우공비 Q 중등 수학 ❷ (하) 발전편

SOLUTION

LECTURE BOOK

Ⅳ 확률

1. 경우의 수 2
2. 확률과 그 계산 7

Ⅴ 도형의 성질

1. 삼각형의 성질 15
2. 사각형의 성질 22

Ⅵ 도형의 닮음

1. 도형의 닮음 31
2. 닮음의 활용 36

WORK BOOK

Ⅳ 확률

1. 경우의 수 48
2. 확률과 그 계산 52

Ⅴ 도형의 성질

1. 삼각형의 성질 56
2. 사각형의 성질 61

Ⅵ 도형의 닮음

1. 도형의 닮음 68
2. 닮음의 활용 71

SINSAGO

Q BOX

Ⅳ 확률

1 경우의 수

필수유형 다지기

▸ 9~11쪽

01 두 눈의 수의 합이 6인 경우는
(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)
이므로 구하는 경우의 수는 5이다. 답 ③

01-1 $x+2y=10$을 만족시키는 순서쌍 (x, y)는
(2, 4), (4, 3), (6, 2)
이므로 구하는 경우의 수는 3이다. 답 3

02 소수는 2, 3, 5, 7이므로 구하는 경우의 수는 4이다. 답 ④

소수 : 1보다 큰 자연수 중에서 1과 자기 자신만을 약수로 갖는 수

02-1 24의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24이므로 구하는 경우의 수는 8이다. 답 8

화폐 단위가 가장 큰 것의 개수부터 정한다.

03 돈을 지불하는 방법을 표로 나타내면 오른쪽과 같으므로 구하는 방법의 수는 5이다. 답 ③

1000원(장)	500원(개)	100원(개)
2	2	0
2	1	5
1	4	0
1	3	5
0	5	5

03-1 돈을 지불하는 방법을 표로 나타내면 오른쪽과 같으므로 구하는 방법의 수는 6이다. 답 6

100원(개)	50원(개)	10원(개)
5	0	0
4	2	0
4	1	5
3	4	0
3	3	5
2	5	5

'또는', '이거나'
➡ 각 경우의 수를 구한 후 그 합을 이용한다.

04 눈의 수가 2 이하인 경우는 1, 2의 2가지
눈의 수가 3의 배수인 경우는 3, 6의 2가지
따라서 구하는 경우의 수는
$2+2=4$ 답 ②

04-1 두 눈의 수의 합이 4인 경우는
(1, 3), (2, 2), (3, 1)의 3가지
두 눈의 수의 합이 9인 경우는
(3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3)의 4가지
따라서 구하는 경우의 수는
$3+4=7$ 답 ③

1부터 16까지의 수 중에는 4와 7의 공배수가 없으므로 경우의 수의 합을 이용한다.

05 4의 배수가 나오는 경우는 4, 8, 12, 16의 4가지
7의 배수가 나오는 경우는 7, 14의 2가지
따라서 구하는 경우의 수는
$4+2=6$ 답 6

05-1 18의 약수가 나오는 경우는 1, 2, 3, 6, 9, 18의 6가지
5의 배수가 나오는 경우는 5, 10, 15의 3가지
따라서 구하는 경우의 수는
$6+3=9$ 답 9

06 버스를 이용하는 경우는 7가지, 지하철을 이용하는 경우는 2가지이므로 구하는 경우의 수는
$7+2=9$ 답 9

06-1 비행기를 이용하는 경우는 4가지, 선박을 이용하는 경우는 3가지이므로 구하는 경우의 수는
$4+3=7$ 답 7

07 신문을 구독하는 경우는 4가지, 잡지를 구독하는 경우는 6가지이므로 구하는 경우의 수는
$4+6=10$ 답 ③

07-1 아파트에 사는 학생이 뽑히는 경우는 26가지, 연립 주택에 사는 학생이 뽑히는 경우는 8가지이므로 구하는 경우의 수는
$26+8=34$ 답 34

'동시에', '그리고'
➡ 각 경우의 수를 구한 후 그 곱을 이용한다.

08 동전 한 개를 던질 때 나오는 경우의 수는 2, 주사위 한 개를 던질 때 나오는 경우의 수는 6이므로 구하는 경우의 수는
$2\times2\times2\times6=48$ 답 ⑤

08-1 3의 배수의 눈이 나오는 경우는 3, 6의 2가지, 짝수의 눈이 나오는 경우는 2, 4, 6의 3가지이므로 구하는 경우의 수는
$2\times3=6$ 답 ③

09 병원에서 약국까지 가는 경우는 4가지, 약국에서 집까지 가는 경우는 3가지이므로 구하는 경우의 수는
$4\times3=12$ 답 ⑤

09-1 제1전시실에서 복도로 가는 경우는 3가지, 복도에서 제2전시실로 가는 경우는 3가지이므로 구하는 경우의 수는
$3\times3=9$ 답 9

10 셔츠를 고르는 경우는 5가지, 바지를 고르는 경우는 3가지이므로 구하는 경우의 수는
$5\times3=15$ 답 15

10-1 초성을 고르는 경우는 3가지, 중성을 고르는 경우는 4가지, 종성을 고르는 경우는 2가지이므로 구하는 글자의 개수는

$3\times4\times2=24$(개) 답 24개

세 개 이상의 사건에서도 경우의 수의 곱이 성립한다.

필수유형 다지기

▸ 13쪽

01 7개 중 2개를 뽑아 한 줄로 나열하는 경우의 수와 같으므로

$7\times6=42$ 답 ③

01-1 5개 중 3개를 뽑아 한 줄로 나열하는 경우의 수는

$5\times4\times3=60$ 답 60

02 5명을 한 줄로 세우는 경우의 수는

$5\times4\times3\times2\times1=120$ 답 120

02-1 3명을 한 줄로 세우는 경우의 수와 같으므로

$3\times2\times1=6$ 답 6

03 B를 제외한 4명을 한 줄로 세우는 경우의 수와 같으므로

$4\times3\times2\times1=24$ 답 ②

03-1 (i) 아버지가 맨 앞에, 어머니가 맨 뒤에 서는 경우의 수 : $3\times2\times1=6$

(ii) 어머니가 맨 앞에, 아버지가 맨 뒤에 서는 경우의 수 : $3\times2\times1=6$

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$6+6=12$ 답 12

(한 줄로 세울 때 이웃하여 세우는 경우의 수)
=(이웃하는 것을 하나로 묶어서 한 줄로 세우는 경우의 수)×(묶음 안에서 자리를 바꾸는 경우의 수)

04 여학생 3명을 한 묶음으로 생각하여 3명을 한 줄로 세우는 경우의 수는

$3\times2\times1=6$

여학생끼리 자리를 바꾸는 경우의 수는

$3\times2\times1=6$

따라서 구하는 경우의 수는

$6\times6=36$ 답 ③

04-1 청바지 2벌을 한 묶음으로 생각하여 4벌을 한 줄로 거는 경우의 수는

$4\times3\times2\times1=24$

청바지끼리 자리를 바꾸는 경우의 수는

$2\times1=2$

따라서 구하는 경우의 수는

$24\times2=48$ 답 ④

필수유형 다지기

▸ 15~16쪽

0이 아닌 서로 다른 한 자리의 숫자가 각각 하나씩 적힌 n장의 카드 중에서 3장을 뽑아 만들 수 있는 세 자리 정수의 개수는
$n\times(n-1)\times(n-2)$(개)

01 백의 자리에 올 수 있는 숫자는 5개, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리에 온 숫자를 제외한 4개, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리와 십의 자리에 온 숫자를 제외한 3개이므로 구하는 정수의 개수는

$5\times4\times3=60$(개) 답 ④

01-1 (i) 1□인 경우 : 12, 13의 2개

(ii) 2□인 경우 : 21, 22, 23의 3개

(iii) 3□인 경우 : 31, 32의 2개

이상에서 구하는 정수의 개수는

$2+3+2=7$(개) 답 7개

0을 포함한 서로 다른 한 자리의 숫자가 각각 하나씩 적힌 n장의 카드 중에서 2장을 뽑아 만들 수 있는 두 자리 정수의 개수는
$(n-1)\times(n-1)$(개)

02 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 5개, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 십의 자리에 온 숫자를 제외한 5개이므로 구하는 정수의 개수는

$5\times5=25$(개) 답 ④

02-1 백의 자리에 올 수 있는 숫자는 4개, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 4개, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 3개이므로 구하는 정수의 개수는

$4\times4\times3=48$(개) 답 ⑤

03 (i) 2□인 경우 : 23, 24의 2개

(ii) 3□인 경우 : 30, 31, 32, 34의 4개

(iii) 4□인 경우 : 40, 41, 42, 43의 4개

이상에서 구하는 정수의 개수는

$2+4+4=10$(개) 답 ④

홀수이려면 일의 자리의 숫자가 홀수이어야 한다.

03-1 (i) □□1인 경우 : $5\times4=20$(개)

(ii) □□5인 경우 : $5\times4=20$(개)

(i), (ii)에서 구하는 홀수의 개수는

$20+20=40$(개) 답 ③

부회장은 회장으로 뽑힌 1명을 제외한 4명 중에서 뽑아야 한다.

04 회장을 뽑는 경우의 수는 5, 부회장을 뽑는 경우의 수는 4이므로 구하는 경우의 수는

$5\times4=20$ 답 ①

04-1 8명 중에서 자격이 다른 대표 3명을 뽑는 경우의 수와 같으므로

$8\times7\times6=336$ 답 336

05 7명 중에서 자격이 같은 대표 2명을 뽑는 경우의 수와 같으므로

$\frac{7\times6}{2}=21$ 　답 ③

> n명 중에서 자격이 같은 2명의 대표를 뽑는 경우의 수
> ➡ $\frac{n\times(n-1)}{2}$

05-1 9명 중에서 자격이 같은 대표 3명을 뽑는 경우의 수와 같으므로

$\frac{9\times8\times7}{3\times2\times1}=84$ 　답 84

06 12명 중에서 자격이 같은 대표 2명을 뽑는 경우의 수와 같으므로

$\frac{12\times11}{2}=66$(회) 　답 66회

06-1 9명 중에서 자격이 같은 대표 2명을 뽑는 경우의 수와 같으므로

$\frac{9\times8}{2}=36$(번) 　답 ④

07 6개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 2개를 택하는 경우의 수와 같으므로

$\frac{6\times5}{2}=15$(개) 　답 ③

07-1 5개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 3개를 택하는 경우의 수와 같으므로

$\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=10$(개) 　답 10개

> 세 점 A, B, C로 만드는 △ABC, △ACB, △BAC, △BCA, △CAB, △CBA는 모두 같은 삼각형이다.

발전유형 익히기

▸ 17쪽

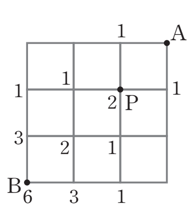
01 오른쪽 그림에서

A지점에서 P지점까지 가는 경우의 수는 2

P지점에서 B지점까지 가는 경우의 수는 6

따라서 구하는 경우의 수는

$2\times6=12$ 　답 12



> 한 지점을 거쳐 최단 거리로 가는 경우의 수
> ➡ 경우의 수의 곱을 이용한다.

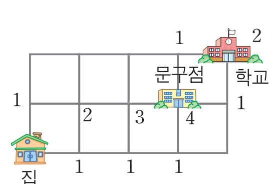
01-1 오른쪽 그림에서

집에서 문구점까지 가는 경우의 수는 4

문구점에서 학교까지 가는 경우의 수는 2

따라서 구하는 경우의 수는

$4\times2=8$ 　답 ②



02 A에 칠할 수 있는 색은 6가지

B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 5가지

C에 칠할 수 있는 색은 A, B에 칠한 색을 제외한 4가지

D에 칠할 수 있는 색은 A, B, C에 칠한 색을 제외한 3가지

따라서 구하는 경우의 수는

$6\times5\times4\times3=360$ 　답 ④

02-1 A에 칠할 수 있는 색은 5가지

B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 4가지

C에 칠할 수 있는 색은 B에 칠한 색을 제외한 4가지

> A와 C는 이웃하지 않으므로 A에 칠한 색은 C에 영향을 주지 않는다.

따라서 구하는 경우의 수는

$5\times4\times4=80$ 　답 80

03 (i) 1□□인 경우 : $4\times3=12$(개)
(ii) 2□□인 경우 : $4\times3=12$(개) } 24개

(i), (ii)에서 25번째 수는 백의 자리의 숫자가 3인 수 중에서 가장 작은 수이므로 312이다.

답 ③

> n번째 수 찾기
> ➡ 첫 번째 자리의 숫자를 기준으로 경우를 나누어 생각한다.

03-1 (i) A□□□인 경우 : $3\times2\times1=6$(개)
(ii) R□□□인 경우 : $3\times2\times1=6$(개) } 12개
(iii) S□□□인 경우 : SART, SATR, SRAT, SRTA, STAR, STRA

이상에서 STAR는 17번째이다. 　답 17번째

중단원 마무리

▸ 18~21쪽

01 ③	02 5	03 ③	04 ③
05 ④	06 4	07 ④	08 ④
09 720	10 ②	11 ④	12 12개
13 ⑤	14 ①	15 ①	16 ⑤
17 5	18 16	19 36개	20 24
21 ⑤	22 ③	23 4	24 18
25 33번째			

01 3 이상 8 이하의 수는 3, 4, 5, 6, 7, 8이므로 구하는 경우의 수는 6이다. 　답 ③

02 구매하는 사탕과 초콜릿의 개수를 각각 x개, y개라 하면 순서쌍 $(x,\ y)$는

(0, 4), (2, 3), (4, 2), (6, 1), (8, 0)

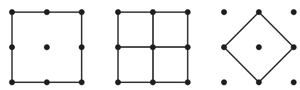
이므로 구하는 경우의 수는 5이다. 　답 5

> $500x+1000y=4000$, 즉 $x+2y=8$을 만족시키는 $(x,\ y)$를 구한다.

Q BOX

03 3명이 먹는 사과의 개수를 각각 x개, y개, z개라 하면 순서쌍 (x, y, z)는
$(2, 1, 1)$, $(1, 2, 1)$, $(1, 1, 2)$이므로 구하는 경우의 수는 3이다. 답 ③

04



위의 그림과 같이 정사각형의 개수는
$1+4+1=6$(개) 답 ③

05 2000원 이하의 음식을 주문하는 경우는 김밥, 순대의 2가지
3500원 이상의 음식을 주문하는 경우는 볶음밥, 비빔밥, 부대찌개의 3가지
따라서 구하는 경우의 수는
$2+3=5$ 답 ④

06 (i) 합이 12인 경우 : $(5, 7)$, $(7, 5)$의 2가지
(ii) 합이 13인 경우 : $(6, 7)$, $(7, 6)$의 2가지
(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는 $2+2=4$ 답 4

두 사람은 같은 수가 적힌 공을 꺼낼 수 없으므로 공에 적힌 수의 합은 13까지만 가능하다.

07 짝수의 눈이 나오는 경우는
2, 4, 6, 8의 4가지
4 미만인 수의 눈이 나오는 경우는
1, 2, 3의 3가지
따라서 구하는 경우의 수는
$4\times3=12$ 답 ④

08 (i) 절을 지나는 경우의 수 : $2\times2=4$
(ii) 약수터를 지나는 경우의 수 : $2\times3=6$
(iii) 정상으로 바로 가는 경우의 수 : 1
이상에서 구하는 경우의 수는
$4+6+1=11$ 답 ④

09 $6\times5\times4\times3\times2\times1=720$ 답 720

10 (i) M□□□S인 경우의 수
$3\times2\times1=6$
(ii) S□□□M인 경우의 수
$3\times2\times1=6$
(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는
$6+6=12$ 답 ②

11 5명이 한 줄로 서는 경우의 수는
$5\times4\times3\times2\times1=120$
수현이와 동주가 이웃하여 서는 경우의 수는
$(4\times3\times2\times1)\times2=48$
따라서 구하는 경우의 수는
$120-48=72$ 답 ④

(수현이와 동주가 이웃하여 서지 않는 경우의 수)
=(5명이 한 줄로 서는 경우의 수)−(수현이와 동주가 이웃하여 서는 경우의 수)

12 A주머니에서 3, 6, 7이 적힌 구슬을 꺼낼 경우 B주머니에서 어떤 구슬을 꺼내더라도 30보다 큰 정수가 되므로 구하는 정수의 개수는
$3\times4=12$(개) 답 12개

13 ① $3\times2\times1=6$
② $\dfrac{6\times5}{2}=15$(회)
③ $2\times2\times2\times2=16$
④ $4\times4=16$(개)
⑤ $5\times4=20$ 답 ⑤

n개의 팀이 리그전을 치를 때 총 경기 수
➡ $\dfrac{n\times(n-1)}{2}$(회)

14 x는 7명 중에서 자격이 다른 대표 2명을 뽑는 경우의 수와 같으므로
$x=7\times6=42$
y는 7명 중에서 자격이 같은 대표 3명을 뽑는 경우의 수와 같으므로
$y=\dfrac{7\times6\times5}{3\times2\times1}=35$
$\therefore x-y=7$ 답 ①

15 개가 나오는 경우의 수는 $\dfrac{4\times3}{2}=6$
걸이 나오는 경우의 수는 $\dfrac{4\times3\times2}{3\times2\times1}=4$
따라서 구하는 경우의 수는
$6+4=10$ 답 ①

2개의 윷가락이 배(평평한 면)가 나오는 경우

3개의 윷가락이 배(평평한 면)가 나오는 경우

16 A에 칠할 수 있는 색은 4가지
B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 3가지
C에 칠할 수 있는 색은 A, B에 칠한 색을 제외한 2가지
D에 칠할 수 있는 색은 A, C에 칠한 색을 제외한 2가지
따라서 구하는 경우의 수는
$4\times3\times2\times2=48$ 답 ⑤

B와 D는 이웃하지 않으므로 B에 칠한 색은 D에 영향을 주지 않는다.

17

채점 기준	점수
$a=1$일 때의 경우의 수 구하기	2
$a=2$일 때의 경우의 수 구하기	2
$3a+2b<11$인 경우의 수 구하기	2

(i) $a=1$인 경우 : $b=1, 2, 3$의 3가지 • 2점
(ii) $a=2$인 경우 : $b=1, 2$의 2가지 • 2점
(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는
$3+2=5$ • 2점
답 5

18

채점 기준	점수
눈의 수의 차가 2인 경우의 수 구하기	2
눈의 수의 차가 3인 경우의 수 구하기	2
눈의 수의 차가 5인 경우의 수 구하기	1
눈의 수의 차가 소수인 경우의 수 구하기	1

LECTURE BOOK

(i) 눈의 수의 차가 2인 경우

(1, 3), (2, 4), (3, 5), (4, 6), (6, 4), (5, 3), (4, 2), (3, 1)의 8가지 • 2점

(ii) 눈의 수의 차가 3인 경우

(1, 4), (2, 5), (3, 6), (6, 3), (5, 2), (4, 1)의 6가지 • 2점

(iii) 눈의 수의 차가 5인 경우

(1, 6), (6, 1)의 2가지 • 1점

이상에서 구하는 경우의 수는

$8+6+2=16$ • 1점

답 16

19

채점 기준	점수
일의 자리의 숫자가 0인 정수의 개수 구하기	2
일의 자리의 숫자가 5인 정수의 개수 구하기	2
5의 배수의 개수 구하기	2

5의 배수
➡ 일의 자리의 숫자가 0, 5

(i) □□0인 경우 : $5\times4=20$(개) • 2점

(ii) □□5인 경우 : $4\times4=16$(개) • 2점

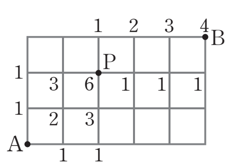
(i), (ii)에서 구하는 정수의 개수는

$20+16=36$(개) • 2점

답 36개

20 오른쪽 그림에서 A지점에서 P지점까지 가는 경우의 수는 6

P지점에서 B지점까지 가는 경우의 수는 4



따라서 구하는 경우의 수는

$6\times4=24$

답 24

21 두 수의 합이 짝수이려면 두 수가 모두 짝수이거나 모두 홀수이어야 한다.

(짝수)+(짝수)=(짝수)
(짝수)+(홀수)=(홀수)
(홀수)+(짝수)=(홀수)
(홀수)+(홀수)=(짝수)

(i) 짝수가 적힌 카드 2장을 뽑는 경우의 수

짝수는 2, 4, 6, 8의 4개

$\dfrac{4\times3}{2}=6$

(ii) 홀수가 적힌 카드 2장을 뽑는 경우의 수

홀수는 1, 3, 5, 7, 9의 5개

$\dfrac{5\times4}{2}=10$

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$6+10=16$

답 ⑤

22 6개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 2개를 택하는 경우의 수는

$\dfrac{6\times5}{2}=15$

네 점 C, D, E, F 중 두 점을 택하는 경우의 수는

$\dfrac{4\times3}{2}=6$

따라서 구하는 직선의 개수는

$15-6+1=10$(개)

네 점 C, D, E, F 중 두 점을 택하여 만든 직선은 모두 같다.

답 ③

23

채점 기준	점수
점 P가 점 A에 놓이는 경우의 수 구하기	2
점 A에 놓인 점 P가 점 C에 놓이는 경우의 수 구하기	2
답 구하기	2

점 P가 점 A에 놓이는 경우는 3, 6의 2가지 • 2점

점 A에 놓인 점 P가 점 C에 놓이는 경우는 2, 5의 2가지 • 2점

따라서 구하는 경우의 수는

$2\times2=4$ • 2점

답 4

24

채점 기준	점수
8개의 과일 중 2개를 꺼내는 경우의 수 구하기	2
5개의 오렌지 중 2개를 꺼내는 경우의 수 구하기	2
적어도 하나는 한라봉을 꺼내는 경우의 수 구하기	2

8개의 과일 중 2개를 꺼내는 경우의 수는

$\dfrac{8\times7}{2}=28$ • 2점

5개의 오렌지 중 2개를 꺼내는 경우의 수는

$\dfrac{5\times4}{2}=10$ • 2점

따라서 구하는 경우의 수는

$28-10=18$ • 2점

답 18

25

채점 기준	점수
a□□□□인 문자의 개수 구하기	1
ba□□□인 문자의 개수 구하기	1
bca□□인 문자의 개수 구하기	1
$bcdae$가 나오는 순서 구하기	3

(i) a□□□□인 경우

$4\times3\times2\times1=24$(개) • 1점

(ii) ba□□□인 경우

$3\times2\times1=6$(개) • 1점

(iii) bca□□인 경우

$2\times1=2$(개) • 1점

이상에서 $bcdae$는 bcd로 시작하는 문자 중 첫 번째이므로 그 순서는

$24+6+2+1=33$(번째) • 3점

답 33번째

Q BOX

2 확률과 그 계산

필수유형 다지기 ▸ 23~24쪽

01 모든 경우의 수는 $2\times2\times2=8$

뒷면이 1개만 나오는 경우는 3가지

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{8}$ 답 ③

(뒤, 앞, 앞), (앞, 뒤, 앞) (앞, 앞, 뒤)의 3가지

01-1 (ㄱ), (ㄹ) : 1 (ㄴ), (ㄷ) : 0 답 (ㄴ), (ㄷ)

02 모든 경우의 수는 $\frac{7\times6}{2}=21$

남학생이 2명 뽑히는 경우의 수는 $\frac{3\times2}{2}=3$

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{21}=\frac{1}{7}$ 답 ③

n명 중에서 자격이 같은 2명의 대표를 뽑는 경우의 수

➡ $\frac{n\times(n-1)}{2}$

02-1 모든 경우의 수는 $5\times4\times3\times2\times1=120$

승훈, 민호가 이웃하여 서는 경우의 수는

$(4\times3\times2\times1)\times2=48$

따라서 구하는 확률은 $\frac{48}{120}=\frac{2}{5}$ 답 $\frac{2}{5}$

계수의 절댓값이 큰 미지수를 기준으로 생각하는 것이 더 간편하다.

03 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

$x+2y\leq5$를 만족시키는 순서쌍 (x, y)는

$(1, 1)$, $(2, 1)$, $(3, 1)$, $(1, 2)$의 4가지

따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$ 답 ③

x, y는 두 주사위의 눈의 수이므로 $1\leq x\leq6$, $1\leq y\leq6$

03-1 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

$3a+b=9$를 만족시키는 순서쌍 (a, b)는

$(1, 6)$, $(2, 3)$의 2가지

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$ 답 $\frac{1}{18}$

04 $\frac{x}{6+x}=\frac{4}{7}$, $7x=24+4x$, $3x=24$

$\therefore x=8$ 답 ②

04-1 더 넣어야 하는 흰 구슬의 개수를 x개라 하면 주머니에 있는 전체 구슬의 개수는 $(x+9)$개이고 노란 구슬은 4개이므로

$\frac{4}{x+9}=\frac{1}{4}$, $x+9=16$ $\therefore x=7$ 답 7개

05 모든 경우의 수는 $\frac{5\times4}{2}=10$

A가 뽑히는 경우는 4가지이므로 A가 뽑힐 확률은 $\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$

따라서 구하는 확률은 $1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$ 답 ③

A를 제외한 4명 중 1명을 뽑는 경우

사건 A가 일어날 확률이 p

➡ 사건 A가 일어나지 않을 확률은 $1-p$

05-1 소풍을 갈 확률은 비가 오지 않을 확률과 같으므로

$1-\frac{3}{8}=\frac{5}{8}$ 답 $\frac{5}{8}$

06 모든 경우의 수는 $2\times2\times2\times2=16$

4개 모두 뒷면이 나오는 경우는 1가지이므로 4개 모두 뒷면이 나올 확률은 $\frac{1}{16}$

따라서 구하는 확률은

$1-\frac{1}{16}=\frac{15}{16}$ 답 ⑤

○, ×의 2가지

06-1 모든 경우의 수는 $2\times2\times2\times2\times2=32$

5문제 모두 틀리는 경우는 1가지이므로 5문제 모두 틀릴 확률은 $\frac{1}{32}$

따라서 구하는 확률은

$1-\frac{1}{32}=\frac{31}{32}$ 답 ⑤

필수유형 다지기 ▸ 26~27쪽

'또는', '~이거나'

➡ 두 사건의 확률을 더한다.

01 6의 배수가 적힌 카드가 나오는 경우는

6, 12, 18의 3가지이므로 그 확률은 $\frac{3}{20}$

8의 배수가 적힌 카드가 나오는 경우는

8, 16의 2가지이므로 그 확률은 $\frac{2}{20}=\frac{1}{10}$

따라서 구하는 확률은

$\frac{3}{20}+\frac{1}{10}=\frac{1}{4}$ 답 ④

01-1 네 사람을 한 줄로 세우는 경우의 수는

$4\times3\times2\times1=24$

윤아가 맨 앞에 서는 경우의 수는 $3\times2\times1=6$

이므로 그 확률은 $\frac{6}{24}=\frac{1}{4}$

윤아가 맨 뒤에 서는 경우의 수는 $3\times2\times1=6$

이므로 그 확률은 $\frac{6}{24}=\frac{1}{4}$

따라서 구하는 확률은

$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$ 답 ④

LECTURE BOOK

02 6의 약수는 1, 2, 3, 6의 4개이므로 한 개의 주사위에서 6의 약수의 눈이 나올 확률은 $\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

따라서 구하는 확률은

$\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{9}$ 답 ④

02-1 빨간 주머니에서 검은 구슬을 꺼낼 확률은 $\frac{5}{9}$

파란 주머니에서 검은 구슬을 꺼낼 확률은 $\frac{3}{10}$

따라서 구하는 확률은

$\frac{5}{9}\times\frac{3}{10}=\frac{1}{6}$ 답 $\frac{1}{6}$

03 전구에 불이 들어올 확률은

$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$

따라서 구하는 확률은

$1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$ 답 $\frac{5}{6}$

03-1 A가 문제를 맞히지 못할 확률은

$1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$

B가 문제를 맞히지 못할 확률은

$1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$

이므로 A, B 모두 문제를 맞히지 못할 확률은

$\frac{1}{4}\times\frac{3}{5}=\frac{3}{20}$

따라서 구하는 확률은

$1-\frac{3}{20}=\frac{17}{20}$ 답 ④

04 A주머니에서 흰 공, B주머니에서 검은 공을 꺼낼 확률은

$\frac{4}{7}\times\frac{3}{5}=\frac{12}{35}$

A주머니에서 검은 공, B주머니에서 흰 공을 꺼낼 확률은

$\frac{3}{7}\times\frac{2}{5}=\frac{6}{35}$

따라서 구하는 확률은

$\frac{12}{35}+\frac{6}{35}=\frac{18}{35}$ 답 ③

Q BOX

'그리고', '동시에'
➡ 두 사건의 확률을 곱한다.

오지선다형이므로 한 문제를 맞힐 확률은 $\frac{1}{5}$이다.

전구에 불이 들어오려면 A, B스위치가 모두 닫혀야 한다.

가위, 바위, 보를 한 줄로 나열하는 경우의 수와 같으므로
$3\times2\times1=6$

(적어도 하나는 ~일 확률)
$=1-$(모두 ~가 아닐 확률)

04-1 1번 문제를 맞히고 2번 문제는 틀릴 확률은

$\frac{1}{5}\times\left(1-\frac{1}{5}\right)=\frac{1}{5}\times\frac{4}{5}=\frac{4}{25}$

1번 문제를 틀리고 2번 문제는 맞힐 확률은

$\left(1-\frac{1}{5}\right)\times\frac{1}{5}=\frac{4}{5}\times\frac{1}{5}=\frac{4}{25}$

따라서 구하는 확률은

$\frac{4}{25}+\frac{4}{25}=\frac{8}{25}$ 답 $\frac{8}{25}$

05 A가 불합격할 확률은 $1-\frac{4}{5}=\frac{1}{5}$,

B가 합격할 확률은 $\frac{2}{3}$

따라서 구하는 확률은

$\frac{1}{5}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{15}$ 답 ②

05-1 화살을 한 번 쏘았을 때, 명중시키지 못할 확률은

$1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$

세 번 모두 명중시키지 못할 확률은

$\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{64}$

따라서 구하는 확률은

$1-\frac{1}{64}=\frac{63}{64}$ 답 $\frac{63}{64}$

06 모든 경우의 수는 $3\times3\times3=27$

세 사람이 모두 다른 것을 낼 확률은 $\frac{6}{27}=\frac{2}{9}$

세 사람이 모두 같은 것을 낼 확률은 $\frac{3}{27}=\frac{1}{9}$

따라서 비길 확률은

$\frac{2}{9}+\frac{1}{9}=\frac{1}{3}$ 답 ⑤

06-1 모든 경우의 수는 $3\times3=9$

지아가 이기는 경우를 (지아, 현아)로 나타내면 (가위, 보), (바위, 가위), (보, 바위)의 3가지이므로 그 확률은 $\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

현아가 이기는 경우를 (지아, 현아)로 나타내면 (가위, 바위), (바위, 보), (보, 가위)의 3가지이므로 그 확률은 $\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

따라서 구하는 확률은

$\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$ 답 $\frac{1}{9}$

Q BOX

필수유형 다지기 ▸ 29쪽

01 수종이가 흰 바둑돌을 뽑을 확률은 $\frac{8}{14}=\frac{4}{7}$

희라가 검은 바둑돌을 뽑을 확률은 $\frac{6}{14}=\frac{3}{7}$

따라서 구하는 확률은

$\frac{4}{7}\times\frac{3}{7}=\frac{12}{49}$ 답 $\frac{12}{49}$

01-1 첫 번째에 소수가 적힌 카드가 나올 확률은 $\frac{5}{12}$

소수는 2, 3, 5, 7, 11의 5개

두 번째에 5의 배수가 적힌 카드가 나올 확률은

5의 배수는 5, 10의 2개

$\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$

따라서 구하는 확률은

$\frac{5}{12}\times\frac{1}{6}=\frac{5}{72}$ 답 $\frac{5}{72}$

꺼낸 것을 다시 넣지 않고 연속하여 뽑는 경우
➡ 뽑을 때마다 전체 개수가 달라진다.

02 A가 당첨되지 않을 확률은 $\frac{7}{10}$

B가 당첨되지 않을 확률은 $\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$

이므로 A, B 모두 당첨되지 않을 확률은

$\frac{7}{10}\times\frac{2}{3}=\frac{7}{15}$

따라서 구하는 확률은

$1-\frac{7}{15}=\frac{8}{15}$ 답 ②

02-1 2개 모두 노란 공이 나올 확률은

$\frac{3}{7}\times\frac{2}{6}=\frac{1}{7}$

2개 모두 파란 공이 나올 확률은

$\frac{4}{7}\times\frac{3}{6}=\frac{2}{7}$

따라서 구하는 확률은

$\frac{1}{7}+\frac{2}{7}=\frac{3}{7}$ 답 ③

(도형에서의 확률)
$=\frac{(\text{해당하는 부분의 넓이})}{(\text{도형의 전체 넓이})}$

03 화살을 한 번 쏘아 색칠한 부분에 꽂힐 확률은

$\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

따라서 구하는 확률은

$\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$ 답 ①

03-1 파란색 영역에 꽂힐 확률은 $\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$

초록색 영역에 꽂힐 확률은 $\frac{5}{12}$

따라서 구하는 확률은

$\frac{1}{3}+\frac{5}{12}=\frac{3}{4}$ 답 $\frac{3}{4}$

발전유형 익히기 ▸ 30~31쪽

(짝수)+(짝수)=(짝수)
(짝수)+(홀수)=(홀수)
(홀수)+(짝수)=(홀수)
(홀수)+(홀수)=(짝수)

01 (짝수)+(짝수)일 확률은

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

(홀수)+(홀수)일 확률은

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

따라서 구하는 확률은

$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$ 답 ④

(짝수)×(짝수)=(짝수)
(짝수)×(홀수)=(짝수)
(홀수)×(짝수)=(짝수)
(홀수)×(홀수)=(홀수)

01-1 a, b가 모두 홀수일 확률은

$\left(1-\frac{2}{5}\right)\times\left(1-\frac{4}{7}\right)=\frac{3}{5}\times\frac{3}{7}=\frac{9}{35}$

따라서 구하는 확률은

$1-\frac{9}{35}=\frac{26}{35}$ 답 $\frac{26}{35}$

유한소수로 나타낼 수 있는 기약분수
➡ 분모의 소인수가 2나 5뿐이다.

02 $60=2^2\times3\times5$이므로 어떤 수를 60으로 나눌 때, 나누어지는 수가 3의 배수이면 유한소수가 된다.
1부터 50까지의 자연수 중에서 3의 배수는 16개이므로 구하는 확률은 $\frac{16}{50}=\frac{8}{25}$ 답 ③

순환소수로 나타내어지는 기약분수
➡ 분모가 2나 5 이외의 소인수를 갖는다.

02-1 $70=2\times5\times7$이므로 어떤 수를 70으로 나눌 때, 나누어지는 수가 7의 배수가 아니면 이 수는 순환소수가 된다.
즉 구하는 확률은 7의 배수가 아닐 확률과 같다.
1부터 40까지의 자연수 중에서 7의 배수는 5개이므로 그 확률은 $\frac{5}{40}=\frac{1}{8}$

따라서 구하는 확률은

$1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$ 답 ⑤

03 비가 오고 이길 확률은

$\frac{4}{10}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{5}$

비가 오지 않고 이길 확률은

$\frac{6}{10}\times\frac{3}{4}=\frac{9}{20}$

따라서 구하는 확률은

$\frac{1}{5}+\frac{9}{20}=\frac{13}{20}$ 답 $\frac{13}{20}$

LECTURE BOOK

03-1 재민이가 노란 구슬, 지수도 노란 구슬을 꺼낼 확률은

$\frac{4}{9}\times\frac{3}{8}=\frac{1}{6}$

재민이가 파란 구슬, 지수도 파란 구슬을 꺼낼 확률은

$\frac{3}{9}\times\frac{5}{8}=\frac{5}{24}$

따라서 구하는 확률은

$\frac{1}{6}+\frac{5}{24}=\frac{3}{8}$ 답 $\frac{3}{8}$

지수는 빨간 구슬이 없으므로 재민이가 빨간 구슬을 꺼내는 경우는 생각하지 않는다.

04 모든 경우의 수는 $2\times2\times2=8$

점 P가 1에 있게 되는 경우는 앞면이 2번, 뒷면이 1번 나오는 경우이므로

(앞, 앞, 뒤), (앞, 뒤, 앞), (뒤, 앞, 앞)의 3가지

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{8}$ 답 $\frac{3}{8}$

04-1 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

두 눈의 수의 합이 3 또는 8일 때 점 P가 점 D에 놓인다.

두 눈의 수의 합이 3인 경우는 (1, 2), (2, 1)의 2가지이므로 그 확률은 $\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$

두 눈의 수의 합이 8인 경우는 (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)의 5가지이므로 그 확률은 $\frac{5}{36}$

따라서 구하는 확률은

$\frac{1}{18}+\frac{5}{36}=\frac{7}{36}$ 답 $\frac{7}{36}$

두 눈의 수의 합이 3 또는 8일 확률이므로 확률의 덧셈을 이용한다.

05 2회에 B가 이길 확률은

$\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{9}$

1회에 3의 배수가 나오지 않고 2회에 3의 배수가 나올 확률

4회에 B가 이길 확률은

$\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{8}{81}$

따라서 구하는 확률은

$\frac{2}{9}+\frac{8}{81}=\frac{26}{81}$ 답 $\frac{26}{81}$

05-1 1회에 A가 이길 확률은 $\frac{3}{10}$

3회에 A가 이길 확률은

$\frac{7}{10}\times\frac{7}{10}\times\frac{3}{10}=\frac{147}{1000}$

꺼낸 것을 다시 넣는 경우
➡ 뽑을 때마다 전체 개수는 같다.

따라서 구하는 확률은

$\frac{3}{10}+\frac{147}{1000}=\frac{447}{1000}$ 답 $\frac{447}{1000}$

06 둘째 날 이기고 마지막 날 질 확률은

$\frac{2}{3}\times\left(1-\frac{2}{3}\right)=\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{9}$

둘째 날 지고 마지막 날도 질 확률은

$\left(1-\frac{2}{3}\right)\times\left(1-\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$

따라서 구하는 확률은

$\frac{2}{9}+\frac{1}{4}=\frac{17}{36}$ 답 ④

06-1 목요일에 비가 오고 금요일에도 비가 올 확률은

$\frac{1}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{20}$

목요일에 비가 오지 않고 금요일에 비가 올 확률은

$\left(1-\frac{1}{5}\right)\times\frac{1}{5}=\frac{4}{5}\times\frac{1}{5}=\frac{4}{25}$

따라서 구하는 확률은

$\frac{1}{20}+\frac{4}{25}=\frac{21}{100}$ 답 $\frac{21}{100}$

중단원 마무리

▸ 32~35쪽

01 ③	02 ④	03 ③	04 $\frac{1}{2}$
05 ⑤	06 ③, ⑤	07 ④	08 ⑤
09 ④	10 ①	11 ①	12 ④
13 ④	14 ③	15 $\frac{11}{20}$	16 ⑤
17 $\frac{2}{5}$	18 $\frac{16}{25}$	19 $\frac{13}{36}$	20 $\frac{5}{17}$
21 $\frac{1}{4}$	22 ④	23 $\frac{2}{9}$	24 $\frac{1}{3}$
25 $\frac{1}{9}$			

10월은 31일까지 있다.

01 3일, 13일, 23일, 30일, 31일의 5일이므로 구하는 확률은 $\frac{5}{31}$ 답 ③

02 ① 1 ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ 0 ⑤ $\frac{1}{4}$ 답 ④

Q BOX

03 모든 경우의 수는 $2\times2\times2\times2=16$
앞면이 2개 나오는 경우는
(앞, 앞, 뒤, 뒤), (앞, 뒤, 앞, 뒤), (앞, 뒤, 뒤, 앞),
(뒤, 뒤, 앞, 앞), (뒤, 앞, 뒤, 앞), (뒤, 앞, 앞, 뒤)
의 6가지
따라서 구하는 확률은 $\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$ 답 ③

04 4개 중에서 3개를 뽑는 경우의 수는
$\frac{4\times3\times2}{3\times2\times1}=4$
삼각형이 만들어지는 경우는
(2, 8, 9), (6, 8, 9)의 2가지
따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$ 답 $\frac{1}{2}$

05 모든 경우의 수는 $3\times3=9$
서로 다른 색을 고르는 경우의 수는
$3\times2=6$
따라서 구하는 확률은 $\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$ 답 ⑤

06 답 ③, ⑤

07 ③ (앞면이 적어도 1개 나올 확률)$=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$
④ 모두 앞면이 나올 확률과 같으므로 $\frac{1}{8}$이다.
답 ④

08 윷가락 4개 모두 등이 나올 확률은 $\frac{1}{16}$
따라서 구하는 확률은
$1-\frac{1}{16}=\frac{15}{16}$ 답 ⑤

09 모든 경우의 수는 $6\times6=36$
두 눈의 수의 합이 5인 경우는
(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)의 4가지
이므로 그 확률은 $\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$
두 눈의 수의 차가 5인 경우는
(1, 6), (6, 1)의 2가지
이므로 그 확률은 $\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$
따라서 구하는 확률은
$\frac{1}{9}+\frac{1}{18}=\frac{1}{6}$ 답 ④

기차는 정시보다 일찍 도착하거나 정시에 도착하거나 정시보다 늦게 도착하는 경우가 있다.

n명 중에서 자격이 같은 3명의 대표를 뽑는 경우의 수
➡ $\frac{n\times(n-1)\times(n-2)}{3\times2\times1}$

삼각형이 만들어지려면 가장 긴 변의 길이가 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 한다.

한 번의 경기에서 정은이가 질 확률은
$1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

$0\le p\le1$, $0\le q\le1$

(등분된 도형에서의 확률)
$=\frac{(\text{사건에 해당하는 조각의 개수})}{(\text{전체 조각의 개수})}$

10 제품 중 한 개를 고를 때, 불량품일 확률은
$\frac{4}{100}=\frac{1}{25}$
따라서 구하는 확률은
$\frac{1}{25}\times\frac{1}{25}=\frac{1}{625}$ 답 ①

11 오전 8시보다 일찍 도착할 확률은
$1-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{6}$
따라서 구하는 확률은
$\frac{1}{6}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{18}$ 답 ①

12 $1-\left(\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}\right)=\frac{16}{25}$ 답 ④

13 $\left(\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}\right)+\left(\frac{3}{4}\times\frac{1}{4}\right)=\frac{3}{8}$ 답 ④

14 (짝수)+(홀수)=(홀수)일 확률은
$\frac{4}{9}\times\frac{5}{9}=\frac{20}{81}$
(홀수)+(짝수)=(홀수)일 확률은
$\frac{5}{9}\times\frac{4}{9}=\frac{20}{81}$
따라서 구하는 확률은
$\frac{20}{81}+\frac{20}{81}=\frac{40}{81}$ 답 ③

15 두 개 모두 당첨 제비가 아닐 확률은
$\frac{27}{40}\times\frac{26}{39}=\frac{9}{20}$
따라서 구하는 확률은
$1-\frac{9}{20}=\frac{11}{20}$ 답 $\frac{11}{20}$

16 12의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12의 6개이므로 구하는 확률은
$\frac{(\text{12의 약수가 적힌 부분의 넓이})}{(\text{원판의 전체 넓이})}=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$
답 ⑤

17

채점 기준	점수
유한소수가 되는 모든 a의 값 구하기	4
유한소수가 될 확률 구하기	2

$\frac{1}{a}$이 유한소수가 되려면 a의 소인수가 2나 5뿐이어야 하므로
$a=2,\ 4,\ 5,\ 8,\ 10,\ 16$ • 4점

Q BOX

따라서 구하는 확률은 $\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$ • 2점

답 $\frac{2}{5}$

18

채점 기준	점수
사흘 모두 비가 오지 않을 확률 구하기	3
적어도 하루는 비가 올 확률 구하기	3

사건 A가 일어날 확률이 p
➡ 사건 A가 일어나지 않을 확률은 $1-p$

금요일에 비가 오지 않을 확률은

$1-\frac{20}{100}=\frac{4}{5}$

토요일에 비가 오지 않을 확률은

$1-\frac{25}{100}=\frac{3}{4}$

일요일에 비가 오지 않을 확률은

$1-\frac{40}{100}=\frac{3}{5}$

사흘 모두 비가 오지 않을 확률은

$\frac{4}{5}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{5}=\frac{9}{25}$ • 3점

따라서 구하는 확률은

$1-\frac{9}{25}=\frac{16}{25}$ • 3점

답 $\frac{16}{25}$

19

채점 기준	점수
(0, 2)가 나올 확률 구하기	1
(1, 1)이 나올 확률 구하기	1
(2, 0)이 나올 확률 구하기	1
두 수의 합이 2가 될 확률 구하기	3

(0, 2)가 나올 확률은 $\frac{2}{6}\times\frac{3}{6}=\frac{1}{6}$ • 1점

(1, 1)이 나올 확률은 $\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{36}$ • 1점

(2, 0)이 나올 확률은 $\frac{3}{6}\times\frac{2}{6}=\frac{1}{6}$ • 1점

따라서 구하는 확률은

$\frac{1}{6}+\frac{1}{36}+\frac{1}{6}=\frac{13}{36}$ • 3점

답 $\frac{13}{36}$

20 6개의 점에서 3개의 점을 선택하는 경우의 수는

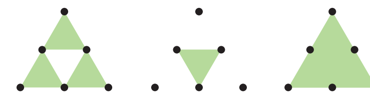
$\frac{6\times5\times4}{3\times2\times1}=20$

이때 한 직선 위에 있는 3개의 점을 선택하는 경우의 수는 3가지

따라서 삼각형이 만들어지는 경우의 수는

$20-3=17$

한 직선 위에 있는 3개의 점을 선택하는 경우 삼각형이 만들어지지 않는다.

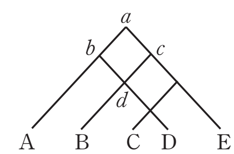


위의 그림과 같이 정삼각형이 만들어지는 경우는 5가지

따라서 구하는 확률은 $\frac{5}{17}$

답 $\frac{5}{17}$

21



위의 그림에서

$a\to b\to d\to$B일 확률은

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$

세 사건의 확률에서도 확률의 곱셈이 성립한다.

$a\to c\to d\to$B일 확률은

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$

따라서 구하는 확률은

$\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{1}{4}$

답 $\frac{1}{4}$

22 게임이 계속되었을 때 A가 이길 확률은

$\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{4}$

(A가 1점을 얻을 확률) +(B가 1점을 얻고 A가 1점을 얻을 확률)

따라서 A가 가질 금화는

$60\times\frac{3}{4}=45$(개)

답 ④

23

채점 기준	점수
해가 1일 확률 구하기	2
해가 3일 확률 구하기	2
해가 1 또는 3일 확률 구하기	2

$ax-b=0$에서 $x=\frac{b}{a}$

$\frac{b}{a}=1$인 경우는 (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)의 6가지

이므로 그 확률은 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$ • 2점

$\frac{b}{a}=3$인 경우는 (1, 3), (2, 6)의 2가지

이므로 그 확률은 $\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$ • 2점

따라서 구하는 확률은

$\frac{1}{6}+\frac{1}{18}=\frac{2}{9}$ • 2점

답 $\frac{2}{9}$

24

채점 기준	점수
두 개 모두 흰 공일 확률 구하기	1
두 개 모두 빨간 공일 확률 구하기	1
두 개 모두 검은 공일 확률 구하기	1
모두 같은 색의 공을 꺼낼 확률 구하기	3

두 개 모두 흰 공일 확률은

$\frac{6}{12}\times\frac{5}{11}=\frac{5}{22}$ • 1점

두 개 모두 빨간 공일 확률은

$\frac{4}{12}\times\frac{3}{11}=\frac{1}{11}$ • 1점

두 개 모두 검은 공일 확률은

$\frac{2}{12}\times\frac{1}{11}=\frac{1}{66}$ • 1점

따라서 구하는 확률은

$\frac{5}{22}+\frac{1}{11}+\frac{1}{66}=\frac{1}{3}$ • 3점

답 $\frac{1}{3}$

25

채점 기준	점수
모든 경우의 수 구하기	1
사각형 OPQR의 넓이가 6인 경우의 수 구하기	3
사각형 OPQR의 넓이가 6일 확률 구하기	2

모든 경우의 수는 $6\times6=36$ • 1점

직사각형 OPQR의 가로의 길이가 a, 세로의 길이가 b이므로 $ab=6$이고 이를 만족시키는 순서쌍 $(a,\ b)$는 $(1,\ 6)$, $(2,\ 3)$, $(3,\ 2)$, $(6,\ 1)$의 4가지 • 3점

(직사각형의 넓이)
=(가로의 길이)
×(세로의 길이)

따라서 구하는 확률은

$\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$ • 2점

답 $\frac{1}{9}$

Ⅳ. 확률

최고수준 정복하기 ▸ 36~37쪽

01 13	**02** 14개	**03** 24	**04** $\frac{1}{18}$
05 $\frac{3}{4}$	**06** $\frac{5}{12}$	**07** $\frac{53}{324}$	**08** $\frac{12}{25}$

01 한 계단씩 올라간 횟수를 x회, 두 계단씩 올라간 횟수를 y회라 하면 $x+2y=6$

(i) $x=6,\ y=0$인 경우

$(1,\ 1,\ 1,\ 1,\ 1,\ 1)$의 1가지

(ii) $x=4,\ y=1$인 경우

$(1,\ 1,\ 1,\ 1,\ 2)$, $(1,\ 1,\ 1,\ 2,\ 1)$,
$(1,\ 1,\ 2,\ 1,\ 1)$, $(1,\ 2,\ 1,\ 1,\ 1)$,
$(2,\ 1,\ 1,\ 1,\ 1)$의 5가지

(iii) $x=2,\ y=2$인 경우

$(1,\ 1,\ 2,\ 2)$, $(1,\ 2,\ 2,\ 1)$,
$(2,\ 2,\ 1,\ 1)$, $(2,\ 1,\ 1,\ 2)$,
$(2,\ 1,\ 2,\ 1)$, $(1,\ 2,\ 1,\ 2)$의 6가지

(iv) $x=0,\ y=3$인 경우

$(2,\ 2,\ 2)$의 1가지

이상에서 구하는 경우의 수는

$1+5+6+1=13$ 답 13

02 두 수 a, b의 곱 ab를 $f(a)$와 $f(b)$의 값에 따라 나누어 보면

(i) $f(a)=1,\ f(b)=6$인 경우

$f(a)=6,\ f(b)=1$인 경우도 ab의 값은 같으므로 따로 생각하지 않는다.

11×16, 11×61, 11×23, 11×32의 4개

(ii) $f(a)=2,\ f(b)=5$인 경우

12×15, 12×51, 21×15, 21×51의 4개

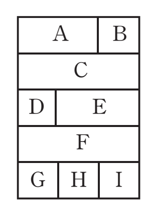
(iii) $f(a)=3,\ f(b)=4$인 경우

13×14, 13×41, 13×22, 31×14,
31×41, 31×22의 6개

이상에서 ab의 값의 개수는

$4+4+6=14$(개) 답 14개

03 각 부분에 칠할 수 있는 색의 수는



A에는 3가지,
B에는 A를 제외한 2가지,
C에는 A, B를 제외한 1가지,
D에는 C를 제외한 2가지,
E에는 C, D를 제외한 1가지,
F에는 D, E를 제외한 1가지,
G에는 F를 제외한 2가지,
H에는 F, G를 제외한 1가지,
I에는 F, H를 제외한 1가지

따라서 구하는 경우의 수는

$3\times2\times1\times2\times1\times1\times2\times1\times1=24$ 답 24

04 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

두 직선
$ax+by=c$,
$a'x+b'y=c'$이 평행
➡ $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\neq\frac{c}{c'}$

두 직선이 평행하려면 $\frac{a}{2}=\frac{3}{b-1}\neq\frac{2}{2}$

즉 $a(b-1)=6$이고 $a\neq2,\ b\neq4$이다.

이를 만족시키는 순서쌍 $(a,\ b)$는 $(3,\ 3)$, $(6,\ 2)$의 2가지

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$ 답 $\frac{1}{18}$

05 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

$\max(a,\ b)<4$인 경우를 다음과 같이 나누어 보면

(i) $\max(a,\ b)=1$인 경우

$(1,\ 1)$의 1가지

(ii) $\max(a,\ b)=2$인 경우

$(2,\ 1)$, $(2,\ 2)$, $(1,\ 2)$의 3가지

(iii) $\max(a,\ b)=3$인 경우

$(3,\ 1)$, $(3,\ 2)$, $(3,\ 3)$, $(1,\ 3)$, $(2,\ 3)$의 5가지

이상에서 $\max(a,\ b)<4$일 확률은

$\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$

따라서 구하는 확률은 $1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$ 답 $\frac{3}{4}$

$\max(a,\ b)\geq4$인 경우를 직접 구하는 것보다 $\max(a,\ b)<4$인 경우를 이용하는 것이 더 간편하다.

$(\max(a,\ b)\geq4$일 확률$)$
$=1-(\max(a,\ b)<4$일 확률$)$

06 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

두 점 $(0,\ 1)$, $(1,\ 3)$을 지나는 직선의 기울기는

$\frac{3-1}{1-0}=2$

두 점 $(0,\ 1)$, $(5,\ 4)$를 지나는 직선의 기울기는

$\frac{4-1}{5-0}=\frac{3}{5}$

즉 $y=\frac{b}{a}x+1$의 그래프가 삼각형 ABC와 만나지 않기 위해서는 $\frac{b}{a}>2$이거나 $\frac{b}{a}<\frac{3}{5}$이어야 한다.

(i) $\frac{b}{a}>2$인 경우

$(1,\ 3)$, $(1,\ 4)$, $(1,\ 5)$, $(1,\ 6)$, $(2,\ 5)$, $(2,\ 6)$의 6가지

(ii) $\frac{b}{a}<\frac{3}{5}$인 경우

$(2,\ 1)$, $(3,\ 1)$, $(4,\ 1)$, $(4,\ 2)$, $(5,\ 1)$, $(5,\ 2)$, $(6,\ 1)$, $(6,\ 2)$, $(6,\ 3)$의 9가지

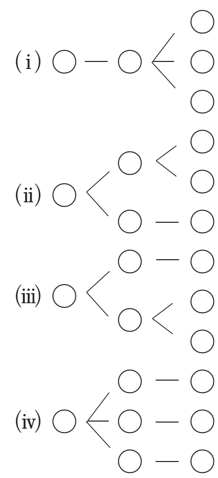
(i), (ii)에서 구하는 확률은

$\frac{6}{36}+\frac{9}{36}=\frac{5}{12}$ 답 $\frac{5}{12}$

두 점 $(a,\ b)$, $(c,\ d)$를 지나는 직선의 기울기
➡ $\frac{d-b}{c-a}\left(\text{또는 } \frac{b-d}{a-c}\right)$

07 1개의 박테리아를 ○로 나타낸다고 할 때, 1개의 박테리아가 20분 후에 3개의 박테리아가 되는 경우와 그 확률은 다음과 같다.

시작 10분 후 20분 후



(i) : $\frac{2}{3}\times\frac{1}{12}=\frac{1}{18}$

(ii) : $\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{24}$

(iii) : $\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{24}$

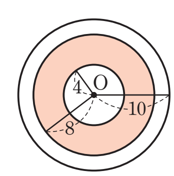
(iv) : $\frac{1}{12}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{81}$

이상에서 구하는 확률은

$\frac{1}{18}+\frac{1}{24}+\frac{1}{24}+\frac{2}{81}=\frac{53}{324}$ 답 $\frac{53}{324}$

세 개 이상의 사건의 확률에서도 확률의 덧셈이 성립한다.

08 오른쪽 그림과 같이 점 O를 중심으로 하고 반지름의 길이가 4인 원과 8인 원을 각각 그릴 때, $4<\overline{OA}<8$이 되려면 색칠한 부분(경계선 제외)에 점 A가 있어야 한다.



따라서 구하는 확률은

$\frac{(\text{색칠한 부분의 넓이})}{(\text{원 O의 넓이})}=\frac{\pi\times8^2-\pi\times4^2}{\pi\times10^2}$

$=\frac{48\pi}{100\pi}=\frac{12}{25}$ 답 $\frac{12}{25}$

반지름의 길이가 r인 원의 넓이 ➡ πr^2

V 도형의 성질

1 삼각형의 성질

필수유형 다지기

▸ 41~43쪽

01 $\angle A=\angle B=6\angle x+5^\circ$이므로

$2\times(6\angle x+5^\circ)+5\angle x=180^\circ$

$17\angle x=170^\circ \qquad \therefore \angle x=10^\circ$ 답 ①

> 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같다.

01-1 $\angle B=\angle ACB=180^\circ-108^\circ=72^\circ$이므로

$\angle A=180^\circ-2\times72^\circ=36^\circ$ 답 ②

02 $\overline{AD}$는 이등변삼각형 ABC의 꼭지각의 이등분선이므로

$x=90,\ y=\frac{1}{2}\times14=7$

$\therefore x-y=83$ 답 ②

> $\overline{AD}\perp\overline{BC}$
> $\overline{BD}=\overline{CD}=\frac{1}{2}\overline{BC}$

02-1 $\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선이므로

$x=\frac{1}{2}\times(180-2\times55)=35$

꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선은 $\overline{BC}$를 이등분하므로

$y=2\times3=6$ 답 $x=35,\ y=6$

03 $\triangle BCD$에서

$\angle C=\angle BDC=180^\circ-110^\circ=70^\circ$이므로

$\angle CBD=180^\circ-2\times70^\circ=40^\circ$

$\therefore \angle ABD=\angle ABC-\angle CBD$

$=70^\circ-40^\circ=30^\circ$ 답 ①

03-1 $\triangle ABC$에서

$\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$

$\triangle DCE$에서 $\angle DCE=\angle DEC=68^\circ$

$\therefore \angle ACD=180^\circ-(70^\circ+68^\circ)=42^\circ$

답 42°

04 $\triangle EBD$와 $\triangle ECD$에서

$\overline{BD}=\overline{CD}$, $\angle BDE=\angle CDE$, $\overline{ED}$는 공통이므로

$\triangle EBD\equiv\triangle ECD$ (SAS 합동)

$\therefore \overline{BE}=\overline{CE}=5(\text{cm})$ 답 5 cm

> 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선
> ➡ 밑변을 수직이등분한다.

04-1 $\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선이므로 $\overline{BC}$를 수직이등분한다.

$\therefore \overline{BD}=\overline{CD}=6(\text{cm})$

이때 $\triangle ABD=24\text{ cm}^2$이므로

$\frac{1}{2}\times6\times\overline{AD}=24 \qquad \therefore \overline{AD}=8(\text{cm})$

답 8 cm

> $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 동위각의 크기는 같다.

05 $\angle EAD=\angle B=\frac{1}{2}\times(180^\circ-84^\circ)=48^\circ$ 답 ③

> $\overline{DE}/\!/\overline{BC}$이므로 엇각의 크기는 같다.

05-1 $\angle CDE=\angle DCB=28^\circ$이므로

$\triangle DCE$에서

$\angle DEC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-28^\circ)=76^\circ$

$\therefore \angle DEA=180^\circ-76^\circ=104^\circ$

따라서 $\triangle ADE$에서

$\angle A=\frac{1}{2}\times(180^\circ-104^\circ)=38^\circ$ 답 38°

> 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

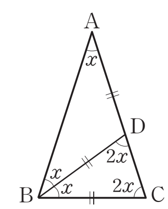
06 $\angle ABO=\angle AOB=25^\circ$이므로

$\angle ACB=\angle CAB=25^\circ+25^\circ=50^\circ$

$\angle CDB=\angle CBD=25^\circ+50^\circ=75^\circ$이므로

$\angle x=180^\circ-75^\circ=105^\circ$ 답 ②

06-1 $\triangle ABD$에서



$\angle ABD=\angle x$이므로

$\angle BDC=2\angle x$

$\therefore \angle ABC=\angle C=2\angle x$

$\triangle ABC$에서

$\angle A+\angle ABC+\angle C$

$=\angle x+2\angle x+2\angle x=180^\circ$

$5\angle x=180^\circ \qquad \therefore \angle x=36^\circ$ 답 ④

> 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이다.

07 $\triangle ABC$에서

$\angle ACB=\angle ABC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-36^\circ)=72^\circ$

$\therefore \angle DCE=\angle ACD=\frac{1}{2}\times(180^\circ-72^\circ)=54^\circ$

$\triangle BCD$에서

$\angle x+\angle CBD=54^\circ$이므로

$\angle x=\angle CBD=\frac{1}{2}\times54^\circ=27^\circ$ 답 27°

07-1 $\triangle ABC$에서

$\angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-48^\circ)=66^\circ$

이므로

$\angle DBC=\frac{1}{2}\times66^\circ=33^\circ$,

$\angle DCE=\frac{1}{2}\times(180^\circ-66^\circ)=57^\circ$

따라서 $\triangle DBC$에서

$\angle x+33^\circ=57^\circ$이므로

$\angle x=57^\circ-33^\circ=24^\circ$ 답 24°

Q BOX

08 답 (가) $\angle ADC$ (나) $\overline{AD}$ (다) ASA

08-1 $\triangle ABC$에서
$\angle BAC=180^\circ-(30^\circ+90^\circ)=60^\circ$
$\triangle ADC$에서
$\angle DCA=\angle DAC=60^\circ$
즉 $\triangle ADC$는 정삼각형이므로
$\overline{AD}=\overline{AC}=5(cm)$
한편 $\angle DCB=90^\circ-60^\circ=30^\circ$이므로
$\triangle DBC$는 $\overline{DB}=\overline{DC}$인 이등변삼각형이다.
$\therefore \overline{DB}=\overline{DC}=5(cm)$
$\therefore \overline{AB}=\overline{AD}+\overline{DB}=10(cm)$ 답 ④

> 폭이 일정한 종이 접기
> ➡ 접은 각과 엇각의 성질을 이용하여 크기가 같은 각을 찾는다.

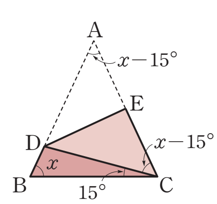
09 $\angle BCA=\angle DAC=65^\circ$ (엇각)
$\angle BAC=\angle DAC=65^\circ$ (접은 각)
$\therefore \angle x=180^\circ-2\times65^\circ=50^\circ$ 답 ②

09-1 $\angle DBC=\angle ACB$ (엇각)
$\angle DBC=\angle ABC$ (접은 각)
$\therefore \angle ABC=\angle ACB$
즉 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로
둘레의 길이는 $5+8+5=18(cm)$ 답 18 cm

발전유형 익히기 ▸ 44쪽

01 $\angle DBE=\angle x$이므로
$\angle C=\angle ABC=\angle x+33^\circ$
$\triangle ABC$에서
$\angle x+2\times(\angle x+33^\circ)=180^\circ$
$3\angle x=114^\circ$ $\therefore \angle x=38^\circ$ 답 ④

01-1 $\angle B=\angle x$로 놓으면
$\angle A=\angle DCE$
$=\angle x-15^\circ$
$\triangle ABC$에서
$(\angle x-15^\circ)+2\angle x$
$=180^\circ$
$3\angle x=195^\circ$ $\therefore \angle x=65^\circ$ 답 65°



02 $\triangle ABC$가 이등변삼각형이므로 $\angle B=\angle C$
$\triangle DBE\equiv\triangle ECF$ (SAS 합동)이므로
$\angle DEB=\angle EFC$
$\therefore \angle DEF=180^\circ-(\angle DEB+\angle FEC)$
$=180^\circ-(\angle EFC+\angle FEC)$
$=\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-58^\circ)=61^\circ$
답 61°

> $\overline{BD}=\overline{CE}$, $\overline{BE}=\overline{CF}$, $\angle B=\angle C$

02-1 $\triangle ABC$가 이등변삼각형이므로 $\angle B=\angle C$
$\triangle FBD\equiv\triangle DCE$ (SAS 합동)이므로
$\angle FDB=\angle DEC$
$\therefore \angle FDE=180^\circ-(\angle FDB+\angle EDC)$
$=180^\circ-(\angle DEC+\angle EDC)$
$=\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-44^\circ)=68^\circ$
또 $\triangle DEF$는 $\overline{DE}=\overline{DF}$인 이등변삼각형이므로
$\angle DFE=\angle DEF$
$=\frac{1}{2}\times(180^\circ-68^\circ)=56^\circ$
답 ②

> $\overline{BD}=\overline{CE}$, $\overline{BF}=\overline{CD}$, $\angle B=\angle C$

03 $\triangle ACE\equiv\triangle BCD$ (SAS 합동)이므로
$\angle EAC=\angle DBC=34^\circ$
$\triangle ACE$에서
$\angle x+\angle EAC=\angle ACB$이므로
$\angle x=60^\circ-34^\circ=26^\circ$
답 26°

> $\overline{AC}=\overline{BC}$, $\overline{CE}=\overline{CD}$,
> $\angle ACE$
> $=\angle ACD+\angle DCE$
> $=\angle ACD+\angle BCA$
> $=\angle BCD$

03-1 $\triangle ABD\equiv\triangle ACE$ (SAS 합동)이므로
$\angle x=\angle ABD=60^\circ$
답 ④

> $\overline{AB}=\overline{AC}$, $\overline{AD}=\overline{AE}$,
> $\angle BAD$
> $=\angle BAC-\angle DAC$
> $=\angle DAE-\angle DAC$
> $=\angle CAE$

필수유형 다지기 ▸ 46~47쪽

01 $\angle A=90^\circ-53^\circ=37^\circ$
따라서 ②의 삼각형과 합동이다. (RHA 합동)
답 ②

> 직각삼각형에서 한 예각의 크기가 정해지면 다른 한 예각의 크기도 정해진다.

01-1 ① SAS 합동 ② RHS 합동
③ RHA 합동 ④ ASA 합동
답 ⑤

02 $\triangle ADB\equiv\triangle CEA$ (RHA 합동)이므로
$\overline{DA}=\overline{EC}=5(cm)$,
$\overline{AE}=\overline{BD}=3(cm)$
$\therefore \overline{DE}=\overline{DA}+\overline{AE}=5+3=8(cm)$
답 ③

> $\angle D=\angle E=90^\circ$,
> $\overline{AB}=\overline{CA}$,
> $\angle ABD=90^\circ-\angle BAD$
> $=\angle CAE$

02-1 $\triangle MDB$와 $\triangle MEC$에서
$\angle MDB=\angle MEC=90^\circ$, $\overline{BM}=\overline{CM}$,
$\angle B=\angle C$이므로
$\triangle MDB\equiv\triangle MEC$ (RHA 합동)
$\therefore \angle BMD=\angle CME$, $\overline{BD}=\overline{CE}$, $\overline{MD}=\overline{ME}$
답 ①

Q BOX

03 △EBC와 △DCB에서
$\angle CEB=\angle BDC=90^\circ$, $\overline{BC}$는 공통,
$\overline{BE}=\overline{CD}$이므로
△EBC≡△DCB (RHS 합동)
$\therefore \angle EBC=\angle DCB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$
따라서 △DBC에서
$\angle DBC=90^\circ-65^\circ=25^\circ$ 답 ②

03-1 △ADE와 △ACE에서
$\angle ADE=\angle ACE=90^\circ$, $\overline{AE}$는 공통,
$\overline{AD}=\overline{AC}$이므로
△ADE≡△ACE (RHS 합동)
따라서 $\overline{DE}=\overline{CE}=3(\text{cm})$이므로
$\triangle ABE=\frac{1}{2}\times10\times3=15(\text{cm}^2)$ 답 15 cm²

04 답 (가) ∠PBO (나) ∠POB (다) $\overline{OP}$
(라) RHA (마) $\overline{PB}$

04-1 답 (가) $\overline{PD}$ (나) RHS (다) ∠POC

05 $\overline{OP}$가 ∠AOB의 이등분선이므로
$\angle QOP=\frac{1}{2}\times50^\circ=25^\circ$
△QOP에서 $\angle QPO=90^\circ-25^\circ=65^\circ$
답 65°

05-1 $\overline{BD}$는 ∠B의 이등분선이므로
$\overline{DE}=\overline{DA}=4(\text{cm})$
△CDE에서 $\angle C=45^\circ$이므로
$\angle CDE=90^\circ-45^\circ=45^\circ$
$\therefore \overline{CE}=\overline{DE}=4(\text{cm})$
$\therefore \triangle CDE=\frac{1}{2}\times4\times4=8(\text{cm}^2)$ 답 8 cm²

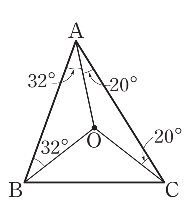
필수유형 다지기

49~50쪽

01 답 (가) SAS (나) $\overline{OB}$ (다) $\overline{OC}$
(라) 이등변삼각형 (마) $\overline{CF}$

01-1 외심은 세 변의 수직이등분선의 교점이다.
답 ③

02 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를
그으면
$\angle BAC=32^\circ+20^\circ$
$=52^\circ$
답 ④



점 O가 △ABC의 외심
➡ $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$
➡ △OAB, △OBC,
△OCA는 이등변삼각형

직각삼각형의 빗변의 중점
➡ 외심

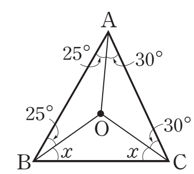
직각이등변삼각형에서 직각이 아닌 두 내각의 크기는 모두 45°이므로
∠C=∠B=45°

점 M은 △ABC의 외심
이므로 $\overline{MA}=\overline{MB}=\overline{MC}$

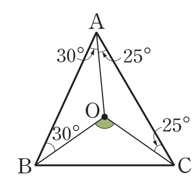
02-1 $\angle AOB=360^\circ\times\frac{2}{9}=80^\circ$
△OAB는 이등변삼각형이므로
$\angle ABO=\frac{1}{2}\times(180^\circ-80^\circ)=50^\circ$ 답 50°

02-2 $\overline{AD}=\overline{DB}$, $\overline{BE}=\overline{EC}$, $\overline{CF}=\overline{FA}$이므로
$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=2\times(11+9+10)$
$=60(\text{cm})$ 답 60 cm

03 $\angle x+25^\circ+30^\circ=90^\circ$
$\therefore \angle x=35^\circ$
답 ④

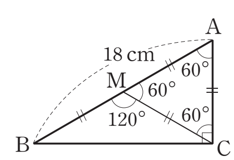


03-1 오른쪽 그림과 같이
$\overline{OA}$를 그으면
$\angle BAC=30^\circ+25^\circ$
$=55^\circ$
또 $\angle BOC=2\angle BAC$
이므로 $\angle BOC=2\times55^\circ=110^\circ$ 답 ③



04 점 M은 직각삼각형 ABC의 외심이므로
$\overline{BM}=\overline{AM}=\overline{CM}=\frac{1}{2}\times12=6(\text{cm})$ 답 6 cm

04-1 $\angle AMC=180^\circ-120^\circ$
$=60^\circ$
이고 $\overline{MA}=\overline{MC}$이므로
$\angle MAC=\angle MCA$
$=\frac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$
따라서 △AMC가 정삼각형이므로
$\overline{AC}=\overline{AM}=\frac{1}{2}\times18=9(\text{cm})$ 답 9 cm



05 $\overline{MA}=\overline{MB}$이므로 $\angle MAB=\angle B=34^\circ$
$\therefore \angle x=2\times34^\circ=68^\circ$ 답 ⑤

05-1 $\angle CMB=180^\circ\times\frac{5}{9}=100^\circ$
$\overline{MB}=\overline{MC}$이므로
$\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-100^\circ)=40^\circ$ 답 40°

Q BOX

필수유형 다지기

▸ 52~53쪽

01 답 (가) $\overline{IF}$ (나) $\overline{IE}$ (다) $\angle ICF$

01-1 ①, ④ 외심 답 ②, ③

02 $\angle IBC=\angle IBA=27^\circ$, $\angle ICB=\angle ICA=30^\circ$
이므로
$\angle ABC=2\times 27^\circ=54^\circ$, $\angle ACB=2\times 30^\circ=60^\circ$
$\therefore\ \angle A=180^\circ-(54^\circ+60^\circ)=66^\circ$ 답 66°

삼각형의 내심은 세 내각의 이등분선의 교점이다.

02-1 $\angle IBC=\angle IBA=38^\circ$
$\therefore\ \angle x=\angle ICB=180^\circ-(120^\circ+38^\circ)=22^\circ$
답 22°

03 $\angle x+17^\circ+35^\circ=90^\circ$ $\therefore\ \angle x=38^\circ$
답 38°

03-1 $\angle x=90^\circ+\frac{1}{2}\angle BAC=90^\circ+18^\circ=108^\circ$
$\angle y=90^\circ-(18^\circ+32^\circ)=40^\circ$
$\therefore\ \angle x-\angle y=68^\circ$ 답 68°

04 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$\frac{1}{2}\times r\times(6+5+5)=12$
$\therefore\ r=\frac{3}{2}$ 답 ③

$\triangle ABC$의 내접원의 반지름의 길이가 r일 때
$\triangle ABC$
$=\frac{1}{2}r(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})$

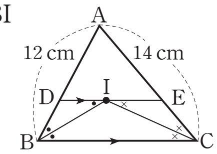
04-1 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$\frac{1}{2}\times r\times(12+13+5)=\frac{1}{2}\times 5\times 12$
$\therefore\ r=2$
$\therefore\ \triangle IBC=\frac{1}{2}\times 13\times 2=13(\text{cm}^2)$ 답 $13\ \text{cm}^2$

05 $\overline{AD}=\overline{AF}=4(\text{cm})$이므로
$\overline{BE}=\overline{BD}=9-4=5(\text{cm})$
따라서 $\overline{CF}=\overline{CE}=12-5=7(\text{cm})$이므로
$\overline{AC}=4+7=11(\text{cm})$ 답 11 cm

$\triangle ABC$의 내접원과 세 변의 접점을 D, E, F라 하면
➡ $\overline{AD}=\overline{AF}$, $\overline{BD}=\overline{BE}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$

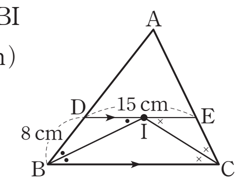
05-1 $\overline{BE}=\overline{BD}=x$ cm라 하면
$\overline{AF}=\overline{AD}=8-x(\text{cm})$
$\overline{CF}=\overline{CE}=13-x(\text{cm})$
$\overline{AC}=\overline{AF}+\overline{CF}$에서 $(8-x)+(13-x)=11$
$\therefore\ x=5$ 답 5 cm

06 $\angle DIB=\angle CBI=\angle DBI$
이므로 $\overline{DI}=\overline{DB}$
같은 방법으로 $\overline{EI}=\overline{EC}$
따라서 $\triangle ADE$의 둘레의
길이는



$\overline{AD}+\overline{DE}+\overline{AE}=\overline{AD}+\overline{DI}+\overline{EI}+\overline{AE}$
$=\overline{AD}+\overline{DB}+\overline{EC}+\overline{AE}$
$=\overline{AB}+\overline{AC}=12+14$
$=26(\text{cm})$ 답 ②

06-1 $\angle DIB=\angle CBI=\angle DBI$
이므로 $\overline{DI}=\overline{DB}=8(\text{cm})$
같은 방법으로
$\overline{EC}=\overline{EI}=15-8$
$=7(\text{cm})$



답 ④

발전유형 익히기

▸ 54~55쪽

01 $\triangle ABD\equiv\triangle CAE$ (RHA 합동)이므로
$\overline{AD}=\overline{CE}=6(\text{cm})$, $\overline{AE}=\overline{BD}=4(\text{cm})$
$\therefore\ \overline{DE}=6-4=2(\text{cm})$ 답 2 cm

$\angle ADB=\angle CEA=90^\circ$,
$\overline{AB}=\overline{CA}$,
$\angle ABD=90^\circ-\angle BAD$
$=\angle CAE$

01-1 $\triangle ABD\equiv\triangle CAE$ (RHA 합동)이므로
$\overline{AD}=\overline{CE}=10$
$\therefore\ \overline{BD}=\overline{AE}=10+8=18$
$\therefore\ \triangle ABD=\frac{1}{2}\times 18\times 10=90$ 답 90

02 $\triangle OAC$에서
$\angle OAC=\angle OCA=\angle x$로 놓으면
$\angle ABO=\angle BAO=\angle x+25^\circ$
$\angle CBO=\angle BCO=\angle x+20^\circ$
$\triangle ABC$에서
$25^\circ+(\angle x+25^\circ+\angle x+20^\circ)+20^\circ=180^\circ$
$\therefore\ \angle x=45^\circ$
따라서 $\triangle OAC$에서
$\angle AOC=180^\circ-2\times 45^\circ=90^\circ$ 답 ④

$\angle BAC+\angle ABC$
$+\angle BCA=180^\circ$

02-1 $\angle OBC=\angle OCB=50^\circ$이므로
$\angle BOC=180^\circ-2\times 50^\circ=80^\circ$
$\angle OAB=\angle OBA=20^\circ+50^\circ=70^\circ$이므로
$\angle AOB=180^\circ-2\times 70^\circ=40^\circ$
$\therefore\ \angle AOC=\angle BOC-\angle AOB$
$=80^\circ-40^\circ=40^\circ$
따라서 $\angle OCA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$
이므로 $\angle ACB=70^\circ-50^\circ=20^\circ$ 답 20°

03 점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로 $2\angle A=92^\circ$

$\therefore \angle A=46^\circ$

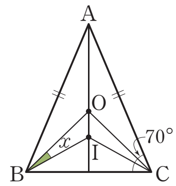
또 점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\times 46^\circ=113^\circ$ 답 ④

> 이등변삼각형의 외심과 내심
> ➡ 꼭지각의 이등분선 위에 있다.

03-1 $\angle BAC=180^\circ-2\times 70^\circ$
$=40^\circ$

이므로



$\angle BOC=2\times 40^\circ=80^\circ$

$\therefore \angle OBC$

$=\frac{1}{2}\times(180^\circ-80^\circ)=50^\circ$

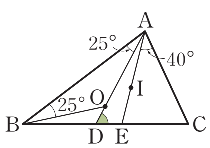
또 $\angle IBC=\frac{1}{2}\times 70^\circ=35^\circ$이므로

$\angle x=\angle OBC-\angle IBC=50^\circ-35^\circ=15^\circ$

답 15°

03-2 $\angle OBA=\angle OAB=25^\circ$

이므로



$\angle BOA=180^\circ-2\times 25^\circ$
$=130^\circ$

$\therefore \angle C=\frac{1}{2}\times 130^\circ=65^\circ$

$\angle DAE=40^\circ-25^\circ=15^\circ$이므로

> 점 I가 내심이므로 $\angle BAI=\angle CAI$

$\triangle ADC$에서

$\angle ADE=180^\circ-(15^\circ+40^\circ+65^\circ)=60^\circ$

답 60°

04 (외접원의 반지름의 길이)$=\frac{1}{2}\times 15=\frac{15}{2}$(cm)

> 직각삼각형의 빗변은 외접원의 지름이므로 외접원의 반지름의 길이는 $\frac{1}{2}\overline{AC}$이다.

이므로 $R=\frac{15}{2}$

$\frac{1}{2}\times r\times(9+12+15)=\frac{1}{2}\times 12\times 9$이므로 $r=3$

$\therefore 2R+r=15+3=18$ 답 18

04-1 (외접원의 반지름의 길이)$=\frac{1}{2}\times 13=\frac{13}{2}$(cm)

이므로 외접원의 둘레의 길이는

$2\pi\times\frac{13}{2}=13\pi$(cm)

내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\frac{1}{2}\times r\times(5+13+12)=\frac{1}{2}\times 12\times 5$

$\therefore r=2$

따라서 내접원의 둘레의 길이는

$2\pi\times 2=4\pi$(cm)

$\therefore 13\pi+4\pi=17\pi$(cm) 답 17π cm

04-2 (외접원의 반지름의 길이)$=\frac{1}{2}\times 10=5$(cm)

내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\frac{1}{2}\times r\times(6+8+10)=\frac{1}{2}\times 6\times 8$ $\therefore r=2$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$25\pi-4\pi=21\pi(\text{cm}^2)$ 답 $21\pi\,\text{cm}^2$

> 외접원의 넓이는 $\pi\times 5^2=25\pi(\text{cm}^2)$
> 내접원의 넓이는 $\pi\times 2^2=4\pi(\text{cm}^2)$

05 $\angle DBI=\angle CBI=\angle a$, $\angle BCI=\angle ECI=\angle b$

> 점 I가 내심이므로 $\overline{BI}$, $\overline{CI}$는 각각 $\angle B$, $\angle C$의 이등분선이다.

로 놓으면

$\triangle DBC$에서 $2\angle a+\angle b+74^\circ=180^\circ$ …… ㉠

$\triangle EBC$에서 $\angle a+2\angle b+94^\circ=180^\circ$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $\angle a=42^\circ$, $\angle b=22^\circ$

$\therefore \angle A=180^\circ-2(\angle a+\angle b)$
$=180^\circ-2\times(42^\circ+22^\circ)=52^\circ$

답 52°

05-1 $\angle DBI=\angle CBI=\angle a$, $\angle BCI=\angle ECI=\angle b$

로 놓으면

$\triangle ADC$에서 $\angle BDC=\angle b+68^\circ$

$\triangle ABE$에서 $\angle BEC=\angle a+68^\circ$

한편 $\angle a+\angle b=\frac{1}{2}\times(180^\circ-68^\circ)=56^\circ$이므로

$\angle BDC+\angle BEC=(\angle b+68^\circ)+(\angle a+68^\circ)$
$=68^\circ+68^\circ+56^\circ=192^\circ$

답 ②

중단원 마무리

▸ 56~59쪽

01 ③	**02** 32°	**03** 27°	**04** ④
05 ④	**06** $x=25$, $y=8$		**07** ⑤
08 ⑤	**09** 110°	**10** ③	**11** ⑤
12 ③	**13** ②	**14** ②	**15** ③
16 ⑤	**17** 72°	**18** $\angle x=32^\circ$, $\angle y=16^\circ$	
19 12 cm	**20** 60°	**21** ③	**22** ②
23 (1) $\angle a+\angle b$ (2) 이등변삼각형			**24** $10\,\text{cm}^2$
25 62°			

01 $\angle A=4\angle x$라 하면 $\angle C=\angle B=7\angle x$

$4\angle x+7\angle x+7\angle x=180^\circ$이므로 $\angle x=10^\circ$

$\therefore \angle C=7\angle x=70^\circ$ 답 ③

02 $\triangle PBD$와 $\triangle PCD$에서

$\overline{BD}=\overline{CD}$, $\angle PDB=\angle PDC$, $\overline{PD}$는 공통이므로

> 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.

$\triangle PBD\equiv\triangle PCD$ (SAS 합동)

$\therefore \angle CPD=\angle BPD=58^\circ$

$\triangle PDC$에서 $\angle x=180^\circ-(90^\circ+58^\circ)=32^\circ$

답 32°

Q BOX

03 △BAE와 △CAD에서

$\overline{AB}=\overline{AC}$, $\overline{BE}=\overline{CD}$, $\angle B=\angle C$이므로

$\triangle BAE\equiv\triangle CAD$ (SAS 합동)

따라서 △ADE는 $\overline{AD}=\overline{AE}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ADE=\frac{1}{2}\times(180°-42°)=69°$

따라서 △ADC에서

$\angle CAE=\angle CAD-42°=69°-42°=27°$

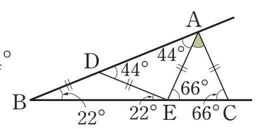
답 27°

> $\angle CAD=\angle CDA=69°$

04 △DBE에서

$\angle EDA=2\times22°=44°$

$\angle EAD=\angle EDA$
$=44°$



이므로 △ABE에서

$\angle AEC=22°+44°=66°$

△AEC는 이등변삼각형이므로

$\angle EAC=180°-2\times66°=48°$

답 ④

> 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

05 $\angle ABC=\angle C=68°$이므로

$\angle A=\angle DBE=68°-\angle x$

따라서 $(68°-\angle x)+2\times68°=180°$이므로

$\angle x=24°$

답 ④

06 $\angle B=\angle C$이므로 △ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이다.

따라서 $\overline{AC}=\overline{AB}=8(\text{cm})$이므로 $y=8$

$\angle ADC=90°$이므로

$x=90-65=25$

답 $x=25$, $y=8$

> 두 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

07 $\angle ABC=\angle BCD=70°$ (엇각)

$\angle ACB=\angle BCD=70°$ (접은 각)

이므로 $\angle BAC=180°-2\times70°=40°$

$\therefore\ \angle x=\angle BAC=40°$ (맞꼭지각)

답 ⑤

08 $\triangle ADB\equiv\triangle BEC$ (RHA 합동)이므로

$\overline{BD}=\overline{CE}=7(\text{cm})$, $\overline{BE}=\overline{AD}=3(\text{cm})$

즉 $\overline{DE}=7+3=10(\text{cm})$이므로

사각형 ADEC의 넓이는

$\frac{1}{2}\times(3+7)\times10=50(\text{cm}^2)$

$\therefore\ \triangle ABC=50-2\times\left(\frac{1}{2}\times3\times7\right)=29(\text{cm}^2)$

답 ⑤

> $\angle ADB=\angle BEC=90°$,
> $\overline{AB}=\overline{BC}$,
> $\angle BAD=90°-\angle ABD$
> $=\angle CBE$

09 △BDM과 △CEM에서

$\angle BDM=\angle CEM=90°$, $\overline{BM}=\overline{CM}$,

$\overline{BD}=\overline{CE}$이므로

$\triangle BDM\equiv\triangle CEM$ (RHS 합동)

따라서 $\angle C=\angle B=35°$이므로

$\angle A=180°-2\times35°=110°$

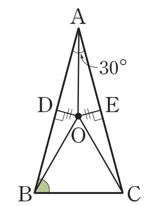
답 110°

10 $\angle BOC=180°-2\times40°=100°$

$\therefore\ \angle A=\frac{1}{2}\angle BOC=50°$

답 ③

11 $\triangle OAD\equiv\triangle OAE$ (RHS 합동)



이므로

$\angle OBA=\angle OAB$

$=\frac{1}{2}\times30°=15°$

또 $\angle BOC=2\angle BAC$

$=2\times30°=60°$

이므로 $\angle OBC=\frac{1}{2}\times(180°-60°)=60°$

$\therefore\ \angle ABC=\angle OBA+\angle OBC=15°+60°=75°$

답 ⑤

> 삼각형의 외심에서 각 꼭짓점에 이르는 거리는 같다.
> ➡ △OAB, △OBC, △OCA는 이등변삼각형

12 △ABC는 $\angle A=90°$인 직각삼각형이므로

$\angle ABO=\angle OAB=90°-28°=62°$

답 ③

> △ABC에서 외심 O가 $\overline{BC}$의 중점이므로 △ABC는 $\overline{BC}$가 빗변이고 $\angle A=90°$인 직각삼각형이다.

13 ② 삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같다.

답 ②

14 점 P는 △ABC의 내심이므로

$\angle BPC=90°+\frac{1}{2}\angle A=90°+\frac{1}{2}\times70°=125°$

답 ②

15 $\overline{AD}=\overline{AF}=x$라 하면

$\overline{BE}=\overline{BD}=9-x$, $\overline{CE}=\overline{CF}=12-x$

$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}$에서

$(9-x)+(12-x)=15$ $\quad\therefore\ x=3$

답 ③

16 $\angle BOC=2\angle A$, $\angle BOC=90°+\frac{1}{2}\angle A$이므로

$2\angle A=90°+\frac{1}{2}\angle A$ $\quad\therefore\ \angle A=60°$

$\therefore\ \angle x=2\times60°=120°$

답 ⑤

17

채점 기준	점수
정오각형의 한 내각의 크기 구하기	2
∠CBE의 크기 구하기	4

$\angle BAE=\frac{180°\times(5-2)}{5}=108°$ • 2점

$\angle ABE=\angle AEB=\frac{1}{2}\times(180°-108°)=36°$

이므로

$\angle CBE=108°-36°=72°$ • 4점

답 72°

> 정n각형의 한 내각의 크기
> ➡ $\frac{180°\times(n-2)}{n}$

Q BOX

18

채점 기준	점수
$\angle$ABC의 크기 구하기	2
$\angle x$의 크기 구하기	2
$\angle y$의 크기 구하기	2

$\angle ACD=\angle DCE=180^\circ-127^\circ=53^\circ$이므로

$\triangle$ABC에서

$\angle ABC=\angle ACB=127^\circ-53^\circ=74^\circ$ • 2점

$\therefore\ \angle x=180^\circ-2\times74^\circ=32^\circ$ • 2점

$\angle DBC=\frac{1}{2}\times74^\circ=37^\circ$이므로

$\triangle$DBC에서

$37^\circ+127^\circ+\angle y=180^\circ$

$\therefore\ \angle y=16^\circ$ • 2점

답 $\angle x=32^\circ$, $\angle y=16^\circ$

19

채점 기준	점수
$\overline{BD}$의 길이 구하기	2
$\overline{BE}+\overline{DE}$의 길이 구하기	3
$\triangle$BED의 둘레의 길이 구하기	1

$\triangle AEC\equiv\triangle AED$ (RHA 합동)이므로

$\overline{AD}=\overline{AC}=6$(cm)

$\therefore\ \overline{BD}=10-6=4$(cm) • 2점

또 $\overline{DE}=\overline{CE}$이므로

$\overline{BE}+\overline{DE}=\overline{BE}+\overline{CE}=\overline{BC}=8$(cm) • 3점

따라서 $\triangle$BED의 둘레의 길이는

$\overline{BD}+\overline{BC}=4+8=12$(cm) • 1점

답 12 cm

20 $\triangle ACE\equiv\triangle BCD$ (SAS 합동)이므로

$\angle CAE=\angle CBD$

$\triangle$BEP에서

$\angle x=\angle EBP+\angle BEP$

$=\angle CAE+\angle CEA$

$=\angle ACB=60^\circ$ 답 60°

$\overline{AC}=\overline{BC}$, $\overline{CE}=\overline{CD}$,
$\angle ACE$
$=\angle ACD+\angle DCE$
$=\angle ACD+\angle ACB$
$=\angle BCD$

21 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 외접원의 반지름의 길이는

$\frac{1}{2}\times20=10$(cm)

내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\frac{1}{2}\times r\times(20+12+16)=\frac{1}{2}\times12\times16$

$\therefore\ r=4$

$\therefore\ 10+4=14$(cm) 답 ③

22 $\angle IDE=\angle ABC=60^\circ$ (동위각),

$\angle IED=\angle ACB=60^\circ$ (동위각)이므로

$\triangle$IDE는 정삼각형이다.

또 $\angle IBD=\angle ABI=\angle BID$이므로

$\triangle$IBD는 이등변삼각형이다.

같은 방법으로 $\triangle$IEC도 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \overline{BD}=\overline{ID}=\overline{DE}=\overline{EI}=\overline{EC}$

② $\overline{AI}=\overline{BI}<\overline{BE}$ 답 ②

$\overline{BE}$는 $\angle BIE=90^\circ$인 직각삼각형 BEI의 빗변이다.

23

채점 기준	점수
$\angle$BED의 크기를 $\angle a$, $\angle b$로 나타내기	3
$\triangle$AEF가 어떤 삼각형인지 말하기	3

(1) $\angle ABE=\angle a$,

$\angle BAE=90^\circ-\angle CAD=\angle b$이므로

$\triangle$ABE에서 $\angle BED=\angle a+\angle b$ • 3점

(2) $\triangle$BCF에서 $\angle BFA=\angle a+\angle b$

즉 $\angle AEF=\angle AFE$이므로 $\triangle$AEF는

$\overline{AE}=\overline{AF}$인 이등변삼각형이다. • 3점

답 (1) $\angle a+\angle b$ (2) 이등변삼각형

$\angle AEF=\angle BED$
$=\angle a+\angle b$
(맞꼭지각)

24

채점 기준	점수
$\triangle$OBE의 넓이 구하기	1
$\triangle OAD+\triangle OBE+\triangle OCF=\frac{1}{2}\triangle ABC$임을 알기	2
사각형 OFAD의 넓이 구하기	3

$\triangle OBE=\frac{1}{2}\times4\times3=6(\text{cm}^2)$ • 1점

$\triangle OAD+\triangle OBE+\triangle OCF$

$=\frac{1}{2}\triangle ABC=16(\text{cm}^2)$ • 2점

이므로 사각형 OFAD의 넓이는

$\triangle OAD+\triangle OAF=\triangle OAD+\triangle OCF$

$=16-\triangle OBE$

$=16-6=10(\text{cm}^2)$ • 3점

답 $10\ \text{cm}^2$

25

채점 기준	점수
$\angle$ACB의 크기 구하기	2
$\angle$ACI의 크기 구하기	2
$\angle x$의 크기 구하기	2

$\angle ACB=\angle ABC$

$=\frac{1}{2}\times(180^\circ-68^\circ)=56^\circ$ • 2점

$\angle ACI=\frac{1}{2}\angle ACB=\frac{1}{2}\times56^\circ=28^\circ$ • 2점

따라서 $\triangle$CDE에서

$\angle x=90^\circ-\angle DCE=90^\circ-28^\circ=62^\circ$ • 2점

답 62°

점 O는 $\triangle$ABC의 외심이므로 $\overline{AC}\perp\overline{OD}$

LECTURE BOOK

Q BOX

2 사각형의 성질

필수유형 다지기 ▶ 61~63쪽

01 평행사변형은 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형이다. 답 ③

01-1 $\angle OCD=\angle OAB=55^\circ$ (엇각)이므로
△OCD에서 $\angle BOC=34^\circ+55^\circ=89^\circ$ 답 ②

> 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

02 ③ (다) ASA 답 ③

> 평행사변형의 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.

02-1 $\overline{AB}=\overline{DC}$이므로 $4x-1=2y+1$ …… ㉠
$\overline{AD}=\overline{BC}$이므로 $5x-4=y+3$ …… ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면
$x=2,\ y=3$
$\therefore x+y=5$ 답 ①

02-2 $4\overline{AB}=3\overline{BC}=3\times 8=24$ $\therefore \overline{AB}=6$
따라서 □ABCD의 둘레의 길이는
$2(\overline{AB}+\overline{BC})=2\times(6+8)=28$ 답 ③

03 ④ (라) ∠CDB 답 ④

> 평행사변형의 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같다.

03-1 $\angle x=\angle BCA=50^\circ$ (엇각)
$\angle y=\angle B=180^\circ-(70^\circ+50^\circ)=60^\circ$
답 $\angle x=50^\circ,\ \angle y=60^\circ$

03-2 $\angle D=\angle B=180^\circ\times\frac{7}{10}=126^\circ$ 답 ④

04 답 (가) ∠OCD (나) ∠ODC (다) $\overline{CD}$ (라) ASA

04-1 $\overline{AO}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 14=7$이므로
$3x-2=7$ $\therefore x=3$
$\overline{DO}=4\times 3-1=11$이므로
$\overline{BD}=2\overline{DO}=2\times 11=22$ 답 ①

> 평행사변형의 두 대각선은 서로를 이등분한다.

05 $\angle CBE=\angle ABE=\angle CEB$이므로
△BCE는 이등변삼각형이다.
$\therefore \overline{CE}=\overline{BC}=7$(cm)
$\therefore \overline{DE}=\overline{CE}-\overline{CD}=7-5=2$(cm) 답 2cm

> $\overline{AB}/\!/\overline{CE}$이므로 엇각의 크기가 같다.

05-1 △MAD와 △MNC에서
$\overline{MD}=\overline{MC}$, $\angle ADM=\angle NCM$ (엇각),
$\angle AMD=\angle NMC$ (맞꼭지각)
이므로 △MAD≡△MNC (ASA 합동)
$\therefore \overline{NC}=\overline{AD}=4$(cm)
$\therefore \overline{BN}=\overline{BC}+\overline{CN}=4+4=8$(cm) 답 8cm

06 $\angle BAE=\angle DEA=58^\circ$ (엇각)이므로
$\angle BCD=\angle BAD=2\times 58^\circ=116^\circ$ 답 ④

> 평행사변형의 이웃하는 두 각의 크기의 합은 180°이다.

06-1 $\angle BAD+\angle ADC=180^\circ$이므로
$\frac{1}{2}\angle BAD+\frac{1}{2}\angle ADC=90^\circ$
즉 $\angle EAD+\angle ADE=90^\circ$이므로
$\angle AED=180^\circ-90^\circ=90^\circ$ 답 90°

07 △OBC의 둘레의 길이는
$\overline{BO}+\overline{CO}+\overline{BC}=\frac{17}{2}+\frac{11}{2}+10=24$ 답 ④

07-1 △AOE와 △COF에서
$\overline{AO}=\overline{CO}$, $\angle EAO=\angle FCO$ (엇각),
$\angle AOE=\angle COF$ (맞꼭지각)
이므로 △AOE≡△COF (ASA 합동)
같은 방법으로 △BOF≡△DOE (ASA 합동)
답 ⑤

필수유형 다지기 ▶ 65~67쪽

01 답 (가) ∠DCA (나) $\overline{AC}$ (다) SAS
(라) $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$

01-1 답 (가) $\overline{AC}$ (나) SSS (다) ∠DCA
(라) $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$

02 (ㄴ) 두 대각선이 서로를 이등분한다.
(ㄹ) 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.
답 ④

> $\angle DAC=\angle BCA$에서 엇각의 크기가 같으므로 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이다.

02-1 ① 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이다.
② 두 대각선이 서로를 이등분하므로 평행사변형이다.
③ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이다.
④ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 평행사변형이다. 답 ⑤

03 ⑤ (마) ∠DQB 답 ⑤

03-1 답 (가) $\overline{FC}$ (나) 평행사변형 (다) $\overline{QC}$
(라) $\overline{CG}$ (마) $\overline{PC}$

04 □ACED에서 $\overline{AD}/\!/\overline{CE}$, $\overline{AD}=\overline{BC}=\overline{CE}$
□ABFC에서 $\overline{AB}/\!/\overline{CF}$, $\overline{AB}=\overline{DC}=\overline{CF}$
□BFED에서 $\overline{BC}=\overline{CE}$, $\overline{DC}=\overline{CF}$
답 (ㄹ), (ㄹ), (ㅁ)

04-1 △ABE와 △CDF에서

$\angle AEB = \angle CFD = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{CD}$,

$\angle ABE = \angle CDF$ (엇각)

이므로 $\triangle ABE \equiv \triangle CDF$ (RHA 합동)

$\therefore \overline{AE} = \overline{CF}$

또 $\angle AEF = \angle CFE$이므로 $\overline{AE} /\!/ \overline{CF}$

즉 □AECF는 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이다.

따라서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ), (ㅂ)의 4개이다.

답 ④

05 △AOE와 △COF에서

$\overline{AO} = \overline{CO}$, $\angle EAO = \angle FCO$ (엇각),

$\angle AOE = \angle COF$ (맞꼭지각)

이므로 $\triangle AOE \equiv \triangle COF$ (ASA 합동)

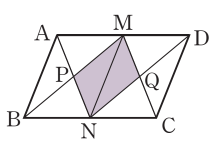
따라서 △AOE=△COF이므로

$\triangle EOD + \triangle COF = \triangle EOD + \triangle AOE$

$= \triangle AOD = \frac{1}{4}\square ABCD$

$= \frac{1}{4} \times 120 = 30(\text{cm}^2)$ 답 ③

05-1 □ABNM, □MNCD는 평행사변형이므로



$\triangle MPN = \frac{1}{4}\square ABNM$,

$\triangle MNQ = \frac{1}{4}\square MNCD$

$\therefore \square MPNQ = \triangle MPN + \triangle MNQ$

$= \frac{1}{4}\square ABNM + \frac{1}{4}\square MNCD$

$= \frac{1}{4}\square ABCD$

$= \frac{1}{4} \times 20 = 5(\text{cm}^2)$ 답 $5\,\text{cm}^2$

한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이다.

06 $\triangle APD + \triangle PBC = \frac{1}{2} \times 40 = 20(\text{cm}^2)$이므로

$\triangle PBC = 20 - 15 = 5(\text{cm}^2)$ 답 ②

평행사변형 ABCD의 내부의 한 점 P에 대하여
$\triangle PAB + \triangle PCD$
$= \triangle PBC + \triangle PDA$
$= \frac{1}{2}\square ABCD$

06-1 △PAB+△PCD=△PBC+△PDA이므로

$x + 8 = 15 + y$ $\therefore x - y = 7$ 답 7

발전유형 익히기 ▸ 68쪽

01 $\angle BAE = \angle DAE = \angle BEA$이므로

$\overline{BE} = \overline{BA} = 5(\text{cm})$

$\therefore \overline{EC} = \overline{BC} - \overline{BE} = 7 - 5 = 2(\text{cm})$

또 $\angle CDF = \angle ADF = \angle CFD$이므로

$\overline{CF} = \overline{CD} = 5(\text{cm})$

$\therefore \overline{FE} = \overline{FC} - \overline{EC} = 5 - 2 = 3(\text{cm})$ 답 3 cm

△BEA는 이등변삼각형이다.

△CDF는 이등변삼각형이다.

01-1 $\angle BAH = \angle H = 53^\circ$ (엇각)이므로

$\angle BAD = 2 \times 53^\circ = 106^\circ$

$\angle ADC = 180^\circ - 106^\circ = 74^\circ$이므로

$\angle ADF = \frac{1}{2} \times 74^\circ = 37^\circ$

$\angle EFD = \angle ADF = 37^\circ$ (엇각)이므로

$\angle x = 180^\circ - 37^\circ = 143^\circ$ 답 ③

도형 접기
➡ 접은 각의 크기가 같다.

02 $\angle C'DB = \angle CDB$ (접은 각),

$\angle ABD = \angle CDB$ (엇각)

$\therefore \angle FBD = \angle FDB$

즉 △FBD는 이등변삼각형이므로

$\angle FBD = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 96^\circ) = 42^\circ$

$\therefore \angle x = \angle FBD = 42^\circ$ 답 42°

02-1 $\angle MAE = \angle BAE$ (접은 각),

$\angle CFA = \angle BAE$ (엇각)

$\therefore \angle MAF = \angle MFA$

즉 △MAF는 이등변삼각형이므로

$\overline{MF} = \overline{MA} = \overline{BA} = 12(\text{cm})$

이때 점 M은 $\overline{CD}$의 중점이므로

$\overline{MC} = \frac{1}{2}\overline{CD} = \frac{1}{2} \times 12 = 6(\text{cm})$

$\therefore \overline{CF} = \overline{MF} - \overline{MC} = 12 - 6 = 6(\text{cm})$ 답 6 cm

03 $\overline{AP} /\!/ \overline{CQ}$이므로 □AQCP가 평행사변형이 되려면 $\overline{AP} = \overline{CQ}$이어야 한다.

점 Q가 출발한 지 x초 후에 $\overline{AP} = \overline{CQ}$라 하면

$2(x+5) = 3x$ $\therefore x = 10$ 답 10초

(거리)=(속력)×(시간)

03-1 $\overline{AP} /\!/ \overline{CQ}$이므로 □APCQ가 평행사변형이 되려면 $\overline{AP} = \overline{CQ}$이어야 한다.

점 P가 출발한 지 x초 후에 $\overline{AP} = \overline{CQ}$라 하면

$3x = 5(x - 10)$ $\therefore x = 25$ 답 25초

필수유형 다지기 ▸ 70~71쪽

01 ⑤ (마) SAS 답 ⑤

01-1 $\overline{OC} = \overline{OD}$이므로

$\angle OCD = \angle ODC = 180^\circ - (40^\circ + 90^\circ) = 50^\circ$

$\therefore x = 50$

$\overline{BD} = \overline{AC} = 16(\text{cm})$이므로 $y = \frac{1}{2} \times 16 = 8$

$\therefore x + y = 58$ 답 ⑤

LECTURE BOOK

01-2 $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$이므로 $\angle ABO = \angle CDO = 60^\circ$
$\overline{OA} = \overline{OB}$이므로
$\angle BAO = \angle ABO = 60^\circ$
따라서 △ABO는 정삼각형이므로 둘레의 길이는
$3 \times 3 = 9$ 답 9

02 답 (가) 180° (나) 90°

02-1 (ㄷ) $\overline{BD} = 2\overline{OD} = 2 \times 7 = 14$(cm)이므로
$\overline{AC} = \overline{BD}$
(ㄹ) $\angle BCD + \angle ADC = 180^\circ$이므로
$\angle BCD = \angle ADC = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ$
답 (ㄷ), (ㄹ)

03 ④ (라) SSS 답 ④

03-1 답 ②

03-2 (1) $\overline{AB} = \overline{BC}$이므로
$2x + 5 = 3x - 6$ $\quad \therefore x = 11$
$\overline{AB} = \overline{CD}$이므로
$2 \times 11 + 5 = 11 + y$ $\quad \therefore y = 16$
(2) $\overline{AB} = \overline{AD}$이므로
$\angle BAD = 180^\circ - 2 \times 25^\circ = 130^\circ$
$\therefore x = 130$
$\overline{BO} = \overline{DO}$이므로
$2y = 3y - 2$ $\quad \therefore y = 2$
답 (1) $x = 11$, $y = 16$ (2) $x = 130$, $y = 2$

04 답 (가) 평행사변형 (나) $\overline{DC}$ (다) $\overline{BC}$

04-1 ③ 평행선의 성질 (엇각) 답 ③

필수유형 다지기

▸ 73~74쪽

01 답 ④

01-1 $\triangle AOD = \frac{1}{2} \times \overline{AO} \times \overline{DO}$
$= \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8(\text{cm}^2)$ 답 8cm^2

01-2 $\overline{BE} = \overline{BC}$이므로
$\angle BEC = \angle BCE = 90^\circ - 26^\circ = 64^\circ$
$\therefore \angle EBC = 180^\circ - 2 \times 64^\circ = 52^\circ$
또 $\angle ABE = 90^\circ - 52^\circ = 38^\circ$이고
$\overline{AB} = \overline{BE}$이므로
$\angle x = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 38^\circ) = 71^\circ$ 답 ①

Q BOX

엇각

평행사변형의 이웃하는 두 각의 크기의 합은 180°이다.

□ABCD가 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$인 등변사다리꼴이면
① $\angle B = \angle C$, $\angle A = \angle D$
② $\overline{AC} = \overline{BD}$

$\angle AH'B = \angle DHC = 90^\circ$, $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\angle B = \angle C$

정사각형의 두 대각선에 의해 생기는 4개의 삼각형은 모두 합동인 직각이등변삼각형이다.

$\angle A + \angle D = 180^\circ$이므로 $\angle A = \angle D = 90^\circ$

02 (ㄴ) 직사각형의 성질
(ㄷ) 직사각형의 뜻 답 ②

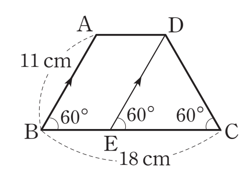
02-1 ①, ④ 마름모가 되는 조건
②, ⑤ 직사각형이 되는 조건 답 ③

03 답 (가) 평행사변형 (나) $\angle DEC$ (다) $\overline{DC}$

03-1 $\overline{AC} = \overline{BD} = 10$(cm)
$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\angle DAC = \angle BCA = 40^\circ$
$\therefore \angle ADC = \angle BAD = \angle BAC + \angle DAC$
$= 60^\circ + 40^\circ = 100^\circ$
답 10 cm, 100°

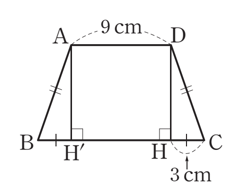
03-2 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\angle ADB = \angle CBD = 32^\circ$
또 $\overline{AB} = \overline{DC} = \overline{AD}$이므로
$\angle ABD = \angle ADB = 32^\circ$
이때 $\angle C = \angle ABC = 32^\circ + 32^\circ = 64^\circ$이므로
$\angle BDC = 180^\circ - (32^\circ + 64^\circ) = 84^\circ$ 답 84°

04 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB} /\!/ \overline{DE}$가 되도록 $\overline{DE}$를 그으면 △DEC는 정삼각형이므로



$\overline{EC} = \overline{DC} = \overline{AB} = 11$(cm)
또 □ABED는 평행사변형이므로
$\overline{AD} = \overline{BE} = \overline{BC} - \overline{EC} = 18 - 11 = 7$(cm)
답 7 cm

04-1 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H'이라 하면



$\overline{H'H} = \overline{AD} = 9$(cm)
$\triangle ABH' \equiv \triangle DCH$
(RHA 합동)이므로
$\overline{BH'} = \overline{CH} = 3$(cm)
$\therefore \overline{BC} = \overline{BH'} + \overline{H'H} + \overline{HC}$
$= 3 + 9 + 3 = 15$(cm) 답 15 cm

필수유형 다지기

▸ 76쪽

01 $\triangle ABM \equiv \triangle DCM$ (SSS 합동)이므로
$\angle A = \angle D$
따라서 □ABCD는 $\angle A = \angle D = 90^\circ$인 평행사변형이므로 직사각형이다. 답 직사각형

01-1 $\angle ABF=\angle EBF=\angle AFB$이므로

$\overline{AB}=\overline{AF}$

$\angle EBF=\angle ABF=\angle EFB$이므로

$\overline{BE}=\overline{EF}$

$\angle BAE=\angle FAE=\angle BEA$이므로

$\overline{AB}=\overline{BE}$

$\therefore \overline{AB}=\overline{BE}=\overline{EF}=\overline{FA}$

따라서 $\square$ABEF는 마름모이므로 둘레의 길이는

$4\times 6=24$(cm) 답 24 cm

02 ① 등변사다리꼴 ② 마름모

③ 직사각형 ④ 직사각형 답 ⑤

02-1 ③ $\overline{AB}=\overline{DC}$는 평행사변형의 성질이다.

답 ③

03 답 ③, ⑤

> 두 대각선의 길이가 같은 사각형
> ➡ 등변사다리꼴, 직사각형, 정사각형

03-1 답 ⑤

04 ① 평행사변형 → 평행사변형

② 직사각형 → 마름모

⑤ 등변사다리꼴 → 마름모 답 ③, ④

04-1 답 (가) 마름모 (나) $\triangle$DGH (다) SAS (라) $\overline{GH}$

필수유형 다지기 ▸78~79쪽

01 $\overline{AB}/\!/\overline{DE}$이므로

$\triangle ABD=\triangle ABE$, $\triangle AED=\triangle DBE$

$\triangle DBC=\triangle DBE+\triangle DEC$

$=\triangle AED+\triangle DEC$

$=\square AECD$ 답 ②, ④

> 평행선 사이에 있는 삼각형의 넓이
> ➡ 밑변을 공유하고 높이가 같은 삼각형을 찾는다.

01-1 $\overline{AC}/\!/\overline{DE}$이므로 $\triangle DAC=\triangle ACE$

$\therefore \triangle ABE=\triangle ABC+\triangle ACE$

$=\triangle ABC+\triangle DAC$

$=\square ABCD=30(\text{cm}^2)$

답 30 cm²

01-2 $\overline{AE}/\!/\overline{DB}$이므로 $\triangle ABD=\triangle DEB$

$\therefore \square ABCD=\triangle ABD+\triangle DBC$

$=\triangle DEB+\triangle DBC$

$=\triangle DEC$

$=\frac{1}{2}\times 7\times 4=14(\text{cm}^2)$

답 ③

02 $\overline{BD}/\!/\overline{EF}$이므로 $\triangle BFD=\triangle BED$

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\triangle BED=\triangle ABE$

$\therefore \triangle BFD=\triangle ABE=12(\text{cm}^2)$ 답 ②

02-1 ① $\overline{AE}/\!/\overline{BC}$이므로 $\triangle BED=\triangle CED$

② $\triangle BFD=\triangle BED-\triangle FED$

$=\triangle CED-\triangle FED$

$=\triangle CEF$

③ $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 $\triangle AFD=\triangle BFD$

$\therefore \triangle AFD=\triangle CEF$

⑤ $\triangle AFE=\triangle AFD+\triangle FED$

$=\triangle BFD+\triangle FED$

$=\triangle BED$ 답 ④

> 높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비는 밑변의 길이와 비와 같다.

03 $\triangle APC:\triangle PDC=2:1$이므로

$\triangle ADC=\frac{3}{2}\triangle APC=\frac{3}{2}\times 16=24(\text{cm}^2)$

$\triangle ABD:\triangle ADC=2:1$이므로

$\triangle ABD=2\triangle ADC=2\times 24=48(\text{cm}^2)$

답 ④

03-1 $\triangle ABP:\triangle APC=3:2$이므로

$\triangle APC=\frac{2}{5}\triangle ABC=\frac{2}{5}\times 20=8(\text{cm}^2)$

$\triangle APQ:\triangle PCQ=3:1$이므로

$\triangle APQ=\frac{3}{4}\triangle APC=\frac{3}{4}\times 8=6(\text{cm}^2)$ 답 ③

04 $\triangle ABE+\triangle CDE=\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{2}\times 50=25(\text{cm}^2)$

이므로

$\triangle ABE=\frac{3}{5}\times 25=15(\text{cm}^2)$,

$\triangle CDE=\frac{2}{5}\times 25=10(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle ABE-\triangle CDE=15-10=5(\text{cm}^2)$

답 ③

04-1 $\triangle APQ=\frac{1}{3}\triangle ABD=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{6}\square ABCD$

> 평행사변형의 넓이는 한 대각선에 의하여 이등분된다.

$\triangle CQP=\frac{1}{3}\triangle CDB=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{6}\square ABCD$

$\therefore \square APCQ=\triangle APQ+\triangle CQP$

$=\frac{1}{3}\square ABCD$

$=\frac{1}{3}\times 36=12(\text{cm}^2)$ 답 12 cm²

05 $\triangle AOD : \triangle DOC = 1 : 2$이므로
$\triangle DOC = 2\triangle AOD = 2 \times 5 = 10(cm^2)$
$\triangle ABO = \triangle DOC = 10(cm^2)$이고
$\triangle ABO : \triangle OBC = 1 : 2$이므로
$\triangle OBC = 2\triangle ABO = 2 \times 10 = 20(cm^2)$
$\therefore \square ABCD = 5 + 10 + 20 + 10 = 45(cm^2)$
답 $45\,cm^2$

> $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로
> $\triangle ABD = \triangle ACD$
> $\therefore \triangle ABO$
> $= \triangle ABD - \triangle AOD$
> $= \triangle ACD - \triangle AOD$
> $= \triangle DOC$

05-1 $\triangle DOC = \triangle ABO = 6(cm^2)$
$\triangle ABO : \triangle OBC = 2 : 3$이므로
$\triangle OBC = \frac{3}{2}\triangle ABO = \frac{3}{2} \times 6 = 9(cm^2)$
$\therefore \triangle DBC = \triangle DOC + \triangle OBC$
$= 6 + 9 = 15(cm^2)$
답 $15\,cm^2$

발전유형 익히기

▸ 80~81쪽

01 $\angle B'CE = 180° - (90° + 65°) = 25°$이고
$\angle B'CE = \angle ECB$ (접은 각)이므로
$\angle BCB' = 2 \times 25° = 50°$
$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\angle x = \angle BCB' = 50°$ (엇각)
답 ②

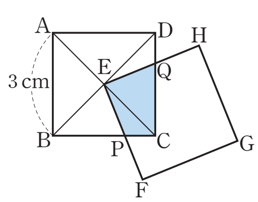
> $\triangle B'EC$는 $\angle B' = 90°$인 직각삼각형이다.

01-1 $\angle AFB = 180° - (90° + 38°) = 52°$
$\angle EFC = \angle AFE = \frac{1}{2} \times (180° - 52°) = 64°$
$\therefore \angle x = \angle EFC = 64°$
답 $64°$

> 접은 각

> $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 엇각의 크기가 같다.

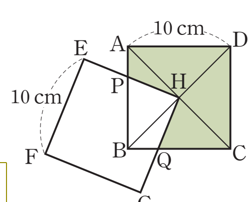
02 $\overline{BC}$와 $\overline{EF}$의 교점을 P, $\overline{CD}$와 $\overline{EH}$의 교점을 Q라 하면
$\triangle EPC$와 $\triangle EQD$에서



$\overline{EC} = \overline{ED}$, $\angle ECP = \angle EDQ = 45°$,
$\angle CEP = 90° - \angle CEQ = \angle DEQ$
이므로 $\triangle EPC \equiv \triangle EQD$ (ASA 합동)
$\therefore \square EPCQ = \triangle ECD = \frac{1}{4}\square ABCD$
$= \frac{1}{4} \times 9 = \frac{9}{4}(cm^2)$
답 ②

> $\square EPCQ$
> $= \triangle EPC + \triangle ECQ$
> $= \triangle EQD + \triangle ECQ$
> $= \triangle ECD$

02-1 $\overline{AB}$와 $\overline{EH}$의 교점을 P, $\overline{BC}$와 $\overline{HG}$의 교점을 Q라 하면
$\triangle APH \equiv \triangle BQH$
(ASA 합동)
이므로



> $\overline{AH} = \overline{BH}$,
> $\angle HAP = \angle HBQ = 45°$,
> $\angle AHP = 90° - \angle PHB$
> $= \angle BHQ$

$\square PBQH = \triangle ABH = \frac{1}{4}\square ABCD$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)
$= \square ABCD - \triangle ABH$
$= \square ABCD - \frac{1}{4}\square ABCD$
$= \frac{3}{4}\square ABCD$
$= \frac{3}{4} \times 100 = 75(cm^2)$
답 $75\,cm^2$

> 평행사변형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형 ➡ 평행사변형

03 $\square PQRS$는 평행사변형이므로
$\angle SPQ = 180° - 106° = 74°$ $\therefore x = 74$
$\overline{SR} = \overline{PQ} = 9(cm)$이므로 $y = 9$
$\therefore x + y = 83$
답 ③

> (마름모의 넓이)
> $= \frac{1}{2} \times$ (두 대각선의 길이의 곱)

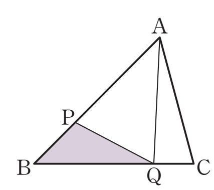
03-1 $\square PQRS$는 마름모이므로
$\frac{1}{2} \times 12 \times \overline{BC} = 96$
$\therefore \overline{BC} = 16(cm)$
답 $16\,cm$

04 $\overline{BF} /\!/ \overline{AC}$이므로 $\triangle ABC = \triangle AFC$
$\overline{AD} /\!/ \overline{EG}$이므로 $\triangle ADE = \triangle ADG$
$\therefore$ (오각형 ABCDE의 넓이)
$= \triangle ABC + \triangle ACD + \triangle ADE$
$= \triangle AFC + \triangle ACD + \triangle ADG$
$= \triangle AFG = 50(cm^2)$
답 $50\,cm^2$

04-1 색칠한 부분의 넓이는 부채꼴 AOB의 넓이와 같으므로
$\pi \times 30^2 \times \frac{1}{5} = 180\pi$
답 ⑤

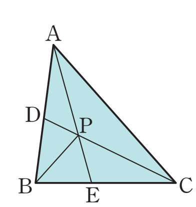
> 높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같다.

05 $\overline{AQ}$를 그으면
$\triangle ABQ : \triangle AQC$
$= 3 : 1$이므로
$\triangle ABQ = \frac{3}{4}\triangle ABC$



$= \frac{3}{4} \times 56 = 42(cm^2)$
$\triangle APQ : \triangle PBQ = 2 : 1$이므로
$\triangle PBQ = \frac{1}{3}\triangle ABQ = \frac{1}{3} \times 42 = 14(cm^2)$
답 $14\,cm^2$

05-1 $\overline{BP}$를 그으면
$\triangle PBE : \triangle PEC = 2 : 3$
이므로
$\triangle PBC = \frac{5}{3}\triangle PEC$
$= \frac{5}{3} \times 9 = 15(cm^2)$



$\triangle DBP : \triangle PBC = 1 : 3$이므로

$\triangle DBC = \frac{4}{3}\triangle PBC = \frac{4}{3} \times 15 = 20(\text{cm}^2)$

$\triangle ADC : \triangle DBC = 1 : 1$이므로

$\triangle ABC = 2\triangle DBC = 2 \times 20 = 40(\text{cm}^2)$

답 40 cm^2

06 $\triangle AEB$와 $\triangle CEB$에서

$\overline{AB} = \overline{CB}$, $\angle ABE = \angle CBE$, $\overline{BE}$는 공통

이므로 $\triangle AEB \equiv \triangle CEB$ (SAS 합동)

$\therefore \angle BEC = \angle BEA = 25^\circ + 45^\circ = 70^\circ$ 답 ④

> $\triangle AED$에서 $\angle BEA = \angle DAE + \angle ADE$

06-1 $\triangle BCG$와 $\triangle DCE$에서

$\overline{BC} = \overline{DC}$, $\overline{CG} = \overline{CE}$, $\angle BCG = \angle DCE = 90^\circ$

이므로 $\triangle BCG \equiv \triangle DCE$ (SAS 합동)

$\therefore \angle GBC = \angle EDC$

따라서 $\triangle BEH$에서

$\angle BHE = 180^\circ - (\angle GBC + \angle CEH)$

$= 180^\circ - (\angle EDC + \angle CEH)$

$= 90^\circ$ 답 90°

중단원 마무리 ▸ 82~85쪽

01 ①	**02** ④	**03** ③	**04** ②
05 105°	**06** ②	**07** ②	**08** ③
09 16 cm	**10** 90°	**11** ⑤	**12** ②
13 32 cm	**14** ④	**15** 15 cm^2	**16** ③
17 8°	**18** 18 cm^2	**19** 40 cm	**20** ③
21 풀이 참조		**22** ⑤	**23** 28 cm
24 24 cm^2	**25** 16 cm		

01 $\angle y = \angle OAB = 32^\circ$ (엇각)이므로

$\triangle DOC$에서 $\angle x = 53^\circ + 32^\circ = 85^\circ$

$\therefore \angle x + \angle y = 117^\circ$ 답 ①

> 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

02 $\overline{AD} = \overline{BC}$이므로

$4x - 4 = 2x + 2$ $\therefore x = 3$

$\therefore \overline{CD} = \overline{AB} = 8 - 3 = 5$ 답 ④

03 ①, ②, ④ 평행사변형의 성질

⑤ $\angle ADB = \angle CBD$ (엇각) 답 ③

04 $\angle ADC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$이므로

$\angle CFD = \angle ADF = \frac{1}{2} \times 120^\circ = 60^\circ$

> $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 엇각의 크기가 같다.

따라서 $\triangle CDF$는 정삼각형이므로

$\overline{DF} = \overline{CF} = \overline{DC} = 6$

$\therefore \overline{BF} = \overline{BC} - \overline{FC} = 10 - 6 = 4$

이때 $\overline{ED} /\!/ \overline{BF}$, $\overline{EB} /\!/ \overline{DF}$이므로 □BFDE는 평행사변형이다.

> $\angle EBF = \angle DFC$이므로 동위각의 크기가 같다.

$\therefore$ (□BFDE의 둘레의 길이) $= 2 \times (6 + 4) = 20$

답 ②

05 $\triangle AOE \equiv \triangle COG$ (ASA 합동)이므로

> $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\angle EAO = \angle GCO$ (엇각), $\angle AOE = \angle COG$ (맞꼭지각)

$\overline{EO} = \overline{GO}$

또 $\triangle AOH \equiv \triangle COF$ (ASA 합동)이므로

$\overline{HO} = \overline{FO}$

따라서 □EFGH는 두 대각선이 서로를 이등분하므로 평행사변형이다.

이때 $\angle HEF = \angle HGF = \frac{1}{2} \times 150^\circ = 75^\circ$이므로

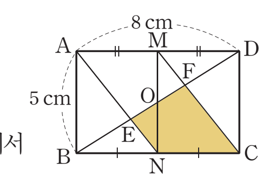
$\angle EHG = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$ 답 105°

06 $\overline{OB} = \overline{AC} = 12$이므로 원 O의 넓이는

$\pi \times 12^2 = 144\pi$ 답 ②

> 직사각형의 두 대각선의 길이는 같다.

07 $\overline{MN}$과 $\overline{BD}$의 교점을 O라 하면 □ANCM은 평행사변형이다.



$\triangle FMO$와 $\triangle ENO$에서

$\overline{MO} = \overline{NO}$,

> 평행사변형의 두 대각선은 서로를 이등분한다.

$\angle FMO = \angle ENO$ (엇각),

$\angle MOF = \angle NOE$ (맞꼭지각)

이므로 $\triangle FMO \equiv \triangle ENO$ (ASA 합동)

$\therefore$ □ENCF $= \triangle MNC = \frac{1}{4}$□ABCD

$= \frac{1}{4} \times 40 = 10(\text{cm}^2)$ 답 ②

08 $\triangle ABP$와 $\triangle ADQ$에서

$\angle APB = \angle AQD = 90^\circ$,

$\overline{AB} = \overline{AD}$, $\angle B = \angle D$

이므로 $\triangle ABP \equiv \triangle ADQ$ (RHA 합동)

$\therefore \overline{AP} = \overline{AQ}$

즉 $\triangle APQ$는 이등변삼각형이므로

$\angle PAQ = 180^\circ - 2 \times 75^\circ = 30^\circ$ 답 ③

09 $\angle ABD = \angle CBD = \angle ADB$이므로 $\triangle ABD$는 이등변삼각형이다.

즉 $\overline{AD} = \overline{AB}$이므로 □ABCD는 마름모이다.

$\therefore$ (□ABCD의 둘레의 길이) $= 4 \times 4 = 16(\text{cm})$

답 16 cm

LECTURE BOOK

10 △ABP와 △BCQ에서

$\overline{AB}=\overline{BC}$, $\overline{BP}=\overline{CQ}$, $\angle ABP=\angle BCQ$

이므로 △ABP≡△BCQ (SAS 합동)

$\therefore \angle BAP=\angle CBQ$

$\angle BAP+\angle BPA=90^\circ$에서

$\angle CBQ+\angle BPA=90^\circ$

$\therefore \angle x=90^\circ$ 답 90°

11 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle BDA=\angle DBC=20^\circ$

□PQRS는 정사각형이므로 $\angle PQS=45^\circ$

따라서 △PQD에서

$\angle APQ=\angle PQD+\angle PDQ=45^\circ+20^\circ=65^\circ$

답 ⑤

12 $\angle C=\angle BDC=65^\circ$이므로

$\angle DBC=180^\circ-2\times65^\circ=50^\circ$

$\angle ABC=\angle C=65^\circ$이므로

$\angle ABD=65^\circ-50^\circ=15^\circ$ 답 ②

13 △EOD와 △FOB에서

$\overline{OD}=\overline{OB}$, $\angle EDO=\angle FBO$ (엇각),

$\angle EOD=\angle FOB$ (맞꼭지각)

이므로 △EOD≡△FOB (ASA 합동)

$\therefore \overline{EO}=\overline{FO}$

즉 □EBFD의 두 대각선이 서로를 수직이등분하므로 □EBFD는 마름모이다.

따라서 구하는 둘레의 길이는

$4\times(10-2)=32(\mathrm{cm})$ 답 32 cm

14 ① 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이다.

② 이웃하는 두 변의 길이가 같은 평행사변형은 마름모이다.

③ 두 대각선이 수직인 평행사변형은 마름모이다.

⑤ 이웃하는 두 내각의 크기가 같은 평행사변형은 직사각형이다. 답 ④

15 $\overline{AC}/\!/\overline{DE}$이므로 △ACD=△ACE

따라서 △ABE=□ABCD이므로

△ACD=△ACE

$=\frac{3}{7}$△ABE$=\frac{3}{7}$□ABCD

$=\frac{3}{7}\times35=15(\mathrm{cm}^2)$

답 15 cm²

Q BOX

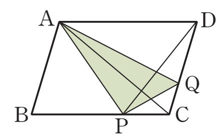
밑변을 공유하고 높이가 같은 삼각형을 찾는다.

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 △PCD=△APC

등변사다리꼴
➡ 아랫변의 양 끝 각의 크기가 같다.

△ABE
=△ABC+△ACE
=△ABC+△ACD
=□ABCD

16 $\overline{BP}:\overline{PC}=2:1$이므로



△APC$=\frac{1}{3}$△ABC

$\overline{DQ}:\overline{QC}=2:1$이므로

△ACQ$=\frac{1}{3}$△ACD,

△PCQ$=\frac{1}{3}$△PCD

∴ △APQ=△APC+△ACQ−△PCQ

$=\frac{1}{3}$△ABC$+\frac{1}{3}$△ACD$-\frac{1}{3}$△PCD

$=\frac{1}{3}$△ABC$+\frac{1}{3}$△ACD$-\frac{1}{3}$△APC

$=\frac{1}{6}$□ABCD$+\frac{1}{6}$□ABCD

$-\frac{1}{18}$□ABCD

$=\frac{5}{18}$□ABCD$=\frac{5}{18}\times18=5(\mathrm{cm}^2)$

답 ③

17

채점 기준	점수
∠BAP의 크기 구하기	2
∠ABP의 크기 구하기	2
∠x의 크기 구하기	2

$\angle BAD=\angle C=123^\circ$이므로

$\angle BAP=\frac{1}{3}\angle BAD=41^\circ$ • 2점

△ABP에서

$\angle ABP=90^\circ-\angle BAP$

$=90^\circ-41^\circ=49^\circ$ • 2점

$\angle ABC=180^\circ-\angle C=57^\circ$이므로

$\angle x=57^\circ-49^\circ=8^\circ$ • 2점

답 8°

18

채점 기준	점수
△PAB+△PCD의 넓이 구하기	3
△PCD의 넓이 구하기	3

△PAB+△PCD$=\frac{1}{2}$□ABCD

$=\frac{1}{2}\times90=45(\mathrm{cm}^2)$ • 3점

∴ △PCD$=\frac{2}{5}\times45=18(\mathrm{cm}^2)$ • 3점

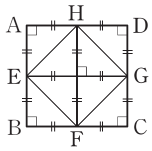
답 18 cm²

19

채점 기준	점수
□ABCD의 넓이 구하기	2
□ABCD의 한 변의 길이 구하기	2
□ABCD의 둘레의 길이 구하기	2

Q BOX

□EFGH는 정사각형이므로



$\square ABCD = 2\square EFGH$

$= 2\times 50$

$= 100(\text{cm}^2)$ • 2점

즉 $\overline{AB}^2 = 100$이므로

$\overline{AB} = 10(\text{cm})$ $(\because \overline{AB} > 0)$ • 2점

따라서 □ABCD의 둘레의 길이는

$4\overline{AB} = 4\times 10 = 40(\text{cm})$ • 2점

답 40 cm

20 △ABC와 △DBE에서

$\overline{AB} = \overline{DB}$, $\overline{BC} = \overline{BE}$,

$\angle ABC = 60° - \angle EBF = \angle DBE$

이므로 △ABC≡△DBE (SAS 합동)

같은 방법으로

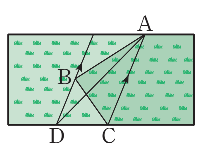
△ABC≡△FEC (SAS 합동)

$\therefore \overline{DE} = \overline{AC} = \overline{AF}$, $\overline{EF} = \overline{BA} = \overline{DA}$

따라서 □AFED는 평행사변형이다. 답 ③

> 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.

21 오른쪽 그림과 같이 점 B를 지나고 $\overline{AC}$와 평행한 직선을 그어 논의 한 변과 만나는 점을 D라 하면 $\overline{AC} /\!/ \overline{BD}$이므로 △ABC=△ADC



따라서 $\overline{AD}$가 새로운 경계선이다. 답 풀이 참조

22 $\overline{AE} : \overline{OE} = 2 : 1$이므로

$\triangle ABE = \frac{2}{3}\triangle ABO = \frac{2}{3}\times\frac{1}{4}\square ABCD$

$= \frac{1}{6}\square ABCD$

> 정사각형의 두 대각선에 의해 생기는 4개의 삼각형은 모두 합동인 직각이등변삼각형이다.

△ABE≡△BCG≡△CDF≡△DAH

(SAS 합동)이므로 색칠한 부분의 넓이는

> $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\overline{AE} = \overline{BG}$, $\angle BAE = \angle CBG$

$4\times\frac{1}{6}\square ABCD = 4\times\frac{1}{6}\times 15\times 15 = 150(\text{cm}^2)$

답 ⑤

23

채점 기준	점수
$\overline{CF}$의 길이 구하기	2
$\overline{CE}$의 길이 구하기	2
$\overline{EF}$의 길이 구하기	2

$\angle F = \angle ABF = \angle FBC$이므로

$\overline{CF} = \overline{BC} = \overline{AD} = 21(\text{cm})$ • 2점

$\angle E = \angle BAE = \angle EAD = \angle EHC$이므로

$\overline{CE} = \overline{CH} = \frac{1}{3}\times 21 = 7(\text{cm})$ • 2점

$\therefore \overline{EF} = \overline{FC} + \overline{CE} = 21 + 7 = 28(\text{cm})$ • 2점

답 28 cm

24

채점 기준	점수
□ABFC의 넓이 구하기	2
△OAB의 넓이 구하기	2
□OBFC의 넓이 구하기	2

> 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이다.

$\overline{AB} /\!/ \overline{CF}$, $\overline{AB} = \overline{CF}$이므로 □ABFC는 평행사변형이다.

$\therefore \square ABFC = 2\triangle ABC = 32(\text{cm}^2)$ • 2점

□ABCD가 평행사변형이므로

$\triangle OAB = \frac{1}{2}\triangle ABC = 8(\text{cm}^2)$ • 2점

$\therefore \square OBFC = \square ABFC - \triangle OAB$

$= 32 - 8 = 24(\text{cm}^2)$ • 2점

답 24 cm²

25

채점 기준	점수
$\overline{DF} = \overline{EF}$임을 보이기	2
$\overline{CE} = \overline{FE}$, $\overline{BC} = \overline{BF}$임을 보이기	2
□FBCE의 둘레의 길이 구하기	2

$\angle EDF = \angle DEF = 45°$이므로 △DFE는

$\overline{DF} = \overline{EF}$인 직각이등변삼각형이다. • 2점

△BCE와 △BFE에서

$\angle BCE = \angle BFE = 90°$, $\overline{BE}$는 공통,

$\angle CBE = \angle FBE$

이므로 △BCE≡△BFE (RHA 합동)

$\therefore \overline{CE} = \overline{FE} = \overline{FD}$, $\overline{BC} = \overline{BF}$ • 2점

따라서 □FBCE의 둘레의 길이는

$\overline{FB} + \overline{BC} + \overline{CE} + \overline{EF} = 2\overline{FB} + 2\overline{FD}$

$= 2\overline{BD}$

$= 2\times 8 = 16(\text{cm})$ • 2점

답 16 cm

Ⅴ. 도형의 성질

최고수준 정복하기 ▸ 86~87쪽

01 60° **02** 19° **03** $y = -\frac{3}{2}x + 10$

04 (ㄴ), (ㄷ), (ㅁ) **05** 90° **06** 48 cm²

07 6 cm **08** 7 : 4

01 △ABE≡△ADC (SAS 합동)이므로

> $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\overline{AE} = \overline{AC}$, $\angle BAE = \angle BAC + 60° = \angle DAC$

$\angle ABE = \angle ADC$

또 $\angle BGF = \angle DGA$ (맞꼭지각)이므로

△BFG에서

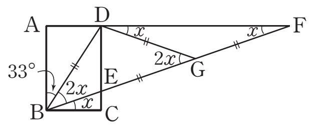
$\angle BFG = 180° - (\angle GBF + \angle BGF)$

$= 180° - (\angle ADG + \angle DGA)$

$= \angle DAG = 60°$ 답 60°

LECTURE BOOK

02 점 G는 직각삼각형 DEF의 외심이므로



$\overline{DG}=\overline{EG}=\overline{FG}$

이때 $\overline{EF}=2\overline{BD}$이므로

$\overline{DG}=\overline{BD}$

한편 $\overline{BC}/\!/\overline{AF}$이므로 $\angle EBC=\angle x$로 놓으면

$\angle FDG=\angle DFE=\angle EBC=\angle x$이고

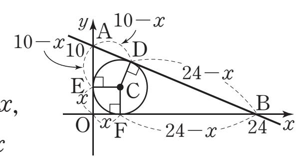
$\angle DBG=\angle DGB=2\angle x$

$\angle ABC=90°$이므로

$33°+3\angle x=90°$ $\therefore \angle x=19°$

답 19°

03 $\overline{OE}=\overline{OF}=x$라 하면



$\overline{AD}=\overline{AE}=10-x$,

$\overline{BD}=\overline{BF}=24-x$

이때 $\overline{AB}=26$이므로

$(10-x)+(24-x)=26$, $2x=8$

$\therefore x=4$ $\therefore C(4,\ 4)$

두 점 $A(0,\ 10)$, $C(4,\ 4)$를 지나는 직선의 방정식을 $y=ax+10$으로 놓으면

$4a+10=4$ $\therefore a=-\dfrac{3}{2}$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$y=-\dfrac{3}{2}x+10$

답 $y=-\dfrac{3}{2}x+10$

04 $\triangle FBE\equiv\triangle DBE$ (ASA 합동)이므로

$\overline{FE}=\overline{DE}$

$\triangle HCG\equiv\triangle DCG$ (ASA 합동)이므로

$\overline{HG}=\overline{DG}$

즉 점 I는 $\overline{FD}$, $\overline{HD}$의 수직이등분선의 교점이므로 $\triangle FDH$의 외심이고 $\angle B$, $\angle C$의 이등분선의 교점이므로 $\triangle ABC$의 내심이다.

한편 $\angle BDE+\angle IDE=90°$이고

$\angle BFE=\angle BDE$, $\angle IFE=\angle IDE$이므로

$\angle BFI=90°$ $\therefore \angle AFI=90°$

같은 방법으로 $\angle AHI=90°$

따라서 $\triangle AFI\equiv\triangle AHI$ (RHA 합동)이므로

$\overline{AF}=\overline{AH}$

즉 $\triangle AFH$는 이등변삼각형이므로

$\angle AHF=\angle AFH=\dfrac{1}{2}\times(180°-70°)=55°$

답 (ㄴ), (ㄷ), (ㅁ)

삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

$\overline{DG}=\overline{BO}=\overline{DO}$,
$\overline{GF}=\overline{DE}=\overline{CO}=\overline{OA}$

마름모의 두 대각선에 의하여 나누어지는 4개의 삼각형은 모두 합동이다.

기울기가 a이고 y절편이 b인 직선의 방정식
➡ $y=ax+b$

(높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비)
=(밑변의 길이의 비)

$\angle IAF=\angle IAH$

05 $\angle DAF=\angle a$, $\angle ECF=\angle b$라 하면

$\angle DAB=2\angle a$, $\angle DCB=180°-2\angle b$

따라서 $2\angle a=180°-2\angle b$이므로

$\angle a+\angle b=90°$

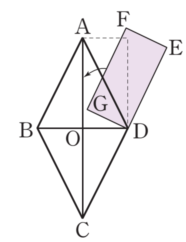
$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로

$\angle EFC=\angle FAB=\angle a$ (동위각)

$\therefore \angle FEC=180°-(\angle a+\angle b)$
$=180°-90°=90°$

답 90°

06 오른쪽 그림에서



$\angle DOA=\angle DGF=90°$이고

$\overline{DG}=\overline{DO}$, $\overline{GF}=\overline{OA}$이므로 □DEFG를 점 D를 중심으로 시계바늘이 도는 반대 방향으로 $\overline{GD}$와 $\overline{OD}$가 일치하도록 회전시키면

□DEFG$=2\triangle AOD$

$=2\times\dfrac{1}{4}$□ABCD

$=2\times\dfrac{1}{4}\times96=48(cm^2)$

답 48 cm^2

07 $\angle ECA=\angle BCA$ (접은 각),

$\angle EAC=\angle BCA$ (엇각)이므로

$\triangle EAC$는 $\overline{AE}=\overline{CE}$인 이등변삼각형이다.

이때 $\overline{CE}=\overline{AE}=x$ cm라 하면

$\overline{DE}=(10-x)$cm이므로

$\triangle ACE:\triangle CDE=x:(10-x)$

$\therefore \triangle CDE=\dfrac{10-x}{10}\times\triangle ACD$

$=\dfrac{10-x}{10}\times\dfrac{1}{2}$□ABCD

$=\dfrac{1}{5}$□ABCD

즉 $\dfrac{10-x}{10}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{5}$이므로

$x=6$

답 6 cm

08 $\triangle ABE=\triangle CDE$이고

$\overline{EF}/\!/\overline{BC}$이므로 $\triangle EBF=\triangle ECF$

이때 $\overline{DF}:\overline{FC}=3:4$이므로

$\triangle ABE:\triangle EBF=\triangle CDE:\triangle ECF$
$=7:4$

답 7 : 4

Ⅵ 도형의 닮음

1 도형의 닮음

필수유형 다지기 ▸ 91~92쪽

01 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$이므로 $\overline{AB}$의 대응변은 $\overline{DE}$, $\angle F$의 대응각은 $\angle C$이다.

답 ③

01-1 답 모서리 FH, 면 EGH

02 답 (ㄱ), (ㄹ), (ㅂ)

항상 닮음인 도형
➡ 모든 원, 모든 직각이등변삼각형, 변의 개수가 같은 모든 정다각형, 중심각의 크기가 같은 모든 부채꼴, 모든 구, 꼭짓점의 개수가 같은 모든 정다면체

02-1 답 ①, ③

03 닮음비는 $\overline{BC} : \overline{FG} = 16 : 12 = 4 : 3$이므로

닮음비를 나타낼 때는 가장 간단한 자연수의 비로 나타낸다.

$10 : x = 4 : 3 \quad \therefore x = \frac{15}{2}$

$\angle E = \angle A = 90^\circ$, $\angle G = \angle C = 65^\circ$이므로

$y = 360 - (90 + 80 + 65) = 125$

$\therefore 2x + y = 140$

답 ④

03-1 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$r : 15 = 3 : 5 \quad \therefore r = 9$

모든 원은 닮은 도형이고 닮음비는 반지름의 길이의 비와 같다.

따라서 원 O의 둘레의 길이는

$2\pi \times 9 = 18\pi$(cm)

답 18π cm

04 닮음비는 $\overline{AB} : \overline{IJ} = 6 : 8 = 3 : 4$이므로

$x : 12 = 3 : 4 \quad \therefore x = 9$

$12 : y = 3 : 4 \quad \therefore y = 16$

$\therefore x + y = 25$

답 ③

04-1 ③ 닮음비는 $\overline{AC} : \overline{GI} = 6 : 9 = 2 : 3$

④ $\overline{AB} : 12 = 2 : 3$에서 $\overline{AB} = 8$(cm)

⑤ $12 : \overline{GJ} = 2 : 3$에서 $\overline{GJ} = 18$(cm)

답 ⑤

05 두 원뿔의 모선의 길이의 비가 $5 : 3$이므로 닮음비는 $5 : 3$이다.

닮은 두 원뿔 또는 원기둥에서
(닮음비)
=(높이의 비)
=(밑면의 반지름의 길이의 비)
=(밑면의 둘레의 길이의 비)

원뿔 B의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$3 : r = 5 : 3 \quad \therefore r = \frac{9}{5}$

따라서 원뿔 B의 밑면의 둘레의 길이는

$2\pi \times \frac{9}{5} = \frac{18}{5}\pi$(cm)

답 $\frac{18}{5}\pi$ cm

다른 풀이

원뿔 B의 밑면의 둘레의 길이를 l cm라 하면

$(2\pi \times 3) : l = 5 : 3 \quad \therefore l = \frac{18}{5}\pi$(cm)

05-1 닮음비가 $12 : 8 = 3 : 2$이므로 원기둥 A의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$r : 6 = 3 : 2 \quad \therefore r = 9$

따라서 원기둥 A의 밑넓이는

$\pi \times 9^2 = 81\pi$(cm^2)

답 81π cm^2

필수유형 다지기 ▸ 94~96쪽

01 $\angle A = 180^\circ - (57^\circ + 45^\circ) = 78^\circ$

②, ⑤ AA 닮음

답 ②, ⑤

01-1 (1) $\triangle ABC$와 $\triangle BDC$에서

$\overline{AB} : \overline{BD} = \overline{BC} : \overline{DC} = \overline{CA} : \overline{CB} = 2 : 3$

이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle BDC$ (SSS 닮음)

(2) $\triangle ABC$와 $\triangle DAC$에서

$\angle C$는 공통, $\overline{BC} : \overline{AC} = \overline{AC} : \overline{DC} = 4 : 3$

이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle DAC$ (SAS 닮음)

답 (1) $\triangle ABC \backsim \triangle BDC$ (SSS 닮음)
(2) $\triangle ABC \backsim \triangle DAC$ (SAS 닮음)

02 $\triangle ABC$와 $\triangle AED$에서

$\angle A$는 공통, $\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{AC} : \overline{AD} = 2 : 1$

이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle AED$ (SAS 닮음)

따라서 $\overline{BC} : \overline{ED} = 2 : 1$이므로

$\overline{BC} : 5 = 2 : 1 \quad \therefore \overline{BC} = 10$(cm)

답 ③

02-1 $\triangle ABC$와 $\triangle DBE$에서

$\angle B$는 공통, $\overline{AB} : \overline{DB} = \overline{BC} : \overline{BE} = 3 : 2$

이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle DBE$ (SAS 닮음)

따라서 $\overline{AC} : \overline{DE} = 3 : 2$이므로

$\overline{AC} : 12 = 3 : 2 \quad \therefore \overline{AC} = 18$(cm)

답 ①

Q BOX

03 $\triangle ABC$와 $\triangle DBA$에서

$\angle B$는 공통, $\angle BCA=\angle BAD$

이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle DBA$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AB}:\overline{DB}=\overline{BC}:\overline{BA}$이므로

$8:4=\overline{BC}:8$ $\quad\therefore \overline{BC}=16(\text{cm})$

$\therefore \overline{CD}=16-4=12(\text{cm})$

답 12 cm

03-1 $\triangle ABC$와 $\triangle DEA$에서

$\angle BAC=\angle EDA$(엇각), $\angle BCA=\angle EAD$(엇각)

이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle DEA$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AB}:\overline{DE}=\overline{BC}:\overline{EA}$이므로

$8:\overline{DE}=12:9$ $\quad\therefore \overline{DE}=6(\text{cm})$

$\overline{AC}:\overline{DA}=\overline{BC}:\overline{EA}$이므로

$(\overline{DA}+2):\overline{DA}=12:9$ $\quad\therefore \overline{DA}=6(\text{cm})$

따라서 $\triangle ADE$의 둘레의 길이는

$9+6+6=21(\text{cm})$

답 ④

$\overline{AB}/\!/\overline{ED}$, $\overline{AE}/\!/\overline{BC}$이므로 엇각의 크기가 같다.

04 $\triangle ABC$와 $\triangle DEC$에서

$\angle A=\angle EDC=90°$, $\angle C$는 공통

이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle DEC$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AC}:\overline{DC}=\overline{BC}:\overline{EC}$이므로

$\overline{AC}:6=12:8$ $\quad\therefore \overline{AC}=9(\text{cm})$

$\therefore \overline{AE}=\overline{AC}-\overline{EC}=9-8=1(\text{cm})$

답 1 cm

한 예각을 공유한 두 직각삼각형 ➡ AA 닮음

04-1 $\triangle ABE$와 $\triangle CBD$에서

$\angle AEB=\angle CDB=90°$, $\angle B$는 공통

이므로 $\triangle ABE \backsim \triangle CBD$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AB}:\overline{CB}=\overline{BE}:\overline{BD}$이므로

$12:18=6:\overline{BD}$ $\quad\therefore \overline{BD}=9(\text{cm})$

답 ③

$\overline{BE}=\frac{1}{3}\overline{BC}=\frac{1}{3}\times 18$
$=6(\text{cm})$

05 $\overline{AB}^2=\overline{BH}\times\overline{BC}$이므로

$4^2=3\times x$ $\quad\therefore x=\frac{16}{3}$

$\overline{AC}^2=\overline{CH}\times\overline{CB}$이므로

$y^2=\frac{16}{3}\times\left(\frac{16}{3}+3\right)=\frac{400}{9}$

$\therefore y=\frac{20}{3}\ (\because y>0)$

$\therefore x+y=12$

답 ③

다른 풀이

$5\times y=\left(3+\frac{16}{3}\right)\times 4$이므로 $y=\frac{20}{3}$

$\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{BC}\times\overline{AH}$

05-1 $\overline{BH}^2=\overline{AH}\times\overline{CH}$이므로 $\overline{BH}^2=4\times 9=36$

$\therefore \overline{BH}=6(\text{cm})\ (\because \overline{BH}>0)$

$\therefore \triangle BCH=\frac{1}{2}\times 9\times 6=27(\text{cm}^2)$

답 ②

06 $\triangle ABE$와 $\triangle ADF$에서

$\angle B=\angle D$, $\angle AEB=\angle AFD=90°$

이므로 $\triangle ABE \backsim \triangle ADF$ (AA 닮음)

$\therefore \overline{BC}:\overline{CD}=\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{AF}:\overline{AE}$

$=24:18=4:3$

답 4 : 3

평행사변형의 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같다.

평행사변형의 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.

06-1 $\triangle AFD$와 $\triangle CDE$에서

$\angle A=\angle C$, $\angle AFD=\angle CDE$ (엇각)

이므로 $\triangle AFD \backsim \triangle CDE$ (AA 닮음)

이때 $\overline{AB}=\overline{CD}=x\,\text{cm}$라 하면

$\overline{AF}:\overline{CD}=\overline{AD}:\overline{CE}$이므로

$(x+2):x=8:6$ $\quad\therefore x=6$

답 6 cm

다른 풀이

$\triangle EBF \backsim \triangle ECD$ (AA 닮음)이므로

$\overline{BE}:\overline{CE}=\overline{BF}:\overline{CD}$

즉 $2:6=2:\overline{CD}$ $\quad\therefore \overline{CD}=6(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=\overline{CD}=6(\text{cm})$

$\overline{BE}=8-6=2(\text{cm})$

07 $\triangle ABC$와 $\triangle FOC$에서

$\angle ACB$는 공통, $\angle B=\angle FOC=90°$

이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle FOC$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{BC}:\overline{OC}=\overline{AB}:\overline{FO}$이므로

$16:10=12:\overline{FO}$ $\quad\therefore \overline{FO}=\frac{15}{2}(\text{cm})$

한편 $\triangle AOE$와 $\triangle COF$에서

$\angle EAO=\angle FCO$ (엇각), $\overline{AO}=\overline{CO}$,

$\angle EOA=\angle FOC=90°$

이므로 $\triangle AOE \equiv \triangle COF$ (ASA 합동)

$\therefore \overline{EF}=\overline{EO}+\overline{FO}=2\overline{FO}=2\times\frac{15}{2}=15(\text{cm})$

답 ④

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 엇각의 크기가 같다.

07-1 $\triangle ADF$와 $\triangle CEF$에서

$\angle DAF=\angle ECF$(엇각), $\angle ADF=\angle CEF$(엇각)

이므로 $\triangle ADF \backsim \triangle CEF$ (AA 닮음)

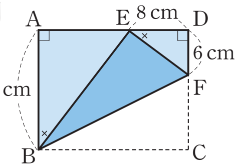
따라서 $\overline{AF}:\overline{CF}=\overline{AD}:\overline{CE}$이므로

$\overline{AF}:6=2:1$ $\quad\therefore \overline{AF}=12(\text{cm})$

$\therefore \overline{AC}=\overline{AF}+\overline{FC}=12+6=18(\text{cm})$

답 ③

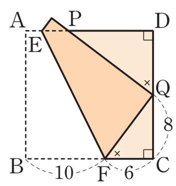
08 △ABE와 △DEF에서
∠A=∠D=90°,
∠ABE
=90°−∠AEB
=∠DEF
이므로 △ABE∽△DEF (AA 닮음)
따라서 $\overline{AB}$: $\overline{DE}$=$\overline{BE}$: $\overline{EF}$이므로
16 : 8=$\overline{BE}$: 10 ∴ $\overline{BE}$=20(cm)



답 ③

> $\overline{EF}=\overline{CF}=\overline{CD}-\overline{DF}$
> $=\overline{AB}-\overline{DF}$
> $=16-6=10$(cm)

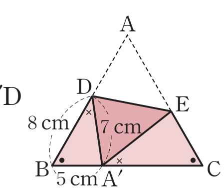
08-1 △CQF와 △DPQ에서
∠C=∠D=90°,
∠QFC=90°−∠CQF
=∠PQD
이므로
△CQF∽△DPQ (AA 닮음)
따라서 $\overline{CF}$: $\overline{DQ}$=$\overline{QC}$: $\overline{PD}$이므로
6 : 8=8 : $\overline{PD}$ ∴ $\overline{PD}=\frac{32}{3}$



답 $\frac{32}{3}$

> $\overline{DQ}=\overline{DC}-\overline{QC}$
> $=\overline{BC}-\overline{QC}$
> $=16-8=8$

08-2 $\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{DB}$=7+8=15(cm)이므로
$\overline{A'C}$=15−5=10(cm)
△BA′D와 △CEA′에서
∠B=∠C=60°,
∠BDA′=120°−∠BA′D
=∠CA′E
이므로
△BA′D∽△CEA′ (AA 닮음)
따라서 $\overline{BD}$: $\overline{CA'}$=$\overline{A'D}$: $\overline{EA'}$이므로
8 : 10=7 : $\overline{A'E}$ ∴ $\overline{A'E}=\frac{35}{4}$(cm)
∴ $\overline{AE}=\overline{A'E}=\frac{35}{4}$(cm)



답 $\frac{35}{4}$ cm

> $\overline{BC}=\overline{AB}$=15(cm)

발전유형 익히기

▸ 97쪽

01 △ABC와 △DEF에서
∠DEF=∠BAE+∠ABE
=∠CBF+∠ABE=∠ABC
∠EFD=∠CBF+∠BCF
=∠ACD+∠BCF=∠BCA
이므로 △ABC∽△DEF (AA 닮음)
따라서 $\overline{AB}$: $\overline{DE}$=$\overline{BC}$: $\overline{EF}$이므로
6 : 2=9 : $\overline{EF}$ ∴ $\overline{EF}$=3 답 3

> 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

01-1 △ABC와 △DEF에서
∠DEF=∠EBC+∠BCE
=∠EBC+∠ABD=∠ABC
∠EFD=∠FCA+∠CAF
=∠FCA+∠BCE=∠BCA
이므로 △ABC∽△DEF (AA 닮음)
따라서 $\overline{AB}$: $\overline{DE}$=$\overline{AC}$: $\overline{DF}$이므로
21 : $\overline{DE}$=20 : 10 ∴ $\overline{DE}=\frac{21}{2}$(cm)
또 $\overline{BC}$: $\overline{EF}$=$\overline{AC}$: $\overline{DF}$이므로
15 : $\overline{EF}$=20 : 10 ∴ $\overline{EF}=\frac{15}{2}$(cm)
따라서 △DEF의 둘레의 길이는
$\frac{21}{2}+\frac{15}{2}+10=28$(cm) 답 28 cm

다른 풀이
△ABC∽△DEF (AA 닮음)이므로
$\overline{AB}$: $\overline{DE}$=$\overline{BC}$: $\overline{EF}$=$\overline{AC}$: $\overline{DF}$=2 : 1
따라서 △DEF의 둘레의 길이는
$\frac{1}{2}\times(21+15+20)=28$(cm)

02 △ABD≡△AED (RHA 합동)이므로
$\overline{BD}=\overline{ED}$, $\overline{AE}=\overline{AB}$=12(cm)
△ABC와 △DEC에서
∠ABC=∠DEC=90°, ∠C는 공통
이므로 △ABC∽△DEC (AA 닮음)
따라서 $\overline{AB}$: $\overline{DE}$=$\overline{AC}$: $\overline{DC}$이므로
12 : $\overline{DE}$=20 : 10 ∴ $\overline{DE}$=6(cm)
∴ $\overline{BD}=\overline{DE}$=6(cm) 답 6 cm

> $\overline{AD}$는 공통,
> ∠ABD=∠AED=90°,
> ∠BAD=∠EAD

> $\overline{AC}=\overline{AE}+\overline{CE}$
> =12+8=20(cm)

02-1 ∠BDC=∠ABD=∠DBC이므로
△BCD는 $\overline{CB}=\overline{CD}$인 이등변삼각형이다.
∴ $\overline{CD}=\overline{CB}$=6(cm)
△ABE와 △CDE에서
∠ABE=∠CDE (엇각),
∠AEB=∠CED (맞꼭지각)
이므로 △ABE∽△CDE (AA 닮음)
따라서 $\overline{AB}$: $\overline{CD}$=$\overline{AE}$: $\overline{CE}$이므로
10 : 6=$\overline{AE}$: (10−$\overline{AE}$) ∴ $\overline{AE}=\frac{25}{4}$(cm)
답 ④

> $\overline{AB}$ // $\overline{CD}$이므로 엇각의 크기가 같다.

03 $\overline{AD}^2=\overline{BD}\times\overline{CD}$이므로 $\overline{AD}^2$=8×2=16
∴ $\overline{AD}$=4(cm)(∵ $\overline{AD}$>0)
이때 점 M은 직각삼각형 ABC의 외심이므로
$\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{BC}$=5(cm)

> 직각삼각형의 빗변의 중점은 외심과 일치하고 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같다.

Q BOX

△AMD에서 $\overline{AD}^2=\overline{AE}\times\overline{AM}$이므로

$16=\overline{AE}\times5$ ∴ $\overline{AE}=\frac{16}{5}$(cm) 답 $\frac{16}{5}$ cm

03-1 $\overline{AD}^2=\overline{BD}\times\overline{CD}$이므로

$12^2=\overline{BD}\times8$ ∴ $\overline{BD}=18$(cm)

이때 점 O는 직각삼각형 ABC의 외심이므로

$\overline{AO}=\overline{BO}=\overline{CO}=\frac{1}{2}\overline{BC}=13$(cm)

$\overline{BC}=\overline{BD}+\overline{DC}$
$=18+8$
$=26$(cm)

∴ $\overline{DO}=13-8=5$(cm)

따라서 $\triangle AOD=\frac{1}{2}\times13\times\overline{DE}=\frac{1}{2}\times5\times12$

이므로 $\overline{DE}=\frac{60}{13}$(cm) 답 $\frac{60}{13}$ cm

중단원 마무리

▸ 98~101쪽

01 ③	**02** ②	**03** ①, ⑤	**04** ①
05 ④	**06** ④	**07** ⑤	**08** ③
09 ③	**10** ④	**11** ②	**12** ③
13 ②	**14** ④	**15** 60 cm^2	**16** 9 cm
17 22	**18** 18 cm	**19** 1 : 2	**20** ③
21 $\frac{27}{2}$ cm	**22** ②	**23** 4 cm	**24** 4 cm
25 $\frac{9}{10}$ cm			

01 답 ③

02 △ABC∽△DFE (AA 닮음)이므로 닮음비는

$\angle A=\angle D=80^\circ$, $\angle B=\angle F=40^\circ$

$a:d=b:f=c:e$ 답 ②

03 ① 닮은 두 평면도형의 대응변의 길이의 비는 일정하다.

⑤ 두 도형이 합동인 경우를 제외하고는 닮은 두 입체도형에서 대응하는 면의 넓이는 같지 않다.

답 ①, ⑤

04 $\overline{OA}=4$, $\overline{AB}=2$이고 닮음비가 2 : 3이므로

$4:\overline{OA'}=2:3$ ∴ $\overline{OA'}=6$

$2:\overline{A'B'}=2:3$ ∴ $\overline{A'B'}=3$

∴ $B'(6, 3)$ 답 ①

05 두 정사각뿔의 닮음비가

$\overline{AC}:\overline{FH}=12:8=3:2$

이므로 $\overline{CD}:\overline{HI}=3:2$

즉 $9:\overline{HI}=3:2$ ∴ $\overline{HI}=6$(cm)

따라서 □GHIJ의 둘레의 길이는 $4\times6=24$(cm)

답 ④

06 ① △ABC∽△AED (AA 닮음)

② △ABC∽△DBE (SAS 닮음)

③ △ABC∽△DAC (SSS 닮음)

⑤ △ABC∽△EDA (AA 닮음)

답 ④

07 ① △ABC∽△DEF (SAS 닮음)

② △ABC∽△DEF (AA 닮음)

③ △DEF에서 $\angle D=50^\circ$, $\angle E=105^\circ$이므로

$\angle F=180^\circ-(50^\circ+105^\circ)=25^\circ$

∴ △ABC∽△DEF (AA 닮음)

④ △ABC∽△DEF (SSS 닮음)

답 ⑤

08 △APB와 △CPD에서

$\overline{AP}:\overline{CP}=\overline{BP}:\overline{DP}=2:3$,

$\angle APB=\angle CPD$ (맞꼭지각)

이므로 △APB∽△CPD (SAS 닮음)

따라서 $\overline{AB}:\overline{CD}=2:3$이므로

$4:\overline{CD}=2:3$ ∴ $\overline{CD}=6$(cm) 답 ③

09 △ABC와 △EDC에서

$\angle BAC=\angle DEC$, ∠C는 공통

이므로 △ABC∽△EDC (AA 닮음)

따라서 $\overline{AC}:\overline{EC}=\overline{BC}:\overline{DC}$이므로

$6:3=\overline{BC}:4$ ∴ $\overline{BC}=8$(cm)

∴ $\overline{BE}=\overline{BC}-\overline{EC}=8-3=5$(cm) 답 ③

10 △ADF와 △ABC에서

∠A는 공통, $\angle ADF=\angle ABC=60^\circ$

이므로 △ADF∽△ABC (AA 닮음)

따라서 $\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{DF}:\overline{BC}$이므로

$(8-\overline{BD}):8=\overline{DF}:8$

이때 $\overline{BD}=\overline{DF}$이므로

마름모의 네 변의 길이는 같다.

$(8-\overline{BD}):8=\overline{BD}:8$ ∴ $\overline{BD}=4$(cm)

따라서 □BEFD의 둘레의 길이는

$4\times4=16$(cm) 답 ④

11 △BFD와 △ACD에서

$\angle BDF=\angle ADC=90^\circ$,

$\angle DBF=90^\circ-\angle BFD=90^\circ-\angle AFE$

$=\angle DAC$

이므로 △BFD∽△ACD (AA 닮음)

따라서 $\overline{FD}:\overline{CD}=\overline{BD}:\overline{AD}$이므로

이등변삼각형의 꼭지각의 꼭짓점에서 밑변에 내린 수선은 밑변을 이등분한다.

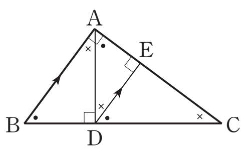
$4:6=6:\overline{AD}$ ∴ $\overline{AD}=9$(cm)

∴ $\overline{AF}=\overline{AD}-\overline{FD}=9-4=5$(cm) 답 ②

Q BOX

12 △ADB와 △BEC에서
$\angle D=\angle E=90^\circ$,
$\angle DAB=90^\circ-\angle DBA=\angle EBC$
이므로 △ADB∽△BEC (AA 닮음)
따라서 $\overline{AD}:\overline{BE}=\overline{DB}:\overline{EC}$이므로
$10:6=\overline{DB}:3$
$\therefore \overline{DB}=5$(cm) 답 ③

13 오른쪽 그림에서
△ABC∽△DBA
∽△EDC∽△EAD
∽△DAC
(AA 닮음) 답 ②



14 $10^2=8\times\overline{BC}$에서 $\overline{BC}=\frac{25}{2}$(cm)
$\therefore \overline{CD}=\frac{25}{2}-8=\frac{9}{2}$(cm)
$\overline{DA}^2=8\times\frac{9}{2}=36$에서 $\overline{AD}=6$(cm)($\because \overline{AD}>0$)
$\therefore$ △ABC$=\frac{1}{2}\times\frac{25}{2}\times6=\frac{75}{2}$(cm^2) 답 ④

$\overline{AB}^2=\overline{BD}\times\overline{BC}$

$\overline{AD}^2=\overline{BD}\times\overline{CD}$

15 $\overline{DA}^2=\overline{AH}\times\overline{AC}$이므로
$17^2=15\times(15+\overline{CH})$, $15\overline{CH}=64$
$\therefore \overline{CH}=\frac{64}{15}$(cm)
$\overline{DH}^2=\overline{AH}\times\overline{CH}$이므로
$\overline{DH}^2=15\times\frac{64}{15}=64$
$\therefore \overline{DH}=8$(cm)($\because \overline{DH}>0$)
$\therefore$ △AHD$=\frac{1}{2}\times15\times8=60$(cm^2) 답 60 cm^2

16 △AFD와 △EFB에서
$\angle DAF=\angle BEF$, $\angle ADF=\angle EBF$
이므로 △AFD∽△EFB (AA 닮음)
따라서 $\overline{AF}:\overline{EF}=\overline{AD}:\overline{EB}$이므로
$15:\overline{EF}=5:3$
$\therefore \overline{EF}=9$(cm) 답 9 cm

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 엇각의 크기가 같다.

$\overline{AD}=\overline{BC}$이고
$\overline{BE}:\overline{EC}=3:2$이므로
$\overline{AD}:\overline{EB}=\overline{BC}:\overline{EB}$
$=(3+2):3$
$=5:3$

17

채점 기준	점수
x의 값 구하기	2
y의 값 구하기	2
$x+y$의 값 구하기	2

사면체 A−BCD와 E−FGH의 닮음비가
$6:9=2:3$이므로
$x:15=2:3$에서 $x=10$ • 2점
$8:y=2:3$에서 $y=12$ • 2점
$\therefore x+y=10+12=22$ • 2점
답 22

18

채점 기준	점수
△ABC∽△DAC임을 보이기	3
$\overline{AB}$의 길이 구하기	3

△ABC와 △DAC에서
$\overline{AC}:\overline{DC}=\overline{BC}:\overline{AC}=2:1$, ∠C는 공통이므로
△ABC∽△DAC (SAS 닮음) • 3점
따라서 $\overline{AB}:\overline{DA}=2:1$이므로
$\overline{AB}:9=2:1$ $\therefore \overline{AB}=18$(cm) • 3점
답 18 cm

19

채점 기준	점수
△ABE∽△ECF임을 보이기	3
$\overline{CF}:\overline{EF}$ 구하기	2
$\overline{CF}:\overline{DF}$ 구하기	1

△ABE와 △ECF에서
$\angle B=\angle C=90^\circ$,
$\angle BAE=90^\circ-\angle AEB=\angle CEF$
이므로 △ABE∽△ECF (AA 닮음) • 3점
이때 $\overline{BE}:\overline{AE}=1:2$이므로
△ECF에서 $\overline{CF}:\overline{EF}=1:2$ • 2점
$\therefore \overline{CF}:\overline{DF}=\overline{CF}:\overline{EF}=1:2$ • 1점
답 1 : 2

$\overline{AE}=\overline{AD}=\overline{BC}=2\overline{BE}$

정삼각형은 세 변의 길이가 같고 세 내각의 크기가 같다.

20 △ADB와 △AEC에서
$\overline{AB}=\overline{AC}$, $\overline{AD}=\overline{AE}$, $\angle DAB=\angle EAC=60^\circ$
이므로 △ADB≡△AEC (SAS 합동)
$\therefore \angle ABD=\angle ACE$
또 $\angle BEF=\angle CEA$ (맞꼭지각)
이므로 △BEF∽△CEA (AA 닮음)
따라서 $\overline{BE}:\overline{CE}=\overline{EF}:\overline{EA}$이므로
$3:\overline{CE}=\overline{EF}:5$ $\therefore \overline{CE}\times\overline{EF}=15$ 답 ③

$\overline{BE}=\overline{AB}-\overline{AE}$
$=8-5=3$

21 △OAB∽△OBC (AA 닮음)이므로
$\overline{OA}:\overline{OB}=\overline{OB}:\overline{OC}$
즉 $18:\overline{OB}=\overline{OB}:8$, $\overline{OB}^2=144$
$\therefore \overline{OB}=12$(cm) ($\because \overline{OB}>0$)
△OBC∽△OCD (AA 닮음)이므로
$\overline{OB}:\overline{OC}=\overline{OC}:\overline{OD}$
즉 $12:8=8:\overline{OD}$ $\therefore \overline{OD}=\frac{16}{3}$(cm)
△OAB∽△ODE (AA 닮음)이므로
$\overline{OA}:\overline{OD}=\overline{AB}:\overline{DE}$
즉 $18:\frac{16}{3}=\overline{AB}:4$ $\therefore \overline{AB}=\frac{27}{2}$(cm)
답 $\frac{27}{2}$ cm

LECTURE BOOK

22 $\overline{BD}=x$ cm라 하면

$\overline{AD}=(4-x)$cm, $\overline{EC}=(6-x)$cm

이때 $\triangle ADF \backsim \triangle FEC$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AD}:\overline{FE}=\overline{DF}:\overline{EC}$

즉 $(4-x):x=x:(6-x)$

$x^2=(4-x)(6-x)$, $10x=24$ $\therefore x=\frac{12}{5}$

$\therefore \square DBEF=\frac{12}{5}\times\frac{12}{5}=\frac{144}{25}$ (cm²)

답 ②

$\angle ADF=\angle FEC=90°$, $\angle AFD=\angle FCE$ (동위각)

23

채점 기준	점수
$\overline{AC}$의 길이 구하기	3
$\overline{BF}$의 길이 구하기	3

$\triangle AEF \backsim \triangle ACD$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AE}:\overline{EF}=\overline{AC}:\overline{CD}$

즉 $3:1=\overline{AC}:6$ $\therefore \overline{AC}=18$(cm) • 3점

또 $\triangle AEF \backsim \triangle DBF$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AE}:\overline{EF}=\overline{DB}:\overline{BF}$

즉 $3:1=(18-6):\overline{BF}$

$\therefore \overline{BF}=4$(cm) • 3점

답 4 cm

$\angle E=\angle C=60°$, $\angle EAF=60°-\angle FAD=\angle CAD$

$\angle E=\angle B=60°$, $\angle AFE=\angle DFB$ (맞꼭지각)

24

채점 기준	점수
$\triangle FED \backsim \triangle CEB$임을 보이기	3
$\overline{DF}$의 길이 구하기	3

$\overline{BO}=\overline{DO}$, $\overline{DE}:\overline{EO}=2:3$이므로

$\overline{DE}:\overline{BE}=2:(3+5)=2:8=1:4$

$\triangle FED$와 $\triangle CEB$에서

$\angle EDF=\angle EBC$(엇각), $\angle EFD=\angle ECB$(엇각)

이므로 $\triangle FED \backsim \triangle CEB$ (AA 닮음) • 3점

$\overline{DF}:\overline{BC}=\overline{DE}:\overline{BE}$에서

$\overline{DF}:16=1:4$ $\therefore \overline{DF}=4$(cm) • 3점

답 4 cm

25

채점 기준	점수
$\overline{AM}$의 길이 구하기	2
$\overline{GM}$의 길이 구하기	2
$\overline{MH}$의 길이 구하기	2

점 M이 $\overline{BC}$의 중점이므로

$\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{5}{2}$(cm) • 2점

$\therefore \overline{GM}=\overline{GC}-\overline{MC}=4-\frac{5}{2}=\frac{3}{2}$(cm) • 2점

따라서 $\triangle AGM$에서 $\overline{GM}^2=\overline{MH}\times\overline{MA}$이므로

$\left(\frac{3}{2}\right)^2=\overline{MH}\times\frac{5}{2}$ $\therefore \overline{MH}=\frac{9}{10}$(cm) • 2점

답 $\frac{9}{10}$ cm

직각삼각형의 빗변의 중점은 외심과 일치하고 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같다.

2 닮음의 활용

필수유형 다지기

▸ 103~104쪽

01 $\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EC}$이므로

$x:4=6:3$ $\therefore x=8$

$\overline{AE}:\overline{AC}=\overline{DE}:\overline{BC}$이므로

$6:(6+3)=8:y$ $\therefore y=12$

$\therefore x+y=20$ 답 ①

01-1 ③ $\overline{DE}:\overline{BC}=\overline{AE}:\overline{AC}$이므로

$\overline{DE}:8=3:(3+2)$ $\therefore \overline{DE}=\frac{24}{5}$(cm)

④ $\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EC}$이므로

$6:\overline{DB}=3:2$ $\therefore \overline{DB}=4$(cm)

⑤ $\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EC}$,

$\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{AE}:\overline{AC}=\overline{DE}:\overline{BC}$ 답 ⑤

02 $\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{DE}:\overline{BC}$이므로

$5:10=x:14$ $\therefore x=7$

$\overline{AE}:\overline{AC}=\overline{AD}:\overline{AB}$이므로

$3:y=5:10$ $\therefore y=6$

$\therefore xy=42$ 답 ③

02-1 $\overline{AB}:\overline{AE}=\overline{AC}:\overline{AD}$이므로

$6:3=x:4$ $\therefore x=8$

$\overline{AG}:\overline{AD}=\overline{GF}:\overline{DE}$이므로

$(8+2):4=5:y$ $\therefore y=2$

답 $x=8$, $y=2$

03 $\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{AG}:\overline{AF}=\overline{GE}:\overline{FC}$이므로

$10:(10+\overline{BD})=5:8$, $80=50+5\overline{BD}$

$5\overline{BD}=30$ $\therefore \overline{BD}=6$(cm) 답 ③

03-1 $\overline{DF}:\overline{BG}=\overline{AF}:\overline{AG}=\overline{FE}:\overline{GC}$이므로

$\overline{DF}:3=(8-\overline{DF}):9$ $\therefore \overline{DF}=2$ 답 2

04 $\overline{FG}/\!/\overline{AE}$이므로 $\overline{DF}:\overline{DA}=\overline{FG}:\overline{AE}$

$15:(15+12)=\overline{FG}:24$ $\therefore \overline{FG}=\frac{40}{3}$

$\overline{DG}/\!/\overline{BH}$이므로 $\overline{FD}:\overline{FB}=\overline{FG}:\overline{FH}$

$15:(15+9)=\frac{40}{3}:\overline{FH}$ $\therefore \overline{FH}=\frac{64}{3}$

답 $\frac{64}{3}$

04-1 $\overline{AB}/\!/\overline{FG}$이므로 $\overline{CG}:\overline{CB}=\overline{FG}:\overline{AB}$

$8:(8+4)=6:y$ $\therefore y=9$

$\overline{BC}/\!/\overline{DE}$이므로 $\overline{DE}:\overline{BC}=\overline{AD}:\overline{AB}$

$4:(4+8)=x:9$ $\therefore x=3$

$\therefore y-x=6$ 답 6

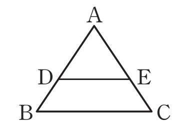
05 ① $6:(9-6)\neq 12:4$

② $6:3=8:4$

③ $12:9\neq 9:6$

④ $5:9\neq 3:6$

⑤ $10:(16-10)=15:9$ 　답 ②, ⑤



> $\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{AC}:\overline{AE}$
> 또는
> $\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EC}$
> ➡ $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$

05-1 $\overline{AP}:\overline{PB}=\overline{AR}:\overline{RC}=2:3$이므로

$\overline{PR}/\!/\overline{BC}$

∴ $\triangle ABC \backsim \triangle APR$(SAS 닮음) 　답 ④

06 $\overline{DP}:\overline{BQ}=\overline{AP}:\overline{AQ}=\overline{PE}:\overline{QC}$이어야 하므로

$8:10=\overline{PE}:5$ 　∴ $\overline{PE}=4(\text{cm})$ 　답 4 cm

06-1 $\overline{AB}:\overline{AE}=\overline{AC}:\overline{AD}=\overline{BC}:\overline{ED}$이어야 하므로

$8:12=x:6$ 　∴ $x=4$

$8:12=10:y$ 　∴ $y=15$

답 $x=4,\ y=15$

필수유형 다지기 ▸106쪽

01 $4:8=\overline{BD}:(9-\overline{BD})$

$12\overline{BD}=36$ 　∴ $\overline{BD}=3(\text{cm})$ 　답 ②

> $\triangle ABC$에서 $\overline{AD}$가 $\angle A$의 이등분선이면
> $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$

01-1 $\triangle ACE$가 이등변삼각형이므로

$\overline{AE}=\overline{AC}=3(\text{cm})$ 　∴ $x=3$

$4:3=2:y$이므로 $y=\frac{3}{2}$ 　답 $x=3,\ y=\frac{3}{2}$

> $\angle BAD=\angle AEC$ (동위각)
> $\angle DAC=\angle ACE$ (엇각)
> 이때 $\angle BAD=\angle DAC$
> 이므로 $\angle AEC=\angle ACE$

02 $12:9=16:\overline{CD}$이므로 $\overline{CD}=12(\text{cm})$

∴ $\overline{BC}=16-12=4(\text{cm})$ 　답 ③

> $\triangle ABC$에서 $\overline{AD}$가 $\angle A$의 외각의 이등분선이면
> $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$

02-1 $15:\overline{AB}=(21+14):21$ 　∴ $\overline{AB}=9(\text{cm})$

답 ③

03 $\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}=20:12=5:3$이므로

$\triangle ABD:\triangle ACD=5:3$

∴ $\triangle ABC=\frac{8}{5}\triangle ABD=\frac{8}{5}\times 70=112(\text{cm}^2)$

답 ④

> 높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비
> ➡ 밑변의 길이의 비와 같다.

03-1 $\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}=12:8=3:2$이므로

$\overline{BC}:\overline{CD}=1:2$

즉 $\triangle ABC:\triangle ACD=1:2$이므로

$\triangle ABC:54=1:2$

∴ $\triangle ABC=27(\text{cm}^2)$ 　답 27 cm^2

필수유형 다지기 ▸108~109쪽

01 $\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 10=5(\text{cm})$ 　∴ $x=5$

$\overline{MN}/\!/\overline{AB}$이므로 $\angle NMC=\angle A=70°$

$\triangle MNC$에서 $y=180-(70+50)=60$

∴ $x+y=65$

답 ③

01-1 $\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{AC},\ \overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{AB},\ \overline{DF}=\frac{1}{2}\overline{BC}$이므로

$\triangle DEF$의 둘레의 길이는

$\overline{DE}+\overline{EF}+\overline{FD}=\frac{1}{2}(\overline{AC}+\overline{AB}+\overline{BC})$

$=\frac{1}{2}\times 40=20(\text{cm})$

답 ③

02 $\triangle ABC$에서 $\overline{AM}=\overline{MB},\ \overline{MN}/\!/\overline{BC}$이므로

$\overline{AN}=\overline{NC}=6(\text{cm})$ 　∴ $x=6$

$\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 10=5(\text{cm})$ 　∴ $y=5$

∴ $x-y=1$

답 1

02-1 $\triangle ABC$에서 $\overline{AM}=\overline{MB},\ \overline{MN}/\!/\overline{BC}$이므로

$\overline{BC}=2\overline{MN}=2\times 12=24(\text{cm})$

$\triangle DBC$에서 $\overline{DQ}=\overline{QC},\ \overline{PQ}/\!/\overline{BC}$이므로

$\overline{PQ}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 24=12(\text{cm})$

∴ $\overline{RQ}=\overline{PQ}-\overline{PR}=12-3=9(\text{cm})$

답 9 cm

03 $\triangle AFC$에서 $\overline{AE}=\overline{EF},\ \overline{AG}=\overline{GC}$이므로

$\overline{FC}=2\overline{EG}=2\times 6=12(\text{cm})$

$\triangle BDE$에서 $\overline{BF}=\overline{FE},\ \overline{FC}/\!/\overline{ED}$이므로

$\overline{ED}=2\overline{FC}=2\times 12=24(\text{cm})$

∴ $\overline{GD}=\overline{ED}-\overline{EG}=24-6=18(\text{cm})$

답 18 cm

> $\triangle AFC$에서
> $\overline{AE}=\overline{EF},\ \overline{AG}=\overline{GC}$
> 이므로 $\overline{EG}/\!/\overline{FC}$

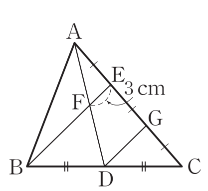
03-1 $\overline{CE}$의 중점을 G라 하고

$\overline{DG}$를 그으면

$\triangle BCE$에서 $\overline{BD}=\overline{DC}$,

$\overline{EG}=\overline{GC}$이므로

$\overline{BE}/\!/\overline{DG}$



$\triangle ADG$에서 $\overline{AE}=\overline{EG},\ \overline{FE}/\!/\overline{DG}$이므로

$\overline{DG}=2\overline{FE}=2\times 3=6(\text{cm})$

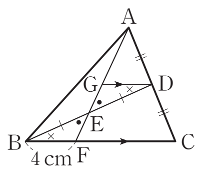
∴ $\overline{BE}=2\overline{DG}=2\times 6=12(\text{cm})$ 　답 ④

Q BOX

04 $\triangle DEG \equiv \triangle BEF$

(ASA 합동)이므로

$\overline{DG}=\overline{BF}=4(\text{cm})$



$\triangle AFC$에서

$\overline{AD}=\overline{DC}$, $\overline{DG}/\!/\overline{CF}$이므로

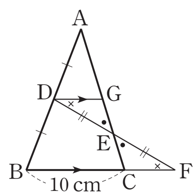
$\overline{FC}=2\overline{DG}=2\times4=8(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{BC}=\overline{BF}+\overline{FC}=4+8=12(\text{cm})$

답 ③

> $\angle GDE=\angle FBE$(엇각),
> $\overline{DE}=\overline{BE}$,
> $\angle DEG=\angle BEF$
> (맞꼭지각)

04-1 오른쪽 그림과 같이 점 D를 지나고 $\overline{BC}$에 평행한 선분 DG를 그으면



$\triangle ABC$에서

$\overline{AD}=\overline{DB}$, $\overline{DG}/\!/\overline{BC}$

이므로

$\overline{DG}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times10=5(\text{cm})$

$\triangle DEG \equiv \triangle FEC$ (ASA 합동)이므로

$\overline{CF}=\overline{GD}=5(\text{cm})$

답 ④

> $\angle GDE=\angle CFE$(엇각),
> $\overline{DE}=\overline{FE}$,
> $\angle DEG=\angle FEC$
> (맞꼭지각)

05 $\overline{EF}=\overline{HG}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times20=10(\text{cm})$

$\overline{EH}=\overline{FG}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times24=12(\text{cm})$

따라서 □EFGH의 둘레의 길이는

$2\times(10+12)=44(\text{cm})$

답 ④

다른 풀이

□ABCD의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형의 둘레의 길이는 □ABCD의 두 대각선의 길이의 합과 같으므로

(□EFGH의 둘레의 길이)$=20+24=44(\text{cm})$

> 사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형
> ① 사각형, 평행사변형
> ➡ 평행사변형
> ② 직사각형, 등변사다리꼴
> ➡ 마름모
> ③ 마름모 ➡ 직사각형
> ④ 정사각형 ➡ 정사각형

05-1 $\overline{EH}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times12=6(\text{cm})$

$\overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times16=8(\text{cm})$

이때 $\overline{EF}/\!/\overline{AC}/\!/\overline{HG}$, $\overline{EH}/\!/\overline{BD}/\!/\overline{FG}$이고

$\overline{AC}\perp\overline{BD}$이므로 $\overline{EF}\perp\overline{EH}$

즉 □EFGH는 직사각형이므로

□EFGH$=6\times8=48(\text{cm}^2)$

답 $48\ \text{cm}^2$

> 마름모의 두 대각선은 수직이다.

06 $\triangle ABC$에서

$\overline{MQ}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times10=5(\text{cm})$

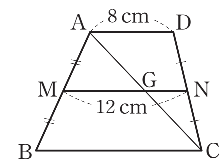
$\triangle ABD$에서

$\overline{MP}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times6=3(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{PQ}=\overline{MQ}-\overline{MP}=5-3=2(\text{cm})$

답 2 cm

06-1 $\overline{AC}$와 $\overline{MN}$의 교점을 G라 하면 $\triangle ACD$에서



$\overline{GN}=\frac{1}{2}\overline{AD}$

$=\frac{1}{2}\times8=4(\text{cm})$

$\overline{MG}=12-4=8(\text{cm})$

$\triangle ABC$에서

$\overline{BC}=2\overline{MG}=2\times8=16(\text{cm})$

답 ③

다른 풀이

$\overline{MN}=\frac{1}{2}(\overline{AD}+\overline{BC})$이므로

$\frac{1}{2}(8+\overline{BC})=12$, $8+\overline{BC}=24$

$\therefore\ \overline{BC}=16(\text{cm})$

필수유형 다지기

▸ 111~112쪽

01 $4:8=x:14$이므로 $x=7$

$4:8=6:y$이므로 $y=12$

$\therefore\ x+y=19$

답 ②

01-1 $3:4=x:6$이므로 $x=\frac{9}{2}$

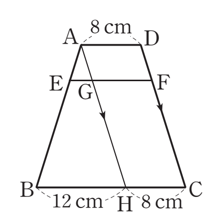
$3:9=4:y$이므로 $y=12$

$4:5=6:z$이므로 $z=\frac{15}{2}$

$\therefore\ x+y-z=9$

답 9

02 오른쪽 그림과 같이 $\overline{DC}$와 평행한 선분 AH를 그으면



$\triangle ABH$에서

$\overline{AE}:\overline{AB}=\overline{EG}:\overline{BH}$

이므로

$1:4=\overline{EG}:12$

$\therefore\ \overline{EG}=3(\text{cm})$

또 □AGFD는 평행사변형이므로

$\overline{GF}=\overline{AD}=8(\text{cm})$

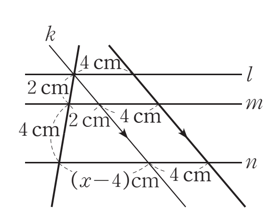
$\therefore\ \overline{EF}=\overline{EG}+\overline{GF}=3+8=11(\text{cm})$

답 ①

> $\overline{AE}:\overline{EB}=1:3$이므로
> $\overline{AE}:\overline{AB}=1:(1+3)$
> $=1:4$

> □AGFD는 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이다.

02-1 오른쪽 그림과 같이 평행선 k를 그으면



$2:6=2:(x-4)$

$\therefore\ x=10$

답 10

03 △ABC에서 $\overline{AE}:\overline{AB}=\overline{EG}:\overline{BC}$이므로
$8:12=\overline{EG}:15$ ∴ $\overline{EG}=10(\text{cm})$
△ACD에서 $\overline{CG}:\overline{CA}=\overline{GF}:\overline{AD}$이므로
$4:12=\overline{GF}:9$ ∴ $\overline{GF}=3(\text{cm})$

> $\overline{CG}:\overline{CA}=\overline{BE}:\overline{BA}$
> $=4:(4+8)$
> $=4:12$

∴ $\overline{EF}=\overline{EG}+\overline{GF}=10+3=13(\text{cm})$
답 13 cm

03-1 $\overline{AE}:\overline{EB}=\overline{DF}:\overline{FC}$이므로
$6:x=3:4$ ∴ $x=8$
△DBC에서 $\overline{GF}:\overline{BC}=\overline{DF}:\overline{DC}$이므로
$9:y=3:7$ ∴ $y=21$ 답 $x=8$, $y=21$

04 △EAB∽△ECD (AA 닮음)이므로

> ∠EAB=∠ECD (엇각)
> ∠EBA=∠EDC (엇각)

$\overline{BE}:\overline{DE}=\overline{AB}:\overline{CD}=12:15=4:5$
△BCD에서 $\overline{BE}:\overline{BD}=4:9$이므로
$x:30=4:9$ ∴ $x=\frac{40}{3}$
$y:15=4:9$ ∴ $y=\frac{20}{3}$
∴ $x+y=20$ 답 ①

04-1 (ㄴ) $\overline{AB}:\overline{EF}=(a+b):b$
(ㄷ) $\overline{BF}:\overline{BC}=a:(a+b)$ 답 (ㄱ), (ㄹ)

> 세 선분이 모두 한 선분에 수직
> ➡ 동위각의 크기가 같으므로 세 선분은 평행하다.

05 △CEF∽△CAB(AA 닮음)이므로
$(12-x):12=2:6$ ∴ $x=8$
$\overline{CE}:\overline{CA}=1:3$이므로 $\overline{CE}:\overline{AE}=1:2$

> $\overline{CE}:\overline{CA}=\overline{EF}:\overline{AB}$
> $=2:6$
> $=1:3$

△ABE∽△CDE (AA 닮음)이므로
$2:1=6:y$ ∴ $y=3$
∴ $x-y=5$ 답 ③

05-1 ③ △ABE∽△CDE (AA 닮음)이므로
$\overline{BE}:\overline{DE}=3:2$

> $\overline{BE}:\overline{DE}=\overline{AB}:\overline{CD}$
> $=15:10$
> $=3:2$

△BCD∽△BFE (AA 닮음)이므로
$\overline{BD}:\overline{BE}=5:3$ 답 ③

06 $\overline{AO}:\overline{CO}=\overline{AD}:\overline{CB}=8:24=1:3$
△ABC에서 $1:4=\overline{EO}:24$ ∴ $\overline{EO}=6(\text{cm})$
△DBC에서 $1:4=\overline{OF}:24$ ∴ $\overline{OF}=6(\text{cm})$
∴ $\overline{EF}=\overline{EO}+\overline{OF}=6+6=12(\text{cm})$
답 12 cm

06-1 △ABC에서 $2:3=\overline{EN}:15$

> $\overline{AE}:\overline{EB}=2:1$이므로
> $\overline{AE}:\overline{AB}=2:(2+1)$
> $=2:3$

∴ $\overline{EN}=10(\text{cm})$
△ABD에서 $1:3=\overline{EM}:12$
∴ $\overline{EM}=4(\text{cm})$
∴ $\overline{MN}=10-4=6(\text{cm})$ 답 6 cm

발전유형 익히기

▸ 113~114쪽

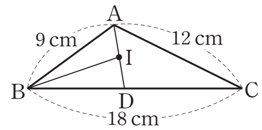
01 △ABC에서 $\overline{DE}/\!/\overline{BC}$이므로
$\overline{AE}:\overline{AC}=\overline{AD}:\overline{AB}=12:20=3:5$
△ADC에서 $\overline{FE}/\!/\overline{DC}$이므로
$\overline{AF}:\overline{AD}=\overline{AE}:\overline{AC}=3:5$
즉 $\overline{AF}:12=3:5$ ∴ $\overline{AF}=\frac{36}{5}(\text{cm})$
답 ②

01-1 △ADC에서 $\overline{AD}/\!/\overline{EF}$이므로
$\overline{AE}:\overline{EC}=\overline{DF}:\overline{FC}=1:2$
△ABC에서 $\overline{AB}/\!/\overline{ED}$이므로
$\overline{BD}:\overline{DC}=\overline{AE}:\overline{EC}=1:2$
즉 $6:\overline{DC}=1:2$ ∴ $\overline{DC}=12(\text{cm})$
∴ $\overline{DF}=\frac{1}{3}\overline{DC}=\frac{1}{3}\times 12=4(\text{cm})$
답 4 cm

> 삼각형의 내심
> ➡ 세 내각의 이등분선의 교점

02 점 I가 △ABC의 내심이므로 $\overline{AD}$는 ∠A의 이등분선이다.
즉 $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$이므로
$15:\overline{AC}=6:4$ ∴ $\overline{AC}=10(\text{cm})$
또 $\overline{BE}$는 ∠B의 이등분선이므로
$\overline{BA}:\overline{BC}=\overline{AE}:\overline{EC}$
즉 $15:10=(10-\overline{EC}):\overline{EC}$ ∴ $\overline{EC}=4(\text{cm})$
답 ③

02-1 점 I가 △ABC의 내심이므로 $\overline{AD}$는 ∠A의 이등분선이다.



즉 $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$이므로
$9:12=\overline{BD}:(18-\overline{BD})$
∴ $\overline{BD}=\frac{54}{7}(\text{cm})$
또 $\overline{BI}$는 ∠B의 이등분선이므로
$\overline{AI}:\overline{ID}=\overline{BA}:\overline{BD}=9:\frac{54}{7}=7:6$
답 7 : 6

03 △ABC에서 $\overline{AD}$는 ∠A의 이등분선이므로
$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$
즉 $10:5=\overline{BD}:2$ ∴ $\overline{BD}=4$
또 $\overline{AE}$는 ∠A의 외각의 이등분선이므로
$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BE}:\overline{CE}$
즉 $10:5=(6+\overline{CE}):\overline{CE}$ ∴ $\overline{CE}=6$

> $\overline{BC}=\overline{BD}+\overline{CD}$
> $=4+2=6$

답 ④

LECTURE BOOK

Q BOX

03-1 △ABC에서 $\overline{AD}$는 ∠A의 이등분선이므로

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$

즉 $10:6=(8-\overline{CD}):\overline{CD}$ $\quad\therefore\ \overline{CD}=3(\mathrm{cm})$

또 $\overline{AE}$는 ∠A의 외각의 이등분선이므로

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BE}:\overline{CE}$

즉 $10:6=(8+\overline{CE}):\overline{CE}$ $\quad\therefore\ \overline{CE}=12(\mathrm{cm})$

$\therefore\ \triangle ADE=\frac{1}{2}\times\overline{DE}\times\overline{AC}$

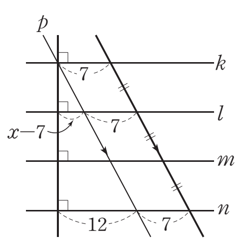
$=\frac{1}{2}\times15\times6$

$=45(\mathrm{cm}^2)$

답 $45\,\mathrm{cm}^2$

$\overline{DE}=\overline{DC}+\overline{CE}$
$=3+12=15(\mathrm{cm})$

04 동위각의 크기가 90°로 같으므로 $k /\!/ l /\!/ m /\!/ n$
오른쪽 그림과 같이 평행선 p를 그으면

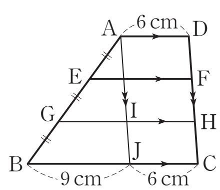


$1:3=(x-7):12$

$\therefore\ x=11$

답 11

04-1 오른쪽 그림과 같이 $\overline{DC}$와 평행한 선분 $\overline{AJ}$를 그으면



△ABJ에서

$2:3=\overline{GI}:9$

$\therefore\ \overline{GI}=6(\mathrm{cm})$

또 □AIHD는 평행사변형이므로

$\overline{IH}=\overline{AD}=6(\mathrm{cm})$

$\therefore\ \overline{GH}=\overline{GI}+\overline{IH}=6+6=12(\mathrm{cm})$

답 12 cm

05 △DBE∽△DCF (AA 닮음)이고, 닮음비가

$\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}=10:6=5:3$이므로

$\overline{DE}:(4-\overline{DE})=5:3$ $\quad\therefore\ \overline{DE}=\frac{5}{2}(\mathrm{cm})$

답 ①

∠BED=∠CFD=90°,
∠BDE=∠CDF
(맞꼭지각)

05-1 △ABD≡△CBD (RHA 합동)이므로

$\overline{BA}=\overline{BC}=16+12=28(\mathrm{cm})$

△BFE∽△BCD (AA 닮음)이므로

$\overline{BF}:\overline{BC}=\overline{EF}:\overline{DC}$

즉 $16:28=\overline{EF}:14$ $\quad\therefore\ \overline{EF}=8(\mathrm{cm})$

△ABF에서 $\overline{BE}$가 ∠B의 이등분선이므로

$\overline{BF}:\overline{BA}=\overline{FE}:\overline{AE}$

즉 $16:28=8:\overline{AE}$ $\quad\therefore\ \overline{AE}=14(\mathrm{cm})$

$\therefore\ \overline{AF}=\overline{AE}+\overline{EF}=14+8=22(\mathrm{cm})$

답 22 cm

$\overline{AG}/\!/\overline{EC}$, $\overline{BH}/\!/\overline{FD}$이므로 □PQRS는 평행사변형이다.

06 △ABP에서 $\overline{AE}=\overline{EB}$, $\overline{AP}/\!/\overline{EQ}$이므로

$\overline{BQ}=\overline{QP}$

같은 방법으로 △DRC에서 $\overline{RS}=\overline{SD}$이므로

$\overline{BQ}=\overline{QP}=\overline{RS}=\overline{SD}=2\overline{PH}$

$\overline{BH}=20(\mathrm{cm})$이므로

$\overline{BQ}+\overline{QP}+\overline{PH}=20,\ 2\overline{PH}+2\overline{PH}+\overline{PH}=20$

$5\overline{PH}=20$ $\quad\therefore\ \overline{PH}=4(\mathrm{cm})$

답 4 cm

△ASD에서
$\overline{AH}=\overline{HD}$, $\overline{PH}/\!/\overline{SD}$
이므로 $\overline{PH}=\frac{1}{2}\overline{SD}$

06-1 $\overline{DS}=\overline{SR}=\overline{PQ}=\overline{QB}=2\overline{RF}$이므로

$\overline{DF}=\overline{DS}+\overline{SR}+\overline{RF}$

$=2\overline{RF}+2\overline{RF}+\overline{RF}$

$=5\overline{RF}$

즉 $\overline{RF}=\frac{1}{5}\overline{DF}$이므로

$\triangle RFC=\frac{1}{5}\triangle DFC$

$=\frac{1}{5}\times\frac{1}{4}\square ABCD$

$=\frac{1}{20}\times60=3(\mathrm{cm}^2)$

답 $3\,\mathrm{cm}^2$

△CQB에서
$\overline{CF}=\overline{FB}$, $\overline{FR}/\!/\overline{BQ}$
이므로 $\overline{RF}=\frac{1}{2}\overline{QB}$

$\triangle DFC=\frac{1}{2}\triangle DBC$
$=\frac{1}{4}\square ABCD$

필수유형 다지기

▸ 116~117쪽

01 $\triangle ABP=\frac{1}{2}\triangle ABD=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\triangle ABC$

$=\frac{1}{4}\times32=8(\mathrm{cm}^2)$

답 ③

△ABC에서 $\overline{AD}$가 중선이면
➡ △ABD=△ACD
$=\frac{1}{2}$△ABC

01-1 △BCP=△BCD−△PCD

$=\frac{1}{2}\triangle ABC-\triangle PAD$

$=\frac{1}{2}\times30-5=10(\mathrm{cm}^2)$

답 $10\,\mathrm{cm}^2$

밑변의 길이와 높이가 각각 같은 삼각형의 넓이는 같으므로
△PCD=△PAD

02 $x=\frac{1}{2}\overline{AB}=6,\ y=\frac{1}{2}\overline{CG}=3$

$\therefore\ x+y=9$

답 ②

삼각형의 무게중심은 세 중선의 길이를 각 꼭짓점으로부터 2 : 1로 나눈다.

02-1 $\overline{GD}=\frac{1}{3}\overline{AD}=\frac{1}{3}\times18=6(\mathrm{cm})$

$\therefore\ \overline{GG'}=\frac{2}{3}\overline{GD}=\frac{2}{3}\times6=4(\mathrm{cm})$

답 4 cm

Q BOX

03 $\overline{BC}=2\overline{BD}=2\times9=18(\text{cm})$
$\triangle AEF\backsim\triangle ABC$ (AA 닮음)이고
닮음비는 $2:3$이므로
$x:18=2:3\qquad\therefore x=12$
$13:y=2:1\qquad\therefore y=\frac{13}{2}$
$\therefore x-y=\frac{11}{2}$ 답 $\frac{11}{2}$

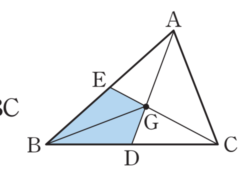
> $\angle A$는 공통, $\angle AEF=\angle ABC$ (동위각)

03-1 $\overline{AG}:\overline{AE}=\overline{AG'}:\overline{AF}=\overline{GG'}:\overline{EF}=2:3$이므로
$4:\overline{EF}=2:3\qquad\therefore \overline{EF}=6(\text{cm})$
$\therefore \overline{BC}=2\overline{EF}=2\times6=12(\text{cm})$
따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는
$3\times12=36(\text{cm})$ 답 36 cm

> $\overline{BD}=2\overline{ED}$, $\overline{DC}=2\overline{DF}$이므로 $\overline{BC}=2\overline{EF}$

> 삼각형의 넓이는 세 중선에 의하여 6등분된다.

04 $\square EBDG$
$=\triangle BGE+\triangle BDG$
$=\frac{1}{6}\triangle ABC+\frac{1}{6}\triangle ABC$
$=\frac{1}{3}\triangle ABC$
$=\frac{1}{3}\times36=12(\text{cm}^2)$ 답 ③



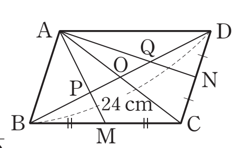
04-1 $\triangle ABC=3\triangle GBC$
$=3\times6\triangle G'BD$
$=18\triangle G'BD$
$=18\times3=54(\text{cm}^2)$ 답 54 cm²

> 높이가 같은 삼각형의 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같다.

05 점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로
$\triangle GED=\frac{1}{2}\triangle DBG=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\triangle GBC$
$=\frac{1}{4}\triangle GBC=\frac{1}{4}\times12=3(\text{cm}^2)$
답 ②

05-1 $\triangle ADE=\frac{1}{2}\triangle AGE=\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}\triangle ABC$
$=\frac{1}{12}\triangle ABC=\frac{1}{12}\times144$
$=12(\text{cm}^2)$ 답 12 cm²

06 두 점 P, Q는 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$의 무게중심이므로
$\overline{BP}=2\overline{PO}$, $\overline{QD}=2\overline{OQ}$
이때 $\overline{BO}=\overline{DO}$이므로 $\overline{BP}=\overline{PQ}=\overline{QD}$
$\therefore \overline{BP}=\frac{1}{3}\overline{BD}=\frac{1}{3}\times24=8(\text{cm})$ 답 ⑤



06-1 두 점 P, Q는 각각 $\triangle ABD$, $\triangle BCD$의 무게중심이므로
$\overline{PO}=\frac{1}{3}\overline{AO}=\frac{1}{3}\times15=5(\text{cm})$
$\overline{OQ}=\frac{1}{3}\overline{OC}=\frac{1}{3}\times15=5(\text{cm})$
$\therefore \overline{PQ}=\overline{PO}+\overline{OQ}=5+5=10(\text{cm})$
답 10 cm

> 평행사변형의 두 대각선은 서로를 이등분하므로 $\overline{OC}=\overline{AO}=15(\text{cm})$

필수유형 다지기

▸ 119~121쪽

01 $\triangle ABC\backsim\triangle EDC$ (AA 닮음)이고 닮음비는
$\overline{AB}:\overline{ED}=8:4=2:1$
따라서 넓이의 비는 $2^2:1^2=4:1$이므로
$60:\triangle EDC=4:1\qquad\therefore \triangle EDC=15(\text{cm}^2)$
$\therefore \square ABED=60-15=45(\text{cm}^2)$
답 45 cm²

> $\angle B=\angle EDC$, $\angle C$는 공통

01-1 세 원은 닮은 도형이고 닮음비는 $1:2:3$이므로
넓이의 비는 $1^2:2^2:3^2=1:4:9$
따라서 B, C부분의 넓이의 비는
$(4-1):(9-4)=3:5$
C부분의 넓이를 $x\,\text{cm}^2$라 하면
$15:x=3:5\qquad\therefore x=25$
답 25 cm²

02 $\triangle AOD\backsim\triangle COB$ (AA 닮음)이고 닮음비는
$3:4$이므로
$\triangle AOD:\triangle COB=3^2:4^2=9:16$
즉 $\triangle AOD:96=9:16$
$\therefore \triangle AOD=54(\text{cm}^2)$
답 54 cm²

02-1 $\triangle AOD\backsim\triangle COB$ (AA 닮음)이고
$\triangle AOD:\triangle COB=24:54=4:9=2^2:3^2$
따라서 닮음비는 $2:3$이므로
$\overline{DO}:\overline{BO}=2:3$
$24:\triangle ABO=2:3\qquad\therefore \triangle ABO=36(\text{cm}^2)$
답 ④

03 두 직사각형 모양의 벽면은 닮음이고 닮음비가
$2:3$이므로 각 벽면을 칠하는 데 필요한 페인트
의 양의 비는 $2^2:3^2=4:9$
구하는 페인트의 양을 x mL라 하면
$480:x=4:9\qquad\therefore x=1080$
답 1080 mL

> $4:6=2.4:3.6$
> $=2:3$

Q BOX

03-1 두 거울은 닮음이고 닮음비가 $20:32=5:8$이므로 넓이의 비는 $5^2:8^2=25:64$
따라서 지름의 길이가 32 cm인 거울의 가격을 x원이라 하면 $10000:x=25:64$
$\therefore\ x=25600$

답 ③

04 두 원기둥 A, B의 닮음비가 $2:3$이므로
겉넓이의 비는 $2^2:3^2=4:9$
원기둥 B의 겉넓이를 $x\,\text{cm}^2$라 하면
$52:x=4:9$ $\quad\therefore\ x=117$

답 $117\,\text{cm}^2$

닮은 두 원뿔 또는 원기둥에서
(닮음비)
=(높이의 비)
=(밑면의 반지름의 길이의 비)
=(밑면의 둘레의 길이의 비)

04-1 두 직육면체 A, B의 겉넓이의 비가
$25:64=5^2:8^2$이므로 닮음비는 $5:8$
$10:a=5:8$ $\quad\therefore\ a=16$
$b:24=5:8$ $\quad\therefore\ b=15$
$\therefore\ a+b=31$

답 31

05 두 구 A, B의 부피의 비가
$27:64=3^3:4^3$이므로
반지름의 길이의 비는 $3:4$
구 A의 반지름의 길이를 $x\,\text{cm}$라 하면
$x:12=3:4$ $\quad\therefore\ x=9$

답 9 cm

05-1 ㉮와 처음 원뿔의 닮음비가 $1:2$이므로
부피의 비는 $1^3:2^3=1:8$
따라서 ㉮와 ㉯의 부피의 비는
$1:(8-1)=1:7$

답 $1:7$

06 두 원뿔 A, B의 겉넓이의 비가
$4:25=2^2:5^2$이므로
닮음비는 $2:5$
따라서 부피의 비는 $2^3:5^3=8:125$이므로
원뿔 B의 부피를 $x\,\text{cm}^3$라 하면
$48:x=8:125$ $\quad\therefore\ x=750$

답 $750\,\text{cm}^3$

닮은 두 입체도형의 겉넓이의 비가 $m^2:n^2$
➡ 닮음비는 $m:n$
➡ 부피의 비는 $m^3:n^3$

06-1 두 직육면체 A, B의 부피의 비가
$162:750=27:125=3^3:5^3$이므로
닮음비는 $3:5$
따라서 두 직육면체 A, B의 겉넓이의 비는
$3^2:5^2=9:25$

답 $9:25$

07 물의 높이와 그릇의 높이의 비가
$9:15=3:5$이므로
부피의 비는 $3^3:5^3=27:125$
더 부어야 하는 물의 양을 $x\,\text{mL}$라 하면
$81:x=27:(125-27)$ $\quad\therefore\ x=294$

답 294 mL

07-1 두 케이크 A, B의 닮음비가 $35:25=7:5$이므로 부피의 비는 $7^3:5^3=343:125$
따라서 케이크 A 1개와 케이크 B 2개의 부피의 비는 $343:(2\times125)=343:250$
이므로 24000원으로 케이크 A를 1개 사는 것이 더 이익이다.

답 풀이 참조

$$(\text{실제 길이})=\frac{(\text{축도에서의 길이})}{(\text{축척})}$$

08 ① $5\times50000=250000(\text{cm})=2.5(\text{km})$
② $10\times5000=50000(\text{cm})=0.5(\text{km})$
③ $20\times10000=200000(\text{cm})=2(\text{km})$
④ $100\times100=10000(\text{cm})=0.1(\text{km})$
⑤ $20\times20000=400000(\text{cm})=4(\text{km})$

답 ⑤

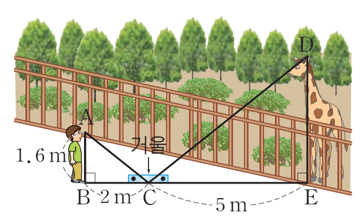
길이 및 넓이의 단위 사이의 관계
① $1\,\text{m}=100\,\text{cm}$
$1\,\text{km}=1000\,\text{m}$
② $1\,\text{m}^2=10000\,\text{cm}^2$
$1\,\text{km}^2=1000000\,\text{m}^2$

08-1 닮음비가 $1:200$이므로 넓이의 비는
$1^2:200^2=1:40000$
따라서 실제 경기장의 바닥의 넓이는
$1.4\times40000=56000(\text{m}^2)$

$14000\,\text{cm}^2=1.4\,\text{m}^2$

답 $56000\,\text{m}^2$

09



위의 그림에서 $\triangle ABC\backsim\triangle DEC$ (AA 닮음)이므로
$1.6:\overline{DE}=2:5$ $\quad\therefore\ \overline{DE}=4(\text{m})$

답 4 m

09-1 $\triangle ABC\backsim\triangle AB'C'$ (AA 닮음)이므로
$1.2:(1.2+2.4)=1.5:\overline{B'C'}$
$\therefore\ \overline{B'C'}=4.5(\text{m})$

답 4.5 m

$$(\text{축척})=\frac{(\text{축도에서의 길이})}{(\text{실제 길이})}$$

10 $(\text{축척})=\dfrac{3\,\text{cm}}{24\,\text{m}}=\dfrac{3\,\text{cm}}{2400\,\text{cm}}=\dfrac{1}{800}$
따라서 등대와 섬 사이의 실제 거리는
$8\times800=6400(\text{cm})=64(\text{m})$

답 ④

Q BOX

10-1 (축척)$=\dfrac{5\text{ cm}}{4\text{ m}}=\dfrac{5\text{ cm}}{400\text{ cm}}=\dfrac{1}{80}$

따라서 나무의 실제 높이는

$6.5\times80=520(\text{cm})=5.2(\text{m})$

답 5.2 m

발전유형 익히기

▸ 122~123쪽

01 $\overline{AD}=\overline{DB}$, $\overline{AF}=\overline{FC}$이므로 $\overline{DF}/\!/\overline{BC}$

즉 $\triangle GBE\backsim\triangle GFH$ (AA 닮음)이므로

$\overline{GE}:\overline{GH}=\overline{GB}:\overline{GF}=2:1$

$\overline{GE}:4=2:1$ $\therefore \overline{GE}=8(\text{cm})$

$\therefore \overline{AE}=3\overline{GE}=3\times8=24(\text{cm})$

답 ⑤

$\angle GBE=\angle GFH$ (엇각), $\angle GEB=\angle GHF$ (엇각)

01-1 ① 세 점 D, E, F는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{AC}$의 중점이므로 삼각형의 중점연결정리에 의하여 $\overline{AB}/\!/\overline{FE}$, $\overline{BC}/\!/\overline{DF}$, $\overline{AC}/\!/\overline{DE}$

② $\triangle DGH\backsim\triangle CGE$ (AA 닮음)

③ $\triangle DEG\backsim\triangle CAG$ (AA 닮음)

⑤ $\triangle ADC$에서 $\overline{AF}=\overline{FC}$, $\overline{AD}/\!/\overline{FJ}$이므로

$\overline{FJ}=\dfrac{1}{2}\overline{AD}$

$\triangle BCD$에서 $\overline{BE}=\overline{EC}$, $\overline{BD}/\!/\overline{EJ}$이므로

$\overline{EJ}=\dfrac{1}{2}\overline{BD}$

이때 $\overline{AD}=\overline{BD}$이므로 $\overline{FJ}=\overline{EJ}$

같은 방법으로 $\overline{DI}=\overline{EI}$, $\overline{DH}=\overline{FH}$

즉 $\overline{DJ}$, $\overline{EH}$, $\overline{FI}$가 $\triangle DEF$의 중선이므로 점 G는 $\triangle DEF$의 무게중심이다.

④ $\overline{GD}=2\overline{JG}$, $\overline{CG}=2\overline{DG}$이므로 $\overline{CG}=4\overline{JG}$

즉 $\overline{CJ}=\overline{CG}-\overline{JG}=4\overline{JG}-\overline{JG}=3\overline{JG}$이므로

$\overline{CJ}:\overline{JG}=3:1$

답 ④

$\angle HDG=\angle ECG$ (엇각), $\angle DGH=\angle CGE$ (맞꼭지각)

$\angle DEG=\angle CAG$ (엇각), $\angle DGE=\angle CGA$ (맞꼭지각)

01-2 $\triangle ABG=\dfrac{1}{3}\triangle ABC=\dfrac{1}{3}\times48=16(\text{cm}^2)$

$\triangle ABG\backsim\triangle DEG$ (AA 닮음)이고 닮음비는

$\overline{BG}:\overline{EG}=2:1$

따라서 넓이의 비는 $2^2:1^2=4:1$이므로

$16:\triangle GDE=4:1$ $\therefore \triangle GDE=4(\text{cm}^2)$

답 ③

02 $\triangle BCE$에서 $\overline{BD}=\overline{DC}$, $\overline{BE}/\!/\overline{DF}$이므로

$\overline{EC}=2\overline{EF}=2\times5=10(\text{cm})$

따라서 $\overline{AB}=\overline{AC}=2\overline{EC}=2\times10=20(\text{cm})$

이므로 $x=20$

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{BE}=3\overline{GE}=3\times6=18(\text{cm})$

$\overline{DF}=\dfrac{1}{2}\overline{BE}=\dfrac{1}{2}\times18=9(\text{cm})$이므로 $y=9$

$\therefore x+y=29$

답 29

02-1 $\triangle ADC$에서 $\overline{AE}=\overline{EC}$, $\overline{DF}=\overline{FC}$이므로

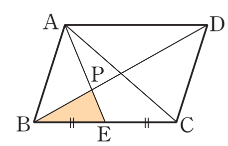
$\overline{AD}=2\overline{EF}=2\times12=24(\text{cm})$

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{AG}=\dfrac{2}{3}\overline{AD}=\dfrac{2}{3}\times24=16(\text{cm})$

답 16 cm

03 $\overline{AC}$를 그으면



$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\square ABCD$

$=\dfrac{1}{2}\times60$

$=30(\text{cm}^2)$

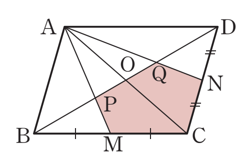
점 P는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\triangle PBE=\dfrac{1}{6}\triangle ABC=\dfrac{1}{6}\times30=5(\text{cm}^2)$

답 ③

삼각형의 넓이는 세 중선에 의하여 6등분된다.

03-1 $\overline{AC}$를 긋고 $\overline{BD}$와 $\overline{AC}$의 교점을 O라 하면 두 점 P, Q가 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$의 무게중심이므로



$\square PMCO=\dfrac{1}{3}\triangle ABC=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\square ABCD$

$=\dfrac{1}{6}\times48=8(\text{cm}^2)$

$\square QOCN=\dfrac{1}{3}\triangle ACD=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\square ABCD$

$=\dfrac{1}{6}\times48=8(\text{cm}^2)$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$=\square PMCO+\square QOCN=8+8=16(\text{cm}^2)$

답 ②

04 $\overline{BD}/\!/\overline{MN}$이므로

$\triangle BCD\backsim\triangle MCN$ (AA 닮음)

이때 닮음비는 $\overline{BD}:\overline{MN}=2:1$이므로

넓이의 비는 $2^2:1^2=4:1$

$\triangle CNM:\square BMND=1:(4-1)=1:3$이므로

$18:\square BMND=1:3$

$\therefore \square BMND=54(\text{cm}^2)$

답 54 cm^2

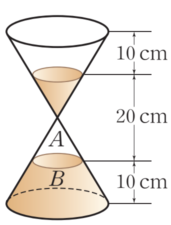
04-1 $\overline{\mathrm{HI}} /\!/ \overline{\mathrm{BC}}$이므로 $\triangle\mathrm{GHI} \backsim \triangle\mathrm{GBC}$ (AA 닮음)
이때 닮음비는 $\overline{\mathrm{GH}} : \overline{\mathrm{GB}} = 1 : 2$이므로
넓이의 비는 $1^2 : 2^2 = 1 : 4$
$\therefore \triangle\mathrm{GHI} = \frac{1}{4}\triangle\mathrm{GBC} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD}$
$= \frac{1}{8} \times 64 = 8(\mathrm{cm}^2)$ 답 $8\,\mathrm{cm}^2$

05 물의 높이와 그릇의 높이의 비가 $1 : 2$이므로
부피의 비는 $1^3 : 2^3 = 1 : 8$
그릇에 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간을 x분이라 하면
$5 : x = 1 : 8$ $\therefore x = 40$
따라서 $40 - 5 = 35$(분) 동안 물을 더 넣어야 한다.
답 ④

> 닮은 두 입체도형의 닮음비가 $m : n$ ➡ 부피의 비는 $m^3 : n^3$

05-1 물의 높이와 물탱크의 높이의 비가 $3 : 4$이므로
부피의 비는 $3^3 : 4^3 = 27 : 64$
물탱크에 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간을 x분이라 하면
$54 : x = 27 : 64$ $\therefore x = 128$
따라서 $128 - 54 = 74$(분) 동안 물을 더 넣어야 한다. 답 74분

05-2 오른쪽 그림과 같이 아래쪽 원뿔에서 나누어진 두 부분 중 원뿔을 A, 원뿔대를 B라 하면 원뿔 A의 높이는



$\frac{1}{2} \times 20 = 10(\mathrm{cm})$
아래쪽 원뿔 전체와 원뿔 A의 닮음비는
$20 : 10 = 2 : 1$이므로 부피의 비는 $2^3 : 1^3 = 8 : 1$
$\therefore$ (원뿔 A의 부피) : (원뿔대 B의 부피) $= 1 : 7$
남아 있는 모래가 모두 아래쪽 원뿔로 떨어지는 데 걸리는 시간을 x분이라 하면
$x : 28 = 1 : 7$ $\therefore x = 4$ 답 4분

> $1 : (8-1) = 1 : 7$

중단원 마무리 ▸124~127쪽

01 ④	02 ③	03 84	04 ⑤
05 ②	06 ②	07 ①	08 ③
09 8 cm	10 ③	11 ③	12 ③
13 12 cm²	14 360 mL	15 ③	16 ③
17 24 cm	18 8 cm	19 72 cm²	20 ⑤
21 ③	22 ④	23 24 cm²	24 3 : 1
25 40 m			

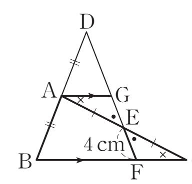
01 $\overline{\mathrm{AE}} : \overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{EF}} : \overline{\mathrm{DC}}$이므로
$\overline{\mathrm{AE}} : 8 = 4 : 6$ $\therefore \overline{\mathrm{AE}} = \frac{16}{3}(\mathrm{cm})$ 답 ④

> 평행사변형의 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같으므로
> $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BC}} = 8(\mathrm{cm})$
> $\overline{\mathrm{DC}} = \overline{\mathrm{AB}} = 6(\mathrm{cm})$

02 $\overline{\mathrm{DF}} : \overline{\mathrm{BG}} = \overline{\mathrm{AF}} : \overline{\mathrm{AG}} = \overline{\mathrm{FE}} : \overline{\mathrm{GC}}$이므로
$4 : 10 = \overline{\mathrm{EF}} : 16$, $10\overline{\mathrm{EF}} = 64$
$\therefore \overline{\mathrm{EF}} = \frac{32}{5}(\mathrm{cm})$ 답 ③

03 $\overline{\mathrm{AC}} = 2\overline{\mathrm{MN}} = 2 \times 7 = 14(\mathrm{cm})$ $\therefore x = 14$
$\overline{\mathrm{MN}} /\!/ \overline{\mathrm{AC}}$이므로 $\angle\mathrm{MNB} = \angle\mathrm{C} = 65°$
$\therefore y = 180 - (45 + 65) = 70$
$\therefore x + y = 84$ 답 84

04 오른쪽 그림과 같이 점 A를 지나고 $\overline{\mathrm{BC}}$에 평행한 선분 AG를 그으면



$\triangle\mathrm{AEG} \equiv \triangle\mathrm{CEF}$
(ASA 합동)
$\therefore \overline{\mathrm{EG}} = \overline{\mathrm{EF}} = 4(\mathrm{cm})$
또 $\triangle\mathrm{DBF}$에서
$\overline{\mathrm{DA}} = \overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{AG}} /\!/ \overline{\mathrm{BF}}$이므로
$\overline{\mathrm{DG}} = \overline{\mathrm{GF}} = \overline{\mathrm{GE}} + \overline{\mathrm{EF}} = 4 + 4 = 8(\mathrm{cm})$
$\therefore \overline{\mathrm{DE}} = \overline{\mathrm{DG}} + \overline{\mathrm{GE}} = 8 + 4 = 12(\mathrm{cm})$
답 ⑤

> $\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{CE}}$,
> $\angle\mathrm{GAE} = \angle\mathrm{FCE}$ (엇각),
> $\angle\mathrm{AEG} = \angle\mathrm{CEF}$
> (맞꼭지각)

05 $\triangle\mathrm{ABD}$에서 $\overline{\mathrm{MP}} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{AD}} = \frac{1}{2} \times 6 = 3(\mathrm{cm})$
이므로 $\overline{\mathrm{MQ}} = \overline{\mathrm{MP}} + \overline{\mathrm{PQ}} = 3 + 3 = 6(\mathrm{cm})$
$\triangle\mathrm{ABC}$에서 $\overline{\mathrm{BC}} = 2\overline{\mathrm{MQ}} = 2 \times 6 = 12(\mathrm{cm})$
답 ②

06 $4 : 6 = x : 6$에서 $x = 4$
$2 : 6 = y : 4$에서 $y = \frac{4}{3}$
$\therefore x - y = 4 - \frac{4}{3} = \frac{8}{3}$ 답 ②

07 $\overline{\mathrm{CE}} : \overline{\mathrm{CA}} = \overline{\mathrm{EF}} : \overline{\mathrm{AB}} = 2 : 6 = 1 : 3$이므로
$\overline{\mathrm{AE}} : \overline{\mathrm{AC}} = 2 : 3$
$\triangle\mathrm{ACD}$에서 $\overline{\mathrm{EF}} : \overline{\mathrm{CD}} = \overline{\mathrm{AE}} : \overline{\mathrm{AC}}$이므로
$2 : \overline{\mathrm{CD}} = 2 : 3$ $\therefore \overline{\mathrm{CD}} = 3(\mathrm{cm})$ 답 ①

> $\triangle\mathrm{CEF} \backsim \triangle\mathrm{CAB}$
> (AA 닮음)

08 $\overline{\mathrm{AP}} = \overline{\mathrm{PQ}} = \overline{\mathrm{QD}}$이므로
$\triangle\mathrm{BAP} = \triangle\mathrm{BPQ} = \triangle\mathrm{BQD}$
$\therefore \triangle\mathrm{ABC} = 2\triangle\mathrm{ABD} = 2 \times 3\triangle\mathrm{BPQ}$
$= 6\triangle\mathrm{BPQ} = 6 \times 3 = 18(\mathrm{cm}^2)$
답 ③

Q BOX

09 점 D는 △ABC의 외심이므로

$\overline{CD}=\overline{BD}=\overline{AD}=\frac{1}{2}\times 24=12(\text{cm})$

$\therefore \overline{CG}=\frac{2}{3}\overline{CD}=\frac{2}{3}\times 12=8(\text{cm})$

답 8 cm

> 직각삼각형의 빗변의 중점
> ➡ 외심

10 점 G가 △ABC의 무게중심이므로

$\overline{AG}:\overline{AD}=2:3$

$\therefore \overline{AG}=\frac{2}{3}\overline{AD}=\frac{2}{3}\times 15=10(\text{cm})$

△ABD에서 $\overline{AE}=\overline{EB}$, $\overline{EH}/\!/\overline{BD}$이므로

$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times 15=\frac{15}{2}(\text{cm})$

$\therefore \overline{HG}=\overline{AG}-\overline{AH}=10-\frac{15}{2}=\frac{5}{2}(\text{cm})$

답 ③

11 $\triangle GBD=\frac{1}{6}\triangle ABC=\frac{1}{6}\times 36=6(\text{cm}^2)$이므로

$\triangle GBG'=\frac{2}{3}\triangle GBD=\frac{2}{3}\times 6=4(\text{cm}^2)$

답 ③

> $\triangle GBG':\triangle G'BD$
> $=\overline{GG'}:\overline{G'D}$
> $=2:1$

12 두 점 E, F는 각각 △ABC, △ACD의 무게중심이므로

$\overline{AE}:\overline{AM}=\overline{AF}:\overline{AN}=2:3$, ∠A는 공통

∴ △AEF∽△AMN (SAS 닮음)

따라서 $\overline{EF}:\overline{MN}=\overline{AE}:\overline{AM}$이므로

$\overline{EF}:15=2:3$ $\quad\therefore \overline{EF}=10(\text{cm})$

답 ③

> 다음과 같이 풀 수도 있다.
> $\overline{BD}=2\overline{MN}=30(\text{cm})$
> $\overline{BE}=\overline{EF}=\overline{FD}$이므로
> $\overline{EF}=\frac{1}{3}\overline{BD}=10(\text{cm})$

13 △ADF∽△AEG∽△ABC (AA 닮음)이고

닮음비는 1 : 2 : 3이므로

$\triangle ADF:\triangle AEG:\triangle ABC=1^2:2^2:3^2$

$=1:4:9$

□DEGF : □EBCG$=(4-1):(9-4)=3:5$

이므로 □DEGF : 20$=3:5$

∴ □DEGF$=12(\text{cm}^2)$

답 $12\,\text{cm}^2$

14 두 우편함의 닮음비가 3 : 4이므로

겉넓이의 비는 $3^2:4^2=9:16$

작은 우편함의 겉부분을 모두 칠하는 데 x mL의 페인트가 필요하다고 하면

$x:640=9:16$ $\quad\therefore x=360$

답 360 mL

15 겉넓이의 비가 $4:9=2^2:3^2$이므로

닮음비는 2 : 3

따라서 부피의 비는 $2^3:3^3=8:27$

큰 정사면체의 부피를 $x\,\text{cm}^3$라 하면

$24:x=8:27$ $\quad\therefore x=81$

답 ③

> 닮은 두 입체도형의 겉넓이의 비가 $m^2:n^2$
> ➡ 닮음비는 $m:n$
> ➡ 부피의 비는 $m^3:n^3$

16 두 지점 사이의 실제 거리는

$20\times 50000=1000000(\text{cm})=10(\text{km})$

따라서 시속 4 km로 걸을 때 걸리는 시간은

$\frac{10}{4}=2.5$(시간)

즉 2시간 30분이 걸린다.

답 ③

> (실제 길이) $=\frac{(\text{축도에서의 길이})}{(\text{축척})}$

> (시간)$=\frac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$

17

채점 기준	점수
$\overline{DC}$의 길이 구하기	2
$\overline{CE}$의 길이 구하기	2
$\overline{DE}$의 길이 구하기	2

> $\overline{AB}:\overline{AC}=8:6=4:3$

$\overline{BD}:\overline{DC}=4:3$이므로

$(7-\overline{DC}):\overline{DC}=4:3$

$\therefore \overline{DC}=3(\text{cm})$ • 2점

$\overline{BE}:\overline{CE}=4:3$이므로

$(7+\overline{CE}):\overline{CE}=4:3$

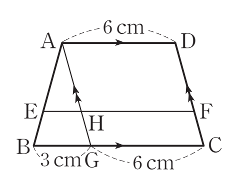
$\therefore \overline{CE}=21(\text{cm})$ • 2점

$\therefore \overline{DE}=\overline{DC}+\overline{CE}=3+21=24(\text{cm})$ • 2점

답 24 cm

18

채점 기준	점수
$\overline{GC}$의 길이 구하기	1
$\overline{EH}$의 길이 구하기	3
$\overline{EF}$의 길이 구하기	2



$\overline{DC}$와 평행한 $\overline{AG}$를 긋고 $\overline{AG}$와 $\overline{EF}$의 교점을 H라 하면

$\overline{GC}=\overline{HF}=\overline{AD}$

$=6(\text{cm})$ • 1점

△ABG에서

$\overline{AE}:\overline{AB}=\overline{EH}:\overline{BG}=2:3$이므로

$\overline{EH}:3=2:3$

$\therefore \overline{EH}=2(\text{cm})$ • 3점

$\therefore \overline{EF}=\overline{EH}+\overline{HF}=2+6=8(\text{cm})$ • 2점

답 8 cm

19

채점 기준	점수
△ABG와 △DEG의 닮음비 구하기	2
△ABG의 넓이 구하기	2
△ABC의 넓이 구하기	2

LECTURE BOOK

$\triangle ABG \backsim \triangle DEG$ (SAS 닮음)이고

닮음비는 $2:1$ • 2점

따라서 $\triangle ABG : \triangle DEG = 2^2 : 1^2 = 4:1$이므로

$\triangle ABG : 6 = 4 : 1$

$\therefore\ \triangle ABG = 24(\text{cm}^2)$ • 2점

$\therefore\ \triangle ABC = 3\triangle ABG = 3\times 24$

$= 72(\text{cm}^2)$ • 2점

답 $72\ \text{cm}^2$

20 $\triangle ABC$에서 $\overline{AC} /\!/ \overline{DF}$이므로

$12 : (12+8) = \overline{BF} : 25 \qquad \therefore\ \overline{BF} = 15(\text{cm})$

$\triangle ABF$에서 $\overline{AF} /\!/ \overline{DE}$이므로

$12 : (12+8) = \overline{BE} : 15 \qquad \therefore\ \overline{BE} = 9(\text{cm})$

답 ⑤

21 $\triangle AEH \backsim \triangle ABD$ (SAS 닮음)이고 닮음비는

$\overline{AE} : \overline{AB} = 1:2$이므로

$\overline{AE} : \overline{AB} = \overline{AH} : \overline{AD}$
$= 1 : 2$,
$\angle EAH$는 공통

$\triangle AEH : \triangle ABD = 1^2 : 2^2 = 1:4$

$\therefore\ \triangle AEH = \frac{1}{4}\triangle ABD$

같은 방법으로

$\triangle EBF = \frac{1}{4}\triangle ABC,\ \ \triangle CGF = \frac{1}{4}\triangle BCD,$

$\triangle DHG = \frac{1}{4}\triangle DAC$이므로

$\triangle AEH + \triangle CGF + \triangle EBF + \triangle DHG$

$= \frac{1}{4}(\triangle ABD + \triangle BCD)$

$+ \frac{1}{4}(\triangle ABC + \triangle DAC)$

$= \frac{1}{4}\square ABCD + \frac{1}{4}\square ABCD = \frac{1}{2}\square ABCD$

따라서 $\square EFGH = \frac{1}{2}\square ABCD$이므로

$\square ABCD = 2\square EFGH = 2\times 10 = 20(\text{cm}^2)$

답 ③

22 ㉠ : ㉡ : ㉢ $= 2:3:4$

이므로 세 원뿔의 부피의

비는

$2^3 : 3^3 : 4^3 = 8 : 27 : 64$

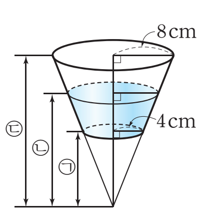
즉 그릇 전체의 부피와

물의 부피의 비는

$(64-8) : (27-8) = 56 : 19$

그릇의 부피를 $x\,\text{cm}^3$라 하면

$x : 57 = 56 : 19 \qquad \therefore\ x = 168$



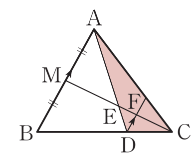
답 ④

닮은 두 입체도형의 닮음비가 $m:n$
➡ 부피의 비는 $m^3 : n^3$

23

채점 기준	점수
점 D에서 $\overline{AB}$와 평행한 직선 긋기	1
$\overline{DF} : \overline{AM}$ 구하기	2
$\overline{DE} : \overline{AE}$ 구하기	2
$\triangle ADC$의 넓이 구하기	1

점 D를 지나고 $\overline{AB}$에 평행한 직선과 $\overline{CM}$의 교점을 F라 하면 • 1점



$\overline{DF} : \overline{BM} = \overline{CD} : \overline{CB}$

$= 1:3$

이때 $\overline{AM} = \overline{BM}$이므로

$\overline{DF} : \overline{AM} = 1:3$ • 2점

$\triangle DFE \backsim \triangle AME$ (AA 닮음)이므로

$\overline{DE} : \overline{AE} = \overline{DF} : \overline{AM} = 1:3$ • 2점

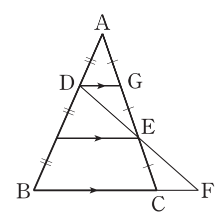
$\therefore\ \triangle ADC = 4\triangle EDC = 4\times 6 = 24(\text{cm}^2)$ • 1점

답 $24\ \text{cm}^2$

24

채점 기준	점수
점 D에서 $\overline{BC}$와 평행한 직선 긋기	1
$\overline{DG} = \overline{CF}$임을 보이기	2
$\overline{BC} : \overline{CF}$ 구하기	3

점 D를 지나고 $\overline{BC}$에 평행한 직선과 $\overline{AC}$의 교점을 G라 하면 • 1점



$\overline{DG} /\!/ \overline{BF}$이므로

$\triangle EGD \equiv \triangle ECF$

(ASA 합동)

$\overline{GE} = \overline{CE}$,
$\angle DGE = \angle FCE$ (엇각),
$\angle GED = \angle CEF$
(맞꼭지각)

$\therefore\ \overline{GD} = \overline{CF}$ • 2점

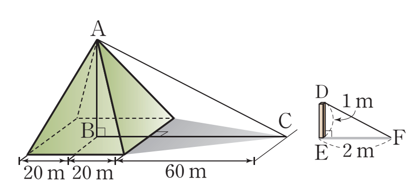
또 $\overline{DG} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{AB} = 1:3$이므로

$\overline{BC} : \overline{CF} = \overline{BC} : \overline{DG} = 3:1$ • 3점

답 $3:1$

25

채점 기준	점수
$\triangle ABC \backsim \triangle DEF$임을 보이기	3
피라미드의 높이 구하기	3



$\triangle ABC$와 $\triangle DEF$에서

$\angle ABC = \angle DEF = 90°,\ \ \angle ACB = \angle DFE$

이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$ (AA 닮음) • 3점

$\overline{AB} : \overline{DE} = \overline{BC} : \overline{EF}$이므로

$\overline{AB} : 1 = (20+60) : 2 \qquad \therefore\ \overline{AB} = 40(\text{m})$

따라서 피라미드의 높이는 $40\,\text{m}$이다. • 3점

답 $40\ \text{m}$

Ⅵ. 도형의 닮음

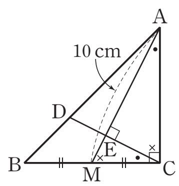
최고수준 정복하기 ▸128쪽

01 2 cm **02** 6초 **03** $\frac{24}{7}$ cm **04** $\frac{24}{5}$ cm^2
05 54 cm^2

01 △CAE와 △MCE에서
∠AEC=∠CEM=90°,
∠CAE=∠MCE이므로

∠CAE=90°−∠ACE
=∠MCE

△CAE∽△MCE
(AA 닮음)



∴ $\overline{AE}:\overline{CE}=\overline{CA}:\overline{MC}$

이때 $\overline{MC}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\overline{CA}$이므로

$\overline{AE}:\overline{CE}=\overline{CA}:\overline{MC}=\overline{CA}:\frac{1}{2}\overline{CA}=2:1$

∴ $\overline{AE}=2\overline{CE}$ …… ㉠

또 $\overline{CE}:\overline{ME}=2:1$에서

$\overline{CE}:\overline{ME}=\overline{AE}:\overline{CE}$

$\overline{CE}=2\overline{ME}$ …… ㉡

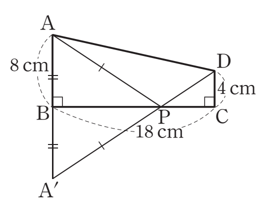
㉠, ㉡에서 $\overline{AE}=2\overline{CE}=2\times2\overline{ME}=4\overline{ME}$

∴ $\overline{AE}:\overline{ME}=4:1$

∴ $\overline{ME}=\frac{1}{5}\overline{AM}=\frac{1}{5}\times10=2$(cm)

답 2 cm

02 오른쪽 그림과 같이 점 A와 $\overline{BC}$에 대하여 대칭인 점을 A′이라 하고 $\overline{A'D}$와 $\overline{BC}$의 교점을 P라 하면 $\overline{AP}=\overline{A'P}$이므로 이때 $\overline{AP}+\overline{PD}$의 길이가 최소가 된다.



t초 후 $\overline{AP}+\overline{PD}$의 길이가 최소가 된다고 하면
$\overline{BP}=2t$, $\overline{CP}=18-2t$
이때 △A′BP∽△DCP (AA 닮음)이므로
$\overline{A'B}:\overline{DC}=\overline{BP}:\overline{CP}$
즉 $8:4=2t:(18-2t)$
∴ $t=6$

답 6초

03 △AED∽△MEB (AA 닮음)이므로

∠DAE=∠BME (엇각),
∠AED=∠MEB
(맞꼭지각)

$\overline{AE}:\overline{ME}=\overline{AD}:\overline{MB}=8:6=4:3$ …… ㉠

또 △AFD∽△CFM (AA 닮음)이므로

∠ADF=∠CMF (엇각),
∠AFD=∠CFM
(맞꼭지각)

$\overline{AF}:\overline{CF}=\overline{AD}:\overline{CM}=8:6=4:3$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\overline{AE}:\overline{ME}=\overline{AF}:\overline{CF}$이므로
$\overline{EF}$ // $\overline{MC}$
즉 △AMC에서 $\overline{AE}:\overline{AM}=\overline{EF}:\overline{MC}$이므로

△AEF∽△AMC
(AA 닮음)

$4:7=\overline{EF}:6$

∴ $\overline{EF}=\frac{24}{7}$(cm)

답 $\frac{24}{7}$ cm

04 $\overline{CE}$가 ∠C의 이등분선이므로
$\overline{AE}:\overline{BE}=\overline{CA}:\overline{CB}=12:15=4:5$

높이가 같은 삼각형의 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같다.

∴ $\triangle AEC=\frac{4}{9}\triangle ABC$

$=\frac{4}{9}\times\left(\frac{1}{2}\times9\times12\right)=24(cm^2)$

△ABC∽△DAC
(AA 닮음)이므로
$\overline{AC}:\overline{DC}=\overline{BC}:\overline{AC}$
∴ $\overline{AC}^2=\overline{CD}\times\overline{CB}$

$\overline{AC}^2=\overline{CD}\times\overline{CB}$에서

$12^2=\overline{CD}\times15$ ∴ $\overline{CD}=\frac{48}{5}$(cm)

△AEC와 △DFC에서
∠EAC=∠FDC=90°, ∠ACE=∠DCF
∴ △AEC∽△DFC (AA 닮음)

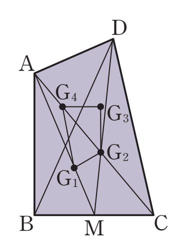
따라서 $\overline{EC}:\overline{FC}=\overline{AC}:\overline{DC}=12:\frac{48}{5}=5:4$

이므로 $\overline{EF}:\overline{FC}=1:4$

∴ $\triangle AEF=\frac{1}{5}\triangle AEC=\frac{1}{5}\times24=\frac{24}{5}(cm^2)$

답 $\frac{24}{5}$ cm^2

05 $\overline{BC}$의 중점을 M이라 하면
$\overline{MG_1}:\overline{MA}=\overline{MG_2}:\overline{MD}$
$=1:3$
이므로



$\overline{AD}$ // $\overline{G_1G_2}$, $\overline{G_1G_2}=\frac{1}{3}\overline{AD}$

같은 방법으로

$\overline{AB}$ // $\overline{G_2G_3}$, $\overline{G_2G_3}=\frac{1}{3}\overline{AB}$

$\overline{BC}$ // $\overline{G_3G_4}$, $\overline{G_3G_4}=\frac{1}{3}\overline{BC}$

$\overline{CD}$ // $\overline{G_4G_1}$, $\overline{G_4G_1}=\frac{1}{3}\overline{CD}$

따라서 □$G_2G_3G_4G_1$∽□ABCD이고
닮음비는 1 : 3이므로
넓이의 비는 $1^2:3^2=1:9$
∴ □ABCD=9□$G_2G_3G_4G_1$
$=9\times6=54(cm^2)$

답 54 cm^2

Q BOX

IV 확률

1 경우의 수

▸2~12쪽

001 12의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12이므로 구하는 경우의 수는 6이다. 답 ②

002 두 눈의 수의 차가 2인 경우는
(1, 3), (2, 4), (3, 5), (4, 6), (6, 4), (5, 3), (4, 2), (3, 1)
이므로 구하는 경우의 수는 8이다. 답 ③

003 $2x<y$를 만족시키는 순서쌍 (x, y)는
(1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 5), (2, 6)
이므로 구하는 경우의 수는 6이다. 답 ③

004 3의 배수는 3, 6, 9, 12, 15, 18이므로 구하는 경우의 수는 6이다. 답 6

005 ① 6 ② 4 ③ 7 ④ 3 ⑤ 8 답 ⑤

006 최대공약수가 2인 경우는
(2, 4), (2, 6), (2, 8), (4, 6), (6, 8)
이므로 구하는 경우의 수는 5이다. 답 5

화폐 단위가 가장 큰 것의 개수부터 정한다.

007 돈을 지불하는 방법을 표로 나타내면 오른쪽과 같으므로 구하는 방법의 수는 3이다.

100원(개)	50원(개)
7	2
6	4
5	6

답 ②

008 돈을 지불하는 방법을 표로 나타내면 오른쪽과 같으므로 구하는 방법의 수는 6이다.

100원(개)	50원(개)	10원(개)
3	0	0
2	2	0
2	1	5
1	4	0
1	3	5
0	5	5

답 6

009 만들 수 있는 금액을 표로 나타내면 다음과 같으므로 구하는 금액의 종류는 모두 8가지이다.

500원(개) \ 100원(개)	1	2	3	4
1	600	700	800	900
2	1100	1200	1300	1400

답 ③

가능한 두 눈의 수의 합은 2 이상 12 이하이므로 5의 배수는 5와 10인 경우가 있다.

010 두 눈의 수의 합이 5인 경우는
(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)의 4가지
두 눈의 수의 합이 10인 경우는
(4, 6), (5, 5), (6, 4)의 3가지
따라서 구하는 경우의 수는
$4+3=7$ 답 ③

011 두 눈의 수의 차가 0인 경우는
(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)의 6가지
두 눈의 수의 차가 1인 경우는
(1, 2), (2, 3), (3, 4), (4, 5), (5, 6), (6, 5), (5, 4), (4, 3), (3, 2), (2, 1)
의 10가지
따라서 구하는 경우의 수는
$6+10=16$ 답 16

'또는', '이거나'
➡ 각 경우의 수를 구한 후 그 합을 이용한다.

012 소수가 나오는 경우는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23의 9가지
6의 배수가 나오는 경우는 6, 12, 18, 24의 4가지
따라서 구하는 경우의 수는
$9+4=13$ 답 13

013 9의 배수가 나오는 경우는 9, 18, 27의 3가지
16의 약수가 나오는 경우는 1, 2, 4, 8, 16의 5가지
따라서 구하는 경우의 수는
$3+5=8$ 답 ②

014 좌석버스를 이용하는 경우는 4가지, 마을버스를 이용하는 경우는 5가지이므로 구하는 경우의 수는
$4+5=9$ 답 9

015 기차를 이용하는 경우는 2가지, 자동차를 이용하는 경우는 4가지이므로 구하는 경우의 수는
$2+4=6$ 답 ②

016 무궁화호를 이용하는 경우는 1가지, 새마을호를 이용하는 경우는 2가지, KTX를 이용하는 경우는 7가지이므로 구하는 경우의 수는
$1+2+7=10$ 답 10

017 전라도로 가는 경우는 4가지, 경상도로 가는 경우는 3가지이므로 구하는 경우의 수는
$4+3=7$ 답 ③

Q BOX

018 우유를 꺼내는 경우는 2가지, 콜라를 꺼내는 경우는 3가지이므로 구하는 경우의 수는

$2+3=5$ 답 5

019 S사의 휴대전화를 구입하는 경우는 8가지, L사의 휴대전화를 구입하는 경우는 5가지, P사의 휴대전화를 구입하는 경우는 6가지이므로 구하는 경우의 수는

$8+5+6=19$ 답 ⑤

020 동전 한 개를 던질 때 나오는 경우의 수는 2이므로 구하는 경우의 수는

$2\times2\times2\times2=16$ 답 16

021 동전은 서로 같은 면이 나오는 경우는 (앞, 앞), (뒤, 뒤)의 2가지

주사위는 소수의 눈이 나오는 경우는 2, 3, 5의 3가지

따라서 구하는 경우의 수는

$2\times3\times3=18$ 답 ⑤

(짝수)×(짝수)=(짝수)
(짝수)×(홀수)=(짝수)
(홀수)×(짝수)=(짝수)
(홀수)×(홀수)=(홀수)

022 xy가 홀수인 경우는 x, y가 모두 홀수인 경우이므로 구하는 경우의 수는

$3\times3=9$ 답 9

023 A에서 B로 갈 때 기차를 이용하는 경우는 5가지, B에서 A로 올 때 버스를 이용하는 경우는 4가지이므로 구하는 경우의 수는

$5\times4=20$ 답 ⑤

024 (ⅰ) 수정이네 집을 지나지 않는 경우의 수 : 2

(ⅱ) 수정이네 집을 지나는 경우의 수 : $2\times3=6$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 경우의 수는

$2+6=8$ 답 8

025 태화가 주문할 수 있는 만두는 4가지, 혜빈이가 주문할 수 있는 만두도 4가지이므로 구하는 경우의 수는

$4\times4=16$ 답 ④

026 상자를 선택하는 경우는 4가지, 포장지를 선택하는 경우는 6가지, 리본 끈을 선택하는 경우는 2가지이므로 구하는 경우의 수는

$4\times6\times2=48$ 답 48

027 한 개의 전구에 대하여 불을 켜거나 끄는 2가지의 경우가 있으므로 4개의 전구로 만들 수 있는 신호의 개수는

$2\times2\times2\times2=16$(개) 답 ⑤

n명 중 2명을 뽑아 한 줄로 세우는 경우의 수
➡ $n\times(n-1)$

028 5명 중 2명을 뽑아 한 줄로 세우는 경우의 수와 같으므로

$5\times4=20$ 답 ④

029 10명 중 3명을 뽑아 한 줄로 세우는 경우의 수와 같으므로

$10\times9\times8=720$ 답 ⑤

030 6개 중 4개를 뽑아 한 줄로 나열하는 경우의 수는

$6\times5\times4\times3=360$ 답 ③

031 6개를 한 줄로 나열하는 경우의 수는

$6\times5\times4\times3\times2\times1=720$ 답 ④

032 3명을 한 줄로 세우는 경우의 수와 같으므로

$3\times2\times1=6$ 답 6

033 4개를 한 줄로 나열하는 경우의 수와 같으므로

$4\times3\times2\times1=24$ 답 ⑤

n개 중 r개의 자리를 고정하여 한 줄로 나열하는 경우의 수
➡ 나머지 $(n-r)$개를 한 줄로 나열하는 경우의 수와 같다.

034 위인전을 제외한 6권을 한 줄로 꽂는 경우의 수와 같으므로

$6\times5\times4\times3\times2\times1=720$ 답 ②

035 A와 B를 제외한 3명을 한 줄로 세우는 경우의 수와 같으므로

$3\times2\times1=6$ 답 ②

036 (ⅰ) E가 맨 앞에 오는 경우의 수

$4\times3\times2\times1=24$

(ⅱ) I가 맨 앞에 오는 경우의 수

$4\times3\times2\times1=24$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 경우의 수는

$24+24=48$ 답 ④

(한 줄로 세울 때 이웃하여 세우는 경우의 수)
=(이웃하는 것을 하나로 묶어서 한 줄로 세우는 경우의 수)
×(묶음 안에서 자리를 바꾸는 경우의 수)

037 부모님을 한 묶음으로 생각하여 3명을 한 줄로 세우는 경우의 수는

$3\times2\times1=6$

부모님이 자리를 바꾸는 경우의 수는

$2\times1=2$

따라서 구하는 경우의 수는

$6\times2=12$ 답 12

038 1, 2, 3부를 한 묶음으로 생각하여 4개를 한 줄로 꽂는 경우의 수는

$4\times3\times2\times1=24$

1, 2, 3부의 순서를 바꾸는 경우의 수는

$3\times2\times1=6$

따라서 구하는 경우의 수는

$24\times6=144$ 답 ④

Q BOX

039 등번호가 짝수인 선수 5명을 한 묶음으로 생각하여 2명이 한 줄로 뛰는 경우의 수는

$2\times1=2$

등번호가 짝수인 선수끼리 자리를 바꾸는 경우의 수는

$5\times4\times3\times2\times1=120$

따라서 구하는 경우의 수는

$2\times120=240$ 답 ②

> 등번호가 4, 6, 8, 10, 12인 5명

040 남학생 3명과 여학생 2명을 각각 한 묶음으로 생각하여 2명을 한 줄로 세우는 경우의 수는

$2\times1=2$

남학생끼리 자리를 바꾸는 경우의 수는

$3\times2\times1=6$

여학생끼리 자리를 바꾸는 경우의 수는

$2\times1=2$

따라서 구하는 경우의 수는

$2\times6\times2=24$ 답 ④

041 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 7개, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 십의 자리에 온 숫자를 제외한 6개이므로 구하는 정수의 개수는

$7\times6=42$(개) 답 ⑤

042 백의 자리에 올 수 있는 숫자는 8개, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 8개, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 8개이므로 구하는 정수의 개수는

$8\times8\times8=512$(개) 답 ⑤

043 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 9개, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 10개이므로 구하는 정수의 개수는

$9\times10=90$(개) 답 ④

044 천의 자리, 백의 자리, 십의 자리, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 각각 4개, 4개, 3개, 2개이므로 구하는 정수의 개수는

$4\times4\times3\times2=96$(개) 답 96개

> 0을 포함한 서로 다른 한 자리의 숫자가 각각 하나씩 적힌 n장의 카드 중에서 4장을 뽑아 만들 수 있는 네 자리 정수의 개수
> ➡ $(n-1)\times(n-1)\times(n-2)\times(n-3)$(개)

045 13, 23, 31, 41, 43의 5개 답 ③

046 (i) 10□인 경우 : 4개

(ii) 12□인 경우 : 4개

(iii) 13□인 경우 : 4개

(iv) 14□인 경우 : 140, 142의 2개

이상에서 구하는 정수의 개수는

$4+4+4+2=14$(개)

답 14개

047 (i) □□0인 경우 : $3\times2=6$(개)

(ii) □□2인 경우 : $2\times2=4$(개)

(iii) □□4인 경우 : $2\times2=4$(개)

이상에서 구하는 짝수의 개수는

$6+4+4=14$(개) 답 ②

> 짝수
> ➡ 일의 자리의 숫자가 0, 2, 4, 6, 8
> 홀수
> ➡ 일의 자리의 숫자가 1, 3, 5, 7, 9

048 ① $5\times4=20$(개)

② □4 : 4개, □6 : 4개, □8 : 4개

$\therefore 4+4+4=12$(개)

③ □5 : 4개, □7 : 4개 $\therefore 4+4=8$(개)

④ 45, 48, 54, 57, 75, 78, 84, 87의 8개

⑤ 78, 84, 85, 86, 87의 5개 답 ④

> 3의 배수는 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수이다.

049 7명 중에서 자격이 다른 대표 2명을 뽑는 경우의 수와 같으므로

$7\times6=42$ 답 ③

050 10명 중에서 자격이 다른 대표 3명을 뽑는 경우의 수는

$10\times9\times8=720$ 답 ⑤

051 여학생 5명 중 1명을 반장으로 뽑는 경우의 수는 5

반장으로 뽑힌 여학생을 제외한 6명 중에서 부반장과 총무를 각각 1명씩 뽑는 경우의 수는

$6\times5=30$

따라서 구하는 경우의 수는

$5\times30=150$ 답 150

052 6명 중에서 자격이 같은 대표 3명을 뽑는 경우의 수와 같으므로

$\dfrac{6\times5\times4}{3\times2\times1}=20$ 답 ②

> n명 중에서 자격이 같은 3명의 대표를 뽑는 경우의 수
> ➡ $\dfrac{n\times(n-1)\times(n-2)}{3\times2\times1}$

053 A를 제외한 B, C, D 3명 중에서 2명의 대의원을 뽑는 경우의 수와 같으므로

$\dfrac{3\times2}{2}=3$ 답 ①

054 한국 영화 5편 중에서 2편을 고르는 경우의 수는

$\dfrac{5\times4}{2}=10$

일본 영화 8편 중에서 2편을 고르는 경우의 수는

$\dfrac{8\times7}{2}=28$

따라서 구하는 경우의 수는

$10\times28=280$ 답 280

055 10명 중에서 자격이 같은 대표 2명을 뽑는 경우의 수와 같으므로

$\dfrac{10\times9}{2}=45$(번) 답 ③

056 5개국의 축구팀이 각 팀끼리 한 번씩 경기를 할 때의 경기의 횟수는

$\frac{5\times4}{2}=10$(회)

따라서 두 번씩 경기를 할 때 경기의 횟수는

$10\times2=20$(회) 답 ②

057 n개의 팀이 참가했다고 하면

$\frac{n(n-1)}{2}=21$, $n(n-1)=42=7\times6$

$\therefore n=7$ 답 ③

> n개의 팀이 리그전을 치를 때 총 경기 수
> ➡ $\frac{n\times(n-1)}{2}$(회)

058 5개의 집 중에서 순서를 생각하지 않고 2개를 택하는 경우의 수와 같으므로

$\frac{5\times4}{2}=10$(개) 답 10개

059 선분의 개수는 4개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 2개를 택하는 경우의 수와 같으므로

$a=\frac{4\times3}{2}=6$

반직선의 개수는 4개의 점 중에서 순서를 생각하여 2개를 택하는 경우의 수와 같으므로

$b=4\times3=12$

$\therefore a+b=18$ 답 18

> 한 원 위에 n개의 점이 있을 때, 만들 수 있는
> ① 선분의 개수
> ➡ $\frac{n\times(n-1)}{2}$(개)
> ② 반직선의 개수
> ➡ $n\times(n-1)$(개)

> $\overline{AB}$와 $\overline{BA}$는 같은 선분이지만 $\overrightarrow{AB}$와 $\overrightarrow{BA}$는 다른 반직선이다.

060 7개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 3개를 택하는 경우의 수는

$\frac{7\times6\times5}{3\times2\times1}=35$

반원의 지름 위에 있는 4개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 3개를 택하는 경우의 수는

$\frac{4\times3\times2}{3\times2\times1}=4$

따라서 구하는 삼각형의 개수는

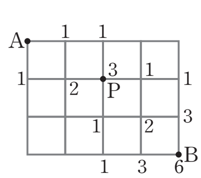
$35-4=31$(개) 답 ③

> 지름 위에 있는 점 중에서 3개를 택하는 경우는 삼각형이 만들어지지 않는다.

061 오른쪽 그림에서 A지점에서 P지점까지 가는 경우의 수는 3

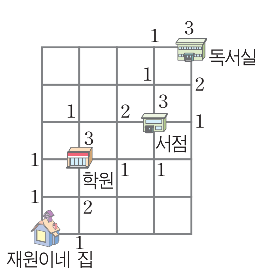
P지점에서 B지점까지 가는 경우의 수는 6

따라서 구하는 경우의 수는 $3\times6=18$ 답 ①



062 오른쪽 그림에서 재원이네 집에서 학원까지 가는 경우의 수는 3

학원에서 서점까지 가는 경우의 수는 3



서점에서 독서실까지 가는 경우의 수는 3

따라서 구하는 경우의 수는

$3\times3\times3=27$ 답 27

063 A에 칠할 수 있는 색은 5가지

B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 4가지

C에 칠할 수 있는 색은 A, B에 칠한 색을 제외한 3가지

D에 칠할 수 있는 색은 A, B, C에 칠한 색을 제외한 2가지

E에 칠할 수 있는 색은 A, B, C, D에 칠한 색을 제외한 1가지

따라서 구하는 경우의 수는

$5\times4\times3\times2\times1=120$ 답 120

064 A에 칠할 수 있는 색은 4가지

B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 3가지

C에 칠할 수 있는 색은 A, B에 칠한 색을 제외한 2가지

D에 칠할 수 있는 색은 C에 칠한 색을 제외한 3가지

따라서 구하는 경우의 수는

$4\times3\times2\times3=72$ 답 72

065 (i) 5□□인 경우 : $5\times4=20$(개)
(ii) 4□□인 경우 : $5\times4=20$(개)
→ 40개

(i), (ii)에서 42번째에 오는 수는 백의 자리의 숫자가 3인 수 중에서 2번째로 큰 수이므로 352이다. 답 352

> 사전식 나열에서 n번째 문자를 찾으려면
> ➡ 맨 앞에 오는 문자를 기준으로 경우를 나누어 생각한다.

066 (i) a□□□□인 경우
$4\times3\times2\times1=24$(개)
(ii) b□□□□인 경우
$4\times3\times2\times1=24$(개)
(iii) c□□□□인 경우
$4\times3\times2\times1=24$(개)
→ 72개

이상에서 73번째에 오는 것은 d로 시작하는 것 중 첫 번째이므로 $dabce$이다. 답 ④

2 확률과 그 계산

▸13~22쪽

067 모든 경우의 수는 $6\times6=36$
두 눈의 수의 합이 7인 경우는 6가지
따라서 구하는 확률은 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$ 답 ②

(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)의 6가지

068 ⑤ 확률은 1보다 클 수 없다. 답 ⑤

절대로 일어나지 않는 사건의 확률 ➡ 0
반드시 일어나는 사건의 확률 ➡ 1

069 ①, ③, ⑤ 0 ② $\frac{1}{2}$ ④ 1 답 ④

070 모든 경우의 수는 $5\times4\times3\times2\times1=120$
B가 1번인 경우의 수는 $4\times3\times2\times1=24$
따라서 구하는 확률은 $\frac{24}{120}=\frac{1}{5}$ 답 ④

B에게 단축번호 1번을 붙이고 나머지 4명에게 2~5번을 붙이는 경우의 수이므로 4명을 한 줄로 세우는 경우의 수와 같다.

071 모든 경우의 수는 $\frac{8\times7\times6}{3\times2\times1}=56$
지우가 반드시 포함되는 경우의 수는 $\frac{7\times6}{2}=21$
따라서 구하는 확률은 $\frac{21}{56}=\frac{3}{8}$ 답 $\frac{3}{8}$

072 세 자리 자연수의 개수는 $5\times4\times3=60$(개)
(i) 4□□인 경우 : 451, 452, 453의 3개
(ii) 5□□인 경우 : $4\times3=12$(개)
(i), (ii)에서 435보다 큰 자연수의 개수는
$3+12=15$(개)
따라서 구하는 확률은 $\frac{15}{60}=\frac{1}{4}$ 답 ③

073 모든 경우의 수는 $6\times6=36$
주어진 그래프는 기울기가 -1이고 y절편이 4인 직선이므로 직선의 방정식은 $y=-x+4$
$y=-x+4$를 만족시키는 순서쌍 (x, y)는
(1, 3), (2, 2), (3, 1)의 3가지
따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$ 답 ②

기울기가 a, y절편이 b인 직선의 방정식
➡ $y=ax+b$

계수의 절댓값이 큰 미지수를 기준으로 생각하는 것이 더 간편하다.

074 모든 경우의 수는 $6\times6=36$
$a+2b=12$를 만족시키는 순서쌍 (a, b)는
(2, 5), (4, 4), (6, 3)의 3가지
따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$ 답 ①

075 모든 경우의 수는 $6\times6=36$
$3x+y<9$를 만족시키는 순서쌍 (x, y)는
(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 1), (2, 2)의 7가지
따라서 구하는 확률은 $\frac{7}{36}$ 답 $\frac{7}{36}$

076 더 넣어야 하는 흰 공의 개수를 x개라 하면
주머니에 있는 전체 공의 개수는 $(x+13)$개이고
검은 공의 개수는 6개이므로
$\frac{6}{x+13}=\frac{2}{5}$, $2(x+13)=30$ $\therefore x=2$
답 2개

077 처음 주머니에 들어 있던 모든 구슬의 개수를 n개, 빨간 구슬의 개수를 x개라 하면
$\frac{x}{n}=\frac{5}{6}$, 즉 $5n=6x$ ······ ㉠
또 노란 구슬을 한 개 더 넣으면 주머니에 들어 있는 모든 구슬의 개수는 $(n+1)$개, 빨간 구슬의 개수는 x개이므로
$\frac{x}{n+1}=\frac{4}{5}$, 즉 $4(n+1)=5x$ ······ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=20$ 답 20개

1부터 15까지의 자연수 중 5의 배수는 5, 10, 15의 3개

078 5의 배수가 적힌 카드를 뽑을 확률은 $\frac{3}{15}=\frac{1}{5}$
이므로 구하는 확률은 $1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$ 답 ⑤

079 당첨될 확률은 $\frac{16}{100}=\frac{4}{25}$
이므로 구하는 확률은 $1-\frac{4}{25}=\frac{21}{25}$ 답 ④

x는 20의 약수이다.

080 $\frac{20}{x}$이 정수가 되는 x는 1, 2, 4, 5, 10, 20의 6개
이므로 $\frac{20}{x}$이 정수일 확률은 $\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$
따라서 구하는 확률은 $1-\frac{3}{10}=\frac{7}{10}$ 답 ④

081 모든 경우의 수는 $2\times2\times2=8$
모두 같은 면이 나오는 경우는 2가지
이므로 모두 같은 면이 나올 확률은 $\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$
따라서 구하는 확률은 $1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$ 답 ⑤

(앞, 앞, 앞), (뒤, 뒤, 뒤)의 2가지

082 모든 경우의 수는 $5\times4=20$
각 자리의 숫자로 홀수만 사용되는 경우의 수는
$3\times2=6$
이므로 각 자리의 숫자로 홀수만 사용될 확률은
$\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$
따라서 구하는 확률은 $1-\frac{3}{10}=\frac{7}{10}$ 답 $\frac{7}{10}$

083 모든 경우의 수는 $\frac{8\times7}{2}=28$

2명 모두 여학생이 뽑히는 경우의 수는

$\frac{5\times4}{2}=10$

이므로 2명 모두 여학생이 뽑힐 확률은 $\frac{10}{28}=\frac{5}{14}$

따라서 구하는 확률은 $1-\frac{5}{14}=\frac{9}{14}$ 답 ④

084 $\frac{125}{200}+\frac{45}{200}=\frac{17}{20}$ 답 $\frac{17}{20}$

085 두 자리 정수의 개수는 $5\times4=20$(개)

35 이하인 정수는 6개이므로 그 확률은

$\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$

95 이상인 정수는 2개이므로 그 확률은

$\frac{2}{20}=\frac{1}{10}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{10}+\frac{1}{10}=\frac{2}{5}$ 답 ④

086 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

두 눈의 수의 차가 4인 경우는 (1, 5), (2, 6), (6, 2), (5, 1)의 4가지이므로 그 확률은

$\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$

두 눈의 수의 차가 5인 경우는 (1, 6), (6, 1)의 2가지이므로 그 확률은 $\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{9}+\frac{1}{18}=\frac{1}{6}$ 답 ①

087 $\frac{4}{10}\times\frac{3}{10}=\frac{3}{25}$ 답 $\frac{3}{25}$

088 A주머니에서 4의 배수가 적힌 공이 나올 확률은

$\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$

B주머니에서 4의 배수가 적힌 공이 나올 확률은

$\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{4}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{20}$ 답 $\frac{1}{20}$

Q BOX

n명 중에서 자격이 같은 2명의 대표를 뽑는 경우의 수
➡ $\frac{n\times(n-1)}{2}$

3, 6, 9, 12의 4개

1, 2, 4의 3개

사건 A가 일어날 확률이 p
➡ 사건 A가 일어나지 않을 확률은 $1-p$

두 사람이 모두 약속 장소에 나와야 만날 수 있다.

13, 15, 17, 19, 31, 35의 6개

95, 97의 2개

A주머니를 선택할 확률과 B주머니를 선택할 확률은 같다.

주머니를 선택하고 구슬을 꺼내는 확률
➡ 확률의 곱셈

1부터 16까지의 자연수 중 4의 배수는 4, 8, 12, 16의 4개

1부터 10까지의 자연수 중 4의 배수는 4, 8의 2개

089 3의 배수는 4개이므로 그 확률은 $\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$

4의 약수는 3개이므로 그 확률은 $\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$

따라서 구하는 확률은

$\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{48}$ 답 ①

090 두 상자에서 모두 당첨 제비를 뽑을 확률은

$\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}=\frac{8}{15}$

따라서 구하는 확률은 $1-\frac{8}{15}=\frac{7}{15}$ 답 ④

091 두 사람이 만날 확률은 $\frac{3}{5}\times\frac{5}{7}=\frac{3}{7}$

따라서 구하는 확률은 $1-\frac{3}{7}=\frac{4}{7}$ 답 ①

092 두 개의 주사위에서 모두 홀수가 나올 확률은

$\frac{3}{6}\times\frac{3}{6}=\frac{1}{4}$

따라서 구하는 확률은 $1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$ 답 ④

093 A주머니를 선택하고 빨간 구슬을 꺼낼 확률은

$\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}=\frac{3}{10}$

B주머니를 선택하고 빨간 구슬을 꺼낼 확률은

$\frac{1}{2}\times\frac{2}{7}=\frac{1}{7}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{10}+\frac{1}{7}=\frac{31}{70}$ 답 $\frac{31}{70}$

094 동전의 앞면이 1개 나오고 주사위는 1의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{12}$

동전의 앞면이 2개 나오고 주사위는 2의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{4}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{24}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{12}+\frac{1}{24}=\frac{1}{8}$ 답 ③

095 수요일은 비가 오고 목요일은 비가 오지 않을 확률은 $\frac{1}{6}\times\left(1-\frac{1}{5}\right)=\frac{1}{6}\times\frac{4}{5}=\frac{2}{15}$

수요일은 비가 오지 않고 목요일은 비가 올 확률은 $\left(1-\frac{1}{6}\right)\times\frac{1}{5}=\frac{5}{6}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{6}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{15}+\frac{1}{6}=\frac{3}{10}$ 답 ④

Q BOX

096 $\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$ 답 $\frac{1}{4}$

> 세 사건의 확률에서도 확률의 곱셈을 이용할 수 있다.

097 현수는 합격하고 명수는 불합격할 확률은

$\frac{3}{5}\times\left(1-\frac{4}{7}\right)=\frac{3}{5}\times\frac{3}{7}=\frac{9}{35}$

현수는 불합격하고 명수는 합격할 확률은

$\left(1-\frac{3}{5}\right)\times\frac{4}{7}=\frac{2}{5}\times\frac{4}{7}=\frac{8}{35}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{9}{35}+\frac{8}{35}=\frac{17}{35}$ 답 ③

098 첫 번째에 명중시킬 확률은 $\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$

첫 번째에 명중시키지 못하고 두 번째에 명중시킬 확률은 $\left(1-\frac{2}{5}\right)\times\frac{2}{5}=\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{6}{25}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{5}+\frac{6}{25}=\frac{16}{25}$ 답 $\frac{16}{25}$

> 승패가 결정될 확률
> ➡ 1−(비길 확률)

099 모든 경우의 수는 $3\times3=9$

비기는 경우는 3가지이므로 비길 확률은

$\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

따라서 구하는 확률은 $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$ 답 $\frac{2}{3}$

> (가위, 가위), (바위, 바위), (보, 보)의 3가지

100 모든 경우의 수는 $3\times3\times3=27$

(i) B만 이기는 경우를 (A, B, C)로 나타내면 (보, 가위, 보), (가위, 바위, 가위), (바위, 보, 바위)의 3가지이므로 그 확률은

$\frac{3}{27}=\frac{1}{9}$

(ii) A, B가 같이 이기는 경우를 (A, B, C)로 나타내면 (가위, 가위, 보), (바위, 바위, 가위), (보, 보, 바위)의 3가지이므로 그 확률은

$\frac{3}{27}=\frac{1}{9}$

(iii) B, C가 같이 이기는 경우를 (A, B, C)로 나타내면 (보, 가위, 가위), (가위, 바위, 바위), (바위, 보, 보)의 3가지이므로 그 확률은

$\frac{3}{27}=\frac{1}{9}$

이상에서 구하는 확률은

$\frac{1}{9}+\frac{1}{9}+\frac{1}{9}=\frac{1}{3}$ 답 $\frac{1}{3}$

> 꺼낸 것을 다시 넣는 경우
> ➡ 처음 뽑을 때와 나중에 뽑을 때의 전체 개수가 같다.

101 A가 당첨 제비를 뽑을 확률은 $\frac{4}{20}=\frac{1}{5}$

B가 당첨 제비를 뽑을 확률은 $\frac{4}{20}=\frac{1}{5}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{25}$ 답 ①

102 2장 모두 F가 적힌 카드를 뽑을 확률은

$\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{36}$

따라서 구하는 확률은 $6\times\frac{1}{36}=\frac{1}{6}$ 답 ③

> F, R, I, E, N, D 각각에 대하여 이런 경우가 가능하다.

103 2개 모두 빨간 공이 나올 확률은

$\frac{3}{10}\times\frac{3}{10}=\frac{9}{100}$

2개 모두 노란 공이 나올 확률은

$\frac{7}{10}\times\frac{7}{10}=\frac{49}{100}$

따라서 구하는 확률은

$\frac{9}{100}+\frac{49}{100}=\frac{29}{50}$ 답 ⑤

104 유진이가 4가 적힌 카드를 뽑을 확률은 $\frac{1}{7}$

수지가 짝수가 적힌 카드를 뽑을 확률은 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

> 수지는 유진이가 뽑은 4를 제외한 1, 2, 3, 5, 6, 7 중에서 뽑는다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{7}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{21}$ 답 ②

105 서진이만 불량품을 꺼낼 확률은 $\frac{13}{40}\times\frac{27}{39}=\frac{9}{40}$

근형이만 불량품을 꺼낼 확률은 $\frac{27}{40}\times\frac{13}{39}=\frac{9}{40}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{9}{40}+\frac{9}{40}=\frac{9}{20}$ 답 ⑤

106 모두 파란 구슬을 꺼낼 확률은

$\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{56}$

따라서 구하는 확률은 $1-\frac{1}{56}=\frac{55}{56}$ 답 $\frac{55}{56}$

> (도형에서의 확률) $=\frac{(\text{해당하는 부분의 넓이})}{(\text{도형의 전체 넓이})}$

107 ①, ②, ③, ⑤ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ 답 ④

108 $\frac{1}{4}\times\frac{2}{5}=\frac{1}{10}$ 답 $\frac{1}{10}$

109 첫 번째에 A부분에 꽂힐 확률은

$\frac{\pi\times3^2-\pi\times1^2}{\pi\times5^2}=\frac{8}{25}$

두 번째에 B부분에 꽂힐 확률은

$\frac{\pi\times5^2-\pi\times3^2}{\pi\times5^2}=\frac{16}{25}$

따라서 구하는 확률은

$\frac{8}{25}\times\frac{16}{25}=\frac{128}{625}$ 답 $\frac{128}{625}$

Q BOX

110 (홀수)+(짝수)일 확률은

$\frac{3}{4}\times\left(1-\frac{1}{5}\right)=\frac{3}{4}\times\frac{4}{5}=\frac{3}{5}$

(짝수)+(홀수)일 확률은

$\left(1-\frac{3}{4}\right)\times\frac{1}{5}=\frac{1}{4}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{20}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{5}+\frac{1}{20}=\frac{13}{20}$ 답 ②

(짝수)+(짝수)=(짝수)
(짝수)+(홀수)=(홀수)
(홀수)+(짝수)=(홀수)
(홀수)+(홀수)=(짝수)

111 두 수가 모두 홀수일 확률은

$\frac{4}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{5}$

따라서 구하는 확률은 $1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$ 답 $\frac{4}{5}$

(짝수)×(짝수)=(짝수)
(짝수)×(홀수)=(짝수)
(홀수)×(짝수)=(짝수)
(홀수)×(홀수)=(홀수)

112 $130=2\times5\times13$이므로 어떤 수를 130으로 나눌 때, 나누어지는 수가 13의 배수이면 유한소수가 된다.
1부터 110까지의 자연수 중에서 13의 배수는 8개이므로 구하는 확률은 $\frac{8}{110}=\frac{4}{55}$ 답 ①

113 $44=2^2\times11$이므로 어떤 수를 44로 나눌 때, 나누어지는 수가 11의 배수가 아니면 이 수는 순환소수가 된다. 즉 구하는 확률은 11의 배수가 아닐 확률과 같다.
1부터 90까지의 자연수 중에서 11의 배수는 8개이므로 그 확률은 $\frac{8}{90}=\frac{4}{45}$

따라서 구하는 확률은 $1-\frac{4}{45}=\frac{41}{45}$ 답 $\frac{41}{45}$

114 당첨 제비를 뽑고 당첨 제비라 말할 확률은

$\frac{2}{10}\times\left(1-\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{20}$

당첨 제비를 뽑지 않고 당첨 제비라 말할 확률은

$\left(1-\frac{2}{10}\right)\times\frac{1}{4}=\frac{4}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{5}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{20}+\frac{1}{5}=\frac{7}{20}$ 답 ③

115 A주머니에서 흰 공을 꺼내 B주머니에 넣고, B주머니에서 흰 공을 꺼낼 확률은

$\frac{4}{6}\times\frac{4}{7}=\frac{8}{21}$

A주머니에서 빨간 공을 꺼내 B주머니에 넣고, B주머니에서 흰 공을 꺼낼 확률은

$\frac{2}{6}\times\frac{3}{7}=\frac{1}{7}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{8}{21}+\frac{1}{7}=\frac{11}{21}$ 답 $\frac{11}{21}$

A주머니에서 꺼낸 공을 B주머니에 넣으므로 B주머니의 전체 공의 개수가 1개 늘어난다.

116 점 P가 점 C에 놓이려면 주사위의 눈의 수가 2 또는 5가 나와야 하므로 구하는 확률은 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

답 ②

117 점 P가 점 C에 놓이려면 주사위의 눈의 수가 2 또는 6이 나와야 하므로 그 확률은 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$
점 C에 놓인 점 P가 점 D에 놓이려면 주사위의 눈의 수가 1 또는 5가 나와야 하므로 그 확률은

$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$ 답 $\frac{1}{9}$

소수의 눈은 2, 3, 5의 3가지이므로 그 확률은 $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

118 1회에 A가 이길 확률은 $\frac{1}{2}$

3회에 A가 이길 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$

1, 2회에는 소수가 아닌 수의 눈이 나오고, 3회에 소수의 눈이 나올 확률

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{2}+\frac{1}{8}=\frac{5}{8}$ 답 ④

119 두 번째에 B가 이길 확률은 $\frac{3}{7}\times\frac{4}{6}=\frac{2}{7}$

A가 흰 공을 뽑았으므로 B는 흰 공 2개, 검은 공 4개 중에서 뽑는다.

네 번째에 B가 이길 확률은

$\frac{3}{7}\times\frac{2}{6}\times\frac{1}{5}\times1=\frac{1}{35}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{7}+\frac{1}{35}=\frac{11}{35}$ 답 $\frac{11}{35}$

120 화요일에 지각하고 수요일에도 지각할 확률은

$\frac{3}{5}\times\left(1-\frac{3}{4}\right)=\frac{3}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{3}{20}$

화요일에 지각하지 않고 수요일에 지각할 확률은

$\left(1-\frac{3}{5}\right)\times\frac{3}{5}=\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{6}{25}$

따라서 구하는 확률은

$\frac{3}{20}+\frac{6}{25}=\frac{39}{100}$ 답 $\frac{39}{100}$

121 9월 6일에 스모그가 오고 9월 7일에 스모그가 오지 않을 확률은

$\frac{1}{2}\times\left(1-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

9월 6일에 스모그가 오지 않고 9월 7일에도 스모그가 오지 않을 확률은

$\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{4}+\frac{1}{3}=\frac{7}{12}$ 답 ⑤

WORK BOOK

Q BOX

V 도형의 성질

1 삼각형의 성질

▸23~38쪽

122 답 (가) $\overline{CD}$ (나) $\overline{AD}$ (다) SAS (라) $\angle B=\angle C$

123 $\angle ACB=180°-66°=114°$

$\therefore \angle A=\angle B=\frac{1}{2}\times(180°-114°)=33°$

이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같다.

답 ③

124 $\angle C=\angle B=\angle A+15°$이므로

$\angle A+2\times(\angle A+15°)=180°$

삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이다.

$3\angle A=150°$ $\therefore \angle A=50°$ 답 50°

125 답 (가) $\overline{AD}$ (나) $\angle CAD$ (다) SAS (라) $\overline{CD}$

(마) $\angle ADC$

126 $\angle B=\angle ACB=180°-110°=70°$이고

$\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선이므로

$x=\frac{1}{2}\times(180-2\times70)=20$

꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선은 $\overline{BC}$를 이등분하므로 $y=\frac{1}{2}\times12=6$ 답 $x=20$, $y=6$

127 $\angle ABC=\angle C=\frac{1}{2}\times(180°-100°)=40°$이므로

$\angle DBC=\frac{1}{2}\times40°=20°$

$\triangle DBC$에서

$\angle BDC=180°-(20°+40°)=120°$ 답 120°

128 $\triangle ABC$에서

$\angle C=\frac{1}{2}\times(180°-32°)=74°$

$\triangle CFE$에서

$\angle CEF=\angle CFE=\frac{1}{2}\times(180°-74°)=53°$

$\triangle BED$에서

$\angle BED=\angle BDE=\frac{1}{2}\times(180°-32°)=74°$

$\therefore \angle x=180°-(74°+53°)=53°$ 답 53°

129 $\triangle PBD$와 $\triangle PCD$에서

이등변삼각형 ABC에서 $\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선이므로 $\overline{BD}=\overline{CD}$, $\overline{AD}\perp\overline{BC}$

$\overline{BD}=\overline{CD}$, $\angle PDB=\angle PDC$, $\overline{PD}$는 공통

따라서 $\triangle PBD\equiv\triangle PCD$ (SAS 합동)이므로

$\overline{BP}=\overline{CP}$, $\angle BPD=\angle CPD$

또한 $\angle ABP=\angle ABD-\angle PBD$

$=\angle ACD-\angle PCD$

$=\angle ACP$ 답 ③

130 $\triangle ADC=\frac{1}{2}\times\overline{DC}\times\overline{AD}=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{DE}$에서

$\frac{1}{2}\times9\times12=\frac{1}{2}\times15\times\overline{DE}$

$54=\frac{15}{2}\overline{DE}$ $\therefore \overline{DE}=\frac{36}{5}$ 답 $\frac{36}{5}$

131 $\angle B=\angle A=\angle ACD=65°$이므로

$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 엇각의 크기는 같다.

$\angle x=180°-2\times65°=50°$ 답 50°

132 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle B=\angle C$

또 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle B=\angle EAD$ (동위각), $\angle C=\angle CAD$ (엇각)

$\therefore \angle B=\angle C=\angle EAD=\angle CAD$ 답 ①

133 $\triangle ABC$에서 $\angle BAC=180°-(80°+50°)=50°$이므로

$\angle AED=\angle ADE=\frac{1}{2}\times(180°-50°)=65°$

이때 $\angle FAC=\angle BCA=50°$,

$\overline{AF}/\!/\overline{BC}$이므로 엇각의 크기는 같다.

$\angle AEF=180°-65°=115°$

이므로 $\triangle AEF$에서

$\angle x=180°-(50°+115°)=15°$ 답 15°

134 $\triangle ABD$에서

$\angle BAD=\angle ABD=36°$이므로

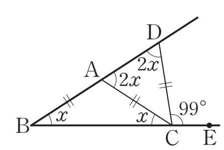
$\angle ADC=36°+36°=72°$

삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

따라서 $\triangle ADC$에서

$\angle x=\frac{1}{2}\times(180°-72°)=54°$ 답 ②

135 $\triangle ABC$에서



$\angle ACB=\angle x$이므로

$\angle CAD=2\angle x$

$\therefore \angle BDC=\angle CAD$

$=2\angle x$

$\triangle BCD$에서 $\angle x+2\angle x=99°$

$\therefore \angle x=33°$ 답 ④

136 $\angle BAD=\angle DAC=\angle a$라 하면

$\angle ABD=\angle a$

$\triangle ABD$에서 $\angle a+\angle a=2\angle a=\angle x$

따라서 $\triangle ADC$에서

$\angle a+2\angle a+90°=180°$ $\therefore \angle a=30°$

$\therefore \angle x=2\angle a=60°$ 답 60°

137 $\angle ABC=\angle ACB=2\angle x$이므로 $\angle ABD=\angle x$

$\triangle ABD$에서 $\angle DAB=\angle DBA=\angle x$

Q BOX

따라서 $\triangle ABC$에서 $\angle x+2\angle x+2\angle x=180°$

$5\angle x=180°$ $\therefore \angle x=36°$ 답 ③

138 $\triangle ABC$에서

$\angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180°-72°)=54°$

이므로

$\angle DBC=\frac{1}{2}\times 54°=27°$,

$\angle DCE=\frac{2}{3}\times(180°-54°)=84°$

따라서 $\triangle DBC$에서

$\angle D+27°=84°$이므로

$\angle D=84°-27°=57°$ 답 ②

139 $\angle DBC=\angle x$, $\angle DCE=\angle y$라 하면

$\triangle BCD$에서 $\angle x+20°=\angle y$ …… ㉠

$\angle ACB=2\angle x$이므로

$2\angle x+2\angle y=180°$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$\angle x=35°$, $\angle y=55°$

$\therefore \angle ABC=\angle ACB=2\times 35°=70°$

$\triangle ABC$에서 $\angle A=180°-2\times 70°=40°$

답 40°

140 $\angle ACB=72°-36°=36°$이므로

$\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이다.

$\triangle ACD$에서 $\angle ADC=180°-108°=72°$이므로

$\triangle ACD$는 $\overline{AC}=\overline{DC}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{CD}=\overline{AC}=\overline{AB}=6(cm)$ 답 6 cm

두 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

141 $\triangle ABC$에서

$\angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180°-36°)=72°$

따라서 $\angle ABD=\frac{1}{2}\times 72°=36°$이므로

$\triangle ABD$는 $\overline{AD}=\overline{BD}$인 이등변삼각형이다.

또 $\triangle ABD$에서 $\angle BDC=36°+36°=72°$이므로

$\triangle BCD$는 $\overline{BC}=\overline{BD}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{BC}=\overline{BD}=\overline{AD}=5(cm)$ 답 ③

142 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle PBM=\angle NCM$

$\triangle BMP$와 $\triangle CMN$에서

$\angle BPM=\angle CNM$

또한 $\angle BPM=\angle NPA$ (맞꼭지각)이므로

$\angle CNM=\angle NPA$

즉 $\triangle ANP$는 $\overline{AN}=\overline{AP}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{AN}=\overline{AP}=9-5=4(cm)$ 답 4 cm

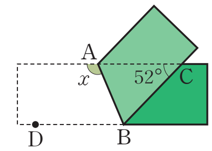
$\angle BPM=90°-\angle PBM$
$=90°-\angle NCM$
$=\angle CNM$

폭이 일정한 종이 접기
➡ 접은 각과 엇각의 성질을 이용하여 크기가 같은 각을 찾는다.

143 $\angle CAB=\angle DBA$ (엇각)

$\angle CBA=\angle DBA$

(접은 각)



$\therefore \angle CAB=\angle CBA$

$=\frac{1}{2}\times(180°-52°)=64°$

$\therefore \angle x=180°-64°=116°$ 답 ②

144 $\angle BCA=\angle GAC$ (엇각)

$\angle BAC=\angle GAC$ (접은 각)

$\therefore \angle BAC=\angle BCA$

즉 $\triangle ABC$는 $\overline{BA}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이다.

답 ①, ④

145 $\angle ACB=\angle DBC$ (엇각)

$\angle ABC=\angle DBC$ (접은 각)

$\therefore \angle ACB=\angle ABC$

즉 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{AC}=\overline{AB}=10(cm)$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 10\times 9=45(cm^2)$

답 45 cm^2

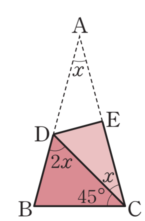
146 $\angle DBC=\frac{1}{2}\times(180°-48°)=66°$

$\angle DBE=\angle A=48°$이므로

$\angle EBC=\angle DBC-\angle DBE$

$=66°-48°=18°$ 답 ④

147 $\angle A=\angle x$로 놓으면



$\angle DCE=\angle x$이므로

$\angle B=\angle ACB=\angle x+45°$

또 $\triangle ADC$에서

$\angle BDC=\angle x+\angle x=2\angle x$

따라서 $\triangle DBC$에서

$2\angle x+(\angle x+45°)+45°=180°$

$3\angle x=90°$ $\therefore \angle x=30°$

$\therefore \angle BDC=2\angle x=60°$ 답 ④

$\overline{BD}=\overline{CE}$, $\overline{BE}=\overline{CF}$, $\angle B=\angle C$

148 $\triangle ABC$가 이등변삼각형이므로 $\angle B=\angle C$

$\triangle DBE\equiv\triangle ECF$ (SAS 합동)이므로

$\angle BDE=\angle CEF$

$\therefore \angle B=180°-(\angle BDE+\angle BED)$

$=180°-(\angle CEF+\angle BED)$

$=\angle DEF=66°$

$\therefore \angle x=180°-2\times 66°=48°$ 답 48°

WORK BOOK

149 $\triangle ABC$가 이등변삼각형이므로

$\angle B=\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$

$\triangle DBE\equiv\triangle ECF$ (SAS 합동)이므로

$\angle DEB=\angle EFC$

$\therefore\ \angle DEF=180^\circ-(\angle DEB+\angle FEC)$

$=180^\circ-(\angle EFC+\angle FEC)$

$=\angle C=70^\circ$

또 $\triangle DEF$는 $\overline{DE}=\overline{FE}$인 이등변삼각형이므로

$\angle DFE=\frac{1}{2}\times(180^\circ-70^\circ)=55^\circ$ 답 ③

$\angle DFE=\angle FDE$

150 $\triangle ABE\equiv\triangle CAD$ (SAS 합동)이므로

$\angle AEB=\angle CDA$

$\triangle ADP$에서

$\angle DPE=\angle PAD+\angle ADP$

$=\angle BAE+\angle AEB$

$=180^\circ-60^\circ=120^\circ$ 답 ⑤

$\overline{AB}=\overline{CA}$, $\overline{BE}=\overline{AD}$, $\angle ABE=\angle CAD$

151 $\angle A=180^\circ-2\times65^\circ=50^\circ$이므로

$\triangle ADF$에서 $50^\circ+\angle x=60^\circ+\angle y$

$\therefore\ \angle x-\angle y=10^\circ$ 답 10°

152 답 (ㄱ)과 (ㅁ) : RHA 합동

(ㄷ)과 (ㄹ) : RHS 합동

153 ④ $\triangle DEF$에서 $\angle D=180^\circ-(60^\circ+90^\circ)=30^\circ$

$\triangle ABC$와 $\triangle DEF$에서

$\angle C=\angle F=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{DE}=9$ cm,

$\angle A=\angle D$이므로

$\triangle ABC\equiv\triangle DEF$ (RHA 합동) 답 ④

154 $\triangle ACM\equiv\triangle BDM$ (RHA 합동)이므로

$\angle CAM=\angle DBM=90^\circ-34^\circ=56^\circ$

$\therefore\ x=56$

$\overline{BD}=\overline{AC}=3$(cm) $\quad\therefore\ y=3$

$\therefore\ x-y=53$ 답 53

$\angle ACM=\angle BDM=90^\circ$, $\overline{AM}=\overline{BM}$, $\angle AMC=\angle BMD$

155 $\triangle ADB\equiv\triangle BEC$ (RHA 합동)이므로

$\overline{DB}=\overline{EC}=5$(cm), $\overline{BE}=\overline{AD}=11$(cm)

즉 $\overline{DE}=5+11=16$(cm)이므로

사각형 ADEC의 넓이는

$\frac{1}{2}\times(11+5)\times16=128(\text{cm}^2)$ 답 ③

$\angle D=\angle E=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{BC}$, $\angle BAD=90^\circ-\angle ABD=\angle CBE$

156 $\triangle ABF\equiv\triangle BCG$ (RHA 합동)이므로

$\overline{BF}=\overline{CG}=4$(cm), $\overline{BG}=\overline{AF}=6$(cm)

따라서 $\overline{FG}=6-4=2$(cm)이므로

$\triangle AFG=\frac{1}{2}\times2\times6=6(\text{cm}^2)$ 답 ③

$\angle AFB=\angle BGC=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{BC}$, $\angle ABF=90^\circ-\angle CBG=\angle BCG$

157 ① $\triangle BDM\equiv\triangle CEM$ (RHS 합동)

③, ⑤ $\triangle ADM\equiv\triangle AEM$ (RHS 합동)

④ $\angle B=\angle C$이므로 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이다. 꼭지각의 꼭짓점과 밑변의 중점을 이은 직선은 꼭지각의 이등분선이므로 $\overline{AM}\perp\overline{BC}$

답 ②

$\angle BDM=\angle CEM=90^\circ$, $\overline{BM}=\overline{CM}$, $\overline{MD}=\overline{ME}$

$\angle ADM=\angle AEM=90^\circ$, $\overline{AM}$은 공통, $\overline{DM}=\overline{EM}$

158 $\triangle ABC\equiv\triangle DBE$ (RHS 합동)이므로

$\angle DEB=\angle ACB=90^\circ-38^\circ=52^\circ$

$\therefore\ \angle x=360^\circ-(52^\circ+90^\circ+52^\circ)=166^\circ$

답 ④

$\angle ABC=\angle DBE=90^\circ$, $\overline{AC}=\overline{DE}$, $\overline{BC}=\overline{BE}$

159 $\angle BAC=90^\circ-32^\circ=58^\circ$

$\triangle AED\equiv\triangle ACD$ (RHS 합동)이므로

$\angle DAE=\angle DAC=\frac{1}{2}\times58^\circ=29^\circ$

$\triangle AED$에서 $\angle x=90^\circ-29^\circ=61^\circ$ 답 ④

$\angle AED=\angle ACD=90^\circ$, $\overline{AD}$는 공통, $\overline{AE}=\overline{AC}$

160 $\triangle ABD\equiv\triangle AED$ (RHA 합동)이므로

$\overline{AE}=\overline{AB}=\overline{BC}$

또 $\triangle EDC$는 $\angle C=\angle EDC=45^\circ$인 직각이등변삼각형이므로 $\overline{EC}=\overline{DE}=\overline{BD}$

$\therefore\ \overline{AC}=\overline{AE}+\overline{EC}=\overline{AB}+\overline{BD}$ 답 ②

$\angle EDC=90^\circ-\angle C$
$=90^\circ-45^\circ$
$=45^\circ$

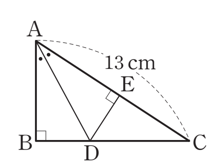
161 ③ (다) RHA 답 ③

162 $\triangle ABD\equiv\triangle EBD$ (RHA 합동)이므로

$\overline{BE}=\overline{BA}=8$(cm)

$\therefore\ \overline{EC}=13-8=5$(cm) 답 5 cm

163 점 D에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 E라 하면



$\triangle ADC=\frac{1}{2}\times13\times\overline{DE}$

$=26(\text{cm}^2)$

$\therefore\ \overline{DE}=4$(cm)

$\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선이므로

$\overline{BD}=\overline{ED}=4$(cm) 답 4 cm

164 $\overline{BE}=\overline{ED}$이므로 $\angle B=\angle EDB=45^\circ$

따라서 $\angle BAC=90^\circ-45^\circ=45^\circ$이고

$\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선이므로

$\angle BAD=\frac{1}{2}\angle BAC=\frac{1}{2}\times45^\circ=22.5^\circ$ 답 ②

$\overline{DE}=\overline{DC}$, 즉 점 D가 $\angle A$의 두 변 AB, AC에서 같은 거리에 있으므로 점 D는 $\angle A$의 이등분선 위에 있다.

165 답 ②, ④

166 점 P는 $\triangle ABC$의 외심이다. 답 ④

167 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로 세 변 AB, BC, CA의 수직이등분선의 교점이다. 답 ①

> 점 O가 $\triangle ABC$의 외심
> ➡ $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$
> ➡ $\triangle OAB$, $\triangle OBC$, $\triangle OCA$는 이등변삼각형

168 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$이므로

$\angle OCA=\angle OAC=38^\circ$

$\therefore \angle x=\angle OCB=70^\circ-38^\circ=32^\circ$ 답 ②

169 $\triangle OBC$에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$이므로

$\overline{OB}=\overline{OC}=\frac{1}{2}\times(18-8)=5$

따라서 $\triangle ABC$의 외접원의 넓이는

$\pi\times5^2=25\pi$ 답 25π

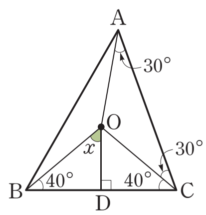
170 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$이므로

$\angle OCA=\angle OAC=30^\circ$,

$\angle OBC=\angle OCB$

$=70^\circ-30^\circ$

$=40^\circ$



따라서 $\triangle OBD$에서

$\angle x=90^\circ-40^\circ=50^\circ$ 답 ③

171 $\angle OBC+38^\circ+22^\circ=90^\circ$이므로

$\angle OBC=30^\circ$

$\angle OBA=\angle OAB=38^\circ$이므로

$\angle ABC=38^\circ+30^\circ=68^\circ$ 답 ③

> 점 O가 $\triangle ABC$의 외심
> ➡ $\angle BOC=2\angle A$

172 $\angle BOC=2\angle A=2\times38^\circ=76^\circ$이므로

$\angle BO'C=2\angle BOC=2\times76^\circ=152^\circ$

$\therefore \angle x=\frac{1}{2}\times(180^\circ-152^\circ)=14^\circ$ 답 ⑤

> $\triangle O'BC$는 $\overline{O'B}=\overline{O'C}$인 이등변삼각형이다.

173 $\angle BOC=360^\circ\times\frac{5}{12}=150^\circ$이고

$\angle OAB=\angle OBA=\angle x$이므로

$\angle x+\angle y=\angle BAC=\frac{1}{2}\angle BOC=75^\circ$ 답 75°

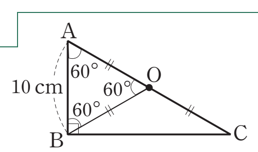
> 직각삼각형의 빗변의 중점
> ➡ 외심

174 $\overline{BC}$의 중점이 $\triangle ABC$의 외심이므로 외접원의 반지름의 길이는 $\frac{1}{2}\times10=5(\text{cm})$

따라서 $\triangle ABC$의 외접원의 둘레의 길이는

$2\pi\times5=10\pi(\text{cm})$ 답 ③

175 $\overline{AC}$의 중점을 O라 하면 $\triangle OAB$는 정삼각형이므로



> $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로
> $\angle OBA=\angle A=60^\circ$
> $\therefore \angle AOB=60^\circ$

$\overline{OA}=\overline{AB}=10(\text{cm})$

$\therefore \overline{AC}=2\overline{OA}=2\times10=20(\text{cm})$ 답 ⑤

176 $\triangle AOC=\triangle OBC=18(\text{cm}^2)$이므로

$\triangle ABC=2\triangle OBC=2\times18=36(\text{cm}^2)$

$\frac{1}{2}\times12\times\overline{AC}=36$이므로

$\overline{AC}=6(\text{cm})$ 답 6 cm

177 $\overline{MB}=\overline{MC}$이므로

$\angle MBC=\angle MCB=90^\circ\times\frac{3}{5}=54^\circ$

$\therefore \angle BMC=180^\circ-2\times54^\circ=72^\circ$ 답 ②

178 $\overline{MA}=\overline{MC}$이므로 $\angle MAC=\angle C=40^\circ$

$\triangle AMC$에서 $\angle AMD=40^\circ+40^\circ=80^\circ$

$\triangle ADM$에서 $\angle DAM=90^\circ-80^\circ=10^\circ$

답 10°

179 점 O′은 $\triangle AOC$의 외심이므로

$\angle OAC=\frac{1}{2}\angle OO'C=\frac{1}{2}\times100^\circ=50^\circ$

$\therefore \angle BAO=90^\circ-50^\circ=40^\circ$

$\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

$\angle B=\angle BAO=40^\circ$ 답 ①

180 ①, ④, ⑤ 외심에 대한 설명이다. 답 ②

181 답 ①

182 $\triangle IAD\equiv\triangle IAF$, $\triangle IBD\equiv\triangle IBE$, $\triangle ICE\equiv\triangle ICF$ 답 ②, ③

183 $\angle IBA=\angle IBC=25^\circ$, $\angle IAB=\angle IAC=35^\circ$

$\therefore \angle x=180^\circ-(25^\circ+35^\circ)=120^\circ$ 답 ③

184 $\triangle ABC$에서 $2\angle x+2\angle y+80^\circ=180^\circ$이므로

$2(\angle x+\angle y)=100^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=50^\circ$ 답 50°

185 $\triangle ABC$에서 $2\times26^\circ+70^\circ+2\angle x=180^\circ$

$\therefore \angle x=29^\circ$ 답 ②

> 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때
> $\angle IAB+\angle IBC+\angle ICA=90^\circ$

186 $\angle IBA=\angle IBC=90^\circ\times\frac{4}{12}=30^\circ$ 답 ③

187 $90^\circ+\frac{1}{2}\angle ACB=90^\circ+\angle ICA=110^\circ$

$\therefore \angle ICA=110^\circ-90^\circ=20^\circ$ 답 20°

188 $\angle BIC=90^\circ+34^\circ=124^\circ$

$\therefore \angle BI'C=90^\circ+\frac{1}{2}\times124^\circ=152^\circ$ 답 ②

> $\triangle ABC$의 내접원의 반지름의 길이가 r일 때
> $\triangle ABC=\frac{1}{2}r(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})$

189 $\frac{1}{2}\times3\times(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})=36$

$\therefore \overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=24(\text{cm})$ 답 24 cm

WORK BOOK

190 $\frac{1}{2}\times4\times(10+24+\overline{AC})=\frac{1}{2}\times24\times10$

$2\times(34+\overline{AC})=120$ $\therefore\ \overline{AC}=26(\text{cm})$

답 26 cm

다른 풀이

사각형 DBEI는 정사각형이므로

$\overline{AF}=\overline{AD}=10-4=6(\text{cm})$

$\overline{FC}=\overline{EC}=24-4=20(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AC}=\overline{AF}+\overline{FC}=6+20=26(\text{cm})$

191 원 I의 반지름의 길이가 4 cm이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\times42=84(\text{cm}^2)$

원 I의 넓이는 $\pi\times4^2=16\pi(\text{cm}^2)$

따라서 색칠한 부분의 넓이는 $84-16\pi(\text{cm}^2)$

답 ③

192 $\overline{AD}=\overline{AF}=3(\text{cm})$, $\overline{CE}=\overline{CF}=6(\text{cm})$

$\overline{BD}=\overline{BE}=13-6=7(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}=3+7=10(\text{cm})$ 답 10 cm

193 $\overline{AF}=\overline{AD}=2(\text{cm})$, $\overline{CE}=\overline{CF}=5(\text{cm})$

$\overline{BD}=\overline{BE}=8-5=3(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$

$=(\overline{AD}+\overline{BD})+\overline{BC}+(\overline{CF}+\overline{AF})$

$=(2+3)+8+(5+2)$

$=20(\text{cm})$

답 20 cm

194 $\overline{AD}=\overline{AF}=x$로 놓으면

$\overline{BE}=\overline{BD}=12-x$, $\overline{CE}=\overline{CF}=10-x$

$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}$에서 $(12-x)+(10-x)=8$

$\therefore\ x=7$

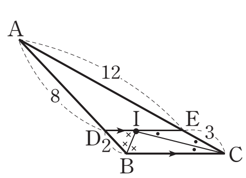
답 ①

195 $\angle DIB=\angle CBI$

$=\angle DBI$

이므로

$\overline{DI}=\overline{DB}=2$



같은 방법으로 $\overline{EI}=\overline{EC}=3$

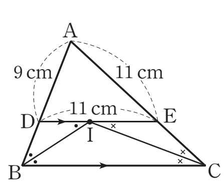
$\therefore\ \overline{DE}=\overline{DI}+\overline{EI}=2+3=5$

답 ③

196 $\angle DIB=\angle CBI$

$=\angle DBI$

이므로 $\overline{DI}=\overline{DB}$



같은 방법으로 $\overline{EI}=\overline{EC}$

$\therefore\ \overline{AB}+\overline{AC}$

$=(\overline{AD}+\overline{DB})+(\overline{AE}+\overline{EC})$

$=(\overline{AD}+\overline{DI})+(\overline{AE}+\overline{EI})$

$=\overline{AD}+\overline{DE}+\overline{AE}$

$=9+11+11=31(\text{cm})$

답 31 cm

Q BOX

$\angle DIB=\angle ABI=\angle DBI$
$\angle EIC=\angle ACI=\angle ECI$

$\angle BDA=\angle CEB=90^\circ$,
$\overline{AB}=\overline{BC}$,
$\angle ABD=90^\circ-\angle CBE$
$=\angle BCE$

반지름의 길이를 r cm라 하면 $2\pi r=8\pi$에서 $r=4$

$\angle BDM=\angle CEM=90^\circ$,
$\overline{BM}=\overline{CM}$,
$\angle BMD=\angle CME$
(맞꼭지각)

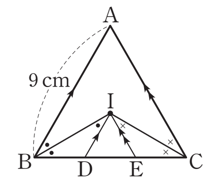
n각형의 내각의 크기의 합
➡ $180^\circ\times(n-2)$

197 $\overline{ID}=\overline{BD}$, $\overline{EI}=\overline{EC}$이므로

$\overline{ID}+\overline{DE}+\overline{EI}$

$=\overline{BD}+\overline{DE}+\overline{EC}$

$=\overline{BC}=9(\text{cm})$



답 9 cm

198 $\triangle ABD\equiv\triangle BCE$ (RHA 합동)이므로

$\overline{BE}=\overline{AD}=8(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{CE}=\overline{BD}=\overline{BE}-\overline{DE}=8-2=6(\text{cm})$

답 ⑤

199 $\triangle BDM\equiv\triangle CEM$ (RHA 합동)이므로

$\overline{CE}=\overline{BD}=6(\text{cm})$, $\overline{EM}=\overline{DM}=3(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AE}=\overline{AM}-\overline{EM}=12-3=9(\text{cm})$

$\therefore\ \triangle AEC=\frac{1}{2}\times6\times9=27(\text{cm}^2)$ 답 ④

200 $\triangle ABO$에서

$\angle ABO=\angle BAO=\frac{1}{2}\times(180^\circ-80^\circ)=50^\circ$

$\triangle BOC$에서

$\angle OBC=\angle OCB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-140^\circ)=20^\circ$

$\therefore\ \angle ABC=\angle ABO-\angle OBC$

$=50^\circ-20^\circ=30^\circ$

답 30°

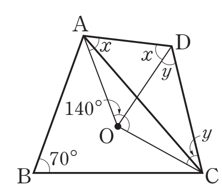
201 점 O는 $\triangle ABC$의 외심

이므로

$\angle AOC=2\angle B=140^\circ$

또 점 O는 $\triangle ACD$의

외심이므로



$\angle ODA=\angle x$, $\angle ODC=\angle y$로 놓으면

$\angle OAD=\angle x$, $\angle OCD=\angle y$

따라서 사각형 AOCD에서

$2\angle x+2\angle y+140^\circ=360^\circ$

$\therefore\ \angle ADC=\angle x+\angle y=110^\circ$

답 ②

202 점 I는 $\triangle OBC$의 내심이므로

$90^\circ+\frac{1}{2}\angle BOC=144^\circ$

$\therefore\ \angle BOC=108^\circ$

점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\angle A=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times108^\circ=54^\circ$

답 ③

203 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로 $\angle OBA=\angle OAB=62^\circ$

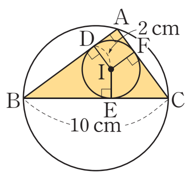
$\angle IBA=\frac{1}{2}\times90^\circ=45^\circ$이므로

$\angle IBP=\angle OBA-\angle IBA=62^\circ-45^\circ=17^\circ$

답 17°

204 (외접원의 반지름의 길이)$=\frac{1}{2}\times 17=\frac{17}{2}$(cm)
이므로 외접원의 둘레의 길이는
$2\pi\times\frac{17}{2}=17\pi$(cm)
내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$\frac{1}{2}\times r\times(17+15+8)=\frac{1}{2}\times 15\times 8$ $\therefore r=3$
따라서 내접원의 둘레의 길이는
$2\pi\times 3=6\pi$(cm)
$\therefore 17\pi-6\pi=11\pi$(cm) 답 ②

205 오른쪽 그림과 같이
△ABC의 내접원과
$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$의 접점을
각각 D, E, F라 하면



$\overline{AD}=\overline{AF}=\overline{ID}=2$(cm)
$\overline{BD}=\overline{BE}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$이므로
$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$
$=\overline{AD}+\overline{BD}+\overline{BE}+\overline{CE}+\overline{CF}+\overline{AF}$
$=\overline{AD}+2\overline{BE}+2\overline{CE}+\overline{AF}$
$=\overline{AD}+2\overline{BC}+\overline{AF}$
$=2+2\times 10+2=24$(cm)
$\therefore$ △ABC$=\frac{1}{2}\times 2\times 24=24(\text{cm}^2)$

답 24 cm²

206 $\angle DBI=\angle CBI=\angle a$, $\angle BCI=\angle ECI=\angle b$로 놓으면

점 I가 내심이므로 $\overline{IB}$, $\overline{IC}$는 각각 ∠B, ∠C의 이등분선이다.

△ADC에서 $\angle x=\angle b+86°$
△ABE에서 $\angle y=\angle a+86°$
한편 $\angle a+\angle b=\frac{1}{2}\times(180°-86°)=47°$
이므로
$\angle x+\angle y=(\angle b+86°)+(\angle a+86°)$
$=86°+86°+47°=219°$ 답 ⑤

207 $\angle DBI=\angle CBI=\angle a$, $\angle BCI=\angle ECI=\angle b$로 놓으면
△DBC에서 $2\angle a+\angle b+100°=180°$ …… ㉠
△EBC에서 $\angle a+2\angle b+92°=180°$ …… ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면
$\angle a=24°$, $\angle b=32°$
$\therefore \angle A=180°-2(\angle a+\angle b)$
$=180°-2\times(24°+32°)$
$=68°$ 답 68°

2 사각형의 성질

▸39~58쪽

208 $\angle DAC=\angle BCA=50°$ (엇각)이므로
△ABD에서 $\angle x+(\angle y+50°)+30°=180°$
$\therefore \angle x+\angle y=100°$ 답 100°

209 $\angle DEP=\angle BCP=57°$ (엇각)이므로
△DEP에서 $\angle x=90°-57°=33°$ 답 ④

평행사변형의 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.

210 $\overline{AD}=\overline{BC}$이므로 $2x+1=x+6$ $\therefore x=5$
$\overline{AB}=\overline{DC}$이므로 $3y=2y+6$ $\therefore y=6$
따라서 $\overline{AB}=18$, $\overline{AD}=11$이므로
□ABCD의 둘레의 길이는
$2(\overline{AB}+\overline{AD})=2\times(18+11)=58$ 답 58

211 $\overline{AB}:\overline{AD}=5:8$이므로 $8\overline{AB}=5\overline{AD}$
$\therefore \overline{AB}=\frac{5}{8}\overline{AD}$
$2(\overline{AB}+\overline{AD})=52$, $2\left(\frac{5}{8}\overline{AD}+\overline{AD}\right)=52$
$\therefore \overline{AD}=16$(cm)
$\therefore \overline{BC}=\overline{AD}=16$(cm) 답 ④

212 답 (가) ∠DCA (나) ∠DAC (다) ∠BCD (라) ∠D

평행사변형의 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같다.

213 $\angle ABC=\angle D=110°$이고
$\angle EBC=\angle AEB=65°$ (엇각)이므로
$\angle x=\angle ABC-\angle EBC$
$=110°-65°=45°$ 답 ③

214 □ABCD, □EBFP, □PFCG, □AEPH, □EBCG는 평행사변형이므로
$x=\overline{BF}=3$, $y=\overline{CG}=6-4=2$
$a°=\angle A=110°$, $b°=\angle B=180°-110°=70°$

평행사변형의 이웃하는 두 각의 크기의 합은 180°이다.

답 $x=3$, $y=2$, $a=110$, $b=70$

평행사변형의 두 대각선은 서로를 이등분한다.

215 $\overline{OA}=\overline{OC}$이므로
$2x=x+3$ $\therefore x=3$
$\overline{OB}=\overline{OD}$이므로
$3y-3=2y+1$ $\therefore y=4$
$\therefore x+y=7$ 답 7

216 $\overline{OB}=\overline{OD}$이므로 $3x+1=10$ $\therefore x=3$
$\overline{OA}=\overline{OC}$이므로
$\overline{OC}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times(5\times3-3)=6$ 답 ②

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 엇각의 크기가 같다.

217 $\angle BAE=\angle DAE=\angle BEA$이므로
$\overline{BE}=\overline{BA}=\overline{CD}=5$(cm)
$\therefore \overline{CE}=8-5=3$(cm) 답 ④

WORK BOOK

218 $\angle ABE=\angle FBE=\angle AEB$이므로
$\overline{AB}=\overline{AE}=7(cm)$
$\angle CDF=\angle EDF=\angle CFD$이므로
$\overline{CF}=\overline{CD}=\overline{AB}=7(cm)$
$\therefore\ \overline{BC}=3+7=10(cm)$
따라서 □ABCD의 둘레의 길이는
$2\times(7+10)=34(cm)$ 답 ③

$\angle ABE=\angle AEB$이므로 $\triangle ABE$는 $\overline{AB}=\overline{AE}$인 이등변삼각형이다.

219 $\angle BAD=180^\circ-52^\circ=128^\circ$
$\angle ADC=\angle B=52^\circ$이므로
$\angle ADF=\frac{1}{2}\times52^\circ=26^\circ$
따라서 $\triangle AFD$에서
$\angle DAF=90^\circ-26^\circ=64^\circ$
$\therefore\ \angle BAF=\angle BAD-\angle DAF$
$=128^\circ-64^\circ=64^\circ$ 답 ③

220 $\angle DAE=\angle E=40^\circ$(엇각)이므로
$\angle DAC=2\times40^\circ=80^\circ$
$\angle D=\angle B=80^\circ$이므로 $\triangle ACD$에서
$\angle ACD=180^\circ-(80^\circ+80^\circ)=20^\circ$ 답 20°

221 $\overline{AB}=\overline{DC}$이므로
$3x=4x-2\qquad\therefore\ x=2$
따라서 $\overline{AB}=3\times2=6$, $\overline{AC}=3\times2+4=10$,
$\overline{BD}=5\times2+2=12$이므로 $\triangle ABO$의 둘레의 길이는
$\overline{AB}+\overline{BO}+\overline{OA}=6+6+5=17$ 답 ④

$\overline{BO}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times12=6$
$\overline{OA}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times10=5$

222 $\triangle BOP$와 $\triangle DOQ$에서
$\angle BOP=\angle DOQ$ (맞꼭지각),
$\overline{BO}=\overline{DO}$,
$\angle PBO=\angle QDO$ (엇각)
이므로 $\triangle BOP\equiv\triangle DOQ$ (ASA 합동)
$\therefore\ \overline{OQ}=\overline{OP}=6(cm)$, $\angle OQD=\angle OPB=90^\circ$
$\therefore\ \triangle DOQ=\frac{1}{2}\times(11-4)\times6=21(cm^2)$
답 ③

223 답 (가) 180° (나) 180° (다) $\angle B$ (라) $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$

224 답 (가) 맞꼭지각 (나) SAS (다) $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$
(라) $\angle OCB$ (마) $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$

225 답 ⑤

226 답 ③, ④

227 (ㄷ) 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 평행사변형이다.
(ㄹ) 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이다. 답 ②

228 $\overline{AB}=\overline{DC}$이므로
$2x+6=4x\qquad\therefore\ x=3$
$\angle ABD=\angle CDB$ (엇각)이므로
$y=180-(35+113)=32$
$\therefore\ x+y=35$ 답 ③

229 답 (가) $\overline{DF}$ (나) $\overline{DC}$ (다) $\overline{DF}$

230 답 ⑤

231 $\overline{MD}/\!/\overline{BN}$, $\overline{MD}=\overline{BN}$이므로 □MBND는 평행사변형이다.
$\therefore\ \overline{MP}/\!/\overline{QN}$
또 $\overline{AM}/\!/\overline{NC}$, $\overline{AM}=\overline{NC}$이므로 □ANCM은 평행사변형이다.
$\therefore\ \overline{PN}/\!/\overline{MQ}$
즉 □MPNQ는 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이다. 답 ①

$\overline{MD}=\overline{AD}-\overline{AM}$
$=\overline{BC}-\overline{NC}$
$=\overline{BN}$

232 $\overline{OA}=\overline{OC}$이므로
$\overline{OP}=\frac{1}{2}\overline{OA}=\frac{1}{2}\overline{OC}=\overline{OR}$
$\overline{OB}=\overline{OD}$이므로
$\overline{OQ}=\frac{1}{2}\overline{OB}=\frac{1}{2}\overline{OD}=\overline{OS}$
즉 □PQRS는 두 대각선이 서로를 이등분하므로 평행사변형이다. 답 ④

233 $\overline{ED}/\!/\overline{OC}$이므로 $\overline{ED}/\!/\overline{AO}$
$\overline{ED}=\overline{OC}$, $\overline{AO}=\overline{OC}$이므로 $\overline{ED}=\overline{AO}$
즉 □AODE는 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이다.
$\therefore\ \overline{AF}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times16=8(cm)$,
$\overline{FO}=\frac{1}{2}\overline{EO}=\frac{1}{2}\times14=7(cm)$
또 $\overline{AO}=\overline{OC}=10(cm)$
따라서 $\triangle AOF$의 둘레의 길이는
$8+7+10=25(cm)$ 답 ④

234 $\triangle AOE$와 $\triangle COF$에서
$\overline{AO}=\overline{CO}$, $\angle OAE=\angle OCF$ (엇각),
$\angle AOE=\angle COF$ (맞꼭지각)
따라서 $\triangle AOE\equiv\triangle COF$ (ASA 합동)이므로

$\triangle AOE+\triangle BOF=\triangle COF+\triangle BOF$

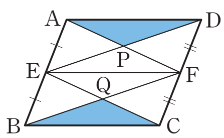
$=\triangle OBC$

$=\frac{1}{4}\square ABCD$

$=16(cm^2)$

$\therefore \square ABCD=4\times 16=64(cm^2)$ 답 $64\,cm^2$

235 $\overline{AE}/\!/\overline{DF}$, $\overline{AE}=\overline{DF}$, $\overline{EB}/\!/\overline{FC}$, $\overline{EB}=\overline{FC}$ 이므로 □AEFD와 □EBCF는 평행사변형이다.



$\therefore \triangle APD+\triangle QBC$

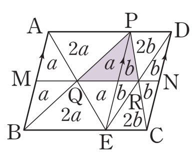
$=\frac{1}{4}\square AEFD+\frac{1}{4}\square EBCF$

$=\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}\square ABCD+\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{4}\square ABCD$

$=\frac{1}{4}\times 108=27(cm^2)$ 답 ①

236 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PE}/\!/\overline{AB}$가 되도록 점 E를 잡으면



$\triangle PQR=a+b$,

$\square ABCD=8(a+b)$

$\therefore \square ABCD=8\triangle PQR$ 답 ③

237 $\triangle PDA+\triangle PBC=\frac{1}{2}\square ABCD$이므로

$\square ABCD=2\times(32+12)=88(cm^2)$ 답 ⑤

238 $\triangle PAB+\triangle PCD=\triangle PBC+\triangle PDA$이므로

$9+\triangle PCD=18+6$ $\therefore \triangle PCD=15(cm^2)$

답 $15\,cm^2$

239 $\square ABCD=2(\triangle PDA+\triangle PBC)$

$=2\times(49+11)=120(cm^2)$

따라서 $10\overline{AD}=120$이므로 $\overline{AD}=12(cm)$

답 $12\,cm$

240 $\angle ABI=\angle CBI=\angle AIB$이므로

$\overline{AI}=\overline{AB}=10(cm)$

$\angle DFI=\angle IBA=\angle CBI=\angle DIF$이므로

$\overline{DF}=\overline{DI}=3(cm)$

$\angle DAE=\angle BAE=\angle DEA$이므로

$\overline{DE}=\overline{AD}=10+3=13(cm)$

$\therefore \overline{EF}=\overline{DE}+\overline{DF}=13+3=16(cm)$

답 $16\,cm$

Q BOX

평행사변형의 넓이는 두 대각선에 의하여 사등분된다.

삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

정n각형의 한 외각의 크기 ➡ $\frac{360^\circ}{n}$

$\overline{EA}=\overline{EC}$

□ABEP, □PECD는 평행사변형이다.

평행사변형 ABCD의 내부의 한 점 P에 대하여
$\triangle PAB+\triangle PCD$
$=\triangle PBC+\triangle PDA$
$=\frac{1}{2}\square ABCD$

직사각형의 두 대각선은 길이가 같고 서로를 이등분한다.

두 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

241 $\angle FAE=\angle BEA=180^\circ-120^\circ=60^\circ$이므로

$\angle BAF=2\times 60^\circ=120^\circ$

$\angle ABE=180^\circ-120^\circ=60^\circ$이므로

$\angle ABF=\frac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$

따라서 △ABF에서

$\angle x=30^\circ+120^\circ=150^\circ$ 답 ③

242 $\angle C'DB=\angle CDB$ (접은 각),

$\angle ABD=\angle CDB$ (엇각)

$\therefore \angle FBD=\angle FDB=45^\circ$

즉 △FBD는 이등변삼각형이므로

$\angle x=180^\circ-2\times 45^\circ=90^\circ$ 답 90°

243 $\angle CEF=\angle AEF=\frac{360^\circ}{5}=72^\circ$(접은 각)이므로

$\angle AEC=2\times 72^\circ=144^\circ$

이때 △EAC는 이등변삼각형이므로

$\angle EAC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-144^\circ)=18^\circ$

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle x=\angle EAC=18^\circ$ 답 ④

244 점 Q가 출발한 지 x초 후에 $\overline{AP}=\overline{CQ}$라 하면

$3(x+4)=5x$ $\therefore x=6$ 답 ①

245 점 P가 출발한 지 x초 후에 $\overline{AP}=\overline{CQ}$라 하면

$4x=6(x-3)$ $\therefore x=9$ 답 9초

246 답 ⑤

247 △OAB는 $\overline{OA}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이므로

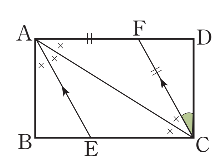
$\angle x=2\times 59^\circ=118^\circ$

△ABC에서 $\angle ABC=90^\circ$이므로

$\angle y=180^\circ-(59^\circ+90^\circ)=31^\circ$

$\therefore \angle x-\angle y=118^\circ-31^\circ=87^\circ$ 답 ④

248 $\overline{AE}/\!/\overline{FC}$이므로



$\angle FCA=\angle EAC$

△FAC는 이등변삼각형이므로

$\angle FAC=\angle FCA$

$\overline{AF}/\!/\overline{EC}$이므로 $\angle ECA=\angle FAC$

따라서 $\angle DCF=\angle BAE$이고

$3\angle BAE=90^\circ$이므로

$\angle DCF=\frac{1}{3}\times 90^\circ=30^\circ$ 답 ④

WORK BOOK

Q BOX

249 ③ (다) SSS 답 ③

250 ② 마름모가 되는 조건 답 ②

평행사변형이 직사각형이 되는 조건
➡ 한 내각이 직각이거나 두 대각선의 길이가 같다.

251 답 ⑤

252 $\overline{AB}=\overline{BC}$이므로

$4x=3x+5 \quad \therefore x=5$

$\overline{AB}=\overline{CD}$이므로

$4y+8=4\times5=20 \quad \therefore y=3$

$\overline{AB}=\overline{BC}$이므로 $\angle BCA=\angle BAC$

따라서 $\triangle BCO$에서 $\angle BCO+\angle OBC=90^\circ$

$\therefore a+b=90$

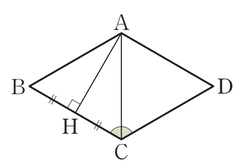
$\therefore a+b+y=93$ 답 93

253 $\triangle BCD$는 이등변삼각형이므로

$\angle DBC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-130^\circ)=25^\circ$

$\therefore \angle x=\angle BPH=90^\circ-25^\circ=65^\circ$ 답 65°

254 $\triangle ABH$와 $\triangle ACH$에서



$\overline{BH}=\overline{CH}$, $\overline{AH}$는 공통,

$\angle AHB=\angle AHC$

이므로

$\triangle ABH\equiv\triangle ACH$

(SAS 합동)

$\therefore \overline{AC}=\overline{AB}=\overline{BC}$

□ABCD는 마름모이므로 네 변의 길이가 모두 같다.

따라서 $\triangle ABC$는 정삼각형이므로 $\angle B=60^\circ$

$\therefore \angle BCD=180^\circ-60^\circ=120^\circ$ 답 ③

255 ④ (라) SAS 답 ④

256 (ㄱ) $\overline{AB}=\overline{AD}$이므로 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

(ㄹ) $\angle AOD=90^\circ$이므로 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$, 즉 두 대각선이 수직이다. 답 (ㄱ), (ㄹ)

평행사변형이 마름모가 되는 조건
➡ 이웃하는 두 변의 길이가 같거나 두 대각선이 수직이다.

257 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 $\angle OBA=\angle ODC=30^\circ$

$\triangle ABO$에서

$\angle AOB=180^\circ-(60^\circ+30^\circ)=90^\circ$

따라서 □ABCD는 마름모이므로

$2a=3a-4 \quad \therefore a=4$

즉 $\overline{AB}=2\times4=8$이므로 □ABCD의 둘레의 길이는 $4\times8=32$ 답 32

258 답 ④

정사각형의 두 대각선은 길이가 같고 서로를 수직이등분한다.

259 $\triangle PBC$가 정삼각형이므로

$\angle ABP=90^\circ-60^\circ=30^\circ$

$\triangle BAP$는 이등변삼각형이므로

$\angle BAP=\frac{1}{2}\times(180^\circ-30^\circ)=75^\circ$

$\therefore \angle DAP=90^\circ-75^\circ=15^\circ$ 답 ③

260 $\triangle ADE$는 이등변삼각형이므로

$\angle EAD=180^\circ-2\times65^\circ=50^\circ$

$\angle EAB=90^\circ+50^\circ=140^\circ$이고

$\triangle ABE$는 이등변삼각형이므로

□ABCD가 정사각형이므로 $\overline{AD}=\overline{AB}$
$\therefore \overline{AB}=\overline{AE}$

$\angle ABE=\frac{1}{2}\times(180^\circ-140^\circ)=20^\circ$ 답 20°

261 ② 마름모 답 ②

262 답 (ㄱ), (ㅁ)

263 (ㄱ) $\overline{AB}=\overline{AD}$ 또는 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$

(ㄴ) $\angle A=90^\circ$ 또는 $\overline{AC}=\overline{BD}$ 답 ③

264 ①, ⑤ 직사각형 ④ 마름모 답 ②, ③

265 $\triangle ABC$와 $\triangle DCB$에서

$\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{BC}$는 공통, $\angle ABC=\angle DCB$

이므로 $\triangle ABC\equiv\triangle DCB$ (SAS 합동)

$\therefore \angle BAC=\angle CDB=180^\circ-(50^\circ+70^\circ)=60^\circ$

답 60°

266 $\triangle ABC\equiv\triangle DCB$ (SAS 합동)이므로

$\angle ACB=\angle DBC$

즉 $\triangle OBC$는 이등변삼각형이므로

$\angle x=\frac{1}{2}\times(180^\circ-90^\circ)=45^\circ$ 답 ③

267 ④ $\triangle ABC\equiv\triangle DCB$ (SAS 합동)이므로

$\angle ACB=\angle DBC$

$\therefore \overline{BO}=\overline{CO}$

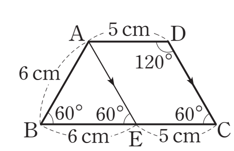
⑤ $\triangle ABO$와 $\triangle DCO$에서

$\overline{AB}=\overline{DC}$, $\angle ABO=\angle DCO$, $\overline{OB}=\overline{OC}$

이므로 $\triangle ABO\equiv\triangle DCO$ (SAS 합동)

답 ①, ③

268 오른쪽 그림과 같이



$\overline{AE}/\!/\overline{DC}$가 되도록

$\overline{AE}$를 그으면

$\angle B=\angle C=60^\circ$
$\overline{DC}/\!/\overline{AE}$이므로
$\angle AEB=\angle C=60^\circ$
(동위각)

$\triangle ABE$는 정삼각형

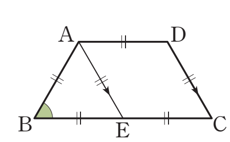
이므로 $\overline{BE}=\overline{BA}=6(\text{cm})$

□AECD는 평행사변형이므로

$\overline{EC}=\overline{AD}=5(\text{cm})$

$\therefore \overline{BC}=6+5=11(\text{cm})$ 답 ③

269 오른쪽 그림과 같이

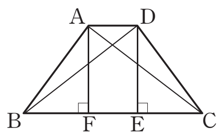


$\overline{AE}/\!/\overline{DC}$가 되도록

$\overline{AE}$를 그으면

□AECD는 평행사변형이므로
$\overline{DC}=\overline{AE}=\overline{AB}=\overline{BE}$
즉 $\triangle ABE$는 정삼각형이므로
$\angle B=60°$ 답 $60°$

270 $\overline{AC}=\overline{BD}$이므로
$2x+5=3x \quad \therefore x=5$
$\therefore \overline{AD}=5,\ \overline{BC}=4\times5-1=19$
오른쪽 그림과 같이
점 A에서 $\overline{BC}$에 내린
수선의 발을 F라 하면



$\triangle ABF\equiv\triangle DCE$
(RHA 합동)이므로
$\overline{CE}=\overline{BF}=\frac{1}{2}\times(19-5)=7$
$\therefore \overline{BE}=\overline{BC}-\overline{CE}=19-7=12$ 답 12

Q BOX

두 대각선의 길이가 같은 사각형
➡ 직사각형, 정사각형, 등변사다리꼴
두 대각선이 수직인 사각형
➡ 마름모, 정사각형

$\overline{AB}=\overline{DC}$,
$\angle AFB=\angle DEC=90°$,
$\angle ABF=\angle DCE$

271 $\triangle ABE\equiv\triangle ADF$ (ASA 합동)이므로
$\overline{AB}=\overline{AD}$
따라서 □ABCD는 $\overline{AB}=\overline{AD}$인 평행사변형이므로 마름모이다. 답 마름모

$\angle AEB=\angle AFD=90°$,
$\overline{AE}=\overline{AF}$,
$\angle BAE=90°-\angle B$
$=90°-\angle D$
$=\angle DAF$

272 □ABCD는 평행사변형이므로
$\angle A+\angle B=180°$
$\angle EAB+\angle EBA=\frac{1}{2}(\angle A+\angle B)=90°$
$\therefore \angle HEF=\angle AEB=90°$
같은 방법으로
$\angle EFG=\angle FGH=\angle GHE=90°$
따라서 □EFGH는 직사각형이다. 답 ④

273 $\triangle AEH\equiv\triangle BFE\equiv\triangle CGF$
$\equiv\triangle DHG$ (SAS 합동)
이므로
$\overline{HE}=\overline{EF}=\overline{FG}=\overline{GH}=7(\mathrm{cm})$ …… ㉠
또 $\angle AEH+\angle BEF=\angle AEH+\angle AHE=90°$
이므로
$\angle HEF=180°-(\angle AEH+\angle BEF)$
$=180°-90°=90°$ …… ㉡
㉠, ㉡에 의하여 □EFGH는 정사각형이다.
$\therefore$ □EFGH$=7\times7=49(\mathrm{cm}^2)$
답 정사각형, $49\,\mathrm{cm}^2$

$\overline{AE}=\overline{BF}$,
$\angle A=\angle B=90°$,
$\overline{AH}=\overline{AD}-\overline{DH}$
$=\overline{AB}-\overline{AE}$
$=\overline{BE}$

274 $\overline{AD}=\overline{BC}$, $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 □ABCD는 평행사변형이다.
또 $\angle ACB=\angle DBC$에서 두 대각선의 길이가 같으므로 □ABCD는 직사각형이다.
답 직사각형

두 대각선의 교점을 O라 할 때, $\angle ACB=\angle DBC$이면 $\overline{OB}=\overline{OC}$
$\therefore \overline{BD}=2\overline{OB}=2\overline{OC}$
$=\overline{AC}$

275 답 ③

276 ④ 이웃하는 두 변의 길이가 같은 평행사변형은 마름모이다. 답 ④

277 (ㄱ) $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$
(ㄴ), (ㅁ) $\overline{AB}=\overline{AD}$ 또는 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$
(ㄷ), (ㄹ) $\angle A=90°$ 또는 $\overline{AC}=\overline{BD}$ 답 ③

278 ⑤ 등변사다리꼴 – (ㄴ) 답 ⑤

279 두 대각선의 길이가 같은 사각형은
(ㄴ), (ㄹ), (ㅂ)의 3개이므로 $a=3$
두 대각선이 수직인 사각형은
(ㅁ), (ㅂ)의 2개이므로 $b=2$
$\therefore a+b=3+2=5$ 답 5

280 답 (가) $\overline{CF}$ (나) $\overline{CG}$ (다) $\triangle CGF$
(라) $\overline{GF}$ (마) $\overline{GH}$

281 $\overline{AB}=\overline{BC}$이고 $\angle A=90°$이므로 평행사변형 ABCD는 정사각형이다.
따라서 정사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 정사각형이다. 답 정사각형

282 ①, ②, ④ □EFGH는 직사각형이므로
$\overline{EH}=\overline{FG}$, $\overline{EG}=\overline{FH}$, $\angle EFG=\angle HGF$
⑤ 이웃하는 두 변의 길이가 같은 직사각형은 정사각형이다. 답 ③

밑변이 공통이고, 밑변에 평행한 직선 위에 꼭짓점을 갖는 삼각형의 넓이는 모두 같다.

283 $\overline{AC}/\!/\overline{DE}$이므로 $\triangle ACE=\triangle ACD$
$\therefore \triangle ABE=\triangle ABC+\triangle ACE$
$=\triangle ABC+\triangle ACD$
$=24+21=45(\mathrm{cm}^2)$ 답 ②

284 $\triangle DEC=\triangle DEB+\triangle DBC$
$=\triangle ABD+\triangle DBC$
$=$□ABCD
즉 $\triangle DEC=24$이므로
$\frac{1}{2}\times(\overline{BE}+6)\times4=24 \quad \therefore \overline{BE}=6$ 답 6

285 $\triangle EAC=\triangle DAC=\frac{1}{2}$□ABCD$=\frac{1}{2}\times40=20$
$\therefore \triangle ACO=\triangle EAC-\triangle OCE=20-8=12$
답 ①

286 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\triangle ABE=\triangle ACE$
$\overline{AC}/\!/\overline{EF}$이므로 $\triangle ACE=\triangle ACF$
$\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로 $\triangle ACF=\triangle BCF$ 답 ③

WORK BOOK

287 $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$이므로 $\triangle AED = \triangle AEC$

$\overline{AC} /\!/ \overline{EF}$이므로 $\triangle AEC = \triangle AFC$

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\triangle AFC = \triangle DFC$

$\therefore \triangle AED = \triangle DFC = 20(\text{cm}^2)$ 답 $20\,\text{cm}^2$

288 $\overline{AB} /\!/ \overline{DE}$이므로 $\triangle ABE = \triangle ABD$

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\triangle ABF = \triangle DBF$

$\therefore \triangle BEF = \triangle ABE - \triangle ABF$

$= \triangle ABD - \triangle DBF$

$= \frac{1}{2}\square ABCD - \triangle DBF$

$= \frac{1}{2} \times 50 - 15 = 10(\text{cm}^2)$ 답 ④

289 $\triangle ABP : \triangle APC = 1 : 3$이므로

$\triangle APC = \frac{3}{4}\triangle ABC = \frac{3}{4} \times 60 = 45(\text{cm}^2)$

$\triangle AQC : \triangle QPC = 4 : 5$이므로

$\triangle QPC = \frac{5}{9}\triangle APC = \frac{5}{9} \times 45 = 25(\text{cm}^2)$

답 ④

높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같다.

290 $\triangle ADC = \triangle DEC = \triangle EMC$이므로

$\triangle AMC = 3\triangle DEC = 3 \times 6 = 18(\text{cm}^2)$

$\triangle ABM = \triangle AMC$이므로

$\triangle ABC = 2\triangle AMC = 2 \times 18 = 36(\text{cm}^2)$

답 $36\,\text{cm}^2$

291 $\triangle ABE : \triangle AEC = 2 : 3$이므로

$\triangle ABE = \frac{2}{5}\triangle ABC = \frac{2}{5} \times 80 = 32(\text{cm}^2)$

$\triangle ADE : \triangle DBE = 3 : 1$이므로

$\triangle ADE = \frac{3}{4}\triangle ABE = \frac{3}{4} \times 32 = 24(\text{cm}^2)$

$\triangle ADF : \triangle DEF = 5 : 1$이므로

$\triangle DEF = \frac{1}{6}\triangle ADE = \frac{1}{6} \times 24 = 4(\text{cm}^2)$ 답 ①

292 $\triangle BPQ = \frac{3}{7}\triangle BCQ = \frac{3}{7} \times \frac{1}{2}\square ABCD$

$= \frac{3}{14} \times 56 = 12(\text{cm}^2)$ 답 ③

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\triangle BCQ = \triangle ABC$

$= \frac{1}{2}\square ABCD$

293 $\triangle ABC = 3\triangle ABP = 3 \times 10 = 30$

$\therefore \square ABCD = 2\triangle ABC = 2 \times 30 = 60$ 답 60

294 $\triangle ACD = \frac{1}{2}\square ABCD = \frac{1}{2} \times 60 = 30(\text{cm}^2)$

이므로

$\triangle ACP = \frac{1}{3}\triangle ACD = \frac{1}{3} \times 30 = 10(\text{cm}^2)$

$\overline{OA} = \overline{OC}$이므로

$\triangle AOP = \frac{1}{2}\triangle ACP = \frac{1}{2} \times 10 = 5(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle AOQ = \frac{3}{5}\triangle AOP = \frac{3}{5} \times 5 = 3(\text{cm}^2)$

답 ①

295 (ㄱ), (ㄴ) $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\triangle ABC = \triangle DBC$, $\triangle ABD = \triangle ACD$

(ㄷ) $\triangle ABO = \triangle ABD - \triangle AOD$

$= \triangle ACD - \triangle AOD$

$= \triangle DOC$ 답 ②

296 $\triangle ABO = \triangle OCD = 36(\text{cm}^2)$

$\triangle ABO : \triangle AOD = 36 : 27 = 4 : 3$이므로

$\overline{BO} : \overline{OD} = 4 : 3$

$\therefore \triangle OBC = \frac{4}{3}\triangle OCD = \frac{4}{3} \times 36 = 48(\text{cm}^2)$

답 $48\,\text{cm}^2$

297 $\triangle ODA = k$라 하면

$\triangle OCD = 3k$, $\triangle OAB = 3k$, $\triangle OBC = 9k$

$\therefore \square ABCD = k + 3k + 3k + 9k$

$= 16k = 64$

따라서 $k = 4$이므로

$\triangle OAB = 3 \times 4 = 12$ 답 12

$\triangle ODA : \triangle OCD = 1 : 3$이므로 $\triangle OCD = 3k$

$\triangle OCD = \triangle OAB$이고

$\triangle OAB : \triangle OBC = 1 : 3$이므로 $\triangle OBC = 9k$

298 $\angle EDF = 90^\circ - 32^\circ = 58^\circ$

$\angle CFD = \angle EDF = 58^\circ$ (엇각)이고

$\angle x = \angle BFE$ (접은 각)이므로

$2\angle x + 58^\circ = 180^\circ$

$\therefore \angle x = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 58^\circ) = 61^\circ$ 답 ②

종이를 접을 때, 접은 각의 크기는 같다.

299 $\angle CBF = \angle AFB = 40^\circ$ (엇각)이고

$\angle EBC = \angle EBF$ (접은 각)이므로

$\angle EBC = \frac{1}{2}\angle CBF = \frac{1}{2} \times 40^\circ = 20^\circ$

$\therefore \angle x = 180^\circ - (20^\circ + 90^\circ) = 70^\circ$ 답 70°

300 $\triangle EPC$와 $\triangle EQD$에서

$\overline{EC} = \overline{ED}$, $\angle ECP = \angle EDQ = 45^\circ$,

$\angle CEP = 90^\circ - \angle CEQ = \angle DEQ$

따라서 $\triangle EPC \equiv \triangle EQD$ (ASA 합동)이므로

$\square EPCQ = \triangle ECD = \frac{1}{4}\square ABCD$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

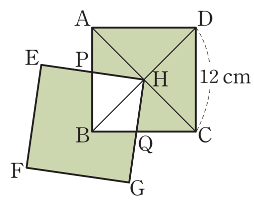
$= \square ABCD + \square EFGH - \triangle ECD$

$= 36 + 36 - 9 = 63(\text{cm}^2)$ 답 $63\,\text{cm}^2$

정사각형의 두 대각선에 의해 생기는 4개의 삼각형은 모두 합동인 직각이등변삼각형이다.

Q BOX

301 $\overline{AB}$와 $\overline{EH}$의 교점을 P, $\overline{BC}$와 $\overline{HG}$의 교점을 Q라 하면 △APH와 △BQH에서



$\overline{AH}=\overline{BH}$, $\angle HAP=\angle HBQ=45^\circ$,

$\angle AHP=90^\circ-\angle PHB=\angle BHQ$

따라서 $\triangle APH\equiv\triangle BQH$ (ASA 합동)이므로

$\square PBQH=\triangle ABH=\frac{1}{4}\square ABCD$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$=\square EFGH+\square ABCD-2\triangle ABH$

$=144+144-2\times36$

$=216(\text{cm}^2)$ 답 ①

302 등변사다리꼴의 각 변의 중점을 연결한 사각형은 마름모이다.

따라서 $\square$EFGH의 둘레의 길이는

$4\times5=20(\text{cm})$ 답 20 cm

마름모는 네 변의 길이가 모두 같다.

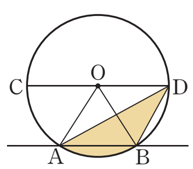
303 $\square$EFGH가 마름모이므로 $\square$PQRS는 직사각형이다.

이때 $\overline{HS}=\overline{HR}$이므로

$\angle HRS=\angle HSR=34^\circ$

$\therefore \angle x=90^\circ-34^\circ=56^\circ$ 답 ①

304 색칠한 부분의 넓이는 부채꼴 AOB의 넓이와 같으므로 원의 넓이는

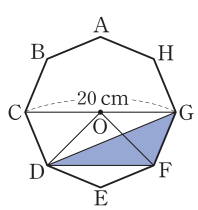


$6\times24\pi=144\pi(\text{cm}^2)$

따라서 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\pi\times r^2=144\pi$ $\quad\therefore r=12$ 답 ④

305 오른쪽 그림에서



$\angle DOF=360^\circ\times\frac{2}{8}$

$=90^\circ$

또 $\overline{OD}=\overline{OF}$이므로

$\angle ODF=\frac{1}{2}\times(180^\circ-90^\circ)$

$=45^\circ$

이때 $\angle COD=360^\circ\times\frac{1}{8}=45^\circ=\angle ODF$이므로

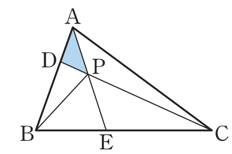
$\overline{CG}\,/\!/\,\overline{DF}$

$\therefore \triangle GDF=\triangle ODF=\frac{1}{2}\times10\times10=50(\text{cm}^2)$

답 ③

△ODF는 $\overline{OD}=\overline{OF}=\frac{1}{2}\overline{CG}$ $=10(\text{cm})$ 인 직각이등변삼각형이다.

306 $\overline{BP}$를 그으면



$\overline{BE}:\overline{EC}=2:3$이므로

$\triangle PBE=\frac{2}{3}\triangle PEC$

$=\frac{2}{3}\times108$

$=72(\text{cm}^2)$

$\overline{AP}:\overline{PE}=5:6$이므로

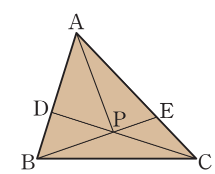
$\triangle ABP=\frac{5}{6}\triangle PBE=\frac{5}{6}\times72=60(\text{cm}^2)$

$\overline{AD}:\overline{DB}=1:2$이므로

$\triangle ADP=\frac{1}{3}\triangle ABP=\frac{1}{3}\times60=20(\text{cm}^2)$

답 ①

307 $\overline{AP}$를 그으면



$\overline{AD}:\overline{DB}=5:3$이므로

$\triangle ABP=\frac{8}{3}\triangle DBP$

$=\frac{8}{3}\times9$

$=24(\text{cm}^2)$

$\overline{BP}:\overline{PE}=9:5$이므로

$\triangle ABE=\frac{14}{9}\triangle ABP=\frac{14}{9}\times24=\frac{112}{3}(\text{cm}^2)$

$\overline{AE}:\overline{EC}=2:1$이므로

$\triangle ABC=\frac{3}{2}\triangle ABE=\frac{3}{2}\times\frac{112}{3}=56(\text{cm}^2)$

답 56 cm²

308 △ADE와 △CDE에서

$\overline{AD}=\overline{CD}$, $\angle ADE=\angle CDE=45^\circ$, $\overline{DE}$는 공통

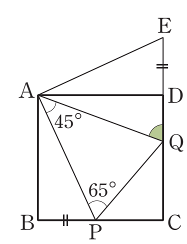
이므로 $\triangle ADE\equiv\triangle CDE$ (SAS 합동)

따라서 $\angle DCE=\angle DAE=\angle CFE=35^\circ$이므로

$\angle BCE=90^\circ-35^\circ=55^\circ$ 답 ③

$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BF}$이므로 엇각의 크기가 같다.

309 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$의 연장선 위에 $\overline{BP}=\overline{DE}$인 점 E를 잡으면



△ABP와 △ADE에서

$\overline{AB}=\overline{AD}$, $\overline{BP}=\overline{DE}$,

$\angle ABP=\angle ADE=90^\circ$

이므로

$\triangle ABP\equiv\triangle ADE$ (SAS 합동)

$\therefore \overline{AP}=\overline{AE}$

△APQ와 △AEQ에서

$\overline{AP}=\overline{AE}$, $\overline{AQ}$는 공통, $\angle PAQ=\angle EAQ=45^\circ$

이므로 $\triangle APQ\equiv\triangle AEQ$ (SAS 합동)

$\therefore \angle AQD=\angle AQP=180^\circ-(45^\circ+65^\circ)$

$=70^\circ$ 답 70°

$\angle EAQ$
$=\angle EAD+\angle QAD$
$=\angle PAB+\angle QAD$
$=90^\circ-45^\circ=45^\circ$

WORK BOOK

Ⅵ 도형의 닮음

1 도형의 닮음

▸59~65쪽

310 □ABCD∽□EFGH이므로 $\overline{CD}$의 대응변은 $\overline{GH}$, ∠E의 대응각은 ∠A이다. 답 ③

311 답 면 KOPL

312 꼭짓점의 개수가 같은 모든 정다면체, 모든 구는 항상 닮음인 입체도형이다. 답 ④, ⑤

313 답 (ㄴ), (ㄷ)

314 (ㄱ) $\angle A=\angle A'=25^\circ$
(ㄴ) $\angle C=\angle C'=90^\circ-25^\circ=65^\circ$
(ㄷ) $\overline{BC}:\overline{B'C'}=6:9$이므로 (닮음비)$=2:3$
(ㄹ) $\overline{AB}:\overline{A'C'}$은 알 수 없다. 답 (ㄱ), (ㄷ)

> 닮은 두 평면도형
> ➡ 대응각의 크기가 같고 대응변의 길이의 비가 일정하다.

315 $\overline{AB}:8=2:1$에서 $\overline{AB}=16$(cm)
$\overline{DC}:5=2:1$에서 $\overline{DC}=10$(cm)
따라서 □ABCD의 둘레의 길이는
$16+18+10+16=60$(cm) 답 60 cm

316 $\overline{AB}:\overline{EA}=\overline{BC}:\overline{AB}$이므로
$6:4=\overline{BC}:6$ $\quad\therefore \overline{BC}=9$(cm)
$\therefore \overline{FC}=\overline{BC}-\overline{BF}=9-4=5$(cm) 답 ②

> □ABCD∽□EABF이므로 $\overline{AB}$의 대응변은 $\overline{EA}$, $\overline{BC}$의 대응변은 $\overline{AB}$이다.

317 닮음비는 $\overline{BC}:\overline{FG}=4:8=1:2$이므로
$x:10=1:2$ $\quad\therefore x=5$
$3:y=1:2$ $\quad\therefore y=6$
$\therefore y-x=1$ 답 1

318 닮음비는 $\overline{BF}:\overline{JN}=20:12=5:3$이므로
$\overline{EF}:\overline{MN}=5:3$에서 $10:\overline{MN}=5:3$
$\therefore \overline{MN}=6$(cm) 답 ⑤

319 닮음비가 $18:6=3:1$이므로 원기둥 B의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$9:r=3:1$ $\quad\therefore r=3$ 답 3 cm

320 처음 원뿔과 밑면에 평행한 평면으로 잘라서 생긴 작은 원뿔은 닮은 도형이고 닮음비는
$(10+10):10=2:1$
이때 처음 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$r:6=2:1$ $\quad\therefore r=12$ 답 ③

321 작은 구의 반지름의 길이를 r라 하면
$8:r=2:1$ $\quad\therefore r=4$
따라서 작은 구의 겉넓이는
$4\pi\times4^2=64\pi$ 답 ③

> 구의 닮음비는 반지름의 길이의 비와 같다.

322 그릇과 물의 닮음비는 $3:2$이므로
$9:\overline{A'C'}=3:2$ $\quad\therefore \overline{A'C'}=6$(cm) 답 ③

323 ① △ABC와 △DBA에서
$\overline{AB}:\overline{DB}=\overline{BC}:\overline{BA}=3:2$, ∠B는 공통
이므로 △ABC∽△DBA (SAS 닮음)
② △ABC와 △EBD에서
$\overline{AB}:\overline{EB}=\overline{BC}:\overline{BD}=3:1$, ∠B는 공통
이므로 △ABC∽△EBD (SAS 닮음)
③ △ABC와 △ADE에서
∠ABC=∠ADE, ∠ACB=∠AED
이므로 △ABC∽△ADE (AA 닮음)
④ △ABC와 △DBA에서
∠B는 공통, ∠ACB=∠DAB
이므로 △ABC∽△DBA (AA 닮음)
답 ⑤

> $\overline{BC}$ // $\overline{DE}$이므로 동위각의 크기가 같다.

324 ④ △ABC에서 $\angle C=55^\circ$이면
$\angle B=180^\circ-(85^\circ+55^\circ)=40^\circ$
즉 $\angle A=\angle D=85^\circ$, $\angle B=\angle E=40^\circ$
이므로 △ABC∽△DEF (AA 닮음) 답 ④

325 △ABC와 △ADF에서
∠A는 공통, ∠ABC=∠ADF (동위각)
이므로 △ABC∽△ADF (AA 닮음)
△ABC와 △DBE에서
∠B는 공통, ∠BAC=∠BDE (동위각)
이므로 △ABC∽△DBE (AA 닮음)
답 (ㄱ), (ㄴ)

> □DECF는 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이다.

326 △AEB와 △CED에서
∠AEB=∠CED (맞꼭지각),
$\overline{AE}:\overline{CE}=\overline{BE}:\overline{DE}=1:2$
이므로 △AEB∽△CED (SAS 닮음)
따라서 $\overline{AB}:\overline{CD}=1:2$이므로
$5:\overline{CD}=1:2$ $\quad\therefore \overline{CD}=10$(cm)
답 10 cm

Q BOX

327 $\triangle$CAB와 $\triangle$CDA에서
$\angle ACB=\angle DCA$,
$\overline{BC}:\overline{AC}=\overline{AC}:\overline{DC}=3:2$
이므로 $\triangle CAB \backsim \triangle CDA$ (SAS 닮음)
따라서 $\overline{AB}:\overline{DA}=3:2$이므로
$\overline{AB}:6=3:2 \quad \therefore \overline{AB}=9$(cm) 답 ①

328 $\triangle$ABC와 $\triangle$DAC에서
$\angle$C는 공통, $\overline{AC}:\overline{DC}=\overline{BC}:\overline{AC}=2:1$
이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle DAC$ (SAS 닮음)
따라서 $\overline{AB}:\overline{DA}=2:1$이므로
$10:\overline{DA}=2:1 \quad \therefore \overline{AD}=5$(cm)
답 5 cm

329 $\triangle ABC \backsim \triangle AED$ (AA 닮음)이므로
$\overline{AB}:\overline{AE}=\overline{AC}:\overline{AD}$
즉 $18:12=\overline{AC}:14 \quad \therefore \overline{AC}=21$(cm)
$\therefore \overline{CE}=\overline{AC}-\overline{AE}=21-12=9$(cm) 답 ①

$\angle$A는 공통,
$\angle ACB=\angle ADE$

330 $\triangle ACB \backsim \triangle ECD$ (AA 닮음)이므로
$\overline{AB}:\overline{ED}=\overline{CA}:\overline{CE}$
즉 $6:9=\overline{AC}:(10-\overline{AC})$
$\therefore \overline{AC}=4$(cm) 답 ③

$\overline{AB}\,/\!/\,\overline{DE}$이므로
$\angle A=\angle E$, $\angle B=\angle D$

331 $\triangle$ABC와 $\triangle$FBD에서
$\angle$B는 공통, $\angle A=\angle F$
이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle FBD$ (AA 닮음)
따라서 $\overline{BC}:\overline{BD}=\overline{AB}:\overline{FB}$이므로
$3:4=6:(3+x) \quad \therefore x=5$
또 $\triangle$EAD와 $\triangle$EFC에서
$\angle AED=\angle FEC$ (맞꼭지각), $\angle A=\angle F$
이므로 $\triangle EAD \backsim \triangle EFC$ (AA 닮음)
따라서 $\overline{AD}:\overline{FC}=\overline{AE}:\overline{FE}$이므로
$2:5=y:6 \quad \therefore y=\frac{12}{5}$
답 $x=5$, $y=\frac{12}{5}$

332 $\triangle ADC \backsim \triangle AEF \backsim \triangle BDF \backsim \triangle BEC$
(AA 닮음) 답 ⑤

333 $\triangle$ADB와 $\triangle$BEC에서
$\angle ADB=\angle BEC=90°$,
$\angle ABD=90°-\angle CBE=\angle BCE$
이므로 $\triangle ADB \backsim \triangle BEC$ (AA 닮음)
따라서 $\overline{AD}:\overline{BE}=\overline{DB}:\overline{EC}$이므로
$\overline{AD}:9=6:12 \quad \therefore \overline{AD}=\frac{9}{2}$(cm)
답 $\frac{9}{2}$ cm

334 $\triangle$FBD와 $\triangle$CED에서
$\angle FDB=\angle CDE=90°$,
$\angle F=90°-\angle AEF=90°-\angle DEC=\angle C$
이므로 $\triangle FBD \backsim \triangle CED$ (AA 닮음)
따라서 $\overline{BD}:\overline{ED}=\overline{FD}:\overline{CD}$이므로
$6:3=(\overline{FE}+3):6 \quad \therefore \overline{FE}=9$(cm)
답 9 cm

$\overline{DC}=\overline{AB}=10$(cm)

335 $\overline{DC}^2=\overline{CH}\times\overline{CA}$이므로
$10^2=6\times(6+\overline{AH}) \quad \therefore \overline{AH}=\frac{32}{3}$(cm)
또 $\overline{DH}^2=\overline{AH}\times\overline{CH}=\frac{32}{3}\times 6=64$이므로
$\overline{DH}=8$(cm) ($\because \overline{DH}>0$) 답 ③

336 $\overline{AC}^2=\overline{CD}\times\overline{CB}$이므로
$15^2=9\times(9+\overline{BD}) \quad \therefore \overline{BD}=16$(cm)
$\overline{DB}^2=\overline{BE}\times\overline{BA}$이므로
$16^2=\overline{BE}\times 20 \quad \therefore \overline{BE}=\frac{64}{5}$(cm)
$\therefore \overline{AE}=\overline{AB}-\overline{BE}=20-\frac{64}{5}=\frac{36}{5}$(cm)
답 $\frac{36}{5}$ cm

337 $3x-4y+24=0$에 $x=0$을 대입하면
$y=6 \quad \therefore \overline{OB}=6$
직각삼각형 AOB에서 $\overline{OB}^2=\overline{BH}\times\overline{BA}$이므로
$36=\overline{BH}\times 10 \quad \therefore \overline{BH}=\frac{18}{5}$ 답 $\frac{18}{5}$

평행사변형의 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같다.

338 $\triangle$ABE와 $\triangle$ADF에서
$\angle B=\angle D$, $\angle AEB=\angle AFD=90°$
이므로 $\triangle ABE \backsim \triangle ADF$ (AA 닮음)
따라서 $\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{AE}:\overline{AF}$이므로
$\overline{AB}:15=8:10 \quad \therefore \overline{AB}=12$(cm)
따라서 □ABCD의 둘레의 길이는
$2\times(12+15)=54$(cm) 답 ③

339 $\triangle$ABE와 $\triangle$CBD에서
$\angle BAE=\angle BCD$, $\angle ABE=\angle CBD$
이므로 $\triangle ABE \backsim \triangle CBD$ (AA 닮음)
따라서 $\overline{AB}:\overline{CB}=\overline{AE}:\overline{CD}$이므로
$9:12=\overline{AE}:9 \quad \therefore \overline{AE}=\frac{27}{4}$(cm)
$\therefore \overline{ED}=\overline{AD}-\overline{AE}=12-\frac{27}{4}=\frac{21}{4}$(cm)
답 ④

WORK BOOK

Q BOX

340 $\triangle ABF$와 $\triangle CEF$에서

$\angle FAB=\angle FCE$ (엇각),

$\angle FBA=\angle FEC$ (엇각)

이므로 $\triangle ABF \backsim \triangle CEF$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AB} : \overline{CE}=\overline{AF} : \overline{CF}$이므로

$12 : 4=\overline{AF} : (20-\overline{AF})$ $\quad\therefore\ \overline{AF}=15$

답 15

$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$이므로 엇각의 크기가 같다.

$\overline{CE}=\overline{DC}-\overline{DE}$
$=12-8=4$

341 $\triangle ABD$와 $\triangle OPD$에서

$\angle BAD=\angle POD=90°$, $\angle PDO$는 공통

이므로 $\triangle ABD \backsim \triangle OPD$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AD} : \overline{OD}=\overline{BD} : \overline{PD}$이므로

$12 : \dfrac{15}{2}=15 : \overline{PD}$ $\quad\therefore\ \overline{PD}=\dfrac{75}{8}$

답 ③

342 $\triangle AB'E$와 $\triangle DCB'$에서

$\angle A=\angle D=90°$,

$\angle AEB'=90°-\angle AB'E=\angle DB'C$

이므로 $\triangle AB'E \backsim \triangle DCB'$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{B'E} : \overline{CB'}=\overline{AB'} : \overline{DC}$이므로

$5 : 10=\overline{AB'} : 8$ $\quad\therefore\ \overline{AB'}=4(\text{cm})$

답 ③

$\overline{B'E}=\overline{BE}=\overline{AB}-\overline{AE}$
$=8-3=5(\text{cm})$
$\overline{CB'}=\overline{CB}=10(\text{cm})$

343 $\triangle DBE$와 $\triangle ECF$에서

$\angle B=\angle C=60°$,

$\angle BDE=120°-\angle BED=\angle CEF$

이므로 $\triangle DBE \backsim \triangle ECF$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{BE} : \overline{CF}=\overline{DE} : \overline{EF}$이므로

$4 : 5=\overline{DE} : 7$

$\therefore\ \overline{DE}=\dfrac{28}{5}(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AD}=\overline{DE}=\dfrac{28}{5}(\text{cm})$

답 ④

$\overline{CF}=\overline{AC}-\overline{AF}$
$=\overline{AC}-\overline{EF}$
$=12-7$
$=5(\text{cm})$

344 $\angle EAC=\angle BCA$ (엇각),

$\angle ECA=\angle BCA$ (접은 각)이므로

$\angle EAC=\angle ECA$

즉 $\triangle EAC$는 $\overline{EA}=\overline{EC}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \overline{AF}=\overline{CF}=5(\text{cm})$

$\triangle EFC$와 $\triangle ABC$에서

$\angle EFC=\angle B=90°$,

$\angle ECF=\angle ACB$ (접은 각)

이므로 $\triangle EFC \backsim \triangle ABC$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{EF} : \overline{AB}=\overline{FC} : \overline{BC}$이므로

$\overline{EF} : 6=5 : 8$ $\quad\therefore\ \overline{EF}=\dfrac{15}{4}(\text{cm})$

답 $\dfrac{15}{4}$ cm

이등변삼각형의 꼭지각의 꼭짓점에서 밑변에 내린 수선은 밑변을 이등분한다.

345 $\angle DEF=\angle BAE+\angle ABE$

$=\angle CBF+\angle ABE$

$=\angle ABC$

$\angle EFD=\angle CBF+\angle FCB$

$=\angle ACD+\angle FCB$

$=\angle BCA$

이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AB} : \overline{DE}=\overline{AC} : \overline{DF}$이므로

$15 : 5=18 : \overline{DF}$ $\quad\therefore\ \overline{DF}=6(\text{cm})$

답 ②

삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

346 $\angle EDF=\angle DAB+\angle ABD$

$=\angle DAB+\angle CAF$

$=\angle BAC$

$\angle DEF=\angle EBC+\angle BCE$

$=\angle EBC+\angle ABE$

$=\angle ABC$

이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AB} : \overline{DE}=\overline{BC} : \overline{EF}$이므로

$\overline{AB} : 3=12 : 4$ $\quad\therefore\ \overline{AB}=9(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AC}=\overline{AB}=9(\text{cm})$

답 9 cm

347 $\triangle ADE$와 $\triangle ADC$에서

$\angle AED=\angle ACD=90°$, $\angle EAD=\angle CAD$,

$\overline{AD}$는 공통

이므로 $\triangle ADE \equiv \triangle ADC$ (RHA 합동)

$\therefore\ \overline{DC}=\overline{DE}=4(\text{cm})$

또 $\triangle ABC$와 $\triangle DBE$에서

$\angle C=\angle BED=90°$, $\angle B$는 공통

이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle DBE$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AC} : \overline{DE}=\overline{BC} : \overline{BE}$이므로

$\overline{AC} : 4=(5+4) : 3$ $\quad\therefore\ \overline{AC}=12(\text{cm})$

$\therefore\ \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 9\times 12=54(\text{cm}^2)$

답 ④

348 $\triangle ABE$와 $\triangle AFE$에서

$\angle BAE=\angle FAE$, $\angle AEB=\angle AEF=90°$,

$\overline{AE}$는 공통

따라서 $\triangle ABE \equiv \triangle AFE$ (ASA 합동)이므로

$\overline{AF}=\overline{AB}=10(\text{cm})$, $\overline{CF}=13-10=3(\text{cm})$

또 $\triangle BME$와 $\triangle BCF$에서

$\angle EBM$은 공통, $\overline{BE} : \overline{BF}=\overline{BM} : \overline{BC}=1 : 2$

이므로 $\triangle BME \backsim \triangle BCF$ (SAS 닮음)

따라서 $\overline{EM} : \overline{FC}=1 : 2$이므로

$\overline{EM} : 3=1 : 2$ $\quad\therefore\ \overline{EM}=\dfrac{3}{2}(\text{cm})$

답 ③

349 점 M은 직각삼각형 ABC의 외심이므로
$\overline{BM}=\overline{CM}=\overline{AM}=10(\text{cm})$
$\therefore\ \overline{DM}=\overline{BM}-\overline{BD}=10-4=6(\text{cm})$
△ADM에서
$\overline{DM}^2=\overline{ME}\times\overline{MA}$이므로
$36=(10-\overline{AE})\times 10 \qquad \therefore\ \overline{AE}=\frac{32}{5}(\text{cm})$

답 ④

직각삼각형의 빗변의 중점은 외심과 일치하고 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같다.

350 $\overline{AD}^2=\overline{BD}\times\overline{CD}$이므로
$\overline{AD}^2=16\times 9=144$
$\therefore\ \overline{AD}=12(\text{cm})\ (\because \overline{AD}>0)$
이때 점 M은 직각삼각형 ABC의 외심이므로
$\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{25}{2}(\text{cm})$
$\therefore\ \overline{DM}=\overline{CM}-\overline{CD}=\frac{25}{2}-9=\frac{7}{2}(\text{cm})$
△AMD에서
$\frac{1}{2}\times\frac{25}{2}\times\overline{DE}=\frac{1}{2}\times\frac{7}{2}\times 12$이므로
$\overline{DE}=\frac{84}{25}(\text{cm})$

답 $\frac{84}{25}$ cm

△AMD
$=\frac{1}{2}\times\overline{AM}\times\overline{DE}$
$=\frac{1}{2}\times\overline{MD}\times\overline{AD}$

2 닮음의 활용

▸66~87쪽

351 (ㄱ) $\overline{AQ}:\overline{AC}=\overline{AP}:\overline{AB}=2:(2+4)=1:3$
(ㄴ) $\overline{AQ}:\overline{QC}=\overline{AP}:\overline{PB}$,
$\overline{AQ}:\overline{AC}=\overline{PQ}:\overline{BC}$
(ㄷ) $\overline{PQ}:\overline{BC}=\overline{AP}:\overline{AB}$이므로
$\overline{PQ}:9=1:3 \qquad \therefore\ \overline{PQ}=3(\text{cm})$

답 ④

동위각의 크기가 같으므로 $\overline{ED}\,/\!/\,\overline{AC}$

352 $\overline{BD}:\overline{DC}=\overline{BE}:\overline{EA}$이므로
$2:1=(9-\overline{EA}):\overline{EA} \qquad \therefore\ \overline{EA}=3(\text{cm})$

답 3 cm

353 $8:x=10:15$에서 $x=12$
$14:y=10:(10+15)$에서 $y=35$
$\therefore\ y-x=23$

답 ③

354 $x:8=10:4$에서 $x=20$
$15:y=10:4$에서 $y=6$
$\therefore\ x-y=14$

답 ⑤

엇각의 크기가 같으므로 $\overline{DE}\,/\!/\,\overline{BC}$

355 $\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EC}$이므로
$\overline{AD}:16=3:(3+9) \qquad \therefore\ \overline{AD}=4(\text{cm})$

답 4 cm

356 $\overline{DF}:\overline{CF}=\overline{DE}:\overline{CB}=\overline{AD}:\overline{AB}$
$=1:(1+3)=1:4$
$\therefore\ \overline{CF}=\frac{4}{5}\times 15=12(\text{cm})$

답 ⑤

357 $\overline{DF}:\overline{BG}=\overline{AF}:\overline{AG}=\overline{AE}:\overline{AC}$이므로
$9:12=x:(x+4) \qquad \therefore\ x=12$

답 ②

358 $\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{AG}:\overline{AF}=\overline{GE}:\overline{FC}$이므로
$5:(5+3)=x:y,\ 5y=8x \qquad \therefore\ y=\frac{8}{5}x$

답 $y=\frac{8}{5}x$

359 $\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{AF}:\overline{AG}=\overline{FE}:\overline{GC}$이므로
$9:(9+12)=x:14 \qquad \therefore\ x=6$
$\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EC}$이므로
$9:12=12:y \qquad \therefore\ y=16$
$\therefore\ x+y=22$

답 ①

WORK BOOK

360 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$이므로 $\overline{DE} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{AB}$

$4 : (2+\overline{GC}) = 3 : 6 \qquad \therefore \overline{GC} = 6$

$\overline{AB} /\!/ \overline{FG}$이므로 $\overline{CG} : \overline{CB} = \overline{FG} : \overline{AB}$

$6 : (6+2) = \overline{FG} : 6 \qquad \therefore \overline{FG} = \frac{9}{2}$

답 ②

361 $\overline{AC} /\!/ \overline{FH}$이므로 $\overline{BF} : \overline{BA} = \overline{FH} : \overline{AC}$

$(5+6) : (5+6+4) = \overline{FH} : 9$

$\therefore \overline{FH} = \frac{33}{5}$

$\overline{BH} /\!/ \overline{DG}$이므로 $\overline{FD} : \overline{FB} = \overline{FG} : \overline{FH}$

$6 : (6+5) = \overline{FG} : \frac{33}{5} \qquad \therefore \overline{FG} = \frac{18}{5}$

답 $\frac{18}{5}$

362 (ㄴ) $4 : 3 \neq (6-2) : 2$

답 (ㄱ), (ㄷ), (ㄹ)

$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AE}$
또는
$\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$
➡ $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$

363 ⑤ $\overline{AE} : \overline{AC} = \overline{DE} : \overline{BC}$이므로

$(8-3) : 8 = \overline{DE} : 14 \qquad \therefore \overline{DE} = \frac{35}{4}$

답 ⑤

364 ② $\triangle ABC$에서

$\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{CE} : \overline{EB} = 2 : 3$이므로

$\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$

답 ②

365 $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$이어야 하므로

$6 : (6+8) = x : 21 \qquad \therefore x = 9$

답 9

366 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$이므로

$\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC} = 6 : 9 = 2 : 3$

이때 $\overline{AC} /\!/ \overline{DF}$이어야 하므로

$\overline{BF} : \overline{FC} = \overline{BD} : \overline{DA} = 3 : 2$

$\overline{BF} : (20-\overline{BF}) = 3 : 2 \qquad \therefore \overline{BF} = 12(\text{cm})$

답 ⑤

$\triangle ABC$에서 $\overline{AD}$가 $\angle A$의 이등분선
➡ $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$

367 $\overline{AB} : 8 = 5 : 4 \qquad \therefore \overline{AB} = 10$

답 10

368 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$이므로

$\overline{AB} : 6 = 4 : 3 \qquad \therefore \overline{AB} = 8(\text{cm})$

또 $\overline{AC} /\!/ \overline{ED}$이므로

$\overline{AE} : \overline{EB} = \overline{CD} : \overline{DB}$

즉 $(8-\overline{BE}) : \overline{BE} = 3 : 4$

$\therefore \overline{BE} = \frac{32}{7}(\text{cm})$

답 ③

369 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$이므로

$16 : \overline{AC} = 8 : 6 \qquad \therefore \overline{AC} = 12(\text{cm})$

$\overline{BA} : \overline{BC} = \overline{AE} : \overline{CE}$이므로

$16 : 14 = \overline{AE} : (12-\overline{AE}) \qquad \therefore \overline{AE} = \frac{32}{5}(\text{cm})$

답 ②

$\triangle ABC$에서 $\overline{AD}$가 $\angle A$의 외각의 이등분선
➡ $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$

370 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$이므로

$\overline{AB} : 4 = (5+10) : 10 \qquad \therefore \overline{AB} = 6(\text{cm})$

답 6 cm

371 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$이므로

$12 : \overline{AC} = (5+25) : 25 \qquad \therefore \overline{AC} = 10(\text{cm})$

답 ③

372 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$이므로

$15 : 12 = (6+\overline{CD}) : \overline{CD} \qquad \therefore \overline{CD} = 24(\text{cm})$

$\therefore \frac{\overline{BC}}{\overline{BD}} = \frac{6}{6+24} = \frac{1}{5}$

답 ②

다른 풀이

$\overline{BD} : \overline{CD} = 15 : 12 = 5 : 4$이므로

$\overline{BD} : \overline{BC} = 5 : 1 \qquad \therefore \frac{\overline{BC}}{\overline{BD}} = \frac{1}{5}$

373 $\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC} = 8 : 14 = 4 : 7$이므로

$\triangle ABD : \triangle ACD = 4 : 7$

즉 $20 : \triangle ACD = 4 : 7$

$\therefore \triangle ACD = 35(\text{cm}^2)$

답 ①

374 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$이므로

$6 : 4 = (4+\overline{CD}) : \overline{CD} \qquad \therefore \overline{CD} = 8(\text{cm})$

$\therefore \triangle ABC : \triangle ACD = \overline{BC} : \overline{CD} = 4 : 8 = 1 : 2$

답 1 : 2

$\triangle ABC$에서 $\overline{CD}$는 $\angle C$의 이등분선이다.

375 $\overline{AD} : \overline{BD} = \overline{AC} : \overline{BC} = 15 : 10 = 3 : 2$이므로

$\triangle ADC : \triangle BCD = 3 : 2$

$\therefore \triangle BCD = \frac{2}{5}\triangle ABC = \frac{2}{5} \times \left(\frac{1}{2} \times 10 \times 15\right)$

$= 30(\text{cm}^2)$

답 ④

376 답 ③

377 $\overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 12 = 6(\text{cm})$

$\therefore \overline{GF} = \overline{EF} - \overline{EG} = 6 - 4 = 2(\text{cm})$

답 ④

$\overline{DC} = \overline{AB} = 8(\text{cm})$

378 $\triangle ACD$에서 $\overline{EG} = \frac{1}{2}\overline{DC} = \frac{1}{2} \times 8 = 4(\text{cm})$

$\triangle ABC$에서 $\overline{GF} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2} \times 8 = 4(\text{cm})$

$\therefore \overline{EG} + \overline{GF} = 4 + 4 = 8(\text{cm})$

답 8 cm

Q BOX

379 $\triangle ABC$에서 $\overline{AD}=\overline{DB}$, $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$이므로
$\overline{AE}=\overline{EC}$, $\overline{BC}=2\overline{DE}=2\times6=12(\text{cm})$
또 $\overline{AE}=\overline{EC}$, $\overline{AB}/\!/\overline{EF}$이므로 $\overline{BF}=\overline{FC}$
$\therefore\ \overline{FC}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times12=6(\text{cm})$

답 6 cm

380 $\triangle ABC$에서 $\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{MN}/\!/\overline{BC}$이므로
$\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times20=10(\text{cm})$
$\therefore\ \overline{MP}=\overline{MN}-\overline{PN}=10-3=7(\text{cm})$
$\triangle ABD$에서 $\overline{BM}=\overline{MA}$, $\overline{MP}/\!/\overline{AD}$이므로
$\overline{AD}=2\overline{MP}=2\times7=14(\text{cm})$

답 ⑤

381 $\triangle BCM$에서 $\overline{CD}=\overline{DM}$, $\overline{DE}/\!/\overline{MB}$이므로
$\overline{MB}=2\overline{DE}=2\times9=18(\text{cm})$
$\overline{AM}=\overline{MC}=\overline{MB}$이므로
$\overline{AC}=2\overline{MB}=2\times18=36(\text{cm})$

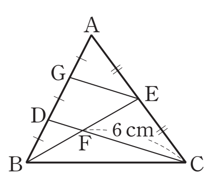
답 ③

직각삼각형의 빗변의 중점은 외심이고 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같다.

382 $\triangle AEC$에서 $\overline{AD}=\overline{DE}$, $\overline{AF}=\overline{FC}$이므로
$\overline{DF}/\!/\overline{EC}$, $\overline{DF}=\frac{1}{2}\overline{EC}=\frac{1}{2}\times8=4(\text{cm})$
$\triangle BGD$에서 $\overline{BE}=\overline{ED}$, $\overline{EC}/\!/\overline{DG}$이므로
$\overline{DG}=2\overline{EC}=2\times8=16(\text{cm})$
$\therefore\ \overline{FG}=\overline{DG}-\overline{DF}=16-4=12(\text{cm})$

답 ③

383 오른쪽 그림에서 $\overline{AD}$의 중점을 G라 하고 $\overline{GE}$를 그으면



$\triangle ADC$에서
$\overline{AG}=\overline{GD}$, $\overline{AE}=\overline{EC}$
이므로 $\overline{GE}/\!/\overline{DC}$, $\overline{DC}=2\overline{GE}$
$\triangle BEG$에서 $\overline{BD}=\overline{DG}$, $\overline{DF}/\!/\overline{GE}$이므로
$\overline{GE}=2\overline{DF}$
즉 $\overline{DC}=2\overline{GE}=4\overline{DF}$이므로
$\overline{DF}+6=4\overline{DF}$ $\quad\therefore\ \overline{DF}=2(\text{cm})$

답 2 cm

384 $\triangle AEC$에서 $\overline{AM}=\overline{MC}$, $\overline{EF}=\overline{FC}$이므로
$\overline{AE}/\!/\overline{MF}$, $\overline{AE}=2\overline{MF}$
$\triangle BFM$에서 $\overline{BE}=\overline{EF}$, $\overline{PE}/\!/\overline{MF}$이므로
$\overline{BP}=\overline{PM}$, $\overline{PE}=\frac{1}{2}\overline{MF}$
$\therefore\ \overline{AP}:\overline{MF}=(\overline{AE}-\overline{PE}):\overline{MF}$
$=\frac{3}{2}\overline{MF}:\overline{MF}=3:2$

$\triangle QAP\backsim\triangle QFM$ (AA 닮음)이므로
$\overline{PQ}:\overline{MQ}=\overline{AP}:\overline{FM}=3:2$
$\therefore\ \overline{BP}:\overline{PQ}:\overline{QM}=5:3:2$

$\overline{BP}=\overline{PM}=\overline{PQ}+\overline{QM}$

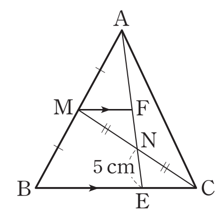
답 5 : 3 : 2

385 $\triangle DGF\equiv\triangle EBF$ (ASA 합동)이므로
$\overline{GD}=\overline{BE}=3(\text{cm})$
$\triangle ABC$에서 $\overline{AD}=\overline{DC}$, $\overline{GD}/\!/\overline{BC}$이므로
$\overline{BC}=2\overline{GD}=2\times3=6(\text{cm})$

답 6 cm

$\overline{DF}=\overline{EF}$,
$\angle FDG=\angle FEB$ (엇각),
$\angle DFG=\angle EFB$
(맞꼭지각)

386 오른쪽 그림과 같이 점 M을 지나고 $\overline{BC}$에 평행한 선분 MF를 그으면

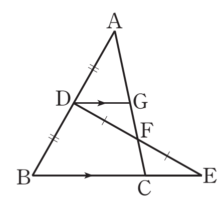


$\triangle MFN\equiv\triangle CEN$
(ASA 합동)이므로
$\overline{FN}=\overline{EN}=5(\text{cm})$
$\triangle ABE$에서 $\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{MF}/\!/\overline{BE}$이므로
$\overline{AF}=\overline{FE}=10(\text{cm})$
$\therefore\ \overline{AE}=2\overline{AF}=2\times10=20(\text{cm})$

답 ④

$\overline{MN}=\overline{CN}$,
$\angle FMN=\angle ECN$ (엇각),
$\angle MNF=\angle CNE$
(맞꼭지각)

387 오른쪽 그림과 같이 점 D를 지나고 $\overline{BE}$에 평행한 선분 DG를 그으면



$\triangle DFG\equiv\triangle EFC$
(ASA 합동)이므로
$\overline{CE}=\overline{GD}$
$\triangle ABC$에서 $\overline{AD}=\overline{DB}$, $\overline{DG}/\!/\overline{BC}$이므로
$\overline{BC}=2\overline{DG}$
즉 $\overline{BC}=2\overline{CE}$이므로 $\overline{BC}:\overline{CE}=2:1$

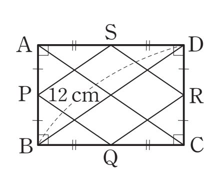
답 2 : 1

$\overline{DF}=\overline{EF}$,
$\angle FDG=\angle FEC$ (엇각),
$\angle DFG=\angle EFC$
(맞꼭지각)

388 답 (가) $\overline{FG}$ (나) $\overline{EH}$ (다) 평행사변형

사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형
① 사각형, 평행사변형 ➡ 평행사변형
② 직사각형, 등변사다리꼴 ➡ 마름모
③ 마름모 ➡ 직사각형
④ 정사각형 ➡ 정사각형

389 $\overline{PS}=\overline{QR}=\frac{1}{2}\overline{BD}$,



$\overline{PQ}=\overline{SR}=\frac{1}{2}\overline{AC}$
이때 $\overline{AC}=\overline{BD}$이므로
□PQRS는 마름모이다.
$\therefore$ (□PQRS의 둘레의 길이)$=4\overline{PS}$
$=4\times\frac{1}{2}\overline{BD}$
$=2\overline{BD}=2\times12$
$=24(\text{cm})$

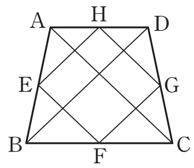
답 24 cm

직사각형의 두 대각선의 길이는 같다.

WORK BOOK

Q BOX

390 $\overline{EF}=\overline{HG}=\frac{1}{2}\overline{AC}$,



$\overline{EH}=\overline{FG}=\frac{1}{2}\overline{BD}$

이때 $\overline{AC}=\overline{BD}$이므로

□EFGH는 마름모이다.

따라서 $\overline{EF}=\frac{1}{4}\times60=15(\text{cm})$이므로

$\overline{AC}=2\overline{EF}=2\times15=30(\text{cm})$ 답 30 cm

> 등변사다리꼴의 두 대각선의 길이는 같다.

391 $\triangle$ABD에서 $\overline{ME}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times8=4(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{MF}=2\overline{ME}=2\times4=8(\text{cm})$

$\triangle$ABC에서 $\overline{BC}=2\overline{MF}=2\times8=16(\text{cm})$

답 16 cm

392 $\overline{EN}=\overline{AD}=6(\text{cm})$이므로

$\overline{ME}=10-6=4(\text{cm})$

$\triangle$ABF에서 $\overline{BF}=2\overline{ME}=2\times4=8(\text{cm})$

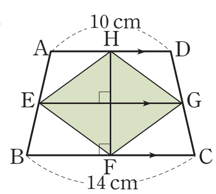
$\overline{FC}=\overline{AD}=6(\text{cm})$이므로

$\overline{BC}=\overline{BF}+\overline{FC}=8+6=14(\text{cm})$ 답 ②

> □AEND는 평행사변형이다.

> □AFCD는 평행사변형이다.

393 $\frac{1}{2}\times(10+14)\times\overline{HF}=96$



$\therefore\ \overline{HF}=8(\text{cm})$

또 $\overline{EG}=\frac{1}{2}\times(10+14)$

$=12(\text{cm})$

□EFGH는 마름모이므로

□EFGH$=\frac{1}{2}\times8\times12=48(\text{cm}^2)$

답 $48\ \text{cm}^2$

> $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$인 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AB}$, $\overline{DC}$의 중점을 각각 E, G라 할 때 $\overline{EG}=\frac{1}{2}(\overline{AD}+\overline{BC})$

> (마름모의 넓이) $=\frac{1}{2}\times$(두 대각선의 길이의 곱)

394 $6:3=x:5$이므로 $x=10$

$5:15=3:y$이므로 $y=9$

$\therefore\ x+y=19$ 답 ⑤

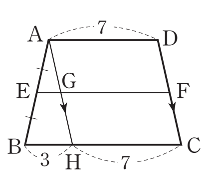
395 $x:27=20:30$ $\quad\therefore\ x=18$

$30:10=27:y$ $\quad\therefore\ y=9$

$20:10=z:8$ $\quad\therefore\ z=16$

답 $x=18,\ y=9,\ z=16$

396 오른쪽 그림과 같이 $\overline{DC}$와 평행한 선분 AH를 그으면



$\triangle$ABH에서

$1:2=\overline{EG}:3$

$\therefore\ \overline{EG}=\frac{3}{2}$

또 □AGFD는 평행사변형이므로

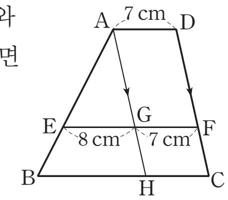
$\overline{GF}=\overline{AD}=7$

$\therefore\ \overline{EF}=\overline{EG}+\overline{GF}=\frac{3}{2}+7=\frac{17}{2}$ 답 $\frac{17}{2}$

> $\overline{AE}:\overline{AB}=\overline{EG}:\overline{BH}$

> 평행사변형의 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.

397 오른쪽 그림과 같이 $\overline{DC}$와 평행한 선분 AH를 그으면



$\triangle$ABH에서

$2:(2+1)=8:\overline{BH}$

$\therefore\ \overline{BH}=12(\text{cm})$

또 □AHCD는 평행사변형이므로

$\overline{HC}=\overline{AD}=7(\text{cm})$

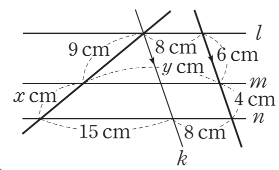
$\therefore\ \overline{BC}=\overline{BH}+\overline{HC}$

$=12+7=19(\text{cm})$

답 ②

> $\overline{AE}:\overline{AB}=\overline{EG}:\overline{BH}$

398 오른쪽 그림과 같이 평행선 k를 그으면



$9:x=6:4$이므로

$x=6$

$9:(9+6)=(y-8):15$

이므로 $y=17$

$\therefore\ y-x=11$

답 ③

399 $\triangle$ABC에서 $\overline{AE}:\overline{AB}=\overline{EP}:\overline{BC}$이므로

$1:3=x:10$ $\quad\therefore\ x=\frac{10}{3}$

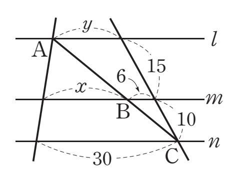
$\triangle$ACD에서 $\overline{CF}:\overline{CD}=\overline{PF}:\overline{AD}$이므로

$2:3=y:4$ $\quad\therefore\ y=\frac{8}{3}$

$\therefore\ x+y=6$

답 6

400 $\overline{AB}:\overline{AC}$



$=15:(15+10)$

$=3:5$

이므로

$x:30=3:5$

$\therefore\ x=18$

$\overline{CB}:\overline{CA}=10:(15+10)=2:5$이므로

$6:y=2:5$ $\quad\therefore\ y=15$

$\therefore\ x-y=3$

답 ②

401 $\triangle$ABD에서 $\overline{PE}:\overline{AD}=\overline{BP}:\overline{BA}$이므로

$\overline{PE}:4=1:3$ $\quad\therefore\ \overline{PE}=\frac{4}{3}(\text{cm})$

$\triangle$DBC에서 $\overline{EQ}:\overline{BC}=\overline{DQ}:\overline{DC}$이므로

$\overline{EQ}:9=2:3$ $\quad\therefore\ \overline{EQ}=6(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{PE}:\overline{EQ}=\frac{4}{3}:6=2:9$

답 $2:9$

402 $\overline{BF}:\overline{FC}=12:8=3:2$이므로
$(20-\overline{FC}):\overline{FC}=3:2$ ∴ $\overline{FC}=8(\text{cm})$
$\triangle BCD$에서 $\overline{EF}:\overline{DC}=3:5$이므로
$\overline{EF}:8=3:5$ ∴ $\overline{EF}=\frac{24}{5}(\text{cm})$
∴ $\overline{EF}+\overline{FC}=\frac{24}{5}+8=\frac{64}{5}(\text{cm})$

답 ③

$\overline{BF}:\overline{FC}=\overline{BE}:\overline{DE}$
$=\overline{AB}:\overline{CD}$

403 $\triangle ABC$에서
$\overline{CE}:\overline{CB}=\overline{EP}:\overline{BA}=4:6=2:3$이므로
$\overline{CE}:(\overline{CE}+4)=2:3$ ∴ $\overline{CE}=8(\text{cm})$
$\triangle BCD$에서
$\overline{BE}:\overline{BC}=\overline{EP}:\overline{CD}$이므로
$4:12=4:\overline{CD}$ ∴ $\overline{CD}=12(\text{cm})$

답 ⑤

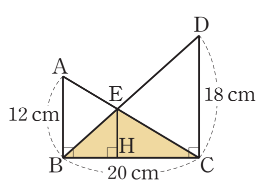
세 선분이 모두 한 선분에 수직이면 동위각의 크기가 같으므로 세 선분은 평행하다.

404 $\triangle ABE\backsim\triangle CDE$ (AA 닮음)이므로
$\overline{BE}:\overline{DE}=6:8=3:4$
즉 $\overline{EF}:\overline{DC}=3:7$이므로
$\overline{EF}:8=3:7$ ∴ $\overline{EF}=\frac{24}{7}(\text{cm})$

답 $\frac{24}{7}$ cm

$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로
$\angle EAB=\angle ECD$(엇각),
$\angle EBA=\angle EDC$(엇각)

405 오른쪽 그림과 같이 점 E에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면
$\triangle ABE\backsim\triangle CDE$
(AA 닮음)이므로



$\overline{BE}:\overline{DE}=12:18=2:3$
즉 $\overline{BE}:\overline{BD}=2:5$이므로
$\overline{EH}:18=2:5$ ∴ $\overline{EH}=\frac{36}{5}(\text{cm})$
∴ $\triangle EBC=\frac{1}{2}\times20\times\frac{36}{5}=72(\text{cm}^2)$

답 ②

406 $\overline{AO}:\overline{CO}=\overline{DO}:\overline{BO}=\overline{AD}:\overline{CB}$
$=5:10=1:2$
$\triangle ABC$에서 $1:3=\overline{EO}:10$
∴ $\overline{EO}=\frac{10}{3}(\text{cm})$
$\triangle ACD$에서 $2:3=\overline{OF}:5$
∴ $\overline{OF}=\frac{10}{3}(\text{cm})$
∴ $\overline{EF}=\overline{EO}+\overline{OF}=\frac{10}{3}+\frac{10}{3}=\frac{20}{3}(\text{cm})$

답 ④

407 $\triangle ABC$에서
$3:4=\overline{EN}:24$ ∴ $\overline{EN}=18(\text{cm})$
$\triangle ABD$에서
$1:4=\overline{EM}:16$ ∴ $\overline{EM}=4(\text{cm})$
∴ $\overline{MN}=\overline{EN}-\overline{EM}=18-4=14(\text{cm})$

답 ③

408 $\triangle ABC$에서
$6:15=\overline{PO}:15$ ∴ $\overline{PO}=6(\text{cm})$
$\triangle ABD$에서
$9:15=6:\overline{AD}$ ∴ $\overline{AD}=10(\text{cm})$

답 10 cm

409 $\triangle ADC$에서 $\overline{FE}/\!/\overline{DC}$이므로
$\overline{AE}:\overline{EC}=\overline{AF}:\overline{FD}=3:2$
$\triangle ABC$에서 $\overline{DE}/\!/\overline{BC}$이므로
$\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EC}=3:2$
즉 $20:x=3:2$ ∴ $x=\frac{40}{3}$

답 $\frac{40}{3}$

410 $\triangle ABD$에서 $\overline{EF}/\!/\overline{AD}$이므로
$\overline{BE}:\overline{EA}=\overline{BF}:\overline{FD}=6:2=3:1$
$\triangle ABC$에서 $\overline{ED}/\!/\overline{AC}$이므로
$\overline{BD}:\overline{DC}=\overline{BE}:\overline{EA}=3:1$
즉 $(6+2):\overline{DC}=3:1$ ∴ $\overline{DC}=\frac{8}{3}(\text{cm})$

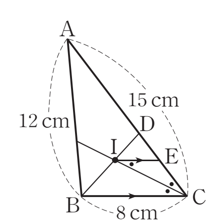
답 $\frac{8}{3}$ cm

삼각형의 내심
➡ 세 내각의 이등분선의 교점

411 점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로 $\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선이다.
따라서 $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$이므로
$6:\overline{AC}=3:5$ ∴ $\overline{AC}=10(\text{cm})$
또 $\overline{BE}$는 $\angle B$의 이등분선이므로
$\overline{BA}:\overline{BC}=\overline{AE}:\overline{CE}$
$6:8=\overline{AE}:(10-\overline{AE})$ ∴ $\overline{AE}=\frac{30}{7}(\text{cm})$

답 ⑤

412 점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로 $\overline{BD}$는 $\angle B$의 이등분선이다.



$12:8=(15-\overline{CD}):\overline{CD}$
∴ $\overline{CD}=6(\text{cm})$
$\overline{IE}/\!/\overline{BC}$이므로
$\angle EIC=\angle ICB$ (엇각)
즉 $\angle EIC=\angle ECI$이므로 $\triangle ICE$는 이등변삼각형이다.

$\overline{BA}:\overline{BC}=\overline{AD}:\overline{CD}$

따라서 △DBC에서
$\overline{IE}:\overline{BC}=\overline{DE}:\overline{DC}$이므로
$\overline{IE}:8=(6-\overline{EC}):6=(6-\overline{IE}):6$
$\therefore\ \overline{IE}=\frac{24}{7}$(cm)

답 ③

413 $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$이므로
$8:6=4:\overline{CD}$ $\quad\therefore\ \overline{CD}=3$(cm)
$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BE}:\overline{CE}$이므로
$8:6=\overline{BE}:(\overline{BE}-7)$ $\quad\therefore\ \overline{BE}=28$(cm)

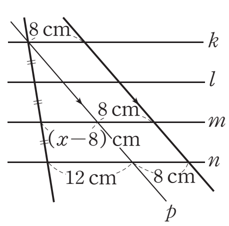
답 ③

414 $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BE}:\overline{CE}$이므로
$9:6=(\overline{BC}+10):10$ $\quad\therefore\ \overline{BC}=5$(cm)
$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$이므로
$9:6=(5-\overline{CD}):\overline{CD}$ $\quad\therefore\ \overline{CD}=2$(cm)

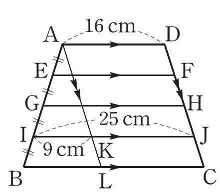
답 ④

415 오른쪽 그림과 같이 평행선 p를 그으면
$2:3=(x-8):12$
$\therefore\ x=16$

답 ④



416 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{CD}$와 평행한 직선을 그었을 때, $\overline{IJ}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 K, L이라 하면



△ABL에서 $\overline{AI}:\overline{AB}=\overline{IK}:\overline{BL}$이므로
$3:4=9:\overline{BL}$ $\quad\therefore\ \overline{BL}=12$(cm)
또 □ALCD는 평행사변형이므로
$\overline{LC}=\overline{AD}=16$(cm)
$\therefore\ \overline{BC}=\overline{BL}+\overline{LC}=12+16=28$(cm)

답 28 cm

417 △ABC∽△DAC (AA 닮음)이므로

> $\overline{AD}=\overline{BD}$이므로
> ∠ABC=∠BAD
> =∠DAC,
> ∠C는 공통

$\overline{BC}:\overline{AC}=\overline{AC}:\overline{DC}$
$15:9=9:\overline{DC}$ $\quad\therefore\ \overline{DC}=\frac{27}{5}$
$\overline{AD}$는 ∠A의 이등분선이므로
$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$
$\overline{AB}:9=\left(15-\frac{27}{5}\right):\frac{27}{5}$ $\quad\therefore\ \overline{AB}=16$

답 ⑤

418 $\overline{AD}$는 ∠A의 이등분선이므로
$\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}=12:16=3:4$
이때 △BDE∽△CDF (AA 닮음)이므로

> ∠BED=∠CFD=90°,
> ∠BDE=∠CDF
> (맞꼭지각)

$\overline{ED}:\overline{FD}=\overline{BD}:\overline{CD}=3:4$
$\overline{ED}:(3.5-\overline{ED})=3:4$ $\quad\therefore\ \overline{ED}=1.5$
또 △ABE∽△ACF (AA 닮음)이므로

> ∠BAE=∠CAF,
> ∠AEB=∠AFC=90°

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{AE}:\overline{AF}$
$12:16=\overline{AE}:(\overline{AE}+3.5)$ $\quad\therefore\ \overline{AE}=10.5$
$\therefore\ \overline{AD}=\overline{AE}+\overline{ED}=10.5+1.5=12$

답 12

419 △BAP에서 $\overline{BE}=\overline{EA}$, $\overline{EQ}/\!/\overline{AP}$이므로
$\overline{BQ}=\overline{QP}$
같은 방법으로 △DRC에서 $\overline{RS}=\overline{SD}$이므로
$\overline{BQ}=\overline{QP}=\overline{RS}=\overline{SD}=2\overline{PH}$

> △ASD에서
> $\overline{AH}=\overline{HD}$, $\overline{PH}/\!/\overline{SD}$
> 이므로 $\overline{SD}=2\overline{PH}$

$\therefore\ \overline{BQ}=2\times4=8$(cm)
$\therefore\ \overline{BH}=\overline{BQ}+\overline{QP}+\overline{PH}=8+8+4=20$(cm)

답 20 cm

420 $\overline{PS}=x$ cm, $\overline{PQ}=y$ cm라 하면

> $\overline{AG}/\!/\overline{EC}$, $\overline{BH}/\!/\overline{FD}$이므로 □PQRS는 평행사변형이다.
> $\therefore\ \overline{PS}=\overline{QR}$, $\overline{PQ}=\overline{SR}$

$\overline{AP}=\overline{QR}=\overline{RC}=x$(cm)
$\overline{SG}=\frac{1}{2}\overline{RC}=\frac{1}{2}x$(cm)
$\overline{BQ}=\overline{RS}=\overline{SD}=y$(cm)
$\overline{PH}=\frac{1}{2}\overline{SD}=\frac{1}{2}y$(cm)
$\overline{AG}=21$ cm, $\overline{BH}=24$ cm이므로
$x+x+\frac{1}{2}x=21$에서 $x=\frac{42}{5}$
$y+y+\frac{1}{2}y=24$에서 $y=\frac{48}{5}$
따라서 □PQRS의 둘레의 길이는
$2\times\left(\frac{48}{5}+\frac{42}{5}\right)=36$(cm)

답 ④

421 △ABC=2△ABD=2×2△ABE
=4△ABE=4×4=16(cm²)

> 삼각형의 중선은 그 삼각형의 넓이를 이등분한다.

답 ③

422 △ABD=△ADC
$=\frac{1}{2}$△ABC$=\frac{1}{2}\times24=12$(cm²)
$\overline{AP}=\overline{PQ}=\overline{QD}$이므로
△CAP=△CPQ=△CQD
∴ △CPQ$=\frac{1}{3}$△ADC$=\frac{1}{3}\times12=4$(cm²)

답 ④

423 △ABP : △PBD=3 : 2이므로
12 : △PBD=3 : 2 $\quad$∴ △PBD=8(cm²)
△PBD=△PDC이므로
△PBC=2×8=16(cm²)

답 16 cm²

424 $\overline{AC}=2\overline{AE}=2\times8=16(\text{cm})$ ∴ $x=16$
$\overline{BG}=2\overline{GE}=2\times3=6(\text{cm})$ ∴ $y=6$
∴ $x-y=10$
답 ③

> $\overline{BE}$는 중선이므로 $\overline{AE}=\overline{EC}$

> 직각삼각형의 빗변의 중점은 외심이고 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같다.

425 $\overline{AD}=3\overline{GD}=3\times4=12$이므로
$\overline{BC}=2\overline{AD}=2\times12=24$ 답 24

426 $\overline{GD}=\frac{1}{3}\overline{AD}$, $\overline{MD}=\frac{1}{2}\overline{AD}$이므로
$\overline{MG}=\overline{MD}-\overline{GD}=\frac{1}{6}\overline{AD}$
∴ $\overline{AD}=6\overline{MG}=6\times5=30(\text{cm})$
답 ④

427 $\overline{AG}:\overline{GF}=2:1$이므로
$10:x=2:1$ ∴ $x=5$
$\triangle ADG \backsim \triangle ABF$ (AA 닮음)이므로
$\overline{DG}:\overline{BF}=\overline{AG}:\overline{AF}$
$6:\overline{BF}=2:3$ ∴ $\overline{BF}=9(\text{cm})$
$\overline{FC}=\overline{BF}$이므로 $y=9$
∴ $x+y=14$ 답 ②

> $\angle DAG$는 공통, $\angle ADG=\angle ABF$(동위각)

428 $\triangle MGG'$과 $\triangle MAD$에서
$\overline{MG}:\overline{MA}=\overline{MG'}:\overline{MD}=1:3$,
$\angle GMG'$은 공통이므로
$\triangle MGG' \backsim \triangle MAD$ (SAS 닮음)
따라서 $\overline{GG'}:\overline{AD}=1:3$이므로
$\overline{GG'}:21=1:3$ ∴ $\overline{GG'}=7(\text{cm})$
답 ②

> 삼각형의 무게중심은 세 중선의 길이를 각 꼭짓점으로부터 각각 2 : 1로 나눈다.

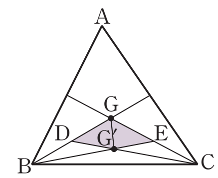
429 $\triangle DGF$와 $\triangle EGB$에서
$\angle DFG=\angle EBG$ (엇각),
$\angle FDG=\angle BEG$ (엇각)이므로
$\triangle DGF \backsim \triangle EGB$ (AA 닮음)
따라서 $\overline{DG}:\overline{EG}=\overline{GF}:\overline{GB}=1:2$이므로
$\overline{DG}=\frac{1}{2}\overline{EG}$
이때 $\overline{EG}=\frac{1}{3}\overline{AE}=\frac{1}{3}\times24=8(\text{cm})$이므로
$\overline{DG}=\frac{1}{2}\overline{EG}=\frac{1}{2}\times8=4(\text{cm})$
답 ③

430 ④ $\triangle GBD=\frac{1}{3}\triangle ADC$ 답 ④

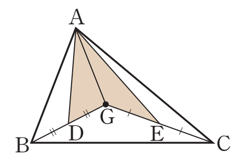
431 $\overline{AD}\perp\overline{BC}$이므로
$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\times4=12(\text{cm}^2)$
∴ $\triangle GBC=\frac{1}{3}\triangle ABC=\frac{1}{3}\times12=4(\text{cm}^2)$
답 ②

> 이등변삼각형에서 무게중심은 꼭지각의 이등분선 위에 있고 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.

432 $\square GDG'E$
$=\triangle GDG'+\triangle GEG'$
$=\frac{1}{6}\triangle GBC+\frac{1}{6}\triangle GBC$
$=\frac{1}{3}\triangle GBC$
$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\triangle ABC$
$=\frac{1}{9}\triangle ABC=\frac{1}{9}\times18=2(\text{cm}^2)$ 답 $2\,\text{cm}^2$



433 $\triangle ADG=\frac{1}{2}\triangle ABG$,
$\triangle AGE=\frac{1}{2}\triangle AGC$
이므로 색칠한 부분의 넓이는



$\triangle ADG+\triangle AGE=\frac{1}{2}(\triangle ABG+\triangle AGC)$
$=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\triangle ABC$
$=\frac{1}{3}\triangle ABC$
$=\frac{1}{3}\times24=8(\text{cm}^2)$
답 $8\,\text{cm}^2$

434 $\triangle DEG=\triangle DFE=\triangle DCF$이므로
$\triangle GDC=3\triangle DFE=3\times2=6(\text{cm}^2)$
∴ $\triangle ABC=6\triangle GDC=6\times6=36(\text{cm}^2)$ 답 ⑤

435 $\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$이므로
$\triangle AEG=2\triangle GED=2\times6=12(\text{cm}^2)$
∴ $\triangle AED=12+6=18(\text{cm}^2)$
$\overline{AE}:\overline{EB}=2:1$이므로
$\triangle EBD=\frac{1}{2}\triangle AED=\frac{1}{2}\times18=9(\text{cm}^2)$
답 ④

436 두 점 P, Q는 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$의 무게중심이므로 $\overline{BP}=2\overline{PO}$, $\overline{QD}=2\overline{OQ}$
이때 $\overline{BO}=\overline{DO}$이므로 $\overline{BP}=\overline{PQ}=\overline{QD}=6(\text{cm})$
∴ $\overline{BD}=3\times6=18(\text{cm})$
∴ $\overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times18=9(\text{cm})$
답 $\overline{BD}=18\,\text{cm}$, $\overline{EF}=9\,\text{cm}$

437 두 점 P, Q는 각각 $\triangle ABD$, $\triangle BCD$의 무게중심이므로
$\overline{AP}=\frac{2}{3}\times9=6$, $\overline{DQ}=\frac{2}{3}\times12=8$
따라서 $\overline{MP}=\frac{1}{2}\overline{DQ}=4$, $\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AD}=7$
이므로 $\triangle APM$의 둘레의 길이는
$\overline{AP}+\overline{PM}+\overline{MA}=6+4+7=17$ 답 ②

> $\triangle AQD$에서 $\overline{AM}=\overline{MD}$, $\overline{MP}\,/\!/\,\overline{DQ}$ 이므로 $\overline{MP}=\frac{1}{2}\overline{DQ}$

WORK BOOK

Q BOX

438 (ㄱ) $\overline{AQ}:\overline{AC}=\overline{AP}:\overline{AM}=2:3$

(ㄴ) $\overline{OQ}:\overline{QC}=\overline{OP}:\overline{PB}=1:2$

(ㄷ) $\overline{PQ}:\overline{BM}=\overline{PQ}:\overline{MC}=\overline{AP}:\overline{AM}=2:3$

(ㄹ) $\overline{BP}=\frac{2}{3}\overline{BO}=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{3}\overline{BD}$이므로

$\overline{BP}:\overline{PD}=1:2$

답 ⑤

439 $\triangle ADE \backsim \triangle ABC$ (AA 닮음)이고

닮음비는 $\overline{AD}:\overline{AB}=3:(3+2)=3:5$

따라서 넓이의 비는 $3^2:5^2=9:25$이므로

$18:\triangle ABC=9:25$

$\therefore \triangle ABC=50(cm^2)$

답 ③

닮은 두 평면도형의 닮음비가 $m:n$
➡ 넓이의 비는 $m^2:n^2$

440 $\triangle ABC \backsim \triangle BDC$ (AA 닮음)이고 닮음비는

$\overline{AC}:\overline{BC}=5:3$이므로

넓이의 비는 $5^2:3^2=25:9$

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times3\times4=6(cm^2)$이므로

$6:\triangle BDC=25:9$

$\therefore \triangle BDC=\frac{54}{25}(cm^2)$

답 $\frac{54}{25}$ cm^2

$\angle ABC=\angle BDC=90°$,
$\angle C$는 공통

닮은 두 입체도형의 닮음비가 $m:n$
➡ 겉넓이의 비는 $m^2:n^2$
➡ 부피의 비는 $m^3:n^3$

441 네 원의 넓이의 비는

$1^2:2^2:3^2:4^2=1:4:9:16$

따라서 A, B, C, D 네 부분의 넓이의 비는

$1:(4-1):(9-4):(16-9)=1:3:5:7$

답 $1:3:5:7$

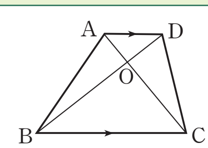
442 $\triangle AOD \backsim \triangle COB$ (AA 닮음)이고 닮음비는

$\overline{AD}:\overline{CB}=8:20=2:5$

따라서 넓이의 비는 $2^2:5^2=4:25$이므로

$16:\triangle COB=4:25$ $\therefore \triangle COB=100(cm^2)$

답 100 cm^2



➡ $\triangle AOD \backsim \triangle COB$
(AA 닮음)

443 $\triangle AOD \backsim \triangle COB$ (AA 닮음)이고 닮음비는

$\overline{AD}:\overline{CB}=6:10=3:5$이므로

$\triangle AOD:\triangle COB=3^2:5^2=9:25$

즉 $\triangle AOD:50=9:25$

$\therefore \triangle AOD=18(cm^2)$

$\overline{BO}:\overline{DO}=10:6=5:3$이므로

$\triangle ABO:\triangle AOD=5:3$

즉 $\triangle ABO:18=5:3$

$\therefore \triangle ABO=30(cm^2)$

$\triangle CDO=\triangle ABO=30(cm^2)$

$\therefore \square ABCD=18+30+50+30=128(cm^2)$

답 ⑤

444 처음 그림과 확대 복사된 그림의 닮음비가

$100:140=5:7$이므로 넓이의 비는

$5^2:7^2=25:49$

확대 복사된 그림의 넓이를 x cm^{2}라 하면

$50:x=25:49$ $\therefore x=98$

답 ②

445 세 파이의 닮음비가 $18:24:30=3:4:5$이므로 넓이의 비는 $3^2:4^2:5^2=9:16:25$

S, L파이 각각 한 개와 M파이 두 개의 넓이의 비는 $(9+25):(2\times16)=34:32$

따라서 S파이와 L파이를 각각 한 개씩 구매하는 것이 더 이익이다.

답 풀이 참조

446 처음 정사면체와 작은 정사면체의 닮음비가

$1:\frac{2}{3}=3:2$이므로 겉넓이의 비는

$3^2:2^2=9:4$

답 ④

447 두 정육면체 A, B의 겉넓이의 비가

$48:108=4:9=2^2:3^2$이므로 닮음비는 $2:3$

답 $2:3$

448 두 구의 닮음비가 $3:5$이므로

겉넓이의 비는 $3^2:5^2=9:25$

큰 구의 겉넓이를 x cm^{2}라 하면

$72\pi:x=9:25$ $\therefore x=200\pi$

답 ⑤

449 두 원기둥의 부피의 비가 $64:125=4^3:5^3$이므로

닮음비는 $4:5$

$x:30=4:5$이므로 $x=24$

$16:y=4:5$이므로 $y=20$

$\therefore x+y=44$

답 ⑤

450 두 사각뿔 O-ABCD와 O-EFGH의 닮음비가

$5:2$이므로 부피의 비는

$5^3:2^3=125:8$

(사각뿔 O-ABCD의 부피)$:24=125:8$

$\therefore$ (사각뿔 O-ABCD의 부피)$=375(cm^3)$

따라서 사각뿔대의 부피는

$375-24=351(cm^3)$

답 351 cm^3

Q BOX

451 △ADE, △AFG, △ABC를 회전시켜 만든 회전체의 부피의 비가

$1^3 : 2^3 : 3^3 = 1 : 8 : 27$이므로

구하는 세 입체도형의 부피의 비는

$1 : (8-1) : (27-8) = 1 : 7 : 19$ 답 ③

452 두 삼각기둥 A, B의 부피의 비가

$8 : 27 = 2^3 : 3^3$이므로

닮음비는 $2 : 3$

따라서 두 삼각기둥 A, B의 겉넓이의 비는

$2^2 : 3^2 = 4 : 9$ 답 ③

> 닮은 두 입체도형의 부피의 비가 $m^3 : n^3$
> ➡ 닮음비는 $m : n$
> ➡ 겉넓이의 비는 $m^2 : n^2$

453 두 원기둥 A, B의 옆넓이의 비가

$9 : 16 = 3^2 : 4^2$이므로

닮음비는 $3 : 4$

따라서 두 원기둥 A, B의 부피의 비는

$3^3 : 4^3 = 27 : 64$이므로

원기둥 B의 부피를 $x\,\text{cm}^3$라 하면

$54 : x = 27 : 64 \quad \therefore x = 128$ 답 ④

454 두 풍선 A, B의 부피의 비는

$54 : 128 = 27 : 64 = 3^3 : 4^3$이므로

닮음비는 $3 : 4$ 답 $3 : 4$

455 S용기와 L용기의 닮음비가 $2 : 3$이므로

부피의 비는 $2^3 : 3^3 = 8 : 27$

L용기에 가득 담은 아이스크림의 가격을 x원이라 하면

$3200 : x = 8 : 27 \quad \therefore x = 10800$

답 10800원

456 그릇의 높이와 물의 높이의 비가 $4 : 3$이므로

부피의 비는 $4^3 : 3^3 = 64 : 27$

물의 부피를 $x\,\text{cm}^3$라 하면

$256 : x = 64 : 27 \quad \therefore x = 108$ 답 ②

457 $(\text{축척}) = \dfrac{5\,\text{cm}}{4\,\text{km}} = \dfrac{5\,\text{cm}}{400000\,\text{cm}} = \dfrac{1}{80000}$

따라서 구하는 실제 거리는

$8 \times 80000 = 640000(\text{cm}) = 6.4(\text{km})$ 답 ④

> (축척) $= \dfrac{(\text{축도에서의 길이})}{(\text{실제 길이})}$
> (실제 길이) $= \dfrac{(\text{축도에서의 길이})}{(\text{축척})}$

458 두 지점의 실제 왕복 거리는

$2 \times 18 \times 300000 = 10800000(\text{cm}) = 108(\text{km})$

따라서 왕복하는 데 걸리는 시간은

$\dfrac{108}{60} = 1.8$(시간), 즉 1시간 48분이다. 답 ④

> $(\text{시간}) = \dfrac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$

459 농구대의 높이를 x m라 하면

$x : 0.2 = 1.5 : 0.1 \quad \therefore x = 3$

답 3 m

460 $\triangle ABC \backsim \triangle AB'C'$ (AA 닮음)이므로

$2.5 : (2.5+4) = 1.5 : \overline{B'C'}$

$\therefore \overline{B'C'} = 3.9(\text{m})$

답 3.9 m

> 길이 및 넓이의 단위 사이의 관계
> ① $1\,\text{m} = 100\,\text{cm}$
> $1\,\text{km} = 1000\,\text{m}$
> ② $1\,\text{m}^2 = 10000\,\text{cm}^2$
> $1\,\text{km}^2 = 1000000\,\text{m}^2$

461 $\triangle ABC \backsim \triangle ADE$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AB} : (\overline{AB}+2) = 6 : 8$

$\therefore \overline{AB} = 6(\text{cm})$

따라서 $\overline{AB}$의 실제 길이는

$6 \times 50000 = 300000(\text{cm}) = 3(\text{km})$

답 3 km

462 $(\text{축척}) = \dfrac{10\,\text{cm}}{25\,\text{m}} = \dfrac{10\,\text{cm}}{2500\,\text{cm}} = \dfrac{1}{250}$

따라서 호수의 실제 폭은

$12 \times 250 = 3000(\text{cm}) = 30(\text{m})$

답 30 m

463 $\overline{AG} = 24(\text{cm})$이므로 $\overline{GE} = \dfrac{1}{2} \times 24 = 12(\text{cm})$

$\overline{AD} = \overline{DB}$, $\overline{AF} = \overline{FC}$이므로 $\overline{DF} \,/\!/\, \overline{BC}$

즉 $\triangle GBE \backsim \triangle GFH$ (AA 닮음)이므로

$\overline{EG} : \overline{HG} = \overline{BG} : \overline{FG} = 2 : 1$

$12 : \overline{HG} = 2 : 1 \quad \therefore \overline{HG} = 6(\text{cm})$

답 ④

> 삼각형의 무게중심은 세 중선의 길이를 각 꼭짓점으로부터 각각 2 : 1로 나눈다.

464 $\triangle GHE \backsim \triangle GFA$ (AA 닮음)이므로

$\overline{GH} : \overline{GF} = \overline{GE} : \overline{GA} = 1 : 2$

$\therefore \overline{HG} = \dfrac{1}{2}\overline{GF}$

$\overline{BG} = 2\overline{GF}$이므로

$\overline{BH} = \overline{BG} - \overline{HG} = 2\overline{GF} - \dfrac{1}{2}\overline{GF} = \dfrac{3}{2}\overline{GF}$

$\therefore \overline{BH} : \overline{HG} : \overline{GF} = \dfrac{3}{2}\overline{GF} : \dfrac{1}{2}\overline{GF} : \overline{GF}$

$= 3 : 1 : 2$

답 $3 : 1 : 2$

465 $\triangle GBF \backsim \triangle GEH$ (AA 닮음)이고 닮음비는

$\overline{GB} : \overline{GE} = 2 : 1$이므로

넓이의 비는 $2^2 : 1^2 = 4 : 1$

즉 $\triangle GBF : 5 = 4 : 1$이므로 $\triangle GBF = 20(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle ABC = 6\triangle GBF = 6 \times 20 = 120(\text{cm}^2)$

답 $120\,\text{cm}^2$

> 삼각형의 넓이는 세 중선에 의하여 6등분된다.

WORK BOOK

466 점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{AD}=\frac{3}{2}\overline{AG}=\frac{3}{2}\times 12=18(\mathrm{cm})$

$\triangle ADC$에서 $\overline{AD}/\!/\overline{EF}$, $\overline{AE}=\overline{EC}$이므로

$\overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times 18=9(\mathrm{cm})$ 답 ②

467 점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{BD}=3\overline{GD}=3$

점 D는 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\overline{AD}=\overline{CD}=\overline{BD}=3$

$\triangle DBC$에서 $\overline{BE}=\overline{EC}$, $\overline{BD}/\!/\overline{EF}$이므로

$\overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{3}{2}$ $\quad\therefore x=\frac{3}{2}$

$\overline{DF}=\frac{1}{2}\overline{DC}=\frac{3}{2}$ $\quad\therefore y=\frac{3}{2}$

$\therefore x+y=3$ 답 3

468 $\triangle BCE$에서 $\overline{BD}=\overline{DC}$, $\overline{BE}/\!/\overline{DF}$이므로

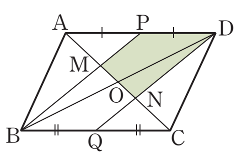
$\overline{BE}=2\overline{DF}$

점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{BG}=\frac{2}{3}\overline{BE}=\frac{2}{3}\times 2\overline{DF}=\frac{4}{3}\overline{DF}$

$\therefore \overline{BG}:\overline{DF}=\frac{4}{3}\overline{DF}:\overline{DF}=4:3$ 답 4 : 3

469 점 N이 $\triangle DBC$의 무게중심이므로



$\triangle BCD=6\triangle NQC$

$=6\times 6$

$=36(\mathrm{cm}^2)$

이때 $\triangle OMB\equiv\triangle OND$(ASA 합동)이므로

$\square PMND=\triangle PBD=\triangle DBQ$

$=\frac{1}{2}\triangle BCD=\frac{1}{2}\times 36$

$=18(\mathrm{cm}^2)$ 답 ④

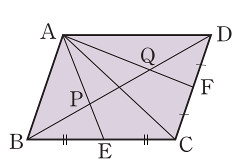
다른 풀이

점 M, N이 각각 $\triangle ABD$, $\triangle DBC$의 무게중심이므로

$\triangle NQC=\triangle OND=\triangle PMD=\triangle MOD$

$\therefore \square PMND=3\triangle NQC=3\times 6=18(\mathrm{cm}^2)$

470 점 P, Q가 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$의 무게중심이므로



$\overline{BP}=\overline{PQ}=\overline{QD}$

$\therefore \square ABCD$

$=2\triangle ABD$

$=2\times 3\triangle APQ$

$=6\times 20=120(\mathrm{cm}^2)$ 답 $120\,\mathrm{cm}^2$

Q BOX

$\square ABQP$, $\square PQCD$는 평행사변형이다.

$\triangle CRB$에서 $\overline{BQ}=\overline{QC}$, $\overline{RB}/\!/\overline{IQ}$이므로 $\overline{RI}=\overline{IC}$

$\triangle ABC$에서 $\overline{BM}=\overline{MA}$, $\overline{BN}=\overline{NC}$이므로 $\overline{AC}/\!/\overline{MN}$, $\overline{AC}=2\overline{MN}$

닮은 두 입체도형의 닮음비가 $m:n$ ➡ 부피의 비는 $m^3:n^3$

$\overline{OB}=\overline{OD}$, $\angle MBO=\angle NDO$(엇각), $\angle MOB=\angle NOD$ (맞꼭지각)

471 $\overline{IH}/\!/\overline{CD}$이므로 $\triangle RIH\backsim\triangle RCD$ (AA 닮음)

이때 닮음비는 $\overline{RI}:\overline{RC}=1:2$이므로

넓이의 비는 $1^2:2^2=1:4$

$\therefore \triangle RCD=4\times 9=36(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore \square ABCD=2\triangle RCD=2\times 36=72(\mathrm{cm}^2)$

답 ④

472 $\overline{AC}/\!/\overline{MN}$이므로 $\triangle APC\backsim\triangle NPM$ (AA 닮음)

이때 닮음비는 $\overline{AC}:\overline{NM}=2:1$이므로

넓이의 비는 $2^2:1^2=4:1$

$\therefore \triangle PMN=\frac{1}{4}\triangle APC$

점 P는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\triangle APC=\frac{1}{3}\triangle ABC$

$\therefore \triangle PMN=\frac{1}{4}\triangle APC=\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}\triangle ABC$

$=\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{24}\times 96=4(\mathrm{cm}^2)$

답 ②

473 작은 물통과 큰 물통의 닮음비가 $8:20=2:5$이므로 부피의 비는 $2^3:5^3=8:125$

즉 큰 물통의 부피는 작은 물통의 부피의 $\frac{125}{8}$배이다.

이때 $125\div 8=15.625$이므로 큰 물통을 가득 채우려면 적어도 물을 16번 부어야 한다.

답 ③

474 물의 높이와 그릇의 높이의 비가 $3:5$이므로

부피의 비는 $3^3:5^3=27:125$

그릇에 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간을 x초라 하면

$81:x=27:125$ $\quad\therefore x=375$

따라서 $375-81=294$(초) 동안 물을 더 넣어야 한다.

답 294초

475 물의 깊이와 유리잔의 깊이의 비가 $1:2$이므로

부피의 비는 $1^3:2^3=1:8$

유리잔에 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간을 x초라 하면

$4:x=1:8$ $\quad\therefore x=32$

따라서 $32-4=28$(초) 동안 물을 더 넣어야 한다.

답 28초