우리들의 공부 비법

우공비

수학 3 (상)

Check Up 풀이집

本 Step Up 기본서

別 Point Up 문제집

Step Up 기본서

Ⅰ-1. 제곱근과 실수

1. 제곱근의 뜻과 성질

01 | 제곱근의 뜻과 표현 기본서 8~9쪽

익히기 1 (2) $\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$, $\left(-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$이므로 $\frac{9}{4}$의 제곱근은 $\frac{3}{2}$, $-\frac{3}{2}$이다.

(3) $0.1^2=0.01$, $(-0.1)^2=0.01$이므로 0.01의 제곱근은 0.1, -0.1이다.

답 (1) 1, -1 (2) $\frac{3}{2}$, $-\frac{3}{2}$ (3) 0.1, -0.1 (4) $\sqrt{5}$, $-\sqrt{5}$

익히기 2 $a=64$일 때, $8^2=64$, $(-8)^2=64$이므로

(1) 8 (2) -8 (3) 8, -8 (4) 8

$a=(-10)^2=100$일 때, $10^2=100$, $(-10)^2=100$이므로

(5) 10 (6) -10 (7) 10, -10 (8) 10

답 (1) 8 (2) -8 (3) 8, -8 (4) 8 (5) 10 (6) -10 (7) 10, -10 (8) 10

유제 ❶ (ㄱ) $(-4)^2=16$이므로 -4는 16의 제곱근이다.

(ㄴ) 1의 제곱근은 1, -1의 2개이다.

(ㄷ) -25의 제곱근은 없고, 25의 제곱근은 5, -5이다.

(ㄹ) $(-3)^2=9$이므로 $(-3)^2$의 제곱근은 3, -3이다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄹ)이다.

답 ②

참고 $(-3)^2$의 제곱근을 -3으로 생각하지 않도록 주의한다.
$(-3)^2=9$이므로 $(-3)^2$의 제곱근은 9의 제곱근인 ±3이다.

유제 ❷-1 (1) 20의 양의 제곱근은 제곱하여 20이 되는 수 중에서 양수이므로 $\sqrt{20}$이다.

(2) $\frac{7}{5}$의 음의 제곱근은 제곱하여 $\frac{7}{5}$이 되는 수 중에서 음수이므로 $-\sqrt{\frac{7}{5}}$이다.

(3) $10^2=100$이므로 10^2의 제곱근은 10, -10이다.

(4) 제곱근 2는 $\sqrt{2}$이다.

답 (1) $\sqrt{20}$ (2) $-\sqrt{\frac{7}{5}}$ (3) 10, -10 (4) $\sqrt{2}$

우공비 BOX

$\sqrt{(\text{양수})^2}=(\text{양수})$
$\sqrt{(\text{음수})^2}=-(\text{음수})$

$a>0$일 때,
$(\sqrt{a})^2=(-\sqrt{a})^2=a$
$\sqrt{a^2}=\sqrt{(-a)^2}=a$

$-\sqrt{49}=-\sqrt{7^2}=-7$

제곱하여 음수가 되는 수는 없으므로 음수의 제곱근은 없다.

$a>0$일 때,
① a의 제곱근 ➜ $\pm\sqrt{a}$
② 제곱근 a ➜ $\sqrt{a}$

유제 ❷-2 9의 양의 제곱근은 3이므로

$A=3$

$(-7)^2=49$의 음의 제곱근은 -7이므로

$B=-7$

$\therefore A-B=3-(-7)=10$

답 10

02 | 제곱근의 성질 기본서 10~11쪽

익히기 3 (3) $(\sqrt{0.3})^2=0.3$이므로 $-(\sqrt{0.3})^2=-0.3$

(4) $(-\sqrt{11})^2=11$이므로 $-(-\sqrt{11})^2=-11$

(7) $\sqrt{\left(\frac{5}{4}\right)^2}=\frac{5}{4}$이므로 $-\sqrt{\left(\frac{5}{4}\right)^2}=-\frac{5}{4}$

(8) $\sqrt{(-6)^2}=6$이므로 $-\sqrt{(-6)^2}=-6$

답 (1) 7 (2) $\frac{1}{2}$ (3) -0.3 (4) -11 (5) 8 (6) 1.7 (7) $-\frac{5}{4}$ (8) -6

익히기 4 (1) $a<0$에서 $3a\boxed{<}0$이므로

$\sqrt{(3a)^2}=-3a$

(2) $a<0$에서 $-a\boxed{>}0$이므로

$\sqrt{(-a)^2}=-a$

답 (1) $<$, $-3a$ (2) $>$, $-a$

유제 ❸ (1) $(\sqrt{8})^2+(-\sqrt{5})^2=8+5=13$

(2) $(-\sqrt{10})^2-\sqrt{6^2}=10-6=4$

(3) $-\sqrt{49}\times\sqrt{\left(\frac{1}{7}\right)^2}=-7\times\frac{1}{7}=-1$

(4) $\sqrt{(-12)^2}\div(-\sqrt{4})^2=12\div4=3$

답 (1) 13 (2) 4 (3) -1 (4) 3

유제 ❹-1 $x>1$에서 $x-1>0$이므로

$\sqrt{(x-1)^2}=x-1$

$1-x<0$이므로

$\sqrt{(1-x)^2}=-(1-x)=-1+x$

$\therefore$ (주어진 식) $=x-1-1+x=2x-2$

답 $2x-2$

유제 ❹-2 $a>0$에서 $-2a<0$이므로

$\sqrt{(-2a)^2}=-(-2a)=2a$

$b<0$에서 $\sqrt{b^2}=-b$

$\therefore$ (주어진 식) $=2a-3\times(-b)$
$=2a+3b$

답 $2a+3b$

유제 ❺-1 $40x=2^3\times5\times x$이므로
$x=2\times5\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.
따라서 자연수 x의 최솟값은
$2\times5=10$

답 10

유제 ❺-2 $18-x$가 18보다 작은 제곱수이어야 하므로
$18-x=1,\ 4,\ 9,\ 16$
따라서 $x=17,\ 14,\ 9,\ 2$이므로 x의 개수는 4이다.

답 4

우공비 BOX

> 음수끼리 대소를 비교한다.

> $2\times5,\ 2^3\times5,\ 2\times3^2\times5,\ \cdots$

> $1,\ 4,\ 9,\ 16,\ \cdots$과 같이 자연수의 제곱인 수

03 제곱근의 대소 관계 기본서 12~13쪽

익히기 5 (1) $25>16$이므로 $\sqrt{25}\ \boxed{>}\ \sqrt{16}$

(2) $0.04<0.09$이므로 $\sqrt{0.04}\ \boxed{<}\ \sqrt{0.09}$

(3) $\frac{2}{3}<\frac{5}{6}$이므로 $\sqrt{\frac{2}{3}}\ \boxed{<}\ \sqrt{\frac{5}{6}}$

(4) $\sqrt{16}<\sqrt{17}$이므로
$-\sqrt{16}\ \boxed{>}\ -\sqrt{17}$

(5) $\sqrt{0.4}>\sqrt{0.16}$이므로
$-\sqrt{0.4}\ \boxed{<}\ -\sqrt{0.16}$

(6) $\sqrt{\frac{1}{2}}>\sqrt{\frac{1}{3}}$이므로
$-\sqrt{\frac{1}{2}}\ \boxed{<}\ -\sqrt{\frac{1}{3}}$

답 (1) $>$ (2) $<$ (3) $<$ (4) $>$ (5) $<$ (6) $<$

익히기 6 (1) $1<\sqrt{x}<2$에서 $1^2<(\sqrt{x})^2<2^2$
$1<x<4$ $\therefore x=2,\ 3$

(2) $-3<-\sqrt{x}<-1$에서 $1<\sqrt{x}<3$이므로
$1^2<(\sqrt{x})^2<3^2$ $\therefore 1<x<9$
$\therefore x=2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8$

(3) $3<\sqrt{2x}\le4$에서 $3^2<(\sqrt{2x})^2\le4^2$
$9<2x\le16$ $\therefore \frac{9}{2}<x\le8$
$\therefore x=5,\ 6,\ 7,\ 8$

답 (1) 2, 3 (2) 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8
(3) 5, 6, 7, 8

> $a>0$일 때, 제곱근 a
> ➜ a의 양의 제곱근

유제 ❻-1 $2=\sqrt{4}$이고 $\sqrt{4}<\sqrt{5}$이므로
$2<\sqrt{5}$
$\sqrt{4}>\sqrt{\frac{1}{3}}$이므로 $2>\sqrt{\frac{1}{3}}$
$\therefore -\sqrt{2}<0<\sqrt{\frac{1}{3}}<2<\sqrt{5}$

답 $\sqrt{5},\ 2,\ \sqrt{\frac{1}{3}},\ 0,\ -\sqrt{2}$

> a가 어떤 유리수의 제곱의 꼴이면 a의 제곱근을 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있다.

유제 ❻-2 ② $\sqrt{(-5)^2}=5$
③ $(-\sqrt{10}\,)^2=10$
④ $-\sqrt{(-6)^2}=-\sqrt{36}$
⑤ $-\sqrt{\frac{11}{2}}=-\sqrt{5.5}$
따라서 $5.5<30<36$에서 $\sqrt{5.5}<\sqrt{30}<\sqrt{36}$
$-\sqrt{36}<-\sqrt{30}<-\sqrt{5.5}$
즉 $-\sqrt{(-6)^2}<-\sqrt{30}<-\sqrt{\frac{11}{2}}$이므로 가장 작은 수는 ④이다.

답 ④

유제 ❼ $2<\sqrt{3x}<\sqrt{15}$의 각 변을 제곱하면
$4<3x<15$ $\therefore \frac{4}{3}<x<5$
따라서 자연수 x는 2, 3, 4이므로 구하는 합은
$2+3+4=9$

답 9

소단원 성취도 진단 기본서 14~15쪽

01 ⑤	02 ③	03 ④	04 ⑤	05 ③
06 $\sqrt{6}$	07 -3	08 ③	09 12	10 ①, ⑤
11 $3a+2b$	12 ①	13 24	14 12	15 11
16 6				

01 전략 제곱하여 $a\,(a\ge0)$가 되는 수 ➜ a의 제곱근

풀이 ① $2^2=4$, $(-2)^2=4$이므로 제곱하여 4가 되는 수는 ±2이다.
② $x^2=4$에서 x는 4의 제곱근이므로
$x=\pm2$
③ 4의 제곱근은 제곱하여 4가 되는 수이므로 ±2이다.
④ $(-2)^2=4$이므로 4의 제곱근은 ±2이다.
⑤ 제곱근 4는 4의 양의 제곱근이므로 2이다.

답 ⑤

02 전략 x가 a의 제곱근 ➜ $x^2=a$

풀이 x가 3의 제곱근이므로 x를 제곱하면 3이 된다.
따라서 주어진 문장을 식으로 나타내면
$x^2=3$

답 ③

03 전략 $a>0$일 때 ➜ $\sqrt{a^2}=a$

풀이 ① $\sqrt{\frac{4}{49}}=\sqrt{\left(\frac{2}{7}\right)^2}=\frac{2}{7}$
② $\sqrt{0.25}=\sqrt{0.5^2}=0.5$
③ $\sqrt{16}=\sqrt{4^2}=4$
⑤ $\sqrt{100}=\sqrt{10^2}=10$

답 ④

04 전략 $a>0$, $b>0$일 때, $a>b$ ➡ $\sqrt{a}>\sqrt{b}$

풀이 ① $6<10$이므로 $\sqrt{6}<\sqrt{10}$

$\therefore -\sqrt{6}>-\sqrt{10}$

② $\frac{1}{8}<\frac{2}{9}$이므로 $\sqrt{\frac{1}{8}}<\sqrt{\frac{2}{9}}$

③ $7=\sqrt{7^2}=\sqrt{49}$이고 $48<49$이므로 $\sqrt{48}<7$

④ $\sqrt{(-3)^2}=3$, $(-\sqrt{2})^2=2$이고 $3>2$이므로

$\sqrt{(-3)^2}>(-\sqrt{2})^2$

⑤ $5=\sqrt{5^2}=\sqrt{25}$이고 $25<26$이므로

$5<\sqrt{26}$ $\therefore -5>-\sqrt{26}$

답 ⑤

05 전략 $a>0$일 때 $\begin{cases} a\text{의 제곱근 ➡ } \pm\sqrt{a} \\ \text{제곱근 } a \text{ ➡ } \sqrt{a} \end{cases}$

풀이 ① $x^2=7$이면 $x=\pm\sqrt{7}$이다.

② $(-7)^2=49$이고, 49의 제곱근은 ±7이다.

③ $-\sqrt{7}$은 제곱하여 7이 되는 수 중에서 음수이므로 7의 음의 제곱근이다.

④ $\sqrt{49}=\sqrt{7^2}=7$이므로 $\sqrt{49}$의 제곱근은 $\pm\sqrt{7}$이다.

⑤ -7은 음수이고, 음수의 제곱근은 없다.

답 ③

06 전략 넓이가 a인 정사각형의 한 변의 길이 ➡ $\sqrt{a}$

풀이 직사각형의 넓이가

$3\times2=6$

이므로 정사각형의 한 변의 길이를 x라 하면

$x^2=6$ $\therefore x=\sqrt{6}\ (\because x>0)$

답 $\sqrt{6}$

07

채점 기준	배점
a의 값 구하기	30%
b의 값 구하기	30%
c의 값 구하기	30%
$a-b-c$의 값 구하기	10%

풀이 $\sqrt{16}=\sqrt{4^2}=4$이므로 $a=\sqrt{4}=2$ ▶ 30%

$\sqrt{81}=\sqrt{9^2}=9$이므로 $b=-\sqrt{9}=-3$ ▶ 30%

$c=\sqrt{64}=8$ ▶ 30%

$\therefore a-b-c=2-(-3)-8=-3$ ▶ 10%

답 -3

08 전략 제곱근의 성질을 이용하여 근호를 없앤 후 계산한다.

풀이 ① $\sqrt{8^2}+\sqrt{(-11)^2}=8+11=19$

② $\sqrt{(-13)^2}-(-\sqrt{6})^2=13-6=7$

③ $-(-\sqrt{2})^2\times\sqrt{9}=-2\times3=-6$

우공비 BOX

$a>0$, $b>0$일 때,
$\sqrt{a}<\sqrt{b}$
➡ $-\sqrt{a}>-\sqrt{b}$

$-\sqrt{a}$는 a의 음의 제곱근이므로
$(-\sqrt{a})^2=a$

x는 6의 양의 제곱근

제곱근의 성질
$a>0$일 때,
① $(\sqrt{a})^2=(-\sqrt{a})^2=a$
② $\sqrt{a^2}=\sqrt{(-a)^2}=a$

④ $-\sqrt{25}\div\sqrt{\left(-\frac{1}{3}\right)^2}=-5\div\frac{1}{3}=-5\times3=-15$

⑤ $\sqrt{0.1^2}\times\left(-\sqrt{\frac{10}{7}}\right)^2=0.1\times\frac{10}{7}=\frac{1}{7}$

답 ③

09 전략 $a>0$일 때 ➡ $\sqrt{a^2}=\sqrt{(-a)^2}=(\sqrt{a})^2=a$

풀이 $\sqrt{0.36}\times\sqrt{(-10)^2}\div\left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2$

$=\sqrt{0.6^2}\times\sqrt{(-10)^2}\div\left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2$

$=0.6\times10\div\frac{1}{2}$

$=0.6\times10\times2$

$=12$

답 12

10 전략 $\sqrt{a^2}=\begin{cases} a & (a\ge0) \\ -a & (a<0) \end{cases}$

풀이 ① $\sqrt{a^2}=a$

② $-(-\sqrt{a})^2=-\{(-\sqrt{a})\times(-\sqrt{a})\}=-(\sqrt{a})^2=-a$

③ $-\sqrt{a^2}=-a$

④ $-\sqrt{(-a)^2}=-\sqrt{a^2}=-a$

⑤ $\sqrt{(-a)^2}=\sqrt{a^2}=a$

따라서 그 값이 a인 것은 ①, ⑤이다.

답 ①, ⑤

11

채점 기준	배점
$2a$, $-3b$, $b-a$의 값의 부호 구하기	50%
주어진 식 간단히 하기	50%

풀이 $a>0$, $b<0$이므로

$2a>0$, $-3b>0$, $b-a<0$ ▶ 50%

$\therefore$ (주어진 식)$=2a-(-3b)-(b-a)$

$=3a+2b$ ▶ 50%

답 $3a+2b$

12 전략 $a>0$, $b>0$일 때, $\sqrt{a}>\sqrt{b}$ ➡ $a>b$

풀이 $3=\sqrt{3^2}=\sqrt{9}$, $6=\sqrt{6^2}=\sqrt{36}$이므로

$\sqrt{9}<\sqrt{6x}<\sqrt{36}$, $9<6x<36$

$\therefore \frac{3}{2}<x<6$

따라서 x의 값이 될 수 없는 것은 ①이다. 답 ①

13 전략 넓이가 a인 정사각형의 한 변의 길이 ➡ $\sqrt{a}$

풀이 □ABCD의 한 변의 길이를 x라 하면

$x^2=64$ $\therefore x=8\ (\because x>0)$

□CEFG의 한 변의 길이를 y라 하면

$y^2=36$ $\therefore y=6\ (\because y>0)$

따라서 직각삼각형 CBE의 넓이는

$\frac{1}{2}\times 8\times 6=24$ 　　답 24

14 전략 $\sqrt{\square}$가 자연수 ◐ $\square=(\text{자연수})^2$

풀이 $\sqrt{15-x}$는 가장 큰 정수가 되어야 한다.
15보다 작은 $(\text{자연수})^2$ 꼴의 수 중 가장 큰 수는 9이므로

$15-x=9$ 　$\therefore x=6$

또 $\sqrt{54y}$는 가장 작은 자연수가 되어야 한다.
$54y=2\times 3^3\times y$이므로 $y=2\times 3\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

$\therefore y=2\times 3=6$

$\therefore x+y=6+6=12$

답 12

$A-B$가 가장 큰 정수가 되려면 A는 최댓값, B는 최솟값을 가져야 한다.

15

채점 기준	배점
양수끼리 대소 비교하기	30%
음수끼리 대소 비교하기	30%
a, b의 값 구하기	30%
a^2-b^2의 값 구하기	10%

양수와 음수가 섞여 있는 세 수 이상의 수의 대소를 비교할 때에는 먼저 양수는 양수끼리, 음수는 음수끼리 대소를 비교한다.

풀이 양수 $\sqrt{18}$, $\sqrt{11}$, $4=\sqrt{4^2}=\sqrt{16}$의 대소를 비교하면

$\sqrt{11}<4<\sqrt{18}$ 　▶ 30%

음수 $-\sqrt{7}$, $-2=-\sqrt{2^2}=-\sqrt{4}$의 대소를 비교하면

$-\sqrt{7}<-2$ 　▶ 30%

따라서 주어진 수를 작은 것부터 순서대로 나열하면

$-\sqrt{7},\ -2,\ 0,\ \sqrt{11},\ 4,\ \sqrt{18}$

(음수)<0<(양수)

이므로

$a=\sqrt{18},\ b=-\sqrt{7}$ 　▶ 30%

$\therefore a^2-b^2=(\sqrt{18})^2-(-\sqrt{7})^2$
$=18-7$
$=11$ 　▶ 10%

답 11

16

채점 기준	배점
$N(200)$의 값 구하기	40%
$N(65)$의 값 구하기	40%
$N(200)-N(65)$의 값 구하기	20%

풀이 $14=\sqrt{14^2}=\sqrt{196}$, $15=\sqrt{15^2}=\sqrt{225}$이므로

$14<\sqrt{200}<15$

$\therefore N(200)=14$ 　▶ 40%

$8=\sqrt{8^2}=\sqrt{64}$, $9=\sqrt{9^2}=\sqrt{81}$이므로

$8<\sqrt{65}<9$

$\therefore N(65)=8$ 　▶ 40%

$\therefore N(200)-N(65)=14-8$
$=6$ 　▶ 20%

답 6

2. 무리수와 실수

04 무리수와 실수 　기본서 16~17쪽

익히기 1 (1) $0.4363636\cdots=0.4\dot{3}\dot{6}$은 순환소수이므로 유리수이다.
(2) $\sqrt{10}$은 무리수이다.
(3) $\sqrt{64}=\sqrt{8^2}=8$이므로 유리수이다.
(4) $\pi=3.141592\cdots$로 순환하지 않는 무한소수이므로 무리수이다.

답 유리수: (1), (3), 　무리수: (2), (4)

익히기 2 답 (1) 2.265 　(2) 2.245 　(3) 2.236

유제 1 ① $-\sqrt{9}=-\sqrt{3^2}=-3$
② $\sqrt{1.44}=\sqrt{1.2^2}=1.2$
③ $3.1\dot{4}=\frac{314-31}{90}=\frac{283}{90}$
따라서 무리수인 것은 ④, ⑤이다.

근호를 사용하여 나타낸 수이더라도 근호 안의 수가 $(\text{유리수})^2$ 꼴이면 유리수이다.

답 ④, ⑤

유제 2 (ㄴ) 근호를 사용하여 나타낸 수 중 근호 안의 수가 어떤 유리수의 제곱이면 그 수는 유리수이다.
(ㄷ) $\frac{1}{3}=0.\dot{3}$은 유한소수로 나타낼 수 없는 수이지만 유리수이다.
이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄹ)이다.

답 ②

유제 3 $a=\sqrt{8.84}=2.973$
$b=\sqrt{9.05}=3.008$
$\therefore a+b=5.981$

답 ③

05 실수와 수직선 　기본서 18~19쪽

익히기 3 정사각형 ABCD의 넓이는 $\boxed{2}$이므로 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $\boxed{\sqrt{2}}$이다.
점 P는 원점에서 오른쪽으로 $\boxed{\sqrt{2}}$만큼 떨어진 점이므로 점 P에 대응하는 수는 $\boxed{\sqrt{2}}$이다.
또 점 Q는 원점에서 왼쪽으로 $\boxed{\sqrt{2}}$만큼 떨어진 점이므로 점 Q에 대응하는 수는 $\boxed{-\sqrt{2}}$이다.

답 풀이 참조

넓이가 $a(a>0)$인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{a}$이다.

유제 4 $\square\text{ABCD}=3\times 3-\left(\frac{1}{2}\times 2\times 1\right)\times 4=5$이므로

$\overline{\text{CB}}=\sqrt{5}$ 　$\therefore \overline{\text{CP}}=\overline{\text{CB}}=\sqrt{5}$

우공비 BOX

따라서 점 P의 좌표는 $-1-\sqrt{5}$이다.

> -1에 대응하는 점에서 왼쪽으로 $\sqrt{5}$만큼 떨어진 점이다.

$\square$EFGH$=4\times4-\left(\frac{1}{2}\times3\times1\right)\times4=10$이므로

$\overline{GH}=\sqrt{10}$ $\quad\therefore \overline{GQ}=\overline{GH}=\sqrt{10}$

따라서 점 Q의 좌표는 $5+\sqrt{10}$이다.

> 5에 대응하는 점에서 오른쪽으로 $\sqrt{10}$만큼 떨어진 점이다.

답 P$(-1-\sqrt{5})$, Q$(5+\sqrt{10})$

유제 ❺ ② 서로 다른 두 무리수 $\sqrt{5}$와 $\sqrt{6}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

답 ②

06 | 실수의 대소 관계 기본서 20~21쪽

익히기 4 $(4-\sqrt{6})-2=\boxed{2-\sqrt{6}}$

그런데 $2\boxed{<}\sqrt{6}$이므로 $\quad 2-\sqrt{6}\boxed{<}0$

$\therefore 4-\sqrt{6}\boxed{<}2$

답 풀이 참조

익히기 5 (1) $(3+\sqrt{5})-(3+\sqrt{6})=\sqrt{5}-\sqrt{6}<0$

> $\sqrt{5}<\sqrt{6}$이므로 $\sqrt{5}-\sqrt{6}<0$

$\therefore 3+\sqrt{5}\boxed{<}3+\sqrt{6}$

(2) $(\sqrt{11}-\sqrt{5})-(\sqrt{11}-2)=-\sqrt{5}+2=-\sqrt{5}+\sqrt{4}<0$

> $\sqrt{5}>\sqrt{4}$이므로 $-\sqrt{5}+\sqrt{4}<0$

$\therefore \sqrt{11}-\sqrt{5}\boxed{<}\sqrt{11}-2$

(3) $(-\sqrt{2}+3)-(-\sqrt{3}+3)=-\sqrt{2}+\sqrt{3}>0$

> $\sqrt{2}<\sqrt{3}$이므로 $-\sqrt{2}+\sqrt{3}>0$

$\therefore -\sqrt{2}+3\boxed{>}-\sqrt{3}+3$

답 (1) < (2) < (3) >

다른 풀이 (1) $\sqrt{5}<\sqrt{6}$이므로 $\quad 3+\sqrt{5}\boxed{<}3+\sqrt{6}$

(2) $\sqrt{5}>\sqrt{2}$에서 $\quad -\sqrt{5}<-\sqrt{2}$

$\therefore \sqrt{11}-\sqrt{5}\boxed{<}\sqrt{11}-2$

(3) $\sqrt{2}<\sqrt{3}$에서 $\quad -\sqrt{2}>-\sqrt{3}$

$\therefore -\sqrt{2}+3\boxed{>}-\sqrt{3}+3$

유제 ❻ $a-b=(\sqrt{5}+1)-3=\sqrt{5}-2>0$

> 두 실수 a, b에 대하여
> $a-b>0$ ➔ $a>b$
> $a-b<0$ ➔ $a<b$

$\therefore a>b$

$b-c=3-(\sqrt{6}+1)=2-\sqrt{6}<0$

$\therefore b<c$

$a-c=(\sqrt{5}+1)-(\sqrt{6}+1)=\sqrt{5}-\sqrt{6}<0$

$\therefore a<c$

$\therefore b<a<c$

답 ②

유제 ❼ ④ $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{7}}{2}$은 두 수의 평균이므로 $\sqrt{5}$와 $\sqrt{7}$ 사이에 있는 수이다.

> $\sqrt{5}$와 $\sqrt{7}$ 사이에 있는 수는 0.41보다 작은 수를 $\sqrt{5}$에 더하거나 $\sqrt{7}$에서 뺀 수이다.

⑤ $\sqrt{7}-\sqrt{5}=2.646-2.236=0.41$이고 $0.5>0.41$이므로 $\sqrt{7}-0.5$는 $\sqrt{5}$와 $\sqrt{7}$ 사이에 있는 수가 아니다.

답 ⑤

유제 ❽ $\sqrt{4}<\sqrt{7}<\sqrt{9}$에서 $\quad 2<\sqrt{7}<3$

$\therefore -3<-\sqrt{7}<-2$

따라서 $2-3<2-\sqrt{7}<2-2$, 즉 $-1<2-\sqrt{7}<0$이므로 $2-\sqrt{7}$에 대응하는 점은 구간 B에 있다.

답 ②

소단원 성취도 진단 기본서 22~23쪽

01 ④	02 ⑤	03 ①	04 2	05 ④
06 $2-\sqrt{2}$	07 ③	08 ②	09 ②	10 ③
11 ④	12 93	13 1	14 ④	15 -1

01 전략 넓이가 a인 정사각형의 한 변의 길이 ➔ $\sqrt{a}$

풀이 ① $\sqrt{4}=2$ ② $\sqrt{9}=3$

③ $\sqrt{16}=4$ ④ $\sqrt{20}$

⑤ $\sqrt{25}=5$

따라서 한 변의 길이가 무리수인 정사각형은 ④이다.

답 ④

02 전략 $\sqrt{(\text{자연수})^2}=(\text{자연수})$

풀이 ⑤ $a=4$이면 a는 유리수이고, $\sqrt{4}=2$이므로 $\sqrt{a}$도 유리수이다.

답 ⑤

03 전략 $\sqrt{■●.▲}$ ➔ 제곱근표에서 ■●의 가로줄과 ▲의 세로줄이 만나는 곳에 있는 수

풀이 $a=5.244$, $b=5.177$이므로

$1000(a-b)=1000\times0.067$

$=67$

답 ①

04 전략 순환하지 않는 무한소수 ➔ 무리수

풀이 순환하지 않는 무한소수로 나타내어지는 수는 무리수이다.

(ㄱ) $\sqrt{(-5)^2}=5$ (ㄴ) $\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2}=\frac{1}{3}$

(ㄷ) $\sqrt{\frac{16}{25}}=\sqrt{\left(\frac{4}{5}\right)^2}=\frac{4}{5}$ (ㄹ) $\sqrt{40}$

(ㅁ) $\sqrt{100}=\sqrt{10^2}=10$ (ㅂ) $\sqrt{120}$

이상에서 무리수인 것은 (ㄹ), (ㅂ)의 2개이다.

답 2

우공비 BOX

05

전략 유리수가 아닌 수 ➡ 무리수

풀이 ① $a^2=(\sqrt{3})^2=3$

② $\sqrt{3a^2}=\sqrt{3\times(\sqrt{3})^2}=\sqrt{3\times3}=\sqrt{3^2}=3$

③ $2a^2+1=2\times(\sqrt{3})^2+1=2\times3+1=7$

④ $a+\sqrt{6}=\sqrt{3}+\sqrt{6}$

⑤ $\sqrt{3}a=\sqrt{3}\times\sqrt{3}=(\sqrt{3})^2=3$

답 ④

06

채점 기준	배점
$\overline{\mathrm{BP}}$의 길이 구하기	50%
점 B에 대응하는 수 구하기	50%

풀이 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$이므로

$\overline{\mathrm{BP}}=\overline{\mathrm{BD}}=\sqrt{2}$ ▶ 50%

점 B는 점 P에서 왼쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 떨어진 점이므로 점 B에 대응하는 수는 $2-\sqrt{2}$이다. ▶ 50%

답 $2-\sqrt{2}$

07

전략 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이 ➡ $\sqrt{2}$

풀이 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$이므로 각 점의 좌표는 다음과 같다.

$\mathrm{A}(1-\sqrt{2})$, $\mathrm{B}(\sqrt{2})$, $\mathrm{C}(3-\sqrt{2})$,

$\mathrm{D}(4-\sqrt{2})$, $\mathrm{E}(3+\sqrt{2})$

답 ③

08

전략 수직선 ➡ 각 점에 실수를 하나씩 대응시켜서 만든 직선

풀이 ② $\sqrt{6}$과 $\sqrt{7}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

답 ②

09

전략 두 실수 a, b의 대소 비교 ➡ $a-b$의 부호를 조사

풀이 ① $(3+\sqrt{3})-(\sqrt{5}+\sqrt{3})=3-\sqrt{5}=\sqrt{9}-\sqrt{5}>0$

$\therefore 3+\sqrt{3}>\sqrt{5}+\sqrt{3}$

② $(2+\sqrt{5})-(\sqrt{3}+\sqrt{5})=2-\sqrt{3}=\sqrt{4}-\sqrt{3}>0$

$\therefore 2+\sqrt{5}>\sqrt{3}+\sqrt{5}$

③ $7-(2+\sqrt{5})=5-\sqrt{5}=\sqrt{25}-\sqrt{5}>0$

$\therefore 7>2+\sqrt{5}$

④ $(10-\sqrt{5})-(\sqrt{80}-\sqrt{5})=10-\sqrt{80}=\sqrt{100}-\sqrt{80}>0$

$\therefore 10-\sqrt{5}>\sqrt{80}-\sqrt{5}$

⑤ $(1+\sqrt{24})-6=\sqrt{24}-5=\sqrt{24}-\sqrt{25}<0$

$\therefore 1+\sqrt{24}<6$

답 ②

k에 대응하는 점에서 오른쪽으로 $\sqrt{a}$만큼 떨어진 점에 대응하는 수 ➡ $k+\sqrt{a}$
k에 대응하는 점에서 왼쪽으로 $\sqrt{a}$만큼 떨어진 점에 대응하는 수 ➡ $k-\sqrt{a}$

1에 대응하는 점에서 왼쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 떨어진 점에 대응하는 수

3에 대응하는 점에서 오른쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 떨어진 점에 대응하는 수

2 이상 99 이하인 자연수의 개수는
$99-2+1=98$

두 실수 a, b에 대하여
① $a-b>0$ ➡ $a>b$
② $a-b=0$ ➡ $a=b$
③ $a-b<0$ ➡ $a<b$

10

전략 $a-b>0$ ➡ $a>b$

풀이 $a-b=(3-\sqrt{8})-(3-\sqrt{10})=-\sqrt{8}+\sqrt{10}>0$

$\therefore a>b$

$b-c=(3-\sqrt{10})-1=2-\sqrt{10}=\sqrt{4}-\sqrt{10}<0$

$\therefore b<c$

$a-c=(3-\sqrt{8})-1=2-\sqrt{8}=\sqrt{4}-\sqrt{8}<0$

$\therefore a<c$

따라서 $b<a<c$이다.

답 ③

11

전략 x가 a, b $(a<b)$ 사이의 수 ➡ $a<x<b$

풀이 ③ $\sqrt{5}<\sqrt{6}<\sqrt{9}$이므로 $\sqrt{6}$은 $\sqrt{5}$와 3 사이에 있는 수이다.

④ $3-\sqrt{5}=3-2.236=0.764$이므로 $3-\sqrt{5}$는 $\sqrt{5}$와 3 사이에 있는 수가 아니다.

답 ④

참고 $3-\sqrt{5}=0.764$이므로 $\sqrt{5}$에 0.764보다 작은 수를 더한 수인 ①, ②는 $\sqrt{5}$와 3 사이에 있는 수이다.

12

채점 기준	배점
$\sqrt{108n}$이 유리수가 될 때 n의 조건 알기	30%
$\sqrt{108n}$이 유리수가 되도록 하는 n의 개수 구하기	50%
$\sqrt{108n}$이 무리수가 되도록 하는 n의 개수 구하기	20%

풀이 $108n=2^2\times3^3\times n$이므로 $\sqrt{108n}$이 유리수가 되는 경우는

$n=3\times(\text{자연수})^2$

꼴인 경우이다. ▶ 30%

이때 $1<n<100$이므로

$n=3\times1^2,\ 3\times2^2,\ 3\times3^2,\ 3\times4^2,\ 3\times5^2$

즉 $\sqrt{108n}$이 유리수가 되도록 하는 n의 개수는 5이다.

▶ 50%

따라서 $1<n<100$인 자연수 n에 대하여 $\sqrt{108n}$이 무리수가 되도록 하는 n의 개수는

$98-5=93$ ▶ 20%

답 93

13

채점 기준	배점
양수인 것과 음수인 것 나누기	40%
양수끼리 대소 비교하기	50%
왼쪽에서 네 번째에 있는 수 구하기	10%

풀이 주어진 수 중 음수는 $2-\sqrt{6}$, $2-\sqrt{5}$이고 양수는 $3-\sqrt{5}$, $3-\sqrt{2}$, 1이다. ▶ 40%

이때 양수끼리의 대소를 비교하면

$(3-\sqrt{5})-1=2-\sqrt{5}<0 \quad \therefore 3-\sqrt{5}<1$

$(3-\sqrt{2})-1=2-\sqrt{2}>0 \quad \therefore 3-\sqrt{2}>1$

따라서

$3-\sqrt{5}<1<3-\sqrt{2}$ ▶ 50%

이므로 수직선 위에 나타낼 때, 왼쪽에서 네 번째에 있는 수는 1이다. ▶ 10%

답 1

네 번째로 작은 수

+ 보충 학습

수직선과 실수
① 0을 기준으로 음수는 왼쪽에, 양수는 오른쪽에 대응된다.
② $a<b$이면 a는 b보다 왼쪽에 있다.

14 전략 $\sqrt{a^2}=\begin{cases} a\ (a\ge 0) \\ -a\ (a<0) \end{cases}$

풀이 ① $a=3-\sqrt{5}>0$이므로 $-a<0$
$\therefore \sqrt{(-a)^2}=a=3-\sqrt{5}$
② $b<0$이므로 $-b>0$
$\therefore \sqrt{(-b)^2}=-b=2$
③ $a+b=(3-\sqrt{5})+(-2)=1-\sqrt{5}<0$이므로
$\sqrt{(a+b)^2}=-(a+b)=-1+\sqrt{5}$
④ $a-b=(3-\sqrt{5})-(-2)=5-\sqrt{5}>0$이므로
$\sqrt{(a-b)^2}=a-b=5-\sqrt{5}$
⑤ $a>0$, $b<0$이므로
$\sqrt{a^2}-\sqrt{b^2}=a-(-b)=a+b=1-\sqrt{5}$
이때 $\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{9}$, 즉 $2<\sqrt{5}<3$이므로 이상에서 가장 큰 수는 ④이다. 답 ④

참고 $2<\sqrt{5}<3$이므로
$0<3-\sqrt{5}<1$, $1<-1+\sqrt{5}<2$,
$2<5-\sqrt{5}<3$, $-2<1-\sqrt{5}<-1$
$\therefore 1-\sqrt{5}<3-\sqrt{5}<-1+\sqrt{5}<2<5-\sqrt{5}$

15

채점 기준	배점
$2-\sqrt{7}$에 대응하는 점 찾기	20%
$\sqrt{5}$에 대응하는 점 찾기	20%
$-\sqrt{3}$에 대응하는 점 찾기	20%
$\sqrt{3}-1$에 대응하는 점 찾기	20%
$p+q$의 값 구하기	20%

풀이 $2<\sqrt{7}<3$에서 $-3<-\sqrt{7}<-2$이므로
$2-3<2-\sqrt{7}<2-2$ $\therefore -1<2-\sqrt{7}<0$
따라서 $2-\sqrt{7}$에 대응하는 점은 점 B이다. ▶ 20%
$2<\sqrt{5}<3$이므로 $\sqrt{5}$에 대응하는 점은 점 D이다. ▶ 20%
$1<\sqrt{3}<2$에서 $-2<-\sqrt{3}<-1$이므로 $-\sqrt{3}$에 대응하는 점은 점 A이다. ▶ 20%
또 $1<\sqrt{3}<2$에서 $0<\sqrt{3}-1<1$이므로 $\sqrt{3}-1$에 대응하는 점은 점 C이다. ▶ 20%
따라서 $p=-\sqrt{3}$, $q=\sqrt{3}-1$이므로
$p+q=-\sqrt{3}+(\sqrt{3}-1)=-1$ ▶ 20%

답 -1

우공비 BOX

중단원 마무리 평가

기본서 24~27쪽

01 ③, ④	02 ①, ③	03 ③	04 ④	05 ②
06 ③	07 ⑤	08 ②	09 ②	10 ⑤
11 ①	12 ①, ③	13 ④, ⑤	14 ②	15 ①
16 ③	17 ④	18 ③	19 305	
20 $100\le x<10000$	21 90	22 15	23 2π	
24 0	25 25	26 4		

27 (1) $\sqrt{8}$ (2) $\mathrm{P}(-1+\sqrt{8})$ (3) $\mathrm{Q}(-1-\sqrt{8})$ (4) -2
28 A, C

01 전략 x가 양수 a의 제곱근 ➡ x를 제곱하면 a가 된다.

풀이 x가 양수 a의 제곱근이므로 x를 제곱하면 a가 된다. 즉 $x^2=a$이고, 양수의 제곱근은 2개이므로
$x=\pm\sqrt{a}$

답 ③, ④

양수 a의 제곱근 중 양수인 것은 $\sqrt{a}$, 음수인 것은 $-\sqrt{a}$이다.

02 전략 $a>0$일 때 $\begin{cases} a\text{의 제곱근} ➡ \pm\sqrt{a} \\ \text{제곱근 } a ➡ \sqrt{a} \end{cases}$

풀이 ① $(-3)^2=9$이므로 -3은 9의 음의 제곱근이다.
② 제곱근 5는 5의 양의 제곱근이므로 $\sqrt{5}$이다.
③ -5는 25의 음의 제곱근이므로 $-\sqrt{25}$와 같다.
④ $(-7)^2=49$이고 49의 제곱근은 ± 7이다.
⑤ $\sqrt{(-6)^2}=6$

$-\sqrt{25}=-\sqrt{5^2}=-5$

답 ①, ③

03 전략 사각형 A, B, C, D의 넓이를 각각 a, b, c, d라 하면 ➡ $a=2b$, $b=2c$, $c=2d$

풀이 사각형 A, B, C, D의 넓이를 각각 a, b, c, d라 하면 사각형 A의 넓이가 사각형 B의 넓이의 2배이므로
$a=2b$, 즉 $b=\frac{1}{2}a$
같은 방법으로 $b=2c$, $c=2d$이므로
$c=\frac{1}{2}b$, $d=\frac{1}{2}c$
$\therefore d=\frac{1}{2}c=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}b\right)=\frac{1}{4}b=\frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}a\right)=\frac{1}{8}a$
사각형 A의 넓이가 $1\,\mathrm{cm}^2$이므로
$d=\frac{1}{8}\,(\mathrm{cm}^2)$
따라서 정사각형 D의 한 변의 길이를 $x\,\mathrm{cm}$라 하면
$x^2=\frac{1}{8}$ $\therefore x=\sqrt{\frac{1}{8}}\ (\because x>0)$ 답 ③

(정사각형의 넓이) $=$(한 변의 길이)^2

넓이가 $\frac{1}{8}$인 정사각형의 한 변의 길이는 $\frac{1}{8}$의 양의 제곱근이다.

+ 보충 학습

넓이가 a인 정사각형의 한 변의 길이를 x라 하면 $x^2=a$이다. 이때 x는 정사각형의 한 변의 길이이므로 양수이다. 따라서 x는 a의 양의 제곱근이므로 $x=\sqrt{a}$이다.

04 전략 $a>0$일 때, a의 제곱근 ➡ $\pm\sqrt{a}$

풀이 $\sqrt{256}=\sqrt{16^2}=16$의 제곱근은 $\pm\sqrt{16}$, 즉 ± 4이므로

$A=\pm 4$

$(-10)^2=100$의 제곱근은 $\pm\sqrt{100}$, 즉 ± 10이므로

$B=\pm 10$

따라서 $A-B$의 최댓값은

$4-(-10)=14$

답 ④

$\pm\sqrt{16}=\pm\sqrt{4^2}=\pm 4$

$\pm\sqrt{100}=\pm\sqrt{10^2}=\pm 10$

05 전략 양수 a의 제곱근 ➡ 제곱하여 a가 되는 수

풀이 ① 0.36의 제곱근은

$\pm\sqrt{0.36}=\pm\sqrt{0.6^2}=\pm 0.6$

② 0.4의 제곱근은 $\pm\sqrt{0.4}$

③ $\frac{9}{16}$의 제곱근은 $\pm\sqrt{\frac{9}{16}}=\pm\sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^2}=\pm\frac{3}{4}$

④ 81의 제곱근은 $\pm\sqrt{81}=\pm\sqrt{9^2}=\pm 9$

⑤ 121의 제곱근은 $\pm\sqrt{121}=\pm\sqrt{11^2}=\pm 11$

답 ②

$\sqrt{(\text{유리수})^2}$ 꼴인 수는 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있다.

06 전략 $a>0$일 때 $\left[\begin{array}{l}(\sqrt{a})^2=(-\sqrt{a})^2=a \\ \sqrt{a^2}=\sqrt{(-a)^2}=a\end{array}\right.$

풀이 ① $-(-\sqrt{2})^2+\sqrt{(-1)^2}=-2+1=-1$

② $\sqrt{3^2}-\sqrt{(-5)^2}=3-5=-2$

③ $\sqrt{2^3+1}-1=\sqrt{9}-1=3-1=2$

④ $\sqrt{0.09}\times\sqrt{36}=\sqrt{0.3^2}\times\sqrt{6^2}=0.3\times 6=1.8$

⑤ $(-\sqrt{9})^2-\sqrt{8^2}=9-8=1$

답 ③

07 전략 $\sqrt{a^2}=\begin{cases} a\ (a\ge 0) \\ -a\ (a<0)\end{cases}$

풀이 $-3<a<2$에서 $0<a+3<5$이므로

$\sqrt{(a+3)^2}=a+3$

$-3<a<2$에서 $-5<a-2<0$이므로

$\sqrt{(a-2)^2}=-(a-2)=-a+2$

$\therefore$ (주어진 식)$=a+3-(-a+2)$

$=a+3+a-2$

$=2a+1$

답 ⑤

08 전략 $0<a<1$ ➡ $\frac{1}{a}>1$

풀이 $0<a<1$이므로 $a-1<0$

$0<a<1$, $\frac{1}{a}>1$이므로

$a-\frac{1}{a}<0$, $\frac{1}{a}-a>0$

$\therefore$ (주어진 식)$=-\left(a-\frac{1}{a}\right)-\left(\frac{1}{a}-a\right)-(a-1)$

$=-a+\frac{1}{a}-\frac{1}{a}+a-a+1$

$=-a+1$

답 ②

09 전략 $\sqrt{24-x}$가 자연수 ➡ $24-x=(\text{자연수})^2$

풀이 $\sqrt{24-x}$가 자연수가 되려면 $24-x$가 24보다 작은 제곱수이어야 하므로

$24-x=1,\ 4,\ 9,\ 16$

$\therefore x=23,\ 20,\ 15,\ 8$

따라서 가장 작은 자연수 x는 8

답 ②

+ 보충 학습

① $\sqrt{A-x}$ (A는 자연수)가 정수가 되도록 하는 자연수 x의 값을 구하려면 $A-x$의 값이 0 또는 A보다 작은 제곱수이어야 함을 이용한다.

예 $\sqrt{12-x}$가 정수가 되도록 하는 자연수 x

➡ $12-x=0,\ 1,\ 4,\ 9$이므로 $x=12,\ 11,\ 8,\ 3$

② $\sqrt{A-x}$ (A는 자연수)가 자연수가 되도록 하는 자연수 x의 값을 구하려면 $A-x$의 값이 A보다 작은 제곱수이어야 함을 이용한다.

예 $\sqrt{12-x}$가 자연수가 되도록 하는 자연수 x

➡ $12-x=1,\ 4,\ 9$이므로 $x=11,\ 8,\ 3$

10 전략 $a>0$, $b>0$일 때, $a<b$ ➡ $\sqrt{a}<\sqrt{b}$

풀이 ① $4=\sqrt{4^2}=\sqrt{16}$이고, $16<18$이므로 $4<\sqrt{18}$

② $\frac{1}{2}=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{1}{4}}$이고, $\frac{1}{4}<\frac{1}{3}$이므로

$\frac{1}{2}<\sqrt{\frac{1}{3}}$

③ $0.3=\sqrt{0.3^2}=\sqrt{0.09}$이고, $0.09<0.3$이므로

$0.3<\sqrt{0.3}$

④ $1<2$이므로 $\sqrt{1}<\sqrt{2}$

$\therefore -1>-\sqrt{2}$

⑤ $\frac{1}{3}=\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2}=\sqrt{\frac{1}{9}}$이고 $\frac{1}{8}>\frac{1}{9}$이므로

$\sqrt{\frac{1}{8}}>\frac{1}{3}$

답 ⑤

11 전략 $\sqrt{x}$가 두 자연수 a, b $(a<b)$ 사이의 수

➡ $\sqrt{a^2}<\sqrt{x}<\sqrt{b^2}$

풀이 $11^2=121$, $12^2=144$이므로

$\sqrt{121}<\sqrt{130}<\sqrt{144}$ $\quad\therefore 11<\sqrt{130}<12$

따라서 $\sqrt{130}$은 11과 12 사이의 수이므로

$11+12=23$

답 ①

$\sqrt{A}$가 연속하는 두 자연수 사이의 수일 때, 이 자연수를 구하려면 A보다 작은 제곱수와 A보다 큰 제곱수를 찾아본다.

12 전략 실수 중 유리수가 아닌 수는 무리수임을 이용한다.

풀이 □ 안의 수는 무리수이다.

② $\sqrt{169}=\sqrt{13^2}=13$

④ $3-\sqrt{4}=3-\sqrt{2^2}=3-2=1$

근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없는 수를 찾는다.

⑤ $\sqrt{\frac{1}{4}}=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{1}{2}$

따라서 무리수는 $\sqrt{0.1}$, $1+\sqrt{7}$이다.

답 ①, ③

13 전략 모든 실수는 각각 수직선 위의 한 점에 대응한다.

풀이 ① $-\frac{1}{5}=-0.2$, $\frac{17}{5}=3.4$이므로 $-\frac{1}{5}$과 $\frac{17}{5}$ 사이에는 0, 1, 2, 3의 4개의 정수가 있다.

② 두 실수 사이에는 무수히 많은 유리수와 무리수가 있다.

③ $1<\sqrt{3}<2$, $2<\sqrt{5}<3$이므로 $\sqrt{3}$과 $\sqrt{5}$ 사이에는 2의 1개의 자연수가 있다.

④ 수직선은 유리수와 무리수에 대응하는 점으로 완전히 메울 수 있다.

⑤ 실수 중 유리수가 아닌 수는 무리수이다.

답 ④, ⑤

14 전략 넓이가 a인 정사각형의 한 변의 길이 ➡ $\sqrt{a}$

풀이 $\square ABCD=3\times3-\left(\frac{1}{2}\times1\times2\right)\times4=5$이므로 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$이다.

$\therefore \overline{AD}=\overline{AP}=\sqrt{5}$ $\quad\therefore P(1-\sqrt{5})$

$\square AEFG=2\times2\times\frac{1}{2}=2$이므로 정사각형 AEFG의 한 변의 길이는 $\sqrt{2}$이다.

$\therefore \overline{AE}=\overline{AQ}=\sqrt{2}$ $\quad\therefore Q(1+\sqrt{2})$

답 ②

15 전략 두 실수 a, b에 대하여 $a-b>0$ ➡ $a>b$

풀이 $a-b=(2+\sqrt{7})-(\sqrt{5}+\sqrt{7})$

$=2-\sqrt{5}=\sqrt{4}-\sqrt{5}<0$

$\therefore a<b$

$b-c=(\sqrt{5}+\sqrt{7})-(\sqrt{5}+3)$

$=\sqrt{7}-3=\sqrt{7}-\sqrt{9}<0$

$\therefore b<c$

$\therefore a<b<c$

답 ①

16 전략 $a>0$, $b>0$일 때, $\sqrt{a}<\sqrt{b}$ ➡ $a<b$

풀이 ① $1+\sqrt{2}=2.414$, 즉 $1+\sqrt{2}>2$이고 $1<\sqrt{3}<2$이므로

$1+\sqrt{2}>\sqrt{3}$

② $\sqrt{4}=2$이므로 $\quad 1+\sqrt{2}>2$

③ $1+\sqrt{2}=2.414$, $\sqrt{7}=2.646$이므로

$1+\sqrt{2}<\sqrt{7}$

또 $3=\sqrt{9}$이므로 $\quad \sqrt{7}<\sqrt{9}$ $\quad\therefore \sqrt{7}<3$

④ $\sqrt{9}=3$

⑤ $\sqrt{10}-3=\sqrt{10}-\sqrt{9}>0$이므로 $\quad \sqrt{10}>3$

따라서 주어진 조건을 모두 만족시키는 수는 ③이다.

답 ③

17 전략 x가 두 수 a, b $(a<b)$ 사이의 수 ➡ $a<x<b$

풀이 ① $3=\sqrt{9}$이므로 $\quad \sqrt{5}<3<\sqrt{11}$

② $5<10<11$이므로 $\quad \sqrt{5}<\sqrt{10}<\sqrt{11}$

③ $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{11}}{2}$은 두 수 $\sqrt{5}$, $\sqrt{11}$의 평균이므로 $\sqrt{5}$와 $\sqrt{11}$ 사이의 수이다.

④, ⑤ $\sqrt{11}-\sqrt{5}=3.317-2.236=1.081$이므로

$\sqrt{11}-\frac{3}{2}$은 $\sqrt{5}$와 $\sqrt{11}$ 사이에 있는 수가 아니고,

$\sqrt{5}+0.7$은 $\sqrt{5}$와 $\sqrt{11}$ 사이에 있는 수이다.

답 ④

18 전략 양수인 것과 음수인 것을 나눈 후 대소를 비교한다.

풀이 $-\sqrt{2}$, $\sqrt{2}-2$, $\sqrt{2}-\sqrt{3}$은 음수이고 $\sqrt{2}+2$, $\sqrt{2}+\sqrt{3}$은 양수이므로 왼쪽에서 세 번째에 있는 수는 세 음수 중 가장 큰 수이다.

$1<\sqrt{2}<2$에서 $\quad -2<-\sqrt{2}<-1$

또 $1<\sqrt{2}<2$에서 $-1<\sqrt{2}-2<0$이므로

$-\sqrt{2}<\sqrt{2}-2$

한편 $\sqrt{2}-2-(\sqrt{2}-\sqrt{3})=-2+\sqrt{3}<0$이므로

$\sqrt{2}-2<\sqrt{2}-\sqrt{3}$

$\therefore -\sqrt{2}<\sqrt{2}-2<\sqrt{2}-\sqrt{3}$

따라서 수직선 위에 나타낼 때 왼쪽에서 세 번째에 있는 수는 ③이다.

답 ③

19 전략 $\sqrt{x}$가 자연수 ➡ $x=n^2$ (n은 자연수)

풀이 $\sqrt{5a}$가 자연수가 되려면

$a=5\times n^2$ (n은 자연수)

꼴이어야 하므로 $100\le a\le 200$에서

$100\le 5n^2\le 200$ $\quad\therefore 20\le n^2\le 40$

즉 n^2이 될 수 있는 수는 25 또는 36이므로

$a=125$ 또는 $a=180$

따라서 구하는 합은

$125+180=305$

답 305

20 전략 먼저 $\sqrt{x}$의 값의 범위를 구한다.

풀이 $\sqrt{x}$의 정수 부분이 두 자리 수이므로

$10\le\sqrt{x}<100$

$10=\sqrt{10^2}=\sqrt{100}$, $100=\sqrt{100^2}=\sqrt{10000}$이므로

$\sqrt{100}\le\sqrt{x}<\sqrt{10000}$

$\therefore 100\le x<10000$

답 $100\le x<10000$

우공비 BOX

$\frac{a+b}{2}$는 두 수 a, b의 평균이다.

$\sqrt{11}-\frac{3}{2}=3.317-1.5$
$=1.817$

$\sqrt{5}+0.7=2.236+0.7$
$=2.936$

$n^2=25$일 때, $\quad a=125$
$n^2=36$일 때, $\quad a=180$

양수 A에 대하여
① A의 정수 부분이 한 자리 수이면
➡ $1\le A<10$
② A의 정수 부분이 두 자리 수이면
➡ $10\le A<100$
③ A의 정수 부분이 세 자리 수이면
➡ $100\le A<1000$

우공비 BOX

21 전략 근호 안의 수가 어떤 유리수의 제곱 ➡ 유리수

풀이 $1 \le x \le 100$인 자연수 x에 대하여 $\sqrt{x}$가 유리수가 되는 경우는

$\sqrt{1}=1,\ \sqrt{4}=2,\ \sqrt{9}=3,\ \cdots,\ \sqrt{100}=10$

따라서 1에서 100까지의 자연수 x 중에서 $\sqrt{x}$의 값이 무리수가 되도록 하는 x의 개수는

$100-10=90$

답 90

22 전략 먼저 $\sqrt{50}$, $\sqrt{80}$의 앞, 뒤의 제곱수를 찾는다.

풀이 $\sqrt{49}<\sqrt{50}<\sqrt{64}$이므로 $7<\sqrt{50}<8$

$\therefore <50>=7$

$\sqrt{64}<\sqrt{80}<\sqrt{81}$이므로 $8<\sqrt{80}<9$

$\therefore <80>=8$

$\therefore <50>+<80>=7+8=15$

답 15

23 전략 반지름의 길이가 r인 원의 둘레의 길이 ➡ $2\pi r$

풀이 넓이가 π인 원의 반지름의 길이는 1이고, 원점과 점 A 사이의 거리는 원의 둘레의 길이와 같으므로

$2\pi \times 1 = 2\pi$

따라서 점 A에 대응하는 수는 2π이다.

답 2π

무리수 2π에 대응하는 점을 수직선 위에 나타낼 수 있다.

24

채점 기준	배점
a, b의 부호 알기	2점
주어진 식 간단히 하기	2점

풀이 $a-b<0$, $ab<0$에서

$a<0,\ b>0$ ▶ 2점

$ab<0$에서
$a>0,\ b<0$
또는 $a<0,\ b>0$
그런데 $a-b<0$에서
$a<b$이므로
$a<0,\ b>0$

따라서 $\sqrt{a^2}=-a$, $\sqrt{(-b)^2}=b$, $\sqrt{(b-a)^2}=b-a$이므로

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=-a+b-(b-a)\\&=-a+b-b+a\\&=0\end{aligned}$$ ▶ 2점

답 0

$m-n$의 값은 m의 값이 클수록, n의 값이 작을수록 크다.

25

채점 기준	배점
a의 값 구하기	2점
b의 값 구하기	2점
$a+b$의 값 구하기	1점

풀이 $\sqrt{120-a}$는 가장 큰 자연수가 되어야 한다.

120보다 작은 (자연수)^2 꼴의 수 중 가장 큰 수는 100이므로

$10^2=100,\ 11^2=121$

$120-a=100 \qquad \therefore a=20$ ▶ 2점

또 $\sqrt{11+b}$는 가장 작은 자연수가 되어야 한다.

11보다 큰 (자연수)^2 꼴의 수 중 가장 작은 수는 16이므로

$3^2=9,\ 4^2=16$

$11+b=16 \qquad \therefore b=5$ ▶ 2점

$\therefore a+b=20+5=25$ ▶ 1점

답 25

26

채점 기준	배점
$\sqrt{5}<\sqrt{x}<\sqrt{13}$을 만족시키는 x의 값 구하기	2점
$4<\sqrt{2x}<6$을 만족시키는 x의 값 구하기	2점
자연수 x의 개수 구하기	1점

풀이 $\sqrt{5}<\sqrt{x}<\sqrt{13}$에서 $5<x<13$이므로

$x=6,\ 7,\ 8,\ 9,\ 10,\ 11,\ 12$ ▶ 2점

$4<\sqrt{2x}<6$에서 $\sqrt{16}<\sqrt{2x}<\sqrt{36}$이므로

$16<2x<36 \qquad \therefore 8<x<18$

$\therefore x=9,\ 10,\ 11,\ 12,\ 13,\ 14,\ 15,\ 16,\ 17$ ▶ 2점

따라서 두 조건을 모두 만족시키는 자연수 x는

$9,\ 10,\ 11,\ 12$

의 4개이다. ▶ 1점

답 4

27

채점 기준	배점
□ABCD의 한 변의 길이 구하기	2점
점 P의 좌표 구하기	1점
점 Q의 좌표 구하기	1점
$a+b$의 값 구하기	1점

풀이 (1) $\square ABCD=\frac{1}{2}\times 4\times 4=8$

두 대각선의 길이가 4인 마름모로 생각한다.

따라서 □ABCD의 한 변의 길이는 $\sqrt{8}$이다. ▶ 2점

(2) 점 P는 점 A에서 오른쪽으로 $\sqrt{8}$만큼 떨어진 점이므로 점 P의 좌표는 $-1+\sqrt{8}$ ▶ 1점

(3) 점 Q는 점 A에서 왼쪽으로 $\sqrt{8}$만큼 떨어진 점이므로 점 Q의 좌표는 $-1-\sqrt{8}$ ▶ 1점

(4) $a=-1+\sqrt{8}$, $b=-1-\sqrt{8}$이므로

$a+b=-1+\sqrt{8}+(-1-\sqrt{8})=-2$ ▶ 1점

답 (1) $\sqrt{8}$ (2) $P(-1+\sqrt{8})$ (3) $Q(-1-\sqrt{8})$ (4) -2

28

채점 기준	배점
A와 B의 대소 비교하기	1점
B와 C의 대소 비교하기	1점
답 구하기	2점

풀이 $A-B=(\sqrt{50}-2)-5=\sqrt{50}-7=\sqrt{50}-\sqrt{49}>0$

$\therefore A>B$ ▶ 1점

$B-C=5-(\sqrt{15}+1)=4-\sqrt{15}=\sqrt{16}-\sqrt{15}>0$

$\therefore B>C$ ▶ 1점

따라서 $A>B>C$이므로 가장 큰 수는 A, 가장 작은 수는 C이다. ▶ 2점

답 A, C

우공비 BOX

Ⅰ-2. 근호를 포함한 식의 계산

1. 제곱근의 곱셈과 나눗셈

07 | 제곱근의 곱셈과 나눗셈 (1) 기본서 28~30쪽

익히기 1 (1) $\sqrt{2}\times\sqrt{11}=\sqrt{2\times11}=\sqrt{22}$

(2) $3\sqrt{2}\times5\sqrt{3}=3\times5\times\sqrt{2\times3}=15\sqrt{6}$

(3) $\frac{\sqrt{40}}{\sqrt{8}}=\sqrt{\frac{40}{8}}=\sqrt{5}$

(4) $8\sqrt{63}\div2\sqrt{7}=8\sqrt{63}\times\frac{1}{2\sqrt{7}}=\frac{8}{2}\times\sqrt{\frac{63}{7}}=12$

답 (1) $\sqrt{22}$ (2) $15\sqrt{6}$ (3) $\sqrt{5}$ (4) 12

익히기 2 (1) $\sqrt{6}\times\sqrt{8}=\sqrt{\boxed{48}}=\sqrt{\boxed{4}^2\times3}=\boxed{4}\sqrt{3}$

(2) $\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{16}}=\sqrt{\frac{20}{\boxed{16}}}=\sqrt{\frac{5}{4}}=\sqrt{\frac{5}{\boxed{2}^2}}=\frac{\sqrt{5}}{\boxed{2}}$

답 풀이 참조

근호 안의 수를 소인수분해한다.

유제 1-1 (1) $\sqrt{3}\times\sqrt{12}=\sqrt{3\times12}=\sqrt{36}=\sqrt{6^2}=6$

(2) $8\sqrt{5}\times(-\sqrt{2})=8\times(-1)\times\sqrt{5\times2}$
$=-8\sqrt{10}$

(3) $4\times5\sqrt{2}\times2\sqrt{7}=4\times5\times2\times\sqrt{2\times7}=40\sqrt{14}$

(4) $2\sqrt{\frac{8}{3}}\sqrt{\frac{3}{4}}=2\sqrt{\frac{8}{3}\times\frac{3}{4}}=2\sqrt{2}$

답 (1) 6 (2) $-8\sqrt{10}$ (3) $40\sqrt{14}$ (4) $2\sqrt{2}$

$a>0,\ b>0$일 때,
① $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$
② $\sqrt{\frac{b}{a^2}}=\frac{\sqrt{b}}{a}$

유제 1-2 (1) $-2\sqrt{21}\div\sqrt{3}=-\frac{2\sqrt{21}}{\sqrt{3}}=-2\sqrt{\frac{21}{3}}$
$=-2\sqrt{7}$

$a>0,\ b>0$일 때,
$\sqrt{a}\div\sqrt{b}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$

(2) $15\sqrt{2}\div3\sqrt{3}=15\sqrt{2}\times\frac{1}{3\sqrt{3}}=\frac{15}{3}\times\sqrt{\frac{2}{3}}=5\sqrt{\frac{2}{3}}$

(3) $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{5}}\div\sqrt{6}=\sqrt{\frac{18}{5}}\times\frac{1}{\sqrt{6}}=\sqrt{\frac{18}{5}}\times\sqrt{\frac{1}{6}}$
$=\sqrt{\frac{18}{5}\times\frac{1}{6}}=\sqrt{\frac{3}{5}}$

(4) $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{7}}\div\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{35}}=\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{7}}\times\frac{\sqrt{35}}{\sqrt{6}}=\sqrt{\frac{12}{7}}\times\sqrt{\frac{35}{6}}$
$=\sqrt{\frac{12}{7}\times\frac{35}{6}}=\sqrt{10}$

답 (1) $-2\sqrt{7}$ (2) $5\sqrt{\frac{2}{3}}$ (3) $\sqrt{\frac{3}{5}}$ (4) $\sqrt{10}$

유제 2 (1) $\sqrt{75}=\sqrt{5^2\times3}=5\sqrt{3}$

(2) $-\sqrt{80}=-\sqrt{4^2\times5}=-4\sqrt{5}$

(3) $2\sqrt{7}=\sqrt{2^2\times7}=\sqrt{28}$

(4) $-3\sqrt{5}=-\sqrt{3^2\times5}=-\sqrt{45}$

답 (1) $5\sqrt{3}$ (2) $-4\sqrt{5}$ (3) $\sqrt{28}$ (4) $-\sqrt{45}$

유제 3 (1) $\sqrt{\frac{13}{81}}=\sqrt{\frac{13}{9^2}}=\frac{\sqrt{13}}{9}$

(2) $\sqrt{0.17}=\sqrt{\frac{17}{100}}=\sqrt{\frac{17}{10^2}}=\frac{\sqrt{17}}{10}$

답 (1) $\frac{\sqrt{13}}{9}$ (2) $\frac{\sqrt{17}}{10}$

유제 4-1 (1) $\sqrt{2000}=\sqrt{20\times100}=10\sqrt{20}$
$=10\times4.472=44.72$

(2) $\sqrt{20000}=\sqrt{2\times10000}=100\sqrt{2}$
$=100\times1.414=141.4$

(3) $\sqrt{0.02}=\sqrt{\frac{2}{100}}=\frac{\sqrt{2}}{10}=\frac{1.414}{10}=0.1414$

(4) $\sqrt{0.2}=\sqrt{\frac{20}{100}}=\frac{\sqrt{20}}{10}=\frac{4.472}{10}=0.4472$

$\sqrt{0.2}=\sqrt{\frac{2}{10}}$로 고치면 10을 근호 밖으로 꺼낼 수 없으므로 $\sqrt{\frac{20}{100}}$으로 고친다.

답 (1) 44.72 (2) 141.4 (3) 0.1414 (4) 0.4472

유제 4-2 ① $\sqrt{500}=\sqrt{5\times100}=10\sqrt{5}$
$=10\times2.236=22.36$

② $\sqrt{5000}=\sqrt{50\times100}=10\sqrt{50}$

③ $\sqrt{125}=\sqrt{5^2\times5}=5\sqrt{5}=5\times2.236=11.18$

④ $\sqrt{0.5}=\sqrt{\frac{50}{100}}=\frac{\sqrt{50}}{10}$

⑤ $\sqrt{0.05}=\sqrt{\frac{5}{100}}=\frac{\sqrt{5}}{10}=\frac{2.236}{10}=0.2236$

답 ②, ④

유제 5-1 (1) $\sqrt{600}=\sqrt{6\times100}=10\sqrt{6}=10a$

(2) $\sqrt{6000}=\sqrt{60\times100}=10\sqrt{60}=10b$

(3) $\sqrt{0.06}=\sqrt{\frac{6}{100}}=\frac{\sqrt{6}}{10}=\frac{a}{10}$

(4) $\sqrt{0.006}=\sqrt{\frac{60}{10000}}=\frac{\sqrt{60}}{100}=\frac{b}{100}$

답 (1) $10a$ (2) $10b$ (3) $\frac{a}{10}$ (4) $\frac{b}{100}$

유제 5-2 $\sqrt{45}=\sqrt{3^2\times5}=3\sqrt{5}=3b$

$\sqrt{98}=\sqrt{7^2\times2}=7\sqrt{2}=7a$

$\therefore \sqrt{45}-\sqrt{98}=3b-7a$

답 $3b-7a$

08 | 제곱근의 곱셈과 나눗셈 (2) 기본서 31~32쪽

익히기 3 $\frac{3}{\sqrt{18}}=\frac{3}{\sqrt{3^2\times2}}=\frac{3}{\boxed{3}\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$
$=\frac{\boxed{\sqrt{2}}}{\sqrt{2}\times\boxed{\sqrt{2}}}=\boxed{\frac{\sqrt{2}}{2}}$

$a>0,\ b>0$일 때,
$\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$

답 풀이 참조

익히기 4 (1) $\frac{1}{\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{7}}{7}$

(2) $\frac{4}{\sqrt{2}}=\frac{4\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{4\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}$

(3) $\frac{\sqrt{3}}{3\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{5}}{3\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{15}}{15}$

(4) $-\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{10}}=-\frac{2\sqrt{3}\times\sqrt{10}}{\sqrt{10}\times\sqrt{10}}=-\frac{2\sqrt{30}}{10}=-\frac{\sqrt{30}}{5}$

(5) $\frac{2}{\sqrt{48}}=\frac{2}{\sqrt{4^2\times3}}=\frac{2}{4\sqrt{3}}=\frac{1}{2\sqrt{3}}$

$=\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{6}$

(6) $\frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{50}}=\frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{5^2\times2}}=\frac{5\sqrt{3}}{5\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

$=\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}}{2}$

답 (1) $\frac{\sqrt{7}}{7}$ (2) $2\sqrt{2}$ (3) $\frac{\sqrt{15}}{15}$ (4) $-\frac{\sqrt{30}}{5}$ (5) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ (6) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

+ 보충 학습

분모를 유리화할 때에는 근호 안을 가장 작은 자연수로 만들고 분모, 분자에 무리수만 곱하면 계산이 간단하다.

(6)에서

$\frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{50}}=\frac{5\sqrt{3}\times\sqrt{50}}{\sqrt{50}\times\sqrt{50}}=\frac{5\sqrt{150}}{50}=\frac{\sqrt{150}}{10}$

$=\frac{\sqrt{5^2\times6}}{10}=\frac{5\sqrt{6}}{10}=\frac{\sqrt{6}}{2}$

과 같이 하면 계산이 복잡하다.

유제 ❻-1 ① $\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

② $\frac{6}{\sqrt{2}}=\frac{6\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{6\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{2}$

③ $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{5}}{2\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{15}}{10}$

④ $\frac{3}{\sqrt{8}}=\frac{3}{2\sqrt{2}}=\frac{3\times\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{4}$

⑤ $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{12}}=\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{5}\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{15}}{6}$ 답 ④

유제 ❻-2 $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{32}}=\frac{\sqrt{5}}{4\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{5}\times\sqrt{2}}{4\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{10}}{8}$이므로

$a=\frac{1}{8}$

$\frac{7\sqrt{5}}{\sqrt{2}\sqrt{7}}=\frac{7\sqrt{5}}{\sqrt{14}}=\frac{7\sqrt{5}\times\sqrt{14}}{\sqrt{14}\times\sqrt{14}}=\frac{7\sqrt{70}}{14}=\frac{\sqrt{70}}{2}$이므로

$b=\frac{1}{2}$

$\therefore ab=\frac{1}{8}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{16}$ 답 $\frac{1}{16}$

우공비 BOX

$\sqrt{\frac{3}{2}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$

$=\frac{\sqrt{6}}{2}$

근호 안의 제곱인 인수를 근호 밖으로 꺼낸 다음 분모를 유리화한다.

$2\sqrt{\frac{7}{2}}=\sqrt{2^2\times\frac{7}{2}}=\sqrt{14}$

유제 ❼ (1) $\sqrt{5}\times\sqrt{3}\div\sqrt{10}=\sqrt{15}\div\sqrt{10}$

$=\sqrt{\frac{15}{10}}=\sqrt{\frac{3}{2}}=\frac{\sqrt{6}}{2}$

(2) $2\sqrt{6}\div\sqrt{3}\times3\sqrt{2}=2\sqrt{6}\times\frac{1}{\sqrt{3}}\times3\sqrt{2}$

$=6\sqrt{6\times\frac{1}{3}\times2}=6\times2=12$

(3) $\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\div\frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{5}}\times\frac{1}{\sqrt{30}}=\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\times\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{6}}\times\frac{1}{\sqrt{30}}$

$=8\sqrt{\frac{3}{2}\times\frac{5}{6}\times\frac{1}{30}}$

$=\frac{8}{2\sqrt{6}}=\frac{4}{\sqrt{6}}=\frac{2\sqrt{6}}{3}$

답 (1) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (2) 12 (3) $\frac{2\sqrt{6}}{3}$

소단원 성취도 진단

기본서 33~34쪽

01 ④	02 3	03 ④	04 ①	05 ②
06 $\frac{6}{5}$	07 32.31	08 ②	09 ⑤	10 1
11 $-\frac{1}{30}$	12 $\frac{2\sqrt{15}}{3}$	13 $10b-\frac{a}{100}$		14 ⑤
15 ③	16 $\frac{3\sqrt{3}}{4}$배			

01 전략 $a>0$, $b>0$일 때, $\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$, $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}=\sqrt{\frac{b}{a}}$

풀이 ① $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{10}{2}}=\sqrt{5}$

② $\sqrt{\frac{35}{6}}\times\sqrt{\frac{3}{7}}=\sqrt{\frac{35}{6}\times\frac{3}{7}}=\sqrt{\frac{5}{2}}$

③ $4\sqrt{2}\times3\sqrt{5}=4\times3\times\sqrt{2\times5}=12\sqrt{10}$

④ $2\sqrt{6}\times\sqrt{\frac{7}{12}}=2\sqrt{6\times\frac{7}{12}}=2\sqrt{\frac{7}{2}}$

⑤ $\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{5}}\div\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{20}}=\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{7}}=\sqrt{\frac{14}{5}\times\frac{20}{7}}=\sqrt{8}$

답 ④

02 전략 $a>0$, $b>0$일 때, $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$

풀이 $\sqrt{98}=\sqrt{7^2\times2}=7\sqrt{2}$이므로 $a=2$

$\sqrt{125}=\sqrt{5^2\times5}=5\sqrt{5}$이므로 $b=5$

$\therefore b-a=3$ 답 3

03 전략 $a>0$, $b>0$일 때, $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}=\frac{\sqrt{ab}}{a}$

풀이 ① $\sqrt{18}=\sqrt{3^2\times2}=3\sqrt{2}$

② $\frac{6}{\sqrt{2}}=\frac{6\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{6\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{2}$

③ $\frac{18}{\sqrt{18}}=\frac{18}{3\sqrt{2}}=\frac{6}{\sqrt{2}}=\frac{6\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{6\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{2}$

④ $\dfrac{9\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\dfrac{9\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{9\sqrt{6}}{3}=3\sqrt{6}$

⑤ $\dfrac{6\sqrt{3}}{\sqrt{6}}=\dfrac{6\sqrt{3}\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\dfrac{6\sqrt{18}}{6}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

답 ④

04 전략 $a\times b\div c=a\times b\times\dfrac{1}{c}$

풀이 $\sqrt{\dfrac{3}{4}}\times\dfrac{\sqrt{5}}{3}\div\dfrac{\sqrt{15}}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}}\times\dfrac{\sqrt{5}}{3}\times\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{15}}$

$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{\sqrt{5}}{3}\times\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{15}}$

$=\dfrac{1}{6}\times\sqrt{3\times5\times\dfrac{2}{15}}$

$=\dfrac{\sqrt{2}}{6}$

답 ①

05 전략 먼저 60을 소인수분해한다.

풀이 $\sqrt{60}=\sqrt{2^2\times3\times5}=2\sqrt{3}\sqrt{5}=2ab$

답 ②

06 전략 $a>0$, $b>0$일 때, $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$

풀이 $\sqrt{0.08}=\sqrt{\dfrac{8}{100}}=\sqrt{\dfrac{2}{25}}=\sqrt{\dfrac{2}{5^2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{5}$이므로

$a=\dfrac{1}{5}$

$\sqrt{180}=\sqrt{6^2\times5}=6\sqrt{5}$이므로 $\quad b=6$

$\therefore ab=\dfrac{1}{5}\times6=\dfrac{6}{5}$

답 $\dfrac{6}{5}$

07

채점 기준	배점
1044를 소인수분해하기	30%
제곱인 인수를 근호 밖으로 꺼내기	40%
$\sqrt{1044}$의 값 구하기	30%

풀이 $1044=2^2\times3^2\times29$ ▶ 30%

$\therefore \sqrt{1044}=\sqrt{2^2\times3^2\times29}$

$=6\sqrt{29}$ ▶ 40%

$=6\times5.385$

$=32.31$ ▶ 30%

답 32.31

08 전략 근호 안의 수의 소수점의 위치를 두 자리씩 이동시켜 본다.

풀이 ① $\sqrt{0.014}=\sqrt{\dfrac{1.4}{100}}=\dfrac{\sqrt{1.4}}{10}$

② $\sqrt{0.14}=\sqrt{\dfrac{14}{100}}=\dfrac{\sqrt{14}}{10}$

③ $\sqrt{140}=\sqrt{1.4\times100}=10\sqrt{1.4}$

④ $\sqrt{14000}=\sqrt{1.4\times10000}=100\sqrt{1.4}$

⑤ $\sqrt{1400000}=\sqrt{1.4\times1000000}=1000\sqrt{1.4}$

답 ②

우공비 BOX

$3=\sqrt{3^2}=9$

$2\sqrt{2}=\sqrt{2^2\times2}=\sqrt{8}$

$a>0$, $b>0$일 때, $\sqrt{\dfrac{b}{a^2}}=\dfrac{\sqrt{b}}{a}$

$\sqrt{20}=\sqrt{2^2\times5}=2\sqrt{5}$

$45=3^2\times5$
$50=5^2\times2$
$200=10^2\times2$

(직육면체의 부피)
=(밑면의 가로의 길이)
×(밑면의 세로의 길이)
×(높이)

09 전략 보기의 수를 분모가 2인 수로 변형한다.

풀이 ① $\dfrac{3}{2}=\dfrac{\sqrt{9}}{2}$

② $\dfrac{3}{\sqrt{2}}=\dfrac{3\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}=\dfrac{\sqrt{18}}{2}$

③ $\sqrt{2}=\dfrac{2\sqrt{2}}{2}=\dfrac{\sqrt{8}}{2}$

⑤ $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

이때 $\sqrt{3}<\sqrt{6}<\sqrt{8}<\sqrt{9}<\sqrt{18}$이므로

$\dfrac{\sqrt{3}}{2}<\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}<\sqrt{2}<\dfrac{3}{2}<\dfrac{3}{\sqrt{2}}$

따라서 수직선 위에 나타낼 때 왼쪽에서 두 번째에 있는 수는 ⑤이다.

답 ⑤

10

채점 기준	배점
a의 값 구하기	40%
b의 값 구하기	40%
$a+b$의 값 구하기	20%

풀이 $\dfrac{6}{\sqrt{20}}=\dfrac{6}{2\sqrt{5}}=\dfrac{3}{\sqrt{5}}=\dfrac{3\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$이므로

$a=\dfrac{3}{5}$ ▶ 40%

$\dfrac{\sqrt{72}}{5\sqrt{3}}=\dfrac{6\sqrt{2}}{5\sqrt{3}}=\dfrac{6\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{5\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{6\sqrt{6}}{15}=\dfrac{2\sqrt{6}}{5}$이므로

$b=\dfrac{2}{5}$ ▶ 40%

$\therefore a+b=\dfrac{3}{5}+\dfrac{2}{5}=1$ ▶ 20%

답 1

서술형 답안 작성 Tip

분모의 유리화 과정에서 분모에 있는 무리수를 분자, 분모에 곱하는 과정을 반드시 보여 준다.

11 전략 $a\div b\times c=a\times\dfrac{1}{b}\times c$

풀이 $\dfrac{2}{\sqrt{45}}\div(-\sqrt{50})\times\dfrac{\sqrt{200}}{8}$

$=\dfrac{2}{3\sqrt{5}}\times\left(-\dfrac{1}{5\sqrt{2}}\right)\times\dfrac{10\sqrt{2}}{8}$

$=-\dfrac{1}{6\sqrt{5}}=-\dfrac{\sqrt{5}}{6\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=-\dfrac{\sqrt{5}}{30}$

$\therefore a=-\dfrac{1}{30}$

답 $-\dfrac{1}{30}$

12

채점 기준	배점
직육면체의 부피를 공식을 이용하여 나타내기	40%
직육면체의 높이 구하기	60%

풀이 직육면체의 높이를 x라 하면

$\sqrt{2}\times\sqrt{6}\times x=\sqrt{80}$ ▶ 40%

$\therefore x=\frac{\sqrt{80}}{\sqrt{12}}=\frac{4\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$
$=\frac{2\sqrt{5}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{15}}{3}$ ▶ 60%

답 $\frac{2\sqrt{15}}{3}$

13 전략 $a>0$일 때, $\sqrt{100a}=10\sqrt{a}$, $\sqrt{\frac{a}{100}}=\frac{\sqrt{a}}{10}$

풀이 $\sqrt{1700}=\sqrt{17\times100}=10\sqrt{17}=10b$

$\sqrt{0.00017}=\sqrt{\frac{1.7}{10000}}=\frac{\sqrt{1.7}}{100}=\frac{a}{100}$

$\therefore \sqrt{1700}-\sqrt{0.00017}=10b-\frac{a}{100}$

답 $10b-\frac{a}{100}$

14 전략 $a>0$, $b>0$일 때, $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}=\frac{\sqrt{b}\times\sqrt{a}}{\sqrt{a}\times\sqrt{a}}=\frac{\sqrt{ab}}{a}$

풀이 $\frac{\sqrt{1-a}}{\sqrt{1+a}}+\frac{\sqrt{1+a}}{\sqrt{1-a}}=\frac{(\sqrt{1-a})^2+(\sqrt{1+a})^2}{\sqrt{1+a}\sqrt{1-a}}$
$=\frac{(1-a)+(1+a)}{\sqrt{1-a^2}}$
$=\frac{2}{\sqrt{1-a^2}}$

이므로 위의 식에 $a=\frac{\sqrt{2}}{2}$를 대입하면

$\frac{2}{\sqrt{1-a^2}}=2\div\sqrt{1-a^2}=2\div\sqrt{1-\frac{2}{4}}=2\div\sqrt{\frac{1}{2}}$
$=2\div\frac{1}{\sqrt{2}}=2\times\sqrt{2}=2\sqrt{2}$

답 ⑤

15 전략 $a>0$일 때, $\sqrt{a^2}=a$

풀이 $\sqrt{\frac{3\sqrt{3}}{4}\times2\sqrt{2}\div\frac{3}{2\sqrt{6}}}=\sqrt{\frac{3\sqrt{3}}{4}\times2\sqrt{2}\times\frac{2\sqrt{6}}{3}}$
$=\sqrt{\sqrt{36}}=\sqrt{6}$

답 ③

16

채점 기준	배점
정삼각형의 넓이 구하기	30%
정사각형의 넓이 구하기	40%
답 구하기	30%

풀이 (정삼각형의 넓이)$=\frac{1}{2}\times a\times\frac{\sqrt{3}}{2}a=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ ▶ 30%

정사각형의 한 변의 길이를 b라 하면

$3a=4b \quad \therefore b=\frac{3}{4}a$

따라서 정사각형의 넓이는 $b^2=\frac{9}{16}a^2$이므로 ▶ 40%

$b^2\div\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=\frac{9}{16}a^2\times\frac{4}{\sqrt{3}a^2}=\frac{3\sqrt{3}}{4}$ ▶ 30%

답 $\frac{3\sqrt{3}}{4}$배

우공비 BOX

$1\times\sqrt{2}$에서 1이 생략된 것이다.

주어진 식을 먼저 간단히 한 후, a의 값을 대입한다.

근호 안의 수가 같은 것끼리 묶어 계산한다.

(삼각형의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times$(밑변의 길이)
$\times$(높이)

$a>0$, $b>0$일 때,
$\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$

2. 제곱근의 덧셈과 뺄셈

09 제곱근의 덧셈과 뺄셈 기본서 35~36쪽

익히기 1 (1) $7\sqrt{5}+2\sqrt{5}=(7+2)\sqrt{5}=9\sqrt{5}$
(2) $3\sqrt{3}-5\sqrt{3}=(3-5)\sqrt{3}=-2\sqrt{3}$
(3) $2\sqrt{2}+\sqrt{2}-7\sqrt{2}=(2+1-7)\sqrt{2}=-4\sqrt{2}$
(4) $3\sqrt{7}-2\sqrt{7}+5\sqrt{7}=(3-2+5)\sqrt{7}=6\sqrt{7}$

답 (1) $9\sqrt{5}$ (2) $-2\sqrt{3}$ (3) $-4\sqrt{2}$ (4) $6\sqrt{7}$

익히기 2 (1) $\sqrt{27}+\sqrt{12}=3\sqrt{3}+2\sqrt{3}$
$=(3+2)\sqrt{3}=5\sqrt{3}$
(2) $\sqrt{45}-\sqrt{20}=3\sqrt{5}-2\sqrt{5}$
$=(3-2)\sqrt{5}=\sqrt{5}$
(3) $\sqrt{8}+\sqrt{50}-\sqrt{2}=2\sqrt{2}+5\sqrt{2}-\sqrt{2}$
$=(2+5-1)\sqrt{2}=6\sqrt{2}$
(4) $2\sqrt{3}-\sqrt{48}+\sqrt{75}=2\sqrt{3}-4\sqrt{3}+5\sqrt{3}$
$=(2-4+5)\sqrt{3}=3\sqrt{3}$

답 (1) $5\sqrt{3}$ (2) $\sqrt{5}$ (3) $6\sqrt{2}$ (4) $3\sqrt{3}$

유제 1-1 (1) $5\sqrt{7}+2\sqrt{7}-10\sqrt{7}=(5+2-10)\sqrt{7}$
$=-3\sqrt{7}$
(2) $\frac{\sqrt{3}}{5}-\frac{\sqrt{3}}{10}+\frac{3\sqrt{3}}{2}=\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{10}+\frac{3}{2}\right)\sqrt{3}$
$=\left(\frac{2}{10}-\frac{1}{10}+\frac{15}{10}\right)\sqrt{3}$
$=\frac{8\sqrt{3}}{5}$
(3) $\frac{3\sqrt{5}}{4}-\frac{5\sqrt{5}}{2}+\frac{5\sqrt{5}}{4}=\left(\frac{3}{4}-\frac{5}{2}+\frac{5}{4}\right)\sqrt{5}$
$=\left(\frac{3}{4}-\frac{10}{4}+\frac{5}{4}\right)\sqrt{5}$
$=-\frac{\sqrt{5}}{2}$

답 (1) $-3\sqrt{7}$ (2) $\frac{8\sqrt{3}}{5}$ (3) $-\frac{\sqrt{5}}{2}$

유제 1-2 (1) $\sqrt{30}-2\sqrt{10}-4\sqrt{30}-\sqrt{10}$
$=(-2-1)\sqrt{10}+(1-4)\sqrt{30}$
$=-3\sqrt{10}-3\sqrt{30}$
(2) $3\sqrt{6}+\frac{\sqrt{3}}{2}-2\sqrt{6}-5\sqrt{3}=\left(\frac{1}{2}-5\right)\sqrt{3}+(3-2)\sqrt{6}$
$=-\frac{9\sqrt{3}}{2}+\sqrt{6}$

답 (1) $-3\sqrt{10}-3\sqrt{30}$ (2) $-\frac{9\sqrt{3}}{2}+\sqrt{6}$

유제 2-1 $\sqrt{72}+\sqrt{50}-\sqrt{18}=6\sqrt{2}+5\sqrt{2}-3\sqrt{2}$
$=(6+5-3)\sqrt{2}=8\sqrt{2}$

$\therefore a=8$

답 8

우공비 BOX

유제 ❷-2 $A=\sqrt{24}+\sqrt{54}=2\sqrt{6}+3\sqrt{6}$

$=(2+3)\sqrt{6}=5\sqrt{6}$

$B=\frac{\sqrt{125}}{3}-\frac{\sqrt{45}}{2}=\frac{5\sqrt{5}}{3}-\frac{3\sqrt{5}}{2}$

$=\left(\frac{5}{3}-\frac{3}{2}\right)\sqrt{5}=\left(\frac{10}{6}-\frac{9}{6}\right)\sqrt{5}=\frac{\sqrt{5}}{6}$

$\therefore A+6B=5\sqrt{6}+6\times\frac{\sqrt{5}}{6}=5\sqrt{6}+\sqrt{5}$

근호 안의 수가 다르므로 더 이상 간단히 할 수 없다.

답 $5\sqrt{6}+\sqrt{5}$

10 근호를 포함한 복잡한 식의 계산 기본서 37~39쪽

익히기 3 (1) $(2+\sqrt{6})\sqrt{3}=2\sqrt{3}+\sqrt{6}\sqrt{3}=2\sqrt{3}+\sqrt{18}$

$=2\sqrt{3}+3\sqrt{2}$

(2) $\sqrt{24}(\sqrt{3}-2\sqrt{2})=\sqrt{24}\sqrt{3}-2\sqrt{24}\sqrt{2}$

$=\sqrt{72}-2\sqrt{48}=6\sqrt{2}-8\sqrt{3}$

$2\sqrt{48}=2\sqrt{4^2\times3}$
$=2\times4\sqrt{3}$
$=8\sqrt{3}$

(3) $\sqrt{32}-\frac{6}{\sqrt{2}}=4\sqrt{2}-\frac{6\sqrt{2}}{2}=4\sqrt{2}-3\sqrt{2}=\sqrt{2}$

(4) $\sqrt{6}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)=\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}+\sqrt{2}$

$\frac{\sqrt{6}^{\,3}}{\sqrt{2}}=\sqrt{3}$, $\frac{\sqrt{6}^{\,2}}{\sqrt{3}}=\sqrt{2}$

(5) $\sqrt{2}(5-\sqrt{5})+\sqrt{5}(2\sqrt{2}-\sqrt{10})$

$=5\sqrt{2}-\sqrt{10}+2\sqrt{10}-\sqrt{50}$

$=5\sqrt{2}-\sqrt{10}+2\sqrt{10}-5\sqrt{2}=\sqrt{10}$

(6) $\sqrt{3}(\sqrt{15}+\sqrt{12})-\sqrt{5}(2-\sqrt{20})$

$=\sqrt{45}+\sqrt{36}-2\sqrt{5}+\sqrt{100}$

$=3\sqrt{5}+6-2\sqrt{5}+10=\sqrt{5}+16$

답 (1) $2\sqrt{3}+3\sqrt{2}$ (2) $6\sqrt{2}-8\sqrt{3}$ (3) $\sqrt{2}$
(4) $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ (5) $\sqrt{10}$ (6) $\sqrt{5}+16$

유제 ❸ (1) $\frac{5\sqrt{2}-\sqrt{5}}{\sqrt{5}}-(\sqrt{8}+\sqrt{45})\times\sqrt{2}$

$=\frac{(5\sqrt{2}-\sqrt{5})\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}-(\sqrt{16}+\sqrt{90})$

$=\frac{5\sqrt{10}-5}{5}-(4+3\sqrt{10})$

$=\sqrt{10}-1-4-3\sqrt{10}$

$=-5-2\sqrt{10}$

(2) $\sqrt{75}\left(\sqrt{6}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)+(\sqrt{24}-\sqrt{27})\div\sqrt{3}$

$=5\sqrt{3}\times\sqrt{6}+5\sqrt{3}\times\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{2\sqrt{6}-3\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$=5\sqrt{18}+5+2\sqrt{2}-3$

$=15\sqrt{2}+5+2\sqrt{2}-3$

$=17\sqrt{2}+2$

답 (1) $-5-2\sqrt{10}$ (2) $17\sqrt{2}+2$

유제 ❹ $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$

$=\frac{\sqrt{3}(\sqrt{5}-\sqrt{3})-\sqrt{3}(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}$

$=\frac{(\sqrt{15}-3)-(\sqrt{15}+3)}{2}=-3$

따라서 $a=-3$, $b=0$이므로

$a+b=-3+0=-3$

답 ①

유제 ❺-1 $\sqrt{4}<\sqrt{6}<\sqrt{9}$에서 $2<\sqrt{6}<3$이므로

$\sqrt{6}=2.\times\times\times$

즉 $\sqrt{6}$의 정수 부분이 2이므로

$a=2$, $b=\sqrt{6}-2$

$\therefore a-b=2-(\sqrt{6}-2)=4-\sqrt{6}$

답 $4-\sqrt{6}$

유제 ❺-2 $\sqrt{1}<\sqrt{2}<\sqrt{4}$에서 $1<\sqrt{2}<2$이므로

$\sqrt{2}=1.\times\times\times$

즉 $\sqrt{2}$의 정수 부분은 1이므로

$a=\sqrt{2}-1$

$\sqrt{4}<\sqrt{7}<\sqrt{9}$에서 $2<\sqrt{7}<3$이므로

$3<\sqrt{7}+1<4$

부등식의 각 변에 같은 수를 더해도 부등호의 방향은 바뀌지 않는다.

즉 $\sqrt{7}+1=3.\times\times\times$이므로

$b=3$

$\therefore a+b=(\sqrt{2}-1)+3=2+\sqrt{2}$

답 $2+\sqrt{2}$

유제 ❻ $a+b=(\sqrt{3}+\sqrt{2})+(\sqrt{3}-\sqrt{2})=2\sqrt{3}$,

$ab=(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})=1$이므로

$a^2+b^2-ab=(a+b)^2-3ab$

$=(2\sqrt{3})^2-3\times1$

$=9$

답 ⑤

유제 ❼ $x=\frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}=\sqrt{2}-1$

이므로

$x+1=\sqrt{2}$, $(x+1)^2=2$

$x^2+2x+1=2$이므로
$x^2+2x=1$

$\therefore x^2+2x=1$

$\therefore x^2+2x-4=1-4=-3$

답 ③

넓이가 a인 정사각형의 한 변의 길이
➜ $\sqrt{a}$

유제 ❽ $\overline{AB}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$(cm),

$\overline{BC}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$(cm),

$\overline{CD}=\sqrt{5}$(cm)

$\therefore \overline{AD}=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}$

$=3\sqrt{5}+2\sqrt{5}+\sqrt{5}$

$=6\sqrt{5}$(cm)

답 $6\sqrt{5}$ cm

소단원 성취도 진단

기본서 40~41쪽

01 ④	02 -1	03 -5	04 ⑤	05 $\sqrt{15}$
06 ④	07 5	08 ①	09 ⑤	10 $\sqrt{3}$
11 ⑤	12 ③	13 $\frac{12\sqrt{35}}{35}$		14 ②
15 11	16 $5+3\sqrt{2}$			

01 전략 $x>0$일 때, $\frac{1}{\sqrt{x}}=\frac{\sqrt{x}}{x}$

풀이 $a+\frac{1}{a}=\sqrt{5}+\frac{1}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}+\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}$

$=\sqrt{5}+\frac{\sqrt{5}}{5}=\left(1+\frac{1}{5}\right)\sqrt{5}=\frac{6\sqrt{5}}{5}$ 답 ④

02 전략 $a>0$, $b>0$일 때, $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$

풀이 (가) $\sqrt{48}+\sqrt{12}=4\sqrt{3}+2\sqrt{3}=6\sqrt{\boxed{3}}$

(나) $2\sqrt{8}-\sqrt{32}=4\sqrt{2}-4\sqrt{2}=\boxed{0}$

(다) $\frac{6}{\sqrt{3}}-\sqrt{108}=2\sqrt{3}-6\sqrt{3}=\boxed{-4}\sqrt{3}$

따라서 □ 안에 알맞은 세 유리수의 합은

$3+0+(-4)=-1$ 답 -1

우공비 BOX

$\frac{6\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{6\sqrt{3}}{3}$
$=2\sqrt{3}$

03 전략 m, n, l은 유리수이고, $\sqrt{a}$는 무리수일 때,

➡ $m\sqrt{a}+n\sqrt{a}-l\sqrt{a}=(m+n-l)\sqrt{a}$

풀이 $\sqrt{27}+2\sqrt{12}-a\sqrt{3}-\sqrt{108}$

$=3\sqrt{3}+4\sqrt{3}-a\sqrt{3}-6\sqrt{3}$

$=(3+4-a-6)\sqrt{3}$

$=(1-a)\sqrt{3}$

즉 $(1-a)\sqrt{3}=6\sqrt{3}$이므로 $1-a=6$

$\therefore a=-5$ 답 -5

04 전략 $a>0$, $b>0$, $c>0$일 때,

➡ $\frac{\sqrt{b}+\sqrt{c}}{\sqrt{a}}=\frac{(\sqrt{b}+\sqrt{c})\times\sqrt{a}}{\sqrt{a}\times\sqrt{a}}=\frac{\sqrt{ab}+\sqrt{ac}}{a}$

풀이 $\frac{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{\sqrt{6}}+\sqrt{3}=\frac{(2\sqrt{3}-3\sqrt{2})\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}+\sqrt{3}$

$=\frac{2\sqrt{18}-3\sqrt{12}}{6}+\sqrt{3}$

$=\frac{2\times3\sqrt{2}-3\times2\sqrt{3}}{6}+\sqrt{3}$

$=\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{3}=\sqrt{2}$ 답 ⑤

05

채점 기준	배점
$a+b$의 값 구하기	40%
$a-b$의 값 구하기	40%
$(a+b)(a-b)$의 값 구하기	20%

풀이 $a+b=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{2}+\frac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{2}=\frac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$ ▶ 40%

$a-b=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{2}-\frac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{2}=\frac{2\sqrt{5}}{2}=\sqrt{5}$ ▶ 40%

$\therefore (a+b)(a-b)=\sqrt{3}\times\sqrt{5}=\sqrt{15}$ ▶ 20%

답 $\sqrt{15}$

06 전략 두 수 a, b의 대소 비교 ➡ $a-b$의 부호를 조사

두 실수 a, b에 대하여
① $a-b>0$ ➡ $a>b$
② $a-b=0$ ➡ $a=b$
③ $a-b<0$ ➡ $a<b$

풀이 ① $5-2\sqrt{6}=\sqrt{25}-\sqrt{24}>0$

$\therefore 5>2\sqrt{6}$

② $4-(2+\sqrt{3})=2-\sqrt{3}=\sqrt{4}-\sqrt{3}>0$

$\therefore 4>2+\sqrt{3}$

③ $(\sqrt{5}-1)-(\sqrt{6}-1)=\sqrt{5}-1-\sqrt{6}+1=\sqrt{5}-\sqrt{6}<0$

$\therefore \sqrt{5}-1<\sqrt{6}-1$

④ $(6\sqrt{2}-4)-(\sqrt{2}+3)=6\sqrt{2}-4-\sqrt{2}-3$

$=5\sqrt{2}-7=\sqrt{50}-\sqrt{49}>0$

$\therefore 6\sqrt{2}-4>\sqrt{2}+3$

⑤ $(3\sqrt{2}-\sqrt{3})-(\sqrt{2}+\sqrt{3})=3\sqrt{2}-\sqrt{3}-\sqrt{2}-\sqrt{3}$

$=2\sqrt{2}-2\sqrt{3}$

$=\sqrt{8}-\sqrt{12}<0$

$\therefore 3\sqrt{2}-\sqrt{3}<\sqrt{2}+\sqrt{3}$ 답 ④

+ 보충 학습

$a>0$, $b>0$일 때, a와 $\sqrt{b}$의 대소는
[방법 1] $\sqrt{a^2}$과 $\sqrt{b}$를 비교
[방법 2] a^2과 b를 비교

07

채점 기준	배점
주어진 식 간단히 하기	50%
a, b의 값 구하기	30%
$a+b$의 값 구하기	20%

풀이 $(3+\sqrt{27})\sqrt{2}+\sqrt{3}(\sqrt{6}-\sqrt{32})$

$=3\sqrt{2}+\sqrt{54}+\sqrt{18}-\sqrt{96}$

$=3\sqrt{2}+3\sqrt{6}+3\sqrt{2}-4\sqrt{6}$

$=6\sqrt{2}-\sqrt{6}$ ▶ 50%

따라서 $a=6$, $b=-1$이므로 ▶ 30%

$a+b=6+(-1)=5$ ▶ 20%

답 5

08 전략 $a>0$, $b>0$, $c>0$일 때, $\sqrt{a}(\sqrt{b}+\sqrt{c})=\sqrt{ab}+\sqrt{ac}$

풀이 $\sqrt{5}a-\sqrt{7}b=\sqrt{5}(3\sqrt{5}-\sqrt{7})-\sqrt{7}(-\sqrt{5}+5\sqrt{7})$

$=15-\sqrt{35}+\sqrt{35}-35=-20$ 답 ①

09 전략 $a>0$, $b>0$일 때, $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}=\sqrt{\frac{b}{a}}$

풀이 $\sqrt{75}-\frac{2\sqrt{15}}{\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{6}+\sqrt{10}}{\sqrt{2}}$

$\frac{\sqrt{\cancel{6}}^{\,3}}{\sqrt{\cancel{2}}}+\frac{\sqrt{\cancel{10}}^{\,5}}{\sqrt{\cancel{2}}}$
$=\sqrt{3}+\sqrt{5}$

$=5\sqrt{3}-2\sqrt{5}+\sqrt{3}+\sqrt{5}$

$=6\sqrt{3}-\sqrt{5}=6a-b$ 답 ⑤

우공비 BOX

10 전략 $\sqrt{a}$의 소수 부분 ➡ $\sqrt{a}-(\sqrt{a}$의 정수 부분$)$

풀이 $1<\sqrt{3}<2$에서 $3<2+\sqrt{3}<4$이므로

$a=3,\ b=(2+\sqrt{3})-3=\sqrt{3}-1$

$\therefore \dfrac{a}{b+1}=\dfrac{3}{\sqrt{3}}=\dfrac{3\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{3\sqrt{3}}{3}=\sqrt{3}$ 답 $\sqrt{3}$

11 전략 $x=a+\sqrt{b}$ ➡ $(x-a)^2=b$

풀이 $x-1=\sqrt{5}$이므로 $(x-1)^2=5$

$\therefore x^2-2x=4$

$\therefore x^2-2x+\sqrt{80}=4+4\sqrt{5}$ 답 ⑤

12 전략 $a>0,\ b>0$일 때, $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$

풀이 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합은

$4(\sqrt{54}+\sqrt{150}+\sqrt{24})=4(3\sqrt{6}+5\sqrt{6}+2\sqrt{6})$

$=4\times10\sqrt{6}$

$=40\sqrt{6}$ 답 ③

밑면의 가로의 길이, 세로의 길이, 높이가 각각 $a,\ b,\ c$인 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합
➡ $4(a+b+c)$

13 전략 먼저 $x+y,\ x-y$의 값을 구한다.

풀이 $x+y=\dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{2}+\dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2}=\dfrac{2\sqrt{7}}{2}=\sqrt{7}$

$x-y=\dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{2}-\dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2}=\dfrac{2\sqrt{5}}{2}=\sqrt{5}$

이므로

$(\text{주어진 식})=\dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{7}}+\dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$

$=\dfrac{(\sqrt{7}+\sqrt{5})\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}+\dfrac{(\sqrt{7}-\sqrt{5})\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}$

$=\dfrac{7+\sqrt{35}}{7}+\dfrac{\sqrt{35}-5}{5}$

$=1+\dfrac{\sqrt{35}}{7}+\dfrac{\sqrt{35}}{5}-1$

$=\dfrac{12\sqrt{35}}{35}$ 답 $\dfrac{12\sqrt{35}}{35}$

$2x=2\times\dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{2}$
$=\sqrt{7}+\sqrt{5}$
$2y=2\times\dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2}$
$=\sqrt{7}-\sqrt{5}$

14 전략 $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab$

풀이 $\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2-4=(2\sqrt{5})^2-4=16$

$0<x<1$이므로 $x-\dfrac{1}{x}<0$

$\therefore x-\dfrac{1}{x}=-\sqrt{16}=-4$ 답 ②

$\dfrac{b}{a}\div\dfrac{d}{c}=\dfrac{b}{a}\times\dfrac{c}{d}$

$0<x<1$이면 $\dfrac{1}{x}>1$
이므로
$x-\dfrac{1}{x}<0$

15

채점 기준	배점
분모를 유리화하기	30%
소수 부분 구하기	30%
x^2+4x의 값 구하기	30%
x^2+4x+8의 값 구하기	10%

풀이 $\dfrac{2}{3-\sqrt{7}}=\dfrac{2(3+\sqrt{7})}{(3-\sqrt{7})(3+\sqrt{7})}$

$=\dfrac{2(3+\sqrt{7})}{2}=3+\sqrt{7}$ ▶ 30%

$(a-b)(a+b)$
$=a^2-b^2$

이때 $2<\sqrt{7}<3$에서 $5<3+\sqrt{7}<6$이므로

$x=3+\sqrt{7}-5=\sqrt{7}-2$ ▶ 30%

$(x+2)^2=7 \quad \therefore x^2+4x=3$ ▶ 30%

$\therefore x^2+4x+8=3+8=11$ ▶ 10%

답 11

16

채점 기준	배점
△ABC의 넓이를 이용하여 식 세우기	50%
$\overline{BC}$의 길이 구하기	50%

풀이 $\triangle ABC=10\sqrt{3}+6\sqrt{6}$이므로 $\overline{BC}=a$라 하면

$\dfrac{1}{2}\times a\times\sqrt{48}=10\sqrt{3}+6\sqrt{6}$ ▶ 50%

$\dfrac{1}{2}\times a\times4\sqrt{3}=10\sqrt{3}+6\sqrt{6}$

$2\sqrt{3}a=10\sqrt{3}+6\sqrt{6}$

$\therefore a=(10\sqrt{3}+6\sqrt{6})\times\dfrac{1}{2\sqrt{3}}=5+3\sqrt{2}$ ▶ 50%

답 $5+3\sqrt{2}$

중단원 마무리 평가

기본서 42~45쪽

01 ③	02 ④	03 ③	04 ②	05 ②
06 ②	07 ②	08 ①	09 ⑤	10 ②
11 ②	12 ①	13 ①	14 ④	15 ⑤
16 ⑤	17 ②	18 ③	19 ④	20 9
21 $\sqrt{6}$	22 $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$	23 9	24 $16\sqrt{6}$ m	

25 (1) $\dfrac{\sqrt{15}+\sqrt{10}}{5}$ (2) $\dfrac{\sqrt{15}-\sqrt{10}}{5}$ (3) $\dfrac{4\sqrt{6}}{5}$

26 (1) $\sqrt{14}-3$ (2) 7 (3) $x=-1,\ y=1$ 27 $5\sqrt{2}$

28 4 29 $1+2\sqrt{2}$

01 전략 $a>0,\ b>0$일 때, $\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab},\ \dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}=\sqrt{\dfrac{b}{a}}$

풀이 $\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}\div\dfrac{\sqrt{10}}{\sqrt{12}}=\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}\times\dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{10}}$

$=\sqrt{2\times\dfrac{5}{3}\times\dfrac{12}{10}}=\sqrt{4}=2$ 답 ③

02 전략 $a>0,\ b>0$일 때, $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$

풀이 $\sqrt{216}=\sqrt{6^2\times6}=6\sqrt{6} \quad \therefore a=6$

$\sqrt{98}=\sqrt{7^2\times2}=7\sqrt{2} \quad \therefore b=7$

$\therefore a+b=13$ 답 ④

03 전략 $a>0,\ b>0$일 때, $\dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}=\sqrt{\dfrac{b}{a}}$

풀이 명함의 세로의 길이를 $x$cm라 하면

$\sqrt{51} : x=\sqrt{3} : 1,\quad \sqrt{3}x=\sqrt{51}$

$\therefore x=\dfrac{\sqrt{51}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\dfrac{51}{3}}=\sqrt{17}$ 답 ③

04 전략 $a>0,\ b>0$일 때, $\sqrt{\dfrac{b}{a^2}}=\dfrac{\sqrt{b}}{a}$

풀이 $\sqrt{0.12}=\sqrt{\dfrac{12}{100}}=\dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{100}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{10}=\dfrac{\sqrt{3}}{5}$

$\therefore k=\dfrac{1}{5}$ 답 ②

05 전략 $a>0$일 때, $\sqrt{\dfrac{a}{10000}}=\dfrac{\sqrt{a}}{100}$

풀이 $\sqrt{0.002}=\sqrt{\dfrac{20}{10000}}=\dfrac{\sqrt{20}}{100}$

$=\dfrac{4.472}{100}=0.04472$ 답 ②

06 전략 $a>0,\ b>0$일 때, $\sqrt{\dfrac{b}{a^2}}=\dfrac{\sqrt{b}}{a}$

풀이 $\sqrt{0.72}=\sqrt{\dfrac{72}{100}}=\dfrac{6\sqrt{2}}{10}=\dfrac{3\sqrt{2}}{5}=\dfrac{3}{5}a$ 답 ②

07 전략 $a>0,\ b>0$일 때, $\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab},\ \dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}=\sqrt{\dfrac{b}{a}}$

풀이 ① $\sqrt{8}\times\sqrt{7}=\sqrt{56}=\sqrt{2^2\times14}=2\sqrt{14}$

② $\sqrt{\dfrac{2}{7}}\times\sqrt{\dfrac{7}{4}}=\sqrt{\dfrac{2}{7}\times\dfrac{7}{4}}=\sqrt{\dfrac{1}{2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

③ $\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{20}}=\sqrt{\dfrac{5}{20}}=\sqrt{\dfrac{1}{4}}=\dfrac{1}{2}$

④ $\sqrt{\dfrac{4}{3}}=\dfrac{2}{\sqrt{3}}=\dfrac{2\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

⑤ $-\sqrt{27}\div\sqrt{3}=-\dfrac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}=-\sqrt{\dfrac{27}{3}}=-\sqrt{9}=-3$

답 ②

08 전략 $a>0$일 때, $\dfrac{b}{\sqrt{a}}=\dfrac{b\sqrt{a}}{a}$

풀이 ① $\dfrac{3}{\sqrt{7}}=\dfrac{3\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\dfrac{3\sqrt{7}}{7}=\dfrac{\sqrt{63}}{7}$

② $\sqrt{\dfrac{3}{7}}=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}=\dfrac{\sqrt{3}\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\dfrac{\sqrt{21}}{7}$

④ $\dfrac{3}{7}=\dfrac{\sqrt{9}}{7}$

⑤ $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}=\dfrac{\sqrt{21}}{7}$

따라서 $\sqrt{3}<\sqrt{9}<\sqrt{21}<\sqrt{63}$이므로 가장 큰 수는 ①이다.

답 ①

09 전략 $a>0,\ b>0,\ c>0$일 때,

$\sqrt{a}\div\sqrt{b}\times\sqrt{c}=\sqrt{a}\times\dfrac{1}{\sqrt{b}}\times\sqrt{c}=\sqrt{\dfrac{ac}{b}}$

우공비 BOX

$\dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{100}}=\dfrac{\sqrt{2^2\times3}}{\sqrt{10^2}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{10}$

실수 $a,\ b$에 대하여
① $a-b>0$ ➜ $a>b$
② $a-b=0$ ➜ $a=b$
③ $a-b<0$ ➜ $a<b$

$3\sqrt{7}=\sqrt{3^2\times7}=\sqrt{63}$

$a=4$이면 주어진 식의 값은 2이므로 유리수가 된다.

풀이 $\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}\div\sqrt{\dfrac{2}{75}}\times\sqrt{18}=\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}\times\sqrt{\dfrac{75}{2}}\times\sqrt{18}$

$=\sqrt{\dfrac{5}{3}\times\dfrac{75}{2}\times18}$

$=15\sqrt{5}$ 답 ⑤

10 전략 $a>0,\ b>0$일 때, $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$

풀이 $\sqrt{48}-\sqrt{50}+\sqrt{98}-\sqrt{108}=4\sqrt{3}-5\sqrt{2}+7\sqrt{2}-6\sqrt{3}$

$=2\sqrt{2}-2\sqrt{3}$

따라서 $a=2,\ b=-2$이므로

$ab=2\times(-2)=-4$ 답 ②

11 전략 두 수 $a,\ b$의 대소 비교 ➡ $a-b$의 부호를 조사

풀이 $a-b=4-(5\sqrt{2}-2)=4-5\sqrt{2}+2$

$=6-5\sqrt{2}=\sqrt{36}-\sqrt{50}<0$

$\therefore a<b$

$b-c=(5\sqrt{2}-2)-(2\sqrt{2}+2)=5\sqrt{2}-2-2\sqrt{2}-2$

$=3\sqrt{2}-4=\sqrt{18}-\sqrt{16}>0$

$\therefore b>c$

$a-c=4-(2\sqrt{2}+2)=4-2\sqrt{2}-2$

$=2-2\sqrt{2}=\sqrt{4}-\sqrt{8}<0$

$\therefore a<c$

$\therefore a<c<b$ 답 ②

12 전략 (사다리꼴의 넓이)

$=\dfrac{1}{2}\times\{(\text{윗변의 길이})+(\text{아랫변의 길이})\}\times(\text{높이})$

풀이 주어진 사다리꼴의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\{(\sqrt{8}-1)+(\sqrt{2}+1)\}\times\sqrt{2}$

$=\dfrac{\sqrt{2}}{2}(2\sqrt{2}+\sqrt{2})=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\times3\sqrt{2}=3$ 답 ①

13 전략 $f(x)=\sqrt{x+3}-\sqrt{x+2}$에 $x=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ 15$를 대입하여 $f(0),\ f(1),\ f(2),\ \cdots,\ f(15)$의 값을 구한다.

풀이 $f(0)=\sqrt{3}-\sqrt{2},\ f(1)=\sqrt{4}-\sqrt{3},\ f(2)=\sqrt{5}-\sqrt{4},$

$f(3)=\sqrt{6}-\sqrt{5},\ \cdots,\ f(15)=\sqrt{18}-\sqrt{17}$이므로

(주어진 식)$=(\cancel{\sqrt{3}}-\sqrt{2})+(\cancel{\sqrt{4}}-\cancel{\sqrt{3}})+(\cancel{\sqrt{5}}-\cancel{\sqrt{4}})$

$+(\cancel{\sqrt{6}}-\cancel{\sqrt{5}})+\cdots+(\sqrt{18}-\cancel{\sqrt{17}})$

$=-\sqrt{2}+\sqrt{18}=-\sqrt{2}+3\sqrt{2}$

$=2\sqrt{2}$ 답 ①

14 전략 $a\sqrt{m}+b$ ($a,\ b$는 유리수, $\sqrt{m}$은 무리수)가 유리수이면 ➡ $a=0$

풀이 $\sqrt{27}-2a\sqrt{3}+5\sqrt{3}+2=3\sqrt{3}-2a\sqrt{3}+5\sqrt{3}+2$

$=(8-2a)\sqrt{3}+2$

위의 식의 값이 유리수가 되려면 $8-2a=0$이어야 하므로

$2a=8\qquad\therefore a=4$ 답 ④

Step Up

Ⅰ. 제곱근과 실수

15 전략 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$임을 이용하여 분모를 유리화한다.

풀이 $\dfrac{1}{3-2\sqrt{2}}-\dfrac{1}{3+2\sqrt{2}}$

$=\dfrac{3+2\sqrt{2}}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}-\dfrac{3-2\sqrt{2}}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}$

$=3+2\sqrt{2}-(3-2\sqrt{2})=4\sqrt{2}$ 답 ⑤

16 전략 a의 역수 ➡ $\dfrac{1}{a}$

풀이 $y=\dfrac{1}{x}$

$=\dfrac{1}{9-4\sqrt{5}}$

$=\dfrac{9+4\sqrt{5}}{(9-4\sqrt{5})(9+4\sqrt{5})}$

$=9+4\sqrt{5}$

$\therefore x+y=(9-4\sqrt{5})+(9+4\sqrt{5})=18$ 답 ⑤

17 전략 $\sqrt{x}$의 소수 부분 ➡ $\sqrt{x}-(\sqrt{x}$의 정수 부분)

풀이 $\sqrt{4}<\sqrt{8}<\sqrt{9}$에서 $2<\sqrt{8}<3$이므로

$\sqrt{8}=2.\times\times\times$

즉 $\sqrt{8}$의 정수 부분이 2, 소수 부분이 $\sqrt{8}-2$이므로

$f(8)=\sqrt{8}-2$

또 $\sqrt{64}<\sqrt{72}<\sqrt{81}$에서 $8<\sqrt{72}<9$이므로

$\sqrt{72}=8.\times\times\times$

즉 $\sqrt{72}$의 정수 부분이 8, 소수 부분이 $\sqrt{72}-8$이므로

$f(72)=\sqrt{72}-8$

$\therefore \dfrac{f(72)}{f(8)+2}=\dfrac{\sqrt{72}-8}{(\sqrt{8}-2)+2}=\dfrac{6\sqrt{2}-8}{2\sqrt{2}}$

$=\dfrac{(6\sqrt{2}-8)\times\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{12-8\sqrt{2}}{4}$

$=3-2\sqrt{2}$ 답 ②

18 전략 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$임을 이용하여 분모를 유리화한다.

풀이 $x=\dfrac{2}{2-\sqrt{2}}=\dfrac{2(2+\sqrt{2})}{(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})}=2+\sqrt{2}$

$y=\dfrac{2}{2+\sqrt{2}}=\dfrac{2(2-\sqrt{2})}{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})}=2-\sqrt{2}$

따라서 $x+y=4$, $xy=2$이므로

$x^2+y^2+3xy=(x+y)^2+xy=4^2+2=18$ 답 ③

다른풀이 $x+y=\dfrac{2}{2-\sqrt{2}}+\dfrac{2}{2+\sqrt{2}}$

$=\dfrac{2(2+\sqrt{2})+2(2-\sqrt{2})}{(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})}$

$=\dfrac{4+2\sqrt{2}+4-2\sqrt{2}}{2}=4$

$xy=\dfrac{2}{2-\sqrt{2}}\times\dfrac{2}{2+\sqrt{2}}=\dfrac{4}{(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})}=\dfrac{4}{2}=2$

$\therefore x^2+y^2+3xy=(x+y)^2+xy=4^2+2=18$

우공비 BOX

$(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})$
$=3^2-(2\sqrt{2})^2$
$=9-8=1$

$a+b+c$의 값은 가장 큰 정사각형의 한 변의 길이와 같다.

$(9-4\sqrt{5})(9+4\sqrt{5})$
$=9^2-(4\sqrt{5})^2$
$=81-80=1$

$(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})$
$=2^2-(\sqrt{2})^2$
$=4-2=2$

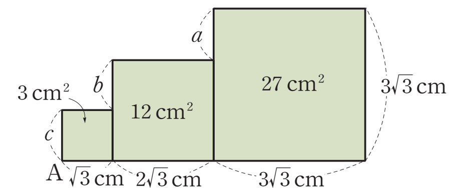
$a>0$, $b>0$일 때, $\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$

19 전략 넓이가 a인 정사각형의 한 변의 길이 ➡ $\sqrt{a}$

풀이 넓이가 3 cm^2, 12 cm^2, 27 cm^2인 정사각형의 한 변의 길이는 각각

$\sqrt{3}$ cm, $\sqrt{12}$ cm, $\sqrt{27}$ cm, 즉

$\sqrt{3}$ cm, $2\sqrt{3}$ cm, $3\sqrt{3}$ cm



위의 그림에서 $a+b+c=3\sqrt{3}$ (cm)

따라서 색종이로 이루어진 도형의 둘레의 길이는

$(a+b+c)+2\times\sqrt{3}+2\times2\sqrt{3}+3\times3\sqrt{3}$

$=3\sqrt{3}+2\sqrt{3}+4\sqrt{3}+9\sqrt{3}$

$=18\sqrt{3}$ (cm) 답 ④

20 전략 $a>0$, $b>0$일 때, $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$

풀이 $\sqrt{63}=\sqrt{3^2\times7}=3\sqrt{7}$이므로 $a=3$

$\sqrt{162}=\sqrt{9^2\times2}=9\sqrt{2}$이므로 $b=9$

$\therefore \sqrt{3ab}=\sqrt{3\times3\times9}=\sqrt{81}=9$ 답 9

21 전략 $\sqrt{(a-b)^2}=\begin{cases} a-b & (a\ge b) \\ -a+b & (a<b)\end{cases}$

풀이 $2\sqrt{6}=\sqrt{24}$, $5=\sqrt{25}$, $3\sqrt{6}=\sqrt{54}$이므로

$2\sqrt{6}<5<3\sqrt{6}$

$\therefore 5-2\sqrt{6}>0$, $5-3\sqrt{6}<0$

$\therefore$ (주어진 식)$=(5-2\sqrt{6})-(5-3\sqrt{6})$

$=5-2\sqrt{6}-5+3\sqrt{6}$

$=\sqrt{6}$ 답 $\sqrt{6}$

22 전략 $a>0$, $b>0$일 때, $\sqrt{a}\div\sqrt{b}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$

풀이 $A=\left(3\sqrt{3}+\dfrac{5\sqrt{3}}{3}\right)\times\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{14\sqrt{3}}{3}\times\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

$=\dfrac{14}{3}$

$B=4\sqrt{3}+4-4\sqrt{3}+3=7$

$\therefore \sqrt{A}\div\sqrt{B}=\sqrt{\dfrac{14}{3}}\div\sqrt{7}=\sqrt{\dfrac{14}{3}}\times\dfrac{1}{\sqrt{7}}$

$=\sqrt{\dfrac{14}{3}\times\dfrac{1}{7}}=\sqrt{\dfrac{2}{3}}=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ 답 $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

우공비 BOX

23 전략 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$임을 이용하여 분모를 유리화한다.

풀이 (주어진 식)

$$=\frac{\sqrt{1}-\sqrt{2}}{(\sqrt{1}+\sqrt{2})(\sqrt{1}-\sqrt{2})}+\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})}+\cdots+\frac{\sqrt{99}-\sqrt{100}}{(\sqrt{99}+\sqrt{100})(\sqrt{99}-\sqrt{100})}$$

$$=-(\sqrt{1}-\sqrt{2})-(\sqrt{2}-\sqrt{3})-\cdots-(\sqrt{99}-\sqrt{100})$$

$$=-1+\cancel{\sqrt{2}}-\cancel{\sqrt{2}}+\cancel{\sqrt{3}}-\cdots-\cancel{\sqrt{99}}+\sqrt{100}$$

$$=-1+10=9$$

답 9

$$\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{a+1}}=\frac{\sqrt{a}-\sqrt{a+1}}{(\sqrt{a}+\sqrt{a+1})(\sqrt{a}-\sqrt{a+1})}=\frac{\sqrt{a}-\sqrt{a+1}}{a-(a+1)}=-(\sqrt{a}-\sqrt{a+1})$$

24 전략 (직사각형의 둘레의 길이)

$=2\times\{($가로의 길이$)+($세로의 길이$)\}$

풀이 놀이터의 세로의 길이를 x m라 하면

$5\sqrt{6}\times x=90$

$\therefore x=\frac{90}{5\sqrt{6}}=\frac{90\times\sqrt{6}}{5\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=3\sqrt{6}$

따라서 놀이터의 둘레의 길이는

$2(5\sqrt{6}+3\sqrt{6})=2\times8\sqrt{6}=16\sqrt{6}$ (m)

답 $16\sqrt{6}$ m

25

채점 기준	배점
A의 분모를 유리화하기	1점
B의 분모를 유리화하기	1점
$(A+B)(A-B)$의 값 구하기	2점

풀이 (1) $A=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}}=\frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}$

$=\frac{\sqrt{15}+\sqrt{10}}{5}$ ▶ 1점

(2) $B=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}}=\frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}$

$=\frac{\sqrt{15}-\sqrt{10}}{5}$ ▶ 1점

(3) $A+B=\frac{\sqrt{15}+\sqrt{10}}{5}+\frac{\sqrt{15}-\sqrt{10}}{5}=\frac{2\sqrt{15}}{5}$

$A-B=\frac{\sqrt{15}+\sqrt{10}}{5}-\frac{\sqrt{15}-\sqrt{10}}{5}=\frac{2\sqrt{10}}{5}$

$\therefore (A+B)(A-B)=\frac{2\sqrt{15}}{5}\times\frac{2\sqrt{10}}{5}$

$=\frac{4\sqrt{150}}{25}=\frac{4\times5\sqrt{6}}{25}$

$=\frac{4\sqrt{6}}{5}$ ▶ 2점

답 (1) $\frac{\sqrt{15}+\sqrt{10}}{5}$ (2) $\frac{\sqrt{15}-\sqrt{10}}{5}$ (3) $\frac{4\sqrt{6}}{5}$

26

채점 기준	배점
a의 값 구하기	2점
b의 값 구하기	2점
x, y의 값 구하기	1점

풀이 (1) $\sqrt{9}<\sqrt{14}<\sqrt{16}$에서 $3<\sqrt{14}<4$이므로

$\sqrt{14}=3.\times\times\times$

따라서 $\sqrt{14}$의 정수 부분은 3이므로

$a=\sqrt{14}-3$ ▶ 2점

어떤 수의 소수 부분은 그 수에서 정수 부분을 뺀 것과 같다.

(2) $2\sqrt{3}=\sqrt{12}$이고 $\sqrt{9}<\sqrt{12}<\sqrt{16}$, 즉 $3<\sqrt{12}<4$이므로

$7<4+\sqrt{12}<8$

따라서 $4+2\sqrt{3}=7.\times\times\times$이므로

$b=7$ ▶ 2점

(3) $a+\frac{14}{b}=\sqrt{14}-3+\frac{14}{7}=\sqrt{14}-3+2=-1+\sqrt{14}$

$\therefore x=-1,\ y=1$ ▶ 1점

답 (1) $\sqrt{14}-3$ (2) 7 (3) $x=-1$, $y=1$

27

채점 기준	배점
$x+\frac{1}{x}$의 값 구하기	2점
$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2$의 값 구하기	1점
$x-\frac{1}{x}$의 값 구하기	1점

풀이 $x^2-3\sqrt{6}x+1=0$에서 $x\neq0$이므로 양변을 x로 나누면

$x-3\sqrt{6}+\frac{1}{x}=0$ $\quad\therefore x+\frac{1}{x}=3\sqrt{6}$ ▶ 2점

$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-4=(3\sqrt{6})^2-4=50$ ▶ 1점

$x>1$이므로 $\quad x-\frac{1}{x}>0$

$x>1$이므로 $0<\frac{1}{x}<1$ $\quad\therefore x-\frac{1}{x}>0$

$\therefore x-\frac{1}{x}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$ ▶ 1점

답 $5\sqrt{2}$

28

채점 기준	배점
x의 값 구하기	2점
x^2-8x의 값 구하기	2점
$x^2-8x+15$의 값 구하기	1점

풀이 $x=(2\sqrt{5}-3)(\sqrt{5}+2)=10+4\sqrt{5}-3\sqrt{5}-6$

$=4+\sqrt{5}$ ▶ 2점

$x-4=\sqrt{5}$이므로 $\quad(x-4)^2=5$

$x^2-8x+16=5$ $\quad\therefore x^2-8x=-11$ ▶ 2점

$\therefore x^2-8x+15=-11+15=4$ ▶ 1점

답 4

29

채점 기준	배점
a, b의 값 구하기	3점
$b-a$의 값 구하기	2점

풀이 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$이므로

$a=1-\sqrt{2},\ b=2+\sqrt{2}$ ▶ 3점

1에 대응하는 점에서 $\sqrt{2}$만큼 왼쪽으로 떨어진 점에 대응하는 수이다.

2에 대응하는 점에서 $\sqrt{2}$만큼 오른쪽으로 떨어진 점에 대응하는 수이다.

$\therefore b-a=(2+\sqrt{2})-(1-\sqrt{2})=1+2\sqrt{2}$ ▶ 2점

답 $1+2\sqrt{2}$

우공비 BOX

Ⅱ-1. 인수분해

1. 인수분해의 뜻과 공식

11 | 인수분해와 공통인수 기본서 48~49쪽

익히기 1 답 (1) x^3+x (2) x^2-2x-3
(3) $a^2+4ab+4b^2$

익히기 2 $16ax+2ay=\boxed{2a}\times 8x+\boxed{2a}\times y$
$=\boxed{2a(8x+y)}$

답 풀이 참조

유제 1-1 답 ④

유제 1-2 답 (ㄱ), (ㄷ), (ㅁ)

유제 2 (1) $x^2-xy=x\times x-x\times y=x(x-y)$
(2) $3a+ab-ac=a\times 3+a\times b-a\times c$
$=a(3+b-c)$
(3) $ab^2-2a^2b+5ab=ab\times b-ab\times 2a+ab\times 5$
$=ab(b-2a+5)$
(4) $6a(x-1)-b(1-x)=6a(x-1)+b(x-1)$
$=(x-1)\times 6a+(x-1)\times b$
$=(x-1)(6a+b)$

답 (1) $x(x-y)$ (2) $a(3+b-c)$
(3) $ab(b-2a+5)$ (4) $(x-1)(6a+b)$

다항식에 공통인수가 있을 때에는 분배법칙을 이용하여 공통인수를 묶어 내어 인수분해한다.

12 | 인수분해 공식 (1) 기본서 50~51쪽

익히기 3 (1) $x^2+4x+4=x^2+2\times x\times 2+2^2=(x+2)^2$
(2) $9x^2-6x+1=(3x)^2-2\times 3x\times 1+1^2$
$=(3x-1)^2$
(3) $a^2+a+\frac{1}{4}=a^2+2\times a\times\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2=\left(a+\frac{1}{2}\right)^2$
(4) $x^2-16=x^2-4^2=(x+4)(x-4)$
(5) $\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{25}=\left(\frac{1}{2}x\right)^2-\left(\frac{1}{5}\right)^2=\left(\frac{1}{2}x+\frac{1}{5}\right)\left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{5}\right)$
(6) $9a^2-b^2=(3a)^2-b^2=(3a+b)(3a-b)$

답 (1) $(x+2)^2$ (2) $(3x-1)^2$
(3) $\left(a+\frac{1}{2}\right)^2$ (4) $(x+4)(x-4)$
(5) $\left(\frac{1}{2}x+\frac{1}{5}\right)\left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{5}\right)$ (6) $(3a+b)(3a-b)$

유제 3 ① $a^2+14ab+49b^2=a^2+2\times a\times 7b+(7b)^2$
$=(a+7b)^2$
② $4x^2-12x+9=(2x)^2-2\times 2x\times 3+3^2$
$=(2x-3)^2$

먼저 공통인수를 묶어 낸다.

③ $-3a^2+18a-27=-3(a^2-6a+9)$
$=-3(a^2-2\times a\times 3+3^2)$
$=-3(a-3)^2$
④ $\frac{1}{4}x^2-2xy+4y^2=\left(\frac{1}{2}x\right)^2-2\times\frac{1}{2}x\times 2y+(2y)^2$
$=\left(\frac{1}{2}x-2y\right)^2$

따라서 완전제곱식으로 인수분해할 수 없는 것은 ⑤이다.

답 ⑤

x^2+ax+b가 완전제곱식이 되도록 하는 조건
➜ $b=\left(\frac{a}{2}\right)^2$

유제 4 (1) $a^2-6a+\square=a^2-2\times a\times 3+\square$
$\therefore \square=3^2=9$
(2) $9x^2+12x+\square=(3x)^2+2\times 3x\times 2+\square$
$\therefore \square=2^2=4$

이차항의 계수가 1이 아니므로 $\square=\left(\frac{12}{2}\right)^2=36$으로 계산하지 않도록 주의한다.

(3) $25x^2+\square+4=(5x)^2+\square+2^2$
$\therefore \square=\pm 2\times 5x\times 2=\pm 20x$

답 (1) 9 (2) 4 (3) $\pm 20x$

유제 5 (1) $16x^2-y^2=(4x)^2-y^2=(4x+y)(4x-y)$
(2) $4a^2-49b^2=(2a)^2-(7b)^2=(2a+7b)(2a-7b)$
(3) $-9x^2+\frac{1}{36}=-\left(9x^2-\frac{1}{36}\right)=-\left\{(3x)^2-\left(\frac{1}{6}\right)^2\right\}$
$=-\left(3x+\frac{1}{6}\right)\left(3x-\frac{1}{6}\right)$

답 (1) $(4x+y)(4x-y)$ (2) $(2a+7b)(2a-7b)$
(3) $-\left(3x+\frac{1}{6}\right)\left(3x-\frac{1}{6}\right)$

13 | 인수분해 공식 (2) 기본서 52~54쪽

익히기 4 (1) 곱이 5, 합이 -6인 두 정수는 -1, -5이므로
$x^2-6x+5=(x-1)(x-5)$
(2) 곱이 -15, 합이 2인 두 정수는 -3, 5이므로
$x^2+2x-15=(x-3)(x+5)$
(3) 곱이 -14, 합이 -5인 두 정수는 2, -7이므로
$x^2-5x-14=(x+2)(x-7)$

답 (1) -1과 -5, $(x-1)(x-5)$
(2) -3과 5, $(x-3)(x+5)$
(3) 2와 -7, $(x+2)(x-7)$

익히기 5 (1) $2x^2-5x-12=(x-4)(2x+3)$

1	$\boxed{-4}$	→	$\boxed{-8}$
2	$\boxed{3}$	→	$\boxed{3}$
			$\boxed{-5}$

(2) $6x^2-13x+5=(2x-1)(3x-5)$

$\boxed{2}$ $-1 \to \boxed{-3}$
$\boxed{3}$ $-5 \to \boxed{-10}$
$\boxed{-13}$

답 풀이 참조

유제 6-1 (1) 곱이 10, 합이 -7인 두 정수는 -2, -5이므로 $x^2-7x+10=(x-2)(x-5)$

(2) 곱이 -30, 합이 -1인 두 정수는 5, -6이므로
$y^2-y-30=(y+5)(y-6)$

(3) 곱이 12, 합이 7인 두 정수는 3, 4이므로
$x^2+7xy+12y^2=(x+3y)(x+4y)$

우공비 BOX: y를 빠뜨리지 않도록 주의한다.

(4) 곱이 21, 합이 -10인 두 정수는 -3, -7이므로
$a^2-10ab+21b^2=(a-3b)(a-7b)$

답 (1) $(x-2)(x-5)$ (2) $(y+5)(y-6)$ (3) $(x+3y)(x+4y)$ (4) $(a-3b)(a-7b)$

유제 6-2 $(x+4)(x+b)=x^2+(4+b)x+4b$이므로
$4+b=a$, $4b=20$ $\therefore a=9$, $b=5$
$\therefore a-b=9-5=4$

우공비 BOX: $4b=20$에서 $b=5$이므로 $a=4+5=9$

답 ④

유제 7-1 (1)
1 $-4 \to -12$
3 $2 \to 2$
-10

$\therefore 3x^2-10x-8=(x-4)(3x+2)$

(2)
2 $1 \to 3$
3 $-2 \to -4$
-1

$\therefore 6x^2-x-2=(2x+1)(3x-2)$

우공비 BOX: 공통인수로 묶을 때 수는 최대공약수로, 문자는 차수가 낮은 것으로 묶는다.

(3)
3 $1 \to 4$
4 $-3 \to -9$
-5

$\therefore 12x^2-5x-3=(3x+1)(4x-3)$

(4)
1 $5 \to 10$
2 $-3 \to -3$
7

$\therefore 2a^2+7ab-15b^2=(a+5b)(2a-3b)$

답 (1) $(x-4)(3x+2)$ (2) $(2x+1)(3x-2)$ (3) $(3x+1)(4x-3)$ (4) $(a+5b)(2a-3b)$

유제 7-2 $4x^2+ax-15=(2x+b)(2x-5)$
$=4x^2+(2b-10)x-5b$
따라서 $a=2b-10$, $-15=-5b$이므로
$a=-4$, $b=3$

답 $a=-4$, $b=3$

우공비 BOX: $-15=-5b$에서 $b=3$이므로 $a=2\times3-10=-4$

유제 8 주어진 정사각형과 직사각형의 넓이의 합은
$x^2+4\times x\times1+4\times1\times1=x^2+4x+4$
이때 $x^2+4x+4=(x+2)^2$이므로 정사각형의 한 변의 길이는 $x+2$이다.

답 ②

유제 9-1 $9x^2+12xy+4y^2=(3x+2y)^2$
이므로 정사각형의 한 변의 길이는 $3x+2y$이다.
따라서 구하는 둘레의 길이는
$4(3x+2y)=12x+8y$

답 $12x+8y$

유제 9-2 도형 A의 넓이는 x^2-2^2
이때 $x^2-2^2=(x+2)(x-2)$이므로 도형 B의 짧은 변의 길이는 $x-2$이다.

답 $x-2$

소단원 성취도 진단

기본서 55~56쪽

01 ③, ④	02 ③	03 ①	04 ⑤	05 7
06 ③	07 12	08 ④	09 ①	10 6
11 $8x-2$	12 16	13 ⑤		

14 (1) $x^2+4x-12$ (2) $(x-2)(x+6)$

01 전략 다항식의 곱으로 나타내기 ⇨ 인수분해

풀이 ① 좌변의 식을 우변의 식으로 나타내는 것을 인수분해한다고 한다.
② 우변의 식을 좌변의 식으로 나타내는 것을 전개한다고 한다.
⑤ x^2y는 $xy(x-3)$의 인수가 아니다.

답 ③, ④

02 전략 인수 ⇨ 다항식의 곱의 꼴에서 각각의 식

풀이 $2a^3-8a^2b=2a^2\times a-2a^2\times 4b=2a^2(a-4b)$
따라서 인수가 아닌 것은 ③이다.

답 ③

03 전략 (직사각형의 넓이)=(가로의 길이)×(세로의 길이)

풀이 1개의 정사각형과 3개의 작은 직사각형의 넓이의 합은 $x^2+3\times x\times1=x^2+3x$
큰 직사각형의 넓이는 $x(x+3)$
따라서 $x^2+3x=x(x+3)$이므로 x^2+3x의 인수분해를 나타낼 수 있다.

답 ①

04 전략 $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$, $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

풀이 ① $x^2+6x+9=(x+3)^2$
② $4x^2-8x+4=4(x^2-2x+1)=4(x-1)^2$
③ $49-14a+a^2=(a-7)^2$
④ $16a^2+8ab+b^2=(4a+b)^2$
⑤ $-a^2+12ab+36b^2=-(a^2-12ab-36b^2)$

답 ⑤

05

채점 기준	배점
A의 값 구하기	40%
B의 값 구하기	40%
$A+B$의 값 구하기	20%

풀이 $Ax^2-12x+9=(\sqrt{A}x)^2-2\times 2x\times 3+3^2$

이므로 $\sqrt{A}=2$ $\quad \therefore A=4$ ▶ 40%

$$x^2+Bx+\frac{9}{4}=x^2+2\times x\times\frac{3}{2}+\left(\frac{3}{2}\right)^2$$

이므로 $B=2\times\frac{3}{2}=3$ ▶ 40%

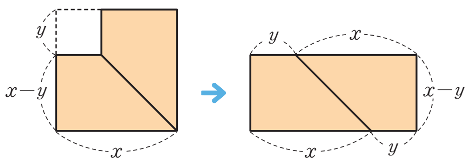
$\therefore A+B=4+3=7$ ▶ 20%

답 7

06

전략 두 도형 A, B의 넓이를 각각 x, y에 대한 식으로 나타낸다.

풀이



A $\qquad$ B

도형 A의 넓이는 x^2-y^2

도형 B의 넓이는 $(x+y)(x-y)$

A, B의 넓이가 같으므로

$x^2-y^2=(x+y)(x-y)$

답 ③

07

전략 $x-2$가 다항식 x^2+4x-a의 인수

⇨ $x^2+4x-a=(x-2)A$ (A는 일차식)

풀이 $x-2$가 x^2+4x-a의 인수이므로

$x^2+4x-a=(x-2)(x+b)$ (b는 상수)

로 놓으면

$-2+b=4$, $-2b=-a$

$b=6$이므로 $a=12$

답 12

08

전략 $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

풀이 ① $x^2+10x+24=(x+4)(x+6)$

② $x^2+11x+24=(x+3)(x+8)$

③ $x^2+14x+24=(x+2)(x+12)$

⑤ $x^2+25x+24=(x+1)(x+24)$

답 ④

09

전략 두 다항식을 각각 인수분해하여 공통인수를 찾는다.

풀이 $x^2-3x-10=(x+2)(x-5)$

$4x^2-19x-5=(x-5)(4x+1)$

따라서 두 다항식의 공통인수는 $x-5$이다.

답 ①

우공비 BOX

$$\begin{array}{llr} 1 & -3 \to & -12 \\ 4 & \;\;5 \to & 5 \\ \hline & & -7 \end{array}$$

상수항이 양수인 완전제곱식이므로 $A>0$

$$\begin{array}{llr} 2 & \;\;3 \to & 18 \\ 6 & -5 \to & -10 \\ \hline & & 8 \end{array}$$

$-2+b$, $-2b$는 각각 x^2+4x-a의 x의 계수, 상수항과 같다.

10

전략 $acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$

풀이 $4x^2-7x-15=(x-3)(4x+5)$이므로

$a=-3$, $b=4$, $c=5$

$\therefore a+b+c=-3+4+5=6$

답 6

11

채점 기준	배점
주어진 다항식을 인수분해하기	70%
두 일차식의 합 구하기	30%

풀이 $12x^2+8x-15=(2x+3)(6x-5)$ ▶ 70%

따라서 두 일차식의 합은

$(2x+3)+(6x-5)=8x-2$ ▶ 30%

답 $8x-2$

12

전략 x^2+ax+b가 완전제곱식 ⇨ $b=\left(\frac{a}{2}\right)^2$

풀이 $(x-2)(x+6)+k=x^2+4x-12+k$

이 식이 완전제곱식이 되려면

$-12+k=\left(\frac{4}{2}\right)^2=4$ $\qquad\therefore k=16$

답 16

참고 $k=16$을 주어진 식에 대입하면

$$\begin{aligned}(x-2)(x+6)+16&=x^2+4x-12+16\\&=x^2+4x+4\\&=(x+2)^2\end{aligned}$$

13

전략 색칠한 부분의 넓이는 큰 반원의 넓이에서 작은 반원의 넓이를 뺀 것과 같다.

풀이 지름의 길이가 $2a$인 반원의 넓이는 $\frac{\pi}{2}a^2$

지름의 길이가 $2b$인 반원의 넓이는 $\frac{\pi}{2}b^2$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$\begin{aligned}\frac{\pi}{2}a^2-\frac{\pi}{2}b^2&=\frac{\pi}{2}(a^2-b^2)\\&=\frac{\pi}{2}(a+b)(a-b)\end{aligned}$$

답 ⑤

14

채점 기준	배점
상수항 구하기	30%
x의 계수 구하기	30%
이차식 구하기	10%
이차식을 바르게 인수분해하기	30%

풀이 (1) 수지는 상수항을 바르게 보았으므로

$(x+2)(x-6)=x^2-4x-12$

에서 상수항은 -12이다. ▶ 30%

지훈이는 x의 계수를 바르게 보았으므로

$(x-5)(x+9)=x^2+4x-45$

에서 x의 계수는 4이다. ▶ 30%

따라서 구하는 이차식은

$x^2+4x-12$ ▶ 10%

(2) $x^2+4x-12=(x-2)(x+6)$ ▶ 30%

답 (1) $x^2+4x-12$ (2) $(x-2)(x+6)$

2. 인수분해 공식의 활용

14 복잡한 식의 인수분해 기본서 57~59쪽

익히기 1 (1) $6ab^2+7ab+2a=\boxed{a}\times(6b^2+7b+2)$

$=\boxed{a(2b+1)(3b+2)}$

(2) $x+1=A$로 치환하면

$(x+1)^2-5(x+1)+6$

$=A^2-5A+6$

$=(A-2)(\boxed{A-3})$

$=(x+1-2)(x+1-3)$

$=\boxed{(x-1)(x-2)}$

(3) $x^3-x^2y+x-y=x^2(\boxed{x-y})+(x-y)$

$=\boxed{(x-y)(x^2+1)}$

(4) $1-a^2+2ab-b^2=1-(a^2-2ab+\boxed{b^2})$

$=1^2-(\boxed{a-b})^2$

$=\{1+(a-b)\}\{1-(a-b)\}$

$=\boxed{(1+a-b)(1-a+b)}$

답 풀이 참조

유제 1 (1) $ax^3+8ax^2+16ax=ax(x^2+8x+16)$

$=ax(x+4)^2$

(2) $x^2(x+3)-(x+3)=(x+3)(x^2-1)$

$=(x+3)(x+1)(x-1)$

(3) $(x-y)^2+(x+y)(y-x)$

$=(x-y)(x-y)-(x+y)(x-y)$

$=(x-y)(x-y-x-y)$

$=-2y(x-y)$

답 (1) $ax(x+4)^2$

(2) $(x+3)(x+1)(x-1)$

(3) $-2y(x-y)$

유제 2 (1) $a+4b=A$로 치환하면

(주어진 식) $=(A+2)(A-5)-8$

$=A^2-3A-18$

$=(A+3)(A-6)$

$=(a+4b+3)(a+4b-6)$

우공비 BOX

$$\begin{array}{ccc} 2 & 1 & \to 3 \\ 3 & 2 & \to 4 \\ \hline & & 7 \end{array}$$

$(2x)^2+2\times2x\times3+3^2$

상수항의 합이 1이 되는 것끼리 묶는다.

(2) $2a-b=A$로 치환하면

(주어진 식) $=A^2-6(A-1)+3$

$=A^2-6A+9$

$=(A-3)^2$

$=(2a-b-3)^2$

(3) $x-2y=A$, $x+y=B$로 치환하면

(주어진 식) $=A^2-B^2$

$=(A+B)(A-B)$

$=(x-2y+x+y)(x-2y-x-y)$

$=(2x-y)(-3y)$

$=-3y(2x-y)$

답 (1) $(a+4b+3)(a+4b-6)$

(2) $(2a-b-3)^2$

(3) $-3y(2x-y)$

유제 3 (1) $a^3-a^2-a+1=a^2(a-1)-(a-1)$

$=(a-1)(a^2-1)$

$=(a-1)(a+1)(a-1)$

$=(a+1)(a-1)^2$

(2) $a^2+ac-b^2-bc=(a-b)c+a^2-b^2$

$=(a-b)c+(a-b)(a+b)$

$=(a-b)(a+b+c)$

(3) $4x^2+12x+9-y^2=(2x+3)^2-y^2$

$=(2x+y+3)(2x-y+3)$

답 (1) $(a+1)(a-1)^2$

(2) $(a-b)(a+b+c)$

(3) $(2x+y+3)(2x-y+3)$

유제 4 $(x-3)(x-1)(x+2)(x+4)+24$

$=\{(x-3)(x+4)\}\{(x-1)(x+2)\}+24$

$=(\underbrace{x^2+x}_{A}-12)(\underbrace{x^2+x}_{A}-2)+24$

$=(A-12)(A-2)+24$

$=A^2-14A+48$

$=(A-6)(A-8)$

$=(x^2+x-6)(x^2+x-8)$

$=(x-2)(x+3)(x^2+x-8)$

따라서 인수인 것은 (ㄱ), (ㄹ), (ㅁ)이다.

답 ③

유제 5-1 (1) $x^2+xy-2x-y+1$

$=(x-1)y+x^2-2x+1$

$=(x-1)y+(x-1)^2$

$=(x-1)(x+y-1)$

(2) $x^2+2y^2-z^2+3xy-yz$

$=x^2+3yx+2y^2-yz-z^2$

$=x^2+3yx+(y-z)(2y+z)$

Step Up

Ⅱ. 식의 계산

$=\{x+(y-z)\}\{x+(2y+z)\}$
$=(x+y-z)(x+2y+z)$

답 (1) $(x-1)(x+y-1)$
(2) $(x+y-z)(x+2y+z)$

유제 ❺-2 $3x^2+y^2+4xy-2x-1$
$=3x^2+2(2y-1)x+y^2-1$
$=3x^2+2(2y-1)x+(y+1)(y-1)$
$=\{x+(y-1)\}\{3x+(y+1)\}$
$=(x+y-1)(3x+y+1)$

이므로
$a=1,\ b=1$
$\therefore\ a+b=1+1=2$ 답 2

15 | 수의 계산 기본서 60~61쪽

익히기 2 (1) $20\times49-20\times44=20(49-44)$
$=20\times5$
$=100$

(2) $65^2-35^2=(65+35)(65-35)$
$=100\times30$
$=3000$

(3) $31^2-62+1=31^2-2\times31\times1+1^2$
$=(31-1)^2$
$=30^2=900$

답 (1) 100 (2) 3000 (3) 900

익히기 3 (1) $a^2-4a+4=(a-2)^2$
$=(102-2)^2$
$=100^2$
$=10000$

(2) $x^2-y^2=(x+y)(x-y)$
$=(\sqrt{5}-\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2}-\sqrt{5}-\sqrt{2})$
$=2\sqrt{5}\times(-2\sqrt{2})$
$=-4\sqrt{10}$

답 (1) 10000 (2) $-4\sqrt{10}$

유제 ❻-1 (1) $39\times173-163\times39=39(173-163)$
$=39\times10$
$=390$

(2) $5.5^2-4.5^2=(5.5+4.5)(5.5-4.5)$
$=10\times1=10$

답 (1) 390 (2) 10

우공비 BOX

$1-2=-1$
$3-4=-1$
$\vdots$
$9-10=-1$
이므로 -1을 묶어 낸다.

주어진 식을 인수분해한 후 x의 값을 대입한다.

(1) $ma+mb=m(a+b)$
(2) $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$
(3) $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

분모가 무리수이므로 먼저 분모를 유리화한다.

유제 ❻-2 (주어진 식)
$=(1^2-2^2)+(3^2-4^2)+\cdots+(9^2-10^2)$
$=(1+2)(1-2)+(3+4)(3-4)$
$+\cdots+(9+10)(9-10)$
$=-(1+2)-(3+4)-\cdots-(9+10)$
$=-(1+2+3+4+\cdots+9+10)$
$=-55$ 답 -55

보충 학습

$1+2+3+4+5+6+7+8+9+10$
$=(1+10)+(2+9)+(3+8)+(4+7)+(5+6)$
$=11\times5=55$

➔ 1부터 n까지의 자연수의 합은 $(1+n)\times\frac{n}{2}$

유제 ❼-1 $x^2-2x+1=(x-1)^2=(\sqrt{7}+1-1)^2$
$=(\sqrt{7})^2=7$ 답 7

다른 풀이 $x=\sqrt{7}+1$에서 $x-1=\sqrt{7}$
양변을 제곱하면 $(x-1)^2=(\sqrt{7})^2$
$\therefore\ x^2-2x+1=7$

유제 ❼-2 $a=\frac{1}{\sqrt{5}-2}=\frac{\sqrt{5}+2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}$
$=\frac{\sqrt{5}+2}{5-4}=\sqrt{5}+2$

$b=\frac{1}{\sqrt{5}+2}=\frac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}$
$=\frac{\sqrt{5}-2}{5-4}=\sqrt{5}-2$

이므로 $a+b=2\sqrt{5},\ a-b=4$
$\therefore\ a^2-b^2=(a+b)(a-b)$
$=2\sqrt{5}\times4=8\sqrt{5}$ 답 $8\sqrt{5}$

유제 ❽ $a^2(a-b)-b^2(a-b)=(a-b)(a^2-b^2)$
$=(a-b)(a-b)(a+b)$
$=(a-b)^2(a+b)$
$=(5\sqrt{2})^2\times2$
$=50\times2=100$ 답 ⑤

소단원 성취도 진단 기본서 62~63쪽

01 ④	02 2	03 ③	04 2800	05 $4x$
06 11	07 ③	08 ④	09 ③	10 ④
11 10	12 24	13 ③	14 3	15 ⑤
16 -10				

01 전략 공통부분 ➔ 한 문자로 치환

풀이 $a-2=A$로 치환하면

(주어진 식)$=A^2+A-6$

$=(A-2)(A+3)$

$=(a-2-2)(a-2+3)$

$=(a-4)(a+1)$

따라서 주어진 식의 인수인 것은 ④이다. 답 ④

02

채점 기준	배점
주어진 다항식을 인수분해하기	70%
a, b의 값 구하기	20%
$a+b$의 값 구하기	10%

풀이 $x^2-2xy+y^2-9=(x-y)^2-3^2$

$=(x-y+3)(x-y-3)$ ▶ 70%

이므로

$a=-1,\ b=3$ ▶ 20%

$\therefore a+b=2$ ▶ 10%

답 2

03 전략 제곱의 차 ➡ $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

풀이 $93^2-92^2=(93+92)(93-92)=93+92$

이므로 필요한 인수분해 공식은

$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ 답 ③

04 전략 먼저 2를 묶어 낸 후 인수분해 공식을 이용한다.

풀이 $57^2\times2-43^2\times2=2(57^2-43^2)$

$=2(57+43)(57-43)$

$=2\times100\times14$

$=2800$ 답 2800

05 전략 공통부분 ➡ 한 문자로 치환

풀이 $2x+1=A$로 치환하면

(주어진 식)$=A^2-2A-8$

$=(A+2)(A-4)$

$=(2x+1+2)(2x+1-4)$

$=(2x+3)(2x-3)$

따라서 구하는 두 일차식의 합은

$(2x+3)+(2x-3)=4x$ 답 $4x$

06

채점 기준	배점
주어진 등식의 좌변을 인수분해하기	60%
A, B의 값 구하기	20%
$A-B$의 값 구하기	20%

풀이 $x-4y=X$로 치환하면

(주어진 식)$=X(X+5)-24$

$=X^2+5X-24$

$=(X+8)(X-3)$

$=(x-4y+8)(x-4y-3)$ ▶ 60%

이때 $A>B$이므로 $A=8,\ B=-3$ ▶ 20%

$\therefore A-B=8-(-3)=11$ ▶ 20%

답 11

07 전략 4개의 항 중 3개를 묶어 완전제곱식으로 인수분해 할 수 있을 때 ➡ $(\ \ )^2-(\ \ )^2$ 꼴로 변형

풀이 $x^2-y^2-z^2+2yz=x^2-(y^2-2yz+z^2)$

$=x^2-(y-z)^2$

$=\{x+(y-z)\}\{x-(y-z)\}$

$=(x+y-z)(x-y+z)$

따라서 인수인 것은 (ㄴ), (ㄷ)이다. 답 ③

다른 풀이 z에 대하여 내림차순으로 정리하면

$-z^2+2yz+x^2-y^2$

$=-z^2+2yz+(x+y)(x-y)$

$=-\{z^2-2yz-(x+y)(x-y)\}$

$=-\{z-(x+y)\}\{z+(x-y)\}$

$=-(z-x-y)(z+x-y)$

$=(x+y-z)(x-y+z)$

08 전략 공통인수가 드러나도록 적당한 항끼리 묶어서 인수분해한다.

풀이 $a^2-9b^2-a+3b=(a^2-9b^2)-(a-3b)$

$=(a+3b)(a-3b)-(a-3b)$

$=(a-3b)(a+3b-1)$

$a^2-9b^2+6b-1=a^2-(9b^2-6b+1)$

$=a^2-(3b-1)^2$

$=(a+3b-1)(a-3b+1)$

따라서 두 식의 공통인수는

$a+3b-1$ 답 ④

09 전략 분자, 분모를 각각 인수분해한다.

풀이 $\dfrac{2015\times2016+2015}{1009^2-1008^2}$

$=\dfrac{2015(2016+1)}{(1009+1008)(1009-1008)}$

$=\dfrac{2015\times2017}{2017\times1}$

$=2015$ 답 ③

10 전략 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

풀이 $3^8-1=(3^4+1)(3^4-1)$

$=(3^4+1)(3^2+1)(3^2-1)$

$=(3^4+1)(3^2+1)(3+1)(3-1)$

$=82\times10\times4\times2$

따라서 2, 4, $20=2\times10$, $80=2\times4\times10$은 모두 3^8-1의 약수이므로 약수가 아닌 것은 ④이다. 답 ④

우공비 BOX

$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

두 항씩 묶으면 공통인수가 생긴다.

세 항을 묶으면 $(\ \ )^2-(\ \ )^2$ 꼴로 만들 수 있다.

3^8-1의 값을 계산하여 약수를 구하는 것보다 인수분해를 이용하여 약수를 구하는 것이 편리하다.

$60=2^2\times3\times5$

11 전략 (A의 소수 부분)$=A-$(A의 정수 부분)

풀이 $3<\sqrt{10}<4$에서 $\sqrt{10}$의 정수 부분이 3이므로 $\sqrt{10}$의 소수 부분은 $a=\sqrt{10}-3$

$\sqrt{10}-$(정수 부분)

주어진 식에서 $a+4=A$로 치환하면

(주어진 식)$=A^2-2A+1=(A-1)^2$

$=(a+4-1)^2=(a+3)^2$

$=(\sqrt{10}-3+3)^2=(\sqrt{10})^2=10$ 답 10

+ 보충 학습

$n\geq0$인 정수 n에 대하여 $n\leq\sqrt{x}<n+1$일 때,

➜ $\sqrt{x}$의 정수 부분은 n이다.

➜ $\sqrt{x}$의 소수 부분은 $\sqrt{x}-n$이다.

12

채점 기준	배점
x, y의 분모를 유리화하기	20%
주어진 식을 간단히 하기	60%
주어진 식의 값 구하기	20%

풀이 $x=\dfrac{1}{3-2\sqrt{2}}=\dfrac{3+2\sqrt{2}}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}=3+2\sqrt{2}$,

$y=\dfrac{1}{3+2\sqrt{2}}=\dfrac{3-2\sqrt{2}}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}=3-2\sqrt{2}$ ▶ 20%

이므로

$(3x+2y)^2-(3x-2y)^2$

$=\{(3x+2y)+(3x-2y)\}\{(3x+2y)-(3x-2y)\}$

$=6x\times4y=24xy$ ▶ 60%

$=24(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})$

$=24\times\{3^2-(2\sqrt{2})^2\}$

$=24\times1=24$ ▶ 20%

답 24

13 전략 분모, 분자를 각각 인수분해한 후 약분한다.

풀이 $a^2b^2-a^2-b^2+1=a^2(b^2-1)-(b^2-1)$

$=(a^2-1)(b^2-1)$

$=(a+1)(a-1)(b+1)(b-1)$

$ab+a-b-1=a(b+1)-(b+1)$

$=(a-1)(b+1)$

$\therefore$ (주어진 식)$=\dfrac{(a+1)(a-1)(b+1)(b-1)}{(a-1)(b+1)}$

$=(a+1)(b-1)$

답 ③

14

채점 기준	배점
주어진 등식의 좌변을 인수분해하기	80%
a, b의 값 구하기	10%
ab의 값 구하기	10%

풀이 $(x+1)(x-1)(x-2)(x-4)+9$

$=\{(x+1)(x-4)\}\{(x-1)(x-2)\}+9$

$=(\underbrace{x^2-3x}_{A}-4)(\underbrace{x^2-3x}_{A}+2)+9$

$=(A-4)(A+2)+9$

$=A^2-2A+1=(A-1)^2$

$=(x^2-3x-1)^2$ ▶ 80%

따라서 $a=-3$, $b=-1$이므로 ▶ 10%

$ab=-3\times(-1)=3$ ▶ 10%

답 3

15 전략 x에 대하여 내림차순으로 정리하여 인수분해한다.

풀이 $2x^2+4xy+2y^2-x-y-1$

$=2x^2+(4y-1)x+2y^2-y-1$

$=2x^2+(4y-1)x+(y-1)(2y+1)$

$=\{x+(y-1)\}\{2x+(2y+1)\}$

$=(x+y-1)(2x+2y+1)$

따라서 주어진 식의 인수인 것은 ⑤이다. 답 ⑤

16 전략 주어진 값을 대입할 수 있도록 식을 인수분해한다.

풀이 $ab-b^2-ac+bc=(a-b)b-(a-b)c$

$=(a-b)(b-c)$

$ab-b^2-ac+bc$
$=ab-ac-b^2+bc$
$=a(b-c)-b(b-c)$
$=(a-b)(b-c)$

이때 $a-b=2$, $b-c=-5$이므로 구하는 값은

$2\times(-5)=-10$ 답 -10

중단원 마무리 평가 기본서 64~67쪽

01 ⑤	02 ③	03 ④	04 ②	05 ②
06 ⑤	07 ②	08 ②	09 ④	10 ②, ③
11 ④	12 ①	13 ②	14 ⑤	15 ③
16 ③	17 ②	18 ②	19 13	
20 $8x+12$		21 $\frac{21}{40}$	22 21	23 -25
24 3	25 $-(y-z)^2$		26 $8a-4b+8$	
27 $7-4\sqrt{3}$				

01 전략 각각의 식의 좌변을 인수분해하여 우변의 식과 비교한다.

풀이 ① $3x^2y+xy=xy(3x+1)$

② $-x^2+4x+4=-(x^2-4x-4)$

③ $x^2+5x-6=(x+6)(x-1)$

④ $4x^2-4xy+y^2=(2x-y)^2$ 답 ⑤

$(2x)^2-2\times2x\times y+y^2$

다른 풀이 각각의 식의 우변을 전개하여 좌변의 식과 비교한다.

① $3xy(x+1)=3x^2y+3xy$

② $-(x-2)^2=-(x^2-4x+4)=-x^2+4x-4$

③ $(x+2)(x-3)=x^2-x-6$

④ $2(x-y)^2=2(x^2-2xy+y^2)=2x^2-4xy+2y^2$

⑤ $(a-b)(2a-3b)=2a^2-5ab+3b^2$

02 전략 먼저 3을 묶어 낸 다음 x^2+ax+b가 완전제곱식일 때 $b=\left(\frac{a}{2}\right)^2$임을 이용한다.

풀이 $3x^2-4x+k=3\left(x^2-\frac{4}{3}x+\frac{k}{3}\right)$이므로

$\frac{k}{3}=\left\{\frac{1}{2}\times\left(-\frac{4}{3}\right)\right\}^2=\frac{4}{9}$ $\quad\therefore k=\frac{4}{3}$ 답 ③

03 전략 다항식 A가 다항식 B의 인수이다.

➲ $B=A\times C$ (단, C는 다항식)

풀이 $x^2+ax-20=(x-4)(x+\square)$에서

$-4+\square=a,\ -4\times\square=-20$

이므로 $\square=5,\ a=1$

$x^2-14x+b=(x-4)(x+\triangle)$에서

$-4+\triangle=-14,\ -4\times\triangle=b$

이므로 $\triangle=-10,\ b=40$

$\therefore ab=1\times40=40$ 답 ④

x^2+ax+b
$=(x+\square)(x+\triangle)$
➜ $\square+\triangle=a,\ \square\times\triangle=b$

04 전략 $x^2+ax-24$가 $x-6$을 인수로 갖는다.

➲ $x^2+ax-24=(x-6)A$ (A는 일차식)

풀이 $x^2+ax-24=(x-6)(x+b)$ (b는 상수)로 놓으면

$x^2+ax-24=x^2+(b-6)x-6b$

따라서 $a=b-6,\ -24=-6b$이므로

$a=-2,\ b=4$ 답 ②

$a=b-6$
$=4-6=-2$

05 전략 주어진 식을 전개하여 간단히 한 후, 인수분해한다.

풀이 $(2x+1)(3x-2)-13$

$=6x^2-x-15=(2x+3)(3x-5)$ 답 ②

$$\begin{array}{ccccc} 2 & \diagdown\!\!\!\!\diagup & 3 & \rightarrow & 9 \\ 3 & & -5 & \rightarrow & -10 \\ \hline & & & & -1 \end{array}$$

06 전략 주어진 식을 인수분해하여 두 일차식을 찾는다.

풀이 $4x^2+4x-3=(2x+3)(2x-1)$

따라서 선택한 두 장의 카드에 적힌 식은

$2x-1,\ 2x+3$ 답 ⑤

$$\begin{array}{ccccc} 2 & \diagdown\!\!\!\!\diagup & 3 & \rightarrow & 6 \\ 2 & & -1 & \rightarrow & -2 \\ \hline & & & & 4 \end{array}$$

07 전략 $acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$

풀이 $3x^2-5x-12=(x-3)(3x+4)$

따라서 두 일차식의 합은

$(x-3)+(3x+4)=4x+1$ 답 ②

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \diagdown\!\!\!\!\diagup & -3 & \rightarrow & -9 \\ 3 & & 4 & \rightarrow & 4 \\ \hline & & & & -5 \end{array}$$

08 전략 $(2x-c)(x+5)$를 전개한 후 $ax^2+bx-15$와 동류항끼리의 계수를 비교한다.

풀이 $ax^2+bx-15=(2x-c)(x+5)$

$=2x^2+(10-c)x-5c$

이므로 $a=2,\ b=10-c,\ -15=-5c$

따라서 $a=2,\ b=7,\ c=3$이므로

$a+b+c=2+7+3=12$ 답 ②

09 전략 반지름의 길이가 r인 반원의 넓이 ➲ $\frac{\pi}{2}r^2$

풀이 큰 원의 반지름의 길이가 $a+b$이므로

큰 원의 지름의 길이는 두 반원의 지름의 길이의 합과 같으므로 $2(a+b)$

$(A$의 넓이$)=\frac{\pi}{2}(a+b)^2-\frac{\pi}{2}a^2+\frac{\pi}{2}b^2$

$=\frac{\pi}{2}(a^2+2ab+b^2-a^2+b^2)$

$=\frac{\pi}{2}(2ab+2b^2)$

$=\frac{\pi}{2}\times2b(a+b)$

$=\pi b(a+b)$

$(B$의 넓이$)=\pi(a+b)^2-\pi b(a+b)$

(큰 원의 넓이)$-(A$의 넓이$)$

$=\pi(a+b)(a+b-b)$

$=\pi a(a+b)$

$\therefore (A$의 넓이$):(B$의 넓이$)$

$=\pi b(a+b):\pi a(a+b)$

$=b:a$ 답 ④

10 전략 두 항씩 묶어 공통인수를 찾는다.

풀이 $xy-ax-2y+2a=x(y-a)-2(y-a)$

$=(x-2)(y-a)$ 답 ②, ③

11 전략 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

풀이 $(2x+1)^2-(x-2)^2$

$=\{(2x+1)+(x-2)\}\{(2x+1)-(x-2)\}$

$=(3x-1)(x+3)$

따라서 $a=3,\ b=3$이므로

$a+b=6$ 답 ④

다른 풀이 $(2x+1)^2-(x-2)^2=4x^2+4x+1-(x^2-4x+4)$

$=3x^2+8x-3$

$=(x+3)(3x-1)$

12 전략 주어진 식을 인수분해하여 $a,\ b,\ c$ 사이의 관계를 찾는다.

풀이 $a^2-ac-b^2+bc=0$에서

$(a^2-b^2)-(ac-bc)=0$

$(a+b)(a-b)-(a-b)c=0$

$(a-b)(a+b-c)=0$

그런데 $a,\ b,\ c$는 삼각형의 세 변의 길이이므로

$a+b>c$

삼각형의 두 변의 길이의 합은 나머지 한 변의 길이보다 크다.

$\therefore a-b=0$, 즉 $a=b$

따라서 삼각형 ABC는 $a=b$인 이등변삼각형이다.

답 ①

우공비 BOX

13 전략 상수항의 합이 같도록 두 개씩 짝을 지어 $(x+1)(x+2)(x-2)(x-3)$을 전개한 후 공통부분을 치환한다.

풀이 $(x+1)(x+2)(x-2)(x-3)+k$

$=\{(x+1)(x-2)\}\{(x+2)(x-3)\}+k$

$=(x^2-x-2)(x^2-x-6)+k$

$x^2-x=A$로 치환하면

(주어진 식)$=(A-2)(A-6)+k$

$=A^2-8A+12+k$

따라서 $A^2-8A+12+k$가 완전제곱식이 되려면

$12+k=\left(\dfrac{-8}{2}\right)^2=(-4)^2=16$

$\therefore k=4$ 답 ②

x^2+ax+b가 완전제곱식
➔ $b=\left(\dfrac{a}{2}\right)^2$

14 전략 한 문자에 대하여 내림차순으로 정리한다.

풀이 $x^2+y^2-2xy+5x-5y+4$

$=x^2-(2y-5)x+y^2-5y+4$

$=x^2-(2y-5)x+(y-1)(y-4)$

$=\{x-(y-1)\}\{x-(y-4)\}$

$=(x-y+1)(x-y+4)$

따라서 $a=1$, $b=4$ 또는 $a=4$, $b=1$이므로

$a+b=5$ 답 ⑤

다른 풀이 $x-y=X$로 치환하면

$(x-y+a)(x-y+b)$

$=(X+a)(X+b)$

$=X^2+aX+bX+ab$

$=(x-y)^2+a(x-y)+b(x-y)+ab$

$=x^2-2xy+y^2+(a+b)x-(a+b)y+ab$

$\therefore a+b=5$

$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

15 전략 $51=A$, $49=B$라 하고 주어진 식을 인수분해한다.

풀이 $51=A$, $49=B$라 하면

$$\frac{51(51+2\times49)+49^2}{51^2-49^2}=\frac{A(A+2B)+B^2}{A^2-B^2}$$

$$=\frac{A^2+2AB+B^2}{A^2-B^2}$$

$$=\frac{(A+B)^2}{(A+B)(A-B)}$$

$$=\frac{A+B}{A-B}=\frac{51+49}{51-49}$$

$$=\frac{100}{2}=50$$

답 ③

16 전략 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

풀이 $2^{12}-1=(2^6)^2-1^2$

$=(2^6+1)(2^6-1)$

$=(2^6+1)(2^3+1)(2^3-1)$

$=65\times9\times7$

$=13\times5\times3^2\times7$

따라서 10과 20 사이의 약수는 13, 15이므로 구하는 합은

$13+15=28$ 답 ③

+ 보충 학습

두 자연수 a, b에 대하여 a가 b로 나누어떨어지면 a는 b의 배수이고, b는 a의 약수이다.

17 전략 $\sqrt{(a-b)^2}=\begin{cases} a-b & (a\ge b) \\ -(a-b) & (a<b)\end{cases}$

풀이 $1<\sqrt{2}<2$이므로

$2<\sqrt{2}+1<3$, 즉 $2<x<3$

$\therefore \sqrt{x^2-4x+4}+\sqrt{x^2-6x+9}$

$=\sqrt{(x-2)^2}+\sqrt{(x-3)^2}$

$x-2>0$, $x-3<0$이므로

(주어진 식)$=(x-2)-(x-3)=1$

답 ②

18 전략 x^2-y^2+2y-1을 인수분해한 후 $x+y=5$를 대입한다.

풀이 $x^2-y^2+2y-1=x^2-(y^2-2y+1)$

$=x^2-(y-1)^2$

$=(x+y-1)(x-y+1)$

이므로 $20=(5-1)(x-y+1)$

따라서 $x-y+1=5$이므로

$x-y=4$ 답 ②

19 전략 소수 ◎ 1과 자기자신만을 약수로 갖는다.

풀이 $n^2+6n-27=(n-3)(n+9)$

이 식의 값이 소수이려면 $n-3$, $n+9$의 값 중 하나는 1이어야 한다.

소수는 1과 자기자신만을 약수로 가지므로 두 자연수의 곱이 소수이면 둘 중 하나는 1이어야 한다.

그런데 $n-3<n+9$이므로

$n-3=1$ $\therefore n=4$

$\therefore n^2+6n-27=(n-3)(n+9)$

$=(4-3)(4+9)$

$=13$ 답 13

20 전략 먼저 $3x^2+16x+5$를 인수분해한다.

풀이 직사각형의 넓이를 인수분해하면

$3x^2+16x+5=(x+5)(3x+1)$

이므로 주어진 직사각형의 세로의 길이는

$3x+1$

따라서 직사각형의 둘레의 길이는

$2\{(x+5)+(3x+1)\}=2(4x+6)$

$=8x+12$

답 $8x+12$

(직사각형의 넓이)
=(가로의 길이)
×(세로의 길이)

우공비 BOX

Step Up

21 전략 $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$임을 이용하여 변형한다.

풀이 (주어진 식)

$$=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\times\cdots\times\left(1-\frac{1}{20}\right)\left(1+\frac{1}{20}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{4}{3}\times\frac{3}{4}\times\frac{5}{4}\times\cdots\times\frac{19}{20}\times\frac{21}{20}$$

$$=\frac{1}{2}\times\frac{21}{20}=\frac{21}{40}$$

답 $\frac{21}{40}$

$$\frac{1}{2}\times\left(\cancel{\frac{3}{2}}\times\cancel{\frac{2}{3}}\right)\times\left(\cancel{\frac{4}{3}}\times\cancel{\frac{3}{4}}\right)\times\cdots\times\left(\cancel{\frac{20}{19}}\times\cancel{\frac{19}{20}}\right)\times\frac{21}{20}$$

$$=\frac{1}{2}\times\frac{21}{20}$$

22 전략 $x^2-6xy-4+9y^2$을 인수분해하여 식의 값을 구한다.

풀이 $x^2-6xy-4+9y^2$

$=(x^2-6xy+9y^2)-4$

$=(x-3y)^2-2^2$

$=(x-3y+2)(x-3y-2)$

$=(5+2)(5-2)$

$=7\times3=21$

답 21

다른풀이 $x=3y+5$이므로

$x^2-6xy-4+9y^2$

$=(3y+5)^2-6(3y+5)y-4+9y^2$

$=9y^2+30y+25-18y^2-30y-4+9y^2$

$=21$

23

채점 기준	배점
곱해서 4가 되는 a, b의 순서쌍 (a, b) 구하기	2점
M, m의 값 구하기	2점
Mm의 값 구하기	1점

풀이 곱해서 4가 되는 두 정수 a, b의 순서쌍 (a, b)는

$(1, 4)$, $(2, 2)$, $(4, 1)$, $(-1, -4)$,

$(-2, -2)$, $(-4, -1)$ ▶ 2점

이때 k는 두 정수 a, b의 합이므로

$M=1+4=5$, $m=(-1)+(-4)=-5$ ▶ 2점

$\therefore Mm=-25$ ▶ 1점

답 -25

24

채점 기준	배점
둘레의 길이의 합을 이용하여 식 세우고 정리하기	2점
넓이의 차를 이용하여 식 세우고 정리하기	2점
반지름의 길이의 차 구하기	1점

풀이 반지름의 길이가 a, b인 두 원의 둘레의 길이는 각각 $2a\pi$, $2b\pi$이므로

$2a\pi+2b\pi=50\pi$, $\quad 2\pi(a+b)=50\pi$

$\therefore a+b=25$ ······ ㉠ ▶ 2점

반지름의 길이가 a, b인 두 원의 넓이는 각각 $a^2\pi$, $b^2\pi$이므로

$a^2\pi-b^2\pi=75\pi$ ($\because a>b$)

$\pi(a^2-b^2)=75\pi$, $\quad a^2-b^2=75$

$\therefore (a+b)(a-b)=75$ ······ ㉡ ▶ 2점

㉠, ㉡에서 $a-b=3$

$25(a-b)=75$

$\therefore a-b=3$

따라서 두 원의 반지름의 길이의 차는 3이다. ▶ 1점

답 3

25

채점 기준	배점
기호의 뜻을 이용하여 주어진 식 간단히 하기	2점
공통인수를 묶어서 인수분해하기	3점

풀이 $<x, y, z>+<y, z, x>$

$=(x-y)(y-z)+(y-z)(z-x)$ ▶ 2점

$=(y-z)\{(x-y)+(z-x)\}$

$=(y-z)(-y+z)$

$=-(y-z)^2$ ▶ 3점

답 $-(y-z)^2$

26

채점 기준	배점
직육면체의 부피로 주어진 식을 인수분해하기	2점
직육면체의 높이 구하기	1점
직육면체의 모든 모서리의 길이의 합 구하기	1점

풀이 $2a^2b-6ab^2+4ab=2ab(a-3b+2)$ ▶ 2점

(직육면체의 부피)
=(밑면의 가로의 길이)
×(밑면의 세로의 길이)
×(높이)

이므로 직육면체의 높이는

$a-3b+2$ ▶ 1점

따라서 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합은

$4(a+2b+a-3b+2)=8a-4b+8$ ▶ 1점

답 $8a-4b+8$

27

채점 기준	배점
a의 값 구하기	1점
주어진 식을 인수분해하기	2점
식의 값 구하기	1점

풀이 $1<\sqrt{3}<2$이므로 $\quad a=\sqrt{3}-1$ ▶ 1점

$a+3=A$로 치환하면

(주어진 식)$=A^2-8A+16$

$=(A-4)^2$

$=(a+3-4)^2=(a-1)^2$ ▶ 2점

$=(\sqrt{3}-2)^2$

$=3-4\sqrt{3}+4$

$=7-4\sqrt{3}$ ▶ 1점

답 $7-4\sqrt{3}$

Ⅱ. 식의 계산

Ⅲ-1. 이차방정식과 그 풀이

1. 이차방정식의 뜻과 해

16 | 이차방정식의 뜻과 해 기본서 70~71쪽

익히기 1 (1) $5x+4=4x-2$에서 $5x+4-4x+2=0$
$\therefore x+6=0$
(2) $1-6x=x^2$에서 $-x^2-6x+1=0$
(3) $x^2-3x=x^2+x$에서 $x^2-3x-x^2-x=0$
$\therefore -4x=0$

답 (1) × (2) ○ (3) ×

익히기 2 (1) $(-1)^2-(-1)-2=0$이므로 $x=-1$은 주어진 이차방정식의 해이다.
(2) $1^2-1-2=-2\neq0$이므로 $x=1$은 주어진 이차방정식의 해가 아니다.
(3) $2^2-2-2=0$이므로 $x=2$는 주어진 이차방정식의 해이다.

답 (1) ○ (2) × (3) ○

유제 1 ① $x^2=5x$에서 $x^2-5x=0$

> x에 대한 이차방정식을 찾는 순서
> (i) 괄호를 푼다.
> (ii) 우변의 항을 좌변으로 이항하여 정리한다.
> (iii) (x에 대한 이차식)$=0$ 꼴인지 확인한다.

② $2x^2-3x=-3x$에서 $2x^2=0$
③ $x^2(x+4)=x^3-7x$에서
$x^3+4x^2=x^3-7x$ $\therefore 4x^2+7x=0$
④ $\dfrac{x^2-1}{5}=2x$에서 $x^2-1=10x$
$\therefore x^2-10x-1=0$
⑤ $x^2+3x=(x-1)(x+3)$에서
$x^2+3x=x^2+2x-3$ $\therefore x+3=0$

답 ⑤

유제 2-1 ① $5^2-3\times5-10=0$
② $2\times5^2-10\times5-1=-1\neq0$
③ $3\times5^2=75\neq65$
④ $5(2\times5-5)=25\neq5$
⑤ $(2\times5-5)^2=5^2$

답 ①, ⑤

유제 2-2 주어진 방정식의 x에 $-2,\ -1,\ 0,\ 1$을 각각 대입하여 등식이 성립하는지 확인한다.

> -2 이상 1 이하의 정수

(1)

x	좌변	우변	참, 거짓
-2	$(-2)^2=4$	$-(-2)=2$	거짓
-1	$(-1)^2=1$	$-(-1)=1$	참
0	$0^2=0$	0	참
1	$1^2=1$	-1	거짓

따라서 이차방정식 $x^2=-x$의 해는 $x=-1$ 또는 $x=0$이다.

(2)

x	좌변	우변	참, 거짓
-2	$2\times(-2)^2-18$ $=-10$	$5\times(-2)$ $=-10$	참
-1	$2\times(-1)^2-18$ $=-16$	$5\times(-1)$ $=-5$	거짓
0	$2\times0^2-18$ $=-18$	$5\times0=0$	거짓
1	$2\times1^2-18$ $=-16$	$5\times1=5$	거짓

따라서 이차방정식 $2x^2-18=5x$의 해는 $x=-2$이다.

답 (1) $x=-1$ 또는 $x=0$ (2) $x=-2$

소단원 성취도 진단 기본서 72쪽

01 ③ 02 -22 03 ⑤ 04 $a\neq1$ 05 ②, ⑤
06 $\dfrac{19}{5}$ 07 ② 08 $\dfrac{23}{8}$

01 전략 x에 대한 이차방정식 ➡ (x에 대한 이차식)$=0$

풀이 ① $-2x(x-1)=x^2$에서 $-2x^2+2x=x^2$
$\therefore -3x^2+2x=0$
② $2x^2-7=(x-1)(x+3)$에서
$2x^2-7=x^2+2x-3$ $\therefore x^2-2x-4=0$
③ $(3x-1)^2-4=9x^2+x$에서
$9x^2-6x+1-4=9x^2+x$ $\therefore -7x-3=0$

> x에 대한 일차방정식

④ $x^2(2-x)=4-x^3$에서 $2x^2-x^3=4-x^3$
$\therefore 2x^2-4=0$
⑤ $x^3-x^2+2=x(x+1)(x-1)$에서

> $x(x+1)(x-1)$
> $=x(x^2-1)$
> $=x^3-x$

$x^3-x^2+2=x^3-x$ $\therefore -x^2+x+2=0$

답 ③

02 전략 이차방정식의 일반형 ➡ $ax^2+bx+c=0\ (a\neq0)$

풀이 $\dfrac{x^2-4x}{4}=\dfrac{5x+4}{2}$의 양변에 분모의 최소공배수 4를 곱하면
$x^2-4x=10x+8$ $\therefore x^2-14x-8=0$
따라서 $a=-14,\ b=-8$이므로
$a+b=-14+(-8)=-22$

답 -22

03 전략 주어진 x의 값을 이차방정식의 x에 대입 ➡ 등식이 성립하는 x의 값을 찾는다.

풀이 $x=-3$일 때,
$(-1)\times(-5)\neq(-3)\times(-11)+2$

$x=-1$일 때, $1\times(-3)\neq(-1)\times(-7)+2$
$x=1$일 때, $3\times(-1)\neq1\times(-3)+2$
$x=2$일 때, $4\times0=2\times(-1)+2$
$x=3$일 때, $5\times1=3\times1+2$
따라서 주어진 이차방정식의 해는
$x=2$ 또는 $x=3$

답 ⑤

04

채점 기준	배점
주어진 식 정리하기	40%
a의 조건 구하기	60%

풀이 $ax^2=(x+3)(x-2)$에서
$ax^2=x^2+x-6$, $(a-1)x^2-x+6=0$ ▶ 40%
이 방정식이 x에 대한 이차방정식이 되려면
$a-1\neq0$ $\therefore a\neq1$ ▶ 60%

답 $a\neq1$

05 전략 $x=k$를 해로 갖는 이차방정식
➡ $x=k$를 대입하면 등식이 성립

풀이 $x-2=-2x+7$에서 $3x=9$ $\therefore x=3$
$x=3$을 주어진 이차방정식에 각각 대입하면
① $3^2-3-7=-1\neq0$
② $3\times(3-3)=0$
③ $2\times3^2+1=19\neq3$
④ $(3+1)(3+2)=20\neq0$
⑤ $(3-1)^2=4$
따라서 $x=3$을 해로 갖는 이차방정식은 ②, ⑤이다.

답 ②, ⑤

06 전략 $x=-5$를 주어진 이차방정식에 대입하여 a의 값을 구한다.

풀이 $x=-5$를 $x^2+ax-6=0$에 대입하면
$(-5)^2+a\times(-5)-6=0$, $25-5a-6=0$
$-5a=-19$ $\therefore a=\frac{19}{5}$

답 $\frac{19}{5}$

07 전략 $x=k$가 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 근
➡ $ak^2+bk+c=0$

풀이 $x=\alpha$를 $x^2-3x+1=0$에 대입하면
$\alpha^2-3\alpha+1=0$
(ㄱ) $\alpha^2-3\alpha=-1$
(ㄴ) $12\alpha-4\alpha^2=-4(\alpha^2-3\alpha)=-4\times(-1)=4$
(ㄷ) $\alpha^2-3\alpha+1=0$의 양변을 α로 나누면
$\alpha-3+\frac{1}{\alpha}=0$ $\therefore \alpha+\frac{1}{\alpha}=3$
(ㄹ) $\alpha^2+\frac{1}{\alpha^2}=\left(\alpha+\frac{1}{\alpha}\right)^2-2=3^2-2=7$
이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다.

답 ②

우공비 BOX

$A<B<C$ 꼴의 부등식
➡ 연립부등식 $\begin{cases}A<B\\B<C\end{cases}$를 풀어 공통 범위를 구한다.

두 수 또는 두 식 A, B에 대하여
$AB=0$
➡ $A=0$ 또는 $B=0$

$$\begin{array}{ccr} 3 & \diagdown\!\!\!\!\diagup \; 2 \rightarrow & 4 \\ 2 & \;\; -1 \rightarrow & -3 \\ \hline & & 1 \end{array}$$

$x=0$을 $x^2-3x+1=0$에 대입하면
$0^2-3\times0+1=1\neq0$
즉 $\alpha\neq0$이므로 양변을 α로 나눌 수 있다.

08

채점 기준	배점
부등식을 만족시키는 자연수 x의 값 구하기	50%
k의 값 구하기	50%

풀이 $3x-14<-4x+21$에서
$7x<35$ $\therefore x<5$ …… ㉠
$-4x+21<2x+3$에서
$-6x<-18$ $\therefore x>3$ …… ㉡
㉠, ㉡의 공통 범위는 $3<x<5$이므로 이를 만족시키는 자연수 x의 값은 4이다. ▶ 50%
$x=4$를 $x^2-2kx+7=0$에 대입하면
$4^2-8k+7=0$, $8k=23$
$\therefore k=\frac{23}{8}$ ▶ 50%

답 $\frac{23}{8}$

2. 이차방정식의 풀이

17 인수분해를 이용한 이차방정식의 풀이

기본서 73~75쪽

익히기 1 (1) $(x+3)(x-7)=0$에서
$x+3=0$ 또는 $x-7=0$
$\therefore x=-3$ 또는 $x=7$
(2) $x(x-8)=0$에서 $x=0$ 또는 $x-8=0$
$\therefore x=0$ 또는 $x=8$
(3) $(3x+5)(x+1)=0$에서
$3x+5=0$ 또는 $x+1=0$
$\therefore x=-\frac{5}{3}$ 또는 $x=-1$

답 풀이 참조

익히기 2 (1) $x^2-5x-14=0$에서
$(x+2)(x-7)=0$
$x+2=0$ 또는 $x-7=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=7$
(2) $x^2-5x=0$에서 $x(x-5)=0$
$x=0$ 또는 $x-5=0$
$\therefore x=0$ 또는 $x=5$
(3) $6x^2+x-2=0$에서 $(3x+2)(2x-1)=0$
$3x+2=0$ 또는 $2x-1=0$
$\therefore x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

답 풀이 참조

유제 1-1 ① $(-x+3)(3x-4)=0$에서
$-x+3=0$ 또는 $3x-4=0$
$\therefore x=3$ 또는 $x=\frac{4}{3}$

Step Up

Ⅲ. 이차방정식

② $(x-3)(-3x+4)=0$에서

$x-3=0$ 또는 $-3x+4=0$

$\therefore x=3$ 또는 $x=\frac{4}{3}$

③ $(x-3)\left(x-\frac{4}{3}\right)=0$에서

$x-3=0$ 또는 $x-\frac{4}{3}=0$

$\therefore x=3$ 또는 $x=\frac{4}{3}$

④ $(x+3)(3x+4)=0$에서

$x+3=0$ 또는 $3x+4=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=-\frac{4}{3}$

⑤ $(-2x+6)(6x-8)=0$에서

$-2x+6=0$ 또는 $6x-8=0$

$\therefore x=3$ 또는 $x=\frac{4}{3}$ 답 ④

유제 ❶-2 $(x+1)(x-7)=0$에서

$x+1=0$ 또는 $x-7=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=7$

따라서 $\alpha=-1, \beta=7$이므로

$\alpha-\beta=-1-7=-8$ 답 -8

유제 ❷ (1) $x^2+2x=15$에서 $x^2+2x-15=0$

$(x+5)(x-3)=0$ $\therefore x=-5$ 또는 $x=3$

(2) $x^2-12=-x$에서 $x^2+x-12=0$

$(x+4)(x-3)=0$ $\therefore x=-4$ 또는 $x=3$

(3) $75=3x^2$에서 $x^2-25=0$

$(x+5)(x-5)=0$ $\therefore x=-5$ 또는 $x=5$

(4) $(x-2)(x-9)=18$에서 $x^2-11x+18=18$

$x^2-11x=0,$ $x(x-11)=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=11$ 답 풀이 참조

유제 ❸-1 (1) $5x^2+9x=2$에서 $5x^2+9x-2=0$

$(x+2)(5x-1)=0$ $\therefore x=-2$ 또는 $x=\frac{1}{5}$

(2) $4x^2-1=3x$에서 $4x^2-3x-1=0$

$(4x+1)(x-1)=0$ $\therefore x=-\frac{1}{4}$ 또는 $x=1$

(3) $(x+1)(6x+5)=-6x$에서 $6x^2+17x+5=0$

$(2x+5)(3x+1)=0$

$\therefore x=-\frac{5}{2}$ 또는 $x=-\frac{1}{3}$

(4) $3x^2-x-4=3(x+1)$에서 $3x^2-4x-7=0$

$(x+1)(3x-7)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=\frac{7}{3}$ 답 풀이 참조

유제 ❸-2 $3x^2-13x+4=0$에서

$(3x-1)(x-4)=0$ $\therefore x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=4$

우공비 BOX

이차방정식
$ax^2+bx+c=0$의 근이
$x=k$
➔ $ak^2+bk+c=0$

$\alpha<\beta$이므로
$\alpha=-1, \beta=7$

이차방정식이 중근을 가질 조건
➔ (완전제곱식)$=0$

$(x+1)(6x+5)=-6x$
$6x^2+11x+5=-6x$
$6x^2+17x+5=0$

따라서 두 근 사이에 있는 정수는 1, 2, 3의 3개이다.

답 3

유제 ❹ $x=3$을 $2x^2+(a-2)x+a=0$에 대입하면

$18+3(a-2)+a=0,$ $4a=-12$ $\therefore a=-3$

$a=-3$을 $2x^2+(a-2)x+a=0$에 대입하면

$2x^2-5x-3=0,$ $(2x+1)(x-3)=0$

$\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=3$ $\therefore b=-\frac{1}{2}$

답 $a=-3,\ b=-\frac{1}{2}$

18 | 이차방정식의 중근

기본서 76~77쪽

익히기 3 (1) $(x-5)^2=0$에서 $x=5$ (중근)

(2) $x^2+x+\frac{1}{4}=0$에서 $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=0$

$\therefore x=-\frac{1}{2}$ (중근)

(3) $9x^2-6x+1=0$에서 $(3x-1)^2=0$

$\therefore x=\frac{1}{3}$ (중근)

답 (1) $x=5$ (중근) (2) $x=-\frac{1}{2}$ (중근) (3) $x=\frac{1}{3}$ (중근)

익히기 4 이차방정식이 중근을 가지므로

(완전제곱식)$=0$ 꼴이다.

$\therefore b=0$ 답 ③

+ 보충 학습

$(x-a)^2=b$에서 $x^2-2ax+a^2-b=0$

중근을 갖기 위해서는 $a^2-b=\left(\frac{-2a}{2}\right)^2$

$a^2-b=a^2$ $\therefore b=0$

유제 ❺-1 (ㄱ) $x^2-4=0$에서 $(x+2)(x-2)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=2$

(ㄴ) $(x-2)^2=1$에서 $x^2-4x+3=0$

$(x-1)(x-3)=0$ $\therefore x=1$ 또는 $x=3$

(ㄷ) $4x(x+1)=-1$에서 $4x^2+4x+1=0$

$(2x+1)^2=0$ $\therefore x=-\frac{1}{2}$ (중근)

(ㄹ) $(2-x)(4-x)=-1$에서 $x^2-6x+9=0$

$(x-3)^2=0$ $\therefore x=3$ (중근)

이상에서 중근을 갖는 이차방정식은 (ㄷ), (ㄹ)이다.

답 (ㄷ), (ㄹ)

유제 ❺-2 (1) $-20x=2x^2+50$에서

$-2x^2-20x-50=0,$ $x^2+10x+25=0$

$(x+5)^2=0$ $\quad\therefore x=-5$ (중근)

(2) $(x-2)^2=3-6x$에서 $\quad x^2-4x+4=3-6x$

$x^2+2x+1=0$, $\quad (x+1)^2=0$

$\therefore x=-1$ (중근)

답 (1) $x=-5$ (중근) (2) $x=-1$ (중근)

유제 ❻-1 (1) $a=\left(\dfrac{16}{2}\right)^2=64$

즉 $x^2+16x+64=0$에서 $\quad (x+8)^2=0$

$\therefore x=-8$ (중근)

(2) 양변에 -1을 곱하면 $\quad x^2-14x+a-5=0$

$a-5=\left(\dfrac{-14}{2}\right)^2$이므로 $\quad a-5=49$ $\quad\therefore a=54$

즉 $x^2-14x+49=0$에서 $\quad (x-7)^2=0$

$\therefore x=7$ (중근)

답 (1) 64, $x=-8$ (중근) (2) 54, $x=7$ (중근)

유제 ❻-2 이차방정식 $x^2-4ax+5a-1=0$이 중근을 가지려면 $5a-1=\left(\dfrac{-4a}{2}\right)^2$이어야 하므로

$4a^2-5a+1=0$, $\quad (4a-1)(a-1)=0$

$\therefore a=\dfrac{1}{4}$ 또는 $a=1$

답 $\dfrac{1}{4}$, 1

19 제곱근, 완전제곱식을 이용한 이차방정식의 풀이

기본서 78~79쪽

익히기 5 (1) $x^2=200$에서 $\quad x=\pm\sqrt{200}=\pm10\sqrt{2}$

(2) $3x^2=60$에서 $\quad x^2=20$

$\therefore x=\pm\sqrt{20}=\pm2\sqrt{5}$

(3) $x^2-18=0$에서 $\quad x^2=18$

$\therefore x=\pm\sqrt{18}=\pm3\sqrt{2}$

답 (1) $x=\pm10\sqrt{2}$ (2) $x=\pm2\sqrt{5}$ (3) $x=\pm3\sqrt{2}$

익히기 6 (1) $x^2-6x-5=0$에서 $\quad x^2-6x=5$

$x^2-6x+9=5+9$, $\quad (x-3)^2=14$

$\therefore p=-3$, $q=14$

(2) $x^2+5x-1=0$에서 $\quad x^2+5x=1$

$x^2+5x+\dfrac{25}{4}=1+\dfrac{25}{4}$, $\quad \left(x+\dfrac{5}{2}\right)^2=\dfrac{29}{4}$

$\therefore p=\dfrac{5}{2}$, $q=\dfrac{29}{4}$

(3) $3x^2+24x-6=0$에서 $\quad x^2+8x=2$

$x^2+8x+16=2+16$, $\quad (x+4)^2=18$

$\therefore p=4$, $q=18$

답 (1) $p=-3$, $q=14$ (2) $p=\dfrac{5}{2}$, $q=\dfrac{29}{4}$ (3) $p=4$, $q=18$

우공비 BOX

이차항의 계수가 1이 되도록 먼저 양변을 4로 나눈다.

$x^2+ax+b=0$이 중근을 갖는다.
➜ $b=\left(\dfrac{a}{2}\right)^2$

먼저 양변을 3으로 나눈다.

$\sqrt{\dfrac{5}{3}}=\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$
$=\dfrac{\sqrt{5}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$
$=\dfrac{\sqrt{15}}{3}$

유제 ❼ (1) $(x-1)^2=6$에서 $\quad x-1=\pm\sqrt{6}$

$\therefore x=1\pm\sqrt{6}$

(2) $4(x+1)^2-16=0$에서 $\quad (x+1)^2=4$

$x+1=\pm2$

$\therefore x=1$ 또는 $x=-3$

답 (1) $x=1\pm\sqrt{6}$ (2) $x=1$ 또는 $x=-3$

유제 ❽-1 $3x^2-18x-33=0$에서

$x^2-6x-\boxed{11}=0$, $\quad x^2-6x=\boxed{11}$

$x^2-6x+\boxed{9}=\boxed{20}$, $\quad (x-\boxed{3})^2=\boxed{20}$

$x-3=\pm\sqrt{20}=\pm2\sqrt{5}$

$\therefore x=\boxed{3\pm2\sqrt{5}}$

$\therefore$ (가) 11 (나) 9 (다) 20 (라) 3 (마) $3\pm2\sqrt{5}$

답 풀이 참조

유제 ❽-2 (1) $x^2-10x+4=0$에서

$x^2-10x=-4$, $\quad x^2-10x+25=-4+25$

$(x-5)^2=21$, $\quad x-5=\pm\sqrt{21}$

$\therefore x=5\pm\sqrt{21}$

(2) $3x^2+6x-2=0$에서 $\quad x^2+2x-\dfrac{2}{3}=0$

$x^2+2x=\dfrac{2}{3}$, $\quad x^2+2x+1=\dfrac{2}{3}+1$

$(x+1)^2=\dfrac{5}{3}$, $\quad x+1=\pm\sqrt{\dfrac{5}{3}}$

$\therefore x=-1\pm\dfrac{\sqrt{15}}{3}$

답 (1) $x=5\pm\sqrt{21}$ (2) $x=-1\pm\dfrac{\sqrt{15}}{3}$

소단원 성취도 진단

기본서 80~81쪽

01 ④	02 ②	03 $-\dfrac{23}{8}$	04 $\dfrac{13}{2}$	05 ②
06 ⑤	07 ②	08 ③	09 $-\sqrt{6}$	10 9
11 ①	12 ③	13 5	14 -12	15 3

01 전략 이차방정식 $(x-a)(x-b)=0\ (a\neq b)$의 근
➜ $x=a$ 또는 $x=b$

풀이 ① 주어진 방정식의 해는 $x=-2$ 또는 $x=0$이므로 두 근의 합은 $\quad -2$

② 주어진 방정식의 해는 $x=-1$ 또는 $x=2$이므로 두 근의 합은 $\quad 1$

③ 주어진 방정식의 해는 $x=0$ 또는 $x=1$이므로 두 근의 합은 $\quad 1$

④ 주어진 방정식의 해는 $x=-1$ 또는 $x=3$이므로 두 근의 합은 $\quad 2$

⑤ 주어진 방정식의 해는 $x=-4$ 또는 $x=2$이므로 두 근의 합은 -2

따라서 두 근의 합이 2인 것은 ④이다. 답 ④

02 전략 $(x-p)^2=q$에서 q가 (유리수)^2 꼴인 것을 찾는다.

풀이 ① $2x^2=16$에서 $x^2=8$

$\therefore x=\pm\sqrt{8}=\pm2\sqrt{2}$

② $4x^2=9$에서 $x^2=\frac{9}{4}$

$\therefore x=\pm\sqrt{\frac{9}{4}}=\pm\frac{3}{2}$

③ $x^2-10=0$에서 $x^2=10$

$\therefore x=\pm\sqrt{10}$

④ $x^2=12$에서 $x^2=\pm\sqrt{12}=\pm2\sqrt{3}$

⑤ $(x-2)^2=3$에서 $x-2=\pm\sqrt{3}$

$\therefore x=2\pm\sqrt{3}$

따라서 유리수를 근으로 갖는 것은 ②이다. 답 ②

03

채점 기준	배점
주어진 식을 (완전제곱식)=(상수) 꼴로 변형하기	50%
pq의 값 구하기	50%

풀이 $3x^2-9x+1=0$의 양변을 3으로 나누면

$x^2-3x+\frac{1}{3}=0,\quad x^2-3x=-\frac{1}{3}$

$x^2-3x+\frac{9}{4}=-\frac{1}{3}+\frac{9}{4}$

$\therefore \left(x-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{23}{12}$ ▶ 50%

따라서 $p=-\frac{3}{2}$, $q=\frac{23}{12}$이므로

$pq=-\frac{3}{2}\times\frac{23}{12}=-\frac{23}{8}$ ▶ 50%

답 $-\frac{23}{8}$

04 전략 먼저 인수분해를 이용하여 이차방정식 $x^2-3x-10=0$의 작은 근을 구한다.

풀이 $x^2-3x-10=0$에서 $(x+2)(x-5)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=5$

따라서 두 근 중 작은 근은 $x=-2$이고, 이것이 $4x^2+(a-1)x-5=0$의 근이므로

$4\times(-2)^2+(a-1)\times(-2)-5=0$

$-2a+13=0\quad \therefore a=\frac{13}{2}$ 답 $\frac{13}{2}$

05 전략 두 이차방정식을 각각 푼 후 공통인 근을 찾는다.

풀이 $x^2-2x-8=0$에서 $(x+2)(x-4)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=4$

$3x^2+7x+2=0$에서 $(x+2)(3x+1)=0$

우공비 BOX

(유리수)^2 꼴

$\left(\frac{-3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$

$x=\alpha$가 $ax^2+bx+c=0$의 근이다.
➜ $a\alpha^2+b\alpha+c=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=-\frac{1}{3}$

따라서 공통인 근은 $x=-2$이다. 답 ②

보충 학습

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근이 $x=p$ 또는 $x=q$,
이차방정식 $a'x^2+b'x+c'=0$의 두 근이 $x=p$ 또는 $x=q'$
➜ 두 이차방정식의 공통인 근은 $x=p$(단, $q\neq q'$)

06 전략 이차방정식 $(ax-b)(cx-d)=0$의 근

➜ $x=\frac{b}{a}$ 또는 $x=\frac{d}{c}$

풀이 $6x^2+5x-56=0$에서 $(2x+7)(3x-8)=0$

$\therefore x=-\frac{7}{2}$ 또는 $x=\frac{8}{3}$

따라서 두 근 사이에 있는 정수는 $-3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$의 6개이다. 답 ⑤

07 전략 이차방정식 $x^2+ax+b=0$이 중근을 가지면

➜ $b=\left(\frac{a}{2}\right)^2$

풀이 $x^2+6x+p=0$이 중근을 가지므로

$p=\left(\frac{6}{2}\right)^2=9$

$p=9$를 $x^2+2(p-5)x+q=0$에 대입하면

$x^2+8x+q=0$

이 이차방정식이 중근을 가지므로 $q=\left(\frac{8}{2}\right)^2=16$

답 ②

08 전략 이차방정식 $x^2+ax+b=0$이 중근을 가지면

➜ $b=\left(\frac{a}{2}\right)^2$

풀이 $x^2+ax+\frac{b^2}{4}=0$이 중근을 가지므로

$\left(\frac{a}{2}\right)^2=\frac{b^2}{4},\quad \frac{a^2}{4}=\frac{b^2}{4}$

$a^2-b^2=0,\quad (a+b)(a-b)=0$

이때 $a\neq b$이므로 $a+b=0$

답 ③

09

채점 기준	배점
a의 값 구하기	40%
b의 값 구하기	40%
$2a+b$의 값 구하기	20%

풀이 $4x^2-6=0$에서 $x^2=\frac{3}{2}$이므로

$x=\pm\sqrt{\frac{3}{2}}=\pm\frac{\sqrt{6}}{2}$

$\therefore a=\frac{\sqrt{6}}{2}$ ▶ 40%

$3x^2-72=0$에서 $x^2=24$이므로

$x=\pm\sqrt{24}=\pm2\sqrt{6}$

$\therefore\ b=-2\sqrt{6}$ ▶ 40%

$\therefore\ 2a+b=2\times\frac{\sqrt{6}}{2}+(-2\sqrt{6})=-\sqrt{6}$ ▶ 20%

답 $-\sqrt{6}$

10 전략 $(x+p)^2=q\ (q\ge0)$ ➡ $x=-p\pm\sqrt{q}$

풀이 $-2(x+a)^2+10=0$에서 $(x+a)^2=5$

$x+a=\pm\sqrt{5}$ $\quad\therefore\ x=-a\pm\sqrt{5}$

따라서 $a=4,\ b=5$이므로

$a+b=4+5=9$

답 9

11 전략 이차방정식 $(x+p)^2=q$가 해를 가질 조건

➡ $q\ge0$

풀이 $\left(x+\frac{1}{3}\right)^2-k+4=0$에서 $\left(x+\frac{1}{3}\right)^2=k-4$

$\left(x+\frac{1}{3}\right)^2\ge0$이므로 $k-4\ge0$이어야 주어진 이차방정식이 해를 갖는다.

따라서 $k\ge4$이므로 k의 값으로 옳지 않은 것은 ①이다.

답 ①

12 전략 완전제곱식을 이용한 이차방정식의 풀이

➡ (완전제곱식)=(상수) 꼴로 변형

풀이 $2x^2+4x-5=0$의 양변을 2로 나누면

$x^2+2x-\frac{5}{2}=0,\quad x^2+2x=\frac{5}{2}$

$x^2+2x+1=\frac{5}{2}+1,\quad (x+1)^2=\frac{7}{2}$

$x+1=\pm\sqrt{\frac{7}{2}}\quad\therefore\ x=-1\pm\sqrt{\frac{7}{2}}$

따라서 $A=1,\ B=1,\ C=\frac{7}{2}$이므로

$A+B-C=1+1-\frac{7}{2}=-\frac{3}{2}$

답 ③

13 전략 먼저 다항식 A, B를 $2A=B$에 대입하여 이차방정식을 세운다.

풀이 두 다항식 A, B를 $2A=B$에 대입하면

$2(x^2+4x+3)=3x^2+4x+1$

$2x^2+8x+6=3x^2+4x+1$

$-x^2+4x+5=0,\quad x^2-4x-5=0$

$(x+1)(x-5)=0$

$\therefore\ x=-1$ 또는 $x=5$

이때 $A=x^2+4x+3\ne0$에서

$(x+3)(x+1)\ne0\quad\therefore\ x\ne-3$이고 $x\ne-1$

따라서 구하는 x의 값은 5이다.

답 5

우공비 BOX

이차방정식 $x^2+ax+b=0$이 중근을 가지면

➡ $b=\left(\frac{a}{2}\right)^2$

x^2의 계수가 1이 아닐 때에는 그 계수로 양변을 나누어 x^2의 계수를 1로 만든다.

$\left(\frac{2}{2}\right)^2=1$

두 수 또는 두 식 A, B에 대하여

$AB\ne0$

➡ $A\ne0$이고 $B\ne0$

등식이 성립하지 않는다.

x에 대한 일차방정식이다.

14

채점 기준	배점
k의 값 구하기	50%
이차방정식의 해 구하기	40%
두 근의 곱 구하기	10%

풀이 $x=k$를 $x^2+x-4k=0$에 대입하면

$k^2+k-4k=0,\quad k^2-3k=0$

$k(k-3)=0\quad\therefore\ k=3\ (\because k\ne0)$ ▶ 50%

즉 $x^2+x-12=0$에서 $(x+4)(x-3)=0$

$\therefore\ x=-4$ 또는 $x=3$ ▶ 40%

따라서 두 근의 곱은 $-4\times3=-12$ ▶ 10%

답 -12

15

채점 기준	배점
m의 값 구하기	50%
n의 값 구하기	40%
$m+n$의 값 구하기	10%

풀이 $m-1=\left(\frac{-m}{2}\right)^2$에서

$m-1=\frac{m^2}{4},\quad m^2-4m+4=0$

$(m-2)^2=0\quad\therefore\ m=2$ ▶ 50%

$m=2$를 주어진 이차방정식에 대입하면

$x^2-2x+1=0,\quad (x-1)^2=0$

$\therefore\ x=1$

따라서 $n=1$이므로 ▶ 40%

$m+n=2+1=3$ ▶ 10%

답 3

중단원 마무리 평가

기본서 82~85쪽

01 ①, ③	02 ④	03 ①	04 ④	05 ⑤
06 ④	07 ①	08 ①	09 ②	10 ③
11 ④	12 ③	13 ②	14 ①	15 ③
16 ②	17 4	18 -36	19 -11	20 $\frac{1}{2}$
21 9	22 9	23 -6	24 -1	
25 (1) $x=5y$ (2) $\frac{33}{13}$		26 $x=\frac{1}{2}$	27 $\frac{13}{2}$	

01 전략 이차방정식 ➡ (이차식)$=0$ 꼴

풀이 ② $x^2+x-2=x(x+1)$에서

$x^2+x-2=x^2+x\quad\therefore\ -2=0$

③ $x-3x^2=-4$에서 $-3x^2+x+4=0$

⑤ $3x^2=3x(1+x)-4$에서 $3x^2=3x+3x^2-4$

$\therefore\ -3x+4=0$

답 ①, ③

02 전략 [ ] 안의 수를 주어진 방정식에 대입하여 등식이 성립하는 것을 찾는다.

풀이 ① $x=3$을 $(x-3)^2=9$에 대입하면
$(3-3)^2=0\neq 9$
② $x=2$를 $(x+2)(x-3)=4$에 대입하면
$(2+2)(2-3)=-4\neq 4$
③ $x=1$을 $x^2+x=2x(x-1)$에 대입하면
$(\text{좌변})=1^2+1=2$, $(\text{우변})=2\times 1\times(1-1)=0$
④ $x=-2$를 $2(x+2)(x-2)=0$에 대입하면
$2\times(-2+2)\times(-2-2)=0$
⑤ $x^3-3x+4=x(x^2+x)$를 정리하면
$x^2+3x-4=0$
$x=4$를 $x^2+3x-4=0$에 대입하면
$4^2+3\times 4-4=24\neq 0$

답 ④

우공비 BOX: $x^3-3x+4=x^3+x^2$에서 $-x^2-3x+4=0$ $\therefore x^2+3x-4=0$

03 전략 $x=k$가 $ax^2+bx+c=0$의 해 ⇨ $ak^2+bk+c=0$

풀이 $x=2$를 $x^2-x+m=0$에 대입하면
$2^2-2+m=0$ $\therefore m=-2$
$x=2$를 $-3x^2+nx+2=0$에 대입하면
$-3\times 2^2+n\times 2+2=0$, $-12+2n+2=0$
$\therefore n=5$
$\therefore m-n=-2-5=-7$

답 ①

04 전략 $x=a$를 주어진 이차방정식에 대입한다.

풀이 $x=a$를 $x^2+4x-2=0$에 대입하면
$a^2+4a-2=0$ $\therefore a^2+4a=2$
$\therefore 2a^2+8a+5=2(a^2+4a)+5$
$=2\times 2+5=9$

답 ④

05 전략 두 이차방정식을 각각 풀어 근을 구한다.

풀이 $x^2-2x-15=0$에서 $(x+3)(x-5)=0$
$\therefore x=-3$ 또는 $x=5$
$x^2-25=0$에서 $(x+5)(x-5)=0$
$\therefore x=-5$ 또는 $x=5$
따라서 공통인 근은 $x=5$이다.

답 ⑤

06 전략 주어진 식을 (이차식)$=0$ 꼴로 변형한다.

풀이 $2(x-1)^2=x+9$에서 $2x^2-4x+2=x+9$
$2x^2-5x-7=0$, $(x+1)(2x-7)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=\frac{7}{2}$
$a>b$이므로 $a=\frac{7}{2}$, $b=-1$
$\therefore 2a+b=2\times\frac{7}{2}+(-1)=6$

답 ④

07 전략 $x=k$가 이차방정식의 근
⇨ $x=k$를 이차방정식에 대입한다.

풀이 $x=-2$를 $x^2+2ax-3a^2=0$에 대입하면
$4-4a-3a^2=0$, $3a^2+4a-4=0$
$(a+2)(3a-2)=0$
$\therefore a=-2$ ($\because a$는 정수)

답 ①

08 전략 정해진 규칙에 따라 x에 대한 방정식을 세운다.

풀이 $(2x+5)◎(x-1)$
$=(2x+5)^2-(2x+5)(x-1)$
$=4x^2+20x+25-(2x^2+3x-5)$
$=2x^2+17x+30$
이므로 $2x^2+17x+30=6+x$에서
$2x^2+16x+24=0$, $x^2+8x+12=0$
$(x+6)(x+2)=0$ $\therefore x=-6$ 또는 $x=-2$
따라서 주어진 등식을 만족시키는 모든 x의 값의 합은
$-6+(-2)=-8$

답 ①

09 전략 이차방정식 $x^2+ax+b=0$이 중근을 갖는다.
⇨ $b=\left(\frac{a}{2}\right)^2$

풀이 $x^2-6kx-k=0$이 중근을 가지려면
$\left(\frac{-6k}{2}\right)^2=-k$
이어야 하므로 $9k^2+k=0$
$k(9k+1)=0$ $\therefore k=0$ 또는 $k=-\frac{1}{9}$
따라서 모든 k의 값의 합은 $-\frac{1}{9}+0=-\frac{1}{9}$

답 ②

10 전략 $x^2=k$ $(k\geq 0)$의 해 ⇨ $x=\pm\sqrt{k}$

풀이 $x^2=a$에서 $x=\pm\sqrt{a}$
따라서 두 근의 차는 $\sqrt{a}-(-\sqrt{a})=2\sqrt{a}$
$2\sqrt{a}=4\sqrt{3}$에서 $\sqrt{a}=2\sqrt{3}=\sqrt{12}$
$\therefore a=12$

답 ③

11 전략 $(x+a)^2=b$ $(b\geq 0)$의 해 ⇨ $x=-a\pm\sqrt{b}$

풀이 $(x+2)^2=3$에서 $x+2=\pm\sqrt{3}$
$\therefore x=-2\pm\sqrt{3}$
즉 두 근이 $-2+\sqrt{3}$, $-2-\sqrt{3}$이므로 두 근의 곱은
$(-2+\sqrt{3})(-2-\sqrt{3})=(-2)^2-(\sqrt{3})^2$
$=1$

답 ④

우공비 BOX: $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

12 전략 중근을 갖는다. ⇨ (완전제곱식)$=0$ 꼴

풀이 (ㄱ) $x^2-4x-4=0$에서 $x^2-4x=4$
$x^2-4x+4=4+4$, $(x-2)^2=8$
$\therefore x=2\pm 2\sqrt{2}$
(ㄴ) $x^2=\frac{2}{3}x-\frac{1}{9}$에서 $x^2-\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}=0$
$\left(x-\frac{1}{3}\right)^2=0$ $\therefore x=\frac{1}{3}$ (중근)
(ㄷ) $x^2+8x+16=0$에서 $(x+4)^2=0$

$\therefore x=-4$ (중근)

(ㄹ) $9x^2-4=-6x$에서 $\quad x^2+\frac{2}{3}x=\frac{4}{9}$

$x^2+\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}=\frac{4}{9}+\frac{1}{9}, \quad \left(x+\frac{1}{3}\right)^2=\frac{5}{9}$

$\therefore x=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{3}$

(ㅁ) $\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{5}x+\frac{1}{25}=0$에서 $\quad x^2+\frac{4}{5}x+\frac{4}{25}=0$

$\left(x+\frac{2}{5}\right)^2=0 \quad \therefore x=-\frac{2}{5}$ (중근)

이상에서 중근을 갖는 것은 (ㄴ), (ㄷ), (ㅁ)의 3개이다.

답 ③

13

전략 먼저 x^2의 계수를 1로 만든다.

풀이 $\frac{1}{2}x^2-4x-3=0$에서

$x^2-8x-6=0, \quad x^2-8x=6$

$x^2-8x+16=6+16 \quad \therefore (x-4)^2=22$

따라서 $p=-4$, $q=22$이므로

$p+q=-4+22=18$

답 ②

14

전략 $(x+a)^2=b\ (b\ge 0)$의 해 ➡ $x=-a\pm\sqrt{b}$

풀이 $x^2-6x-1=0$에서 $\quad x^2-6x=1$

$x^2-6x+9=1+9, \quad (x-3)^2=10$

$x-3=\pm\sqrt{10} \quad \therefore x=3\pm\sqrt{10}$

따라서 $a=1$, $b=9$, $c=-3$이므로

$a+b+c=1+9+(-3)=7$

답 ①

15

전략 각 이차방정식의 해를 구해 본다.

풀이 (ㄱ) $x^2-4x+4=2x-5$에서 $\quad x^2-6x+9=0$

$(x-3)^2=0 \quad \therefore x=3$ (중근)

(ㄴ) $x^2+2x=5$에서 $\quad x^2+2x+1=5+1$

$(x+1)^2=6, \quad x+1=\pm\sqrt{6}$

$\therefore x=-1\pm\sqrt{6}$

(ㄷ) $2x^2-8x+1=0$에서 $\quad x^2-4x+\frac{1}{2}=0$

$x^2-4x=-\frac{1}{2}, \quad x^2-4x+4=-\frac{1}{2}+4$

$(x-2)^2=\frac{7}{2}, \quad x-2=\pm\sqrt{\frac{7}{2}}$

$\therefore x=2\pm\frac{\sqrt{14}}{2}=\frac{4\pm\sqrt{14}}{2}$

(ㄹ) $6x^2+x-1=0$에서 $\quad (2x+1)(3x-1)=0$

$\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{3}$

이상에서 유리수인 해를 갖지 않는 것은 (ㄴ), (ㄷ)이다.

답 ③

16

전략 A, B가 정수일 때, $x=A\pm\sqrt{B}\ (B\ne 0)$가 정수 ➡ B는 제곱수

우공비 BOX

$x+\frac{1}{3}=\pm\frac{\sqrt{5}}{3}$

$\therefore x=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{3}$

제곱수 ➡ 1, 4, 9, …와 같이 자연수의 제곱인 수

이차항의 계수가 1이 되도록 먼저 양변에 4를 곱한다.

$a=-3$이면

$-3x^2+1=3x-3x^2$

$\therefore -3x+1=0$

➡ x에 대한 일차방정식이다.

$\sqrt{\frac{7}{2}}=\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$

$=\frac{\sqrt{7}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$

$=\frac{\sqrt{14}}{2}$

풀이 $x^2-6x-k=0$에서 $\quad x^2-6x=k$

$x^2-6x+9=k+9, \quad (x-3)^2=k+9$

이때 k는 $10\le k\le 99$인 자연수이므로 $\quad k+9>0$

$\therefore x=3\pm\sqrt{k+9}$

이차방정식의 근이 정수이므로 $k+9$는 제곱수이어야 한다.

이때 $19\le k+9\le 108$이므로

$k+9=25,\ 36,\ 49,\ 64,\ 81,\ 100$

따라서 k는 16, 27, 40, 55, 72, 91의 6개이다.

답 ②

17

전략 x에 대한 이차방정식

➡ $ax^2+bx+c=0\ (a\ne 0)$ 꼴

풀이 주어진 등식을 정리하면

$(a^2-a-12)x^3+(a+3)x^2-3x+1=0$

이므로 x에 대한 이차방정식이 되려면

$a^2-a-12=0, \quad a+3\ne 0$

$a^2-a-12=0$에서 $\quad (a+3)(a-4)=0$

$\therefore a=-3$ 또는 $a=4$

이때 $a+3\ne 0$에서 $a\ne -3$이므로

$a=4$

답 4

18

전략 주어진 이차방정식에 $x=\alpha$, $x=\beta$를 각각 대입하여 α, β에 대한 식을 구한다.

풀이 $x=\alpha$를 $5x^2-3x-4=0$에 대입하면

$5\alpha^2-3\alpha-4=0 \quad \therefore 5\alpha^2-3\alpha=4$

$x=\beta$를 $2x^2-3x-2=0$에 대입하면

$2\beta^2-3\beta-2=0 \quad \therefore 2\beta^2-3\beta=2$

$\therefore (5\alpha^2-3\alpha+2)(2\beta^2-3\beta-8)$

$=(4+2)(2-8)=-36$

답 -36

19

전략 먼저 $x=1$을 이차방정식 $x^2+6ax-2a-9=0$에 대입하여 a의 값을 구한다.

풀이 $x^2+6ax-2a-9=0$의 한 근이 $x=1$이므로

$1+6a-2a-9=0$

$4a=8 \quad \therefore a=2$

$a=2$를 $x^2+6ax-2a-9=0$에 대입하면

$x^2+12x-13=0, \quad (x+13)(x-1)=0$

$\therefore x=-13$ 또는 $x=1$

$\therefore b=-13$

$\therefore a+b=2+(-13)=-11$

답 -11

20

전략 $x=2a$를 주어진 이차방정식에 대입한다.

풀이 $x=2a$를 $2x^2-ax-3a=0$에 대입하면

$2\times(2a)^2-a\times 2a-3a=0$

$8a^2-2a^2-3a=0,\quad 2a^2-a=0$

$a(2a-1)=0\quad \therefore a=\frac{1}{2}\ (\because a\neq 0)$ 답 $\frac{1}{2}$

21 전략 이차방정식 $x^2+ax+b=0$이 중근을 갖는다.

➡ $b=\left(\frac{a}{2}\right)^2$

풀이 $x^2-6x+\frac{a}{2}+3=0$이 중근을 가지므로

$\left(\frac{-6}{2}\right)^2=\frac{a}{2}+3$

$9=\frac{a}{2}+3\quad \therefore a=12$

$a=12$를 주어진 이차방정식에 대입하면

$x^2-6x+9=0,\quad (x-3)^2=0$

$\therefore x=3$ (중근)

따라서 $b=3$이므로 $\quad a-b=12-3=9$ 답 9

22 전략 $(x+a)^2=b\ (b\geq 0)$의 해 ➡ $x=-a\pm\sqrt{b}$

풀이 $\frac{1}{3}(x+a)^2-2=0$에서 $\quad (x+a)^2=6$

$x+a=\pm\sqrt{6}\quad \therefore x=-a\pm\sqrt{6}$

따라서 $a=-3,\ b=6$이므로

$b-a=6-(-3)=9$ 답 9

23

채점 기준	배점
$x=-3$을 방정식에 대입하여 식 구하기	1점
$x=1$을 방정식에 대입하여 식 구하기	1점
ab의 값 구하기	2점

풀이 $x=-3$을 $x^2+ax+b=0$에 대입하면

$(-3)^2-3a+b=0$

$\therefore -3a+b=-9$ ······ ㉠ ▶ 1점

$x=1$을 $x^2+ax+b=0$에 대입하면

$1+a+b=0$

$\therefore a+b=-1$ ······ ㉡ ▶ 1점

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $\quad a=2,\ b=-3$

$\therefore ab=2\times(-3)=-6$ ▶ 2점

답 -6

24

채점 기준	배점
m에 대한 이차방정식 세우기	2점
이차방정식의 해 구하기	1점
m의 값 구하기	2점

풀이 $x=m-1,\ y=m^2$을 $mx+y=3$에 대입하면

$m(m-1)+m^2=3$ ▶ 2점

$2m^2-m-3=0,\quad (m+1)(2m-3)=0$

$\therefore m=-1$ 또는 $m=\frac{3}{2}$ ▶ 1점

그런데 직선 $mx+y=3$, 즉 $y=-mx+3$이 제 4 사분면을 지나지 않으므로

$-m>0\quad \therefore m<0$

따라서 구하는 m의 값은 -1이다. ▶ 2점

답 -1

25

채점 기준	배점
$3x^2-14xy-5y^2=0$의 좌변을 인수분해하기	1점
x를 y에 대한 식으로 나타내기	2점
$\frac{2x^2+3xy+y^2}{x^2+y^2}$의 값 구하기	2점

풀이 (1) $3x^2-14xy-5y^2=0$에서

$(3x+y)(x-5y)=0$ ▶ 1점

$\therefore x=-\frac{1}{3}y$ 또는 $x=5y$

그런데 $xy>0$이므로 $\quad x=5y$ ▶ 2점

(2) $\frac{2x^2+3xy+y^2}{x^2+y^2}=\frac{2\times(5y)^2+3\times 5y\times y+y^2}{(5y)^2+y^2}$

$=\frac{66y^2}{26y^2}=\frac{33}{13}\ (\because y\neq 0)$ ▶ 2점

답 (1) $x=5y$ (2) $\frac{33}{13}$

26

채점 기준	배점
$x^2-8x+16=0$의 근 구하기	1점
a의 값 구하기	2점
다른 한 근 구하기	2점

풀이 $x^2-8x+16=0$에서

$(x-4)^2=0\quad \therefore x=4$ (중근) ▶ 1점

$x=4$를 $2x^2+ax+4=0$에 대입하면

$2\times 4^2+a\times 4+4=0,\quad 4a+36=0$

$\therefore a=-9$ ▶ 2점

즉 $2x^2-9x+4=0$에서 $\quad (2x-1)(x-4)=0$

$\therefore x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=4$

따라서 다른 한 근은 $x=\frac{1}{2}$이다. ▶ 2점

답 $x=\frac{1}{2}$

27

채점 기준	배점
주어진 이차방정식의 해 구하기	2점
a의 값 구하기	2점

풀이 $x^2+8x+2a=0$에서 $\quad x^2+8x=-2a$

$x^2+8x+16=-2a+16$

$(x+4)^2=-2a+16,\quad x+4=\pm\sqrt{-2a+16}$

$\therefore x=-4\pm\sqrt{-2a+16}$ ▶ 2점

주어진 이차방정식의 해가 $x=-4\pm\sqrt{3}$이므로

$-2a+16=3,\quad -2a=-13$

$\therefore a=\frac{13}{2}$ ▶ 2점

답 $\frac{13}{2}$

우공비 BOX

주어진 직선이 제 4 사분면을 지나지 않으려면 기울기가 양수이어야 하므로
$-m>0$

x와 y의 값의 부호가 같다.

$xy>0$이므로 $y\neq 0$

㉠−㉡을 하면
$-4a=-8$
$\therefore a=2$
$a=2$를 ㉡에 대입하면
$2+b=-1$
$\therefore b=-3$

이차항의 계수가 1일 때, 상수항을 우변으로 이항한 다음 양변에 $\left(\frac{\text{일차항의 계수}}{2}\right)^2$을 더한다.

직선 $mx+y=3$이 점 $(m-1,\ m^2)$을 지난다.

Ⅲ-2. 이차방정식의 근의 공식과 활용

1. 이차방정식의 근의 공식

20 | 이차방정식의 근의 공식 기본서 86~87쪽

익히기 1 근의 공식에 $a=\boxed{1}$, $b=-5$, $c=\boxed{3}$을 대입하면

$$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times\boxed{1}\times\boxed{3}}}{2\times\boxed{1}}$$

$$=\frac{5\pm\sqrt{25-12}}{2}=\frac{5\pm\sqrt{\boxed{13}}}{\boxed{2}}$$

답 풀이 참조

유제 1 (1) 근의 공식에 $a=1$, $b=1$, $c=-8$을 대입하면

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times1\times(-8)}}{2\times1}$$

$$=\frac{-1\pm\sqrt{33}}{2}$$

(2) 근의 공식에 $a=1$, $b=-7$, $c=-1$을 대입하면

$$x=\frac{-(-7)\pm\sqrt{(-7)^2-4\times1\times(-1)}}{2\times1}$$

$$=\frac{7\pm\sqrt{53}}{2}$$

(3) 짝수 공식에 $a=2$, $b'=-4$, $c=5$를 대입하면

$$x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-2\times5}}{2}$$

$$=\frac{4\pm\sqrt{6}}{2}$$

(4) 짝수 공식에 $a=3$, $b'=5$, $c=2$를 대입하면

$$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-3\times2}}{3}=\frac{-5\pm\sqrt{19}}{3}$$

답 풀이 참조

유제 2-1 근의 공식에 $a=1$, $b=3$, $c=-9$를 대입하면

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times1\times(-9)}}{2\times1}=\frac{-3\pm3\sqrt{5}}{2}$$

$\therefore A=-3,\ B=5$ 답 $A=-3,\ B=5$

유제 2-2 짝수 공식에 $a=2$, $b'=-3$, $c=-1$을 대입하면

$$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-2\times(-1)}}{2}$$

$$=\frac{3\pm\sqrt{11}}{2}$$

따라서 $A=3$, $B=11$이므로

$A+B=3+11=14$ 답 14

우공비 BOX

2와 4의 최소공배수

근의 공식에서 a, b, c에 해당하는 수를 찾는다.

x의 계수가 -8이므로 $b'=-8\times\frac{1}{2}=-4$

x의 계수가 10이므로 $b'=10\times\frac{1}{2}=5$

$ax^2+2b'x+c=0\ (a\neq0)$
➜ $x=\dfrac{-b'\pm\sqrt{b'^2-ac}}{a}$

21 | 복잡한 이차방정식의 풀이 기본서 88~89쪽

익히기 2 (1) 양변에 4를 곱하면 $2x^2+x-4=0$

$$\therefore x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times2\times(-4)}}{2\times2}$$

$$=\frac{-1\pm\sqrt{33}}{4}$$

(2) 양변에 10을 곱하면

$x^2-3x-10=0,\quad (x+2)(x-5)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=5$

(3) 주어진 식의 좌변을 전개하면 $x^2-x-6=6$

$x^2-x-12=0,\quad (x+3)(x-4)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=4$

(4) 주어진 식의 우변을 전개하면 $2x^2+5=3-6x$

$2x^2+6x+2=0,\quad x^2+3x+1=0$

$$\therefore x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times1\times1}}{2\times1}$$

$$=\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$$

답 (1) $x=\frac{-1\pm\sqrt{33}}{4}$ (2) $x=-2$ 또는 $x=5$

(3) $x=-3$ 또는 $x=4$ (4) $x=\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$

익히기 3 $A^2-4A+4=0$에서 $(A-2)^2=0$

$\therefore A=2$ (중근) 답 2

유제 3-1 (1) 양변에 20을 곱하면

$10x^2-5x=2,\quad 10x^2-5x-2=0$

$$\therefore x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times10\times(-2)}}{2\times10}$$

$$=\frac{5\pm\sqrt{105}}{20}$$

(2) 양변에 10을 곱하면

$x^2-10x-12=0$

$$\therefore x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-1\times(-12)}}{1}$$

$$=5\pm\sqrt{37}$$

(3) 주어진 식의 좌변을 전개하면

$5(x^2-3x-4)-3x^2+3x=-14$

$2x^2-12x-6=0,\quad x^2-6x-3=0$

$$\therefore x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-1\times(-3)}}{1}$$

$$=3\pm2\sqrt{3}$$

답 (1) $x=\frac{5\pm\sqrt{105}}{20}$ (2) $x=5\pm\sqrt{37}$

(3) $x=3\pm2\sqrt{3}$

유제 3-2 양변에 6을 곱하면

$3(3x^2+1)+2(x^2-3x)=6x^2+11$

$9x^2+3+2x^2-6x=6x^2+11$

$5x^2-6x-8=0$, $(5x+4)(x-2)=0$

$\therefore x=-\frac{4}{5}$ 또는 $x=2$

따라서 정수인 근은 $x=2$ 답 $x=2$

유제 ❹ (1) $x-1=A$로 치환하면 주어진 이차방정식은

$A^2-4A-5=0$, $(A+1)(A-5)=0$

$\therefore A=-1$ 또는 $A=5$

즉 $x-1=-1$ 또는 $x-1=5$이므로

$x=0$ 또는 $x=6$

(2) $x+4=A$로 치환하면 주어진 이차방정식은

$2A^2+5A+2=0$, $(A+2)(2A+1)=0$

$\therefore A=-2$ 또는 $A=-\frac{1}{2}$

즉 $x+4=-2$ 또는 $x+4=-\frac{1}{2}$이므로

$x=-6$ 또는 $x=-\frac{9}{2}$

(3) $3x+1=A$로 치환하면 주어진 이차방정식은

$4A^2+4A+1=0$, $(2A+1)^2=0$

$\therefore A=-\frac{1}{2}$ (중근)

즉 $3x+1=-\frac{1}{2}$이므로 $3x=-\frac{3}{2}$

$\therefore x=-\frac{1}{2}$ (중근)

답 (1) $x=0$ 또는 $x=6$

(2) $x=-6$ 또는 $x=-\frac{9}{2}$

(3) $x=-\frac{1}{2}$ (중근)

우공비 BOX

A에 대한 이차방정식

$A=x-1$을 대입하여 x의 값을 구한다.

소단원 성취도 진단

기본서 90~91쪽

01 풀이 참조	02 ③	03 ②	04 ⑤
05 22	06 ①	07 $-\frac{1}{2}$	08 -6
09 $x=8$(중근)	10 ④	11 ②	12 4
13 ④	14 $x=\frac{3}{4}$	15 ⑤	

01 전략 근의 공식 ◯ 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 좌변을 완전제곱식으로 만든다.

풀이 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq 0)$의 양변을 a로 나누면

$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$

$x^2+\frac{b}{a}x=\boxed{-\frac{c}{a}}$

x의 계수 $\frac{b}{a}$의 $\frac{1}{2}$인 $\frac{b}{2a}$를 제곱한 $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$을 양변에 더하면

$x^2+\frac{b}{a}x+\left(\boxed{\frac{b}{2a}}\right)^2=\boxed{-\frac{c}{a}}+\left(\boxed{\frac{b}{2a}}\right)^2$

$\left(x+\boxed{\frac{b}{2a}}\right)^2=\frac{\boxed{b^2-4ac}}{4a^2}$

$x+\boxed{\frac{b}{2a}}=\pm\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}=\pm\frac{\sqrt{\boxed{b^2-4ac}}}{2a}$

$\therefore x=-\frac{b}{2a}\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{\boxed{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}}{2a}$

$\therefore$ (가) $-\frac{c}{a}$ (나) $\frac{b}{2a}$ (다) b^2-4ac

(라) $-b\pm\sqrt{b^2-4ac}$

답 풀이 참조

02 전략 인수분해가 되지 않는 이차방정식

◯ 근의 공식을 이용

풀이 $x^2-6x+7=0$에서

$x=-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-1\times 7}=3\pm\sqrt{2}$

답 ③

03 전략 계수가 소수인 이차방정식

◯ 양변에 10의 거듭제곱을 곱하여 계수를 정수로 고친다.

풀이 $0.4x^2-x+0.3=0$의 양변에 10을 곱하면

$4x^2-10x+3=0$

$\therefore x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times 3}}{4}=\frac{5\pm\sqrt{13}}{4}$

따라서 $A=5$, $B=13$이므로

$AB=5\times 13=65$ 답 ②

04 전략 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 근의 공식

◯ $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

풀이 ① $x^2+2x-2=0$에서

$x=-1\pm\sqrt{1^2-1\times(-2)}=-1\pm\sqrt{3}$

② $x^2+6x+3=0$에서

$x=-3\pm\sqrt{3^2-1\times 3}=-3\pm\sqrt{6}$

③ $x^2-3x+1=0$에서

$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times 1\times 1}}{2}=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$

④ $x^2+5x-3=0$에서

$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times 1\times(-3)}}{2}=\frac{-5\pm\sqrt{37}}{2}$

⑤ $x^2+x-3=0$에서

$x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times 1\times(-3)}}{2}=\frac{-1\pm\sqrt{13}}{2}$

답 ⑤

이차방정식 $ax^2+2b'x+c=0$의 근의 공식

$x=\frac{-b'\pm\sqrt{b'^2-ac}}{a}$

05 전략 $ax^2+bx+c=0$ 꼴로 정리한 후, 근의 공식을 이용한다.

풀이 $2x^2-4x=x^2+x-2$에서 $x^2-5x+2=0$

$\therefore x=\dfrac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times1\times2}}{2}$

$=\dfrac{5\pm\sqrt{17}}{2}$

따라서 $A=5$, $B=17$이므로

$A+B=5+17=22$ 답 22

06 전략 근의 공식을 이용하여 주어진 이차방정식의 해를 k에 대한 식으로 나타낸다.

풀이 $2x^2-6x+k+1=0$에서

$x=\dfrac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-2\times(k+1)}}{2}$

$=\dfrac{3\pm\sqrt{-2k+7}}{2}$

따라서 $-2k+7=5$이므로 $-2k=-2$

$\therefore k=1$ 답 ①

07

채점 기준	배점
이차방정식의 해 구하기	50%
A, B의 값 구하기	30%
AB의 값 구하기	20%

풀이 $\dfrac{3}{2}x^2-3x+A=0$의 양변에 2를 곱하면

$3x^2-6x+2A=0$

$\therefore x=\dfrac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-3\times2A}}{3}$

$=\dfrac{3\pm\sqrt{9-6A}}{3}$ ▶ 50%

이때 $x=\dfrac{B\pm\sqrt{10}}{3}$이므로

$B=3$, $9-6A=10$

따라서 $A=-\dfrac{1}{6}$, $B=3$이므로 ▶ 30%

$AB=-\dfrac{1}{6}\times3=-\dfrac{1}{2}$ ▶ 20%

답 $-\dfrac{1}{2}$

08

채점 기준	배점
이차방정식을 간단히 정리하기	40%
이차방정식의 두 근 구하기	30%
두 근 사이에 있는 모든 정수의 합 구하기	30%

풀이 주어진 이차방정식의 양변에 30을 곱하면

$10(x+1)=-6(x-1)(x+3)$

$3x^2+11x-4=0$ ▶ 40%

$(x+4)(3x-1)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=\dfrac{1}{3}$ ▶ 30%

따라서 두 근 사이에 있는 정수는

-3, -2, -1, 0

이므로 구하는 합은

$-3+(-2)+(-1)+0=-6$ ▶ 30%

답 -6

09 전략 공통부분이 있는 이차방정식 → 공통부분을 치환

풀이 $x-2=A$로 치환하면

$\dfrac{A^2}{3}-4A+12=0$

양변에 3을 곱하면 $A^2-12A+36=0$

$(A-6)^2=0$ $\therefore A=6$ (중근)

즉 $x-2=6$이므로 $x=8$ (중근)

답 $x=8$ (중근)

10 전략 공통부분이 여러 개인 이차방정식 → 공통부분을 각각 다른 문자로 치환

풀이 $x-1=A$, $x+2=B$로 치환하면

$3A^2+2AB-B^2=0$, $(A+B)(3A-B)=0$

$(x-1+x+2)\{3(x-1)-(x+2)\}=0$

$(2x+1)(2x-5)=0$

$\therefore x=-\dfrac{1}{2}$ 또는 $x=\dfrac{5}{2}$

따라서 두 근의 합은 $-\dfrac{1}{2}+\dfrac{5}{2}=2$

답 ④

11 전략 $x-2y=A$로 치환하여 먼저 A에 대한 이차방정식을 푼다.

풀이 $x-2y=A$로 치환하면

$A(A-4)+4=0$

$A^2-4A+4=0$, $(A-2)^2=0$

$\therefore A=2$ (중근)

따라서 구하는 값은

$-2x+4y=-2(x-2y)$

$=-2A=-2\times2$

$=-4$

답 ②

12

채점 기준	배점
이차방정식의 해 구하기	40%
a의 값 구하기	20%
a보다 크지 않은 최대의 정수 구하기	40%

풀이 $x^2-4x-2=0$에서

$x=-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-1\times(-2)}$

$=2\pm\sqrt{6}$ ▶ 40%

$\therefore a=2+\sqrt{6}$ ▶ 20%

우공비 BOX

치환하여 이차방정식을 푼 다음에는 원래의 식을 대입하여 x의 값을 구하다.

A, B 대신 치환한 식을 대입

양변에 어떤 수를 곱할 때에는 모든 항에 각각 곱한다.

$10x+10$
$=-6x^2-12x+18$
$6x^2+22x-8=0$
$\therefore 3x^2+11x-4=0$

$2<\sqrt{6}<3$이므로 $\quad 4<2+\sqrt{6}<5$

즉 $4<a<5$이므로 a보다 크지 않은 최대의 정수는 4이다. ▶ 40%

답 4

13 전략 잘못된 근의 공식을 올바른 근의 공식과 비교하여 옳은 두 근을 구한다.

풀이 $\dfrac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{a}=-4$이므로

$\dfrac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=-2$

$\dfrac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{a}=8$이므로 $\quad \dfrac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=4$

따라서 이차방정식의 옳은 두 근은 -2, 4이므로 두 근의 합은

$-2+4=2$

답 ④

14 전략 두 이차방정식의 근을 각각 구한 후 공통인 근을 찾는다.

풀이 $\dfrac{1}{21}x^2-\dfrac{1}{12}x+\dfrac{1}{28}=0$의 양변에 84를 곱하면

21, 12, 28의 최소공배수

$4x^2-7x+3=0$

$(4x-3)(x-1)=0 \qquad \therefore x=\dfrac{3}{4}$ 또는 $x=1$

$4x^2-x-1.5=0$의 양변에 10을 곱하면

$40x^2-10x-15=0$

$8x^2-2x-3=0, \qquad (2x+1)(4x-3)=0$

$\therefore x=-\dfrac{1}{2}$ 또는 $x=\dfrac{3}{4}$

따라서 공통인 근은 $x=\dfrac{3}{4}$이다.

답 $x=\dfrac{3}{4}$

15 전략 공통부분이 있는 방정식 ➡ 공통부분을 치환

풀이 $x^2+2x=A$로 치환하면

$A^2-11A+24=0, \qquad (A-3)(A-8)=0$

$\therefore A=3$ 또는 $A=8$

(i) $A=3$일 때,

$x^2+2x=3$, 즉 $x^2+2x-3=0$에서

$(x+3)(x-1)=0 \qquad \therefore x=-3$ 또는 $x=1$

(ii) $A=8$일 때,

$x^2+2x=8$, 즉 $x^2+2x-8=0$에서

$(x+4)(x-2)=0 \qquad \therefore x=-4$ 또는 $x=2$

(i), (ii)에서 주어진 방정식의 해는

$x=-4$ 또는 $x=-3$ 또는 $x=1$ 또는 $x=2$

이므로 구하는 곱은

$-4\times(-3)\times1\times2=24$

답 ⑤

우공비 BOX

2. 이차방정식의 근과 계수의 관계

22 이차방정식의 근과 계수의 관계 기본서 92~94쪽

익히기 1 (1) $3x^2+4x+2=0$에서

$4^2-4\times3\times2=-8<0$

이므로 서로 다른 근의 개수는 0이다.

(2) $9x^2+12x+4=0$에서

$12^2-4\times9\times4=0$

이므로 서로 다른 근의 개수는 1이다.

(3) $x^2-5x-3=0$에서

$(-5)^2-4\times1\times(-3)=37>0$

이므로 서로 다른 근의 개수는 2이다.

답 (1) 0 (2) 1 (3) 2

보충 학습

일차항의 계수가 짝수인 경우

$\dfrac{(\text{일차항의 계수})}{2}=b'$

에서 b'^2-ac의 부호를 조사하면 계산이 더 간편하다.

익히기 2 (1) $x^2+x-5=0$에서

$(\text{두 근의 합})=-\dfrac{1}{1}=-1$

$(\text{두 근의 곱})=\dfrac{-5}{1}=-5$

(2) $x^2+2x=0$에서

$(\text{두 근의 합})=-\dfrac{2}{1}=-2$

$(\text{두 근의 곱})=\dfrac{0}{1}=0$

(3) $5x^2-x-2=0$에서

$(\text{두 근의 합})=-\dfrac{-1}{5}=\dfrac{1}{5}$

$(\text{두 근의 곱})=\dfrac{-2}{5}=-\dfrac{2}{5}$

답 풀이 참조

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근을 α, β라 하면

➡ $\alpha+\beta=-\dfrac{b}{a}$,

$\alpha\beta=\dfrac{c}{a}$

유제 ❶ ① $(-3)^2-4\times5\times2=-31<0$ ➡ 근이 없다.

② $(-4)^2-4\times3\times1=4>0$ ➡ 서로 다른 근이 2개이다.

③ $4^2-4\times1\times5=-4<0$ ➡ 근이 없다.

④ $(-1)^2-4\times\dfrac{1}{2}\times3=-5<0$ ➡ 근이 없다.

⑤ $2^2-4\times2\times1=-4<0$ ➡ 근이 없다.

답 ②

유제 ❷-1 $x^2+2(a-1)x+a^2=0$이 중근을 가지려면

$\{2(a-1)\}^2-4\times1\times a^2=0$

$4a^2-8a+4-4a^2=0, \qquad -8a+4=0$

$\therefore a=\dfrac{1}{2}$

답 $\dfrac{1}{2}$

우공비 BOX

유제 ❷-2 $(k+2)x^2+(k+2)x+4=0$이 중근을 가지려면

$(k+2)^2-4\times(k+2)\times4=0$

$k^2+4k+4-16k-32=0,\quad k^2-12k-28=0$

$(k+2)(k-14)=0$

$\therefore k=-2$ 또는 $k=14$

이때 $k\neq-2$이므로 $\quad k=14$ 　답 14

이차방정식에서 x^2의 계수는 0이 될 수 없다.

유제 ❸ $(k+1)x^2-2kx+k=0$이 근을 갖지 않으려면

$(-2k)^2-4\times(k+1)\times k<0$

이어야 하므로

$4k^2-4k^2-4k<0,\quad -4k<0$

$\therefore k>0$ 　답 $k>0$

유제 ❹-1 주어진 이차방정식의 양변에 2를 곱하면

$x^2-2x-5=0$

이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$a=-\frac{-2}{1}=2,\ b=\frac{-5}{1}=-5$

$\therefore a-b=2-(-5)=7$ 　답 7

유제 ❹-2 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$-5+2=-\frac{m}{2},\ -5\times2=\frac{n}{2}$

$\therefore m=6,\ n=-20$

$\therefore m+n=-14$ 　답 -14

두 근의 합이 m, 두 근의 곱이 n이고 x^2의 계수가 a인 이차방정식
➜ $a(x^2-mx+n)=0$

유제 ❺-1 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=3,\ \alpha\beta=-5$

(1) $\alpha+\beta-\alpha\beta=3-(-5)=8$

(2) $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$
$=3^2-2\times(-5)=19$

(3) $(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$
$=3^2-4\times(-5)=29$

(4) $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\beta+\alpha}{\alpha\beta}=-\frac{3}{5}$

답 (1) 8 (2) 19 (3) 29 (4) $-\frac{3}{5}$

곱셈 공식의 변형
① a^2+b^2
$=(a+b)^2-2ab$
$=(a-b)^2+2ab$
② $(a+b)^2$
$=(a-b)^2+4ab$
③ $(a-b)^2$
$=(a+b)^2-4ab$

유제 ❺-2 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=-5,\ \alpha\beta=a$

$\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\beta^2+\alpha^2}{\alpha\beta}=\frac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta}{\alpha\beta}$

$=\frac{(-5)^2-2a}{a}=9$

$\alpha^2+\beta^2$을 $\alpha+\beta$와 $\alpha\beta$로 나타낸다.

이므로 $\quad 25-2a=9a,\quad 11a=25$

$\therefore a=\frac{25}{11}$ 　답 $\frac{25}{11}$

23 이차방정식 구하기 　기본서 95~96쪽

익히기 3 $a,\ b,\ c$가 유리수이므로 다른 한 근은

$x=5+\sqrt{2}$ 　답 $x=5+\sqrt{2}$

익히기 4 (1) $2(x+4)(x-2)=0$에서

$2x^2+4x-16=0$

(2) $(x+4)^2=0$에서 $\quad x^2+8x+16=0$

(3) 두 근의 합이 7, 곱이 5이므로 $\quad x^2-7x+5=0$

답 (1) $2x^2+4x-16=0$ (2) $x^2+8x+16=0$
(3) $x^2-7x+5=0$

유제 ❻ $a,\ b$가 유리수이므로 주어진 이차방정식의 계수가 모두 유리수이다. 따라서 한 근이 $x=2-3\sqrt{2}$일 때, 다른 한 근은 $x=2+3\sqrt{2}$이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$-a=(2-3\sqrt{2})+(2+3\sqrt{2})=4$

$\therefore a=-4$

$b=(2-3\sqrt{2})(2+3\sqrt{2})$
$=4-18=-14$

$\therefore ab=-4\times(-14)=56$ 　답 ④

유제 ❼-1 (두 근의 합)$=(3+\sqrt{2})+(3-\sqrt{2})=6$

(두 근의 곱)$=(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})=7$

따라서 두 근의 합이 6, 곱이 7이고 x^2의 계수가 $-\frac{1}{6}$인 이차방정식은

$-\frac{1}{6}(x^2-6x+7)=0\qquad \therefore -\frac{1}{6}x^2+x-\frac{7}{6}=0$

답 $-\frac{1}{6}x^2+x-\frac{7}{6}=0$

유제 ❼-2 두 근이 $-\frac{2}{3},\ \frac{1}{2}$이고 x^2의 계수가 6인 이차방정식은

$6\left(x+\frac{2}{3}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)=0,\quad 6\left(x^2+\frac{1}{6}x-\frac{1}{3}\right)=0$

$\therefore 6x^2+x-2=0$

따라서 $a=1,\ b=-2$이므로

$3ab=3\times1\times(-2)=-6$ 　답 -6

다른 풀이 (두 근의 합)$=-\frac{2}{3}+\frac{1}{2}=-\frac{1}{6}$,

(두 근의 곱)$=-\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=-\frac{1}{3}$

이므로 두 근의 합이 $-\frac{1}{6}$, 곱이 $-\frac{1}{3}$이고 x^2의 계수가 6인 이차방정식은

$6\left(x^2+\frac{1}{6}x-\frac{1}{3}\right)=0\qquad \therefore 6x^2+x-2=0$

따라서 $a=1,\ b=-2$이므로

$3ab=3\times1\times(-2)=-6$

소단원 성취도 진단

기본서 97~98쪽

01 ②	02 ③	03 4	04 풀이 참조	
05 ③	06 ④	07 ②	08 14	09 2
10 −7	11 ②	12 ④	13 0	14 ④
15 1	16 −1			

01 전략 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$이 서로 다른 두 근을 갖는다. ⊳ $b^2-4ac>0$

풀이 (ㄱ) $6x^2-x-4=0$에서

$(-1)^2-4\times6\times(-4)=97>0$

(ㄴ) $3x^2-2x+4=0$에서

$(-2)^2-4\times3\times4=-44<0$ — 근이 없다.

(ㄷ) 주어진 방정식의 양변에 2를 곱하면

$x^2+4x+4=0$

이므로 $4^2-4\times1\times4=0$ — 중근을 갖는다.

(ㄹ) 주어진 방정식의 양변에 6을 곱하면

$6x^2-x-2=0$

이므로 $(-1)^2-4\times6\times(-2)=49>0$

이상에서 서로 다른 두 근을 갖는 것은 (ㄱ), (ㄹ)이다.

답 ②

02 전략 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ ⊳ (두 근의 곱)$=\dfrac{c}{a}$

풀이 $k=\dfrac{-8}{4}=-2$이므로 $2k^2+k-m=0$에서

$2\times(-2)^2-2-m=0$

$\therefore m=6$

답 ③

03 전략 계수가 유리수인 이차방정식의 한 근이 $x=p-q\sqrt{m}$ ⊳ 다른 한 근은 $x=p+q\sqrt{m}$ (단, p, q는 유리수, $\sqrt{m}$은 무리수)

풀이 a, b가 유리수이므로 주어진 이차방정식의 계수가 모두 유리수이다. 따라서 한 근이 $x=3-\sqrt{5}$일 때, 다른 한 근은 $x=3+\sqrt{5}$이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$-\dfrac{-a}{2}=(3-\sqrt{5})+(3+\sqrt{5})=6 \qquad \therefore a=12$

$\dfrac{b}{2}=(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})=4 \qquad \therefore b=8$

$\therefore a-b=12-8=4$

답 4

04

채점 기준	배점
상수 k의 값 구하기	40%
중근 구하기	60%

풀이 $4x^2+kx+\dfrac{1}{4}=0$이 중근을 가지므로

$k^2-4\times4\times\dfrac{1}{4}=0, \qquad k^2-4=0$

$(k+2)(k-2)=0$

$\therefore k=-2$ 또는 $k=2$ ▶ 40%

(i) $k=-2$이면 $4x^2-2x+\dfrac{1}{4}=0$

$16x^2-8x+1=0, \qquad (4x-1)^2=0$

$\therefore x=\dfrac{1}{4}$ (중근)

(ii) $k=2$이면 $4x^2+2x+\dfrac{1}{4}=0$

$16x^2+8x+1=0, \qquad (4x+1)^2=0$

$\therefore x=-\dfrac{1}{4}$ (중근) ▶ 60%

답 $k=-2$일 때 $x=\dfrac{1}{4}$(중근),
$k=2$일 때 $x=-\dfrac{1}{4}$(중근)

05 전략 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$이 해를 가지려면 ⊳ $b^2-4ac\ge0$

풀이 이차방정식 $x^2-2x+k-5=0$이 해를 가지려면

$(-2)^2-4\times1\times(k-5)\ge0$

이므로 $4-4k+20\ge0$

$4k\le24 \qquad \therefore k\le6$

답 ③

06 전략 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근을 α, β라 하면 ⊳ $\alpha+\beta=-\dfrac{b}{a}$, $\alpha\beta=\dfrac{c}{a}$

풀이 ①, ② $\alpha+\beta=\dfrac{5}{2}$, $\alpha\beta=-1$

③ $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=\left(\dfrac{5}{2}\right)^2-2\times(-1)=\dfrac{33}{4}$

④ $(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta=\left(\dfrac{5}{2}\right)^2-4\times(-1)=\dfrac{41}{4}$

⑤ $\dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{\beta}=\dfrac{\beta+\alpha}{\alpha\beta}=\dfrac{5}{2}\times\dfrac{1}{-1}=-\dfrac{5}{2}$

답 ④

07 전략 두 근의 차가 3 ⊳ 두 근을 α, $\alpha-3$으로 놓는다.

두 근의 차가 k이면 두 근을 α, $\alpha-k$ 또는 α, $\alpha+k$로 놓는다.

풀이 주어진 이차방정식의 두 근을 α, $\alpha-3$이라 하면 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+(\alpha-3)=-6$ …… ㉠

$\alpha(\alpha-3)=k$ …… ㉡

㉠에서 $2\alpha-3=-6 \qquad \therefore \alpha=-\dfrac{3}{2}$

$\alpha=-\dfrac{3}{2}$을 ㉡에 대입하면

$k=-\dfrac{3}{2}\times\left(-\dfrac{3}{2}-3\right)=-\dfrac{3}{2}\times\left(-\dfrac{9}{2}\right)=\dfrac{27}{4}$

답 ②

다른 풀이 주어진 이차방정식의 두 근을 α, β라 하면 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=-6$, $\alpha\beta=k$

$(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$이므로

$3^2=(-6)^2-4k, \qquad 9=36-4k \qquad \therefore k=\dfrac{27}{4}$

두 근 α, β의 차가 3이므로
$|\alpha-\beta|=3$
$\therefore (\alpha-\beta)^2=3^2$

우공비 BOX

08

전략 두 근을 α, 2α로 놓고 근과 계수의 관계를 이용한다.

풀이 주어진 이차방정식의 한 근이 다른 한 근의 2배이므로 두 근을 α, $2\alpha\ (\alpha>0)$라 하면 근과 계수의 관계에 의하여

근은 모두 양수이다.

$\alpha+2\alpha=k+1$ ······ ㉠

$\alpha\times 2\alpha=50$ ······ ㉡

㉡에서 $\alpha^2=25$ $\quad\therefore \alpha=5\ (\because \alpha>0)$

$\alpha=5$를 ㉠에 대입하면

$5+2\times5=k+1$, $\quad k+1=15$

$\therefore k=14$

답 14

09

채점 기준	배점
두 근의 합과 곱 구하기	40%
상수 m의 값 구하기	60%

풀이 $x^2+(4-m)x+m^2-3m=0$에서 근과 계수의 관계에 의하여

(두 근의 합)$=-(4-m)$,

(두 근의 곱)$=m^2-3m$ ▶ 40%

$-(4-m)=m^2-3m$에서

$m^2-4m+4=0$, $\quad (m-2)^2=0$

$\therefore m=2$ ▶ 60%

답 2

$m=2$를 주어진 방정식에 대입하면 $x^2+2x-2=0$이므로 (두 근의 합)$=-2$, (두 근의 곱)$=-2$

10

전략 두 근이 α, β이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식 ➡ $(x-\alpha)(x-\beta)=0$

풀이 $x^2+5x-3=0$에서 근과 계수의 관계에 의하여

(두 근의 합)$=-5$, (두 근의 곱)$=-3$

이므로 두 근이 -5, -3이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x+5)(x+3)=0$ $\quad\therefore x^2+8x+15=0$

따라서 $a=8$, $b=15$이므로

$a-b=8-15=-7$

답 -7

다른 풀이 -5와 -3이 $x^2+ax+b=0$의 근이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$a=-\{-5+(-3)\}=8$, $b=-5\times(-3)=15$

$\therefore a-b=8-15=-7$

11

전략 두 근이 α, β이고 x^2의 계수가 a인 이차방정식 ➡ $a(x-\alpha)(x-\beta)=0$

풀이 두 근이 $-\frac{1}{5}$, 1이고 x^2의 계수가 5인 이차방정식은

$5\left(x+\frac{1}{5}\right)(x-1)=0$, $\quad 5\left(x^2-\frac{4}{5}x-\frac{1}{5}\right)=0$

$\therefore 5x^2-4x-1=0$

따라서 $a=-4$, $b=1$이므로 $\quad x^2-4x-10=0$

$\therefore x=-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-1\times(-10)}$

$=2\pm\sqrt{14}$

답 ②

$ax^2+2b'x+c=0\ (a\neq0)$
➡ $x=\frac{-b'\pm\sqrt{b'^2-ac}}{a}$

12

전략 두 근의 합이 m, 곱이 n이고 x^2의 계수가 a인 이차방정식 ➡ $a(x^2-mx+n)=0$

풀이 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=2$, $\alpha\beta=-3$

$\therefore \frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=-\frac{2}{3}$,

$\frac{1}{\alpha}\times\frac{1}{\beta}=\frac{1}{\alpha\beta}=-\frac{1}{3}$

따라서 $\frac{1}{\alpha}$, $\frac{1}{\beta}$을 두 근으로 하는 이차방정식은

두 근의 합이 $-\frac{2}{3}$, 곱이 $-\frac{1}{3}$인 이차방정식

$k\left(x^2+\frac{2}{3}x-\frac{1}{3}\right)=0\ (k\neq0)$

꼴이므로 보기 중 구하는 이차방정식은 ④이다.

$k=3$일 때, $3\left(x^2+\frac{2}{3}x-\frac{1}{3}\right)=0$ $\quad\therefore 3x^2+2x-1=0$

답 ④

다른 풀이 $x^2-2x-3=0$에서 $\quad (x+1)(x-3)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=3$

즉 α, β가 -1과 3이므로 $\frac{1}{\alpha}$, $\frac{1}{\beta}$은 -1과 $\frac{1}{3}$이다.

따라서 구하는 이차방정식은

$k(x+1)\left(x-\frac{1}{3}\right)=0$, 즉

$k\left(x^2+\frac{2}{3}x-\frac{1}{3}\right)=0\ (k\neq0)$

꼴이다.

13

채점 기준	배점
조건 (가)를 만족시키는 a의 값의 범위 구하기	40%
조건 (나)를 만족시키는 a의 값 구하기	40%
조건 (가), (나)를 만족시키는 a의 값 구하기	20%

풀이 조건 (가)에서 $x^2+2x-a+3=0$이 근을 갖지 않으므로

$2^2-4\times1\times(-a+3)<0$, $\quad 4+4a-12<0$

$4a<8$ $\quad\therefore a<2$ ······ ㉠ ▶ 40%

조건 (나)에서 $x^2+ax+a=0$이 중근을 가지므로

$a^2-4\times1\times a=0$, $\quad a^2-4a=0$

$a(a-4)=0$

$\therefore a=0$ 또는 $a=4$ ······ ㉡ ▶ 40%

㉠, ㉡에서 $\quad a=0$ ▶ 20%

답 0

14

전략 이차방정식의 두 근의 절댓값이 같고, 부호가 반대 ➡ (두 근의 합)$=0$, (두 근의 곱)<0

풀이 $x^2-(a^2+a-12)x-a+2=0$의 두 근의 절댓값이 같고 부호가 반대이므로

$a^2+a-12=0$, $\quad (a+4)(a-3)=0$

$\therefore a=-4$ 또는 $a=3$ ······ ㉠

이때 (두 근의 곱)<0이므로 $\quad -a+2<0$

$\therefore a>2$ ······ ㉡

㉠, ㉡에서 $\quad a=3$

답 ④

15

채점 기준	배점
$3-\sqrt{3}$의 소수 부분 구하기	30%
주어진 이차방정식의 다른 한 근 구하기	40%
a의 값 구하기	30%

풀이 $1<\sqrt{3}<2$에서

$-2<-\sqrt{3}<-1$ $\quad\therefore 1<3-\sqrt{3}<2$

즉 $3-\sqrt{3}$의 소수 부분은

$(3-\sqrt{3})-1=2-\sqrt{3}$ ▶ 30%

$x^2-4x+2a-1=0$의 한 근이 $x=2-\sqrt{3}$이고 이차방정식의 계수가 모두 유리수이므로 다른 한 근은 $x=2+\sqrt{3}$이다. ▶ 40%

따라서 두 근의 곱은

$2a-1=(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})=1$

$\therefore a=1$ ▶ 30%

답 1

16 전략 x의 계수를 잘못 본 경우 ➡ 상수항은 바르게 보았다. 상수항을 잘못 본 경우 ➡ x의 계수는 바르게 보았다.

풀이 -4와 2를 두 근으로 하고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x+4)(x-2)=0,\qquad x^2+2x-8=0$

이므로 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 상수항은 -8이다.

$\therefore b=-8$

-9와 2를 두 근으로 하고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x+9)(x-2)=0,\qquad x^2+7x-18=0$

이므로 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 x의 계수는 7이다.

$\therefore a=7$

따라서 구하는 값은 $\quad a+b=7+(-8)=-1$

답 -1

3. 이차방정식의 활용

24 | 수에 대한 활용 기본서 99~100쪽

익히기 1 (1) 연속하는 두 수 중 작은 수를 x라 하면 큰 수는 $x+1$이다.

(2) $x^2+(x+1)^2=113$

(3) $x^2+(x+1)^2=113$에서 $\quad x^2+x^2+2x+1=113$

$2x^2+2x-112=0,\qquad x^2+x-56=0$

$(x+8)(x-7)=0$

$\therefore x=7$ ($\because x$는 자연수)

따라서 두 자연수는 7, 8이다.

답 풀이 참조

우공비 BOX

두 근이 α, β이고 x^2의 계수가 a인 이차방정식 ➡ $a(x-\alpha)(x-\beta)=0$

$n=15$ 또는 $n=-16$이지만 -16은 자연수가 아니므로 n의 값이 될 수 없다.

높이가 hm가 되는 경우는 두 번 생긴다. (단, 가장 높이 올라간 경우는 제외)

유제 ❶ 1부터 n까지의 합을 120이라 하면

$\frac{n(n+1)}{2}=120,\qquad n^2+n-240=0$

$(n+16)(n-15)=0$

$\therefore n=15$ ($\because n$은 자연수)

따라서 1부터 15까지 더해야 한다. 답 15

유제 ❷ 연속하는 두 짝수를 x, $x+2$라 하면

$x(x+2)=120,\qquad x^2+2x-120=0$

$(x+12)(x-10)=0\qquad \therefore x=10$ ($\because x$는 짝수)

따라서 구하는 두 수는 10, 12이다. 답 10, 12

유제 ❸ 학생 수를 x라 하면 한 학생이 받는 사탕의 수는 $x+3$이므로

$x(x+3)=108,\qquad x^2+3x-108=0$

$(x+12)(x-9)=0\qquad \therefore x=9$ ($\because x>0$)

따라서 학생은 9명이다. 답 9

25 | 시간, 도형에 대한 활용 기본서 101~103쪽

익히기 2 (1) 늘인 후의 직사각형의 가로의 길이는 $(x+4)$cm, 세로의 길이는 $(x+2)$cm이다.

(2) $(x+4)(x+2)=3x^2$

(3) $(x+4)(x+2)=3x^2$에서

$x^2+6x+8=3x^2,\qquad x^2-3x-4=0$

$(x+1)(x-4)=0\qquad \therefore x=4$ ($\because x>0$)

따라서 정사각형의 한 변의 길이는 4cm이다.

답 풀이 참조

유제 ❹-1 높이가 $\frac{43}{2}$m이므로 $h=\frac{43}{2}$을 $h=\frac{3}{2}+25t-5t^2$에 대입하면

$\frac{43}{2}=\frac{3}{2}+25t-5t^2,\qquad -5t^2+25t-20=0$

$t^2-5t+4=0,\qquad (t-1)(t-4)=0$

$\therefore t=1$ 또는 $t=4$

따라서 야구공의 높이가 $\frac{43}{2}$m가 되는 것은 1초 후 또는 4초 후이다. 답 1초 또는 4초

유제 ❹-2 물체가 지면에 떨어지는 것은 높이가 0m일 때이므로

$70x-5x^2=0,\qquad -5x(x-14)=0$

$\therefore x=14$ ($\because x>0$)

따라서 물체가 지면에 떨어지는 것은 14초 후이다.

답 14초

우공비 BOX

유제 ❺ 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 직각이등변삼각형의 직각을 낀 한 변의 길이는 $(12-x)$cm이므로

$x^2+\frac{1}{2}(12-x)^2=48$, $3x^2-24x+48=0$

$x^2+\frac{1}{2}(12-x)^2=48$
$2x^2+(12-x)^2=96$
$3x^2-24x+48=0$

$x^2-8x+16=0$, $(x-4)^2=0$

$\therefore x=4$

따라서 정사각형의 한 변의 길이는 4 cm이다. 답 4 cm

유제 ❻-1 처음 원의 반지름의 길이를 $x$cm라 하면

$\pi(x+2)^2=4\pi x^2$, $3x^2-4x-4=0$

$(3x+2)(x-2)=0$ $\therefore x=2$ ($\because x>0$)

따라서 처음 원의 반지름의 길이는 2cm이다. 답 2cm

유제 ❻-2 사다리꼴의 높이를 x cm라 하면 윗변의 길이는 $(x-1)$ cm, 아랫변의 길이는 $(x+3)$ cm이므로

$x-1>0$, $x+3>0$
$\therefore x>1$

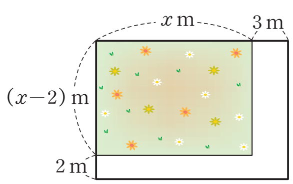
$\frac{1}{2}(x-1+x+3)x=30$

$\frac{1}{2}x(2x+2)=30$, $x^2+x-30=0$

$(x+6)(x-5)=0$ $\therefore x=5$ ($\because x>1$)

따라서 사다리꼴의 높이는 5 cm이다. 답 5 cm

유제 ❼ 정원의 세로의 길이를 x m라 하면 가로의 길이는 $(x+3)$ m이므로 오른쪽 그림에서



$\{(x+3)-3\}(x-2)=63$

$x(x-2)=63$, $x^2-2x-63=0$

$(x+7)(x-9)=0$ $\therefore x=9$ ($\because x>2$)

따라서 정원의 세로의 길이는 9m이다. 답 9m

소단원 성취도 진단

기본서 104~105쪽

01 ⑤	02 13	03 3	04 ②	05 ④
06 ④	07 -1	08 7초	09 ①	10 ②
11 4초	12 36	13 $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ cm	14 ③	

01 전략 $\frac{n(n-1)}{2}=78$을 만족시키는 n의 값을 구한다.

풀이 모임의 학생 수를 n이라 하면

$\frac{n(n-1)}{2}=78$, $n^2-n-156=0$

$(n+12)(n-13)=0$ $\therefore n=13$ ($\because n>0$)

n은 학생 수이므로 자연수이어야 한다.

따라서 모임의 학생은 모두 13명이다.

답 ⑤

02 전략 연속하는 두 홀수 ◐ x, $x+2$ (단, x는 홀수)

풀이 연속하는 두 홀수를 x, $x+2$라 하면

$x^2+(x+2)^2=394$, $2x^2+4x-390=0$

$x^2+2x-195=0$, $(x+15)(x-13)=0$

$\therefore x=13$ ($\because x>0$)

따라서 두 홀수 중 작은 수는 13이다. 답 13

03 전략 (가로의 세 수의 합)=(대각선의 세 수의 합)임을 이용하여 이차방정식을 세운다.

풀이 가로, 대각선에 있는 세 수의 합이 모두 같으므로

(가로의 세 수의 합)
=(대각선의 세 수의 합)

$1-x^2+x+1=1-3x+0+x+1$

$x^2-3x=0$, $x(x-3)=0$

$\therefore x=3$ ($\because x$는 자연수) 답 3

04 전략 어떤 수를 x로 놓고 이차방정식을 세운다.

풀이 어떤 자연수를 x라 하면

$2x=x^2-48$

$x^2-2x-48=0$, $(x+6)(x-8)=0$

$\therefore x=8$ ($\because x$는 자연수)

따라서 구하는 자연수는 8이다.

답 ②

05 전략 철수의 나이가 x살 ◐ 아버지의 나이는 $3x$살

풀이 철수의 나이를 x살이라 하면 철수 아버지의 나이는 $3x$살이므로

$x^2=3x\times5$, $x^2-15x=0$

$x(x-15)=0$ $\therefore x=15$ ($\because x>0$)

따라서 철수 아버지의 나이는 45살이다.

$3x=3\times15=45$

답 ④

06 전략 학생 수가 x이면 ◐ 한 사람이 받는 귤의 개수는 $x-6$

풀이 학생 수를 x라 하면 한 사람이 받는 귤의 개수는 $x-6$이므로

$x(x-6)=112$, $x^2-6x-112=0$

$(x+8)(x-14)=0$ $\therefore x=14$ ($\because x>0$)

따라서 학생은 모두 14명이다. 답 ④

07

채점 기준	배점
기호의 뜻을 이용하여 식 세우기	50%
x의 값 구하기	50%

풀이 $(x+1)*2x=4$에서

$(x+1)^2+(x+1)\times2x+(2x)^2=4$ ▶ 50%

$x^2+2x+1+2x^2+2x+4x^2=4$

$7x^2+4x-3=0$, $(x+1)(7x-3)=0$

$\therefore x=-1$ ($\because x$는 정수) ▶ 50%

답 -1

08 전략 공이 지면에 떨어지는 순간의 높이 ○ 0 m

풀이 공이 지면에 떨어지는 순간의 높이는 0 m이므로

$-5t^2+25t+70=0$, $t^2-5t-14=0$

$(t+2)(t-7)=0$ $\therefore t=7$ ($\because t>0$)

따라서 공이 지면에 떨어지는 것은 7초 후이다.

답 7초

09 전략 주어진 조건에 따라 식을 세운다.

풀이 $1000x-500x^2=375$에서

$4x^2-8x+3=0$, $(2x-1)(2x-3)=0$

$\therefore x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

따라서 처음으로 375 cm의 높이에 도달하는 것은 물을 뿌린 지 0.5초 후이다.

답 ①

10 전략 처음 철판의 가로의 길이가 x cm이면
○ 세로의 길이는 $2x$ cm

풀이 처음 철판의 가로의 길이를 x cm라 하면 세로의 길이는 $2x$ cm이다.
또 직육면체의 밑면의 가로의 길이, 세로의 길이는 각각 $(x-2)$ cm, $(2x-2)$ cm이고 높이는 1 cm이므로

$(x-2)\times(2x-2)\times1=144$

$2x^2-6x+4=144$, $x^2-3x-70=0$

$(x+7)(x-10)=0$ $\therefore x=10$ ($\because x>2$)

따라서 처음 철판의 가로의 길이는 10 cm이다. 답 ②

11

채점 기준	배점
x초 후의 반지름의 길이 나타내기	30%
이차방정식 세우기	30%
답 구하기	40%

풀이 x초 후의 반지름의 길이는 $(3+2x)$cm이므로

▶ 30%

$\pi(3+2x)^2-\pi\times3^2=112\pi$ ▶ 30%

$\pi(4x^2+12x)=112\pi$

$4x^2+12x-112=0$, $x^2+3x-28=0$

$(x+7)(x-4)=0$ $\therefore x=4$ ($\because x>0$)

따라서 늘어난 넓이가 112π cm²가 되는 것은 4초 후이다. ▶ 40%

답 4초

우공비 BOX

십의 자리의 숫자가 a, 일의 자리의 숫자가 b인 두 자리의 자연수
→ $10a+b$

$6+2=8$이고
$62\times26=1612$이다.

□AEFD는 정사각형

비례식에서 외항의 곱과 내항의 곱은 같다.

직육면체의 밑면의 가로, 세로의 길이가 각각 양수이므로
$x-2>0$, $2x-2>0$
$\therefore x>2$

$\overline{BQ}=\overline{BC}-\overline{QC}$

x초 동안 늘어난 길이는 $2x$ cm이다.

12

채점 기준	배점
A, B를 x에 대한 식으로 나타내기	40%
x의 값 구하기	40%
$A-B$의 값 구하기	20%

풀이 자연수 A의 십의 자리의 숫자를 x라 하면 일의 자리의 숫자는 $8-x$이므로

$A=10x+(8-x)=9x+8$,

$B=10(8-x)+x=-9x+80$ ▶ 40%

$AB=1612$이므로

$(9x+8)(-9x+80)=1612$

$81x^2-648x+972=0$

$x^2-8x+12=0$, $(x-2)(x-6)=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=6$

그런데 $A>B$이므로 $x=6$ ▶ 40%

따라서 $A=62$, $B=26$이므로

$A-B=36$ ▶ 20%

답 36

13 전략 □ABCD∽□BCFE ○ $\overline{AB}:\overline{BC}=\overline{BC}:\overline{CF}$

풀이 $\overline{AD}=x$ cm라 하면 $\overline{DF}=x$ cm이므로

$\overline{CF}=1-x$(cm)

이때 □ABCD∽□BCFE이므로

$\overline{AB}:\overline{BC}=\overline{BC}:\overline{CF}$에서

$1:x=x:(1-x)$, $x^2=1-x$

$x^2+x-1=0$ $\therefore x=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$

이때 $0<x<1$이므로 $x=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$

따라서 $\overline{AD}$의 길이는 $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ cm이다.

답 $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ cm

14 전략 초속 a cm ○ x초 동안 움직인 거리 ax cm

풀이 출발한 지 x초 후의 $\overline{BP}$의 길이는 $2x$ cm, $\overline{BQ}$의 길이는 $(30-4x)$cm이므로

$2x(30-4x)=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times30\times20\right)$

$2x^2-15x+25=0$, $(2x-5)(x-5)=0$

$\therefore x=\frac{5}{2}$ 또는 $x=5$

따라서 직사각형의 넓이가 삼각형 ABC의 넓이의 $\frac{1}{3}$이 되는 것은 출발한 지 2.5초 후 또는 5초 후이다.

답 ③

우공비 BOX

중단원 마무리 평가

기본서 106~109쪽

01 ②	02 ③	03 ④	04 ⑤	05 ④
06 ①	07 ⑤	08 ②	09 ①	10 ②
11 ③	12 ③	13 ③	14 ②	15 ①
16 ③	17 ③	18 $x=\frac{2}{3}$	19 $k>14$	20 $-\frac{33}{4}$
21 8	22 10 %	23 5 cm	24 $a=6$, $b=-2$	
25 풀이 참조		26 4	27 9분	

01 전략 $ax^2+2b'x+c=0\ (a\neq0)$ ➡ $x=\dfrac{-b'\pm\sqrt{b'^2-ac}}{a}$

풀이 $x^2-4x+1=0$에서

$$x=-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-1\times1}$$
$$=2\pm\sqrt{3}$$

따라서 $\alpha=2+\sqrt{3}$이므로

$$\alpha+\frac{2}{\alpha}=2+\sqrt{3}+\frac{2}{2+\sqrt{3}}$$
$$=2+\sqrt{3}+4-2\sqrt{3}$$
$$=6-\sqrt{3}$$

답 ②

분모를 유리화하면
$$\frac{2(2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}$$
$$=4-2\sqrt{3}$$

02 전략 계수가 분수인 이차방정식

➡ 양변에 분모의 최소공배수를 곱한다.

풀이 주어진 이차방정식의 양변에 6을 곱하면

$$2x^2-3x-6=0$$
$$\therefore x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times2\times(-6)}}{2\times2}$$
$$=\frac{3\pm\sqrt{57}}{4}$$

답 ③

03 전략 계수가 소수인 이차방정식

➡ 양변에 10의 거듭제곱을 곱한다.

풀이 주어진 이차방정식의 양변에 10을 곱하면

$4x^2=10x-3,\quad 4x^2-10x+3=0$

$$\therefore x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times3}}{4}$$
$$=\frac{5\pm\sqrt{13}}{4}$$

따라서 $A=5$, $B=13$이므로

$A+B=18$

답 ④

$ax^2+2b'x+c=0\ (a\neq0)$
➡ $x=\dfrac{-b'\pm\sqrt{b'^2-ac}}{a}$

04 전략 $2x-y=A$로 놓고 A의 값을 먼저 구한다.

풀이 $2x-y=A$로 치환하면

$(A+2)(A+4)+1=0$

$A^2+6A+9=0,\quad (A+3)^2=0$

$\therefore A=-3$

따라서 $A=2x-y=-3$이므로

$2x-y$의 값을 이용할 수 있도록 변형한다.

$$5y-10x=-5(2x-y)$$
$$=-5\times(-3)$$
$$=15$$

답 ⑤

05 전략 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$이 중근을 가질 조건

➡ $b^2-4ac=0$

풀이 (ㄱ) $2^2-4\times1\times(-1)=8>0$

(ㄴ) $(-12)^2-4\times9\times4=0$

(ㄷ) $9x^2+6x+10=0$에서

$6^2-4\times9\times10=-324<0$

(ㄹ) $x^2+4x+4=0$에서

$4^2-4\times1\times4=0$

이상에서 중근을 갖는 것은 (ㄴ), (ㄹ)이다.

답 ④

주어진 방정식의 양변에 10을 곱한다.

$(2x+1)(x+2)$
$=(x-1)(x+2)$
에서
$2x^2+5x+2$
$=x^2+x-2$
$\therefore x^2+4x+4=0$

06 전략 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 근의 개수

➡ b^2-4ac의 부호를 조사한다.

풀이 $2x^2-5x+k=0$에서

(i) $(-5)^2-4\times2\times k>0$, 즉 $k<\frac{25}{8}$이면 서로 다른 두 근을 갖는다.

(ii) $(-5)^2-4\times2\times k=0$, 즉 $k=\frac{25}{8}$이면 한 근(중근)을 갖는다.

(iii) $(-5)^2-4\times2\times k<0$, 즉 $k>\frac{25}{8}$이면 근은 없다.

(ㄱ) $k=2$이면 (i)에서 서로 다른 두 근을 갖는다.

(ㄴ) $k=\frac{25}{8}$이면 중근을 갖는다.

(ㄷ) $k=3$이면 (i)에서 서로 다른 두 근을 갖는다.

(ㄹ) 근을 갖도록 하는 상수 k의 값의 범위는 (i), (ii)에서

$(-5)^2-4\times2\times k\geq0$

$\therefore k\leq\frac{25}{8}$

따라서 가장 큰 정수 k의 값은 3이다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ)이다.

답 ①

$b^2-4ac\geq0$이면 근을 갖는다.

07 전략 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$이 중근을 갖는다.

➡ $b^2-4ac=0$

풀이 $x^2+ax+\frac{1}{4}b=0$이 중근을 가지려면

$$a^2-4\times1\times\frac{1}{4}b=0$$
$$\therefore b=a^2$$

따라서 순서쌍 (a, b)는

$(1, 1)$, $(2, 4)$

의 2개이다.

답 ⑤

우공비 BOX

08 전략 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근이 α, β
➡ $\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$, $\alpha\beta=\frac{c}{a}$

풀이 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여
$\alpha+\beta=4$, $\alpha\beta=-2$
$\alpha+\beta=k\alpha\beta$에서 $4=-2k$이므로
$k=-2$

답 ②

09 전략 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근이 α, β
➡ $a\alpha^2+b\alpha+c=0$, $a\beta^2+b\beta+c=0$

풀이 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여
$\alpha+\beta=8$, $\alpha\beta=3$
α, β가 $x^2-8x+3=0$의 근이므로
$\alpha^2-8\alpha+3=0$, $\beta^2-8\beta+3=0$
따라서
$\alpha^2-7\alpha=\alpha-3$, $\beta^2-7\beta=\beta-3$
이므로
$(\alpha^2-7\alpha-2)(\beta^2-7\beta-2)$
$=(\alpha-3-2)(\beta-3-2)$
$=(\alpha-5)(\beta-5)$
$=\alpha\beta-5(\alpha+\beta)+25$
$=3-5\times8+25$
$=-12$

답 ①

$x=\alpha$, $x=\beta$를 $x^2-8x+3=0$에 각각 대입한다.

10 전략 먼저 이차방정식의 근과 계수의 관계를 이용하여 $\alpha+\beta$, $\alpha\beta$의 값을 구한다.

풀이 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여
$\alpha+\beta=-1$, $\alpha\beta=a$
$(\alpha^2+2)(\beta^2+2)=10$에서
$\alpha^2\beta^2+2(\alpha^2+\beta^2)-6=0$
$(\alpha\beta)^2+2\{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta\}-6=0$
$a^2-4a-4=0$
$\therefore a=2-2\sqrt{2}$ ($\because a<0$)

답 ②

11 전략 두 근이 α, β이고 x^2의 계수가 a인 이차방정식
➡ $a(x-\alpha)(x-\beta)=0$

풀이 두 근이 -4, 5이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은
$(x+4)(x-5)=0$, $x^2-x-20=0$
$\therefore a=-1$, $b=-20$
따라서 $-20x^2-x+1=0$의 두 근의 합은 근과 계수의 관계에 의하여 $-\frac{1}{20}$이다.

답 ③

$-20x^2-x+1=0$에서
$20x^2+x-1=0$
$(4x+1)(5x-1)=0$
$\therefore x=-\frac{1}{4}$ 또는 $x=\frac{1}{5}$
➡ (두 근의 합) $=-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}=-\frac{1}{20}$

다른풀이 $x^2+ax+b=0$에서 근과 계수의 관계에 의하여
$-a=-4+5=1$ $\therefore a=-1$
$b=-4\times5=-20$

12 전략 진우와 찬진이가 각각 바르게 보고 푼 항을 이용한다.

풀이 진우는 상수항을 바르게 보고 풀었으므로
$b=(-3+\sqrt{3})(-3-\sqrt{3})=9-3=6$
찬진이는 x의 계수를 바르게 보고 풀었으므로
$-a=\frac{5+\sqrt{2}}{2}+\frac{5-\sqrt{2}}{2}=5$
$\therefore a=-5$
따라서 이차방정식은 $x^2-5x+6=0$이므로
$(x-2)(x-3)=0$
$\therefore x=2$ 또는 $x=3$

답 ③

13 전략 $\frac{n(n+1)}{2}=66$을 만족시키는 n의 값을 구한다.

풀이 n번째 도형에 사용한 바둑돌의 수를 66이라 하면
$\frac{n(n+1)}{2}=66$, $n^2+n-132=0$
$(n+12)(n-11)=0$
$\therefore n=11$ ($\because n>0$)
따라서 구하는 도형은 11번째 도형이다.

답 ③

14 전략 연속하는 두 짝수 ➡ x, $x+2$ (x는 짝수)

풀이 연속하는 두 짝수를 x, $x+2$라 하면
$x^2\times2=(x+2)^2+56$
$2x^2=x^2+4x+60$, $x^2-4x-60=0$
$(x+6)(x-10)=0$
$\therefore x=10$ ($\because x$는 짝수)
따라서 두 짝수는 10, 12이므로 구하는 합은
$10+12=22$

답 ②

15 전략 높이가 a m일 때의 시각 ➡ $h=30t-5t^2$에 $h=a$를 대입

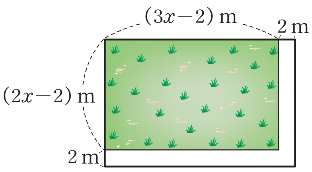
풀이 $h=30\times2-5\times2^2=40$
$30t-5t^2=40$에서 $t^2-6t+8=0$
$(t-2)(t-4)=0$
$\therefore t=2$ 또는 $t=4$
따라서 높이가 40 m인 지점을 다시 지나는 것은 쏘아 올린 지 4초 후이다.

답 ①

우공비 BOX

16 전략 길을 제외한 부분을 한 개의 직사각형으로 생각한다.

풀이 처음 잔디밭의 가로, 세로의 길이를 각각 $3x$ m, $2x$ m라 하면 오른쪽 그림에서



$(3x-2)(2x-2)=160$

$3x^2-5x-78=0,\quad (3x+13)(x-6)=0$

$\therefore x=6\ (\because x>1)$

따라서 처음 잔디밭의 세로의 길이는

$2\times 6=12(\text{m})$

답 ③

$3x-2>0,\ 2x-2>0$ 에서 $x>1$

17 전략 두 점 P, Q가 동시에 출발한 지 x초 후의 삼각형 DPQ의 넓이를 구한다.

풀이 두 점 P, Q가 동시에 출발한 지 x초 후의 $\overline{\text{DP}}$, $\overline{\text{DQ}}$의 길이는

$\overline{\text{DP}}=30-3x(\text{cm}),\ \overline{\text{DQ}}=2x(\text{cm})$

이므로

$\triangle\text{DPQ}=\frac{1}{2}\times(30-3x)\times 2x=72$

$-3x^2+30x=72,\quad x^2-10x+24=0$

$(x-4)(x-6)=0\quad \therefore x=4$ 또는 $x=6$

따라서 4초 후에 처음으로 삼각형 DPQ의 넓이가 72 cm^2가 된다.

답 ③

$\triangle\text{DPQ}=\frac{1}{2}\times\overline{\text{DP}}\times\overline{\text{DQ}}$

두 번째로 $\triangle\text{DPQ}=72\text{ cm}^2$가 되는 것은 6초 후이다.

18 전략 계수에 분수와 소수가 있는 이차방정식

→ 계수가 모두 정수가 되도록 양변에 같은 수를 곱한다.

풀이 $\frac{3}{4}x^2+x-1=0$의 양변에 4를 곱하면

$3x^2+4x-4=0,\quad (x+2)(3x-2)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=\frac{2}{3}$

$0.3x^2-1.7x+1=0$의 양변에 10을 곱하면

$3x^2-17x+10=0,\quad (3x-2)(x-5)=0$

$\therefore x=\frac{2}{3}$ 또는 $x=5$

따라서 두 이차방정식의 공통인 근은 $\quad x=\frac{2}{3}$

답 $x=\frac{2}{3}$

19 전략 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$이 근을 갖지 않을 조건

→ $b^2-4ac<0$

풀이 이차방정식 $x^2-10x+(2k-3)=0$이 근을 갖지 않으려면 $\quad(-10)^2-4\times1\times(2k-3)<0$

$-8k<-112\quad \therefore k>14$

답 $k>14$

양변을 -8로 나누면 부등호의 방향이 바뀐다.

20 전략 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근이 α, β

→ $\alpha+\beta=-\frac{b}{a},\ \alpha\beta=\frac{c}{a}$

풀이 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=-\frac{5}{4},\ \alpha\beta=-\frac{1}{4}$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}&=\frac{\beta^2+\alpha^2}{\alpha\beta}\\&=\frac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta}{\alpha\beta}\\&=\{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta\}\times\frac{1}{\alpha\beta}\\&=\left\{\left(-\frac{5}{4}\right)^2-2\times\left(-\frac{1}{4}\right)\right\}\times(-4)\\&=\frac{33}{16}\times(-4)\\&=-\frac{33}{4}\end{aligned}$$

답 $-\frac{33}{4}$

$-\frac{1}{4}$의 역수는 -4이다.

21 전략 한 학생이 받는 생수의 수를 x라 할 때, 전체 학생 수를 x에 대한 식으로 나타낸다.

풀이 한 학생이 받는 생수의 수를 x라 하면 전체 학생 수는 $x+7$이므로

$x(x+7)=120,\quad x^2+7x-120=0$

$(x+15)(x-8)=0$

$\therefore x=8\ (\because x>0)$

따라서 한 학생이 받는 생수의 수는 8이다.

답 8

22 전략 한 개에 a원인 가격을 $x\%$만큼 인상한 가격

→ $a\left(1+\frac{x}{100}\right)$원

풀이 인상하기 전 햄버거 한 개의 가격을 a원, 이때 판매된 햄버거의 개수를 b라 하자.

가격을 $x\%$만큼 인상한 햄버거의 가격은

$a\left(1+\frac{x}{100}\right)$(원)

판매량이 $0.6x\%$만큼 감소한 햄버거의 개수는

$b\left(1-\frac{0.6x}{100}\right)$

따라서 햄버거의 가격을 $x\%$만큼 인상했을 때 총 판매 금액은

$a\left(1+\frac{x}{100}\right)\times b\left(1-\frac{0.6x}{100}\right)$(원)

총 판매 금액이 3.4%만큼 인상되어야 하므로

$a\left(1+\frac{x}{100}\right)\times b\left(1-\frac{0.6x}{100}\right)=ab\left(1+\frac{3.4}{100}\right)$

$\left(1+\frac{x}{100}\right)\left(1-\frac{0.6x}{100}\right)=1+\frac{3.4}{100}$

$(100+x)(1000-6x)=100000+3400$

$6x^2-400x+3400=0$

$3x^2-200x+1700=0$

$(x-10)(3x-170)=0$

$\therefore x=10$ 또는 $x=\frac{170}{3}$

양변에 100000을 곱한다.

그런데 가격 인상률은 30 % 이하이므로

$x=10$

따라서 햄버거의 가격을 10 %만큼 인상해야 한다.

답 10 %

23 전략 삼각형의 닮음을 이용하여 $\overline{DF}$의 길이를 $\overline{CF}$의 길이를 이용하여 나타낸다.

풀이 $\overline{CF}=x$ cm라 하면 $\quad \overline{AF}=(8-x)$cm

이때 △ABC∽△ADF이므로

$\overline{DF}=\overline{AF}=(8-x)$cm

> △ABC가 직각이등변삼각형이므로 △ADF도 직각이등변삼각형이다.

□DECF의 넓이가 15 cm²이므로

$x(8-x)=15, \quad x^2-8x+15=0$

$(x-3)(x-5)=0$

$\therefore x=5$ ($\because \overline{CF}>\overline{AF}$)

따라서 $\overline{CF}$의 길이는 5 cm이다.

답 5 cm

+ 보충 학습

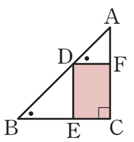
오른쪽 그림의 △ABC와 △ADF에서

$\overline{DF}$ // $\overline{BC}$이므로

∠ADF=∠ABC(동위각)

∠A는 공통

∴ △ABC∽△ADF(AA 닮음)



24

채점 기준	배점
$a-b$의 값 구하기	2점
a, b의 값 구하기	2점

풀이 조건 (다)에서 $a-b=A$로 놓으면

$(A+1)(A-7)=9$

$A^2-6A-16=0$

$(A+2)(A-8)=0$

$\therefore A=-2$ 또는 $A=8$

그런데 조건 (가)에서 $a>b$이므로 $\quad A>0$

$\therefore A=8$, 즉 $a-b=8$ $\quad$ …… ㉠ ▶ 2점

조건 (나)에서 $2a+b=10$이므로 이를 ㉠과 연립하여 풀면

$a=6, b=-2$ ▶ 2점

> $\begin{cases} a-b=8 & \cdots ㉠ \\ 2a+b=10 & \cdots ㉡ \end{cases}$
>
> ㉠+㉡을 하면
>
> $3a=18 \quad \therefore a=6$
>
> $a=6$을 ㉠에 대입하면
>
> $b=-2$

답 $a=6, b=-2$

25

채점 기준	배점
k의 값 구하기	1점
$\alpha+\beta$, $\alpha\beta$의 값 구하기	2점
$\alpha^2+\beta^2$의 값 구하기	1점

풀이 (1) $x^2-2x-k=0$이 중근을 가지므로

> $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq0)$이 중근을 가질 조건
>
> → $b^2-4ac=0$

$(-2)^2-4\times1\times(-k)=0$

$4+4k=0 \quad \therefore k=-1$ ▶ 1점

(2) $k=-1$을 $(1-k)x^2-kx-6=0$에 대입하면

$2x^2+x-6=0$

두 근이 α, β이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=-\frac{1}{2}, \ \alpha\beta=-3$ ▶ 2점

(3) $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$

$=\left(-\frac{1}{2}\right)^2-2\times(-3)$

$=\frac{25}{4}$ ▶ 1점

답 (1) -1 (2) $\alpha+\beta=-\frac{1}{2}$, $\alpha\beta=-3$ (3) $\frac{25}{4}$

26

채점 기준	배점
연속하는 네 자연수를 한 문자로 나타내기	1점
이차방정식 세우기	1점
이차방정식 풀기	1점
가장 큰 자연수 구하기	1점

풀이 연속하는 네 자연수를 $x-1$, x, $x+1$, $x+2$라 하면 ▶ 1점

$(x+2)^2+(x-1)^2=x(x+1)+11$ ▶ 1점

$x^2+4x+4+x^2-2x+1=x^2+x+11$

$x^2+x-6=0, \quad (x+3)(x-2)=0$

$\therefore x=2$ ($\because x>1$인 자연수) ▶ 1점

> $x-1>0$, $x>0$, $x+1>0$, $x+2>0$이므로 $x>1$

따라서 네 자연수는 1, 2, 3, 4이므로 가장 큰 수는 4이다. ▶ 1점

답 4

+ 보충 학습

연속하는 세 자연수는 $x-1$, x, $x+1$($x>1$인 자연수),
연속하는 네 자연수는 $x-1$, x, $x+1$, $x+2$($x>1$인 자연수)와 같이 놓으면 계산이 편리하다.

27

채점 기준	배점
원의 둘레의 길이 구하기	2점
이차방정식 세우기	2점
점 P가 6바퀴를 도는 데 걸리는 시간 구하기	1점

풀이 점 P가 원을 한 바퀴 도는 데 3분이 걸리므로 3분 동안 움직인 거리는 원의 둘레의 길이와 같다.

따라서 원의 둘레의 길이는

$3^2+3\times3=18$(m) ▶ 2점

점 P가 6바퀴 도는 데 x분이 걸린다고 하면 점 P가 6바퀴 돌 때 움직인 거리는 $6\times18=108$(m)이므로

$x^2+3x=108$ ▶ 2점

$x^2+3x-108=0, \quad (x+12)(x-9)=0$

$\therefore x=9$ ($\because x>0$)

따라서 처음부터 6바퀴를 도는 데 9분이 걸린다. ▶ 1점

답 9분

Ⅳ-1. 이차함수와 그 그래프

1. 이차함수의 뜻과 $y=x^2$의 그래프

26 | 이차함수의 뜻 기본서 112~113쪽

익히기 1 답 (ㄷ), (ㅁ)

익히기 2 (1) $f(0)=0^2+0-5=-5$
(2) $f(1)=1^2+1-5=-3$
(3) $f(-2)=(-2)^2+(-2)-5=-3$
답 (1) -5 (2) -3 (3) -3

유제 ❶ (ㄱ) (원의 넓이)$=\pi\times$(반지름의 길이)^{2}이므로
$y=\pi\times x^2=\pi x^2$
(ㄴ) (소금의 양)$=\dfrac{(\text{소금물의 농도})}{100}\times$(소금물의 양)
이므로
$y=\dfrac{x}{100}\times 300=3x$
(ㄷ) (직사각형의 넓이)$=$(가로의 길이)$\times$(세로의 길이)
이므로
$y=(x+1)(x-5)=x^2-4x-5$
이상에서 y가 x에 대한 이차함수인 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다.
답 (ㄱ), (ㄷ)

유제 ❷ $y=(a^2-4)x^2+6x+4$가 x에 대한 이차함수이려면
$a^2-4\neq0$, $(a+2)(a-2)\neq0$
$\therefore a\neq-2$이고 $a\neq2$
답 ②, ④

유제 ❸-1 $f(x)=-x^2+2$이므로
$f(1)=-1^2+2=1$, $f(2)=-2^2+2=-2$
$\therefore f(1)-f(2)=1-(-2)=3$
답 3

유제 ❸-2 $f(-2)=-5$이므로
$(-2)^2-3\times(-2)+a=-5$
$10+a=-5$ $\therefore a=-15$
답 -15

27 | 이차함수 $y=x^2$의 그래프 기본서 114~115쪽

익히기 3 답 (1) 아래 (2) y (3) 감소

우공비 BOX

점 (a, b)가 그래프 위에 있다.
➜ 함수의 식에 $x=a$, $y=b$를 대입하면 등식이 성립한다.

이차함수는
$y=$(x에 대한 이차식)
꼴로 나타내어진다.

$AB\neq0$
➜ $A\neq0$이고 $B\neq0$

$f(a)=b$ ➜ $y=f(x)$에 $x=a$, $y=b$를 대입한다.

그래프의 폭이 좁은 것부터 순서대로 나열하면
(ㄷ), (ㅂ), (ㄴ), (ㄱ), (ㄹ), (ㅁ)

유제 ❹-1 ② $x=\dfrac{1}{2}$, $y=\dfrac{1}{4}$을 $y=x^2$에 대입하면
$\dfrac{1}{4}=\left(\dfrac{1}{2}\right)^2$
따라서 $y=x^2$의 그래프는 점 $\left(\dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{4}\right)$을 지난다.
⑤ $x<0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.
답 ⑤

유제 ❹-2 $y=x^2$에
① $x=-1$, $y=1$을 대입하면 $1=(-1)^2$
② $x=-\dfrac{2}{3}$, $y=-\dfrac{4}{9}$를 대입하면 $-\dfrac{4}{9}\neq\left(-\dfrac{2}{3}\right)^2$
③ $x=0$, $y=0$을 대입하면 $0=0^2$
④ $x=\dfrac{1}{3}$, $y=\dfrac{1}{9}$을 대입하면 $\dfrac{1}{9}=\left(\dfrac{1}{3}\right)^2$
⑤ $x=5$, $y=25$를 대입하면 $25=5^2$
따라서 $y=x^2$의 그래프 위의 점이 아닌 것은 ②이다.
답 ②

유제 ❺ $y=-x^2$에
① $x=-\dfrac{5}{2}$, $y=-\dfrac{25}{4}$를 대입하면
$-\dfrac{25}{4}=-\left(-\dfrac{5}{2}\right)^2$
② $x=-2$, $y=4$를 대입하면 $4\neq-(-2)^2$
③ $x=\dfrac{1}{4}$, $y=\dfrac{1}{16}$을 대입하면 $\dfrac{1}{16}\neq-\left(\dfrac{1}{4}\right)^2$
④ $x=1$, $y=-1$을 대입하면 $-1=-1^2$
⑤ $x=16$, $y=-4$를 대입하면 $-4\neq-16^2$
따라서 $y=-x^2$의 그래프 위의 점인 것은 ①, ④이다.
답 ①, ④

28 | 이차함수 $y=ax^2$의 그래프 기본서 116~117쪽

익히기 4 (1) 이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 아래로 볼록한 것은 $a>0$인 경우이므로 (ㄱ), (ㄷ), (ㅁ)이다.
(2) $y=ax^2$에서 a의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아지므로 그래프의 폭이 가장 좁은 것은 (ㄷ)이다.
답 (1) (ㄱ), (ㄷ), (ㅁ) (2) (ㄷ)

유제 ❻-1 $y=ax^2$에서 a의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다. $|-4|>\left|\dfrac{3}{2}\right|>|1|>\left|-\dfrac{1}{4}\right|$이므로 그래프의 폭이 좁은 것부터 순서대로 나열하면 (ㄱ), (ㄹ), (ㄷ), (ㄴ)이다.
답 (ㄱ), (ㄹ), (ㄷ), (ㄴ)

유제 ❻-2 $y=ax^2$에서 a의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 넓어지므로 $-2<a<0$ 또는 $0<a<2$이어야 한다.

따라서 a의 값이 될 수 있는 것은 -1, $\frac{1}{2}$이다.

답 ③, ④

유제 ❼ 이차함수 $y=-\frac{3}{4}x^2$의 그래프와 x축에 대칭인 것은 $y=\frac{3}{4}x^2$의 그래프이다. 답 ③

소단원 성취도 진단

기본서 118~119쪽

01 3	02 $\pm\sqrt{5}$	03 ④	04 ③	05 ②
06 ③	07 $\frac{1}{2}$	08 ④	09 $\frac{5}{9}$	10 ③, ⑤
11 $\frac{10}{3}$	12 $\frac{1}{4}<a<2$		13 $\frac{1}{2}$	14 ③

01 전략 이차함수 ➲ $y=(x$에 대한 이차식$)$

풀이 (ㄱ) $y=\frac{5}{x^2}$는 분모에 x^2이 있으므로 이차함수가 아니다.

(ㄷ) $y=(x+3)^2-x^2=x^2+6x+9-x^2=6x+9$ 이므로 이차함수가 아니다.

(ㄹ) $y=(x+1)(x-4)=x^2-3x-4$ 이므로 이차함수이다.

(ㅁ) $y=(6-x)^2=x^2-12x+36$이므로 이차함수이다.

(ㅂ) $y=\frac{1}{4}x$는 이차함수가 아니다.

이상에서 이차함수인 것은 (ㄴ), (ㄹ), (ㅁ)의 3개이다. 답 3

02 전략 점 $(a,\ b)$가 함수 $y=f(x)$의 그래프 위에 있다. ➲ $b=f(a)$

풀이 $y=x^2$에 $x=k$, $y=5$를 대입하면

$5=k^2$ $\quad\therefore k=\pm\sqrt{5}$ 답 $\pm\sqrt{5}$

+ 보충 학습

이차함수 $y=x^2$에서 $y=k\,(k>0)$일 때

$x^2=k$ $\quad\therefore x=\pm\sqrt{k}$

즉 $y=k$를 만족시키는 x의 값은 두 개씩 있다.

03 전략 점 $(a,\ b)$가 이차함수 $y=-x^2$의 그래프 위의 점이다. ➲ $y=-x^2$에 $x=a$, $y=b$를 대입하면 등식이 성립한다.

풀이 ① $-1=-(-1)^2$ ② $-\frac{1}{4}=-\left(-\frac{1}{2}\right)^2$

③ $-\frac{1}{9}=-\left(-\frac{1}{3}\right)^2$ ④ $\frac{1}{2}\neq-\left(-\frac{1}{4}\right)^2$

⑤ $-\frac{1}{4}=-\left(\frac{1}{2}\right)^2$ 답 ④

우공비 BOX

$|a|<2$ (단, $a\neq0$)

$\frac{7}{4}>1>0.3$

(거리)=(속력)×(시간)

(원뿔의 부피) $=\frac{1}{3}\times$(밑넓이)×(높이)

$\frac{5}{x^2}$는 다항식이 아니므로 차수를 말할 수 없다.

04 전략 이차함수 $y=ax^2$에서 a의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.

풀이 이차함수 $y=ax^2$에서 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$이고, a의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아지므로 구하는 함수는 ③이다.

답 ③

05 전략 이차함수 ➲ $y=(x$에 대한 이차식$)$

풀이 (ㄱ) $y=\pi x^2\times\frac{60}{360}=\frac{\pi}{6}x^2$

(ㄴ) $y=10x$

(ㄷ) $y=\frac{1}{3}\times\pi x^2\times12=4\pi x^2$

(ㄹ) (직사각형의 넓이)=(가로의 길이)×(세로의 길이)에서

$$(\text{세로의 길이})=\frac{(\text{직사각형의 넓이})}{(\text{가로의 길이})}=\frac{100}{x}$$

이므로 가로의 길이가 x, 세로의 길이가 $\frac{100}{x}$인 직사각형의 둘레의 길이는 $2\left(x+\frac{100}{x}\right)$

$\therefore y=2\left(x+\frac{100}{x}\right)$

이상에서 이차함수인 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다.

답 ②

06 전략 $y=ax^2+bx+c$가 x에 대한 이차함수 ➲ $a\neq0$

풀이 $y=(3ax+1)(2x-1)-x(x+1)$

$=6ax^2-3ax+2x-1-x^2-x$

$=(6a-1)x^2+(1-3a)x-1$

이 함수가 x에 대한 이차함수이려면

$6a-1\neq0$ $\quad\therefore a\neq\frac{1}{6}$

답 ③

07

채점 기준	배점
$f(-2)$의 값 구하기	30%
$f(2)$의 값 구하기	30%
$f(1)$의 값 구하기	30%
$f(-2)\times f(2)+f(1)$의 값 구하기	10%

풀이 $f(-2)=\frac{1}{2}\times(-2)^2+\frac{1}{4}\times(-2)-1$

$=2-\frac{1}{2}-1=\frac{1}{2}$ ▶ 30%

$f(2)=\frac{1}{2}\times2^2+\frac{1}{4}\times2-1$

$=2+\frac{1}{2}-1=\frac{3}{2}$ ▶ 30%

$f(1)=\frac{1}{2}\times1^2+\frac{1}{4}\times1-1$

$=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-1=-\frac{1}{4}$ ▶ 30%

$\therefore f(-2)\times f(2)+f(1)=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}+\left(-\frac{1}{4}\right)$

$=\frac{3}{4}-\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$ ▶ 10%

답 $\frac{1}{2}$

08 전략 $f(a)=b$ ➡ $y=f(x)$에 $x=a$, $y=b$를 대입하면 등식이 성립한다.

풀이 $f(k)=-7$에서

$-k^2+4k+5=-7$, $k^2-4k-12=0$

$(k+2)(k-6)=0$ $\therefore k=-2$ 또는 $k=6$

그런데 k는 양수이므로 $k=6$ 답 ④

09

채점 기준	배점
a의 값 구하기	40%
b의 값 구하기	40%
$a+b$의 값 구하기	20%

풀이 점 $\left(a, -\frac{4}{9}\right)$가 이차함수 $y=-x^2$의 그래프 위에 있으므로 $y=-x^2$에 $x=a$, $y=-\frac{4}{9}$를 대입하면

$-\frac{4}{9}=-a^2$, $a^2=\frac{4}{9}$

$\therefore a=\frac{2}{3}$ ($\because a>0$) ▶ 40%

$\frac{4}{9}$의 제곱근은 $\pm\frac{2}{3}$

또 점 $\left(\frac{1}{3}, b\right)$가 이차함수 $y=-x^2$의 그래프 위에 있으므로 $y=-x^2$에 $x=\frac{1}{3}$, $y=b$를 대입하면

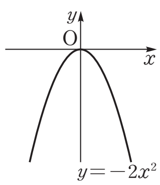
$b=-\left(\frac{1}{3}\right)^2=-\frac{1}{9}$ ▶ 40%

$\therefore a+b=\frac{2}{3}+\left(-\frac{1}{9}\right)=\frac{5}{9}$ ▶ 20%

답 $\frac{5}{9}$

10 전략 $y=ax^2$ $(a<0)$의 그래프
➡ 원점을 꼭짓점으로 하고 위로 볼록한 포물선이다.

풀이 $y=-2x^2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



③ $y=-2x^2$에 $x=\frac{1}{2}$, $y=-1$을 대입하면 $-1\neq-2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2$

⑤ $y=-2x^2$의 그래프는 제3, 4사분면을 지난다.

답 ③, ⑤

11

채점 기준	배점
a의 값 구하기	40%
b의 값 구하기	40%
$a-b$의 값 구하기	20%

풀이 이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 점 $(1, 3)$을 지나므로

$3=a\times1^2$ $\therefore a=3$ ▶ 40%

이차함수 $y=bx^2$의 그래프가 점 $(3, -3)$을 지나므로

$-3=b\times3^2$ $\therefore b=-\frac{1}{3}$ ▶ 40%

$\therefore a-b=3-\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{10}{3}$ ▶ 20%

답 $\frac{10}{3}$

12 전략 이차함수 $y=ax^2$에서 a의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.

풀이 이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 $y=-\frac{1}{4}x^2$의 그래프보다 폭이 좁으므로

$|a|>\left|-\frac{1}{4}\right|=\frac{1}{4}$

$|a|>k(k>0)$
➡ $a<-k$ 또는 $a>k$

$\therefore a<-\frac{1}{4}$ 또는 $a>\frac{1}{4}$ …… ㉠

또 이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 $y=2x^2$의 그래프보다 폭이 넓으므로

$-2<a<0$ 또는 $0<a<2$ …… ㉡

$|a|<2$ (단, $a\neq0$)

따라서 ㉠, ㉡을 동시에 만족시키는 양수 a의 값의 범위는

$\frac{1}{4}<a<2$ 답 $\frac{1}{4}<a<2$

13

채점 기준	배점
두 점 B, D의 좌표 구하기	40%
두 점 A, E의 좌표 구하기	40%
a의 값 구하기	20%

풀이 두 점 B, D는 이차함수 $y=2x^2$의 그래프와 직선 $y=8$의 교점이므로

$2x^2=8$ $\therefore x=\pm2$

따라서 B$(-2, 8)$, D$(2, 8)$이므로 ▶ 40%

$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DE}$

A$(-4, 8)$, E$(4, 8)$ ▶ 40%

이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 점 E$(4, 8)$을 지나므로 $x=4$, $y=8$을 대입하면

$8=a\times4^2$ $\therefore a=\frac{1}{2}$ ▶ 20%

이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 점 A$(-4, 8)$을 지남을 이용해도 된다.
즉 $y=ax^2$에 $x=-4$, $y=8$을 대입하면
$8=a\times(-4)^2$
$\therefore a=\frac{1}{2}$

답 $\frac{1}{2}$

14 전략 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선의 식
➡ $y=ax^2(a\neq0)$으로 놓는다.

풀이 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선의 식을 $y=ax^2$으로 놓으면 이 그래프가 점 $(5, -10)$을 지나므로

$-10=a\times5^2$ $\therefore a=-\frac{2}{5}$

$y=-\frac{2}{5}x^2$의 그래프와 x축에 대칭인 포물선의 식은

$y=\frac{2}{5}x^2$

따라서 이 포물선이 지나는 점이 아닌 것은 ③이다.

$\frac{1}{5} \neq \frac{2}{5} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2$

답 ③

2. 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프

29 이차함수 $y=ax^2+q$, $y=a(x-p)^2$의 그래프

기본서 120~121쪽

익히기 1 답 (1) 그래프의 식: $y=-x^2+2$,
축의 방정식: $x=0$,
꼭짓점의 좌표: $(0,\ 2)$
(2) 그래프의 식: $y=-(x+1)^2$,
축의 방정식: $x=-1$,
꼭짓점의 좌표: $(-1,\ 0)$

y축의 방향으로만 평행이동하면 축은 변하지 않는다.

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프에서
① 축의 방정식: $x=p$
② 꼭짓점의 좌표: $(p,\ q)$

유제 ❶-1 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=\frac{1}{2}x^2-2$

이 그래프가 점 $(4,\ k)$를 지나므로 $x=4$, $y=k$를 대입하면

$k=\frac{1}{2}\times 4^2-2=8-2=6$

답 6

유제 ❶-2 이차함수 $y=-4x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 k만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-4x^2+k$

이 그래프가 점 $(2,\ 2)$를 지나므로 $x=2$, $y=2$를 대입하면

$2=-4\times 2^2+k$, $\quad 2=-16+k$

$\therefore k=18$

따라서 $y=-4x^2+18$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$(0,\ 18)$

답 $(0,\ 18)$

유제 ❷-1 이차함수 $y=-3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-3(x+4)^2$

이 그래프가 점 $(-1,\ k)$를 지나므로 $x=-1$, $y=k$를 대입하면

$k=-3(-1+4)^2=-3\times 9=-27$

답 -27

유제 ❷-2 이차함수 $y=\frac{2}{3}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 k만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=\frac{2}{3}(x-k)^2$

이 그래프가 점 $(1,\ 6)$을 지나므로 $x=1$, $y=6$을 대입하면

$6=\frac{2}{3}(1-k)^2$, $\quad 9=(1-k)^2$

$1-k=\pm 3$ $\quad \therefore k=-2$ 또는 $k=4$

$1-k=3$ 또는 $1-k=-3$

그런데 k는 양수이므로 $\quad k=4$

답 4

30 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프

기본서 122~124쪽

익히기 2 답 (1) -2, -7 (2) 1, 4

익히기 3 답 (1) 그래프의 식: $y=4(x-1)^2+3$,
축의 방정식: $x=1$,
꼭짓점의 좌표: $(1,\ 3)$
(2) 그래프의 식: $y=-3(x+2)^2-5$,
축의 방정식: $x=-2$,
꼭짓점의 좌표: $(-2,\ -5)$

유제 ❸-1 이차함수 $y=-(x+5)^2+3$의 그래프는 $y=-x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -5만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $a=-1$, $m=-5$, $n=3$이므로

$a+m-n=-1+(-5)-3=-9$

답 -9

유제 ❸-2 이차함수 $y=-x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-(x-a)^2-5=-x^2+2ax-a^2-5$

이므로

$2a=b$, $\quad -a^2-5=-14$

$a^2=9$ $\quad \therefore a=3\ (\because a>0)$

$2a=b$에서 $\quad b=6$

$\therefore a-b=3-6=-3$

답 -3

유제 ❹ 이차함수 $y=\frac{2}{3}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 그래프의 식은 $\quad y=\frac{2}{3}(x-p)^2-1$

이 그래프의 축의 방정식은 $x=p$이므로

$p=1$

따라서 $y=\frac{2}{3}(x-1)^2-1$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$(1,\ -1)$

답 $(1,\ -1)$

유제 ❺-1 이차함수 $y=(x-1)^2-6$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y-(-1)=\{(x-3)-1\}^2-6$

$\therefore y=(x-4)^2-7$ 　　답 $y=(x-4)^2-7$

유제 ❺-2 이차함수 $y=-3(x+2)^2+1$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y-q=-3\{(x-p)+2\}^2+1$

$\therefore y=-3(x-p+2)^2+1+q$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(p-2,\ 1+q)$이므로

$p-2=-6,\ 1+q=2$

따라서 $p=-4,\ q=1$이므로

$pq=-4\times1=-4$ 　　답 -4

유제 ❻-1 이차함수 $y=\frac{1}{3}(x-1)^2+4$의 그래프를 y축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은

$y=\frac{1}{3}(-x-1)^2+4=\frac{1}{3}(x+1)^2+4$

이 그래프가 점 $(2,\ k)$를 지나므로 $x=2,\ y=k$를 대입하면

$k=\frac{1}{3}(2+1)^2+4=7$ 　　답 7

유제 ❻-2 이차함수 $y=a(x+1)^2$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은

$-y=a(x+1)^2$, 즉 $y=-a(x+1)^2$

이 그래프가 점 $(1,\ -2)$를 지나므로 $x=1,\ y=-2$를 대입하면

$-2=-a(1+1)^2,\qquad -4a=-2$

$\therefore a=\frac{1}{2}$ 　　답 $\frac{1}{2}$

소단원 성취도 진단

기본서 125~126쪽

01 -12	02 ③	03 (ㄷ), (ㅂ)	04 ④
05 ①	06 -3	07 ⑤	08 제 1 사분면
09 ⑤	10 $\frac{-4\pm\sqrt{19}}{3}$	11 2	12 ②

01 전략 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프의 식 ➡ $y=ax^2+q$

풀이 이차함수 $y=\frac{1}{4}x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=\frac{1}{4}x^2-2$

우공비 BOX

함수 $y=f(x)$의 그래프가 점 $(m,\ n)$을 지난다.
➡ $n=f(m)$

이 그래프가 점 $(m,\ 1)$을 지나므로 $x=m,\ y=1$을 대입하면

$1=\frac{1}{4}m^2-2,\qquad m^2=12$

$\therefore m=\pm2\sqrt{3}$

따라서 모든 m의 값의 곱은

$2\sqrt{3}\times(-2\sqrt{3})=-12$

답 -12

02 전략 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프의 식 ➡ $y=a(x-m)^2+n$

풀이 이차함수 $y=-5x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-5(x-m)^2+n$

따라서 $a=-5,\ m=-1,\ n=2$이므로

$a+m+n=-5+(-1)+2=-4$

답 ③

① 두 이차함수의 그래프의 모양(볼록한 방향)이 같다.
➡ x^2의 계수의 부호가 같다.
② 두 이차함수의 그래프의 폭이 같다.
➡ x^2의 계수의 절댓값이 같다.

03 전략 이차함수의 그래프를 평행이동시켜도 x^2의 계수는 변하지 않는다.

풀이 (ㄷ) $y=-x^2+3$의 그래프는 $y=-x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.

(ㅂ) $y=-(x+1)^2+2$의 그래프는 $y=-x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

이상에서 구하는 식은 (ㄷ), (ㅂ)이다.

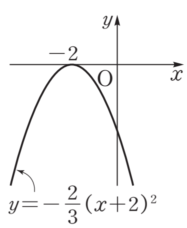
답 (ㄷ), (ㅂ)

04 전략 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼 평행이동한 그래프의 식 ➡ $y=a(x-p)^2$

풀이 $y=-\frac{2}{3}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-\frac{2}{3}(x+2)^2$

따라서 $y=-\frac{2}{3}(x+2)^2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 $x>-2$이면 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소한다.



답 ④

05 전략 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼 평행이동한 그래프의 식 ➡ $y=a(x-p)^2$

풀이 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼 평행이동한 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(p,\ 0)$이므로 $p=-3$

우공비 BOX

$y=a(x+3)^2$의 그래프가 점 $(1,\ 4)$를 지나므로

$$4=a(1+3)^2 \qquad \therefore a=\frac{1}{4}$$

답 ①

06

채점 기준	배점
p의 값 구하기	30%
a의 값 구하기	40%
$a+p$의 값 구하기	30%

풀이 주어진 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ 0)$이므로

$p=-1$ ▶ 30%

> 이차함수 $y=a(x-p)^2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(p,\ 0)$

즉 $y=a(x+1)^2$의 그래프가 점 $(0,\ -2)$를 지나므로 $x=0$, $y=-2$를 대입하면

$-2=a(0+1)^2 \qquad \therefore a=-2$ ▶ 40%

따라서 구하는 값은

$a+p=-2+(-1)=-3$ ▶ 30%

답 -3

07

전략 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프
➲ 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프

풀이 ① 축의 방정식은 $x=-1$이다.

② 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ -1)$이다.

③ $y=\frac{1}{3}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이다.

④ $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프보다 폭이 넓다.

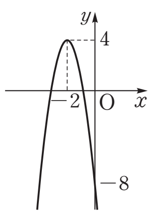
답 ⑤

08

전략 $a<0$일 때, $y=a(x-p)^2+q$의 그래프
➲ 꼭짓점의 좌표가 $(p,\ q)$이고 위로 볼록한 포물선

풀이 이차함수 $y=-3(x+2)^2+4$의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 4)$이고 위로 볼록한 포물선이다. 또 $x=0$일 때

$y=-3(0+2)^2+4=-8$



이므로 점 $(0,\ -8)$을 지난다.

따라서 $y=-3(x+2)^2+4$의 그래프는 위의 그림과 같으므로 그래프가 지나지 않는 사분면은 제1사분면이다.

답 제1사분면

+ 보충 학습

> **이차함수의 그래프 그리기**
> 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프는 a의 값의 부호에 따라 위로 볼록인지 아래로 볼록인지를 결정한 다음, 꼭짓점의 좌표, y축과 만나는 점의 좌표를 찾아 그린다.

09

전략 이차함수 $y=a(x+p)^2+q$의 그래프
➲ $a>0$이면 아래로 볼록, $a<0$이면 위로 볼록
➲ 꼭짓점의 좌표: $(-p,\ q)$

풀이 주어진 이차함수의 그래프가 아래로 볼록하므로

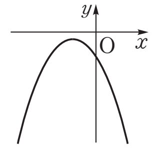
$a>0$

또 꼭짓점의 좌표가 $(-p,\ q)$이고, 제3사분면 위에 있으므로 $\quad p>0,\ q<0$

> $-p<0,\ q<0$

따라서 $y=q(x+a)^2-p$의 그래프는 위로 볼록하고 꼭짓점 $(-a,\ -p)$가 제3사분면 위에 있으므로 그 그래프의 개형은 오른쪽 그림과 같다.

> $-a<0,\ -p<0$



답 ⑤

10

채점 기준	배점
$y=-\frac{1}{2}(x-2k)^2+k^2$의 꼭짓점의 좌표 구하기	30%
$y=(x+2)^2-5$에 $x=2k$, $y=k^2$ 대입하기	30%
k의 값 구하기	40%

풀이 이차함수 $y=-\frac{1}{2}(x-2k)^2+k^2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $\quad (2k,\ k^2)$ ▶ 30%

점 $(2k,\ k^2)$이 $y=(x+2)^2-5$의 그래프 위에 있으므로 $x=2k$, $y=k^2$을 대입하면

$k^2=(2k+2)^2-5$ ▶ 30%

$k^2=4k^2+8k+4-5 \qquad \therefore 3k^2+8k-1=0$

$\therefore k=\frac{-4\pm\sqrt{16+3}}{3}=\frac{-4\pm\sqrt{19}}{3}$ ▶ 40%

> 이차방정식 $ax^2+2b'x+c=0$의 해는 $x=\frac{-b'\pm\sqrt{b'^2-ac}}{a}$

답 $\frac{-4\pm\sqrt{19}}{3}$

11

채점 기준	배점
$\overline{OH}$, $\overline{AH}$의 길이를 m에 대한 식으로 나타내기	30%
m에 대한 이차방정식 세우기	30%
m의 값 구하기	40%

풀이 이차함수 $y=(x-m)^2+m-7$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(m,\ m-7)$이므로

$\overline{OH}=m,\ \overline{AH}=-(m-7)=-m+7$ ▶ 30%

이때 $\triangle OAH=5$이므로

$\frac{1}{2}\times m\times(-m+7)=5$ ▶ 30%

$m^2-7m+10=0, \qquad (m-2)(m-5)=0$

$\therefore m=2\ (\because \overline{OH}<\overline{AH})$ ▶ 40%

답 2

12

전략 $y=f(x)$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식 ➲ $y=f(x)$의 y 대신 $-y$를 대입

풀이 $y=-2(x+1)^2+4$에 $x=0$을 대입하면

$y=-2\times1^2+4=2$

이므로 $\quad$ $\mathrm{A}(0,\ 2)$

$y=-2(x+1)^2+4$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은

$-y=-2(x+1)^2+4$, 즉 $y=2(x+1)^2-4$

이 식에 $x=0$을 대입하면

$y=2\times1^2-4=-2$

이므로 $\quad$ $\mathrm{B}(0,\ -2)$

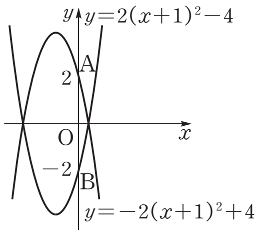
$\therefore\ \overline{\mathrm{AB}}=2-(-2)$

$=4$

답 ②

다른풀이 $y=-2(x+1)^2+4$에 $x=0$을 대입하면 $y=-2\times1^2+4=2$이므로 $\quad$ $\mathrm{A}(0,\ 2)$

따라서 $\overline{\mathrm{OA}}=2$이므로 오른쪽 그림에서



$\overline{\mathrm{OB}}=2$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{OA}}+\overline{\mathrm{OB}}=2+2=4$

+ 보충 학습

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프를

① x축에 대하여 대칭이동

➔ $-y=a(x-p)^2+q$, 즉 $y=-a(x-p)^2-q$

② y축에 대하여 대칭이동

➔ $y=a(-x-p)^2+q$, 즉 $y=a(x+p)^2+q$

3. 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프

31 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프

기본서 127~129쪽

익히기 1 $\quad y=3x^2+6x-1$

$=3(x^2+\boxed{2}x)-1$

$=3(x^2+\boxed{2}x+\boxed{1}-\boxed{1})-1$

$=3(x+\boxed{1})^2-\boxed{3}-1$

$=3(x+\boxed{1})^2-\boxed{4}$

$\therefore$ (가) 2 $\quad$ (나) 1 $\quad$ (다) 1 $\quad$ (라) 3 $\quad$ (마) 4

$\left(\dfrac{x\text{의 계수}}{2}\right)^2$을 더하고 뺀다.

답 풀이 참조

유제 ❶-1 $\quad y=3x^2-12x+9$

$=3(x^2-4x)+9$

$=3(x^2-4x+4-4)+9$

$=3(x^2-4x+4)-12+9$

$=3(x-2)^2-3$

따라서 이차함수 $y=3x^2-12x+9$의 그래프의 축의 방정식은 $x=2$이다.

답 $x=2$

유제 ❶-2 $\quad y=-3x^2+6x+a$

$=-3(x^2-2x+1-1)+a$

$=-3(x-1)^2+3+a$

그래프의 꼭짓점의 좌표, 축의 방정식을 구할 때에는 $y=ax^2+bx+c$를 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 고친다.

에서 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ 3+a)$이므로

$b=1,\ \ -1=3+a$

따라서 $a=-4,\ b=1$이므로

$ab=-4\times1=-4$

답 -4

유제 ❷ $\quad y=x^2+x-2$

$=\left(x^2+x+\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{4}\right)-2$

$=\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2-\dfrac{9}{4}$

$\therefore\ \mathrm{C}\left(-\dfrac{1}{2},\ -\dfrac{9}{4}\right)$

$y=x^2+x-2$에 $y=0$을 대입하면

$x^2+x-2=0,\qquad (x+2)(x-1)=0$

$\therefore\ x=-2$ 또는 $x=1$

$\therefore\ \mathrm{A}(-2,\ 0),\ \mathrm{E}(1,\ 0)$

또 $y=x^2+x-2$에 $x=0$을 대입하면 $y=-2$이므로

$\mathrm{D}(0,\ -2)$

또 $y=x^2+x-2$에 $y=-2$를 대입하면

$\overline{\mathrm{BD}}$가 x축에 평행하므로 점 B와 점 D의 y좌표는 서로 같다.

$-2=x^2+x-2$

$x^2+x=0,\qquad x(x+1)=0$

$\therefore\ x=0$ 또는 $x=-1$

$\therefore\ \mathrm{B}(-1,\ -2)$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

유제 ❸-1 $\quad y=x^2-4x+3$

$=(x^2-4x+4-4)+3$

$=(x-2)^2-1$

의 그래프는 이차함수 $y=x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $a=2,\ b=-1$이므로

$a+b=1$

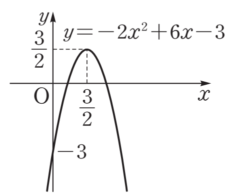
답 1

유제 ❸-2 $\quad y=-2x^2+6x-3$

$=-2\left(x^2-3x+\dfrac{9}{4}-\dfrac{9}{4}\right)-3$

$=-2\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2+\dfrac{3}{2}$

따라서 $y=-2x^2+6x-3$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제2사분면을 지나지 않는다.



답 ②

우공비 BOX

유제 ❹ $y=-x^2-3x+4$에 $y=0$을 대입하면

$0=-x^2-3x+4,\quad x^2+3x-4=0$

$(x+4)(x-1)=0\quad \therefore x=-4$ 또는 $x=1$

$\therefore \mathrm{A}(-4,\ 0),\ \mathrm{B}(1,\ 0)$

또 $y=-x^2-3x+4$에 $x=0$을 대입하면 $y=4$이므로

$\mathrm{C}(0,\ 4)$

$\therefore \triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\times5\times4=10$ 답 10

$\overline{\mathrm{AB}}=1-(-4)=5$

32 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프에서 a, b, c의 부호

기본서 130~131쪽

익히기 2 답 (1) 위, $<$ (2) 오른, $<$, $<$, $>$
(3) 위, $>$ (4) 1, $>$

유제 ❺-1 (1) 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$

축이 y축의 왼쪽에 위치하므로 $ab>0$

그런데 $a>0$이므로 $b>0$

a, b의 부호가 같다.

y축과의 교점이 원점의 위쪽에 위치하므로 $c>0$

(2) 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

축이 y축의 오른쪽에 위치하므로 $ab<0$

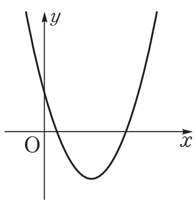
그런데 $a<0$이므로 $b>0$

a, b의 부호가 다르다.

y축과의 교점이 원점의 아래쪽에 위치하므로 $c<0$

답 (1) $a>0,\ b>0,\ c>0$ (2) $a<0,\ b>0,\ c<0$

유제 ❺-2 $a>0$이므로 그래프가 아래로 볼록하고, $c>0$이므로 y축과의 교점이 원점의 위쪽에 위치한다. 또 꼭짓점의 좌표가 제4사분면 위에 있으므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



따라서 그래프는 제3사분면을 지나지 않는다.

답 ③

$y=a(x-p)^2+q$의 그래프
➜ 꼭짓점의 좌표: $(p,\ q)$
축의 방정식: $x=p$

유제 ❻ 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$

축이 y축의 오른쪽에 위치하므로 $ab<0$

$\therefore b<0$

y축과의 교점이 원점의 아래쪽에 위치하므로

$c<0$

① $ab<0$ ② $bc>0$ ③ $ca<0$

④ $x=-1$일 때, $y=0$이므로

$a\times(-1)^2+b\times(-1)+c=a-b+c=0$

⑤ $x=2$일 때, $y<0$이므로

$a\times2^2+b\times2+c=4a+2b+c<0$

따라서 옳은 것은 ④이다.

답 ④

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프 그리기
① $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 변형
➜ 꼭짓점 $(p,\ q)$ 찍기
② a의 부호
➜ 곡선 모양을 결정
③ y축과의 교점의 y좌표가 c ➜ 점 $(0,\ c)$ 찍기

소단원 성취도 진단

기본서 132~133쪽

01 6	02 $x=3$	03 ③	04 제1사분면	
05 ③	06 ④	07 $\frac{55}{2}$	08 $-\frac{3}{4}$	09 ④
10 ①	11 ③	12 $a\geq5$	13 ⑤	14 3

01 전략 이차함수 $y=ax^2+bx+c$
➲ $y=$(완전제곱식)$+$(상수) 꼴로 변형

풀이 $y=2x^2-2x+5$

$=2\left(x^2-x+\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\right)+5$

$=2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{9}{2}$

이므로 $a=2,\ p=-\frac{1}{2},\ q=\frac{9}{2}$

$\therefore a+p+q=2+\left(-\frac{1}{2}\right)+\frac{9}{2}=6$

답 6

다른풀이 $y=a(x+p)^2+q=a(x^2+2px+p^2)+q$

$=ax^2+2apx+ap^2+q$

에서 $a=2,\ 2ap=-2,\ ap^2+q=5$

$\therefore p=-\frac{1}{2},\ q=\frac{9}{2}$

$\therefore a+p+q=2+\left(-\frac{1}{2}\right)+\frac{9}{2}=6$

02

채점 기준	배점
a의 값 구하기	50%
축의 방정식 구하기	50%

풀이 이차함수 $y=x^2-ax+8$의 그래프가 점 $(3,\ -1)$을 지나므로 $x=3,\ y=-1$을 대입하면

$-1=3^2-a\times3+8$

$3a=18\quad \therefore a=6$ ▶ 50%

$\therefore y=x^2-6x+8=(x-3)^2-1$

따라서 구하는 축의 방정식은

$x=3$ ▶ 50%

답 $x=3$

03 전략 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프
➲ $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 고친다.

풀이 $y=3x^2-6x=3(x^2-2x+1)-3$

$=3(x-1)^2-3$

이므로 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ -3)$이다.

또 그래프는 아래로 볼록하고, $x=0$일 때

$y=3\times0^2-6\times0=0$이므로 그래프가 y축과 만나는 점의 y좌표는 0이다.

따라서 주어진 이차함수의 그래프는 ③이다. 답 ③

04

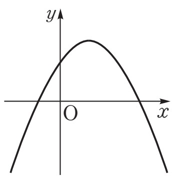
채점 기준	배점
그래프의 모양 알기	20%
축의 위치 알기	20%
y축과의 교점의 위치 알기	20%
꼭짓점의 위치 구하기	40%

풀이 이차함수 $y=ax^2+bx+c$에서 $a<0$이므로 그래프가 위로 볼록하다. ▶ 20%

$a<0$, $b>0$에서 $ab<0$이므로 축이 y축의 오른쪽에 위치한다. ▶ 20%

$c>0$이므로 y축과의 교점이 원점의 위쪽에 위치한다. ▶ 20%

따라서 $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 개형은 오른쪽 그림과 같으므로 꼭짓점은 제1사분면에 있다. ▶ 40%



답 제1사분면

다른풀이 $y=ax^2+bx+c$

$=a\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2-\dfrac{b^2-4ac}{4a}$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\dfrac{b}{2a},\ -\dfrac{b^2-4ac}{4a}\right)$이다.

$a<0$, $b>0$이므로 $\quad -\dfrac{b}{2a}>0$

$b^2>0$이고, $a<0$, $c>0$이므로 $\quad ac<0$

$\therefore -\dfrac{b^2-4ac}{4a}>0$

따라서 꼭짓점의 x좌표와 y좌표가 모두 양수이므로 꼭짓점은 제1사분면에 있다.

우공비 BOX

점 $(p,\ q)$에서 p, q의 부호와 점의 위치
$p>0$, $q>0$ ➜ 제1사분면
$p>0$, $q<0$ ➜ 제4사분면
$p<0$, $q>0$ ➜ 제2사분면
$p<0$, $q<0$ ➜ 제3사분면

05

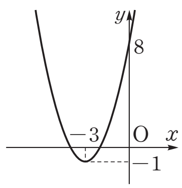
전략 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프
➲ $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 고친 다음 그래프를 그린다.

풀이 $y=x^2+6x+8$

$=(x^2+6x+9)-9+8$

$=(x+3)^2-1$

이므로 $y=x^2+6x+8$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



③ 제4사분면을 지나지 않는다.

답 ③

06

전략 위로 볼록한 이차함수의 그래프가 x축과 서로 다른 두 점에서 만난다. ➲ (꼭짓점의 y좌표)>0

풀이 $y=-x^2+6x+a-11$

$=-(x-3)^2+a-2$

에서 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $\quad (3,\ a-2)$

이 그래프가 x축과 서로 다른 두 점에서 만나려면

$a-2>0 \qquad \therefore a>2$

답 ④

보충 학습

이차함수 $y=ax^2+bx+c$를 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 변형하면 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(p,\ q)$이다.
① 그래프가 x축과 한 점에서 만난다. ➜ $q=0$
② 그래프가 x축과 서로 다른 두 점에서 만난다.
➜ $a>0$이면 $q<0$, $a<0$이면 $q>0$
③ 그래프가 x축과 만나지 않는다.
➜ $a>0$이면 $q>0$, $a<0$이면 $q<0$

07

전략 이차함수 $y=-x^2+4x+5$를 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 변형하여 꼭짓점의 좌표를 구한다.

풀이 $y=-x^2+4x+5$

$=-(x^2-4x+4)+9$

$=-(x-2)^2+9$

에서 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ 9)$이므로

$B(2,\ 9)$

$y=-x^2+4x+5$에 $y=0$을 대입하면

$0=-x^2+4x+5$

$x^2-4x-5=0, \qquad (x+1)(x-5)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=5$

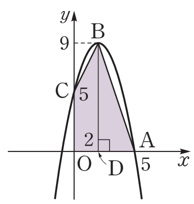
x축과 만나는 두 점의 좌표는
$(-1,\ 0)$, $(5,\ 0)$

점 A의 x좌표가 양수이므로 $\qquad A(5,\ 0)$

또 $y=-x^2+4x+5$에 $x=0$을 대입하면 $\qquad y=5$

$\therefore C(0,\ 5)$

따라서 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 x축에 내린 수선의 발을 D라 하면



(사각형 OABC의 넓이)

$=$(사다리꼴 ODBC의 넓이)

$+$(삼각형 BDA의 넓이)

$\dfrac{1}{2}\times${(윗변의 길이)
$+$(아랫변의 길이)}
$\times$(높이)

$=\dfrac{1}{2}\times(5+9)\times 2+\dfrac{1}{2}\times 3\times 9$

$=14+\dfrac{27}{2}=\dfrac{55}{2}$

답 $\dfrac{55}{2}$

08

전략 x축과 만나는 점의 x좌표가 p ➲ $(p,\ 0)$
y축과 만나는 점의 y좌표가 q ➲ $(0,\ q)$

풀이 $y=2x^2+\dfrac{5}{2}x+a$의 그래프가 점 $\left(\dfrac{1}{4},\ 0\right)$을 지나므로

$x=\dfrac{1}{4}$, $y=0$을 대입하면

$0=2\times\left(\dfrac{1}{4}\right)^2+\dfrac{5}{2}\times\dfrac{1}{4}+a$

$\dfrac{1}{8}+\dfrac{5}{8}+a=0 \qquad \therefore a=-\dfrac{3}{4}$

따라서 $y=2x^2+\dfrac{5}{2}x-\dfrac{3}{4}$에서 $x=0$일 때 $y=-\dfrac{3}{4}$이므로 그래프가 y축과 만나는 점의 y좌표는 $-\dfrac{3}{4}$이다.

답 $-\dfrac{3}{4}$

우공비 BOX

09 전략 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프

a의 부호 ▶ 그래프의 모양에 따라 결정

b의 부호 ▶ 축의 위치에 따라 결정

c의 부호 ▶ y축과의 교점의 위치에 따라 결정

풀이 그래프가 위로 볼록하므로 $\quad a<0$

축이 y축의 왼쪽에 위치하므로 $\quad a\times(-b)>0$

> x의 계수가 b가 아니라 $-b$임에 유의한다.

그런데 $a<0$이므로 $\quad b>0$

y축과의 교점이 원점의 아래쪽에 위치하므로 $\quad c<0$

(ㄱ) $ab<0$ $\qquad$ (ㄴ) $bc<0$

(ㄷ) $\dfrac{a}{c}>0$ $\qquad$ (ㄹ) $a-b<0$

> (음수)<(양수)
> ➔ (음수)−(양수)<0

이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄷ), (ㄹ)이다. 답 ④

10 전략 일차함수 $y=ax+b$의 그래프

▶ a의 부호: 직선의 방향, b의 부호: y절편

풀이 직선이 오른쪽 아래로 향하므로 $\quad a<0$

또 직선의 y절편이 0보다 크므로 $\quad b>0$

따라서 이차함수 $y=x^2+ax+b$의 그래프는

$1>0$이므로 아래로 볼록

$a<0$이므로 축은 y축의 오른쪽에 위치

$b>0$이므로 y축과의 교점은 원점의 위쪽에 위치

즉 그래프의 개형으로 옳은 것은 ①이다. 답 ①

11 전략 이차함수 $y=x^2+2ax-a-4$를 $y=(x-p)^2+q$ 꼴로 변형한 후 꼭짓점의 좌표를 $y=2x-10$에 대입한다.

풀이 $y=x^2+2ax-a-4$

$=(x+a)^2-a^2-a-4$

에서 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $\quad (-a,\ -a^2-a-4)$

이 꼭짓점이 직선 $y=2x-10$ 위에 있으므로 $x=-a$, $y=-a^2-a-4$를 대입하면

$-a^2-a-4=-2a-10$

$a^2-a-6=0, \qquad (a+2)(a-3)=0$

$\therefore a=3\ (\because a>0)$ 답 ③

12

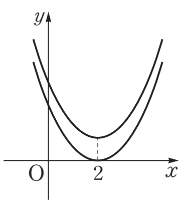
채점 기준	배점
주어진 함수를 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 고치기	30%
a의 값의 범위 구하기	70%

풀이 $y=x^2-4x-1+a$

$=(x^2-4x+4)-5+a$

$=(x-2)^2-5+a$ ▶ 30%

오른쪽 그림에서 꼭짓점 $(2,\ -5+a)$가 x축 위에 있거나 x축보다 위쪽에 위치하면 그래프는 제3, 4사분면을 지나지 않으므로



$-5+a\geq 0 \qquad \therefore a\geq 5$ ▶ 70%

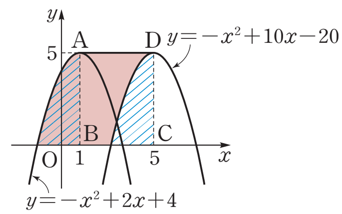
답 $a\geq 5$

13 전략 먼저 두 함수를 각각 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 변형하여 두 이차함수의 그래프 사이의 관계를 알아본다.

풀이 $y=-x^2+2x+4=-(x-1)^2+5 \quad \cdots\cdots$ ㉠

$y=-x^2+10x-20=-(x-5)^2+5 \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉡의 그래프는 ㉠의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼 평행이동한 것이므로 오른쪽 그림의 빗금친 부분의 넓이는 서로 같다.



㉠, ㉡의 그래프의 꼭짓점을 각각 A, D라 하고, A, D에서 x축에 내린 수선의 발을 각각 B, C라 하면 구하는 넓이는 직사각형 ABCD의 넓이와 같다.

A$(1,\ 5)$, D$(5,\ 5)$이므로

$(5-1)\times 5=20$

답 ⑤

14

채점 기준	배점
$y=x^2-2x-3$의 그래프가 x축과 만나는 두 점 사이의 거리 구하기	30%
$y=x^2-2x-3+k$의 그래프가 x축과 만나는 두 점의 x좌표 구하기	50%
k의 값 구하기	20%

풀이 $y=x^2-2x-3$에 $y=0$을 대입하면

$x^2-2x-3=0, \qquad (x+1)(x-3)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=3$

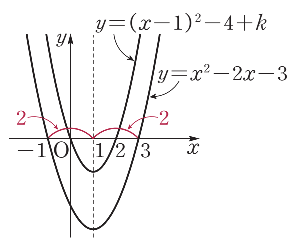
따라서 이 그래프가 x축과 만나는 두 점의 좌표는 $(-1,\ 0)$, $(3,\ 0)$이므로 이 두 점 사이의 거리는

$3-(-1)=4$ ▶ 30%

$y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$의 그래프를 y축의 방향으로 k만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=(x-1)^2-4+k \quad \cdots\cdots$ ㉠

이때 이 그래프의 축의 방정식은 $x=1$이고, 이 그래프가 x축과 만나는 두 점 사이의 거리가 $4\times\dfrac{1}{2}=2$가 되어야 하므로 x축과 만나는 두 점의 x좌표는



> $y=(x-1)^2-4+k$의 그래프는 직선 $x=1$에 대칭이다.

$1-\dfrac{2}{2}=0,\ 1+\dfrac{2}{2}=2$ ▶ 50%

따라서 ㉠의 그래프는 두 점 $(0,\ 0)$, $(2,\ 0)$을 지나므로 ㉠에 $x=0$, $y=0$을 대입하면

$0=-3+k \qquad \therefore k=3$ ▶ 20%

답 3

중단원 마무리 평가

기본서 134~137쪽

01 ⑤	02 ④	03 ①, ⑤	04 ⑤	05 ②
06 ②	07 ⑤	08 ②	09 ①	10 ⑤
11 ①	12 ⑤	13 ②	14 ④	15 ④
16 $\left(\frac{2}{3},\ \frac{4}{9}\right)$		17 $(0,\ 9)$	18 $a<-3$	
19 24	20 -1	21 $a>5$	22 2	23 -25
24 a				

01 전략 y가 x에 대한 이차함수 ➡ $y=ax^2+bx+c\ (a\neq0)$

풀이 ① $y=4\pi x^2$

> (구의 겉넓이)
> $=4\times\pi$
> $\times$(반지름의 길이)^2

② 직사각형의 둘레의 길이가 20 cm이고 가로의 길이가 x cm이므로 세로의 길이는 $(10-x)$cm

$\therefore y=x(10-x)=-x^2+10x$

③ $y=x^2+(x+2)^2=x^2+(x^2+4x+4)=2x^2+4x+4$

④ $y=\pi\times x^2\times3=3\pi x^2$

> (원기둥의 부피)
> =(밑넓이)×(높이)

⑤ $y=\frac{1}{2}\times x\times2=x$

답 ⑤

02 전략 $f(a)=b$ ➡ $y=f(x)$에 $x=a$, $y=b$를 대입하면 등식이 성립한다.

풀이 $f(a)=4$에서 $\quad 3a^2-2a-4=4$

$3a^2-2a-8=0, \qquad (3a+4)(a-2)=0$

$\therefore a=2$ ($\because$ a는 정수)

답 ④

03 전략 이차함수 $y=ax^2$의 그래프 ➡ a의 부호는 그래프의 모양을, a의 절댓값은 그래프의 폭을 결정한다.

풀이 ① 주어진 이차함수는 모두 $y=ax^2\ (a\neq0)$ 꼴이므로 그래프가 원점을 지난다.

② $y=-x^2$, $y=-2x^2$의 그래프는 위로 볼록하다.

③ a의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 넓으므로 폭이 가장 넓은 것은 $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프이다.

④ $y=3x^2$, $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프는 원점을 꼭짓점으로 하면서 아래로 볼록하므로 원점을 제외한 부분이 x축보다 위쪽에 있다.

답 ①, ⑤

04 전략 꼭짓점이 원점이고 축이 y축인 포물선 ➡ 이차함수 $y=ax^2$의 그래프

풀이 주어진 함수의 그래프의 식을 $y=ax^2\ (a\neq0)$이라 하자. 이 그래프가 점 $(3,\ -3)$을 지나므로 $y=ax^2$에 $x=3$, $y=-3$을 대입하면

$-3=a\times3^2 \qquad \therefore a=-\frac{1}{3}$

$\therefore y=-\frac{1}{3}x^2$

② $y=-\frac{1}{3}x^2$에 $x=-1$, $y=-\frac{1}{3}$을 대입하면

$-\frac{1}{3}=-\frac{1}{3}\times1^2$

이므로 주어진 함수의 그래프는 점 $\left(-1,\ -\frac{1}{3}\right)$을 지난다.

⑤ $\left|\frac{1}{5}\right|<\left|-\frac{1}{3}\right|$이므로 주어진 함수의 그래프는 $y=\frac{1}{5}x^2$의 그래프보다 폭이 좁다.

> $y=ax^2$에서 a의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.

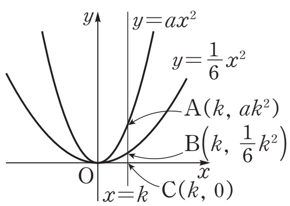
답 ⑤

05 전략 먼저 세 점 A, B, C의 좌표를 구한다.

풀이 점 C의 좌표는 $(k,\ 0)$이고, 두 점 A, B의 좌표는 각각

$A(k,\ ak^2)$,

$B\left(k,\ \frac{1}{6}k^2\right)$



이때 $\overline{AB}=3\overline{BC}$이므로

$ak^2-\frac{1}{6}k^2=3\times\frac{1}{6}k^2$

> $\overline{AB}=\overline{AC}-\overline{BC}$
> $=ak^2-\frac{1}{6}k^2$

$k\neq0$이므로 양변을 k^2으로 나누면

$a-\frac{1}{6}=\frac{1}{2} \qquad \therefore a=\frac{2}{3}$

답 ②

06 전략 이차함수 $y=a(x-p)^2$의 그래프의 축의 방정식 ➡ $x=p$

풀이 이차함수 $y=a(x-p)^2$의 그래프의 축의 방정식이 $x=5$이므로 $\quad p=5$

이차함수 $y=a(x-5)^2$의 그래프가 점 $(4,\ -6)$을 지나므로 $x=4$, $y=-6$을 대입하면

$-6=a(4-5)^2 \qquad \therefore a=-6$

$\therefore a+p=-6+5=-1$

답 ②

07 전략 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프 ➡ $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 고쳐서 생각한다.

> $y=a(x-p)^2+q\ (a\neq0)$의 그래프
> ① $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 것이다.
> ② 꼭짓점의 좌표: $(p,\ q)$
> ③ 축의 방정식: $x=p$

풀이 $y=-2x^2-8x-10$

$=-2(x^2+4x+4-4)-10$

$=-2(x+2)^2-2$

⑤ $x>-2$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

답 ⑤

우공비 BOX

08 전략 y축과의 교점의 좌표 ⊙ $x=0$을 대입

풀이 $y=-6(x+1)^2-5$에 $x=0$을 대입하면

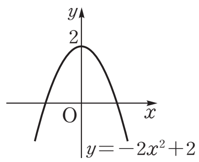
$$y=-6(0+1)^2-5=-11$$

따라서 그래프와 y축과의 교점의 좌표는 $(0,\ -11)$이다.

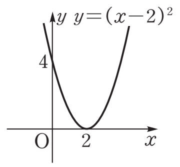
답 ②

09 전략 그래프를 그려서 지나는 사분면을 확인한다.

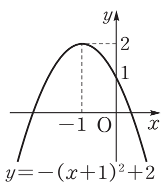
풀이 (ㄱ)



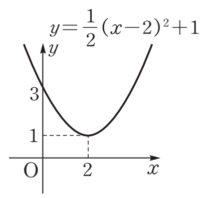
(ㄴ)



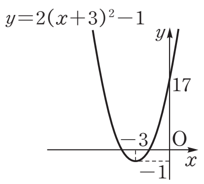
(ㄷ)



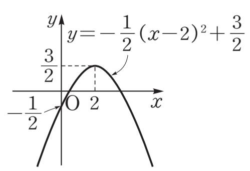
(ㄹ)



(ㅁ)



(ㅂ)



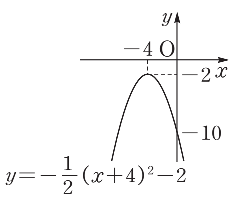
이상에서 그래프가 모든 사분면을 지나는 이차함수는 (ㄱ), (ㄷ)의 2개이다.

답 ①

10 전략 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ ⊙ $x=p$를 기준으로 증가, 감소의 범위가 결정된다.

풀이 $y=-\frac{1}{2}x^2-4x-10=-\frac{1}{2}(x+4)^2-2$에서 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-4,\ -2)$이고 위로 볼록한 포물선이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

이차함수 $y=ax^2+bx+c$에서 $a<0$이면 그래프가 위로 볼록하다.



따라서 $x>-4$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소하므로 x의 값의 범위가 될 수 있는 것은 ⑤이다.

답 ⑤

+ 보충 학습

이차함수 $y=ax^2$의 그래프에서

① $a>0$ ➔ $x>0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가
$x<0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소

② $a<0$ ➔ $x>0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소
$x<0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가

11 전략 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프
⊙ 축의 방정식: $x=p$

풀이 $y=x^2+kx-1$

$$=\left(x^2+kx+\frac{k^2}{4}\right)-\frac{k^2}{4}-1$$

$$=\left(x+\frac{k}{2}\right)^2-\frac{k^2}{4}-1$$

이 그래프의 축의 방정식이 $x=-\frac{k}{2}$이므로

$$-\frac{k}{2}=-3 \qquad \therefore k=6$$

따라서 꼭짓점의 y좌표는

$\left(-\frac{k}{2},\ -\frac{k^2}{4}-1\right)$

$$-\frac{k^2}{4}-1=-\frac{6^2}{4}-1=-10$$

답 ①

12 전략 두 그래프의 꼭짓점의 좌표를 비교한다.

풀이 이차함수 $y=-x^2+2$의 그래프를 평행이동한 그래프의 식은

$$y=-(x-m)^2+2+n$$

이므로 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$$(m,\ 2+n)$$

한편

$$y=-x^2+4x-1$$
$$=-(x^2-4x+4)+4-1$$
$$=-(x-2)^2+3$$

에서 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ 3)$

따라서 $m=2,\ n+2=3$이므로

$$m=2,\ n=1$$

$$\therefore m+n=3$$

답 ⑤

13 전략 점 $(a,\ b)$가 그래프 위에 있다.
⊙ 함수의 식에 $x=a,\ y=b$를 대입하면 등식이 성립한다.

풀이 $y=x^2-2mx+m^2+2m-2$

$$=(x-m)^2+2m-2$$

이므로 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$$(m,\ 2m-2)$$

이 점이 직선 $y=3x-1$ 위에 있으므로 $y=3x-1$에 $x=m,\ y=2m-2$를 대입하면

$$2m-2=3m-1$$

$$\therefore m=-1$$

답 ②

14 전략 이차함수 $y=ax^2+bx+c$에서
$a+b+c$의 값 ⊙ $x=1$일 때의 y의 값
$a-b+c$의 값 ⊙ $x=-1$일 때의 y의 값

풀이 ① 그래프가 아래로 볼록하므로

$$a>0$$

② 축이 y축의 오른쪽에 있으므로

$ab<0$

그런데 $a>0$이므로

$b<0$

③ y축과의 교점이 원점의 아래쪽에 있으므로

$c<0$

④ $x=1$일 때 $y<0$이므로

$a+b+c<0$

⑤ $x=-1$일 때 $y<0$이므로

$a-b+c<0$

답 ④

15 전략 이차함수 $y=ax^2+bx+c$에서
a의 부호 ◯ 그래프의 모양에 따라 결정
b의 부호 ◯ 축의 위치에 따라 결정
c의 부호 ◯ y축과의 교점의 위치에 따라 결정

풀이 주어진 이차함수의 그래프에서

$a<0$, $b>0$, $c>0$

따라서 이차함수 $y=cx^2+bx+a$의 그래프는

$c>0$에서 아래로 볼록

$b>0$에서 축은 y축의 왼쪽에 위치

$a<0$에서 y축과의 교점은 원점의 아래쪽에 위치

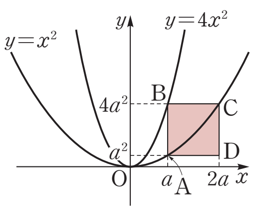
즉 이차함수 $y=cx^2+bx+a$의 그래프의 개형으로 옳은 것은 ④이다.

답 ④

16 전략 점 A의 좌표를 $(a,\ a^2)$으로 놓고 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 길이를 a에 대한 식으로 나타낸다.

풀이 점 A, B의 좌표를 각각 $(a,\ a^2)$, $(a,\ 4a^2)\ (a>0)$이라 하면 $\overline{BC}$는 x축에 평행하므로 $C(2a,\ 4a^2)$

따라서 $\overline{AB}=3a^2$, $\overline{BC}=a$이고 사각형 ABCD가 정사각형이므로



$3a^2=a$

$a(3a-1)=0$

$\therefore a=\frac{1}{3}\ (\because a>0)$

즉 점 C의 좌표는 $\left(\frac{2}{3},\ \frac{4}{9}\right)$이다.

답 $\left(\frac{2}{3},\ \frac{4}{9}\right)$

17 전략 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 y축의 방향으로 q만큼 평행이동 ◯ $y=ax^2+q$의 그래프

풀이 이차함수 $y=-\frac{3}{4}x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 k만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-\frac{3}{4}x^2+k$

우공비 BOX

위로 볼록하므로 $a<0$, 축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $b>0$, y축과의 교점이 원점의 위쪽에 있으므로 $c>0$이다.

점 C의 y좌표가 $4a^2$이므로 $y=x^2$에 $y=4a^2$을 대입하면
$4a^2=x^2$
$\therefore x=\pm 2a$
그런데 점 C의 x좌표는 양수이므로 $x=2a$

$\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{OC}$

C$(2a,\ 4a^2)$이므로 $a=\frac{1}{3}$을 대입하면
$C\left(\frac{2}{3},\ \frac{4}{9}\right)$

이 그래프가 점 $(-4,\ -3)$을 지나므로 $x=-4$, $y=-3$을 대입하면

$-3=-\frac{3}{4}\times(-4)^2+k$

$-3=-12+k \qquad \therefore k=9$

따라서 $y=-\frac{3}{4}x^2+9$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ 9)$이다.

답 $(0,\ 9)$

18 전략 이차함수의 함숫값이 항상 음수가 되도록 하는 그래프의 모양, 꼭짓점의 위치를 생각한다.

풀이 $y=(a+3)x^2+a-2$의 함숫값이 모든 실수 x에 대하여 항상 음수이려면 그래프가 위로 볼록해야 하므로

$a+3<0 \qquad \therefore a<-3$ ······㉠

또 꼭짓점이 x축보다 아래쪽에 위치해야 하므로 꼭짓점의 y좌표는 음수이어야 한다.

이때 $y=(a+3)x^2+a-2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ a-2)$이므로

$a-2<0 \qquad \therefore a<2$ ······㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면

$a<-3$

답 $a<-3$

19 전략 그래프와 x축과의 교점의 좌표 ◯ $y=0$을 대입

풀이 $y=-x^2-2x+8$에 $y=0$을 대입하면

$0=-x^2-2x+8, \qquad x^2+2x-8=0$

$(x+4)(x-2)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=2$

$\therefore A(-4,\ 0)$, $B(2,\ 0)$

또 $y=-x^2-2x+8$에 $x=0$을 대입하면 $y=8$이므로

$C(0,\ 8)$

따라서 삼각형 ABC의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\{2-(-4)\}\times 8=24$

답 24

20

채점 기준	배점
p의 값 구하기	2점
a의 값 구하기	2점
$a+p$의 값 구하기	1점

풀이 두 점 A, B를 지나는 직선의 방정식이 $y=2x-2$이고, 이 직선의 x절편은 1, y절편은 -2이므로

$A(1,\ 0)$, $B(0,\ -2)$

따라서 이차함수 $y=a(x-p)^2$의 그래프의 꼭짓점 A의 좌표가 $A(1,\ 0)$이므로

$p=1$ ▶ 2점

또 $y=a(x-1)^2$의 그래프가 점 $B(0,\ -2)$를 지나므로

Step Up

Ⅳ. 이차함수

우공비 BOX

$-2=a(0-1)^2 \qquad \therefore a=-2$ ▶ 2점

$\therefore a+p=-2+1=-1$ ▶ 1점

답 -1

21

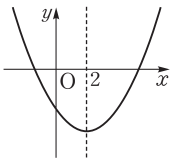
채점 기준	배점
$y=3x^2-12x+5-a$의 그래프의 개형 그리기	3점
a의 값의 범위 구하기	2점

풀이 $y=3x^2-12x+5-a$

$=3(x^2-4x+4)-12+5-a$

$=3(x-2)^2-7-a$

따라서 그래프가 아래로 볼록하고 직선 $x=2$가 축이므로 모든 사분면을 지나기 위해서는 그래프가 오른쪽 그림과 같아야 한다. ▶ 3점



즉 (y축과의 교점의 y좌표)<0이므로

$5-a<0 \qquad \therefore a>5$ ▶ 2점

답 $a>5$

22

채점 기준	배점
두 포물선의 꼭짓점의 좌표 구하기	2점
a, b의 값 구하기	2점
ab의 값 구하기	1점

풀이 $y=2x^2-8ax+8a^2+3b$

$=2(x^2-4ax+4a^2)-8a^2+8a^2+3b$

$=2(x-2a)^2+3b$

이므로 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(2a, 3b)$

$y=3x^2-6bx+3b^2+2a+4$

$=3(x^2-2bx+b^2)-3b^2+3b^2+2a+4$

$=3(x-b)^2+2a+4$

이므로 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(b, 2a+4)$ ▶ 2점

두 함수의 그래프의 꼭짓점이 일치하므로

$2a=b,\ 3b=2a+4$

$2a=b$를 $3b=2a+4$에 대입하면
$3b=b+4$
$2b=4 \qquad \therefore b=2$
$2a=b=2$이므로
$a=1$

$\therefore a=1,\ b=2$ ▶ 2점

$\therefore ab=2$ ▶ 1점

답 2

23

채점 기준	배점
점 A의 좌표 구하기	1점
두 점 P, Q의 좌표 구하기	1점
a, b의 값 구하기	2점
$2a+b$의 값 구하기	1점

풀이 $y=-\frac{1}{2}x^2+5x$

$=-\frac{1}{2}\left(x^2-10x+25\right)+\frac{25}{2}$

$=-\frac{1}{2}(x-5)^2+\frac{25}{2}$

이므로 $\quad A\left(5, \frac{25}{2}\right)$ ▶ 1점

이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2+5x$의 그래프가 x축과 만나는 것은 $y=0$일 때이므로 $y=0$을 대입하면

$0=-\frac{1}{2}x^2+5x, \qquad x^2-10x=0$

$x(x-10)=0 \qquad \therefore x=0$ 또는 $x=10$

$\therefore P(0,\ 0),\ Q(10,\ 0)$ ▶ 1점

직선 $y=ax+b$가 점 A를 지나고 삼각형 APQ의 넓이를 2 : 3으로 나누므로 $\overline{PQ}$의 길이를 2 : 3으로 나누는 점을 지난다.

$\overline{PQ}$의 길이가 10이므로 $\overline{PQ}$의 길이를 2 : 3으로 나누는 점의 좌표는 $(4,\ 0)$이다.

$\overline{PQ}$의 길이를 2 : 3으로 나누는 점을 M이라 하면
$\overline{PM}:\overline{MQ}=2:3$
$\overline{PM}=10\times\frac{2}{5}=4$
$\overline{MQ}=10\times\frac{3}{5}=6$
즉 $M(4,\ 0)$이다.

즉 직선 $y=ax+b$는 두 점 $\left(5, \frac{25}{2}\right)$, $(4,\ 0)$을 지나므로

$\frac{25}{2}=5a+b,\ 0=4a+b$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$a=\frac{25}{2},\ b=-50$ ▶ 2점

$\therefore 2a+b=2\times\frac{25}{2}+(-50)=-25$ ▶ 1점

답 -25

서술형 답안 작성 Tip

높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같음을 이용하여 직선 $y=ax+b$가 지나는 점을 찾는다.

24

채점 기준	배점
a의 부호 구하기	1점
b의 부호 구하기	2점
주어진 식 간단히 하기	2점

풀이 이차함수 $y=x^2+ax-b$의 그래프에서 축이 y축의 왼쪽에 위치하므로

x^2의 계수와 x의 계수의 부호가 같다.

$a>0$ ▶ 1점

y축과의 교점이 원점의 아래쪽에 위치하므로

$-b<0 \qquad \therefore b>0$ ▶ 2점

$\therefore \sqrt{(a+b)^2}-\sqrt{(-b)^2}=a+b-b$

$=a$ ▶ 2점

$a>0,\ b>0$이므로
$a+b>0$
$-b<0$이므로
$\sqrt{(-b)^2}=-(-b)$
$=b$

답 a

보충 학습

제곱근의 성질

① $a>0$일 때, a의 제곱근을 제곱하면 a가 된다.

➜ $(\sqrt{a})^2=a,\ (-\sqrt{a})^2=a$

② $a>0$일 때, 근호 안의 수가 어떤 유리수의 제곱이면 근호 없이 나타낼 수 있다.

➜ $\sqrt{a^2}=a,\ \sqrt{(-a)^2}=a$

③ $\sqrt{a^2}=\begin{cases} a\ (a\ge 0) \\ -a\ (a<0) \end{cases}$

Ⅳ-2. 이차함수의 활용

1. 이차함수의 식 구하기

33 | 이차함수의 식 구하기 (1) 기본서 138~139쪽

익히기 1 (1) 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2+1$로 놓고

$x=1$, $y=3$을 대입하면

$3=a(1-2)^2+1 \qquad \therefore a=2$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$y=2(x-2)^2+1$

(2) 이차함수의 식을 $y=a(x-1)^2+q$로 놓고

축의 방정식이 $x=1$이므로 꼭짓점의 x좌표가 1이다.

$x=0$, $y=5$를 대입하면 $\quad 5=a(0-1)^2+q$

$\therefore a+q=5 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

$x=3$, $y=11$을 대입하면 $\quad 11=a(3-1)^2+q$

$\therefore 4a+q=11 \qquad \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $\quad a=2$, $q=3$

㉡−㉠을 하면
$3a=6 \qquad \therefore a=2$
$a=2$를 ㉠에 대입하면
$q=3$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$y=2(x-1)^2+3$

답 (1) $y=2(x-2)^2+1$ (2) $y=2(x-1)^2+3$

유제 1-1 꼭짓점의 좌표가 $\left(-\frac{1}{2},\ -\frac{3}{2}\right)$이므로 이차함수의 식을 $y=a\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{3}{2}$으로 놓을 수 있다.

그래프가 점 $(-1,\ -1)$을 지나므로 $x=-1$, $y=-1$을 대입하면

$-1=a\left(-1+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{3}{2}$

$-1=\frac{1}{4}a-\frac{3}{2}, \qquad \frac{1}{4}a=\frac{1}{2}$

$\therefore a=2$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$y=2\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{3}{2}$, 즉 $y=2x^2+2x-1$

답 $y=2x^2+2x-1$

유제 1-2 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ -3)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2-3$으로 놓을 수 있다.

그래프가 점 $(0,\ 4)$를 지나므로 $x=0$, $y=4$를 대입하면

$4=4a-3 \qquad \therefore a=\frac{7}{4}$

따라서 이차함수의 식은

$y=\frac{7}{4}(x-2)^2-3$, 즉 $y=\frac{7}{4}x^2-7x+4$

이므로 $\quad a=\frac{7}{4}$, $b=-7$, $c=4$

$\therefore abc=\frac{7}{4}\times(-7)\times4=-49$

답 -49

유제 2-1 축의 방정식이 $x=-2$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2+q$로 놓을 수 있다.

그래프가 두 점 $(-1,\ 1)$, $(0,\ -5)$를 지나므로

$x=-1$, $y=1$을 대입하면

$1=a+q \qquad \cdots\cdots$ ㉠

$x=0$, $y=-5$를 대입하면

$-5=4a+q \qquad \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $\quad a=-2$, $q=3$

㉡−㉠을 하면
$3a=-6$
$\therefore a=-2$
$a=-2$를 ㉠에 대입하면 $q=3$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$y=-2(x+2)^2+3$, 즉 $y=-2x^2-8x-5$

답 $y=-2x^2-8x-5$

유제 2-2 축의 방정식이 $x=\frac{1}{2}$이므로 이차함수의 식을 $y=a\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+q$로 놓을 수 있다.

그래프가 두 점 $(1,\ -2)$, $(-1,\ 4)$를 지나므로

$x=1$, $y=-2$를 대입하면

$-2=\frac{1}{4}a+q \qquad \cdots\cdots$ ㉠

$x=-1$, $y=4$를 대입하면

$4=\frac{9}{4}a+q \qquad \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $\quad a=3$, $q=-\frac{11}{4}$

㉡−㉠을 하면
$2a=6 \qquad \therefore a=3$
$a=3$을 ㉠에 대입하면
$q=-\frac{11}{4}$

이므로 이차함수의 식은

$y=3\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{11}{4}$, 즉 $y=3x^2-3x-2$

따라서 $a=3$, $b=-3$, $c=-2$이므로

$a+b-c=3+(-3)-(-2)=2$

답 2

34 | 이차함수의 식 구하기 (2) 기본서 140~141쪽

익히기 2 (1) 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$로 놓고

$x=0$, $y=1$을 대입하면 $\quad 1=c \qquad \cdots\cdots$ ㉠

$x=1$, $y=-1$을 대입하면

$-1=a+b+c \qquad \cdots\cdots$ ㉡

$x=-1$, $y=5$를 대입하면

$5=a-b+c \qquad \cdots\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면

$a=1$, $b=-3$, $c=1$

$c=1$을 ㉡, ㉢에 대입하면
$a+b=-2$,
$a-b=4$
두 식을 연립하여 풀면
$a=1$, $b=-3$

따라서 이차함수의 식은 $\quad y=x^2-3x+1$

(2) 이차함수의 식을 $y=a(x-1)(x-2)$로 놓고

$x=-1$, $y=6$을 대입하면

$6=a(-1-1)(-1-2)$

$6a=6 \qquad \therefore a=1$

따라서 이차함수의 식은

$y=(x-1)(x-2)$, 즉 $y=x^2-3x+2$

답 (1) $y=x^2-3x+1$ (2) $y=x^2-3x+2$

유제 ❸-1 그래프가 세 점 $(-1, -6)$, $(0, -5)$, $(1, 0)$을 지나므로 $x=-1$, $y=-6$을 대입하면

$-6=a-b+c$ ...... ㉠

$x=0$, $y=-5$를 대입하면

$-5=c$ ...... ㉡

$x=1$, $y=0$을 대입하면

$0=a+b+c$ ...... ㉢

㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면 $a=2$, $b=3$, $c=-5$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$y=2x^2+3x-5$ 답 $y=2x^2+3x-5$

유제 ❸-2 주어진 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$로 놓으면 그래프가 세 점 $(0, -2)$, $(1, -4)$, $(3, 4)$를 지나므로

$x=0$, $y=-2$를 대입하면

$-2=c$ ...... ㉠

$x=1$, $y=-4$를 대입하면

$-4=a+b+c$ ...... ㉡

$x=3$, $y=4$를 대입하면

$4=9a+3b+c$ ...... ㉢

㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면

$a=2$, $b=-4$, $c=-2$

따라서 이차함수의 식은

$y=2x^2-4x-2=2(x^2-2x+1)-4=2(x-1)^2-4$

이므로 구하는 꼭짓점의 좌표는 $(1, -4)$이다.

답 $(1, -4)$

유제 ❹-1 주어진 이차함수의 그래프가 x축과 두 점 $(-2, 0)$, $(3, 0)$에서 만나므로 이차함수의 식을 $y=a(x+2)(x-3)$으로 놓을 수 있다.

그래프가 점 $(2, -2)$를 지나므로 $x=2$, $y=-2$를 대입하면

$-2=a\times4\times(-1)$, $-4a=-2$

$\therefore a=\frac{1}{2}$

따라서 이차함수의 식은

$y=\frac{1}{2}(x+2)(x-3)$, 즉 $y=\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x-3$

이므로 $b=-\frac{1}{2}$, $c=-3$

$\therefore a+b+c=\frac{1}{2}+\left(-\frac{1}{2}\right)+(-3)=-3$

답 -3

우공비 BOX

$y=ax^2+bx$에 두 점의 좌표를 각각 대입한다.

$c=-5$를 ㉠, ㉢에 대입하면
$a-b=-1$,
$a+b=5$
두 식을 연립하여 풀면
$a=2$, $b=3$

$c=-2$를 ㉡, ㉢에 대입하면
$a+b=-2$,
$9a+3b=6$
두 식을 연립하여 풀면
$a=2$, $b=-4$

x축과의 교점 $(\alpha, 0)$, $(\beta, 0)$과 다른 한 점을 알 때
➔ $y=a(x-\alpha)(x-\beta)$로 놓고 다른 한 점의 좌표를 대입한다.

유제 ❹-2 주어진 이차함수의 그래프가 x축과 두 점 $(-4, 0)$, $(0, 0)$에서 만나므로 이차함수의 식을 $y=ax(x+4)$로 놓을 수 있다.

그래프가 점 $(-1, 3)$을 지나므로 $x=-1$, $y=3$을 대입하면

$3=a\times(-1)\times3$, $-3a=3$

$\therefore a=-1$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$y=-x(x+4)$, 즉 $y=-x^2-4x$

답 $y=-x^2-4x$

다른풀이 주어진 이차함수의 그래프가 원점을 지나므로 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx$로 놓을 수 있다.

그래프가 두 점 $(-4, 0)$, $(-1, 3)$을 지나므로

$0=16a-4b$, $3=a-b$

두 식을 연립하여 풀면 $a=-1$, $b=-4$

$\therefore y=-x^2-4x$

소단원 성취도 진단

기본서 142~143쪽

01 $y=2(x+1)^2-2$	02 3	03 ③	04 ②	
05 ③	06 -2	07 ⑤	08 -8	09 $x=3$
10 ④	11 4	12 $\frac{27}{4}$	13 3	14 ②
15 $a=-2$, $b=-15$				

01 전략 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-1, -2)$이고, 원점을 지난다.

풀이 주어진 그래프에서 꼭짓점의 좌표가 $(-1, -2)$이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+1)^2-2$로 놓을 수 있다.

그래프가 원점을 지나므로 $x=0$, $y=0$을 대입하면

$0=a(0+1)^2-2$

$a-2=0$ $\therefore a=2$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$y=2(x+1)^2-2$

답 $y=2(x+1)^2-2$

02 전략 꼭짓점의 좌표가 (p, q) ➔ $y=a(x-p)^2+q$

풀이 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 4)$이므로 주어진 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2+4$로 놓을 수 있다.

그래프가 점 $(1, -5)$를 지나므로 $x=1$, $y=-5$를 대입하면

$-5=a(1+2)^2+4$, $9a+4=-5$

$\therefore a=-1$

따라서 이차함수의 식은

$y=-(x+2)^2+4$

이므로 $x=-3$을 대입하면

$y=-(-3+2)^2+4=3$ 답 3

03 전략 축의 방정식이 $x=p$ ➡ $y=a(x-p)^2+q$

풀이 축의 방정식이 $x=3$이므로

$p=3$

이차함수 $y=a(x-3)^2+q$의 그래프가 두 점 $(-1,\ 12)$, $(1,\ 0)$을 지나므로

$12=16a+q,\ 0=4a+q$

$\therefore a=1,\ q=-4$

따라서 구하는 값은

$a+p+q=1+3+(-4)=0$

답 ③

04 전략 그래프가 지나는 세 점의 좌표를 알 때

➡ $y=ax^2+bx+c$로 놓고 세 점의 좌표를 각각 대입한다.

풀이 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 세 점 $(-1,\ -3)$, $(0,\ -2)$, $(1,\ 1)$을 지나므로

$-3=a-b+c,\ -2=c,\ 1=a+b+c$

에서 $a=1,\ b=2,\ c=-2$

$\therefore abc=1\times2\times(-2)=-4$

답 ②

05 전략 이차함수의 그래프가 x축과 한 점에서 만날 때

➡ 꼭짓점의 y좌표는 0이다.

풀이 x축과 만나는 한 점의 좌표가 $(4,\ 0)$, 즉 꼭짓점의 좌표가 $(4,\ 0)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-4)^2$으로 놓을 수 있다.

y절편이 32이므로 $x=0,\ y=32$를 대입하면

$32=a(0-4)^2,\quad 16a=32$

$\therefore a=2$

따라서 이차함수의 식은

$y=2(x-4)^2$, 즉 $y=2x^2-16x+32$

이므로 $a=2,\ b=-16,\ c=32$

$\therefore a+b+c=2+(-16)+32=18$

답 ③

06

채점 기준	배점
이차함수의 식 세우기	30%
이차함수의 식 구하기	40%
$a+b-c$의 값 구하기	30%

풀이 축의 방정식이 $x=2$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2+q$로 놓을 수 있다. ▶ 30%

그래프가 두 점 $(-1,\ 0)$, $(0,\ 5)$를 지나므로

$0=9a+q,\ 5=4a+q$

$\therefore a=-1,\ q=9$

따라서 이차함수의 식은

$y=-(x-2)^2+9$, 즉 $y=-x^2+4x+5$ ▶ 40%

이므로 $a=-1,\ b=4,\ c=5$

$\therefore a+b-c=-1+4-5=-2$ ▶ 30%

답 -2

07 전략 직선 $x=p$에 대칭 ➡ 축의 방정식: $x=p$

➡ 꼭짓점의 x좌표: p

풀이 이차함수의 그래프가 직선 $x=-1$에 대칭이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+1)^2+q$로 놓을 수 있다.

그래프가 두 점 $(1,\ -1)$, $(0,\ 5)$를 지나므로

$-1=4a+q,\ 5=a+q$

$\therefore a=-2,\ q=7$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$y=-2(x+1)^2+7$, 즉 $y=-2x^2-4x+5$

답 ⑤

08

채점 기준	배점
이차함수의 식 세우기	30%
대칭이동한 그래프의 식 구하기	40%
mn의 값 구하기	30%

풀이 축의 방정식이 $x=-2$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2+q$로 놓을 수 있다. ▶ 30%

이때 주어진 이차함수의 그래프를 y축에 대하여 대칭이동하면 $y=2x^2+mx+n$의 그래프와 완전히 포개어지므로 $a=2$

또 주어진 이차함수의 그래프가 점 $(0,\ 1)$을 지나므로

$1=2(0+2)^2+q \qquad \therefore q=-7$

따라서 $y=2(x+2)^2-7$이므로 y축에 대하여 대칭이동하면

$y=2(-x+2)^2-7=2(x-2)^2-7$

$=2x^2-8x+1$ ▶ 40%

따라서 $m=-8,\ n=1$이므로

$mn=-8\times1=-8$ ▶ 30%

답 -8

다른 풀이 함수 $y=2x^2+mx+n$의 그래프는 직선 $x=2$를 축으로 하므로

$y=2(x-2)^2+q$

로 놓을 수 있다. 이 그래프가 점 $(0,\ 1)$을 지나므로

$1=8+q \qquad \therefore q=-7$

$\therefore y=2(x-2)^2-7=2x^2-8x+1$

따라서 $m=-8,\ n=1$이므로

$mn=-8$

우공비 BOX

이차함수의 식에 두 점의 좌표를 각각 대입한다.

축의 방정식이 $x=-1$ ➡ 꼭짓점의 x좌표가 -1

y축과 만나는 점의 y좌표가 5

이차함수의 그래프를 y축에 대하여 대칭이동하여도 그래프의 모양은 변하지 않는다.

이차함수의 그래프가 x축과 한 점에서 만나면 이 점이 꼭짓점이다.

$x=-2$를 축으로 하는 이차함수의 그래프를 y축에 대하여 대칭이동하면 그 그래프의 축의 방정식은 $x=2$가 된다.

Step Up

Ⅳ. 이차함수

+ 보충 학습

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프를
① x축에 대하여 대칭이동
➔ y 대신 $-y$를 대입한다.
➔ $-y=a(x-p)^2+q$
② y축에 대하여 대칭이동
➔ x 대신 $-x$를 대입한다.
➔ $y=a(-x-p)^2+q$

09 전략 그래프가 지나는 세 점의 좌표를 알 때

➔ $y=ax^2+bx+c$로 놓고 세 점의 좌표를 각각 대입한다.

풀이 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$로 놓으면 이차함수의 그래프가 세 점 $(-1,\ 15)$, $(0,\ 1)$, $(1,\ -9)$를 지나므로

$15=a-b+c$, $1=c$, $-9=a+b+c$

$\therefore a=2$, $b=-12$, $c=1$

따라서 이차함수의 식은

$y=2x^2-12x+1=2(x-3)^2-17$

이므로 그래프의 축의 방정식은 $x=3$

답 $x=3$

(우공비 BOX) $y=2x^2-12x+1$
$=2(x^2-6x+9)$
$-18+1$
$=2(x-3)^2-17$

10 전략 그래프가 두 점 $(\alpha,\ 0)$, $(\beta,\ 0)$을 지날 때

➔ $y=a(x-\alpha)(x-\beta)$

풀이 이차함수의 그래프가 두 점 $(-4,\ 0)$, $(5,\ 0)$을 지나므로 이차함수의 식을 $y=a(x+4)(x-5)$로 놓을 수 있다.

그래프가 점 $(0,\ 20)$을 지나므로

$20=a\times4\times(-5)$, $-20a=20$

$\therefore a=-1$

따라서 이차함수의 식은

$y=-(x+4)(x-5)$

$=-x^2+x+20$

$=-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{81}{4}$

이므로 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{1}{2},\ \frac{81}{4}\right)$

따라서 $p=\frac{1}{2}$, $q=\frac{81}{4}$이므로 $p+q=\frac{1}{2}+\frac{81}{4}=\frac{83}{4}$

답 ④

(우공비 BOX) $y=-x^2+x+20$
$=-\left(x^2-x+\frac{1}{4}\right)$
$+\frac{1}{4}+20$
$=-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{81}{4}$

11

채점 기준	배점
이차함수의 식 구하기	60%
a, b, c의 값 구하기	30%
$9abc$의 값 구하기	10%

풀이 주어진 그래프가 x축과 만나는 두 점의 x좌표가 -3, -1이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+3)(x+1)$로 놓을 수 있다.

그래프가 점 $(0,\ 1)$을 지나므로

(우공비 BOX) y축과 만나는 점의 y좌표가 1

$1=a\times3\times1$ $\therefore a=\frac{1}{3}$

따라서 이차함수의 식은

$y=\frac{1}{3}(x+3)(x+1)$ ▶ 60%

(우공비 BOX) $y=\frac{1}{3}(x+3)(x+1)$
$=\frac{1}{3}(x^2+4x+3)$
$=\frac{1}{3}x^2+\frac{4}{3}x+1$

이므로 $y=\frac{1}{3}x^2+\frac{4}{3}x+1$에서

$a=\frac{1}{3}$, $b=\frac{4}{3}$, $c=1$ ▶ 30%

$\therefore 9abc=9\times\frac{1}{3}\times\frac{4}{3}\times1=4$ ▶ 10%

답 4

서술형 답안 작성 Tip

그래프가 세 점 $(-3,\ 0)$, $(0,\ 1)$, $(-1,\ 0)$을 지나므로 $y=ax^2+bx+c$에 세 점의 좌표를 대입해도 되지만 x축과 만나는 두 점의 좌표를 알 때에는 위와 같은 풀이 과정이 더 편리하다.

12 전략 축의 방정식이 $x=p$ ➔ $y=a(x-p)^2+q$

풀이 축의 방정식이 $x=-1$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+1)^2+q$로 놓을 수 있다.

그래프가 두 점 $(0,\ 2)$, $(2,\ 0)$을 지나므로

$2=a+q$, $0=9a+q$

$\therefore a=-\frac{1}{4}$, $q=\frac{9}{4}$

따라서 이차함수의 식은

$y=-\frac{1}{4}(x+1)^2+\frac{9}{4}$, 즉 $y=-\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{2}x+2$

이때 $y=0$을 대입하면

(우공비 BOX) x축과의 교점의 y좌표는 0이다.

$-\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{2}x+2=0$, $x^2+2x-8=0$

$(x+4)(x-2)=0$ $\therefore x=-4$ 또는 $x=2$

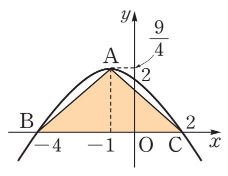
$\therefore A\left(-1,\ \frac{9}{4}\right)$, $B(-4,\ 0)$, $C(2,\ 0)$

(우공비 BOX) 또는 $B(2,\ 0)$, $C(-4,\ 0)$

따라서 삼각형 ABC의 넓이는

$\frac{1}{2}\times6\times\frac{9}{4}=\frac{27}{4}$

답 $\frac{27}{4}$



13

채점 기준	배점
이차함수의 식 구하기	50%
k의 값 구하기	50%

풀이 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$로 놓으면 주어진 그래프가 세 점 $(-1,\ 3)$, $(0,\ -4)$, $(2,\ -6)$을 지나므로

$3=a-b+c$, $-4=c$, $-6=4a+2b+c$

$\therefore a=2$, $b=-5$, $c=-4$

$\therefore y=2x^2-5x-4$ ▶ 50%

따라서 $y=2x^2-5x-4$의 그래프가 점 $(k,\ -1)$을 지나므로

$-1=2k^2-5k-4,\qquad 2k^2-5k-3=0$

$(2k+1)(k-3)=0$

$\therefore k=3\ (\because k>0)$ ▶ 50%

답 3

14 전략 그래프가 지나는 세 점의 좌표를 알 때

$y=ax^2+bx+c$로 놓고 세 점의 좌표를 각각 대입한다.

풀이 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$로 놓으면 이차함수의 그래프가 세 점 $(-1,\ -7)$, $(0,\ 2)$, $(1,\ 5)$를 지나므로

$-7=a-b+c,\ 2=c,\ 5=a+b+c$

$\therefore a=-3,\ b=6,\ c=2$

따라서 이차함수의 식은

$y=-3x^2+6x+2$

$\quad=-3(x-1)^2+5$

이므로 이 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 5만큼 평행이동하면

x 대신 $x+1$, y 대신 $y-5$를 대입한다.

$y=-3(x+1-1)^2+5+5$

$\quad=-3x^2+10$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ 10)$이므로

$p=0,\ q=10$

$\therefore p-q=0-10=-10$

답 ②

15 전략 x축과 만나는 한 점에서 축까지의 거리

(x축과 만나는 두 점 사이의 거리)$\times\frac{1}{2}$

풀이 축의 방정식이 $x=1$이고 그래프의 축과 x축과의 교점 사이의 거리가 4이므로 두 교점의 x좌표는

$8\times\frac{1}{2}=4$

$1-4=-3,\ 1+4=5$

즉 x축과의 교점의 좌표는 $(-3,\ 0)$, $(5,\ 0)$이다.

따라서 $y=x^2+ax+b$의 그래프가 두 점 $(-3,\ 0)$, $(5,\ 0)$을 지나므로

$y=(x+3)(x-5)=x^2-2x-15$

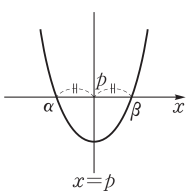
$\therefore a=-2,\ b=-15$

답 $a=-2,\ b=-15$

+ 보충 학습

이차함수의 그래프의 축의 방정식이 $x=p$이고 x축과 만나는 두 점의 x좌표가 α, β일 때,

➜ $|p-\alpha|=|p-\beta|$



2. 이차함수의 최댓값과 최솟값

35 이차함수의 최댓값과 최솟값

기본서 144~146쪽

익히기 1 $y=-x^2-4x+5$

$\quad=-(x^2+4x+4)+4+5$

$\quad=-(x+\boxed{2})^2+\boxed{9}$

이므로 이차함수 $y=-x^2-4x+5$의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(\boxed{-2},\ \boxed{9})$이고, $\boxed{\text{위}}$로 볼록한 포물선이다.

따라서 $x=\boxed{-2}$에서 최댓값 $\boxed{9}$를 갖고, 최솟값은 $\boxed{\text{없다}}$.

답 풀이 참조

$y=ax^2+bx+c$의 최댓값과 최솟값

➜ $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 변형하여 구한다.

유제 1-1 (1) $y=3x^2-6x+5$

$\quad=3(x^2-2x+1)-3+5$

$\quad=3(x-1)^2+2$

이므로 $x=1$에서 최솟값 2를 갖고 최댓값은 없다.

(2) $y=-4x^2-16x$

$\quad=-4(x^2+4x+4)+16$

$\quad=-4(x+2)^2+16$

이므로 $x=-2$에서 최댓값 16을 갖고 최솟값은 없다.

(3) $y=\frac{1}{6}x^2+2x-3$

$\quad=\frac{1}{6}(x^2+12x+36)-6-3$

$\quad=\frac{1}{6}(x+6)^2-9$

이므로 $x=-6$에서 최솟값 -9를 갖고 최댓값은 없다.

(4) $y=-\frac{1}{2}x^2+3x+2$

$\quad=-\frac{1}{2}(x^2-6x+9)+\frac{9}{2}+2$

$\quad=-\frac{1}{2}(x-3)^2+\frac{13}{2}$

이므로 $x=3$에서 최댓값 $\frac{13}{2}$을 갖고 최솟값은 없다.

답 풀이 참조

먼저 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 고친다.

유제 1-2 $y=-2x^2+7x$

$\quad=-2\left(x^2-\frac{7}{2}x+\frac{49}{16}\right)+\frac{49}{8}$

$\quad=-2\left(x-\frac{7}{4}\right)^2+\frac{49}{8}$

이므로 $M=\frac{49}{8}$

$y=x^2+6x+5$

$\quad=(x^2+6x+9)-9+5$

$\quad=(x+3)^2-4$

이므로 $m=-4$

$\therefore Mm=\frac{49}{8}\times(-4)=-\frac{49}{2}$

답 $-\frac{49}{2}$

유제 ❷-1 $y=2x^2+4x+k-1$

$=2(x^2+2x+1)-2+k-1$

$=2(x+1)^2+k-3$

이므로 $x=-1$에서 최솟값 $k-3$을 갖는다.

따라서 $k-3=4$이므로 $k=7$ 답 7

유제 ❷-2 $y=-x^2+x+a$

$=-\left(x^2-x+\frac{1}{4}\right)+\frac{1}{4}+a$

$=-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{4}+a$

이므로 $x=\frac{1}{2}$에서 최댓값 $\frac{1}{4}+a$를 갖는다.

따라서 $\frac{1}{4}+a=\frac{1}{2}-a$이므로

$2a=\frac{1}{4}$ $\therefore a=\frac{1}{8}$ 답 $\frac{1}{8}$

유제 ❸-1 이차함수 $y=-x^2+ax+b$가 $x=-1$에서 최댓값 5를 가지므로 주어진 이차함수의 식은

$y=-(x+1)^2+5=-x^2-2x+4$

$\therefore a=-2,\ b=4$

답 $a=-2,\ b=4$

+ 보충 학습

$x=p$일 때, 최댓값(최솟값)이 q인 이차함수

➜ 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(p,\ q)$

유제 ❸-2 $y=-x^2+8x+2a-1$

$=-(x^2-8x+16)+2a+15$

$=-(x-4)^2+2a+15$

따라서 $x=4$에서 최댓값 $2a+15$를 가지므로

$m=4,\ 2a+15=5$

즉 $a=-5,\ m=4$이므로

$a+m=-1$ 답 -1

다른 풀이 이차함수 $y=-x^2+8x+2a-1$이 $x=m$에서 최댓값 5를 가지므로

$y=-(x-m)^2+5=-x^2+2mx-m^2+5$

$\therefore 8=2m,\ 2a-1=-m^2+5$

따라서 $m=4,\ a=-5$이므로

$a+m=-1$

유제 ❹-1 이차함수가 $x=1$에서 최댓값 3을 가지므로 이차함수의 식을

$y=a(x-1)^2+3\ (a<0)$

으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(2,\ 1)$을 지나므로

$1=a(2-1)^2+3$

$\therefore a=-2$

따라서 $y=-2(x-1)^2+3$이므로

$a=-2,\ p=-1,\ q=3$

$\therefore apq=-2\times(-1)\times3=6$

답 6

우공비 BOX

$x=-9$에서 최솟값을 갖는다.

➜ 꼭짓점의 x좌표는 -9이다.

유제 ❹-2 조건 (가), (나)에서 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-9,\ -25)$이므로 이차함수의 식을

$y=a(x+9)^2-25\ (a>0)$

로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(0,\ 2)$를 지나므로

$2=a(0+9)^2-25$ $\therefore a=\frac{1}{3}$

따라서 $y=\frac{1}{3}(x+9)^2-25$이므로

$y=\frac{1}{3}x^2+6x+2$ 답 $y=\frac{1}{3}x^2+6x+2$

최댓값, 최솟값이 주어진 경우는 꼭짓점의 y좌표가 주어진 경우와 같다.

36 이차함수의 활용 기본서 147~149쪽

(직사각형의 둘레의 길이)
$=2\times\{$(가로의 길이)$+$(세로의 길이)$\}$

익히기 2 (1) 직사각형의 둘레의 길이가 16 cm이므로 가로의 길이를 x cm라 하면 세로의 길이는 $(8-x)$ cm이다.

$\therefore y=x(8-x)=-x^2+8x$

(2) $y=-x^2+8x$

$=-(x^2-8x+16)+16$

$=-(x-4)^2+16$

이므로 y는 $x=4$에서 최댓값 16을 갖는다.

따라서 직사각형의 넓이의 최댓값은 16 cm^2이고, 그때의 가로의 길이는 4 cm이다.

답 (1) $y=-x^2+8x$

(2) 최댓값: 16 cm^2, 가로의 길이: 4 cm

합이 일정할 때 두 수의 곱은 최댓값을 갖는다.

➜ 최댓값: 두 수가 같을 때

유제 ❺-1 한 수를 x로 놓으면 다른 한 수는 $26-x$이므로 두 수의 곱을 y라 하면

$y=x(26-x)$

$=-x^2+26x$

$=-(x^2-26x+169)+169$

$=-(x-13)^2+169$

따라서 두 수의 곱의 최댓값은 169이다. 답 ④

두 수는 13, 13

차가 일정할 때 두 수의 곱은 최솟값을 갖는다.

➜ 최솟값: 두 수의 절댓값이 같고 부호가 다를 때

유제 ❺-2 (1) 차가 8인 두 수를 $x,\ x-8$로 놓고, 두 수의 곱을 y라 하면

$y=x(x-8)$

$=x^2-8x$

$=(x^2-8x+16)-16$

$=(x-4)^2-16$

따라서 두 수의 곱의 최솟값은 -16이다.

$x,\ x+8$로 놓으면

$y=x(x+8)$

$=(x+4)^2-16$

(2) y는 $x=4$에서 최솟값을 가지므로 구하는 두 수는 4, -4이다.

답 (1) -16 (2) 4, -4

유제 ❻-1 닭장의 가로의 길이를 x m로 놓으면 세로의 길이는 $(10-x)$ m이므로 닭장의 넓이를 $y\,\text{m}^2$라 하면

$$y=x(10-x)$$
$$=-x^2+10x$$
$$=-(x^2-10x+25)+25$$
$$=-(x-5)^2+25$$

즉 y는 $x=5$에서 최댓값 25를 갖는다.

따라서 닭장의 최대 넓이는 $25\,\text{m}^2$이다. 답 $25\,\text{m}^2$

유제 ❻-2 부채꼴의 반지름의 길이를 x cm로 놓으면 둘레의 길이가 32 cm이므로 호의 길이는 $(32-2x)$ cm이다. 부채꼴의 넓이를 $y\,\text{cm}^2$라 하면

$$y=\frac{1}{2}x(32-2x)$$
$$=-x^2+16x$$
$$=-(x^2-16x+64)+64$$
$$=-(x-8)^2+64$$

즉 y는 $x=8$에서 최댓값 64를 갖는다.

따라서 반지름의 길이가 8 cm일 때 부채꼴의 넓이의 최댓값은 $64\,\text{cm}^2$이다.

답 부채꼴의 넓이의 최댓값: $64\,\text{cm}^2$, 반지름의 길이: 8 cm

유제 ❼-1 새로운 직사각형의 가로의 길이는 $(6+x)$ cm, 세로의 길이는 $(12-x)$ cm이므로 넓이를 $y\,\text{cm}^2$라 하면

$$y=(6+x)(12-x)$$
$$=-x^2+6x+72$$
$$=-(x^2-6x+9)+9+72$$
$$=-(x-3)^2+81$$

즉 y는 $x=3$에서 최댓값 81을 갖는다.

따라서 새로운 직사각형의 넓이의 최댓값은 $81\,\text{cm}^2$이다. 답 $81\,\text{cm}^2$

유제 ❼-2 새로운 삼각형의 밑변의 길이는 $10-x$, 높이는 $2+x$이므로 넓이를 y라 하면

$$y=\frac{1}{2}(10-x)(2+x)$$
$$=\frac{1}{2}(-x^2+8x+20)$$
$$=-\frac{1}{2}(x^2-8x+16)+8+10$$
$$=-\frac{1}{2}(x-4)^2+18$$

즉 y는 $x=4$에서 최댓값 18을 갖는다.

반지름의 길이가 r, 호의 길이가 l인 부채꼴의 넓이 S는
$S=\frac{1}{2}rl$

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프는 $a>0$일 때 아래로 볼록하고, $a<0$일 때 위로 볼록하다.

(삼각형의 넓이) $=\frac{1}{2}\times$(밑변의 길이) $\times$(높이)

따라서 삼각형의 넓이가 최대가 되도록 하는 x의 값은 4이다. 답 4

유제 ❽
$$y=-5x^2+30x$$
$$=-5(x^2-6x+9)+45$$
$$=-5(x-3)^2+45$$

즉 y는 $x=3$에서 최댓값 45를 갖는다.

따라서 물이 가장 높이 올라갔을 때의 높이는 45 m이다.

답 ②

소단원 성취도 진단

기본서 150~151쪽

01 ①, ④	02 ④	03 -6	04 -5	05 ②
06 -2	07 $a\le-\frac{5}{4}$		08 ②	09 5 cm
10 1750원		11 ②	12 -6	13 ⑤
14 ④	15 $\frac{25}{4}$			

01 전략 이차함수의 그래프가 아래로 볼록하면 최솟값은 있고 최댓값은 없다.

풀이 이차함수 $y=ax^2+bx+c$는 $a>0$일 때 최솟값을 갖는다. 따라서 보기의 이차함수 중 최솟값을 갖는 것은 ①, ④이다. 답 ①, ④

02 전략 먼저 주어진 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 변형한다.

풀이 $y=-\frac{2}{5}x^2+4x-1$
$$=-\frac{2}{5}(x^2-10x)-1$$
$$=-\frac{2}{5}(x^2-10x+25)+10-1$$
$$=-\frac{2}{5}(x-5)^2+9$$

이므로 $x=5$에서 최댓값 9를 갖는다. 답 ④

03 전략 $y=a(x-p)^2+q$ $(a<0)$ ➡ $x=p$에서 최댓값 q

풀이 $y=-2x^2-4x-7=-2(x+1)^2-5$

따라서 $a=-1$, $b=-5$이므로

$a+b=-1+(-5)=-6$ 답 -6

04 전략 $y=a(x-p)^2+q$ $(a>0)$ ➡ $x=p$에서 최솟값 q

풀이 이차항의 계수가 3이고, $x=-2$에서 최솟값 5를 가지므로 주어진 이차함수의 식은

$y=3(x+2)^2+5=3x^2+12x+17$

위의 식이 $y=3x^2+ax+b$와 같으므로

$a=12$, $b=17$

$\therefore a-b=12-17=-5$ 답 -5

우공비 BOX

05 전략 $y=a(x-p)^2+q\ (a>0)$ ➡ $x=p$에서 최솟값 q

풀이 ① $y=(x^2-2x+1)-1+\frac{11}{2}=(x-1)^2+\frac{9}{2}$

② $y=3(x^2-2x+1)-3+8=3(x-1)^2+5$

③ $y=\frac{1}{2}(x^2-6x+9)-\frac{9}{2}+8=\frac{1}{2}(x-3)^2+\frac{7}{2}$

④ $y=2\left(x^2-x+\frac{1}{4}\right)-\frac{1}{2}+4=2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7}{2}$

⑤ $y=3\left(x^2-3x+\frac{9}{4}\right)-\frac{27}{4}+4=3\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{11}{4}$

따라서 최솟값이 가장 큰 것은 ②이다.

답 ②

① $x=1$에서 최솟값 $\frac{9}{2}$
② $x=1$에서 최솟값 5
③ $x=3$에서 최솟값 $\frac{7}{2}$
④ $x=\frac{1}{2}$에서 최솟값 $\frac{7}{2}$
⑤ $x=\frac{3}{2}$에서 최솟값 $-\frac{11}{4}$

06

채점 기준	배점
$y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 변형하기	60%
m의 값 구하기	40%

풀이 $y=mx^2-4mx-5$

$=m(x^2-4x)-5$

$=m(x^2-4x+4)-4m-5$

$=m(x-2)^2-4m-5$ ▶ 60%

이 이차함수의 최댓값이 3이므로

$-4m-5=3 \qquad \therefore m=-2$ ▶ 40%

답 -2

참고 $m=-2<0$이므로 주어진 이차함수는 최댓값을 갖고 최솟값은 없다.

07

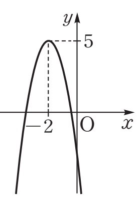
채점 기준	배점
$y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 나타내기	30%
제 1 사분면을 지나지 않을 조건 알기	40%
a의 값의 범위 구하기	30%

풀이 $x=-2$에서 최댓값 5를 가지므로 주어진 이차함수의 식을

$y=a(x+2)^2+5\ (a<0)$

로 놓을 수 있다. ▶ 30%

이 함수의 그래프가 제1사분면을 지나지 않으려면 오른쪽 그림과 같이 y축과의 교점의 y좌표가 0 이하이어야 한다. ▶ 40%



즉 $x=0$일 때 y의 값이 0 이하이어야 하므로

$a(0+2)^2+5\le 0, \qquad 4a+5\le 0$

$\therefore a\le -\frac{5}{4}$ ▶ 30%

답 $a\le -\frac{5}{4}$

08 전략 $y=3-x$를 주어진 식에 대입하여 x에 대한 이차식으로 나타낸다.

풀이 $x+y=3$에서 $\qquad y=3-x$

$y=3-x$를 주어진 식에 대입하면

$x^2+y^2-xy=x^2+(3-x)^2-x(3-x)$

$=x^2+9-6x+x^2-3x+x^2$

$=3x^2-9x+9$

$=3\left(x^2-3x+\frac{9}{4}\right)-\frac{27}{4}+9$

$=3\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{9}{4}$

따라서 주어진 식의 최솟값은 $\frac{9}{4}$이다.

$x=\frac{3}{2}$을 $y=3-x$에 대입하면 $y=3-\frac{3}{2}=\frac{3}{2}$

답 ②

09 전략 잘라 낸 정사각형의 한 변의 길이가 x cm ➡ 옆면은 가로의 길이가 $(20-2x)$ cm, 세로의 길이가 x cm인 직사각형

풀이 잘라 낸 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 상자의 옆면은 가로의 길이가 $(20-2x)$ cm, 세로의 길이가 x cm인 직사각형이 된다.

상자의 옆넓이를 y cm^{2}라 하면

$y=(20-2x)x\times 4$

옆면 4개가 모두 합동이다.

$=-8x^2+80x$

$=-8(x^2-10x+25)+200$

$=-8(x-5)^2+200$

이므로 y는 $x=5$에서 최댓값 200을 갖는다.

따라서 잘라 낸 정사각형의 한 변의 길이는 5 cm이다.

답 5 cm

10

채점 기준	배점
미지수 정하기	10%
이차함수의 식 세우기	20%
$y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 변형하기	40%
빵 한 개의 가격 구하기	30%

풀이 총 판매 금액을 y원이라 하면 ▶ 10%

(총 판매 금액) = (한 개당 가격) × (판매 개수)

$y=(1000+100x)(500-20x)$ ▶ 20%

$=-2000x^2+30000x+500000$

$=-2000\left(x^2-15x+\frac{225}{4}\right)+612500$

$=-2000\left(x-\frac{15}{2}\right)^2+612500$ ▶ 40%

이므로 y는 $x=\frac{15}{2}$에서 최댓값 612500을 갖는다.

따라서 구하는 빵 한 개의 가격은

$1000+100\times\frac{15}{2}=1750$(원) ▶ 30%

$(1000+100x)$원

답 1750원

11 전략 최고 높이 ➡ $y=-5x^2+10x+2$의 최댓값

풀이 $y=-5x^2+10x+2$
$=-5(x^2-2x)+2$
$=-5(x^2-2x+1)+5+2$
$=-5(x-1)^2+7$

이므로 y는 $x=1$에서 최댓값 7을 갖는다.
따라서 던진 지 1초 후에 최고 높이 7 m에 도달하므로

$ab=1\times7=7$

답 ②

12 전략 x^2의 계수가 a이고 두 근이 α, β인 이차방정식
➡ $a(x-\alpha)(x-\beta)=0$

풀이 이차방정식 $ax^2+bx+c=0\,(a>0)$의 두 근이 -6, 2이므로 $y=ax^2+bx+c$의 그래프와 x축의 두 교점의 x좌표는 -6, 2이다.

$\therefore y=a(x+6)(x-2)$
$=a(x^2+4x-12)$
$=a(x^2+4x+4)-4a-12a$
$=a(x+2)^2-16a$

이 함수의 최솟값이 -8이므로

$-16a=-8 \qquad \therefore a=\frac{1}{2}$

따라서 이차함수의 식은

$y=\frac{1}{2}(x^2+4x-12)$, 즉 $y=\frac{1}{2}x^2+2x-6$

이므로

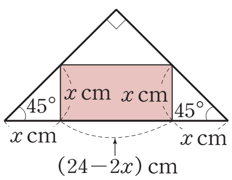
$b=2$, $c=-6$

$\therefore abc=\frac{1}{2}\times2\times(-6)=-6$

답 -6

13 전략 직사각형의 세로의 길이가 $x$cm
➡ 가로의 길이는 $(24-2x)$cm

풀이 오른쪽 그림과 같이 직사각형의 세로의 길이를 x cm라 하면 가로의 길이는 $(24-2x)$cm이다.



직사각형의 넓이를 $y$cm²라 하면

$y=x(24-2x)$
$=-2x^2+24x$
$=-2(x^2-12x+36)+72$
$=-2(x-6)^2+72$

이므로 y는 $x=6$에서 최댓값 72를 갖는다.
따라서 직사각형의 넓이의 최댓값은 72 cm²이다.

답 ⑤

우공비 BOX

y를 x에 대한 식으로 나타낸 다음
$y=a(x-p)^2+q$
꼴로 고쳐야 최솟값 또는 최댓값을 구할 수 있다.

이차함수
$y=ax^2+bx+c$가 최솟값을 가지므로
$a>0$

이차방정식
$ax^2+bx+c=0$의 두 근이 α, β일 때
➡ 이차함수
$y=ax^2+bx+c$의 그래프가 x축과 만나는 두 점의 좌표는
$(\alpha, 0)$, $(\beta, 0)$

14 전략 $\overline{AP}=x$cm ➡ $\overline{BP}=(12-x)$cm

풀이 $\overline{AP}=x$cm로 놓으면 $\overline{BP}=(12-x)$cm이므로 넓이의 합을 $y$cm²라 하면

$y=x^2+\frac{1}{2}(12-x)^2$
$=\frac{3}{2}x^2-12x+72$
$=\frac{3}{2}(x^2-8x+16)-24+72$
$=\frac{3}{2}(x-4)^2+48$

즉 y는 $x=4$에서 최솟값 48을 갖는다.
따라서 넓이의 합이 최소가 되도록 하는 선분 AP의 길이는 4 cm이다.

답 ④

15

채점 기준	배점
미지수 정하기	10%
이차함수의 식 세우기	20%
$y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 변형하기	40%
사각형 OQPR의 넓이의 최댓값 구하기	30%

풀이 점 P의 좌표를 $(x, -x+5)$로 놓고, 사각형 OQPR의 넓이를 y라 하면 ▶ 10%

$y=x(-x+5)$ ▶ 20%
$=-x^2+5x$
$=-\left(x^2-5x+\frac{25}{4}\right)+\frac{25}{4}$
$=-\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{25}{4}$ ▶ 40%

이므로 y는 $x=\frac{5}{2}$에서 최댓값 $\frac{25}{4}$를 갖는다.
따라서 구하는 사각형 OQPR의 넓이의 최댓값은 $\frac{25}{4}$이다. ▶ 30%

답 $\frac{25}{4}$

서술형 답안 작성 Tip

이차함수의 활용 문제에서 미지수는 x, y의 2개이다. 따라서 점 P의 x좌표를 x로 놓고, 점 P가 직선 $y=-x+5$ 위에 있음을 이용하여 y좌표를 x에 대한 식으로 나타낸다.

중단원 마무리 평가 기본서 152~155쪽

01 ①	02 ③	03 ④	04 ④	05 ⑤
06 ⑤	07 ②	08 ⑤	09 ①	10 ②
11 ②	12 ③	13 ⑤	14 ④	15 ②
16 ③	17 ③	18 ④	19 28	20 -8
21 10	22 300원	23 $-\frac{8}{5}$	24 1	25 229

26 (1) $\frac{3}{2}$ (2) $(1, 3)$ 27 (1) 6초 (2) 2초, 80 m

우공비 BOX

01 전략 꼭짓점의 좌표가 $(p,\ q)$ ➡ $y=a(x-p)^2+q$

풀이 꼭짓점의 좌표가 $(3,\ -5)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-3)^2-5$로 놓을 수 있다.
그래프가 점 $(1,\ -1)$을 지나므로

$$-1=a(1-3)^2-5, \quad 4a=4 \quad \therefore a=1$$

$x=1,\ y=-1$을 대입

따라서 $y=(x-3)^2-5=x^2-6x+4$이므로

$b=-6,\ c=4$

$\therefore abc=1\times(-6)\times4=-24$

답 ①

02 전략 축의 방정식이 $x=p$
➡ 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 놓는다.

풀이 조건 (가)에서 축의 방정식이 $x=-2$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2+q$로 놓을 수 있다.
이때 조건 (나)에서 꼭짓점이 x축 위에 있으므로 $q=0$

꼭짓점의 y좌표가 0이므로 $q=0$이다.

$\therefore y=a(x+2)^2$

조건 (다)에서 그래프가 점 $(1,\ -18)$을 지나므로

$-18=a(1+2)^2 \quad \therefore a=-2$

따라서 이차함수의 식은 $y=-2(x+2)^2$이므로 이 그래프 위의 점이 아닌 것은 ③이다.

$y=-2(x+2)^2$에 $x=-\frac{1}{2}$을 대입하면

$y=-2\left(-\frac{1}{2}+2\right)^2$
$=-\frac{9}{2}$

답 ③

03 전략 서로 다른 세 점의 좌표를 알 때
➡ $y=ax^2+bx+c$로 놓고 세 점의 좌표를 각각 대입한다.

풀이 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$로 놓으면 이 그래프가 세 점 $(0,\ -4)$, $(1,\ 0)$, $(3,\ -4)$를 지나므로

$-4=c,\ 0=a+b+c,\ -4=9a+3b+c$

세 식을 연립하여 풀면

$c=-4$를 대입하면
$a+b=4,$
$9a+3b=0$
두 식을 연립하여 풀면
$a=-2,\ b=6$

$a=-2,\ b=6,\ c=-4$

$\therefore y=-2x^2+6x-4$

답 ④

다른풀이 축의 방정식이 $x=\frac{3}{2}$이므로 이차함수의 식을 $y=a\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+q$로 놓으면 그래프가 두 점 $(0,\ -4)$, $(1,\ 0)$을 지나므로

이차함수의 그래프는 축에 대칭이고, 두 점 $(0,\ -4)$, $(3,\ -4)$를 지나므로 축의 방정식은
$x=\frac{0+3}{2}=\frac{3}{2}$

$\frac{9}{4}a+q=-4,\ \frac{1}{4}a+q=0$

두 식을 연립하여 풀면

$a=-2,\ q=\frac{1}{2}$

$\therefore y=-2\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{1}{2}=-2x^2+6x-4$

04 전략 먼저 그래프가 x축과 만나는 두 점 A, B의 좌표를 구한다.

풀이 축의 방정식이 $x=-1$이고, $\overline{AB}=6$이므로 두 점 A, B의 좌표는 $(-4,\ 0)$, $(2,\ 0)$이다.

$\left(-1-\frac{6}{2},\ 0\right)$, $\left(-1+\frac{6}{2},\ 0\right)$

이차함수의 식을 $y=a(x+4)(x-2)$로 놓고 $x=-1$, $y=-18$을 대입하면

$-18=a(-1+4)(-1-2), \quad -18=-9a$

$\therefore a=2$

따라서 $y=2(x+4)(x-2)=2x^2+4x-16$이므로

$a=2,\ b=4,\ c=-16$

$\therefore a+b+c=2+4+(-16)=-10$

답 ④

05 전략 $y=a(x-p)^2+q\ (a<0)$ ➡ $x=p$에서 최댓값 q

이차함수의 그래프의 꼭짓점의 y좌표와 같다.

풀이 ① $y=-x^2+2$는 $x=0$에서 최댓값 2를 갖는다.
② $y=-4(x+2)^2$은 $x=-2$에서 최댓값 0을 갖는다.
③ $y=-3x^2+6x=-3(x-1)^2+3$
이므로 $x=1$에서 최댓값 3을 갖는다.
④ $y=-2(x+1)^2+2$는 $x=-1$에서 최댓값 2를 갖는다.
⑤ $y=-x^2+4x+1$
$=-(x^2-4x+4)+4+1$
$=-(x-2)^2+5$
이므로 $x=2$에서 최댓값 5를 갖는다.

따라서 최댓값이 가장 큰 것은 ⑤이다.

답 ⑤

06 전략 주어진 이차함수를 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 고친다.

풀이 $y=\frac{2}{3}x^2+ax+1=\frac{2}{3}\left(x^2+\frac{3}{2}ax\right)+1$
$=\frac{2}{3}\left(x+\frac{3}{4}a\right)^2-\frac{2}{3}\cdot\frac{9}{16}a^2+1$
$=\frac{2}{3}\left(x+\frac{3}{4}a\right)^2-\frac{3}{8}a^2+1$

이므로

$-\frac{3}{4}a=3,\ -\frac{3}{8}a^2+1=b$

$\therefore a=-4,\ b=-5$

따라서 구하는 값은

$ab=-4\times(-5)=20$

답 ⑤

다른풀이 이차함수 $y=\frac{2}{3}x^2+ax+1$이 $x=3$에서 최솟값 b를 가지므로

$y=\frac{2}{3}(x-3)^2+b=\frac{2}{3}(x^2-6x+9)+b$
$=\frac{2}{3}x^2-4x+6+b$

따라서 $a=-4$, $1=6+b$이므로

$a=-4,\ b=-5 \quad \therefore ab=20$

07 전략 함숫값 중에서 서로 다른 자연수가 5개이므로 $5\le$(최댓값)<6임을 이용한다.

풀이 $y=-x^2+6x+k$
$=-(x^2-6x+9)+k+9$
$=-(x-3)^2+k+9$

이므로 $x=3$에서 최댓값 $k+9$를 갖는다.

이때 함숫값 중에서 서로 다른 자연수가 5개이려면

$5\le k+9<6$이어야 한다.

$\therefore -4\le k<-3$

답 ②

08 전략 $y=a(x-p)^2+q\ (a<0)$ ➡ $x=p$에서 최댓값 q

풀이 $y=-2x^2+6x-a$

$=-2\left(x^2-3x+\frac{9}{4}\right)+\frac{9}{2}-a$

$=-2\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{9}{2}-a$

최댓값이 0보다 작으므로

$\frac{9}{2}-a<0 \qquad \therefore a>\frac{9}{2}$

또 그래프가 점 $(a,\ -20-a)$를 지나므로

$-20-a=-2a^2+6a-a$

$2a^2-6a-20=0, \qquad a^2-3a-10=0$

$(a+2)(a-5)=0 \qquad \therefore a=-2$ 또는 $a=5$

그런데 $a>\frac{9}{2}$이므로 $\quad a=5$

답 ⑤

09 전략 이차함수의 그래프가 두 점 $(\alpha,\ 0)$, $(\beta,\ 0)$을 지날 때 ➡ $y=a(x-\alpha)(x-\beta)$로 놓는다.

풀이 x축과의 교점의 x좌표가 -4, 1이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+4)(x-1)$로 놓을 수 있다.

그래프가 점 $(0,\ -2)$를 지나므로

$-2=a\times4\times(-1) \qquad \therefore a=\frac{1}{2}$

$\therefore y=\frac{1}{2}(x+4)(x-1)$

$=\frac{1}{2}(x^2+3x-4)$

$=\frac{1}{2}\left(x^2+3x+\frac{9}{4}\right)-\frac{9}{8}-2$

$=\frac{1}{2}\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{25}{8}$

따라서 $x=-\frac{3}{2}$에서 최솟값 $-\frac{25}{8}$를 갖는다.

답 ①

10 전략 먼저 주어진 이차함수의 최댓값 M을 구한다.

풀이 $y=-\frac{1}{2}x^2+2x+k-4$

$=-\frac{1}{2}(x^2-4x)+k-4$

$=-\frac{1}{2}(x^2-4x+4)+2+k-4$

$=-\frac{1}{2}(x-2)^2+k-2$

이므로 $x=2$에서 최댓값 $k-2$를 갖는다.

즉 $M=k-2$이므로

$k-2\le0 \qquad \therefore k\le2$

따라서 구하는 정수 k의 최댓값은 2이다.

답 ②

우공비 BOX

5개의 자연수는 1, 2, 3, 4, 5이다.

그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-3,\ 4)$이다.

$y=-2x^2+6x-a$에 $x=a$, $y=-20-a$를 대입한다.

그래프가 원점을 지날 때에도 제1사분면을 지나지 않는다.

최댓값의 최솟값 구하기

(i) 일반형을 표준형으로 고친다.

(ii) 최댓값을 구한다.

(iii) 구한 최댓값은 이차식으로 이 이차식을 한 번 더 표준형으로 고친다.

(iv) 다시 고친 표준형에서 최솟값을 구한다.

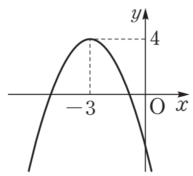
$y=-3x+14$

$=-3\times\frac{7}{3}+14$

$=7$

11 전략 $x=p$에서 최댓값 q ➡ $y=a(x-p)^2+q\,(a<0)$

풀이 $x=-3$에서 최댓값 4를 가지므로 이차함수의 식을 $y=a(x+3)^2+4$로 놓을 수 있다. 이 함수의 그래프가 제1사분면을 지나지 않으려면 오른쪽 그림과 같아야 한다.



즉 y축과의 교점의 y좌표가 0 이하이어야 하므로

$9a+4\le0 \qquad \therefore a\le-\frac{4}{9}$

답 ②

12 전략 주어진 이차함수의 최댓값을 구한 후, a에 대한 이차식인 최댓값을 표준형으로 고쳐 최솟값을 구한다.

풀이 $y=-x^2-4ax-8a$

$=-(x^2+4ax+4a^2)+4a^2-8a$

$=-(x+2a)^2+4a^2-8a$

이므로 $x=-2a$에서 최댓값 $4a^2-8a$를 갖는다.

$\therefore f(a)=4a^2-8a$

$=4(a^2-2a+1)-4$

$=4(a-1)^2-4$

따라서 $f(a)$는 $a=1$에서 최솟값 -4를 갖는다.

답 ③

13 전략 $y=-3x+14$를 xy에 대입하여 x에 대한 이차식으로 나타낸다.

풀이 $3x+y=14$에서 $y=-3x+14$이므로

$xy=x(-3x+14)=-3x^2+14x$

$=-3\left(x^2-\frac{14}{3}x+\frac{49}{9}\right)+\frac{49}{3}$

$=-3\left(x-\frac{7}{3}\right)^2+\frac{49}{3}$

따라서 $x=\frac{7}{3}$에서 최댓값 $\frac{49}{3}$를 갖는다.

답 ⑤

14 전략 삼각형의 밑변의 길이를 x cm라 하면 높이는 $(20-x)$ cm임을 이용한다.

풀이 삼각형의 밑변의 길이를 x cm라 하면 높이는 $(20-x)$ cm이고, 넓이를 $y\,\text{cm}^2$라 하면

$y=\frac{1}{2}x(20-x)=-\frac{1}{2}(x^2-20x)$

$=-\frac{1}{2}(x^2-20x+100)+50$

$=-\frac{1}{2}(x-10)^2+50$

즉 y는 $x=10$에서 최댓값 50을 갖는다.

따라서 삼각형의 최대 넓이는 $50\ \text{cm}^2$이다.

답 ④

15 전략 새로운 사다리꼴의 넓이를 x에 대한 이차식으로 나타낸다.

풀이 새로운 사다리꼴의 아랫변의 길이는 $(8-x)$cm, 높이는 $(6+x)$cm이므로 넓이를 $y\,\text{cm}^2$라 하면

$$y=\frac{1}{2}(4+8-x)(6+x)$$
$$=\frac{1}{2}(-x^2+6x+72)$$
$$=-\frac{1}{2}(x^2-6x+9)+\frac{9}{2}+36$$
$$=-\frac{1}{2}(x-3)^2+\frac{81}{2}$$

즉 y는 $x=3$에서 최댓값 $\frac{81}{2}$을 갖는다.

따라서 새로운 사다리꼴의 최대 넓이는 $\frac{81}{2}$ cm^2이다.

답 ②

16 전략 부채꼴의 반지름의 길이를 $x$cm라 하면 호의 길이는 $(40-2x)$cm임을 이용한다.

풀이 부채꼴의 반지름의 길이를 $x$cm라 하면 호의 길이는 $(40-2x)$cm이므로 넓이를 $y\text{cm}^2$라 하면

$$y=\frac{1}{2}x(40-2x)$$
$$=-x^2+20x$$
$$=-(x^2-20x+100)+100$$
$$=-(x-10)^2+100$$

즉 y는 $x=10$에서 최댓값 100을 갖는다.
따라서 부채꼴의 넓이가 최대일 때 반지름의 길이는 10cm이다.

답 ③

(부채꼴의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times$(반지름의 길이)
$\times$(호의 길이)

17 전략 한 원의 반지름의 길이를 $x$cm, 두 원의 넓이의 합을 $y\text{cm}^2$로 놓고 이차함수의 식을 세운다.

풀이 두 원의 반지름의 길이의 합은 8cm이므로 두 원의 반지름의 길이를 각각 $x$cm, $(8-x)$cm로 놓고, 두 원의 넓이의 합을 $y\text{cm}^2$라 하면

$$y=\pi x^2+\pi(8-x)^2$$
$$=\pi(2x^2-16x+64)$$
$$=2\pi(x^2-8x+16)-32\pi+64\pi$$
$$=2\pi(x-4)^2+32\pi$$

즉 y는 $x=4$에서 최솟값 32π를 갖는다.
따라서 두 원의 넓이의 합의 최솟값은 $32\pi\,\text{cm}^2$이다.

답 ③

18 전략 x초 후 ◯ $\overline{PB}=(10-x)$cm, $\overline{BQ}=0.5x$cm

풀이 x초 후에 $\overline{AP}=x$cm, $\overline{BQ}=0.5x$cm이므로 삼각형 PBQ의 넓이를 $y\text{cm}^2$라 하면

$$y=\frac{1}{2}\times(10-x)\times0.5x$$
$$=-\frac{1}{4}(x^2-10x)$$
$$=-\frac{1}{4}(x^2-10x+25)+\frac{25}{4}$$
$$=-\frac{1}{4}(x-5)^2+\frac{25}{4}$$

$\overline{PB}=(10-x)$cm

$\frac{1}{2}\times\overline{PB}\times\overline{BQ}$

따라서 y는 $x=5$에서 최댓값 $\frac{25}{4}$를 가지므로 삼각형 PBQ의 넓이가 최대가 되는 것은 출발한 지 5초 후이다.

답 ④

19 전략 이차함수를 $f(x)=ax^2+bx+c$라 하고 주어진 조건을 이용하여 a, b, c의 값을 구한다.

풀이 주어진 이차함수를 $f(x)=ax^2+bx+c$라 하면
$f(0)=10$, $f(1)=8$, $f(2)=22$이므로

$10=c$, $8=a+b+c$, $22=4a+2b+c$

세 식을 연립하여 풀면

$a=8$, $b=-10$, $c=10$

따라서 $f(x)=8x^2-10x+10$이므로

$f(-1)=8+10+10=28$

답 28

20 전략 $x=p$에서 최댓값 q ◯ $y=a(x-p)^2+q$ $(a<0)$

풀이 이차함수 $y=3x^2$의 그래프와 폭이 같고 최댓값을 가지므로 $a=-3$

이차함수의 그래프의 폭이 같으면 x^2의 계수의 절댓값이 같다.

또 $x=1$에서 최댓값 4를 가지므로

$y=-3(x-1)^2+4$, 즉 $y=-3x^2+6x+1$

따라서 $b=6$, $c=1$이므로

$a-b+c=-3-6+1=-8$

답 -8

+ 보충 학습

① 두 이차함수의 그래프의 모양이 같다.
→ x^2의 계수의 부호가 같다.
② 두 이차함수의 그래프의 폭이 같다.
→ x^2의 계수의 절댓값이 같다.

21 전략 $y=a(x-p)^2+q\,(a>0)$ ◯ $x=p$에서 최솟값 q

풀이 $y=3x^2+12x+2k$
$=3(x^2+4x+4)+2k-12$
$=3(x+2)^2+2k-12$

에서 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-2,\ 2k-12)$이므로
$4x+y=2$에 $x=-2$, $y=2k-12$를 대입하면

$-8+(2k-12)=2$, $2k=22$

$\therefore k=11$

이때 주어진 이차함수의 최솟값이 $2k-12$이므로 구하는 값은

$2\times11-12=10$

답 10

22 전략 총 판매 금액을 x에 대한 이차식으로 나타낸다.

풀이 음료수의 가격을 x원 내리면 한 개당 가격은 $(500-x)$원이고, 이때 팔리는 개수는 $(300+3x)$이다.
이때 총 판매 금액을 y원이라 하면

(총 판매 금액)
=(한 개당 가격)
×(판매 개수)

$$y=(500-x)(300+3x)$$
$$=-3x^2+1200x+150000$$
$$=-3(x^2-400x+40000)+270000$$
$$=-3(x-200)^2+270000$$

이므로 y는 $x=200$에서 최댓값 270000을 갖는다.
따라서 총 판매 금액이 최대일 때의 한 개당 가격은

$500-200=300$(원)

답 300원

23

채점 기준	배점
꼭짓점의 좌표를 이용하여 이차함수의 식 세우기	1점
a의 값 구하기	1점
k의 값 구하기	1점

풀이 y축을 축으로 하고 y축과의 교점의 y좌표가 -4이므로 포물선의 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ -4)$이다.
이차함수의 식을 $y=ax^2-4$로 놓으면 ▶ 1점
그래프가 점 $(-5,\ 11)$을 지나므로

$11=25a-4 \quad \therefore a=\frac{3}{5}$ ▶ 1점

따라서 $y=\frac{3}{5}x^2-4$이므로 $x=2,\ y=k$를 대입하면

$k=\frac{3}{5}\times 2^2-4=-\frac{8}{5}$ ▶ 1점

답 $-\frac{8}{5}$

24

채점 기준	배점
$y=x^2-4x+k+5$의 최솟값 구하기	2점
$y=-x^2+4x-k-1$의 최댓값 구하기	2점
k의 값 구하기	1점

풀이 $y=x^2-4x+k+5$
$=(x^2-4x+4)+k+1$
$=(x-2)^2+k+1$

이므로 $x=2$에서 최솟값 $k+1$을 갖는다. ▶ 2점

$y=-x^2+4x-k-1$
$=-(x^2-4x+4)-k+3$
$=-(x-2)^2-k+3$

이므로 $x=2$에서 최댓값 $-k+3$을 갖는다. ▶ 2점
따라서 $k+1=-k+3$이므로

$2k=2 \quad \therefore k=1$ ▶ 1점

답 1

25

채점 기준	배점
두 수의 곱을 이용하여 이차함수의 식 세우기	2점
$a,\ b$의 값 구하기	1점
$a+b$의 값 구하기	1점

풀이 한 수를 x로 놓으면 다른 한 수는 $15-x$이므로 두 수의 곱을 y라 하면

우공비 BOX

x절편이 m, y절편이 n인 직선의 방정식은
$y=-\frac{n}{m}x+n$

y축 ➜ $x=0$

포물선과 축과의 교점 ➜ 포물선의 꼭짓점

최솟값 또는 최댓값에 대한 문제는
$y=a(x-p)^2+q$
꼴로 고친 후 $a>0$이면 최솟값을, $a<0$이면 최댓값을 구한다.

$y=x(15-x)=-x^2+15x$
$=-\left(x-\frac{15}{2}\right)^2+\frac{225}{4}$ ▶ 2점

즉 y는 $x=\frac{15}{2}$에서 최댓값 $\frac{225}{4}$를 갖는다.
따라서 $a=4,\ b=225$이므로 ▶ 1점
$a+b=229$ ▶ 1점

답 229

26

채점 기준	배점
직선 l의 방정식 구하기	1점
삼각형 POQ의 넓이의 최댓값 구하기	3점
점 P의 좌표 구하기	1점

풀이 (1) 직선 l의 방정식은 $y=-3x+6$ ▶ 1점
점 P의 좌표를 $(x,\ -3x+6)$으로 놓고 삼각형 POQ의 넓이를 y라 하면

$y=\frac{1}{2}\times x\times(-3x+6)$
$=-\frac{3}{2}x^2+3x$
$=-\frac{3}{2}(x^2-2x+1)+\frac{3}{2}$
$=-\frac{3}{2}(x-1)^2+\frac{3}{2}$

따라서 y는 $x=1$에서 최댓값 $\frac{3}{2}$을 가지므로 삼각형 POQ의 넓이의 최댓값은 $\frac{3}{2}$이다. ▶ 3점
(2) $x=1$에서 삼각형 POQ의 넓이는 최대가 되므로 점 P의 좌표는 $(1,\ 3)$이다. ▶ 1점

답 (1) $\frac{3}{2}$ (2) $(1,\ 3)$

27

채점 기준	배점
지면에 떨어질 때까지 걸린 시간 구하기	2점
최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 높이 구하기	2점

풀이 (1) 지면에 떨어질 때의 높이는 0 m이므로 $h=0$을 대입하면

$0=60+20t-5t^2, \quad t^2-4t-12=0$
$(t+2)(t-6)=0 \quad \therefore t=6\ (\because t>0)$

따라서 물체를 쏘아 올린 지 6초 후에 물체는 지면에 떨어진다. ▶ 2점
(2) $h=-5t^2+20t+60=-5(t^2-4t)+60$
$=-5(t^2-4t+4)+20+60$
$=-5(t-2)^2+80$

즉 h는 $t=2$에서 최댓값 80을 갖는다.
따라서 최고 높이에 도달하는 데 2초가 걸리고 그때의 높이는 80 m이다. ▶ 2점

답 (1) 6초 (2) 2초, 80 m

Step Up

Ⅳ. 이차함수

Point Up 문제집

중단원별 실전 TEST

01회 Ⅰ-1. 제곱근과 실수 | 문제집 17~18쪽

01 ①, ④	02 ⑤	03 ⑤	04 ③
05 ③	06 ④	07 ④	08 ①
09 $2x-2y+3$		10 15	11 4
12 4	13 $2+\sqrt{5}$		

01 전략 양수 a의 제곱근 ➡ $\pm\sqrt{a}$

풀이 ② 음수의 제곱근은 없고, 0의 제곱근은 1개, 양수의 제곱근은 2개이다.
③ 제곱하여 0.5가 되는 수는 $\pm\sqrt{0.5}$이다.
⑤ -4는 음수이므로 -4의 제곱근은 없다.

답 ①, ④

02 전략 $x^2=a$ ➡ $x=\pm\sqrt{a}$, b가 a의 제곱근 ➡ $b=\pm\sqrt{a}$

풀이 $\sqrt{a^2}=9$의 양변을 제곱하면 $a^2=81$이므로

$a=\pm\sqrt{81}=\pm9$

이때 $a>0$이므로 $a=9$

b는 a의 제곱근이므로

$b=\pm\sqrt{a}=\pm\sqrt{9}=\pm3$

이때 $b<0$이므로 $b=-3$

$\therefore a+b=9+(-3)=6$

답 ⑤

03 전략 $a>0$일 때, $\sqrt{(-a)^2}=a$, $(-\sqrt{a})^2=a$, $\sqrt{a^2}=a$임을 이용하여 계산한다.

풀이 $(-\sqrt{2})^2=2$, $\sqrt{(-3)^2}=3$, $\sqrt{5^2}=5$이므로

$(-\sqrt{2})^2+\sqrt{(-3)^2}\times\sqrt{\dfrac{16}{9}}-(-\sqrt{5^2})$

$=2+3\times\dfrac{4}{3}-(-5)$

$=2+4+5=11$

답 ⑤

04 전략 $\sqrt{a^2}=\begin{cases} a & (a\ge0) \\ -a & (a<0)\end{cases}$

풀이 ① $-a>0$이므로 $\sqrt{(-a)^2}=-a$
② $2a<0$이므로 $\sqrt{(2a)^2}=-2a$
③ $-\sqrt{4a^2}=-\sqrt{(2a)^2}=-(-2a)=2a$
④ $4a<0$이므로 $-\sqrt{(4a)^2}=-(-4a)=4a$
⑤ $-5a>0$이므로 $-\sqrt{(-5a)^2}=-(-5a)=5a$

답 ③

우공비 BOX

두 실수 a, b에 대하여
① $a-b>0$ ➡ $a>b$
② $a-b=0$ ➡ $a=b$
③ $a-b<0$ ➡ $a<b$

제곱하여 음수가 되는 수는 없으므로 음수의 제곱근은 없다.

$\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}$
$=\dfrac{1.732-1.414}{2}$
$=0.159$

$2a<0$이므로
$\sqrt{(2a)^2}=-2a$

05 전략 무리수는 순환하지 않는 무한소수이다.

풀이 (ㄱ) $\sqrt{4}=2$와 같이 근호를 사용하여 나타낸 수 중 유리수도 있다.
(ㄴ) 모든 실수는 수직선 위에 나타낼 수 있고, 순환소수는 실수이므로 수직선 위에 나타낼 수 있다.
(ㄷ) 무한소수 중 순환소수는 유리수이다.
이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ)이다.

답 ③

06 전략 두 수 a, b의 대소 비교 ➡ $a-b$의 부호를 조사

풀이 ① $\sqrt{2}<\sqrt{3}$이므로 $-\sqrt{2}>-\sqrt{3}$
② $2-(\sqrt{3}+1)=2-\sqrt{3}-1=1-\sqrt{3}<0$이므로
$2<\sqrt{3}+1$
③ $(\sqrt{3}-\sqrt{2})-(\sqrt{3}-1)=\sqrt{3}-\sqrt{2}-\sqrt{3}+1$
$=-\sqrt{2}+1<0$
$\therefore \sqrt{3}-\sqrt{2}<\sqrt{3}-1$
④ $(\sqrt{8}-\sqrt{3})-(\sqrt{8}-2)=\sqrt{8}-\sqrt{3}-\sqrt{8}+2$
$=-\sqrt{3}+2$
$=-\sqrt{3}+\sqrt{4}>0$
$\therefore \sqrt{8}-\sqrt{3}>\sqrt{8}-2$
⑤ $\sqrt{6}-4-(\sqrt{6}-\sqrt{15})=\sqrt{6}-4-\sqrt{6}+\sqrt{15}$
$=-4+\sqrt{15}$
$=-\sqrt{16}+\sqrt{15}<0$
$\therefore \sqrt{6}-4<\sqrt{6}-\sqrt{15}$

답 ④

07 전략 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이 ➡ $\sqrt{2}$

풀이 $\overline{CA}=\overline{CP}=\overline{FH}=\overline{FQ}=\sqrt{2}$이므로

$a=-\sqrt{2}$, $b=1+\sqrt{2}$

$\therefore a+b=-\sqrt{2}+(1+\sqrt{2})=1$

답 ④

08 전략 서로 다른 두 수 a, b에 대하여 $\dfrac{a+b}{2}$는 a와 b 사이에 있는 수이다.

풀이 ① $\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}$는 $\sqrt{2}$보다 작다.
② $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$은 $\sqrt{2}$와 $\sqrt{3}$의 평균이다.

답 ①

참고 $\sqrt{3}-\sqrt{2}=1.732-1.414=0.318$이므로 ③, ④, ⑤는 $\sqrt{2}$와 $\sqrt{3}$ 사이에 있는 수이다.

+ 보충 학습

서로 다른 두 실수 a, b $(a<b)$ 사이에 있는 수는 다음과 같은 방법으로 구한다.
① 두 수의 평균 $\dfrac{a+b}{2}$는 두 수 사이에 있다.
② a, b의 차보다 작은 수를 a에 더하거나 b에서 뺀다.

우공비 BOX

09 전략 $\sqrt{(a-b)^2}=\begin{cases} a-b & (a\ge b) \\ -a+b & (a<b)\end{cases}$

풀이 $x>0$이므로 $\sqrt{x^2}=x$

$0<y<3$에서 $-3<y-3<0$이므로

$\sqrt{(y-3)^2}=-(y-3)=-y+3$

$x<y$에서 $y-x>0$이므로

$\sqrt{(y-x)^2}=y-x$

$\therefore$ (주어진 식)$=x+(-y+3)-(y-x)$

$=x-y+3-y+x$

$=2x-2y+3$ 답 $2x-2y+3$

10 전략 $\sqrt{A}\ (A>0)$가 자연수 ➡ $A=n^2$ (n은 자연수)

> $A=x^2$(x는 유리수)이면 $\sqrt{A}$는 유리수이다.

풀이 $\sqrt{20-x}$가 자연수가 되려면 $20-x$가 (자연수)^2 꼴이어야 한다. 즉

$20-x=1,\ 4,\ 9,\ 16$

$\therefore x=19,\ 16,\ 11,\ 4$

따라서 $m=19,\ n=4$이므로

$m-n=19-4=15$ 답 15

11 전략 $a<\sqrt{x}<b$ ➡ $\sqrt{a^2}<\sqrt{x}<\sqrt{b^2}$ ➡ $a^2<x<b^2$

풀이 $4<\sqrt{5x}<5$에서 $\sqrt{16}<\sqrt{5x}<\sqrt{25}$

$16<5x<25$ $\therefore \dfrac{16}{5}<x<5$

따라서 구하는 정수 x는 4이다. 답 4

12

채점 기준	배점
$f(76)$의 값 구하기	2점
$f(24)$의 값 구하기	2점
$f(76)-f(24)$의 값 구하기	1점

풀이 $64<76<81$이므로 $8<\sqrt{76}<9$

> $\sqrt{64}<\sqrt{76}<\sqrt{81}$이므로 $8<\sqrt{76}<9$

즉 $\sqrt{76}$ 이하의 자연수는 1, 2, 3, $\cdots$, 8의 8개이므로

$f(76)=8$ ▶ 2점

$16<24<25$이므로 $4<\sqrt{24}<5$

> $\sqrt{16}<\sqrt{24}<\sqrt{25}$이므로 $4<\sqrt{24}<5$

즉 $\sqrt{24}$ 이하의 자연수는 1, 2, 3, 4의 4개이므로

$f(24)=4$ ▶ 2점

$\therefore f(76)-f(24)=8-4=4$ ▶ 1점

답 4

13

채점 기준	배점
$\overline{BP}$의 길이 구하기	3점
점 P에 대응하는 수 구하기	2점

풀이 $\square ABCD=3\times3-\left(\dfrac{1}{2}\times2\times1\right)\times4=5$

이므로 $\square ABCD$의 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$이다.

$\therefore \overline{BP}=\overline{BC}=\sqrt{5}$ ▶ 3점

따라서 점 P에 대응하는 수는 $2+\sqrt{5}$이다. ▶ 2점

> 점 P는 점 B에서 오른쪽으로 $\sqrt{5}$만큼 떨어진 점이다.

답 $2+\sqrt{5}$

02회 Ⅰ-1. 제곱근과 실수 | 문제집 19~20쪽

01 ④	02 ③	03 ②	04 ②
05 ②	06 ③	07 ①, ④	08 ③
09 14	10 $a+b$	11 9	12 $-\sqrt{2}$
13 -1			

01 전략 $a>0$일 때, $(\sqrt{a})^2=(-\sqrt{a})^2=a$, $\sqrt{a^2}=\sqrt{(-a)^2}=a$

풀이 ① $\sqrt{(-5)^2}=\sqrt{25}=5$

② $\sqrt{5^2}=5$

③ $(-\sqrt{5})^2=5$

④ $-(\sqrt{5})^2=-5$

⑤ $-(-\sqrt{5^2})=-(-5)=5$

답 ④

02 전략 양수 a의 제곱근 ➡ $\pm\sqrt{a}$

풀이 (ㄱ) x가 양수 a의 제곱근이면 $x^2=a$이다.

(ㄴ) 양수의 제곱근은 양의 제곱근과 음의 제곱근 2개가 있고, 절댓값이 서로 같으므로 그 합은 0이다.

> 양수 k의 제곱근은 $\pm\sqrt{k}$의 2개가 있고, 그 합은 $\sqrt{k}+(-\sqrt{k})=0$이다.

(ㄷ) 음이 아닌 수 중 0의 제곱근은 0 하나뿐이다.

(ㄹ) 4의 제곱근은 $\pm\sqrt{4}=\pm\sqrt{2^2}=\pm2$이므로 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있다.

따라서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄹ)이다.

답 ③

03 전략 $\sqrt{(a-b)^2}=\begin{cases} a-b & (a\ge b) \\ -a+b & (a<b)\end{cases}$

풀이 $a>0,\ b<0$이므로 $a+1>0,\ a-b>0$

$\therefore$ (주어진 식)$=a+1-(a-b)$

$=a+1-a+b$

$=b+1$

답 ②

04 전략 $a>0,\ b>0$일 때, $a<b$ ➡ $\sqrt{a}<\sqrt{b}$

풀이 ① $5=\sqrt{25}$이고, $24<25$이므로

$\sqrt{24}<5$

② $0.2=\sqrt{0.04}$이고, $0.04<0.2$이므로

$0.2<\sqrt{0.2}$

③ $\sqrt{\dfrac{1}{2}}>\sqrt{\dfrac{1}{3}}$이므로 $-\sqrt{\dfrac{1}{2}}<-\sqrt{\dfrac{1}{3}}$

> 양변에 -1을 곱하면 부등호의 방향이 바뀐다.

④ $\dfrac{1}{4}=\sqrt{\dfrac{1}{16}}$이고, $\dfrac{1}{16}<\dfrac{1}{10}$이므로

$\dfrac{1}{4}<\sqrt{\dfrac{1}{10}}$

⑤ $\sqrt{5}<\sqrt{6}$이므로 $-\sqrt{5}>-\sqrt{6}$

답 ②

05

전략 $\sqrt{A}$ $(A>0)$가 자연수 ⇨ $A=n^2$ (n은 자연수)

풀이 $\sqrt{18ab}=\sqrt{3^2\times2\times ab}$ 이므로 $\sqrt{18ab}$가 자연수가 되려면 $ab=2n^2$ (n은 자연수, $ab\le36$)

$\therefore ab=2\times1^2=2$, $ab=2\times2^2=8$,

$ab=2\times3^2=18$, $ab=2\times4^2=32$

이것을 만족시키는 a, b의 순서쌍 (a, b)는

$(1, 2)$, $(2, 1)$, $(2, 4)$, $(4, 2)$, $(3, 6)$, $(6, 3)$

의 6가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\dfrac{6}{36}=\dfrac{1}{6}$

답 ②

06

전략 소수 $\begin{cases}\text{유한소수}\\\text{무한소수}\end{cases}$

풀이 ③ 소수는 유한소수와 무한소수로 이루어져 있다.

답 ③

07

전략 무리수와 무리수 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

풀이 ① 1에 가장 가까운 무리수는 알 수 없다.

③ -1과 $\sqrt{2}$ 사이에는 0, 1의 2개의 정수가 있다.

④ $\sqrt{3}$과 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

답 ①, ④

08

전략 x가 a, $b(a<b)$ 사이의 수 ⇨ $a<x<b$

풀이 (ㄱ) $\sqrt{20}<\sqrt{24}<\sqrt{25}$이므로 $\sqrt{24}$는 $\sqrt{20}$과 $\sqrt{25}=5$ 사이의 수이다.

(ㄴ), (ㄷ) $5-\sqrt{20}=5-4.472=0.528$이므로 $\sqrt{20}+1$은 $\sqrt{20}$과 5 사이의 수가 아니고, $\sqrt{20}+0.5$는 $\sqrt{20}$과 5 사이의 수이다.

(ㄹ) $\dfrac{\sqrt{20}+5}{2}$는 $\sqrt{20}$과 5의 평균으로 $\sqrt{20}$과 5 사이의 수이다.

(ㅁ) $\sqrt{(-4.8)^2}=4.8$은 유리수이다.

(ㅂ) $\dfrac{5-\sqrt{20}}{2}=\dfrac{5-4.472}{2}=0.264<\sqrt{20}$이므로 $\sqrt{20}$과 $\sqrt{5}$ 사이의 수가 아니다.

이상에서 $\sqrt{20}$과 5 사이의 무리수는 (ㄱ), (ㄷ), (ㄹ)이다.

답 ③

09

전략 $\sqrt{A}$ $(A>0)$가 자연수 ⇨ $A=n^2$ (n은 자연수)

풀이 $\dfrac{126}{x}=\dfrac{2\times3^2\times7}{x}$이므로 $\sqrt{\dfrac{126}{x}}=\sqrt{\dfrac{2\times3^2\times7}{x}}$이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x는

$x=2\times7=14$

답 14

우공비 BOX

a, b는 주사위의 눈의 수이므로 1, 2, 3, 4, 5, 6 중 하나이다. 따라서 $ab\le36$임을 알 수 있다.

5.472

4.972

정사각형의 두 대각선의 길이는 서로 같으므로 $\overline{AC}=\overline{BD}$

근호 안의 모든 소인수의 지수가 짝수이어야 한다.

10

전략 $\sqrt{x^2}=\begin{cases}x\ (x\ge0)\\-x\ (x<0)\end{cases}$

풀이 $a-b>0$이므로 $a>b$

또 $ab<0$에서 a, b의 부호가 서로 다르므로

$a>0$, $b<0$

$\therefore \sqrt{a^2}-\sqrt{b^2}=a-(-b)=a+b$

답 $a+b$

11

채점 기준	배점
A의 값 구하기	1점
B의 값 구하기	1점
$A-B$의 값 구하기	1점

풀이 $(-6)^2=36$의 양의 제곱근은 $\sqrt{36}=6$이므로

$A=6$ ▶ 1점

$\sqrt{81}=9$의 음의 제곱근은 -3이므로

$B=-3$ ▶ 1점

$\therefore A-B=6-(-3)=9$ ▶ 1점

답 9

12

채점 기준	배점
점 A에 대응하는 수 구하기	2점
점 B에 대응하는 수 구하기	2점
점 Q에 대응하는 수 구하기	2점

풀이 $\overline{AP}=\overline{AC}=\sqrt{2}$이고 점 P에 대응하는 수가 $\sqrt{2}-1$이므로 점 A에 대응하는 수는

$(\sqrt{2}-1)-\sqrt{2}=-1$ ▶ 2점

또 점 B에 대응하는 수는

$-1+1=0$ ▶ 2점

$\overline{AC}=\overline{BD}=\overline{BQ}=\sqrt{2}$이므로 점 Q에 대응하는 수는

$0-\sqrt{2}=-\sqrt{2}$ ▶ 2점

답 $-\sqrt{2}$

13

채점 기준	배점
양수인 것과 음수인 것 나누기	2점
음수끼리 대소 비교하기	2점
네 번째로 큰 수 구하기	1점

풀이 $-\sqrt{5}$, $1-\sqrt{2}$, -1은 음수이고, $-1+\sqrt{3}$, $\sqrt{2}$는 양수이므로 네 번째에 오는 수는 $-\sqrt{5}$, $1-\sqrt{2}$, -1 중 두 번째로 큰 수이다. ▶ 2점

이때 $-\sqrt{5}<-1$이고, $-1-(1-\sqrt{2})=-2+\sqrt{2}<0$이므로

$-\sqrt{5}<-1<1-\sqrt{2}$ ▶ 2점

따라서 크기가 큰 것부터 차례대로 나열할 때, 네 번째에 오는 수는 -1이다. ▶ 1점

답 -1

03회 Ⅰ-2. 근호를 포함한 식의 계산 | 문제집 21~22쪽

01 ⑤	02 ⑤	03 ④	04 ②
05 ④	06 ③	07 ③	08 ③
09 19	10 -2	11 10	12 20
13 2			

01 전략 $a>0$, $b>0$일 때, $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$

풀이 $\sqrt{96}=\sqrt{4^2\times6}=4\sqrt{6}$이므로 $a=4$

$2\sqrt{7}=\sqrt{2^2\times7}=\sqrt{28}$이므로 $b=28$

$\therefore \dfrac{b}{a}=\dfrac{28}{4}=7$

답 ⑤

02 전략 $a>0$, $b>0$일 때, $\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$, $\dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}=\sqrt{\dfrac{b}{a}}$

풀이 ⑤ $a^2\sqrt{a}=\sqrt{a^4\times a}=\sqrt{a^5}$

답 ⑤

03 전략 $a>0$, $b>0$일 때, $\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$

풀이 $a>0$, $b>0$이므로

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=\sqrt{a^2\times\frac{4b}{a}}+\sqrt{b^2\times\frac{9a}{b}}\\&=\sqrt{4ab}+\sqrt{9ab}\\&=2\sqrt{ab}+3\sqrt{ab}\\&=5\sqrt{ab}=5\sqrt{4}\\&=5\times2=10\end{aligned}$$

답 ④

04 전략 $a>0$, $b>0$일 때, $\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$, $\dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}=\sqrt{\dfrac{b}{a}}$

풀이

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{40}}\times\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{21}}\div\sqrt{\frac{3}{10}}&=\sqrt{\frac{7}{40}}\times\sqrt{\frac{5}{21}}\times\sqrt{\frac{10}{3}}\\&=\sqrt{\frac{7}{40}\times\frac{5}{21}\times\frac{10}{3}}\\&=\sqrt{\frac{5}{36}}=\frac{\sqrt{5}}{6}\end{aligned}$$

답 ②

05 전략 $a>0$일 때, $\dfrac{1}{\sqrt{a}}=\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}\sqrt{a}}=\dfrac{\sqrt{a}}{a}$

풀이 $b=\sqrt{5}+\dfrac{1}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}+\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

$=\left(1+\dfrac{1}{5}\right)\sqrt{5}=\dfrac{6}{5}\sqrt{5}=\dfrac{6}{5}a$

따라서 b는 a의 $\dfrac{6}{5}$배이다.

답 ④

06 전략 분모에 무리수가 있으면 먼저 분모를 유리화한다.

풀이 $\sqrt{48}=\sqrt{4^2\times3}=4\sqrt{3}$

$\dfrac{3}{\sqrt{12}}=\dfrac{3}{\sqrt{2^2\times3}}=\dfrac{3}{2\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \sqrt{48}+\dfrac{3}{\sqrt{12}}=4\sqrt{3}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\left(4+\dfrac{1}{2}\right)\sqrt{3}=\dfrac{9}{2}\sqrt{3}$

$=\dfrac{9}{2}\times1.732=7.794$

답 ③

07 전략 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$임을 이용하여 분모를 유리화한다.

풀이

$$\begin{aligned}&\frac{\sqrt{12}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}-\frac{\sqrt{27}-4}{\sqrt{3}-2}\\&=\frac{(\sqrt{12}-\sqrt{2})\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}-\frac{(\sqrt{27}-4)(\sqrt{3}+2)}{(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)}\\&=\frac{\sqrt{24}-2}{2}-\frac{\sqrt{81}+2\sqrt{27}-4\sqrt{3}-8}{-1}\\&=\frac{2\sqrt{6}-2}{2}-\frac{9+6\sqrt{3}-4\sqrt{3}-8}{-1}\\&=\sqrt{6}-1+1+2\sqrt{3}=2\sqrt{3}+\sqrt{6}\end{aligned}$$

답 ③

08 전략 (A의 소수 부분)$=A-$(A의 정수 부분)

풀이 $3<\sqrt{10}<4$이므로 $\sqrt{10}=3.\times\times\times$

$\therefore a=3$, $b=\sqrt{10}-3$

$\therefore \dfrac{a}{b}=\dfrac{3}{\sqrt{10}-3}=\dfrac{3(\sqrt{10}+3)}{(\sqrt{10}-3)(\sqrt{10}+3)}$

$=3(\sqrt{10}+3)$

답 ③

분모에 무리수가 포함되어 있으므로 분모를 유리화한다.

보충 학습

$\sqrt{1}=1$, $\sqrt{4}=2$, $\sqrt{9}=3$, $\cdots$이므로 무리수의 정수 부분은 다음과 같다.

$\sqrt{2}=1.\times\times\times$ ➜ 1 $\sqrt{3}=1.\times\times\times$ ➜ 1 $\sqrt{5}=2.\times\times\times$ ➜ 2

$\sqrt{6}=2.\times\times\times$ ➜ 2 $\sqrt{7}=2.\times\times\times$ ➜ 2 $\sqrt{8}=2.\times\times\times$ ➜ 2

$\sqrt{10}=3.\times\times\times$ ➜ 3 $\sqrt{11}=3.\times\times\times$ ➜ 3, $\cdots$

09 전략 $\sqrt{370}$을 $\sqrt{3.7}$ 또는 $\sqrt{37}$의 값을 이용할 수 있도록 변형한다.

풀이 $\sqrt{370}=\sqrt{3.7\times100}=\sqrt{3.7}\times10=19.24$

따라서 $\sqrt{370}$과 가장 가까운 정수는 19이다.

답 19

10 전략 먼저 분배법칙을 이용하여 괄호를 푼다.

풀이 주어진 등식의 좌변을 간단히 정리하면

$$\begin{aligned}&\sqrt{5}(3-\sqrt{15})+\frac{12}{\sqrt{3}}-\frac{10}{\sqrt{5}}\\&=3\sqrt{5}-\sqrt{75}+\frac{12\sqrt{3}}{3}-\frac{10\sqrt{5}}{5}\\&=3\sqrt{5}-5\sqrt{3}+4\sqrt{3}-2\sqrt{5}\\&=-\sqrt{3}+\sqrt{5}\end{aligned}$$

따라서 $a=-1$, $b=1$이므로

$a-b=-1-1=-2$

답 -2

우공비 BOX

공통인수 $\sqrt{5}$로 묶는다.

분자, 분모에 $\sqrt{5}$를 곱하여 분모를 유리화한다.

$\sqrt{75}=\sqrt{5^2\times3}=5\sqrt{3}$

11

채점 기준	배점
a의 값 구하기	2점
b의 값 구하기	2점
$a+b$의 값 구하기	1점

풀이 $x=2$이고 $\sqrt{xy}=4$이므로 $\quad \sqrt{2y}=4=\sqrt{16}$

$\therefore y=8$, 즉 $a=8$ ▶ 2점

$\therefore b=\sqrt{\dfrac{y}{x}}=\sqrt{\dfrac{8}{2}}=\sqrt{4}=2$ ▶ 2점

$\therefore a+b=8+2=10$ ▶ 1점

답 10

12

채점 기준	배점
정사각형의 한 변의 길이 구하기	3점
정사각형의 둘레의 길이 구하기	2점
a의 값 구하기	1점

풀이 넓이가 $50\,\text{m}^2$인 정사각형의 한 변의 길이는

$\sqrt{50}=\sqrt{5^2\times 2}=5\sqrt{2}\,(\text{m})$ ▶ 3점

따라서 둘레의 길이는 $4\times 5\sqrt{2}=20\sqrt{2}\,(\text{m})$이다. ▶ 2점

$\therefore a=20$ ▶ 1점

답 20

13

채점 기준	배점
x의 분모를 유리화하기	2점
x^2-10x가 포함된 식 만들기	2점
$\sqrt{x^2-10x+5}$의 값 구하기	1점

풀이 $x=\dfrac{1}{5-2\sqrt{6}}=\dfrac{5+2\sqrt{6}}{(5-2\sqrt{6})(5+2\sqrt{6})}$

$=5+2\sqrt{6}$ ▶ 2점

이므로 $\quad x-5=2\sqrt{6}$

위의 식의 양변을 제곱하면 $\quad (x-5)^2=(2\sqrt{6})^2$

$x^2-10x+25=24$

$\therefore x^2-10x=-1$ ▶ 2점

$\therefore \sqrt{x^2-10x+5}=\sqrt{-1+5}=\sqrt{4}=2$ ▶ 1점

답 2

04회 Ⅰ-2. 근호를 포함한 식의 계산 | 문제집 23~24쪽

01 ③	02 ③	03 ①	04 ④
05 ④	06 ⑤	07 ④	08 ①
09 ③	10 ④	11 10	12 $-11-\sqrt{7}$
13 $\frac{3}{5}$	14 -2	15 $\sqrt{6}$	

01 전략 $a>0$, $b>0$일 때, $a\sqrt{b}=\sqrt{a^2b}$

풀이 $4\sqrt{2}=\sqrt{4^2\times 2}=\sqrt{32}$이므로 $\quad \sqrt{25+a}=\sqrt{32}$

$25+a=32$

$\therefore a=7$

답 ③

$(-a)^n=\begin{cases} a^n\ (n\text{이 짝수}) \\ -a^n\ (n\text{이 홀수}) \end{cases}$

분모를 먼저 유리화한 후 통분한 경우

넓이가 a인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{a}$이다.

먼저 통분한 후 식의 값을 대입하여 유리화한 경우

근호 밖의 양수는 제곱하여 근호 안으로 넣을 수 있다.

02 전략 $a>0$일 때, $a=(\sqrt{a})^2$

풀이 $\sqrt{5}=\sqrt{2+3}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+(\sqrt{3})^2}$

$=\sqrt{a^2+b^2}$

답 ③

03 전략 $(-\sqrt{2})^2=2$, $(-\sqrt{2})^3=-(\sqrt{2})^3=-2\sqrt{2}$

풀이 x^3-x^2+x+2에 $x=-\sqrt{2}$를 대입하면

$(-\sqrt{2})^3-(-\sqrt{2})^2+(-\sqrt{2})+2$

$=-2\sqrt{2}-2-\sqrt{2}+2$

$=-3\sqrt{2}$

답 ①

04 전략 $a>0$, $b>0$일 때, $\sqrt{\dfrac{a}{b}}=\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\dfrac{\sqrt{ab}}{b}$

풀이 $\sqrt{\dfrac{a}{b}}+\sqrt{\dfrac{b}{a}}=\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}+\dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}=\dfrac{\sqrt{ab}}{b}+\dfrac{\sqrt{ab}}{a}$

$=\dfrac{a\sqrt{ab}+b\sqrt{ab}}{ab}=\dfrac{(a+b)\sqrt{ab}}{ab}$

$=\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$

답 ④

다른 풀이 $\sqrt{\dfrac{a}{b}}+\sqrt{\dfrac{b}{a}}=\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}+\dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}=\dfrac{a+b}{\sqrt{ab}}=\dfrac{5}{\sqrt{3}}=\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$

05 전략 a, b는 유리수, $\sqrt{m}$은 무리수일 때, $a+b\sqrt{m}$이 유리수이면 ➡ $b=0$

풀이 $(4+2\sqrt{6})(a-3\sqrt{6})$

$=4a-12\sqrt{6}+2a\sqrt{6}-36$

$=(4a-36)+(2a-12)\sqrt{6}$

위의 식의 값이 유리수가 되어야 하므로

$2a-12=0 \qquad \therefore a=6$

답 ④

06 전략 $a>0$일 때, $\sqrt{a^2}=a$, $\dfrac{1}{\sqrt{a}}=\dfrac{\sqrt{a}}{a}$

풀이 $\sqrt{196}+\dfrac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}-\sqrt{2}(\sqrt{3}-2\sqrt{2})$

$=\sqrt{14^2}+\dfrac{3\sqrt{6}}{3}-\sqrt{6}+4$

$=14+\sqrt{6}-\sqrt{6}+4=18$

답 ⑤

+ 보충 학습

10 이상 20 이하의 자연수의 제곱은 다음과 같다.

$10^2=100$	$11^2=121$	$12^2=144$	$13^2=169$
$14^2=196$	$15^2=225$	$16^2=256$	$17^2=289$
$18^2=324$	$19^2=361$	$20^2=400$	

07 전략 두 도형의 넓이의 비가 $1:a$ ➡ 닮음비는 $1:\sqrt{a}$

풀이 두 정삼각형은 항상 닮음이고 넓이의 비가 $1:5$이므로 한 변의 길이의 비는 $1:\sqrt{5}$이다.

작은 정삼각형의 한 변의 길이를 $x\,\text{cm}$라 하면

$3(x+\sqrt{5}x)=24, \qquad (\sqrt{5}+1)x=8$

$\therefore x=\frac{8}{\sqrt{5}+1}=\frac{8(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)}$
$=2\sqrt{5}-2$

따라서 작은 정삼각형의 한 변의 길이는 $(2\sqrt{5}-2)$cm 이다. 답 ④

08 전략 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$임을 이용하여 분모를 유리화한다.

풀이 $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}$
$=\sqrt{18}+\sqrt{12}$
$=\sqrt{3^2\times2}+\sqrt{2^2\times3}$
$=3\sqrt{2}+2\sqrt{3}$

따라서 $a=3$, $b=2$이므로
$a-b=1$ 답 ①

09 전략 $n\le x<n+1$(n은 자연수) ➡ x의 정수 부분: n

풀이 $1<\sqrt{3}<2$에서 $-2<-\sqrt{3}<-1$이므로
$3<5-\sqrt{3}<4$ $\therefore a=3$
$5-\sqrt{3}$의 정수 부분이 3이므로
$b=(5-\sqrt{3})-3=2-\sqrt{3}$
$\therefore a-b=3-(2-\sqrt{3})=1+\sqrt{3}$ 답 ③

10 전략 실수 a, b의 대소 비교 ➡ $a-b$의 부호를 조사

풀이 $a-b=(\sqrt{3}+\sqrt{8})-(\sqrt{2}-\sqrt{12})$
$=\sqrt{3}+2\sqrt{2}-\sqrt{2}+2\sqrt{3}=\sqrt{2}+3\sqrt{3}>0$
$\therefore a>b$
$b-c=(\sqrt{2}-\sqrt{12})-(\sqrt{18}-\sqrt{27})$
$=\sqrt{2}-2\sqrt{3}-(3\sqrt{2}-3\sqrt{3})$
$=\sqrt{2}-2\sqrt{3}-3\sqrt{2}+3\sqrt{3}$
$=\sqrt{3}-2\sqrt{2}=\sqrt{3}-\sqrt{8}<0$
$\therefore b<c$
$c-a=(\sqrt{18}-\sqrt{27})-(\sqrt{3}+\sqrt{8})$
$=3\sqrt{2}-3\sqrt{3}-\sqrt{3}-2\sqrt{2}$
$=\sqrt{2}-4\sqrt{3}=\sqrt{2}-\sqrt{48}<0$
$\therefore c<a$
$\therefore b<c<a$ 답 ④

실수 a, b에 대하여
① $a-b>0$ ➡ $a>b$
② $a-b=0$ ➡ $a=b$
③ $a-b<0$ ➡ $a<b$

$\sqrt{a}(\sqrt{b}+\sqrt{c})$
$=\sqrt{ab}+\sqrt{ac}$

11 전략 $a>0$, $b>0$일 때, $\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$

풀이 $3\sqrt{28}\div\sqrt{7}\times\sqrt{8}=3\sqrt{28}\times\frac{1}{\sqrt{7}}\times\sqrt{8}$
$=3\times\sqrt{28\times\frac{1}{7}\times8}=3\sqrt{32}$
$=3\times4\sqrt{2}=12\sqrt{2}$

따라서 $a=12$, $b=2$이므로
$a-b=12-2=10$ 답 10

$\sqrt{28}=2\sqrt{7}$, $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ 이므로
$3\times2\sqrt{7}\times\frac{1}{\sqrt{7}}\times2\sqrt{2}$
$=12\sqrt{2}$
로 계산할 수도 있다.

12 전략 $3A+C=B$ ➡ $C=-3A+B$

풀이 $3A+C=B$에서
$C=-3A+B$
$=-3(2\sqrt{7}+3)+(5\sqrt{7}-2)$
$=-6\sqrt{7}-9+5\sqrt{7}-2$
$=-11-\sqrt{7}$ 답 $-11-\sqrt{7}$

13

채점 기준	배점
m의 값 구하기	2점
n의 값 구하기	2점
mn의 값 구하기	1점

풀이 $\sqrt{720}=\sqrt{144\times5}=\sqrt{12^2\times5}=12\sqrt{5}$
$\therefore m=12$ ▶ 2점
$\sqrt{0.0075}=\sqrt{\frac{75}{10000}}=\frac{5\sqrt{3}}{100}=\frac{\sqrt{3}}{20}$
$\therefore n=\frac{1}{20}$ ▶ 2점
$\therefore mn=12\times\frac{1}{20}=\frac{3}{5}$ ▶ 1점
답 $\frac{3}{5}$

14

채점 기준	배점
주어진 식 정리하기	3점
a의 값 구하기	2점

$\sqrt{a}\ (4\sqrt{2}-2)$

풀이 $2\sqrt{6}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}-\sqrt{6}\right)-\frac{a}{\sqrt{2}}(4\sqrt{2}-2)$
$=\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3}}-12-4a+\frac{2a}{\sqrt{2}}$
$=2\sqrt{2}-12-4a+\sqrt{2}a$
$=(2+a)\sqrt{2}-12-4a$ ▶ 3점
이므로 주어진 식의 값이 유리수가 되려면
$2+a=0$ $\therefore a=-2$ ▶ 2점
답 -2

15

채점 기준	배점
[6]의 값 구하기	1점
〈3〉의 값 구하기	2점
답 구하기	2점

$\sqrt{4}<\sqrt{6}<\sqrt{9}$에서
$2<\sqrt{6}<3$

$\sqrt{1}<\sqrt{3}<\sqrt{4}$에서
$1<\sqrt{3}<2$

풀이 $2<\sqrt{6}<3$이므로 [6]=2 ▶ 1점
$1<\sqrt{3}<2$이므로 〈3〉$=\sqrt{3}-1$ ▶ 2점
$\therefore \frac{\sqrt{72}}{[6]+2\times〈3〉}=\frac{6\sqrt{2}}{2+2(\sqrt{3}-1)}=\frac{6\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}$
$=\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\sqrt{6}$ ▶ 2점
답 $\sqrt{6}$

서술형 답안 작성 Tip
계산 결과의 분모에 무리수가 포함되어 있을 때에는 분모를 유리화하여 간단하게 나타내도록 한다.

우공비 BOX

05회 Ⅱ-1. 인수분해 | 문제집 25~26쪽

01 ③	02 ⑤	03 ①	04 ④		
05 ③	06 ③	07 ④	08 ③		
09 $2a$	10 $4(x+2y)(2x-3y)$				
11 $(x^2+3x+4)(x^2+3x-2)$				12 9	13 8
14 2					

01 전략 공통인수를 묶어 낸다.

풀이 $3ab-12a^2b=3ab(1-4a)$

이므로 인수가 아닌 것은 ③이다.

답 ③

02 전략 인수분해 공식을 이용한다.

풀이 ① $x^2+4x-12=(x+6)(x-2)$

② $x^2-4x+4=(x-2)^2$

③ $x^2-4=(x+2)(x-2)$

④ $2x^2+x-10=(x-2)(2x+5)$

⑤ $2x^2-3x-14=(x+2)(2x-7)$

답 ⑤

03 전략 a에 대한 이차식이 완전제곱식

➡ $\square=\left\{\frac{(a\text{의 계수})}{2}\right\}^2$

풀이 $\square=\left(\frac{-b}{2}\right)^2=\frac{1}{4}b^2$

$a^2-ab+\frac{1}{4}b^2$
$=\left(a-\frac{1}{2}b\right)^2$

답 ①

04 전략 $x+6$이 다항식 $3x^2+ax-30$의 인수

➡ $3x^2+ax-30=(x+6)A$ (A는 일차식)

풀이 $x+6$이 $3x^2+ax-30$의 인수이므로

$3x^2+ax-30=(x+6)(3x+b)$ (b는 상수)

로 놓으면 $3x^2+ax-30=3x^2+(b+18)x+6b$에서

$b+18=a,\ 6b=-30$

$\therefore a=13,\ b=-5$

답 ④

05 전략 먼저 ㈎의 넓이를 구한다.

풀이 ㈎의 넓이는

$(2x+3)^2-2^2=(2x+3+2)(2x+3-2)$

$=(2x+5)(2x+1)$

㈎, ㈏의 넓이가 같으므로 ㈏의 긴 변의 길이는

$2x+5$

답 ③

06 전략 먼저 공통인수를 묶어 낸다.

풀이 $(\text{주어진 식})=xy^2(x^2-6xy+9y^2)$

$=xy^2(x-3y)^2$

답 ③

07 전략 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

풀이 두 정사각형의 둘레의 길이는 각각 $4x$cm, $4y$cm이고 둘레의 길이의 차가 8 cm이므로

$4x-4y=8 \qquad \therefore x-y=2$

두 정사각형의 넓이는 각각 x^2cm^2, y^2cm^{2}이고 넓이의 차가 28cm^{2}이므로

$x^2-y^2=28, \qquad (x+y)(x-y)=28$

$2(x+y)=28 \qquad \therefore x+y=14$

답 ④

08 전략 공통인수를 묶어 낸 다음 인수분해 공식을 이용한다.

풀이 $\frac{1009^2-1006^2}{2015\times2016-2015^2}$

$=\frac{(1009+1006)(1009-1006)}{2015(2016-2015)}$

$=\frac{2015\times3}{2015\times1}=3$

답 ③

09 전략 $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$, $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

풀이 $\sqrt{a^2+4a+4}-\sqrt{a^2-4a+4}$

$=\sqrt{(a+2)^2}-\sqrt{(a-2)^2}$

$0<a<2$이므로 $\quad a+2>0,\ a-2<0$

$\sqrt{A^2}=\begin{cases}A & (A\ge0)\\ -A & (A<0)\end{cases}$

$\therefore (\text{주어진 식})=(a+2)-\{-(a-2)\}$

$=a+2+a-2=2a$

답 $2a$

10 전략 ◦의 뜻에 따라 식으로 나타낸다.

풀이 $(3x\circ y)-(x\circ 5y)$

$=(3x-y)^2-(x-5y)^2$

$=\{(3x-y)-(x-5y)\}\{(3x-y)+(x-5y)\}$

$=(2x+4y)(4x-6y)$

$=4(x+2y)(2x-3y)$

답 $4(x+2y)(2x-3y)$

11 전략 상수항의 합이 같도록 두 개씩 짝을 지어 전개한다.

( )( )( )( )$+k$ 꼴의 인수분해
(i) 상수항의 합이 같도록 두 개씩 짝을 지어 전개한다.
(ii) 공통부분을 치환하여 인수분해한다.

풀이 $x(x+1)(x+2)(x+3)-8$

$=\{x(x+3)\}\{(x+1)(x+2)\}-8$

$=(\underbrace{x^2+3x}_{A})(\underbrace{x^2+3x}_{A}+2)-8$

$=A(A+2)-8=A^2+2A-8$

$=(A+4)(A-2)$

$=(x^2+3x+4)(x^2+3x-2)$

더 이상 인수분해되지 않는다.

답 $(x^2+3x+4)(x^2+3x-2)$

12

채점 기준	배점
a의 값 구하기	2점
b의 값 구하기	2점
$a+b$의 값 구하기	2점

풀이 $x^2-ax+2=(x-2)(x+m)$ (m은 상수)으로 놓으면

$-2+m=-a,\ -2\times m=2$

$\therefore m=-1,\ a=3$ ▶ 2점

$2x^2-7x+b=(x-2)(2x+n)$ (n은 상수)으로 놓으면

$n-4=-7,\ -2\times n=b$

$\therefore n=-3,\ b=6$ ▶ 2점

$\therefore a+b=9$ ▶ 2점

답 9

우공비 BOX

x^2의 계수가 2이므로 $2x+n$으로 놓는다.

$x^2-2\times x\times\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2$

13

채점 기준	배점
$ab-a+b-1$을 인수분해하기	2점
$a,\ b$의 값 구하기	3점
a^2+b^2의 값 구하기	1점

풀이 $ab-a+b-1=a(b-1)+(b-1)$

$=(a+1)(b-1)$ ▶ 2점

$(a+1)(b-1)=3$에서 $a,\ b$가 자연수이므로

$a+1=3,\ b-1=1$

$\therefore a=2,\ b=2$ ▶ 3점

$\therefore a^2+b^2=2^2+2^2=8$ ▶ 1점

답 8

a가 자연수이므로
$a\geq1\quad\therefore a+1\geq2$
b가 자연수이므로
$b\geq1\quad\therefore b-1\geq0$

14

채점 기준	배점
$5-\sqrt{2}$의 정수 부분 구하기	2점
x의 값 구하기	1점
식의 값 구하기	3점

풀이 $1<\sqrt{2}<2$이므로 $\quad -2<-\sqrt{2}<-1$

$\therefore 3<5-\sqrt{2}<4$

따라서 $5-\sqrt{2}$의 정수 부분은 3이므로 ▶ 2점

$x=5-\sqrt{2}-3=2-\sqrt{2}$ ▶ 1점

주어진 식에서 $x+4=A$로 치환하면

(주어진 식)$=A^2-12A+36$

$=(A-6)^2$

$=(x+4-6)^2$

$=(x-2)^2$

$=(-\sqrt{2})^2=2$ ▶ 3점

답 2

06회 Ⅱ-1. 인수분해 | 문제집 27~28쪽

01 ②	02 ④	03 ④	04 ③
05 ④	06 ①	07 ③	08 ⑤
09 4	10 15	11 3	
12 $(x+2)(x-9)$		13 1	14 $3\sqrt{13}$

01 전략 인수분해 공식을 이용할 수 없는 것을 찾는다.

풀이 ① $x^2-8x-84=(x+6)(x-14)$

③ $x^2-12x+36=(x-6)^2$

④ $x^2-49=(x+7)(x-7)$

⑤ $x^2-x+\frac{1}{4}=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$

답 ②

참고 ② x^2-3을 계수가 무리수인 범위에서 인수분해하면
$x^2-3=(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})$

02 전략 $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

풀이 $9a^2+12ab+4b^2=(3a+2b)^2$이므로 창문의 한 변의 길이는 $3a+2b$이다.

따라서 창문의 둘레의 길이는

$4(3a+2b)=12a+8b$

답 ④

03 전략 x^2의 계수가 1인 이차식이 완전제곱식

➲ (상수항)$=\left\{\frac{(x\text{의 계수})}{2}\right\}^2$

풀이 $\left(-\frac{A}{2}\right)^2=\frac{49}{25}$이므로

$\frac{A}{2}=\pm\frac{7}{5}\qquad\therefore A=\frac{14}{5}\ (\because A>0)$

답 ④

04 전략 인수분해한 식을 전개하여 두 식을 비교한다.

풀이 $3x^2+(2a-5)x-10=(x-2)(3x+b)$

$=3x^2+(b-6)x-2b$

이므로

$b-6=2a-5,\ -2b=-10$

따라서 $a=2,\ b=5$이므로

$a+b=2+5=7$

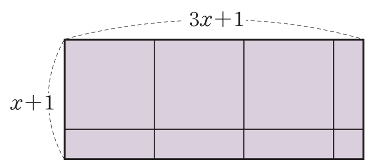
답 ③

05 전략 주어진 직사각형의 넓이의 합을 인수분해한다.

풀이 주어진 직사각형의 넓이의 합은 $3x^2+4x+1$이고

$3x^2+4x+1=(x+1)(3x+1)$

이므로 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 $3x+1$, $x+1$인 큰 직사각형을 만들 수 있다.



따라서 이 직사각형의 둘레의 길이는

$2\{(3x+1)+(x+1)\}=2(4x+2)$

$=8x+4$

답 ④

우공비 BOX

06 전략 공통인수를 묶어 낸 다음 인수분해한다.

풀이 $x^3-x=x(x^2-1)=x(x+1)(x-1)$이므로

x^3-x의 인수 중 일차항의 계수가 1인 일차식은

$x,\ x+1,\ x-1$

따라서 세 일차식의 합은 $3x$

답 ①

07 전략 공통부분 ➡ 한 문자로 치환

풀이 $x^2+2x=A$로 치환하면

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=A^2-11A+24\\&=(A-3)(A-8)\\&=(x^2+2x-3)(x^2+2x-8)\\&=(x-1)(x+3)(x-2)(x+4)\end{aligned}$$

따라서 인수가 아닌 것은 ③이다.

답 ③

• x의 계수를 잘못 본 경우
➡ x^2의 계수, 상수항은 제대로 보았다.
• 상수항을 잘못 본 경우
➡ x^2의 계수, x의 계수는 제대로 보았다.

08 전략 분모의 유리화 ➡ $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

풀이 $x=\dfrac{1}{7+4\sqrt{3}}=\dfrac{7-4\sqrt{3}}{(7+4\sqrt{3})(7-4\sqrt{3})}=7-4\sqrt{3}$

$7^2-(4\sqrt{3})^2=49-48=1$

$y=\dfrac{1}{7-4\sqrt{3}}=\dfrac{7+4\sqrt{3}}{(7-4\sqrt{3})(7+4\sqrt{3})}=7+4\sqrt{3}$

이므로 $x+y=14,\ x-y=-8\sqrt{3}$

$$\begin{aligned}\therefore x^2-y^2&=(x+y)(x-y)\\&=14\times(-8\sqrt{3})\\&=-112\sqrt{3}\end{aligned}$$

답 ⑤

09 전략 인수분해할 수 있는 두 식을 먼저 인수분해하여 공통인수를 찾는다.

풀이 $x^2+2x-8=(x-2)(x+4)$

$x^2-5x+6=(x-2)(x-3)$

따라서 공통인수는 $x-2$이므로 $x^2+ax-12$도 $x-2$를 인수로 갖는다.

$x^2+ax-12=(x-2)(x+6)=x^2+4x-12$

-2와 곱하여 -12가 되는 수는 6이다.

$\therefore a=4$

답 4

10 전략 한 문자에 대하여 내림차순으로 정리하여 인수분해한다.

풀이 $2x^2-3xy+y^2+7x-2y-15$

$=2x^2-(3y-7)x+y^2-2y-15$

$=2x^2-(3y-7)x+(y-5)(y+3)$

$=(2x-y-3)(x-y+5)$

이므로 $a=-3,\ b=-1,\ c=5$

$\therefore abc=15$

답 15

11 전략 공통인수가 드러나도록 적당한 항끼리 묶어서 인수분해한다.

풀이 $$\begin{aligned}ax+bx+ay+by&=x(a+b)+y(a+b)\\&=(a+b)(x+y)\end{aligned}$$

이때 $x+y=4$이므로 $(a+b)\times4=12$

$\therefore a+b=3$

답 3

12

채점 기준	배점
처음 이차식의 상수항 구하기	2점
처음 이차식의 x의 계수 구하기	2점
처음 이차식을 바르게 인수분해하기	2점

풀이 민준이는 상수항을 제대로 보았으므로

$(x-3)(x+6)=x^2+3x-18$

에서 상수항은 -18이다. ▶ 2점

하림이는 x의 계수를 제대로 보았으므로

$(x+3)(x-10)=x^2-7x-30$

에서 x의 계수는 -7이다. ▶ 2점

따라서 처음 이차식을 바르게 인수분해하면

$x^2-7x-18=(x+2)(x-9)$ ▶ 2점

답 $(x+2)(x-9)$

13

채점 기준	배점
점선으로 표시된 원의 반지름의 길이 구하기	2점
길의 넓이를 이용하여 식 세우기	2점
x의 값 구하기	2점

풀이 그림에서 점선으로 표시된 원의 반지름의 길이를 r m라 하면 $2\pi r=12\pi$ $\therefore r=6$ ▶ 2점

길의 넓이가 $24\pi\ \text{m}^2$이므로

$\pi(6+x)^2-\pi(6-x)^2=24\pi$ ▶ 2점

$(6+x)^2-(6-x)^2=24$

$(6+x+6-x)(6+x-6+x)=24$

$24x=24$ $\therefore x=1$ ▶ 2점

답 1

14

채점 기준	배점
$x+\dfrac{1}{x}$의 값 구하기	3점
$x^2-\dfrac{1}{x^2}$을 인수분해하기	2점
식의 값 구하기	1점

풀이 $\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2+4=3^2+4=13$

$(a+b)^2=(a-b)^2+4ab$

이므로 $x+\dfrac{1}{x}=\sqrt{13}$ ($\because x>0$) ▶ 3점

$\therefore x^2-\dfrac{1}{x^2}=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)\left(x-\dfrac{1}{x}\right)$ ▶ 2점

$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

$=\sqrt{13}\times3=3\sqrt{13}$ ▶ 1점

답 $3\sqrt{13}$

07회 Ⅲ-1. 이차방정식과 그 풀이 | 문제집 29~30쪽

01 ②	02 ⑤	03 ④	04 ④
05 ③	06 ①	07 ②	08 ⑤
09 3	10 3	11 $-1,\ 6$	
12 $x=1$ 또는 $x=2$		13 -1	14 14

01 전략 x에 대한 이차방정식 ➡ (x에 대한 이차식)$=0$

풀이 ① $\dfrac{x-1}{2}=x^2$에서 $\quad x-1=2x^2$

$\therefore 2x^2-x+1=0$

② $(2-x)(x+1)=1-x^2$에서

$2x+2-x^2-x=1-x^2 \qquad \therefore x+1=0$

③ $(x+1)^2=x$에서

$x^2+2x+1=x \qquad \therefore x^2+x+1=0$

④ $3x^2-2=3(x-2)$에서

$3x^2-2=3x-6 \qquad \therefore 3x^2-3x+4=0$

⑤ $x(x^2-1)=x^3+x^2+x$에서

$x^3-x=x^3+x^2+x$

$\therefore x^2+2x=0$

답 ②

02 전략 $x=k$가 이차방정식의 근

➡ $x=k$를 이차방정식에 대입한다.

풀이 $x=k$를 $x^2+x-1=0$에 대입하면

$k^2+k-1=0$

$\therefore k^5+k^4-k^3+k^2+k+5$

$=k^3(k^2+k-1)+(k^2+k-1)+6=6$

답 ⑤

03 전략 $AB=0$ ➡ $A=0$ 또는 $B=0$

풀이 ① $(3x+1)(2x-1)=0$에서

$3x+1=0$ 또는 $2x-1=0$

$\therefore x=-\dfrac{1}{3}$ 또는 $x=\dfrac{1}{2}$

② $\left(x+\dfrac{1}{3}\right)\left(x-\dfrac{1}{2}\right)=0$에서

$x+\dfrac{1}{3}=0$ 또는 $x-\dfrac{1}{2}=0$

$\therefore x=-\dfrac{1}{3}$ 또는 $x=\dfrac{1}{2}$

③ $(3x+1)\left(x-\dfrac{1}{2}\right)=0$에서

$3x+1=0$ 또는 $x-\dfrac{1}{2}=0$

$\therefore x=-\dfrac{1}{3}$ 또는 $x=\dfrac{1}{2}$

④ $\left(x-\dfrac{1}{3}\right)(2x-1)=0$에서

$x-\dfrac{1}{3}=0$ 또는 $2x-1=0$

$\therefore x=\dfrac{1}{3}$ 또는 $x=\dfrac{1}{2}$

⑤ $6x^2-x-1=0$에서 $\quad (3x+1)(2x-1)=0$

$3x+1=0$ 또는 $2x-1=0$

$\therefore x=-\dfrac{1}{3}$ 또는 $x=\dfrac{1}{2}$

답 ④

우공비 BOX

$$\begin{array}{cccc} 3 & & 1 \rightarrow & 2 \\ 2 & & -1 \rightarrow & -3 \\ \hline & & & -1 \end{array}$$

$x=k$를 이차방정식에 대입하면 등식이 성립한다.

$(x-1)(x-b)=0$에서 $x^2-(b+1)x+b=0$

$3x=-1 \quad \therefore x=-\dfrac{1}{3}$

$2x=1 \quad \therefore x=\dfrac{1}{2}$

04 전략 이차방정식 $(ax+b)(cx+d)=0$의 해

➡ $x=-\dfrac{b}{a}$ 또는 $x=-\dfrac{d}{c}$

풀이 $4x^2+4x-15=0$에서

$(2x+5)(2x-3)=0$

$\therefore x=-\dfrac{5}{2}$ 또는 $x=\dfrac{3}{2}$

따라서 두 근 사이에 있는 정수는 $-2,\ -1,\ 0,\ 1$의 4개이다.

답 ④

05 전략 이차방정식의 해가 같다.

➡ 두 근을 모두 공통으로 갖는다.

풀이 $(x-1)(x-b)=0$에서

$x=1$ 또는 $x=b$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

$x=1$을 $x^2+ax-4=0$에 대입하면

$1+a-4=0 \qquad \therefore a=3$

즉 $x^2+3x-4=0$에서 $\quad (x+4)(x-1)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=1$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\quad b=-4$

$\therefore a+b=3+(-4)=-1$

답 ③

다른 풀이 두 이차방정식이 서로 같으므로

$x^2+ax-4=x^2-(b+1)x+b$

따라서 $a=-b-1$이므로 $\quad a+b=-1$

06 전략 x^2+ax+b가 완전제곱식 ➡ $b=\left(\dfrac{a}{2}\right)^2$

풀이 $x^2+ax+16$이 완전제곱식이면

$16=\left(\dfrac{a}{2}\right)^2 \qquad \therefore a=\pm 8$

따라서 $-8,\ 8$을 두 근으로 갖는 이차방정식을 찾으면 된다.

① $\dfrac{1}{2}x^2-32=0$에서 $\quad \dfrac{1}{2}(x^2-64)=0$

$\dfrac{1}{2}(x+8)(x-8)=0 \qquad \therefore x=-8$ 또는 $x=8$

② $(x+8)^2=0$

$\therefore x=-8$ (중근)

③ $x^2+16x+64=0$에서 $\quad (x+8)^2=0$

$\therefore x=-8$ (중근)

④ $x^2-8x+16=0$에서 $\quad (x-4)^2=0$

$\therefore x=4$ (중근)

⑤ $x^2-7x-8=0$에서 $\quad (x+1)(x-8)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=8$

답 ①

07 전략 $x^2+ax+b=0$이 중근을 갖는다. ➡ $b=\left(\frac{a}{2}\right)^2$

풀이 $x^2-2(x+a)+7=0$, 즉 $x^2-2x-2a+7=0$이 중근을 가지므로

$-2a+7=\left(\frac{-2}{2}\right)^2$

$-2a+7=1 \quad \therefore a=3$

이때 주어진 방정식은 $x^2-2x+1=0$이므로

$(x-1)^2=0 \quad \therefore x=1$ (중근)

따라서 $m=1$이므로

$a-m=3-1=2$

답 ②

08 전략 $(x+p)^2=q\ (q\geq 0)$의 해 ➡ $x=-p\pm\sqrt{q}$

풀이 $2(x+2)^2=k$에서 $\quad (x+2)^2=\frac{k}{2}$

$x+2=\pm\sqrt{\frac{k}{2}} \quad \therefore x=-2\pm\sqrt{\frac{k}{2}}$

따라서 $\frac{k}{2}=5$이므로 $\quad k=10$

답 ⑤

09 전략 주어진 식에 한 근을 대입하여 a의 값을 먼저 구한다.

풀이 $x=3$을 $x^2-ax-2a^2-10=0$에 대입하여 정리하면

$2a^2+3a+1=0, \quad (a+1)(2a+1)=0$

$\therefore a=-1$ ($\because a$는 정수)

$a=-1$을 $x^2-ax-2a^2-10=0$에 대입하면

$x^2+x-12=0, \quad (x+4)(x-3)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=3$

따라서 $b=-4$이므로

$a-b=-1-(-4)=3$

답 3

10 전략 $3A=2B$를 만족시키는 x의 값을 구한 후, 이 중에서 $A\neq 0$을 만족시키는 것을 찾는다.

풀이 $3A=2B$에서

$3(x^2-2x-15)=2(x^2-3x-18)$

$3x^2-6x-45=2x^2-6x-36$

$x^2=9 \quad \therefore x=\pm 3 \quad \cdots\cdots$ ㉠

한편 $A=x^2-2x-15=(x+3)(x-5)\neq 0$이므로

$x\neq -3$이고 $x\neq 5 \quad \cdots\cdots$ ㉡

따라서 ㉠, ㉡을 만족시키는 x의 값은

$x=3$

답 3

11 전략 주어진 함수식에 점의 좌표를 대입한다.

풀이 일차함수 $y=-mx+m^2$의 그래프가 점 $(5, 6)$을 지나므로 $y=-mx+m^2$에 $x=5$, $y=6$을 대입하면

$6=-5m+m^2, \quad m^2-5m-6=0$

우공비 BOX

제곱근을 이용한 $\boldsymbol{a(x+p)^2=q}$의 풀이 (단, $a>0$, $q\geq 0$)

$a(x+p)^2=q$에서

$(x+p)^2=\frac{q}{a}$

$x+p=\pm\sqrt{\frac{q}{a}}$

$\therefore x=-p\pm\sqrt{\frac{q}{a}}$

$x^2=a\ (a>0)$

➡ x는 a의 제곱근

➡ $x=\pm\sqrt{a}$

$x^2+ax+b=0$이 중근을 가지면 ➡ $b=\left(\frac{a}{2}\right)^2$

x의 계수가 A이므로 양변에 $\left(\frac{A}{2}\right)^2$을 더한다.

$(m+1)(m-6)=0 \quad \therefore m=-1$ 또는 $m=6$

답 -1, 6

12

채점 기준	배점
a의 값 구하기	3점
처음 이차방정식의 해 구하기	2점

풀이 $x^2+3ax-2a=0$의 x의 계수와 상수항을 바꾸면 $\quad x^2-2ax+3a=0$

$x=-3$을 위의 방정식에 대입하면

$(-3)^2-2a\times(-3)+3a=0$

$9+9a=0 \quad \therefore a=-1$ ▶ 3점

따라서 처음 이차방정식은 $x^2-3x+2=0$이므로

$(x-1)(x-2)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=2$ ▶ 2점

답 $x=1$ 또는 $x=2$

13

채점 기준	배점
이차방정식이 중근을 가질 조건 이용하기	2점
a의 값 구하기	2점
a의 값의 합 구하기	1점

풀이 $x^2+2(ax+1)=a-4$에서

$x^2+2ax-a+6=0$

이 이차방정식이 중근을 가지므로

$-a+6=\left(\frac{2a}{2}\right)^2$ ▶ 2점

$-a+6=a^2, \quad a^2+a-6=0$

$(a+3)(a-2)=0$

$\therefore a=-3$ 또는 $a=2$ ▶ 2점

따라서 모든 a의 값의 합은

$-3+2=-1$ ▶ 1점

답 -1

14

채점 기준	배점
주어진 이차방정식의 해 구하기	3점
$A+B$의 값 구하기	2점

풀이 $x^2+Ax-2=0$에서 $\quad x^2+Ax+\frac{A^2}{4}=2+\frac{A^2}{4}$

$\left(x+\frac{A}{2}\right)^2=\frac{A^2+8}{4}, \quad x+\frac{A}{2}=\pm\frac{\sqrt{A^2+8}}{2}$

$\therefore x=\frac{-A\pm\sqrt{A^2+8}}{2}$ ▶ 3점

따라서

$A=-3,\ B=A^2+8=(-3)^2+8=17$

이므로

$A+B=-3+17=14$ ▶ 2점

답 14

08회 Ⅲ-1. 이차방정식과 그 풀이 | 문제집 31~32쪽

01 ①	02 ⑤	03 ⑤	04 ③
05 ⑤	06 ④	07 ②	08 ④
09 $\frac{5}{6}$	10 $a=-3,\ x=-\frac{4}{5}$	11 -2	
12 23	13 -16	14 $x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=1$	

01 전략 x에 대한 이차방정식 ➡ (x에 대한 이차식)$=0$

풀이 (ㄱ) $x^2=2$에서 $\quad x^2-2=0$

(ㄴ) $x^2(x-1)=x^3-4$에서 $\quad x^3-x^2=x^3-4$

$\therefore x^2-4=0$

(ㄷ) $(x^2+1)^2=x^4+3$에서 $\quad x^4+2x^2+1=x^4+3$

$\therefore 2x^2-2=0$

(ㄹ) $3x^2+x=3(x+1)(x-1)$에서 $\quad 3x^2+x=3x^2-3$

$\therefore x+3=0$

(ㅁ) $2x(x-1)=5+2x^2$에서 $\quad 2x^2-2x=5+2x^2$

$\therefore 2x+5=0$

이상에서 이차방정식은 (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ)이다.

답 ①

02 전략 이차방정식의 해

➡ 이차방정식이 참이 되는 x의 값

풀이 ① $x=-3$을 $x^2-3x=0$에 대입하면

$(-3)^2-3\times(-3)=18\neq0$

② $x=-2$를 $2x^2-6=0$에 대입하면

$2\times(-2)^2-6=2\neq0$

③ $x=-1$을 $2x^2-3x+1=0$에 대입하면

$2\times(-1)^2-3\times(-1)+1=6\neq0$

④ $x=3$을 $x^2-6x+3=0$에 대입하면

$3^2-6\times3+3=-6\neq0$

⑤ $x=-1$을 $x^2+x=0$에 대입하면

$(-1)^2+(-1)=0$

답 ⑤

03 전략 $x=k$가 이차방정식의 근

➡ $x=k$를 이차방정식에 대입한다.

풀이 $x=a$를 $x^2+x-1=0$에 대입하면

$a^2+a-1=0 \quad \therefore a^2=1-a,\ a=1-a^2$

$\therefore \frac{a^2}{1-a}+\frac{a}{1-a^2}=\frac{1-a}{1-a}+\frac{1-a^2}{1-a^2}$

$=1+1=2$

답 ⑤

04 전략 주어진 식에 한 근을 대입한다.

풀이 $x=-1$을 $2ax^2+a^2x+8=0$에 대입하면

$a^2-2a-8=0, \quad (a+2)(a-4)=0$

$\therefore a=-2$ 또는 $a=4$

따라서 모든 a의 값의 합은

$-2+4=2$

답 ③

우공비 BOX

괄호를 풀어 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한다.

$b-a=5-(-7)$
$=12$

$$\begin{array}{cccc} 1 & \times & 1 \to & 2 \\ 2 & & -7 \to & -7 \\ \hline & & & -5 \end{array}$$

05 전략 먼저 인수분해를 이용하여 주어진 이차방정식의 두 근을 구한다.

풀이 $(x+1)(x-3)=-4(x-7)+4$에서

$x^2-2x-3=-4x+32, \quad x^2+2x-35=0$

$(x+7)(x-5)=0 \quad \therefore x=-7$ 또는 $x=5$

$\therefore a=-7,\ b=5\ (\because a<b)$

따라서 $x^2+ax+b-a=0$, 즉 $x^2-7x+12=0$에서

$(x-3)(x-4)=0 \quad \therefore x=3$ 또는 $x=4$

따라서 두 근의 합은 7이다.

답 ⑤

06 전략 $n\le x<n+1$ (n은 정수) ➡ $[x]=n$

풀이 $3\le x<4$일 때, $[x]=3$이므로 주어진 방정식은

$2x^2-5x-7=0, \quad (x+1)(2x-7)=0$

$3\le x<4$이므로 $\quad x=\frac{7}{2}$

답 ④

07 전략 이차방정식 $x^2+ax+b=0$이 중근을 가지면

➡ $b=\left(\frac{a}{2}\right)^2$

풀이 이차방정식 $x^2+8x-2k-4=0$이 중근을 가지므로

$-2k-4=\left(\frac{8}{2}\right)^2, \quad -2k-4=16$

$2k=-20 \quad \therefore k=-10$

답 ②

08 전략 $(x+p)^2=q(q\ge0)$의 해 ➡ $x=-p\pm\sqrt{q}$

풀이 $(x+A)^2=B$에서 $\quad x+A=\pm\sqrt{B}$

$\therefore x=-A\pm\sqrt{B}$

따라서 $A=-3,\ B=5$이므로

$A+B=-3+5=2$

답 ④

09 전략 $x=k$가 이차방정식의 근

➡ $x=k$를 이차방정식에 대입한다.

풀이 $x=3$을 $x^2+3ax+\frac{9}{2}a=0$에 대입하면

$9+9a+\frac{9}{2}a=0 \quad \therefore a=-\frac{2}{3}$

즉 $x^2-2x-3=0$에서 $\quad (x+1)(x-3)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=3$

이때 다른 한 근인 $x=-1$을 $3x^2+2bx=0$에 대입하면

$3-2b=0 \quad \therefore b=\frac{3}{2}$

$\therefore a+b=-\frac{2}{3}+\frac{3}{2}=\frac{5}{6}$

답 $\frac{5}{6}$

우공비 BOX

10

전략 $ax^2+bx+c=0$이 x에 대한 이차방정식 ⇨ $a\neq0$

풀이 $x=-1$을 $(a-2)x^2-a^2x-4=0$에 대입하면

$(a-2)\times(-1)^2-a^2\times(-1)-4=0$

$a^2+a-6=0$

$(a+3)(a-2)=0$

$\therefore a=-3\ (\because a\neq2)$

$a=-3$을 주어진 이차방정식에 대입하면

$-5x^2-9x-4=0$

$5x^2+9x+4=0$

$(x+1)(5x+4)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=-\frac{4}{5}$

따라서 다른 한 근은 $x=-\frac{4}{5}$

답 $a=-3,\ x=-\frac{4}{5}$

이차방정식 $(a-2)x^2-a^2x-4=0$ 에서 $a-2\neq0$이므로 $a\neq2$

11

전략 완전제곱식을 이용하여 이차방정식을 푼다.

풀이 $x^2-2x+k=0$에서

$x^2-2x=-k$

$x^2-2x+1=-k+1$

$(x-1)^2=-k+1$

$\therefore x=1\pm\sqrt{-k+1}$

이차방정식의 한 근이 $1+\sqrt{3}$이므로

$-k+1=3$

$\therefore k=-2$

답 -2

다른 풀이 $x^2-2x+k=0$의 한 근 $x=1+\sqrt{3}$에 대하여

$x-1=\sqrt{3}$

양변을 제곱하면 $x^2-2x+1=3$

$\therefore x^2-2x-2=0$

$\therefore k=-2$

12

채점 기준	배점
$a+\frac{1}{a}$의 값 구하기	3점
$a^2+\frac{1}{a^2}$의 값 구하기	2점

풀이 $(x-2)^2=x+3$에서

$x^2-4x+4=x+3$

$x^2-5x+1=0$

이 이차방정식의 한 근이 $x=a$이므로

$a^2-5a+1=0$

양변을 a로 나누면 $a-5+\frac{1}{a}=0$

$\therefore a+\frac{1}{a}=5$ ▶ 3점

$\therefore a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2=5^2-2=23$ ▶ 2점

답 23

13

채점 기준	배점
$a,\ b$의 값 구하기	2점
c의 값 구하기	2점
abc의 값 구하기	1점

풀이 이차방정식 $x^2+ax+b=0$이 중근 2를 가지므로

$(x-2)^2=0 \qquad \therefore x^2-4x+4=0$

$\therefore a=-4,\ b=4$ ▶ 2점

$x^2+cx-6=0$의 한 근이 $x=2$이므로

$4+2c-6=0 \qquad \therefore c=1$ ▶ 2점

$\therefore abc=-4\times4\times1=-16$ ▶ 1점

답 -16

14

채점 기준	배점
k의 값 구하기	3점
이차방정식의 해 구하기	3점

풀이 $4x^2+4x-k=0$의 양변을 4로 나누면

$x^2+x-\frac{k}{4}=0$

이 이차방정식이 중근을 가지므로

$-\frac{k}{4}=\left(\frac{1}{2}\right)^2 \qquad \therefore k=-1$ ▶ 3점

$k=-1$을 $(k-1)x^2+3x-1=0$에 대입하면

$-2x^2+3x-1=0,\quad 2x^2-3x+1=0$

$(2x-1)(x-1)=0$

$\therefore x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=1$ ▶ 3점

답 $x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=1$

$2 \quad -1 \rightarrow -1$
$1 \quad -1 \rightarrow -2$
$\qquad\qquad -3$

09회 Ⅲ-2. 이차방정식의 근의 공식과 활용 문제집 33~34쪽

01 ③	02 ②	03 ⑤	04 ④
05 ②	06 ④	07 ⑤	08 ②
09 -6	10 -28	11 27	12 $-\frac{1}{14}$
13 7	14 5초		

01

전략 근의 공식을 이용하여 주어진 이차방정식의 해를 구한다.

풀이 $11x^2-6x+A=0$에서

$x=\frac{3\pm\sqrt{(-3)^2-11A}}{11}=\frac{3\pm\sqrt{9-11A}}{11}$

$\therefore B=3,\ C=9-11A$

$11A+C=9,\ 4A+C=-5$를 연립하여 풀면

$A=2,\ C=-13$

$\therefore A+B-C=2+3-(-13)=18$

답 ③

$ax^2+2b'x+c=0\,(a\neq0)$
➜ $x=\frac{-b'\pm\sqrt{b'^2-ac}}{a}$

$11A+C=9 \quad \cdots ㉠$
$4A+C=-5 \quad \cdots ㉡$
㉠－㉡을 하면
$7A=14 \quad \therefore A=2$
$A=2$를 ㉠에 대입하면
$C=-13$

02 전략 계수에 분수와 소수가 있는 이차방정식
➲ 양변에 계수가 모두 정수가 되도록 하는 수를 곱한다.

풀이 양변에 10을 곱하면

$2(3x+1)^2+9(3x+1)-5=0$

$3x+1=A$로 치환하면

$2A^2+9A-5=0$

$(A+5)(2A-1)=0$

$\therefore A=-5$ 또는 $A=\frac{1}{2}$

즉 $3x+1=-5$ 또는 $3x+1=\frac{1}{2}$이므로

$x=-2$ 또는 $x=-\frac{1}{6}$

$\therefore x=-2$ ($\because x$는 정수)

답 ②

03 전략 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$이 중근을 갖는다.
➲ $b^2-4ac=0$

풀이 $2x^2+ax+a+6=0$이 중근을 가지므로

$a^2-4\times2\times(a+6)=0$

$a^2-8a-48=0$

$(a+4)(a-12)=0$

$\therefore a=12$ ($\because a>0$)

답 ⑤

04 전략 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$이 서로 다른 두 근을 갖는다. ➲ $b^2-4ac>0$

풀이 이차방정식 $x^2-4x+k-1=0$이 서로 다른 두 근을 가지므로

$(-4)^2-4(k-1)>0$

$20-4k>0$

$\therefore k<5$

따라서 정수 k의 최댓값은 4이다.

답 ④

05 전략 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$이 서로 다른 두 근을 갖는다. ➲ $b^2-4ac>0$

풀이 주사위 한 개를 두 번 던졌을 때 나올 수 있는 모든 경우의 수는

$6\times6=36$

이차방정식 $x^2-2ax+b+3=0$이 서로 다른 두 근을 가지려면

$(-2a)^2-4(b+3)>0$

$4a^2-4b-12>0$

$\therefore a^2>b+3$

위의 부등식을 만족시키는 순서쌍 (a, b)는

(3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5),

(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6),

(5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6),

(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)

의 23개이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{23}{36}$

답 ②

06 전략 $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq0)$의 두 근이 α, β
➲ $\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$, $\alpha\beta=\frac{c}{a}$

풀이 근과 계수의 관계에 의하여

$m=-\frac{-2}{1}=2$

$m=2$를 $m^2-m+k=0$에 대입하면

$2^2-2+k=0\qquad\therefore k=-2$

답 ④

07 전략 물로켓이 지면에 떨어질 때 ➲ $h=0$

풀이 물로켓이 지면에 떨어지는 것은 $h=0$일 때이므로

지면으로부터 높이가 0
➜ 지면

$-5t^2+50t+120=0$

$t^2-10t-24=0$

$(t+2)(t-12)=0$

$\therefore t=12$ ($\because t>0$)

따라서 물로켓이 지면에 떨어지는 것은 12초 후이다.

답 ⑤

08 전략 작은 정사각형의 한 변의 길이를 $x$cm로 놓고 식을 세운다.

풀이 작은 정사각형의 한 변의 길이를 $x$cm라 하면 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $(8-x)$ cm이므로

$x^2+(8-x)^2=34,\qquad x^2-8x+15=0$

$(x-3)(x-5)=0\qquad\therefore x=3$ 또는 $x=5$

따라서 작은 정사각형의 한 변의 길이는 3cm이다.

$x<8-x$이므로
$2x<8$
$\therefore x<4$

답 ②

09 전략 공통부분이 있는 이차방정식 ➲ 공통부분을 치환

풀이 $x^2+3x=A$로 치환하면 $\quad A^2-8A-20=0$

$(A+2)(A-10)=0$

$\therefore A=-2$ 또는 $A=10$

(i) $A=-2$, 즉 $x^2+3x=-2$일 때,

$x^2+3x+2=0$에서

$(x+2)(x+1)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=-1$

(ii) $A=10$, 즉 $x^2+3x=10$일 때,

$x^2+3x-10=0$에서

$(x+5)(x-2)=0$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=2$

(ⅰ), (ⅱ)에서 주어진 방정식의 해는

$x=-5$ 또는 $x=-2$

또는 $x=-1$ 또는 $x=2$

이므로 구하는 합은

$-5+(-2)+(-1)+2=-6$

답 -6

10 전략 $ax^2+bx+c=0\ (a\neq0)$의 두 근이 α, β ➡ $\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$, $\alpha\beta=\frac{c}{a}$

풀이 이차방정식 $x^2-4x-8=0$에서 근과 계수의 관계에 의하여

(두 근의 합)$=4$,

(두 근의 곱)$=-8$

즉 4, -8이 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 두 근이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$-a=4+(-8)=-4$

$\therefore a=4$

$b=4\times(-8)=-32$

$\therefore a+b=4+(-32)=-28$

답 -28

다른 풀이 두 근이 4, -8이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x-4)(x+8)=0$, 즉 $x^2+4x-32=0$

이므로 $x^2+4x-32=x^2+ax+b$에서

$a=4$, $b=-32$

11 전략 연속하는 세 자연수 ➡ $x-1$, x, $x+1$ (x는 $x>1$인 자연수)

풀이 a, b, c는 연속하는 세 자연수이므로

$a=b-1$, $c=b+1$

$2b^2=9(a+c)$에서

$2b^2=9(b-1+b+1)$

$2b^2-18b=0$, $\quad b(b-9)=0$

$\therefore b=9\ (\because b$는 자연수$)$

따라서 $a=8$, $b=9$, $c=10$이므로

$a+b+c=8+9+10$

$=27$

답 27

보충 학습

수에 대한 활용

① 연속하는 두 정수: x, $x+1$ 또는 $x-1$, x (x는 정수)

② 연속하는 세 정수: $x-1$, x, $x+1$ 또는 x, $x+1$, $x+2$ (x는 정수)

③ 연속하는 두 홀수: x, $x+2$ 또는 $x-2$, x (x는 홀수)

④ 연속하는 두 짝수: x, $x+2$ 또는 $x-2$, x (x는 짝수)

우공비 BOX

어느 세 점도 한 직선 위에 있지 않은 $n(n\geq2)$개의 점 중에서 두 점을 이은 선분의 개수 ➡ $\frac{n(n-1)}{2}$

두 근이 α, β이고, x^2의 계수가 a인 이차방정식 ➡ $a(x-\alpha)(x-\beta)=0$

양변에 2를 곱하면 $(20-2x)(16-x)=110$

$2x^2-52x+320=110$

$2x^2-52x+210=0$

$x^2-26x+105=0$

10초 후에 점 P가 점 B에 도착하므로 $0<x<10$

12

채점 기준	배점
a의 값 구하기	2점
$\alpha+\beta$, $\alpha\beta$의 값 구하기	1점
$\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}$의 값 구하기	2점

풀이 이차방정식 $x^2+2ax+a^2+2a-1=0$이 중근을 가지므로

$(2a)^2-4(a^2+2a-1)=0$

$2a-1=0$

$\therefore a=\frac{1}{2}$ ▶ 2점

이차방정식 $x^2-\frac{1}{2}x-7=0$의 두 근이 α, β이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=\frac{1}{2}$, $\alpha\beta=-7$ ▶ 1점

$\therefore \frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}$

$=\frac{1}{2}\times\left(-\frac{1}{7}\right)$

$=-\frac{1}{14}$ ▶ 2점

답 $-\frac{1}{14}$

13

채점 기준	배점
이차방정식 세우기	3점
조건에 맞는 답 구하기	1점

풀이 $\frac{n(n-1)}{2}=21$ ▶ 3점

$n^2-n-42=0$

$(n+6)(n-7)=0$

$\therefore n=7\ (\because n>0)$ ▶ 1점

답 7

14

채점 기준	배점
이차방정식 세우기	3점
해 구하기	2점
답 구하기	1점

풀이 두 점 P, Q가 동시에 출발한 지 x초 후의 $\overline{PB}$, $\overline{BQ}$의 길이는

$\overline{PB}=20-2x$ (cm), $\overline{BQ}=16-x$ (cm)

이므로

$\triangle BQP=\frac{1}{2}(20-2x)(16-x)=55$ ▶ 3점

$x^2-26x+105=0$

$(x-5)(x-21)=0$

$\therefore x=5\ (\because 0<x<10)$ ▶ 2점

따라서 구하는 시간은 5초 후이다. ▶ 1점

답 5초

우공비 BOX

10회 Ⅲ-2. 이차방정식의 근의 공식과 활용 | 문제집 35~36쪽

01 ①	02 ②	03 ④	04 ③
05 ④	06 ⑤	07 ④	08 ⑤
09 $2\sqrt{5}$	10 $-4,\ -2$	11 -1	12 $4\,\mathrm{cm}$
13 $(1+\sqrt{2})\mathrm{m}$			

01

전략 계수가 분수인 이차방정식 ⇨ 양변에 분모의 최소공배수를 곱하여 계수를 정수로 고친다.

풀이 주어진 이차방정식의 양변에 12를 곱하면

$-8x^2+9=2x,\qquad 8x^2+2x-9=0$

$\therefore x=\dfrac{-1\pm\sqrt{1^2-8\times(-9)}}{8}$

$=\dfrac{-1\pm\sqrt{73}}{8}$

따라서 $p=-1,\ q=73$이므로

$p+q=72$ 답 ①

02

전략 공통부분 ⇨ A로 치환

풀이 $(a-b)^2-a+b-20=0$에서

$(a-b)^2-(a-b)-20=0$

$a-b=A$로 치환하면 $\quad A^2-A-20=0$

$(A+4)(A-5)=0 \qquad \therefore A=-4\ (\because A<0)$

$\therefore a-b=-4$ 답 ②

$a<b$이므로
$a-b<0 \qquad \therefore A<0$

03

전략 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$이
⇨ 서로 다른 두 근을 가질 때: $b^2-4ac>0$
중근을 가질 때: $b^2-4ac=0$

(1) 근을 가질 때: 중근 포함
➜ $b^2-4ac\ge0$
(2) 서로 다른 두 근을 가질 때: 중근 제외
➜ $b^2-4ac>0$

풀이 이차방정식 $2x^2-3x-k+1=0$이 서로 다른 두 근을 가지므로

$(-3)^2-4\times2\times(-k+1)>0$

$8k+1>0 \qquad \therefore k>-\dfrac{1}{8}$ …… ㉠

또 이차방정식 $x^2+kx+5=0$이 중근을 가지므로

$k^2-4\times5=0,\qquad k^2-20=0$

$\therefore k=\pm2\sqrt{5}$ …… ㉡

㉠, ㉡을 모두 만족시키는 실수 k의 값은

$k=2\sqrt{5}$ 답 ④

04

전략 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근이 $\alpha,\ \beta$
⇨ $\alpha+\beta=-\dfrac{b}{a},\ \alpha\beta=\dfrac{c}{a}$

풀이 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$k+1=-3 \qquad \therefore k=-4$

즉 $x^2+8x-3=0$에서

$x=-4\pm\sqrt{4^2-1\times(-3)}=-4\pm\sqrt{19}$

이고, 두 근의 합은 -8이다.

근과 계수의 관계에 의하여 두 근의 합이
$-\dfrac{8}{1}=-8$
임을 알 수도 있다.

이상에서 옳은 것은 ㉠, ㉢이다. 답 ③

05

전략 두 수 $\alpha,\ \beta$의 차가 k이면 ⇨ $|\alpha-\beta|=k$

풀이 이차방정식 $2x^2+(1-a)x+a=0$의 두 근을 $\alpha,\ \beta$라 하면 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=\dfrac{a-1}{2},\ \alpha\beta=\dfrac{a}{2}$

$|\alpha-\beta|=\sqrt{3}$이므로 $(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$에서

두 근 $\alpha,\ \beta$의 차가 $\sqrt{3}$이므로
$|\alpha-\beta|=\sqrt{3}$

$3=\left(\dfrac{a-1}{2}\right)^2-4\times\dfrac{a}{2},\qquad 3=\dfrac{a^2-10a+1}{4}$

$\therefore a^2-10a-11=0$

따라서 모든 상수 a의 값의 합은 근과 계수의 관계에 의하여 10이다. 답 ④

06

전략 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$이 중근을 갖는다.
⇨ $b^2-4ac=0$

풀이 이차방정식 $x^2-6x+k=0$이 중근을 가지므로

$(-6)^2-4k=0 \qquad \therefore k=9$

$k=9$를 $x^2-(k-3)x-16=0$에 대입하면

$x^2-6x-16=0$

$(x+2)(x-8)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=8$

따라서 근과 계수의 관계에 의하여 두 근의 합은 6이다.

답 ⑤

07

전략 높이가 $k\,\mathrm{m}$일 때의 시각
⇨ $h=40x-5x^2$에 $h=k$를 대입

풀이 x초 후의 물체의 높이를 $60\,\mathrm{m}$라 하면

$40x-5x^2=60,\qquad x^2-8x+12=0$

$(x-2)(x-6)=0 \qquad \therefore x=2$ 또는 $x=6$

따라서 $60\,\mathrm{m}$ 이상의 높이에서 4초 동안 머문다. 답 ④

08

전략 (삼각형의 넓이)$=\dfrac{1}{2}\times$(밑변의 길이)$\times$(높이)

풀이 정사각형의 한 변의 길이를 $x\,\mathrm{cm}$라 하면 삼각형의 밑변의 길이는 $(x-7)\,\mathrm{cm}$이고 높이는 $x\,\mathrm{cm}$이므로

$\dfrac{1}{2}x(x-7)=72,\qquad x^2-7x-144=0$

$(x+9)(x-16)=0 \qquad \therefore x=16\ (\because x>7)$

$x>0,\ x-7>0$이므로 $x>7$

따라서 정사각형의 한 변의 길이가 $16\,\mathrm{cm}$이므로 정사각형의 넓이는

$16^2=256\ (\mathrm{cm}^2)$ 답 ⑤

09

전략 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근이 $\alpha,\ \beta$
⇨ $\alpha+\beta=-\dfrac{b}{a},\ \alpha\beta=\dfrac{c}{a}$

풀이 이차방정식 $x^2+ax+4=0$의 두 근이 $m,\ n$이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$m+n=-a,\ mn=4$

$\dfrac{n}{m}+\dfrac{m}{n}=\dfrac{m^2+n^2}{mn}=\dfrac{(m+n)^2-2mn}{mn}$

$=\dfrac{a^2-8}{4}=3$

$a^2=20 \qquad \therefore a=2\sqrt{5}\ (\because a>0)$ 답 $2\sqrt{5}$

10 전략 공통부분 ➡ A로 치환

풀이 $(x+4)^2=2(x+4)$이므로

$(x+4)^2-2(x+4)=0$

$x+4=A$로 치환하면 $A^2-2A=0$

$A(A-2)=0$ $\therefore A=0$ 또는 $A=2$

즉 $x+4=0$ 또는 $x+4=2$이므로

$x=-4$ 또는 $x=-2$

답 $-4,\ -2$

11

채점 기준	배점
이차방정식 세우기	2점
모든 실수 x의 값의 곱 구하기	2점

풀이 $2x\triangle(x-3)=5$에서

$(2x)^2-2x(x-3)-(x-3)=5$

$2x^2+5x-2=0$ ▶ 2점

따라서 모든 실수 x의 값의 곱은 근과 계수의 관계에 의하여 $\dfrac{-2}{2}=-1$ ▶ 2점

답 -1

12

채점 기준	배점
이차방정식 세우기	2점
해 구하기	2점
가장 작은 반원의 반지름의 길이 구하기	1점

풀이 가장 작은 반원의 반지름의 길이를 $x$cm라 하면 중간 크기의 반원의 반지름의 길이는

$\dfrac{20-2x}{2}=10-x$ (cm)

이므로 어두운 부분의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times\{10^2\pi-(10-x)^2\pi-x^2\pi\}=24\pi$ ▶ 2점

$x^2-10x+24=0,\quad (x-4)(x-6)=0$

$\therefore x=4$ ($\because 0<x<5$) ▶ 2점

따라서 가장 작은 반원의 반지름의 길이는 4cm이다. ▶ 1점

답 4cm

13

채점 기준	배점
이차방정식 세우기	2점
해 구하기	2점
연못의 반지름의 길이 구하기	1점

풀이 연못의 반지름의 길이를 xm라 하면 꽃밭과 연못 전체의 넓이는 $\pi(x+1)^2$m², 연못의 넓이는 πx^2m²이므로

$\dfrac{\pi(x+1)^2}{2}=\pi x^2$ ▶ 2점

$x^2-2x-1=0$ $\therefore x=1+\sqrt{2}$ ($\because x>0$) ▶ 2점

따라서 연못의 반지름의 길이는 $(1+\sqrt{2})$m이다. ▶ 1점

답 $(1+\sqrt{2})$m

우공비 BOX

x축을 접는 선으로 하여 접었을 때 완전히 포개어진다.

x는 가장 작은 반원의 반지름의 길이이므로
$0<2x<10$
$\therefore 0<x<5$

$|a|>\left|-\dfrac{1}{3}\right|$

꽃밭의 넓이가 전체의 $\dfrac{1}{2}$이면 연못의 넓이도 전체의 $\dfrac{1}{2}$이다.

11회 Ⅳ-1. 이차함수와 그 그래프 | 문제집 37~38쪽

01 ②	02 ⑤	03 ②	04 ②
05 ③	06 ①	07 ⑤	08 ④
09 $\frac{4}{5}$	10 $0<a<1$	11 $\frac{1}{2}$	12 9
13 -9			

01 전략 이차함수 ➡ $y=$(x에 대한 이차식)

풀이 ③ $y=\dfrac{x}{3}+x+5=\dfrac{4}{3}x+5$

④ $y=x^2-x-x^2=-x$

⑤ $y=x-x^2-2x-1+x^2=-x-1$

답 ②

02 전략 이차함수 $y=ax^2$에서 a의 값은 그래프의 모양과 폭을 결정한다.

풀이 ① 아래로 볼록한 포물선을 그래프로 갖는 함수는 x^2의 계수가 양수이므로 (ㄱ), (ㄴ), (ㄹ)이다.

② x^2의 계수의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아지므로 그래프의 폭이 가장 좁은 함수는 (ㄷ)이다.

③ 그래프가 x축에 대칭인 함수는 x^2의 계수의 절댓값은 같고 부호는 다르므로 (ㄴ)과 (ㅁ)이다.

④ 그래프가 원점을 꼭짓점으로 하고 y축에 대칭인 함수는 $y=ax^2$ $(a\neq0)$ 꼴이므로 (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ), (ㄹ), (ㅁ)이다.

⑤ $x>0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가하는 함수는 (ㄱ), (ㄴ), (ㄹ)이다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

+ 보충 학습

$y=ax^2$의 그래프에서

(1) 그래프의 모양
① $a>0$이면 아래로 볼록(∨)
② $a<0$이면 위로 볼록(∧)

(2) 그래프의 폭
① a의 절댓값이 클수록 폭이 좁다.
② a의 절댓값이 작을수록 폭이 넓다.

03 전략 이차함수 $y=ax^2$에서 a의 값은 그래프의 모양과 폭을 결정한다.

풀이 이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 $y=-\dfrac{1}{3}x^2$의 그래프보다 폭이 좁으므로

$a<-\dfrac{1}{3}$ 또는 $a>\dfrac{1}{3}$ …… ㉠

또 $y=ax^2$의 그래프가 $y=2x^2$의 그래프보다 폭이 넓으므로

우공비 BOX

$-2<a<0$ 또는 $0<a<2$ $\cdots\cdots$ ㉡

$|a|<2$(단, $a\neq0$)

㉠, ㉡에서 a의 값의 범위는

$-2<a<-\frac{1}{3}$ 또는 $\frac{1}{3}<a<2$

따라서 a의 값이 될 수 있는 것은 ②이다.

답 ②

04 전략 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ ➡ $x=p$를 기준으로 증가, 감소의 범위가 결정된다.

풀이 $y=-\frac{1}{2}x^2+ax-\frac{9}{2}=-\frac{1}{2}(x-a)^2+\frac{1}{2}a^2-\frac{9}{2}$

이 함수의 그래프의 축의 방정식이 $x=a$이므로

$a=-3$

답 ②

05 전략 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프의 꼭짓점의 좌표 ➡ $(p,\ q)$

풀이 이차함수 $y=-\frac{1}{4}(x+a-3)^2-3a+6$의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-a+3,\ -3a+6)$이고, 꼭짓점이 제 3 사분면 위에 있으므로

점 $(p,\ q)$가 제 3 사분면 위의 점 ➡ $p<0,\ q<0$

$-a+3<0$ $\quad\therefore a>3$ $\cdots\cdots$ ㉠

$-3a+6<0$ $\quad\therefore a>2$ $\cdots\cdots$ ㉡

따라서 ㉠, ㉡에서 a의 값의 범위는

$a>3$

답 ③

06 전략 x축과의 교점 ➡ $y=0$일 때의 x의 값
y축과의 교점 ➡ $x=0$일 때의 y의 값

풀이 직선 $y=-x+4$가 x축, y축과 만나는 점의 좌표는 각각 $(4,\ 0)$, $(0,\ 4)$

두 함수의 그래프가 x축, y축에서 만나므로

$y=-x^2-ax+b$에 두 점 $(4,\ 0)$, $(0,\ 4)$의 좌표를 각각 대입하면

$0=-16-4a+b,\ b=4$

$\therefore a=-3,\ b=4$

$\therefore a+b=-3+4=1$

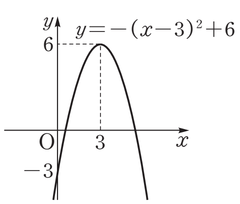
답 ①

07 전략 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프
➡ $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 고친다.

풀이 $y=-x^2+6x-3$

$=-(x-3)^2+6$

이므로 주어진 이차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



⑤ $x<3$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

답 ⑤

보충 학습

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프에서

① $a>0$ ➡ $x>p$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가
$x<p$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소

② $a<0$ ➡ $x>p$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소
$x<p$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가

08 전략 그래프가 y축과 만나는 점의 y좌표
➡ $x=0$을 대입한다.

풀이 $y=x^2-4x-5=(x-2)^2-9$이므로

$C(2,\ -9)$

$y=x^2-4x-5$에 $x=0$을 대입하면

그래프가 y축과 만나는 점 ➡ x좌표가 0이다.

$y=-5$

$\therefore D(0,\ -5)$

$\therefore \triangle ABC : \triangle ABD$

$=\left(\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times9\right):\left(\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times5\right)$

$=9:5$

답 ④

09 전략 $y=2x^2$의 그래프 위의 점 ➡ $(a,\ 2a^2)$으로 놓는다.

풀이 점 D의 좌표를 $(a,\ 2a^2)$ $(a>0)$으로 놓으면 점 C의 좌표는 $\left(a,\ -\frac{1}{2}a^2\right)$이므로

점 D와 x좌표가 같다.

$\overline{CD}=2a^2-\left(-\frac{1}{2}a^2\right)=\frac{5}{2}a^2$

이때 점 A는 점 D와 y축에 대칭인 점이므로

점 D와 y좌표는 같고, x좌표는 절댓값이 같고 부호가 반대이다.

$A(-a,\ 2a^2)$ $\quad\therefore \overline{AD}=2a$

사각형 ABCD는 정사각형이므로 $\overline{AD}=\overline{CD}$에서

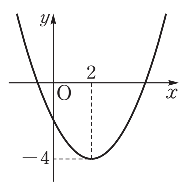
$\frac{5}{2}a^2=2a,\quad a\left(a-\frac{4}{5}\right)=0$

$\therefore a=\frac{4}{5}$ $(\because a>0)$

답 $\frac{4}{5}$

10 전략 그래프를 그려서 주어진 조건을 만족시키는 a의 값의 범위를 구한다.

풀이 이차함수 $y=a(x-2)^2-4$의 그래프가 모든 사분면을 지날 때에는 오른쪽 그림과 같다.



즉 아래로 볼록이어야 하므로

$a>0$ $\cdots\cdots$ ㉠

$y=a(x-2)^2-4=ax^2-4ax+4a-4$에서 그래프의 y절편은 $4a-4$이고, y절편이 0보다 작아야 하므로

$x=0$일 때 y의 값

$4a-4<0$

$\therefore a<1$ $\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\quad 0<a<1$

답 $0<a<1$

11

채점 기준	배점
$y=-2x^2$의 그래프와 x축에 대칭인 그래프의 식 구하기	2점
답 구하기	3점

풀이 이차함수 $y=-2x^2$의 그래프와 x축에 대칭인 그래프의 식은 $y=2x^2$이다. ▶ 2점

$y=2x^2$의 그래프가 점 $(a-1,\ 2a+1)$을 지나므로

$2a+1=2(a-1)^2,\quad 2a^2-6a+1=0$

따라서 근과 계수의 관계에 의하여 모든 a의 값의 곱은 $\frac{1}{2}$이다. ▶ 3점

답 $\frac{1}{2}$

12

채점 기준	배점
이차함수의 식 구하기	2점
k의 값 구하기	2점
m^2-n^2+k의 값 구하기	1점

풀이 이차함수 $y=2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=2(x+3)^2+2$ …… ㉠ ▶ 2점

㉠의 그래프가 점 $(-4,\ k)$를 지나므로

$k=2(-4+3)^2+2 \quad \therefore k=4$ ▶ 2점

또 ㉠의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-3,\ 2)$이므로

$m=-3,\ n=2$

$\therefore m^2-n^2+k=9-4+4=9$ ▶ 1점

답 9

13

채점 기준	배점
주어진 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 고치기	2점
$a,\ b$의 관계식 구하기	2점
$a+b$의 값 구하기	2점

풀이 $y=-2x^2+2ax+2a-1$

$=-2\left(x^2-ax+\frac{a^2}{4}-\frac{a^2}{4}\right)+2a-1$

$=-2\left(x-\frac{a}{2}\right)^2+\frac{a^2}{2}+2a-1$ ▶ 2점

에서 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $\left(\frac{a}{2},\ \frac{a^2}{2}+2a-1\right)$이므로 $\frac{a}{2}=b,\ \frac{a^2}{2}+2a-1=5$ ▶ 2점

$\frac{a^2}{2}+2a-1=5$에서

$a^2+4a-12=0,\quad (a+6)(a-2)=0$

$\therefore a=-6$ 또는 $a=2$

이때 $b<0$, 즉 $\frac{a}{2}<0$이므로 $\quad a<0$

$\therefore a=-6,\ b=-3$

$\therefore a+b=-6+(-3)=-9$ ▶ 2점

답 -9

우공비 BOX

x 대신 $x+3$, y 대신 $y-2$를 대입하면

$y-2=2(x+3)^2$

$\therefore y=2(x+3)^2+2$

$y=x^2$보다 x^2의 계수의 절댓값이 크므로 그래프의 폭이 더 좁다.

(x좌표)>0, (y좌표)>0

점 $(p,\ q)$가 제2사분면 위의 점 ➜ $p<0,\ q>0$

12회 Ⅳ-1. 이차함수와 그 그래프 | 문제집 39~40쪽

01 ②, ④	02 ⑤	03 ①	04 ③
05 ③	06 ⑤	07 ⑤	08 ③
09 P(4, 8)	10 $y=\frac{1}{2}(x-2)^2$		11 -12
12 $(-3,\ 3)$	13 -64		

01 전략 $y=ax^2+bx+c$가 x에 대한 이차함수 ➲ $a\neq0$

풀이 $y=a^2(3+2x^2)-2x^2+4x$

$=3a^2+2a^2x^2-2x^2+4x$

$=(2a^2-2)x^2+4x+3a^2$

이 함수가 x에 대한 이차함수이려면

$2a^2-2\neq0,\quad a^2=1$

$\therefore a\neq\pm1$

답 ②, ④

02 전략 $y=ax^2$에서 a의 절댓값이 클수록 ➲ 그래프의 폭이 좁아진다.

풀이 x^2의 계수가 음수이면 위로 볼록한 포물선이며, 그 절댓값이 클수록 폭은 좁아지므로 $y=-2x^2$의 그래프의 개형으로 옳은 것은 (ㅁ)이다.

답 ⑤

03 전략 이차함수 $y=ax^2$의 증가·감소 ➲ $x=0$을 기준으로 a의 부호에 따라 다르다.

풀이 조건 (가)에서 그래프는 위로 볼록한 포물선이어야 하므로

$a<0$

조건 (나)에서 $y=ax^2$에 $x=a,\ y=9a$를 대입하면

$9a=a\times a^2$

$a<0$이므로 양변을 a로 나누면

$9=a^2$

$\therefore a=-3\ (\because a<0)$

답 ①

04 전략 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프에서
➲ a의 부호: 그래프의 모양에 따라 결정
➲ $p,\ q$의 부호: 꼭짓점의 위치에 따라 결정

풀이 포물선이 위로 볼록하므로

$a<0$

꼭짓점의 좌표가 $(p,\ q)$이고 제1사분면 위에 있으므로

$p>0,\ q>0$

답 ③

05 전략 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프 ➲ $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 고친다.

풀이 $y=-3x^2+12x-9$

$=-3(x^2-4x+4)+12-9$

$=-3(x-2)^2+3$

이므로 $y=-3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $p=2$, $q=3$이므로

$p+q=5$ 답 ③

06 전략 함수의 그래프가 점 (a, b)를 지난다.

➲ 함수의 식에 $x=a$, $y=b$를 대입한다.

풀이 이차함수 $y=x^2+2x+a$의 그래프가 점 $(a, 2a^2-3a)$를 지나므로

$2a^2-3a=a^2+2a+a$

$a^2-6a=0$, $a(a-6)=0$

$\therefore a=0$ 또는 $a=6$

그런데 아래로 볼록한 포물선이 x축과 만나지 않으려면 꼭짓점의 y좌표가 양수이어야 한다.

즉 $y=x^2+2x+a=(x+1)^2-1+a$에서

$-1+a>0$ $\therefore a>1$

따라서 구하는 a의 값은 6이다. 답 ⑤

07 전략 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프에서

➲ a의 부호: 그래프의 모양에 따라 결정

➲ b의 부호: 축의 위치에 따라 결정

➲ c의 부호: y축과의 교점의 위치에 따라 결정

풀이 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$

축이 y축의 왼쪽에 위치하므로

$ab>0$ $\therefore b>0$

y축과의 교점이 원점의 위쪽에 위치하므로

$c>0$

⑤ $-bc<0$ 답 ⑤

08 전략 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프에서

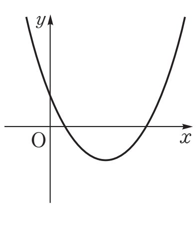
➲ a의 부호: 그래프의 모양에 따라 결정

➲ b의 부호: 축의 위치에 따라 결정

➲ c의 부호: y축과의 교점의 위치에 따라 결정

풀이 $p>0$, $q<0$이므로 꼭짓점 (p, q)는 제 4 사분면 위에 있다.

또 x^2의 계수 a는 $a>0$이므로 그래프는 아래로 볼록하고, y축과 만나는 점의 y좌표인 c가 $c>0$이므로 y축과의 교점이 원점보다 위쪽에 위치한다.



따라서 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프는 위의 그림과 같고, 이 그래프는 제 1, 2, 4 사분면을 지난다. 답 ③

우공비 BOX

포물선이 x축과 만나지 않을 때

① 아래로 볼록한 경우 : (꼭짓점의 y좌표)>0

② 위로 볼록한 경우 : (꼭짓점의 y좌표)<0

꼭짓점의 y좌표가 0이므로 $y=a(x-p)^2+q$에서 $q=0$

$\therefore y=a(x-p)^2$

그래프가 점 (a, b)를 지난다.

➜ 점 (a, b)가 그래프 위에 있다.

➜ $x=a$, $y=b$를 그래프의 식에 대입하면 성립한다.

09 전략 점 P는 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프 위의 점이다.

➲ $P\left(a, \frac{1}{2}a^2\right)$

풀이 점 P가 $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프 위의 점이므로

$P\left(a, \frac{1}{2}a^2\right)$, 즉 $b=\frac{1}{2}a^2$

$\triangle POA=\frac{1}{2}\times\overline{OA}\times b$

$=\frac{1}{2}\times 6\times\frac{1}{2}a^2=\frac{3}{2}a^2$

이므로 $\frac{3}{2}a^2=24$

$a^2=16$ $\therefore a=\pm 4$

그런데 점 P가 제 1 사분면 위의 점이므로 $a=4$

따라서 $b=\frac{1}{2}\times 4^2=8$이므로 점 P의 좌표는 $(4, 8)$이다.

답 $P(4, 8)$

10 전략 이차함수의 그래프가 x축과 한 점에서 만난다.

➲ $y=a(x-p)^2$

풀이 조건 (가)에서 구하는 이차함수의 그래프가 x축과 한 점에서 만나므로 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2$으로 놓을 수 있다.

조건 (다)에서 축의 방정식이 $x=2$이므로 $p=2$

또 조건 (나)에서 함수의 그래프가 점 $(4, 2)$를 지나므로

$2=a(4-2)^2$

$2=4a$ $\therefore a=\frac{1}{2}$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$y=\frac{1}{2}(x-2)^2$ 답 $y=\frac{1}{2}(x-2)^2$

11

채점 기준	배점
$y=-2(x+b)^2+c$의 그래프를 평행이동한 그래프의 식 구하기	2점
abc의 값 구하기	3점

풀이 이차함수 $y=-2(x+b)^2+c$의 그래프를 x축의 방향으로 -4만큼, y축의 방향으로 5만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-2(x+4+b)^2+c+5$ ▶ 2점

따라서 $a=-2$, $4+b=1$, $c+5=3$이므로

$a=-2$, $b=-3$, $c=-2$

$\therefore abc=-12$ ▶ 3점

답 -12

12

채점 기준	배점
주어진 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 고치기	3점
m의 값 구하기	2점
꼭짓점의 좌표 구하기	1점

풀이 $y=-\frac{1}{3}x^2-2mx+m-1$

$=-\frac{1}{3}(x^2+6mx+9m^2)+3m^2+m-1$

$=-\frac{1}{3}(x+3m)^2+3m^2+m-1$ ▶ 3점

축의 방정식이 $x=-3m$이므로

$-3m=-3 \quad \therefore m=1$ ▶ 2점

이때 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-3m,\ 3m^2+m-1)$이므로 $m=1$을 대입하면

$(-3,\ 3)$ ▶ 1점

답 $(-3,\ 3)$

13

채점 기준	배점
세 점 A, B, C의 좌표 구하기	2점
$\overline{AB}$의 중점의 좌표 구하기	1점
mn의 값 구하기	2점

풀이 이차함수 $y=x^2-2x-8$에 $y=0$을 대입하면

$x^2-2x-8=0, \quad (x+2)(x-4)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=4$

$\therefore A(-2,\ 0),\ B(4,\ 0)$

$y=x^2-2x-8$에 $x=0$을 대입하면

$y=-8$

$\therefore C(0,\ -8)$ ▶ 2점

한편 직선 $y=mx+n$은 $\triangle ABC$의 넓이를 이등분하므로 $\overline{AB}$의 중점을 지난다.

이때 $\overline{AB}=6$이므로 $\overline{AB}$의 중점의 x좌표는

$-2+\frac{6}{2}=1$

즉 중점의 좌표는 $(1,\ 0)$이다. ▶ 1점

따라서 직선 $y=mx+n$은 두 점 $(1,\ 0)$, $(0,\ -8)$을 지나므로

$0=m+n,\ -8=n$

$\therefore m=8,\ n=-8$

$\therefore mn=-64$ ▶ 2점

답 -64

13회 Ⅳ-2. 이차함수의 활용 | 문제집 41~42쪽

01 ②	02 ④	03 ③	04 ⑤
05 ③	06 ④	07 ⑤	08 ④
09 25	10 5초	11 $a\geq5$	12 12
13 128			

우공비 BOX

① y축의 방정식: $x=0$
② x축의 방정식: $y=0$

$c=5$이므로
$4a+2b=-8$ …㉠
$a-b=1$ …㉡
㉠$+2\times$㉡을 하면
$6a=-6$
$\therefore a=-1$
이를 ㉡에 대입하면
$-1-b=1$
$\therefore b=-2$

그래프가 점 $(a,\ b)$를 지난다.
➔ $x=a$, $y=b$를 대입하면 등식이 성립한다.

01 전략 꼭짓점의 좌표가 $(p,\ q)$ ➔ $y=a(x-p)^2+q$

풀이 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ -3)$이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-1)^2-3$으로 놓을 수 있다.

이때 그래프가 점 $(0,\ -1)$을 지나므로

$-1=a(0-1)^2-3$

$\therefore a=2$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$y=2(x-1)^2-3$, 즉 $y=2x^2-4x-1$

답 ②

02 전략 축의 방정식이 $x=p$ ➔ $y=a(x-p)^2+q$

풀이 y축을 축으로 하므로 이차함수의 식을 $y=ax^2+q$로 놓을 수 있다.

$y=ax^2+q$의 그래프가 두 점 $(-1,\ 6)$, $(3,\ 22)$를 지나므로

$6=a+q,\ 22=9a+q$

두 식을 연립하여 풀면

$a=2,\ q=4$

따라서 $y=2x^2+4$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$(0,\ 4)$

답 ④

03 전략 세 점을 지나는 포물선

➔ $y=ax^2+bx+c$로 놓고 세 점의 좌표를 대입한다.

풀이 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$라 하면 그 그래프가 세 점 $(0,\ 5)$, $(2,\ -3)$, $(-1,\ 6)$을 지나므로

$5=c,\ -3=4a+2b+c,\ 6=a-b+c$

위의 세 식을 연립하여 풀면

$a=-1,\ b=-2,\ c=5$

$\therefore y=-x^2-2x+5$

답 ③

04 전략 x축과의 두 교점의 좌표가 $(\alpha,\ 0)$, $(\beta,\ 0)$

➔ $y=a(x-\alpha)(x-\beta)$

풀이 ①, ②, ③ 주어진 그래프가 x축과 두 점 $(-4,\ 0)$, $(1,\ 0)$에서 만나므로 이차함수의 식을 $y=a(x+4)(x-1)$로 놓을 수 있다.

이차함수의 그래프가 점 $(0,\ 8)$을 지나므로 $x=0$, $y=8$을 대입하면

$8=a\times4\times(-1) \quad \therefore a=-2$

따라서 이차함수의 식은

$y=-2(x+4)(x-1)$

$=-2x^2-6x+8$

$=-2\left(x^2+3x+\frac{9}{4}\right)+\frac{25}{2}$

$=-2\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{25}{2}$

이므로 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{3}{2},\ \frac{25}{2}\right)$이고,

축의 방정식은 $x=-\frac{3}{2}$이다.

④ $|-2|>1$이므로 $y=x^2$의 그래프보다 폭이 좁다.

⑤ $y=-2x^2-6x+8$에 $y=8$을 대입하면

$2x^2+6x=0,\qquad 2x(x+3)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=0$

즉 점 A의 좌표는 $(-3,\ 8)$이다.

답 ⑤

05 전략 $y=x^2-6x+4$를 $y=(x-p)^2+q$ 꼴로 고친 후 x 대신 $x-a$, y 대신 $y-b$를 대입한다.

풀이 $y=x^2-6x+4=(x-3)^2-5$의 그래프를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=(x-a-3)^2-5+b$

이므로 꼭짓점의 좌표는

$(a+3,\ -5+b)$

$y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$에서 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ -4)$이므로

$a+3=1,\ -5+b=-4$

따라서 $a=-2,\ b=1$이므로

$a+b=-1$

답 ③

06 전략 $y=a(x-p)^2+q(a<0)$ ➡ $x=p$에서 최댓값 q

풀이 $y=-\frac{1}{3}x^2+2x+4$

$=-\frac{1}{3}(x^2-6x+9)+3+4$

$=-\frac{1}{3}(x-3)^2+7$

따라서 $x=3$에서 최댓값 7을 가지므로

$a=3,\ b=7$

$\therefore b-a=7-3=4$

답 ④

07 전략 $b-a=k$로 놓고 $a,\ b$의 관계식에 대입한다.

풀이 $y=-2x^2-4x+1$에 $x=a,\ y=b$를 대입하면

$b=-2a^2-4a+1$ ...... ㉠

$b-a=k$로 놓고 ㉠을 $b-a=k$에 대입하면

$k=(-2a^2-4a+1)-a$

$=-2a^2-5a+1$

$=-2\left(a^2+\frac{5}{2}a+\frac{25}{16}\right)+\frac{33}{8}$

$=-2\left(a+\frac{5}{4}\right)^2+\frac{33}{8}$

따라서 $k=b-a$는 $a=-\frac{5}{4}$에서 최댓값 $\frac{33}{8}$을 갖는다.

답 ⑤

08 전략 $6xy$를 x에 대한 식으로 나타낸다.

풀이 $3y=8-2x$이고 $6xy=2x\times 3y$이므로

$6xy=2x\times(8-2x)$

$=-4x^2+16x$

$=-4(x^2-4x+4)+16$

$=-4(x-2)^2+16$

따라서 $6xy$는 $x=2$에서 최댓값 16을 갖는다.

답 ④

+ 보충 학습

합이 일정한 두 수는 두 수가 같을 때 곱이 최대가 된다.
따라서 $2x\times 3y$의 최댓값은 $2x=3y$일 때이므로
$2x+3y=8$에서 $\quad 2x+2x=8 \quad \therefore x=2$
$2\times 2=3y$에서 $y=\frac{4}{3}$이므로
$6xy=6\times 2\times\frac{4}{3}=16$

09 전략 이차함수의 그래프가 x축과 만나는 한 점에서 축까지의 거리 ➡ (x축과 만나는 두 점 사이의 거리)$\times\frac{1}{2}$

풀이 y축을 축으로 하고, 그래프의 축과 x축과의 교점 사이의 거리가 5이므로 x축과의 교점의 좌표는

$\frac{1}{2}\times$(x축과 만나는 두 점 사이의 거리)

$(-5,\ 0),\ (5,\ 0)$

따라서 $y=x^2+ax+b$의 그래프가 두 점 $(-5,\ 0)$, $(5,\ 0)$을 지나므로

$y=(x+5)(x-5)=x^2-25$

$\therefore a=0,\ b=-25$

$\therefore a-b=0-(-25)=25$

답 25

10 전략 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 최대·최소 ➡ $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 고친다.

풀이 $y=-\frac{1}{10}x^2+x+\frac{5}{3}$

$=-\frac{1}{10}(x^2-10x+25)+\frac{5}{2}+\frac{5}{3}$

$=-\frac{1}{10}(x-5)^2+\frac{25}{6}$

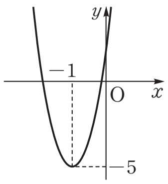
이므로 y는 $x=5$에서 최댓값 $\frac{25}{6}$를 갖는다.

따라서 5초 후에 공의 높이가 최대가 된다.

답 5초

11 전략 $x=-1$에서 최솟값 -5를 가지므로 $a>0$이고, 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ -5)$이다.

풀이 $y=ax^2+bx+c=a(x+1)^2-5$ 의 그래프는 제4사분면을 지나지 않으므로 오른쪽 그림과 같다.



그래프가 아래로 볼록하므로

$a>0$ ⋯⋯ ㉠

y축과의 교점이 원점이거나 원점보다 위쪽에 위치하므로

$c=a-5\geq0$ $\therefore a\geq5$ ⋯⋯ ㉡

$x=0$일 때 y의 값

㉠, ㉡에서 a의 값의 범위는

$a\geq5$

답 $a\geq5$

12

채점 기준	배점
이차방정식의 두 근을 이용하여 이차함수의 식 세우기	2점
a, b, c의 값 구하기	2점
$a+b+c$의 값 구하기	1점

풀이 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근이 -5, 3이므로 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프와 x축과의 교점의 좌표는 $(-5,\ 0)$ $(3,\ 0)$이다.

$\therefore y=a(x+5)(x-3)$

$=a(x^2+2x-15)$

$=a(x^2+2x+1)-16a$

$=a(x+1)^2-16a$ ▶ 2점

이 함수의 최댓값이 16이므로

$-16a=16$

$\therefore a=-1$

따라서 이차함수의 식은

$y=-(x^2+2x-15)$, 즉 $y=-x^2-2x+15$

이므로

$a=-1$, $b=-2$, $c=15$ ▶ 2점

$\therefore a+b+c=-1+(-2)+15=12$ ▶ 1점

답 12

13

채점 기준	배점
x초 후의 직사각형의 가로, 세로의 길이 구하기	2점
y를 x에 대한 식으로 나타내기	2점
y의 최댓값 구하기	2점

풀이 x초 후의 직사각형의 가로, 세로의 길이는 각각

$(12-x)$ cm, $(8+2x)$ cm ▶ 2점

$\therefore y=(8+2x)(12-x)$ ▶ 2점

(직사각형의 넓이)
=(가로의 길이)
×(세로의 길이)

$=2(x+4)(12-x)$

$=-2(x^2-8x-48)$

$=-2(x^2-8x+16)+32+96$

$=-2(x-4)^2+128$

따라서 y는 $x=4$에서 최댓값 128을 갖는다. ▶ 2점

답 128

우공비 BOX

14회 Ⅳ-2. 이차함수의 활용 | 문제집 43~44쪽

01 ①	02 ③	03 ③	04 ④
05 ①	06 ④	07 ③	08 -3
09 7	10 5	11 $bc\leq0$	12 3, $18\,\mathrm{m}^2$

01

전략 꼭짓점의 좌표가 $(p,\ q)$ ➡ $y=a(x-p)^2+q$

풀이 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $\left(\frac{1}{2},\ \frac{25}{4}\right)$이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{25}{4}$로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(0,\ 6)$을 지나므로

그래프의 식에 $x=0$, $y=6$을 대입한다.

$6=a\left(0-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{25}{4}$

$\frac{1}{4}a=-\frac{1}{4}$ $\therefore a=-1$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$y=-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{25}{4}$, 즉 $y=-x^2+x+6$

답 ①

02

전략 그래프가 지나는 세 점의 좌표를 알 때

➡ $y=ax^2+bx+c$로 놓고 세 점 좌표를 각각 대입한다.

풀이 이차함수의 그래프가 세 점 $(0,\ -1)$, $(-1,\ -6)$, $(1,\ 2)$를 지나므로 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$로 놓고 세 점의 좌표를 각각 대입하면

$-1=c$, $-6=a-b+c$, $2=a+b+c$

$\therefore a=-1$, $b=4$, $c=-1$

$c=-1$이므로
$a-b=-5$ ⋯ ㉠
$a+b=3$ ⋯ ㉡
㉠+㉡을 하면
$2a=-2$
$\therefore a=-1$
㉠−㉡을 하면
$-2b=-8$
$\therefore b=4$

따라서 이차함수의 식은

$y=-x^2+4x-1=-(x-2)^2+3$

이므로 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$(2,\ 3)$

답 ③

03

전략 x축과의 교점의 x좌표가 α, β

➡ $y=a(x-\alpha)(x-\beta)$

풀이 주어진 이차함수의 그래프가 x축과 만나는 점의 x좌표가 -2, 5이므로 이차함수의 식을

$y=a(x+2)(x-5)$

로 놓을 수 있다. 또 그래프가 점 $(0,\ 5)$를 지나므로

$5=a(0+2)(0-5)$

$\therefore a=-\frac{1}{2}$

따라서 주어진 이차함수의 식이

$y=-\frac{1}{2}(x+2)(x-5)$, 즉 $y=-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x+5$

이므로 $b=\frac{3}{2}$, $c=5$

$\therefore a+b+c=-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}+5=6$

답 ③

우공비 BOX

04 전략 이차함수의 최댓값이 q

➡ 그래프의 꼭짓점의 y좌표가 q

풀이 $y=ax^2+4ax+a$

$=a(x^2+4x+4)-4a+a$

$=a(x+2)^2-3a$

이므로 주어진 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-2,\ -3a)$이다.

이때 주어진 이차함수의 최댓값이 3이므로

$-3a=3 \qquad \therefore a=-1$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(-2,\ 3)$이다.

최댓값 또는 최솟값을 구할 때에는 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 고친다.

답 ④

05 전략 그래프가 점 $(a,\ b)$를 지난다.

➡ $x=a,\ y=b$를 대입하면 등식이 성립한다.

풀이 이차함수 $y=2x^2+ax+b$의 그래프가 두 점 $(2,\ 0)$, $(0,\ -4)$를 지나므로

$0=8+2a+b,\ -4=b$

$\therefore a=-2,\ b=-4$

따라서 이차함수의 식은

$y=2x^2-2x-4$

$=2\left(x^2-x+\frac{1}{4}\right)-\frac{9}{2}$

$=2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{9}{2}$

이므로 $x=\frac{1}{2}$에서 최솟값 $-\frac{9}{2}$를 갖는다.

답 ①

06 전략 축의 방정식이 $x=p$ ➡ $y=a(x-p)^2+q$

풀이 축의 방정식이 $x=2$이고 최댓값이 1이므로 구하는 이차함수의 식을

꼭짓점의 x좌표가 2, y좌표가 1

$y=a(x-2)^2+1\ (a<0)$

로 놓을 수 있다. 그래프가 원점을 지나므로

그래프의 식에 $x=0$, $y=0$을 대입한다.

$0=4a+1 \qquad \therefore a=-\frac{1}{4}$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$y=-\frac{1}{4}(x-2)^2+1$

답 ④

07 전략 점 P가 직선 $y=-2x+6$ 위에 있다.

➡ $\mathrm{P}(x,\ -2x+6)$

풀이 점 P의 좌표를 $(x,\ -2x+6)$이라 하고, 직사각형의 넓이를 y라 하면

$y=x(-2x+6)$

$=-2x^2+6x$

$=-2\left(x^2-3x+\frac{9}{4}\right)+\frac{9}{2}$

$=-2\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{9}{2}$

따라서 y는 $x=\frac{3}{2}$일 때 최댓값 $\frac{9}{2}$를 가지므로 이때의 점 P의 좌표는 $\left(\frac{3}{2},\ 3\right)$이다.

$y=-2x+6$에 $x=\frac{3}{2}$을 대입하면 $y=-2\times\frac{3}{2}+6=3$

답 ③

08 전략 축의 방정식이 $x=p$ ➡ $y=a(x-p)^2+q$

풀이 축의 방정식이 $x=-2$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2+q$로 놓을 수 있다.

그래프가 두 점 $(-4,\ -3)$, $(1,\ -8)$을 지나므로

$-3=4a+q,\ -8=9a+q$

$\therefore a=-1,\ q=1$

따라서 이차함수의 식은

$y=-(x+2)^2+1$, 즉 $y=-x^2-4x-3$

이므로 구하는 y좌표는 -3이다.

답 -3

09 전략 $x=p$에서 최댓값 q ➡ $y=a(x-p)^2+q\ (a<0)$

풀이 $x=2$에서 최댓값 k를 가지므로

$y=-(x-2)^2+k$

$=-(x^2-4x+4)+k$

$=-x^2+4x-4+k$

이 식이 $y=-x^2+4(a-1)x+1$과 같으므로

$4=4(a-1),\ -4+k=1$

$\therefore a=2,\ k=5$

따라서 구하는 값은

$a+k=7$

답 7

다른 풀이 $y=-\{x^2-4(a-1)x+(2a-2)^2\}+(2a-2)^2+1$

$=-\{x-(2a-2)\}^2+(2a-2)^2+1$

$x=2$에서 최댓값 k를 가지므로 $2a-2=2$에서

$2a=4 \qquad \therefore a=2$

$(2a-2)^2+1=k$에 $a=2$를 대입하면

$k=(2\times2-2)^2+1=5$

$\therefore a+k=2+5=7$

10 전략 먼저 주어진 이차함수의 최솟값 M을 구한다.

풀이 $y=x^2-2mx+6m-4$

그래프가 아래로 볼록하므로 최솟값을 갖는다.

$=(x^2-2mx+m^2)-m^2+6m-4$

$=(x-m)^2-m^2+6m-4$

이므로 $x=m$에서 최솟값 $-m^2+6m-4$를 갖는다.

$\therefore M=-m^2+6m-4$

그래프가 위로 볼록하므로 최댓값을 갖는다.

$=-(m^2-6m+9)+9-4$

$=-(m-3)^2+5$

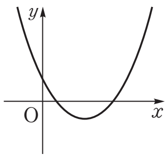
따라서 M은 $m=3$에서 최댓값 5를 갖는다.

답 5

11

채점 기준	배점
이차함수의 그래프 그리기	2점
b, c의 부호 구하기	3점
bc의 부호 구하기	1점

풀이 이차함수 $y=ax^2+bx+c$가 최댓값을 갖지 않으므로 이 그래프는 아래로 볼록하고 제1, 2, 4사분면을 지나므로 오른쪽 그림과 같다. ▶ 2점



즉 $a>0$이고, y축과의 교점은 원점이거나 원점보다 위쪽에 위치하므로

$c\geq 0$

축이 y축의 오른쪽에 위치하므로

$ab<0$ $\quad\therefore b<0$ ▶ 3점

따라서 $b<0$, $c\geq 0$이므로

$bc\leq 0$ ▶ 1점

답 $bc\leq 0$

12

채점 기준	배점
이차함수의 식 세우기	2점
$y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 나타내기	2점
x의 값과 닭장의 최대 넓이 구하기	2점

풀이 닭장의 가로의 길이는 $(12-2x)$m이고, 닭장의 넓이를 $y\,\text{m}^2$라 하면

$y=x(12-2x)$

$=-2x^2+12x$ ▶ 2점

$=-2(x^2-6x+9)+18$

$=-2(x-3)^2+18$ ▶ 2점

따라서 $x=3$에서 최댓값 18을 가지므로 닭장의 넓이의 최댓값은 $18\,\text{m}^2$이다. ▶ 2점

답 3, 18m^2

우공비 BOX

$y=ax^2+bx+c$의 그래프에서 a의 부호는 그래프의 모양, b의 부호는 축의 위치, c의 부호는 y축과의 교점의 위치에 따라 결정된다.

a의 제곱근을 제곱하면 a가 된다.

(가로의 길이)
$+2\times$(세로의 길이)
$=$(철망의 길이)

$1.\dot{7}=\dfrac{17-1}{9}=\dfrac{16}{9}$

대단원별 실전 TEST

01회 Ⅰ 제곱근과 실수 | 문제집 45~48쪽

01 ②	02 ②, ④	03 ③	04 ④
05 ③	06 ③	07 ④	08 ④
09 ①, ⑤	10 ④	11 ④	12 ①
13 ⑤	14 ⑤	15 ②	16 ⑤
17 ④	18 30	19 5	20 $\sqrt{3}-\sqrt{6}$
21 1.414	22 $\sqrt{21}$	23 $\dfrac{\sqrt{15}}{3}$	24 0
25 $-1+\sqrt{2}$			

01 전략 $a>0$일 때, $(\sqrt{a})^2=a$, $(-\sqrt{a})^2=a$

풀이 ① $-\sqrt{10^2}=-10$

② $(-\sqrt{10})^2=10$

③ 100의 음의 제곱근은 $\quad -\sqrt{100}=-10$

④ $-(\sqrt{10})^2=-10$

⑤ $-\sqrt{(-10)^2}=-10$

답 ②

02 전략 양수 a의 제곱근 ➡ $\pm\sqrt{a}$

풀이 각 수의 제곱근을 구해 보면 다음과 같다.

① $\pm\sqrt{0.1}$

② $\pm\sqrt{1.\dot{7}}=\pm\sqrt{\dfrac{16}{9}}=\pm\dfrac{4}{3}$

③ $\pm\sqrt{\dfrac{9}{8}}$

④ $\sqrt{625}=\sqrt{25^2}=25$이므로 제곱근은 $\quad\pm\sqrt{25}=\pm 5$

⑤ $\sqrt{0.64}=\sqrt{\dfrac{64}{100}}=\dfrac{8}{10}=\dfrac{4}{5}$이므로 제곱근은

$\pm\sqrt{\dfrac{4}{5}}$

답 ②, ④

03 전략 $a>0$일 때, $\sqrt{(-a)^2}=a$, $(-\sqrt{a})^2=a$, $\sqrt{a^2}=a$

풀이 $\sqrt{(-3)^2}=3$, $(-\sqrt{2})^2=2$, $\sqrt{5^2}=5$이므로

$2\sqrt{(-3)^2}+(-\sqrt{2})^2-\sqrt{5^2}$

$=2\times3+2-5=3$

답 ③

04 전략 $\sqrt{a^2}=\begin{cases} a\ (a\geq 0) \\ -a\ (a<0) \end{cases}$

풀이 $a-3<0$, $a>0$이므로

$\sqrt{(a-3)^2}-\sqrt{a^2}=-(a-3)-a=-a+3-a$

$=-2a+3$

답 ④

우공비 BOX

05 전략 a, b, c가 양수일 때, $\sqrt{a}<\sqrt{b}<\sqrt{c}$ ➡ $a<b<c$

풀이 $-\sqrt{15}<-\sqrt{2x+1}<-3$에서

$3<\sqrt{2x+1}<\sqrt{15}$, $\quad\sqrt{9}<\sqrt{2x+1}<\sqrt{15}$

$9<2x+1<15 \quad \therefore 4<x<7$

따라서 자연수 x는 5, 6이므로 구하는 합은 11이다.

답 ③

부등식의 각 변에 -1을 곱하면 부등호의 방향이 바뀐다.

06 전략 0과 1 사이의 수를 대입해 본다.

풀이 $\frac{1}{\sqrt{a}}$, $\sqrt{a}$, $\frac{1}{a}$, a, a^2을 각각 제곱하면

$\frac{1}{a}$, a, $\frac{1}{a^2}$, a^2, a^4

$a=\frac{1}{2}$을 각 식에 대입하면

$\frac{1}{a}=2$, $a=\frac{1}{2}$, $\frac{1}{a^2}=4$, $a^2=\frac{1}{4}$, $a^4=\frac{1}{16}$

이므로 $\quad a^4<a^2<a<\frac{1}{a}<\frac{1}{a^2}$

따라서 $a^2<a<\sqrt{a}<\frac{1}{\sqrt{a}}<\frac{1}{a}$이므로 값이 가장 큰 것은 $\frac{1}{a}$이다.

답 ③

두 실수 a, b에 대하여
① $a-b>0$ ➡ $a>b$
② $a-b=0$ ➡ $a=b$
③ $a-b<0$ ➡ $a<b$

양수 a, b, c에 대하여
$a<b<c$
➡ $\sqrt{a}<\sqrt{b}<\sqrt{c}$

07 전략 실수 $\begin{cases}\text{유리수}\\\text{무리수}\end{cases}$

풀이 □ 안의 수는 무리수이다.

① $\sqrt{4}-5=2-5=-3$이므로 유리수이다.

② $-\sqrt{\frac{25}{16}}=-\frac{5}{4}$이므로 유리수이다.

③ $\sqrt{0.04}=0.2$이므로 유리수이다.

④ $\sqrt{2.5}$는 무리수이다.

⑤ 3.14는 유한소수이므로 유리수이다.

답 ④

08 전략 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이 ➡ $\sqrt{2}$

풀이 □ABCD의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$이므로

$\overline{CP}=\overline{CA}=\overline{BD}=\overline{BQ}=\sqrt{2}$

점 P는 점 C에서 왼쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 떨어진 점이므로 점 P에 대응하는 수는 $2-\sqrt{2}$이다.

점 Q는 점 B에서 오른쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 떨어진 점이므로 점 Q에 대응하는 수는 $1+\sqrt{2}$이다.

답 ④

09 전략 실수 $\begin{cases}\text{유리수}\\\text{무리수}\end{cases}$

풀이 ① $\sqrt{4}=2$이므로 유리수이다.

② 유리수이면서 무리수인 수는 없다.

③ 순환소수는 유리수이다.

• 순환소수
➡ 유리수
• 순환하지 않는 무한소수
➡ 무리수

④ 실수는 유리수 또는 무리수이다.

⑤ 수직선은 실수에 대응하는 점으로 완전히 메울 수 있으므로 유리수와 무리수에 대응하는 점으로 완전히 메울 수 있다.

답 ①, ⑤

10 전략 두 수 a, b의 대소 비교 ➡ $a-b$의 부호를 조사

풀이 ① $7=\sqrt{49}$이고 $\sqrt{48}<\sqrt{49}$이므로

$\sqrt{48}<7$

② $\sqrt{4}>\sqrt{3}$에서 $\sqrt{4}-\sqrt{3}>0$이므로

$2-\sqrt{3}>0$

③ $\frac{1}{3}=\frac{1}{\sqrt{9}}$이고 $\frac{1}{\sqrt{3}}>\frac{1}{\sqrt{9}}$이므로

$\frac{1}{\sqrt{3}}>\frac{1}{3}$

④ $2-(1+\sqrt{2})=1-\sqrt{2}<0$ 이므로

$2<1+\sqrt{2}$

⑤ $(3-\sqrt{7})-(3-\sqrt{8})=-\sqrt{7}+\sqrt{8}>0$이므로

$3-\sqrt{7}>3-\sqrt{8}$

답 ④

11 전략 닮은 두 평면도형의 닮음비가 $m:n$ ➡ 넓이의 비는 $m^2:n^2$

풀이 닮음비가 $2:3$이므로 두 정사각형의 한 변의 길이를 각각 $2k$ cm, $3k$ cm $(k>0)$라 하면 그 넓이는 각각 $4k^2$ cm^2, $9k^2$ cm^{2}가 된다.

두 정사각형의 넓이의 합이 65 cm^{2}이므로

$4k^2+9k^2=65$, $\quad 13k^2=65$

$k^2=5 \quad \therefore k=\sqrt{5}\ (\because k>0)$

따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는

$3k=3\times\sqrt{5}=3\sqrt{5}$ (cm)

답 ④

12 전략 $a>0$, $b>0$일 때, $\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$

풀이 구하는 직육면체의 높이를 x라 하면

$\sqrt{3}\times\sqrt{6}\times x=9\sqrt{2}$, $\quad\sqrt{18}x=9\sqrt{2}$

$3\sqrt{2}x=9\sqrt{2} \quad \therefore x=\frac{9\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}=3$

답 ①

+ 보충 학습

직육면체의 부피는
(밑면의 가로의 길이)×(밑면의 세로의 길이)×(높이)
이다.

13 전략 $a>0$일 때, $\sqrt{100a}=10\sqrt{a}$, $\sqrt{\frac{a}{100}}=\frac{\sqrt{a}}{10}$

풀이 ① $\sqrt{561}=\sqrt{5.61\times100}=\sqrt{5.61}\times10$

$=2.369\times10$

$=23.69$

② $\sqrt{0.0584}=\sqrt{\dfrac{5.84}{100}}=\dfrac{\sqrt{5.84}}{10}$

$=2.417\times\dfrac{1}{10}$

$=0.2417$

③ $\sqrt{55400}=\sqrt{5.54\times10000}=\sqrt{5.54}\times100$

$=2.354\times100$

$=235.4$

④ $\sqrt{580}+1=\sqrt{5.80\times100}+1=\sqrt{5.80}\times10+1$

$=2.408\times10+1$

$=25.08$

⑤ $\sqrt{0.00573}=\sqrt{\dfrac{57.3}{10000}}=\dfrac{\sqrt{57.3}}{100}$이고 $\sqrt{57.3}$의 값은 표에 제시되어 있지 않으므로 주어진 표를 이용하여 그 값을 구할 수 없다.

답 ⑤

14

전략 $a>0$일 때, $\sqrt{100a}=10\sqrt{a}$, $\sqrt{\dfrac{a}{100}}=\dfrac{\sqrt{a}}{10}$

풀이 $\sqrt{134}=\sqrt{1.34\times100}=\sqrt{1.34}\times10=10a$

$\sqrt{0.134}=\sqrt{\dfrac{13.4}{100}}=\dfrac{\sqrt{13.4}}{10}=\dfrac{b}{10}$

$\therefore\ \sqrt{134}+\sqrt{0.134}=10a+\dfrac{b}{10}$

답 ⑤

15

전략 a, b가 유리수이고 $\sqrt{m}$이 무리수일 때, $a+b\sqrt{m}$이 유리수일 조건 ➡ $b=0$

풀이 $3(a-2\sqrt{5})-\sqrt{5}(\sqrt{5}+2a)$

$=3a-6\sqrt{5}-5-2a\sqrt{5}$

$=(3a-5)-(6+2a)\sqrt{5}$

위의 식의 값이 유리수가 되려면

$6+2a=0 \qquad \therefore\ a=-3$

$a=-3$이면 주어진 식의 값은 -14이므로 유리수가 된다.

답 ②

16

전략 $a>0$, $b>0$일 때, $\dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}=\sqrt{\dfrac{b}{a}}$

풀이 $\dfrac{\sqrt{12}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}+\dfrac{\sqrt{18}-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$=\dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{2}}-\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}+\dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{3}}-\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$\dfrac{\sqrt{\cancel{12}\,6}}{\cancel{\sqrt{2}}}=\sqrt{6}$, $\dfrac{\sqrt{\cancel{18}\,6}}{\cancel{\sqrt{3}}}=\sqrt{6}$

$=\sqrt{6}-1+\sqrt{6}-1$

$=2\sqrt{6}-2$

답 ⑤

17

전략 분모가 무리수 ➡ 분모를 유리화한다.

풀이 ① $x^2=(2-\sqrt{3})^2=4-4\sqrt{3}+3=7-4\sqrt{3}$

② $\sqrt{3}x=\sqrt{3}(2-\sqrt{3})=2\sqrt{3}-3$

③ $\dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{2-\sqrt{3}}=\dfrac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}=2+\sqrt{3}$

④ $x+\dfrac{1}{x}=(2-\sqrt{3})+(2+\sqrt{3})=4$

⑤ $x-\dfrac{1}{x}=(2-\sqrt{3})-(2+\sqrt{3})=-2\sqrt{3}$

따라서 유리수인 것은 ④ $x+\dfrac{1}{x}$이다.

답 ④

18

전략 $\sqrt{A}\,(A>0)$가 자연수 ➡ $A=n^2$ (n은 자연수)

풀이 $\dfrac{96x}{5}=\dfrac{2^5\times3\times x}{5}$에서 $x=2\times3\times5\times$(자연수)^2 꼴이어야 한다.

따라서 자연수 x의 최솟값은

$x=2\times3\times5=30$

답 30

+ 보충 학습

> **$\sqrt{Ax}$, $\sqrt{\dfrac{A}{x}}$ (A는 자연수)의 값이 자연수가 되도록 하는 자연수 x의 값 구하기**
>
> ① A를 소인수분해한다.
>
> ② 근호 안의 소인수의 지수가 모두 짝수가 되도록 자연수 x의 값을 정한다.

19

전략 $f(x)$의 뜻을 이해한다.

풀이 $\sqrt{25}<\sqrt{32}<\sqrt{36}$이므로

$5<\sqrt{32}<6$

따라서 $\sqrt{32}$ 이하의 자연수는 1, 2, 3, 4, 5의 5개이므로

$f(32)=5$

답 5

20

전략 $a>0$일 때, $\sqrt{a^2}=a$, $\dfrac{1}{\sqrt{a}}=\dfrac{\sqrt{a}}{a}$

풀이 $\dfrac{3\sqrt{2}-1}{\sqrt{3}}-\sqrt{2}\left(2\sqrt{3}-\dfrac{4}{\sqrt{6}}\right)$

$=\dfrac{3\sqrt{6}-\sqrt{3}}{3}-2\sqrt{6}+\dfrac{4}{\sqrt{3}}$

$=\sqrt{6}-\dfrac{\sqrt{3}}{3}-2\sqrt{6}+\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$

$=\sqrt{3}-\sqrt{6}$

답 $\sqrt{3}-\sqrt{6}$

21

전략 $a>0$일 때, $\sqrt{100a}=10\sqrt{a}$, $\sqrt{\dfrac{a}{100}}=\dfrac{\sqrt{a}}{10}$

풀이 $\sqrt{0.18}+\sqrt{2.88}-\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\sqrt{\dfrac{18}{100}}+\sqrt{\dfrac{288}{100}}-\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$

소수의 제곱근을 구할 때에는 소수를 분수로 고쳐서 계산하면 더 편리하다.

$=\dfrac{3\sqrt{2}}{10}+\dfrac{12\sqrt{2}}{10}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$=\left(\dfrac{3}{10}+\dfrac{12}{10}-\dfrac{1}{2}\right)\sqrt{2}$

$=\sqrt{2}=1.414$

답 1.414

22

채점 기준	배점
사다리꼴의 넓이 구하기	2점
정사각형의 한 변의 길이 구하기	3점

풀이 (사다리꼴의 넓이)$=\frac{1}{2}\times(5+9)\times3=21$ ▶ 2점

사다리꼴의 넓이가 21이므로 넓이가 같은 정사각형의 한 변의 길이를 x라 하면

$x^2=21$

$\therefore x=\sqrt{21}$ ($\because x>0$) ▶ 3점

답 $\sqrt{21}$

23

채점 기준	배점
a의 값 구하기	2점
b의 값 구하기	2점
$\sqrt{\frac{b}{a}}$의 값 구하기	2점

풀이 $\sqrt{54}=\sqrt{9\times6}=3\sqrt{6}$이므로

$a=3$ ▶ 2점

$\sqrt{175}=\sqrt{25\times7}=5\sqrt{7}$이므로

$b=5$ ▶ 2점

$\therefore \sqrt{\frac{b}{a}}=\sqrt{\frac{5}{3}}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{15}}{3}$ ▶ 2점

답 $\frac{\sqrt{15}}{3}$

24

채점 기준	배점
x의 분모를 유리화하기	2점
x^2-10x가 포함된 식 만들기	2점
$x^2-10x+1$의 값 구하기	2점

풀이 $x=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}$

$=5+2\sqrt{6}$ ▶ 2점

이므로 $x-5=2\sqrt{6}$

위의 식의 양변을 제곱하면

$x^2-10x+25=24$ ▶ 2점

$\therefore x^2-10x=-1$

$\therefore x^2-10x+1=-1+1=0$ ▶ 2점

답 0

25

채점 기준	배점
a의 값 구하기	2점
b의 값 구하기	2점
$a-b$의 값 구하기	2점

풀이 $\sqrt{1}<\sqrt{2}<\sqrt{4}$에서 $1<\sqrt{2}<2$이므로

$-2<-\sqrt{2}<-1$ $\therefore 1<3-\sqrt{2}<2$

따라서 $3-\sqrt{2}=1.\times\times\times$이므로 $a=1$ ▶ 2점

$3-\sqrt{2}$의 정수 부분이 1이므로

$b=(3-\sqrt{2})-1=2-\sqrt{2}$ ▶ 2점

$\therefore a-b=1-(2-\sqrt{2})=-1+\sqrt{2}$ ▶ 2점

답 $-1+\sqrt{2}$

(사다리꼴의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times\{$(윗변의 길이)
$+$(아랫변의 길이)$\}$
$\times$(높이)

$a>0$일 때,
a의 제곱근: $\pm\sqrt{a}$
제곱근 a: $\sqrt{a}$

$a>0$, $b>0$일 때,
$\sqrt{a}+\sqrt{b}\neq\sqrt{a+b}$
임에 주의한다.

$(\sqrt{3})^2+2\times\sqrt{3}\times\sqrt{2}$
$+(\sqrt{2})^2$
$=3+2\sqrt{6}+2$
$=5+2\sqrt{6}$

양수 a, b, c에서
$a<b<c$
➔ $\sqrt{a}<\sqrt{b}<\sqrt{c}$

$17-x=25$이면
$x=-8$이므로 자연수가 아니다.

02회 Ⅰ 제곱근과 실수 | 문제집 49~52쪽

01 ②	02 ⑤	03 ③	04 ③
05 ③	06 ②	07 ④	08 ②
09 ①	10 ④	11 ②	12 ②
13 ②, ⑤	14 ⑤	15 ⑤	16 ①
17 ①	18 ③	19 12	20 $8\sqrt{2}$
21 -7, -67		22 0	23 $\frac{4}{5}$
24 $\sqrt{5}-2$	25 2000		

01 전략 양수 a의 제곱근 ➔ 제곱하여 a가 되는 수

풀이 15의 제곱근이 x이므로 $x^2=15$

$\therefore x=\pm\sqrt{15}$

따라서 옳은 것은 ②이다. 답 ②

02 전략 $a>0$일 때, $(-\sqrt{a})^2=a$, $\sqrt{a^2}=\sqrt{(-a)^2}=a$

풀이 ① $-\sqrt{(-2)^2}=-2$

② $\sqrt{2}+\sqrt{3}\neq\sqrt{5}$

③ $(-\sqrt{5})^2-(-\sqrt{2})^2=5-2=3$

④ $\sqrt{4^2}+\sqrt{(-3)^2}=4+3=7$

⑤ $\sqrt{15^2}\div(-\sqrt{3})^2=15\div3=5$ 답 ⑤

03 전략 $0<a<1$ ➔ $\frac{1}{a}>1$

풀이 $0<a<1$에서 $\frac{1}{a}>1$, 즉 $\frac{1}{a}-1>0$이므로

$\sqrt{\left(\frac{1}{a}-1\right)^2}=\frac{1}{a}-1$

또 $0<a<1$, $\frac{1}{a}>1$에서 $a-\frac{1}{a}<0$이므로

$\sqrt{\left(a-\frac{1}{a}\right)^2}=-\left(a-\frac{1}{a}\right)=-a+\frac{1}{a}$

$\therefore$ (주어진 식)$=\left(\frac{1}{a}-1\right)-\left(-a+\frac{1}{a}\right)$

$=\frac{1}{a}-1+a-\frac{1}{a}=a-1$ 답 ③

04 전략 $a<\sqrt{x}<b$ ➔ $a^2<(\sqrt{x})^2<b^2$

풀이 $4<\sqrt{x-3}<5$에서 $16<x-3<25$이므로

$19<x<28$

따라서 자연수 x는 20, 21, 22, ⋯, 27의 8개이다. 답 ③

05 전략 $a>0$, $b>0$, $c>0$일 때, $\sqrt{a}<\sqrt{b}<\sqrt{c}$ ➔ $a<b<c$
$\sqrt{A}$의 값이 자연수 ➔ $A=n^2$ (n은 자연수)

풀이 (가)에서 $2<\sqrt{x}<3$이므로 $4<x<9$

$\therefore x=5$, 6, 7, 8

(나)에서 $\sqrt{17-x}$가 자연수이려면 $17-x$가 제곱수 1, 4, 9, 16 중 하나이어야 하므로

$x=16,\ 13,\ 8,\ 1$

따라서 두 조건을 모두 만족시키는 자연수 x의 값은 8이다. 답 ③

06

전략 넓이가 a인 정사각형의 한 변의 길이 ➡ $\sqrt{a}$

풀이 정사각형 ABCD의 넓이는

$$3\times3-\left(\frac{1}{2}\times1\times2\right)\times4=5$$

이므로 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$이다.

$\overline{CB}=\overline{CP}=\sqrt{5}$, $\overline{CD}=\overline{CQ}=\sqrt{5}$이므로

$P(2-\sqrt{5})$, $Q(2+\sqrt{5})$

따라서 두 점 P, Q에 대응하는 수의 합은

$(2-\sqrt{5})+(2+\sqrt{5})=4$ 답 ②

07

전략 서로 다른 두 실수 사이에는 무수히 많은 실수가 있다.

풀이 ① 1과 2 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

② $\sqrt{2}$와 $\sqrt{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

③ $\frac{1}{4}$과 $\frac{1}{3}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

⑤ -1과 $\sqrt{3}$ 사이에는 0, 1의 2개의 정수가 있다.

답 ④

$\sqrt{1}<\sqrt{3}<\sqrt{4}$이므로
$1<\sqrt{3}<2$

08

전략 $a>0,\ b>0$일 때, $\sqrt{ab}=\sqrt{a}\sqrt{b}$

풀이 ① $\sqrt{12}=\sqrt{2^2\times3}=(\sqrt{2})^2\times\sqrt{3}=a^2b$

② $\sqrt{60}=\sqrt{2\times3\times10}=\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{10}=\sqrt{10}ab$

③ $\sqrt{72}=\sqrt{2^3\times3^2}=(\sqrt{2})^3\times(\sqrt{3})^2=a^3b^2$

④ $\sqrt{0.02}=\sqrt{\frac{2}{100}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{100}}=\frac{\sqrt{2}}{10}=\frac{a}{10}$

⑤ $\sqrt{\frac{8}{3}}=\frac{\sqrt{2^3}}{\sqrt{3}}=\frac{(\sqrt{2})^3}{\sqrt{3}}=\frac{a^3}{b}$

답 ②

$\sqrt{60}=\sqrt{2^2\times3\times5}$
$=(\sqrt{2})^2\times\sqrt{3}\times\sqrt{5}$
$=\sqrt{5}a^2b$
로 나타낼 수도 있다.

$\sqrt{0.02}=\sqrt{\frac{2}{100}}=\sqrt{\frac{1}{50}}$
$=\frac{1}{\sqrt{2\times5^2}}$
$=\frac{1}{5\sqrt{2}}$
$=\frac{1}{5a}$
로 나타낼 수도 있다.

09

전략 두 수 a, b의 대소 비교 ➡ $a-b$의 부호를 조사

풀이 ① $(\sqrt{5}+\sqrt{2})-(\sqrt{5}+1)=\sqrt{2}-1>0$이므로

$\sqrt{5}+\sqrt{2}\ \boxed{>}\ \sqrt{5}+1$

② $(2\sqrt{3}-1)-(3\sqrt{2}-1)=2\sqrt{3}-3\sqrt{2}=\sqrt{12}-\sqrt{18}<0$ 이므로

$2\sqrt{3}-1\ \boxed{<}\ 3\sqrt{2}-1$

③ $(\sqrt{5}+\sqrt{7})-(\sqrt{8}+\sqrt{5})=\sqrt{7}-\sqrt{8}<0$이므로

$\sqrt{5}+\sqrt{7}\ \boxed{<}\ \sqrt{8}+\sqrt{5}$

④ $(\sqrt{10}+1)-5=\sqrt{10}-4=\sqrt{10}-\sqrt{16}<0$이므로

$\sqrt{10}+1\ \boxed{<}\ 5$

⑤ $(3\sqrt{2}-2)-(\sqrt{2}+1)=2\sqrt{2}-3=\sqrt{8}-\sqrt{9}<0$이므로

$3\sqrt{2}-2\ \boxed{<}\ \sqrt{2}+1$

답 ①

10

전략 두 수 a, b의 대소 비교 ➡ $a-b$의 부호를 조사

풀이 $a-b=2\sqrt{5}+\sqrt{3}-(5\sqrt{3}-\sqrt{5})=-4\sqrt{3}+3\sqrt{5}$

$=-\sqrt{48}+\sqrt{45}<0$

이므로 $a<b$

$b-c=5\sqrt{3}-\sqrt{5}-3\sqrt{3}=2\sqrt{3}-\sqrt{5}$

$=\sqrt{12}-\sqrt{5}>0$

이므로 $b>c$

$a-c=2\sqrt{5}+\sqrt{3}-3\sqrt{3}=2\sqrt{5}-2\sqrt{3}$

$=\sqrt{20}-\sqrt{12}>0$

이므로 $a>c$

$\therefore c<a<b$

답 ④

11

전략 $a>0,\ b>0$일 때, $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$

풀이 삼각형의 넓이는

$$\frac{1}{2}\times\sqrt{32}\times\sqrt{24}=\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times2\sqrt{6}$$
$$=4\sqrt{12}=8\sqrt{3}$$

직사각형의 가로의 길이를 x라 하면 그 넓이는

$x\times\sqrt{12}=x\times2\sqrt{3}=2\sqrt{3}\,x$

삼각형과 직사각형의 넓이가 서로 같으므로

$8\sqrt{3}=2\sqrt{3}\,x$

$\therefore x=\frac{8\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}=4$

따라서 직사각형의 가로의 길이는 4이다. 답 ②

12

전략 $a>0,\ b>0$일 때, $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$

풀이 $\sqrt{120x}=\sqrt{4\times30x}=2\sqrt{30x}$이므로 주어진 등식의 좌변은 $2\sqrt{30x}-\sqrt{30x}=\sqrt{30x}$

즉 $\sqrt{30x}=10$이므로 양변을 제곱하면

$30x=100 \qquad \therefore x=\frac{10}{3}$ 답 ②

13

전략 $a>0$일 때, $\sqrt{100a}=10\sqrt{a}$, $\sqrt{\frac{a}{100}}=\frac{\sqrt{a}}{10}$

풀이 ① $\sqrt{8040}=\sqrt{80.4\times100}=\sqrt{80.4}\times10$

② $\sqrt{804}=\sqrt{8.04\times100}=\sqrt{8.04}\times10$

$=2.835\times10=28.35$

④ $\sqrt{0.804}=\sqrt{\frac{80.4}{100}}=\frac{\sqrt{80.4}}{10}$

⑤ $\sqrt{0.0804}=\sqrt{\frac{8.04}{100}}=\frac{\sqrt{8.04}}{10}=\frac{1}{10}\times2.835=0.2835$

답 ②, ⑤

14

전략 $a>0,\ b>0,\ a\neq b$일 때,

➡ $\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})}$

풀이 ① $\frac{1}{3+2\sqrt{2}}=\frac{3-2\sqrt{2}}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}=\frac{3-2\sqrt{2}}{9-8}$

$=3-2\sqrt{2}$

② $\dfrac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}=\dfrac{2(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}=\dfrac{2(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{5-3}$
$=\dfrac{2(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{2}=\sqrt{5}+\sqrt{3}$

③ $\dfrac{1}{\sqrt{6}-2}=\dfrac{\sqrt{6}+2}{(\sqrt{6}-2)(\sqrt{6}+2)}=\dfrac{\sqrt{6}+2}{6-4}=\dfrac{\sqrt{6}+2}{2}$

④ $\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{\sqrt{6}+\sqrt{5}}=\dfrac{(\sqrt{6}-\sqrt{5})^2}{(\sqrt{6}+\sqrt{5})(\sqrt{6}-\sqrt{5})}$
$=\dfrac{6-2\sqrt{30}+5}{6-5}=11-2\sqrt{30}$

⑤ $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{11}+2\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{2}(\sqrt{11}-2\sqrt{3})}{(\sqrt{11}+2\sqrt{3})(\sqrt{11}-2\sqrt{3})}$
$=\dfrac{\sqrt{22}-2\sqrt{6}}{11-12}=\dfrac{\sqrt{22}-2\sqrt{6}}{-1}$
$=2\sqrt{6}-\sqrt{22}$

답 ⑤

15

전략 $a>0$, $b>0$일 때, $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$

풀이 $\dfrac{\sqrt{2}(\sqrt{6}-\sqrt{3})}{\sqrt{3}-\sqrt{12}+\sqrt{27}}=\dfrac{\sqrt{12}-\sqrt{6}}{\sqrt{3}-2\sqrt{3}+3\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{3}-\sqrt{6}}{2\sqrt{3}}$
$=\dfrac{(2\sqrt{3}-\sqrt{6})\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{6-\sqrt{18}}{6}$
$=\dfrac{6-3\sqrt{2}}{6}=1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

따라서 $a=1$, $b=-\dfrac{1}{2}$이므로 $a+b=\dfrac{1}{2}$

답 ⑤

16

전략 먼저 x의 분모를 유리화하여 간단히 한다.

풀이 $x=\dfrac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2}=\dfrac{(\sqrt{5}+2)^2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}=9+4\sqrt{5}$이므로
$\dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{9+4\sqrt{5}}=\dfrac{9-4\sqrt{5}}{(9+4\sqrt{5})(9-4\sqrt{5})}=9-4\sqrt{5}$
$\therefore x+\dfrac{1}{x}=(9+4\sqrt{5})+(9-4\sqrt{5})=18$

답 ①

다른풀이 $x=\dfrac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2}=\dfrac{(\sqrt{5}+2)^2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}=9+4\sqrt{5}$이므로
$x-9=4\sqrt{5}$, $(x-9)^2=80$
$\therefore x^2-18x+1=0$

위의 식의 양변을 x로 나누면 $x-18+\dfrac{1}{x}=0$
$\therefore x+\dfrac{1}{x}=18$

17

전략 (A의 소수 부분)$=A-$(A의 정수 부분)

풀이 $\sqrt{4}<\sqrt{6}<\sqrt{9}$, 즉 $2<\sqrt{6}<3$이므로 $\sqrt{6}$의 정수 부분은 2이다.
$\therefore a=\sqrt{6}-2$
$\sqrt{6}=a+2$이므로
$\sqrt{216}=6\sqrt{6}=6(a+2)=6a+12$

답 ①

우공비 BOX

$a\sqrt{m}+b\sqrt{m}=(a+b)\sqrt{m}$

$(a-b)(a+b)=a^2-b^2$

$\dfrac{1}{x}=\dfrac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}$로 계산해도 된다.

$216=6^3=6^2\times6$

18

전략 먼저 x를 유리화하여 간단히 한다.

풀이 $x=\dfrac{2(2+\sqrt{2})}{(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})}$
$=\dfrac{2(2+\sqrt{2})}{4-2}$
$=2+\sqrt{2}$

이므로 $x-2=\sqrt{2}$

위의 식의 양변을 제곱하면
$x^2-4x+4=2$ $\therefore x^2-4x=-2$
$\therefore x^2-4x+3=-2+3=1$

답 ③

19

전략 $\sqrt{A}$가 자연수 ⇨ $A=n^2$ (n은 자연수)

풀이 $192x=2^6\times3\times x$이므로
$x=3\times(\text{자연수})^2$
꼴이어야 한다.
따라서 x의 값 중에서 가장 작은 두 자리 자연수는
$3\times2^2=12$

답 12

20

전략 넓이가 x인 정사각형의 한 변의 길이 ⇨ $\sqrt{x}$

풀이 정사각형 (가)는 넓이가 2이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{2}$이다. 같은 방법으로 정사각형 (나), (다)는 넓이가 각각 8, 18이므로 한 변의 길이는 각각
$\sqrt{8}=2\sqrt{2}$, $\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

따라서
$\overline{AB}=\sqrt{2}+2\sqrt{2}=3\sqrt{2}$, $\overline{BC}=2\sqrt{2}+3\sqrt{2}=5\sqrt{2}$

이므로
$\overline{AB}+\overline{BC}=3\sqrt{2}+5\sqrt{2}=8\sqrt{2}$

답 $8\sqrt{2}$

21

전략 a, b는 유리수, $\sqrt{m}$은 무리수일 때, $a+b\sqrt{m}$이 유리수일 조건 ⇨ $b=0$

풀이 $10(x-\sqrt{3})-2\sqrt{3}(2+x)+3$
$=10x-10\sqrt{3}-4\sqrt{3}-2\sqrt{3}x+3$
$=(10x+3)-(14+2x)\sqrt{3}$

위의 식의 값이 유리수가 되려면
$14+2x=0$ $\therefore x=-7$

주어진 식에 $x=-7$을 대입하면
$10x+3=10\times(-7)+3=-67$

답 -7, -67

22

채점 기준	배점
$\sqrt{(\sqrt{10}-3)^2}$을 간단히 하기	1점
$\sqrt{(3-\sqrt{10})^2}$을 간단히 하기	1점
답 구하기	2점

풀이 $\sqrt{10}-3=\sqrt{10}-\sqrt{9}>0$이므로
$\sqrt{(\sqrt{10}-3)^2}=\sqrt{10}-3$ ▶ 1점
$3-\sqrt{10}=\sqrt{9}-\sqrt{10}<0$이므로

$\sqrt{(3-\sqrt{10})^2}=-(3-\sqrt{10})=-3+\sqrt{10}$ ▶ 1점

$\therefore \sqrt{(\sqrt{10}-3)^2}-\sqrt{(3-\sqrt{10})^2}$

$=\sqrt{10}-3-(-3+\sqrt{10})$

$=\sqrt{10}-3+3-\sqrt{10}$

$=0$ ▶ 2점

답 0

23

채점 기준	배점
x의 값 구하기	2점
y의 값 구하기	3점
xy의 값 구하기	1점

풀이 $3200=\sqrt{10^2\times 4^2\times 2}=40\sqrt{2}$에서

$x=40$ ▶ 2점

$\sqrt{0.002}=\sqrt{\frac{2}{1000}}=\sqrt{\frac{1}{500}}=\sqrt{\frac{1}{10^2\times 5}}=\frac{1}{10\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{50}$

에서

$y=\frac{1}{50}$ ▶ 3점

$\therefore xy=40\times\frac{1}{50}=\frac{4}{5}$ ▶ 1점

답 $\frac{4}{5}$

24

채점 기준	배점
a의 값 구하기	2점
b의 값 구하기	2점
$b-a$의 값 구하기	2점

풀이 $\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{9}$, 즉 $2<\sqrt{5}<3$이므로 $\sqrt{5}$의 정수 부분은 2이다.

$\therefore a=\sqrt{5}-2$ ▶ 2점

($\sqrt{5}$의 소수 부분) $=\sqrt{5}-$($\sqrt{5}$의 정수 부분)

$\sqrt{16}<\sqrt{20}<\sqrt{25}$, 즉 $4<\sqrt{20}<5$이므로 $\sqrt{20}$의 정수 부분은 4이다.

$\therefore b=\sqrt{20}-4=2\sqrt{5}-4$ ▶ 2점

$\therefore b-a=2\sqrt{5}-4-(\sqrt{5}-2)$

$=\sqrt{5}-2$ ▶ 2점

답 $\sqrt{5}-2$

25

채점 기준	배점
겉넓이 구하기	3점
a, b의 값 구하기	1점
ab의 값 구하기	1점

풀이 (겉넓이)

$=2\times\{(\sqrt{10}+\sqrt{5})\times\sqrt{10}+\sqrt{10}\times 2\sqrt{5}$

$+(\sqrt{10}+\sqrt{5})\times 2\sqrt{5}\}$

$=2(10+5\sqrt{2}+10\sqrt{2}+10\sqrt{2}+10)$

$=2(25\sqrt{2}+20)=40+50\sqrt{2}$ ▶ 3점

$40+50\sqrt{2}=a+b\sqrt{2}$에서 $a=40$, $b=50$ ▶ 1점

$\therefore ab=40\times 50=2000$ ▶ 1점

답 2000

03회 Ⅱ 식의 계산

| 문제집 53~56쪽

01 ③	02 ④	03 ②	04 ③
05 ③	06 ②	07 ⑤	08 ⑤
09 ④	10 ①	11 ③	12 ⑤
13 ④	14 ①	15 ⑤	16 ①

17 16 18 $2a-4$

19 $(a-4b+3c)(a-4b-3c)$

20 (가) $n-1$ (나) $n+1$ (다) 2 (라) $4n$ (마) 4

21 -84 22 12 23 $2x-5y+14$

24 $4a(l-a)\text{m}^2$ 25 -7

01

전략 인수분해 공식을 이용한다.

풀이 (ㄴ) $4x^2-12xy+9y^2=(2x)^2-2\times 2x\times 3y+(3y)^2$

$=(2x-3y)^2$

(ㄷ) $25x^2-4y^2=(5x)^2-(2y)^2$

$=(5x+2y)(5x-2y)$

이상에서 인수분해가 바르게 된 것은 (ㄱ), (ㄹ)이다.

답 ③

02

전략 $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$, $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

풀이 ① $x^2-10x+25=(x-5)^2$

② $x^2-6x+9=(x-3)^2$

③ $x^2+4x+4=(x+2)^2$

⑤ $x^2+14x+49=(x+7)^2$

답 ④

03

전략 $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

풀이 $\frac{1}{4}x^2+\square xy+\frac{1}{25}y^2$

$=\left(\frac{1}{2}x\right)^2+2\times\frac{1}{2}x\times\frac{1}{5}y+\left(\frac{1}{5}y\right)^2$

$\left(\frac{1}{2}x+\frac{1}{5}y\right)^2$

이므로 $\square=2\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{5}$ ($\because \square>0$)

답 ②

+ 보충 학습

x^2+ax+b가 완전제곱식

➜ $a=\pm 2\sqrt{b}$ $(b>0)$

➜ $b=\left(\frac{a}{2}\right)^2$

04

전략 $\sqrt{A^2}=\begin{cases} A & (A\ge 0) \\ -A & (A<0)\end{cases}$

풀이 $\sqrt{a^2+2ab+b^2}+\sqrt{a^2-2ab+b^2}$

$=\sqrt{(a+b)^2}+\sqrt{(a-b)^2}$

이때 $0<a<b$이므로

$a+b>0$, $a-b<0$

$\therefore$ (주어진 식)$=a+b-(a-b)$
$=a+b-a+b$
$=2b$

답 ③

05

전략 주어진 직사각형의 넓이의 합을 인수분해한다.

풀이 주어진 직사각형의 넓이의 합은 x^2+4x+3이므로
$x^2+4x+3=(x+1)(x+3)$

답 ③

06

전략 먼저 곱이 16인 두 정수를 구한다.

풀이 곱이 16인 두 정수는
-1과 -16, -2와 -8, -4와 -4
4와 4, 2와 8, 1과 16
이므로 정수 a는
$-17,\ -10,\ -8,\ 8,\ 10,\ 17$
의 6개이다.

답 ②

07

전략 A가 B의 인수 ➡ $B=A\times C$ (C는 다항식)

풀이 $x^2-ax+3=(x-3)(x+\square)$로 놓으면
$-3+\square=-a,\ -3\times\square=3$
$\therefore \square=-1,\ a=4$
$3x^2-7x+b=(x-3)(3x+\triangle)$로 놓으면
$-9+\triangle=-7,\ -3\times\triangle=b$
$\therefore \triangle=2,\ b=-6$
$\therefore a-b=4-(-6)=10$

답 ⑤

08

전략 먼저 각 다항식을 인수분해한다.

풀이 $4x^2-8x-5=(2x+1)(2x-5)$
$(x+1)(x-3)-(x+1)(3x-2)$
$=(x+1)\{(x-3)-(3x-2)\}$
$=(x+1)(-2x-1)$
$=-(x+1)(2x+1)$
따라서 공통인수는 $2x+1$이다.

답 ⑤

09

전략 공통부분 ➡ 한 문자로 치환

풀이 $x+2y=A$로 치환하면
(주어진 식)$=A(A-7)-30$
$=A^2-7A-30$
$=(A+3)(A-10)$
$=(x+2y+3)(x+2y-10)$

답 ④

우공비 BOX

$$\begin{array}{ccccc} 2 & \diagdown\!\!\!\!\diagup & 1 & \rightarrow & 2 \\ 2 & & -5 & \rightarrow & -10 \\ \hline & & & & -8 \end{array}$$

치환하여 인수분해한 후 치환한 문자 대신 원래의 식을 대입한다.

10

전략 먼저 직육면체의 부피로 주어진 식을 인수분해한다.

풀이 $y^3+xy^2-x-y=y^2(x+y)-(x+y)$
$=(x+y)(y^2-1)$
$=(x+y)(y+1)(y-1)$
이므로 직육면체의 높이는 $x+y$
따라서 직육면체의 겉넓이는
$2\{(y+1)(y-1)+(y-1)(x+y)+(x+y)(y+1)\}$
$=2\{(y^2-1)+(xy+y^2-x-y)+(xy+x+y^2+y)\}$
$=2(3y^2+2xy-1)$
$=6y^2+4xy-2$

답 ①

11

전략 인수분해 공식을 이용하여 수를 계산한다.

풀이 ① $20^2=400$
② $2\times107+2\times93=2(107+93)$
$=2\times200=400$
③ $51^2-49^2=(51+49)(51-49)$
$=100\times2=200$
④ $16^2+8\times16+4^2=(16+4)^2$
$=20^2=400$
⑤ $22^2-4\times22+4=(22-2)^2$
$=20^2=400$

답 ③

12

전략 반지름의 길이가 r인 원의 넓이 ➡ πr^2

풀이 큰 원의 반지름의 길이는
$\frac{1}{2}\times(2a+2b)=a+b$
작은 원의 반지름의 길이는
$\frac{1}{2}\times2b=b$
따라서 어두운 부분의 넓이는
$\pi(a+b)^2-\pi b^2=\pi\{(a+b)^2-b^2\}$
$=\pi(a+b+b)(a+b-b)$
$=\pi a(a+2b)$

답 ⑤

13

전략 분자를 간단히 나타낸 다음 약분한다.

풀이 $\dfrac{x^3+3x^2+10}{x+2}=\dfrac{x(x^2+3x)+10}{x+2}$
$=\dfrac{5x+10}{x+2}$
$=\dfrac{5(x+2)}{x+2}$
$=5$

답 ④

14 전략 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

풀이 $2^{20}-1=(2^{10})^2-1^2$

$=(2^{10}+1)(2^{10}-1)$

$=(2^{10}+1)(2^5+1)(2^5-1)$

따라서 30과 40 사이의 약수는

$2^5+1=33,\ 2^5-1=31$

이므로 두 자연수의 합은

$33+31=64$

답 ①

15 전략 $x^2-y^2=(x+y)(x-y)$

풀이 $x+y=(\sqrt{6}+\sqrt{3})+(\sqrt{6}-\sqrt{3})=2\sqrt{6}$

$x-y=(\sqrt{6}+\sqrt{3})-(\sqrt{6}-\sqrt{3})=2\sqrt{3}$

$\therefore x^2-y^2=(x+y)(x-y)$

$=2\sqrt{6}\times2\sqrt{3}$

$=4\sqrt{18}=12\sqrt{2}$

답 ⑤

16 전략 공통인수가 드러나도록 두 항씩 묶어서 인수분해한다.

풀이 $x^2-y^2+2x-2y=(x+y)(x-y)+2(x-y)$

$=(x-y)(x+y+2)$

이므로 $x+y=2,\ x-y=-2\sqrt{7}$을 대입하면

(주어진 식)$=-2\sqrt{7}\times(2+2)=-8\sqrt{7}$

답 ①

17 전략 먼저 합이 8인 두 자연수 a, b를 구한다.

풀이 $x^2+8x+k=(x+a)(x+b)$에서

$a+b=8,\ ab=k$

$a+b=8$이 되는 두 자연수 $a,\ b$는

1과 7, 2와 6, 3과 5, 4와 4

이 중에서 그 곱이 가장 큰 경우는 4와 4일 때이므로

$k=4\times4=16$

답 16

18 전략 먼저 사다리꼴의 넓이를 인수분해한다.

풀이 $2a^2-a-6=(a-2)(2a+3)$

$=\frac{1}{2}(2a-4)(2a+3)$

주어진 사다리꼴의 윗변과 아랫변의 길이의 합이 $2a+3$이므로 높이는 $2a-4$이다.

답 $2a-4$

19 전략 4개의 항 중 3개를 묶어 완전제곱식으로 인수분해할 수 있을 때 ➡ $(\quad)^2-(\quad)^2$ 꼴로 변형

풀이 $a^2+16b^2-9c^2-8ab=(a^2-8ab+16b^2)-9c^2$

$=(a-4b)^2-(3c)^2$

$=(a-4b+3c)(a-4b-3c)$

답 $(a-4b+3c)(a-4b-3c)$

우공비 BOX

$2^{10}+1=1025$
$=5^2\times41$

연속하는 세 정수는 n, $n+1$, $n+2$로 놓는 것보다 $n-1$, n, $n+1$로 놓는 것이 계산하기 편리하다.

$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

a, b는 자연수이므로
$a+b>a-b$

(사다리꼴의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times\{$(윗변의 길이)
$+$(아랫변의 길이)$\}$
$\times$(높이)

$(a-1)+(a+4)$
$=2a+3$

20 전략 연속하는 세 정수 ➡ $n-1,\ n,\ n+1$ (n은 정수)

풀이 연속하는 세 정수 중 가운데 수를 n(n은 정수)이라 하면 다른 두 수는 작은 수부터 차례대로 $\boxed{n-1}$, $\boxed{n+1}$이므로

$(\boxed{n+1})^2-(\boxed{n-1})^2$

$=\{(n+1)+(n-1)\}\times\{(n+1)-(n-1)\}$

$=2n\times\boxed{2}=\boxed{4n}$

따라서 연속하는 세 정수에 대하여 가장 큰 수와 가장 작은 수의 제곱의 차는 가운데 수의 $\boxed{4}$배이다.

$\therefore$ (가) $n-1$ (나) $n+1$ (다) 2 (라) $4n$ (마) 4

답 풀이 참조

21 전략 두 항씩 묶어 인수분해한다.

풀이 $2^2-4^2+6^2-8^2+10^2-12^2$

$=(2-4)(2+4)+(6-8)(6+8)+(10-12)(10+12)$

$=-2(6+14+22)=-2\times42=-84$

답 -84

22

채점 기준	배점
주어진 식 정리하기	2점
a, b의 값 구하기	3점
$2a-b$의 값 구하기	1점

풀이 $\sqrt{a^2-21}=b$의 양변을 제곱하면

$a^2-21=b^2,\qquad a^2-b^2=21$

$\therefore (a+b)(a-b)=21$ ▶ 2점

$a,\ b$는 자연수이므로

$\begin{cases}a+b=21\\a-b=1\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}a+b=7\\a-b=3\end{cases}$

$\therefore a=11,\ b=10$ 또는 $a=5,\ b=2$

이때 a, b는 두 자리 자연수이므로

$a=11,\ b=10$ ▶ 3점

$\therefore 2a-b=2\times11-10=12$ ▶ 1점

답 12

23

채점 기준	배점
주어진 식 인수분해하기	4점
두 일차식의 합 구하기	1점

풀이 $x+2=A,\ y-2=B$로 치환하면

(주어진 식)$=A^2-5AB+6B^2$

$=(A-2B)(A-3B)$

$=(x+2-2y+4)(x+2-3y+6)$

$=(x-2y+6)(x-3y+8)$ ▶ 4점

따라서 두 일차식의 합은

$(x-2y+6)+(x-3y+8)=2x-5y+14$ ▶ 1점

답 $2x-5y+14$

24

채점 기준	배점
바깥쪽 정사각형의 넓이 구하기	1점
안쪽 정사각형의 넓이 구하기	1점
길의 넓이 구하기	4점

풀이 바깥쪽 정사각형의 넓이는 $l^2\text{ m}^2$ ▶ 1점

안쪽 정사각형의 넓이는 $(l-2a)^2\text{ m}^2$ ▶ 1점

따라서 길의 넓이는

$l^2-(l-2a)^2=\{l+(l-2a)\}\{l-(l-2a)\}$

$=(2l-2a)\times 2a$

$=4a(l-a)(\text{m}^2)$ ▶ 4점

답 $4a(l-a)\text{m}^2$

25

채점 기준	배점
a의 값 구하기	2점
b의 값 구하기	2점
주어진 식을 인수분해하기	2점
식의 값 구하기	2점

풀이 $2<\sqrt{7}<3$에서 $5<3+\sqrt{7}<6$

$\therefore a=3+\sqrt{7}-5=\sqrt{7}-2$ ▶ 2점

$2<\sqrt{7}<3$에서 $-3<-\sqrt{7}<-2$

$0<3-\sqrt{7}<1$

$\therefore b=3-\sqrt{7}$ ▶ 2점

$\therefore ab-3a+2b-6=a(b-3)+2(b-3)$

$=(a+2)(b-3)$ ▶ 2점

$=(\sqrt{7}-2+2)(3-\sqrt{7}-3)$

$=\sqrt{7}\times(-\sqrt{7})=-7$ ▶ 2점

답 -7

+ 보충 학습

음이 아닌 정수 n에 대하여 $n\le\sqrt{a}<n+1$이면

$\sqrt{a}$의 정수 부분 ➜ n

$\sqrt{a}$의 소수 부분 ➜ $\sqrt{a}-n$

우공비 BOX

x에 대한 일차방정식이다.

$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

(무리수)
=(정수 부분)+(소수 부분)
이므로 무리수의 소수 부분은 그 수에서 정수 부분을 뺀 것과 같다.

두 항씩 묶은 후 공통인수를 찾는다.

$ax^2+bx+c=0$을 완전제곱식의 꼴로 고치기
(i) x^2의 계수를 1로 만든다.
(ii) 상수항을 우변으로 이항한다.
(iii) 양변에 $\left(\frac{x\text{의 계수}}{2}\right)^2$을 더해 준다.
(iv) (완전제곱식)=(상수) 꼴로 고친다.

04회 Ⅲ 이차방정식 | 문제집 57~60쪽

01 ③	02 ④	03 ③	04 ③
05 ④	06 ⑤	07 ④	08 ③
09 ①	10 ①	11 ⑤	12 ①
13 ⑤	14 ③	15 ②, ⑤	16 6
17 4	18 14	19 $-\frac{8}{3}$	20 48
21 $(4+2\sqrt{2})$cm		22 -5	23 17
24 35, 75	25 (1) $(x+4)^2=40$ (2) $2\sqrt{10}$		

01

전략 x에 대한 이차방정식 ➜ (x에 대한 이차식)$=0$

풀이 (ㄱ) $x^2+1=(x-4)^2$에서

$x^2+1=x^2-8x+16$

$\therefore 8x-15=0$

(ㄴ) $\frac{1}{2}x^2=2$에서 $x^2=4$ $\therefore x^2-4=0$

(ㄷ) $x(x+1)=x^2-3$에서 $x^2+x=x^2-3$

$\therefore x+3=0$

(ㅁ) $x^2(2x+1)=2(x^3+5)$에서 $2x^3+x^2=2x^3+10$

$\therefore x^2-10=0$

이상에서 이차방정식은 (ㄴ), (ㅁ)이다.

답 ③

02

전략 방정식의 한 근이 주어질 때 ➜ 주어진 근을 방정식에 대입하면 등식이 성립한다.

풀이 $x=-4$를 $3x^2+ax-a+2=0$에 대입하면

$48-4a-a+2=0,\quad -5a=-50$

$\therefore a=10$

답 ④

03

전략 $(x-\alpha)(x-\beta)=0$ ➜ $x=\alpha$ 또는 $x=\beta$

풀이 ① $x^2=4$에서 $(x+2)(x-2)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=2$

② $(x-2)(x+4)=0$에서

$x=2$ 또는 $x=-4$

③ $(2x+1)(x+1)=0$에서

$x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=-1$

④ $(x-2)^2=0$에서 $x=2$ (중근)

⑤ $\left(\frac{1}{2}x-1\right)(x-4)=0$에서

$x=2$ 또는 $x=4$

따라서 ①, ②, ④, ⑤는 $x=2$를 공통인 근으로 갖지만 ③은 $x=2$를 공통인 근으로 갖지 않는다.

답 ③

04

전략 $(x+p)^2=q\ (q\ge 0)$의 해 ➜ $x=-p\pm\sqrt{q}$

풀이 $3(x-a)^2=15$에서 $(x-a)^2=5$

$x-a=\pm\sqrt{5}$ $\therefore x=a\pm\sqrt{5}$

따라서 $a=4,\ b=5$이므로

$a+b=9$

답 ③

05

전략 주어진 식을 (완전제곱식)=(상수) 꼴로 변형한다.

풀이 $x^2-4x-3=0$에서 $x^2-4x=3$

$x^2-4x+4=3+4$ $\therefore (x-2)^2=7$

따라서 $p=-2,\ q=7$이므로

$p^2+2pq+q^2=(p+q)^2$

$=\{(-2)+7\}^2=25$

답 ④

우공비 BOX

06 전략 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 해

➡ $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

풀이 $2x^2-5x+a=0$에서

$$x=\frac{5\pm\sqrt{25-8a}}{4}=\frac{b\pm\sqrt{17}}{4}$$

이므로 $5=b,\ 25-8a=17$

$\therefore a=1,\ b=5$

$\therefore b-a=4$

답 ⑤

07 전략 인수분해를 이용하여 α, β의 값을 구한 후, $x^2-\alpha x+\beta=0$의 근을 구한다.

풀이 $2x^2-9x+4=0$에서 $(x-4)(2x-1)=0$

$\therefore x=4$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

$\alpha>\beta$이므로 $\alpha=4,\ \beta=\frac{1}{2}$ …… ㉠

㉠을 $x^2-\alpha x+\beta=0$에 대입하면

$x^2-4x+\frac{1}{2}=0,\quad 2x^2-8x+1=0$

$\therefore x=\frac{4\pm\sqrt{14}}{2}$

$ax^2+2b'x+c=0\ (a\neq0)$
➡ $x=\frac{-b'\pm\sqrt{b'^2-ac}}{a}$

답 ④

08 전략 계수가 분수 또는 소수인 이차방정식

➡ 양변에 적당한 수를 곱하여 계수를 정수로 만든다.

풀이 $0.3(x-1)^2+\frac{3}{4}x-0.75=0$의 양변에 100을 곱하면

$0.3=\frac{3}{10}$, $0.75=\frac{75}{100}$이므로 10, 4, 100의 최소공배수를 곱한다.

$30(x-1)^2+75x-75=0$

$30x^2+15x-45=0$

$2x^2+x-3=0$

$(2x+3)(x-1)=0$

$\therefore x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=1$

답 ③

09 전략 공통부분 ➡ 한 문자로 치환

풀이 $2x-1=A$로 치환하면 주어진 이차방정식은

$A^2+6A-7=0,\quad (A+7)(A-1)=0$

$\therefore A=-7$ 또는 $A=1$

즉 $2x-1=-7$ 또는 $2x-1=1$이므로

$x=-3$ 또는 $x=1$

A를 다시 원래의 식으로 바꾸어 x의 값을 구한다.

답 ①

10 전략 $x^2+ax+b=0$이 중근을 갖는다. ➡ $b=\left(\frac{a}{2}\right)^2$

이차방정식이 중근을 갖는다.
➡ (완전제곱식)$=0$ 꼴로 고칠 수 있다.
➡ $\left(\frac{a}{2}\right)^2=b$

풀이 $x^2-2(t+3)x+(t+3)=0$이 중근을 가질 조건은

$t+3=\left\{\frac{-2(t+3)}{2}\right\}^2,\quad t+3=(t+3)^2$

$t^2+5t+6=0,\quad (t+3)(t+2)=0$

$\therefore t=-3$ 또는 $t=-2$

(i) $t=-3$을 주어진 이차방정식에 대입하면

$x^2=0\quad \therefore x=0$ (중근)

그런데 $m>0$이므로 $x=0$은 중근이 될 수 없다.

(ii) $t=-2$를 주어진 이차방정식에 대입하면

$x^2-2x+1=0,\quad (x-1)^2=0$

따라서 $x=1$(중근)이므로 $m=1$

$\therefore t-m=-2-1=-3$

답 ①

11 전략 인수분해를 이용하여 풀 수 없는 이차방정식은 근의 공식을 이용한다.

풀이 ① $x^2-x-6=0$에서 $(x+2)(x-3)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=3$

② $2x^2-5x+3=0$에서 $(x-1)(2x-3)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

③ $3x^2+5x-2=0$에서 $(x+2)(3x-1)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=\frac{1}{3}$

④ $x^2-8x+12=0$에서 $(x-2)(x-6)=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=6$

⑤ $2x^2+x-2=0$에서

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times2\times(-2)}}{2\times2}=\frac{-1\pm\sqrt{17}}{4}$$

따라서 해가 유리수가 아닌 것은 ⑤이다.

답 ⑤

12 전략 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$에서

➡ (두 근의 합)$=-\frac{b}{a}$, (두 근의 곱)$=\frac{c}{a}$

풀이 $x^2-6x-4=0$의 두 근이 α, β이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=6,\ \alpha\beta=-4$

$$\therefore \frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\beta^2+\alpha^2}{\alpha\beta}=\frac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta}{\alpha\beta}$$

$$=\frac{6^2-2\times(-4)}{-4}=\frac{44}{-4}=-11$$

답 ①

+ 보충 학습

이차방정식의 근과 계수의 관계에 많이 이용되는 식의 계산

(1) $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$ (2) $(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$

(3) $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}$ (4) $\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}$

13 전략 주어진 이차방정식의 x의 계수와 상수항을 바꾼 식에 $x=-5$를 대입하여 먼저 a의 값을 구한다.

풀이 $x^2+(3-2a)x+a=0$에서 x의 계수와 상수항을 바꾸면 $x^2+ax+3-2a=0$

$x=-5$를 앞의 식에 대입하면

$25-5a+3-2a=0$

$\therefore a=4$

따라서 처음 주어진 이차방정식은 $x^2-5x+4=0$이므로 근과 계수의 관계에 의하여 두 근의 합은 5이다.

답 ⑤

14 전략 t초 후 높이가 h m ➡ $h=30t-5t^2$

풀이 t초 후 물체의 높이가 $(30t-5t^2)$m이므로

$30t-5t^2=45$에서

$5t^2-30t+45=0,\quad t^2-6t+9=0$

$(t-3)^2=0\quad \therefore t=3$(중근)

따라서 물체의 높이가 45 m가 되는 것은 3초 후이다.

답 ③

15 전략 점 B의 좌표가 $(x,\ 0)$ ➡ 점 A의 좌표는 $(x,\ x)$

풀이 점 B의 좌표를 $(x,\ 0)$이라 하면 점 A의 좌표는 $(x,\ x)$이므로

$\overline{AB}=x,\ \overline{BC}=13-x$

따라서 $x(13-x)=36$이므로

$x^2-13x+36=0,\quad (x-4)(x-9)=0$

$\therefore x=4$ 또는 $x=9$

따라서 점 A의 좌표는

$(4,\ 4)$ 또는 $(9,\ 9)$

답 ②, ⑤

점 A는 직선 $y=x$ 위에 있으므로
(x좌표)=(y좌표)

A$(4,\ 4)$이면
$\overline{AB}=4,\ \overline{BC}=9$
A$(9,\ 9)$이면
$\overline{AB}=9,\ \overline{BC}=4$

16 전략 $x=k$가 이차방정식의 근
➡ $x=k$를 이차방정식에 대입하면 등식이 성립한다.

풀이 $x=a$를 $x^2+x-3=0$에 대입하면

$a^2+a-3=0$

$\therefore a^5+a^4-3a^3+a^2+a+3$

$=a^3(a^2+a-3)+(a^2+a-3)+6$

$=6$

답 6

17 전략 이차방정식 $(x+p)^2=q(q\geq0)$의 근
➡ $x=-p\pm\sqrt{q}$

풀이 $(x-1)^2=2k+1$에서 $\quad x=1\pm\sqrt{2k+1}$

이때 근이 모두 정수가 되려면

$2k+1=0,\ 1,\ 4,\ 9,\ 16,\ \cdots$

$\therefore k=-\frac{1}{2},\ 0,\ \frac{3}{2},\ 4,\ \frac{15}{2},\ \cdots$

따라서 자연수 k의 최솟값은 4이다.

답 4

18 전략 $n-m=A$로 치환한다.

풀이 $3(n-m)^2+10(n-m)-8=0$에서 $n-m=A$로 치환하면 $\quad 3A^2+10A-8=0$

$(A+4)(3A-2)=0$

$\therefore A=-4$ 또는 $A=\frac{2}{3}$

(가)에서 $n-m<0$, 즉 $A<0$이므로

$A=n-m=-4$

따라서 $m+n=16,\ n-m=-4$를 연립하여 풀면

$m=10,\ n=6$

$\therefore 2m-n=2\times10-6=14$

답 14

$\begin{cases} m+n=16 & \cdots㉠ \\ -m+n=-4 & \cdots㉡ \end{cases}$
㉠+㉡을 하면
$2n=12\quad \therefore n=6$
$n=6$을 ㉠에 대입하면
$m+6=16$
$\therefore m=10$

b^2-4ac의 부호에 따른 서로 다른 근의 개수
(1) $b^2-4ac>0$
➡ 2개
(2) $b^2-4ac=0$
➡ 1개
(3) $b^2-4ac<0$
➡ 없다.

19 전략 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$이 중근을 갖는다.
➡ $b^2-4ac=0$

풀이 $x^2+6x-3m+1=0$에서

$6^2-4\times(-3m+1)=0$

$32+12m=0\quad \therefore m=-\frac{8}{3}$

답 $-\frac{8}{3}$

20 전략 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$에서
➡ (두 근의 합)$=-\frac{b}{a}$, (두 근의 곱)$=\frac{c}{a}$

풀이 두 근의 비가 4 : 3이므로 두 근을 $4\alpha,\ 3\alpha(\alpha\neq0)$라 하면

$4\alpha+3\alpha=7k$

$\therefore \alpha=k \quad \cdots\cdots ㉠$

$4\alpha\times3\alpha=5k^2+28$

$\therefore 12\alpha^2=5k^2+28 \quad \cdots\cdots ㉡$

㉠, ㉡에서 $\quad 12\alpha^2=5\alpha^2+28$

$7\alpha^2=28\quad \therefore \alpha^2=4$

따라서 두 근 $4\alpha,\ 3\alpha$의 곱은

$12\alpha^2=12\times4=48$

답 48

21 전략 처음 원의 반지름의 길이를 $x$cm로 놓고 x에 대한 이차방정식을 세운다.

풀이 처음 원의 반지름의 길이를 $x$cm라 하면

$\pi(x-2)^2=\frac{1}{2}\pi x^2,\quad 2(x-2)^2=x^2$

$x^2-8x+8=0$

$\therefore x=4+2\sqrt{2}\ (\because x>2)$

따라서 처음 원의 반지름의 길이는 $(4+2\sqrt{2})$cm이다.

답 $(4+2\sqrt{2})$cm

처음 원에서 반지름의 길이를 2cm 줄일 수 있어야 하므로
$x>2$

22

채점 기준	배점
두 이차방정식의 해 구하기	3점
a의 값 구하기	2점

풀이 $x^2-x-12=0$에서 $\quad (x+3)(x-4)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=4$

$x^2-9x+20=0$에서 $\quad (x-4)(x-5)=0$

$\therefore x=4$ 또는 $x=5$ ▶ 3점

따라서 두 이차방정식의 공통인 근이 $x=4$이므로

$48+8a+a-3=0\quad \therefore a=-5$ ▶ 2점

답 -5

$3x^2+2ax+a-3=0$에 $x=4$를 대입한다.

23

채점 기준	배점
$<x>$의 값 구하기	3점
$<x>=2$를 만족시키는 x의 값 구하기	2점
x의 값의 합 구하기	1점

풀이 $<x>^2+<x>-6=0$에서

$(<x>+3)(<x>-2)=0$

$\therefore <x>=2$ ($\because <x>>0$) ▶ 3점

이때 양의 약수의 개수가 2인 수는 소수이므로 10 이하의 소수는 2, 3, 5, 7 ▶ 2점

따라서 구하는 값은

$2+3+5+7=17$ ▶ 1점

답 17

24

채점 기준	배점
이차방정식 세우기	3점
이차방정식의 해 구하기	2점
두 자리 자연수 구하기	1점

풀이 십의 자리의 숫자를 x라 하면 일의 자리의 숫자는 5이므로

$10x+5=x^2+5^2+1$ ▶ 3점

$x^2-10x+21=0$

$(x-3)(x-7)=0$

$\therefore x=3$ 또는 $x=7$ ▶ 2점

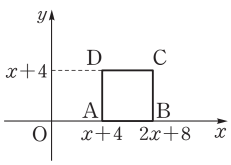
따라서 구하는 자연수는 35, 75이다. ▶ 1점

답 35, 75

25

채점 기준	배점
네 점을 좌표평면 위에 나타내기	2점
이차방정식 구하기	2점
사각형 ABCD의 한 변의 길이 구하기	2점

풀이 (1) 좌표평면 위에 네 점을 나타내면 오른쪽 그림과 같다. ▶ 2점



즉 사각형 ABCD는 한 변의 길이가 $x+4$인 정사각형이므로 구하는 이차방정식은

$(x+4)^2=40$ ▶ 2점

(2) $(x+4)^2=40$에서 $x+4=\pm\sqrt{40}$

$\therefore x=-4+2\sqrt{10}$ ($\because x>0$)

따라서 사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $x+4$이므로

$x+4=-4+2\sqrt{10}+4$

$=2\sqrt{10}$ ▶ 2점

답 (1) $(x+4)^2=40$ (2) $2\sqrt{10}$

우공비 BOX

$<x>$는 자연수의 약수의 개수이므로 0보다 크다.

소수 ➜ 1과 그 자신만을 약수로 갖는 수

십의 자리의 숫자가 a, 일의 자리의 숫자가 b인 두 자리 자연수는 $10a+b$

$(x-p)^2=q$ $(q\ge0)$
➜ $x=p\pm\sqrt{q}$

05회 Ⅲ 이차방정식 | 문제집 61~64쪽

01 ⑤	02 ②	03 ①	04 ③
05 ⑤	06 ⑤	07 ③	08 ①
09 ⑤	10 ⑤	11 ③	12 ②
13 ②	14 ③	15 ②	16 $24\sqrt{2}$
17 $\frac{19}{36}$	18 $\frac{65}{16}$	19 7	20 500
21 $(-7+7\sqrt{5})$cm		22 -3, $\frac{1}{2}$	
23 (1) $x^2-4x-8=0$ (2) $x=2\pm2\sqrt{3}$			
24 (1) 2초 또는 4초 (2) 8초			25 $\frac{4}{3}$ m

01

전략 x에 대한 이차방정식 ⇨ (x에 대한 이차식)$=0$

풀이 ② $x(x-3)=x+1$에서 $x^2-3x=x+1$

$\therefore x^2-4x-1=0$

③ $2x^2=(x-1)^2$에서 $2x^2=x^2-2x+1$

$\therefore x^2+2x-1=0$

④ $2x^2-5=x(3x+2)$에서 $2x^2-5=3x^2+2x$

$\therefore -x^2-2x-5=0$

⑤ $x^2(1+x)=x-2$에서 $x^2+x^3=x-2$

$\therefore x^3+x^2-x+2=0$

답 ⑤

02

전략 $x=a$가 이차방정식의 해
⇨ $x=a$를 이차방정식에 대입

풀이 $x=3$을 $ax^2-(a+1)x-3=0$에 대입하면

$a\times3^2-3(a+1)-3=0$

$9a-3a-3-3=0$, $6a-6=0$

$\therefore a=1$

즉 주어진 이차방정식은 $x^2-2x-3=0$이므로

$(x-3)(x+1)=0$ $\therefore x=3$ 또는 $x=-1$

따라서 다른 한 근은 $x=-1$이다.

답 ②

03

전략 이차방정식의 해가 같다.
⇨ 두 근을 모두 공통으로 갖는다.

풀이 두 이차방정식의 해가 서로 같으므로 $x=-1$을 이차방정식 $x^2+mx-2m+2=0$에 대입하면

$1-m-2m+2=0$, $-3m+3=0$

$\therefore m=1$

$m=1$을 $x^2+mx-2m+2=0$에 대입하면

$x^2+x=0$, $x(x+1)=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=-1$

따라서 다른 한 근은 $x=0$, 즉 $n=0$이므로

$m^2+n^2=1^2+0^2=1$

답 ①

04

전략 이차방정식의 한 근이 주어질 때
⇨ 주어진 근을 이차방정식에 대입

풀이 $x=\frac{1}{3}$을 $3x^2-2ax+5=0$에 대입하면

$$3\times\left(\frac{1}{3}\right)^2-\frac{2}{3}a+5=0 \qquad \therefore a=8$$

$a=8$을 $3x^2-2ax+5=0$에 대입하면

$$3x^2-16x+5=0, \qquad (3x-1)(x-5)=0$$

$$\therefore x=\frac{1}{3} \text{ 또는 } x=5$$

따라서 주어진 방정식의 다른 한 근은 $x=5$이므로 $x^2+(1-2b)x-5b=0$에 대입하면

$$5^2+5(1-2b)-5b=0 \qquad \therefore b=2$$

$$\therefore a-b=8-2=6$$

답 ③

05

전략 $x^2+ax+b=0$이 중근을 갖는다. ➡ $b=\left(\frac{a}{2}\right)^2$

풀이 $x^2+2(k+1)+4k+1=0$이 중근을 가지므로

$$4k+1=\left\{\frac{2(k+1)}{2}\right\}^2, \qquad 4k+1=k^2+2k+1$$

$$k^2-2k=0, \qquad k(k-2)=0 \qquad \therefore k=2\ (\because k\neq0)$$

$k=2$를 주어진 이차방정식에 대입하면

$$x^2+6x+9=0, \qquad (x+3)^2=0$$

$$\therefore x=-3\ (\text{중근})$$

따라서 $m=-3$이므로

$$k-m=2-(-3)=5$$

답 ⑤

06

전략 $(x+a)^2=b\ (b\geq0)$의 해 ➡ $x=-a\pm\sqrt{b}$

풀이 $(x-3)^2=\frac{1}{7}$에서 $\qquad x-3=\pm\sqrt{\frac{1}{7}}$

$$\therefore x=3\pm\frac{\sqrt{7}}{7}$$

따라서 $A=3,\ B=\frac{1}{7}$이므로

$$\frac{A}{B}=3\times7=21$$

답 ⑤

07

전략 (완전제곱식)=(상수) 꼴 ➡ 제곱근의 성질 이용

풀이 $x^2+\frac{3}{2}x-2=0$에서 $\qquad x^2+\frac{3}{2}x=2$

$$x^2+\frac{3}{2}x+\boxed{\frac{9}{16}}=2+\boxed{\frac{9}{16}}$$

$$\left(x+\boxed{\frac{3}{4}}\right)^2=\boxed{\frac{41}{16}}, \qquad x+\boxed{\frac{3}{4}}=\pm\frac{\boxed{\sqrt{41}}}{4}$$

$$\therefore x=\boxed{\frac{-3\pm\sqrt{41}}{4}}$$

$\therefore$ (가) $\frac{9}{16}$ (나) $\frac{3}{4}$ (다) $\frac{41}{16}$ (라) $\sqrt{41}$ (마) $\frac{-3\pm\sqrt{41}}{4}$

답 ③

08

전략 계수가 분수인 이차방정식
➡ 양변에 분모의 최소공배수를 곱한다.

풀이 $\frac{(x-1)(x+1)}{3}=\frac{2(x-2)(x+3)}{5}$의 양변에 분모의 최소공배수 15를 곱하면

$$5(x-1)(x+1)=6(x-2)(x+3)$$

$$5x^2-5=6x^2+6x-36, \qquad x^2+6x-31=0$$

$$\therefore x=-3\pm\sqrt{3^2-(-31)}=-3\pm2\sqrt{10}$$

답 ①

$\frac{1}{3}-\frac{2}{3}a+5=0$에서
$-\frac{2}{3}a=-\frac{16}{3}$
$\therefore a=8$

$ax^2+2b'x+c=0\,(a\neq0)$
➡ $x=\frac{-b'\pm\sqrt{b'^2-ac}}{a}$

양변에 $\left(\frac{x\text{의 계수}}{2}\right)^2$을 더한다.

09

전략 $x-y=A$로 치환한다.

풀이 $(x-y)^2+(x-y)-2=0$에서 $x-y=A$로 치환하면

$$A^2+A-2=0, \qquad (A+2)(A-1)=0$$

$$\therefore A=1\ (\because A>0)$$

따라서 $x-y=1,\ x+y=7$이므로 두 식을 연립하여 풀면

$$x=4,\ y=3 \qquad \therefore xy=12$$

답 ⑤

$x>y$에서 $\quad x-y>0$

$\begin{cases} x-y=1 & \cdots ㉠ \\ x+y=7 & \cdots ㉡ \end{cases}$
㉠+㉡을 하면
$2x=8 \qquad \therefore x=4$
$x=4$를 ㉡에 대입하면 $\quad y=3$

10

전략 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$이 근을 갖는다.
➡ $b^2-4ac\geq0$

풀이 $x^2+2x+1+k=0$이 근을 가지려면

$$2^2-4(1+k)\geq0, \qquad 4k\leq0$$

$$\therefore k\leq0$$

따라서 k의 값이 아닌 것은 ⑤이다.

답 ⑤

이차방정식의 근은 서로 다른 두 근 또는 중근을 가질 수 있으므로
$b^2-4ac>0$
또는 $b^2-4ac=0$
$\therefore b^2-4ac\geq0$

11

전략 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$에서
➡ (두 근의 합)$=-\frac{b}{a}$, (두 근의 곱)$=\frac{c}{a}$

풀이 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근이 모두 양수이므로

$$(\text{두 근의 합})=-\frac{b}{a}>0 \qquad \therefore \frac{b}{a}<0$$

$$(\text{두 근의 곱})=\frac{c}{a}>0$$

즉 a와 b는 서로 다른 부호이고 a와 c는 서로 같은 부호이므로 b와 c는 서로 다른 부호이다.

이차방정식 $cx^2+bx-a=0$에서

$$(\text{두 근의 합})=-\frac{b}{c}>0 \qquad \cdots\cdots ㉠$$

$$(\text{두 근의 곱})=-\frac{a}{c}<0 \qquad \cdots\cdots ㉡$$

㉠, ㉡에서 이차방정식 $cx^2+bx-a=0$의 양의 근의 절댓값이 음의 근의 절댓값보다 더 크다.

답 ③

(1) 두 근이 모두 양수
(두 근의 합)>0,
(두 근의 곱)>0
(2) 두 근이 모두 음수
(두 근의 합)<0,
(두 근의 곱)>0
(3) 한 근은 양수, 다른 한 근은 음수
(두 근의 곱)<0

12

전략 $ax^2+bx+c=0\ (a\neq0)$의 두 근이 $\alpha,\ \beta$
➡ $\alpha+\beta=-\frac{b}{a},\ \alpha\beta=\frac{c}{a}$

풀이 두 근을 $a,\ a+2$로 놓으면 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$a+(a+2)=12, \qquad a(a+2)=4k+3$$

따라서 $a=5$이므로 $\qquad 5(5+2)=4k+3$

$$\therefore k=8$$

답 ②

Point Up

대단원별 실전 TEST

우공비 BOX

13 전략 계수가 유리수인 이차방정식의 한 근이 $x=p+\sqrt{q}$ (p는 유리수, $\sqrt{q}$는 무리수) ➡ 다른 한 근은 $x=p-\sqrt{q}$

풀이 $1<\sqrt{3}<2$에서 $\quad 3<2+\sqrt{3}<4$

즉 $2+\sqrt{3}$의 정수 부분은 3이므로 소수 부분은

$2+\sqrt{3}-3=\sqrt{3}-1$

이다.

따라서 주어진 이차방정식의 두 근은 $\sqrt{3}-1,\ -\sqrt{3}-1$이므로

$(\sqrt{3}-1)+(-\sqrt{3}-1)=-2,$

$(\sqrt{3}-1)(-\sqrt{3}-1)=-2$

근과 계수의 관계에 의하여

$-(a-1)=-2,\ b=-2$

$\therefore a=3,\ b=-2$ 답 ②

계수가 유리수이고 한 근이 $x=\sqrt{3}-1$이므로 다른 한 근은 $x=-\sqrt{3}-1$이다.

다른 풀이 한 근이 $x=\sqrt{3}-1$이므로

$x+1=\sqrt{3}$

양변을 제곱하면 $\quad (x+1)^2=(\sqrt{3})^2$

$x^2+2x+1=3,\quad x^2+2x-2=0$

따라서 $a-1=2,\ b=-2$이므로

$a=3,\ b=-2$

14 전략 주어진 공식을 이용하여 식을 세운다.

풀이 $\dfrac{n(n+1)}{2}=171$에서

$n^2+n-342=0,\quad (n+19)(n-18)=0$

$\therefore n=18$ ($\because n$은 자연수)

따라서 구하는 자연수는 18이다. 답 ③

15 전략 반지름의 길이가 r인 원의 넓이 ➡ πr^2

풀이 길의 폭을 xm라 하면

$(50+x)^2\pi-50^2\pi=309\pi$

$x^2+100x-309=0,\quad (x+103)(x-3)=0$

$\therefore x=3$ ($\because x>0$)

따라서 길의 폭은 3m이다. 답 ②

16 전략 $x=a$가 이차방정식의 해 ➡ $x=a$를 이차방정식에 대입

풀이 $x=a$를 $x^2-6x+1=0$에 대입하면

$a^2-6a+1=0$

$a\neq0$이므로 양변을 a로 나누면

$a-6+\dfrac{1}{a}=0\quad \therefore a+\dfrac{1}{a}=6$

$x^2-6x+1=0$에서 $x=0$일 때 $0-6\times0+1\neq0$이므로 0은 주어진 방정식의 근이 될 수 없다.

한편 $\left(a-\dfrac{1}{a}\right)^2=\left(a+\dfrac{1}{a}\right)^2-4=6^2-4=32$이므로

$a-\dfrac{1}{a}=4\sqrt{2}\left(\because a>\dfrac{1}{a}\right)$

$\therefore a^2-\dfrac{1}{a^2}=\left(a+\dfrac{1}{a}\right)\left(a-\dfrac{1}{a}\right)$

$=6\times4\sqrt{2}=24\sqrt{2}$ 답 $24\sqrt{2}$

17 전략 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$이 근을 갖는다. ➡ $b^2-4ac\geq0$

풀이 두 개의 주사위를 던졌을 때 일어날 수 있는 모든 경우의 수는 $\quad 6\times6=36$

이차방정식 $x^2+ax+b=0$이 근을 가지려면

서로 다른 두 근 또는 중근

$a^2-4b\geq0,\quad a^2\geq4b$ ······ ㉠

이어야 하므로 ㉠을 만족시키는 순서쌍 $(a,\ b)$는

(2, 1), (3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)

의 19개이다.

따라서 구하는 확률은 $\quad \dfrac{19}{36}$ 답 $\dfrac{19}{36}$

(확률) $=\dfrac{\text{(사건의 경우의 수)}}{\text{(전체 경우의 수)}}$

18 전략 일차함수 $y=ax+b$의 그래프 ➡ a: 기울기, b: y절편

풀이 주어진 그래프의 식은

$y=\dfrac{1}{4}x-1$, 즉 $-\dfrac{1}{4}x+y+1=0$

두 점 (0, −1), (4, 0)을 지나므로 이 함수의 그래프의 기울기는 $\dfrac{0-(-1)}{4-0}=\dfrac{1}{4}$

이므로 $\quad a=-\dfrac{1}{4},\ b=1$

이차방정식 $x^2-\dfrac{1}{4}x-1=0$의 두 근을 $\alpha,\ \beta$라 하면

$\alpha+\beta=\dfrac{1}{4},\ \alpha\beta=-1$

$\therefore (\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$

$=\left(\dfrac{1}{4}\right)^2-4\times(-1)=\dfrac{65}{16}$ 답 $\dfrac{65}{16}$

+ 보충 학습

두 점 $(x_1,\ y_1)$, $(x_2,\ y_2)$를 지나는 직선의 방정식 구하기

(i) 기울기 a를 구한다. ➡ $a=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

(ii) 한 점의 좌표를 $y=ax+b$에 대입하여 b의 값을 구한다.

19 전략 어떤 수를 x로 놓고 식을 세운다.

풀이 어떤 수를 x라 하면 $\quad (x-5)^2=2(x-5)$

$x^2-12x+35=0,\quad (x-5)(x-7)=0$

$\therefore x=7$ ($\because x\neq5$)

따라서 어떤 수는 7이다. 답 7

20 전략 (입장료에 대한 수입) =(1인당 입장료)×(입장객 수)

풀이 $1000\times3000=(1000+a)(3000-2a)$이므로

$3\times10^6=-2a^2+1000a+3\times10^6$

$2a^2-1000a=0,\quad 2a(a-500)=0$

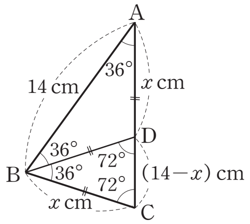
$\therefore a=500$ ($\because a\neq0$) 답 500

우공비 BOX

21 전략 $\triangle ABC$에서 $\overline{BD}$가 $\angle B$의 이등분선일 때

$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{CD}$

풀이 삼각형 ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이고, 삼각형 BCD도 $\overline{BC}=\overline{BD}$인 이등변삼각형이다.



$\overline{BC}=x$라 하면 오른쪽 그림에서 삼각형의 각의 이등분선의 성질에 의하여

$\angle BDC=\angle BCD=72°$이므로 삼각형 BCD는 이등변삼각형이다.

$x : 14 = (14-x) : x$

$x^2=196-14x, \quad x^2+14x-196=0$

$\therefore x=-7+\sqrt{49+196}$

$=-7+7\sqrt{5}\,(\text{cm})\,(\because x>0)$

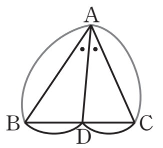
답 $(-7+7\sqrt{5})$ cm

+ 보충 학습

삼각형의 내각의 이등분선과 변의 길이의 비

$\triangle ABC$에서 $\angle A$의 이등분선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 D라 하면

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$



22

채점 기준	배점
기호의 뜻에 따라 식 세우기	2점
x의 값 구하기	2점

풀이 $(2x-1)◎(x+3)=-11$에서

$(2x-1-2)(x+3+2)-(2x-1)=-11$ ▶ 2점

$2x^2+5x-3=0, \quad (x+3)(2x-1)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=\frac{1}{2}$ ▶ 2점

답 $-3, \frac{1}{2}$

23

채점 기준	배점
이차방정식의 상수항 구하기	2점
이차방정식의 x의 계수 구하기	2점
이차방정식 구하기	1점
해 구하기	1점

풀이 (1) 두 근이 -1, 8이고, x^2의 계수가 1인 이차방정식은

두 근이 α, β이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식 ➜ $(x-\alpha)(x-\beta)=0$

$(x+1)(x-8)=0$, 즉 $x^2-7x-8=0$

따라서 처음 이차방정식의 상수항은 -8이다. ▶ 2점

두 근이 -2, 6이고, x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x+2)(x-6)=0$, 즉 $x^2-4x-12=0$

따라서 처음 이차방정식의 x의 계수는 -4이다. ▶ 2점

$\therefore x^2-4x-8=0$ ▶ 1점

$ax^2+2b'x+c=0$ ➜ $x=\frac{-b'\pm\sqrt{b'^2-ac}}{a}$

(2) $x^2-4x-8=0$에서

$x=2\pm\sqrt{(-2)^2-1\times(-8)}$

$=2\pm2\sqrt{3}$ ▶ 1점

답 (1) $x^2-4x-8=0$ (2) $x=2\pm2\sqrt{3}$

24

채점 기준	배점
$h=120$일 때, t의 값 구하기	3점
$h=0$일 때, t의 값 구하기	3점

풀이 (1) $120=-5t^2+30t+80$에서

$5t^2-30t+40=0$

$t^2-6t+8=0$

$(t-2)(t-4)=0$

$\therefore t=2$ 또는 $t=4$

높이 a m에 도달하는 시간은 올라갈 때, 내려올 때의 두 번이다. (단, 가장 높이 올라간 경우는 제외)

따라서 물체의 높이가 120 m가 되는 것은 쏘아 올린 지 2초 후 또는 4초 후이다. ▶ 3점

(2) 물체가 지면에 떨어질 때, 높이는 0 m이므로

$0=-5t^2+30t+80$

$t^2-6t-16=0$

$(t+2)(t-8)=0$

$\therefore t=8\,(\because t>0)$

따라서 물체는 8초 후에 지면에 떨어진다. ▶ 3점

답 (1) 2초 또는 4초 (2) 8초

25

채점 기준	배점
한 화단의 가로, 세로의 길이 구하기	2점
네 화단의 넓이의 합을 이용하여 식 세우기	2점
길의 폭 구하기	2점

풀이 길의 폭을 x m라 하면 한 화단의 가로와 세로의 길이는 각각

$\frac{20-3x}{2}\,(\text{m}), \quad \frac{16-3x}{2}\,(\text{m})$ ▶ 2점

이므로 네 화단의 넓이의 합은

$(20-3x)(16-3x)=192$에서 $9x^2-108x+320=192$ $\therefore 9x^2-108x+128=0$

$4\times\frac{20-3x}{2}\times\frac{16-3x}{2}=20\times16\times\frac{60}{100}$ ▶ 2점

$9x^2-108x+128=0$

$(3x-4)(3x-32)=0$

$\therefore x=\frac{4}{3}$ 또는 $x=\frac{32}{3}$

$3x<16$, 즉 $x<\frac{16}{3}$이므로 구하는 길의 폭은

$\frac{4}{3}$ m ▶ 2점

답 $\frac{4}{3}$ m

06회 Ⅳ 이차함수 | 문제집 65~68쪽

01 ③	02 ①	03 ④	04 ④
05 ④	06 ③	07 ③	08 ③
09 ④	10 ⑤	11 ⑤	12 ④
13 ④	14 ⑤	15 ②	16 ③

17 $-3<a<-\frac{1}{2}$　18 $a>0,\ p<0,\ q<0$

19 -6　20 $(2,\ -3),\ (0,\ -11)$

21 121　22 $y=\frac{3}{2}x^2$　23 $k<3$　24 8

25 (1) 5초　(2) 125m

01 전략 이차함수 ◎ $y=(x$에 대한 이차식$)$

풀이 (ㄷ) $y=x^2(x-3)$, 즉 $y=x^3-3x^2$

(ㅁ) $y=x(x+1)-2x^2+3$, 즉 $y=-x^2+x+3$

이상에서 이차함수인 것은 (ㄴ), (ㅁ)이다.

답 ③

+ 보충 학습

이차함수가 아닌 것 찾기

① $(x$에 대한 이차식$)=0$ → 이차방정식이다.

② $y=(x$에 대한 일차식$)$ → 일차함수이다.

③ $y=($수$)$ → 이차함수가 아니다.

④ $y=\frac{1}{x^2}$ → x^2이 분모에 있으면 이차함수가 아니다.

02 전략 이차함수 $y=ax^2$의 그래프

◎ a의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.

풀이 주어진 그림에서 상수 a의 값이 가장 큰 경우는 그래프가 아래로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 (ㄱ), 가장 작은 경우는 그래프가 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 (ㄹ)이다.

$a>0$이고 절댓값이 가장 크다.

$a<0$이고 절댓값이 가장 크다.

답 ①

03 전략 점 D의 좌표를 기준으로 주어진 조건을 이용한다.

풀이 점 D의 좌표를 $\left(a,\ \frac{1}{4}a^2\right)$ $(a>0)$이라 하면 점 A, B의 좌표는

$$A\left(-a,\ \frac{1}{4}a^2\right),\ B(-a,\ 0)$$

$\overline{AD}=3\overline{AB}$이므로

$$2a=\frac{3}{4}a^2,\qquad 3a^2-8a=0$$

$$a(3a-8)=0$$

$$\therefore a=\frac{8}{3}\ (\because a>0)$$

따라서 구하는 점 D의 좌표는

$$\left(\frac{8}{3},\ \frac{16}{9}\right)$$

$\frac{1}{4}\times\left(\frac{8}{3}\right)^2=\frac{16}{9}$

답 ④

04 전략 이차함수 $y=ax^2$의 그래프와 x축에 대칭 ◎ $y=-ax^2$

풀이 이차함수 $y=ax^2$의 그래프와 $y=\frac{1}{3}x^2$의 그래프는 x축에 대칭이므로

x축을 접는 선으로 하여 접었을 때 완전히 포개어진다.

$$a=-\frac{1}{3}$$

또 이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 점 $(-9,\ b)$를 지나므로

그래프가 점 $(a,\ b)$를 지난다.
→ $x=a$, $y=b$를 주어진 식에 대입한다.

$$b=81a=81\times\left(-\frac{1}{3}\right)=-27$$

$$\therefore ab=\left(-\frac{1}{3}\right)\times(-27)=9$$

답 ④

05 전략 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동 ◎ $y=a(x-p)^2+q$

풀이 이차함수 $y=-3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y=-3(x-2)^2-2$$

이 그래프가 점 $(a,\ -14)$를 지나므로

$$-14=-3(a-2)^2-2,\qquad (a-2)^2=4$$

$$a-2=-2\text{ 또는 }a-2=2$$

$$\therefore a=4\ (\because a\neq0)$$

답 ④

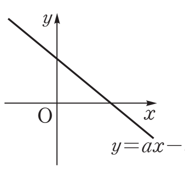
06 전략 일차함수 $y=ax+b$의 그래프

◎ a는 기울기, b는 y절편

풀이 주어진 그래프는 위로 볼록하고, y축과 만나는 점이 원점의 위쪽에 위치하므로

$$a<0,\ -b>0$$

즉 $y=ax-b$의 그래프는 기울기가 음수이고 y축과 만나는 점이 원점의 위쪽에 위치하므로 오른쪽 그림과 같다.



따라서 이 그래프가 지나지 않는 사분면은 제 3 사분면이다.

답 ③

07 전략 일차함수 $y=ax+b$의 그래프

◎ a는 기울기, b는 y절편

풀이 주어진 일차함수의 그래프는 오른쪽 위로 향하므로　$a>0$

$(y$절편$)>0$이므로　$b>0$

따라서 이차함수 $y=a(x-b)^2$의 그래프는 $a>0$이므로 아래로 볼록하고, 꼭짓점의 좌표 $(b,\ 0)$에서 $b>0$이므로 그래프의 개형으로 옳은 것은 ③이다.

답 ③

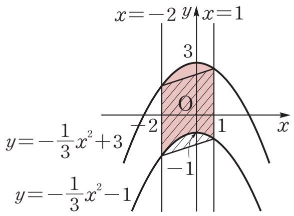
우공비 BOX

08 전략 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 y축의 방향으로 q만큼 평행이동 ➲ $y=ax^2+q$

풀이 이차함수 $y=-\frac{1}{3}x^2+3$의 그래프는 이차함수 $y=-\frac{1}{3}x^2-1$의 그래프를 y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 것이다.

따라서 구하는 넓이는 오른쪽 그림의 평행사변형의 넓이와 같으므로

$4\times3=12$



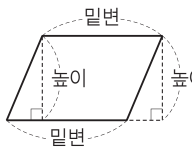
답 ③

+ 보충 학습

평행사변형의 넓이

(평행사변형의 넓이)

=(밑변의 길이)×(높이)



09 전략 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 꼭짓점의 좌표 ➲ $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 고친다.

풀이 $y=-3x^2-12x+b-7$

$=-3(x^2+4x)+b-7$

$=-3(x+2)^2+b+5$

이므로 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-2,\ b+5)$이다.

꼭짓점이 제2사분면 위에 있으므로

$b+5>0 \qquad \therefore b>-5$

답 ④

10 전략 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 꼭짓점의 좌표 ➲ $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 고친다.

풀이 $y=x^2-4ax+3a^2-b^2+2b$

$=(x-2a)^2-a^2-b^2+2b$

에서 꼭짓점의 좌표는 $(2a,\ -a^2-b^2+2b)$이므로

$2a=4,\ -a^2-b^2+2b=-3$

$2a=4$에서 $a=2$이므로

$b^2-2b+1=0, \qquad (b-1)^2=0$

$\therefore b=1$

$\therefore a-b=2-1=1$

답 ⑤

11 전략 그래프를 보고 $a,\ b,\ c$의 부호를 결정한다.

풀이 주어진 그래프는 아래로 볼록하므로 $\quad a>0$

축이 y축의 오른쪽에 위치하므로 $\quad ab<0$

그런데 $a>0$이므로 $\quad b<0$

y축과의 교점이 원점의 아래쪽에 위치하므로 $\quad c<0$

① $a>0,\ -b>0$이므로 $\quad a-b>0$

② $b<0,\ c<0$이므로 $\quad \frac{c}{b}>0$

③ $abc>0$

④ $a>0,\ -b>0,\ -c>0$이므로

$a-b-c>0$

⑤ $a>0,\ bc>0$이므로 $\quad a+bc>0$

답 ⑤

$y=ax^2+bx+c$에서

① a의 부호 ➔ 그래프의 모양

{아래로 볼록: $a>0$
위로 볼록: $a<0$

② b의 부호 ➔ 축의 위치

{y축의 왼쪽: $ab>0$
y축의 오른쪽: $ab<0$

③ c의 부호 ➔ y축과의 교점

{원점의 위쪽: $c>0$
원점의 아래쪽 : $c<0$

12 전략 일차함수 $y=ax+b$의 그래프

➲ a는 기울기, b는 y절편

풀이 주어진 그래프에서 기울기가 -2, y절편이 2이므로 $\quad a=-2,\ b=2$

이차함수 $y=-2x^2+2x-5$의 그래프에서

① $a+b=-2+2=0$

② $y=-2x^2+2x-5$에 $x=1,\ y=-5$를 대입하면

$-5=-2\times1^2+2\times1-5$

이므로 점 $(1,\ -5)$를 지난다.

③ x^2의 계수가 음수이므로 위로 볼록한 포물선이다.

④ $y=-2x^2+2x-5=-2\left(x^2-x+\frac{1}{4}\right)-\frac{9}{2}$

$=-2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{9}{2}$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{1}{2},\ -\frac{9}{2}\right)$

⑤ x^2의 계수가 -2로 같으므로 그래프의 폭이 같다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

답 ④

13 전략 그래프가 지나는 세 점의 좌표가 주어질 때

➲ $y=ax^2+bx+c$로 놓고 세 점의 좌표를 대입한다.

풀이 구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$로 놓으면 그래프가 세 점 $(-1,\ 12),\ (0,\ 3),\ (1,\ -2)$를 지나므로

$12=a-b+c,\ 3=c,\ -2=a+b+c$

세 식을 연립하여 풀면

$c=3$이므로

$a-b=9 \quad \cdots㉠$

$a+b=-5 \quad \cdots㉡$

㉠+㉡을 하면

$2a=4 \qquad \therefore a=2$

$a=2$를 ㉠에 대입하면

$2-b=9$

$\therefore b=-7$

$a=2,\ b=-7,\ c=3$

$\therefore y=2x^2-7x+3$

답 ④

14 전략 이차함수의 그래프의 축의 방정식이 $x=p$

➲ 그래프가 직선 $x=p$에 대하여 대칭이다.

풀이 주어진 이차함수의 그래프가 직선 $x=2$를 축으로 하고 x축과 만나는 두 점 사이의 거리가 8이므로 x축과의 두 교점의 좌표는

x축과의 두 교점은 직선 $x=2$로부터 4만큼씩 떨어져 있다. 즉 두 교점의 x좌표는

$2-4=-2,$

$2+4=6$

$(-2,\ 0),\ (6,\ 0)$

이차항의 계수가 -2이므로 구하는 이차함수의 식은

$y=-2(x+2)(x-6)$

$=-2x^2+8x+24$

$\therefore a=8,\ b=24$

답 ⑤

15 전략 이차함수 $y=a(x-p)^2+q(a>0)$ ➲ 최솟값 q

풀이 $y=x^2+2ax+b$

$=(x+a)^2+b-a^2$

에서 꼭짓점의 좌표는 $(-a,\ b-a^2)$이므로

$y=-2x-3$에 $x=-a$, $y=b-a^2$을 대입하면

$b-a^2=2a-3$

$\therefore b=a^2+2a-3=(a+1)^2-4$

따라서 b는 $a=-1$에서 최솟값 -4를 갖는다. 답 ②

16 전략 직사각형의 둘레의 길이가 a
➲ (가로의 길이)+(세로의 길이)$=\frac{a}{2}$

풀이 직사각형의 가로의 길이를 xm, 넓이를 $y\,\text{m}^2$라 하면

$y=x(10-x)=-x^2+10x$

$=-(x-5)^2+25$

이므로 $x=5$에서 최댓값 25를 갖는다.

따라서 놀이터의 최대 넓이는 $25\,\text{m}^2$이다. 답 ③

우공비 BOX

둘레의 길이가 $20\,\text{m}$이므로 세로의 길이는 $(10-x)\text{m}$이다.

17 전략 이차함수 $y=ax^2$의 그래프
➲ a의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.

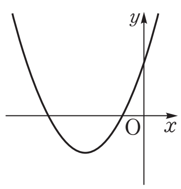
풀이 $y=ax^2$의 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

$y=ax^2$의 그래프는 $y=-3x^2$의 그래프보다 폭이 넓고 $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프보다 폭이 좁으므로

$-3<a<-\frac{1}{2}$ 답 $-3<a<-\frac{1}{2}$

18 전략 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프
➲ a의 부호: 그래프의 모양에 따라 결정, p, q의 부호: 꼭짓점의 위치에 따라 결정

풀이 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프가 제 1, 2, 3 사분면을 지나므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



따라서 아래로 볼록하고 꼭짓점은 제 3 사분면 위의 점이므로

$a>0$, $p<0$, $q<0$ 답 $a>0$, $p<0$, $q<0$

19 전략 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 y축의 방향으로 q만큼 평행이동 ➲ $y=ax^2+q$

풀이 $y=\frac{1}{3}x^2+9$의 그래프를 y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=\frac{1}{3}x^2+9+q$

조건 (가)에서 꼭짓점이 원점이므로

$9+q=0 \quad \therefore q=-9 \quad \therefore y=\frac{1}{3}x^2$

조건 (나)에서 점 $(-3,\ k)$를 지나므로 $x=-3$, $y=k$를 대입하면

$k=\frac{1}{3}\times(-3)^2=3$

$\therefore k+q=3+(-9)=-6$ 답 -6

20 전략 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 꼭짓점의 좌표 ➲ $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 고친다.

풀이 $y=-2x^2+8x-11=-2(x-2)^2-3$이므로 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$(2,\ -3)$

$y=-2x^2+8x-11$에 $x=0$을 대입하면 $y=-11$이므로 y축과의 교점의 좌표는

$(0,\ -11)$

답 $(2,\ -3)$, $(0,\ -11)$

21 전략 합이 A인 두 수 ➲ x, $A-x$

풀이 합이 22이므로 두 수를 x, $22-x$로 놓을 수 있다.
두 수의 곱을 y라 하면

$y=x(22-x)$

$=-x^2+22x$

$=-(x-11)^2+121$

따라서 y는 $x=11$에서 최댓값 121을 갖는다.
즉 두 수의 곱의 최댓값은 121이다. 답 121

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$는
$a>0$일 때 ➔ 최솟값 q
$a<0$일 때 ➔ 최댓값 q

22

채점 기준	배점
이차함수의 식을 $y=ax^2$으로 놓기	2점
포물선의 식 구하기	3점

풀이 원점을 꼭짓점으로 하고 y축을 축으로 하므로 포물선의 식을 $y=ax^2$으로 놓을 수 있다. ▶ 2점

포물선이 점 $(-2,\ 6)$을 지나므로

$6=4a \quad \therefore a=\frac{3}{2}$

따라서 구하는 식은

$y=\frac{3}{2}x^2$ ▶ 3점

답 $y=\frac{3}{2}x^2$

23

채점 기준	배점
이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 변형하기	2점
평행이동한 그래프의 식 구하기	2점
k의 값의 범위 구하기	2점

풀이 $y=2x^2-4x+2-k$

$=2(x-1)^2-k$ ▶ 2점

이 그래프를 y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=2(x-1)^2+3-k$ ▶ 2점

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ 3-k)$이므로 그래프가 x축과 만나지 않으려면

$3-k>0 \quad \therefore k<3$ ▶ 2점

답 $k<3$

24

채점 기준	배점
점 A의 좌표 구하기	2점
두 점 B, C의 좌표 구하기	2점
$\triangle ABC$의 넓이 구하기	2점

풀이 $y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ -4)$이므로

$A(1,\ -4)$ ▶ 2점

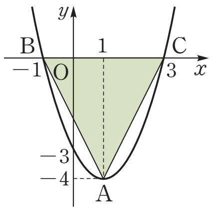
$y=0$을 대입하면 $x^2-2x-3=0$에서

$(x+1)(x-3)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=3$

따라서 x축과의 교점의 x좌표가 $-1,\ 3$이므로

$B(-1,\ 0),\ C(3,\ 0)$ ▶ 2점



$\therefore \triangle ABC$

$=\frac{1}{2}\times4\times4=8$ ▶ 2점

답 8

또는 $B(3,\ 0)$, $C(-1,\ 0)$

25

채점 기준	배점
$y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 변형하기	4점
최대 높이일 때 시간 구하기	1점
최대 높이 구하기	1점

$y=ax^2+bx+c$일 때 ➔ $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 고쳐서 최댓값 또는 최솟값을 구한다.

풀이 (1) $y=50x-5x^2$

$=-5(x^2-10x)$

$=-5(x-5)^2+125$ ▶ 4점

$x=5$에서 최댓값 125를 가지므로 5초 후에 높이가 최대가 된다. ▶ 1점

(2) 최대 높이는 125 m이다. ▶ 1점

답 (1) 5초 (2) 125 m

07회 Ⅳ 이차함수 | 문제집 69~72쪽

01 ④	02 ③	03 ①	04 ③
05 ④	06 ④	07 ④	08 ②
09 ②	10 ②	11 ③	12 ⑤
13 ③	14 ②	15 ⑤	16 ②
17 7	18 $(3,\ -13)$	19 15	20 30
21 제 1, 2, 3, 4사분면		22 최댓값: 9, $x=3$, $y=3$	
23 $(-1,\ 3)$	24 6	25 50	

우공비 BOX

01

전략 y가 x에 대한 이차함수 ➔ $y=ax^2+bx+c\ (a\neq0)$

풀이 ① $y=2\pi x$

② $y=x^3$

③ $y=\frac{1}{2}\times4\times2x=4x$

④ $y=x(5-x)=-x^2+5x$ ➔ 이차함수

⑤ $y=\frac{1}{2}\times(x+4x)\times6=15x$

답 ④

02

전략 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선을 나타내는 이차함수의 식 ➔ $y=ax^2(a\neq0)$

풀이 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선을 나타내는 이차함수의 식을 $y=ax^2(a\neq0)$으로 놓으면 그래프가 점 $(2,\ -16)$을 지나므로

$-16=a\times2^2$

$\therefore a=-4$

따라서 $y=-4x^2$의 그래프가 점 $(k,\ -12)$를 지나므로

$-12=-4k^2,\quad k^2=3$

$\therefore k=-\sqrt{3}\ (\because k<0)$

답 ③

03

전략 이차함수 $y=ax^2$의 그래프

➔ a의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.

풀이 $y=ax^2$의 그래프가 위로 볼록하므로

$a<0$

$y=-\frac{3}{2}x^2$의 그래프보다 폭이 넓으므로

$-\frac{3}{2}<a<0$

$|a|<\left|-\frac{3}{2}\right|$ $\therefore a>-\frac{3}{2}$

따라서 a의 값이 될 수 없는 것은 ①이다.

답 ①

04

전략 이차함수 $y=ax^2$의 그래프와 직선 $y=b$의 교점의 x좌표 ➔ $y=ax^2$에 $y=b$를 대입

풀이 $y=\frac{1}{2}x^2$에 $y=8$을 대입하면

$8=\frac{1}{2}x^2,\quad x^2=16$

$\therefore x=\pm4$

$\therefore A(-4,\ 8),\ E(4,\ 8)$

$\overline{AE}=8$이므로

$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DE}=2$

$\therefore B(-2,\ 8),\ D(2,\ 8)$

점 B는 $y=ax^2$의 그래프 위의 점이므로

점 $(a,\ b)$가 그래프 위에 있다. ➔ 그래프가 점 $(a,\ b)$를 지난다. ➔ $x=a,\ y=b$를 그래프의 식에 대입하면 성립한다.

$8=4a\quad \therefore a=2$

답 ③

Point Up

대단원별 실전 TEST

우공비 BOX

05 전략 이차함수 $y=a(x-p)^2$의 그래프
꼭짓점의 좌표: $(p,\ 0)$, 축의 방정식: $x=p$

풀이 ① 위로 볼록한 포물선이다.
② 직선 $x=-3$을 축으로 한다.
③ 꼭짓점의 좌표는 $(-3,\ 0)$이다.
④ $y=-2(x+3)^2$의 그래프와 $y=2(x+3)^2$의 그래프는 x축에 대칭이다.
⑤ $x>-3$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

이차함수 $y=a(x-p)^2$의 그래프와 $y=-a(x-p)^2$의 그래프는 x축에 대칭이다.

답 ④

06 전략 이차함수 $y=ax^2$의 그래프와 x축에 대칭 ➡ $y=-ax^2$

풀이 $y=ax^2$의 그래프와 x축에 대칭인 그래프의 식은

$y=-ax^2$

이 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 k만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-a(x+1)^2+k$, 즉

$y=-ax^2-2ax-a+k$

이므로 $-a=2,\ -2a=p,\ -a+k=3$

$\therefore a=-2,\ p=4,\ k=1$

$\therefore a+p+k=-2+4+1=3$

답 ④

07 전략 x축과 만나는 점의 x좌표가 p ➡ $(p,\ 0)$
y축과 만나는 점의 y좌표가 q ➡ $(0,\ q)$

풀이 $y=-3x^2-5x+2$에 $y=0$을 대입하면

그래프가 x축과 만나는 점의 y좌표는 0이다.

$-3x^2-5x+2=0$

$(x+2)(3x-1)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=\frac{1}{3}$

$\therefore a=-2,\ b=\frac{1}{3}$ ($\because a<b$)

$y=-3x^2-5x+2$에 $x=0$을 대입하면

그래프가 y축과 만나는 점의 x좌표는 0이다.

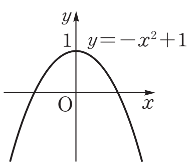
$y=2 \quad \therefore c=2$

$\therefore a+b+c=-2+\frac{1}{3}+2=\frac{1}{3}$

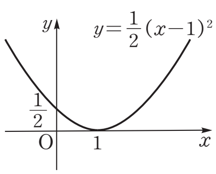
답 ④

08 전략 각각의 그래프를 그려서 x의 값이 증가할 때 y의 값이 감소하는 범위를 구한다.

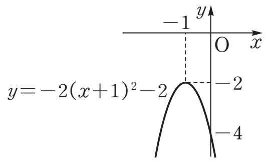
풀이 ① $y=-x^2+1$은 $x>0$인 범위에서 x의 값이 증가할 때 y의 값이 감소한다.



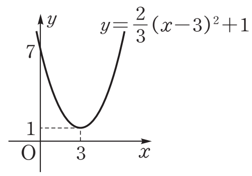
② $y=\frac{1}{2}(x-1)^2$은 $x<1$인 범위에서 x의 값이 증가할 때 y의 값이 감소한다.



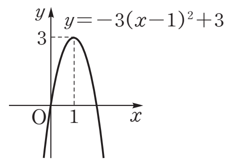
③ $y=-2(x+1)^2-2$는 $x>-1$인 범위에서 x의 값이 증가할 때 y의 값이 감소한다.



④ $y=\frac{2}{3}(x-3)^2+1$은 $x<3$인 범위에서 x의 값이 증가할 때 y의 값이 감소한다.



⑤ $y=-3(x-1)^2+3$은 $x>1$인 범위에서 x의 값이 증가할 때 y의 값이 감소한다.

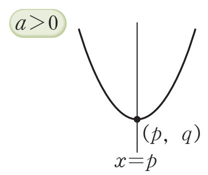


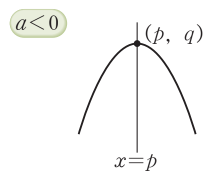
답 ②

+ 보충 학습

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프의 증가, 감소 알아보기

(i) a의 부호와 꼭짓점의 좌표 $(p,\ q)$를 이용하여 그래프의 개형 나타내기





(ii) $x=p$를 기준으로 증가, 감소의 범위 구하기

09 전략 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프
➡ $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 고친다.

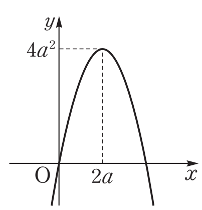
풀이 주어진 이차함수의 그래프는 위로 볼록하고, 원점을 지난다.

$y=-x^2+4ax=-(x-2a)^2+4a^2$

에서 꼭짓점의 좌표는 $(2a,\ 4a^2)$이다.

이때 $a>0$이므로 꼭짓점은 제1 사분면 위의 점이다.

따라서 주어진 함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제2 사분면을 지나지 않는다.



답 ②

10 전략 함수의 그래프가 점 $(a,\ b)$를 지난다.
➡ 함수의 식에 $x=a,\ y=b$를 대입한다.

풀이 $y=x^2+2mx+2m^2-2m+1$

$=(x+m)^2+m^2-2m+1$

에서 꼭짓점의 좌표는 $(-m,\ m^2-2m+1)$

이 꼭짓점이 직선 $y=-x+5$ 위의 점이므로

$m^2-2m+1=m+5,\quad m^2-3m-4=0$

$(m+1)(m-4)=0$

$\therefore m=-1\ (\because m\le 2)$ 답 ②

11 전략 함수의 그래프와 x축의 교점의 좌표
◯ 함수의 식에 $y=0$을 대입

풀이 $y=x^2+ax-a-4$에 $y=0$을 대입하면

$x^2+ax-a-4=0$ …… ㉠

x축과 만나는 두 점의 x좌표를 α, β라 하면 α, β는 ㉠의 두 근이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=-a,\ \alpha\beta=-a-4$

$f(a)=|\alpha-\beta|$이므로

$(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$

$=(-a)^2-4(-a-4)$

$=a^2+4a+16$

$=(a+2)^2+12$

따라서 $(\alpha-\beta)^2$은 $a=-2$에서 최솟값 12를 가지므로 $|\alpha-\beta|$, 즉 $f(a)$의 최솟값은 $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$이다. 답 ③

우공비 BOX

• y좌표가 같은 두 점 사이의 거리는 x좌표의 차와 같다.

12 전략 a의 부호 ◯ 그래프의 모양에 따라 결정
b의 부호 ◯ 축의 위치에 따라 결정
c의 부호 ◯ y축과의 교점의 위치에 따라 결정

풀이 주어진 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

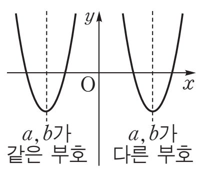
축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $-ab<0$

이때 $a<0$이므로 $b<0$

y축과의 교점이 원점의 위쪽에 있으므로

$-c>0\quad \therefore c<0$ 답 ⑤

$y=ax^2+bx+c\,(a>0)$의 그래프에서



13 전략 꼭짓점의 좌표가 $(p,\ q)$ ◯ $y=a(x-p)^2+q$

풀이 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 0)$이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2$으로 놓을 수 있다.

그래프가 점 $(0,\ 3)$을 지나므로

$3=4a\quad \therefore a=\frac{3}{4}$

$\therefore y=\frac{3}{4}(x+2)^2$ 답 ③

그래프의 꼭짓점과 그래프 위의 한 점을 알 때, 이차함수의 식 구하기
(i) 꼭짓점의 좌표가 $(p,\ q)$이므로 $y=a(x-p)^2+q$로 놓기
(ii) 점의 좌표를 대입하여 a의 값 구하기

14 전략 꼭짓점의 좌표가 $(p,\ q)$ ◯ $y=a(x-p)^2+q$

풀이 꼭짓점의 좌표가 $(4,\ -3)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-4)^2-3$으로 놓을 수 있다.

그래프가 점 $(7,\ 0)$을 지나므로

$0=9a-3\quad \therefore a=\frac{1}{3}$

따라서 이차함수의 식은

$y=\frac{1}{3}(x-4)^2-3$, 즉 $y=\frac{1}{3}x^2-\frac{8}{3}x+\frac{7}{3}$

이므로 $a=\frac{1}{3},\ b=-\frac{8}{3},\ c=\frac{7}{3}$

$\therefore 3(a+b+c)=3\left(\frac{1}{3}-\frac{8}{3}+\frac{7}{3}\right)=0$ 답 ②

15 전략 $y=a(x-p)^2+q\ (a>0)$ ◯ $x=p$에서 최솟값 q

풀이 $y=\frac{1}{4}x^2+x+k$

$=\frac{1}{4}(x^2+4x+4)-1+k$

$=\frac{1}{4}(x+2)^2+k-1$

에서 최솟값이 6이므로

$k-1=6\quad \therefore k=7$ 답 ⑤

16 전략 $y=a(x-p)^2+q\ (a<0)$ ◯ $x=p$에서 최댓값 q

풀이 이익을 y만 원이라 하면

$y=-\frac{1}{100}x^2+10x-500$

$=-\frac{1}{100}(x^2-1000x+250000)+2500-500$

$=-\frac{1}{100}(x-500)^2+2000$

이므로 y는 $x=500$에서 최댓값 2000을 갖는다.

따라서 하루에 500개의 제품을 생산하면 된다.

답 ②

17 전략 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼 평행이동 ◯ $y=a(x-p)^2$

풀이 이차함수 $y=3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=3(x-4)^2$

이 그래프가 두 점 $(1,\ k)$, $(a,\ k)$를 지나므로

$k=3\times(1-4)^2,\ k=3(a-4)^2$

따라서 $3(a-4)^2=27$이므로 $(a-4)^2=9$

$\therefore a=7\ (\because a\neq 1)$

답 7

• $a-4=-3$ 또는 $a-4=3$
$\therefore a=1$ 또는 $a=7$

18 전략 이차함수의 그래프가 x축에 접한다.
◯ 꼭짓점의 y좌표는 0이다.

풀이 $y=x^2-4x+8+a=(x^2-4x+4)+4+a$

$=(x-2)^2+4+a$

의 그래프가 x축에 접할 때 꼭짓점의 y좌표는 0이므로

$4+a=0\quad \therefore a=-4$

$y=x^2-6x-4=(x^2-6x+9)-13$

$=(x-3)^2-13$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(3,\ -13)$ 답 $(3,\ -13)$

19 전략 x축과의 교점 ◯ 함수의 식에 $y=0$을 대입
y축과의 교점 ◯ 함수의 식에 $x=0$을 대입

풀이 $y=-x^2+x+6$에 $x=0$을 대입하면 $y=6$이므로

$\mathrm{A}(0,\ 6)$

$y=-x^2+x+6$에 $y=0$을 대입하면

$-x^2+x+6=0, \quad (x+2)(x-3)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=3$

따라서 $B(-2,\ 0)$, $C(3,\ 0)$이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times5\times6=15$ 답 15

우공비 BOX

$\overline{AO}=6$

$\overline{BC}=3-(-2)=5$

보충 학습

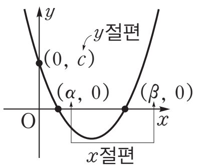
이차함수의 그래프와 x절편, y절편

(1) x절편

그래프가 x축과 만나는 점의 x좌표 ➜ α, β

(2) y절편

그래프가 y축과 만나는 점의 y좌표 ➜ c



20

전략 x축과 만나는 점 ➜ 함수식에 $y=0$을 대입

풀이 $y=0$을 대입하면 $\frac{1}{4}x^2-k=0$에서

$x^2=4k \qquad \therefore x=\pm2\sqrt{k}$

즉 $A(-2\sqrt{k},\ 0)$, $B(2\sqrt{k},\ 0)$이므로

$\overline{AB}=4\sqrt{k}$

따라서 $\overline{AB}$의 길이가 자연수가 되려면 k가 제곱수가 되어야 하므로 이를 만족시키는 20 이하의 자연수 k는

1, 4, 9, 16

$\therefore 1+4+9+16=30$ 답 30

$y=ax^2+bx+c$의 그래프에서 x축과의 교점의 x좌표는 $y=0$일 때, x의 값이므로

$ax^2+bx+c=0$

➜ $a(x-\alpha)(x-\beta)=0$

➜ $x=\alpha$ 또는 $x=\beta$

$\therefore (\alpha,\ 0)$, $(\beta,\ 0)$

제곱수: 자연수의 제곱인 수

➜ 근호 안의 수가 제곱수이면 근호를 없애고 자연수로 나타낼 수 있다.

21

전략 $y=a(x-p)^2+q\ (a<0)$ ➜ $x=p$에서 최댓값 q

풀이 $y=-x^2-2ax-2a=-(x^2+2ax+a^2)+a^2-2a$

$=-(x+a)^2+a^2-2a$

$x=-a$에서 최댓값 a^2-2a를 가지므로

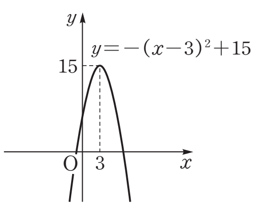
$a^2-2a=15, \qquad a^2-2a-15=0$

$(a+3)(a-5)=0 \qquad \therefore a=-3\ (\because a<0)$

따라서 $a=-3$을 주어진 식에 대입하면

$y=-(x-3)^2+15$

이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다. 즉 이차함수 $y=-x^2+6x+6$의 그래프는 제1, 2, 3, 4사분면을 지난다.



답 제1, 2, 3, 4사분면

22

전략 $y=-x+6$을 xy에 대입하여 x에 대한 이차식으로 나타낸다.

풀이 $x+y=6$에서 $y=-x+6$이므로

$xy=x(-x+6)$

$=-x^2+6x$

$=-(x-3)^2+9$

따라서 $x=3$, $y=3$에서 최댓값 9를 갖는다.

답 최댓값: 9, $x=3$, $y=3$

23

채점 기준	배점
a, b의 값 구하기	2점
$y=(x-p)^2+q$ 꼴로 고치기	3점
이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표 구하기	1점

풀이 주어진 일차함수의 그래프에서 기울기는 $\frac{4}{2}=2$, y절편은 4이므로

$a=2$, $b=4$ ▶ 2점

따라서 주어진 이차함수의 식은

$y=x^2+2x+4$

$=(x+1)^2+3$ ▶ 3점

이므로 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$(-1,\ 3)$ ▶ 1점

답 $(-1,\ 3)$

24

채점 기준	배점
a의 값 구하기	2점
b, c의 값 구하기	3점
$a+b-c$의 값 구하기	1점

풀이 x축과의 교점의 좌표가 $(-5,\ 0)$, $(1,\ 0)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+5)(x-1)$로 놓을 수 있다.

그래프가 점 $(0,\ -3)$을 지나므로

$-3=-5a \qquad \therefore a=\frac{3}{5}$ ▶ 2점

따라서 $y=\frac{3}{5}(x+5)(x-1)=\frac{3}{5}x^2+\frac{12}{5}x-3$이므로

$b=\frac{12}{5}$, $c=-3$ ▶ 3점

$\therefore a+b-c=\frac{3}{5}+\frac{12}{5}-(-3)=6$ ▶ 1점

답 6

25

채점 기준	배점
x, y 사이의 관계를 식으로 나타내기	3점
y의 최댓값 구하기	3점

풀이 밑변의 길이가 12 cm, 높이가 8 cm인 삼각형의 밑변의 길이를 x cm 줄이고 높이를 x cm 늘이면 밑변의 길이와 높이는 각각

$(12-x)$cm, $(8+x)$cm

이 삼각형의 넓이는 $y\ \text{cm}^2$이므로

$y=\frac{1}{2}(12-x)(8+x)$ ▶ 3점

$=\frac{1}{2}(-x^2+4x+96)$

$=-\frac{1}{2}(x-2)^2+50$

따라서 y는 $x=2$에서 최댓값 50을 갖는다. ▶ 3점

답 50

(삼각형의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times$(밑변의 길이) $\times$(높이)