

정답 및 풀이

 빠른 정답 찾기

2~4

I 수와 식

1	유리수와 소수	5
2	단항식의 계산	10
3	다항식의 계산	16
	학교 시험 실전 TEST	20
	교과서 속 창의유형	26

II 부등식

1	일차부등식	27
2	일차부등식의 활용	31
	학교 시험 실전 TEST	35
	교과서 속 창의유형	40

III 방정식

1	연립일차방정식의 풀이	41
2	연립일차방정식의 활용	48
	학교 시험 실전 TEST	54
	교과서 속 창의유형	61

IV 함수

1	일차함수와 그래프	62
2	일차함수와 일차방정식의 관계	71
	학교 시험 실전 TEST	80
	교과서 속 창의유형	88

I. 수와 식

1 유리수와 소수

본책 8~9쪽			01 ③	02 ③	03 7
04 ④	05 ②	06 14	07 ⑤	08 ④	
09 1	10 0.03	11 ②	12 0.74		
본책 10~12쪽			01 119	02 (㉠, ㉡)	03 ④
04 255	05 42	06 ②	07 100	08 73	
09 34	10 ②	11 11, 33, 99	12 0.132		
13 3.3	14 ③	15 $\frac{330}{493}$	16 ②	17 0.7	
18 18					
본책 13쪽			01 ⑤	02 324	03 16
04 3	05 (㉠, ㉡, ㉢)	06 (1) 0.287 (2) 7			
07 12					

2 단항식의 계산

본책 14~16쪽			01 ④	02 ④	03 10
04 4	05 ①	06 ⑤	07 ②		
08 (1) $a=108, n=11$ (2) 14자리	09 19	10 ⑤			
11 15	12 -5	13 ④	14 1	15 $\frac{y^3}{3x^2}$	
16 $16a^8b^6$	17 ③	18 $\frac{2}{3}a^2b^3$			
본책 17~19쪽			01 ③	02 1024	03 ④
04 12	05 ②	06 ④	07 $\frac{ab}{15}$	08 ④	
09 ④	10 5자리	11 0	12 $A < C < B$		
13 ④	14 $4y^4$	15 $\frac{9}{4}xy^3$	16 ①	17 ②	
18 $\frac{1}{2}$	19 $4xy^5$	20 $\frac{2}{3}a^3b$	21 $\frac{y}{6x}$		
본책 20쪽			01 -7	02 ⑤	03 ②
04 7	05 81	06 24	07 $\frac{9}{8}a$		

3 다항식의 계산

본책 22~23쪽			01 $a=9, b=-9$	02 1	
03 ④	04 4	05 $2x^2+x-3y$			
06 $-\frac{6b}{a}-\frac{3}{b}+4a$	07 $-6x+4y$				
08 $4a+8b-8$	09 ③	10 3	11 ①		
12 1					

본책 24~25쪽			01 $-7x-6y+1$	02 ③	
03 $-2a^2-3a$	04 $12\pi ab^3-12\pi a^2b^2$	05 ⑤			
06 $(2y+\frac{1}{2})$ 배	07 40	08 $14x$	09 ③		
10 ③	11 ②	12 0			
본책 26쪽			01 ③	02 6	03 ④
04 0	05 $\frac{44}{3}$	06 ⑤			

본책 28~31쪽			01 ③	02 ①	03 ③, ④
04 ③	05 ④	06 ③	07 ②	08 ③	
09 ⑤	10 ②	11 ⑤	12 ⑤	13 ④	
14 ④	15 108	16 18	17 28	18 8	
19 26	20 (1) $4x-2y+\frac{1}{x}$ (2) 13				
본책 32~35쪽			01 ②	02 ③	03 ⑤
04 ④	05 ③	06 ④	07 ③	08 ④	
09 ①	10 ⑤	11 ④	12 ④	13 ②	
14 ①	15 5	16 5	17 6	18 8	
19 $24x^4y^2+7x^3y^2+7x^2y^2$	20 1				

본책 36~37쪽			유제 1 풀이 26쪽	유제 2 14	
유제 3	(1) $(\frac{3}{4})^5a$	(2) $(\frac{3}{4})^{10}a$	(3) $(\frac{3}{4})^5$ 배		

II. 부등식

1 일차부등식

본책 40~41쪽			01 ②	02 ①, ③	03 1
04 (㉠, ㉡, ㉢)	05 ④	06 풀이 27쪽			
07 3	08 ④	09 -5	10 ④	11 -30	
본책 42~43쪽			01 ②	02 ②	
03 (㉠, ㉡, ㉢)	04 ⑤	05 -1	06 ⑤		
07 ③	08 $x < -3$	09 풀이 29쪽	10 -4		
11 $a < -4$	12 ⑤	13 -1			
본책 44쪽			01 8	02 $x < 2$	03 ③
04 ①	05 $25 < k \leq 31$	06 $\frac{1}{10}$			

2 일차부등식의 활용

본책 46~48쪽

01 5자루 02 ④ 03 87점
04 4 05 ② 06 37500원 07 ③ 08 180 m

09 ① 10 10 km 11 $\frac{25}{16}$ km 12 ④ 13 ④

14 ② 15 225 g 16 7개 17 6컬레 18 ③

본책 49~50쪽

01 3개 02 10개 03 48

04 ③ 05 6 cm 06 ① 07 $\frac{75}{4}$ km 08 ⑤

09 ② 10 ② 11 8명 12 ②

본책 51쪽

01 70.5점 02 35 %
03 분속 75 m 초과 분속 150 m 이하 04 ⑤ 05 3개

본책 52~55쪽

01 ⑤ 02 ④ 03 ④

04 ③ 05 ④ 06 ① 07 ③ 08 ②

09 ③ 10 ⑤ 11 ③ 12 ⑤ 13 ③

14 ④ 15 2 16 -3 17 -6 18 65분

19 5분 20 16곡

본책 56~59쪽

01 ①, ⑤ 02 ④ 03 ②

04 ③ 05 ① 06 ③ 07 ④ 08 ②

09 ③ 10 ③ 11 ③ 12 ⑤ 13 ②

14 ③ 15 $k \geq -5$ 16 $x < -\frac{2}{5}$ 17 16회 18 15 cm

19 2시간 20 38명

본책 60쪽

유제 1 고구마피자 또는 포테이토피자 유제 2 2334 MB

III. 방정식

1 연립일차방정식의 풀이

본책 62~64쪽

01 (L), (R), (M) 02 ④

03 7 04 $\begin{cases} x+y=9 \\ 10y+x=10x+y+27 \end{cases}$ 05 (3, 4)

06 10 07 ⑤ 08 13 09 ② 10 ③, ⑤

11 17 12 -5 13 $x=1, y=3$

14 $x=2, y=5$ 15 5 16 $a=-2, b=-\frac{1}{3}$

17 ③ 18 ②

본책 65~68쪽

01 ② 02 2 03 ④

04 (1, 6), (3, 3) 05 ③ 06 ③ 07 8

08 4 09 $x=-7, y=2$ 10 ⑤

11 (1) 2 (2) $x=-\frac{21}{5}, y=-\frac{20}{7}$ 12 ③ 13 1

14 8 15 ① 16 ⑤ 17 ① 18 4 : 1

19 $x=12, y=8$ 20 1 21 -1 22 10

23 ③ 24 ③

본책 69쪽

01 ③ 02 (2, 1) 03 -8

04 ② 05 ⑤ 06 $x=5, y=1$

2 연립일차방정식의 활용

본책 70~71쪽

01 25 02 ⑤ 03 169 cm

04 676 05 40개 06 24일 07 12 km 08 800 m

09 ⑤ 10 ⑤ 11 ③ 12 3 %

본책 72~74쪽

01 452 02 아빠: 57살, 삼촌: 38살

03 58만 원 04 ④ 05 9

06 공책: 1300원, 지우개: 600원 07 ③ 08 4500원

09 ④ 10 12분 11 ⑤ 12 ⑤ 13 2시간

14 ③ 15 12 km 16 A: 150 g, B: 350 g 17 ①

18 ④

본책 75쪽

01 315 02 ②

03 A: 450, B: 400 04 80분 05 12 cm 06 ④

본책 76~79쪽

01 ①, ③ 02 ④ 03 ③

04 ① 05 ① 06 ② 07 ③ 08 ②

09 ④ 10 ②, ④ 11 ② 12 ④ 13 ③

14 ① 15 6 16 -3 17 $x=3, y=5$

18 3 19 13 20 A

본책 80~83쪽

01 ③ 02 ④ 03 ②, ⑤

04 ④ 05 ② 06 ② 07 ② 08 ①

09 ③ 10 ② 11 ④ 12 ③ 13 ④

14 ③ 15 7 16 44 17 $x=7, y=-5$

18 275 19 25 20 44000원, 51000원

본책 84~85쪽

유제 1 16개 유제 2 $\frac{3}{10}$ 유제 3 햄: 3, 오아: 5

IV. 함수

1 일차함수와 그래프

본책 88~92쪽

- 04 ① 05 9 06 $a=0, b \neq -1$ 07 4
08 13 09 6 10 2 11 9 12 3
13 ① 14 $\frac{7}{3}$ 15 ③ 16 제3사분면
17 ④ 18 3 19 12 20 ③ 21 -5
22 2 23 $\frac{5}{4}$ 24 $\frac{15}{4}$ 25 ② 26 ④
27 50 g 28 3초

본책 93~97쪽

- 01 ④ 02 -2 03 $\frac{23}{2}$
04 ② 05 ⑤ 06 ① 07 ② 08 -12
09 1 10 ② 11 10 12 12 13 -3
14 ① 15 ③ 16 제2사분면, 제3사분면, 제4사분면
17 제3사분면 18 ⑤ 19 ③ 20 -12
21 ④ 22 ⑤ 23 $-\frac{2}{3}, \frac{8}{3}$ 24 ①
25 $-\frac{3}{2}$ 26 $\frac{21}{5}$ 27 ② 28 48분
29 (1) $y=40000+1250x$ (2) 64 km 30 20 km

본책 98쪽

- 01 21 02 $(\frac{5}{8}, -\frac{5}{8})$
03 ① 04 $y=-x-2$ 05 ⑤
06 (1) $y=\begin{cases} 10x-110 & (11 < x \leq 14) \\ 30 & (14 < x \leq 19) \\ 220-10x & (19 < x < 22) \end{cases}$ (2) 20 cm^2

2 일차함수와 일차방정식의 관계

본책 100~103쪽

- 01 (㉠), (㉡), (㉢) 02 20
03 -6 04 (1) $a \neq 4, b=1$ (2) $a=4, b \neq 1$ 05 $-\frac{1}{3}$
06 제1사분면, 제2사분면 07 ②
08 제4사분면 09 ③ 10 $\frac{3}{4} \leq a \leq 4$
11 ① 12 $\frac{2}{5} \leq m \leq \frac{9}{2}$ 13 ④ 14 $y=-1$
15 (1) $x=3, y=1$ (2) $a=-1, b=4$ 16 -2 17 ①
18 -1 19 6 20 $a \neq -\frac{1}{3}, b=-6$
21 제3사분면 22 30 23 $\frac{49}{10}$ 24 $\frac{2}{3}$

본책 104~106쪽

- 01 3 02 ③ 03 0
04 ① 05 제1사분면, 제4사분면 06 ④
07 $m \leq -1$ 또는 $m \geq \frac{3}{2}$ 08 $-3 < a < 0$ 또는 $0 < a < 1$
09 4, (2, 5) 10 ① 11 ④ 12 $\frac{4}{7}, \frac{5}{7}, 1$
13 $-\frac{1}{6}$ 14 ④ 15 2 16 ① 17 $\frac{7}{6}$
18 $y=-12x+6$ 19 8

본책 107쪽

- 01 ② 02 $\frac{11}{6}$ 03 12
04 P(2, 0), Q(0, 3) 05 -7 06 $\frac{8}{9}$

본책 108~111쪽

- 01 ①, ⑤ 02 ③ 03 ③, ⑤
04 ③, ④ 05 ③ 06 ② 07 ④ 08 ④
09 ⑤ 10 ③ 11 ① 12 ③ 13 ⑤
14 ④ 15 -12 16 제4사분면 17 30분
18 $-\frac{4}{3}$ 19 1, -5 20 2

본책 112~115쪽

- 01 ④ 02 ② 03 ③
04 ① 05 ⑤ 06 ③ 07 ② 08 ④
09 ③ 10 ② 11 ④ 12 ③ 13 ③
14 ② 15 10 16 $y=\frac{5}{2}x-14$ 17 4
18 -6 19 -19 20 $y=\frac{4}{5}x+\frac{7}{5}$

본책 116~117쪽

- 유제 1 5 유제 2 $\frac{15}{2}$ 유제 3 7년

I 수와 식

1 유리수와 소수

개념 & 핵심 기출

본책 8~9쪽

01 ③ $3.030303\cdots = 3.\dot{0}\dot{3}$

답 ③

순환소수는 순환마디의 양 끝 숫자 위에 점을 찍어서 나타낸다.

02 각각의 분수를 소수로 나타내어 순환마디를 구하면 다음과 같다.

① $\frac{7}{9} = 0.777\cdots \Rightarrow 7$ ② $\frac{16}{9} = 1.777\cdots \Rightarrow 7$
 ③ $\frac{11}{15} = 0.7333\cdots \Rightarrow 3$ ④ $\frac{5}{18} = 0.2777\cdots \Rightarrow 7$
 ⑤ $\frac{8}{45} = 0.1777\cdots \Rightarrow 7$

따라서 순환마디가 나머지 넷과 다른 하나는 ③이다.

답 ③

03 $\frac{2}{27} = 0.\dot{0}\dot{7}\dot{4}$ 이므로 순환마디를 이루는 숫자는 3개이다.

이때 $50 = 3 \times 16 + 2$ 이므로 소수점 아래 50번째 자리의 숫자는 7이다.

답 7

04 ① $\frac{9}{54} = \frac{1}{6} = \frac{1}{2 \times 3}$

② $\frac{3}{144} = \frac{1}{48} = \frac{1}{2^4 \times 3}$

③ $\frac{15}{220} = \frac{3}{44} = \frac{3}{2^2 \times 11}$

④ $\frac{18}{2^2 \times 3 \times 5^2} = \frac{3}{2 \times 5^2}$

⑤ $\frac{55}{2^3 \times 3 \times 5} = \frac{11}{2^3 \times 3}$

$a.\dot{b}\dot{c} = \frac{abc-a}{99}$

기약분수로 나타내었을 때 분모의 소인수가 2 또는 5뿐인 것을 찾는다.

$\frac{3}{2 \times 5^2} = \frac{3 \times 2}{2^2 \times 5^2} = \frac{6}{100} = 0.06$

$\frac{x}{y}$ 의 역수는 $\frac{y}{x}$ 이다.

05 (i) 분모의 소인수가 2뿐인 경우

$\frac{1}{2}, \frac{1}{2^2}, \frac{1}{2^3}, \frac{1}{2^4}, \frac{1}{2^5}$ 의 5개

(ii) 분모의 소인수가 5뿐인 경우

$\frac{1}{5}, \frac{1}{5^2}$ 의 2개

(iii) 분모의 소인수에 2와 5가 있는 경우

$\frac{1}{2 \times 5}, \frac{1}{2^2 \times 5}, \frac{1}{2^3 \times 5}, \frac{1}{2 \times 5^2}$ 의 4개

이상에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것의 개수는

$5 + 2 + 4 = 11$

답 ②

06 $\frac{14}{980} = \frac{1}{70} = \frac{1}{2 \times 5 \times 7}$ 이므로 $\frac{14}{980} \times a$ 가 유한소수로 나타내어지려면 a 는 7의 배수이어야 한다. 따라서 a 의 값이 될 수 있는 가장 작은 두 자리 자연수는 14이다.

답 14

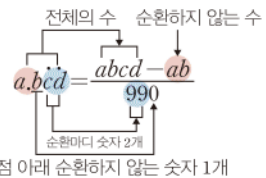
07 ① $2.0\dot{3} = \frac{203-20}{90}$ ② $1.\dot{5} = \frac{15-1}{9}$

③ $3.2\dot{8} = \frac{328-3}{99}$ ④ $0.\dot{1}8\dot{4} = \frac{184}{999}$

답 ⑤

만점 비법

순환소수를 분수로 나타내기



08 ① 모든 순환소수는 유리수이다.
 ② 순환소수가 아닌 무한소수는 분수로 나타낼 수 없다.
 ③ 정수가 아닌 유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다.
 ⑤ 무한소수는 순환소수이거나 순환소수가 아닌 무한소수이다.

답 ④

09 $4.\dot{1}\dot{6} - 0.\dot{2}\dot{5} = \frac{416-4}{99} - \frac{25}{99} = \frac{387}{99} = \frac{43}{11}$

따라서 $A=11, B=43$ 이므로

$4A - B = 1$

답 1

10 $0.3\dot{8} = \frac{38-3}{90} = \frac{35}{90} = \frac{7}{18}$ 이므로 $a = \frac{7}{18}$
 $11.\dot{6} = \frac{116-11}{9} = \frac{105}{9} = \frac{35}{3}$ 이므로 $b = \frac{3}{35}$

$\therefore ab = \frac{7}{18} \times \frac{3}{35} = \frac{1}{30} = 0.0333\cdots = 0.0\dot{3}$

답 0.03

11 $3.\dot{1}\dot{2} = \frac{312-3}{99} = \frac{309}{99}$

$34.\dot{3} = \frac{343-34}{9} = \frac{309}{9}$ 이므로

$\frac{309}{99} \times a = \frac{309}{9}$

$\therefore a = \frac{309}{9} \times \frac{99}{309} = 11$

답 ②

12 $0.\dot{1}4 + x = 1.5\dot{1} - \frac{28}{45}$ 에서

$$\frac{14-1}{90} + x = \frac{151-15}{90} - \frac{28}{45}$$

$$\frac{13}{90} + x = \frac{136}{90} - \frac{56}{90}$$

$$\therefore x = \frac{80}{90} - \frac{13}{90} = \frac{67}{90}$$

$$= 0.7444\cdots$$

$$= 0.7\dot{4}$$

답 0.74

만점 도전을 위한 고난도 문제

본책 10~12쪽

01 전략 주어진 분수를 순환소수로 나타낸 후 순환마디를 이루는 숫자의 개수를 이용한다.

풀이 $\frac{8}{37} = 0.216\dot{1}$ 이므로 순환마디를 이루는 숫자는 3개이다. → ①

이때 $40 = 3 \times 13 + 1$ 이므로 순환마디가 13번 반복되고 소수점 아래 40번째 자리의 숫자는 2이다. → ②

따라서 구하는 합은

$$(2 + 1 + 6) \times 13 + 2 = 119$$

→ ③

답 119

채점 기준	비율
① 순환마디를 이루는 숫자의 개수를 구할 수 있다.	20%
② 순환마디가 반복되는 횟수와 소수점 아래 40번째 자리의 숫자를 구할 수 있다.	40%
③ 답을 구할 수 있다.	40%

02 전략 주어진 분수를 순환소수로 나타낸 후 $f(n)$ 을 구한다.

풀이 $\frac{2}{7} = 0.28571\dot{4}$ 이므로 순환마디를 이루는 숫자는 6개이고

$$f(1) = 2, f(2) = 8, f(3) = 5,$$

$$f(4) = 7, f(5) = 1, f(6) = 4$$

(㉠) $50 = 6 \times 8 + 2$ 이므로

$$f(50) = f(2) = 8$$

(㉡) 순환마디를 이루는 숫자가 6개이므로

$$f(n) = f(n+6)$$

(㉢) $f(5) = f(11) = f(17) = \cdots = f(95) = 1$ 이므로 두 자리 자연수 n 은 11, 17, 23, ..., 95의 15개이다.

이상에서 옳은 것은 (㉠), (㉢)이다.

답 (㉠), (㉢)

03 전략 $\frac{10}{63}$ 을 순환소수로 나타내어 x_n 의 값을 구한다.

풀이 $\frac{10}{63} = 0.\dot{1}5873\dot{0}$ 이므로 순환마디를 이루는 숫자는 6개이다.

x_n 은 $\frac{10}{63}$ 을 소수로 나타내었을 때 소수점 아래 n 번째 자리의 숫자이고, $30 = 6 \times 5$ 이므로 소수점 아래 30번째 자리까지 순환마디가 5번 반복된다.

$$\therefore x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_{30}$$

$$= (1 + 5 + 8 + 7 + 3 + 0) \times 5$$

$$= 120$$

답 ④

04 전략 기약분수의 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이면 분모를 10의 거듭제곱의 꼴로 고쳐서 분수를 유한소수로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{풀이 } \frac{189}{750} &= \frac{63}{250} = \frac{3^2 \times 7}{2 \times 5^3} \\ &= \frac{3^2 \times 7 \times 2^2}{2 \times 5^3 \times 2^2} = \frac{252}{10^3} \end{aligned}$$

n 의 값이 커지면 a 의 값도 커지므로 $a+n$ 의 값은 $a=252, n=3$ 일 때 가장 작다.

따라서 구하는 가장 작은 수는

$$252 + 3 = 255$$

답 255

참고 $\frac{189}{750}$ 을 $\frac{a}{10^n}$ 꼴로 나타낼 수 있는 자연수 a, n 은 무수히 많다. 예를 들어

$$\frac{189}{750} = \frac{3^2 \times 7}{2 \times 5^3} = \frac{3^2 \times 7 \times (2^3 \times 5)}{2 \times 5^3 \times (2^3 \times 5)} = \frac{2520}{10^4}$$

에서 $a=2520, n=4$ 이므로 $a+n=2524$ 이지만 2524는 $a+n$ 의 가장 작은 값이 아니다.

05 전략 A는 주어진 두 분수를 기약분수로 나타내었을 때, 분모의 소인수 중 2와 5를 제외한 소인수들의 곱의 공배수이다.

$$\text{풀이 } \frac{17}{204} = \frac{1}{2^2 \times 3}, \frac{3}{140} = \frac{3}{2^2 \times 5 \times 7}$$

두 분수를 모두 유한소수로 나타낼 수 있으려면 A는 3과 7의 공배수, 즉 21의 배수이어야 한다.

따라서 두 번째로 작은 두 자리 자연수는 42이다.

답 42

06 전략 30등분 하는 29개의 점에 대응하는 유리수를 구한 후, 분자가 3의 배수인 것을 찾는다.

풀이 30등분 하는 29개의 점에 대응하는 유리수를 작은 것부터 차례대로 나열하면

$$\frac{1}{30}, \frac{2}{30}, \frac{3}{30}, \dots, \frac{29}{30}$$

이때 $30 = 2 \times 3 \times 5$ 이므로 유한소수로 나타내지려면 분자가 3의 배수이어야 한다.

따라서 유한소수로 나타낼 수 있는 분수는

$$\frac{3}{30}, \frac{6}{30}, \frac{9}{30}, \frac{12}{30}, \frac{15}{30}, \frac{18}{30}, \frac{21}{30}, \frac{24}{30}, \frac{27}{30}$$

의 9개이다.

답 ②

분모의 소인수 2와 5의 지수가 같아지도록 분모, 분자에 2 또는 5의 거듭제곱을 곱한다.

30등분 하는 29개의 점에 $\frac{30}{30} = 1$ 은 포함되지 않음에 주의한다.

07 전략 주어진 방정식의 해를 기약분수로 나타내었을 때 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이어야 한다.

풀이 $264x - 32 = n$ 에서 $x = \frac{n+32}{264}$

이때 $264 = 2^3 \times 3 \times 11$ 이므로 x 가 유한소수로 나타내어지려면 $n+32$ 는 3×11 , 즉 33의 배수이어야 한다.

$33 \times 3 = 99$, $33 \times 4 = 132$, $33 \times 5 = 165$ 이므로 가장 작은 세 자리 자연수 n 은

$n + 32 = 132 \quad \therefore n = 100$ **답** 100

08 전략 $x-y$ 의 값이 가장 클 때는 x 의 값이 가장 크고 y 의 값이 가장 작을 때임을 이용한다.

풀이 $\frac{94}{x} = \frac{2 \times 47}{x}$ 이 1보다 큰 유한소수로 나타내어지므로 x 는 94보다 작고 소인수가 2 또는 5뿐인 자연수 또는 47의 약수이다.

따라서 x 의 값 중 가장 큰 수는 $2^4 \times 5 = 80$ 이다. 47의 약수는 1, 47이다.

$\frac{y}{56} = \frac{y}{2^3 \times 7}$ 가 1보다 작은 유한소수로 나타내어지므로 y 는 56보다 작은 7의 배수이어야 한다.

따라서 y 의 값 중 가장 작은 수는 7이다.

즉 $x-y$ 의 값 중 가장 큰 수는

$80 - 7 = 73$ **답** 73

09 전략 주어진 분수를 유한소수로 나타낼 수 있게 하는 50 이하의 자연수 x 의 개수를 구한다.

풀이 $\frac{7}{2^2 \times 5 \times x}$ 을 유한소수로 나타낼 수 없으려면 기약분수의 분모에 2와 5 이외의 소인수가 있어야 한다. → ①

$\frac{7}{2^2 \times 5 \times x}$ 을 유한소수로 나타낼 수 있게 하는 50 이하의 자연수 x 는 다음과 같다.

(i) 분모의 소인수가 2 또는 5뿐일 때,

$1, 2, 2^2, 5, 2^3, 2 \times 5, 2^4, 2^2 \times 5, 5^2, 2^5, 2^3 \times 5, 2 \times 5^2$ 의 12개

(ii) 분모의 소인수에 7이 포함될 때,

$7, 2 \times 7, 2^2 \times 7, 5 \times 7$ 의 4개

(i), (ii)에서 주어진 분수를 유한소수로 나타낼 수 있게 하는 x 의 개수는

$12 + 4 = 16$ → ②

따라서 구하는 x 의 개수는

$50 - 16 = 34$ → ③

답 34

채점 기준	비율
① 주어진 분수를 유한소수로 나타낼 수 없게 하기 위한 조건을 알 수 있다.	20%
② 주어진 분수를 유한소수로 나타낼 수 있게 하는 x 의 개수를 구할 수 있다.	60%
③ 답을 구할 수 있다.	20%

만점 비법

분수를 유한소수로 나타낼 수 있는지 판별할 때에는 반드시 주어진 분수를 기약분수로 나타낸 후에 분모에 2 또는 5 이외의 소인수가 있는지 살펴본다.

예를 들어 $\frac{7}{2^2 \times 5 \times x}$ 에서 $x=7$ 일 때, 분모에 소인수 7이 있으므로 유한소수로 나타낼 수 없다고 생각하면 안 된다.

10 전략 10의 거듭제곱을 곱하여 소수점 아래의 부분이 같은 두 식을 만든다.

풀이 $x = 23.\dot{4}\dot{1} = 23.414141\cdots$ 이므로

$100x = 2341.414141\cdots$

$-) \quad x = 23.414141\cdots$

$\hline 100x - x = 2318$

$99x = 2318$

$\therefore x = \frac{2318}{99}$

따라서 이용할 수 있는 가장 간단한 식은 ②이다.

답 ②

11 전략 주어진 조건을 모두 만족시키는 순환소수는 $0.\dot{b}\dot{c}$ 꼴이다.

풀이 조건 (가), (나)에 의하여 a 는 $0.\dot{b}\dot{c}$ 꼴이므로 a 를 기약분수로 나타낼 때 분모가 될 수 있는 수는 99의 약수이다. 즉

$3, 9, 11, 33, 99$

이때 분모가 3, 9인 기약분수는 순환마디를 이루는 숫자의 개수가 1이므로 조건 (나)를 만족시키지 않는다.

따라서 구하는 수는

$11, 33, 99$

답 11, 33, 99

12 전략 도진이는 분자를 제대로 보았고, 소연이는 분모를 제대로 보았다.

풀이 $1.\dot{2}\dot{0} = \frac{120-1}{99} = \frac{119}{99}$ 에서 도진이는 분자를 제대로 보았으므로 구하는 기약분수의 분자는 119이다. → ①

$1.9\dot{1}\dot{8} = \frac{1918-191}{900} = \frac{1727}{900}$ 에서 소연이는 분모를 제대로 보았으므로 구하는 기약분수의 분모는 900이다.

→ ②

따라서 처음 기약분수는 $\frac{119}{900}$ 이므로

$\frac{119}{900} = 0.13222\cdots = 0.13\dot{2}$ → ③

답 $0.13\dot{2}$

채점 기준	비율
① 처음 기약분수의 분자를 구할 수 있다.	40%
② 처음 기약분수의 분모를 구할 수 있다.	40%
③ 처음 기약분수를 순환소수로 나타낼 수 있다.	20%

13 전략 $a.\dot{b} = \frac{(10a+b)-a}{9}$ 임을 이용한다.

$$\begin{aligned} \text{풀이 } 9.\dot{9} - 8.\dot{8} + 7.\dot{7} - 6.\dot{6} + 5.\dot{5} - 4.\dot{4} \\ &= \frac{99-9}{9} - \frac{88-8}{9} + \frac{77-7}{9} - \frac{66-6}{9} \\ &\quad + \frac{55-5}{9} - \frac{44-4}{9} \\ &= \frac{90-80+70-60+50-40}{9} \\ &= \frac{30}{9} = \frac{10}{3} = 3.333\cdots = 3.\dot{3} \end{aligned}$$

답 3. $\dot{3}$

14 전략 주어진 조건에 따라 식을 세운 후 순환소수를 분수로 나타내어 계산한다.

풀이 $0.\dot{a}\dot{b} + 0.\dot{b}\dot{a} = 0.\dot{3}$ 에서

$$\frac{10a+b}{99} + \frac{10b+a}{99} = \frac{3}{9}$$

$$11(a+b) = 33 \quad \therefore a+b=3$$

이때 a, b 는 한 자리 자연수이고 $a > b$ 이므로

$$a=2, b=1$$

$$\therefore 0.\dot{a}\dot{b} - 0.\dot{b}\dot{a} = 0.\dot{2}\dot{1} - 0.\dot{1}\dot{2}$$

$$= \frac{21}{99} - \frac{12}{99} = \frac{9}{99} = \frac{1}{11}$$

$$= 0.090909\cdots = 0.\dot{0}\dot{9}$$

답 ③

15 전략 a, b 를 소수로 나타낸 다음 분수로 바꾸어 계산한다.

$$\text{풀이 } a = 0.1404040\cdots = 0.1\dot{4}0 = \frac{140-1}{990} = \frac{139}{990},$$

$$b = 1.353535\cdots = 1.\dot{3}\dot{5} = \frac{135-1}{99} = \frac{134}{99} \quad \cdots \textcircled{1}$$

이므로

$$a+b = \frac{139}{990} + \frac{134}{99} = \frac{1479}{990} = \frac{493}{330} \quad \cdots \textcircled{2}$$

$$\therefore \langle a+b \rangle = \frac{330}{493} \quad \cdots \textcircled{3}$$

답 $\frac{330}{493}$

채점 기준	비율
① a, b 를 분수로 나타낼 수 있다.	40%
② $a+b$ 의 값을 구할 수 있다.	40%
③ $\langle a+b \rangle$ 의 값을 구할 수 있다.	20%

16 전략 주어진 조건에 따라 식을 세운 후 순환소수를 분수로 나타내어 계산한다.

풀이 $4.\dot{8}x - 4.8x = 0.\dot{8}$ 이므로

$$\frac{44}{9}x - \frac{48}{10}x = \frac{8}{9}, \quad 440x - 432x = 80$$

십의 자리의 숫자가 a ,
일의 자리의 숫자가 b 인
두 자리 자연수

$$\begin{aligned} \rightarrow 10 \times a + b \\ = 10a + b \end{aligned}$$

양변에 90을 곱한다.

$$8x = 80 \quad \therefore x = 10$$

답 ②

17 전략 순환소수를 분수로 나타낸 후 방정식을 푼다.

풀이 $0.\dot{3}x - 2.\dot{1} = 1.\dot{5} - x$ 에서

$$\frac{3}{9}x - \frac{19}{9} = \frac{14}{9} - x$$

$$3x - 19 = 14 - 9x$$

$$12x = 33 \quad \therefore x = \frac{11}{4}$$

$x = \frac{11}{4}$ 을 $0.\dot{8}x - 1 = 0.\dot{2}4x + k$ 에 대입하면

$$\frac{8}{9} \times \frac{11}{4} - 1 = \frac{24}{99} \times \frac{11}{4} + k$$

$$\frac{13}{9} = \frac{2}{3} + k$$

$$\therefore k = \frac{7}{9} = 0.777\cdots = 0.\dot{7}$$

답 0. $\dot{7}$

18 전략 순환소수를 분수로 나타낸 후 조건을 만족시키는 a, b 의 값을 구한다.

풀이 $0.75 < 0.\dot{1} \times a < 0.\dot{8}$ 에서

$$\frac{3}{4} < \frac{1}{9} \times a < \frac{8}{9}, \quad \frac{27}{36} < \frac{4a}{36} < \frac{32}{36}$$

$$\therefore 27 < 4a < 32$$

이때 a 는 자연수이므로 $a=7$

$\cdots \textcircled{1}$

$0.\dot{1} < 0.0\dot{1} \times b < 0.1\dot{3}$ 에서

$$\frac{1}{9} < \frac{1}{90} \times b < \frac{12}{90}, \quad \frac{10}{90} < \frac{b}{90} < \frac{12}{90}$$

$$\therefore 10 < b < 12$$

이때 b 는 자연수이므로 $b=11$

$\cdots \textcircled{2}$

$$\therefore a+b=18$$

$\cdots \textcircled{3}$

답 18

채점 기준	비율
① a 의 값을 구할 수 있다.	40%
② b 의 값을 구할 수 있다.	40%
③ $a+b$ 의 값을 구할 수 있다.	20%

최상위로 가는 최고 수준 문제

본책 13쪽

01 전략 주어진 두 순환소수를 각각 풀어서 후 규칙을 찾는다.

풀이 두 수 $0.\dot{2}71\dot{3}$, $0.\dot{2}71\dot{3}$ 에서

$$0.\dot{2}71\dot{3} = 0.2713271327132713\cdots$$

$$0.\dot{2}71\dot{3} = 0.2713713713713713\cdots$$

이므로 소수점 아래 첫째 자리의 숫자가 같고, 소수점 아래 둘째, 셋째, 넷째 자리와 열넷째, 열다섯째, 열여섯째 자리의 숫자가 각각 같다.

이때 $99=1+12 \times 8+2$ 이므로 $a_n=b_n$ 을 만족시키는 n 의 개수는

$$1+3 \times 8+2=27 \quad \text{답 ⑤}$$

02 전략 조건 (나)에서 $\frac{A}{270}$ 는 기약분수로 나타내었을 때 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이어야 한다.

풀이 $270=2 \times 3^3 \times 5$ 이므로 조건 (나)에서 $\frac{A}{270}$ 가 유한소수로 나타내어지려면 A 는 3^3 , 즉 27의 배수이어야 한다. 즉

$$A=27a \quad (a \text{는 자연수})$$

라 하자.

이때 조건 (다)에서

$$\frac{A}{270} \times 30 = \frac{27a}{270} \times 30 = 3a$$

이므로 $3a$ 가 어떤 자연수의 제곱이려면 a 는 $3 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이어야 한다.

$$\therefore A=27a=81 \times (\text{자연수})^2$$

따라서 조건 (가)에 의하여 A 가 될 수 있는 4의 배수인 세 자리 자연수는

$$A=81 \times 2^2=324 \quad \text{답 324}$$

03 전략 기약분수를 소수로 나타내었을 때 유한소수가 되려면 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이어야 한다.

풀이 $\frac{13}{a}$ 이 1보다 작으므로 $a > 13$

$\frac{13}{a}$ 이 유한소수로 나타내어지는 13보다 큰 자연수 a 를 구하면 다음과 같다.

(i) a 의 소인수가 2 또는 5뿐일 때,

$$16, 20, 25, 32, 40, \dots$$

$$\text{이때 } \frac{13}{16}=0.8125, \frac{13}{20}=0.65, \frac{13}{25}=0.52, \dots \text{이고,}$$

a 의 값이 커질수록 $\frac{13}{a}$ 의 값은 작아진다.

(ii) a 의 소인수에 13이 포함될 때,

$$26, 52, 65, 104, 130, \dots$$

$$\text{이때 } \frac{13}{26}=0.5, \frac{13}{52}=0.25, \frac{13}{65}=0.2, \dots \text{이고, } a \text{의}$$

값이 커질수록 $\frac{13}{a}$ 의 값은 작아진다.

(i), (ii)에서 $\frac{13}{a}$ 을 소수로 나타내었을 때, 소수점 아래 첫째 자리의 숫자가 8인 유한소수가 되는 a 의 값은 16이다. 답 16

일품 BOX

열두 자리의 차이가 난다.

$$\frac{\frac{D}{\frac{C}{B}}}{\frac{A}{B}} = \frac{D}{C} \div \frac{B}{A}$$

$$= \frac{D}{C} \times \frac{A}{B}$$

$$= \frac{AD}{BC} \quad (\text{단, } ABC \neq 0)$$

04 전략 $0.\dot{0}8\dot{1}$ 을 분수로 나타내어 x 의 값을 구한다.

풀이 $0.\dot{0}8\dot{1} = \frac{81}{999} = \frac{3}{37}$ 이므로

$$\begin{aligned} \frac{3}{37} &= 1 - \frac{34}{37} \\ &= 1 - \frac{1}{\frac{37}{34}} = 1 - \frac{1}{1 + \frac{3}{34}} \end{aligned}$$

즉 $\frac{1}{x} = \frac{3}{34}$ 이므로 $x = \frac{34}{3}$

따라서 $x = 11.333\cdots = 11.\dot{3}$ 이므로

$$a=3$$

→ ①

→ ②

답 3

채점 기준	비율
① x 의 값을 구할 수 있다.	60%
② a 의 값을 구할 수 있다.	40%

05 전략 먼저 순환소수를 분수로 나타낸다.

풀이 $0.24\dot{a} = \frac{(240+a)-2}{990} = \frac{238+a}{990}$ 이므로

$$\frac{238+a}{990} = \frac{b}{330}$$

즉 $238+a=3b$ 이므로 $b = \frac{238+a}{3}$

이때 b 는 자연수이므로 $238+a$ 는 3의 배수이어야 하고, a 는 한 자리 자연수이므로

$$a=2 \text{ 또는 } a=5 \text{ 또는 } a=8$$

(i) $a=2$ 일 때, $b = \frac{240}{3} = 80$ 이므로

$$b-a=78$$

(ii) $a=5$ 일 때, $b = \frac{243}{3} = 81$ 이므로

$$b-a=76$$

(iii) $a=8$ 일 때, $b = \frac{246}{3} = 82$ 이므로

$$b-a=74$$

이상에서 $b-a$ 의 값이 될 수 있는 것은 (㉠), (㉡), (㉢)이다.

답 (㉠), (㉡), (㉢)

06 전략 $a+b$ 의 값을 순환소수로 나타낸 다음 순환마디를 이루는 숫자의 개수를 이용한다.

풀이 (1) $0.1\dot{7}\dot{2} = 17.1 \times a$ 에서

$$\frac{171}{990} = \frac{171}{10} \times a$$

$$\therefore a = \frac{171}{990} \times \frac{10}{171} = \frac{1}{99}$$

$$b = 25 \times 0.0\dot{1} = 25 \times \frac{1}{90} = \frac{5}{18}$$

→ ①

$$\therefore a+b = \frac{1}{99} + \frac{5}{18} = \frac{57}{198} = \frac{19}{66}$$

$$= 0.28787\cdots = 0.2\dot{8}\dot{7}$$

→ ②

(2) $a+b=0.2\dot{8}7$ 이므로 순환마디를 이루는 숫자는 2개이다.

이때 $2019=1+2\times 1009$ 이므로 소수점 아래 2019번째 자리의 숫자는 7이다. $\cdots \textcircled{3}$

답 (1) $0.2\dot{8}7$ (2) 7

채점 기준	비율
① a, b 의 값을 분수로 나타낼 수 있다.	30%
② $a+b$ 의 값을 순환소수로 나타낼 수 있다.	30%
③ 소수점 아래 2019번째 자리의 숫자를 구할 수 있다.	40%

07 전략 $\langle x, y \rangle$ 를 먼저 간단히 한다.

풀이 $\langle x, y \rangle$

$$\begin{aligned} &= 2\left(\frac{x}{9} + \frac{y}{9}\right) + \frac{10x+y}{99} + \frac{10y+x}{99} \\ &= \frac{2(x+y)}{9} + \frac{11x+11y}{99} \\ &= \frac{2(x+y)}{9} + \frac{x+y}{9} = \frac{x+y}{3} \end{aligned}$$

$\cdots \textcircled{1}$

즉 $\langle m, n \rangle \leq \langle 1, 5 \rangle$ 에서

$$\frac{m+n}{3} \leq \frac{1+5}{3} \quad \therefore m+n \leq 6$$

이때 m, n 이 서로 다른 자연수이므로

$$m+n=3 \text{ 또는 } m+n=4 \text{ 또는 } m+n=5 \text{ 또는 } m+n=6$$

$\cdots \textcircled{2}$

(i) $m+n=3$ 을 만족시키는 순서쌍 (m, n) 은

$(1, 2), (2, 1)$ 의 2개

(ii) $m+n=4$ 를 만족시키는 순서쌍 (m, n) 은

$(1, 3), (3, 1)$ 의 2개

(iii) $m+n=5$ 를 만족시키는 순서쌍 (m, n) 은

$(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)$ 의 4개

(iv) $m+n=6$ 을 만족시키는 순서쌍 (m, n) 은

$(1, 5), (2, 4), (4, 2), (5, 1)$ 의 4개

이상에서 구하는 순서쌍 (m, n) 의 개수는

$$2+2+4+4=12$$

$\cdots \textcircled{3}$

답 12

채점 기준	비율
① $\langle x, y \rangle$ 를 간단히 할 수 있다.	30%
② $m+n$ 의 값이 될 수 있는 수를 구할 수 있다.	30%
③ m, n 의 순서쌍 (m, n) 의 개수를 구할 수 있다.	40%

m 과 n 이 서로 다른 자연수이므로 $m+n \geq 3$

$$\begin{aligned} 2^{2x+2} &= 2^{10} \text{이므로} \\ 2x+2 &= 10 \end{aligned}$$

2와 5의 지수 중 작은 쪽의 지수에 맞춰서 2와 5의 지수가 같아지도록 변형한 후 몇 자리 자연수인지 구한다.

2 단항식의 계산

개념 & 핵심 기출

본책 14~16쪽

01 ① $x^2 \times x^3 = x^5$

② $(x^2y)^5 = x^{10}y^5$

③ $(x^3)^4 \div (x^4)^3 = x^{12} \div x^{12} = 1$

⑤ $x^8 \div (x^3)^2 \div x = x^8 \div x^6 \div x = x$

답 ④

02 ① $2^6 \div 2^3 = 2^3$

② $4^3 \times 4^2 \div 2^7 = 4^5 \div 2^7 = (2^2)^5 \div 2^7$

$$= 2^{10} \div 2^7 = 2^3$$

③ $2^9 \div 2^8 \times 2^2 = 2^3$

④ $(2^5)^2 \div 2^8 \times 4 = 2^{10} \div 2^8 \times 2^2 = 2^4$

⑤ $(4^2)^3 \div 4^2 \div 2^5 = 4^6 \div 4^2 \div 2^5 = 4^4 \div 2^5$

$$= (2^2)^4 \div 2^5 = 2^8 \div 2^5 = 2^3$$

답 ④

03 $(2^a)^3 \div 4^2 = 2^2$ 에서 $2^{3a} \div (2^2)^2 = 2^2$

즉 $2^{3a} \div 2^4 = 2^2$ 이므로

$$3a-4=2 \quad \therefore a=2$$

$27 \div 3^b \times 81 = 9$ 에서 $3^3 \div 3^b \times 3^4 = 3^2$ 이므로

$$3-b+4=2 \quad \therefore b=5$$

$$\therefore ab=10$$

답 10

04 $4^x + 4^x + 4^x + 4^x = 4 \times 4^x = 4^{x+1}$

$$= (2^2)^{x+1} = 2^{2x+2}$$

이므로 $2x+2=10 \quad \therefore x=4$

답 4

05 $49^2 \div 49^6 = \frac{1}{49^4} = \frac{1}{(7^2)^4} = \frac{1}{7^8}$

$$= \frac{1}{(7^4)^2} = \frac{1}{A^2}$$

답 ①

06 $A = 2^{x-1} = 2^x \div 2$ 이므로 $2^x = 2A$

$$\therefore 16^x = (2^4)^x = (2^x)^4 = (2A)^4 = 16A^4$$

답 ⑤

07 $4^4 \times 5^5 = (2^2)^4 \times 5^5 = 2^8 \times 5^5 = 2^3 \times 2^5 \times 5^5$

$$= 2^3 \times (2 \times 5)^5 = 8 \times 10^5$$

따라서 $4^4 \times 5^5$ 은 6자리 자연수이므로

$$n=6$$

답 ②

08 (1) $A = 2^{13} \times 3^3 \times 5^{11} = 2^2 \times 2^{11} \times 3^3 \times 5^{11}$

$$= 2^2 \times 3^3 \times (2 \times 5)^{11} = 108 \times 10^{11}$$

$$\therefore a=108, n=11$$

(2) A 는 14자리 자연수이다.

답 (1) $a=108, n=11$ (2) 14자리

$$\begin{aligned} 09 \quad \frac{8^4 \times 15^{10}}{45^5} &= \frac{(2^3)^4 \times (3 \times 5)^{10}}{(3^2 \times 5)^5} = \frac{2^{12} \times 3^{10} \times 5^{10}}{3^{10} \times 5^5} \\ &= 2^{12} \times 5^5 = 2^7 \times 2^5 \times 5^5 \\ &= 2^7 \times (2 \times 5)^5 = 128 \times 10^5 \end{aligned}$$

따라서 $\frac{8^4 \times 15^{10}}{45^5}$ 은 8자리 자연수이므로

$$n=8$$

또 각 자리의 숫자의 합은 $1+2+8=11$ 이므로

$$a=11$$

$$\therefore a+n=19$$

답 19

$$\begin{aligned} 10 \quad (2x^2y^4)^3 \times \left(-\frac{x^3}{y}\right)^2 \times \left(\frac{y}{x^2}\right)^3 \\ = 8x^6y^{12} \times \frac{x^6}{y^2} \times \frac{y^3}{x^6} \\ = 8x^6y^{13} \end{aligned}$$

답 ⑤

$$\begin{aligned} 11 \quad \frac{4y^7}{x^5} \div (-6xy^2)^2 \div \left(\frac{y}{x^3}\right)^4 \\ = \frac{4y^7}{x^5} \times \frac{1}{36x^2y^4} \times \frac{x^{12}}{y^4} \\ = \frac{x^5}{9y} \end{aligned}$$

따라서 $a=5, b=9, c=1$ 이므로

$$a+b+c=15$$

답 15

$$12 \quad 5x^2y \times (-2x^4y^A)^2 = 5x^2y \times 4x^8y^{2A} = 20x^{10}y^{1+2A}$$

$$\text{즉 } 20x^{10}y^{1+2A} = 20x^By^7 \text{이므로}$$

$$1+2A=7, B=10$$

$$\therefore A=3, B=10$$

$$\begin{aligned} (-4x^Cy^2)^3 \div 8x^3y^7 &= -64x^{3C}y^6 \times \frac{1}{8x^3y^7} \\ &= \frac{-8x^{3C}}{x^3y} \end{aligned}$$

$$\text{즉 } \frac{-8x^{3C}}{x^3y} = \frac{-8x^6}{y^D} \text{이므로}$$

$$3C-3=6, D=1$$

$$\therefore C=3, D=1$$

$$\therefore A-B+C-D=-5$$

답 -5

$$13 \quad ① (-2x^2)^3 \times x^4 = -8x^6 \times x^4 = -8x^{10}$$

$$② 16a^2b^3 \div 4ab^2 = 16a^2b^3 \times \frac{1}{4ab^2} = 4ab$$

$$\begin{aligned} ③ (-x^2y^2)^2 \div 2xy^2 \div \left(-\frac{y^2}{2}\right)^3 \\ = x^4y^4 \div 2xy^2 \div \left(-\frac{y^6}{8}\right) \\ = x^4y^4 \times \frac{1}{2xy^2} \times \left(-\frac{8}{y^6}\right) = -\frac{4x^3}{y^4} \end{aligned}$$

$$④ (3a^3b)^2 \times a^2b \div 3a^7 = 9a^6b^2 \times a^2b \times \frac{1}{3a^7} = 3ab^3$$

$$\begin{aligned} ⑤ (-xy^2)^4 \times \left(\frac{2y}{x^3}\right)^2 \div \frac{4y^4}{x^3} &= x^4y^8 \times \frac{4y^2}{x^6} \times \frac{x^3}{4y^4} \\ &= xy^6 \end{aligned}$$

답 ④

$$14 \quad 15x^3y^2 \times (-2x^5y^4) \div 5x^4y^3$$

$$= 15x^3y^2 \times (-2x^5y^4) \times \frac{1}{5x^4y^3}$$

$$= -6x^4y^3$$

따라서 $A=-6, B=4, C=3$ 이므로

$$A+B+C=1$$

답 1

$$15 \quad x^2y^2 \div (-3y)^2 \times \frac{3y^3}{x^4} = x^2y^2 \times \frac{1}{9y^2} \times \frac{3y^3}{x^4}$$

$$= \frac{y^3}{3x^2} \quad \text{답 } \frac{y^3}{3x^2}$$

$$16 \quad (\text{부피}) = \frac{1}{3} \times 3ab^2 \times (2a^2b)^2 \times 4a^3b^2$$

$$= \frac{1}{3} \times 3ab^2 \times 4a^4b^2 \times 4a^3b^2$$

$$= 16a^8b^6$$

답 $16a^8b^6$

$$17 \quad (6ab)^2 \times (\text{높이}) = 48a^3b^5 \text{이므로}$$

$$(\text{높이}) = 48a^3b^5 \times \frac{1}{36a^2b^2}$$

$$= \frac{4}{3}ab^3$$

답 ③

$$18 \quad \frac{1}{2} \times 4a^2b^4 \times 2a^3 = 6a^3b \times (\text{세로의 길이}) \text{이므로}$$

$$(\text{세로의 길이}) = \frac{1}{2} \times 4a^2b^4 \times 2a^3 \times \frac{1}{6a^3b}$$

$$= \frac{2}{3}a^2b^3$$

답 $\frac{2}{3}a^2b^3$

▶ 만점 도전을 위한 고난도 문제

본책 17~19쪽

01 **전략** 지수법칙을 이용하여 좌변을 간단히 정리한다.

$$\begin{aligned} \text{풀이 } (x^a)^2 \times y^b \div (x^3)^2 \div y &= x^{2a} \times y^b \div x^6 \div y \\ &= \frac{x^{2a}y^b}{x^6y} \end{aligned}$$

$$\text{즉 } \frac{x^{2a}y^b}{x^6y} = \frac{y^2}{x^2} \text{이므로}$$

$$6-2a=2, b-1=2$$

따라서 $a=2, b=3$ 이므로

$$a+b=5$$

답 ③

02 전략 4, 6, 8, 9, 10을 각각 소인수분해한 후 지수법칙을 이용한다.

풀이 4, 6, 8, 9, 10을 각각 소인수분해하면

$$4=2^2, 6=2 \times 3, 8=2^3, 9=3^2, 10=2 \times 5 \quad \cdots ①$$

이므로

$$\begin{aligned} & 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \\ &= 1 \times 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times (2 \times 3) \times 7 \times 2^3 \times 3^2 \times (2 \times 5) \\ &= 2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7 \end{aligned}$$

따라서 $a=8, b=4, c=2, d=1$ 이므로 $\cdots ②$

$$\begin{aligned} (ab)^{cd} &= 32^2 = (2^5)^2 \\ &= 2^{10} = 1024 \quad \cdots ③ \end{aligned}$$

답 1024

채점 기준	비율
① 4, 6, 8, 9, 10을 각각 소인수분해할 수 있다.	20%
② a, b, c, d 의 값을 구할 수 있다.	50%
③ $(ab)^{cd}$ 의 값을 구할 수 있다.	30%

03 전략 지수법칙을 이용하여 좌변을 간단히 정리한다.

풀이 (가) $(a^2)^4 \times (a^3)^2 \times (a^4)^4 = a^8 \times a^6 \times a^{16} = a^{30}$ 이므로

$$\square = 30$$

(나) $b^{11} \div b^5 \div b^{\square} = b^{11-5-\square} = b^2$ 이므로

$$6 - \square = 2 \quad \therefore \square = 4$$

(다) $(2a^2)^2 \times 3a \div a^4 = 4a^4 \times 3a \div a^4 = 12a$ 이므로

$$\square = 12$$

따라서 \square 안에 알맞은 수들의 합은

$$30 + 4 + 12 = 46 \quad \text{답 ④}$$

04 전략 8과 4를 2의 거듭제곱으로 나타낸다.

$$\begin{aligned} \text{풀이 } \left(\frac{8^6 + 4^6}{8^4 + 4^3}\right)^2 &= \left[\frac{(2^3)^6 + (2^2)^6}{(2^3)^4 + (2^2)^3}\right]^2 = \left(\frac{2^{18} + 2^{12}}{2^{12} + 2^6}\right)^2 \\ &= \left[\frac{2^{12}(2^6 + 1)}{2^6(2^6 + 1)}\right]^2 = (2^6)^2 = 2^{12} \end{aligned}$$

$$\therefore k = 12$$

답 12

05 전략 주어진 식의 좌변을 3^x 을 사용하여 나타낸다.

풀이 $3^{x+2} + 3^{x+1} + 3^x = 351$ 에서

$$3^2 \times 3^x + 3 \times 3^x + 3^x = 351$$

$$(3^2 + 3 + 1) \times 3^x = 351, \quad 13 \times 3^x = 351$$

$$3^x = 27 = 3^3 \quad \therefore x = 3 \quad \text{답 ②}$$

06 전략 지수법칙을 이용하여 주어진 식을 간단히 한다.

$$\begin{aligned} \text{풀이 } 2 \times 3^{51} + 18 \times 3^{49} &= 2 \times 3 \times 3^{50} + 2 \times 3^2 \times 3^{49} \\ &= 2 \times 3 \times 3^{50} + 2 \times 3 \times 3 \times 3^{49} \\ &= 6 \times 3^{50} + 6 \times 3^{50} \end{aligned}$$

a 가 l 자리 자연수일 때,
 $a \times 10^n$ 은 $(l+n)$ 자리
자연수이다.

$$\begin{aligned} &= 12 \times 3^{50} = 12 \times (3^{25})^2 \\ &= 12A^2 \end{aligned}$$

답 ④

07 전략 먼저 $3^x, 5^x$ 을 a, b 를 사용하여 나타낸다.

풀이 $a = 3^{x+1} = 3 \times 3^x$ 이므로

$$3^x = \frac{a}{3} \quad \cdots ①$$

$b = 5^{x+1} = 5 \times 5^x$ 이므로

$$5^x = \frac{b}{5} \quad \cdots ②$$

$$\therefore 15^x = (3 \times 5)^x = 3^x \times 5^x$$

$$= \frac{a}{3} \times \frac{b}{5} = \frac{ab}{15} \quad \cdots ③$$

답 $\frac{ab}{15}$

채점 기준	비율
① 3^x 을 a 를 사용하여 나타낼 수 있다.	40%
② 5^x 을 b 를 사용하여 나타낼 수 있다.	40%
③ 15^x 을 a, b 를 사용하여 나타낼 수 있다.	20%

08 전략 분모, 분자에 3^x 을 곱한다.

풀이 $\frac{3^{5x}}{3^{3x} + 3^x}$ 의 분모, 분자에 3^x 을 곱하면

$$\begin{aligned} \frac{3^{5x}}{3^{3x} + 3^x} &= \frac{3^{5x} \times 3^x}{(3^{3x} + 3^x) \times 3^x} \\ &= \frac{3^{6x}}{3^{4x} + 3^{2x}} = \frac{(3^{2x})^3}{(3^{2x})^2 + 3^{2x}} \\ &= \frac{a^3}{a^2 + a} = \frac{a^2}{a + 1} \end{aligned} \quad \text{답 ④}$$

다른풀이 $\frac{3^{5x}}{3^{3x} + 3^x}$ 의 분모, 분자를 3^x 으로 나누면

$$\begin{aligned} \frac{3^{5x}}{3^{3x} + 3^x} &= \frac{3^{5x} \div 3^x}{(3^{3x} + 3^x) \div 3^x} \\ &= \frac{3^{4x}}{3^{2x} + 1} = \frac{(3^{2x})^2}{3^{2x} + 1} \\ &= \frac{a^2}{a + 1} \end{aligned}$$

만점 비법

분모, 분자에 같은 수를 곱하거나 분모, 분자를 같은 수로 나누어 3^{2x} 의 거듭제곱의 꼴이 나타나도록 변형한다.

09 전략 주어진 수를 소인수분해한 후 $a \times 10^n$ (a, n 은 자연수) 꼴로 변형한다.

$$\begin{aligned} \text{풀이 } 8^x \times 5^3 \div 2^{2x} &= (2^3)^x \times 5^3 \div 2^{2x} = 2^{3x} \times 5^3 \div 2^{2x} \\ &= 2^{3x-2x} \times 5^3 = 2^x \times 5^3 \end{aligned}$$

$2^x \times 5^3$ 을 $a \times 10^n$ (a, n 은 자연수) 꼴로 나타내면

$$\begin{aligned} 2^x \times 5^3 &= 2^{x-3} \times 2^3 \times 5^3 = 2^{x-3} \times (2 \times 5)^3 \\ &= 2^{x-3} \times 10^3 \end{aligned}$$

이때 $2^{x-3} \times 10^3$ 이 1000보다 큰 네 자리 자연수이므로 2^{x-3} 의 값은 2, 4, 8, 즉 $2^1, 2^2, 2^3$ 이다.
따라서 자연수 x 의 값은 4, 5, 6이므로 x 의 값 중 가장 큰 수는 6이다. 답 ④

10 전략 $x^a + x^a + \dots + x^a = n \times x^a$ 임을 이용한다.

풀이 $A = (2^4 + 2^4 + 2^4 + 2^4 + 2^4)(5^3 + 5^3 + 5^3)$
 $= (5 \times 2^4) \times (3 \times 5^3)$
 $= 3 \times 2^4 \times 5^4 = 3 \times (2 \times 5)^4 = 3 \times 10^4$

따라서 A 는 5자리 자연수이다. 답 5자리

11 전략 3의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자의 규칙성을 찾는다.

풀이 $3^1=3, 3^2=9, 3^3=27, 3^4=81, 3^5=243, \dots$ 이므로 3의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1이 이 순서대로 반복된다.

이때 $10=4 \times 2 + 2$ 이므로 3^{10} 의 일의 자리의 숫자는 3^2 의 일의 자리의 숫자와 같은 9이다.

또 $20=4 \times 5$ 이므로 3^{20} 의 일의 자리의 숫자는 3^4 의 일의 자리의 숫자와 같은 1이다.

따라서 $\{3^{10}\}=9, \{3^{20}\}=1$ 이므로

$$\{\{3^{10}\} + \{3^{20}\}\} = \{9+1\} = \{10\} = 0 \quad \text{답 0}$$

만점 비법

거듭제곱의 일의 자리의 숫자 구하기
자연수 n 에 대하여 $2^n, 3^n, 4^n, \dots$ 의 일의 자리의 숫자는 규칙적으로 반복되므로 차례대로 구하여 규칙성을 찾는다.

12 전략 지수를 같게 하여 밑의 대소를 비교한다.

풀이 $A = 2^{48} = (2^4)^{12} = 16^{12}$

$B = 3^{36} = (3^3)^{12} = 27^{12}$

$C = 5^{24} = (5^2)^{12} = 25^{12}$

$16 < 25 < 27$ 이므로 $16^{12} < 25^{12} < 27^{12}$

$\therefore A < C < B$ 답 $A < C < B$

만점 비법

자연수 a, b, m, n 에 대하여

① $a < b$ 이면 $a^m < b^m$

→ 지수가 같을 때, 밑이 클수록 큰 수이다.

② $m < n$ 이면 $a^m < a^n$ (단, $a \neq 1$)

→ 밑이 같을 때, 지수가 클수록 큰 수이다.

13 전략 지수법칙을 이용하여 좌변을 간단히 정리한다.

풀이 $(-2x^2y)^B \times Ax^3y^5 = (-2)^B x^{2B} y^B \times Ax^3y^5$
 $= A \times (-2)^B x^{2B+3} y^{B+5}$

일품 BOX

$B+5=10$ 에서
 $B=5$
 $B=5$ 를 $2B+3=C$ 에
 대입하면
 $10+3=C$
 $\therefore C=13$
 $B=5$ 를
 $A \times (-2)^B = -96$ 에
 대입하면
 $A \times (-2)^5 = -96$
 $A \times (-32) = -96$
 $\therefore A=3$

$x=4$ 인 경우
 $2^4 \times 5^3 = 2 \times 10^3$
 $= 2000$
 $x=5$ 인 경우
 $2^5 \times 5^3 = 2^2 \times 10^3$
 $= 4000$
 $x=6$ 인 경우
 $2^6 \times 5^3 = 2^3 \times 10^3$
 $= 8000$

$A \div B = C$ 에서
 $A \times \frac{1}{B} = C$
 $\therefore A = C \times B$

$A \div B = C$ 에서
 $B = A \div C$
 $= A \times \frac{1}{C}$

10의 일의 자리의 숫자는 0이다.

즉 $A \times (-2)^B x^{2B+3} y^{B+5} = -96x^C y^{10}$ 이므로

$A \times (-2)^B = -96, 2B+3=C, B+5=10$

따라서 $A=3, B=5, C=13$ 이므로

$A+B+C=21$ 답 ④

14 전략 어떤 식을 A 로 놓고 식을 세운다.

풀이 어떤 식을 A 라 하면 $A \div \frac{2y}{5x^2} = (5x^2y)^2$

$\therefore A = (5x^2y)^2 \times \frac{2y}{5x^2} = 25x^4y^2 \times \frac{2y}{5x^2}$
 $= 10x^2y^3$ → ①

따라서 바르게 계산한 식은

$10x^2y^3 \times \frac{2y}{5x^2} = 4y^4$ → ②

답 $4y^4$

채점 기준	비율
① 어떤 식을 구할 수 있다.	50%
② 바르게 계산한 식을 구할 수 있다.	50%

15 전략 $\bigcirc \div \triangle = \square$ 이면 $\triangle = \bigcirc \times \frac{1}{\square}$ 임을 이용한다.

풀이 $4xy^3 \times A = -12x^3y^5$ 에서

$A = -12x^3y^5 \times \frac{1}{4xy^3} = -3x^2y^2$ → ①

$28x^4y^2 \div B = 7xy$ 에서

$B = 28x^4y^2 \times \frac{1}{7xy} = 4x^3y$ → ②

$\therefore A^2 \div B = (-3x^2y^2)^2 \div 4x^3y$

$= 9x^4y^4 \div 4x^3y$

$= \frac{9}{4}xy^3$ → ③

답 $\frac{9}{4}xy^3$

채점 기준	비율
① A 를 구할 수 있다.	30%
② B 를 구할 수 있다.	30%
③ $A^2 \div B$ 를 계산할 수 있다.	40%

16 전략 먼저 A, C 를 x 와 B 를 사용하여 나타낸다.

풀이 $A \div B = (2x^3)^5 = 32x^{15}$ 에서

$A = 32x^{15} \times B$

$C \div B = (-x^2)^3 = -x^6$ 에서

$C = -x^6 \times B$

$\therefore A \div C = (32x^{15} \times B) \div (-x^6 \times B)$

$= 32x^{15} \times B \times \frac{1}{-x^6 \times B}$

$= -32x^9$ 답 ①

17 전략 지수법칙을 이용하여 좌변을 간단히 정리한다.

$$\begin{aligned} \text{풀이 } & \left(-\frac{x^3}{2y}\right)^4 \times \left(\frac{y^4}{x^a}\right)^3 \div \left(-\frac{x^2}{4y}\right)^2 \\ &= \frac{x^{12}}{16y^4} \times \frac{y^{12}}{x^{3a}} \div \frac{x^4}{16y^2} \\ &= \frac{x^{12}}{16y^4} \times \frac{y^{12}}{x^{3a}} \times \frac{16y^2}{x^4} \\ &= \frac{x^8 y^{10}}{x^{3a}} \\ \text{즉 } & \frac{x^8 y^{10}}{x^{3a}} = \frac{y^{5b}}{x} \text{이므로} \\ & 3a-8=1, 5b=10 \\ \text{따라서 } & a=3, b=2 \text{이므로} \\ & a+b=5 \end{aligned}$$

답 ②

18 전략 주어진 식을 간단히 한 후 x^4, y^2, z^3 의 값을 각각 대입한다.

$$\begin{aligned} \text{풀이 } & \left(\frac{x^2 y}{2z}\right)^3 \times \frac{18z^2}{y} \div (-3x)^2 \times \frac{4}{z^5} \\ &= \frac{x^6 y^3}{8z^3} \times \frac{18z^2}{y} \div 9x^2 \times \frac{4}{z^5} \\ &= \frac{x^6 y^3}{8z^3} \times \frac{18z^2}{y} \times \frac{1}{9x^2} \times \frac{4}{z^5} \\ &= \frac{x^4 y^2}{z^6} = \frac{8 \times 1}{4^2} = \frac{1}{2} \\ & \frac{x^4 y^2}{z^6} = \frac{x^4 y^2}{(z^3)^2} = \frac{8 \times 1}{4^2} \end{aligned}$$

답 $\frac{1}{2}$

19 전략 (직육면체의 부피)

$$= (\text{가로의 길이}) \times (\text{세로의 길이}) \times (\text{높이})$$

$$\text{풀이 } (\text{가로의 길이}) \times 3x^4 \times 5y^2 = 60x^5 y^7 \text{이므로}$$

$$\begin{aligned} (\text{가로의 길이}) &= 60x^5 y^7 \times \frac{1}{3x^4} \times \frac{1}{5y^2} \\ &= 4xy^5 \end{aligned}$$

답 $4xy^5$

20 전략 원기둥, 원뿔의 부피를 구하는 공식을 이용한다.

풀이 원기둥의 부피는

$$\begin{aligned} \pi \times (a^2 b)^2 \times 2ab^3 &= \pi \times a^4 b^2 \times 2ab^3 \\ &= 2\pi a^5 b^5 \end{aligned}$$

→ ①

원뿔의 부피는

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} \times \pi \times (3ab^2)^2 \times (\text{높이}) \\ &= \frac{1}{3} \times \pi \times 9a^2 b^4 \times (\text{높이}) \\ &= 3\pi a^2 b^4 \times (\text{높이}) \end{aligned}$$

→ ②

$$\text{즉 } 2\pi a^5 b^5 = 3\pi a^2 b^4 \times (\text{높이}) \text{이므로}$$

$$\begin{aligned} (\text{높이}) &= 2\pi a^5 b^5 \times \frac{1}{3\pi a^2 b^4} \\ &= \frac{2}{3} a^3 b \end{aligned}$$

→ ③

답 $\frac{2}{3} a^3 b$

밑면의 반지름의 길이가 r , 높이가 h 인 원뿔의 부피를 V 라 하면

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

원기둥과 원뿔의 부피가 같다.

채점 기준

비율

① 원기둥의 부피를 구할 수 있다.	40%
② 원뿔의 부피를 구할 수 있다.	40%
③ 원뿔의 높이를 구할 수 있다.	20%

21 전략 직각삼각형을 1회전 시킬 때 생기는 입체도형이 원뿔임을 이용한다.

풀이 직각삼각형을 직선 m 을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 밑면의 반지름의 길이가 $\frac{1}{2}y$, 높이가 $3x$ 인 원뿔이므로

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{1}{2}y\right)^2 \times 3x \\ &= \frac{1}{4} \pi x y^2 \end{aligned}$$

→ ①

직각삼각형을 직선 l 을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 밑면의 반지름의 길이가 $3x$, 높이가 $\frac{1}{2}y$ 인 원뿔이므로

$$\begin{aligned} V_2 &= \frac{1}{3} \times \pi \times (3x)^2 \times \frac{1}{2}y \\ &= \frac{3}{2} \pi x^2 y \end{aligned}$$

→ ②

$$\begin{aligned} \therefore V_1 \div V_2 &= \frac{1}{4} \pi x y^2 \div \frac{3}{2} \pi x^2 y \\ &= \frac{1}{4} \pi x y^2 \times \frac{2}{3 \pi x^2 y} \\ &= \frac{y}{6x} \end{aligned}$$

→ ③

답 $\frac{y}{6x}$

채점 기준

비율

① V_1 을 구할 수 있다.	40%
② V_2 를 구할 수 있다.	40%
③ $V_1 \div V_2$ 를 구할 수 있다.	20%

최상위로 가는 최고 수준 문제

본책 20쪽

01 전략 지수법칙을 이용하여 주어진 식의 좌변을 정리한 후 밑이 같은 지수끼리 비교한다.

$$\text{풀이 } (x^a y^b z^c)^d = x^{21} y^{35} z^{14} \text{에서}$$

$$x^{ad} y^{bd} z^{cd} = x^{21} y^{35} z^{14}$$

$$\therefore ad=21, bd=35, cd=14$$

a, b, c, d 가 모두 자연수이므로 가장 큰 자연수 d 는 21, 35, 14의 최대공약수이다.

→ ①

따라서 $d=7$ 이고 $a=3, b=5, c=2$ 이므로

→ ②

$$a-b+c-d=-7$$

→ ③

답 -7

채점 기준	비율
① 가장 큰 자연수 d 가 21, 35, 14의 최대공약수임을 알 수 있다.	50%
② a, b, c, d 의 값을 구할 수 있다.	40%
③ $a-b+c-d$ 의 값을 구할 수 있다.	10%

참고 $(x^a y^b z^c)^d = x^{ad} y^{bd} z^{cd}$ 으로 계산하지 않도록 주의한다.

02 전략 지수법칙을 이용하여 주어진 식을 2의 거듭제곱으로 나타낸다.

$$\begin{aligned} \text{풀이 } 5\left(\frac{2^{20}+2^{25}+2^{30}}{2^5+2^{10}+2^{15}}\right)^{20} &= 5\left\{\frac{2^{20}(1+2^5+2^{10})}{2^5(1+2^5+2^{10})}\right\}^{20} \\ &= 5(2^{15})^{20} = 5 \times 2^{300} \\ &= 5 \times 2 \times 2^{299} \\ &= 2^{299} \times 10 \end{aligned}$$

또 $2^1=2, 2^2=4, 2^3=8, 2^4=16, 2^5=32, \dots$ 이므로 2의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 2, 4, 8, 6이 이 순서대로 반복된다.

이때 $299=4 \times 74+3$ 이므로 2^{299} 의 일의 자리의 숫자는 8이다.

따라서 구하는 십의 자리의 숫자는 2^{299} 의 일의 자리의 숫자와 같은 8이다. **답 ⑤**

03 전략 지수법칙을 이용하여 주어진 식을 간단히 정리한다.

$$\begin{aligned} \text{풀이 } 4^{n+1}+2 \times 4^n &= 4 \times 4^n+2 \times 4^n=6 \times 4^n \\ \therefore 5^{n+1}(4^{n+1}+2 \times 4^n) &= 5^{n+1} \times (6 \times 4^n) \\ &= 5 \times 5^n \times 6 \times 4^n \\ &= 30 \times (2^n)^2 \times 5^n \\ &= 30a^2b \end{aligned}$$

04 전략 $\underbrace{x^a+x^a+\dots+x^a}_{n\text{개}}=n \times x^a$ 임을 이용한다.

$$\begin{aligned} \text{풀이 } (6^2+6^2+6^2+6^2)^2 \times (25^2+25^2)^3 \div (5^2+5^2+5^2) &= \{2 \times (5^2)^2\}^3 \\ &= (2 \times 5^4)^3 \\ &= 2^3 \times 5^{12} \\ (4 \times 6^2)^2 \times (2 \times 25^2)^3 \div (3 \times 5^2) &= \{2^2 \times (2 \times 3)^2\}^2 \times \{2 \times (5^2)^2\}^3 \div (3 \times 5^2) \\ &= 2^8 \times 3^4 \times 2^3 \times 5^{12} \times \frac{1}{3 \times 5^2} \\ &= 2^{11} \times 3^3 \times 5^{10} \\ &= 2 \times 3^3 \times 2^{10} \times 5^{10} \\ &= 2 \times 3^3 \times (2 \times 5)^{10} \\ &= 54 \times 10^{10} \end{aligned}$$

따라서 주어진 수는 12자리 자연수이고, 이 수의 최고 자리의 숫자는 5이므로

$$m=12, n=5$$

$$\therefore m-n=7$$

답 7

05 전략 주어진 기호의 약속을 이용하여 x, y, z 를 k 의 식으로 나타낸다.

$$\begin{aligned} \text{풀이 } x \diamond (3k^2) &= 3 \text{에서 } x = (3k^2)^3 = 27k^6 \\ (3y) \diamond (6k) &= 2 \text{에서 } 3y = (6k)^2 = 36k^2 \\ \therefore y &= 12k^2 \end{aligned}$$

$$\frac{z}{4} \diamond k = 3 \text{에서 } \frac{z}{4} = k^3 \quad \therefore z = 4k^3$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{xy}{z} &= \frac{27k^6 \times 12k^2}{4k^3} \\ &= 81k^5 \end{aligned}$$

$$\therefore p=81$$

답 81

06 전략 $P \times \square \div Q = R$ 이면 $\square = R \times Q \div P$ 임을 이용한 다.

$$\text{풀이 } (-3a^2b)^2 \div A \times (2ab^2)^3 = -16a^5b^7 \text{에서}$$

$$A = (-3a^2b)^2 \times (2ab^2)^3 \times \left(-\frac{1}{16a^5b^7}\right)$$

$$= 9a^4b^2 \times 8a^3b^6 \times \left(-\frac{1}{16a^5b^7}\right)$$

$$= -\frac{9}{2}a^2b$$

→ ①

$$\frac{6a^7}{b^5} \times B \div \left(-\frac{2a^3}{b^2}\right)^3 = a^2b^4 \text{에서}$$

$$B = a^2b^4 \times \left(-\frac{2a^3}{b^2}\right)^3 \div \frac{6a^7}{b^5}$$

$$= a^2b^4 \times \left(-\frac{8a^9}{b^6}\right) \times \frac{b^5}{6a^7}$$

$$= -\frac{4}{3}a^4b^3$$

→ ②

$$\therefore AB = -\frac{9}{2}a^2b \times \left(-\frac{4}{3}a^4b^3\right)$$

$$= 6a^6b^4 = 6(a^3b^2)^2$$

$$= 6 \times (-2)^2 = 24$$

→ ③

답 24

채점 기준	비율
① A 를 계산할 수 있다.	40%
② B 를 계산할 수 있다.	40%
③ AB 의 값을 구할 수 있다.	20%

07 전략 구의 부피와 원기둥의 부피를 구하는 공식을 이용한다.

풀이 높아진 물의 높이를 h 라 하면 쇠공의 부피는 높이가 h 인 원기둥의 부피와 같으므로

$$\pi \times (2a)^2 \times h = \frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{3}{2}a\right)^3$$

$$\pi \times 4a^2 \times h = \frac{4}{3}\pi \times \frac{27}{8}a^3$$

$$\therefore h = \frac{4}{3}\pi \times \frac{27}{8}a^3 \times \frac{1}{4\pi a^2} = \frac{9}{8}a$$

따라서 높아진 물의 높이는 $\frac{9}{8}a$ 이다.

답 $\frac{9}{8}a$

반지름의 길이가 r 인 구의 부피를 V 라 하면

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

3 다항식의 계산

개념 & 핵심 기출

본책 22~23쪽

01 $2x - 3y - \{-(7x - 2y) + 4y\}$

$$= 2x - 3y - (-7x + 2y + 4y)$$

$$= 2x - 3y - (-7x + 6y)$$

$$= 2x - 3y + 7x - 6y$$

$$= 9x - 9y$$

$$\therefore a = 9, b = -9$$

답 $a = 9, b = -9$

02 (주어진 식) $= 4x^2 + x - 2 - 7x^2 + 5x - 3$

$$= -3x^2 + 6x - 5$$

따라서 일차항의 계수는 6, 상수항은 -5이므로 구하는

합은

$$6 + (-5) = 1$$

답 1

03 어떤 식을 A라 하면

$$A + (2x^2 - 4x + 1) = 5x^2 + x - 3$$

$$\therefore A = (5x^2 + x - 3) - (2x^2 - 4x + 1)$$

$$= 5x^2 + x - 3 - 2x^2 + 4x - 1$$

$$= 3x^2 + 5x - 4$$

따라서 바르게 계산한 식은

$$3x^2 + 5x - 4 - (2x^2 - 4x + 1)$$

$$= 3x^2 + 5x - 4 - 2x^2 + 4x - 1$$

$$= x^2 + 9x - 5$$

답 ④

04 (주어진 식)

$$= -6x^2 - 12xy + 5x^2 + 15xy$$

$$= -x^2 + 3xy$$

따라서 $a = -1, b = 3$ 이므로

$$b - a = 4$$

답 4

05 (주어진 식)

$$= \frac{6x^2y - 3xy}{3y} - \frac{12xy^2 - 8x^2y}{4xy}$$

$$= 2x^2 - x - (3y - 2x)$$

$$= 2x^2 - x - 3y + 2x$$

$$= 2x^2 + x - 3y$$

답 $2x^2 + x - 3y$

06 $\square = (4ab^3 + 2a^2b - \frac{8}{3}a^3b^2) \div (-\frac{2}{3}a^2b^2)$

$$= (4ab^3 + 2a^2b - \frac{8}{3}a^3b^2) \times (-\frac{3}{2a^2b^2})$$

괄호를 풀 때, 괄호 앞에 음의 부호 -가 있으면 괄호 안의 각 항의 부호가 모두 바뀐다.

다항식을 대입할 때에는 괄호로 묶는다.

$$= -\frac{6b}{a} - \frac{3}{b} + 4a$$

답 $-\frac{6b}{a} - \frac{3}{b} + 4a$

07 (주어진 식) $= -6A - (-5A - 2B + B)$

$$= -6A - (-5A - B)$$

$$= -6A + 5A + B = -A + B$$

$$= -(2x - y) + (-4x + 3y)$$

$$= -2x + y - 4x + 3y$$

$$= -6x + 4y$$

답 $-6x + 4y$

08 (주어진 식)

$$= 3x - 6y - 6 + x$$

$$= 4x - 6y - 6$$

$$= 4\left(\frac{4a+b-1}{2}\right) - 6\left(\frac{2a-3b}{3}\right) - 6$$

$$= 8a + 2b - 2 - 4a + 6b - 6$$

$$= 4a + 8b - 8$$

답 $4a + 8b - 8$

09 $x - 3y = 4x - 2y + 7$ 에서

$$x - 4x - 7 = -2y + 3y$$

$$\therefore y = -3x - 7$$

$y = -3x - 7$ 을 $3x - 2y - 9$ 에 대입하면

$$3x - 2(-3x - 7) - 9$$

$$= 3x + 6x + 14 - 9$$

$$= 9x + 5$$

따라서 $A = 9, B = 5$ 이므로

$$A - B = 4$$

답 ③

10 $9x + 2y - 6 = 3(2x + y - 2)$ 에서

$$9x + 2y - 6 = 6x + 3y - 6$$

$$\therefore y = 3x$$

$$\therefore \frac{y+2}{3x+2} - \frac{4x}{x-y} = \frac{3x+2}{3x+2} - \frac{4x}{x-3x} = 1 - (-2) = 3$$

답 3

11 $x : y = 2 : 3$ 에서 $3x = 2y$

$$\therefore x = \frac{2}{3}y$$

$$\therefore \frac{x+2y}{x-y} = \frac{\frac{2}{3}y+2y}{\frac{2}{3}y-y} = \frac{\frac{8}{3}y}{-\frac{1}{3}y}$$

$$= \frac{8}{3}y \times \left(-\frac{3}{y}\right)$$

$$= -8$$

답 ①

$$\frac{4x}{x-3x} = \frac{4x}{-2x} = -2$$

$$a : b = c : d \rightarrow ad = bc$$

다른풀이 $x : y = 2 : 3$ 에서 $3x = 2y$

$$\begin{aligned}\therefore y &= \frac{3}{2}x \\ \therefore \frac{x+2y}{x-y} &= \frac{x+3x}{x-\frac{3}{2}x} = \frac{4x}{-\frac{1}{2}x} \\ &= 4x \times \left(-\frac{2}{x}\right) = -8\end{aligned}$$

12 $a+b+c=0$ 에서

$$b+c=-a, c+a=-b, a+b=-c$$

이므로

$$\begin{aligned}\frac{a}{b+c} - \frac{b}{c+a} - \frac{a+b}{c} \\ = \frac{a}{-a} - \frac{b}{-b} - \frac{-c}{c} \\ = -1 - (-1) - (-1) \\ = 1\end{aligned}$$

답 1

$$\begin{aligned}B-A &= C \\ \rightarrow A &= B-C\end{aligned}$$

밀면의 반지름의 길이가 r , 높이가 h 인 원기둥의 겉넓이를 S 라 하면
 $S = 2\pi r^2 + 2\pi rh$

▶ 만점 도전을 위한 고난도 문제

본책 24~25쪽

01 **전략** 주어진 문장을 식으로 나타낸 후 동류항끼리 계산한다.

풀이 $4(5x+2y-2)+2A=6x-4y-6$ 이므로

$$20x+8y-8+2A=6x-4y-6$$

$$2A=(6x-4y-6)-(20x+8y-8)$$

$$=6x-4y-6-20x-8y+8$$

$$=-14x-12y+2$$

$$\therefore A = -7x-6y+1 \quad \text{답 } -7x-6y+1$$

02 **전략** 다항식의 뺄셈은 빼는 식의 각 항의 부호를 모두 바꾸어 더한다.

풀이 $ax^2+4x-5-(3x^2+2x+2a)$

$$=ax^2+4x-5-3x^2-2x-2a$$

$$=(a-3)x^2+2x-5-2a$$

이므로

$$p=a-3, q=2, r=-5-2a$$

이때 $p-q-r=12$ 이므로

$$(a-3)-2-(-5-2a)=12$$

$$a-5+5+2a=12$$

$$\therefore a=4$$

답 ③

03 **전략** (소괄호) • (중괄호) • [대괄호]의 순서대로 괄호를 풀어서 계산한다.

풀이 주어진 식의 좌변을 정리하면

$$4a^2 - [3a - 2a^2 - \{a - (\square + a^2)\}]$$

$$=4a^2 - \{3a - 2a^2 - (a - \square - a^2)\}$$

$$=4a^2 - (3a - 2a^2 - a + \square + a^2)$$

$$=4a^2 - (-a^2 + 2a + \square)$$

$$=4a^2 + a^2 - 2a - \square$$

$$=5a^2 - 2a - \square$$

→ ①

$$5a^2 - 2a - \square = 7a^2 + a \text{ 이므로}$$

$$\square = 5a^2 - 2a - (7a^2 + a)$$

$$=5a^2 - 2a - 7a^2 - a$$

$$=-2a^2 - 3a$$

→ ②

$$\text{답 } -2a^2 - 3a$$

채점 기준

비율

① 주어진 식의 좌변을 계산할 수 있다.

50%

② □ 안에 알맞은 식을 구할 수 있다.

50%

04 **전략** 원기둥의 겉넓이 구하는 공식을 이용한다.

풀이 원기둥의 밑넓이는

$$\pi \times (2ab)^2 = 4\pi a^2 b^2$$

→ ①

옆넓이는

$$2\pi \times 2ab \times (3b^2 - 5ab)$$

$$=12\pi ab^3 - 20\pi a^2 b^2$$

→ ②

따라서 구하는 겉넓이는

$$2 \times 4\pi a^2 b^2 + (12\pi ab^3 - 20\pi a^2 b^2)$$

$$=8\pi a^2 b^2 + 12\pi ab^3 - 20\pi a^2 b^2$$

$$=12\pi ab^3 - 12\pi a^2 b^2$$

→ ③

$$\text{답 } 12\pi ab^3 - 12\pi a^2 b^2$$

채점 기준

비율

① 밑넓이를 구할 수 있다.

30%

② 옆넓이를 구할 수 있다.

30%

③ 겉넓이를 구할 수 있다.

40%

05 **전략** 약속된 기호의 연산에 따라 식을 세운 후 분배법칙을 이용하여 전개한다.

풀이 (주어진 식)

$$= (2x-1) \times 5y + 6y \times (x+3) + 9xy \times (-1)$$

$$+ (x-2) \times 4y$$

$$=10xy - 5y + 6xy + 18y - 9xy + 4xy - 8y$$

$$=11xy + 5y$$

답 ⑤

06 **전략** 사다리꼴의 넓이와 평행사변형의 넓이를 각각 구한다.

풀이 (사다리꼴의 넓이) $= \frac{1}{2} \times (x^2y + 4x^2y^2) \times xy^2$
 $= \frac{1}{2} (x^3y^3 + 4x^3y^4)$

(평행사변형의 넓이) $= 2xy^2 \times \frac{1}{2}x^2y = x^3y^3$
 \therefore (사다리꼴의 넓이) \div (평행사변형의 넓이)
 $= \frac{1}{2} (x^3y^3 + 4x^3y^4) \div x^3y^3$
 $= \frac{1}{2} (x^3y^3 + 4x^3y^4) \times \frac{1}{x^3y^3}$
 $= \frac{1}{2} (1 + 4y) = 2y + \frac{1}{2}$

따라서 사다리꼴의 넓이는 평행사변형의 넓이의 $(2y + \frac{1}{2})$ 배이다. **답** $(2y + \frac{1}{2})$ 배

07 전략 지수법칙을 이용하여 x, y 에 대한 등식을 구한 다음 $x = (y$ 의 식)으로 변형한다.

풀이 $\frac{9^{2x} \times 3^y}{3^x} = 243$ 에서
 $\frac{(3^2)^{2x} \times 3^y}{3^x} = 3^5, \quad \frac{3^{4x+y}}{3^x} = 3^5$
 $4x + y - x = 5 \quad \therefore x = \frac{1}{3}(5 - y) \quad \cdots ①$
 $\therefore 2(x - y) - 4(2x + y) = 2x - 2y - 8x - 4y$
 $= -6x - 6y$
 $= -6 \times \frac{1}{3}(5 - y) - 6y$
 $= -10 + 2y - 6y$
 $= -4y - 10 \quad \cdots ②$

따라서 $A = -4, B = -10$ 이므로

$AB = 40 \quad \cdots ③$
답 40

채점 기준	비율
① 주어진 등식을 $x = (y$ 의 식)으로 변형할 수 있다.	40%
② 주어진 식을 y 의 식으로 나타낼 수 있다.	40%
③ AB 의 값을 구할 수 있다.	20%

08 전략 먼저 주어진 등식을 $y = (x$ 의 식)으로 변형한다.

풀이 $\frac{4x+5y}{3x-5y} = -\frac{1}{3}$ 에서
 $-3(4x+5y) = 3x-5y$
 $-12x-15y = 3x-5y, \quad -10y = 15x$
 $\therefore y = -\frac{3}{2}x \quad \cdots ①$
 $\therefore 7x - \{x - (2x - 6y) - 2y\}$
 $= 7x - (x - 2x + 6y - 2y)$
 $= 7x - (-x + 4y)$
 $= 7x + x - 4y$
 $= 8x - 4y$

(사다리꼴의 넓이)
 $= \frac{1}{2} \times \{(\text{윗변의 길이}) + (\text{아랫변의 길이})\} \times (\text{높이})$

(평행사변형의 넓이)
 $= (\text{밑변의 길이}) \times (\text{높이})$

$= 8x - 4 \times (-\frac{3}{2}x)$
 $= 8x + 6x = 14x$

$\cdots ②$

답 14x

채점 기준	비율
① 주어진 등식을 $y = (x$ 의 식)으로 변형할 수 있다.	40%
② 주어진 식을 x 의 식으로 나타낼 수 있다.	60%

09 전략 A, B 를 간단히 한 후 주어진 식에 대입한다.

풀이 $A = (8x^3y^4 - 16x^3y^5 - 4x^2y^5) \div 4x^2y^4$
 $= \frac{8x^3y^4 - 16x^3y^5 - 4x^2y^5}{4x^2y^4}$
 $= 2x - 4xy - y$
 $B = 2x(1 - 2x + 3y) = 2x - 4x^2 + 6xy$
 $B - (A + C) = 10xy + y - y^2$ 에서
 $B - A - C = 10xy + y - y^2$
 $\therefore C = B - A - (10xy + y - y^2)$
 $= 2x - 4x^2 + 6xy - (2x - 4xy - y)$
 $= 2x - 4x^2 + 6xy - 2x + 4xy + y$
 $= -4x^2 + 10xy + y$
 $= -4x^2 + y^2 \quad \text{---} \quad \text{---}$
답 ③

10 전략 $\triangle AEF$ 의 넓이
 $=$ (사각형 ABCD의 넓이)
 $-$ ($\triangle AEF$ 를 제외한 나머지 세 개의 삼각형의 넓이)

풀이 $S =$ (사각형 ABCD의 넓이)
 $-$ ($\triangle ABE + \triangle AFD + \triangle ECF$)
 $= 4a \times 5b - \left\{ \frac{1}{2} \times 4a \times 2b + \frac{1}{2} \times 5b \times (4a - b) + \frac{1}{2} \times 3b \times b \right\}$
 $= 20ab - \left(4ab + 10ab - \frac{5}{2}b^2 + \frac{3}{2}b^2 \right)$
 $= 20ab - (14ab - b^2) = 20ab - 14ab + b^2$
 $= b^2 + 6ab$

이므로 $6ab = S - b^2$
 $\therefore a = \frac{S - b^2}{6b} = \frac{S}{6b} - \frac{b}{6} \quad \text{---} \quad \text{---}$
답 ③

11 전략 주어진 등식을 변형하여 $b - a$ 를 구한다.

풀이 $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = 5$ 에서 $\frac{b-a}{ab} = 5$
 $\therefore b - a = 5ab$
 $\therefore \frac{a+8ab-b}{a-3ab-b} = \frac{8ab-(b-a)}{-3ab-(b-a)}$
 $= \frac{8ab-5ab}{-3ab-5ab} = \frac{3ab}{-8ab}$
 $= -\frac{3}{8} \quad \text{---} \quad \text{---}$
답 ②

다른풀이 $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = 5$ 에서 $\frac{b-a}{ab} = 5$

$$\therefore ab = \frac{b-a}{5}$$

$$\therefore \frac{a+8ab-b}{a-3ab-b} = \frac{a+\frac{8}{5}(b-a)-b}{a-\frac{3}{5}(b-a)-b}$$

$$= \frac{-\frac{3}{5}(a-b)}{-\frac{8}{5}(a-b)}$$

$$= -\frac{3}{5}(a-b) \times \frac{5}{8(a-b)}$$

$$= -\frac{3}{8}$$

12 **전략** x, y, z 를 같은 문자의 식으로 정리한다.

풀이 $x : y : z = a : b : c$ 이므로

$$x = ak, y = bk, z = ck \quad (k \neq 0)$$

라 하면

$$\begin{aligned} & a(y-z) + b(z-x) + c(x-y) \\ &= a(bk-ck) + b(ck-ak) + c(ak-bk) \\ &= abk - ack + bck - abk + ack - bck \\ &= 0 \end{aligned}$$

답 0

최상위로 가는 최고 수준 문제

본책 26쪽

01 **전략** 자연수 n 에 대하여 $2n-1, 2n+1$ 은 홀수, $2n$ 은 짝수이다.

풀이 $(-1)^{2n-1} = -1, (-1)^{2n} = 1, (-1)^{2n+1} = -1$

이므로

(주어진 식)

$$\begin{aligned} &= -(3x-y) + (5x+2y) - (-1)(x-2y) \\ &= -3x+y+5x+2y+x-2y \\ &= 3x+y \end{aligned}$$

답 ③

만점 비법

$(-1)^n$ (n 은 자연수)을 포함한 식의 계산

① $(-1)^{n-1}, (-1)^n, (-1)^{n+1}$ 이 주어진 경우

→ n 이 짝수일 때와 홀수일 때로 나누어 계산한다.

② $(-1)^{2n-1}, (-1)^{2n}, (-1)^{2n+1}$ 이 주어진 경우

→ $2n$ 은 짝수, $2n-1$ 과 $2n+1$ 은 홀수임을 이용한다.

즉 $(-1)^{2n} = 1, (-1)^{2n-1} = (-1)^{2n+1} = -1$ 이다.

02 **전략** 위에서부터 3번째 줄에 있는 수는 모두 3의 배수임을 이용하여 $[3, n]$ 이 나타내는 수를 n 의 식으로 나타낸다.

풀이 $m=3$ 일 때, $[m, n] = [3, n] = 3n$ 이므로

$$\begin{aligned} [1, a+1] &= [3, a+1] - 2 \\ &= 3(a+1) - 2 = 3a+1 \end{aligned}$$

$[3, n]$ 은 위에서부터 3번째, 왼쪽에서부터 n 번째 수이므로
 $[3, n] = 3 \times n = 3n$

$$\begin{aligned} [2, b+2] &= [3, b+2] - 1 \\ &= 3(b+2) - 1 = 3b+5 \\ [3, a+b] &= 3(a+b) = 3a+3b \\ \therefore [1, a+1] + [2, b+2] - [3, a+b] \\ &= 3a+1+3b+5 - (3a+3b) \\ &= 3a+3b+6-3a-3b \\ &= 6 \end{aligned}$$

답 6

다른풀이 $[1, a+1] = [3, a] + 1 = 3a+1$

$$[2, b+2] = [3, b+1] + 2$$

$$= 3(b+1) + 2 = 3b+5$$

$$[3, a+b] = 3(a+b) = 3a+3b$$

$$\therefore [1, a+1] + [2, b+2] - [3, a+b] = 6$$

03 **전략** 주어진 조건에 맞는 식을 세운 후 동류항끼리 계산한다.

풀이 $\begin{vmatrix} 2y & -(x-3y) \\ 4x & 6x-y \end{vmatrix}$

$$\begin{aligned} &= 2y(6x-y) - \{-(x-3y) \times 4x\} \\ &= 12xy - 2y^2 - (-4x^2 + 12xy) \\ &= 12xy - 2y^2 + 4x^2 - 12xy \\ &= 4x^2 - 2y^2 \end{aligned}$$

답 ④

04 **전략** (소괄호) (중괄호)의 순서대로 괄호를 풀어서 계산한다.

풀이 주어진 식의 좌변을 간단히 하면

$$\begin{aligned} & A - \{2A - B - (-A + 3B + 2C)\} - C \\ &= A - (2A - B + A - 3B - 2C) - C \\ &= A - (3A - 4B - 2C) - C \\ &= A - 3A + 4B + 2C - C \\ &= -2A + 4B + C \end{aligned}$$

→ ①

$A = -2x^2 + 5x + 3, B = \frac{1}{2}x^2 + 7, C = 3x^2 + x - 4$ 를 $-2A + 4B + C$ 에 대입하면

$$\begin{aligned} & -2(-2x^2 + 5x + 3) + 4\left(\frac{1}{2}x^2 + 7\right) \\ & + (3x^2 + x - 4) \\ &= 4x^2 - 10x - 6 + 2x^2 + 28 + 3x^2 + x - 4 \\ &= 9x^2 - 9x + 18 \end{aligned}$$

→ ②

따라서 $a=9, b=-9, c=18$ 이므로

$$a-b-c=0$$

→ ③

답 0

채점 기준

채점 기준	비율
① 주어진 식의 좌변을 간단히 할 수 있다.	40%
② A, B, C 를 대입하여 계산할 수 있다.	40%
③ $a-b-c$ 의 값을 구할 수 있다.	20%

05 전략 $a : b = c : d$ 이면 $ad = bc$ 임을 이용한다.

풀이 $x : y = 3 : 1$ 에서 $x = 3y$

$y : z = 2 : 3$ 에서 $2z = 3y$

$$\therefore z = \frac{3}{2}y \quad \cdots ①$$

\therefore (주어진 식)

$$= \left(\frac{8}{3}x^2yz - \frac{5}{3}xy^2z + \frac{2}{3}xyz^2 \right) \times \frac{3}{xyz^2}$$

$$= \frac{8x}{z} - \frac{5y}{z} + 2 \quad \cdots ②$$

$$= \frac{8 \times 3y}{\frac{3}{2}y} - \frac{5y}{\frac{3}{2}y} + 2$$

$$= 24y \times \frac{2}{3y} - 5y \times \frac{2}{3y} + 2$$

$$= 16 - \frac{10}{3} + 2 = \frac{44}{3} \quad \cdots ③$$

답 $\frac{44}{3}$

채점 기준	비율
① x, z 를 y 의 식으로 나타낼 수 있다.	30%
② 주어진 식을 계산할 수 있다.	30%
③ 주어진 식의 값을 구할 수 있다.	40%

06 전략 등식을 변형하여 주어진 식을 미지수가 두 개인 식으로 정리한다.

풀이 $xyz = 1$ 에서 $z = \frac{1}{xy}, \frac{1}{z} = xy$ 이므로

(주어진 식)

$$= \frac{2}{x + \frac{1}{y} + 1} + \frac{2}{y + xy + 1} + \frac{2}{\frac{1}{xy} + \frac{1}{x} + 1}$$

$$= \frac{2y}{xy + 1 + y} + \frac{2}{y + xy + 1} + \frac{2xy}{1 + y + xy}$$

$$= \frac{2(xy + y + 1)}{xy + y + 1}$$

$$= 2$$

분모, 분자에 각각 y 를 곱한다.

분모, 분자에 각각 xy 를 곱한다.

십의 자리의 숫자가 9, 일의 자리의 숫자가 x 인 두 자리 자연수
 $\rightarrow 10 \times 9 + x = 90 + x$

답 ⑤

학교 시험 실전 TEST Level 1

본책 28~31쪽

01 전략 숫자의 배열이 되풀이되는 부분을 구한다.

풀이 ① 2 ② 04 ④ 23 ⑤ 87 답 ③

02 전략 분수를 기약분수로 나타내었을 때, 유한소수로 나타내어지려면 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이어야 한다.

풀이 구하는 분수를 $\frac{a}{30}$ (a 는 자연수)라 하면

$30 = 2 \times 3 \times 5$ 이므로 a 는 3의 배수이어야 한다.

이때 $\frac{1}{6} = \frac{5}{30}, \frac{4}{5} = \frac{24}{30}$ 이고 5와 24 사이에 있는 3의 배수는

6, 9, 12, 15, 18, 21

의 6개이므로 구하는 분수는 $\frac{6}{30}, \frac{9}{30}, \frac{12}{30}, \frac{15}{30}, \frac{18}{30}$,

$\frac{21}{30}$ 의 6개이다. 답 ①

03 전략 유한소수와 순환소수는 유리수임을 이해한다.

풀이 ③ 순환소수가 아닌 무한소수는 분수로 나타낼 수 없다.

④ $\frac{21}{30} = \frac{3 \times 7}{2 \times 3 \times 5} = \frac{7}{2 \times 5}$ 이므로 $\frac{21}{30}$ 은 분모가 2, 3, 5를 소인수로 갖지만 유한소수로 나타낼 수 있다.

답 ③, ④

04 전략 $0.ab = \frac{(10a+b)-a}{90}$ 임을 이용한다.

풀이 $0.9\dot{x} = \frac{4x+2}{15}$ 에서

$$\frac{(90+x)-9}{90} = \frac{4x+2}{15}$$

$$\frac{81+x}{90} = \frac{4x+2}{15}, \quad 81+x = 6(4x+2)$$

$$-23x = -69 \quad \therefore x = 3$$

답 ③

05 전략 지수법칙을 이용한다.

풀이 (㉠) $x^2 \times x^4 = x^{2+4} = x^6$

(㉡) $x^{12} \div x^2 = x^{12-2} = x^{10}$

(㉢) $(x^2)^2 \times x^2 = x^{2 \times 2 + 2} = x^6$

(㉣) $a^3 \times b^6 = a^3 \times (b^2)^3 = (ab^2)^3$

(㉤) $(2x^2y)^3 = 2^3 x^{2 \times 3} y^3 = 8x^6y^3$

(㉥) $\left(\frac{3}{a}\right)^2 = -\frac{9}{a^2}$

이상에서 옳은 것은 (㉢), (㉣), (㉥)이다.

답 ④

06 전략 120과 15를 소인수분해한 후 지수법칙을 이용한다.

풀이 $120^2 \times 15^3 = (2^3 \times 3 \times 5)^2 \times (3 \times 5)^3$

$$= 2^6 \times 3^2 \times 5^2 \times 3^3 \times 5^3$$

$$= 2^6 \times 3^5 \times 5^5$$

따라서 $x=6, y=5, z=5$ 이므로

$$x+y-z=6$$

답 ③

07 전략 $\underbrace{x^a+x^a+x^a+\cdots+x^a}_{n\text{개}}=n \times x^a$ 임을 이용한다.

$$\begin{aligned} \text{풀이} \quad & \frac{9^2+9^2}{8^2+8^2+8^2+8^2} \times \frac{2^4+2^4}{3^4+3^4+3^4+3^4} \\ &= \frac{2 \times 9^2}{4 \times 8^2} \times \frac{2 \times 2^4}{4 \times 3^4} \\ &= \frac{2 \times (3^2)^2}{2^2 \times (2^3)^2} \times \frac{2^5}{2^2 \times 3^4} \\ &= \frac{2 \times 3^4}{2^2 \times 2^6} \times \frac{2^5}{2^2 \times 3^4} \\ &= \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16} \end{aligned}$$

답 ②

08 전략 주어진 식을 $a \times 10^n$ (a, n 은 자연수) 꼴로 변형한다.

$$\begin{aligned} \text{풀이} \quad & \frac{2^{2x+1} \times 3^4 \times 5^{5x+1}}{5^{3x}} = 2^{2x+1} \times 3^4 \times 5^{2x+1} \\ &= 3^4 \times (2 \times 5)^{2x+1} \\ &= 81 \times 10^{2x+1} \end{aligned}$$

이때 $81 \times 10^{2x+1}$ 이 27자리 자연수이므로

$$2 + (2x+1) = 27, \quad 2x = 24$$

$$\therefore x = 12$$

답 ③

09 전략 주어진 식을 간단히 한 후 x, y 의 값을 각각 대입한다.

$$\begin{aligned} \text{풀이} \quad & (-2x^3y)^2 \div 4x^9y^2 \times 2x^5y \\ &= 4x^6y^2 \times \frac{1}{4x^9y^2} \times 2x^5y \\ &= 2x^2y \\ &= 2 \times (-3)^2 \times 5 = 90 \end{aligned}$$

답 ⑤

10 전략 지수법칙을 이용하여 괄호를 푼 후 나눗셈을 나누는 식의 역수의 곱셈으로 바꾸어 계산한다.

$$\begin{aligned} \text{풀이} \quad & 6x^6y^5 \div \left\{ 3x^4y^2 \div \frac{1}{(-2xy)^B} \right\} \\ &= 6x^6y^5 \div \left\{ 3x^4y^2 \div \frac{1}{(-2)^B x^B y^B} \right\} \\ &= 6x^6y^5 \div \{ 3x^4y^2 \times (-2)^B x^B y^B \} \\ &= 6x^6y^5 \div \{ 3 \times (-2)^B x^{A+B} y^{2+B} \} \\ &= 6x^6y^5 \times \frac{1}{3 \times (-2)^B x^{A+B} y^{2+B}} \\ &= 2 \times \frac{1}{(-2)^B} \times \frac{x^6 y^5}{x^{A+B} y^{2+B}} = Cxy^2 \text{에서} \\ &6-A-B=1, \quad 5-2-B=2 \\ &\therefore A=4, B=1 \end{aligned}$$

$x = \frac{ay-3}{2}$ 대신
 $2x = ay-3$ 을 바로 대입해도 된다. 즉
 $2x+3y+1$
 $= (ay-3)+3y+1$

$$\text{또 } 2 \times \frac{1}{(-2)^B} = C \text{이므로}$$

$$C = 2 \times \frac{1}{-2} = -1$$

$$\therefore A+B+C=4$$

답 ②

11 전략 (사각뿔의 부피) = $\frac{1}{3} \times (\text{밑넓이}) \times (\text{높이})$

$$\text{풀이} \quad \frac{1}{3} \times 4a^3 \times 7b^2 \times (\text{높이}) = 84(a^3b^4)^2 \text{이므로}$$

$$\frac{28}{3} a^3 b^2 \times (\text{높이}) = 84a^6 b^8$$

$$\therefore (\text{높이}) = 84a^6 b^8 \div \frac{28}{3} a^3 b^2$$

$$= 84a^6 b^8 \times \frac{3}{28a^3 b^2} = 9a^3 b^6$$

답 ⑤

12 전략 (소괄호) ○ {중괄호} ○ [대괄호]의 순서대로 괄호를 풀어서 계산한다.

$$\begin{aligned} \text{풀이} \quad & 5x - [3x - y - \{ax + 7y - (6x + by)\}] \\ &= 5x - \{3x - y - (ax + 7y - 6x - by)\} \\ &= 5x - \{3x - y - (a-6)x - (7-b)y\} \\ &= 5x - \{(9-a)x + (-8+b)y\} \\ &= 5x - (9-a)x - (-8+b)y \\ &= (-4+a)x + (8-b)y \end{aligned}$$

따라서 $-4+a=-2, 8-b=5$ 이므로

$$a=2, b=3$$

$$\therefore ab=6$$

답 ⑤

13 전략 주어진 조건을 만족시키는 등식을 세운다.

$$\text{풀이} \quad (-x^2+5)+A+(3x^2+4x-7)=4x^2-x+3 \text{이}$$

므로

$$A+2x^2+4x-2=4x^2-x+3$$

$$\therefore A=(4x^2-x+3)-(2x^2+4x-2)$$

$$=4x^2-x+3-2x^2-4x+2$$

$$=2x^2-5x+5$$

답 ④

14 전략 등식을 $x=(y \text{의 식})$ 으로 변형한 후 주어진 식에 대입한다.

$$\text{풀이} \quad 2x-ay+3=0 \text{에서}$$

$$2x=ay-3 \quad \therefore x=\frac{ay-3}{2}$$

$$\therefore 3(2x+y)-4x+1=6x+3y-4x+1$$

$$=2x+3y+1$$

$$=2\left(\frac{ay-3}{2}\right)+3y+1$$

$$=ay-3+3y+1$$

$$=(a+3)y-2$$

따라서 $a+3=5$ 이므로

$$a=2$$

답 ④

15 전략 $0.\dot{a}b = \frac{(10a+b)-a}{90}$ 임을 이용한다.

$$\text{풀이 } 0.9\dot{4} = \frac{94-9}{90} = \frac{85}{90} = \frac{17}{18}$$

→ ①

이므로 $0.9\dot{4} \times a$ 가 자연수가 되려면 a 는 18의 배수이어야 한다.

→ ②

따라서 a 의 값이 될 수 있는 가장 작은 세 자리 자연수는

$$18 \times 6 = 108$$

→ ③

답 108

채점 기준	배점
① $0.9\dot{4}$ 를 기약분수로 나타낼 수 있다.	2점
② $0.9\dot{4} \times a$ 가 자연수가 되기 위한 a 의 조건을 알 수 있다.	2점
③ 가장 작은 세 자리 자연수 a 를 구할 수 있다.	2점

16 전략 지수법칙을 이용하여 좌변을 간단히 정리한다.

$$\text{풀이 } 16^{x-1} \div (8^x \times 4^2) = 2^{10} \text{에서}$$

$$(2^4)^{x-1} \div \{(2^3)^x \times (2^2)^2\} = 2^{10}$$

$$2^{4x-4} \div 2^{3x+4} = 2^{10}, \quad 2^{4x-4-(3x+4)} = 2^{10}$$

$$\therefore 2^{x-8} = 2^{10}$$

따라서 $x-8=10$ 이므로

$$x=18$$

답 18

17 전략 지수법칙을 이용하여 각 등식의 좌변을 간단히 정리한다.

풀이 조건 (가)에서

$$2^5 + 2^5 + 2^5 + 2^5 = 4 \times 2^5 = 2^2 \times 2^5 \\ = 2^7 = 2^x$$

$$\therefore x=7$$

→ ①

조건 (나)에서

$$5^3 \times 5^3 \times 5^3 \times 5^3 \times 5^3 \times 5^3 = (5^3)^6 = 5^{18} \\ = (5^2)^9 = 25^9 = 25^y$$

$$\therefore y=9$$

→ ②

조건 (다)에서

$$\{(13^2)^3\}^2 = (13^6)^2 = 13^{12} = 13^z$$

$$\therefore z=12$$

→ ③

$$\therefore x+y+z=28$$

→ ④

답 28

채점 기준	배점
① x 의 값을 구할 수 있다.	1점
② y 의 값을 구할 수 있다.	1점
③ z 의 값을 구할 수 있다.	1점
④ $x+y+z$ 의 값을 구할 수 있다.	2점

18 전략 지수법칙을 이용한다.

$$\text{풀이 } 3 \times 8^5 \times 25^7 = 3 \times (2^3)^5 \times (5^2)^7$$

$$= 3 \times 2^{15} \times 5^{14}$$

$$= 3 \times 2 \times (2 \times 5)^{14}$$

$$= 6 \times 10^{14}$$

즉 6×10^{14} 일 때, a 의 값이 가장 작으므로

$$a=6, n=14$$

$$\therefore n-a=8$$

답 8

19 전략 (다항식) \div (단항식)은 분수의 꼴로 바꾼 후 분자의 각 항을 분모로 나누어 계산한다.

$$\text{풀이 (주어진 식)} = 3x(-4x+7) - \frac{-8x^4+6x^3}{2x^2}$$

$$= -12x^2+21x - (-4x^2+3x)$$

$$= -12x^2+21x+4x^2-3x$$

$$= -8x^2+18x$$

따라서 $a=-8, b=18$ 이므로

$$b-a=26$$

답 26

20 전략 먼저 주어진 식을 간단히 한다.

$$\text{풀이 (1) (주어진 식)} = \left(\frac{4}{3}x^2y - \frac{2}{3}xy^2 + \frac{1}{3}y\right) \times \frac{3}{xy}$$

$$= 4x-2y+\frac{1}{x}$$

→ ①

$$(2) 4x-2y+\frac{1}{x} = 4 \times 1 - 2 \times (-4) + \frac{1}{1}$$

$$= 13$$

→ ②

$$\text{답 (1) } 4x-2y+\frac{1}{x} \quad (2) 13$$

채점 기준	배점
① 주어진 식을 간단히 할 수 있다.	3점
② 식의 값을 구할 수 있다.	3점

학교 시험 실전 TEST Level 2

본책 32~35쪽

01 전략 주어진 분수를 순환소수로 나타낸 후 규칙성을 찾는다.

$$\text{풀이 } \frac{3}{14} = 0.2\dot{1}4285\dot{7} \text{이고, } 301 = 1 + 6 \times 50 \text{이므로}$$

$$\frac{a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \cdots + a_{299} - a_{300} + a_{301}}{3}$$

$$= \frac{2 + (-1 + 4 - 2 + 8 - 5 + 7) \times 50}{3}$$

$$= \frac{2 + 11 \times 50}{3} = \frac{552}{3} = 184$$

답 ②

일품 BOX

02 전략 280을 소인수분해하여 각 조건에 맞는 a 의 값을 찾는다.

풀이 $280 = 2^3 \times 5 \times 7$ 이므로 $\frac{a}{280}$ 가 유한소수로 나타내어지려면 a 는 7의 배수이어야 하므로 280보다 작은 7의 배수 중 가장 큰 자연수가 x 이다.

$$\therefore x = 7 \times 39 = 273$$

또 $\frac{a}{280}$ 가 소수점 아래 첫째 자리부터 순환마디가 시작되는 순환소수가 되려면 a 는 $2^3 \times 5$, 즉 40의 배수이어야 하므로 280보다 작은 40의 배수 중 가장 작은 자연수가 y 이다.

$$\therefore y = 40$$

$$\therefore x + y = 313$$

답 ③

기약분수로 나타내었을 때, 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이어야 한다.

기약분수의 분모의 소인수에 2와 5가 없어야 한다.

03 전략 x 를 분수로 나타낸 다음 $1-x$ 를 계산한다.

$$\text{풀이 } x = 0.5\dot{8}\dot{3} = \frac{583-5}{990}$$

$$= \frac{578}{990} = \frac{289}{495}$$

$$1-x = 1 - \frac{289}{495} = \frac{206}{495}$$

$$= 0.4161616\cdots = 0.4\dot{1}\dot{6}$$

이므로 순환마디를 이루는 숫자는 2개이다.

이때 $101 = 1 + 2 \times 50$ 이므로 소수점 아래 101번째 자리의 숫자는 6이다.

답 ⑤

04 전략 먼저 주어진 식을 소수로 나타낸다.

$$\text{풀이 } 1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{2 \times 5^2} + \frac{1}{2^2 \times 5^3} + \frac{1}{2^3 \times 5^4} + \cdots$$

$$= 1 + \frac{2}{2 \times 5} + \frac{2}{2^2 \times 5^2} + \frac{2}{2^3 \times 5^3} + \frac{2}{2^4 \times 5^4} + \cdots$$

$$= 1 + \frac{2}{10} + \frac{2}{10^2} + \frac{2}{10^3} + \frac{2}{10^4} + \cdots$$

$$= 1 + 0.2 + 0.02 + 0.002 + 0.0002 + \cdots$$

$$= 1.\dot{2}$$

$$= \frac{11}{9}$$

따라서 $a=9$, $b=11$ 이므로

$$a+b=20$$

답 ④

05 전략 밑이 같아지도록 식을 변형하여 간단히 정리한다.

$$\text{풀이 } \frac{2^9 \times 12^3 \times 15^4}{6^6 \times 10^x} = \frac{2^9 \times (2^2 \times 3)^3 \times (3 \times 5)^4}{(2 \times 3)^6 \times (2 \times 5)^x}$$

$$= \frac{2^9 \times 2^6 \times 3^3 \times 3^4 \times 5^4}{2^6 \times 3^6 \times 2^x \times 5^x}$$

$$= \frac{2^{15} \times 3^7 \times 5^4}{2^{6+x} \times 3^6 \times 5^x}$$

$$= \frac{2^9 \times 3 \times 5^4}{2^x \times 5^x}$$

$$\begin{aligned} & (-1)^5 \times \frac{16x^{10}y^{10}}{9x^{2b+8}y^5} \\ &= -\frac{16x^{10}y^5}{9x^{2b+8}} \end{aligned}$$

이 수는 $x=4$ 일 때 가장 작은 자연수가 되므로

$$k=4$$

$$\therefore n = \frac{2^9 \times 3 \times 5^4}{2^4 \times 5^4} = 2^5 \times 3 = 96$$

$$\therefore n-k=92$$

답 ③

06 전략 자연수 A 를 10으로 나누었을 때의 나머지는 A 의 일의 자리의 숫자와 같음을 이용한다.

$$\text{풀이 } (7^3)^{15} \times 49^8 \div 7^{24} = (7^3)^{15} \times (7^2)^8 \div 7^{24}$$

$$= 7^{45} \times 7^{16} \div 7^{24}$$

$$= 7^{45+16-24} = 7^{37}$$

7^{37} 을 10으로 나누었을 때의 나머지는 7^{37} 의 일의 자리의 숫자와 같다.

그런데 7의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 7, 9, 3, 1이 이 순서대로 반복된다.

이때 $37=4 \times 9 + 1$ 이므로 7^{37} 의 일의 자리의 숫자는 7이다.

따라서 구하는 나머지는 7이다.

답 ④

07 전략 지수를 같게 하여 밑의 대소를 비교한다.

$$\text{풀이 } A = 2^{70} = (2^7)^{10} = 128^{10}$$

$$B = 5^{30} = (5^3)^{10} = 125^{10}$$

$$C = 13^{20} = (13^2)^{10} = 169^{10}$$

$$125 < 128 < 169 \text{이므로 } 125^{10} < 128^{10} < 169^{10}$$

$$\therefore B < A < C$$

답 ③

08 전략 지수법칙을 이용하여 좌변을 간단히 정리한다.

$$\text{풀이 } \left(-\frac{x^2}{y}\right)^a \times \left(\frac{y^3}{3x^b}\right)^2 \div \left(-\frac{x^2}{2y}\right)^4$$

$$= (-1)^a \times \frac{x^{2a}}{y^a} \times \frac{y^6}{9x^{2b}} \div \frac{x^8}{16y^4}$$

$$= (-1)^a \times \frac{x^{2a}}{y^a} \times \frac{y^6}{9x^{2b}} \times \frac{16y^4}{x^8}$$

$$= (-1)^a \times \frac{16x^{2a}y^{10}}{9x^{2b+8}y^a}$$

$$\therefore (-1)^a \times \frac{16x^{2a}y^{10}}{9x^{2b+8}y^a} = -\frac{16y^{c+2}}{9x^8} \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

이때 $(-1)^a = -1$ 에서 a 는 홀수이고 $3 < a < 7$ 이므로

$$a=5$$

$a=5$ 를 ①에 대입하면

$$-\frac{16x^{10}y^5}{9x^{2b+8}} = -\frac{16y^{c+2}}{9x^8}$$

따라서 $2b+8-10=8$, $c+2=5$ 이므로

$$b=5, c=3$$

$$\therefore a+b+c=13$$

답 ④

09 전략 약속에 따라 주어진 식을 계산한다.

풀이 $f(3x, A) = (3x)^2 \times A = 9x^2 A$ 이므로

$$9x^2 A = 18x^3 y$$

$$\therefore A = \frac{18x^3 y}{9x^2} = 2xy$$

$g(B, 5y) = B \times (5y)^2 = 25y^2 B$ 이므로

$$25y^2 B = 100x^2 y^4$$

$$\therefore B = \frac{100x^2 y^4}{25y^2} = 4x^2 y^2$$

$$\therefore B \div A^2 = 4x^2 y^2 \div (2xy)^2$$

$$= \frac{4x^2 y^2}{4x^2 y^2} = 1$$

답 ①

$$(2xy)^2 = 4x^2 y^2$$

10 전략 $P \times \square \div Q = R$ 이면 $\square = R \times Q \div P$ 임을 이용한다.

풀이 주어진 식의 좌변을 정리하면

$$\frac{8}{27} \times \square \div \left(-\frac{1}{27} x^3 y^3 \times 4x^2 y^4 \right)$$

$$= \frac{8}{27} \times \square \div \left(-\frac{4}{27} x^5 y^7 \right)$$

$$\approx \frac{8}{27} \times \square \div \left(-\frac{4}{27} x^5 y^7 \right) = -\frac{6}{x^2 y^3} \text{이므로}$$

$$\square = -\frac{6}{x^2 y^3} \times \left(-\frac{4}{27} x^5 y^7 \right) \div \frac{8}{27}$$

$$= -\frac{6}{x^2 y^3} \times \left(-\frac{4}{27} x^5 y^7 \right) \times \frac{27}{8}$$

$$= 3x^3 y^4$$

답 ⑤

11 전략 $P+Q=R$ 이면 $P=R-Q$ 임을 이용한다.

풀이

	+	
↓		
(가)	$a^2 - 4a$	B
$-2a^2 + 5$	A	$2a^2 - a + 3$
$-a^2 + 3a + 2$		

$(-2a^2 + 5) + A = 2a^2 - a + 3$ 이므로

$$A = (2a^2 - a + 3) - (-2a^2 + 5)$$

$$= 2a^2 - a + 3 + 2a^2 - 5$$

$$= 4a^2 - a - 2$$

이때 $(가) - (-2a^2 + 5) = -a^2 + 3a + 2$ 이므로

$$(가) = (-a^2 + 3a + 2) + (-2a^2 + 5)$$

$$= -a^2 + 3a + 2 - 2a^2 + 5$$

$$= -3a^2 + 3a + 7$$

$$\therefore B = (-3a^2 + 3a + 7) + (a^2 - 4a)$$

$$= -3a^2 + 3a + 7 + a^2 - 4a$$

$$= -2a^2 - a + 7$$

$$\therefore A + B = (4a^2 - a - 2) + (-2a^2 - a + 7)$$

$$= 4a^2 - a - 2 - 2a^2 - a + 7$$

$$= 2a^2 - 2a + 5$$

답 ④

$$999 = 3^3 \times 37$$

12 전략 기호 $\circ, *$ 의 약속을 이용하여 주어진 식을 계산한다.

풀이 $(A \circ B) - (C * B)$

$$= (16x^2 y^4 - 8x^6 y^2) \div (2xy)^2$$

$$- \left(5xy^2 - \frac{x^3}{3y} \right) \times 3 \times 2xy$$

$$= \frac{16x^2 y^4 - 8x^6 y^2}{4x^2 y^2} - \left(5xy^2 - \frac{x^3}{3y} \right) \times 6xy$$

$$= 4y^2 - 2x^4 - (30x^2 y^3 - 2x^4)$$

$$= 4y^2 - 2x^4 - 30x^2 y^3 + 2x^4$$

$$= 4y^2 - 30x^2 y^3$$

답 ④

13 전략 (사각뿔대의 부피)

$= (\text{큰 사각뿔의 부피}) - (\text{작은 사각뿔의 부피})$

풀이 (사각뿔대의 부피)

$= (\text{큰 사각뿔의 부피}) - (\text{작은 사각뿔의 부피})$

$$= \left\{ \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2}x + 4y \right) \times 6 \times 8y \right\}$$

$$- \left\{ \frac{1}{3} \times (x - y) \times 3 \times x \right\}$$

$$= (8xy + 64y^2) - (x^2 - xy)$$

$$= 8xy + 64y^2 - x^2 + xy$$

$$= -x^2 + 9xy + 64y^2$$

답 ②

14 전략 밑면의 반지름의 길이가 같은 두 원기둥의 부피의 비는 높이의 비와 같다.

풀이 두 원기둥의 밑면의 반지름의 길이가 같고 부피의 비가 3 : 7이므로 높이의 비는 3 : 7이다.

즉 $a : b = 3 : 7$ 이므로

$$7a = 3b \quad \therefore b = \frac{7}{3}a$$

$$\therefore \frac{-4a + 3b}{\frac{2}{3}a + b} = \frac{-4a + 3 \times \frac{7}{3}a}{\frac{2}{3}a + \frac{7}{3}a} = \frac{3a}{3a} = 1$$

답 ①

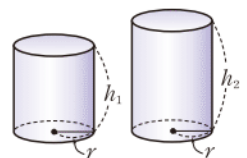
만점 비법

오른쪽 그림과 같은 두 원기둥의 부피는 각각 $\pi r^2 h_1$, $\pi r^2 h_2$ 이다.

따라서 부피의 비는

$$\pi r^2 h_1 : \pi r^2 h_2, \text{ 즉 } h_1 : h_2 \text{이다}$$

므로 높이의 비와 같다.



15 전략 주어진 조건을 모두 만족시키는 순환소수는 $0.\dot{a}b\dot{c}$ 꼴이다.

풀이 조건 (가), (나)에 의하여 A 는 $0.\dot{a}b\dot{c}$ 꼴이므로 A 를 기약분수로 나타낼 때, 분모가 될 수 있는 수는 999의 약수이다. 즉

일품 BOX

3, 9, 27, 37, 111, 333, 999

이때 분모가 3, 9인 기약분수는 순환마디를 이루는 숫자의 개수가 1이므로 조건 ②를 만족시키지 않는다.

따라서 구하는 수는

27, 37, 111, 333, 999

의 5개이다.

답 5

16 전략 기약분수를 소수로 나타내었을 때 유한소수가 되려면 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이어야 한다.

풀이 $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 $\frac{a}{360}$ 가 유한소수로 나타내어지려면 a 는 3^2 , 즉 9의 배수이어야 한다. \cdots ①

$0.\dot{3} < \frac{a}{90} < 0.\dot{8}$ 에서

$$\frac{3}{9} < \frac{a}{90} < \frac{8}{9}, \quad \frac{30}{90} < \frac{a}{90} < \frac{80}{90}$$

$$\therefore 30 < a < 80 \quad \cdots$$
 ②

따라서 a 는 $30 < a < 80$ 인 9의 배수이므로 36, 45, 54, 63, 72의 5개이다. \cdots ③

답 5

채점 기준	배점
① $\frac{a}{360}$ 가 유한소수로 나타내어지기 위한 a 의 조건을 알 수 있다.	2점
② a 의 값의 범위를 구할 수 있다.	2점
③ 자연수 a 의 개수를 구할 수 있다.	1점

17 전략 지수법칙을 이용하여 좌변을 간단히 정리한다.

풀이 $121^{2x-7} \times 33^{-4+x} \times 6^5$

$$= 11^{4x-14} \times 3^{-4+x} \times 11^{-4+x} \times 2^5 \times 3^5$$

$$= 32 \times 3^{x+1} \times 11^{5x-18}$$

즉 $32 \times 3^{x+1} \times 11^{5x-18} = 32 \times 3^{x+1} \times 11^{3x-6}$ 이므로

$$5x-18=3x-6$$

$$2x=12 \quad \therefore x=6$$

답 6

$$\begin{aligned} 121^{2x-7} &= (11^2)^{2x-7} \\ &= 11^{4x-14} \\ 33^{-4+x} &= (3 \times 11)^{-4+x} \\ &= 3^{-4+x} \times 11^{-4+x} \\ 6^5 &= (2 \times 3)^5 \\ &= 2^5 \times 3^5 \end{aligned}$$

18 전략 25와 125를 각각 5의 거듭제곱으로 나타낸다.

$$\frac{25^4 + 125^3}{25 \times 125 + 125^2} = \frac{(5^2)^4 + (5^3)^3}{5^2 \times 5^3 + (5^3)^2}$$

$$= \frac{5^8 + 5^9}{5^5 + 5^6} = \frac{5^8(1+5)}{5^5(1+5)}$$

$$= 5^3 \quad \cdots$$
 ①

따라서 $a=5, b=3$ 이므로

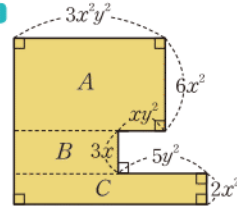
$$a+b=8 \quad \cdots$$
 ②

답 8

채점 기준	배점
① 주어진 식의 좌변을 밑이 5인 거듭제곱의 꼴로 나타낼 수 있다.	3점
② $a+b$ 의 값을 구할 수 있다.	1점

19 전략 주어진 도면을 세 개의 직사각형으로 나누어 본다.

풀이



위의 그림과 같이 주어진 도면을 세 부분으로 나누고 각각의 넓이를 A, B, C 라 하면

$$A = 3x^2y^2 \times 6x^2 = 18x^4y^2$$

$$B = (3x^2y^2 - xy^2) \times 3x$$

$$= 9x^3y^2 - 3x^2y^2$$

$$C = (3x^2y^2 - xy^2 + 5y^2) \times 2x^2$$

$$= 6x^4y^2 - 2x^3y^2 + 10x^2y^2 \quad \cdots$$
 ①

따라서 거실의 넓이는

$$A+B+C$$

$$= 18x^4y^2 + (9x^3y^2 - 3x^2y^2)$$

$$+ (6x^4y^2 - 2x^3y^2 + 10x^2y^2)$$

$$= 24x^4y^2 + 7x^3y^2 + 7x^2y^2 \quad \cdots$$
 ②

$$\text{답 } 24x^4y^2 + 7x^3y^2 + 7x^2y^2$$

채점 기준	배점
① 주어진 도면을 세 부분으로 나누고, 각각의 넓이를 구할 수 있다.	4점
② 거실의 넓이를 구할 수 있다.	2점

20 전략 주어진 등식을 변형하여 식에 대입한다.

풀이 $\frac{y+1}{xy-x} = 1$ 이므로

$$y+1=xy-x$$

$$\therefore xy=x+y+1$$

$$\therefore \frac{2x+2y+1}{xy+x+y} = \frac{2x+2y+1}{(x+y+1)+x+y}$$

$$= \frac{2x+2y+1}{2x+2y+1} = 1 \quad \text{답 } 1$$

다른풀이 $\frac{y+1}{xy-x} = 1$ 에서 $y+1=xy-x$

$$x(y-1)=y+1 \quad \therefore x=\frac{y+1}{y-1}$$

$$x=\frac{y+1}{y-1} \text{ 을 } \frac{2x+2y+1}{xy+x+y} \text{ 에 대입하면}$$

$$2 \times \frac{y+1}{y-1} + 2y+1$$

$$\frac{y+1}{y-1} \times y + \frac{y+1}{y-1} + y$$

분모, 분자에 각각 $y-1$ 을 곱하면

$$\frac{2(y+1)+2y(y-1)+y-1}{y(y+1)+(y+1)+y(y-1)}$$

$$= \frac{2y^2+y+1}{2y^2+y+1} = 1$$

유제 1 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

- ① 주어진 악보의 음을 이용하여 두 수 a, b 를 구한다.
- ② a, b 를 각각 분수로 고친 후 $a+b$ 의 값을 구한다.
- ③ $a+b$ 를 순환소수로 나타내어 악보의 음을 구한다.

풀이 ① a 를 입력한 악보의 음이 '레라'이므로

$$a = 0.\dot{1}\dot{5}$$

b 를 입력한 악보의 음이 '미도파시'이므로

$$b = 0.\dot{2}73\dot{6}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \therefore a+b &= \frac{15}{99} + \frac{2736}{9999} \\ &= \frac{4251}{9999} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{15}{99} &= \frac{15 \times 101}{99 \times 101} \\ &= \frac{1515}{9999} \end{aligned}$$

③ 따라서 $\frac{4251}{9999} = 0.\dot{4}25\dot{1}$ 이므로 구하는 악보는



답 풀이 참조

유제 2 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

- ① 표에서 찾을 수 있는 모든 분수의 분모에 올 수 있는 수를 구한다.
- ② ①의 수 중 2와 5 이외의 소인수를 갖는 수를 찾는다.
- ③ ②에서 찾은 수를 분모로 갖는 분수 중 유한소수로 나타낼 수 있는 수를 구한다.
- ④ 유한소수로 나타낼 수 없는 분수의 개수를 구한다.

풀이 ① 주어진 표에서 분모에 올 수 있는 수는 두 번째 줄부터 마지막 줄까지의 수이다.

② 이 중에서 2와 5 이외의 소인수를 갖는 수는

35, 11, 9, 6, 12, 24, 28, 30, 15, 13,

33, 18, 17, 21, 3, 19, 36

의 17개이다.

③ 그런데 $\frac{6}{30} = \frac{1}{5}, \frac{12}{15} = \frac{4}{5}, \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$ 이므로 유한소수로 나타낼 수 있다.

④ 따라서 유한소수로 나타낼 수 없는 분수의 개수는

$$17 - 3 = 14$$

가약분수로 나타내면 분모의 소인수가 2 또는 5 뿐이므로 유한소수로 나타낼 수 있다.

답 14

유제 3 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

- ① [1단계], [2단계], [3단계], ...에서 남아 있는 정삼각형의 넓이의 합을 각각 구한 후 규칙을 찾는다.
- ② [5단계]에서 남아 있는 정삼각형의 넓이의 합을 구한다.
- ③ [10단계]에서 남아 있는 정삼각형의 넓이의 합을 구한다.
- ④ ②, ③에서 구한 값을 이용하여 [10단계]에서 남아 있는 정삼각형의 넓이의 합이 [5단계]에서 남아 있는 정삼각형의 넓이의 합 몇 배인지 구한다.

풀이 ① 처음 정삼각형의 넓이가 a 이므로 [1단계]에서 남아 있는 정삼각형의 넓이의 합은

$$\frac{3}{4} \times a = \frac{3}{4}a$$

[2단계]에서 남아 있는 정삼각형의 넓이의 합은

$$\frac{3}{4} \times \frac{3}{4}a = \left(\frac{3}{4}\right)^2 a$$

[3단계]에서 남아 있는 정삼각형의 넓이의 합은

$$\frac{3}{4} \times \left(\frac{3}{4}\right)^2 a = \left(\frac{3}{4}\right)^3 a$$

⋮

따라서 한 단계가 증가할 때마다 남아 있는 정삼각형의 넓이의 합은 전 단계의 $\frac{3}{4}$ 배가 되므로 [n단계]에서 남아 있는 정삼각형의 넓이의 합은 $\left(\frac{3}{4}\right)^n a$ 이다.

(1) ② [5단계]에서 남아 있는 정삼각형의 넓이의 합은

$$\left(\frac{3}{4}\right)^5 a$$

(2) ③ [10단계]에서 남아 있는 정삼각형의 넓이의 합은

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{10} a$$

(3) ④ [10단계]에서 남아 있는 정삼각형의 넓이의 합은

[5단계]에서 남아 있는 정삼각형의 넓이의 합의

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{10} a \div \left(\frac{3}{4}\right)^5 a = \left(\frac{3}{4}\right)^5 \text{ (배)이다.}$$

답 (1) $\left(\frac{3}{4}\right)^5 a$ (2) $\left(\frac{3}{4}\right)^{10} a$ (3) $\left(\frac{3}{4}\right)^5$ 배

II 부등식

1 일차부등식

개념 & 핵심 기출

본책 40~41쪽

01 (㉠) 다항식 (㉡) 방정식 (㉢) 등식
이상에서 부등식은 (㉠), (㉡)의 2개이다.

답 ②

02 ① $0.4 \times (-2) + 1.5 < 0$ (거짓)

② $\frac{1}{2} \times (-1) + 10 \geq 7$ (참)

③ $-3 - 6 \times 0 \geq 0$ (거짓)

④ $-1 + 8 < 12$ (참)

⑤ $5 \times 2 + 9 > 2$ (참)

답 ①, ③

03 $x = -1, 0, 1, 2, 3$ 을 주어진 부등식에 각각 대입하면

(i) $x = -1$ 일 때, $2 \times (-1) + 4 > 10 - (-1)$ (거짓)

(ii) $x = 0$ 일 때, $2 \times 0 + 4 > 10 - 0$ (거짓)

(iii) $x = 1$ 일 때, $2 \times 1 + 4 > 10 - 1$ (거짓)

(iv) $x = 2$ 일 때, $2 \times 2 + 4 > 10 - 2$ (거짓)

(v) $x = 3$ 일 때, $2 \times 3 + 4 > 10 - 3$ (참)

이상에서 주어진 부등식의 해는 3의 1개이다.

답 1

04 (㉠) $a < b$ 에서 $\frac{a}{3} < \frac{b}{3}$

(㉡) $a < b$ 에서 $-\frac{a}{2} > -\frac{b}{2}$ $\therefore 5 - \frac{a}{2} > 5 - \frac{b}{2}$

이상에서 옳은 것은 (㉠), (㉡), (㉢)이다.

답 (㉠), (㉡), (㉢)

05 ① $a + \frac{2}{7} > b + \frac{2}{7}$ 에서 $a > b$

② $a < 6$ 에서 $-\frac{a}{3} > 6 \times \left(-\frac{1}{3}\right) = -2$

③ $-\frac{a}{5} + 2 \leq -\frac{b}{5} + 2$ 에서 $-\frac{a}{5} \leq -\frac{b}{5}$
 $\therefore a \geq b$

⑤ $-2 \leq x \leq 3$ 에서 $-8 \leq 4x \leq 12$

$\therefore -11 \leq 4x - 3 \leq 9$

답 ④

06 $0.5(x-3) \leq 0.2x - 0.9$ 에서

$5(x-3) \leq 2x-9, \quad 3x \leq 6$

$\therefore x \leq 2$

양변에 3, 4, 2의 최소공배수인 12를 곱한다.

어떤 수를 부등식의 x 에 대입하였을 때, 부등식이 성립하면 어떤 수는 그 부등식의 해이다.

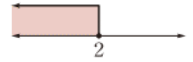
$ax > b$ 에서
① $a > 0$ 이면
 $\rightarrow x > \frac{b}{a}$
② $a < 0$ 이면
 $\rightarrow x < \frac{b}{a}$
③ $a = 0, b \geq 0$ 이면
 \rightarrow 해가 없다.
④ $a = 0, b < 0$ 이면
 \rightarrow 해가 무수히 많다.

부등식의 양변에 같은 음수를 곱하거나 양변을 같은 음수로 나누는 경우에만 부등호의 방향이 바뀐다.

양변에 6과 5의 최소공배수인 30을 곱한다.

양변에 10을 곱한다.

이를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



답 풀이 참조

07 $\frac{x}{3} + \frac{2x-1}{4} < 0.5x + 1$ 에서

$\frac{x}{3} + \frac{2x-1}{4} < \frac{1}{2}x + 1$

$4x + 3(2x-1) < 6x + 12$

$4x < 15 \quad \therefore x < \frac{15}{4} = 3.75$

따라서 주어진 부등식을 만족시키는 자연수 x 는 1, 2, 3의 3개이다.

답 3

08 $-4ax + 7 > -1$ 에서 $-4ax > -8$

$a > 0$ 에서 $-4a < 0$ 이므로

$x < \frac{-8}{-4a} \quad \therefore x < \frac{2}{a}$

답 ④

09 $5x + 7 \leq 2x + a$ 에서

$3x \leq a - 7 \quad \therefore x \leq \frac{a-7}{3}$

이 부등식의 해가 $x \leq -4$ 이므로

$\frac{a-7}{3} = -4, \quad a-7 = -12$

$\therefore a = -5$

답 -5

10 $\frac{5}{6}x + a > 0.8(x+1)$ 에서

$\frac{5}{6}x + a > \frac{4}{5}(x+1), \quad 25x + 30a > 24(x+1)$

$\therefore x > 24 - 30a$

이 부등식의 해가 $x > 6$ 이므로

$24 - 30a = 6, \quad -30a = -18$

$\therefore a = \frac{3}{5}$

답 ④

11 $3x + 2 \geq a - x$ 에서

$4x \geq a - 2 \quad \therefore x \geq \frac{a-2}{4}$

이때 $x \geq \frac{a-2}{4}$ 를 만족시키는 x 의 값 중 가장 작은 수가 -8 이므로

$\frac{a-2}{4} = -8, \quad a-2 = -32$

$\therefore a = -30$

답 -30

만점 비법

부등식 $x \geq k$ (k 는 상수)를 만족시키는 가장 작은 x 의 값은 k 이고, 부등식 $x > k$ 를 만족시키는 가장 작은 x 의 값은 구할 수 없다.

만점 도전을 위한 고난도 문제

본책 42~43쪽

01 전략 절댓값이 2보다 크지 않은 정수 x 의 값을 찾아 주어진 부등식에 각각 대입한다.

풀이 x 의 절댓값이 2보다 크지 않은 정수이므로

$$x = -2, -1, 0, 1, 2$$

이를 주어진 부등식에 각각 대입하면

(i) $x = -2$ 일 때, $5(-2+2) > -3(-2-4)$ (거짓)

(ii) $x = -1$ 일 때, $5(-1+2) > -3(-1-4)$ (거짓)

(iii) $x = 0$ 일 때, $5(0+2) > -3(0-4)$ (거짓)

(iv) $x = 1$ 일 때, $5(1+2) > -3(1-4)$ (참)

(v) $x = 2$ 일 때, $5(2+2) > -3(2-4)$ (참)

이상에서 주어진 부등식의 해는 1, 2의 2개이다.

답 ②

만점 비법

① $a \geq b \rightarrow a$ 는 b 보다 크거나 같다.

$\rightarrow a$ 는 b 보다 작지 않다.

$\rightarrow a$ 는 b 이상이다.

② $a \leq b \rightarrow a$ 는 b 보다 작거나 같다.

$\rightarrow a$ 는 b 보다 크지 않다.

$\rightarrow a$ 는 b 이하이다.

02 전략 부등식의 해 \odot 부등식이 참이 되게 하는 x 의 값

풀이 $\frac{5}{4}x + 3 = 8$ 에서 $5x + 12 = 32$

$$5x = 20 \quad \therefore x = 4$$

$x = 4$ 를 각 부등식에 대입하면

① $-2 \times 4 + 6 > 7 \times 4 - 12$ (거짓)

② $4 + 9 < 6 \times 4 - 1$ (참)

③ $2 \times 4 + 4 \leq 5 \times 4 - 10$ (거짓)

④ $3 \times 4 + 8 < 16 - 4$ (거짓)

⑤ $4 \times 4 - 1 \geq 8 \times 4 + 1$ (거짓)

답 ②

03 전략 부등식의 양변에 같은 음수를 곱하거나 양변을 같은 음수로 나누면 부등호의 방향이 바뀐다.

풀이 (i) $a < b$ 이므로 $2a < 2b$

$$\therefore 2a - c < 2b - c$$

(ii) $a < b$ 이므로 $a + c < b + c$

$$\therefore -(a + c) > -(b + c)$$

(iii) $a < b, c < 0$ 이므로 $ac > bc$

$$\therefore -2 + ac > -2 + bc$$

(iv) $a < b, c < 0$ 이므로

$$\frac{a}{c} > \frac{b}{c}, \quad -\frac{a}{c} < -\frac{b}{c}$$

$$\therefore -\frac{a}{c} - 4 < -\frac{b}{c} - 4$$

(v) $a < b$ 이므로 $-4a > -4b$

$a < b$ 일 때
 ① $c > 0$ 이면
 $ac < bc, \frac{a}{c} < \frac{b}{c}$
 ② $c < 0$ 이면
 $ac > bc, \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

$$-4a + c > -4b + c$$

$$\therefore \frac{-4a + c}{3} > \frac{-4b + c}{3}$$

이상에서 옳은 것은 (i), (ii), (iv)이다.

답 (i), (ii), (iv)

04 전략 (양수) \times (양수) \odot (양수)

(양수) \times (음수) 또는 (음수) \times (양수) \odot (음수)

풀이 $ab < 0$ 에서 $a > 0, b < 0$ 또는 $a < 0, b > 0$

이때 $a - b < 0$ 에서 $a < b$ 이므로 $a < 0, b > 0$

또 $bc > 0$ 이고 $b > 0$ 이므로 $c > 0$

③ $a < 0 < c$ 이므로 $c - a > 0$

④ $ac < 0 < b$ 이므로 $b - ac > 0$

⑤ $a < b, c > 0$ 이므로 $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}, \quad -\frac{a}{c} > -\frac{b}{c}$

$$\therefore 1 - \frac{a}{c} > 1 - \frac{b}{c}$$

답 ⑤

05 전략 부등식의 성질을 이용하여 먼저 x 의 값의 범위를 구한다.

풀이 $-1 \leq 3x - 4 < 5$ 에서

$$3 \leq 3x < 9 \quad \therefore 1 \leq x < 3$$

$1 \leq x < 3$ 에서 $-12 < -4x \leq -4$

$$-7 < 5 - 4x \leq 1 \quad \therefore -\frac{7}{6} < \frac{5 - 4x}{6} \leq \frac{1}{6}$$

$$\therefore -\frac{7}{6} < A \leq \frac{1}{6}$$

따라서 $M = \frac{1}{6}, m = -\frac{7}{6}$ 이므로

$$M + m = -1$$

답 -1

06 전략 양변에 적당한 수를 곱하여 계수를 모두 정수로 고쳐서 푼다.

풀이 $\frac{x-1}{7} \geq \frac{x-5}{3}$ 에서 $3(x-1) \geq 7(x-5)$

$$-4x \geq -32 \quad \therefore x \leq 8$$

$0.6x + 3 \geq 0.4(x-1) + 7.8$ 에서

$$6x + 30 \geq 4(x-1) + 78$$

$$2x \geq 44 \quad \therefore x \geq 22$$

따라서 $A = 8, B = 22$ 이므로 $A + B = 30$

답 ⑤

07 전략 주어진 부등식을 $ax > b$ 꼴로 나타낸 후 a 의 부호에 따라 부등호의 방향을 결정한다.

풀이 $ax + 2 > bx + 3$ 에서 $(a-b)x > 1$

① $a > b$ 이면 $a - b > 0$ 이므로 $x > \frac{1}{a-b}$

② $a < b$ 이면 $a - b < 0$ 이므로 $x < \frac{1}{a-b}$

③ $a = b$ 이면 $0 \times x > 1$ 이므로 해가 없다.

④ $a > 0, b = -a$ 이면 $2ax > 1 \quad \therefore x > \frac{1}{2a}$

⑤ $a < 0, b = -a$ 이면 $2ax > 1 \quad \therefore x < \frac{1}{2a}$

답 ③

08 전략 x 를 포함하는 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항한 후 $b=2a-1$ 을 대입한다.

풀이 $(a-b)x > -(x-a) + b - 5$ 에서

$(a-b)x > -x + a + b - 5$

$(a-b+1)x > a+b-5$

→ ①

위의 식에 $b=2a-1$ 을 대입하면

$\{a-(2a-1)+1\}x > a+(2a-1)-5$

$-(a-2)x > 3(a-2)$

→ ②

$a > 2$ 에서 $a-2 > 0$ 이므로 $-(a-2) < 0$

$\therefore x < -3$

→ ③

답 $x < -3$

채점 기준	비율
① 주어진 부등식을 정리할 수 있다.	20%
② 주어진 부등식을 a 를 사용한 식으로 나타낼 수 있다.	40%
③ 부등식의 해를 구할 수 있다.	40%

09 전략 주어진 부등식을 $ax > b$ 꼴로 나타낸 후 $a > 0, a = 0, a < 0$ 인 경우로 나누어 생각한다.

풀이 $ax - b > b(x-2) + a$ 에서

$ax - b > bx - 2b + a, \quad (a-b)x > a-b$

(i) $a > b$ 일 때,

$a-b > 0$ 이므로 $x > \frac{a-b}{a-b} \quad \therefore x > 1$

(ii) $a = b$ 일 때,

$a-b = 0$ 이므로 $0 \times x > 0 \quad \therefore$ 해가 없다.

(iii) $a < b$ 일 때,

$a-b < 0$ 이므로 $x < \frac{a-b}{a-b} \quad \therefore x < 1$

답 풀이 참조

10 전략 주어진 수직선이 나타내는 해는 $x < -2$ 이다.

풀이 $6 - (a+3)x < -x + 2$ 에서

$-(a+2)x < -4$

이 부등식의 해가 $x < -2$ 이므로 $-(a+2) > 0$

$a+2 < 0 \quad \therefore a < -2$

따라서 $x < \frac{4}{a+2}$ 이므로 $\frac{4}{a+2} = -2$

$a+2 = -2 \quad \therefore a = -4$

답 -4

11 전략 부등식을 푼 다음 수직선을 이용하여 조건을 만족시키는 a 의 값의 범위를 찾는다.

풀이 $\frac{2(x-1)}{3} + a < -\frac{x}{2}$ 에서

$4(x-1) + 6a < -3x, \quad 7x < 4-6a$

양변에 2와 3의 최소공배수인 6을 곱한다.

$\therefore x < \frac{4-6a}{7}$

→ ①

이 부등식을 만족시키는 자연수 x 가 4개 이상이라면 오른쪽 그림에서

$\frac{4-6a}{7} > 4, \quad 4-6a > 28$

$-6a > 24 \quad \therefore a < -4$

→ ②

답 $a < -4$

채점 기준	비율
① 부등식의 해를 a 를 사용한 식으로 나타낼 수 있다.	50%
② a 의 값의 범위를 구할 수 있다.	50%

참고 부등식의 해가 $x < k$ 일 때, 부등식을 만족시키는 자연수 x 가 4개 이상이라면 $k \geq 4$ 가 아니라 $k > 4$ 이어야 함에 주의한다. $k=4$ 이면 $x < 4$ 이므로 부등식을 만족시키는 자연수 x 는 1, 2, 3의 3개이다.

12 전략 먼저 두 부등식의 해를 각각 구한다.

풀이 $x+1 < \frac{3x-1}{4}$ 에서

$4x+4 < 3x-1 \quad \therefore x < -5$

$9x-7 < 4(x-k)$ 에서

$9x-7 < 4x-4k, \quad 5x < 7-4k$

$\therefore x < \frac{7-4k}{5}$

이때 두 부등식의 해가 서로 같으므로

$-5 = \frac{7-4k}{5}, \quad -25 = 7-4k$

$4k = 32 \quad \therefore k = 8$

답 ⑤

13 전략 부등식을 푼 다음 수직선을 이용하여 조건을 만족시키는 a 의 값의 범위를 찾는다.

풀이 $1.7(2x-a) > 4.3x+1.8$ 에서

$17(2x-a) > 43x+18, \quad -9x > 17a+18$

$\therefore x < -\frac{17a+18}{9}$

→ ①

이 부등식을 만족시키는 자연수 x 가 존재하지 않으려면 오른쪽 그림에서

$-\frac{17a+18}{9} \leq 1$

$17a+18 \geq -9, \quad 17a \geq -27$

$\therefore a \geq -\frac{27}{17} = -1.5\cdots$

→ ②

따라서 a 의 값 중 가장 작은 정수는 -1이다.

→ ③

답 -1

채점 기준	비율
① 부등식의 해를 a 를 사용한 식으로 나타낼 수 있다.	40%
② a 의 값의 범위를 구할 수 있다.	40%
③ a 의 값 중 가장 작은 정수를 구할 수 있다.	20%

최상위로 가는 최고 수준 문제

본책 44쪽

01 전략 주어진 기호의 약속을 이용하여 $\langle \frac{x}{2} + 2 \rangle$ 의 값이 될 수 있는 수를 구한다.

풀이 $\langle \frac{x}{2} + 2 \rangle$ 는 자연수이므로 $4 \leq \langle \frac{x}{2} + 2 \rangle < 8$ 에서

$$\langle \frac{x}{2} + 2 \rangle = 4, 5, 6, 7$$

즉 $3.5 \leq \frac{x}{2} + 2 < 7.5$ 이어야 하므로

$$1.5 \leq \frac{x}{2} < 5.5 \quad \therefore 3 \leq x < 11$$

따라서 구하는 자연수 x 는 3, 4, 5, ..., 10의 8개이다.

답 8

02 전략 먼저 a 에 대한 부등식을 푼다.

풀이 $-\frac{1}{2} - \frac{a}{4} < \frac{1}{12} - \frac{a}{3}$ 에서

$$6 + 3a > -1 + 4a, \quad -a > -7$$

$$\therefore a < 7$$

$$7(x-2) < ax-2a \text{에서} \quad (7-a)x < 2(7-a)$$

$$\text{이때 } a < 7 \text{에서 } 7-a > 0 \text{이므로} \quad x < 2$$

답 $x < 2$

채점 기준	비율
① a 의 값의 범위를 구할 수 있다.	40%
② 부등식 $7(x-2) < ax-2a$ 의 해를 구할 수 있다.	60%

03 전략 부등식 $x > k$ 를 만족시키는 x 의 값 중에서 가장 작은 정수가 n 이면 $n-1 < k < n$

풀이 $\frac{2x-7}{4} > a-3$ 에서 $2x-7 > 4a-12$

$$2x > 4a-5 \quad \therefore x > \frac{4a-5}{2}$$

이 부등식을 만족시키는 x 의 값

중 가장 작은 정수가 6이라면

오른쪽 그림에서

$$5 \leq \frac{4a-5}{2} < 6, \quad 10 \leq 4a-5 < 12$$

$$15 \leq 4a < 17 \quad \therefore \frac{15}{4} \leq a < \frac{17}{4}$$

답 ③

04 전략 부등식 $ax > b$ 의 해가 $x < k$ 이면 $a < 0, \frac{b}{a} = k$ 임을 이용한다.

풀이 $ax-b > 3x$ 에서 $(a-3)x > b$

이 부등식의 해가 $x < \frac{1}{2}$ 이므로 $a-3 < 0$

$$\therefore a < 3$$

따라서 $x < \frac{b}{a-3}$ 이므로

$$\frac{b}{a-3} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{b}{a-3} = \frac{1}{2} \text{에서} \\ 2b = a-3 \\ \therefore a = 2b+3$$

$$\therefore a = 2b+3$$

한편 $|b|=2$ 이므로 $b=-2$ 또는 $b=2$

$$(i) b=-2 \text{일 때, } a=-4+3=-1$$

이때 $a=-1$ 은 $a < 3$ 을 만족시킨다.

$$(ii) b=2 \text{일 때, } a=4+3=7$$

그런데 $a=7$ 은 $a < 3$ 을 만족시키지 않는다.

$$(i), (ii) \text{에서 } a=-1, b=-2 \text{이므로}$$

$$a+b=-3$$

답 ①

05 전략 기호 \odot 의 약속을 이용하여 일차부등식을 세운다.

풀이 $(2x+1) \odot (5x+2) \geq 3 \odot k$ 에서

$$(2x+1) + 2(5x+2) - 1 \geq 3 + 2k - 1$$

$$12x \geq 2k-2 \quad \therefore x \geq \frac{k-1}{6}$$

이 부등식을 만족시키는 x 의 값

중 가장 작은 정수가 5이라면 오

른쪽 그림에서

$$4 < \frac{k-1}{6} \leq 5, \quad 24 < k-1 \leq 30$$

$$\therefore 25 < k \leq 31$$

답 $25 < k \leq 31$

06 전략 부등식 $ax < b$ 의 해가 $x > k$ 이면 $a < 0, \frac{b}{a} = k$ 임을 이용한다.

풀이 $(a-b)x-4a+b < 0$, 즉 $(a-b)x < 4a-b$ 의 해

$$\text{가 } x > -\frac{1}{2} \text{이므로} \quad a-b < 0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$\text{즉 } x > \frac{4a-b}{a-b} \text{이므로}$$

$$\frac{4a-b}{a-b} = -\frac{1}{2}, \quad -8a+2b=a-b$$

$$-9a=-3b \quad \therefore b=3a$$

$b=3a$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$a-3a < 0, \quad -2a < 0$$

$$\therefore a > 0$$

$$\text{또 } b=3a \text{를 } (7a+b)x - \frac{1}{6}(9a-b) \geq 0 \text{에 대입하면}$$

$$10ax-a \geq 0, \quad 10ax \geq a$$

$$\therefore x \geq \frac{1}{10}$$

따라서 구하는 가장 작은 수는 $\frac{1}{10}$ 이다.

답 $\frac{1}{10}$

채점 기준	비율
① $a-b < 0$ 임을 알 수 있다.	20%
② a 와 b 사이의 관계식을 구할 수 있다.	30%
③ a 의 부호를 구할 수 있다.	20%
④ 부등식 $(7a+b)x - \frac{1}{6}(9a-b) \geq 0$ 의 해 중 가장 작은 수를 구할 수 있다.	30%

2 일차부등식의 활용

개념 & 핵심 기술

본책 46~48쪽

01 볼펜을 x 자루 산다고 하면 연필은 $(15-x)$ 자루 살 수 있으므로

$$900x + 400(15-x) + 1100 \leq 10000$$

$$500x + 7100 \leq 10000$$

$$500x \leq 2900 \quad \therefore x \leq 5.8$$

따라서 볼펜을 최대 5자루까지 살 수 있다. **답** 5자루

02 x 개월 후부터 동생의 통장 잔고가 형의 통장 잔고보다 많아진다고 하면

$$23500 + 2000x < 6000 + 4000x$$

$$-2000x < -17500$$

$$\therefore x > 8.75$$

따라서 9개월 후부터 동생의 통장 잔고가 형의 통장 잔고보다 많아진다. **답** ④

03 다섯 번째 수학 시험에서 x 점을 받는다고 하면

$$\frac{77+82+90+89+x}{5} \geq 85$$

$$338+x \geq 425 \quad \therefore x \geq 87$$

따라서 87점 이상을 받아야 한다. **답** 87점

04 어떤 짝수를 x 라 하면

$$6x-10 < 4x-1, \quad 2x < 9$$

$$\therefore x < 4.5$$

따라서 이를 만족시키는 짝수 중 가장 큰 수는 4이다.

답 4

05 연속하는 세 홀수를 $x, x+2, x+4$ 라 하면

$$x+(x+2)-(x+4) \geq 12$$

$$x-2 \geq 12 \quad \therefore x \geq 14$$

따라서 가장 작은 세 홀수는 15, 17, 19이므로 세 홀수의 합은

$$15+17+19=51$$

답 ②

참고 연속하는 세 홀수를 $x-2, x, x+2$ 로 놓고 풀어도 된다.

06 원가를 x 원이라 하면

$$x \times 1.2 \times 0.9 - x \geq 3000, \quad 0.08x \geq 3000$$

$$\therefore x \geq 37500$$

따라서 원가는 37500원 이상이다.

답 37500원

일품 BOX

$$\begin{aligned} & (\text{사다리꼴의 넓이}) \\ &= \frac{1}{2} \times \{(\text{윗변의 길이}) \\ &+ (\text{아랫변의 길이})\} \\ & \times (\text{높이}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (\text{총가격}) \\ &= (\text{볼펜의 총가격}) \\ &+ (\text{연필의 총가격}) \\ &+ (\text{포장비}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (\text{직사각형의 둘레의 길이}) \\ &= 2 \times \{(\text{가로의 길이}) \\ &+ (\text{세로의 길이})\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 30(\text{분}) &= \frac{30}{60}(\text{시간}) \\ &= \frac{1}{2}(\text{시간}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{이므로} \\ 4\text{시간 } 30\text{분} &= \frac{9}{2}\text{시간} \end{aligned}$$

$$(\text{시간}) = \frac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$$

$$\begin{aligned} 40(\text{분}) &= \frac{40}{60}(\text{시간}) \\ &= \frac{2}{3}(\text{시간}) \\ & \text{이므로} \\ 1\text{시간 } 40\text{분} &= \frac{5}{3}\text{시간} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (\text{이익}) \\ &= (\text{판매가격}) - (\text{원가}) \end{aligned}$$

07 윗변의 길이를 x cm라 하면

$$\frac{1}{2} \times (x+10) \times 6 \geq 45$$

$$3x+30 \geq 45, \quad 3x \geq 15$$

$$\therefore x \geq 5$$

따라서 윗변의 길이는 5 cm 이상이어야 한다. **답** ③

08 세로의 길이를 x m라 하면 가로의 길이는 $(x-35)$ m이므로

$$2\{x+(x-35)\} \geq 650, \quad 4x-70 \geq 650$$

$$4x \geq 720$$

$$\therefore x \geq 180$$

따라서 세로의 길이는 180 m 이상이어야 한다.

답 180 m

09 가장 긴 변의 길이가 $x+8$ 이므로

$$x+8 < (x+1)+(x+4), \quad x+8 < 2x+5$$

$$-x < -3 \quad \therefore x > 3$$

따라서 x 의 값이 될 수 없는 것은 ①이다. **답** ①

10 시속 5 km로 걸은 거리를 x km라 하면 시속 4 km로 걸은 거리는 $(20-x)$ km이므로

$$\frac{20-x}{4} + \frac{x}{5} \leq \frac{9}{2}$$

$$5(20-x) + 4x \leq 90, \quad -x \leq -10$$

$$\therefore x \geq 10$$

따라서 시속 5 km로 걸은 거리는 10 km 이상이어야 한다. **답** 10 km

만점 비법

주어진 속력이 시속이므로 부등식을 세울 때 시간의 단위를 시간으로 맞추어야 한다.

11 공연장에서 x km 떨어진 꽃집을 이용한다고 하면 공연장에서 꽃집까지 가는 데 걸리는 시간은 $\frac{x}{2.5}$ 시간이

므로

$$\frac{x}{2.5} + \frac{25}{60} + \frac{x}{2.5} \leq \frac{5}{3}$$

$$48x+25 \leq 100, \quad 48x \leq 75$$

$$\therefore x \leq \frac{25}{16}$$

따라서 공연장에서 $\frac{25}{16}$ km 이내에 있는 꽃집을 이용할 수 있다. **답** $\frac{25}{16}$ km

12 x km까지 올라간다고 하면

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{5} \leq 3, \quad 8x \leq 45$$

$$\therefore x \leq \frac{45}{8}$$

따라서 최대 $\frac{45}{8}$ km까지 올라갔다 올 수 있다. **답 ④**

13 13 %의 소금물을 x g 섞는다고 하면

$$40 + \frac{13}{100} \times x \leq \frac{15}{100} \times (200 + x)$$

$$4000 + 13x \leq 3000 + 15x, \quad -2x \leq -1000$$

$$\therefore x \geq 500$$

따라서 13 %의 소금물은 500 g 이상 섞어야 한다.

답 ④

만점 비법

a %의 소금물 x g과 b %의 소금물 y g을 섞은 소금물의 농도가 c % 이상이다.

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline a \% \text{의 소금물 } x \text{ g에 들어 있는 소금의 양} & + & b \% \text{의 소금물 } y \text{ g에 들어 있는 소금의 양} \\ \hline \end{array} \geq \begin{array}{|c|} \hline c \% \text{의 소금물 } (x+y) \text{ g에 들어 있는 소금의 양} \\ \hline \end{array}$$

$$\rightarrow \frac{a}{100} \times x + \frac{b}{100} \times y \geq \frac{c}{100} \times (x+y)$$

물 160 g에 40 g의 소금을 넣은 소금물의 양은 $160 + 40 = 200$ (g)

B 호스 두 개로 물을 가득 채우는 데 5시간이 걸리므로 B 호스 한 개로는 10시간이 걸린다.

14 물을 x g 넣는다고 하면

$$\frac{7}{100} \times 500 \leq \frac{4}{100} \times (500 + x)$$

$$3500 \leq 2000 + 4x$$

$$-4x \leq -1500 \quad \therefore x \geq 375$$

따라서 물을 최소 375 g 넣어야 한다.

답 ②

15 5 %의 소금물을 x g 섞는다고 하면 9 %의 소금물은 $(300 - x)$ g 섞어야 하므로

$$\frac{5}{100} \times x + \frac{9}{100} \times (300 - x) \geq \frac{6}{100} \times 300$$

$$-4x + 2700 \geq 1800$$

$$-4x \geq -900$$

$$\therefore x \leq 225$$

따라서 5 %의 소금물은 최대 225 g까지 섞을 수 있다.

답 225 g

16 과자를 x 개 산다고 하면

$$1000x > 700x + 1800$$

$$300x > 1800 \quad \therefore x > 6$$

따라서 7개 이상 살 경우 대형마트에서 사는 것이 유리하다. **답 7개**

대형마트에서 과자를 살 때 드는 총비용이 집 앞 슈퍼마켓에서 과자를 살 때 드는 비용보다 적어야 한다.

17 양말을 x 켤레 산다고 하면

$$800x + 4000 < 1200x + 2000$$

$$-400x < -2000 \quad \therefore x > 5$$

따라서 양말을 6켤레 이상 살 경우 A 쇼핑몰을 이용하는 것이 유리하다. **답 6켤레**

18 입장객을 x 명이라 하면

$$5000 \times 0.7 \times 20 < 5000x \quad \therefore x > 14$$

따라서 15명 이상부터 20명의 단체 입장권을 사는 것이 유리하다. **답 ③**

만점 도전을 위한 고난도 문제

본책 49~50쪽

01 **전략** A, B 두 호스로 한 시간 동안 채울 수 있는 물의 양을 먼저 구한다.

풀이 수조에 물을 가득 채웠을 때의 물의 양을 1로 놓으면 A, B 두 호스로 한 시간 동안 채울 수 있는 물의 양은 각각 $\frac{1}{6}, \frac{1}{10}$ 이다.

A 호스의 개수를 x 라 하면 B 호스의 개수는 $8 - x$ 이므로

$$\frac{1}{6}x + \frac{1}{10}(8 - x) \geq 1$$

$$5x + 3(8 - x) \geq 30, \quad 2x + 24 \geq 30$$

$$2x \geq 6 \quad \therefore x \geq 3$$

따라서 A 호스는 3개 이상 사용해야 한다. **답 3개**

02 **전략** A 쿠키를 x 개 만든다고 하고 부등식을 세운다.

풀이 A 쿠키를 x 개 만든다고 하면 B 쿠키는 $(30 - x)$ 개 만들 수 있으므로

$$72x + 24(30 - x) \leq 1200 \quad \dots ①$$

$$48x + 720 \leq 1200, \quad 48x \leq 480$$

$$\therefore x \leq 10 \quad \dots ②$$

따라서 A 쿠키는 최대 10개까지 만들 수 있다. **답 10개**

답 10개

채점 기준	비율
① 부등식을 세울 수 있다.	40%
② 부등식의 해를 구할 수 있다.	40%
③ A 쿠키는 최대 몇 개까지 만들 수 있는지 구할 수 있다.	20%

03 **전략** 십의 자리의 숫자가 m , 일의 자리의 숫자가 n 인 두 자리 자연수는 $10m + n$ 이다.

풀이 구하는 자연수의 십의 자리의 숫자를 a 라 하면 조건 (가)에 의하여 일의 자리의 숫자는 $12 - a$ 이므로 조건

일품 BOX

(나)에서

$$10(12-a)+a < 2\{10a+(12-a)\}-11$$

$$-9a+120 < 18a+13$$

$$-27a < -107 \quad \therefore a > \frac{107}{27} = 3.9\cdots$$

따라서 주어진 조건을 모두 만족시키는 두 자리 자연수 중 가장 작은 수는 48이다. **답 48**

04 전략 원가가 a 원인 제품에 $x\%$ 의 이익을 붙인 가격은 $a(1+\frac{x}{100})$ 원임을 이용한다.

풀이 머그잔의 원가를 A 원이라 하면 정가는

$$A(1+\frac{25}{100}) = \frac{5}{4}A \text{ (원)}$$

$x\%$ 할인하여 판매한다고 하면

$$\frac{5}{4}A(1-\frac{x}{100}) \geq A, \quad 1-\frac{x}{100} \geq \frac{4}{5}$$

$$-\frac{x}{100} \geq -\frac{1}{5} \quad \therefore x \leq 20$$

따라서 최대 20%까지 할인할 수 있다. **답 ③**

05 전략 $\overline{BF} = x$ cm라 하고 $\triangle AFE$ 의 넓이를 x 의 식으로 나타낸다.

풀이 $\overline{BF} = x$ cm라 하면 $\overline{CF} = (12-x)$ cm이므로

$\triangle AFE$

$$= 12 \times 9 - \left\{ \frac{1}{2} \times x \times 9 + \frac{1}{2} \times (12-x) \times 6 + \frac{1}{2} \times 12 \times 3 \right\}$$

$$= 108 - \left(\frac{9}{2}x + 36 - 3x + 18 \right)$$

$$= 54 - \frac{3}{2}x \text{ (cm}^2\text{)}$$

즉 $54 - \frac{3}{2}x \leq 45$ 이므로

$$-\frac{3}{2}x \leq -9 \quad \therefore x \geq 6$$

따라서 점 B에서 6 cm 이상 떨어진 곳에 점 F를 잡으면 된다. **답 6 cm**

채점 기준	비율
① $\triangle AFE$ 의 넓이를 x 의 식으로 나타낼 수 있다.	40%
② 부등식을 세우고 그 해를 구할 수 있다.	40%
③ 점 F를 점 B에서 몇 cm 이상 떨어진 곳에 잡아야 하는지 구할 수 있다.	20%

06 전략 n 각형의 내각의 크기의 합은 $180^\circ \times (n-2)$ 이다.

풀이 n 각형의 내각의 크기의 합은 $180^\circ \times (n-2)$ 이므로

$$180^\circ \times (n-2) > 1000^\circ$$

십의 자리의 숫자가 a ,
일의 자리의 숫자가
 $12-a$ 인 자연수의 십의
자리의 숫자와 일의 자리
의 숫자를 바꾼 수
 $\rightarrow 10(12-a)+a$

십의 자리의 숫자가 4이
므로 일의 자리의 숫자는
 $12-4=8$

$$(\text{시간}) = \frac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$$

정가가 c 원인 제품을
 $d\%$ 할인한 가격
 $\rightarrow c(1-\frac{d}{100})$ 원

오전 9시 반에 출발하여
오전 11시 이내에 도착
하였으므로 1시간 30분
이내로 걸렸다.

$$57\text{분} = \frac{57}{60}\text{시간}$$

$$\overline{CE} = \frac{2}{2+1} \overline{CD}$$

$$= \frac{2}{3} \times 9 = 6 \text{ (cm)}$$

물을 증발시켜도 소금의
양은 변하지 않는다.

x 초 동안 넣은 12%의
소금물 $2x$ g에 들어 있
는 소금의 양

$$180^\circ \times n - 360^\circ > 1000^\circ$$

$$180^\circ \times n > 1360^\circ$$

$$\therefore n > \frac{68}{9} = 7.5\cdots$$

따라서 내각의 크기의 합이 1000° 보다 큰 다각형이 아닌 것은 ①이다. **답 ①**

07 전략 시속 15 km로 달린 거리를 x km라 하고 부등식을 세운다.

풀이 시속 15 km로 달린 거리를 x km라 하면 시속 45 km로 달린 거리는 $(30-x)$ km이므로

$$\frac{30-x}{45} + \frac{x}{15} \leq \frac{3}{2}$$

$$2(30-x) + 6x \leq 135, \quad 4x \leq 75$$

$$\therefore x \leq \frac{75}{4}$$

따라서 시속 15 km로 달린 거리는 $\frac{75}{4}$ km 이하이다.

$$\text{답 } \frac{75}{4} \text{ km}$$

08 전략 갈 때 걸린 시간, 중간에 소요된 시간, 올 때 걸린 시간의 총합이 3시간 이내이어야 한다.

풀이 현민이가 집에서 마트까지 갈 때 걸은 거리를 x km라 하면

$$\frac{x}{5} + \frac{57}{60} + \frac{x+1}{4} \leq 3$$

$$12x + 57 + 15(x+1) \leq 180$$

$$27x \leq 108$$

$$\therefore x \leq 4$$

따라서 현민이가 집에서 마트까지 갈 때 걸은 거리는 최대 4 km이다. **답 ⑤**

09 전략 증발시킨 물의 양을 x g이라 하고, 소금의 양을 이용하여 부등식을 세운다.

풀이 증발시킨 물의 양을 x g이라 하면

$$\frac{10}{100} \times 400 \geq \frac{12}{100} \times (400-x)$$

$$4000 \geq 4800 - 12x, \quad 12x \geq 800$$

$$\therefore x \geq \frac{200}{3}$$

따라서 최소 $\frac{200}{3}$ g의 물을 증발시켜야 한다. **답 ②**

10 전략 12%의 소금물을 x 초 동안 섞는다고 하고, 소금의 양을 이용하여 부등식을 세운다.

풀이 12%의 소금물을 x 초 동안 섞는다고 하면

$$\frac{5}{100} \times 200 + \frac{12}{100} \times 2 \times x \geq \frac{8}{100} \times (200+2x)$$

$$1000 + 24x \geq 1600 + 16x, \quad 8x \geq 600$$

$$\therefore x \geq 75$$

따라서 75초 이상이 걸린다.

답 ②

11 전략 인터넷 쇼핑물을 이용하는 경우와 동네 의류점을 이용하는 경우의 총금액을 비교한다.

풀이 동아리 회원을 x 명이라 하면

$$8000 \times 0.92 \times x + 4500 < 8000x \quad \cdots ①$$

$$7360x + 4500 < 8000x, \quad -640x < -4500$$

$$\therefore x > \frac{225}{32} = 7.0\cdots \quad \cdots ②$$

따라서 동아리 회원이 8명 이상일 경우 인터넷 쇼핑물을 이용하는 것이 유리하다.

답 8명

채점 기준	비율
① 부동산을 세울 수 있다.	40%
② 부동산의 해를 구할 수 있다.	40%
③ 동아리 회원이 몇 명 이상일 경우 인터넷 쇼핑물을 이용하는 것이 유리한지 구할 수 있다.	20%

12 전략 어른을 x 명이라 하면 학생은 $(15-x)$ 명임을 이용한다.

풀이 어른을 x 명이라 하면 학생은 $(15-x)$ 명이므로

$$24000 \times 0.8 \times 10 + 15000 \times 5$$

$$< 24000x + 15000 \times (15-x)$$

$$267000 < 9000x + 225000$$

$$-9000x < -42000 \quad \therefore x > \frac{14}{3} = 4.6\cdots$$

따라서 어른이 5명 이상이면 어른 10명의 입장료를 내는 것이 유리하다.

답 ②

최상위로 가는 최고 수준 문제

본책 51쪽

01 전략 (총점) = (평균) \times (학생 수)임을 이용한다.

풀이 첫 번째 시험 점수의 평균을 x 점이라 하면 두 번째 시험 점수의 총점은

$$50x + 15 \times 7 - 6 \times 5$$

$$= 50x + 75 \text{ (점)}$$

이므로

$$\frac{50x + 75}{50} \geq 72$$

$$50x + 75 \geq 3600, \quad 50x \geq 3525$$

$$\therefore x \geq 70.5$$

따라서 첫 번째 시험 점수의 평균은 최소 70.5점이어야 한다.

답 70.5점

02 전략 주인이 실제로 판매한 사과는 $120 - 24 = 96$ (개)이다.

풀이 사과 한 개의 원가를 a 원이라 하고 사과 한 개당 $x\%$ 의 이익을 붙인다고 하면

$$96 \times a \left(1 + \frac{x}{100}\right) - 120a \geq 120a \times \frac{8}{100} \quad \cdots ①$$

$$9600a + 96ax - 12000a \geq 960a$$

$$96ax \geq 3360a$$

$$\therefore x \geq 35 \quad \cdots ②$$

따라서 사과 한 개당 35% 이상의 이익을 붙여서 팔아야 한다.

답 35%

채점 기준	비율
① 부동산을 세울 수 있다.	40%
② 부동산의 해를 구할 수 있다.	40%
③ 사과 한 개당 몇 % 이상의 이익을 붙여서 팔아야 하는지 구할 수 있다.	20%

03 전략 (시간) = $\frac{\text{거리}}{\text{속력}}$ 임을 이용한다.

풀이 지홍이가 A 지점을 출발하여 다시 A 지점으로 돌아올 때까지 걸리는 시간은

$$\frac{4500}{75} = 60 \text{ (분)} \quad \cdots ①$$

60분 동안 혜진이와 지홍이가 2번 만나려면 혜진이는 호수 둘레를 한 바퀴 초과 두 바퀴 이하로 돌아야 하므로

$$4500 \times 1 < 60x \leq 4500 \times 2$$

$$4500 < 60x \leq 9000$$

$$\therefore 75 < x \leq 150 \quad \cdots ②$$

따라서 혜진이의 속력은 분속 75 m 초과 분속 150 m 이하이다.

답 분속 75 m 초과 분속 150 m 이하

채점 기준	비율
① 지홍이가 호수 한 바퀴를 도는 데 걸리는 시간을 구할 수 있다.	30%
② 부동산을 세우고 그 해를 구할 수 있다.	60%
③ 혜진이의 속력의 범위를 구할 수 있다.	10%

참고 혜진이가 처음 한 바퀴를 도는 도중에 지홍이와 반드시 한 번 만나게 된다.

(i) 혜진이가 한 바퀴를 돌아서 지홍이와 A 지점에 동시에 도착하는 경우

지홍이가 A 지점을 출발하여 다시 A 지점으로 돌아올 때까지 혜진이를 2번 만나게 된다.

그러나 A 지점에서 만나는 경우는 만나는 횟수에 포함되지 않으므로 만나는 횟수는 1번이다.

(ii) 혜진이가 한 바퀴보다 조금 더 돌아서 지홍이가 A 지점에 도착하기 전에 만나는 경우

지홍이가 A 지점에 도착할 때까지 2번 만나게 된다.

(iii) 혜진이가 두 바퀴를 돌아서 지홍이와 A 지점에서 만나는 경우

(i)의 경우와 같은 방법으로 생각하면 만나는 횟수는 2번이다.

04 전략 3%의 소금물의 양을 x g이라 하고 소금의 양을 이용하여 부등식을 세운다.

풀이 3%의 소금물을 x g 섞는다고 하면 8%의 소금물은 $(200-x)$ g 섞어야 한다. 또 3%, 8%, 7%의 소금물을 섞어서 소금물 400g을 만들려면 7%의 소금물은 200g을 섞어야 하므로

$$\begin{aligned} \frac{3}{100} \times x + \frac{8}{100} \times (200-x) + \frac{7}{100} \times 200 \\ \geq \frac{6}{100} \times 400 \\ 3x + 8(200-x) + 1400 \geq 2400 \\ -5x + 3000 \geq 2400, \quad -5x \geq -600 \\ \therefore x \leq 120 \end{aligned}$$

따라서 3%의 소금물은 최대 120g까지 섞을 수 있다.

답 ⑤

05 전략 1개의 발매 창구에서 1분 동안 발매하는 기차표의 수를 먼저 구한다.

풀이 1개의 발매 창구에서 1분 동안 발매하는 기차표를 x 장이라 하면

$$\begin{aligned} 5 \times 12x &= 420 + 12 \times 10 \\ 60x &= 540 \quad \therefore x = 9 \end{aligned}$$

a 개의 발매 창구에서 7분 이내에 줄을 서 있는 모든 사람들이 기차표를 구매하려면

$$\begin{aligned} a \times 7 \times 9 &\geq 420 + 7 \times 10, \quad 9a \geq 70 \\ \therefore a &\geq \frac{70}{9} = 7.7\cdots \end{aligned}$$

따라서 발매 창구가 적어도 8개 있어야 하므로 3개의 발매 창구가 더 있어야 한다.

답 3개

일품 BOX

크지 않다.
→ 작거나 같다.

부등식의 양변에 같은 음수를 곱하거나 양변을 같은 음수로 나누는 경우
→ 부등호의 방향이 바뀐다.

$\frac{1}{2}x - 3a \leq \frac{3}{4}x - 20$ 으로 양변에 2와 4의 최소공배수인 4를 곱한다.

학교 시험 실전 TEST Level 1

본책 52~55쪽

01 전략 부등호를 결정하는 표현을 찾는다.

풀이 ⑤ $x+6 \leq 5x$

답 ⑤

02 전략 부등식의 성질을 이용한다.

풀이 ① $a < b$ 에서 $-a \geq -b$
② $a < b$ 에서 $-\frac{a}{11} \geq -\frac{b}{11}$
③ $a < b$ 에서 $-5a > -5b$
 $\therefore 9-5a \geq 9-5b$
④ $a < b$ 에서 $8a < 8b$
 $\therefore -10+8a \leq -10+8b$
⑤ $a < b$ 에서 $a \div \left(-\frac{7}{4}\right) \geq b \div \left(-\frac{7}{4}\right)$

답 ④

03 전략 부등식의 우변에 있는 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한다.

풀이 $\frac{3}{4}x + 6 \geq ax - 4 + \frac{1}{2}x$ 에서
 $\left(\frac{3}{4} - a - \frac{1}{2}\right)x + 6 + 4 \geq 0$
 $\therefore \left(\frac{1}{4} - a\right)x + 10 \geq 0$

이 부등식이 일차부등식이 되려면

$$\frac{1}{4} - a \neq 0 \quad \therefore a \neq \frac{1}{4}$$

답 ④

04 전략 괄호가 있으면 분배법칙을 이용하여 괄호를 풀어 정리한다.

풀이 $7(x-2) + 1 < 15 + 3x$ 에서
 $7x - 13 < 15 + 3x, \quad 4x < 28$
 $\therefore x < 7$

따라서 주어진 부등식을 만족시키는 자연수 x 는 1, 2, 3, 4, 5, 6의 6개이다.

답 ③

05 전략 주어진 수직선이 나타내는 해는 $x \geq -10$ 이다.

풀이 $0.5x - 3a \leq 0.75x - 2$ 에서
 $2x - 12a \leq 3x - 8$
 $-x \leq 12a - 8$
 $\therefore x \geq -12a + 8$

이 부등식의 해가 $x \geq -1$ 이므로

$$\begin{aligned} -12a + 8 &= -1, \quad -12a = -9 \\ \therefore a &= \frac{3}{4} \end{aligned}$$

답 ④

06 전략 부등식 $ax < b$ 의 해가 모든 수이다. $\odot a=0, b>0$

풀이 $2ax+5 < -3x+12$ 에서

$$(2a+3)x < 7$$

이 부등식의 해가 모든 수이므로

$$2a+3=0 \quad \therefore a=-\frac{3}{2}$$

답 ①

07 전략 주어진 부등식의 해를 먼저 구한다.

풀이 $\frac{2}{5}\left(3x-\frac{1}{2}\right) \leq x-\frac{a}{2}$ 에서

$$4\left(3x-\frac{1}{2}\right) \leq 10x-5a$$

$$12x-2 \leq 10x-5a, \quad 2x \leq -5a+2$$

$$\therefore x \leq \frac{-5a+2}{2}$$

이 부등식의 해 중 가장 큰 수가 4이므로

$$\frac{-5a+2}{2}=4, \quad -5a+2=8$$

$$-5a=6$$

$$\therefore a=-\frac{6}{5}$$

답 ③

참고 주어진 조건을 만족시키는 a 의 값을 구할 때,

$3 < \frac{-5a+2}{2}$ 또는 $3 < \frac{-5a+2}{2} \leq 4$ 로 식을 세우지 않도록 주의한다.

08 전략 초콜릿을 x 개 산다고 하고 부등식을 세운다.

풀이 초콜릿을 x 개 산다고 하면 사탕은 $(20-x)$ 개 살 수 있으므로

$$800x+500(20-x) \leq 12700$$

$$300x+10000 \leq 12700$$

$$300x \leq 2700$$

$$\therefore x \leq 9$$

따라서 초콜릿을 최대 9개까지 살 수 있다.

답 ②

09 전략 수현이와 정민이가 작년 12개월 동안 모은 금액을 먼저 구한다.

풀이 수현이와 정민이가 작년 12개월 동안 모은 금액은 각각

$$500 \times 12 = 6000 \text{ (원)}, \quad 800 \times 12 = 9600 \text{ (원)}$$

x 개월 후부터 수현이의 모금액이 정민이의 모금액보다 많아진다고 하면

$$6000+1000x > 9600+500x$$

$$500x > 3600$$

$$\therefore x > 7.2$$

따라서 8개월 후부터 수현이의 모금액이 정민이의 모금액보다 많아진다.

답 ③

x 에 대한 부등식 $ax < b$ 에서

① $a=0, b \leq 0$ 이면

→ 해가 없다.

② $a=0, b > 0$ 이면

→ 해가 무수히 많다.

1인당 입장료가 1400원 일 때, $(30+x)$ 명의 입장료

10 전략 30명에서 추가로 x 명이 박물관을 견학한다고 하고 부등식을 세운다.

풀이 30명에서 추가로 x 명이 박물관을 견학한다고 하면

$$50000+800x \leq 1400(30+x)$$

$$50000+800x \leq 42000+1400x$$

$$-600x \leq -8000$$

$$\therefore x \geq \frac{40}{3} = 13.3\cdots$$

따라서 추가로 14명 이상이 박물관을 견학해야 하므로 총 $30+14=44$ (명) 이상 견학해야 한다.

답 ⑤

참고 30명이 50000원을 내고 견학했을 때, 1인당 입장료가 약 1670원 정도이므로 추가 인원이 있어야 1인당 입장료가 낮아지게 된다.

11 전략 (이익) = (판매 가격) - (원가)임을 이용한다.

풀이 원가를 x 원이라 하면

$$x \times 1.45 \times 0.8 - x \geq 4000$$

$$0.16x \geq 4000 \quad \therefore x \geq 25000$$

따라서 원가는 25000원 이상이다.

답 ③

12 전략 (원뿔의 부피)

$$= \frac{1}{3} \times \pi \times (\text{밑면의 반지름의 길이})^2 \times (\text{높이})$$

풀이 원뿔의 높이를 x cm라 하면

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times x \geq 120\pi \quad \therefore x \geq 10$$

따라서 원뿔의 높이는 10 cm 이상이다.

답 ⑤

13 전략 (시간) = $\frac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$ 임을 이용한다.

풀이 지민이가 달린 거리를 x km라 하면 걸어간 거리는 $(8-x)$ km이므로

$$\frac{x}{7} + \frac{8-x}{4} \leq \frac{3}{2}, \quad 4x+7(8-x) \leq 42$$

$$-3x \leq -14 \quad \therefore x \geq \frac{14}{3}$$

따라서 지민이가 달린 거리는 최소 $\frac{14}{3}$ km이다.

답 ③

14 전략 (설탕의 양) = $\frac{(\text{설탕물의 농도})}{100} \times (\text{설탕물의 양})$

풀이 설탕을 x g 더 넣는다고 하면 전체 설탕의 양은 $(25+x)$ g, 설탕물의 양은 $(400+x)$ g이므로

$$25+x \leq \frac{15}{100} \times (400+x)$$

$$2500+100x \leq 6000+15x, \quad 85x \leq 3500$$

$$\therefore x \leq \frac{700}{17}$$

따라서 설탕은 최대 $\frac{700}{17}$ g까지 넣을 수 있다.

답 ④

15 **전략** 주어진 부등식을 $ax < b$ 꼴로 나타낸 후 a 의 부호를 이용한다.

풀이 $ax - a < 3(x - 1)$ 에서

$$ax - a < 3x - 3, \quad (a - 3)x < a - 3 \quad \cdots ①$$

$a < 3$ 에서 $a - 3 < 0$ 이므로

$$x > 1 \quad \cdots ②$$

따라서 주어진 부등식을 만족시키는 가장 작은 정수 x 의 값은 2이다. ③ ④

답 2

채점 기준	배점
① 주어진 부등식을 $ax < b$ 꼴로 나타낼 수 있다.	2점
② 주어진 부등식의 해를 구할 수 있다.	2점
③ 가장 작은 정수 x 의 값을 구할 수 있다.	1점

16 **전략** 방정식의 해를 먼저 구한다.

풀이 $\frac{4-x}{5} = 0.2x + 0.6a$ 에서

$$4 - x = x + 3a, \quad -2x = 3a - 4$$

$$\therefore x = -\frac{3}{2}a + 2 \quad \cdots ①$$

이 방정식의 해가 8보다 작으므로

$$-\frac{3}{2}a + 2 < 8, \quad -\frac{3}{2}a < 6 \quad \cdots ②$$

$$\therefore a > -4 \quad \cdots ③$$

따라서 정수 a 의 값 중 가장 작은 수는 -3이다. ④

답 -3

채점 기준	배점
① 방정식의 해를 구할 수 있다.	3점
② a 의 값의 범위를 구할 수 있다.	2점
③ 정수 a 의 값 중 가장 작은 수를 구할 수 있다.	1점

17 **전략** a 를 포함하지 않은 부등식의 해를 먼저 구한다.

풀이 $0.4(2x + 1) < 6$ 에서 $2(2x + 1) < 30$

$$4x + 2 < 30 \quad \therefore x < 7$$

$3x < -6a - 2\left(x + \frac{1}{2}\right)$ 에서

$$3x < -6a - 2x - 1, \quad 5x < -6a - 1$$

$$\therefore x < \frac{-6a - 1}{5}$$

따라서 $\frac{-6a - 1}{5} = 7$ 이므로 $-6a - 1 = 35$

$$-6a = 36 \quad \therefore a = -6 \quad \text{답 } -6$$

18 **전략** x 분 동안 주차한다고 하면 추가되는 요금은 $200(x - 30)$ 원이다.

풀이 x 분 동안 주차한다고 하면

$$4000 + 200(x - 30) \leq 11000$$

$$4000 + 200x - 6000 \leq 11000, \quad 200x \leq 13000$$

B 호스에서는 1분에 12 L씩 물이 나오므로 $(150 - 6x)$ L의 물을 채우는 데 $\left\{\frac{1}{12} \times (150 - 6x)\right\}$ 분이 걸린다.

$$\therefore x \leq 65$$

따라서 최대 65분 동안 주차할 수 있다. ⑤ 65분

19 **전략** A 호스와 B 호스로 물을 채우는 시간을 각각 구한다.

풀이 A 호스로 x 분 동안 물을 채운다고 하면 B 호스로 채워야 하는 물의 양은 $(150 - 6x)$ L이다.

즉 B 호스로는 $\left\{\frac{1}{12} \times (150 - 6x)\right\}$ 분 동안 물을 채워야

하므로 ①

$$x + \frac{1}{12} \times (150 - 6x) \leq 15 \quad \cdots ②$$

$$x + \frac{25}{2} - \frac{1}{2}x \leq 15, \quad \frac{1}{2}x \leq \frac{5}{2}$$

$$\therefore x \leq 5 \quad \cdots ③$$

따라서 A 호스로 물을 최대 5분 동안 채울 수 있다. ④

답 5분

채점 기준	배점
① B 호스로 물을 채우는 시간을 x 의 식으로 나타낼 수 있다.	2점
② 부등식을 세울 수 있다.	2점
③ 부등식의 해를 구할 수 있다.	1점
④ A 호스로 물을 최대 몇 분 동안 채울 수 있는지 구할 수 있다.	1점

다른풀이 A 호스로 x 분 동안 물을 채운다고 하면 B 호스로는 최대 $(15 - x)$ 분 동안 물을 채울 수 있으므로

$$6x + 12(15 - x) \geq 150$$

$$6x + 180 - 12x \geq 150, \quad -6x \geq -30$$

$$\therefore x \leq 5$$

20 **전략** 한 달에 음악을 x 곡 내려받겠다고 하고 부등식을 세운다.

풀이 한 달에 음악을 x 곡 내려받겠다고 하면

$$400x > 6000 \quad \therefore x > 15$$

따라서 한 달에 음악을 16곡 이상 내려받을 경우 정액권을 이용하는 것이 유리하다. ⑤ 16곡

학교 시험 실전 TEST Level 2

본책 56~59쪽

01 **전략** 부등식의 성질을 이용한다.

풀이 ② $b < 0$ 이면 $a < b$ 에서 $ab > b^2$

③ $c < 0$ 이면 $ac < bc$ 에서 $a > b$

④ $c < 0$ 이면 $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ 에서 $a > b$ 답 ①, ⑤

02 전략 주어진 등식을 x 의 식으로 나타낸 후 부등식의 성질을 이용한다.

풀이 $2x + 3y = 9$ 에서 $3y = 9 - 2x$

$$\therefore y = 3 - \frac{2}{3}x$$

$-3 < x \leq 3$ 에서 $-2 \leq -\frac{2}{3}x < 2$

$$\therefore 1 \leq 3 - \frac{2}{3}x < 5, \text{ 즉 } 1 \leq y < 5 \quad \text{답 ④}$$

03 전략 부등식의 우변에 있는 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한다.

풀이 $5x^2 - 2ax > bx^2 + 4x - 3$ 에서

$$(5-b)x^2 - (2a+4)x + 3 > 0$$

이 부등식이 일차부등식이 되려면

$$5-b=0, 2a+4 \neq 0$$

$$\therefore a \neq -2, b=5 \quad \text{답 ②}$$

04 전략 양변에 분모의 최소공배수를 곱하여 모든 계수를 정수로 고쳐서 푼다.

풀이 $4 + \frac{2}{3}x > x - \frac{11}{5}$ 에서

$$60 + 10x > 15x - 33, \quad -5x > -93$$

$$\therefore x < \frac{93}{5} = 18.6$$

따라서 주어진 부등식을 만족시키는 x 의 값 중 3의 배수는 3, 6, 9, 12, 15, 18의 6개이다. 답 ③

05 전략 $[A]$ 는 정수임을 이용한다.

풀이 $A = -3x + 1$ 이라 하면 $[A] \geq 1$

$$\therefore [A] = 1, 2, 3, \dots$$

(i) $[A] = 1$ 일 때, $1 \leq A < 2$

(ii) $[A] = 2$ 일 때, $2 \leq A < 3$

(iii) $[A] = 3$ 일 때, $3 \leq A < 4$

\vdots

이상에서 $A \geq 1$ 이므로 $-3x + 1 \geq 1$

$$-3x \geq 0 \quad \therefore x \leq 0 \quad \text{답 ①}$$

06 전략 주어진 부등식을 $ax > b$ 꼴로 나타낸 후 a 의 부호를 이용한다.

풀이 $a < 0, b < 0, |a| < |b|$ 이므로

$$b < a < 0$$

$ax + 3 > b(x+1) - 2$ 에서

$$(a-b)x > b-5$$

이때 $b < a < 0$ 에서 $a-b > 0$ 이므로

$$x > \frac{b-5}{a-b} \quad \text{답 ③}$$

07 전략 부등식 $ax \geq b$ 의 해가 $x \geq k$ 이면 $a > 0, \frac{b}{a} = k$ 임을 이용한다.

풀이 $2ax + 9 \geq 5x + 14$ 에서 $(2a-5)x \geq 5$

이 부등식의 해가 $x \geq 1$ 이므로 $2a-5 > 0$

따라서 $x \geq \frac{5}{2a-5}$ 이므로

$$\frac{5}{2a-5} = 1, \quad 2a-5=5$$

$$\therefore a=5$$

부등식 $3x-10 > 2(5-x)$ 에서

$$3x-10 > 10-2x, \quad 5x > 20$$

$$\therefore x > 4 \quad \text{답 ④}$$

08 전략 대형 가구를 x 대 싼다고 하면 소형 가구는 $(10-x)$ 대 싼 수 있다.

풀이 대형 가구를 x 대 싼다고 하면 소형 가구는

$(10-x)$ 대 싼 수 있으므로

$$40x + 12(10-x) \leq 240$$

$$28x + 120 \leq 240, \quad 28x \leq 120$$

$$\therefore x \leq \frac{30}{7} = 4.2\dots$$

따라서 대형 가구는 최대 4대까지 싼 수 있다. 답 ②

09 전략 십의 자리의 숫자를 x 라 하면 일의 자리의 숫자는 $x-4$ 임을 이용한다.

풀이 구하는 자연수의 십의 자리의 숫자를 x 라 하면 일의 자리의 숫자는 $x-4$ 이므로

$$10x + (x-4) > 2\{10(x-4) + x\} - 2$$

$$11x - 4 > 22x - 82, \quad -11x > -78$$

$$\therefore x < \frac{78}{11} = 7.0\dots$$

따라서 가장 큰 자연수는 73이다. 답 ③

10 전략 기금으로 사용되는 금액은 판매액의 40%임을 이용한다.

풀이 하루 동안 판매하는 화분의 평균 개수를 x 라 하면

$$4000 \times 0.4 \times x \times 8 \geq 400000$$

$$\therefore x \geq \frac{125}{4} = 31.25$$

따라서 하루 평균 32개 이상의 화분을 팔아야 한다. 답 ③

$[x]$ 가 x 보다 크지 않은 최대의 정수이므로
 $[x] = n$ 이면
 $n \leq x < n+1$
 (단, n 은 자연수)

십의 자리의 숫자가 70이므로 일의 자리의 숫자는
 $7-4=3$

11 전략 (원기둥의 겉넓이) = $2 \times (\text{밑넓이}) + (\text{옆넓이})$

풀이 처음 원기둥의 밑넓이는

$$\pi \times 8^2 = 64\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

옆넓이는 $2\pi \times 8 \times 10 = 160\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

이므로 겉넓이는

$$2 \times 64\pi + 160\pi = 288\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

원기둥 모양의 구멍을 x 개 뚫는다고 하면 새로운 입체

도형의 겉넓이는

$$2 \times (64\pi - \pi x) + (160\pi + 20\pi x) \\ = 288\pi + 18\pi x \text{ (cm}^2\text{)}$$

즉 $(288 + 18x)\pi \geq 2 \times 288\pi$ 이어야 하므로

$$288 + 18x \geq 576, \quad 18x \geq 288$$

$$\therefore x \geq 16$$

따라서 구멍을 16개 이상 뚫어야 한다. **답 ③**

12 전략 전체 걸린 시간이 30분, 즉 $\frac{1}{2}$ 시간 이하임을 이용하여 부등식을 세운다.

풀이 시속 60 km로 달린 거리를 x km라 하면 시속

80 km로 달린 거리는 $(36 - x)$ km이므로

$$\frac{x}{60} + \frac{36-x}{80} \leq \frac{1}{2}, \quad 4x + 3(36-x) \leq 120$$

$$x + 108 \leq 120 \quad \therefore x \leq 12$$

따라서 시속 60 km로 달린 거리는 최대 12 km이다. **답 ⑤**

13 전략 (소금의 양) = $\frac{(\text{소금물의 농도})}{100} \times (\text{소금물의 양})$

풀이 처음 소금물의 농도를 $x\%$ 라 하면 처음 소금물에 들어 있는 소금의 양은

$$\frac{x}{100} \times 300 = 3x \text{ (g)}$$

이므로

$$\frac{3x+20}{240} \times 100 \geq 2.5x, \quad 30x+200 \geq 60x$$

$$-30x \geq -200 \quad \therefore x \leq \frac{20}{3}$$

따라서 처음 소금물의 농도는 최대 $\frac{20}{3}\%$ 이다. **답 ②**

14 전략 뷔페에 가는 사람 수를 x 라 하고 부등식을 세운다.

풀이 뷔페에 x 명이 간다고 하면

$$15000 \times 0.8 \times x \\ > 15000 \times 0.5 \times 4 + 15000 \times (x-4)$$

$$0.8x > 2 + (x-4), \quad 0.8x > x-2$$

$$-0.2x > -2 \quad \therefore x < 10$$

따라서 생일 쿠폰으로 할인 받는 것이 유리한 것은 최대 9명까지이다. **답 ③**

작은 원기둥 x 개의 옆넓이

작은 원기둥 x 개의 밑넓이

소금물 300 g에서 물 80 g을 증발시키고 소금 20 g을 넣은 후의 소금물의 양은
 $300 - 80 + 20 = 240 \text{ (g)}$

양변을 15000으로 나눈다.

15 전략 주어진 등식을 x 의 식으로 나타낸 후 부등식에 대입한다.

풀이 $x + 4y = 5$ 에서 $4y = 5 - x$

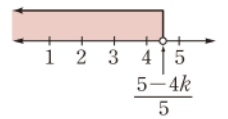
$$\therefore y = \frac{5-x}{4}$$

이것을 $y > x + k$ 에 대입하면 $\frac{5-x}{4} > x + k$

$$5 - x > 4x + 4k, \quad -5x > 4k - 5$$

$$\therefore x < \frac{5-4k}{5}$$

이 부등식을 만족시키는 자연수 x 가 4개 이하하려면 오른쪽 그림에서



$$\frac{5-4k}{5} \leq 5$$

$$5 - 4k \leq 25, \quad -4k \leq 20$$

$$\therefore k \geq -5$$

답 $k \geq -5$

16 전략 부등식 $ax < b$ 의 해가 $x > k$ 이면 $a < 0$, $\frac{b}{a} = k$ 임을 이용한다.

풀이 $ax + b < 0$ 에서 $ax < -b$

이 부등식의 해가 $x > \frac{2}{5}$ 이므로

$$a < 0 \quad \dots ①$$

따라서 $x > -\frac{b}{a}$ 이므로 $-\frac{b}{a} = \frac{2}{5}$

$$\therefore b = -\frac{2}{5}a \quad \dots ②$$

$b = -\frac{2}{5}a$ 를 $(2a - 5b)x + 2a + b > 0$ 에 대입하면

$$(2a + 2a)x + 2a - \frac{2}{5}a > 0$$

$$4ax + \frac{8}{5}a > 0 \quad \therefore 4ax > -\frac{8}{5}a$$

이때 $a < 0$ 에서 $4a < 0$ 이므로

$$x < -\frac{2}{5} \quad \dots ③$$

답 $x < -\frac{2}{5}$

채점 기준	배점
① a 의 부호를 구할 수 있다.	1점
② b 를 a 의 식으로 나타낼 수 있다.	2점
③ 부등식의 해를 구할 수 있다.	2점

17 전략 민영이가 이긴 횟수를 x 라 하고 민영이와 장석이가 얻은 점수를 각각 x 의 식으로 나타내어 부등식을 세운다.

풀이 민영이가 x 회 이겼다고 하면 4번 비겼으므로 장석이는 $(26 - x)$ 회 이겼다. **답 ①**

즉 민영이가 얻은 점수는 $(3x + 4)$ 점이고, 장석이가 얻은 점수는 $\{3(26 - x) + 4\}$ 점이므로

$$(3x+4) - \{3(26-x)+4\} \geq 15 \quad \cdots ②$$

$$3x+4+3x-82 \geq 15, \quad 6x \geq 93$$

$$\therefore x \geq \frac{31}{2} = 15.5 \quad \cdots ③$$

따라서 이 게임에서 민영이는 최소 16회 이겼다. $\cdots ④$

답 16회

채점 기준	배점
① 장석이가 이긴 횟수를 x 의 식으로 나타낼 수 있다.	2점
② 부등식을 세울 수 있다.	2점
③ 부등식의 해를 구할 수 있다.	1점
④ 게임에서 민영이가 최소 몇 회 이겼는지 구할 수 있다.	1점

18 전략 $\overline{BH}=2x$ cm, $\overline{CH}=3x$ cm라 하고 회전체의 부피를 구해 본다.

풀이 회전체는 오른쪽 그림과 같

으므로 $\overline{BH}=2x$ cm,

$\overline{CH}=3x$ cm라 하면 회전체의 부피는

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 2x$$

$$+ \frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 3x$$

$$= 24\pi x + 36\pi x$$

$$= 60\pi x \text{ (cm}^3\text{)}$$

$$\text{즉 } 60\pi x \geq 180\pi \text{에서 } x \geq 3$$

이때 $\overline{BC} = \overline{BH} + \overline{CH} = 2x + 3x = 5x$ (cm)이므로

$$5x \geq 15$$

따라서 \overline{BC} 의 길이는 15 cm 이상이어야 한다.

답 15 cm

19 전략 서로 반대 방향으로 달리므로 A 자동차와 B 자동차 사이의 거리는 A 자동차가 달린 거리와 B 자동차가 달린 거리의 합이다.

풀이 B 자동차가 달린 시간을 x 시간이라 하면 A 자동차가 달린 시간은 $\left(x + \frac{20}{60}\right)$ 시간이므로

$$120\left(x + \frac{20}{60}\right) + 140x \geq 560$$

$$120x + 40 + 140x \geq 560$$

$$260x \geq 520 \quad \therefore x \geq 2$$

따라서 B 자동차가 출발한 지 2시간 후부터이다.

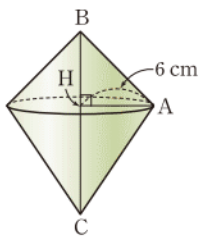
답 2시간

20 전략 단체의 인원수를 x 라 하고 부등식을 세운다.

풀이 이 단체의 인원수를 x 라 하면 25명 이상의 단체 입장권을 구매한 경우 총가격은

$$2000 \times 0.8 \times x = 1600x \text{ (원)}$$

40명의 단체 입장권을 구매한 경우 총가격은



A 자동차가 B 자동차보다 20분, 즉 $\frac{20}{60}$ 시간 더 달렸다.

$$2000 \times 0.75 \times 40 = 60000 \text{ (원)} \quad \cdots ①$$

즉 $1600x > 60000$ 에서

$$x > \frac{75}{2} = 37.5 \quad \cdots ②$$

따라서 38명 이상이면 40명의 단체 입장권을 구매하는 것이 유리하다. $\cdots ③$

답 38명

채점 기준	배점
① 25명 이상의 단체 입장권과 40명의 단체 입장권을 구매하는 경우의 총가격을 각각 구할 수 있다.	2점
② 부등식을 세우고 그 해를 구할 수 있다.	2점
③ 몇 명 이상이면 40명의 단체 입장권을 구매하는 것이 유리한지 구할 수 있다.	1점

교과서 속 창의 유형

본책 60쪽

유제 1 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

① 주문해야 하는 피자 한 판의 가격을 x 원으로 놓는다.

② x 에 대한 부등식을 세운다.

③ 부등식을 만족시키는 피자를 고른다.

풀이 ① 종민이가 주문해야 하는 피자 한 판의 가격을 x 원이라 하자.

$$② \quad 30000 \leq 0.8 \times 3x \leq 37000$$

$$30000 \leq 2.4x \leq 37000$$

$$\therefore 12500 \leq x \leq 15416.6\cdots$$

③ 따라서 종민이가 주문해야 하는 피자는 고구마피자 또는 포테이토피자이다.

답 고구마피자 또는 포테이토피자

유제 2 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

① 한 달 동안의 데이터 사용량을 x MB로 놓는다.

② x 에 대한 부등식을 세운다.

③ B 요금제를 사용할 때, 유리한 사용량을 구한다.

풀이 ① 재희가 한 달 동안 사용한 데이터의 양을 x MB라 하자.

② A 요금제로 데이터를 1500 MB 이상 사용할 때의 요금은 $\{42000 + 12(x - 1500)\}$ 원이므로

$$42000 + 12(x - 1500) > 52000$$

$$③ \quad 12x + 24000 > 52000$$

$$12x > 28000$$

$$\therefore x > \frac{7000}{3} = 2333.3\cdots$$

따라서 데이터 사용량이 2334 MB 이상일 때, B 요금제를 사용하는 것이 유리하다.

답 2334 MB

III

방정식

1 연립일차방정식의 풀이

개념 & 핵심 기출

본책 62~64쪽

01 (㉠) 등식이 아니므로 방정식이 아니다.

(㉡) xy 항이 있으므로 일차방정식이 아니다.

(㉢) $x-3y=3(x-y)$ 에서

$$x-3y=3x-3y \quad \therefore -2x=0$$

따라서 미지수가 1개인 일차방정식이다.

이상에서 미지수가 2개인 일차방정식인 것은 (㉠), (㉢), (㉣)이다. 답 (㉠), (㉢), (㉣)

02 ④ $3 \times 4 - 5 \times \frac{16}{5} \neq 4$ 답 ④

03 $x=1, y=-4$ 를 $ax-y-7=0$ 에 대입하면

$$a+4-7=0 \quad \therefore a=3$$

$x=b, y=5$ 를 $3x-y-7=0$ 에 대입하면

$$3b-5-7=0 \quad \therefore b=4$$

$$\therefore a+b=7$$

답 7

04 십의 자리의 숫자가 x , 일의 자리의 숫자가 y 인 두 자리 자연수는 $10x+y$ 이고, 십의 자리의 숫자가 y , 일의 자리의 숫자가 x 인 두 자리 자연수는 $10y+x$ 이므로 구하는 연립방정식은

$$\begin{cases} x+y=9 \\ 10y+x=10x+y+27 \end{cases}$$

답 $\begin{cases} x+y=9 \\ 10y+x=10x+y+27 \end{cases}$

05 $x+2y=11$ 의 해는

$$(1, 5), (3, 4), (5, 3), (7, 2), (9, 1)$$

또 $3x+y=13$ 의 해는

$$(1, 10), (2, 7), (3, 4), (4, 1)$$

따라서 연립방정식의 해는 $(3, 4)$ 답 (3, 4)

06 $x=-1, y=1$ 을 $ax-4y=-5$ 에 대입하면

$$-a-4=-5 \quad \therefore a=1$$

$x=-1, y=1$ 을 $3x+by=7$ 에 대입하면

$$-3+b=7 \quad \therefore b=10$$

$$\therefore ab=10$$

답 10

일품 BOX

x 가 소거되려면 x 의 계수가 00이어야 한다.

07 ㉠ $\times 3$ 을 하면 $15x-6y=24$

㉡ $\times 5$ 를 하면 $5ax+35y=65$

㉠ $\times 3 -$ ㉡ $\times 5$ 를 하면

$$(15-5a)x-41y=-41$$

이때 x 가 소거되려면 $15-5a=0$

$$\therefore a=3$$

답 ⑤

08 $\begin{cases} -4x+7y=1 \\ 3x-4y=3 \end{cases}$ ㉠

..... ㉡

㉠ $\times 3 +$ ㉡ $\times 4$ 를 하면

$$5y=15 \quad \therefore y=3$$

$y=3$ 을 ㉡에 대입하면

$$3x-12=3, \quad 3x=15$$

$$\therefore x=5$$

$$\therefore 2x+y=2 \times 5+3=13$$

답 13

09 $x=1, y=3$ 을 $ax+by=2$ 에 대입하면

$$a+3b=2$$

..... ㉠

$x=3, y=13$ 을 $ax+by=2$ 에 대입하면

$$3a+13b=2$$

..... ㉡

㉠ $\times 3 -$ ㉡을 하면

$$-4b=4 \quad \therefore b=-1$$

$b=-1$ 을 ㉠에 대입하면

$$a-3=2 \quad \therefore a=5$$

$$\therefore ab=-5$$

답 ②

10 $y=2x+2$ 를 $5x-2y=-1$ 에 대입하면

$$5x-2(2x+2)=-1, \quad x-4=-1$$

$$\therefore x=3$$

$x=3$ 을 $y=2x+2$ 에 대입하면

$$y=6+2=8$$

따라서 주어진 연립방정식의 해는 $x=3, y=8$ 이다.

$x=3, y=8$ 을 각 일차방정식에 대입하면

① $-7 \times 3 + 2 \times 8 = -5 \neq 5$

② $-5 \times 3 - 8 = -23 \neq -7$

③ $3-8=-5$

④ $3 \times 3 - 8 = 1 \neq -1$

⑤ $7 \times 3 - 3 \times 8 = -3$ 답 ③, ⑤

주어진 해를 일차방정식에 대입하여 a, b 에 대한 연립방정식을 세운다.

$x=p, y=q$ 가 일차방정식 $ax+by+c=0$ 의 해이면 $ap+bq+c=0$ 이 성립한다.

$x=p, y=q$ 를 일차방정식 $ax+by+c=0$ 에 대입하였을 때 등식이 성립하면 $x=p, y=q$ 는 일차방정식 $ax+by+c=0$ 의 해이다.

두 일차방정식을 모두 만족시키는 x, y 의 값은 연립방정식의 해이다.

11 $\begin{cases} y=3x+1 \\ y=-2x+6 \end{cases}$ ㉠

..... ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$$3x+1=-2x+6, \quad 5x=5$$

$$\therefore x=1$$

$x=1$ 을 ㉠에 대입하면

$$y=3+1=4$$

$$\therefore x^2+y^2=1^2+4^2=17$$

답 17

12 주어진 연립방정식의 해는 세 방정식을 모두 만족시키므로 연립방정식

$$\begin{cases} 4x+5y=-1 & \dots\dots ㉠ \\ x=-3y+5 & \dots\dots ㉡ \end{cases}$$

의 해와 같다.

㉡을 ㉠에 대입하면

$$4(-3y+5)+5y=-1, \quad -7y=-21$$

$$\therefore y=3$$

$y=3$ 을 ㉡에 대입하면

$$x=-9+5=-4$$

따라서 $x=-4, y=3$ 을 $2x+y=a$ 에 대입하면

$$a=-8+3=-5$$

답 -5

$$13 \begin{cases} 5x-2(x+y)=-3 \\ 3(x-y)-4x=-10 \end{cases} \text{에서}$$

$$\begin{cases} 3x-2y=-3 & \dots\dots ㉠ \\ -x-3y=-10 & \dots\dots ㉡ \end{cases}$$

㉠+㉡×3을 하면

$$-11y=-33 \quad \therefore y=3$$

$y=3$ 을 ㉡에 대입하면

$$-x-9=-10 \quad \therefore x=1$$

답 $x=1, y=3$

14 $0.5x-0.4y=-1$ 의 양변에 10을 곱하면

$$5x-4y=-10 \quad \dots\dots ㉠$$

$(x-1):(y-2)=1:3$ 에서

$$3(x-1)=y-2 \quad \therefore 3x-y=1 \quad \dots\dots ㉡$$

㉠-㉡×4를 하면

$$-7x=-14 \quad \therefore x=2$$

$x=2$ 를 ㉡에 대입하면

$$6-y=1 \quad \therefore y=5$$

답 $x=2, y=5$

15 주어진 방정식에서

$$\begin{cases} \frac{3y-4x+1}{2}=2x-y & \dots\dots ㉠ \\ \frac{3x-y}{3}=2x-y & \dots\dots ㉡ \end{cases}$$

㉠×2를 하면 $3y-4x+1=4x-2y$

$$\therefore 8x-5y=1 \quad \dots\dots ㉢$$

㉡×3을 하면 $3x-y=6x-3y$

$$\therefore 3x-2y=0 \quad \dots\dots ㉣$$

㉢×2-㉣×5를 하면 $x=2$

$x=2$ 를 ㉣에 대입하면

$$6-2y=0 \quad \therefore y=3$$

x 항의 계수가 같아지도록 두 방정식을 변형한다.

$$16 \begin{cases} 3x+ay=2 \\ -\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}y=b \end{cases} \text{에서} \begin{cases} 3x+ay=2 \\ 3x-2y=-6b \end{cases} \text{이므로}$$

$$a=-2, 2=-6b$$

$$\therefore a=-2, b=-\frac{1}{3} \quad \text{답 } a=-2, b=-\frac{1}{3}$$

x, y 의 계수는 각각 같으나 상수항이 다르므로 연립방정식의 해는 없다.

$$17 \begin{cases} (a-1)x+3y=1 \\ 2(x+3)-3(y+1)=b \end{cases} \text{에서}$$

$$\begin{cases} (1-a)x-3y=-1 \\ 2x-3y=b-3 \end{cases} \text{이므로}$$

$$1-a=2, -1 \neq b-3$$

$$\therefore a=-1, b \neq 2$$

답 ③

$$18 \text{ (ㄱ) } 2x-5y=-2$$

$$\text{(ㄴ) } 5x-2y=5$$

$$\text{(ㄷ) 양변에 5를 곱하여 정리하면 } 2x-5y=-5$$

$$\text{(ㄹ) 양변에 2를 곱하여 정리하면 } 5x-2y=5$$

따라서 (ㄱ)과 (ㄷ)의 두 일차방정식의 x, y 의 계수는 각각 같고, 상수항은 다르므로 (ㄱ)과 (ㄷ)의 일차방정식을 한 쌍으로 하는 연립방정식은 해가 없다. 답 ②

참고 (ㄴ), (ㄹ)의 일차방정식을 한 쌍으로 하는 연립방정식은 해가 무수히 많다.

만점 도전을 위한 고난도 문제

본책 65~68쪽

01 **전략** 미지수가 2개인 일차방정식은 $ax+by+c=0$ (a, b, c 는 상수, $a \neq 0, b \neq 0$) 꼴이다.

$$\text{풀이 } 3x^2-8x+y+1-ax^2-2x+by=0 \text{에서}$$

$$(3-a)x^2-10x+(1+b)y+1=0$$

$$3-a=0, 1+b \neq 0 \text{이어야 하므로}$$

$$a=3, b \neq -1$$

답 ②

02 **전략** x, y 가 자연수일 때, 주어진 일차방정식의 해를 각각 구한다.

$$\text{풀이 } x, y \text{가 자연수일 때, } 2x+y=9 \text{의 해는}$$

$$(1, 7), (2, 5), (3, 3), (4, 1)$$

$$\text{이므로 } m=4$$

→ ①

$$2x+3y=13 \text{의 해는}$$

$$(2, 3), (5, 1)$$

$$\text{이므로 } n=2$$

→ ②

$$\therefore m-n=2$$

→ ④

답 2

$A=B=C$ 꼴의 방정식에서는 $\begin{cases} A=B \\ A=C \end{cases}, \begin{cases} A=B \\ B=C \end{cases}, \begin{cases} A=C \\ B=C \end{cases}$ 중 가장 간단한 한 것을 선택하여 푼다.

채점 기준	비율
① m 의 값을 구할 수 있다.	40%
② n 의 값을 구할 수 있다.	40%
③ $m-n$ 의 값을 구할 수 있다.	20%

03 전략 x, y 에 대한 일차방정식을 세운 후 x, y 가 자연수일 때의 해를 구한다.

풀이 $500x+700y=9200$ 이므로

$$5x+7y=92$$

이때 x, y 는 자연수이므로 $5x+7y=92$ 의 해는

$$(3, 11), (10, 6), (17, 1)$$

따라서 요구르트와 우유를 합하여 최대 18개를 살 수 있다. **답 ④**

10000원을 내고 800원을 거슬러 받으므로 총 가격은 9200원이다.

요구르트와 우유의 개수는 자연수이다.

(3, 11)에서
 $3+11=14$
 (10, 6)에서
 $10+6=16$
 (17, 1)에서
 $17+1=18$

04 전략 주어진 기호의 약속에 따라 먼저 일차방정식을 구한다.

풀이 $(3x+1) * (5-y)=6$ 에서

$$3x+1-2(5-y)=6$$

$$\therefore 3x+2y=15$$

이때 x, y 는 자연수이므로 $3x+2y=15$ 의 해는

$$(1, 6), (3, 3)$$

답 (1, 6), (3, 3)

채점 기준	비율
① 일차방정식을 구할 수 있다.	40%
② x, y 의 순서쌍 (x, y)를 모두 구할 수 있다.	60%

05 전략 $x=a+2, y=a-2$ 를 주어진 두 방정식에 대입한다.

풀이 $x=a+2, y=a-2$ 를 $2x+y=20$ 에 대입하면

$$2(a+2)+a-2=20, \quad 3a=18$$

$$\therefore a=6$$

$x=8, y=4$ 를 $x+by=-16$ 에 대입하면

$$8+4b=-16, \quad 4b=-24$$

$$\therefore b=-6$$

$$\therefore a+b=0$$

답 ③

x, y 의 순서쌍 (m, n)이 연립방정식의 해이면 $x=m, y=n$ 을 연립방정식을 이루는 두 일차방정식에 각각 대입하였을 때 참이 된다.

$a=6$ 이므로
 $x=6+2=8,$
 $y=6-2=4$

06 전략 x, y 를 서로 바꾼 연립방정식의 해가 $x=b, y=0$ 임을 이용한다.

풀이 x, y 를 서로 바꾼 연립방정식은 $\begin{cases} 5y-2x=7 \\ 3y+x=a \end{cases}$

이 연립방정식의 해가 $x=b, y=0$ 이므로 이를

$5y-2x=7$ 에 대입하면

$$-2b=7 \quad \therefore b=-\frac{7}{2}$$

$x=-\frac{7}{2}, y=0$ 을 $3y+x=a$ 에 대입하면

$$a=-\frac{7}{2}$$

$$\therefore a+b=-7$$

답 ③

$x=b, y=0$ 을 $3y+x=a$ 에 대입하여 풀 수도 있다. 즉
 $a=b=-\frac{7}{2}$

07 전략 주어진 세 일차방정식 중에서 m 을 포함하지 않은 두 일차방정식을 연립하여 푼다.

풀이 주어진 연립방정식의 해는 세 방정식을 모두 만족

시키므로 연립방정식 $\begin{cases} x+4y=18 \\ 3x+y=10 \end{cases}$ 의 해와 같다.

x, y 가 자연수일 때, $x+4y=18$ 의 해는

$$(2, 4), (6, 3), (10, 2), (14, 1)$$

$3x+y=10$ 의 해는

$$(1, 7), (2, 4), (3, 1)$$

따라서 연립방정식 $\begin{cases} x+4y=18 \\ 3x+y=10 \end{cases}$ 의 해는

$$(2, 4)$$

→ ①

이때 (2, 4)가 $-2x+3y=m$ 의 해이므로

$$m=-4+12=8$$

→ ②

답 8

채점 기준	비율
① m 을 포함하지 않은 두 일차방정식을 연립하여 풀 수 있다.	60%
② m 의 값을 구할 수 있다.	40%

08 전략 연립방정식의 해를 두 방정식에 각각 대입하면 등식이 성립함을 이용한다.

풀이 8과 18의 최대공약수는 2이므로 $x=2$

12와 15의 최대공약수는 3이므로 $y=3$

$x=2, y=3$ 을 $ax+2y=4$ 에 대입하면

$$2a+6=4 \quad \therefore a=-1$$

$x=2, y=3$ 을 $3x+by=-6$ 에 대입하면

$$6+3b=-6 \quad \therefore b=-4$$

$$\therefore ab=4$$

답 4

09 전략 연립방정식 $\begin{cases} 5x+8y=-23 \\ -4x+6y=6 \end{cases}$ 의 해를 먼저 구한다.

풀이 $\begin{cases} 5x+8y=-23 & \text{..... ㉠} \\ -4x+6y=6 & \text{..... ㉡} \end{cases}$

㉠ $\times 4$ +㉡ $\times 5$ 를 하면

$$62y=-62 \quad \therefore y=-1$$

$y=-1$ 을 ㉡에 대입하면

$$-4x-6=6 \quad \therefore x=-3$$

따라서 $a=-3, b=-1$ 이므로

$$\begin{cases} -3x-y=19 & \text{..... ㉢} \\ -x-3y=1 & \text{..... ㉣} \end{cases}$$

㉢-㉣ $\times 3$ 을 하면 $8y=16 \quad \therefore y=2$

$y=2$ 를 ㉣에 대입하면

$$-x-6=1 \quad \therefore x=-7 \quad \text{답 } x=-7, y=2$$

10 전략 지수법칙을 이용하여 일차방정식을 세운다.

풀이 $3^x \times 27^y=9^5$ 에서 $3^x \times (3^3)^y=(3^2)^5$

$$3^x \times 3^{3y} = 3^{10}, \quad 3^{x+3y} = 3^{10}$$

$$\therefore x+3y=10$$

따라서 주어진 연립방정식의 해는 세 방정식을 모두 만족시키므로 연립방정식

$$\begin{cases} 4x-3y=10 & \dots\dots \textcircled{1} \\ x+3y=10 & \dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$$

의 해와 같다.

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} \text{을 하면} \quad 5x=20 \quad \therefore x=4$$

$x=4$ 를 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$4+3y=10 \quad \therefore y=2$$

$x=4, y=2$ 를 $kx+y=-2$ 에 대입하면

$$4k+2=-2 \quad \therefore k=-1 \quad \text{답 } \textcircled{5}$$

만점 비법

지수법칙

$a \neq 0$ 이고, m, n 이 자연수일 때

$$\textcircled{1} a^m \times a^n = a^{m+n} \quad \textcircled{2} (a^m)^n = a^{mn}$$

$$\textcircled{3} a^m \div a^n = \begin{cases} a^{m-n} & (m > n) \\ 1 & (m = n) \\ \frac{1}{a^{n-m}} & (m < n) \end{cases}$$

11 전략 상수 a, b 를 바꾼 연립방정식에 주어진 해를 대입하여 새로운 연립방정식을 세워서 푼다.

풀이 (1) $x=3, y=4$ 를 연립방정식 $\begin{cases} bx+ay=1 \\ 2bx+3ay=-18 \end{cases}$

에 대입하면 $\begin{cases} 3b+4a=1 & \dots\dots \textcircled{1} \\ 6b+12a=-18 & \dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$

$$\textcircled{1} \times 2 - \textcircled{2} \text{을 하면} \quad -4a=20 \quad \therefore a=-5$$

$a=-5$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$3b-20=1, \quad 3b=21 \quad \therefore b=7$$

$$\therefore a+b=2 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

(2) 처음 연립방정식은

$$\begin{cases} -5x+7y=1 & \dots\dots \textcircled{1} \\ -10x+21y=-18 & \dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1} \times 2 - \textcircled{2}$ 을 하면

$$-7y=20 \quad \therefore y=-\frac{20}{7}$$

$y=-\frac{20}{7}$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$-5x-20=1, \quad -5x=21$$

$$\therefore x=-\frac{21}{5} \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$\text{답 } \textcircled{1} \text{ 2 } \textcircled{2} x=-\frac{21}{5}, y=-\frac{20}{7}$$

채점 기준

비율

① $a+b$ 의 값을 구할 수 있다. 50%

② 처음 연립방정식의 해를 구할 수 있다. 50%

12 전략 세 일차방정식 중에서 a 를 포함하지 않은 두 일차방정식을 연립하여 푼다.

풀이 $x=p, y=q$ 는 연립방정식

$$\begin{cases} x-y+2=-5y+10 \\ 4x-1=-3y-8 \end{cases}$$

$$\text{즉 } \begin{cases} x+4y=8 & \dots\dots \textcircled{1} \\ 4x+3y=-7 & \dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$$

의 해와 같다.

$$\textcircled{1} \times 4 - \textcircled{2} \text{을 하면} \quad 13y=39 \quad \therefore y=3$$

$$y=3 \text{을 } \textcircled{1} \text{에 대입하면} \quad x+12=8 \quad \therefore x=-4$$

$$\therefore p=-4, q=3$$

$x=-4, y=3$ 을 $ax+5y=3$ 에 대입하면

$$-4a+15=3 \quad \therefore a=3$$

$$\therefore a+pq=3+(-12)=-9 \quad \text{답 } \textcircled{3}$$

13 전략 먼저 연립방정식 $\begin{cases} x+y=0 \\ y=-7x+6 \end{cases}$ 을 푼다.

풀이 $\begin{cases} y=-7x+6 & \dots\dots \textcircled{1} \\ x+y=0 & \dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$

$\textcircled{1}$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$x-7x+6=0, \quad -6x=-6 \quad \therefore x=1$$

$x=1$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$1+y=0 \quad \therefore y=-1$$

$x=1, y=-1$ 을 $2x+ay=1$ 에 대입하면

$$2-a=1 \quad \therefore a=1$$

답 1

14 전략 주어진 두 연립방정식의 공통인 해는 연립방정식

$$\begin{cases} -4x+y=8 \\ x=-2y+7 \end{cases} \text{의 해와 같음을 이용한다.}$$

풀이 주어진 두 연립방정식의 공통인 해는 연립방정식

$$\begin{cases} -4x+y=8 & \dots\dots \textcircled{1} \\ x=-2y+7 & \dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$$

의 해와 같다.

$\textcircled{2}$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$-4(-2y+7)+y=8, \quad 9y=36$$

$$\therefore y=4$$

$y=4$ 를 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$x=-8+7=-1 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$x=-1, y=4$ 를 $ax-3y=-6$ 에 대입하면

$$-a-12=-6 \quad \therefore a=-6$$

$x=-1, y=4$ 를 $5x+by=3$ 에 대입하면

$$-5+4b=3, \quad 4b=8$$

$$\therefore b=2 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$\therefore b-a=8 \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

답 8

채점 기준	비율
① 두 연립방정식의 공통인 해를 구할 수 있다.	40%
② a, b의 값을 구할 수 있다.	40%
③ b-a의 값을 구할 수 있다.	20%

15 전략 상수 a를 포함하지 않은 방정식을 이용하여 a를 잘못 보고 쓴 연립방정식의 해를 먼저 구한다.

풀이 a를 A로 잘못 보았다고 하면

$$y = -3x + A \quad \dots \textcircled{1}$$

$y = -11$ 을 $9x + 2y = -4$ 에 대입하면

$$9x - 22 = -4, \quad 9x = 18$$

$$\therefore x = 2$$

$x = 2, y = -11$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$-11 = -6 + A \quad \therefore A = -5$$

따라서 상수 a를 -5로 잘못 보았다.

답 ①

16 전략 $|y| = 2|x|$ 에서 x의 값의 부호에 따라 나누어 생각한다.

풀이 $y > 0$ 이고, $|y| = 2|x|$ 이므로

$$y = 2x \quad (x \geq 0) \quad \text{또는} \quad y = -2x \quad (x < 0)$$

(i) $y = 2x$ 를 $2x - 3y = -8$ 에 대입하면

$$2x - 6x = -8 \quad \therefore x = 2$$

$x = 2$ 를 $y = 2x$ 에 대입하면

$$y = 4$$

$x = 2, y = 4$ 를 $ax - y = -6$ 에 대입하면

$$2a - 4 = -6 \quad \therefore a = -1$$

(ii) $y = -2x$ 를 $2x - 3y = -8$ 에 대입하면

$$2x + 6x = -8 \quad \therefore x = -1$$

$x = -1$ 을 $y = -2x$ 에 대입하면

$$y = 2$$

$x = -1, y = 2$ 를 $ax - y = -6$ 에 대입하면

$$-a - 2 = -6 \quad \therefore a = 4$$

(i), (ii)에서 모든 a의 값의 합은

$$-1 + 4 = 3$$

답 ⑤

17 전략 괄호를 포함한 연립방정식은 분배법칙을 이용하여 괄호를 먼저 푼다.

$$\begin{cases} 7 - \{5x + 3(-3y + 1) - 2\} = 2y \\ 3(y - 5) = 4(3x - y) \end{cases} \quad \text{에서}$$

$$\begin{cases} 5x - 7y = 6 & \dots \textcircled{1} \\ 12x - 7y = -15 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1} - \textcircled{2}$ 을 하면 $-7x = 21 \quad \therefore x = -3$

$x = -3$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $-15 - 7y = 6$

$$\therefore y = -3$$

$$\therefore x + y = -6$$

답 ①

$$2.\dot{5} = \frac{25-2}{9} = \frac{23}{9}$$

18 전략 순환소수를 분수로 나타낸 후 계수를 모두 정수로 고쳐서 푼다.

풀이 $0.\dot{7}x - 0.\dot{5}y = 2.\dot{5}$ 에서 $\frac{7}{9}x - \frac{5}{9}y = \frac{23}{9}$ 이므로 주어진 연립방정식은

$$\begin{cases} 0.4x - 2.5y = -0.9 & \dots \textcircled{1} \\ \frac{7}{9}x - \frac{5}{9}y = \frac{23}{9} & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1} \times 10$ 을 하면 $4x - 25y = -9 \quad \dots \textcircled{3}$

$\textcircled{2} \times 9$ 를 하면 $7x - 5y = 23 \quad \dots \textcircled{4}$

$\textcircled{3} - \textcircled{4} \times 5$ 를 하면

$$-31x = -124 \quad \therefore x = 4$$

$x = 4$ 를 $\textcircled{4}$ 에 대입하면

$$16 - 25y = -9, \quad -25y = -25$$

$$\therefore y = 1$$

$$\therefore x : y = 4 : 1$$

답 4 : 1

19 전략 계수가 분수인 연립방정식은 양변에 분모의 최소공배수를 곱하여 계수를 모두 정수로 고쳐서 푼다.

풀이 $\begin{cases} \frac{x+y}{5} = \frac{y}{2} & \dots \textcircled{1} \\ (3x-4) : (2x-y) = 2 : 1 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$

$\textcircled{1} \times 10$ 을 하면

$$2(x+y) = 5y \quad \therefore 2x - 3y = 0 \quad \dots \textcircled{3}$$

$\textcircled{2}$ 에서 $3x - 4 = 2(2x - y)$

$$\therefore x - 2y = -4 \quad \dots \textcircled{4}$$

$\textcircled{3} - \textcircled{4} \times 2$ 를 하면 $y = 8$

$y = 8$ 을 $\textcircled{4}$ 에 대입하면

$$x - 16 = -4 \quad \therefore x = 12 \quad \text{답 } x = 12, y = 8$$

20 전략 $A = B = C$ 꼴의 방정식에서 C가 상수이면

$$\begin{cases} A = C \\ B = C \end{cases} \text{를 푼다.}$$

풀이 주어진 방정식에서

$$\begin{cases} \frac{ax+2y}{2} = k \\ \frac{x+y+3}{3} = k \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} ax+2y=2k & \dots \textcircled{1} \\ x+y=3k-3 & \dots \textcircled{2} \end{cases} \quad \rightarrow \textcircled{1}$$

$x = -2, y = 5$ 를 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$-2 + 5 = 3k - 3, \quad -3k = -6$$

$$\therefore k = 2$$

$x = -2, y = 5, k = 2$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$-2a + 10 = 4, \quad -2a = -6$$

$$\therefore a = 3$$

$$\therefore a - k = 1$$

$\rightarrow \textcircled{2}$

$\rightarrow \textcircled{3}$

답 1

채점 기준	비율
① 주어진 방정식을 $\begin{cases} A=C \\ B=C \end{cases}$ 꼴로 나타낼 수 있다.	30%
② a, k 의 값을 구할 수 있다.	50%
③ $a-k$ 의 값을 구할 수 있다.	20%

21 **전략** $\frac{1}{x}=X, \frac{1}{y}=Y$ 로 놓고 X, Y 에 대한 연립방정식을 만들어 푼다.

풀이 $\frac{1}{x}=X, \frac{1}{y}=Y$ 로 놓으면

$$\begin{cases} 3X+4Y=1 & \cdots \textcircled{1} \\ X-6Y=4 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1}-\textcircled{2} \times 3$ 을 하면

$$22Y=-11 \quad \therefore Y=-\frac{1}{2}$$

$Y=-\frac{1}{2}$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$X+3=4 \quad \therefore X=1$$

$X=1$ 에서 $\frac{1}{x}=1$ 이므로 $x=1$

$Y=-\frac{1}{2}$ 에서 $\frac{1}{y}=-\frac{1}{2}$ 이므로 $y=-2$

따라서 $a=1, b=-2$ 이므로

$$a+b=-1 \quad \text{답 } -1$$

22 **전략** 연립방정식이 $x=0, y=0$ 이외의 해를 갖는다.
 ● 해가 무수히 많다.

풀이 $\begin{cases} 2x+3y=0 \\ -6x+y=ay \end{cases}$ 에서

$$\begin{cases} -6x-9y=0 \\ -6x+(1-a)y=0 \end{cases}$$

이 연립방정식의 해가 $x=0, y=0$ 이외에도 존재하므로 해가 무수히 많다. $\cdots \textcircled{1}$

따라서 $1-a=-9$ 이므로 $a=10$ $\cdots \textcircled{2}$

답 10

채점 기준	비율
① 주어진 연립방정식의 해가 무수히 많음을 알 수 있다.	60%
② a 의 값을 구할 수 있다.	40%

23 **전략** 해가 없는 연립방정식은 x, y 의 계수는 각각 같으나 상수항이 다르다.

풀이 $\begin{cases} 5x+(a+1)y=1 \\ 2x-ay=1 \end{cases}$ 에서 $\begin{cases} 10x+2(a+1)y=2 \\ 10x-5ay=5 \end{cases}$

이 연립방정식의 해가 없으므로

$$2(a+1)=-5a, \quad 7a=-2$$

$$\therefore a=-\frac{2}{7} \quad \text{답 } \textcircled{3}$$

$ab \neq 0$ 이므로
 $a \neq 0, b \neq 0$
 이다.

$$x=100+2y$$

y 의 값이 커질수록 x 의 값도 커지므로 $x+y$ 의 값은 y 의 값이 가장 작을 때 가장 작다.

x 의 계수와 상수항이 각각 같으므로 y 의 계수가 같지 않으면 이 연립방정식의 해는
 $x=0, y=0$ 뿐이다.

24 **전략** 해가 무수히 많은 연립방정식은 x, y 의 계수와 상수항이 각각 같다.

풀이 $\begin{cases} ax-by=a \\ bx-ay=-a \end{cases}$ 에서 $\begin{cases} ax-by=a \\ -bx+ay=a \end{cases}$

이 연립방정식의 해가 무수히 많으므로 $a=-b$

$a=-b$ 를 $ax-by=a$ 에 대입하면

$$-bx-by=-b$$

이때 $ab \neq 0$ 이므로 양변을 $-b$ 로 나누면

$$x+y=1$$

답 ③

최상위로 가는 최고 수준 문제

본책 69쪽

01 **전략** $x-2y=100$ 의 해 중 x, y 가 서로소인 것을 찾아본다.

풀이 x, y 가 자연수일 때, $x-2y=100$ ($y \geq 25$)의 해는 다음과 같다.

x	150	152	154	156	158	160	...
y	25	26	27	28	29	30	...

이때 $\frac{x}{y}$ 가 기약분수이므로 x, y 는 서로소이다.

따라서 서로소인 해는

$$(154, 27), (158, 29), \dots$$

이므로 $x+y$ 의 값 중 가장 작은 수는

$$154+27=181$$

답 ③

02 **전략** 주어진 해를 일차방정식에 대입하여 a, b 사이의 관계를 식으로 나타낸다.

풀이 $x=-3, y=5$ 를 $(a-2b)x+(2a+3b)y=0$ 에 대입하면

$$-3a+6b+10a+15b=0, \quad 7a=-21b$$

$$\therefore a=-3b$$

$\cdots \textcircled{1}$

$a=-3b$ 를 $6bx+5a=3(ay+2b)$ 에 대입하면

$$6bx-15b=3(-3by+2b)$$

$$6bx-15b=-9by+6b$$

$$\therefore 2bx+3by=7b$$

이때 $ab \neq 0$ 에서 $b \neq 0$ 이므로 양변을 b 로 나누면

$$2x+3y=7$$

$\cdots \textcircled{2}$

따라서 $2x+3y=7$ 을 만족시키는 자연수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 는 $(2, 1)$ $\cdots \textcircled{3}$

답 (2, 1)

채점 기준	비율
① a, b 사이의 관계를 식으로 나타낼 수 있다.	40%
② $6bx+5a=3(ay+2b)$ 를 간단히 할 수 있다.	30%
③ 방정식을 만족시키는 자연수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 를 구할 수 있다.	30%

03 전략 네 일차방정식 중에서 a, b 를 포함하지 않은 두 일차방정식을 연립하여 푼다.

풀이 연립방정식 $\begin{cases} 8x-5y=19 \\ ax+3y=-1 \end{cases}$ 의 해를 $x=p, y=q$ 라

하면 $\begin{cases} 8p-5q=19 & \dots\dots ㉠ \\ ap+3q=-1 & \dots\dots ㉡ \end{cases}$

또 연립방정식 $\begin{cases} bx-5y=1 \\ 5x-3y=8 \end{cases}$ 의 해는 $x=p-2, y=q-2$

이므로

$$\begin{cases} b(p-2)-5(q-2)=1 \\ 5(p-2)-3(q-2)=8 \end{cases}$$

$$\text{즉 } \begin{cases} bp-5q=2b-9 & \dots\dots ㉢ \\ 5p-3q=12 & \dots\dots ㉣ \end{cases}$$

㉠ $\times 3$ -㉡ $\times 5$ 를 하면 $-p=-3 \quad \therefore p=3$

$p=3$ 을 ㉡에 대입하면

$$15-3q=12, \quad -3q=-3$$

$$\therefore q=1 \quad \dots\dots ①$$

$p=3, q=1$ 을 ㉢에 대입하면

$$3a+3=-1, \quad 3a=-4$$

$$\therefore a=-\frac{4}{3}$$

$p=3, q=1$ 을 ㉣에 대입하면

$$3b-5=2b-9 \quad \therefore b=-4 \quad \dots\dots ②$$

$$\therefore 3a+b=3 \times \left(-\frac{4}{3}\right) + (-4) = -8 \quad \dots\dots ③$$

답 -8

04 전략 지수법칙을 이용하여 연립방정식을 간단히 정리한다.

풀이 $2^{2x+3y}=2^{3+x} \times 2^{4y}$ 에서 $2^{2x+3y}=2^{3+x+4y}$

즉 $2x+3y=3+x+4y$ 이므로

$$x-y=3 \quad \dots\dots ㉠$$

$3^x \div 9^{y+1}=1$ 에서

$$3^x \div (3^2)^{y+1}=1, \quad 3^x \div 3^{2y+2}=1$$

즉 $x=2y+2$ 이므로 $x-2y=2 \quad \dots\dots ㉡$

㉠-㉡을 하면 $y=1$

$y=1$ 을 ㉠에 대입하면 $x-1=3 \quad \therefore x=4$

따라서 $a=4, b=1$ 이므로 $a-2b=2 \quad \text{답 } ②$

05 전략 $A=B=C$ 꼴의 방정식은 $\begin{cases} A=B \\ A=C \end{cases}, \begin{cases} A=B \\ B=C \end{cases}$

$\begin{cases} A=C \\ B=C \end{cases}$ 중 어느 하나를 선택하여 푼다.

㉠에서 $x=y+2 \quad \dots\dots ㉢$

㉢을 ㉡에 대입하면

$$y+2-3y=-4$$

$$-2y=-6$$

$$\therefore y=3$$

으로 풀 수도 있다.

분모에 2와 5 이외의 소인수가 있다.

풀이 주어진 방정식에서

$$\begin{cases} 2x+y=x+2y+2 \\ 2x+y=3x-2y+4 \end{cases}$$

$$\text{즉 } \begin{cases} x-y=2 & \dots\dots ㉠ \\ x-3y=-4 & \dots\dots ㉡ \end{cases}$$

㉠-㉡을 하면 $2y=6 \quad \therefore y=3$

$y=3$ 을 ㉠에 대입하면 $x-3=2 \quad \therefore x=5$

(ㄱ) $\frac{x}{y}=\frac{5}{3}$ 이므로 $\frac{x}{y}$ 는 유한소수로 나타낼 수 없다.

(ㄴ) $x+y=8$ 이므로 $x+y$ 의 값은 4의 배수이다.

(ㄷ) $0.2x-0.1y=0.7$ 의 양변에 10을 곱하면

$$2x-y=7$$

$x=y+2$ 를 $2x-y=7$ 에 대입하면

$$2(y+2)-y=7 \quad \therefore y=3$$

$y=3$ 을 $x=y+2$ 에 대입하면

$$x=3+2=5$$

이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄷ)이다. **답** ⑤

만점 비법

유한소수로 나타낼 수 있는 분수

분수를 기약분수로 나타내었을 때, 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이면 유한소수로 나타낼 수 있다.

06 전략 ㉠과 ㉡의 약속을 이용하여 연립방정식을 세운다.

풀이 (i) $x>y$ 일 때, $x \odot y=x, x \triangle y=y$ 이므로

$$\begin{cases} x=x-2y+2 & \dots\dots ㉠ \\ y=2x-3y-6 & \dots\dots ㉡ \end{cases}$$

㉠에서 $-2y+2=0 \quad \therefore y=1$

$y=1$ 을 ㉡에 대입하면

$$1=2x-3-6, \quad 2x=10$$

$$\therefore x=5$$

(ii) $x=y$ 일 때, $x \odot y=x, x \triangle y=x$ 이므로

$$\begin{cases} x=x-2y+2 & \dots\dots ㉢ \\ x=2x-3y-6 & \dots\dots ㉣ \end{cases}$$

㉢에서 $-2y+2=0 \quad \therefore y=1$

$y=1$ 을 ㉣에 대입하면

$$x=2x-3-6 \quad \therefore x=9$$

그런데 $x \neq y$ 이므로 조건을 만족시키지 않는다.

(iii) $x<y$ 일 때, $x \odot y=y, x \triangle y=x$ 이므로

$$\begin{cases} y=x-2y+2 \\ x=2x-3y-6 \end{cases}, \text{ 즉 } \begin{cases} x-3y=-2 \\ x-3y=6 \end{cases}$$

x, y 의 계수는 각각 같고 상수항은 다르므로 연립방정식의 해가 없다.

이상에서 주어진 연립방정식의 해는

$$x=5, y=1$$

답 $x=5, y=1$

2 연립일차방정식의 활용

개념 & 핵심 기출

본책 70~71쪽

01 처음 자연수의 십의 자리의 숫자를 x , 일의 자리의 숫자를 y 라 하면

$$\begin{cases} x+y=7 \\ 10y+x=10x+y+27 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y=7 & \cdots \textcircled{1} \\ x-y=-3 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1} + \textcircled{2}$ 을 하면

$$2x=4 \quad \therefore x=2$$

$x=2$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$2+y=7 \quad \therefore y=5$$

따라서 처음 자연수는 25이다. 답 25

02 지수의 나이를 x 살, 동생의 나이를 y 살이라 하면

$$\begin{cases} x+y=21 & \cdots \textcircled{1} \\ x=3y-3 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{2}$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$3y-3+y=21, \quad 4y=24$$

$$\therefore y=6$$

$y=6$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면 $x=18-3=15$

따라서 지수와 동생의 나이의 차는

$$15-6=9(\text{살}) \quad \text{답 ⑤}$$

03 지민이의 키를 x cm, 주빈이의 키를 y cm라 하면

$$\begin{cases} \frac{x+172+y}{3}=168 \\ x=y+6 \end{cases}, \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=332 & \cdots \textcircled{1} \\ x=y+6 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{2}$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$y+6+y=332, \quad 2y=326$$

$$\therefore y=163$$

$y=163$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면 $x=163+6=169$

따라서 지민이의 키는 169 cm이다. 답 169 cm

04 작년의 남학생 수를 x , 여학생 수를 y 라 하면

$$\begin{cases} x+y=1200 \\ \frac{4}{100}x - \frac{8}{100}y = -18 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y=1200 & \cdots \textcircled{1} \\ x-2y=-450 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1} - \textcircled{2}$ 을 하면

$$3y=1650 \quad \therefore y=550$$

$y=550$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$x+550=1200 \quad \therefore x=650$$

(정가)
=(원가)+(이익)

십의 자리의 숫자를 x ,
일의 자리의 숫자를 y 라
하면

① 처음 자연수

$$\rightarrow 10x+y$$

② 십의 자리의 숫자와
일의 자리의 숫자를
바꾼 수

$$\rightarrow 10y+x$$

따라서 올해의 남학생 수는

$$650 + 650 \times \frac{4}{100} = 676$$

답 676

05 상품 A를 x 개, 상품 B를 y 개 팔았다고 하면

$$\begin{cases} x+y=100 \\ \left(1500 \times \frac{3}{100}\right)x + \left(2000 \times \frac{5}{100}\right)y = 6700 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y=100 & \cdots \textcircled{1} \\ 9x+20y=1340 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1} \times 9 - \textcircled{2}$ 을 하면

$$-11y = -440 \quad \therefore y=40$$

$y=40$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$x+40=100 \quad \therefore x=60$$

따라서 상품 B는 40개를 팔았다. 답 40개

06 전체 일의 양을 1로 놓고, A, B가 하루에 할 수 있는 일의 양을 각각 x, y 라 하면

$$\begin{cases} 12x+10y=1 & \cdots \textcircled{1} \\ 6x+15y=1 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1} - \textcircled{2} \times 2$ 를 하면

$$-20y = -1 \quad \therefore y = \frac{1}{20}$$

$y = \frac{1}{20}$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$12x + \frac{1}{2} = 1, \quad 12x = \frac{1}{2}$$

$$\therefore x = \frac{1}{24}$$

따라서 이 일을 A가 혼자서 한다면 24일이 걸린다. 답 24일

07 올라간 거리를 x km, 내려온 거리를 y km라 하면

$$\begin{cases} y=x+4 \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{6} = 6 \end{cases}, \Leftrightarrow \begin{cases} y=x+4 & \cdots \textcircled{1} \\ 3x+y=36 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1}$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$3x+x+4=36, \quad 4x=32$$

$$\therefore x=8$$

$x=8$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$y=8+4=12$$

따라서 내려온 거리는 12 km이다. 답 12 km

08 형이 걸어간 거리를 x m, 동생이 걸어간 거리를 y m라 하면

$$\begin{cases} x+y=1300 \\ \frac{x}{80} = \frac{y}{50} \end{cases}, \Leftrightarrow \begin{cases} x=1300-y & \cdots \textcircled{1} \\ 5x=8y & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

이 일을 B가 혼자서 한
다면 20일이 걸린다.

$$(\text{시간}) = \frac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$$

올라간 거리는 8 km이
다.

올해의 여학생 수는

$$550 - 550 \times \frac{8}{100} = 506$$

형과 동생이 출발하여 만
날 때까지 걸린 시간은
같다.

일품 BOX

㉠을 ㉡에 대입하면

$$5(1300 - y) = 8y, \quad -13y = -6500$$

$$\therefore y = 500$$

$y = 500$ 을 ㉠에 대입하면

$$x = 1300 - 500 = 800$$

따라서 형이 걸어간 거리는 800 m이다. **답** 800 m

09 정지한 물에서의 배의 속력을 시속 x km, 강물의 속력을 시속 y km라 하면

$$\begin{cases} 6(x - y) = 36 \\ 3(x + y) = 36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y = 6 & \cdots \text{㉠} \\ x + y = 12 & \cdots \text{㉡} \end{cases}$$

㉠+㉡을 하면

$$2x = 18 \quad \therefore x = 9$$

$x = 9$ 를 ㉡에 대입하면

$$9 + y = 12 \quad \therefore y = 3$$

따라서 정지한 물에서의 배의 속력은 시속 9 km이다. **답** ⑤

10 8%의 소금물의 양을 x g, 13%의 소금물의 양을 y g이라 하면

$$\begin{cases} x + y = 500 \\ \frac{8}{100}x + \frac{13}{100}y = \frac{11}{100} \times 500 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 500 & \cdots \text{㉠} \\ 8x + 13y = 5500 & \cdots \text{㉡} \end{cases}$$

㉠ \times 8-㉡을 하면

$$-5y = -1500 \quad \therefore y = 300$$

$y = 300$ 을 ㉠에 대입하면

$$x + 300 = 500 \quad \therefore x = 200$$

따라서 13%의 소금물은 300 g을 섞었다. **답** ⑤

11 섭취해야 하는 식품 A의 양을 x g, 식품 B의 양을 y g이라 하면

$$\begin{cases} \frac{9}{100}x + \frac{8}{100}y = 43 \\ \frac{30}{100}x + \frac{20}{100}y = 130 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 9x + 8y = 4300 & \cdots \text{㉠} \\ 3x + 2y = 1300 & \cdots \text{㉡} \end{cases}$$

㉠-㉡ \times 3을 하면

$$2y = 400 \quad \therefore y = 200$$

$y = 200$ 을 ㉡에 대입하면

$$3x + 400 = 1300, \quad 3x = 900$$

$$\therefore x = 300$$

따라서 섭취해야 하는 식품 A, B의 양의 합은

$$300 + 200 = 500(\text{g}) \quad \text{답 ③}$$

$$100 + 200 = 300(\text{g})$$

동생이 걸어간 거리는 500 m이다.

$$200 + 100 = 300(\text{g})$$

$$(\text{속력}) \times (\text{시간}) = (\text{거리})$$

소금물 A의 농도는 9%이다.

$$\begin{aligned} & (\text{소금의 양}) \\ &= \frac{(\text{소금물의 농도})}{100} \\ & \times (\text{소금물의 양}) \end{aligned}$$

8%의 소금물은 200 g을 섞었다.

12 소금물 A의 농도를 x %, 소금물 B의 농도를 y %라 하면

$$\begin{cases} \frac{x}{100} \times 100 + \frac{y}{100} \times 200 = \frac{5}{100} \times 300 \\ \frac{x}{100} \times 200 + \frac{y}{100} \times 100 = \frac{7}{100} \times 300 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y = 15 & \cdots \text{㉠} \\ 2x + y = 21 & \cdots \text{㉡} \end{cases}$$

$$\text{㉠} \times 2 - \text{㉡} \text{을 하면} \quad 3y = 9 \quad \therefore y = 3$$

$y = 3$ 을 ㉠에 대입하면

$$x + 6 = 15 \quad \therefore x = 9$$

따라서 소금물 B의 농도는 3%이다. **답** 3%

▶ 만점 도전을 위한 고난도 문제

본책 72~74쪽

01 **전략** 백의 자리의 숫자가 a , 십의 자리의 숫자가 b , 일의 자리의 숫자가 c 인 세 자리 자연수는 $100a + 10b + c$ 임을 이용한다.

풀이 처음 수의 백의 자리의 숫자를 x , 일의 자리의 숫자를 y 라 하면

$$\begin{cases} x + 5 + y = 11 \\ 100y + 50 + x = (100x + 50 + y) - 198 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 6 & \cdots \text{㉠} \\ x - y = 2 & \cdots \text{㉡} \end{cases}$$

$$\text{㉠} + \text{㉡} \text{을 하면} \quad 2x = 8 \quad \therefore x = 4$$

$$x = 4 \text{를 } \text{㉠} \text{에 대입하면} \quad 4 + y = 6 \quad \therefore y = 2$$

따라서 처음 수는 452이다. **답** 452

02 **전략** 현재 삼촌과 아빠의 나이를 각각 x 살, y 살이라 하면 아빠가 삼촌의 나이였을 때는 현재로부터 $(y - x)$ 년 전이다.

풀이 현재 삼촌의 나이를 x 살, 아빠의 나이를 y 살이라 하면 아빠가 삼촌의 나이였을 때는 현재로부터 $(y - x)$ 년 전이므로

$$\begin{cases} x + y = 95 \\ x - (y - x) = \frac{1}{2}\{y - (y - x)\} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 95 & \cdots \text{㉠} \\ y = \frac{3}{2}x & \cdots \text{㉡} \end{cases} \quad \rightarrow \text{①}$$

$$\text{㉡을 } \text{㉠} \text{에 대입하면} \quad x + \frac{3}{2}x = 95$$

$$\frac{5}{2}x = 95 \quad \therefore x = 38$$

$$x = 38 \text{을 } \text{㉡} \text{에 대입하면} \quad y = 57 \quad \rightarrow \text{②}$$

따라서 현재 아빠의 나이는 57살, 삼촌의 나이는 38살이다. **답** ③

답 아빠: 57살, 삼촌: 38살

채점 기준	비율
① 연립방정식을 세울 수 있다.	40%
② 연립방정식의 해를 구할 수 있다.	40%
③ 현재 아빠와 삼촌의 나이를 각각 구할 수 있다.	20%

03 전략 제품 X, Y의 개수를 각각 x , y 라 하고 연립방정식을 세운다.

풀이 제품 X의 개수를 x , 제품 Y의 개수를 y 라 하면

$$\begin{cases} 4x+5y=40 & \cdots \textcircled{1} \\ 2x+3y=22 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1}-\textcircled{2} \times 2$ 를 하면

$$-y=-4 \quad \therefore y=4$$

$y=4$ 를 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$2x+12=22, \quad 2x=10$$

$$\therefore x=5$$

따라서 제품 X는 5개, 제품 Y는 4개를 만들므로 총이익은 $6 \times 5 + 7 \times 4 = 58$ (만 원) **답** 58만 원

04 전략 은정이가 혜진이가 이긴 횟수를 각각 x , y 라 하면 진 횟수는 각각 y , x 이다.

풀이 은정이가 이긴 횟수를 x , 혜진이가 이긴 횟수를 y 라 하면

$$\begin{cases} 5x-3y=41 & \cdots \textcircled{1} \\ 5y-3x=1 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1} \times 3 + \textcircled{2} \times 5$ 를 하면

$$16y=128 \quad \therefore y=8$$

$y=8$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$5x-24=41, \quad 5x=65 \quad \therefore x=13$$

따라서 가위바위보를 한 총횟수는

$$13+8=21$$

답 ④

05 전략 지각비로 500원, 1000원을 낸 학생 수를 각각 x , y 라 하고 연립방정식을 세운다.

풀이 지각비로 500원을 낸 학생 수를 x , 1000원을 낸 학생 수를 y 라 하면

$$\begin{cases} 500x+1000y=10500 \\ 700(x+y)=10500 \end{cases}$$

$$\text{즉} \begin{cases} x+2y=21 & \cdots \textcircled{1} \\ x+y=15 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1}-\textcircled{2}$ 을 하면 $y=6$

$y=6$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$x+6=15 \quad \therefore x=9$$

따라서 지각비로 500원을 낸 학생 수는 9이다. **답** 9

06 전략 공책 한 권과 지우개 한 개의 가격을 각각 x 원, y 원이라 하고 연립방정식을 세운다.

연립방정식 $\begin{cases} 2x+4y=5000 \\ x+6y=4900 \end{cases}$ 을 풀어도 된다.

풀이 공책 한 권의 가격을 x 원, 지우개 한 개의 가격을 y 원이라 하면

$$\begin{cases} 2x+4y=5000 & \cdots \textcircled{1} \\ x=2y+100 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{2}$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$2(2y+100)+4y=5000, \quad 8y=4800$$

$$\therefore y=600$$

$y=600$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면 $x=1200+100=1300$

따라서 공책 한 권의 가격은 1300원, 지우개 한 개의 가격은 600원이다. **답** 공책: 1300원, 지우개: 600원

07 전략 x 가 $a\%$ 증가(감소)하면 증가(감소)량은

$$\frac{a}{100} \times x \text{이다.}$$

풀이 작년 사과와 수확량을 x 상자, 배의 수확량을 y 상자라 하면

$$\begin{cases} x+y=500 \\ -\frac{14}{100}x+\frac{6}{100}y=-\frac{6}{100} \times 500 \end{cases}$$

$$\text{즉} \begin{cases} x+y=500 & \cdots \textcircled{1} \\ -7x+3y=-1500 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1} \times 3 - \textcircled{2}$ 을 하면

$$10x=3000 \quad \therefore x=300$$

$x=300$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$300+y=500 \quad \therefore y=200$$

따라서 올해 사과와 수확량은

$$300-300 \times \frac{14}{100}=258 \text{ (상자)}$$

답 ③

08 전략 가격이 x 원인 물건을 $a\%$ 할인한 가격은

$$x\left(1-\frac{a}{100}\right) \text{원이다.}$$

풀이 손수건 한 장의 정가를 x 원, 양말 한 켤레의 정가를 y 원이라 하면

$$\begin{cases} 3\left(1-\frac{30}{100}\right)x+2\left(1-\frac{50}{100}\right)y=36000 \\ 2\left(1-\frac{30}{100}\right)x+4\left(1-\frac{50}{100}\right)y=30000 \end{cases}$$

$$\text{즉} \begin{cases} 21x+10y=360000 & \cdots \textcircled{1} \\ 7x+10y=150000 & \cdots \textcircled{2} \end{cases} \quad \cdots \textcircled{1}$$

$\textcircled{1}-\textcircled{2}$ 을 하면 $14x=210000 \quad \therefore x=15000$

$x=15000$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$105000+10y=150000 \quad \therefore y=4500 \quad \cdots \textcircled{2}$$

따라서 양말 한 켤레의 정가는 4500원이다. $\cdots \textcircled{3}$

답 4500원

채점 기준	비율
① 연립방정식을 세울 수 있다.	40%
② 연립방정식의 해를 구할 수 있다.	40%
③ 양말 한 켤레의 정가를 구할 수 있다.	20%

09 전략 전체 일의 양을 1로 놓고, 혜지와 승재가 하루에 할 수 있는 일의 양을 각각 x, y 라 한다.

풀이 전체 일의 양을 1로 놓고, 혜지와 승재가 하루에 할 수 있는 일의 양을 각각 x, y 라 하면

$$\begin{cases} x+y=\frac{3}{20} \\ 3(x+y)+2x+5y=1 \end{cases}, \quad \text{즉} \begin{cases} x+y=\frac{3}{20} & \dots\dots \textcircled{1} \\ 5x+8y=1 & \dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1} \times 5 - \textcircled{2}$ 을 하면

$$-3y = -\frac{1}{4} \quad \therefore y = \frac{1}{12}$$

$$y = \frac{1}{12} \text{을 } \textcircled{1} \text{에 대입하면} \quad x + \frac{1}{12} = \frac{3}{20}$$

$$\therefore x = \frac{1}{15}$$

따라서 이 일을 혜지가 혼자서 한다면 15일이 걸린다.

답 ④

10 전략 물탱크를 가득 채웠을 때의 물의 양을 1로 놓고 연립방정식을 세운다.

풀이 물탱크를 가득 채웠을 때의 물의 양을 1로 놓고, A, B 호스로 1분 동안 넣을 수 있는 물의 양을 각각 x, y 라 하면

$$\begin{cases} 6x+9y=1 & \dots\dots \textcircled{1} \\ 4x+12y=1 & \dots\dots \textcircled{2} \end{cases} \quad \rightarrow \textcircled{1}$$

$\textcircled{1} \times 2 - \textcircled{2} \times 3$ 을 하면

$$-18y = -1 \quad \therefore y = \frac{1}{18}$$

$$y = \frac{1}{18} \text{을 } \textcircled{1} \text{에 대입하면}$$

$$6x + \frac{1}{2} = 1, \quad 6x = \frac{1}{2}$$

$$\therefore x = \frac{1}{12} \quad \rightarrow \textcircled{2}$$

따라서 A 호스만으로 이 물탱크를 가득 채우는 데는 12분이 걸린다.

$\rightarrow \textcircled{3}$

답 12분

채점 기준	비율
① 연립방정식을 세울 수 있다.	40%
② 연립방정식의 해를 구할 수 있다.	40%
③ A 호스만으로 물탱크를 가득 채우는 데 걸리는 시간을 구할 수 있다.	20%

11 전략 시간의 단위를 통일하여 연립방정식을 세운다.

풀이 시속 6 km로 걸은 거리를 x km, 시속 4 km로 걸은 거리를 y km라 하면

$$\begin{cases} x+y=8 \\ \frac{x}{6} + \frac{y}{4} = 2 \end{cases}, \quad \text{즉} \begin{cases} x+y=8 & \dots\dots \textcircled{1} \\ 2x+3y=22 & \dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$$

10분 = $\frac{10}{60}$ 시간

$$\textcircled{1} \times 2 - \textcircled{2} \text{을 하면} \quad -y = -6 \quad \therefore y = 6$$

$y = 6$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$x + 6 = 8 \quad \therefore x = 2$$

따라서 시속 4 km로 걸은 거리는 6 km이다. **답 ⑤**

12 전략 ① (윤석이가 걸은 거리) + (경석이가 달린 거리) = (전체 거리)

② (윤석이가 걸은 시간) = (경석이가 달린 시간)

풀이 윤석이가 걸은 거리를 x km, 경석이가 달린 거리를 y km라 하면

$$\begin{cases} x+y=42 \\ \frac{x}{6} = \frac{y}{8} \end{cases}, \quad \text{즉} \begin{cases} x+y=42 & \dots\dots \textcircled{1} \\ 4x-3y=0 & \dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1} \times 3 + \textcircled{2}$ 을 하면

$$7x = 126 \quad \therefore x = 18$$

$x = 18$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$18 + y = 42 \quad \therefore y = 24$$

따라서 두 사람이 만날 때까지 걸린 시간은

$$\frac{18}{6} = 3(\text{시간})$$

답 ⑤

13 전략 (시간) \times (속력) = (거리)임을 이용한다.

풀이 형의 속력을 시속 x km, 동생의 속력을 시속 y km라 하면

$$\begin{cases} 3y-3x=6 \\ \frac{45}{60}(x+y)=6 \end{cases}, \quad \text{즉} \begin{cases} -x+y=2 & \dots\dots \textcircled{1} \\ x+y=8 & \dots\dots \textcircled{2} \end{cases} \quad \rightarrow \textcircled{1}$$

$\textcircled{1} + \textcircled{2}$ 을 하면

$$2y = 10 \quad \therefore y = 5$$

$y = 5$ 를 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$x + 5 = 8 \quad \therefore x = 3 \quad \rightarrow \textcircled{2}$$

따라서 형의 속력은 시속 3 km이므로 저수지를 한 바퀴

도는 데 걸리는 시간은 $\frac{6}{3} = 2(\text{시간}) \quad \rightarrow \textcircled{3}$

답 2시간

채점 기준	비율
① 연립방정식을 세울 수 있다.	40%
② 연립방정식의 해를 구할 수 있다.	40%
③ 형이 저수지를 한 바퀴 도는 데 걸리는 시간을 구할 수 있다.	20%

만점 비법

두 사람이 저수지의 둘레의 같은 지점에서 동시에 출발하였을 때

① 반대 방향으로 돌아 처음으로 만나면
(두 사람이 이동한 거리의 합)
= (저수지의 둘레의 길이)

② 같은 방향으로 돌아 처음으로 만나면
(두 사람이 이동한 거리의 차)
= (저수지의 둘레의 길이)

14 전략 (기차가 다리를 완전히 통과하는 데 달린 거리)
= (기차의 길이) + (다리의 길이)

풀이 기차의 길이를 x m, 기차의 속력을 분속 y m라 하면

$$\begin{cases} x+1300=3y \\ x+425=\frac{5}{4}y \end{cases}$$

$$\text{즉 } \begin{cases} x-3y=-1300 & \cdots \textcircled{1} \\ 4x-5y=-1700 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1} \times 4 - \textcircled{2}$ 을 하면

$$-7y = -3500 \quad \therefore y = 500$$

$y = 500$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$x - 1500 = -1300 \quad \therefore x = 200$$

따라서 기차의 길이는 200 m이다. **답** ③

15 전략 먼저 강을 거슬러 올라갈 때와 내려올 때 걸린 시간을 각각 구한다.

풀이 강을 거슬러 올라가는 데 걸린 시간을 a 시간, 내려오는 데 걸린 시간을 b 시간이라 하면

$$\begin{cases} a=2b & \cdots \textcircled{1} \\ a+b=\frac{9}{4} & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1}$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$3b = \frac{9}{4} \quad \therefore b = \frac{3}{4}$$

$b = \frac{3}{4}$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $a = \frac{3}{2}$

즉 강을 거슬러 올라가는 데 걸린 시간은 $\frac{3}{2}$ 시간, 내려오는 데 걸린 시간은 $\frac{3}{4}$ 시간이므로 정지한 물에서의 유람선의 속력을 시속 x km, 강물의 속력을 시속 y km라 하면

$$\begin{cases} \frac{3}{2}(x-y)=12 \\ \frac{3}{4}(x+y)=12 \end{cases}, \text{ 즉 } \begin{cases} x-y=8 & \cdots \textcircled{A} \\ x+y=16 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

$\textcircled{A} + \textcircled{B}$ 을 하면 $2x = 24 \quad \therefore x = 12$

$x = 12$ 를 \textcircled{B} 에 대입하면 $12 + y = 16$

$$\therefore y = 4$$

따라서 정지한 물에서의 유람선의 속력은 시속 12 km이다. **답** 12 km

16 전략 필요한 합금 A의 양을 x g, 합금 B의 양을 y g이라 하고 연립방정식을 세운다.

풀이 필요한 합금 A의 양을 x g, 합금 B의 양을 y g이라 하면

$$\begin{cases} \left(\frac{2}{3}x + \frac{3}{7}y\right) : \left(\frac{1}{3}x + \frac{4}{7}y\right) = 1 : 1 \\ x + y = 500 \end{cases}$$

$$\text{즉 } \begin{cases} 7x - 3y = 0 & \cdots \textcircled{1} \\ x + y = 500 & \cdots \textcircled{2} \end{cases} \rightarrow \textcircled{1}$$

길이가 a m인 기차가 길이가 b m인 다리를 완전히 통과하려면 $(a+b)$ m를 달려야 한다.

$$1.3 \text{ km} = 1300 \text{ m}$$

$$1 \text{ 분 } 15 \text{ 초} = \frac{5}{4} \text{ 분}$$

11 %의 설탕물 600 g에 들어 있는 설탕의 양

$$2 \text{ 시간 } 15 \text{ 분} = \frac{9}{4} \text{ 시간}$$

11 %의 소금물 220 g에 들어 있는 소금의 양

$$\begin{aligned} \frac{2}{3}x + \frac{3}{7}y &= \frac{1}{3}x + \frac{4}{7}y \\ \text{이므로} \\ \frac{1}{3}x - \frac{1}{7}y &= 0 \\ \therefore 7x - 3y &= 0 \end{aligned}$$

$\textcircled{1} + \textcircled{2} \times 3$ 을 하면

$$10x = 1500 \quad \therefore x = 150$$

$x = 150$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$150 + y = 500 \quad \therefore y = 350$$

따라서 필요한 합금 A의 양은 150 g, 합금 B의 양은 350 g이다. **답** A: 150 g, B: 350 g

채점 기준	비율
① 연립방정식을 세울 수 있다.	40 %
② 연립방정식의 해를 구할 수 있다.	40 %
③ 필요한 합금 A, B의 양을 구할 수 있다.	20 %

17 전략 더 넣은 물의 양을 x g이라 하면 9 %의 설탕물의 양은 $2x$ g임을 이용하여 연립방정식을 세운다.

풀이 더 넣은 물의 양을 x g, 16 %의 설탕물의 양을 y g이라 하면 9 %의 설탕물의 양은 $2x$ g이므로

$$\begin{cases} 2x + y + x = 600 \\ \frac{9}{100} \times 2x + \frac{16}{100}y = \frac{11}{100} \times 600 \end{cases}$$

$$\text{즉 } \begin{cases} 3x + y = 600 & \cdots \textcircled{1} \\ 9x + 8y = 3300 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1} \times 3 - \textcircled{2}$ 을 하면

$$-5y = -1500 \quad \therefore y = 300$$

$y = 300$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$3x + 300 = 600 \quad \therefore x = 100$$

따라서 더 넣은 물의 양은 100 g이다. **답** ①

18 전략 2 %의 소금물의 양과 더 넣은 소금의 양이 같음을 이용하여 연립방정식을 세운다.

풀이 2 %의 소금물의 양을 x g, 7 %의 소금물의 양을 y g이라 하면

$$\begin{cases} x + y + x = 220 \\ \frac{2}{100}x + \frac{7}{100}y + x = \frac{11}{100} \times 220 \end{cases}$$

$$\text{즉 } \begin{cases} 2x + y = 220 & \cdots \textcircled{1} \\ 102x + 7y = 2420 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1} \times 7 - \textcircled{2}$ 을 하면

$$-88x = -880 \quad \therefore x = 10$$

$x = 10$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$20 + y = 220 \quad \therefore y = 200$$

따라서 2 %의 소금물의 양과 7 %의 소금물의 양의 합은 $10 + 200 = 210$ (g) **답** ④

만점 비법

소금을 더 넣은 경우 소금물에 대한 방정식과 소금에 대한 방정식에 모두 소금의 양을 더해 주어야 한다.

최상위로 가는 최고 수준 문제

본책 75쪽

01 전략 바다를 선택한 남학생 수와 여학생 수를 먼저 구한다.

풀이 바다를 선택한 학생이 총 198명이므로 바다를 선택한 남학생 수와 여학생 수는 각각

$$198 \times \frac{6}{11} = 108, 198 \times \frac{5}{11} = 90$$

2학년 남학생 수와 여학생 수를 각각 $4x$, $3x$ (x 는 자연수), 산을 선택한 남학생 수와 여학생 수를 각각 $8y$, $5y$ (y 는 자연수)라 하면

$$\begin{cases} 4x = 108 + 8y \\ 3x = 90 + 5y \end{cases}, \text{ 즉 } \begin{cases} x - 2y = 27 & \cdots \text{㉠} \\ 3x - 5y = 90 & \cdots \text{㉡} \end{cases}$$

㉠ $\times 3$ - ㉡을 하면 $-y = -9 \therefore y = 9$

$y = 9$ 를 ㉠에 대입하면 $x - 18 = 27 \therefore x = 45$

따라서 2학년 전체 학생 수는

$$7x = 7 \times 45 = 315$$

답 315

$$4x + 3x = 7x$$

02 전략 1, 2, 3학년의 총점을 각각 x , y , z 라 하고 연립방정식을 세운다.

풀이 1, 2, 3학년의 총점을 각각 x , y , z 라 하면

$$\begin{cases} \frac{y}{15} = \frac{x}{10} + 15 \\ \frac{z}{25} = \frac{y}{15} + 25, \text{ 즉 } \begin{cases} 2y = 3x + 450 & \cdots \text{㉠} \\ 3z = 5y + 1875 & \cdots \text{㉡} \\ 2z = 15x & \cdots \text{㉢} \end{cases} \\ \frac{z}{25} = \frac{x}{10} \times 3 \end{cases}$$

㉠에서 $y = \frac{3}{2}x + 225 \cdots \text{㉣}$

㉡에서 $z = \frac{15}{2}x \cdots \text{㉤}$

㉣, ㉤을 ㉢에 각각 대입하면

$$\frac{45}{2}x = \frac{15}{2}x + 3000, \quad 15x = 3000$$

$$\therefore x = 200$$

$x = 200$ 을 ㉣, ㉤에 각각 대입하면

$$y = 300 + 225 = 525, z = 1500$$

따라서 응시자 전체의 평균 점수는

$$\frac{200 + 525 + 1500}{10 + 15 + 25} = 44.5(\text{점})$$

답 ②

03 전략 원가 x 원에 $a\%$ 의 이익을 붙이면

(이익) = $(x \times \frac{a}{100})$ 원이다.

풀이 두 상품 A, B의 개수를 각각 x , y 라 하면

$$\begin{cases} 800 \times \frac{2}{100} \times x = 600 \times \frac{3}{100} \times y \\ 800 \times \frac{3}{100} \times x = 2 \left(600 \times \frac{2}{100} \times y \right) + 1200 \end{cases},$$

$$\text{즉 } \begin{cases} 8x = 9y & \cdots \text{㉠} \\ x = y + 50 & \cdots \text{㉡} \end{cases}$$

(응시자 전체의 총점)
(응시자 전체의 수)

양초 B의 길이가 양초 A의 길이보다 8cm만큼 짧으므로 12분 후에 두 양초의 길이가 같아지려면 12분 동안 양초가 타서 없어진 길이도 8cm만큼 짧다.

B 상품 1개에 3%의 이익을 붙여 팔았을 때의 이익

A 상품 1개에 2%의 이익을 붙여 팔았을 때의 이익

㉡을 ㉠에 대입하면

$$8(y + 50) = 9y \therefore y = 400$$

$y = 400$ 을 ㉡에 대입하면

$$x = 400 + 50 = 450$$

따라서 상품 A의 개수는 450, 상품 B의 개수는 400이다.

답 A: 450, B: 400

04 전략 두 기계 A, B로 1분 동안 만들 수 있는 물건의 개수를 각각 x , y 라 하고 연립방정식을 세운다.

풀이 A, B 두 기계로 1분 동안 만들 수 있는 물건의 개수를 각각 x , y 라 하면

$$\begin{cases} 40(x + y) + 20y = 480 \\ 20(x + y) + 45x = 470 \end{cases},$$

$$\text{즉 } \begin{cases} 2x + 3y = 24 & \cdots \text{㉠} \\ 13x + 4y = 94 & \cdots \text{㉡} \end{cases} \quad \cdots \text{①}$$

㉠ $\times 4$ - ㉡ $\times 3$ 을 하면

$$-31x = -186 \therefore x = 6$$

$x = 6$ 을 ㉠에 대입하면

$$12 + 3y = 24, \quad 3y = 12$$

$$\therefore y = 4 \quad \cdots \text{②}$$

따라서 A 기계만을 사용하여 480개의 물건을 만드는 데 걸리는 시간은

$$\frac{480}{6} = 80(\text{분}) \quad \cdots \text{③}$$

답 80분

채점 기준	비율
① 연립방정식을 세울 수 있다.	40%
② 연립방정식의 해를 구할 수 있다.	40%
③ A 기계만을 사용하여 480개의 물건을 만드는 데 걸리는 시간을 구할 수 있다.	20%

05 전략 두 양초 A, B의 길이를 각각 x cm, y cm라 하면 양초 A, B가 타는 속력은 각각 분속 $\frac{x}{15}$ cm, $\frac{y}{18}$ cm임을 이용한다.

풀이 양초 A의 길이를 x cm, 양초 B의 길이를 y cm라

하면 두 양초 A, B가 타는 속력은 각각 분속 $\frac{x}{15}$ cm,

분속 $\frac{y}{18}$ cm이므로

$$\begin{cases} y = x - 8 \\ \frac{x}{15} \times 12 = \frac{y}{18} \times 12 + 8 \end{cases},$$

$$\text{즉 } \begin{cases} y = x - 8 & \cdots \text{㉠} \\ 6x = 5y + 60 & \cdots \text{㉡} \end{cases} \quad \cdots \text{①}$$

㉠을 ㉡에 대입하면

$$6x = 5(x - 8) + 60, \quad 6x = 5x + 20$$

$$\therefore x = 20$$

$x=20$ 을 ㉠에 대입하면

$$y=20-8=12$$

따라서 양초 B의 길이는 12 cm이다.

답 12 cm

채점 기준	비율
① 연립방정식을 세울 수 있다.	40%
② 연립방정식의 해를 구할 수 있다.	40%
③ 양초 B의 길이를 구할 수 있다.	20%

06 전략 탄환의 속력을 초속 x m, 소리의 속력을 초속 y m 라 하고 연립방정식을 세운다.

풀이 탄환의 속력을 초속 x m, 소리의 속력을 초속 y m 라 하면

$$\begin{cases} \frac{1700}{x} + \frac{1700}{y} = 7 \\ \frac{1700}{x} + \frac{1200}{y} = \frac{520}{y} + 4 \end{cases}$$

$$\text{즉 } \begin{cases} \frac{1700}{x} + \frac{1700}{y} = 7 \\ \frac{1700}{x} + \frac{680}{y} = 4 \end{cases}$$

이때 $\frac{1}{x}=X, \frac{1}{y}=Y$ 로 놓으면

$$\begin{cases} 1700X + 1700Y = 7 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 1700X + 680Y = 4 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

㉠-㉡을 하면

$$1020Y = 3 \quad \therefore Y = \frac{1}{340}$$

$Y = \frac{1}{340}$ 을 ㉠에 대입하면

$$1700X + 2 = 4, \quad 1700X = 2$$

$$\therefore X = \frac{1}{850}$$

$X = \frac{1}{850}$ 에서 $\frac{1}{x} = \frac{1}{850}$ 이므로 $x=850$

따라서 탄환의 속력은 초속 850 m이다.

답 ④

(A가 쏜 탄환이 표적에 맞는데 걸린 시간) + (탄환이 표적에 맞는 소리가 A에게 들리는 데 걸린 시간)

A의 총성이 B에게 들리는 데 걸린 시간

(A가 쏜 탄환이 표적에 맞는데 걸린 시간) + (탄환이 표적에 맞는 소리가 B에게 들리는 데 걸린 시간)

$Y = \frac{1}{340}$ 에서 $\frac{1}{y} = \frac{1}{340}$ 이므로 $y=340$

x, y 의 순서쌍 (p, q) 가 일차방정식 $ax+by+c=0$ 의 해 이면 $ap+bq+c=0$ 이 성립한다.

$a=50$ 이므로 $x=5+1=6$
 $y=2 \times 5=10$

학교 시험 실전 TEST Level 1

본책 76~79쪽

01 전략 x, y 에 대한 일차방정식은 $ax+by+c=0$ (a, b, c 는 상수, $a \neq 0, b \neq 0$) 꼴이다.

풀이 $6x+(a-3)y+1=3(ax-y)+4y$ 에서

$$6x+(a-3)y+1=3ax-3y+4y$$

$$\therefore (6-3a)x+(a-4)y+1=0$$

$6-3a \neq 0, a-4 \neq 0$ 이어야 하므로

$$a \neq 2, a \neq 4$$

답 ①, ③

02 전략 (수학 성적의 총점) = (학생 수) \times (평균)임을 이용한다.

풀이 남학생의 수학 성적의 총점은 $14x$ 점이고, 여학생의 수학 성적의 총점은 $18y$ 점이므로 지우네 반 전체 학생의 수학 성적의 총점은

$$14x+18y(\text{점})$$

이때 반 전체 학생의 수학 성적의 평균이 71점이므로

$$\frac{14x+18y}{14+18} = 71$$

$$\therefore \frac{7}{16}x + \frac{9}{16}y = 71$$

답 ④

03 전략 x, y 에 대한 일차방정식을 세운 후 x, y 가 자연수일 때의 해를 구한다.

풀이 $700x+300y=9000$ 이므로

$$7x+3y=90$$

이때 x, y 는 자연수이므로 $7x+3y=90$ 의 해는

$$(3, 23), (6, 16), (9, 9), (12, 2)$$

따라서 볼펜과 지우개를 합하여 최대 26개를 살 수 있다.

답 ③

04 전략 먼저 주어진 해를 일차방정식에 대입하여 a, b 에 대한 일차방정식을 만든다.

풀이 $x=3, y=-1$ 을 $-ax+4by=-15$ 에 대입하면

$$-3a-4b=-15$$

$$\therefore 3a+4b=15$$

이때 a, b 는 자연수이므로 $3a+4b=15$ 를 만족시키는 a, b 의 순서쌍 (a, b) 는 $(1, 3)$

답 ①

05 전략 $x=a+1, y=2a$ 를 $4x-3y+6=0$ 에 대입하여 a 의 값을 먼저 구한다.

풀이 $x=a+1, y=2a$ 를 $4x-3y+6=0$ 에 대입하면

$$4(a+1)-6a+6=0$$

$$-2a=-10 \quad \therefore a=5$$

따라서 $x=6, y=10$ 을 $2x-3y=k$ 에 대입하면

$$k=12-30=-18$$

답 ①

06 **전략** 주어진 해를 일차방정식에 대입하여 a, b 에 대한 연립방정식을 세운다.

풀이 $x=-4, y=-9$ 를 $ax+by=-1$ 에 대입하면

$$-4a-9b=-1 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$x=5, y=12$ 를 $ax+by=-1$ 에 대입하면

$$5a+12b=-1 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1} \times 5 + \textcircled{2} \times 4$ 를 하면

$$3b=-9 \quad \therefore b=-3$$

$b=-3$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$5a-36=-1 \quad \therefore a=7$$

$$\therefore a+b=4$$

답 ②

07 **전략** 주어진 비례식을 방정식으로 나타낸다.

풀이 $(x-2):(2y+7)=5:3$ 에서

$3x-6=10y+35$ 이므로 주어진 연립방정식은

$$\begin{cases} 3x-10y=41 & \dots\dots \textcircled{1} \\ 5x-2y=-5 & \dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1}-\textcircled{2} \times 5$ 를 하면

$$-22x=66 \quad \therefore x=-3$$

$x=-3$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$-15-2y=-5, \quad -2y=10$$

$$\therefore y=-5$$

$$\therefore 2x-y=-1$$

답 ③

08 **전략** $A=B=C$ 꼴의 방정식에서 C 가 상수이면

$\begin{cases} A=C \\ B=C \end{cases}$ 를 푼다.

풀이 주어진 방정식에서

$$\begin{cases} 0.25x+0.5y=k \\ \frac{6x-ay}{5}=k \end{cases}, \text{ 즉 } \begin{cases} x+2y=4k & \dots\dots \textcircled{1} \\ 6x-ay=5k & \dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$x=-8, y=-4$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$-8-8=4k \quad \therefore k=-4$$

$x=-8, y=-4, k=-4$ 를 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$-48+4a=-20, \quad 4a=28$$

$$\therefore a=7$$

$$\therefore ak=-28$$

답 ②

09 **전략** 연립방정식의 해가 무수히 많은 경우와 해가 없는 경우의 a, b 의 조건을 각각 구한다.

풀이 $\begin{cases} (2-a)x-3y=7 \\ 4x+6y=b-9 \end{cases}, \text{ 즉 } \begin{cases} 2(a-2)x+6y=-14 \\ 4x+6y=b-9 \end{cases}$

(i) 주어진 연립방정식의 해가 무수히 많은 경우

$$2(a-2)=4, \quad -14=b-9$$

$$\therefore a=4, b=-5$$

(ii) 주어진 연립방정식의 해가 없는 경우

$$2(a-2)=4, \quad -14 \neq b-9$$

$$\therefore a=4, b \neq -5$$

(i), (ii) 이외의 경우에는 한 쌍의 해가 존재하므로 옳은 것은 ①, ③, ④이다. **답** ④

10 **전략** 전체 일의 양을 1로 놓고 연립방정식을 세운다.

풀이 전체 일의 양을 1로 놓으면 갑과 을이 함께 하루에 할 수 있는 일의 양은 $x+y$ 이고, 두 사람이 함께 일하면 10일이 걸리므로

$$10(x+y)=1, \text{ 즉 } 10x+10y=1$$

또 갑이 8일 동안 한 일의 양은 $8x$, 을이 15일 동안 한 일의 양은 $15y$ 이므로

$$8x+15y=1$$

따라서 필요한 식은 ②, ④이다. **답** ②, ④

11 **전략** 맞힌 점수와 틀린 점수의 차가 선우의 점수이다.

풀이 선우가 맞힌 문제의 개수를 x , 틀린 문제의 개수를 y 라 하면

$$\begin{cases} x+y=25 & \dots\dots \textcircled{1} \\ 5x-3y=69 & \dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1} \times 3 + \textcircled{2}$ 을 하면

$$8x=144 \quad \therefore x=18$$

$x=18$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$18+y=25 \quad \therefore y=7$$

따라서 선우가 맞힌 문제의 개수는 18이다. **답** ②

12 **전략** 원가 x 원에 $a\%$ 의 이익을 붙이면

(이익) $= \left(x \times \frac{a}{100}\right)$ 원이다.

풀이 원두 A를 x 팩, 원두 B를 y 팩 구입했다고 하면

$$\begin{cases} x+y=160 \\ 4000 \times \frac{25}{100} \times x + 2400 \times \frac{35}{100} \times y = 144000 \end{cases}$$

$$\text{즉 } \begin{cases} x+y=160 & \dots\dots \textcircled{1} \\ 25x+21y=3600 & \dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1} \times 21 - \textcircled{2}$ 을 하면

$$-4x=-240 \quad \therefore x=60$$

$x=60$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$60+y=160 \quad \therefore y=100$$

따라서 구입한 원두 A는 60팩이다. **답** ④

13 **전략** (기차가 터널을 완전히 통과하는 데 달린 거리)

$$= (\text{기차의 길이}) + (\text{터널의 길이})$$

풀이 기차의 길이를 x m, 기차의 속력을 초속 y m라 하면

$$\begin{aligned} a:b=c:d \text{ 이면} \\ ad=bc \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \times 5 - \textcircled{2} \times 3 \text{을 하면} \\ -44y=220 \\ \therefore y=-5 \\ y=-5 \text{를 } \textcircled{2} \text{에 대입하면} \\ 5x+10=-5 \\ 5x=-15 \\ \therefore x=-3 \\ \text{으로 풀 수도 있다.} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x+200=12y & \cdots \cdots \textcircled{7} \\ x+1100=42y & \cdots \cdots \textcircled{8} \end{cases}$$

$\textcircled{7}-\textcircled{8}$ 을 하면

$$-900=-30y \quad \therefore y=30$$

$y=30$ 을 $\textcircled{7}$ 에 대입하면

$$x+200=360 \quad \therefore x=160$$

따라서 기차의 길이는 160 m이다. 답 ③

14 전략 두 소금물을 섞어도 소금의 양은 변하지 않음을 이용한다.

풀이 소금물 A의 농도를 $x\%$, 소금물 B의 농도를 $y\%$ 라 하면

$$\begin{cases} \frac{x}{100} \times 100 + \frac{y}{100} \times 100 = \frac{6}{100} \times 200 \\ \frac{x}{100} \times 500 + \frac{y}{100} \times 100 = \frac{4}{100} \times 600 \end{cases},$$

$100+100=200(\text{g})$
 $500+100=600(\text{g})$

$$\text{즉 } \begin{cases} x+y=12 & \cdots \cdots \textcircled{7} \\ 5x+y=24 & \cdots \cdots \textcircled{8} \end{cases}$$

$\textcircled{7}-\textcircled{8}$ 을 하면

$$-4x=-12 \quad \therefore x=3$$

$x=3$ 을 $\textcircled{7}$ 에 대입하면

$$3+y=12 \quad \therefore y=9$$

따라서 소금물 A, B의 농도의 차는

$$9-3=6(\%)$$

답 ①

15 전략 x, y 의 순서쌍 (m, n) 이 일차방정식의 해이다.

① $x=m, y=n$ 을 방정식에 대입하였을 때 등식이 성립한다.

풀이 $x=3, y=a$ 를 $-5x+2y=3$ 에 대입하면

$$-15+2a=3, \quad 2a=18$$

$$\therefore a=9$$

$x=b, y=2b$ 를 $-5x+2y=3$ 에 대입하면

$$-5b+4b=3 \quad \therefore b=-3$$

$$\therefore a+b=6$$

답 6

16 전략 연립방정식의 해를 먼저 구한다.

$$\text{풀이 } \begin{cases} -x+2y=4 & \cdots \cdots \textcircled{7} \\ 3x-2y=8 & \cdots \cdots \textcircled{8} \end{cases}$$

$\textcircled{7}+\textcircled{8}$ 을 하면

$$2x=12 \quad \therefore x=6$$

$x=6$ 을 $\textcircled{7}$ 에 대입하면

$$-6+2y=4, \quad 2y=10$$

$$\therefore y=5$$

→ ①

$x=6, y=5$ 를 $(a+5)x+ay=-3$ 에 대입하면

$$6(a+5)+5a=-3, \quad 11a=-33$$

$$\therefore a=-3$$

→ ②

답 -3

a, b 를 포함하지 않은 두 일차방정식을 연립하여 해를 구한 후 이를 a, b 를 포함한 두 일차방정식에 대입하여 a, b 에 대한 연립방정식을 세운다.

채점 기준

배점

① 연립방정식의 해를 구할 수 있다.

3점

② a 의 값을 구할 수 있다.

2점

17 전략 주현이는 b 를 제대로 보고 풀었고, 유리는 a 를 제대로 보고 풀었음을 이용한다.

풀이 $x=6, y=\frac{19}{2}$ 를 $3x-by=-1$ 에 대입하면

$$18-\frac{19}{2}b=-1, \quad -\frac{19}{2}b=-19$$

$$\therefore b=2$$

→ ①

$x=-2, y=\frac{5}{2}$ 를 $ax+2y=7$ 에 대입하면

$$-2a+5=7 \quad \therefore a=-1$$

→ ②

따라서 주어진 연립방정식은

$$\begin{cases} -x+2y=7 & \cdots \cdots \textcircled{7} \\ 3x-2y=-1 & \cdots \cdots \textcircled{8} \end{cases}$$

$\textcircled{7}+\textcircled{8}$ 을 하면 $2x=6 \quad \therefore x=3$

$x=3$ 을 $\textcircled{7}$ 에 대입하면

$$-3+2y=7 \quad \therefore y=5$$

→ ③

답 $x=3, y=5$

채점 기준

배점

① b 의 값을 구할 수 있다.

2점

② a 의 값을 구할 수 있다.

2점

③ 연립방정식의 해를 구할 수 있다.

2점

18 전략 a, b 를 포함하지 않은 일차방정식으로 이루어진 연립방정식의 해를 먼저 구한다.

풀이 주어진 두 연립방정식의 해는 연립방정식

$$\begin{cases} 5x+6y=8 & \cdots \cdots \textcircled{7} \\ 7x+8y=12 & \cdots \cdots \textcircled{8} \end{cases}$$

의 해와 같다.

$\textcircled{7} \times 4 - \textcircled{8} \times 3$ 을 하면

$$-x=-4 \quad \therefore x=4$$

$x=4$ 를 $\textcircled{7}$ 에 대입하면

$$20+6y=8, \quad 6y=-12$$

$$\therefore y=-2$$

→ ①

$x=4, y=-2$ 를 $\begin{cases} ax+by=-2 \\ bx-ay=14 \end{cases}$ 에 대입하면

$$\begin{cases} 4a-2b=-2 & \cdots \cdots \textcircled{9} \\ 4b+2a=14 & \cdots \cdots \textcircled{10} \end{cases}$$

$\textcircled{9}-\textcircled{10} \times 2$ 를 하면

$$-10b=-30 \quad \therefore b=3$$

$b=3$ 을 $\textcircled{9}$ 에 대입하면 $4a-6=-2$

$$4a=4 \quad \therefore a=1$$

→ ②

$$\therefore ab=3$$

→ ③

답 3

채점 기준	배점
① 연립방정식의 해를 구할 수 있다.	2점
② a, b 의 값을 구할 수 있다.	2점
③ ab 의 값을 구할 수 있다.	1점

19 전략 한 변의 길이가 a 인 정삼각형의 둘레의 길이는 $4a$, 정삼각형의 둘레의 길이는 $3a$ 이다.

풀이 만든 정삼각형의 개수를 x , 정삼각형의 개수를 y 라 하면

$$\begin{cases} x=2y+1 \\ 4 \times 3 \times x + 3 \times 3 \times y = 210 \end{cases}$$

$$\approx \begin{cases} x=2y+1 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 4x+3y=70 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1}$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$4(2y+1)+3y=70, \quad 11y=66$$

$$\therefore y=6$$

$y=6$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$x=12+1=13$$

따라서 정삼각형의 개수는 13이다. **답 13**

20 전략 단위를 통일하여 연립방정식을 세운다.

풀이 A 코스의 길이를 x km, B 코스의 길이를 y km 라 하면

$$\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{40}{60} + \frac{y}{5} = 4 \\ x+y=12 \end{cases}$$

$$\approx \begin{cases} 5x+3y=50 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ x+y=12 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1}-\textcircled{2} \times 3$ 을 하면

$$2x=14 \quad \therefore x=7$$

$x=7$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$7+y=12 \quad \therefore y=5$$

따라서 A 코스의 길이는 7 km, B 코스의 길이는 5 km 이므로 A, B 중 더 긴 코스는 A이다. **답 A**

학교 시험 실전 TEST Level 2 본책 80~83쪽

01 전략 x, y 가 자연수일 때, 주어진 일차방정식의 해를 구 한다.

풀이 x, y 가 자연수이므로 $5x-2y=6$ 의 해는

$$(2, 2), (4, 7), (6, 12), (8, 17), \dots$$

이 중에서 최소공배수가 28인 것은 (4, 7)이므로

$$x=4, y=7$$

$$\therefore x+y=11$$

답 ③

02 전략 주어진 해를 일차방정식에 대입하여 k 의 값을 먼저 구한다.

풀이 $x=2, y=2$ 를 $kx+4y=k+1$ 에 대입하면

$$2k+8=k+1 \quad \therefore k=-7$$

$$\therefore \begin{cases} x=-3y+11 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ -7x+3y=-5 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1}$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$-7(-3y+11)+3y=-5, \quad 24y=72$$

$$\therefore y=3$$

$y=3$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$x=-9+11=2$$

따라서 $a=2, b=3$ 이므로

$$a^2+b^2=2^2+3^2=13$$

답 ④

03 전략 $|x|=a$ 로 놓고 미지수 a, y 에 대한 연립방정식을 푼다.

풀이 $|x|=a(a \geq 0)$ 라 하면 주어진 연립방정식은

$$\begin{cases} a+y=3 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 2a+3y=1 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1} \times 2 - \textcircled{2}$ 을 하면

$$-y=5 \quad \therefore y=-5$$

$y=-5$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$a-5=3 \quad \therefore a=8$$

$a=8$ 에서 $|x|=8$ 이므로

$$x=-8 \text{ 또는 } x=8$$

$$\therefore p=-8, q=-5 \text{ 또는 } p=8, q=-5$$

따라서 $p+2q$ 의 값이 될 수 있는 것은 $-18, -2$ 이다.

답 ②, ⑤

$$|x|=a(a > 0) \text{이면 } x=-a \text{ 또는 } x=a$$

$$\begin{aligned} -8+2 \times (-5) &= -18 \\ 8+2 \times (-5) &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{1} 0.\dot{a} &= \frac{a}{9} \\ \textcircled{2} 0.\dot{a}\dot{b} &= \frac{ab}{99} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2.\dot{3}\dot{9} &= \frac{239-2}{99} \\ &= \frac{237}{99} \end{aligned}$$

04 전략 순환소수를 분수로 고쳐서 계수가 분수인 연립방정 식을 세운다.

$$\begin{cases} 0.\dot{3}x+0.\dot{5}y=1 \\ 0.\dot{1}\dot{2}x-0.\dot{4}\dot{7}y=2.\dot{3}\dot{9} \end{cases} \text{에서}$$

$$\begin{cases} \frac{3}{9}x+\frac{5}{9}y=1 \\ \frac{12}{99}x-\frac{47}{99}y=\frac{237}{99} \end{cases}$$

$$\approx \begin{cases} 3x+5y=9 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 12x-47y=237 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1} \times 4 - \textcircled{2}$ 을 하면

$$67y=-201 \quad \therefore y=-3$$

$y=-3$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$3x-15=9, \quad 3x=24$$

$$\therefore x=8$$

따라서 $a=8, b=-3$ 이므로

$$a+b=5$$

답 ④

05 전략 분모에 미지수가 들어 있는 식을 X, Y 로 놓고 연립 방정식을 푼다.

풀이 $\frac{3}{2x-1}=X, \frac{2}{y+1}=Y$ 로 놓으면 주어진 연립 방정식은

$$\begin{cases} X+Y=2 & \cdots \textcircled{1} \\ X-Y=1 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1}+\textcircled{2}$ 을 하면

$$2X=3 \quad \therefore X=\frac{3}{2}$$

$X=\frac{3}{2}$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$\frac{3}{2}+Y=2 \quad \therefore Y=\frac{1}{2}$$

$X=\frac{3}{2}$ 에서 $\frac{3}{2x-1}=\frac{3}{2}$ 이므로

$$2x-1=2 \quad \therefore x=\frac{3}{2}$$

$Y=\frac{1}{2}$ 에서 $\frac{2}{y+1}=\frac{1}{2}$ 이므로

$$y+1=4 \quad \therefore y=3$$

따라서 $a=\frac{3}{2}, b=3$ 이므로

$$\frac{a}{b}=\frac{\frac{3}{2}}{3}=\frac{1}{2} \quad \text{답 ②}$$

06 전략 연립방정식에서 x, y 의 계수와 상수항이 각각 같으면 해가 무수히 많다.

풀이 $\begin{cases} 2x-7y=a \\ bx+14y=-2 \end{cases}$ 에서

$$\begin{cases} -4x+14y=-2a \\ bx+14y=-2 \end{cases}$$

이 연립방정식의 해가 무수히 많으려면

$$-4=b, -2a=-2$$

$$\therefore a=1, b=-4$$

즉 $p=1, q=-4$ 이므로 x, y 가 자연수일 때, 일차방정식 $x+4y=9$ 의 해는 $(1, 2), (5, 1)$ 의 2개이다.

답 ②

07 전략 연립방정식에서 x, y 의 계수의 비는 각각 같고 상수항의 비가 다르다면 해가 없다.

풀이 연립방정식 $\begin{cases} 4x+7y=3 \\ ax+by=9 \end{cases}$ 의 해가 없으려면 x, y 의

계수의 비는 각각 같고 상수항의 비는 달라야 하므로

$$a=4k, b=7k, 3k \neq 9 \quad (k \text{는 자연수})$$

$a=4k, b=7k$ 에서 $a:b=4:7$ 이므로 이를 만족시키는 30 이하의 자연수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 는

$$(4, 7), (8, 14), (12, 21), (16, 28)$$

그런데 $3k \neq 9$ 에서 $k \neq 3$ 이므로 $(12, 21)$ 은 조건을 만족시키지 않는다.

① 전체의 $\frac{a}{b}$

$$\rightarrow (\text{전체}) \times \frac{a}{b}$$

② 전체의 $a\%$

$$\rightarrow (\text{전체}) \times \frac{a}{100}$$

A 식품 x g에 포함된

$$\text{단백질의 양: } \frac{15}{100}x \text{ g}$$

$$\text{지방의 양: } \frac{8}{100}x \text{ g}$$

B 식품 y g에 포함된

$$\text{단백질의 양: } \frac{32}{100}y \text{ g}$$

$$\text{지방의 양: } \frac{24}{100}y \text{ g}$$

$$\frac{a}{b}=a \div b$$

$$=a \times \frac{1}{b}$$

큰 직사각형의 가로의 길이

큰 직사각형의 세로의 길이

(a, b) 가 $(12, 21)$ 이면 주어진 연립방정식은

$$\begin{cases} 4x+7y=3 \\ 12x+21y=9 \end{cases}$$

$$\text{즉 } \begin{cases} 12x+21y=9 \\ 12x+21y=9 \end{cases}$$

가 되어 해가 무수히 많다.

따라서 구하는 순서쌍 (a, b) 는

$$(4, 7), (8, 14), (16, 28)$$

의 3개이다.

답 ②

만점 비법

연립방정식 $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ 의 해가 존재하지 않는다.

$$\rightarrow \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$$

08 전략 섭취해야 하는 두 식품 A, B의 양을 각각 x g, y g이라 하고 연립방정식을 세운다.

풀이 섭취해야 하는 식품 A의 양을 x g, 식품 B의 양을 y g이라 하면

$$\begin{cases} \frac{15}{100}x + \frac{32}{100}y = 84 \\ \frac{8}{100}x + \frac{24}{100}y = 50 \end{cases}$$

$$\text{즉 } \begin{cases} 15x + 32y = 8400 & \cdots \textcircled{1} \\ 4x + 12y = 2500 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1} \times 3 - \textcircled{2} \times 8$ 을 하면

$$13x = 5200 \quad \therefore x = 400$$

$x = 400$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$1600 + 12y = 2500, \quad 12y = 900$$

$$\therefore y = 75$$

따라서 식품 B는 75g을 섭취해야 한다.

답 ①

09 전략 작은 직사각형의 가로와 세로의 길이를 각각 x, y 라 하고 연립방정식을 세운다.

풀이 작은 직사각형의 가로와 세로의 길이를 각각 x, y 라 하면

$$\begin{cases} 3x = 4y \\ 2\{3x + (x+y)\} = 38 \end{cases}$$

$$\text{즉 } \begin{cases} 3x = 4y & \cdots \textcircled{1} \\ y = -4x + 19 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{2}$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$3x = 4(-4x + 19), \quad 19x = 76$$

$$\therefore x = 4$$

$x = 4$ 를 $\textcircled{2}$ 에 대입하면 $y = -16 + 19 = 3$

따라서 작은 직사각형 한 개의 둘레의 길이는

$$2(4+3) = 14$$

답 ③

10 전략 A, B가 자연수일 때, $A:B=a:b$ 이면 A, B를 각각 ak, bk (k 는 자연수)라 하고 연립방정식을 세운다.

풀이 준서와 경아의 지난달 용돈을 각각 5x원, 4x원(x 는 자연수), 지출한 비용을 각각 11y원, 9y원(y 는 자연수)이라 하면

$$\begin{cases} 5x-11y=2000 & \cdots \cdots \textcircled{7} \\ 4x-9y=1000 & \cdots \cdots \textcircled{8} \end{cases}$$

$\textcircled{7} \times 4 - \textcircled{8} \times 5$ 를 하면

$$y=3000$$

$y=3000$ 을 $\textcircled{8}$ 에 대입하면

$$4x-27000=1000, \quad 4x=28000$$

$$\therefore x=7000$$

따라서 경아의 지난달 용돈은 $4x=28000$ (원), 지출한 비용은 $9y=27000$ (원)이다. 답 ②

11 전략 x 원에 $a\%$ 의 이익을 붙인 후 $b\%$ 만큼 할인한 가격은 $x\left(1+\frac{a}{100}\right)\left(1-\frac{b}{100}\right)$ 원이다.

풀이 A 제품의 원가를 x 원, B 제품의 원가를 y 원이라 하면 A 제품의 판매 가격은

$$x \times \frac{130}{100} \times \frac{90}{100} = \frac{117}{100}x \text{ (원)}$$

B 제품의 판매 가격은

$$y \times \frac{140}{100} \times \frac{90}{100} = \frac{126}{100}y \text{ (원)}$$

$$\therefore \begin{cases} x+y=12000 \\ \frac{117}{100}x + \frac{126}{100}y = 12000 + 2400 \end{cases},$$

$$\text{즉 } \begin{cases} x+y=12000 & \cdots \cdots \textcircled{7} \\ 13x+14y=160000 & \cdots \cdots \textcircled{8} \end{cases}$$

$\textcircled{7} \times 13 - \textcircled{8}$ 을 하면

$$-y = -4000 \quad \therefore y = 4000$$

$y=4000$ 을 $\textcircled{7}$ 에 대입하면

$$x+4000=12000 \quad \therefore x=8000$$

따라서 A 제품의 원가는 8000원이다. 답 ④

12 전략 중간고사 영어 점수를 x 점, 수학 점수를 y 점이라 하고 연립방정식을 세운다.

풀이 중간고사 영어 점수를 x 점, 수학 점수를 y 점이라 하면

$$\begin{cases} \frac{x+y}{2} = 77.5 \\ -\frac{10}{100}x + \frac{20}{100}y = 7 \end{cases},$$

$$\text{즉 } \begin{cases} x+y=155 & \cdots \cdots \textcircled{7} \\ -x+2y=70 & \cdots \cdots \textcircled{8} \end{cases}$$

$\textcircled{7} + \textcircled{8}$ 을 하면

$$3y=225 \quad \therefore y=75$$

$y=75$ 를 $\textcircled{7}$ 에 대입하면

$$x+75=155 \quad \therefore x=80$$

따라서 기말고사 영어 점수는

$$80-80 \times \frac{10}{100} = 72 \text{ (점)}$$

수학 점수는

$$75+75 \times \frac{20}{100} = 90 \text{ (점)}$$

답 ③

13 전략 집에서 태권도장까지의 거리를 x m라 하고, 수업 시작 시간보다 y 분 일찍 출발한다고 하고 연립방정식을 세운다.

풀이 집에서 태권도장까지의 거리를 x m라 하고, 집에서 수업 시작 시간보다 y 분 일찍 출발한다고 하면

$$\begin{cases} \frac{x}{60} = y+5 \\ \frac{x}{80} = y-5 \end{cases}, \text{ 즉 } \begin{cases} x=60y+300 & \cdots \cdots \textcircled{7} \\ x=80y-400 & \cdots \cdots \textcircled{8} \end{cases}$$

$\textcircled{7} - \textcircled{8}$ 을 하면

$$0 = -20y + 700 \quad \therefore y = 35$$

$y=35$ 를 $\textcircled{7}$ 에 대입하면

$$x = 2100 + 300 = 2400$$

따라서 유민이는 수업 시작 35분 전에 집에서 출발하므로 출발한 시간은 오후 2시 25분이다. 답 ④

14 전략 필요한 순도 55%의 은의 양을 x kg, 순도 90%의 은의 양을 y kg이라 하고 연립방정식을 세운다.

풀이 필요한 순도 55%의 은의 양을 x kg, 순도 90%의 은의 양을 y kg이라 하면

$$\begin{cases} x+y=5 \\ \frac{55}{100}x + \frac{90}{100}y = \frac{76}{100} \times 5 \end{cases},$$

$$\text{즉 } \begin{cases} x+y=5 & \cdots \cdots \textcircled{7} \\ 11x+18y=76 & \cdots \cdots \textcircled{8} \end{cases}$$

$\textcircled{7}$ 을 $\textcircled{8}$ 에 대입하면

$$11(5-y)+18y=76, \quad 7y=21$$

$$\therefore y=3$$

$y=3$ 을 $\textcircled{7}$ 에 대입하면 $x=5-3=2$

따라서 필요한 순도 55%의 은의 양은 2kg, 순도 90%의 은의 양은 3kg이다. 답 ③

15 전략 연립방정식의 해를 k 의 식으로 나타낸다.

$$\text{풀이 } \begin{cases} y=3x-7k & \cdots \cdots \textcircled{7} \\ 5x+4y=6k & \cdots \cdots \textcircled{8} \end{cases}$$

$\textcircled{7}$ 을 $\textcircled{8}$ 에 대입하면

$$5x+4(3x-7k)=6k, \quad 17x=34k$$

$$\therefore x=2k$$

$x=2k$ 를 $\textcircled{7}$ 에 대입하면

$$y=6k-7k=-k$$

$x=2k, y=-k$ 를 $\frac{2x-3y}{x+y}$ 에 대입하면

$$\frac{4k+3k}{2k-k} = \frac{7k}{k} = 7$$

답 7

16 전략 x 의 절댓값이 y 의 절댓값의 3배이므로 $x=3y$ 또는 $x=-3y$ 임을 이용한다.

풀이 $\begin{cases} x+2y=10 & \cdots \textcircled{1} \\ 2x+5y=k-6 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$

(i) $x=3y$ 일 때,

$x=3y$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$3y+2y=10 \quad \therefore y=2$$

$y=2$ 를 $x=3y$ 에 대입하면 $x=6$

$x=6, y=2$ 를 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$12+10=k-6 \quad \therefore k=28 \quad \cdots \textcircled{1}$$

(ii) $x=-3y$ 일 때,

$x=-3y$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$-3y+2y=10 \quad \therefore y=-10$$

$y=-10$ 을 $x=-3y$ 에 대입하면 $x=30$

$x=30, y=-10$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$60-50=k-6 \quad \therefore k=16 \quad \cdots \textcircled{2}$$

(i), (ii)에서 모든 k 의 값의 합은

$$28+16=44 \quad \cdots \textcircled{3}$$

답 44

채점 기준	배점
① $x=3y$ 일 때, k 의 값을 구할 수 있다.	2점
② $x=-3y$ 일 때, k 의 값을 구할 수 있다.	2점
③ k 의 값의 합을 구할 수 있다.	2점

17 전략 $A=B=C$ 꼴의 방정식은 $\begin{cases} A=B \\ A=C \end{cases}, \begin{cases} A=B \\ B=C \end{cases}$

$\begin{cases} A=C \\ B=C \end{cases}$ 중 어느 하나를 선택하여 푼다.

풀이 주어진 방정식에서

$$\begin{cases} \frac{x+2y-1}{2} = \frac{2x+4y}{3} & \cdots \textcircled{1} \\ \frac{x+2y-1}{2} = \frac{-3x+y+10}{8} & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1} \times 6$ 을 하면

$$3x+6y-3=4x+8y$$

$$\therefore x+2y=-3 \quad \cdots \textcircled{3}$$

$\textcircled{2} \times 8$ 을 하면

$$4x+8y-4=-3x+y+10$$

$$\therefore x+y=2 \quad \cdots \textcircled{4}$$

$\textcircled{3}-\textcircled{4}$ 을 하면

$$y=-5$$

$y=-5$ 를 $\textcircled{4}$ 에 대입하면

$$x-10=-3 \quad \therefore x=7 \quad \text{답 } x=7, y=-5$$

18 전략 백의 자리의 숫자가 a , 십의 자리의 숫자가 b , 일의 자리의 숫자가 c 인 세 자리 자연수는 $100a+10b+c$ 임을 이용한다.

풀이 처음 자연수의 백의 자리의 숫자를 x , 일의 자리의 숫자를 y 라 하면

$$\begin{cases} x+7+y=14 \\ 100y+70+x=2(100x+70+y)+22 \end{cases}$$

$$\text{즉 } \begin{cases} x+y=7 & \cdots \textcircled{1} \\ 199x-98y=-92 & \cdots \textcircled{2} \end{cases} \quad \cdots \textcircled{1}$$

$\textcircled{1} \times 98 + \textcircled{2}$ 을 하면

$$297x=594 \quad \therefore x=2$$

$x=2$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$2+y=7 \quad \therefore y=5 \quad \cdots \textcircled{2}$$

따라서 처음 세 자리 자연수는 275이다. $\cdots \textcircled{3}$

답 275

채점 기준	배점
① 연립방정식을 세울 수 있다.	2점
② 연립방정식의 해를 구할 수 있다.	2점
③ 처음 세 자리 자연수를 구할 수 있다.	1점

19 전략 어른 한 명의 몸무게를 x kg, 어린이 한 명의 몸무게를 y kg이라 하고 연립방정식을 세운다.

풀이 어른 한 명의 몸무게를 x kg, 어린이 한 명의 몸무게를 y kg이라 하면

$$\begin{cases} 12x+10y=1300 & \cdots \textcircled{1} \\ x=2y-5 & \cdots \textcircled{2} \end{cases} \quad \cdots \textcircled{1}$$

$\textcircled{2}$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$12(2y-5)+10y=1300, \quad 34y=1360$$

$$\therefore y=40$$

$y=40$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면 $x=80-5=75 \quad \cdots \textcircled{2}$

$x=75, y=40$ 을 $4x+ay=1300$ 에 대입하면

$$300+40a=1300, \quad 40a=1000$$

$$\therefore a=25 \quad \cdots \textcircled{3}$$

답 25

채점 기준	배점
① 연립방정식을 세울 수 있다.	2점
② 연립방정식의 해를 구할 수 있다.	2점
③ a 의 값을 구할 수 있다.	1점

20 전략 1인 기준으로 작년의 교통비를 x 원, 숙박비를 y 원이라 하고 연립방정식을 세운다.

풀이 1인 기준으로 작년의 교통비를 x 원, 숙박비를 y 원이라 하면 작년의 휴가비는 $(x+y)$ 원이므로

$$0.95(x+y)=95000$$

$$\therefore x+y=100000 \quad \cdots \textcircled{1}$$

또 올해의 휴가비는 $(1.1x+0.85y)$ 원이므로

$$1.1x+0.85y=95000$$

$$\therefore 22x+17y=1900000 \quad \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1} \times 17 - \textcircled{2}$ 을 하면

$-5x = -200000 \quad \therefore x = 40000$
 $x = 40000$ 을 ㉠에 대입하면
 $40000 + y = 100000 \quad \therefore y = 60000$
 따라서 올해의 교통비는
 $40000 \times 1.1 = 44000$ (원)
 숙박비는
 $60000 \times 0.85 = 51000$ (원)
 [답] 44000원, 51000원

교과서 속 **창의 유형**

본책 84~85쪽

유제 1 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

- 70분짜리 드라마를 방송할 때, 광고를 방송하는 시간을 구한다.
- 광고 시간이 15초인 상품의 광고의 개수를 x , 20초인 상품의 광고의 개수를 y 라 하고, x, y 에 대한 방정식을 세운다.
- x, y 가 자연수일 때, ②에서 세운 방정식의 해를 모두 구한다.
- 광고 시간이 15초인 상품은 최대 몇 개 광고할 수 있는지 구한다.

풀이 ① 70분짜리 드라마를 방송할 때, 광고를 방송하는 시간은

$$70 \times \frac{10}{100} = 7(\text{분}), \text{ 즉 } 420\text{초}$$

- 광고 시간이 15초인 상품의 광고의 개수를 x , 20초인 상품의 광고의 개수를 y 라 하면

$$15x + 20y + 30 \times 4 = 420 \\ \therefore 3x + 4y = 60$$

- 이때 x, y 는 자연수이므로 위의 방정식의 해는
 $(4, 12), (8, 9), (12, 6), (16, 3)$

- 따라서 광고 시간이 15초인 상품은 최대 16개 광고할 수 있다. [답] 16개

유제 2 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

- 주어진 약속에 따라 $(x+1) \star (2y-1)$,
 $(\frac{2}{3}y + \frac{1}{6}) \star \frac{4}{5}x, 0.7 \star 0.2$ 를 각각 구한다.
- 주어진 방정식은 $A=B=C$ 꼴이므로 $\begin{cases} A=C \\ B=C \end{cases}$ 꼴로 나타낸다.
- ②에서 세운 연립방정식을 푼다.
- $x-y$ 의 값을 구한다.

풀이 ① $(x+1) \star (2y-1) = 3(x+1) - 2(2y-1)$
 $= 3x - 4y + 5$

$$(\frac{2}{3}y + \frac{1}{6}) \star \frac{4}{5}x = 3(\frac{2}{3}y + \frac{1}{6}) - 2 \times \frac{4}{5}x \\ = -\frac{8}{5}x + 2y + \frac{1}{2}$$

$$0.7 \star 0.2 = 3 \times 0.7 - 2 \times 0.2 = 1.7$$

- 따라서 주어진 방정식은

$$3x - 4y + 5 = -\frac{8}{5}x + 2y + \frac{1}{2} = 1.7$$

이므로

$$\begin{cases} 3x - 4y + 5 = 1.7 \\ -\frac{8}{5}x + 2y + \frac{1}{2} = 1.7 \end{cases}$$

$$\text{즉 } \begin{cases} 30x - 40y = -33 & \dots\dots \textcircled{1} \\ -16x + 20y = 12 & \dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$$

- ①+②×2를 하면

$$-2x = -9 \quad \therefore x = \frac{9}{2}$$

$x = \frac{9}{2}$ 를 ②에 대입하면

$$-72 + 20y = 12, \quad 20y = 84$$

$$\therefore y = \frac{21}{5}$$

$$\textcircled{4} \therefore x - y = \frac{3}{10}$$

$$\text{[답]} \frac{3}{10}$$

유제 3 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

- 햄의 개수를 x , 오이의 개수를 y 라 한다.
- 햄과 오이의 개수의 합과 지난주와 이번 주의 구입 비용의 차를 이용하여 x, y 에 대한 연립방정식을 세운다.
- ②에서 세운 연립방정식을 푼다.

풀이 ① 진영이가 구입한 햄의 개수를 x , 오이의 개수를 y 라 하면

$$\textcircled{2} \begin{cases} x + y = 8 \\ -1800 \times \frac{10}{100}x + 1200 \times \frac{20}{100}y = 660 \end{cases}$$

$$\text{즉 } \begin{cases} y = 8 - x & \dots\dots \textcircled{1} \\ -3x + 4y = 11 & \dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$$

- ①을 ②에 대입하면

$$-3x + 4(8 - x) = 11, \quad -7x = -21 \\ \therefore x = 3$$

$$x = 3\text{을 } \textcircled{1}\text{에 대입하면 } y = 8 - 3 = 5$$

따라서 진영이는 햄 3개, 오이 5개를 구입하였다.

[답] 햄: 3, 오이: 5

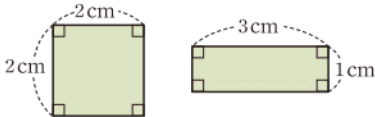
IV 함수

1 일차함수와 그래프

개념 & 핵심 기출

본책 88~92쪽

- 01 ② 다음 그림의 두 직사각형의 둘레의 길이는 모두 8 cm이지만 넓이는 각각 4 cm^2 , 3 cm^2 이다.



즉 x 의 값이 8일 때, y 의 값이 하나씩 정해지지 않으므로 y 는 x 에 대한 함수가 아니다. **답 ②**

- 02 (ㄴ) $x=2$ 일 때, y 는 2, 4, ...로 하나로 정해지지 않으므로 y 는 x 에 대한 함수가 아니다.

(ㄹ) 키가 160 cm인 사람의 몸무게는 50 kg, 60 kg 등으로 여러 가지가 있을 수 있다.

즉 x 의 값이 변함에 따라 y 의 값이 하나씩 정해지지 않으므로 y 는 x 에 대한 함수가 아니다.

이상에서 함수인 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다. **답 ②**

- 03 $f(4) = \frac{1}{2} \times 4 + 5 = 7$, $g(7) = \frac{7}{7} - 1 = 0$ 이므로
 $f(4) + g(7) = 7$ **답 7**

- 04 $f(2a) = -\frac{1}{2} \times 2a + 1 = -a + 1$ 이므로
 $-a + 1 = \frac{1}{4}a$, $\frac{5}{4}a = 1$
 $\therefore a = \frac{4}{5}$ **답 ①**

- 05 5의 약수는 1, 5의 2개이므로 $f(5) = 2$
15의 약수는 1, 3, 5, 15의 4개이므로 $f(15) = 4$
25의 약수는 1, 5, 25의 3개이므로 $f(25) = 3$
 $\therefore f(5) + f(15) + f(25) = 2 + 4 + 3 = 9$ **답 9**

만점 비법

약수의 개수

자연수 N 이 $N = a^m \times b^n$ (a, b 는 서로 다른 소수, m, n 은 자연수)으로 소인수분해될 때, N 의 약수의 개수는 $(m+1) \times (n+1)$

- 06 $y = x(ax+1) + bx + 3 = ax^2 + x + bx + 3$
 $= ax^2 + (b+1)x + 3$

일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 m 만큼 평행이동한 그래프의 식
 $\rightarrow y = ax + b + m$

$y = \frac{1}{3}x - 1$ 의 그래프의 x 절편은 3

$y = 0$ 일 때,
 $0 = 2x - 6$
 $\therefore x = 3$

$15 = 3 \times 5$ 이므로 15의 약수의 개수는
 $(1+1) \times (1+1) = 4$

이므로 $a=0, b+1 \neq 0$

$$\therefore a=0, b \neq -1$$

답 $a=0, b \neq -1$

- 07 $f(1) = a + 1 = 3$ 이므로 $a = 2$

따라서 $f(x) = 2x + 1$ 이므로

$$f(-1) = 2 \times (-1) + 1 = -1$$

$$f(2) = 2 \times 2 + 1 = 5$$

$$\therefore f(-1) + f(2) = 4$$

답 4

- 08 일차함수 $y = ax - 1$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 p 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = ax - 1 + p$$

이 식이 $y = 3x + 1$ 과 일치하므로

$$a = 3, -1 + p = 1$$

$$\therefore a = 3, p = 2$$

$$\therefore a^2 + p^2 = 3^2 + 2^2 = 13$$

답 13

- 09 $y = -4x + 3(1-k)$ 의 그래프의 x 절편이 $\frac{3}{2}$ 이므로

$$0 = -4 \times \frac{3}{2} + 3 - 3k, \quad 0 = -3 - 3k$$

$$\therefore k = -1$$

$k = -1$ 을 $y = -4x + 3(1-k)$ 에 대입하면

$$y = -4x + 6$$

따라서 $y = -4x + 6$ 의 그래프의 y 절편은 6이다. **답 6**

- 10 $y = \frac{1}{3}x - 1$ 에서 $y = 0$ 일 때,

$$0 = \frac{1}{3}x - 1 \quad \therefore x = 3$$

$y = \frac{1}{2}x + 2k - 1$ 의 그래프의 y 절편은 $2k - 1$ 이므로

$$3 = 2k - 1 \quad \therefore k = 2$$

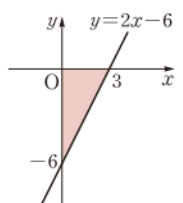
답 2

- 11 $y = 2x - 6$ 의 그래프의 x 절편은 3, y 절편은 -6 이므로 그 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 구하는 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 3 \times 6 = 9$$

답 9



- 12 $y = ax + 4$ 의 그래프가 점 $(-3, 7)$ 을 지나므로

$$7 = -3a + 4 \quad \therefore a = -1$$

즉 기울기가 -1 이므로

$$\frac{k}{1 - (-2)} = -1 \quad \therefore k = -3$$

$$\therefore ak = 3$$

답 3

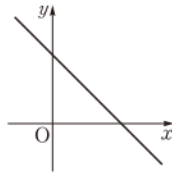
일품 BOX

13 $\frac{2k-5-(-1)}{-3-k} = -\frac{4}{3}$ 이므로
 $\frac{2k-4}{-3-k} = -\frac{4}{3}, \quad 6k-12=12+4k$
 $2k=24 \quad \therefore k=12$ 답 ①

14 그래프가 두 점 $(-9a, 0), (0, 21a)$ 를 지나므로
 (기울기) $= \frac{21a-0}{0-(-9a)} = \frac{21a}{9a} = \frac{7}{3}$ 답 $\frac{7}{3}$

15 ③ $y=0$ 일 때, $ax+b=0 \quad \therefore x=-\frac{b}{a}$
 따라서 x 절편은 $-\frac{b}{a}$ 이다. 답 ③

16 $a>0, b>0$ 이므로
 $-b<0, ab>0$
 따라서 $y=-bx+ab$ 의 그래프는
 오른쪽 그림과 같으므로 제3사분
 면을 지나지 않는다. 답 제3사분면



17 $a=\frac{5}{2}$ 이므로 $y=-2ax+3$ 에서
 $y=-5x+3$

$y=0$ 일 때, $0=-5x+3 \quad \therefore x=\frac{3}{5}$
 따라서 구하는 x 절편은 $\frac{3}{5}$ 이다. 답 ④

18 그래프 l 이 두 점 $(-2, 0), (0, -4)$ 를 지나므로
 그 기울기는
 $\frac{-4-0}{0-(-2)} = -2$
 따라서 두 점 $(0, 7), (a, 1)$ 을 지나는 그래프 m 의 기
 율기도 -2 이므로
 $\frac{1-7}{a-0} = -2, \quad \frac{-6}{a} = -2$
 $\therefore a=3$ 답 3

19 $y=-5x+a-2$ 의 그래프가 점 $(-2, 4)$ 를 지나
 므로
 $4=10+a-2 \quad \therefore a=-4$
 따라서 $y=-5x-6$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 b 만큼
 평행이동한 그래프의 식은
 $y=-5x-6+b$
 이 그래프가 $y=cx+5$ 의 그래프와 일치하므로
 $-5=c, -6+b=5 \quad \therefore b=11, c=-5$
 $\therefore a+b-c=12$ 답 12

두 점 $(a, b), (c, d)$
 를 지나는 일차함수의
 그래프의 기울기
 $\rightarrow \frac{d-b}{c-a}$

(기울기)
 $= \frac{(y \text{의 값의 증가량})}{(x \text{의 값의 증가량})}$

두 일차함수
 $y=ax+b, y=a'x+b'$
 의 그래프가 평행하다.
 $\rightarrow a=a', b \neq b'$

두 그래프가 x 축에서 만
 난다.
 \rightarrow 두 그래프의 x 절편이
 같다.

$y=0$ 일 때,
 $0=-3x+9$
 $\therefore x=3$

공식을 이용하여 다음과
 같이 구할 수도 있다.
 $y-11$
 $= \frac{-3-11}{\frac{5}{2}-(-1)}(x+1)$
 $y-11=-4(x+1)$
 $\therefore y=-4x+7$

$y=0$ 일 때,
 $0=-4x+7$
 $\therefore x=\frac{7}{4}$

두 일차함수
 $y=ax+b, y=a'x+b'$
 의 그래프가 일치한다.
 $\rightarrow a=a', b=b'$

20 (기울기) $= \frac{-1-(-6)}{3-(-7)} = \frac{1}{2}, y$ 절편이 -4 이므로
 $y=\frac{1}{2}x-4$
 이 그래프가 점 $(2, k)$ 를 지나므로
 $k=1-4=-3$ 답 ③

21 (기울기) $= \frac{-4}{1-3} = 2$
 일차함수의 식을 $y=2x+b$ 라 하면 이 그래프가
 점 $(2, -6)$ 을 지나므로
 $-6=4+b \quad \therefore b=-10$
 따라서 $y=2x-10$ 에서 $y=0$ 일 때,
 $0=2x-10 \quad \therefore x=5$
 $x=0$ 일 때, $y=-10$
 즉 $y=2x-10$ 의 그래프의 x 절편은 5, y 절편은 -10 이
 므로 구하는 합은 $5+(-10)=-5$ 답 -5

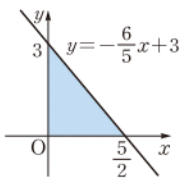
22 $y=ax+b$ 의 그래프가 $y=-x+1$ 의 그래프와 평
 행하므로 $a=-1$
 이때 $y=-3x+9$ 의 그래프의 x 절편이 3이므로
 $y=-x+b$ 의 그래프의 x 절편도 3이다.
 즉 $0=-3+b$ 이므로 $b=3$
 $\therefore a+b=2$ 답 2

23 $a = \frac{-3-11}{\frac{5}{2}-(-1)} = -4$
 일차함수의 식을 $y=-4x+b$ 라 하면 이 그래프가
 점 $(-1, 11)$ 을 지나므로
 $11=4+b \quad \therefore b=7$
 $y=-4x+7$ 의 그래프의 x 절편은 $\frac{7}{4}$ 이므로
 $c=\frac{7}{4}$
 $\therefore a+b-c=\frac{5}{4}$ 답 $\frac{5}{4}$

24 주어진 그래프가 두 점 $(-5, 12), (10, -6)$ 을 지
 나므로
 (기울기) $= \frac{-6-12}{10-(-5)} = -\frac{6}{5}$
 일차함수의 식을 $y=-\frac{6}{5}x+b$ 라 하면 이 그래프가
 점 $(10, -6)$ 을 지나므로
 $-6=-12+b \quad \therefore b=6$
 즉 $y=-\frac{6}{5}x+6$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -3 만큼
 평행이동한 그래프의 식은 $y=-\frac{6}{5}x+3$

이 그래프의 x 절편은 $\frac{5}{2}$, y 절편은 3이므로 오른쪽 그림에서 구하는 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \times 3 = \frac{15}{4} \quad \text{답 } \frac{15}{4}$$



일차함수 $y=ax+b$ 의 그래프와 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이
 $\rightarrow \frac{1}{2} \times |x\text{절편}| \times |y\text{절편}|$
 $= \frac{1}{2} \times \left| -\frac{b}{a} \right| \times |b|$

25 $y=-x+3$ 의 그래프의 y 절편은 3이고,

$y=\frac{2}{3}x-4$ 의 그래프의 x 절편은 6이므로 일차함수의

그래프는 두 점 (6, 0), (0, 3)을 지난다.

즉 (기울기) $= \frac{3-0}{0-6} = -\frac{1}{2}$ 이므로

$$y = -\frac{1}{2}x + 3$$

따라서 $y = -\frac{1}{2}x + 3$ 의 그래프 위의 점은 ②이다.

답 ②

다른풀이 x 절편이 6, y 절편이 3인 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은

$$\frac{x}{6} + \frac{y}{3} = 1, \quad x + 2y = 6$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x + 3$$

$$\begin{aligned} y=0\text{일 때,} \\ 0 &= \frac{2}{3}x - 4 \\ \frac{2}{3}x &= 4 \quad \therefore x=6 \end{aligned}$$

$$\textcircled{2} 4 = 1 + 3$$

x 절편이 m , y 절편이 n 인 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식
 $\rightarrow \frac{x}{m} + \frac{y}{n} = 1$
 (단, $mn \neq 0$)

$$\begin{aligned} (\text{거리}) \\ &= (\text{속력}) \times (\text{시간}) \end{aligned}$$

26 출발한 지 x 초 후의 창민이가 출발한 지점으로부터 창민이의 위치까지의 거리는 $5x$ m, 윤호의 위치까지의 거리는 $(30+4x)$ m이므로 두 사람 사이의 거리를 y m 라 하면

$$y = (30+4x) - 5x \quad \therefore y = 30 - x$$

위의 식에 $y=0$ 을 대입하면

$$0 = 30 - x \quad \therefore x = 30$$

따라서 창민이가 윤호를 따라잡는 데 걸리는 시간은 30 초이다. **답 ④**

창민이가 윤호를 따라잡는 것은 $y=0$ 일 때이다.

$$\begin{aligned} x = \frac{1}{3}\text{이면 } \frac{1}{x} &= 30\text{이므로} \\ \frac{18}{x} &= 18 \times \frac{1}{x} \\ &= 18 \times 3 \end{aligned}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{54}{-6} = -9$$

$$11 - 10 = 1 \text{ (cm)}$$

27 추의 무게가 10 g일 때 늘어난 용수철의 길이가 1 cm이므로, 1 g짜리 추를 달 때마다 용수철의 길이는 0.1 cm씩 늘어난다.

x g짜리 추를 달았을 때의 용수철의 길이를 y cm라 하면

$$y = 0.1x + 10$$

위의 식에 $y=15$ 를 대입하면

$$15 = 0.1x + 10 \quad \therefore x = 50$$

따라서 용수철의 길이가 15 cm가 되게 하려면 50 g짜리 추를 달아야 한다. **답 50 g**

(삼각형의 넓이)
 $= \frac{1}{2} \times (\text{밑변의 길이}) \times (\text{높이})$

28 점 P가 점 B를 출발한 지 x 초 후의 \overline{BP} 의 길이가 $4x$ cm이므로 $\triangle ABP$ 의 넓이를 y cm²라 하면

$$y = \frac{1}{2} \times 4x \times 32 \quad \therefore y = 64x$$

위의 식에 $y=192$ 를 대입하면

$$192 = 64x \quad \therefore x = 3$$

따라서 $\triangle ABP$ 의 넓이가 192 cm²가 되는 것은 3초 후이다. **답 3초**

만점 도전을 위한 고난도 문제

본책 93~97쪽

01 **전략** y 가 x 에 대한 함수 \odot x 의 값이 변함에 따라 y 의 값이 하나씩 정해진다.

풀이 (ㄱ) x 의 값이 1일 때, y 의 값은 $-1, 1$ 로 하나씩 정해지지 않으므로 y 는 x 에 대한 함수가 아니다.

(ㄴ)

x	1	2	3	4	5	...
y	1	2	3	4	0	...

즉 x 의 값이 변함에 따라 y 의 값이 하나씩 정해지므로 y 는 x 에 대한 함수이다.

(ㄷ) x 의 값이 3일 때, y 의 값은 3, 2, 1, 0, ...으로 하나씩 정해지지 않으므로 y 는 x 에 대한 함수가 아니다.

(ㄹ) $y = 5000 - x$

(ㅁ) $\frac{1}{2} \times x \times y = 10$ 이므로 $y = \frac{20}{x}$

이상에서 y 가 x 에 대한 함수인 것은 (ㄴ), (ㄹ), (ㅁ)이다.

답 ④

02 **전략** $f(x) = \frac{18}{x}$ 에 x 대신 $\frac{1}{3}$, b 를 각각 대입한다.

풀이 $f\left(\frac{1}{3}\right) = 18 \times 3 = 54$ 이므로 $a = 54$

$$f(b) = \frac{18}{b} = -3\text{이므로 } b = -6$$

$$\therefore f\left(\frac{a}{b}\right) = f(-9) = \frac{18}{-9} = -2$$

답 -2

03 **전략** $2x-1=2$, $2x-1=7$ 을 만족시키는 x 의 값을 각각 구한다.

풀이 $2x-1=2$ 에서 $2x=3 \quad \therefore x=\frac{3}{2}$

$f(2x-1)=x+3$ 의 양변에 x 대신 $\frac{3}{2}$ 을 대입하면

$$f(2) = \frac{3}{2} + 3 = \frac{9}{2} \quad \cdots \textcircled{1}$$

$2x-1=7$ 에서 $2x=8 \quad \therefore x=4$

$f(2x-1)=x+3$ 의 양변에 x 대신 4를 대입하면

$$f(7) = 4 + 3 = 7 \quad \cdots \textcircled{2}$$

$$\therefore f(2) + f(7) = \frac{23}{2} \quad \cdots \textcircled{3}$$

답 $\frac{23}{2}$

일품 BOX

채점 기준	비율
① $f(2)$ 의 값을 구할 수 있다.	40%
② $f(7)$ 의 값을 구할 수 있다.	40%
③ $f(2)+f(7)$ 의 값을 구할 수 있다.	20%

04 전략 $f(x)$ 에 x 대신 $a-2$, $a+2$ 를 각각 대입하여 a 에 대한 방정식을 세운다.

풀이 $f(a-2)+f(a+2)$
 $=2(a-2)+5+2(a+2)+5$
 $=4a+10$

따라서 $4a+10=-2$ 이므로 $4a=-12$

$\therefore a=-3$

답 ②

05 전략 n 이 자연수일 때, 3^n 의 일의 자리의 숫자가 반복되는 규칙을 찾는다.

풀이 n 이 자연수일 때, 3^n 의 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1이 이 순서대로 반복되므로

$f(1)=3, f(2)=9, f(3)=7, f(4)=1,$
 $f(5)=3, f(6)=9, f(7)=7, f(8)=1, \dots$
 $\therefore f(1)+f(2)+f(3)+\dots+f(29)+f(30)$
 $=7 \times (3+9+7+1) + 3+9$
 $=152$

답 ⑤

06 전략 $y=(x \text{의 일차식})$ 으로 나타내어질 때, y 는 x 에 대한 일차함수이다.

풀이 ① $y=\frac{x(x-3)}{2}=\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x$ 이므로 y 는 x 에 대한 일차함수가 아니다.

② $y=180 \times (x-2)=180x-360$

③ $y=30x$

④ $y=2\pi x$

⑤ $x=\frac{y}{100} \times 100$ 이므로 $y=x$

답 ①

07 전략 $f(x)$ 에 x 대신 $-3, -2, -1$ 을 대입한다.

풀이 $f(-3)=-3a-1, f(-2)=-2a-1,$
 $f(-1)=-a-1$ 이므로
 $f(-3)+f(-2)+f(-1)$
 $=(-3a-1)+(-2a-1)+(-a-1)$
 $=-6a-3$

따라서 $-6a-3=6$ 이므로 $-6a=9$

$\therefore a=-\frac{3}{2}$

답 ②

08 전략 일차함수 $y=ax+b$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 m 만큼 평행이동한 그래프의 식 $\odot y=ax+b+m$

풀이 $y=-5x+7$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 b 만큼 평

$3^1=3, 3^2=9, 3^3=27,$
 $3^4=81, 3^5=243, \dots$

$30=4 \times 7 + 2$ 이므로 구하는 합은 $3+9+7+1$ 의 7묶음과 3, 9를 더하여 구할 수 있다.

n 각형의 대각선의 개수
 $\rightarrow \frac{n(n-3)}{2}$

n 각형의 내각의 크기의 합 $\rightarrow 180^\circ \times (n-2)$

⑦-①을 하면
 $2a=-2$
 $\therefore a=-1$
 $a=-1$ 을 ①에 대입하면
 $-1-k=-2$
 $\therefore k=1$

일차함수 $y=ax+b$ 의 그래프의
 ① x 절편: $-\frac{b}{a}$
 ② y 절편: b

행이동한 그래프의 식은

$y=-5x+7+b$

이 그래프가 점 $(3, -4)$ 를 지나므로

$-4=-15+7+b \quad \therefore b=4 \quad \dots \textcircled{1}$

따라서 $y=-5x+11$ 의 그래프가 점 $(-2a, 6a-1)$ 을 지나므로

$6a-1=10a+11, \quad -4a=12$

$\therefore a=-3 \quad \dots \textcircled{2}$

$\therefore ab=-12 \quad \dots \textcircled{3}$

답 -12

채점 기준	비율
① b 의 값을 구할 수 있다.	40%
② a 의 값을 구할 수 있다.	40%
③ ab 의 값을 구할 수 있다.	20%

09 전략 x 절편이 m, y 절편이 n 인 그래프는 두 점 $(m, 0), (0, n)$ 을 지난다.

풀이 $y=-3x+k$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-3x+k-4 \quad \dots \textcircled{1}$

이 그래프의 x 절편이 a 이므로 $x=a, y=0$ 을 대입하면

$0=-3a+k-4, \text{ 즉 } 3a-k=-4 \quad \dots \textcircled{1}$

y 절편이 $a-2$ 이므로 $x=0, y=a-2$ 를 대입하면

$a-2=k-4, \text{ 즉 } a-k=-2 \quad \dots \textcircled{2} \quad \dots \textcircled{2}$

①, ②를 연립하여 풀면

$a=-1, k=1 \quad \dots \textcircled{3}$

답 1

채점 기준	비율
① 평행이동한 그래프의 식을 구할 수 있다.	30%
② a, k 사이의 관계식을 구할 수 있다.	40%
③ k 의 값을 구할 수 있다.	30%

10 전략 두 그래프가 x 축에서 만나면 두 그래프의 x 절편이 같고, y 축에서 만나면 두 그래프의 y 절편이 같다.

풀이 두 일차함수 $y=ax+b, y=-4x+2$ 의 그래프가 x 축에서 만나므로 두 그래프의 x 절편이 같다.

$y=-4x+2$ 의 그래프의 x 절편은 $\frac{1}{2}$ 이므로 $x=\frac{1}{2},$

$y=0$ 을 $y=ax+b$ 에 대입하면

$0=\frac{1}{2}a+b \quad \therefore b=-\frac{1}{2}a \quad \dots \textcircled{1}$

두 일차함수 $y=bx+a, y=5x-2$ 의 그래프가 y 축에서 만나므로 두 그래프의 y 절편이 같다.

$y=5x-2$ 의 그래프의 y 절편은 -2 이므로

$a=-2$

$a=-2$ 를 ①에 대입하면 $b=1$

$$\therefore a+b=-1$$

답 ②

11 전략 두 일차함수의 그래프의 x 절편과 y 절편을 이용하여 도형의 넓이를 구한다.

풀이 $y=-x+2$ 의 그래프의 x

절편은 2, y 절편은 2이고,

$y=-\frac{2}{3}x+4$ 의 그래프의 x 절편

은 6, y 절편은 4이다.

따라서 구하는 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 6 \times 4 - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 10$$

답 10

12 전략 $x_1 \neq x_2$ 인 두 상수 x_1, x_2 에 대하여 일차함수

$y=f(x)$ 의 그래프의 기울기는 $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}$ 임을 이용한다.

풀이 일차함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 기울기를 a 라 하면

$x_1 \neq x_2$ 인 두 상수 x_1, x_2 에 대하여

$$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=a$$

이므로

$$\frac{f(102)-f(1)}{101}=\frac{f(100)-f(3)}{97}$$

$$=\frac{f(98)-f(5)}{93}$$

$$=\dots=\frac{f(52)-f(51)}{1}=a$$

주어진 식에서 $26a=104$ 이므로 $a=4$

따라서 $\frac{f(100)-f(97)}{100-97}=4$ 이므로

$$f(100)-f(97)=12$$

답 12

13 전략 세 점 A, B, C가 한 직선 위에 있다.

⊙ (직선 AB의 기울기) = (직선 BC의 기울기)

$$= (\text{직선 CA의 기울기})$$

풀이 세 점 $(-3, 2a-4), (1, -a+3), (2, 10)$ 이 한 직선 위에 있으므로

$$\frac{10-(2a-4)}{2-(-3)}=\frac{10-(-a+3)}{2-1}$$

$$\frac{-2a+14}{5}=a+7, \quad -2a+14=5a+35$$

$$-7a=21$$

$$\therefore a=-3$$

답 -3

14 전략 $m \neq n$ 인 두 상수 m, n 에 대하여 일차함수

$y=f(x)$ 의 그래프의 기울기는 $\frac{f(m)-f(n)}{m-n}$ 임을 이용한다.

풀이 $f(m)+4m=f(n)+4n$ 에서

$$f(m)-f(n)=4n-4m$$

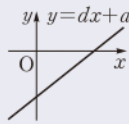
$$f(m)-f(n)=-4(m-n)$$

일품 BOX

$m \neq n$ 이므로
 $m-n \neq 0$

$$\begin{aligned} & (\text{기울기}) \\ &= \frac{(y \text{의 값의 증가량})}{(x \text{의 값의 증가량})} \end{aligned}$$

양수끼리는 절댓값이 큰 수가 더 크고, 음수끼리는 절댓값이 큰 수가 더 작다.



1, 3, 5, ..., 51에서

$$1=2 \times 1 - 1,$$

$$3=2 \times 2 - 1,$$

$$5=2 \times 3 - 1,$$

⋮

$$51=2 \times 26 - 1$$

이므로 주어진 식의 좌변은 a 를 26개 더한 것이다.

두 점 $(x_1, y_1), (x_2, y_2) (x_1 \neq x_2)$ 를 지나는 직선의 기울기
→ $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

좌표축은 어느 사분면에 포함되지 않는다.

$a \leq 0, b > 0$ 또는
 $a \geq 0, b < 0$

$$\therefore \frac{f(m)-f(n)}{m-n}=-4$$

따라서 일차함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 기울기는 -4 이고, x 의 값이 2만큼 증가할 때 y 의 값이 k 만큼 증가하므로

$$\frac{k}{2}=-4 \quad \therefore k=-8$$

답 ①

15 전략 주어진 그래프를 이용하여 a, b, c, d 의 부호를 알아본다.

풀이 주어진 그래프에서

$$a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$$

$$(\neg) ac > 0$$

$$(\neg) bd < 0$$

(c) $y=cx+d$ 의 그래프가 $y=ax+b$ 의 그래프보다 y 축에 가까우므로 $|c| > |a|$

이때 $a < 0, c < 0$ 이므로 $a > c$ 이다.

$$(e) b < d$$

(d) $y=dx+a$ 의 그래프는 제2사분면을 지나지 않는다.

이상에서 옳은 것은 (c), (d), (e)이다.

답 ③

16 전략 $ab > 0$ 이면 $a > 0, b > 0$ 또는 $a < 0, b < 0$ 이다.

풀이 (i) $b > 0$ 이면

$$ab > 0, bc < 0 \text{에서} \quad a > 0, c < 0$$

(ii) $b < 0$ 이면

$$ab > 0, bc < 0 \text{에서} \quad a < 0, c > 0$$

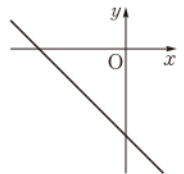
(i), (ii)에서 $ac < 0$

$$\text{즉 } -\frac{a}{b} < 0, \frac{3c}{a} < 0 \text{이므로}$$

$y=-\frac{a}{b}x+\frac{3c}{a}$ 의 그래프는 오른쪽

그림과 같다.

따라서 제2사분면, 제3사분면, 제4사분면을 지난다.



답 제2사분면, 제3사분면, 제4사분면

17 전략 기울기와 y 절편의 부호를 이용하여 a, b, c, d 의 부호를 먼저 알아본다.

풀이 $y=(a-b)x+\frac{a}{b}$ 의 그래프가 제1사분면을 지나지 않으므로

$$a-b < 0, \frac{a}{b} \leq 0 \quad \therefore a \leq 0, b > 0$$

$y=acx+d$ 의 그래프가 제4사분면을 지나지 않으므로

$$ac > 0, d \geq 0$$

$ac > 0$ 에서 $a < 0, c < 0$ 또는 $a > 0, c > 0$

이때 $a \leq 0$ 이므로 $a < 0, c < 0$

$$\therefore a < 0, b > 0, c < 0, d \geq 0$$

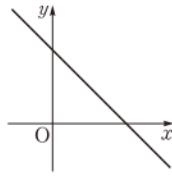
→ ①

일품 BOX

즉 $bc < 0$ 이고, $ab < 0, d \geq 0$ 이므로
 $\therefore \frac{ab-d}{c} > 0$

따라서 $y = bcx + \frac{ab-d}{c}$ 의 그래프
 는 오른쪽 그림과 같으므로 제3사
 분면을 지나지 않는다. ... ③

답 제3사분면



채점 기준	비율
① a, b, c, d 의 부호를 알 수 있다.	40%
② $y = bcx + \frac{ab-d}{c}$ 의 그래프의 기울기와 y 절편의 부호를 알 수 있다.	30%
③ 그래프가 지나지 않는 사분면을 구할 수 있다.	30%

💡 만점 비법

일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가

- ① 제1사분면을 지나지 않으면 $\rightarrow a < 0, b \leq 0$
- ② 제2사분면을 지나지 않으면 $\rightarrow a > 0, b \leq 0$
- ③ 제3사분면을 지나지 않으면 $\rightarrow a < 0, b \geq 0$
- ④ 제4사분면을 지나지 않으면 $\rightarrow a > 0, b \geq 0$

18 전략 $x = -1, 1, 2$ 일 때 y 의 값의 부호를 이용한다.

풀이 ① $a > 0$

② y 절편이 음수이므로

$$b - 1 < 0 \quad \therefore b < 1$$

③ $x = 1$ 일 때 y 의 값이 음수이므로

$$a + b - 1 < 0 \quad \therefore a + b < 1$$

④ $x = 2$ 일 때 y 의 값이 양수이므로

$$2a + b - 1 > 0 \quad \therefore 2a + b > 1$$

⑤ $x = -1$ 일 때 y 의 값이 음수이므로

$$-a + b - 1 < 0 \quad \therefore a - b > -1$$

답 ⑤

그래프가 오른쪽 위로 향
 하므로
 $a > 0$

19 전략 두 일차함수 $y = ax + b, y = cx + d$ 의 그래프가 일
 치한다. $\Rightarrow a = c, b = d$

풀이 두 일차함수 $y = (a + 3b + 1)x + 2b - 1,$
 $y = (2b + 2)x + a - 2$ 의 그래프가 일치하므로

$$a + 3b + 1 = 2b + 2, 2b - 1 = a - 2$$

$$\therefore a + b = 1, a - 2b = 1$$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$$a = 1, b = 0$$

따라서 $y = ax + 4a + b$, 즉 $y = x + 4$ 의 그래프의 x 절편
 은 -4 , y 절편은 4 이므로 구하는 합은

$$-4 + 4 = 0$$

답 ③

$$\begin{cases} a + b = 1 & \dots ① \\ a - 2b = 1 & \dots ② \end{cases}$$

①-②을 하면
 $3b = 0 \quad \therefore b = 0$
 $b = 0$ 을 ①에 대입하면
 $a = 1$

20 전략 두 일차함수의 그래프가 평행하면 기울기가 같음을
 이용한다.

풀이 두 일차함수 $y = 3x - 9, y = ax + b$ 의 그래프가 평
 행하므로 $a = 3$... ①

$$0 = 3x - 9 \text{에서 } x = 3 \quad \therefore A(3, 0)$$

이때 $\overline{AB} = 2$ 이고 점 B가 x 축 위에 있으므로

$$B(1, 0) \text{ 또는 } B(5, 0) \quad \dots ②$$

(i) $B(1, 0)$ 일 때,

$y = 3x + b$ 의 그래프가 점 $(1, 0)$ 을 지나므로

$$0 = 3 + b \quad \therefore b = -3$$

(ii) $B(5, 0)$ 일 때,

$y = 3x + b$ 의 그래프가 점 $(5, 0)$ 을 지나므로

$$0 = 15 + b \quad \therefore b = -15 \quad \dots ③$$

(i), (ii)에서 $a + b = 0$ 또는 $a + b = -12$

따라서 구하는 값은 -12 이다. ... ④

답 -12

채점 기준	비율
① a 의 값을 구할 수 있다.	20%
② 점 B의 좌표를 구할 수 있다.	20%
③ b 의 값을 구할 수 있다.	40%
④ $a + b$ 의 값 중 가장 작은 것을 구할 수 있다.	20%

21 전략 $\frac{f(6b) - f(-a)}{6b - (-a)}$ 가 $y = f(x)$ 의 그래프의 기울기임
 을 이용한다.

$$\text{풀이 } \frac{f(6b) - f(-a)}{a + 6b} = -2 \text{에서}$$

$$\frac{f(6b) - f(-a)}{6b - (-a)} = -2$$

즉 $y = f(x)$ 의 그래프의 기울기는 -2 이다.

또 $y = f(x)$ 의 그래프가 $y = \frac{1}{4}x + 8$ 의 그래프와 y 축에

서 만나므로 두 그래프의 y 절편이 같고, $y = \frac{1}{4}x + 8$ 의

그래프의 y 절편이 8 이므로

$$f(x) = -2x + 8$$

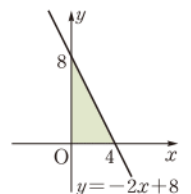
따라서 $y = -2x + 8$ 의 그래프의 x

절편은 4 , y 절편은 8 이므로 오른쪽

그림에서 구하는 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 8 = 16$$

답 ④



22 전략 가로, 세로의 길이의 비가 $2 : 30$ 이므로 가
 로, 세로의 길이를 각각 $2k, 3k(k > 0)$ 로 놓는다.

풀이 $y = ax + b$ 의 그래프가 두 점 A, C를 지나므로 x
 의 값이 $2k(k > 0)$ 만큼 증가하면 y 의 값은 $3k$ 만큼 감소
 한다.

$$\therefore a = \frac{-3k}{2k} = -\frac{3}{2}$$

$y = -\frac{3}{2}x + b$ 의 그래프가 점 A(-2, 5)를 지나므로

$$5 = 3 + b \quad \therefore b = 2$$

$$\therefore y = -\frac{3}{2}x + 2$$

따라서 $y = -\frac{3}{2}x + 2$ 의 그래프 위의 점은 ⑤이다.

답 ⑤

$$\textcircled{5} -1 = -3 + 2$$

만점 비법

어떤 두 수의 비가 $m : n$ (m, n 은 자연수)으로 주어지면 두 수를 mk, nk ($k > 0$)로 놓을 수 있다.

23 전략 $\triangle ABP$ 의 넓이가 항상 15이므로 $y = ax + b$ 의 그래프는 직선 AB와 평행해야 한다.

풀이 $y = ax + b$ 의 그래프가 직선 AB와 평행해야 하므로

$$a = \frac{5-3}{6-0} = \frac{1}{3} \quad \cdots \textcircled{1}$$

점 P가 y 축 위에 있을 때,

$\triangle ABP$

$$= \frac{1}{2} \times \overline{AP} \times 6 = 15$$

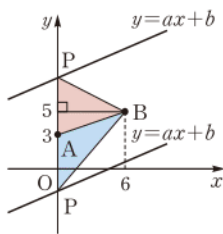
이므로 $\overline{AP} = 5$

$$\therefore P(0, -2) \text{ 또는 } P(0, 8) \quad \cdots \textcircled{2}$$

따라서 $b = -2$ 또는 $b = 8$ 이므로 ab 의 값은

$$-\frac{2}{3} \text{ 또는 } \frac{8}{3} \quad \cdots \textcircled{4}$$

$$\text{답 } -\frac{2}{3}, \frac{8}{3}$$



$k=5$ 를 $\frac{-k+1}{-5}$ 에 대입하면 $\frac{4}{5}$

$P(0, 3-5)$ 또는 $P(0, 3+5)$

점 P가 y 축에 있을 때, 점 P의 좌표는 $y = ax + b$ 의 그래프의 y 절편과 같으므로 $b = -2$ 또는 $b = 8$

채점 기준	비율
① a 의 값을 구할 수 있다.	20%
② 점 P의 좌표를 구할 수 있다.	30%
③ b 의 값을 구할 수 있다.	30%
④ ab 의 값을 모두 구할 수 있다.	20%

24 전략 주어진 그래프가 지나는 두 점을 이용하여 그래프의 식을 구한다.

풀이 주어진 그래프가 두 점 (0, 2), (3, 0)을 지나므로

$$(\text{기울기}) = \frac{0-2}{3-0} = -\frac{2}{3}$$

즉 일차함수의 식은 $y = -\frac{2}{3}x + 2$

$y = (a-2)x + 4$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 m 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = (a-2)x + 4 + m$$

이 식이 $y = -\frac{2}{3}x + 2$ 와 일치하므로

$$a-2 = -\frac{2}{3}, 4+m=2$$

$$\therefore a = \frac{4}{3}, m = -2$$

$$\therefore a+m = -\frac{2}{3} \quad \text{답 ①}$$

다른풀이 x 절편이 3, y 절편이 2인 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1, \quad 2x + 3y = 6$$

$$\therefore y = -\frac{2}{3}x + 2$$

25 전략 세 점 중 어느 두 점을 지나는 직선의 기울기는 서로 같음을 이용한다.

$$\text{풀이 } \frac{-2-(k-3)}{-4-1} = \frac{3k-1-(-2)}{16-(-4)} \text{ 이므로}$$

$$\frac{-k+1}{-5} = \frac{3k+1}{20}, \quad -4(-k+1) = 3k+1$$

$$\therefore k = 5 \quad \cdots \textcircled{1}$$

즉 그래프의 기울기가 $\frac{4}{5}$ 이므로 일차함수의 식을

$$y = \frac{4}{5}x + b \text{ 라 하면 이 그래프가 점 } (-4, -2) \text{ 를 지나}$$

므로

$$-2 = -\frac{16}{5} + b \quad \therefore b = \frac{6}{5}$$

$$\therefore y = \frac{4}{5}x + \frac{6}{5} \quad \cdots \textcircled{2}$$

$$0 = \frac{4}{5}x + \frac{6}{5} \text{ 에서 } x = -\frac{3}{2}$$

따라서 구하는 x 절편은 $-\frac{3}{2}$ 이다. $\cdots \textcircled{3}$

$$\text{답 } -\frac{3}{2}$$

채점 기준	비율
① k 의 값을 구할 수 있다.	40%
② 일차함수의 식을 구할 수 있다.	40%
③ x 절편을 구할 수 있다.	20%

26 전략 x 절편과 y 절편의 비가 5 : 10이므로 x 절편, y 절편을 각각 $5k, k$ ($k \neq 0$)로 놓는다.

풀이 조건 (가)에서 $y = ax + b$ 의 그래프가 점 (2, 4)를 지나므로

$$4 = 2a + b \quad \therefore b = 4 - 2a \quad \cdots \textcircled{1}$$

조건 (나)에서 x 절편과 y 절편의 비가 5 : 1이므로 x 절편을 $5k$, y 절편을 k ($k \neq 0$)라 하면 $y = ax + b$ 의 그래프가 두 점 $(5k, 0), (0, k)$ 를 지나므로

$$a = \frac{k-0}{0-5k} = -\frac{1}{5}$$

$$a = -\frac{1}{5} \text{ 을 } \textcircled{1} \text{ 에 대입하면 } b = 4 + \frac{2}{5} = \frac{22}{5} \quad \cdots \textcircled{2}$$

$$\therefore a + b = \frac{21}{5} \quad \cdots \textcircled{3}$$

$$\text{답 } \frac{21}{5}$$

채점 기준	비율
① b 를 a 의 식으로 나타낼 수 있다.	30%
② a, b 의 값을 구할 수 있다.	50%
③ $a+b$ 의 값을 구할 수 있다.	20%

27 전략 먼저 주어진 두 점을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구한다.

풀이 그래프가 두 점 $(42, 64), (56, 48)$ 을 지나므로

$$(\text{기울기}) = \frac{48-64}{56-42} = -\frac{8}{7}$$

일차함수의 식을 $y = -\frac{8}{7}x + b$ 라 하면 이 그래프가 점 $(42, 64)$ 를 지나므로

$$64 = -48 + b \quad \therefore b = 112$$

$y = -\frac{8}{7}x + 112$ 의 그래프 위의 점 중에서 x 좌표와 y 좌표가 모두 자연수인 점의 x 좌표는 7의 배수이다.

또 $y > 0$ 이어야 하므로

$$-\frac{8}{7}x + 112 > 0, \quad -\frac{8}{7}x > -112$$

$$\therefore x < 98$$

따라서 $0 < x < 98$ 을 만족시키는 x 의 값 중에서 7의 배수는 13개이므로 구하는 점의 개수는 13이다. **답** ②

28 전략 1분마다 온도가 $a^\circ\text{C}$ 씩 올라간다.(내려간다).

① x 분마다 온도가 $ax^\circ\text{C}$ 씩 올라간다.(내려간다).

풀이 (i) 2분마다 온도가 6°C 씩 올라가므로 1분마다 온도가 3°C 씩 올라간다.

24°C 의 물을 x 분 동안 데웠을 때의 온도를 $y^\circ\text{C}$ 라 하면

$$y = 24 + 3x$$

위의 식에 $y = 96$ 을 대입하면

$$96 = 24 + 3x \quad \therefore x = 24$$

(ii) 1분마다 온도가 2°C 씩 내려가므로 96°C 의 물을 x 분 동안 바닥에 내려놓았을 때의 온도를 $y^\circ\text{C}$ 라 하면

$$y = 96 - 2x$$

위의 식에 $y = 48$ 을 대입하면

$$48 = 96 - 2x \quad \therefore x = 24$$

(i), (ii)에서 구하는 시간은

$$24 + 24 = 48 (\text{분})$$

답 48분

29 전략 (운송 요금) = (기본요금) + (추가 요금)임을 이용한다.

풀이 (1) 4 km당 5000원의 운송 요금이 추가되므로

$$1 \text{ km당 } \frac{5000}{4} = 1250 (\text{원}) \text{의 운송 요금이 추가된다.}$$

→ ①

7, 14, 21, ..., 91

20분 동안 40 km를 이동하였으므로 1분 동안 2 km를 이동하였다. 즉 속력이 분속 2 km임을 이용하여 구할 수도 있다.

시속 120 km로 x 시간 동안 달린 거리

24°C 의 물을 96°C 까지 데우는 데 걸리는 시간

96°C 의 물을 48°C 까지 식히는 데 걸리는 시간

30이 $f(x)$ 보다 작지 않으므로 $f(x) \leq 3$

$$\therefore y = 40000 + 1250x$$

→ ②

(2) (1)의 식에 $y = 120000$ 을 대입하면

$$120000 = 40000 + 1250x$$

$$-1250x = -80000 \quad \therefore x = 64$$

따라서 운송 거리는 64 km이다.

→ ③

답 (1) $y = 40000 + 1250x$ (2) 64 km

채점 기준	비율
① 1 km당 추가되는 운송 요금을 구할 수 있다.	30%
② y 를 x 의 식으로 나타낼 수 있다.	20%
③ 운송 요금이 120000원일 때, 운송 거리를 구할 수 있다.	50%

참고 a km당 b 원의 운송 요금이 추가되는 것은 1 km당 $\frac{b}{a}$ 원의 운송 요금이 추가되는 것과 같다.

30 전략 (속력) = $\frac{(\text{거리})}{(\text{시간})}$ 임을 이용하여 자동차의 속력을 구한다.

풀이 C 지점을 지난 지 10분 후에 A 지점으로부터 40 km 떨어진 지점에 있었고, 30분 후에 A 지점으로부터 80 km 떨어진 지점에 있었으므로 이 자동차는 20분, 즉 $\frac{1}{3}$ 시간 동안 40 km를 이동하였다.

$$\therefore \text{자동차의 속력은 } 40 \div \frac{1}{3} = 120 (\text{km/h})$$

C 지점이 A 지점으로부터 a km 떨어져 있다고 하고 C 지점을 지난 지 x 시간 후에 자동차가 A 지점으로부터 y km 떨어진 지점에 있다고 하면

$$y = 120x + a$$

10분, 즉 $\frac{1}{6}$ 시간 후에 A 지점으로부터 40 km 떨어진 지점에 있었으므로

$$40 = 20 + a \quad \therefore a = 20$$

따라서 C 지점은 A 지점으로부터 20 km 떨어져 있다.

답 20 km

최상위로 가는 최고 수준 문제

본책 98쪽

01 전략 $m(f(x), 3) = 3 \Leftrightarrow f(x) \leq 3$

풀이 $m(f(x), 3) = 3$ 에서 $f(x) \leq 3$

(i) $f(x) = 0$ 인 경우

x 이하의 소수가 0개이므로 자연수 x 는 1

(ii) $f(x) = 1$ 인 경우

x 이하의 소수가 1개이므로 자연수 x 는 2

(iii) $f(x) = 2$ 인 경우

x 이하의 소수가 2개이므로 자연수 x 는 3, 4

(iv) $f(x)=3$ 인 경우

x 이하의 소수가 3개이므로 자연수 x 는 5, 6
이상에서 구하는 x 의 값의 합은

$$1+2+3+4+5+6=21 \quad \text{답 21}$$

02 전략 점 (p, q) 가 $y=ax+b$ 의 그래프 위의 점이다.

$$\Rightarrow q=ap+b$$

풀이 점 $(2k, 2k-3)$ 은 $y=-3x+1$ 의 그래프 위의 점
이므로

$$2k-3=-6k+1, \quad 8k=4$$

$$\therefore k=\frac{1}{2} \quad \cdots ①$$

$k^2=\frac{1}{4}$ 이므로 $y=-3x+1$ 의 그래프를 y 축의 방향으로

$\frac{1}{4}$ 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y=-3x+1+\frac{1}{4}, \quad \text{즉 } y=-3x+\frac{5}{4} \quad \cdots ②$$

구하는 점의 좌표를 $(a, -a)$ 라 하면 점 $(a, -a)$ 가

$y=-3x+\frac{5}{4}$ 의 그래프 위의 점이므로

$$-a=-3a+\frac{5}{4}, \quad 2a=\frac{5}{4}$$

$$\therefore a=\frac{5}{8}$$

따라서 구하는 점의 좌표는 $(\frac{5}{8}, -\frac{5}{8}) \quad \cdots ③$

$$\text{답 } (\frac{5}{8}, -\frac{5}{8})$$

채점 기준	비율
① k 의 값을 구할 수 있다.	30%
② 평행이동한 그래프의 식을 구할 수 있다.	30%
③ 점의 좌표를 구할 수 있다.	40%

03 전략 두 점 O, A를 이동시킨 점을 각각 구한 후

$a+1>5$ 인 경우와 $a+1\leq 5$ 인 경우로 나누어 생각한다.

풀이 세 점 O, A, B를 이동시킨 점을 각각 O', A', B'이라 하면

$$O(0, 0) \rightarrow O'(0, 0)$$

A(2, 1)에서 $2>1$ 이므로

$$A(2, 1) \rightarrow A'(3, 1)$$

(i) $a+1>5$, 즉 $a>4$ 일 때,

$$(a+1)+5=a+6, \quad (a+1)-5=a-4 \text{이므로}$$

$$B(a+1, 5) \rightarrow B'(a+6, a-4)$$

세 점 O', A', B'이 한 직선 위에 있으므로

$$\frac{1-0}{3-0}=\frac{a-4-0}{a+6-0}$$

$$\frac{1}{3}=\frac{a-4}{a+6}, \quad a+6=3a-12$$

$$\therefore a=9$$

x 좌표와 y 좌표의 합이 0
이므로 x 좌표를 a 라 하
면 y 좌표는 $-a$ 이다.

두 점 B, C를 지나는 그
래프는 두 점 A, D를 지
나는 그래프를 y 축의 방
향으로 -6만큼 평행이
동한 것과 같다.

$$2+1=3, \quad 2-1=1$$

$b=2a-1$ 이므로

A(2a+1, b)에서

A(2a+1, 2a)

B(a-1, 4-b)에서

B(a-1, 4-2a)

$$\frac{A}{B}=\frac{C}{D} \text{에서}$$

$$AD=BC$$

(ii) $a+1\leq 5$, 즉 $a\leq 4$ 일 때,

$$(a+1)+2\times 5=a+11, \quad (a+1)-2\times 5=a-9 \text{이}$$

므로

$$B(a+1, 5) \rightarrow B'(a+11, a-9)$$

세 점 O', A', B'이 한 직선 위에 있으므로

$$\frac{1-0}{3-0}=\frac{a-9-0}{a+11-0}$$

$$\frac{1}{3}=\frac{a-9}{a+11}, \quad a+11=3a-27$$

$$\therefore a=19$$

그런데 $a\leq 4$ 이므로 a 의 값은 19가 될 수 없다.

(i), (ii)에서 $a=9 \quad \text{답 ①}$

04 전략 점 A의 좌표를 먼저 구한다.

풀이 점 A의 y 좌표가 6이므로 $y=6$ 을 $y=-\frac{1}{2}x+2$ 에

대입하면

$$6=-\frac{1}{2}x+2 \quad \therefore x=-8$$

$$\therefore A(-8, 6)$$

$$y=0 \text{일 때, } 0=-\frac{1}{2}x+2 \quad \therefore x=4$$

$$\therefore D(4, 0)$$

또 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\overline{CD}=\overline{AB}=6$

$$\therefore C(4, -6)$$

따라서 구하는 일차함수의 식을 $y=ax+b$ 라 하면

$$a=\frac{-6-6}{4-(-8)}=-1$$

$y=-x+b$ 의 그래프가 점 A(-8, 6)을 지나므로

$$6=8+b \quad \therefore b=-2$$

$$\therefore y=-x-2 \quad \text{답 } y=-x-2$$

05 전략 먼저 y 절편이 -1이고 점 (6, 5)를 지나는 직선을
그래프로 하는 일차함수의 식을 구한다.

풀이 y 절편이 -1이고 점 (6, 5)를 지나는 직선을 그래
프로 하는 일차함수의 식을 $y=mx-1$ 이라 하면

$$5=6m-1 \quad \therefore m=1$$

$$\therefore y=x-1$$

점 A(2a+1, b)가 $y=x-1$ 의 그래프 위의 점이므로

$$b=2a+1-1 \quad \therefore b=2a \quad \cdots ①$$

즉 두 점 A(2a+1, 2a), B(a-1, 4-2a)를 지나는

직선의 기울기가 8이므로

$$\frac{(4-2a)-2a}{(a-1)-(2a+1)}=8, \quad \frac{4-4a}{-a-2}=8$$

$$4-4a=-8a-16$$

$$\therefore a=-5$$

$$a=-5 \text{를 ①에 대입하면 } b=-10$$

따라서 점 A(-9, -10)이 $y=8x+n$ 의 그래프 위의 점이므로

$$-10 = -72 + n \quad \therefore n = 62$$

$$\therefore a + b + n = 47$$

답 ⑤

06 전략 점 P가 위치하는 변을 기준으로 x 의 값의 범위를 나누어 생각한다.

풀이 (1) 점 P가 매초 2 cm의 속력으로 x 초 동안 움직인 거리는 $2x$ cm이다.

(i) $11 < x \leq 14$ 일 때, 점 P가 \overline{CD} 위에 있으므로

$$\overline{PD} = 2(x - 11) \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \therefore y &= \frac{1}{2} \times \{2(x - 11)\} \times 10 \\ &= 10x - 110 \end{aligned}$$

(ii) $14 < x \leq 19$ 일 때, 점 P가 \overline{BC} 위에 있으므로

$$y = \frac{1}{2} \times 10 \times 6 = 30$$

(iii) $19 < x < 22$ 일 때, 점 P가 \overline{AB} 위에 있으므로

$$\overline{PB} = 2(x - 19) \text{ cm}$$

$$\therefore \overline{AP} = 6 - 2(x - 19) = 44 - 2x \text{ (cm)}$$

$$\begin{aligned} \therefore y &= \frac{1}{2} \times (44 - 2x) \times 10 \\ &= 220 - 10x \end{aligned}$$

이상에서

$$y = \begin{cases} 10x - 110 & (11 < x \leq 14) \\ 30 & (14 < x \leq 19) \\ 220 - 10x & (19 < x < 22) \end{cases} \quad \cdots \textcircled{1}$$

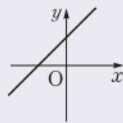
(2) $x = 20$ 을 $y = 220 - 10x$ 에 대입하면

$$y = 220 - 200 = 20$$

따라서 $\triangle APD$ 의 넓이는 20 cm^2 이다. $\cdots \textcircled{2}$

답 풀이 참조

채점 기준	비율
① $11 < x < 22$ 일 때, y 를 x 의 식으로 나타낼 수 있다.	70%
② 20초 후의 $\triangle APD$ 의 넓이를 구할 수 있다.	30%



$$\begin{aligned} b = -10 \text{을 } -\frac{a}{b} &= -\frac{1}{5} \text{에 대입하면} \\ \frac{a}{10} &= -\frac{1}{5} \\ \therefore a &= -2 \end{aligned}$$

- ① 두 그래프가 평행하다.
→ 기울기는 같고, y 절편은 다르다.
② 두 그래프가 y 축에서 만난다.
→ y 절편이 같다.

$$\begin{aligned} \frac{b}{a} - 1 &= 6 \text{에서 } \frac{b}{a} = 7 \\ \therefore b &= 7a \\ &= 7 \times \left(-\frac{3}{4}\right) \\ &= -\frac{21}{4} \end{aligned}$$

x 좌표도 같으면 두 점은 같은 점이 된다.

2 일차함수와 일차방정식의 관계

개념 & 핵심 기출

본책 100~103쪽

01 $3x - 2y + 1 = 0$ 에서 $y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$

(ㄱ) $x = 0$ 일 때, $y = \frac{1}{2}$

따라서 y 절편은 $\frac{1}{2}$ 이다.

(ㄴ) $y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$ 의 그래프와 기울기가 같으므로 평행하다.

(ㄷ) 기울기가 양수이고 y 절편도 양수이므로 제 4사분면을 지나지 않는다.

(ㄹ) $5 = \frac{3}{2} \times 3 + \frac{1}{2}$

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ), (ㄹ)이다.

답 (ㄱ), (ㄴ), (ㄹ)

02 $ax + by + 5 = 0$ 에서 $y = -\frac{a}{b}x - \frac{5}{b}$

이 그래프의 기울기가 $-\frac{1}{5}$, y 절편이 $\frac{1}{2}$ 이므로

$$-\frac{a}{b} = -\frac{1}{5}, -\frac{5}{b} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore a = -2, b = -10$$

$$\therefore ab = 20$$

답 20

03 $3x + ay - b = 0$ 에서 $y = -\frac{3}{a}x + \frac{b}{a}$

이 그래프를 y 축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = -\frac{3}{a}x + \frac{b}{a} - 1$$

따라서 $-\frac{3}{a} = 4, \frac{b}{a} - 1 = 6$ 이므로

$$a = -\frac{3}{4}, b = -\frac{21}{4}$$

$$\therefore a + b = -6$$

답 -6

04 (1) 두 점의 x 좌표는 다르고 y 좌표는 같아야 하므로

$$3 - 2a \neq a - 9, 7b = 5b + 2$$

$$-3a \neq -12, 2b = 2$$

$$\therefore a \neq 4, b = 1$$

(2) 두 점의 x 좌표는 같고 y 좌표는 달라야 하므로

$$3 - 2a = a - 9, 7b \neq 5b + 2$$

$$\therefore a = 4, b \neq 1$$

답 (1) $a \neq 4, b = 1$ (2) $a = 4, b \neq 1$

05 주어진 그래프는 점 $(-3, 0)$ 을 지나고 y 축에 평행한 직선이므로 그 그래프의 식은 $x = -3$

$$\therefore -\frac{1}{3}x - 1 = 0$$

이 식이 $ax + by - 1 = 0$ 과 일치해야 하므로

$$a = -\frac{1}{3}, b = 0$$

$$\therefore a - b = -\frac{1}{3}$$

답 $-\frac{1}{3}$

06 $5x + 3 = 0$ 에서 $x = -\frac{3}{5}$

직선 $x = -\frac{3}{5}$ 에 수직이고 점 $(-7, 3)$ 을 지나는 직선의 방정식은 $y = 3$

따라서 방정식 $y = 3$ 의 그래프가 지나는 사분면은 제1사분면, 제2사분면이다.

답 제1사분면, 제2사분면

07 $x + ay + b = 0$ 에서 $y = -\frac{1}{a}x - \frac{b}{a}$

주어진 그래프에서 $-\frac{1}{a} < 0, -\frac{b}{a} > 0$ 이므로

$$a > 0, b < 0$$

답 ②

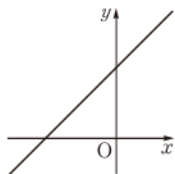
08 $ax - by - c = 0$ 에서 $y = \frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$

$a < 0, b < 0, c > 0$ 이므로

$$\frac{a}{b} > 0, -\frac{c}{b} > 0$$

따라서 $ax - by - c = 0$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제4사분면을 지나지 않는다.

답 제4사분면



09 $ax - by + 4 = 0$ 의 그래프가 x 축에 수직이므로

$$b = 0 \therefore x = -\frac{4}{a}$$

이 방정식의 그래프가 제2사분면과 제3사분면을 지나려면

$$-\frac{4}{a} < 0 \therefore a > 0$$

답 ③

10 (i) 직선 $y = ax - 1$ 이 점 A를 지날 때,

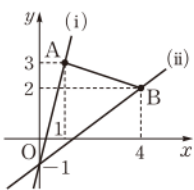
$$3 = a - 1 \therefore a = 4$$

(ii) 직선 $y = ax - 1$ 이 점 B를 지날 때,

$$2 = 4a - 1 \therefore a = \frac{3}{4}$$

(i), (ii)에서 $\frac{3}{4} \leq a \leq 4$

답 $\frac{3}{4} \leq a \leq 4$



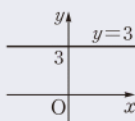
방정식 $y = k$ 의 그래프

① $k > 0$ 이면

→ 제1사분면과 제2사분면을 지난다.

② $k < 0$ 이면

→ 제3사분면과 제4사분면을 지난다.



연립일차방정식의 해

→ 두 일차방정식의 그래프의 교점의 좌표

$$\begin{cases} x + 2y + 1 = 0 \dots \textcircled{1} \\ 4x - 5y - 9 = 0 \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

① $\times 4 - \textcircled{2}$ 을 하면

$$13y + 13 = 0$$

$$\therefore y = -1$$

$y = -1$ 을 ①에 대입하면

$$x - 2 + 1 = 0$$

$$\therefore x = 1$$

직선 $y = ax - 1$ 은 a 의 값에 관계없이 항상 점 $(0, -1)$ 을 지난다.

11 (i) 직선 $y = -3x + k$ 가 점 A를 지날 때,

$$\frac{3}{2} = 3 + k \therefore k = -\frac{3}{2}$$

(ii) 직선 $y = -3x + k$ 가 점 B를 지날 때,

$$3 = -6 + k \therefore k = 9$$

(i), (ii)에서 $-\frac{3}{2} \leq k \leq 9$

따라서 k 의 값이 될 수 없는 것은 ①이다.

답 ①

12 (i) 직선 $y = mx$ 가 점 B를 지날 때,

$$3 = \frac{2}{3}m$$

$$\therefore m = \frac{9}{2}$$

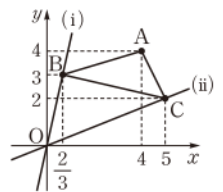
(ii) 직선 $y = mx$ 가 점 C를 지날 때,

$$2 = 5m \therefore m = \frac{2}{5}$$

(i), (ii)에서 $\frac{2}{5} \leq m \leq \frac{9}{2}$

답 $\frac{2}{5} \leq m \leq \frac{9}{2}$

참고 직선 OA의 기울기는 직선 OB의 기울기보다 작고 직선 OC의 기울기보다 크므로 직선 $y = mx$ 가 점 A를 지나는 경우는 생각하지 않아도 된다.



13 연립방정식 $\begin{cases} x + 2y + 1 = 0 \\ 4x - 5y - 9 = 0 \end{cases}$ 의 해는

$$x = 1, y = -1$$

따라서 두 그래프의 교점의 좌표는 $(1, -1)$ 이므로

$$a = 1, b = -1$$

$$\therefore a - b = 2$$

답 ④

14 연립방정식 $\begin{cases} 2x + 6y - 3 = 0 \\ 2x + y - 8 = 0 \end{cases}$ 의 해는

$$x = \frac{9}{2}, y = -1$$

따라서 두 직선의 교점의 좌표는 $(\frac{9}{2}, -1)$ 이므로

점 $(\frac{9}{2}, -1)$ 을 지나고 x 축에 평행한 직선의 방정식은

$$y = -1$$

답 $y = -1$

15 (1) 두 직선의 교점의 좌표가 $(3, 1)$ 이므로 연립방정식의 해는

$$x = 3, y = 1$$

(2) $x = 3, y = 1$ 을 $ax + y = -2$ 에 대입하면

$$3a + 1 = -2 \therefore a = -1$$

$$x = 3, y = 1$$
을 $by + x = 7$ 에 대입하면

$$b+3=7 \quad \therefore b=4$$

$$\text{답 (1) } x=3, y=1 \quad (2) a=-1, b=4$$

16 연립방정식 $\begin{cases} 5x-2y-7=0 \\ 2x+y-10=0 \end{cases}$ 의 해는

$$x=3, y=4$$

즉 두 직선 $5x-2y-7=0$, $2x+y-10=0$ 의 교점의 좌표는 $(3, 4)$

따라서 직선 $3x+ay-1=0$ 이 점 $(3, 4)$ 를 지나므로

$$9+4a-1=0 \quad \therefore a=-2$$

답 -2

17 연립방정식 $\begin{cases} x+6y=-1 \\ 3x+2y=5 \end{cases}$ 의 해는

$$x=2, y=-\frac{1}{2}$$

즉 두 직선 $x+6y=-1$, $3x+2y=5$ 의 교점의 좌표는

$$(2, -\frac{1}{2})$$

따라서 직선 $ax-4y=3$ 이 점 $(2, -\frac{1}{2})$ 을 지나므로

$$2a+2=3 \quad \therefore a=\frac{1}{2}$$

또 직선 $5x-by=7$ 이 점 $(2, -\frac{1}{2})$ 을 지나므로

$$10+\frac{1}{2}b=7 \quad \therefore b=-6$$

$$\therefore ab=-3$$

답 ①

18 세 직선 중 어느 두 직선도 평행하지 않으므로 세 직선에 의하여 삼각형이 만들어지지 않는 경우는 세 직선이 한 점에서 만날 때이다.

연립방정식 $\begin{cases} 2x-4y+3=0 \\ x+5y-9=0 \end{cases}$ 의 해는

$$x=\frac{3}{2}, y=\frac{3}{2}$$

즉 두 직선 $2x-4y+3=0$, $x+5y-9=0$ 의 교점의 좌

표는 $(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$

따라서 직선 $3x-y+3a=0$ 이 점 $(\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$ 을 지나므로

$$\frac{9}{2}-\frac{3}{2}+3a=0, \quad 3a=-3$$

$$\therefore a=-1$$

답 -1

19 $ax+5y+3=0$ 에서 $y=-\frac{a}{5}x-\frac{3}{5}$

$$2x-y+b=0$$
에서 $y=2x+b$

해가 무수히 많으려면 두 그래프가 일치해야 하므로

$$-\frac{a}{5}=2, -\frac{3}{5}=b \quad \therefore a=-10, b=-\frac{3}{5}$$

연립일차방정식의 해가 없다.

→ 두 일차방정식의 그래프가 평행하다.

→ 두 일차방정식의 그래프의 기울기가 같고, y절편은 다르다.

$$\begin{cases} x+6y=-1 & \cdots \text{㉠} \\ 3x+2y=5 & \cdots \text{㉡} \end{cases}$$

㉠-㉡×3을 하면

$$-8x=-16$$

$$\therefore x=2$$

$x=2$ 를 ㉠에 대입하면

$$2+6y=-1$$

$$\therefore y=-\frac{1}{2}$$

$$\frac{a-3}{4a}=10$$
에서

$$a-3=4a$$

$$\therefore a=-1$$

$$\frac{3}{4a}=-\frac{b}{3}$$
에서

$$\frac{3}{-4}=-\frac{b}{3}$$

$$\therefore b=\frac{9}{4}$$

연립일차방정식의 해가 무수히 많다.

→ 두 일차방정식의 그래프가 일치한다.

→ 두 일차방정식의 그래프의 기울기와 y절편이 각각 같다.

$$x=2$$
를 $y=\frac{5}{4}x$ 에 대입

$$\text{하면 } y=\frac{5}{2}$$

$$\therefore ab=6$$

답 6

다른풀이 $\begin{cases} ax+5y+3=0 \\ 2x-y+b=0 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} ax+5y+3=0 \\ -10x+5y-5b=0 \end{cases}$ 의

해가 무수히 많으려면

$$a=-10, 3=-5b$$

$$\therefore a=-10, b=-\frac{3}{5}$$

20 $3ax+2ay=1$ 에서 $y=-\frac{3}{2}x+\frac{1}{2a}$

$$bx-4y=6$$
에서 $y=\frac{b}{4}x-\frac{3}{2}$

해가 존재하지 않으려면 두 그래프가 평행해야 하므로

$$-\frac{3}{2}=\frac{b}{4}, \frac{1}{2a} \neq -\frac{3}{2}$$

$$\therefore a \neq -\frac{1}{3}, b=-6$$

$$\text{답 } a \neq -\frac{1}{3}, b=-6$$

21 $3x-4ay+a-3=0$ 에서 $y=\frac{3}{4a}x+\frac{1}{4}-\frac{3}{4a}$

$$bx+3y-3=0$$
에서 $y=-\frac{b}{3}x+1$

두 그래프의 교점이 무수히 많으려면 두 그래프가 일치해야 하므로

$$\frac{3}{4a}=-\frac{b}{3}, \frac{1}{4}-\frac{3}{4a}=1$$

$$\therefore a=-1, b=\frac{9}{4}$$

따라서 직선 $y=-x+\frac{9}{4}$ 는 제3사분면을 지나지 않는다.

답 제3사분면

22 $2x+4=0$ 에서

$$x=-2$$

$$3y-12=0$$
에서 $y=4$

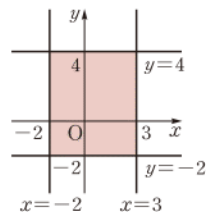
따라서 네 직선 $x=3, y=-2,$

$x=-2, y=4$ 는 오른쪽 그림과

같으므로 구하는 넓이는

$$(3+2) \times (4+2)=30$$

답 30



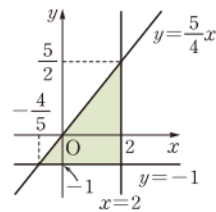
23 두 직선 $y=\frac{5}{4}x$ 와 $x=2$ 의

교점의 좌표는

$$(2, \frac{5}{2})$$

두 직선 $y=\frac{5}{4}x$ 와 $y=-1$ 의

교점의 좌표는



$$\left(-\frac{4}{5}, -1\right)$$

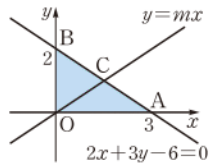
따라서 구하는 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \left(2 + \frac{4}{5}\right) \times \left(\frac{5}{2} + 1\right) = \frac{49}{10}$$

답 $\frac{49}{10}$

24 직선 $2x+3y-6=0$ 이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A, B라 하면 A(3, 0), B(0, 2)

$$\therefore \triangle OAB = \frac{1}{2} \times 3 \times 2 = 3$$



두 직선 $2x+3y-6=0$ 과 $y=mx$ 의 교점을 C라 하면

$$\triangle OAC = \frac{1}{2} \triangle OAB$$

즉 점 C의 y 좌표를 a 라 하면

$$\frac{1}{2} \times 3 \times a = \frac{3}{2} \quad \therefore a = 1$$

$y=1$ 을 $2x+3y-6=0$ 에 대입하면

$$2x+3-6=0 \quad \therefore x = \frac{3}{2} \quad \therefore C\left(\frac{3}{2}, 1\right)$$

따라서 직선 $y=mx$ 가 점 $\left(\frac{3}{2}, 1\right)$ 을 지나므로

$$1 = \frac{3}{2}m \quad \therefore m = \frac{2}{3}$$

답 $\frac{2}{3}$

만점 도전을 위한 고난도 문제

본책 104~106쪽

01 전략 $y=ax+b$ 의 그래프가 원점을 지날 때와 x 축에 평행할 때의 기울기를 각각 구한다.

풀이 (i) $y=ax+b$ 의 그래프가 원

점을 지날 때, $b=0$

따라서 직선 $y=ax$ 가 점

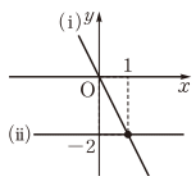
(1, -2)를 지나므로

$$a = -2$$

(ii) $y=ax+b$ 의 그래프가 x 축에 평행할 때, $a=0$

(i), (ii)에서 $-2 \leq a \leq 0$ 이므로 정수 a 는 -2, -1, 0의 3개이다.

답 3



02 전략 일차방정식 $x+ay+b=0$ 의 그래프는 직선 l 과 기울기가 같고, 직선 m 과 y 절편이 같다.

풀이 직선 l 은 두 점 (0, 4), (5, 0)을 지나므로

$$(기울기) = \frac{0-4}{5-0} = -\frac{4}{5}$$

직선 m 의 y 절편은 2

따라서 $x+ay+b=0$, 즉 $y = -\frac{1}{a}x - \frac{b}{a}$ 의 그래프의

기울기가 $-\frac{4}{5}$, y 절편이 2이므로

$$-\frac{1}{a} = -\frac{4}{5}, -\frac{b}{a} = 2$$

$y=-1$ 을 $y=\frac{5}{4}x$ 에 대입하면 $x=-\frac{4}{5}$

$a=\frac{5}{4}$ 이므로

$-\frac{b}{a}=2$ 에서

$$b = -2a$$

$$= -2 \times \frac{5}{4}$$

$$= -\frac{5}{2}$$

직선 $2x+3y-6=0$ 의 x 절편은 3, y 절편은 2이다.

$$\therefore a = \frac{5}{4}, b = -\frac{5}{2}$$

$$\therefore a+b = -\frac{5}{4}$$

답 ③

03 전략 x 축에 수직인 직선 위의 두 점의 x 좌표는 같고, y 축에 수직인 직선 위의 두 점의 y 좌표는 같음을 이용한다.

풀이 두 점 $(3a-1, 3)$, $(2b+4, 7)$ 을 지나는 직선이 x 축에 수직이므로

$$3a-1=2b+4 \quad \therefore 3a-2b=5 \quad \cdots \textcircled{1}$$

두 점 $(-2, a-b)$, $(-3, 3-a)$ 를 지나는 직선이 y 축에 수직이므로

$$a-b=3-a \quad \therefore 2a-b=3 \quad \cdots \textcircled{2} \quad \cdots \textcircled{1}$$

$\textcircled{1}-\textcircled{2} \times 2$ 를 하면

$$-a = -1 \quad \therefore a = 1$$

$a=1$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$2-b=3 \quad \therefore b=-1 \quad \cdots \textcircled{2}$$

$$\therefore a+b=0 \quad \cdots \textcircled{3}$$

답 0

채점 기준	비율
① a, b 에 대한 방정식을 세울 수 있다.	40%
② a, b 의 값을 구할 수 있다.	40%
③ $a+b$ 의 값을 구할 수 있다.	20%

04 전략 주어진 그래프가 향하는 방향과 y 축과 만나는 부호를 이용하여 기울기와 y 절편의 부호를 알아본다.

풀이 $ax+by+c=0$ 에서 $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$ 이므로

$$-\frac{a}{b} < 0, -\frac{c}{b} < 0 \quad \therefore \frac{a}{b} > 0, \frac{c}{b} > 0$$

따라서 $bx-cy+a=0$, 즉 $y = \frac{b}{c}x + \frac{a}{c}$ 에서

$$\frac{b}{c} > 0, \frac{a}{c} > 0$$

이므로 $bx-cy+a=0$ 의 그래프로 알맞은 것은 ①이다.

답 ①

05 전략 주어진 그래프는 원점을 지나고 기울기가 음수인 직선이다.

풀이 $ax+2by-3c=0$ 에서 $y = -\frac{a}{2b}x + \frac{3c}{2b}$ 이므로

$$-\frac{a}{2b} < 0, \frac{3c}{2b} = 0 \quad \therefore \frac{a}{b} > 0, c = 0$$

따라서 $bx-cy-2a=0$ 에서

$$bx-2a=0 \quad \therefore x = \frac{2a}{b}$$

이때 $\frac{a}{b} > 0$ 에서 $\frac{2a}{b} > 0$ 이므로 $x = \frac{2a}{b}$ 의 그래프는 제 1 사분면과 제 4 사분면을 지난다.

답 제 1 사분면, 제 4 사분면

06 전략 직선 $x-y-7a=0$ 이 직선 l 과 x 축, y 축의 교점을 각각 지날 때를 생각해 본다.

풀이 (i) 직선 $x-y-7a=0$ 이

점 $(9, 0)$ 을 지날 때,

$$9-7a=0$$

$$\therefore a=\frac{9}{7}$$

(ii) 직선 $x-y-7a=0$ 이

점 $(0, 6)$ 을 지날 때,

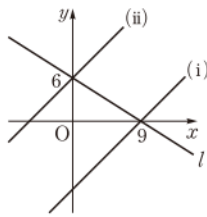
$$-6-7a=0 \quad \therefore a=-\frac{6}{7}$$

(i), (ii)에서 $-\frac{6}{7} < a < \frac{9}{7}$

답 ④

참고 $a=\frac{9}{7}$ 이면 x 축에서 만나고, $a=-\frac{6}{7}$ 이면 y 축에서 만난다.

따라서 제1사분면에서 만나지 않는다.



07 전략 주어진 직선이 m 의 값에 관계없이 항상 지나는 점의 좌표를 먼저 구한다.

풀이 직선 $mx-y=m+1$ 은 m 의 값에 관계없이 항상 점 $(1, -1)$ 을 지난다.

(i) 직선 $y=mx-m-1$ 이 점

C를 지날 때,

$$2=3m-m-1$$

$$\therefore m=\frac{3}{2}$$

(ii) 직선 $y=mx-m-1$ 이

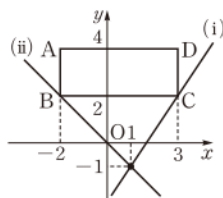
점 B를 지날 때,

$$2=-2m-m-1 \quad \therefore m=-1$$

(i), (ii)에서 $m \leq -1$ 또는 $m \geq \frac{3}{2}$

답 $m \leq -1$ 또는 $m \geq \frac{3}{2}$

$mx-y=m+1$ 에서
 $mx-m-y-1=0$
 $m(x-1)-(y+1)=0$
 이므로 m 의 값에 관계없이 항상 점 $(1, -1)$ 을 지난다.



채점 기준	비율
① 주어진 직선이 m 의 값에 관계없이 항상 지나는 점의 좌표를 구할 수 있다.	30%
② 직선이 점 B와 점 C를 지날 때의 m 의 값을 각각 구할 수 있다.	50%
③ m 의 값의 범위를 구할 수 있다.	20%

만점 비법

직선 $y=mx-m-1$ 이 사각형 ABCD와 만나려면 직선 (i)의 기울기보다 크거나 같고, 직선 (ii)의 기울기보다 작거나 같아야 한다.

m 의 값의 범위가 $-1 \leq m \leq \frac{3}{2}$ 이 아님에 주의한다.

08 전략 두 직선 $x-2y+3=0$ 과 $y=1$, $x=3$ 과 $y=1$ 의 교점을 먼저 구한다.

$y=ax-2$ 의 그래프는 a 의 값에 관계없이 항상 점 $(0, -2)$ 를 지난다.

풀이 두 직선 $x-2y+3=0$,
 $y=1$ 의 교점의 좌표는

$$(-1, 1)$$

두 직선 $x=3$, $y=1$ 의 교점의
 좌표는

$$(3, 1)$$

(i) $y=ax-2$ 의 그래프가 점 $(-1, 1)$ 을 지날 때,

$$1=-a-2 \quad \therefore a=-3$$

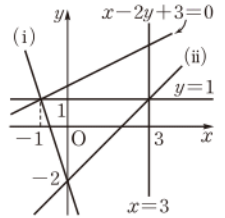
(ii) $y=ax-2$ 의 그래프가 점 $(3, 1)$ 을 지날 때,

$$1=3a-2 \quad \therefore a=1$$

(i), (ii)에서

$$-3 < a < 0 \text{ 또는 } 0 < a < 1$$

답 $-3 < a < 0$ 또는 $0 < a < 1$



채점 기준	비율
① 두 직선 $x-2y+3=0$ 과 $y=1$, $x=3$ 과 $y=1$ 의 교점의 좌표를 각각 구할 수 있다.	40%
② $y=ax-2$ 의 그래프가 점 $(-1, 1)$, $(3, 1)$ 을 지날 때의 a 의 값을 각각 구할 수 있다.	40%
③ a 의 값의 범위를 구할 수 있다.	20%

09 전략 점 (p, q) 가 직선 $y=ax+b$ 위에 있다.

② $q=ap+b$

풀이 두 직선 $3x-2y+a=0$, $4x-y-a+1=0$ 의 교점이 직선 $y=2x+1$ 위에 있으므로 교점의 좌표를 $(k, 2k+1)$ 이라 하면

$$\begin{cases} 3k-2(2k+1)+a=0 \\ 4k-(2k+1)-a+1=0 \end{cases}$$

$$\text{즉 } \begin{cases} a-k=2 \\ -a+2k=0 \end{cases}$$

위의 연립방정식의 해는

$$a=4, k=2$$

이므로 구하는 교점의 좌표는

$$(2, 5)$$

답 4, (2, 5)

채점 기준	비율
① 교점의 좌표를 $(k, 2k+1)$ 이라 할 수 있다.	20%
② a, k 의 값을 구할 수 있다.	50%
③ 교점의 좌표를 구할 수 있다.	30%

다른풀이 연립방정식 $\begin{cases} 3x-2y+a=0 \\ 4x-y-a+1=0 \end{cases}$ 의 해는

$$x=\frac{3a-2}{5}, y=\frac{7a-3}{5}$$

즉 두 직선 $3x-2y+a=0$, $4x-y-a+1=0$ 의 교점의 좌표는

$$\left(\frac{3a-2}{5}, \frac{7a-3}{5}\right)$$

이 점이 직선 $y=2x+1$ 위에 있으므로

$$\frac{7a-3}{5} = 2\left(\frac{3a-2}{5}\right) + 1$$

$$7a-3=6a-4+5$$

$$\therefore a=4$$

따라서 교점의 좌표는 $(2, 5)$

10 전략 삼각형의 꼭짓점은 두 직선의 교점임을 이용한다.

풀이 점 $(0, -3)$ 은 직선 $bx-y+3=0$ 위의 점이 아니

므로 점 $(0, -3)$ 은 두 직선 $x-2y+a=0$,

$cx-dy-2=0$ 의 교점이다.

$x=0, y=-3$ 을 $x-2y+a=0, cx-dy-2=0$ 에 각각 대입하면

$$6+a=0, 3d-2=0$$

$$\therefore a=-6, d=\frac{2}{3}$$

또 점 $(-1, 4)$ 는 직선 $x-2y-6=0$ 위의 점이 아니

므로 점 $(-1, 4)$ 는 두 직선 $bx-y+3=0$,

$cx-\frac{2}{3}y-2=0$ 의 교점이다.

$x=-1, y=4$ 를 $bx-y+3=0, cx-\frac{2}{3}y-2=0$ 에 각각 대입하면

$$-b-4+3=0, -c-\frac{8}{3}-2=0$$

$$\therefore b=-1, c=-\frac{14}{3}$$

$$\therefore abcd = -\frac{56}{3}$$

답 ①

11 전략 세 직선에 의하여 삼각형이 만들어지지 않으려면 적어도 두 직선이 평행하거나 세 직선이 한 점에서 만나야 한다.

풀이 연립방정식 $\begin{cases} y=x+1 \\ y=2x-1 \end{cases}$ 의 해는

$$x=2, y=3$$

이므로 두 직선 $y=x+1, y=2x-1$ 의 교점의 좌표는 $(2, 3)$

(i) 두 직선 $y=ax-2, y=x+1$ 이 평행할 때,

$$a=1$$

(ii) 두 직선 $y=ax-2, y=2x-1$ 이 평행할 때,

$$a=2$$

(iii) 직선 $y=ax-2$ 가 점 $(2, 3)$ 을 지날 때,

$$3=2a-2 \quad \therefore a=\frac{5}{2}$$

이상에서 구하는 합은

$$1+2+\frac{5}{2}=\frac{11}{2}$$

답 ④

$$\left(\frac{3 \times 4 - 2}{5}, \frac{7 \times 4 - 3}{5}\right)$$

$x=0, y=-3$ 을
 $bx-y+3=0$ 에 대입
하면
 $3+3 \neq 0$

$\begin{cases} x+2y=-4 & \dots \textcircled{1} \\ 3x-y=2 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$
 $\textcircled{1} + \textcircled{2} \times 2$ 를 하면
 $7x=0 \quad \therefore x=0$
 $x=0$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면
 $-y=2 \quad \therefore y=-2$

$x=-1, y=4$ 를
 $x-2y-6=0$ 에 대입
하면
 $-1-8-6 \neq 0$

12 전략 세 직선이 각각 서로 다른 두 점에서 만나려면 세 직선이 서로 평행하지 않고, 한 점에서 만나지 않아야 한다.

풀이 연립방정식 $\begin{cases} x+2y=-4 \\ 3x-y=2 \end{cases}$ 의 해는

$$x=0, y=-2$$

즉 두 직선 $x+2y=-4, 3x-y=2$ 의 교점의 좌표는 $(0, -2)$ 이다.

$x+2y=-4$ 에서

$$y = -\frac{1}{2}x - 2 \quad \dots \textcircled{1}$$

$3x-y=2$ 에서

$$y = 3x - 2 \quad \dots \textcircled{2}$$

$(2a-1)x - (3a-2)y = 2$ 에서

$$y = \frac{2a-1}{3a-2}x - \frac{2}{3a-2} \quad \dots \textcircled{3}$$

(i) 두 직선 $\textcircled{1}, \textcircled{3}$ 이 평행하지 않아야 하므로

$$\frac{2a-1}{3a-2} \neq -\frac{1}{2}, \quad -4a+2 \neq 3a-2$$

$$\therefore a \neq \frac{4}{7}$$

(ii) 두 직선 $\textcircled{2}, \textcircled{3}$ 이 평행하지 않아야 하므로

$$\frac{2a-1}{3a-2} \neq 3, \quad 2a-1 \neq 9a-6$$

$$\therefore a \neq \frac{5}{7}$$

(iii) 세 직선이 한 점에서 만나지 않을 때,

직선 $\textcircled{3}$ 이 점 $(0, -2)$ 를 지나지 않아야 하므로

$$-(3a-2) \times (-2) \neq 2$$

$$6a-4 \neq 2 \quad \therefore a \neq 1$$

이상에서 a 의 값이 될 수 없는 수는 $\frac{4}{7}, \frac{5}{7}, 1$ 이다.

답 $\frac{4}{7}, \frac{5}{7}, 1$

13 전략 서로 다른 세 직선에 의하여 좌표평면이 네 부분으로 나뉘려면 세 직선이 모두 평행해야 한다.

풀이 $3ax-y+2=0$ 에서

$$y=3ax+2$$

$x+2by-3=0$ 에서

$$y = -\frac{1}{2b}x + \frac{3}{2b}$$

$2x-y+5=0$ 에서

$$y=2x+5$$

따라서 $3a = -\frac{1}{2b} = 2$ 이므로

$$a = \frac{2}{3}, b = -\frac{1}{4}$$

$$\therefore ab = -\frac{1}{6}$$

답 $-\frac{1}{6}$

만점 비법

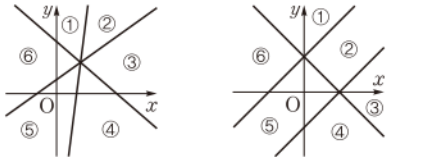
세 직선에 의하여 좌표평면이 나뉘는 경우

① 네 부분으로 나뉠 때

→ 세 직선이 모두 평행하다.

② 여섯 부분으로 나뉠 때

→ 세 직선이 한 점에서 만나거나
세 직선 중 두 직선만이 평행하다.



14 전략 주어진 그래프의 기울기와 y절편을 비교한다.

풀이 (ㄱ) $2ax - 2y + 2b = 0$ 에서 $y = ax + b$ 이므로

$y = ax + b$ 와 $2ax - 2y + 2b = 0$ 의 그래프는 일치한다.

(ㄴ) $abc \neq 0$ 이므로 $ax + by + c = 0$ 은 $x = k$ 꼴이 될 수 없다.

따라서 두 방정식 $x = p$, $ax + by + c = 0$ 의 그래프는 항상 한 점에서 만나므로 주어진 연립방정식의 해는 항상 1개이다.

(ㄷ) 두 일치함수 $y = ax + b$, $y = -ax - b$ 의 그래프는 한 점에서 만난다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ)이다.

답 ④

참고 (ㄴ) $b = 0$ 일 때, $ax + by + c = 0$ 에서 $x = -\frac{c}{a}$ 이므로 주

어진 연립방정식은 $\begin{cases} x = p \\ x = -\frac{c}{a} \end{cases}$

(i) $-\frac{c}{a} = p$ 일 때, 해가 무수히 많다.

(ii) $-\frac{c}{a} \neq p$ 일 때, 해가 없다.

15 전략 두 직선이 2개 이상의 점에서 만나면 두 직선은 일치한다.

풀이 두 직선 $ax + 3y = 2x$, $4x - y + 3 = ax + 3$ 이 점 $(0, 0)$ 이외의 점에서도 만나므로 두 직선은 일치한다.

→ ①

$$ax + 3y = 2x \text{에서 } y = \frac{1}{3}(2-a)x$$

$$4x - y + 3 = ax + 3 \text{에서 } y = (4-a)x$$

따라서 $\frac{1}{3}(2-a) = 4-a$ 이므로

$$2-a = 12-3a, \quad 2a = 10$$

$$\therefore a = 5$$

→ ②

따라서 연립방정식 $\begin{cases} x+2y+1=0 \\ kx+4y+3=0 \end{cases}$ 즉

$$\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2} \\ y = -\frac{k}{4}x - \frac{3}{4} \end{cases} \text{의 해가 존재하지 않아야 하므로}$$

$$-\frac{1}{2} = -\frac{k}{4} \quad \therefore k = 2$$

→ ③

답 2

채점 기준

비율

① 두 직선이 일치함을 알 수 있다.	20%
② a의 값을 구할 수 있다.	40%
③ k의 값을 구할 수 있다.	40%

16 전략 세 직선의 교점의 좌표를 구한다.

풀이 직선 $y = ax + 8$ 이 점 $(4, 0)$

을 지나므로

$$0 = 4a + 8 \quad \therefore a = -2$$

두 직선 $y = 2x + 4$, $y = 2$ 의 교점의 좌표는

$$(-1, 2)$$

두 직선 $y = 2$, $y = -2x + 8$ 의 교점의 좌표는

$$(3, 2)$$

연립방정식 $\begin{cases} y = 2x + 4 \\ y = -2x + 8 \end{cases}$ 의 해는 $x = 1, y = 6$ 이므로

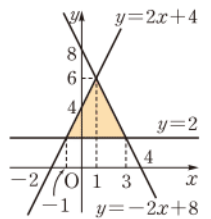
두 직선 $y = 2x + 4$, $y = -2x + 8$ 의 교점의 좌표는

$$(1, 6)$$

따라서 구하는 넓이는

$$\frac{1}{2} \times (3+1) \times (6-2) = 8$$

답 ①



만점 비법

삼각형의 넓이를 구하려면 밑변의 길이와 높이를 알아야 하므로 삼각형의 세 꼭짓점의 좌표를 먼저 구해야 한다.

17 전략 주어진 네 직선으로 둘러싸인 도형은 직사각형을 이용한다.

풀이 $2x + 4a = 0$ 에서 $x = -2a$

$$3x - 12a = 0 \text{에서 } x = 4a$$

$$y + 3 = 0 \text{에서 } y = -3$$

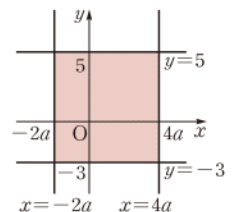
$$4y - 20 = 0 \text{에서 } y = 5$$

이때 네 직선 $x = -2a$, $x = 4a$, $y = -3$, $y = 5$ 로 둘러싸인 도형의 넓이가 56이므로 오른쪽 그림에서

$$\{4a - (-2a)\} \times \{5 - (-3)\} = 56$$

$$48a = 56 \quad \therefore a = \frac{7}{6}$$

답 $\frac{7}{6}$



18 전략 세 점 A, B, C의 좌표를 먼저 구한다.

풀이 연립방정식 $\begin{cases} y=3x+3 \\ y=-2x+4 \end{cases}$

의 해는 $x=\frac{1}{5}, y=\frac{18}{5}$ 이므로

$$A\left(\frac{1}{5}, \frac{18}{5}\right)$$

두 직선 $y=3x+3$,

$y=-2x+4$ 의 x 절편은 각각 $-1, 2$ 이므로

$$B(-1, 0), C(2, 0)$$

이때 점 A를 지나는 직선이 $\triangle ABC$ 의 넓이를 이등분하

려면 선분 BC의 중점 $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ 을 지나야 하므로 두 점

$\left(\frac{1}{5}, \frac{18}{5}\right), \left(\frac{1}{2}, 0\right)$ 을 지나는 직선의 기울기는

$$\frac{0 - \frac{18}{5}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{5}} = -12$$

구하는 직선의 방정식을 $y=-12x+b$ 라 하면 이 직선

이 점 $\left(\frac{1}{5}, \frac{18}{5}\right)$ 을 지나므로

$$0 = -6 + b \quad \therefore b = 6$$

$$\therefore y = -12x + 6$$

$$\text{답 } y = -12x + 6$$

다른풀이 $A\left(\frac{1}{5}, \frac{18}{5}\right)$ 이므로 $\triangle ABC$ 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times (2+1) \times \frac{18}{5} = \frac{27}{5}$$

구하는 직선의 방정식을 $y=ax+b$ 라 하면 이 직선이

점 $\left(\frac{1}{5}, \frac{18}{5}\right)$ 을 지나므로

$$\frac{18}{5} = \frac{a}{5} + b \quad \therefore a + 5b = 18 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

이때 직선 $y=ax+b$ 의 x 절편은 $-\frac{b}{a}$ 이고, 이 직선이

$\triangle ABC$ 의 넓이를 이등분하므로

$$\frac{1}{2} \times \left[2 - \left(-\frac{b}{a}\right)\right] \times \frac{18}{5} = \frac{1}{2} \times \frac{27}{5}$$

$$2 + \frac{b}{a} = \frac{3}{2}, \quad \frac{b}{a} = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore a = -2b \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면

$$a = -12, b = 6$$

19 전략 두 직선의 방정식에 $x=k, y=6$ 을 대입하여 k 의 값을 먼저 구한다.

풀이 두 직선 $y=ax+b$,

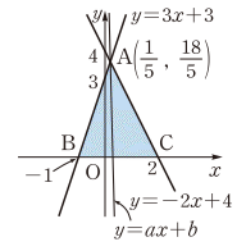
$y=-bx-a$ 의 교점의 좌표

가 $(k, 6)$ 이므로

$$6 = ak + b, 6 = -bk - a$$

위의 두 식을 변끼리 빼면

$$0 = (a+b)k + (a+b)$$



$$\begin{cases} y=3x+3 & \dots \textcircled{1} \\ y=-2x+4 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{을 하면}$$

$$0 = 5x - 1$$

$$\therefore x = \frac{1}{5}$$

$$x = \frac{1}{5} \text{을 } \textcircled{2} \text{에 대입하면}$$

$$y = \frac{3}{5} + 3 = \frac{18}{5}$$

$\overline{BC} = 2 - (-1) = 3$ 이므로 \overline{BC} 의 중점을 M이라 하면

$$\overline{BM} = \overline{CM} = \frac{3}{2}$$

즉 점 M의 x좌표는

$$2 - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$$

이므로 $M\left(\frac{1}{2}, 0\right)$

$$\therefore k = -1$$

이때 두 직선 $y=ax+b, y=-bx-a$ 의 y 절편은 각각 $b, -a$ 이므로 앞의 그림에서

$$\frac{1}{2} \times \{b - (-a)\} \times 1 = 6$$

$$\therefore a + b = 12 \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

또 직선 $y=ax+b$ 가 점 $(-1, 6)$ 을 지나므로

$$6 = -a + b \quad \dots\dots \textcircled{4}$$

$\textcircled{3}, \textcircled{4}$ 을 연립하여 풀면

$$a = 3, b = 9$$

따라서 두 직선 $y=3x+9, y=-9x-3$ 의 x 절편은 각

각 $-3, -\frac{1}{3}$ 이므로 두 직선과 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \left\{-\frac{1}{3} - (-3)\right\} \times 6 = 8 \quad \text{답 8}$$

최상위로 가는 최고 수준 문제

본책 107쪽

01 전략 주어진 그림에서 두 개의 직선의 기울기는 음수이고 나머지 한 개의 직선의 기울기는 양수임을 이용한다.

풀이 $ax-y+b=0$ 에서 $y=ax+b$

$$-x+by-(b-a)=0 \text{에서 } y=\frac{1}{b}x+\frac{b-a}{b}$$

$$ax-by+3=0 \text{에서 } y=\frac{a}{b}x+\frac{3}{b}$$

(i) $a < 0, \frac{1}{b} < 0$ 일 때,

$\frac{a}{b} > 0, \frac{3}{b} < 0$ 이므로 $y=\frac{a}{b}x+\frac{3}{b}$ 의 그래프는 직선 l 이 아니다.

(ii) $\frac{1}{b} < 0, \frac{a}{b} < 0$ 일 때,

$a > 0, b < 0$ 이므로 $y=ax+b$ 의 그래프는 직선 l 이 아니다.

(iii) $a < 0, \frac{a}{b} < 0$ 일 때,

$$a < 0, b > 0 \text{이므로 } \frac{1}{b} > 0, \frac{b-a}{b} > 0$$

즉 $y=\frac{1}{b}x+\frac{b-a}{b}$ 의 그래프는 직선 l 이다.

이때 $\frac{3}{b} > 0$ 이고, $b > 3$ 에서 $1 > \frac{3}{b}$ 이므로

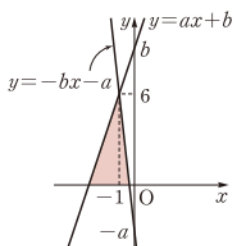
$$b > 3 > 1 > \frac{3}{b} \quad \therefore b > \frac{3}{b}$$

따라서 $y=ax+b$ 의 그래프는 직선 $m, y=\frac{a}{b}x+\frac{3}{b}$

의 그래프는 직선 n 이다.

이상에서 $\textcircled{1}-m, \textcircled{2}-l, \textcircled{3}-n$ 이다.

답 ②



$$a < 0, b > 0 \text{이므로}$$

$$b > a, \text{ 즉 } b-a > 0$$

$$\therefore \frac{b-a}{b} > 0$$

$b > 0$ 이므로 부등식의 양변을 b 로 나누어도 부등호의 방향은 바뀌지 않는다.

참고 주어진 그림에서

- ① 직선 l : (기울기) > 0 , (y 절편) > 0
- ② 직선 m, n : (기울기) < 0 , (y 절편) > 0
- ③ (직선 m 의 y 절편) $>$ (직선 n 의 y 절편)

다른풀이 세 직선 l, m, n 의 y 절편은 모두 양수이므로

$$b > 0, \frac{b-a}{b} > 0, \frac{3}{b} > 0$$

$$\therefore b > 0, b > a$$

따라서 $y = \frac{1}{b}x + \frac{b-a}{b}$ 의 그래프는 직선 l 이다.

한편 $b > 3$ 이므로 $\frac{3}{b} < 1$

$$\therefore b > 1 > \frac{3}{b}$$

즉 $y = ax + b$ 의 그래프의 y 절편이 $y = \frac{a}{b}x + \frac{3}{b}$ 의 그래프의 y 절편보다 크므로 $y = ax + b$ 의 그래프는 직선 m , $y = \frac{a}{b}x + \frac{3}{b}$ 의 그래프는 직선 n 이다.

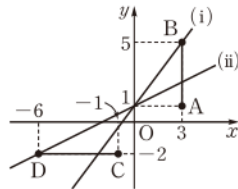
02 전략 직선 $y = ax + 1$ 은 a 의 값에 관계없이 항상 점 $(0, 1)$ 을 지난다.

풀이 (i) 직선 $y = ax + 1$ 이

점 B를 지날 때,

$$5 = 3a + 1$$

$$\therefore a = \frac{4}{3}$$



(ii) 직선 $y = ax + 1$ 이 점 D를 지날 때,

$$-2 = -6a + 1 \quad \therefore a = \frac{1}{2}$$

(i), (ii)에서 $\frac{1}{2} \leq a \leq \frac{4}{3}$ → ①

따라서 $M = \frac{4}{3}$, $m = \frac{1}{2}$ 이므로 $M + m = \frac{11}{6}$ → ②

답 $\frac{11}{6}$

채점 기준	비율
① a 의 값의 범위를 구할 수 있다.	70%
② $M + m$ 의 값을 구할 수 있다.	30%

참고 $a > \frac{4}{3}$ 이면 직선 $y = ax + 1$ 은 \overline{AB} 와 만나지 않고,
 $a < \frac{1}{2}$ 이면 직선 $y = ax + 1$ 은 \overline{CD} 와 만나지 않는다.

03 전략 네 점 A, B, C, D의 좌표를 한 문자의 식으로 나타낸다.

풀이 두 점 $(0, 0)$, $(2, 6)$ 을 지나는 직선의 방정식은

$$y = 3x$$

두 점 $(2, 6)$, $(6, 0)$ 을 지나는 직선의 방정식은

$$y = -\frac{3}{2}x + 9$$

점 (a, b) 와
 ① x 축에 대하여 대칭인 점의 좌표
 $\rightarrow (a, -b)$
 ② y 축에 대하여 대칭인 점의 좌표
 $\rightarrow (-a, b)$

$b \neq 0$ 이므로 양변을 b 로 나눈다.

$$\begin{aligned} y &= \frac{0-6}{6-2}(x-6) \\ &= -\frac{3}{2}(x-6) \\ &= -\frac{3}{2}x + 9 \end{aligned}$$

점 A는 직선 $y = 3x$ 위에 있으므로 $A(a, 3a)$ 라 하면 사각형 ABCD는 한 변의 길이가 $3a$ 인 정사각형이므로

$$B(a, 0), C(4a, 0), D(4a, 3a)$$

직선 $y = -\frac{3}{2}x + 9$ 가 점 D를 지나므로

$$3a = -6a + 9 \quad \therefore a = 1$$

따라서 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $3a = 3$ 이므로 구하는 둘레의 길이는

$$4 \times 3 = 12$$

답 12

04 전략 점 A와 y 축에 대하여 대칭인 점을 A' , 점 B와 x 축에 대하여 대칭인 점을 B' 이라 하면 $\overline{AQ} + \overline{QP} + \overline{PB} \geq \overline{A'B'}$ 임을 이용한다.

풀이 점 A(2, 6)과 y 축에 대하여 대칭인 점을 A' 이라 하면 $A'(-2, 6)$ 이고, 점 B(4, 3)과 x 축에 대하여 대칭인 점을 B' 이라 하면 $B'(4, -3)$ 이다.

오른쪽 그림에서 $\overline{AQ} = \overline{A'Q}$,

$\overline{PB} = \overline{PB'}$ 이므로

$\overline{AQ} + \overline{QP} + \overline{PB}$ 의 값 중 가장 작은 값은 $\overline{A'B'}$ 의 길이와 같다.

두 점 A', B' 을 지나는 직선의 방정식을 $y = ax + b$ 라 하면

$$a = \frac{-3-6}{4-(-2)} = -\frac{3}{2}$$

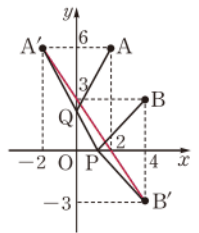
$y = -\frac{3}{2}x + b$ 가 점 $A'(-2, 6)$ 을 지나므로

$$6 = 3 + b \quad \therefore b = 3$$

직선 $y = -\frac{3}{2}x + 3$ 의 x 절편은 2, y 절편은 3이므로

$$P(2, 0), Q(0, 3)$$

답 $P(2, 0), Q(0, 3)$



05 전략 x 축에 수직인 직선 위의 점의 x 좌표는 모두 같음을 이용한다.

풀이 점 B가 직선 $y = \frac{1}{2}x$ 위의 점이고 점 B의 y 좌표가 b 이므로 $B(2b, b)$

$\overline{AB} = \frac{1}{4} \overline{AC}$, 즉 $\overline{AC} = 4\overline{AB}$ 에서 점 C의 y 좌표는 $4b$ 이므로

$$C(2b, 4b)$$

이때 점 $C(2b, 4b)$ 는 직선 $y = ax + b$ 위의 점이므로

$$4b = 2ab + b, \quad 3b = 2ab$$

$$3 = 2a \quad \therefore a = \frac{3}{2}$$

따라서 직선 $y = \frac{3}{2}x + b$ 가 점 $(10, 5)$ 를 지나므로

$$5 = 15 + b \quad \therefore b = -10$$

$$\therefore 2a + b = -7$$

답 -7

06 전략 $\triangle OAC$ 과 $\triangle OBC$ 의 넓이의 비가 1 : 2이면

$\triangle OAC = \frac{1}{2} \triangle OBC$ 임을 이용한다.

풀이 $\triangle OAB = \frac{1}{2} \times 5 \times 4 = 10$ 이므로

$$\triangle OBC = \frac{2}{3} \triangle OAB$$

$$= \frac{2}{3} \times 10 = \frac{20}{3}$$

→ ①

점 C의 y좌표를 k라 하면

$$\triangle OBC = \frac{1}{2} \times 5 \times k = \frac{20}{3} \quad \therefore k = \frac{8}{3}$$

→ ②

직선 AB는 두 점 (2, 4), (5, 0)을 지나므로

$$(기울기) = \frac{0-4}{5-2} = -\frac{4}{3}$$

직선 AB의 방정식을 $y = -\frac{4}{3}x + b$ 라 하면 이 직선이

점 (5, 0)을 지나므로

$$0 = -\frac{4}{3} \times 5 + b \quad \therefore b = \frac{20}{3}$$

$$\therefore y = -\frac{4}{3}x + \frac{20}{3}$$

→ ③

$y = \frac{8}{3}$ 을 $y = -\frac{4}{3}x + \frac{20}{3}$ 에 대입하면

$$\frac{8}{3} = -\frac{4}{3}x + \frac{20}{3}, \quad \frac{4}{3}x = 4$$

$$\therefore x = 3$$

→ ④

따라서 일차함수 $y = mx$ 의 그래프가 점 $(3, \frac{8}{3})$ 을 지나므로

$$\frac{8}{3} = 3m \quad \therefore m = \frac{8}{9}$$

→ ⑤

답 $\frac{8}{9}$

채점 기준	비율
① $\triangle OBC$ 의 넓이를 구할 수 있다.	20%
② 점 C의 y좌표를 구할 수 있다.	20%
③ 직선 AB의 방정식을 구할 수 있다.	20%
④ 점 C의 x좌표를 구할 수 있다.	20%
⑤ m의 값을 구할 수 있다.	20%

$\triangle OAC : \triangle OBC = 1 : 2$ 에서
 $\triangle OAC = \frac{1}{2} \triangle OBC$ 이므로
 $\triangle OAB = \triangle OAC + \triangle OBC = \frac{3}{2} \triangle OBC$
 $\therefore \triangle OBC = \frac{2}{3} \triangle OAB$

한 변의 길이가 a cm인 정 n각형의 둘레의 길이
 $\rightarrow an$ cm

학교 시험 실전 TEST Level 1

본책 108~111쪽

01 전략 y가 x에 대한 함수 \odot x의 값이 변함에 따라 y의 값이 하나씩 정해진다.

풀이 ① $x=2$ 일 때, 2보다 큰 정수는 3, 4, 5, ...로 y의 값이 하나씩 정해지지 않으므로 y는 x에 대한 함수가 아니다.

② $xy=25$ 이므로 $y = \frac{25}{x}$

③ $y=5x$

④ $y=300x$

⑤ $x=2$ 일 때, 2와 4의 공배수는 4, 8, 12, ...로 y의 값이 하나씩 정해지지 않으므로 y는 x에 대한 함수가 아니다.

답 ①, ⑤

02 전략 주어진 함수값을 이용하여 a의 값을 먼저 구한다.

풀이 $x=3, y=\frac{10}{3}$ 을 $y=x+2a$ 에 대입하면

$$\frac{10}{3} = 3 + 2a, \quad 2a = \frac{1}{3} \quad \therefore a = \frac{1}{6}$$

따라서 $y = x + \frac{1}{3}$ 이므로 $x = -\frac{1}{6}$ 일 때

$$y = -\frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

답 ③

03 전략 자연수 k에 대하여 $k=4p+q$ 꼴로 나타낸 후, $f(k)$ 의 값을 구한다.

풀이 ① $4=4 \times 1$ 이므로 $f(4)=0$

$$9=4 \times 2 + 1 \text{이므로 } f(9)=1$$

$$\therefore f(4) \neq f(9)$$

② $10=4 \times 2 + 2$ 이므로 $f(10)=2$

$$7=4 \times 1 + 3 \text{이므로 } f(7)=3$$

$$\therefore f(10) < f(7)$$

③ $6=4 \times 1 + 2$ 이므로 $f(6)=2$

$$8=4 \times 2 \text{이므로 } f(8)=0$$

$$\therefore f(6) > f(8)$$

④ $12=4 \times 3$ 이므로 $f(12)=0$

$$f(9)=1 \text{이므로 } f(12) < f(9)$$

⑤ $3=4 \times 0 + 3$ 이므로 $f(3)=3$

$$5=4 \times 1 + 1 \text{이므로 } f(5)=1$$

$$\therefore f(3) + f(5) = 4$$

$$f(8)=0 \text{이므로 } f(3) + f(5) \neq f(8)$$

답 ③, ⑤

04 전략 $y=(x \text{의 일차식})$ 으로 나타내어질 때, y는 x에 대한 일차함수이다.

풀이 ① $x+y=24$ 이므로 $y=24-x$

② $y=2000-x$

③ $\frac{x}{100} \times y = 30$ 이므로 $y = \frac{3000}{x}$

④ $y = 360$

⑤ $2(x+y) = 24$ 이므로 $y = 12 - x$ **답 ③, ④**

05 전략 $y = ax + b$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 m 만큼 평행 이동한 그래프의 식 $\odot y = ax + b + m$

풀이 $y = -\frac{3}{2}x + 2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 $-\frac{4}{3}$ 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = -\frac{3}{2}x + 2 - \frac{4}{3}, \text{ 즉 } y = -\frac{3}{2}x + \frac{2}{3}$$

$y=0$ 일 때, $0 = -\frac{3}{2}x + \frac{2}{3} \quad \therefore x = \frac{4}{9}$

$$\therefore a = \frac{4}{9}$$

$x=0$ 일 때, $y = \frac{2}{3} \quad \therefore b = \frac{2}{3}$

$$\therefore a - b = -\frac{2}{9}$$

답 ③

06 전략 $\triangle AOB = \frac{1}{2} \times \overline{OA} \times \overline{OB}$ 임을 이용한다.

풀이 $y = mx + 3$ 의 그래프의 y 절편은 3이므로

$$\triangle AOB = \frac{1}{2} \times \overline{OA} \times 3 = 15$$

$$\therefore \overline{OA} = 10$$

따라서 $A(-10, 0)$ 이므로 $x = -10, y = 0$ 을 $y = mx + 3$ 에 대입하면

$$0 = -10m + 3 \quad \therefore m = \frac{3}{10}$$

답 ②

다른풀이 $y = mx + 3$ 의 그래프의 x 절편은 $-\frac{3}{m}$, y 절편

은 3이므로

$$\triangle AOB = \frac{1}{2} \times \left| -\frac{3}{m} \right| \times 3 = 15$$

$$\frac{9}{2m} = 15 \quad \therefore m = \frac{3}{10}$$

- ① x 절편
→ $y=0$ 일 때의 x 의 값
- ② y 절편
→ $x=0$ 일 때의 y 의 값

$$\overline{OB} = 3$$

정오각형이 1개씩 늘어날 때마다 성냥개비는 4개가 더 필요하다.

$x=0$ 을 $y = mx + 3$ 에 대입한다.

$y=0$ 을 $y = mx + 3$ 에 대입한다.

$$m > 0 \text{ 이므로 } \left| -\frac{3}{m} \right| = \frac{3}{m}$$

만점 비법

밑변의 길이와 높이는 양수이므로

$$\triangle AOB = \frac{1}{2} \times \left(-\frac{3}{m} \right) \times 3 = 15$$

로 계산하지 않도록 주의한다.

07 전략 두 일차함수의 그래프가 평행하면 기울기가 같음을 이용한다.

풀이 각 그래프의 기울기는 다음과 같다.

① $\frac{4}{5}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ $\frac{4}{5}$

④ $\frac{10 - (-6)}{4 - (-1)} = \frac{16}{5}$

⑤ 두 점 $(-5, 0), (0, 4)$ 를 지나므로

$$\frac{4-0}{0-(-5)} = \frac{4}{5}$$

따라서 그래프가 나머지 넷과 평행하지 않은 것은 ④이다. **답 ④**

08 전략 세 점이 한 직선 위에 있다.

$$\odot (\text{직선 AB의 기울기}) = (\text{직선 BC의 기울기}) \\ = (\text{직선 CA의 기울기})$$

풀이 세 점 $A(0, 3), B(-3, -a-2), C(4, 2a+5)$ 가 한 직선 위에 있으므로

$$\frac{-a-2-3}{-3-0} = \frac{2a+5-3}{4-0}$$

$$\frac{-a-5}{-3} = \frac{2a+2}{4}, \quad -4a-20 = -6a-6$$

$$2a = 14 \quad \therefore a = 7$$

즉 직선 AB의 기울기는

$$\frac{-7-2-3}{-3-0} = 4$$

일차함수의 식을 $y = 4x + b$ 라 하면 이 그래프의 x 절편이 $-\frac{3}{2}$ 이므로

$$0 = -6 + b \quad \therefore b = 6$$

따라서 그래프의 y 절편은 6이다. **답 ④**

09 전략 성냥개비의 개수와 만들어지는 정오각형의 개수 사이의 관계를 식으로 나타낸다.

풀이 만들어지는 정오각형의 개수에 따른 필요한 성냥개비의 개수는 다음 표와 같다.

정오각형의 개수	필요한 성냥개비의 개수
1	5
2	$5 + 4 = 9$
3	$5 + 4 + 4 = 13$
\vdots	\vdots
x	$5 + 4 \times (x-1) = 4x + 1$

$$\therefore y = 4x + 1$$

(ㄱ) $x=8$ 이면 $y = 32 + 1 = 33$

(ㄴ) $y=101$ 이면 $101 = 4x + 1 \quad \therefore x = 25$

(ㄷ) $y = 4x + 1$ 에서 $4x - y + 1 = 0$

이상에서 (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ) 모두 옳다. **답 ⑤**

10 전략 $y = ax + b$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 m 만큼 평행 이동한 그래프의 식 $\odot y = ax + b + m$

풀이 $x + 3y - 6 = 0$ 에서 $y = -\frac{1}{3}x + 2$ 이므로 이 그래프를 y 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = -\frac{1}{3}x - 2$$

① $y=0$ 일 때, $0 = -\frac{1}{3}x - 2 \quad \therefore x = -6$

$x=0$ 일 때, $y = -2$

즉 x 절편은 -6 , y 절편은 -2 이다.

② $-3x - 9y + 2 = 0$ 에서 $y = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{9}$

즉 $y = -\frac{1}{3}x - 2$ 의 그래프와 기울기가 같고 y 절편은 다르므로 평행하다.

③ 기울기가 $-\frac{1}{3}$ 이므로 x 의 값의 증가량이 -6 이면 y 의 값의 증가량은 2이다.

④ x 절편이 -6 , y 절편이 -2 이므로 구하는 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 6 \times 2 = 6$$

⑤ $2x - 8y + 3 = 0$ 에서 $y = \frac{1}{4}x + \frac{3}{8}$

즉 이 그래프의 기울기는 $\frac{1}{4}$ 이다.

이때 $\left| \frac{1}{4} \right| < \left| -\frac{1}{3} \right|$ 이므로 $y = -\frac{1}{3}x - 2$ 의 그래프는 $2x - 8y + 3 = 0$ 의 그래프보다 y 축에 더 가깝다.

답 ③

11 전략 x 축에 수직인 직선 위의 두 점의 x 좌표는 같음을 이용한다.

풀이 두 점 $(a-2, 2a+3)$, $(4-3a, 4a-2)$ 를 지나는 직선이 x 축에 수직이므로

$$a-2 = 4-3a, \quad 4a = 6 \quad \therefore a = \frac{3}{2}$$

$a = \frac{3}{2}$ 을 $ax - 2y = 1 - 3a$ 에 대입하여 정리하면

$$3x - 4y = -7$$

$y=0$ 일 때, $3x = -7 \quad \therefore x = -\frac{7}{3}$

따라서 그래프의 x 절편은 $-\frac{7}{3}$ 이다.

답 ①

12 전략 직선 $y = ax - 1$ 은 a 의 값에 관계없이 항상 점 $(0, -1)$ 을 지난다.

풀이 (i) 직선 $y = ax - 1$ 이 점 A를 지날 때,

$$-3 = -4a - 1$$

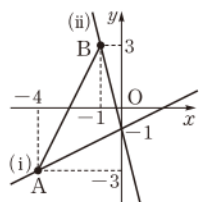
$$\therefore a = \frac{1}{2}$$

(ii) 직선 $y = ax - 1$ 이 점 B를 지날 때,

$$3 = -a - 1 \quad \therefore a = -4$$

(i), (ii)에서 $-4 \leq a \leq \frac{1}{2}$

따라서 $M = \frac{1}{2}$, $m = -4$ 이므로 $Mm = -2$ **답 ③**



$$\begin{aligned} \triangle ABO &= \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12 \\ \triangle AOC &= \frac{1}{2} \times 1 \times 4 = 2 \\ \therefore \triangle ABO &> \triangle AOC \end{aligned}$$

이므로 직선 $y = ax$ 는 직선 $2x - 3y + 12 = 0$ 과 만난다.

13 전략 연립방정식의 해가 무수히 많으면 두 일차방정식의 그래프는 일치함을 이용한다.

풀이 $ax + 3y - 2 = 0$ 에서 $y = -\frac{a}{3}x + \frac{2}{3}$

$x - 6y + b = 0$ 에서 $y = \frac{1}{6}x + \frac{b}{6}$

해가 무수히 많으려면 두 그래프가 일치해야 하므로

$$-\frac{a}{3} = \frac{1}{6}, \quad \frac{2}{3} = \frac{b}{6} \quad \therefore a = -\frac{1}{2}, b = 4$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x + 4$$

① $x = -2, y = 5$ 를 $y = -\frac{1}{2}x + 4$ 에 대입하면

$$5 = 1 + 4$$

② $y=0$ 일 때, $0 = -\frac{1}{2}x + 4 \quad \therefore x = 8$

따라서 그래프의 x 절편은 8이다.

③ 기울기가 음수이고 y 절편이 양수이므로 제3사분면을 지나지 않는다.

④ 기울기가 음수이므로 x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

⑤ $x - 2y + 2 = 0$ 에서 $y = \frac{1}{2}x + 1$

즉 $y = -\frac{1}{2}x + 4$ 의 그래프와 기울기가 다르므로 평행하지 않다.

답 ⑤

14 전략 세 직선을 좌표평면 위에 나타내어 본다.

풀이 직선 $2x - 3y + 12 = 0$ 과 y 축, x 축의 교점을 각각 A, B, 직선 $4x + y - 4 = 0$ 과 x 축의 교점을 C라 하면

$$A(0, 4), B(-6, 0),$$

$$C(1, 0)$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times (6+1) \times 4 = 14$$

두 직선 $y = ax, 2x - 3y + 12 = 0$ 의 교점을 D라 하면

$$\triangle DBO = \frac{1}{2} \triangle ABC = 7$$

즉 점 D의 y 좌표를 k 라 하면

$$\frac{1}{2} \times 6 \times k = 7 \quad \therefore k = \frac{7}{3}$$

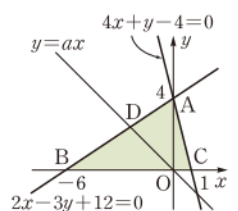
$y = \frac{7}{3}$ 을 $2x - 3y + 12 = 0$ 에 대입하면

$$2x - 7 + 12 = 0 \quad \therefore x = -\frac{5}{2}$$

따라서 직선 $y = ax$ 가 점 $(-\frac{5}{2}, \frac{7}{3})$ 을 지나므로

$$\frac{7}{3} = -\frac{5}{2}a \quad \therefore a = -\frac{14}{15}$$

답 ④



15 전략 주어진 함수값을 이용하여 m, n 의 값을 먼저 구한다.

풀이 $f(1) = -2$ 이므로

$$-2 = m - 3 \quad \therefore m = 1$$

$g(3) = -2$ 이므로

$$-2 = \frac{2}{3} \times 3 + n \quad \therefore n = -4 \quad \cdots ①$$

따라서 $f(x) = x - 3, g(x) = \frac{2}{3}x - 4$ 이므로

$$f(-3) = -3 - 3 = -6,$$

$$g(-3) = \frac{2}{3} \times (-3) - 4 = -6 \quad \cdots ②$$

$$\therefore f(-3) + g(-3) = -12 \quad \cdots ③$$

답 -12

채점 기준	배점
① m, n 의 값을 구할 수 있다.	2점
② $f(-3), g(-3)$ 의 값을 구할 수 있다.	2점
③ $f(-3) + g(-3)$ 의 값을 구할 수 있다.	1점

16 전략 주어진 그래프를 이용하여 a, b 의 부호를 구한다.

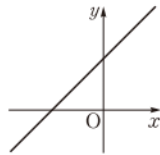
풀이 주어진 그래프에서

$$a < 0, b < 0$$

$$\text{즉 } \frac{a}{b} > 0 \text{이고, } -a > 0, -b > 0 \text{에서 } -a - b > 0$$

따라서 $y = \frac{a}{b}x - a - b$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제4사분면을 지나지 않는다.

답 제4사분면



17 전략 물탱크 A, B에서 1분마다 채워지는 물의 양을 구한다.

풀이 x 분 후의 두 물탱크 A, B에 들어 있는 물의 양을 각각 y_A L, y_B L라 하면

$$y_A = 30 + 1.5x, y_B = 45 + x \quad \cdots ①$$

물의 양이 같아지려면 $y_A = y_B$ 이어야 하므로

$$30 + 1.5x = 45 + x, \quad 0.5x = 15$$

$$\therefore x = 30$$

따라서 30분 후에 두 물탱크에 들어 있는 물의 양이 같아진다. ②

답 30분

채점 기준	배점
① x 분 후의 두 물탱크 A, B에 들어 있는 물의 양을 각각 구할 수 있다.	3점
② 두 물탱크에 들어 있는 물의 양이 같아지는 데 걸리는 시간을 구할 수 있다.	3점

참고 물탱크 A에는 2분마다 6 L의 물이 채워지면서 3 L의 물이 흘러나오므로 2분마다 3 L, 즉 1분마다 1.5 L의 물이

일차방정식 $ax + by + c = 0$ ($a \neq 0, b \neq 0$)의 그래프는 일차함수 $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$ 의 그래프와 같은 직선이다.

채워지는 것과 같고, 물탱크 B에는 3분마다 4 L의 물이 채워지면서 1 L의 물이 흘러나오므로 3분마다 3 L, 즉 1분마다 1 L의 물이 채워지는 것과 같다.

18 전략 그래프가 지나는 점의 좌표를 이용하여 a 의 값을 구한다.

풀이 $2ax - 3y + 2 = 0$ 의 그래프가 점 $(2, a)$ 를 지나므로

$$4a - 3a + 2 = 0$$

$$\therefore a = -2 \quad \cdots ①$$

따라서 $-4x - 3y + 2 = 0$ 에서 $y = -\frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$ 이므로 이 그래프의 기울기는 $-\frac{4}{3}$ 이다. ②

답 $-\frac{4}{3}$

채점 기준	배점
① a 의 값을 구할 수 있다.	2점
② 그래프의 기울기를 구할 수 있다.	2점

19 전략 연립방정식 $\begin{cases} y = ax + b \\ y = a'x + b' \end{cases}$ 의 해가 무수히 많다.

$$\Leftrightarrow a = a', b = b'$$

$$\text{풀이 } ax + 2y = 5 \text{에서 } y = -\frac{a}{2}x + \frac{5}{2}$$

$$4x + y = b \text{에서 } y = -4x + b$$

해가 무수히 많으려면 두 그래프가 일치해야 하므로

$$-\frac{a}{2} = -4, \frac{5}{2} = b \quad \therefore a = 8, b = \frac{5}{2}$$

$a = 8, b = \frac{5}{2}$ 를 $y = (a - 3)x - 2b$ 에 대입하면

$$y = 5x - 5$$

따라서 직선 $y = 5x - 5$ 의 x 절편은 1, y 절편은 -5이다.

답 1, -5

20 전략 두 직선을 좌표평면 위에 나타내어 본다.

풀이 연립방정식 $\begin{cases} ax - y + 5 = 0 \\ 2ax + y + 7 = 0 \end{cases}$ 의 해는

$$x = -\frac{4}{a}, y = 1$$

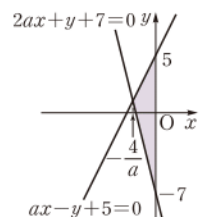
따라서 두 일차방정식의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

색칠한 도형의 넓이가 12이므로

$$\frac{1}{2} \times \left| -\frac{4}{a} \right| \times (5 + 7) = 12$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{4}{a} \times 12 = 12$$

$$\therefore a = 2$$



답 2

만점 비법

한 점에서 만나는 두 직선과 y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는

$$\rightarrow \frac{1}{2} \times |\text{두 직선의 } y\text{절편의 차}|$$

$$\times |\text{두 직선의 교점의 } x\text{좌표}|$$

학교 시험 실전 TEST Level 2

본책 112~115쪽

01 전략 $\frac{x}{2}=3, 4-3x=1$ 을 만족시키는 x 의 값을 각각 구하여 주어진 식에 대입한다.

풀이 $\frac{x}{2}=3$ 에서 $x=6$

$$f\left(\frac{x}{2}\right)=x+3 \text{의 양변에 } x \text{ 대신 } 6 \text{을 대입하면}$$

$$f(3)=6+3=9$$

$$4-3x=1 \text{에서 } -3x=-3 \quad \therefore x=1$$

$$g(4-3x)=\frac{1}{2}x-1 \text{의 양변에 } x \text{ 대신 } 1 \text{을 대입하면}$$

$$g(1)=\frac{1}{2}-1=-\frac{1}{2}$$

$$\therefore f(3)-g(1)=\frac{19}{2} \quad \text{답 ④}$$

02 전략 $f(x+1)=a(x+1)+b$ 이고, $f(x-1)=a(x-1)+b$ 이다.

풀이 $f(-3)=-1$ 에서

$$-3a+b=-1 \quad \dots\dots ㉠$$

$$f(x+1)-f(x-1)$$

$$=a(x+1)+b-\{a(x-1)+b\}$$

$$=ax+a+b-(ax-a+b)$$

$$=2a$$

$$\text{즉 } 2a=8 \text{이므로 } a=4$$

$$a=4 \text{를 ㉠에 대입하면}$$

$$-12+b=-1 \quad \therefore b=11$$

$$\text{따라서 } f(x)=4x+11 \text{이므로}$$

$$f(-4)=-16+11=-5 \quad \text{답 ②}$$

다른풀이 $f(x+1)-f(x-1)=8$ 에서

$$\frac{f(x+1)-f(x-1)}{2}=4$$

$$\therefore \frac{f(x+1)-f(x-1)}{x+1-(x-1)}=4$$

즉 $f(x)=ax+b$ 의 그래프의 기울기가 4이므로

$$a=4$$

$$f(-3)=-1 \text{에서}$$

$$-1=-12+b \quad \therefore b=11$$

$$\text{따라서 } f(x)=4x+11 \text{이므로}$$

$$f(-4)=-16+11=-5$$

03 전략 각 일차함수의 x 절편과 y 절편을 이용하여 그래프를 그려 본다.

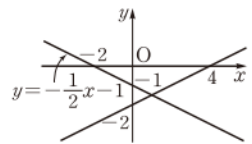
풀이 ③ $y=-\frac{1}{2}x-1$ 의 그

래프의 x 절편이 -2 , y 절

편이 -1 이므로 그 그래

프는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 그래프는 주어진 그래프와 제4사분면에서 만난다. 답 ③



참고 ①, ⑤ 제3사분면에서 만난다.

② y 축에서 만난다.

④ x 축에서 만난다.

04 전략 주어진 그림에서 한 직선의 기울기는 양수이고 다른 한 직선의 기울기는 음수임을 이용한다.

풀이 $m < m+2$ 이므로 $m < 0, m+2 > 0$

따라서 $y=(m+2)x-n+4$ 의 그래프의 y 절편이 -1 이므로

$$-n+4=-1 \quad \therefore n=5$$

$n=5$ 를 $y=mx+n-2$ 에 대입하면

$$y=mx+3$$

이때 $y=mx+3$ 의 그래프의 x 절편이 5이므로

$$0=5m+3 \quad \therefore m=-\frac{3}{5}$$

$$\therefore 2mn=-6 \quad \text{답 ①}$$

05 전략 평행한 두 그래프의 기울기는 같음을 이용한다.

풀이 주어진 그래프가 두 점 $(-3, 1), (1, -4)$ 를 지나므로

$$(\text{기울기})=\frac{-4-1}{1-(-3)}=-\frac{5}{4}$$

$$\text{따라서 } 2a=-\frac{5}{4} \text{이므로 } a=-\frac{5}{8}$$

$$a=-\frac{5}{8} \text{를 } y=2ax+4a-3 \text{에 대입하면}$$

$$y=-\frac{5}{4}x-\frac{11}{2}$$

이 그래프를 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y=-\frac{5}{4}x-\frac{11}{2}+b$$

$$\text{이 그래프의 } x\text{절편이 } -\frac{12}{5} \text{이므로}$$

$$0=3-\frac{11}{2}+b \quad \therefore b=\frac{5}{2}$$

$$\therefore a+b=\frac{15}{8} \quad \text{답 ⑤}$$

06 전략 $p \neq q$ 인 두 상수 p, q 에 대하여 일차함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 기울기는 $\frac{f(p)-f(q)}{p-q}$ 임을 이용한다.

$x=-\frac{12}{5}, y=0$ 을 대입한다.

풀이 $\frac{f(p)-f(q)}{p-q} = -\frac{3}{2}$ 에서 일차함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 기울기는 $-\frac{3}{2}$ 이다.

$f(x) = -\frac{3}{2}x + b$ 라 하면 $y=f(x)$ 의 그래프의 x 절편이 4이므로

$$0 = -6 + b \quad \therefore b = 6$$

따라서 그래프의 y 절편은 6이므로 구하는 도형의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 6 = 12 \quad \text{답 ③}$$

07 전략 일차함수 $y=ax+b$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 m 만큼 평행이동한 그래프의 식 $\odot y=ax+b+m$

풀이 $y=-4x+3$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 $-3+a$ 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = -4x + 3 - 3 + a, \text{ 즉 } y = -4x + a$$

이 그래프가 점 $(3, -2)$ 를 지나므로

$$-2 = -12 + a \quad \therefore a = 10$$

즉 $y = -4x + 10$ 의 그래프의 y 절편은 10이므로 구하는 일차함수의 그래프의 y 절편은 10이다.

또 x 의 값의 증가량이 -2 일 때 y 의 값의 증가량이 5이

므로 기울기는 $-\frac{5}{2}$ 이다.

따라서 구하는 일차함수의 식은

$$y = -\frac{5}{2}x + 10 \quad \text{답 ②}$$

08 전략 시침은 1분에 0.5° 씩 움직이고, 분침은 1분에 6° 씩 움직인다.

풀이 시침은 1분에 0.5° 씩 움직이고, 분침은 1분에 6° 씩 움직이므로 오른쪽 그림과 같이 3시 30분을 가리키는 시계의 시침과 분침이 이루는 각의 크기는

$$3 \times 30^\circ - 15^\circ = 75^\circ$$

또 1분마다 시침과 분침이 이루는 각의 크기는 $6^\circ - 0.5^\circ = 5.5^\circ$ 씩 커지므로

$$y = 5.5x + 75$$

위의 식에 $y=180$ 을 대입하면

$$180 = 5.5x + 75 \quad \therefore x = \frac{210}{11} \quad \text{답 ④}$$



$\frac{a}{b} > 0$ 에서 a 와 b 의 부호가 같고, $\frac{c}{b} > 0$ 에서 b 와 c 의 부호가 같으므로 a, b, c 의 부호는 모두 같다.

$$\frac{-5-0}{0-5} = 1$$

$$\frac{-2-0}{0-(-4)} = -\frac{1}{2}$$

① 1시간당 시침이 움직이는 각의 크기

$$\rightarrow \frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$$

1분당 시침이 움직이는 각의 크기

$$\rightarrow \frac{30^\circ}{60} = 0.5^\circ$$

② 1시간당 분침이 움직이는 각의 크기

$$\rightarrow 360^\circ$$

1분당 분침이 움직이는 각의 크기

$$\rightarrow \frac{360^\circ}{60} = 6^\circ$$

$$x-5 = -\frac{1}{2}x-2 \text{에서}$$

$$2x-10 = -x-4$$

$$3x = 6$$

$$\therefore x = 2$$

$x=2$ 를 $y=x-5$ 에 대입하면

$$y = 2 - 5 = -3$$

시침과 분침이 일직선을 이룰 때는 시침과 분침이 이루는 각의 크기가 180° 이다.

$-a-b < 0$ 이므로 $a+b > 0$

따라서 $2ax-by+b^2=0$, 즉 $y=\frac{2a}{b}x+b$ 에서

$$\frac{2a}{b} > 0, b > 0$$

이므로 $2ax-by+b^2=0$ 의 그래프로 알맞은 것은 ③이다. **답 ③**

10 전략 주어진 그래프가 지나는 사분면을 이용하여 기울기와 y 절편의 부호를 알아본다.

풀이 $ax+by+c=0$ 에서 $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$

이 그래프가 제2사분면, 제3사분면, 제4사분면을 지나므로

$$-\frac{a}{b} < 0, -\frac{c}{b} < 0 \quad \therefore \frac{a}{b} > 0, \frac{c}{b} > 0$$

따라서 $y=acx-\frac{b}{c}$ 에서 $ac > 0, -\frac{b}{c} < 0$ 이므로 그래프는 제2사분면을 지나지 않는다. **답 ②**

11 전략 두 직선 l, m 의 교점의 좌표를 먼저 구한다.

풀이 직선 l 은 기울기가 1, y 절편이 -5 이므로 직선 l 의 방정식은

$$y = x - 5$$

직선 m 은 기울기가 $-\frac{1}{2}$, y 절편이 -2 이므로 직선 m 의 방정식은

$$y = -\frac{1}{2}x - 2$$

연립방정식 $\begin{cases} y = x - 5 \\ y = -\frac{1}{2}x - 2 \end{cases}$ 의 해가 $x=2, y=-3$ 이므로

로 두 직선 l, m 의 교점의 좌표는 $(2, -3)$ 이다.

따라서 $y=ax-1$ 의 그래프가 점 $(2, -3)$ 을 지나므로 $-3=2a-1 \quad \therefore a=-1$ **답 ④**

12 전략 조건 ②를 이용하여 $y=ax+b$ 의 그래프의 기울기를 구하고, 조건 ④를 이용하여 $y=ax+b$ 의 그래프가 지나는 점을 구한다.

풀이 조건 ②에서 두 점 $(-2, -7), (1, 8)$ 을 지나는 직선의 기울기는

$$\frac{8-(-7)}{1-(-2)} = 5 \quad \therefore a = 5$$

조건 ④에서 연립방정식 $\begin{cases} 3x-y+1=0 \\ x-2y+7=0 \end{cases}$ 의 해가 $x=1, y=4$ 이므로 두 직선의 교점의 좌표는 $(1, 4)$ 이다.

즉 $y=5x+b$ 의 그래프가 점 $(1, 4)$ 를 지나므로

$$4 = 5 + b \quad \therefore b = -1$$

따라서 $y=5x-1$ 의 그래프의 x 절편은 $\frac{1}{5}$ 이다.

답 ③

13 전략 네 직선이 만나는 한 점은 두 직선 $x-y=4$, $x+3y=-8$ 의 교점이다.

풀이 연립방정식 $\begin{cases} x-y=4 \\ x+3y=-8 \end{cases}$ 의 해는

$$x=1, y=-3$$

즉 두 직선 $x-y=4$, $x+3y=-8$ 의 교점의 좌표는 $(1, -3)$

직선 $2x+ay=-1$ 이 점 $(1, -3)$ 을 지나므로

$$2-3a=-1 \quad \therefore a=1$$

직선 $4x-2y=b$ 가 점 $(1, -3)$ 을 지나므로

$$4+6=b \quad \therefore b=10$$

$$\therefore ab=10$$

답 ③

14 전략 (평행사변형의 넓이) = (밑변의 길이) \times (높이)

풀이 네 직선 $x+4y=-1$,

$mx+ny=1$, $x=-1$,

$x=3$ 은 오른쪽 그림과 같

으므로 평행사변형

ABCD에서

$$\overline{AB} \times 4 = 16$$

$$\therefore \overline{AB} = 4$$

따라서 직선 $mx+ny=1$ 은 직선 $x+4y=-1$,

즉 $y=-\frac{1}{4}x-\frac{1}{4}$ 을 y 축의 방향으로 4만큼 평행이동한 것과 같으므로

$$y=-\frac{1}{4}x-\frac{1}{4}+4, \text{ 즉 } y=-\frac{1}{4}x+\frac{15}{4}$$

$$\therefore \frac{1}{15}x+\frac{4}{15}y=1$$

이 식이 $mx+ny=1$ 과 일치해야 하므로

$$m=\frac{1}{15}, n=\frac{4}{15}$$

$$\therefore m+n=\frac{1}{3}$$

답 ②

15 전략 $f(1), f(2), f(3)$ 의 값을 이용하여 $f(5)$ 의 값을 구한다.

풀이 $f(1)=2$ 이므로 조건 (나)에 의하여

$$f(2)=f(1+1)=f(1)+f(1)$$

$$=2+2=4$$

\cdots ①

$$f(3)=f(1+2)=f(1)+f(2)$$

$$=2+4=6$$

\cdots ②

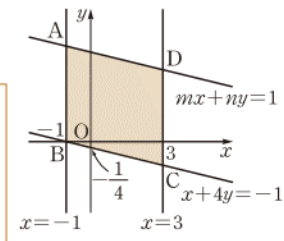
$$\therefore f(5)=f(2+3)=f(2)+f(3)=10$$

\cdots ③

답 10

$$\frac{5-0}{2-0}=\frac{5}{2}$$

$n > 0$ 이므로 조건을 만족시키는 직선 $mx+ny=1$ 은 그림과 같이 그려진다.



채점 기준	배점
① $f(2)$ 의 값을 구할 수 있다.	2점
② $f(3)$ 의 값을 구할 수 있다.	2점
③ $f(5)$ 의 값을 구할 수 있다.	1점

16 전략 사각형 OABC가 평행사변형이므로 $\overline{AB} \parallel \overline{OC}$ 임을 이용한다.

풀이 직선 AB와 직선 OC가 평행하고, 직선 OC의 기울기는 $\frac{5}{2}$ 이므로 직선 AB의 기울기는 $\frac{5}{2}$ 이다. \cdots ①

구하는 일차함수의 식을 $y=\frac{5}{2}x+b$ 라 하면 이 그래프가 점 A(6, 1)을 지나므로

$$1=15+b \quad \therefore b=-14$$

따라서 구하는 일차함수의 식은

$$y=\frac{5}{2}x-14$$

\cdots ②

$$\text{답 } y=\frac{5}{2}x-14$$

채점 기준	배점
① 직선 AB의 기울기를 구할 수 있다.	2점
② 직선 AB를 그래프로 하는 일차함수의 식을 구할 수 있다.	3점

17 전략 세 직선에 의하여 좌표평면이 여섯 부분으로 나뉘면 세 직선 중 두 직선이 평행하거나 세 직선이 한 점에서 만나야 한다.

풀이 $x-y+4=0$ 에서 $y=x+4$

$2x+y+2=0$ 에서 $y=-2x-2$

$ax+2y-5=0$ 에서 $y=-\frac{a}{2}x+\frac{5}{2}$

(i) 세 직선 중 두 직선이 평행한 경우

두 직선 $y=x+4$, $y=-\frac{a}{2}x+\frac{5}{2}$ 가 평행하거나 두

직선 $y=-2x-2$, $y=-\frac{a}{2}x+\frac{5}{2}$ 가 평행해야 하므로

로

$$-\frac{a}{2}=1 \text{ 또는 } -\frac{a}{2}=-2$$

$$\therefore a=-2 \text{ 또는 } a=4$$

(ii) 세 직선이 한 점에서 만나는 경우

연립방정식 $\begin{cases} y=x+4 \\ y=-2x-2 \end{cases}$ 의 해는 $x=-2, y=2$

직선 $y=-\frac{a}{2}x+\frac{5}{2}$ 가 점 $(-2, 2)$ 를 지나야 하므로

$$2=a+\frac{5}{2} \quad \therefore a=-\frac{1}{2}$$

(i), (ii)에서 $a=-2$ 또는 $a=4$ 또는 $a=-\frac{1}{2}$ 이므로

$$-2 \times 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right)=4$$

답 4

$$\begin{aligned} & \begin{cases} y=x+4 & \cdots \textcircled{1} \\ y=-2x-2 & \cdots \textcircled{2} \end{cases} \\ & \textcircled{1}-\textcircled{2} \text{을 하면} \\ & 0=3x+6 \\ & \therefore x=-2 \\ & x=-2 \text{를 } \textcircled{1} \text{에 대입하면} \\ & y=-2+4=2 \end{aligned}$$

18 **전략** 연립방정식의 해가 존재하지 않으면 두 일차방정식의 그래프는 평행함을 이용한다.

풀이 $9x + ay + 12 = 0$ 에서 $y = -\frac{9}{a}x - \frac{12}{a}$

$3x - 2y - b = 0$ 에서 $y = \frac{3}{2}x - \frac{b}{2}$

두 직선이 일치하므로

$$-\frac{9}{a} = \frac{3}{2}, -\frac{12}{a} = -\frac{b}{2}$$

$$\therefore a = -6, b = -4$$

$2x + 2y - 5 = 0$ 에서 $y = -x + \frac{5}{2}$

$kx - 6y + 12 = 0$ 에서 $y = \frac{k}{6}x + 2$

두 직선이 평행해야 하므로

$$-1 = \frac{k}{6} \quad \therefore k = -6$$

①

②

답 -6

채점 기준	배점
① a, b의 값을 구할 수 있다.	3점
② k의 값을 구할 수 있다.	2점

19 **전략** $\triangle ABC$ 의 넓이를 이용하여 \overline{AB} 의 길이를 먼저 구한다.

풀이 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times 3 = 12$ 이므로

$$\overline{AB} = 8$$

$ax - 3y - 7 = 0$ 의 그래프가 점 $(-1, -3)$ 을 지나므로

$$-a + 9 - 7 = 0 \quad \therefore a = 2$$

$y = 0$ 을 $2x - 3y - 7 = 0$ 에 대입하면

$$2x - 7 = 0 \quad \therefore x = \frac{7}{2}$$

즉 점 B의 좌표가 $(\frac{7}{2}, 0)$ 이므로 점 A의 좌표는

$$(-\frac{9}{2}, 0)$$

따라서 $bx - y + c = 0$ 의 그래프가 두 점 $(-\frac{9}{2}, 0)$,

$(-1, -3)$ 을 지나므로

$$-\frac{9}{2}b + c = 0, -b + 3 + c = 0$$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$$b = -\frac{6}{7}, c = -\frac{27}{7}$$

$$\therefore 7(a + b + c)$$

$$= 7\left[2 + \left(-\frac{6}{7}\right) + \left(-\frac{27}{7}\right)\right]$$

$$= -19$$

답 -19

20 **전략** 직선 l이 변 AB와 변 CD를 지날 때 생기는 사다리꼴의 넓이를 이용한다.

풀이 두 점 A, B를 지나는 직선의 방정식은

$$x = -5$$

두 점 C, D를 지나는 직선의 방정식은

$$x = -1$$

직선 l의 방정식을 $y = ax + b$ 라 하고, 직선 l이 두 변 AB, CD와 만나는 점을 각각 P, Q라 하면

$$P(-5, -5a + b), Q(-1, -a + b)$$

이때 사각형 ABCD의 넓이가 $4 \times 6 = 24$ 이므로 사다리꼴 PBCQ의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \{(-5a + b + 4) + (-a + b + 4)\} \times 4$$

$$= \frac{1}{2} \times 24$$

$$-6a + 2b + 8 = 6$$

$$\therefore 3a - b = 1$$

..... ㉠

직선 l이 점 E(2, 3)을 지나므로

$$2a + b = 3$$

..... ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a = \frac{4}{5}, b = \frac{7}{5}$

따라서 직선 l의 방정식은

$$y = \frac{4}{5}x + \frac{7}{5}$$

$$\text{답 } y = \frac{4}{5}x + \frac{7}{5}$$

다른풀이 두 점 A, C를 지나는 직선의 방정식은

$$y = -\frac{3}{2}x - \frac{11}{2}$$

..... ㉢

두 점 B, D를 지나는 직선의 방정식은

$$y = \frac{3}{2}x + \frac{7}{2}$$

..... ㉣

두 직선 ㉢, ㉣의 교점의 좌표는 $(-3, -1)$

따라서 직선 l이 두 점 $(2, 3), (-3, -1)$ 을 지나므로

$$y = \frac{4}{5}x + \frac{7}{5}$$

$$-\frac{9}{a} = \frac{3}{2} \text{에서}$$

$$3a = -18$$

$$\therefore a = -6$$

$$\text{즉 } -\frac{12}{-6} = -\frac{b}{2} \text{에서}$$

$$b = -4$$

㉠+㉡을 하면

$$5a = 4 \quad \therefore a = \frac{4}{5}$$

$a = \frac{4}{5}$ 를 ㉡에 대입하면

$$\frac{8}{5} + b = 3$$

$$\therefore b = \frac{7}{5}$$

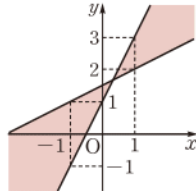
직선이 직사각형의 두 대각선의 교점을 지날 때, 넓이가 이등분됨을 이용한다.

$$\begin{aligned} \overline{AB} &= (\text{점 B의 } x\text{좌표}) \\ &\quad - (\text{점 A의 } x\text{좌표}) \\ \text{이므로} &(\text{점 A의 } x\text{좌표}) \\ &= (\text{점 B의 } x\text{좌표}) \\ &\quad - \overline{AB} \\ &= \frac{7}{2} - 8 = -\frac{9}{2} \end{aligned}$$

유제 1 문제해결 길잡이 ▶▶▶

- 주어진 함수값의 범위를 이용하여 $y=f(x)$ 의 그래프의 기울기가 가장 클 때를 찾는다.
- $y=f(x)$ 의 그래프가 지나는 두 점을 이용하여 a, b 의 값을 구한다.
- $2a+b$ 의 값을 구한다.

풀이 ① $y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽 그림의 색칠한 부분에 있으므로 기울기가 가장 클 때는 두 점 $(-1, -1), (1, 3)$ 을 지날 때이다.



② $f(x)=ax+b$ 에서

$$a = \frac{3 - (-1)}{1 - (-1)} = 2$$

$y=2x+b$ 의 그래프가 점 $(1, 3)$ 을 지나므로

$$3 = 2 + b \quad \therefore b = 1$$

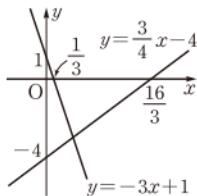
③ $\therefore 2a+b=5$

답 5

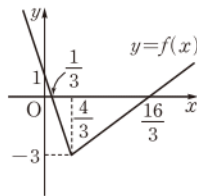
유제 2 문제해결 길잡이 ▶▶▶

- 두 일차함수 $y=\frac{3}{4}x-4, y=-3x+1$ 의 그래프를 이용하여 함수 $y=f(x)$ 의 그래프를 그린다.
- 두 일차함수의 그래프의 교점의 좌표를 구한다.
- $y=f(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구한다.

풀이 ① 두 일차함수 $y=\frac{3}{4}x-4, y=-3x+1$ 의 그래프는 [그림 1]과 같으므로 함수 $y=f(x)$ 의 그래프는 [그림 2]와 같다.



[그림 1]



[그림 2]

② 연립방정식 $\begin{cases} y=\frac{3}{4}x-4 \\ y=-3x+1 \end{cases}$ 의 해는

$$x = \frac{4}{3}, y = -3$$

즉 두 일차함수 $y=\frac{3}{4}x-4, y=-3x+1$ 의 그래프의 교점의 좌표가 $(\frac{4}{3}, -3)$ 이다.

③ 따라서 $y=f(x)$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이는

연립방정식 $\begin{cases} ax+by+c=0 \\ a'x+b'y+c'=0 \end{cases}$ 의 해는 두 일차방정식 $ax+by+c=0, a'x+b'y+c'=0$ 의 그래프의 교점의 좌표와 같다.

$$\begin{aligned} \frac{3}{4}x-4 &= -3x+1 \text{에서} \\ 3x-16 &= -12x+4 \\ 15x &= 20 \\ \therefore x &= \frac{4}{3} \\ x = \frac{4}{3} \text{를 } y &= -3x+1 \text{에 대입하면} \\ y &= -4+1 = -3 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2} \times \left(\frac{16}{3} - \frac{1}{3} \right) \times 3 = \frac{15}{2}$$

답 $\frac{15}{2}$

유제 3 문제해결 길잡이 ▶▶▶

- 제1차 산업과 제3차 산업 종사자 비율의 변화를 나타내는 그래프의 식을 각각 구한다.
- 두 그래프의 교점의 x 좌표를 구한다.
- 제3차 산업 종사자가 제1차 산업 종사자보다 많아진 때를 구한다.

풀이 ① 두 점 $(0, 50.4), (10, 34)$ 를 지나는 직선의 기울기는

$$\frac{34-50.4}{10-0} = -1.64$$

이고 y 절편이 50.4이므로 직선의 방정식은

$$y = -1.64x + 50.4 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

또 두 점 $(0, 35.3), (10, 43.5)$ 를 지나는 직선의 기울기는

$$\frac{43.5-35.3}{10-0} = 0.82$$

이고 y 절편이 35.3이므로 직선의 방정식은

$$y = 0.82x + 35.3 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

② ①, ②에서

$$-1.64x + 50.4 = 0.82x + 35.3$$

$$-2.46x = -15.1 \quad \therefore x = 6.13\dots$$

③ 따라서 제3차 산업 종사자가 제1차 산업 종사자보다 많아진 것은 1970년으로부터 7년 후이다.

답 7년