일품

수학 ❷(상)

정답 및 풀이

● 정답을 확인할 때에는 〈빠른 정답 찾기〉를 이용하면 편리합니다.

빠른 정답 찾기

Ⅰ 유리수와 순환소수

01 유리수와 순환소수

▸개념 & 기출유형 ＊본책 8~10쪽

001 ③ 002 ③ 003 7 004 ④ 005 ④
006 14 007 ⑤ 008 ④ 009 1 010 ④
011 $0.0\dot{3}$ 012 $3.\dot{3}$ 013 $0.4\dot{7}$ 014 $x=6$ 015 ①
016 ② 017 ②, ⑤ 018 ②, ③

▸내신 만점 도전하기 ＊본책 11~12쪽

019 15 020 ② 021 ④ 022 $\frac{1}{3}$, $0.0\dot{3}$
023 255 024 ② 025 73 026 34개 027 ②
028 11, 33, 99 029 $0.13\dot{2}$ 030 ③ 031 ④
032 10 033 18 034 ⑤

▸내신 만점 굳히기 ＊본책 13쪽

035 ⑤ 036 324 037 16 038 3 039 14, 31
040 (1) $0.\dot{2}8\dot{7}$ (2) 8 041 12개

▸내신 만점 정복하기 ＊본책 14~15쪽

042 ② 043 ② 044 ① 045 313 046 ④
047 20 048 ③ 049 ③ 050 ③ 051 1, 4, 7
052 108 053 6 054 5개

▸교과서 속 창의유형 ＊본책 16~17쪽

055 0588235294117647 056 0344827586206896551724137931
057 풀이 13쪽 058 19개

Ⅱ 식의 계산

02 단항식의 계산

▸개념 & 기출유형 ＊본책 20~22쪽

059 ④ 060 ④ 061 10 062 4 063 ①
064 ⑤ 065 ③ 066 (1) $a=108$, $n=11$ (2) 14자리
067 3 068 ⑤ 069 15 070 $9ab^3$ 071 3
072 ⑤ 073 (1) $-ab^2$ (2) $5xy$ 074 ③ 075 ②

▸내신 만점 도전하기 ＊본책 23~25쪽

076 ③ 077 1024 078 ④ 079 2 080 ②
081 ④ 082 $\frac{ab}{15}$ 083 ④ 084 ② 085 ④
086 8 087 0 088 ④ 089 ② 090 $\frac{9}{4}xy^3$
091 $4xy^5$ 092 ① 093 ② 094 $\frac{1}{1024}$ 095 $\frac{2}{3}a^3b$
096 $\frac{y}{6x}$

▸내신 만점 굳히기 ＊본책 26쪽

097 ① 098 28 099 45 100 ② 101 7
102 24 103 ②

03 다항식의 계산 (1)

▸개념 & 기출유형 ＊본책 27쪽

104 $a=\frac{19}{12}$, $b=-\frac{7}{12}$ 105 1 106 ④ 107 4
108 $2x^2+x-3y$ 109 ④

▸내신 만점 도전하기 ＊본책 28쪽

110 $-7x-6y$ 111 ③ 112 $-2a^2-3a$
113 $12\pi ab^3-12\pi a^2b^2$ 114 ⑤ 115 ③ 116 ①

▸내신 만점 굳히기 ＊본책 29쪽

117 0 118 ③ 119 $\left(2y+\frac{1}{2}\right)$배 120 $\frac{44}{3}$
121 ④ 122 6

04 다항식의 계산 (2)

▸개념 & 기출유형 ＊본책 30~33쪽

123 ③ 124 ② 125 1 126 ③ 127 -1
128 ①, ⑤ 129 6 130 ④ 131 (1) 5 (2) 1 (3) $\frac{5}{2}$
132 (1) 19 (2) 13 (3) -2 133 ② 134 $-6x+4y$
135 ⑤ 136 $9x+5$ 137 3 138 ① 139 ③
140 1 141 풀이 22쪽 142 (1) 6 (2) 8
143 53

▸**내신 만점 도전하기** ---------------------- * 본책 34~36쪽

144 $-8x^2+xy-29x+7y+69$ **145** ④ **146** ②
147 21 **148** 22 **149** ④ **150** 14 **151** ⑤
152 -60 **153** 8 **154** ⑤ **155** $35a^2-12a+1$
156 ⑤ **157** ③ **158** ④ **159** 9 **160** ⑤
161 96 **162** ④ **163** $14x$ **164** ③ **165** ab
166 $-\frac{3}{8}$ **167** 0

▸**내신 만점 굳히기** ---------------------------- * 본책 37쪽

168 $a^2-b^2+c^2-d^2+2ac-2bd$ **169** ⑤ **170** ④
171 7 **172** $3m$ **173** ④ **174** 1 : 35, 1 : 20

▸**내신 만점 정복하기** ---------------------- * 본책 38~43쪽

175 ④ **176** ① **177** ② **178** ④ **179** ③
180 13^{20} **181** $36a^4$ **182** ⑤ **183** 90 **184** ①
185 ③ **186** 18 **187** 28 **188** 8 **189** 5
190 4 **191** ⑤ **192** $2x^2-5x+5$ **193** ③
194 ① **195** (1) $4x-2y+\frac{1}{x}$ (2) 39
196 $24x^4y^2+7x^3y^2+7x^2y^2$ **197** 10 **198** ④ **199** ①, ⑤
200 $a^{16}-2a^8b^8+b^{16}$ **201** ① **202** ① **203** ③
204 1 **205** ③ **206** 16 **207** $\frac{1}{3}$ **208** ⑤
209 ① **210** $A=d-b-c$ **211** ② **212** ②
213 ① **214** 3 **215** 10 **216** 89 **217** 66
218 $x=m+8p$ **219** $b=100-\frac{10000T}{S(a+100)}$
220 -225 **221** 8

▸**교과서 속 창의유형** ---------------------- * 본책 44~45쪽

222 (1) $\left(\frac{3}{4}\right)^5a$ (2) $\left(\frac{3}{4}\right)^{10}a$ (3) $\left(\frac{3}{4}\right)^5$배 **223** $360x^2-40y^2$
224 풀이 33쪽

Ⅲ 방정식

05 연립일차방정식

▸**개념 & 기출유형** ------------------------- * 본책 48~51쪽

225 (ㄴ), (ㄹ), (ㅁ) **226** ① **227** 7
228 $\begin{cases} x+y=9 \\ 10y+x=10x+y+27 \end{cases}$ **229** (3, 4) **230** 10
231 ② **232** 5 **233** ③, ⑤ **234** ⑤ **235** 13
236 ② **237** ④ **238** $x=2,\ y=5$ **239** 5
240 $a=-2,\ b=-\frac{1}{3}$ **241** ④ **242** -17
243 $x=8,\ y=4$
244 (1) $x=-4,\ y=1,\ z=1$ (2) $x=5,\ y=2,\ z=6$

▸**내신 만점 도전하기** ---------------------- * 본책 52~54쪽

245 ② **246** ② **247** ④ **248** (1, 6), (3, 3)
249 ③ **250** 0 **251** 1 **252** 8 **253** ①
254 ⑤ **255** $x=-7,\ y=2$ **256** ②
257 (1) 2 (2) $x=-\frac{21}{5},\ y=-\frac{20}{7}$
258 $x=\frac{3}{2},\ y=-\frac{1}{3},\ z=4$ **259** 4 : 1 **260** ⑤
261 1 **262** 10 **263** ③ **264** ③

▸**내신 만점 굳히기** ---------------------------- * 본책 55쪽

265 ③ **266** -8 **267** ⑤ **268** 1 **269** ①
270 $x=5,\ y=1$

06 연립일차방정식의 활용

▸**개념 & 기출유형** ------------------------- * 본책 56~57쪽

271 25 **272** ⑤ **273** 676명 **274** 40개 **275** 24일
276 12 km **277** 800 m **278** ⑤ **279** ⑤ **280** ③
281 3 %

▸**내신 만점 도전하기** ---------------------- * 본책 58~59쪽

282 58만 원 **283** ④ **284** 9명
285 공책 : 1300원, 지우개 : 600원 **286** ③ **287** 12분
288 ⑤ **289** ⑤ **290** 2시간 **291** ③
292 A : 150 g, B : 350 g **293** ④

▸**내신 만점 굳히기** ---------------------------- * 본책 60쪽

294 ② **295** A : 450개, B : 400개 **296** 80분 **297** 12 cm
298 24일 **299** 초속 850 m

▸**내신 만점 정복하기** ---------------------- * 본책 61~65쪽

300 ①, ③ **301** ④ **302** (1, 3) **303** ① **304** ④
305 $x=3,\ y=5$ **306** $x=-8,\ y=-5$ 또는 $x=8,\ y=-5$
307 ③ **308** 5 **309** ③ **310** ② **311** ②
312 ④ **313** 26개 **314** 7 **315** -3 **316** 3

317 -28 **318** 3개 **319** ②, ④

320 (1) $\begin{cases} x+y+z=60 \\ x=y+z \\ 2y=x+z \end{cases}$ (2) 10개 **321** ③ **322** ②

323 ② **324** ④ **325** 영어 : 72점, 수학 : 90점

326 A **327** 2 kg, 3 kg **328** ① **329** 275

330 25 **331** 75 g **332** 44000원, 51000원

▸**교과서 속 창의유형** ＊본책 66~67쪽

333 16개 **334** $\frac{3}{10}$ **335** 햄 : 3개, 오이 : 5개 **336** $\frac{9}{7}$ 시간

Ⅳ 부등식

07 일차부등식

▸**개념 & 기출유형** ＊본책 70~72쪽

337 ② **338** ①, ③ **339** 1개 **340** (ㄱ), (ㄷ), (ㅁ)

341 ④ **342** 26 **343** 풀이 51쪽 **344** 3개

345 -5 **346** ④ **347** -30

348 (1) $-3\le 3x-y\le 11$ (2) $2\le \frac{1}{2}xy\le 15$ **349** ④

350 ④

▸**내신 만점 도전하기** ＊본책 73~74쪽

351 ② **352** ② **353** (ㄱ), (ㄷ), (ㅁ) **354** ⑤

355 ② **356** ⑤ **357** 3개 **358** ③ **359** $x<-3$

360 풀이 52쪽 **361** 1 **362** $a<-2$ **363** ⑤

364 -1

▸**내신 만점 굳히기** ＊본책 75쪽

365 $x<2$ **366** ③ **367** ② **368** $25<k\le 31$

369 $\frac{1}{10}$ **370** ① **371** 7

08 연립일차부등식

▸**개념 & 기출유형** ＊본책 76~77쪽

372 0 **373** -1 **374** 6 **375** -2 **376** $x=-3$

377 ⑤ **378** 5 **379** ④ **380** $-14\le a<-13$

381 4 **382** ① **383** $a>\frac{20}{3}$ **384** ⑤

▸**내신 만점 도전하기** ＊본책 78~79쪽

385 $-\frac{1}{3}<x<3$ **386** $x<0$ 또는 $x>6$ **387** ②

388 ① **389** ① **390** $-\frac{8}{7}$ **391** ④

392 해가 없다. **393** $\frac{1}{10}$ **394** $-\frac{1}{3}\le a<0$

395 ③ **396** $a\ge -9$ **397** ① **398** ② **399** $\frac{4}{3}$

400 ⑤

▸**내신 만점 굳히기** ＊본책 80쪽

401 ① **402** $\frac{10}{7}\le x<\frac{22}{7}$ **403** 1개 **404** ③

405 35 **406** $a<-2$

09 부등식의 활용

▸**개념 & 기출유형** ＊본책 81~83쪽

407 5자루 **408** ④ **409** ② **410** 4 **411** ②

412 37500원 **413** ③

414 130 m 이상 180 m 미만 **415** ⑤ **416** 10 km

417 $\frac{25}{16}$ km **418** ④ **419** ④ **420** ②

421 75 g 초과 225 g 이하 **422** 7개 **423** 21명 **424** 18개

▸**내신 만점 도전하기** ＊본책 84~85쪽

425 3개 **426** 25개 **427** 75 **428** ③ **429** $x>1$

430 ④ **431** $\frac{75}{4}$ km 이하 **432** ③ **433** ③

434 ② **435** 8명 **436** ③

▸**내신 만점 굳히기** ＊본책 86쪽

437 747개 **438** 597 **439** 분속 75 m 초과 분속 150 m 이하

440 ⑤ **441** 50000원 초과 150000원 미만

▸**내신 만점 정복하기** ＊본책 87~91쪽

442 ⑤ **443** ④ **444** 6개 **445** $x\le 0$ **446** ④

447 ③ **448** $-5\le k<-\frac{15}{4}$ **449** ①

450 $x>\frac{b-5}{a-b}$ **451** -3 **452** $x<-\frac{2}{5}$

453 ① **454** -2 **455** ⑤ **456** ③ **457** ②

458 ③ **459** 23 **460** 12 **461** 4 **462** $a\le 2$

463 ② **464** ③ **465** 70.5점 이상 84.5점 미만

466 ⑤ **467** 3개 **468** ② **469** 2시간 **470** ⑤

471 17개 또는 18개 또는 19개 **472** 16회

473 6 cm 이상 10 cm 이하 **474** 38명

▸교과서 속 창의유형 ----- * 본책 92~93쪽

475 고구마피자 또는 포테이토피자 **476** 17일

477 풀이 71쪽 **478** 9150원

Ⅴ 일차함수

10 일차함수와 그 그래프

▸개념 & 기출유형 ----- * 본책 96~98쪽

479 $a=0,\ b\neq-1$ **480** 13 **481** 4 **482** 6

483 2 **484** 9 **485** $a=-1,\ k=-3$ **486** ①

487 ④ **488** ③ **489** 제3사분면 **490** ④

491 ④ **492** 12 **493** ④ **494** 50 g **495** 3초

▸내신 만점 도전하기 ----- * 본책 99~101쪽

496 ① **497** ④ **498** 1 **499** ② **500** 10

501 ⑤ **502** 12 **503** 1 **504** ①

505 $\frac{1}{2}\le k<3$ **506** ③ **507** 제3사분면

508 ⑤ **509** ②, ④ **510** ③ **511** ③ **512** 48분

513 (1) $y=40000+1250x$ (2) 64 km **514** 20 km

▸내신 만점 굳히기 ----- * 본책 102쪽

515 $a=3,\ b=2$ **516** $\left(\frac{5}{8},\ -\frac{5}{8}\right)$ **517** ①

518 (1) $y=\begin{cases}10x-110 & (11<x\le14)\\ 30 & (14<x\le19)\\ 220-10x & (19<x<22)\end{cases}$ (2) 20 cm² **519** 760초

520 $-3\le m<-2$ 또는 $-2<m\le-1$

11 일차함수와 일차방정식의 관계

▸개념 & 기출유형 ----- * 본책 103~107쪽

521 (ㄱ), (ㄴ), (ㄹ) **522** 50 **523** -6

524 (1) $a\neq4,\ b=1$ (2) $a=4,\ b\neq1$ **525** $-\frac{1}{3}$

526 제1, 2사분면 **527** ② **528** ③ **529** ③

530 ④ **531** -5 **532** 2 **533** 0 **534** $\frac{15}{4}$

535 ② **536** ① **537** $y=-1$

538 (1) $x=3,\ y=1$ (2) $a=-1,\ b=4$ **539** -4

540 $a\neq-\frac{1}{3},\ b=-6$ **541** $\frac{5}{4}$ **542** 30 **543** $\frac{49}{10}$

544 $\frac{2}{3}$ **545** $\frac{3}{4}\le a\le4$ **546** ①

547 $\frac{2}{5}\le m\le\frac{9}{2}$ **548** -2 **549** ① **550** -1

▸내신 만점 도전하기 ----- * 본책 108~111쪽

551 2개 **552** ③ **553** 0 **554** ①

555 제1, 4사분면 **556** ④

557 $y=\frac{1}{3}x+8$ 또는 $y=\frac{1}{3}x-2$ **558** ① **559** $\frac{21}{5}$

560 ② **561** 4, (2, 5) **562** $\frac{2}{3}<a<4$

563 ① **564** ④ **565** 2 **566** ① **567** ④

568 $-\frac{14}{15}$ **569** -72 **570** $m\le-1$ 또는 $m\ge\frac{3}{2}$ **571** ④

572 $-3<a<0$ 또는 $0<a<1$ **573** ④

574 $\frac{4}{7},\ \frac{5}{7},\ 1$ **575** $-\frac{1}{6}$

▸내신 만점 굳히기 ----- * 본책 112쪽

576 ② **577** ⑤ **578** 12 **579** $a=\frac{3}{2},\ b=-10$

580 $\frac{8}{9}$ **581** P(2, 0), Q(0, 3)

▸내신 만점 정복하기 ----- * 본책 113~117쪽

582 ③, ④ **583** ② **584** $-\frac{2}{9}$ **585** $\frac{3}{10}$ **586** ①

587 ② **588** -6 **589** ④ **590** ⑤ **591** $\frac{210}{11}$

592 -12 **593** 제1사분면 **594** 4 **595** 30분

596 ③ **597** ② **598** $y=\frac{4}{5}x+\frac{7}{5}$

599 제1, 2, 3사분면 **600** 5, $\frac{1}{5}$, -1 **601** ④

602 ③ **603** 1, -5 **604** 2 **605** $\frac{1}{3}$ **606** ③

607 ③ **608** $-\frac{4}{3}$ **609** $-\frac{7}{12}$ **610** $y=-\frac{5}{2}x+10$

611 $y=\frac{5}{2}x-14$ **612** -19 **613** -2

▸교과서 속 창의유형 ----- * 본책 118~119쪽

614 $\frac{15}{2}$ **615** 5 **616** 7년

Ⅰ 유리수와 순환소수

01 | 유리수와 순환소수

개념&기출유형 본책 8~10쪽

001 ③ $6.030303\cdots=6.\dot{0}\dot{3}$ 답 ③

> 순환소수는 첫 번째 순환마디의 양 끝의 숫자 위에 점을 찍어서 나타낸다.

002 각각의 분수를 소수로 나타내면 다음과 같다.
① $0.\dot{7}$ ② $1.\dot{7}$ ③ $0.\dot{2}\dot{7}$ ④ $0.2\dot{7}$ ⑤ $0.1\dot{7}$
따라서 순환마디가 다른 것은 ③이다. 답 ③

> ①, ②, ④, ⑤ 순환마디 → 7
> ③ 순환마디 → 27

003 $\frac{2}{27}=0.\dot{0}7\dot{4}$이므로 순환마디의 숫자는 3개이다.
$50=3\times16+2$이므로 소수점 아래 50번째 자리의 숫자는 순환마디의 2번째 숫자와 같은 7이다.
답 7

> 기약분수로 나타내었을 때 분모의 소인수가 2 또는 5뿐인 것을 찾는다.

004 ① $\frac{9}{54}=\frac{1}{6}=\frac{1}{2\times3}$
② $\frac{3}{144}=\frac{1}{48}=\frac{1}{2^4\times3}$
③ $\frac{15}{220}=\frac{3}{44}=\frac{3}{2^2\times11}$
④ $\frac{18}{2^2\times3\times5^2}=\frac{3}{2\times5^2}$
⑤ $\frac{55}{2^3\times3\times5}=\frac{11}{2^3\times3}$ 답 ④

> $\frac{3}{2\times5^2}=\frac{3\times2}{2^2\times5^2}$
> $=\frac{6}{100}=0.06$

005 주어진 유리수 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것은
$\frac{3}{20}$, $\frac{3}{24}$, $\frac{3}{25}$, $\frac{3}{30}$, $\frac{3}{32}$, $\frac{3}{40}$의 6개
이때 주어진 유리수는 모두 21개이므로 구하는 개수는
$21-6=15$(개) 답 ④

> 주어진 유리수를 기약분수로 나타낸 후 분모를 소인수분해하였을 때, 분모의 소인수가 2 또는 5뿐인 수

006 $\frac{14}{980}\times a=\frac{1}{70}\times a=\frac{1}{2\times5\times7}\times a$가 유한소수로 나타내어지려면 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이어야 하므로 a는 7의 배수이어야 한다.
따라서 a의 값이 될 수 있는 가장 작은 두 자리의 자연수는 14이다. 답 14

007 ① $2.0\dot{3}=\frac{203-20}{90}$ ② $1.\dot{5}=\frac{15-1}{9}$
③ $3.\dot{2}\dot{8}=\frac{328-3}{99}$ ④ $0.\dot{1}8\dot{4}=\frac{184}{999}$
답 ⑤

보충학습

순환소수를 분수로 나타내기

전체의 수 순환하지 않는 수

$$a.b\dot{c}\dot{d}=\frac{abcd-ab}{990}$$

순환마디 숫자 2개
소수점 아래 순환하지 않는 숫자 1개

008 ① 모든 순환소수는 유리수이다.
② 순환하지 않는 무한소수는 분수로 나타낼 수 없다.
③ 순환하는 무한소수, 즉 순환소수는 유리수이다.
⑤ 무한소수는 순환소수이거나 순환하지 않는 무한소수이다. 답 ④

009 $4.\dot{1}\dot{6}-0.\dot{2}\dot{5}=\frac{416-4}{99}-\frac{25}{99}$
$=\frac{412}{99}-\frac{25}{99}$
$=\frac{387}{99}=\frac{43}{11}$
따라서 $A=11$, $B=43$이므로
$4A-B=44-43=1$ 답 1

010 $2.\dot{7}+0.\dot{6}=\frac{27-2}{9}+\frac{6}{9}=\frac{25}{9}+\frac{6}{9}=\frac{31}{9}$
$=3.444\cdots=3.\dot{4}$ 답 ④

> $\frac{x}{y}$의 역수는 $\frac{y}{x}$이다.

011 $0.3\dot{8}=\frac{38-3}{90}=\frac{35}{90}=\frac{7}{18}$이므로 $a=\frac{7}{18}$
$11.\dot{6}=\frac{116-11}{9}=\frac{105}{9}=\frac{35}{3}$이므로 $b=\frac{3}{35}$
$\therefore ab=\frac{7}{18}\times\frac{3}{35}=\frac{1}{30}$
$=0.0333\cdots=0.0\dot{3}$ 답 $0.0\dot{3}$

> $a.\dot{b}=\frac{ab-a}{9}$

012 $9.\dot{9}-8.\dot{8}+7.\dot{7}-6.\dot{6}+5.\dot{5}-4.\dot{4}$
$=\frac{99-9}{9}-\frac{88-8}{9}+\frac{77-7}{9}-\frac{66-6}{9}$
$+\frac{55-5}{9}-\frac{44-4}{9}$
$=\frac{90-80+70-60+50-40}{9}$
$=\frac{30}{9}=\frac{10}{3}=3.333\cdots=3.\dot{3}$ 답 $3.\dot{3}$

013 $0.1\dot{4}=\frac{13}{90}$이므로 $\frac{13}{90}+x=\frac{28}{45}$에서
$x=\frac{28}{45}-\frac{13}{90}=\frac{43}{90}=0.4777\cdots=0.4\dot{7}$ 답 $0.4\dot{7}$

014 $0.\dot{8}x-0.\dot{7}\dot{3}=0.\dot{3}x+2.\dot{5}\dot{9}$에서
$\frac{8}{9}x-\frac{73}{99}=\frac{3}{9}x+\frac{257}{99}$
$88x-73=33x+257$, $55x=330$
$\therefore x=6$ 답 $x=6$

> 양변에 99를 곱한다.

015 $0.\dot{x}=\frac{x}{9}$에서 $\frac{3}{8}<\frac{x}{9}\le\frac{2}{3}$이므로

$\frac{27}{72}<\frac{8x}{72}\le\frac{48}{72}$, $27<8x\le48$

이때 x는 한 자리의 자연수이므로

$x=4,\ 5,\ 6$

따라서 $a=6,\ b=4$이므로

$a+b=10$

답 ①

분모를 8, 9, 3의 최소공배수 72로 통분한다.

분모가 같으므로 분자의 대소를 비교한다.

016 $3.\dot{1}\dot{2}=\frac{312-3}{99}=\frac{309}{99}$,

$34.\dot{3}=\frac{343-34}{9}=\frac{309}{9}$이므로

$\frac{309}{99}\times a=\frac{309}{9}$

$\therefore\ a=\frac{309}{9}\times\frac{99}{309}=11$

답 ②

017 ① $0.\dot{3}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

② $0.\dot{5}=\frac{5}{9}>\frac{1}{2}$

③ $0.\dot{3}\dot{8}=\frac{38}{99}=\frac{380}{990}$,

$0.3\dot{8}=\frac{38-3}{90}=\frac{35}{90}=\frac{385}{990}$

이므로 $0.\dot{3}\dot{8}<0.3\dot{8}$

④ $0.\dot{7}=\frac{7}{9}=\frac{77}{99}$, $0.\dot{7}\dot{1}=\frac{71}{99}$이므로

$0.\dot{7}>0.\dot{7}\dot{1}$

⑤ $1.\dot{6}=\frac{16-1}{9}=\frac{15}{9}=\frac{5}{3}$

답 ②, ⑤

$0.\dot{3}\dot{8}=0.383838\cdots$
$0.3\dot{8}=0.3888\cdots$
$\therefore\ 0.\dot{3}\dot{8}<0.3\dot{8}$

$0.\dot{7}=0.777\cdots$
$0.\dot{7}\dot{1}=0.717171\cdots$
$\therefore\ 0.\dot{7}>0.\dot{7}\dot{1}$

018 $\frac{5}{18}<x<\frac{17}{45}$이라 하면

$0.2\dot{7}<x<0.3\dot{7}$

① $0.\dot{2}\dot{7}=0.272727\cdots$

② $0.\dot{3}=0.333\cdots$

③ $0.3\dot{2}=0.3222\cdots$

④ $0.3\dot{7}\dot{8}=0.3787878\cdots$

⑤ $0.\dot{4}=0.444\cdots$

따라서 주어진 조건을 만족시키는 수는 ②, ③이다.

답 ②, ③

$\frac{5}{18}=0.2777\cdots=0.2\dot{7}$

$\frac{17}{45}=0.3777\cdots=0.3\dot{7}$

내신 만점 도전하기

본책 11~12쪽

019 전략 주어진 무한소수에서 소수점 아래의 숫자들이 나열된 규칙을 생각한다.

풀이 소수점 아래 첫째 자리의 숫자부터 소수점 아래 n번째 자리의 숫자까지의 합을 $f(n)$이라 하면

0, 1이 번갈아 가면서 1, 2, 3, 4, …개씩 나열된다.

$f(2)=1$

$f(2+4)=f(6)=1+2=3$

$f(2+4+6)=f(12)=1+2+3=6$

$f(2+4+6+8)=f(20)$
$=1+2+3+4$
$=10$

$f(2+4+6+8+10)=f(30)$
$=1+2+3+4+5$
$=15$

따라서 주어진 무한소수의 소수점 아래 첫째 자리의 숫자부터 30번째 자리의 숫자까지 합은 15이다.

답 15

020 전략 주어진 분수를 순환소수로 나타낸 후 순환마디의 숫자의 개수를 이용한다.

풀이 $\frac{8}{37}=0.\dot{2}1\dot{6}$이므로 순환마디의 숫자의 개수는 3개이다.

$100=3\times33+1$에서 소수점 아래 100번째 자리의 숫자는 순환마디의 첫 번째 숫자와 같으므로

$f(100)=2$

$200=3\times66+2$에서 소수점 아래 200번째 자리의 숫자는 순환마디의 두 번째 숫자와 같으므로

$f(200)=1$

$\therefore\ f(100)+f(200)=2+1=3$

답 ②

만점비법

순환소수에서 소수점 아래 n번째 자리의 숫자를 구하는 방법
① 순환마디의 숫자의 개수를 구한다.
② 순환마디가 되풀이되는 규칙성을 이용하여 n번째 자리의 숫자를 구한다.

021 전략 $\frac{10}{63}$을 순환소수로 나타내어 x_n의 값을 구한다.

풀이 $\frac{10}{63}=0.\dot{1}5873\dot{0}$이므로 순환마디는 158730이다.

x_n은 $\frac{10}{63}$을 소수로 나타내었을 때 소수점 아래 n번째 자리의 숫자이고, $30=6\times5$이므로 소수점 아래 30번째 자리까지 순환마디가 5번 되풀이된다.

$\therefore\ x_1+x_2+\cdots+x_{30}=(1+5+8+7+3+0)\times5$
$=120$

답 ④

022 전략 주어진 분수를 소수로 나타낸 후 대소를 비교한다.

풀이 $0.0\dot{3}=0.0333\cdots$, $\frac{10}{33}=0.303030\cdots$,

$\frac{1}{3}=0.333\cdots$이므로

$0.0\dot{3}<0.3<\frac{10}{33}<\frac{1}{3}$

따라서 가장 큰 수는 $\frac{1}{3}$, 가장 작은 수는 $0.0\dot{3}$이다.

답 $\frac{1}{3}$, $0.0\dot{3}$

023 전략 기약분수의 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이면 분모를 10의 거듭제곱의 꼴로 고쳐서 분수를 유한소수로 나타낼 수 있다.

풀이 $\frac{189}{750}=\frac{63}{250}=\frac{3^2\times7}{2\times5^3}$

$=\frac{3^2\times7\times2^2}{2\times5^3\times2^2}=\frac{252}{10^3}$

n의 값이 커지면 a의 값도 커지므로 $a+n$의 값은 $a=252$, $n=3$일 때 최소이다.

따라서 $a+n$의 최솟값은 $252+3=255$ 답 255

참고 $\frac{189}{750}$를 $\frac{a}{10^n}$ 꼴로 나타낼 수 있는 자연수 a, n은 무수히 많다. 예를 들어

$\frac{189}{750}=\frac{3^2\times7}{2\times5^3}=\frac{3^2\times7\times(2^3\times5)}{2\times5^3\times(2^3\times5)}=\frac{2520}{10^4}$

에서 $a=2520$, $n=4$이므로 $a+n=2524$이지만 2524는 $a+n$의 최솟값이 아니다.

분모의 소인수 2와 5의 지수가 같아지도록 분모, 분자에 2 또는 5의 거듭제곱을 곱한다.

024 전략 30등분하는 29개의 점에 대응하는 유리수를 구한 후 분자가 3의 배수인 것을 찾는다.

풀이 30등분하는 29개의 점에 대응하는 유리수를 작은 것부터 차례대로 나열하면

$\frac{1}{30}, \frac{2}{30}, \frac{3}{30}, \cdots, \frac{29}{30}$

이때 $30=2\times3\times5$이므로 유한소수로 나타내어지려면 분자가 3의 배수이어야 한다.

따라서 유한소수로 나타낼 수 있는 분수는

$\frac{3}{30}, \frac{6}{30}, \frac{9}{30}, \frac{12}{30}, \frac{15}{30}, \frac{18}{30}, \frac{21}{30}, \frac{24}{30}, \frac{27}{30}$

의 9개이다. 답 ②

30등분하는 29개의 점에 $\frac{30}{30}=1$은 포함되지 않음에 주의한다.

025 문제 이해 $x-y$의 값은 x의 값은 최대이고 y의 값은 최소일 때 최대이다. • 10% 배점

해결 과정 ① $\frac{94}{x}=\frac{2\times47}{x}$이 1보다 큰 유한소수로 나타내어지므로 x는 94보다 작고 소인수가 2 또는 5뿐인 자연수 또는 47의 약수이다.

따라서 x의 최댓값은 $2^4\times5=80$이다. • 40% 배점

해결 과정 ② $\frac{y}{56}=\frac{y}{2^3\times7}$가 1보다 작은 유한소수로 나타내어지므로 y는 7의 배수 중 56보다 작은 수이다.

따라서 y의 최솟값은 7이다. • 40% 배점

답 구하기 따라서 $x-y$의 최댓값은

$80-7=73$ • 10% 배점

답 73

47의 약수는 1, 47이다.

7, 14, 21, 28, 35, 42, 49

분수 A를 기약분수로 나타내었을 때, 분모에 2와 5 이외의 소인수가 있으면 A는 유한소수로 나타낼 수 없다.

026 문제 이해 $\frac{7}{2^2\times5\times x}$을 유한소수로 나타낼 수 없으려면 기약분수의 분모에 2와 5 이외의 소인수가 있어야 한다. • 20% 배점

해결 과정 $\frac{7}{2^2\times5\times x}$을 유한소수로 나타낼 수 있게 하는 x의 개수는 다음과 같다.

$\frac{7}{2^2\times5\times x}$은 유리수이므로 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다.

(i) $x=2^m\times5^n$ (m, n은 음이 아닌 정수) 꼴인 경우

1, 2, 4, 5, 8, 10, 16, 20, 25, 32, 40, 50의 12개 • 30% 배점

(ii) $x=7\times2^m\times5^n$ (m, n은 음이 아닌 정수) 꼴인 경우

7, 14, 28, 35의 4개 • 30% 배점

답 구하기 (i), (ii)에서 주어진 분수를 유한소수로 나타낼 수 없게 하는 x의 개수는

$50-(12+4)=34$ (개) • 20% 배점

답 34개

만점비법

분수를 유한소수로 나타낼 수 있는지 판별할 때는 반드시 주어진 분수를 기약분수로 나타낸 후에 분모에 2 또는 5 이외의 소인수가 있는지 살펴본다.

예를 들어 $\frac{7}{2^2\times5\times x}$에서 $x=7$일 때, 분모에 소인수 7이 있으므로 유한소수로 나타낼 수 없다고 생각하면 안 된다.

즉 $x=7\times2^m\times5^n$ (m, n은 음이 아닌 정수) 꼴일 때도 주어진 분수가 유한소수가 될 수 있음에 주의한다.

027 전략 10의 거듭제곱을 곱하여 소수 부분이 같은 두 식을 만든다.

풀이 $x=23.\dot{4}\dot{1}=23.414141\cdots$이므로

$$\begin{array}{rl} 100x &= 2341.414141\cdots \\ -)\quad x &= 23.414141\cdots \\ \hline \boxed{100x-x} &= 2318 \end{array}$$

$99x=2318$

$\therefore x=\frac{2318}{99}$

따라서 가장 편리한 식은 ②이다. 답 ②

028 문제 이해 주어진 조건을 만족시키는 순환소수 a는 분모가 99인 분수로 나타낼 수 있다. • 10% 배점

해결 과정 ① a를 기약분수로 나타낼 때, 분모가 될 수 있는 수는

3, 9, 11, 33, 99 • 40% 배점

해결 과정 ② 그런데 분모가 3, 9인 기약분수는 순환마디의 숫자의 개수가 1개이므로 주어진 조건을 만족시키지 않는다. • 30% 배점

답 구하기 따라서 구하는 수는

11, 33, 99 • 20% 배점

답 11, 33, 99

분모가 1이면 a는 정수이므로 주어진 조건을 만족시키지 않으므로 제외한다.

029 해결 과정 ① $1.\dot{2}\dot{0}=\frac{120-1}{99}=\frac{119}{99}$에서 도진이는 분자를 제대로 보았으므로 구하는 기약분수의 분자는 119이다. • 40% 배점

해결 과정 ② $1.91\dot{8}=\frac{1918-191}{900}=\frac{1727}{900}$에서 소연이는 분모를 제대로 보았으므로 구하는 기약분수의 분모는 900이다. • 40% 배점

답 구하기 따라서 처음 기약분수는 $\frac{119}{900}$이므로

$\frac{119}{900}=0.13222\cdots=0.13\dot{2}$ • 20% 배점

답 $0.13\dot{2}$

030 전략 주어진 조건에 따라 식을 세운 후 순환소수를 분수로 나타낸다.

풀이 $0.\dot{a}\dot{b}+0.\dot{b}\dot{a}=0.\dot{3}$에서

$\frac{10a+b}{99}+\frac{10b+a}{99}=\frac{3}{9}$

$11(a+b)=33 \quad \therefore a+b=3$

이때 a, b는 한 자리의 자연수이고, $a>b$이므로

$a=2,\ b=1$

$\therefore 0.\dot{2}\dot{1}-0.\dot{1}\dot{2}=\frac{21}{99}-\frac{12}{99}=\frac{9}{99}=\frac{1}{11}$

$=0.090909\cdots=0.\dot{0}\dot{9}$

답 ③

십의 자리의 숫자가 a, 일의 자리의 숫자가 b인 두 자리의 자연수
$\rightarrow 10\times a+b$
$=10a+b$

031 전략 순환소수의 연산은 순환소수를 분수로 고쳐서 계산한다.

풀이 $1.9\dot{8}=1.9888\cdots$이므로 $\quad 1.9\dot{8}<1.99$

$\therefore 1.9\dot{8}\bigstar1.99=1.99-1.9\dot{8}=\frac{199}{100}-\frac{179}{90}$

$=\frac{1}{900}=0.00\dot{1}$

$0.00\dot{1}=0.00111\cdots$이므로 $\quad 0.00\dot{1}>0.001$

$\therefore 0.00\dot{1}\bigstar0.001=0.00\dot{1}-0.001$

$=\frac{1}{900}-\frac{1}{1000}$

$=\frac{1}{9000}=0.000\dot{1}$

답 ④

보충학습

순환소수의 대소 비교
[방법 1] 순환소수를 분수로 나타내어 대소를 비교한다.
[방법 2] 순환소수를 풀어쓴 후, 소수점 아래 첫째 자리의 숫자부터 차례로 비교한다.

032 전략 주어진 조건에 따라 식을 세운 후 순환소수를 분수로 나타낸다.

풀이 $4.\dot{8}x-4.8x=0.\dot{8}$이므로

$\frac{44}{9}x-\frac{48}{10}x=\frac{8}{9}, \quad 440x-432x=80$

$8x=80 \quad \therefore x=10$

답 10

양변에 90을 곱한다.

033 해결 과정 ① $0.75<0.\dot{1}\times a<0.\dot{8}$에서

$\frac{3}{4}<\frac{1}{9}\times a<\frac{8}{9}, \quad \frac{27}{36}<\frac{4a}{36}<\frac{32}{36}$

$\therefore 27<4a<32$

이때 a는 자연수이므로 $\quad a=7$ • 45% 배점

해결 과정 ② $0.\dot{1}<0.0\dot{1}\times b<0.1\dot{3}$에서

$\frac{1}{9}<\frac{1}{90}\times b<\frac{12}{90}, \quad \frac{10}{90}<\frac{b}{90}<\frac{12}{90}$

$\therefore 10<b<12$

이때 b는 자연수이므로 $\quad b=11$ • 45% 배점

답 구하기 $\therefore a+b=18$ • 10% 배점

답 18

순환소수를 분수로 나타낸 후 부등식을 만족시키는 a, b의 값을 구한다.

034 전략 순환소수를 분수로 나타내어 주어진 방정식의 해를 구한다.

풀이 $0.\dot{6}x+2.\dot{1}=5.\dot{4}$에서

$\frac{6}{9}x+\frac{19}{9}=\frac{49}{9}, \quad 6x+19=49$

$6x=30 \quad \therefore x=5$

이때 주어진 부등식은 $\frac{2}{5}<\frac{a}{45}<\frac{5}{9}$이므로

$\frac{18}{45}<\frac{a}{45}<\frac{25}{45}$

$\therefore 18<a<25$

따라서 자연수 a는 19, 20, 21, 22, 23, 24의 6개이다.

답 ⑤

$0.\dot{x}=0.\dot{5}=\frac{5}{9}$

내신 만점 굳히기 본책 13쪽

035 전략 주어진 순환소수를 풀어쓴 후 규칙을 찾는다.

풀이 두 수 $0.\dot{2}71\dot{3}$, $0.2\dot{7}1\dot{3}$에서

$0.\dot{2}71\dot{3}=0.2713271327132713\cdots$

$0.2\dot{7}1\dot{3}=0.2713713713713713\cdots$

이므로 소수점 아래 첫째 자리의 숫자가 같고, 소수점 아래 둘째, 셋째, 넷째 자리와 열넷째, 열다섯째, 열여섯째 자리의 숫자가 각각 같다.

이때 $99=1+12\times8+2$이므로 $a_n=b_n$을 만족시키는 n의 개수는

$1+8\times3+2=27$(개)

답 ⑤

열두 자리의 차이가 난다.

036 해결 과정 ① 조건 ㈏에서 $\frac{A}{270}=\frac{A}{2\times3^3\times5}$가 유한소수로 나타내어지려면 기약분수로 나타내었을 때, 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이어야 하므로

$A=3^3\times a=27a$ (a는 자연수) • 30% 배점

해결 과정 ② 조건 ㈐에서 $\frac{A}{270}\times30=3a$는 어떤 자연수의 제곱이므로

$a=3x^2$ (x는 자연수)

$\therefore A=27a=27\times3x^2=81x^2$ (x는 자연수) • 50% 배점

답 구하기 따라서 조건 ㈎에 의하여 A가 될 수 있는 세 자리의 자연수는

$A=81\times4=324$ • 20% 배점

답 324

$A=27a$이므로
$\frac{A}{270}\times30$
$=\frac{27a}{270}\times30=3a$

81은 두 자리의 수이고, 81×4^2은 네 자리의 수이므로 세 자리의 수는 81×2^2, 81×3^2뿐이다.

037 전략 기약분수를 소수로 나타내었을 때 유한소수가 되려면 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이어야 한다.

풀이 $\frac{13}{a}$이 1보다 작으므로 $a>13$

또 $\frac{13}{a}$이 유한소수로 나타내어지는 경우는 다음과 같다.

(i) $a=2^m\times5^n$ (m, n은 음이 아닌 정수) 꼴인 경우

$a=16,\ 20,\ 25,\ 32,\ 40,\ \cdots$

이때 $\frac{13}{16}=0.8125$, $\frac{13}{20}=0.65$, $\frac{13}{25}=0.52$, $\cdots$이고, 분모가 커질수록 그 값은 점점 작아진다.

(ii) $a=13\times2^m\times5^n$ (m, n은 음이 아닌 정수) 꼴인 경우

$a=26,\ 52,\ 65,\ 104,\ 130,\ \cdots$

이때 $\frac{13}{26}=0.5$, $\frac{13}{52}=0.25$, $\frac{13}{65}=0.2$, $\cdots$이고, 분모가 커질수록 그 값은 점점 작아진다.

(i), (ii)에서 $\frac{13}{a}$을 소수로 나타내었을 때, 소수점 아래 첫째 자리의 숫자가 8인 유한소수가 되는 것은 $a=16$일 때뿐이다.

답 16

038 전략 먼저 주어진 식의 좌변을 간단히 정리한다.

풀이 $1-\frac{1}{1+\frac{1}{x}}=1-\frac{1}{\frac{x+1}{x}}=1-\frac{x}{x+1}$

$=\frac{x+1-x}{x+1}=\frac{1}{x+1}$

또 $0.\dot{0}8\dot{1}=\frac{81}{999}=\frac{3}{37}$이므로

$\frac{1}{x+1}=\frac{3}{37}$, $x+1=\frac{37}{3}$

$\therefore x=\frac{34}{3}=11.333\cdots=11.\dot{3}$

$\therefore a=3$

답 3

$\frac{\frac{D}{C}}{\frac{B}{A}}=\frac{D}{C}\div\frac{B}{A}$

$=\frac{D}{C}\times\frac{A}{B}$

$=\frac{AD}{BC}$

(단, $ABC\neq0$)

039 전략 먼저 순환소수를 분수로 나타낸다.

풀이 $0.a1\dot{6}=\frac{(100a+16)-(10a+1)}{900}$

$=\frac{90a+15}{900}=\frac{6a+1}{60}$

즉 $\frac{n}{24}=\frac{6a+1}{60}$이므로

$5n=12a+2$

$\frac{n}{24}=\frac{6a+1}{60}$의 양변에 분모의 최소공배수인 120을 곱하면 $5n=12a+2$

$5n=5\times2a+2a+2$에서 $2a+2$는 5의 배수이고, a는 한 자리의 자연수이므로

$a=4$ 또는 $a=9$

(i) $a=4$일 때, $5n=50$이므로 $n=10$

$\therefore a+n=4+10=14$

(ii) $a=9$일 때, $5n=110$이므로 $n=22$

$\therefore a+n=9+22=31$

(i), (ii)에서 $a+n=14$ 또는 $a+n=31$

답 14, 31

040 (1) 해결 과정 $0.1\dot{7}\dot{2}=17.1\times a$에서

$\frac{171}{990}=\frac{171}{10}\times a$ $\therefore a=\frac{171}{990}\times\frac{10}{171}=\frac{1}{99}$

$b=25\times0.0\dot{1}=25\times\frac{1}{90}=\frac{25}{90}=\frac{5}{18}$ • 30% 배점

답 구하기 $\therefore a+b=\frac{1}{99}+\frac{5}{18}=\frac{285}{990}$

$=0.28787\cdots$

$=0.2\dot{8}\dot{7}$ • 20% 배점

(2) 해결 과정 $a+b=0.2\dot{8}\dot{7}$이므로 순환마디의 숫자는 2개이다. • 20% 배점

답 구하기 $2014=1+2\times1006+1$이므로 소수점 아래 2014번째 자리의 숫자는 순환마디의 첫 번째 숫자와 같은 8이다. • 30% 배점

답 (1) $0.2\dot{8}\dot{7}$ (2) 8

041 [문제 해결 길잡이]

❶ 순환소수를 분수로 고쳐서 $\langle x,\ y\rangle$를 간단히 한다.

❷ $\langle m,\ n\rangle\le\langle 1,\ 5\rangle$를 간단히 한다.

❸ $m+n$의 값이 3, 4, 5, 6인 각각의 경우에 대하여 순서쌍 $(m,\ n)$과 그 개수를 구한다.

❹ ❸에서 구한 순서쌍의 개수의 합을 구한다.

풀이 $\langle x,\ y\rangle$

$=2\left(\frac{x}{9}+\frac{y}{9}\right)+\frac{10x+y}{99}+\frac{10y+x}{99}$

$=\frac{2(x+y)}{9}+\frac{11x+11y}{99}$

$=\frac{2(x+y)}{9}+\frac{x+y}{9}=\frac{x+y}{3}$ ❶

$\langle m,\ n\rangle\le\langle 1,\ 5\rangle$에서

$\frac{m+n}{3}\le\frac{1+5}{3}$ $\therefore m+n\le6$ ❷

이때 m, n이 서로 다른 자연수이므로

$m+n=3$ 또는 $m+n=4$ 또는 $m+n=5$ 또는 $m+n=6$

m과 n이 서로 다른 자연수이므로 $m+n\ge3$

(i) $m+n=3$을 만족시키는 순서쌍 $(m,\ n)$은 $(1,\ 2)$, $(2,\ 1)$의 2개

(ii) $m+n=4$를 만족시키는 순서쌍 $(m,\ n)$은 $(1,\ 3)$, $(3,\ 1)$의 2개

(iii) $m+n=5$를 만족시키는 순서쌍 $(m,\ n)$은 $(1,\ 4)$, $(2,\ 3)$, $(3,\ 2)$, $(4,\ 1)$의 4개

(iv) $m+n=6$을 만족시키는 순서쌍 $(m,\ n)$은 $(1,\ 5)$, $(2,\ 4)$, $(4,\ 2)$, $(5,\ 1)$의 4개 ❸

이상에서 구하는 순서쌍 $(m,\ n)$의 개수는

$2+2+4+4=12$(개) ❹

답 12개

내신 만점 정복하기

본책 14~15쪽

042 전략 분수를 순환소수로 나타낸 후 규칙성을 찾는다.

풀이 $\frac{3}{14}=0.2\dot{1}4285\dot{7}$이고, $301=1+6\times50$이므로

$0.2\dot{1}4285\dot{7}$의 소수점 아래 301번째 자리까지 순환마디는 50번 되풀이된다.

$$\frac{a_1-a_2+a_3-a_4+\cdots+a_{299}-a_{300}+a_{301}}{3}$$

$$=\frac{2+(-1+4-2+8-5+7)\times 50}{3}$$

$$=\frac{2+11\times 50}{3}=\frac{552}{3}=184$$

답 ②

043 **전략** 분수를 소수로 나타내었을 때 유한소수가 되려면 기약분수의 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이어야 한다.

풀이 $\dfrac{a}{2^3\times 3\times 7}$가 유한소수로 나타내어지려면 a는 3×7의 배수이어야 하고, 기약분수로 나타내면 $\dfrac{1}{b}$이므로 a는 $2^3\times 3\times 7$의 약수이어야 한다.

$\therefore a=3\times 7$ 또는 $a=2\times 3\times 7$ 또는 $a=2^2\times 3\times 7$

$b\neq 1$이므로 $a\neq 2^3\times 3\times 7$

(i) $a=3\times 7$, 즉 $a=21$일 때,

$\dfrac{3\times 7}{2^3\times 3\times 7}=\dfrac{1}{2^3}=\dfrac{1}{8}$이므로 $\quad b=8$

$\therefore a+b=21+8=29$

(ii) $a=2\times 3\times 7$, 즉 $a=42$일 때,

$\dfrac{2\times 3\times 7}{2^3\times 3\times 7}=\dfrac{1}{2^2}=\dfrac{1}{4}$이므로 $\quad b=4$

$\therefore a+b=42+4=46$

(iii) $a=2^2\times 3\times 7$, 즉 $a=84$일 때,

$\dfrac{2^2\times 3\times 7}{2^3\times 3\times 7}=\dfrac{1}{2}$이므로 $\quad b=2$

$\therefore a+b=84+2=86$

이상에서 $a+b$의 최솟값은 29이다.

답 ②

다른풀이 $\dfrac{a}{2^3\times 3\times 7}$는 유한소수로 나타내어지고, 기약분수로 나타내면 $\dfrac{1}{b}$이므로 b는 $2^3\times 3\times 7$의 약수이면서 소인수는 2나 5뿐이어야 한다.

$\therefore b=2$ 또는 $b=4$ 또는 $b=8$

(i) $b=2$이면 $\quad a=2^2\times 3\times 7=84$

$\therefore a+b=84+2=86$

(ii) $b=4$이면 $\quad a=2\times 3\times 7=42$

$\therefore a+b=42+4=46$

(iii) $b=8$이면 $\quad a=3\times 7=21$

$\therefore a+b=21+8=29$

이상에서 $a+b$의 최솟값은 29이다.

044 **전략** 분수를 기약분수로 나타내었을 때, 분모의 소인수 중에서 2와 5 이외의 소인수가 있으면 유한소수로 나타낼 수 없다.

풀이 $\dfrac{1}{6}=\dfrac{5}{30}$, $\dfrac{4}{5}=\dfrac{24}{30}$이므로 $\dfrac{1}{6}$과 $\dfrac{4}{5}$ 사이의 분모가 30이고, 분자가 자연수인 분수는 18개이다.

또 $30=2\times 3\times 5$이므로 분자는 3의 배수가 아니어야 한다.

그런데 5와 24 사이의 자연수 중 3의 배수는

6, 9, 12, 15, 18, 21

의 6개이므로 구하는 분수의 개수는

$18-6=12$(개)

답 ①

045 **전략** 280을 소인수분해하여 각 조건에 맞는 a의 값을 찾는다.

분모의 소인수가 2 또는 5 뿐이어야 한다.

풀이 $\dfrac{a}{280}=\dfrac{a}{2^3\times 5\times 7}$가 유한소수가 되려면 a는 280보다 작은 수 중에서 7의 배수이어야 하고, 그중 가장 큰 자연수가 x이므로

$x=7\times 39=273$

또 $\dfrac{a}{280}$가 소수점 아래 첫째 자리부터 순환마디가 시작되는 순환소수가 되려면 기약분수의 분모의 소인수에 2와 5가 없어야 한다.

$\dfrac{a}{280}$가 순환소수가 되려면 a는 7의 배수가 아니어야 한다. 그런데 280보다 작은 수 중에서 40의 배수이면서 7의 배수인 수는 없다.

즉 a는 280보다 작은 수 중에서 $2^3\times 5=40$의 배수이어야 하고, 그중 가장 작은 자연수가 y이므로

$y=40$

$\therefore x+y=273+40=313$

답 313

046 **전략** 소수점 아래 첫째 자리부터 순환마디가 시작되면서 순환마디의 숫자의 개수가 3개인 순환소수는 분수로 나타내어 기약분수로 나타내기 전의 분모가 999이다.

풀이 A를 기약분수로 나타낼 때, 분모가 될 수 있는 수는 999의 약수이다.

$999=3^3\times 37$이므로 999의 약수는

1, 3, 9, 27, 37, 111, 333, 999

이때 분모가 1이면 A는 정수이므로 주어진 조건을 만족시키지 않고, 분모가 3, 9인 기약분수는 순환마디의 숫자의 개수가 1개이므로 조건 (나)를 만족시키지 않는다.

따라서 구하는 수는

27, 37, 111, 333, 999의 5개

답 ④

047 **전략** 먼저 주어진 식을 소수로 나타낸다.

풀이 $1+\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{2\times 5^2}+\dfrac{1}{2^2\times 5^3}+\dfrac{1}{2^3\times 5^4}+\cdots$

$=1+\dfrac{2}{2\times 5}+\dfrac{2}{2^2\times 5^2}+\dfrac{2}{2^3\times 5^3}+\dfrac{2}{2^4\times 5^4}+\cdots$

$=1+\dfrac{2}{10}+\dfrac{2}{100}+\dfrac{2}{1000}+\dfrac{2}{10000}+\cdots$

$=1+0.2+0.02+0.002+0.0002+\cdots$

$=1.\dot{2}$

$=\dfrac{11}{9}$

따라서 $a=9$, $b=11$이므로

$a+b=20$

답 20

048 **전략** 유한소수와 순환소수는 유리수임을 이해한다.

풀이 (ㄴ) $0.\dot{3}+0.\dot{6}=\dfrac{3}{9}+\dfrac{6}{9}=1$이므로 무한소수의 합이 항상 무한소수인 것은 아니다.

(ㄷ) 순환하지 않는 무한소수는 분수로 나타낼 수 없다.

만점 공략 BOX

(ㄹ) $\frac{21}{30}=\frac{3\times7}{2\times3\times5}=\frac{7}{2\times5}$이므로 $\frac{21}{30}$은 분모가 2, 3, 5를 소인수로 갖지만 유한소수로 나타낼 수 있다.

> 주어진 분수를 먼저 기약분수로 나타내었을 때, 이 기약분수의 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이면 유한소수로 나타낼 수 있다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㅁ)이다. 답 ③

보충학습

소수 {유한소수 ─ 유리수이다. / 무한소수 {순환소수 ─ 유리수이다. / 순환하지 않는 무한소수 − 유리수가 아니다.}}

① 유한소수, 순환소수 → $\frac{(\text{정수})}{(0\text{이 아닌 정수})}$ 꼴로 나타낼 수 있다.
→ 유리수이다.

② 순환하지 않는 무한소수 → $\frac{(\text{정수})}{(0\text{이 아닌 정수})}$ 꼴로 나타낼 수 없다.
→ 유리수가 아니다.

049 전략 $0.a\dot{b}=\frac{ab-a}{90}$임을 이용한다.

풀이 $0.9\dot{x}=\frac{4x+2}{15}$에서

$\frac{(90+x)-9}{90}=\frac{4x+2}{15}$

> 십의 자리의 숫자가 9, 일의 자리의 숫자가 x인 두 자리의 자연수 → $10\times9+x=90+x$

$\frac{81+x}{90}=\frac{4x+2}{15}$, $81+x=6(4x+2)$

$23x=69$ $\therefore x=3$

답 ③

050 전략 순환소수를 분수로 나타내어 식을 간단히 한 후 $a-b$의 값을 구한다.

풀이 $6.3\dot{8}=\frac{638-63}{90}=\frac{575}{90}=\frac{115}{18}$, $0.\dot{5}=\frac{5}{9}$이므로

$\frac{115}{18}=\frac{a}{b}\times\left(\frac{5}{9}\right)^2$

$\therefore \frac{a}{b}=\frac{115}{18}\times\frac{81}{25}=\frac{207}{10}$

a, b는 서로소이므로 $a=207$, $b=10$

> $\frac{a}{b}$는 기약분수이다.

$\therefore a-b=207-10=197$

답 ③

051 문제 이해 $\frac{7(10-x)}{12x}=\frac{7(10-x)}{2^2\times3\times x}$

• 10% 배점

해결 과정 ① x의 소인수가 2 또는 5뿐이거나 x가 7의 배수이어야 하므로

> x는 $1\le x\le9$인 자연수이다.

$x=1, 2, 4, 5, 7, 8$ ······ ㉠ • 40% 배점

해결 과정 ② 한편 $10-x$는 3의 배수이어야 하므로

> x가 한 자리의 자연수이므로 $10-x$도 한 자리의 자연수이다.

$10-x=3, 6, 9$

$\therefore x=1, 4, 7$ ······ ㉡ • 40% 배점

답 구하기 ㉠, ㉡에서 구하는 x의 값은

$1, 4, 7$ • 10% 배점

답 1, 4, 7

052 해결 과정 $0.9\dot{4}=\frac{94-9}{90}=\frac{85}{90}$

$=\frac{17}{18}$ • 30% 배점

이므로 $0.9\dot{4}\times a=\frac{17}{18}\times a$의 값이 자연수가 되려면 a는 18의 배수이어야 한다. • 40% 배점

답 구하기 따라서 18의 배수 중 가장 작은 세 자리의 자연수는 $18\times6=108$ • 30% 배점

답 108

053 문제 이해 $x=0.5\dot{8}\dot{3}=\frac{583-5}{990}$

$=\frac{578}{990}=\frac{289}{495}$ • 20% 배점

해결 과정 $1-x=1-\frac{289}{495}=\frac{206}{495}$

$=0.4161616\cdots=0.4\dot{1}\dot{6}$

이므로 순환마디의 숫자는 2개이다. • 30% 배점

답 구하기 $101=1+2\times50$이므로 소수점 아래 101번째 자리의 숫자는 순환마디의 두 번째 숫자와 같은 6이다. • 50% 배점

답 6

054 문제 이해 $\frac{a}{360}=\frac{a}{2^3\times3^2\times5}$가 유한소수가 되려면 a는 9의 배수이어야 한다. • 30% 배점

> 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이어야 하므로 분모의 소인수 중에서 3^2이 약분되어 없어져야 한다.

해결 과정 $0.\dot{3}<\frac{a}{90}<0.\dot{8}$에서

$\frac{3}{9}<\frac{a}{90}<\frac{8}{9}$, $\frac{30}{90}<\frac{a}{90}<\frac{80}{90}$

$\therefore 30<a<80$ • 50% 배점

답 구하기 따라서 a는 $30<a<80$인 9의 배수이므로 36, 45, 54, 63, 72의 5개이다. • 20% 배점

답 5개

교과서 속 창의유형 본책 16~17쪽

055 [문제 해결 길잡이]

❶ 각 소수에서 공통인 부분을 찾는다.

❷ 공통인 부분을 연결하여 순환마디를 구한다.

풀이 각 소수에서 공통인 부분을 찾으면

$\frac{1}{17}=0.0588235294\cdots$, $\frac{2}{17}=0.1176\,47\,0588\cdots$

$\frac{3}{17}=0.176\,47\,05882\cdots$, $\frac{4}{17}=0.235294\,1176\cdots$ ❶

따라서 $\frac{1}{17}$의 순환마디는 0588235294 1176 47이다. ❷

답 0588235294117647

056 [문제 해결 길잡이]

❶ $\frac{1}{29}$의 나머지 순환마디를 $abcdefghijklm$이라 한다.

❷ 순환마디 성질을 이용하여 $\frac{1}{29}$의 순환마디를 구한다.

풀이 $\frac{1}{29}$의 순환마디가 28개의 숫자로 되어 있으므로

나머지 순환마디를 $abcdefghijklm$이라 하면

$\frac{1}{29}=0.\dot{0}3448275862068/9abcdefghijkl\dot{m}$ ❶

이때 29는 소수이므로 순환마디의 성질에 의하여

$3+a=9$, $4+b=9$, $4+c=9$, $8+d=9$,
$2+e=9$, $7+f=9$, $5+g=9$, $8+h=9$,
$6+i=9$, $2+j=9$, $0+k=9$, $6+l=9$,
$8+m=9$

이므로

$a=6$, $b=5$, $c=5$, $d=1$, $e=7$, $f=2$, $g=4$,
$h=1$, $i=3$, $j=7$, $k=9$, $l=3$, $m=1$

따라서 $\frac{1}{29}$의 순환마디는

0344827586206896551724137931 ❷

답 0344827586206896551724137931

057 [문제 해결 길잡이]

❶ 주어진 악보의 음을 이용하여 두 수 a, b를 구한다.
❷ a, b를 각각 분수로 고친 후 $a+b$의 값을 구한다.
❸ $a+b$를 순환소수로 나타내어 악보의 음을 구한다.

풀이 a를 입력한 악보의 음이 '레라' 이므로

$a=0.\dot{1}\dot{5}$

b를 입력한 악보의 음이 '미도파시' 이므로

$b=0.\dot{2}73\dot{6}$ ❶

$\therefore a+b=\frac{15}{99}+\frac{2736}{9999}=\frac{4251}{9999}$ ❷

$\frac{15}{99}=\frac{15\times101}{99\times101}=\frac{1515}{9999}$

따라서 $\frac{4251}{9999}=0.\dot{4}25\dot{1}$이므로 구하는 악보는

❸ 답 풀이 참조

058 [문제 해결 길잡이]

❶ 표에서 찾을 수 있는 모든 분수의 분모에 올 수 있는 수를 구한다.
❷ 2와 5 이외의 소인수를 갖는 수를 찾는다.
❸ ❷에서 찾은 수를 분모로 갖는 수 중 유한소수로 나타낼 수 있는 수를 구한다.
❹ 유한소수로 나타낼 수 없는 분수의 개수를 구한다.

풀이 주어진 표에서 분모가 될 수 있는 수는 두 번째 줄부터 마지막 줄까지의 수이다. ❶

이 중에서 2와 5 이외의 소인수를 갖는 수는

35, 11, 9, 6, 22, 12, 28, 30, 34, 15, 13,
33, 18, 17, 21, 3, 19, 36, 24, 7, 14, 29 ❷

의 22개이다.

그런데 $\frac{6}{30}=\frac{1}{5}$, $\frac{12}{15}=\frac{4}{5}$, $\frac{18}{36}=\frac{1}{2}$이므로 유한소수로 나타낼 수 있다. ❸

기약분수로 나타내면 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이므로 유한소수로 나타낼 수 있다.

따라서 유한소수로 나타낼 수 없는 분수의 개수는

$22-3=19$(개) ❹ 답 19개

Ⅱ 식의 계산

02 | 단항식의 계산

개념&기출유형 본책 20~22쪽

059 ① $x^2\times x^3=x^5$
② $(x^2y)^5=x^{10}y^5$
③ $(x^3)^4\div(x^4)^3=x^{12}\div x^{12}=1$
⑤ $x^8\div(x^3)^2\div x=x^8\div x^6\div x=x$

답 ④

060 ① $2^6\div2^3=2^3$
② $4^3\times4^2\div2^7=4^5\div2^7=(2^2)^5\div2^7$
$=2^{10}\div2^7=2^3$
③ $2^9\div2^8\times2^2=2^3$
④ $(2^5)^2\div2^8\times4=2^{10}\div2^8\times2^2=2^4$
⑤ $(4^2)^3\div4^2\div2^5=4^6\div4^2\div2^5=4^4\div2^5$
$=(2^2)^4\div2^5=2^8\div2^5=2^3$

답 ④

061 $(2^a)^3\div4^2=2^2$에서 $2^{3a}\div(2^2)^2=2^2$
즉 $2^{3a}\div2^4=2^2$이므로
$3a-4=2$, $3a=6$ $\therefore a=2$
$27\div3^b\times81=9$에서 $3^3\div3^b\times3^4=3^2$이므로
$3-b+4=2$, $7-b=2$ $\therefore b=5$
$\therefore ab=2\times5=10$

답 10

062 $4^x+4^x+4^x+4^x=4\times4^x=4^{x+1}$
$=(2^2)^{x+1}=2^{2x+2}$
이므로 $2x+2=10$, $2x=8$ $\therefore x=4$

$2^{2x+2}=2^{10}$이므로
$2x+2=10$

답 4

063 $49^2\div49^6=\frac{1}{49^4}=\frac{1}{(7^2)^4}=\frac{1}{7^8}$
$=\frac{1}{(7^4)^2}=\frac{1}{A^2}$

답 ①

064 $A=2^{x-1}=2^x\div2$이므로 $2^x=2A$
$\therefore 16^x=(2^4)^x=(2^x)^4=(2A)^4=16A^4$

답 ⑤

2와 5의 지수 중 작은 쪽의 지수에 맞춰서 2와 5의 지수가 같아지도록 변형한 후 몇 자리의 자연수인지 구한다.

065 $2^9\times5^5=2^4\times2^5\times5^5=2^4\times(2\times5)^5=16\times10^5$
따라서 $2^9\times5^5$은 7자리의 자연수이므로
$n=7$

답 ③

066 (1) $A=2^{13}\times3^3\times5^{11}=2^2\times2^{11}\times3^3\times5^{11}$
$=2^2\times3^3\times(2\times5)^{11}=108\times10^{11}$
$\therefore a=108,\ n=11$
(2) A는 14자리의 자연수이다.
답 (1) $a=108,\ n=11$ (2) 14자리

067 4, $4^2=16$, $4^3=64$, …이므로 4의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 4, 6의 순서로 반복된다.
이때 $4^{10}\times4^{15}\times4^{19}=4^{44}$이고 $44=2\times22$이므로 4^{44}의 일의 자리의 숫자는 4^2의 일의 자리의 숫자와 같은 6이다.
또 9, $9^2=81$, $9^3=729$, …이므로 9의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 9, 1의 순서로 반복된다.
이때 $(9^3)^{10}\times9^7=9^{30}\times9^7=9^{37}$이고 $37=2\times18+1$이므로 9^{37}의 일의 자리의 숫자는 9^1의 일의 자리의 숫자와 같은 9이다.
따라서 $a=6,\ b=9$이므로 $b-a=3$
답 3

068 $(2x^2y^4)^3\times\left(-\frac{x^3}{y}\right)^2\times\left(\frac{y}{x^2}\right)^3$
$=8x^6y^{12}\times\frac{x^6}{y^2}\times\frac{y^3}{x^6}$
$=8x^6y^{13}$
답 ⑤

069 $\frac{4y^7}{x^5}\div(-6xy^2)^2\div\left(\frac{y}{x^3}\right)^4$
$=\frac{4y^7}{x^5}\times\frac{1}{36x^2y^4}\times\frac{x^{12}}{y^4}$
$=\frac{x^5}{9y}$
따라서 $a=9,\ b=1,\ c=5$이므로
$a+b+c=15$
답 15

070 (삼각형의 넓이)$=\frac{1}{2}\times3ab^2\times6b=9ab^3$
답 $9ab^3$

071 $15x^3y^2\times(-2x^5y^4)\div5x^4y^3$
$=15x^3y^2\times(-2x^5y^4)\times\frac{1}{5x^4y^3}$
$=-6x^4y^3$
따라서 $A=-6,\ B=4,\ C=3$이므로
$A+3B-C=-6+3\times4-3=3$
답 3

072 $x^2y^2\div(-3y)^2\times\frac{3y^3}{x^4}=x^2y^2\times\frac{1}{9y^2}\times\frac{3y^3}{x^4}$
$=\frac{y^3}{3x^2}$
답 ⑤

$A\times B\div\square=C$
$\rightarrow\square=A\times B\times\frac{1}{C}$

$A\div\square\times B=C$
$\rightarrow\square=A\times B\times\frac{1}{C}$

지수를 같게 하여 밑의 대소를 비교한다.

48, 36, 24의 최대공약수는 12이므로 지수를 12로 같게 한다.

n이 자연수일 때,
① $(ab)^n=a^nb^n$
② $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$ $(b\neq0)$

073 (1) $\boxed{}=-3a^2b^3\times2a^3b^4\times\frac{1}{6a^4b^5}$
$=-ab^2$
(2) $\boxed{}=10x^2y^3\times4x^4y^5\times\frac{1}{8x^5y^7}$
$=5xy$
답 (1) $-ab^2$ (2) $5xy$

074 ① $2^{50}=(2^5)^{10}=32^{10}$
② $3^{40}=(3^4)^{10}=81^{10}$
③ $4^{35}=(2^2)^{35}=2^{70}=(2^7)^{10}=128^{10}$
④ $8^{20}=(8^2)^{10}=64^{10}$
⑤ $9^{15}=(3^2)^{15}=3^{30}=(3^3)^{10}=27^{10}$
답 ③

075 $A=2^{48}=(2^4)^{12}=16^{12}$
$B=3^{36}=(3^3)^{12}=27^{12}$
$C=5^{24}=(5^2)^{12}=25^{12}$
$16<25<27$이므로 $16^{12}<25^{12}<27^{12}$
$\therefore A<C<B$
따라서 가장 큰 수는 B이고, 가장 작은 수는 A이다.
답 ②

내신 만점 도전하기

본책 23~25쪽

076 전략 지수법칙을 이용하여 좌변을 간단히 정리한다.
풀이 $(x^a)^2\times y^b\div(x^3)^2\div y=x^{2a}\times y^b\div x^6\div y$
$=\frac{y^{b-1}}{x^{6-2a}}$
즉 $\frac{y^{b-1}}{x^{6-2a}}=\frac{y^2}{x^2}$이므로
$6-2a=2,\ b-1=2$
따라서 $a=2,\ b=3$이므로
$a+b=2+3=5$
답 ③

077 문제 이해 4, 6, 8, 9, 10을 각각 소인수분해하면
$4=2^2,\ 6=2\times3,\ 8=2^3,$
$9=3^2,\ 10=2\times5$ • 10% 배점
해결 과정 지수법칙을 이용하여 정리하면
$1\times2\times3\times4\times5\times6\times7\times8\times9\times10$
$=1\times2\times3\times2^2\times5\times(2\times3)\times7\times2^3\times3^2\times(2\times5)$
$=2^8\times3^4\times5^2\times7$
이므로 $a=8,\ b=4,\ c=2,\ d=1$ • 70% 배점
답 구하기 $\therefore (ab)^{cd}=32^2=(2^5)^2$
$=2^{10}=1024$ • 20% 배점
답 1024

078 전략 지수법칙을 이용하여 좌변을 간단히 정리한다.

풀이 (가) $(a^2)^4\times(a^3)^2\times(a^4)^4=a^8\times a^6\times a^{16}=a^{30}$이므로

$\square=30$

(나) $b^{11}\div b^5\div b^{\square}=b^{11-5-\square}=b^2$이므로

$6-\square=2\quad\therefore\ \square=4$

(다) $(2a^2)^2\times 3a\div a^4=4a^4\times 3a\div a^4=12a$이므로

$\square=12$

따라서 $\square$ 안에 알맞은 수들의 합은

$30+4+12=46$

답 ④

$(-1)^n$
$=\begin{cases}-1\ (n\text{이 홀수})\\ 1\ (n\text{이 짝수})\end{cases}$

079 전략 밑이 같아지도록 식을 변형하여 간단히 정리한다.

풀이 $64^x\times 16^{x+2}\div 2^7=2^{6x}\times 2^{4x+8}\div 2^7$

$=2^{10x+1}$

$64=2^6,\ 16=2^4$

또 $8^7=(2^3)^7=2^{21}$이므로 $2^{10x+1}=2^{21}$에서

$10x+1=21,\qquad 10x=20$

$\therefore\ x=2$

답 2

080 전략 지수법칙을 이용하여 좌변을 간단히 정리한다.

풀이 $3^{x+2}+3^{x+1}+3^x=351$에서

$3^2\times 3^x+3\times 3^x+3^x=351$

$(3^2+3+1)\times 3^x=351,\qquad 13\times 3^x=351$

$3^x=27=3^3\qquad\therefore\ x=3$

답 ②

081 전략 90을 소인수분해한다.

풀이 $90^3=(2\times 3^2\times 5)^3=2^3\times(3^2)^3\times 5^3$

$=8A^3B$

답 ④

082 해결 과정 ① $a=3^{x+1}=3\times 3^x$이므로

$3^x=\dfrac{a}{3}$ • 30% 배점

해결 과정 ② $b=5^{x+1}=5\times 5^x$이므로

$5^x=\dfrac{b}{5}$ • 30% 배점

답 구하기 $\therefore\ 15^x=(3\times 5)^x=3^x\times 5^x$

$=\dfrac{a}{3}\times\dfrac{b}{5}=\dfrac{ab}{15}$ • 40% 배점

답 $\dfrac{ab}{15}$

083 전략 분모, 분자에 3^x을 곱한다.

풀이 $\dfrac{3^{5x}}{3^{3x}+3^x}$의 분모, 분자에 3^x을 곱하면

$$\frac{3^{5x}}{3^{3x}+3^x}=\frac{3^{5x}\times 3^x}{(3^{3x}+3^x)\times 3^x}=\frac{3^{6x}}{3^{4x}+3^{2x}}=\frac{(3^{2x})^3}{(3^{2x})^2+3^{2x}}=\frac{a^3}{a^2+a}=\frac{a^2}{a+1}$$

답 ④

다른풀이 $\dfrac{3^{5x}}{3^{3x}+3^x}$의 분모, 분자를 3^x으로 나누면

$$\frac{3^{5x}}{3^{3x}+3^x}=\frac{3^{5x}\div 3^x}{(3^{3x}+3^x)\div 3^x}=\frac{3^{4x}}{3^{2x}+1}=\frac{(3^{2x})^2}{3^{2x}+1}=\frac{a^2}{a+1}$$

만점비법

분모, 분자에 같은 수를 곱하거나 분모, 분자를 같은 수로 나누어 3^{2x}의 거듭제곱의 꼴이 나타나도록 변형한다.

084 전략 자연수 n이 홀수인 경우와 짝수인 경우로 나누어 계산한다.

풀이 (i) n이 홀수일 때,

$n+1,\ 3n+1,\ 2n$은 모두 짝수이므로

$(-1)^{n+1}+(-1)^{3n+1}+(-1)^{2n}=1+1+1=3$

(ii) n이 짝수일 때,

$n+1,\ 3n+1$은 홀수이고, $2n$은 짝수이므로

$(-1)^{n+1}+(-1)^{3n+1}+(-1)^{2n}$

$=-1+(-1)+1=-1$

(i), (ii)에서 주어진 식의 값은 -1 또는 3이다.

답 ②

만점비법

① (짝수)+(짝수) → (짝수), (짝수)+(홀수) → (홀수)
(홀수)+(짝수) → (홀수), (홀수)+(홀수) → (짝수)
② (짝수)×(짝수) → (짝수), (짝수)×(홀수) → (짝수)
(홀수)×(짝수) → (짝수), (홀수)×(홀수) → (홀수)

085 전략 주어진 수를 소인수분해한 후 $a\times 10^n$(a, n은 자연수) 꼴로 변형한다.

풀이 $8^x\times 5^3\div 2^{2x}=(2^3)^x\times 5^3\div 2^{2x}=2^{3x}\times 5^3\div 2^{2x}$

$=2^{3x-2x}\times 5^3=2^x\times 5^3$

$2^x\times 5^3$을 $a\times 10^n$ (a, n은 자연수) 꼴로 나타내면

$2^x\times 5^3=2^{x-3}\times 2^3\times 5^3=2^{x-3}\times(2\times 5)^3$

$=2^{x-3}\times 10^3$

이때 $2^{x-3}\times 10^3$이 1000보다 큰 네 자리의 자연수이므로

2^{x-3}의 값은 2, 4, 8, 즉 2^1, 2^2, 2^3이다.

따라서 x의 값은 4, 5, 6이므로 x의 값 중 가장 큰 값은 6이다.

$x=4$인 경우
$2^4\times 5^3=2\times 10^3$
$=2000$
$x=5$인 경우
$2^5\times 5^3=2^2\times 10^3$
$=4000$
$x=6$인 경우
$2^6\times 5^3=2^3\times 10^3$
$=8000$

답 ④

086 문제 이해 $8=2^3$, $25=5^2$이므로 • 10% 배점

해결 과정 ① $3\times 8^5\times 25^7=3\times(2^3)^5\times(5^2)^7$

$=3\times 2^{15}\times 5^{14}$

$=3\times 2\times(2\times 5)^{14}$

$=6\times 10^{14}$ • 50% 배점

해결 과정 ② 즉 6×10^{14}일 때, a가 최소이므로

$a=6,\ n=14$ • 30% 배점

답 구하기 $\therefore\ n-a=14-6=8$ • 10% 배점

답 8

087 전략 3의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자의 규칙성을 찾는다.

풀이 $3^1=3,\ 3^2=9,\ 3^3=27,\ 3^4=81,\ 3^5=243,\ \cdots$이므로 3의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1의 순서로 반복된다.
이때 $10=4\times2+2$이므로 3^{10}의 일의 자리의 숫자는 3^2의 일의 자리의 숫자와 같은 9이다.
또 $20=4\times5$이므로 3^{20}의 일의 자리의 숫자는 3^4의 일의 자리의 숫자와 같은 1이다.
따라서 $\{3^{10}\}=9,\ \{3^{20}\}=1$이므로

$$\{\{3^{10}\}+\{3^{20}\}\}=\{9+1\}=\{10\}=0$$

10의 일의 자리의 숫자는 0이다.

답 0

만점비법

거듭제곱의 일의 자리의 숫자 구하기
자연수 n에 대하여 $2^n,\ 3^n,\ 4^n,\ \cdots$의 일의 자리의 숫자는 규칙적으로 반복되므로 차례대로 구하여 규칙성을 찾는다.

088 전략 지수법칙을 이용하여 좌변을 간단히 정리한다.

풀이 $(-2x^2y)^B\times Ax^3y^5=(-2)^Bx^{2B}y^B\times Ax^3y^5$
$=A\times(-2)^Bx^{2B+3}y^{B+5}$
즉 $A\times(-2)^Bx^{2B+3}y^{B+5}=-96x^Cy^{10}$이므로
$A\times(-2)^B=-96,\ 2B+3=C,\ B+5=10$
따라서 $A=3,\ B=5,\ C=13$이므로
$A+B+C=3+5+13=21$

$B+5=10$에서
$B=5$
$B=5$를 $2B+3=C$에 대입하면
$10+3=C$
$\therefore C=13$
$B=5$를
$A\times(-2)^B=-96$에 대입하면
$A\times(-2)^5=-96$
$A\times(-32)=-96$
$\therefore A=3$

답 ④

089 전략 어떤 식을 A로 놓고 식을 세운다.

풀이 어떤 식을 A라 하면 $A\div\dfrac{2y}{5x^2}=(5x^2y)^2$

$\therefore A=(5x^2y)^2\times\dfrac{2y}{5x^2}=25x^4y^2\times\dfrac{2y}{5x^2}$
$=10x^2y^3$

$A\div B=C$에서
$A\times\dfrac{1}{B}=C$
$\therefore A=C\times B$

따라서 바르게 계산한 답은
$10x^2y^3\times\dfrac{2y}{5x^2}=4y^4$

답 ②

090 해결 과정 ① $4xy^3\times A=-12x^3y^5$에서
$A=-12x^3y^5\times\dfrac{1}{4xy^3}=-3x^2y^2$ • 30% 배점

해결 과정 ② $28x^4y^2\div B=7xy$에서
$B=28x^4y^2\times\dfrac{1}{7xy}=4x^3y$ • 30% 배점

$A\div B=C$에서
$A\times\dfrac{1}{B}=C$
$\therefore B=A\div C$
$=A\times\dfrac{1}{C}$

답 구하기 $\therefore A^2\div B=(-3x^2y^2)^2\div4x^3y$
$=9x^4y^4\div4x^3y$
$=\dfrac{9}{4}xy^3$ • 40% 배점

답 $\dfrac{9}{4}xy^3$

091 전략 (직육면체의 부피)
=(가로의 길이)×(세로의 길이)×(높이)

풀이 주어진 직육면체의 밑면의 세로의 길이가 $3x^4$이고, 높이가 $5y^2$이므로 부피는
(가로의 길이)$\times3x^4\times5y^2=60x^5y^7$
$\therefore$ (가로의 길이)$=60x^5y^7\div3x^4\div5y^2$
$=60x^5y^7\times\dfrac{1}{3x^4}\times\dfrac{1}{5y^2}$
$=4xy^5$

답 $4xy^5$

092 전략 먼저 A, C를 x와 B를 사용하여 나타낸다.

풀이 $A\div B=(2x^3)^5=32x^{15}$에서
$A=32x^{15}\times B$
$C\div B=(-x^2)^3=-x^6$에서
$C=-x^6\times B$
$\therefore A\div C=(32x^{15}\times B)\div(-x^6\times B)$
$=32x^{15}\times B\times\dfrac{1}{-x^6\times B}$
$=-32x^9$

답 ①

093 전략 지수법칙을 이용하여 좌변을 간단히 정리한다.

풀이 $\left(-\dfrac{x^3}{2y}\right)^4\times\left(\dfrac{y^4}{x^a}\right)^3\div\left(-\dfrac{x^2}{4y}\right)^2$
$=\dfrac{x^{12}}{16y^4}\times\dfrac{y^{12}}{x^{3a}}\div\dfrac{x^4}{16y^2}$
$=\dfrac{x^{12}}{16y^4}\times\dfrac{y^{12}}{x^{3a}}\times\dfrac{16y^2}{x^4}$
$=\dfrac{y^{10}}{x^{3a-8}}$

즉 $\dfrac{y^{10}}{x^{3a-8}}=\dfrac{y^{5b}}{x}$이므로
$3a-8=1,\ 5b=10$
따라서 $a=3,\ b=2$이므로
$a+b=3+2=5$

$3a-8=1$에서
$3a=9\quad\therefore a=3$
$5b=10$에서
$b=2$

답 ②

094 전략 주어진 식을 간단히 한 후 x, y, z의 값을 각각 대입한다.

풀이 $\left(\dfrac{x^2y}{2z}\right)^3\times\dfrac{18z^2}{y}\div(-3x)^2\times\dfrac{4}{z^5}$
$=\dfrac{x^6y^3}{8z^3}\times\dfrac{18z^2}{y}\div9x^2\times\dfrac{4}{z^5}$
$=\dfrac{x^6y^3}{8z^3}\times\dfrac{18z^2}{y}\times\dfrac{1}{9x^2}\times\dfrac{4}{z^5}$
$=\dfrac{x^4y^2}{z^6}=\dfrac{2^2}{4^6}=\dfrac{2^2}{2^{12}}$
$=\dfrac{1}{2^{10}}=\dfrac{1}{1024}$

$4^6=(2^2)^6=2^{12}$

답 $\dfrac{1}{1024}$

095 해결 과정 ① 원기둥의 부피는

$$\pi\times(a^2b)^2\times 2ab^3=\pi\times a^4b^2\times 2ab^3$$이므로

$$=2\pi a^5b^5$$ • 30% 배점

해결 과정 ② 원뿔의 높이를 x라 하면 원뿔의 부피는

$$\frac{1}{3}\times\pi\times(3ab^2)^2\times x=\frac{1}{3}\times\pi\times 9a^2b^4\times x$$

$$=3\pi a^2b^4\times x$$ • 30% 배점

밑면의 반지름의 길이가 r, 높이가 h인 원뿔의 부피를 V라 하면 $V=\frac{1}{3}\pi r^2h$

답 구하기 $2\pi a^5b^5=3\pi a^2b^4\times x$이므로

원기둥과 원뿔의 부피가 같다.

$$x=2\pi a^5b^5\div 3\pi a^2b^4$$

$$=2\pi a^5b^5\times\frac{1}{3\pi a^2b^4}$$

$$=\frac{2}{3}a^3b$$ • 40% 배점

답 $\frac{2}{3}a^3b$

096 해결 과정 ① 직선 m을 축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 밑면의 반지름의 길이가 $\frac{1}{2}y$, 높이가 $3x$인 원뿔이므로

$$V_1=\frac{1}{3}\times\pi\times\left(\frac{1}{2}y\right)^2\times 3x$$

$$=\frac{1}{4}\pi xy^2$$ • 40% 배점

해결 과정 ② 직선 l을 축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 밑면의 반지름의 길이가 $3x$, 높이가 $\frac{1}{2}y$인 원뿔이므로

$$V_2=\frac{1}{3}\times\pi\times(3x)^2\times\frac{1}{2}y$$

$$=\frac{3}{2}\pi x^2y$$ • 40% 배점

답 구하기 $\therefore V_1\div V_2=\frac{1}{4}\pi xy^2\div\frac{3}{2}\pi x^2y$

$$=\frac{1}{4}\pi xy^2\times\frac{2}{3\pi x^2y}$$

$$=\frac{y}{6x}$$ • 20% 배점

답 $\frac{y}{6x}$

내신 만점 굳히기 본책 26쪽

097 전략 지수법칙을 이용하여 주어진 식의 좌변을 정리한 후 밑이 같은 지수끼리 비교한다.

풀이 $(x^ay^bz^c)^d=x^{21}y^{35}z^{14}$에서 $x^{ad}y^{bd}z^{cd}=x^{21}y^{35}z^{14}$이므로 $ad=21,\ bd=35,\ cd=14$

즉 자연수 d는 21, 35, 14의 최대공약수인 7이다.

따라서 $a=3,\ b=5,\ c=2,\ d=7$이므로

$$a-b+c-d=3-5+2-7=-7$$

답 ①

만점비법

$(x^ay^bz^c)^d=x^{a^d}y^{b^d}z^{c^d}$으로 계산하지 않도록 주의한다.

098 해결 과정 ① $\langle 125\rangle=\langle 5^3\rangle=3$이므로

$x=3$ • 20% 배점

해결 과정 ② $\langle y\rangle=4$에서

$y=5^4=625$ • 20% 배점

해결 과정 ③ $\langle 25\rangle=\langle 5^2\rangle=2,\ \langle 625\rangle=\langle 5^4\rangle=4$이므로

$\langle 25\rangle+\langle z\rangle=\langle 625\rangle$에서

$2+\langle z\rangle=4,\qquad \langle z\rangle=2$

$\therefore z=5^2=25$ • 50% 배점

답 구하기 $\therefore x+\frac{y}{z}=3+\frac{625}{25}$

$=3+25=28$ • 10% 배점

답 28

099 전략 8을 밑이 40인 거듭제곱으로 나타낸다.

풀이 $8=\frac{40}{5}=\frac{40}{40^b}=40^{1-b}$이므로

$$8^{\frac{2a+b}{1-b}}=(40^{1-b})^{\frac{2a+b}{1-b}}=40^{2a+b}$$

$$=40^{2a}\times 40^b=(40^a)^2\times 40^b$$

$$=3^2\times 5=45$$

$$(40^{1-b})^{\frac{2a+b}{1-b}}=40^{(1-b)\times\frac{2a+b}{1-b}}=40^{2a+b}$$

답 45

100 전략 지수법칙을 이용하여 주어진 식을 간단히 한다.

풀이 $4^{n+1}+2\times 4^n=4\times 4^n+2\times 4^n=6\times 4^n$

$$\therefore 5^{n+1}(4^{n+1}+2\times 4^n)=5^{n+1}\times(6\times 4^n)$$

$$=5\times 5^n\times 6\times 4^n$$

$$=30\times(2^n)^2\times 5^n$$

$$=30a^2b$$

답 ②

101 전략 $\underbrace{x^a\times x^a\times\cdots\times x^a}_{n\text{개}}=n\times x^a$임을 이용한다.

풀이 $(6^2+6^2+6^2+6^2)^2\times(25^2+25^2)^3\div(5^2+5^2+5^2)$

$$=(4\times 6^2)^2\times(2\times 25^2)^3\div(3\times 5^2)$$

$$=\{2^2\times(2\times 3)^2\}^2\times\{2\times(5^2)^2\}^3\div(3\times 5^2)$$

$$\{2\times(5^2)^2\}^3=(2\times 5^4)^3=2^3\times 5^{12}$$

$$=2^8\times 3^4\times 2^3\times 5^{12}\times\frac{1}{3\times 5^2}$$

$$\{2^2\times(2\times 3)^2\}^2=(2^2\times 2^2\times 3^2)^2=(2^4\times 3^2)^2=2^8\times 3^4$$

$$=2^{11}\times 3^3\times 5^{10}$$

$$=2\times 3^3\times 2^{10}\times 5^{10}$$

$$=2\times 3^3\times(2\times 5)^{10}$$

$$=54\times 10^{10}$$

따라서 주어진 수는 12자리의 자연수이고, 이 수의 최고 자리의 숫자는 5이므로

$m=12,\ n=5$

$\therefore m-n=12-5=7$

답 7

Ⅱ 식의 계산

102 해결 과정 ① $(-3a^2b)^2\div A\times(2ab^2)^3=-16a^5b^7$ 에서

$$A=(-3a^2b)^2\times(2ab^2)^3\times\left(-\frac{1}{16a^5b^7}\right)$$
$$=9a^4b^2\times8a^3b^6\times\left(-\frac{1}{16a^5b^7}\right)$$
$$=-\frac{9}{2}a^2b$$

• 40% 배점

해결 과정 ② $\frac{6a^7}{b^5}\times B\div\left(-\frac{2a^3}{b^2}\right)^3=a^2b^4$에서

$$B=a^2b^4\times\frac{b^5}{6a^7}\times\left(-\frac{2a^3}{b^2}\right)^3$$
$$=a^2b^4\times\frac{b^5}{6a^7}\times\left(-\frac{8a^9}{b^6}\right)$$
$$=-\frac{4}{3}a^4b^3$$

• 40% 배점

답 구하기 $\therefore AB=-\frac{9}{2}a^2b\times\left(-\frac{4}{3}a^4b^3\right)$
$$=6a^6b^4=6(a^3b^2)^2$$
$$=6\times(-2)^2$$
$$=24$$

• 20% 배점

답 24

만점비법

역수를 구할 때는 분자, 분모를 정확히 구분한 후 분자, 분모의 위치를 서로 바꾸어 놓는다. 이때 부호는 바꾸지 않아야 한다.

103 [문제 해결 길잡이]
❶ 괄호를 풀어 주어진 식을 지수가 큰 것부터 나열한다.
❷ $2^{x+1}-2^x=2^x$임을 이용하여 주어진 식을 앞에서부터 순차적으로 계산한다.

$$2^{x+1}-2^x$$
$$=2\times2^x-2^x$$
$$=2^x$$

풀이 $2^{2014}-(1+2+2^2+2^3+\cdots+2^{2011}+2^{2012}+2^{2013})$
$$=2^{2014}-2^{2013}-2^{2012}-2^{2011}-\cdots-2^3-2^2-2-1 \quad ❶$$
$$=(2^{2014}-2^{2013})-2^{2012}-2^{2011}-\cdots-2^3-2^2-2-1$$
$$=2^{2013}-2^{2012}-2^{2011}-\cdots-2^3-2^2-2-1$$
$$=(2^{2013}-2^{2012})-2^{2011}-\cdots-2^3-2^2-2-1$$
$$=2^{2012}-2^{2011}-\cdots-2^3-2^2-2-1$$
$$\vdots$$
$$=(2^2-2)-1$$
$$=2-1$$
$$=1 \quad ❷$$

답 ②

03 | 다항식의 계산 (1)

개념&기출유형 본책 27쪽

104 $\frac{1}{3}x-\frac{3}{4}y-\left\{-\left(\frac{5}{4}x-\frac{1}{6}y\right)-\frac{1}{3}y\right\}$
$$=\frac{1}{3}x-\frac{3}{4}y-\left(-\frac{5}{4}x+\frac{1}{6}y-\frac{1}{3}y\right)$$
$$=\frac{1}{3}x-\frac{3}{4}y-\left(-\frac{5}{4}x-\frac{1}{6}y\right)$$
$$=\frac{1}{3}x-\frac{3}{4}y+\frac{5}{4}x+\frac{1}{6}y$$
$$=\frac{19}{12}x-\frac{7}{12}y$$
$$\therefore a=\frac{19}{12},\ b=-\frac{7}{12}$$

답 $a=\frac{19}{12},\ b=-\frac{7}{12}$

괄호를 풀 때, 괄호 앞에 음의 부호 $-$가 있으면 괄호 안의 각 항의 부호가 모두 바뀜에 주의한다.

105 (주어진 식) $=4x^2+x-2-7x^2+5x-3$
$$=-3x^2+6x-5$$
따라서 일차항의 계수는 6, 상수항은 -5이므로 구하는 합은
$$6+(-5)=1$$

답 1

106 어떤 식을 A라 하면
$$A+(2x^2-4x+1)=5x^2+x-3$$
$$\therefore A=5x^2+x-3-(2x^2-4x+1)$$
$$=5x^2+x-3-2x^2+4x-1$$
$$=3x^2+5x-4$$
따라서 바르게 계산한 답은
$$3x^2+5x-4-(2x^2-4x+1)$$
$$=3x^2+5x-4-2x^2+4x-1$$
$$=x^2+9x-5$$

답 ④

107 (주어진 식)
$$=-6x^2-12xy+5x^2+15xy$$
$$=-x^2+3xy$$
따라서 $a=-1$, $b=3$이므로
$$b-a=3-(-1)=4$$

답 4

108 (주어진 식)
$$=\frac{6x^2y-3xy}{3y}-\frac{12xy^2-8x^2y}{4xy}$$
$$=2x^2-x-(3y-2x)$$
$$=2x^2-x-3y+2x$$
$$=2x^2+x-3y$$

답 $2x^2+x-3y$

$$\frac{A-B}{C}=\frac{A}{C}-\frac{B}{C}$$

$$(A+B)\div C$$
$$=(A+B)\times\frac{1}{C}$$

109 ④ $(2xy+3y)\div\frac{y}{2}=(2xy+3y)\times\frac{2}{y}$
$$=4x+6$$

답 ④

내신 만점 도전하기 본책 28쪽

110 전략 주어진 문장을 식으로 나타낸 후 동류항끼리 계산한다.

풀이 $4(5x+2y)+2A=6x-4y$이므로

$20x+8y+2A=6x-4y$

$2A=6x-4y-(20x+8y)$

$=6x-4y-20x-8y$

$=-14x-12y$

$\therefore A=-7x-6y$

답 $-7x-6y$

111 전략 다항식의 뺄셈은 빼는 식의 각 항의 부호를 모두 바꾸어서 더한다.

풀이 $ax^2+4x-5-(3x^2+2x+2a)$

$=ax^2+4x-5-3x^2-2x-2a$

$=(a-3)x^2+2x-5-2a$

이므로

$p=a-3,\ q=2,\ r=-5-2a$

이때 $p-q-r=12$이므로

$(a-3)-2-(-5-2a)=12$

$a-5+5+2a=12, \qquad 3a=12$

$\therefore a=4$

답 ③

112 해결 과정 주어진 식의 좌변을 정리하면

$4a^2-[3a-2a^2-\{a-(\boxed{}+a^2)\}]$

$=4a^2-(3a-2a^2-a+\boxed{}+a^2)$

$=4a^2-(-a^2+2a+\boxed{})$

$=4a^2+a^2-2a-\boxed{}$

$=5a^2-2a-\boxed{}$ • 50% 배점

답 구하기 $5a^2-2a-\boxed{}=7a^2+a$이므로

$\boxed{}=5a^2-2a-(7a^2+a)$

$=5a^2-2a-7a^2-a$

$=-2a^2-3a$ • 50% 배점

답 $-2a^2-3a$

$B-A=C$
$\rightarrow A=B-C$

113 해결 과정 원기둥의 밑넓이는

$\pi\times(2ab)^2=4\pi a^2b^2$

옆넓이는

$2\pi\times 2ab\times(3b^2-5ab)$

$=12\pi ab^3-20\pi a^2b^2$ • 60% 배점

답 구하기 따라서 구하는 겉넓이는

$2\times 4\pi a^2b^2+(12\pi ab^3-20\pi a^2b^2)$

$=8\pi a^2b^2+12\pi ab^3-20\pi a^2b^2$

$=12\pi ab^3-12\pi a^2b^2$ • 40% 배점

답 $12\pi ab^3-12\pi a^2b^2$

밑면의 반지름의 길이가 r, 높이가 h인 원기둥의 겉넓이를 S라 하면
$S=2\pi r^2+2\pi rh$

$(x_1,\ y_1)◎(x_2,\ y_2)$
× ×
$\rightarrow$ ×+×

114 전략 약속된 기호의 연산에 따라 식을 세운 후 분배법칙을 이용하여 전개한다.

풀이 (주어진 식)

$=(2x-1)\times 5y+6y\times(x+3)+9xy\times(-1)$
$\quad+(x-2)\times 4y$

$=10xy-5y+6xy+18y-9xy+4xy-8y$

$=11xy+5y$

답 ⑤

115 전략 A, B를 간단히 한 후 주어진 식에 대입한다.

풀이 $A=(8x^3y^4-16x^3y^5-4x^2y^5)\div 4x^2y^4$

$=\dfrac{8x^3y^4-16x^3y^5-4x^2y^5}{4x^2y^4}$

$=2x-4xy-y$

$B=2x(1-2x+3y)=2x-4x^2+6xy$

$B-(A+C)=10xy+y-y^2$에서

$B-A-C=10xy+y-y^2$

$\therefore C=B-A-(10xy+y-y^2)$

$=2x-4x^2+6xy-(2x-4xy-y)$
$\quad-10xy-y+y^2$

$=2x-4x^2+6xy-2x+4xy+y$
$\quad-10xy-y+y^2$

$=-4x^2+y^2$

답 ③

116 전략 순환소수를 분수로 고친 후 분배법칙을 이용하여 전개한다.

풀이 (주어진 식)

$=3bc-\dfrac{2}{3}ac+\left(\dfrac{4}{9}a^2bc-\dfrac{1}{3}ab^2c\right)\div\dfrac{1}{6}ab$

$=3bc-\dfrac{2}{3}ac+\left(\dfrac{4}{9}a^2bc-\dfrac{1}{3}ab^2c\right)\times\dfrac{6}{ab}$

$=3bc-\dfrac{2}{3}ac+\dfrac{8}{3}ac-2bc$

$=2ac+bc$

답 ①

$0.\dot{3}=\dfrac{3}{9}=\dfrac{1}{3}$

$0.1\dot{6}=\dfrac{16-1}{90}$
$=\dfrac{15}{90}=\dfrac{1}{6}$

내신 만점 굳히기 본책 29쪽

117 해결 과정 ① 주어진 식의 좌변을 간단히 하면

$A-\{2A-B-(-A+3B+2C)\}-C$

$=A-(2A-B+A-3B-2C)-C$

$=A-(3A-4B-2C)-C$

$=A-3A+4B+2C-C$

$=-2A+4B+C$ • 40% 배점

(소괄호) → {중괄호}의 순서대로 풀어서 계산한다.

Ⅱ 식의 계산

해결 과정 ② $A=-2x^2+5x+3$, $B=\frac{1}{2}x^2+7$, $C=3x^2+x-4$를 $-2A+4B+C$에 대입하면

$$-2(-2x^2+5x+3)+4\left(\frac{1}{2}x^2+7\right)+(3x^2+x-4)$$
$$=4x^2-10x-6+2x^2+28+3x^2+x-4$$
$$=9x^2-9x+18$$

• 40% 배점

답 구하기 따라서 $a=9$, $b=-9$, $c=18$이므로

$a-b-c=9-(-9)-18=0$ • 20% 배점

답 0

118 전략 자연수 n에 대하여 $2n-1$, $2n+1$은 홀수, $2n$은 짝수이다.

풀이 $(-1)^{2n-1}=-1$, $(-1)^{2n}=1$, $(-1)^{2n+1}=-1$ 이므로

(주어진 식)
$$=-(3x-y)+(5x+2y)-(-1)(x-2y)$$
$$=-3x+y+5x+2y+x-2y$$
$$=3x+y$$

답 ③

만점비법

$(-1)^n$ (n은 자연수)을 포함한 식의 계산
① $(-1)^{n-1}$, $(-1)^n$, $(-1)^{n+1}$이 주어진 경우
→ n이 짝수일 때와 홀수일 때로 나누어 계산한다.
② $(-1)^{2n-1}$, $(-1)^{2n}$, $(-1)^{2n+1}$이 주어진 경우
→ $2n-1$과 $2n+1$은 홀수, $2n$은 짝수임을 이용한다.
즉 $(-1)^{2n}=1$, $(-1)^{2n-1}=(-1)^{2n+1}=-1$이다.

119 전략 사다리꼴의 넓이와 평행사변형의 넓이를 각각 구한다.

풀이 (사다리꼴의 넓이)$=\frac{1}{2}\times(4x^2y^2+x^2y)\times xy^2$
$$=\frac{1}{2}(4x^3y^4+x^3y^3)$$

(평행사변형의 넓이)$=2xy^2\times\frac{1}{2}x^2y=x^3y^3$

(사다리꼴의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times\{$(윗변의 길이)
+(아랫변의 길이)$\}$
×(높이)

(평행사변형의 넓이)
=(밑변의 길이)
×(높이)

∴ (사다리꼴의 넓이)÷(평행사변형의 넓이)
$$=\frac{1}{2}(4x^3y^4+x^3y^3)\div x^3y^3$$
$$=\frac{1}{2}(4x^3y^4+x^3y^3)\times\frac{1}{x^3y^3}$$
$$=\frac{1}{2}(4y+1)=2y+\frac{1}{2}$$

따라서 사다리꼴의 넓이는 평행사변형의 넓이의 $\left(2y+\frac{1}{2}\right)$배이다.

답 $\left(2y+\frac{1}{2}\right)$배

120 해결 과정 ① $x:y=3:1$에서 $x=3y$

$y:z=2:3$에서 $2z=3y$

$\therefore z=\frac{3}{2}y$ • 30% 배점

해결 과정 ② (주어진 식)
$$=\left(\frac{8}{3}x^2yz-\frac{5}{3}xy^2z+\frac{2}{3}xyz^2\right)\times\frac{3}{xyz^2}$$
$$=\frac{8x}{z}-\frac{5y}{z}+2$$

• 30% 배점

답 구하기 $x=3y$, $z=\frac{3}{2}y$를 이 식에 대입하면
$$\frac{8\times3y}{\frac{3}{2}y}-\frac{5y}{\frac{3}{2}y}+2$$
$$=24y\times\frac{2}{3y}-5y\times\frac{2}{3y}+2$$
$$=16-\frac{10}{3}+2$$
$$=\frac{44}{3}$$

• 40% 배점

답 $\frac{44}{3}$

121 전략 주어진 조건에 맞는 식을 세운 후 동류항끼리 계산한다.

풀이 $\begin{vmatrix} 2y & -(x-3y) \\ 4x & 6x-y \end{vmatrix}$
$$=2y\times(6x-y)-\{-(x-3y)\times4x\}$$
$$=12xy-2y^2-(-4x^2+12xy)$$
$$=12xy-2y^2+4x^2-12xy$$
$$=4x^2-2y^2$$

답 ④

122 [문제 해결 길잡이]
❶ 위에서부터 3번째 줄에 있는 수는 모두 3의 배수임을 이용하여 $[3, n]$이 나타내는 수를 n에 대한 식으로 나타낸다.
❷ $[1, a+1]$, $[2, b+2]$, $[3, a+b]$가 나타내는 수를 각각 a, b에 대한 식으로 나타낸다.
❸ ❷의 식을 이용하여 주어진 식의 값을 구한다.

풀이 $m=3$일 때, $[m, n]=[3, n]=3n$이므로 ❶

$[3, n]$은 위에서부터 3번째, 왼쪽에서부터 n번째 수이므로
$[3, n]=3\times n=3n$

$[1, a+1]=[3, a+1]-2$
$=3(a+1)-2=3a+1$
$[2, b+2]=[3, b+2]-1$
$=3(b+2)-1=3b+5$
$[3, a+b]=3(a+b)=3a+3b$ ❷
$\therefore [1, a+1]+[2, b+2]-[3, a+b]$
$=3a+1+3b+5-(3a+3b)$
$=3a+3b+6-3a-3b$
$=6$ ❸

답 6

다른풀이 $[1, a+1]=[3, a]+1=3a+1$
$[2, b+2]=[3, b+1]+2$
$=3(b+1)+2=3b+5$
$[3, a+b]=3(a+b)=3a+3b$
$\therefore [1, a+1]+[2, b+2]-[3, a+b]=6$

04 | 다항식의 계산 (2)

개념&기출유형

본책 30~33쪽

123 $(3a+b)(2a-5b)$
$=6a^2-15ab+2ab-5b^2$
$=6a^2-13ab-5b^2$ 답 ③

124 주어진 식의 전개식에서 ab항은
$3a\times 6b+(-b)\times a=17ab$
따라서 ab의 계수는 17이다. 답 ②

다른풀이 (주어진 식)
$=3a^2+18ab-6a-ab-6b^2+2b-4a-24b+8$
$=3a^2-6b^2+17ab-10a-22b+8$

125 주어진 식의 전개식에서 xy항은
$ax\times by+2y\times(-4x)=(ab-8)xy$
이므로 $ab-8=-2$ $\therefore ab=6$ …… ㉠
또 x항은 $ax\times 5=5ax$이므로
$5a=15$ $\therefore a=3$
$a=3$을 ㉠에 대입하면 $b=2$
$\therefore a-b=3-2=1$ 답 1

126 ③ $(-x-4y)^2=x^2+8xy+16y^2$ 답 ③

참고 $(-x-4y)^2=\{-(x+4y)\}^2=(x+4y)^2$

127 색칠한 부분의 넓이는 전체 넓이에서 색칠하지 않은 직사각형의 넓이를 뺀 것이므로
(색칠한 부분의 넓이)
$=(x+y+2x+y)(2x-y+4y)-(2x+y)(2x-y)$
$=(3x+2y)(2x+3y)-(2x+y)(2x-y)$
$=6x^2+13xy+6y^2-(4x^2-y^2)$
$=6x^2+13xy+6y^2-4x^2+y^2$
$=2x^2+13xy+7y^2$
따라서 $a=2$, $b=13$, $c=7$이므로
$b-ac=13-14=-1$ 답 -1

128 ① $29.8^2=(30-0.2)^2$이므로
$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$을 이용한다.
② $301^2=(300+1)^2$이므로
$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$을 이용한다.
③ $93^2=(90+3)^2$이므로
$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$을 이용한다.
④ $103\times 97=(100+3)(100-3)$이므로
$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$을 이용한다.
⑤ $105\times 98=(100+5)(100-2)$이므로
$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$를 이용한다.
답 ①, ⑤

129 연속하는 두 자연수를 n, $n+1$이라 하면 두 자연수의 제곱의 차는
$(n+1)^2-n^2=n^2+2n+1-n^2=2n+1$
이므로 $2n+1=11$ $\therefore n=5$
따라서 두 자연수 중 큰 수는
$n+1=5+1=6$
답 6

다른풀이 연속하는 두 자연수를 $n-1$, n이라 하면
$n^2-(n-1)^2=n^2-(n^2-2n+1)$
$=2n-1$
이므로 $2n-1=11$ $\therefore n=6$
따라서 두 자연수 중 큰 수는 6이다.

130 (주어진 식)
$=(50+2)(50-2)-(50-1)^2$
$=50^2-2^2-(50^2-2\times 50\times 1+1^2)$
$=50^2-2^2-50^2+2\times 50\times 1-1^2$
$=100-4-1$
$=95$ 답 ④

> $(a+b)(a-b)$
> $=a^2-b^2$

> $(a-b)^2$
> $=a^2-2ab+b^2$

> $(-a-b)^2$
> $=\{-(a+b)\}^2$
> $=(a+b)^2$

131 (1) $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$
$=3^2-2\times 2=5$
(2) $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab$
$=3^2-4\times 2=1$
(3) $\dfrac{b}{a}+\dfrac{a}{b}=\dfrac{a^2+b^2}{ab}=\dfrac{5}{2}$
답 (1) 5 (2) 1 (3) $\dfrac{5}{2}$

132 (1) $x^2+y^2=(x-y)^2+2xy$
$=5^2+2\times(-3)=19$
(2) $(x+y)^2=(x-y)^2+4xy$
$=5^2+4\times(-3)=13$
(3) $x^2+7xy+y^2=(x-y)^2+9xy$
$=5^2+9\times(-3)=-2$
답 (1) 19 (2) 13 (3) -2

다른풀이 (2) $(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$
$=19+2\times(-3)=13$
(3) $x^2+7xy+y^2=x^2+y^2+7xy$
$=19+7\times(-3)=-2$

> $x^2+7xy+y^2$
> $=(x+y)^2+5xy$
> $=13+5\times(-3)$
> $=-2$
> 로 풀어도 된다.

> $x^2+7xy+y^2$
> $=x^2-2xy+y^2+9xy$
> $=(x-y)^2+9xy$

133 $a^2+b^2=(a-b)^2+2ab$에서
$12=4^2+2ab$ $\therefore ab=-2$
답 ②

134 (주어진 식)$=-6A-(-5A-2B+B)$
$=-6A-(-5A-B)$
$=-6A+5A+B=-A+B$
$=-(2x-y)+(-4x+3y)$
$=-2x+y-4x+3y$
$=-6x+4y$
답 $-6x+4y$

> 다항식을 대입할 때는 괄호로 묶는다.

135 ① $a=\frac{1}{b}-c$에서　$a+c=\frac{1}{b}$

$\therefore ab+bc=1$

② $\frac{1}{b}=a+c$에서　$b(a+c)=1$

$\therefore ab+bc=1$

③ $c=\frac{1-ab}{b}$에서　$bc=1-ab$

$\therefore ab+bc=1$

④ $bc=1-ab$에서　$ab+bc=1$

⑤ $\frac{1}{c}=\frac{b}{-ab-1}$에서　$-ab-1=bc$

$\therefore ab+bc=-1$

답 ⑤

136 $x-3y=4x-2y+7$에서

$x-4x-7=-2y+3y$

$\therefore y=-3x-7$

$y=-3x-7$을 $3x-2y-9$에 대입하면

$3x-2(-3x-7)-9$

$=3x+6x+14-9$

$=9x+5$

답 $9x+5$

$a(b-c)=ab-ac$

137 $9x+2y-6=3(2x+y-2)$에서

$9x+2y-6=6x+3y-6$　$\therefore y=3x$

$\therefore \frac{y+2}{3x+2}-\frac{4x}{x-y}=\frac{3x+2}{3x+2}-\frac{4x}{x-3x}$

$=1-(-2)=3$

답 3

$a:b=c:d$
$\rightarrow ad=bc$

138 $x:y=2:3$에서　$3x=2y$

$\therefore x=\frac{2}{3}y$

$\therefore \frac{x+2y}{x-y}=\frac{\frac{2}{3}y+2y}{\frac{2}{3}y-y}=\frac{\frac{8}{3}y}{-\frac{1}{3}y}$

$=\frac{8}{3}y\times\left(-\frac{3}{y}\right)=-8$

답 ①

다른풀이 $x:y=2:3$에서　$3x=2y$

$\therefore y=\frac{3}{2}x$

$\therefore \frac{x+2y}{x-y}=\frac{x+3x}{x-\frac{3}{2}x}=\frac{4x}{-\frac{1}{2}x}$

$=4x\times\left(-\frac{2}{x}\right)=-8$

139 $a+\frac{1}{b}=1$에서

$a=1-\frac{1}{b}=\frac{b-1}{b}$

$b+\frac{1}{c}=1$에서　$\frac{1}{c}=1-b$

$\therefore c=\frac{1}{1-b}=-\frac{1}{b-1}$

$\therefore abc=\frac{b-1}{b}\times b\times\left(-\frac{1}{b-1}\right)=-1$

답 ③

140 $a+b+c=0$에서 $b+c=-a$, $c+a=-b$, $a+b=-c$이므로

$\frac{a}{b+c}-\frac{b}{c+a}-\frac{a+b}{c}$

$=\frac{a}{-a}-\frac{b}{-b}-\frac{-c}{c}$

$=-1-(-1)-(-1)$

$=1$

답 1

$5-x+y=5-(x-y)$
$=5-A$

141 (1) $x-y=A$로 치환하면

$(2+x-y)(5-x+y)$

$=(2+A)(5-A)=10+3A-A^2$

$=10+3(x-y)-(x-y)^2$

$=10+3x-3y-(x^2-2xy+y^2)$

$=-x^2+2xy-y^2+3x-3y+10$

상수항의 합이 같은 식끼리 짝을 지어 전개한다.

(2) $x(x+1)(x+3)(x+4)$

$=x(x+4)(x+1)(x+3)$

$=(x^2+4x)(x^2+4x+3)$

$x^2+4x=A$로 치환하면

$A(A+3)=A^2+3A$

$=(x^2+4x)^2+3(x^2+4x)$

$=x^4+8x^3+16x^2+3x^2+12x$

$=x^4+8x^3+19x^2+12x$

(3) $3x+y=A$로 치환하면

$(3x+y-2)^2=(A-2)^2=A^2-4A+4$

$=(3x+y)^2-4(3x+y)+4$

$=9x^2+6xy+y^2-12x-4y+4$

답 풀이 참조

$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2$
$=x^2-2\times x\times\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}$
$=x^2-2+\frac{1}{x^2}$

142 (1) $x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2$

$=2^2+2=6$

(2) $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+4$

$=2^2+4=8$

답 (1) 6　(2) 8

$x=0$을 $x^2-8x+1=0$에 대입하면 $1=0$(모순)이므로 $x\neq0$

따라서 양변을 x로 나눌 수 있다.

143 $x^2-8x+1=0$의 양변을 x로 나누면

$x-8+\frac{1}{x}=0$　$\therefore x+\frac{1}{x}=8$

$\therefore x^2-9+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-11$

$=8^2-11=53$

답 53

내신 만점 도전하기 본책 34~36쪽

144 전략 분배법칙을 이용하여 전개한다.

풀이 $(2x-1)(-4x+3y+1)-5(x-2)(y+7)$

$=-8x^2+6xy+2x+4x-3y-1-5xy-35x+10y+70$

$=-8x^2+xy-29x+7y+69$

답 $-8x^2+xy-29x+7y+69$

$-5(x-2)(y+7)$
$=-5(xy+7x-2y-14)$
$=-5xy-35x+10y+70$

145 전략 분배법칙을 이용하여 전개한 후 양변의 계수를 비교한다.

풀이 $(2x-y)(x+Ay)=2x^2+2Axy-xy-Ay^2$

$=2x^2+(2A-1)xy-Ay^2$

이므로 $2A-1=B,\ -A=-3$

따라서 $A=3,\ B=5$이므로

$A+B=3+5=8$

답 ④

$-A=-3$에서 $A=3$이므로
$B=2A-1$
$=2\times3-1$
$=5$

146 전략 필요한 문자가 들어 있는 항만 부분적으로 곱한다.

풀이 $(x^3+x^2+x+1)^2$

$=(x^3+x^2+x+1)(x^3+x^2+x+1)$

x^4항은 $x^3\times x+x^2\times x^2+x\times x^3=3x^4$

x^5항은 $x^3\times x^2+x^2\times x^3=2x^5$

따라서 x^4의 계수와 x^5의 계수의 합은

$3+2=5$

답 ②

147 해결 과정 ① 주어진 식의 전개식에서 xy항은

$4x\times(-Ay)+Ay\times x=-3Axy$

이므로 $-3A=-15$

$\therefore A=5$ …… ㉠ • 30% 배점

해결 과정 ② 주어진 식의 전개식에서 y항은

$Ay\times2B+(-B)\times(-Ay)=3ABy$

이므로 $3AB=45$

$\therefore AB=15$ …… ㉡ • 30% 배점

답 구하기 주어진 식의 전개식에서 x항은

$4x\times2B+(-B)\times x=7Bx$

이고 ㉠, ㉡에서 $B=3$이므로 x항의 계수는

$7B=7\times3=21$ • 40% 배점

답 21

$A=5$를 $AB=15$에 대입하면
$5B=15$
$\therefore B=3$

148 전략 $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$을 이용한다.

풀이 $\left(\frac{1}{4}x-A\right)^2=\frac{1}{16}x^2-\frac{1}{2}Ax+A^2$이므로

$-\frac{1}{2}A=B,\ A^2=C$

이때 $B=-A+2$이므로

$-\frac{1}{2}A=-A+2$

$\frac{1}{2}A=2 \qquad \therefore A=4$

따라서 $B=-\frac{1}{2}A=-2,\ C=A^2=16$이므로

$A-B+C=4-(-2)+16=22$

답 22

$B=-A+2$에 $A=4$를 대입하여
$B=-4+2=-2$
와 같이 구해도 된다.

149 전략 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$을 이용한다.

풀이 $\left(\frac{x}{3}-\frac{y}{5}\right)\left(-\frac{x}{3}-\frac{y}{5}\right)+(-y-x)(y-x)$

$=\left(-\frac{y}{5}+\frac{x}{3}\right)\left(-\frac{y}{5}-\frac{x}{3}\right)+(-x-y)(-x+y)$

$=\frac{y^2}{25}-\frac{x^2}{9}+x^2-y^2$

$=\frac{8}{9}x^2-\frac{24}{25}y^2$

답 ④

150 전략 $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$를 이용한다.

풀이 $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$이므로

$a+b=P,\ ab=-15$

이때 $ab=-15$를 만족시키는 정수 $a,\ b$의 순서쌍 $(a,\ b)$는

$(-15,\ 1),\ (-5,\ 3),\ (-3,\ 5),\ (-1,\ 15),$
$(1,\ -15),\ (3,\ -5),\ (5,\ -3),\ (15,\ -1)$

이므로 $(a,\ b)$가

(i) $(-15, 1), (1, -15)$일 때, $P=-14$

(ii) $(-5, 3), (3, -5)$일 때, $P=-2$

(iii) $(-3, 5), (5, -3)$일 때, $P=2$

(iv) $(-1, 15), (15, -1)$일 때, $P=14$

이상에서 P의 최댓값은 14이다.

답 14

151 전략 $(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$를 이용한다.

풀이 $(ax+4)(-5x+b)$

$=-5ax^2+(ab-20)x+4b$

즉 x의 계수가 $ab-20$이므로

$ab-20=25 \qquad \therefore ab=45$

이때 $a,\ b$는 한 자리의 자연수이므로

$a=5,\ b=9$ 또는 $a=9,\ b=5$

$\therefore a^2+b^2=106$

답 ⑤

(i) $a=5,\ b=9$이면
$a^2+b^2=25+81$
$=106$
(ii) $a=9,\ b=5$이면
$a^2+b^2=81+25$
$=106$

152 전략 곱셈 공식을 이용한다.

풀이 (주어진 식)

$=9x^2-1+2(16x^2+8x+1)-(35x^2+26x-16)$

$=9x^2-1+32x^2+16x+2-35x^2-26x+16$

$=6x^2-10x+17$

따라서 x^2의 계수와 x의 계수의 곱은

$6\times(-10)=-60$

답 -60

만점 공략 BOX

153 해결 과정 ① 주어진 식을 간단히 하면

$(-x+a)^2-(6x-2)(4x+a)$
$=x^2-2ax+a^2-(24x^2+6ax-8x-2a)$
$=x^2-2ax+a^2-24x^2-6ax+8x+2a$
$=-23x^2+(-8a+8)x+a^2+2a$ • 50% 배점

$(-x+a)^2$
$=\{-(x-a)\}^2$
$=(x-a)^2$

해결 과정 ② 즉 x의 계수가 $-8a+8$이므로

$-8a+8=-4a,\quad 4a=8$

$\therefore a=2$ • 30% 배점

답 구하기 따라서 상수항은

$a^2+2a=2^2+2\times2=8$ • 20% 배점

답 8

154 전략 (색칠한 부분의 넓이)
=(가장 큰 원의 넓이)−(색칠하지 않은 원의 넓이)

풀이 가장 큰 원 O의 지름의 길이는 $8x+6y$이므로 원 O의 반지름의 길이는

$\frac{1}{2}(8x+6y)=4x+3y$

따라서 구하는 넓이는

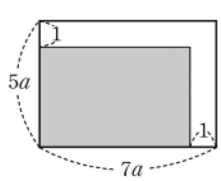
$\pi(4x+3y)^2-\pi(4x)^2$
$=\pi(16x^2+24xy+9y^2)-16\pi x^2$
$=16\pi x^2+24\pi xy+9\pi y^2-16\pi x^2$
$=24\pi xy+9\pi y^2$

반지름의 길이가 r인 원의 넓이를 S라 하면 $S=\pi r^2$

답 ⑤

155 전략 일정한 간격만큼 떨어져 있는 도형의 넓이는 떨어져 있는 도형을 이동하여 붙여서 생각한다.

풀이 구하는 넓이는 오른쪽 그림과 같이 가로의 길이가 $7a-1$이고, 세로의 길이가 $5a-1$인 직사각형의 넓이와 같으므로



$(7a-1)(5a-1)=35a^2-12a+1$

답 $35a^2-12a+1$

156 전략 상수항의 합이 같은 식끼리 짝을 지어 전개한다.

풀이 $x^2-2x-2=0$에서 $x^2-2x=2$이므로

$(x+1)(x+2)(x-3)(x-4)$
$=(x+1)(x-3)(x+2)(x-4)$
$=(x^2-2x-3)(x^2-2x-8)$
$=(2-3)(2-8)$
$=6$

답 ⑤

157 전략 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$을 이용한다.

풀이 $(6+5)(6^2+5^2)(6^4+5^4)(6^8+5^8)+5^{16}$
$=(6-5)(6+5)(6^2+5^2)(6^4+5^4)(6^8+5^8)+5^{16}$
$=(6^2-5^2)(6^2+5^2)(6^4+5^4)(6^8+5^8)+5^{16}$
$=(6^4-5^4)(6^4+5^4)(6^8+5^8)+5^{16}$
$=(6^8-5^8)(6^8+5^8)+5^{16}$
$=6^{16}-5^{16}+5^{16}$
$=6^{16}$

$6+5=1\times(6+5)$
$=(6-5)(6+5)$

답 ③

158 전략 $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$을 이용한다.

풀이 (주어진 식)

$=\dfrac{(5881-1)(5881+1)-5881^2+(5881-2)}{5881-3}$

$=\dfrac{5881^2-1-5881^2+5881-2}{5881-3}$

$=\dfrac{5881-3}{5881-3}=1$

답 ④

159 문제 이해 연속하는 세 자연수를 n, $n+1$, $n+2$로 놓으면 • 20% 배점

해결 과정 $(n+2)^2=n(n+1)+10$이므로

$n^2+4n+4=n^2+n+10$

$3n=6\qquad\therefore n=2$ • 60% 배점

답 구하기 따라서 연속하는 세 자연수는 2, 3, 4이므로 구하는 합은

$2+3+4=9$ • 20% 배점

답 9

160 전략 $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$를 이용한다.

풀이 $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$이므로

$12=16-2xy,\qquad 2xy=4$

$\therefore xy=2$

$\therefore \frac{y}{x}+\frac{x}{y}=\frac{x^2+y^2}{xy}=\frac{12}{2}=6$

답 ⑤

161 해결 과정 $(x-5)(y+5)$
$=xy+5x-5y-25$
$=xy+5(x-y)-25$

이므로 $\quad 12+5(x-y)-25=17$

$5(x-y)=30$

$\therefore x-y=6$ • 40% 배점

답 구하기 $\therefore x^2+3xy+y^2=(x-y)^2+5xy$
$=6^2+5\times12$
$=36+60$
$=96$ • 60% 배점

$x^2+3xy+y^2$
$=x^2-2xy+y^2+5xy$
$=(x-y)^2+5xy$

답 96

162 전략 ([ ] 안의 문자)=(그 이외의 다른 문자의 식) 꼴로 나타낸다.

풀이 ① $y=-3x+7$

② $m=\frac{F}{a}$

③ $b=2M-a$

⑤ $a=\frac{l}{2}-\pi r$

$M=\frac{a+b}{2}$에서
$a+b=2M$
$\therefore b=2M-a$

$l=2a+2\pi r$에서
$2a=l-2\pi r$
$\therefore a=\frac{l}{2}-\pi r$

답 ④

163 전략 주어진 등식을 y에 대하여 푼다.

풀이 $\frac{4x+5y}{3x-5y}=-\frac{1}{3}$에서

$-3(4x+5y)=3x-5y$
$-12x-15y=3x-5y$
$-10y=15x$
$\therefore y=-\frac{3}{2}x$

$y=-\frac{3}{2}x$를 주어진 식에 대입하면

$7x-\{x-(2x-6y)-2y\}$
$=7x-(x-2x+6y-2y)$
$=7x-(-x+4y)$
$=7x+x-4y$
$=8x-4y$
$=8x-4\times\left(-\frac{3}{2}x\right)$
$=8x+6x=14x$

답 $14x$

$\frac{b}{a}=\frac{d}{c} \to bc=ad$

164 전략 (△AEF의 넓이)
=(사각형 ABCD의 넓이)−(△AEF를 제외한 나머지 세 개의 삼각형의 넓이)

풀이 $S=$(사각형 ABCD의 넓이)
$-\triangle ABE-\triangle AFD-\triangle ECF$
$=4a\times5b-\frac{1}{2}\times4a\times2b-\frac{1}{2}\times5b\times(4a-b)$
$-\frac{1}{2}\times(5b-2b)\times b$
$=20ab-4ab-10ab+\frac{5}{2}b^2-\frac{3}{2}b^2$
$=b^2+6ab$

이므로 $6ab=S-b^2$

$\therefore a=\frac{S-b^2}{6b}=\frac{S}{6b}-\frac{b}{6}$

답 ③

$a=$(다른 문자에 대한 식)으로 나타낸다.

165 문제 이해 점 H가 $\overline{BE}$의 중점이므로 $\overline{BH}$, $\overline{CH}$의 길이를 각각 구하면

$\overline{BH}=\frac{a+b}{2}$, $\overline{CH}=a-\frac{a+b}{2}=\frac{a-b}{2}$ • 20% 배점

해결 과정 ① $\overline{BH}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는

$S=\left(\frac{a+b}{2}\right)^2=\frac{a^2+2ab+b^2}{4}$ • 30% 배점

해결 과정 ② $\overline{CH}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는

$R=\left(\frac{a-b}{2}\right)^2=\frac{a^2-2ab+b^2}{4}$ • 30% 배점

답 구하기 $\therefore S-R=\frac{a^2+2ab+b^2}{4}-\frac{a^2-2ab+b^2}{4}$

$=\frac{4ab}{4}=ab$ • 20% 배점

답 ab

166 전략 주어진 등식을 변형하여 $b-a$를 구한다.

풀이 $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=5$에서 $\frac{b-a}{ab}=5$

$\therefore b-a=5ab$

$\therefore \frac{a+8ab-b}{a-3ab-b}=\frac{8ab-(b-a)}{-3ab-(b-a)}$
$=\frac{8ab-5ab}{-3ab-5ab}$
$=\frac{3ab}{-8ab}$
$=-\frac{3}{8}$

답 $-\frac{3}{8}$

$a\neq0$, $b\neq0$이므로 분모, 분자를 각각 ab로 나눌 수 있다.

다른풀이 $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=5$에서 $\frac{b-a}{ab}=5$

$\therefore ab=\frac{b-a}{5}$

$\therefore \frac{a+8ab-b}{a-3ab-b}=\frac{a+\frac{8}{5}(b-a)-b}{a-\frac{3}{5}(b-a)-b}$
$=\frac{-\frac{3}{5}(a-b)}{\frac{8}{5}(a-b)}$
$=-\frac{3}{8}$

167 해결 과정 $x:y:z=a:b:c$이므로
$x=ak$, $y=bk$, $z=ck$ (k는 0이 아닌 상수)
라 하자. • 40% 배점

답 구하기 $\therefore a(y-z)+b(z-x)+c(x-y)$
$=a(bk-ck)+b(ck-ak)+c(ak-bk)$
$=abk-ack+bck-abk+ack-bck$
$=0$ • 60% 배점

답 0

내신 만점 굳히기 본책 37쪽

168 전략 $a+c=A$, $b+d=B$로 치환하여 전개한다.

풀이 $a+c=A$, $b+d=B$로 치환하면

$(a+b+c+d)(a-b+c-d)$
$=\{(a+c)+(b+d)\}\{(a+c)-(b+d)\}$
$=(A+B)(A-B)$
$=A^2-B^2$
$=(a+c)^2-(b+d)^2$
$=a^2+2ac+c^2-(b^2+2bd+d^2)$
$=a^2-b^2+c^2-d^2+2ac-2bd$

답 $a^2-b^2+c^2-d^2+2ac-2bd$

만점 공략 BOX

169 전략 등식을 변형하여 주어진 식을 미지수가 두 개인 식으로 정리한다.

풀이 $xyz=1$에서 $z=\frac{1}{xy}$, $\frac{1}{z}=xy$이므로

(주어진 식)

$$=\frac{2}{x+\frac{1}{y}+1}+\frac{2}{y+xy+1}+\frac{2}{\frac{1}{xy}+\frac{1}{x}+1}$$

$$=\frac{2y}{xy+1+y}+\frac{2}{y+xy+1}+\frac{2xy}{1+y+xy}$$

$$=\frac{2(xy+y+1)}{xy+y+1}$$

$=2$

답 ⑤

분모, 분자에 각각 y를 곱한다.

분모, 분자에 각각 xy를 곱한다.

170 전략 곱셈 공식을 이용하여 전개한다.

풀이 $(x+2)(x+A)=x^2+(A+2)x+2A$이므로

$A+2=0,\ 2A=-B$

$\therefore A=-2,\ B=4$

$(Cx-6)(x+4)=Cx^2+(4C-6)x-24$이므로

$4C-6=18,\quad 4C=24$

$\therefore C=6$

$\therefore A+B+C=-2+4+6=8$

답 ④

$(x+a)(x+b)$
$=x^2+(a+b)x+ab$

171 해결 과정 ① $x^2-x-1=0$의 양변을 x로 나누면

$x-1-\frac{1}{x}=0\qquad \therefore x-\frac{1}{x}=1$ • 30% 배점

해결 과정 ② $x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2=1^2+2=3$

$x^4+\frac{1}{x^4}=\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2-2=3^2-2=7$

$\therefore x^8+\frac{1}{x^8}=\left(x^4+\frac{1}{x^4}\right)^2-2$

$=7^2-2=47$ • 50% 배점

답 구하기 따라서 $x^8+\frac{1}{x^8}$의 값의 일의 자리의 숫자는 7이다. • 20% 배점

답 7

$x\times\frac{1}{x}=1$임을 이용한다.

$x\neq0$이므로 양변을 x로 나눌 수 있다.

172 전략 주어진 식을 간단히 정리한 후 대입한다.

풀이 (주어진 식)

$$=A+\frac{3a_1x_1-Aa_1+3a_2x_2-Aa_2+\cdots+3a_nx_n-Aa_n}{a_1+a_2+\cdots+a_n}$$

$$=A+\frac{3(a_1x_1+a_2x_2+\cdots+a_nx_n)-A(a_1+a_2+\cdots+a_n)}{a_1+a_2+\cdots+a_n}$$

$$=A+3\times\frac{a_1x_1+a_2x_2+\cdots+a_nx_n}{a_1+a_2+\cdots+a_n}-A$$

$=A+3m-A$

$=3m$

답 $3m$

173 전략 주어진 조건을 만족시키는 x, y 사이의 관계식을 구한다.

풀이 두 정사각형의 둘레의 길이의 합이 76 cm이므로

$4x+4y=76\qquad \therefore x+y=19$

또 두 정사각형의 넓이의 합이 221 cm²이므로

$x^2+y^2=221$

$(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$이므로

$19^2=221+2xy$

$2xy=140\qquad \therefore xy=70$

$\therefore (x-y)^2=(x+y)^2-4xy$

$=19^2-4\times70$

$=361-280=81$

답 ④

$(x-y)^2=x^2-2xy+y^2$
$=221-2\times70$
$=221-140$
$=81$
과 같이 구해도 된다.

174 [문제 해결 길잡이]

❶ A지구에 사는 남학생과 여학생 수, B지구에 사는 남학생과 여학생 수를 각각 적당한 문자로 놓는다.

❷ 전체 남학생과 여학생 수의 비를 이용하여 식을 세운 후 정리한다.

❸ ❷를 이용하여 A지구와 B지구에 사는 남학생 수의 비와 여학생 수의 비를 각각 구한다.

풀이 A지구에 사는 남학생과 여학생 수를 각각 $2a$명, $3a$명이라 하고, B지구에 사는 남학생과 여학생 수를 각각 $7b$명, $6b$명이라 하자. ❶

전체 남학생과 여학생 수는 각각 $(2a+7b)$명, $(3a+6b)$명이므로

$(2a+7b):(3a+6b)=8:7$

$7(2a+7b)=8(3a+6b)$

$14a+49b=24a+48b$

$\therefore b=10a$ ❷

따라서 A지구와 B지구에 사는 남학생 수의 비는

(A지구) : (B지구) $=2a:7b=2a:70a$

$=1:35$

A지구와 B지구에 사는 여학생 수의 비는

(A지구) : (B지구) $=3a:6b=3a:60a$

$=1:20$ ❸

답 1 : 35, 1 : 20

참고 표로 정리하면 다음과 같다.

	남학생	여학생
A지구	$2a$명	$3a$명
B지구	$7b$명	$6b$명
전체	$(2a+7b)$명	$(3a+6b)$명

내신 만점 정복하기

본책 38~43쪽

175 전략 지수법칙을 이용한다.

풀이 (ㄱ) $x^2\times x^4=x^{2+4}=x^6$

(ㄴ) $x^{12}\div x^2=x^{12-2}=x^{10}$

(ㄷ) $(x^2)^2\times x^2=x^{2\times2+2}=x^6$
(ㄹ) $a^3\times b^6=a^3\times(b^2)^3=(ab^2)^3$
(ㅁ) $(2x^2y)^3=2^3x^{2\times3}y^3=8x^6y^3$
(ㅂ) $-\left(\frac{3}{a}\right)^2=-\frac{9}{a^2}$
이상에서 옳은 것은 (ㄷ), (ㄹ), (ㅂ)이다. 답 ④

176 전략 지수법칙을 이용하여 등식을 간단히 한다.

풀이 $121^{3x-1}\times33^{4-x}\times6^5$
$=11^{6x-2}\times3^{4-x}\times11^{4-x}\times2^5\times3^5$
$=32\times3^{9-x}\times11^{5x+2}$
이므로 $32\times3^{9-x}\times11^{5x+2}=32\times3^{9-x}\times11^{x+10}$에서
$5x+2=x+10$
$4x=8 \quad \therefore x=2$ 답 ①

$121^{3x-1}=(11^2)^{3x-1}=11^{6x-2}$
$33^{4-x}=(3\times11)^{4-x}=3^{4-x}\times11^{4-x}$
$6^5=(2\times3)^5=2^5\times3^5$

177 전략 $\underbrace{a^m+a^m+a^m+\cdots+a^m}_{n\text{개}}=n\times a^m$을 이용한다.

풀이 $\frac{9^2+9^2}{8^2+8^2+8^2+8^2}\times\frac{2^4+2^4}{3^4+3^4+3^4+3^4}$
$=\frac{2\times9^2}{4\times8^2}\times\frac{2\times2^4}{4\times3^4}$
$=\frac{2\times(3^2)^2}{2^2\times(2^3)^2}\times\frac{2^5}{2^2\times3^4}$
$=\frac{2\times3^4}{2^2\times2^6}\times\frac{2^5}{2^2\times3^4}$
$=\frac{1}{2^4}=\frac{1}{16}$ 답 ②

178 전략 10으로 나누었을 때의 나머지 ➡ 일의 자리의 숫자

두 자리의 자연수 $A=10a+b$ ($a=1, 2, 3, \cdots, 9$, $b=0, 1, 2, \cdots, 9$)에 대하여 A를 10으로 나누었을 때의 몫은 a이고, 나머지는 b이다.
즉 어떤 수를 10으로 나누었을 때의 나머지는 일의 자리의 숫자와 같다.

풀이 $(7^3)^{15}\times49^8\div7^{24}=7^{45}\times7^{16}\div7^{24}$
$=7^{45+16-24}=7^{37}$
7^{37}을 10으로 나누었을 때의 나머지는 7^{37}의 일의 자리의 숫자와 같다.
그런데 $7^1=7$, $7^2=49$, $7^3=343$, $7^4=2401$, $7^5=16807$, $\cdots$에서 7의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 7, 9, 3, 1의 순서로 반복된다.
이때 $37=4\times9+1$이므로 7^{37}의 일의 자리의 숫자는 7이다.
따라서 구하는 나머지는 7이다. 답 ④

179 전략 주어진 식을 지수법칙을 이용하여 $a\times10^n$ (a, n은 자연수) 꼴로 변형한다.

풀이 $\frac{2^{2x+1}\times3^4\times5^{5x+1}}{5^{3x}}=2^{2x+1}\times3^4\times5^{2x+1}$
$=81\times10^{2x+1}$
이때 $81\times10^{2x+1}$이 27자리의 자연수이므로
$2x+1=25, \quad 2x=24$
$\therefore x=12$ 답 ③

180 전략 지수가 같으면 밑이 큰 수가 더 큼을 이용한다.

풀이 70, 30, 20의 최대공약수는 10이므로
$2^{70}=(2^7)^{10}=128^{10}$
$5^{30}=(5^3)^{10}=125^{10}$
$13^{20}=(13^2)^{10}=169^{10}$
이때 $125<128<169$이므로
$5^{30}<2^{70}<13^{20}$
따라서 가장 큰 수는 13^{20}이다. 답 13^{20}

181 전략 어떤 식을 A로 놓고 식을 세운다.

풀이 어떤 식을 A라 하면 $A\div\frac{2a}{b}=(-3ab)^2$
$\therefore A=9a^2b^2\times\frac{2a}{b}=18a^3b$
따라서 바르게 계산한 답은
$18a^3b\times\frac{2a}{b}=36a^4$ 답 $36a^4$

182 전략 (사각뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times$(밑넓이)$\times$(높이)임을 이용한다.

풀이 주어진 사각뿔의 밑면의 가로의 길이가 $4a^3$, 세로의 길이가 $7b^2$이고 사각뿔의 부피가 $84(a^3b^4)^2$이므로
$84(a^3b^4)^2=\frac{1}{3}\times4a^3\times7b^2\times$(높이)
$=\frac{28}{3}a^3b^2\times$(높이)
$\therefore$ (높이)$=84(a^3b^4)^2\div\frac{28}{3}a^3b^2$
$=84a^6b^8\times\frac{3}{28a^3b^2}=9a^3b^6$ 답 ⑤

183 전략 주어진 식을 간단히 한 후 x, y의 값을 각각 대입한다.

풀이 $(-2x^3y)^2\div4x^9y^2\times2x^5y$
$=4x^6y^2\times\frac{1}{4x^9y^2}\times2x^5y=2x^2y$
$=2\times(-3)^2\times5=90$ 답 90

184 전략 약속에 따라 주어진 식을 계산한다.

풀이 $f(3x, A)=(3x)^2\times A=9x^2A$이므로
$9x^2A=18x^3y \quad \therefore A=\frac{18x^3y}{9x^2}=2xy$
$g(B, 5y)=B\times(5y)^2=25y^2B$이므로
$25y^2B=100x^2y^4$
$\therefore B=\frac{100x^2y^4}{25y^2}=4x^2y^2$
$\therefore B\div A^2=4x^2y^2\div(2xy)^2$
$=\frac{4x^2y^2}{4x^2y^2}=1$ 답 ①

$(2xy)^2=4x^2y^2$

185 전략 주어진 조건을 만족시키는 x, y의 값을 구한다.

풀이 $(-3a^x)^y=81a^{12}$에서

$(-3)^y a^{xy}=3^4a^{12}$

따라서 $y=4$, $xy=12$이므로

$x=3$, $y=4$

$\therefore \frac{4}{3}x^4y^2\div\left(-\frac{2}{3}x^2y^3\right)^3\times\left(-\frac{1}{3}xy^2\right)^4$

$=\frac{4x^4y^2}{3}\div\left(-\frac{8x^6y^9}{27}\right)\times\frac{x^4y^8}{81}$

$=\frac{4x^4y^2}{3}\times\left(-\frac{27}{8x^6y^9}\right)\times\frac{x^4y^8}{81}$

$=-\frac{1}{18}x^2y$

$=-\frac{1}{18}\times3^2\times4=-2$ 답 ③

n이 자연수일 때,
$(-a)^{2n}=a^{2n}$
$(-a)^{2n-1}=-a^{2n-1}$

186 해결 과정 $16^{x-1}\div(8^x\times4^2)=2^{10}$에서

$(2^4)^{x-1}\div\{(2^3)^x\times(2^2)^2\}=2^{10}$

$2^{4x-4}\div2^{3x+4}=2^{10}$

$2^{4x-4-(3x+4)}=2^{10}$

$\therefore 2^{x-8}=2^{10}$ • 80% 배점

답 구하기 따라서 $x-8=10$이므로

$x=18$ • 20% 배점

답 18

밑을 2로 같게 한 후 $2^m=2^n$이면 $m=n$임을 이용한다.

187 해결 과정 ① (가)에서

$2^5+2^5+2^5+2^5=4\times2^5=2^2\times2^5$

$=2^7=2^x$

$\therefore x=7$ • 30% 배점

해결 과정 ② (나)에서

$5^3\times5^3\times5^3\times5^3\times5^3\times5^3=(5^3)^6=5^{18}=(5^2)^9$

$=25^9=25^y$

$\therefore y=9$ • 30% 배점

해결 과정 ③ (다)에서

$\{(13^2)^3\}^2=(13^6)^2=13^{12}=13^z$

$\therefore z=12$ • 30% 배점

답 구하기 $\therefore x+y+z=7+9+12=28$ • 10% 배점

답 28

l, m, n이 자연수일 때
$\{(a^l)^m\}^n=a^{lmn}$

188 문제 이해 $25=5^2$, $125=5^3$이므로 • 10% 배점

해결 과정 $\frac{25^4+125^3}{25\times125+125^2}=\frac{(5^2)^4+(5^3)^3}{5^2\times5^3+(5^3)^2}$

$=\frac{5^8+5^9}{5^5+5^6}$

$=\frac{5^3(5^5+5^6)}{5^5+5^6}$

$=5^3$ • 60% 배점

답 구하기 이때 a는 소수이므로

$a=5$, $b=3$

$\therefore a+b=5+3=8$ • 30% 배점

답 8

$\frac{5^8+5^9}{5^5+5^6}=\frac{5^8(1+5)}{5^5(1+5)}$
$=\frac{5^8\times6}{5^5\times6}$
$=5^3$
으로 풀 수도 있다.

189 해결 과정 ① $2^1=2$, $2^2=4$, $2^3=8$, $2^4=16$, $2^5=32$, …이므로 2의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 2, 4, 8, 6의 순서로 반복된다.

이때 $150=4\times37+2$이므로 2^{150}의 일의 자리의 숫자는 2^2의 일의 자리의 숫자와 같은 4이다. • 40% 배점

해결 과정 ② $3^1=3$, $3^2=9$, $3^3=27$, $3^4=81$, $3^5=243$, …이므로 3의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1의 순서로 반복된다.

이때 $120=4\times30$이므로 3^{120}의 일의 자리의 숫자는 3^4의 일의 자리의 숫자와 같은 1이다. • 40% 배점

답 구하기 따라서 $A=2^{150}+3^{120}$의 일의 자리의 숫자는 $4+1=5$이다. • 20% 배점

답 5

190 해결 과정 ① $6x^6y^5\div\left\{3x^Ay^2\div\frac{1}{(-2xy)^B}\right\}$

$=6x^6y^5\div\{3x^Ay^2\times(-2xy)^B\}$

$=6x^6y^5\div\{3\times(-2)^Bx^{A+B}y^{2+B}\}$

$=6x^6y^5\times\frac{1}{3\times(-2)^Bx^{A+B}y^{2+B}}$

$=2\times\frac{1}{(-2)^B}\times x^{6-A-B}\times y^{3-B}$

• 50% 배점

지수법칙을 이용하여 괄호를 푼 후 나눗셈을 나누는 식의 역수의 곱셈으로 바꾸어 계산한다.

해결 과정 ② 즉 $2\times\frac{1}{(-2)^B}\times x^{6-A-B}\times y^{3-B}=Cxy^2$

에서 $6-A-B=1$, $3-B=2$이므로

$A=4$, $B=1$

또 $2\times\frac{1}{(-2)^B}=C$이므로

$C=2\times\frac{1}{-2}=-1$ • 40% 배점

답 구하기 $\therefore A+B+C=4+1+(-1)$

$=4$ • 10% 배점

답 4

$3-B=2$에서
$-B=-1$
$\therefore B=1$
$B=1$을 $6-A-B=1$에 대입하면
$6-A-1=1$
$-A=-4$
$\therefore A=4$

191 전략 (소괄호) ➡ {중괄호} ➡ [대괄호]의 순서로 풀어 주어진 식을 간단히 한다.

풀이 $5x-[3x-y-\{ax+7y-(6x+by)\}]$

$=5x-\{3x-y-(ax+7y-6x-by)\}$

$=5x-[3x-y-\{(a-6)x+(7-b)y\}]$

$=5x-\{3x-y-(a-6)x-(7-b)y\}$

$=5x-\{(9-a)x+(-8+b)y\}$

$=5x-(9-a)x-(-8+b)y$

$=(-4+a)x+(8-b)y$

따라서 $-4+a=-2$, $8-b=5$이므로 $a=2$, $b=3$

$\therefore ab=2\times3=6$ 답 ⑤

192 전략 주어진 조건을 만족시키는 식을 세운다.

풀이 $(-x^2+5)+A+(3x^2+4x-7)=4x^2-x+3$

$A+2x^2+4x-2=4x^2-x+3$

$\therefore A=4x^2-x+3-(2x^2+4x-2)$
$=4x^2-x+3-2x^2-4x+2$
$=2x^2-5x+5$ 답 $2x^2-5x+5$

193 전략 (다항식)÷(단항식)은 분수의 꼴로 고친 후 분자의 각 항을 분모로 나누어 계산한다.

풀이 (주어진 식)$=3x(-4x+7)-\dfrac{-8x^4+6x^3}{2x^2}$
$=-12x^2+21x+4x^2-3x$
$=-8x^2+18x$
따라서 $a=-8$, $b=18$이므로
$b-a=18-(-8)=26$ 답 ③

194 전략 분자의 각 항을 분모로 나눈다.

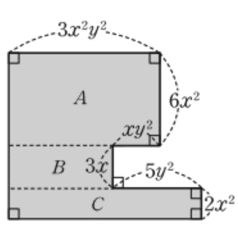
풀이 (주어진 식)
$=3x^2-7x+3-(5x^2-6x-1)+3x^2+2x-6$
$=3x^2-7x+3-5x^2+6x+1+3x^2+2x-6$
$=x^2+x-2$
따라서 $x^2+x-2=ax^2+x^b+c$이므로
$a=1$, $b=1$, $c=-2$
$\therefore a+b+c=1+1-2=0$ 답 ①

$\dfrac{A+B+C}{D}$
$=\dfrac{A}{D}+\dfrac{B}{D}+\dfrac{C}{D}$

195 전략 (다항식)÷(단항식)은 다항식의 역수의 곱셈으로 바꾸고 분배법칙을 이용하여 계산한다.

풀이 (1) (주어진 식)$=\left(\dfrac{4}{3}x^2y-\dfrac{2}{3}xy^2+\dfrac{1}{3}y\right)\times\dfrac{3}{xy}$
$=4x-2y+\dfrac{1}{x}$
(2) $x=1$, $y=-17$을 (1)의 식에 대입하면
$4x-2y+\dfrac{1}{x}=4\times1-2\times(-17)+\dfrac{1}{1}$
$=39$
답 (1) $4x-2y+\dfrac{1}{x}$ (2) 39

196 문제 이해 오른쪽 그림과 같이 주어진 도면을 세 부분으로 나누고 각각의 넓이를 A, B, C라 하자.
• 10% 배점



해결 과정 각 부분의 넓이를 구하면
$A=3x^2y^2\times6x^2=18x^4y^2$
$B=(3x^2y^2-xy^2)\times3x=9x^3y^2-3x^2y^2$
$C=(3x^2y^2-xy^2+5y^2)\times2x^2$
$=6x^4y^2-2x^3y^2+10x^2y^2$ • 60% 배점
답 구하기 따라서 거실의 넓이는
$A+B+C$
$=18x^4y^2+(9x^3y^2-3x^2y^2)+(6x^4y^2-2x^3y^2+10x^2y^2)$
$=24x^4y^2+7x^3y^2+7x^2y^2$ • 30% 배점
답 $24x^4y^2+7x^3y^2+7x^2y^2$

197 전략 잘못 본 수를 각각 p, q로 놓고 식을 세운다.

풀이 -3을 p로 잘못 보았다고 하면
$(x+5)(x+p)=x^2+(5+p)x+5p$
이므로 $5+p=8$, $5p=A$
$\therefore p=3$, $A=15$
또 x의 계수 4를 q로 잘못 보았다고 하면
$(qx-1)(x+2)=qx^2+(2q-1)x-2$
이므로 $q=B$, $2q-1=9$ $\therefore B=q=5$
$\therefore A-B=15-5=10$ 답 10

$2q-1=9$에서
$2q=10$
$\therefore q=5$

198 전략 곱셈 공식을 이용한다.

풀이 (직육면체의 겉넓이)
$=2\{(2x+5)(x-4)+(x+4)(x-4)$
$+(2x+5)(x+4)\}$
$=2(2x^2-3x-20+x^2-16+2x^2+13x+20)$
$=2(5x^2+10x-16)$
$=10x^2+20x-32$ 답 ④

가로의 길이가 a, 세로의 길이가 b, 높이가 c인 직육면체의 겉넓이는
$2(ab+bc+ca)$

199 전략 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$을 이용한다.

풀이 $(3x+A)^2=9x^2+6Ax+A^2$이므로
$6A=B$, $A^2=25$
$A^2=25$에서 $A=-5$ 또는 $A=5$
$A=-5$일 때,
$B=6\times(-5)=-30$
$A=5$일 때,
$B=6\times5=30$
$\therefore A=-5$, $B=-30$ 또는 $A=5$, $B=30$
답 ①, ⑤

200 전략 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$을 이용한다.

풀이 $(a-b)^2(a+b)^2(a^2+b^2)^2(a^4+b^4)^2$
$=\{(a-b)(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4)\}^2$
$=\{(a^2-b^2)(a^2+b^2)(a^4+b^4)\}^2$
$=\{(a^4-b^4)(a^4+b^4)\}^2$
$=(a^8-b^8)^2$
$=a^{16}-2a^8b^8+b^{16}$
답 $a^{16}-2a^8b^8+b^{16}$

m이 자연수일 때,
$a^mb^m=(ab)^m$

201 전략 약속에 따라 식을 세운 후 A, B, C를 대입한다.

풀이 $\langle\langle A,\ B\rangle,\ C\rangle$
$=\langle A-B^2,\ C\rangle$
$=A-B^2-C^2$
$=(5x^2+7x+2)-(2x-1)^2-(4x+9)^2$
$=(5x^2+7x+2)-(4x^2-4x+1)$
$-(16x^2+72x+81)$
$=5x^2+7x+2-4x^2+4x-1-16x^2-72x-81$
$=-15x^2-61x-80$ 답 ①

다항식을 대입할 때는 괄호로 묶는다.

202 전략 곱셈 공식을 이용하여 식을 전개한 후 동류항끼리 계산한다.

풀이 $4(x-3)^2-(x+1)(x-1)$
$=4(x^2-6x+9)-(x^2-1)$
$=4x^2-24x+36-x^2+1$
$=3x^2-24x+37$
따라서 $a=3$, $b=-24$, $c=37$이므로
$a+2b+c=3-48+37=-8$

답 ①

203 전략 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$을 이용한다.

풀이 $(3x+2)(x-7)(3x-2)(x+7)$
$=(3x+2)(3x-2)(x+7)(x-7)$
$=(9x^2-4)(x^2-49)$
이므로
$A=9$, $B=-4$, $C=-49$
$\therefore AB-C=9\times(-4)-(-49)=13$

답 ③

참고 주어진 식에서 차례로 두 개씩 묶어서 전개하면
$(3x+2)(x-7)(3x-2)(x+7)$
$=(3x^2-19x-14)(3x^2+19x-14)$
이므로 $(Ax^2+B)(x^2+C)$ 꼴이 나오지 않는다.

204 전략 $225=a$로 놓고 곱셈 공식을 이용하여 식을 간단히 한다.

풀이 $225=a$라 하면
(주어진 식)$=a(a+2)-2a-(a-1)(a+1)$
$=a^2+2a-2a-(a^2-1)$
$=a^2-a^2+1=1$

답 1

205 전략 곱셈 공식 $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$는 두 수의 곱의 계산에서 이용된다.

풀이 ① $3.96^2=(4-0.04)^2$이므로
$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$을 이용하는 것이 가장 편리하다.
② $2002^2=(2000+2)^2$이므로 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$을 이용하는 것이 가장 편리하다.
③ $296\times305=(300-4)(300+5)$이므로
$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$를 이용하는 것이 가장 편리하다.
④ $79\times81=(80-1)(80+1)$이므로
$(a-b)(a+b)=a^2-b^2$을 이용하는 것이 가장 편리하다.
⑤ $5.03\times4.97=(5+0.03)(5-0.03)$이므로
$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$을 이용하는 것이 가장 편리하다.

답 ③

$(a-b)^2+4ab$
$=4^2+4\times5$
$=36$
으로 풀어도 된다.

$(a-b)(a+b)$
$=a^2-b^2$

$x^2+y^2=(x-y)^2+2xy$
$=(x+y)^2-2xy$

206 전략 $a^2+b^2=(a-b)^2+2ab$를 이용한다.

풀이 조건 (가)에서
$x=a^2+b^2=(a-b)^2+2ab=4^2+2\times5=26$
조건 (나)에서
$y=(a+b)^2=a^2+2ab+b^2=26+2\times5=36$
$\therefore 2x-y=2\times26-36=16$

답 16

다른풀이 $2x-y=2(a^2+b^2)-(a+b)^2$
$=2a^2+2b^2-(a^2+2ab+b^2)$
$=a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$
$=4^2=16$

207 전략 x, y, z를 같은 문자에 대한 식으로 정리한다.

풀이 $x:y:z=1:2:7$이므로
$x=k$, $y=2k$, $z=7k$ (k는 0이 아닌 상수)
라 하고 주어진 식에 대입하면
$$\frac{y^2+yz-2x^2}{x^2-xy+z^2}=\frac{4k^2+14k^2-2k^2}{k^2-2k^2+49k^2}=\frac{16k^2}{48k^2}=\frac{1}{3}$$

답 $\frac{1}{3}$

208 전략 $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$, $x^2+y^2=(x-y)^2+2xy$를 이용한다.

풀이 $(ax-by)(bx-ay)$
$=abx^2-a^2xy-b^2xy+aby^2$
$=ab(x^2+y^2)-(a^2+b^2)xy$
이때 x^2+y^2, a^2+b^2의 값을 구하면
$x^2+y^2=(x-y)^2+2xy$
$=4^2+2\times(-3)=10$
$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$
$=2^2-2\times(-1)=6$
$\therefore ab(x^2+y^2)-(a^2+b^2)xy$
$=(-1)\times10-6\times(-3)$
$=-10+18=8$

답 ⑤

209 전략 (원기둥의 겉넓이)$=$(밑넓이)$\times2+$(옆넓이)를 이용한다.

풀이 $S=2\pi r^2+2\pi rh$이므로
$2\pi rh=S-2\pi r^2$
$\therefore h=\frac{S-2\pi r^2}{2\pi r}$

답 ①

210 전략 주어진 등식을 간단히 하여 A를 b, c, d에 대한 식으로 나타낸다.

풀이 $[a,\ b]+[a+b,\ c]+[a+b+c,\ A]$
$$=\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{a+b}\right)+\left(\frac{1}{a+b}-\frac{1}{a+b+c}\right)+\left(\frac{1}{a+b+c}-\frac{1}{a+b+c+A}\right)$$
$$=\frac{1}{a}-\frac{1}{a+b+c+A}$$

또 $[a,\ d]=\frac{1}{a}-\frac{1}{a+d}$이므로

$$\frac{1}{a}-\frac{1}{a+b+c+A}=\frac{1}{a}-\frac{1}{a+d}$$

$$\therefore \frac{1}{a+b+c+A}=\frac{1}{a+d}$$

따라서 $a+b+c+A=a+d$이므로

$A=d-b-c$　　답 $A=d-b-c$

$a+b+c+A=a+d$ 이므로
$A=a+d-(a+b+c)=d-b-c$

211 전략 주어진 등식을 x에 대하여 푼다.

풀이 $2x-ay+3=0$에서

$2x=ay-3$　　$\therefore x=\frac{ay-3}{2}$

$x=\frac{ay-3}{2}$을 $4x^2+2x-5y$에 대입하면

$$\begin{aligned}&4x^2+2x-5y\\&=4\times\left(\frac{ay-3}{2}\right)^2+2\times\frac{ay-3}{2}-5y\\&=4\times\frac{a^2y^2-6ay+9}{4}+2\times\frac{ay-3}{2}-5y\\&=a^2y^2-6ay+9+ay-3-5y\\&=a^2y^2+(-5a-5)y+6\end{aligned}$$

분배법칙을 이용하여 전개한 후 동류항끼리 정리한다.

따라서 $-5a-5=5$이므로

$-5a=10$　　$\therefore a=-2$　　답 ②

212 전략 $\frac{y+1}{xy-x}=1$을 x 또는 y에 대하여 풀어 주어진 식에 대입한다.

풀이 $\frac{y+1}{xy-x}=1$에서　　$y+1=xy-x$

$x(y-1)=y+1$　　$\therefore x=\frac{y+1}{y-1}$

$x=\frac{y+1}{y-1}$을 $\frac{2x+2y+1}{xy+x+y}$에 대입하면

$$\frac{2\times\frac{y+1}{y-1}+2y+1}{\frac{y+1}{y-1}\times y+\frac{y+1}{y-1}+y}$$

분모, 분자에 각각 $y-1$을 곱하면

$$\frac{2(y+1)+2y(y-1)+y-1}{y(y+1)+(y+1)+y(y-1)}$$

$$=\frac{2y^2+y+1}{2y^2+y+1}=1$$　　답 ②

다른풀이 $\frac{y+1}{xy-x}=1$이므로

$y+1=xy-x$　　$\therefore xy=x+y+1$

$$\therefore \frac{2x+2y+1}{xy+x+y}=\frac{2x+2y+1}{(x+y+1)+x+y}=\frac{2x+2y+1}{2x+2y+1}=1$$

213 전략 밑면의 반지름의 길이가 같을 때, 두 원기둥의 높이의 비는 부피의 비와 같다.

풀이 반지름의 길이가 같고 부피의 비가 3 : 7이므로 높이의 비는 3 : 7이다.

즉 $a:b=3:7$이므로

$7a=3b$　　$\therefore b=\frac{7}{3}a$

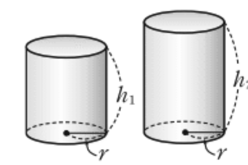
$$\therefore \frac{-4a+3b}{\frac{2}{3}a+b}=\frac{-4a+3\times\frac{7}{3}a}{\frac{2}{3}a+\frac{7}{3}a}=\frac{3a}{3a}=1$$

$$\frac{-4a+3\times\frac{7}{3}a}{\frac{2}{3}a+\frac{7}{3}a}=\frac{-4a+7a}{\frac{9}{3}a}=\frac{3a}{3a}$$

답 ①

보충학습

오른쪽 그림과 같은 두 원기둥의 부피는 각각 πr^2h_1, πr^2h_2이다.
따라서 부피의 비는 $\pi r^2h_1:\pi r^2h_2$, 즉 $h_1:h_2$이므로 높이의 비와 같다.



214 해결 과정 $(a+2b-c)(2a+1)-3ac$

$$\begin{aligned}&=2a^2+a+4ab+2b-2ac-c-3ac\\&=2a^2+4ab-5ac+a+2b-c\end{aligned}$$

• 70% 배점

답 구하기 따라서 상수항을 포함한 모든 항의 계수의 합은

$2+4-5+1+2-1=3$　　• 30% 배점

답 3

다른풀이 상수항을 포함한 모든 항의 계수의 합은 모든 문자에 1을 대입한 값과 같으므로 구하는 합은

$(1+2-1)(2+1)-3=6-3=3$

만점비법

상수항을 포함한 계수의 총합

① ax^2+bx+c에서 $a+b+c$의 값
→ ax^2+bx+c에 $x=1$을 대입한 것과 같다.

② $ax+by+c$에서 $a+b+c$의 값
→ $ax+by+c$에 $x=1$, $y=1$을 대입한 것과 같다.

215 해결 과정 ① $(3x-2A)^2=9x^2-12Ax+4A^2$이므로

$-12A=5k-2$, $4A^2=64$

$A^2=16$이므로　　$A=-4$ 또는 $A=4$　　• 30% 배점

해결 과정 ② (i) $A=-4$일 때,

$48=5k-2$이므로

$5k=50$　　$\therefore k=10$

(ii) $A=4$일 때,

$-48=5k-2$이므로

$5k=-46$　　$\therefore k=-\frac{46}{5}$　　• 50% 배점

답 구하기 (i), (ii)에서 k는 정수이므로

$k=10$　　• 20% 배점

답 10

216 해결 과정 $397\times403\times(20^4+9)$

$=(400-3)(400+3)(20^4+9)$

$=(400^2-9)(20^4+9)$

$=(20^4-9)(20^4+9)$

$=20^8-81$ • 80% 배점

$400^2=(20^2)^2=20^4$

답 구하기 따라서 $x=8$, $y=81$이므로

$x+y=8+81=89$ • 20% 배점

답 89

217 문제 이해 $x^2+4x+1=0$의 양변을 x로 나누면

$x+4+\frac{1}{x}=0 \qquad \therefore x+\frac{1}{x}=-4$ • 30% 배점

해결 과정 $x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2$

$=(-4)^2-2=14$ • 40% 배점

답 구하기 $\therefore 5x^2+x+\frac{1}{x}+\frac{5}{x^2}$

$=5\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)+\left(x+\frac{1}{x}\right)$

$=5\times14-4$

$=66$ • 30% 배점

답 66

218 해결 과정 ① A, B, C 세 학생의 점수를 각각 a점, b점, c점이라 하면

$\frac{a+b+c}{3}=m$

$\therefore a+b+c=3m$ …… ㉠ • 30% 배점

해결 과정 ② 또 A, B, C, D 네 학생의 평균은

$\frac{a+b+c+x}{4}=m+2p$ • 20% 배점

답 구하기 ㉠을 위의 식에 대입하면

$\frac{3m+x}{4}=m+2p$

$3m+x=4(m+2p)$

$x=4m+8p-3m$

$\therefore x=m+8p$ • 50% 배점

답 $x=m+8p$

219 해결 과정 원가가 S원인 운동화에 $a\,\%$의 이익을 붙여 정가를 매겼으므로 정가는 $S\left(1+\frac{a}{100}\right)$원이고, 정가에서 $b\,\%$를 할인하여 T원에 판매하므로

$T=S\left(1+\frac{a}{100}\right)\left(1-\frac{b}{100}\right)$ • 50% 배점

답 구하기 이 식을 b에 대하여 풀면

$T=\frac{S(a+100)}{100}\left(1-\frac{b}{100}\right)$

$\frac{100T}{S(a+100)}=1-\frac{b}{100}$

$\frac{b}{100}=1-\frac{100T}{S(a+100)}$

$\therefore b=100-\frac{10000T}{S(a+100)}$ • 50% 배점

답 $b=100-\frac{10000T}{S(a+100)}$

① (정가)
$=$(원가)
$\times\{1+$(이익률)$\}$
② (판매 금액)
$=$(정가)
$\times\{1-$(할인율)$\}$

$b=$(b 이외의 다른 문자에 대한 식) 꼴로 나타낸다.

주어진 식을 상수항의 합이 같은 식끼리 묶는다.

220 해결 과정 ① $x^2-7x-3=0$에서

$x^2-7x=3$ • 20% 배점

해결 과정 ② (주어진 식)

$=(x+2)(x-9)(x-3)(x-4)$

$=(x^2-7x-18)(x^2-7x+12)$

• 40% 배점

답 구하기 $x^2-7x=3$을 대입하면

(주어진 식)$=(3-18)(3+12)$

$=(-15)\times15$

$=-225$ • 40% 배점

답 -225

두 문자를 한 문자에 대하여 정리한 후 주어진 식에 대입한다.

221 해결 과정 ① $a+b+c=4$에서

$a+b=4-c$, $a+c=4-b$, $b+c=4-a$

• 30% 배점

해결 과정 ② $\therefore \frac{(4-c)^2}{a+b}+\frac{(a+c)^2}{4-b}+\frac{(4-a)^2}{b+c}$

$=\frac{(4-c)^2}{4-c}+\frac{(4-b)^2}{4-b}+\frac{(4-a)^2}{4-a}$

$=(4-c)+(4-b)+(4-a)$ • 50% 배점

$b\neq4$
$a+b\neq0$이므로
$c\neq4$
$b+c\neq0$이므로
$a\neq4$

답 구하기 $a+b+c=4$이므로

(주어진 식)$=12-(a+b+c)$

$=12-4$

$=8$ • 20% 배점

답 8

교과서 속 창의유형

본책 44~45쪽

222 [문제 해결 길잡이]

❶ [1단계], [2단계], [3단계], [4단계], …에서 남아 있는 정삼각형의 넓이의 합을 각각 구한 후 규칙을 찾는다.

❷ [5단계]에서 남아 있는 정삼각형의 넓이의 합을 구한다.

❸ [10단계]에서 남아 있는 정삼각형의 넓이의 합을 구한다.

❹ ❷, ❸에서 구한 값을 이용하여 [10단계]에서 남아 있는 정삼각형의 넓이의 합이 [5단계]에서 남아 있는 정삼각형의 넓이의 합의 몇 배인지 구한다.

풀이 처음 정삼각형의 넓이가 a이므로 [1단계]에서 남아 있는 정삼각형의 넓이의 합은

$\frac{3}{4}\times a=\frac{3}{4}a$

[2단계]에서 남아 있는 정삼각형의 넓이의 합은

$\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}a=\left(\frac{3}{4}\right)^2a$

[3단계]에서 남아 있는 정삼각형의 넓이의 합은

$$\frac{3}{4}\times\left(\frac{3}{4}\right)^2a=\left(\frac{3}{4}\right)^3a$$

$$\vdots$$

따라서 한 단계가 증가할 때마다 남아 있는 정삼각형의 넓이의 합은 전 단계의 $\frac{3}{4}$배가 되므로 [n단계]에서 남아 있는 정삼각형의 넓이의 합은 $\left(\frac{3}{4}\right)^n a$이다. ❶

(1) [5단계]에서 남아 있는 정삼각형의 넓이의 합은

$\left(\frac{3}{4}\right)^5 a$ ❷

(2) [10단계]에서 남아 있는 정삼각형의 넓이의 합은

$\left(\frac{3}{4}\right)^{10} a$ ❸

(3) [10단계]에서 남아 있는 정삼각형의 넓이의 합은 [5단계]에서 남아 있는 정삼각형의 넓이의 합의

$\left(\frac{3}{4}\right)^{10}a\div\left(\frac{3}{4}\right)^5 a=\left(\frac{3}{4}\right)^5$(배)이다. ❹

답 (1) $\left(\frac{3}{4}\right)^5 a$ (2) $\left(\frac{3}{4}\right)^{10} a$ (3) $\left(\frac{3}{4}\right)^5$배

223 [문제 해결 길잡이]

❶ 세 개의 그림을 이용하여 쌓기나무의 총 개수를 구한다.
❷ 쌓기나무 한 개의 부피를 구한다.
❸ ❶, ❷에서 구한 값을 이용하여 쌓기나무 전체의 부피를 구한다.

풀이 주어진 세 개의 그림을 이용하여 쌓기나무가 각 위치에 쌓여 있는 개수를 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 쌓기나무의 총 개수는 20개이다. ❶

	1	5	1	1
	1	1	1	
1	1	4		
1	1	1		

$1+5+1+1+1+1+1+1+1+4+1+1+1=20$

이때 쌓기나무 한 개의 부피는

$$2(3x+y)(3x-y)=2(9x^2-y^2)$$
$$=18x^2-2y^2 \text{ ❷}$$

따라서 쌓기나무 전체의 부피는

$$20(18x^2-2y^2)=360x^2-40y^2 \text{ ❸}$$

답 $360x^2-40y^2$

224 [문제 해결 길잡이]

❶ 주어진 과정에 따라 42^2의 값을 구한다.
❷ 곱셈 공식을 이용하여 42^2의 값을 구한다.
❸ ❶, ❷에서 구한 값을 비교한다.

풀이 (1) 42의 십의 자리의 숫자는 4, 일의 자리의 숫자는 2이므로

$$(42+2)\times40+2^2=44\times40+4=1764 \text{ ❶}$$

(2) 42^2의 값을 곱셈 공식을 이용하여 구하면

$$42^2=(40+2)^2=40^2+2\times40\times2+2^2$$
$$=1600+160+4=1764 \text{ ❷}$$

따라서 42^2을 베다 수학을 이용하여 구한 값과 곱셈 공식을 이용하여 구한 값이 같다. ❸

답 풀이 참조

Ⅲ 방정식

05 | 연립일차방정식

개념&기출유형

본책 48~51쪽

225 (ㄱ) 등식이 아니므로 방정식이 아니다.
(ㄷ) xy항이 있으므로 일차방정식이 아니다.
(ㅂ) $x-3y=3x-3y$에서 $-2x=0$
따라서 미지수가 1개인 일차방정식이다.
이상에서 미지수가 2개인 일차방정식인 것은 (ㄴ), (ㄹ), (ㅁ)이다.

답 (ㄴ), (ㄹ), (ㅁ)

x 또는 y에 1, 2, 3, …을 차례로 대입한다. 이때 계수의 절댓값이 큰 문자에 먼저 1, 2, 3, …을 차례로 대입하여 나머지 문자의 값을 찾는 것이 편리하다.

226 ① $x+2y=9$의 해는 (1, 4), (3, 3), (5, 2), (7, 1)의 4개이다.
② $2x+3y=10$의 해는 (2, 2)의 1개이다.
③ $3x+2y=16$의 해는 (2, 5), (4, 2)의 2개이다.
④ $4x+3y=19$의 해는 (1, 5), (4, 1)의 2개이다.
⑤ $5x+2y=10$의 해는 없다.
따라서 해의 개수가 가장 많은 것은 ①이다.

답 ①

$x=p$, $y=q$가 일차방정식 $ax+by+c=0$의 해이면 $ap+bq+c=0$이 성립한다.

227 $x=1$, $y=-4$를 $ax-y-7=0$에 대입하면

$a+4-7=0$ $\therefore a=3$

$x=b$, $y=5$를 $3x-y-7=0$에 대입하면

$3b-5-7=0$ $\therefore b=4$

$\therefore a+b=7$

답 7

228 십의 자리의 숫자가 x, 일의 자리의 숫자가 y인 두 자리의 자연수는 $10x+y$이고, 십의 자리의 숫자가 y, 일의 자리의 숫자가 x인 두 자리의 자연수는 $10y+x$이므로 구하는 연립방정식은

$$\begin{cases}x+y=9\\10y+x=10x+y+27\end{cases}$$

답 $\begin{cases}x+y=9\\10y+x=10x+y+27\end{cases}$

229 $x+2y=11$의 해는

(1, 5), (3, 4), (5, 3), (7, 2), (9, 1)

또 $3x+y=13$의 해는

(1, 10), (2, 7), (3, 4), (4, 1)

따라서 연립방정식의 해는

(3, 4)

답 (3, 4)

230 $x=-1$, $y=1$을 $ax-4y=-5$에 대입하면

$-a-4=-5$ $\therefore a=1$

$x=-1,\ y=1$을 $3x+by=7$에 대입하면

$-3+b=7 \qquad \therefore b=10$

$\therefore ab=10$

답 10

231 주어진 연립방정식의 해는 세 방정식을 모두 만족시키므로 연립방정식

$\begin{cases} 4x+5y=-1 & \cdots\cdots ㉠ \\ x=-3y+5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

의 해와 같다.

㉡을 ㉠에 대입하면

$4(-3y+5)+5y=-1$

$-7y=-21 \qquad \therefore y=3$

$y=3$을 ㉡에 대입하면

$x=-9+5=-4$

따라서 $x=-4,\ y=3$을 $2x+y=a$에 대입하면

$-8+3=a \qquad \therefore a=-5$

답 ②

> 먼저 a를 포함하지 않은 두 일차방정식으로 연립방정식을 세워서 해를 구한다.

232 $\begin{cases} y=3x+1 & \cdots\cdots ㉠ \\ y=-2x+6 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 ㉡에 대입하면

$3x+1=-2x+6$

$5x=5 \qquad \therefore x=1$

$x=1$을 ㉠에 대입하면

$y=3+1=4$

$\therefore x^2-3xy+y^2=1^2-3\times1\times4+4^2$

$=1-12+16$

$=5$

답 5

> 두 일차방정식을 모두 만족시키는 x, y의 값은 연립방정식의 해이다.

233 $y=2x+2$를 $5x-2y=-1$에 대입하면

$5x-2(2x+2)=-1$

$5x-4x-4=-1 \qquad \therefore x=3$

$x=3$을 $y=2x+2$에 대입하면

$y=2\times3+2=8$

따라서 주어진 연립방정식의 해는 $x=3,\ y=8$이다.

$x=3,\ y=8$을 각 일차방정식에 대입하면

① $-7\times3+2\times8=-5\neq5$

② $-5\times3-8=-23\neq-7$

③ $3-8=-5$

④ $3\times3-8=1\neq-1$

⑤ $7\times3-3\times8=-3$

답 ③, ⑤

> $x=p,\ y=q$를 일차방정식 $ax+by+c=0$에 대입하였을 때 등식이 성립하면 $x=p,\ y=q$는 일차방정식 $ax+by+c=0$의 해이다.

234 ㉠$\times3$을 하면 $\quad 15x-6y=24$

㉡$\times5$를 하면 $\quad 5ax+35y=65$

㉠$\times3-$㉡$\times5$를 하면

$(15-5a)x-41y=-41$

이때 x가 없어지려면 $\quad 15-5a=0$

$\therefore a=3$

답 ⑤

> x가 없어지려면 x의 계수가 0이어야 한다.

235 $\begin{cases} -4x+7y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-4y=3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times3+$㉡$\times4$를 하면

$5y=15 \qquad \therefore y=3$

$y=3$을 ㉡에 대입하면

$3x-12=3, \qquad 3x=15$

$\therefore x=5$

$\therefore 2x+y=2\times5+3=13$

답 13

> 해를 주어진 일차방정식에 대입하여 a, b에 대한 연립방정식을 세운다.

236 $x=1,\ y=3$을 $ax+by=2$에 대입하면

$a+3b=2 \qquad \cdots\cdots ㉠$

$x=3,\ y=13$을 $ax+by=2$에 대입하면

$3a+13b=2 \qquad \cdots\cdots ㉡$

㉠$\times3-$㉡을 하면

$-4b=4 \qquad \therefore b=-1$

$b=-1$을 ㉠에 대입하면

$a-3=2 \qquad \therefore a=5$

$\therefore ab=-5$

답 ②

237 $\begin{cases} 5x-2(x+y)=-3 \\ 3(x-y)-4x=-10 \end{cases}$ 에서

$\begin{cases} 3x-2y=-3 & \cdots\cdots ㉠ \\ -x-3y=-10 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$+$㉡$\times3$을 하면

$-11y=-33 \qquad \therefore y=3$

$y=3$을 ㉡에 대입하면

$-x-9=-10 \qquad \therefore x=1$

답 ④

238 $0.5x-0.4y=-1$의 양변에 10을 곱하면

$5x-4y=-10 \qquad \cdots\cdots ㉠$

$(x-1):(y-2)=1:3$에서

$3(x-1)=y-2 \qquad \therefore 3x-y=1 \qquad \cdots\cdots ㉡$

㉠$-$㉡$\times4$를 하면

$-7x=-14 \qquad \therefore x=2$

$x=2$를 ㉡에 대입하면

$6-y=1 \qquad \therefore y=5$

답 $x=2,\ y=5$

> $a:b=c:d$이면 $ad=bc$

> $A=B=C$ 꼴의 연립방정식에서는 $\begin{cases} A=B \\ A=C \end{cases}$, $\begin{cases} A=B \\ B=C \end{cases}$, $\begin{cases} A=C \\ B=C \end{cases}$ 중 가장 간단한 것을 선택하여 푼다.

239 $\begin{cases} \dfrac{3y-4x+1}{2}=2x-y & \cdots\cdots ㉠ \\ \dfrac{3x-y}{3}=2x-y & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times2$를 하면

$3y-4x+1=4x-2y$

$\therefore 8x-5y=1 \qquad \cdots\cdots ㉢$

㉡$\times3$을 하면

$3x-y=6x-3y$
$\therefore 3x-2y=0$ …… ㉣
㉢×2−㉣×5를 하면
$x=2$
$x=2$를 ㉣에 대입하면
$6-2y=0 \quad \therefore y=3$
따라서 $a=2$, $b=3$이므로
$a+b=5$ 답 5

240 $\begin{cases} 3x+ay=2 \\ -\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}y=b \end{cases}$에서 $\begin{cases} 3x+ay=2 \\ 3x-2y=-6b \end{cases}$이므로
$a=-2$, $2=-6b$
$\therefore a=-2,\ b=-\frac{1}{3}$
답 $a=-2,\ b=-\frac{1}{3}$

241 $\begin{cases} (a-1)x+3y=1 \\ 2(x+3)-3(y+1)=b \end{cases}$에서
$\begin{cases} (1-a)x-3y=-1 \\ 2x-3y=b-3 \end{cases}$이므로
$1-a=2$, $-1\neq b-3$
$\therefore a=-1,\ b\neq 2$ 답 ④

242 $\begin{cases} 4x-y=2 \\ (a+5)x+3y=10 \end{cases}$에서 $\begin{cases} -12x+3y=-6 \\ (a+5)x+3y=10 \end{cases}$이므로
$a+5=-12 \quad \therefore a=-17$
답 −17

243 $\frac{1}{x}=X$, $\frac{1}{y}=Y$로 놓으면
$\begin{cases} \frac{5}{2}X-\frac{1}{4}Y=\frac{1}{4} & \cdots\cdots ㉠ \\ -\frac{2}{3}X+\frac{5}{6}Y=\frac{1}{8} & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠×4를 하면
$10X-Y=1$ …… ㉢
㉡×24를 하면
$-16X+20Y=3$ …… ㉣
㉢×20+㉣을 하면
$184X=23 \quad \therefore X=\frac{1}{8}$
$X=\frac{1}{8}$을 ㉢에 대입하면
$\frac{5}{4}-Y=1 \quad \therefore Y=\frac{1}{4}$
$X=\frac{1}{8}$에서 $\frac{1}{x}=\frac{1}{8}$이므로 $x=8$
$Y=\frac{1}{4}$에서 $\frac{1}{y}=\frac{1}{4}$이므로 $y=4$
답 $x=8,\ y=4$

만점 공략 BOX

미지수가 3개인 연립방정식의 풀이
→ 적당히 더하거나 빼서 미지수가 2개인 연립방정식으로 나타내어 해를 구한다.

x항의 계수가 같아지도록 두 방정식을 변형한다.

미지수의 계수는 각각 같으나 상수항이 다르면 연립방정식의 해는 없다.

우변의 항을 모두 좌변으로 이항한다.

2, 4의 최소공배수

3, 6, 8의 최소공배수

10000원을 내고 800원을 거슬러 받으므로 지불한 금액은 9200원이다.

요구르트와 우유의 개수는 자연수이다.

(3, 11)에서 3+11=14
(10, 6)에서 10+6=16
(17, 1)에서 17+1=18

244 (1) $\begin{cases} x+2y+z=-1 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+y+2z=-1 & \cdots\cdots ㉡ \\ 2x+6y+3z=1 & \cdots\cdots ㉢ \end{cases}$
㉠−㉡을 하면
$y-z=0$ …… ㉣
㉠×2−㉢을 하면
$-2y-z=-3$ …… ㉤
㉣에서 $y=z$이므로 이를 ㉤에 대입하면
$-3z=-3 \quad \therefore z=1$
$z=1$을 ㉣에 대입하면 $y=1$
$y=1$, $z=1$을 ㉠에 대입하면
$x+2+1=-1 \quad \therefore x=-4$

(2) $\begin{cases} x+y=7 & \cdots\cdots ㉠ \\ y+z=8 & \cdots\cdots ㉡ \\ z+x=11 & \cdots\cdots ㉢ \end{cases}$
㉠+㉡+㉢을 하면
$2(x+y+z)=26$
$\therefore x+y+z=13$ …… ㉣
㉣−㉠을 하면 $z=6$
㉣−㉡을 하면 $x=5$
㉣−㉢을 하면 $y=2$
답 (1) $x=-4,\ y=1,\ z=1$
(2) $x=5,\ y=2,\ z=6$

내신 만점 도전하기 본책 52~54쪽

245 전략 미지수가 2개인 일차방정식은 $ax+by+c=0$ (a, b, c는 상수, $a\neq 0$, $b\neq 0$) 꼴이다.
풀이 $3x^2-8x+y+1-ax^2-2x+by=0$에서
$(3-a)x^2-10x+(1+b)y+1=0$
$3-a=0$, $1+b\neq 0$이어야 하므로
$a=3,\ b\neq -1$ 답 ②

246 전략 x, y가 자연수일 때, 주어진 일차방정식의 해를 구한다.
풀이 x, y가 자연수일 때, $3x-5y=13$을 만족시키는 순서쌍 (x, y)는
(6, 1), (11, 4), (16, 7), (21, 10), (26, 13), (31, 16), …
이 중에서 최소공배수가 44인 것은 (11, 4)이므로
$x=11,\ y=4$
$\therefore x-y=7$ 답 ②

247 전략 x, y에 대한 일차방정식을 세운 후 x, y가 자연수일 때의 해를 구한다.
풀이 $500x+700y=9200$이므로
$5x+7y=92$
이때 x, y는 자연수이므로 $5x+7y=92$의 해는
(3, 11), (10, 6), (17, 1)
따라서 최대 18개를 살 수 있다. 답 ④

248 전략 주어진 기호의 약속에 따라 먼저 일차방정식을 구한다.

풀이 $(3x+1)*(5-y)=6$에서

$3x+1-2(5-y)=6$

$\therefore 3x+2y=15$

이때 x, y는 자연수이므로 $3x+2y=15$의 해는

$(1, 6), (3, 3)$

답 $(1, 6), (3, 3)$

249 전략 $x=a+2$, $y=a-2$를 주어진 두 방정식에 대입한다.

풀이 $x=a+2$, $y=a-2$를 $2x+y=20$에 대입하면

$2(a+2)+a-2=20$

$2a+4+a-2=20$

$3a=18 \quad \therefore a=6$

$x=8$, $y=4$를 $x+by=-16$에 대입하면

$8+4b=-16$

$4b=-24 \quad \therefore b=-6$

$\therefore a+b=0$

답 ③

순서쌍 (m, n)이 연립방정식의 해이면 $x=m$, $y=n$을 연립방정식을 이루는 두 일차방정식에 대입하였을 때 각각 참이 된다.

$a=6$이므로 $x=6+2=8$, $y=6-2=4$

250 문제 이해 주어진 연립방정식의 해는 세 방정식을 모두 만족시키므로 연립방정식 $\begin{cases} x+4y=18 \\ 3x+y=10 \end{cases}$의 해와 같다. • 10% 배점

해결 과정 x, y가 자연수일 때, $x+4y=18$의 해는

$(2, 4), (6, 3), (10, 2), (14, 1)$

$3x+y=10$의 해는

$(1, 7), (2, 4), (3, 1)$

따라서 연립방정식 $\begin{cases} x+4y=18 \\ 3x+y=10 \end{cases}$의 해는

$(2, 4)$ • 60% 배점

답 구하기 또 $(2, 4)$가 $-2x+y=m$의 해이므로

$m=-2\times2+4=0$ • 30% 배점

답 0

$|a|=\begin{cases} a\ (a\ge0) \\ -a\ (a<0) \end{cases}$

251 전략 먼저 $x+y=0$과 $y=-7x+6$의 연립방정식을 푼다.

풀이 $\begin{cases} y=-7x+6 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+y=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 ㉡에 대입하면

$x-7x+6=0, \quad 6x=6$

$\therefore x=1$

$x=1$을 ㉡에 대입하면

$1+y=0 \quad \therefore y=-1$

$x=1$, $y=-1$을 $2x+ay=1$에 대입하면

$2-a=1 \quad \therefore a=1$

답 1

x의 값과 y의 값의 합이 0이므로 $x+y=0$

252 문제 이해 주어진 두 연립방정식의 공통인 해는 네 일차방정식을 모두 만족시키므로 연립방정식

$\begin{cases} -4x+y=8 & \cdots\cdots ㉠ \\ x=-2y+7 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

의 해와 같다. • 10% 배점

해결 과정 ① ㉡을 ㉠에 대입하면

$-4(-2y+7)+y=8$

$8y-28+y=8, \quad 9y=36$

$\therefore y=4$

$y=4$를 ㉡에 대입하면

$x=-2\times4+7=-1$ • 40% 배점

해결 과정 ② $x=-1$, $y=4$를 $ax-3y=-6$에 대입하면

$-a-12=-6 \quad \therefore a=-6$

$x=-1$, $y=4$를 $5x+by=3$에 대입하면

$-5+4b=3, \quad 4b=8$

$\therefore b=2$ • 40% 배점

답 구하기 $\therefore b-a=2-(-6)=8$ • 10% 배점

답 8

253 전략 상수 a를 포함하지 않는 방정식을 이용하여 a를 잘못 보고 푼 연립방정식의 해를 먼저 구한다.

풀이 a를 A로 잘못 보았다고 하면

$y=-3x+A \quad \cdots\cdots ㉠$

$y=-11$을 $9x+2y=-4$에 대입하면

$9x-22=-4, \quad 9x=18$

$\therefore x=2$

$x=2$, $y=-11$을 ㉠에 대입하면

$-11=-6+A \quad \therefore A=-5$

답 ①

254 전략 $|y|=2|x|$에서 x의 값의 부호에 따라 나누어 생각한다.

풀이 $y>0$이고, $|y|=2|x|$이므로

$y=2x\ (x\ge0)$ 또는 $y=-2x\ (x<0)$

(i) $y=2x$를 $2x-3y=-8$에 대입하면

$2x-6x=-8 \quad \therefore x=2$

$x=2$를 $y=2x$에 대입하면

$y=4$

$x=2$, $y=4$를 $ax-y=-6$에 대입하면

$2a-4=-6 \quad \therefore a=-1$

(ii) $y=-2x$를 $2x-3y=-8$에 대입하면

$2x+6x=-8 \quad \therefore x=-1$

$x=-1$을 $y=-2x$에 대입하면

$y=2$

$x=-1$, $y=2$를 $ax-y=-6$에 대입하면

$-a-2=-6 \quad \therefore a=4$

(i), (ii)에서 a가 될 수 있는 모든 수의 합은

$(-1)+4=3$

답 ⑤

$x=2$는 $x\ge0$이므로 주어진 방정식의 해가 된다.

$x=-1$은 $x<0$이므로 주어진 방정식의 해가 된다.

255 전략 연립방정식 $\begin{cases} 5x+8y=-23 \\ -4x+6y=6 \end{cases}$의 해를 구한 후 a, b의 값을 연립방정식 $\begin{cases} ax+by=19 \\ bx+ay=1 \end{cases}$에 대입한다.

풀이 $\begin{cases} 5x+8y=-23 & \cdots\cdots ㉠ \\ -4x+6y=6 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×4+㉡×5를 하면

$62y=-62 \quad \therefore y=-1$

$y=-1$을 ㉠에 대입하면

$5x-8=-23 \quad \therefore x=-3$

따라서 $a=-3$, $b=-1$이므로

$\begin{cases} -3x-y=19 & \cdots\cdots ㉢ \\ -x-3y=1 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$

㉢−㉣×3을 하면

$8y=16 \quad \therefore y=2$

$y=2$를 ㉣에 대입하면

$-x-6=1 \quad \therefore x=-7$

답 $x=-7$, $y=2$

256 전략 지수법칙을 이용하여 일차방정식을 세운다.

풀이 $3^x \times 27^y=9^5$에서 $\quad 3^x\times(3^3)^y=(3^2)^5$

$3^x\times 3^{3y}=3^{10}, \quad 3^{x+3y}=3^{10}$

$\therefore x+3y=10$

따라서 주어진 연립방정식의 해는 세 방정식을 모두 만족시키므로 연립방정식

$\begin{cases} 4x-3y=10 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+3y=10 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

의 해와 같다.

㉠+㉡을 하면

$5x=20 \quad \therefore x=4$

$x=4$를 ㉡에 대입하면

$4+3y=10, \quad 3y=6$

$\therefore y=2$

$x=4$, $y=2$를 $kx+y=-2$에 대입하면

$4k+2=-2, \quad 4k=-4$

$\therefore k=-1$

답 ②

보충학습

지수법칙

$a\neq0$이고, m, n이 자연수일 때

① $a^m\times a^n=a^{m+n}$ ② $(a^m)^n=a^{mn}$

③ $a^m\div a^n=\begin{cases} a^{m-n} & (m>n) \\ 1 & (m=1) \\ \dfrac{1}{a^{n-m}} & (m<n) \end{cases}$

257 (1) 해결 과정 $x=3$, $y=4$를 연립방정식

$\begin{cases} bx+ay=1 \\ 2bx+3ay=-18 \end{cases}$에 대입하면

$\begin{cases} 3b+4a=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 6b+12a=-18 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×2−㉡을 하면

$-4a=20 \quad \therefore a=-5$

$a=-5$를 ㉠에 대입하면

$3b-20=1, \quad 3b=21$

$\therefore b=7$ • 40% 배점

답 구하기 $\therefore a+b=-5+7=2$ • 10% 배점

상수 a, b를 바꾸어 놓고 새로운 연립방정식을 세워서 푼다.

(2) 해결 과정 처음 연립방정식은

$\begin{cases} -5x+7y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ -10x+21y=-18 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ • 20% 배점

$a=-5$, $b=7$을 $\begin{cases} ax+by=1 \\ 2ax+3bx=-18 \end{cases}$에 대입하면 $\begin{cases} -5x+7y=1 \\ -10x+21y=-18 \end{cases}$

답 구하기 ㉠×2−㉡을 하면

$-7y=20 \quad \therefore y=-\dfrac{20}{7}$

$y=-\dfrac{20}{7}$을 ㉠에 대입하면

$-5x-20=1, \quad -5x=21$

$\therefore x=-\dfrac{21}{5}$ • 30% 배점

답 (1) 2 (2) $x=-\dfrac{21}{5}$, $y=-\dfrac{20}{7}$

보충학습

x, y에 대한 연립일차방정식 $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$의 해가 (m, n)이다.

→ $x=m$, $y=n$을 두 일차방정식에 각각 대입하면 등식이 성립한다.

→ $am+bn=c$, $a'm+b'n=c'$

258 전략 순환형으로 나타나는 연립방정식 ▶ 각 변끼리 더한다.

풀이 $\begin{cases} 2x-3y=4 & \cdots\cdots ㉠ \\ -3y+z=5 & \cdots\cdots ㉡ \\ 2x+z=7 & \cdots\cdots ㉢ \end{cases}$

㉠+㉡+㉢을 하면

$2(2x-3y+z)=16$

$\therefore 2x-3y+z=8 \quad \cdots\cdots ㉣$

㉣−㉠을 하면 $\quad z=4$

㉣−㉡을 하면 $\quad 2x=3 \quad \therefore x=\dfrac{3}{2}$

㉣−㉢을 하면 $\quad -3y=1 \quad \therefore y=-\dfrac{1}{3}$

답 $x=\dfrac{3}{2}$, $y=-\dfrac{1}{3}$, $z=4$

259 문제 이해 $0.\dot{7}x-0.\dot{5}y=2.\dot{5}$에서

$\dfrac{7}{9}x-\dfrac{5}{9}y=\dfrac{23}{9}$이므로 주어진 연립방정식은

$2.\dot{5}=\dfrac{25-2}{9}=\dfrac{23}{9}$

$\begin{cases} 0.4x-2.5y=-0.9 & \cdots\cdots ㉠ \\ \dfrac{7}{9}x-\dfrac{5}{9}y=\dfrac{23}{9} & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ • 20% 배점

해결 과정 ㉠×10을 하면

$4x-25y=-9 \quad \cdots\cdots ㉢$

㉡×9를 하면

$7x-5y=23 \quad \cdots\cdots ㉣$

㉢−㉣×5를 하면

$-31x=-124 \quad \therefore x=4$

$x=4$를 ㉢에 대입하면

$16-25y=-9, \quad -25y=-25$

$\therefore y=1$ • 60% 배점

답 구하기 $\therefore x : y=4 : 1$ • 20% 배점

답 $4 : 1$

260 전략 계수가 분수인 연립방정식은 미지수의 계수를 정수로 고친 후 푼다.

풀이 $\begin{cases} \dfrac{x+y}{5}=\dfrac{y}{2} & \cdots\cdots ㉠ \\ (3x-4) : (2x-y)=2 : 1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 10$을 하면

$2x+2y=5y$

$\therefore 2x-3y=0$ ...... ㉢

㉡에서

$3x-4=2(2x-y)$

$\therefore x-2y=-4$ ...... ㉣

㉢$-$㉣$\times 2$를 하면

$y=8$

$y=8$을 ㉣에 대입하면

$x-16=-4 \qquad \therefore x=12$

$\therefore x-y=4$

답 ⑤

261 문제 이해 $\begin{cases} \dfrac{ax+2y}{2}=k \\ \dfrac{x+y+3}{3}=k \end{cases}$ 에서

$\begin{cases} ax+2y=2k & \cdots\cdots ㉠ \\ x+y=3k-3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ • 30% 배점

해결 과정 $x=-2,\ y=5$를 ㉡에 대입하면

$-2+5=3k-3, \qquad 3k=6$

$\therefore k=2$

$x=-2,\ y=5,\ k=2$를 ㉠에 대입하면

$-2a+10=4, \qquad -2a=-6$

$\therefore a=3$ • 60% 배점

답 구하기 $\therefore a-k=1$ • 10% 배점

답 1

262 해결 과정 $\begin{cases} 2x+3y=0 \\ -6x+y=ay \end{cases}$ 에서

$\begin{cases} -6x-9y=0 \\ -6x+(1-a)y=0 \end{cases}$

이 연립방정식의 해가 $x=0,\ y=0$ 이외에도 존재하므로 해가 무수히 많다. • 70% 배점

답 구하기 따라서 $1-a=-9$이므로

$a=10$ • 30% 배점

답 10

263 전략 해가 없는 연립방정식은 미지수의 계수는 각각 같으나 상수항이 다르다.

풀이 $\begin{cases} 5x+(a+1)y=1 \\ 2x-ay=1 \end{cases}$ 에서

$\begin{cases} 10x+2(a+1)y=2 \\ 10x-5ay=5 \end{cases}$

이 연립방정식의 해가 없으므로

$2(a+1)=-5a, \qquad 7a=-2$

$\therefore a=-\dfrac{2}{7}$

답 ③

264 전략 해가 무수히 많은 연립방정식은 미지수의 계수와 상수항이 각각 같다.

풀이 $\begin{cases} ax-by=a \\ bx-ay=-a \end{cases}$에서 $\begin{cases} ax-by=a \\ -bx+ay=a \end{cases}$

이 연립방정식의 해가 무수히 많으므로

$a=-b$

$a=-b$를 $ax-by=a$에 대입하면

$-bx-by=-b$

양변을 $-b$로 나누면

$x+y=1$

답 ③

$A=B=C$ 꼴의 방정식에서 C가 상수이면 $\begin{cases} A=C \\ B=C \end{cases}$를 푼다.

$ab\neq0$이므로 $a\neq0$이고, $b\neq0$이다.

x의 계수와 상수항이 각각 같으므로 y의 계수가 같지 않으면 이 연립방정식의 해는 $x=0,\ y=0$ 뿐이다.

내신 만점 굳히기

본책 55쪽

265 전략 $x-2y=100$의 해 중 $x,\ y$가 서로소인 것을 찾아본다.

풀이 $x-2y=100\ (y\geq25)$의 해는 다음과 같다.

x	150	152	154	156	158	160	…
y	25	26	27	28	29	30	…

이때 $\dfrac{x}{y}$가 기약분수이므로 $x,\ y$는 서로소이다.

따라서 서로소인 해는

$(154,\ 27),\ (158,\ 29),\ \cdots$

이므로 $x+y$의 최솟값은

$154+27=181$

답 ③

266 해결 과정 ① 연립방정식 $\begin{cases} 8x-5y=19 \\ ax+3y=-1 \end{cases}$ 의 해가 $x=p,\ y=q$라 하면

$\begin{cases} 8p-5q=19 & \cdots\cdots ㉠ \\ ap+3q=-1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

연립방정식 $\begin{cases} bx-5y=1 \\ 5x-3y=8 \end{cases}$ 의 해는 $x=p-2,\ y=q-2$ 이므로

$\begin{cases} b(p-2)-5(q-2)=1 \\ 5(p-2)-3(q-2)=8 \end{cases}$

$\therefore \begin{cases} bp-5q=2b-9 & \cdots\cdots ㉢ \\ 5p-3q=12 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$ • 40% 배점

해결 과정 ② ㉠$\times 3-$㉣$\times 5$를 하면

$-p=-3 \qquad \therefore p=3$

$p=3$을 ㉠에 대입하면

$24-5q=19,\quad -5q=-5$

$\therefore q=1$

$p=3,\ q=1$을 ㉡에 대입하면

$3a+3=-1,\quad 3a=-4$

$\therefore a=-\dfrac{4}{3}$

$p=3,\ q=1$을 ㉢에 대입하면

$3b-5=2b-9\quad \therefore b=-4$ • 50% 배점

답 구하기 $\therefore 3a+b=3\times\left(-\dfrac{4}{3}\right)+(-4)$

$=-8$ • 10% 배점

답 -8

267 전략 $A=B=C$ 꼴의 연립방정식은 $\begin{cases}A=B\\A=C\end{cases}$, $\begin{cases}A=B\\B=C\end{cases}$, $\begin{cases}A=C\\B=C\end{cases}$ 중 어느 하나를 선택하여 푼다.

풀이 $\begin{cases}2x+y=x+2y+2\\2x+y=3x-2y+4\end{cases}$에서

$\begin{cases}x-y=2 & \cdots\cdots ㉠\\x-3y=-4 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$

㉠−㉡을 하면

$2y=6\quad \therefore y=3$

$y=3$을 ㉠에 대입하면

$x-3=2\quad \therefore x=5$

(ㄱ) $\dfrac{x}{y}=\dfrac{5}{3}$이므로 $\dfrac{x}{y}$는 유한소수로 나타낼 수 없다.

(ㄴ) $x+y=8$이므로 $x+y$의 값은 4의 배수이다.

(ㄷ) $0.2x-0.1y=0.7$의 양변에 10을 곱하면

$2x-y=7$

$x=y+2$를 $2x-y=7$에 대입하면

$2(y+2)-y=7\quad \therefore y=3$

$y=3$을 $x=y+2$에 대입하면

$x=3+2=5$

이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄷ)이다.

답 ⑤

보충학습

유한소수로 나타낼 수 있는 분수
분수를 기약분수로 나타내고 그 분모를 소인수분해했을 때, 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이면 유한소수로 나타낼 수 있다.

268 해결 과정 ① $2^{2x+3y}=2^{3+x}\times 2^{4y}$에서

$2^{2x+3y}=2^{3+x+4y}$

$2x+3y=3+x+4y$이므로

$x-y=3\quad \cdots\cdots ㉠$

$3^x\div 9^{y+1}=1$에서

$3^x\div(3^2)^{y+1}=1,\quad 3^x\div 3^{2y+2}=1$

$x=2y+2$이므로

$x-2y=2\quad \cdots\cdots ㉡$ • 60% 배점

해결 과정 ② ㉠−㉡을 하면 $\quad y=1$

$y=1$을 ㉠에 대입하면

$x-1=3\quad \therefore x=4$ • 30% 배점

답 구하기 따라서 $a=4,\ b=1$이므로

$a-3b=4-3=1$ • 10% 배점

답 1

269 전략 연립방정식의 해가 무수히 많은 경우와 없는 경우의 조건을 찾는다.

풀이 $\begin{cases}ax+2y=3\\10x-4y=a-1\end{cases}$에서

$\begin{cases}-2ax-4y=-6\\10x-4y=a-1\end{cases}$

이 연립방정식의 해는 무수히 많으므로

$-2a=10,\ -6=a-1$

$\therefore a=-5$

$\begin{cases}10x-4y=-6\\15x-by=8\end{cases}$에서 $\begin{cases}30x-12y=-18\\30x-2by=16\end{cases}$

이 연립방정식의 해는 없으므로

$-12=-2b\quad \therefore b=6$

$ab=-30$

답 ①

270 [문제 해결 길잡이]

❶ $x>y$이면 $x◎y=x,\ x\triangle y=y$임을 이용하여 주어진 연립방정식을 푼다.

❷ $x=y$이면 $x◎y=x,\ x\triangle y=x$임을 이용하여 주어진 연립방정식을 푼다.

❸ $x<y$이면 $x◎y=y,\ x\triangle y=x$임을 이용하여 주어진 연립방정식을 푼다.

❹ ❶, ❷, ❸에서 연립방정식의 해를 구한다.

풀이 (i) $x>y$일 때, $x◎y=x,\ x\triangle y=y$이므로

$\begin{cases}x=x-2y+2 & \cdots\cdots ㉠\\y=2x-3y-6 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$

㉠에서 $\quad -2y+2=0\quad \therefore y=1$

$y=1$을 ㉡에 대입하면

$1=2x-3-6$

$2x=10\quad \therefore x=5$ ❶

(ii) $x=y$일 때, $x◎y=x,\ x\triangle y=x$이므로

$\begin{cases}x=x-2y+2 & \cdots\cdots ㉢\\x=2x-3y-6 & \cdots\cdots ㉣\end{cases}$

㉢에서 $\quad -2y+2=0\quad \therefore y=1$

$y=1$을 ㉣에 대입하면

$x=2x-3-6\quad \therefore x=9$

$x\neq y$이므로 조건을 만족시키지 않는다. ❷

(iii) $x<y$일 때, $x◎y=y,\ x\triangle y=x$이므로

$\begin{cases}y=x-2y+2\\x=2x-3y-6\end{cases}$, 즉 $\begin{cases}x-3y=-2\\x-3y=6\end{cases}$

미지수의 계수는 각각 같고 상수항은 다르므로 연립방정식의 해가 없다. ❸

이상에서 주어진 연립방정식의 해는

$x=5,\ y=1$ ❹

답 $x=5,\ y=1$

x, y의 계수와 상수항이 각각 같다.

x, y의 계수는 각각 같으나 상수항이 다르다.

㉠에서
$x=y+2\ \cdots ㉢$
㉢을 ㉡에 대입하면
$y+2-3y=-4$
$-2y=-6$
$\therefore y=3$
으로 풀 수도 있다.

분모에 2와 5 이외의 소인수가 있다.

$x◎y=y,\ x\triangle y=y$로 생각해도 된다.

지수법칙을 이용하여 주어진 등식을 간단히 한 후 x, y에 대한 연립방정식을 세워서 해를 구한다.

m, n이 자연수일 때 $a^m\times a^n=a^{m+n}$

$a\neq 0$이고 m, n이 자연수일 때, $m=n$이면 $a^m\div a^n=1$

방정식 Ⅲ

만점 공략 BOX

06 | 연립일차방정식의 활용

개념&기출유형

본책 56~57쪽

271 처음 자연수의 십의 자리의 숫자를 x, 일의 자리의 숫자를 y라 하면

$$\begin{cases} x+y=7 \\ 10y+x=10x+y+27 \end{cases}$$

즉 $\begin{cases} x+y=7 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-y=-3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡을 하면

$2x=4 \quad \therefore x=2$

$x=2$를 ㉠에 대입하면

$2+y=7 \quad \therefore y=5$

따라서 처음 자연수는 25이다.

답 25

> 십의 자리의 숫자를 x, 일의 자리의 숫자를 y라 하면
> ① 처음에 주어진 수 → $10x+y$
> ② 십의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자를 바꾼 수 → $10y+x$

272 지수의 나이를 x살, 동생의 나이를 y살이라 하면

$\begin{cases} x+y=21 & \cdots\cdots ㉠ \\ x=3y-3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉡을 ㉠에 대입하면

$3y-3+y=21$

$4y=24 \quad \therefore y=6$

$y=6$을 ㉡에 대입하면

$x=18-3=15$

따라서 지수와 동생의 나이의 차는

$15-6=9$(살)

답 ⑤

273 작년의 남학생 수를 x명, 여학생 수를 y명이라 하면

$$\begin{cases} x+y=1200 \\ \frac{4}{100}x-\frac{8}{100}y=-18 \end{cases}$$

> $1182-1200=-18$

즉 $\begin{cases} x+y=1200 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-2y=-450 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡을 하면

$3y=1650 \quad \therefore y=550$

> 올해의 여학생 수는
> $550-550\times\frac{8}{100}$
> $=506$(명)

$y=550$을 ㉠에 대입하면

$x+550=1200 \quad \therefore x=650$

따라서 올해의 남학생 수는

$650+650\times\frac{4}{100}=676$(명)

답 676명

> (정가)
> $=$(원가)$+$(이익)

274 상품 A를 x개, 상품 B를 y개 팔았다고 하면

$$\begin{cases} x+y=100 \\ \left(1500\times\frac{3}{100}\right)x+\left(2000\times\frac{5}{100}\right)y=6700 \end{cases}$$

즉 $\begin{cases} x+y=100 & \cdots\cdots ㉠ \\ 45x+100y=6700 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 100-$㉡을 하면

$55x=3300 \quad \therefore x=60$

$x=60$을 ㉠에 대입하면

$60+y=100 \quad \therefore y=40$

따라서 상품 B는 40개를 팔았다.

답 40개

275 전체 일의 양을 1로 놓고, A, B가 하루에 할 수 있는 일의 양을 각각 x, y라 하면

$\begin{cases} 12x+10y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 6x+15y=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡×2를 하면

$-20y=-1 \quad \therefore y=\frac{1}{20}$

> 이 일을 B가 혼자 하면 20일이 걸린다.

$y=\frac{1}{20}$을 ㉠에 대입하면

$12x+\frac{1}{2}=1, \quad 12x=\frac{1}{2}$

$\therefore x=\frac{1}{24}$

따라서 이 일을 A가 혼자 하면 24일이 걸린다.

답 24일

276 올라간 거리를 $x$km, 내려온 거리를 $y$km라 하면

$\begin{cases} y=x+4 \\ \frac{x}{2}+\frac{y}{6}=6 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} y=x+4 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+y=36 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

> (시간)$=\frac{(거리)}{(속력)}$

㉠을 ㉡에 대입하면

$3x+x+4=36, \quad 4x=32$

$\therefore x=8$

> 올라간 거리는 8 km이다.

$x=8$을 ㉠에 대입하면

$y=8+4=12$

따라서 내려온 거리는 12 km이다.

답 12 km

277 형이 걸어간 거리를 xm, 동생이 걸어간 거리를 ym라 하면

> 형과 동생이 출발하여 만날 때까지 걸은 시간은 같다.

$\begin{cases} x+y=1300 \\ \frac{x}{80}=\frac{y}{50} \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x=1300-y & \cdots\cdots ㉠ \\ 5x=8y & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 ㉡에 대입하면

$5(1300-y)=8y, \quad 13y=6500$

$\therefore y=500$

> 동생이 걸어간 거리는 500 m이다.

$y=500$을 ㉠에 대입하면

$x=1300-500=800$

따라서 형이 걸어간 거리는 800 m이다.

답 800 m

278 정지한 물에서의 배의 속력을 시속 $x$km, 강물의 속력을 시속 $y$km라 하면

> (시간)$\times$(속력)
> $=$(거리)

$\begin{cases} 6(x-y)=36 \\ 3(x+y)=36 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x-y=6 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+y=12 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡을 하면

$2x=18 \quad \therefore x=9$

$x=9$를 ㉡에 대입하면

$9+y=12 \quad \therefore y=3$

따라서 정지한 물에서의 배의 속력은 시속 9 km이다.

강물의 속력은 시속 3 km이다.

답 ⑤

279 8 %의 소금물의 양을 x g, 13 %의 소금물의 양을 y g이라 하면

(소금의 양) $= \dfrac{(\text{소금물의 농도})}{100} \times (\text{소금물의 양})$

$$\begin{cases} x+y=500 \\ \dfrac{8}{100}x+\dfrac{13}{100}y=\dfrac{11}{100}\times 500 \end{cases}$$

즉 $\begin{cases} x+y=500 & \cdots\cdots ㉠ \\ 8x+13y=5500 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×13−㉡을 하면

$5x=1000 \quad \therefore x=200$

8 %의 소금물은 200 g 섞었다.

$x=200$을 ㉠에 대입하면

$200+y=500 \quad \therefore y=300$

따라서 13 %의 소금물은 300 g 섞었다.

답 ⑤

280 섭취해야 할 식품 A의 양을 x g, 식품 B의 양을 y g이라 하면

$$\begin{cases} \dfrac{9}{100}x+\dfrac{8}{100}y=43 \\ \dfrac{30}{100}x+\dfrac{20}{100}y=130 \end{cases}$$

즉 $\begin{cases} 9x+8y=4300 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+2y=1300 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡×3을 하면

$2y=400 \quad \therefore y=200$

$y=200$을 ㉡에 대입하면

$3x+400=1300, \quad 3x=900$

$\therefore x=300$

따라서 섭취해야 하는 식품 A, B의 양의 합은

$300+200=500(\text{g})$ 답 ③

281 소금물 A의 농도를 x %, 소금물 B의 농도를 y %라 하면

$$\begin{cases} \dfrac{x}{100}\times 100+\dfrac{y}{100}\times 200=\dfrac{5}{100}\times 300 \\ \dfrac{x}{100}\times 200+\dfrac{y}{100}\times 100=\dfrac{7}{100}\times 300 \end{cases}$$

$100+200=300(\text{g})$

$200+100=300(\text{g})$

즉 $\begin{cases} x+2y=15 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+y=21 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×2−㉡을 하면

$3y=9 \quad \therefore y=3$

$y=3$을 ㉠에 대입하면

$x+6=15 \quad \therefore x=9$

소금물 A의 농도는 9 %이다.

따라서 소금물 B의 농도는 3 %이다.

답 3 %

내신 만점 도전하기　　본책 58~59쪽

282 전략 제품 X, Y의 개수를 각각 x개, y개로 놓고 연립방정식을 세운다.

풀이 제품 X의 개수를 x개, 제품 Y의 개수를 y개라 하면

$\begin{cases} 4x+5y=40 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+3y=22 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡×2를 하면

$-y=-4 \quad \therefore y=4$

$y=4$를 ㉡에 대입하면

$2x+12=22, \quad 2x=10$

$\therefore x=5$

따라서 제품 X는 5개, 제품 Y는 4개 만들므로 총 이익은

$6\times 5+7\times 4=58$(만 원) 답 58만 원

283 전략 은정이와 혜진이가 이긴 횟수를 각각 x회, y회라 하면 진 횟수는 각각 y회, x회이다.

풀이 은정이가 이긴 횟수를 x회, 혜진이가 이긴 횟수를 y회라 하면

$\begin{cases} 5x-3y=41 & \cdots\cdots ㉠ \\ 5y-3x=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×3+㉡×5를 하면

$16y=128 \quad \therefore y=8$

$y=8$을 ㉠에 대입하면

$5x-24=41, \quad 5x=65$

$\therefore x=13$

따라서 가위바위보를 한 총 횟수는

$13+8=21$(회) 답 ④

284 전략 지각비로 500원, 1000원을 낸 학생 수를 각각 x명, y명으로 놓고 연립방정식을 세운다.

풀이 지각비로 500원을 낸 학생 수를 x명, 1000원을 낸 학생 수를 y명이라 하면

$\begin{cases} 500x+1000y=10500 \\ 700(x+y)=10500 \end{cases}$

즉 $\begin{cases} x+2y=21 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+y=15 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡을 하면 $\quad y=6$

$y=6$을 ㉡에 대입하면

$x+6=15 \quad \therefore x=9$

따라서 지각비로 500원을 낸 학생은 9명이다.

답 9명

285 전략 공책 한 권과 지우개 한 개의 가격을 각각 x원, y원으로 놓고 연립방정식을 세운다.

연립방정식 $\begin{cases} 2x+4y=5000 \\ x+6y=4900 \end{cases}$ 을 풀어도 된다.

풀이 공책 한 권의 가격을 x원, 지우개 한 개의 가격을 y원이라 하면

$\begin{cases} 2x+4y=5000 & \cdots\cdots ㉠ \\ x=2y+100 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

만점 공략 BOX

㉡을 ㉠에 대입하면

$2(2y+100)+4y=5000$

$8y=4800 \qquad \therefore y=600$

$y=600$을 ㉡에 대입하면

$x=1200+100=1300$

따라서 공책 한 권의 가격은 1300원, 지우개 한 개의 가격은 600원이 된다.

답 공책 : 1300원, 지우개 : 600원

286 전략 x가 $a\%$ 증가(감소)하면 증가(감소)량은 $\frac{a}{100}\times x$이다.

풀이 작년 사과의 수확량을 x상자, 배의 수확량을 y상자라 하면

$$\begin{cases} x+y=500 \\ -\frac{14}{100}x+\frac{6}{100}y=-\frac{6}{100}\times 500 \end{cases}$$

(감소한 사과의 수확량)+(증가한 배의 수확량)=(전체적으로 감소한 수확량)

즉 $\begin{cases} x+y=500 & \cdots\cdots ㉠ \\ -7x+3y=-1500 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 7+$㉡을 하면

$10y=2000 \qquad \therefore y=200$

올해 배의 수확량은 $200+200\times\frac{6}{100}=212$(상자)

$y=200$을 ㉠에 대입하면

$x+200=500 \qquad \therefore x=300$

따라서 올해 사과의 수확량은

$300-300\times\frac{14}{100}=258$(상자)

답 ③

287 문제 이해 물탱크를 가득 채웠을 때의 물의 양을 1로 놓고, A, B호스로 1분 동안 넣을 수 있는 물의 양을 각각 x, y라 하면

$\begin{cases} 6x+9y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x+12y=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ • 50% 배점

해결 과정 ㉠$\times 2-$㉡$\times 3$을 하면

$-18y=-1 \qquad \therefore y=\frac{1}{18}$

B호스만으로 물탱크를 가득 채우는 데는 18분이 걸린다.

$y=\frac{1}{18}$을 ㉠에 대입하면

$6x+\frac{1}{2}=1, \qquad 6x=\frac{1}{2}$

$\therefore x=\frac{1}{12}$ • 40% 배점

답 구하기 따라서 A호스만으로 이 물탱크를 가득 채우는 데는 12분이 걸린다. • 10% 배점

답 12분

288 전략 시간의 단위를 통일하여 연립방정식을 세운다.

풀이 시속 6km로 걸은 거리를 $x$km, 시속 4km로 걸은 거리를 $y$km라 하면

$$\begin{cases} x+y=8 \\ \frac{x}{6}+\frac{10}{60}+\frac{y}{4}=2 \end{cases}$$

10분$=\frac{10}{60}$시간

즉 $\begin{cases} x+y=8 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+3y=22 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 3-$㉡을 하면 $\quad x=2$

$x=2$를 ㉠에 대입하면

$2+y=8 \qquad \therefore y=6$

따라서 시속 4km로 걸은 거리는 6km이다.

답 ⑤

289 전략 ① (윤석이가 걸은 거리)+(경석이가 달린 거리)=(전체 거리)

② (윤석이가 걸은 시간)=(경석이가 달린 시간)

풀이 윤석이가 걸은 거리를 $x$km, 경석이가 달린 거리를 $y$km라 하면

(시간)$=\frac{(거리)}{(속력)}$

$\begin{cases} x+y=42 \\ \frac{x}{6}=\frac{y}{8} \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x+y=42 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x-3y=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 3+$㉡을 하면

$7x=126 \qquad \therefore x=18$

$x=18$을 ㉠에 대입하면

$18+y=42 \qquad \therefore y=24$

따라서 두 사람이 만날 때까지 걸린 시간은

$\frac{18}{6}=3$(시간)

$\frac{24}{8}=3$(시간)으로 계산해도 된다.

답 ⑤

290 문제 이해 형의 속력을 시속 $x$km, 동생의 속력을 시속 $y$km라 하면

(시간)×(속력)=(거리)

$$\begin{cases} 3(y-x)=6 \\ \frac{45}{60}(x+y)=6 \end{cases}$$

즉 $\begin{cases} y-x=2 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+y=8 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ • 40% 배점

해결 과정 ㉠$+$㉡을 하면

$2y=10 \qquad \therefore y=5$

$y=5$를 ㉡에 대입하면

$x+5=8 \qquad \therefore x=3$ • 40% 배점

답 구하기 따라서 형의 속력은 시속 3km이므로 저수지를 한 바퀴 도는 데 걸리는 시간은

$\frac{6}{3}=2$(시간) • 20% 배점

답 2시간

만점비법

① 저수지의 둘레를 반대 방향으로 돌다 만나면
(두 사람이 이동한 거리의 합)=(저수지의 둘레의 길이)

② 저수지의 둘레를 같은 방향으로 돌다 만나면
(두 사람이 이동한 거리의 차)=(저수지의 둘레의 길이)

291 전략 (기차의 길이)+(다리의 길이)=(기차가 다리를 완전히 통과하는 데 달린 거리)

길이가 am인 기차가 길이가 bm인 다리를 완전히 통과하려면 $(a+b)$m를 달려야 한다.

풀이 기차의 길이를 xm, 기차의 속력을 분속 ym라 하면

$$\begin{cases} x+1300=3y \\ x+425=\frac{5}{4}y \end{cases}$$

단위를 통일한다.
1.3km=1300m
1분 15초$=\frac{5}{4}$분

즉 $\begin{cases} x-3y=-1300 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x-5y=-1700 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×4−㉡을 하면

$-7y=-3500 \quad \therefore y=500$

$y=500$을 ㉠에 대입하면

$x-1500=-1300 \quad \therefore x=200$

따라서 기차의 길이는 200 m이다. 답 ③

292 문제 이해 필요한 합금 A의 양을 xg, 합금 B의 양을 yg이라 하면

$$\begin{cases} \left(\frac{2}{3}x+\frac{3}{7}y\right):\left(\frac{1}{3}x+\frac{4}{7}y\right)=1:1 \\ x+y=500 \end{cases}$$

$\frac{2}{3}x+\frac{3}{7}y=\frac{1}{3}x+\frac{4}{7}y$ 이므로 $\frac{1}{3}x-\frac{1}{7}y=0$ $\therefore 7x-3y=0$

즉 $\begin{cases} 7x-3y=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+y=500 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ • 60% 배점

해결 과정 ㉠+㉡×3을 하면

$10x=1500 \quad \therefore x=150$

$x=150$을 ㉡에 대입하면

$150+y=500 \quad \therefore y=350$ • 30% 배점

답 구하기 따라서 필요한 합금 A의 양은 150 g, 합금 B의 양은 350 g이다. • 10% 배점

답 A : 150 g, B : 350 g

293 전략 2 %의 소금물의 양과 더 넣은 소금의 양이 같음을 이용하여 연립방정식을 세운다.

풀이 2 %의 소금물의 양을 xg, 7 %의 소금물의 양을 yg이라 하면

$$\begin{cases} x+y+x=220 \\ \frac{2}{100}x+\frac{7}{100}y+x=\frac{11}{100}\times 220 \end{cases}$$

11 %의 소금물 220 g에 들어 있는 소금의 양

즉 $\begin{cases} 2x+y=220 & \cdots\cdots ㉠ \\ 102x+7y=2420 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×7−㉡을 하면

$-88x=-880 \quad \therefore x=10$

$x=10$을 ㉠에 대입하면

$20+y=220 \quad \therefore y=200$

따라서 2 %의 소금물의 양과 7 %의 소금물의 양의 합은 $10+200=210$(g)

답 ④

만점비법

소금을 더 넣은 경우 소금물에 대한 방정식과 소금에 대한 방정식에 모두 소금의 양을 더해 주어야 한다.

내신 만점 굳히기 본책 60쪽

294 전략 1, 2, 3학년의 총점을 각각 x, y, z로 놓고 연립방정식을 세운다.

풀이 1, 2, 3학년의 총점을 각각 x, y, z라 하면

$$\begin{cases} \frac{y}{15}=\frac{x}{10}+15 \\ \frac{z}{25}=\frac{y}{15}+25 \\ \frac{z}{25}=\frac{x}{10}\times 3 \end{cases}$$

즉 $\begin{cases} 2y=3x+450 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3z=5y+1875 & \cdots\cdots ㉡ \\ 2z=15x & \cdots\cdots ㉢ \end{cases}$

㉠에서 $y=\frac{3}{2}x+225$ ⋯⋯ ㉣

㉢에서 $z=\frac{15}{2}x$ ⋯⋯ ㉤

㉣, ㉤을 ㉡에 대입하면

$\frac{45}{2}x=\frac{15}{2}x+3000$

$15x=3000 \quad \therefore x=200$

$x=200$을 ㉣, ㉤에 대입하면

$y=300+225=525$, $z=1500$

따라서 응시자 전체의 평균점수는

(응시자 전체의 총점) / (응시자 전체의 수)

$$\frac{200+525+1500}{10+15+25}=44.5(\text{점})$$

답 ②

295 전략 원가에 원가의 a%의 이익을 붙일 때, (이익)=(원가)×$\frac{a}{100}$이다.

풀이 두 상품 A, B의 개수를 각각 x개, y개라 하면

$$\begin{cases} 800\times\frac{2}{100}\times x=600\times\frac{3}{100}\times y \\ 800\times\frac{3}{100}\times x=2\left(600\times\frac{2}{100}\times y\right)+1200 \end{cases}$$

A상품 1개를 팔았을 때의 이익

B상품 1개를 팔았을 때의 이익

즉 $\begin{cases} 8x=9y & \cdots\cdots ㉠ \\ x=y+50 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉡을 ㉠에 대입하면

$8(y+50)=9y \quad \therefore y=400$

$y=400$을 ㉡에 대입하면

$x=400+50=450$

따라서 상품 A의 개수는 450개, 상품 B의 개수는 400개이다. 답 A : 450개, B : 400개

296 문제 이해 A, B기계로 1분 동안 만들 수 있는 물건의 개수를 각각 x개, y개라 하면

$$\begin{cases} 40(x+y)+20y=480 \\ 20(x+y)+45x=470 \end{cases}$$

즉 $\begin{cases} 2x+3y=24 & \cdots\cdots ㉠ \\ 13x+4y=94 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ • 40% 배점

해결 과정 ㉠×4−㉡×3을 하면

$-31x=-186 \quad \therefore x=6$

$x=6$을 ㉠에 대입하면

$12+3y=24, \quad 3y=12$

$\therefore y=4$ • 40% 배점

답 구하기 따라서 A기계만을 사용하여 물건 480개를 만드는데 걸리는 시간은

$\frac{480}{6}=80$(분) • 20% 배점

답 80분

297 문제 이해 양초 A의 길이를 $x$cm, 양초 B의 길이를 $y$cm라 하면 양초 A, B가 타는 속력은 각각 분속 $\frac{x}{15}$cm, 분속 $\frac{y}{18}$cm이므로

$$\begin{cases} y=x-8 \\ \frac{x}{15}\times12=\frac{y}{18}\times12+8 \end{cases}$$

즉 $\begin{cases} y=x-8 & \cdots\cdots ㉠ \\ 6x=5y+60 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ • 60% 배점

해결 과정 ㉠을 ㉡에 대입하면

$6x=5(x-8)+60 \quad \therefore x=20$

$x=20$을 ㉠에 대입하면

$y=20-8=12$ • 30% 배점

답 구하기 따라서 양초 B의 길이는 12cm이다.

• 10% 배점

답 12cm

298 전략 전체 일의 양을 1로 놓고, A, B, C가 하루에 할 수 있는 일의 양을 각각 x, y, z로 놓고, x, y, z에 대한 연립방정식을 세운다.

풀이 전체 일의 양을 1로 놓고, A, B, C가 하루에 할 수 있는 일의 양을 각각 x, y, z라 하면

$$\begin{cases} 4(x+y+z)=1 \\ 6(x+z)=1 \\ 8(y+z)=1 \end{cases}$$

즉 $\begin{cases} x+y+z=\frac{1}{4} & \cdots\cdots ㉠ \\ x+z=\frac{1}{6} & \cdots\cdots ㉡ \\ y+z=\frac{1}{8} & \cdots\cdots ㉢ \end{cases}$

㉠−㉡을 하면 $y=\frac{1}{12}$

㉠−㉢을 하면 $x=\frac{1}{8}$

$x=\frac{1}{8}$을 ㉡에 대입하면

$\frac{1}{8}+z=\frac{1}{6} \quad \therefore z=\frac{1}{24}$

따라서 C가 혼자서 일을 하면 일을 끝내는 데 24일이 걸린다. 답 24일

299 [문제 해결 길잡이]

❶ 탄환의 속력을 초속 xm, 소리의 속력을 초속 ym로 놓고 연립방정식을 세운다.

❷ $\frac{1}{x}=X$, $\frac{1}{y}=Y$로 놓고 X, Y에 대한 연립방정식을 푼다.

❸ X의 값을 이용하여 탄환의 속력을 구한다.

풀이 탄환의 속력을 초속 xm, 소리의 속력을 초속 ym라 하면

$$\begin{cases} \frac{1700}{x}+\frac{1700}{y}=7 \\ \frac{1700}{x}+\frac{1200}{y}=\frac{520}{y}+4 \end{cases}$$ ❶

즉 $\begin{cases} \frac{1700}{x}+\frac{1700}{y}=7 \\ \frac{1700}{x}+\frac{680}{y}=4 \end{cases}$

이때 $\frac{1}{x}=X$, $\frac{1}{y}=Y$로 놓으면

$\begin{cases} 1700X+1700Y=7 & \cdots\cdots ㉠ \\ 1700X+680Y=4 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡을 하면

$1020Y=3 \quad \therefore Y=\frac{1}{340}$

$Y=\frac{1}{340}$을 ㉡에 대입하면

$1700X+2=4, \quad 1700X=2$

$\therefore X=\frac{1}{850}$ ❷

$X=\frac{1}{850}$에서 $\frac{1}{x}=\frac{1}{850}$이므로 $x=850$

따라서 탄환의 속력은 초속 850m이다. ❸

답 초속 850m

만점 공략 BOX

(A가 쏜 탄환이 표적에 맞는 데 걸린 시간)+(탄환이 표적에 맞는 소리가 A에게 들리는 데 걸린 시간)

(A가 쏜 탄환이 표적에 맞는 데 걸린 시간)+(탄환이 표적에 맞는 소리가 B에게 들리는 데 걸린 시간)

A의 총성이 B에게 들리는 데 걸린 시간

양초 B의 길이가 양초 A의 길이보다 8cm만큼 짧으므로 12분 후에 두 양초의 길이가 같아지려면 12분 동안 양초가 타서 없어진 길이도 8cm만큼 짧다.

$Y=\frac{1}{340}$에서 $\frac{1}{y}=\frac{1}{340}$이므로 $y=340$ 따라서 소리의 속력은 초속 340m이다.

순서쌍 (p, q)가 일차방정식 $ax+by+c=0$의 해이면 $ap+bq+c=0$이 성립한다.

내신 만점 정복하기

본책 61~65쪽

300 전략 x, y에 대한 일차방정식은 $ax+by+c=0$ (a, b, c는 상수, $a\neq0$, $b\neq0$) 꼴이다.

풀이 $6x+(a-3)y+1=3(ax-y)+4y$에서

$6x+(a-3)y+1=3ax-3y+4y$

$\therefore (6-3a)x+(a-4)y+1=0$

이 식이 x, y에 대한 일차방정식이므로

$6-3a\neq0$, $a-4\neq0$

$\therefore a\neq2$, $a\neq4$ 답 ①, ③

301 전략 (수학 성적의 총점)=(학생 수)×(평균)임을 이용한다.

풀이 남학생의 수학 성적의 총점은 $14x$점이고, 여학생의 수학 성적의 총점은 $18y$점이므로 지우네 반 전체 학생의 수학 성적의 총점은

$14x+18y$(점)

이때 반 전체 학생의 수학 성적의 평균이 71점이므로

$\frac{14x+18y}{14+18}=71$

$\therefore \frac{7}{16}x+\frac{9}{16}y=71$ 답 ④

302 전략 먼저 주어진 해를 일차방정식에 대입하여 a, b에 대한 일차방정식을 만든다.

풀이 $x=3$, $y=-1$을 $-ax+4by=-15$에 대입하면

$-3a-4b=-15$

$\therefore 3a+4b=15$

a, b는 자연수이므로 $3a+4b=15$를 만족시키는 순서쌍 (a, b)는 $(1, 3)$

답 $(1, 3)$

303 전략 $x=a+1$, $y=2a$를 $4x-3y+6=0$에 대입하여 먼저 a의 값을 구한다.

풀이 $x=a+1$, $y=2a$를 $4x-3y+6=0$에 대입하면

$4(a+1)-6a+6=0$

$-2a=-10 \qquad \therefore a=5$

$x=6$, $y=10$을 $2x-3y=k$에 대입하면

$k=12-30=-18$

답 ①

304 전략 주어진 해를 일차방정식에 대입하여 먼저 k의 값을 구한다.

풀이 $x=2, y=2$를 $kx+4y=k+1$에 대입하면

$2k+8=k+1 \qquad \therefore k=-7$

$\begin{cases} x=-3y+11 & \cdots\cdots ㉠ \\ -7x+3y=-5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 ㉡에 대입하면

$-7(-3y+11)+3y=-5$

$24y=72 \qquad \therefore y=3$

$y=3$을 ㉠에 대입하면

$x=-9+11=2$

따라서 $a=2$, $b=3$이므로

$a^2+b^2=4+9=13$

답 ④

305 전략 k를 잘못 보고 푼 경우 k를 포함하지 않은 방정식에 구한 해를 대입하여 연립방정식을 세운다.

풀이 $x=6$, $y=\frac{19}{2}$를 $3x-by=-1$에 대입하면

$18-\frac{19}{2}b=-1, \qquad -\frac{19}{2}b=-19$

$\therefore b=2$

$x=-2$, $y=\frac{5}{2}$를 $ax+2y=7$에 대입하면

$-2a+5=7, \qquad -2a=2$

$\therefore a=-1$

따라서 주어진 연립방정식은

$\begin{cases} -x+2y=7 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-2y=-1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡을 하면 $\quad 2x=6 \qquad \therefore x=3$

$x=3$을 ㉠에 대입하면

$-3+2y=7, \qquad 2y=10$

$\therefore y=5$

답 $x=3$, $y=5$

306 전략 $|x|=a$로 놓고 미지수 a, y에 대한 연립방정식을 푼다.

풀이 $|x|=a$로 놓으면

$\begin{cases} a+y=3 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2a+3y=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×2−㉡을 하면

$-y=5 \qquad \therefore y=-5$

$y=-5$를 ㉠에 대입하면

$a-5=3 \qquad \therefore a=8$

$a=8$에서 $|x|=8$이므로

$x=-8$ 또는 $x=8$

따라서 구하는 해는

$x=-8$, $y=-5$ 또는 $x=8$, $y=-5$

답 $x=-8$, $y=-5$ 또는 $x=8$, $y=-5$

307 전략 주어진 비례식을 방정식으로 나타낸다.

풀이 $(x-2):(2y+7)=5:3$에서

$3x-6=10y+35$이므로 주어진 연립방정식은

$\begin{cases} 3x-10y=41 & \cdots\cdots ㉠ \\ 5x-2y=-5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡×5를 하면

$-22x=66 \qquad \therefore x=-3$

$x=-3$을 ㉡에 대입하면

$-15-2y=-5, \qquad -2y=10$

$\therefore y=-5$

$\therefore 7x-4y=-21+20=-1$

답 ③

308 전략 순환소수를 분수로 고쳐서 계수가 분수인 연립방정식을 세운다.

풀이 $\begin{cases} 0.\dot{3}x+0.\dot{5}y=1 \\ 0.\dot{1}\dot{2}x-0.\dot{4}\dot{7}y=2.\dot{3}\dot{9} \end{cases}$에서

$\begin{cases} \frac{3}{9}x+\frac{5}{9}y=1 \\ \frac{12}{99}x-\frac{47}{99}y=\frac{237}{99} \end{cases}$

이므로

$\begin{cases} 3x+5y=9 & \cdots\cdots ㉠ \\ 12x-47y=237 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×4−㉡을 하면

$67y=-201 \qquad \therefore y=-3$

$y=-3$을 ㉠에 대입하면

$3x-15=9, \qquad 3x=24 \qquad \therefore x=8$

따라서 $a=8$, $b=-3$이므로

$a+b=5$

답 5

309 전략 $A=B=C$ 꼴의 방정식은 $\begin{cases} A=B \\ A=C \end{cases}$, $\begin{cases} A=B \\ B=C \end{cases}$, $\begin{cases} A=C \\ B=C \end{cases}$ 중 어느 하나를 선택하여 푼다.

풀이 $\begin{cases} \frac{x+2y-1}{2}=\frac{2x+4y}{3} & \cdots\cdots ㉠ \\ \frac{2x+4y}{3}=\frac{-3x+y+10}{8} & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×6을 하면

$3x+6y-3=4x+8y$

$x+2y=-3 \qquad \cdots\cdots ㉢$

㉡×24를 하면

$16x+32y=-9x+3y+30$

절댓값이 $a\,(a>0)$인 수는 a, $-a$의 2개가 있다.

$a:b=c:d$이면 $ad=bc$

$a=5$이므로 $x=a+1$, $y=2a$에서

$x=5+1=6$

$y=2\times5=10$

㉠×5−㉡×3을 하면

$-44y=220$

$\therefore y=-5$

$y=-5$를 ㉠에 대입하면

$3x+50=41$

$3x=-9$

$\therefore x=-3$

으로 풀 수도 있다.

① $0.\dot{a}=\frac{a}{9}$

② $0.\dot{a}\dot{b}=\frac{ab}{99}$

$2.\dot{3}\dot{9}=\frac{239-2}{99}$

$=\frac{237}{99}$

주현이는 b를 제대로 보고 풀었고, 유리는 a를 제대로 보고 풀었다.

2와 3의 최소공배수

3과 8의 최소공배수

$25x+29y=30$ ...... ㉣

㉢×25−㉣을 하면

$21y=-105$ $\quad\therefore y=-5$

$y=-5$를 ㉢에 대입하면

$x-10=-3$ $\quad\therefore x=7$

답 ③

310 전략 분모에 미지수가 들어 있는 식을 X, Y로 놓고 연립방정식을 푼다.

풀이 $\frac{3}{2x-1}=X$, $\frac{2}{y+1}=Y$로 놓으면

$\begin{cases} X+Y=2 & \cdots\cdots ㉠ \\ X-Y=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡을 하면

$2X=3$ $\quad\therefore X=\frac{3}{2}$

$X=\frac{3}{2}$을 ㉠에 대입하면

$\frac{3}{2}+Y=2$ $\quad\therefore Y=\frac{1}{2}$

$X=\frac{3}{2}$에서 $\frac{3}{2x-1}=\frac{3}{2}$이므로

$2x-1=2,\quad 2x=3\quad\therefore x=\frac{3}{2}$

$Y=\frac{1}{2}$에서 $\frac{2}{y+1}=\frac{1}{2}$이므로

$y+1=4$ $\quad\therefore y=3$

따라서 $a=\frac{3}{2}$, $b=3$이므로

$\frac{a}{b}=a\times\frac{1}{b}=\frac{3}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{2}$

답 ②

311 전략 연립방정식에서 x, y의 계수와 상수항이 각각 같으면 해가 무수히 많다.

풀이 $\begin{cases} 2x-7y=a \\ bx+14y=-2 \end{cases}$에서

$\begin{cases} -4x+14y=-2a \\ bx+14y=-2 \end{cases}$

이 연립방정식의 해가 무수히 많으려면

$-4=b$, $-2a=-2$

$\therefore a=1$, $b=-4$

즉 $p=1$, $q=-4$이므로 x, y가 자연수일 때, 일차방정식 $x+4y=9$의 해는 $(1, 2)$, $(5, 1)$의 2개이다.

답 ②

312 전략 연립방정식의 해가 무수히 많은 경우와 해가 없는 경우의 a, b의 조건을 각각 구한다.

풀이 $\begin{cases} (2-a)x-3y=7 \\ 4x+6y=b-9 \end{cases}$, 즉

$\begin{cases} 2(a-2)x+6y=-14 \\ 4x+6y=b-9 \end{cases}$에서

(i) 주어진 연립방정식의 해가 무수히 많은 경우

$2(a-2)=4$, $-14=b-9$

$\therefore a=4$, $b=-5$

(ii) 주어진 연립방정식의 해가 없는 경우

$2(a-2)=4$, $-14\neq b-9$

$\therefore a=4$, $b\neq-5$

(i), (ii) 이외의 경우에는 한 쌍의 해가 존재하므로 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ), (ㄹ)이다.

답 ④

313 문제 이해 $700x+300y=9000$이므로

$7x+3y=90$ • 20% 배점

해결 과정 x, y는 자연수이므로 $7x+3y=90$의 해는

$(3, 23)$, $(6, 16)$, $(9, 9)$, $(12, 2)$ • 60% 배점

답 구하기 따라서 최대 26개를 살 수 있다. • 20% 배점

$x=3$, $y=23$일 때, $x+y$의 값이 가장 크다.

답 26개

314 해결 과정 $\begin{cases} y=3x-7k & \cdots\cdots ㉠ \\ 5x+4y=6k & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 ㉡에 대입하면

$5x+4(3x-7k)=6k$

$17x=34k$ $\quad\therefore x=2k$

$x=2k$를 ㉠에 대입하면

$y=6k-7k=-k$ • 60% 배점

답 구하기 $x=2k$, $y=-k$를 $\frac{2x-3y}{x+y}$에 대입하면

$\frac{4k+3k}{2k-k}=\frac{7k}{k}=7$ • 40% 배점

답 7

315 해결 과정 $\begin{cases} -x+2y=4 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-2y=8 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡을 하면

$2x=12$ $\quad\therefore x=6$

$x=6$을 ㉠에 대입하면

$-6+2y=4,\quad 2y=10$

$\therefore y=5$ • 60% 배점

답 구하기 $x=6$, $y=5$를 $(a+5)x+ay=-3$에 대입하면

$6(a+5)+5a=-3$

$11a=-33$ $\quad\therefore a=-3$ • 40% 배점

답 −3

a, b를 포함하지 않은 두 일차방정식을 연립하여 해를 구한 후 이를 a, b를 포함한 두 일차방정식에 대입하여 a, b에 대한 연립방정식을 세운다.

316 해결 과정 ① $\begin{cases} 5x+6y=8 & \cdots\cdots ㉠ \\ 7x+8y=12 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×4−㉡×3을 하면

$-x=-4$ $\quad\therefore x=4$

$x=4$를 ㉠에 대입하면

$20+6y=8,\quad 6y=-12$

$\therefore y=-2$ • 40% 배점

해결 과정 ② $x=4$, $y=-2$를 $\begin{cases} ax+by=-2 \\ bx-ay=14 \end{cases}$에 대입하면

$\begin{cases} 4a-2b=-2 & \cdots\cdots ㉢ \\ 4b+2a=14 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$

㉢−㉣×2를 하면

$-10b=-30$ $\quad\therefore b=3$

$b=3$을 ㉢에 대입하면 　$4a-6=-2$

$4a=4$ 　$\therefore a=1$ • 50% 배점

답 구하기 $\therefore ab=1\times3=3$ • 10% 배점

답 3

317 해결 과정 $\begin{cases}0.25x+0.5y=k\\ \dfrac{6x-ay}{5}=k\end{cases}$ 에서

$\begin{cases}x+2y=4k & \cdots\cdots ㉠\\ 6x-ay=5k & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$ • 30% 배점

$x=-8,\ y=-4$를 ㉠에 대입하면

$-8-8=4k$ 　$\therefore k=-4$ • 30% 배점

$x=-8,\ y=-4,\ k=-4$를 ㉡에 대입하면

$-48+4a=-20$

$4a=28$ 　$\therefore a=7$ • 30% 배점

답 구하기 $\therefore ak=7\times(-4)=-28$ • 10% 배점

답 -28

$A=B=C$ 꼴의 방정식에서 C가 상수이면 $\begin{cases}A=C\\B=C\end{cases}$를 푸는 것이 가장 간단하다.

318 문제 이해 연립방정식 $\begin{cases}4x+7y=3\\ax+by=9\end{cases}$의 해가 없으려면 x와 y의 계수의 비는 각각 같고 상수항의 비는 달라야 하므로

$a=4k,\ b=7k,\ 3k\neq9$ (k는 자연수) • 20% 배점

해결 과정 ① $a=4k,\ b=7k$에서 $a:b=4:7$이고, 이를 만족시키는 순서쌍 $(a,\ b)$는

$(4,\ 7),\ (8,\ 14),\ (12,\ 21),\ (16,\ 28)$ • 40% 배점

$a,\ b$는 30 이하의 자연수이다.

해결 과정 ② 그런데 $3k\neq9$에서 $k\neq3$이므로 순서쌍 $(12,\ 21)$은 조건을 만족시키지 않는다. • 30% 배점

$(a,\ b)$가 $(12,\ 21)$이면 주어진 연립방정식은 $\begin{cases}4x+7y=3\\12x+21y=9\end{cases}$, 즉 $\begin{cases}12x+21y=9\\12x+21y=9\end{cases}$가 되어 해가 무수히 많다.

답 구하기 따라서 해를 갖지 않도록 하는 순서쌍 $(a,\ b)$는 $(4,\ 7),\ (8,\ 14),\ (16,\ 28)$의 3개이다. • 10% 배점

답 3개

보충학습

연립방정식 $\begin{cases}ax+by=c\\a'x+b'y=c'\end{cases}$에서 $\dfrac{a}{a'}=\dfrac{b}{b'}\neq\dfrac{c}{c'}$이면
→ 해가 없다.

319 전략 전체 일의 양을 1로 놓고 연립방정식을 세운다.

풀이 전체 일의 양을 1로 놓으면 갑과 을이 함께 하루에 할 수 있는 일의 양은 $x+y$이고, 두 사람이 함께 일하면 10일이 걸리므로

$10(x+y)=1$, 즉 $10x+10y=1$

또 갑이 8일 동안 한 일의 양은 $8x$, 을이 15일 동안 한 일의 양은 $15y$이므로

$8x+15y=1$

따라서 필요한 식은 ②, ④이다. 답 ②, ④

320 전략 미지수가 1개인 일차방정식이 되도록 적당히 더하거나 뺀다.

회원 수는 60명이다.

풀이 (1) $\begin{cases}x+y+z=60\\x=y+z\\2y=x+z\end{cases}$

(2) $\begin{cases}x+y+z=60 & \cdots\cdots ㉠\\ y+z=x & \cdots\cdots ㉡\\ x+z=2y & \cdots\cdots ㉢\end{cases}$

㉠－㉡을 하면 　$x=60-x$

$2x=60$ 　$\therefore x=30$

㉠－㉢을 하면 　$y=60-2y$

$3y=60$ 　$\therefore y=20$

$x=30,\ y=20$을 ㉡에 대입하면

$20+z=30$ 　$\therefore z=10$

따라서 사은품 C의 개수는 10개이다.

답 (1) $\begin{cases}x+y+z=60\\x=y+z\\2y=x+z\end{cases}$ (2) 10개

321 전략 작은 직사각형의 가로와 세로의 길이를 각각 x, y로 놓고 연립방정식을 세운다.

풀이 작은 직사각형의 가로와 세로의 길이를 x, y라 하면

큰 직사각형의 가로의 길이

큰 직사각형의 세로의 길이

$\begin{cases}3x=4y\\2\{3x+(x+y)\}=38\end{cases}$

즉 $\begin{cases}3x=4y & \cdots\cdots ㉠\\ y=-4x+19 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$

㉡을 ㉠에 대입하면

$3x=4(-4x+19)$

$19x=76$ 　$\therefore x=4$

$x=4$를 ㉡에 대입하면 　$y=-16+19=3$

따라서 작은 직사각형의 둘레의 길이는

$2(4+3)=14$ 답 ③

322 전략 맞힌 점수와 틀린 점수의 차가 선우의 영어 퀴즈 점수이다.

풀이 선우가 맞힌 문제의 개수를 x개, 틀린 문제의 개수를 y개라 하면

$\begin{cases}x+y=25 & \cdots\cdots ㉠\\ 5x-3y=69 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$

㉠×3＋㉡을 하면

$8x=144$ 　$\therefore x=18$

$x=18$을 ㉠에 대입하면

$18+y=25$ 　$\therefore y=7$

선우가 틀린 문제의 개수는 7개이다.

따라서 선우가 맞힌 문제의 개수는 18개이다.

답 ②

323 전략 A, B가 자연수일 때, $A:B=a:b$이면 A, B를 각각 ak, bk (k는 자연수)로 놓고 연립방정식을 세운다.

풀이 준서와 경아의 지난달 용돈을 각각 $5x$원, $4x$원 (x는 자연수), 지출한 비용을 각각 $11y$원, $9y$원 (y는 자연수)으로 놓으면

$\begin{cases} 5x-11y=2000 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x-9y=1000 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 4-$㉡$\times 5$를 하면 $y=3000$

$y=3000$을 ㉡에 대입하면

$4x-27000=1000$

$4x=28000 \quad \therefore x=7000$

따라서 경아의 지난달 용돈은 $4x=28000$(원), 지출한 비용은 $9y=27000$(원)이다.

답 ②

324 전략 한 변의 길이가 a인 정사각형의 둘레의 길이는 $4a$, 정삼각형의 둘레의 길이는 $3a$이다.

풀이 만든 정사각형의 개수를 x개, 정삼각형의 개수를 y개라 하면

$\begin{cases} x=2y+1 \\ 4\times3\times x+3\times3\times y=210 \end{cases}$

한 변의 길이가 3 cm인 정사각형의 둘레의 길이는 $4\times3=12$(cm)

즉 $\begin{cases} x=2y+1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x+3y=70 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 ㉡에 대입하면

$4(2y+1)+3y=70$

$11y=66 \quad \therefore y=6$

정삼각형의 개수는 6개이다.

$y=6$을 ㉠에 대입하면

$x=12+1=13$

따라서 정사각형의 개수는 13개이다. 답 ④

325 전략 중간고사 영어 점수를 x점, 수학 점수를 y점으로 놓고 연립방정식을 세운다.

풀이 중간고사 영어 점수를 x점, 수학 점수를 y점이라 하면

$\begin{cases} \dfrac{x+y}{2}=77.5 \\ -\dfrac{10}{100}x+\dfrac{20}{100}y=7 \end{cases}$

즉 $\begin{cases} x+y=155 & \cdots\cdots ㉠ \\ -x+2y=70 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡을 하면

$3y=225 \quad \therefore y=75$

$y=75$를 ㉠에 대입하면

$x+75=155 \quad \therefore x=80$

따라서 기말고사 영어 점수는

$80-80\times\dfrac{10}{100}=72$(점)

기말고사 수학 점수는

$75+75\times\dfrac{20}{100}=90$(점)

답 영어 : 72점, 수학 : 90점

326 전략 단위를 통일하여 연립방정식을 세운다.

풀이 A코스의 거리를 x km, B코스의 거리를 y km라 하면

$\begin{cases} \dfrac{x}{3}+\dfrac{40}{60}+\dfrac{y}{5}=4 \\ x+y=12 \end{cases}$

(시간)$=\dfrac{(거리)}{(속력)}$

즉 $\begin{cases} 5x+3y=50 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+y=12 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

$x+y=12$에서
$y=-x+12 \quad \cdots ㉢$
㉢을 ㉠에 대입하면
$20x+12(-x+12)=200$
$8x=56$
$\therefore x=7$
$x=7$을 ㉢에 대입하면
$y=5$
로 풀 수도 있다.

㉠$-$㉡$\times 3$을 하면

$2x=14 \quad \therefore x=7$

$x=7$을 ㉡에 대입하면

$7+y=12 \quad \therefore y=5$

따라서 A코스의 거리는 7 km, B코스의 거리는 5 km이므로 A, B 중 더 긴 코스는 A이다. 답 A

327 전략 필요한 순도 55 %의 은의 양을 x kg, 순도 90 %의 은의 양을 y kg으로 놓고 연립방정식을 세운다.

풀이 필요한 순도 55 %의 은의 양을 x kg, 순도 90 %의 은의 양을 y kg이라 하면

$\begin{cases} x+y=5 \\ \dfrac{55}{100}x+\dfrac{90}{100}y=\dfrac{76}{100}\times5 \end{cases}$

즉 $\begin{cases} x=5-y & \cdots\cdots ㉠ \\ 11x+18y=76 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 ㉡에 대입하면

$11(5-y)+18y=76$

$7y=21 \quad \therefore y=3$

$y=3$을 ㉠에 대입하면 $x=2$

따라서 필요한 순도 55 %의 은의 양은 2 kg, 순도 90 %의 은의 양은 3 kg이다. 답 2 kg, 3 kg

328 전략 두 소금물을 섞어도 소금의 양은 변하지 않음을 이용한다.

풀이 소금물 A의 농도를 x %, 소금물 B의 농도를 y %라 하면

$\begin{cases} \dfrac{x}{100}\times100+\dfrac{y}{100}\times100=\dfrac{6}{100}\times200 \\ \dfrac{x}{100}\times500+\dfrac{y}{100}\times100=\dfrac{4}{100}\times600 \end{cases}$

$100+100=200$(g)

$500+100=600$(g)

즉 $\begin{cases} x+y=12 & \cdots\cdots ㉠ \\ 5x+y=24 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡을 하면

$-4x=-12 \quad \therefore x=3$

$x=3$을 ㉠에 대입하면

$3+y=12 \quad \therefore y=9$

따라서 소금물 A, B의 농도 차는

$9-3=6$(%) 답 ①

329 문제 이해 처음 자연수의 백의 자리의 숫자를 x, 일의 자리의 숫자를 y라 하면

$\begin{cases} x+7+y=14 \\ 100y+70+x=2(100x+70+y)+22 \end{cases}$

즉 $\begin{cases} x+y=7 & \cdots\cdots ㉠ \\ 199x-98y=-92 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ • 50% 배점

해결 과정 ㉠$\times 98+$㉡을 하면

$297x=594 \quad \therefore x=2$

$x=2$를 ㉠에 대입하면

$2+y=7 \quad \therefore y=5$ • 40% 배점

답 구하기 따라서 처음 자연수는 275이다. • 10% 배점

답 275

만점비법

백의 자리의 숫자가 2, 십의 자리의 숫자가 3, 일의 자리의 숫자가 4인 세 자리의 정수는 234로 나타내지만 문자와 숫자는 다르므로 백의 자리의 숫자가 a, 십의 자리의 숫자가 b, 일의 자리의 숫자가 c인 세 자리의 정수는 abc와 같이 나타내지 않고, $100a+10b+c$와 같이 나타낸다.

330 문제 이해 어른 한 명의 몸무게를 x kg, 어린이 한 명의 몸무게를 y kg이라 하면

$$\begin{cases}12x+10y=1300 & \cdots\cdots ㉠\\ x=2y-5 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$$ • 40% 배점

해결 과정 ㉡을 ㉠에 대입하면

$12(2y-5)+10y=1300$

$34y=1360 \quad \therefore y=40$

$y=40$을 ㉡에 대입하면

$x=80-5=75$ • 40% 배점

답 구하기 $x=75$, $y=40$을 $4x+ay=1300$에 대입하면

$300+40a=1300$

$40a=1000 \quad \therefore a=25$ • 20% 배점

답 25

331 문제 이해 섭취해야 할 식품 A의 양을 x g, 식품 B의 양을 y g이라 하면

$$\begin{cases}\frac{15}{100}x+\frac{32}{100}y=84\\ \frac{8}{100}x+\frac{24}{100}y=50\end{cases}$$

즉 $\begin{cases}15x+32y=8400 & \cdots\cdots ㉠\\ 8x+24y=5000 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$ • 50% 배점

해결 과정 ㉠×3−㉡×4를 하면

$13x=5200 \quad \therefore x=400$

$x=400$을 ㉡에 대입하면

$3200+24y=5000, \quad 24y=1800$

$\therefore y=75$ • 40% 배점

답 구하기 따라서 식품 B는 75 g을 섭취해야 한다. • 10% 배점

답 75 g

332 문제 이해 1인 기준으로 작년의 교통비를 x원, 숙박비를 y원이라 하면 작년의 휴가비는 $(x+y)$원이므로

$0.95(x+y)=95000$

또 올해의 휴가비는 $(1.1x+0.85y)$원이므로

$1.1x+0.85y=95000$ • 40% 배점

해결 과정 $\begin{cases}0.95(x+y)=95000\\ 1.1x+0.85y=95000\end{cases}$에서

$$\begin{cases}x+y=100000 & \cdots\cdots ㉠\\ 22x+17y=1900000 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$$

㉠×22−㉡을 하면

$5y=300000 \quad \therefore y=60000$

$y=60000$을 ㉠에 대입하면

$x+60000=100000 \quad \therefore x=40000$ • 40% 배점

답 구하기 따라서 올해의 교통비는

$40000\times1.1=44000$(원)

이고, 올해의 숙박비는

$60000\times0.85=51000$(원) • 20% 배점

답 44000원, 51000원

시간의 단위를 초로 통일한다.
1분=60초

① 전체의 $\frac{a}{b}$
→ (전체)$\times\frac{a}{b}$
② 전체의 $a\%$
→ (전체)$\times\frac{a}{100}$

A식품 x g에 포함된
단백질의 양 : $\frac{15}{100}x$ g
지방의 양 : $\frac{8}{100}x$ g
B식품 y g에 포함된
단백질의 양 : $\frac{32}{100}y$ g
지방의 양 : $\frac{24}{100}y$ g

적어도 한 개 이상씩 광고하므로 x, y는 자연수이다.

㉠×8−㉡×15를 하면
$-104y=-7800$
$\therefore y=75$

교과서 속 창의유형

본책 66~67쪽

333 [문제 해결 길잡이]

❶ 70분짜리 드라마를 방송할 때, 광고를 방송하는 시간을 구한다.
❷ 광고 시간이 15초인 상품의 광고 수를 x개, 20초인 상품의 광고 수를 y개로 놓고, x, y에 대한 일차방정식을 세운다.
❸ ❷에서 세운 방정식의 해를 모두 구한다.
❹ 광고 시간이 15초인 상품을 최대 몇 개 광고할 수 있는지 구한다.

풀이 70분짜리 드라마를 방송할 때, 광고를 방송하는 시간은

$70\times\frac{10}{100}\times60=420$(초) ❶

광고 시간이 15초인 상품의 광고 수를 x개, 20초인 상품의 광고 수를 y개라 하면

$15x+20y+30\times4=420$

$\therefore 3x+4y=60$ ❷

이때 x, y는 자연수이므로 위의 방정식의 해는

(4, 12), (8, 9), (12, 6), (16, 3) ❸

따라서 광고 시간이 15초인 상품은 최대 16개 광고할 수 있다. ❹

답 16개

334 [문제 해결 길잡이]

❶ 주어진 약속에 따라 $(x+y)\bigstar(2y-1)$, $\left(\frac{2}{3}y+\frac{1}{6}\right)\bigstar\frac{4}{5}x$, $0.7\bigstar0.2$를 각각 구한다.
❷ 주어진 방정식은 $A=B=C$ 꼴이므로 $\begin{cases}A=C\\ B=C\end{cases}$ 꼴로 나타낸다.
❸ ❷에서 세운 연립방정식을 푼다.
❹ $x+y$의 값을 구한다.

풀이 $(x+1)\bigstar(2y-1)=3(x+1)-2(2y-1)$

$=3x-4y+5$

$\left(\frac{2}{3}y+\frac{1}{6}\right)\bigstar\frac{4}{5}x=3\left(\frac{2}{3}y+\frac{1}{6}\right)-2\times\frac{4}{5}x$

$=-\frac{8}{5}x+2y+\frac{1}{2}$

$0.7\bigstar0.2=3\times0.7-2\times0.2=1.7$ ❶

따라서 주어진 방정식은

$3x-4y+5=-\frac{8}{5}x+2y+\frac{1}{2}=1.7$

이므로

$$\begin{cases} 3x-4y+5=1.7 \\ -\frac{8}{5}x+2y+\frac{1}{2}=1.7 \end{cases}$$

즉 $\begin{cases} 30x-40y=-33 & \cdots\cdots ㉠ \\ -16x+20y=12 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ ❷

㉠+㉡×2를 하면

$-2x=-9 \quad \therefore x=\frac{9}{2}$

$x=\frac{9}{2}$를 ㉡에 대입하면 $\quad -72+20y=12$

$20y=84 \quad \therefore y=\frac{21}{5}$ ❸

$\therefore x-y=\frac{9}{2}-\frac{21}{5}=\frac{3}{10}$ ❹ 답 $\frac{3}{10}$

$\frac{9}{2}-\frac{21}{5}$
$=\frac{45}{10}-\frac{42}{10}$
$=\frac{3}{10}$

335 [문제 해결 길잡이]
❶ 햄의 개수를 x개, 오이의 개수를 y개로 놓는다.
❷ 햄과 오이의 개수의 합과 지난 주와 이번 주의 구입 비용의 차를 이용하여 x, y에 대한 연립방정식을 세운다.
❸ ❷에서 세운 연립방정식을 푼다.

풀이 진영이가 구입한 햄의 개수를 x개, 오이의 개수를 y개라 하면❶

$$\begin{cases} x+y=8 \\ -1800\times\frac{10}{100}x+1200\times\frac{20}{100}y=660 \end{cases}$$

즉 $\begin{cases} y=8-x & \cdots\cdots ㉠ \\ -3x+4y=11 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ ❷

㉠을 ㉡에 대입하면
$-3x+4(8-x)=11, \quad -7x=-21$
$\therefore x=3$
$x=3$을 ㉠에 대입하면 $\quad y=5$
따라서 진영이는 햄을 3개, 오이를 5개 구입하였다. ❸
답 햄 : 3개, 오이 : 5개

336 [문제 해결 길잡이]
❶ 정지한 물에서의 A보트의 속력을 시속 x km, 강물의 속력을 시속 y km로 놓는다.
❷ x, y에 대한 연립방정식을 세운다.
❸ ❷에서 세운 연립방정식을 푼다.
❹ 강 11 km를 왕복하는 데 걸리는 시간을 구한다.

풀이 정지한 물에서의 A보트의 속력을 시속 x km, 강물의 속력을 시속 y km라 하면❶

$\begin{cases} 4(x-y)=32 \\ 2(x+y)=32 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x-y=8 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+y=16 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ ❷

㉠+㉡을 하면 $\quad 2x=24 \quad \therefore x=12$
$x=12$를 ㉡에 대입하면
$12+y=16 \quad \therefore y=4$ ❸
B보트의 속력은 시속 $12\times1.5=18$(km)이므로 강 11 km를 왕복하는 데 걸리는 시간은

$\frac{11}{18-4}+\frac{11}{18+4}=\frac{11}{14}+\frac{11}{22}$
$=\frac{9}{7}$(시간)❹ 답 $\frac{9}{7}$시간

Ⅳ 부등식

07 | 일차부등식

개념&기출유형 본책 70~72쪽

어떤 수를 부등식의 x에 대입하였을 때, 부등식이 성립하면 어떤 수는 그 부등식의 해이다.

337 ㈀ 다항식 ㈁ 방정식 ㈃ 등식
따라서 부등식은 ㈂, ㈄의 2개이다. 답 ②

338 ① $0.4\times(-2)+1.5<0$ (거짓)
② $\frac{1}{2}\times(-1)+10\geq7$ (참)
③ $-3-6\times0\geq0$ (거짓)
④ $-1+8<12$ (참)
⑤ $5\times2+9>2$ (참) 답 ①, ③

339 $x=-1$, 0, 1, 2, 3을 주어진 부등식에 각각 대입하면
(i) $x=-1$일 때, $2\times(-1)+4>10-(-1)$ (거짓)
(ii) $x=0$일 때, $2\times0+4>10-0$ (거짓)
(iii) $x=1$일 때, $2\times1+4>10-1$ (거짓)
(iv) $x=2$일 때, $2\times2+4>10-2$ (거짓)
(v) $x=3$일 때, $2\times3+4>10-3$ (참)
이상에서 주어진 부등식의 해는 3의 1개이다.
답 1개

부등식의 양변에 같은 음수를 곱하거나 양변을 같은 음수로 나누는 경우에만 부등호의 방향이 바뀐다.

340 ㈁ $a<b$에서 $\quad \frac{a}{3}<\frac{b}{3}$
㈃ $a<b$에서 $\quad -\frac{a}{2}>-\frac{b}{2} \quad \therefore 5-\frac{a}{2}>5-\frac{b}{2}$
이상에서 옳은 것은 ㈀, ㈂, ㈄이다.
답 ㈀, ㈂, ㈄

341 ① $a+\frac{2}{7}>b+\frac{2}{7}$에서 $\quad a>b$
② $a<6$에서 $\quad -\frac{a}{3}>6\times\left(-\frac{1}{3}\right)=-2$
③ $-\frac{a}{5}+2\leq-\frac{b}{5}+2$에서 $\quad -\frac{a}{5}\leq-\frac{b}{5}$
$\therefore a\geq b$
⑤ $-2\leq x\leq3$에서 $\quad -8\leq4x\leq12$
$\therefore -11\leq4x-3\leq9$ 답 ④

342 $x-\frac{7x+6}{5}>-12$에서
양변에 5를 곱한다.
$5x-(7x+6)>-60, \quad 5x-7x-6>-60$
$-2x>-54 \quad \therefore x<27$
따라서 구하는 가장 큰 정수는 26이다. 답 26

343 $0.5(x-3) \le 0.2x-0.9$에서

$5(x-3) \le 2x-9, \quad 3x \le 6$

$\therefore x \le 2$

이를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.

답 풀이 참조

양변에 10을 곱한다.

344 $\dfrac{x}{3}+\dfrac{2x-1}{4}<0.5x+1$에서

$\dfrac{x}{3}+\dfrac{2x-1}{4}<\dfrac{1}{2}x+1$

$4x+3(2x-1)<6x+12$

$4x<15 \quad \therefore x<\dfrac{15}{4}=3.75$

따라서 주어진 부등식을 만족시키는 자연수 x는 1, 2, 3의 3개이다.

답 3개

양변에 3, 4, 2의 최소공배수인 12를 곱한다.

345 $5x+7 \le 2x+a$에서

$3x \le a-7 \quad \therefore x \le \dfrac{a-7}{3}$

이 부등식의 해가 $x \le -4$이므로

$\dfrac{a-7}{3}=-4, \quad a-7=-12$

$\therefore a=-5$

답 -5

346 $\dfrac{5}{6}x+a>0.8(x+1)$에서

$\dfrac{5}{6}x+a>\dfrac{4}{5}(x+1)$

$25x+30a>24(x+1)$

$25x+30a>24x+24$

$\therefore x>24-30a$

이 부등식의 해가 $x>6$이므로

$24-30a=6, \quad -30a=-18$

$\therefore a=\dfrac{3}{5}$

답 ④

양변에 6과 5의 최소공배수인 30을 곱한다.

347 $3x+2 \ge a-x$에서

$4x \ge a-2 \quad \therefore x \ge \dfrac{a-2}{4}$

이때 $x \ge \dfrac{a-2}{4}$를 만족시키는 x의 값 중 최솟값이 -8이므로

$\dfrac{a-2}{4}=-8, \quad a-2=-32$

$\therefore a=-30$

답 -30

보충학습

부등식 $x \ge k$ (k는 상수)를 만족시키는 x의 값 중 최솟값은 k이고, 부등식 $x>k$를 만족시키는 x의 값 중 최솟값은 구할 수 없다.

348 (1) $1 \le x \le 5$에서 $\quad 3 \le 3x \le 15$

$3-6 \le 3x-y \le 15-4$

$\therefore -3 \le 3x-y \le 11$

(2) $1 \le x \le 5, \ 4 \le y \le 6$에서

$1 \times 4 \le xy \le 5 \times 6, \quad 4 \le xy \le 30$

$\therefore 2 \le \dfrac{1}{2}xy \le 15$

답 (1) $-3 \le 3x-y \le 11$ (2) $2 \le \dfrac{1}{2}xy \le 15$

349 $-4ax+7>-1$에서 $\quad -4ax>-8$

$a>0$에서 $-4a<0$이므로

$x<\dfrac{-8}{-4a} \quad \therefore x<\dfrac{2}{a}$

답 ④

$ax>b$에서
① $a>0$이면 → $x>\dfrac{b}{a}$
② $a<0$이면 → $x<\dfrac{b}{a}$
③ $a=0$, $b \ge 0$이면 → 해가 없다.
④ $a=0$, $b<0$이면 → 해가 무수히 많다.

350 $ax+3>2(x+4)$에서 $\quad (a-2)x>5$

이 부등식의 해가 없으려면 $\quad a-2=0$

$\therefore a=2$

답 ④

내신 만점 도전하기

본책 73~74쪽

351 전략 절댓값이 2보다 크지 않은 정수 x의 값을 찾아 주어진 부등식에 각각 대입한다.

풀이 x의 절댓값이 2보다 크지 않은 정수이므로

$x=-2, \ -1, \ 0, \ 1, \ 2$

$|x| \le 2$이므로 $|x|=0, 1, 2$

이를 주어진 부등식에 각각 대입하면

(i) $x=-2$일 때, $5(-2+2)>-3(-2-4)$ (거짓)

(ii) $x=-1$일 때, $5(-1+2)>-3(-1-4)$ (거짓)

(iii) $x=0$일 때, $5(0+2)>-3(0-4)$ (거짓)

(iv) $x=1$일 때, $5(1+2)>-3(1-4)$ (참)

(v) $x=2$일 때, $5(2+2)>-3(2-4)$ (참)

이상에서 주어진 부등식의 해는 1, 2의 2개이다.

답 ②

보충학습

① $a \ge b$ → a는 b보다 크거나 같다.
→ a는 b보다 작지 않다.
→ a는 b 이상이다.

② $a \le b$ → a는 b보다 작거나 같다.
→ a는 b보다 크지 않다.
→ a는 b 이하이다.

352 전략 부등식의 해 ⇨ 부등식을 참이 되게 하는 값

풀이 $\dfrac{5}{4}x+3=8$에서 $\quad 5x+12=32$

$5x=20 \quad \therefore x=4$

양변에 4를 곱한다.

$x=4$를 각 부등식에 대입하면

① $-2 \times 4+6>7 \times 4-12$ (거짓)

② $4+9<6 \times 4-1$ (참)

③ $2 \times 4+4 \le 5 \times 4-10$ (거짓)

④ $3 \times 4+8<16-4$ (거짓)

⑤ $4 \times 4-1 \ge 8 \times 4+1$ (거짓)

답 ②

만점 공략 BOX

353 전략 부등식의 양변에 같은 음수를 곱하거나 양변을 같은 음수로 나누면 부등호의 방향이 바뀐다.

> ① $a<b$, $c>0$이면
> $ac<bc$, $\frac{a}{c}<\frac{b}{c}$
> ② $a<b$, $c<0$이면
> $ac>bc$, $\frac{a}{c}>\frac{b}{c}$

풀이 (ㄱ) $a<b$이므로 $\quad 2a<2b$

$\therefore 2a-c<2b-c$

(ㄴ) $a<b$이므로 $\quad a+c<b+c$

$\therefore -(a+c)>-(b+c)$

(ㄷ) $a<b$, $c<0$이므로 $\quad ac>bc$

$\therefore -2+ac>-2+bc$

(ㄹ) $a<b$, $c<0$이므로

$\frac{a}{c}>\frac{b}{c}$, $\quad -\frac{a}{c}<-\frac{b}{c}$

$\therefore -\frac{a}{c}-4<-\frac{b}{c}-4$

(ㅁ) $a<b$이므로 $\quad -4a>-4b$

$-4a+c>-4b+c$

$\therefore \frac{-4a+c}{3}>\frac{-4b+c}{3}$

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ), (ㅁ)이다.

답 (ㄱ), (ㄷ), (ㅁ)

354 전략 (양수)×(양수) ➡ (양수)
(양수)×(음수) 또는 (음수)×(양수) ➡ (음수)

풀이 ① $ab<0$에서 $\quad a>0$, $b<0$ 또는 $a<0$, $b>0$

이때 $a-b<0$에서 $a<b$이므로 $\quad a<0$, $b>0$

a, b의 부호가 다르다.

② $bc>0$에서 $b>0$이므로 $\quad c>0$

b, c의 부호가 같다.

③ $a<0<c$이므로 $\quad c-a>0$

④ $ac<0<b$이므로 $\quad b-ac>0$

⑤ $\frac{a}{c}<0<\frac{b}{c}$이므로 $\quad -\frac{a}{c}>-\frac{b}{c}$

$\therefore 1-\frac{a}{c}>1-\frac{b}{c}$

답 ⑤

355 전략 부등식의 성질을 이용하여 먼저 x의 값의 범위를 구한다.

풀이 $-1\leq 3x-4\leq 5$에서

$3\leq 3x\leq 9 \quad \therefore 1\leq x\leq 3$

$1\leq x\leq 3$에서 $\quad -12\leq -4x\leq -4$

$-7\leq 5-4x\leq 1 \quad \therefore -\frac{7}{6}\leq\frac{5-4x}{6}\leq\frac{1}{6}$

따라서 $M=\frac{1}{6}$, $m=-\frac{7}{6}$이므로

$M+m=-1$

답 ②

356 전략 양변에 적당한 수를 곱하여 계수를 모두 정수로 바꿔서 푼다.

풀이 $\frac{x-1}{7}\geq\frac{x-5}{3}$에서 $\quad 3(x-1)\geq 7(x-5)$

$-4x\geq -32 \quad \therefore x\leq 8$

$0.6x+3\geq 0.4(x-1)+7.8$에서

$6x+30\geq 4(x-1)+78$

$2x\geq 44 \quad \therefore x\geq 22$

따라서 $A=8$, $B=22$이므로

$A+B=30$

답 ⑤

357 해결 과정 $0.\dot{3}x-0.\dot{2}>\frac{2x-5}{2}$에서

$\frac{1}{3}x-\frac{2}{9}>\frac{2x-5}{2}$, $\quad 6x-4>9(2x-5)$

$-12x>-41 \quad \therefore x<\frac{41}{12}$ • 70% 배점

$\frac{41}{12}=3.41\dot{6}$

답 구하기 따라서 주어진 부등식을 만족시키는 자연수 x는 1, 2, 3의 3개이다. • 30% 배점

답 3개

358 전략 주어진 부등식을 $ax<b$ 꼴로 나타낸 후 a의 부호에 따라 부등호의 방향을 결정한다.

풀이 $ax+2>bx+3$에서 $\quad (a-b)x>1$

① $a>b$이면 $a-b>0$이므로 $\quad x>\frac{1}{a-b}$

② $a<b$이면 $a-b<0$이므로 $\quad x<\frac{1}{a-b}$

③ $a=b$이면 $0\times x>1$이므로 해가 없다.

④ $a>0$, $b=-a$이면 $\quad 2ax>1 \quad \therefore x>\frac{1}{2a}$

⑤ $a<0$, $b=-a$이면 $\quad 2ax>1 \quad \therefore x<\frac{1}{2a}$

답 ③

359 해결 과정 ① $(a-b)x>-(x-a)+b-5$에서

$(a-b)x>-x+a+b-5$

$(a-b+1)x>a+b-5 \quad \cdots\cdots$ ㉠ • 20% 배점

해결 과정 ② $b=2a-1$을 ㉠에 대입하면

$\{a-(2a-1)+1\}x>a+(2a-1)-5$

$a-(2a-1)+1$
$=a-2a+1+1$
$=-a+2$
$=-(a-2)$

$a+(2a-1)-5$
$=a+2a-1-5$
$=3a-6$
$=3(a-2)$

$-(a-2)x>3(a-2)$ • 30% 배점

$a>2$에서 $\quad a-2>0$ • 20% 배점

답 구하기 따라서 $-(a-2)<0$이므로

$x<-3$ • 30% 배점

답 $x<-3$

360 전략 주어진 부등식을 $ax<b$ 꼴로 나타낸 후 $a>0$, $a=0$, $a<0$인 경우로 나누어 생각한다.

풀이 $ax-b>b(x-2)+a$에서

$ax-b>bx-2b+a$, $\quad (a-b)x>a-b$

(i) $a>b$일 때,

$a-b>0$이므로 $\quad x>\frac{a-b}{a-b} \quad \therefore x>1$

(ii) $a=b$일 때,

$a-b=0$이므로 $\quad 0\times x>0 \quad \therefore$ 해가 없다.

(iii) $a<b$일 때,

$a-b<0$이므로 $\quad x<\frac{a-b}{a-b} \quad \therefore x<1$

답 풀이 참조

361 문제 이해 부등식의 해 중 가장 큰 수가 2이므로 주어진 부등식의 해는 $x\le 2$이다. • 30% 배점

해결 과정 $6-ax\ge 2+x$에서

$(a+1)x\le 4$ • 20% 배점

이 부등식의 해가 $x\le 2$이어야 하므로 $a+1>0$

$\therefore x\le \dfrac{4}{a+1}$ • 30% 배점

답 구하기 따라서 $\dfrac{4}{a+1}=2$이므로

$a+1=2 \qquad \therefore a=1$ • 20% 배점

답 1

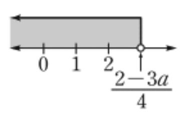
362 전략 부등식의 해가 $x<k$일 때, 자연수 x가 2개 이상이려면 $k>2$이어야 한다.

풀이 $2(x-1)+3a<-2x$에서

$2x-2+3a<-2x, \qquad 4x<2-3a$

$\therefore x<\dfrac{2-3a}{4}$

이 부등식을 만족시키는 자연수 x가 2개 이상이려면 오른쪽 그림과 같아야 하므로



$\dfrac{2-3a}{4}>2, \qquad 2-3a>8$

$-3a>6 \qquad \therefore a<-2$

답 $a<-2$

만점비법

부등식의 해가 $x<k$일 때, 부등식을 만족시키는 자연수 x가 2개 이상이려면 $k\ge 2$가 아니라 $k>2$이어야 함에 주의한다. 이때 $k=2$이면 $x<2$이므로 부등식을 만족시키는 자연수는 1의 1개이다.

363 전략 먼저 두 부등식의 해를 각각 구한다.

풀이 $x+1<\dfrac{3x-1}{4}$에서

$4x+4<3x-1 \qquad \therefore x<-5$

$9x-7<4(x-k)$에서

$9x-7<4x-4k, \qquad 5x<7-4k$

$\therefore x<\dfrac{7-4k}{5}$

이때 두 부등식의 해가 같으므로

$-5=\dfrac{7-4k}{5}, \qquad -25=7-4k$

$4k=32 \qquad \therefore k=8$

답 ⑤

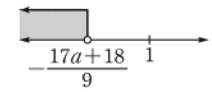
364 전략 주어진 부등식을 풀어 $x<k$ 꼴로 나타낸 후 $k\le 1$임을 이용한다.

풀이 $1.7(2x-a)>4.3x+1.8$에서

$17(2x-a)>43x+18, \qquad 34x-17a>43x+18$

$-9x>17a+18 \qquad \therefore x<-\dfrac{17a+18}{9}$

이 부등식을 만족시키는 자연수 x가 존재하지 않으려면 오른쪽 그림과 같아야 하므로



$-\dfrac{17a+18}{9}\le 1$

$17a+18\ge -9, \qquad 17a\ge -27$

$\therefore a\ge -\dfrac{27}{17}$

$-\dfrac{27}{17}=-1.588\cdots$

따라서 정수 a의 최솟값은 -1이다.

답 -1

내신 만점 굳히기

본책 75쪽

365 해결 과정 ① $-\dfrac{1}{2}-\dfrac{a}{4}<\dfrac{1}{12}-\dfrac{a}{3}$에서

양변에 -12를 곱한다.

$6+3a>-1+4a, \qquad -a>-7$

$\therefore a<7$ • 40% 배점

해결 과정 ② $7(x-2)<a(x-2)$에서

$7x-14<ax-2a$

$(a-7)x>2(a-7)$ • 30% 배점

답 구하기 이때 $a<7$에서 $a-7<0$이므로

$x<2$ • 30% 배점

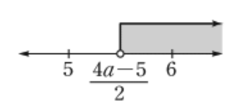
답 $x<2$

366 전략 $x>k$를 만족시키는 x의 값 중에서 가장 작은 정수가 n이면 ➡ $(n-1)\le k<n$ (n은 정수)

풀이 $\dfrac{2x-7}{4}>a-3$에서 $\qquad 2x-7>4a-12$

$2x>4a-5 \qquad \therefore x>\dfrac{4a-5}{2}$

이 부등식을 만족시키는 x의 값 중 가장 작은 정수가 6이므로 오른쪽 그림에서



$5\le \dfrac{4a-5}{2}<6, \qquad 10\le 4a-5<12$

$15\le 4a<17 \qquad \therefore \dfrac{15}{4}\le a<\dfrac{17}{4}$

답 ③

367 전략 $ax>b$의 해가 $x<k$이면 $a<0$, $\dfrac{b}{a}=k$임을 이용한다.

풀이 $ax-b>3x$에서 $\qquad (a-3)x>b$

이 부등식의 해가 $x<\dfrac{1}{2}$이므로

$a-3<0, \ \dfrac{b}{a-3}=\dfrac{1}{2}$

$\dfrac{b}{a-3}=\dfrac{1}{2}$에서
$2b=a-3$
$\therefore a=2b+3$

$\therefore a<3, \ a=2b+3$

한편 $|b|=2$이므로 $\qquad b=-2$ 또는 $b=2$

$|-2|=2, \ |2|=2$

(i) $b=-2$일 때,

$a=2\times(-2)+3=-1$

$a=-1$은 $a<3$을 만족시킨다.

(ii) $b=2$일 때,

$a=2\times2+3=7$

$a=7$은 $a<3$을 만족시키지 않는다.

(i), (ii)에서 $a=-1$, $b=-2$이므로

$a+b=-3$ 답 ②

368 전략 먼저 주어진 약속에 따라 부등식을 정리한다.

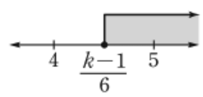
풀이 $(2x+1)◎(5x+2)\geq3◎k$에서

$(2x+1)+2(5x+2)-1\geq3+2k-1$

$2x+1+10x+4-1\geq2k+2$

$12x\geq2k-2 \qquad \therefore x\geq\frac{k-1}{6}$

이 부등식을 만족시키는 가장 작은 정수 x가 5이므로 오른쪽 그림에서



$4<\frac{k-1}{6}\leq5, \qquad 24<k-1\leq30$

$\therefore 25<k\leq31$ 답 $25<k\leq31$

369 문제 이해 $(a-b)x-4a+b<0$, 즉

$(a-b)x<4a-b$의 해가 $x>-\frac{1}{2}$이므로

$a-b<0$ • 10% 배점

해결 과정 ① 즉 $x>\frac{4a-b}{a-b}$이므로

$\frac{4a-b}{a-b}=-\frac{1}{2}, \qquad -8a+2b=a-b$

$-9a=-3b \qquad \therefore b=3a$ • 30% 배점

해결 과정 ② $b=3a$를 $a-b<0$에 대입하면

$a-3a<0, \qquad -2a<0$

$\therefore a>0$ • 20% 배점

해결 과정 ③ 또 $b=3a$를 $(7a+b)x-\frac{1}{6}(9a-b)\geq0$ 에 대입하면

$(7a+3a)x-\frac{1}{6}(9a-3a)\geq0$

$10ax-a\geq0, \qquad 10ax\geq a$

$\therefore x\geq\frac{1}{10}$ • 30% 배점

답 구하기 따라서 구하는 최솟값은 $\frac{1}{10}$이다.

• 10% 배점

답 $\frac{1}{10}$

370 전략 먼저 $3a+2>-2(a+4)$에서 a의 값의 범위를 구한다.

괄호가 있는 일차부등식의 풀이
→ 분배법칙을 이용하여 괄호를 풀고 동류항끼리 계산한다.

풀이 $3a+2>-2(a+4)$에서

$3a+2>-2a-8, \qquad 5x>-10$

$\therefore a>-2$

$ax+4a<-2x-8$에서

$(a+2)x<-8-4a$

$(a+2)x<-4(a+2)$

이때 $a>-2$에서 $a+2>0$이므로

$x<-4$ 답 ①

부등식의 해가 존재하지 않을 조건

① $ax+b\leq0$일 때 → $a=0$, $b>0$

② $ax+b<0$일 때 → $a=0$, $b\geq0$

③ $ax+b\geq0$일 때 → $a=0$, $b<0$

④ $ax+b>0$일 때 → $a=0$, $b\leq0$

371 [문제 해결 길잡이]

❶ 부등식 $ax+b\leq0$의 해가 존재하지 않을 조건은 $a=0$, $b>0$임을 이용한다.

❷ $ax-3\geq0$일 때, 부등식 $|ax-3|\geq2b$의 해를 구한다.

❸ $ax-3<0$일 때, 부등식 $|ax-3|\geq2b$의 해를 구한다.

❹ ❶, ❷, ❸의 결과를 이용하여 a, b, c의 값을 구한다.

❺ $a+b+c$의 값을 구한다.

풀이 부등식 $(a-b)x+2a-b\leq0$의 해가 존재하지 않으므로

$a-b=0, \ 2a-b>0$

$a-b=0$에서 $\qquad a=b$

$a=b$를 $2a-b>0$에 대입하면

$2a-a>0 \qquad \therefore a>0$ ❶

$|x|\geq k\ (k>0)$일 때, $x\geq k$ 또는 $x\leq-k$

$|ax-3|\geq2b$에서

(i) $ax-3\geq0$일 때, $\qquad ax-3\geq2b$

$a=b$이므로 $\qquad ax-3\geq2a$

$\therefore ax\geq2a+3$

$a>0$이므로 $\qquad x\geq\frac{2a+3}{a}$ ❷

(ii) $ax-3<0$일 때, $\qquad -(ax-3)\geq2b$

$a=b$이므로 $\qquad -(ax-3)\geq2a$

$-ax+3\geq2a \qquad \therefore -ax\geq2a-3$

$a>0$에서 $-a<0$이므로 $\qquad x\leq\frac{2a-3}{-a}$ ❸

(i), (ii)에서 $\qquad x\leq\frac{2a-3}{-a}$ 또는 $x\geq\frac{2a+3}{a}$

이 부등식의 해가 $x\leq1$ 또는 $x\geq c$이므로

$\frac{2a-3}{-a}=1, \ \frac{2a+3}{a}=c$

$\frac{2a-3}{-a}=1$에서 $\qquad 2a-3=-a$

$3a=3 \qquad \therefore a=1$

$a=b$이므로 $\qquad b=1$

$a=1$을 $\frac{2a+3}{a}=c$에 대입하면 $\qquad c=5$ ❹

$\therefore a+b+c=1+1+5=7$ ❺

답 7

보충학습

절댓값 기호를 포함하는 부등식의 풀이

$|x|=\begin{cases} x & (x\geq0) \\ -x & (x<0) \end{cases}$이므로

(1) 부등식 $|x|\leq a\ (a>0)$에서

① $x\geq0$일 때, $\qquad x\leq a$

② $x<0$일 때, $\qquad -x\leq a \qquad \therefore x\geq-a$

①, ②에서 $\qquad -a\leq x\leq a$

(2) 부등식 $|x|\geq a\ (a>0)$에서

① $x\geq0$일 때, $\qquad x\geq a$

② $x<0$일 때, $\qquad -x\geq a \qquad \therefore x\leq-a$

①, ②에서 $\qquad x\leq-a$ 또는 $x\geq a$

08 | 연립일차부등식

개념&기출유형

본책 76~77쪽

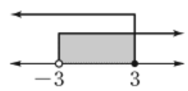
372 $8-x\ge 5x-10$에서

$-6x\ge -18 \qquad \therefore x\le 3$

$6x+7>4x+1$에서

$2x>-6 \qquad \therefore x>-3$

따라서 주어진 연립부등식의 해는 $-3<x\le 3$이므로



$a=-3,\ b=3$

$\therefore a+b=0$

답 0

373 $2(x-1)<7x+13$에서

$2x-2<7x+13, \qquad -5x<15$

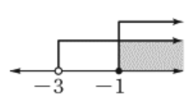
$\therefore x>-3$

$-(x-4)\le 5(x+2)$에서

$-x+4\le 5x+10, \qquad -6x\le 6$

$\therefore x\ge -1$

따라서 주어진 연립부등식의 해는 $x\ge -1$이므로 구하는 최솟값은 -1이다.



답 -1

374 $2.4x-3\le 0.4x+4.5$에서

$24x-30\le 4x+45, \qquad 20x\le 75$

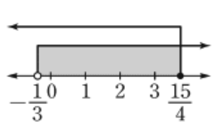
$\therefore x\le \dfrac{15}{4}$

$x-\dfrac{x-5}{4}>1$에서 $\qquad 4x-(x-5)>4$

$3x+5>4, \qquad 3x>-1$

$\therefore x>-\dfrac{1}{3}$

따라서 주어진 연립부등식의 해는 $-\dfrac{1}{3}<x\le \dfrac{15}{4}$이므로 구하는 모든 자연수 x의 값의 합은



$1+2+3=6$

답 6

375 $\begin{cases} -5x+4\le 8-6x & \cdots\cdots ㉠ \\ 8-6x<-3(x-2)+9 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

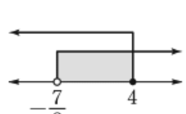
㉠에서 $\quad x\le 4$

㉡에서 $\quad 8-6x<-3x+15$

$-3x<7 \qquad \therefore x>-\dfrac{7}{3}$

따라서 주어진 부등식의 해는

$-\dfrac{7}{3}<x\le 4$



이므로 $\quad A=4,\ B=-2$

$\therefore \dfrac{A}{B}=\dfrac{4}{-2}=-2$

답 -2

376 $10x-9\ge 8x-15$에서

$2x\ge -6 \qquad \therefore x\ge -3$

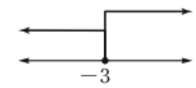
$2(x+1)\le -x-7$에서

$2x+2\le -x-7$

$3x\le -9 \qquad \therefore x\le -3$

따라서 주어진 연립부등식의 해는

$x=-3$



답 $x=-3$

377 $\begin{cases} 2x+11<\dfrac{7-5x}{2} & \cdots\cdots ㉠ \\ \dfrac{7-5x}{2}\le -(x-6) & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $\quad 4x+22<7-5x$

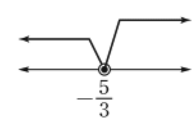
$9x<-15 \qquad \therefore x<-\dfrac{5}{3}$

㉡에서 $\quad 7-5x\le -2(x-6)$

$7-5x\le -2x+12$

$-3x\le 5 \qquad \therefore x\ge -\dfrac{5}{3}$

따라서 주어진 부등식의 해는 없다.



답 ⑤

378 $6x-2a\le 4x-8$에서

$2x\le 2a-8 \qquad \therefore x\le a-4$

$5x+2\ge 3x-4$에서

$2x\ge -6 \qquad \therefore x\ge -3$

주어진 연립부등식의 해가 $-3\le x\le 1$이므로

$a-4=1 \qquad \therefore a=5$

답 5

379 $\begin{cases} -5a<3x-b & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-b<a+4 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $\quad -3x<5a-b$

$\therefore x>-\dfrac{5a-b}{3}$

㉡에서 $\quad 3x<a+b+4$

$\therefore x<\dfrac{a+b+4}{3}$

주어진 부등식의 해가 $a<x<1$이므로

$-\dfrac{5a-b}{3}=a,\ \dfrac{a+b+4}{3}=1$

$\therefore b=8a,\ a+b=-1$

두 식을 연립하여 풀면

$a=-\dfrac{1}{9},\ b=-\dfrac{8}{9}$

$\therefore a-b=-\dfrac{1}{9}-\left(-\dfrac{8}{9}\right)=\dfrac{7}{9}$

답 ④

만점 공략 BOX

$A<B<C$
→ $A<B$이고 $B<C$
→ $\begin{cases} A<B \\ B<C \end{cases}$

괄호가 있는 부등식은 먼저 분배법칙을 이용하여 괄호를 풀고 식을 간단히 하여 푼다.

공통부분이 없으므로 연립부등식의 해는 없다.

① 계수가 소수이면
→ 양변에 10의 거듭제곱을 곱한다.
② 계수가 분수이면
→ 양변에 분모의 최소공배수를 곱한다.

$-\dfrac{5a-b}{3}=a$에서
$-5a+b=3a$
$\therefore b=8a$

$\begin{cases} b=8a & \cdots ㉠ \\ a+b=-1 & \cdots ㉡ \end{cases}$
㉠을 ㉡에 대입하면
$a+8a=-1$
$9a=-1$
$\therefore a=-\dfrac{1}{9}$
$a=-\dfrac{1}{9}$을 ㉠에 대입하면 $b=-\dfrac{8}{9}$

이를 만족시키는 정수 x의 값은 $-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4$이다.

IV 부등식

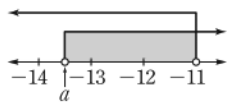
만점 공략 BOX

380 $x+6<\dfrac{2x-13}{7}$에서

$7x+42<2x-13,\quad 5x<-55$

$\therefore x<-11$

따라서 연립부등식 $\begin{cases} x<-11 \\ x>a \end{cases}$의 해 중 정수가 2개이어야 하므로



> $-12,\ -13$의 2개

$-14\le a<-13$

답 $-14\le a<-13$

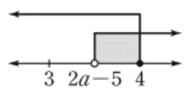
381 $8x-15\le17$에서

$8x\le32\qquad \therefore x\le4$

$6x+11>12a-19$에서

$6x>12a-30\qquad \therefore x>2a-5$

주어진 연립부등식의 자연수인 해가 한 개뿐이려면



$3\le2a-5<4$

$8\le2a<9\qquad \therefore 4\le a<\dfrac{9}{2}$

따라서 a의 최솟값은 4이다.

답 4

382 $\dfrac{-x+1}{3}\ge-2$에서

> 연립부등식의 해를 구하여 수직선 위에 나타내었을 때
> ① 해가 없으려면
> → 공통부분이 없도록 그려 본다.
> ② 해를 가지려면
> → 공통부분이 있도록 그려 본다.

$-x+1\ge-6,\quad -x\ge-7$

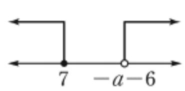
$\therefore x\le7$

$5x-a<6(x+1)$에서

$5x-a<6x+6,\quad -x<a+6$

$\therefore x>-a-6$

주어진 연립부등식의 해가 없으므로



$-a-6\ge7,\quad -a\ge13$

$\therefore a\le-13$

답 ①

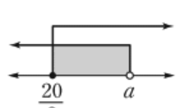
383 $4x<3x+a$에서 $\quad x<a$

$0.5(x-2)\ge0.2x+1$에서

$5(x-2)\ge2x+10,\quad 3x\ge20$

$\therefore x\ge\dfrac{20}{3}$

주어진 연립부등식의 해가 존재하려면



$a>\dfrac{20}{3}$

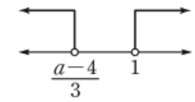
답 $a>\dfrac{20}{3}$

384 $\begin{cases} -3x+8<x+4 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+4<-2x+a & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $\quad -4x<-4\qquad \therefore x>1$

㉡에서 $\quad 3x<a-4\qquad \therefore x<\dfrac{a-4}{3}$

주어진 부등식이 해를 갖지 않으려면



> 경곗값이 해의 범위에 포함되면 경곗값이 최댓값 또는 최솟값이 된다.

$\dfrac{a-4}{3}\le1,\quad a-4\le3$

$\therefore a\le7$

따라서 a의 최댓값은 7이다.

답 ⑤

내신 만점 도전하기

본책 78~79쪽

385 전략 주어진 두 일차부등식을 풀어 a, b의 값을 먼저 구한다.

풀이 $-x+8>11$에서 $\quad -x>3$

$\therefore x<-3\qquad \therefore a=-3$

$5x+\dfrac{1}{7}\ge4x-\dfrac{6}{7}$에서

> 다음과 같이 풀어도 된다.
> $5x-4x\ge-\dfrac{6}{7}-\dfrac{1}{7}$
> $\therefore x\ge-1$

$35x+1\ge28x-6,\quad 7x\ge-7$

$\therefore x\ge-1$

$\therefore b=-1$

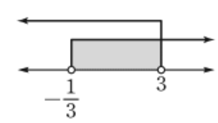
$a=-3,\ b=-1$을 $\begin{cases} ax+b<0 \\ bx-a>0 \end{cases}$에 대입하면

$\begin{cases} -3x-1<0 \\ -x+3>0 \end{cases}$

$-3x-1<0$에서 $\quad -3x<1\qquad \therefore x>-\dfrac{1}{3}$

$-x+3>0$에서 $\quad -x>-3\qquad \therefore x<3$

따라서 구하는 연립부등식의 해는



$-\dfrac{1}{3}<x<3$

답 $-\dfrac{1}{3}<x<3$

386 문제 이해 $(x+1)*3$의 값은 $x+1\ge3$, 즉 $x\ge2$일 때 $x+1$이고, $x+1<3$, 즉 $x<2$일 때 3이므로

$(x+1)*3=\begin{cases} 3 & (x<2) \\ x+1 & (x\ge2) \end{cases}$

같은 방법으로

$(8-x)*4=\begin{cases} 8-x & (x\le4) \\ 4 & (x>4) \end{cases}$ • 30% 배점

> $8-x\ge4$에서
> $-x\ge-4$
> $\therefore x\le4$
> 따라서 $x\le4$일 때,
> $(8-x)*4=8-x$
> $8-x<4$에서
> $-x<-4$
> $\therefore x>4$
> 따라서 $x>4$일 때,
> $(8-x)*4=4$

해결 과정 (i) $x<2$일 때,

$3+(8-x)>11,\quad -x>0$

$\therefore x<0$ • 20% 배점

(ii) $2\le x\le4$일 때,

$(x+1)+(8-x)>11\qquad \therefore 0\times x>2$

따라서 해는 없다. • 20% 배점

(iii) $x>4$일 때,

$(x+1)+4>11\qquad \therefore x>6$ • 20% 배점

답 구하기 이상에서 주어진 부등식의 해는

$x<0$ 또는 $x>6$ • 10% 배점

답 $x<0$ 또는 $x>6$

387 전략 주어진 연립부등식과 일차부등식의 해를 각각 구하여 비교한다.

풀이 $x+4\le 3x$에서 $\quad -2x\le -4$

$\therefore x\ge 2$

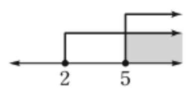
$6(x-2)+5\ge 3x+8$에서

$6x-7\ge 3x+8, \quad 3x\ge 15$

$\therefore x\ge 5$

따라서 주어진 연립부등식의 해는

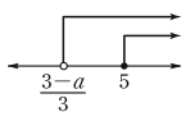
$x\ge 5$



$3x+a>3$에서 $\quad 3x>3-a$

$\therefore x>\frac{3-a}{3}$

주어진 조건을 만족시키려면 오른쪽 그림과 같아야 하므로



$\frac{3-a}{3}<5, \quad 3-a<15$

$\therefore a>-12$

즉 정수 a의 최솟값은 -11이다.

답 ②

만점비법

$x\ge 5$가 $x>\frac{3-a}{3}$를 만족시키기 위한 조건을 $\frac{3-a}{3}\le 5$로 생각하지 않도록 주의한다.

388 전략 주어진 연립방정식의 해를 구하여 조건에 맞는 연립부등식을 세운다.

풀이 $\begin{cases} 2x+y=1 \\ x-y=a \end{cases}$의 해는

$x=\frac{a+1}{3}, y=\frac{1-2a}{3}$

이때 x, y의 값이 모두 양수가 되려면

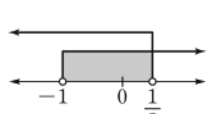
$\begin{cases} \frac{a+1}{3}>0 & \cdots\cdots ㉠ \\ \frac{1-2a}{3}>0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $\quad a+1>0 \quad \therefore a>-1$

㉡에서 $\quad 1-2a>0, \quad -2a>-1$

$\therefore a<\frac{1}{2}$

따라서 $-1<a<\frac{1}{2}$이므로 구하는 정수 a는 0의 1개이다.



답 ①

$\begin{cases} 2x+y=1 & \cdots ㉢ \\ x-y=a & \cdots ㉣ \end{cases}$

㉢+㉣을 하면

$3x=a+1$

$\therefore x=\frac{a+1}{3}$

$x=\frac{a+1}{3}$을 ㉣에 대입하면

$\frac{a+1}{3}-y=a$

$\therefore y=\frac{a+1}{3}-a$

$=\frac{1-2a}{3}$

389 전략 먼저 주어진 부등식을 풀어 일차방정식의 해를 찾는다.

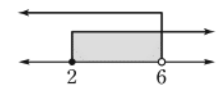
풀이 $\begin{cases} 7x-35<x+1 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+1\le 1.1x+0.8 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $\quad 6x<36 \quad \therefore x<6$

㉡에서 $\quad 10x+10\le 11x+8$

$-x\le -2 \quad \therefore x\ge 2$

따라서 주어진 부등식의 해가 $2\le x<6$이므로 이를 만족시키는 x의 값 중 가장 큰 정수는 5이다.



$x=5$를 $-3x-2a=a-6$에 대입하면

$-15-2a=a-6 \quad -3a=9$

$\therefore a=-3$

답 ①

등식의 변형

① y에 대하여 푼다.
→ y를 다른 문자에 대한 식으로 나타낸다.

② x에 대하여 푼다.
→ x를 다른 문자에 대한 식으로 나타낸다.

390 전략 $x+y=6$을 x에 대하여 푼 후 주어진 부등식에 대입한다.

풀이 $x+y=6$에서 $\quad x=6-y$

$x=6-y$를 주어진 부등식에 대입하면

$6-y-10<2<4(6-y)-1$

$-y-4<2<23-4y$

$\therefore -6<y<\frac{21}{4}$

$\begin{cases} -y-4<2 & \cdots ㉠ \\ 2<23-4y & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $\ y>-6$

㉡에서 $\ y<\frac{21}{4}$

$\therefore -6<y<\frac{21}{4}$

따라서 $a=-6, b=\frac{21}{4}$이므로

$\frac{a}{b}=-6\times\frac{4}{21}=-\frac{8}{7}$

$\frac{a}{b}=a\times\frac{1}{b}$

답 $-\frac{8}{7}$

391 전략 연립부등식의 해가 주어진 경우 ➡ 각 부등식을 풀어 주어진 해와 비교한다.

풀이 $-3x+a\le b-x$에서 $\quad -2x\le b-a$

$\therefore x\ge\frac{a-b}{2}$

$2x+1<b-x$에서 $\quad 3x<b-1$

$\therefore x<\frac{b-1}{3}$

연립부등식 $\begin{cases} -3x+a\le b-x \\ 2x+1<b-x \end{cases}$의 해가 $-\frac{3}{2}\le x<1$이므로

$\frac{a-b}{2}=-\frac{3}{2}, \ \frac{b-1}{3}=1$

$\therefore a=1, \ b=4$

$\frac{b-1}{3}=1$에서

$b-1=3 \quad \therefore b=4$

$b=4$를 $\frac{a-b}{2}=-\frac{3}{2}$에 대입하면

$\frac{a-4}{2}=-\frac{3}{2}$

$a-4=-3$

$\therefore a=1$

즉 처음 부등식이 $-3x+1\le 2x+1<4-x$이므로

$\begin{cases} -3x+1\le 2x+1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+1<4-x & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $\quad -5x\le 0 \quad \therefore x\ge 0$

㉡에서 $\quad 3x<3 \quad \therefore x<1$

따라서 처음 부등식의 해는

$0\le x<1$

답 ④

Ⅳ 부등식

만점 공략 BOX

392 전략 두 부등식의 해를 각각 구하여 수직선 위에 나타낸 후 공통부분을 찾는다.

풀이 $0.7x-3\ge1.1x+1.4$에서

$7x-30\ge11x+14,\quad -4x\ge44$

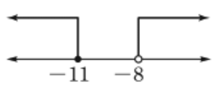
$\therefore x\le-11$

$\frac{x}{2}<2x+12$에서

$x<4x+24,\quad -3x<24$

$\therefore x>-8$

따라서 주어진 연립부등식의 해가 없다.



답 해가 없다.

연립부등식의 해가 없다.
→ 수직선에서 공통부분이 없다.

393 문제 이해 주어진 연립부등식의 해가 $-2<x\le3$이므로 $\frac{1}{5}x+1<\frac{1}{4}x+a$의 해는 $x>-2$이고, $9(x-b)\le8x-6$의 해는 $x\le3$이다. • 30% 배점

해결 과정 ① $\frac{1}{5}x+1<\frac{1}{4}x+a$에서

$4x+20<5x+20a\quad \therefore x>20-20a$

$9(x-b)\le8x-6$에서

$9x-9b\le8x-6\quad \therefore x\le9b-6$ • 30% 배점

해결 과정 ② 따라서 $20-20a=-2$, $9b-6=3$이므로

$a=\frac{11}{10}$, $b=1$ • 30% 배점

$20-20a=-2$에서
$-20a=-22$
$\therefore a=\frac{11}{10}$
$9b-6=3$에서
$9b=9\quad \therefore b=1$

답 구하기 $\therefore a-b=\frac{11}{10}-1=\frac{1}{10}$ • 10% 배점

답 $\frac{1}{10}$

참고 연립부등식 $\begin{cases}ax+b<0\\cx+d\le0\end{cases}$의 해가 $m<x\le n$이면 $ax+b<0$의 해는 $x>m$이고, $cx+d\le0$의 해는 $x\le n$이다. (단, a, b, c, d는 상수)

394 전략 $A<B<C$ 꼴의 부등식은 $\begin{cases}A<B\\B<C\end{cases}$ 꼴로 바꿔서 푼다.

풀이 $\begin{cases}x+a<\frac{4}{3}x+1 & \cdots\cdots ㉠\\ \frac{4}{3}x+1\le\frac{2x+1}{2}-\frac{1}{6} & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$

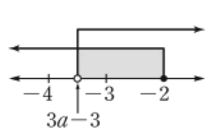
㉠에서 $3x+3a<4x+3$

$\therefore x>3a-3$

㉡에서 $8x+6\le6x+3-1,\quad 2x\le-4$

$\therefore x\le-2$

주어진 부등식을 만족시키는 정수 x가 2개이려면



$-4\le3a-3<-3$

$-1\le3a<0\quad \therefore -\frac{1}{3}\le a<0$

답 $-\frac{1}{3}\le a<0$

395 전략 부등식 $3x>x+11$의 해를 먼저 구하여 소수가 5개이기 위한 상수 a의 값의 범위를 구한다.

풀이 $3x>x+11$에서 $\quad 2x>11$

$\therefore x>\frac{11}{2}$

이를 만족시키는 소수 x는

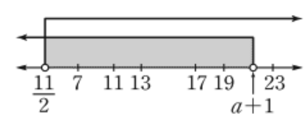
$7,\ 11,\ 13,\ 17,\ 19,\ 23,\ \cdots$

소수 → 1보다 큰 자연수 중에서 1과 그 자신만을 약수로 갖는 수

$6x+a>7x-1$에서 $\quad -x>-a-1$

$\therefore x<a+1$

주어진 연립부등식의 해 중 소수가 5개이려면



$19<a+1\le23$

$\therefore 18<a\le22$

$19\le a+1\le23$이면 19가 연립부등식의 해가 되지 않으므로 연립부등식을 만족시키는 소수가 4개가 된다.

답 ③

396 해결 과정 $\frac{x+1}{2}<2x-4$에서

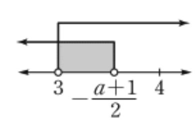
$x+1<4x-8,\quad -3x<-9$

$\therefore x>3$

$x-a>3x+1$에서 $\quad -2x>a+1$

$\therefore x<-\frac{a+1}{2}$ • 50% 배점

답 구하기 주어진 연립부등식을 만족시키는 정수 x가 존재하지 않으려면



$-\frac{a+1}{2}\le4$

$a+1\ge-8\quad \therefore a\ge-9$ • 50% 배점

답 $a\ge-9$

만점비법

$-\frac{a+1}{2}=4$인 경우에도 주어진 연립부등식의 해는 $3<x<4$가 되므로 이를 만족시키는 정수인 해가 존재하지 않는다.

397 전략 연립부등식 $\begin{cases}x<a\\x>b\end{cases}$의 해가 없다. ⊙ $a\le b$

풀이 $x+1>5x+9$에서 $\quad -4x>8$

$\therefore x<-2$

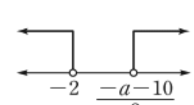
$4x+a>-10+x$에서 $\quad 3x>-a-10$

$\therefore x>\frac{-a-10}{3}$

$x+1>5x+9$에서
$-4x>8$
$\therefore x<-2$

$4x+a>-10+x$에서
$3x>-10-a$
$\therefore x>\frac{-a-10}{3}$

주어진 연립부등식의 해가 없으므로



$\frac{-a-10}{3}\ge-2$

$-a-10\ge-6,\quad -a\ge4$

$\therefore a\le-4$

따라서 상수 a의 최댓값은 -4이다.

답 ①

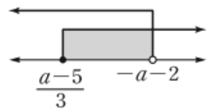
398 전략 두 부등식의 해를 각각 구한 후 공통부분이 생기도록 두 부등식의 해를 수직선 위에 나타낸다.

풀이 $\frac{a-3x}{5}\le 1$에서 $\quad a-3x\le 5$

$-3x\le 5-a \qquad \therefore x\ge \frac{a-5}{3}$

$4x+2<3x-a$에서 $\quad x<-a-2$

주어진 연립부등의 해가 존재하므로



$\frac{a-5}{3}<-a-2$

$a-5<-3a-6$

$4a<-1 \qquad \therefore a<-\frac{1}{4}$

답 ②

399 해결 과정 ① $2x+8\le 5\left(x+\frac{2}{5}\right)$에서

$2x+8\le 5x+2, \qquad -3x\le -6$

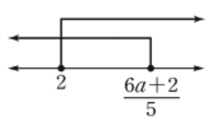
$\therefore x\ge 2$

$3(x-a)\le \frac{1}{2}x+1$에서 $\qquad 6(x-a)\le x+2$

$6x-6a\le x+2, \qquad 5x\le 6a+2$

$\therefore x\le \frac{6a+2}{5}$ • 40% 배점

해결 과정 ② 주어진 연립부등식이 해를 가지려면



$\frac{6a+2}{5}\ge 2, \qquad 6a+2\ge 10$

$6a\ge 8 \qquad \therefore a\ge \frac{4}{3}$ • 50% 배점

답 구하기 따라서 a의 최솟값은 $\frac{4}{3}$이다. • 10% 배점

답 $\frac{4}{3}$

400 전략 연립부등식을 만족시키는 x의 개수가 0 또는 1이 되도록 연립부등식의 해를 수직선 위에 나타낸다.

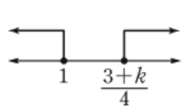
풀이 $\begin{cases} k-5x\le -x-3 & \cdots\cdots ㉠ \\ -x-3\le 6-10x & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $\quad -4x\le -3-k$

$\therefore x\ge \frac{3+k}{4}$

㉡에서 $\quad 9x\le 9 \qquad \therefore x\le 1$

(i) x의 개수가 0일 때,



$\frac{3+k}{4}>1$

$3+k>4 \qquad \therefore k>1$

(ii) x의 개수가 1일 때,

$\frac{3+k}{4}=1 \qquad \therefore k=1$

(i), (ii)에서 $\qquad \therefore k\ge 1$

답 ⑤

내신 만점 굳히기 본책 80쪽

401 전략 $2ax-b<ax+b$의 해는 $x>-3$이고, $2cx+2d\ge 3cx-d$의 해는 $x\le 4$이다.

풀이 $2ax-b<ax+b$에서 $\qquad ax<2b$

이 부등식의 해가 $x>-3$이므로

$a<0,\ \frac{2b}{a}=-3$

$\therefore a<0,\ b=-\frac{3}{2}a$ $\cdots\cdots$ ㉠

$2cx+2d\ge 3cx-d$에서 $\qquad -cx\ge -3d$

이 부등식의 해가 $x\le 4$이므로

$-c<0,\ \frac{3d}{c}=4$

$\therefore c>0,\ d=\frac{4}{3}c$ $\cdots\cdots$ ㉡

한편 $ax+b>0$에서 $\qquad ax>-b$

이때 ㉠에서 $\qquad x<\frac{3}{2}$

$ax>\frac{3}{2}a$에서 $a<0$이므로 $x<\frac{3}{2}$

또 $cx+9d\ge 0$에서 $\qquad cx\ge -9d$

이때 ㉡에서 $\qquad x\ge -12$

$cx\ge -9\times\frac{4}{3}c$에서 $cx\ge -12c$ 이때 $c>0$이므로 $x\ge -12$

따라서 구하는 연립부등식의 해는

$-12\le x<\frac{3}{2}$

답 ①

만점비법

부등식에서 x의 계수가 문자일 때는 x의 계수가 양수인지 음수인지 반드시 확인하도록 한다.

402 전략 $\langle x\rangle=n$ ⟹ $n-\frac{1}{2}\le x<n+\frac{1}{2}$

풀이 $1<\left\langle\frac{7x-1}{6}\right\rangle\le 3$에서

$\left\langle\frac{7x-1}{6}\right\rangle=2$ 또는 $\left\langle\frac{7x-1}{6}\right\rangle=3$

이므로

(i) $\left\langle\frac{7x-1}{6}\right\rangle=2$이면 $\qquad \frac{3}{2}\le\frac{7x-1}{6}<\frac{5}{2}$

(ii) $\left\langle\frac{7x-1}{6}\right\rangle=3$이면 $\qquad \frac{5}{2}\le\frac{7x-1}{6}<\frac{7}{2}$

(i), (ii)에서 $\frac{3}{2}\le\frac{7x-1}{6}<\frac{7}{2}$ $\cdots\cdots$ ㉠

각 변에 2와 6의 최소공배수인 6을 곱한다.

㉠에서 $\qquad 9\le 7x-1<21$

$10\le 7x<22 \qquad \therefore \frac{10}{7}\le x<\frac{22}{7}$

답 $\frac{10}{7}\le x<\frac{22}{7}$

403 문제 이해 $3x-2y=15$에서 $\qquad 2y=3x-15$

$\therefore y=\frac{3}{2}x-\frac{15}{2}$ • 20% 배점

해결 과정 ① $y=\frac{3}{2}x-\frac{15}{2}$를 주어진 부등식에 대입하면

$$2x-2<\frac{3}{2}x-\frac{15}{2}+4\le 3x+6$$

$$2x-2<\frac{3}{2}x-\frac{7}{2}\le 3x+6$$

$$4x-4<3x-7\le 6x+12$$

$$\therefore \begin{cases} 4x-4<3x-7 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-7\le 6x+12 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠에서 $x<-3$

㉡에서 $-3x\le 19$ $\therefore x\ge -\frac{19}{3}$

$$\therefore -\frac{19}{3}\le x<-3$$

이를 만족시키는 정수 x는 -6, -5, -4이다.

• 50% 배점

해결 과정 ② (i) $x=-6$일 때,

$$y=-9-\frac{15}{2}=-\frac{33}{2}$$

(ii) $x=-5$일 때,

$$y=-\frac{15}{2}-\frac{15}{2}=-15$$

(iii) $x=-4$일 때,

$$y=-6-\frac{15}{2}=-\frac{27}{2}$$

• 20% 배점

주어진 조건을 만족시키는 정수 x를 먼저 찾은 후 y의 값도 정수가 되는 것을 찾으면 된다.

답 구하기 이상에서 순서쌍 (x, y) 중 x, y가 모두 정수인 것은 $(-5, -15)$의 1개이다. • 10% 배점

답 1개

만점비법

x의 값이 정수라고 해서 y의 값도 반드시 정수가 되는 것은 아니므로 정수 x의 값에 따른 y의 값을 반드시 확인해야 한다.

404 전략 $x=3^a\times5^b\times7^c$(a, b, c는 음이 아닌 정수)이므로 x는 3 또는 5 또는 7만을 소인수로 갖는 수이다.

풀이 $|x|\le 20$에서 $-20\le x\le 20$,

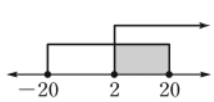
$a>0$일 때,
① 부등식 $|x|\le a$의 해 → $-a\le x\le a$
② 부등식 $|x|\ge a$의 해 → $x\le -a$ 또는 $x\ge a$

$1.\dot{1}x-1\ge -0.\dot{7}+x$에서

$$\frac{10}{9}x-1\ge -\frac{7}{9}+x, \quad 10x-9\ge -7+9x$$

$$\therefore x\ge 2$$

따라서 주어진 연립부등식의 해는



$$2\le x\le 20$$

이를 만족시키는 정수 x 중에서 3 또는 5 또는 7만을 소인수로 갖는 것은 3, 5, 7, 9, 15의 5개이다.

답 ③

405 해결 과정 $\begin{cases} 3.5\le \frac{2n-5}{8}<4.5 & \cdots\cdots ㉠ \\ 10.5\le \frac{3n+2}{5}<11.5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

소수점 아래 첫째 자리에서 반올림하여 4가 되는 수는 3.5 이상 4.5 미만이다.

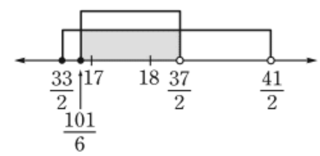
소수점 아래 첫째 자리에서 반올림하여 11이 되는 수는 10.5 이상 11.5 미만이다.

㉠에서 $28\le 2n-5<36$

$$33\le 2n<41 \quad \therefore \frac{33}{2}\le n<\frac{41}{2}$$

㉡에서 $105\le 6n+4<115$

$$101\le 6n<111 \quad \therefore \frac{101}{6}\le n<\frac{37}{2}$$



따라서 연립부등식의 해는

$$\frac{101}{6}\le n<\frac{37}{2}$$

• 70% 배점

답 구하기 이를 만족시키는 자연수 n은 17, 18이므로 구하는 합은

$$17+18=35$$

• 30% 배점

답 35

406 [문제 해결 길잡이]

❶ 상수 a를 포함하지 않은 부등식의 해를 먼저 구한다.
❷ $a+2>0$일 때, 연립부등식의 해를 구한다.
❸ $a+2=0$일 때, 연립부등식의 해를 구한다.
❹ $a+2<0$일 때, 연립부등식의 해를 구한다.
❺ 연립부등식의 해가 존재하기 위한 a의 값의 범위를 구한다.

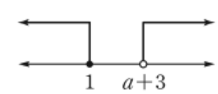
풀이 $5-2x\le -3x+6$에서 $x\le 1$ ❶

$(a+2)x>(a+2)(a+3)$ $\cdots\cdots$ ㉠

(i) $a+2>0$, 즉 $a>-2$일 때,

$$x>a+3$$

그런데 $a>-2$에서 $a+3>1$이므로 연립부등식의 해가 존재하지 않는다. ❷



(ii) $a+2=0$, 즉 $a=-2$일 때,

$$0\times x>0\times 1$$

이므로 ㉠의 해가 존재하지 않는다.

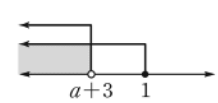
따라서 연립부등식의 해가 존재하지 않는다. ❸

(iii) $a+2<0$, 즉 $a<-2$일 때,

$$x<a+3$$

이때 $a<-2$에서 $a+3<1$이므로 연립부등식의 해는

$$x<a+3$$ ❹



이상에서 주어진 연립부등식의 해가 존재하기 위한 a의 값의 범위는

$$a<-2$$ ❺

답 $a<-2$

09 | 부등식의 활용

개념&기출유형

본책 81~83쪽

407 볼펜을 x자루 산다고 하면 연필은 $(15-x)$자루 살 수 있으므로

$900x+400(15-x)+1100\le10000$

$900x+6000-400x+1100\le10000$

$500x\le2900 \qquad \therefore x\le5.8$

따라서 볼펜을 최대 5자루까지 살 수 있다.

답 5자루

(총 가격)
=(볼펜의 총 가격)
+(연필의 총 가격)
+(포장비)

408 x개월 후부터 동생의 통장 잔고가 형의 통장 잔고보다 많아진다고 하면

$23500+2000x<6000+4000x$

$2000x>17500 \qquad \therefore x>8.75$

따라서 9개월 후부터 동생의 통장 잔고가 형의 통장 잔고보다 많아진다.

답 ④

409 다섯 번째 수학 시험에서 x점을 받는다고 하면

$\dfrac{77+82+90+89+x}{5}\ge85$

$338+x\ge425 \qquad \therefore x\ge87$

따라서 87점 이상을 받아야 한다.

답 ②

410 어떤 짝수를 x라 하면

$6x-10<4x-1, \qquad 2x<9$

$\therefore x<\dfrac{9}{2}$

따라서 이를 만족시키는 짝수 중 가장 큰 수는 4이다.

답 4

411 연속하는 세 홀수를 $x-2,\ x,\ x+2$라 하면

$\begin{cases}(x-2)+x+(x+2)<45 & \cdots\cdots \text{㉠}\\(x-2)+x-(x+2)>8 & \cdots\cdots \text{㉡}\end{cases}$

㉠에서 $\quad 3x<45 \qquad \therefore x<15$

㉡에서 $\quad x-4>8 \qquad \therefore x>12$

$\therefore 12<x<15$

이때 x는 홀수이므로 $\quad x=13$

따라서 가장 작은 홀수는

$x-2=13-2=11$

답 ②

412 원가를 x원이라 하면 정가는

$x\left(1+\dfrac{20}{100}\right)$원

정가에서 10 % 할인한 판매 가격은

$x\left(1+\dfrac{20}{100}\right)\left(1-\dfrac{10}{100}\right)$원

이므로

$x\times1.2\times0.9-x\ge3000$

$108x-100x\ge300000$

(이익)
=(할인된 판매 가격)
−(원가)

$8x\ge300000 \qquad \therefore x\ge37500$

따라서 원가의 최솟값은 37500원이다.

답 37500원

(사다리꼴의 넓이)
$=\dfrac{1}{2}\times\{$(윗변의 길이)
+(아랫변의 길이)$\}$
×(높이)

413 윗변의 길이를 x cm라 하면

$\dfrac{1}{2}\times(x+10)\times6\ge45$

$3x+30\ge45, \qquad 3x\ge15$

$\therefore x\ge5$

따라서 윗변의 길이는 5 cm 이상이어야 한다.

답 ③

(직사각형의 둘레의 길이)
=2×{(가로의 길이)
+(세로의 길이)}

414 세로의 길이를 x m라 하면 가로의 길이는 $(x-35)$ m이므로

$450\le2\{x+(x-35)\}<650$

$450\le4x-70<650$

$520\le4x<720$

$\therefore 130\le x<180$

따라서 세로의 길이는 130 m 이상 180 m 미만이다.

답 130 m 이상 180 m 미만

415 가장 긴 변의 길이는 $x+5$이고, 가장 짧은 변의 길이는 $x-2$이므로

$\begin{cases}x+5<(x-2)+(x+1) & \cdots\cdots \text{㉠}\\x-2>0 & \cdots\cdots \text{㉡}\end{cases}$

가장 짧은 변의 길이가 0보다 크면 나머지 변의 길이는 모두 0보다 크다.

㉠에서 $\quad x+5<2x-1$

$-x<-6 \qquad \therefore x>6$

㉡에서 $\quad x>2$

$\therefore x>6$

답 ⑤

416 시속 5 km로 걸은 거리를 x km라 하면 시속 4 km로 걸은 거리는 $(20-x)$ km이다.

4시간 30분 이내에 A지점에서 B지점까지 가야 하므로

$\dfrac{20-x}{4}+\dfrac{x}{5}\le\dfrac{9}{2}$

30(분)$=\dfrac{30}{60}$(시간)
$=\dfrac{1}{2}$(시간)
이므로
4시간 30분$=\dfrac{9}{2}$시간

$100-5x+4x\le90, \qquad -x\le-10$

$\therefore x\ge10$

따라서 시속 5 km로 걸은 거리는 10 km 이상이어야 한다.

답 10 km

만점비법

주어진 속력이 시속이므로 부등식을 세울 때 시간의 단위를 시간으로 맞추어야 한다.

(시간)$=\dfrac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$

417 공연장에서 x km 떨어진 꽃가게를 이용한다고 하면 공연장에서 꽃가게까지 가는 데 걸리는 시간은

$\dfrac{x}{2.5}$시간이므로

$$\frac{x}{2.5}+\frac{25}{60}+\frac{x}{2.5}\le\frac{5}{3}$$

$48x+25\le 100,\qquad 48x\le 75$

$\therefore x\le\frac{25}{16}$

따라서 공연장에서 $\frac{25}{16}$ km 이내에 있는 꽃가게를 이용할 수 있다. 답 $\frac{25}{16}$ km

40(분)$=\frac{40}{60}$(시간)
$=\frac{2}{3}$(시간)
이므로
1시간 40분
$=\frac{5}{3}$시간

418 산을 $x$km까지 올라간다고 하면 3시간 이내에 등산을 마쳐야 하므로

$\frac{x}{3}+\frac{x}{5}\le 3,\qquad 8x\le 45$

$\therefore x\le\frac{45}{8}$

따라서 최대 $\frac{45}{8}$ km까지 올라갔다 올 수 있다.

답 ④

419 13 %의 소금물을 xg 섞는다고 하면

$40+\frac{13}{100}\times x\le\frac{15}{100}\times(200+x)$

$4000+13x\le 3000+15x$

$-2x\le -1000$

$\therefore x\ge 500$

따라서 13 % 소금물을 500 g 이상 섞어야 한다.

답 ④

물 160 g에 40 g의 소금을 넣은 소금물의 양은
160+40=200(g)

보충학습

a %의 소금물 xg과 b %의 소금물 yg을 섞은 소금물의 농도가 c % 이상이다.

→ (a %의 소금물 xg에 들어 있는 소금의 양) + (b %의 소금물 yg에 들어 있는 소금의 양) ≥ (c %의 소금물 $(x+y)$g에 들어 있는 소금의 양)

→ $\frac{a}{100}\times x+\frac{b}{100}\times y\ge\frac{c}{100}\times(x+y)$

420 7 %의 설탕물 500 g에 들어 있는 설탕의 양은

$\frac{7}{100}\times 500=35$(g)

물을 xg 넣는다고 하면

$35\le\frac{4}{100}\times(500+x)$

$3500\le 2000+4x$

$-4x\le -1500\qquad\therefore x\ge 375$

따라서 물을 최소 375 g 넣어야 한다. 답 ②

설탕물에 물을 더 넣어도 설탕의 양은 변하지 않는다.

421 5 %의 소금물을 xg 섞는다고 하면 9 %의 소금물은 $(300-x)$g 섞게 되므로

$$\frac{6}{100}\times 300\le\frac{5}{100}\times x+\frac{9}{100}\times(300-x)$$
$$<\frac{8}{100}\times 300$$

$1800\le -4x+2700<2400$

$-900\le -4x<-300$

$\therefore 75<x\le 225$

따라서 5 %의 소금물을 75 g 초과 225 g 이하 섞어야 한다. 답 75 g 초과 225 g 이하

422 과자를 x개 산다고 하면

$1000x>700x+1800$

$300x>1800\qquad\therefore x>6$

따라서 7개 이상 사야 대형마트에서 사는 것이 유리하다.

답 7개

대형마트에서 과자를 살 때 드는 총 비용이 집 앞 슈퍼에서 과자를 살 때 드는 비용보다 적어야 유리하다.

423 이 반의 학생 수를 x명이라 하면

$\begin{cases}100-4x\ge 14 & \cdots\cdots ㉠\\ 5x>100 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$

㉠에서 $\quad -4x\ge -86\qquad\therefore x\le\frac{43}{2}$

㉡에서 $\quad x>20$

$\therefore 20<x\le\frac{43}{2}$

x는 자연수이므로 $\quad x=21$

따라서 학생 수는 21명이다. 답 21명

424 의자의 개수를 x개라 하면 총 관람객 수는 $(7x+2)$명이므로

$9(x-4)+1\le 7x+2\le 9(x-4)+9$

$9x-35\le 7x+2\le 9x-27$

$\therefore\begin{cases}9x-35\le 7x+2 & \cdots\cdots ㉠\\ 7x+2\le 9x-27 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$

㉠에서 $\quad 2x\le 37\qquad\therefore x\le\frac{37}{2}$

㉡에서 $\quad -2x\le -29\qquad\therefore x\ge\frac{29}{2}$

$\therefore\frac{29}{2}\le x\le\frac{37}{2}$

따라서 의자는 최대 18개이다. 답 18개

9명씩 앉을 때 의자가 3개 남으므로 $(x-4)$개의 의자에는 9명씩 앉고, 마지막 의자에는 최소 1명부터 최대 9명까지 앉게 된다.

내신 만점 도전하기

본책 84~85쪽

425 전략 A호스의 개수를 x로 놓고 부등식을 세운다.

풀이 수조에 물을 가득 채웠을 때의 물의 양을 1로 놓으면 A, B호스로 한 시간 동안 채울 수 있는 물의 양은 각각 $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{10}$이다.

수조에 물을 가득 채우는 데 B호스 두 개로 5시간이 걸리므로 B호스 한 개로는 10시간이 걸린다.

A호스의 개수를 x개라 하면 B호스의 개수는 $(8-x)$개이므로

$\frac{1}{6}x+\frac{1}{10}(8-x)\ge 1$

$5x+3(8-x)\geq 30,\quad 2x+24\geq 30$

$2x\geq 6\quad \therefore x\geq 3$

따라서 A호스는 3개 이상 필요하다. 답 3개

426 문제 이해 제품 A를 x개 만든다고 하면 제품 B는 $(30-x)$개 만들 수 있으므로

$\begin{cases} 2x+6(30-x)\leq 100 & \cdots\cdots ㉠ \\ 6x+4(30-x)\leq 170 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ • 30% 배점

해결 과정 ㉠에서 $-4x+180\leq 100$

$-4x\leq -80\quad \therefore x\geq 20$

㉡에서 $2x+120\leq 170$

$2x\leq 50\quad \therefore x\leq 25$

$\therefore 20\leq x\leq 25$ • 50% 배점

답 구하기 따라서 제품 A는 최대 25개까지 만들 수 있다. • 20% 배점

답 25개

427 전략 십의 자리의 숫자를 a, 일의 자리의 숫자를 b라 하면 처음 자연수는 $10a+b$이다.

풀이 구하는 자연수의 십의 자리의 숫자를 a라 하면 조건 ㈎에 의하여 일의 자리의 숫자는 $12-a$이므로 이 자연수는 $10a+(12-a)$, 즉 $9a+12$이다.

조건 ㈏에서

$10(12-a)+a<9a+12<2\{10(12-a)+a\}$

$120-9a<9a+12<240-18a$

$\therefore \begin{cases} 120-9a<9a+12 & \cdots\cdots ㉠ \\ 9a+12<240-18a & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $-18a<-108\quad \therefore a>6$

㉡에서 $27a<228\quad \therefore a<\frac{76}{9}$

$\therefore 6<a<\frac{76}{9}$

a는 자연수이므로 $a=7$ 또는 $a=8$

따라서 주어진 조건을 만족시키는 자연수는 75 또는 84이므로 가장 작은 자연수는 75이다.

답 75

428 전략 원가에 $a\%$의 이익을 붙인 정가는 $(\text{원가})\times\left(1+\frac{a}{100}\right)(\text{원})$임을 이용한다.

풀이 빵의 원가를 A원이라 하면 정가는

$A\left(1+\frac{25}{100}\right)=\frac{5}{4}A$ (원)

이때 $x\%$ 할인하여 판매한다고 하면 판매 금액은

$\frac{5}{4}A\left(1-\frac{x}{100}\right)$ (원)

이므로

$\frac{5}{4}A\left(1-\frac{x}{100}\right)\geq A,\quad 1-\frac{x}{100}\geq\frac{4}{5}$

$\frac{x}{100}\leq\frac{1}{5}\quad \therefore x\leq 20$

따라서 최대 20 %까지 할인할 수 있다. 답 ③

세 변의 길이가 주어졌을 때 삼각형이 될 수 있는 조건
→ (가장 긴 변의 길이) < (나머지 두 변의 길이의 합)

(ⅰ) $2x>0$에서 $x>0$
(ⅱ) $x+12>0$에서 $x>-12$
(ⅲ) $3x+8>0$에서 $x>-\frac{8}{3}$
이상에서 $x>0$

십의 자리의 숫자가 a, 일의 자리의 숫자가 $12-a$인 자연수의 십의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자를 바꾼 수
→ $10(12-a)+a$

$\frac{76}{9}=8.\dot{4}$

$a=7$일 때, $9a+12=63+12=75$
$a=8$일 때, $9a+12=72+12=84$

정가가 c원인 상품을 $d\%$ 할인한 가격
→ $c\left(1-\frac{d}{100}\right)$원

429 문제 이해 $2x$, $x+12$, $3x+8$은 변의 길이이므로 $x>0$

한편 $3x+8>2x$이므로 $2x$는 가장 긴 변의 길이가 될 수 없다. • 20% 배점

해결 과정 ① (ⅰ) $x+12$가 가장 긴 변의 길이인 경우

$x+12\geq 3x+8$에서

$x\leq 2$

그런데 $x>0$이므로 $0<x\leq 2$ ⋯⋯ ㉠

이때 삼각형이 될 수 있는 조건에 의하여

$x+12<2x+(3x+8)$

$x+12<5x+8$

$\therefore x>1$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡에서 $1<x\leq 2$ • 30% 배점

해결 과정 ② (ⅱ) $3x+8$이 가장 긴 변의 길이인 경우

$3x+8\geq x+12$에서

$x\geq 2$ ⋯⋯ ㉢

이때 삼각형이 될 수 있는 조건에 의하여

$3x+8<2x+(x+12)$

$\therefore 8<12$ ⋯⋯ ㉣

㉢, ㉣에서 $x\geq 2$ • 30% 배점

답 구하기 (ⅰ), (ⅱ)에서 $x>1$ • 20% 배점

답 $x>1$

만점비법

주어진 세 변의 길이 중 어떤 변의 길이가 가장 긴 변의 길이가 될 수 있는지 판단하고, 판단이 어려울 경우에는 각각의 경우로 나누어 문제를 해결한다.

430 전략 n각형의 내각의 크기의 합은 $180°\times(n-2)$이고, n각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $(n-3)$개이다.

풀이 n각형의 내각의 크기의 합은 $180°\times(n-2)$이므로

$1000°\leq 180°\times(n-2)\leq 1500°$

$\frac{50}{9}\leq n-2\leq\frac{25}{3}$

$\therefore \frac{68}{9}\leq n\leq\frac{31}{3}$ ⋯⋯ ㉠

또 n각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $(n-3)$개이므로

$7\leq n-3\leq 9$

$\therefore 10\leq n\leq 12$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡에서 $10\leq n\leq\frac{31}{3}$

이때 n은 자연수이므로 $n=10$

따라서 구하는 다각형은 십각형이다.

답 ④

431 전략 시속 15 km로 달린 거리를 x km로 놓고 부등식을 세운다.

풀이 시속 15 km로 달린 거리를 x km라 하면 시속 45 km로 달린 거리는 $(30-x)$ km이다.
집에서 외가까지 가는 데 걸리는 시간은
$\left(\dfrac{30-x}{45}+\dfrac{x}{15}\right)$시간이므로

$(\text{시간})=\dfrac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$

$$\frac{30-x}{45}+\frac{x}{15}\le\frac{3}{2}$$

오전 9시 반에 출발하여 오전 11시 이내 도착하였으므로 1시간 30분 이내로 걸렸다.

$$60-2x+6x\le135,\qquad 4x\le75$$

$$\therefore\ x\le\frac{75}{4}$$

따라서 시속 15 km로 달린 거리는 $\dfrac{75}{4}$ km 이하이다.

답 $\dfrac{75}{4}$ km 이하

432 전략 걸어서 왕복하는 경우와 자동차로 왕복하는 경우의 부등식을 각각 세운다.

풀이 A, B 두 지점 사이의 거리를 x km라 하면
(i) 걸어서 왕복하는 경우

$$\frac{x}{5}+\frac{48}{60}\le\frac{x}{4},\qquad 12x+48\le15x$$

$$-3x\le-48\qquad\therefore\ x\ge16$$

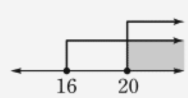
(ii) 자동차로 왕복하는 경우

$$\frac{x}{25}\ge\frac{x}{50}+\frac{24}{60},\qquad 2x\ge x+20$$

$$\therefore\ x\ge20$$

$48(\text{분})=\dfrac{48}{60}(\text{시간})$

(i), (ii)에서 $x\ge20$
따라서 A, B 두 지점 사이의 거리는 최소 20 km이다.



답 ③

433 전략 증발시킨 물의 양을 x g이라 하고, 소금의 양을 비교하여 부등식을 세운다.

풀이 농도가 10 %인 소금물 400 g에 들어 있는 소금의 양은

$$400\times\frac{10}{100}=40(\text{g})$$

증발시킨 물의 양을 x g이라 하면

물을 증발시켜도 소금의 양은 변하지 않는다.

$$\frac{12}{100}\times(400-x)\le40\le\frac{15}{100}\times(400-x)$$

$$12(400-x)\le4000\le15(400-x)$$

$$4800-12x\le4000\le6000-15x$$

$$\therefore\ \begin{cases}4800-12x\le4000 & \cdots\cdots\ ㉠\\ 4000\le6000-15x & \cdots\cdots\ ㉡\end{cases}$$

㉠에서 $-12x\le-800\qquad\therefore\ x\ge\dfrac{200}{3}$

㉡에서 $15x\le2000\qquad\therefore\ x\le\dfrac{400}{3}$

$$\therefore\ \frac{200}{3}\le x\le\frac{400}{3}$$

따라서 증발시킨 물의 양은 $\dfrac{200}{3}$ g 이상 $\dfrac{400}{3}$ g 이하이다.

답 ③

434 전략 12 %의 소금물을 x초 동안 섞는다고 하고, 소금의 양을 이용하여 부등식을 세운다.

풀이 5 %의 소금물 200 g에 들어 있는 소금의 양은

$$200\times\frac{5}{100}=10(\text{g})$$

12 %의 소금물을 x초 동안 섞는다고 하면 x초 후 12 %의 소금물의 양은 $2x$ g이다.
12 %의 소금물 $2x$ g에 들어 있는 소금의 양은

$$2x\times\frac{12}{100}=\frac{6}{25}x(\text{g})$$

따라서 x초 후의 소금물의 양은 $(200+2x)$g이고, 소금의 양은 $\left(10+\dfrac{6}{25}x\right)$g이다.
이때 농도가 8 % 이상 10 % 이하이므로

$$\frac{8}{100}\times(200+2x)\le10+\frac{6}{25}x\le\frac{10}{100}\times(200+2x)$$

$$400+4x\le250+6x\le500+5x$$

$$\therefore\ 75\le x\le250$$

$400+4x\le250+6x$에서
$-2x\le-150$
$\therefore\ x\ge75$ … ㉠
$250+6x\le500+5x$에서
$x\le250$ … ㉡
㉠, ㉡에서
$75\le x\le250$

따라서 75초 이상 250초 이하가 걸린다.

답 ②

435 문제 이해 인터넷 쇼핑몰을 이용하는 것이 유리하려면 총 금액이 동네 의류점을 이용했을 때보다 적어야 한다. • 10% 배점

해결 과정 동아리 회원 수를 x명이라 하면 동네 의류점에서 티셔츠를 살 경우의 비용은
$8000x$ 원
인터넷 쇼핑몰에서 티셔츠를 살 경우의 비용은
$(8000\times0.92\times x+4500)$원
인터넷 쇼핑몰을 이용하는 것이 유리하려면
$8000\times0.92\times x+4500<8000x$ • 50% 배점
$7360x+4500<8000x,\qquad -640x<-4500$
$\therefore\ x>\dfrac{225}{32}$ • 30% 배점

$\dfrac{225}{32}=7.03125$

답 구하기 따라서 동아리 회원 수가 8명 이상일 경우 인터넷 쇼핑몰을 이용하는 것이 유리하다. • 10% 배점

답 8명

436 전략 책의 전체 쪽수를 x쪽으로 놓고 부등식을 세운다.

풀이 책의 전체 쪽수를 x쪽이라 하면

$$\begin{cases}14<\dfrac{x}{32}\le15 & \cdots\cdots\ ㉠\\[2mm] 10<\dfrac{x}{44}\le11 & \cdots\cdots\ ㉡\end{cases}$$

㉠에서 $448<x\le480$
㉡에서 $440<x\le484$
$\therefore\ 448<x\le480$
이때 위의 부등식에서

$$\frac{448}{70}<\frac{x}{70}\le\frac{480}{70}\qquad\therefore\ \frac{32}{5}<\frac{x}{70}\le\frac{48}{7}$$

따라서 매일 70쪽씩 읽으면 7일만에 다 읽을 수 있다.

답 ③

내신 만점 굳히기 본책 86쪽

437 문제 이해 노란 공과 파란 공의 개수의 비가 5 : 3이므로 노란 공의 개수를 $5x$개, 파란 공의 개수를 $3x$개라 하자. • 10% 배점

> $A : B = a : b$일 때, $A = ak$, $B = bk$ ($k \neq 0$인 상수)로 놓을 수 있다.

해결 과정 ① 노란 공과 파란 공이 합하여 2000개 미만이므로

$5x+3x<2000$, $\quad 8x<2000$

$\therefore x<250$ ...... ㉠

노란 공과 파란 공을 각각 y개씩 추가한다고 하면

$(5x+y) : (3x+y) = 4 : 3$

$3(5x+y)=4(3x+y)$

> $a : b = c : d$ → $ad = bc$

$15x+3y=12x+4y$

$\therefore y=3x$

추가한 후 공의 총 개수가 2000개를 넘어야 하므로

$(5x+y)+(3x+y)>2000$

$8x+2y>2000$, $\quad 14x>2000$

> $y=3x$를 $8x+2y>2000$에 대입하면 $8x+2\times 3x>2000$ $\therefore 14x>2000$

$\therefore x>\frac{1000}{7}$ ...... ㉡ • 60% 배점

해결 과정 ② ㉠, ㉡에서

$\frac{1000}{7}<x<250$

$y=3x$이므로 $x=\frac{y}{3}$를 위의 부등식에 대입하면

$\frac{1000}{7}<\frac{y}{3}<250$

$\therefore \frac{3000}{7}<y<750$ • 20% 배점

답 구하기 그런데 y는 3의 배수이어야 하므로 노란 공은 최대 747개 추가할 수 있다. • 10% 배점

> $y=3x$이고, x가 자연수이므로 y는 3의 배수이다.

답 747개

438 전략 처음 자연수의 백의 자리, 십의 자리, 일의 자리의 숫자를 각각 x, y, z로 놓고 식을 세운 후 y, z를 x에 대한 식으로 나타낸다.

풀이 처음 자연수의 백의 자리의 숫자를 x, 십의 자리의 숫자를 y, 일의 자리의 숫자를 z라 하면 처음 자연수는 $100x+10y+z$이므로

$$\begin{cases} x+y+z=21 \\ 100y+10x+z=100x+10y+z+360 \\ 100x+10z+y<100x+10y+z \end{cases}$$

> 백의 자리의 숫자와 십의 자리의 숫자를 바꾼 수

> 십의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자를 바꾼 수

즉 $\begin{cases} x+y+z=21 & \cdots\cdots ㉠ \\ y=x+4 & \cdots\cdots ㉡ \\ y-z>0 & \cdots\cdots ㉢ \end{cases}$

㉡을 ㉠에 대입하면

$x+(x+4)+z=21$

$\therefore z=17-2x$ ...... ㉣

㉡, ㉣을 ㉢에 대입하면

$(x+4)-(17-2x)>0$, $\quad 3x-13>0$

$\therefore x>\frac{13}{3}$ ...... ㉤

한편 $0\le y\le 9$, $0\le z\le 9$이므로 ㉡, ㉣에 의하여

$0\le x+4\le 9$, $0\le 17-2x\le 9$

$-4\le x\le 5$, $4\le x\le \frac{17}{2}$

$\therefore 4\le x\le 5$ ...... ㉥

㉤, ㉥에서 $\frac{13}{3}<x\le 5$

> $\frac{13}{3}=4.\dot{3}$

따라서 $x=5$, $y=9$, $z=7$이므로 구하는 자연수는 597이다.

답 597

439 문제 이해 지홍이가 A지점을 출발하여 다시 A지점으로 돌아올 때까지 걸리는 시간은

$\frac{4500}{75}=60$(분) • 30% 배점

> $4.5\,\text{km}=4500\,\text{m}$

해결 과정 60분 동안 지홍이와 혜진이가 2번 만나려면 혜진이는 호수 둘레를 한 바퀴 초과 두 바퀴 이하로 돌아야 하므로

$4500\times 1<60x\le 4500\times 2$

$4500<60x\le 9000$

$\therefore 75<x\le 150$ • 60% 배점

답 구하기 따라서 혜진이의 속력은 분속 75 m 초과 분속 150 m 이하이다. • 10% 배점

답 분속 75 m 초과 분속 150 m 이하

참고 혜진이가 처음 한 바퀴를 도는 도중에 지홍이와 반드시 한 번 만나게 된다.

(ⅰ) 혜진이가 한 바퀴를 돌아서 지홍이와 A지점에 동시에 도착하는 경우
지홍이가 A지점을 출발하여 다시 A지점으로 돌아올 때까지 혜진이를 2번 만나게 된다.
그러나 A지점에서 만나는 경우는 만나는 횟수에 포함되지 않으므로 만나는 횟수는 1번이다.

(ⅱ) 혜진이가 한 바퀴보다 조금 더 돌아서 지홍이가 A지점에 도착하기 전에 만나는 경우
지홍이가 A지점에 도착할 때까지 2번 만나게 된다.

(ⅲ) 혜진이가 두 바퀴를 돌아서 지홍이와 A지점에서 만나는 경우
(ⅰ)의 경우와 같은 방법으로 생각하면 만나는 횟수는 2번이다.

440 전략 3%의 소금물의 양을 x로 놓고 소금의 양을 이용하여 부등식을 세운다.

풀이 3%의 소금물을 xg 섞는다고 하면 8%의 소금물은 $(200-x)$g 섞게 된다. 또 3%, 8%, 7%의 소금물을 섞어 만든 소금물의 양이 400g이므로 7%의 소금물은 200g을 섞은 것이므로

$$\frac{3}{100}\times x+\frac{8}{100}\times(200-x)+\frac{7}{100}\times 200$$
$$\ge \frac{6}{100}\times 400$$

Ⅳ 부등식

$3x+8(200-x)+1400\geq 2400$

$-5x+3000\geq 2400,\quad -5x\geq -600$

$\therefore x\leq 120$

따라서 3 %의 소금물은 최대 120 g까지 섞어야 한다.

답 ⑤

441 [문제 해결 길잡이]

❶ 정가를 x원으로 놓고 B, C상품의 1인당 가격을 각각 구한다.

❷ 18명이 B상품으로 구매한 경우의 총 가격과 20명분을 C상품으로 구매한 경우의 총 가격을 이용하여 부등식을 세우고 해를 구한다.

❸ 7명이 A상품으로 구매한 경우의 총 가격과 10명분을 B상품으로 구매한 경우의 총 가격을 이용하여 부등식을 세우고 해를 구한다.

❹ ❷, ❸의 공통 범위를 이용하여 정가의 범위를 구한다.

풀이 여행상품의 정가를 x원이라 하면 B상품의 1인당 가격은

$\{(1-0.1)x-10000\}$원, 즉 $(0.9x-10000)$원

이고 C상품의 1인당 가격은

$\{(1-0.15)x-15000\}$원, 즉 $(0.85x-15000)$원

이다. ❶

18명이 B상품으로 구매한 경우의 총 가격은 $18(0.9x-10000)$원이고, 20명분을 C상품으로 구매한 경우의 총 가격은 $20(0.85x-15000)$원이므로

$18(0.9x-10000)>20(0.85x-15000)$

$16.2x-180000>17x-300000$

$0.8x<120000\quad \therefore x<150000$ …… ㉠ ❷

7명이 A상품으로 구매한 경우의 총 가격은 $7x$원이고, 10명분을 B상품으로 구매한 경우의 총 가격은 $10(0.9x-10000)$원이므로

$7x<10(0.9x-10000)$

$7x<9x-100000$

$\therefore x>50000$ ❸ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $50000<x<150000$

따라서 정가의 범위는 50000원 초과 150000원 미만이다. ❹

답 50000원 초과 150000원 미만

내신 만점 정복하기

본책 87~91쪽

442 전략 부등호를 결정하는 표현을 찾는다.

풀이 ⑤ $x+6\leq 5x$

답 ⑤

443 전략 부등식의 성질을 이용한다.

풀이 ① $a<b$에서 $-a\ \boxed{>}\ -b$

② $a<b$에서 $\dfrac{a}{-11}\ \boxed{>}\ \dfrac{b}{-11}$

③ $a<b$에서 $-5a>-5b$

$\therefore 9-5a\ \boxed{>}\ 9-5b$

④ $a<b$에서 $8a<8b$

$\therefore -10+8a\ \boxed{<}\ -10+8b$

⑤ $a<b$에서 $a\div\left(-\dfrac{7}{4}\right)\ \boxed{>}\ b\div\left(-\dfrac{7}{4}\right)$

답 ④

444 전략 계수가 분수일 때 ◎ 양변에 분모의 최소공배수를 곱한다.

풀이 $4+\dfrac{2}{3}x>x-\dfrac{11}{5}$에서

$60+10x>15x-33,\quad -5x>-93$

$\therefore x<\dfrac{93}{5}$

따라서 $x<\dfrac{93}{5}$을 만족시키는 자연수 x 중 3의 배수는 3, 6, 9, 12, 15, 18의 6개이다.

답 6개

445 전략 $A=-3x+1$이라 하면 $[A]$는 정수임을 이용한다.

풀이 $A=-3x+1$이라 하면 $[A]\geq 1$

$\therefore [A]=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$

(i) $[A]=1$일 때, $1\leq A<2$

(ii) $[A]=2$일 때, $2\leq A<3$

(iii) $[A]=3$일 때, $3\leq A<4$

⋮

이상에서 $A\geq 1$이므로 $-3x+1\geq 1$

$-3x\geq 0\quad \therefore x\leq 0$

답 $x\leq 0$

446 전략 주어진 그림이 나타내는 부등식의 해는 $x\geq -1$이다.

풀이 $0.5x-3a\leq 0.75x-2$에서

$2x-12a\leq 3x-8$

$-x\leq 12a-8$

$\therefore x\geq -12a+8$

주어진 부등식의 해가 $x\geq -1$이므로

$-12a+8=-1,\quad -12a=-9$

$\therefore a=\dfrac{3}{4}$

답 ④

447 전략 주어진 부등식의 해를 먼저 구한다.

풀이 $\dfrac{2}{5}\left(3x-\dfrac{1}{2}\right)\leq x-\dfrac{a}{2}$에서

$4\left(3x-\dfrac{1}{2}\right)\leq 10x-5a$

$12x-2\leq 10x-5a$

$2x\leq -5a+2$

$\therefore x\leq \dfrac{-5a+2}{2}$

유리한 방법을 선택하는 문제
① 두 가지 방법에 대하여 각각의 요금을 계산한다.
② 문제의 뜻에 맞게 부등식을 세워 푼다.

정가가 c원인 상품을 $d\%$ 할인한 가격
→ $c\left(1-\dfrac{d}{100}\right)$원

20명분의 C상품으로 구매하는 것이 유리하려면
(18명분의 B상품 구매 가격) > (20명분의 C상품 구매 가격)

크지 않다.
→ 작거나 같다.

부등식의
① 양변에 같은 음수를 곱하는 경우
② 양변을 같은 음수로 나누는 경우
→ 부등호의 방향이 바뀐다.

양변에 3과 5의 최소공배수인 15를 곱한다.

$\dfrac{93}{5}=18.6$

$\dfrac{1}{2}x-3a\leq\dfrac{3}{4}x-2$이므로 양변에 2와 4의 최소공배수인 4를 곱한다.

주어진 부등식의 해 중 가장 큰 수가 4이므로

$\frac{-5a+2}{2}=4,\quad -5a+2=8$

$-5a=6\quad \therefore a=-\frac{6}{5}$

답 ③

만점비법

주어진 조건을 만족시키는 a의 값을 구하기 위해 식을 세울 때, $3<\frac{-5a+2}{2}$ 또는 $3<\frac{-5a+2}{2}\le 4$로 세우지 않도록 주의한다.

448 전략 $x+4y=5$를 x에 대하여 푼 후 주어진 부등식에 대입한다.

풀이 $x+4y=5$에서 $\quad 4y=5-x$

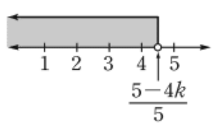
$\therefore y=\frac{5-x}{4}$ …… ㉠

㉠을 $y>x+k$에 대입하면 $\quad \frac{5-x}{4}>x+k$

$5-x>4x+4k,\quad 5x<5-4k$

$\therefore x<\frac{5-4k}{5}$

이 부등식을 만족시키는 자연수 x가 4개이려면 오른쪽 그림과 같아야 하므로



$4<\frac{5-4k}{5}\le 5$

$20<5-4k\le 25,\quad 15<-4k\le 20$

$\therefore -5\le k<-\frac{15}{4}$

답 $-5\le k<-\frac{15}{4}$

449 전략 부등식 $ax<b$의 해가 모든 수이면
→ $a=0,\ b>0$

풀이 $2ax+5<-3x+12$에서

$(2a+3)x<7$

이 부등식의 해가 모든 수이므로

$2a+3=0\quad \therefore a=-\frac{3}{2}$

답 ①

450 문제 이해 $a<0,\ b<0,\ |a|<|b|$이므로

$b<a<0$ • 40% 배점

양수끼리는 절댓값이 큰 수가 더 크고, 음수끼리는 절댓값이 큰 수가 더 작다.

해결 과정 $ax+3>b(x+1)-2$에서

$(a-b)x>b-5$ • 30% 배점

답 구하기 이때 $b<a<0$에서 $a-b>0$이므로

$x>\frac{b-5}{a-b}$ • 30% 배점

답 $x>\frac{b-5}{a-b}$

451 해결 과정 ① $\frac{4-x}{5}=0.2x+0.6a$에서

양변에 10을 곱한다.

$2(4-x)=2x+6,\quad 8-2x=2x+6a$

$-4x=6a-8$

$\therefore x=-\frac{3}{2}a+2$ • 40% 배점

해결 과정 ② 이 방정식의 해가 8보다 작으므로

$-\frac{3}{2}a+2<8,\quad -3a+4<16$

$-3a<12\quad \therefore a>-4$ • 40% 배점

답 구하기 따라서 정수 a의 최솟값은 -3이다. • 20% 배점

답 -3

452 문제 이해 $ax+b<0$에서 $\quad ax<-b$

이 부등식의 해가 $x>\frac{2}{5}$이므로

x에 대한 부등식 $ax<b$의 해가
① $x<\frac{b}{a}$이면 → $a>0$
② $x>\frac{b}{a}$이면 → $a<0$

$a<0$ • 20% 배점

해결 과정 ① 따라서 $x>-\frac{b}{a}$이므로

$-\frac{b}{a}=\frac{2}{5}\quad \therefore b=-\frac{2}{5}a$ • 30% 배점

해결 과정 ② $b=-\frac{2}{5}a$를 $(2a-5b)x+2a+b>0$에 대입하면

$(2a+2a)x+2a-\frac{2}{5}a>0$

$4ax+\frac{8}{5}a>0\quad \therefore 4ax>-\frac{8}{5}a$ • 40% 배점

답 구하기 $a<0$에서 $4a<0$이므로

$x<-\frac{2}{5}$ • 10% 배점

답 $x<-\frac{2}{5}$

453 전략 연립부등식의 해를 구하여 주어진 해와 비교한다.

풀이 $3x-4<-x+6$에서

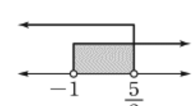
$4x\le 10\quad \therefore x<\frac{5}{2}$

$-2(3x-2)<3(x+5)-2$에서

$-6x+4<3x+13$

$-9x<9\quad \therefore x>-1$

따라서 주어진 연립부등식의 해는 $-1<x<\frac{5}{2}$이므로



$a=-1,\ b=\frac{5}{2}$

이것을 $ax+b<0$에 대입하면

$-x+\frac{5}{2}<0$

즉 $x>\frac{5}{2}$이므로 해가 아닌 것은 ①이다.

답 ①

Ⅳ 부등식

454 전략 $a<x\le b$ (a, b는 정수)

⇨ $\begin{cases} x \text{ 중 가장 작은 정수} : a+1 \\ x \text{ 중 가장 큰 정수} : b \end{cases}$

풀이 $-3x+5\ge 2(x-1)-3$에서

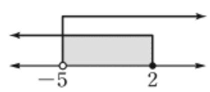
$-3x+5\ge 2x-5 \quad \therefore x\le 2$

$\dfrac{x-1}{2}<\dfrac{2x+1}{3}$에서

$3(x-1)<2(2x+1)$

$3x-3<4x+2 \quad \therefore x>-5$

따라서 주어진 연립부등식의 해는 $-5<x\le 2$이므로



$M=2,\ m=-4$

$\therefore M+m=-2$

답 -2

$-3x+5\ge 2x-5$에서
$-5x\ge -10$
$\therefore x\le 2$

양변에 2와 3의 최소 공배수인 6을 곱한다.

$-5<x\le 2$를 만족시키는 정수 x는
$-4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$
$\therefore M=2,\ m=-4$

만점비법

$-5<x\le 2$에서 $x>-5$이고 m은 가장 작은 정수이므로 $m=-4$임에 주의한다.

455 전략 주어진 등식에서 x를 y에 대한 식으로 정리한 후 부등식에 대입한다.

풀이 $x-2y=4$에서 $\quad x=2y+4$

$x=2y+4$를 부등식 $2x-4<y<\dfrac{5}{2}x$에 대입하면

$2(2y+4)-4<y<\dfrac{5}{2}(2y+4)$

$4y+4<y<5y+10$

$\therefore -\dfrac{5}{2}<y<-\dfrac{4}{3}$

따라서 위의 부등식을 만족시키는 정수 y는 -2이므로

$x=2\times(-2)+4=0$

$\therefore 2x-y=2\times 0-(-2)=2$

답 ⑤

$\begin{cases} 4y+4<y & \cdots ㉠ \\ y<5y+10 & \cdots ㉡ \end{cases}$
㉠에서 $3y<-4$
$\therefore y<-\dfrac{4}{3} \quad \cdots ㉢$
㉡에서 $-4y<10$
$\therefore y>-\dfrac{5}{2} \quad \cdots ㉣$
㉢, ㉣에서
$-\dfrac{5}{2}<y<-\dfrac{4}{3}$

만점비법

부등식에 미지수가 여러 개 있는 경우, 조건을 이용하여 미지수의 개수를 줄여 한 미지수만 남도록 한다.

456 전략 $A<B<C$ 꼴의 부등식은 $\begin{cases} A<B \\ B<C \end{cases}$로 바꿔서 푼다.

풀이 $\begin{cases} 6x-10<3x+5 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+5<5x+a & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $\quad 3x<15 \quad \therefore x<5$

㉡에서 $\quad 2x>5-a \quad \therefore x>\dfrac{5-a}{2}$

이때 주어진 부등식의 해가 $-3<x<b$이므로

$\dfrac{5-a}{2}=-3,\ 5=b$

따라서 $a=11,\ b=5$이므로

$a+b=16$

답 ③

$\dfrac{5-a}{2}=-3$에서
$5-a=-6$
$\therefore a=11$

457 전략 각 부등식의 해를 수직선 위에 나타내어 음의 정수가 1개 포함되도록 하는 정수 a의 조건을 찾는다.

풀이 $\dfrac{x}{3}-\dfrac{a}{6}\ge\dfrac{x}{6}-\dfrac{1}{9}$에서

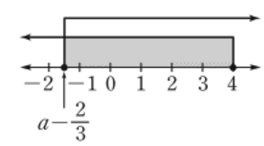
$6x-3a\ge 3x-2, \quad 3x\ge 3a-2$

$\therefore x\ge a-\dfrac{2}{3}$

$7(x-1)\le 5x+1$에서 $\quad 7x-7\le 5x+1$

$2x\le 8 \quad \therefore x\le 4$

주어진 연립부등식을 만족시키는 음의 정수 x가 1개이므로



$-2<a-\dfrac{2}{3}\le -1$

$\therefore -\dfrac{4}{3}<a\le -\dfrac{1}{3}$

따라서 정수 a의 값은 -1이다.

답 ②

458 전략 연립부등식 $\begin{cases} x\ge a \\ x\le b \end{cases}$의 해가 한 개 ⇨ $a=b$

풀이 $-(x-8)\le 0.5(x+19)$에서

$-10(x-8)\le 5(x+19)$

$-10x+80\le 5x+95, \quad -15x\le 15$

$\therefore x\ge -1$

$5x-1\ge 6(x+a)$에서

$5x-1\ge 6x+6a \quad \therefore x\le -6a-1$

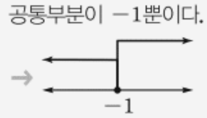
주어진 연립부등식의 해가 한 개뿐이려면

$-6a-1=-1, \quad 6a=0$

$\therefore a=0$

답 ③

공통부분이 -1뿐이다.



보충학습

x에 대한 연립부등식에서 각 일차부등식의 해가
① $x\le a,\ x\ge a$이면 연립부등식의 해는 $x=a$이다.
② $x<a,\ x\ge a$이면 연립부등식의 해는 없다.
③ $x\le a,\ x>a$이면 연립부등식의 해는 없다.
④ $x<a,\ x>a$이면 연립부등식의 해는 없다.

459 전략 연립부등식의 해를 수직선 위에 나타낸다.

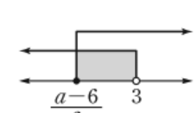
풀이 $8x-11<x+10$에서

$7x<21 \quad \therefore x<3$

$6-x\ge -7x+a$에서 $\quad 6x\ge a-6$

$\therefore x\ge\dfrac{a-6}{6}$

주어진 연립부등식이 해를 가지려면 $\dfrac{a-6}{6}<3$



$a-6<18 \quad \therefore a<24$

따라서 정수 a의 최댓값은 23이다.

답 23

460 문제 이해 $\frac{3-2x}{5} \le x-2 < 0.8x-0.5$에서

$$\begin{cases} \frac{3-2x}{5} \le x-2 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-2 < 0.8x-0.5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$ • 20% 배점

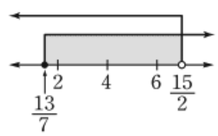
해결 과정 ① ㉠에서 $3-2x \le 5x-10$

$-7x \le -13 \quad \therefore x \ge \frac{13}{7}$ • 30% 배점

해결 과정 ② ㉡에서 $10x-20 < 8x-5$

$2x < 15 \quad \therefore x < \frac{15}{2}$ • 30% 배점

답 구하기 따라서 주어진 부등식의 해는



$\frac{13}{7} \le x < \frac{15}{2}$

이므로 구하는 합은

$2+4+6=12$ • 20% 배점

답 12

$A \le B < C$
$\rightarrow \begin{cases} A \le B \\ B < C \end{cases}$

$\frac{13}{7} \le x < \frac{15}{2}$를 만족시키는 정수 x는 2, 3, 4, 5, 6, 7이므로 2의 배수는 2, 4, 6이다.

461 문제 이해 $0.5(x-3a) < x-2 < \frac{3(x-a)}{4}$에서

$$\begin{cases} 0.5(x-3a) < x-2 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-2 < \frac{3(x-a)}{4} & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$ • 20% 배점

해결 과정 ㉠에서 $5x-15a < 10x-20$

$-5x < 15a-20 \quad \therefore x > -3a+4$

㉡에서 $4x-8 < 3x-3a$

$\therefore x < -3a+8$

주어진 부등식의 해가 $p<x<q$이므로

$p=-3a+4,\ q=-3a+8$ • 60% 배점

답 구하기 $\therefore |p-q| = |-3a+4-(-3a+8)|$

$= |-3a+4+3a-8|$

$= |-4|$

$= 4$ • 20% 배점

답 4

462 해결 과정 ① $-2(x-3) \le 6x-10$에서

$-2x+6 \le 6x-10, \quad -8x \le -16$

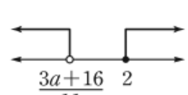
$\therefore x \ge 2$ • 30% 배점

해결 과정 ② $3(a-x) > 8(x-2)$에서

$3a-3x > 8x-16, \quad -11x > -3a-16$

$\therefore x < \frac{3a+16}{11}$ • 30% 배점

답 구하기 두 부등식을 동시에 만족시키는 x의 값이 존재하지 않으므로



$\frac{3a+16}{11} \le 2$

$3a+16 \le 22, \quad 3a \le 6$

$\therefore a \le 2$ • 40% 배점

답 $a \le 2$

463 전략 살 수 있는 초콜릿의 개수를 x개라 하고 부등식을 세운다.

풀이 초콜릿을 x개 산다고 하면 사탕은 $(20-x)$개 살 수 있으므로

$800x+500(20-x) \le 12700$

$800x+10000-500x \le 12700$

$300x \le 2700 \quad \therefore x \le 9$

따라서 초콜릿을 최대 9개까지 살 수 있다.

답 ②

1개에 a원인 물건을 x개 구입했을 때, 총 구입액은 ax원이다.

464 전략 수현이와 정민이가 작년 12개월 동안 모은 금액을 먼저 구한다.

풀이 수현이와 정민이가 작년 12개월 동안 모은 금액은 각각 $500 \times 12 = 6000$(원), $800 \times 12 = 9600$(원)이다.

x개월 후부터 수현이의 모금액이 정민이의 모금액보다 많아진다고 하면

$6000+1000x > 9600+500x, \quad 500x > 3600$

$\therefore x > 7.2$

따라서 8개월 후부터 수현이의 모금액이 정민이의 모금액보다 많아진다.

답 ③

465 전략 (총점)=(평균)×(학생 수)임을 이용한다.

풀이 첫 번째 시험 점수의 평균을 x점이라 하면 두 번째 시험 점수의 총점은 $50x+15\times7-6\times5$(점)이므로

$72 \le \frac{50x+75}{50} < 86$

$3600 \le 50x+75 < 4300$

$3525 \le 50x < 4225$

$\therefore 70.5 \le x < 84.5$

따라서 첫 번째 시험 점수의 평균은 70.5점 이상 84.5점 미만이다.

답 70.5점 이상 84.5점 미만

$50x+15\times7-6\times5$
$=50x+105-30$
$=50x+75$

두 번째 시험 점수의 평균

466 전략 30명에서 추가로 x명이 박물관을 견학한다고 하고 부등식을 세운다.

풀이 30명에서 추가로 x명이 박물관을 견학한다고 하면

$50000+800x \le 1400(30+x)$

$50000+800x \le 42000+1400x$

$-600x \le -8000$

$\therefore x \ge \frac{40}{3}$

따라서 추가로 14명 이상이 박물관을 견학해야 하므로 총 $30+14=44$(명) 이상 견학해야 한다.

답 ⑤

참고 30명이 50000원을 내고 견학했을 때, 1인당 입장료가 약 1670원 정도이므로 추가 인원이 있어야 1인당 입장료가 낮아지게 된다.

1인당 입장료가 1400원일 때, $(30+x)$명의 입장료의 총액은 $1400(30+x)$원이다.

$\frac{40}{3}=13.\dot{3}$

467 전략 1개의 발매 창구에서 1분 동안 발매하는 표의 수를 먼저 구한다.

풀이 1개의 발매 창구에서 1분 동안 발매하는 표를 x장이라 하면

$5\times12x=420+12\times10$

$60x=540 \quad \therefore x=9$

a개의 발매 창구에서 7분 이내에 줄 서 있는 모든 사람들이 기차표를 구매하려면

$a\times7\times9\geq420+10\times7, \quad 9a\geq70$

$\therefore a\geq\frac{70}{9}$

$\frac{70}{9}=7.\dot{7}$

따라서 발매 창구가 적어도 8개 있어야 하므로 적어도 3개의 발매 창구가 더 있어야 한다.

답 3개

468 **전략** A식품을 xg 섭취한다고 하고 부등식을 세운다.

풀이 A식품을 xg 섭취한다고 하면 B식품은 $(600-x)$g 섭취해야 하므로

$$\begin{cases}\frac{300}{100}x+\frac{180}{100}(600-x)\leq1500 & \cdots\cdots ㉠\\ \frac{12}{100}x+\frac{4}{100}(600-x)\geq36 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$$

100 g당 300 kcal
→ 1 g당 $\frac{300}{100}$kcal

㉠에서 $30x+18(600-x)\leq15000$

$30x+10800-18x\leq15000$

$12x\leq4200 \quad \therefore x\leq350$

㉡에서 $3x+600-x\geq900$

$2x\geq300 \quad \therefore x\geq150$

$\therefore 150\leq x\leq350$

따라서 A식품을 최대 350 g까지 섭취할 수 있다.

답 ②

만점비법

주어진 표의 수는 식품 100 g의 열량과 지방의 양이므로 식품 1 g의 열량과 지방의 양으로 바꾸어 식을 세운다.

469 **전략** 서로 반대 방향으로 달리므로 A자동차와 B자동차 사이의 거리는 A자동차가 달린 거리와 B자동차가 달린 거리의 합이다.

풀이 B자동차가 달린 시간을 x시간이라 하면 A자동차가 달린 시간은 $\left(x+\frac{20}{60}\right)$시간이므로

A자동차가 B자동차보다 20분 더 달렸다.

$120\left(x+\frac{20}{60}\right)+140x\geq560$

$120x+40+140x\geq560$

$260x\geq520 \quad \therefore x\geq2$

따라서 B자동차가 출발한 지 2시간 후부터이다.

답 2시간

470 **전략** (설탕의 양)$=\frac{(\text{설탕물의 농도})}{100}\times$(설탕물의 양)

풀이 설탕을 xg 더 넣는다고 하면 전체 설탕의 양은 $(25+x)$g, 설탕물의 양은 $(400+x)$g이므로

$\frac{12}{100}\times(400+x)\leq25+x\leq\frac{15}{100}\times(400+x)$

$4800+12x\leq2500+100x\leq6000+15x$

즉 $$\begin{cases}4800+12x\leq2500+100x & \cdots\cdots ㉠\\ 2500+100x\leq6000+15x & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$$

㉠에서 $-88x\leq-2300$

$\therefore x\geq\frac{575}{22}$

㉡에서 $85x\leq3500$

$\therefore x\leq\frac{700}{17}$

$\therefore \frac{575}{22}\leq x\leq\frac{700}{17}$

$\frac{575}{22}=26.13636\cdots$
$\frac{700}{17}=41.176\cdots$

따라서 더 넣어야 하는 설탕의 양으로 적당하지 않은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

만점비법

소금물의 농도(또는 설탕물의 농도)에 대한 문제는 소금의 양(또는 설탕의 양)을 이용하여 식을 세운다.

471 **전략** 바구니의 개수를 x개로 놓고 사탕의 개수와 초콜릿의 개수에 대한 부등식을 각각 세운다.

풀이 바구니의 개수를 x개라 하면 사탕의 개수는 $(8x+3)$개이므로

$10(x-4)+1\leq8x+3\leq10(x-4)+10$

$10x-39\leq8x+3\leq10x-30$

$10x-39\leq8x+3$에서
$2x\leq42$
$\therefore x\leq21$
$8x+3\leq10x-30$에서
$-2x\leq-33$
$\therefore x\geq\frac{33}{2}$

$\therefore \frac{33}{2}\leq x\leq21 \quad \cdots\cdots ㉠$

초콜릿의 개수는 $(5x+2)$개이므로

$6(x-3)+1\leq5x+2\leq6(x-3)+6$

$6x-17\leq5x+2\leq6x-12$

$6x-17\leq5x+2$에서
$x\leq19$
$5x+2\leq6x-12$에서
$-x\leq-14$
$\therefore x\geq14$

$\therefore 14\leq x\leq19 \quad \cdots\cdots ㉡$

㉠, ㉡에서 $\frac{33}{2}\leq x\leq19$

이때 x는 자연수이므로 바구니의 개수는 17개 또는 18개 또는 19개이다.

답 17개 또는 18개 또는 19개

472 **문제 이해** 민영이가 x회 이겼다고 하면 4번 비겼으므로 장석이가 이긴 횟수는 $(26-x)$회이다.

• 20% 배점

해결 과정 민영이가 얻은 점수는 $(3x+4)$점이고, 장석이가 얻은 점수는 $\{3(26-x)+4\}$점이므로

(총점)
$=3\times$(이긴 횟수)
$+1\times$(비긴 횟수)
$+0\times$(진 횟수)

$(3x+4)-\{3(26-x)+4\}\geq15$ • 50% 배점

$3x+4+3x-82\geq15, \quad 6x\geq93$

$\therefore x\geq\frac{31}{2}$ • 20% 배점

답 구하기 따라서 민영이는 이 게임에서 최소 16회 이겼다.

• 10% 배점

답 16회

473 **문제 이해** $\overline{BF}=x$cm라 하면

$\overline{CF}=12-x$(cm) • 10% 배점

해결 과정 삼각형 AFE의 넓이는

$$12\times9-\left\{\frac{1}{2}\times x\times9+\frac{1}{2}\times(12-x)\times6+\frac{1}{2}\times12\times3\right\}$$
$$=108-\left(\frac{9}{2}x+36-3x+18\right)$$
$$=54-\frac{3}{2}x$$

$\overline{CE}=\frac{2}{2+1}\overline{CD}$
$=\frac{2}{3}\times9=6$

즉 $39\le54-\frac{3}{2}x\le45$이어야 하므로

$$-15\le-\frac{3}{2}x\le-9$$
$$\therefore 6\le x\le10$$ • 70% 배점

답 구하기 따라서 점 B에서 6 cm 이상 10 cm 이하 떨어진 곳에 점 F를 잡으면 된다. • 20% 배점

답 6 cm 이상 10 cm 이하

474 문제 이해 이 단체의 인원수를 x명이라 하면 25명 이상의 단체 입장권을 구매한 경우 총 가격은

$0.8\times2000\times x=1600x$(원)

40명의 단체 입장권을 구매한 경우 총 가격은

$0.75\times2000\times40=60000$(원) • 50% 배점

해결 과정 $1600x>60000$에서

$x>37.5$ • 30% 배점

답 구하기 따라서 38명 이상이면 40명의 단체 입장권을 구매하는 것이 유리하다. • 20% 배점

답 38명

교과서 속 창의유형 본책 92~93쪽

475 [문제 해결 길잡이]
❶ 종민이가 구입해야 하는 피자 한 판의 가격을 x원으로 놓는다.
❷ x에 대한 부등식을 세운다.
❸ 부등식을 만족시키는 피자를 고른다.

풀이 종민이가 구입해야 하는 피자 한 판의 가격을 x원이라 하자. ❶

$30000\le0.8\times3x\le37000$ ❷
$30000\le2.4x\le37000$
$12500\le x\le15416.666\cdots$

따라서 종민이가 주문해야 하는 피자는 고구마피자 또는 포테이토피자이다. ❸

답 고구마피자 또는 포테이토피자

476 [문제 해결 길잡이]
❶ 책을 대여한 지 x일 째에 반납한다고 한다.
❷ x에 대한 부등식을 세운다.
❸ x의 값을 구한다.

풀이 주용이가 책을 대여한 지 x일 째 되는 날 반납한다고 하자. ❶

$x\ge4$일 때, x일 째 되는 날의 연체료는 $500(x-3)$원이므로

(대여료)+(연체료)<(책의 정가)

$1000+500(x-3)<8500$ ❷
$x-3<15 \quad \therefore x<18$

따라서 17일 안에 반납해야 한다. ❸

답 17일

477 [문제 해결 길잡이]
❶ ①에 들어갈 두 자리의 자연수를 x로 놓는다.
❷ ③, ④에 들어갈 수가 몇 자리의 수인지를 이용하여 x에 대한 연립부등식을 세운다.
❸ 부등식을 만족시키는 x의 값을 구한다.
❹ □ 안에 들어갈 수를 구한다.

풀이 ①에 들어갈 두 자리의 자연수를 x라 하자. ❶
③에 들어갈 수가 두 자리의 자연수이고, ④에 들어갈 수가 네 자리의 자연수이므로

$$\begin{cases}10\le6x<100 & \cdots\cdots ㉠\\ 100\le60x+3x<10000 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$$ ❷

㉠에서 $\frac{5}{3}\le x<\frac{50}{3}$

㉡에서 $\frac{1000}{63}\le x<\frac{10000}{63}$

$\frac{1000}{63}=15.873\cdots$

$\therefore \frac{1000}{63}\le x<\frac{50}{3}$ ❸

$\frac{50}{3}=16.666\cdots$

따라서 ①에 들어갈 두 자리의 자연수는 16이므로 ②, ③, ④에 들어갈 수는 각각 48, 96, 1008이다. ❹

답 풀이 참조

478 [문제 해결 길잡이]
❶ 필요한 A식품의 양을 xg으로 놓고, 섭취해야 할 B식품의 양을 x로 나타낸다.
❷ 탄수화물과 단백질을 섭취하는데 필요한 두 식품의 양을 이용하여 연립부등식을 세운다.
❸ 연립부등식의 해를 구한다.
❹ 비용이 최소가 될 때의 두 식품의 양을 구하여 최소 비용을 구한다.

풀이 A식품을 xg 섭취한다고 하면 B식품은 $(300-x)$g 섭취한다. ❶
그런데 탄수화물은 51.3g 이상, 단백질은 17.2g 이상 섭취해야 하므로

$$\begin{cases}\frac{21}{100}x+\frac{12}{100}(300-x)\ge51.3 & \cdots\cdots ㉠\\ \frac{5}{100}x+\frac{7}{100}(300-x)\ge17.2 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$$ ❷

㉠에서 $21x+12(300-x)\ge5130$
$9x\ge1530 \quad \therefore x\ge170$

㉡에서 $5x+7(300-x)\ge1720$
$-2x\ge-380 \quad \therefore x\le190$

$\therefore 170\le x\le190$ ❸

이때 구입 비용이 최소가 되려면 A식품을 최대한 많이 사야하므로 A식품을 190g, B식품을 110g 사야 한다.
따라서 구하는 비용은

A는 xg, B는 yg 살 때, A는 100g당 2500원 B는 100g당 4000원이므로
$\frac{2500}{100}\times x+\frac{4000}{100}\times y$
$=25x+40y$

$25\times190+40\times110=9150$(원) ❹

답 9150원

Ⅳ 부등식

Ⅴ 일차함수

10 | 일차함수와 그 그래프

개념&기출유형 본책 96~98쪽

479 $y=x(ax+1)+bx+3=ax^2+x+bx+3$
$=ax^2+(b+1)x+3$
이므로 $a=0,\ b+1\neq 0$
$\therefore a=0,\ b\neq -1$ 답 $a=0,\ b\neq -1$

480 일차함수 $y=ax-1$의 그래프를 y축의 방향으로 p만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=ax-1+p$
이 식이 $y=3x+1$과 일치하므로
$a=3,\ -1+p=1$
$\therefore a=3,\ p=2$
$\therefore a^2+p^2=9+4=13$
답 13

> 일차함수 $y=ax+b$의 그래프를 y축의 방향으로 m만큼 평행이동한 그래프의 식
> → $y=ax+b+m$

481 $f(1)=a+1=3$이므로 $a=2$
따라서 $f(x)=2x+1$이므로
$f(-1)=2\times(-1)+1=-1$
$f(2)=2\times 2+1=5$
$\therefore f(-1)+f(2)=-1+5=4$ 답 4

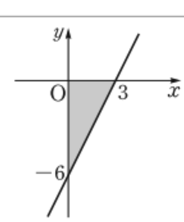
482 $x=\frac{3}{2}$, $y=0$을 $y=-4x+3(1-k)$에 대입하면
$0=-4\times\frac{3}{2}+3-3k,\quad 3k=-3$
$\therefore k=-1$
$k=-1$을 $y=-4x+3(1-k)$에 대입하면
$y=-4x+6$
따라서 일차함수 $y=-4x+6$의 그래프의 y절편은 6이다. 답 6

483 $y=0$을 $y=\frac{1}{3}x-1$에 대입하면
$0=\frac{1}{3}x-1\quad \therefore x=3$
$x=0$을 $y=\frac{1}{2}x+2k-1$에 대입하면
$y=2k-1$
따라서 $3=2k-1$이므로 $k=2$
답 2

> $y=\frac{1}{3}x-1$의 그래프의 x절편은 3

> $y=\frac{1}{2}x+2k-1$의 그래프의 y절편은 $2k-1$

484 $y=2x-6$의 그래프의 x절편은 3, y절편은 -6이므로 그 그래프는 오른쪽 그림과 같다.
따라서 구하는 넓이는
$\frac{1}{2}\times 3\times 6=9$ 답 9



> $y=0$을 $y=2x-6$에 대입하면
> $0=2x-6$
> $\therefore x=3$

485 일차함수 $y=ax+4$의 그래프가 점 $(-3,\ 7)$을 지나므로
$7=-3a+4\quad \therefore a=-1$
즉 기울기가 -1이므로
$\frac{k}{1-(-2)}=-1$
$\therefore k=-3$ 답 $a=-1,\ k=-3$

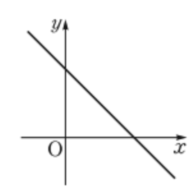
> 두 점 $(a,\ b)$, $(c,\ d)$를 지나는 일차함수의 그래프의 기울기
> → $\frac{d-b}{c-a}$

486 $(\text{기울기})=\frac{2k-5-(-1)}{-3-k}=-\frac{4}{3}$이므로
$\frac{2k-4}{-3-k}=-\frac{4}{3},\quad 6k-12=12+4k$
$2k=24\quad \therefore k=12$ 답 ①

487 x절편이 $-9a$, y절편이 $21a$이므로 일차함수의 그래프는 두 점 $(-9a,\ 0)$, $(0,\ 21a)$를 지난다.
$\therefore (\text{기울기})=\frac{21a-0}{0-(-9a)}=\frac{21a}{9a}=\frac{7}{3}$
답 ④

488 ③ $y=0$을 $y=ax+b$에 대입하면
$ax+b=0\quad \therefore x=-\frac{b}{a}$
따라서 x절편은 $-\frac{b}{a}$이다. 답 ③

489 $a>0,\ b>0$이므로
$-b<0,\ ab>0$
따라서 $y=-bx+ab$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제3사분면을 지나지 않는다.



답 제3사분면

> 두 일차함수 $y=ax+b$, $y=a'x+b'$의 그래프가 평행하다.
> → $a=a'$, $b\neq b'$

490 두 일차함수 $y=\frac{5}{2}x+1$과 $y=ax-4$의 그래프가 평행하므로
$a=\frac{5}{2}$
즉 $y=-2ax+3$에서 $y=-5x+3$
$y=0$을 $y=-5x+3$에 대입하면
$0=-5x+3\quad \therefore x=\frac{3}{5}$
따라서 구하는 x절편은 $\frac{3}{5}$이다. 답 ④

491 두 점 $(-2,\ 0)$, $(0,\ -4)$를 지나는 직선의 기울기는 $\frac{-4-0}{0-(-2)}=-2$
따라서 두 점 $(0,\ 7)$, $(a,\ 1)$을 지나는 직선의 기울기도 -2이므로
$\frac{1-7}{a-0}=-2,\quad \frac{-6}{a}=-2$
$\therefore a=3$ 답 ④

492 $y=-5x+a-2$의 그래프가 점 $(-2,\ 4)$를 지나므로

$4=-5\times(-2)+a-2$

$4=8+a \quad \therefore a=-4$

따라서 $y=-5x-6$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-5x-6+b$

이때 $y=-5x-6+b$의 그래프가 $y=cx+5$의 그래프와 일치하므로

$-5=c,\ -6+b=5 \quad \therefore b=11,\ c=-5$

$\therefore a+b-c=-4+11-(-5)=12$ 답 12

두 일차함수 $y=ax+b$, $y=a'x+b'$의 그래프가 일치한다. → $a=a'$, $b=b'$

493 출발한 지 x초 후의 유천이가 출발한 지점으로부터 유천이의 위치까지의 거리는 $5x$ m이고, 준수의 위치까지의 거리는 $(30+4x)$ m이다.
두 사람 사이의 거리를 y m라 하면

$y=(30+4x)-5x \quad \therefore y=30-x$

이때 유천이가 준수를 따라잡으면 $y=0$이 되므로 $y=0$을 $y=30-x$에 대입하면

$0=30-x \quad \therefore x=30$

따라서 유천이가 준수를 따라잡는 데 걸리는 시간은 30초이다. 답 ④

(거리) =(속력)×(시간)

494 x g짜리 추를 달았을 때의 용수철의 길이를 y cm라 하면 추의 무게가 10 g일 때 늘어난 용수철의 길이가 1 cm이므로, 1 g짜리 추를 달 때마다 용수철의 길이는 0.1 cm씩 늘어난다.
그런데 용수철의 처음 길이가 10 cm이므로

$y=0.1x+10$

$y=15$를 $y=0.1x+10$에 대입하면

$15=0.1x+10 \quad \therefore x=50$

따라서 용수철의 길이가 15 cm가 되게 하려면 이 용수철에 50 g짜리 추를 달아야 한다. 답 50 g

495 x초 후의 삼각형 ABP의 넓이를 $y\text{ cm}^2$라 하면 $\overline{BP}=4x$ cm이므로

$y=\frac{1}{2}\times4x\times32 \quad \therefore y=64x$

$y=192$이면 $\quad 192=64x \quad \therefore x=3$

따라서 삼각형 ABP의 넓이가 192 cm^2가 되는 것은 점 P가 점 B를 출발한 지 3초 후이다. 답 3초

(삼각형의 넓이) $=\frac{1}{2}\times$(밑변의 길이) ×(높이)

내신 만점 도전하기

본책 99~101쪽

496 전략 $y=$(x에 대한 일차식)으로 나타내어질 때, y는 x에 대한 일차함수이다.

풀이 ① $y=\frac{x(x-3)}{2}=\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x$에서 y가 x에 대한 이차식이므로 일차함수가 아니다.

② $y=180\times(x-2)=180x-360$

③ $y=30\times x=30x$

④ $y=4\times x=4x$

⑤ $x=\frac{y}{100}\times100 \quad \therefore y=x$

따라서 y가 x에 대한 일차함수가 아닌 것은 ①이다.

답 ①

보충학습

① n각형의 대각선의 개수 → $\frac{n(n-3)}{2}$개

② n각형의 내각의 크기의 합 → $180°\times(n-2)$

497 전략 일차함수 $f(x)=ax+b$에 대하여 $x=p$일 때의 함숫값은 $f(p)=ap+b$이다.

풀이 $f(2)=2k\times2+k+1=5k+1$

$g(-1)=-k\times(-1)+2k+9=3k+9$

$f(2)=g(-1)$이므로

$5k+1=3k+9$

$2k=8 \quad \therefore k=4$

답 ④

498 문제 이해 일차함수 $y=-3x+k$의 그래프를 y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-3x+k-4$ • 30% 배점

해결 과정 이 그래프의 x절편이 a이므로 $x=a,\ y=0$을 $y=-3x+k-4$에 대입하면

$0=-3a+k-4$, 즉 $3a-k=-4$ …… ㉠

또 y절편이 $a-2$이므로 $x=0$, $y=a-2$를 $y=-3x+k-4$에 대입하면

$a-2=k-4$, 즉 $a-k=-2$ … ㉡ • 40% 배점

답 구하기 ㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=-1,\ k=1$ • 30% 배점

답 1

㉠−㉡을 하면
$2a=-2$
$\therefore a=-1$
$a=-1$을 ㉡에 대입하면
$-1-k=-2$
$\therefore k=1$

499 전략 두 그래프가 x축 위에서 만나면 두 그래프의 x절편이 같고, y축 위에서 만나면 두 그래프의 y절편이 같다.

풀이 두 일차함수 $y=ax+b$, $y=-4x+2$의 그래프가 x축 위에서 만나므로 두 그래프의 x절편이 같다.
$y=-4x+2$의 그래프의 x절편이 $\frac{1}{2}$이므로 $y=ax+b$에 $x=\frac{1}{2}$, $y=0$을 대입하면

$0=\frac{1}{2}a+b \quad \therefore b=-\frac{1}{2}a$ …… ㉠

또 두 일차함수 $y=bx+a$, $y=5x-2$의 그래프가 y축 위에서 만나므로 두 그래프의 y절편이 같다.
$y=5x-2$의 그래프의 y절편은 -2이므로

$a=-2$

$a=-2$를 ㉠에 대입하면

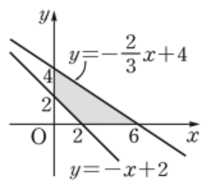
$b=-\frac{1}{2}\times(-2)=1$

$\therefore a+b=-2+1=-1$ 답 ②

일차함수 $y=ax+b$의 그래프에서
① x절편 : $-\frac{b}{a}$
② y절편 : b

500 전략 두 일차함수의 그래프의 x절편과 y절편을 이용하여 도형의 넓이를 구한다.

풀이 $y=-x+2$의 그래프의 x절편은 2, y절편은 2이고, $y=-\frac{2}{3}x+4$의 그래프의 x절편은 6, y절편은 4이다.



따라서 구하는 넓이는

$$\frac{1}{2}\times6\times4-\frac{1}{2}\times2\times2=10$$

답 10

501 전략 (가로의 길이) : (세로의 길이)$=2:3$이므로 가로, 세로의 길이를 각각 $2k$, $3k\,(k>0)$로 놓는다.

풀이 $y=ax+b$의 그래프가 두 점 A, C를 지나므로 x의 값이 $2k\,(k>0)$만큼 증가하면 y의 값이 $3k$만큼 감소한다. 즉 기울기는

$$a=\frac{-3k}{2k}=-\frac{3}{2}$$

$y=-\frac{3}{2}x+b$의 그래프가 점 A$(-2,\ 5)$를 지나므로

$$5=-\frac{3}{2}\times(-2)+b \qquad \therefore b=2$$

$$\therefore y=-\frac{3}{2}x+2$$

보기의 점의 좌표를 $y=-\frac{3}{2}x+2$에 각각 대입하면

① $7\neq-\frac{3}{2}\times(-4)+2=8$

② $6\neq-\frac{3}{2}\times(-3)+2=\frac{13}{2}$

③ $4\neq-\frac{3}{2}\times\left(-\frac{3}{2}\right)+2=\frac{17}{4}$

④ $\frac{3}{2}\neq-\frac{3}{2}\times0+2=2$

⑤ $-1=-\frac{3}{2}\times2+2$

따라서 주어진 그래프 위의 점은 ⑤이다. 답 ⑤

만점비법

어떤 두 수의 비가 $m:n$ (m, n은 자연수)으로 주어지면 두 수를 mk, nk $(k>0)$로 놓을 수 있다.

502 전략 $x_1\neq x_2$인 두 실수 x_1, x_2에 대하여 일차함수 $y=f(x)$의 그래프의 기울기는 $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}$임을 이용한다.

풀이 일차함수 $y=f(x)$의 그래프의 기울기를 a라 하면 $x_1\neq x_2$인 두 실수 x_1, x_2에 대하여

$$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=a$$

이므로

$$\frac{f(102)-f(1)}{101}=\frac{f(100)-f(3)}{97}$$
$$=\frac{f(98)-f(5)}{93}$$
$$=\cdots=\frac{f(52)-f(51)}{1}=a$$

만점 공략 BOX

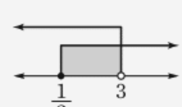
1, 3, 5, ⋯, 51에서
$1=2\times1-1$,
$3=2\times2-1$,
$5=2\times3-1$,
⋮
$51=2\times26-1$
이므로 주어진 식의 좌변은 기울기 a를 26개 더한 것이다.

세 점 A, B, C가 한 직선 위에 있으면
(직선 AB의 기울기)
=(직선 AC의 기울기)
=(직선 BC의 기울기)

(기울기)$=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}$

두 점 $(x_1,\ y_1)$, $(x_2,\ y_2)$를 지나는 직선의 기울기
→ $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

$m\neq n$이므로
$m-n\neq0$



주어진 식에서 $26a=104$이므로 $\quad a=4$

따라서 $\frac{f(100)-f(97)}{100-97}=4$이므로

$$f(100)-f(97)=12$$

답 12

503 전략 세 점이 한 직선 위에 있으면 세 점 중 어느 두 점을 택하여도 기울기가 일정하다.

풀이 두 점 $(1,\ 3a+3)$, $(2,\ 10)$을 지나는 직선의 기울기는

$$\frac{10-(3a+3)}{2-1}=7-3a$$

두 점 $(2,\ 10)$, $(3,\ 4a+10)$을 지나는 직선의 기울기는

$$\frac{(4a+10)-10}{3-2}=4a$$

따라서 $7-3a=4a$이므로

$$a=1$$

답 1

504 전략 $m\neq n$인 두 실수 m, n에 대하여 일차함수 $f(x)$의 그래프의 기울기는 $\frac{f(m)-f(n)}{m-n}$임을 이용한다.

풀이 $f(m)+4m=f(n)+4n$에서

$$f(m)-f(n)=4n-4m$$
$$f(m)-f(n)=-4(m-n)$$
$$\therefore \frac{f(m)-f(n)}{m-n}=-4$$

따라서 일차함수 $y=f(x)$의 그래프의 기울기는 -4이고, x의 값이 2만큼 증가할 때 y의 값이 k만큼 증가하므로

$$\frac{k}{2}=-4 \qquad \therefore k=-8$$

답 ①

505 전략 일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 제4사분면을 지나지 않는다. ➲ $a>0$, $b\geq0$

풀이 일차함수 $y=(3-k)x-(2-4k)$의 그래프가 제4사분면을 지나지 않으려면

$$3-k>0,\ -(2-4k)\geq0$$
$$-k>-3,\ -2+4k\geq0$$
$$k<3,\ k\geq\frac{1}{2} \qquad \therefore \frac{1}{2}\leq k<3$$

답 $\frac{1}{2}\leq k<3$

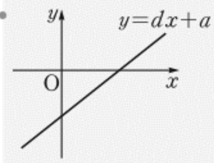
506 전략 두 일차함수의 그래프를 이용하여 a, b, c, d의 부호를 결정한다.

풀이 일차함수 $y=ax+b$의 그래프에서 $a<0$, $b<0$이고, 일차함수 $y=cx+d$의 그래프에서 $c<0$, $d>0$이다.

(ㄱ) $a<0$, $c<0$이므로 $\quad ac>0$

(ㄴ) $b<0$, $d>0$이므로 $\quad bd<0$

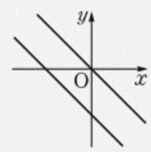
(ㄷ) $y=cx+d$의 그래프가 $y=ax+b$의 그래프보다 y축에 가까우므로 c의 절댓값이 a의 절댓값보다 크고, 이때 $a<0$, $c<0$이므로 $a>c$이다.
(ㄹ) $b<0$, $d>0$이므로 $b<d$
(ㅁ) $d>0$, $a<0$이므로 $y=dx+a$의 그래프는 제2사분면을 지나지 않는다.
이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ), (ㄹ)이다. 답 ③

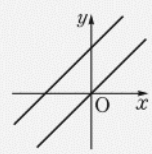


보충학습

양수끼리는 절댓값이 큰 수가 더 크고, 음수끼리는 절댓값이 큰 수가 더 작다.

507 문제 이해 일차함수의 그래프가 제1사분면을 지나지 않으려면 기울기가 음수이고, y절편이 0보다 작거나 같아야 한다.
또 제4사분면을 지나지 않으려면 기울기가 양수이고, y절편이 0보다 크거나 같아야 한다. • 20% 배점





해결 과정 ① $y=(a-b)x+\frac{a}{b}$의 그래프가 제1사분면을 지나지 않으므로

$a-b<0$, $\frac{a}{b}\leq0$

$\therefore a\leq0$, $b>0$ • 20% 배점

$a\leq0$, $b>0$ 또는 $a\geq0$, $b<0$

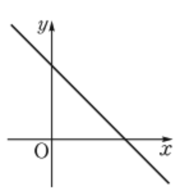
해결 과정 ② $y=acx+d$의 그래프가 제4사분면을 지나지 않으므로 $ac>0$, $d\geq0$
$a\leq0$이고 $ac>0$이므로 $a<0$, $c<0$

$\therefore a<0$, $b>0$, $c<0$, $d\geq0$ • 20% 배점

해결 과정 ③ $b>0$, $c<0$에서 $bc<0$
$a<0$, $b>0$에서 $ab<0$이고, $d\geq0$에서 $-d\leq0$이므로
$ab-d<0$
이때 $ab-d<0$, $c<0$이므로

$\frac{ab-d}{c}>0$ • 20% 배점

답 구하기 $y=bcx+\frac{ab-d}{c}$의 그래프의 기울기는 음수이고 y절편은 양수이므로 그 그래프는 오른쪽 그림과 같다.
따라서 제3사분면을 지나지 않는다.



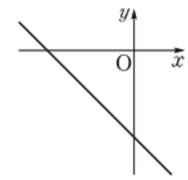
• 20% 배점

답 제3사분면

만점비법

일차함수 $y=ax+b$의 그래프가
① 제1사분면을 지나지 않으면 → $a<0$, $b\leq0$
② 제2사분면을 지나지 않으면 → $a>0$, $b\leq0$
③ 제3사분면을 지나지 않으면 → $a<0$, $b\geq0$
④ 제4사분면을 지나지 않으면 → $a>0$, $b\geq0$

508 전략 $ab>0$이면 $a>0$, $b>0$ 또는 $a<0$, $b<0$이다.
풀이 (i) $b>0$이면
$ab>0$, $bc<0$에서 $a>0$, $c<0$
(ii) $b<0$이면
$ab>0$, $bc<0$에서 $a<0$, $c>0$
(i), (ii)에서 $ac<0$
즉 $-\frac{a}{b}<0$, $\frac{3c}{a}<0$이므로
$y=-\frac{a}{b}x+\frac{3c}{a}$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.
따라서 제2, 3, 4사분면을 지난다.



답 ⑤

509 전략 $y=ax+b+1$의 $x=-1$, 0, 1일 때 y의 값의 부호를 이용한다.
풀이 ① 일차함수 $y=ax+b+1$의 그래프가 오른쪽 아래로 향하는 직선이므로 $a<0$
② 주어진 함수의 그래프의 y절편이 1보다 작으므로
$b+1<1$ $\therefore b<0$
③, ④ $x=1$을 $y=ax+b+1$에 대입하면
$y=a+b+1$
이때 $0<a+b+1<1$이므로
$-1<a+b<0$
⑤ $x=-1$을 $y=ax+b+1$에 대입하면
$y=-a+b+1$
이때 $-a+b+1>0$이므로 $a-b<1$
답 ②, ④

510 전략 두 일차함수 $y=ax+b$, $y=cx+d$의 그래프가 일치한다. ➡ $a=c$, $b=d$
풀이 두 일차함수 $y=(a+3b+1)x+2b-1$, $y=(2b+2)x+a-2$의 그래프가 일치하므로
$a+3b+1=2b+2$, $2b-1=a-2$
$\therefore a+b=1$, $a-2b=1$
위의 두 식을 연립하여 풀면
$a=1$, $b=0$

$\begin{cases} a+b=1 & \cdots ㉠ \\ a-2b=1 & \cdots ㉡ \end{cases}$
㉠−㉡을 하면
$3b=0$ $\therefore b=0$
$b=0$을 ㉠에 대입하면
$a=1$

따라서 $y=ax+4a+b$, 즉 $y=x+4$의 그래프의 x절편은 -4, y절편은 4이므로 구하는 합은
$-4+4=0$ 답 ③

511 전략 두 일차함수의 그래프가 만나지 않는다.
➡ 두 일차함수의 그래프가 평행하다.
풀이 $y=-2ax+2$의 그래프가 $y=4x+4$의 그래프와 만나지 않으므로 두 그래프는 평행하다.
즉 $-2a=4$이므로 $a=-2$
또 $y=4x+2$의 그래프가 $y=(b-3)x+6$의 그래프와 x축 위에서 만나므로 두 그래프의 x절편이 같다.
$y=4x+2$의 그래프의 x절편은 $-\frac{1}{2}$이고,
$y=(b-3)x+6$의 그래프의 x절편은 $-\frac{6}{b-3}$이므로

$-\frac{1}{2}=-\frac{6}{b-3}$
$b-3=12$ $\therefore b=15$
$\therefore b-a=15-(-2)=17$ 답 ③

512 전략 1분마다 온도가 a°C씩 올라간다.(내려간다).
➡ x분마다 온도가 ax°C씩 올라간다.(내려간다).

풀이 (i) 2분마다 온도가 6°C씩 올라가므로 1분마다 온도가 3°C씩 올라간다.
24°C의 물을 x분 동안 데웠을 때의 온도를 y°C라 하면
$y=24+3x$
$y=96$이면 $96=24+3x$
$3x=72$ $\quad\therefore x=24$

24°C의 물을 96°C까지 데우는 데 걸리는 시간

(ii) 1분마다 온도가 2°C씩 내려가므로 96°C의 물을 x분 동안 바닥에 내려놓았을 때의 온도를 y°C라 하면
$y=96-2x$
$y=48$이면 $48=96-2x$
$2x=48$ $\quad\therefore x=24$

96°C의 물을 48°C까지 식히는 데 걸리는 시간

(i), (ii)에서 구하는 시간은
$24+24=48$(분)

답 48분

513 (1) 해결 과정 4 km당 5000원의 운송 요금이 추가되므로 1 km당 $\frac{5000}{4}=1250$(원)의 운송 요금이 추가된다. • 20% 배점

답 구하기 따라서 운송 거리가 x km일 때 운송 요금 y원은
$y=40000+1250x$ • 30% 배점

(2) 해결 과정 $y=120000$이면
$120000=40000+1250x$
$1250x=80000$ $\quad\therefore x=64$ • 30% 배점

답 구하기 따라서 운송 거리는 64 km이다. • 20% 배점

답 (1) $y=40000+1250x$ (2) 64 km

만점비법

a km당 b원의 운송 요금이 추가되는 것은 1 km당 $\frac{b}{a}$원의 운송 요금이 추가되는 것과 같다.

514 전략 $(\text{속력})=\frac{(\text{거리})}{(\text{시간})}$임을 이용하여 자동차의 속력을 구한다.

풀이 C지점을 지난 지 10분 후에는 A지점으로부터 40 km 떨어진 지점에 있었고, 30분 후에는 A지점으로부터 80 km 떨어진 지점에 있었으므로 이 자동차는 20분, 즉 $\frac{1}{3}$시간 동안 40 km를 이동하였다.

20분 동안 40 km를 이동하였으므로 1분 동안 2 km를 이동하였다. 즉 분속 2 km임을 이용하여 구할 수도 있다.

즉 자동차의 속력은 $40\div\frac{1}{3}=120$ (km/h)

C지점이 A지점으로부터 a km 떨어져 있다고 하고 C지점을 지난 지 x시간 후에 자동차가 A지점으로부터 y km 떨어져 있다고 하면
$y=120x+a$

시속 120 km로 x시간 동안 달린 거리

10분, 즉 $\frac{1}{6}$시간 후에 A지점으로부터 40 km 떨어져 있었으므로
$40=120\times\frac{1}{6}+a$
$40=20+a$ $\quad\therefore a=20$
따라서 C지점은 A지점으로부터 20 km 떨어져 있다.

답 20 km

내신 만점 굳히기

본책 102쪽

515 전략 $y=ax+b$에서 y가 x에 대한 일차함수가 되지 않으려면 $a=0$이어야 한다.

풀이 주어진 두 함수가 모두 일차함수가 되지 않으려면 $a-2b+1=0$, $a-b-1=0$
위의 두 식을 연립하여 풀면
$a=3$, $b=2$

$\begin{cases} a-2b+1=0 & \cdots ㉠ \\ a-b-1=0 & \cdots ㉡ \end{cases}$
㉠−㉡을 하면
$-b+2=0$
$\therefore b=2$
$b=2$를 ㉡에 대입하면
$a-2-1=0$
$\therefore a=3$

답 $a=3$, $b=2$

516 해결 과정 ① 점 $(2k,\ 2k-3)$은 $y=-3x+1$의 그래프 위의 점이므로
$2k-3=-6k+1$
$8k=4$ $\quad\therefore k=\frac{1}{2}$ • 30% 배점

해결 과정 ② $k^2=\frac{1}{4}$이므로 $y=-3x+1$의 그래프를 y축의 방향으로 $\frac{1}{4}$만큼 평행이동하면
$y=-3x+1+\frac{1}{4}$
$\therefore y=-3x+\frac{5}{4}$
구하는 점의 좌표를 $(a,\ -a)$로 놓으면 점 $(a,\ -a)$가 $y=-3x+\frac{5}{4}$의 그래프 위의 점이므로

x좌표와 y좌표의 합이 0이므로 x좌표를 a라 하면 y좌표는 $-a$이다.

$-a=-3a+\frac{5}{4}$
$2a=\frac{5}{4}$ $\quad\therefore a=\frac{5}{8}$ • 60% 배점

답 구하기 따라서 구하는 점의 좌표는
$\left(\frac{5}{8},\ -\frac{5}{8}\right)$ • 10% 배점

답 $\left(\frac{5}{8},\ -\frac{5}{8}\right)$

517 전략 두 점 O, A를 이동시킨 점을 각각 구한 후 $a+1>5$인 경우와 $a+1\le5$인 경우로 나누어 생각한다.

풀이 세 점 O, A, B를 이동시킨 점을 각각 O′, A′, B′이라 하면
O$(0,\ 0)$ → O′$(0,\ 0)$
$2>1$에서 $2+1=3$, $2-1=1$이므로
A$(2,\ 1)$ → A′$(3,\ 1)$
(i) $a+1>5$, 즉 $a>4$일 때,
$(a+1)+5=a+6$, $(a+1)-5=a-4$이므로
B$(a+1,\ 5)$ → B′$(a+6,\ a-4)$

두 점 O′, A′을 지나는 직선의 기울기는

$\frac{1-0}{3-0}=\frac{1}{3}$

이고 두 점 O′, B′을 지나는 직선의 기울기는

$\frac{(a-4)-0}{(a+6)-0}=\frac{a-4}{a+6}$

이므로

$\frac{1}{3}=\frac{a-4}{a+6}$, $\quad a+6=3(a-4)$

$\frac{A}{B}=\frac{C}{D}$에서
$A:B=C:D$
$\therefore AD=BC$

$2a=18 \quad \therefore a=9$

(ii) $a+1\le 5$, 즉 $a\le 4$일 때,

$(a+1)+2\times 5=a+11$, $(a+1)-2\times 5=a-9$이므로

$B(a+1,\ 5) \to B'(a+11,\ a-9)$

두 점 O′, A′을 지나는 직선의 기울기는 $\frac{1}{3}$이고 두 점 O′, B′을 지나는 직선의 기울기는

$\frac{(a-9)-0}{(a+11)-0}=\frac{a-9}{a+11}$

이므로

$\frac{1}{3}=\frac{a-9}{a+11}$, $\quad a+11=3(a-9)$

$2a=38 \quad \therefore a=19$

그런데 $a\le 4$이므로 a의 값은 19가 될 수 없다.

(i), (ii)에서 $\quad a=9$ 　　　　답 ①

518 (1) 문제 이해 점 P가 매초 2cm의 속력으로 x초 동안 움직인 거리는 $2x$cm이다. 　• 20% 배점

해결 과정 (i) $11<x\le 14$일 때,

점 P가 $\overline{CD}$ 위에 있으므로

$\overline{PD}=2x-22$(cm)

$\therefore y=\frac{1}{2}\times(2x-22)\times 10=10x-110$

(ii) $14<x\le 19$일 때,

점 P가 $\overline{BC}$ 위에 있으므로

$y=\frac{1}{2}\times 10\times 6=30$

(iii) $19<x<22$일 때,

점 P가 $\overline{AB}$ 위에 있으므로

$\overline{PB}=2x-38$(cm)

$\therefore \overline{AP}=6-(2x-38)=44-2x$

$\therefore y=\frac{1}{2}\times(44-2x)\times 10$

$=220-10x$ 　• 40% 배점

답 구하기 이상에서

$$y=\begin{cases}10x-110 & (11<x\le 14)\\ 30 & (14<x\le 19)\\ 220-10x & (19<x<22)\end{cases}$$ 　• 10% 배점

(2) 해결 과정 $x=20$을 $y=220-10x$에 대입하면

$y=220-10\times 20=20$

답 구하기 따라서 삼각형 APD의 넓이는 20cm^{2}이다. 　• 30% 배점

답 풀이 참조

만점비법

점 P가 어느 변에 위치하느냐에 따라 넓이 y에 대한 식이 달라지므로 점 P의 위치에 따른 x, y 사이의 관계식을 각각 구해야 한다.

519 전략 홀수 층에서 다음 홀수 층까지 엘리베이터가 올라가는 데 걸리는 시간을 구한다.

풀이 x가 3 이상인 홀수일 때, 엘리베이터가 1층에서 출발하여 x층에 도착하는 데 걸리는 시간을 y초라 하면 x와 y 사이에 다음과 같은 관계가 성립한다.

x(층)	3	5	7	9	11	⋯
y(초)	6	32	58	84	110	⋯

2층씩 올라갈 때마다 26초가 걸리므로

$20+3+3=26$(초)

$y=\frac{26}{2}(x-1)-20=13x-33$

도착하는 층에서 문이 열리고 닫히는 시간은 고려하지 않는다.

$x=61$을 $y=13x-33$에 대입하면

$y=13\times 61-33=760$

따라서 총 760초가 걸린다. 　　답 760초

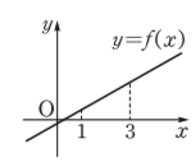
520 [문제 해결 길잡이]

❶ $f(x)=(m+2)x-2m-3$이라 한다.
❷ 그래프의 기울기가 양수일 때 m의 값의 범위를 구한다.
❸ 그래프의 기울기가 음수일 때 m의 값의 범위를 구한다.
❹ ❷, ❸에서 조건을 만족시키는 m의 값의 범위를 구한다.

풀이 $f(x)=(m+2)x-2m-3$이라 하자. ❶

(i) $m+2>0$, 즉 $m>-2$일 때,

$y=f(x)$의 그래프는 오른쪽 위로 향하는 직선이므로 $f(1)\ge 0$이면 $1<x<3$에서 항상 x축보다 위쪽에 있다.



함수 $y=f(x)$는 x의 값이 클수록 y의 값이 크므로 $f(1)=0$이면 $1<x<3$에서 $f(x)>0$이다.

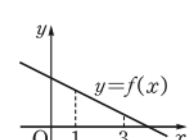
$f(1)=m+2-2m-3=-m-1\ge 0$에서

$m\le -1$

이때 $m>-2$이므로 $\quad -2<m\le -1$ ❷

(ii) $m+2<0$, 즉 $m<-2$일 때,

$y=f(x)$의 그래프는 오른쪽 아래로 향하는 직선이므로 $f(3)\ge 0$이면 $1<x<3$에서 항상 x축보다 위쪽에 있다.



함수 $y=f(x)$는 x의 값이 작을수록 y의 값이 크므로 $f(3)=0$이면 $1<x<3$에서 $f(x)>0$이다.

$f(3)=3m+6-2m-3=m+3\ge 0$에서

$m\ge -3$

이때 $m<-2$이므로 $\quad -3\le m<-2$ ❸

(i), (ii)에서 $\quad -3\le m<-2$ 또는 $-2<m\le -1$ ❹

답 $-3\le m<-2$ 또는 $-2<m\le -1$

참고 $m+2=0$, 즉 $m=-2$이면 $y=f(x)$는 일차함수가 아니므로 $m=-2$일 때는 생각하지 않는다.

11 | 일차함수와 일차방정식의 관계

개념&기출유형 본책 103~107쪽

521 $3x-2y+1=0$에서

$y=\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$

(ㄱ) $x=0$을 $y=\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$에 대입하면 $y=\frac{1}{2}$이므로 y절편은 $\frac{1}{2}$이다.

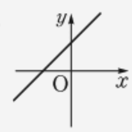
(ㄴ) $y=\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$의 그래프와 $y=\frac{3}{2}x-3$의 그래프의 기울기가 $\frac{3}{2}$으로 같으므로 두 그래프는 평행하다.

(ㄷ) 기울기가 양수이고 y절편도 양수이므로 제4사분면을 지나지 않는다.

(ㄹ) $y=\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$의 그래프와 일치한다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ), (ㄹ)이다.

답 (ㄱ), (ㄴ), (ㄹ)



522 $ax+by+5=0$에서

$y=-\frac{a}{b}x-\frac{5}{b}$

이때 이 일차방정식의 그래프의 기울기가 -2, y절편이 3이므로

$-\frac{a}{b}=-2$, $-\frac{5}{b}=3$

에서 $a=-\frac{10}{3}$, $b=-\frac{5}{3}$

$\therefore 9ab=9\times\left(-\frac{10}{3}\right)\times\left(-\frac{5}{3}\right)=50$

답 50

$a=2b$
$=2\times\left(-\frac{5}{3}\right)$
$=-\frac{10}{3}$

523 $3x+ay-b=0$에서

$y=-\frac{3}{a}x+\frac{b}{a}$

이 그래프를 y축의 방향으로 -1만큼 평행이동하면

$y=-\frac{3}{a}x+\frac{b}{a}-1$

따라서 $-\frac{3}{a}=4$, $\frac{b}{a}-1=6$이므로

$a=-\frac{3}{4}$, $b=-\frac{21}{4}$

$\therefore a+b=-\frac{3}{4}+\left(-\frac{21}{4}\right)=-6$

답 -6

① 두 그래프가 평행하다.
→ 기울기는 같고, y절편은 다르다.
② 두 그래프가 y축 위에서 만난다.
→ y절편이 같다.

$\frac{b}{a}-1=6$에서 $\frac{b}{a}=7$
$\therefore b=7a$
$=7\times\left(-\frac{3}{4}\right)$
$=-\frac{21}{4}$

524 (1) 두 점의 x좌표는 다르고, y좌표는 같아야 하므로

$3-2a\neq a-9$, $7b=5b+2$

$-3a\neq-12$, $2b=2$

$\therefore a\neq4$, $b=1$

x좌표도 같으면 두 점은 같은 점이 된다.

(2) 두 점의 x좌표는 같고, y좌표는 달라야 하므로

$3-2a=a-9$, $7b\neq5b+2$

$\therefore a=4$, $b\neq1$

답 (1) $a\neq4$, $b=1$ (2) $a=4$, $b\neq1$

525 주어진 직선의 방정식은 $x=-3$

$x+3=0$

$\therefore -\frac{1}{3}x-1=0$

따라서 $a=-\frac{1}{3}$, $b=0$이므로

$a-b=-\frac{1}{3}-0=-\frac{1}{3}$

답 $-\frac{1}{3}$

일차방정식 $y=k$의 그래프
① $k>0$이면
→ x축에 평행하고 제1, 2사분면을 지난다.
② $k<0$이면
→ x축에 평행하고 제3, 4사분면을 지난다.

526 $5x+3=0$에서

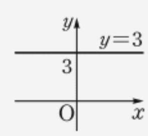
$x=-\frac{3}{5}$

직선 $x=-\frac{3}{5}$에 수직인 직선의 방정식은 $y=q$ 꼴이므로 점 $(-7, 3)$을 지나는 직선의 방정식은

$y=3$

따라서 일차방정식 $y=3$의 그래프가 지나는 사분면은 제1, 2사분면이다.

답 제1, 2사분면



527 $x+ay+b=0$에서

$y=-\frac{1}{a}x-\frac{b}{a}$

주어진 그래프에서 $-\frac{1}{a}<0$, $-\frac{b}{a}>0$이므로

$a>0$, $b<0$

답 ②

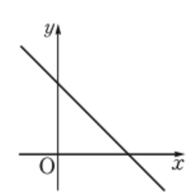
528 $ax+by+c=0$에서

$y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$

$a<0$, $b<0$, $c>0$이므로

$-\frac{a}{b}<0$, $-\frac{c}{b}>0$

따라서 $ax+by+c=0$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제3사분면을 지나지 않는다.



답 ③

529 $ax-by+4=0$의 그래프가 x축에 수직이므로

$b=0$ $\therefore x=-\frac{4}{a}$

이 방정식의 그래프가 제2, 3사분면을 지나려면

$-\frac{4}{a}<0$ $\therefore a>0$

답 ③

530 두 점 $(-7,\ -6)$, $(3,\ -1)$을 지나는 직선과 평행하므로

$$(\text{기울기})=\frac{-1-(-6)}{3-(-7)}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$$

이고, y절편이 -4이므로 구하는 직선의 방정식은

$$y=\frac{1}{2}x-4$$

따라서 $a=\frac{1}{2}$, $b=-4$이므로

$$ab=\frac{1}{2}\times(-4)=-2$$

답 ④

531 $a=\frac{-4}{1-3}=2$

직선 $y=2x+b$가 점 $(2,\ -6)$을 지나므로

$-6=4+b$ $\quad\therefore b=-10$

$\therefore y=2x-10$

$y=0$을 $y=2x-10$에 대입하면

$x=5$

$x=0$을 $y=2x-10$에 대입하면

$y=-10$

따라서 직선 $y=2x-10$의 x절편이 5, y절편이 -10이므로 구하는 합은

$5+(-10)=-5$

답 -5

532 직선 $y=ax+b$가 직선 $y=-x+1$과 평행하므로

$a=-1$

직선 $y=-3x+9$의 x절편이 3이므로 직선 $y=-x+b$의 x절편도 3이다.

즉 $0=-3+b$이므로 $\quad b=3$

$\therefore a+b=-1+3=2$

답 2

533 $a=\dfrac{-3-11}{\frac{5}{2}-(-1)}=-4$이므로 구하는 직선의 방정식을 $y=-4x+b$로 놓으면 이 직선이 점 $(-1,\ 11)$을 지나므로

$11=4+b$ $\quad\therefore b=7$

직선 $y=-4x+7$의 x절편이 $\frac{7}{4}$이므로

$$c=\frac{7}{4}$$

$$\therefore a+\frac{b}{c}=a+b\times\frac{1}{c}$$

$$=-4+7\times\frac{4}{7}=0$$

답 0

534 두 점 $(-5,\ 12)$, $(10,\ -6)$을 지나는 직선의 기울기는

$$\frac{-6-12}{10-(-5)}=-\frac{6}{5}$$

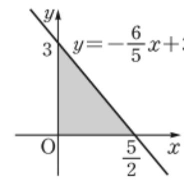
구하는 직선의 방정식을 $y=-\frac{6}{5}x+b$로 놓으면 이 직선이 점 $(10,\ -6)$을 지나므로

$-6=-\frac{6}{5}\times10+b$ $\quad\therefore b=6$

직선 $y=-\frac{6}{5}x+6$을 y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 직선의 방정식은

$$y=-\frac{6}{5}x+3$$

직선 $y=-\frac{6}{5}x+3$의 x절편이 $\frac{5}{2}$, y절편이 3이므로 오른쪽 그림에서 구하는 넓이는



$$\frac{1}{2}\times\frac{5}{2}\times3=\frac{15}{4}$$

답 $\frac{15}{4}$

535 직선 $y=-x+3$의 y절편은 3이고, 직선 $y=\frac{2}{3}x-4$의 x절편은 6이므로 구하는 직선은 두 점 $(6,\ 0)$, $(0,\ 3)$을 지난다.

$(\text{기울기})=\frac{3-0}{0-6}=-\frac{1}{2}$이므로

$$y=-\frac{1}{2}x+3$$

② $4=-\frac{1}{2}\times(-2)+3$

답 ②

다른풀이 x절편이 6, y절편이 3인 직선의 방정식은

$\frac{x}{6}+\frac{y}{3}=1$, $\quad x+2y=6$

$\therefore y=-\frac{1}{2}x+3$

536 연립방정식 $\begin{cases}x+3y-2=0\\4x-5y+1=0\end{cases}$의 해는

$x=\frac{7}{17}$, $y=\frac{9}{17}$

따라서 $a=\frac{7}{17}$, $b=\frac{9}{17}$이므로

$$17(a-b)=17\left(\frac{7}{17}-\frac{9}{17}\right)=-2$$

답 ①

537 연립방정식 $\begin{cases}2x+6y-3=0\\2x+y-8=0\end{cases}$의 해는

$x=\frac{9}{2}$, $y=-1$

따라서 점 $\left(\frac{9}{2},\ -1\right)$을 지나고 x축에 평행한 직선의 방정식은

$y=-1$

답 $y=-1$

538 (1) 두 직선의 교점의 좌표가 $(3,\ 1)$이므로 구하는 연립방정식의 해는

$x=3$, $y=1$

(2) $x=3$, $y=1$을 $ax+y=-2$에 대입하면

$3a+1=-2$, $\quad 3a=-3$

$\therefore a=-1$

$x=3$, $y=1$을 $by+x=7$에 대입하면

$b+3=7$ $\quad\therefore b=4$

답 (1) $x=3$, $y=1$ (2) $a=-1$, $b=4$

직선 $y=ax+b$와 x축 및 y축으로 둘러싸인 도형의 넓이

→ $\frac{1}{2}\times|x\text{절편}|\times|y\text{절편}|$

$=\frac{1}{2}\times\left|-\frac{b}{a}\right|\times|b|$

$(\text{기울기})=\dfrac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}$

$y=0$을 $y=\frac{2}{3}x-4$에 대입하면

$0=\frac{2}{3}x-4$

$\frac{2}{3}x=4$

$\therefore x=6$

두 직선이 x축 위에서 만난다.

→ 두 직선의 x절편이 같다.

공식을 이용하여 다음과 같이 직선의 방정식을 구할 수 있다.

$y-11=\dfrac{-3-11}{\frac{5}{2}-(-1)}(x+1)$

$y-11=-4(x+1)$

$\therefore y=-4x+7$

$y=0$을 $y=-4x+7$에 대입하면

$0=-4x+7$

$4x=7$ $\quad\therefore x=\frac{7}{4}$

539 $ax+5y+3=0$에서

$y=-\frac{a}{5}x-\frac{3}{5}$

$2x-y+b=0$에서 $\quad y=2x+b$

해가 무수히 많으려면 두 그래프가 일치해야 하므로

$-\frac{a}{5}=2,\ -\frac{3}{5}=b$

$\therefore a=-10,\ b=-\frac{3}{5}$

$\therefore a-10b=-10-10\times\left(-\frac{3}{5}\right)=-4$

답 -4

다른풀이 연립방정식 $\begin{cases}ax+5y+3=0\\2x-y+b=0\end{cases}$의 해가 무수히 많으므로

$\frac{a}{2}=\frac{5}{-1}=\frac{3}{b}$

$\frac{a}{2}=\frac{5}{-1}$에서 $\quad a=-10$

$\frac{5}{-1}=\frac{3}{b}$에서 $\quad 5b=-3$

$\therefore b=-\frac{3}{5}$

$\therefore a-10b=-10-10\times\left(-\frac{3}{5}\right)=-4$

연립일차방정식의 해가 무수히 많다.
→ 두 일차방정식의 그래프가 일치한다.
→ 두 일차방정식의 그래프의 기울기와 y절편이 각각 같다.

두 일차방정식 $ax+by+c=0$, $a'x+b'y+c'=0$의 그래프가 일치하면
→ $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}$

보충학습

연립방정식 $\begin{cases}ax+by+c=0\\a'x+b'y+c'=0\end{cases}$에 대하여

① 해가 한 개인 경우 → $\frac{a}{a'}\neq\frac{b}{b'}$

② 해가 없는 경우 → $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\neq\frac{c}{c'}$

③ 해가 무수히 많은 경우 → $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}$

540 $3ax+2ay=1$에서 $\quad y=-\frac{3}{2}x+\frac{1}{2a}$

$bx-4y=6$에서 $\quad y=\frac{b}{4}x-\frac{3}{2}$

해가 존재하지 않으려면 두 그래프가 평행해야 하므로

$-\frac{3}{2}=\frac{b}{4},\ \frac{1}{2a}\neq-\frac{3}{2}$

$\therefore a\neq-\frac{1}{3},\ b=-6$

답 $a\neq-\frac{1}{3},\ b=-6$

다른풀이 연립방정식 $\begin{cases}3ax+2ay=1\\bx-4y=6\end{cases}$, 즉

$\begin{cases}3ax+2ay-1=0\\bx-4y-6=0\end{cases}$의 해가 존재하지 않으므로

$\frac{3a}{b}=\frac{2a}{-4}\neq\frac{-1}{-6}$

$\frac{3a}{b}=\frac{2a}{-4}$에서

$-12a=2ab \quad \therefore b=-6$

$\frac{2a}{-4}\neq\frac{-1}{-6}$에서

$-12a\neq4 \quad \therefore a\neq-\frac{1}{3}$

$\therefore a\neq-\frac{1}{3},\ b=-6$

연립일차방정식의 해가 없다.
→ 두 일차방정식의 그래프의 교점이 없다.
→ 두 일차방정식의 그래프가 평행하다.
→ 두 일차방정식의 그래프의 기울기는 같고, y절편은 다르다.

$a=0$이면 $3ax+2ay=1$에서 $0=1$이 되어 성립하지 않으므로 $a\neq0$

541 $3x-4ay+a-3=0$에서

$y=\frac{3}{4a}x+\frac{a-3}{4a}$

$bx+3y-3=0$에서

$y=-\frac{b}{3}x+1$

두 일차방정식의 그래프가 일치하므로

$\frac{3}{4a}=-\frac{b}{3},\ \frac{a-3}{4a}=1$

$\therefore a=-1,\ b=\frac{9}{4}$

$\therefore a+b=-1+\frac{9}{4}=\frac{5}{4}$

답 $\frac{5}{4}$

$\frac{a-3}{4a}=1$에서

$a-3=4a$

$-3a=3$

$\therefore a=-1$

$\frac{3}{4a}=-\frac{b}{3}$에서

$\frac{3}{-4}=-\frac{b}{3}$

$4b=9$

$\therefore b=\frac{9}{4}$

다른풀이 두 일차방정식 $3x-4ay+a-3=0$, $bx+3y-3=0$의 그래프가 일치하면 연립방정식 $\begin{cases}3x-4ay+a-3=0\\bx+3y-3=0\end{cases}$의 해가 무수히 많으므로

$\frac{3}{b}=\frac{-4a}{3}=\frac{a-3}{-3}$

$\frac{-4a}{3}=\frac{a-3}{-3}$에서

$4a=a-3,\quad 3a=-3$

$\therefore a=-1$

$\frac{3}{b}=\frac{4}{3}$에서

$4b=9 \quad \therefore b=\frac{9}{4}$

$\therefore a+b=-1+\frac{9}{4}=\frac{5}{4}$

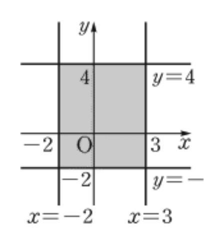
542 $2x+4=0$에서

$x=-2$

$3y-12=0$에서 $\quad y=4$

따라서 네 직선 $x=3$, $y=-2$, $x=-2$, $y=4$는 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 도형의 넓이는

$(3+2)\times(4+2)=30$



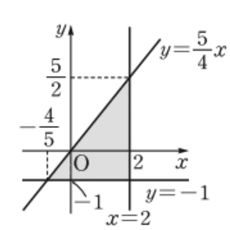
답 30

543 두 직선 $y=\frac{5}{4}x$와 $x=2$의 교점의 좌표는

$\left(2,\ \frac{5}{2}\right)$

두 직선 $y=\frac{5}{4}x$와 $y=-1$의 교점의 좌표는

$\left(-\frac{4}{5},\ -1\right)$

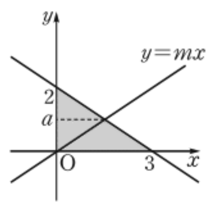


따라서 구하는 넓이는

$$\frac{1}{2}\times\left(2+\frac{4}{5}\right)\times\left(\frac{5}{2}+1\right)=\frac{1}{2}\times\frac{14}{5}\times\frac{7}{2}=\frac{49}{10}$$

답 $\frac{49}{10}$

544 오른쪽 그림에서 일차방정식 $2x+3y-6=0$의 그래프와 x축 및 y축으로 둘러싸인 도형의 넓이는



$$\frac{1}{2}\times3\times2=3$$

$2x+3y-6=0$의 그래프와 직선 $y=mx$의 교점의 y좌표를 a라 하면

$$\frac{1}{2}\times3\times a=\frac{1}{2}\times3$$

$$\therefore a=1$$

$y=1$을 $2x+3y-6=0$에 대입하면

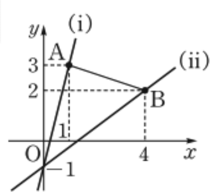
$$2x+3-6=0 \qquad \therefore x=\frac{3}{2}$$

따라서 직선 $y=mx$가 점 $\left(\frac{3}{2},\ 1\right)$을 지나므로

$$1=\frac{3}{2}m \qquad \therefore m=\frac{2}{3}$$

답 $\frac{2}{3}$

545 (i) 직선 $y=ax-1$이 점 A를 지날 때,



$$3=a-1$$

$$\therefore a=4$$

(ii) 직선 $y=ax-1$이 점 B를 지날 때,

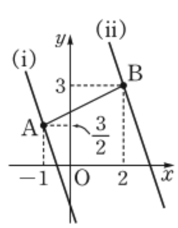
$$2=4a-1, \qquad 4a=3$$

$$\therefore a=\frac{3}{4}$$

(i), (ii)에서 $\frac{3}{4}\le a\le4$

답 $\frac{3}{4}\le a\le4$

546 (i) 직선 $y=-3x+k$가 점 A를 지날 때,



$$\frac{3}{2}=3+k$$

$$\therefore k=-\frac{3}{2}$$

(ii) 직선 $y=-3x+k$가 점 B를 지날 때,

$$3=-6+k$$

$$\therefore k=9$$

(i), (ii)에서 $-\frac{3}{2}\le k\le9$이므로 k의 값이 아닌 것은 ①이다.

답 ①

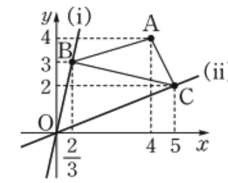
$\begin{cases}5x-2y-7=0\cdots㉠\\2x+y-10=0\cdots㉡\end{cases}$
㉠+㉡×2를 하면
$9x-27=0$
$\therefore x=3$
$x=3$을 ㉡에 대입하면
$6+y-10=0$
$\therefore y=4$

일차함수 $y=ax-1$의 그래프의 y절편은 -1이므로 a의 값에 관계없이 항상 점 $(0,\ -1)$을 지난다.

$\begin{cases}x+6y=-1\ \cdots㉠\\3x+2y=5\ \cdots㉡\end{cases}$
㉠−㉡×3을 하면
$-8x=-16$
$\therefore x=2$
$x=2$를 ㉠에 대입하면
$2+6y=-1$
$\therefore y=-\frac{1}{2}$

$\begin{cases}2x-4y+3=0\cdots㉠\\x+5y-9=0\ \cdots㉡\end{cases}$
㉠−㉡×2를 하면
$-14y+21=0$
$\therefore y=\frac{3}{2}$
$y=\frac{3}{2}$을 ㉠에 대입하면 $2x-6+3=0$
$\therefore x=\frac{3}{2}$

547 (i) $y=mx$의 그래프가 점 B를 지날 때,



$$3=\frac{2}{3}m$$

$$\therefore m=\frac{9}{2}$$

(ii) $y=mx$의 그래프가 점 C를 지날 때,

$$2=5m \qquad \therefore m=\frac{2}{5}$$

(i), (ii)에서 $\frac{2}{5}\le m\le\frac{9}{2}$

답 $\frac{2}{5}\le m\le\frac{9}{2}$

참고 직선 OA의 기울기가 직선 OB의 기울기보다 작고 직선 OC의 기울기보다 크므로 직선 $y=mx$의 그래프가 점 A를 지나는 경우는 생각하지 않아도 된다.

548 연립방정식 $\begin{cases}5x-2y-7=0\\2x+y-10=0\end{cases}$의 해는

$$x=3,\ y=4$$

따라서 직선 $3x+ay-1=0$이 점 $(3,\ 4)$를 지나므로

$$3\times3+a\times4-1=0$$

$$\therefore a=-2$$

답 -2

549 연립방정식 $\begin{cases}x+6y=-1\\3x+2y=5\end{cases}$의 해는

$$x=2,\ y=-\frac{1}{2}$$

따라서 직선 $ax-4y=3$이 점 $\left(2,\ -\frac{1}{2}\right)$을 지나므로

$$2\times a-4\times\left(-\frac{1}{2}\right)=3$$

$$2a+2=3 \qquad \therefore a=\frac{1}{2}$$

또 직선 $5x-by=7$이 점 $\left(2,\ -\frac{1}{2}\right)$을 지나므로

$$5\times2-b\times\left(-\frac{1}{2}\right)=7$$

$$10+\frac{1}{2}b=7 \qquad \therefore b=-6$$

$$\therefore ab=\frac{1}{2}\times(-6)=-3$$

답 ①

550 세 직선 중 어느 두 직선도 평행하지 않으므로 세 직선에 의하여 삼각형이 만들어지지 않는 경우는 세 직선이 한 점에서 만날 때이다.

연립방정식 $\begin{cases}2x-4y+3=0\\x+5y-9=0\end{cases}$의 해는

$$x=\frac{3}{2},\ y=\frac{3}{2}$$

직선 $3x-y+3a=0$이 점 $\left(\frac{3}{2},\ \frac{3}{2}\right)$을 지나므로

$$3\times\frac{3}{2}-\frac{3}{2}+3a=0$$

$$3+3a=0 \qquad \therefore a=-1$$

답 -1

내신 만점 도전하기

본책 108~111쪽

551 전략 일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 제1사분면을 지나지 않는다. ➡ $a<0,\ b\le 0$

풀이 일차방정식 $ax+y-b=0$의 그래프가 점 $(1,\ -2)$를 지나므로

$a-2-b=0$

$\therefore b=a-2$

$b=a-2$를 $ax+y-b=0$에 대입하여 정리하면

$y=-ax+a-2$

이 그래프가 제1사분면을 지나지 않으므로

$-a<0,\ a-2\le 0$

$a>0,\ a\le 2$

$\therefore 0<a\le 2$

이를 만족시키는 정수 a는 1, 2의 2개이다.

답 2개

$a<0,\ b=0$일 때, $y=ax+b$의 그래프는 원점을 지나면서 기울기가 음수인 직선이므로 제1, 3사분면을 지나지 않는다.

552 전략 일차방정식 $x+ay+b=0$의 그래프는 직선 l과 기울기가 같고, 직선 m과 y절편이 같다.

풀이 일차방정식 $x+ay+b=0$에서

$y=-\frac{1}{a}x-\frac{b}{a}$

직선 l은 두 점 $(0,\ 4)$, $(5,\ 0)$을 지나므로 직선 l의 기울기는

$\frac{0-4}{5-0}=-\frac{4}{5}$

이때 $y=-\frac{1}{a}x-\frac{b}{a}$의 그래프는 직선 l과 평행하므로

$-\frac{1}{a}=-\frac{4}{5}\qquad \therefore a=\frac{5}{4}$

한편 직선 m의 y절편이 2이므로 $y=-\frac{1}{a}x-\frac{b}{a}$의 그래프의 y절편도 2이다.

즉 $-\frac{b}{a}=2$이므로 $\quad b=-\frac{5}{2}$

$\therefore a+b=\frac{5}{4}+\left(-\frac{5}{2}\right)=-\frac{5}{4}$

답 ③

① 두 직선이 평행하면 두 직선의 기울기는 같다.
② 두 직선이 y축 위에서 만나면 두 직선의 y절편은 같다.

$-\frac{b}{a}=2$에서 $a=\frac{5}{4}$이므로
$b=-2a$
$=-2\times\frac{5}{4}$
$=-\frac{5}{2}$

553 문제 이해 두 점을 지나는 직선이 x축에 수직이면 두 점의 x좌표는 같지만 y좌표는 다르고, 두 점을 지나는 직선이 y축에 수직이면 두 점의 x좌표는 다르지만 y좌표는 같다. • 20% 배점

해결 과정 ① 두 점 $(3a-1,\ 3)$, $(2b+4,\ 7)$을 지나는 직선이 x축에 수직이므로

$3a-1=2b+4$

$\therefore 3a-2b=5 \qquad \cdots\cdots ㉠$

두 점 $(-2,\ a-b)$, $(-3,\ 3-a)$를 지나는 직선이 y축에 수직이므로

$a-b=3-a$

$\therefore 2a-b=3 \qquad \cdots\cdots ㉡$ • 40% 배점

해결 과정 ② ㉠$-$㉡$\times$2를 하면

$-a=-1 \qquad \therefore a=1$

$a=1$을 ㉡에 대입하면

$2-b=3 \qquad \therefore b=-1$ • 30% 배점

답 구하기 $\therefore a+b=1+(-1)=0$ • 10% 배점

답 0

보충학습

① 일차방정식 $x=p(p\ne 0)$의 그래프 ➡ 점 $(p,\ 0)$을 지나고 y축에 평행한(x축에 수직인) 직선
② 일차방정식 $y=q(q\ne 0)$의 그래프 ➡ 점 $(0,\ q)$를 지나고 x축에 평행한(y축에 수직인) 직선

554 전략 일차방정식 $ax+by+c=0$을 y에 대하여 풀고, 기울기와 y절편의 부호를 생각한다.

풀이 $bx-cy+a=0$에서

$y=\frac{b}{c}x+\frac{a}{c}$

$ax+by+c=0$에서 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$이므로 주어진 그래프에서

$-\frac{a}{b}<0,\ -\frac{c}{b}<0 \qquad \therefore \frac{a}{b}>0,\ \frac{c}{b}>0$

따라서 $\frac{b}{c}>0,\ \frac{a}{c}>0$이므로 일차방정식 $bx-cy+a=0$의 그래프의 모양으로 알맞은 것은 ①이다.

답 ①

$\frac{a}{b}>0$에서 a와 b의 부호가 같고, $\frac{c}{b}>0$에서 b와 c의 부호가 같으므로 $a,\ b,\ c$의 부호는 모두 같다.

555 전략 주어진 그래프는 원점을 지나고 기울기가 음수인 직선이다.

풀이 $ax+2by-3c=0$에서

$y=-\frac{a}{2b}x+\frac{3c}{2b}$

주어진 그래프에서 $-\frac{a}{2b}<0,\ \frac{3c}{2b}=0$이므로

$\frac{a}{b}>0,\ c=0$

$bx-cy-2a=0$에서 $c=0$이므로

$bx-2a=0 \qquad \therefore x=\frac{2a}{b}$

이때 $\frac{a}{b}>0$이므로 $\quad \frac{2a}{b}>0$

따라서 $x=\frac{2a}{b}$의 그래프는 제1, 4사분면을 지난다.

답 제1, 4사분면

556 전략 $\frac{f(6b)-f(-a)}{6b-(-a)}$가 $y=f(x)$의 그래프의 기울기임을 이용한다.

풀이 $\frac{f(6b)-f(-a)}{a+6b}=-2$에서

$\frac{f(6b)-f(-a)}{a+6b}=-2$

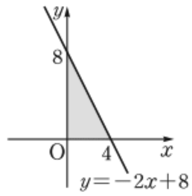
즉 $y=f(x)$의 그래프의 기울기는 -2이다.

또 $y=f(x)$의 그래프가 $y=\frac{1}{4}x+8$의 그래프와 y축 위에서 만나므로 두 그래프의 y절편이 같다.

$y=\frac{1}{4}x+8$의 그래프의 y절편이 8이므로 $y=f(x)$의 그래프의 y절편도 8이다.

$\therefore f(x)=-2x+8$

따라서 $y=-2x+8$의 그래프의 x절편은 4, y절편은 8이므로 오른쪽 그림에서 구하는 넓이는



$\frac{1}{2}\times4\times8=16$

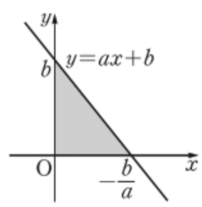
답 ④

보충학습

일차함수 $y=ax+b$의 그래프와 x축 및 y축으로 둘러싸인 도형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times|x\text{절편}|\times|y\text{절편}|$

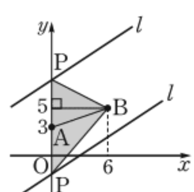
$=\frac{1}{2}\times\left|-\frac{b}{a}\right|\times|b|$



557 문제 이해 △ABP의 넓이가 항상 15이므로 직선 AB와 직선 l이 평행해야 한다. 즉 직선 l의 기울기는 직선 AB의 기울기와 같으므로

$\frac{5-3}{6-0}=\frac{1}{3}$ • 40% 배점

해결 과정 점 P가 y축 위에 있을 때 △ABP의 넓이는 15이므로



$\frac{1}{2}\times\overline{AP}\times6=15$

$\therefore \overline{AP}=5$

$\therefore$ P(0, 8) 또는 P(0, −2) • 40% 배점

P(0, 3+5) 또는 P(0, 3−5)

답 구하기 따라서 구하는 직선 l의 방정식은

$y=\frac{1}{3}x+8$ 또는 $y=\frac{1}{3}x-2$ • 20% 배점

답 풀이 참조

558 전략 주어진 직선이 지나는 두 점을 이용하여 직선의 방정식을 구한다.

풀이 주어진 직선은 두 점 (0, 2), (3, 0)을 지나므로 기울기는 $-\frac{2}{3}$이고 y절편이 2이다.

$\frac{0-2}{3-0}=-\frac{2}{3}$

따라서 이 직선의 방정식은

$y=-\frac{2}{3}x+2$ …… ㉠

직선 $y=(a-2)x+4$를 y축의 방향으로 m만큼 평행이동하면

$y=(a-2)x+4+m$ …… ㉡

㉠, ㉡이 일치하므로

$a-2=-\frac{2}{3}$, $4+m=2$

$\therefore a=\frac{4}{3}$, $m=-2$

$\therefore a+m=\frac{4}{3}+(-2)=-\frac{2}{3}$ 답 ①

다른풀이 주어진 직선의 x절편이 3, y절편이 2이므로

$\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=1$

$\therefore y=-\frac{2}{3}x+2$

x절편이 m, y절편이 n인 직선의 방정식
$\rightarrow \frac{x}{m}+\frac{y}{n}=1$ (단, $mn\neq0$)

559 해결 과정 ① 직선 $y=ax+b$가 점 (2, 4)를 지나므로

$4=2a+b$

$\therefore b=4-2a$ …… ㉠ • 30% 배점

해결 과정 ② x절편과 y절편의 비가 5 : 1이므로 x절편을 $5k$, y절편을 k ($k\neq0$)라 하자.

직선 $y=ax+b$가 두 점 $(5k, 0)$, $(0, k)$를 지나므로

$a=\frac{k-0}{0-5k}=\frac{k}{-5k}=-\frac{1}{5}$ • 40% 배점

(기울기) $=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}$

$a=-\frac{1}{5}$을 ㉠에 대입하면

$b=4+\frac{2}{5}=\frac{22}{5}$ • 20% 배점

답 구하기 $\therefore a+b=-\frac{1}{5}+\frac{22}{5}=\frac{21}{5}$ • 10% 배점

답 $\frac{21}{5}$

560 전략 먼저 주어진 두 점을 지나는 직선의 방정식을 구한다.

풀이 두 점 (42, 64), (56, 48)을 지나는 직선의 기울기는

$\frac{48-64}{56-42}=-\frac{8}{7}$

이 직선의 방정식을 $y=-\frac{8}{7}x+b$라 하면 직선이 점 (42, 64)를 지나므로

$64=-\frac{8}{7}\times42+b \qquad \therefore b=112$

직선 $y=-\frac{8}{7}x+112$ 위의 점 중에서 x좌표와 y좌표가 모두 자연수인 점의 x좌표는 7의 배수이다.

또 $-\frac{8}{7}x+112>0$이어야 하므로

$\frac{8}{7}x<112 \qquad \therefore x<98$

따라서 $0<x<98$을 만족시키는 x의 값 중에서 7의 배수는 13개이므로 구하는 점의 개수는 13개이다.

답 ②

561 전략 직선 $y=ax+b$ 위에 점 (p, q)가 있으면 $ap+b=q$가 성립한다.

풀이 두 직선 $3x-2y+a=0$, $4x-y-a+1=0$의 교점이 직선 $y=2x+1$ 위에 있으므로 교점의 좌표를 $(k, 2k+1)$이라 하면

$\begin{cases}3k-2(2k+1)+a=0\\4k-(2k+1)-a+1=0\end{cases}$

즉 $\begin{cases}a-k=2\\-a+2k=0\end{cases}$

위의 연립방정식을 풀면

$a=4,\ k=2$

$k=2$이므로

$2k+1=2\times2+1=5$

따라서 구하는 교점의 좌표는

$(2,\ 5)$

답 4, (2, 5)

$\begin{cases} a-k=2 & \cdots ㉠ \\ -a+2k=0 & \cdots ㉡ \end{cases}$
㉠+㉡을 하면
$k=2$
$k=2$를 ㉠에 대입하면
$a-2=2$
$\therefore a=4$

562 문제 이해 두 일차방정식 $3x-y+2=0$, $x-2y+a=0$의 그래프의 교점이 제2사분면 위에 있으므로 교점의 x좌표는 음수이고, y좌표는 양수이다.

• 20% 배점

해결 과정 ① 연립방정식 $\begin{cases} 3x-y+2=0 & \cdots ㉠ \\ x-2y+a=0 & \cdots ㉡ \end{cases}$에서

㉠×2−㉡을 하면

$5x+4-a=0 \qquad \therefore x=\frac{a-4}{5}$

$x=\frac{a-4}{5}$를 ㉠에 대입하면

$3\times\frac{a-4}{5}-y+2=0 \qquad \therefore y=\frac{3a-2}{5}$

• 30% 배점

해결 과정 ② 점 $\left(\frac{a-4}{5},\ \frac{3a-2}{5}\right)$가 제2사분면 위에 있으므로

$\frac{a-4}{5}<0,\ \frac{3a-2}{5}>0$ • 30% 배점

답 구하기 따라서 $a<4,\ a>\frac{2}{3}$이므로

$\frac{2}{3}<a<4$ • 20% 배점

답 $\frac{2}{3}<a<4$

0이 아닌 모든 상수 a에 대하여 항상 $a\neq-a$이다.

$\frac{a-4}{5}<0$에서
$a-4<0 \quad \therefore a<4$
$\frac{3a-2}{5}>0$에서
$3a-2>0$
$\therefore a>\frac{2}{3}$

보충학습

좌표평면 위의 점 $(x,\ y)$가
① 제1사분면 위의 점이면 → $x>0,\ y>0$
② 제2사분면 위의 점이면 → $x<0,\ y>0$
③ 제3사분면 위의 점이면 → $x<0,\ y<0$
④ 제4사분면 위의 점이면 → $x>0,\ y<0$

563 전략 삼각형의 꼭짓점은 두 직선의 교점임을 이용한다.

풀이 직선 $bx-y+3=0$, 즉 $y=bx+3$은 점 $(0,\ 3)$을 지나므로 점 $(0,\ -3)$은 두 직선 $x-2y+a=0$, $cx-dy-2=0$의 교점이다.

$x=0,\ \ y=-3$을 $x-2y+a=0,\ cx-dy-2=0$에 각각 대입하면

$-2\times(-3)+a=0,\ -d\times(-3)-2=0$

$\therefore a=-6\ ,\ d=\frac{2}{3}$

또 점 $(-1,\ 4)$는 직선 $x-2y-6=0$ 위의 점이 아니므로 점 $(-1,\ 4)$는 두 직선 $bx-y+3=0$, $cx-\frac{2}{3}y-2=0$의 교점이다.

세 직선의 기울기가 다르고 세 직선이 한 점에서 만나지 않을 때, 세 직선은 항상 삼각형을 이룬다.

$x=-1,\ y=4$를 $x-2y-6=0$에 대입하면
$-1-8-6\neq0$

$x=-1,\ \ y=4$를 $bx-y+3=0,\ cx-\frac{2}{3}y-2=0$에 각각 대입하면

$-b-4+3=0,\ -c-\frac{2}{3}\times4-2=0$

$\therefore b=-1,\ c=-\frac{14}{3}$

$\therefore abcd=(-6)\times(-1)\times\left(-\frac{14}{3}\right)\times\frac{2}{3}$

$=-\frac{56}{3}$

답 ①

564 전략 주어진 직선의 기울기와 y절편을 비교한다.

풀이 (ㄱ) 직선 $2ax-2y+2b=0$을 y에 대하여 풀면 $y=ax+b$이므로 $y=ax+b$와 $2ax-2y+2b=0$의 그래프는 일치한다.

(ㄴ) $abc\neq0$이므로 $ax+by+c=0$은 $x=k$ 꼴이 될 수 없다.
따라서 두 직선 $x=p$, $ax+by+c=0$은 한 점에서 만나므로 연립방정식 $\begin{cases} x=p \\ ax+by+c=0 \end{cases}$의 해는 항상 1개이다.

(ㄷ) 두 일차함수 $y=ax+b$, $y=-ax-b$의 그래프는 한 점에서 만난다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ)이다.

답 ④

참고 (ㄴ) $ax+by+c=0$이 $x=k$ 꼴이 되면 주어진 연립방정식은 $\begin{cases} x=p \\ x=k \end{cases}$
(i) $p=k$일 때, 해가 무수히 많다.
(ii) $p\neq k$일 때, 해가 없다.

565 전략 두 직선이 2개 이상의 점에서 만나면 두 직선은 일치한다.

풀이 두 직선 $ax+3y=2x$, $4x-y+3=ax+3$이 점 $(0,\ 0)$ 이외의 점에서도 만나므로 두 직선은 일치한다.

$ax+3y=2x$에서 $\qquad y=\frac{1}{3}(2-a)x$

$4x-y+3=ax+3$에서 $\qquad y=(4-a)x$

따라서 $\frac{1}{3}(2-a)=4-a$이므로

$2-a=12-3a$

$2a=10 \qquad \therefore a=5$

따라서 주어진 연립방정식은 $\begin{cases} x+2y+1=0 \\ kx+4y+3=0 \end{cases}$, 즉

$\begin{cases} y=-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2} \\ y=-\frac{k}{4}x-\frac{3}{4} \end{cases}$이므로 이 연립방정식의 해가 존재하지 않으려면

$-\frac{1}{2}=-\frac{k}{4} \qquad \therefore k=2$

답 2

566 전략 세 직선의 교점의 좌표를 구한다.

풀이 직선 $y=ax+8$이 점 $(4,\ 0)$을 지나므로

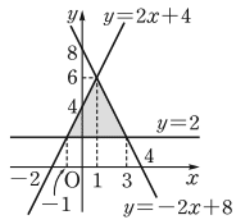
$0=4a+8 \qquad \therefore a=-2$

두 직선 $y=2x+4$, $y=2$의 교점의 좌표는

$(-1,\ 2)$

두 직선 $y=2$, $y=-2x+8$의 교점의 좌표는

$(3,\ 2)$



연립방정식 $\begin{cases} y=2x+4 \\ y=-2x+8 \end{cases}$의 해는 $x=1$, $y=6$이므로

두 직선 $y=2x+4$, $y=-2x+8$의 교점의 좌표는

$(1,\ 6)$

따라서 구하는 넓이는

$\frac{1}{2}\times4\times4=8$ 답 ①

만점비법

삼각형의 넓이를 구하려면 밑변의 길이와 높이를 알아야 하므로 삼각형의 세 꼭짓점의 좌표를 먼저 구해야 한다.

567 전략 주어진 네 직선으로 둘러싸인 도형은 직사각형임을 이용한다.

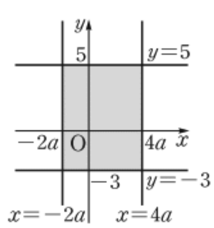
풀이 $2x+4a=0$에서 $\qquad x=-2a$

$3x-12a=0$에서 $\qquad x=4a$

$y+3=0$에서 $\qquad y=-3$

$4y-20=0$에서 $\qquad y=5$

네 직선 $x=-2a$, $x=4a$, $y=-3$, $y=5$로 둘러싸인 도형의 넓이가 56이므로 오른쪽 그림에서

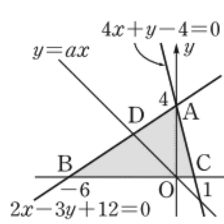


$\{4a-(-2a)\}$

$\times\{5-(-3)\}=56$

$6a\times8=56 \qquad \therefore a=\frac{7}{6}$ 답 ④

568 문제 이해 세 직선 $2x-3y+12=0$, $4x+y-4=0$, $y=0$을 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



$\triangle$ABO의 넓이가 $\triangle$AOC의 넓이보다 더 크므로 $y=ax$의 그래프는 직선 $2x-3y+12=0$과 만난다. • 20% 배점

해결 과정 ① 위의 그림에서

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times(6+1)\times4=14$ • 20% 배점

해결 과정 ② $y=ax$의 그래프가 $\triangle$ABC의 넓이를 이등분하므로

$\triangle DBO=\frac{1}{2}\times14=7$

점 D의 좌표를 $(m,\ n)$이라 하면

$y=2$를 $y=2x+4$에 대입하면
$2=2x+4$
$\therefore x=-1$

$y=2$를 $y=-2x+8$에 대입하면
$2=-2x+8$
$\therefore x=3$

$\begin{cases} y=2x+4 & \cdots ㉠ \\ y=-2x+8 & \cdots ㉡ \end{cases}$
㉠+㉡을 하면
$2y=12 \quad \therefore y=6$
$y=6$을 ㉠에 대입하면
$6=2x+4$
$\therefore x=1$

$\begin{cases} y=3x+3 & \cdots ㉠ \\ y=-2x+4 & \cdots ㉡ \end{cases}$
㉠−㉡을 하면
$0=5x-1$
$\therefore x=\frac{1}{5}$
$x=\frac{1}{5}$을 ㉠에 대입하면
$y=\frac{3}{5}+3=\frac{18}{5}$

$\overline{BC}=2-(-1)=3$이므로 $\overline{BC}$의 중점을 M이라 하면
$\overline{BM}=\overline{CM}=\frac{3}{2}$이고
점 M의 x좌표는
$2-\frac{3}{2}=\frac{1}{2}$
$\therefore M\left(\frac{1}{2},\ 0\right)$

두 점 $\left(\frac{1}{5},\ \frac{18}{5}\right)$, $\left(\frac{1}{2},\ 0\right)$을 지나는 직선의 기울기

$\triangle ABO$
$=\frac{1}{2}\times6\times4=12$
$\triangle AOC$
$=\frac{1}{2}\times1\times4=2$
$\therefore \triangle ABO>\triangle AOC$

$\frac{1}{2}\times6\times n=7 \qquad \therefore n=\frac{7}{3}$

점 D는 직선 $2x-3y+12=0$ 위의 점이므로

$2m-3\times\frac{7}{3}+12=0$

$\therefore m=-\frac{5}{2}$ • 40% 배점

답 구하기 $x=-\frac{5}{2}$, $y=\frac{7}{3}$을 $y=ax$에 대입하면

$\frac{7}{3}=-\frac{5}{2}a \qquad \therefore a=-\frac{14}{15}$ • 20% 배점

답 $-\frac{14}{15}$

569 전략 세 점 A, B, C의 좌표를 각각 구하여 삼각형 ABC의 넓이를 구한다.

풀이 연립방정식 $\begin{cases} y=3x+3 \\ y=-2x+4 \end{cases}$의 해는 $x=\frac{1}{5}$, $y=\frac{18}{5}$이므로

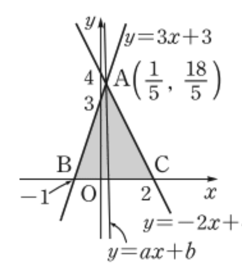
$A\left(\frac{1}{5},\ \frac{18}{5}\right)$

직선 $y=3x+3$의 x절편은 -1이므로

$B(-1,\ 0)$

직선 $y=-2x+4$의 x절편은 2이므로

$C(2,\ 0)$



직선 $y=ax+b$가 삼각형 ABC의 넓이를 이등분하려면 점 $A\left(\frac{1}{5},\ \frac{18}{5}\right)$과 점 $\left(\frac{1}{2},\ 0\right)$을 지나야 하므로

$a=\dfrac{0-\frac{18}{5}}{\frac{1}{2}-\frac{1}{5}}=-12$

$x=\frac{1}{2}$, $y=0$을 $y=-12x+b$에 대입하면

$0=-12\times\frac{1}{2}+b$

$\therefore b=6$

$\therefore ab=-12\times6=-72$

답 -72

다른풀이 삼각형 ABC의 넓이는

$\frac{1}{2}\times3\times\frac{18}{5}=\frac{27}{5}$

직선 $y=ax+b$가 점 $\left(\frac{1}{5},\ \frac{18}{5}\right)$을 지나므로

$\frac{18}{5}=\frac{a}{5}+b \qquad \therefore a+5b=18 \qquad \cdots\cdots ㉠$

직선 $y=ax+b$의 x절편은 $-\frac{b}{a}$이고, 직선 $y=ax+b$가 삼각형 ABC의 넓이를 이등분하므로

$\frac{1}{2}\times\left\{2-\left(-\frac{b}{a}\right)\right\}\times\frac{18}{5}=\frac{1}{2}\times\frac{27}{5}$

$2+\frac{b}{a}=\frac{3}{2}, \qquad \frac{b}{a}=-\frac{1}{2}$

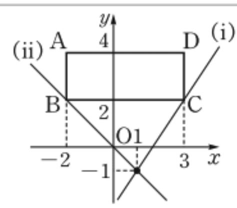
$\therefore a=-2b \qquad \cdots\cdots ㉡$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=-12,\ b=6$

570 문제 이해 직선 $mx-y=m+1$은 m의 값에 관계없이 항상 점 $(1,\ -1)$을 지난다. • 20% 배점

$mx-y=m+1$에서
$mx-m-y-1=0$
$m(x-1)-(y+1)=0$
이므로 m의 값에 관계없이 항상 $x=1$, $y=-1$이 성립한다.



해결 과정 ① (i) 직선 $y=mx-m-1$이 점 C를 지날 때,

$2=3m-m-1$

$\therefore m=\frac{3}{2}$ • 30% 배점

해결 과정 ② (ii) 직선 $y=mx-m-1$이 점 B를 지날 때,

$2=-2m-m-1$

$\therefore m=-1$ • 30% 배점

답 구하기 (i), (ii)에서

$m\le-1$ 또는 $m\ge\frac{3}{2}$ • 20% 배점

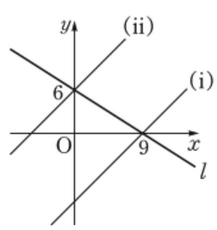
답 $m\le-1$ 또는 $m\ge\frac{3}{2}$

만점비법

$y=mx-m-1$의 그래프가 사각형 ABCD와 만나려면 직선 (i)의 기울기보다 크거나 같고, 직선 (ii)의 기울기보다 작거나 같아야 한다.

m의 값의 범위가 $-1\le m\le\frac{3}{2}$이 아님에 주의한다.

571 전략 주어진 직선과 직선 $x-y-7a=0$이 제1사분면에서 만나도록 그려 본다.



풀이 (i) 직선 $x-y-7a=0$이 점 $(9,\ 0)$을 지날 때,

$9-0-7a=0$

$\therefore a=\frac{9}{7}$

(ii) 직선 $x-y-7a=0$이 점 $(0,\ 6)$을 지날 때,

$0-6-7a=0 \qquad \therefore a=-\frac{6}{7}$

(i), (ii)에서

$-\frac{6}{7}<a<\frac{9}{7}$

답 ④

다른풀이 직선 l의 방정식은

$2x+3y=18$

x절편이 9, y절편이 6이므로 직선의 방정식은
$\frac{x}{9}+\frac{y}{6}=1$
$\therefore 2x+3y=18$

연립방정식 $\begin{cases}2x+3y=18\\x-y=7a\end{cases}$를 풀면

$x=\frac{21a+18}{5},\ y=\frac{-14a+18}{5}$

이때 직선 $x-y-7a=0$과 직선 l이 제1사분면에서 만나려면

$\frac{21a+18}{5}>0,\ \frac{-14a+18}{5}>0$

$\therefore -\frac{6}{7}<a<\frac{9}{7}$

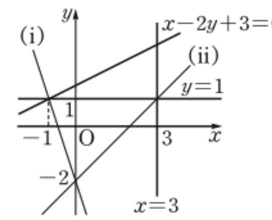
$\frac{21a+18}{5}>0$에서
$7a+6>0$
$\therefore a>-\frac{6}{7}$
$\frac{-14a+18}{5}>0$에서
$-7a+9>0$
$\therefore a<\frac{9}{7}$

572 해결 과정 ① 두 직선 $x-2y+3=0$, $y=1$의 교점의 좌표는

$(-1,\ 1)$

두 직선 $x=3$, $y=1$의 교점의 좌표는

$(3,\ 1)$ • 40% 배점



해결 과정 ② (i) $y=ax-2$의 그래프가 점 $(-1,\ 1)$을 지날 때,

$1=-a-2 \qquad \therefore a=-3$

(ii) $y=ax-2$의 그래프가 점 $(3,\ 1)$을 지날 때,

$1=3a-2 \qquad \therefore a=1$ • 40% 배점

답 구하기 (i), (ii)에서

$-3<a<0$ 또는 $0<a<1$ • 20% 배점

$y=ax-2$는 일차함수이므로 $a\ne0$

답 $-3<a<0$ 또는 $0<a<1$

573 전략 세 직선에 의하여 삼각형이 만들어지지 않으려면 적어도 두 직선이 평행하거나 세 직선이 한 점에서 만나야 한다.

풀이 두 직선 $y=x+1$, $y=2x-1$의 교점의 좌표는

$(2,\ 3)$

$x+1=2x-1$에서
$-x=-2$
$\therefore x=2$
$x=2$를 $y=x+1$에 대입하면
$y=3$

(i) 두 직선 $y=ax-2$, $y=x+1$이 평행할 때,

$a=1$

(ii) 두 직선 $y=ax-2$, $y=2x-1$이 평행할 때,

$a=2$

(iii) 직선 $y=ax-2$가 점 $(2,\ 3)$을 지날 때,

$3=2a-2 \qquad \therefore a=\frac{5}{2}$

이상에서 $a=1$ 또는 $a=2$ 또는 $a=\frac{5}{2}$이므로 구하는 합은

$1+2+\frac{5}{2}=\frac{11}{2}$

답 ④

574 전략 세 직선이 각각 서로 다른 두 점에서 만나는 경우는 세 직선이 서로 평행하지 않고, 한 점에서 만나지 않는 경우이다.

풀이 연립방정식 $\begin{cases}x+2y=-4\\3x-y=2\end{cases}$의 해는 $x=0,\ y=-2$이므로 두 직선 l, m의 교점의 좌표는 $(0,\ -2)$이다.

$\begin{cases}x+2y=-4 & \cdots ㉠\\3x-y=2 & \cdots ㉡\end{cases}$
㉠$+2\times$㉡을 하면
$7x=0 \quad \therefore x=0$
$x=0$을 ㉡에 대입하면
$-y=2 \quad \therefore y=-2$

$x+2y=-4$에서 $\qquad y=-\frac{1}{2}x-2$

$3x-y=2$에서 $\qquad y=3x-2$

$(2a-1)x-(3a-2)y=2$에서

$y=\frac{2a-1}{3a-2}x-\frac{2}{3a-2}$

(i) 두 직선 l, n이 평행하지 않아야 하므로

$\frac{2a-1}{3a-2}\ne-\frac{1}{2}$

$-4a+2\ne3a-2 \qquad \therefore a\ne\frac{4}{7}$

(ii) 두 직선 m, n이 평행하지 않아야 하므로

$\frac{2a-1}{3a-2}\neq 3$

$2a-1\neq 9a-6$ $\therefore a\neq\frac{5}{7}$

(iii) 세 직선이 한 점에서 만나지 않을 때,

직선 n이 점 $(0,\ -2)$를 지나지 않아야 하므로

$-(3a-2)\times(-2)\neq 2$

$6a-4\neq 2$ $\therefore a\neq 1$

이상에서 상수 a의 값이 될 수 없는 수는 $\frac{4}{7}$, $\frac{5}{7}$, 1이다.

답 $\frac{4}{7}$, $\frac{5}{7}$, 1

575 문제 이해 서로 다른 세 직선에 의하여 좌표평면이 네 부분으로 나누어지는 경우는 세 직선이 평행한 경우이므로 세 직선의 기울기가 모두 같아야 한다.

• 20% 배점

해결 과정 $3ax-y+2=0$에서 $y=3ax+2$

$x+2by-3=0$에서 $y=-\frac{1}{2b}x+\frac{3}{2b}$

$2x-y+5=0$에서 $y=2x+5$

따라서 $3a=-\frac{1}{2b}=2$이므로

$a=\frac{2}{3}$, $b=-\frac{1}{4}$ • 60% 배점

$3a=2$에서 $a=\frac{2}{3}$

$-\frac{1}{2b}=2$에서

$b=-\frac{1}{4}$

답 구하기 $\therefore ab=-\frac{1}{6}$ • 20% 배점

답 $-\frac{1}{6}$

만점비법

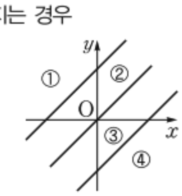
세 직선에 의하여 좌표평면이 나누어지는 경우

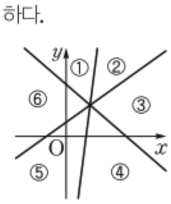
① 네 부분으로 나누어질 때

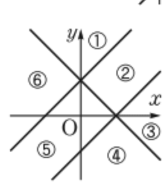
→ 세 직선이 모두 평행하다.

② 여섯 부분으로 나누어질 때

→ 세 직선이 한 점에서 만나거나 세 직선 중 두 직선만이 평행하다.







내신 만점 굳히기

본책 112쪽

576 전략 주어진 그림에서 두 개의 직선의 기울기는 음수이고 나머지 한 개의 직선의 기울기는 양수임을 이용한다.

풀이 $ax-y+b=0$에서 $y=ax+b$

$-x+by-(b-a)=0$에서 $y=\frac{1}{b}x+\frac{b-a}{b}$

$ax-by+3=0$에서 $y=\frac{a}{b}x+\frac{3}{b}$

(i) $a<0$, $\frac{1}{b}<0$일 때,

$a<0$, $b<0$이므로

$\frac{a}{b}>0$, $\frac{3}{b}<0$

따라서 $y=\frac{a}{b}x+\frac{3}{b}$의 그래프는 직선 l이 아니다.

(ii) $\frac{1}{b}<0$, $\frac{a}{b}<0$일 때,

$a>0$, $b<0$이므로 $y=ax+b$의 그래프는 직선 l이 아니다.

(iii) $a<0$, $\frac{a}{b}<0$일 때,

$a<0$, $b>0$이므로

$\frac{1}{b}>0$, $\frac{b-a}{b}>0$, $\frac{3}{b}>0$

$a<0$, $b>0$이므로 $b>a$, 즉 $b-a>0$
$b-a>0$, $b>0$이므로 $\frac{b-a}{b}>0$

이때 $b>3$이므로 $1>\frac{3}{b}$

$b>0$이므로 부등식의 양변을 b로 나누어도 부등호의 방향은 바뀌지 않는다.

즉 $b>3>1>\frac{3}{b}$이므로 $b>\frac{3}{b}$

따라서 $y=ax+b$의 그래프는 직선 m,

$y=\frac{1}{b}x+\frac{b-a}{b}$의 그래프는 직선 l,

$y=\frac{a}{b}x+\frac{3}{b}$의 그래프는 직선 n이다.

이상에서 ㉠$-m$, ㉡$-l$, ㉢$-n$이다. 답 ②

참고 주어진 그림에서

① 직선 l의 기울기와 y절편은 모두 양수이다.

② 두 직선 m, n의 기울기는 음수이고, y절편은 양수이다.

③ 직선 m의 y절편이 직선 n의 y절편보다 크다.

다른풀이 세 직선 l, m, n의 y절편은 모두 양수이므로

$b>0$, $\frac{b-a}{b}>0$, $\frac{3}{b}>0$

$\therefore b>0$, $b>a$

따라서 $y=\frac{1}{b}x+\frac{b-a}{b}$의 그래프는 직선 l이다.

한편 $b>3$이므로 $\frac{3}{b}<1$

$\therefore b>1>\frac{3}{b}$

즉 $y=ax+b$의 그래프의 y절편이 $y=\frac{a}{b}x+\frac{3}{b}$의 그래프의 y절편보다 크므로 $y=ax+b$의 그래프는 직선 m, $y=\frac{a}{b}x+\frac{3}{b}$의 그래프는 직선 n이다.

577 전략 먼저 y절편이 -1이고 점 $(6,\ 5)$를 지나는 직선의 방정식을 구한다.

풀이 y절편이 -1이고 점 $(6,\ 5)$를 지나는 직선의 방정식을 $y=mx-1$이라 하면

$5=6m-1 \qquad \therefore m=1$

$\therefore y=x-1$

점 A가 직선 $y=x-1$ 위의 점이므로

$b=2a+1-1 \qquad \therefore b=2a$

두 점 $\mathrm{A}(2a+1,\ 2a)$, $\mathrm{B}(a-1,\ 4-2a)$를 지나는 직선의 기울기가 8이므로

$\dfrac{4-2a-2a}{a-1-(2a+1)}=8$

$\dfrac{4-4a}{-a-2}=8$

$4-4a=-8a-16$

$4a=-20 \qquad \therefore a=-5$

$\therefore b=2\times(-5)=-10$

따라서 점 A의 좌표가 $(-9,\ -10)$이므로 $x=-9$, $y=-10$을 $y=8x+n$에 대입하면

$-10=-72+n \qquad \therefore n=62$

$\therefore a+b+n=-5+(-10)+62=47$

답 ⑤

$\mathrm{A}(2a+1,\ b)$이므로 $\mathrm{A}(2a+1,\ 2a)$
$\mathrm{B}(a-1,\ 4-b)$이므로 $4-b=4-2a$
$\therefore \mathrm{B}(a-1,\ 4-2a)$

578 해결 과정 ① 두 점 $(0,\ 0)$, $(2,\ 6)$을 지나는 직선의 방정식은

$y=3x$

두 점 $(2,\ 6)$, $(6,\ 0)$을 지나는 직선의 방정식은

$y=-\dfrac{3}{2}x+9$ • 30% 배점

$y=\dfrac{0-6}{6-2}(x-6)$
$=-\dfrac{3}{2}(x-6)$
$=-\dfrac{3}{2}x+9$

해결 과정 ② 점 B의 좌표를 $(a,\ 0)$이라 하면 사각형 ABCD는 정사각형이므로

$\mathrm{A}(a,\ 3a)$, $\mathrm{C}(4a,\ 0)$, $\mathrm{D}(4a,\ 3a)$ • 30% 배점

사각형 ABCD는 한 변의 길이가 $3a$이다.

직선 $y=-\dfrac{3}{2}x+9$가 점 D를 지나므로

$3a=-\dfrac{3}{2}\times 4a+9$

$3a=-6a+9 \qquad \therefore a=1$ • 20% 배점

답 구하기 따라서 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $3a=3$이므로 구하는 둘레의 길이는

$4\times 3=12$ • 20% 배점

답 12

579 전략 $\overline{\mathrm{AC}}=4\overline{\mathrm{AB}}$이므로 점 C의 y좌표는 $4b$이다.

풀이 점 B가 직선 $y=\dfrac{1}{2}x$ 위의 점이고 점 B의 y좌표가 b이므로 $b=\dfrac{1}{2}x$에서

$x=2b \qquad \therefore \mathrm{B}(2b,\ b)$

$\overline{\mathrm{AB}}=\dfrac{1}{4}\overline{\mathrm{AC}}$에서 $\overline{\mathrm{AC}}=4\overline{\mathrm{AB}}$이므로 점 C의 y좌표는 $4b$이다.

$\therefore \mathrm{C}(2b,\ 4b)$

직선 AC가 y축에 평행하므로 점 C의 x좌표는 점 B의 x좌표와 같다.

이때 점 $\mathrm{C}(2b,\ 4b)$는 직선 $y=ax+b$ 위의 점이므로

$4b=2ab+b, \quad 3b=2ab$

$b\neq 0$이므로 양변을 b로 나눈다.

$3=2a \qquad \therefore a=\dfrac{3}{2}$

점 $(a,\ b)$와
① x축에 대하여 대칭인 점의 좌표 $\rightarrow (a,\ -b)$
② y축에 대하여 대칭인 점의 좌표 $\rightarrow (-a,\ b)$

따라서 직선 $y=\dfrac{3}{2}x+b$가 점 $(10,\ 5)$를 지나므로

$5=\dfrac{3}{2}\times 10+b$

$\therefore b=-10$

답 $a=\dfrac{3}{2}$, $b=-10$

580 문제 이해 $\triangle\mathrm{OAB}=\dfrac{1}{2}\times 5\times 4=10$이므로

$\triangle\mathrm{OBC}=\dfrac{2}{3}\triangle\mathrm{OAB}$

$=\dfrac{2}{3}\times 10=\dfrac{20}{3}$ • 20% 배점

$\triangle\mathrm{OAC} : \triangle\mathrm{OBC}=1:2$
$\therefore 2\triangle\mathrm{OAC}=\triangle\mathrm{OBC}$
따라서
$\triangle\mathrm{OAC}=\dfrac{1}{2}\triangle\mathrm{OBC}$
이므로
$\triangle\mathrm{OAB}$
$=\triangle\mathrm{OAC}+\triangle\mathrm{OBC}$
$=\dfrac{3}{2}\triangle\mathrm{OBC}$
$\therefore \triangle\mathrm{OBC}=\dfrac{2}{3}\triangle\mathrm{OAB}$

해결 과정 ① 점 C의 y좌표를 k라 하면

$\dfrac{1}{2}\times 5\times k=\dfrac{20}{3} \qquad \therefore k=\dfrac{8}{3}$ • 20% 배점

해결 과정 ② 직선 AB는 두 점 $(2,\ 4)$, $(5,\ 0)$을 지나므로

$(\text{기울기})=\dfrac{0-4}{5-2}=-\dfrac{4}{3}$

직선 AB의 방정식을 $y=-\dfrac{4}{3}x+b$로 놓으면 이 직선이 점 $(5,\ 0)$을 지나므로

$0=-\dfrac{20}{3}+b \qquad \therefore b=\dfrac{20}{3}$

$\therefore y=-\dfrac{4}{3}x+\dfrac{20}{3}$ • 30% 배점

해결 과정 ③ $y=\dfrac{8}{3}$을 $y=-\dfrac{4}{3}x+\dfrac{20}{3}$에 대입하면

$\dfrac{8}{3}=-\dfrac{4}{3}x+\dfrac{20}{3}$

$\therefore \dfrac{4}{3}x=\dfrac{12}{3} \qquad \therefore x=3$ • 10% 배점

답 구하기 따라서 일차함수 $y=mx$의 그래프가 점 $\left(3,\ \dfrac{8}{3}\right)$을 지나므로

$\dfrac{8}{3}=3m \qquad \therefore m=\dfrac{8}{9}$ • 20% 배점

답 $\dfrac{8}{9}$

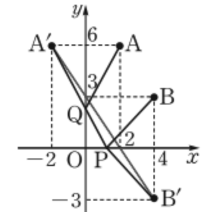
581 [문제 해결 길잡이]

❶ 점 A와 y축에 대하여 대칭인 점을 A′, 점 B와 x축에 대하여 대칭인 점을 B′이라 하고, 두 점 A′, B′의 좌표를 구한다.

❷ 두 점 A′, B′을 지나는 직선의 방정식을 구한다.

❸ 두 점 P, Q의 좌표를 구한다.

풀이 점 $\mathrm{A}(2,\ 6)$과 y축에 대하여 대칭인 점을 A′이라 하면 $\mathrm{A}'(-2,\ 6)$이고, 점 $\mathrm{B}(4,\ 3)$과 x축에 대하여 대칭인 점을 B′이라 하면 $\mathrm{B}'(4,\ -3)$이다. ❶



오른쪽 그림에서 $\overline{\mathrm{AQ}}=\overline{\mathrm{A'Q}}$, $\overline{\mathrm{PB}}=\overline{\mathrm{PB'}}$이므로 $\overline{\mathrm{AQ}}+\overline{\mathrm{QP}}+\overline{\mathrm{PB}}$의 최솟값은 $\overline{\mathrm{A'B'}}$의 길이와 같다.

두 점 A′, B′을 지나는 직선의 방정식을 $y=ax+b$라 하면

$a=\frac{-3-6}{4-(-2)}=-\frac{3}{2}$

$x=-2$, $y=6$을 $y=-\frac{3}{2}x+b$에 대입하면

$6=-\frac{3}{2}\times(-2)+b$

$6=3+b \quad \therefore b=3$ ❷

직선 $y=-\frac{3}{2}x+3$의 x절편은 2, y절편은 3이므로

P(2, 0), Q(0, 3) ❸

답 P(2, 0), Q(0, 3)

① x절편 → $y=0$일 때의 x의 값
② y절편 → $x=0$일 때의 y의 값

내신 만점 정복하기

본책 113~117쪽

582 전략 $y=(x$에 대한 일차식)으로 나타내어질 때, y는 x에 대한 일차함수이다.

풀이 ① $x+y=24 \quad \therefore y=24-x$

② $y=2000-x$

③ $\frac{x}{100}\times y=30 \quad \therefore y=\frac{3000}{x}$

④ $y=360$

⑤ $2(x+y)=24 \quad \therefore y=12-x$

답 ③, ④

583 전략 $f(x+1)=a(x+1)+b$이고, $f(x-1)=a(x-1)+b$이다.

풀이 $f(-3)=-1$에서

$-3a+b=-1$ …… ㉠

$f(x+1)-f(x-1)=8$에서

$a(x+1)+b-\{a(x-1)+b\}=8$

$ax+a+b-(ax-a+b)=8$

$2a=8 \quad \therefore a=4$

$a=4$를 ㉠에 대입하면

$-3\times4+b=-1 \quad \therefore b=11$

따라서 $f(x)=4x+11$이므로

$f(-4)=4\times(-4)+11=-5$

답 ②

다른풀이 $f(x+1)-f(x-1)=8$이므로

$\frac{f(x+1)-f(x-1)}{2}=4$

$\therefore \frac{f(x+1)-f(x-1)}{x+1-(x-1)}=4$

즉 $f(x)=ax+b$의 그래프의 기울기가 4이므로

$a=4$

$f(-3)=-1$에서

$-12+b=-1 \quad \therefore b=11$

따라서 $f(x)=4x+11$이므로

$f(-4)=4\times(-4)+11=-5$

584 전략 $y=ax+b$의 그래프를 y축의 방향으로 p만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=ax+b+p$이다.

풀이 $y=-\frac{3}{2}x+2$의 그래프를 y축의 방향으로 $-\frac{4}{3}$만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-\frac{3}{2}x+2-\frac{4}{3}=-\frac{3}{2}x+\frac{2}{3}$

$y=0$을 $y=-\frac{3}{2}x+\frac{2}{3}$에 대입하면

$0=-\frac{3}{2}x+\frac{2}{3} \quad \therefore x=\frac{4}{9}$

$\therefore a=\frac{4}{9}$

$y=-\frac{3}{2}x+\frac{2}{3}$의 그래프의 y절편은 $\frac{2}{3}$이므로

$b=\frac{2}{3}$

$\therefore a-b=\frac{4}{9}-\frac{2}{3}=-\frac{2}{9}$

답 $-\frac{2}{9}$

585 전략 $\triangle ABO=\frac{1}{2}\times\overline{OA}\times\overline{OB}$임을 이용한다.

풀이 일차함수 $y=mx+3$의 그래프의 y절편은 3이므로

$\triangle AOB=\frac{1}{2}\times\overline{OA}\times3=15$

$\therefore \overline{OA}=10$

따라서 점 A의 좌표는 $(-10,\ 0)$이므로

$0=-10m+3 \quad \therefore m=\frac{3}{10}$

답 $\frac{3}{10}$

다른풀이 일차함수 $y=mx+3$의 그래프의 x절편은

$0=mx+3$에서 $x=-\frac{3}{m}$

또 y절편은 3이므로

$\triangle AOB=\frac{1}{2}\times\left|-\frac{3}{m}\right|\times3=15$

$\frac{9}{2m}=15 \quad \therefore m=\frac{3}{10}$

$y=mx+3$에 $y=0$을 대입한다.

$y=mx+3$에 $x=0$을 대입한다.

$m>0$이므로 $\left|-\frac{3}{m}\right|=\frac{3}{m}$

만점비법

밑변의 길이와 높이는 양수이므로

$\triangle AOB=\frac{1}{2}\times\left(-\frac{3}{m}\right)\times3=15$

로 계산하지 않도록 주의한다.

586 전략 두 점 $(a,\ f(a))$, $(b,\ f(b))$를 지나는 일차함수의 그래프의 기울기는 ➡ $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$

풀이 $\frac{f(p)-f(q)}{p-q}$는 일차함수 $y=f(x)$의 기울기이므로

$a=-\frac{3}{2}$

$f(-2)=4$이므로

$-\frac{3}{2}\times(-2)+b=4$

$3+b=4 \quad \therefore b=1$

두 점 $(a,\ f(a))$, $(b,\ f(b))$는 일차함수 $f(x)$의 그래프 위의 점이고, 이 그래프의 기울기는 → $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$

따라서 $f(x)=-\frac{3}{2}x+1$이므로

$f(4)=-\frac{3}{2}\times4+1=-5$ 답 ①

587 전략 기울기와 y절편의 부호를 조사한다.

풀이 $y=(a-3)x-(1-2a)$의 그래프가 제4사분면을 지나지 않으므로

$a-3>0,\ -(1-2a)\ge0$

$a-3>0$에서 $a>3$ ……㉠

$-(1-2a)\ge0$에서

$2a-1\ge0$ $\therefore a\ge\frac{1}{2}$ ……㉡

㉠, ㉡에서 $a>3$

$a>3$에서 $a+2>5,\ 2-a<-1$

따라서 $y=(a+2)x+2-a$의 그래프의 기울기가 양수이고 y절편이 음수이므로 이 그래프는 제2사분면을 지나지 않는다. 답 ②

보충학습

부등식의 성질
① $a<b$이면 $a+c<b+c,\ a-c<b-c$
② $c>0$일 때, $a>b$이면 $ac>bc,\ \frac{a}{c}>\frac{b}{c}$
③ $c<0$일 때, $a>b$이면 $ac<bc,\ \frac{a}{c}<\frac{b}{c}$

588 전략 주어진 그래프를 이용하여 두 일차함수의 그래프의 기울기의 부호를 구한다.

풀이 $m<m+2$이므로

$m<0,\ m+2>0$

따라서 $y=(m+2)x-n+4$의 그래프의 y절편이 -1이므로

$-n+4=-1$ $\therefore n=5$

$n=5$를 $y=mx+n-2$에 대입하면

$y=mx+3$

이때 $y=mx+3$의 그래프가 점 $(5,\ 0)$을 지나므로

$0=5m+3$ $\therefore m=-\frac{3}{5}$

$\therefore 2mn=2\times\left(-\frac{3}{5}\right)\times5=-6$

답 -6

589 전략 두 직선의 기울기가 같으면 두 직선은 서로 평행하다.

풀이 각 직선의 기울기는 다음과 같다.

① $\frac{4}{5}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ $\frac{4}{5}$

④ $\frac{10-(-6)}{4-(-1)}=\frac{16}{5}$

⑤ 두 점 $(-5,\ 0),\ (0,\ 4)$를 지나므로

$(기울기)=\frac{4-0}{0-(-5)}=\frac{4}{5}$

답 ④

만점 공략 BOX

처음 정오각형에서 정오각형이 1개씩 늘어날 때마다 성냥개비는 4개가 더 필요하다.

$y=ax+b$의 그래프가 제4사분면을 지나지 않는다.
→ $a>0,\ b\ge0$

$a>3$에서
$-a<-3$
$\therefore 2-a<-1$

① 1시간당 시침이 움직인 각의 크기
→ $\frac{360°}{12}=30°$
1분당 시침이 움직인 각의 크기
→ $\frac{30°}{60}=0.5°$
② 1시간당 분침이 움직인 각의 크기
→ $360°$
1분당 분침이 움직인 각의 크기
→ $\frac{360°}{60}=6°$

590 전략 규칙성을 찾아 x와 y 사이의 관계식을 구한다.

풀이 만들어지는 정오각형의 개수에 따른 필요한 성냥개비의 개수를 조사하여 정리하면 다음 표와 같다.

정오각형의 개수(개)	필요한 성냥개비의 개수(개)
1	5
2	$5+4=9$
3	$5+4+4=13$
⋮	⋮
x	$5+4\times(x-1)=4x+1$

따라서 정오각형 x개를 만들기 위해 필요한 성냥개비의 개수를 y개라 하면

$y=4x+1$

(ㄱ) $x=8$이면 $y=4\times8+1=33$

(ㄴ) $y=101$이면 $101=4x+1$ $\therefore x=25$

(ㄷ) $y=4x+1$에서 $4x-y+1=0$

이상에서 (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ) 모두 옳다. 답 ⑤

591 전략 시침은 1분에 $0.5°$씩 움직이고, 분침은 1분에 $6°$씩 움직인다.

풀이 시침은 1분에 $0.5°$씩 움직이고, 분침은 1분에 $6°$씩 움직이므로 3시 30분을 가리키는 시계의 시침과 분침이 이루는 각의 크기는 $2\times30°+15°=75°$

또 1분 후에 시침과 분침이 이루는 각의 크기는 $6°-0.5°=5.5°$만큼 커지므로 x분 후에 시침과 분침이 이루는 각의 크기는 $5.5x°$만큼 커진다.

따라서 x와 y 사이의 관계식은

$y=5.5x+75$

시침과 분침이 일직선을 이룰 때는 분침과 시침이 이루는 각의 크기가 $180°$이므로 $y=180$을 $y=5.5x+75$에 대입하면

$5.5x+75=180$ $\therefore x=\frac{210}{11}$

답 $\frac{210}{11}$

592 해결 과정 ① $f(1)=-2$이므로

$-2=m-3$ $\therefore m=1$

$g(3)=-2$이므로

$\frac{2}{3}\times3+n=-2$ $\therefore n=-4$ • 40% 배점

해결 과정 ② 따라서 $f(x)=x-3,\ g(x)=\frac{2}{3}x-4$이므로

$f(-3)=-3-3=-6,$

$g(-3)=\frac{2}{3}\times(-3)-4=-6$ • 40% 배점

답 구하기 $\therefore f(-3)+g(-3)=-6+(-6)$

$=-12$ • 20% 배점

답 -12

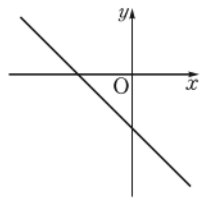
593 해결 과정 ① 선호는 b를 정확하게 보았으므로

$b<0$ • 30% 배점

해결 과정 ② 보라는 a를 정확하게 보았으므로

$a<0$ • 30% 배점

답 구하기 따라서 일차함수 $y=ax+b$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 그래프가 지나지 않는 사분면은 제1사분면이다. • 40% 배점



답 제1사분면

594 문제 이해 $y=2ax+4a-3$의 그래프와 주어진 그래프가 평행하므로 두 그래프의 기울기가 같다.

• 10% 배점

해결 과정 ① 주어진 그래프가 두 점 $(-3,\ 1)$, $(1,\ -4)$를 지나므로 기울기는

$$\frac{-4-1}{1-(-3)}=-\frac{5}{4}$$

따라서 $2a=-\frac{5}{4}$이므로 $\quad a=-\frac{5}{8}$ • 30% 배점

해결 과정 ② $a=-\frac{5}{8}$를 $y=2ax+4a-3$에 대입하면

$$y=-\frac{5}{4}x-\frac{11}{2}$$

$y=-\frac{5}{4}x-\frac{11}{2}$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y=-\frac{5}{4}x-\frac{11}{2}+b$$

$y=-\frac{5}{4}x-\frac{11}{2}+b$의 그래프의 x절편이 $\frac{4}{5}$이므로

$x=\frac{4}{5}$, $y=0$을 대입한다.

$$0=-\frac{5}{4}\times\frac{4}{5}-\frac{11}{2}+b$$

$\therefore\ b=\frac{13}{2}$ • 40% 배점

답 구하기 $\therefore\ 4a+b$

$=4\times\left(-\frac{5}{8}\right)+\frac{13}{2}$

$=4$ • 20% 배점

답 4

595 문제 이해 물탱크 A에는 2분마다 6 L의 물이 채워지면서 3 L의 물이 흘러나오므로 2분마다 3 L, 즉 1분마다 1.5 L의 물이 채워지는 것과 같다.

또 물탱크 B에는 3분마다 4 L의 물이 채워지면서 1 L의 물이 흘러나오므로 3분마다 3 L, 즉 1분마다 1 L의 물이 채워지는 것과 같다. • 30% 배점

해결 과정 x분 후 두 물탱크 A, B의 물의 양을 각각 y_{A} L, y_{B} L라 하면

$y_{\mathrm{A}}=30+1.5x,\ y_{\mathrm{B}}=45+x$ • 30% 배점

두 물탱크의 물의 양이 같아지려면 $y_{\mathrm{A}}=y_{\mathrm{B}}$이어야 하므로

$30+1.5x=45+x$

$0.5x=15 \quad \therefore\ x=30$ • 30% 배점

답 구하기 따라서 30분 후에 두 물탱크의 물의 양이 같아진다. • 10% 배점

답 30분

596 전략 일차방정식 $x+3y-6=0$을 y에 대하여 푼 후 y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 그래프에 대한 성질을 파악한다.

풀이 $x+3y-6=0$을 y에 대하여 풀면 $y=-\frac{1}{3}x+2$이므로 이 일차함수의 그래프를 y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y=-\frac{1}{3}x-2$$

① $y=0$을 대입하면

$0=-\frac{1}{3}x-2 \qquad \therefore\ x=-6$

$x=0$을 대입하면

$y=-\frac{1}{3}\times0-2=-2$

즉 x절편은 -6, y절편은 -2이다.

② $-3x-9y+2=0$을 y에 대하여 풀면

$y=-\frac{1}{3}x+\frac{2}{9}$이므로 이 일차함수의 그래프의 기울기는 $-\frac{1}{3}$이다.

따라서 $x+3y-6=0$의 그래프와 $-3x-9y+2=0$의 그래프는 평행하다.

③ 기울기가 $-\frac{1}{3}$이므로 x의 값의 증가량이 -6이면 y의 값의 증가량은 2이다.

$\frac{2}{-6}=-\frac{1}{3}$

④ x절편이 -6, y절편이 -2이므로 구하는 넓이는

$\frac{1}{2}\times6\times2=6$

⑤ $2x-7y+3=0$을 y에 대하여 풀면 $y=\frac{2}{7}x+\frac{3}{7}$이므로 이 일차함수의 그래프의 기울기는 $\frac{2}{7}$이다.

일차함수 $y=ax+b$에서 $|a|$가 클수록 그래프는 y축에 가깝다.

$\left|\frac{2}{7}\right|<\left|-\frac{1}{3}\right|$이므로 $x+3y-6=0$의 그래프는 $2x-7y+3=0$의 그래프보다 y축에 더 가깝다.

답 ③

597 전략 일차방정식의 그래프가 제2, 3, 4사분면을 지나면 ➡ (기울기)<0, (y절편)<0

풀이 $ax+by+c=0$에서

$$y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$$

이 일차방정식의 그래프가 제2, 3, 4사분면을 지나므로

$-\frac{a}{b}<0,\ -\frac{c}{b}<0$

$\therefore\ ab>0,\ bc>0$

$ab>0$ ➡ a와 b의 부호가 같다.
$bc>0$ ➡ b와 c의 부호가 같다.

즉 $a,\ b,\ c$의 부호가 같으므로

$ac>0,\ -\frac{b}{c}<0$

따라서 일차함수 $y=acx-\frac{b}{c}$의 그래프의 기울기는 양수, y절편은 음수이므로 제2사분면을 지나지 않는다.

답 ②

598 전략 직선 l이 변 AB와 변 CD를 지날 때, 사다리꼴의 넓이를 이용한다.

풀이 두 점 A, B를 지나는 직선의 방정식은

$x=-5$

두 점 C, D를 지나는 직선의 방정식은

$x=-1$

직선 l의 방정식을 $y=ax+b$라 하고, 직선 l이 두 변 AB, CD와 만나는 점을 각각 P, Q라 하면

$\mathrm{P}(-5,\ -5a+b),\ \mathrm{Q}(-1,\ -a+b)$

이때 사각형 ABCD의 넓이가 $4\times6=24$이므로 사다리꼴 PBCQ의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\{(-5a+b+4)+(-a+b+4)\}\times(-1+5)$

$=\frac{1}{2}\times24$

$-6a+2b+8=6$

$\therefore 3a-b=1$ …… ㉠

직선 l이 점 E$(2,\ 3)$을 지나므로

$2a+b=3$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=\frac{4}{5},\ b=\frac{7}{5}$

따라서 직선 l의 방정식은

$y=\frac{4}{5}x+\frac{7}{5}$ 답 $y=\frac{4}{5}x+\frac{7}{5}$

다른풀이 두 점 A, C를 지나는 직선의 방정식은

$y=-\frac{3}{2}x-\frac{11}{2}$ …… ㉠

두 점 B, D를 지나는 직선의 방정식은

$y=\frac{3}{2}x+\frac{7}{2}$ …… ㉡

두 직선 ㉠, ㉡의 교점의 좌표는 $(-3,\ -1)$

직선 l이 두 점 $(2,\ 3)$, $(-3,\ -1)$을 지나므로

$y=\frac{4}{5}x+\frac{7}{5}$

599 전략 세 점이 한 직선 위에 있으므로 세 점 중 어떤 두 점을 택하여도 기울기가 일정하다.

풀이 세 점이 한 직선 위에 있으므로 두 점 A$(0,\ 3)$, B$(-3,\ a-1)$을 지나는 직선의 기울기와 두 점 A$(0,\ 3)$, C$(4,\ -2a+2)$를 지나는 직선의 기울기가 같다.

즉 $\frac{a-1-3}{-3-0}=\frac{-2a+2-3}{4-0}$이므로

$\frac{a-4}{-3}=\frac{-2a-1}{4}$

$4a-16=6a+3$

$-2a=19 \quad \therefore a=-\frac{19}{2}$

만점 공략 BOX

$a=-\frac{19}{2}$를 $\frac{-2a-1}{4}$에 대입하면

$\frac{-2\times\left(-\frac{19}{2}\right)-1}{4}$

$=\frac{19-1}{4}=\frac{9}{2}$

㉠+㉡을 하면

$5a=4 \quad \therefore a=\frac{4}{5}$

$a=\frac{4}{5}$를 ㉡에 대입하면

$\frac{8}{5}+b=3$

$\therefore b=\frac{7}{5}$

직선이 직사각형의 두 대각선의 교점을 지날 때, 넓이가 이등분됨을 이용한다.

일차함수 $y=ax+b$의 그래프에서
① 기울기 : a
② x절편 : $-\frac{b}{a}$
③ y절편 : b

두 점 $(5,\ 0)$, $(0,\ -5)$를 지나는 직선의 기울기는 $\frac{-5-0}{0-5}=1$

$x-5=-\frac{1}{2}x-2$에서

$2x-10=-x-4$

$3x=6 \quad \therefore x=2$

$x=2$를 $y=x-5$에 대입하면

$y=2-5=-3$

따라서 직선 AC의 기울기는

$\frac{19-1}{4}=\frac{9}{2}$

구하는 직선의 방정식을 $y=\frac{9}{2}x+b$라 하면 x절편이 $-\frac{3}{2}$이므로

$0=\frac{9}{2}\times\left(-\frac{3}{2}\right)+b \qquad \therefore b=\frac{27}{4}$

따라서 $y=\frac{9}{2}x+\frac{27}{4}$의 그래프가 지나는 사분면은 제1, 2, 3사분면이다. 답 제1, 2, 3사분면

보충학습

세 점이 한 직선 위에 있다.
→ 어떤 두 점을 택하여도 기울기가 일정하다.
즉 세 점 A, B, C를 지나는 직선에서
(직선 AB의 기울기)=(직선 BC의 기울기)
=(직선 CA의 기울기)

600 전략 조건 (가)를 이용하여 $y=ax+b$의 그래프의 기울기를 구하고, 조건 (나)를 이용하여 $y=ax+b$의 그래프가 지나는 점을 구한다.

풀이 조건 (가)에서 $y=ax+b$의 그래프가 두 점 $(-2,\ -7)$, $(1,\ 8)$을 지나는 직선과 평행하므로 기울기는

$a=\frac{8-(-7)}{1-(-2)}=5$

연립방정식 $\begin{cases}3x-y+1=0\\x-2y+7=0\end{cases}$의 해가 $x=1,\ y=4$이므로

조건 (나)에서 두 직선의 교점의 좌표는 $(1,\ 4)$이다.

$y=5x+b$의 그래프가 점 $(1,\ 4)$를 지나므로

$4=5+b \qquad \therefore b=-1$

따라서 $y=5x-1$의 그래프의 기울기는 5, x절편은 $\frac{1}{5}$, y절편은 -1이다.

답 5, $\frac{1}{5}$, -1

601 전략 두 직선 l, m의 교점의 좌표를 먼저 구한다.

풀이 직선 l의 기울기는 1, y절편은 -5이므로 직선 l의 방정식은

$y=x-5$

직선 m의 기울기는 $-\frac{1}{2}$, y절편은 -2이므로 직선 m의 방정식은

$y=-\frac{1}{2}x-2$

연립방정식 $\begin{cases}y=x-5\\y=-\frac{1}{2}x-2\end{cases}$의 해가 $x=2,\ y=-3$이므로 두 직선 l, m의 교점의 좌표는 $(2,\ -3)$이다.

따라서 직선 $y=ax-1$이 점 $(2,\ -3)$을 지나므로

$-3=2a-1 \qquad \therefore a=-1$

답 ④

602 전략 교점이 제4사분면 위의 점이다.
➡ 교점의 x좌표는 양수이고 y좌표는 음수이다.

풀이 $\begin{cases} 2x-2y+a=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-y-1=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡$\times 2$를 하면　$-4x+a+2=0$

$\therefore x=\dfrac{a+2}{4}$

$x=\dfrac{a+2}{4}$를 ㉡에 대입하면

$y=\dfrac{3a+2}{4}$

두 직선의 교점 $\left(\dfrac{a+2}{4}, \dfrac{3a+2}{4}\right)$가 제4사분면 위의 점이므로

$\dfrac{a+2}{4}>0,\ \dfrac{3a+2}{4}<0$

$\therefore -2<a<-\dfrac{2}{3}$

$x+(3a+2)y+a+2=0$에서

$y=-\dfrac{1}{3a+2}x-\dfrac{a+2}{3a+2}$

이때 $-\dfrac{1}{3a+2}>0,\ -\dfrac{a+2}{3a+2}>0$이므로 일차방정식 $x+(3a+2)y+a+2=0$의 그래프의 모양으로 알맞은 것은 ③이다.

답 ③

일차함수 $y=ax+b$의 그래프는
① $a>0,\ b>0$이면
→ 제1, 2, 3사분면을 지난다.
② $a>0,\ b<0$이면
→ 제1, 3, 4사분면을 지난다.
③ $a<0,\ b>0$이면
→ 제1, 2, 4사분면을 지난다.
④ $a<0,\ b<0$이면
→ 제2, 3, 4사분면을 지난다.

$3\times\dfrac{a+2}{4}-y-1=0$

$\therefore y=\dfrac{3a+6}{4}-1$

$=\dfrac{3a+2}{4}$

$a<-\dfrac{2}{3}$에서
$3a+2<0$
$a>-2$에서
$a+2>0$

603 전략 연립방정식 $\begin{cases} y=ax+b \\ y=a'x+b' \end{cases}$의 해가 무수히 많다.
➡ $a=a',\ b=b'$

풀이 연립방정식 $\begin{cases} ax+2y=5 \\ y=-4x+b \end{cases}$, 즉

$\begin{cases} y=-\dfrac{a}{2}x+\dfrac{5}{2} \\ y=-4x+b \end{cases}$의 해가 무수히 많으므로

$-\dfrac{a}{2}=-4,\ \dfrac{5}{2}=b$　　$\therefore a=8,\ b=\dfrac{5}{2}$

$a=8,\ b=\dfrac{5}{2}$를 $y=(a-3)x-2b$에 대입하면

$y=5x-5$

$y=0$을 $y=5x-5$에 대입하면

$0=5x-5$　　$\therefore x=1$

따라서 직선 $y=5x-5$의 x절편은 1이고, y절편은 -5이다.

답 1, -5

보충학습

연립방정식 $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$에서

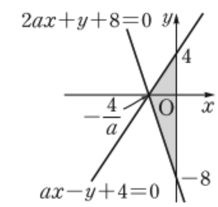
① 해가 한 개이면　$\dfrac{a}{a'}\neq\dfrac{b}{b'}$

② 해가 없으면　$\dfrac{a}{a'}=\dfrac{b}{b'}\neq\dfrac{c}{c'}$

③ 해가 무수히 많으면　$\dfrac{a}{a'}=\dfrac{b}{b'}=\dfrac{c}{c'}$

604 전략 두 직선의 x절편과 y절편을 구하여 삼각형의 밑변의 길이와 높이를 구한다.

풀이 일차방정식 $ax-y+4=0$의 그래프의 x절편은 $-\dfrac{4}{a}$, y절편은 4이고, 일차방정식 $2ax+y+8=0$의 그래프의 x절편은 $-\dfrac{4}{a}$, y절편은 -8이므로 두 일차방정식의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



색칠한 부분의 넓이가 12이므로

$\dfrac{1}{2}\times\left|-\dfrac{4}{a}\right|\times(4+8)=12$

$\dfrac{1}{2}\times\dfrac{4}{a}\times 12=12$

$\therefore a=2$

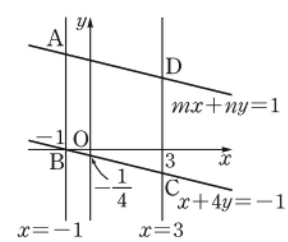
답 2

만점비법

평행하지 않은 두 직선과 y축으로 둘러싸인 도형의 넓이는
$\dfrac{1}{2}\times|$두 직선의 y절편의 차$|$
$\times|$두 직선의 교점의 x좌표$|$

605 전략 (평행사변형의 넓이)$=$(밑변)$\times$(높이)임을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림에서 평행사변형 ABCD의 밑변을 $\overline{AB}$라 하면



$\overline{AB}\times 4=16$

$\therefore \overline{AB}=4$

따라서 직선 $mx+ny=1$은 직선 $x+4y=-1$, 즉 $y=-\dfrac{1}{4}x-\dfrac{1}{4}$을 y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 것이므로

$y=-\dfrac{1}{4}x-\dfrac{1}{4}+4$, 즉 $y=-\dfrac{1}{4}x+\dfrac{15}{4}$

$\therefore \dfrac{1}{15}x+\dfrac{4}{15}y=1$

이 직선의 방정식과 $mx+ny=1$이 일치해야 하므로

$m=\dfrac{1}{15},\ n=\dfrac{4}{15}$

$\therefore m+n=\dfrac{1}{15}+\dfrac{4}{15}=\dfrac{1}{3}$

답 $\dfrac{1}{3}$

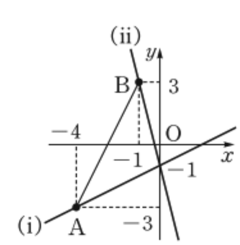
$y=ax+k$ (k는 상수)의 그래프
→ y절편이 k이므로 a의 값에 관계없이 항상 점 $(0,\ k)$를 지난다.

606 전략 $y=ax-1$의 그래프는 a의 값에 관계없이 항상 점 $(0,\ -1)$을 지난다.

풀이 (i) $y=ax-1$의 그래프가 점 A를 지날 때,

$-3=-4a-1$

$\therefore a=\dfrac{1}{2}$



(ii) $y=ax-1$의 그래프가 점 B를 지날 때,

V 일차함수

$3=-a-1$

$\therefore a=-4$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $-4\le a<0$ 또는 $0<a\le\frac{1}{2}$ 답 ③

$y=ax-1$은 일차함수이므로 $a\ne0$

607 전략 네 직선이 만나는 한 점은 두 직선 $x-y=4$, $x+3y=-8$의 교점이다.

풀이 연립방정식 $\begin{cases}x-y=4\\x+3y=-8\end{cases}$의 해는

$x=1,\ y=-3$

따라서 직선 $2x+ay=-1$이 점 $(1,\ -3)$을 지나므로

$2-3a=-1\qquad\therefore a=1$

또 직선 $4x-2y=b$가 점 $(1,\ -3)$을 지나므로

$4+6=b\qquad\therefore b=10$

$\therefore ab=1\times10=10$ 답 ③

두 직선 $ax+by=c$, $a'x+b'y=c'$의 교점의 좌표는 연립방정식 $\begin{cases}ax+by=c\\a'x+b'y=c'\end{cases}$의 해이다.

608 해결 과정 $2ax-3y+2=0$의 그래프가 점 $(2,\ a)$를 지나므로

$4a-3a+2=0$

$\therefore a=-2$ • 50% 배점

답 구하기 따라서 주어진 일차방정식이

$-4x-3y+2=0$, 즉 $y=-\frac{4}{3}x+\frac{2}{3}$이므로 이 그래프의 기울기는 $-\frac{4}{3}$이다. • 50% 배점

답 $-\frac{4}{3}$

일차방정식 $ax+by+c=0$ $(a\ne0,\ b\ne0)$의 그래프는 일차함수 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$의 그래프와 같은 직선이다.

609 문제 이해 두 점을 지나는 직선이 x축에 수직이므로 두 점의 x좌표가 같다. • 20% 배점

① y축에 평행한(x축에 수직인) 직선의 방정식 → $x=p$(p는 상수)
② x축에 평행한(y축에 수직인) 직선의 방정식 → $y=q$(q는 상수)

해결 과정 ① 두 점의 x좌표가 같으므로

$a-2=4-3a\qquad\therefore a=\frac{3}{2}$ • 20% 배점

$a=\frac{3}{2}$을 $ax-2y=1-3a$에 대입하면

$\frac{3}{2}x-2y=1-3\times\frac{3}{2}$

$\therefore 3x-4y=-7$ • 20% 배점

해결 과정 ② $y=0$을 $3x-4y=-7$에 대입하면

$3x=-7\qquad\therefore x=-\frac{7}{3}$

$x=0$을 $3x-4y=-7$에 대입하면

$-4y=-7\qquad\therefore y=\frac{7}{4}$ • 30% 배점

답 구하기 따라서 $3x-4y=-7$의 그래프의 x절편은 $-\frac{7}{3}$, y절편은 $\frac{7}{4}$이므로 구하는 합은

$-\frac{7}{3}+\frac{7}{4}=-\frac{7}{12}$ • 10% 배점

답 $-\frac{7}{12}$

610 문제 이해 $y=-4x+3$의 그래프를 y축의 방향으로 $-3+a$만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-4x+3-3+a=-4x+a$ • 20% 배점

해결 과정 ① $y=-4x+a$가 점 $(3,\ -2)$를 지나므로

$-2=-12+a\qquad\therefore a=10$ • 30% 배점

해결 과정 ② $y=-4x+10$의 그래프의 y절편이 10이므로 구하는 직선의 y절편은 10이다.

또 x의 값의 증가량이 -2일 때 y의 값의 증가량이 5이므로 기울기는 $-\frac{5}{2}$이다. • 30% 배점

(기울기) $=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}$

답 구하기 따라서 구하는 직선의 방정식은

$y=-\frac{5}{2}x+10$ • 20% 배점

답 $y=-\frac{5}{2}x+10$

611 문제 이해 직선 AB와 직선 OC가 평행하고, 직선 OC의 기울기는 $\frac{5}{2}$이므로 직선 AB의 기울기는 $\frac{5}{2}$이다. • 40% 배점

해결 과정 직선 AB의 방정식을 $y=\frac{5}{2}x+b$라 하면 이 직선이 점 $A(6,\ 1)$을 지나므로

$1=\frac{5}{2}\times6+b\qquad\therefore b=-14$ • 40% 배점

답 구하기 따라서 구하는 직선의 방정식은

$y=\frac{5}{2}x-14$ • 20% 배점

답 $y=\frac{5}{2}x-14$

612 문제 이해 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times3=12$이므로

$\overline{AB}=8$ • 20% 배점

해결 과정 ① 일차방정식 $ax-3y-7=0$의 그래프가 점 $(-1,\ -3)$을 지나므로

$-a-3\times(-3)-7=0\qquad\therefore a=2$ • 20% 배점

$y=0$을 $2x-3y-7=0$에 대입하면

$2x-7=0\qquad\therefore x=\frac{7}{2}$ • 20% 배점

해결 과정 ② 점 B의 좌표가 $\left(\frac{7}{2},\ 0\right)$이므로 점 A의 좌표는 $\left(-\frac{9}{2},\ 0\right)$

$\overline{AB}$ $=$(점 B의 x좌표) $-$(점 A의 x좌표)이므로 (점 A의 x좌표) $=$(점 B의 x좌표) $-\overline{AB}$ $=\frac{7}{2}-8=-\frac{9}{2}$

일차방정식 $bx-y+c=0$의 그래프가 두 점 $\left(-\frac{9}{2},\ 0\right)$, $(-1,\ -3)$을 지나므로

$-\frac{9}{2}b+c=0,\ -b+3+c=0$

$\therefore b=-\frac{6}{7},\ c=-\frac{27}{7}$ • 30% 배점

답 구하기 $\therefore 7(a+b+c)$

$=7\left\{2+\left(-\frac{6}{7}\right)+\left(-\frac{27}{7}\right)\right\}$

$=7\times\left(-\frac{19}{7}\right)=-19$ • 10% 배점

답 -19

613 문제 이해 세 직선의 기울기가 모두 다르므로 세 직선에 의하여 좌표평면이 여섯 부분으로 나누어지려면 세 직선은 한 점에서 만나야 한다. • 30% 배점

해결 과정 두 직선 $x-y+4=0$, $2x+y+2=0$의 교점의 좌표는

$(-2,\ 2)$ • 40% 배점

$$\begin{cases} x-y+4=0 & \cdots ㉠ \\ 2x+y+2=0 & \cdots ㉡ \end{cases}$$
㉠+㉡을 하면
$3x+6=0$
$\therefore x=-2$
$x=-2$를 ㉡에 대입하면
$-4+y+2=0$
$\therefore y=2$

답 구하기 직선 $x+2y+a=0$이 점 $(-2,\ 2)$를 지나야 하므로

$-2+4+a=0 \qquad \therefore a=-2$ • 30% 배점

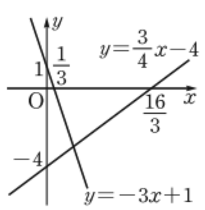
답 -2

교과서 속 창의유형 본책 118~119쪽

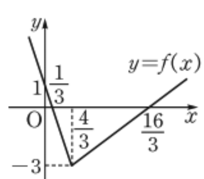
614 [문제 해결 길잡이]

❶ 두 일차함수 $y=\frac{3}{4}x-4$, $y=-3x+1$의 그래프를 이용하여 함수 $y=f(x)$의 그래프를 그린다.
❷ 두 일차함수의 그래프의 교점의 좌표를 구한다.
❸ $y=f(x)$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구한다.

풀이 두 일차함수 $y=\frac{3}{4}x-4$, $y=-3x+1$의 그래프는 [그림 1]과 같으므로 함수 $y=f(x)$의 그래프는 [그림 2]와 같다. ❶



[그림 1]



[그림 2]

연립방정식 $\begin{cases} y=\frac{3}{4}x-4 \\ y=-3x+1 \end{cases}$의 해는

연립방정식 $\begin{cases} ax+by+c=0 \\ a'x+b'y+c'=0 \end{cases}$의 해는 두 일차방정식 $ax+by+c=0$, $a'x+b'y+c'=0$의 그래프의 교점의 좌표와 같다.

$x=\frac{4}{3}$, $y=-3$ ❷

$\frac{3}{4}x-4=-3x+1$에서
$3x-16=-12x+4$
$15x=20$
$\therefore x=\frac{4}{3}$
$x=\frac{4}{3}$를 $y=-3x+1$에 대입하면
$y=-4+1=-3$

따라서 $y=f(x)$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 도형의 넓이는

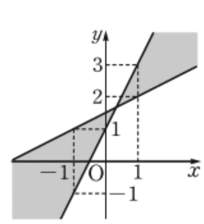
$$\frac{1}{2}\times\left(\frac{16}{3}-\frac{1}{3}\right)\times3=\frac{15}{2} \text{ ❸}$$

답 $\frac{15}{2}$

615 [문제 해결 길잡이]

❶ 주어진 함숫값의 범위를 이용하여 $y=f(x)$의 그래프의 기울기가 최대일 때를 찾는다.
❷ $y=f(x)$의 그래프가 지나는 두 개의 점을 이용하여 a, b의 값을 구한다.
❸ $2a+b$의 값을 구한다.

풀이 $y=f(x)$의 그래프는 오른쪽 그림의 색칠한 부분에 있으므로 기울기가 최대일 때는 두 점 $(-1,\ -1)$, $(1,\ 3)$을 지날 때이다. ❶



$f(x)=ax+b$에서

$$a=\frac{3-(-1)}{1-(-1)}=2$$

$y=2x+b$의 그래프가 점 $(1,\ 3)$을 지나므로

$3=2+b \qquad \therefore b=1$ ❷

$\therefore 2a+b=2\times2+1=5$ ❸

답 5

616 [문제 해결 길잡이]

❶ 제1차 산업과 제3차 산업 종사자 비율의 변화를 나타내는 그래프의 식을 구한다.
❷ 두 그래프의 교점의 x좌표를 구한다.
❸ 제3차 산업 종사자가 제1차 산업 종사자보다 많아진 때를 구한다.

풀이 두 점 $(0,\ 50.4)$, $(10,\ 34)$를 지나는 직선의 기울기는

$$\frac{34-50.4}{10-0}=-1.64$$

이고 y절편이 50.4이므로 직선의 방정식은

$y=-1.64x+50.4 \quad \cdots\cdots ㉠$

또 두 점 $(0,\ 35.3)$, $(10,\ 43.5)$를 지나는 직선의 기울기는

$$\frac{43.5-35.3}{10-0}=0.82$$

이고 y절편이 35.3이므로 직선의 방정식은

$y=0.82x+35.3 \quad \cdots\cdots ㉡$ ❶

㉠, ㉡에서 $-1.64x+50.4=0.82x+35.3$

$2.46x=15.1 \qquad \therefore x=6.13\cdots$ ❷

따라서 제3차 산업 종사자가 제1차 산업 종사자보다 많아진 것은 7년 후이다. ❸

답 7년

Ⅴ 일차함수