01 유리수와 순환소수

Step 1. 개념 다지기

01-1 유한소수, 무한소수, 순환소수

답 ❶ 유한소수 ❷ 무한소수 ❸ 순환소수

기본연습 1

(1) $\frac{1}{4}=0.25$이므로 유한소수이다.

(2) $\frac{5}{21}=0.23809\cdots$이므로 무한소수이다.

(3) $-\frac{2}{11}=-0.1818\cdots$이므로 무한소수이다.

(4) $-\frac{9}{16}=-0.5625$이므로 유한소수이다.

답 (1) 0.25, 유한소수 (2) $0.23809\cdots$, 무한소수 (3) $-0.1818\cdots$, 무한소수 (4) -0.5625, 유한소수

연습 1

(1) $\frac{7}{33}=0.212121\cdots$이므로

$\frac{7}{33}=0.\dot{2}\dot{1}$이고, 순환마디는 21이다.

(2) $\frac{8}{15}=0.53333\cdots$이므로

$\frac{8}{15}=0.5\dot{3}$이고, 순환마디는 3이다.

(3) $\frac{19}{30}=0.63333\cdots$이므로

$\frac{19}{30}=0.6\dot{3}$이고, 순환마디는 3이다.

답 (1) $0.\dot{2}\dot{1}$, 21 (2) $0.5\dot{3}$, 3 (3) $0.6\dot{3}$, 3

01-2 유한소수/순환소수로 나타낼 수 있는 분수

답 ❶ 2 ❷ 5 ❸ 순환소수

기본연습 2

(1) 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이므로 유한소수로 나타낼 수 있다.
(2) 분모가 2와 5 이외의 소인수 7을 가지므로 순환소수로 나타낼 수 있다.
(3) $\frac{14}{5\times7}=\frac{2}{5}$이고 분모의 소인수가 5뿐이므로 유한소수로 나타낼 수 있다.
(4) $\frac{3}{18}=\frac{1}{6}=\frac{1}{2\times3}$이고 분모가 2와 5 이외의 소인수 3을 가지므로 순환소수로 나타낼 수 있다.

답 (1) 유 (2) 순 (3) 유 (4) 순

연습 2

$\frac{8}{16}=\frac{1}{2}$, $\frac{12}{30}=\frac{2}{5}$, $\frac{14}{77}=\frac{2}{11}$, $\frac{3}{40}=\frac{3}{2^3\times5}$이므로 순환소수로 나타낼 수 있는 것은 $\frac{7}{3}$, $\frac{14}{77}$이다.

답 $\frac{7}{3}$, $\frac{14}{77}$

01-3 순환소수를 분수로 나타내는 방법

답 ❶ 10의 거듭제곱

기본연습 3

(1) $x=0.343434\cdots$ ⋯⋯ ㉠
$100x=34.343434\cdots$ ⋯⋯ ㉡
㉡에서 ㉠을 변끼리 빼면
$99x=34 \quad \therefore x=\frac{34}{99}$

(2) $10x=45.2222\cdots$ ⋯⋯ ㉠
$100x=452.2222\cdots$ ⋯⋯ ㉡
㉡에서 ㉠을 변끼리 빼면
$90x=407 \quad \therefore x=\frac{407}{90}$

답 (1) 100, 99, 99 (2) 10, 100, 90, 90

연습 3

$x=1.\dot{2}5\dot{8}$이라 하자.
$x=1.258258258\cdots$ ⋯⋯ ㉠
$1000x=1258.258258\cdots$ ⋯⋯ ㉡
㉡에서 ㉠을 변끼리 빼면
$999x=1257 \quad \therefore x=\frac{1257}{999}=\frac{419}{333}$

답 $\frac{419}{333}$

01-4 유리수와 순환소수

답 ❶ 유리수 ❷ 유한소수 ❸ 순환소수

기본연습 4

(1) $\frac{14}{420}=\frac{1}{2\times3\times5}$은 순환소수이므로 유리수이다.
(2) $2.\dot{9}$는 순환소수이므로 유리수이다.
(3) $\pi=3.1415926\cdots$은 유리수가 아니다.
(4) $\frac{5}{2^2\times3\times5}=\frac{1}{2^2\times3}$은 순환소수이므로 유리수이다.

답 (1) ○ (2) ○ (3) × (4) ○

연습 4

(1) 모든 순환소수는 유리수이다.
(2) 무한소수에는 순환소수와 순환하지 않는 무한소수가 있다.
(3) 모든 유한소수는 유리수이다.

답 (1) ○ (2) × (3) ○

Step 2. 대표 문제로 접근하기

01	0	02	③	03	⑤	04	③	05	①
06	③	07	②, ④	08	④	09	①	10	③
11	①	12	6	13	③	14	③	15	5
16	3	17	④	18	198	19	⑤	20	④
21	5	22	19	23	③	24	②, ⑤	25	③
26	$\frac{347}{999}$	27	$\frac{221}{165}$	28	②	29	$\frac{16}{33}$	30	$8.\dot{1}\dot{8}$
31	29	32	3	33	5	34	110	35	2
36	②	37	④	38	6				

유제 01 $\frac{21}{175}=\frac{3\times7}{5^2\times7}=\frac{3}{5^2}=\frac{3\times2^2}{5^2\times2^2}=\frac{12}{10^2}=0.12$

이므로 $a=3$, $b=2^2=4$, $c=0.12$

$\therefore\ ab-100c=3\times4-100\times0.12=12-12=0$ 답 0

유제 02 $\frac{21}{2^3\times5}=\frac{21\times5^2}{2^3\times5\times5^2}=\frac{525}{1000}=0.525$

이므로 $a=5^2$, $b=1000$, $c=525$, $d=0.525$

따라서 a, b, c, d를 차례대로 나타내면 5^2, 1000, 525, 0.525이다.

답 ③

유제 03 16을 37로 나누면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 0.432432\cdots \\ 37\overline{)160} \\ 148 \\ \hline 120 \\ 111 \\ \hline 90 \\ 74 \\ \hline 160 \\ 148 \\ \hline 120 \\ 111 \\ \hline 90 \\ 74 \\ \vdots \end{array}$$

따라서 $\frac{16}{37}=0.432432\cdots$이다. 답 ⑤

유제 04 $\alpha+\beta=\frac{5}{9}+\frac{10}{11}=\frac{55}{99}+\frac{90}{99}=\frac{145}{99}$

따라서 145를 99로 나누면

$$\begin{array}{r} 1.4646\cdots \\ 99\overline{)145} \\ 99 \\ \hline 460 \\ 396 \\ \hline 640 \\ 594 \\ \hline 460 \\ 396 \\ \hline 640 \\ 594 \\ \vdots \end{array}$$

그러므로 $\alpha+\beta$의 값은 $1.464646\cdots$이다. 답 ③

유제 05 $1.4\dot{1}2\dot{5}$의 순환마디는 125이므로 125가 반복된다.

$\therefore\ 1.4\dot{1}2\dot{5}=1.4125125\cdots$ 답 ①

유제 06 ① $2.6666\cdots=2.\dot{6}$

② $0.7222\cdots=0.7\dot{2}$

③ $3.5050\cdots=3.\dot{5}\dot{0}$

④ $1.012012\cdots=1.\dot{0}1\dot{2}$

⑤ $4.7312312\cdots=4.7\dot{3}1\dot{2}$

따라서 옳은 것은 ③이다. 답 ③

유제 07 ① $x=0.4\dot{9}$라 하고 양변에 10, 100을 각각 곱하면

$10x=4.999\cdots$ $\cdots\cdots$ ㉠

$100x=49.999\cdots$ $\cdots\cdots$ ㉡

㉡에서 ㉠을 변끼리 빼면

$$\begin{array}{rr} & 100x=49.99\cdots \\ -) & 10x=\ \ 4.99\cdots \\ \hline & 90x=45 \end{array}$$

$90x=45$ $\quad\therefore\ x=\frac{45}{90}=\frac{1}{2}$

$\therefore\ \frac{1}{2}=0.4\dot{9}$

② $0.5\dot{6}=0.56\underline{6}6\cdots$

$\frac{56}{99}=0.56\underline{5}6\cdots$

이므로 $0.5\dot{6}>\frac{56}{99}$

③ $0.\dot{7}=0.7\underline{7}7\cdots$

$0.\dot{7}\dot{0}=0.7\underline{0}70\cdots$

이므로 $0.\dot{7}>0.\dot{7}\dot{0}$

④ $0.\dot{2}\dot{0}=0.2\underline{0}20\cdots$

$\frac{2}{9}=0.2\underline{2}2\cdots$

이므로 $0.\dot{2}\dot{0}<\frac{2}{9}$

⑤ $0.\dot{3}7\dot{4}=0.374\underline{3}74\cdots$

$0.3\dot{7}\dot{4}=0.374\underline{7}474\cdots$

이므로 $0.\dot{3}7\dot{4}<0.3\dot{7}\dot{4}$

따라서 옳은 것은 ②, ④이다. 답 ②, ④

유제 08 ① $0.3\dot{5}\dot{0}=0.350\underline{5}0\cdots$

$0.\dot{3}5\dot{0}=0.350\underline{3}50\cdots$

이므로 $0.3\dot{5}\dot{0}\boxed{>}0.\dot{3}5\dot{0}$

② $0.7\dot{4}\dot{1}=0.741\underline{4}1\cdots$

$0.74\dot{1}=0.741\underline{1}1\cdots$

이므로 $0.7\dot{4}\dot{1}\boxed{>}0.74\dot{1}$

③ $3.\dot{4}6\dot{8}=3.46\underline{8}468\cdots$

$3.4\dot{6}=3.46\underline{6}66\cdots$

이므로 $3.\dot{4}6\dot{8}\boxed{>}3.4\dot{6}$

④ $1.\dot{3}9\dot{0}=1.390\underline{3}90\cdots$

$1.3\dot{9}\dot{0}=1.390\underline{9}0\cdots$

이므로 $1.\dot{3}9\dot{0}\boxed{<}1.3\dot{9}\dot{0}$

⑤ $2.5\dot{7}=2.57\underline{7}77\cdots$

$2.\dot{5}\dot{7}=2.57\underline{5}7\ \cdots$

이므로 $2.5\dot{7}\boxed{>}2.\dot{5}\dot{7}$

따라서 □ 안에 들어갈 부등호의 방향이 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다. 답 ④

유제 09 ① $0.0\dot{4}=0.04\underline{4}4\cdots$

② $(0.2)^2=0.0\underline{4}$

③ $0.\dot{0}\dot{4}=0.04\underline{0}4\cdots$

④ $0.\dot{0}4\dot{0}=0.04\underline{0}040\cdots$

⑤ $0.03\dot{9}=0.0\underline{3}99\cdots$

따라서 가장 큰 수는 $0.0\dot{4}$이다. 답 ①

유제 10 ① $3.219\dot{5}=3.2195\underline{5}5\cdots$

② 3.2195

③ $3.\dot{2}19\dot{5}=3.2195\underline{2}195\cdots$

④ $3.21\dot{9}\dot{5}=3.2195\underline{9}5\cdots$

⑤ $3.2\dot{1}9\dot{5}=3.2195\underline{1}95\cdots$

$\therefore\ 3.2195<3.2\dot{1}9\dot{5}<3.\dot{2}19\dot{5}<3.219\dot{5}<3.21\dot{9}\dot{5}$

따라서 세 번째로 작은 수는 $3.\dot{2}19\dot{5}$이다. 답 ③

유제 11 28을 27로 나누면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 1.037037\cdots \\ 27\overline{)28} \\ 27 \\ \hline 100 \\ 81 \\ \hline 190 \\ 189 \\ \hline 100 \\ 81 \\ \hline 190 \\ 189 \\ \vdots \end{array}$$

따라서 $\frac{28}{27}=1.037037\cdots=1.\dot{0}3\dot{7}$이므로 순환마디의 숫자는 0, 3, 7로 3개이다.
이때 $10=3\times3+1$이므로 소수점 아래 10번째 자리의 숫자는 0이고, $50=16\times3+2$이므로 소수점 아래 50번째 자리의 숫자는 3이다.
따라서 $x_{10}=0$, $x_{50}=3$이므로 $x_{10}+x_{50}=0+3=3$ 답 ①

유제 12 $\frac{17}{6}$을 소수로 나타내면 $\frac{17}{6}=2.8333\cdots=2.8\dot{3}$이므로
$\frac{17}{6}$의 소수점 아래 12번째 자리의 숫자 a는 3이다.
$2.\dot{1}3\dot{7}0$에서 순환마디를 이루는 숫자는 3개이고 소수점 아래에서 순환하지 않는 숫자가 1개 있으므로
$50-1=49=3\times16+1$
에서 $2.1\dot{3}7\dot{0}$의 소수점 아래 50번째 자리의 숫자 b는 순환마디의 첫 번째 숫자인 3이다.
$\therefore\ a+b=3+3=6$ 답 6

유제 13 분수를 기약분수로 나타내었을 때 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이면 유한소수로 나타낼 수 있다.
ㄱ. $\frac{9}{2^3\times3}=\frac{3^2}{2^3\times3}=\frac{3}{2^3}$ (유한소수)
ㄴ. $\frac{6}{125}=\frac{6}{5^3}$ (유한소수)
ㄷ. $\frac{11}{30}=\frac{11}{2\times3\times5}$ (무한소수)
ㄹ. $\frac{6}{2\times3^2\times5}=\frac{2\times3}{2\times3^2\times5}=\frac{1}{3\times5}$ (무한소수)
ㅁ. $\frac{39}{2\times5\times13}=\frac{3\times13}{2\times5\times13}=\frac{3}{2\times5}$ (유한소수)
ㅂ. $\frac{6}{2^2\times3^2\times5^2}=\frac{2\times3}{2^2\times3^2\times5^2}=\frac{1}{2\times3\times5^2}$ (무한소수)
따라서 유한소수로 나타낼 수 있는 것은 ㄱ, ㄴ, ㅁ의 3개이다.
답 ③

유제 14 분수를 기약분수로 나타낸 후 분모를 소인수분해했을 때 분모의 소인수에 2나 5 이외의 수가 존재하면 분수를 유한소수로 나타낼 수 없다.
ㄱ. $\frac{11}{12}=\frac{11}{2^2\times3}$ (무한소수)
ㄴ. $\frac{26}{65}=\frac{2}{5}$ (유한소수)
ㄷ. $\frac{21}{42}=\frac{1}{2}$ (유한소수)
ㄹ. $\frac{15}{60}=\frac{1}{4}=\frac{1}{2^2}$ (유한소수)
ㅁ. $\frac{14}{52}=\frac{14}{2^2\times13}=\frac{7}{2\times13}$ (무한소수)
따라서 유한소수로 나타낼 수 없는 것은 ㄱ, ㅁ이다. 답 ③

유제 15 $\frac{n}{72}=\frac{n}{2^3\times3^2}$이므로 $\frac{n}{72}$이 유한소수가 되려면
n은 9의 배수이어야 한다.
따라서 50 미만의 자연수 중 조건을 만족시키는
n은 9, 18, 27, 36, 45의 5개이다. 답 5

유제 16 $\frac{3}{525}=\frac{1}{175}=\frac{1}{5^2\times7}$이므로 $\frac{3}{525}\times A$가 유한소수가 되려면
A는 7의 배수이어야 한다.
따라서 25보다 작은 자연수 중 조건을 만족시키는 A는
7, 14, 21의 3개이다. 답 3

유제 17 주어진 두 분수의 분모를 소인수분해하여 나타내면
$\frac{13}{216}=\frac{13}{2^3\times3^3}$, $\frac{3}{280}=\frac{3}{2^3\times5\times7}$이므로
$\frac{13}{216}\times k$가 유한소수가 되려면 k는 3^3, 즉 27의 배수,
$\frac{3}{280}\times k$가 유한소수가 되려면 k는 7의 배수이어야 한다.
따라서 k는 27의 배수이면서 7의 배수이어야 하므로
27과 7의 공배수, 즉 189의 배수이어야 한다.
그러므로 자연수 k의 최솟값은 189이다. 답 ④

유제 18 두 분수 $\frac{23}{180}$, $\frac{7}{550}$의 분모를 소인수분해하여 나타내면
$\frac{23}{180}=\frac{23}{2^2\times3^2\times5}$, $\frac{7}{550}=\frac{7}{2\times5^2\times11}$이므로
$\frac{23}{180}\times a$가 유한소수가 되려면 a는 3^2, 즉 9의 배수,
$\frac{7}{550}\times a$가 유한소수가 되려면 a는 11의 배수이어야 한다.
따라서 a는 9의 배수이면서 11의 배수이어야 하므로
9와 11의 공배수, 즉 99의 배수이어야 한다.
그러므로 자연수 a의 값 중 두 번째로 작은 값은 $99\times2=198$이다.
답 198

유제 19 $\frac{21}{10\times a}$이 유한소수가 되려면 기약분수로 나타내었을 때 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이어야 하므로
a는 1이거나 소인수가 2 또는 5뿐이거나
이 값에 21의 약수를 곱한 꼴이어야 한다.
따라서 이를 만족시키는 31 이상 50 이하의 자연수 a는
$2^5=32$, $5\times7=35$, $2^3\times5=40$, $2\times3\times7=42$,
$2^4\times3=48$, $2\times5^2=50$의 6개이다. 답 ⑤

유제 20 분수를 소수로 나타낼 때 유한소수가 되려면 기약분수로 나타내었을 때 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이어야 하므로
$\frac{39}{2^2\times5^2\times n}=\frac{3\times13}{2^2\times5^2\times n}$에서 $\frac{39}{2^2\times5^2\times n}$가 유한소수가 되려면
$n=2^a\times3^b\times5^c\times13^d$ (단, a, c는 음이 아닌 정수이고 $b=0,\ 1$, $d=0,\ 1$)
따라서 n의 값이 되는 두 자리의 짝수 중 가장 큰 수는
$96=2^5\times3$이고 가장 작은 수는 $10=2\times5$이므로 $a=96$, $b=10$
$\therefore\ a-b=96-10=86$ 답 ④

유제 21 $180=2^2\times3^2\times5$이므로 $\frac{A}{180}=\frac{A}{2^2\times3^2\times5}$가 유한소수가 되기 위해서는 분모의 인수인 $3^2=9$가 분자인 A에 의하여 약분되어야 한다.
따라서 A는 9의 배수이고 $30<A<40$이므로
$A=36$, $\frac{A}{180}=\frac{36}{180}=\frac{1}{5}$ $\therefore\ B=5$ 답 5

유제 22 $840=2^3\times3\times5\times7$이므로 $\frac{a}{840}=\frac{a}{2^3\times3\times5\times7}$가 유한소수가 되기 위해서는 분모의 인수인 $3\times7=21$이 분자인 a에 의하여 약분되어야 한다.
즉, a는 21의 배수이다.
$\frac{a}{840}$를 기약분수로 나타내었을 때 $\frac{1}{b}$이 되기 위해서는 분자인 a가 분모인 840에 의해 약분되어 1이 되어야 한다.
즉, a는 840의 약수이다.
따라서 a는 21의 배수이면서 840의 약수인 가장 작은 자연수이므로 $a=21$
$\frac{a}{840}=\frac{21}{840}=\frac{1}{40}$이므로 $b=40$

$\therefore b-a=40-21=19$ 답 19

유제 23 $\dfrac{30}{2^3\times5^2\times a}=\dfrac{3}{2^2\times5\times a}$을 소수로 나타내었을 때 순환소수가 되려면 $\dfrac{3}{2^2\times5\times a}$을 기약분수로 나타내었을 때 분모에 2와 5 이외의 소인수가 있어야 한다.

따라서 a는 2와 5 이외의 소인수를 가진 한 자리 자연수이므로 a의 값으로 가능한 것은 3, 6, 7, 9이다.

(i) $a=3$일 때

$\dfrac{3}{2^2\times5\times a}=\dfrac{3}{2^2\times5\times3}=\dfrac{1}{2^2\times5}$

(ii) $a=6$일 때

$\dfrac{3}{2^2\times5\times a}=\dfrac{3}{2^2\times5\times6}=\dfrac{1}{2^3\times5}$

(iii) $a=7$일 때

$\dfrac{3}{2^2\times5\times a}=\dfrac{3}{2^2\times5\times7}$

(iv) $a=9$일 때

$\dfrac{3}{2^2\times5\times a}=\dfrac{3}{2^2\times5\times9}=\dfrac{1}{2^2\times5\times3}$

(i)~(iv)에 의하여 $\dfrac{30}{2^3\times5^2\times a}$을 소수로 나타내었을 때 순환소수가 되도록 하는 a의 값은 7, 9이다.

따라서 구하는 합은 $7+9=16$ 답 ③

유제 24 ① $\dfrac{42}{a}$에 $a=22$를 대입하면

$\dfrac{42}{22}=\dfrac{21}{11}$

② $\dfrac{42}{a}$에 $a=28$을 대입하면

$\dfrac{42}{28}=\dfrac{3}{2}$

③ $\dfrac{42}{a}$에 $a=36$을 대입하면

$\dfrac{42}{36}=\dfrac{7}{6}=\dfrac{7}{2\times3}$

④ $\dfrac{42}{a}$에 $a=39$를 대입하면

$\dfrac{42}{39}=\dfrac{14}{13}$

⑤ $\dfrac{42}{a}$에 $a=70$을 대입하면

$\dfrac{42}{70}=\dfrac{3}{5}$

$\dfrac{42}{a}$를 소수로 나타내었을 때 순환소수가 되려면 $\dfrac{42}{a}$를 기약분수로 나타내었을 때 분모에 2와 5 이외의 소인수가 있어야 한다. 따라서 보기 중 $\dfrac{42}{a}$를 소수로 나타내었을 때 순환소수가 되도록 하지 않는 a의 값은 ②, ⑤이다. 답 ②, ⑤

유제 25 $x=0.\dot{3}\dot{7}$이라 하고 양변에 100을 곱하면

$100x=37.\dot{3}\dot{7}$

각 식의 변끼리 빼면

$100x-x=37.\dot{3}\dot{7}-0.\dot{3}\dot{7}$, $99x=37$

$\therefore x=\dfrac{37}{99}$ 답 ③

유제 26 $x=0.\dot{3}4\dot{7}$이라 하고 양변에 1000을 곱하면

$1000x=347.\dot{3}4\dot{7}$

각 식의 변끼리 빼면

$$\begin{array}{rl} 1000x= & 347.\dot{3}4\dot{7} \\ -)\quad x= & 0.\dot{3}4\dot{7} \\ \hline 999x= & 347 \end{array}$$

$\therefore x=\dfrac{347}{999}$ 답 $\dfrac{347}{999}$

유제 27 $x=1.3\dot{3}\dot{9}=1.3393939\cdots$라 하자.

양변에 10을 곱하면 $10x=13.3939\cdots$ …… ㉠

양변에 1000을 곱하면 $1000x=1339.3939\cdots$ …… ㉡

㉡−㉠을 하면

$$\begin{array}{rl} 1000x= & 1339.3939\cdots \\ -)\quad 10x= & 13.3939\cdots \\ \hline 990x= & 1326 \end{array}$$

$\therefore x=\dfrac{1326}{990}=\dfrac{221}{165}$ 답 $\dfrac{221}{165}$

유제 28 $x=0.7\dot{0}\dot{9}$라 하자.

양변에 10을 곱하면 $10x=7.\dot{0}\dot{9}$ …… ㉠

양변에 1000을 곱하면 $1000x=709.\dot{0}\dot{9}$ …… ㉡

이때 ㉡−㉠을 하면 $1000x-10x=709.\dot{0}\dot{9}-7.\dot{0}\dot{9}$

$990x=702$ $\quad\therefore x=\dfrac{702}{990}=\dfrac{39}{55}$

따라서 $a=55$, $b=39$이므로

$a+b=55+39=94$ 답 ②

유제 29 종현이는 기약분수의 분모를 잘못 보아 $0.\dot{1}4\dot{4}$로 나타내었으므로 $0.\dot{1}4\dot{4}=x$라 하고 양변에 1000을 곱하면 $144.\dot{1}4\dot{4}=1000x$

각 식의 변끼리 빼면 $144.\dot{1}4\dot{4}-0.\dot{1}4\dot{4}=1000x-x$

$144=999x$ $\quad\therefore x=\dfrac{144}{999}=\dfrac{16}{111}$

이때 종현이가 기약분수의 분자는 제대로 보았으므로

처음 기약분수의 분자는 16이다.

수미는 기약분수의 분자를 잘못 보아 $0.\dot{7}\dot{8}$로 나타내었으므로 $0.\dot{7}\dot{8}=y$라 하고 양변에 100을 곱하면 $78.\dot{7}\dot{8}=100y$

각 식의 변끼리 빼면 $78.\dot{7}\dot{8}-0.\dot{7}\dot{8}=100y-y$

$78=99y$ $\quad\therefore y=\dfrac{78}{99}=\dfrac{26}{33}$

이때 수미가 기약분수의 분모는 제대로 보았으므로

처음 기약분수의 분모는 33이다.

따라서 처음 기약분수는 $\dfrac{16}{33}$이다. 답 $\dfrac{16}{33}$

유제 30 예지는 기약분수 $\dfrac{n}{m}$의 분자를 잘못 보아서 $0.8\dot{5}$로 나타내었으므로 $0.8\dot{5}=x$라 하면 $x=0.8555\cdots$

양변에 10을 곱하면 $10x=8.555\cdots$ …… ㉠

양변에 100을 곱하면 $100x=85.555\cdots$ …… ㉡

㉡−㉠을 하면 $90x=77$ $\quad\therefore x=\dfrac{77}{90}$

따라서 기약분수 $\dfrac{n}{m}$의 분모는 90이므로 $m=90$

영호는 기약분수 $\dfrac{n}{m}$의 분모를 잘못 보아서 $0.01\dot{2}$로 나타내었으므로 $0.01\dot{2}=y$라 하면 $y=0.01222\cdots$

양변에 100을 곱하면 $100y=1.222\cdots$ …… ㉢

양변에 1000을 곱하면 $1000y=12.222\cdots$ …… ㉣

㉣−㉢을 하면 $900y=11$ $\quad\therefore y=\dfrac{11}{900}$

따라서 기약분수 $\dfrac{n}{m}$의 분자는 11이므로 $n=11$

$\therefore \dfrac{m}{n}=\dfrac{90}{11}=8.1818\cdots=8.\dot{1}\dot{8}$ 답 $8.\dot{1}\dot{8}$

유제 31 $2.\dot{7}$을 x로 놓으면

$x=2.777\cdots$ $\cdots\cdots$ ㉠

㉠의 양변에 10을 곱하면

$10x=27.777\cdots$ $\cdots\cdots$ ㉡

㉡－㉠을 하면

$9x=25$ $\quad\therefore x=\dfrac{25}{9}$

$$\begin{array}{rr} & 10x=27.77\cdots \\ -) & x=\ \ 2.77\cdots \\ \hline & 9x=25 \end{array}$$

따라서 $2.\dot{7}=\dfrac{25}{9}$이다.

$\dfrac{n}{6}=2.\dot{7}+\dfrac{37}{18}$에서 $\dfrac{n}{6}=\dfrac{25}{9}+\dfrac{37}{18}$

양변에 18을 곱하면 $3n=50+37$, $3n=87$

$\therefore n=\dfrac{87}{3}=29$ 답 29

유제 32 $0.2\dot{8}=a$라 하면

$a=0.2888\cdots$ $\cdots\cdots$ ㉠

㉠의 양변에 10을 곱하면

$10a=2.8888\cdots$ $\cdots\cdots$ ㉡

㉠의 양변에 100을 곱하면

$100a=28.8888\cdots$ $\cdots\cdots$ ㉢

㉢－㉡을 하면

$90a=26$ $\quad\therefore a=\dfrac{13}{45}$

$0.8\dot{6}=b$라 하면

$b=0.8666\cdots$ $\cdots\cdots$ ㉣

㉣의 양변에 10을 곱하면

$10b=8.6666\cdots$ $\cdots\cdots$ ㉤

㉣의 양변에 100을 곱하면

$100b=86.6666\cdots$ $\cdots\cdots$ ㉥

㉥－㉤을 하면

$90b=78$ $\quad\therefore b=\dfrac{13}{15}$

$0.2\dot{8}\times x=0.8\dot{6}$에서 $\dfrac{13}{45}\times x=\dfrac{13}{15}$

$\therefore x=\dfrac{13}{15}\div\dfrac{13}{45}=\dfrac{13}{15}\times\dfrac{45}{13}=3$ 답 3

유제 33 $x=0.30\dot{8}$이라 하자.

$$\begin{array}{rr} & 1000x=308.888\cdots \\ -) & 100x=\ \ 30.888\cdots \\ \hline & 900x=278 \end{array}$$

$\therefore x=\dfrac{278}{900}$

$\therefore 0.30\dot{8}=\dfrac{278}{900}=\dfrac{139}{450}=\dfrac{139}{2\times3^2\times5^2}$

이때 어떤 자연수를 곱하여 유한소수가 되려면 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이어야 하므로 곱하는 자연수는 9의 배수이어야 한다.

따라서 곱할 수 있는 50 이하의 자연수는

9, 18, 27, 36, 45로 5개이다. 답 5

유제 34 $x=3.\dot{6}\dot{3}$이라 하자.

$$\begin{array}{rr} & 100x=363.6363\cdots \\ -) & x=\ \ \ 3.6363\cdots \\ \hline & 99x=360 \end{array}$$

$\therefore x=\dfrac{360}{99}$

$\therefore 3.\dot{6}\dot{3}=\dfrac{360}{99}=\dfrac{40}{11}=\dfrac{2^3\times5}{11}$

따라서 곱하는 자연수를 y라 하면

$3.\dot{6}\dot{3}\times y=\dfrac{2^3\times5\times y}{11}$가 어떤 자연수의 제곱인 수이어야 하므로

$y=2\times5\times11\times k^2$ (k는 자연수)의 꼴이어야 한다.

따라서 곱할 수 있는 가장 작은 자연수는

$2\times5\times11=110$ 답 110

유제 35 순환소수가 아닌 무한소수는 0이 아닌 정수를 곱해도 유리수가 되지 않는다.

따라서 100을 곱하였을 때 유리수가 되지 않는 것은

$0.122333\cdots$, π의 2개이다. 답 2

유제 36 ㄱ. 무한소수는 순환소수와 순환하지 않는 무한소수로 이루어져 있고, 순환하지 않는 무한소수는 유리수가 아니다.

ㄴ. 분모의 소인수가 2 또는 5뿐인 기약분수는 유한소수로 나타내어진다.

ㄷ. $0.3\dot{2}\dot{1}$은 순환소수이므로 $\dfrac{(\text{정수})}{(0\text{이 아닌 정수})}$로 나타낼 수 있다.

그러므로 $0.3\dot{2}\dot{1}\times x$가 정수가 되도록 하는 0이 아닌 정수 x가 존재한다.

따라서 옳은 것은 ㄷ이다. 답 ②

유제 37 $0.a\dot{b}\dot{c}=x$라 하자.

이 식의 양변에 10을 곱하면 $a.\dot{b}\dot{c}=10x$ $\cdots\cdots$ ㉠

양변에 1000을 곱하면 $abc.\dot{b}\dot{c}=1000x$ $\cdots\cdots$ ㉡

이때 ㉡－㉠을 하면 $abc-a=990x$

$\therefore x=\dfrac{abc-a}{990}$

문제에서 $0.a\dot{b}\dot{c}$를 분수로 나타내면 $\dfrac{19}{22}$라 하였으므로

$\dfrac{abc-a}{990}=\dfrac{19}{22}=\dfrac{855}{990}$

$abc-a=855$

$\therefore a=8$, $b=6$, $c=3$

따라서 잘못 본 수는 $0.6\dot{3}\dot{8}$이므로 $0.6\dot{3}\dot{8}=y$라 하고

양변에 10을 곱하면 $6.\dot{3}\dot{8}=10y$ $\cdots\cdots$ ㉢

양변에 1000을 곱하면 $638.\dot{3}\dot{8}=1000y$ $\cdots\cdots$ ㉣

이때 ㉣－㉢을 하면 $632=990y$

$\therefore y=\dfrac{632}{990}=\dfrac{316}{495}$

따라서 A의 값은 316이다. 답 ④

유제 38 어떤 자연수를 x라 하면

$2.6x+0.4=2.\dot{6}x$ $\cdots\cdots$ ㉠

$2.6=\dfrac{26}{10}=\dfrac{13}{5}$, $0.4=\dfrac{4}{10}=\dfrac{2}{5}$

$2.\dot{6}=a$라 하면

$a=2.666\cdots$ $\cdots\cdots$ ㉡

㉡의 양변에 10을 곱하면

$10a=26.666\cdots$ $\cdots\cdots$ ㉢

㉢－㉡을 하면

$$\begin{array}{rr} & 10a=26.66\cdots \\ -) & a=\ \ 2.66\cdots \\ \hline & 9a=24 \end{array}$$

$9a=24$ $\quad\therefore a=\dfrac{24}{9}=\dfrac{8}{3}$

㉠에 $2.6=\dfrac{13}{5}$, $0.4=\dfrac{2}{5}$, $2.\dot{6}=\dfrac{8}{3}$을 대입하면

$\dfrac{13}{5}x+\dfrac{2}{5}=\dfrac{8}{3}x$

$\left(\dfrac{13}{5}-\dfrac{8}{3}\right)x=-\dfrac{2}{5}$, $\dfrac{39-40}{15}x=-\dfrac{2}{5}$

$-\dfrac{1}{15}x=-\dfrac{2}{5}$

$\therefore x=\left(-\dfrac{2}{5}\right)\times(-15)=6$

따라서 어떤 자연수는 6이다. 답 6

다른풀이

㉠에서

$2.\dot{6}x-2.6x=0.4$, $(2.\dot{6}-2.6)x=0.4$

$2.\dot{6}-2.6=2.666\cdots-2.6=0.0666\cdots=0.0\dot{6}$

이므로

$$\begin{array}{r} 2.666\cdots \\ -)\ 2.6 \\ \hline 0.066\cdots \end{array}$$

$0.0\dot{6}x=0.4$ ······ ㉣

$k=0.0\dot{6}$이라 하고, 양변에 각각 10, 100을 곱하면

$10k=0.666\cdots$ ······ ㉤

$100k=6.666\cdots$ ······ ㉥

㉥−㉤을 하면

$$\begin{array}{r} 100k=6.666\cdots \\ -)\ \ 10k=0.666\cdots \\ \hline 90k=6 \end{array}$$

$90k=6$ $\quad\therefore\ k=\frac{6}{90}=\frac{1}{15}$

㉣에 $0.0\dot{6}=\frac{1}{15}$을 대입하면

$\frac{1}{15}x=0.4$ $\quad\therefore\ x=0.4\times15=6$

따라서 어떤 자연수는 6이다.

Step 3. 단원 마무리하기

01	⑤	**02**	①, ③	**03**	③	**04**	3	**05**	①
06	④	**07**	⑤	**08**	③	**09**	②	**10**	96
11	111	**12**	⑤	**13**	28	**14**	①	**15**	③
16	②	**17**	④	**18**	$\frac{52}{99}$	**19**	③	**20**	③

01 ① $\frac{14}{11}=1.2727\cdots=1.\dot{2}\dot{7}$

② $\frac{14}{33}=0.4242\cdots=0.\dot{4}\dot{2}$

③ $\frac{19}{27}=0.703703\cdots=0.\dot{7}0\dot{3}$

④ $\frac{5}{12}=0.4166\cdots=0.41\dot{6}$

⑤ $\frac{11}{45}=0.244\cdots=0.2\dot{4}$

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

02 정수가 아닌 분수를 기약분수로 나타내었을 때, 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이면 분모를 10의 거듭제곱 꼴로 나타낼 수 있다. 주어진 분수를 기약분수로 나타내고 분모를 소인수분해하면

① $\frac{8}{48}=\frac{1}{6}=\frac{1}{2\times3}$

② $\frac{22}{55}=\frac{2}{5}$

③ $\frac{18}{54}=\frac{1}{3}$

④ $\frac{9}{600}=\frac{3}{200}=\frac{3}{2^3\times5^2}$

⑤ $\frac{14}{35}=\frac{2}{5}$

따라서 분모를 10의 거듭제곱 꼴로 나타낼 수 없는 것은 ①, ③이다.

답 ①, ③

03 $\frac{12}{160}=\frac{2^2\times3}{2^5\times5}=\frac{3}{2^3\times5}=\frac{3\times5^2}{2^3\times5\times5^2}=\frac{75}{1000}=0.075$

이므로 $a=2^3\times5=40$, $b=5^2=25$, $c=75$, $d=0.075$

$\therefore\ a+(b+c)d=40+(25+75)\times0.075$

$=40+100\times0.075$

$=47.5$

답 ③

04 두 분수 $\frac{2}{99}$, $\frac{7}{30}$을 소수로 나타내면

$\frac{2}{99}=0.020202\cdots=0.\dot{0}\dot{2}$에서 순환마디는 02이므로 $\quad a=2$

$\frac{7}{30}=0.233\cdots=0.2\dot{3}$에서 순환마디는 3이므로 $\quad b=1$

$\therefore\ a+b=2+1=3$

답 3

05 $\frac{3^2}{2^2\times5\times x}$을 소수로 나타내었을 때 순환소수가 되기 위해서는 x에 2와 5 이외의 소인수 중 분자인 3^2에 의해 약분되지 않는 것이 있으면 된다. 20보다 작은 두 자리 짝수 10, 12, 14, 16, 18 중 이를 만족하는 것은 14의 1개이다.

답 ①

06 $0.1\dot{2}5\dot{4}=0.1254254\cdots$이므로 순환마디의 숫자는 2, 5, 4의 3개이다.
$1000=1+3\times333$이므로 소수점 아래 1000번째 자리의 숫자는 4이다.

답 ④

07 $140=2^2\times5\times7$이므로 $\frac{x}{140}=\frac{x}{2^2\times5\times7}$에서 분모의 소인수인 7이 x에 의하여 약분되지 않으면 된다. 즉, x는 7의 배수가 아닌 수이다.
20보다 작은 자연수 중 7의 배수인 것은 7, 14이므로 x의 값으로 가능한 수는 $19-2=17$(개)이다.

답 ⑤

08 ㄱ. 무한소수 중 순환소수는 유리수이다.

ㄴ. 0.10203040⋯은 순환하지 않는 무한소수이므로 유리수가 아니다.

ㄷ. 모든 순환소수는 무한소수이다.

ㄹ. 정수가 아닌 기약분수의 분모의 소인수에 2와 5 이외의 수가 있으면 그 분수는 순환소수로만 나타낼 수 있다.

ㅁ. 분모에 2나 5 이외에 다른 소인수가 있는 기약분수는 유한소수로 나타낼 수 없다. 이때 분수를 기약분수로 나타낸 후 분모의 소인수를 확인하여야 한다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ의 3개이다.

답 ③

09 $\frac{1}{6}=\frac{4}{24}$, $\frac{7}{8}=\frac{21}{24}$이므로 $\frac{1}{6}$과 $\frac{7}{8}$ 사이의 분모가 24인 분수는

$\frac{5}{24}$, $\frac{6}{24}$, $\frac{7}{24}$, $\cdots$, $\frac{20}{24}$이다.

이때 $24=2^3\times3$이므로 $\frac{1}{6}$과 $\frac{7}{8}$ 사이의 분모가 24인 분수가 유한소수가 되려면 분자가 3의 배수이어야 한다.

따라서 조건을 만족시키는 분수는

$\frac{6}{24}$, $\frac{9}{24}$, $\frac{12}{24}$, $\frac{15}{24}$, $\frac{18}{24}$의 5개이다.

답 ②

10 분수를 소수로 나타낼 때 유한소수가 되려면 기약분수로 나타내었을 때 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이어야 한다.

$\frac{72}{96\times x}=\frac{2^3\times3^2}{2^5\times3\times x}=\frac{3}{2^2\times x}$에서 $\frac{72}{96\times x}$가 유한소수가 되려면

$x=2^a\times5^b$ 또는 $x=2^a\times3\times5^b$ (a, b는 음이 아닌 정수)이므로

두 자리 자연수 중 x의 값이 될 수 있는 가장 큰 수는 $96(=2^5\times3)$이다.

답 96

11 $p=0.19\dot{4}$라 하고, 양변에 각각 100, 1000을 곱하면

$100p=19.44\cdots$ ······ ㉠

$1000p=194.44\cdots$ ······ ㉡

㉡−㉠을 하면

$$\begin{array}{r} 1000p=194.44\cdots \\ -)\ \ 100p=\ \ 19.44\cdots \\ \hline 900p=175 \end{array}$$

$900p=175 \qquad \therefore p=\frac{175}{900}=\frac{7}{36}$

$0.19\dot{4}\times x=\frac{7}{36}\times x=\frac{7x}{2^2\times 3^2}$가 유한소수가 되려면

x는 9의 배수이어야 한다.

a는 9의 배수 중 가장 작은 수이므로 $a=9$

b는 9의 배수 중 가장 큰 세 자리 자연수이므로 $b=999$

$\therefore \frac{b}{a}=\frac{999}{9}=111$ 　답 111

12 $0.\dot{0}42\dot{8}$을 x로 놓으면

$x=0.04280428\cdots$ …… ㉠

㉠의 양변에 10000을 곱하면

$10000x=428.04280428\cdots$ …… ㉡

㉡−㉠을 하면

$$\begin{array}{rrl} & 10000x= & 428.04280428\cdots \\ -) & x= & 0.04280428\cdots \\ \hline & 9999x= & 428 \end{array}$$

$9999x=428 \qquad \therefore x=\frac{428}{9999}$

따라서 $0.\dot{0}42\dot{8}=\frac{428}{9999}$

$0.\dot{0}42\dot{8}=428\times\square$에서

$\frac{428}{9999}=428\times\square \qquad \therefore \square=\frac{428}{9999}\times\frac{1}{428}=\frac{1}{9999}$

$\frac{1}{9999}=0.00010001\cdots=0.\dot{0}00\dot{1}$

따라서 □ 안에 알맞은 수는 $0.\dot{0}00\dot{1}$이다. 　답 ⑤

13 $0.\dot{4}\dot{5}=x$라 하고 양변에 100을 곱하면 $45.\dot{4}\dot{5}=100x$

각 변의 식끼리 빼면

$45.\dot{4}\dot{5}-0.\dot{4}\dot{5}=100x-x$

$45=99x \qquad \therefore x=\frac{45}{99}=\frac{5}{11}$

$1.\dot{0}\dot{9}=y$라 하고 양변에 100을 곱하면 $109.\dot{0}\dot{9}=100y$

각 변의 식끼리 빼면

$109.\dot{0}\dot{9}-1.\dot{0}\dot{9}=100y-y$

$108=99y \qquad \therefore y=\frac{108}{99}=\frac{12}{11}$

따라서 $0.\dot{4}\dot{5}+1.\dot{0}\dot{9}=\frac{5}{11}+\frac{12}{11}=\frac{17}{11}$이므로

$a=11,\ b=17$

$\therefore a+b=11+17=28$ 　답 28

14 분수를 소수로 나타낼 때 유한소수가 되려면 기약분수로 나타내었을 때 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이어야 한다. 조건 (가)에서

$\frac{2}{340}\times A=\frac{1}{170}\times A=\frac{1}{2\times5\times17}\times A=\frac{1}{B}$

이때 조건 (나)에서 $\frac{1}{B}$은 유한소수이므로 A는 17의 배수이어야 한다.

A는 20보다 작은 두 자리 자연수이므로 $A=17$이다.

따라서 $\frac{1}{2\times5\times17}\times17=\frac{1}{B}$이므로 $B=10$이다.

$\therefore A+B=17+10=27$ 　답 ①

15 $n=1$일 때 $14^n=14$이므로 일의 자리의 수는 4

$n=2$일 때 $14^n=196$이므로 일의 자리의 수는 6

$n=3$일 때 $14^n=2744$이므로 일의 자리의 수는 4

$n=4$일 때 $14^n=38416$이므로 일의 자리의 수는 6

⋮

따라서 14^n의 일의 자리의 수는 4와 6이 반복됨을 알 수 있다.

마찬가지 방법으로

$n=1$일 때 $16^n=16$이므로 일의 자리의 수는 6

$n=2$일 때 $16^n=256$이므로 일의 자리의 수는 6

$n=3$일 때 $16^n=4096$이므로 일의 자리의 수는 6

⋮

따라서 16^n의 일의 자리의 수는 항상 6임을 알 수 있다.

$n=1$일 때 $19^n=19$이므로 일의 자리의 수는 9

$n=2$일 때 $19^n=361$이므로 일의 자리의 수는 1

$n=3$일 때 $19^n=6859$이므로 일의 자리의 수는 9

$n=4$일 때 $19^n=130321$이므로 일의 자리의 수는 1

⋮

따라서 19^n의 일의 자리의 수는 9와 1이 반복됨을 알 수 있다.

이때 세 수 14^n, 16^n, 19^n의 일의 자리의 수의 합의 일의 자리의 수가 $14^n+16^n+19^n$의 일의 자리의 수이므로

n이 홀수일 때, $14^n+16^n+19^n$의 일의 자리의 수는 9,

n이 짝수일 때, $14^n+16^n+19^n$의 일의 자리의 수는 3이다.

$14^n+16^n+19^n$을 10으로 나눈 나머지는

$14^n+16^n+19^n$의 일의 자리의 수와 같으므로

n이 홀수일 때 $A_n=9$, n이 짝수일 때 $A_n=3$이다.

따라서 $A_1=A_3=A_5=\cdots=9$, $A_2=A_4=A_6=\cdots=3$이므로

$\frac{A_1}{10}+\frac{A_2}{10^2}+\frac{A_3}{10^3}+\frac{A_4}{10^4}+\cdots$

$=\frac{9}{10}+\frac{3}{10^2}+\frac{9}{10^3}+\frac{3}{10^4}+\cdots$

$=0.9+0.03+0.009+0.0003+\cdots$

$=0.9393\cdots$

$=0.\dot{9}\dot{3}$

$0.\dot{9}\dot{3}=x$라 하고 양변에 100을 곱하면

$93.\dot{9}\dot{3}=100x$

각 식의 변끼리 빼주면

$93.\dot{9}\dot{3}-0.\dot{9}\dot{3}=100x-x$

$93=99x \qquad \therefore x=\frac{93}{99}=\frac{31}{33}$

따라서 주어진 식의 값을 기약분수로 나타내면 $\frac{31}{33}$이다. 　답 ③

16 $0.\dot{a}\dot{b}=\frac{8}{11}$의 양변에 100을 곱하면 $ab.\dot{a}\dot{b}=\frac{800}{11}$

각 변의 식끼리 빼면

$ab.\dot{a}\dot{b}-0.\dot{a}\dot{b}=\frac{800}{11}-\frac{8}{11}$

$10a+b=\frac{792}{11}=72$

$\therefore a=7,\ b=2$

$0.a\dot{b}\times0.\dot{b}\dot{a}=0.7\dot{2}\times0.\dot{2}\dot{7}$에서 $0.7\dot{2}=x$라 하고

양변에 10을 곱하면 $7.\dot{2}=10x$ …… ㉠

양변에 100을 곱하면 $72.\dot{2}=100x$ …… ㉡

㉡−㉠을 하면

$72.\dot{2}-7.\dot{2}=100x-10x,\ 65=90x$

$\therefore x=\frac{65}{90}=\frac{13}{18}$

$0.\dot{2}\dot{7}=y$라 하고 양변에 100을 곱하면 $27.\dot{2}\dot{7}=100y$

각 변의 식끼리 빼면

$27.\dot{2}\dot{7}-0.\dot{2}\dot{7}=100y-y,\ 27=99y$

$\therefore y=\frac{27}{99}=\frac{3}{11}$

$\therefore 0.7\dot{2}\times0.\dot{2}\dot{7}=\frac{13}{18}\times\frac{3}{11}=\frac{13}{66}$ 　답 ②

17 순환소수 $0.73\dot{2}4\dot{1}$의 순환마디를 이루는 숫자는 3개이고 소수점 아래에서 순환하지 않는 숫자는 2개이다. 이때 $60-2=58=3\times19+1$이므로 소수점 아래 3번째 자리에서 소수점 아래 59번째 자리까지 순환마디는 19번 반복되고, 소수점 아래 60번째 자리의 숫자는 순환마디의 첫 번째

숫자인 2이다.
따라서 구하는 총합은
$(7+3)+(2+4+1)\times19+2=10+7\times19+2$
$=145$ 답 ④

18 $\frac{5}{11}=0.4545454545\cdots$이므로
$\frac{5}{11}$를 소수로 나타낼 때 소수점 아래 10번째 자리의 수는 5이다.

$$\begin{array}{r} 0.4545\cdots \\ 11\overline{)50} \\ \underline{44} \\ 60 \\ \underline{55} \\ 50 \\ \underline{44} \\ 60 \\ \underline{55} \\ \vdots \end{array}$$

$\therefore a=5$
$0.\dot{2}8\dot{4}=0.284284284284\cdots$이므로
순환소수 $0.\dot{2}8\dot{4}$의 소수점 아래 10번째 자리의 숫자는 2이다.
$\therefore b=2$
따라서 $0.\dot{a}\dot{b}=0.\dot{5}\dot{2}$이므로
$0.\dot{5}\dot{2}=x$라 하고 양변에 100을 곱하면 $52.\dot{5}\dot{2}=100x$
각 식의 변끼리 빼면
$52.\dot{5}\dot{2}-0.\dot{5}\dot{2}=100x-x,\ 52=99x$
$\therefore x=\frac{52}{99}$ 답 $\frac{52}{99}$

19 $\frac{21}{2\times5^2}=\frac{2\times21}{2^2\times5^2}=\frac{42}{2^2\times5^2}=\frac{42}{10^2}=0.42$
$\frac{21}{2^3\times5^4}=\frac{2\times21}{2^4\times5^4}=\frac{42}{2^4\times5^4}=\frac{42}{10^4}=0.0042$
$\frac{21}{2^5\times5^6}=\frac{2\times21}{2^6\times5^6}=\frac{42}{2^6\times5^6}=\frac{42}{10^6}=0.000042$
$\vdots$
이므로 주어진 식을 순환소수로 나타내면
$1+\frac{21}{2\times5^2}+\frac{21}{2^3\times5^4}+\frac{21}{2^5\times5^6}+\cdots$
$=1+0.42+0.0042+0.000042+\cdots$
$=1.424242\cdots$
$=1.\dot{4}\dot{2}$
$1.\dot{4}\dot{2}=x$라 하고 양변에 100을 곱하면 $142.\dot{4}\dot{2}=100x$
각 식의 변끼리 빼면
$142.\dot{4}\dot{2}-1.\dot{4}\dot{2}=100x-x,\ 141=99x$
$\therefore x=\frac{141}{99}=\frac{47}{33}$ 답 ③

20 $0.1\dot{6}=c$에서 양변에 10을 곱하면 $1.\dot{6}=10c$ ⋯⋯ ㉠
양변에 100을 곱하면 $16.\dot{6}=100c$ ⋯⋯ ㉡
㉡−㉠을 하면
$16.\dot{6}-1.\dot{6}=100c-10c,\ 15=90c$
$\therefore c=\frac{15}{90}=\frac{1}{6}$
$0.6\dot{1}=a$에서 양변에 10을 곱하면 $6.\dot{1}=10a$ ⋯⋯ ㉢
양변에 100을 곱하면 $61.\dot{1}=100a$ ⋯⋯ ㉣
㉣−㉢을 하면 $61.\dot{1}-6.\dot{1}=100a-10a$
$55=90a$
$\therefore a=\frac{55}{90}=\frac{11}{18}$
$\therefore a\triangle(b\triangle c)=\frac{11}{18}\triangle\left(\frac{1}{6}\triangle\frac{1}{6}\right)$
$=\frac{11}{18}\triangle\left(5\times\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}\right)$
$=\frac{11}{18}\triangle\frac{5}{36}$
$=\frac{11}{18}-\frac{5}{36}=\frac{22}{36}-\frac{5}{36}=\frac{17}{36}$ 답 ③

02 단항식의 계산

Step 1. 개념 다지기

02-1 지수법칙 1

답 ❶ a^{m+n} ❷ a^{mn}

기본연습 1

(1) $x^5\times x^3=x^{5+3}=x^8$ (2) $y^2\times y^7=y^{2+7}=y^9$
(3) $(x^4)^5=x^{4\times5}=x^{20}$ (4) $(y^3)^7=y^{3\times7}=y^{21}$
답 (1) x^8 (2) y^9 (3) x^{20} (4) y^{21}

연습 1

$a^4\times(a^5)^{10}=a^4\times a^{5\times10}=a^4\times a^{50}=a^{4+50}=a^{54}$
따라서 $a^k=a^{54}$이므로 $k=54$ 답 54

02-2 지수법칙 2

답 ❶ a^{m-n} ❷ 1 ❸ $\frac{1}{a^{n-m}}$ ❹ a^mb^m ❺ $\frac{b^m}{a^m}$

기본연습 2

(1) $x^6\div x^4=x^{6-4}=x^2$ (2) $y^3\div y^{12}=\frac{1}{y^{12-3}}=\frac{1}{y^9}$
(3) $(xy)^7=x^7y^7$ (4) $\left(\frac{x}{y}\right)^8=\frac{x^8}{y^8}$
답 (1) x^2 (2) $\frac{1}{y^9}$ (3) x^7y^7 (4) $\frac{x^8}{y^8}$

연습 2

$x^{20}\div x^7=x^{13}=x^a$ $\therefore a=13$
$\left(\frac{x}{y}\right)^b=\frac{x^b}{y^b}=\frac{x^{12}}{y^{12}}$ $\therefore b=12$
$\therefore a+b=13+12=25$ 답 25

02-3 단항식의 곱셈

답 ❶ 계수 ❷ 계수 ❸ 문자 ❹ 문자 ❺ 지수법칙

기본연습 3

(1) $5x\times2y^2=(5\times2)\times(x\times y^2)=10xy^2$
(2) $6x^2y\times(-3xy^3)=\{6\times(-3)\}\times x^2y\times xy^3=-18x^3y^4$
답 (1) $10xy^2$ (2) $-18x^3y^4$

연습 3

$(xy^2)^2\times\left(\frac{x^2}{y}\right)^3=x^2y^4\times\frac{x^6}{y^3}=x^2\times x^6\times\frac{y^4}{y^3}=x^8y$ 답 x^8y

02-4 단항식의 나눗셈

답 ❶ 분수 ❷ 곱셈

기본연습 4

(1) $12x^4\div6x=\frac{12x^4}{6x}=2x^3$
(2) $(-30x^3y^4)\div10x^2y=(-30x^3y^4)\times\frac{1}{10x^2y}=-3xy^3$
답 (1) $2x^3$ (2) $-3xy^3$

연습 4

$\frac{5}{2}x^2\div\left(-\frac{10}{x^3y^4}\right)=\frac{5}{2}x^2\times\left(-\frac{x^3y^4}{10}\right)=\left\{\frac{5}{2}\times\left(-\frac{1}{10}\right)\right\}\times x^2\times x^3y^4$

$=-\frac{1}{4}x^5y^4$ 답 $-\frac{1}{4}x^5y^4$

02-5 단항식의 곱셈과 나눗셈의 혼합 계산

답 ❶ 지수법칙 ❷ 역수 ❸ 계수 ❹ 계수 ❺ 문자 ❻ 문자

기본연습 5

(1) $10xy\div5x\times7xy^2=10xy\times\frac{1}{5x}\times7xy^2=14xy^3$

(2) $3x^4y^2\times\frac{1}{4}xy\div5xy^2=3x^4y^2\times\frac{1}{4}xy\times\frac{1}{5xy^2}=\frac{3}{20}x^4y$

답 (1) $14xy^3$ (2) $\frac{3}{20}x^4y$

연습 5

$4x^4y^3\div(-3x)^2\times\frac{18}{5}x^3y^2=4x^4y^3\div9x^2\times\frac{18}{5}x^3y^2$

$=4x^4y^3\times\frac{1}{9x^2}\times\frac{18}{5}x^3y^2=\frac{8}{5}x^5y^5$ 답 $\frac{8}{5}x^5y^5$

Step 2. 대표 문제로 접근하기

01	4	02	④	03	12	04	7	05	11^{10}
06	3^{30}	07	①	08	3	09	④	10	6
11	27	12	10	13	512000원			14	④
15	②	16	⑤	17	8	18	③	19	$\frac{16}{9}x^6y^4$
20	①	21	⑤	22	5	23	①	24	④
25	④	26	④	27	$100\pi x^6y^2$			28	$12x^7y^4$
29	②	30	④						

유제 01 $a^3\times a^7\times a^x=a^{3+7+x}=a^{10+x}$이므로 $10+x=14$

$\therefore x=14-10=4$ 답 4

유제 02 $2^4\times2\times2^x=2^{4+1+x}=2^{5+x}$이고 $512=2^9$이므로

$2^{5+x}=2^9$, 즉 $5+x=9$

$\therefore x=9-5=4$ 답 ④

유제 03 $(x^2)^a\times(y^5)^b=x^{2a}\times y^{5b}=x^{2a}y^{5b}$이므로 $x^{2a}y^{5b}=x^8y^{15}$

$2a=8$에서 $a=4$, $5b=15$에서 $b=3$

$\therefore ab=4\times3=12$ 답 12

유제 04 $3^x\times27=243^2$에서

(좌변)$=3^x\times3^3=3^{x+3}$, (우변)$=(3^5)^2=3^{10}$이므로

$3^{x+3}=3^{10}$, $x+3=10$ $\therefore x=7$ 답 7

유제 05 주어진 세 수의 지수를 35, 15, 10의 최대공약수인 5로 통일하면

$2^{35}=(2^7)^5=128^5$, $5^{15}=(5^3)^5=125^5$, $11^{10}=(11^2)^5=121^5$

이때 $121<125<128$이므로 $121^5<125^5<128^5$

$\therefore 11^{10}<5^{15}<2^{35}$

따라서 세 수 중 가장 작은 수는 11^{10}이다. 답 11^{10}

유제 06 주어진 네 수의 지수를 40, 50, 30, 20의 최대공약수인 10으로 통일하면

$2^{40}=(2^4)^{10}=16^{10}$, $2^{50}=(2^5)^{10}=32^{10}$, $3^{30}=(3^3)^{10}=27^{10}$,

$5^{20}=(5^2)^{10}=25^{10}$

이때 $16<25<27<32$이므로 $16^{10}<25^{10}<27^{10}<32^{10}$

$\therefore 2^{40}<5^{20}<3^{30}<2^{50}$

따라서 세 번째에 오는 수는 3^{30}이다. 답 3^{30}

유제 07 ① $x^{12}\div x^4=x^{12-4}=x^8$

② $(x^3)^3\div x^9=x^9\div x^9=1$

③ $x^5\div x^3\div x^3=x^2\div x^3=\frac{1}{x^{3-2}}=\frac{1}{x}$

④ $(x^4)^3\div(x^2)^3\div(x^2)^2=x^{12}\div x^6\div x^4=x^6\div x^4=x^{6-4}=x^2$

⑤ $x^{10}\div(x^2)^3\div(x^3)^2=x^{10}\div x^6\div x^6=x^4\div x^6=\frac{1}{x^{6-4}}=\frac{1}{x^2}$

따라서 옳지 않은 것은 ①이다. 답 ①

유제 08 $(x^2)^5\div(x^{\square})^3=x^{10}\div x^{3\times\square}=x^{10-3\times\square}=x$이므로

$10-3\times\square=1$에서 $-3\times\square=-9$

$\therefore \square=\frac{-9}{-3}=3$ 답 3

유제 09 ① $\left(\frac{yz^2}{x}\right)^2=\frac{y^2\times z^{2\times2}}{x^2}=\frac{y^2z^4}{x^2}$

② $\left(-\frac{2x^2}{y}\right)^3=\left(-2\times\frac{x^2}{y}\right)^3=(-2)^3\times\frac{x^{2\times3}}{y^3}=-\frac{8x^6}{y^3}$

③ $\left(-\frac{x^2}{y}\right)^3=\left(-1\times\frac{x^2}{y}\right)^3=(-1)^3\times\frac{x^{2\times3}}{y^3}=-\frac{x^6}{y^3}$

④ $\left(-\frac{xy}{2}\right)^2=\left(-1\times\frac{xy}{2}\right)^2=(-1)^2\times\frac{x^2y^2}{2^2}=\frac{x^2y^2}{4}$

⑤ $\left(\frac{2}{x}\right)^4=\frac{2^4}{x^4}=\frac{16}{x^4}$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

유제 10 $\left(\frac{a}{x^2y^b}\right)^3=\frac{a^3}{x^{2\times3}y^{b\times3}}=\frac{a^3}{x^6y^{3b}}=-\frac{27}{x^cy^9}$이므로

$a^3=-27=(-3)^3$에서 $a=-3$

$x^6=x^c$에서 $c=6$, $y^{3b}=y^9$에서 $3b=9$, $b=3$

$\therefore a+b+c=(-3)+3+6=6$ 답 6

유제 11 $3^{11}\times3^5\div3^9\times(3^2)^7\times9^3$

$=3^{11}\times3^5\div3^9\times3^{14}\times(3^2)^3$

$=3^{11}\times3^5\div3^9\times3^{14}\times3^6$

$=3^{16}\div3^9\times3^{14}\times3^6$

$=3^7\times3^{14}\times3^6$

$=3^{7+14+6}=3^{27}$

따라서 $3^{27}=3^k$이므로 $k=27$ 답 27

유제 12 $(x^2)^4\times x^5\div(x^8\times x^3)\times(x^3)^6$

$=x^8\times x^5\div x^{11}\times x^{18}$

$=x^{8+5-11+18}=x^{20}$

이 값이 100^{10}과 같으므로

$x^{20}=100^{10}=(10^2)^{10}=10^{20}$ $\therefore x=10$ 답 10

유제 13 진욱이가 첫 번째 달에는 1000원을 입금하고,

두 번째 달부터는 이전 달에 입금한 금액의 2배를 입금하므로

두 번째 달에는 $2\times1000=2000$(원),

세 번째 달에는 $2^2\times1000=4000$(원), …

을 입금해야 한다.

따라서 열 번째 달에 진욱이가 입금해야 할 금액은

$2^9\times1000=512\times1000=512000$(원) 답 512000원

유제 14 하루가 지날 때마다 뮤직비디오 조회 수가 3배씩 증가하므로 6월 1일로부터 n일이 지난 후의 뮤직비디오 조회 수는

2700×3^n(회)

따라서 6월 13일의 뮤직비디오 조회 수는

$2700\times3^{12}=100\times27\times3^{12}=100\times3^3\times3^{12}=100\times3^{15}$(회)

답 ④

유제 15 $4^x+4^{x+1}+4^{x+2}=4^x+4\times4^x+4^2\times4^x=4^x(1+4+4^2)$

$=4^x(1+4+16)=4^x\times21=336$

$4^x=336\div21=16$이므로 $x=2$ 답 ②

유제 16 $2^x=A$, $3^x=B$이므로

$108^x=(2^2\times3^3)^x=2^{2x}\times3^{3x}=(2^x)^2\times(3^x)^3=A^2B^3$ 답 ⑤

유제 17 $7\times5^7\times2^5=5^2\times7\times(2^5\times5^5)=5^2\times7\times(2\times5)^5=175\times10^5$

$=17500000$

따라서 $7\times5^7\times2^5$은 8자리의 자연수이므로 $n=8$ 답 8

유제 18 ① $2^6\times5^4=2^2\times(2^4\times5^4)=2^2\times(2\times5)^4=4\times10^4=40000$

따라서 $2^6\times5^4$은 5자리의 자연수이다.

② $2^2\times4^3\times5^7=2^2\times(2^2)^3\times5^7=2^2\times2^6\times5^7=2^8\times5^7$

$=2\times(2^7\times5^7)=2\times(2\times5)^7$

$=2\times10^7=20000000$

따라서 $2^2\times4^3\times5^7$은 8자리의 자연수이다.

③ $8\times15\times25=2^3\times3\times5\times5^2=2^3\times3\times5^3$

$=3\times(2^3\times5^3)=3\times(2\times5)^3$

$=3\times10^3=3000$

따라서 $8\times15\times25$는 4자리의 자연수이다.

④ $2^{11}\times5^8\times13=2^3\times13\times(2^8\times5^8)=8\times13\times(2\times5)^8$

$=104\times10^8=10400000000$

따라서 $2^{11}\times5^8\times13$은 11자리의 자연수이다.

⑤ $2\times7\times16^2\times25^3=2\times7\times(2^4)^2\times(5^2)^3=2\times7\times2^8\times5^6$

$=2^9\times5^6\times7=2^3\times7\times(2^6\times5^6)$

$=56\times10^6=56000000$

따라서 $2\times7\times16^2\times25^3$은 8자리의 자연수이다.

그러므로 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

유제 19 $\left(\frac{1}{3}xy^4\right)^2\times\left(-\frac{2x}{y}\right)^4=\frac{1}{9}x^2y^8\times\frac{16x^4}{y^4}$

$=\frac{1}{9}\times16\times x^2\times x^4\times y^8\times\frac{1}{y^4}$

$=\frac{16}{9}x^6y^4$ 답 $\frac{16}{9}x^6y^4$

유제 20 $(-4a^2b)^3\times(-2a^3b^5)^2=-64a^6b^3\times4a^6b^{10}$

$=-256a^{12}b^{13}$ 답 ①

유제 21 $16x^4y^3\div(-2xy^2)=16x^4y^3\times\left(-\frac{1}{2xy^2}\right)=-8x^3y$ 답 ⑤

유제 22 $(9x^3y^a)^b\div(3x^cy^2)^3=9^bx^{3b}y^{ab}\div27x^{3c}y^6=\frac{9^bx^{3b}y^{ab}}{27x^{3c}y^6}$

즉, $\frac{9^bx^{3b}y^{ab}}{27x^{3c}y^6}=\frac{3y^2}{x^3}$이므로

$\frac{9^b}{27}=3$에서 $9^b=27\times3=81=9^2$ $\therefore b=2$

$3c-3b=3$에서 $3c-6=3$, $3c=9$ $\therefore c=3$

$ab-6=2$에서 $2a-6=2$, $2a=8$ $\therefore a=4$

$\therefore a-b+c=4-2+3=5$ 답 5

유제 23 $(-a^2b^3)^3\div a^3b\times\left(\frac{a^2}{b}\right)^2=(-a^6b^9)\div a^3b\times\frac{a^4}{b^2}$

$=(-a^6b^9)\times\frac{1}{a^3b}\times\frac{a^4}{b^2}$

$=-a^7b^6$ 답 ①

유제 24 예원 : $(-2x^3)^4\div\frac{2}{9}x^3=16x^{12}\times\frac{9}{2x^3}=72x^9$

민지 : $12y^2\div\frac{3}{5}y^3\times4y^4=12y^2\times\frac{5}{3y^3}\times4y^4=80y^3$

진영 : $\frac{4}{3}xy^2\times(-3x^3y)^2=\frac{4}{3}xy^2\times9x^6y^2=12x^7y^4$

소미 : $4x^2\times(-2xy^3)\div(-2y)^3=4x^2\times(-2xy^3)\div(-8y^3)$

$=4x^2\times(-2xy^3)\times\left(-\frac{1}{8y^3}\right)$

$=x^3$

채영 : $9x^3y\div(-3y^2)\times6x^2y^4=9x^3y\times\left(-\frac{1}{3y^2}\right)\times6x^2y^4$

$=-18x^5y^3$

따라서 계산이 틀린 사람은 소미이다. 답 ④

유제 25 $(3x^3y^2)^2\div(-2xy^2)^2\times\boxed{}=18x^5y^2$에서

$9x^6y^4\div4x^2y^4\times\boxed{}=18x^5y^2$

$9x^6y^4\times\frac{1}{4x^2y^4}\times\boxed{}=18x^5y^2$

$\therefore \boxed{}=18x^5y^2\times\frac{1}{9x^6y^4}\times4x^2y^4=8xy^2$ 답 ④

유제 26 $4a^2b\div A\times6a^3b^5=8a^4b^4$에서 $4a^2b\times\frac{1}{A}\times6a^3b^5=8a^4b^4$

$\therefore A=4a^2b\times6a^3b^5\div8a^4b^4=4a^2b\times6a^3b^5\times\frac{1}{8a^4b^4}=3ab^2$

$(10ab^2)^2\div2ab\div10ab^2=B$에서 $100a^2b^4\times\frac{1}{2ab}\times\frac{1}{10ab^2}=B$

$\therefore B=100a^2b^4\times\frac{1}{20a^2b^3}=5b$

$\therefore A\times B=3ab^2\times5b=15ab^3$ 답 ④

유제 27 (원기둥의 부피)=(밑면의 넓이)×(높이)

$=\pi\times(2x^2y^2)^2\times\left(\frac{5x}{y}\right)^2$

$=\pi\times4x^4y^4\times\frac{25x^2}{y^2}$

$=100\pi x^6y^2$ 답 $100\pi x^6y^2$

유제 28 (정사각뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times$(밑면의 넓이)×(높이)

$=\frac{1}{3}\times(3x^3y)^2\times4xy^2$

$=\frac{1}{3}\times9x^6y^2\times4xy^2$

$=12x^7y^4$ 답 $12x^7y^4$

유제 29 (직사각형의 넓이)=(가로의 길이)×(세로의 길이)

$=\frac{(x^3y)^3}{5}\times50x^2y^4=\frac{x^9y^3}{5}\times50x^2y^4$

$=10x^{11}y^7$ 답 ②

유제 30 주어진 원뿔의 부피와 원기둥의 부피가 같으므로

$\frac{1}{3}\times\pi\times(3x)^2\times h=\pi\times(xy)^2\times5x^2y$

$\frac{1}{3}\times\pi\times9x^2\times h=\pi\times x^2y^2\times5x^2y$

$3\pi x^2\times h=5\pi x^4y^3$

$\therefore h=\frac{5\pi x^4y^3}{3\pi x^2}=\frac{5}{3}x^2y^3$ 답 ④

Step 3. 단원 마무리하기

01	(1) $p=8$ (2) $q=4$, $r=5$					02	④	03	④
04	18	05	③	06	3	07	②	08	④
09	①	10	7	11	②	12	5		
13	$A>B>C$			14	③	15	④	16	⑤
17	①	18	⑤	19	②	20	②		

01 (1) $a^5\times a^7\times a^p=a^{5+7+p}=a^{20}$에서 $5+7+p=20$이므로

$12+p=20$ $\quad\therefore p=8$

(2) $x^4\times y^2\times x\times y^q=x^ry^6$에서 $x^4\times x\times y^2\times y^q=x^ry^6$

$x^{4+1}\times y^{2+q}=x^ry^6$, $x^5y^{2+q}=x^ry^6$

따라서 $5=r$, $2+q=6$이므로 $q=4$, $r=5$

답 (1) $p=8$ (2) $q=4$, $r=5$

02 $a^{2x}=3$이므로 $a^{8x}=(a^{2x})^4=3^4=81$ 답 ④

03 ① $a^{\square}\times a^3=a^{\square+3}=a^8$이므로 $\square+3=8$ $\quad\therefore \square=5$

② $(a^2)^{\square}=a^{2\times\square}=a^{12}$이므로 $2\times\square=12$ $\quad\therefore \square=6$

③ $(a^{\square})^4=a^{\square\times4}=a^{12}$이므로 $\square\times4=12$ $\quad\therefore \square=3$

④ $(a^5)^2\times a^2=a^{10}\times a^2=a^{10+2}=a^{12}=a^{\square}$이므로 $\square=12$

⑤ $a^{\square}\times(a^2)^3=a^{\square}\times a^6=a^{\square+6}=a^{16}$이므로

$\square+6=16$ $\quad\therefore \square=10$

따라서 □ 안에 알맞은 수가 가장 큰 것은 ④이다. 답 ④

04 $\left(\dfrac{a^2}{b}\right)^3=\dfrac{a^{2\times3}}{b^3}=\dfrac{a^6}{b^3}=\dfrac{a^x}{b^3}$에서 $x=6$

$\left(\dfrac{b}{a^x}\right)^2=\left(\dfrac{b}{a^6}\right)^2=\dfrac{b^2}{a^{6\times2}}=\dfrac{b^2}{a^{12}}=\dfrac{b^2}{a^y}$에서 $y=12$

$\therefore x+y=6+12=18$ 답 18

05 $(-2a^5b^3)^2=(-2)^2\times(a^5)^2\times(b^3)^2$

$=4\times a^{5\times2}\times b^{3\times2}=4a^{10}b^6$ 답 ③

06 $10x^{12}\div5x^{\square}\div(x^2)^3=\dfrac{10}{5}x^{12-\square}\div x^6=2x^{12-\square}\div x^6$

$=2x^{12-\square-6}=2x^3$

따라서 $12-\square-6=3$에서 $6-\square=3$ $\quad\therefore \square=3$ 답 3

07 $18x^3y^3\div(3xy^2)^2=18x^3y^3\div9x^2y^4=18x^3y^3\times\dfrac{1}{9x^2y^4}=\dfrac{2x}{y}$

즉, $\dfrac{2x}{y}=\dfrac{Ax^B}{y^C}$이므로 $A=2$, $B=1$, $C=1$

$\therefore A+B+C=2+1+1=4$ 답 ②

08 $x^3y\times3xy\div\left(6y^2\div4x\times\dfrac{xy^2}{3}\right)=x^3y\times3xy\div\left(6y^2\times\dfrac{1}{4x}\times\dfrac{xy^2}{3}\right)$

$=x^3y\times3xy\div\dfrac{y^4}{2}=x^3y\times3xy\times\dfrac{2}{y^4}$

$=\dfrac{6x^4}{y^2}$ 답 ④

09 $\left(\dfrac{1}{81}\right)^3=\left(\dfrac{1}{3^4}\right)^3=\dfrac{1}{(3^4)^3}=\dfrac{1}{3^{12}}=\dfrac{1}{(3^2)^6}=\dfrac{1}{a^6}$ 답 ①

10 $(4ab^x)^2\div(a^yb^3)^3=16a^2b^{2x}\div a^{3y}b^9=\dfrac{16a^2b^{2x}}{a^{3y}b^9}$

즉, $\dfrac{16a^2b^{2x}}{a^{3y}b^9}=\dfrac{16b}{a^4}$이므로

$2x-9=1$에서 $2x=10$ $\quad\therefore x=5$

$3y-2=4$에서 $3y=6$ $\quad\therefore y=2$

$\therefore x+y=5+2=7$ 답 7

11 $(x^3y^4)^2\times(x^ay)^3\div(x^2y^b)^4=x^6y^8\times x^{3a}y^3\div x^8y^{4b}$

$=x^6y^8\times x^{3a}y^3\times\dfrac{1}{x^8y^{4b}}=\dfrac{x^{3a}y^{11}}{x^2y^{4b}}$

즉, $\dfrac{x^{3a}y^{11}}{x^2y^{4b}}=x^7y^3$이므로

$3a-2=7$에서 $a=3$, $11-4b=3$에서 $b=2$

$\therefore a+b=3+2=5$ 답 ②

12 $(-2x^2y)^A\times Bxy^3=(-2)^Ax^{2A}y^A\times Bxy^3=(-2)^ABx^{2A+1}y^{A+3}$

즉, $(-2)^ABx^{2A+1}y^{A+3}=-32x^7y^C$이므로

$2A+1=7$에서 $A=3$

$(-2)^AB=(-2)^3B=-8B=-32$에서 $B=4$

$A+3=C$에서 $C=6$

$\therefore A-B+C=3-4+6=5$ 답 5

13 $A=16^{20}=(2^4)^{20}=2^{80}$, $B=25^{15}=(5^2)^{15}=5^{30}$

두 수 A, B의 지수 80, 30의 최대공약수는 10이므로

세 수 A, B, C의 지수를 10으로 통일하면

$A=2^{80}=(2^8)^{10}=256^{10}$

$B=5^{30}=(5^3)^{10}=125^{10}$

$C=27^{10}$

$\therefore A>B>C$ 답 $A>B>C$

14 $(-6x^a)^b=(-6)^bx^{ab}=36x^4$이므로

$(-6)^b=36=(-6)^2$에서 $b=2$

$ab=4$에서 $2a=4$ $\quad\therefore a=2$

$\dfrac{1}{2}ab^4\div\left(-\dfrac{1}{4}ab^2\right)^3=\dfrac{1}{2}ab^4\div\left(-\dfrac{1}{64}a^3b^6\right)$

$=\dfrac{1}{2}ab^4\times\left(-\dfrac{64}{a^3b^6}\right)$

$=-\dfrac{32}{a^2b^2}$

이때 $a=2$, $b=2$이므로 이 식에 대입하면

(주어진 식)$=-\dfrac{32}{a^2b^2}=-\dfrac{32}{2^2\times2^2}=-2$ 답 ③

15 $3^{n+1}(3^{n-2}+3^n)=3^{n+1}\times3^{n-2}+3^{n+1}\times3^n=3^{2n-1}+3^{2n+1}$

$=\dfrac{1}{3}\times3^{2n}+3\times3^{2n}=\left(\dfrac{1}{3}+3\right)\times3^{2n}$

$=\dfrac{10}{3}\times9^n=a\times9^n$

$\therefore a=\dfrac{10}{3}$ 답 ④

16 $4^6\times5^9\times11=(2^2)^6\times5^9\times11=2^{12}\times5^9\times11$

$=2^3\times11\times(2\times5)^9=88\times10^9$

따라서 $4^6\times5^9\times11$은 11자리의 자연수이므로 $n=11$

$\therefore 3^{15-n}=3^{15-11}=3^4=81$ 답 ⑤

17 C를 $4xy$로 나누었을 때 x가 되므로

$C\div4xy=x$ $\quad\therefore C=x\times4xy=4x^2y$

B에 $2x$를 곱했을 때 $C=4x^2y$가 되므로

$B\times2x=4x^2y$ $\quad\therefore B=\dfrac{4x^2y}{2x}=2xy$

A를 $(3x^2y)^2$으로 나누었을 때 $B=2xy$가 되므로

$A\div(3x^2y)^2=2xy$

$\therefore A=2xy\times(3x^2y)^2=2xy\times9x^4y^2=18x^5y^3$

$\therefore A\div B\div C=A\times\dfrac{1}{B}\times\dfrac{1}{C}=18x^5y^3\times\dfrac{1}{2xy}\times\dfrac{1}{4x^2y}$

$=\dfrac{9}{4}x^2y$ 답 ①

18 자연수 n에 대하여

$$(-1)^{2n}x^n\times(-1)^{n+1}\times(-1)^n x^n=(-1)^{2n+(n+1)+n}\times x^{n+n}$$
$$=(-1)^{4n+1}x^{2n}$$

모든 자연수 n에 대하여 $4n+1$의 값은 홀수이므로

$(-1)^{4n+1}=-1$

따라서 주어진 식을 간단히 하면 $-x^{2n}$이다. 답 ⑤

19 $2^{10}\times4\times5^8=2^{10}\times2^2\times5^8=2^{12}\times5^8$
$=2^4\times(2\times5)^8=16\times10^8$

따라서 $2^{10}\times4\times5^8$은 10자리의 자연수이므로

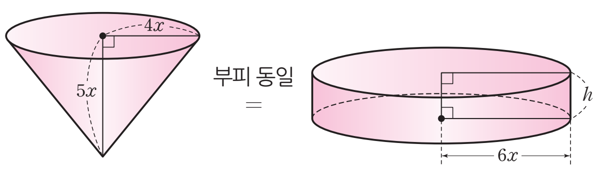
$n=10$

이때 $2^n\times25^3=2^{10}\times(5^2)^3=2^{10}\times5^6=2^4\times(2\times5)^6=16\times10^6$

따라서 $2^n\times25^3$은 8자리의 자연수이므로

$m=8$ 답 ②

20 원뿔 모양의 물통에 가득 들어 있는 물을 원기둥 모양의 물통에 부었더니 물이 넘치지 않고 가득 찼으므로 두 물통의 부피가 같음을 알 수 있다.



원기둥 모양의 물통의 높이를 h라 하면

$\frac{1}{3}\times\pi\times(4x)^2\times5x=\pi\times(6x)^2\times h$

$\frac{1}{3}\times\pi\times16x^2\times5x=\pi\times36x^2\times h,\ \frac{80}{3}\pi x^3=36\pi x^2h$

$\therefore h=\frac{80}{3}\pi x^3\div36\pi x^2=\frac{80}{3}\pi x^3\times\frac{1}{36\pi x^2}=\frac{20}{27}x$ 답 ②

03 다항식의 계산

Step 1. 개념 다지기

03-1 다항식의 덧셈과 뺄셈

답 ❶ 동류항 ❷ 2

기본연습 1

(1) $(3a+2b)-(2a-b)=3a+2b-2a+b=a+3b$

(2) $(2x+3y-5)+(3x-3y+2)=2x+3x+3y-3y-5+2$
$=5x-3$

(3) $2x-\{3x-(x+y)\}=2x-(3x-x-y)=2x-(2x-y)$
$=2x-2x+y=y$

(4) $(x^2+2x+3)-(2x^2-3x-1)=x^2+2x+3-2x^2+3x+1$
$=-x^2+5x+4$

답 (1) $a+3b$ (2) $5x-3$ (3) y (4) $-x^2+5x+4$

연습 1

③ $a^2+3a-a^2=3a$이므로 일차식이다.

④ 이차식

⑤ $x^2-3x-(x^2+2)=x^2-3x-x^2-2=-3x-2$
이므로 일차식이다. 답 ④

03-2 단항식과 다항식의 곱셈

답 ❶ 분배법칙 ❷ 전개 ❸ 전개식

기본연습 2

(1) $4a(a-4b)=4a^2-16ab$

(2) $-2x(x-2y+3)=-2x^2+4xy-6x$

답 (1) $4a^2-16ab$ (2) $-2x^2+4xy-6x$

연습 2

(1) $x(-x+2)+3x(1-2x)=-x^2+2x+3x-6x^2$
$=-7x^2+5x$

(2) $2ab(a+b)-(b-a)\times3ab=2a^2b+2ab^2-3ab^2+3a^2b$
$=5a^2b-ab^2$

답 (1) $-7x^2+5x$ (2) $5a^2b-ab^2$

03-3 다항식과 단항식의 나눗셈

답 ❶ 역수 ❷ 분배법칙 ❸ $\frac{1}{C}$ ❹ $\frac{A+B}{C}$

기본연습 3

(1) $(6x^2-9x)\div3x=\frac{6x^2-9x}{3x}$
$=\frac{6x^2}{3x}-\frac{9x}{3x}=2x-3$

(2) $(12xy^2-3x^2y)\div3xy$
$=(12xy^2-3x^2y)\times\frac{1}{3xy}$
$=\frac{12xy^2}{3xy}-\frac{3x^2y}{3xy}=4y-x$

답 (1) $2x-3$ (2) $4y-x$

연습 3

(1) $(8a^2-12ab)\div2a=\frac{8a^2-12ab}{2a}$
$=\frac{8a^2}{2a}-\frac{12ab}{2a}=4a-6b$

(2) $(15ab+18b^2)\div(-3b)=\frac{15ab+18b^2}{-3b}$
$=\frac{15ab}{-3b}+\frac{18b^2}{-3b}=-5a-6b$

답 (1) $4a-6b$ (2) $-5a-6b$

03-4 사칙연산이 혼합된 계산

답 ❶ 거듭제곱 ❷ 괄호 ❸ 곱셈, 나눗셈 ❹ 덧셈, 뺄셈

기본연습 4

(1) $(7x^2-2x)\times3x+(4y^2-2y)\div2y$
$=7x^2\times3x-2x\times3x+(4y^2-2y)\times\frac{1}{2y}$
$=21x^3-6x^2+\frac{4y^2}{2y}-\frac{2y}{2y}=21x^3-6x^2+2y-1$

(2) $(3y-4y^2)\times2y-(2y^2-y)\div(-y)$
$=3y\times2y-4y^2\times2y-(2y^2-y)\times\left(-\frac{1}{y}\right)$
$=6y^2-8y^3-\left(-\frac{2y^2}{y}+\frac{y}{y}\right)$
$=6y^2-8y^3-(-2y+1)$
$=-8y^3+6y^2+2y-1$

답 (1) $21x^3-6x^2+2y-1$ (2) $-8y^3+6y^2+2y-1$

연습 4

(1) $\dfrac{4x+8x^2}{2x}-\dfrac{14x^2-21x}{7x}=2+4x-(2x-3)=2x+5$

(2) $(6x^2y+10xy)\div 2xy+(12x^3-9x^2)\div 3x^2$

$=\dfrac{6x^2y+10xy}{2xy}+\dfrac{12x^3-9x^2}{3x^2}$

$=3x+5+4x-3=7x+2$ 답 (1) $2x+5$ (2) $7x+2$

03-5 등식의 변형

답 ❶ $xy-3y$ ❷ 6 ❸ 식의 대입 ❹ $x-3$ ❺ $2y+1$
❻ $-y+3$ ❼ 등식의 변형 ❽ $x=-2y-3$ ❾ $y=2x+4$

기본연습 5-1

(1) $2x+y-4$에 $y=x-2$를 대입하면

$2x+(x-2)-4=2x+x-2-4=3x-6$

(2) $x-3y+5$에 $y=x-2$를 대입하면

$x-3(x-2)+5=x-3x+6+5=-2x+11$

답 (1) $3x-6$ (2) $-2x+11$

연습 5-1

$5x-2y+6$에 $x=y+4$를 대입하면

$5(y+4)-2y+6=5y+20-2y+6=3y+26$ 답 $3y+26$

기본연습 5-2

(1) $5A-6B$에 $A=2x-y$, $B=-3x+2y$를 대입하면

$5A-6B=5(2x-y)-6(-3x+2y)$

$=10x-5y+18x-12y=28x-17y$

(2) $-2A+4B$에 $A=2x-y$, $B=-3x+2y$를 대입하면

$-2A+4B=-2(2x-y)+4(-3x+2y)$

$=-4x+2y-12x+8y=-16x+10y$

답 (1) $28x-17y$ (2) $-16x+10y$

연습 5-2

주어진 식을 간단히 하면 $A-(2B-3A)=A-2B+3A=4A-2B$

$4A-2B$에 $A=x+4y$, $B=-2x-y$를 대입하면

(주어진 식)$=4(x+4y)-2(-2x-y)$

$=4x+16y+4x+2y=8x+18y$ 답 $8x+18y$

Step 2. 대표 문제로 접근하기

01	④	02	⑤	03	9	04	②	05	④
06	⑤	07	④	08	⑤	09	④	10	③
11	③	12	④	13	$6x^2y^3+15xy^4$				
14	$7a^2b^2+21ab^2-14b^3$			15	④	16	$11x^2+11y$		
17	$8x^2+10xy$			18	⑤	19	③	20	80
21	$-35a-26b+8$			22	$7x^2-4x+28$			23	②
24	$18y+10$	25	4	26	-3	27	⑤	28	⑤

유제 01 $(2x+5y-3)-5(-2x+2y-3)$

$=2x+5y-3+10x-10y+15$

$=2x+10x+5y-10y-3+15=12x-5y+12$

따라서 x의 계수는 12, 상수항은 12이므로 구하는 합은

$12+12=24$ 답 ④

유제 02 $\dfrac{4x-y}{3}-\dfrac{3x+3y}{2}+x=\dfrac{2(4x-y)}{6}-\dfrac{3(3x+3y)}{6}+\dfrac{6x}{6}$

$=\dfrac{8x-2y-9x-9y+6x}{6}$

$=\dfrac{8x-9x+6x-2y-9y}{6}$

$=\dfrac{5x-11y}{6}$

$=\dfrac{5}{6}x-\dfrac{11}{6}y$ 답 ⑤

유제 03 $(x^2-2x+3)-(3x^2+5x-1)=x^2-2x+3-3x^2-5x+1$

$=x^2-3x^2-2x-5x+3+1$

$=-2x^2-7x+4$

$=ax^2+bx+c$

따라서 $a=-2$, $b=-7$, $c=4$이므로

$a-b+c=-2-(-7)+4=-2+7+4=9$ 답 9

유제 04 $(3x^2+2x+4)-(x^2-2x+7)$

$=3x^2+2x+4-x^2+2x-7$

$=3x^2-x^2+2x+2x+4-7$

$=2x^2+4x-3$

따라서 x^2의 계수는 2, 상수항은 -3이므로

구하는 합은 $2+(-3)=-1$ 답 ②

유제 05 $2x-[3x+2y-\{3y-2(x+2y)\}]$

$=2x-\{3x+2y-(3y-2x-4y)\}$

$=2x-\{3x+2y-(-2x-y)\}$

$=2x-(3x+2y+2x+y)$

$=2x-(5x+3y)$

$=2x-5x-3y$

$=-3x-3y=ax+by$

따라서 $a=-3$, $b=-3$이므로

$a-b=(-3)-(-3)=-3+3=0$ 답 ④

유제 06 $2x^2-[4x+\{2x^2-(4x-2)-3\}]$

$=2x^2-\{4x+(2x^2-4x+2-3)\}$

$=2x^2-\{4x+(2x^2-4x-1)\}$

$=2x^2-(4x+2x^2-4x-1)$

$=2x^2-(2x^2-1)=2x^2-2x^2+1=1$ 답 ⑤

유제 07 어떤 식을 A라 하면

$A-(x^2-x-2)=2x^2-x+3$

$A=(2x^2-x+3)+(x^2-x-2)=3x^2-2x+1$

따라서 바르게 계산하면

$A+(x^2-x-2)$

$=(3x^2-2x+1)+(x^2-x-2)$

$=4x^2-3x-1$ 답 ④

유제 08 어떤 식을 A라 하면

$(2x^2-3x+1)+A=4x^2-x-3$

$A=(4x^2-x-3)-(2x^2-3x+1)$

$=4x^2-x-3-2x^2+3x-1$

$=2x^2+2x-4$

따라서 바르게 계산하면

$(2x^2-3x+1)-A=(2x^2-3x+1)-(2x^2+2x-4)$

$=2x^2-3x+1-2x^2-2x+4$

$=-5x+5$

$=ax^2+bx+c$

따라서 $a=0$, $b=-5$, $c=5$이므로

$a-b+c=0-(-5)+5=10$ 답 ⑤

유제 09 $2x(x^2-4x+3)=2x^3-8x^2+6x=ax^3+bx^2+cx$

따라서 $a=2$, $b=-8$, $c=6$이므로

$a-b-c=2-(-8)-6=4$ 답 ④

유제 10 $2x(x-2y+5)=2x^2-4xy+10x$에서 x^2의 계수가 2이므로

$a=2$

$3x(-2x+2y-3)=-6x^2+6xy-9x$에서 xy의 계수가 6이므로

$b=6$ $\quad\therefore ab=2\times6=12$ 답 ③

유제 11 $(2x^3-8x^2+10x)\div(-2x)$

$=(2x^3-8x^2+10x)\times\left(-\frac{1}{2x}\right)$

$=2x^3\times\left(-\frac{1}{2x}\right)-8x^2\times\left(-\frac{1}{2x}\right)+10x\times\left(-\frac{1}{2x}\right)$

$=-x^2+4x-5$ 답 ③

유제 12 $(6x^2y+12xy^2-9y^2)\div\frac{3}{4}y$

$=(6x^2y+12xy^2-9y^2)\times\frac{4}{3y}$

$=6x^2y\times\frac{4}{3y}+12xy^2\times\frac{4}{3y}-9y^2\times\frac{4}{3y}$

$=8x^2+16xy-12y$ 답 ④

유제 13 $\boxed{}\div3xy^3=2x+5y$에서

$\boxed{}=(2x+5y)\times3xy^3$

$=2x\times3xy^3+5y\times3xy^3$

$=6x^2y^3+15xy^4$ 답 $6x^2y^3+15xy^4$

유제 14 $\boxed{}\div7b^2=a^2+3a-2b$에서

$\boxed{}=(a^2+3a-2b)\times7b^2$

$=a^2\times7b^2+3a\times7b^2-2b\times7b^2$

$=7a^2b^2+21ab^2-14b^3$ 답 $7a^2b^2+21ab^2-14b^3$

유제 15 $5ab^2+9a^2b^2\div3a^2b+2ab\times(-2b)$

$=5ab^2+\frac{9a^2b^2}{3a^2b}-4ab^2$

$=ab^2+3b$ 답 ④

유제 16 $(2x^3+5xy)\div\frac{1}{3}x+\frac{20x^2y-16y^2}{4y}$

$=(2x^3+5xy)\times\frac{3}{x}+5x^2-4y$

$=6x^2+15y+5x^2-4y=11x^2+11y$ 답 $11x^2+11y$

유제 17 사다리꼴의 윗변의 길이를 A라 하자.

아랫변의 길이가 $2xy$, 높이가 $3x$인 사다리꼴의 넓이가

$12x^3+18x^2y$이므로

(사다리꼴의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times\{$(윗변의 길이)$+$(아랫변의 길이)$\}\times$(높이)에서

$\frac{1}{2}\times(A+2xy)\times3x$

즉, 이 식이 $12x^3+18x^2y$와 같으므로

$\frac{1}{2}(A+2xy)\times3x=12x^3+18x^2y$

$A+2xy=(12x^3+18x^2y)\times2\times\frac{1}{3x}$

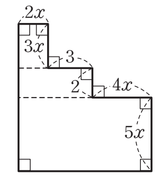
$A+2xy=8x^2+12xy$

$\therefore A=8x^2+10xy$

따라서 사다리꼴의 윗변의 길이는 $8x^2+10xy$이다.

답 $8x^2+10xy$

유제 18 주어진 그림에 보조선을 그으면 그림과 같이 도형을 세 개의 직사각형으로 나눌 수 있다.



따라서 주어진 도형의 넓이는

$2x\times3x+(2x+3)\times2+(2x+3+4x)\times5x$

$=6x^2+4x+6+10x^2+15x+20x^2$

$=36x^2+19x+6$ 답 ⑤

유제 19 $(5x-2y+1)-(-3x+6y+4)$

$=5x-2y+1+3x-6y-4$

$=(5+3)x+(-2-6)y+(1-4)$

$=8x-8y-3=8\times1-8\times(-2)-3$

$=8+16-3$

$=21$ 답 ③

유제 20 $(18x^4y^2-21x^2y^3)\div3x^2y=\frac{18x^4y^2-21x^2y^3}{3x^2y}$

$=6x^2y-7y^2$

$=6\times(-3)^2\times2-7\times2^2$

$=108-28$

$=80$ 답 80

유제 21 먼저 주어진 식을 간단히 하면

$3X-4\{X-2(Y-2X)\}+5(2X-Y)$

$=3X-4(X-2Y+4X)+10X-5Y$

$=3X-4(5X-2Y)+10X-5Y$

$=3X-20X+8Y+10X-5Y$

$=-7X+3Y$

따라서 이 식에 $X=2a+5b+1$, $Y=-7a+3b+5$를 대입하면

(주어진 식)$=-7X+3Y$

$=-7(2a+5b+1)+3(-7a+3b+5)$

$=-14a-35b-7-21a+9b+15$

$=-35a-26b+8$ 답 $-35a-26b+8$

유제 22 먼저 주어진 식을 간단히 하면

$B-\{A-(C+3A)+3B\}-4C$

$=B-(A-C-3A+3B)-4C$

$=B-(-2A+3B-C)-4C$

$=B+2A-3B+C-4C$

$=2A-2B-3C$

따라서 이 식에 주어진 A, B, C의 식을 각각 대입하면

(주어진 식)

$=2A-2B-3C$

$=2(3x^2+x+10)-2(x^2-3x+5)-3(-x^2+4x-6)$

$=6x^2+2x+20-2x^2+6x-10+3x^2-12x+18$

$=7x^2-4x+28$ 답 $7x^2-4x+28$

유제 23 $\frac{x+y}{3}=\frac{-x+2y-2}{2}$를 y에 대하여 풀면

$2(x+y)=3(-x+2y-2)$

$2x+2y=-3x+6y-6$

$2y-6y=-3x-6-2x$, $-4y=-5x-6$

$\therefore\ y=\frac{5}{4}x+\frac{3}{2}$

따라서 $3x-4y+5$에 $y=\frac{5}{4}x+\frac{3}{2}$을 대입하면

$$3x-4y+5=3x-4\left(\frac{5}{4}x+\frac{3}{2}\right)+5$$
$$=3x-5x-6+5=-2x-1$$

답 ②

유제 24 $x:y=5:3$에서 $3x=5y$ $\quad\therefore 15x=25y$

이를 주어진 식에 대입하면

$15x-7y+10=25y-7y+10=18y+10$

답 $18y+10$

유제 25 $x:y=2:1$에서 $x=2y$이므로 이를 주어진 식에 대입하면

$$\frac{2y^2-5xy}{-x^2+xy}=\frac{2y^2-5\times 2y\times y}{-(2y)^2+2y\times y}=\frac{2y^2-10y^2}{-4y^2+2y^2}=\frac{-8y^2}{-2y^2}=4$$

답 4

유제 26 $\frac{x+y}{x-y}=\frac{3}{7}$에서 $7(x+y)=3(x-y)$

$7x+7y=3x-3y$, $4x=-10y$, $2x=-5y$

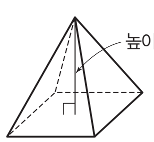
$\therefore 5y=-2x$

이를 주어진 식에 대입하면

$$\frac{x-5y}{x+5y}=\frac{x-(-2x)}{x+(-2x)}=\frac{3x}{-x}=-3$$

답 -3

유제 27 어떤 정사각뿔의 부피가 $16x^4y^2+20x^3y^2+10x^2y^4$이고 높이가 $6x^2y^2$이므로 이 정사각뿔의 밑면의 넓이를 S라 하면



$$\frac{1}{3}\times S\times 6x^2y^2=16x^4y^2+20x^3y^2+10x^2y^4$$

$$2x^2y^2\times S=16x^4y^2+20x^3y^2+10x^2y^4$$

$$\therefore S=\frac{16x^4y^2+20x^3y^2+10x^2y^4}{2x^2y^2}$$
$$=8x^2+10x+5y^2$$

답 ⑤

유제 28 $S=\frac{(\text{비용})^2}{10}+1+\left(\frac{f^5}{8}-\frac{m}{32}\right)\div(\text{인원 수})\times\frac{-m-4f^5}{m}$

$=\frac{\boxed{(\mathrm{A})\ (10x+10)^2}}{10}+1+\left(\frac{f^5}{8}-\frac{m}{32}\right)\div\frac{m}{64}\times\frac{-m-4f^5}{m}$

$=\frac{100x^2+200x+100}{10}+1+\left(\frac{f^5}{8}-\frac{m}{32}\right)\times\boxed{(\mathrm{B})\ \frac{64}{m}}\times\frac{-m-4f^5}{m}$

$=10x^2+20x+10+1+(8f^5-2m)\times\frac{-m-4f^5}{m^2}$

$=10x^2+20x+11+2(4f^5-m)\times\frac{4f^5+m}{m^2}\times(-1)$

$=10x^2+20x+11+(-2)\times\frac{16f^{10}-m^2}{m^2}$

$=10x^2+20x+11-\frac{32f^{10}-2m^2}{m^2}$

$=10x^2+20x+11-\frac{32f^{10}}{m^2}+2$

$=\boxed{(\mathrm{C})\ 10}x^2+\boxed{(\mathrm{D})\ 20}x+13-\boxed{(\mathrm{E})\ \frac{32f^{10}}{m^2}}$

따라서 빈칸에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

Step 3. 단원 마무리하기

01	⑤	02	⑤	03	3	04	③	05	②
06	①	07	④	08	④	09	20	10	④
11	④	12	⑤	13	③	14	③	15	②
16	④	17	⑤	18	④	19	④	20	③

01 $(3a+2b+5)-(2a+3b-4)=3a+2b+5-2a-3b+4$
$=3a-2a+2b-3b+5+4$
$=a-b+9$

따라서 b의 계수는 -1, 상수항은 9이므로 구하는 합은

$(-1)+9=8$

답 ⑤

02 $2x(3x-3)-3(-x^2+x-3)$
$=6x^2-6x+3x^2-3x+9$
$=9x^2-9x+9$

답 ⑤

03 $(ax^2+3x+3)-(2x^2-x+3a)$
$=ax^2+3x+3-2x^2+x-3a$
$=(a-2)x^2+4x+3-3a$

에서 x^2의 계수는 $a-2$, 상수항은 $3-3a$이다.

따라서 x^2의 계수와 상수항의 합은

$(a-2)+(3-3a)=a-3a-2+3=-2a+1=-5$

$-2a=-6\quad\therefore a=3$

답 3

04 $2x(-x+2y+4)+3x(y-3x)$
$=-2x^2+4xy+8x+3xy-9x^2$
$=-11x^2+7xy+8x$

답 ③

05 $\frac{2x^2-3x+2}{4}-\frac{x^2-3x+2}{3}=\frac{3(2x^2-3x+2)-4(x^2-3x+2)}{12}$

$=\frac{6x^2-9x+6-4x^2+12x-8}{12}$

$=\frac{6x^2-4x^2-9x+12x+6-8}{12}$

$=\frac{2x^2+3x-2}{12}$

$=\frac{2}{12}x^2+\frac{3}{12}x-\frac{2}{12}$

따라서 $a=\frac{2}{12}$, $b=\frac{3}{12}$, $c=-\frac{2}{12}$이므로

$a+b-c=\frac{2}{12}+\frac{3}{12}-\left(-\frac{2}{12}\right)=\frac{2}{12}+\frac{3}{12}+\frac{2}{12}=\frac{7}{12}$

답 ②

06 $2a-b+\boxed{}=3a-2b$이므로

$\boxed{}=(3a-2b)-(2a-b)=3a-2b-2a+b$
$=3a-2a-2b+b=a-b$

답 ①

07 $\frac{2x-y}{3}-\frac{x-3y}{4}=\frac{2}{3}x-\frac{1}{3}y-\frac{1}{4}x+\frac{3}{4}y$

$=\frac{2}{3}x-\frac{1}{4}x-\frac{1}{3}y+\frac{3}{4}y$

$=\frac{8}{12}x-\frac{3}{12}x-\frac{4}{12}y+\frac{9}{12}y$

$=\frac{5}{12}x+\frac{5}{12}y=ax+by$

따라서 $a=\frac{5}{12}$, $b=\frac{5}{12}$이므로

$a+b=\frac{5}{12}+\frac{5}{12}=\frac{10}{12}=\frac{5}{6}$

답 ④

08 $\boxed{}\div 3ab=ab+2a+3$

$\boxed{}=(ab+2a+3)\times 3ab$
$=ab\times 3ab+2a\times 3ab+3\times 3ab$
$=3a^2b^2+6a^2b+9ab$

답 ④

09 $(3xy^2-2xy)\div\frac{1}{4}y=(3xy^2-2xy)\times\frac{4}{y}$
$=3xy^2\times\frac{4}{y}-2xy\times\frac{4}{y}$
$=12xy-8x$

따라서 xy의 계수가 12이므로 $a=12$,
x의 계수가 -8이므로 $b=-8$
$\therefore a-b=12-(-8)=12+8=20$

답 20

10 어떤 식을 A라 하면
$A-(3x^2+2x-3)=x^2-x+1$
$A=(x^2-x+1)+(3x^2+2x-3)$
$=x^2+3x^2-x+2x+1-3$
$=4x^2+x-2$

답 ④

11 어떤 식을 A라 하면
$A-\left(x^2+\frac{1}{2}x-\frac{3}{4}\right)=x^2-\frac{3}{2}x+\frac{1}{4}$
$A=x^2-\frac{3}{2}x+\frac{1}{4}+\left(x^2+\frac{1}{2}x-\frac{3}{4}\right)$
$=x^2+x^2-\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}-\frac{3}{4}$
$=2x^2-x-\frac{1}{2}$

따라서 바르게 계산하면
$A+\left(x^2+\frac{1}{2}x-\frac{3}{4}\right)=2x^2-x-\frac{1}{2}+\left(x^2+\frac{1}{2}x-\frac{3}{4}\right)$
$=2x^2+x^2-x+\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}-\frac{3}{4}$
$=3x^2-\frac{2}{2}x+\frac{1}{2}x-\frac{2}{4}-\frac{3}{4}$
$=3x^2-\frac{1}{2}x-\frac{5}{4}$

답 ④

12 $(15ab^3+5a^2b)\div\frac{5}{2}ab+3b(5-2b)$
$=(15ab^3+5a^2b)\times\frac{2}{5ab}+3b(5-2b)$
$=6b^2+2a+15b-6b^2$
$=2a+15b$

답 ⑤

13 $x(x+y^2)-y(x+xy)=x^2+xy^2-xy-xy^2$
$=x^2-xy$
$=(-3)^2-(-3)\times 5$
$=9-(-15)=24$

답 ③

14 $3x-2y=4$에서 $2y=3x-4$ $\therefore y=\frac{3}{2}x-2$

따라서 주어진 식을 정리한 후 $y=\frac{3}{2}x-2$를 대입하면
$-x+y-3(-2x+y)=-x+y+6x-3y=5x-2y$
$=5x-2\left(\frac{3}{2}x-2\right)=5x-3x+4$
$=2x+4$

답 ③

15 $2a-b-[3b-\{2a-4b+2(a-b)\}]$
$=2a-b-\{3b-(2a-4b+2a-2b)\}$
$=2a-b-\{3b-(4a-6b)\}$
$=2a-b-(-4a+9b)$
$=2a-b+4a-9b$
$=6a-10b$

따라서 a의 계수는 6, b의 계수는 -10이므로 구하는 합은
$6+(-10)=-4$

답 ②

16 $\frac{a+2b}{a-2b}=3$에서 $a+2b=3(a-2b)$, $a+2b=3a-6b$
$a-3a=-6b-2b$, $-2a=-8b$ $\therefore a=4b$

$\frac{2a-b}{2a+b}$에 $a=4b$를 대입하면
$\frac{2a-b}{2a+b}=\frac{2\times 4b-b}{2\times 4b+b}=\frac{8b-b}{8b+b}=\frac{7b}{9b}=\frac{7}{9}$

답 ④

17 $2\times(a+2b)-3A=-4a+7b$
$2a+4b-3A=-4a+7b$
$3A=(2a+4b)-(-4a+7b)=2a+4b+4a-7b$
$=6a-3b=3(2a-b)$
$\therefore A=2a-b$

답 ⑤

18 ① $x(4x+1)=4x^2+x$
② $(-2x^2-8x^3)\div(-2x)=\frac{-2x^2-8x^3}{-2x}=4x^2+x$
③ $x^2+7x+3x(x-2)=x^2+7x+3x^2-6x$
$=4x^2+x$
④ $(4x^3+x^2)\div\frac{1}{x}=(4x^3+x^2)\times x=4x^4+x^3$
⑤ $5x^2+3x+4-(x^2+2x+4)$
$=5x^2+3x+4-x^2-2x-4$
$=4x^2+x$

따라서 계산 결과가 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

답 ④

19 $2x^2-\{5x-(-x^2-2x-A)\}$
$=2x^2-(5x+x^2+2x+A)$
$=2x^2-(x^2+7x+A)$
$=2x^2-x^2-7x-A$
$=x^2-7x-A=2x^2-3x-4$
$\therefore A=(x^2-7x)-(2x^2-3x-4)$
$=x^2-7x-2x^2+3x+4$
$=-x^2-4x+4$

답 ④

20 그림에서 색칠한 부분의 넓이는
(큰 직사각형의 넓이)$-$(작은 직사각형의 넓이)
$=(y+3)\times 5x^2-2xy\times 2x$
$=5x^2y+15x^2-4x^2y$
$=x^2y+15x^2$

답 ③

04 일차부등식

Step 1. 개념 다지기

04-1 부등식과 그 해

답 ❶ $a>b$ ❷ $a<b$ ❸ $a\ge b$ ❹ $a\le b$

기본연습 1

(1), (2) 부등호가 사용되었으므로 부등식이다.
(3) 부등호가 사용되지 않았으므로 부등식이 아니고 다항식이다.
(4) 부등호가 사용되지 않았으므로 부등식이 아니고 일차방정식이다.

답 (1) ○ (2) ○ (3) × (4) ×

연습 1

$x=-1$일 때, $3\times(-1)+4=-3+4=1<9$
$x=0$일 때, $3\times0+4=0+4=4<9$
$x=1$일 때, $3\times1+4=3+4=7<9$
$x=2$일 때, $3\times2+4=6+4=10>9$
$x=3$일 때, $3\times3+4=9+4=13>9$
따라서 주어진 부등식의 해는 $-1, 0, 1$이다.

답 $-1, 0, 1$

04-2 부등식의 기본 성질

답 ❶ < ❷ < ❸ < ❹ < ❺ > ❻ >

기본연습 2

(1) $a\le b$의 양변에 2를 더하면
$a+2\le b+2$
(2) $a\le b$의 양변에서 3을 빼면
$a-3\le b-3$
(3) $a\le b$의 양변에 -3을 곱하면
$-3a\ge -3b$
(4) $a\le b$의 양변을 2로 나누면
$\frac{a}{2}\le\frac{b}{2}$

답 (1) ≤ (2) ≤ (3) ≥ (4) ≤

연습 2

(1) $x\le 2$의 양변에 2를 곱하면
$2x\le 4$
(2) $x\le 2$의 양변에 -3을 곱하면
$-3x\ge -6$
$-3x\ge -6$의 양변에 1을 더하면
$-3x+1\ge -6+1$, 즉 $-3x+1\ge -5$

답 (1) $2x\le 4$ (2) $-3x+1\ge -5$

04-3 일차부등식과 그 해

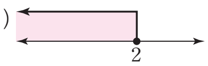
답 ❶ 일차부등식 ❷ x의 계수 a

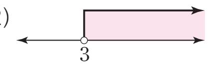
기본연습 3

(1) $3x\ge 18$ $\therefore x\ge 6$
(2) $2x-1<3$, $2x<4$ $\therefore x<2$
(3) $2\le -8+x$, $10\le x$ $\therefore x\ge 10$
(4) $2-2x>12-x$, $-2x+x>12-2$
$-x>10$
$\therefore x<-10$

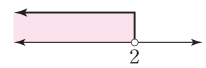
답 (1) $x\ge 6$ (2) $x<2$ (3) $x\ge 10$ (4) $x<-10$

연습 3

(1)


(2)


(3) $3x-1<5$, $3x<6$ $\therefore x<2$



답 풀이 참조

04-4 복잡한 일차부등식의 풀이

답 ❶ 괄호를 풀고 ❷ 10의 거듭제곱 ❸ 분모의 최소공배수

기본연습 4

(1) $3(x-4)>-3x$, $3x-12>-3x$
$6x>12$ $\therefore x>2$
(2) $2(x-1)+4\le -(x+1)$
$2x-2+4\le -x-1$
$3x\le -3$ $\therefore x\le -1$
(3) $0.2-0.4x>0.2x-1$
$2-4x>2x-10$, $-6x>-12$ $\therefore x<2$
(4) $\frac{x}{4}-\frac{1}{2}>\frac{3}{4}$, $x-2>3$ $\therefore x>5$

답 (1) $x>2$ (2) $x\le -1$ (3) $x<2$ (4) $x>5$

연습 4

$0.2x+0.6\le 0.4(x-2)$의 양변에 10을 곱하면
$2x+6\le 4(x-2)$, $2x+6\le 4x-8$, $-2x\le -14$
$\therefore x\ge 7$

답 $10, 6, 8, -14, \ge$

Step 2. 대표 문제로 접근하기

01	ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㅂ			02	$1500x<13000$				
03	3, 4, 5, 6			04	21	05	⑤	06	⑤
07	①	08	③	09	②	10	①		
11	$12<3a+9<24$			12	④	13	$a\ne2$		
14	3	15	풀이 참조	16	⑤	17	$x<\frac{5}{11}$		
18	$x>-19$	19	$x\le-\frac{3}{k}$			20	$x\le3$	21	-3
22	-4	23	$\frac{2}{3}$	24	13	25	0	26	-4
27	⑤	28	$a<1$	29	①	30	③		

유제 01 부등식은 두 수 또는 두 식의 관계를 부등호를 사용하여 나타낸 식이므로 ㄱ, ㅁ은 부등식이다.
따라서 부등식이 아닌 것은 ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㅂ이다.

답 ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㅂ

유제 02 한 자루에 1500원인 볼펜 x자루의 가격은
$1500\times x=1500x$(원)이므로 주어진 문장을 부등식으로 나타내면
$1500x<13000$

답 $1500x<13000$

유제 03 주어진 부등식에 x 대신 $3, 4, 5, 6, 7$을 차례로 대입하면
$x=3$일 때, $2\times3-5=1\le7$
$x=4$일 때, $2\times4-5=3\le7$

$x=5$일 때, $2\times5-5=5\le7$
$x=6$일 때, $2\times6-5=7\le7$
$x=7$일 때, $2\times7-5=9>7$
따라서 주어진 부등식의 해는 $3,\ 4,\ 5,\ 6$이다. 답 $3,\ 4,\ 5,\ 6$

유제 04 주어진 부등식에 x 대신 $3,\ 6,\ 9,\ 12$를 대입하면
$x=3$일 때, $2\times3-21=-15<-3$
$x=6$일 때, $2\times6-21=-9<-3$
$x=9$일 때, $2\times9-21=-3\ge-3$
$x=12$일 때, $2\times12-21=3\ge-3$
따라서 주어진 부등식의 해는 $9,\ 12$이므로
모든 해의 합은 $9+12=21$이다. 답 21

유제 05 ① $a>b$의 양변에 7을 더하면
$a+7>b+7$
② $a>b$의 양변에 $-\frac{1}{3}$을 곱하면
$\left(-\frac{1}{3}\right)\times a<\left(-\frac{1}{3}\right)\times b$
$\therefore -\frac{a}{3}<-\frac{b}{3}$
③ $a>b$의 양변에 5를 곱하면
$5a>5b$
④ $a>b$의 양변을 11로 나누면
$\frac{a}{11}>\frac{b}{11}$
⑤ $a>b$의 양변에서 9를 빼면
$a-9>b-9$
$\therefore -9+a>-9+b$
따라서 부등호의 방향이 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

유제 06 부등식의 성질을 이용하면 다음과 같다.
ㄱ. $x>y$의 양변에 10을 더하면 $x+10>y+10$
$\therefore 10+x>10+y$
ㄴ. $c<0$이므로 $x>y$의 양변을 음수 c로 나누면
$\frac{x}{c}<\frac{y}{c}$
ㄷ. $y>0$이면 $x>y$에서 x는 양수이다.
따라서 $x>y$의 양변에 x를 곱하면 $x\times x>x\times y$
$\therefore x^2>xy$
그러므로 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다. 답 ⑤

유제 07 부등식 $-4a+3<-4b+3$에서 $-4a<-4b$ $\quad\therefore a>b$
① $a>b$의 양변에 3으로 나누면 $\frac{a}{3}>\frac{b}{3}$
양변에 1을 더하면 $\frac{a}{3}+1>\frac{b}{3}+1$
② $a>b$의 양변에 -1을 곱하면 $-a<-b$
양변에 3을 더하면 $-a+3<-b+3$
③ $a>b$의 양변에 2를 곱하면 $2a>2b$
양변에서 3을 빼면 $2a-3>2b-3$
④ $a>b$의 양변에 5를 더하면 $a+5>b+5$
⑤ $a>b$의 양변을 -6으로 나누면 $-\frac{a}{6}<-\frac{b}{6}$
양변에 5를 더하면 $5-\frac{a}{6}<5-\frac{b}{6}$
따라서 옳은 것은 ①이다. 답 ①

유제 08 부등식 $-10+2x<-10+2y$에서 $2x<2y$ $\quad\therefore x<y$
① $x<y$의 양변을 3으로 나누면 $\frac{x}{3}<\frac{y}{3}$
양변에서 1을 빼면 $\frac{x}{3}-1<\frac{y}{3}-1$
② $x<y$의 양변에 -4를 곱하면 $-4x>-4y$
양변에 5를 더하면 $-4x+5>-4y+5$
③ $x<y$의 양변에 -2를 곱하면 $-2x>-2y$
양변에 3을 더하면 $-2x+3>-2y+3$
④ $x<y$의 양변을 -3으로 나누면 $-\frac{x}{3}>-\frac{y}{3}$
양변에 7을 더하면 $7-\frac{x}{3}>7-\frac{y}{3}$
⑤ $x<y$의 양변에 8을 더하면 $x+8<y+8$
따라서 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

유제 09 ㄱ. $a=1,\ b=-2$이면 $1>-2$이므로 $a>b$이지만
$a^2=1^2=1,\ b^2=(-2)^2=4$이므로
$a^2<b^2$
ㄴ. $ab>0$에서 두 수 $a,\ b$는 같은 부호이고,
$a+b>0$이므로 두 수 $a,\ b$는 모두 양수이다.
$\therefore a>0,\ b>0$
ㄷ. $c<0$이면 $|c|>0$이므로
$\frac{a}{|c|}>\frac{b}{|c|}$에서 $a>b$
양변에 c를 곱하면 $ac<bc$
따라서 옳은 것을 모두 고른 것은 ㄴ이다. 답 ②

유제 10 가희 : $c\ne0$일 때 $c^2>0$이므로
$ac^2<bc^2$의 양변을 c^2으로 나누면 $a<b$
양변을 c^2으로 나누면 $\frac{a}{c^2}<\frac{b}{c^2}$
나희 : $a=1,\ b=2$이면 $\frac{1}{a}=1,\ \frac{1}{b}=\frac{1}{2}$이므로 $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$이지만
$a<b$
다희 : $a+c>b+c$의 양변에서 c를 빼면 $a>b$
이때 $c<0$이면 $ac<bc$
따라서 옳게 말한 학생을 모두 고른 것은 가희이다. 답 ①

유제 11 $1<a<5$의 각 변에 3을 곱하면
$3<3a<15$
각 변에 9를 더하면
$3+9<3a+9<15+9$
$\therefore 12<3a+9<24$ 답 $12<3a+9<24$

유제 12 $-2<x<3$의 각 변에 -3을 곱하면 부등호의 방향이 바뀌므로
$3\times(-3)<x\times(-3)<-2\times(-3)$
$-9<-3x<6$ …… ㉠
㉠의 각 변에 4를 더하면
$-9+4<4-3x<6+4$
$\therefore -5<4-3x<10$ 답 ④

유제 13 우변의 모든 항을 좌변으로 이항하면
$\frac{a}{2}x+3x-6-4x-11>0$에서 $\left(\frac{a}{2}+3-4\right)x-17>0$
$\therefore \left(\frac{a}{2}-1\right)x-17>0$
이 식이 일차부등식이 되려면 x의 계수가 0이 아니어야 하므로
$\frac{a}{2}-1\ne0$ $\quad\therefore a\ne2$ 답 $a\ne2$

유제 14 우변의 모든 항을 좌변으로 이항하면

ㄱ. 부등식이 아닌 방정식이다.

ㄴ. $6x^2+5x-2x(3x-1)<0$에서 $6x^2+5x-6x^2+2x<0$
$7x<0$이므로 일차부등식이다.

ㄷ. $2(4x-2)\geq 0$에서 $8x-4\geq 0$이므로 일차부등식이다.

ㄹ. $\frac{7}{x}+6-x+3>0$에서 $\frac{7}{x}-x+9>0$이므로 일차부등식이 아니다.

ㅁ. $\frac{x}{2}\times 8-3x+1<0$에서 $x+1<0$이므로 일차부등식이다.

ㅂ. $3(5x-5x)-4\leq 0$에서 $3\times 0-4\leq 0$
$-4\leq 0$이므로 일차부등식이 아니다.

따라서 일차부등식인 것은 ㄴ, ㄷ, ㅁ의 3개이다. 답 3

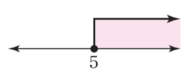
유제 15 일차부등식 $2x+3\leq 5x-12$에서 x항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면

$2x-5x\leq -12-3$, $-3x\leq -15$

양변을 -3으로 나누면 $\frac{-3x}{-3}\geq\frac{-15}{-3}$

$\therefore x\geq 5$

따라서 주어진 일차부등식의 해는 $x\geq 5$이고, 해를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



답 풀이 참조

유제 16 주어진 일차부등식에서 양변의 괄호를 풀어 정리하면

$2x+6-8>3x-6+x$

$\therefore 2x-2>4x-6$

x항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면

$2x-4x>-6+2$

$\therefore -2x>-4$

양변을 -2로 나누면 $\frac{-2x}{-2}<\frac{-4}{-2}$

$\therefore x<2$

따라서 주어진 일차부등식의 해는 $x<2$이므로 수직선 위에 옳게 나타낸 것은 ⑤이다. 답 ⑤

유제 17 주어진 일차부등식의 양변에 10을 곱하면

$2(3x-7)+5(x+3)<6$

$6x-14+5x+15<6$

x항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하여 정리하면

$6x+5x<6+14-15$

$\therefore 11x<5$

양변을 11로 나누면 $\frac{11x}{11}<\frac{5}{11}$

$\therefore x<\frac{5}{11}$ 답 $x<\frac{5}{11}$

유제 18 계수를 모두 정수로 만들어주기 위해 일차부등식의 양변에 10을 곱하면

$7(x+3)+20>4(x-4)$

$7x+21+20>4x-16$

x항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하여 정리하면

$7x-4x>-16-21-20$ $\quad\therefore 3x>-57$

양변을 3으로 나누면 $\frac{3x}{3}>\frac{-57}{3}$

$\therefore x>-19$ 답 $x>-19$

유제 19 주어진 일차부등식에서 3을 우변으로 이항하면

$-kx\leq 6-3$ $\quad\therefore -kx\leq 3$

k가 음수이므로 $-k$는 양수이다.

따라서 양변을 $-k$로 나누면 $\frac{-kx}{-k}\leq\frac{3}{-k}$

$\therefore x\leq -\frac{3}{k}$ 답 $x\leq -\frac{3}{k}$

유제 20 주어진 일차부등식에서 x항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하여 정리하면

$kx-3x\leq 3k-9$

$\therefore (k-3)x\leq 3(k-3)$ ⋯⋯ ㉠

$k>3$에서 $k-3>0$이므로 ㉠의 양변을 $k-3$으로 나누면

$\frac{(k-3)x}{k-3}\leq\frac{3(k-3)}{k-3}$ $\quad\therefore x\leq 3$ 답 $x\leq 3$

유제 21 $kx-7\leq 5$에서 $kx\leq 7+5$

$\therefore kx\leq 12$ ⋯⋯ ㉠

이때 부등식의 해가 $x\geq -4$이므로 ㉠에서 부등호의 방향이 바뀌어야 한다.

즉, $k<0$이고, ㉠의 양변을 k로 나누면

$\frac{kx}{k}\geq\frac{12}{k}$ $\quad\therefore x\geq\frac{12}{k}$

따라서 $-4=\frac{12}{k}$이므로 $k=-3$ 답 -3

유제 22 $(2k+3)x+5<-5$에서 $(2k+3)x<-5-5$

$\therefore (2k+3)x<-10$ ⋯⋯ ㉠

이때 부등식의 해가 $x>2$이므로 ㉠에서 부등호의 방향이 바뀌어야 한다.

즉, $2k+3<0$이고, ㉠의 양변을 $2k+3$으로 나누면

$\frac{(2k+3)x}{2k+3}>\frac{-10}{2k+3}$ $\quad\therefore x>\frac{-10}{2k+3}$

따라서 $\frac{-10}{2k+3}=2$이므로 $2k+3=-5$, $2k=-8$

$\therefore k=-4$ 답 -4

유제 23 일차부등식 $\frac{5-x}{2}+\frac{x}{4}<3$의 양변에 4를 곱하면

$2(5-x)+x<12$

$10-2x+x<12$

10을 우변으로 이항하여 정리하면

$-2x+x<12-10$, $-x<2$

$\therefore x>-2$ ⋯⋯ ㉠

일차부등식 $\frac{2x+3}{3}-\frac{x}{2}>k$의 양변에 6을 곱하면

$2(2x+3)-3x>6k$, $4x+6-3x>6k$

$\therefore x>6k-6$ ⋯⋯ ㉡

㉠=㉡이어야 하므로 $6k-6=-2$, $6k=4$

$\therefore k=\frac{2}{3}$ 답 $\frac{2}{3}$

유제 24 일차부등식 $0.5(x-4)+3<0.3(x-2)$의 양변에 10을 곱하면

$5(x-4)+30<3(x-2)$, $5x-20+30<3x-6$

x항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하여 정리하면

$5x-3x<-6+20-30$, $2x<-16$

양변을 2로 나누면

$x<-8$ ⋯⋯ ㉠

일차부등식 $0.2(x-7)+1<-0.4(x+k)$의 양변에 10을 곱하면

$2(x-7)+10<-4(x+k)$, $2x-14+10<-4x-4k$

x항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하여 정리하면

$2x+4x<-4k+14-10$, $6x<-4k+4$

양변을 6으로 나누면

$x<\dfrac{-4k+4}{6}$ …… ㉡

㉠=㉡이어야 하므로

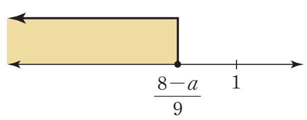
$\dfrac{-4k+4}{6}=-8$, $-4k+4=-48$

$-4k=-52$ ∴ $k=13$ 답 13

유제 25 $\dfrac{5x+a}{2}\le-2x+4$에서 $5x+a\le-4x+8$

$9x\le 8-a$ ∴ $x\le\dfrac{8-a}{9}$

이를 만족시키는 자연수 x의 값이 존재하지 않으려면 수직선 위에 해를 나타내었을 때 오른쪽 그림과 같아야 하므로



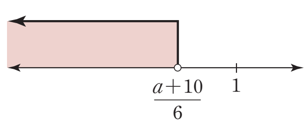
$\dfrac{8-a}{9}<1$, $8-a<9$ ∴ $a>-1$

따라서 구하는 정수 a의 최솟값은 0이다. 답 0

유제 26 $-3x+10>3x-a$에서 $-6x>-a-10$

$6x<a+10$ ∴ $x<\dfrac{a+10}{6}$

이를 만족시키는 자연수 x의 값이 존재하지 않으려면 수직선 위에 해를 나타내었을 때 오른쪽 그림과 같아야 하므로



$\dfrac{a+10}{6}\le 1$, $a+10\le 6$ ∴ $a\le-4$

따라서 상수 a의 최댓값은 -4이다. 답 -4

유제 27 $1\le 2a+3<5$의 각 변에서 3을 빼면

$1-3\le 2a+3-3<5-3$

$-2\le 2a<2$ …… ㉠

㉠의 각 변을 2로 나누면

$\dfrac{-2}{2}\le\dfrac{2a}{2}<\dfrac{2}{2}$

∴ $-1\le a<1$ …… ㉡

$3x+5a-11=0$에서 x를 a에 관하여 나타내면

$3x=-5a+11$

∴ $x=-\dfrac{5}{3}a+\dfrac{11}{3}$ …… ㉢

㉡의 각 변에 $-\dfrac{5}{3}$를 곱하면

$1\times\left(-\dfrac{5}{3}\right)<a\times\left(-\dfrac{5}{3}\right)\le-1\times\left(-\dfrac{5}{3}\right)$

$-\dfrac{5}{3}<-\dfrac{5}{3}a\le\dfrac{5}{3}$ …… ㉣

㉣의 각 변에 $\dfrac{11}{3}$을 더하면

$-\dfrac{5}{3}+\dfrac{11}{3}<-\dfrac{5}{3}a+\dfrac{11}{3}\le\dfrac{5}{3}+\dfrac{11}{3}$

$2<-\dfrac{5}{3}a+\dfrac{11}{3}\le\dfrac{16}{3}$

따라서 ㉢에 의하여 $2<x\le\dfrac{16}{3}$이다. 답 ⑤

유제 28 $\dfrac{6x-6}{5}\le x-\dfrac{5x-3a}{2}$의 양변에 10을 곱하면

$2(6x-6)\le 10x-5(5x-3a)$

$12x-12\le 10x-25x+15a$

$12x-10x+25x\le 15a+12$, $27x\le 15a+12$

∴ $x\le\dfrac{15a+12}{27}$

$x\le\dfrac{15a+12}{27}$에서 이를 만족시키는 자연수 x의 값이 존재하지 않으려면 $\dfrac{15a+12}{27}<1$이어야 하므로 $15a+12<27$, $15a<15$

∴ $a<1$ 답 $a<1$

유제 29 $\dfrac{1}{2}a+\dfrac{1}{6}<\dfrac{1}{3}a+\dfrac{1}{2}$에서

양변에 분모의 최소공배수인 6을 곱하면

$3a+1<2a+3$, $3a-2a<3-1$

∴ $a<2$

$ax-4a<2(x-4)$에서 $ax-4a<2x-8$

$ax-2x<-8+4a$, $(a-2)x<4(a-2)$

이때 $a<2$이므로 $a-2<0$

따라서 $(a-2)x<4(a-2)$에서 양변을 $a-2$로 나누면 $x>4$

답 ①

유제 30 $2(x-p)<p+q$에서 $2x-2p<p+q$

$2x<p+q+2p$, $2x<3p+q$

∴ $x<\dfrac{3p+q}{2}$

이 부등식의 해가 $x<2$이므로 $\dfrac{3p+q}{2}=2$

∴ $3p+q=4$

$3x-(p+q-1)>2p$에서 $3x-p-q+1>2p$

$3x>3p+q-1$

∴ $x>\dfrac{3p+q-1}{3}$

이때 $3p+q=4$이므로 $x>\dfrac{3p+q-1}{3}=\dfrac{4-1}{3}=1$

∴ $x>1$ 답 ③

Step 3. 단원 마무리하기

01	①, ④	02	③, ④	03	④	04	①	05	①, ②
06	$x<7$	07	$x\le 12$	08	③	09	⑤	10	③
11	④	12	④	13	⑤	14	②	15	①
16	②	17	②	18	②	19	①	20	④

01 부등식은 두 수 또는 두 식의 관계를 부등호로 나타낸 것으로 부등식은 ① $3x+1\ge 4$, ④ $3>7$이다.

③ $-2b+5$, ⑤ $4x+2(x+3)$은 다항식이고

② $7a-1=5$는 등식이다. 답 ①, ④

02 ① $4-2x>x+1$에서

$4-2x-x-1>0$

∴ $-3x+3>0$ (일차부등식)

② $\dfrac{x}{3}-1\ge 0$은 일차부등식이다.

③ $3x=x+1$은 일차방정식이므로 일차부등식이 아니다.

④ $1+x^2\le 2x^2-x$에서

$1+x^2-2x^2+x\le 0$

$\therefore -x^2+x+1\le 0$

x의 차수가 1이 아니므로 일차부등식이 아니다.

⑤ $2x+3<2(1-x)$에서

$2x+3<2-2x$

$2x+3-2+2x<0$

$\therefore 4x+1<0$ (일차부등식)

따라서 일차부등식이 아닌 것은 ③, ④이다. 답 ③, ④

03 ① 주어진 문장을 부등식으로 나타내면

$x\times 2+5\le \frac{x-3}{2}$

$2x+5\le \frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$

$2x+5-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}\le 0$

$\therefore \frac{3}{2}x+\frac{13}{2}\le 0$ (일차부등식)

② 주어진 문장을 부등식으로 나타내면

$x\times 2>5$

$2x>5$

$\therefore 2x-5>0$ (일차부등식)

③ 주어진 문장을 부등식으로 나타내면

$300-x\le 50$

$300-x-50\le 0$

$\therefore -x+250\le 0$ (일차부등식)

④ 주어진 문장을 부등식으로 나타내면

$x\times 2x\ge 100$

$2x^2\ge 100$

$\therefore 2x^2-100\ge 0$

x의 차수가 1이 아니므로 일차부등식이 아니다.

⑤ 주어진 문장을 부등식으로 나타내면

$2\pi x<10$

$2\pi x-10<0$ (일차부등식)

따라서 일차부등식이 아닌 것은 ④이다. 답 ④

04 $6x+7\le 2x+3$에서

$6x-2x\le 3-7$

$4x\le -4$

$\therefore x\le -1$ 답 ①

05 주어진 부등식을 풀면

$3x-7<2x-5$

$(3-2)x<-5+7$ $\therefore x<2$

따라서 $x<2$를 만족시키는 x의 값은 -2, 0이다. 답 ①, ②

06 $5(x-4)<-3(2x-19)$에서

$5x-20<-6x+57$

$5x+6x<57+20$, $11x<77$

$\therefore x<7$ 답 $x<7$

07 $-2\le 2-\frac{x}{3}$의 양변에서 2를 빼면

$-2-2\le 2-\frac{x}{3}-2$

$-4\le -\frac{x}{3}$ ······ ㉠

㉠의 양변에 -3을 곱하면

$-\frac{x}{3}\times(-3)\le -4\times(-3)$

$\therefore x\le 12$ 답 $x\le 12$

08 $4x-7\ge 3-x$에서

$4x+x\ge 3+7$

$5x\ge 10$

$\therefore x\ge 2$

이를 수직선 위에 나타내면 ③과 같다. 답 ③

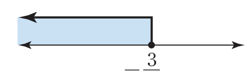
09 $4-ax\le 7$에서 $-ax\le 3$

$a<0$이므로 $-a>0$이다.

$-ax\le 3$의 양변을 $-a$로 나누면

$x\le -\frac{3}{a}$이다.

따라서 이를 수직선 위에 나타내면 ⑤와 같다.



답 ⑤

10 $0.2x+0.7\le 0.5x+\frac{2}{5}$의 양변에 10을 곱하면

$2x+7\le 5x+4$

$2x-5x\le 4-7$

$-3x\le -3$ $\therefore x\ge 1$

따라서 $n=1$이다. 답 ③

11 방정식 $3x-2=-8$을 풀면

$3x=-8+2=-6$ $\therefore x=-2$

각 부등식에 $x=-2$를 대입하면

① $0.5x+3=0.5\times(-2)+3=2$에서 $2=2$

② $\frac{x}{3}+1=\frac{-2}{3}+1=\frac{1}{3}$에서 $\frac{1}{3}<1$

③ $2(x+4)=2(-2+4)=4$에서 $4<5$

④ $8-2x=8-2\times(-2)=12$에서 $12>10$

⑤ $\frac{x+5}{3}=\frac{-2+5}{3}=1$에서 $1<3$

따라서 부등식 중 $x=-2$를 해로 갖는 것은 ④이다. 답 ④

12 $\frac{x-1}{3}+1\ge \frac{2x+2}{5}$의 양변에 분모의 최소공배수인 15를 곱하면

$5(x-1)+15\ge 3(2x+2)$

$5x-5+15\ge 6x+6$

$5x+10\ge 6x+6$

$5x-6x\ge 6-10$

$-x\ge -4$ $\therefore x\le 4$

따라서 이를 만족시키는 모든 자연수 x의 값의 합은 $1+2+3+4=10$이다. 답 ④

13 ① $-x-7<-6x+4$에서

$-x+6x<4+7$

$5x<11$

$\therefore x<\frac{11}{5}$ ······ ㉠

이때 $\frac{11}{5}=2.\times\times\times$이므로 ㉠을 만족시키는 자연수 x는 1, 2이다.

따라서 부등식의 해는 2개이다.

② $7x-12<3x$에서

$7x-3x<12$

$4x<12$

$\therefore x<3$ …… ㉡

㉡을 만족시키는 자연수 x는 1, 2이므로 부등식의 해는 2개이다.

③ $-3x-4>3x-16$에서

$-3x-3x>-16+4$

$-6x>-12$

$\therefore x<2$ …… ㉢

㉢을 만족시키는 자연수 x는 1뿐이므로 부등식의 해는 1개이다.

④ $5x\le-1+3x$에서

$5x-3x\le-1$

$2x\le-1$

$\therefore x\le-\frac{1}{2}$ …… ㉣

㉣을 만족시키는 자연수 x는 없으므로 부등식의 해는 없다.

⑤ $11-3x\ge4x-12$에서

$-3x-4x\ge-12-11$

$-7x\ge-23$

$\therefore x\le\frac{23}{7}$ …… ㉤

이때 $\frac{23}{7}=3.\times\times\times$이므로 ㉤을 만족시키는 자연수 x는 1, 2, 3이다.

따라서 부등식의 해는 3개이다.

따라서 해가 3개인 부등식은 ⑤이다. 답 ⑤

14 $a<0<b$일 때

ㄱ. $a<b$에서 $a-5<b-5$

ㄴ. $a<b$에서 $-2a>-2b$

$\therefore 1-2a>1-2b$

ㄷ. $a<0$의 각 변을 양수 b로 나누면

$\frac{a}{b}<0$

ㄹ. $a<b$이고 $ab<0$이므로

$a^2b>ab^2$

ㅁ. $a<b$에서 $b-a>0$이므로

$-\frac{1}{2}(b-a)=-\frac{1}{2}b+\frac{1}{2}a<0$

ㅂ. $a<b$에서 $-a>-b$

$\therefore -a+3>-b+3$

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ이다. 답 ②

15 $4x+7a<ax+28$에서 미지수 x의 항을 좌변으로, 상수항을 우변으로 이항시키면

$4x-ax<28-7a$

$(4-a)x<7(4-a)$

$a<4$이므로 $4-a>0$

따라서 $(4-a)x<7(4-a)$의 양변을 $4-a$로 나누면

$x<7$이다. 답 ①

16 $a<b<c$일 때

ㄱ. $a=-3$, $b=-2$, $c=-1$이면 $a<b<c$이고

$ac=(-3)\times(-1)=3$, $bc=(-2)\times(-1)=2$

$\therefore ac>bc$

ㄴ. $b<c$에서 $a+b<a+c$

ㄷ. $a<b$에서 $-a>-b$

$\therefore c-a>c-b$

ㄹ. $a=-3$, $b=-2$, $c=-1$이면 $a<b<c$이고

$\frac{a}{b}=\frac{-3}{-2}=\frac{3}{2}$, $\frac{c}{b}=\frac{-1}{-2}=\frac{1}{2}$

$\therefore \frac{a}{b}>\frac{c}{b}$

ㅁ. $a<b$에서 $a-c<b-c$

ㅂ. $a<c$에서 $-\frac{2}{3}a>-\frac{2}{3}c$

$\therefore 1-\frac{2}{3}a>1-\frac{2}{3}c$

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㅁ, ㅂ으로 3개이다. 답 ②

17 $3x+1<x-5$에서 $3x-x<-5-1$

$2x<-6$

$\therefore x<-3$

$2x+2a>5x-1$에서 $2x-5x>-1-2a$

$-3x>-2a-1$

$\therefore x<\frac{-2a-1}{-3}=\frac{2a+1}{3}$

$x<-3$과 $x<\frac{2a+1}{3}$이 서로 같아야 하므로 $\frac{2a+1}{3}=-3$

$2a+1=-9$, $2a=-10$

$\therefore a=-5$ 답 ②

18 $3(ax-2)<a(x-1)+3x-2$에서 $3ax-6<ax-a+3x-2$

$3ax-ax-3x<-a-2+6$

$\therefore (2a-3)x<-a+4$

$(2a-3)x<-a+4$와 $x>-1$이 같아야 하므로

$(2a-3)x<-a+4$에서 양변을 $2a-3$으로 나누었을 때 부등호의 방향이 바뀌어야 한다.

$\therefore 2a-3<0$

따라서 $x>\frac{-a+4}{2a-3}$와 $x>-1$이 서로 같아야 하므로

$\frac{-a+4}{2a-3}=-1$

$-a+4=-2a+3$, $-a+2a=3-4$

$\therefore a=-1$ 답 ②

19 $2ax+7<3(3x-b)$에서 $2ax+7<9x-3b$

$2ax-9x<-3b-7$

$(2a-9)x<-3b-7$

이 부등식의 해가 $x>2$이므로 $2a-9<0$

따라서 $x>\frac{-3b-7}{2a-9}$이므로 $\frac{-3b-7}{2a-9}=2$

$-3b-7=4a-18$, $-3b-4a=-11$

$\therefore 4a+3b=11$

이때 a, b는 자연수이므로 $a=2$, $b=1$

$\therefore ab=2\times1=2$ 답 ①

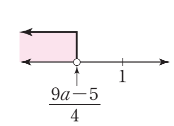
20 $2.4(x-2a)<1.6x-3a-1$의 양변에 10을 곱하면

$24(x-2a)<16x-30a-10$, $24x-48a<16x-30a-10$

$24x-16x<-30a-10+48a$, $8x<18a-10$

$\therefore x<\frac{18a-10}{8}=\frac{9a-5}{4}$

$x<\frac{9a-5}{4}$를 만족시키는 자연수 x의 값이 존재하지 않으려면 수직선 위에 나타내었을 때 오른쪽 그림과 같아야 한다.



즉, $\frac{9a-5}{4}\le1$이므로 $9a-5\le4$

$9a\le9$

$\therefore a\le1$

따라서 정수 a의 최댓값은 1이다. 답 ④

05 일차부등식의 활용

Step 1. 개념 다지기

05-1 일차부등식의 활용

답 ❶ 미지수 정하기 ❷ 부등식 세우기 ❸ 부등식 풀기 ❹ 확인하기

기본연습 1

(1) (i) 삼각형의 높이를 x cm라 하자.

(ii) 밑변의 길이가 8 cm, 높이가 x cm인 삼각형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times8\times x=4x\,(\text{cm}^2)$

이때 삼각형의 넓이가 $48\,\text{cm}^2$ 이상이 되므로 $4x\geq48$

(iii) $4x\geq48$의 양변을 4로 나누면 $x\geq12$

따라서 주어진 조건을 만족하는 높이의 범위는 $x\geq12$

(iv) 삼각형의 높이의 범위가 $x\geq12$일 때, 삼각형의 넓이 $4x$의 값의 범위는 $4x\geq4\times12$, $4x\geq48$

따라서 주어진 문제의 뜻을 만족한다.

(2) (i) 오렌지를 x개 산다고 하자.

(ii) 오렌지를 x개 산다고 하면 자몽은 $(16-x)$개 살 수 있으므로 오렌지와 자몽을 사는 총 금액은 $\{1500x+2500(16-x)\}$원이다.

이때 총 금액이 34000원 이하이어야 하므로

$1500x+2500(16-x)\leq34000$

(iii) $1500x+2500(16-x)\leq34000$에서

$1500x+40000-2500x\leq34000$, $-1000x\leq-6000$

$\therefore x\geq6$

따라서 오렌지는 최소 6개 사야 한다.

(iv) 오렌지 6개와 자몽 10개를 산 총 금액은

$1500\times6+2500\times10=34000$(원)이므로 문제의 뜻을 만족한다.

답 (1) 풀이 참조 (2) 풀이 참조

연습 1-1

연속하는 두 자연수를 $x-1$, x (단, $x\geq2$인 자연수)라 하면

$x+7>2(x-1)-6$

$x+7>2x-2-6$, $-x>-15$

$\therefore x<15$

따라서 자연수 x의 최댓값은 14이므로 두 수 중 큰 수의 최댓값은 14이다.

답 14

연습 1-2

x km 지점까지 올라갔다 온다 하자.

올라갈 때 걸린 시간은 $\frac{x}{2}$시간, 내려올 때 걸린 시간은 $\frac{x}{3}$시간이다.

2시간 이내에 등산을 마쳐야 하므로

$\frac{x}{2}+\frac{x}{3}\leq2$

양변에 6을 곱하면 $3x+2x\leq12$

$5x\leq12$ $\quad\therefore x\leq\frac{12}{5}$

따라서 최대 $\frac{12}{5}$ km 지점까지 올라갔다 올 수 있다.

답 $\frac{12}{5}$ km(또는 2.4 km)

Step 2. 대표 문제로 접근하기

01	④	02	29, 30, 31			03	③	04	④
05	12송이	06	③	07	30장	08	270분	09	③
10	9주	11	7자루	12	④	13	③	14	③
15	10 cm	16	②	17	④	18	9개	19	①
20	④	21	③	22	③	23	288 g		
24	420 g 이하			25	500 g	26	225 g 이상 445 g 이하		
27	14명	28	②						

유제 01 두 정수 중 큰 수를 x라 하면 두 정수는 x, $x-5$이므로

$x+(x-5)<27$, $2x-5<27$

$2x<32$ $\quad\therefore x<16$

따라서 정수 x의 최댓값은 15이다. 답 ④

유제 02 연속하는 세 자연수를 $x-1$, x, $x+1$ ($x\geq2$인 자연수)이라 하면

$(x-1)+x+(x+1)\leq90$, $3x\leq90$ $\quad\therefore x\leq30$

따라서 자연수 x의 값 중 가장 큰 수는 30이므로

가장 큰 연속하는 세 자연수는 29, 30, 31이다. 답 29, 30, 31

유제 03 네 번째 수학 시험의 점수를 x점이라고 하면

$\frac{90+84+96+x}{4}\geq92$, $\frac{270+x}{4}\geq92$

$270+x\geq368$ $\quad\therefore x\geq98$

따라서 네 번째 수학 시험에서 98점 이상을 받아야 한다. 답 ③

유제 04 여학생 수를 x명이라 하면 이 반 학생 전체의 몸무게는

$20\times63+x\times54$, 즉 $(54x+1260)$ kg이므로

$54x+1260\geq58(x+20)$

$54x+1260\geq58x+1160$

$100\geq4x$ $\quad\therefore x\leq25$

따라서 여학생은 최대 25명이다. 답 ④

유제 05 장미를 x송이 산다고 하면 $2500+1200x\leq17500$

$1200x\leq15000$ $\quad\therefore x\leq\frac{25}{2}=12.5$

따라서 장미를 최대 12송이까지 살 수 있다. 답 12송이

유제 06 사과를 x개 산다고 하면 배는 $(15-x)$개 살 수 있으므로

$1200x+1800(15-x)+2500\leq25000$

$1200x+27000-1800x+2500\leq25000$

$-600x+29500\leq25000$, $-600x\leq-4500$

$x\geq\frac{15}{2}=7.5$

따라서 사과는 최소 8개 이상 사야 한다. 답 ③

유제 07 컬러로 x장($x>10$)을 인쇄한다고 하면

$14000+800(x-10)\leq1000x$

$800x+6000\leq1000x$, $6000\leq200x$ $\quad\therefore x\geq30$

따라서 최소 30장 이상 컬러로 인쇄해야 한다. 답 30장

유제 08 음성 통화를 x분($x>150$인 자연수) 한다고 하면

$50(x-150)\leq6000$, $x-150\leq120$ $\quad\therefore x\leq270$

따라서 음성 통화를 최대 270분 동안 할 수 있다. 답 270분

유제 09 x개월 후부터 동생의 저축액이 형의 저축액보다 많아진다고 하면

$24000+2000x<10000+5000x$

$14000<3000x$ $\quad\therefore x>\frac{14}{3}=4.666\cdots$

따라서 5개월 후부터 동생의 저축액이 형의 저축액보다 많아진다.

답 ③

유제 10 x주 후부터 윤정이의 저축액이 재영이의 저축액보다 많아진다고 하면 $13000+6000x>93000-4000x$

$10000x>80000 \qquad \therefore x>8$

따라서 9주 후부터 윤정이의 저축액이 재영이의 저축액보다 많아진다.

답 9주

유제 11 연필을 x자루 산다고 할 때, 할인매장에서 사는 것이 유리하려면 학교 앞 문구점에서의 구입 비용이 할인매장에서의 구입 비용(교통 요금 포함)보다 비싸야 하므로

$300x+1200<500x$, $1200<200x$

$\therefore x>6$

이때 x는 자연수이므로 x의 최솟값은 7이다.

따라서 연필을 7자루 이상 살 때 할인매장에서 사는 것이 유리하다.

답 7자루

유제 12 세영이가 티셔츠를 x장 산다고 하면

$10000\times x\times 0.95<10000x-5000$

$9500x<10000x-5000$

$5000<500x \qquad \therefore x>10$

이때 x는 자연수이므로 x의 최솟값은 11이다.

따라서 5 %를 할인해 주는 쿠폰을 사용하는 것이 유리하려면 티셔츠를 11장 이상 구입해야 한다.

답 ④

유제 13 정가를 x원이라 하면

$0.8x-8000\geq 8000\times 0.25$

$0.8x\geq 10000 \qquad \therefore x\geq 12500$

즉, 정가를 최소한 12500원으로 정해야 한다.

따라서 원가에 최소한 $12500-8000=4500$(원)을 더하여 정가를 정하면 된다.

답 ③

유제 14 옷의 원가를 x원이라고 하면

$\left(1+\frac{70}{100}\right)x-15000\geq\left(1+\frac{30}{100}\right)x$

$1.7x-15000\geq 1.3x$

$0.4x\geq 15000 \qquad \therefore x\geq 37500$

따라서 이 옷의 원가는 최소 37500원이다.

답 ③

유제 15 사다리꼴의 아랫변의 길이를 x cm라 하면

$\frac{1}{2}\times(6+x)\times 9\geq 72$, $\frac{9}{2}(6+x)\geq 72$

$6+x\geq 16 \qquad \therefore x\geq 10$

따라서 아랫변의 길이는 10 cm 이상이어야 한다.

답 10 cm

유제 16 직육면체 모양의 상자의 높이를 x cm라 하면

$5\times 3\times x\geq 165$, $15x\geq 165 \qquad \therefore x\geq 11$

따라서 상자의 높이는 11 cm 이상이어야 한다.

답 ②

유제 17 물탱크에 1분당 8 L씩 물을 채웠을 때의 물의 양을 x L라고 하면 1분당 14 L씩 물을 채웠을 때의 물의 양은 $(200-x)$L이다.

이때 19분 이내에 물탱크를 가득 채워야 하므로

$\frac{x}{8}+\frac{200-x}{14}\leq 19$, $7x+800-4x\leq 1064$

$3x\leq 264 \qquad \therefore x\leq 88$

따라서 1분당 8 L씩 물을 채울 수 있는 최대 시간은 $\frac{88}{8}=11$(분)

답 ④

유제 18 재환이가 진영이에게 x개의 사탕을 준다고 하면

재환이가 가진 사탕은 $(34-x)$개,

진영이가 가진 사탕은 $(5+x)$개이다.

이때 재환이가 가지고 있는 사탕의 개수는

진영이가 가지고 있는 사탕의 개수의 2배보다 적어야 하므로

$34-x<2(5+x)$, $34-x<10+2x$

$-3x<-24 \qquad \therefore x>8$

따라서 재환이는 진영이에게 최소 9개의 사탕을 주어야 한다.

답 9개

유제 19 태진이가 자전거를 타고 이동한 거리를 x km라 하면 걸어서 이동한 거리는 $(12-x)$ km이다.

이때 태진이가 공원에 도착할 때까지 걸린 시간이 2시간 50분 이내이므로 $\frac{x}{10}+\frac{12-x}{3}\leq\frac{17}{6}$

양변에 분모의 최소공배수 30을 곱하면

$3x+10(12-x)\leq 85$, $3x+120-10x\leq 85$

$-7x\leq -35 \qquad \therefore x\geq 5$

따라서 태진이가 자전거를 타고 이동한 거리는 최소 5 km이다.

답 ①

유제 20 지욱이가 시속 16 km로 뛴 거리를 x km라 하면 시속 12 km로 뛴 거리는 $(40-x)$km이다.

지욱이가 3시간 10분 이내에 완주하였으므로

$\frac{40-x}{12}+\frac{x}{16}\leq\frac{19}{6}$

양변에 분모의 최소공배수 48을 곱하면

$4(40-x)+3x\leq 152$, $160-4x+3x\leq 152$

$\therefore x\geq 8$

따라서 지욱이가 시속 16 km로 뛴 거리는 최소 8 km이다.

답 ④

유제 21 재웅이네 집에서 분식집까지의 거리를 x m라 하자.

라면을 먹는 시간 20분을 포함하여 40분 이내에 분식집에 다녀와야 하므로

$\frac{x}{120}+\frac{x}{200}+20\leq 40$, $\frac{x}{120}+\frac{x}{200}\leq 20$

양변에 분모의 최소공배수 600을 곱하면 $5x+3x\leq 12000$

$8x\leq 12000 \qquad \therefore x\leq 1500$

따라서 집과 분식집 사이의 거리는 1500 m 이내이어야 한다.

답 ③

유제 22 버스 정류장에서 슈퍼마켓까지의 거리를 x km라 하면

40분 이내에 아이스크림을 사 먹고 돌아와야 하므로

$\frac{x}{3}+\frac{1}{6}+\frac{x}{3}\leq\frac{2}{3}$, $\frac{2}{3}x\leq\frac{1}{2} \qquad \therefore x\leq\frac{3}{4}=0.75$

따라서 0.75 km, 즉 750 m 이내의 슈퍼마켓을 이용할 수 있으므로 이용 가능한 슈퍼마켓은 A, C, E로 3군데이다.

답 ③

유제 23 5 %의 소금물 360 g에 녹아 있는 소금의 양은

$\frac{5}{100}\times 360=18$ (g)

14 %의 소금물의 양을 x g이라 하면

14 %의 소금물에 들어 있는 소금의 양은

$\frac{14}{100}\times x=\frac{14}{100}x$ (g)

두 소금물을 섞은 소금물의 농도가 9 % 이상이 되어야 하므로

$18+\frac{14}{100}x\geq\frac{9}{100}\times(360+x)$

양변에 100을 곱하면 $1800+14x \geq 3240+9x$

$5x \geq 1440 \qquad \therefore x \geq 288$

따라서 넣어야 하는 14 %의 소금물의 양의 최솟값은 288 g이다.

답 288 g

유제 24 22 %의 소금물 300 g에 녹아 있는 소금의 양은

$\frac{22}{100} \times 300 = 66(\text{g})$

10 %의 소금물의 양을 x g이라 하면

10 %의 소금물에 들어 있는 소금의 양은

$\frac{10}{100} \times x = \frac{10}{100}x(\text{g})$

두 소금물을 섞은 소금물의 농도가 15 % 이상이 되어야 하므로

$66 + \frac{10}{100}x \geq \frac{15}{100} \times (300+x)$

양변에 100을 곱하면 $6600+10x \geq 4500+15x$

$5x \leq 2100 \qquad \therefore x \leq 420$

따라서 10 %의 소금물을 420 g 이하로 넣어야 한다.

답 420 g 이하

유제 25 16 %의 소금물 300 g에 녹아 있는 소금의 양은

$\frac{16}{100} \times 300 = 48(\text{g})$

넣는 물의 양을 x g이라 하면

물을 넣은 후 전체 소금물의 양은 $(300+x)$g이므로

$48 \leq \frac{6}{100} \times (300+x)$

양변에 100을 곱하면 $4800 \leq 1800+6x$

$6x \geq 3000 \qquad \therefore x \geq 500$

따라서 넣어야 하는 물의 양의 최솟값은 500 g이다. 답 500 g

유제 26 11 %의 소금물 500 g에 녹아 있는 소금의 양은

$\frac{11}{100} \times 500 = 55(\text{g})$

증발시키는 물의 양을 x g이라 하면

물을 증발시킨 후 전체 소금물의 양은 $(500-x)$g이므로

$55 \geq \frac{20}{100} \times (500-x)$

양변에 100을 곱하면 $5500 \geq 10000-20x$

$20x \geq 4500 \qquad \therefore x \geq 225$

이때 처음 소금물에 있던 물은 전체 500 g에서 소금의 양 55 g을 뺀 445 g이므로 물은 225 g 이상 445 g 이하 증발시켜야 한다.

답 225 g 이상 445 g 이하

유제 27 미술관에 x ($x>3$인 자연수)명이 입장한다고 하면

$2500 \times 3 + 2000(x-3) \leq 30000$

$7500+2000x-6000 \leq 30000$

$2000x \leq 28500$

$\therefore x \leq \frac{57}{4} = 14.25$

이때 x는 자연수이므로 x의 최댓값은 14이다.

따라서 최대 14명까지 입장할 수 있다. 답 14명

유제 28 점 P가 점 B에서 출발한 지 x분 후에

선분 BP, 선분 PC의 길이는 각각

$\overline{\text{BP}} = 2.5x$ cm

$\overline{\text{PC}} = (15-2.5x)$ cm

삼각형 MPD의 넓이는 직사각형 ABCD의 넓이에서

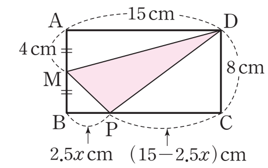
삼각형 AMD, MBP, PCD의 넓이를 뺀 것과 같다.

따라서 삼각형 MPD의 넓이는

$15 \times 8 - \frac{1}{2} \times 15 \times 4 - \frac{1}{2} \times 2.5x \times 4 - \frac{1}{2} \times (15-2.5x) \times 8$

$= 120 - 30 - 5x - 60 + 10x$

$= 5x + 30(\text{cm}^2)$



이때 $5x+30 \geq 40$이므로

$5x \geq 10 \qquad \therefore x \geq 2$

따라서 점 P가 2분 이상 움직여야 조건을 만족한다.

답 ②

Step 3. 단원 마무리하기

01	3	**02**	24	**03**	16개월	**04**	93점	**05**	③
06	9 cm	**07**	8장	**08**	④	**09**	③	**10**	③
11	5다발	**12**	②	**13**	②	**14**	300 g	**15**	②
16	③	**17**	15 cm	**18**	③	**19**	14000 m	**20**	34개

01 어떤 홀수를 x라 하면 $5x-7 \leq 3x$

$2x \leq 7 \qquad \therefore x \leq \frac{7}{2} = 3.5$

따라서 홀수 중에서 가장 큰 수는 3이다. 답 3

02 연속하는 세 개의 3의 배수를 x, $x+3$, $x+6$(단, x는 3의 배수)이라 하면 $x+(x+3)+(x+6)>72$, $3x+9>72$

$3x>63 \qquad \therefore x>21$

이때 x는 3의 배수이므로 x의 최솟값은 24이다.

따라서 세 수 중 가장 작은 수의 최솟값은 24이다. 답 24

03 혜수의 예금액이 x개월 후부터 330000원보다 많아진다고 하면

$150000+12000x>330000$

$12000x>180000 \qquad \therefore x>15$

따라서 16개월 후부터이다. 답 16개월

04 미연이가 여섯 번째 시험에서 x점을 받는다고 하면

총 6회의 수학 시험 점수의 총합은 $5 \times 81 + x$(점)

이때, 총 6회의 수학 시험에서의 평균이 83점 이상이 되어야 하므로

$\frac{5 \times 81 + x}{6} \geq 83$, $405+x \geq 498$

$\therefore x \geq 93$

따라서 미연이는 여섯 번째 시험에서 93점 이상을 받아야 한다.

답 93점

05 현재까지 13표의 개표가 진행되었으므로 남은 표는 총 20표이다.

남은 20표 중 나영이가 얻을 표 수를 x표라 하면

다영이가 얻을 표 수는 $(20-x)$표이다.

이때 나영이가 당선되기 위해서는 나영이의 전체 표 수가

다영이의 전체 표 수보다 많아야 하므로

$9+x>4+(20-x)$, $9+x>24-x$

$2x>15 \qquad \therefore x>\frac{15}{2}=7.5$

따라서 나영이가 당선되려면 나머지 개표에서 나영이가

최소 8표를 얻어야 한다. 답 ③

06 원뿔의 높이를 x cm라 하면

$\frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times x \geq 48\pi$, $\frac{16}{3}\pi x \geq 48\pi \qquad \therefore x \geq 9$

따라서 원뿔의 높이의 최솟값은 9 cm이다. 답 9 cm

07 티셔츠를 x장 산다고 하면 태극기는 $(12-x)$개 살 수 있으므로

$8000x+1500(12-x) \leq 70000$

$8000x+18000-1500x \leq 70000$

$6500x \le 52000$ $\quad \therefore x \le 8$

따라서 티셔츠는 최대 8장까지 살 수 있다. 답 8장

08 공원의 둘레의 길이를 xm라 하자.

경원이가 24분 이내에 공원 두 바퀴를 모두 돌아야 하므로

$\frac{x}{90}+\frac{x}{150} \le 24$

양변에 분모의 최소공배수 450을 곱하면 $5x+3x \le 10800$

$8x \le 10800$ $\quad \therefore x \le 1350$

따라서 공원의 둘레의 길이는 최대 1350 m이다. 답 ④

09 트럭에 쌀을 x가마니를 싣는다고 하면

$80x+2000 \le 9000$, $80x \le 7000$

$\therefore x \le \frac{175}{2}=87.5$

따라서 쌀은 트럭에 최대 87가마니를 실을 수 있다. 답 ③

10 진호와 예진이가 x분 걸었을 때 진호와 예진이가 출발 지점으로부터 떨어진 거리는 각각 $\left(5\times\frac{x}{60}\right)$km, $\left(4\times\frac{x}{60}\right)$km이다.

이때 진호와 예진이 사이의 거리가 4.5 km 이상 떨어져야 하므로

$5\times\frac{x}{60}+4\times\frac{x}{60} \ge 4.5$, $9\times\frac{x}{60} \ge 4.5$

$\frac{x}{60} \ge 0.5$ $\quad \therefore x \ge 30$

따라서 진호와 예진이는 30분 이상 걸어야 한다. 답 ③

11 꽃다발을 x다발 산다고 하면

$5000\times0.7\times x+6000 < 5000x$, $3500x+6000 < 5000x$

$6000 < 1500x$ $\quad \therefore x > 4$

따라서 꽃다발을 5다발 이상 살 경우 인터넷 쇼핑몰을 이용하는 것이 유리하다. 답 5다발

12 선아가 출발 지점에서 $x$km 떨어진 곳까지 갔다 온다고 하자.

2시간 48분 이내에 운동을 마쳐야 하므로

$\frac{x}{4}+\frac{x}{10} \le \frac{14}{5}$

양변에 분모의 최소공배수 20을 곱하면 $5x+2x \le 56$

$7x \le 56$ $\quad \therefore x \le 8$

따라서 선아는 출발 지점에서 8 km 떨어진 곳까지 갔다 올 수 있다.

답 ②

13 1분은 60초이므로 A요금제와 B요금제의 1분당 통화 요금은 각각 300원, 120원이다.

한 달 휴대전화 통화 시간을 x분이라 하면

$24000+300x < 37500+120x$

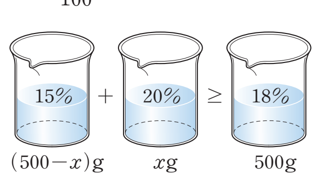
$180x < 13500$ $\quad \therefore x < 75$

따라서 통화 시간이 75분 미만이어야 한다. 답 ②

14 20 %의 설탕물의 양을 xg이라 하면 15 %의 설탕물과 20 %의 설탕물을 섞어서 설탕물 500 g이 만들어져야 하므로 15 %의 설탕물의 양은 $(500-x)$g이다.

15 %의 설탕물 $(500-x)$g과 20 %의 설탕물 xg을 섞었을 때 들어 있는 설탕의 양은

$\frac{15}{100}\times(500-x)+\frac{20}{100}\times x$(g)



15 %의 설탕물 $(500-x)$g과 20 %의 설탕물 xg을 섞으면 농도가 18 % 이상인 설탕물이 만들어지므로

$\frac{15}{100}\times(500-x)+\frac{20}{100}\times x \ge \frac{18}{100}\times500$

양변에 100을 곱하면

$15(500-x)+20x \ge 18\times500$

$7500-15x+20x \ge 9000$

$5x \ge 1500$ $\quad \therefore x \ge 300$

따라서 20 %의 설탕물을 300 g 이상 섞어야 한다. 답 300 g

15 혜미가 달린 시간을 x분이라 하면 지영이는 혜미보다 8분 먼저 출발했으므로 지영이가 달린 시간은 $(x+8)$분이다.

이때 혜미가 지영이를 앞질러 가야 하므로

$180(x+8) \le 220x$, $180x+1440 \le 220x$

$40x \ge 1440$ $\quad \therefore x \ge 36$

따라서 혜미가 지영이를 앞질러 가려면 혜미가 출발하고 최소 36분이 지나야 한다. 답 ②

16 키가 180 cm인 남자의 표준 몸무게는

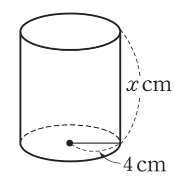
$(180-100)\times0.9=80\times0.9=72$(kg)

따라서 키가 180 cm인 남자의 몸무게를 $x$kg이라 하면

$\frac{x}{72}\times100 \ge 150$ $\quad \therefore x \ge 150\times\frac{72}{100}=108$

따라서 몸무게가 108 kg 이상이면 고도비만이다. 답 ③

17 변 AB의 길이를 $x$cm라 하면 직사각형 ABCD를 변 CD를 회전축으로 하여 1회전시킬 때 만들어지는 회전체는 밑면의 반지름의 길이가 4 cm이고 높이가 $x$cm인 원기둥이므로



$\pi\times4^2\times x \le 240\pi$, $16\pi x \le 240\pi$ $\quad \therefore x \le 15$

따라서 변 AB의 길이는 15 cm 이하이어야 한다. 답 15 cm

18 청바지의 원가를 x원이라 하면

$x\times1.35\times0.8-x \ge 1200$, $0.08x \ge 1200$ $\quad \therefore x \ge 15000$

따라서 청바지의 원가의 최솟값은 15000원이다. 답 ③

19 세진이가 택시를 타고 xm(단, $x>4000$) 이동한다고 하면

$3000+0.9(x-4000) \le 12000$

$0.9x-600 \le 12000$

$0.9x \le 12600$ $\quad \therefore x \le 14000$

따라서 세진이는 최대 14000 m 이동할 수 있다. 답 14000 m

20 처음에 정육각형 1개를 만들기 위해 필요한 연필은 6자루이고, 여기에 정육각형을 추가로 1개씩 더 만들 때 필요한 연필은 5자루씩이다.

따라서 정육각형 x개를 만들 때 필요한 연필은

$6+5(x-1)=5x+1$(자루)

이때 연필은 총 171자루이므로

$5x+1 \le 171$, $5x \le 170$ $\quad \therefore x \le 34$

따라서 연필 171자루로 정육각형을 최대 34개 만들 수 있다. 답 34개

06 연립일차방정식

Step 1. 개념 다지기

06-1 미지수가 2개인 일차방정식

답 ❶ 1 ❷ 참

기본연습 1

(1) x의 3배는 $3x$, y의 2배는 $2y$이므로 $3x+2y=33$

(2) (두 사람의 평균 점수)$=\dfrac{(\text{점수의 총합})}{2}$이므로 $\dfrac{x+y}{2}=86$

답 (1) $3x+2y=33$ (2) $\dfrac{x+y}{2}=86$

연습 1

각 방정식에 $x=2$, $y=3$을 대입하면

① $2+3=5$

② $2\times2-3=1$

③ $-2+2\times3\neq3$

④ $3=2\times2-1$

⑤ $3\times2-2\times3=0$

따라서 x, y의 순서쌍 $(2, 3)$을 해로 갖지 않는 일차방정식은 ③이다. 답 ③

06-2 미지수가 2개인 연립일차방정식

답 ❶ 일차 ❷ 동시에 ❸ 푼다

기본연습 2

(1) $\begin{cases}\text{(구매한 공책 수에 대한 일차방정식)}\\\text{(지불한 돈에 대한 일차방정식)}\end{cases}\rightarrow\begin{cases}x+y=8\\1000x+2500y=14000\end{cases}$

(2) $\begin{cases}\text{(닭과 돼지의 수의 합에 대한 일차방정식)}\\\text{(닭과 돼지의 다리의 수의 합에 대한 일차방정식)}\end{cases}\rightarrow\begin{cases}x+y=15\\2x+4y=50\end{cases}$

답 (1) $\begin{cases}x+y=8\\1000x+2500y=14000\end{cases}$ (2) $\begin{cases}x+y=15\\2x+4y=50\end{cases}$

연습 2

㉠ $3\times1+y=3+y=10$에서 $y=7$

$3\times2+y=6+y=10$에서 $y=4$

$3\times3+y=9+y=10$에서 $y=1$

$3\times4+y=12+y=10$에서 $y=-2$

$3\times5+y=15+y=10$에서 $y=-5$

x	1	2	3	4	5
y	7	4	1	-2	-5

㉡ $1+y=6$에서 $y=5$, $2+y=6$에서 $y=4$

$3+y=6$에서 $y=3$, $4+y=6$에서 $y=2$

$5+y=6$에서 $y=1$

x	1	2	3	4	5
y	5	4	3	2	1

따라서 연립일차방정식의 해는 $x=2$, $y=4$ 답 $x=2$, $y=4$

Step 2. 대표 문제로 접근하기

01	②, ④	02	①	03	$(1, 3)$, $(6, 1)$	04	⑤
05	12	06	-1	07	$\begin{cases}x+y=10\\\frac{x}{3}+\frac{y}{5}=3\end{cases}$	08	③
09	$x=4$, $y=3$(또는 $(4, 3)$)	10	$x=6$, $y=3$(또는 $(6, 3)$)	11	8		
12	45	13	③	14	①		

유제 01 ② $4y^2$은 이차항이므로 일차방정식이 아니다.

④ xy는 이차항이므로 일차방정식이 아니다.

따라서 미지수가 2개인 일차방정식이 아닌 것은 ②, ④이다. 답 ②, ④

유제 02 ㄱ. 주어진 식을 정리하면

$4x-5x+y+y=0$ $\therefore -x+2y=0$

따라서 미지수가 2개인 일차방정식이다.

ㄴ. xy는 이차항이므로 일차방정식이 아니다.

ㄷ. 주어진 식을 정리하면

$2x-6y-x+6y=0$ $\therefore x=0$

따라서 미지수가 2개인 일차방정식이 아니다.

그러므로 미지수가 2개인 일차방정식은 ㄱ뿐이다. 답 ①

유제 03 y가 자연수이므로 주어진 방정식에 $y=1, 2, 3, \cdots$을 차례로 대입하여 x의 값을 구하면 다음과 같다.

y	1	2	3	4	$\cdots$
x	6	$\frac{7}{2}$	1	$-\frac{3}{2}$	$\cdots$

이때 x도 자연수이므로 일차방정식 $2x+5y=17$의 해는 $(1, 3)$, $(6, 1)$이다. 답 $(1, 3)$, $(6, 1)$

유제 04 일차방정식 $7x-y=10$에 각 순서쌍의 좌표를 대입해 보면 다음과 같다.

① $x=-1$, $y=7$을 대입하면 $7\times(-1)-7\neq10$

따라서 $(-1, 7)$은 해가 아니다.

② $x=1$, $y=3$을 대입하면 $7\times1-3\neq10$

따라서 $(1, 3)$은 해가 아니다.

③ $x=2$, $y=6$을 대입하면 $7\times2-6\neq10$

따라서 $(2, 6)$은 해가 아니다.

④ $x=4$, $y=14$를 대입하면 $7\times4-14\neq10$

따라서 $(4, 14)$는 해가 아니다.

⑤ $x=5$, $y=25$를 대입하면 $7\times5-25=10$

따라서 $(5, 25)$는 해이다.

그러므로 일차방정식 $7x-y=10$의 해인 것은 ⑤이다. 답 ⑤

유제 05 x, y의 순서쌍 $(a, 2)$가 일차방정식 $3x-y=13$의 해이므로

$3a-2=13$, $3a=15$ $\therefore a=5$

x, y의 순서쌍 $(2, b)$가 일차방정식 $3x-y=13$의 해이므로

$3\times2-b=13$, $6-b=13$ $\therefore b=-7$

$\therefore a-b=5-(-7)=12$ 답 12

유제 06 x, y의 순서쌍 $(11, 3)$이 일차방정식 $bx+(b+7)y=-7$의 해이므로 $11b+(b+7)\times3=-7$, $11b+3b+21=-7$

$14b=-28$ $\therefore b=-2$

x, y의 순서쌍 $(6, a)$가 일차방정식 $-2x+5y=-7$의 해이므로

$-2\times6+5a=-7$, $5a=5$ $\therefore a=1$

$\therefore a+b=1+(-2)=-1$ 답 -1

유제 07 단비는 총 10 km를 이동하였으므로

$x+y=10$ …… ㉠

걸어간 시간과 뛰어간 시간의 합이 3시간이므로

$\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{5}=3$ …… ㉡

따라서 ㉠, ㉡을 이용하여 연립일차방정식을 세우면

$\begin{cases}x+y=10\\\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{5}=3\end{cases}$ 답 $\begin{cases}x+y=10\\\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{5}=3\end{cases}$

유제 08 정인이네 반의 남학생 수는 x, 여학생 수는 y이고

정인이네 반 전체 학생 수가 50이므로 $x+y=50$ ······ ㉠

또한 정인이네 반 남학생의 $\frac{1}{5}$과 여학생의 $\frac{1}{3}$이 방과 후 수업에 참여하므로

$\frac{1}{5}x+\frac{1}{3}y=12$ ······ ㉡

따라서 ㉠, ㉡을 이용하여 연립일차방정식을 세우면

$\begin{cases} x+y=50 \\ \frac{1}{5}x+\frac{1}{3}y=12 \end{cases}$

답 ③

유제 09 $x+4y=16$에서 $x=-4y+16$이므로

y에 1, 2, 3, …을 대입해 보면 다음과 같다.

x	12	8	4	0	…
y	1	2	3	4	…

따라서 일차방정식 $x+4y=16$의 해는

$(12, 1)$, $(8, 2)$, $(4, 3)$이다.

$x+2y=10$에서 $x=-2y+10$이므로

y에 1, 2, 3, …을 대입해 보면 다음과 같다.

x	8	6	4	2	0	…
y	1	2	3	4	5	…

따라서 일차방정식 $x+2y=10$의 해는

$(8, 1)$, $(6, 2)$, $(4, 3)$, $(2, 4)$이다.

그러므로 연립일차방정식의 해는

두 일차방정식의 공통인 해이므로 $x=4$, $y=3$이다.

답 $x=4$, $y=3$ (또는 $(4, 3)$)

유제 10 $x-y=3$에서 $x=y+3$이므로

y에 1, 2, 3, …을 대입해 보면 다음과 같다.

x	4	5	6	7	…
y	1	2	3	4	…

따라서 일차방정식 $x-y=3$의 해는

$(4, 1)$, $(5, 2)$, $(6, 3)$, $(7, 4)$, …이다.

$3x+y=21$에서 $y=-3x+21$이므로

x에 1, 2, 3, …을 대입해 보면 다음과 같다.

x	1	2	3	4	5	6	7	…
y	18	15	12	9	6	3	0	…

따라서 일차방정식 $3x+y=21$의 해는

$(1, 18)$, $(2, 15)$, $(3, 12)$, $(4, 9)$, $(5, 6)$, $(6, 3)$이다.

그러므로 연립일차방정식의 해는

두 일차방정식의 공통인 해이므로 $x=6$, $y=3$이다.

답 $x=6$, $y=3$ (또는 $(6, 3)$)

유제 11 일차방정식 $ax-2y=2$에 $x=3$, $y=5$를 대입하면

$a\times3-2\times5=2$, $3a=12$ $\therefore a=4$

일차방정식 $-x+3y=b$에 $x=3$, $y=5$를 대입하면

$-3+3\times5=b$ $\therefore b=12$

$\therefore b-a=12-4=8$

답 8

유제 12 일차방정식 $-2x+3y=-7$에 $x=-1$, $y=b$를 대입하면

$-2\times(-1)+3b=-7$, $3b=-9$ $\therefore b=-3$

일차방정식 $3x-5y=2a$에 $x=-1$, $y=-3$을 대입하면

$3\times(-1)-5\times(-3)=2a$, $2a=12$ $\therefore a=6$

$\therefore a^2+b^2=6^2+(-3)^2=36+9=45$

답 45

유제 13 조건 (가)의 식을 정리하면

$12x-3y+2y=ax+5y+3$

$(12-a)x-6y-3=0$

이 식이 미지수가 2개인 일차방정식이 아니므로

(x의 계수)$=12-a=0$ $\therefore a=12$

조건 (나)에서 (a, b)는 미지수가 2개인 일차방정식

$-2x+5y=6$의 해이므로

$-2x+5y=6$에 $x=12$, $y=b$를 대입하면

$-2\times12+5\times b=6$, $5b=30$ $\therefore b=6$

$\therefore a+b=12+6=18$

답 ③

유제 14 소민이와 은주가 이긴 횟수를 각각 x회, y회라 할 때 비기는 경우는 없으므로 소민이가 진 횟수는 y회, 은주가 진 횟수는 x회이다.

소민이가 처음 위치보다 22계단을 올라가 있었으므로

$4x-2y=22$

은주가 처음 위치보다 2계단을 내려가 있었으므로

$4y-2x=-2$

따라서 연립일차방정식으로 나타내면

$\begin{cases} 4x-2y=22 \\ -2x+4y=-2 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} 2x-y=11 \\ -x+2y=-1 \end{cases}$

답 ①

Step 3. 단원 마무리하기

01	③, ④	02	④	03	③	04	③	05	②, ③
06	②	07	①	08	①	09	①	10	①
11	②	12	ㄴ, ㄹ, ㅁ	13	①	14	⑤	15	④
16	-3	17	$\frac{2}{9}$	18	-6	19	②, ⑤	20	③

01 미지수가 2개인 일차방정식은 미지수가 2개이고, 그 차수가 1인 방정식이다.

③ $y=x^2-2$는 x의 차수가 2이므로 일차방정식이 아니다.

④ $x+5y=-\frac{1}{2}(x-10y)$를 정리하면

$x+5y=-\frac{1}{2}x+5y$ $\therefore \frac{3}{2}x=0$

따라서 주어진 방정식은 미지수가 1개인 일차방정식이다.

그러므로 미지수가 2개인 일차방정식이 아닌 것은 ③, ④이다.

답 ③, ④

02 ㄴ. $2x-y+5$는 x, y에 대한 다항식으로 방정식이 아니다.

ㄹ. $5x+y=5(x-y+1)$, $5x+y=5x-5y+5$

$\therefore 6y-5=0$

즉, 미지수가 2개가 아니다.

ㅂ. $2xy+x-2y=3$에서 $2xy$는 x, y에 대한 이차항이므로 일차방정식이 아니다.

따라서 미지수가 2개인 일차방정식은 모두 ㄱ, ㄷ, ㅁ이다. 답 ④

03 ① x의 2배는 $2x$, y의 3배보다 4만큼 더 작은 수는 $3y-4$이므로

$2x=3y-4$

② 100원짜리 동전 x개와 500원짜리 동전 y개를 합하면 2600원이므로

$100x+500y=2600$

③ 참새 x마리의 다리의 수는 $2x$, 호랑이 y마리의 다리의 수는 $4y$이고, 다리의 수의 합이 26이므로

$2x+4y=26$

④ 가로의 길이가 x cm, 세로의 길이가 y cm인 직사각형 모양의 꽃밭의 둘레의 길이가 37 cm이므로

$2(x+y)=37$ $\quad\therefore 2x+2y=37$

⑤ 시속 2 km로 x시간 걸은 후 시속 7 km로 y시간 달린 거리가 총 20 km이고, (거리)=(속력)×(시간)이므로

$2x+7y=20$

답 ③

04 |보기|의 일차방정식에 $x=2$, $y=-1$을 대입하여 등식이 성립하는지 판단한다.

ㄱ. $2x-3y=8$에 $x=2$, $y=-1$을 대입하면

$2\times2-3\times(-1)\neq8$

ㄴ. $10x+20y=0$에 $x=2$, $y=-1$을 대입하면

$10\times2+20\times(-1)=0$

ㄷ. $x-7y-10=-1$에 $x=2$, $y=-1$을 대입하면

$2-7\times(-1)-10=-1$

ㄹ. $3y=x-4$에 $x=2$, $y=-1$을 대입하면

$3\times(-1)\neq2-4$

그러므로 순서쌍 $(2, -1)$을 해로 갖는 일차방정식은 ㄴ, ㄷ이다.

답 ③

05 자연수 x, y에 대하여 일차방정식 $3x+y=13$의 해를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	1	2	3	4
y	10	7	4	1

따라서 일차방정식 $3x+y=13$의 자연수인 해는

$(1, 10)$, $(2, 7)$, $(3, 4)$, $(4, 1)$이다.

답 ②, ③

06 자연수 x, y에 대하여 $3x+2y=13$의 해를 표로 나타내면 다음과 같다.

x	1	3
y	5	2

따라서 조건을 만족시키는 해는 $(1, 5)$, $(3, 2)$이므로 2개이다.

답 ②

07 일차방정식 $5x-3y=-6$의 해가 $(2a, 4a)$이므로

$5x-3y=-6$에 $x=2a$, $y=4a$를 대입하면

$5\times2a-3\times4a=-6$, $(10-12)a=-6$

$\therefore a=3$

답 ①

08 일차방정식 $3x-ay+5=0$의 한 해가 $x=3$, $y=-2$이므로

$3x-ay+5=0$에 $x=3$, $y=-2$를 대입하면

$3\times3-a\times(-2)+5=0$, $9+2a+5=0$

$2a=-14$ $\quad\therefore a=-7$

일차방정식 $3x+7y+5=0$의 한 해가 $x=k$, $y=1$이므로

$3x+7y+5=0$에 $x=k$, $y=1$을 대입하면

$3k+7+5=0$

$3k=-12$ $\quad\therefore k=-4$

답 ①

09 x, y의 순서쌍 (a, b)가 일차방정식 $3x+2y=-7$의 해이므로

$3x+2y=-7$에 $x=a$, $y=b$를 대입하면 $3a+2b=-7$

따라서 $6a+4b+10$의 값은

$6a+4b+10=2(3a+2b)+10$

$=2\times(-7)+10=-4$

답 ①

10 직사각형의 가로의 길이가 x, 세로의 길이가 y일 때 가로의 길이는 세로의 길이보다 3만큼 길기 때문에

$x=y+3$

또한 직사각형의 둘레의 길이가 46이므로

$2(x+y)=46$

따라서 연립일차방정식으로 나타내면

$\begin{cases} x=y+3 \\ 2(x+y)=46 \end{cases}$

답 ①

11 연립일차방정식의 두 일차방정식에 $x=2$, $y=1$을 각각 대입하여 두 일차방정식이 모두 성립하는지 판단한다.

① $x=2$, $y=1$을 두 일차방정식 $2x+3y=1$, $x-2y=0$에 각각 대입하면

$2\times2+3\times1\neq1$, $2-2\times1=0$

② $x=2$, $y=1$을 두 일차방정식 $y=x-1$, $5x-4y=6$에 각각 대입하면

$1=2-1$, $5\times2-4\times1=6$

③ $x=2$, $y=1$을 두 일차방정식 $3x-y=5$, $x+y=-3$에 각각 대입하면

$3\times2-1=5$, $2+1\neq-3$

④ $x=2$, $y=1$을 두 일차방정식 $-3x+2y=7$, $-x+y=-3$에 각각 대입하면

$-3\times2+2\times1\neq7$, $-2+1\neq-3$

⑤ $x=2$, $y=1$을 두 일차방정식 $-2x+4y=0$, $4x+2y=-10$에 각각 대입하면

$-2\times2+4\times1=0$, $4\times2+2\times1\neq-10$

따라서 $x=2$, $y=1$을 해로 갖는 연립일차방정식은 ② $\begin{cases} y=x-1 \\ 5x-4y=6 \end{cases}$ 이다.

답 ②

12 두 일차방정식에 $x=5$, $y=-1$을 각각 대입하여 등식이 모두 성립하는 것을 찾는다.

ㄱ. $\begin{cases} 5+(-1)\neq-6 \\ -5+2\times(-1)=-7 \end{cases}$

ㄴ. $\begin{cases} 2\times5+(-1)=9 \\ -5+4\times(-1)=-9 \end{cases}$

ㄷ. $\begin{cases} 5-(-1)=6 \\ 5+3\times(-1)\neq8 \end{cases}$

ㄹ. $\begin{cases} -5-(-1)=-4 \\ 3\times5+(-1)=14 \end{cases}$

ㅁ. $\begin{cases} 3\times5+5\times(-1)=10 \\ 2\times5-(-1)=11 \end{cases}$

따라서 $(5, -1)$을 해로 갖는 연립일차방정식을 모두 고르면

ㄴ, ㄹ, ㅁ이다.

답 ㄴ, ㄹ, ㅁ

13 x, y가 자연수일 때,

$3x+2y=15$의 해는 $(1, 6)$, $(3, 3)$

$2x-3y=-16$의 해는 $(1, 6)$, $(4, 8)$, $(7, 10)$, $\cdots$

따라서 연립일차방정식의 해는 두 일차방정식의 공통인 해이므로

$(1, 6)$이다.

답 ①

14 x, y의 순서쌍 $(4, -2)$가 연립일차방정식 $\begin{cases} 3x-ay=8 \\ bx+7y=18 \end{cases}$의 해이므로

$x=4$, $y=-2$를 두 일차방정식 $3x-ay=8$, $bx+7y=18$에 대입하여도 등식이 성립한다.

따라서 $3\times4-a\times(-2)=8$에서 $2a=-4$ $\quad\therefore a=-2$

$b\times4+7\times(-2)=18$에서 $4b=32$ $\quad\therefore b=8$

$\therefore a+b=(-2)+8=6$

답 ⑤

15 $x=5$, $y=k$가 연립일차방정식 $\begin{cases} 3x-2y=23 \\ ax+y=16 \end{cases}$의 해이므로

(i) $x=5$, $y=k$를 $3x-2y=23$에 대입하면

$3\times5-2\times k=23$

$2k=15-23=-8 \qquad \therefore k=-4$

(ii) $x=5$, $y=-4$를 $ax+y=16$에 대입하면

$a\times5+(-4)=16$

$5a=16+4=20 \qquad \therefore a=4$ 답 ④

16 $3x-2y=-5$에 $x=-3$을 대입하면

$-9-2y=-5$, $-2y=4 \qquad \therefore y=-2$

따라서 주어진 연립일차방정식의 해가 $x=-3$, $y=-2$이므로

$ax+4y=1$에 $x=-3$, $y=-2$를 대입하면

$-3a+4\times(-2)=1$, $-3a=9 \qquad \therefore a=-3$ 답 -3

17 연립일차방정식 $\begin{cases} x+3py=8 \\ qx+2y=20 \end{cases}$ 의 해가 $(2, 1)$이므로 두 일차방정식에

$x=2$, $y=1$을 대입하면 등식이 모두 성립한다.

$2+3p=8$, $3p=6 \qquad \therefore p=2$

$2q+2=20$, $2q=18 \qquad \therefore q=9$

따라서 $p=2$, $q=9$이므로 $\frac{p}{q}=\frac{2}{9}$ 답 $\frac{2}{9}$

18 $6x+y=14$에 $y=-4$를 대입하면

$6x-4=14$, $6x=18 \qquad \therefore x=3$

$-2x+3y=3a$에 $x=3$, $y=-4$를 대입하면

$-2\times3+3\times(-4)=3a$, $-18=3a \qquad \therefore a=-6$ 답 -6

19 x가 자연수이므로 $2x+y=10$에 $x=1, 2, 3, \cdots$을 차례로 대입하여

y의 값을 구하면 다음과 같다.

x	1	2	3	4	5	$\cdots$
y	8	6	4	2	0	$\cdots$

이때 y도 자연수이므로 일차방정식 $2x+y=10$의 해는

$(1, 8)$, $(2, 6)$, $(3, 4)$, $(4, 2)$이다.

x가 자연수이므로 $-3x+4y=7$에 $x=1, 2, 3, \cdots$ 을 차례로 대입하여

y의 값을 구하면 다음과 같다.

x	1	2	3	4	$\cdots$
y	$\frac{5}{2}$	$\frac{13}{4}$	4	$\frac{19}{4}$	$\cdots$

이때 y도 자연수이므로 일차방정식 $-3x+4y=7$의 해는

$(3, 4)$, $\cdots$이다.

따라서 주어진 연립일차방정식의 해는 두 일차방정식의 공통인 해이므로 $x=3$, $y=4$이다. $\qquad \therefore a=3$, $b=4$

따라서 미지수가 2개인 일차방정식 $bx-ay=5$는 $4x-3y=5$이므로

보기의 x, y의 값을 $4x-3y=5$에 각각 대입해 보면 다음과 같다.

① $4\times1-3\times1\neq5$

② $4\times2-3\times1=5$

③ $4\times3-3\times2\neq5$

④ $4\times4-3\times3\neq5$

⑤ $4\times5-3\times5=5$

따라서 $bx-ay=5$의 해가 될 수 있는 것은 ②, ⑤이다. 답 ②, ⑤

20 $2x+5y=2$에 $x=m+2$, $y=2-m$을 대입하면

$2(m+2)+5(2-m)=2$, $2m+4+10-5m=2$

$-3m+14=2$, $-3m=-12 \qquad \therefore m=4$

$x-4y=2-3n$에 $x=6$, $y=-2$를 대입하면

$6-4\times(-2)=2-3n$, $14=2-3n$

$3n=-12 \qquad \therefore n=-4$

따라서 $m=4$, $n=-4$이므로

$m+n=4+(-4)=0$ 답 ③

07 연립일차방정식의 풀이

Step 1. 개념 다지기

07-1 연립일차방정식의 풀이 : 대입법

답 ❶ 대입법 ❷ 미지수 ❸ 해 ❹ 대입

기본연습 1

(1) ㉡을 ㉠에 대입하면 $2x-(-3x)=5$, $5x=5 \qquad \therefore x=1$

$x=1$을 ㉡에 대입하면 $y=-3$

(2) ㉠을 ㉡에 대입하면 $5\times2y-2y=8$, $8y=8 \qquad \therefore y=1$

$y=1$을 ㉠에 대입하면 $x=2$

답 (1) (가) 5, (나) 1, (다) -3 (2) (가) 8, (나) 1, (다) 2

연습 1

(1) ㉠을 x에 대하여 풀면 $x=y+2$ $\cdots\cdots$ ㉢

㉢을 ㉡에 대입하면 $-2(y+2)+3y=-2$

$-2y-4+3y=-2 \qquad \therefore y=2$

$y=2$를 ㉢에 대입하면 $x=2+2=4$

(2) ㉠을 y에 대하여 풀면 $y=2x-7$ $\cdots\cdots$ ㉢

㉢을 ㉡에 대입하면 $-x+2(2x-7)=1$, $-x+4x-14=1$

$3x=15 \qquad \therefore x=5$

$x=5$를 ㉢에 대입하면 $y=2\times5-7=10-7=3$

답 (1) $x=4$, $y=2$ (2) $x=5$, $y=3$

07-2 연립일차방정식의 풀이 : 가감법

답 ❶ 가감법 ❷ 절댓값 ❸ 변끼리 ❹ 대입

기본연습 2

(1) ㉠+㉡을 하면 $4y=12 \qquad \therefore y=3$

$y=3$을 ㉠에 대입하면 $x+3=7$에서 $x=4$

(2) ㉠−㉡을 하면 $5x=10 \qquad \therefore x=2$

$x=2$를 ㉠에 대입하면 $3\times2+y=8$에서 $y=2$

답 (1) (가) 12, (나) 3, (다) 4 (2) (가) 10, (나) 2, (다) 2

연습 2

(1) ㉠의 양변에 2를 곱하면 $2x-4y=-6$ $\cdots\cdots$ ㉢

㉡+㉢을 하면 $-y=-2 \qquad \therefore y=2$

이를 ㉠에 대입하면 $x-2\times2=-3 \qquad \therefore x=1$

(2) ㉠의 양변에 2를 곱하면 $6x-2y=16$ $\cdots\cdots$ ㉢

㉡+㉢을 하면 $5x=15 \qquad \therefore x=3$

이를 ㉠에 대입하면 $3\times3-y=8 \qquad \therefore y=1$

답 (1) $x=1$, $y=2$ (2) $x=3$, $y=1$

07-3 여러 가지 연립일차방정식의 풀이

답 ❶ 분배법칙 ❷ 10 ❸ 정수 ❹ 최소공배수

기본연습 3

(1) $2(x-2)-y=5$에서 $2x-4-y=5$, $2x-y=9$ $\cdots\cdots$ ㉠

$x-2(y+1)=4$에서 $x-2y-2=4$, $x-2y=6$ $\cdots\cdots$ ㉡

㉠×2−㉡을 하면 $3x=12$ $\quad\therefore x=4$

$x=4$를 ㉠에 대입하면 $2\times4-y=9$ $\quad\therefore y=-1$

따라서 연립일차방정식의 해는 $x=4$, $y=-1$이다.

(2) $0.2x-0.3y=0.3$의 양변에 10을 곱하면 $2x-3y=3$ …… ㉠

$0.1x+0.2y=1.2$의 양변에 10을 곱하면 $x+2y=12$ …… ㉡

㉠−㉡×2를 하면 $-7y=-21$ $\quad\therefore y=3$

$y=3$을 ㉠에 대입하면 $2x-3\times3=3$, $2x-9=3$ $\quad\therefore x=6$

따라서 연립일차방정식의 해는 $x=6$, $y=3$이다.

답 (1) $x=4$, $y=-1$ (2) $x=6$, $y=3$

연습 3

$\frac{2}{3}x+\frac{1}{6}y=1$의 양변에 6을 곱하면 $4x+y=6$ …… ㉠

$0.2x+0.6y=1.4$의 양변에 10을 곱하면 $2x+6y=14$ …… ㉡

㉠−㉡×2를 하면 $-11y=-22$ $\quad\therefore y=2$

$y=2$를 ㉠에 대입하면 $4x+2=6$, $4x=4$ $\quad\therefore x=1$

따라서 연립일차방정식의 해는 $x=1$, $y=2$이다. 답 $x=1$, $y=2$

07-4 $A=B=C$ 꼴의 연립일차방정식의 풀이

답 ❶ $\begin{cases}A=B\\A=C\end{cases}$ ❷ $\begin{cases}A=B\\B=C\end{cases}$ ❸ $\begin{cases}A=C\\B=C\end{cases}$

기본연습 4

(1) $4x-3y=3x-4y=7$에서

$\begin{cases}4x-3y=7 \text{ …… ㉠}\\3x-4y=7 \text{ …… ㉡}\end{cases}$

㉠×3−㉡×4를 하면 $3(4x-3y)-4(3x-4y)=7\times3-7\times4$

$12x-9y-12x+16y=-7$, $7y=-7$ $\quad\therefore y=-1$

$y=-1$을 ㉠에 대입하면 $4x-3\times(-1)=7$, $4x+3=7$

$4x=4$ $\quad\therefore x=1$

따라서 연립일차방정식의 해는 $x=1$, $y=-1$이다.

(2) $2x-5y=x-3y=-1$에서

$\begin{cases}2x-5y=-1 \text{ …… ㉠}\\x-3y=-1 \text{ …… ㉡}\end{cases}$

㉠−㉡×2를 하면 $2x-5y-2(x-3y)=-1-(-1)\times2$

$2x-5y-2x+6y=1$ $\quad\therefore y=1$

$y=1$을 ㉠에 대입하면 $2x-5=-1$, $2x=4$ $\quad\therefore x=2$

따라서 연립일차방정식의 해는 $x=2$, $y=1$이다.

답 (1) $x=1$, $y=-1$ (2) $x=2$, $y=1$

연습 4

$3x-y+5=2x-5y=-3y+10$에서

$\begin{cases}3x-y+5=2x-5y\\3x-y+5=-3y+10\end{cases}$

각 방정식을 정리하면

$\begin{cases}x+4y=-5 \text{ …… ㉠}\\3x+2y=5 \text{ …… ㉡}\end{cases}$

㉠−㉡×2를 하면 $x+4y-2(3x+2y)=-5-5\times2$

$x+4y-6x-4y=-15$, $-5x=-15$ $\quad\therefore x=3$

$x=3$을 ㉠에 대입하면

$3+4y=-5$, $4y=-8$ $\quad\therefore y=-2$

따라서 연립일차방정식의 해는 $x=3$, $y=-2$이다. 답 $x=3$, $y=-2$

07-5 해가 특수한 연립일차방정식

답 ❶ 같아지는 ❷ 상수항

기본연습 5

(1) 연립일차방정식 $\begin{cases}2x-3y=1 \text{ …… ㉠}\\4x-6y=2 \text{ …… ㉡}\end{cases}$에서 ㉠×2를 하면

$4x-6y=2$ …… ㉢

이므로 ㉡과 ㉢의 x의 계수, y의 계수, 상수항은 각각 4, -6, 2

따라서 이 연립일차방정식의 해는 무수히 많다.

(2) 연립일차방정식 $\begin{cases}x-2y=3 \text{ …… ㉠}\\2x-4y=5 \text{ …… ㉡}\end{cases}$에서 ㉠×2를 하면

$2x-4y=6$ …… ㉢

이므로 ㉢과 ㉡의 x의 계수, y의 계수는 각각 2, -4, 상수항은 6, 5로 서로 다르다.

따라서 이 연립일차방정식의 해는 없다.

답 (1) 4, -6, 2, 무수히 많다 (2) 2, -4, 6, 5, 없다

연습 5

(1) $\begin{cases}2x-4y=6 \text{ …… ㉠}\\-x+2y=3 \text{ …… ㉡}\end{cases}$이라 하고 ㉡×$(-2)$를 하면

$\begin{cases}2x-4y=6 \text{ …… ㉠}\\2x-4y=-6 \text{ …… ㉢}\end{cases}$

따라서 ㉠과 ㉢의 x의 계수, y의 계수는 각각 2, -4로 같고, 상수항은 6, -6으로 서로 다르므로 이 연립일차방정식의 해는 없다.

(2) $\begin{cases}3x-y=6 \text{ …… ㉠}\\-x+\frac{1}{3}y=-2 \text{ …… ㉡}\end{cases}$이라 하고 ㉡×$(-3)$을 하면

$\begin{cases}3x-y=6 \text{ …… ㉠}\\3x-y=6 \text{ …… ㉢}\end{cases}$

따라서 ㉠과 ㉢의 x의 계수, y의 계수, 상수항이 각각 3, -1, 6으로 같으므로 이 연립일차방정식의 해는 무수히 많다.

답 (1) 해가 없다. (2) 해가 무수히 많다.

Step 2. 대표 문제로 접근하기

01	$x=3$, $y=-1$			02	$x=2$, $y=5$				
03	$x=5$, $y=3$			04	$x=7$, $y=2$				
05	$x=1$, $y=1$			06	①	07	⑤	08	④
09	$x=8$, $y=2$			10	10	11	$x=8$, $y=3$		
12	⑤	13	①	14	④	15	⑤	16	⑤
17	2	18	1	19	①	20	$a=2$, $x=3$, $y=2$		
21	③	22	①	23	③	24	④	25	①
26	$a=-1$, $b\neq-2$			27	⑤	28	③	29	④
30	⑤								

유제 01 $\begin{cases}4x+7y=5 \text{ …… ㉠}\\3x-y=10 \text{ …… ㉡}\end{cases}$

㉡을 y에 대하여 풀면 $y=3x-10$

이를 ㉠에 대입하면 $4x+7(3x-10)=5$

$4x+21x-70=5$, $25x=75$ $\quad\therefore x=3$

$x=3$을 ㉡에 대입하면 $3\times3-y=10$ $\quad\therefore y=-1$

따라서 연립일차방정식의 해는 $x=3$, $y=-1$이다.

답 $x=3$, $y=-1$

유제 02 $\begin{cases} x=-2y+12 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3y=7x+1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 ㉡에 대입하면 $3y=7(-2y+12)+1$

$3y=-14y+84+1$, $17y=85$ $\quad \therefore y=5$

$y=5$를 ㉠에 대입하면 $x=-2\times5+12=2$

따라서 연립일차방정식의 해는 $x=2$, $y=5$이다. 답 $x=2$, $y=5$

유제 03 $\begin{cases} -x+5y=10 & \cdots\cdots ㉠ \\ -x+9y=22 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠－㉡을 하면

$$\begin{array}{rl} & -x+5y=10 \\ -) & \underline{-x+9y=22} \\ & -4y=-12 \end{array} \quad \therefore y=3$$

이를 ㉠에 대입하면

$-x+5\times3=10$, $-x=-5$ $\quad \therefore x=5$

따라서 연립일차방정식의 해는 $x=5$, $y=3$이다. 답 $x=5$, $y=3$

유제 04 $\begin{cases} 3x-8y=5 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-3y=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

x를 소거하기 위해 ㉡의 양변에 3을 곱하면

$3x-9y=3$ $\cdots\cdots$ ㉢

㉠－㉢을 하면

$$\begin{array}{rl} & 3x-8y=5 \\ -) & \underline{3x-9y=3} \\ & y=2 \end{array}$$

$y=2$를 ㉡에 대입하면 $x-3\times2=1$ $\quad \therefore x=7$

따라서 연립일차방정식의 해는 $x=7$, $y=2$이다. 답 $x=7$, $y=2$

유제 05 $\begin{cases} 3(x-y)+4y=4 & \cdots\cdots ㉠ \\ -3(x+1)+x+5y=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠의 괄호를 풀면 $3x-3y+4y=4$

$\therefore 3x+y=4$ $\cdots\cdots$ ㉢

㉡의 괄호를 풀면 $-3x-3+x+5y=0$

$\therefore -2x+5y-3=0$ $\cdots\cdots$ ㉣

㉢을 y에 대하여 풀면 $y=-3x+4$

이를 ㉣에 대입하면 $-2x+5(-3x+4)-3=0$

$-2x-15x+20-3=0$, $-17x=-17$ $\quad \therefore x=1$

$x=1$을 ㉢에 대입하면 $3\times1+y=4$ $\quad \therefore y=1$

따라서 연립일차방정식의 해는 $x=1$, $y=1$이다. 답 $x=1$, $y=1$

유제 06 $\begin{cases} 3(x+4)-2x-2y=3 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4(x+y)-5(y-6)=8 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠의 괄호를 풀면 $3x+12-2x-2y=3$

$\therefore x-2y=-9$ $\cdots\cdots$ ㉢

㉡의 괄호를 풀면 $4x+4y-5y+30=8$

$\therefore 4x-y=-22$ $\cdots\cdots$ ㉣

㉢－㉣$\times$2를 하면

$$\begin{array}{rl} & x-2y=-9 \\ -) & \underline{8x-2y=-44} \\ & -7x\quad\;=35 \end{array} \quad \therefore x=-5$$

$x=-5$를 ㉣에 대입하면 $4\times(-5)-y=-22$

$-20-y=-22$ $\quad \therefore y=2$

따라서 연립일차방정식의 해는 $x=-5$, $y=2$이므로

$-x+3y=k$에 $x=-5$, $y=2$를 대입하면

$-(-5)+3\times2=k$ $\quad \therefore k=11$

답 ①

유제 07 $\begin{cases} 4(x-3y)+y=-13 & \cdots\cdots ㉠ \\ 0.3x+1.5y=6 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠의 괄호를 풀면 $4x-12y+y=-13$

$\therefore 4x-11y=-13$ $\cdots\cdots$ ㉢

㉡의 양변에 10을 곱하면 $3x+15y=60$

$\therefore x+5y=20$ $\cdots\cdots$ ㉣

㉢－㉣$\times$4를 하면 $4x-11y-(4x+20y)=-13-80$

$-31y=-93$ $\quad \therefore y=3$

$y=3$을 ㉣에 대입하면 $x+5\times3=20$ $\quad \therefore x=5$

따라서 $a=5$, $b=3$이므로

$a+b=5+3=8$

답 ⑤

유제 08 $\begin{cases} 0.2x-0.7y+0.2=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ 0.5x-0.4y=2.2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠의 양변에 10을 곱하면 $2x-7y+2=0$ $\cdots\cdots$ ㉢

㉡의 양변에 10을 곱하면 $5x-4y=22$ $\cdots\cdots$ ㉣

㉢$\times$5－㉣$\times$2를 하면 $10x-35y+10-(10x-8y)=0-44$

$-27y+10=-44$, $-27y=-54$ $\quad \therefore y=2$

$y=2$를 ㉢에 대입하면 $2x-7\times2+2=0$, $2x=12$ $\quad \therefore x=6$

따라서 $\alpha=6$, $\beta=2$이므로 $\alpha\beta=6\times2=12$

답 ④

유제 09 $\begin{cases} \dfrac{x}{3}-\dfrac{y}{2}=\dfrac{5}{3} & \cdots\cdots ㉠ \\ \dfrac{x}{4}-\dfrac{y}{5}=\dfrac{8}{5} & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times$6을 하면 $2x-3y=10$ $\cdots\cdots$ ㉢

㉡$\times$20을 하면 $5x-4y=32$ $\cdots\cdots$ ㉣

㉢$\times$5－㉣$\times$2를 하면 $(10x-15y)-(10x-8y)=50-64$

$-7y=-14$ $\quad \therefore y=2$

$y=2$를 ㉢에 대입하면

$2x-3\times2=10$, $2x=16$ $\quad \therefore x=8$

따라서 연립일차방정식의 해는 $x=8$, $y=2$이다. 답 $x=8$, $y=2$

유제 10 $\begin{cases} \dfrac{x-y}{3}-\dfrac{x+y}{2}=\dfrac{1}{3} & \cdots\cdots ㉠ \\ \dfrac{x+2y+1}{4}=-\dfrac{y}{2} & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times$6을 하면 $2(x-y)-3(x+y)=2$, $2x-2y-3x-3y=2$

$\therefore -x-5y=2$ $\cdots\cdots$ ㉢

㉡$\times$4를 하면 $x+2y+1=-2y$

$\therefore x+4y=-1$ $\cdots\cdots$ ㉣

㉢＋㉣을 하면 $-y=1$ $\quad \therefore y=-1$

$y=-1$을 ㉣에 대입하면 $x+4\times(-1)=-1$ $\quad \therefore x=3$

따라서 $p=3$, $q=-1$이므로

$p^2+q^2=3^2+(-1)^2=10$

답 10

유제 11 $\begin{cases} (x-y-1):(x-2y+4)=2:3 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2:y=6:(x+1) & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 정리하면 $2(x-2y+4)=3(x-y-1)$

$2x-4y+8=3x-3y-3$ $\quad \therefore x+y=11$ $\cdots\cdots$ ㉢

㉡을 정리하면 $6y=2(x+1)$

$3y=x+1$ $\quad \therefore x-3y=-1$ $\cdots\cdots$ ㉣

㉢－㉣를 하면

$$\begin{array}{rl} & x+y\;\;=11 \\ -) & \underline{x-3y=-1} \\ & 4y=12 \end{array} \quad \therefore y=3$$

$y=3$을 ㉢에 대입하면 $x+3=11$ $\quad \therefore x=8$

따라서 연립일차방정식의 해는 $x=8$, $y=3$이다. 답 $x=8$, $y=3$

유제 12 $\begin{cases} (4x+y):(y+7)=4:5 & \cdots\cdots ㉠ \\ (6x-2):(10-2y)=1:2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 정리하면 $5(4x+y)=4(y+7)$

$20x+5y=4y+28$ $\quad\therefore 20x+y=28$ ⋯⋯ ㉢

㉡을 정리하면 $2(6x-2)=10-2y$, $12x-4=10-2y$

$12x+2y=14$ $\quad\therefore 6x+y=7$ ⋯⋯ ㉣

㉢−㉣을 하면

$$\begin{array}{rl} & 20x+y=28 \\ -) & \underline{\ 6x+y=7} \\ & 14x \quad\ =21 \end{array} \quad \therefore x=\frac{3}{2}$$

$x=\frac{3}{2}$을 ㉣에 대입하면 $6\times\frac{3}{2}+y=7$ $\quad\therefore y=-2$

따라서 $\alpha=\frac{3}{2}$, $\beta=-2$이므로 $\alpha\beta=\frac{3}{2}\times(-2)=-3$ 답 ⑤

유제 13 주어진 방정식은 연립일차방정식 $\begin{cases} 3x-y+10=x+2y-3 \\ 5x+3y+2=x+2y-3 \end{cases}$으로 나타낼 수 있다.

이 연립일차방정식을 정리하면

$\begin{cases} 2x-3y=-13 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x+y=-5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×2−㉡을 하면 $2(2x-3y)-(4x+y)=-26-(-5)$

$4x-6y-4x-y=-21$, $-7y=-21$ $\quad\therefore y=3$

$y=3$을 ㉡에 대입하면 $4x+3=-5$

$4x=-8$ $\quad\therefore x=-2$

따라서 $a=-2$, $b=3$이므로

$a-b=-2-3=-5$ 답 ①

유제 14 주어진 방정식은 연립일차방정식 $\begin{cases} \frac{6x-y}{5}=3 & \cdots\cdots ㉠ \\ \frac{11+2(x+y)}{3}=3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

으로 나타낼 수 있다.

㉠×5를 하면 $6x-y=15$ ⋯⋯ ㉢

㉡×3을 하면 $11+2(x+y)=9$, $11+2x+2y=9$

$2x+2y=-2$ $\quad\therefore x+y=-1$ ⋯⋯ ㉣

㉢+㉣을 하면 $7x=14$ $\quad\therefore x=2$

$x=2$를 ㉣에 대입하면 $2+y=-1$ $\quad\therefore y=-3$

따라서 $a=2$, $b=-3$이므로

$a-b=2-(-3)=5$ 답 ④

유제 15 연립일차방정식 $\begin{cases} ax+by=10 \\ bx-ay=10 \end{cases}$의 해가 $x=4$, $y=-2$이므로

두 일차방정식에 $x=4$, $y=-2$를 각각 대입하면

$\begin{cases} 4a-2b=10 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4b+2a=10 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡×2를 하면 $(4a-2b)-2(4b+2a)=10-20$

$4a-2b-8b-4a=-10$, $-10b=-10$ $\quad\therefore b=1$

$b=1$을 ㉠에 대입하면 $4a-2=10$, $4a=12$ $\quad\therefore a=3$

$\therefore a=3$, $b=1$ 답 ⑤

유제 16 주어진 방정식에 $x=2$, $y=-5$를 대입하면

$6a+5b=14a-5(b-2)+4=2-5\times(-5)$이므로

$6a+5b=14a-5b+14=27$

위 방정식의 해는 다음 연립일차방정식의 해와 같다.

$\begin{cases} 6a+5b=27 & \cdots\cdots ㉠ \\ 14a-5b+14=27 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉡을 간단히 정리하면 $14a-5b=13$ ⋯⋯ ㉢

㉠+㉢을 하면 $20a=40$ $\quad\therefore a=2$

$a=2$를 ㉠에 대입하면 $6\times2+5b=27$, $5b=15$ $\quad\therefore b=3$

$\therefore a\times b=2\times3=6$ 답 ⑤

유제 17 주어진 연립일차방정식의 해는 다음 연립일차방정식의 해와 같다.

$\begin{cases} 3x-5y=4 & \cdots\cdots ㉠ \\ x=y+2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉡을 ㉠에 대입하면 $3(y+2)-5y=4$

$-2y=-2$ $\quad\therefore y=1$

$y=1$을 ㉡에 대입하면 $x=3$

$x+y=2+k$에 $x=3$, $y=1$을 대입하면

$3+1=2+k$ $\quad\therefore k=2$ 답 2

유제 18 주어진 연립일차방정식의 해는 다음 연립일차방정식의 해와 같다.

$\begin{cases} 2x-3y=3 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x-5y=9 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉡−2×㉠을 하면 $(4x-5y)-2\times(2x-3y)=9-2\times3$

$(4x-5y)-(4x-6y)=3$ $\quad\therefore y=3$

$y=3$을 ㉠에 대입하면 $2x-3\times3=3$

$2x=12$ $\quad\therefore x=6$

$-ax+(a+1)y=0$에 $x=6$, $y=3$을 대입하면

$-6a+3(a+1)=0$, $-3a=-3$ $\quad\therefore a=1$ 답 1

유제 19 $x=-4$, $y=2$를 해로 갖는 연립일차방정식은

$\begin{cases} bx+ay=10 \\ ax-by=-10 \end{cases}$

두 일차방정식에 $x=-4$, $y=2$를 각각 대입하면

$\begin{cases} -4b+2a=10 & \cdots\cdots ㉠ \\ -4a-2b=-10 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×2+㉡을 하면 $2(-4b+2a)+(-4a-2b)=20-10$

$-8b+4a-4a-2b=10$, $-10b=10$ $\quad\therefore b=-1$

$b=-1$을 ㉠에 대입하면

$-4\times(-1)+2a=10$, $2a=6$ $\quad\therefore a=3$

$\therefore a+b=3+(-1)=2$ 답 ①

유제 20 a를 $2a$로 보았을 때

연립일차방정식 $\begin{cases} x+\frac{1}{2}y=4 \\ 2ax-y=4 \end{cases}$의 해가 $x=2$, $y=4$이므로

$2ax-y=4$에 $x=2$, $y=4$를 대입하면

$4a-4=4$ $\quad\therefore a=2$

따라서 처음 연립일차방정식은 $\begin{cases} x+\frac{1}{2}y=4 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x-y=4 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×2+㉡을 하면

$2\left(x+\frac{1}{2}y\right)+(2x-y)=8+4$

$2x+y+2x-y=12$, $4x=12$ $\quad\therefore x=3$

$x=3$을 ㉡에 대입하면 $2\times3-y=4$ $\quad\therefore y=2$

따라서 $a=2$이고, 해는 $x=3$, $y=2$이다. 답 $a=2$, $x=3$, $y=2$

유제 21 두 연립일차방정식의 해가 서로 같으므로 그 해는 다음 연립일차방정식의 해와 같다.

$\begin{cases} 3(x-2y)+4y=10 & \cdots\cdots ㉠ \\ -4x+5(x-y)=-1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $3x-6y+4y=10$

$\therefore 3x-2y=10$ ...... ㉢

㉡에서 $-4x+5x-5y=-1$

$\therefore x-5y=-1$ ...... ㉣

㉢$-$㉣$\times 3$을 하면 $3x-2y-3(x-5y)=10-(-3)$

$13y=13$ $\therefore y=1$

$y=1$을 ㉢에 대입하면 $3x-2=10$ $\therefore x=4$

두 연립일차방정식의 해가 $x=4,\ y=1$이므로 두 일차방정식 $x+ay=11,\ x=by+1$에 $x=4,\ y=1$을 각각 대입했을 때 등식이 성립해야 한다.

$4+a\times 1=11$에서 $a=7$, $4=b\times 1+1$에서 $b=3$

$\therefore a+b=7+3=10$ 답 ③

유제 22 두 연립일차방정식의 해가 서로 같으므로 그 해는 다음 연립일차방정식의 해와 같다.

$\begin{cases} y=3x-7 & \cdots\cdots ㉠ \\ (2x+4):(4y-3)=2:1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉡에서 $1\times(2x+4)=2\times(4y-3)$이므로

$2x+4=8y-6,\ 2x-8y=-10$

$\therefore x-4y=-5$ ...... ㉢

㉠을 ㉢에 대입하면

$x-4(3x-7)=-5,\ -11x=-33$ $\therefore x=3$

$x=3$을 ㉠에 대입하면 $y=3\times 3-7=2$

두 연립일차방정식의 해가 $x=3,\ y=2$이므로 두 일차방정식 $ax+y=20,\ 2x+y=b$에 $x=3,\ y=2$를 각각 대입했을 때 등식이 성립해야 한다.

$3a+2=20,\ 3a=18$ $\therefore a=6$

$2\times 3+2=b$ $\therefore b=8$

따라서 $a-b=6-8=-2$이다. 답 ①

유제 23 $\begin{cases} ax+8y=-2 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+by=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉡의 양변에 -2를 곱하면 $-6x-2by=-2$ ...... ㉢

주어진 연립일차방정식의 해가 무수히 많으므로 두 방정식 ㉠, ㉢은 같아야 한다.

즉, $a=-6,\ 8=-2b$에서 $b=-4$

$\therefore b-a=-4-(-6)=-4+6=2$ 답 ③

다른풀이

연립일차방정식 $\begin{cases} ax+8y=-2 \\ 3x+by=1 \end{cases}$의 해가 무수히 많으므로

$\dfrac{a}{3}=\dfrac{8}{b}=\dfrac{-2}{1}$

$\dfrac{a}{3}=-2$에서 $a=-6$, $\dfrac{8}{b}=-2$에서 $b=-4$

$\therefore b-a=-4-(-6)=-4+6=2$

유제 24 $\begin{cases} 6x+ay=-12 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x-3y=b & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 2$, ㉡$\times 3$을 하면

$\begin{cases} 12x+2ay=-24 \\ 12x-9y=3b \end{cases}$

이 연립일차방정식의 해가 무수히 많으므로

$2a=-9$에서 $a=-\dfrac{9}{2}$, $-24=3b$에서 $b=-8$ 답 ④

유제 25 $\begin{cases} \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{7}=2 \\ -7x-3y=k \end{cases}$ 에서 x의 계수를 같게 만들면

$\begin{cases} -7x-3y=-42 \\ -7x-3y=k \end{cases}$

이 연립일차방정식의 해가 없으므로 $k\neq -42$ 답 ①

유제 26 $\begin{cases} (2-a)x+y=-2 \\ 6x+2y=2a+b \end{cases}$ 에서 y의 계수를 같게 하면

$\begin{cases} 2(2-a)x+2y=-4 \\ 6x+2y=2a+b \end{cases}$ 이 연립일차방정식의 해가 없으므로

$2(2-a)=6$에서 $2-a=3$ $\therefore a=-1$

$-4\neq 2a+b$에서 $a=-1$이므로 $b-2\neq -4,\ b\neq -2$

$\therefore a=-1,\ b\neq -2$ 답 $a=-1,\ b\neq -2$

유제 27 주어진 방정식의 해는 다음 연립일차방정식의 해와 같다.

$\begin{cases} 2x-3y=5x+4y-2 & \cdots\cdots ㉠ \\ y=\dfrac{1}{3}x-2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 정리하면 $3x+7y=2$

$3x+7y=2$에 ㉡을 대입하면 $3x+7\left(\dfrac{1}{3}x-2\right)=2$

$3x+\dfrac{7}{3}x-14=2,\ \dfrac{16}{3}x=16$ $\therefore x=3$

㉡에 $x=3$을 대입하면 $y=\dfrac{1}{3}\times 3-2=-1$

따라서 일차방정식 $x-ay+4=2x-3y$에 $x=3,\ y=-1$을 대입하면 $3+a+4=6+3$ $\therefore a=2$ 답 ⑤

유제 28 연립일차방정식 $\begin{cases} ax+by=5 \\ x+dy=6 \end{cases}$의 해가 $x=-1,\ y=7$이므로

$x+dy=6$에 $x=-1,\ y=7$을 대입하면 $-1+7d=6$

$7d=7$ $\therefore d=1$

연립일차방정식 $\begin{cases} ax+by=5 \\ x+cy=6 \end{cases}$의 해가 $x=3,\ y=-1$이므로

$x+cy=6$에 $x=3,\ y=-1$을 대입하면 $3-c=6$ $\therefore c=-3$

또 $x=-1,\ y=7$과 $x=3,\ y=-1$은 모두 $ax+by=5$의 해이므로

$\begin{cases} -a+7b=5 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3a-b=5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 3+$㉡을 하면 $3(-a+7b)+(3a-b)=15+5$

$20b=20$ $\therefore b=1$

$b=1$을 ㉠에 대입하면 $-a+7\times 1=5$ $\therefore a=2$

$\therefore a+b+c+d=2+1+(-3)+1=1$ 답 ③

유제 29 주어진 연립일차방정식의 해는 다음 연립일차방정식의 해와 같다.

$\begin{cases} x-y=5 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+y=3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$+$㉡을 하면 $4x=8$ $\therefore x=2$

㉠에 $x=2$를 대입하면 $2-y=5$ $\therefore y=-3$

따라서 일차방정식 $ax+5y=-a$에 $x=2,\ y=-3$을 대입하면

$2a-15=-a$ $\therefore a=5$ 답 ④

유제 30 연립일차방정식 $\begin{cases} y=3x \\ 2x+3y=kx \end{cases}$ 에서 $\begin{cases} 3x-y=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ (2-k)x+3y=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

이 연립일차방정식은 $x=0,\ y=0$을 해로 가지므로

$x=0,\ y=0$ 이외의 해를 가지려면 해가 무수히 많아야 한다.

y의 계수를 같게 만들기 위하여 ㉠의 양변에 -3을 곱하면

$\begin{cases} -9x+3y=0 & \cdots\cdots ㉢ \\ (2-k)x+3y=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

따라서 $-9=2-k$이므로 $k=11$이다. 답 ⑤

Step 3. 단원 마무리하기

01	③	02	⑤	03	⑤	04	14		
05	$x=5$, $y=5$			06	13	07	①	08	④
09	5	10	④	11	3	12	②	13	28
14	③	15	④	16	①	17	②	18	⑤
19	9	20	④						

01 연립일차방정식 $\begin{cases} 3x-2y=8 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+5y=3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$에 대하여

(ⅰ) x를 소거하기 위해

㉠의 양변에 2를 곱하면 $6x-4y=16$

㉡의 양변에 3을 곱하면 $6x+15y=9$

㉠×2−㉡×3을 하면

$(6x-4y)-(6x+15y)=16-9 \quad \therefore -19y=7$

(ⅱ) y를 소거하기 위해

㉠의 양변에 5를 곱하면 $15x-10y=40$

㉡의 양변에 2를 곱하면 $4x+10y=6$

㉠×5+㉡×2를 하면

$(15x-10y)+(4x+10y)=40+6 \quad \therefore 19x=46$

따라서 (ⅰ), (ⅱ)에 의해 필요한 식은 ㄱ, ㄹ이다. 답 ③

02 연립일차방정식 $\begin{cases} x+y=3 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-3y=-5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$에 대하여

(ⅰ) x를 소거하기 위해

㉠−㉡을 하면 $(x+y)-(x-3y)=3-(-5)$

$4y=8 \quad \therefore y=2$

㉠에서 $x=-y+3=1$

(ⅱ) y를 소거하기 위해

㉠×3+㉡을 하면 $3(x+y)+(x-3y)=9+(-5)$

$4x=4 \quad \therefore x=1$

㉠에서 $y=3-x=2$

(ⅰ), (ⅱ)에서 주어진 연립일차방정식의 해는 $x=1$, $y=2$이다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

03 연립일차방정식 $\begin{cases} y=x+5 \\ y=-2x+11 \end{cases}$에서 $x+5=-2x+11$이므로

$3x=6 \quad \therefore x=2$

$y=x+5$에 $x=2$를 대입하면 $y=2+5=7$

따라서 $a=2$, $b=7$이므로

$a\times b=2\times 7=14$ 답 ⑤

04 연립일차방정식 $\begin{cases} x=5y+2 \\ y=2x+5 \end{cases}$에서 $y=2x+5$에 $x=5y+2$를 대입하면

$y=2(5y+2)+5$, $y=10y+4+5$

$9y=-9 \quad \therefore y=-1$

$x=5y+2$에 $y=-1$을 대입하면 $x=-3$

$x=-3$, $y=-1$을 일차방정식 $3x-ay-5=0$에 대입하면

$3\times(-3)-a\times(-1)-5=0$, $-9+a-5=0$

$\therefore a=9+5=14$ 답 14

05 $\begin{cases} \dfrac{x+y}{4}-\dfrac{x-y}{3}=\dfrac{5}{2} & \cdots\cdots ㉠ \\ \dfrac{x-2y}{2}-\dfrac{2x-y}{3}=-\dfrac{25}{6} & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×12를 하면 $3(x+y)-4(x-y)=30$

$\therefore -x+7y=30$ ⋯⋯ ㉢

㉡×6을 하면 $3(x-2y)-2(2x-y)=-25$

$\therefore -x-4y=-25$ ⋯⋯ ㉣

㉢−㉣을 하면 $11y=55 \quad \therefore y=5$

$y=5$를 ㉣에 대입하면 $-x-4\times 5=-25 \quad \therefore x=5$

따라서 연립일차방정식의 해는 $x=5$, $y=5$이다. 답 $x=5$, $y=5$

06 $\begin{cases} 0.2(x-y)-0.3y=-1.3 & \cdots\cdots ㉠ \\ -\dfrac{1}{6}(x-1)+2(y-1)=4 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×10을 하면 $2(x-y)-3y=-13$

$\therefore 2x-5y=-13$ ⋯⋯ ㉢

㉡×6을 하면 $-(x-1)+12(y-1)=24$, $-x+1+12y-12=24$

$\therefore -x+12y=35$ ⋯⋯ ㉣

㉢+㉣×2를 하면 $(2x-5y)+2(-x+12y)=(-13)+70$

$19y=57 \quad \therefore y=3$

$y=3$을 ㉣에 대입하면 $-x+12\times 3=35 \quad \therefore x=1$

따라서 $a=1$, $b=3$이므로 $10a+b=13$ 답 13

07 $\begin{cases} (x+2):(-1-3y)=2:3 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+y=7 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 간단히 정리하면 $2(-1-3y)=3(x+2)$

$\therefore 3x+6y=-8$ ⋯⋯ ㉢

㉡−㉢을 하면 $-5y=15 \quad \therefore y=-3$

$y=-3$을 ㉡에 대입하면 $3x-3=7$, $3x=10 \quad \therefore x=\dfrac{10}{3}$

따라서 $m=\dfrac{10}{3}$, $n=-3$이므로

$m\times n=\dfrac{10}{3}\times(-3)=-10$ 답 ①

08 주어진 방정식은

연립일차방정식 $\begin{cases} 3x+y=\dfrac{x+3y}{2}-3 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+y=0.8x-1.2y & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$으로 나타낼 수 있다.

㉠×2를 하면 $6x+2y=x+3y-6$

$\therefore 5x-y=-6$ ⋯⋯ ㉢

㉡×10을 하면 $30x+10y=8x-12y$, $22x=-22y$

$\therefore x=-y$ ⋯⋯ ㉣

㉢에 ㉣을 대입하면 $5\times(-y)-y=-6$

$-6y=-6 \quad \therefore y=1$

$y=1$을 ㉣에 대입하면 $x=-1$

따라서 $a=-1$, $b=1$이므로 $b-a=1-(-1)=2$ 답 ④

09 주어진 방정식은 연립일차방정식

$\begin{cases} \dfrac{4x+3y}{3}=\dfrac{3x+1}{5} & \cdots\cdots ㉠ \\ \dfrac{x+ay+1}{4}=\dfrac{3x+1}{5} & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$으로 나타낼 수 있다.

㉠×15를 하면 $5(4x+3y)=3(3x+1)$, $20x+15y=9x+3$

$\therefore 11x+15y=3$ ⋯⋯ ㉢

㉡×20을 하면 $5(x+ay+1)=4(3x+1)$

$5x+5ay+5=12x+4$

$\therefore 7x-5ay=1$ ⋯⋯ ㉣

두 일차방정식 ㉢, ㉣의 해가 $x=b$, $y=-2$이므로

㉢에 $x=b$, $y=-2$를 대입하면

$11b+15\times(-2)=3$, $11b=33 \quad \therefore b=3$

㉣에 $x=3, y=-2$를 대입하면

$7\times3-5a\times(-2)=1,\ 10a=-20 \qquad \therefore a=-2$

$\therefore b-a=3-(-2)=5$ 답 5

10 연립일차방정식 $\begin{cases} 0.25x-0.3y=-0.8 & \cdots\cdots ㉠ \\ 0.2x+0.5y=0.1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$에 대하여

㉠$\times100$을 하면 $25x-30y=-80 \qquad \therefore 5x-6y=-16$ ······ ㉢

㉡$\times10$을 하면 $2x+5y=1$ ······ ㉣

㉢$\times2-$㉣$\times5$를 하면

$(10x-12y)-(10x+25y)=-32-5$

$-37y=-37 \qquad \therefore y=1$

따라서 $2x=-5y+1=-4 \qquad \therefore x=-2$

$x=-2, y=1$일 때

$7x+5y=7\times(-2)+5\times1=-9,\ 7x-5y=-14-5=-19,$

$x+2y=(-2)+2\times1=0,\ x-2y=(-2)-2\times1=-4,$

$2x+y=2\times(-2)+1=-3,\ 2x-y=2\times(-2)-1=-5$

따라서 주어진 연립일차방정식과 해가 같은 연립일차방정식은 ④이다.

답 ④

11 연립일차방정식 $\begin{cases} y=2x-10 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+3y=-2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$에서

㉡에 $y=2x-10$을 대입하면 $x+3(2x-10)=-2$

$7x=28 \qquad \therefore x=4$

㉠에 $x=4$를 대입하면 $y=2\times4-10=-2$

따라서 $ax-5y=22$에 $x=4, y=-2$를 대입하면

$4a+10=22,\ 4a=12 \qquad \therefore a=3$ 답 3

12 $\begin{cases} 3(x-2y)+4y=-1 \\ 2x-(y+1)=-1 \end{cases}$에서 괄호를 풀어 식을 정리하면

$\begin{cases} 3x-2y=-1 & \cdots\cdots ㉠ \\ y=2x & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에 ㉡을 대입하면 $3x-2\times2x=-1 \qquad \therefore x=1$

$x=1$을 ㉡에 대입하면 $y=2$

따라서 일차방정식 $kx-4y+15=0$에 $x=1, y=2$를 대입하면

$k-8+15=0 \qquad \therefore k=-7$ 답 ②

13 $2x-y=8$의 8을 k로 잘못 보았다고 하면

$\begin{cases} 2x-y=k & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x+3y=6 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times2-$㉡을 하면 $2(2x-y)-(4x+3y)=2k-6$

$-5y=2k-6$

이 연립일차방정식의 해가 $y=-10$이므로

$-5\times(-10)=2k-6,\ 2k=56 \qquad \therefore k=28$

따라서 8을 28로 잘못 보고 풀었다. 답 28

14 $3x-5y-2=6x-y-3=17$의 해는 다음 연립일차방정식의 해와 같다.

$\begin{cases} 3x-5y-2=17 & \cdots\cdots ㉠ \\ 6x-y-3=17 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $3x-5y=19$ ······ ㉢

㉡에서 $6x-y=20$ ······ ㉣

㉢$\times2-$㉣을 하면 $2(3x-5y)-(6x-y)=38-20$

$-9y=18 \qquad \therefore y=-2$

$y=-2$를 ㉢에 대입하면 $3x-5\times(-2)=19,\ 3x+10=19$

$3x=9 \qquad \therefore x=3$

연립일차방정식 $\begin{cases} bx-5y=11 & \cdots\cdots ㉤ \\ x-2ay=-9 & \cdots\cdots ㉥ \end{cases}$의 해가 $x=3, y=-2$이므로

㉤에 $x=3, y=-2$를 대입하면 $3b+10=11$

$3b=1 \qquad \therefore b=\frac{1}{3}$

㉥에 $x=3, y=-2$를 대입하면 $3-2a\times(-2)=-9$

$3+4a=-9,\ 4a=-12 \qquad \therefore a=-3$

$\therefore a\times b=(-3)\times\frac{1}{3}=-1$ 답 ③

15 ① $\begin{cases} y=2x+3 \\ x-3y=6 \end{cases}$에서 $\begin{cases} 2x-y=-3 \\ x-3y=6 \end{cases}$

x의 계수를 같게 만들면 $\begin{cases} 2x-y=-3 \\ 2x-6y=12 \end{cases}$이므로 이 연립일차방정식의 해는 한 쌍이다.

② $\begin{cases} y=x-3 \\ x+2y=4 \end{cases}$에서 $\begin{cases} x-y=3 \\ x+2y=4 \end{cases}$이므로 이 연립일차방정식의 해는 한 쌍이다.

③ $5x+2y=-5x+2y=5$에서 $\begin{cases} 5x+2y=5 \\ -5x+2y=5 \end{cases}$이므로 이 연립일차방정식의 해는 한 쌍이다.

④ $\begin{cases} x=-3y+1 \\ -3x-9y=-3 \end{cases}$에서 $\begin{cases} x+3y=1 \\ -3x-9y=-3 \end{cases}$

x의 계수를 같게 만들면 $\begin{cases} -3x-9y=-3 \\ -3x-9y=-3 \end{cases}$이므로 이 연립일차방정식의 해는 무수히 많다.

⑤ $\begin{cases} 2(x+y)-3x=10 \\ 5x+2(2y-3x)=20 \end{cases}$에서 $\begin{cases} -x+2y=10 \\ -x+4y=20 \end{cases}$이므로 이 연립일차방정식의 해는 한 쌍이다.

따라서 해가 무수히 많은 연립일차방정식은 ④이다. 답 ④

16 연립일차방정식 $\begin{cases} 2x+9y=-5 \\ -x+(2k+1)y=2 \end{cases}$에서 x의 계수를 같게 만들면

$\begin{cases} 2x+9y=-5 \\ 2x-2(2k+1)y=-4 \end{cases}$

이 연립일차방정식의 해가 없으므로

$9=-2(2k+1),\ -\frac{9}{2}=2k+1$

$2k=-\frac{11}{2} \qquad \therefore k=-\frac{11}{4}$ 답 ①

17 주어진 방정식의 해는 다음 연립일차방정식의 해와 같다.

$\begin{cases} x=3y & \cdots\cdots ㉠ \\ 6y-x=2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉡에서 $x=6y-2$이므로 ㉠에 대입하면 $6y-2=3y \qquad \therefore y=\frac{2}{3}$

$y=\frac{2}{3}$를 ㉠에 대입하면 $x=3\times\frac{2}{3}=2$

따라서 일차방정식 $kx+3y=-2$에 $x=2, y=\frac{2}{3}$를 대입하면

$2k+3\times\frac{2}{3}=-2 \qquad \therefore k=-2$ 답 ②

18 $a:b=2:3$이므로 $3a=2b \qquad \therefore a=\frac{2}{3}b$ ······ ㉠

일차방정식 $\frac{-x+7}{3}=4-\frac{y}{2}$의 해가 $x=a, y=b$이므로

$\frac{-a+7}{3}=4-\frac{b}{2}$

양변에 6을 곱하면 $-2a+14=24-3b$

$\therefore 2a-3b=-10$ ······ ㉡

㉡에 ㉠을 대입하면 $2\times\frac{2}{3}b-3b=-10$

$-\frac{5}{3}b=-10 \qquad \therefore b=6$

$b=6$을 ㉠에 대입하면 $a=\frac{2}{3}\times6=4$

$\therefore a+b=4+6=10$ 답 ⑤

19 연립일차방정식의 해가 $x=-2$, $y=3$이므로 두 일차방정식에 $x=-2$, $y=3$을 대입하면

$$\begin{cases} -\dfrac{2}{a}+\dfrac{3}{b}=\dfrac{17}{ab} & \cdots\cdots \text{㉠} \\ -\dfrac{2}{b}+\dfrac{3}{a}=-\dfrac{4}{a} & \cdots\cdots \text{㉡} \end{cases}$$

㉡에서 $\dfrac{7}{a}=\dfrac{2}{b}$ $\quad\therefore \dfrac{1}{b}=\dfrac{7}{2a}$ ⋯⋯ ㉢

㉠에 $\dfrac{1}{b}=\dfrac{7}{2a}$을 대입하면 $-\dfrac{2}{a}+\dfrac{21}{2a}=\dfrac{17}{ab}$ $\quad\therefore b=2$

㉢에 $b=2$를 대입하면 $\dfrac{1}{2}=\dfrac{7}{2a}$, $2a=14$ $\quad\therefore a=7$

$\therefore a+b=7+2=9$

답 9

20 주어진 방정식에 $x=p$, $y=q$를 대입하면

$\dfrac{5p-3q+2}{3}=\dfrac{2p+aq-3}{2}=-3$

위 방정식의 해 p, q의 값은 다음 연립일차방정식의 해와 같다.

$$\begin{cases} \dfrac{5p-3q+2}{3}=-3 & \cdots\cdots \text{㉠} \\ -2p+q=3 & \cdots\cdots \text{㉡} \end{cases}$$

㉠×3을 하면 $5p-3q+2=-9$ $\quad\therefore 5p-3q=-11$

㉡에서 $q=2p+3$이므로 $5p-3q=-11$에 대입하면

$5p-3(2p+3)=-11$, $-p-9=-11$ $\quad\therefore p=2$

㉡에 $p=2$를 대입하면 $-2\times2+q=3$ $\quad\therefore q=7$

일차방정식 $\dfrac{2p+aq-3}{2}=-3$에 $p=2$, $q=7$을 대입하면

$\dfrac{4+7a-3}{2}=-3$, $7a+1=-6$ $\quad\therefore a=-1$

$\therefore a+p+q=(-1)+2+7=8$

답 ④

08 연립일차방정식의 활용

Step 1. 개념 다지기

08-1 연립일차방정식의 활용

답 ❶ 미지수 정하기 ❷ 연립일차방정식 세우기 ❸ 연립일차방정식 풀기

기본연습 1

(1) $\begin{cases} x+y=23 \\ x-y=9 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x+y=23 & \cdots\cdots \text{㉠} \\ x-y=9 & \cdots\cdots \text{㉡} \end{cases}$이라 하고 ㉠+㉡을 하면

$x+y+(x-y)=23+9$, $2x=32$ $\quad\therefore x=16$

$x=16$을 ㉠에 대입하면 $16+y=23$ $\quad\therefore y=7$

따라서 두 수는 7, 16이다.

답 (1) $\begin{cases} x+y=23 \\ x-y=9 \end{cases}$ (2) 7, 16

연습 1

정수가 얻은 점수를 x, 재원이가 얻은 점수를 y라 하고 주어진 조건을 연립일차방정식으로 나타내면

$$\begin{cases} x+y=39 & \cdots\cdots \text{㉠} \\ x=2y+3 & \cdots\cdots \text{㉡} \end{cases}$$

㉠에 ㉡을 대입하면 $(2y+3)+y=39$

$3y+3=39$, $3y=36$ $\quad\therefore y=12$

$y=12$를 ㉡에 대입하면 $x=2\times12+3=24+3=27$

따라서 정수가 얻은 점수는 27점이다.

답 27점

08-2 공식이 이용되는 활용 문제

답 ❶ (속력) ❷ (시간) ❸ $\dfrac{(\text{거리})}{(\text{시간})}$ ❹ $\dfrac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$ ❺ $\dfrac{(\text{소금의 양})}{(\text{소금물의 양})}$

❻ $\dfrac{(\text{소금물의 농도})}{100}$

기본연습 2

(1) 집에서 도서관까지의 거리를 x km,
도서관에서 학교까지의 거리를 y km라 하면

$$\begin{cases} x+y=11 \\ \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{4}=3 \end{cases}$$

(2) 5%의 소금물의 양을 x g, 10%의 소금물의 양을 y g이라 하면

$$\begin{cases} \dfrac{5}{100}x+\dfrac{10}{100}y=\dfrac{7}{100}\times500=35 \\ x+y=500 \end{cases}$$

답 (1) $\begin{cases} x+y=11 \\ \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{4}=3 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} \dfrac{5}{100}x+\dfrac{10}{100}y=35 \\ x+y=500 \end{cases}$

연습 2

4%의 소금물의 양을 x g, 8%의 소금물의 양을 y g이라 하면

$\dfrac{4}{100}x+\dfrac{8}{100}y=\dfrac{7}{100}\times400$

$4x+8y=7\times400=2800$

$$\begin{cases} x+2y=700 & \cdots\cdots \text{㉠} \\ x+y=400 & \cdots\cdots \text{㉡} \end{cases}$$

㉠−㉡을 하면 $y=300$

$y=300$을 ㉡에 대입하면 $x+300=400$ $\quad\therefore x=100$

따라서 4%의 소금물의 양은 100 g이다.

답 100 g

Step 2. 대표 문제로 접근하기

01	12	02	12	03	27	04	4	05	17자루
06	1200원	07	8	08	90명	09	④	10	③
11	4	12	4	13	424명	14	⑤	15	③
16	13800원			17	14일	18	③	19	8 km
20	③	21	28분	22	2 km	23	②	24	35 km
25	나영 : 6 m, 현경 : 4 m			26	갑 : 45 m, 을 : 15 m				
27	정지한 물에서의 배의 속력 : 시속 11 km, 강물의 속력 : 시속 5 km								
28	③	29	200 m	30	25초				
31	10% 소금물 : 375 g, 22% 소금물 : 125 g							32	②
33	소금물 X : 7%, 소금물 Y : 17%								
34	소금물 X : 21%, 소금물 Y : 5%								
35	합금 X : 450 g, 합금 Y : 600 g					36	식품 A : 40 g, 식품 B : 35 g		
37	합금 A : 210 g, 합금 B : 250 g					38	③		

유제 01 두 정수 중 큰 수와 작은 수를 각각 x, y로 놓자.

두 수의 합이 34이므로 $x+y=34$

두 수의 차가 10이므로 $x-y=10$

연립일차방정식을 세우면

$\begin{cases} x+y=34 \cdots\cdots ㉠ \\ x-y=10 \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡을 하면 $2x=44$ $\quad \therefore x=22$

$x=22$를 ㉠에 대입하면

$22+y=34$ $\quad \therefore y=34-22=12$

따라서 두 정수 중 작은 수는 12이다. 답 12

유제 02 두 수 중 큰 수와 작은 수를 각각 x와 y로 놓자.

작은 수의 4배에 큰 수를 더하면 27이므로 $4y+x=27$

또한 두 수의 차는 2이므로 $x-y=2$

연립일차방정식을 세우면

$\begin{cases} 4y+x=27 \cdots\cdots ㉠ \\ x-y=2 \quad \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

이때, ㉠−㉡을 하면

$(4y+x)-(x-y)=27-2$, $4y+x-x+y=25$

$5y=25$ $\quad \therefore y=5$

$y=5$를 ㉡에 대입하면 $x-5=2$ $\quad \therefore x=7$

따라서 작은 수 y는 5이고, 큰 수 x는 7이므로

두 수의 합은 $5+7=12$이다. 답 12

유제 03 처음 수의 십의 자리의 숫자를 x, 일의 자리의 숫자를 y라 하자.

이때 각 자리의 숫자의 합의 3배가 처음 수이므로

$3(x+y)=10x+y$

$3x+3y=10x+y$, $7x-2y=0$

또한 십의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자를 바꾼 수는 처음 수의 3배보다 9만큼 작으므로

$10y+x=3(10x+y)-9$, $10y+x=30x+3y-9$

$29x-7y=9$

x, y에 대한 두 식을 연립일차방정식으로 세우면

$\begin{cases} 7x-2y=0 \quad \cdots\cdots ㉠ \\ 29x-7y=9 \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×7−㉡×2를 하면

$7(7x-2y)-2(29x-7y)=7\times0-2\times9$, $-9x=-18$

$\therefore x=2$

$x=2$를 ㉠에 대입하면 $7\times2-2y=0$, $2y=14$ $\quad \therefore y=7$

따라서 처음 수는 27이다. 답 27

유제 04 처음 수의 백의 자리의 숫자를 x, 일의 자리의 숫자를 y라 하자.

이때 각 자리의 숫자의 합이 8이므로

$x+1+y=8$ $\quad \therefore x+y=7$

또한 백의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자를 바꾼 수는 처음 수보다 99만큼 크므로

$100y+10+x=(100x+10+y)+99$

$(100x+10+y)-(100y+10+x)+99=0$

$100x-x+10-10+y-100y+99=0$

$99x-99y+99=0$

위 식의 양변을 99로 나누면

$x-y+1=0$ $\quad \therefore x-y=-1$

x, y에 대한 두 식으로 연립일차방정식을 세우면

$\begin{cases} x+y=7 \quad \cdots\cdots ㉠ \\ x-y=-1 \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡을 하면 $2x=6$ $\quad \therefore x=3$

$x=3$을 ㉠에 대입하면

$3+y=7$ $\quad \therefore y=4$

그러므로 처음 수의 일의 자리의 숫자는 4이다. 답 4

유제 05 처음에 민준이가 가지고 있던 볼펜을 x자루, 은주가 가지고 있던 볼펜을 y자루라 하자.

민준이와 은주가 가지고 있는 볼펜은 모두 36자루였으므로

$x+y=36$ $\cdots\cdots ㉠$

민준이가 은주에게 볼펜 8자루를 주면, 민준이는 $(x-8)$자루를 갖게 되고, 은주는 $(y+8)$자루를 갖게 된다.

이때 은주의 볼펜 수가 민준이의 볼펜 수의 3배이므로

$3(x-8)=y+8$, $3x-24=y+8$

$3x-y=32$ $\cdots\cdots ㉡$

㉠+㉡을 하면

$$\begin{array}{rl} & x+y=36 \\ +) & \underline{3x-y=32} \\ & 4x \quad\ =68 \end{array} \qquad \therefore x=17$$

$x=17$을 ㉠에 대입하면

$17+y=36$ $\quad \therefore y=19$

따라서 처음에 민준이가 가지고 있던 볼펜은 17자루이다.

답 17자루

유제 06 성인 1명의 버스 요금을 x원, 청소년 1명의 버스 요금을 y원이라 하자.

버스 요금은

(성인 수)×(성인 1명의 버스 요금)+

(청소년 수)×(청소년 1명의 버스 요금)이므로

$\begin{cases} 3x+5y=8100 \cdots\cdots ㉠ \\ x+2y=3000 \quad \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−3×㉡을 하면

$$\begin{array}{rl} & 3x+5y=8100 \\ -) & \underline{3x+6y=9000} \\ & \quad -y=-900 \end{array} \qquad \therefore y=900$$

$y=900$을 ㉡에 대입하면

$x+1800=3000$ $\quad \therefore x=1200$

따라서 성인 1명의 버스 요금은 1200원이다. 답 1200원

유제 07 이 반의 남학생 수가 a명, 여학생 수가 b명이므로

$\begin{cases} a+b=40 \\ \frac{2}{3}a+\frac{1}{4}b=20 \end{cases}$

즉, $\begin{cases} a+b=40 \quad\ \cdots\cdots ㉠ \\ 8a+3b=240 \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×3−㉡을 하면

$(3a+3b)-(8a+3b)=120-240$

$-5a=-120$ $\quad \therefore a=24$

$a=24$를 ㉠에 대입하면

$24+b=40$ $\quad \therefore b=16$

$\therefore a-b=24-16=8$ 답 8

유제 08 이 중학교의 남학생 수를 x명, 여학생 수를 y명이라 하면

$\begin{cases} x+y=500 \\ \frac{25}{100}x+\frac{30}{100}y=\frac{28}{100}\times500 \end{cases}$

즉, $\begin{cases} x+y=500 \quad\ \cdots\cdots ㉠ \\ 5x+6y=2800 \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×5−㉡을 하면

$5(x+y)-(5x+6y)=2500-2800$

$-y=-300 \quad \therefore y=300$

$y=300$을 ㉠에 대입하면

$x+300=500 \quad \therefore x=200$

따라서 이 중학교의 여학생 수가 300명이므로 선발된 여학생 수는

$\frac{30}{100}\times 300=90$(명)이다. 답 90명

유제 09 처음 직사각형의 가로의 길이를 $x$cm, 세로의 길이를 $y$cm라 하면 직사각형의 둘레의 길이가 28cm이므로

$2(x+y)=28,\ x+y=14 \quad \cdots\cdots$ ㉠

가로의 길이를 2cm 늘이고, 세로의 길이를 2배로 늘였더니 둘레의 길이가 44cm가 되었으므로

$2\{(x+2)+2y\}=44,\ x+2+2y=22$

$x+2y=20 \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉡−㉠을 하면

$(x+2y)-(x+y)=20-14,\ x+2y-x-y=y=6$

$y=6$을 ㉠에 대입하면

$x+6=14,\ x=8$

따라서 처음 직사각형의 가로의 길이가 8cm, 세로의 길이가 6cm이므로 처음 직사각형의 넓이는 $8\times 6=48(\mathrm{cm}^2)$이다. 답 ④

유제 10 주어진 직사각형에서 늘인 가로의 길이를 $x$cm, 늘인 세로의 길이를 $y$cm라 하면 세로로 늘인 길이는 가로로 늘인 길이의 3배이므로 $y=3x \quad \cdots\cdots$ ㉠

새로 만든 직사각형의 둘레의 길이는 원래 직사각형의 둘레의 길이보다 8cm 길다.

따라서

$2\{(6+x)+(5+y)\}=2(5+6)+8=30$

$2(11+x+y)=30,\ 11+x+y=15$

$x+y=4 \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$x+3x=4 \quad \therefore x=1$

$x=1$을 ㉠에 대입하면 $y=3$

따라서 세로로 늘인 길이는 3cm이다. 답 ③

유제 11 창석이가 이긴 횟수를 x, 진 횟수를 y라 하면

해준이가 이긴 횟수는 y, 진 횟수는 x이다.

창석이가 처음보다 10계단을 올라가 있었으므로

$3x-y=10 \quad \cdots\cdots$ ㉠

해준이가 처음보다 2계단을 올라가 있었으므로

$3y-x=2 \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉠+3×㉡을 하면 $(3x-y)+3\times(3y-x)=10+3\times 2$

$8y=16 \quad \therefore y=2$

$y=2$를 ㉡에 대입하면 $3\times 2-x=2 \quad \therefore x=4$

따라서 창석이가 이긴 횟수는 4이다. 답 4

유제 12 유진이가 이긴 횟수를 x, 진 횟수를 y라 하면

혜인이가 이긴 횟수는 y, 진 횟수는 x이다.

가위바위보를 10회 하였으므로

$x+y=10 \quad \cdots\cdots$ ㉠

유진이가 혜인이보다 8계단 올라가 있었으므로

$(3x-y)-(3y-x)=8,\ 4x-4y=8$

$\therefore x-y=2 \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉠+㉡을 하면 $2x=12 \quad \therefore x=6$

$x=6$을 ㉠에 대입하면 $6+y=10 \quad \therefore y=4$

따라서 유진이가 진 횟수는 4이다. 답 4

유제 13 작년의 이 학교의 남학생 수를 x명, 여학생 수를 y명이라 하면 작년의 학생 수가 600명이었으므로

$x+y=600 \quad \cdots\cdots$ ㉠

올해에는 남학생 수가 6% 늘고, 여학생 수가 12% 줄어서 전체적으로 같은 학생 수를 유지하였으므로

$\frac{6}{100}x-\frac{12}{100}y=0,\ 6x-12y=0,\ 6x=12y$

$\therefore x=2y \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉡을 ㉠에 대입하면

$2y+y=600,\ 3y=600 \quad \therefore y=200$

$y=200$을 ㉡에 대입하면 $x+200=600,\ x=400$

따라서 이 학교의 작년의 남학생 수가 400명이었고, 올해에는 6% 늘었으므로 이 학교의 올해의 남학생 수는

$400+\frac{6}{100}\times 400=400+24=424$(명) 답 424명

유제 14 지난달 A 과자의 판매량을 x개, B과자의 판매량을 y개라 하면 지난달 두 과자의 총 판매량이 450개였으므로

$x+y=450 \quad \cdots\cdots$ ㉠

이번 달에는 A 과자의 판매량이 25% 증가, B 과자의 판매량이 30% 증가하여 총 판매량이 지난달보다 125개 증가하였으므로

$\frac{25}{100}x+\frac{30}{100}y=125,\ 25x+30y=12500$

$5x+6y=2500 \quad \cdots\cdots$ ㉡

6×㉠−㉡을 하면

$6(x+y)-(5x+6y)=6\times 450-2500$

$6x+6y-5x-6y=2700-2500 \quad \therefore x=200$

따라서 지난달 A 과자의 판매량이 200개이고, 이번 달에는 25% 증가하였으므로 이번 달 A 과자의 판매량은

$200+200\times\frac{25}{100}=200+50=250$(개) 답 ⑤

유제 15 준비한 A 메뉴가 x인분, B 메뉴가 y인분이라 하면

A 메뉴 x인분, B 메뉴 y인분을 팔았을 때의 이익은 각각

$\left(6000\times\frac{20}{100}\right)x=1200x$(원), $\left(4000\times\frac{25}{100}\right)y=1000y$(원)이다.

즉, $1200x+1000y=224000,\ 6x+5y=1120$

연립일차방정식 $\begin{cases} x+y=200 & \cdots\cdots ㉠ \\ 6x+5y=1120 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×5−㉡을 하면

$5(x+y)-(6x+5y)=1000-1120$

$-x=-120 \quad \therefore x=120$

$x=120$을 ㉠에 대입하면

$120+y=200 \quad \therefore y=80$

따라서 준비한 B 메뉴는 80인분이다. 답 ③

유제 16 두 화장품의 원가를 각각 x원, y원(단, $x>y$)이라 하면

두 화장품 중 더 비싼 화장품의 정가는

$\left(1+\frac{15}{100}\right)\times x=\frac{115}{100}x$(원)

더 싼 화장품의 정가는

$\left(1+\frac{15}{100}\right)\times y=\frac{115}{100}y$(원)이고

$\begin{cases} (\text{두 화장품의 정가의 합})=31050(\text{원}) \\ (\text{두 화장품의 원가의 차})=3000(\text{원}) \end{cases}$ 이므로

$$\begin{cases} \frac{115}{100}x+\frac{115}{100}y=31050 \\ x-y=3000 \end{cases}$$

즉, $\begin{cases} x+y=27000 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-y=3000 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡을 하면 $2x=30000$ $\quad\therefore x=15000$

$x=15000$을 ㉠에 대입하면

$15000+y=27000$ $\quad\therefore y=12000$

따라서 두 화장품 중 더 싼 화장품의 원가가 12000(원)이므로 정가는 $\left(1+\frac{15}{100}\right)\times12000=13800$(원)이다. 답 13800원

유제 17 전체 타이핑 작업의 양을 1이라 하고, 세준이와 예지가 하루에 할 수 있는 타이핑 작업의 양을 각각 x, y라 하자.

세준이와 예지가 함께 타이핑 작업을 하면 10일 만에 끝낼 수 있으므로 $10x+10y=1$

세준이가 8일 동안 작업한 후 남은 타이핑 작업을 예지가 15일 동안 작업하여 끝냈으므로 $8x+15y=1$

연립일차방정식 $\begin{cases} 10x+10y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 8x+15y=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

에서 ㉠의 양변에 3을 곱하면

$30x+30y=3$ $\quad\cdots\cdots ㉢$

㉡의 양변에 2를 곱하면

$16x+30y=2$ $\quad\cdots\cdots ㉣$

㉢−㉣을 하면

$$\begin{array}{r} 30x+30y=3 \\ -\underline{)16x+30y=2} \\ 14x\qquad\ =1 \end{array} \qquad \therefore x=\frac{1}{14}$$

$x=\frac{1}{14}$을 ㉠에 대입하면

$10\times\frac{1}{14}+10y=1$, $10y=\frac{2}{7}$ $\quad\therefore y=\frac{1}{35}$

따라서 세준이는 하루에 $\frac{1}{14}$의 타이핑 작업을 하므로 세준이 혼자서 타이핑 작업을 하면 끝내는 데 14일이 걸린다. 답 14일

유제 18 로봇 조립 전체 일의 양을 1이라 하고, 주영이와 동준이가 1분에 할 수 있는 로봇 조립의 양을 각각 x, y라 하자.

주영이가 60분 동안 조립한 후 남은 부분을 동준이가 15분 동안 조립하면 로봇이 완성되므로

$60x+15y=1$

주영이가 20분 동안 조립한 후 남은 부분을 동준이가 65분 동안 조립하면 로봇이 완성되므로

$20x+65y=1$

연립일차방정식 $\begin{cases} 60x+15y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 20x+65y=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

에서 ㉡의 양변에 3을 곱하면

$60x+195y=3$ $\quad\cdots\cdots ㉢$

㉢−㉠을 하면

$$\begin{array}{r} 60x+195y=3 \\ -\underline{)60x+\ \ 15y=1} \\ 180y=2 \end{array} \qquad \therefore y=\frac{1}{90}$$

$y=\frac{1}{90}$을 ㉠에 대입하면

$60x+15\times\frac{1}{90}=1$, $60x=\frac{5}{6}$ $\quad\therefore x=\frac{5}{360}=\frac{1}{72}$

따라서 주영이는 1분에 $\frac{1}{72}$의 로봇 조립을 하므로 주영이 혼자 로봇 조립을 하면 로봇이 완성되는 데 72분이 걸린다. 답 ③

유제 19 민재가 시속 12 km로 달린 거리와 시속 9 km로 달린 거리를 각각 x km, y km라 하자.

민재는 총 20 km를 움직였으므로

$x+y=20$

민재가 할머니 댁에 도착하는 데 2시간이 걸렸으므로

$\frac{x}{12}+\frac{y}{9}=2$

연립일차방정식 $\begin{cases} x+y=20 & \cdots\cdots ㉠ \\ \frac{x}{12}+\frac{y}{9}=2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

에서 ㉠의 양변에 3을 곱하면

$3x+3y=60$ $\quad\cdots\cdots ㉢$

㉡의 양변에 36을 곱하면

$3x+4y=72$ $\quad\cdots\cdots ㉣$

㉣−㉢을 하면

$$\begin{array}{r} 3x+4y=72 \\ -\underline{)3x+3y=60} \\ y=12 \end{array}$$

$y=12$를 ㉠에 대입하면

$x+12=20$ $\quad\therefore x=8$

따라서 민재가 시속 12 km로 달린 거리는 8 km이다. 답 8 km

유제 20 산에 올라간 거리를 x km, 내려온 거리를 y km라 하면 내려오는 길보다 올라가는 길이 500 m, 즉 0.5 km만큼 멀다고 했으므로

$x=y+0.5$ $\quad\cdots\cdots ㉠$

올라갔다가 내려오는 시간이 총 1시간 30분이 걸렸고 정상에서 10분간 휴식하였으므로

$\frac{x}{3}+\frac{10}{60}+\frac{y}{4}=1+\frac{30}{60}$, $20x+10+15y=60+30$, $20x+15y=80$

$4x+3y=16$ $\quad\cdots\cdots ㉡$

㉠을 ㉡에 대입하면

$4(y+0.5)+3y=16$, $4y+2+3y=16$

$7y=14$ $\quad\therefore y=2$

$y=2$를 ㉠에 대입하면 $x=2+0.5=2.5$

따라서 수영이가 걸은 거리는 $2.5+2=4.5$(km)이다. 답 ③

유제 21 정수가 출발한 지 x분, 해리가 출발한 지 y분 후에 두 사람이 만난다고 하자.

정수는 해리보다 7분 먼저 출발하였으므로 $x=y+7$

정수와 해리가 만나려면 정수가 자전거를 탄 거리와 해리가 자전거를 탄 거리가 같아야 하므로 $180x=240y$

연립일차방정식 $\begin{cases} x=y+7 & \cdots\cdots ㉠ \\ 180x=240y & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

에서 ㉠을 ㉡에 대입하면

$180(y+7)=240y$, $180y+1260=240y$

$60y=1260$ $\quad\therefore y=21$

$y=21$을 ㉠에 대입하면

$x=21+7=28$

따라서 정수가 출발하고 나서 해리와 만날 때까지 28분이 걸린다.

답 28분

유제 22 형과 동생이 만날 때까지 형이 걸어간 시간을 x분, 동생이 걸어간 시간을 y분이라 하면

동생이 출발한 후 15분 뒤 형이 출발하였으므로

$y=x+15$ $\quad\cdots\cdots ㉠$

두 사람이 만나려면 형이 걸어간 거리와 동생이 걸어간 거리가 같아야 하므로

$80\times x=50\times y$, $8x=5y$, $8x-5y=0$ ⋯⋯ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$8x-5(x+15)=0$, $3x-75=0$, $3x=75$ $\therefore x=25$

따라서 두 사람이 만나는 곳은 집에서 $80\times25=2000(\mathrm{m})$

즉 $2\,\mathrm{km}$ 떨어진 지점이다. 답 $2\,\mathrm{km}$

유제 23 민우가 걸은 거리를 $x\,\mathrm{km}$, 영하가 걸은 거리를 $y\,\mathrm{km}$라 하면

두 사람이 걸은 거리의 합이 $12\,\mathrm{km}$이므로

$x+y=12$ ⋯⋯ ㉠

두 사람이 걸은 시간이 서로 같으므로 $\frac{x}{3}=\frac{y}{6}$

$y=2x$ ⋯⋯ ㉡

㉡을 ㉠에 대입하면

$x+2x=12$, $3x=12$ $\therefore x=4$

$x=4$를 ㉡에 대입하면 $\therefore y=8$

따라서 민우가 시속 $3\,\mathrm{km}$의 속력으로 $4\,\mathrm{km}$를 걸었으므로

두 사람이 만날 때까지 $\frac{4}{3}$(시간), 즉 1시간 20분이 걸렸다. 답 ②

유제 24 두 사람이 만날 때까지 석진이가 자전거를 타고 이동한 거리를 $x\,\mathrm{km}$, 도영이가 걸어서 이동한 거리를 $y\,\mathrm{km}$라 하자.

두 사람이 만날 때까지 두 사람이 이동한 거리의 합이 $50\,\mathrm{km}$이므로 $x+y=50$

두 사람이 이동한 시간은 같으므로 $\frac{x}{14}=\frac{y}{6}$

연립일차방정식 $\begin{cases} x+y=50 & \cdots\cdots ㉠ \\ \frac{x}{14}=\frac{y}{6} & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

에서 ㉠의 양변에 3을 곱하면

$3x+3y=150$ ⋯⋯ ㉢

㉡의 양변에 42를 곱하면

$3x=7y$ ⋯⋯ ㉣

㉣을 ㉢에 대입하면

$7y+3y=150$, $10y=150$ $\therefore y=15$

$y=15$를 ㉠에 대입하면

$x+15=50$ $\therefore x=35$

따라서 두 사람이 만날 때까지 석진이가 자전거를 타고 이동한 거리는 $35\,\mathrm{km}$이다. 답 $35\,\mathrm{km}$

유제 25 나영이의 속력을 초속 $x\,\mathrm{m}$, 현경이의 속력을 초속 $y\,\mathrm{m}$라 하면

$\begin{cases} (\text{나영이의 속력}):(\text{현경이의 속력})=30:20 \\ (\text{나영이가 50초 동안 뛴 거리})+(\text{현경이가 50초 동안 뛴 거리})=500(\mathrm{m}) \end{cases}$

이므로 $\begin{cases} x:y=30:20 \\ 50x+50y=500, \end{cases}$ 즉 $\begin{cases} 2x=3y & \cdots\cdots ㉠ \\ x+y=10 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $x=\frac{3}{2}y$를 ㉡에 대입하면

$\frac{3}{2}y+y=10$, $\frac{5}{2}y=10$ $\therefore y=4$

$y=4$를 ㉠에 대입하면 $2x=3\times4$ $\therefore x=6$

따라서 나영이와 현경이의 속력은 각각 초속 $6\,\mathrm{m}$, 초속 $4\,\mathrm{m}$이므로 나영이는 1초에 $6\,\mathrm{m}$, 현경이는 1초에 $4\,\mathrm{m}$를 뛰었다.

답 나영 : $6\,\mathrm{m}$, 현경 : $4\,\mathrm{m}$

유제 26 갑의 속력을 분속 $x\,\mathrm{m}$, 을의 속력을 분속 $y\,\mathrm{m}$(단, $x>y$)라 하면

$\begin{cases} (\text{갑이 30분 동안 이동한 거리})+(\text{을이 30분 동안 이동한 거리})=1800(\mathrm{m}) \\ (\text{갑이 60분 동안 이동한 거리})-(\text{을이 60분 동안 이동한 거리})=1800(\mathrm{m}) \end{cases}$

이므로 $\begin{cases} 30x+30y=1800 \\ 60x-60y=1800, \end{cases}$ 즉 $\begin{cases} x+y=60 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-y=30 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡을 하면 $2x=90$

$\therefore x=45$

$x=45$를 ㉠에 대입하면

$45+y=60$ $\therefore y=15$

따라서 갑, 을의 속력은 각각 분속 $45\,\mathrm{m}$, 분속 $15\,\mathrm{m}$이므로

갑은 1분에 $45\,\mathrm{m}$, 을은 1분에 $15\,\mathrm{m}$를 간다.

답 갑 : $45\,\mathrm{m}$, 을 : $15\,\mathrm{m}$

유제 27 정지한 물에서의 배의 속력을 시속 $x\,\mathrm{km}$, 강물의 속력을 시속 $y\,\mathrm{km}$라 하자.

배가 강을 거슬러 올라갈 때의 속력은 시속 $(x-y)\,\mathrm{km}$이고, 강을 거슬러 올라가는 데 4시간이 걸렸으므로

$4(x-y)=24$ $\therefore x-y=6$

배가 강을 내려올 때의 속력은 시속 $(x+y)\,\mathrm{km}$이고,

강을 내려오는 데 1시간 30분이 걸렸으므로

$\frac{3}{2}(x+y)=24$ $\therefore x+y=16$

연립일차방정식 $\begin{cases} x-y=6 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+y=16 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

에서 ㉠+㉡을 하면

$$\begin{array}{rr} & x-y=6 \\ +) & x+y=16 \\ \hline & 2x\quad=22 \end{array}$$

$\therefore x=11$

$x=11$을 ㉠에 대입하면

$11-y=6$ $\therefore y=5$

따라서 정지한 물에서의 배의 속력은 시속 $11\,\mathrm{km}$, 강물의 속력은 시속 $5\,\mathrm{km}$이다.

답 정지한 물에서의 배의 속력 : 시속 $11\,\mathrm{km}$, 강물의 속력 : 시속 $5\,\mathrm{km}$

유제 28 정지한 물에서의 모터보트의 속력을 시속 $x\,\mathrm{km}$, 강물의 속력을 시속 $y\,\mathrm{km}$라 하자.

모터보트가 강을 거슬러 올라갈 때의 속력은 시속 $(x-y)\mathrm{km}$이고, 강을 거슬러 올라가는 데 1시간 40분이 걸렸으므로

$\frac{5}{3}(x-y)=40$ $\therefore x-y=24$

모터보트가 강을 내려올 때의 속력은 시속 $(x+y)\mathrm{km}$이고,

강을 내려오는 데 1시간 20분이 걸렸으므로

$\frac{4}{3}(x+y)=40$ $\therefore x+y=30$

연립일차방정식 $\begin{cases} x-y=24 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+y=30 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

에서 ㉠+㉡을 하면

$$\begin{array}{rr} & x-y=24 \\ +) & x+y=30 \\ \hline & 2x\quad=54 \end{array}$$

$\therefore x=27$

따라서 정지한 물에서의 모터보트의 속력은 시속 $27\,\mathrm{km}$이다.

답 ③

유제 29 기차의 길이를 $x\,\mathrm{m}$, 기차의 속력을 초속 $y\,\mathrm{m}$라 하자.

기차의 앞부분이 터널에 들어가는 순간부터 완전히 모습을 감추

는 데까지 4초가 걸리므로

$x=4y$ ...... ㉠

기차가 터널을 완전히 지나는 데 20초가 걸리므로

$800+x=20y$ ...... ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면 $800+4y=20y$

$16y=800$ $\therefore y=50$

$y=50$을 ㉠에 대입하면 $x=4\times50=200$

따라서 기차의 길이는 200 m이다.

답 200 m

유제 30 기차의 길이를 xm, 기차의 속력을 초속 ym라 하자.

기차가 길이가 500 m인 터널을 완전히 통과하는 데 10초가 걸리므로

$500+x=10y$ ...... ㉠

기차가 길이가 2.1 km인 다리를 완전히 건너는 데 30초가 걸리므로

$2100+x=30y$ ...... ㉡

㉡−㉠을 하면 $1600=20y$ $\therefore y=80$

$y=80$을 ㉠에 대입하면 $500+x=10\times80$ $\therefore x=300$

따라서 기차가 길이가 1.7 km인 다리를 완전히 건너는 데 걸리는 시간은

$\frac{1700+x}{y}=\frac{1700+300}{80}=\frac{2000}{80}=25$(초)

답 25초

유제 31 10%의 소금물을 xg, 22%의 소금물을 yg 섞었다고 하자.

두 소금물을 섞어 만든 13%의 소금물의 양이 500 g이므로

$x+y=500$

10%의 소금물 xg에 들어 있는 소금의 양은 $\left(\frac{10}{100}\times x\right)$g,

22%의 소금물 yg에 들어 있는 소금의 양은 $\left(\frac{22}{100}\times y\right)$g이다.

이때 13%의 소금물 500 g에 들어 있는 소금의 양은

$\frac{13}{100}\times500=65$(g)

소금의 전체 양은 변하지 않으므로

$\frac{10}{100}x+\frac{22}{100}y=65$

연립일차방정식 $\begin{cases} x+y=500 & \cdots\cdots ㉠ \\ \frac{10}{100}x+\frac{22}{100}y=65 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

에서 ㉠의 양변에 10을 곱하면

$10x+10y=5000$ ...... ㉢

㉡의 양변에 100을 곱하면

$10x+22y=6500$ ...... ㉣

㉣−㉢을 하면

$$\begin{array}{r} 10x+22y=6500 \\ -\underline{)\,10x+10y=5000} \\ 12y=1500 \end{array} \quad \therefore y=125$$

$y=125$를 ㉠에 대입하면

$x+125=500$ $\therefore x=375$

따라서 10%의 소금물을 375 g, 22%의 소금물을 125 g 섞어야 한다.

답 10% 소금물 : 375 g, 22% 소금물 : 125 g

유제 32 더 넣은 소금의 양을 xg, 20%의 소금물의 양을 yg이라 하면

$200+x=y$ ...... ㉠

$\frac{12}{100}\times200+x=\frac{20}{100}\times y$

$2400+100x=20y$, $120+5x=y$ ...... ㉡

㉡−㉠을 하면

$120+5x-(200+x)=y-y$

$120+5x-200-x=-80+4x=0$

$4x=80$ $\therefore x=20$

따라서 더 넣은 소금의 양은 20 g이다.

답 ②

유제 33 소금물 X의 농도를 x%, 소금물 Y의 농도를 y%라 하자.

소금물 X를 200 g, 소금물 Y를 300 g 섞으면 13%의 소금물 500 g이 되므로

$\frac{x}{100}\times200+\frac{y}{100}\times300=\frac{13}{100}\times500$

$\therefore 2x+3y=65$

소금물 X를 400 g, 소금물 Y를 100 g 섞으면 9%의 소금물 500 g이 되므로

$\frac{x}{100}\times400+\frac{y}{100}\times100=\frac{9}{100}\times500$

$\therefore 4x+y=45$

연립일차방정식 $\begin{cases} 2x+3y=65 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x+y=45 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

에서 ㉠의 양변에 2를 곱하면

$4x+6y=130$ ...... ㉢

㉢−㉡을 하면

$$\begin{array}{r} 4x+6y=130 \\ -\underline{)\,4x+\ \ y=\ \ 45} \\ 5y=\ \ 85 \end{array} \quad \therefore y=17$$

$y=17$을 ㉡에 대입하면

$4x+17=45$, $4x=28$ $\therefore x=7$

따라서 소금물 X의 농도는 7%, 소금물 Y의 농도는 17%이다.

답 소금물 X : 7%, 소금물 Y : 17%

유제 34 소금물 X의 농도를 x%, 소금물 Y의 농도를 y%라 하자.

소금물 X를 600 g, 소금물 Y를 200 g 섞으면 17%의 소금물 800 g이 되므로

$\frac{x}{100}\times600+\frac{y}{100}\times200=\frac{17}{100}\times800$

$6x+2y=136$ $\therefore 3x+y=68$

소금물 X를 300 g, 소금물 Y를 500 g 섞은 후 물 80 g을 더 넣으면 10%의 소금물 (800+80) g이 되므로

$\frac{x}{100}\times300+\frac{y}{100}\times500=\frac{10}{100}\times(800+80)$

$\therefore 3x+5y=88$

연립일차방정식 $\begin{cases} 3x+y=68 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+5y=88 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

에서 ㉡−㉠을 하면

$$\begin{array}{r} 3x+5y=88 \\ -\underline{)\,3x+\ \ y=68} \\ 4y=20 \end{array} \quad \therefore y=5$$

$y=5$를 ㉠에 대입하면

$3x+5=68$, $3x=63$ $\therefore x=21$

따라서 소금물 X의 농도는 21%, 소금물 Y의 농도는 5%이다.

답 소금물 X : 21%, 소금물 Y : 5%

유제 35 합금 X를 xg, 합금 Y를 yg 사용한다고 하자.

합금 X에는 구리가 20%, 아연이 40% 포함되어 있으므로 xg의 합금 X에 포함된 구리의 양은 $\frac{20}{100}x$g, 아연의 양은 $\frac{40}{100}x$g이다.

또한 합금 Y에는 구리가 30%, 아연이 20% 포함되어 있으므로 yg의 합금 Y에 포함된 구리의 양은

$\frac{30}{100}y$g, 아연의 양은 $\frac{20}{100}y$g이다.

이때 두 합금 X, Y를 녹여 만든 합금에 포함된 구리와 아연의 양

이 각각 $270\,g$, $300\,g$이므로

$\frac{20}{100}x+\frac{30}{100}y=270$, $\frac{40}{100}x+\frac{20}{100}y=300$

$\therefore 2x+3y=2700$, $4x+2y=3000$

연립일차방정식 $\begin{cases} 2x+3y=2700 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x+2y=3000 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

에서 ㉠의 양변에 2를 곱하면

$4x+6y=5400 \quad \cdots\cdots ㉢$

㉢－㉡을 하면

$$\begin{array}{rl} & 4x+6y=5400 \\ -) & \underline{4x+2y=3000} \\ & 4y=2400 \qquad \therefore y=600 \end{array}$$

$y=600$을 ㉠에 대입하면

$2x+3\times600=2700$, $2x=900 \qquad \therefore x=450$

따라서 주어진 합금을 만들 때, 합금 X는 $450\,g$, 합금 Y는 $600\,g$이 필요하다.

답 합금 X : $450\,g$, 합금 Y : $600\,g$

유제 36 식품 A를 $x\,g$, 식품 B를 $y\,g$ 섭취한다고 하자.

식품 A에는 단백질이 30%, 지방이 40% 함유되어 있으므로

식품 A $x\,g$에 포함된 단백질의 양은 $\frac{30}{100}x\,g$,

지방의 양은 $\frac{40}{100}x\,g$이다.

또한 식품 B에는 단백질이 40%, 지방이 20% 함유되어 있으므로

식품 B $y\,g$에 포함된 단백질의 양은 $\frac{40}{100}y\,g$,

지방의 양은 $\frac{20}{100}y\,g$이다.

이때 두 식품 A, B로 섭취하려고 하는

단백질과 지방의 양이 각각 $26\,g$, $23\,g$이므로

$\frac{30}{100}x+\frac{40}{100}y=26$, $\frac{40}{100}x+\frac{20}{100}y=23$

$\therefore 3x+4y=260$, $4x+2y=230$

연립일차방정식 $\begin{cases} 3x+4y=260 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x+2y=230 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

에서 ㉡의 양변에 2를 곱하면

$8x+4y=460 \quad \cdots\cdots ㉢$

㉢－㉠을 하면

$$\begin{array}{rl} & 8x+4y=460 \\ -) & \underline{3x+4y=260} \\ & 5x \qquad =200 \qquad \therefore x=40 \end{array}$$

$x=40$을 ㉠에 대입하면

$3\times40+4y=260$, $4y=140 \qquad \therefore y=35$

따라서 식품 A는 $40\,g$, 식품 B는 $35\,g$을 섭취해야 한다.

답 식품 A : $40\,g$, 식품 B : $35\,g$

유제 37 필요한 두 합금 A, B의 양을 각각 $x\,g$, $y\,g$이라고 하면

$$\begin{cases} \frac{2}{2+5}x+\frac{4}{4+1}y=\frac{13}{13+10}\times460 \\ \frac{5}{2+5}x+\frac{1}{4+1}y=\frac{10}{13+10}\times460 \end{cases}$$

즉, $\begin{cases} \frac{2}{7}x+\frac{4}{5}y=260 & \cdots\cdots ㉠ \\ \frac{5}{7}x+\frac{1}{5}y=200 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠의 양변에 $\frac{35}{2}$를 곱하고, ㉡의 양변에 35를 곱하면

$\begin{cases} 5x+14y=4550 & \cdots\cdots ㉢ \\ 25x+7y=7000 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$

y를 소거하기 위하여 ㉣$\times2-$㉢을 하면

$$\begin{array}{rl} & 50x+14y=14000 \\ -) & \underline{\ 5x+14y=4550} \\ & 45x \qquad =9450 \qquad \therefore x=210 \end{array}$$

㉣에 $x=210$을 대입하면

$25\times210+7y=7000$, $7y=1750 \qquad \therefore y=250$

$\therefore x=210$, $y=250$

따라서 합금 A는 $210\,g$, 합금 B는 $250\,g$이 필요하다.

답 합금 A : $210\,g$, 합금 B : $250\,g$

유제 38 할인하기 전 가방의 판매 가격을 x원, 모자의 판매 가격을 y원이라 하면 할인하기 전 두 제품의 판매 가격의 합이 66000원이므로

$x+y=66000 \quad \cdots\cdots ㉠$

가방은 10%, 모자는 20% 할인하여 할인하기 전

두 제품의 판매 가격보다 9000원이 할인되었으므로

$\frac{10}{100}x+\frac{20}{100}y=9000$

$x+2y=90000 \quad \cdots\cdots ㉡$

㉡$-2\times$㉠을 하면

$x+2y-2(x+y)=90000-2\times66000$

$-x=-42000$

$\therefore x=42000$

㉠에 $x=42000$을 대입하면 $42000+y=66000 \qquad \therefore y=24000$

따라서 할인하기 전 가방의 판매 가격은 42000원이고,

10% 할인하였으므로 할인한 후 가방의 판매 가격은

$42000-42000\times\frac{10}{100}=42000-4200=37800$(원)

답 ③

Step 3. 단원 마무리하기

01	④	02	⑤	03	③	04	②	05	⑤
06	112	07	②	08	12명	09	③		
10	어른 : 36명, 어린이 : 54명					11	④	12	①
13	④	14	③	15	③	16	④	17	③
18	20	19	341	20	합금 A : $300\,g$, 합금 B : $450\,g$				

01 현우와 현우의 동생의 나이를 각각 x살, y살이라 하면

현우의 동생은 현우보다 3살 어리므로

$y=x-3$

또한 현우와 현우의 동생의 나이의 합이 27살이므로

$x+y=27$

따라서 연립일차방정식을 세우면 $\begin{cases} y=x-3 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+y=27 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 ㉡에 대입하면 $x+(x-3)=27$, $2x-3=27$

$2x=30 \qquad \therefore x=15$

$x=15$를 ㉠에 대입하면

$y=15-3=12$

따라서 현우의 현재 나이는 15살이다.

답 ④

02 소연이의 국어 점수를 x점, 과학 점수를 y점이라 하자.

이때, 평균이 76점이므로 $\frac{x+y}{2}=76$, 즉 $x+y=152$이다.

또한, 국어 점수가 과학 점수보다 8점이 더 높으므로 $x=y+8$이다.

x, y에 대한 두 식으로 연립일차방정식을 세우면

$\begin{cases} x+y=152 & \cdots\cdots ㉠ \\ x=y+8 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉡을 ㉠에 대입하면

$(y+8)+y=152$, $2y=144$ $\therefore y=72$

그러므로 소연이의 과학 점수는 72점이다. 답 ⑤

03 $\angle$A의 크기를 $x°$, $\angle$B의 크기를 $y°$라 하면

삼각형의 세 내각의 크기의 합이 $180°$이므로

$x+y+70=180$, $x+y=110$ ⋯⋯ ㉠

$\angle$B의 크기는 $\angle$A의 크기의 2배보다 $20°$만큼 크므로

$y=2x+20$ ⋯⋯ ㉡

㉡을 ㉠에 대입하면

$x+2x+20=110$, $3x=90$ $\therefore x=30$

$x=30$을 ㉠에 대입하면 $30+y=110$ $\therefore y=80$

따라서 $\angle$B의 크기는 $80°$이다. 답 ③

04 미나가 이긴 횟수를 x회, 진 횟수를 y회라 하면,

지효가 이긴 횟수는 y회, 진 횟수는 x회이다.

가위바위보를 총 20회 하였고, 비기는 경우는 없었으므로

$x+y=20$ ⋯⋯ ㉠

지효가 처음 위치보다 28계단을 올라가 있었으므로

$3y-x=28$ ⋯⋯ ㉡

㉠+㉡을 하면

$(x+y)+(3y-x)=20+28$, $4y=48$ $\therefore y=12$

이를 ㉠에 대입하면

$x+12=20$ $\therefore x=8$

따라서 미나가 이긴 횟수는 8회이다. 답 ②

05 해철이가 튜브를 타고 정지한 물에서 이동하는 속력을 분속 xm, 물이 흐르는 속력을 분속 ym라 하면, 물을 거슬러 올라갈 때의 속력은 분속 $(x-y)$m, 물을 따라 내려갈 때의 속력은 분속 $(x+y)$m이므로

$2(x-y)=400$, $x-y=200$ ⋯⋯ ㉠

$x+y=400$ ⋯⋯ ㉡

㉠+㉡을 하면

$(x-y)+(x+y)=200+400$

$2x=600$ $\therefore x=300$

$x=300$을 ㉠에 대입하면 $300-y=200$ $\therefore y=100$

따라서 물의 속력은 분속 100 m이다. 답 ⑤

06 $x+y=128$ ⋯⋯ ㉠

$\frac{4}{100}\times x+y=\frac{10}{100}\times 128$

$4x+100y=1280$, $x+25y=320$ ⋯⋯ ㉡

㉡−㉠을 하면

$x+25y-(x+y)=320-128$

$24y=192$ $\therefore y=8$

$y=8$을 ㉠에 대입하면 $x+8=128$ $\therefore x=120$

$\therefore x-y=120-8=112$ 답 112

07 각 자리의 숫자의 합을 구하기 위하여 처음 수의 십의 자리의 숫자를 x, 일의 자리의 숫자를 y라 하자.

각 자리의 숫자의 합의 8배가 처음 수이므로

$10x+y=8(x+y)$, $10x+y=8x+8y$

$\therefore 2x-7y=0$

또한 십의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자를 바꾼 수는 처음 수보다 45가 작으므로

$10y+x=(10x+y)-45$, $(10x+y)-(10y+x)=45$

$10x+y-10y-x=45$, $9x-9y=45$, $x-y=5$

x,y에 대한 두 식으로 연립일차방정식을 세우면

$\begin{cases} 2x-7y=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-y=5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

이때 ㉡×2−㉠을 하면

$-2y+7y=10$, $5y=10$ $\therefore y=2$

$y=2$를 ㉠에 대입하면

$2x-7\times2=0$, $2x-14=0$

$2x=14$ $\therefore x=7$

따라서 처음 수의 각 자리의 숫자의 합은 $7+2=9$이다. 답 ②

08 남학생 수를 x명, 여학생 수를 y명이라 하면

학생 수가 30명이므로 $x+y=30$ ⋯⋯ ㉠

남학생의 $\frac{5}{6}$와 여학생의 $\frac{1}{2}$이 게임을 좋아하고, 게임을 좋아하는 학생이 전체 학생의 70%이므로

$\frac{5}{6}x+\frac{1}{2}y=\frac{70}{100}\times30=21$, $6\left(\frac{5}{6}x+\frac{1}{2}y\right)=6\times21$

$5x+3y=126$ ⋯⋯ ㉡

㉡−3×㉠을 하면

$5x+3y-3(x+y)=126-3\times30$

$5x+3y-3x-3y=2x=36$

$\therefore x=18$

$x=18$을 ㉠에 대입하면 $18+y=30$ $\therefore y=12$

따라서 이 학급의 여학생 수는 12명이다. 답 12명

09 이 팀이 승리한 경기 수를 x, 무승부인 경기 수를 y라 하자.

25회의 경기 중 5회 패배하였으므로 20회의 경기에서 승리하거나 무승부였다.

따라서 $x+y=20$ ⋯⋯ ㉠

이 팀의 승점이 44점이므로 $3x+y=44$ ⋯⋯ ㉡

㉡−㉠을 하면

$3x+y-(x+y)=44-20$, $2x=24$ $\therefore x=12$

따라서 이 팀이 승리한 경기 수는 12이다. 답 ③

10 공원에 있는 어른의 수를 x명, 어린이의 수를 y명이라 하자.

공원에 어른과 어린이를 합하여 90명이 있으므로 $x+y=90$

어른에게 나누어주는 티켓은 한 명당 2장이므로 총 $2x$장이고

어린이에게 나누어주는 티켓은 세 명당 1장이므로 총 $\frac{y}{3}$장이다.

이때 합하여 90장의 티켓을 나누어주었으므로 $2x+\frac{y}{3}=90$

구한 식을 이용하여 연립일차방정식을 세우면

$\begin{cases} x+y=90 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+\frac{y}{3}=90 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

2×㉠−㉡을 하면

$$\begin{array}{rl} & 2x+2y=180 \\ -) & 2x+\frac{y}{3}=90 \\ \hline & \frac{5}{3}y=90 \end{array} \quad \therefore y=54$$

$y=54$를 ㉠에 대입하면

$x+54=90$ $\therefore x=36$

따라서 어른의 수는 36명이고 어린이의 수는 54명이다.

답 어른 : 36명, 어린이 : 54명

11 정수가 달린 시간을 x초, 희정이가 달린 시간을 y초라 하면

두 사람이 달린 거리가 같으므로

$8x=5y$ ⋯⋯ ㉠

Ⅳ-08. 연립일차방정식의 활용

정수는 희정이보다 30초 늦게 출발하였으므로

$x=y-30$ …… ㉡

㉡을 ㉠에 대입하면

$8(y-30)=5y$, $8y-240=5y$, $3y=240$ $\quad\therefore y=80$

따라서 희정이가 출발한 지 80초 뒤에 정수가 희정이를 따라잡는다.

답 ④

12 물탱크의 전체 물의 양을 1이라 하고, 두 호스 A, B를 사용하여 1시간 동안 채울 수 있는 물의 양을 각각 x, y라 하자.

A, B 호스를 동시에 2시간 40분 동안 사용하여 물탱크를 가득 채울 수 있으므로

$\left(2+\frac{40}{60}\right)(x+y)=1$, $\left(2+\frac{2}{3}\right)(x+y)=\frac{8}{3}(x+y)=1$

$8x+8y=3$ …… ㉠

A 호스만 2시간 동안 사용한 뒤 B 호스만 사용하여 물탱크를 가득 채우는 데 걸린 시간이 6시간이므로 B호스만 사용한 시간은 4시간이다.

따라서 $2x+4y=1$ …… ㉡

㉠$-2\times$㉡을 하면

$8x+8y-2(2x+4y)=3-2\times1$

$8x+8y-4x-8y=4x=1$ $\quad\therefore x=\frac{1}{4}$

따라서 A 호스만 사용하여 물탱크를 가득 채우는 데는 4시간이 걸린다.

답 ①

13 학급 회의에 참석한 학생 중 안건에 찬성한 학생이 x명, 반대한 학생이 y명이라 할 때, 찬성한 학생이 반대한 학생보다 12명 많으므로

$x=y+12$ …… ㉠

참석한 학생의 60%가 찬성하였으므로 $\frac{60}{100}\times(x+y)=x$,

$\frac{3}{5}(x+y)=x$, $3(x+y)=5x$, $3x+3y=5x$

$2x-3y=0$ …… ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면 $2(y+12)-3y=2y+24-3y=24-y=0$

$\therefore y=24$

$y=24$를 ㉠에 대입하면 $x=24+12=36$

따라서 참석한 학생의 수는 $36+24=60$(명)

답 ④

14 지난달 지훈이의 휴대 전화 요금을 x원, 기형이의 휴대 전화 요금을 y원이라 하면, 두 명의 휴대 전화 요금의 합이 100000원이므로

$x+y=100000$ …… ㉠

이번 달 휴대 전화 요금이 지난달에 비하여 지훈이는 10% 증가하였고 기형이는 5% 감소하여 전체적으로 4%가 증가하였으므로

$\frac{10}{100}x-\frac{5}{100}y=\frac{4}{100}\times100000$

$10x-5y=400000$, $2x-y=80000$ …… ㉡

㉠+㉡을 하면

$(x+y)+(2x-y)=100000+80000$

$3x=180000$ $\quad\therefore x=60000$

따라서 지훈이의 지난달 휴대 전화 요금이 60000원이고 이번 달에는 10% 증가하여 $60000+60000\times\frac{10}{100}=66000$원이므로 그 합은 126000원이다.

답 ③

15 두 책의 정가를 각각 x원, y원$(x>y)$이라 하면

두 책의 정가의 차이가 4000원이므로 $x-y=4000$ …… ㉠

판매가의 합이 23800원이므로

$\left(x-\frac{15}{100}x\right)+\left(y-\frac{15}{100}y\right)=23800$

$100x-15x+100y-15y=2380000$

$85x+85y=2380000$, $x+y=28000$ …… ㉡

㉠+㉡을 하면

$(x-y)+(x+y)=4000+28000$

$2x=32000$ $\quad\therefore x=16000$

따라서 두 종류의 책 중 더 비싼 책의 정가가 16000원이고, 판매가는 정가에서 15% 할인한 가격이므로

$16000-\frac{15}{100}\times16000=16000-2400=13600$(원)

답 ③

16 집에서 홍대입구역까지의 거리를 a km, 홍대입구역에서 미술 학원까지의 거리를 b km라 하면

총 거리가 6 km이므로 $a+b=6$ …… ㉠

집에서 미술 학원까지 가는 데 총 50분이 걸렸으므로 $\frac{a}{12}+\frac{b}{4}=\frac{50}{60}$

$5a+15b=50$, $a+3b=10$ …… ㉡

㉡$-$㉠을 하면

$a+3b-(a+b)=10-6$, $2b=4$ $\quad\therefore b=2$

$b=2$를 ㉠에 대입하면 $a+2=6$ $\quad\therefore a=4$

따라서 집에서 홍대입구역까지의 거리는 4 km이다.

답 ④

17 큰 수와 작은 수를 각각 x, y로 놓으면

큰 수의 3배에서 7을 빼면 작은 수의 4배보다 6만큼 작으므로

$3x-7=4y-6$ $\quad\therefore 3x-4y=1$

또한 큰 수와 작은 수의 합의 2배는 큰 수의 4배보다 12만큼 작으므로

$2(x+y)=4x-12$

$2x+2y=4x-12$, $-2x+2y=-12$ $\quad\therefore x-y=6$

구한 식을 이용하여 연립일차방정식을 세우면

$\begin{cases}3x-4y=1 & \cdots\cdots ㉠\\ x-y=6 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$

y항을 소거하기 위하여 ㉠$-4\times$㉡을 하면

$(3x-4y)-(4x-4y)=1-24$

$3x-4y-4x+4y=-23$

$-x=-23$ $\quad\therefore x=23$

$x=23$을 ㉠에 대입하면

$3\times23-4y=1$, $69-4y=1$, $68=4y$ $\quad\therefore y=17$

따라서 두 수 중 큰 수는 23, 작은 수는 17이므로 두 수의 합은 $23+17=40$이다.

답 ③

18 기차가 다리 또는 터널을 지나갈 때 이동하는 거리는

다리 또는 터널의 길이에 기차의 길이를 더한 만큼이므로

$b+700=25a$ …… ㉠

$b+400=15a$ …… ㉡

㉠$-$㉡을 하면

$b+700-(b+400)=25a-15a$

$300=10a$ $\quad\therefore a=30$

$a=30$을 ㉠에 대입하면

$b+700=25\times30=750$ $\quad\therefore b=50$

$\therefore b-a=50-30=20$

답 20

19 처음 수의 십의 자리 숫자는 4이고, 백의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자를 각각 x, y라 하자.

각 자리의 숫자의 합이 8이므로 $x+4+y=8$, $x+y=4$

또한 자리의 숫자를 바꾼 수는 처음 수보다 198만큼 크므로

$(100x+40+y)+198=(100y+40+x)$

$100x+y+238=x+100y+40$, $99x-99y=-198$, $x-y=-2$

연립일차방정식 $\begin{cases}x+y=4 & \cdots\cdots ㉠\\ x-y=-2 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$

에서 ㉠+㉡을 하면 $2x=2$ $\therefore x=1$

$x=1$을 ㉠에 대입하면

$1+y=4$ $\therefore y=3$

그러므로 처음 수는 143이고, 자리를 바꾼 수는 341이다.

답 341

20 두 합금 A, B의 양을 각각 xg, yg이라고 하면

$\begin{cases} \frac{10}{100}x+\frac{30}{100}y=165 \\ \frac{50}{100}x+\frac{40}{100}y=330 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x+3y=1650 & \cdots\cdots ㉠ \\ 5x+4y=3300 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×5−㉡을 하면

$$\begin{array}{rl} & 5x+15y=8250 \\ -) & 5x+\ \ 4y=3300 \\ \hline & 11y=4950 \end{array} \quad \therefore y=450$$

㉠에 $y=450$을 대입하면

$x+3\times450=1650$ $\therefore x=300$

따라서 합금 A는 300 g, 합금 B는 450 g이 필요하다.

답 합금 A : 300 g, 합금 B : 450 g

09 일차함수와 그 그래프 (1)

Step 1. 개념 다지기

09-1 함수와 함숫값

답 ❶ $y=f(x)$

기본연습 1

(1)

x(개)	1	2	3	4	⋯
y(원)	600	1200	1800	2400	⋯

x의 값에 따라 y의 값이 오직 하나씩 대응하므로 y는 x의 함수이다.

(2)

x	1	2	3	4	⋯
y	1, −1	2, −2	3, −3	4, −4	⋯

x의 값에 따라 y의 값이 여러 개가 대응하므로 y는 x의 함수가 아니다.

답 (1) 풀이 참조 (2) 풀이 참조

연습 1

$y=9x$에서 $x=2$일 때 $y=9\times2=18$, $x=4$일 때 $y=9\times4=36$,

$x=6$일 때 $y=9\times6=54$이므로

x의 값이 2, 4, 6일 때의 함숫값은 각각 18, 36, 54이다. 답 18, 36, 54

09-2 일차함수의 뜻

답 ❶ 일차식 ❷ 일차함수

기본연습 2

(3) $y+x=2y-x+3$

$y=2x-3$

(4) $x^2+y=x(x-1)$

$x^2+y=x^2-x$, $y=-x$

답 (1) × (2) ○ (3) ○ (4) ○

연습 2

(1) $f(2)=2\times2+4=4+4=8$

(2) $f(-2)=2\times(-2)+4=-4+4=0$

(3) $f(0)=2\times0+4=4$

(4) $f(-4)=2\times(-4)+4=-8+4=-4$

답 (1) 8 (2) 0 (3) 4 (4) −4

09-3 일차함수 $y=ax$의 그래프

답 ❶ a

기본연습 3

(1) $\frac{1}{2}>0$, (2) $4>0$이므로

그래프가 오른쪽 위로 향하는 직선이다.

(3) $2y=-x$, $y=-\frac{1}{2}x$에서 $-\frac{1}{2}<0$, (4) $y=-\frac{1}{5}x$에서 $-\frac{1}{5}<0$이므로

그래프가 오른쪽 아래로 향하는 직선이다.

답 (1) ↗ (2) ↗ (3) ↘ (4) ↘

연습 3

원점을 지나고, 제2사분면과 제4사분면을 지나는 직선은 $a<0$인 일차함수 $y=ax$의 그래프이다.

① $y=x-\frac{1}{2}$의 그래프는 원점을 지나지 않는다.

② $y=-2x$의 그래프는 $-2<0$이므로 원점을 지나고,
제2, 4사분면을 지나는 직선이다.

③ $xy=3$에서 $y=\frac{3}{x}$이므로 일차함수가 아니다.

④ $x+y=-1$에서 $y=-x-1$이므로
그래프는 원점을 지나지 않는다.

⑤ $x=-\frac{1}{4}y$에서 $y=-4x$
따라서 $y=-4x$의 그래프는 $-4<0$이므로 원점을 지나고,
제2, 4사분면을 지나는 직선이다. 답 ②, ⑤

09-4 일차함수 $y=ax+b$의 그래프

답 ❶ 평행이동 ❷ b

기본연습 4

(1) 2만큼 평행이동

(2) $y-2x=1$, $y=2x+1$이므로 1만큼 평행이동

(3) −4만큼 평행이동

(4) $\frac{3}{4}$만큼 평행이동

답 (1) 2 (2) 1 (3) −4 (4) $\frac{3}{4}$

연습 4

답 (1) $y=3x+2$ (2) $y=\frac{1}{4}x+4$ (3) $y=-7x-14$

09-5 일차함수의 그래프의 x절편, y절편

답 ❶ x절편 ❷ $y=0$ ❸ y절편 ❹ $x=0$ ❺ x축 ❻ y축 ❼ 직선

기본연습 5

답 (1) x절편 : -5, y절편 : 3 (2) x절편 : 3, y절편 : 4

연습 5

(1) $y=0$을 대입하면 $0=2x+1$, $-2x=1$, $x=-\frac{1}{2}$

$x=0$을 대입하면 $y=1$

따라서 x절편은 $-\frac{1}{2}$, y절편은 1

(2) $y=0$을 대입하면 $0=\frac{2}{3}x+2$, $-\frac{2}{3}x=2$, $x=-3$

$x=0$을 대입하면 $y=2$

따라서 x절편은 -3, y절편은 2

답 (1) x절편 : $-\frac{1}{2}$, y절편 : 1 (2) x절편 : -3, y절편 : 2

09-6 일차함수의 그래프의 기울기

답 ❶ 일정 ❷ x의 계수 a ❸ 기울기 ❹ a ❺ y절편 ❻ 기울기

기본연습 6-1

(1) $y=-4x+5$

(2) $y=\frac{3}{5}x-5$

(3) $y=2x-3$

(4) $2y=3x+2$, $y=\frac{3}{2}x+1$

답 (1) -4 (2) $\frac{3}{5}$ (3) 2 (4) $\frac{3}{2}$

연습 6-1

ㄱ. $y=\frac{1}{2}x$의 그래프의 기울기는 $\frac{1}{2}$

ㄴ. $x+2y=2$에서 $2y=-x+2$, $y=-\frac{1}{2}x+1$

따라서 일차함수 $x+2y=2$의 그래프의 기울기는 $-\frac{1}{2}$

ㄷ. $2x+1=-y+3$에서 $y=-2x+2$

따라서 일차함수 $2x+1=-y+3$의 그래프의 기울기는 -2

ㄹ. $2y+4=x-1$에서 $2y=x-5$, $y=\frac{1}{2}x-\frac{5}{2}$

따라서 일차함수 $2y+4=x-1$의 그래프의 기울기는 $\frac{1}{2}$

그러므로 그래프의 기울기가 같은 일차함수는 ㄱ, ㄹ이다.

답 ㄱ, ㄹ

기본연습 6-2

(1) (기울기) $=\frac{8-2}{2-0}=\frac{6}{2}=3$

(2) (기울기) $=\frac{6-2}{-3-(-1)}=\frac{4}{-2}=-2$

(3) (기울기) $=\frac{13-4}{5-2}=\frac{9}{3}=3$

(4) (기울기) $=\frac{-7-(-1)}{3-5}=\frac{-6}{-2}=3$

답 (1) 3 (2) -2 (3) 3 (4) 3

연습 6-2

세 점 $A(1, -4)$, $B(3, 2)$, $C(0, 8)$에서

(1) ($\overleftrightarrow{AB}$의 기울기) $=\frac{2-(-4)}{3-1}=\frac{6}{2}=3$

(2) ($\overleftrightarrow{BC}$의 기울기) $=\frac{8-2}{0-3}=\frac{6}{-3}=-2$

(3) ($\overleftrightarrow{CA}$의 기울기) $=\frac{-4-8}{1-0}=-12$

답 (1) 3 (2) -2 (3) -12

Step 2. 대표 문제로 접근하기

01	ㄱ, ㄹ	02	3	03	⑤	04	3	05	3개
06	⑤	07	④	08	6	09	⑤	10	⑤
11	②	12	풀이 참조	13	③	14	④	15	③
16	②	17	10	18	③	19	①	20	⑤
21	(1) $\frac{3}{2}$ (2) -2			22	④	23	③	24	③
25	④	26	①	27	$\frac{1}{2}$	28	$\frac{1}{4}$	29	풀이 참조
30	④	31	③	32	②	33	③	34	6
35	①	36	⑤	37	③	38	④		

유제 01 ㄱ. $y=2x$이므로 x의 값에 따라 y의 값이 오직 하나로 정해진다.

ㄴ. $x=6$일 때, 6의 약수는 $1, 2, 3, 6$이므로 y의 값이 오직 하나로 정해지지 않는다.

ㄷ. $x=2$일 때, 2의 배수는 $2, 4, 6, 8, \cdots$이므로 y의 값이 오직 하나로 정해지지 않는다.

ㄹ. 자연수 x에 관계없이 약수의 개수는 하나의 숫자로 정해지므로 x의 값에 따라 y의 값이 오직 하나로 정해진다.

따라서 y가 x의 함수인 것은 ㄱ, ㄹ이다. 답 ㄱ, ㄹ

유제 02 ㄱ. 자연수 x에 대하여 $y=|x|$이므로 x의 값에 따라 y의 값이 오직 하나로 정해진다.

ㄴ. $x=1$일 때, 1과 5의 공배수는 $5, 10, 15, 20, \cdots$이므로 x의 값에 따라 y의 값이 오직 하나로 정해지지 않는다.

ㄷ. 몸무게가 같아도 허리 둘레는 사람마다 다를 수 있으므로 x의 값에 따라 y의 값이 오직 하나로 정해지지 않는다.

ㄹ. $y=\frac{x}{3}$이므로 x의 값에 따라 y의 값이 오직 하나로 정해진다.

ㅁ. $y=3x$이므로 x의 값에 따라 y의 값이 오직 하나로 정해진다.

따라서 y가 x의 함수인 것은 ㄱ, ㄹ, ㅁ의 3개이다. 답 3

유제 03 ㄱ. $f(2)=\frac{18}{2}=9$

ㄴ. $f(-3)=\frac{18}{-3}=-6$

ㄷ. $f(-2)+f(9)=\frac{18}{-2}+\frac{18}{9}=-9+2=-7$

ㄹ. $f(18)-f(-6)=\frac{18}{18}-\frac{18}{-6}=1-(-3)=4$

따라서 함수 $f(x)=\frac{18}{x}$에 대하여 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ이다.

답 ⑤

유제 04 3 이상의 자연수 중 가장 작은 홀수는 3이므로 $f(3)=3$

10 이상의 자연수 중 가장 작은 홀수는 11이므로 $f(10)=11$

11 이상의 자연수 중 가장 작은 홀수는 11이므로 $f(11)=11$

$\therefore f(3)+f(10)-f(11)=3+11-11=3$ 답 3

유제 05 ㄱ. $y=3$

ㄴ. $x=y-x+3$, $y=x+x-3$, $y=2x-3$

ㄷ. $y=\frac{x}{2}$, $y=\frac{1}{2}x$

ㄹ. $\frac{x}{2}-\frac{y}{3}=1$, $\frac{y}{3}=\frac{x}{2}-1$, $y=\frac{3}{2}x-3$

ㅁ. $y=x(x-1)$, $y=x^2-x$

ㅂ. $y+2x=2(x-1)+5$, $y=2x-2+5-2x$,

$y=3$

따라서 일차함수인 것은 ㄴ, ㄷ, ㄹ의 3개이다. 답 3개

유제 06 $y-2x=a(2-x)$에서 $y=2a-ax+2x$

$\therefore y=(2-a)x+2a$

일차함수이려면 x의 계수가 0이 아니어야 하므로

$2-a\neq 0$, $a\neq 2$ 답 ⑤

유제 07 $f(x)=2x-3$에서

$f(3)=2\times 3-3=3$, $f(-1)=2\times(-1)-3=-5$이므로

$6f(3)-5f(-1)=6\times 3-5\times(-5)$

$=18+25=43$ 답 ④

유제 08 $f(x)=ax+4$에서 $f(1)=a+4=6$이므로 $\therefore a=2$

따라서 $f(x)=2x+4$이므로 $f(b)=2b+4=-4$에서

$2b=-8$ $\therefore b=-4$

$\therefore a-b=2-(-4)=2+4=6$ 답 6

유제 09 함수 $y=-3x+b$의 그래프가 점 $(1, -1)$을 지나므로

$-1=-3+b$ $\therefore b=2$

따라서 함수 $y=-3x+2$의 그래프가 점 $(-2, a)$를 지나므로

$a=(-3)\times(-2)+2=6+2=8$

$\therefore a+b=8+2=10$ 답 ⑤

유제 10 함수 $y=-4x+2$의 그래프가 점 $(1, b)$를 지나므로

$b=-4+2=-2$

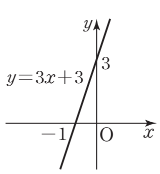
따라서 함수 $y=ax-5$의 그래프가 점 $(1, -2)$를 지나므로

$-2=a-5$에서 $a=3$

$\therefore a+b=3+(-2)=3-2=1$ 답 ⑤

유제 11 일차함수 $y=3x+3$의 그래프는 일차함수 $y=3x$의 그래프를 y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.

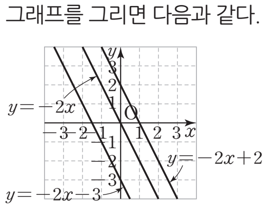
따라서 일차함수 $y=3x+3$의 그래프는 다음 그림과 같다.



답 ②

유제 12 두 일차함수 $y=-2x+2$와 $y=-2x-3$의 그래프는 일차함수 $y=-2x$의 그래프를 y축의 방향으로 각각 2, -3만큼 평행이동한 것이다.

따라서 좌표평면 위에 두 일차함수 $y=-2x+2$와 $y=-2x-3$의 그래프를 그리면 다음과 같다.



답 풀이 참조

유제 13 일차함수 $y=\frac{2}{3}x$의 그래프를 평행이동한 그래프의 식에서 x의 계수는 $\frac{2}{3}$로 동일하다.

따라서 일차함수 $y=\frac{2}{3}x$의 그래프를 평행이동한 그래프와 겹쳐지는 그래프의 식은 ③ $y=\frac{2}{3}x+1$이다. 답 ③

유제 14 일차함수 $y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$의 그래프를 y축의 방향으로 a만큼 평행이동한 그래프의 식이 $y=\frac{1}{2}x+\frac{7}{2}$이라 하면

$-\frac{1}{2}+a=\frac{7}{2}$에서 $a=\frac{7}{2}+\frac{1}{2}=\frac{8}{2}=4$

따라서 일차함수 $y=\frac{1}{2}x+\frac{7}{2}$의 그래프는 일차함수 $y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$의 그래프를 y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 것이다. 답 ④

유제 15 일차함수 $y=2x$의 그래프를 y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=2x-4$

$y=2x-4$에 주어진 점의 x좌표와 y좌표를 각각 대입해보면

① $2\times 2-4=4-4=0$

② $2\times 3-4=6-4=2$

③ $2\times(-1)-4=-2-4=-6\neq -4$

④ $2\times 0-4=0-4=-4$

⑤ $2\times\frac{1}{2}-4=1-4=-3$

따라서 ③ $(-1, -4)$는 일차함수 $y=2x-4$의 그래프 위의 점이 아니다. 답 ③

유제 16 일차함수 $y=\frac{1}{3}x+b$의 그래프를 y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=\frac{1}{3}x+b-2$

이 그래프가 점 $(3, 0)$을 지나므로

$0=\frac{1}{3}\times 3+b-2$, $0=1+b-2$ $\therefore b=1$

따라서 일차함수 $y=\frac{1}{3}x+1-2$, 즉 $y=\frac{1}{3}x-1$의 그래프가 점 $(a, -3)$을 지나므로

$-3=\frac{1}{3}a-1$, $-2=\frac{1}{3}a$ $\therefore a=-6$

$\therefore a+b=-6+1=-5$ 답 ②

유제 17 $y=-\frac{3}{2}x+6$에 $y=0$을 대입하면

$0=-\frac{3}{2}x+6$, $\frac{3}{2}x=6$ $\therefore x=4$

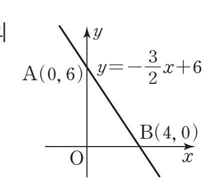
$x=0$을 대입하면 $y=6$

따라서 일차함수 $y=-\frac{3}{2}x+6$의 그래프의 x절편은 4, y절편은 6이므로

$A(0, 6)$, $B(4, 0)$

$\therefore a=6$, $b=4$

$\therefore a+b=6+4=10$



답 10

유제 18 ① $y=-3x+9$에 $y=0$을 대입하면

$0=-3x+9$, $3x=9$, $x=3$

따라서 x절편은 3이다.

② $y=-x+3$에 $y=0$을 대입하면 $0=-x+3$, $x=3$

따라서 x절편은 3이다.

③ $y=\frac{1}{3}x+1$에 $y=0$을 대입하면

$0=\frac{1}{3}x+1$, $\frac{1}{3}x=-1$, $x=-3$

따라서 x절편은 -3이다.

④ $y=x-3$에 $y=0$을 대입하면 $0=x-3$, $x=3$

따라서 x절편은 3이다.

⑤ $y=2x-6$에 $y=0$을 대입하면

$0=2x-6$, $2x=6$, $x=3$

따라서 x절편은 3이다. 답 ③

유제 19 일차함수 $y=\frac{1}{4}x-k$의 그래프의 x절편이 8이므로

$y=\frac{1}{4}x-k$에 $x=8$, $y=0$을 대입하면 $0=\frac{1}{4}\times 8-k$

$\therefore k=2$

즉, 주어진 일차함수의 식은 $y=\frac{1}{4}x-2$이므로

$x=0$을 대입하면 $y=-2$

따라서 이 그래프의 y절편은 -2이다. 답 ①

유제 20 $y=\frac{3}{2}x-6$에 $y=0$을 대입하면 $0=\frac{3}{2}x-6$, $6=\frac{3}{2}x$ $\therefore x=4$

따라서 일차함수 $y=\frac{3}{2}x-6$의 그래프의 x절편이 4이므로

일차함수 $y=\frac{1}{2}x+3a-2$의 그래프의 y절편은 4이다.

$y=\frac{1}{2}x+3a-2$에 $x=0$을 대입하면 $y=3a-2$에서

$3a-2=4$, $3a=6$ $\therefore a=2$ 답 ⑤

유제 21 (1) 두 점 $(-2, 0)$, $(0, 3)$을 지나므로

$(\text{기울기})=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}=\frac{3-0}{0-(-2)}=\frac{3}{2}$

(2) 두 점 $(0, 4)$, $(2, 0)$을 지나므로

$(\text{기울기})=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}=\frac{0-4}{2-0}=-2$

답 (1) $\frac{3}{2}$ (2) -2

유제 22 $A(4, 3)$, $B(2, 4)$, $C(-3, 3)$, $D(-4, -2)$, $E(3, -5)$이고, 일차함수의 그래프에서

$(\text{기울기})=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}$이므로

① $(\overleftrightarrow{AB}\text{의 기울기})=\frac{3-4}{4-2}=-\frac{1}{2}$

② $(\overleftrightarrow{BC}\text{의 기울기})=\frac{4-3}{2-(-3)}=\frac{1}{5}$

③ $(\overleftrightarrow{CD}\text{의 기울기})=\frac{3-(-2)}{-3-(-4)}=5$

④ $(\overleftrightarrow{DE}\text{의 기울기})=\frac{-5-(-2)}{3-(-4)}=-\frac{3}{7}$

⑤ $(\overleftrightarrow{AE}\text{의 기울기})=\frac{3-(-5)}{4-3}=8$

따라서 직선과 그 기울기가 잘못 짝지어진 것은 ④이다.

답 ④

유제 23 일차함수의 그래프에서

$(\text{기울기})=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}$이므로

$-5=\frac{(k+3)-k}{(x\text{의 값의 증가량})}$

$\therefore (x\text{의 값의 증가량})=-\frac{3}{5}$ 답 ③

유제 24 $(\text{기울기})=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}$이므로

$-2=\frac{-4}{4-k}$, $-8+2k=-4$, $2k=4$

$\therefore k=2$

$\therefore f(2)=-2\times 2+\frac{1}{4}=-\frac{15}{4}$ 답 ③

유제 25 세 점 $(2, x)$, $(-3, 6)$, $(4, -1)$이 한 직선 위에 있으므로

$\frac{6-x}{-3-2}=\frac{-1-6}{4-(-3)}$에서

$\frac{6-x}{-5}=-1$, $6-x=5$ $\therefore x=1$ 답 ④

유제 26 세 점 $(7, 3)$, $(-3, k)$, $(-8, 6)$이 한 직선 위에 있으므로

$\frac{k-3}{-3-7}=\frac{6-3}{-8-7}$에서

$\frac{k-3}{-10}=-\frac{1}{5}$, $k-3=2$

$\therefore k=5$

이때 이 직선의 기울기는 $-\frac{1}{5}$이므로 $a=-\frac{1}{5}$

$\therefore ka=5\times\left(-\frac{1}{5}\right)=-1$ 답 ①

유제 27 주어진 일차함수의 그래프가 x축, y축과 만나는 점이 각각 $(-2, 0)$, $(0, -5)$이므로 x절편은 -2, y절편은 -5이다.

$(\text{기울기})=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}$

$=\frac{-5-0}{0-(-2)}=-\frac{5}{2}$

따라서 $a=-\frac{5}{2}$, $b=-2$, $c=-5$이므로

$a+b-c=\left(-\frac{5}{2}\right)+(-2)-(-5)=\frac{1}{2}$ 답 $\frac{1}{2}$

유제 28 일차함수 $y=4x-9$의 그래프의 기울기는 4이므로 $a=4$

일차함수 $y=-\frac{3}{5}x+1$의 그래프의 y절편은 1이므로 $b=1$

따라서 일차함수 $y=4x-1$의 그래프의 x절편은 $\frac{1}{4}$이다. 답 $\frac{1}{4}$

유제 29 $y=\frac{1}{3}x-2$에 $x=0$을 대입하면

$y=\frac{1}{3}\times 0-2$, $y=\boxed{-2}$

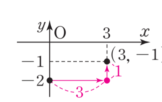
y절편이 $\boxed{-2}$이므로 점 $(0, \boxed{-2})$를 지난다.

이때 일차함수 $y=\frac{1}{3}x-2$의 그래프의 기울기가 $\boxed{\frac{1}{3}}$이므로

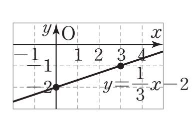
점 $(0, \boxed{-2})$에서 x축의 방향으로 3만큼,

y축의 방향으로 $\boxed{1}$만큼 평행이동한

점 $(3, \boxed{-1})$을 지난다.



따라서 일차함수 $y=\frac{1}{3}x-2$의 그래프를 그리면 다음과 같다.



답 풀이 참조

유제 30 $y=\frac{2}{5}x-1$의 그래프의 y절편을 구하기 위해 $y=\frac{2}{5}x-1$에

$x=\boxed{㉠\ 0}$을 대입하면 $y=\frac{2}{5}\times 0-1=\boxed{㉡\ -1}$

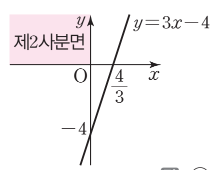
따라서 y절편은 -1이므로 점 $(0, -1)$을 지난다.

이때 일차함수 $y=\frac{2}{5}x-1$의 그래프의 기울기가 $\boxed{㉢\ \frac{2}{5}}$이므로

점 $(0,\ -1)$에서 x축의 방향으로 5만큼, y축의 방향으로 $\boxed{ⓔ\ 2}$ 만큼 평행이동한 점 $(5,\ \boxed{ⓜ\ 1})$을 지난다.
따라서 두 점 $(0,\ -1)$, $(5,\ 1)$을 직선으로 이으면
$y=\frac{2}{5}x-1$의 그래프가 된다.
그러므로 ㉠~㉤에 알맞은 수로 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

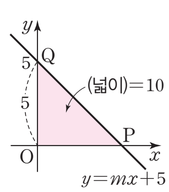
유제 31 $y=ax+3$에 $x=0$을 대입하면
$y=a\times0+3=3$
즉, $y=ax+3$의 그래프의 y절편은 3이므로 직선이 y축과 양의 부분에서 만나야 한다.
따라서 $y=ax+3$의 그래프가 될 수 있는 것은 ㉢이다. 답 ③

유제 32 $y=3x-4$에 $y=0$을 대입하면
$0=3x-4,\ 3x=4 \qquad \therefore x=\frac{4}{3}$
$y=3x-4$에 $x=0$을 대입하면
$y=3\times0-4=-4$
즉, $y=3x-4$의 그래프의 x절편과 y절편은 각각 $\frac{4}{3}$, -4이다.
$y=3x-4$의 그래프를 좌표평면에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.
따라서 $y=3x-4$의 그래프가 지나지 않는 사분면은 제2사분면이다.



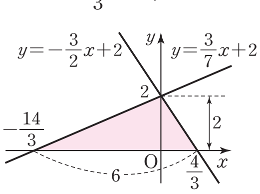
답 ②

유제 33 일차함수 $y=mx+5$에 $x=0$을 대입하면
$y=m\times0+5=5$
따라서 일차함수의 그래프의 y절편이 5이므로 $\overline{OQ}=5$
이때 삼각형 POQ의 넓이가 10이므로
$\triangle POQ=\frac{1}{2}\times\overline{OP}\times\overline{OQ}=\frac{1}{2}\times\overline{OP}\times5=10$
$\therefore \overline{OP}=10\times\frac{2}{5}=4$
따라서 점 P의 좌표가 $(4,\ 0)$이므로 일차함수 $y=mx+5$에 $x=4$, $y=0$을 대입하면
$0=4m+5 \qquad \therefore m=-\frac{5}{4}$



답 ③

유제 34 일차함수 $y=-\frac{3}{2}x+2$에 $y=0$을 대입하면
$0=-\frac{3}{2}x+2$
$\therefore x=\frac{4}{3}$
일차함수 $y=\frac{3}{7}x+2$에 $y=0$을 대입하면
$0=\frac{3}{7}x+2$
$\therefore x=-\frac{14}{3}$
따라서 일차함수 $y=-\frac{3}{2}x+2$의 그래프의 x절편은 $\frac{4}{3}$,
일차함수 $y=\frac{3}{7}x+2$의 그래프의 x절편은 $-\frac{14}{3}$이고,
두 일차함수의 그래프의 y절편은 모두 2이다.
그러므로 두 일차함수의 그래프와 x축으로 둘러싸인 도형의 넓이는



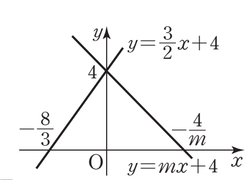
$\frac{1}{2}\times\left(\frac{4}{3}+\frac{14}{3}\right)\times2=\frac{1}{2}\times6\times2=6$ 답 6

유제 35 조건을 만족시키는 일차함수 $y=f(x)$의 그래프의 기울기는 $\frac{k}{5}$이고,
$f(a)-3a=f(b)-3b$에서
$f(a)-f(b)=3a-3b$
$f(a)-f(b)=3(a-b)$
$\therefore \frac{f(a)-f(b)}{a-b}=3$
이때 $\frac{f(a)-f(b)}{a-b}$의 값은 두 점 $(a,\ f(a))$, $(b,\ f(b))$를 지나는 직선의 기울기, 즉 일차함수 $y=f(x)$의 그래프의 기울기와 같으므로
$\frac{k}{5}=3 \qquad \therefore k=15$ 답 ①

유제 36 $y=ax+b$에 $x=0$을 대입하면 $y=b$
$y=0$을 대입하면 $0=ax+b,\ -ax=b$
$x=-\frac{b}{a}$이고 이 그래프의 y절편이 -6, x절편이 2이므로
$b=-6,\ -\frac{b}{a}=-\frac{-6}{a}=\frac{6}{a}=2$
$\therefore a=3$
따라서 주어진 일차함수는 $f(x)=3x-6$이므로
$f(a+b)+f(a-b)=f(3+(-6))+f(3-(-6))$
$=f(-3)+f(9)$
$=\{3\times(-3)-6\}+(3\times9-6)$
$=(-9-6)+(27-6)$
$=6$ 답 ⑤

유제 37 처음 일차함수의 그래프를 y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식이 $y=-2x+7$이므로 처음 일차함수의 식은
$y=-2x+7-3$, 즉 $y=-2x+4$이다.
따라서 함수 $y=-2x+4$의 그래프를 y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=-2x+4-3 \qquad \therefore y=-2x+1$ 답 ③

유제 38 일차함수 $y=\frac{3}{2}x+4$에 $y=0$을 대입하면
$0=\frac{3}{2}x+4 \qquad \therefore x=-\frac{8}{3}$
$x=0$을 대입하면 $y=\frac{3}{2}\times0+4=4$
일차함수 $y=mx+4$에 $y=0$을 대입하면
$0=mx+4 \qquad \therefore x=-\frac{4}{m}$
$x=0$을 대입하면 $y=m\times0+4=4$
따라서 일차함수 $y=\frac{3}{2}x+4$의 그래프의 x절편은 $-\frac{8}{3}$, y절편은 4이고 일차함수 $y=mx+4$의 그래프의 x절편은 $-\frac{4}{m}$, y절편은 4이므로
두 일차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.
이때 두 일차함수의 그래프와 x축으로 둘러싸인 도형의 넓이가 32이므로



$\frac{1}{2}\times\left\{-\frac{4}{m}-\left(-\frac{8}{3}\right)\right\}\times4=32$
$-\frac{4}{m}+\frac{8}{3}=16,\ \frac{4}{m}=\frac{8}{3}-16=-\frac{40}{3}$
$\therefore m=-\frac{3}{10}$ 답 ④

Step 3. 단원 마무리하기

01	⑤	02	6	03	8	04	②	05	①
06	4	07	④	08	③	09	②	10	$-\frac{2}{3}$
11	⑤	12	6	13	6	14	10	15	①
16	⑤	17	①	18	④	19	10	20	②

01 ㄱ. $xy=4$에서 $y=\frac{4}{x}$ (일차함수가 아니다.)

ㄴ. $y=\frac{x-2}{3}$에서 $y=\frac{1}{3}x-\frac{2}{3}$ (일차함수)

ㄷ. $y=x(x-2)$에서 $y=x^2-2x$ (일차함수가 아니다.)

ㄹ. $y+3x=2(3x+1)$에서 $y=6x+2-3x$

$\therefore y=3x+2$ (일차함수)

따라서 |보기|에서 일차함수인 것은 ㄴ, ㄹ이다. 답 ⑤

02 $200=2^3\times5^2$이므로 200의 약수의 개수는

$(3+1)\times(2+1)=12 \quad \therefore k=12$

$12=2^2\times3$이므로 12의 약수의 개수는

$(2+1)\times(1+1)=6 \quad \therefore f(12)=6$ 답 6

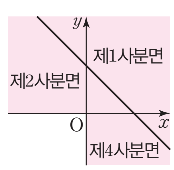
03 $f(x)=8x+6$에 $x=\frac{a}{4}$를 대입하면

$f\left(\frac{a}{4}\right)=8\times\frac{a}{4}+6=2a+6$

$f\left(\frac{a}{4}\right)=3a-2$이므로

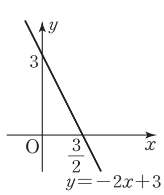
$2a+6=3a-2 \quad \therefore a=8$ 답 8

04 일차함수의 그래프가 제1, 2, 4사분면을 지나려면 오른쪽 그림과 같아야 하므로 그래프의 기울기는 음수이어야 하고, y절편은 양수이어야 한다.



② $y=-2x+3$의 그래프의 기울기는 -2, y절편은 3이므로 문제의 조건을 만족시킨다.

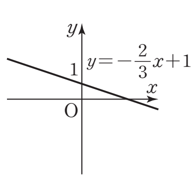
따라서 일차함수의 그래프가 제1, 2, 4사분면을 지나는 것은 ②이다.



답 ②

05 일차함수 $y=-\frac{2}{3}x+1$의 그래프는 일차함수 $y=-\frac{2}{3}x$의 그래프를 y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

따라서 일차함수 $y=-\frac{2}{3}x+1$의 그래프는 다음 그림과 같다.



답 ①

06 직선 l은 직선 m을 y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이므로

$a=2$

직선 m은 직선 n을 y축의 방향으로 5만큼 평행이동한 것이므로

$b=5$

직선 n은 직선 l을 y축의 방향으로 -7만큼 평행이동한 것이므로

$c=-7$

$\therefore a-(b+c)=2-\{5+(-7)\}=2-(-2)=2+2=4$ 답 4

07 주어진 일차함수의 그래프의 y절편이 -4이므로 $y=mx-4$라 하자.

이 그래프가 점 $(-1, -3)$을 지나므로

$-3=m\times(-1)-4,\ -3=-m-4$

$\therefore m=-1$

$\therefore y=-x-4$

$y=-x-4$의 그래프를 y축의 방향으로 a만큼 평행이동하면

$y=-x-4+a$의 그래프와 같고, 점 $(5, b)$를 지나므로

$b=-5-4+a=a-9$

$\therefore a-b=9$ 답 ④

08 $y=-2x+4$의 그래프를 y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-2x+4-3=-2x+1$

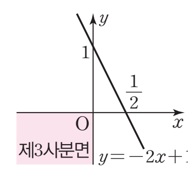
$y=-2x+1$에 $y=0$을 대입하면

$0=-2x+1,\ 2x=1 \quad \therefore x=\frac{1}{2}$

$y=-2x+1$에 $x=0$을 대입하면

$y=-2\times0+1 \quad \therefore y=1$

따라서 $y=-2x+1$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제3사분면을 지나지 않는다.



답 ③

09 함수 $y=-\frac{1}{3}x+4$의 그래프를 y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=-\frac{1}{3}x+4+n$

이 식이 $y=ax+1$과 같으므로 $a=-\frac{1}{3}$

$4+n=1$에서 $n=-3$

$\therefore 3a-n=3\times\left(-\frac{1}{3}\right)-(-3)=-1+3=2$ 답 ②

10 $f(x)=-\frac{2}{3}x+4$이므로

$f(-2)=-\frac{2}{3}\times(-2)+4=\frac{4}{3}+4=\frac{16}{3}$

$f(-5)=-\frac{2}{3}\times(-5)+4=\frac{10}{3}+4=\frac{22}{3}$

$\therefore \frac{f(-2)-f(-5)}{-2-(-5)}=\frac{\frac{16}{3}-\frac{22}{3}}{-2-(-5)}=-\frac{2}{3}$ 답 $-\frac{2}{3}$

다른풀이

$\frac{f(-2)-f(-5)}{-2-(-5)}$는 x의 값이 -5에서 -2까지 증가할 때

$\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}$이므로 일차함수 $f(x)=-\frac{2}{3}x+4$의 기울기와 같다.

$\therefore \frac{f(-2)-f(-5)}{-2-(-5)}=-\frac{2}{3}$

11 일차함수의 그래프에서

$(\text{기울기})=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}$이므로

① 두 점 $(0, 5)$, $(2, 2)$를 지나므로

$(\text{기울기})=\frac{2-5}{2-0}=-\frac{3}{2}$

② 두 점 $(-3, 0)$, $(0, 3)$을 지나므로

$(\text{기울기})=\frac{3-0}{0-(-3)}=1$

③ 두 점 $(-3, 1)$, $(2, -3)$을 지나므로

$(\text{기울기})=\dfrac{-3-1}{2-(-3)}=-\dfrac{4}{5}$

④ 두 점 $(0, -5)$, $(3, 0)$을 지나므로

$(\text{기울기})=\dfrac{0-(-5)}{3-0}=\dfrac{5}{3}$

⑤ 두 점 $(-2, 4)$, $(2, 0)$을 지나므로

$(\text{기울기})=\dfrac{0-4}{2-(-2)}=-1$

⑤

12 일차함수 $y=ax+b$의 그래프의 x절편이 -2이므로 이 그래프는 점 $(-2, 0)$을 지난다.

$0=-2a+b$ ······ ㉠

또한 이 그래프가 점 $(-3, -2)$를 지나므로

$-2=-3a+b$ ······ ㉡

㉠$-$㉡을 하면

$2=-2a+b+3a-b \qquad \therefore a=2$

$a=2$를 ㉠에 대입하면 $0=-4+b \qquad \therefore b=4$

$\therefore a+b=6$

6

13 일차함수 $y=ax+b$의 그래프가

두 점 $\left(\dfrac{1}{5}, 2\right)$, $\left(-\dfrac{3}{5}, -2\right)$를 지나므로

$2=\dfrac{1}{5}a+b$에서 $a+5b=10$ ······ ㉠

$-2=-\dfrac{3}{5}a+b$에서 $-3a+5b=-10$ ······ ㉡

㉠$-$㉡을 하면

$4a=20 \qquad \therefore a=5$

$a=5$를 ㉠에 대입하면 $5+5b=10$에서 $5b=5 \qquad \therefore b=1$

$\therefore a+b=5+1=6$

6

14 세 점 (a, b), $(-2, 6)$, $(4, 3)$이 한 직선 위에 있으므로

$\dfrac{3-b}{4-a}=\dfrac{3-6}{4-(-2)}$

$\dfrac{3-b}{4-a}=-\dfrac{1}{2}$

$a-4=6-2b$

$\therefore a+2b=10$

10

15 일차함수 $y=ax-2$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=ax-2+b$

이 그래프가 두 점 $(1, -2)$, $(3, 4)$를 지나므로

$-2=a-2+b$에서 $a+b=0$ ······ ㉠

$4=3a-2+b$에서 $3a+b=6$ ······ ㉡

㉡$-$㉠을 하면

$2a=6 \qquad \therefore a=3$

$a=3$을 ㉠에 대입하면 $3+b=0 \qquad \therefore b=-3$

$\therefore ab=3\times(-3)=-9$

①

16 일차함수 $y=ax+b\ (a\neq 0)$의 그래프의 기울기는 a이므로

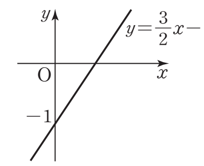
일차함수 $y=\dfrac{3}{2}x-1$의 그래프의 기울기는 $\dfrac{3}{2}$이다.

$y=\dfrac{3}{2}x-1$에 $x=0$을 대입하면

$y=\dfrac{3}{2}\times 0-1 \qquad \therefore y=-1$

즉, y절편은 -1이다.

따라서 일차함수 $y=\dfrac{3}{2}x-1$의 그래프를 그리면 다음과 같다.



⑤

17 일차함수 $y=ax+b$의 그래프에서

$(\text{기울기})=\dfrac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}$이므로 $a=\dfrac{\frac{k}{2}}{3k}=\dfrac{1}{6}$

이때 일차함수 $y=\dfrac{1}{6}x+b$의 그래프의 x절편이 12이므로

$x=12$, $y=0$을 대입하면

$0=\dfrac{1}{6}\times 12+b \qquad \therefore b=-2$

$\therefore a+b=\dfrac{1}{6}+(-2)=-\dfrac{11}{6}$

①

18 두 일차함수의 그래프가 x축 위에서 만나므로 두 일차함수의 그래프의 x절편이 같다.

$y=2x-6$에 $y=0$을 대입하면 $0=2x-6$, $2x=6$, $x=3$이므로

일차함수 $y=2x-6$의 그래프의 x절편은 3이다.

따라서 일차함수 $y=-3x+k$의 그래프의 x절편이 3이므로

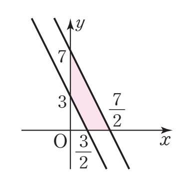
$0=-3\times 3+k=-9+k \qquad \therefore k=9$

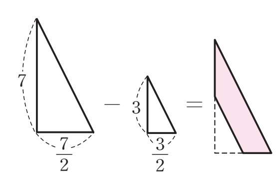
④

19 $y=-2x+3$의 그래프를 y축의 방향으로 4만큼 평행이동하면

$y=-2x+7$이다.

이 그래프와 직선 $y=-2x+3$, x축, y축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하면 다음과 같다.





$\dfrac{7}{2}\times 7\times\dfrac{1}{2}-\dfrac{3}{2}\times 3\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{49}{4}-\dfrac{9}{4}=\dfrac{40}{4}$

$=10$

10

20 일차함수 $y=ax+3$에 $x=0$을 대입하면 $y=3$

이때 두 일차함수의 그래프가 y축에서 만나므로

일차함수 $y=-\dfrac{1}{2}x+b$의 y절편도 3이어야 한다. $\qquad \therefore b=3$

일차함수 $y=ax+3$에 $y=0$을 대입하면

$0=ax+3 \qquad \therefore x=-\dfrac{3}{a}$

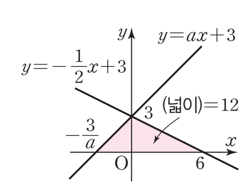
마찬가지로 일차함수 $y=-\dfrac{1}{2}x+b=-\dfrac{1}{2}x+3$에 $y=0$을 대입하면

$0=-\dfrac{1}{2}x+3 \qquad \therefore x=6$

따라서 직선 $y=ax+3$의 x절편은 $-\dfrac{3}{a}$,

직선 $y=-\dfrac{1}{2}x+3$의 x절편은 6이므로

두 직선과 x축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이는



$\dfrac{1}{2}\times\left\{6-\left(-\dfrac{3}{a}\right)\right\}\times 3=\dfrac{3}{2}\left(6+\dfrac{3}{a}\right)=9+\dfrac{9}{2a}$

이때 삼각형의 넓이가 12이므로

$9+\dfrac{9}{2a}=12$, $\dfrac{9}{2a}=3 \qquad \therefore a=\dfrac{3}{2}$

$\therefore a+b=\dfrac{3}{2}+3=\dfrac{9}{2}$

②

10 일차함수와 그 그래프 (2)

Step 1. 개념 다지기

10-1 일차함수 $y=ax+b$의 그래프의 성질

답 ❶ 그래프의 모양 ❷ 증가 ❸ 감소 ❹ y축 ❺ 양 ❻ 양수 ❼ 음 ❽ 음수

기본연습 1

(1) 일차함수 $y=5x-3$의 그래프의 기울기가 5이므로 오른쪽 위로 향하는 직선이다. 또한, y절편이 -3이므로 y축과 음의 부분에서 만난다.

(2) 일차함수 $y=-\frac{1}{2}x+4$의 그래프의 기울기가 $-\frac{1}{2}$이므로 오른쪽 아래로 향하는 직선이다. 또한, y절편이 4이므로 y축과 양의 부분에서 만난다.

답 (1) 5, 위, -3, 음 (2) $-\frac{1}{2}$, 아래, 4, 양

연습 1

(1) 기울기는 음수, y절편은 양수이므로 $a<0$, $b>0$

(2) 기울기는 양수, y절편은 음수이므로 $a>0$, $b<0$

답 (1) $a<0$, $b>0$ (2) $a>0$, $b<0$

10-2 일차함수의 그래프의 평행, 일치

답 ❶ 평행 ❷ 일치

기본연습 2

(1) 두 일차함수의 그래프가 일치하므로

$a=-3$, $b=2$

(2) 두 일차함수의 그래프가 일치하므로

$-a=-\frac{1}{4}$ $\therefore a=\frac{1}{4}$

$b=\frac{3}{2}$

답 (1) $a=-3$, $b=2$ (2) $a=\frac{1}{4}$, $b=\frac{3}{2}$

연습 2

ㄷ. $y=2-\frac{1}{2}x$에서 $y=-\frac{1}{2}x+2$

ㄱ과 ㄷ의 그래프의 기울기는 $-\frac{1}{2}$로 같고 y절편은 서로 다르므로 ㄱ과 ㄷ의 그래프는 평행하다.

답 ㄱ과 ㄷ

10-3 기울기와 y절편을 알 때, 일차함수의 식 구하기

답 ❶ $y=ax+b$

기본연습 3

(2) $y=3x$의 그래프와 평행한 직선은 기울기가 3이므로 기울기가 3, y절편이 2인 직선을 나타내는 일차함수의 식은 $y=3x+2$

답 (1) $y=-2x+3$ (2) $y=3x+2$

연습 3

(기울기)$=\frac{-1}{1}=-1$이고 y절편은 3이므로 주어진 직선을 나타내는 일차함수의 식은 $y=-x+3$

답 $y=-x+3$

10-4 기울기와 한 점의 좌표를 알 때, 일차함수의 식 구하기

답 ❶ $y=ax+b$ ❷ x_1 ❸ y_1

기본연습 4

(1) 기울기가 1이므로 구하는 일차함수의 식을 $y=x+b$라 하자.

이 직선이 점 $(2, 1)$을 지나므로 $1=2+b$, $b=-1$ $\therefore y=x-1$

(2) $y=-2x$의 그래프와 평행한 직선의 기울기는 -2이므로 구하는 일차함수의 식을 $y=-2x+b$라 하자.

이 직선이 점 $(3, 2)$를 지나므로 $2=-2\times3+b$, $2=-6+b$, $b=8$

$\therefore y=-2x+8$

답 (1) $y=x-1$ (2) $y=-2x+8$

연습 4

주어진 직선에서 (기울기)$=\frac{2}{1}=2$이므로 구하는 일차함수의 식을 $y=2x+b$라 하자.

이 직선이 점 $(2, 2)$를 지나므로 $2=2\times2+b$

$2=4+b$, $b=-2$ $\therefore y=2x-2$

답 $y=2x-2$

10-5 두 점의 좌표를 알 때, 일차함수의 식 구하기

답 ❶ $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ ❷ $\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}$ ❸ 두 점의 좌표

기본연습 5

(1) 주어진 직선에서 (기울기)$=\frac{-3-0}{2-(-1)}=\frac{-3}{2+1}=\frac{-3}{3}=-1$이므로 구하는 일차함수의 식을 $y=-x+b$라 하자. 이 직선이 점 $(-1, 0)$을 지나므로

$0=-(-1)+b$, $0=1+b$, $b=-1$ $\therefore y=-x-1$

(2) 주어진 직선의 x절편이 4, y절편이 2이므로 직선은 두 점 $(4, 0)$, $(0, 2)$를 지난다. (기울기)$=\frac{2-0}{0-4}=\frac{2}{-4}=-\frac{1}{2}$이므로 구하는 일차함수의 식을 $y=-\frac{1}{2}x+b$라 하자. 이 직선이 점 $(4, 0)$을 지나므로

$0=-\frac{1}{2}\times4+b$, $0=-2+b$, $b=2$

$\therefore y=-\frac{1}{2}x+2$

답 (1) $y=-x-1$ (2) $y=-\frac{1}{2}x+2$

연습 5

주어진 직선이 두 점 $(1, 3)$, $(5, 5)$를 지나므로

(기울기)$=\frac{5-3}{5-1}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$이다. 구하는 일차함수의 식을 $y=\frac{1}{2}x+b$라 하면 이 직선이 점 $(1, 3)$을 지나므로

$3=\frac{1}{2}\times1+b$, $3=\frac{1}{2}+b$, $b=\frac{5}{2}$

$\therefore y=\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$

답 $y=\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$

10-6 일차함수를 활용한 문제 해결

기본연습 6

(1) y를 x에 대한 일차함수라 하면,

x의 값이 1만큼 증가할 때 y의 값은 4만큼 증가하므로 기울기는 4이다.

$x=0$일 때 $y=6$이므로 y절편은 6이다.

따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=4x+6$

(2) y를 x에 대한 일차함수라 하면,

x의 값이 1만큼 증가할 때 y의 값은 2만큼 감소하므로 기울기는 -2이다.

$x=0$일 때 $y=12$이므로 y절편은 12이다.

따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=-2x+12$

답 (1) $y=4x+6$ (2) $y=-2x+12$

연습 6

x년 후의 2학년 학생 수를 y명이라 하면 올해 2학년 학생 수는 250명이고 1년이 지날 때마다 8명씩 줄어들므로

$y=-8x+250$

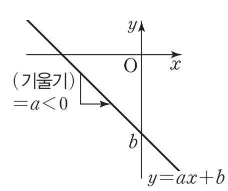
위의 식에 $x=7$을 대입하면

$y=-8\times7+250=-56+250=194$ 답 194명

Step 2. 대표 문제로 접근하기

01	$a<0$, $b<0$			02	①	03	⑤	04	②
05	2	06	14	07	⑤	08	③	09	5
10	-3	11	④	12	$y=\frac{1}{3}x-7$			13	④
14	②	15	④	16	②	17	②	18	10
19	12분	20	②	21	$y=1800-150x$, 450 m				
22	43초	23	6초	24	③	25	30분	26	27개
27	40분	28	12분	29	③	30	⑤		

유제 01 일차함수 $y=ax+b$의 그래프는 제1사분면을 지나지 않으므로 그래프가 오른쪽 그림과 같아야 한다.



그래프가 오른쪽 아래로 향하므로

(기울기)$=a<0$

이때, $ab\neq0$이므로 $b\neq0$

따라서 그래프가 y축과 x축보다 아래에서 만나므로

(y절편)$=b<0$ 답 $a<0$, $b<0$

유제 02 일차함수 $y=ax-b$의 그래프는 오른쪽 위로 향하는 직선이므로 기울기 a는 양수이다.

기울기 a의 절댓값이 $y=2x-b$의 그래프의 기울기의 절댓값보다 작고, $y=\frac{1}{2}x-b$의 그래프의 기울기의 절댓값보다 커야 하므로

$\frac{1}{2}<a<2$

또한 $-b<0$이므로 $b>0$ 답 ①

유제 03 두 일차함수 $y=ax+7$과 $y=3x-5$의 그래프가 평행하므로 기울기는 서로 같다. $\therefore a=3$

일차함수 $y=3x+7$의 그래프가 점 $(p, -2)$를 지나므로

$y=3x+7$에 $x=p$, $y=-2$를 대입하면

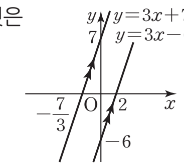
$-2=3p+7$ $\therefore p=-3$

$\therefore a+p=3+(-3)=0$ 답 ⑤

유제 04 주어진 일차함수의 그래프는 두 점 $(0, -6)$, $(2, 0)$을 지나므로 일차함수의 그래프의 기울기는

$\frac{0-(-6)}{2-0}=\frac{6}{2}=3$

이때 일차함수의 그래프 중 기울기가 3인 것은 $y=3x+7$이므로 주어진 그림의 그래프와 서로 평행한 것은 ②이다.



답 ②

유제 05 일차함수 $y=-3x+a$의 그래프를 y축의 방향으로 5만큼 평행이동하면

$y=-3x+a+5$

이때 $y=-3x+a+5$와 $y=bx+1$이 같아야 하므로

$a+5=1$ $\therefore a=-4$

$b=-3$

$\therefore a-2b=-4-2\times(-3)=-4+6=2$ 답 2

유제 06 일차함수 $y=ax+b$의 그래프를 y축의 방향으로 -2만큼 평행이동하면

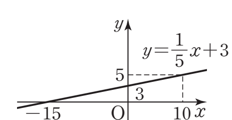
$y=ax+b-2$

이때 $y=ax+b-2$가 $y=7x+5$와 같아야 하므로

$a=7$, $b-2=5$에서 $b=7$

$\therefore a+b=7+7=14$ 답 14

유제 07 일차함수 $y=\frac{1}{5}x+3$의 그래프는 다음과 같다.



① 일차함수 $y=\frac{1}{5}x+3$에 $x=10$을 대입하면

$y=\frac{1}{5}\times10+3=2+3=5$

따라서 일차함수 $y=\frac{1}{5}x+3$의 그래프는 점 $(10, 5)$를 지난다.

② 제1, 2, 3사분면을 지난다.

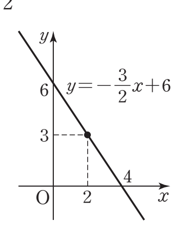
③ 일차함수 $y=\frac{1}{5}x+3$의 그래프는 점 $(0, 3)$을 지나므로 y축과 양의 부분에서 만난다.

④ 오른쪽 위로 향하는 직선이다.

⑤ 일차함수 $y=\frac{1}{5}x+3$의 그래프는 x의 값이 1만큼 증가할 때 y의 값은 $\frac{1}{5}$만큼 증가한다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

유제 08 일차함수 $y=-\frac{3}{2}x+6$의 그래프는 다음과 같다.



ㄱ. $y=-\frac{3}{2}x+6$에 $x=2$를 대입하면

$y=-\frac{3}{2}\times2+6=3$

따라서 일차함수 $y=-\frac{3}{2}x+6$의 그래프는 점 $(2, 3)$을 지난다.

ㄴ. 제3사분면을 지나지 않는다.

ㄷ. 일차함수 $y=-\frac{3}{2}x+6$의 그래프는 x의 값이 10만큼 증가할 때 y의 값은 15만큼 감소한다.

따라서 옳은 것을 모두 고른 것은 ㄱ, ㄴ이다. 답 ③

유제 09 일차함수 $y=-x-7$의 그래프의 기울기가 -1로 음수이므로 x의 값이 증가할수록 y의 값은 감소한다.

따라서 $x=-2$일 때 함숫값이 최대이고,

$x=3$일 때 함숫값이 최소이다.

일차함수 $y=-x-7$에 $x=-2$를 대입하면

$y=-(-2)-7=-5$

일차함수 $y=-x-7$에 $x=3$을 대입하면

$y=-3-7=-10$

따라서 $-2\le x\le 3$에서 일차함수 $y=-x-7$의 함숫값의 범위는 $-10\le y\le -5$이므로

$a=-10$, $b=-5$

$\therefore b-a=-5-(-10)=5$ 답 5

유제 10 일차함수 $y=-2x+2$의 그래프의 기울기가 -2로 음수이므로 x의 값이 증가할수록 y의 값은 감소한다.

따라서 $x=a$일 때 함숫값이 최대인 8이고,

$x=1$일 때 함숫값이 최소인 b이다.

일차함수 $y=-2x+2$에 $x=a$, $y=8$을 대입하면

$8=(-2)\times a+2$, $-2a=6$ $\quad\therefore a=-3$

일차함수 $y=-2x+2$에 $x=1$, $y=b$를 대입하면

$b=(-2)\times 1+2=0$

$\therefore a+3b=-3+3\times 0=-3$ 답 -3

유제 11 직선이 두 점 $(0, -2)$, $(6, 0)$을 지나므로 직선의 기울기는

$\frac{0-(-2)}{6-0}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

따라서 기울기가 $\frac{1}{3}$이고, y절편이 2인 직선을 나타내는 일차함수의 식은 $y=\frac{1}{3}x+2$ 답 ④

유제 12 구하는 직선은 직선 $y=-\frac{1}{4}x-7$과 y축에서 만나므로 y절편이 서로 같다.

따라서 y절편이 -7이고, 기울기가 $\frac{1}{3}$인 직선을 나타내는 일차함수의 식은 $y=\frac{1}{3}x-7$ 답 $y=\frac{1}{3}x-7$

유제 13 x의 값이 4만큼 증가할 때 y의 값이 3만큼 증가하므로 구하는 직선의 기울기는 $\frac{3}{4}$이다. 이 일차함수의 식을 $y=\frac{3}{4}x+k$라 하면 이 직선이 점 $(2, 1)$을 지나므로 $1=\frac{3}{4}\times 2+k$, $1=\frac{3}{2}+k$

$\therefore k=-\frac{1}{2}$

따라서 구하는 직선을 나타내는 일차함수의 식은

$y=\frac{3}{4}x-\frac{1}{2}$ 답 ④

유제 14 직선 $y=-\frac{1}{2}x+1$과 평행한 직선의 기울기는 $-\frac{1}{2}$이다.

기울기가 $-\frac{1}{2}$이고, y절편이 k인 직선을 나타내는 일차함수의 식은 $y=-\frac{1}{2}x+k$이고, 이 직선이 점 $(8, 1)$을 지나므로

$1=-\frac{1}{2}\times 8+k$, $1=-4+k$ $\quad\therefore k=5$ 답 ②

유제 15 두 점 $(2, 1)$, $(3, 4)$를 지나므로

$(\text{직선의 기울기})=\frac{4-1}{3-2}=\frac{3}{1}=3$

따라서 이 일차함수의 식을 $y=3x+k$라 하자.

이 직선이 점 $(2, 1)$을 지나므로 $1=3\times 2+k$ $\quad\therefore k=-5$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=3x-5$ 답 ④

유제 16 일차함수의 그래프가 두 점 $(-2, -10)$, $(1, 2)$를 지나므로

$a=\frac{2-(-10)}{1-(-2)}=\frac{12}{3}=4$

이때 그래프의 y절편이 b이므로 일차함수의 식은 $y=4x+b$이고,

이 그래프가 점 $(1, 2)$를 지나므로

$2=4\times 1+b$, $b=-2$

$\therefore a+b=4+(-2)=2$ 답 ②

유제 17 주어진 일차함수의 그래프의 x절편은 -4, y절편은 2이므로 이 그래프는 두 점 $(-4, 0)$, $(0, 2)$를 지난다. 이 일차함수의 식을 $y=ax+b$라 하면

$a=\frac{2-0}{0-(-4)}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$, $b=2$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=\frac{1}{2}x+2$ 답 ②

유제 18 주어진 일차함수의 그래프의 x절편이 3, y절편이 -5이므로 이 그래프는 두 점 $(3, 0)$, $(0, -5)$를 지난다.

$(\text{직선의 기울기})=\frac{-5-0}{0-3}=\frac{-5}{-3}=\frac{5}{3}$이고, y절편이 -5이므로

이 일차함수의 식은 $y=\frac{5}{3}x-5$

따라서 $a=\frac{5}{3}$, $b=-5$이므로

$3a-b=3\times\frac{5}{3}-(-5)=10$ 답 10

유제 19 쇠구슬의 온도가 5분 동안 125℃가 내려갔으므로

1분 동안 내려간 온도는 $\frac{125}{5}=25(℃)$이다.

600℃의 쇠구슬을 실온에 두고 나서 x분 후의 쇠구슬의 온도를 y℃라 할 때,

$y=-25x+600$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

$y=300$을 ㉠에 대입하면

$300=-25x+600$ $\quad\therefore x=12$

따라서 쇠구슬을 실온에 두고 나서 12분 후에 쇠구슬의 온도가 300℃가 된다. 답 12분

유제 20 욕조에서 1분에 4 L씩 물을 빼내고 있으므로 76 L의 물이 들어 있는 욕조에서 물을 빼낸 지 x분 후의 물의 양을 y L라 하면

$y=-4x+76$ $\cdots\cdots$ ㉠

이 성립한다.

욕조를 다 비울 때까지 걸리는 시간을 구하기 위해

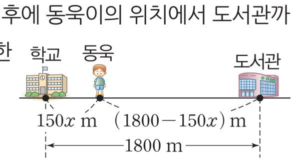
㉠에 $y=0$을 대입하면

$0=-4x+76$ $\quad\therefore x=19$

따라서 욕조를 다 비울 때까지 19분이 걸린다. 답 ②

유제 21 동욱이가 출발한 지 x분 후의 위치에서 도서관까지 남은 거리가 y m이므로 $y=1800-150x$

동욱이가 학교를 출발한 지 9분 후에 동욱이의 위치에서 도서관까지 남은 거리를 구하기 위해 구한 식에 $x=9$를 대입하면



$y=1800-150\times 9$

$=1800-1350=450$

따라서 구하는 거리는 $450\,\mathrm{m}$이다.

답 $y=1800-150x$, $450\,\mathrm{m}$

유제 22 엘리베이터가 24층에서 출발하므로 처음 지면으로부터 엘리베이터 바닥까지의 높이는 $96\,\mathrm{m}$이다.
이후 초속 $2\,\mathrm{m}$로 내려가므로 출발한 지 t초 후의 지면으로부터 엘리베이터 바닥까지의 높이를 $h\,\mathrm{m}$라 하면
$h=96-2t$ ······ ㉠
이때 지면으로부터 엘리베이터 바닥까지의 높이가 $10\,\mathrm{m}$가 되는 순간을 구하기 위하여 ㉠에 $h=10$을 대입하면
$10=96-2t$
$-2t=10-96=-86$
$\therefore t=\frac{-86}{-2}=43$

답 43초

유제 23 점 P는 매초 $2\,\mathrm{cm}$의 속력으로 움직이므로 점 P가 꼭짓점 A를 출발한 지 x초 후의 $\overline{\mathrm{AP}}$의 길이는 $2x\,\mathrm{cm}$이고,
$\overline{\mathrm{PD}}$의 길이는 $(20-2x)\,\mathrm{cm}$이다.
이때의 사각형 PBCD의 넓이를 $y\,\mathrm{cm}^2$라 하면
$y=\frac{1}{2}\times\{(20-2x)+20\}\times15=300-15x$
이 식에 $y=210$을 대입하면 $210=300-15x$
$15x=90$ $\quad\therefore x=6$
따라서 사각형 PBCD의 넓이가 $210\,\mathrm{cm}^2$가 되는 것은 점 P가 꼭짓점 A를 출발한 지 6초 후이다.

답 6초

유제 24 점 P는 매초 $1.5\,\mathrm{cm}\left(=\frac{3}{2}\,\mathrm{cm}\right)$의 속력으로 움직이므로 점 P가 꼭짓점 B를 출발한 지 x초 후의 $\overline{\mathrm{BP}}$의 길이는 $\frac{3}{2}x\,\mathrm{cm}$이다.
이때의 삼각형 BPD의 넓이를 $y\,\mathrm{cm}^2$라 하면
$y=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}x\times12=9x$
이 식에 $y=63$을 대입하면 $63=9x$ $\quad\therefore x=7$
따라서 삼각형 BPD의 넓이가 $63\,\mathrm{cm}^2$가 되는 것은 점 P가 꼭짓점 B를 출발한 지 7초 후이다.

답 ③

유제 25 현원이가 20분 동안 뛰어서 소모한 칼로리의 양이
$240-100=140(\mathrm{kcal})$이므로
1분 동안 소모한 칼로리의 양은 $\frac{140}{20}=7(\mathrm{kcal})$이다.
현원이가 총 칼로리 소모량이 $240\,\mathrm{kcal}$임을 확인하고 나서 x분 뛰었을 때 총 칼로리 소모량을 $y\,\mathrm{kcal}$라 하면
$y=7x+240$
이 식에 $y=450$을 대입하면 $450=7x+240$
$7x=210$ $\quad\therefore x=30$
따라서 총 칼로리 소모량이 $450\,\mathrm{kcal}$가 되려면 현원이는 30분 더 뛰어야 한다.

답 30분

유제 26 처음 정삼각형 1개를 만들기 위해서는 3개의 성냥개비가 필요하고, 그 뒤로 정삼각형 1개를 연결하여 만들 때마다 2개의 성냥개비가 필요하다.
따라서 정삼각형 x개를 만들기 위해서 필요한 성냥개비의 개수를 y라 하면
$y=3+2(x-1)=2x+1$
이 식에 $x=13$을 대입하면
$y=2\times13+1=27$
따라서 정삼각형 13개를 만들기 위해서 27개의 성냥개비가 필요하다.

답 27개

유제 27 주어진 그래프가 두 점 $(0, 3000)$, $(60, 12000)$을 지나므로
y절편은 3000, 그래프의 기울기는 $\frac{12000-3000}{60-0}=\frac{9000}{60}=150$
$\therefore y=150x+3000$
이 식에 $y=9000$을 대입하면
$9000=150x+3000$, $150x=6000$ $\quad\therefore x=40$
따라서 택시에 승차하고 40분 후에 내리면 9000원을 지불해야 한다.

답 40분

유제 28 주어진 그래프가 두 점 $(0, 800)$, $(16, 0)$을 지나므로
y절편은 800, 그래프의 기울기는 $\frac{0-800}{16-0}=\frac{-800}{16}=-50$
$\therefore y=-50x+800$ ······ ㉠
수현이가 걸은 거리가 수현이와 학교 사이의 거리의 3배가 될 때 수현이와 학교 사이의 거리를 $a\,\mathrm{m}$라 하면
$800-a=3a$, $4a=800$ $\quad\therefore a=200$
$y=200$을 ㉠에 대입하면 $200=-50x+800$
$50x=600$ $\quad\therefore x=12$
따라서 수현이가 걸은 거리가 수현이와 학교 사이의 거리의 3배가 되는 것은 출발하고 나서 12분 후이다.

답 12분

유제 29 지면에서 $100\,\mathrm{m}$씩 높아질 때마다 기온이 $0.6\,℃$씩 내려가므로
$1\,\mathrm{m}$씩 높아질 때마다 기온은 $\frac{1}{100}\times0.6=0.006(℃)$씩 내려간다.
따라서 지면으로부터 높이가 $x\,\mathrm{m}$인 지점의 기온을 $y\,℃$라 하면
$y=-0.006x+15\ (0\le x\le10000)$
기온이 $-6\,℃$인 지점의 지면으로부터의 높이를 구하기 위해 $y=-6$을 대입하면
$-6=-0.006x+15$, $\frac{6}{1000}x=21$
$\therefore x=21\times\frac{1000}{6}=3500$
따라서 기온이 $-6\,℃$인 지점의 지면으로부터의 높이는 $3500\,\mathrm{m}$이다.

답 ③

유제 30 두 점 $(-1, -3)$, $(3, 5)$를 지나는 직선을 나타내는 일차함수의 식을 $y=ax+b$라 하면
$a=\frac{5-(-3)}{3-(-1)}=\frac{5+3}{3+1}=\frac{8}{4}=2$
즉, 직선 $y=2x+b$가 점 $(-1, -3)$을 지나므로
$-3=2\times(-1)+b=-2+b$ $\quad\therefore b=-1$
따라서 주어진 일차함수의 식은 $y=2x-1$이므로
이 직선을 y축의 방향으로 5만큼 평행이동한 직선을 나타내는 일차함수의 식은 $y=2x-1+5$,
즉 $y=2x+4$이므로 구하는 y절편은 4이다.

답 ⑤

Step 3. 단원 마무리하기

01	$a<0$, $b<0$			02	⑤	03	②	04	-6
05	③	06	③	07	②	08	④	09	②
10	④	11	24	12	③	13	8	14	⑤
15	6	16	18분	17	⑤	18	12분	19	③
20	②								

01 주어진 일차함수 $y=-\frac{1}{a}x+ab$의 그래프의 기울기와 y절편이 모두 양수이므로

(기울기)$=-\frac{1}{a}>0$에서 $a<0$

(y절편)$=ab>0$이고 $a<0$이므로 $b<0$ 답 $a<0,\ b<0$

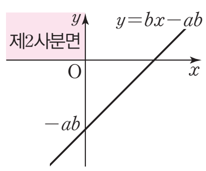
02 일차함수의 그래프의 기울기는 그 절댓값이 작을수록 x축에 가깝다.
주어진 조건을 모두 만족시키는 일차함수를 $y=ax+b$라 할 때
조건 (가)에서 일차함수의 그래프의 기울기는 양수이므로 $a>0$

조건 (나)에서 $a<\left|-\frac{2}{5}\right|$ $\quad\therefore a<\frac{2}{5}$

따라서 $0<a<\frac{2}{5}$를 만족시키는 일차함수의 식은

⑤ $y=\frac{1}{5}x+3$ 답 ⑤

03 주어진 일차함수 $y=ax-b$의 그래프의 기울기는 양수이고, y절편은 음수이므로 (기울기)$=a>0$, (y절편)$=-b<0$에서 $b>0$
따라서 일차함수 $y=bx-ab$에서 $-ab<0$이므로 그래프를 좌표평면에 나타내면 다음과 같다.



그러므로 일차함수 $y=bx-ab$의 그래프는 제2사분면을 지나지 않는다.
답 ②

04 두 점 $(-2,\ 4)$, $(k,\ 2)$를 지나는 직선의 기울기는

$\frac{2-4}{k-(-2)}=\frac{-2}{k+2}$

이 직선이 일차함수 $y=\frac{1}{2}x-5$의 그래프와 평행하므로

기울기는 $\frac{1}{2}$로 서로 같아야 한다.

즉, $\frac{-2}{k+2}=\frac{1}{2}$에서 $k+2=-4$

$\therefore k=-6$ 답 -6

05 주어진 일차함수의 그래프는 두 점 $(5,\ 0)$, $(0,\ -4)$를 지나므로

(기울기)$=\frac{0-(-4)}{5-0}=\frac{4}{5}$

(y절편)$=-4$

$\therefore y=\frac{4}{5}x-4$

따라서 직선 $y=\frac{4}{5}x-4$와 평행한 일차함수의 그래프는

기울기가 $\frac{4}{5}$이고, y절편은 -4가 아니어야 하므로

③ $y=\frac{4}{5}x-3$이다. 답 ③

06 주어진 직선의 x절편이 3이고 y절편이 -4이므로
두 점 $(3,\ 0)$, $(0,\ -4)$를 지난다.
이 일차함수의 식을 $y=ax+b$라 하면

$a=\frac{-4-0}{0-3}=\frac{-4}{-3}=\frac{4}{3}$, $b=-4$

따라서 구하는 직선을 나타내는 일차함수의 식은 $y=\frac{4}{3}x-4$ 답 ③

07 일차함수 $y=ax+b$의 그래프는 일차함수 $y=2x-7$의 그래프와 평행하므로 기울기는 $a=2$

일차함수 $y=ax+b$의 그래프는 일차함수 $y=-\frac{1}{4}x-3$의 그래프와 y축에서 만나므로 두 그래프의 y절편은 서로 같다. 즉, $b=-3$

$\therefore a+b=2-3=-1$ 답 ②

08 기울기가 3인 직선을 나타내는 일차함수의 식을 $y=3x+k$라 하자.
이 직선이 점 $(-2,\ -1)$을 지나므로

$-1=-6+k$ $\quad\therefore k=5$

따라서 직선 $y=3x+5$에 $y=0$을 대입하면

$0=3x+5$ $\quad\therefore x=-\frac{5}{3}$

즉, 주어진 직선의 x절편은 $-\frac{5}{3}$이다. 답 ④

09 주어진 직선이 두 점 $(-1,\ 1)$, $(0,\ 3)$을 지나므로 y절편은 3이고, 기울기는 $\frac{3-1}{0-(-1)}=2$이다.

즉, 주어진 직선을 나타내는 일차함수의 식은 $y=2x+3$이므로
$y=0$을 대입하면

$0=2x+3$ $\quad\therefore x=-\frac{3}{2}$

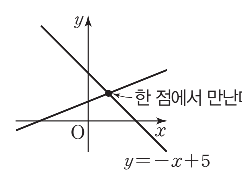
따라서 직선 $y=2x+3$의 x절편은 $-\frac{3}{2}$이다. 답 ②

10 ① x절편은 -5, y절편은 2이다.

② 주어진 그래프의 기울기는 $\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}=\frac{2}{5}$로

$y=\frac{2}{5}x$의 그래프의 기울기와 같으므로 두 일차함수의 그래프는 서로 평행하다.

③ $y=-x+5$의 그래프의 기울기는 -1로 주어진 일차함수의 그래프와 평행하지 않으므로 한 점에서 만난다.



④ x의 값이 2만큼 증가하면 y의 값은

$\frac{2}{5}\times 2=\frac{4}{5}$만큼 증가한다.

⑤ 주어진 그래프의 y절편이 2이므로 y축의 방향으로 -2만큼 평행이동하면 원점을 지난다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

11 조건 (가)에서 두 일차함수 $y=-4x+3$과 $y=ax+2a$의 그래프가 평행하므로 기울기를 비교하면

$a=-4$

조건 (나)에서 두 일차함수 $y=3x+2a+6$과 $y=3x+b+4$의 그래프가 일치하고, 기울기가 같으므로 상수항을 비교하면

$2a+6=b+4$, $-2=b+4$ $\quad\therefore b=-6$

$\therefore ab=(-4)\times(-6)=24$ 답 24

12 일차함수 $y=5x-4$의 그래프를 y축의 방향으로 7만큼 평행이동하면

$y=5x-4+7$ $\quad\therefore y=5x+3$

① 일차함수 $y=5x+3$에 $y=0$을 대입하면

$0=5x+3$ $\quad\therefore x=-\frac{3}{5}$

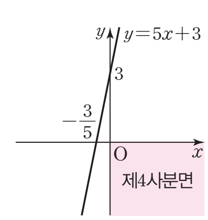
따라서 일차함수 $y=5x+3$의 그래프의 x절편은 $-\frac{3}{5}$이다.

② 일차함수 $y=5x+3$에 $x=0$을 대입하면

$y=5\times 0+3=3$

따라서 점 $(0,\ 0)$을 지나지 않는다.

③ 일차함수 $y=5x+3$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제4사분면을 지나지 않는다.



④ $y=5x+3$의 그래프의 기울기는 5, $y=-5x+3$의 그래프의 기울기는 -5이므로 두 일차함수의 기울기가 다르다.
그러므로 두 일차함수의 그래프는 평행하지 않다.
⑤ x의 값이 1만큼 증가하면 y의 값은 $5\times1=5$만큼 증가한다.
따라서 옳은 것은 ③이다.
답 ③

13 주어진 일차함수의 그래프가 두 점 $(-3, 2)$, $(-1, -2)$를 지나므로 이 일차함수의 식을 $y=mx+n$이라 하면

$m=\dfrac{-2-2}{-1-(-3)}=\dfrac{-4}{-1+3}=\dfrac{-4}{2}=-2$

직선 $y=-2x+n$이 점 $(-3, 2)$를 지나므로

$2=(-2)\times(-3)+n=6+n \quad \therefore n=-4$

따라서 주어진 일차함수는 $y=-2x-4$이므로

$x=0$을 대입하면 $y=-4$, $y=0$을 대입하면 $x=-2$

즉, 이 그래프의 x절편은 -2, y절편은 -4이므로 $a=-2$, $b=-4$

$\therefore ab=(-2)\times(-4)=8$
답 8

14 주어진 일차함수의 그래프가 두 점 $(-2, -1)$, $(0, 3)$을 지나는 직선과 평행하므로

$(\text{기울기})=\dfrac{3-(-1)}{0-(-2)}=\dfrac{3+1}{0+2}=\dfrac{4}{2}=2$

따라서 구하는 일차함수의 식을 $y=2x+b$라 하자.

이 그래프가 점 $(-3, -5)$를 지나므로

$-5=2\times(-3)+b \quad \therefore b=1$

따라서 $y=2x+1$의 그래프가 점 $(k, k+2)$를 지나므로

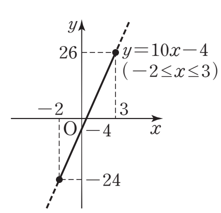
$k+2=2k+1 \quad \therefore k=1$
답 ⑤

15 두 일차함수 $y=ax+b$와 $y=10x+7$의 그래프가 평행하므로 기울기가 같다.

$\therefore a=10$

$(\text{기울기})>0$이므로 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가해야 한다.

따라서 $x=-2$일 때 함숫값은 $y=-24$, $x=3$일 때 함숫값은 $y=26$이어야 한다.



일차함수 $y=10x+b$에 $x=-2$, $y=-24$를 대입하면

$-24=10\times(-2)+b=-20+b$

$\therefore b=20-24=-4$

$\therefore a+b=10+(-4)=6$
답 6

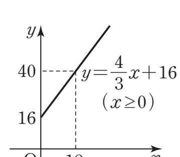
16 실린더에 모래를 넣으면 3분에 4 cm씩 높이가 올라가므로 1분에 $\dfrac{4}{3}$ cm씩 높이가 올라간다.

따라서 모래의 높이가 16 cm인 실린더에 모래를 x분 동안 넣은 후의 모래의 높이를 y cm라 하면

$y=\dfrac{4}{3}x+16$ …… ㉠

이 성립한다.

모래의 높이가 40 cm가 될 때를 구하기 위해 ㉠에 $y=40$을 대입하면



$40=\dfrac{4}{3}x+16$, $\dfrac{4}{3}x=24$

$\therefore x=18$

따라서 모래의 높이가 40 cm가 되려면 실린더에 모래를 18분 동안 넣어야 한다.
답 18분

17 물탱크에 15분에 30 L씩 물을 넣으므로 1분에 $\dfrac{30}{15}=2(\text{L})$씩 물을 넣는다.

따라서 70 L의 물이 들어 있는 물탱크에 물을 넣기 시작한 지 x분 후의 물탱크의 물의 양을 y L라 하면

$y=2x+70$ …… ㉠

이때 물탱크에는 200 L의 물을 담을 수 있으므로

㉠에 $y=200$을 대입하면

$200=2x+70$, $2x=130 \quad \therefore x=65$

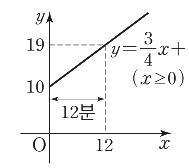
따라서 물탱크를 가득 채우는 데 65분이 걸린다.
답 ⑤

18 마당에 놓은 물의 온도는 8분이 지날 때마다 6 ℃씩 올라가므로 1분마다 물의 온도는 $\dfrac{6}{8}=\dfrac{3}{4}$(℃)씩 올라간다.

따라서 마당에 놓은 지 x분 후의 물의 온도를 y ℃라 하면

$y=\dfrac{3}{4}x+10$

물의 온도가 19 ℃일 때의 시간을 구하기 위해 $y=19$를 대입하면



$19=\dfrac{3}{4}x+10$, $\dfrac{3}{4}x=9$

$\therefore x=12$

따라서 물의 온도가 19 ℃가 되는 것은 마당에 물을 놓아둔 지 12분 후이다.
답 12분

19 고도를 h, 압력을 P라 하면

$P=1-0.01\times h$

고도가 36 km이면 $h=36$이므로

$P=1-0.01\times36=1-0.36$

$=0.64$
답 ③

20 주어진 그래프가 두 점 $(0, 24)$, $(10, -36)$을 지나는 직선이므로 기울기는 $\dfrac{-36-24}{10-0}=-\dfrac{60}{10}=-6$, y절편은 24이다.

따라서 직선을 나타내는 일차함수의 식은 $y=-6x+24$이므로

$y=0$을 대입하면 $0=-6x+24 \quad \therefore x=4$

따라서 기온이 0 ℃일 때 해발 고도는 4 km이다.
답 ②

11 일차함수와 일차방정식의 관계

Step 1. 개념 다지기

11-1 일차함수와 일차방정식

답 ❶ $y=-\dfrac{a}{b}x-\dfrac{c}{b}$

기본연습 1

(1) $2x-4y+6=0$에서 $4y=2x+6 \quad \therefore y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{3}{2}$

(2) $-10x+y-5=0 \quad \therefore y=10x+5$

(3) $3x-2y+4=0$에서 $2y=3x+4 \quad \therefore y=\dfrac{3}{2}x+2$

(4) $\dfrac{x}{3}-\dfrac{y}{2}-1=0$에서 $\dfrac{y}{2}=\dfrac{x}{3}-1 \quad \therefore y=\dfrac{2}{3}x-2$

답 (1) $y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{3}{2}$ (2) $y=10x+5$ (3) $y=\dfrac{3}{2}x+2$ (4) $y=\dfrac{2}{3}x-2$

연습 1

(1) $6x-3y-3=0$에서 $3y=6x-3$ $\quad\therefore y=2x-1$

따라서 기울기는 2, y절편은 -1이다.

(2) $x-2y+4=0$에서 $2y=x+4$ $\quad\therefore y=\frac{1}{2}x+2$

따라서 기울기는 $\frac{1}{2}$, y절편은 2이다.

(3) $-2x-3y-4=0$에서 $3y=-2x-4$ $\quad\therefore y=-\frac{2}{3}x-\frac{4}{3}$

따라서 기울기는 $-\frac{2}{3}$, y절편은 $-\frac{4}{3}$이다.

답 (1) $2, -1$ (2) $\frac{1}{2}, 2$ (3) $-\frac{2}{3}, -\frac{4}{3}$

11-2 직선의 방정식

답 ❶ 직선의 방정식

기본연습 2

(4) $x-2y-3=2(2-y)$에서 $x-2y-3=4-2y$ $\quad\therefore x=7$

따라서 함수가 아니다. 답 (1) × (2) ○ (3) ○ (4) ×

연습 2

$ax+by+c=0$이 함수이므로 $b\neq 0$

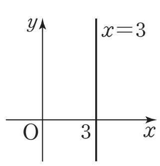
일차함수가 아니므로 $a=0$ 답 ③

11-3 일차방정식 $x=p$, $y=q$의 그래프

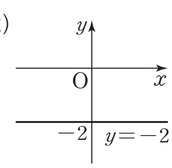
답 ❶ $(p, 0)$ ❷ y ❸ $(0, q)$ ❹ x

기본연습 3

답 (1)



(2)



연습 3 답 (1) $y=2$ (2) $x=2$ (3) $y=-1$

11-4 연립일차방정식의 해와 그래프

답 ❶ 교점의 좌표 ❷ (p, q)

기본연습 4

(1) 두 그래프의 교점의 좌표가 $(2, 2)$이므로 주어진 연립일차방정식의 해는 $x=2$, $y=2$이다.

(2) 두 그래프의 교점의 좌표가 $(3, -1)$이므로 주어진 연립일차방정식의 해는 $x=3$, $y=-1$이다. 답 (1) $x=2$, $y=2$ (2) $x=3$, $y=-1$

연습 4

두 일차방정식의 그래프의 교점의 좌표는 두 일차방정식으로 이루어진 연립일차방정식의 해와 같다.

(1) $x+y=2$에서 $y=2-x$이므로 $2x-y=1$에 대입하면

$2x-(2-x)=1$, $2x-2+x=1$, $3x=3$ $\quad\therefore x=1$

$x=1$을 $x+y=2$에 대입하면 $y=1$

따라서 교점의 좌표는 $(1, 1)$이다.

(2) $x+2y=-4$에서 $x=-2y-4$이므로 $3x-y=2$에 대입하면

$3(-2y-4)-y=2$, $-6y-12-y=2$, $-7y=14$ $\quad\therefore y=-2$

$y=-2$를 $x=-2y-4$에 대입하면 $x=-2\times(-2)-4=0$

따라서 교점의 좌표는 $(0, -2)$이다. 답 (1) $(1, 1)$ (2) $(0, -2)$

11-5 연립일차방정식의 해의 개수와 그래프의 위치 관계

답 ❶ 교점 ❷ 무수히 많다. ❸ 해가 없다. ❹ 기울기가 다르다.

기본연습 5

답 (1) 해가 없다. (2) 해가 무수히 많다.

연습 5

(1) $\frac{a}{2}\neq\frac{-1}{1}=-1$이므로 $a\neq-2$

(2) $\frac{a}{2}=\frac{-1}{1}\neq\frac{3}{-b}$이므로 $a=-2$, $b\neq 3$

(3) $\frac{a}{2}=\frac{-1}{1}=\frac{3}{-b}$이므로 $a=-2$, $b=3$

답 (1) $a\neq-2$ (2) $a=-2$, $b\neq3$ (3) $a=-2$, $b=3$

Step 2. 대표 문제로 접근하기

01	$\frac{3}{2}$	02	②	03	4	04	②	05	①
06	제1사분면			07	④	08	$\frac{1}{3}\leq a\leq 6$		
09	④	10	③	11	21	12	②	13	15
14	24	15	$x=2$, $y=3$			16	$(1, -4)$		
17	10	18	11	19	②	20	$y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$		
21	-8	22	10	23	②	24	6	25	①
26	④	27	12	28	$\frac{21}{2}$	29	$-\frac{1}{4}$	30	1
31	$\frac{20}{3}$분	32	80 m	33	③	34	⑤	35	③
36	⑤								

유제 01 $5x-2y-3=0$에서 $2y=5x-3$

$\therefore y=\frac{5}{2}x-\frac{3}{2}$ ⋯⋯ ㉠

일차방정식 $y=mx+n$의 그래프의 기울기가 m이므로 $a=\frac{5}{2}$

x절편이 b이므로 ㉠에 $x=b$, $y=0$을 대입하면

$0=\frac{5}{2}b-\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}b=\frac{3}{2}$

$\therefore b=\frac{3}{2}\times\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$

$\therefore ab=\frac{5}{2}\times\frac{3}{5}=\frac{3}{2}$ 답 $\frac{3}{2}$

유제 02 $4x-7y+14=0$에서

$7y=4x+14$

$\therefore y=\frac{4}{7}x+2$ 답 ②

유제 03 일차방정식 $px+3y+6=0$의 그래프가 점 $(-3, 0)$을 지나므로 $x=-3$, $y=0$을 대입하면

$p\times(-3)+3\times0+6=0$, $-3p+6=0$

$-3p=-6$ $\quad\therefore p=2$

$p=2$이므로 일차방정식 $px+3y+6=0$에서 $2x+3y+6=0$

일차방정식 $2x+3y+6=0$의 그래프가 점 $(0, q)$를 지나므로 $x=0$, $y=q$를 대입하면

$2\times0+3\times q+6=0$, $3q+6=0$

$3q=-6$ $\quad\therefore q=-2$

$\therefore -pq=-2\times(-2)=4$ 답 4

유제 04 일차방정식 $4ax-2y+2b=0$의 그래프가 점 $(0,\ 4)$를 지나므로 $x=0,\ y=4$를 대입하면 $4a\times0-2\times4+2b=0,\ -8+2b=0$

$2b=8 \qquad \therefore b=4$

일차방정식 $4ax-2y+2b=0$의 그래프가 점 $(-3,\ -2)$를 지나므로 $x=-3,\ y=-2,\ b=4$를 대입하면

$4a\times(-3)-2\times(-2)+2\times4=0,\ -12a+4+8=0$

$-12a=-12 \qquad \therefore a=1$

$\therefore a+b=1+4=5$

답 ②

유제 05 주어진 그래프는 y축에 평행하지 않으므로 $a\neq0$이다.

$x+ay+b=0$에서 $ay=-x-b \qquad \therefore y=-\frac{1}{a}x-\frac{b}{a}$

따라서 주어진 그래프의 기울기는 $-\frac{1}{a}$, y절편은 $-\frac{b}{a}$이고,

기울기와 y절편은 모두 음수이므로 $-\frac{1}{a}<0,\ -\frac{b}{a}<0$

이때 $-\frac{1}{a}<0$이므로 $a>0$이고 $-\frac{b}{a}<0$이므로 $b>0$이다.

따라서 옳은 것은 ①이다.

답 ①

유제 06 $ax+by-c=0$에서 $by=-ax+c$

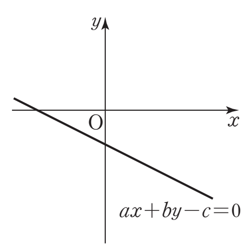
$\therefore y=-\frac{a}{b}x+\frac{c}{b}$

따라서 일차방정식 $ax+by-c=0$을 나타내는 그래프의 기울기는 $-\frac{a}{b}$, y절편은 $\frac{c}{b}$이다.

$a<0,\ b<0$이므로 $-\frac{a}{b}<0$

$b<0,\ c>0$이므로 $\frac{c}{b}<0$

따라서 일차방정식 $ax+by-c=0$을 나타내는 그래프의 기울기와 y절편이 모두 음수이므로 좌표평면에 그래프를 그리면 오른쪽 그림과 같다.



그러므로 그래프가 지나지 않는 사분면은 제1사분면이다.

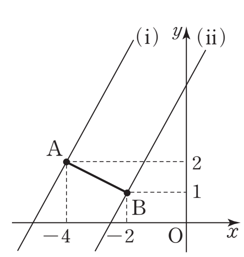
답 제1사분면

유제 07 직선 $y=\frac{7}{4}x+b$의 기울기는 b의 값에 관계없이 $\frac{7}{4}$로 일정하다.

(i) 직선 $y=\frac{7}{4}x+b$가 점 $\mathrm{A}(-4,\ 2)$를 지날 때

$y=\frac{7}{4}x+b$에 $x=-4$, $y=2$를 대입하면 $2=-7+b$

$\therefore b=9$



(ii) 직선 $y=\frac{7}{4}x+b$가 점 $\mathrm{B}(-2,\ 1)$을 지날 때

$y=\frac{7}{4}x+b$에 $x=-2,\ y=1$을 대입하면 $1=-\frac{7}{2}+b$

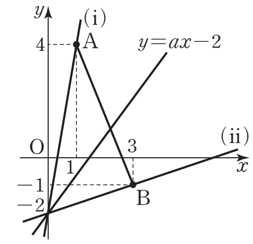
$\therefore b=\frac{9}{2}$

(i), (ii)에 의하여 직선 $y=\frac{7}{4}x+b$가 선분 AB와 만나지 않도록 하는 b의 값의 범위는 $b<\frac{9}{2},\ b>9$

즉, $m=\frac{9}{2},\ n=9$이므로 $2(n-m)=2\times\left(9-\frac{9}{2}\right)=9$

답 ④

유제 08 직선 $y=ax-2$의 y절편은 a의 값에 관계없이 -2로 일정하다.



(i) 직선 $y=ax-2$가 점 $\mathrm{A}(1,\ 4)$를 지날 때

$y=ax-2$에 $x=1,\ y=4$를 대입하면

$4=a-2 \qquad \therefore a=6$

(ii) 직선 $y=ax-2$가 점 $\mathrm{B}(3,\ -1)$을 지날 때

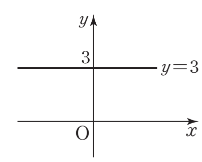
$y=ax-2$에 $x=3,\ y=-1$을 대입하면

$-1=3a-2,\ 3a=1 \qquad \therefore a=\frac{1}{3}$

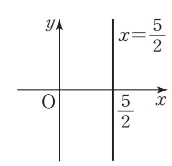
(i), (ii)에 의하여 직선 $y=ax-2$가 선분 AB와 만나도록 하는 a의 값의 범위는 $\frac{1}{3}\le a\le6$

답 $\frac{1}{3}\le a\le6$

유제 09 ① 직선 $y=3$은 x축에 평행하다.



② $2x=5$에서 $x=\frac{5}{2}$

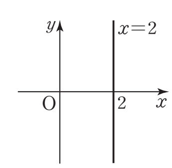


직선 $x=\frac{5}{2}$는 y축에 평행하다.

③ $3x-6=0$에서

$3x=6 \qquad \therefore x=2$

직선 $x=2$는 y축에 평행하다.



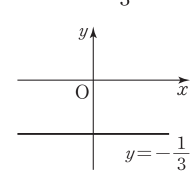
④ $3y-4x=1$에서 $3y=4x+1$

$\therefore y=\frac{4}{3}x+\frac{1}{3}$

직선 $y=\frac{4}{3}x+\frac{1}{3}$의 기울기는 $\frac{4}{3}$이므로 좌표축에 평행하지 않다.

⑤ $3y+1=0$에서 $3y=-1 \qquad \therefore y=-\frac{1}{3}$

직선 $y=-\frac{1}{3}$은 x축에 평행하다.



따라서 그래프가 좌표축에 평행하지 않은 것은 ④이다.

답 ④

유제 10 x축에 수직인 직선 위의 점들의 x좌표는 모두 같으므로 두 점 $(5a+4,\ -2)$, $(2a+6,\ 3)$의 x좌표는 서로 같다.

즉, $5a+4=2a+6$이므로

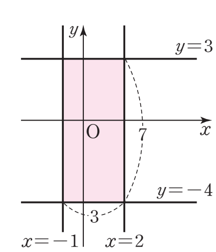
$3a=2 \qquad \therefore a=\frac{2}{3}$

답 ③

유제 11 $y+4=0$에서 $y=-4$

$x+1=0$에서 $x=-1$

그러므로 네 직선으로 둘러싸인 부분을 좌표평면에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



따라서 구하는 넓이는 $3\times7=21$

답 21

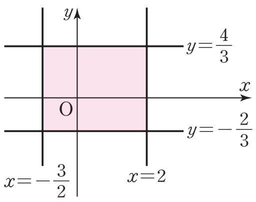
유제 12 $2x+3=0$에서 $2x=-3$ $\quad\therefore x=-\frac{3}{2}$

$3y=4$에서 $y=\frac{4}{3}$

$3y+2=0$에서 $3y=-2$ $\quad\therefore y=-\frac{2}{3}$

이때 두 직선 $x=-\frac{3}{2}$과 $x=2$는 y축에, 두 직선 $y=\frac{4}{3}$와 $y=-\frac{2}{3}$는 x축에 평행하다.

따라서 네 직선으로 둘러싸인 부분을 좌표평면에 나타내면 다음 그림과 같다.



직사각형의 가로의 길이는 $2-\left(-\frac{3}{2}\right)=2+\frac{3}{2}=\frac{7}{2}$

세로의 길이는 $\frac{4}{3}-\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{4}{3}+\frac{2}{3}=2$

따라서 구하는 도형의 둘레의 길이는

$2\times\left(\frac{7}{2}+2\right)=2\times\frac{11}{2}=11$ 답 ②

유제 13 직선 $y=2$가 두 직선 $x=0$, $2x-y=6$과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 직선 $y=-4$가 두 직선 $x=0$, $2x-y=6$과 만나는 점을 각각 C, D라 하자.

점 A는 두 직선 $x=0$과 $y=2$의 교점이므로 $A(0, 2)$

$2x-y=6$에 $y=2$를 대입하면

$2x-2=6$ $\quad\therefore x=4$

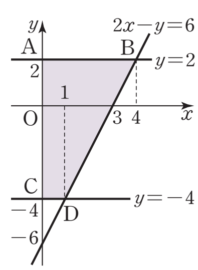
$\therefore B(4, 2)$

점 C는 두 직선 $x=0$과 $y=-4$의 교점이므로 $C(0, -4)$

$2x-y=6$에 $y=-4$를 대입하면

$2x-(-4)=6$ $\quad\therefore x=1$

$\therefore D(1, -4)$



따라서 네 직선으로 둘러싸인 도형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times(1+4)\times\{2-(-4)\}=\frac{1}{2}\times5\times6=15$ 답 15

유제 14 직선 $x=-\frac{1}{2}$이 두 직선 $5x+y=7$, $3x-y=9$와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 직선 $x=\frac{3}{2}$이 두 직선 $5x+y=7$, $3x-y=9$와 만나는 점을 각각 C, D라 하자.

$5x+y=7$에 $x=-\frac{1}{2}$을 대입하면

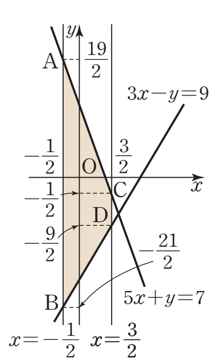
$-\frac{5}{2}+y=7$ $\quad\therefore y=\frac{19}{2}$

$\therefore A\left(-\frac{1}{2}, \frac{19}{2}\right)$

$3x-y=9$에 $x=-\frac{1}{2}$을 대입하면

$-\frac{3}{2}-y=9$ $\quad\therefore y=-\frac{21}{2}$

$\therefore B\left(-\frac{1}{2}, -\frac{21}{2}\right)$



$5x+y=7$에 $x=\frac{3}{2}$을 대입하면

$\frac{15}{2}+y=7$ $\quad\therefore y=-\frac{1}{2}$

$\therefore C\left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

$3x-y=9$에 $x=\frac{3}{2}$을 대입하면

$\frac{9}{2}-y=9$ $\quad\therefore y=-\frac{9}{2}$

$\therefore D\left(\frac{3}{2}, -\frac{9}{2}\right)$

따라서 네 직선으로 둘러싸인 도형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\left\{\left(-\frac{1}{2}+\frac{9}{2}\right)+\left(\frac{19}{2}+\frac{21}{2}\right)\right\}\times\left(\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}\times24\times2=24$

답 24

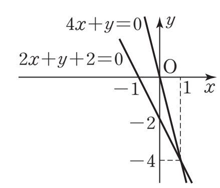
유제 15 연립일차방정식의 해는 두 일차방정식의 그래프의 교점이다.

따라서 교점의 좌표가 $(2, 3)$이므로 주어진 연립일차방정식의 해는 $x=2$, $y=3$ 답 $x=2$, $y=3$

유제 16 두 일차방정식의 그래프의 교점은 연립일차방정식

$\begin{cases} 2x+y+2=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x+y=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

의 해와 같다.



㉠$-$㉡을 하면

$-2x+2=0$ $\quad\therefore x=1$

$x=1$을 ㉡에 대입하면

$4+y=0$ $\quad\therefore y=-4$

따라서 구하는 교점의 좌표는 $(1, -4)$이다. 답 $(1, -4)$

유제 17 두 직선 $y=ax+b$, $y=-2x+4$의 교점의 x좌표가 1이므로

$y=ax+b$에 $x=1$을 대입하면 $y=a+b$

$y=-2x+4$에 $x=1$을 대입하면 $y=(-2)\times1+4=2$

$\therefore a+b=2$ $\quad\cdots\cdots ㉠$

직선 $y=ax+b$의 y절편이 -1이므로

$-1=a\times0+b$ $\quad\therefore b=-1$

$b=-1$을 ㉠에 대입하면 $a-1=2$ $\quad\therefore a=3$

$\therefore a^2+b^2=3^2+(-1)^2=10$ 답 10

유제 18 두 직선 $y=6x+2$, $y=ax+20$의 교점의 x좌표가 2이므로

$y=6x+2$에 $x=2$를 대입하면 $y=6\times2+2=14$ $\quad\therefore k=14$

$y=ax+20$에 $x=2$를 대입하면 $y=a\times2+20=2a+20$

$2a+20=14$에서 $2a=-6$ $\quad\therefore a=-3$

$\therefore a+k=(-3)+14=11$ 답 11

유제 19 연립일차방정식 $\begin{cases} 3x-2y-4=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+2y+3=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$에서

㉠$+$㉡을 하면 $4x-1=0$ $\quad\therefore x=\frac{1}{4}$

$x=\frac{1}{4}$을 ㉡에 대입하면 $\frac{1}{4}+2y+3=0$, $2y=-\frac{13}{4}$

$\therefore y=-\frac{13}{8}$

따라서 점 $\left(\frac{1}{4}, -\frac{13}{8}\right)$을 지나고, y축에 평행한 직선의 방정식은

$x=\frac{1}{4}$ 답 ②

유제 20 연립일차방정식 $\begin{cases} 3x+y+3=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x-y+2=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$에서

㉠$+$㉡을 하면 $5x+5=0$ $\quad\therefore x=-1$

$x=-1$을 ㉠에 대입하면 $-3+y+3=0$ $\quad\therefore y=0$

따라서 두 직선의 교점의 좌표는 $(-1, 0)$이다.

두 점 $(-1, 0)$, $(3, 2)$를 지나는 직선의 기울기는

$\dfrac{2-0}{3-(-1)}=\dfrac{1}{2}$이므로 직선의 방정식을 $y=\dfrac{1}{2}x+k$라 하자.

이 직선이 점 $(-1, 0)$을 지나므로 $0=-\dfrac{1}{2}+k$

$\therefore k=\dfrac{1}{2}$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{2}$ 답 $y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{2}$

유제 21 두 직선 $3x-y-7=0$, $x-y-1=0$의 교점을 먼저 구해 보자.

연립일차방정식 $\begin{cases} 3x-y-7=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-y-1=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$에서

㉠$-$㉡을 하면 $2x-6=0$ $\quad\therefore x=3$

$x=3$을 ㉡에 대입하면 $3-y-1=0$ $\quad\therefore y=2$

따라서 두 직선 $3x-y-7=0$, $x-y-1=0$의 교점이 $(3, 2)$이고,

직선 $2x+y+k=0$도 점 $(3, 2)$를 지나야 하므로

$2\times3+2+k=0$ $\quad\therefore k=-8$ 답 -8

유제 22 두 직선 $y=-x+6$, $y=-3x+k$의 교점은 두 직선 $y=-x+6$, $y=4x-4$의 교점과 같다.

연립일차방정식 $\begin{cases} y=-x+6 & \cdots\cdots ㉠ \\ y=4x-4 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$에서

㉠$-$㉡을 하면 $0=-5x+10$ $\quad\therefore x=2$

$x=2$를 ㉠에 대입하면 $y=-2+6=4$

따라서 두 직선 $y=-x+6$, $y=4x-4$의 교점이 $(2, 4)$이고,

직선 $y=-3x+k$도 점 $(2, 4)$를 지나야 하므로

$4=(-3)\times2+k$ $\quad\therefore k=10$ 답 10

유제 23 $2x-ay=4$에서 $ay=2x-4$, $y=\dfrac{2}{a}x-\dfrac{4}{a}$

$2x-y=b$에서 $y=2x-b$

두 직선의 교점이 존재하지 않으려면 두 직선이 평행해야 한다.

즉, $\dfrac{2}{a}=2$, $-\dfrac{4}{a}\neq-b$이므로 $a=1$, $b\neq4$ 답 ②

유제 24 두 직선 $ax-9y=-5$, $2x-3y=5$의 교점이 존재하지 않는 경우는 두 직선이 평행할 때이므로

$\dfrac{a}{2}=\dfrac{-9}{-3}\neq\dfrac{-5}{5}$를 만족해야 한다.

$\therefore a=6$ 답 6

유제 25 연립일차방정식 $\begin{cases} -3x+ay=5 \\ y=-\dfrac{3}{5}x+b \end{cases}$에서 해가 무수히 많을 경우

두 직선은 서로 일치한다.

$-3x+ay=5$에서 $ay=3x+5$, $y=\dfrac{3}{a}x+\dfrac{5}{a}$

즉, $\dfrac{3}{a}=-\dfrac{3}{5}$, $\dfrac{5}{a}=b$이므로 $a=-5$, $b=-1$

따라서 $x+ay+b=0$에 $a=-5$, $b=-1$을 대입하면

$x-5y-1=0$이고, 두 일차방정식 $x-5y-1=0$, $x-ky-3=0$의 그래프가 서로 평행하므로

$\dfrac{1}{1}=\dfrac{-5}{-k}\neq\dfrac{-1}{-3}$ $\quad\therefore k=5$ 답 ①

유제 26 연립일차방정식 $\begin{cases} 9x+ay=21 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-2y=7 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$에서 해가 무수히 많을 경우는 두 일차방정식의 그래프가 일치할 때이므로

$\dfrac{9}{3}=\dfrac{a}{-2}=\dfrac{21}{7}$ $\quad\therefore a=-6$

따라서 $y=-6x+9$의 그래프의 x절편은 $y=0$을 대입하면

$0=-6x+9$ $\quad\therefore x=\dfrac{3}{2}$ 답 ④

유제 27 두 직선 $x-y-5=0$, $3x-y-3=0$의 교점의 좌표를 구해 보자.

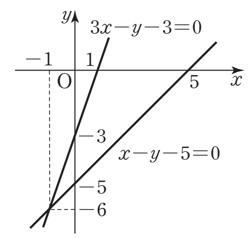
연립일차방정식 $\begin{cases} x-y-5=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-y-3=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$에서

㉠$-$㉡을 하면 $-2x-2=0$ $\quad\therefore x=-1$

$x=-1$을 ㉠에 대입하면

$-1-y-5=0$ $\quad\therefore y=-6$

따라서 두 직선의 교점의 좌표는 $(-1, -6)$이므로 두 직선 $x-y-5=0$, $3x-y-3=0$과 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이는



$\dfrac{1}{2}\times(5-1)\times6=12$ 답 12

유제 28 연립일차방정식 $\begin{cases} x+y-5=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x-3y-6=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$에서

$3\times$㉠$+$㉡을 하면

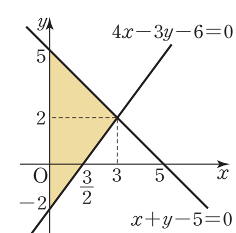
$3(x+y-5)+(4x-3y-6)=0$

$7x-21=0$ $\quad\therefore x=3$

$x=3$을 ㉠에 대입하면

$3+y-5=0$ $\quad\therefore y=2$

따라서 두 직선의 교점의 좌표는 $(3, 2)$이므로 두 직선 $x+y-5=0$, $4x-3y-6=0$과 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이는



$\dfrac{1}{2}\times\{5-(-2)\}\times3=\dfrac{21}{2}$ 답 $\dfrac{21}{2}$

유제 29 직선 $x-4y+24=0$의 x절편은 $x+24=0$에서 $x=-24$

직선 $x-4y+24=0$의 y절편은 $-4y+24=0$에서 $y=6$

따라서 점 P의 좌표는 $(-24, 0)$, 점 Q의 좌표는 $(0, 6)$이므로

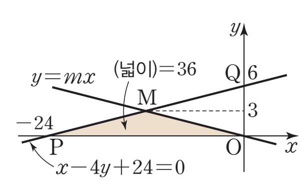
$\triangle POQ=\dfrac{1}{2}\times\overline{OP}\times\overline{OQ}=\dfrac{1}{2}\times24\times6=72$

직선 $y=mx$와 직선 $x-4y+24=0$이 만나는 점을 M이라 하면

$\triangle MPO=\dfrac{1}{2}\triangle POQ$

$=\dfrac{1}{2}\times72=36$

따라서 점 M의 y좌표를 k라 하면



$\triangle MPO=\dfrac{1}{2}\times\overline{OP}\times k=\dfrac{1}{2}\times24\times k=36$ $\quad\therefore k=3$

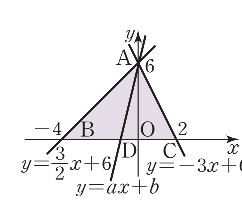
점 M은 직선 $x-4y+24=0$ 위의 점이므로

$x-12+24=0$ $\quad\therefore x=-12$

따라서 점 M의 좌표는 $(-12, 3)$이고, 점 M은 직선 $y=mx$ 위의 점이므로

$3=m\times(-12)=-12m$ $\quad\therefore m=-\dfrac{1}{4}$ 답 $-\dfrac{1}{4}$

유제 30 두 직선 $y=\dfrac{3}{2}x+6$, $y=-3x+6$의 교점을 A라 할 때, 두 직선을 연립하면



$\dfrac{3}{2}x+6=-3x+6$ $\quad\therefore x=0$

$x=0$을 $y=\frac{3}{2}x+6$에 대입하면

$y=6$ $\quad\therefore$ A$(0, 6)$

따라서 직선 $y=ax+b$가 점 $(0, 6)$을 지나므로

$6=a\times 0+b$ $\quad\therefore b=6$

세 직선 $y=\frac{3}{2}x+6$, $y=-3x+6$, $y=ax+6$과 x축이 만나는 점을 각각 B, C, D라 할 때,

직선 $y=\frac{3}{2}x+6$의 x절편은 $0=\frac{3}{2}x+6$에서

$x=-4$ $\quad\therefore$ B$(-4, 0)$

직선 $y=-3x+6$의 x절편은 $0=-3x+6$에서

$x=2$ $\quad\therefore$ C$(2, 0)$

$\triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\times 6\times 6=18$이고, 직선 $y=ax+6$은 $\triangle$ABC를 이등분하므로

$\triangle\mathrm{ABD}=\triangle\mathrm{ACD}=\frac{1}{2}\times 18=9$

$\overline{\mathrm{BD}}=k$라 하면 $\triangle\mathrm{ABD}=\frac{1}{2}\times k\times 6=3k$

이때 $3k=9$, $k=3$이므로 D$(-1, 0)$

따라서 직선 $y=ax+6$의 x절편이 -1이므로

$0=-a+6$ $\quad\therefore a=6$

따라서 직선 $y=6x-6$의 x절편은 1이다.

답 1

유제 31 양초 A의 그래프는 두 점 $(0, 30)$, $(15, 0)$을 지나므로

y절편은 30, 그래프의 기울기는 $\frac{0-30}{15-0}=-2$

$\therefore y=-2x+30$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

양초 B의 그래프는 두 점 $(0, 50)$, $(10, 0)$을 지나므로

y절편은 50, 그래프의 기울기는 $\frac{0-50}{10-0}=-5$

$\therefore y=-5x+50$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉡을 ㉠에 대입하면 $-5x+50=-2x+30$

$-3x=-20$ $\quad\therefore x=\frac{20}{3}$

따라서 두 양초 A, B의 길이가 같아지는 때는 $\frac{20}{3}$분 후이다.

답 $\frac{20}{3}$분

유제 32 지원이의 그래프는 두 점 $(0, 40)$, $(40, 200)$을 지나므로

y절편은 40, 그래프의 기울기는 $\frac{200-40}{40-0}=4$

$\therefore y=4x+40$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

효수의 그래프는 두 점 $(0, 0)$, $(25, 200)$을 지나므로

y절편은 0, 그래프의 기울기는 $\frac{200-0}{25-0}=8$

$\therefore y=8x$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉡을 ㉠에 대입하면 $8x=4x+40$ $\quad\therefore x=10$

$x=10$을 ㉡에 대입하면 $y=8\times 10=80$

따라서 효수와 지원이가 달리기 시합 도중 만나는 곳은 출발선으로부터 80 m 떨어진 지점이다.

답 80 m

유제 33 직선 l이 두 점 $(-2, 0)$, $(0, 2)$를 지나므로

직선 l의 방정식은 $y=x+2$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

직선 m이 두 점 $(-1, 0)$, $(0, -1)$을 지나므로

직선 m의 방정식은 $y=-x-1$ $\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$x+2=-x-1$, $2x=-3$

$\therefore x=-\frac{3}{2}$

$x=-\frac{3}{2}$을 ㉠에 대입하면 $y=-\frac{3}{2}+2=\frac{1}{2}$

따라서 두 직선 l과 m의 교점의 좌표는 $\left(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$이므로

구하는 도형의 넓이는 $\frac{1}{2}\times\{2-(-1)\}\times\frac{3}{2}=\frac{1}{2}\times 3\times\frac{3}{2}=\frac{9}{4}$

답 ③

유제 34 $ac>0$, $bc<0$이므로 $a\neq 0$, $b\neq 0$이다.

$ax+by+c=0$에서

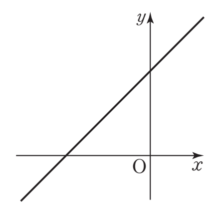
$by=-ax-c$ $\quad\therefore y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$

그러므로 주어진 그래프의 기울기는 $-\frac{a}{b}$, y절편은 $-\frac{c}{b}$이다.

$bc<0$에서 b, c의 부호는 반대이고, $ac>0$에서 a, c의 부호는 같으므로 a, b의 부호는 반대이다.

즉, $-\frac{a}{b}>0$, $-\frac{c}{b}>0$이므로 주어진 그래프의 기울기와 y절편은 모두 양수이다.

따라서 그래프를 좌표평면에 그리면 ⑤와 같다.



답 ⑤

유제 35 ㄱ. $2(x+1)=-p$에서

$x+1=-\frac{p}{2}$ $\quad\therefore x=-\frac{p}{2}-1$

ㄴ. $2(3x-2p)=9$에서 $3x-2p=\frac{9}{2}$

$3x=\frac{9}{2}+2p$

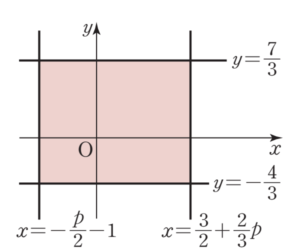
$x=\frac{1}{3}\left(\frac{9}{2}+2p\right)$ $\quad\therefore x=\frac{3}{2}+\frac{2}{3}p$

ㄷ. $3y=7$에서 $y=\frac{7}{3}$

ㄹ. $3y+4=0$에서

$3y=-4$ $\quad\therefore y=-\frac{4}{3}$

이때 $-\frac{p}{2}-1<0$, $\frac{3}{2}+\frac{2}{3}p>0$이므로 네 직선 $x=-\frac{p}{2}-1$, $x=\frac{3}{2}+\frac{2}{3}p$, $y=\frac{7}{3}$, $y=-\frac{4}{3}$를 좌표평면에 그린 후 네 직선으로 둘러싸인 도형을 색칠하면 다음 그림과 같다.



네 직선으로 둘러싸인 도형은 직사각형이다.

직사각형의 가로의 길이를 구하면

$\left(\frac{3}{2}+\frac{2}{3}p\right)-\left(-\frac{p}{2}-1\right)=\frac{3}{2}+\frac{2}{3}p+\frac{p}{2}+1$

$=\frac{4}{6}p+\frac{3}{6}p+\frac{3}{2}+\frac{2}{2}$

$=\frac{7}{6}p+\frac{5}{2}$

직사각형의 세로의 길이를 구하면

$\frac{7}{3}-\left(-\frac{4}{3}\right)=\frac{11}{3}$

이때 도형의 넓이는 22이므로 직사각형의 넓이 공식에 의하여

$22=\left(\frac{7}{6}p+\frac{5}{2}\right)\times\frac{11}{3}$

$22\times\frac{3}{11}=\frac{7}{6}p+\frac{5}{2}$

$6=\frac{7}{6}p+\frac{5}{2}$

$36=7p+15$

$7p=36-15$

$7p=21$

$\therefore p=3$

③

유제 36 연립일차방정식 $\begin{cases} 2x-y-6=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ -x+y=k & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$에서

㉠+㉡을 하면 $x-6=k$ $\quad\therefore x=k+6$

$x=k+6$을 ㉡에 대입하면

$-k-6+y=k$ $\quad\therefore y=2k+6$

따라서 두 직선의 교점의 좌표는 $(k+6, 2k+6)$이다.

이때 교점이 제4사분면 위에 있을 조건은

$k+6>0$이고 $2k+6<0$

즉, 상수 k의 값의 범위는 $-6<k<-3$

따라서 $a=-6$, $b=-3$이므로 $ab=(-6)\times(-3)=18$ ⑤

Step 3. 단원 마무리하기

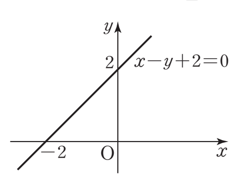
01	⑤	02	②	03	5	04	③	05	-2
06	13	07	③	08	②	09	④	10	④
11	2	12	⑤	13	②	14	⑤	15	②
16	-3	17	$\frac{15}{7}$분	18	$4\le k\le\frac{11}{2}$			19	④
20	3								

01 $x-y+2=0$에 $x=0$, $y=0$을 각각 대입하면

$0-y+2=0$에서 $y=2$, $x-0+2=0$에서 $x=-2$이므로

x절편은 -2, y절편은 2이다.

이를 좌표평면에 나타내면 다음 그림과 같다.



이 그래프는 제1, 2, 3사분면을 지나며 일차함수 $y=-x$의 그래프와 한 점에서 만난다.

$x-y+2=0$에 $x=-1$, $y=1$을 대입하면 $-1-1+2=0$이므로

점 $(-1, 1)$을 지난다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다. ⑤

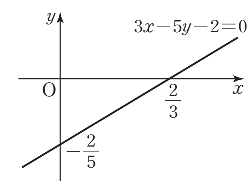
02 $3x-5y-2=0$에 $y=0$을 대입하면 $3x-2=0$

$3x=2$ $\quad\therefore x=\frac{2}{3}$

$3x-5y-2=0$에 $x=0$을 대입하면 $-5y-2=0$

$-5y=2$ $\quad\therefore y=-\frac{2}{5}$

따라서 일차방정식 $3x-5y-2=0$의 그래프는 두 점 $\left(\frac{2}{3}, 0\right)$과 $\left(0, -\frac{2}{5}\right)$를 지나므로 좌표평면에 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 일차함수 $3x-5y-2=0$의 그래프는 제2사분면을 지나지 않는다.

②

03 점 $(a, 2)$가 일차방정식 $x+4y-7=0$의 그래프 위의 점이므로

$a+4\times2-7=0$, $a+1=0$ $\quad\therefore a=-1$

마찬가지로 $x=-5$, $y=b$를 일차방정식 $x+4y-7=0$에 대입하면

$-5+4\times b-7=0$, $4b=12$ $\quad\therefore b=3$

$\therefore a+2b=-1+2\times3=-1+6=5$ 5

04 두 일차방정식의 그래프의 교점의 좌표가 $(-2, 5)$이므로 두 일차방정식에 $x=-2$, $y=5$를 각각 대입하면

$-2a-5=5$, $2a=-10$ $\quad\therefore a=-5$

$-2+5b=-7$, $5b=-5$ $\quad\therefore b=-1$

$\therefore ab=(-5)\times(-1)=5$ ③

05 $\begin{cases} 2x-y=4 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-3y=-3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$에서

㉠−㉡×2를 하면 $5y=10$ $\quad\therefore y=2$

$y=2$를 ㉠에 대입하면 $2x-2=4$ $\quad\therefore x=3$

따라서 직선 $ax+2y=7$과 직선 $3x+by=3$은 점 $(3, 2)$를 지나므로

$x=3$, $y=2$를 각각의 직선의 방정식에 대입하면

$3a+4=7$ $\quad\therefore a=1$

$9+2b=3$ $\quad\therefore b=-3$

$\therefore a+b=1+(-3)=-2$ -2

06 점 $(2k+3, k-1)$이 일차방정식 $3x-7y=3$의 그래프 위의 점이므로

$3x-7y=3$에 $x=2k+3$, $y=k-1$을 대입하면

$3\times(2k+3)-7\times(k-1)=3$

$6k+9-7k+7=3$

$-k+16=3$

$-k=-13$ $\quad\therefore k=13$ 13

07 연립일차방정식 $\begin{cases} 3x-y=-2 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-2y=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$에서

㉠×2−㉡을 하면 $5x=-5$ $\quad\therefore x=-1$

$x=-1$을 ㉠에 대입하면 $-3-y=-2$ $\quad\therefore y=-1$

따라서 두 직선의 교점의 좌표는 $(-1, -1)$이다.

점 $(-1, -1)$을 지나고 기울기가 -2인 일차함수의 식을

$y=-2x+k$라 하자.

이 그래프가 점 $(-1, -1)$을 지나므로

$-1=2+k$ $\quad\therefore k=-3$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=-2x-3$ ③

08 점 $(-1, 4)$를 지나고 x축에 수직인 직선의 방정식은 $x=-1$

점 $(2, -3)$을 지나고 y축에 수직인 직선의 방정식은 $y=-3$

따라서 두 직선 $x=-1$과 $y=-3$의 교점의 좌표는 $(-1, -3)$이다.

②

09 $\begin{cases} (a-5)x+y=1 \\ ax-4y=b \end{cases}$의 각 방정식을 그래프로 나타내었을 때

두 직선이 평행하므로 연립일차방정식의 해는 없다.

주어진 연립일차방정식에서 y의 계수를 같게 만들면

$\begin{cases} -4(a-5)x-4y=-4 \\ ax-4y=b \end{cases}$

이므로 $-4(a-5)=a$, $-4\neq b$

$-4(a-5)=a$에서 $-4a+20=a$, $5a=20$

$\therefore a=4$

따라서 a, b의 조건은 $a=4$, $b\neq-4$이다. 답 ④

10 연립일차방정식 $\begin{cases} x-3y=5 \\ ax+by=10 \end{cases}$의 해가 무수히 많을 경우는

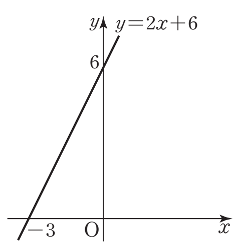
두 직선이 일치하는 경우이므로

$\frac{1}{a}=\frac{-3}{b}=\frac{5}{10}$

$\therefore a=2$, $b=-6$

$a=2$, $b=-6$을 $y=ax-b$에 대입하면 $y=2x+6$이므로

일차함수 $y=2x+6$의 그래프가 지나지 않는 사분면은 제4사분면이다.



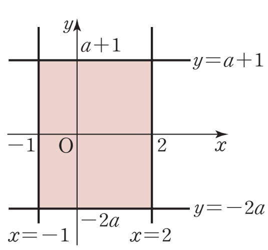
답 ④

11 $y+2a=0$에서 $y=-2a$

$x+1=0$에서 $x=-1$

두 직선 $x=2$와 $x=-1$은 y축에, 두 직선 $y=-2a$, $y=a+1$은 x축에 평행하다.

이때, $-2a<0$, $a+1>0$이므로 주어진 네 직선을 좌표평면에 그린 후 네 직선으로 둘러싸인 도형을 색칠하면 다음 그림과 같다.



네 직선으로 둘러싸인 도형은 직사각형이다.

도형의 가로의 길이를 구하면

$2-(-1)=2+1=3$

도형의 세로의 길이를 구하면

$(a+1)-(-2a)=a+1+2a$

$=3a+1$

도형의 넓이는 21이므로 직사각형의 넓이 공식에 의하여

$21=3\times(3a+1)$

$7=3a+1$

$-3a=1-7$

$-3a=-6$

$\therefore a=2$ 답 2

12 일차방정식 $ax+by+1=0$의 그래프는 x축에 수직이므로

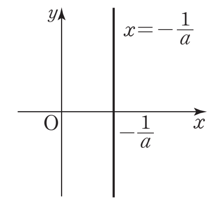
$a\neq0$, $b=0$이다.

$ax+by+1=0$에 $b=0$을 대입한 후, 이를 '$x=$■'의 꼴로 정리하면

$ax+1=0$

$ax=-1$ $\quad\therefore x=-\frac{1}{a}$

직선 $x=-\frac{1}{a}$이 제1사분면과 제4사분면을 지나기 위해서는 좌표평면에 오른쪽 그림과 같이 그려져야 한다.



즉, $-\frac{1}{a}>0$이어야 하므로 $a<0$이다.

답 ⑤

13 주어진 그래프는 x축 또는 y축에 평행하지 않으므로 $a\neq0$, $b\neq0$이다.

$ax+by+c=0$에서 $by=-ax-c$

$\therefore y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$

따라서 주어진 그래프의 기울기는 $-\frac{a}{b}$, y절편은 $-\frac{c}{b}$이다.

주어진 그래프의 기울기는 음수이고 y절편은 양수이므로

$-\frac{a}{b}<0$에서 $\frac{a}{b}>0$

$-\frac{c}{b}>0$에서 $\frac{c}{b}<0$

$\therefore a>0$, $b>0$, $c<0$ 또는 $a<0$, $b<0$, $c>0$ 답 ②

14 직선 $y=\frac{1}{4}x+2$의 x절편과 y절편이 각각 -8, 2이므로

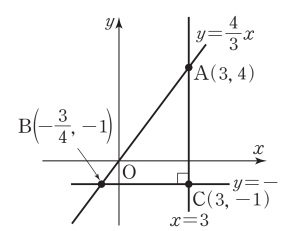
두 점 A, B의 좌표는 $\mathrm{A}(-8, 0)$, $\mathrm{B}(0, 2)$

점 M은 선분 BO의 중점이므로 $\mathrm{M}(0, 1)$

따라서 두 점 $\mathrm{A}(-8, 0)$, $\mathrm{M}(0, 1)$을 지나는 직선 l의 기울기는

$\frac{1-0}{0-(-8)}=\frac{1}{8}$ 답 ⑤

15 직선 $y=\frac{4}{3}x$가 두 직선 $x=3$, $y=-1$과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 두 직선 $x=3$, $y=-1$의 교점을 C라 하자.



$y=\frac{4}{3}x$에 $x=3$을 대입하면

$y=4$이므로 $\mathrm{A}(3, 4)$

$y=\frac{4}{3}x$에 $y=-1$을 대입하면

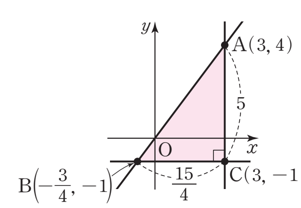
$-1=\frac{4}{3}x$ $\quad\therefore x=-\frac{3}{4}$

$\therefore \mathrm{B}\left(-\frac{3}{4}, -1\right)$, $\mathrm{C}(3, -1)$

$\overline{\mathrm{BC}}=3-\left(-\frac{3}{4}\right)=3+\frac{3}{4}=\frac{15}{4}$

$\overline{\mathrm{AC}}=4-(-1)=5$

삼각형 ABC는 $\angle\mathrm{C}=90^\circ$인 직각삼각형이므로 삼각형 ABC의 넓이는



$\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{BC}}\times\overline{\mathrm{AC}}=\frac{1}{2}\times\frac{15}{4}\times5=\frac{75}{8}$ 답 ②

16 두 점 $(1, 5)$, $(5, -3)$을 지나는 직선의 기울기는 $\frac{-3-5}{5-1}=-2$이므로 직선의 방정식을 $y=-2x+k$라 하자.

이 직선이 점 $(1, 5)$를 지나므로

$5=-2+k$ $\quad\therefore k=7$

그러므로 구하는 직선의 방정식은 $y=-2x+7$이다.

연립일차방정식 $\begin{cases} y=-2x+7 & \cdots\cdots ㉠ \\ y-x-1=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$에서

㉠을 ㉡에 대입하면 $-2x+7-x-1=0$, $3x=6$ $\quad\therefore x=2$

$x=2$를 ㉠에 대입하면 $y=-4+7=3$

따라서 직선 $y+ax+3=0$은 점 $(2, 3)$을 지나므로

$3+2a+3=0$ $\quad\therefore a=-3$ 답 -3

17 수진이는 12분 동안 300 m를 걸었고

$(\text{속력})=\dfrac{(\text{거리})}{(\text{시간})}$이므로 수진이는 분당 25 m의 일정한 속력으로 학교까지 걸어갔다.

준형이는 5분 동안 300 m를 자전거를 타고 이동했다.

따라서 $\dfrac{300}{5}=60$이므로 준형이는 분당 60 m의 일정한 속력으로 학교까지 갔다.

따라서 수진이가 출발한 시간에 대한 수진이와 준형이의 이동 거리를 x와 y 사이의 관계식으로 나타내면

수진 : $y=25x$, 준형 : $y=60(x-3)$

연립일차방정식 $\begin{cases} y=25x \\ y=60(x-3) \end{cases}$을 풀면

$x=\dfrac{36}{7}$이므로 준형이는 출발한 지 $\dfrac{36}{7}-3=\dfrac{15}{7}$(분) 후에 수진이를 앞선다. 답 $\dfrac{15}{7}$분

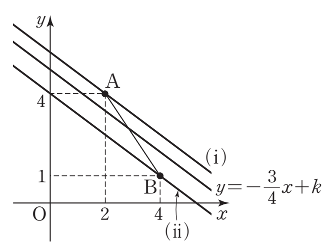
18 직선 $y=-\dfrac{3}{4}x+k$의 그래프의 기울기는 k의 값에 관계없이 일정하다.

(i) 직선 $y=-\dfrac{3}{4}x+k$가 점 A(2, 4)를 지날 때

$4=-\dfrac{3}{4}\times 2+k$

$4=-\dfrac{3}{2}+k$

$\therefore k=4+\dfrac{3}{2}=\dfrac{11}{2}$



(ii) 직선 $y=-\dfrac{3}{4}x+k$가 점 B(4, 1)을 지날 때

$1=-\dfrac{3}{4}\times 4+k$, $1=-3+k$ $\quad\therefore k=4$

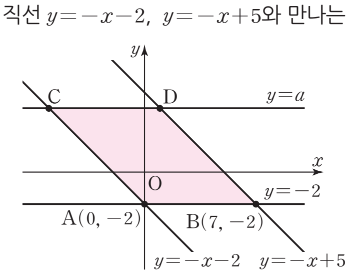
(i), (ii)에 의하여 직선 $y=-\dfrac{3}{4}x+k$가 선분 AB와 만나도록 하는 k의 값의 범위는 $4\le k\le\dfrac{11}{2}$이다. 답 $4\le k\le\dfrac{11}{2}$

19 직선 $y=-2$가 두 직선 $y=-x-2$, $y=-x+5$와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 직선 $y=a$가 두 직선 $y=-x-2$, $y=-x+5$와 만나는 점을 각각 C, D라 하자.

$y=-x-2$에 $y=-2$를 대입하면 $-2=-x-2$

$\therefore x=0$

따라서 점 A의 좌표는 $(0, -2)$이다.



$y=-x+5$에 $y=-2$를 대입하면

$-2=-x+5$ $\quad\therefore x=5+2=7$

따라서 점 B의 좌표는 $(7, -2)$이다.

두 직선 $y=-2$와 $y=a$는 평행하고, 두 직선 $y=-x-2$와 $y=-x+5$는 평행하므로 사각형 ABDC는 평행사변형이다.

$\overline{AB}=7-0=7$

점 C에서 직선 $y=-2$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{CH}=a-(-2)=a+2$

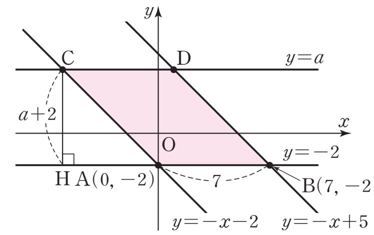
따라서 사각형 ABDC의 넓이는

$\overline{AB}\times\overline{CH}=7\times(a+2)$

$=7a+14$

$7a+14=42$이므로

$7a=28$ $\quad\therefore a=4$



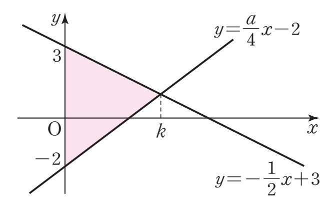
답 ④

20 $x+2y-6=0$에서 $2y=-x+6$ $\quad\therefore y=-\dfrac{1}{2}x+3$

$ax-4y-8=0$에서 $4y=ax-8$ $\quad\therefore y=\dfrac{a}{4}x-2$

$a>0$이므로 직선 $y=\dfrac{a}{4}x-2$의 기울기는 양수이다.

그러므로 두 직선을 좌표평면에 그리면 다음과 같다.



두 직선의 교점의 x좌표를 k라 하고 색칠한 부분의 넓이를 구하면

$\dfrac{1}{2}\times\{3-(-2)\}\times k=\dfrac{1}{2}\times 5\times k=10$ $\quad\therefore k=4$

$x=4$를 $x+2y-6=0$에 대입하면 $4+2y-6=0$, $2y=2$

$\therefore y=1$

따라서 두 직선의 교점의 좌표는 $(4, 1)$이므로

$x=4$, $y=1$을 $ax-4y-8=0$에 대입하면

$4a-4-8=0$, $4a=12$ $\quad\therefore a=3$ 답 3