

맞춤형 연안 유형 마스터

**마레
AM**

정답과 해설

고등 수학 (하)

01

8~15쪽

집합의 뜻과 집합 사이의 포함 관계

001 답 ○

002 답 ×

‘잘하는’은 기준이 명확하지 않아 그 대상을 분명히 정할 수 없다.

003 답 ×

‘작은’은 기준이 명확하지 않아 그 대상을 분명히 정할 수 없다.

004 답 ×

‘큰’은 기준이 명확하지 않아 그 대상을 분명히 정할 수 없다.

005 답 ○

006 답 ∈

007 답 ∈

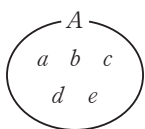
008 답 ∉

009 답 ∉

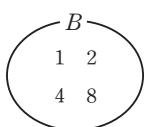
010 답 ∈

011 답 $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 012 답 $B = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ 013 답 $C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 014 답 $D = \{3, 6, 9\}$ 015 답 $E = \{c, h, l, o, s\}$ 016 답 예 $A = \{x | x \text{는 모음인 알파벳 소문자}\}$ 017 답 예 $B = \{x | x \text{는 } 100 \text{ 이하의 자연수}\}$ 018 답 예 $C = \{x | x \text{는 일주일의 나타내는 요일}\}$ 019 답 예 $D = \{x | x \text{는 } 100 \text{ 이하의 } 9 \text{의 배수}\}$ 020 답 예 $E = \{x | x \text{는 } 20 \text{ 이하의 소수}\}$

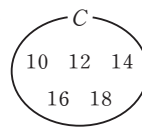
021 답



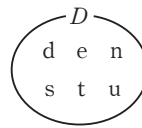
022 답



023 답



024 답



025 답 유

026 답 무

027 답 유

{11, 13, 15, 17, 19, ..., 99}이므로 유한집합이다.

028 답 무

{16, 18, 20, 22, 24, ...}이므로 무한집합이다.

029 답 유

 \emptyset 이므로 유한집합이다.030 답 $n(A) = 50$ 031 답 $n(B) = 6$ $B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$ 이므로 $n(B) = 6$ 032 답 $n(C) = 30$ $C = \{12, 15, 18, 21, 24, \dots, 99\}$ 이때 100 미만의 3의 배수는 33개, 10 미만의 3의 배수는 3개이므로 $n(C) = 33 - 3 = 30$ 033 답 $n(D) = 0$ $D = \emptyset$ 이므로 $n(D) = 0$ 034 답 $n(E) = 7$ $E = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ 이므로 $n(E) = 7$ 035 답 \subset 036 답 $\not\subset$ 037 답 \subset 038 답 $\not\subset$ 039 답 \subset 040 답 $A \subset B$ 041 답 $B \subset A$ $B = \{1, 2\}$ 이므로 $B \subset A$ 042 답 $A \subset B$

043 답 $A \subset B$

$A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이므로 $A \subset B$

044 답 $B \subset A$

$A = \{2, 4, 6, 8, 10, \dots\}$, $B = \{4, 8, 12, 16, 20, \dots\}$ 이므로 $B \subset A$

045 답 $A \subset B$

$A = \{-1, 1\}$ 이므로 $A \subset B$

046 답 $B \subset A$

$B = \{0\}$ 이므로 $B \subset A$

047 답 $A \subset B$

$A = \{3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$, $B = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ 이므로 $A \subset B$

048 답 $\emptyset, \{a\}$

049 답 $\emptyset, \{-1\}, \{1\}, \{-1, 1\}$

050 답 $\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{4, 6\}, \{2, 4, 6\}$

051 답 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \{2, 4\}, \{1, 2, 4\}$

052 답 ○

053 답 ○

집합 A 는 1을 원소로 가지므로 $\{1\}$ 은 집합 A 의 부분집합이다.
 $\therefore \{1\} \subset A$

054 답 ○

055 답 ×

집합 A 는 0, 1을 원소로 가지므로 $\{0, 1\}$ 은 집합 A 의 부분집합이다.
 $\therefore \{0, 1\} \subset A$

056 답 ○

057 답 ×

058 답 ○

집합 A 는 a, c 를 원소로 가지므로 $\{a, c\}$ 는 집합 A 의 부분집합이다.
 $\therefore \{a, c\} \subset A$

059 답 ○

060 답 $A = B$

$B = \{a, h, m, t\}$ 이므로 $A = B$

061 답 $A \neq B$

$B = \{1, 2, 4\}$ 이므로 $A \neq B$

062 답 $A = B$

$A = \{-3, 3\}$ 이므로 $A = B$

063 답 $a=2, b=1$

$A = B$ 이므로 $a \neq b$

이때 $a \in B, b \in A$ 이므로 $a=2, b=1$

064 답 $a=4, b=7$

$A = B$ 이므로 $a \neq b$

이때 $a \in B, b \in A$ 이므로 $a=4, b=7$

065 답 $a=7, b=6$

$A = B$ 이므로 $a+1 \neq b-1$

이때 $a+1 \in B$ 이므로 $a+1=8 \quad \therefore a=7$

또 $b-1 \in A$ 이므로 $b-1=5 \quad \therefore b=6$

066 답 $a=-4, b=-2$

$A = B$ 이므로 $-2a+1 \neq 3b+5$

이때 $-2a+1 \in B$ 이므로 $-2a+1=9 \quad \therefore a=-4$

또 $3b+5 \in A$ 이므로 $3b+5=-1 \quad \therefore b=-2$

067 답 $\emptyset, \{a\}, \{b\}$

068 답 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$

069 답 풀이 참고

$\{2, 3, 5, 7\}$ 이므로 진부분집합을 구하면

$\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{5\}, \{7\}, \{2, 3\}, \{2, 5\}, \{2, 7\}, \{3, 5\}, \{3, 7\},$

$\{5, 7\}, \{2, 3, 5\}, \{2, 3, 7\}, \{2, 5, 7\}, \{3, 5, 7\}$

070 답 8

$2^3=8$

071 답 16

$\{1, 2, 3, 6\}$ 이므로 부분집합의 개수는 $2^4=16$

072 답 32

$\{4, 5, 6, 7, 8\}$ 이므로 부분집합의 개수는 $2^5=32$

073 답 64

$\{a, c, e, h, r, t\}$ 이므로 부분집합의 개수는 $2^6=64$

074 답 15

$2^4-1=15$

075 답 31

$\{1, 3, 5, 7, 9\}$ 이므로 진부분집합의 개수는 $2^5-1=31$

076 답 127

$\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ 이므로 진부분집합의 개수는

$2^7-1=127$

077 답 255

$\{12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96\}$ 이므로 진부분집합의 개수는

$2^8-1=255$

078 답 16

$$2^{5-1}=2^4=16$$

079 답 8

$$2^{5-2}=2^3=8$$

080 답 3

4, 8, 10을 포함하는 부분집합의 개수는 $2^{5-3}=2^2=4$ 이므로 구하는 진부분집합의 개수는 $4-1=3$

081 답 128

$A=\{1, 2, 3, 4, 5, \dots, 9\}$ 이므로 구하는 부분집합의 개수는 $2^{9-2}=2^7=128$

082 답 64

$$2^{9-3}=2^6=64$$

083 답 32

집합 A 의 원소 중 짝수는 2, 4, 6, 8의 4개이므로 구하는 부분집합의 개수는 $2^{9-4}=2^5=32$

084 답 2, 2, 4

085 답 4

집합 X 는 집합 $\{2, 4, 6, 8, 10\}$ 의 부분집합 중 원소 4, 6, 8을 포함하는 부분집합이므로 집합 X 의 개수는 $2^{5-3}=2^2=4$

086 답 8

집합 X 는 집합 $\{a, b, c, d, e\}$ 의 부분집합 중 원소 a, c 를 포함하는 부분집합이므로 집합 X 의 개수는 $2^{5-2}=2^3=8$

087 답 64

집합 X 는 집합 $\{1, 2, 3, 4, 5, \dots, 9\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 5, 7을 포함하는 부분집합이므로 집합 X 의 개수는 $2^{9-3}=2^6=64$

088 답 8

$\{1, 2, 4\} \subset X \subset \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ 이므로 집합 X 는 집합 $\{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 2, 4를 포함하는 부분집합이다.

따라서 집합 X 의 개수는 $2^{6-3}=2^3=8$

연산
유형

최종 점검하기

16~17쪽

- | | | | | | |
|-----|-----|-----|------|------|-------|
| 1 ① | 2 ⑤ | 3 ④ | 4 ① | 5 ⑤ | 6 ② |
| 7 ⑤ | 8 ④ | 9 ② | 10 ③ | 11 ③ | 12 64 |

1 ②, ③, ④, ⑤ ‘가까운’, ‘잘하는’, ‘좋아하는’, ‘가벼운’은 기준이 명확하지 않아 그 대상을 분명히 정할 수 없으므로 집합이 아니다.

2 ①, ②, ③, ④ $\{2, 4, 6, 8\}$

$$\textcircled{5} \{2, 4, 6, 8, 10, \dots\}$$

3 ② $\{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$

$$\textcircled{3} \{4, 8, 12, 16, 20, \dots\}$$

$$\textcircled{4} \{0\}$$

$$\textcircled{5} \{1, 2, 4, 5, 7, \dots\}$$

따라서 유한집합인 것은 ④이다.

4 $A=\{16, 24, 32, 40, 48, \dots, 96\}$ 이므로 $n(A)=11$

$$B=\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$$
이므로 $n(B)=8$

$$\therefore n(A)-n(B)=3$$

5 ⑤ $n(\{4\})-n(\{2\})=1-1=0$

6 $A=\{2, 3, 5, 7\}$ 이므로

$$\textcircled{2} 9 \notin A$$

7 ② $B \subset A$

$$\textcircled{3} A=\{2, 4, 6, 8, 10, \dots\}, B=\{4, 8, 12, 16, 20, \dots\}$$
이므로 $B \subset A$

$$\textcircled{4} B \subset A$$

$$\textcircled{5} A=\{1, 2, 3, 6\}, B=\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$
이므로 $A \subset B$

따라서 $A \subset B$ 인 것은 ⑤이다.

8 르. 1은 집합 A 의 원소이지만 2는 집합 A 의 원소가 아니므로 $\{1, 2\} \not\subset A$

따라서 보기 중 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

9 $A=B$ 이므로 $a-b \neq a+b$

$$\text{이때 } a-b \in B \text{이므로 } a-b=3 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

$$\text{또 } a+b \in A \text{이므로 } a+b=5 \quad \dots\dots \textcircled{8}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{8} \text{을 연립하여 풀면 } a=4, b=1$$

$$\therefore ab=4$$

10 ① $\{a, e, i, o, u\}$ 이므로 부분집합의 개수는 $2^5=32$

$$\textcircled{2} \{1, 3, 5, 7, 9\}$$
이므로 부분집합의 개수는 $2^5=32$

$$\textcircled{3} \{2, 4, 6, 8\}$$
이므로 부분집합의 개수는 $2^4=16$

$$\textcircled{4} \{1, 2, 4, 8, 16\}$$
이므로 부분집합의 개수는 $2^5=32$

$$\textcircled{5} \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$
이므로 부분집합의 개수는 $2^5=32$

따라서 부분집합의 개수가 32가 아닌 것은 ③이다.

11 $\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ 이므로 구하는 부분집합의 개수는 $2^{8-2-1}=2^5=32$

12 $\{2, 4, 6, 8\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5, \dots, 10\}$ 이므로 집합 X 는 집합 $\{1, 2, 3, 4, 5, \dots, 10\}$ 의 부분집합 중 원소 2, 4, 6, 8을 포함하는 부분집합이다.

$$\text{따라서 집합 } X \text{의 개수는 } 2^{10-4}=2^6=64$$

02 집합의 연산

20~31쪽

001 답 {a, b, c, d, e}

002 답 {1, 2, 3, 4}

003 답 {a, b, c, d, e}

004 답 {1, 2, 3, 4, 5, 6}

005 답 {1, 2, 3, 5, 7, 9}

 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{2, 3, 5, 7\}$ 이므로 $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$

006 답 {1, 2, 3, 4, 6}

 $A = \{1, 2, 4\}$, $B = \{1, 2, 3, 6\}$ 이므로 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6\}$

007 답 {2, 4, 6, 8, 10, ..., 20}

 $A = \{2, 4, 6, 8, 10, \dots, 20\}$, $B = \{4, 8, 12, 16, 20\}$ 이므로 $A \cup B = \{2, 4, 6, 8, 10, \dots, 20\}$

008 답 {2, 3, 4, 5, 6}

 $A = \{2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$ 이므로 $A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$

009 답 {2}

010 답 {c, d}

011 답 {2, 4, 5}

012 답 {b, e}

013 답 {3, 5, 7}

 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{2, 3, 5, 7\}$ 이므로 $A \cap B = \{3, 5, 7\}$

014 답 {1, 2, 4}

 $A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이므로 $A \cap B = \{1, 2, 4\}$

015 답 {10, 20}

 $A = \{5, 10, 15, 20, 25\}$, $B = \{10, 20, 30\}$ 이므로 $A \cap B = \{10, 20\}$

016 답 {2, 3}

 $A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ 이므로 $A \cap B = \{2, 3\}$

017 답 ○

 $A \cap B = \emptyset$ 이므로 A , B 는 서로소이다.

018 답 ×

 $A \cap B = \{f\}$ 이므로 A , B 는 서로소가 아니다.

019 답 ×

 $A \cap B = \{3\}$ 이므로 A , B 는 서로소가 아니다.

020 답 ○

 $A \cap B = \emptyset$ 이므로 A , B 는 서로소이다.

021 답 ○

 $A \cap B = \emptyset$ 이므로 A , B 는 서로소이다.

022 답 ○

 $A \cap B = \emptyset$ 이므로 A , B 는 서로소이다.

023 답 ×

 $A = \{1, 5\}$, $B = \{1, 3, 9\}$ 이므로 $A \cap B = \{1\}$ 따라서 A , B 는 서로소가 아니다.

024 답 ×

 $A = \{4, 5, 6\}$, $B = \{6, 7, 8\}$ 이므로 $A \cap B = \{6\}$ 따라서 A , B 는 서로소가 아니다.

025 답 {1, 3, 5, 7, 9, 10}

 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots, 10\}$ 이므로 $A^c = \{1, 3, 5, 7, 9, 10\}$

026 답 ∅

 $B = U$ 이므로 $B^c = \emptyset$

027 답 {2, 4, 6, 8, 10}

 $C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 이므로 $C^c = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

028 답 {3, 5, 6, 7, 9, 10}

 $D = \{1, 2, 4, 8\}$ 이므로 $D^c = \{3, 5, 6, 7, 9, 10\}$

029 답 {1, 2, 3, 4, 5, ..., 10}

 $E = \emptyset$ 이므로 $E^c = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots, 10\}$ 030 답 $A - B = \{a, b\}$, $B - A = \{e\}$ 031 답 $A - B = \{1, 4\}$, $B - A = \{3, 6\}$ 032 답 $A - B = \emptyset$, $B - A = \{4, 20\}$ $A = \{1, 2, 5, 10\}$, $B = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ 이므로 $A - B = \emptyset$, $B - A = \{4, 20\}$

033 답 $A-B=\{3, 6, 9, 15, 18\}$, $B-A=\{4, 8, 16, 20\}$

$A=\{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$, $B=\{4, 8, 12, 16, 20\}$ 이므로

$A-B=\{3, 6, 9, 15, 18\}$

$B-A=\{4, 8, 16, 20\}$

034 답 $A-B=\{2, 3, 4, 5, 6\}$, $B-A=\{10, 11, 12\}$

$A=\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $B=\{7, 8, 9, 10, 11, 12\}$ 이므로

$A-B=\{2, 3, 4, 5, 6\}$

$B-A=\{10, 11, 12\}$

035 답 $\{a, b, c, d, e, f, g, h, i\}$

036 답 $\{c, g, h\}$

037 답 $\{d, e, i, j, k\}$

038 답 $\{a, b, f, j, k\}$

039 답 $\{a, b, f\}$

040 답 $\{d, e, i\}$

041 답 $\{c, g, h\}$

$A=\{a, b, c, f, g, h\}$, $B^c=\{a, b, f, j, k\}$ 이므로

$A-B^c=\{c, g, h\}$

042 답 $\{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18\}$

$A=\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $B=\{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$ 이므로

$A \cup B=\{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18\}$

043 답 $\{1, 2, 3, 6\}$

044 답 $\{9, 18, 36\}$

$U=\{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$ 이므로

$A^c=\{9, 18, 36\}$

045 답 $\{4, 12, 36\}$

046 답 $\{4, 12\}$

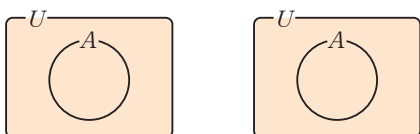
047 답 $\{9, 18\}$

048 답 $\{36\}$

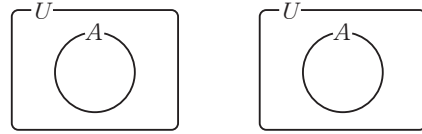
$B^c=\{4, 12, 36\}$, $A=\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이므로

$B^c-A=\{36\}$

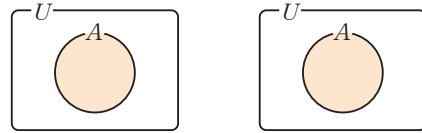
049 답 $A \cup A^c = U$



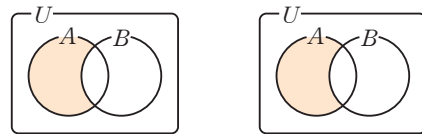
050 답 $A \cap A^c = \emptyset$



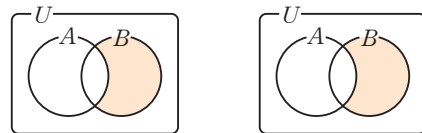
051 답 $(A^c)^c = A$



052 답 $A-B = A \cap B^c$



053 답 $B-A = B \cap A^c$



054 답 A

055 답 A

056 답 A

057 답 \emptyset

058 답 U

059 답 A

060 답 U

061 답 \emptyset

062 답 \emptyset

063 답 U

064 답 B

065 답 B^c

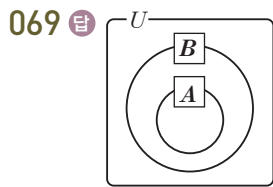
066 답 A

067 답 B

$A-B^c = A \cap (B^c)^c = A \cap B$

068 답 A^c

$A^c-B^c = A^c \cap (B^c)^c = A^c \cap B$



070 답 A

071 답 B

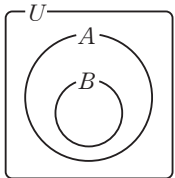
072 답 \emptyset

073 답 \emptyset

074 답 \emptyset

$A \subset B$ 이면 $B^c \subset A^c$ 이므로
 $B^c - A^c = \emptyset$

075 답 \circ



076 답 \circ

077 답 \circ

078 답 \times

$B \subset A$ 이므로 $A^c \subset B^c$

079 답 \times

080 답 \circ

$A^c \subset B^c$ 이므로 $A^c - B^c = \emptyset$

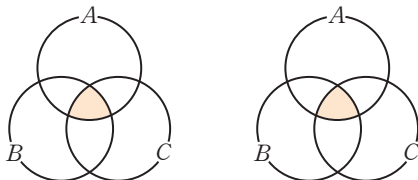
081 답 \times

$A \cap B = B$ 이므로
 $A - (A \cap B) = A - B \neq \emptyset$

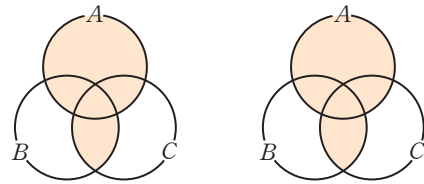
082 답 \circ

$A \cup B = A$ 이므로
 $(A \cup B) - A = A - A = \emptyset$

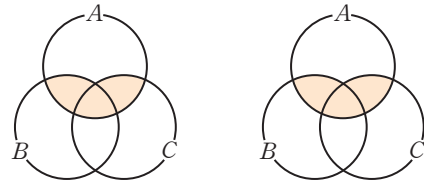
083 답 $(A \cap B) \cap C \equiv A \cap (B \cap C)$



084 답 $A \cup (B \cap C) \equiv (A \cup B) \cap (A \cup C)$



085 답 $A \cap (B \cup C) \equiv (A \cap B) \cup (A \cap C)$



086 답 A

087 답 \cap

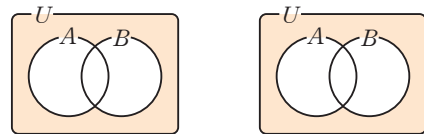
088 답 C

089 답 \cap, \cap

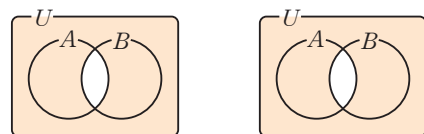
090 답 B, A

091 답 \cap, \cup

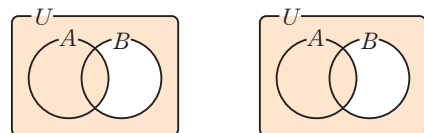
092 답 $(A \cup B)^c \equiv A^c \cap B^c$



093 답 $(A \cap B)^c \equiv A^c \cup B^c$



094 답 $(A^c \cap B)^c \equiv A \cup B^c$



095 답 B^c

096 답 A^c

$(A \cup B^c)^c = A^c \cap (B^c)^c = A^c \cap B$

097 답 \cap

$(A^c \cup B)^c = (A^c)^c \cap B^c = A \cap B^c$

098 답 \cup

$(A \cap B^c)^c = A^c \cup (B^c)^c = A^c \cup B$

099 답 B

$$(A^c \cup B^c)^c = (A^c)^c \cap (B^c)^c = A \cap B$$

100 답 A

$$(A^c \cap B^c)^c = (A^c)^c \cup (B^c)^c = A \cup B$$

101 답 ㄷ**102** 답 ㄹ, ㄱ, ㄴ**103** 답 ㄹ, ㄷ, ㄱ**104** 답 $A^c, A^c, \emptyset, A^c, A^c, A$ **105** 답 A, A, A, A, A**106** 답 $\cap, \cap, \cap, \cap, \cap, \emptyset$ **107** 답 $A^c, A, A, \cap, \emptyset, A$ **108** 답 17

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 9 + 10 - 2 = 17 \end{aligned}$$

109 답 11

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 5 + 9 - 3 = 11 \end{aligned}$$

110 답 6

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \text{에서} \\ n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &= 14 + 12 - 20 = 6 \end{aligned}$$

111 답 5

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \text{에서} \\ n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &= 8 + 11 - 14 = 5 \end{aligned}$$

112 답 13

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \text{에서} \\ n(A) &= n(A \cup B) - n(B) + n(A \cap B) \\ &= 15 - 6 + 4 = 13 \end{aligned}$$

113 답 15

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \text{에서} \\ n(B) &= n(A \cup B) - n(A) + n(A \cap B) \\ &= 17 - 10 + 8 = 15 \end{aligned}$$

114 답 14

$$\begin{aligned} A \cap B = \emptyset \text{이면 } n(A \cup B) &= n(A) + n(B) \text{이므로} \\ n(A \cup B) &= 9 + 5 = 14 \end{aligned}$$

115 답 6

$$\begin{aligned} A \cap B = \emptyset \text{ 이면 } n(A \cup B) &= n(A) + n(B) \text{이므로} \\ n(B) &= n(A \cup B) - n(A) = 13 - 7 = 6 \end{aligned}$$

116 답 7

$$n(A^c) = n(U) - n(A) = 14 - 7 = 7$$

117 답 3

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 7 - 4 = 3$$

118 답 10

$$\begin{aligned} n(A^c \cup B^c) &= n((A \cap B)^c) \\ &= n(U) - n(A \cap B) \\ &= 14 - 4 = 10 \end{aligned}$$

119 답 9

$$n(B^c) = n(U) - n(B) = 24 - 15 = 9$$

120 답 8

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 15 - 7 = 8$$

121 답 3

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 13 + 15 - 7 = 21 \\ \therefore n((A \cup B)^c) &= n(U) - n(A \cup B) \\ &= 24 - 21 = 3 \end{aligned}$$

122 답 10

$$n(B^c) = n(U) - n(B) = 22 - 12 = 10$$

123 답 7

$$\begin{aligned} n(A - B) &= n(A \cup B) - n(B) \\ &= 19 - 12 = 7 \end{aligned}$$

124 답 3

$$\begin{aligned} n(A^c \cap B^c) &= n((A \cup B)^c) \\ &= n(U) - n(A \cup B) \\ &= 22 - 19 = 3 \end{aligned}$$

125 답 11

$$n(A^c) = n(U) - n(A) = 25 - 14 = 11$$

126 답 6

$$\begin{aligned} n(B - A) &= n(A \cup B) - n(A) \\ &= 20 - 14 = 6 \end{aligned}$$

127 답 20

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \text{에서} \\ n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &= 14 + 11 - 20 = 5 \\ \therefore n((A \cap B)^c) &= n(U) - n(A \cap B) \\ &= 25 - 5 = 20 \end{aligned}$$

- 1 {b, d} 2 ④ 3 ⑤ 4 ⑤ 5 {a, c, e} 6 ③
7 ④ 8 ③ 9 ② 10 ④ 11 ③ 12 ①

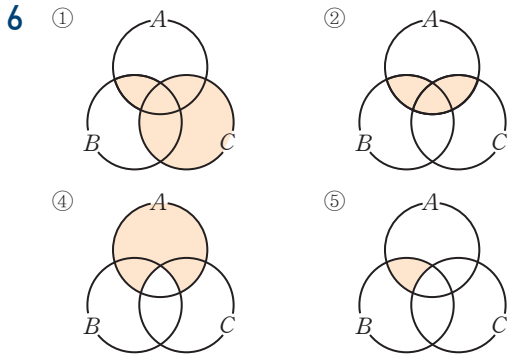
1 주어진 벤다이어그램에서 색칠한 부분이 나타내는 집합은 $A \cap B$ 이므로 $A \cap B = \{b, d\}$

2 $B \cup C = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 이므로 $A \cap (B \cup C) = \{3, 4, 5\}$

3 ③ {1, 5} ④ {1, 3, 5, 7, 9} ⑤ {2, 3, 5, 7}
따라서 집합 {2, 4, 6}과 서로소가 아닌 집합은 ⑤이다.

4 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A = \{2, 4, 6, 8\}$, $B = \{3, 6\}$ 이므로 ⑤ $B - A = \{3\}$

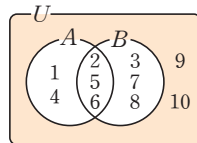
5 $A - B = (A \cup B) - B$ 이므로 $A - B = \{a, c, e\}$



7 ④ $B - A = B \cap A^c$

8 ③ $A \subset B$ 이므로 $A - B = \emptyset$

9 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 이므로 주어진 집합을 벤다이어그램으로 나타내면 오른쪽 그림과 같다.
 $\therefore A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = \{9, 10\}$
따라서 집합 $A^c \cap B^c$ 의 모든 원소의 합은 $9 + 10 = 19$



11 $(A^c \cap B) \cup (A \cup B)^c = (A^c \cap B) \cup (A^c \cap B^c)$
 $= A^c \cap (B \cup B^c)$
 $= A^c \cap U = A^c$

12 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $= 12 + 10 - 4 = 18$

$\therefore n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c)$
 $= n(U) - n(A \cup B)$
 $= 20 - 18 = 2$

001 답 ○

002 답 ×

003 답 ○

004 답 ×

005 답 ×

006 답 ○

007 답 참

008 답 참

009 답 거짓

010 답 참

011 답 거짓

012 답 거짓

013 답 {2, 3, 5, 7}

014 답 {3, 4, 6, 7}

10의 양의 약수는 1, 2, 5, 10이므로 주어진 조건의 진리집합은 {3, 4, 6, 7}

015 답 {3, 4, 5, 6, 7}

$2x - 1 \geq 5$ 에서 $2x \geq 6 \quad \therefore x \geq 3$

따라서 주어진 조건의 진리집합은 {3, 4, 5, 6, 7}

016 답 {1, 5}

$x^2 - 6x + 5 = 0$ 에서 $(x - 1)(x - 5) = 0 \quad \therefore x = 1$ 또는 $x = 5$

따라서 주어진 조건의 진리집합은 {1, 5}

017 답 {2}

$|x - 2| < 1$ 에서 $-1 < x - 2 < 1 \quad \therefore 1 < x < 3$

따라서 주어진 조건의 진리집합은 {2}

018 답 {1, 2}

019 답 {-1, 1}

$x^2 - 1 = 0$ 에서 $x^2 = 1 \quad \therefore x = \pm 1$

따라서 조건 q의 진리집합은 {-1, 1}

020 답 {-1, 1, 2}

$\{1, 2\} \cup \{-1, 1\} = \{-1, 1, 2\}$

021 답 {1}

$$\{1, 2\} \cap \{-1, 1\} = \{1\}$$

022 답 {1, 2}

023 답 {2, 3, 4}

$$|x-3| < 2 \text{에서 } -2 < x-3 < 2 \quad \therefore 1 < x < 5$$

따라서 q 의 진리집합은 $\{2, 3, 4\}$

024 답 {1, 2, 3, 4}

$$\{1, 2\} \cup \{2, 3, 4\} = \{1, 2, 3, 4\}$$

025 답 {2}

$$\{1, 2\} \cap \{2, 3, 4\} = \{2\}$$

026 답 $x \neq 2$

027 답 $x > 3$

028 답 $0 \notin \emptyset$

029 답 $1 \leq x \leq 2$

030 답 $\sqrt{3}$ 은 무리수가 아니다.

031 답 5는 3의 배수이거나 4의 배수이다.

032 답 $x > 0$

033 답 $x \leq -5$

034 답 $x \leq 0$

$\sim p$ 은 부정은 p 이다.

035 답 $x > -5$

$\sim q$ 은 부정은 q 이다.

036 답 $x > 0$ 또는 $x \leq -5$

' p 그리고 q '의 부정은 ' $\sim p$ 또는 $\sim q$ '이다.

037 답 $x > 0$

' p 또는 $\sim q$ '의 부정은 ' $\sim p$ 그리고 q '이다.

038 답 가정: $x=2$ 이다., 결론: $2x+3=7$ 이다.

039 답 가정: $-2 < x < 2$ 이다., 결론: $-2 \leq x \leq 2$ 이다.

040 답 가정: n 이 3의 배수이다., 결론: $3n$ 은 9의 배수이다.

041 답 가정: a, b 가 모두 짝수이다., 결론: $a+b$ 는 짝수이다.

042 답 가정: 삼각형 ABC에서 $\angle B = \angle C$ 이다.,

결론: 삼각형 ABC에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이다.

043 답 참

두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라고 하면

$$P = \{1, 2, 3, 6\}, Q = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

따라서 $P \subset Q$ 이므로 명제 $p \rightarrow q$ 는 참이다.

044 답 거짓

두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라고 하면 $P \not\subset Q$ 이므로 명

제 $p \rightarrow q$ 는 거짓이다.

045 답 거짓

두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라고 하면

$$P = \{-2, 2\}, Q = \{2\}$$

따라서 $P \not\subset Q$ 이므로 명제 $p \rightarrow q$ 는 거짓이다.

046 답 참

두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라고 하면

$$P = \{x | x > 2\}, Q = \{x | x < -1 \text{ 또는 } x > 1\}$$

따라서 $P \subset Q$ 이므로 명제 $p \rightarrow q$ 는 참이다.

047 답 거짓

두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라고 하면

$$P = \{x | -1 \leq x \leq 3\}, Q = \{x | -1 < x < 2\}$$

따라서 $P \not\subset Q$ 이므로 명제 $p \rightarrow q$ 는 거짓이다.

048 답 참

049 답 거짓

[반례] $x = -\frac{1}{2}$ 이면 $x+2 > 1$ 이지만 $x < 0$ 이다.

050 답 참

051 답 거짓

[반례] $x=2$ 이면 x 는 소수이지만 짝수이다.

052 답 참

053 답 거짓

[반례] $x=2, y=-1$ 이면 $x+y > 0$ 이지만 $x > 0, y < 0$ 이다.

054 답 참

055 답 거짓

[반례] $x=-1, y=-1$ 이면 $xy = |xy|$ 이지만 $x < 0, y < 0$ 이다.

056 답 \times

$p \rightarrow q$ 가 참이므로 $P \subset Q \quad \therefore P \cup Q = Q$

057 답 ○

058 답 ○

$P \subset Q$ 이므로 $P \cap Q^c = P - Q = \emptyset$

059 답 ×

060 답 ○

$P \subset Q$ 이므로 $P^c \cap Q^c = (P \cup Q)^c = Q^c$

061 답 ×

$P \subset Q$ 이므로 $P^c \cup Q^c = (P \cap Q)^c = P^c$

062 답 거짓

[반례] $x=5$ 이면 $x+5=10$ 이다.

063 답 참

064 답 거짓

[반례] $x=1$ 이면 $|x-1|=0$ 이다.

065 답 참

066 답 참

$x^2=x$ 에서 $x^2-x=0$, $x(x-1)=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=1$

067 답 참

부정: 모든 자연수 x 에 대하여 $x \geq 1$ 이다. (참)

068 답 참

부정: 어떤 소수는 홀수이다. (참)

069 답 거짓

부정: 모든 자연수 x 에 대하여 \sqrt{x} 는 무리수가 아니다. (거짓)

070 답 거짓

부정: 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 \leq 0$ 이다. (거짓)

071 답 참

부정: 어떤 유리수 x, y 에 대하여 $xy \neq 1$ 이다. (참)

072 답 역: $p \rightarrow q$, 대우: $\sim p \rightarrow \sim q$

073 답 역: $\sim q \rightarrow p$, 대우: $q \rightarrow \sim p$

074 답 역: $q \rightarrow \sim p$, 대우: $\sim q \rightarrow p$

075 답 역: $\sim p \rightarrow \sim q$, 대우: $p \rightarrow q$

076 답 역: 참, 대우: 거짓

역: $x=2$ 이면 $x^2=4$ 이다. (참)

대우: $x \neq 2$ 이면 $x^2 \neq 4$ 이다. (거짓)

[반례] $x=-2$ 이면 $x \neq 2$ 이지만 $x^2=4$ 이다.

077 답 역: 참, 대우: 참

역: $x^2 \leq 1$ 이면 $-1 \leq x \leq 1$ 이다. (참)

대우: $x^2 > 1$ 이면 $x < -1$ 또는 $x > 1$ 이다. (참)

078 답 역: 참, 대우: 거짓

역: 5의 양의 약수이면 10의 양의 약수이다. (참)

대우: 5의 양의 약수가 아니면 10의 양의 약수가 아니다. (거짓)

[반례] 2는 5의 양의 약수가 아니지만 10의 양의 약수이다.

079 답 역: 거짓, 대우: 참

역: 이등변삼각형이면 정삼각형이다. (거짓)

대우: 이등변삼각형이 아니면 정삼각형이 아니다. (참)

080 답 역: 참, 대우: 거짓

역: $x > y$ 이면 $x - y = |x - y|$ 이다. (참)

대우: $x \leq y$ 이면 $x - y \neq |x - y|$ 이다. (거짓)

[반례] $x=1, y=1$ 이면 $x \leq y$ 이지만 $x - y = |x - y|$ 이다.

081 답 역: 참, 대우: 거짓

역: $x^2 + y^2 = 0$ 이면 $xy = 0$ 이다. (참)

대우: $x^2 + y^2 \neq 0$ 이면 $xy \neq 0$ 이다. (거짓)

[반례] $x=0, y=1$ 이면 $x^2 + y^2 \neq 0$ 이지만 $xy = 0$ 이다.

082 답 역: 거짓, 대우: 참

역: $x < 0$ 또는 $y < 0$ 이면 $x + y < 0$ 이다. (거짓)

[반례] $x=3, y=-1$ 이면 $x < 0$ 또는 $y < 0$ 이지만 $x + y > 0$ 이다.

대우: $x \geq 0$ 이고 $y \geq 0$ 이면 $x + y \geq 0$ 이다. (참)

083 답 역: 참, 대우: 거짓

역: $x \geq 1$ 이고 $y \geq 1$ 이면 $x + y \geq 2$ 이다. (참)

대우: $x < 1$ 또는 $y < 1$ 이면 $x + y < 2$ 이다. (거짓)

[반례] $x=-1, y=5$ 이면 $x < 1$ 또는 $y < 1$ 이지만 $x + y > 2$ 이다.

084 답 역: 거짓, 대우: 참

역: x 또는 y 가 홀수이면 xy 는 홀수이다. (거짓)

[반례] $x=1, y=2$ 이면 x 또는 y 는 홀수이지만 xy 는 짝수이다.

대우: x, y 가 모두 홀수가 아니면 xy 는 홀수이다. (참)

085 답 역: 거짓, 대우: 참

역: xy 가 유리수이면 x, y 는 모두 유리수이다. (거짓)

[반례] $x=-\sqrt{2}, y=\sqrt{2}$ 이면 xy 는 유리수이지만 x, y 는 유리수가 아니다.

대우: xy 가 유리수가 아니면 x 또는 y 는 유리수가 아니다. (참)

086 답 ㄹ

$p \rightarrow q$ 가 참이므로 그 대우인 $\sim q \rightarrow \sim p$ 도 참이다.

087 답 ㄴ

$p \rightarrow \sim q$ 가 참이므로 그 대우인 $q \rightarrow \sim p$ 도 참이다.

088 답 ㄷ

$\sim p \rightarrow q$ 가 참이므로 그 대우인 $\sim q \rightarrow p$ 도 참이다.

089 답 ㄱ

$\sim p \rightarrow \sim q$ 가 참이므로 그 대우인 $q \rightarrow p$ 도 참이다.

090 답 1, \subset , 충분

091 답 충분조건

두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라고 하면 $P \subset Q$ 이므로 p 는 q 이기 위한 충분조건이다.

092 답 필요조건

두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라고 하면 $Q \subset P$ 이므로 p 는 q 이기 위한 필요조건이다.

093 답 충분조건

두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라고 하면
 $P = \{1, 2, 3, 6\}, Q = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
 따라서 $P \subset Q$ 이므로 p 는 q 이기 위한 충분조건이다.

094 답 필요조건

두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라고 하면
 $P = \{4, 8, 12, 16, 20, \dots\}, Q = \{8, 16, 24, 32, 40, \dots\}$
 따라서 $Q \subset P$ 이므로 p 는 q 이기 위한 필요조건이다.

095 답 필요조건

두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라고 하면
 $P = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}, Q = \{1, 3\}$
 따라서 $Q \subset P$ 이므로 p 는 q 이기 위한 필요조건이다.

096 답 필요조건

두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라고 하면
 $P = \{x | x \geq 5\}, Q = \{x | 5 < x < 10\}$
 따라서 $Q \subset P$ 이므로 p 는 q 이기 위한 필요조건이다.

097 답 충분조건

두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라고 하면
 $P = \{x | x > 3\}, Q = \{x | x < -2 \text{ 또는 } x > 1\}$
 따라서 $P \subset Q$ 이므로 p 는 q 이기 위한 충분조건이다.

098 답 충분조건

$p \rightarrow q: x=y$ 이면 $x^2=y^2$ 이다. (참)
 $q \rightarrow p: x^2=y^2$ 이면 $x=y$ 이다. (거짓)
 [반례] $x=-1, y=1$ 이면 $x^2=y^2$ 이지만 $x \neq y$ 이다.
 따라서 $p \Rightarrow q$ 이므로 p 는 q 이기 위한 충분조건이다.

099 답 필요조건

$p \rightarrow q: xy=0$ 이면 $x=0, y=0$ 이다. (거짓)
 [반례] $x=0, y=1$ 이면 $xy=0$ 이지만 $x=0, y \neq 0$ 이다.
 $q \rightarrow p: x=0, y=0$ 이면 $xy=0$ 이다. (참)
 따라서 $q \Rightarrow p$ 이므로 p 는 q 이기 위한 필요조건이다.

100 답 충분조건

$p \rightarrow q: x > 0, y > 0$ 이면 $xy > 0$ 이다. (참)

$q \rightarrow p: xy > 0$ 이면 $x > 0, y > 0$ 이다. (거짓)
 [반례] $x=-1, y=-2$ 이면 $xy > 0$ 이지만 $x < 0, y < 0$ 이다.
 따라서 $p \Rightarrow q$ 이므로 p 는 q 이기 위한 충분조건이다.

101 답 필요조건

$p \rightarrow q: |x+y|=|x|+|y|$ 이면 $x \geq 0, y \geq 0$ 이다. (거짓)
 [반례] $x=-1, y=-2$ 이면 $|x+y|=|x|+|y|$ 이지만
 $x < 0, y < 0$ 이다.

$q \rightarrow p: x \geq 0, y \geq 0$ 이면 $|x+y|=|x|+|y|$ 이다. (참)
 따라서 $q \Rightarrow p$ 이므로 p 는 q 이기 위한 필요조건이다.

102 답 -2, 2, =, 필요충분

103 답 필요충분조건

두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라고 하면
 $P = \{x | -3 < x < 4\}, Q = \{x | -3 < x < 4\}$
 따라서 $P=Q$ 이므로 p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.

104 답 필요충분조건

두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라고 하면
 $P = \{x | x < -1 \text{ 또는 } x > 1\}, Q = \{x | x < -1 \text{ 또는 } x > 1\}$
 따라서 $P=Q$ 이므로 p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.

105 답 필요충분조건

$p \rightarrow q: xy=0$ 이면 $x=0$ 또는 $y=0$ 이다. (참)
 $q \rightarrow p: x=0$ 또는 $y=0$ 이면 $xy=0$ 이다. (참)
 따라서 $p \Leftrightarrow q$ 이므로 p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.

106 답 필요충분조건

$p \rightarrow q: |x|+|y|=0$ 이면 $x^2+y^2=0$ 이다. (참)
 $q \rightarrow p: x^2+y^2=0$ 이면 $|x|+|y|=0$ 이다. (참)
 따라서 $p \Leftrightarrow q$ 이므로 p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.

107 답 홀수, 홀수, 1, 홀수

108 답 풀이 참고

주어진 명제의 대우 'n이 짝수이면 n^2 도 짝수이다.'가 참임을 보이면 된다.

n 이 짝수이면 $n=2k$ (k 는 자연수)로 나타낼 수 있으므로
 $n^2=2(2k^2)$

즉, n^2 은 짝수이다.

따라서 주어진 명제의 대우가 참이므로 주어진 명제도 참이다.

109 답 유리수, 3, 3, 3, 3

110 답 풀이 참고

$\sqrt{2}$ 가 유리수라고 가정하면 $\sqrt{2}=\frac{n}{m}$ (m, n 은 서로소인 자연수)으로 나타낼 수 있다.

양변을 제곱하여 정리하면 $n^2=2m^2$ ㉠

이때 n^2 이 짝수이므로 n 도 짝수이다.

$n=2k$ (k 는 자연수)라 하고 ㉠에 대입하여 정리하면 $m^2=2k^2$

이때 m^2 이 짝수이므로 m 도 짝수이다.

즉, m, n 이 모두 짝수이므로 m, n 이 서로소라는 가정에 모순이다.
따라서 $\sqrt{2}$ 는 유리수가 아니다.

111 답 ×

112 답 ○

113 답 ○

114 답 ×

115 답 ×

116 답 $\frac{3}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}b, 0, 0$

117 답 풀이 참고

$$a+b-2\sqrt{ab}=(\sqrt{a})^2+(\sqrt{b})^2-2\sqrt{ab}=(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2\geq 0$$

따라서 $a+b\geq 2\sqrt{ab}$ 이다.

이때 등호가 성립하는 경우는 $\sqrt{a}-\sqrt{b}=0$, 즉 $a=b$ 일 때이다.

118 답 풀이 참고

$$(a^2+b^2)(x^2+y^2)-(ax+by)^2$$

$$=(a^2x^2+a^2y^2+b^2x^2+b^2y^2)-(a^2x^2+2abxy+b^2y^2)$$

$$=a^2y^2-2abxy+b^2x^2=(ay-bx)^2\geq 0$$

따라서 $(a^2+b^2)(x^2+y^2)\geq (ax+by)^2$ 이다.

이때 등호가 성립하는 경우는 $ay-bx=0$, 즉 $ay=bx$ 일 때이다.

연산
유형

최종 점검하기

48~49쪽

- 1 ④ 2 ① 3 ③ 4 {4, 5, 10} 5 ①
6 ⑤ 7 ③ 8 ② 9 ④ 10 필요충분조건
11 (가) $3k-2$ (나) $3k^2-4k+1$
12 (가) 유리수 (나) 무리수 (다) 0 (라) $a=b=0$

2 ㄴ. 거짓 [반례] $x=-1$ 이면 $x^2=1$ 이지만 $x^3=-1$ 이다.

ㄷ. 거짓 [반례] $x=2$ 이면 $x>1$ 이지만 $x<3$ 이다.

따라서 보기 중 참인 명제는 ㄱ이다.

3 3의 배수는 3, 6, 9, 12, ...이고, 24의 양의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24이므로 조건 p 의 진리집합은 {3, 6, 12, 24}
따라서 구하는 원소의 개수는 4이다.

4 $U=\{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ 이고, 조건 p 의 부정은
 $\sim p: 3\leq x<12$ 이므로 구하는 진리집합은 {4, 5, 10}

5 $P\cap Q=\emptyset$ 이므로 $P\subset Q^c, Q\subset P^c$

따라서 참인 명제는 ③ $p\rightarrow\sim q$ 이다.

6 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라고 하면

① $P=\{-3, 3\}, Q=\{-3, 3\}$

$P\subset Q$ 이므로 명제 $p\rightarrow q$ 는 참이다.

② $P=\{x|x>0\}, Q=\{x|x\neq 0\text{인 실수}\}$

$P\subset Q$ 이므로 명제 $p\rightarrow q$ 는 참이다.

③ $P=\{x|-3<x<3\}, Q=\{x|x<3\}$

$P\subset Q$ 이므로 명제 $p\rightarrow q$ 는 참이다.

④ 명제 $p\rightarrow q$ 는 참이다.

⑤ $P=\{1, 2, 3, 6, 9, 18\}, Q=\{1, 3, 9\}$

$P\not\subset Q$ 이므로 $p\rightarrow q$ 는 거짓이다.

7 명제의 부정은

① 모든 x 에 대하여 $x\geq 0$ 이다. (거짓)

② 모든 x 에 대하여 $x\neq 1$ 이다. (거짓)

③ 모든 x 에 대하여 $x^2\geq 0$ 이다. (참)

④ 모든 x 에 대하여 $x^2<0$ 이다. (거짓)

⑤ 모든 x 에 대하여 $x^2\neq x$ 이다. (거짓)

8 ① 역: $x>1$ 이면 $x>2$ 이다. (거짓)

[반례] $x=2$ 이면 $x>1$ 이지만 $x=2$ 이다.

② 역: $x=1$ 이면 $x^2=1$ 이다. (참)

③ 역: $xz=yz$ 이면 $x=y$ 이다. (거짓)

[반례] $x=1, y=2, z=0$ 이면 $xz=yz$ 이지만 $x\neq y$ 이다.

④ 역: $\frac{1}{x}<\frac{1}{y}$ 이면 $x>y$ 이다. (거짓)

[반례] $x=-1, y=1$ 이면 $\frac{1}{x}<\frac{1}{y}$ 이지만 $x<y$ 이다.

⑤ 역: xy 가 짝수이면 x, y 는 짝수이다. (거짓)

[반례] $x=1, y=2$ 이면 xy 는 짝수이지만 x 는 홀수, y 는 짝수이다.

9 ① $p\rightarrow q: x^2=0$ 이면 $|x|=0$ 이다. (참)

$q\rightarrow p: |x|=0$ 이면 $x^2=0$ 이다. (참)

따라서 $p\iff q$ 이므로 p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.

② $p\rightarrow q: x+y=0$ 이면 $x=y=0$ 이다. (거짓)

[반례] $x=-1, y=1$ 이면 $x+y=0$ 이지만 $x\neq 0, y\neq 0$ 이다.

$q\rightarrow p: x=y=0$ 이면 $x+y=0$ 이다. (참)

따라서 $q\implies p$ 이므로 p 는 q 이기 위한 필요조건이다.

③ $p\rightarrow q: x+yi=0$ 이면 $x=0, y=0$ 이다. (참)

$q\rightarrow p: x=0, y=0$ 이면 $x+yi=0$ 이다. (참)

따라서 $p\iff q$ 이므로 p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.

④ $p\rightarrow q: x, y$ 는 유리수이면 $x+y$ 는 유리수이다. (참)

$q\rightarrow p: x+y$ 는 유리수이면 x, y 는 유리수이다. (거짓)

[반례] $x=-\sqrt{2}, y=\sqrt{2}$ 이면 $x+y$ 는 유리수이지만 x, y 는 유리수가 아니다.

따라서 $p\implies q$ 이므로 p 는 q 이기 위한 충분조건이다.

⑤ $p\rightarrow q: (x-y)(y-z)(z-x)=0$ 이면 $x=y=z$ 이다. (거짓)

[반례] $x=1, y=1, z=2$ 이면

$(x-y)(y-z)(z-x)=0$ 이지만 $x\neq z$ 이다.

$q\rightarrow p: x=y=z$ 이면 $(x-y)(y-z)(z-x)=0$ 이다. (참)

따라서 $q\implies p$ 이므로 p 는 q 이기 위한 필요조건이다.

10 $p\rightarrow q: A\cup B=B$ 이면 $A\subset B$ 이다. (참)

$q\rightarrow p: A\subset B$ 이면 $A\cup B=B$ 이다. (참)

따라서 $p\iff q$ 이므로 p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.

04 함수

52~63쪽

001 답 ×

집합 X 의 원소 4에 대응하는 집합 Y 의 원소가 없으므로 함수가 아니다.

002 답 ○

003 답 ×

집합 X 의 원소 3에 대응하는 집합 Y 의 원소가 2개이므로 함수가 아니다.

004 답 ○

005 답 정의역: $\{1, 2, 3\}$, 공역: $\{a, b, c\}$, 치역: $\{a, c\}$ 006 답 정의역: $\{1, 2, 3, 4\}$, 공역: $\{3, 4, 5, 6\}$,
치역: $\{3, 4, 5, 6\}$ 007 답 정의역: $\{1, 2, 3\}$, 공역: $\{2, 3, 4\}$, 치역: $\{2\}$ 008 답 정의역: $\{1, 2, 3, 4, 5\}$, 공역: $\{a, b, c\}$, 치역: $\{a, b\}$

009 답 4

$$f(2)=2+2=4$$

010 답 $-\sqrt{2}$ 011 답 $8-\sqrt{3}$

$$f(6)+f(\sqrt{3})=(6+2)-\sqrt{3}=8-\sqrt{3}$$

012 답 4, 14

$$x+1=5 \text{라고 하면 } x=4$$

$$\therefore f(5)=f(4+1)=4^2-2=14$$

013 답 -76

$$x-4=5 \text{라고 하면 } x=9$$

$$\therefore f(5)=f(9-4)=-9^2+5=-76$$

014 답 4

$$3x-1=5 \text{라고 하면 } x=2$$

$$\therefore f(5)=f(3 \times 2 - 1)=2+2=4$$

015 답 7

$$\frac{x-1}{2}=5 \text{라고 하면 } x=11$$

$$\therefore f(5)=f\left(\frac{11-1}{2}\right)=11-4=7$$

016 답 ○

017 답 ×

018 답 ×

019 답 ○

020 답 ×

021 답 ○

022 답 서로 같은 함수가 아니다.

$$f(2)=0, g(2)=3 \text{이므로 } f(2) \neq g(2)$$

따라서 두 함수 f, g 는 서로 같은 함수가 아니다.

023 답 서로 같은 함수이다.

$$f(1)=1, g(1)=1 \text{이므로 } f(1)=g(1)$$

$$f(2)=4, g(2)=4 \text{이므로 } f(2)=g(2)$$

따라서 두 함수 f, g 는 서로 같은 함수이다.

024 답 서로 같은 함수이다.

$$f(1)=2, g(1)=2 \text{이므로 } f(1)=g(1)$$

$$f(2)=1, g(2)=1 \text{이므로 } f(2)=g(2)$$

따라서 두 함수 f, g 는 서로 같은 함수이다.

025 답 서로 같은 함수가 아니다.

$$f(2)=2, g(2)=\frac{1}{2} \text{이므로 } f(2) \neq g(2)$$

따라서 두 함수 f, g 는 서로 같은 함수가 아니다.

026 답 서로 같은 함수가 아니다.

$$f(2)=2, g(2)=8 \text{이므로 } f(2) \neq g(2)$$

따라서 두 함수 f, g 는 서로 같은 함수가 아니다.

027 답 서로 같은 함수이다.

$$f(-1)=-1, g(-1)=-1 \text{이므로 } f(-1)=g(-1)$$

$$f(0)=0, g(0)=0 \text{이므로 } f(0)=g(0)$$

$$f(1)=1, g(1)=1 \text{이므로 } f(1)=g(1)$$

따라서 두 함수 f, g 는 서로 같은 함수이다.

028 답 $a=7, b=-6$

$$f(1)=g(1) \text{이므로 } 1=a+b \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$f(2)=g(2) \text{이므로 } 8=2a+b \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면

$$a=7, b=-6$$

029 답 $a=-2, b=0$

$$f(0)=g(0) \text{이므로 } b=0$$

$$f(1)=g(1) \text{이므로 } 1+a=-1+b \quad \therefore a=-2$$

030 답 $a=2, b=3$

$f(-1)=g(-1)$ 이므로

$$-a+3=-2+b \quad \therefore a+b=5 \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$f(1)=g(1)$ 이므로

$$a+3=2+b \quad \therefore a-b=-1 \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$a=2, b=3$$

031 답 $a=-2, b=4$

$f(-2)=g(-2)$ 이므로

$$4a-2b=-16 \quad \therefore 2a-b=-8 \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$f(1)=g(1) \text{이므로 } a+b=2 \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$a=-2, b=4$$

032 답 ㄱ

033 답 ㄱ, ㄴ

034 답 ㄱ, ㄴ, ㄷ

035 답 ㄹ

036 답 ㄱ, ㄴ

037 답 ㄱ

038 답 ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ

039 답 ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ

040 답 ㄱ

041 답 ㄴ

042 답 ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㄱ

043 답 ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㄱ

044 답 ㄴ

045 답 ㄷ

046 답 $c, 2$

047 답 $a, 1$

048 답 3, d

049 답 2, b

050 답 1

$$(f \circ f)(1)=f(f(1))=f(0)=1$$

051 답 -1

$$(g \circ g)(-1)=g(g(-1))=g(0)=-1$$

052 답 -2

$$(f \circ g)(2)=f(g(2))=f(3)=-2$$

053 답 15

$$(g \circ f)(-3)=g(f(-3))=g(4)=15$$

054 답 -1

$$\begin{aligned}(f \circ f \circ f)(2) &= f(f(f(2))) \\ &= f(f(-1)) \\ &= f(2) = -1\end{aligned}$$

055 답 63

$$\begin{aligned}(g \circ g \circ g)(-2) &= g(g(g(-2))) \\ &= g(g(3)) \\ &= g(8) = 63\end{aligned}$$

056 답 6

$$(f \circ f)(\sqrt{5})=f(f(\sqrt{5}))=f(5)=6$$

057 답 4

$$(f \circ f)(2)=f(f(2))=f(3)=4$$

058 답 5

$$\begin{aligned}(f \circ f \circ f)(\sqrt{3}) &= f(f(f(\sqrt{3}))) \\ &= f(f(3)) \\ &= f(4) = 5\end{aligned}$$

059 답 4

$$(f \circ f)(3)=f(f(3))=f(8)=4$$

060 답 12

$$\begin{aligned}(f \circ f \circ f)(7) &= f(f(f(7))) \\ &= f(f(48)) \\ &= f(24) = 12\end{aligned}$$

061 답 12

$$\begin{aligned}(f \circ f \circ f)(10) &= f(f(f(10))) \\ &= f(f(5)) \\ &= f(24) = 12\end{aligned}$$

062 답 $3x, 9x^2-5$

063 답 $x^2-5, 3x^2-15$

064 답 $(g \circ f)(x) = 2x-1$

$$\begin{aligned}(g \circ f)(x) &= g(f(x)) = g(4x-1) \\ &= \frac{(4x-1)-1}{2} = 2x-1\end{aligned}$$

065 답 $(f \circ g)(x) = 2x-3$

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= f(g(x)) = f\left(\frac{x-1}{2}\right) \\ &= 4 \times \frac{x-1}{2} - 1 = 2x-3\end{aligned}$$

066 답 $(f \circ (g \circ h))(x) = -4x+3$

$$\begin{aligned}(g \circ h)(x) &= g(h(x)) = g(-2x+3) \\ &= \frac{(-2x+3)-1}{2} = -x+1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore (f \circ (g \circ h))(x) &= f((g \circ h)(x)) = f(-x+1) \\ &= 4(-x+1)-1 = -4x+3\end{aligned}$$

067 답 $((f \circ g) \circ h)(x) = -4x+3$

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= 2x-3 \text{ 이므로} \\ ((f \circ g) \circ h)(x) &= (f \circ g)(h(x)) = (f \circ g)(-2x+3) \\ &= 2(-2x+3)-3 = -4x+3\end{aligned}$$

068 답 a

069 답 c

$$\begin{aligned}f^{-1}(1) &= k \text{ 라고 하면} \\ f(k) &= 1 \quad \therefore k=c\end{aligned}$$

070 답 d

$$\begin{aligned}f^{-1}(3) &= k \text{ 라고 하면} \\ f(k) &= 3 \quad \therefore k=d\end{aligned}$$

071 답 4

$$\begin{aligned}f^{-1}(k) &= e \text{ 라고 하면} \\ f(e) &= k \quad \therefore k=4\end{aligned}$$

072 답 1, 1, 1

073 답 $\frac{7}{3}$

$$\begin{aligned}f(a) &= 5 \text{ 이므로} \\ 3a-2 &= 5 \quad \therefore a = \frac{7}{3}\end{aligned}$$

074 답 -23

$$\begin{aligned}f(-7) &= a \text{ 이므로} \\ -21-2 &= a \quad \therefore a = -23\end{aligned}$$

075 답 9

$$\begin{aligned}f(4) &= a+1 \text{ 이므로} \\ 12-2 &= a+1 \quad \therefore a=9\end{aligned}$$

076 답 6

$$\begin{aligned}f(4) &= 2 \text{ 이므로} \\ -4+a &= 2 \quad \therefore a=6\end{aligned}$$

077 답 -12

$$\begin{aligned}f(-9) &= -3 \text{ 이므로} \\ 9+a &= -3 \quad \therefore a = -12\end{aligned}$$

078 답 $-\frac{1}{4}$

$$\begin{aligned}f(-1) &= \frac{3}{4} \text{ 이므로} \\ 1+a &= \frac{3}{4} \quad \therefore a = -\frac{1}{4}\end{aligned}$$

079 답 7, 7, 1, -5

080 답 $a=-1, b=7$

$$\begin{aligned}f(5) &= 2, f(6) = 1 \text{ 이므로} \\ 5a+b &= 2, 6a+b = 1 \\ \text{두 식을 연립하여 풀면} \\ a &= -1, b = 7\end{aligned}$$

081 답 $a=2, b=-5$

$$\begin{aligned}f(2) &= -1, f(4) = 3 \text{ 이므로} \\ 2a+b &= -1, 4a+b = 3 \\ \text{두 식을 연립하여 풀면} \\ a &= 2, b = -5\end{aligned}$$

082 답 $a=1, b=-7$

$$\begin{aligned}f(5) &= -2, f(15) = 8 \text{ 이므로} \\ 5a+b &= -2, 15a+b = 8 \\ \text{두 식을 연립하여 풀면} \\ a &= 1, b = -7\end{aligned}$$

083 답 $\frac{1}{4}, y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$

084 답 $y = -x+10$

함수 $y = -x+10$ 은 일대일대응이므로 역함수가 존재한다.
 $y = -x+10$ 을 x 에 대하여 풀면 $x = -y+10$
 x 와 y 를 서로 바꾸면 구하는 역함수는 $y = -x+10$

085 답 $y = \frac{1}{3}x - \frac{5}{3}$

함수 $y = 3x + 5$ 는 일대일대응이므로 역함수가 존재한다.

$y = 3x + 5$ 를 x 에 대하여 풀면 $x = \frac{1}{3}y - \frac{5}{3}$

x 와 y 를 서로 바꾸면 구하는 역함수는 $y = \frac{1}{3}x - \frac{5}{3}$

086 답 $y = 2x - 6$

함수 $y = \frac{1}{2}x + 3$ 는 일대일대응이므로 역함수가 존재한다.

$y = \frac{1}{2}x + 3$ 을 x 에 대하여 풀면 $x = 2y - 6$

x 와 y 를 서로 바꾸면 구하는 역함수는 $y = 2x - 6$

087 답 $y = -3x - 3$

함수 $y = -\frac{1}{3}x - 1$ 은 일대일대응이므로 역함수가 존재한다.

$y = -\frac{1}{3}x - 1$ 을 x 에 대하여 풀면 $x = -3y - 3$

x 와 y 를 서로 바꾸면 구하는 역함수는 $y = -3x - 3$

088 답 4

089 답 5

090 답 2

$(f^{-1})^{-1}(1) = f(1) = 2$

091 답 1

$(f \circ f^{-1} \circ g)(2) = g(2) = 1$

092 답 18

$(f \circ (f \circ g)^{-1} \circ f)(8) = (f \circ g^{-1} \circ f^{-1} \circ f)(8)$
 $= (f \circ g^{-1})(8) = f(g^{-1}(8))$

이때 $g^{-1}(8) = a$ 라고 하면 $g(a) = 8$

$a - 1 = 8 \quad \therefore a = 9$

$\therefore (f \circ (f \circ g)^{-1} \circ f)(8) = f(9) = 18$

093 답 7

$(f \circ (g \circ f)^{-1} \circ f)(3) = (f \circ f^{-1} \circ g^{-1} \circ f)(3)$
 $= (g^{-1} \circ f)(3)$
 $= g^{-1}(f(3)) = g^{-1}(6)$

이때 $g^{-1}(6) = a$ 라고 하면 $g(a) = 6$

$a - 1 = 6 \quad \therefore a = 7$

$\therefore (f \circ (g \circ f)^{-1} \circ f)(3) = g^{-1}(6) = 7$

094 답 2

$(f \circ g)^{-1}(-3) = (g^{-1} \circ f^{-1})(-3) = g^{-1}(f^{-1}(-3))$

이때 $f^{-1}(-3) = a$ 라고 하면 $f(a) = -3$

$-a + 1 = -3 \quad \therefore a = 4$

$\therefore (f \circ g)^{-1}(-3) = g^{-1}(4)$

또 $g^{-1}(4) = b$ 라고 하면 $g(b) = 4$

$3b - 2 = 4 \quad \therefore b = 2$

$\therefore (f \circ g)^{-1}(-3) = g^{-1}(4) = 2$

095 답 -2

$(f^{-1} \circ g)^{-1}(9) = (g^{-1} \circ f)(9)$
 $= g^{-1}(f(9)) = g^{-1}(-8)$

이때 $g^{-1}(-8) = a$ 라고 하면 $g(a) = -8$

$3a - 2 = -8 \quad \therefore a = -2$

$\therefore (f^{-1} \circ g)^{-1}(9) = g^{-1}(-8) = -2$

096 답 4

$(f \circ g^{-1})^{-1}(-1) = (g \circ f^{-1})(-1) = g(f^{-1}(-1))$

이때 $f^{-1}(-1) = a$ 라고 하면 $f(a) = -1$

$-a + 1 = -1 \quad \therefore a = 2$

$\therefore (f \circ g^{-1})^{-1}(-1) = g(f^{-1}(-1)) = g(2) = 4$

097 답 -18

$(g \circ (f \circ g)^{-1} \circ g)(7) = (g \circ g^{-1} \circ f^{-1} \circ g)(7)$
 $= (f^{-1} \circ g)(7) = f^{-1}(g(7)) = f^{-1}(19)$

이때 $f^{-1}(19) = a$ 라고 하면 $f(a) = 19$

$-a + 1 = 19 \quad \therefore a = -18$

$\therefore (g \circ (f \circ g)^{-1} \circ g)(7) = f^{-1}(19) = -18$

098 답 2

$(f \circ (f^{-1} \circ g)^{-1} \circ f^{-1})(-5) = (f \circ g^{-1} \circ f \circ f^{-1})(-5)$
 $= (f \circ g^{-1})(-5) = f(g^{-1}(-5))$

이때 $g^{-1}(-5) = a$ 라고 하면 $g(a) = -5$

$3a - 2 = -5 \quad \therefore a = -1$

$\therefore (f \circ (f^{-1} \circ g)^{-1} \circ f^{-1})(-5) = f(-1) = 2$

099 답 a

100 답 a

$(f \circ f)(c) = f(f(c)) = f(b) = a$

101 답 c

$f^{-1}(b) = k$ 라고 하면 $f(k) = b$

이때 $f(c) = b$ 이므로 $k = c$

$\therefore f^{-1}(b) = c$

102 답 e

$(f^{-1} \circ f^{-1})(c) = f^{-1}(f^{-1}(c))$

$f^{-1}(c) = k$ 라고 하면 $f(k) = c$

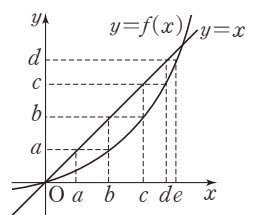
이때 $f(d) = c$ 이므로 $k = d$

$\therefore (f^{-1} \circ f^{-1})(c) = f^{-1}(d)$

$f^{-1}(d) = t$ 라고 하면 $f(t) = d$

이때 $f(e) = d$ 이므로 $t = e$

$\therefore (f^{-1} \circ f^{-1})(c) = f^{-1}(d) = e$



103 답 c

$$(f \circ f)(a) = f(f(a)) = f(b) = c$$

104 답 a

$$f^{-1}(b) = k \text{라고 하면 } f(k) = b$$

$$\text{이때 } f(a) = b \text{이므로 } k = a$$

$$\therefore f^{-1}(b) = a$$

105 답 a

$$(f^{-1} \circ f^{-1})(c) = f^{-1}(f^{-1}(c))$$

$$f^{-1}(c) = k \text{라고 하면 } f(k) = c$$

$$\text{이때 } f(b) = c \text{이므로 } k = b$$

$$\therefore (f^{-1} \circ f^{-1})(c) = f^{-1}(b)$$

$$f^{-1}(b) = t \text{라고 하면 } f(t) = b$$

$$\text{이때 } f(a) = b \text{이므로 } t = a$$

$$\therefore (f^{-1} \circ f^{-1})(c) = f^{-1}(b) = a$$

106 답 b

$$(f \circ f)^{-1}(d) = (f^{-1} \circ f^{-1})(d) = f^{-1}(f^{-1}(d))$$

$$f^{-1}(d) = k \text{라고 하면 } f(k) = d$$

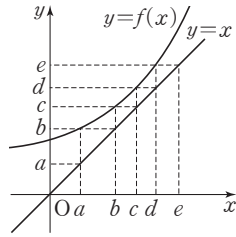
$$\text{이때 } f(c) = d \text{이므로 } k = c$$

$$\therefore (f \circ f)^{-1}(d) = f^{-1}(c)$$

$$f^{-1}(c) = t \text{라고 하면 } f(t) = c$$

$$\text{이때 } f(b) = c \text{이므로 } t = b$$

$$\therefore (f \circ f)^{-1}(d) = f^{-1}(c) = b$$



5 \neg . $f(1)=1, g(1)=-1$ 이므로 $f(1) \neq g(1)$

$$\therefore f \neq g$$

따라서 보기 중 $f=g$ 인 것은 ㄴ, ㄷ이다.

6 임의의 실수 a 에 대하여 직선 $y=a$ 와 오직 한 점에서 만나는 그래프를 찾으면 ㉠이다.

$$\begin{aligned} 7 \quad (g \circ f)(1) + (g \circ f)(3) &= g(f(1)) + g(f(3)) \\ &= g(6) + g(5) \\ &= 8 + 9 = 17 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8 \quad (f \circ f)(x) &= f(f(x)) \\ &= f(ax+b) \\ &= a(ax+b)+b \\ &= a^2x+ab+b \end{aligned}$$

따라서 $a^2x+ab+b=4x+3$ 이므로

$$a^2=4 \quad \therefore a=\pm 2$$

그런데 $a>0$ 이므로 $a=2$

$$\text{또 } ab+b=3 \text{에서 } 2b+b=3$$

$$3b=3 \quad \therefore b=1$$

$$\therefore a+b=3$$

9 $y=-ax+3$ 을 x 에 대하여 풀면 $x=-\frac{1}{a}y+\frac{3}{a}$

$$x \text{와 } y \text{를 서로 바꾸면 } y=-\frac{1}{a}x+\frac{3}{a}$$

$$\text{따라서 } -\frac{1}{a}x+\frac{3}{a}=\frac{1}{2}x+b \text{이므로}$$

$$-\frac{1}{a}=\frac{1}{2}, \frac{3}{a}=b \quad \therefore a=-2, b=-\frac{3}{2}$$

$$\therefore a-b=-\frac{1}{2}$$

10 함수 $f(x)=-x+a$ 의 그래프가 점 $(-3, 2)$ 를 지나므로

$$2=3+a \quad \therefore a=-1$$

$$11 \quad (f \circ g)(2) = f(g(2)) = f(5) = 11$$

$$f^{-1}(2) = k \text{라고 하면 } f(k) = 2$$

$$3k-4=2 \quad \therefore k=2$$

$$\therefore (f \circ g)(2) + f^{-1}(2) = 11 + 2 = 13$$

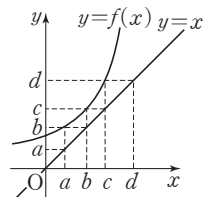
$$\begin{aligned} 12 \quad (f \circ (g^{-1} \circ f)^{-1} \circ f)(1) &= (f \circ f^{-1} \circ g \circ f)(1) \\ &= (g \circ f)(1) \\ &= g(f(1)) \\ &= g(10) = 15 \end{aligned}$$

13 ㉠ $f^{-1}(d) = k$ 라고 하면

$$f(k) = d$$

$$\text{이때 } f(c) = d \text{이므로 } k = c$$

$$\therefore f^{-1}(d) = c$$



연산
유형
정답

최종 점검하기

64~65쪽

1 ④	2 ③	3 ②	4 ②	5 ⑤	6 ②
7 17	8 ②	9 ⑤	10 ④	11 13	12 15
13 ④					

1 ㄴ. $g(1)=2$ 에서 정의역의 원소 1에 대응하는 공역의 원소가 없으므로 함수가 아니다.

따라서 보기 중 함수인 것은 ㄱ, ㄷ이다.

2 $f(0)=2, f(1)=3, f(2)=4$ 이므로 함수 f 의 치역은 $\{2, 3, 4\}$

3 $f(-1)+f(3)=1+3=4$

4 $\frac{x+1}{2}=-1$ 이라고 하면 $x=-3$

$$\therefore f(-1) = f\left(\frac{-3+1}{2}\right) = -6-1 = -7$$

05 유리함수

68~79쪽

001 답 분

002 답 다

003 답 다

004 답 분

005 답 분

$$006 \text{ 답 } \frac{2x-1}{(x+1)(x-2)}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-2} &= \frac{x-2}{(x+1)(x-2)} + \frac{x+1}{(x+1)(x-2)} \\ &= \frac{x-2+x+1}{(x+1)(x-2)} = \frac{2x-1}{(x+1)(x-2)} \end{aligned}$$

$$007 \text{ 답 } -\frac{6}{(x+1)(x-1)}$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{x+1} - \frac{3}{x-1} &= \frac{3(x-1)}{(x+1)(x-1)} - \frac{3(x+1)}{(x+1)(x-1)} \\ &= \frac{3x-3-3x-3}{(x+1)(x-1)} = -\frac{6}{(x+1)(x-1)} \end{aligned}$$

$$008 \text{ 답 } \frac{x^2+7x+5}{(2x+1)(x-3)}$$

$$\begin{aligned} \frac{x}{2x+1} + \frac{5}{x-3} &= \frac{x(x-3)}{(2x+1)(x-3)} + \frac{5(2x+1)}{(2x+1)(x-3)} \\ &= \frac{x^2-3x+10x+5}{(2x+1)(x-3)} = \frac{x^2+7x+5}{(2x+1)(x-3)} \end{aligned}$$

$$009 \text{ 답 } \frac{3x+5}{(x+1)(x+2)(x+3)}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{2}{(x+2)(x+3)} &= \frac{x+3}{(x+1)(x+2)(x+3)} + \frac{2(x+1)}{(x+1)(x+2)(x+3)} \\ &= \frac{x+3+2x+2}{(x+1)(x+2)(x+3)} = \frac{3x+5}{(x+1)(x+2)(x+3)} \end{aligned}$$

$$010 \text{ 답 } x-2$$

$$\frac{x^2-4}{x+4} \times \frac{x+4}{x+2} = \frac{(x+2)(x-2)}{x+4} \times \frac{x+4}{x+2} = x-2$$

$$011 \text{ 답 } \frac{3x-2}{x^2}$$

$$\frac{3x-2}{x^2+x} \times \frac{x+1}{x} = \frac{3x-2}{x(x+1)} \times \frac{x+1}{x} = \frac{3x-2}{x^2}$$

$$012 \text{ 답 } \frac{x+1}{x}$$

$$\frac{x^2+3x+2}{x^2} \times \frac{x}{x+2} = \frac{(x+2)(x+1)}{x^2} \times \frac{x}{x+2} = \frac{x+1}{x}$$

$$013 \text{ 답 } \frac{2x+1}{x-2}$$

$$\frac{2x+1}{x^2-2x} \div \frac{1}{x} = \frac{2x+1}{x(x-2)} \times x = \frac{2x+1}{x-2}$$

$$014 \text{ 답 } \frac{(x-1)(x+3)}{x}$$

$$\begin{aligned} \frac{x^2-1}{x^2} \div \frac{x+1}{x^2+3x} &= \frac{x^2-1}{x^2} \times \frac{x^2+3x}{x+1} \\ &= \frac{(x+1)(x-1)}{x^2} \times \frac{x(x+3)}{x+1} \\ &= \frac{(x-1)(x+3)}{x} \end{aligned}$$

$$015 \text{ 답 } x(x-4)$$

$$\begin{aligned} \frac{x^2-16}{x^2+1} \div \frac{x+4}{x^3+x} &= \frac{x^2-16}{x^2+1} \times \frac{x^3+x}{x+4} \\ &= \frac{(x+4)(x-4)}{x^2+1} \times \frac{x(x^2+1)}{x+4} \\ &= x(x-4) \end{aligned}$$

$$016 \text{ 답 } \frac{x-2}{x^3-1}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{x-1} - \frac{2x}{x^2+x+1} + \frac{x^2-2x-3}{x^3-1} &= \frac{x^2+x+1}{(x-1)(x^2+x+1)} - \frac{2x(x-1)}{(x-1)(x^2+x+1)} + \frac{x^2-2x-3}{x^3-1} \\ &= \frac{x^2+x+1-2x^2+2x+x^2-2x-3}{x^3-1} \\ &= \frac{x-2}{x^3-1} \end{aligned}$$

$$017 \text{ 답 } 1$$

$$\begin{aligned} \frac{x-1}{x+2} \times \frac{x^2+4x+4}{x^2+2x-3} \div \frac{x+2}{x+3} &= \frac{x-1}{x+2} \times \frac{(x+2)^2}{(x+3)(x-1)} \times \frac{x+3}{x+2} \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$018 \text{ 답 } \frac{x^2+2}{x+2}$$

$$\begin{aligned} \frac{x^2-3x}{x+2} \times \left(1 - \frac{1}{x}\right) \div \frac{x^2-4x+3}{x^2+2} &= \frac{x^2-3x}{x+2} \times \frac{x-1}{x} \times \frac{x^2+2}{x^2-4x+3} \\ &= \frac{x(x-3)}{x+2} \times \frac{x-1}{x} \times \frac{x^2+2}{(x-1)(x-3)} \\ &= \frac{x^2+2}{x+2} \end{aligned}$$

$$019 \text{ 답 } \frac{1}{x(2x+y)}$$

$$\begin{aligned} & \frac{y}{x^2-xy} \div \frac{2x^2+xy}{x^2-y^2} \times \frac{x}{xy+y^2} \\ &= \frac{y}{x^2-xy} \times \frac{x^2-y^2}{2x^2+xy} \times \frac{x}{xy+y^2} \\ &= \frac{\cancel{y}}{\cancel{x}(\cancel{x}-y)} \times \frac{(\cancel{x}+y)(\cancel{x}-y)}{x(2x+y)} \times \frac{\cancel{x}}{\cancel{y}(\cancel{x}+y)} \\ &= \frac{1}{x(2x+y)} \end{aligned}$$

$$020 \text{ 답 } \frac{x+2}{x-2y}$$

$$\begin{aligned} & \frac{x^2-xy+2x-2y}{x^2-xy-2y^2} \times \frac{2x^2+xy-y^2}{x^2-xy} \div \frac{2x-y}{x} \\ &= \frac{(x+2)(\cancel{x}-y)}{(\cancel{x}+y)(x-2y)} \times \frac{(\cancel{x}+y)(2x-\cancel{y})}{\cancel{x}(\cancel{x}-y)} \times \frac{x}{2x-\cancel{y}} \\ &= \frac{x+2}{x-2y} \end{aligned}$$

$$021 \text{ 답 } x+2, x+2, x+2, x+3, x+4, x+4$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \frac{1}{(x+3)(x+4)} \\ &= \frac{1}{(x+2)-(x+1)} \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) \\ & \quad + \frac{1}{(x+3)-(x+2)} \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} \right) \\ & \quad + \frac{1}{(x+4)-(x+3)} \left(\frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+4} \right) \\ &= \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{\cancel{x}+2} \right) + \left(\frac{1}{\cancel{x}+2} - \frac{1}{\cancel{x}+3} \right) + \left(\frac{1}{\cancel{x}+3} - \frac{1}{x+4} \right) \\ &= \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+4} \\ &= \frac{x+4}{(x+1)(x+4)} - \frac{x+1}{(x+1)(x+4)} \\ &= \frac{x+4-x-1}{(x+1)(x+4)} = \frac{3}{(x+1)(x+4)} \end{aligned}$$

$$022 \text{ 답 } \frac{6}{(x+1)(x+7)}$$

$$\begin{aligned} & \frac{2}{(x+1)(x+3)} + \frac{2}{(x+3)(x+5)} + \frac{2}{(x+5)(x+7)} \\ &= \frac{2}{(x+3)-(x+1)} \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+3} \right) \\ & \quad + \frac{2}{(x+5)-(x+3)} \left(\frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+5} \right) \\ & \quad + \frac{2}{(x+7)-(x+5)} \left(\frac{1}{x+5} - \frac{1}{x+7} \right) \\ &= \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{\cancel{x}+3} \right) + \left(\frac{1}{\cancel{x}+3} - \frac{1}{\cancel{x}+5} \right) + \left(\frac{1}{\cancel{x}+5} - \frac{1}{x+7} \right) \\ &= \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+7} \\ &= \frac{x+7}{(x+1)(x+7)} - \frac{x+1}{(x+1)(x+7)} \\ &= \frac{x+7-x-1}{(x+1)(x+7)} = \frac{6}{(x+1)(x+7)} \end{aligned}$$

$$023 \text{ 답 } \frac{6}{x(x+6)}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{x(x+1)} + \frac{2}{(x+1)(x+3)} + \frac{3}{(x+3)(x+6)} \\ &= \frac{1}{(x+1)-x} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right) \\ & \quad + \frac{2}{(x+3)-(x+1)} \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+3} \right) \\ & \quad + \frac{3}{(x+6)-(x+3)} \left(\frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+6} \right) \\ &= \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\cancel{x}+1} \right) + \left(\frac{1}{\cancel{x}+1} - \frac{1}{\cancel{x}+3} \right) + \left(\frac{1}{\cancel{x}+3} - \frac{1}{x+6} \right) \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+6} \\ &= \frac{x+6}{x(x+6)} - \frac{x}{x(x+6)} \\ &= \frac{x+6-x}{x(x+6)} = \frac{6}{x(x+6)} \end{aligned}$$

$$024 \text{ 답 } \frac{8}{(x-4)(x+4)}$$

$$\begin{aligned} & \frac{2}{(x-4)(x-2)} + \frac{4}{(x-2)(x+2)} + \frac{2}{(x+2)(x+4)} \\ &= \frac{2}{(x-2)-(x-4)} \left(\frac{1}{x-4} - \frac{1}{x-2} \right) \\ & \quad + \frac{4}{(x+2)-(x-2)} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} \right) \\ & \quad + \frac{2}{(x+4)-(x+2)} \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} \right) \\ &= \left(\frac{1}{x-4} - \frac{1}{\cancel{x}-2} \right) + \left(\frac{1}{\cancel{x}-2} - \frac{1}{\cancel{x}+2} \right) + \left(\frac{1}{\cancel{x}+2} - \frac{1}{x+4} \right) \\ &= \frac{1}{x-4} - \frac{1}{x+4} \\ &= \frac{x+4}{(x-4)(x+4)} - \frac{x-4}{(x-4)(x+4)} \\ &= \frac{x+4-x+4}{(x-4)(x+4)} = \frac{8}{(x-4)(x+4)} \end{aligned}$$

$$025 \text{ 답 } \frac{3}{x(x-3)}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{x^2-5x+6} + \frac{1}{x^2-3x+2} + \frac{1}{x^2-x} \\ &= \frac{1}{(x-3)(x-2)} + \frac{1}{(x-2)(x-1)} + \frac{1}{(x-1) \times x} \\ &= \frac{1}{(x-2)-(x-3)} \left(\frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-2} \right) \\ & \quad + \frac{1}{(x-1)-(x-2)} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-1} \right) \\ & \quad + \frac{1}{x-(x-1)} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x} \right) \\ &= \left(\frac{1}{x-3} - \frac{1}{\cancel{x}-2} \right) + \left(\frac{1}{\cancel{x}-2} - \frac{1}{\cancel{x}-1} \right) + \left(\frac{1}{\cancel{x}-1} - \frac{1}{x} \right) \\ &= \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x} \\ &= \frac{x}{x(x-3)} - \frac{x-3}{x(x-3)} \\ &= \frac{x-x+3}{x(x-3)} = \frac{3}{x(x-3)} \end{aligned}$$

026 답 $\frac{3}{x(x+6)}$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{x^2+2x} + \frac{1}{x^2+6x+8} + \frac{1}{x^2+10x+24} \\ &= \frac{1}{x(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+4)} + \frac{1}{(x+4)(x+6)} \\ &= \frac{1}{(x+2)-x} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right) \\ & \quad + \frac{1}{(x+4)-(x+2)} \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} \right) \\ & \quad + \frac{1}{(x+6)-(x+4)} \left(\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+6} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+6} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+6} \right) = \frac{1}{2} \left\{ \frac{x+6}{x(x+6)} - \frac{x}{x(x+6)} \right\} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{x+6-x}{x(x+6)} = \frac{3}{x(x+6)} \end{aligned}$$

027 답 분

028 답 다

029 답 다

030 답 분

031 답 분

032 답 $\{x|x \neq 0 \text{인 실수}\}$

033 답 $\{x|x \neq -4 \text{인 실수}\}$

$x+4 \neq 0$ 에서 $x \neq -4$ 이므로 정의역은 $\{x|x \neq -4 \text{인 실수}\}$

034 답 $\{x|x \neq 6 \text{인 실수}\}$

$x-6 \neq 0$ 에서 $x \neq 6$ 이므로 정의역은 $\{x|x \neq 6 \text{인 실수}\}$

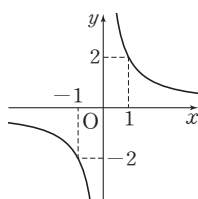
035 답 $\{x|x \neq -2, x \neq 2 \text{인 실수}\}$

$x^2-4 \neq 0$ 에서 $x \neq -2, x \neq 2$ 이므로 정의역은 $\{x|x \neq -2, x \neq 2 \text{인 실수}\}$

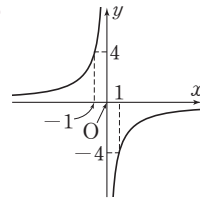
036 답 $\{x|x \text{는 모든 실수}\}$

모든 실수 x 에 대하여 $x^2+7 > 0$ 이므로 정의역은 $\{x|x \text{는 모든 실수}\}$

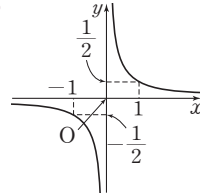
037 답



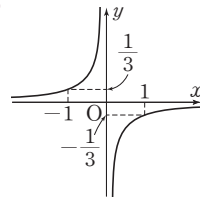
038 답



039 답



040 답



041 답 3, 2, $x-2$

042 답 $y = \frac{3}{x-1} - 2$

함수 $y = \frac{3}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동하면

$$y - (-2) = \frac{3}{x-1} \quad \therefore y = \frac{3}{x-1} - 2$$

043 답 $y = \frac{2}{x+8} + 7$

함수 $y = \frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -8만큼, y 축의 방향으로 7만큼 평행이동하면

$$y - 7 = \frac{2}{x - (-8)} \quad \therefore y = \frac{2}{x+8} + 7$$

044 답 $y = -\frac{4}{x+3} - 1$

함수 $y = -\frac{4}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3만큼, y 축의 방향으로 -1만큼 평행이동하면

$$y - (-1) = -\frac{4}{x - (-3)} \quad \therefore y = -\frac{4}{x+3} - 1$$

045 답 $y = -\frac{2}{x+4} + 5$

함수 $y = -\frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -4만큼, y 축의 방향으로 5만큼 평행이동하면

$$y - 5 = -\frac{2}{x - (-4)} \quad \therefore y = -\frac{2}{x+4} + 5$$

046 답 $y = -\frac{9}{x-1} + 2$

함수 $y = -\frac{9}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동하면

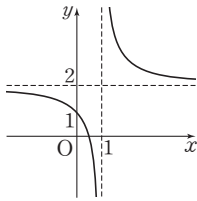
$$y-2 = -\frac{9}{x-1} \quad \therefore y = -\frac{9}{x-1} + 2$$

047 답 $y = -\frac{12}{x-2} - 6$

함수 $y = -\frac{12}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -6만큼 평행이동하면

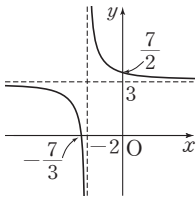
$$y - (-6) = -\frac{12}{x-2} \quad \therefore y = -\frac{12}{x-2} - 6$$

048 답



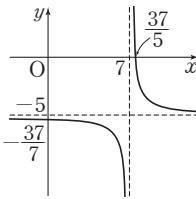
점근선의 방정식: $x=1, y=2$
정의역: $\{x|x \neq 1 \text{인 실수}\}$
치역: $\{y|y \neq 2 \text{인 실수}\}$

049 답



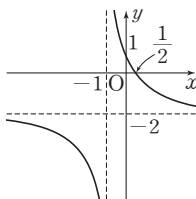
점근선의 방정식:
 $x=-2, y=3$
정의역: $\{x|x \neq -2 \text{인 실수}\}$
치역: $\{y|y \neq 3 \text{인 실수}\}$

050 답



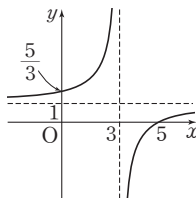
점근선의 방정식:
 $x=7, y=-5$
정의역: $\{x|x \neq 7 \text{인 실수}\}$
치역: $\{y|y \neq -5 \text{인 실수}\}$

051 답



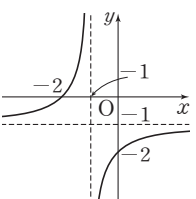
점근선의 방정식:
 $x=-1, y=-2$
정의역: $\{x|x \neq -1 \text{인 실수}\}$
치역: $\{y|y \neq -2 \text{인 실수}\}$

052 답



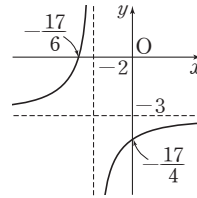
점근선의 방정식: $x=3, y=1$
정의역: $\{x|x \neq 3 \text{인 실수}\}$
치역: $\{y|y \neq 1 \text{인 실수}\}$

053 답



점근선의 방정식:
 $x=-1, y=-1$
정의역: $\{x|x \neq -1 \text{인 실수}\}$
치역: $\{y|y \neq -1 \text{인 실수}\}$

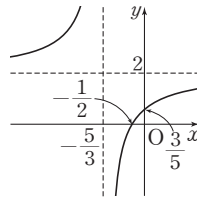
054 답



점근선의 방정식:
 $x=-2, y=-3$
정의역: $\{x|x \neq -2 \text{인 실수}\}$
치역: $\{y|y \neq -3 \text{인 실수}\}$

$$y = -\frac{5}{2x+4} - 3 = -\frac{5}{2(x+2)} - 3$$

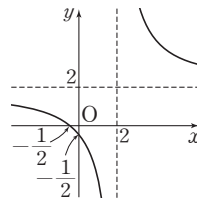
055 답



점근선의 방정식:
 $x=-\frac{5}{3}, y=2$
정의역: $\{x|x \neq -\frac{5}{3} \text{인 실수}\}$
치역: $\{y|y \neq 2 \text{인 실수}\}$

$$y = -\frac{7}{3x+5} + 2 = -\frac{7}{3(x+\frac{5}{3})} + 2$$

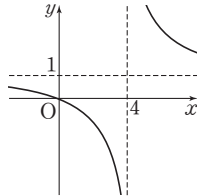
056 답



점근선의 방정식: $x=2, y=2$
정의역: $\{x|x \neq 2 \text{인 실수}\}$
치역: $\{y|y \neq 2 \text{인 실수}\}$

$$y = \frac{2x+1}{x-2} = \frac{2(x-2)+5}{x-2} = \frac{5}{x-2} + 2$$

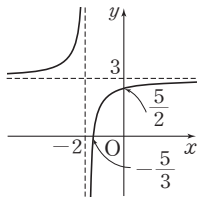
057 답



점근선의 방정식: $x=4, y=1$
정의역: $\{x|x \neq 4 \text{인 실수}\}$
치역: $\{y|y \neq 1 \text{인 실수}\}$

$$y = \frac{x}{x-4} = \frac{(x-4)+4}{x-4} = \frac{4}{x-4} + 1$$

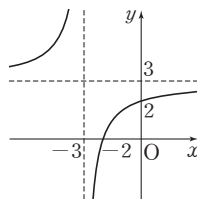
058 답



점근선의 방정식:
 $x=-2, y=3$
정의역: $\{x|x \neq -2 \text{인 실수}\}$
치역: $\{y|y \neq 3 \text{인 실수}\}$

$$y = \frac{3x+5}{x+2} = \frac{3(x+2)-1}{x+2} = -\frac{1}{x+2} + 3$$

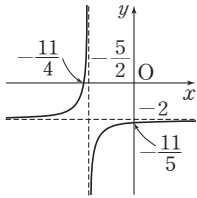
059 답



점근선의 방정식:
 $x=-3, y=3$
정의역: $\{x|x \neq -3 \text{인 실수}\}$
치역: $\{y|y \neq 3 \text{인 실수}\}$

$$y = \frac{3x+6}{x+3} = \frac{3(x+3)-3}{x+3} = -\frac{3}{x+3} + 3$$

060 답



점근선의 방정식:

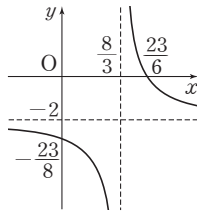
$$x = -\frac{5}{2}, y = -2$$

정의역: $\{x \mid x \neq -\frac{5}{2} \text{인 실수}\}$

치역: $\{y \mid y \neq -2 \text{인 실수}\}$

$$y = -\frac{4x+11}{2x+5} = \frac{-2(2x+5)-1}{2x+5} = -\frac{1}{2(x+\frac{5}{2})} - 2$$

061 답



점근선의 방정식:

$$x = \frac{8}{3}, y = -2$$

정의역: $\{x \mid x \neq \frac{8}{3} \text{인 실수}\}$

치역: $\{y \mid y \neq -2 \text{인 실수}\}$

$$y = -\frac{6x-23}{3x-8} = \frac{-2(3x-8)+7}{3x-8} = \frac{7}{3x-8} - 2 = \frac{7}{3(x-\frac{8}{3})} - 2$$

062 답 ○

$y = \frac{x+1}{x-1} = \frac{(x-1)+2}{x-1} = \frac{2}{x-1} + 1$ 이므로 주어진 함수의 그래프를 평행이동하여 함수 $y = \frac{2}{x}$ 의 그래프와 겹쳐지는지 확인하면 된다.
함수 $y = \frac{2}{x-1}$ 의 그래프는 함수 $y = \frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

063 답 ×

$$y = \frac{x-1}{x+1} = \frac{(x+1)-2}{x+1} = -\frac{2}{x+1} + 1$$

이므로 주어진 함수의 그래프는 함수 $y = -\frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

064 답 ×

$$y = \frac{2x}{x-3} = \frac{2(x-3)+6}{x-3} = \frac{6}{x-3} + 2$$

이므로 주어진 함수의 그래프는 함수 $y = \frac{6}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

065 답 ○

$y = \frac{-2x-1}{x+2} = \frac{-2(x+2)+3}{x+2} = \frac{3}{x+2} - 2$ 이므로 주어진 함수의 그래프를 평행이동하여 함수 $y = \frac{3}{x}$ 의 그래프와 겹쳐지는지 확인하면 된다.

$$y = \frac{x+2}{x-1} = \frac{(x-1)+3}{x-1} = \frac{3}{x-1} + 1$$

이므로 주어진 함수의 그래프는 함수 $y = \frac{3}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

066 답 ×

$$y = \frac{-2x-4}{x+1} = \frac{-2(x+1)-2}{x+1} = -\frac{2}{x+1} - 2$$

이므로 주어진 함수의 그래프는 함수 $y = -\frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1만큼, y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이다.

067 답 ×

$$y = \frac{3x+16}{x+5} = \frac{3(x+5)+1}{x+5} = \frac{1}{x+5} + 3$$

이므로 주어진 함수의 그래프는 함수 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -5만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.

068 답 4, 2, 4, 2, -2

069 답 6

$$y = \frac{4x+9}{x+2} = \frac{4(x+2)+1}{x+2} = \frac{1}{x+2} + 4$$

이므로 함수 $y = \frac{4x+9}{x+2}$ 의 그래프의 점근선의 방정식은

$$x = -2, y = 4$$

따라서 함수 $y = \frac{4x+9}{x+2}$ 의 그래프가 직선 $y = x+k$ 에 대하여 대칭하려면 직선 $y = x+k$ 는 두 점근선의 교점 $(-2, 4)$ 를 지나야 하므로 $4 = -2+k \quad \therefore k = 6$

070 답 2

$$y = \frac{3x-2}{x-1} = \frac{3(x-1)+1}{x-1} = \frac{1}{x-1} + 3$$

이므로 함수 $y = \frac{3x-2}{x-1}$ 의 그래프의 점근선의 방정식은

$$x = 1, y = 3$$

따라서 함수 $y = \frac{3x-2}{x-1}$ 의 그래프가 직선 $y = x+k$ 에 대하여 대칭하려면 직선 $y = x+k$ 는 두 점근선의 교점 $(1, 3)$ 을 지나야 하므로 $3 = 1+k \quad \therefore k = 2$

071 답 -1

$$y = \frac{-2x-1}{x-1} = \frac{-2(x-1)-1}{x-1} = -\frac{1}{x-1} - 2$$

이므로 함수 $y = \frac{-2x-1}{x-1}$ 의 그래프의 점근선의 방정식은

$$x = 1, y = -2$$

따라서 함수 $y = \frac{-2x-1}{x-1}$ 의 그래프가 직선 $y = -x+k$ 에 대하여 대칭하려면 직선 $y = -x+k$ 는 두 점근선의 교점 $(1, -2)$ 를 지나야 하므로 $-2 = -1+k \quad \therefore k = -1$

072 답 -8

$$y = \frac{-3x+16}{x+5} = \frac{-3(x+5)+1}{x+5} = -\frac{1}{x+5} - 3$$

이므로 함수 $y = \frac{-3x+16}{x+5}$ 의 그래프의 점근선의 방정식은

$$x = -5, y = -3$$

따라서 함수 $y = \frac{-3x+16}{x+5}$ 의 그래프가 직선 $y = -x+k$ 에 대하여 대칭하려면 직선 $y = -x+k$ 는 두 점근선의 교점 $(-5, -3)$ 을 지나야 하므로 $-3 = -(-5)+k \quad \therefore k = -8$

073 답 3, 3, 1, -2

074 답 최댓값: $\frac{1}{2}$, 최솟값: -1

$$y = \frac{x+1}{x-1} = \frac{(x-1)+2}{x-1} = \frac{2}{x-1} + 1$$

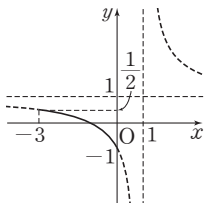
이므로 주어진 함수의 그래프는 $y = \frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

즉, 정의역 $\{x | -3 \leq x \leq 0\}$ 에서 $y = \frac{x+1}{x-1}$

의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 $x = -3$ 일 때 최댓값은 $\frac{1}{2}$,

$x = 0$ 일 때 최솟값은 -1이다.



075 답 최댓값: 7, 최솟값: 5

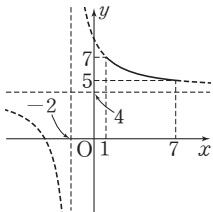
$$y = \frac{4x+17}{x+2} = \frac{4(x+2)+9}{x+2} = \frac{9}{x+2} + 4$$

이므로 주어진 함수의 그래프는 $y = \frac{9}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2만큼, y 축의 방향으로 4만큼 평행이동한 것이다.

즉, 정의역 $\{x | 1 \leq x \leq 7\}$ 에서

$y = \frac{4x+17}{x+2}$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 $x = 1$ 일 때 최댓값은 7, $x = 7$ 일 때 최솟값은 5이다.



076 답 최댓값: -4, 최솟값: -13

$$y = \frac{x+8}{x-4} = \frac{-(x-4)-12}{x-4} = -\frac{12}{x-4} - 1$$

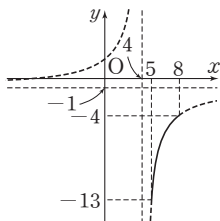
이므로 주어진 함수의 그래프는 $y = -\frac{12}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼, y 축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이다.

즉, 정의역 $\{x | 5 \leq x \leq 8\}$ 에서

$y = -\frac{x+8}{x-4}$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 $x = 8$ 일 때 최댓값은 -4,

$x = 5$ 일 때 최솟값은 -13이다.



077 답 최댓값: -8, 최솟값: -11

$$y = \frac{5x-7}{x+1} = \frac{-5(x+1)+12}{x+1} = \frac{12}{x+1} - 5$$

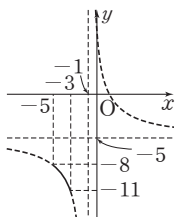
이므로 주어진 함수의 그래프는 $y = \frac{12}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1만큼, y 축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 것이다.

즉, 정의역 $\{x | -5 \leq x \leq -3\}$ 에서

$y = \frac{5x-7}{x+1}$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 $x = -5$ 일 때 최댓값은 -8,

$x = -3$ 일 때 최솟값은 -11이다.



078 답 2, 2, -3, -3, 2, 3, 3, 3, 2

079 답 $a = -2, b = 4, c = -1$

주어진 그래프에서 점근선의 방정식이 $x = 1, y = -2$ 이므로 구하는 유리함수의 식을

$$y = \frac{k}{x-1} - 2 \quad (k > 0) \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

라고 하자.

①의 그래프가 점 (2, 0)을 지나므로

$$0 = \frac{k}{2-1} - 2 \quad \therefore k = 2$$

따라서 $k = 2$ 를 ①에 대입하면

$$y = \frac{2}{x-1} - 2 = \frac{-2(x-1)+2}{x-1} = \frac{-2x+4}{x-1}$$

$$\therefore a = -2, b = 4, c = -1$$

080 답 $a = 1, b = 5, c = 3$

주어진 그래프에서 점근선의 방정식이 $x = -3, y = 1$ 이므로 구하는 유리함수의 식을

$$y = \frac{k}{x+3} + 1 \quad (k > 0) \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

이라고 하자.

①의 그래프가 점 (-5, 0)을 지나므로

$$0 = \frac{k}{-5+3} + 1 \quad \therefore k = 2$$

따라서 $k = 2$ 를 ①에 대입하면

$$y = \frac{2}{x+3} + 1 = \frac{(x+3)+2}{x+3} = \frac{x+5}{x+3}$$

$$\therefore a = 1, b = 5, c = 3$$

081 답 $a = 2, b = -3, c = 1$

주어진 그래프에서 점근선의 방정식이 $x = -1, y = 2$ 이므로 구하는 유리함수의 식을

$$y = \frac{k}{x+1} + 2 \quad (k < 0) \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

라고 하자.

①의 그래프가 점 (0, -3)을 지나므로

$$-3 = \frac{k}{0+1} + 2 \quad \therefore k = -5$$

따라서 $k = -5$ 를 ①에 대입하면

$$y = -\frac{5}{x+1} + 2 = \frac{2(x+1)-5}{x+1} = \frac{2x-3}{x+1}$$

$$\therefore a = 2, b = -3, c = 1$$

082 답 $x, y-1, y-1, 4, 1$

$$083 \text{ 답 } y = \frac{-8x-1}{x-3}$$

함수 $y = \frac{3x-1}{x+8}$ 을 x 에 대하여 정리하면

$$y(x+8) = 3x-1, xy-3x = -8y-1$$

$$x(y-3) = -8y-1 \quad \therefore x = \frac{-8y-1}{y-3}$$

x 와 y 를 서로 바꾸어 역함수를 구하면

$$y = \frac{-8x-1}{x-3}$$

084 답 $y = \frac{x+3}{2x-5}$

함수 $y = \frac{5x+3}{2x-1}$ 을 x 에 대하여 정리하면

$$y(2x-1) = 5x+3, \quad 2xy-5x = y+3$$

$$x(2y-5) = y+3 \quad \therefore x = \frac{y+3}{2y-5}$$

x 와 y 를 서로 바꾸어 역함수를 구하면 $y = \frac{x+3}{2x-5}$

085 답 $y = \frac{6x-6}{2x-1}$

함수 $y = \frac{x-6}{2x-6}$ 을 x 에 대하여 정리하면

$$y(2x-6) = x-6, \quad 2xy-x = 6y-6$$

$$x(2y-1) = 6y-6 \quad \therefore x = \frac{6y-6}{2y-1}$$

x 와 y 를 서로 바꾸어 역함수를 구하면 $y = \frac{6x-6}{2x-1}$

086 답 $y = \frac{-3x+4}{x-2}$

함수 $y = \frac{2x+4}{x+3}$ 를 x 에 대하여 정리하면

$$y(x+3) = 2x+4, \quad xy-2x = -3y+4$$

$$x(y-2) = -3y+4 \quad \therefore x = \frac{-3y+4}{y-2}$$

x 와 y 를 서로 바꾸어 역함수를 구하면 $y = \frac{-3x+4}{x-2}$

087 답 $y = \frac{-13x+4}{x+4}$

함수 $y = -\frac{4x-4}{x+13}$ 를 x 에 대하여 정리하면

$$y(x+13) = -4x+4, \quad xy+4x = -13y+4$$

$$x(y+4) = -13y+4 \quad \therefore x = \frac{-13y+4}{y+4}$$

x 와 y 를 서로 바꾸어 역함수를 구하면 $y = \frac{-13x+4}{x+4}$

088 답 $y = \frac{-x+7}{2x+1}$

함수 $y = -\frac{x-7}{2x+1}$ 을 x 에 대하여 정리하면

$$y(2x+1) = -x+7, \quad 2xy+x = -y+7$$

$$x(2y+1) = -y+7 \quad \therefore x = \frac{-y+7}{2y+1}$$

x 와 y 를 서로 바꾸어 역함수를 구하면 $y = \frac{-x+7}{2x+1}$

089 답 $y = \frac{5x-10}{3x+2}$

함수 $y = -\frac{2x+10}{3x-5}$ 을 x 에 대하여 정리하면

$$y(3x-5) = -2x-10, \quad 3xy+2x = 5y-10$$

$$x(3y+2) = 5y-10 \quad \therefore x = \frac{5y-10}{3y+2}$$

x 와 y 를 서로 바꾸어 역함수를 구하면 $y = \frac{5x-10}{3x+2}$

연산
난이도
유형

최종 점검하기

80~81쪽

- 1 ③ 2 $\frac{-2x+1}{x^3-1}$ 3 ① 4 4
5 $a=-2, b=-5$ 6 6 7 ② 8 ① 9 ③
10 ③ 11 21 12 ⑤ 13 ④

1 분수식은 분모에 x 에 대한 식이 있는 경우이므로 분수식인 것은 ㄴ, ㄷ이다.

$$\begin{aligned} 2 \quad & \frac{x^2+4}{x^3-1} - \frac{2}{x-1} + \frac{x+1}{x^2+x+1} \\ &= \frac{x^2+4}{x^3-1} - \frac{2(x^2+x+1)}{(x-1)(x^2+x+1)} + \frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)(x^2+x+1)} \\ &= \frac{(x^2+4) - 2(x^2+x+1) + (x+1)(x-1)}{x^3-1} \\ &= \frac{x^2+4-2x^2-2x-2+x^2-1}{x^3-1} \\ &= \frac{-2x+1}{x^3-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3 \quad & \frac{a^2}{a^2+3a+2} \times \frac{a+2}{a^2-9a+20} \div \frac{a}{a^2-3a-4} \\ &= \frac{a^2}{(a+2)(a+1)} \times \frac{a+2}{(a-4)(a-5)} \times \frac{(a+1)(a-4)}{a} \\ &= \frac{a}{a-5} \end{aligned}$$

4 주어진 식의 좌변을 간단히 하면

$$\begin{aligned} & \frac{1}{x^2+4x+3} + \frac{1}{x^2+8x+15} + \frac{1}{x^2+12x+35} \\ &= \frac{1}{(x+1)(x+3)} + \frac{1}{(x+3)(x+5)} + \frac{1}{(x+5)(x+7)} \\ &= \frac{1}{(x+3)-(x+1)} \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+3} \right) \\ & \quad + \frac{1}{(x+5)-(x+3)} \left(\frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+5} \right) \\ & \quad + \frac{1}{(x+7)-(x+5)} \left(\frac{1}{x+5} - \frac{1}{x+7} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+3} \right) + \left(\frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+5} \right) + \left(\frac{1}{x+5} - \frac{1}{x+7} \right) \right\} \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+7} \right) \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{(x+7)-(x+1)}{(x+1)(x+7)} \\ &= \frac{3}{(x+1)(x+7)} \end{aligned}$$

이때 $\frac{3}{(x+1)(x+7)} = \frac{a}{(x+b)(x+7)}$ 가 x 에 대한 항등식이므로
 $a=3, b=1 \quad \therefore a+b=3+1=4$

$$\begin{aligned} 5 \quad & y = -\frac{5x}{x+2} = \frac{-5(x+2)+10}{x+2} = \frac{10}{x+2} - 5 \\ & \text{이므로 정의역은 } \{x|x \neq -2 \text{인 실수}\} \text{이고 치역은} \\ & \{y|y \neq -5 \text{인 실수}\} \text{이다.} \\ & \therefore a=-2, b=-5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6 \quad y &= \frac{ax+11}{x+b} \\ &= \frac{a(x+b)+11-ab}{x+b} \\ &= \frac{11-ab}{x+b} + a \end{aligned}$$

이므로 주어진 함수의 그래프의 점근선의 방정식은 $x=-b$, $y=a$
따라서 $-b=-6$, $a=1$ 이므로 $a=1$, $b=6$
 $\therefore ab=1 \times 6=6$

$$\begin{aligned} 7 \quad y &= \frac{2x+5}{x+3} = \frac{2(x+3)-1}{x+3} \\ &= -\frac{1}{x+3} + 2 \end{aligned}$$

이므로 주어진 함수의 그래프는 함수 $y=-\frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축의
방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 것이다.
 $\therefore k=-1$, $a=-3$, $b=2$
 $\therefore k+a+b=-1+(-3)+2=-2$

$$\begin{aligned} 8 \quad y &= \frac{5x-7}{x-3} = \frac{5(x-3)+8}{x-3} \\ &= \frac{8}{x-3} + 5 \end{aligned}$$

이므로 주어진 함수의 그래프의 점근선의 방정식은
 $x=3$, $y=5$

따라서 함수 $y=\frac{5x-7}{x-3}$ 의 그래프가 직선 $y=x+k$ 에 대하여 대칭이
려면 직선 $y=x+k$ 는 두 점근선의 교점 $(3, 5)$ 를 지나야 하므로
 $5=3+k$
 $\therefore k=2$

$$\begin{aligned} 9 \quad y &= \frac{-2x-4}{x+1} = \frac{-2(x+1)-2}{x+1} \\ &= -\frac{2}{x+1} - 2 \end{aligned}$$

① 정의역은 $\{x|x \neq -1 \text{인 실수}\}$, 치역은 $\{y|y \neq -2 \text{인 실수}\}$ 이다.
②, ③ 점근선의 방정식은 $x=-1$, $y=-2$ 이므로 두 점근선의 교
점 $(-1, -2)$ 에 대하여 대칭이다.

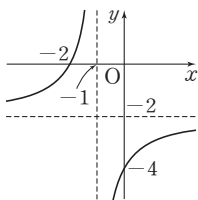
④ 주어진 함수의 그래프는 $y=-\frac{2}{x}$ 의 그
래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축
의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 것이
므로 오른쪽 그림과 같다.

⑤ 주어진 함수는 제2사분면, 제3사분면,
제4사분면을 지난다.

따라서 옳지 않은 것은 ③이다

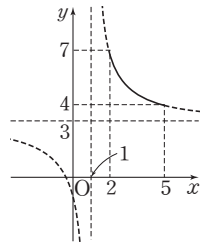
$$\begin{aligned} 10 \quad y &= \frac{3x+1}{x-1} = \frac{3(x-1)+4}{x-1} \\ &= \frac{4}{x-1} + 3 \end{aligned}$$

이므로 주어진 함수의 그래프는 $y=\frac{4}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으
로 1 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 것이다.



즉, 정의역 $\{x|2 \leq x \leq 5\}$ 에서 $y=\frac{3x+1}{x-1}$
의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 $x=2$ 일 때 최댓값은 7 , $x=5$ 일 때
최솟값은 4 이므로 최댓값과 최솟값의 합은
 $7+4=11$



11 주어진 그래프에서 점근선의 방정식이 $x=-1$, $y=3$ 이므로
구하는 유리함수의 식을

$$y = \frac{k}{x+1} + 3 \quad (k > 0) \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

이라고 하자.

①의 그래프가 점 $(0, 7)$ 을 지나므로

$$\begin{aligned} 7 &= \frac{k}{0+1} + 3 \\ \therefore k &= 4 \end{aligned}$$

따라서 $k=4$ 를 ①에 대입하면

$$\begin{aligned} y &= \frac{4}{x+1} + 3 = \frac{3(x+1)+4}{x+1} = \frac{3x+7}{x+1} \\ \therefore a &= 3, b=7, c=1 \\ \therefore abc &= 3 \times 7 \times 1 = 21 \end{aligned}$$

12 $f(x)=\frac{ax-3}{x-4}$ 에서 $y=\frac{ax-3}{x-4}$ 으로 놓고 x 에 대하여 정리하면

$$\begin{aligned} y(x-4) &= ax-3 \\ xy-ax &= 4y-3 \\ x(y-a) &= 4y-3 \\ \therefore x &= \frac{4y-3}{y-a} \end{aligned}$$

x 와 y 를 서로 바꾸어 역함수를 구하면

$$y = \frac{4x-3}{x-a}$$

따라서 $\frac{4x-3}{x-a} = \frac{bx-c}{x-2}$ 이므로

$$\begin{aligned} a &= 2, b=4, c=3 \\ \therefore a+b+c &= 2+4+3=9 \end{aligned}$$

13 $f(x)=\frac{2x+1}{x-4}$ 에서 $y=\frac{2x+1}{x-4}$ 로 놓고 x 에 대하여 정리하면

$$\begin{aligned} y(x-4) &= 2x+1 \\ xy-2x &= 4y+1 \\ x(y-2) &= 4y+1 \\ \therefore x &= \frac{4y+1}{y-2} \end{aligned}$$

x 와 y 를 서로 바꾸어 역함수를 구하면

$$\begin{aligned} y &= \frac{4x+1}{x-2} = \frac{4(x-2)+9}{x-2} = \frac{9}{x-2} + 4 \\ \therefore f^{-1}(x) &= \frac{9}{x-2} + 4 \end{aligned}$$

따라서 $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프의 점근선의 방정식은 $x=2$, $y=4$ 이
므로

$$\begin{aligned} p &= 2, q=4 \\ \therefore pq &= 2 \times 4 = 8 \end{aligned}$$

06 무리함수

84~95쪽

001 답 무

002 답 유

003 답 유

004 답 무

005 답 무

006 답 $x \geq -\frac{2}{3}$ $\sqrt{3x+2}$ 에서 $3x+2 \geq 0$ 이어야 하므로

$$3x \geq -2 \quad \therefore x \geq -\frac{2}{3}$$

007 답 $x > \frac{1}{2}$ $\sqrt{2x-1}$ 에서 $2x-1 \geq 0$ 이어야 하므로

$$2x \geq 1 \quad \therefore x \geq \frac{1}{2} \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$$

분모에서 $\sqrt{2x-1} \neq 0$ 이어야 하므로

$$2x \neq 1 \quad \therefore x \neq \frac{1}{2} \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$$

 $\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 을 동시에 만족하는 x 의 값의 범위는

$$x > \frac{1}{2}$$

008 답 $x \geq 0$ $\sqrt{2x+1}$ 에서 $2x+1 \geq 0$ 이어야 하므로

$$2x \geq -1 \quad \therefore x \geq -\frac{1}{2} \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$$

 \sqrt{x} 에서 $x \geq 0$ $\dots\dots \textcircled{㉡}$ $\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 을 동시에 만족하는 x 의 값의 범위는

$$x \geq 0$$

009 답 $2 \leq x \leq 3$ $\sqrt{x-2}$ 에서 $x-2 \geq 0$ 이어야 하므로 $x \geq 2$ $\dots\dots \textcircled{㉠}$ $\sqrt{3-x}$ 에서 $3-x \geq 0$ 이어야 하므로 $x \leq 3$ $\dots\dots \textcircled{㉡}$ $\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 을 동시에 만족하는 x 의 값의 범위는

$$2 \leq x \leq 3$$

010 답 $1 < x \leq 3$ $\sqrt{3-x}$ 에서 $3-x \geq 0$ 이므로 $x \leq 3$ $\dots\dots \textcircled{㉠}$ $\sqrt{x-1}$ 에서 $x-1 \geq 0$ 이므로 $x \geq 1$ $\dots\dots \textcircled{㉡}$ 또 분모에서 $\sqrt{x-1} \neq 0$ 이므로 $x \neq 1$ $\dots\dots \textcircled{㉢}$ $\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$, $\textcircled{㉢}$ 을 동시에 만족하는 x 의 값의 범위는

$$1 < x \leq 3$$

011 답 x

$$(\sqrt{x+1}+1)(\sqrt{x+1}-1) = (\sqrt{x+1})^2 - 1^2 = (x+1) - 1 = x$$

012 답 -1

$$\begin{aligned} & (\sqrt{x+2}-\sqrt{x+3})(\sqrt{x+2}+\sqrt{x+3}) \\ &= (\sqrt{x+2})^2 - (\sqrt{x+3})^2 = (x+2) - (x+3) = -1 \end{aligned}$$

013 답 $\frac{4\sqrt{3x}}{3x-1}$

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{3x+1}}{\sqrt{3x-1}} - \frac{\sqrt{3x-1}}{\sqrt{3x+1}} &= \frac{(\sqrt{3x+1})^2 - (\sqrt{3x-1})^2}{(\sqrt{3x-1})(\sqrt{3x+1})} \\ &= \frac{(3x+2\sqrt{3x}+1) - (3x-2\sqrt{3x}+1)}{(\sqrt{3x})^2 - 1^2} \\ &= \frac{4\sqrt{3x}}{3x-1} \end{aligned}$$

014 답 $-2\sqrt{x-1}$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{x-1}+\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}} &= \frac{(\sqrt{x-1}-\sqrt{x}) + (\sqrt{x-1}+\sqrt{x})}{(\sqrt{x-1}+\sqrt{x})(\sqrt{x-1}-\sqrt{x})} \\ &= \frac{2\sqrt{x-1}}{(\sqrt{x-1})^2 - (\sqrt{x})^2} \\ &= \frac{2\sqrt{x-1}}{(x-1) - x} \\ &= -2\sqrt{x-1} \end{aligned}$$

015 답 $-\frac{2\sqrt{y}}{x-y}$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} - \frac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} &= \frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y}) - (\sqrt{x}+\sqrt{y})}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y})} \\ &= \frac{-2\sqrt{y}}{(\sqrt{x})^2 - (\sqrt{y})^2} = -\frac{2\sqrt{y}}{x-y} \end{aligned}$$

016 답 $-2\sqrt{x^2+2x}$

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{x}}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x+2}+\sqrt{x}}{\sqrt{x+2}-\sqrt{x}} &= \frac{(\sqrt{x+2}-\sqrt{x})^2 - (\sqrt{x+2}+\sqrt{x})^2}{(\sqrt{x+2}+\sqrt{x})(\sqrt{x+2}-\sqrt{x})} \\ &= \frac{(x+2-2\sqrt{x^2+2x}+x) - (x+2+2\sqrt{x^2+2x}+x)}{(x+2)^2 - (\sqrt{x})^2} \\ &= \frac{-4\sqrt{x^2+2x}}{(x+2)-x} = -2\sqrt{x^2+2x} \end{aligned}$$

017 답 $\sqrt{5}-2$

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}} &= \frac{(\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1})^2}{(\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1})(\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1})} \\ &= \frac{x+1-2\sqrt{x^2-1}+x-1}{(\sqrt{x+1})^2 - (\sqrt{x-1})^2} \\ &= \frac{2x-2\sqrt{x^2-1}}{(x+1) - (x-1)} = x - \sqrt{x^2-1} \end{aligned}$$

 $x = \sqrt{5}$ 를 대입하면

$$\sqrt{5} - \sqrt{(\sqrt{5})^2 - 1} = \sqrt{5} - 2$$

018 답 $\sqrt{3}+1$

$$\frac{1}{\sqrt{x}-1} - \frac{1}{\sqrt{x}+1} = \frac{(\sqrt{x}+1) - (\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{2}{(\sqrt{x})^2 - 1^2} = \frac{2}{x-1}$$

$x=\sqrt{3}$ 을 대입하면

$$\frac{2}{\sqrt{3}-1} = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = \sqrt{3}+1$$

019 답 $\frac{4+\sqrt{2}}{7}$

$$\frac{1}{4-2\sqrt{x}} + \frac{1}{4+2\sqrt{x}} = \frac{(4+2\sqrt{x}) + (4-2\sqrt{x})}{(4-2\sqrt{x})(4+2\sqrt{x})}$$

$$= \frac{8}{4^2 - (2\sqrt{x})^2}$$

$$= \frac{8}{16-4x} = \frac{2}{4-x}$$

$x=\sqrt{2}$ 를 대입하면

$$\frac{2}{4-\sqrt{2}} = \frac{2(4+\sqrt{2})}{(4-\sqrt{2})(4+\sqrt{2})} = \frac{4+\sqrt{2}}{7}$$

020 답 3

$$\frac{1}{\sqrt{1+x^2}+x} + \frac{1}{\sqrt{1+x^2}-x} = \frac{(\sqrt{1+x^2}-x) + (\sqrt{1+x^2}+x)}{(\sqrt{1+x^2}+x)(\sqrt{1+x^2}-x)}$$

$$= \frac{2\sqrt{1+x^2}}{(\sqrt{1+x^2})^2 - x^2} = \frac{2\sqrt{1+x^2}}{(1+x^2) - x^2}$$

$$= 2\sqrt{1+x^2}$$

$x=\frac{\sqrt{5}}{2}$ 를 대입하면

$$2\sqrt{1+\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2} = 2\sqrt{\frac{9}{4}} = 2 \times \frac{3}{2} = 3$$

021 답 $2+\sqrt{2}$

$$\frac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt{x+1}+1} + \frac{\sqrt{x+1}+1}{\sqrt{x+1}-1}$$

$$= \frac{(\sqrt{x+1}-1)^2 + (\sqrt{x+1}+1)^2}{(\sqrt{x+1}+1)(\sqrt{x+1}-1)}$$

$$= \frac{(x+1-2\sqrt{x+1}+1) + (x+1+2\sqrt{x+1}+1)}{(\sqrt{x+1})^2 - 1^2}$$

$$= \frac{2x+4}{(x+1)-1} = \frac{2x+4}{x}$$

$x=2\sqrt{2}$ 를 대입하면

$$\frac{4\sqrt{2}+4}{2\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}+2}{\sqrt{2}} = \frac{(2\sqrt{2}+2) \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = 2+\sqrt{2}$$

022 답 $2+2\sqrt{2}$

$$\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} = \frac{(\sqrt{x}-1)^2 + (\sqrt{x}+1)^2}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}$$

$$= \frac{(x-2\sqrt{x}+1) + (x+2\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x})^2 - 1^2} = \frac{2x+2}{x-1}$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = \sqrt{2}+1 \text{이므로}$$

$x=\sqrt{2}+1$ 을 $\frac{2x+2}{x-1}$ 에 대입하면

$$\frac{2(\sqrt{2}+1)+2}{(\sqrt{2}+1)-1} = \frac{2\sqrt{2}+4}{\sqrt{2}} = \frac{(2\sqrt{2}+4) \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = 2+2\sqrt{2}$$

023 답 ○

024 답 ×

025 답 ○

026 답 ×

027 답 ○

028 답 $\{x|x \geq -2\}$

$x+2 \geq 0$ 에서 $x \geq -2$ 이므로 구하는 정의역은 $\{x|x \geq -2\}$ 이다.

029 답 $\{x|x \geq 5\}$

$x-5 \geq 0$ 에서 $x \geq 5$ 이므로 구하는 정의역은 $\{x|x \geq 5\}$ 이다.

030 답 $\left\{x \mid x \geq \frac{3}{2}\right\}$

$2x-3 \geq 0$ 에서 $x \geq \frac{3}{2}$ 이므로 구하는 정의역은 $\left\{x \mid x \geq \frac{3}{2}\right\}$ 이다.

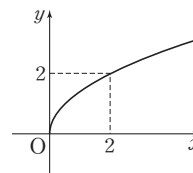
031 답 $\{x|x \leq 4\}$

$-x+4 \geq 0$ 에서 $x \leq 4$ 이므로 구하는 정의역은 $\{x|x \leq 4\}$ 이다.

032 답 $\{x|x \leq 2\}$

$6-3x \geq 0$ 에서 $x \leq 2$ 이므로 구하는 정의역은 $\{x|x \leq 2\}$ 이다.

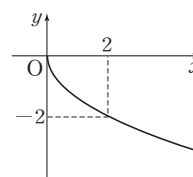
033 답



정의역: $\{x|x \geq 0\}$

치역: $\{y|y \geq 0\}$

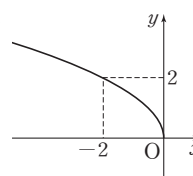
034 답



정의역: $\{x|x \geq 0\}$

치역: $\{y|y \leq 0\}$

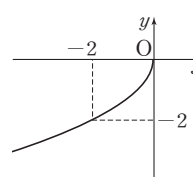
035 답



정의역: $\{x|x \leq 0\}$

치역: $\{y|y \geq 0\}$

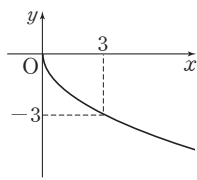
036 답



정의역: $\{x|x \leq 0\}$

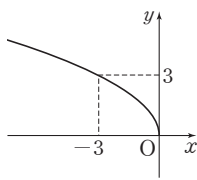
치역: $\{y|y \leq 0\}$

037 답



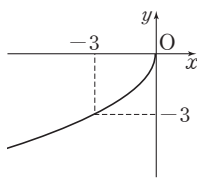
$$y = -\sqrt{3x}$$

038 답



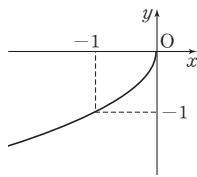
$$y = \sqrt{-3x}$$

039 답



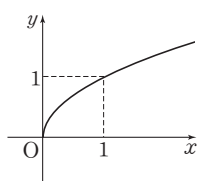
$$y = -\sqrt{-3x}$$

040 답



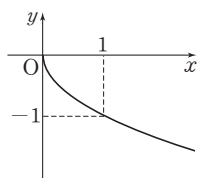
$$y = -\sqrt{-x}$$

041 답



$$y = \sqrt{x}$$

042 답



$$y = -\sqrt{x}$$

043 답 2, -1, 2, 2

044 답 $y = \sqrt{x+3} - 4$

$y = \sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3만큼, y 축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y - (-4) = \sqrt{x - (-3)}$$

$$\therefore y = \sqrt{x+3} - 4$$

045 답 $y = -\sqrt{3x-6} + 3$

$y = -\sqrt{3x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y - 3 = -\sqrt{3(x-2)} \quad \therefore y = -\sqrt{3x-6} + 3$$

046 답 $y = \sqrt{3x+6}$

$y = \sqrt{3x+1}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2만큼, y 축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y - (-1) = \sqrt{3\{x - (-2)\}} + 1 \quad \therefore y = \sqrt{3x+6}$$

047 답 $y = \sqrt{2x-2} + 1$

$y = \sqrt{2x-1}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y - 2 = \sqrt{2(x-1)} - 1 \quad \therefore y = \sqrt{2x-2} + 1$$

048 답 $y = \sqrt{-4x+12} + 2$

$y = \sqrt{-4x+8} + 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프의 식은

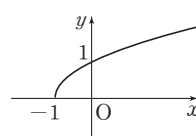
$$y - (-3) = \sqrt{-4(x-1)} + 8 + 5 \quad \therefore y = \sqrt{-4x+12} + 2$$

049 답 $y = -\sqrt{-2x-2} + 6$

$y = -\sqrt{-2x-6} + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식은

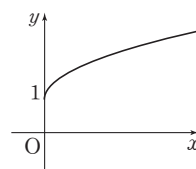
$$y - 3 = -\sqrt{-2(x-2)} - 6 + 3 \quad \therefore y = -\sqrt{-2x-2} + 6$$

050 답

정의역: $\{x|x \geq -1\}$ 치역: $\{y|y \geq 0\}$

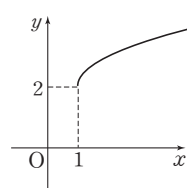
$y = \sqrt{x+1}$ 의 그래프는 $y = \sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이다.

051 답

정의역: $\{x|x \geq 0\}$ 치역: $\{y|y \geq 1\}$

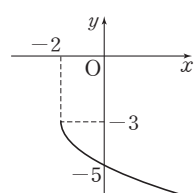
$y = \sqrt{x+1}$ 의 그래프는 $y = \sqrt{x}$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

052 답

정의역: $\{x|x \geq 1\}$ 치역: $\{y|y \geq 2\}$

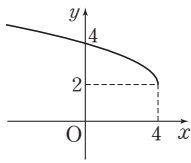
$y = \sqrt{x-1} + 2$ 의 그래프는 $y = \sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

053 답

정의역: $\{x|x \geq -2\}$ 치역: $\{y|y \leq -3\}$

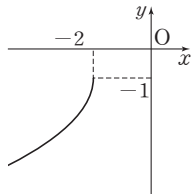
$y = -\sqrt{2(x+2)} - 3$ 의 그래프는 $y = -\sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2만큼, y 축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 것이다.

054 답

정의역: $\{x|x \leq 4\}$ 치역: $\{y|y \geq 2\}$

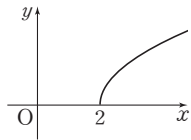
$y = \sqrt{-(x-4)} + 2$ 의 그래프는 $y = \sqrt{-x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

055 답

정의역: $\{x|x \leq -2\}$ 치역: $\{y|y \leq -1\}$

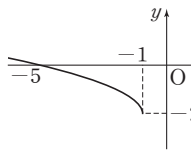
$y = -\sqrt{-3(x+2)} - 1$ 의 그래프는 $y = -\sqrt{-3x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2만큼, y 축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이다.

056 답

정의역: $\{x|x \geq 2\}$ 치역: $\{y|y \geq 0\}$

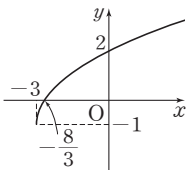
$y = \sqrt{2x-4} = \sqrt{2(x-2)}$ 이므로 주어진 함수의 그래프는 $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

057 답

정의역: $\{x|x \leq -1\}$ 치역: $\{y|y \geq -2\}$

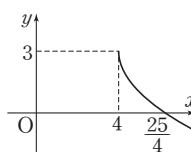
$y = \sqrt{-x-1} - 2 = \sqrt{-(x+1)} - 2$ 이므로 주어진 함수의 그래프는 $y = \sqrt{-x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1만큼, y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이다.

058 답

정의역: $\{x|x \geq -3\}$ 치역: $\{y|y \geq -1\}$

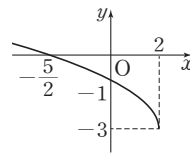
$y = \sqrt{3x+9} - 1 = \sqrt{3(x+3)} - 1$ 이므로 주어진 함수의 그래프는 $y = \sqrt{3x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3만큼, y 축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이다.

059 답

정의역: $\{x|x \geq 4\}$ 치역: $\{y|y \leq 3\}$

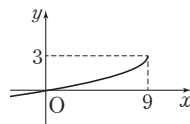
$y = -\sqrt{4x-16} + 3 = -\sqrt{4(x-4)} + 3$ 이므로 주어진 함수의 그래프는 $y = -\sqrt{4x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.

060 답

정의역: $\{x|x \leq 2\}$ 치역: $\{y|y \geq -3\}$

$y = \sqrt{4-2x} - 3 = \sqrt{-2(x-2)} - 3$ 이므로 주어진 함수의 그래프는 $y = \sqrt{-2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 것이다.

061 답

정의역: $\{x|x \leq 9\}$ 치역: $\{y|y \leq 3\}$

$y = -\sqrt{9-x} + 3 = -\sqrt{-(x-9)} + 3$ 이므로 주어진 함수의 그래프는 $y = -\sqrt{-x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 9만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.

062 답

-2, -3, -2, -1, 2, -1, -1, -2

063 답 최댓값: 5, 최솟값: 3

$$y = \sqrt{2x-6} + 1 = \sqrt{2(x-3)} + 1$$

이므로 주어진 함수의 그래프는 $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

$x=5$ 일 때 $y=3$ 이고, $x=11$ 일 때

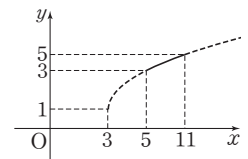
$y=5$ 이므로 정의역 $\{x|5 \leq x \leq 11\}$ 에서

$y = \sqrt{2x-6} + 1$ 의 그래프는 오른쪽 그림

과 같다.

따라서 $x=11$ 일 때 최댓값은 5,

$x=5$ 일 때 최솟값은 3이다.



064 답

최댓값: 0, 최솟값: -1

$$y = \sqrt{-x-1} - 2 = \sqrt{-(x+1)} - 2$$

이므로 주어진 함수의 그래프는 $y = \sqrt{-x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1만큼, y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이다.

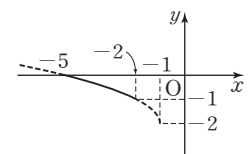
$x=-5$ 일 때 $y=0$ 이고, $x=-2$ 일 때

$y=-1$ 이므로 정의역

$\{x|-5 \leq x \leq -2\}$ 에서 $y = \sqrt{-x-1} - 2$

의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 $x=-5$ 일 때 최댓값은 0, $x=-2$ 일 때 최솟값은 -1이다.



065 답

최댓값: -1, 최솟값: -4

$$y = -\sqrt{3x+9} + 2 = -\sqrt{3(x+3)} + 2$$

이므로 주어진 함수의 그래프는 $y = -\sqrt{3x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

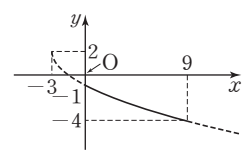
$x=0$ 일 때 $y=-1$ 이고, $x=9$ 일 때

$y=-4$ 이므로 정의역 $\{x|0 \leq x \leq 9\}$ 에

서 $y = -\sqrt{3x+9} + 2$ 의 그래프는 오른쪽

그림과 같다.

따라서 $x=0$ 일 때 최댓값은 -1, $x=9$ 일 때 최솟값은 -4이다.

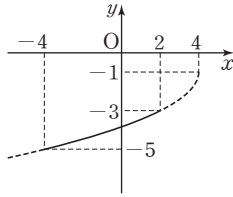


066 ① 최댓값: -3 , 최솟값: -5

$$y = -\sqrt{-2x+8}-1 = -\sqrt{-2(x-4)}-1$$

이므로 주어진 함수의 그래프는 $y = -\sqrt{-2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이다.

$x = -4$ 일 때 $y = -5$ 이고, $x = 2$ 일 때 $y = -3$ 이므로 정의역 $\{x | -4 \leq x \leq 2\}$ 에서 $y = -\sqrt{-2x+8}-1$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.
따라서 $x = 2$ 일 때 최댓값은 -3 ,
 $x = -4$ 일 때 최솟값은 -5 이다.



067 ① $-1, 1, 1, 1, 1, 1$

068 ① $a = -2, b = 4, c = -1$

주어진 무리함수의 그래프는 $y = \sqrt{ax}$ ($a < 0$)의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이므로 무리함수의 식을

$$y = \sqrt{a(x-2)}-1 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

이라고 하자.

①의 그래프가 점 $(0, 1)$ 을 지나므로

$$1 = \sqrt{a(0-2)}-1, \sqrt{-2a} = 2$$

$$\text{양변을 제곱하면 } -2a = 4 \quad \therefore a = -2$$

$a = -2$ 를 ①에 대입하면

$$y = \sqrt{-2(x-2)}-1 = \sqrt{-2x+4}-1 \quad \therefore b = 4, c = -1$$

069 ① $a = 3, b = 6, c = 2$

주어진 무리함수의 그래프는 $y = -\sqrt{ax}$ ($a > 0$)의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 것이므로 무리함수의 식을

$$y = -\sqrt{a(x+2)}+2 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

라고 하자.

①의 그래프가 점 $(1, -1)$ 을 지나므로

$$-1 = -\sqrt{a(1+2)}+2, \sqrt{3a} = 3$$

$$\text{양변을 제곱하면 } 3a = 9 \quad \therefore a = 3$$

$a = 3$ 을 ①에 대입하면

$$y = -\sqrt{3(x+2)}+2 = -\sqrt{3x+6}+2 \quad \therefore b = 6, c = 2$$

070 ① $a = -1, b = 1, c = 2$

주어진 무리함수의 그래프는 $y = -\sqrt{ax}$ ($a < 0$)의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 것이므로 무리함수의 식을

$$y = -\sqrt{a(x-1)}+2 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

라고 하자.

①의 그래프가 점 $(0, 1)$ 을 지나므로

$$1 = -\sqrt{a(0-1)}+2, \sqrt{-a} = 1$$

$$\text{양변을 제곱하면 } -a = 1 \quad \therefore a = -1$$

$a = -1$ 을 ①에 대입하면

$$y = -\sqrt{-(x-1)}+2 = -\sqrt{-x+1}+2 \quad \therefore b = 1, c = 2$$

071 ① $1, 2k-1, \frac{5}{4}, 1, \frac{5}{4}, 1, \frac{5}{4}, \frac{5}{4}$

072 ① $2 \leq k < \frac{9}{4}$ ② $k < 2$ 또는 $k = \frac{9}{4}$ ③ $k > \frac{9}{4}$

$$y = \sqrt{2-x} = \sqrt{-(x-2)}$$

즉, 주어진 함수의 그래프는 $y = \sqrt{-x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 것이므로 오른쪽 그림과 같다.

(i) 직선 $y = -x+k$ 가 점 $(2, 0)$ 을 지날 때

$$0 = -2+k \quad \therefore k = 2$$

(ii) 함수 $y = \sqrt{2-x}$ 의 그래프와 직선

$y = -x+k$ 가 접할 때

$\sqrt{2-x} = -x+k$ 의 양변을 제곱하여 정리하면

$$x^2 - (2k-1)x + k^2 - 2 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면 $D = 0$ 이어야 하므로

$$D = (2k-1)^2 - 4(k^2-2) = 0 \quad \therefore k = \frac{9}{4}$$

(1) 함수의 그래프와 직선이 서로 다른 두 점에서 만날 때

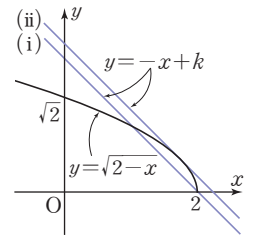
$$2 \leq k < \frac{9}{4}$$

(2) 함수의 그래프와 직선이 한 점에서 만날 때

$$k < 2 \text{ 또는 } k = \frac{9}{4}$$

(3) 함수의 그래프와 직선이 만나지 않을 때

$$k > \frac{9}{4}$$



073 ① $0 < k \leq 1$ ② $k = 0$ 또는 $k > 1$ ③ $k < 0$

$$y = -\sqrt{2x-4} = -\sqrt{2(x-2)}$$

즉, 주어진 함수의 그래프는 $y = -\sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 것이므로 오른쪽 그림과 같다.

(i) 직선 $y = -\frac{1}{2}x+k$ 가 점 $(2, 0)$ 을 지날 때

$$0 = -\frac{1}{2} \times 2 + k \quad \therefore k = 1$$

(ii) 함수 $y = -\sqrt{2x-4}$ 의 그래프와 직선 $y = -\frac{1}{2}x+k$ 가 접할 때

$-\sqrt{2x-4} = -\frac{1}{2}x+k$ 의 양변을 제곱하여 정리하면

$$x^2 - 4(k+2)x + 4k^2 + 16 = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면 $D = 0$ 이어야 하므로

$$\frac{D}{4} = 4(k+2)^2 - (4k^2+16) = 0 \quad \therefore k = 0$$

(1) 함수의 그래프와 직선이 서로 다른 두 점에서 만날 때

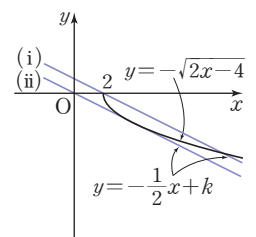
$$0 < k \leq 1$$

(2) 함수의 그래프와 직선이 한 점에서 만날 때

$$k = 0 \text{ 또는 } k > 1$$

(3) 함수의 그래프와 직선이 만나지 않을 때

$$k < 0$$



074 답 2, 2, 2, $x-2$, 2

075 답 $y=(x+3)^2-2$ ($x \geq -3$)

무리함수 $y=\sqrt{x+2}-3$ 의 치역이 $\{y|y \geq -3\}$ 이므로 역함수의 정의역은 $\{x|x \geq -3\}$ 이다.

$$y=\sqrt{x+2}-3 \text{에서 } y+3=\sqrt{x+2}$$

$$\text{양변을 제곱한 후 } x \text{에 대하여 풀면 } x=(y+3)^2-2$$

x 와 y 를 서로 바꾸어 역함수를 구하면

$$y=(x+3)^2-2 \quad (x \geq -3)$$

076 답 $y=\frac{1}{2}(x-1)^2+\frac{3}{2}$ ($x \geq 1$)

무리함수 $y=\sqrt{2x-3}+1$ 의 치역이 $\{y|y \geq 1\}$ 이므로 역함수의 정의역은 $\{x|x \geq 1\}$ 이다.

$$y=\sqrt{2x-3}+1 \text{에서 } y-1=\sqrt{2x-3}$$

양변을 제곱한 후 x 에 대하여 풀면

$$x=\frac{1}{2}(y-1)^2+\frac{3}{2}$$

x 와 y 를 서로 바꾸어 역함수를 구하면

$$y=\frac{1}{2}(x-1)^2+\frac{3}{2} \quad (x \geq 1)$$

077 답 $y=\frac{1}{3}(x+1)^2-2$ ($x \geq -1$)

무리함수 $y=\sqrt{3x+6}-1$ 의 치역이 $\{y|y \geq -1\}$ 이므로 역함수의 정의역은 $\{x|x \geq -1\}$ 이다.

$$y=\sqrt{3x+6}-1 \text{에서 } y+1=\sqrt{3x+6}$$

$$\text{양변을 제곱한 후 } x \text{에 대하여 풀면 } x=\frac{1}{3}(y+1)^2-2$$

x 와 y 를 서로 바꾸어 역함수를 구하면

$$y=\frac{1}{3}(x+1)^2-2 \quad (x \geq -1)$$

078 답 $y=-(x+5)^2+3$ ($x \geq -5$)

무리함수 $y=\sqrt{3-x}-5$ 의 치역이 $\{y|y \geq -5\}$ 이므로 역함수의 정의역은 $\{x|x \geq -5\}$ 이다.

$$y=\sqrt{3-x}-5 \text{에서 } y+5=\sqrt{3-x}$$

양변을 제곱한 후 x 에 대하여 풀면

$$x=-(y+5)^2+3$$

x 와 y 를 서로 바꾸어 역함수를 구하면

$$y=-(x+5)^2+3 \quad (x \geq -5)$$

079 답 $y=\frac{1}{2}(x-4)^2+\frac{1}{2}$ ($x \leq 4$)

무리함수 $y=-\sqrt{2x-1}+4$ 의 치역이 $\{y|y \leq 4\}$ 이므로 역함수의 정의역은 $\{x|x \leq 4\}$ 이다.

$$y=-\sqrt{2x-1}+4 \text{에서 } y-4=-\sqrt{2x-1}$$

양변을 제곱한 후 x 에 대하여 풀면

$$x=\frac{1}{2}(y-4)^2+\frac{1}{2}$$

x 와 y 를 서로 바꾸어 역함수를 구하면

$$y=\frac{1}{2}(x-4)^2+\frac{1}{2} \quad (x \leq 4)$$

080 답 $y=-(x+3)^2+2$ ($x \leq -3$)

무리함수 $y=-\sqrt{-x+2}-3$ 의 치역이 $\{y|y \leq -3\}$ 이므로 역함수의 정의역은 $\{x|x \leq -3\}$ 이다.

$$y=-\sqrt{-x+2}-3 \text{에서 } y+3=-\sqrt{-x+2}$$

양변을 제곱한 후 x 에 대하여 풀면

$$x=-(y+3)^2+2$$

x 와 y 를 서로 바꾸어 역함수를 구하면

$$y=-(x+3)^2+2 \quad (x \leq -3)$$

연산
유형

최종 점검하기

96~97쪽

1 ④	2 ④	3 ④	4 ④	5 ⑤	6 ③
7 ④	8 ①	9 ⑤	10 -2	11 ①	12 ②

1 ㄱ. $\sqrt{4x^2+1}=|2x|+1$ 이므로 유리식이다.

ㄴ. 근호 안에 문자가 포함된 식이 아니므로 무리식이 아니다.

따라서 무리식인 것은 ㄴ, ㄷ이다.

2 $\sqrt{x-1}$ 에서 $x-1 \geq 0$ 이므로 $x \geq 1$ ㉠

$\sqrt{6-2x}$ 에서 $6-2x \geq 0$ 이므로

$$2x \leq 6 \quad \therefore x \leq 3 \quad \dots\dots \text{㉡}$$

또 분모에서 $\sqrt{6-2x} \neq 0$ 이므로

$$2x \neq 6 \quad \therefore x \neq 3 \quad \dots\dots \text{㉢}$$

㉠, ㉡, ㉢을 동시에 만족하는 x 의 값의 범위는

$$1 \leq x < 3$$

$$3 \quad x=\frac{2}{\sqrt{3}-1}=\frac{2(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}=\sqrt{3}+1,$$

$$y=\frac{2}{\sqrt{3}+1}=\frac{2(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}=\sqrt{3}-1 \text{이므로}$$

$$x+y=2\sqrt{3}, \quad x-y=2, \quad xy=2$$

$$\therefore \frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}=\frac{(\sqrt{x}+\sqrt{y})^2}{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})}$$

$$=\frac{x+2\sqrt{x}\sqrt{y}+y}{(\sqrt{x})^2-(\sqrt{y})^2}$$

$$=\frac{(x+y)+2\sqrt{xy}}{x-y}$$

$$=\frac{2\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{3}+\sqrt{2}$$

$$4 \quad y=\sqrt{3x-9}-2=\sqrt{3(x-3)}-2$$

이므로 $y=\sqrt{3x-9}-2$ 의 그래프는 $y=\sqrt{3x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이다.

$$\therefore p=3, \quad q=-2$$

$$\therefore p+q=3+(-2)=1$$

5 ① $y = \sqrt{-x+6} = \sqrt{-(x-6)}$

즉, $y = \sqrt{-x+6}$ 의 그래프는 $y = \sqrt{-x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 6만큼 평행이동한 것이다.

② $y = \sqrt{-x}+1$ 의 그래프는 $y = \sqrt{-x}$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

③ $y = -\sqrt{x+3}$ 의 그래프는 $y = \sqrt{-x}$ 의 그래프를 원점에 대하여 대칭이동한 후 x 축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 것이다.

④ $y = -\sqrt{4-x} = -\sqrt{-(x-4)}$

즉, $y = -\sqrt{4-x}$ 의 그래프는 $y = \sqrt{-x}$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 후 x 축의 방향으로 4만큼 평행이동한 것이다.

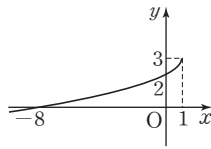
따라서 대칭이동 또는 평행이동하여 $y = \sqrt{-x}$ 와 겹칠 수 없는 것은 ⑤이다.

6 $y = -\sqrt{1-x}+3 = -\sqrt{-(x-1)}+3$

이므로 주어진 무리함수의 그래프는

$y = -\sqrt{-x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이므로 오른쪽 그림과 같다.

따라서 무리함수 $y = -\sqrt{1-x}+3$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은 제4사분면이다.



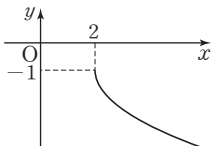
7 ①, ② $y = -\sqrt{2x-4}-1 = -\sqrt{2(x-2)}-1$

이므로 주어진 무리함수의 정의역은 $\{x|x \geq 2\}$, 치역은 $\{y|y \leq -1\}$ 이다.

③ $y = -\sqrt{2x-4}-1$ 에 $x=4$ 를 대입하면 $y = -3$ 이므로 점 $(4, -3)$ 을 지난다.

④, ⑤ 주어진 무리함수의 그래프는

$y = -\sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이므로 오른쪽 그림과 같이 y 축과 만나지 않는다.



따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

8 $y = \sqrt{3-x}+4 = \sqrt{-(x-3)}+4$

이므로 주어진 함수의 그래프는 $y = \sqrt{-x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 4만큼 평행이동한 것이다.

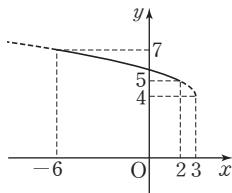
$x = -6$ 일 때 $y = 7$ 이고, $x = 2$ 일 때

$y = 5$ 이므로 정의역 $\{x|-6 \leq x \leq 2\}$ 에서 $y = \sqrt{3-x}+4$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 $x = -6$ 일 때 최댓값은 7이고,

$x = 2$ 일 때 최솟값은 5이므로

$M=7, m=5 \therefore M-m=7-5=2$



9 $y = \sqrt{3x-2}+k = \sqrt{3(x-\frac{2}{3})}+k$

이므로 주어진 함수의 그래프는 $y = \sqrt{3x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\frac{2}{3}$ 만큼, y 축의 방향으로 k 만큼 평행이동한 것이다.

$x=1$ 일 때, $y = \sqrt{3-2}+k = k+1$

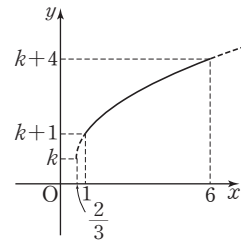
$x=6$ 일 때, $y = \sqrt{18-2}+k = k+4$

즉, 정의역 $\{x|1 \leq x \leq 6\}$ 에서

$y = \sqrt{3x-2}+k$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 $x=6$ 일 때 최댓값은 $k+4$ 이고, $x=1$ 일 때 최솟값은 $k+1$ 이다.

즉, $k+4=5$ 이므로 $k=1$

따라서 구하는 최솟값은 $k+1=2$



10 주어진 무리함수의 그래프는 $y = \sqrt{ax}$ ($a < 0$)의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이므로 무리함수의 식을

$y = \sqrt{a(x-1)}-2 \dots\dots \textcircled{1}$

라고 하자. ①의 그래프가 점 $(-2, 1)$ 을 지나므로

$1 = \sqrt{a(-2-1)}-2, \sqrt{-3a} = -3$

양변을 제곱하면 $-3a=9 \therefore a=-3$

$a=-3$ 을 ①에 대입하면

$y = \sqrt{-3(x-1)}-2 = \sqrt{-3x+3}-2 \therefore b=3, c=-2$

$\therefore a+b+c = -3+3+(-2) = -2$

11 $y = \sqrt{2x-3} = \sqrt{2(x-\frac{3}{2})}$

이므로 주어진 함수의 그래프는

$y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\frac{3}{2}$ 만큼 평행이동한 것으로 오른쪽 그림과 같다.

(i) 직선 $y=x+k$ 가 점 $(\frac{3}{2}, 0)$ 을 지날 때

$0 = \frac{3}{2} + k \therefore k = -\frac{3}{2}$

(ii) 함수 $y = \sqrt{2x-3}$ 의 그래프와 직선 $y=x+k$ 가 접할 때

$\sqrt{2x-3} = x+k$ 의 양변을 제곱하여 정리하면

$x^2+2(k-1)x+k^2+3=0$

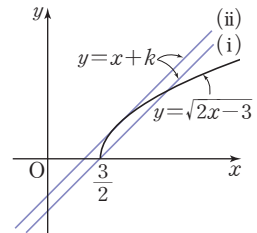
이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면 $D=0$ 이어야 하므로

$\frac{D}{4} = (k-1)^2 - (k^2+3) = 0 \therefore k = -1$

함수의 그래프와 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면

$-\frac{3}{2} \leq k < -1$

따라서 $a = -\frac{3}{2}, b = -1$ 이므로 $ab = -\frac{3}{2} \times (-1) = \frac{3}{2}$



12 무리함수 $y = \sqrt{1-8x}+4$ 의 치역이 $\{y|y \geq 4\}$ 이므로 역함수의 정의역은 $\{x|x \geq 4\}$ 이다.

$y = \sqrt{1-8x}+4$ 에서 $y-4 = \sqrt{1-8x}$

양변을 제곱한 후 x 에 대하여 풀면 $x = -\frac{1}{8}(y-4)^2 + \frac{1}{8}$

x 와 y 를 서로 바꾸어 역함수를 구하면

$y = -\frac{1}{8}(x-4)^2 + \frac{1}{8} = -\frac{1}{8}x^2 + x - \frac{15}{8} \quad (x \geq 4)$

07 순열

100~107쪽

001 답 27

002 답 3

비기는 경우는 (가위, 가위), (바위, 바위), (보, 보)의 3가지

003 답 3

6의 배수가 적힌 카드를 뽑는 경우는 6, 12, 18의 3가지

004 답 2

나오는 눈의 수의 합이 3이 되는 경우는 (1, 2), (2, 1)의 2가지

005 답 8

 $3+5=8$

006 답 7

 $3+4=7$

007 답 5

 $3+2=5$

008 답 5

3의 배수는 3, 6, 9의 3가지

5의 배수는 5, 10의 2가지

따라서 구하는 경우의 수는 $3+2=5$

009 답 7

눈의 수의 합이 4인 경우는 (1, 3), (2, 2), (3, 1)의 3가지

눈의 수의 합이 5인 경우는 (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)의 4가지

따라서 구하는 경우의 수는 $3+4=7$

010 답 21

 $7 \times 3=21$

011 답 12

 $3 \times 4=12$

012 답 6

2의 배수는 2, 4, 6의 3가지

3의 배수는 3, 6의 2가지

따라서 구하는 경우의 수는 $3 \times 2=6$

013 답 144

주사위 한 개를 던질 때 일어나는 경우는 1, 2, 3, 4, 5, 6의 눈이 나오는 6가지, 동전 한 개를 던질 때 일어나는 경우는 앞면, 뒷면 이 나오는 2가지이므로 구하는 경우의 수는

 $6 \times 6 \times 2 \times 2=144$

014 답 6

 x, y 각각에 대하여 a, b, c 중 하나가 곱해지므로 구하는 항의 개 수는 $2 \times 3=6$

015 답 4, 2, 6

016 답 10

(i) $x=1$ 일 때

(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4)의 4개

(ii) $x=2$ 일 때

(2, 1), (2, 2), (2, 3)의 3개

(iii) $x=3$ 일 때

(3, 1), (3, 2)의 2개

(iv) $x=4$ 일 때

(4, 1)의 1개

(i)~(iv)에서 구하는 순서쌍 (x, y) 의 개수는 $4+3+2+1=10$

017 답 12

(i) $y=1$ 일 때

(1, 1), (2, 1), (3, 1), (4, 1), (5, 1), (6, 1), (7, 1)의 7개

(ii) $y=2$ 일 때

(1, 2), (2, 2), (3, 2), (4, 2)의 4개

(iii) $y=3$ 일 때

(1, 3)의 1개

(i), (ii), (iii)에서 구하는 순서쌍 (x, y) 의 개수는 $7+4+1=12$

018 답 2, 6

019 답 10

 $48=2^4 \times 3$ 이므로 48의 양의 약수의 개수는 $(4+1)(1+1)=10$

020 답 12

 $72=2^3 \times 3^2$ 이므로 72의 양의 약수의 개수는 $(3+1)(2+1)=12$

021 답 18

 $180=2^2 \times 3^2 \times 5$ 이므로 180의 양의 약수의 개수는 $(2+1)(2+1)(1+1)=18$

022 답 108

A에 칠할 수 있는 색은 4가지

B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 3가지

C에 칠할 수 있는 색은 B에 칠한 색을 제외한 2가지

D에 칠할 수 있는 색은 C에 칠한 색을 제외한 1가지

따라서 구하는 경우의 수는

 $4 \times 3 \times 3 \times 3=108$

023 답 48

A에 칠할 수 있는 색은 4가지

B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 3가지

C에 칠할 수 있는 색은 A와 B에 칠한 색을 제외한 2가지

D에 칠할 수 있는 색은 A와 C에 칠한 색을 제외한 2가지

따라서 구하는 경우의 수는

$$4 \times 3 \times 2 \times 2 = 48$$

024 답 48

A에 칠할 수 있는 색은 4가지

B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 3가지

C에 칠할 수 있는 색은 A와 B에 칠한 색을 제외한 2가지

D에 칠할 수 있는 색은 B와 C에 칠한 색을 제외한 2가지

따라서 구하는 경우의 수는

$$4 \times 3 \times 2 \times 2 = 48$$

025 답 72

A에 칠할 수 있는 색은 4가지

B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 3가지

C에 칠할 수 있는 색은 B에 칠한 색을 제외한 3가지

D에 칠할 수 있는 색은 B와 C에 칠한 색을 제외한 2가지

따라서 구하는 경우의 수는

$$4 \times 3 \times 3 \times 2 = 72$$

026 답 6

집에서 학교로 가는 경우의 수는 3, 학교에서 서점으로 가는 경우의 수는 2이므로 구하는 경우의 수는

$$3 \times 2 = 6$$

027 답 6

A지점에서 B지점으로 가는 경우의 수는 2, B지점에서 C지점으로 가는 경우의 수는 3이므로 구하는 경우의 수는

$$2 \times 3 = 6$$

028 답 2**029 답 8**

A지점에서 B지점을 거쳐 C지점으로 가는 경우의 수는 6, A지점에서 B지점을 거치지 않고 C지점으로 가는 경우의 수는 2이므로 구하는 경우의 수는

$$6 + 2 = 8$$

030 답 20

$${}_5P_2 = 5 \times 4 = 20$$

031 답 8**032 답 6**

$${}_3P_3 = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

033 답 1**034 답 24**

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

035 답 120

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

036 답 1**037 답 1****038 답 8**

${}_nP_2 = 56$ 에서

$$n(n-1) = 8 \times 7 \quad \therefore n = 8$$

039 답 5

${}_nP_3 = 60$ 에서

$$n(n-1)(n-2) = 5 \times 4 \times 3 \quad \therefore n = 5$$

040 답 4

${}_nP_n = 24$ 에서

$$n! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 \quad \therefore n = 4$$

041 답 4

${}_nP_3 = 2{}_nP_2$ 에서

$$n(n-1)(n-2) = 2n(n-1)$$

${}_nP_3$ 에서 $n \geq 3$ 이므로 양변을 $n(n-1)$ 로 나누면

$$n-2 = 2 \quad \therefore n = 4$$

042 답 2

$${}_9P_r = 72 = 9 \times 8 \quad \therefore r = 2$$

043 답 3

$${}_6P_r = 120 = 6 \times 5 \times 4 \quad \therefore r = 3$$

044 답 0**045 답 120**

$${}_6P_3 = 6 \times 5 \times 4 = 120$$

046 답 24

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

047 답 42

$${}_7P_2 = 7 \times 6 = 42$$

048 답 60

$${}_5P_3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$$

049 답 336

$${}_8P_3 = 8 \times 7 \times 6 = 336$$

050 답 5, 2, 20

051 답 6

부회장으로 A를 뽑고 나머지 후보 6명 중에서 회장 1명을 뽑으면 되므로 구하는 경우의 수는 6

052 답 12

맨 앞에 b가 오고 나머지 4개의 문자 중에서 2개를 택하여 일렬로 나열하면 되므로 구하는 경우의 수는

$${}_4P_2 = 4 \times 3 = 12$$

053 답 24

맨 앞에 c, 맨 뒤에 e가 오고 나머지 4개의 문자 중에서 3개를 택하여 일렬로 나열하면 되므로 구하는 경우의 수는

$${}_4P_3 = 4 \times 3 \times 2 = 24$$

054 답 0, 4, 4, 4, 2, 12, 4, 48

055 답 96

천의 자리에는 0이 올 수 없으므로 천의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 4개

백의 자리, 십의 자리, 일의 자리에는 천의 자리에 오는 숫자를 제외한 4개의 숫자 중에서 3개를 뽑아 일렬로 나열하면 되므로 그 경우의 수는

$${}_4P_3 = 4 \times 3 \times 2 = 24$$

따라서 구하는 네 자리 자연수의 개수는

$$4 \times 24 = 96$$

056 답 36

홀수이려면 일의 자리의 숫자가 1 또는 3이어야 한다.

(i) 일의 자리의 숫자가 1인 경우

천의 자리에 올 수 있는 숫자는 0과 1을 제외한 3개

백의 자리와 십의 자리에는 천의 자리와 일의 자리에 오는 숫자를 제외한 3개의 숫자 중에서 2개를 뽑아 일렬로 나열하면 되므로 그 경우의 수는

$${}_3P_2 = 3 \times 2 = 6$$

따라서 일의 자리의 숫자가 1인 네 자리 홀수의 개수는

$$3 \times 6 = 18$$

(ii) 일의 자리의 숫자가 3인 경우

천의 자리에 올 수 있는 숫자는 0과 3을 제외한 3개

백의 자리와 십의 자리에는 천의 자리와 일의 자리에 오는 숫자를 제외한 3개의 숫자 중에서 2개를 뽑아 일렬로 나열하면 되므로 그 경우의 수는

$${}_3P_2 = 3 \times 2 = 6$$

따라서 일의 자리의 숫자가 3인 네 자리 홀수의 개수는

$$3 \times 6 = 18$$

(i), (ii)에 의하여 구하는 네 자리 홀수의 개수는

$$18 + 18 = 36$$

057 답 30

짝수이려면 일의 자리의 숫자가 0 또는 2 또는 4이어야 한다.

(i) 일의 자리의 숫자가 0인 경우

백의 자리와 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 4개의 숫자 중에서 2개를 뽑아 일렬로 나열하면 되므로 그 경우의 수는

$${}_4P_2 = 4 \times 3 = 12$$

(ii) 일의 자리의 숫자가 2인 경우

백의 자리에 올 수 있는 숫자는 0과 2를 제외한 3개, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리와 일의 자리에 오는 숫자를 제외한 3개이므로 일의 자리의 숫자가 2인 경우의 수는

$$3 \times 3 = 9$$

(iii) 일의 자리의 숫자가 4인 경우

백의 자리에 올 수 있는 숫자는 0과 4를 제외한 3개, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리와 일의 자리에 오는 숫자를 제외한 3개이므로 일의 자리의 숫자가 4인 경우의 수는

$$3 \times 3 = 9$$

(i), (ii), (iii)에 의하여 구하는 세 자리 짝수의 개수는

$$12 + 9 + 9 = 30$$

058 답 24, 2, 48

부모님을 한 묶음으로 생각하여 4명을 일렬로 세우는 경우의 수는

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

부모님이 자리를 바꾸는 경우의 수는 $2! = 2 \times 1 = 2$

따라서 구하는 경우의 수는

$$24 \times 2 = 48$$

059 답 12

찬호와 준형이를 한 묶음으로 생각하여 3명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$

찬호와 준형이가 자리를 바꾸는 경우의 수는 $2! = 2 \times 1 = 2$

따라서 구하는 경우의 수는

$$6 \times 2 = 12$$

060 답 720

여학생 3명을 한 묶음으로 생각하여 5명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

여학생 3명이 자리를 바꾸는 경우의 수는 $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$

따라서 구하는 경우의 수는

$$120 \times 6 = 720$$

061 답 24

1학년 학생 3명과 2학년 학생 2명을 각각 한 묶음으로 생각하여 2명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $2! = 2 \times 1 = 2$

1학년 학생끼리 자리를 바꾸는 경우의 수는 $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$

2학년 학생끼리 자리를 바꾸는 경우의 수는 $2! = 2 \times 1 = 2$

따라서 구하는 경우의 수는

$$2 \times 6 \times 2 = 24$$

062 답 48

모음인 a 와 e 를 한 묶음으로 생각하여 4개를 일렬로 나열하는 경우의 수는 $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

a 와 e 가 자리를 바꾸는 경우의 수는 $2! = 2 \times 1 = 2$

따라서 구하는 경우의 수는

$$24 \times 2 = 48$$

063 답 48

c 와 f 를 한 묶음으로 생각하고 a 를 제외한 4개를 일렬로 나열하는 경우의 수는 $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

c 와 f 가 자리를 바꾸는 경우의 수는 $2! = 2 \times 1 = 2$

따라서 구하는 경우의 수는

$$24 \times 2 = 48$$

연산
유형

최종 점검하기

108~109쪽

1 ③	2 ④	3 ⑤	4 ②	5 ⑤	6 540
7 14	8 6	9 ⑤	10 30	11 ③	12 ④
13 ①					

1 눈의 수의 합이 6인 경우는 (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)의 5가지

눈의 수의 합이 12인 경우는 (6, 6)의 1가지

따라서 구하는 경우의 수는

$$5 + 1 = 6$$

2 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 2, 4, 6, 8의 4개이고, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 1, 3, 5, 7, 9의 5개이므로 구하는 자연수의 개수는

$$4 \times 5 = 20$$

3 x, y, z 각각에 대하여 a, b, c, d 중 하나가 곱해지므로 구하는 항의 개수는

$$3 \times 4 = 12$$

4 (i) $y=1$ 일 때

(1, 1), (2, 1), (3, 1), (4, 1), (5, 1)의 5개

(ii) $y=2$ 일 때

(1, 2), (2, 2), (3, 2)의 3개

(iii) $y=3$ 일 때

(1, 3)의 1개

(i), (ii), (iii)에서 구하는 순서쌍 (x, y) 의 개수는

$$5 + 3 + 1 = 9$$

$$5 \quad 60 = 2^2 \times 3 \times 5 \text{이므로 } a = 3 \times 2 \times 2 = 12$$

$$100 = 2^2 \times 5^2 \text{이므로 } b = 3 \times 3 = 9$$

$$\therefore a + b = 21$$

6 A에 칠할 수 있는 색은 5가지

B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 4가지

C에 칠할 수 있는 색은 A와 B에 칠한 색을 제외한 3가지

D에 칠할 수 있는 색은 A와 C에 칠한 색을 제외한 3가지

E에 칠할 수 있는 색은 A와 D에 칠한 색을 제외한 3가지

따라서 구하는 경우의 수는

$$5 \times 4 \times 3 \times 3 \times 3 = 540$$

7 A지점을 출발하여 B지점을 거쳐 C지점으로 가는 경우의 수는

$$2 \times 4 = 8$$

A지점을 출발하여 D지점을 거쳐 C지점으로 가는 경우의 수는

$$3 \times 2 = 6$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$8 + 6 = 14$$

8 ${}_nP_4 = 12 {}_nP_2$ 에서

$$n(n-1)(n-2)(n-3) = 12n(n-1)$$

${}_nP_4$ 에서 $n \geq 4$ 이므로 양변을 $n(n-1)$ 로 나누면

$$(n-2)(n-3) = 12$$

$$n^2 - 5n - 6 = 0, (n+1)(n-6) = 0$$

$$\therefore n = -1 \text{ 또는 } n = 6$$

그런데 $n \geq 4$ 이므로 $n = 6$

$$9 \quad {}_6P_3 = 6 \times 5 \times 4 = 120$$

10 서기로 D를 뽑고 나머지 후보 6명 중에서 회장 1명, 부회장 1명을 뽑으면 되므로 구하는 경우의 수는

$${}_6P_2 = 6 \times 5 = 30$$

11 부모님을 제외한 3명을 일렬로 세우는 경우의 수는

$$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

부모님이 자리를 바꾸는 경우의 수는

$$2! = 2 \times 1 = 2$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$6 \times 2 = 12$$

12 5장의 카드 중에서 3장을 뽑아 일렬로 나열하면 되므로 구하는 세 자리 자연수의 개수는

$${}_5P_3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$$

13 1학년 학생 3명을 한 묶음으로 생각하여 4명을 일렬로 세우는 경우의 수는

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

1학년 학생 3명이 자리를 바꾸는 경우의 수는

$$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$24 \times 6 = 144$$

08 조합

112~116쪽

001 답 56

$${}_8C_3 = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$$

002 답 9

003 답 1

004 답 1

005 답 2

006 답 3

007 답 6

$${}_9C_3 = \frac{9!}{3!(9-3)!} = \frac{9!}{3!6!}$$

$$\therefore \square = 6$$

008 답 7

$$\square C_2 = \frac{7!}{2!5!} = \frac{7!}{2!(7-2)!}$$

$$\therefore \square = 7$$

009 답 6

$${}_nC_2 = 15 \text{에서 } \frac{n(n-1)}{2 \times 1} = 15$$

$$n(n-1) = 6 \times 5$$

$$\therefore n = 6$$

010 답 7

$${}_nC_3 = 35 \text{에서 } \frac{n(n-1)(n-2)}{3 \times 2 \times 1} = 35$$

$$n(n-1)(n-2) = 7 \times 6 \times 5$$

$$\therefore n = 7$$

011 답 10

012 답 3

$${}_6C_r = 20 \text{에서 } \frac{6!}{r!(6-r)!} = 20$$

$$3!3! = r!(6-r)! \quad \therefore r = 3$$

013 답 2 또는 5

$${}_7C_r = 21 \text{에서 } \frac{7!}{r!(7-r)!} = 21$$

$$5!2! = r!(7-r)! \quad \therefore r = 2 \text{ 또는 } r = 5$$

014 답 0 또는 10

015 답 13

$${}_nC_2 = {}_nC_{11} \text{에서}$$

$$n-2=11 \quad \therefore n=13$$

016 답 15

$${}_nC_7 = {}_nC_8 \text{에서}$$

$$n-7=8 \quad \therefore n=15$$

017 답 35

$${}_7C_3 = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 35$$

018 답 28

$${}_8C_2 = \frac{8 \times 7}{2 \times 1} = 28$$

019 답 10

$${}_5C_2 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$$

020 답 120

$${}_{10}C_3 = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120$$

021 답 10

야구 선수 5명 중에서 3명을 뽑으면 되므로 구하는 경우의 수는

$${}_5C_3 = {}_5C_2 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$$

022 답 4, 2, 6

023 답 20

2학년 학생을 제외한 1학년 학생 6명 중에서 3명을 뽑으면 되므로 구하는 경우의 수는

$${}_6C_3 = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$$

024 답 21

특정 남학생 1명과 특정 여학생 1명을 제외한 7명의 학생 중에서 2명을 뽑으면 되므로 구하는 경우의 수는

$${}_7C_2 = \frac{7 \times 6}{2 \times 1} = 21$$

025 답 84

4를 제외한 9개의 자연수 중에서 3개의 수를 택하면 되므로 구하는 경우의 수는

$${}_9C_3 = \frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1} = 84$$

026 답 4

a와 e를 제외하고 나머지 4개의 문자 중에서 3개를 택하면 되므로 구하는 경우의 수는

$${}_4C_3 = {}_4C_1 = 4$$

027 답 5, 2, 10, 4, 2, 6, 24, 1440

남학생 5명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는

$${}_5C_2 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$$

여학생 4명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는

$${}_4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$$

뽑힌 4명을 일렬로 세우는 경우의 수는

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$10 \times 6 \times 24 = 1440$$

028 답 24000

1반 학생 6명 중에서 3명을 뽑는 경우의 수는

$${}_6C_3 = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$$

2반 학생 5명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는

$${}_5C_2 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$$

뽑힌 5명을 일렬로 세우는 경우의 수는

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$20 \times 10 \times 120 = 24000$$

029 답 32400

A동아리 회원 4명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는

$${}_4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$$

B동아리 회원 6명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는

$${}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$$

C동아리 회원 3명 중에서 1명을 뽑는 경우의 수는

$${}_3C_1 = 3$$

뽑힌 5명을 일렬로 세우는 경우의 수는

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$6 \times 15 \times 3 \times 120 = 32400$$

030 답 72

A, B를 제외한 4명의 학생 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는

$${}_4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$$

A, B를 한 묶음으로 생각하여 3명을 일렬로 세우는 경우의 수는

$$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

A, B가 자리를 바꾸는 경우의 수는

$$2! = 2 \times 1 = 2$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$6 \times 6 \times 2 = 72$$

031 답 6

4개의 점 중에서 2개를 택하면 되므로 구하는 직선의 개수는

$${}_4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$$

032 답 10

5개의 점 중에서 2개를 택하면 되므로 구하는 직선의 개수는

$${}_5C_2 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$$

033 답 28

8개의 점 중에서 2개를 택하면 되므로 구하는 직선의 개수는

$${}_8C_2 = \frac{8 \times 7}{2 \times 1} = 28$$

034 답 14

직선 l 위의 점 1개와 직선 m 위의 점 1개를 택하여 만들 수 있는 직선의 개수는

$${}_3C_1 \times {}_4C_1 = 3 \times 4 = 12$$

또 직선 l 위의 점으로 만들 수 있는 직선이 1개, 직선 m 위의 점으로 만들 수 있는 직선이 1개이므로 구하는 직선의 개수는

$$12 + 1 + 1 = 14$$

035 답 8, 3, 56, 4, 3, 4, 52

8개의 점 중에서 3개를 택하는 경우의 수는

$${}_8C_3 = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$$

한 직선 위에 있는 4개의 점 중에서 3개를 택하는 경우의 수는

$${}_4C_3 = {}_4C_1 = 4$$

그런데 한 직선 위에 있는 3개의 점으로는 삼각형을 만들 수 없으므로 구하는 삼각형의 개수는

$$56 - 4 = 52$$

036 답 30

직선 l 위의 3개의 점 각각에 대하여 직선 m 위의 4개의 점 중에서 2개를 택하는 경우의 수는

$$3 \times {}_4C_2 = 3 \times \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 18$$

직선 m 위의 4개의 점 각각에 대하여 직선 l 위의 3개의 점 중에서 2개를 택하는 경우의 수는

$$4 \times {}_3C_2 = 4 \times {}_3C_1 = 4 \times 3 = 12$$

따라서 구하는 삼각형의 개수는

$$18 + 12 = 30$$

037 답 72

9개의 점 중에서 3개를 택하는 경우의 수는

$${}_9C_3 = \frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1} = 84$$

한 직선 위에 있는 4개의 점 중에서 3개를 택하는 경우의 수는

$${}_4C_3 = {}_4C_1 = 4$$

그런데 한 직선 위에 있는 3개의 점으로는 삼각형을 만들 수 없으므로 구하는 삼각형의 개수는

$$84 - 4 = 80$$

038 답 70

8개의 점 중에서 4개를 택하면 되므로 구하는 사각형의 개수는

$${}_8C_4 = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 70$$

039 60

직선 l 위의 4개의 점 중에서 2개를 택하는 경우의 수는

$${}_4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$$

직선 m 위의 5개의 점 중에서 2개를 택하는 경우의 수는

$${}_5C_2 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$$

따라서 구하는 사각형의 개수는

$$6 \times 10 = 60$$

040 150

가로 방향의 평행한 직선 5개 중에서 2개를 택하는 경우의 수는

$${}_5C_2 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$$

세로 방향의 평행한 직선 6개 중에서 2개를 택하는 경우의 수는

$${}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$$

따라서 구하는 평행사변형의 개수는

$$10 \times 15 = 150$$

연산
유형

최종 점검하기

117~118쪽

1 ⑤	2 ③	3 ④	4 ①	5 ③	6 ③
7 6	8 ⑤	9 ④	10 15	11 ②	12 18

1 ${}_mC_2 = 28$ 에서 $\frac{m(m-1)}{2 \times 1} = 28$

$$m(m-1) = 8 \times 7$$

$$\therefore m = 8$$

$${}_{n+3}C_n = {}_{n+3}C_3 = 10 \text{에서}$$

$$\frac{(n+3)(n+2)(n+1)}{3 \times 2 \times 1} = 10$$

$$(n+3)(n+2)(n+1) = 5 \times 4 \times 3$$

$$\therefore n = 2$$

$$\therefore m + n = 10$$

2 ${}_nC_2 + {}_nC_3 = 2{}_nC_1$ 에서

$$\frac{n(n-1)}{2 \times 1} + \frac{n(n-1)(n-2)}{3 \times 2 \times 1} = 2 \times 2n$$

$$3(n-1) + (n-1)(n-2) = 24$$

$$n^2 = 25 \quad \therefore n = \pm 5$$

그런데 $n \geq 3$ 이므로 $n = 5$

3 ${}_{10}C_2 = \frac{10 \times 9}{2 \times 1} = 45$

4 1, 3, 5, 7, 9가 적힌 5장의 카드 중에서 3장을 뽑으면 되므로 구하는 경우의 수는

$${}_5C_3 = {}_5C_2 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$$

5 ${}_4C_2 \times {}_5C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} \times \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 60$

6 특정 야구 선수 2명을 제외한 야구 선수 4명과 농구 선수 4명 중에서 2명을 뽑으면 되므로 구하는 경우의 수는

$${}_8C_2 = \frac{8 \times 7}{2 \times 1} = 28$$

7 모음 a, e 는 모두 포함하고 f 는 포함하지 않으므로 b, c, d, g 중에서 2개를 뽑으면 된다.

따라서 구하는 경우의 수는

$${}_4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$$

8 남학생 5명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는

$${}_5C_2 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$$

여학생 6명 중에서 3명을 뽑는 경우의 수는

$${}_6C_3 = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$$

뽑힌 5명을 일렬로 세우는 경우의 수는

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$10 \times 20 \times 120 = 24000$$

9 A, B, C를 제외한 4명의 학생 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는

$${}_4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$$

A, B, C를 한 묶음으로 생각하여 3명을 일렬로 세우는 경우의 수는

$$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

A, B, C가 자리를 바꾸는 경우의 수는

$$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$6 \times 6 \times 6 = 216$$

10 ${}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$

11 9개의 점 중에서 3개를 택하는 경우의 수는

$${}_9C_3 = \frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2 \times 1} = 84$$

한 직선 위에 있는 5개의 점 중에서 3개를 택하는 경우의 수는

$${}_5C_3 = {}_5C_2 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$$

그런데 한 직선 위에 있는 3개의 점으로는 삼각형을 만들 수 없으므로 구하는 삼각형의 개수는

$$84 - 10 = 74$$

12 직선 l 위의 3개의 점 중에서 2개를 택하는 경우의 수는

$${}_3C_2 = {}_3C_1 = 3$$

직선 m 위의 4개의 점 중에서 2개를 택하는 경우의 수는

$${}_4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$$

따라서 구하는 사각형의 개수는

$$3 \times 6 = 18$$