우공비 Q 중등 수학 ❸ (하) 발전편

SOLUTION

LECTURE BOOK

WORK BOOK

SINSAGO

Ⅳ 통계

1 대푯값과 산포도

필수유형 다지기 ▸9쪽

01 $\dfrac{a+b+c+d+e}{5}=35$에서

$a+b+c+d+e=175$이므로

(평균)$=\dfrac{a+2+b+10+c-15+d+17+e-19}{5}$

$=\dfrac{a+b+c+d+e-5}{5}$

$=\dfrac{175-5}{5}=\dfrac{170}{5}$

$=34$ 답 ①

01-1

계급값(점)	65	75	85	95	합계
도수(명)	1	2	4	3	10

(평균)$=\dfrac{65\times1+75\times2+85\times4+95\times3}{10}$

$=\dfrac{840}{10}=84$(점)

답 84점

02 정연이의 사격 점수를 크기순으로 나열하면

2, 3, 5, 6, 8, 8, 9, 10

$\therefore a=\dfrac{6+8}{2}=7$

민우의 사격 점수를 크기순으로 나열하면

3, 4, 5, 5, 7, 8, 9

$\therefore b=5$

$\therefore a+b=12$ 답 12

02-1 중앙값이 11이므로 $10<x<13$

주어진 변량을 크기순으로 나열했을 때 중앙값은 3번째와 4번째 변량의 평균이므로

$\dfrac{10+x}{2}=11$ $\therefore x=12$ 답 ④

03 자료의 변량을 크기순으로 나열하면

0, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 4

$a=\dfrac{0\times1+1\times5+2\times3+3\times2+4\times1}{12}=1.75,$

$b=\dfrac{1+2}{2}=1.5,\ c=1$

$\therefore a>b>c$ 답 $a>b>c$

$c=7$이면 최빈값은 7, 11이므로 $c\neq7$

편차의 총합은 항상 0이다.

(편차)=(변량)−(평균)
➡ (평균)=(변량)−(편차)
➡ (변량)=(편차)+(평균)

(분산)$=\dfrac{(\text{편차})^2\text{의 총합}}{(\text{변량})\text{의 개수}}$

변량의 개수가 짝수이면 중앙에 위치하는 두 값의 평균이 중앙값이다.

변량의 개수가 홀수이면 중앙에 위치하는 값이 중앙값이다.

$x\le9$이면 중앙값은 $\dfrac{9+10}{2}=9.5$

$9<x\le10$이면 중앙값은 $\dfrac{x+10}{2}$이고

$9.5<\dfrac{x+10}{2}\le10$

$x\ge13$이면 중앙값은 $\dfrac{10+13}{2}=11.5$

03-1 최빈값이 11이므로 $a,\ b,\ c$ 중 적어도 2개는 11이어야 한다. $a=11,\ b=11,\ c\neq7$이라 하면 중앙값이 10이므로 $7<c<11$

따라서 $\dfrac{c+11}{2}=10$이므로 $c=9$

$\therefore a+b+c=11+11+9=31$ 답 ③

필수유형 다지기 ▸11~12쪽

01 $-5+(-1)+x+3+4+2=0$ $\therefore x=-3$

따라서 C의 맥박 수는

$-3+73=70$(회) 답 ①

01-1 $-7+4+(-5)+1+x=0$ $\therefore x=7$

B의 국어 점수가 89점이므로

(평균)$=89-4=85$(점)

C의 국어 점수는 $-5+85=80$(점)

E의 국어 점수는 $7+85=92$(점)

따라서 구하는 점수의 합은

$80+92=172$(점) 답 172점

02 (평균)$=\dfrac{22+18+14+26+30}{5}=22$(회)

$\therefore$ (분산)$=\dfrac{0^2+(-4)^2+(-8)^2+4^2+8^2}{5}=32$

답 ⑤

02-1 B의 편차를 x만 원이라 하면

$-4+x+(-1)+(-2)+5=0$ $\therefore x=2$

(분산)$=\dfrac{(-4)^2+2^2+(-1)^2+(-2)^2+5^2}{5}=10$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{10}$(만 원) 답 $\sqrt{10}$만 원

03 (평균)$=\dfrac{5+9+x+y+8}{5}=6$에서

$22+x+y=30$ $\therefore x+y=8$ …… ㉠

(분산)$=\dfrac{(-1)^2+3^2+(x-6)^2+(y-6)^2+2^2}{5}$

$=4.8$

에서 $x^2+y^2-12(x+y)+86=24$ …… ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$x^2+y^2-12\times8+86=24$

$\therefore x^2+y^2=34$ 답 ②

03-1 (평균)$=\dfrac{5+x+(10-x)+y+12}{5}=7$에서

$y+27=35$ $\therefore y=8$

Q BOX

$(\text{분산})=\dfrac{(-2)^2+(x-7)^2+(3-x)^2+1^2+5^2}{5}$

$=14$

에서 $x^2-10x+9=0$

$(x-1)(x-9)=0 \quad \therefore x=9\ (\because x>5)$

$\therefore x-y=1$

답 ①

04

계급값(분)	5	15	25	35	합계
도수(명)	2	5	2	1	10

$(\text{평균})=\dfrac{5\times2+15\times5+25\times2+35\times1}{10}$

$=\dfrac{170}{10}=17(\text{분})$

$\therefore (\text{분산})$

$=\dfrac{(-12)^2\times2+(-2)^2\times5+8^2\times2+18^2\times1}{10}$

$=\dfrac{760}{10}=76$

답 76

도수분포표에서의 분산

➡ $\dfrac{\{(\text{편차})^2\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$

04-1 $1+2+6+x+3=20 \quad \therefore x=8$

계급값(권)	2	6	10	14	18	합계
도수 (명)	1	2	6	8	3	20

$(\text{평균})=\dfrac{2\times1+6\times2+10\times6+14\times8+18\times3}{20}$

$=\dfrac{240}{20}=12(\text{권})$

$(\text{분산})=\dfrac{1}{20}\{(-10)^2\times1+(-6)^2\times2$

$+(-2)^2\times6+2^2\times8+6^2\times3\}$

$=\dfrac{336}{20}=16.8$

$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{16.8}(\text{권})$

답 $\sqrt{16.8}$권

05

계급값(시간)	4	6	8	10	12	합계
도수 (명)	2	4	2	1	1	10

히스토그램이 주어지면 계급값과 도수를 구한다.

$(\text{평균})=\dfrac{4\times2+6\times4+8\times2+10\times1+12\times1}{10}$

$=\dfrac{70}{10}=7(\text{시간})$

$\therefore (\text{분산})=\dfrac{1}{10}\{(-3)^2\times2+(-1)^2\times4+1^2\times2$

$+3^2\times1+5^2\times1\}$

$=\dfrac{58}{10}=5.8$

답 ②

05-1 자료 A에서

$(\text{평균})=\dfrac{a\times1+2a\times2+3a\times1}{1+2+1}=\dfrac{8a}{4}=2a$

$\therefore (\text{분산})=\dfrac{(-a)^2\times1+0^2\times2+a^2\times1}{4}=\dfrac{a^2}{2}$

자료 B에서

$(\text{평균})=\dfrac{b\times3+2b\times6+3b\times3}{3+6+3}=\dfrac{24b}{12}=2b$

$\therefore (\text{분산})=\dfrac{(-b)^2\times3+0^2\times6+b^2\times3}{12}=\dfrac{b^2}{2}$

이때 $\dfrac{a^2}{2}=\dfrac{b^2}{2}$이고 $a>0$, $b>0$이므로 $a=b$

$\therefore \dfrac{a}{b}=1$

답 1

06 근우의 표준편차가 가장 작으므로 근우의 성적이 가장 고르다고 할 수 있다.

답 ④

자료의 분포가 고른 정도를 비교하려면 표준편차를 비교한다.

06-1 학생 A의 교육 방송 시청 시간에서

$(\text{평균})=\dfrac{56+57+58+62+57}{5}=\dfrac{290}{5}=58(\text{분})$

$\therefore (\text{분산})=\dfrac{(-2)^2+(-1)^2+0^2+4^2+(-1)^2}{5}$

$=\dfrac{22}{5}=4.4$

학생 B의 교육 방송 시청 시간에서

$(\text{평균})=\dfrac{49+57+54+49+51}{5}=\dfrac{260}{5}=52(\text{분})$

$\therefore (\text{분산})=\dfrac{(-3)^2+5^2+2^2+(-3)^2+(-1)^2}{5}$

$=\dfrac{48}{5}=9.6$

따라서 학생 A의 분산이 학생 B의 분산보다 작으므로 학생 A의 시청 시간이 학생 B의 시청 시간보다 더 고르다고 할 수 있다.

답 A

발전유형 익히기

▸ 13쪽

01 $\dfrac{a+b+c+d+e}{5}=4$에서

$a+b+c+d+e=20$

따라서 $a+3$, $b+3$, $c+3$, $d+3$, $e+3$의 평균은

$\dfrac{a+b+c+d+e+5\times3}{5}=\dfrac{20+15}{5}=7$

LECTURE BOOK

Q BOX

$$\frac{(a-4)^2+(b-4)^2+(c-4)^2+(d-4)^2+(e-4)^2}{5}$$

$=2^2=4$에서 $a+3,\ b+3,\ c+3,\ d+3,\ e+3$의 분산은

$$\frac{(a-4)^2+(b-4)^2+(c-4)^2+(d-4)^2+(e-4)^2}{5}=4$$

> 자료의 평균이 7이므로 $\{(a+3)-7\}^2=(a-4)^2$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{4}=2$ 답 ④

01-1 5개 과목의 중간고사 점수를 a점, b점, c점, d점, e점이라 하면 $\dfrac{a+b+c+d+e}{5}=76$에서

$a+b+c+d+e=380$

따라서 기말고사 점수의 평균은

$$\frac{a+b+c+d+e+5\times5}{5}=\frac{380+25}{5}=81(\text{점})$$

$$\frac{(a-76)^2+(b-76)^2+(c-76)^2+(d-76)^2+(e-76)^2}{5}$$

$=4^2=16$에서 기말고사 점수의 분산은

$$\frac{(a-76)^2+(b-76)^2+(c-76)^2+(d-76)^2+(e-76)^2}{5}$$

$=16$

> $\{(a+5)-81\}^2=(a-76)^2$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{16}=4(\text{점})$ 답 ③

01-2 $\dfrac{a+b+c+d}{4}=10$에서 $a+b+c+d=40$

$$\therefore m=\frac{2a+2b+2c+2d}{4}=\frac{2(a+b+c+d)}{4}=\frac{2\times40}{4}=20$$

$$\frac{(a-10)^2+(b-10)^2+(c-10)^2+(d-10)^2}{4}=3$$

에서

$(a-10)^2+(b-10)^2+(c-10)^2+(d-10)^2$

$=12$

$\therefore n$

$$=\frac{(2a-20)^2+(2b-20)^2+(2c-20)^2+(2d-20)^2}{4}$$

$$=\frac{4\{(a-10)^2+(b-10)^2+(c-10)^2+(d-10)^2\}}{4}$$

$$=\frac{4\times12}{4}=12$$

> $(2a-20)^2=\{2(a-10)\}^2=4(a-10)^2$

$\therefore m+n=32$ 답 32

02 A의 그래프가 B의 그래프보다 왼쪽에 있으므로 평균 당도가 낮고, 평균을 중심으로 밀집해 있으므로 당도의 분포는 고르다. 답 ③

02-1 자료의 변량들이 평균을 중심으로 흩어져 있는 정도가 작을수록 자료의 분포 상태가 고르므로 100 m 달리기 기록의 분포가 가장 고른 반은 B반이다. 답 B반

중단원 마무리 ▸ 14~17쪽

01 ⑤	02 ④	03 13.2℃	04 ②
05 52 kg	06 ③	07 평균	08 ⑤
09 30.4	10 14.5	11 ②	12 ③
13 ⑤	14 ①	15 $2\sqrt{39}$점	16 ③
17 85점	18 1700	19 $\sqrt{5}$시간	20 2 : 3
21 $2\sqrt{5}$	22 ③	23 (1) 176 cm (2) $a>184$	
24 평균 : 8, 분산 : 10	25 $\frac{7}{2}$		

01 수학 선생님의 나이를 x세라 하면

$$\frac{45+37+x+27+35}{5}=38$$

$144+x=190 \qquad \therefore x=46$ 답 ⑤

02 남학생 수를 x명이라 하면

$79\times12+74\times x=76(12+x)$

> (여학생 성적의 총합)
> +(남학생 성적의 총합)
> =(전체 학생의 성적의 총합)

$2x=36 \qquad \therefore x=18$ 답 ④

03

계급값(℃)	10	12	14	16	18	합계
도수(개)	4	10	5	4	2	25

$$(\text{평균})=\frac{10\times4+12\times10+14\times5+16\times4+18\times2}{25}=\frac{330}{25}=13.2(℃)$$

답 13.2℃

04 2, 4, x, y, 8의 중앙값이 5이므로 변량을 크기순으로 나열했을 때 3번째 수가 5이어야 한다.

> 변량의 개수가 n일 때 중앙값
> ① n이 홀수
> ➡ $\dfrac{n+1}{2}$번째 변량
> ② n이 짝수
> ➡ $\dfrac{n}{2}$번째와 $\left(\dfrac{n}{2}+1\right)$번째 변량의 평균

이때 $x<y$이므로 $x=5$

10, x, y, 12, 즉 10, 5, y, 12의 중앙값이 8이므로 $5<y<10$

즉 $\dfrac{y+10}{2}=8$이므로 $y=6$

$\therefore x+y=11$ 답 ②

05 자료의 변량 중에서 가장 많이 나타나는 값은 52 kg이므로 최빈값은 52 kg이다.

답 52 kg

06 주어진 자료의 최빈값이 15이므로 $a=15$
변량을 크기순으로 나열하면 11, 12, 13, 15, 15, 17이므로 중앙값은 $\frac{13+15}{2}=14$ 답 ③

07 주어진 자료에 매우 큰 변량이 있으므로 평균이 자료의 특징을 잘 나타내지 못한다. 답 평균

> 평균은 9개이고 중앙값과 최빈값은 6개이다.

08 6회의 윗몸일으키기 기록에 대한 편차를 x개라 하면
$-5+4+(-3)+1+(-2)+x=0$
$\therefore x=5$
따라서 6회의 윗몸일으키기 기록은
$5+46=51$(개) 답 ⑤

09 학생 C의 발 크기에 대한 편차를 x mm라 하면
$0+(-4)+x+6+(-8)=0$
$\therefore x=6$
$\therefore (\text{분산})=\frac{0^2+(-4)^2+6^2+6^2+(-8)^2}{5}$
$=\frac{152}{5}=30.4$ 답 30.4

10 주어진 자료의 중앙값이 20이므로 $15<x<22$
$\frac{x+22}{2}=20 \quad \therefore x=18$
$(\text{평균})=\frac{15+18+22+25}{4}=20$
$\therefore (\text{분산})=\frac{(-5)^2+(-2)^2+2^2+5^2}{4}$
$=\frac{58}{4}=14.5$ 답 14.5

> $x\le15$이면 중앙값은 $\frac{15+22}{2}=18.5$
> $22\le x<25$이면 중앙값은 $\frac{22+x}{2}$이고 $22\le\frac{22+x}{2}<23.5$
> $x\ge25$이면 중앙값은 $\frac{22+25}{2}=23.5$

11 A모둠의 분산은
$\frac{(-2)^2\times0+(-1)^2\times5+0^2\times0+1^2\times5+2^2\times0}{10}$
$=\frac{10}{10}=1$
B모둠의 분산은
$\frac{(-2)^2\times0+(-1)^2\times4+0^2\times2+1^2\times4+2^2\times0}{10}$
$=\frac{8}{10}=0.8$
C모둠의 분산은
$\frac{(-2)^2\times2+(-1)^2\times2+0^2\times2+1^2\times2+2^2\times2}{10}$
$=\frac{20}{10}=2$
D모둠의 분산은
$\frac{(-2)^2\times1+(-1)^2\times2+0^2\times4+1^2\times2+2^2\times1}{10}$
$=\frac{12}{10}=1.2$
따라서 성적이 가장 고른 모둠은 B이다. 답 ②

> 분산이 작을수록 성적이 고르다.

12 ① 변량의 도수가 모두 같으면 최빈값은 없다.
② 변량의 개수 n이 짝수인 경우 중앙값은 $\frac{n}{2}$번째와 $\left(\frac{n}{2}+1\right)$번째 변량의 평균이므로 주어진 자료의 변량 중에 중앙값이 존재하지 않을 수도 있다.
④ 분산은 $(\text{편차})^2$의 평균이다.
⑤ 분산이 작을수록 자료는 고르게 분포되어 있다. 답 ③

> 변량의 개수 n이 홀수인 경우 중앙값은 $\frac{n+1}{2}$번째 변량이다.

13 $\frac{a+b+c+d}{4}=5$에서
$a+b+c+d=20$ …… ㉠
$\frac{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2}{4}=5$에서
$(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2=20$
$a^2+b^2+c^2+d^2-10(a+b+c+d)+100=20$ …… ㉡
㉠을 ㉡에 대입하면
$a^2+b^2+c^2+d^2-10\times20+100=20$
$\therefore a^2+b^2+c^2+d^2=120$ 답 ⑤

14 40분 이상 50분 미만인 계급의 도수를 x명이라 하면
$3+4+4+x+1=20 \quad \therefore x=8$

계급값(분)	15	25	35	45	55	합계
도수(명)	3	4	4	8	1	20

$(\text{평균})=\frac{15\times3+25\times4+35\times4+45\times8+55\times1}{20}$
$=\frac{700}{20}=35(\text{분})$
$\therefore (\text{분산})=\frac{1}{20}\{(-20)^2\times3+(-10)^2\times4+0^2\times4+10^2\times8+20^2\times1\}$
$=\frac{2800}{20}=140$ 답 ①

15 70점 이상 80점 미만인 계급의 도수를 x명이라 하면
$1+2+x+2+2=10 \quad \therefore x=3$

계급값(점)	55	65	75	85	95	합계
도수(명)	1	2	3	2	2	10

$(\text{평균})=\frac{55\times1+65\times2+75\times3+85\times2+95\times2}{10}$
$=\frac{770}{10}=77(\text{점})$

(분산)$=\frac{1}{10}\{(-22)^2\times1+(-12)^2\times2+(-2)^2\times3+8^2\times2+18^2\times2\}$

$=\frac{1560}{10}=156$

∴ (표준편차)$=\sqrt{156}=2\sqrt{39}$(점)　답 $2\sqrt{39}$점

16 (ㄱ) A의 성적이 B의 성적보다 항상 우수하다고 할 수 없다.
(ㄴ) A의 성적의 표준편차가 B의 성적의 표준편차보다 작으므로 A가 B보다 성적이 고르다.
(ㄷ) A의 성적의 표준편차가 0점이므로 (편차)^{2}의 평균이 0점이다. 즉 1년 동안 성적의 변화가 없다.　답 ③

17

채점 기준	점수
4번째 학생의 점수 구하기	3
중앙값 구하기	3

4번째 학생의 점수를 x점이라 하면

$\frac{79+x}{2}=82$　∴ $x=85$　• 3점

점수가 86점인 학생이 포함되었을 때 7명의 영어 점수의 중앙값은 4번째 학생의 점수이므로 85점이다.　• 3점

답 85점

18

채점 기준	점수
$x_1, x_2, \cdots, x_{10}$의 합 구하기	2
$x_1^2, x_2^2, \cdots, x_{10}^2$의 합 구하기	3
$x_1^2, x_2^2, \cdots, x_{10}^2$의 평균 구하기	1

$\frac{x_1+x_2+\cdots+x_{10}}{10}=40$에서

$x_1+x_2+\cdots+x_{10}=400$　• 2점

$\frac{(x_1-40)^2+(x_2-40)^2+\cdots+(x_{10}-40)^2}{10}=10^2$

에서

$(x_1-40)^2+(x_2-40)^2+\cdots+(x_{10}-40)^2=1000$

$(x_1^2+x_2^2+\cdots+x_{10}^2)-80(x_1+x_2+\cdots+x_{10})+1600\times10=1000$

∴ $x_1^2+x_2^2+\cdots+x_{10}^2=17000$　• 3점

∴ (평균)$=\frac{x_1^2+x_2^2+\cdots+x_{10}^2}{10}$

$=\frac{17000}{10}=1700$　• 1점

답 1700

19

채점 기준	점수
평균 구하기	2
분산 구하기	2
표준편차 구하기	2

계급값(시간)	2	4	6	8	10	합계
도수(명)	4	7	5	3	1	20

(평균)$=\frac{2\times4+4\times7+6\times5+8\times3+10\times1}{20}$

$=\frac{100}{20}=5$(시간)　• 2점

(분산)

$=\frac{(-3)^2\times4+(-1)^2\times7+1^2\times5+3^2\times3+5^2\times1}{20}$

$=\frac{100}{20}=5$　• 2점

∴ (표준편차)$=\sqrt{5}$(시간)　• 2점

답 $\sqrt{5}$시간

20 남자와 여자의 수를 각각 x명, y명이라 하면

$40(x+y)=43x+38y$

$3x=2y$　∴ $x:y=2:3$　답 $2:3$

21 $\frac{a+b+c+d+e}{5}=10$에서

$a+b+c+d+e=50$이므로

(평균)$=\frac{2(a+b+c+d+e)+1\times5}{5}$

$=\frac{100+5}{5}=21$

$\frac{(a-10)^2+(b-10)^2+(c-10)^2+(d-10)^2+(e-10)^2}{5}$

$=5$에서

$(a-10)^2+(b-10)^2+(c-10)^2+(d-10)^2+(e-10)^2=25$이므로

(분산)$=\frac{1}{5}\{(2a-20)^2+(2b-20)^2+(2c-20)^2+(2d-20)^2+(2e-20)^2\}$

$=\frac{4}{5}\{(a-10)^2+(b-10)^2+(c-10)^2+(d-10)^2+(e-10)^2\}$

$=\frac{4}{5}\times25=20$

∴ (표준편차)$=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$　답 $2\sqrt{5}$

22 자료 B는 자료 A의 각 변량에 10을 더한 것과 같으므로 변량들이 평균으로부터 흩어져 있는 정도가 자료 A와 같다.

∴ $a=b$

자료 C는 자료 A의 각 변량에 2를 곱한 것과 같으므로 자료 A보다 변량들이 평균으로부터 멀리 흩어져 있다.

∴ $a<c$

∴ $a=b<c$　답 ③

Q BOX

표준편차에는 단위를 붙인다.

3번째 학생의 점수 79점과 4번째 학생의 점수 x점의 평균이 중앙값이다.

$\{(2a+1)-21\}^2$
$=(2a-20)^2$
$=\{2(a-10)\}^2$
$=4(a-10)^2$

두 자료의 분포가 같으므로 표준편차가 같다.

23

채점 기준	점수
전학을 간 선수의 키 구하기	3
a와 184의 대소 비교하기	3

(1) 전학을 간 선수의 키를 x cm라 하면

$11\times185-x+187=186\times11$

$\therefore x=176$ • 3점

(2) 처음 11명의 키를 작은 값부터 순서대로 나열했을 때, 중앙값 184 cm는 6번째 변량이다.

이때 176 cm$<$184 cm$<$187 cm이므로 전학을 온 후에는 원래 중앙값인 184 cm가 5번째 변량이 된다.

$\therefore a>184$ • 3점

답 (1) 176 cm (2) $a>184$

24

채점 기준	점수
평균 구하기	2
분산 구하기	4

(평균)$=\dfrac{6\times8+4\times8}{10}=8$ • 2점

6개의 수를 x_1, x_2, $\cdots$, x_6이라 하면

$\dfrac{(x_1-8)^2+(x_2-8)^2+\cdots+(x_6-8)^2}{6}=12$

$\therefore (x_1-8)^2+(x_2-8)^2+\cdots+(x_6-8)^2=72$

4개의 수를 y_1, y_2, y_3, y_4라 하면

$\dfrac{(y_1-8)^2+(y_2-8)^2+(y_3-8)^2+(y_4-8)^2}{4}=7$

$\therefore (y_1-8)^2+(y_2-8)^2+(y_3-8)^2+(y_4-8)^2=28$

따라서 10개의 수의 분산은

$\dfrac{1}{10}\{(x_1-8)^2+(x_2-8)^2+\cdots+(x_6-8)^2$

$+(y_1-8)^2+\cdots+(y_4-8)^2\}$

$=\dfrac{72+28}{10}=10$ • 4점

답 평균 : 8, 분산 : 10

25

채점 기준	점수
도수 구하기	3
분산 구하기	3

4시간 이상 6시간 미만인 계급의 도수를 x명, 6시간 이상 8시간 미만인 계급의 도수를 y명이라 하면

$3+4+x+y=16$

$\therefore x+y=9$ ······ ㉠

$\dfrac{1\times3+3\times4+5x+7y}{16}=4$에서

$5x+7y=49$ ······ ㉡

㉠×5−㉡을 하면

$-2y=-4$ $\therefore y=2$

$y=2$를 ㉠에 대입하면

$x=7$

6개의 수와 4개의 수 모두 평균이 8이므로

(편차)=(변량)−8

이다.

$(c-11)^2$

$=\{(21-a)-11\}^2$

$=(10-a)^2$

직육면체는 넓이가 ab, bc, ca인 면이 각각 2개씩 있다.

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=7$, $y=2$ • 3점

계급값(시간)	1	3	5	7	합계
도수(명)	3	4	7	2	16

$\therefore$ (분산)

$=\dfrac{(-3)^2\times3+(-1)^2\times4+1^2\times7+3^2\times2}{16}$

$=\dfrac{56}{16}=\dfrac{7}{2}$ • 3점

답 $\dfrac{7}{2}$

Ⅳ. 통계

최고수준 정복하기

▸ 18쪽

01 $a=6$, $b=12$, $c=15$ **02** 144 **03** 125 **04** 4

01 중앙값이 12이고 $a<b<c$이므로 $b=12$

$\dfrac{a+12+c}{3}=11$에서 $a+c=21$

$\therefore c=21-a$ ······ ㉠

$\dfrac{(a-11)^2+1^2+(10-a)^2}{3}=14$에서

$(a-11)^2+(10-a)^2=41$

$a^2-21a+90=0$, $(a-6)(a-15)=0$

$\therefore a=6$ 또는 $a=15$

㉠에서 $a=6$일 때 $c=15$, $a=15$일 때 $c=6$

이때 $a<c$이므로 $a=6$, $c=15$

답 $a=6$, $b=12$, $c=15$

02 $\dfrac{a+b+c}{3}=5$에서 $a+b+c=15$ ······ ㉠

$\dfrac{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2}{3}=2$에서

$(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2=6$

$a^2+b^2+c^2-10(a+b+c)+75=6$

$a^2+b^2+c^2-10\times15+75=6$

$\therefore a^2+b^2+c^2=81$ ······ ㉡

한편 $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$

이므로 이 식에 ㉠, ㉡을 대입하면

$15^2=81+2(ab+bc+ca)$

$\therefore 2(ab+bc+ca)=144$

따라서 직육면체의 겉넓이는

$2(ab+bc+ca)=144$

답 144

03 $\dfrac{A+B+C+D+E}{5}=4$에서

$A+B+C+D+E=20$

$$\frac{(A-4)^2+(B-4)^2+(C-4)^2+(D-4)^2+(E-4)^2}{5}$$
$=5^2$에서

$(A-4)^2+(B-4)^2+(C-4)^2+(D-4)^2$
$+(E-4)^2=125$

$A^2+B^2+C^2+D^2+E^2-8(A+B+C+D+E)$
$+80=125$

$A^2+B^2+C^2+D^2+E^2-8\times20+80=125$

$\therefore A^2+B^2+C^2+D^2+E^2=205$

$\therefore f(t)=(A-t)^2+(B-t)^2+(C-t)^2$
$\quad+(D-t)^2+(E-t)^2$
$\quad=5t^2-2t(A+B+C+D+E)$
$\quad+(A^2+B^2+C^2+D^2+E^2)$
$\quad=5t^2-40t+205$
$\quad=5(t-4)^2+125$

따라서 $f(t)$는 $t=4$일 때 최솟값 125를 갖는다.

답 125

$5t^2-40t+205$
$=5(t^2-8t+16)$
$\quad+205-80$
$=5(t-4)^2+125$

04 100개의 변량을 $x_1, x_2, \cdots, x_{100}$이라 하면

$x_1+x_2+\cdots+x_{100}=800$,
$x_1{}^2+x_2{}^2+\cdots+x_{100}{}^2=8000$
이므로

$$(\text{평균})=\frac{x_1+x_2+\cdots+x_{100}}{100}=\frac{800}{100}=8$$

$$(\text{분산})=\frac{(x_1-8)^2+(x_2-8)^2+\cdots+(x_{100}-8)^2}{100}$$
$$=\frac{1}{100}\{(x_1{}^2+x_2{}^2+\cdots+x_{100}{}^2)-16(x_1+x_2+\cdots+x_{100})+8^2\times100\}$$
$$=\frac{8000-16\times800+8^2\times100}{100}$$
$$=\frac{1600}{100}=16$$

따라서 표준편차는 $\sqrt{16}=4$

답 4

V 피타고라스 정리

1 피타고라스 정리

필수유형 다지기 ▸ 21~22쪽

01 $(x+4)^2=x^2+8^2$, $8x=48$ $\quad\therefore x=6$

답 6

01-1 $\overline{AB}=x$ cm라 하면 $\frac{1}{2}x^2=27$

$\therefore x^2=54$

$\therefore \overline{BC}=\sqrt{x^2+x^2}=\sqrt{54+54}$
$=6\sqrt{3}$(cm)

답 $6\sqrt{3}$ cm

02 △ACD에서 $\overline{AD}=\sqrt{5^2-3^2}=4$(cm)

△ABD에서 $x=\sqrt{7^2+4^2}=\sqrt{65}$

답 ②

△ACD는 ∠D=90°인 직각삼각형이므로
$\overline{AC}^2=\overline{DC}^2+\overline{AD}^2$
$\overline{AD}^2=\overline{AC}^2-\overline{DC}^2$
$\therefore \overline{AD}=\sqrt{\overline{AC}^2-\overline{DC}^2}$

02-1 △ADC에서 $\overline{AC}=\sqrt{13^2-5^2}=12$(cm)

△ABC에서 $\overline{AB}=\sqrt{16^2+12^2}=20$(cm)

답 ③

03 △BCD에서 $\overline{BD}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$

△BEF에서 $\overline{BF}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+1^2}=\sqrt{3}$

△BGH에서 $\overline{BH}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}=2$

$\therefore \overline{BI}=\overline{BH}=2$

답 2

$\overline{BE}=\overline{BD}=\sqrt{2}$

$\overline{BG}=\overline{BF}=\sqrt{3}$

03-1 △OAB에서 $\overline{OB}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$(cm)

△OBC에서 $\overline{OC}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+1^2}=\sqrt{3}$(cm)

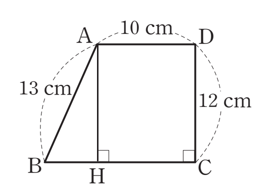
△OCD에서 $\overline{OD}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}=2$(cm)

△ODE에서 $\overline{OE}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$(cm)

$\therefore$ △OEF$=\frac{1}{2}\times1\times\sqrt{5}=\frac{\sqrt{5}}{2}$(cm^2)

답 ①

04 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{CH}=\overline{AD}=10$(cm)

$\overline{AH}=\overline{DC}=12$(cm)

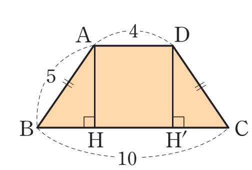
△ABH에서

$\overline{BH}=\sqrt{13^2-12^2}=5$(cm)

$\therefore \overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=5+10=15$(cm)

답 15 cm

04-1 점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라 하면



$\overline{HH'}=\overline{AD}=4$

$\therefore \overline{BH}=\overline{CH'}=\frac{1}{2}\times(10-4)=3$

$\triangle ABH$에서 $\overline{AH}=\sqrt{5^2-3^2}=4$

$\therefore \square ABCD=\frac{1}{2}\times(4+10)\times4=28$

> $\triangle ABH\equiv\triangle DCH'$이므로 $\overline{BH}=\overline{CH'}$

답 28

05 ① $\triangle BCE$와 $\triangle BFA$에서

$\overline{BE}=\overline{BA}$, $\overline{BC}=\overline{BF}$, $\angle EBC=\angle ABF$

> $\angle EBC=90°+\angle ABC=\angle ABF$

$\therefore$ $\triangle BCE\equiv\triangle BFA$ (SAS 합동)

$\therefore$ $\overline{CE}=\overline{FA}$

② $\triangle BCH$와 $\triangle GCA$에서

$\overline{BC}=\overline{GC}$, $\overline{CH}=\overline{CA}$, $\angle BCH=\angle GCA$

> $\angle BCH=90°+\angle BCA=\angle GCA$

$\therefore$ $\triangle BCH\equiv\triangle GCA$ (SAS 합동)

③ $\triangle ACH=\triangle BCH=\triangle GCA=\triangle GCL$

④ $\square ADEB=\square BFML$, $\square ACHI=\square LMGC$ 이므로

$\square ADEB+\square ACHI=\square BFGC$

⑤ $\square ACHI=\overline{AC}^2$, $2\triangle ABC=\overline{AB}\times\overline{AC}$ 이므로

$\square ACHI\neq2\triangle ABC$

답 ⑤

05-1 $\square AFML=\square AFGB-\square LMGB$

$=\square AFGB-\square BHIC$

$=10^2-6^2=64(cm^2)$

답 $64\,cm^2$

다른 풀이

$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}^2=10^2-6^2=64$

$\therefore \square AFML=\square ACDE=\overline{AC}^2=64(cm^2)$

06 답 (가) $\square ABCD$ (나) c^2 (다) $(a+b)^2$

06-1 $\triangle APS$에서 $\overline{PS}^2=\overline{AP}^2+\overline{AS}^2$이므로

$64=3^2+\overline{AS}^2$, $\overline{AS}^2=55$

$\therefore \overline{AS}=\sqrt{55}(cm)$

답 ④

필수유형 다지기

▸ 24~25쪽

01 $\triangle ABE\equiv\triangle BCF$이므로

$\overline{BF}=\overline{AE}=12(cm)$

$\triangle ABE$에서 $\overline{BE}=\sqrt{13^2-12^2}=5(cm)$이므로

$\overline{EF}=\overline{BF}-\overline{BE}=12-5=7(cm)$

이때 $\square EFGH$는 정사각형이므로

$\square EFGH=7^2=49(cm^2)$

답 ④

01-1 $\overline{AE}^2=60$이므로 $\triangle AEH$에서

$\overline{HE}=\sqrt{60-(4\sqrt{3})^2}=2\sqrt{3}(cm)$

$\overline{CA}=\overline{HE}=2\sqrt{3}(cm)$이므로

$\overline{CH}=4\sqrt{3}-2\sqrt{3}=2\sqrt{3}(cm)$

이때 $\square CFGH$는 정사각형이므로 구하는 둘레의 길이는 $4\times2\sqrt{3}=8\sqrt{3}(cm)$

답 $8\sqrt{3}\,cm$

02 $\triangle ABP\equiv\triangle PCD$이므로

$\overline{AB}=\overline{PC}=6$, $\angle B=\angle C=90°$

> $\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로 $\angle B+\angle C=180°$
> $\triangle ABP\equiv\triangle PCD$에서 $\angle B=\angle C$이므로 $\angle B=\angle C=90°$

$\triangle ABP$에서 $\overline{AP}=\sqrt{6^2+8^2}=10$

$\overline{DP}=\overline{AP}=10$이고

$\angle APD=180°-(\angle APB+\angle DPC)$

$=180°-(\angle APB+\angle PAB)$

$=\angle B=90°$

$\therefore \triangle APD=\frac{1}{2}\times10\times10=50$

답 50

다른 풀이

$\triangle ABP\equiv\triangle PCD$이므로

$\overline{AB}=\overline{PC}=6$, $\overline{CD}=\overline{BP}=8$

$\therefore \triangle APD=\square ABCD-(\triangle ABP+\triangle PCD)$

$=\square ABCD-2\triangle ABP$

$=\frac{1}{2}\times(6+8)\times(6+8)$

$-2\times\frac{1}{2}\times6\times8$

$=50$

02-1 $\angle ACB+\angle ECD=\angle ACB+\angle CAB=90°$이므로 $\angle ACE=90°$

또 $\overline{AC}=\overline{CE}$이므로 $\triangle ACE$는 직각이등변삼각형이다.

따라서 $\triangle ACE=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{AC}=80$이므로

$\overline{AC}^2=160$ $\quad\therefore \overline{AC}=4\sqrt{10}$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\sqrt{(4\sqrt{10})^2-4^2}=12$

$\therefore \square ABDE=\frac{1}{2}\times(4+12)\times(4+12)=128$

답 128

03 (ㄱ) $5^2+10^2=(5\sqrt{5})^2$이므로 직각삼각형이다.

(ㄴ) $4^2+6^2=(2\sqrt{13})^2$이므로 직각삼각형이다.

(ㄷ) $(\sqrt{15})^2+4^2\neq6^2$이므로 직각삼각형이 아니다.

(ㄹ) $8^2+8^2\neq11^2$이므로 직각삼각형이 아니다.

답 ①

03-1 $18^2=14^2+(8\sqrt{2})^2$이므로 주어진 삼각형은 빗변의 길이가 18인 직각삼각형이다.

따라서 구하는 넓이는

$\frac{1}{2}\times14\times8\sqrt{2}=56\sqrt{2}$

답 ②

Q BOX

04 $\overline{AC}$가 빗변이므로 $(x+3)^2=x^2+4^2$

$6x=7 \qquad \therefore x=\frac{7}{6}$ 　답 $\frac{7}{6}$

04-1 가장 긴 변의 길이가 $x+2$이므로

$(x+2)^2=x^2+(x-2)^2,\ x^2-8x=0$

$x(x-8)=0$

$\therefore x=8\ (\because x>2)$

따라서 세 변의 길이가 6, 8, 10이므로 구하는 넓이는 $\frac{1}{2}\times6\times8=24$ 　답 ⑤

> 빗변의 길이가 10이다.

05 $\overline{PQ}=\overline{AP}=x$ cm라 하면

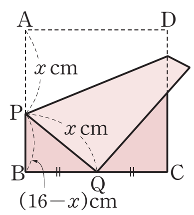
$\overline{PB}=(16-x)$cm

$\overline{BQ}=\frac{1}{2}\overline{BC}=8$(cm)이므로 △PBQ에서

$x^2=(16-x)^2+8^2$

$32x=320$

$\therefore x=10$ 　답 ④



05-1 $\overline{BE}=x$라 하면

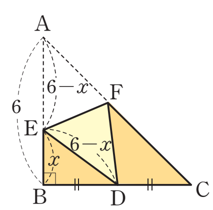
$\overline{DE}=\overline{AE}=6-x$

$\overline{BD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=3$이므로

△EBD에서

$(6-x)^2=x^2+3^2$

$12x=27 \qquad \therefore x=\frac{9}{4}$ 　답 $\frac{9}{4}$



필수유형 다지기

▸ 27~28쪽

01 $8^2>4^2+5^2$이므로 △ABC는 ∠B>90°인 둔각삼각형이다. 　답 ④

01-1 ① $7^2<5^2+6^2$이므로 예각삼각형

② $13^2=5^2+12^2$이므로 직각삼각형

③ $(\sqrt{5})^2=1^2+2^2$이므로 직각삼각형

④ $11^2>6^2+7^2$이므로 둔각삼각형

⑤ $(\sqrt{21})^2=3^2+(2\sqrt{3})^2$이므로 직각삼각형

답 ①

> 삼각형의 세 변의 길이가 $a,\ b,\ c\ (c\ge a,\ c\ge b)$일 때
> ① $c^2<a^2+b^2$ ➡ 예각삼각형
> ② $c^2=a^2+b^2$ ➡ 직각삼각형
> ③ $c^2>a^2+b^2$ ➡ 둔각삼각형

01-2 ①, ④ 둔각삼각형

②, ⑤ 직각삼각형

③ 예각삼각형 　답 ③

02 ① $b>c-a$

② $c<a+b$

> 삼각형의 변의 길이 조건이다.

③ $\angle A<90°$이므로 $a^2<b^2+c^2$

④ $\angle B<90°$이므로 $b^2<a^2+c^2$

> $\angle C>90°$이므로 $\angle A<90°,\ \angle B<90°$

⑤ $\angle C>90°$이므로 $c^2>a^2+b^2$

답 ③, ⑤

02-1 삼각형의 변의 길이 조건에서 $8-4<x<8+4$

> 삼각형의 한 변의 길이는 나머지 두 변의 길이의 차보다 크고 두 변의 길이의 합보다 작다.

$\therefore 4<x<12$

또 $x>8$이므로 $8<x<12$ 　……㉠

$\angle A<90°$이므로 $x^2<4^2+8^2$

$\therefore\ 0<x<4\sqrt{5}$ 　……㉡

㉠, ㉡에서 $8<x<4\sqrt{5}$

답 $8<x<4\sqrt{5}$

02-2 ① $3^2+7^2<9^2$ 　② $4^2+7^2<9^2$

③ $7^2+8^2>9^2$ 　④ $7^2+9^2<15^2$

> $x=8$이면 예각삼각형이다.

⑤ $7+9=16$이므로 삼각형의 변의 길이 조건을 만족시키지 않는다.

답 ③, ⑤

03 $\overline{AC}^2=\overline{CD}\times\overline{CB}$이므로

$(\sqrt{15})^2=3\times(3+\overline{BD})$

$3\overline{BD}=6 \qquad \therefore \overline{BD}=2$(cm)

$\overline{BC}=2+3=5$(cm)이므로 △ABC에서

$\overline{AB}=\sqrt{5^2-(\sqrt{15})^2}=\sqrt{10}$(cm)

답 ②

03-1 $\overline{AH}=x$라 하면 $\overline{BH}=8-x$

$\overline{CH}^2=\overline{AH}\times\overline{BH}$이므로

$(2\sqrt{3})^2=x(8-x),\ x^2-8x+12=0$

$(x-2)(x-6)=0 \qquad \therefore x=6\ (\because x>4)$

> $\overline{AH}>\overline{BH}$이므로 $\overline{AH}>\frac{1}{2}\overline{AB}=4$

△ACH에서

$\overline{AC}=\sqrt{6^2+(2\sqrt{3})^2}=4\sqrt{3}$ 　답 $4\sqrt{3}$

04 △ABC에서 $\overline{BC}=\sqrt{3^2+4^2}=5$

$\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{BC}\times\overline{AD}$이므로

$3\times4=5\times\overline{AD}$

$\therefore \overline{AD}=\frac{12}{5}$ 　답 $\frac{12}{5}$

04-1 △ABC에서 $\overline{AB}=\sqrt{(6\sqrt{2})^2-4^2}=2\sqrt{14}$(cm)

$\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{BC}\times\overline{AD}$이므로

$2\sqrt{14}\times4=6\sqrt{2}\times\overline{AD}$

$\therefore \overline{AD}=\frac{4\sqrt{7}}{3}$(cm) 　답 $\frac{4\sqrt{7}}{3}$cm

05 $\overline{BE}^2+\overline{CD}^2=\overline{DE}^2+\overline{BC}^2$이므로

$3^2+\overline{CD}^2=2^2+5^2,\ \overline{CD}^2=20$

$\therefore \overline{CD}=2\sqrt{5}$(cm) 　답 ②

Q BOX

05-1 $\triangle$ABC에서 $\overline{BC}=\sqrt{6^2+8^2}=10$

$\therefore \overline{BE}^2+\overline{CD}^2=\overline{DE}^2+\overline{BC}^2$

$=4^2+10^2=116$ 답 116

필수유형 다지기 ▸ 30쪽

01 $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{BC}^2+\overline{AD}^2$이므로

$8^2+4^2=\overline{BC}^2+6^2$, $\overline{BC}^2=44$

$\therefore \overline{BC}=2\sqrt{11}\,(\text{cm})$

답 ⑤

01-1 $\triangle$DPC에서 $\overline{CD}=\sqrt{3^2+4^2}=5$

$\overline{AD}^2+\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{CD}^2$이므로

$\overline{AD}^2+(\sqrt{41})^2=(4\sqrt{2})^2+5^2$, $\overline{AD}^2=16$

$\therefore \overline{AD}=4$ 답 4

02 $\overline{BP}^2+\overline{DP}^2=\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=5^2+12^2=169$

답 169

02-1 $\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$이므로

$6^2+4^2=5^2+x^2$, $x^2=27$

$\therefore x=3\sqrt{3}$ 답 $3\sqrt{3}$

03 S_1+S_2의 값은 $\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이와 같으므로

$S_1+S_2=\frac{1}{2}\times\pi\times10^2=50\pi\,(\text{cm}^2)$

답 $50\pi\,\text{cm}^2$

직각삼각형의 세 변을 지름으로 하는 반원을 각각 그리면 작은 두 반원의 넓이의 합은 가장 큰 반원의 넓이와 같다.

03-1 $\overline{AC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\pi\times2^2=2\pi\,(\text{cm}^2)$

따라서 구하는 반원의 넓이는

$8\pi-2\pi=6\pi\,(\text{cm}^2)$ 답 $6\pi\,\text{cm}^2$

발전유형 익히기 ▸ 31~33쪽

01 점 M은 $\triangle$ABC의 외심이므로

직각삼각형의 빗변의 중점 ➡ 외심

$\overline{AC}=2\overline{BM}=6(\text{cm})$

$\triangle$ABC에서

$\overline{BC}=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}(\text{cm})$ 답 ③

01-1 $\triangle$ABC에서 $\overline{AB}=\sqrt{6^2+8^2}=10(\text{cm})$

점 D는 $\triangle$ABC의 외심이므로

$\overline{CD}=\overline{AD}=\overline{BD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=5(\text{cm})$

이때 점 G가 $\triangle$ABC의 무게중심이므로

삼각형의 무게중심은 세 중선의 길이를 각 꼭짓점으로부터 2 : 1로 나눈다.

$\overline{DG}:\overline{CD}=1:3$, $\overline{DG}:5=1:3$

$\therefore \overline{DG}=\frac{5}{3}(\text{cm})$ 답 $\frac{5}{3}\,\text{cm}$

01-2 점 G가 $\triangle$ABC의 무게중심이므로

$\overline{AG}:\overline{AD}=2:3$, $6:\overline{AD}=2:3$

$\therefore \overline{AD}=9(\text{cm})$

점 D는 $\triangle$ABC의 외심이므로

$\overline{BD}=\overline{AD}=9(\text{cm})$

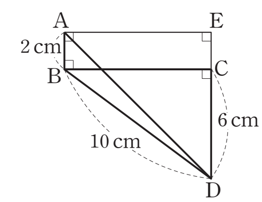
$\triangle$ABD에서 $\angle ADB=90°$이므로

$\triangle$ABC가 이등변삼각형이고 $\overline{AD}$가 중선이므로 $\overline{AD}\perp\overline{BC}$

$\overline{AB}=\sqrt{9^2+9^2}=9\sqrt{2}(\text{cm})$

답 $9\sqrt{2}\,\text{cm}$

02 $\triangle$BCD에서



$\overline{BC}=\sqrt{10^2-6^2}$

$=8(\text{cm})$

점 A에서 $\overline{CD}$의 연장선에 내린 수선의 발을 E라 하면

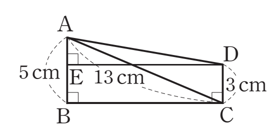
$\overline{EC}=\overline{AB}=2(\text{cm})$, $\overline{AE}=\overline{BC}=8(\text{cm})$

$\triangle$ADE에서

$\overline{AD}=\sqrt{8^2+8^2}=8\sqrt{2}(\text{cm})$

답 $8\sqrt{2}\,\text{cm}$

02-1 $\triangle$ABC에서



$\overline{BC}=\sqrt{13^2-5^2}$

$=12(\text{cm})$

점 D에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 E라 하면

$\overline{AE}=\overline{AB}-\overline{BE}=\overline{AB}-\overline{CD}=2(\text{cm})$

$\overline{ED}=\overline{BC}=12(\text{cm})$

$\triangle$AED에서

$\overline{AD}=\sqrt{2^2+12^2}=2\sqrt{37}(\text{cm})$

답 ②

03 (i) x가 가장 긴 변의 길이일 때

$x=\sqrt{4^2+6^2}=2\sqrt{13}$

(ii) 6이 가장 긴 변의 길이일 때

$x=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}$

답 ①, ④

$x<2x$이므로 가장 긴 변의 길이는 $2x$ 또는 6이다.

03-1 (i) $2x$가 가장 긴 변의 길이일 때

$(2x)^2=6^2+x^2$, $3x^2=36$, $x^2=12$

$\therefore x=2\sqrt{3}$

LECTURE BOOK

(ii) 6이 가장 긴 변의 길이일 때

$6^2=x^2+(2x)^2$, $5x^2=36$, $x^2=\frac{36}{5}$

$\therefore x=\frac{6\sqrt{5}}{5}$ 답 ②, ④

04 $\triangle ABC \backsim \triangle AED$(AA 닮음)이므로

$\overline{AC}:\overline{AD}=\overline{AB}:\overline{AE}$

$(3+y):5=6:3$, $3+y=10$ $\quad\therefore y=7$

$\triangle ABC$에서 $x=\sqrt{10^2-6^2}=8$

$\therefore x+y=15$ 답 ③

$\angle ABC=\angle AED=90°$, $\angle A$는 공통이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle AED$

04-1 $\triangle ADE$에서 $\overline{DE}=\sqrt{10^2-8^2}=6(\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{CE}=8-6=2(\mathrm{cm})$

$\triangle AED \backsim \triangle FEC$(AA 닮음)이므로

$\overline{DE}:\overline{CE}=\overline{DA}:\overline{CF}$, $6:2=8:\overline{CF}$

$\therefore \overline{CF}=\frac{8}{3}(\mathrm{cm})$ 답 $\frac{8}{3}$ cm

$\angle AED=\angle FEC$ (맞꼭지각), $\angle DAE=\angle CFE$(엇각)이므로 $\triangle AED \backsim \triangle FEC$

05 색칠한 부분의 넓이는 $\triangle ABC$의 넓이와 같으므로 $\frac{1}{2}\times 15\times 8=60(\mathrm{cm}^2)$ 답 ①

05-1 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=2\overline{AB}^2=12^2$ $\quad\therefore \overline{AB}^2=72$

색칠한 부분의 넓이는 $\triangle ABC$의 넓이와 같으므로

$\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}=\frac{1}{2}\overline{AB}^2$

$=\frac{1}{2}\times 72=36(\mathrm{cm}^2)$

답 $36\,\mathrm{cm}^2$

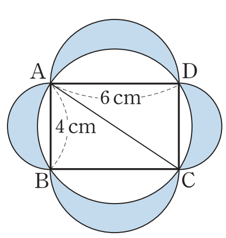
05-2 $\overline{AC}$를 그으면 색칠한 부분의 넓이는

$\triangle ABC+\triangle ADC$

$=\square ABCD$

$=4\times 6$

$=24(\mathrm{cm}^2)$



답 $24\,\mathrm{cm}^2$

다른 풀이

(색칠한 부분의 넓이)

=(도형 전체의 넓이)−(가운데 큰 원의 넓이)

$=(\pi\times 2^2+\pi\times 3^2+4\times 6)-\pi\times(\sqrt{13})^2$

$=13\pi+24-13\pi=24(\mathrm{cm}^2)$

$\overline{AC}=\sqrt{4^2+6^2}=2\sqrt{13}(\mathrm{cm})$이므로 원의 반지름의 길이는 $\sqrt{13}$ cm이다.

06 $\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{(6\sqrt{3})^2-9^2}=3\sqrt{3}$

$\overline{AD}$가 $\angle A$의 이등분선이므로

$\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}=2:1$

$\therefore \overline{CD}=\frac{1}{3}\times 9=3$

$\triangle ADC$에서 $\overline{AD}=\sqrt{3^2+(3\sqrt{3})^2}=6$ 답 ①

06-1 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\sqrt{15^2-12^2}=9$

$\overline{BD}$가 $\angle B$의 이등분선이므로

$\overline{AD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{BC}=3:5$

$\therefore \overline{CD}=12\times\frac{5}{8}=\frac{15}{2}$

$\therefore \triangle DBC=\frac{1}{2}\times\frac{15}{2}\times 9=\frac{135}{4}$

답 $\frac{135}{4}$

06-2 $\overline{AD}$가 $\angle A$의 이등분선이므로

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{DC}$

$12:9=\overline{BD}:3$ $\quad\therefore \overline{BD}=4$

$\overline{CH}=x$라 하면 $\triangle ABH$에서

$\overline{AH}^2=\overline{AB}^2-\overline{BH}^2=12^2-(7+x)^2$

$\triangle ACH$에서

$\overline{AH}^2=\overline{AC}^2-\overline{CH}^2=9^2-x^2$

이므로 $12^2-(7+x)^2=9^2-x^2$

$14x=14$ $\quad\therefore x=1$

$\therefore \overline{AH}=\sqrt{9^2-1^2}=4\sqrt{5}$ 답 $4\sqrt{5}$

07 $\overline{AE}=\overline{AD}=5(\mathrm{cm})$이므로 $\triangle ABE$에서

$\overline{BE}=\sqrt{5^2-3^2}=4(\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{CE}=5-4=1(\mathrm{cm})$

$\overline{EF}=\overline{DF}=x\,\mathrm{cm}$라 하면 $\overline{CF}=(3-x)\,\mathrm{cm}$이므로 $\triangle ECF$에서

$x^2=1^2+(3-x)^2$, $6x=10$

$\therefore x=\frac{5}{3}$ 답 $\frac{5}{3}$ cm

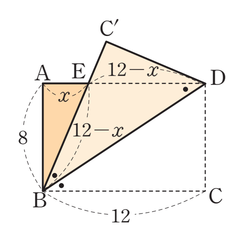
07-1 $\angle EBD=\angle DBC$ (접은 각),

$\angle EDB=\angle DBC$(엇각)

이므로

$\angle EBD=\angle EDB$

즉 $\triangle EBD$가 이등변삼각형이므로 $\overline{EB}=\overline{ED}$



$\overline{AE}=x$라 하면 $\overline{EB}=\overline{ED}=12-x$

$\triangle ABE$에서 $(12-x)^2=8^2+x^2$

$24x=80$ $\quad\therefore x=\frac{10}{3}$ 답 ②

07-2 $\overline{BE}=\overline{BC}=10(\mathrm{cm})$

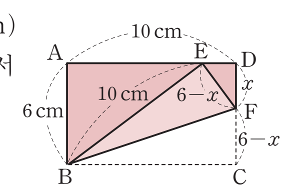
이므로 $\triangle ABE$에서

$\overline{AE}=\sqrt{10^2-6^2}$

$=8(\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{DE}=10-8$

$=2(\mathrm{cm})$



$\overline{DF}=x$라 하면 $\overline{EF}=\overline{CF}=6-x$

$\triangle$DEF에서 $(6-x)^2=2^2+x^2$

$12x=32 \quad \therefore x=\frac{8}{3}(\text{cm})$

$\therefore \triangle\text{DEF}=\frac{1}{2}\times2\times\frac{8}{3}=\frac{8}{3}(\text{cm}^2)$ 답 $\frac{8}{3}\text{cm}^2$

중단원 마무리 ▸ 34~37쪽

01 $4\sqrt{13}$cm		02 ④	03 ③
04 $4\sqrt{6}$cm	05 ⑤	06 ③	07 80 cm^2
08 ②, ④	09 ②	10 $\frac{6\sqrt{5}}{5}$	11 89
12 ③	13 $6\sqrt{3}$cm	14 ③	15 ④
16 ③	17 $3\sqrt{21}$cm^2		18 $\frac{18}{5}$cm
19 $4\sqrt{3}$cm	20 $18(2-\sqrt{3})$cm^2		21 ③
22 ⑤	23 $2\sqrt{5}$cm	24 풀이 참조	
25 $2<a<2\sqrt{7}$ 또는 $10<a<14$			

01 $\overline{\text{AC}}=x$cm라 하면 $\overline{\text{BC}}=(x-4)$cm

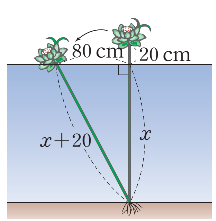
$\triangle$ABC$=48$cm^{2}에서 $\frac{1}{2}x(x-4)=48$

$x^2-4x-96=0,\ (x+8)(x-12)=0$

$\therefore x=12\ (\because x>4)$

$\therefore \overline{\text{AB}}=\sqrt{12^2+8^2}=4\sqrt{13}(\text{cm})$ 답 $4\sqrt{13}$ cm

02 연못의 깊이를 x라 하면



$(x+20)^2=80^2+x^2$

$x^2+40x+400$

$=6400+x^2$

$40x=6000$

$\therefore x=150(\text{cm})$

답 ④

03 $\triangle$ABC에서 $\overline{\text{BC}}=\sqrt{15^2-9^2}=12(\text{cm})$이므로

$\overline{\text{BD}}=\frac{1}{2}\overline{\text{BC}}=6(\text{cm})$

$\triangle$ABD에서

$\overline{\text{AD}}=\sqrt{9^2+6^2}=3\sqrt{13}(\text{cm})$ 답 ③

04 $\overline{\text{AB}}=\overline{\text{BC}}=a$cm라 하면 $\triangle$ABC에서

$8^2=a^2+a^2,\ a^2=32 \quad \therefore a=4\sqrt{2}$

$\overline{\text{CD}}=\overline{\text{BC}}=4\sqrt{2}(\text{cm})$이므로 $\triangle$ACD에서

$\overline{\text{AD}}=\sqrt{8^2+(4\sqrt{2})^2}=4\sqrt{6}(\text{cm})$

답 $4\sqrt{6}$cm

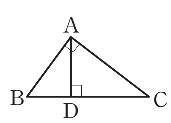
Q BOX

$\overline{\text{OB}_1}=\sqrt{\overline{\text{OA}}^2+\overline{\text{AB}_1}^2}$

$\overline{\text{OC}_1}=\sqrt{\overline{\text{OB}}^2+\overline{\text{BC}_1}^2}$

□ABED=□BFML, □ACHI=□LMGC

삼각형의 한 내각이 둔각이면 나머지 두 내각은 모두 예각이다.



$\overline{\text{AB}}^2=\overline{\text{BD}}\times\overline{\text{BC}}$
$\overline{\text{AC}}^2=\overline{\text{CD}}\times\overline{\text{CB}}$
$\overline{\text{AD}}^2=\overline{\text{BD}}\times\overline{\text{CD}}$
$\overline{\text{AB}}\times\overline{\text{AC}}=\overline{\text{AD}}\times\overline{\text{BC}}$

x절편은 3, y절편은 6이므로 A(3, 0), B(0, 6)

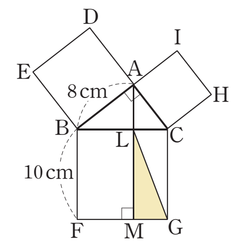
05 $\overline{\text{OA}}=x$라 하면

$\overline{\text{OB}}=\overline{\text{OB}_1}=\sqrt{x^2+x^2}=\sqrt{2}x$

$\overline{\text{OC}}=\overline{\text{OC}_1}=\sqrt{(\sqrt{2}x)^2+x^2}=\sqrt{3}x$

즉 $\sqrt{3}x=6$이므로 $x=2\sqrt{3}(\text{cm})$ 답 ⑤

06 $\overline{\text{BC}}=\overline{\text{BF}}=10$cm이므로 $\triangle$ABC에서



$\overline{\text{AC}}^2=10^2-8^2$

$=36$

$\therefore \triangle\text{LMG}$

$=\frac{1}{2}\square\text{LMGC}$

$=\frac{1}{2}\square\text{ACHI}$

$=\frac{1}{2}\times36=18(\text{cm}^2)$ 답 ③

07 $\triangle\text{AEH}=\frac{1}{2}\times\overline{\text{AH}}\times4=16$이므로 $\overline{\text{AH}}=8(\text{cm})$

$\triangle$AEH에서 $\overline{\text{EH}}^2=4^2+8^2=80$

이때 □EFGH는 정사각형이므로

$\square\text{EFGH}=\overline{\text{EH}}^2=80(\text{cm}^2)$ 답 80 cm^2

08 ② $a^2<b^2+c^2$이면 $\angle$A는 예각이지만 $\angle$B 또는 $\angle$C의 크기는 알 수 없으므로 예각삼각형이라 할 수 없다.

④ $b^2>a^2+c^2$이면 $\angle\text{B}>90°$이다.

⑤ $c^2>a^2+b^2$이면 $\angle\text{C}>90°$이므로 $\angle\text{A}<90°$

답 ②, ④

09 $\triangle$ABH에서 $y=\sqrt{4^2-(2\sqrt{3})^2}=2$

$\overline{\text{BH}}^2=\overline{\text{AH}}\times\overline{\text{CH}}$이므로

$2^2=2\sqrt{3}\times\overline{\text{CH}} \quad \therefore \overline{\text{CH}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}(\text{cm})$

$\triangle$BCH에서

$x=\sqrt{2^2+\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$ 답 ②

10 $\overline{\text{OA}}=3,\ \overline{\text{OB}}=6$이므로 $\triangle$OAB에서

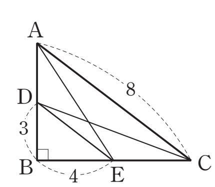
$\overline{\text{AB}}=\sqrt{6^2+3^2}=3\sqrt{5}$

$\overline{\text{OA}}\times\overline{\text{OB}}=\overline{\text{AB}}\times\overline{\text{OH}}$이므로

$3\times6=3\sqrt{5}\times\overline{\text{OH}}$

$\therefore \overline{\text{OH}}=\frac{6\sqrt{5}}{5}$ 답 $\frac{6\sqrt{5}}{5}$

11 $\overline{\text{DE}}$를 그으면 $\triangle$DBE에서



$\overline{\text{DE}}=\sqrt{3^2+4^2}=5$

$\therefore \overline{\text{AE}}^2+\overline{\text{CD}}^2$

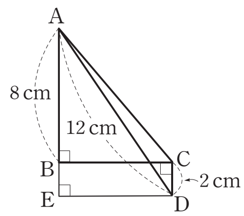
$=\overline{\text{AC}}^2+\overline{\text{DE}}^2$

$=8^2+5^2=89$ 답 89

Q BOX

12 두 대각선이 직교하므로
$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{BC}^2+\overline{AD}^2$에서
$(4\sqrt{2})^2+14^2=(4\sqrt{10})^2+x^2$
$x^2=68 \quad \therefore x=2\sqrt{17}$ 답 ③

13 점 D에서 $\overline{AB}$의 연장선에 내린 수선의 발을 E라 하면

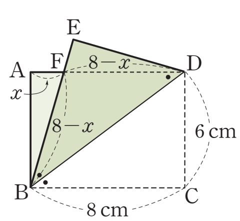


$\overline{BE}=\overline{CD}=2(\text{cm})$
△AED에서
$\overline{ED}=\sqrt{12^2-10^2}$
$=2\sqrt{11}(\text{cm})$
$\overline{BC}=\overline{ED}=2\sqrt{11}(\text{cm})$이므로 △ABC에서
$\overline{AC}=\sqrt{(2\sqrt{11})^2+8^2}=6\sqrt{3}(\text{cm})$
답 $6\sqrt{3}$ cm

14 필요한 노끈의 길이를 x cm라 하자.
(i) 가장 긴 노끈의 길이가 4 cm일 때 직각삼각형이 되려면
$4^2=(2\sqrt{2})^2+x^2 \quad \therefore x=2\sqrt{2}$
(ii) 가장 긴 노끈의 길이가 x cm일 때 직각삼각형이 되려면
$x^2=4^2+(2\sqrt{2})^2 \quad \therefore x=2\sqrt{6}$
(i), (ii)에서 $ab=2\sqrt{2}\times2\sqrt{6}=8\sqrt{3}$ 답 ③

15 색칠한 부분의 넓이는 △ABC의 넓이와 같으므로
$\frac{1}{2}\times4\sqrt{6}\times\overline{AC}=24\sqrt{2} \quad \therefore \overline{AC}=4\sqrt{3}$
△ABC에서 $\overline{BC}=\sqrt{(4\sqrt{6})^2+(4\sqrt{3})^2}=12$
$\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{BC}\times\overline{AD}$이므로
$4\sqrt{6}\times4\sqrt{3}=12\times\overline{AD}$
$\therefore \overline{AD}=4\sqrt{2}$ 답 ④

16 ∠FBD=∠DBC (접은 각),



∠FDB=∠DBC (엇각)이므로
∠FBD=∠FDB
즉 △FBD가 이등변삼각형이므로 $\overline{FB}=\overline{FD}$
$\overline{AF}=x$라 하면 $\overline{FB}=\overline{FD}=8-x$
△ABF에서 $(8-x)^2=6^2+x^2$
$16x=28 \quad \therefore x=\frac{7}{4}(\text{cm})$
$\therefore \triangle FBD=\frac{1}{2}\times\left(8-\frac{7}{4}\right)\times6$
$=\frac{75}{4}(\text{cm}^2)$ 답 ③

다른 풀이
△BCD에서 $\overline{BD}=\sqrt{8^2+6^2}=10(\text{cm})$
△FBD는 이등변삼각형이므로 점 F에서 $\overline{BD}$에 내린 수선의 발을 H라 하면
$\overline{BH}=\frac{1}{2}\overline{BD}=5(\text{cm})$
△BED∽△BHF (AA 닮음)이므로
$\overline{BE}:\overline{BH}=\overline{DE}:\overline{FH}$
$8:5=6:\overline{FH} \quad \therefore \overline{FH}=\frac{15}{4}(\text{cm})$
$\therefore \triangle FBD=\frac{1}{2}\times10\times\frac{15}{4}=\frac{75}{4}(\text{cm}^2)$

∠BED=∠BHF=90°, ∠DBE는 공통이므로 △BED∽△BHF

17

채점 기준	점수
△ABC가 직각삼각형임을 알기	3
△ABC의 넓이 구하기	3

$\overline{AB}^2=18,\ \overline{BC}^2=60,\ \overline{AC}^2=42$에서
$\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{AC}^2$
따라서 △ABC는 ∠A=90°인 직각삼각형이다. • 3점
$\overline{AB}=3\sqrt{2}$ cm, $\overline{AC}=\sqrt{42}$ cm이므로
$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times3\sqrt{2}\times\sqrt{42}=3\sqrt{21}(\text{cm}^2)$ • 3점
답 $3\sqrt{21}\text{ cm}^2$

18

채점 기준	점수
$\overline{AE}$의 길이 구하기	3
$\overline{AF}$의 길이 구하기	2

$\overline{AD}=\overline{AB}=10(\text{cm})$이므로 △ADE에서
$\overline{AE}=\sqrt{10^2-8^2}=6(\text{cm})$ • 3점
$\overline{AE}^2=\overline{AF}\times\overline{AD}$이므로
$6^2=\overline{AF}\times10 \quad \therefore \overline{AF}=\frac{18}{5}(\text{cm})$ • 2점
답 $\frac{18}{5}$ cm

19

채점 기준	점수
$\overline{AC}$의 길이 구하기	2
$\overline{CD}$의 길이 구하기	2
$\overline{AD}$의 길이 구하기	2

$\overline{AD}$가 ∠A의 이등분선이므로
$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD},\ 12:\overline{AC}=2:1$
$\therefore \overline{AC}=6(\text{cm})$ • 2점
△ABC에서 $\overline{BC}=\sqrt{12^2-6^2}=6\sqrt{3}(\text{cm})$이므로
$\overline{CD}=\frac{1}{3}\overline{BC}=2\sqrt{3}(\text{cm})$ • 2점
△ADC에서
$\overline{AD}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+6^2}=4\sqrt{3}(\text{cm})$ • 2점
답 $4\sqrt{3}$ cm

20 $\overline{BE}=x\text{cm}$라 하면 $\overline{CE}=(6-x)\text{cm}$

$\triangle ABE$에서 $\overline{AE}^2=6^2+x^2$

$\triangle ABE\equiv\triangle ADF$이므로 $\overline{CE}=\overline{CF}$

따라서 $\triangle CEF$에서 $\overline{EF}^2=2(6-x)^2$

$\overline{AE}^2=\overline{EF}^2$이므로

$6^2+x^2=2(6-x)^2$

$x^2-24x+36=0$

$\therefore x=12-6\sqrt{3}$ ($\because 0<x<6$)

$\therefore \triangle ABE=\frac{1}{2}\times6\times(12-6\sqrt{3})$

$=18(2-\sqrt{3})(\text{cm}^2)$

답 $18(2-\sqrt{3})\text{cm}^2$

21 $\overline{DE}$를 그으면 $\overline{BD}=\overline{DA}$, $\overline{BE}=\overline{EC}$이므로

$\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{AC}$

$\overline{DE}=a$라 하면 $\overline{AC}=2a$이므로 □ADEC에서

$\overline{DE}^2+\overline{AC}^2=\overline{AD}^2+\overline{CE}^2$

$a^2+(2a)^2=3^2+4^2$, $5a^2=25$

$a^2=5$ $\quad\therefore a=\sqrt{5}$

$\therefore \overline{AC}=2a=2\sqrt{5}$

답 ③

22 $\overline{HC}=\overline{AD}=6(\text{cm})$이므로

$\overline{BH}=10-6=4(\text{cm})$

$\triangle ABH$에서

$\overline{AH}=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

$\triangle AED\backsim\triangle HEB$이고 닮음비는

$\overline{AD}:\overline{HB}=6:4=3:2$이므로

$\overline{AE}=\frac{3}{5}\overline{AH}=\frac{3}{5}\times4\sqrt{3}=\frac{12\sqrt{3}}{5}(\text{cm})$

답 ⑤

23

채점 기준	점수
$\overline{BD}$의 길이 구하기	2
$\overline{DM}$, $\overline{AM}$의 길이 구하기	2
$\overline{AD}$의 길이 구하기	2

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{6^2+6^2}=6\sqrt{2}(\text{cm})$

$\therefore \overline{BD}=\overline{DE}=\overline{CE}=2\sqrt{2}(\text{cm})$ • 2점

$\overline{BC}$의 중점을 M이라 하면

$\overline{BM}=\overline{CM}=3\sqrt{2}(\text{cm})$

$\therefore \overline{DM}=\overline{BM}-\overline{BD}$

$=3\sqrt{2}-2\sqrt{2}=\sqrt{2}(\text{cm})$

또 점 M은 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\overline{AM}=\overline{BM}=3\sqrt{2}(\text{cm})$ • 2점

따라서 $\triangle ADM$에서

$\overline{AD}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+(3\sqrt{2})^2}=2\sqrt{5}(\text{cm})$ • 2점

답 $2\sqrt{5}\text{cm}$

Q BOX

직각삼각형임을 보이려면 세 변의 길이가 피타고라스 정리를 만족시킴을 보인다.

$\overline{AB}=\overline{AD}$, $\overline{AE}=\overline{AF}$,
$\angle B=\angle D=90°$이므로
$\triangle ABE\equiv\triangle ADF$
(RHS 합동)

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 위의 점 D, E에 대하여
$\overline{AD}=\overline{DB}$, $\overline{BE}=\overline{EC}$
이면
$\overline{AC}/\!/\overline{DE}$,
$\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{AC}$

(나머지 두 변의 길이의 차)
<(한 변의 길이)
<(나머지 두 변의 길이의 합)

$\angle AED=\angle HEB$
(맞꼭지각),
$\angle ADE=\angle HBE$ (엇각)
이므로
$\triangle AED\backsim\triangle HEB$
(AA 닮음)

24

채점 기준	점수
각 변의 길이의 제곱 구하기	3
직각삼각형임을 보이기	3

$(m^2-n^2)^2=m^4-2m^2n^2+n^4$,

$(2mn)^2=4m^2n^2$,

$(m^2+n^2)^2=m^4+2m^2n^2+n^4$ • 3점

따라서 $(m^2-n^2)^2+(2mn)^2=(m^2+n^2)^2$이므로 주어진 삼각형은 빗변의 길이가 m^2+n^2인 직각삼각형이다. • 3점

답 풀이 참조

25

채점 기준	점수
변의 길이 조건에서 a의 값의 범위 구하기	2
$a\geq8$일 때 a의 값의 범위 구하기	2
$a<8$일 때 a의 값의 범위 구하기	2

삼각형의 변의 길이 조건에서

$8-6<a<8+6$

$\therefore 2<a<14$ …… ㉠ • 2점

(i) $a\geq8$일 때

둔각삼각형이 되려면 $a^2>6^2+8^2$

$\therefore a>10$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $10<a<14$ • 2점

(ii) $a<8$일 때

둔각삼각형이 되려면 $8^2>6^2+a^2$

$\therefore a<2\sqrt{7}$ …… ㉢

㉠, ㉢에서 $2<a<2\sqrt{7}$ • 2점

답 $2<a<2\sqrt{7}$ 또는 $10<a<14$

LECTURE BOOK

Q BOX

2 피타고라스 정리의 활용

필수유형 다지기

▸ 39~40쪽

01 직사각형의 가로의 길이를 $x$cm라 하면 세로의 길이는 $3x$cm이므로

$x^2+(3x)^2=10^2$, $x^2=10$

$\therefore x=\sqrt{10}$

답 ③

01-1 □ABCD에서

$\overline{AC}=\sqrt{4^2+6^2}=2\sqrt{13}$(cm)

$\overline{OA}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\sqrt{13}$(cm)이므로 원 O의 넓이는

$\pi\times(\sqrt{13})^2=13\pi$(cm^2)

답 13π cm^2

02 정사각형의 한 변의 길이가 $\sqrt{18}=3\sqrt{2}$(cm)이므로 대각선의 길이는

$\sqrt{2}\times3\sqrt{2}=6$(cm)

답 6 cm

02-1 정사각형의 한 변의 길이를 $a$cm라 하면

$\sqrt{2}a=8$ $\quad\therefore a=4\sqrt{2}$

즉 원의 반지름의 길이가 $2\sqrt{2}$cm이므로 원의 넓이는

$\pi\times(2\sqrt{2})^2=8\pi$(cm^2)

답 8π cm^2

03 $\overline{AC}=\sqrt{5^2+12^2}=13$(cm)

△DAC에서 $\overline{DA}\times\overline{DC}=\overline{AC}\times\overline{DH}$이므로

$12\times5=13\times\overline{DH}$ $\quad\therefore \overline{DH}=\frac{60}{13}$(cm)

답 $\frac{60}{13}$cm

03-1 $\overline{BD}=\sqrt{6^2+8^2}=10$(cm)

△ABD에서 $\overline{AB}^2=\overline{BE}\times\overline{BD}$이므로

$6^2=\overline{BE}\times10$ $\quad\therefore \overline{BE}=\frac{18}{5}$(cm)

같은 방법으로 하면 $\overline{DF}=\frac{18}{5}$(cm)

$\therefore \overline{EF}=10-2\times\frac{18}{5}=\frac{14}{5}$(cm)

답 $\frac{14}{5}$cm

> △ABD에서
> ① $\overline{AB}^2=\overline{BE}\times\overline{BD}$
> ② $\overline{AD}^2=\overline{DE}\times\overline{BD}$
> ③ $\overline{AE}^2=\overline{BE}\times\overline{DE}$

> △DBC에서
> $\overline{CD}^2=\overline{DF}\times\overline{DB}$

04 정삼각형의 한 변의 길이를 a라 하면

$\frac{\sqrt{3}}{2}a=5\sqrt{3}$ $\quad\therefore a=10$

따라서 정삼각형의 넓이는

$\frac{\sqrt{3}}{4}\times10^2=25\sqrt{3}$

답 ⑤

> 한 변의 길이가 a인 정삼각형에서
> (높이)$=\frac{\sqrt{3}}{2}a$
> (넓이)$=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

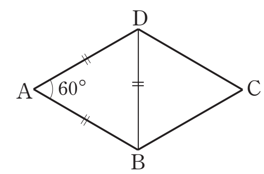
04-1 $\overline{AD}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times8=4\sqrt{3}$(cm)

$\therefore$ △ADE$=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(4\sqrt{3})^2=12\sqrt{3}$(cm^2)

답 $12\sqrt{3}$cm^2

> $\overline{AD}$는 △ABC의 높이이다.

05 $\overline{BD}$를 긋고 마름모 ABCD의 한 변의 길이를 a라 하면



□ABCD

$=2$△ABD

$=2\times\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$

즉 $\frac{\sqrt{3}}{2}a^2=50\sqrt{3}$이므로

$a^2=100$ $\quad\therefore a=10$(cm)

답 ③

> $\overline{AB}=\overline{AD}$이고
> ∠A$=60°$이므로
> ∠ABD$=$∠ADB$=60°$
> ➡ △ABD는 정삼각형

05-1 주어진 정육각형은 한 변의 길이가 12 cm인 정삼각형 6개로 이루어져 있으므로 구하는 넓이는

$6\times\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\times12^2\right)=216\sqrt{3}$(cm^2)

답 $216\sqrt{3}$ cm^2

06 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{BH}=\overline{CH}=6$(cm)

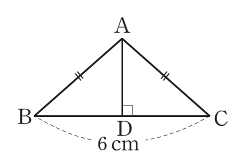
△ABH에서 $\overline{AH}=\sqrt{10^2-6^2}=8$(cm)

$\therefore$ △ABC$=\frac{1}{2}\times12\times8=48$(cm^2)

답 48 cm^2

> 이등변삼각형의 꼭짓점에서 밑변에 내린 수선은 그 밑변을 이등분한다.

06-1 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 D라 하면



△ABC

$=\frac{1}{2}\times6\times\overline{AD}=3\overline{AD}$

즉 $3\overline{AD}=3\sqrt{7}$이므로 $\overline{AD}=\sqrt{7}$(cm)

$\overline{BD}=\overline{CD}=3$(cm)이므로 △ABD에서

$\overline{AB}=\sqrt{3^2+(\sqrt{7})^2}=4$(cm)

따라서 △ABC의 둘레의 길이는

$4+6+4=14$(cm)

답 14 cm

07 $\overline{BH}=x$라 하면 $\overline{CH}=21-x$

△ABH에서 $\overline{AH}^2=10^2-x^2$

△ACH에서 $\overline{AH}^2=17^2-(21-x)^2$

즉 $100-x^2=-x^2+42x-152$이므로

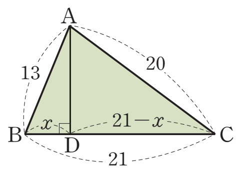
$42x=252$ $\quad\therefore x=6$

$\therefore \overline{AH}=\sqrt{10^2-6^2}=8$

답 8

Q BOX

07-1 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 D, $\overline{BD}=x$라 하면



$\overline{CD}=21-x$

$\triangle ABD$에서

$\overline{AD}^2=13^2-x^2$

$\triangle ACD$에서

$\overline{AD}^2=20^2-(21-x)^2$

즉 $169-x^2=-x^2+42x-41$이므로

$42x=210 \qquad \therefore x=5$

따라서 $\overline{AD}=\sqrt{13^2-5^2}=12$이므로

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 21\times 12=126$

답 ④

필수유형 다지기

▸ 42~43쪽

01 $\triangle ADC$에서 $\overline{AD}:\overline{AC}=\sqrt{3}:2$이므로

$\overline{AD}:8=\sqrt{3}:2$

$\therefore \overline{AD}=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$

또 $\overline{AC}:\overline{DC}=2:1$이므로

$8:\overline{DC}=2:1$

$\therefore \overline{DC}=4(\text{cm})$

$\triangle ABD$에서 $\overline{AB}:\overline{AD}=\sqrt{2}:1$이므로

$x:4\sqrt{3}=\sqrt{2}:1 \qquad \therefore x=4\sqrt{6}\,(\text{cm})$

$\overline{BD}=\overline{AD}=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$이므로

$y=\overline{BD}+\overline{CD}=4+4\sqrt{3}$

$\quad =4(1+\sqrt{3})(\text{cm})$

답 ⑤

01-1 $\triangle ABC$에서 $\overline{AC}:\overline{BC}=2:\sqrt{3}$이므로

$\overline{AC}:3\sqrt{3}=2:\sqrt{3}$

$\therefore \overline{AC}=6(\text{cm})$

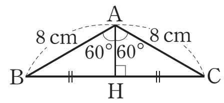
$\triangle ACD$에서 $\overline{AC}:\overline{CD}=\sqrt{2}:1$이므로

$6:\overline{CD}=\sqrt{2}:1$

$\therefore \overline{CD}=3\sqrt{2}\,(\text{cm})$

답 ②

01-2 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\angle BAH=60°$

$\triangle ABH$에서 $\overline{AB}:\overline{BH}=2:\sqrt{3}$이므로

$8:\overline{BH}=2:\sqrt{3} \qquad \therefore \overline{BH}=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{BC}=2\overline{BH}=8\sqrt{3}\,(\text{cm})$

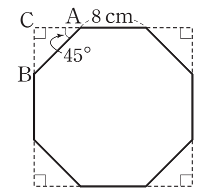
답 $8\sqrt{3}$cm

정팔각형의 한 내각의 크기는

$\dfrac{180°\times(8-2)}{8}=135°$

이므로 $\angle BAC=45°$

02 오른쪽 그림에서



$\overline{AC}=x$cm라 하면

$\triangle ABC$에서

$x:\overline{AB}=1:\sqrt{2}$

$\therefore \overline{AB}=\sqrt{2}x(\text{cm})$

즉 $\sqrt{2}x=8$이므로

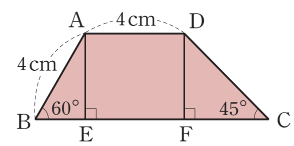
$x=4\sqrt{2}$

따라서 정사각형의 한 변의 길이는

$4\sqrt{2}+8+4\sqrt{2}=8(1+\sqrt{2})(\text{cm})$

답 ④

02-1



두 점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하면 $\triangle ABE$에서

$4:\overline{BE}=2:1 \qquad \therefore \overline{BE}=2(\text{cm})$

$4:\overline{AE}=2:\sqrt{3} \qquad \therefore \overline{AE}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\triangle DFC$에서

$\overline{CF}=\overline{DF}=\overline{AE}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\therefore \square ABCD=\dfrac{1}{2}\times(4+2+4+2\sqrt{3})\times 2\sqrt{3}$

$\qquad\qquad =10\sqrt{3}+6$

$\qquad\qquad =2(3+5\sqrt{3})(\text{cm}^2)$

답 $2(3+5\sqrt{3})\text{cm}^2$

점 $(a,\ b)$가

① 제 1 사분면 위의 점 ➡ $a>0,\ b>0$

② 제 2 사분면 위의 점 ➡ $a<0,\ b>0$

③ 제 3 사분면 위의 점 ➡ $a<0,\ b<0$

④ 제 4 사분면 위의 점 ➡ $a>0,\ b<0$

03 $\overline{AB}=\sqrt{(3-7)^2+(-1-x)^2}=4\sqrt{2}$이므로

$(-4)^2+(x+1)^2=32,\ x^2+2x-15=0$

$(x+5)(x-3)=0$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=3$

점 A가 제 1 사분면 위의 점이므로 $x=3$

답 ②

y축 위의 점이므로 x좌표가 0이다.

03-1 구하는 점의 좌표를 $(0,\ y)$라 하면

$\sqrt{8^2+(-3-y)^2}=\sqrt{2^2+(3-y)^2}$

$y^2+6y+73=y^2-6y+13$

$12y=-60 \qquad \therefore y=-5$

답 $(0,\ -5)$

04 $y=3x-5$에 $x=2,\ y=a$를 대입하면

$a=3\times 2-5=1$

또 $x=b,\ y=-8$을 대입하면

$-8=3b-5,\ 3b=-3 \qquad \therefore b=-1$

따라서 $P(2,\ 1),\ Q(-1,\ -8)$이므로

$\overline{PQ}=\sqrt{(-1-2)^2+(-8-1)^2}$

$\quad =3\sqrt{10}$

답 $3\sqrt{10}$

04-1 $y=2x^2-4x+1=2(x-1)^2-1$
$y=-x^2-4x-1=-(x+2)^2+3$
두 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 각각 $(1,\ -1)$, $(-2,\ 3)$이므로 두 점 사이의 거리는
$\sqrt{(-2-1)^2+\{3-(-1)\}^2}=5$

답 ⑤

> $y=2x^2-4x+1$
> $=2(x^2-2x+1)-2+1$
> $=2(x-1)^2-1$
>
> $y=-x^2-4x-1$
> $=-(x^2+4x+4)$
> $+4-1$
> $=-(x+2)^2+3$

05 $\overline{AB}=\sqrt{(5-7)^2+\{-4-(-2)\}^2}=2\sqrt{2}$
$\overline{BC}=\sqrt{(1-5)^2+\{2-(-4)\}^2}=2\sqrt{13}$
$\overline{AC}=\sqrt{(1-7)^2+\{2-(-2)\}^2}=2\sqrt{13}$
따라서 $\triangle ABC$는 $\overline{BC}=\overline{AC}$이므로 이등변삼각형이고 $\overline{AC}^2<\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$이므로 예각삼각형이다.

답 ②, ④

> 가장 긴 변의 길이의 제곱과 나머지 두 변의 길이의 제곱의 합을 비교한다.

05-1 $\overline{AB}=\sqrt{\{0-(-2)\}^2+(3-1)^2}=2\sqrt{2}$
$\overline{BC}=\sqrt{(2-0)^2+(-3-3)^2}=2\sqrt{10}$
$\overline{CA}=\sqrt{(-2-2)^2+\{1-(-3)\}^2}=4\sqrt{2}$
$\overline{AB}^2+\overline{CA}^2=\overline{BC}^2$이므로 $\triangle ABC$는 $\angle A=90°$인 직각삼각형이다.
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times 4\sqrt{2}=8$

답 8

필수유형 다지기

▸ 45~46쪽

01 $\overline{DH}=x$ cm라 하면
$6^2+6^2+x^2=11^2$, $x^2=49$
$\therefore x=7$
따라서 구하는 겉넓이는
$2\times 6^2+7\times 24=240(\text{cm}^2)$

답 240 cm^2

> (직육면체의 겉넓이)
> =(밑넓이)×2+(옆넓이)

01-1 직육면체의 세 모서리의 길이를 k, $3k$, $4k(k>0)$라 하면
$k^2+9k^2+16k^2=(2\sqrt{13})^2$, $26k^2=52$
$k^2=2$ $\therefore k=\sqrt{2}$
따라서 세 모서리의 길이는 $\sqrt{2}$, $3\sqrt{2}$, $4\sqrt{2}$이므로 구하는 부피는 $\sqrt{2}\times 3\sqrt{2}\times 4\sqrt{2}=24\sqrt{2}$

답 $24\sqrt{2}$

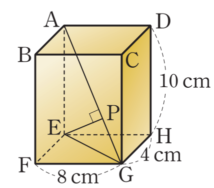
02 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm라 하면
$\sqrt{3}a=6$ $\therefore a=2\sqrt{3}$
따라서 구의 반지름의 길이가 $\sqrt{3}$ cm이므로 구하는 부피는
$\frac{4}{3}\pi\times(\sqrt{3})^3=4\sqrt{3}\pi(\text{cm}^3)$

답 ①

02-1 $\overline{DM}=\overline{MF}=\overline{FN}=\overline{ND}$이므로 □DMFN은 마름모이다.
$\overline{MN}=\overline{EG}=6\sqrt{2}$(cm), $\overline{DF}=6\sqrt{3}$(cm)이므로
$\square DMFN=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{2}\times 6\sqrt{3}$
$=18\sqrt{6}(\text{cm}^2)$

답 $18\sqrt{6}\text{ cm}^2$

03 $\overline{EG}$를 그으면
$\overline{EG}=\sqrt{8^2+4^2}$
$=4\sqrt{5}$(cm)
$\overline{AG}=\sqrt{8^2+4^2+10^2}$
$=6\sqrt{5}$(cm)

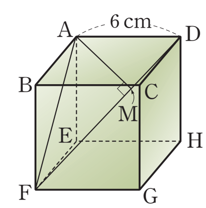


$\triangle AEG$에서
$\overline{AE}\times\overline{EG}=\overline{AG}\times\overline{EP}$이므로
$10\times 4\sqrt{5}=6\sqrt{5}\times\overline{EP}$
$\therefore \overline{EP}=\frac{20}{3}$(cm)

답 ④

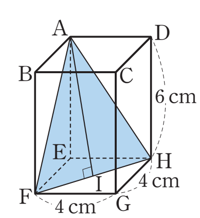
> 한 변의 길이가 a인 정사각형의 대각선의 길이
> ➡ $\sqrt{2}a$
> 한 모서리의 길이가 a인 정육면체의 대각선의 길이 ➡ $\sqrt{3}a$

03-1 $\overline{AF}$를 그으면
$\overline{AF}=6\sqrt{2}$(cm),
$\overline{DF}=6\sqrt{3}$(cm)
$\triangle AFD$에서
$\overline{AF}\times\overline{AD}=\overline{DF}\times\overline{AM}$
이므로
$6\sqrt{2}\times 6=6\sqrt{3}\times\overline{AM}$
$\therefore \overline{AM}=2\sqrt{6}$(cm)



답 $2\sqrt{6}$ cm

04 $\overline{AF}=\overline{AH}=\sqrt{4^2+6^2}$
$=2\sqrt{13}$(cm)
$\overline{FH}=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$(cm)
점 A에서 $\overline{FH}$에 내린 수선의 발을 I라 하면
$\triangle AFI$에서
$\overline{AI}=\sqrt{(2\sqrt{13})^2-(2\sqrt{2})^2}$
$=2\sqrt{11}$(cm)
$\therefore \triangle AFH$
$=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{2}\times 2\sqrt{11}$
$=4\sqrt{22}(\text{cm}^2)$



> $\overline{FI}=\overline{IH}=\frac{1}{2}\overline{FH}$
> $=2\sqrt{2}$(cm)

답 $4\sqrt{22}\text{ cm}^2$

04-1 사면체 F-ABC의 부피는
$\frac{1}{3}\times\triangle ABC\times\overline{BF}=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times 6\times 6\right)\times 6$
$=36(\text{cm}^3)$

$\overline{AF}=\overline{FC}=\overline{CA}=6\sqrt{2}$(cm)에서 △AFC는 한 변의 길이가 $6\sqrt{2}$cm인 정삼각형이므로

$\triangle AFC=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(6\sqrt{2})^2$

$=18\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

이때 사면체 B-AFC의 부피는 $36\,\text{cm}^3$이므로

(사면체 B-AFC의 부피)=(사면체 F-ABC의 부피)

$\frac{1}{3}\times\triangle AFC\times\overline{BI}=\frac{1}{3}\times18\sqrt{3}\times\overline{BI}=36$

$\therefore\ \overline{BI}=2\sqrt{3}$(cm)

답 $2\sqrt{3}$cm

05 한 모서리의 길이를 a라 하면

$\frac{\sqrt{6}}{3}\times a=3\sqrt{6}\qquad\therefore\ a=9$

따라서 정사면체의 부피는

$\frac{\sqrt{2}}{12}\times9^3=\frac{243\sqrt{2}}{4}$

답 ②

05-1 ① $\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=9$

② $\overline{CM}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times18=9\sqrt{3}$

③ $\overline{MH}=\frac{1}{3}\overline{CM}=3\sqrt{3}$

점 H는 △ABC의 무게중심이므로 $\overline{CH}:\overline{HM}=2:1$

④ $\overline{AH}=\frac{2}{3}\overline{CM}=6\sqrt{3}$

⑤ $\overline{OH}=\frac{\sqrt{6}}{3}\times18=6\sqrt{6}$

답 ⑤

06 점 H는 △ABC의 무게중심이므로

$\overline{DH}=\frac{1}{3}\overline{DC}=\frac{1}{3}\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\times12\right)$

$=2\sqrt{3}$(cm)

$\overline{OH}=\frac{\sqrt{6}}{3}\times12=4\sqrt{6}$(cm)

$\therefore\ \triangle ODH=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times4\sqrt{6}$

$=12\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

답 ②

06-1 $\overline{DH}$의 연장선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 M이라 하면 점 H는 △BCD의 무게중심이므로

$\overline{DH}=\frac{2}{3}\overline{DM}=\frac{2}{3}\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\times8\right)=\frac{8\sqrt{3}}{3}$

$\overline{AH}=\frac{\sqrt{6}}{3}\times8=\frac{8\sqrt{6}}{3}$

$\therefore\ \triangle AHD=\frac{1}{2}\times\frac{8\sqrt{3}}{3}\times\frac{8\sqrt{6}}{3}$

$=\frac{32\sqrt{2}}{3}$

답 $\frac{32\sqrt{2}}{3}$

필수유형 다지기

▸ 48~49쪽

01 밑면인 원의 반지름의 길이를 r라 하면

$2\pi r=6\sqrt{5}\pi\qquad\therefore\ r=3\sqrt{5}$(cm)

원뿔의 높이를 h라 하면

$h=\sqrt{9^2-(3\sqrt{5})^2}=6$(cm)

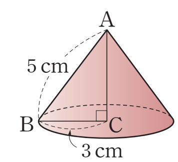
따라서 구하는 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times(3\sqrt{5})^2\times6=90\pi(\text{cm}^3)$

답 ④

01-1 $\overline{AC}=\sqrt{5^2-3^2}=4$(cm)

회전체는 오른쪽 그림과 같은 원뿔이 되므로 구하는 부피는



$\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times4=12\pi(\text{cm}^3)$

답 $12\pi\,\text{cm}^3$

01-2 원뿔의 모선의 길이가 13cm, 밑면의 반지름의 길이가 5cm이므로 높이를 h라 하면

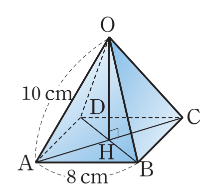
$h=\sqrt{13^2-5^2}=12$(cm)

따라서 구하는 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times5^2\times12=100\pi(\text{cm}^3)$

답 ⑤

02 꼭짓점 O에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AC}$

△ABC에서 $\overline{AC}=\sqrt{8^2+8^2}=8\sqrt{2}$(cm)

$=4\sqrt{2}$(cm)

이므로 △OAH에서

$\overline{OH}=\sqrt{10^2-(4\sqrt{2})^2}$

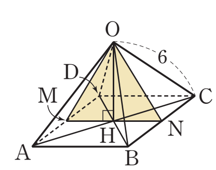
$=2\sqrt{17}$(cm)

따라서 구하는 부피는

$\frac{1}{3}\times8^2\times2\sqrt{17}=\frac{128\sqrt{17}}{3}(\text{cm}^3)$

답 $\frac{128\sqrt{17}}{3}\text{cm}^3$

02-1 꼭짓점 O에서 $\overline{MN}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{CH}=\frac{1}{2}\overline{AC}=3\sqrt{2}$

△ABC에서 $\overline{AC}=\sqrt{6^2+6^2}=6\sqrt{2}$

이므로 △OCH에서

$\overline{OH}=\sqrt{6^2-(3\sqrt{2})^2}=3\sqrt{2}$

$\therefore\ \triangle OMN=\frac{1}{2}\times6\times3\sqrt{2}$

$=9\sqrt{2}$

답 ③

LECTURE BOOK

03 $\overline{AB}=\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}\,(\text{cm})$

따라서 단면인 원의 넓이는

$\pi\times(4\sqrt{2})^2=32\pi\,(\text{cm}^2)$

답 $32\pi\ \text{cm}^2$

> 구를 평면으로 자른 단면은 원이다.

03-1 단면인 원의 반지름의 길이를 r라 하면

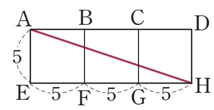
$\pi r^2=36\pi \qquad \therefore r=6$

따라서 구하는 거리는

$\sqrt{8^2-6^2}=2\sqrt{7}$

답 $2\sqrt{7}$

04 최단 거리는 오른쪽 전개도에서 $\overline{AH}$의 길이와 같으므로

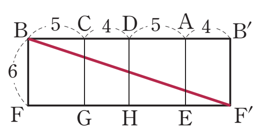


$\overline{AH}=\sqrt{(5+5+5)^2+5^2}$

$=5\sqrt{10}$

답 ④

04-1 최단 거리는 오른쪽 전개도에서 $\overline{BF'}$의 길이와 같으므로



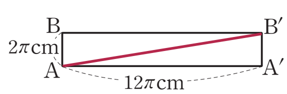
$\overline{BF'}$

$=\sqrt{(5+4+5+4)^2+6^2}$

$=6\sqrt{10}$

답 ③

05 최단 거리는 오른쪽 전개도에서 $\overline{AB'}$의 길이와 같으므로



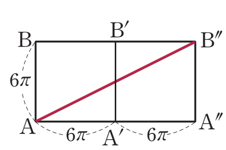
$\overline{AB'}=\sqrt{(12\pi)^2+(2\pi)^2}$

$=2\sqrt{37}\pi\,(\text{cm})$

답 ④

> 원기둥의 전개도에서 옆면의 가로의 길이는 밑면의 둘레의 길이와 같다.

05-1 최단 거리는 오른쪽 전개도에서 $\overline{AB''}$의 길이와 같으므로



$\overline{AB''}$

$=\sqrt{(6\pi+6\pi)^2+(6\pi)^2}$

$=6\sqrt{5}\pi$

답 $6\sqrt{5}\pi$

발전유형 익히기

▸ 50~51쪽

01 $\overline{CG}:\overline{CM}=2:3$이므로 $\overline{CM}=6\,(\text{cm})$

$\triangle ABC$의 한 변의 길이를 a라 하면

$\dfrac{\sqrt{3}}{2}a=6 \qquad \therefore a=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\therefore \triangle ABC=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times(4\sqrt{3})^2$

$=12\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

답 $12\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

Q BOX

> 삼각형의 무게중심과 세 꼭짓점을 연결하여 만든 3개의 삼각형의 넓이는 모두 같다.

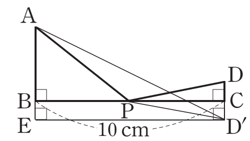
01-1 $\triangle ABC=3\triangle BCG=3\times6\sqrt{3}=18\sqrt{3}$

$\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times\overline{AB}^2=18\sqrt{3}$이므로

$\overline{AB}^2=72 \qquad \therefore \overline{AB}=6\sqrt{2}$

답 $6\sqrt{2}$

02 점 D의 $\overline{BC}$에 대한 대칭점을 D′이라 하면



$\overline{AP}+\overline{DP}$

$=\overline{AP}+\overline{D'P}$

$\geq\overline{AD'}$

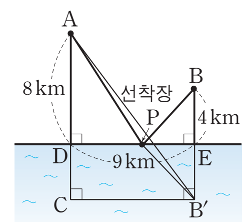
$=\sqrt{5^2+10^2}=5\sqrt{5}\,(\text{cm})$

따라서 구하는 최솟값은 $5\sqrt{5}\,\text{cm}$이다.

답 $5\sqrt{5}\,\text{cm}$

> $\overline{BE}=\overline{CD'}=\overline{CD}$
> $=1\,(\text{cm})$
> 이므로
> $\overline{AE}=4+1=5\,(\text{cm})$
> $\overline{ED'}=\overline{BC}=10\,(\text{cm})$

02-1 두 점 A, B에서 강가에 내린 수선의 발을 각각 D, E라 하고, 점 B의 $\overline{DE}$에 대한 대칭점을 B′이라 하면



$\overline{AP}+\overline{BP}=\overline{AP}+\overline{PB'}$

$\geq\overline{AB'}$

$=\sqrt{12^2+9^2}=15\,(\text{km})$

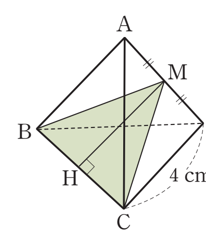
답 ③

> $\overline{CD}=\overline{B'E}=\overline{BE}$
> $=4\,(\text{km})$
> 이므로
> $\overline{AC}=8+4=12\,(\text{km})$
> $\overline{CB'}=\overline{DE}=9\,(\text{km})$

03 $\overline{MB}=\overline{MC}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times4$

$=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$

점 M에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{BH}=\overline{CH}=2\,(\text{cm})$

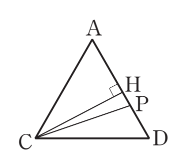
이므로

$\overline{MH}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-2^2}=2\sqrt{2}\,(\text{cm})$

$\therefore \triangle MBC=\dfrac{1}{2}\times4\times2\sqrt{2}=4\sqrt{2}\,(\text{cm}^2)$

답 ②

03-1 점 C에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{CH}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times6=3\sqrt{3}$

$\overline{DH}=\dfrac{1}{2}\overline{AD}=3,\ \overline{PD}=\dfrac{1}{3}\overline{AD}=2$이므로

$\overline{HP}=3-2=1$

$\triangle CPH$에서

$\overline{CP}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+1^2}=2\sqrt{7}$

$\overline{BP}=\overline{CP}=2\sqrt{7}$이므로 $\triangle PBC$의 둘레의 길이는

$2\sqrt{7}+2\sqrt{7}+6=2(2\sqrt{7}+3)$

답 $2(2\sqrt{7}+3)$

04 원뿔의 전개도에서 부채꼴의 중심각의 크기를 $\angle x$라 하면

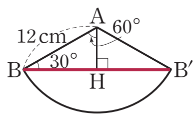
$2\pi\times12\times\frac{\angle x}{360^\circ}=2\pi\times4$

(부채꼴의 호의 길이) =(밑면의 둘레의 길이)

$\therefore \angle x=120^\circ$

오른쪽 전개도에서

$12 : \overline{BH}=2 : \sqrt{3}$



세 내각의 크기가 30°, 60°, 90°인 직각삼각형의 세 변의 길이의 비 ➡ $1 : \sqrt{3} : 2$

$\therefore \overline{BH}=6\sqrt{3}$ (cm)

최단 거리는 $\overline{BB'}$의 길이와 같으므로

$\overline{BB'}=2\overline{BH}=12\sqrt{3}$ (cm)

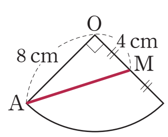
답 $12\sqrt{3}$ cm

04-1 원뿔의 전개도에서 부채꼴의 중심각의 크기를 $\angle x$라 하면

$2\pi\times8\times\frac{\angle x}{360^\circ}=2\pi\times2$

$\therefore \angle x=90^\circ$

최단 거리는 오른쪽 전개도에서 $\overline{AM}$의 길이와 같으므로



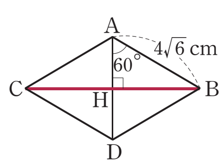
$\overline{AM}=\sqrt{8^2+4^2}$

$=4\sqrt{5}$ (cm)

답 ④

05 최단 거리는 오른쪽 전개도에서 $\overline{CB}$의 길이와 같다.

이때 △ABD가 정삼각형이므로



$\overline{HB}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times4\sqrt{6}=6\sqrt{2}$ (cm)

$\therefore \overline{CB}=2\overline{HB}=12\sqrt{2}$ (cm)

답 $12\sqrt{2}$ cm

05-1 △ABC에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$, $\angle ABC=75^\circ$이므로

$\angle BAC=180^\circ-2\times75^\circ=30^\circ$

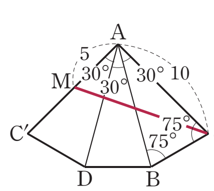
오른쪽 전개도에서

$\angle DAB=\angle DAC'$

$=\angle BAC$

$=30^\circ$

이므로



△ABC≡△ADB ≡△AC′D (SSS 합동)

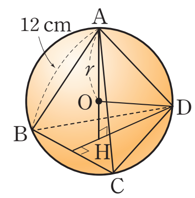
$\angle C'AC=90^\circ$

최단 거리는 위의 전개도에서 $\overline{MC}$의 길이와 같으므로 △AMC에서

$\overline{MC}=\sqrt{10^2+5^2}=5\sqrt{5}$

답 $5\sqrt{5}$

06 정사면체의 꼭짓점 A에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=\frac{\sqrt{6}}{3}\times12$

$=4\sqrt{6}$ (cm)

한 모서리의 길이가 a인 정사면체의 높이 ➡ $\frac{\sqrt{6}}{3}a$

점 H가 △BCD의 무게중심이므로

$\overline{DH}=\frac{2}{3}\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\times12\right)=4\sqrt{3}$ (cm)

구의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{OD}=r$ cm, $\overline{OH}=(4\sqrt{6}-r)$ cm

△OHD에서

$r^2=(4\sqrt{6}-r)^2+(4\sqrt{3})^2$, $8\sqrt{6}r=144$

$\therefore r=3\sqrt{6}$

답 $3\sqrt{6}$ cm

06-1 정육면체의 대각선이 구의 지름이므로 구의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2r=4\sqrt{3}$ $\quad\therefore r=2\sqrt{3}$

따라서 구하는 구의 부피는

$\frac{4}{3}\pi\times(2\sqrt{3})^3=32\sqrt{3}\pi$ (cm³)

답 ②

중단원 마무리

▸ 52~55쪽

01 ③	**02** ②	**03** $\frac{3}{5}$	**04** ⑤
05 ④	**06** ④	**07** ③	**08** $2\sqrt{5}$
09 10	**10** 30 cm	**11** ②	**12** $\frac{9\sqrt{2}}{4}$
13 ⑤	**14** ②	**15** $27(1+\sqrt{3})\pi$ cm³	
16 ④	**17** $5\sqrt{3}$		
18 $\angle B=90^\circ$인 직각이등변삼각형			
19 216π cm³		**20** ③	
21 $3\sqrt{11}$ cm²		**22** ③	
23 $2(2-\sqrt{3})$ cm²		**24** $6\sqrt{2}$ cm	**25** 756π cm³

01 $\overline{AB}=x$ cm라 하면 $\overline{BO}=\frac{1}{2}x$ cm이므로

△ABO에서

$x^2+\left(\frac{1}{2}x\right)^2=5^2$, $x^2=20$ $\quad\therefore x=2\sqrt{5}$

따라서 구하는 대각선의 길이는

$2\sqrt{5}\times\sqrt{2}=2\sqrt{10}$ (cm)

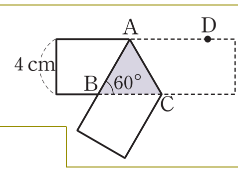
답 ③

Q BOX

02 외접원의 지름의 길이는 정사각형의 대각선의 길이와 같으므로 $8\sqrt{2}\,\text{cm}$
내접원의 지름의 길이는 정사각형의 한 변의 길이와 같으므로 $8\,\text{cm}$
∴ (색칠한 부분의 넓이)
=(외접원의 넓이)−(정사각형의 넓이)
+(내접원의 넓이)
$=\pi\times(4\sqrt{2})^2-8^2+\pi\times4^2$
$=32\pi-64+16\pi$
$=16(3\pi-4)(\text{cm}^2)$
답 ②

03 $\overline{BD}=\sqrt{3^2+4^2}=5$
$\overline{AB}^2=\overline{BH}\times\overline{BD}$이므로
$3^2=\overline{BH}\times5 \quad \therefore \overline{BH}=\dfrac{9}{5}$
$\overline{AB}\times\overline{AD}=\overline{BD}\times\overline{AH}$이므로
$3\times4=5\times\overline{AH} \quad \therefore \overline{AH}=\dfrac{12}{5}$
$\therefore \overline{AH}-\overline{BH}=\dfrac{3}{5}$
답 $\dfrac{3}{5}$

04 오른쪽 그림에서

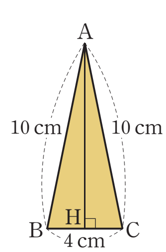


$\angle BCA=\angle DAC$
$=\angle BAC$
이때 $\angle ABC=60°$이므로 △ABC는 정삼각형이다.
△ABC의 높이가 $4\,\text{cm}$이므로
$\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\overline{AB}=4 \quad \therefore \overline{AB}=\dfrac{8\sqrt{3}}{3}(\text{cm})$
$\therefore \triangle ABC=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times\left(\dfrac{8\sqrt{3}}{3}\right)^2$
$=\dfrac{16\sqrt{3}}{3}(\text{cm}^2)$
답 ⑤

엇각

접은 각

05 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



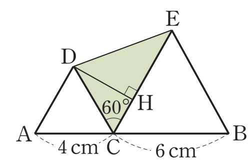
$\overline{BH}=\overline{CH}=2(\text{cm})$
△ABH에서
$\overline{AH}=\sqrt{10^2-2^2}=4\sqrt{6}(\text{cm})$
$\therefore \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times4\times4\sqrt{6}$
$=8\sqrt{6}(\text{cm}^2)$
답 ④

06 △ABC에서 $\overline{AB}:\overline{BC}=1:\sqrt{2}$이므로
$4:\overline{BC}=1:\sqrt{2} \quad \therefore \overline{BC}=4\sqrt{2}(\text{cm})$

직각이등변삼각형의 세 변의 길이의 비
➡ $1:1:\sqrt{2}$
세 내각의 크기가 30°, 60°, 90°인 직각삼각형의 세 변의 길이의 비
➡ $1:\sqrt{3}:2$

△BCD에서 $\overline{BC}:\overline{CD}=\sqrt{3}:1$이므로
$4\sqrt{2}:\overline{CD}=\sqrt{3}:1 \quad \therefore \overline{CD}=\dfrac{4\sqrt{6}}{3}(\text{cm})$
$\therefore \triangle BCD=\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times\dfrac{4\sqrt{6}}{3}$
$=\dfrac{16\sqrt{3}}{3}(\text{cm}^2)$
답 ④

07 점 D에서 $\overline{CE}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



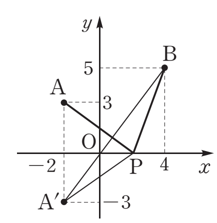
△DCH에서
$\overline{DC}=4\,\text{cm}$,
$\angle DCH=60°$이므로
$4:\overline{DH}=2:\sqrt{3} \quad \therefore \overline{DH}=2\sqrt{3}(\text{cm})$
$\therefore \triangle DCE=\dfrac{1}{2}\times6\times2\sqrt{3}$
$=6\sqrt{3}(\text{cm}^2)$
답 ③

$\angle ACD=60°$,
$\angle ECB=60°$이므로
$\angle DCH=60°$

08 $y=-x^2+4x-1=-(x-2)^2+3$
이므로 $A(2,\ 3)$
그래프의 y절편이 -1이므로 $B(0,\ -1)$
$\therefore \overline{AB}=\sqrt{(0-2)^2+(-1-3)^2}$
$=2\sqrt{5}$
답 $2\sqrt{5}$

$y=-x^2+4x-1$
$=-(x^2-4x+4)+4-1$
$=-(x-2)^2+3$

09 점 A의 x축에 대한 대칭점을 A′이라 하면



$A'(-2,\ -3)$
$\overline{AP}+\overline{BP}$
$=\overline{A'P}+\overline{BP}$
$\geq\overline{A'B}$
$=\sqrt{\{4-(-2)\}^2+\{5-(-3)\}^2}$
$=10$
따라서 $\overline{AP}+\overline{BP}$의 최솟값은 10이다.
답 10

10 $\overline{EG}=\sqrt{8^2+6^2}=10(\text{cm})$이므로
$\overline{EO}=\dfrac{1}{2}\overline{EG}=5(\text{cm})$
△AEO에서
$\overline{OA}=\sqrt{12^2+5^2}=13(\text{cm})$
따라서 △AEO의 둘레의 길이는
$\overline{AE}+\overline{EO}+\overline{OA}=12+5+13=30(\text{cm})$
답 30 cm

11 △ABP에서
$\overline{BP}=\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5}(\text{cm})$
△PBQ에서
$\overline{PQ}=\sqrt{(4\sqrt{5})^2+4^2}=4\sqrt{6}(\text{cm})$
같은 방법으로 하면 $\overline{QR}=\overline{PR}=4\sqrt{6}(\text{cm})$

따라서 $\triangle$PQR는 정삼각형이므로

$\triangle PQR=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times(4\sqrt{6})^2=24\sqrt{3}\,(cm^2)$

답 ②

12 $\overline{CH}=\dfrac{3}{2}\overline{CG}=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

정사면체의 한 모서리의 길이를 a라 하면

$\dfrac{\sqrt{3}}{2}a=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\qquad\therefore a=3$

따라서 정사면체의 부피는

$\dfrac{\sqrt{2}}{12}\times 3^3=\dfrac{9\sqrt{2}}{4}$ 답 $\dfrac{9\sqrt{2}}{4}$

> 한 모서리의 길이가 a인 정사면체의 부피
> ➡ $\dfrac{\sqrt{2}}{12}a^3$

13 ① $\overline{DN}=\dfrac{1}{2}\overline{AD}=4$

② $\overline{CN}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 8=4\sqrt{3}$

> 한 변의 길이가 a인 정삼각형의 높이
> ➡ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$

③ $\overline{MN}=\dfrac{1}{2}\overline{BD}=4$

④ $\triangle CDN=\dfrac{1}{2}\triangle ACD=\dfrac{1}{2}\times\left(\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times 8^2\right)$

$=8\sqrt{3}$

⑤ $\triangle CNM=\dfrac{1}{2}\times 4\times\sqrt{(4\sqrt{3})^2-2^2}=4\sqrt{11}$

> $\triangle$CNM은 $\overline{CN}=\overline{CM}$인 이등변삼각형이므로
> (높이)
> $=\sqrt{\overline{CN}^2-\left(\dfrac{1}{2}\overline{MN}\right)^2}$

답 ⑤

14 $\triangle$OAB에서 $\overline{OA}:\overline{OB}=2:\sqrt{3}$이므로

$6:\overline{OB}=2:\sqrt{3}\qquad\therefore \overline{OB}=3\sqrt{3}\,(cm)$

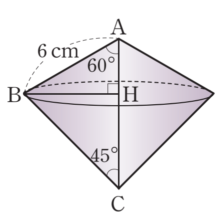
$\overline{OA}:\overline{AB}=2:1$이므로

$6:\overline{AB}=2:1\qquad\therefore \overline{AB}=3\,(cm)$

따라서 원뿔의 부피는

$\dfrac{1}{3}\times\pi\times 3^2\times 3\sqrt{3}=9\sqrt{3}\pi\,(cm^3)$ 답 ②

15 회전체는 오른쪽 그림과 같고 점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하자.



$\triangle$ABH에서

$\overline{AH}:\overline{AB}=1:2$이므로

$\overline{AH}:6=1:2$

$\therefore \overline{AH}=3\,(cm)$

$\overline{BH}:\overline{AB}=\sqrt{3}:2$이므로 $\overline{BH}:6=\sqrt{3}:2$

$\therefore \overline{BH}=3\sqrt{3}\,(cm)$

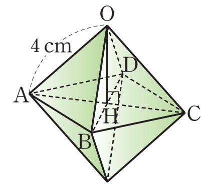
$\overline{CH}=\overline{BH}=3\sqrt{3}\,(cm)$이므로 구하는 부피는

$\dfrac{1}{3}\times\pi\times(3\sqrt{3})^2\times 3+\dfrac{1}{3}\times\pi\times(3\sqrt{3})^2\times 3\sqrt{3}$

$=27\pi+27\sqrt{3}\pi=27(1+\sqrt{3})\pi\,(cm^3)$

답 $27(1+\sqrt{3})\pi$ cm^3

16 구하는 정팔면체의 부피는 모든 모서리의 길이가 4 cm인 정사각뿔의 부피의 2배이다.



$\overline{AH}=\dfrac{1}{2}\overline{AC}=2\sqrt{2}\,(cm)$

이므로 $\triangle$OAH에서

$\overline{OH}=\sqrt{4^2-(2\sqrt{2})^2}=2\sqrt{2}\,(cm)$

$\therefore$ (정사각뿔의 부피)$=\dfrac{1}{3}\times 4^2\times 2\sqrt{2}$

$=\dfrac{32\sqrt{2}}{3}\,(cm^3)$

> (뿔의 부피)
> $=\dfrac{1}{3}\times$(밑넓이)$\times$(높이)

따라서 구하는 정팔면체의 부피는

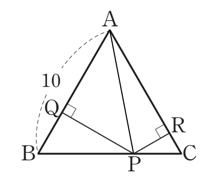
$\dfrac{32\sqrt{2}}{3}\times 2=\dfrac{64\sqrt{2}}{3}\,(cm^3)$ 답 ④

17

채점 기준	점수
$\triangle$ABC의 넓이 구하기	2
$\triangle ABP+\triangle ACP$의 넓이 구하기	2
$\overline{PQ}+\overline{PR}$의 길이 구하기	2

$\triangle ABC=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times 10^2$

$=25\sqrt{3}$ • 2점



$\overline{AP}$를 그으면

$\triangle ABP+\triangle ACP$

$=\dfrac{1}{2}\times 10\times\overline{PQ}+\dfrac{1}{2}\times 10\times\overline{PR}$

$=5(\overline{PQ}+\overline{PR})$ • 2점

즉 $5(\overline{PQ}+\overline{PR})=25\sqrt{3}$이므로

$\overline{PQ}+\overline{PR}=5\sqrt{3}$ • 2점

답 $5\sqrt{3}$

18

채점 기준	점수
$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$의 길이 구하기	3
어떤 삼각형인지 말하기	3

$\overline{AB}=\sqrt{(-1-2)^2+(-1-0)^2}=\sqrt{10}$

$\overline{BC}=\sqrt{\{-2-(-1)\}^2+\{2-(-1)\}^2}=\sqrt{10}$

$\overline{CA}=\sqrt{\{2-(-2)\}^2+(0-2)^2}=2\sqrt{5}$ • 3점

따라서 $\overline{AB}=\overline{BC}$이고 $\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=\overline{CA}^2$이므로

$\triangle$ABC는 $\angle B=90°$인 직각이등변삼각형이다.

• 3점

답 $\angle B=90°$인 직각이등변삼각형

19

채점 기준	점수
밑면의 반지름의 길이 구하기	3
원뿔의 부피 구하기	3

$\overline{OH}=\overline{AH}-\overline{OA}=18-10=8\,(cm)$

$\triangle$OHC에서

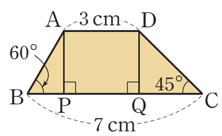
$\overline{CH}=\sqrt{10^2-8^2}=6\,(cm)$ • 3점

따라서 구하는 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times6^2\times18=216\pi(\text{cm}^3)$ • 3점

답 $216\pi\,\text{cm}^3$

20 점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 P, Q라 하자.



$\overline{AP}=x\,\text{cm}$라 하면

$\overline{AP}:\overline{BP}=\sqrt{3}:1$이므로

$x:\overline{BP}=\sqrt{3}:1$

$\therefore \overline{BP}=\frac{\sqrt{3}}{3}x(\text{cm})$

$\overline{QC}=\overline{DQ}=\overline{AP}=x\,\text{cm}$이므로

$\frac{\sqrt{3}}{3}x+3+x=7$

$\frac{3+\sqrt{3}}{3}x=4$에서

$x=4\times\frac{3}{3+\sqrt{3}}$

$=\frac{12(3-\sqrt{3})}{(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})}$

$=2(3-\sqrt{3})$

$\therefore x=2(3-\sqrt{3})$

$\therefore \square ABCD=\frac{1}{2}\times(3+7)\times2(3-\sqrt{3})$

$=10(3-\sqrt{3})(\text{cm}^2)$

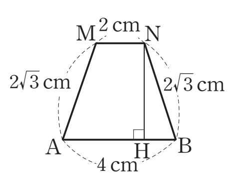
답 ③

21 $\overline{AM}=\overline{BN}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times4=2\sqrt{3}(\text{cm})$

$\triangle ODC$에서 $\overline{OM}=\overline{MD}$, $\overline{ON}=\overline{NC}$이므로

$\overline{MN}=\frac{1}{2}\,\overline{CD}=\frac{1}{2}\times4=2(\text{cm})$

점 N에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle NHB$에서



$\overline{NH}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-1^2}$

$=\sqrt{11}(\text{cm})$

$\square ABNM$은 등변사다리꼴이므로

$\overline{BH}=\frac{1}{2}\times(4-2)$

$=1(\text{cm})$

$\therefore \square ABNM=\frac{1}{2}\times(2+4)\times\sqrt{11}$

$=3\sqrt{11}(\text{cm}^2)$

답 $3\sqrt{11}\,\text{cm}^2$

22 오른쪽 전개도에서

$\angle BAE=90°$

$\triangle BAC\equiv\triangle CAD$

$\equiv\triangle DAB'$

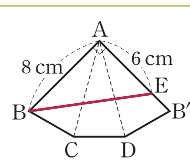
(SSS 합동)

이므로

$\angle BAC=\angle CAD$

$=\angle DAB'$

$=30°$



구하는 최단 거리는 $\overline{BE}$의 길이와 같으므로

$\overline{BE}=\sqrt{8^2+6^2}=10(\text{cm})$

답 ③

23

채점 기준	점수
$\overline{AP}$, $\overline{BP}$의 길이 구하기	2
$\overline{PQ}$의 길이 구하기	2
$\square PQRS$의 넓이 구하기	2

$\triangle ABP$에서 $\overline{AB}:\overline{AP}=2:1$이므로

$2:\overline{AP}=2:1$

$\therefore \overline{AP}=1(\text{cm})$

또 $\overline{AB}:\overline{BP}=2:\sqrt{3}$이므로

$2:\overline{BP}=2:\sqrt{3}$

$\therefore \overline{BP}=\sqrt{3}(\text{cm})$ • 2점

$\triangle ABP\equiv\triangle BCQ$이므로 $\overline{AP}=\overline{BQ}$

$\therefore \overline{PQ}=\overline{BP}-\overline{BQ}=\overline{BP}-\overline{AP}$

$=\sqrt{3}-1(\text{cm})$ • 2점

$\therefore \square PQRS=(\sqrt{3}-1)^2$

$=4-2\sqrt{3}$

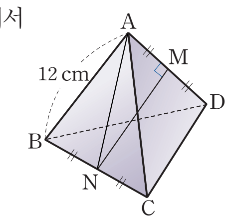
$=2(2-\sqrt{3})(\text{cm}^2)$ • 2점

답 $2(2-\sqrt{3})\text{cm}^2$

24

채점 기준	점수
$\overline{AN}$의 길이 구하기	2
$\overline{AM}$의 길이 구하기	1
$\overline{MN}$의 길이 구하기	3

$\overline{AN}$을 그으면 $\triangle ABC$에서



$\overline{AN}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times12$

$=6\sqrt{3}(\text{cm})$ • 2점

$\overline{AM}=\overline{MD}$

$=6(\text{cm})$ • 1점

$\overline{AN}=\overline{DN}$이므로 $\triangle AND$는 이등변삼각형이고, 점 M이 $\overline{AD}$의 중점이므로 $\overline{AD}\perp\overline{NM}$이다.

따라서 $\triangle ANM$은 직각삼각형이다.

$\triangle ANM$에서

$\overline{MN}=\sqrt{(6\sqrt{3})^2-6^2}=6\sqrt{2}(\text{cm})$ • 3점

답 $6\sqrt{2}\,\text{cm}$

25

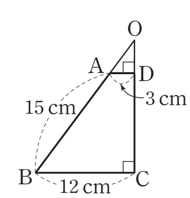
채점 기준	점수
$\overline{OA}$의 길이 구하기	2
$\overline{OD}$, $\overline{OC}$의 길이 구하기	2
원뿔대의 부피 구하기	2

$\overline{BA}$와 $\overline{CD}$의 연장선의 교점을 O라 하면

$\triangle OAD\backsim\triangle OBC$

(AA 닮음)

이므로



$\overline{OA}:(\overline{OA}+15)=3:12=1:4$

$\overline{OA}+15=4\overline{OA}$, $3\overline{OA}=15$

$\therefore \overline{OA}=5(\text{cm})$ • 2점

$\overline{OD}=\sqrt{5^2-3^2}=4(\text{cm})$이므로

$\overline{OC}=4\overline{OD}=4\times4=16(\text{cm})$ • 2점

따라서 원뿔대의 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times12^2\times16-\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times4$

$=768\pi-12\pi$

$=756\pi(\text{cm}^3)$ • 2점

답 $756\pi\,\text{cm}^3$

최고수준 정복하기

▸ 56~57쪽

01 $\dfrac{2\sqrt{26}}{5}$cm **02** $\dfrac{9}{5}$ **03** $\dfrac{1}{2}ab$

04 23 **05** $1:\sqrt{3}$ **06** $3-\sqrt{3}$ **07** $\dfrac{66}{13}$

08 30 cm

01 △AEB, △AEF는 합동인 직각이등변삼각형이므로 $\overline{AB}=\overline{AF}=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$(cm)

$\overline{AF}:\overline{FC}=2:1$에서 $\overline{AF}:\overline{AC}=2:3$이므로

$\overline{AC}=\dfrac{3}{2}\overline{AF}=6\sqrt{2}$(cm)

$\angle BAE=\angle EAF=45°$에서 $\angle BAC=90°$이므로 △ABC에서

$\overline{BC}=\sqrt{(4\sqrt{2})^2+(6\sqrt{2})^2}=2\sqrt{26}$(cm)

$\overline{AD}$가 ∠A의 이등분선이므로

$\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}=4\sqrt{2}:6\sqrt{2}=2:3$

$\therefore\ \overline{CD}=\dfrac{3}{5}\overline{BC}=\dfrac{6\sqrt{26}}{5}$(cm)

$\overline{CG}:\overline{CD}=\overline{CF}:\overline{AC}=1:3$이므로

$\overline{CG}=\dfrac{1}{3}\overline{CD}=\dfrac{2\sqrt{26}}{5}$(cm)

답 $\dfrac{2\sqrt{26}}{5}$cm

> $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{FG}$이므로
> $\angle CFG=\angle CAD$ (동위각),
> ∠C는 공통이므로
> △CFG∽△CAD (AA닮음)

02 △ABD∽△FBE(AA 닮음)이므로

$\angle ADB=\angle FEB$

또 $\angle AED=\angle FEB$(맞꼭지각)이므로

$\angle AED=\angle ADE$

즉 △AED는 이등변삼각형이므로

$\overline{AE}=\overline{AD}=3$

$\overline{BE}$가 ∠B의 이등분선이므로

$6:\overline{BF}=3:x$ $\quad\therefore\ \overline{BF}=2x$

△ABF에서

$6^2=(2x)^2+(3+x)^2,\ 5x^2+6x-27=0$

$(x+3)(5x-9)=0$

$\therefore\ x=\dfrac{9}{5}$

답 $\dfrac{9}{5}$

03 $a^3-2a^2-4a=2b^2-ab^2-8$을 정리하면

$(a-2)b^2+a^3-2a^2-4a+8=0$

$b^2(a-2)+a^2(a-2)-4(a-2)=0$

$(a-2)(b^2+a^2-4)=0$

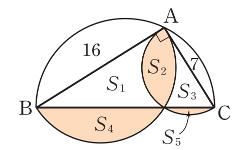
$\therefore\ a^2+b^2=4\ (\because\ a\neq 2)$

따라서 세 변의 길이가 a, b, 2인 삼각형은 빗변의 길이가 2인 직각삼각형이므로 구하는 넓이는

$\dfrac{1}{2}ab$

답 $\dfrac{1}{2}ab$

04 ($\overline{AB}$를 지름으로 하는 반원의 넓이)



$+$($\overline{AC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이)

$=$($\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이)

이므로

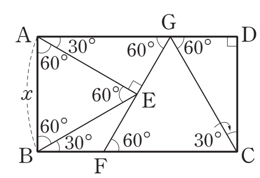
$(S_1+S_2+S_4)+(S_2+S_3+S_5)$

$=S_1+S_2+S_3+16+7$

$\therefore\ S_2+S_4+S_5=23$

답 23

05 $\overline{AB}=x$라 하면



△AEG에서

$\overline{AE}:\overline{AG}=\sqrt{3}:2$

$x:\overline{AG}=\sqrt{3}:2$

$\therefore\ \overline{AG}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}x$

△GCD에서

$\overline{CD}:\overline{GD}=\sqrt{3}:1$

$x:\overline{GD}=\sqrt{3}:1$ $\quad\therefore\ \overline{GD}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x$

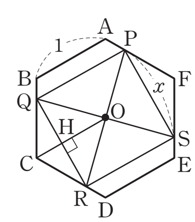
따라서 $\overline{BC}=\overline{AD}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}x+\dfrac{\sqrt{3}}{3}x=\sqrt{3}x$이므로

$\overline{AB}:\overline{BC}=x:\sqrt{3}x$

$=1:\sqrt{3}$

답 $1:\sqrt{3}$

06 정사각형의 대각선의 교점 O에서 $\overline{QR}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 △OHR는 직각이등변삼각형이므로 정사각형의 한 변의 길이를 x라 하면



$\overline{OH}=\overline{HR}=\dfrac{x}{2}$,

$\overline{HC}=\overline{OC}-\dfrac{x}{2}=1-\dfrac{x}{2}$

이때 정육각형의 한 내각의 크기는

$\dfrac{180°\times(6-2)}{6}=120°$이므로

> 정 n각형의 한 내각의 크기 ➡ $\dfrac{180°\times(n-2)}{n}$

$\angle HCR=60°$

따라서 △HCR에서 $\overline{HC}:\overline{HR}=1:\sqrt{3}$이므로

$\left(1-\dfrac{x}{2}\right):\dfrac{x}{2}=1:\sqrt{3}$

$\dfrac{x}{2}=\sqrt{3}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}x,\ (1+\sqrt{3})x=2\sqrt{3}$

$\therefore\ x=\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}=\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)$

$=3-\sqrt{3}$

답 $3-\sqrt{3}$

Q BOX

07 $\overline{FH}=\sqrt{9^2+12^2}=15$이고 $\overline{FQ}:\overline{QH}=4:11$이므로

$\overline{FQ}=4$, $\overline{QH}=11$

$\triangle BFH \backsim \triangle PRH$이므로 $\overline{PR}=x$라 하면

$\overline{BF}:\overline{PR}=\overline{FH}:\overline{RH}$

$12:x=15:\overline{RH}$ $\quad\therefore \overline{RH}=\frac{5}{4}x$

$\therefore \overline{QR}=11-\frac{5}{4}x$

또 $\triangle PQR \backsim \triangle DQH$이므로

$\overline{PR}:\overline{DH}=\overline{QR}:\overline{QH}$

$x:12=\left(11-\frac{5}{4}x\right):11$

$132-15x=11x$

$26x=132 \quad \therefore x=\frac{66}{13}$

답 $\frac{66}{13}$

> $\angle BFH=\angle PRH=90°$, $\angle PHR$는 공통이므로 $\triangle BFH \backsim \triangle PRH$ (AA 닮음)

> $\angle PRQ=\angle DHQ=90°$, $\angle PQR$는 공통이므로 $\triangle PQR \backsim \triangle DQH$ (AA 닮음)

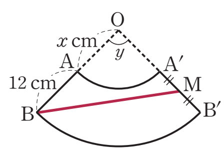
08 오른쪽 전개도에서

$x:(x+12)=3:6$

$=1:2$

이므로 $x+12=2x$

$\therefore x=12$



$\widehat{AA'}=2\pi\times12\times\frac{\angle y}{360°}=2\pi\times3$이므로

$\angle y=90°$

$\overline{A'M}=\frac{1}{2}\overline{A'B'}=6(\text{cm})$이므로

$\overline{OM}=18(\text{cm})$

구하는 최단 거리는 위의 전개도에서 $\overline{BM}$의 길이와 같으므로 $\triangle OBM$에서

$\overline{BM}=\sqrt{24^2+18^2}=30(\text{cm})$

답 30 cm

> 중심각의 크기가 $x°$이고 반지름의 길이가 r인 부채꼴의 호의 길이
> ➡ $2\pi\times r\times\frac{x°}{360°}$

> $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

Ⅵ 삼각비

1 삼각비

필수유형 다지기

▸ 61~63쪽

01 $\overline{AC}=\sqrt{(4\sqrt{5})^2-4^2}=8$

① $\sin B=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{8}{4\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

② $\tan B=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{8}{4}=2$

③ $\sin C=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{4}{4\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$

④ $\cos C=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{8}{4\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

⑤ $\tan C=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

답 ⑤

01-1 $\overline{AC}=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$이므로

$\sin B=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{\sqrt{5}}{3}$, $\cos B=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{2}{3}$,

$\tan B=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{\sqrt{5}}{2}$

$\therefore (\sin B+\cos B)(\tan B-1)$

$=\left(\frac{\sqrt{5}}{3}+\frac{2}{3}\right)\left(\frac{\sqrt{5}}{2}-1\right)=\frac{\sqrt{5}+2}{3}\times\frac{\sqrt{5}-2}{2}$

$=\frac{(\sqrt{5})^2-2^2}{6}=\frac{1}{6}$

답 ①

02 $\cos A=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{AB}}{10}=\frac{\sqrt{3}}{2}$에서 $\overline{AB}=5\sqrt{3}$

$\therefore \overline{BC}=\sqrt{10^2-(5\sqrt{3})^2}=5$

답 5

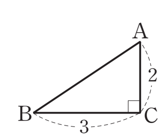
02-1 $\tan A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{y}{2}=3$에서 $y=6$ $\quad\therefore y^2=36$

$\therefore x^2=6^2+2^2=40$

$\therefore x^2+y^2=76$

답 76

03 $\tan B=\frac{2}{3}$이므로 오른쪽 그림에서



$\overline{AB}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$

따라서 $\sin A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{3}{\sqrt{13}}=\frac{3\sqrt{13}}{13}$,

$\cos A=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{2}{\sqrt{13}}=\frac{2\sqrt{13}}{13}$이므로

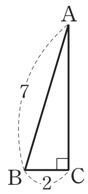
$\sin A+\cos A=\frac{5\sqrt{13}}{13}$

답 ④

03-1 $\cos B=\frac{2}{7}$이므로 오른쪽 그림에서

$\overline{AC}=\sqrt{7^2-2^2}=3\sqrt{5}$

$\therefore \tan B=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{3\sqrt{5}}{2}$



답 $\frac{3\sqrt{5}}{2}$

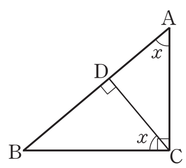
04 오른쪽 그림에서

$\angle BAC=90^\circ-\angle ACD$

$=\angle BCD=x$

(ㄹ) $\triangle ADC$에서

$\cos x=\frac{\overline{AD}}{\overline{AC}}$



답 (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ)

$\sin x=\frac{\overline{CD}}{\overline{AC}}$, $\tan x=\frac{\overline{CD}}{\overline{AD}}$

04-1 $\triangle ABC$에서

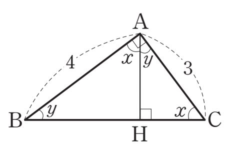
$\overline{BC}=\sqrt{4^2+3^2}=5$

$\angle C=\angle BAH=x$,

$\angle B=\angle CAH=y$

이므로

$\cos x+\cos y=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}+\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{3}{5}+\frac{4}{5}=\frac{7}{5}$



답 ②

05 정육면체의 한 모서리의 길이를 a라 하면

$\overline{AC}=\sqrt{2}a$, $\overline{AG}=\sqrt{3}a$

$\triangle ACG$는 $\angle ACG=90^\circ$인 직각삼각형이므로

$\sin x\times\cos x=\frac{\overline{CG}}{\overline{AG}}\times\frac{\overline{AC}}{\overline{AG}}$

$=\frac{a}{\sqrt{3}a}\times\frac{\sqrt{2}a}{\sqrt{3}a}=\frac{\sqrt{2}}{3}$

답 $\frac{\sqrt{2}}{3}$

한 변의 길이가 a인 정사각형의 대각선의 길이
➡ $\sqrt{2}a$
한 모서리의 길이가 a인 정육면체의 대각선의 길이
➡ $\sqrt{3}a$

05-1 $\overline{BH}=\frac{2}{3}\overline{BM}=\frac{2}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times12=4\sqrt{3}$,

$\overline{AH}=\frac{\sqrt{6}}{3}\times12=4\sqrt{6}$이므로

$\tan x=\frac{\overline{AH}}{\overline{BH}}=\frac{4\sqrt{6}}{4\sqrt{3}}=\sqrt{2}$

답 $\sqrt{2}$

한 변의 길이가 a인 정삼각형의 높이
➡ $\frac{\sqrt{3}}{2}a$

정사면체의 꼭짓점에서 밑면에 내린 수선의 발은 밑면의 무게중심과 일치한다.

06 ① $\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{1}{2}$

② $\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}+\sqrt{3}=\sqrt{3}$

③ $2\times1-2\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=-1$

④ $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2=1$

⑤ $1-\sqrt{3}\div\frac{\sqrt{3}}{2}=1-\sqrt{3}\times\frac{2}{\sqrt{3}}=-1$

답 ⑤

06-1 $A=\sin 30^\circ-\tan 45^\circ=\frac{1}{2}-1=-\frac{1}{2}$

$B=\cos 60^\circ+\tan 45^\circ=\frac{1}{2}+1=\frac{3}{2}$

$\therefore B^2-A^2=\left(\frac{3}{2}\right)^2-\left(-\frac{1}{2}\right)^2=2$

답 ④

07 $\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$이므로 $2x-15^\circ=45^\circ$

$10^\circ<x<50^\circ$에서
$5^\circ<2x-15^\circ<85^\circ$

$2x=60^\circ$ $\therefore x=30^\circ$

$\therefore \tan x\times\cos x=\tan 30^\circ\times\cos 30^\circ$

$=\frac{\sqrt{3}}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{2}$

답 ①

07-1 $\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$이므로 $90^\circ-2x=60^\circ$

$0^\circ<x<45^\circ$에서
$0^\circ<90^\circ-2x<90^\circ$

$2x=30^\circ$ $\therefore x=15^\circ$

$\therefore \tan 3x=\tan 45^\circ=1$

답 1

08 $\cos 60^\circ=\frac{3}{\overline{AC}}=\frac{1}{2}$에서 $\overline{AC}=6$

$\sin 45^\circ=\frac{\overline{AD}}{6}=\frac{\sqrt{2}}{2}$에서 $\overline{AD}=3\sqrt{2}$

답 $3\sqrt{2}$

08-1 $\tan 45^\circ=\frac{\overline{BC}}{6}=1$에서 $\overline{BC}=6$

$\sin 60^\circ=\frac{6}{\overline{BD}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$에서 $\overline{BD}=4\sqrt{3}$

답 ⑤

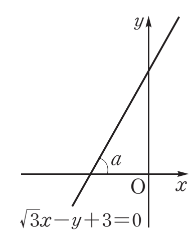
09 $\sqrt{3}x-y+3=0$에서

$y=\sqrt{3}x+3$

직선이 x축과 이루는 예각의 크기를 a라 하면

$\tan a=\sqrt{3}$

$\therefore a=60^\circ$



답 60°

09-1 (직선의 기울기)$=\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}$이므로 구하는 직선의 방정식은

$y=\frac{\sqrt{3}}{3}x-1$

답 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x-1$

필수유형 다지기

▸ 65~66쪽

01 $\triangle ABC$에서 $\cos x=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}$

$\triangle ADE$에서 $\tan x=\frac{\overline{DE}}{\overline{AD}}=\frac{\overline{DE}}{1}=\overline{DE}$

답 $\overline{AB}=\cos x$, $\overline{DE}=\tan x$

01-1 $\sin 50^\circ=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\frac{0.7660}{1}=0.7660$

$\cos 50^\circ=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\frac{0.6428}{1}=0.6428$

$\tan 50^\circ=\frac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\frac{1.1918}{1}=1.1918$

답 0.7660, 0.6428, 1.1918

02 (주어진 식)$=\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\times 1-(1-1)\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=1$ 답 ④

02-1 (주어진 식)$=1\times 0+(1-0)\times(1+1)$

$=2$ 답 2

03 $\sin 30^\circ<\sin 80^\circ<1=\tan 45^\circ<\tan 70^\circ$

답 ④

03-1 $45^\circ<A<90^\circ$일 때,

$\frac{\sqrt{2}}{2}<\sin A<1$, $0<\cos A<\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan A>1$

$\therefore \cos A<\sin A<\tan A$ 답 ③

04 (1) $0.2924+0.2493=0.5417$

(2) $\cos 15^\circ=0.9659$이므로 $x=15$

$\tan 18^\circ=0.3249$이므로 $y=18$

$\therefore y-x=3$

답 (1) 0.5417 (2) 3

04-1 $\sin x^\circ=\frac{309}{1000}=0.3090$

이때 $\sin 18^\circ=0.3090$이므로 $x=18$

답 ⑤

05 $\sin 25^\circ=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{x}{10}=0.4226$이므로

$x=4.226$

$\cos 25^\circ=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{y}{10}=0.9063$이므로

$y=9.063$

$\therefore x+y=13.289$

답 13.289

05-1 $\overline{AB}=\sin x=0.4540$

이때 $\sin 27^\circ=0.4540$이므로 $x=27^\circ$

$\overline{OB}=\cos 27^\circ=0.8910$

$\overline{CD}=\tan 27^\circ=0.5095$

$\therefore \overline{OB}+\overline{CD}=1.4005$

답 ③

삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

$0^\circ\le A<45^\circ$일 때, $\sin A<\cos A$

$45^\circ<A\le 90^\circ$일 때, $\sin A>\cos A$

$\frac{\sqrt{2}}{2}<\sin A<1$, $0<\cos A<\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sqrt{a^2}=\begin{cases} a & (a\ge 0)\\ -a & (a<0)\end{cases}$

발전유형 익히기

▸ 67쪽

01 $\triangle ABC$에서 $\angle B+\angle BAC=30^\circ$이므로

$\angle BAC=30^\circ-15^\circ=15^\circ$

$\therefore \overline{AC}=\overline{BC}=2$

$\triangle ACD$에서

$\sin 30^\circ=\frac{\overline{AD}}{2}=\frac{1}{2}$ $\therefore \overline{AD}=1$

$\cos 30^\circ=\frac{\overline{CD}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\therefore \overline{CD}=\sqrt{3}$

$\therefore \tan 15^\circ=\frac{\overline{AD}}{\overline{BD}}=\frac{1}{2+\sqrt{3}}=2-\sqrt{3}$ 답 ①

01-1 $\triangle DBC$에서

$\tan 45^\circ=\frac{\overline{CD}}{4}=1$ $\therefore \overline{CD}=4$

$\cos 45^\circ=\frac{4}{\overline{BD}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\therefore \overline{BD}=4\sqrt{2}$

$\therefore \overline{AD}=\overline{BD}=4\sqrt{2}$

$\angle A=\angle ABD$이고 $\angle A+\angle ABD=45^\circ$이므로

$2\angle A=45^\circ$ $\therefore \angle A=22.5^\circ$

$\therefore \tan 22.5^\circ=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{4}{4\sqrt{2}+4}=\sqrt{2}-1$

답 $\sqrt{2}-1$

01-2 $\overline{OB}=\overline{OA}=1$이고 $\angle BOC=180^\circ-135^\circ=45^\circ$이므로 $\triangle BOC$에서

$\cos 45^\circ=\frac{\overline{OC}}{1}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\therefore \overline{OC}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sin 45^\circ=\frac{\overline{BC}}{1}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\therefore \overline{BC}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore \tan x=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$

$=\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\div\frac{\sqrt{2}}{2}=\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\times\sqrt{2}$

$=\sqrt{2}+1$ 답 $\sqrt{2}+1$

02 $45^\circ<A<90^\circ$일 때, $0<\cos A<\sin A$이므로

$\sin A-\cos A>0$, $\sin A>0$

$\therefore$ (주어진 식)$=\sin A-\cos A-\sin A$

$=-\cos A$ 답 ②

02-1 $45^\circ<A<90^\circ$일 때, $0<\cos A<\sin A$이므로

$\cos A-\sin A<0$

$\therefore \sqrt{(\cos A-\sin A)^2}+\cos A$

$=-(\cos A-\sin A)+\cos A$

$=\sin A$

즉 $\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $A=60^\circ$

$\therefore \cos A=\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$ 답 $\frac{1}{2}$

02-2 $0° < A < 45°$일 때, $0 < \sin A < \cos A$이므로

$\sin A + \cos A > 0$, $\sin A - \cos A < 0$

$\therefore \sqrt{(\sin A+\cos A)^2} + \sqrt{(\sin A - \cos A)^2}$

$= \sin A + \cos A - (\sin A - \cos A)$

$= 2\cos A$

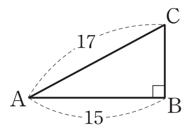
즉 $2\cos A = \dfrac{30}{17}$이므로

$\cos A = \dfrac{15}{17}$

오른쪽 그림에서

$\overline{BC} = \sqrt{17^2 - 15^2} = 8$

$\therefore \tan A = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \dfrac{8}{15}$



답 $\dfrac{8}{15}$

중단원 마무리

▸ 68~71쪽

01 ⑤	**02** ④	**03** ④	**04** $3\sqrt{3}$
05 $\dfrac{2\sqrt{2}}{5}$	**06** $\dfrac{1-\sqrt{3}}{2}$	**07** ④	**08** ②
09 3	**10** ③	**11** ④	
12 $9\left(1+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$		**13** $\dfrac{3}{5}$	**14** ④
15 ④	**16** 4.2392	**17** $\dfrac{3}{5}$	**18** $3\sqrt{3}$
19 $\dfrac{13}{12}$	**20** $\dfrac{\sqrt{10}}{10}$	**21** ③	**22** ④
23 $2\sqrt{3}$	**24** $\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$	**25** 1	

01 △ABC에서 $\overline{AC} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$

△ADC에서 $\overline{AD} = \sqrt{3^2 + 6^2} = 3\sqrt{5}$

$\therefore \cos x = \dfrac{\overline{CD}}{\overline{AD}} = \dfrac{3}{3\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$

답 ⑤

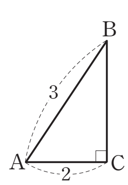
02 오른쪽 그림에서

$\overline{BC} = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$

④ $\dfrac{\sin B}{\sin A} = \dfrac{2}{3} \times \dfrac{3}{\sqrt{5}}$

$= \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

⑤ $\sin^2 B + \cos^2 B = \left(\dfrac{2}{3}\right)^2 + \left(\dfrac{\sqrt{5}}{3}\right)^2 = 1$



답 ④

03 $\overline{AB} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = 2$

$\angle B = \angle AED = x$이므로

$\angle B = 90° - \angle A$
$= \angle AED = x$

$\sin x = \sin B = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan x = \tan B = \sqrt{3}$

$\therefore \sin^2 x \times \tan x = \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \times \sqrt{3} = \dfrac{3\sqrt{3}}{4}$

답 ④

04 △ABC에서

$\cos 30° = \dfrac{\overline{AC}}{16} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad \therefore \overline{AC} = 8\sqrt{3}$

△ACD에서

$\cos 30° = \dfrac{\overline{AD}}{8\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad \therefore \overline{AD} = 12$

△ADE에서

$\cos 30° = \dfrac{\overline{AE}}{12} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad \therefore \overline{AE} = 6\sqrt{3}$

△AEF에서 $\sin 30° = \dfrac{\overline{EF}}{6\sqrt{3}} = \dfrac{1}{2}$

$\therefore \overline{EF} = 3\sqrt{3}$

답 $3\sqrt{3}$

05 $\overline{BH} = \sqrt{5^2 + 3^2 + 4^2} = 5\sqrt{2}$ (cm)이므로

$\sin x = \dfrac{\overline{BF}}{\overline{BH}} = \dfrac{4}{5\sqrt{2}} = \dfrac{2\sqrt{2}}{5}$

답 $\dfrac{2\sqrt{2}}{5}$

06 $\angle A = 180° \times \dfrac{1}{1+2+3} = 30°$

$\therefore \sin 30° - \cos 30° = \dfrac{1}{2} - \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{1-\sqrt{3}}{2}$

답 $\dfrac{1-\sqrt{3}}{2}$

07 (ㄱ) $\sin 30° + \cos 60° = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2} = 1$

(ㄴ) $\sin 45° \times \cos 45° = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \times \dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{1}{2}$

(ㄷ) $\sin 60° \times \tan 30° - \tan 45° = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times \dfrac{\sqrt{3}}{3} - 1$

$= -\dfrac{1}{2}$

(ㄹ) $\cos 30° \div \tan 60° + \cos 60° = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \div \sqrt{3} + \dfrac{1}{2}$

$= 1$

답 ④

08 $\cos 60° = \dfrac{1}{2}$이므로 $3x + 15° = 60°$

$0° < x < 25°$에서
$15° < 3x + 15° < 90°$

$3x = 45°$ $\quad \therefore x = 15°$

$\therefore \sin 2x = \sin 30° = \dfrac{1}{2}$

답 ②

09 $\sin 60° = \dfrac{3\sqrt{3}}{x} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$에서 $x = 6$

LECTURE BOOK

$\tan 60° = \frac{3\sqrt{3}}{y} = \sqrt{3}$에서 $y = 3$

$\therefore x - y = 3$ 답 3

10 $\triangle DBC$에서

$\tan 30° = \frac{5}{\overline{BC}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ $\therefore \overline{BC} = 5\sqrt{3}$

$\triangle ABC$에서

$\sin 45° = \frac{\overline{AB}}{5\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\therefore \overline{AB} = \frac{5\sqrt{6}}{2}$

답 ③

11 $\angle BAC = 30°$이므로 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{AC} = \overline{BC} = 8(cm)$

$\triangle ACD$에서

$\sin 60° = \frac{\overline{AD}}{8} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \overline{AD} = 4\sqrt{3}(cm)$ 답 ④

Q BOX: $\triangle ABC$에서 삼각형의 외각의 성질에 의하여 $\angle BAC = 60° - 30° = 30°$

12 $\triangle ABD$에서

$\sin 45° = \frac{\overline{AD}}{6} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\therefore \overline{AD} = 3\sqrt{2}$

$\therefore \overline{AB} = \overline{AD} = 3\sqrt{2}$

$\triangle BCD$에서

$\sin 60° = \frac{\overline{BC}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\therefore \overline{BC} = 3\sqrt{3}$

$\cos 60° = \frac{\overline{CD}}{6} = \frac{1}{2}$ $\therefore \overline{CD} = 3$

따라서 사각형 ABCD의 넓이는

$\frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} + \frac{1}{2} \times 3 \times 3\sqrt{3} = 9\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

답 $9\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

13 $3x - 5y + 15 = 0$에서 $y = \frac{3}{5}x + 3$이므로

$\tan a = \frac{3}{5}$ 답 $\frac{3}{5}$

Q BOX: $\tan a =$(직선의 기울기)

14 ④ $\cos x = \overline{BC}$에서 x의 크기가 작아지면 $\overline{BC}$의 길이가 길어지므로 $\cos x$의 값은 커진다.

답 ④

Q BOX: x의 크기가 $0°$에서 $90°$까지 증가하면
① $\sin x$의 값은
➡ 0에서 1까지 증가
② $\cos x$의 값은
➡ 1에서 0까지 감소
③ $\tan x$의 값은
➡ 0에서 무한히 증가
(단, $x \neq 90°$)

15 ① $\cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$

② $\sin 13° < \sin 30° = \frac{1}{2}$

③ $\tan 20° < \tan 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$

④ $\sin 70° > \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

⑤ $\cos 90° = 0$

답 ④

16 $\angle A = 90° - 58° = 32°$

$\sin 32° = \frac{\overline{BC}}{8} = 0.5299$이므로

$\overline{BC} = 0.5299 \times 8 = 4.2392$

답 4.2392

17

채점 기준	점수
$\overline{BD}$의 길이 구하기	2
$\angle ADB = x$임을 알기	2
$\sin x$의 값 구하기	2

$\overline{BD} = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15$ • 2점

$\angle ADB = 90° - \angle ABD$

$= \angle BAH = x$ • 2점

이므로 $\triangle ABD$에서

$\sin x = \frac{\overline{AB}}{\overline{BD}} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$ • 2점

답 $\frac{3}{5}$

18

채점 기준	점수
$\overline{BC}$의 길이 구하기	3
$\overline{BD}$의 길이 구하기	3

$\triangle ABC$에서 $\tan 60° = \frac{\overline{BC}}{2\sqrt{3}} = \sqrt{3}$

$\therefore \overline{BC} = 6$ • 3점

$\triangle DBC$에서 $\sin 60° = \frac{\overline{BD}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \overline{BD} = 3\sqrt{3}$ • 3점

답 $3\sqrt{3}$

19

채점 기준	점수
식의 부호 알기	3
주어진 식 간단히 하기	3

$45° < x < 90°$일 때, $\tan x > 1$이므로

$\tan x + \frac{1}{4} > 0$, $\frac{5}{6} - \tan x < 0$ • 3점

$\therefore$ (주어진 식)$= \left(\tan x + \frac{1}{4}\right) - \left\{-\left(\frac{5}{6} - \tan x\right)\right\}$

$= \frac{1}{4} + \frac{5}{6} = \frac{13}{12}$ • 3점

답 $\frac{13}{12}$

20 $\overline{AD} = 2\sqrt{2}$이고 $\triangle ABD$가 직각이등변삼각형이므로

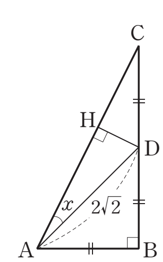
$\overline{AB} : \overline{AD} = 1 : \sqrt{2}$

즉 $\overline{AB} = \overline{BD} = \overline{CD} = 2$이므로

$\overline{AC} = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$

점 D에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle ADC$에서

$\frac{1}{2} \times 2 \times 2 = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} \times \overline{DH}$



$\therefore \overline{DH}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

$\therefore \cos x\times\tan x=\dfrac{\overline{AH}}{\overline{AD}}\times\dfrac{\overline{DH}}{\overline{AH}}$

$=\dfrac{\overline{DH}}{\overline{AD}}$

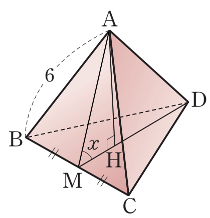
$=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}\times\dfrac{1}{2\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{10}}{10}$

답 $\dfrac{\sqrt{10}}{10}$

21 $\overline{DM}=\overline{AM}$

$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 6=3\sqrt{3}$

> 한 변의 길이가 a인 정삼각형의 높이
> ➡ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$



꼭짓점 A에서 $\overline{DM}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{MH}=\dfrac{1}{3}\overline{DM}=\dfrac{1}{3}\times 3\sqrt{3}=\sqrt{3}$

> 점 H는 △BCD의 무게중심이므로
> $\overline{DM}:\overline{MH}=3:1$

$\overline{AH}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}\times 6=2\sqrt{6}$이므로

$\tan x=\dfrac{\overline{AH}}{\overline{MH}}$

$=\dfrac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=2\sqrt{2}$

답 ③

22 △ACD에서

$\tan 60^\circ=\dfrac{\overline{CD}}{1}=\sqrt{3}$ $\quad\therefore \overline{CD}=\sqrt{3}$

$\sin 60^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{\overline{AD}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad\therefore \overline{AD}=2$

$\angle ABD=\angle BAD=15^\circ$이므로 △ABD는 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{BD}=\overline{AD}=2$

$\overline{BC}=2+\sqrt{3}$이므로 △ABC에서

$\tan 75^\circ=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=2+\sqrt{3}$

답 ④

23

채점 기준	점수
∠A의 크기 구하기	3
$\sin A\div\cos A+\tan A$의 값 구하기	3

점 I가 △ABC의 내심이므로

$90^\circ+\dfrac{1}{2}\angle A=120^\circ$

> △ABC의 내심 I에 대하여
> $\angle BIC=90^\circ+\dfrac{1}{2}\angle A$

$\dfrac{1}{2}\angle A=30^\circ$ $\quad\therefore \angle A=60^\circ$ • 3점

$\therefore \sin A\div\cos A+\tan A$

$=\sin 60^\circ\div\cos 60^\circ+\tan 60^\circ$

$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\div\dfrac{1}{2}+\sqrt{3}$

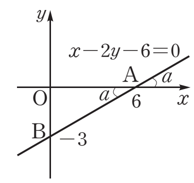
$=2\sqrt{3}$ • 3점

답 $2\sqrt{3}$

24

채점 기준	점수
$\sin a$, $\cos a$의 값 구하기	4
$\sin a+\cos a$의 값 구하기	2

일차함수 $x-2y-6=0$의 그래프가 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하면



A(6, 0), B(0, −3)

$\therefore \overline{AB}=\sqrt{(-6)^2+(-3)^2}$

$=3\sqrt{5}$

$\angle BAO=a$ (맞꼭지각)이므로 △OAB에서

$\sin a=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{AB}}=\dfrac{3}{3\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$,

$\cos a=\dfrac{\overline{OA}}{\overline{AB}}=\dfrac{6}{3\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$ • 4점

$\therefore \sin a+\cos a=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$ • 2점

답 $\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$

25

채점 기준	점수
$\sin A$, $\cos A$의 값 구하기	2
주어진 식 간단히 하기	4

$(2x-1)(2x-\sqrt{3})=0$에서

$x=\dfrac{1}{2}$ 또는 $x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$45^\circ<A<90^\circ$에서 $\sin A>\cos A$이므로

$\sin A=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos A=\dfrac{1}{2}$ • 2점

> $A=60^\circ$

$\therefore$ (주어진 식)$=\sqrt{\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{1}{2}\right)^2}-\sqrt{\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}-\dfrac{1}{2}\right)^2}$

> $\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{1}{2}>0$,
> $\dfrac{\sqrt{2}}{2}-\dfrac{1}{2}>0$

$=\dfrac{\sqrt{2}+1}{2}-\dfrac{\sqrt{2}-1}{2}$

$=1$ • 4점

답 1

Q BOX

2 삼각비의 활용

필수유형 다지기

▸ 73~75쪽

01 $\overline{AB}=10\sin C=10\times\frac{4}{5}=8$

$\overline{BC}=10\cos C=10\times\frac{3}{5}=6$

$\therefore \overline{AB}+\overline{BC}=14$

답 ③

01-1 $\triangle ABC$에서 $\angle B=90^\circ-47^\circ=43^\circ$

$\therefore \overline{AB}=\overline{BC}\cos B=9\cos 43^\circ$

답 ②

01-2 $\overline{AC}=30\sin 30^\circ=30\times\frac{1}{2}=15(\text{cm})$

$\triangle ABC$에서 $\angle A=90^\circ-30^\circ=60^\circ$이므로

$\angle DAC=\frac{1}{2}\angle A=30^\circ$

$\therefore \overline{AD}=\frac{\overline{AC}}{\cos 30^\circ}=15\times\frac{2}{\sqrt{3}}=10\sqrt{3}(\text{cm})$

답 $10\sqrt{3}$cm

$\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $\frac{1}{\cos 30^\circ}=\frac{2}{\sqrt{3}}$

02 $\overline{BC}=\overline{AB}\tan 60^\circ=4\times\sqrt{3}=4\sqrt{3}(\text{m})$

따라서 굴뚝의 높이는

$1.6+4\sqrt{3}\,(\text{m})$

답 $(1.6+4\sqrt{3})$m

02-1 $\angle OAB=30^\circ$이므로

$\overline{OB}=\overline{AB}\tan 30^\circ$

$=100\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{100\sqrt{3}}{3}(\text{m})$ 답 $\frac{100\sqrt{3}}{3}$m

02-2 $\overline{BC}=15\tan 30^\circ=5\sqrt{3}(\text{m})$

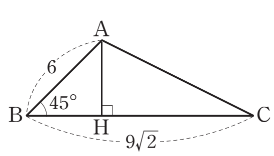
$\overline{CD}=15\tan 45^\circ=15(\text{m})$

따라서 나무의 높이는

$\overline{BC}+\overline{CD}=5(3+\sqrt{3})(\text{m})$

답 $5(3+\sqrt{3})$m

03 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle ABH$에서



$\overline{AH}=6\sin 45^\circ$

$=6\times\frac{\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{2}$

$\overline{BH}=\overline{AH}=3\sqrt{2}$이므로

$\overline{CH}=9\sqrt{2}-3\sqrt{2}=6\sqrt{2}$

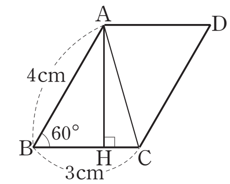
따라서 $\triangle ACH$에서

$\overline{AC}=\sqrt{(3\sqrt{2})^2+(6\sqrt{2})^2}=3\sqrt{10}$

답 ④

$\overline{AC}$가 직각삼각형의 빗변이 되도록 한 꼭짓점에서 대변에 수선을 긋는다.

03-1 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle ABH$에서



$\overline{AH}=4\sin 60^\circ$

$=4\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=2\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{BH}=4\cos 60^\circ=4\times\frac{1}{2}=2(\text{cm})$이므로

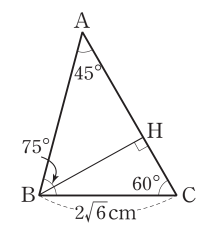
$\overline{CH}=3-2=1(\text{cm})$

따라서 $\triangle ACH$에서

$\overline{AC}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+1^2}=\sqrt{13}(\text{cm})$

답 $\sqrt{13}$cm

04 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle BCH$에서



$\overline{BH}=2\sqrt{6}\sin 60^\circ$

$=2\sqrt{6}\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

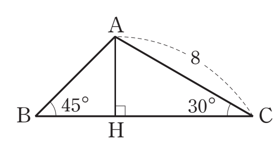
$=3\sqrt{2}(\text{cm})$

$\angle A=180^\circ-(75^\circ+60^\circ)=45^\circ$이므로 $\triangle ABH$에서

$\overline{AB}=\frac{3\sqrt{2}}{\sin 45^\circ}=3\sqrt{2}\times\sqrt{2}=6(\text{cm})$

답 6cm

04-1 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle ACH$에서

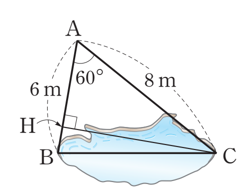


$\overline{AH}=8\sin 30^\circ=8\times\frac{1}{2}=4$

$\triangle ABH$에서

$\overline{AB}=\frac{4}{\sin 45^\circ}=4\times\sqrt{2}=4\sqrt{2}$ 답 ③

05 점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle ACH$에서



$\overline{CH}=8\sin 60^\circ$

$=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}(\text{m})$

$\overline{AH}=8\cos 60^\circ=8\times\frac{1}{2}=4(\text{m})$

이므로 $\overline{BH}=6-4=2(\text{m})$

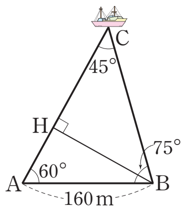
따라서 $\triangle BCH$에서

$\overline{BC}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2+2^2}=2\sqrt{13}(\text{m})$

답 ③

Q BOX

05-1 점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle ABH$에서

$\overline{BH}=160\sin 60^\circ$

$=160\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=80\sqrt{3}\,(\text{m})$

$\triangle BCH$에서

$\overline{BC}=\frac{80\sqrt{3}}{\sin 45^\circ}=80\sqrt{3}\times\sqrt{2}=80\sqrt{6}\,(\text{m})$

답 $80\sqrt{6}$ m

> $\triangle ABC$에서
> $\angle C=180^\circ-(60^\circ+75^\circ)$
> $=45^\circ$

06 $\angle BAH=60^\circ$, $\angle CAH=45^\circ$이므로 $\overline{AH}=h$cm라 하면

$\overline{BH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h\,(\text{cm})$

$\overline{CH}=h\tan 45^\circ=h\,(\text{cm})$

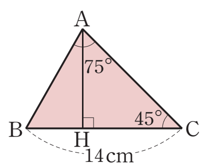
$\overline{BH}+\overline{CH}=12\,(\text{cm})$이므로

$\sqrt{3}h+h=12 \quad \therefore h=6(\sqrt{3}-1)$

답 $6(\sqrt{3}-1)$cm

> $h=\frac{12}{\sqrt{3}+1}$
> $=\frac{12(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}$
> $=\frac{12(\sqrt{3}-1)}{2}$
> $=6(\sqrt{3}-1)$

06-1 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{AH}=h$cm라 하면



$\overline{BH}=h\tan 30^\circ$

$=\frac{\sqrt{3}}{3}h\,(\text{cm})$

$\overline{CH}=h\tan 45^\circ=h\,(\text{cm})$

$\overline{BH}+\overline{CH}=14\,(\text{cm})$이므로

$\frac{\sqrt{3}}{3}h+h=14,\ \frac{\sqrt{3}+3}{3}h=14$

$\therefore h=7(3-\sqrt{3})$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 14\times 7(3-\sqrt{3})$

$=49(3-\sqrt{3})\,(\text{cm}^2)$

답 $49(3-\sqrt{3})\text{cm}^2$

> $\angle CAH=90^\circ-45^\circ$
> $=45^\circ$
> 이므로
> $\angle BAH=75^\circ-45^\circ$
> $=30^\circ$

> $h=\frac{42}{3+\sqrt{3}}$
> $=\frac{42(3-\sqrt{3})}{(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})}$
> $=\frac{42(3-\sqrt{3})}{6}$
> $=7(3-\sqrt{3})$

07 $\angle BAH=45^\circ$, $\angle CAH=30^\circ$이므로 $\overline{AH}=h$cm라 하면

$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h\,(\text{cm})$

$\overline{CH}=h\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}h\,(\text{cm})$

$\overline{BH}-\overline{CH}=4\,(\text{cm})$이므로

$h-\frac{\sqrt{3}}{3}h=4,\ \frac{3-\sqrt{3}}{3}h=4$

$\therefore h=\frac{12}{3-\sqrt{3}}=2(3+\sqrt{3})$ 답 ⑤

07-1 $\angle BAH=30^\circ$, $\angle CAH=60^\circ$이므로 $\overline{AH}=h$cm라 하면

> $\triangle AHB$에서 삼각형의 외각의 성질에 의하여
> $\angle BAH=120^\circ-90^\circ$
> $=30^\circ$

$\overline{BH}=h\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}h\,(\text{cm})$

$\overline{CH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h\,(\text{cm})$

$\overline{CH}-\overline{BH}=6\,(\text{cm})$이므로

$\sqrt{3}h-\frac{\sqrt{3}}{3}h=6,\ \frac{2\sqrt{3}}{3}h=6 \quad \therefore h=3\sqrt{3}$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 6\times 3\sqrt{3}=9\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

답 $9\sqrt{3}\text{cm}^2$

08 $\angle BAH=45^\circ$, $\angle CAH=30^\circ$이므로 $\overline{AH}=h$m라 하면

$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h\,(\text{m})$

$\overline{CH}=h\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}h\,(\text{m})$

$\overline{BH}+\overline{CH}=200\,(\text{m})$이므로

$h+\frac{\sqrt{3}}{3}h=200,\ \frac{3+\sqrt{3}}{3}h=200$

$\therefore h=100(3-\sqrt{3})$ 답 ③

08-1 $\angle BAH=60^\circ$, $\angle CAH=30^\circ$이므로 $\overline{AH}=h$m라 하면

$\overline{BH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h\,(\text{m})$

$\overline{CH}=h\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}h\,(\text{m})$

$\overline{BH}-\overline{CH}=100\,(\text{m})$이므로

$\sqrt{3}h-\frac{\sqrt{3}}{3}h=100,\ \frac{2\sqrt{3}}{3}h=100$

$\therefore h=50\sqrt{3}$ 답 ④

필수유형 다지기

▸ 77~78쪽

01 $\frac{1}{2}\times 6\times 10\times \sin B=15$

$\sin B=\frac{1}{2} \quad \therefore \angle B=30^\circ$ 답 30°

01-1 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 28\times 21\times \sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 28\times 21\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=147\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

$\overline{AD}$가 $\angle A$의 이등분선이므로

$\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}=4:3$

따라서 $\triangle ABD:\triangle ADC=4:3$이므로

$\triangle ABD=\frac{4}{7}\triangle ABC$

$=\frac{4}{7}\times 147\sqrt{3}=84\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$ 답 ③

Q BOX

02 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 4\times 12\times \sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 4\times 12\times \frac{\sqrt{3}}{2}=12\sqrt{3}(cm^2)$

답 ⑤

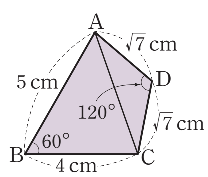
02-1 $\frac{1}{2}\times 7\times x\times \sin(180^\circ-135^\circ)=14\sqrt{2}$이므로

$\frac{1}{2}\times 7\times x\times \frac{\sqrt{2}}{2}=14\sqrt{2}$

$\therefore x=8$

답 8

03 $\overline{AC}$를 그으면



$\square ABCD$

$=\triangle ABC+\triangle ACD$

$=\frac{1}{2}\times 5\times 4\times \sin 60^\circ$

$+\frac{1}{2}\times\sqrt{7}\times\sqrt{7}\times \sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 5\times 4\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\times\sqrt{7}\times\sqrt{7}\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=5\sqrt{3}+\frac{7\sqrt{3}}{4}=\frac{27\sqrt{3}}{4}(cm^2)$

답 ②

03-1 $\overline{AC}=8\sin 60^\circ=4\sqrt{3}(cm)$,

$\overline{AB}=8\cos 60^\circ=4(cm)$

이므로 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times 4=8\sqrt{3}(cm^2)$

$\square ABCD=14\sqrt{3}(cm^2)$이므로

$\triangle ACD=14\sqrt{3}-8\sqrt{3}=6\sqrt{3}(cm^2)$

따라서 $\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times\overline{CD}\times\sin 30^\circ=6\sqrt{3}$이므로

$\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times\overline{CD}\times\frac{1}{2}=6\sqrt{3}$

$\therefore \overline{CD}=6(cm)$

답 6 cm

04 $\overline{AD}=\overline{BC}=4\sqrt{3}(cm)$이고

$\angle A=180^\circ-120^\circ=60^\circ$이므로

$\square ABCD=4\times 4\sqrt{3}\times\sin 60^\circ$

$=4\times 4\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=24(cm^2)$

답 ④

04-1 $\triangle PBC=\frac{1}{4}\square ABCD=\frac{1}{4}\times(8\times 6\times\sin 45^\circ)$

$=\frac{1}{4}\times\left(8\times 6\times\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$=6\sqrt{2}(cm^2)$

답 $6\sqrt{2}cm^2$

$\overline{AP}=\overline{CP}$이므로
$\triangle PBC$
$=\frac{1}{2}\triangle ABC$
$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\square ABCD$
$=\frac{1}{4}\square ABCD$

05 $\square ABCD=\frac{1}{2}\times 10\times 5\sqrt{3}\times\sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 10\times 5\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=\frac{75}{2}$

답 ①

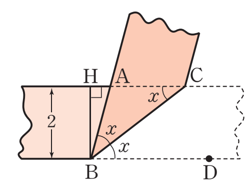
05-1 $\frac{1}{2}\times 10\times\overline{AC}\times\sin 90^\circ=55,\ 5\overline{AC}=55$

$\therefore \overline{AC}=11(cm)$

답 11 cm

06 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로

$\angle ABC=\angle CBD$,
$\angle ACB=\angle CBD$이므로
$\angle ABC=\angle ACB$



$\overline{AB}=\overline{AC}$

점 B에서 $\overline{AC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\angle BAH=2x$

$\triangle ABH$에서

$\overline{AB}=\overline{AC}=\frac{2}{\sin 2x}$

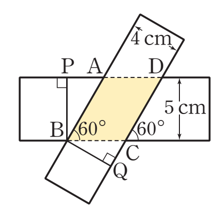
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times\frac{2}{\sin 2x}\times\frac{2}{\sin 2x}\times\sin 2x$

$\sin(180^\circ-\angle BAC)$
$=\sin(\angle BAH)$
$=\sin 2x$

$=\frac{2}{\sin 2x}$

답 ⑤

06-1 오른쪽 그림에서



$\angle BAP=60^\circ$이므로

$\angle ABC=\angle BAP$(엇각)

$\triangle ABP$에서

$\overline{AB}=\frac{5}{\sin 60^\circ}$

$=5\times\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{10\sqrt{3}}{3}(cm)$

$\angle BCQ=60^\circ$이므로 $\triangle BQC$에서

$\overline{BC}=\frac{4}{\sin 60^\circ}=4\times\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{8\sqrt{3}}{3}(cm)$

$\square ABCD$는 평행사변형이므로

$\square ABCD=\frac{10\sqrt{3}}{3}\times\frac{8\sqrt{3}}{3}\times\sin 60^\circ$

$=\frac{40\sqrt{3}}{3}(cm^2)$

답 $\frac{40\sqrt{3}}{3}cm^2$

다른 풀이

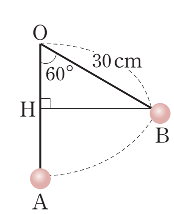
$\square ABCD=\frac{10\sqrt{3}}{3}\times 4=\frac{40\sqrt{3}}{3}(cm^2)$

(평행사변형의 넓이)
=(밑변의 길이)×(높이)

발전유형 익히기

▸ 79쪽

01 오른쪽 그림에서



$\overline{OH}=30\cos 60^\circ$

$=15(cm)$

$\therefore \overline{AH}=30-15$

$=15(cm)$

답 15 cm

Q BOX

01-1 오른쪽 그림에서

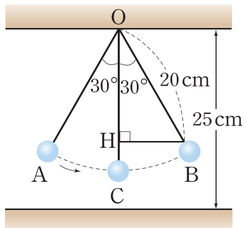
$\overline{OH}=20\cos 30^\circ$

$=10\sqrt{3}(\text{cm})$

따라서 구하는 높이는

$25-10\sqrt{3}$

$=5(5-2\sqrt{3})(\text{cm})$

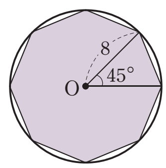


답 $5(5-2\sqrt{3})\text{cm}$

02 $8\times\left(\dfrac{1}{2}\times8\times8\times\sin 45^\circ\right)$

$=8\times\left(\dfrac{1}{2}\times8\times8\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$=128\sqrt{2}$



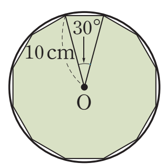
답 ④

정팔각형은 꼭지각의 크기가 $\dfrac{360^\circ}{8}=45^\circ$인 합동인 이등변삼각형 8개로 나누어진다.

02-1 $12\times\left(\dfrac{1}{2}\times10\times10\times\sin 30^\circ\right)$

$=12\times\left(\dfrac{1}{2}\times10\times10\times\dfrac{1}{2}\right)$

$=300(\text{cm}^2)$



답 300 cm^2

$\dfrac{360^\circ}{12}=30^\circ$

03 $\triangle A'BC'=\dfrac{1}{2}\times0.8\overline{AB}\times1.2\overline{BC}\times\sin B$

$=0.96\times\left(\dfrac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{BC}\times\sin B\right)$

$=0.96\times\triangle ABC$

따라서 삼각형의 넓이는 4% 감소한다.

답 ②

$\overline{AB}$의 길이에서

① $a\%$ 증가

➡ $\left(1+\dfrac{a}{100}\right)\overline{AB}$

② $a\%$ 감소

➡ $\left(1-\dfrac{a}{100}\right)\overline{AB}$

03-1 $\square AB'C'D'=0.9\overline{AB}\times1.2\overline{BC}\times\sin B'$

$=1.08\times(\overline{AB}\times\overline{BC}\times\sin B)$

$=1.08\times\square ABCD$

따라서 평행사변형의 넓이는 8% 증가한다.

답 ⑤

$\overline{B'C'}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle B'=\angle B$

중단원 마무리

▸ 80~83쪽

01 ② **02** $50(\sqrt{3}-1)\text{cm}^2$ **03** ②
04 $2\sqrt{7}$ **05** ④ **06** ⑤
07 $25(\sqrt{3}+1)\text{m}$ **08** ③ **09** ④
10 ② **11** ⑤ **12** $6\sqrt{3}\text{cm}^2$ **13** 45°
14 $18\sqrt{2}\text{cm}^2$ **15** ⑤
16 $36\sqrt{3}\text{cm}^3$ **17** $10\sqrt{2}\text{cm}^2$
18 $\left(\dfrac{4}{3}\pi-\sqrt{3}\right)\text{cm}^2$ **19** 15대 **20** ③
21 $\dfrac{24}{25}$ **22** $3\sqrt{7}\text{ km}$ **23** $2\sqrt{3}\text{m}$/초
24 $400\sqrt{2}\text{ cm}^2$

01 $x=\dfrac{16}{\cos B}=16\times\dfrac{5}{4}=20$

$y=16\tan B=16\times\dfrac{3}{4}=12$

$\therefore x+y=32$

답 ②

02 $\overline{AC}=10\tan 60^\circ=10\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{DC}=10\tan 45^\circ=10(\text{cm})$

$\therefore \overline{AD}=\overline{AC}-\overline{DC}=10(\sqrt{3}-1)(\text{cm})$

$\therefore \triangle ABD=\dfrac{1}{2}\times10(\sqrt{3}-1)\times10$

$=50(\sqrt{3}-1)(\text{cm}^2)$

답 $50(\sqrt{3}-1)\text{cm}^2$

(거리)=(속력)×(시간)

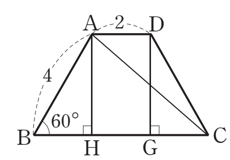
03 $\overline{AC}=350\times12=4200(\text{m})$이므로

$\overline{BC}=\overline{AC}\sin 30^\circ$

$=4200\times\dfrac{1}{2}=2100(\text{m})$

답 ②

04 두 점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 H, G라 하면



$\overline{BH}=\overline{CG}$

$=4\cos 60^\circ=2$

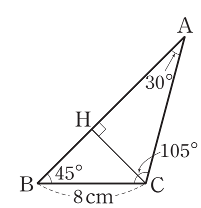
$\therefore \overline{CH}=2+2=4$

$\overline{AH}=4\sin 60^\circ=2\sqrt{3}$이므로 $\triangle AHC$에서

$\overline{AC}=\sqrt{4^2+(2\sqrt{3})^2}=2\sqrt{7}$

답 $2\sqrt{7}$

05 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle BCH$에서

$\overline{CH}=8\sin 45^\circ=8\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$=4\sqrt{2}(\text{cm})$

$\triangle ACH$에서

$\overline{AC}=\dfrac{4\sqrt{2}}{\sin 30^\circ}=4\sqrt{2}\times2=8\sqrt{2}(\text{cm})$

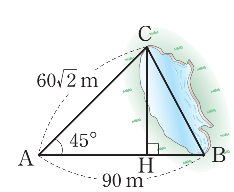
답 ④

$\angle A$

$=180^\circ-(45^\circ+105^\circ)$

$=30^\circ$

06 점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle ACH$에서

$\overline{CH}=60\sqrt{2}\sin 45^\circ$

$=60\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$=60(\text{m})$

$\overline{AH}=\overline{CH}=60(\text{m})$이므로

$\overline{BH}=90-60=30(\text{m})$

따라서 $\triangle BCH$에서

$\overline{BC}=\sqrt{60^2+30^2}=30\sqrt{5}(\text{m})$

답 ⑤

07 $\angle BAH=60°$, $\angle CAH=45°$이므로 $\overline{AH}=h\,\text{m}$라 하면

$\overline{BH}=h\tan 60°=\sqrt{3}h\,(\text{m})$

$\overline{CH}=h\tan 45°=h\,(\text{m})$

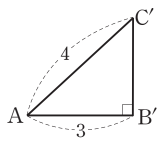
$\overline{BH}-\overline{CH}=50\,(\text{m})$이므로

$\sqrt{3}h-h=50$

$\therefore h=25(\sqrt{3}+1)$

답 $25(\sqrt{3}+1)\text{m}$

08 $\cos A=\frac{3}{4}$이므로 오른쪽 그림에서



$\overline{B'C'}=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}$

$\therefore \sin A=\frac{\sqrt{7}}{4}$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 4\times 6\times \sin A$

$=\frac{1}{2}\times 4\times 6\times \frac{\sqrt{7}}{4}$

$=3\sqrt{7}$

답 ③

09 $\frac{1}{2}\times 8\times \overline{BC}\times \sin(180°-135°)=10\sqrt{2}$이므로

$\frac{1}{2}\times 8\times \overline{BC}\times \frac{\sqrt{2}}{2}=10\sqrt{2}$

$\therefore \overline{BC}=5(\text{cm})$

답 ④

10 $\overline{AC}/\!/\overline{DE}$이므로

$\triangle ACD=\triangle ACE$

> 밑변이 $\overline{AC}$로 일치하고 $\overline{AC}/\!/\overline{DE}$에서 높이가 같으므로 두 삼각형의 넓이가 같다.

$\therefore \square ABCD$

$=\triangle ABC+\triangle ACD$

$=\triangle ABC+\triangle ACE$

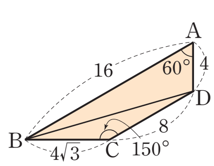
$=\triangle ABE$

$=\frac{1}{2}\times 8\times 10\times \sin 60°$

$=\frac{1}{2}\times 8\times 10\times \frac{\sqrt{3}}{2}=20\sqrt{3}$

답 ②

11 $\overline{BD}$를 그으면



$\square ABCD$

$=\triangle ABD+\triangle BCD$

$=\frac{1}{2}\times 16\times 4\times \sin 60°$

$+\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times 8\times \sin(180°-150°)$

$=\frac{1}{2}\times 16\times 4\times \frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times 8\times \frac{1}{2}$

$=16\sqrt{3}+8\sqrt{3}=24\sqrt{3}$

답 ⑤

12 $\triangle AMC=\frac{1}{4}\square ABCD$

> $\square ABCD$
> $=2\triangle ABC$
> $=2\times(2\triangle AMC)$
> $=4\triangle AMC$
> $\therefore \triangle AMC$
> $=\frac{1}{4}\square ABCD$

$=\frac{1}{4}\times(8\times 6\times \sin 60°)$

$=\frac{1}{4}\times\left(8\times 6\times \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$=6\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

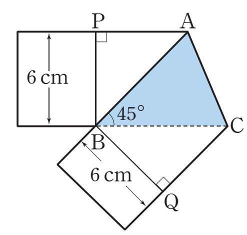
답 $6\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

13 $4\times 4\times \sin B=8\sqrt{2}$

$\sin B=\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad\therefore \angle B=45°$

답 $45°$

14 오른쪽 그림에서



$\angle ABP=45°$이므로

$\triangle ABP$에서

$\overline{AB}=\frac{6}{\cos 45°}$

$=6\times\sqrt{2}$

$=6\sqrt{2}\,(\text{cm})$

$\angle CBQ=45°$이므로 $\triangle BCQ$에서

$\overline{BC}=\frac{6}{\cos 45°}=6\times\sqrt{2}=6\sqrt{2}\,(\text{cm})$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{2}\times 6\sqrt{2}\times \sin 45°$

$=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{2}\times 6\sqrt{2}\times \frac{\sqrt{2}}{2}$

$=18\sqrt{2}\,(\text{cm}^2)$

답 $18\sqrt{2}\,\text{cm}^2$

다른 풀이

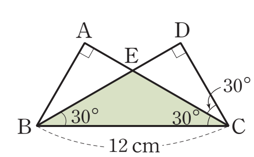
$\overline{AB}=\frac{6}{\cos 45°}$

$=6\times\sqrt{2}=6\sqrt{2}\,(\text{cm})$

$\overline{BQ}=6\,\text{cm}$이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{2}\times 6=18\sqrt{2}\,(\text{cm}^2)$

15 $\triangle DBC$에서



$\overline{DC}=12\sin 30°$

$=12\times\frac{1}{2}$

$=6(\text{cm})$

$\triangle DEC$에서

$\overline{EC}=\frac{\overline{DC}}{\cos 30°}=6\times\frac{2}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

> $\triangle ABC\equiv\triangle DCB$
> 이므로
> $\angle ACB=\angle DBC=30°$
> $\therefore \angle DCE=60°-30°$
> $=30°$

$\therefore \triangle EBC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{EC}\times\sin 30°$

$=\frac{1}{2}\times 12\times 4\sqrt{3}\times\frac{1}{2}$

$=12\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

답 ⑤

16

채점 기준	점수
$\overline{BE}$의 길이 구하기	2
$\overline{AE}$의 길이 구하기	2
나무토막의 부피 구하기	2

$\triangle ABE$에서

$\overline{BE}=\overline{AB}\cos 30°$

$=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}(cm)$ • 2점

$\overline{AE}=\overline{AB}\sin 30°$

$=6\times\frac{1}{2}=3(cm)$ • 2점

따라서 나무토막의 부피는

$\left(\frac{1}{2}\times3\sqrt{3}\times3\right)\times8=36\sqrt{3}(cm^3)$ • 2점

답 $36\sqrt{3}\,cm^3$

17

채점 기준	점수
$\triangle ABC$의 넓이 구하기	4
$\triangle AGC$의 넓이 구하기	2

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times10\times12\times\sin 45°$

$=\frac{1}{2}\times10\times12\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=30\sqrt{2}(cm^2)$ • 4점

$\therefore\ \triangle AGC=\frac{1}{3}\triangle ABC=\frac{1}{3}\times30\sqrt{2}$

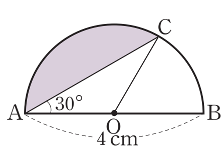
$=10\sqrt{2}(cm^2)$ • 2점

답 $10\sqrt{2}\,cm^2$

> $\triangle ABC$의 무게중심 G에 대하여
> $\triangle ABG=\triangle BCG$
> $=\triangle CAG$
> $=\frac{1}{3}\triangle ABC$

18

채점 기준	점수
부채꼴 AOC의 넓이 구하기	2
$\triangle AOC$의 넓이 구하기	3
색칠한 부분의 넓이 구하기	1



$\overline{OC}$를 그으면 $\triangle AOC$가 이등변삼각형이므로

$\angle AOC$

$=180°-2\times30°$

$=120°$

따라서 부채꼴 AOC의 넓이는

$\pi\times2^2\times\frac{120°}{360°}=\frac{4}{3}\pi(cm^2)$ • 2점

$\triangle AOC=\frac{1}{2}\times2\times2\times\sin(180°-120°)$

$=\frac{1}{2}\times2\times2\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

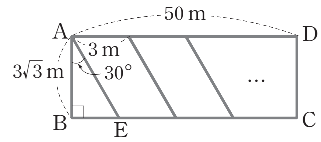
$=\sqrt{3}(cm^2)$ • 3점

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\frac{4}{3}\pi-\sqrt{3}(cm^2)$ • 1점

답 $\left(\frac{4}{3}\pi-\sqrt{3}\right)cm^2$

19



위의 그림에서

$\overline{BE}=3\sqrt{3}\tan 30°$

$=3\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=3(m)$

$\therefore\ \overline{EC}=50-3=47(m)$

$47\div3=15.\times\times\times$이므로 주어진 주차장은 최대 15대의 차를 주차할 수 있다.

답 15대

20 $\overline{AB}=2a$라 하면 $\overline{AE}=a$이므로 $\triangle ABE$에서

$\overline{BE}=\sqrt{(2a)^2+a^2}=\sqrt{5}a$

같은 방법으로 하면

$\overline{BF}=\sqrt{5}a$

$\therefore\ \triangle ABE+\triangle BEF+\triangle BCF+\triangle EDF$

$=\frac{1}{2}\times2a\times a+\frac{1}{2}\times\sqrt{5}a\times\sqrt{5}a\times\sin x$

$+\frac{1}{2}\times2a\times a+\frac{1}{2}\times a\times a$

$=\frac{5}{2}a^2+\frac{5a^2}{2}\sin x$

이때 $\square ABCD=4a^2$이므로

$\frac{5}{2}a^2+\frac{5a^2}{2}\sin x=4a^2$

$\frac{5}{2}\sin x=\frac{3}{2}\qquad\therefore\ \sin x=\frac{3}{5}$

답 ③

21 $\overline{AC}=\overline{BD}=\sqrt{6^2+8^2}=10$

$\therefore\ \square ABCD=\frac{1}{2}\times10\times10\times\sin x$

$=50\sin x$

이때 $\square ABCD=6\times8=48$이므로

$50\sin x=48\qquad\therefore\ \sin x=\frac{24}{25}$

답 $\frac{24}{25}$

> 가로, 세로의 길이가 각각 a, b인 직사각형의 대각선의 길이
> ➡ $\sqrt{a^2+b^2}$

22

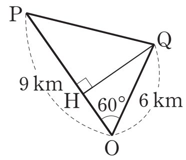
채점 기준	점수
$\overline{OP}$, $\overline{OQ}$의 길이 구하기	2
$\overline{QH}$, $\overline{PH}$의 길이 구하기	2
$\overline{PQ}$의 길이 구하기	2

두 사람 A, B는 30분 후 각각 두 지점 P, Q에 도착하므로

$\overline{OP}=18\times\frac{1}{2}=9(km)$

$\overline{OQ}=12\times\frac{1}{2}=6(km)$ • 2점

꼭짓점 Q에서 $\overline{OP}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle OQH$에서



$\overline{QH}=6\sin 60°=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=3\sqrt{3}(\text{km})$

$\overline{OH}=6\cos 60°=6\times\frac{1}{2}=3(\text{km})$

이므로 $\overline{PH}=\overline{OP}-\overline{OH}=6(\text{km})$ • 2점

따라서 $\triangle PQH$에서

$\overline{PQ}=\sqrt{6^2+(3\sqrt{3})^2}=3\sqrt{7}(\text{km})$ • 2점

답 $3\sqrt{7}$ km

23

채점 기준	점수
$\overline{BH}$, $\overline{CH}$의 길이 구하기	3
$\overline{BC}$의 길이 구하기	1
자동차의 속력 구하기	2

$\overline{BH}=15\tan 60°$

$=15\times\sqrt{3}=15\sqrt{3}(\text{m})$

$\overline{CH}=15\tan 30°$

$=15\times\frac{\sqrt{3}}{3}=5\sqrt{3}(\text{m})$ • 3점

$\therefore \overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}=10\sqrt{3}(\text{m})$ • 1점

따라서 자동차의 속력은

$\frac{10\sqrt{3}}{5}=2\sqrt{3}(\text{m/초})$ • 2점

답 $2\sqrt{3}$m/초

24

채점 기준	점수
마름모의 한 예각의 크기 구하기	2
무늬 전체의 넓이 구하기	4

마름모의 한 예각의 크기를 $\angle x$라 하면 합동인 8개의 마름모가 모여 있으므로

$\angle x=\frac{360°}{8}=45°$ • 2점

따라서 무늬 전체의 넓이는

$8\times(10\times10\times\sin 45°)=8\times\left(10\times10\times\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$=400\sqrt{2}(\text{cm}^2)$ • 4점

답 $400\sqrt{2}$ cm²

Ⅵ. 삼각비

최고수준 정복하기 ▸ 84~85쪽

01 $\frac{\sqrt{6}}{9}$ **02** $\frac{4+\sqrt{7}}{3}$ **03** $2-\sqrt{3}$ **04** $\frac{1+\sqrt{5}}{4}$

05 $3(\sqrt{2}+\sqrt{6})$ **06** $\frac{\sqrt{3}}{3}a$ **07** $4\sqrt{21}$

08 $4\sqrt{5}$

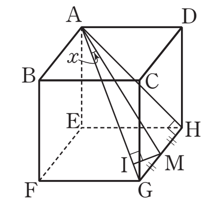
Q BOX

$(\text{속력})=\frac{(\text{거리})}{(\text{시간})}$

세 내각의 크기가 30°, 60°, 90°인 직각삼각형의 세 변의 길이의 비
➡ $1:\sqrt{3}:2$

01 $\overline{AG}=\sqrt{3}\times6=6\sqrt{3}$, $\overline{AH}=\sqrt{2}\times6=6\sqrt{2}$

점 M에서 $\overline{AG}$에 내린 수선의 발을 I라 하면



$\triangle AMG=\frac{1}{2}\times\overline{GM}\times\overline{AH}$

$=\frac{1}{2}\times\overline{AG}\times\overline{MI}$

이므로

$\frac{1}{2}\times3\times6\sqrt{2}=\frac{1}{2}\times6\sqrt{3}\times\overline{MI}$

$\therefore \overline{MI}=\sqrt{6}$

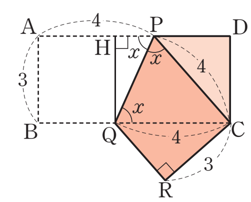
$\triangle AHM$에서 $\angle AHM=90°$이므로

$\overline{AM}=\sqrt{(6\sqrt{2})^2+3^2}=9$

따라서 $\triangle AMI$에서

$\sin x=\frac{\overline{MI}}{\overline{AM}}=\frac{\sqrt{6}}{9}$ 답 $\frac{\sqrt{6}}{9}$

02 $\angle CQP$



$=\angle APQ$(엇각)

$=\angle CPQ$(접은 각)

$=x$

이므로 $\triangle CPQ$는 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{CQ}=\overline{CP}=\overline{AP}=4$

점 Q에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{AH}=\overline{BQ}=\overline{QR}=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}$

$\therefore \overline{PH}=\overline{AP}-\overline{AH}=4-\sqrt{7}$

따라서 $\triangle PHQ$에서

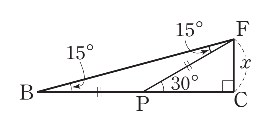
$\tan x=\frac{\overline{HQ}}{\overline{PH}}=\frac{3}{4-\sqrt{7}}$

$=\frac{4+\sqrt{7}}{3}$ 답 $\frac{4+\sqrt{7}}{3}$

03 $\triangle ABE\equiv\triangle CBF$(RHS 합동)이므로

$\angle CBF=\frac{1}{2}\times(90°-60°)=15°$

오른쪽 그림과 같이 $\triangle BCF$에서 $\overline{BC}$ 위에 $\overline{BP}=\overline{PF}$가 되도록 점 P를 잡으면



$\angle FPC=15°+15°=30°$

$\triangle FPC$에서 $\overline{FC}=x$라 하면

$\overline{PC}=\sqrt{3}x$, $\overline{PF}=2x$

$\overline{BP}=\overline{PF}=2x$이므로 $\overline{BC}=(2+\sqrt{3})x=2$

$\therefore x=\frac{2}{2+\sqrt{3}}=2(2-\sqrt{3})$

따라서 $\triangle FBC$에서

$\tan 15°=\frac{\overline{FC}}{\overline{BC}}=\frac{2(2-\sqrt{3})}{2}=2-\sqrt{3}$

답 $2-\sqrt{3}$

04 $\triangle$ABC에서

$\angle B=\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-36^\circ)=72^\circ$

이므로 $\angle ABD=\angle DBC=36^\circ$

즉 $\triangle$DAB는 이등변삼각형

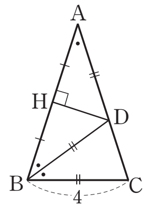
이므로

$\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{BC}=4$

또 점 D에서 $\overline{AB}$에 내린 수선

의 발을 H라 하면

$\overline{AH}=\overline{BH}$



> 이등변삼각형의 꼭짓점에서 밑변에 내린 수선은 그 밑변을 이등분한다.

한편 $\triangle ABC \backsim \triangle BDC$이므로

$\overline{AC}:\overline{BC}=\overline{BC}:\overline{DC}$

$\overline{DC}=x$라 하면 $(4+x):4=4:x$

$4^2=(4+x)x,\ x^2+4x-16=0$

$\therefore x=-2+2\sqrt{5}\ (\because x>0)$

$\overline{AB}=\overline{AC}=4+(-2+2\sqrt{5})$

$=2+2\sqrt{5}$

이므로 $\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=1+\sqrt{5}$

따라서 $\triangle$ADH에서

$\cos 36^\circ=\frac{\overline{AH}}{\overline{AD}}=\frac{1+\sqrt{5}}{4}$

답 $\frac{1+\sqrt{5}}{4}$

05 $\triangle$ABC에서

$\angle B=\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-30^\circ)=75^\circ$

점 D에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을

E라 하면 $\triangle$DBE에서

$\overline{EB}=6\cos 45^\circ=3\sqrt{2}$

> $\angle DBE=75^\circ-30^\circ$
> $=45^\circ$

$\overline{DE}=\overline{EB}=3\sqrt{2}$

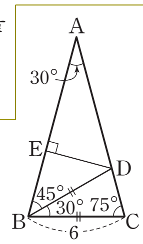
$\triangle$ADE에서

$\overline{AE}=\frac{3\sqrt{2}}{\tan 30^\circ}$

$=3\sqrt{2}\times\sqrt{3}=3\sqrt{6}$

$\therefore \overline{AB}=\overline{AE}+\overline{EB}$

$=3\sqrt{6}+3\sqrt{2}=3(\sqrt{2}+\sqrt{6})$



답 $3(\sqrt{2}+\sqrt{6})$

06 $\triangle$ABC는 직각이등변삼각형이므로 $\overline{BD}=b$라 하면

$\overline{BC}=\overline{AB}=a+b$

$\triangle$CDB에서 $\tan 75^\circ=\frac{a+b}{b}$이므로

$\frac{a+b}{b}=2+\sqrt{3}$

$a+b=b(2+\sqrt{3}),\ a=(1+\sqrt{3})b$

$\therefore b=\frac{a}{1+\sqrt{3}}=\frac{(\sqrt{3}-1)a}{2}$

$\triangle$ABE에서

$\overline{BE}=(a+b)\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}(a+b)$

$\therefore \overline{EC}=\overline{BC}-\overline{BE}=a+b-\frac{\sqrt{3}}{3}(a+b)$

$=(a+b)\left(1-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

$=\left\{a+\frac{(\sqrt{3}-1)a}{2}\right\}\left(1-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

$=a\times\frac{1+\sqrt{3}}{2}\times\frac{3-\sqrt{3}}{3}$

$=\frac{\sqrt{3}}{3}a$

답 $\frac{\sqrt{3}}{3}a$

07 $\triangle ABC=\frac{\sqrt{3}}{4}\times 24^2=144\sqrt{3}$

> 한 변의 길이가 a인 정삼각형의 넓이
> ➡ $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

이때 $\triangle ADF\equiv\triangle BED\equiv\triangle CFE$ (SAS 합동)이므로

$\triangle ADF=\triangle BED=\triangle CFE$

$=\frac{1}{2}\times4\times20\times\sin 60^\circ=20\sqrt{3}$

$\triangle ABC=\triangle ADF+\triangle BED+\triangle CFE+\triangle DEF$

이므로 $\triangle$DEF의 한 변의 길이를 x라 하면

$144\sqrt{3}=3\times20\sqrt{3}+\frac{\sqrt{3}}{4}x^2$

$\frac{\sqrt{3}}{4}x^2=84\sqrt{3},\ x^2=336$

$\therefore x=4\sqrt{21}$

답 $4\sqrt{21}$

08 $\angle BPC=\alpha$라 하면

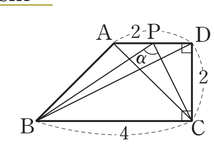
$\triangle BCP=\frac{1}{2}\times x\times y\times\sin\alpha=\frac{1}{2}\times4\times2$

이므로

$xy\sin\alpha=8 \quad \therefore xy=\frac{8}{\sin\alpha}$

> xy의 값이 최대이려면 $\sin\alpha$의 값이 최소이어야 하므로 α의 값이 최소이어야 한다.

점 P가 점 A에서 점 D로 움직일수록 α의 값이 작아지므로 점 P가 점 D에 있을 때 $\sin\alpha$의 값이 최소이고 이때 xy는 최댓값을 갖는다.



따라서 $x=\overline{BD}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5},\ y=2$이므로 xy의 최댓값은 $2\sqrt{5}\times2=4\sqrt{5}$

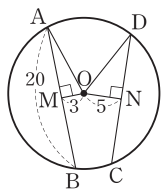
답 $4\sqrt{5}$

Ⅶ 원의 성질

1 원과 직선

필수유형 다지기 ▸ 89~90쪽

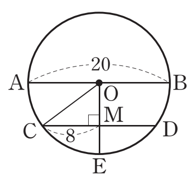
01 $\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=10$



$\overline{OA}$, $\overline{OD}$를 그으면
$\triangle OAM$에서
$\overline{OA}=\sqrt{10^2+3^2}=\sqrt{109}$
$\overline{OD}=\overline{OA}=\sqrt{109}$이므로
$\triangle ODN$에서
$\overline{DN}=\sqrt{(\sqrt{109})^2-5^2}=2\sqrt{21}$
$\therefore \overline{CD}=2\overline{DN}=2\times2\sqrt{21}=4\sqrt{21}$ 답 ④

원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분한다.

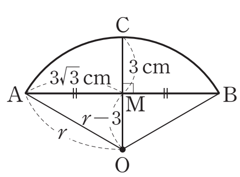
01-1 $\overline{OC}$를 그으면



$\overline{OC}=\frac{1}{2}\overline{AB}=10$
$\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{CD}=8$이므로
$\triangle OCM$에서
$\overline{OM}=\sqrt{10^2-8^2}=6$
$\therefore \overline{EM}=\overline{OE}-\overline{OM}=10-6=4$ 답 ③

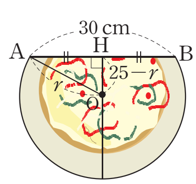
현의 수직이등분선은 원의 중심을 지나므로 $\overline{CM}$의 연장선은 원의 중심을 지난다.

02 원의 중심을 O, 반지름의 길이를 r라 하면 $\triangle OAM$에서



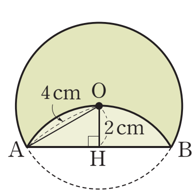
$r^2=(r-3)^2+(3\sqrt{3})^2$
$6r=36 \quad \therefore r=6(\text{cm})$ 답 ①

02-1 피자의 중심을 O, 반지름의 길이를 r, 점 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle OAH$에서



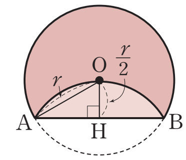
$r^2=(25-r)^2+15^2$
$50r=850 \quad \therefore r=17(\text{cm})$
따라서 피자의 지름의 길이는
$2\times17=34(\text{cm})$ 답 34 cm

03 점 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{OA}=4\,\text{cm}$이므로



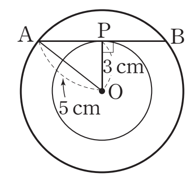
$\overline{OH}=\frac{1}{2}\overline{OA}=2(\text{cm})$
$\triangle OAH$에서 $\overline{AH}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}(\text{cm})$
$\therefore \overline{AB}=2\overline{AH}=2\times2\sqrt{3}=4\sqrt{3}(\text{cm})$
답 $4\sqrt{3}$ cm

03-1 점 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=3\sqrt{3}(\text{cm})$
$\overline{OA}=r$라 하면 $\overline{OH}=\frac{r}{2}$
$\triangle OAH$에서 $r^2=(3\sqrt{3})^2+\left(\frac{r}{2}\right)^2$
$\frac{3}{4}r^2=27,\ r^2=36 \quad \therefore r=6(\text{cm})$ 답 6 cm

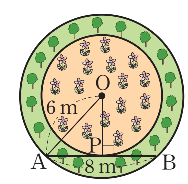
04 $\overline{OA}$, $\overline{OP}$를 그으면



$\angle OPA=90^\circ$이므로
$\triangle OAP$에서
$\overline{AP}=\sqrt{5^2-3^2}=4(\text{cm})$
$\therefore \overline{AB}=2\overline{AP}=8(\text{cm})$
답 8 cm

$\overline{AB}\perp\overline{OP}$이므로 $\overline{AP}=\overline{BP}$

04-1 점 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 P라 하면



$\overline{AP}=\frac{1}{2}\overline{AB}=4(\text{m})$
작은 원의 반지름의 길이를 r라 하면 $\triangle OAP$에서
$6^2=4^2+r^2 \quad \therefore r^2=20$
따라서 구하는 넓이는
$36\pi-20\pi=16\pi(\text{m}^2)$ 답 $16\pi\ \text{m}^2$

05 $\triangle OAM$에서 $\overline{OM}=\sqrt{5^2-4^2}=3$
$\overline{OM}\perp\overline{AB}$이므로 $\overline{AB}=2\overline{AM}=8$
따라서 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 $x=\overline{OM}=3$ 답 ③

05-1 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{CD}=16(\text{cm})$
$\overline{OM}\perp\overline{AB}$이므로 $\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=8(\text{cm})$
$\triangle OAM$에서 $\overline{OM}=\sqrt{10^2-8^2}=6(\text{cm})$
$\therefore \triangle OAB=\frac{1}{2}\times16\times6=48(\text{cm}^2)$ 답 ⑤

06 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$
따라서 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로
$\angle A=180^\circ-2\times66^\circ=48^\circ$ 답 ①

이등변삼각형에서 두 밑각의 크기는 서로 같으므로 $\angle B=\angle C=66^\circ$

06-1 원의 중심 O로부터 두 현 AB, AC가 같은 거리에 있으므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$
즉 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로
$\angle B=\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$
따라서 $\triangle ABC$는 정삼각형이므로
$\triangle ABC=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(4\sqrt{2})^2=8\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ 답 ③

한 변의 길이가 a인 정삼각형의 넓이
➡ $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

Q BOX

필수유형 다지기

▸ 92~94쪽

01 직선 PA는 원 O의 접선이므로

$\angle OAP=90^\circ$

따라서 $\triangle OPA$에서

$\overline{OP}=\sqrt{15^2+8^2}=17(\text{cm})$

$\therefore x=17-8=9$ 　답 ③

01-1 직선 PT는 원 O의 접선이므로

$\angle OTP=90^\circ$

원 O의 반지름의 길이를 r라 하면

$\triangle OTP=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times r=2\sqrt{3}r$

즉 $2\sqrt{3}r=6\sqrt{6}$이므로 $r=3\sqrt{2}$

따라서 원 O의 넓이는

$\pi\times(3\sqrt{2})^2=18\pi$ 　답 ⑤

02 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $\triangle PAB$는 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle PBA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$

이때 $\angle OBP=90^\circ$이므로

$\angle ABO=90^\circ-65^\circ=25^\circ$ 　답 ③

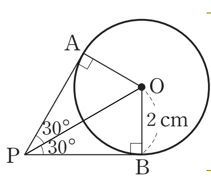
02-1 $\angle OAP=90^\circ$이고 $\overline{OA}=5$이므로 $\triangle OAP$에서

$\overline{PA}=\sqrt{(5+8)^2-5^2}=12$

$\overline{PB}=\overline{PA}=12$이므로 □AOBP의 둘레의 길이는

$5+5+12+12=34$ 　답 ②

03 $\overline{OP}$를 그으면



$\angle OPB=30^\circ$

$\angle OBP=90^\circ$이므로

$\triangle OBP$에서

$\overline{PB}=\dfrac{2}{\tan 30^\circ}$

$=2\times\sqrt{3}=2\sqrt{3}(\text{cm})$

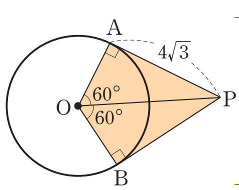
또 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로

$\overline{PA}+\overline{PB}=2\times2\sqrt{3}=4\sqrt{3}(\text{cm})$ 　답 ⑤

$\triangle OAP\equiv\triangle OBP$
$\therefore \angle OPA=\angle OPB=30^\circ$

원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

03-1 $\overline{OP}$를 그으면



$\angle AOP=60^\circ$

$\angle OAP=90^\circ$이므로 $\triangle OAP$에서

$\overline{OA}=\dfrac{4\sqrt{3}}{\tan 60^\circ}$

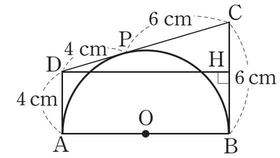
$=\dfrac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=4$

$\therefore$ □$AOBP=2\triangle OAP=2\times\left(\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times4\right)$

$=16\sqrt{3}$ 　답 $16\sqrt{3}$

$\triangle OAP\equiv\triangle OBP$
$\therefore \angle AOP=\angle BOP=60^\circ$

04 $\overline{DP}=\overline{DA}$



$=4(\text{cm})$

$\overline{PC}=\overline{BC}$

$=6(\text{cm})$

$\therefore \overline{DC}=\overline{DP}+\overline{PC}$

$=10(\text{cm})$

점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{BH}=\overline{AD}=4(\text{cm})$

이므로 $\overline{HC}=6-4=2(\text{cm})$

$\triangle DHC$에서

$\overline{DH}=\sqrt{10^2-2^2}=4\sqrt{6}(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=\overline{DH}=4\sqrt{6}(\text{cm})$ 　답 $4\sqrt{6}$ cm

$\angle DAB=\angle CBA=90^\circ$
$\therefore \overline{DA}/\!/\overline{CB}$
따라서 □ABCD는 사다리꼴이다.

04-1 $\overline{DA}=\overline{DE}$, $\overline{CB}=\overline{CE}$이므로

$\overline{DA}+\overline{CB}=\overline{DC}=13(\text{cm})$

$\therefore$ □$ABCD=\frac{1}{2}\times(\overline{DA}+\overline{CB})\times12$

$=\frac{1}{2}\times13\times12=78(\text{cm}^2)$ 　답 ③

05 $\overline{CE}=\overline{CA}$, $\overline{DE}=\overline{DB}$이므로

$\overline{PA}+\overline{PB}=(\overline{PC}+\overline{CA})+(\overline{PD}+\overline{DB})$

$=\overline{PC}+(\overline{CE}+\overline{DE})+\overline{PD}$

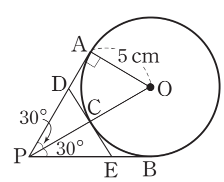
$=\overline{PC}+\overline{CD}+\overline{PD}$

$=9+5+8=22(\text{cm})$

$\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $\overline{PB}=\frac{1}{2}\times22=11(\text{cm})$

$\therefore \overline{DB}=\overline{PB}-\overline{PD}=11-8=3(\text{cm})$ 　답 ③

05-1 $\overline{OP}$를 그으면



$\angle OPA=30^\circ$

$\angle OAP=90^\circ$이므로

$\triangle OPA$에서

$\overline{PA}=\dfrac{5}{\tan 30^\circ}$

$=5\times\sqrt{3}=5\sqrt{3}(\text{cm})$

이때 $\overline{PB}=\overline{PA}$이고 $\overline{DC}=\overline{DA}$, $\overline{EC}=\overline{EB}$이므로

$\triangle PDE$의 둘레의 길이는

$\overline{PD}+\overline{DE}+\overline{PE}=\overline{PD}+(\overline{DC}+\overline{EC})+\overline{PE}$

$=(\overline{PD}+\overline{DA})+(\overline{EB}+\overline{PE})$

$=\overline{PA}+\overline{PB}=2\overline{PA}$

$=10\sqrt{3}(\text{cm})$ 　답 $10\sqrt{3}$ cm

06 $\overline{AF}=\overline{AE}=x$라 하면

$\overline{BD}=\overline{BF}=10-x$, $\overline{CD}=\overline{CE}=6-x$이므로

$(10-x)+(6-x)=12$, $2x=4$

$\therefore x=2(\text{cm})$ 　답 2 cm

06-1 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 3\times(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})=45$

이므로 $\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=30$

$\overline{AF}=\overline{AE},\ \overline{BF}=\overline{BD},\ \overline{CD}=\overline{CE}$이므로

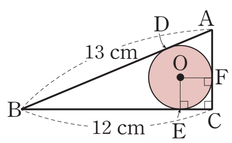
$\overline{AF}+\overline{BD}+\overline{CE}=\frac{1}{2}(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})$

$=\frac{1}{2}\times 30=15(\text{cm})$ 답 ④

내접원의 반지름의 길이가 r이고 세 변의 길이가 $a,\ b,\ c$인 삼각형의 넓이 ➡ $\frac{1}{2}r(a+b+c)$

07 $\overline{AC}=\sqrt{13^2-12^2}=5(\text{cm})$

오른쪽 그림에서 원 O의 반지름의 길이를 r라 하면



$\overline{CE}=\overline{CF}=r$,

$\overline{AD}=\overline{AF}=5-r,\ \overline{BD}=\overline{BE}=12-r$이므로

$(5-r)+(12-r)=13$ $\therefore r=2(\text{cm})$

$\overline{AD}+\overline{BD}=\overline{AB}$

따라서 원 O의 넓이는 $\pi\times 2^2=4\pi\ (\text{cm}^2)$

답 ④

다른 풀이

$\overline{AC}=5\text{cm}$이므로 원 O의 반지름의 길이를 r라 하면

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 12\times 5=\frac{1}{2}\times r\times(12+13+5)$

$\therefore r=2(\text{cm})$

따라서 원 O의 넓이는 $\pi\times 2^2=4\pi(\text{cm}^2)$

07-1 $\overline{BD}=\overline{BE}=x$라 하면

$\overline{AB}=x+3,\ \overline{BC}=x+9$

$\triangle ABC$에서 $(x+9)^2=(x+3)^2+12^2$

$12x=72$ $\therefore x=6(\text{cm})$

따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=(6+3)+(6+9)+12$

$=36(\text{cm})$ 답 36 cm

08 □ABCD가 등변사다리꼴이므로

$\overline{DC}=\overline{AB}=5$

$\overline{AB}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$5+5=x+6$ $\therefore x=4$ 답 4

08-1 $\overline{AB}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$10+\overline{DC}=\overline{AD}+12$

$\therefore \overline{DC}-\overline{AD}=2(\text{cm})$ 답 2 cm

09 $\overline{CE}=\sqrt{10^2-6^2}=8(\text{cm})$

$\overline{BE}=x$라 하면 $\overline{AD}=\overline{BC}=x+8$

□ABED는 원 O에 외접하므로

$\overline{AB}+\overline{DE}=\overline{AD}+\overline{BE}$

$6+10=(x+8)+x,\ 2x=8$

$\therefore x=4(\text{cm})$ 답 4 cm

09-1 $\overline{BE}=x$라 하면 $\overline{EC}=12-x$

□AECD가 원 O에 외접하므로

$\overline{AE}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{EC}$

$\overline{AE}+8=12+(12-x)$ $\therefore \overline{AE}=16-x$

$\triangle ABE$에서 $(16-x)^2=8^2+x^2$

$32x=192$ $\therefore x=6(\text{cm})$

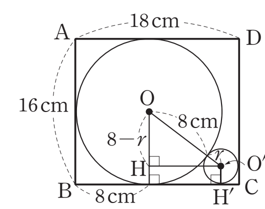
$\therefore \triangle ABE=\frac{1}{2}\times 6\times 8=24(\text{cm}^2)$

답 24 cm^2

발전유형 익히기

▸ 95쪽

01 원 O′의 반지름의 길이를 r라 하면 오른쪽 그림에서



$\overline{OH}=8-r$

$\overline{OO'}=8+r$

$\overline{HO'}=18-8-r$

$=10-r$

$\overline{AB}$의 길이가 원 O의 지름의 길이와 같으므로 원 O의 반지름의 길이는 $\frac{1}{2}\overline{AB}=8(\text{cm})$

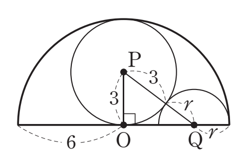
$\triangle OHO'$에서 $(8+r)^2=(8-r)^2+(10-r)^2$

$r^2-52r+100=0,\ (r-2)(r-50)=0$

$\therefore r=2(\text{cm})(\because 0<r<8)$ 답 2 cm

01-1 원 P의 지름의 길이가 6이므로 $\overline{PO}=3$

반원 Q의 반지름의 길이를 r라 하면

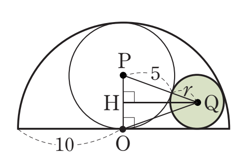


$\overline{PQ}=3+r,\ \overline{OQ}=6-r$

$\triangle POQ$에서 $(3+r)^2=3^2+(6-r)^2$

$18r=36$ $\therefore r=2$ 답 ④

01-2 원 P의 반지름의 길이가 5이므로 원 Q의 반지름의 길이를 r라 하면 오른쪽 그림에서



$\overline{PH}=5-r,\ \overline{PQ}=5+r$

$\overline{OH}=r,\ \overline{OQ}=10-r$

$\triangle PQH$와 $\triangle OQH$에서

$(5+r)^2-(5-r)^2=(10-r)^2-r^2$

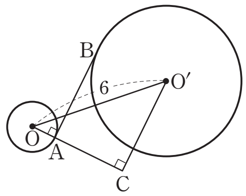
$\overline{PQ}^2-\overline{PH}^2=\overline{QO}^2-\overline{OH}^2=\overline{QH}^2$

$40r=100$ $\therefore r=\frac{5}{2}$

따라서 원 Q의 넓이는

$\pi\times\left(\frac{5}{2}\right)^2=\frac{25}{4}\pi$ 답 $\frac{25}{4}\pi$

02 점 O′에서 $\overline{AB}$에 평행한 선을 그어 $\overline{OA}$의 연장선과의 교점을 C라 하면

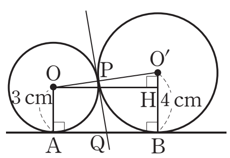


$\overline{AC}=\overline{BO'}=3$, $\overline{OA}=1$, $\overline{OO'}=6$ 이므로 $\triangle COO'$에서

$\overline{O'C}=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}$

$\therefore\ \overline{AB}=\overline{O'C}=2\sqrt{5}$ 답 $2\sqrt{5}$

02-1 $\overline{OO'}$을 그으면



$\overline{OO'}=3+4=7(\text{cm})$

점 O에서 $\overline{O'B}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{O'H}=4-3=1(\text{cm})$

$\triangle OHO'$에서

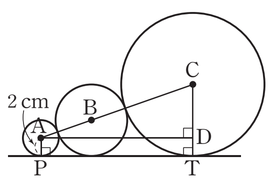
$\overline{OH}=\sqrt{7^2-1^2}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{AB}=\overline{OH}=4\sqrt{3}(\text{cm})$이므로

$\overline{PQ}=\overline{AQ}=\overline{BQ}$

$=\frac{1}{2}\overline{AB}=2\sqrt{3}(\text{cm})$ 답 $2\sqrt{3}\,\text{cm}$

02-2 오른쪽 그림에서 세 원 A, B, C의 반지름의 길이가 각각 2 cm, 4 cm, 8 cm이므로



$\overline{AC}=2+4+4+8=18(\text{cm})$

점 A에서 $\overline{CT}$에 내린 수선의 발을 D라 하면

$\triangle ADC$에서

$\overline{AD}=\sqrt{18^2-6^2}=12\sqrt{2}(\text{cm})$

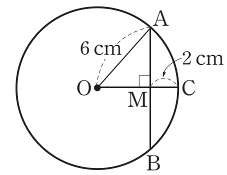
$\therefore\ \overline{PT}=\overline{AD}=12\sqrt{2}(\text{cm})$ 답 $12\sqrt{2}\,\text{cm}$

$\overline{CD}=\overline{CT}-\overline{DT}$
$=\overline{CT}-\overline{AP}$
$=8-2=6(\text{cm})$

중단원 마무리 ▸ 96~99쪽

01 ②	**02** $85\pi\,\text{cm}^2$	**03** $32\,\text{cm}^2$	**04** ⑤
05 ④	**06** $8(\sqrt{2}+\sqrt{3})$		**07** ④
08 ⑤	**09** $27\sqrt{3}\,\text{cm}^2$		**10** ②
11 $\frac{5}{2}\,\text{km}$	**12** 5	**13** 24 cm	**14** ②
15 $\frac{256}{9}\pi\,\text{cm}^2$		**16** ④	**17** 20 cm
18 16 cm	**19** 2 cm	**20** 4π cm	**21** 19 cm
22 ④	**23** $4\pi\text{cm}^2$	**24** $90°$	
25 $2000\pi\,\text{cm}^3$			

01 $\overline{OM}=6-2=4(\text{cm})$



$\overline{OA}$를 그으면 $\triangle OAM$에서

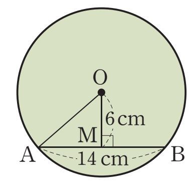
$\overline{AM}=\sqrt{6^2-4^2}$

$=2\sqrt{5}(\text{cm})$

$\overline{AB}\perp\overline{OC}$이므로

$\overline{AB}=2\overline{AM}=4\sqrt{5}(\text{cm})$ 답 ②

02 $\overline{OM}\perp\overline{AB}$이므로



$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=7(\text{cm})$

$\overline{OA}$를 그으면 $\triangle OAM$에서

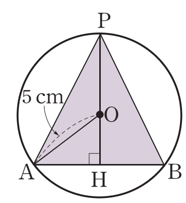
$\overline{OA}=\sqrt{6^2+7^2}=\sqrt{85}(\text{cm})$

따라서 원 O의 넓이는

$\pi\times(\sqrt{85})^2=85\pi(\text{cm}^2)$ 답 $85\pi\,\text{cm}^2$

(원의 넓이)
$=\pi\times$(반지름의 길이)^2

03 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PH}$가 원의 중심 O를 지날 때 $\triangle ABP$의 넓이가 최대이다.



$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=4(\text{cm})$

이므로 $\triangle OAH$에서

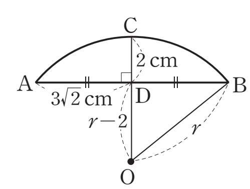
$\overline{OH}=\sqrt{5^2-4^2}=3(\text{cm})$

따라서 $\overline{PH}=\overline{PO}+\overline{OH}=5+3=8(\text{cm})$이므로

$\triangle ABP$의 넓이의 최댓값은

$\frac{1}{2}\times8\times8=32(\text{cm}^2)$ 답 $32\,\text{cm}^2$

04 주어진 원의 중심을 O, 반지름의 길이를 r라 하면 $\overline{OD}=r-2$



$\triangle OBD$에서

$r^2=(r-2)^2+(3\sqrt{2})^2$

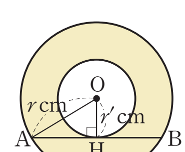
$4r=22 \qquad \therefore\ r=\frac{11}{2}(\text{cm})$

따라서 원의 둘레의 길이는

$2\pi\times\frac{11}{2}=11\pi(\text{cm})$ 답 ⑤

(원의 둘레의 길이)
$=2\pi\times$(반지름의 길이)

05 큰 원의 반지름의 길이를 r cm, 작은 원의 반지름의 길이를 r' cm라 하면



$\pi r^2-\pi r'^2=48\pi$

$\therefore\ r^2-r'^2=48$

$\triangle OAH$에서 $\overline{AH}^2=r^2-r'^2=48$이므로

$\overline{AH}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AB}=2\overline{AH}=8\sqrt{3}(\text{cm})$ 답 ④

06 $\triangle OCN$에서 $\overline{CN}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2-4^2}=4\sqrt{2}$

$\therefore\ \overline{CD}=2\overline{CN}=8\sqrt{2}$

$\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{CD}=8\sqrt{2}$
따라서 $\triangle OAB$의 둘레의 길이는
$\overline{AB}+\overline{OA}+\overline{OB}=8\sqrt{2}+4\sqrt{3}+4\sqrt{3}$
$=8(\sqrt{2}+\sqrt{3})$

답 $8(\sqrt{2}+\sqrt{3})$

07 □OHCN에서
$\angle C=360^\circ-(90^\circ+90^\circ+125^\circ)=55^\circ$
$\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$
즉 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로
$\angle BAC=180^\circ-2\times 55^\circ=70^\circ$

답 ④

08 ①, ② $\triangle OAP\equiv\triangle OBP$이므로
$\angle OPA=30^\circ$
$\angle OAP=90^\circ$이므로 $\triangle OAP$에서
$\overline{OA}=\overline{AP}\tan 30^\circ=12\times\frac{\sqrt{3}}{3}=4\sqrt{3}(\text{cm})$
$\overline{OP}=\frac{\overline{AP}}{\cos 30^\circ}=12\times\frac{2}{\sqrt{3}}=8\sqrt{3}(\text{cm})$
③ $\angle AOP=180^\circ-(90^\circ+30^\circ)=60^\circ$
④ $\square AOBP=\triangle OAP+\triangle OBP=2\triangle OAP$
$=2\times\left(\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times 12\right)$
$=48\sqrt{3}(\text{cm}^2)$
⑤ $\angle AOB=120^\circ$이므로
$\widehat{AB}=2\pi\times 4\sqrt{3}\times\frac{120^\circ}{360^\circ}=\frac{8\sqrt{3}}{3}\pi(\text{cm})$

답 ⑤

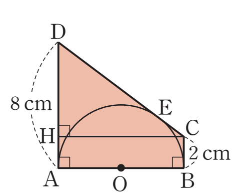
$\triangle OAP\equiv\triangle OBP$
$\therefore \triangle OAP=\triangle OBP$

09 $\angle OAP=\angle OBP=90^\circ$이므로
$\angle APB=360^\circ-(90^\circ+90^\circ+120^\circ)=60^\circ$
이때 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $\triangle APB$는 정삼각형이다.
$\overline{OP}$를 그으면 $\triangle OAP\equiv\triangle OBP$이므로
$\angle OPA=30^\circ$
$\triangle OAP$에서
$\overline{PA}=\frac{6}{\tan 30^\circ}=6\times\sqrt{3}=6\sqrt{3}(\text{cm})$
$\therefore\ \triangle APB=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(6\sqrt{3})^2=27\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

답 $27\sqrt{3}\text{ cm}^2$

$\triangle ABP$에서 $\overline{PA}=\overline{PB}$,
$\angle APB=60^\circ$이므로
$\angle PAB$
$=\angle PBA$
$=\frac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)$
$=60^\circ$

10 $\overline{DE}=\overline{DA}=8(\text{cm})$
$\overline{CE}=\overline{CB}=2(\text{cm})$
$\therefore\ \overline{DC}=8+2$
$=10(\text{cm})$



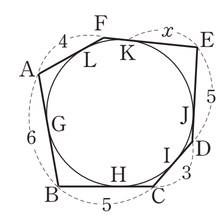
점 C에서 $\overline{DA}$에 내린
수선의 발을 H라 하면 $\overline{HA}=\overline{CB}=2(\text{cm})$이므로
$\overline{DH}=8-2=6(\text{cm})$
$\triangle DHC$에서 $\overline{CH}=\sqrt{10^2-6^2}=8(\text{cm})$
$\therefore\ \square ABCD=\frac{1}{2}\times(8+2)\times 8=40(\text{cm}^2)$

답 ②

11 $\overline{DA}=\overline{DC}$, $\overline{EB}=\overline{EC}$이므로 $\triangle PDE$의 둘레의 길이는
$\overline{PD}+\overline{DE}+\overline{EP}$
$=\overline{PD}+(\overline{DC}+\overline{EC})+\overline{EP}$
$=(\overline{PD}+\overline{DA})+(\overline{EB}+\overline{EP})$
$=\overline{PA}+\overline{PB}$
즉 $\overline{PA}+\overline{PB}=5(\text{km})$이고 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로
$\overline{PB}=\frac{5}{2}(\text{km})$

답 $\frac{5}{2}\text{ km}$

12 오른쪽 그림에서



$\overline{EK}=x$라 하면
$\overline{EJ}=x$이므로
$\overline{DI}=\overline{DJ}=5-x$
같은 방법으로 하면
$\overline{CH}=\overline{CI}$
$=3-(5-x)=x-2$
$\overline{BG}=\overline{BH}=5-(x-2)=7-x$
$\overline{AL}=\overline{AG}=6-(7-x)=x-1$
$\overline{FK}=\overline{FL}=4-(x-1)=5-x$
$\therefore\ \overline{EF}=\overline{FK}+\overline{EK}$
$=(5-x)+x=5$

답 5

13 $\overline{AF}=\overline{AE}=a\text{cm}$, $\overline{BF}=\overline{BD}=b\text{cm}$라 하면
$\overline{AB}=10(\text{cm})$이므로 $a+b=10$
따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는
$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=10+(b+2)+(a+2)$
$=a+b+14=24(\text{cm})$

답 24 cm

□ODCE는 한 변의 길이가 2cm인 정사각형이다.

14 $\triangle ABO$에서 $\overline{AO}=\sqrt{18^2-6^2}=12\sqrt{2}(\text{cm})$
$\overline{PO}=\overline{PQ}=r$라 하면
$\overline{AP}=12\sqrt{2}-r$
$\overline{BQ}=\overline{BO}=6(\text{cm})$이므로
$\overline{AQ}=\overline{AB}-\overline{BQ}=12(\text{cm})$
$\triangle APQ$에서 $(12\sqrt{2}-r)^2=r^2+12^2$
$24\sqrt{2}r=144$ $\quad\therefore\ r=3\sqrt{2}(\text{cm})$

답 ②

다른 풀이
$\triangle APQ\backsim\triangle ABO$(AA 닮음)이므로
$\overline{AP}:\overline{AB}=\overline{AQ}:\overline{AO}$
$\overline{AP}:18=12:12\sqrt{2}$
$\therefore\ \overline{AP}=9\sqrt{2}(\text{cm})$
$\therefore\ \overline{PO}=12\sqrt{2}-9\sqrt{2}=3\sqrt{2}(\text{cm})$

원뿔과 구를 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면은 각각 삼각형과 원이므로 삼각형의 내접원에 대한 문제로 생각한다.

15 $\overline{OD}$는 $\overline{AB}$의 수직이등분선이므로

$\overline{AD}=\overline{BD}=10(cm)$

$\overline{AE}=\overline{AD}=10(cm)$이고 $\overline{OE}$는 $\overline{AC}$의 수직이등분선이므로 $\overline{EC}=\overline{AE}=10(cm)$

작은 원의 반지름의 길이를 r라 하면 $\triangle OCE$에서

$10^2+r^2=(6+r)^2$, $12r=64$

$\therefore r=\dfrac{16}{3}(cm)$

따라서 작은 원의 넓이는

$\pi\times\left(\dfrac{16}{3}\right)^2=\dfrac{256}{9}\pi(cm^2)$ 답 $\dfrac{256}{9}\pi\ cm^2$

원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분한다.

16 $\overline{OT}=4\sqrt{6}\ (cm)$,

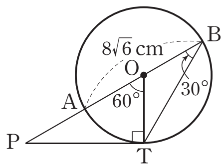
$\angle PTO=90°$,

$\angle POT=60°$이므로

$\triangle OPT$에서

$\overline{PT}=4\sqrt{6}\tan 60°$

$=4\sqrt{6}\times\sqrt{3}=12\sqrt{2}\ (cm)$ 답 ④



$\overline{OT}=\overline{OB}$이므로

$\angle OTB=\angle OBT$

$=30°$

$\therefore \angle POT=30°+30°$

$=60°$

17

채점 기준	점수
반지름의 길이에 대한 식 세우기	4
지름의 길이 구하기	2

도자기의 반지름의 길이를 r라 하면

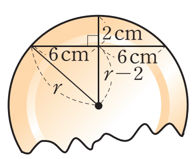
$r^2=6^2+(r-2)^2$ • 4점

$4r=40$

$\therefore r=10(cm)$

따라서 지름의 길이는 20 cm이다. • 2점

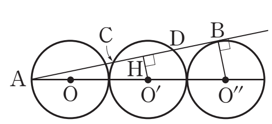
답 20 cm



18

채점 기준	점수
$\triangle AO'H$와 $\triangle AO''B$와 닮은 도형 구하기	2
$\overline{CD}$의 길이 구하기	4

점 O'에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle AO'H$와 $\triangle AO''B$에서

$\angle AHO'=\angle ABO''=90°$,

$\angle O''AB$는 공통이므로

$\triangle AO'H\backsim\triangle AO''B$(AA 닮음) • 2점

$\overline{O'H}:\overline{O''B}=\overline{AO'}:\overline{AO''}$에서

$\overline{O'H}:10=30:50$ $\therefore \overline{O'H}=6(cm)$

이때 $\overline{CO'}=10\ (cm)$이므로 $\triangle CO'H$에서

$\overline{CH}=\sqrt{10^2-6^2}=8(cm)$

$\therefore \overline{CD}=2\overline{CH}=16(cm)$ • 4점

답 16 cm

19

채점 기준	점수
$\overline{GI}$의 길이에 대한 식 세우기	4
$\overline{GI}$의 길이 구하기	2

$\overline{BG}=\overline{BF}=4(cm)$, $\overline{AE}=\overline{AF}=4(cm)$,

$\overline{DH}=\overline{DE}=12-4=8(cm)$

$\overline{GI}=\overline{HI}=x$라 하면 $\triangle CDI$에서

$(8+x)^2=(8-x)^2+8^2$ • 4점

$32x=64$ $\therefore x=2(cm)$ • 2점

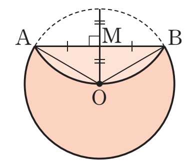
답 2 cm

$\overline{IC}=\overline{BC}-\overline{BI}$

$=12-(4+x)$

$=8-x$

20 점 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면



$\overline{OA}=6(cm)$,

$\overline{OM}=\dfrac{1}{2}\overline{OA}=3(cm)$

$\triangle OAM$에서 $\sin A=\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2}$이므로 $\angle A=30°$

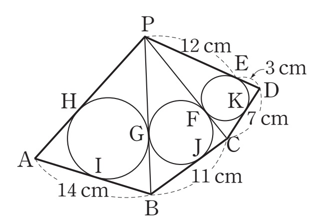
$\overline{OA}=\overline{OB}$이므로 $\triangle OAB$에서

$\angle AOB=180°-2\times30°=120°$

따라서 호 AB의 길이는

$2\pi\times6\times\dfrac{120°}{360°}=4\pi(cm)$ 답 4π cm

21 오른쪽 그림에서



$\overline{PE}=\overline{PF}=\overline{PG}$

$=\overline{PH}$

$=12(cm)$

$\overline{DK}=\overline{DE}$

$=3(cm)$

이므로

$\overline{CK}=7-3=4(cm)$

$\overline{CJ}=\overline{CF}=\overline{CK}=4(cm)$이므로

$\overline{BJ}=11-4=7(cm)$

$\overline{BI}=\overline{BG}=\overline{BJ}=7(cm)$이므로

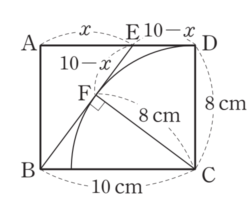
$\overline{AI}=14-7=7\ (cm)$

$\overline{AH}=\overline{AI}=7(cm)$이므로

$\overline{PA}=\overline{PH}+\overline{AH}=12+7=19(cm)$

답 19 cm

22 $\overline{BE}$와 사분원의 접점을 F라 하면



$\triangle BCF$에서

$\overline{BF}=\sqrt{10^2-8^2}$

$=6(cm)$

$\overline{AE}=x$라 하면

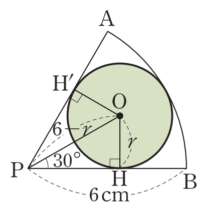
$\overline{EF}=\overline{ED}=10-x$ $\therefore \overline{BE}=16-x$

$\triangle ABE$에서 $(16-x)^2=x^2+8^2$

$32x=192$ $\therefore x=6(cm)$ 답 ④

23

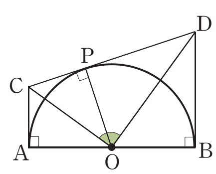
채점 기준	점수
원 O의 반지름의 길이 구하기	4
원 O의 넓이 구하기	2



원 O의 반지름의 길이를 r라 하면 $\overline{OP}=6-r$
점 O에서 $\overline{PB}$, $\overline{PA}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라 하면
$\triangle OPH \equiv \triangle OPH'$ 이므로
$\angle OPH=\angle OPH'=30^\circ$
$\triangle OPH$에서 $(6-r)\sin 30^\circ=r$이므로
$(6-r)\times\frac{1}{2}=r$ $\quad\therefore r=2(\text{cm})$ • 4점
따라서 원 O의 넓이는 $\pi\times 2^2=4\pi(\text{cm}^2)$ • 2점
답 $4\pi\,\text{cm}^2$

24

채점 기준	점수
$\angle AOC=\angle POC$임을 알기	2
$\angle DOP=\angle DOB$임을 알기	2
$\angle COD$의 크기 구하기	2

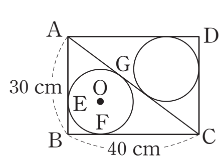


$\overline{OP}$를 그으면
$\triangle OAC \equiv \triangle OPC$
이므로
$\angle AOC=\angle POC$
…… ㉠ • 2점
또 $\triangle OPD \equiv \triangle OBD$이므로
$\angle DOP=\angle DOB$ …… ㉡ • 2점
㉠, ㉡에서
$\angle COD=\angle POC+\angle DOP$
$=\frac{1}{2}\times 180^\circ=90^\circ$ • 2점
답 90°

$\angle POC+\angle DOP$
$=\frac{1}{2}\angle AOP+\frac{1}{2}\angle BOP$
$=\frac{1}{2}(\angle AOP+\angle BOP)$

25

채점 기준	점수
$\overline{AC}$의 길이 구하기	1
원 O의 반지름의 길이 구하기	3
유리컵 1개의 부피 구하기	2



$\overline{AC}=\sqrt{30^2+40^2}$
$=50(\text{cm})$ • 1점
원 O의 반지름의 길이를 r라 하면
$\overline{BE}=\overline{BF}=r$이므로
$\overline{AG}=\overline{AE}=30-r$, $\overline{CG}=\overline{CF}=40-r$
$\overline{AC}=50(\text{cm})$이므로 $(30-r)+(40-r)=50$
$\therefore r=10(\text{cm})$ • 3점
따라서 유리컵 1개의 부피는
$\pi\times 10^2\times 20=2000\pi(\text{cm}^3)$ • 2점
답 $2000\pi\,\text{cm}^3$

2 원주각 (1)

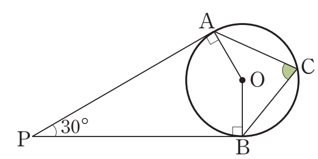
필수유형 다지기

▸ 101~103쪽

01 (1) $\angle x=\frac{1}{2}\times 200^\circ=100^\circ$
$\angle y=\frac{1}{2}\times(360^\circ-200^\circ)=80^\circ$
(2) $\angle x=2\times 48^\circ=96^\circ$
$\angle y=\frac{1}{2}\times(360^\circ-96^\circ)=132^\circ$
답 풀이 참조

01-1 $\angle AOB=x$라 하면 부채꼴 OAB에서
$\widehat{AB}=2\pi\times 3\times\frac{x}{360^\circ}=2\pi$ $\quad\therefore x=120^\circ$
$\therefore \angle APB=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times 120^\circ=60^\circ$
답 ④

02



$\overline{AO}$, $\overline{BO}$를 그으면
$\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로
$\angle AOB=360^\circ-(90^\circ+30^\circ+90^\circ)=150^\circ$
$\therefore \angle ACB=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times 150^\circ=75^\circ$
답 75°

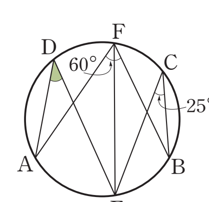
원의 접선은 그 접점을 지나는 반지름에 수직이다.

02-1 $\angle PBO=\angle PCO=90^\circ$이므로
$\angle BOC=360^\circ-(90^\circ+90^\circ+54^\circ)=126^\circ$
따라서 $\angle x=\frac{1}{2}\times 126^\circ=63^\circ$,
$\angle y=\frac{1}{2}\times(360^\circ-126^\circ)=117^\circ$이므로
$\angle y-\angle x=54^\circ$
답 54°

03 $\angle PBD=\angle ACD=26^\circ$이므로
$\angle PDB=180^\circ-(109^\circ+26^\circ)=45^\circ$
답 ③

$\widehat{AD}$에 대한 원주각

03-1 $\overline{FE}$를 그으면



$\angle EFB=\angle ECB$
$=25^\circ$
$\therefore \angle ADE=\angle AFE$
$=60^\circ-25^\circ$
$=35^\circ$
답 ④

$\widehat{EB}$에 대한 원주각

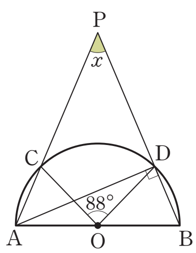
$\widehat{AE}$에 대한 원주각

Q BOX

04 $\overline{BD}$를 그으면 $\overline{AB}$가 원의 지름이므로
$\angle ADB=90°$
$\triangle ABD$에서 $\angle ABD=90°-40°=50°$이므로
$\angle ACD=\angle ABD=50°$ 답 ③

$\widehat{AD}$에 대한 원주각

04-1 $\overline{AD}$를 그으면

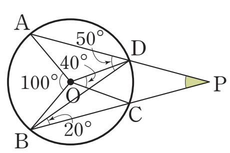


$\angle CAD=\frac{1}{2}\angle COD$
$=\frac{1}{2}\times 88°$
$=44°$
$\overline{AB}$가 반원의 지름이므로
$\angle ADB=\angle ADP=90°$
따라서 $\triangle ADP$에서
$\angle x=90°-44°=46°$ 답 46°

05 $\angle ABC=\angle ADC=\angle x$
$\triangle APD$에서 $\angle BAD=30°+\angle x$
$\triangle AEB$에서 $(30°+\angle x)+\angle x=80°$
$2\angle x=50°$ $\quad\therefore \angle x=25°$ 답 ③

삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

05-1 $\overline{BD}$를 그으면



$\angle ADB=\frac{1}{2}\angle AOB$
$=50°$
$\angle DBC=\frac{1}{2}\angle DOC$
$=20°$
$\triangle DBP$에서 $50°=20°+\angle APB$
$\therefore \angle APB=30°$ 답 30°

06 $\overline{DQ}$를 그으면 $\widehat{AB}=\widehat{CD}$이므로
$\angle CQD=\angle APB=35°$
$\overline{CQ}$가 원의 지름이므로 $\angle CDQ=90°$
$\triangle CDQ$에서
$\angle QCD=90°-35°=55°$ 답 55°

06-1 $\angle BAE=\frac{180°\times(5-2)}{5}=108°$
$\widehat{BC}=\widehat{CD}=\widehat{DE}$에서
$\angle BAC=\angle CAD=\angle DAE$이므로
$\angle CAD=\frac{1}{3}\times 108°=36°$ 답 36°

정n각형의 한 내각의 크기
➡ $\frac{180°\times(n-2)}{n}$

$\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DE}$이므로
$\widehat{BC}=\widehat{CD}=\widehat{DE}$

07 $\triangle PCD$에서
$\angle PCD=70°-20°=50°$
원주각의 크기와 호의 길이는 정비례하므로
$20°:50°=3:\widehat{AD}$
$\therefore \widehat{AD}=\frac{15}{2}(\text{cm})$ 답 ①

07-1 $\angle APB=\frac{1}{2}\times 200°=100°$
이므로 $\triangle PAB$에서
$\angle PAB+\angle PBA=80°$
원주각의 크기와 호의 길이는 정비례하므로
$\widehat{AP}=\frac{1}{3}\widehat{BP}$에서 $\angle PAB=3\angle PBA$
즉 $4\angle PBA=80°$이므로 $\angle PBA=20°$
$\therefore \angle PAB=3\times 20°=60°$
답 ③

08 원주각의 크기와 호의 길이는 정비례하므로
$\angle C:\angle A:\angle B=\widehat{AB}:\widehat{BC}:\widehat{CDA}$
$=1:3:5$
$\therefore \angle A=180°\times\frac{3}{9}=60°$ 답 60°

08-1 원주각의 크기와 호의 길이는 정비례하므로
$c°:a°:b°=\widehat{AB}:\widehat{BC}:\widehat{CA}$
$=4:3:2$
$\therefore a°=180°\times\frac{3}{9}=60°,$
$b°=180°\times\frac{2}{9}=40°,$
$c°=180°\times\frac{4}{9}=80°$
$\therefore a-2b+c=60-2\times 40+80=60$
답 60

09 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으려면
$\angle x=\angle BDC=180°-(70°+40°)=70°$
답 ③

09-1 $\angle BAC=\angle BDC$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.
$\therefore \angle ADB=\angle ACB=89°-44°=45°$
답 45°

필수유형 다지기

▸ 105~106쪽

01 □ABCD가 원에 내접하므로
$\angle x=180°-100°=80°$
$\triangle BCD$에서
$\angle y=180°-(60°+80°)=40°$
답 $\angle x=80°,\ \angle y=40°$

01-1 $\angle BDC=90^\circ$이므로 $\triangle BCD$에서

$\angle BCD=180^\circ-(90^\circ+40^\circ)=50^\circ$

$\square ABCD$가 원에 내접하므로

$\angle BAD=180^\circ-50^\circ=130^\circ$ 답 ①

> 반원에 대한 원주각의 크기는 90°이다.

02 $\angle ADC=\angle ABE=114^\circ$이므로

$\angle ADB=114^\circ-56^\circ=58^\circ$

$\angle ACB=\angle ADB=58^\circ$이고 $\angle BCD=90^\circ$이므로 $\angle ACD=90^\circ-58^\circ=32^\circ$ 답 32°

02-1 $\square ABCD$가 원에 내접하므로

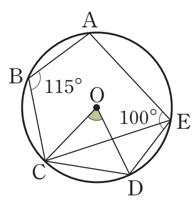
$\angle y=\angle EAD=85^\circ$

$\triangle BCD$에서

$\angle x=180^\circ-(85^\circ+50^\circ)=45^\circ$

$\therefore\ \angle x+2\angle y=45^\circ+2\times 85^\circ=215^\circ$ 답 ⑤

03 $\overline{CE}$를 그으면 $\square ABCE$가 원에 내접하므로



$\angle AEC=180^\circ-115^\circ$

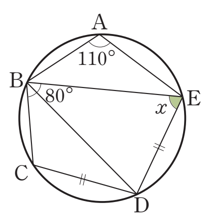
$=65^\circ$

$\angle CED=100^\circ-65^\circ=35^\circ$

이므로

$\angle COD=2\angle CED=2\times 35^\circ=70^\circ$ 답 ③

03-1 $\overline{BD}$를 그으면 $\overline{CD}=\overline{DE}$에서 $\angle CBD=\angle DBE$이므로



$\angle DBE=\frac{1}{2}\angle CBE$

$=40^\circ$

$\square ABDE$가 원에 내접하므로

$\angle BDE=180^\circ-110^\circ=70^\circ$

따라서 $\triangle BDE$에서

$\angle x=180^\circ-(40^\circ+70^\circ)=70^\circ$ 답 70°

> $\overline{CD}=\overline{DE}$이면
> $\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{DE}$이므로
> $\angle CBD=\angle DBE$

04 $\square ABCD$가 원에 내접하려면

$\angle BDC=\angle BAC=70^\circ$, $\angle ADC=\angle ABE$이어야 하므로

$\angle x+70^\circ=105^\circ$ $\quad\therefore\ \angle x=35^\circ$

또 $\angle ACB=\angle ADB=35^\circ$이어야 하므로

$\triangle FBC$에서 $\angle y+35^\circ=75^\circ$ $\quad\therefore\ \angle y=40^\circ$

$\therefore\ \angle y-\angle x=5^\circ$ 답 ②

04-1 (ㄱ) $\angle BAC$, $\angle ACD$의 크기는 알 수 없다.

(ㄹ) $\angle ABC=180^\circ-70^\circ=110^\circ$이므로

$\angle ABC+\angle ADC=210^\circ\neq 180^\circ$

이상에서 원에 내접하는 $\square ABCD$는 (ㄴ), (ㄷ)이다.

답 (ㄴ), (ㄷ)

05 $\overline{PQ}$를 그으면 $\square PQCD$가 원에 내접하므로

$\angle PQB=\angle D=85^\circ$

또 $\square ABQP$도 원에 내접하므로

$\angle x=180^\circ-85^\circ=95^\circ$ 답 95°

05-1 $\square PQDB$가 원 O′에 내접하므로

$\angle y=\angle B=94^\circ$

또 $\square ACQP$가 원 O에 내접하므로

$\angle CAP=180^\circ-94^\circ=86^\circ$

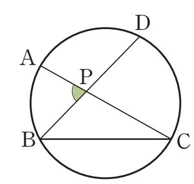
$\therefore\ \angle x=2\angle CAP=2\times 86^\circ=172^\circ$

$\therefore\ \angle x-\angle y=78^\circ$ 답 ②

발전유형 익히기

▸ 107쪽

01 $\overline{BC}$를 그으면



$\angle DBC=\frac{1}{4}\times 180^\circ=45^\circ$

> $\overset{\frown}{CD}$의 길이가 원주의 $\frac{1}{4}$배이므로 $\overset{\frown}{CD}$의 원주각의 크기는 180°의 $\frac{1}{4}$배이다.

$\angle ACB : \angle DBC$

$=\overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{CD}=2 : 3$

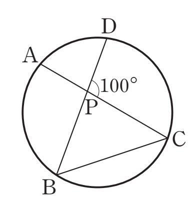
이므로

$\angle ACB : 45^\circ=2 : 3$ $\quad\therefore\ \angle ACB=30^\circ$

$\therefore\ \angle APB=30^\circ+45^\circ=75^\circ$ 답 ④

> 삼각형의 외각의 성질에 의하여
> $\angle APB$
> $=\angle PCB+\angle PBC$

01-1 $\overline{BC}$를 그으면



$\angle ACB+\angle DBC$

$=\angle DPC=100^\circ$

즉 $\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{CD}$에 대한 원주각의 크기의 합이 100°이므로

$\overset{\frown}{AB}+\overset{\frown}{CD}$의 길이는 원의 둘레의 길이의

$\frac{100^\circ}{180^\circ}=\frac{5}{9}$(배)이다. 답 $\frac{5}{9}$배

02 $\triangle BCP$에서 $\angle PCQ=\angle P+\angle B=43^\circ+\angle x$

$\square ABCD$가 원에 내접하므로 $\angle CDQ=\angle x$

$\triangle CQD$에서 $(43^\circ+\angle x)+31^\circ+\angle x=180^\circ$

$2\angle x=106^\circ$ $\quad\therefore\ \angle x=53^\circ$ 답 53°

02-1 $\angle DAB=\angle x$라 하면 $\square ABCD$가 원에 내접하므로 $\angle BCD=180^\circ-\angle x$

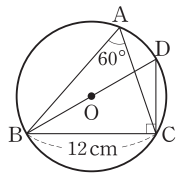
$\triangle PBC$에서

$\angle PBQ=30^\circ+(180^\circ-\angle x)=210^\circ-\angle x$

$\triangle AQB$에서 $\angle x=50^\circ+(210^\circ-\angle x)$

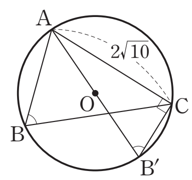
$2\angle x=260^\circ$ $\quad\therefore\ \angle x=130^\circ$ 답 130°

03 원 O의 지름 BD에 대하여
$\angle BDC=\angle BAC=60^\circ$,
$\angle BCD=90^\circ$이므로
$\triangle BCD$에서



$\overline{BD}=\dfrac{\overline{BC}}{\sin 60^\circ}=12\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}$
$=8\sqrt{3}\,(\text{cm})$
따라서 반지름의 길이는 $4\sqrt{3}$cm이다. 답 ①

03-1 원 O의 지름 $\overline{AB'}$에 대하여
$\angle ACB'=90^\circ$
$\triangle AB'C$에서
$\angle B'=\angle B$이므로
$\tan B'=\tan B=\sqrt{5}$



즉 $\dfrac{2\sqrt{10}}{\overline{B'C}}=\sqrt{5}$이므로 $\overline{B'C}=2\sqrt{2}$
$\therefore \overline{AB'}=\sqrt{(2\sqrt{10})^2+(2\sqrt{2})^2}=4\sqrt{3}$ 답 ②

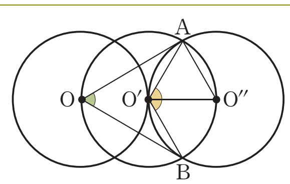
직각삼각형 AB′C에서
$\overline{AB'}^2=\overline{AC}^2+\overline{B'C}^2$

중단원 마무리 ▸ 108~111쪽

01 ④	**02** 180°	**03** 65°	**04** 55°
05 ④	**06** ①	**07** 27 cm	**08** ⑤
09 ③	**10** 110°	**11** 63°	**12** ④
13 ③, ⑤	**14** ③	**15** 100°	**16** ②
17 52°	**18** 18°	**19** 130°	**20** ③
21 35°	**22** ②	**23** 81π	
24 B$(0,\ 4\sqrt{3})$		**25** 540°	

01 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로
$\angle ABC=180^\circ-2\times35^\circ=110^\circ$
$\therefore \angle x=2\angle ABC=2\times110^\circ=220^\circ$ 답 ④

02 오른쪽 그림의
$\triangle AO'O''$이 정
삼각형이므로
$\angle AO'O''=60^\circ$
$\therefore \angle AO'B$
$=2\times60^\circ$
$=120^\circ$



원 O′, O″이 합동이므로
$\overline{O'A}=\overline{O'O''}=\overline{O''A}$

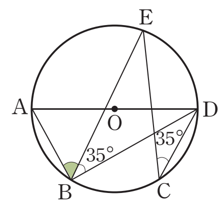
원 O′에서 $\widehat{AB}$에 대한 중심각의 크기가 120°이므로 원주각인 $\angle AOB$의 크기는
$\dfrac{1}{2}\times120^\circ=60^\circ$
$\therefore \angle AOB+\angle AO'B=180^\circ$ 답 180°

03 $\overline{AB}$는 원 O의 지름이므로 $\angle APB=90^\circ$
$\overline{OA}=\overline{OP}$이므로 $\angle APO=\angle PAO=25^\circ$
$\therefore \angle OPB=90^\circ-25^\circ=65^\circ$ 답 65°

다른 풀이
$\angle POB=50^\circ$이고 $\triangle OBP$는 이등변삼각형이므로 $\angle OPB=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$

$\angle POB=2\angle PAO$
$=2\times25^\circ=50^\circ$

04 $\overline{BD}$를 그으면
$\angle EBD=\angle ECD$
$=35^\circ$
$\overline{AD}$가 원 O의 지름이
므로
$\angle ABD=90^\circ$
$\therefore \angle ABE=90^\circ-35^\circ=55^\circ$ 답 55°



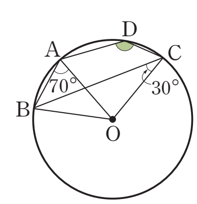
05 $\angle BDC=\angle BAC=\angle a$라 하면 $\triangle PBD$에서
$\angle PBD+25^\circ=\angle a$ $\therefore \angle PBD=\angle a-25^\circ$
$\triangle ABE$에서 $\angle a+(\angle a-25^\circ)=65^\circ$
$2\angle a=90^\circ$ $\therefore \angle a=45^\circ$
$\therefore \angle BDC=45^\circ$ 답 ④

06 $\angle ABD:\angle BDC=1:2$이므로
$\angle ABD=\dfrac{1}{2}\times60^\circ=30^\circ$
$\angle BAP=\angle BDC=60^\circ$이므로 $\angle APB=90^\circ$
$\triangle ABP$에서
$\overline{BP}=4\cos30^\circ=4\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}(\text{cm})$
$\therefore\ \triangle ABP=\dfrac{1}{2}\times4\times2\sqrt{3}\times\sin30^\circ$
$=\dfrac{1}{2}\times4\times2\sqrt{3}\times\dfrac{1}{2}=2\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$
답 ①

원주각의 크기와 호의 길이는 정비례하므로
$\angle ABD:\angle BDC$
$=\widehat{AD}:\widehat{BC}=1:2$

07 $\triangle APD$에서 $\angle PDA=74^\circ-34^\circ=40^\circ$
원주각의 크기와 호의 길이는 정비례하므로 원의 둘레의 길이를 l이라 하면
$l:6=180^\circ:40^\circ$ $\therefore l=27(\text{cm})$
답 27 cm

08 $\overline{OB}$를 그으면 $\triangle OAB$와
$\triangle OCB$는 이등변삼각형이
므로
$\angle OBA=\angle OAB=70^\circ$
$\angle OBC=\angle OCB=30^\circ$
$\therefore \angle ABC=70^\circ-30^\circ=40^\circ$
□ABCD가 원에 내접하므로
$\angle ADC=180^\circ-40^\circ=140^\circ$ 답 ⑤



LECTURE BOOK

09 $\angle BAD=\frac{1}{2}\times 210^\circ=105^\circ$

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle DCE=\angle BAD=105^\circ$ 답 ③

10 □AQPD가 원 O에 내접하므로

$\angle AQP=\angle EDP=110^\circ$

또 □QBCP가 원 O′에 내접하므로

$\angle BCP=\angle AQP=110^\circ$ 답 110°

11 $\angle BCD=\frac{3}{5}\times 180^\circ=108^\circ$이므로

$\angle BAD=180^\circ-108^\circ=72^\circ$

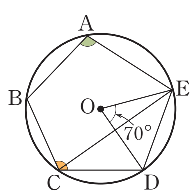
□ABCD가 원에 내접하므로 $\angle BCD+\angle BAD=180^\circ$
$\therefore\ \angle BAD=180^\circ-\angle BCD$

$\angle ABC=\frac{3}{4}\times 180^\circ=135^\circ$이므로

$\angle ADE=\angle ABC=135^\circ$

$\therefore\ \angle ADE-\angle BAD=63^\circ$ 답 63°

12 $\overline{CE}$를 그으면



$\angle ECD=\frac{1}{2}\angle EOD$

$=\frac{1}{2}\times 70^\circ$

$=35^\circ$

□ABCE가 원에 내접하므로

$\angle A+\angle BCE=180^\circ$

$\therefore\ \angle A+\angle C=(\angle A+\angle BCE)+\angle ECD$

$=180^\circ+35^\circ=215^\circ$

답 ④

13 ③ 직사각형은 대각의 크기의 합이 180°이므로 항상 원에 내접한다.

⑤ 등변사다리꼴은 두 밑각의 크기가 같으므로 한 쌍의 대각의 크기의 합이 180°이다. 따라서 등변사다리꼴은 항상 원에 내접한다.

답 ③, ⑤

14 대각의 크기의 합이 180°인 사각형은 원에 내접하므로 □ADHF, □BEHD, □CFHE는 원에 내접한다.

또 한 직선에 대하여 같은 쪽에 있는 두 점으로 만들어진 각의 크기가 같으면 네 점이 한 원 위에 있으므로 □BCFD, □ADEC, □ABEF는 원에 내접한다.

$\angle BDC=\angle BFC$
$=90^\circ$

답 ③

15 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle y=\angle BAD=65^\circ$

또 □ABCE가 원에 내접하므로

$(\angle x+65^\circ)+80^\circ=180^\circ$ $\therefore\ \angle x=35^\circ$

$\therefore\ \angle x+\angle y=100^\circ$ 답 100°

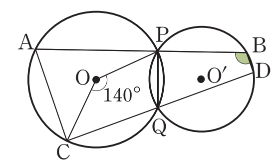
다른 풀이

□ABCD와 □ABCE가 같은 원에 내접하면 점 A, B, C, D, E는 한 원 위에 있으므로

$\angle ECD=\angle x$

$\therefore\ \angle x+\angle y=180^\circ-80^\circ=100^\circ$

16 $\angle CAP$



$=\frac{1}{2}\angle COP$

$=\frac{1}{2}\times 140^\circ=70^\circ$

$\overline{PQ}$를 그으면 □ACQP가 원 O에 내접하므로

$\angle PQD=\angle CAP=70^\circ$

또 □PQDB가 원 O′에 내접하므로

$\angle PBD=180^\circ-70^\circ=110^\circ$ 답 ②

17

채점 기준	점수
$\angle x$의 크기 구하기	3
$\angle y$의 크기 구하기	2
$\angle y-\angle x$의 크기 구하기	1

$\angle BEA=\angle BEC=90^\circ$이므로 △ABE에서

$\angle ABE=90^\circ-52^\circ=38^\circ$

$\therefore\ \angle x=2\angle DBE=2\times 38^\circ=76^\circ$ • 3점

$\angle BDC=90^\circ$이므로 △DBF에서

$\angle y=\angle DBF+\angle BDF$

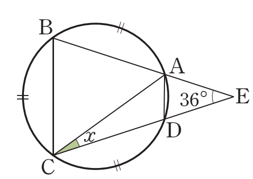
$\angle y=38^\circ+90^\circ=128^\circ$ • 2점

$\therefore\ \angle y-\angle x=52^\circ$ • 1점

답 52°

18

채점 기준	점수
$\angle ACD$의 크기에 대한 식 세우기	4
$\angle ACD$의 크기 구하기	2



$\angle ACD=\angle x$라 하면 △ACE에서

△ACE에서 삼각형의 외각의 성질에 의하여 $\angle BAC$
$=\angle ACE+\angle AEC$

$\angle BAC=\angle x+36^\circ$

$\overline{AD}$를 그으면

□ABCD가 원에 내접하므로

$(\angle BAC+\angle CAD)+(\angle ACB+\angle ACD)$

$=180^\circ$

$\widehat{AB}=\widehat{BC}=\widehat{CD}$이므로 $\angle ACB=\angle BAC$
$=\angle CAD$
$=\angle x+36^\circ$

$3(\angle x+36^\circ)+\angle x=180^\circ$ • 4점

$4\angle x=72^\circ$ $\therefore\ \angle x=18^\circ$ • 2점

답 18°

19

채점 기준	점수
$\angle PDQ$의 크기에 대한 식 세우기	4
$\angle PDQ$의 크기 구하기	2

$\angle PDQ=\angle x$라 하면 □ABCD가 원에 내접하므로 $\angle B=180^\circ-\angle ADC=180^\circ-\angle x$

$\triangle QBC$에서

$\angle PCD = \angle B + \angle Q$

$= (180° - \angle x) + 35°$

$= 215° - \angle x$

$\triangle PDC$에서

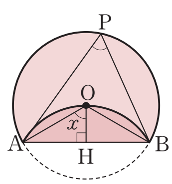
$(215° - \angle x) + 45° = \angle x$ • 4점

$2\angle x = 260°$

$\therefore \angle x = 130°$ • 2점

답 130°

20 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 긋고, 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H, $\angle AOH = \angle x$라 하면



$\cos x = \dfrac{\overline{OH}}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{2}$

> $\overline{OH} = \dfrac{1}{2}\overline{OA}$

$\therefore \angle x = 60°$

즉 $\angle AOB = 120°$이므로

> $\triangle OAH \equiv \triangle OBH$ 이므로 $\angle AOH = \angle BOH$

$\angle APB = \dfrac{1}{2} \times 120° = 60°$

답 ③

21 $\angle ABD = \angle DBC$이므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$

$\overline{AB} = \overline{CE}$, $\angle DAB = \angle DCE$

> □ABCD가 원에 내접하므로 한 외각의 크기와 그 내대각의 크기가 같다.

$\therefore \triangle DAB \equiv \triangle DCE$ (SAS 합동)

따라서 $\angle ABD = \angle CED = 55°$이므로

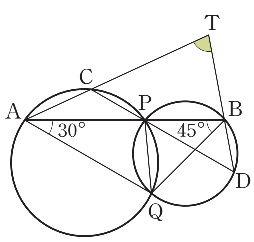
$\angle ABC = 2 \times 55° = 110°$

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle BDC = 180° - 110° - 35° = 35°$

답 35°

22 $\overline{PQ}$를 그으면



□AQPC가 원에 내접하므로

$\angle CAQ = \angle QPD$

$\overset{\frown}{QD}$에 대한 원주각의 크기는 같으므로

$\angle QPD = \angle QBD$

즉 $\angle CAQ = \angle QBD$이므로 네 점 A, Q, B, T는 한 원 위에 있다.

> □AQBT에서 외각 ∠QBD의 크기와 그 내대각 ∠QAT의 크기가 같다.

$\therefore \angle AQB + \angle ATB = 180°$

$\triangle AQB$에서

$\angle AQB = 180° - (30° + 45°) = 105°$

이므로 $\angle ATD = 180° - 105° = 75°$

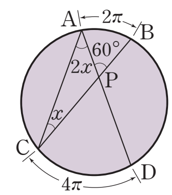
답 ②

23

채점 기준	점수
∠ACP의 크기 구하기	3
원의 반지름의 길이 구하기	2
원의 넓이 구하기	1

$\overline{AC}$를 긋고 $\angle ACP = \angle x$라 하면 $\angle CAP = 2\angle x$이므로

> $\angle ACP : \angle CAP = \overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{CD} = 2\pi : 4\pi = 1 : 2$



$\triangle ACP$에서

$\angle x + 2\angle x = 60°$

$\therefore \angle x = 20°$ • 3점

원의 반지름의 길이를 r라 하면

$20° : 180° = 2\pi : 2\pi r$ $\quad \therefore r = 9$ • 2점

따라서 주어진 원의 넓이는

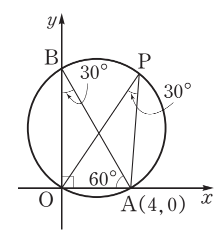
$\pi \times 9^2 = 81\pi$ • 1점

답 81π

24

채점 기준	점수
$\overline{OB}$의 길이 구하기	4
점 B의 좌표 구하기	2

$\overline{AB}$를 그으면



$\angle AOB = 90°$,

$\angle OBA = \angle OPA = 30°$이므로 $\triangle OAB$에서

> $\angle OAB = 90° - 30° = 60°$

$\overline{OB} = \overline{OA}\tan 60°$

$= 4\sqrt{3}$ • 4점

따라서 점 B의 좌표는

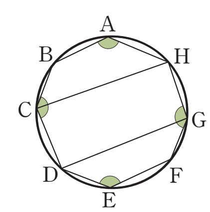
$(0,\ 4\sqrt{3})$이다. • 2점

답 $B(0,\ 4\sqrt{3})$

25

채점 기준	점수
$\overline{CH}$, $\overline{DG}$를 그어 원에 내접하는 사각형의 성질 이용하기	4
∠A+∠C+∠E+∠G의 크기 구하기	2

$\overline{CH}$, $\overline{DG}$를 그으면



□ABCH가 원에 내접하므로

$\angle A + \angle BCH = 180°$ $\cdots\cdots$ ㉠

□CDGH가 원에 내접하므로

$\angle HCD + \angle DGH = 180°$ $\cdots\cdots$ ㉡

□DEFG가 원에 내접하므로

$\angle DGF + \angle E = 180°$ $\cdots\cdots$ ㉢ • 4점

㉠, ㉡, ㉢에 의하여

$\angle A + \angle C + \angle E + \angle G$

$= \angle A + (\angle BCH + \angle HCD) + (\angle DGH + \angle DGF) + \angle E$

$= 180° \times 3 = 540°$ • 2점

답 540°

3 원주각 (2)

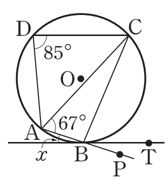
필수유형 다지기 ▸ 113~114쪽

01 $\angle ABC=\angle ACT=64^\circ$이고 $\triangle ABC$가 이등변삼각형이므로
$\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-64^\circ)=58^\circ$ 답 ④

01-1 $\angle ABC=\angle ACD=50^\circ$이므로
$\angle AOC=2\angle ABC=2\times 50^\circ=100^\circ$
$\triangle AOC$가 이등변삼각형이므로
$\angle OAC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-100^\circ)=40^\circ$ 답 ③

02 □ABCD가 원에 내접하므로
$\angle ABC=180^\circ-85^\circ=95^\circ$
따라서 $\triangle ABC$에서
$\angle x=\angle ACB=180^\circ-(95^\circ+67^\circ)=18^\circ$
답 ③

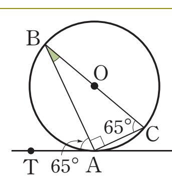
다른 풀이
$\overline{AB}$의 연장선을 긋고 그 위 위의 한 점을 P라 하자.
□ABCD가 원 O에 내접하므로



$\angle CBP=\angle ADC=85^\circ$
또 $\angle CBT=\angle CAB=67^\circ$이므로
$\angle x=\angle TBP=\angle CBP-\angle CBT$
$=85^\circ-67^\circ=18^\circ$

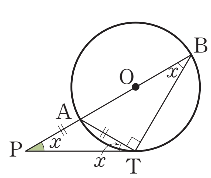
02-1 □ABCD가 원에 내접하므로
$\angle ABC=180^\circ-120^\circ=60^\circ$
$\triangle PBC$에서 $\angle BCP=60^\circ-25^\circ=35^\circ$
$\therefore \angle x=\angle BCP=35^\circ$ 답 35°

03 $\overline{AC}$를 그으면
$\angle BCA=\angle BAT=65^\circ$
$\angle BAC=90^\circ$이므로
$\angle ABC=90^\circ-65^\circ$
$=25^\circ$



답 25°

03-1 $\triangle APT$가 이등변삼각형이므로 $\angle ATP=\angle x$
$\angle ABT=\angle ATP$
$=\angle x,$



반원에 대한 원주각의 크기는 90°이다.

$\angle ATB=90^\circ$이므로 $\triangle BPT$에서
$\angle x+\angle x+(\angle x+90^\circ)=180^\circ$
$\therefore \angle x=30^\circ$ 답 30°

원 밖의 한 점에서 그은 두 접선의 길이는 같으므로 $\overline{BD}=\overline{BE}$

04 $\triangle BDE$가 이등변삼각형이므로
$\angle BED=\frac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$
또 $\angle FEC=\angle FDE=55^\circ$이므로
$\angle DEF=180^\circ-(70^\circ+55^\circ)=55^\circ$
답 ⑤

04-1 $\triangle ABE$가 이등변삼각형이므로
$\angle ABE=\angle BAE=\frac{1}{2}\times(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$
$\triangle ABF$에서 $\angle x=65^\circ-30^\circ=35^\circ$
또 $\angle y=\angle CAE=65^\circ+30^\circ=95^\circ$이므로
$\angle y-\angle x=60^\circ$ 답 60°

$\angle DBP=\angle DPT$
$=\angle CPT'$
$=\angle CAP$

05 $\angle DBP=\angle CAP=60^\circ$
$\triangle BDP$에서
$\angle BPD=180^\circ-(60^\circ+55^\circ)=65^\circ$
답 ③

$\angle x=\angle BTQ$
$=\angle CDT$

05-1 $\angle BAT=\angle x$, $\angle ATP=\angle y$라 하면
$\angle x=\angle CDT=75^\circ$
$\angle y=\angle ABT=60^\circ$
$\therefore \angle x+\angle y=135^\circ$
답 135°

$\angle CAP=\angle CPT'$
$=\angle DPT$
$=\angle DBP$

05-2 $\angle CAP=\angle DBP$, $\angle APC=\angle BPD$(맞꼭지각)이므로
$\triangle ACP \backsim \triangle BDP$ (AA 닮음)
따라서 $\overline{AP}:\overline{BP}=\overline{CP}:\overline{DP}$이므로
$4:\overline{BP}=6:9$
$\therefore \overline{BP}=6(\text{cm})$ 답 6 cm

필수유형 다지기 ▸ 116~117쪽

01 $\overline{DP}=x\text{cm}$라 하면 $\overline{CP}=(11-x)\text{cm}$
$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로
$6\times4=(11-x)\times x$, $x^2-11x+24=0$
$(x-3)(x-8)=0$
$\therefore x=3$ ($\because \overline{CP}>\overline{DP}$) 답 3 cm

01-1 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로

$x^2=5\times20=100$

$\therefore x=10(\text{cm})$ 답 10cm

02 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로

$3\times(3+7)=2\times(2+x)$

$2x=26 \quad \therefore x=13(\text{cm})$ 답 13cm

02-1 $\overline{PC}=6-x$이고 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로

$3\times(3+5)=(6-x)\times6$

$6x=12 \quad \therefore x=2$ 답 ②

03 $\overline{PB}=11-3=8(\text{cm})$이고 $\overline{CP}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

$\overline{CP}^2=3\times8=24$

$\therefore \overline{CP}=2\sqrt{6}(\text{cm})$ 답 ④

원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분하므로 $\overline{CP}=\overline{DP}$

03-1 $\overline{BP}=x\text{cm}$라 하면 $\overline{PC}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

$4^2=8x \quad \therefore x=2$

즉 $\overline{AB}=10\text{cm}$이므로 원 O의 반지름의 길이는 5cm이다.

따라서 원 O의 넓이는

$\pi\times5^2=25\pi(\text{cm}^2)$ 답 $25\pi\text{cm}^2$

04 $\overline{PO}=x\text{cm}$라 하면 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로

$8\times7=(8-x)(8+x),\ 56=64-x^2$

$x^2=8 \quad \therefore x=2\sqrt{2}$ 답 $2\sqrt{2}\text{cm}$

$\overline{PC}=\overline{CO}-\overline{PO}$
$=8-x(\text{cm})$
$\overline{PD}=\overline{DO}+\overline{PO}$
$=8+x(\text{cm})$

04-1 원 O의 반지름의 길이를 $r\text{cm}$라 하면

$\overline{AP}=\frac{1}{2}r(\text{cm}),\ \overline{BP}=\frac{3}{2}r(\text{cm})$

$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로

$\frac{1}{2}r\times\frac{3}{2}r=3\times4,\ r^2=16$

$\therefore r=4$ 답 4cm

05 원 O의 반지름의 길이를 $r\text{cm}$라 하면

$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로

$4\times9=3\times(3+2r),\ 6r=27 \quad \therefore r=\frac{9}{2}$

따라서 원 O의 둘레의 길이는

$2\pi\times\frac{9}{2}=9\pi(\text{cm})$ 답 ④

05-1 $\overline{OP}=5+7=12(\text{cm})$이므로

$\overline{CP}=\sqrt{5^2+12^2}=13(\text{cm})$

$\overline{CD}=x\text{cm}$라 하면 $\overline{DP}=(13-x)\text{cm}$

$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로

$17\times7=13\times(13-x),\ 13x=50$

$\therefore x=\frac{50}{13}$ 답 $\frac{50}{13}\text{cm}$

직각삼각형 COP에서
$\overline{CP}=\sqrt{\overline{CO}^2+\overline{OP}^2}$

06 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PE}\times\overline{PF}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로

$2\times(2+18)=4\times(4+x)$

$4x=24 \quad \therefore x=6$ 답 ⑤

06-1 $\overline{PA}\times\overline{PC}=\overline{PQ}\times\overline{PR}=\overline{PB}\times\overline{PD}$이므로

$(8+3)\times\overline{PC}=3\times15$

$\therefore \overline{PC}=\frac{45}{11}(\text{cm})$ 답 $\frac{45}{11}\text{cm}$

필수유형 다지기

▸ 119쪽

01 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

$(2\sqrt{3})^2=x(x+4),\ x^2+4x-12=0$

$(x+6)(x-2)=0 \quad \therefore x=2$

답 2

01-1 $\overline{CA}\times\overline{CB}=\overline{CD}\times\overline{CT}$이므로

$4\times\overline{CB}=3\times8 \quad \therefore \overline{CB}=6(\text{cm})$

또 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

$\overline{PT}^2=8\times(8+4+6)=144$

$\therefore \overline{PT}=12(\text{cm})$ 답 ③

02 원 O의 반지름의 길이를 r라 하면

$\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

$8^2=(10-r)(10+r),\ r^2=36$

$\therefore r=6$

$\therefore \overline{PA}=10-6=4$ 답 ③

02-1 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

$\overline{PT}^2=4\times(4+8)=48$

$\therefore \overline{PT}=4\sqrt{3}$

$\therefore \overline{QT}=\overline{PT}=4\sqrt{3}$

원 O의 반지름의 길이를 r라 하면

$(4\sqrt{3})^2=3\times(3+2r),\ 6r=39$

$\therefore r=\frac{13}{2}$ 답 $\frac{13}{2}$

03 원 O에서 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

$5^2=3\times(3+\overline{AB})$

$3\overline{AB}=16 \quad \therefore \overline{AB}=\frac{16}{3}(\text{cm})$

또 $\overline{PT'}=\overline{PT}=5(\text{cm})$이므로

$\overline{AB}+\overline{PT'}=\frac{31}{3}(\text{cm})$ 답 $\frac{31}{3}\text{cm}$

$\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PT'}^2$
$\therefore \overline{PT}=\overline{PT'}$

03-1 원 O에서 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

$\overline{PT}^2=5\times(5+4)=45$

$\therefore\ \overline{PT}=3\sqrt{5}$

원 O′에서 $\overline{PT}^2=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로

$(3\sqrt{5})^2=3\times(3+\overline{CD})$

$3\overline{CD}=36\qquad\therefore\ \overline{CD}=12$

$\therefore\ \overline{PT}+\overline{CD}=3(4+\sqrt{5})$ 답 ⑤

발전유형 익히기

▸ 120~121쪽

01 $\overline{PA}=x$라 하면 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로

$x(x+11)=6\times(6+4),\ x^2+11x-60=0$

$(x+15)(x-4)=0$

$\therefore\ x=4(\text{cm})$

$\triangle$PAC와 $\triangle$PDB에서

$\angle PCA=\angle PBD,\ \angle P$는 공통이므로

> 원에 내접하는 사각형의 한 외각의 크기는 그 내대각의 크기와 같다.

$\triangle PAC\backsim\triangle PDB$ (AA 닮음)

$\overline{PA}:\overline{PD}=\overline{AC}:\overline{DB}$이므로

$4:10=3:\overline{BD}$

$\therefore\ \overline{BD}=\dfrac{15}{2}(\text{cm})$ 답 $\dfrac{15}{2}$cm

01-1 $\overline{PC}=x$라 하면 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로

$7\times(7+5)=x(x+8),\ x^2+8x-84=0$

$(x+14)(x-6)=0$

$\therefore\ x=6(\text{cm})$

$\triangle$PAC와 $\triangle$PDB에서

$\angle PAC=\angle PDB,\ \angle P$는 공통이므로

$\triangle PAC\backsim\triangle PDB$ (AA 닮음)

$\overline{PA}:\overline{PD}=\overline{AC}:\overline{DB}$이므로

$7:14=\overline{AC}:8$

$\therefore\ \overline{AC}=4(\text{cm})$ 답 ③

02 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

$\overline{PT}^2=3\times(3+9)=36$

$\therefore\ \overline{PT}=6(\text{cm})$

$\triangle$PTA와 $\triangle$PBT에서

$\angle PTA=\angle PBT,\ \angle P$는 공통이므로

> 접선과 현이 이루는 각의 크기는 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같다.

$\triangle PTA\backsim\triangle PBT$ (AA 닮음)

$\overline{PT}:\overline{PB}=\overline{TA}:\overline{BT}$이므로

$6:12=5:\overline{BT}$

$\therefore\ \overline{BT}=10(\text{cm})$ 답 10 cm

02-1 $\overline{PA}=x$라 하면 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

$8^2=x(x+12),\ x^2+12x-64=0$

$(x+16)(x-4)=0$

$\therefore\ x=4$

$\triangle$PTA와 $\triangle$PBT에서

$\angle PTA=\angle PBT,\ \angle P$는 공통이므로

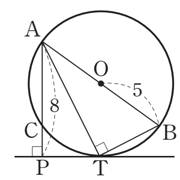
$\triangle PTA\backsim\triangle PBT$ (AA 닮음)

$\overline{PT}:\overline{PB}=\overline{TA}:\overline{BT}$이므로

$8:16=\overline{AT}:12$

$\therefore\ \overline{AT}=6$ 답 6

02-2 $\overline{BT}$를 그으면 $\triangle$APT와 $\triangle$ATB에서



$\angle APT=\angle ATB=90°$,

> 반원에 대한 원주각의 크기는 90°이다.

$\angle ATP=\angle ABT$

이므로

$\triangle APT\backsim\triangle ATB$ (AA 닮음)

$\overline{AP}:\overline{AT}=\overline{AT}:\overline{AB}$이므로

$8:\overline{AT}=\overline{AT}:10,\ \overline{AT}^2=80$

$\therefore\ \overline{AT}=4\sqrt{5}$

$\triangle$APT에서 $\overline{PT}=\sqrt{(4\sqrt{5})^2-8^2}=4$

이때 $\overline{PT}^2=\overline{PC}\times\overline{PA}$이므로

$4^2=\overline{PC}\times8\qquad\therefore\ \overline{CP}=2$ 답 2

03 $\triangle$ABP와 $\triangle$AQC에서

$\angle BAP=\angle QAC,\ \angle ABP=\angle AQC$이므로

> $\overset{\frown}{AC}$에 대한 원주각

$\triangle ABP\backsim\triangle AQC$ (AA 닮음)

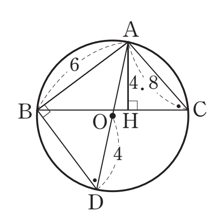
$\overline{AB}:\overline{AQ}=\overline{AP}:\overline{AC}$이므로

$4:\overline{AQ}=3:6$

$\therefore\ \overline{AQ}=8(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{PQ}=8-3=5(\text{cm})$ 답 5cm

03-1 $\overline{BD}$를 그으면 $\triangle$ABD와 $\triangle$AHC에서



$\angle ADB=\angle ACH$,

> $\overset{\frown}{AB}$에 대한 원주각

$\angle ABD=\angle AHC=90°$

이므로

$\triangle ABD\backsim\triangle AHC$

(AA 닮음)

$\overline{AB}:\overline{AH}=\overline{AD}:\overline{AC}$이므로

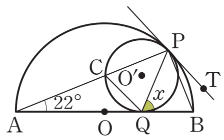
$6:\overline{AH}=8:4.8$

$\therefore\ \overline{AH}=3.6$ 답 ④

04 $\triangle$ABP에서 $\angle APB=90°$이므로

$\angle ABP=90°-22°=68°$

$\overline{CQ}$를 긋고 점 P에서 반원 O와 원 O′에 접하는 직선 PT를 긋자.



$\angle PQB=\angle x$라 하면

$\angle QPT=\angle QCP=\angle PQB=\angle x$

또 $\overline{BP}$를 그으면

$\angle BPT=\angle BAP=22°$

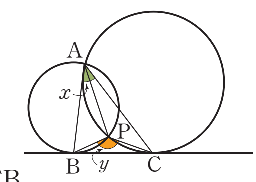
$\therefore \angle QPB=\angle x-22°$

$\triangle PQB$에서

$(\angle x-22°)+\angle x+68°=180°$

$2\angle x=134°$ $\quad \therefore \angle x=67°$ 답 67°

04-1 $\overline{AP}$를 그으면



$\angle PBC=\angle PAB$,

$\angle PCB=\angle PAC$

$\triangle PBC$에서

$\angle y+\angle PBC+\angle PCB$

$=180°$이므로

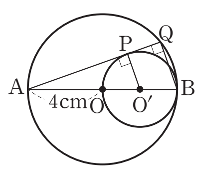
$\angle y+(\angle PAB+\angle PAC)=180°$

$\therefore \angle x+\angle y=180°$ 답 180°

05 $\overline{AP}^2=\overline{AO}\times\overline{AB}$이므로

$\overline{AP}^2=4\times(4+4)=32$ $\quad \therefore \overline{AP}=4\sqrt{2}(cm)$

$\overline{PO'}$, $\overline{QB}$를 그으면



$\triangle APO'$과 $\triangle AQB$에서

$\angle APO'=\angle AQB$

$=90°$,

$\angle A$는 공통이므로

$\triangle APO' \backsim \triangle AQB$(AA 닮음)

$\overline{AP}:\overline{AQ}=\overline{AO'}:\overline{AB}$이므로

$4\sqrt{2}:\overline{AQ}=6:8$ $\quad \therefore \overline{AQ}=\frac{16\sqrt{2}}{3}(cm)$

$\therefore \overline{PQ}=\frac{16\sqrt{2}}{3}-4\sqrt{2}=\frac{4\sqrt{2}}{3}(cm)$ 답 $\frac{4\sqrt{2}}{3}$cm

다른 풀이

$\overline{AO'}=6$cm, $\overline{PO'}=2$cm이므로 $\triangle APO'$에서

$\overline{AP}=\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}(cm)$

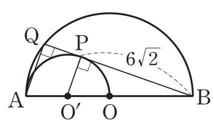
$\overline{AP}:\overline{PQ}=\overline{AO'}:\overline{O'B}$이므로

$4\sqrt{2}:\overline{PQ}=6:2$ $\quad \therefore \overline{PQ}=\frac{4\sqrt{2}}{3}(cm)$

05-1 $\overline{OB}=x$라 하면 $\overline{BP}^2=\overline{BO}\times\overline{BA}$이므로

$(6\sqrt{2})^2=x\times 2x$, $x^2=36$ $\quad \therefore x=6$

$\overline{PO'}$을 그으면



$\triangle QAB$와 $\triangle PO'B$에서

$\angle AQB=\angle O'PB$

$=90°$,

$\angle B$는 공통이므로

$\triangle QAB \backsim \triangle PO'B$(AA 닮음)

Q BOX

$\overline{OA}=6$이므로

$\overline{O'P}=\frac{1}{2}\overline{OA}=3$

$\angle QPT$는 접선 PT와 현 QP가 이루는 각의 크기이고 $\angle QCP$는 호 PQ에 대한 원주각이므로 $\angle QPT=\angle QCP$

$\angle x=\angle PAB+\angle PAC$

원 O′의 반지름의 길이가 2cm이므로

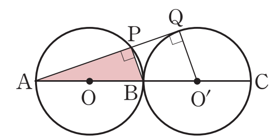
$\overline{AO'}=4+2=6(cm)$

$\overline{AQ}:\overline{O'P}=\overline{AB}:\overline{O'B}$이므로

$\overline{AQ}:3=12:9$

$\therefore \overline{AQ}=4$ 답 4

05-2



$\overline{AB}=6(cm)$, $\overline{AC}=12(cm)$

$\overline{AQ}^2=\overline{AB}\times\overline{AC}$이므로

$\overline{AQ}^2=6\times 12=72$ $\quad \therefore \overline{AQ}=6\sqrt{2}(cm)$

$\overline{QO'}$을 그으면 $\triangle APB$와 $\triangle AQO'$에서

$\angle APB=\angle AQO'=90°$, $\angle A$는 공통이므로

$\triangle APB \backsim \triangle AQO'$(AA 닮음)

$\overline{AP}:\overline{AQ}=\overline{AB}:\overline{AO'}$이므로

$\overline{AP}:6\sqrt{2}=6:9$ $\quad \therefore \overline{AP}=4\sqrt{2}(cm)$

또 $\overline{PB}:\overline{QO'}=\overline{AB}:\overline{AO'}$이므로

$\overline{BP}:3=6:9$ $\quad \therefore \overline{BP}=2(cm)$

$\therefore \triangle ABP=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{2}\times 2=4\sqrt{2}(cm^2)$

답 $4\sqrt{2}cm^2$

중단원 마무리

▸ 122~125쪽

01 ④	02 ⑤	03 $75\sqrt{3}cm^2$	
04 ③	05 $2\sqrt{3}$cm	06 ⑤	07 2
08 ④	09 ③	10 $\frac{9}{5}$	11 $8\sqrt{3}$cm
12 ⑤	13 4cm	14 ④	15 ③
16 3cm	17 (1) 52° (2) 78°		
18 $x=6$, $y=\frac{135}{17}$		19 $\sqrt{3}$cm	20 ③
21 ①	22 ⑤	23 $56\sqrt{2}$	24 18cm
25 6cm			

01 $\angle ACP=\angle ADC=80°$이므로 $\triangle ACP$에서

$\angle x=180°-45°-80°=55°$

답 ④

02 직선 PT가 원 O의 접선이므로

$\angle APT=\angle ABP$

□ABCD가 원 O′에 내접하므로

$\angle ABP=\angle ADC=70°$

$\therefore \angle APT=70°$

답 ⑤

Q BOX

03 $\angle PAC=\angle BCP=30°$
$\angle BCA=90°$이므로 $\triangle ABC$에서
$\overline{AC}=\overline{AB}\cos 30°$
$=20\times\frac{\sqrt{3}}{2}$
$=10\sqrt{3}$(cm)
$\triangle APC$에서
$\angle APC=180°-(30°+90°+30°)=30°$
이므로 $\overline{PC}=\overline{AC}=10\sqrt{3}$(cm)
$\angle PCA=120°$이므로
$\triangle CAP=\frac{1}{2}\times10\sqrt{3}\times10\sqrt{3}\times\sin(180°-120°)$
$=75\sqrt{3}$(cm^2)

> 두 변의 길이가 a, b이고 그 끼인 각의 크기가 C인 삼각형의 넓이
> ➡ $\frac{1}{2}ab\sin(180°-C)$
> (단, $90°<C<180°$)

답 $75\sqrt{3}$cm^2

04 $x(x+5)=2\times(2+10)$이므로
$x^2+5x-24=0$, $(x+8)(x-3)=0$
$\therefore x=3$ ($\because x>0$)

답 ③

05 $\overline{CD}^2=\overline{AD}\times\overline{BD}$이므로
$\overline{CD}^2=(4+2)\times2=12$
$\therefore \overline{CD}=2\sqrt{3}$(cm)

답 $2\sqrt{3}$cm

06 $\overline{OD}=r$라 하면 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로
$4\times(4+3)=(8-r)(8+r)$
$r^2=36$ $\therefore r=6$(cm)

답 ⑤

07 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PE}\times\overline{PF}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로
$(4+\overline{PC})\times3=\overline{PC}\times(3+6)$
$6\overline{PC}=12$ $\therefore \overline{PC}=2$

답 2

08 $\overline{PA}=a$라 하면
$\overline{PE}\times\overline{PF}=\overline{PA}\times\overline{PC}$
$=a\times3a=3a^2$
$\therefore \overline{PE}=\frac{3a^2}{\overline{PF}}$
$\overline{PF}\times\overline{PG}=\overline{PB}\times\overline{PD}$
$=2a\times4a=8a^2$
$\therefore \overline{PG}=\frac{8a^2}{\overline{PF}}$
$\therefore \overline{PE}:\overline{PG}=\frac{3a^2}{\overline{PF}}:\frac{8a^2}{\overline{PF}}=3:8$

답 ④

09 $\overline{PT}$가 원의 접선이므로
$\angle ATP=\angle TBA=\angle APT$
즉 $\triangle APT$는 이등변삼각형이므로
$\overline{AP}=\overline{AT}=4$(cm)
$\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로
$\overline{PT}^2=4\times(4+8)=48$
$\therefore \overline{PT}=4\sqrt{3}$(cm)

답 ③

> 원의 접선은 그 접점을 지나는 반지름에 수직이다.

10 $\angle PTA=90°$이므로 $\triangle APT$에서
$\overline{PA}=\sqrt{3^2+4^2}=5$
$\overline{PT}^2=\overline{PB}\times\overline{PA}$이므로
$3^2=x\times5$ $\therefore x=\frac{9}{5}$

답 $\frac{9}{5}$

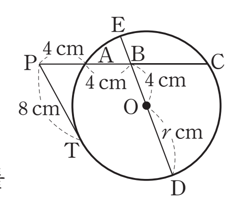
11 $\overline{OH}\perp\overline{AB}$이므로 $\triangle OAH$에서
$\overline{AH}=\sqrt{10^2-6^2}=8$(cm)
$\overline{BH}=\overline{AH}=8$(cm)이므로

> 원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분한다.

$\overline{PA}=8+8+8=24$(cm)
$\overline{PT}^2=\overline{PB}\times\overline{PA}$이므로
$\overline{PT}^2=8\times24=192$
$\therefore \overline{PT}=8\sqrt{3}$(cm)

답 $8\sqrt{3}$cm

12 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PC}$이므로
$8^2=4\times(4+4+\overline{BC})$
$4\overline{BC}=32$
$\therefore \overline{BC}=8$(cm)
원 O의 반지름의 길이를 $r$cm라 하면
$\overline{BA}\times\overline{BC}=\overline{BE}\times\overline{BD}$이므로
$4\times8=(r-4)(r+4)$
$r^2=48$ $\therefore r=4\sqrt{3}$
따라서 원 O의 둘레의 길이는
$2\pi\times4\sqrt{3}=8\sqrt{3}\pi$(cm)



답 ⑤

13 $\overline{PQ}=\overline{PT}=6$(cm)이므로 $\overline{PB}=6+3=9$(cm)

> 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

$\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로
$6^2=\overline{PA}\times9$
$\therefore \overline{PA}=4$(cm)

답 4cm

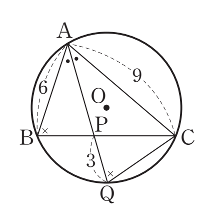
14 $\overline{PT}^2=\overline{PC}\times\overline{PD}=\overline{PA}\times\overline{PB}=3\times9=27$
$\therefore \overline{PT}=3\sqrt{3}$(cm)

답 ④

15 $\overline{QC}$를 그으면 $\triangle ABP$와
$\triangle AQC$에서
$\angle ABP=\angle AQC$,

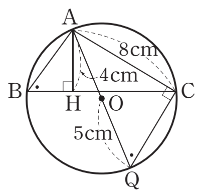
> $\widehat{AC}$에 대한 원주각

$\angle BAP=\angle QAC$이므로
$\triangle ABP\backsim\triangle AQC$
(AA 닮음)



$\overline{AB} : \overline{AQ} = \overline{AP} : \overline{AC}$이므로 $\overline{AP} = x$라 하면
$6 : (x+3) = x : 9,\ x^2 + 3x - 54 = 0$
$(x+9)(x-6) = 0$
$\therefore\ x = 6$ 답 ③

16 $\overline{QC}$를 그으면



$\angle ACQ = 90°$이므로
$\triangle AQC$에서
$\overline{QC} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6(\text{cm})$
$\triangle ABH$와 $\triangle AQC$에서
$\angle AHB = \angle ACQ = 90°$
$\angle ABH = \angle AQC$이므로

> $\widehat{AC}$에 대한 원주각

$\triangle ABH \backsim \triangle AQC$ (AA 닮음)
$\overline{BH} : \overline{QC} = \overline{AH} : \overline{AC}$이므로
$\overline{BH} : 6 = 4 : 8$
$\therefore\ \overline{BH} = 3(\text{cm})$ 답 3cm

17

채점 기준	점수
$\angle A$의 크기 구하기	4
$\angle C$의 크기 구하기	2

(1) $\angle ADF = \angle DEF = 64°$
$\triangle ADF$가 $\overline{AD} = \overline{AF}$인 이등변삼각형이므로
$\angle A = 180° - 2 \times 64° = 52°$ • 4점
(2) $\triangle ABC$에서
$\angle C = 180° - (50° + 52°) = 78°$ • 2점
답 (1) 52° (2) 78°

18

채점 기준	점수
x의 값 구하기	2
$\overline{AB}$의 길이 구하기	2
y의 값 구하기	2

$\angle DCB = 90°$이므로 $\triangle BCD$에서
$x = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$ • 2점
$\triangle ABC$에서
$\overline{AB} = \sqrt{15^2 + 8^2} = 17$ • 2점
이때 $\overline{AE} \times \overline{AB} = \overline{AD} \times \overline{AC}$이므로
$y \times 17 = 9 \times 15 \qquad \therefore\ y = \dfrac{135}{17}$ • 2점
답 $x = 6,\ y = \dfrac{135}{17}$

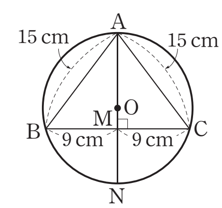
19

채점 기준	점수
$\overline{CB}$의 길이 구하기	2
$\overline{CA}$의 길이 구하기	2
$\overline{CD}$의 길이 구하기	2

$\triangle ABC$에서 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = 6(\text{cm})$이므로
$\overline{CB} = \dfrac{\overline{AB}}{\sin 60°} = 6 \times \dfrac{2}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$ • 2점
$\overline{CA} = \dfrac{\overline{AB}}{\tan 60°} = 6 \times \dfrac{1}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$ • 2점
$\overline{CA}^2 = \overline{CD} \times \overline{CB}$이므로
$(2\sqrt{3})^2 = \overline{CD} \times 4\sqrt{3}$
$\therefore\ \overline{CD} = \sqrt{3}(\text{cm})$ • 2점
답 $\sqrt{3}$cm

20 $\angle AQC = \angle x$라 하면 $\angle QBC = \angle AQC = \angle x$
$\triangle QAC$에서 $\angle QCB = \angle x + 24°$
$\angle CQB = 90°$이므로 $\triangle QCB$에서
$90° + (\angle x + 24°) + \angle x = 180°$
$2\angle x = 66°$
$\therefore\ \angle x = 33°$ 답 ③

21 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 M, 직선 AM과 원 O의 교점을 N이라 하면



$\overline{BM} = \overline{MC}$

> 이등변삼각형의 꼭짓점에서 밑변에 그은 수선은 밑변을 이등분한다.

$\triangle ABM$에서
$\overline{AM} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12(\text{cm})$
이때 $\overline{AM} \times \overline{MN} = \overline{BM} \times \overline{MC}$이므로
$12 \times \overline{MN} = 9^2 \qquad \therefore\ \overline{MN} = \dfrac{27}{4}(\text{cm})$
따라서 원 O의 지름의 길이는
$12 + \dfrac{27}{4} = \dfrac{75}{4}(\text{cm})$

> $\overline{AN} = \overline{AM} + \overline{MN}$

이므로 원 O의 둘레의 길이는
$\dfrac{75}{4}\pi(\text{cm})$ 답 ①

22 원 O의 반지름의 길이를 r라 하면
$\overline{OB} = r,\ \overline{OC} = r - 3,\ \overline{OE} = r - 2$
원 O′에서 $\overline{OE}^2 = \overline{OC} \times \overline{OB}$이므로
$(r-2)^2 = (r-3) \times r$
$\therefore r = 4$ 답 ⑤

23

채점 기준	점수
$\overline{BP}$의 길이 구하기	3
□ABCD의 넓이 구하기	3

$\overline{PA} \times \overline{PC} = \overline{PB} \times \overline{PD}$이므로
$12 \times 4 = \overline{PB} \times 6 \qquad \therefore\ \overline{PB} = 8$ • 3점
$\therefore\ \square ABCD = \dfrac{1}{2} \times 16 \times 14 \times \sin 45°$

> 두 대각선의 길이가 a, b이고 두 대각선이 이루는 예각의 크기가 x인 사각형의 넓이
> ➡ $\dfrac{1}{2}ab\sin x$

$= \dfrac{1}{2} \times 16 \times 14 \times \dfrac{\sqrt{2}}{2}$
$= 56\sqrt{2}$ • 3점
답 $56\sqrt{2}$

Q BOX

24

채점 기준	점수
$\overline{PF}$를 $\overline{PE}$에 대한 식으로 나타내기	2
$\overline{PB}$의 길이 구하기	4

원 O에서 $\overline{PA}\times\overline{PE}=\overline{PC}\times\overline{PF}$이므로

$3\times\overline{PE}=2\times\overline{PF}$

$\therefore \overline{PF}=\frac{3}{2}\overline{PE}$ • 2점

원 O′에서 $\overline{PE}\times\overline{PB}=\overline{PF}\times\overline{PD}$이므로

$\overline{PE}\times\overline{PB}=\frac{3}{2}\overline{PE}\times 12$

$\therefore \overline{PB}=18(\text{cm})$ • 4점

답 18 cm

25

채점 기준	점수
$\overline{PT}$의 길이 구하기	3
$\overline{AB}$의 길이 구하기	3

$\triangle PAT$와 $\triangle PTB$에서

$\angle PTA=\angle PBT$, $\angle P$는 공통이므로

$\triangle PAT \backsim \triangle PTB$ (AA 닮음)

$\overline{PA}:\overline{PT}=\overline{AT}:\overline{TB}$이므로

$2:\overline{PT}=3:6$ $\quad\therefore \overline{PT}=4(\text{cm})$ • 3점

또 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

$4^2=2\times(2+\overline{AB})$, $2\overline{AB}=12$

$\therefore \overline{AB}=6(\text{cm})$ • 3점

답 6 cm

원의 접선과 현이 이루는 각의 크기는 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같다.

Ⅶ. 원의 성질

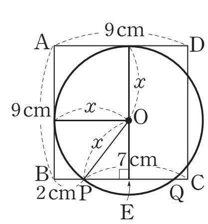
9 최고수준 정복하기

▸ 126~127쪽

01 6 cm	**02** 8개	**03** 4	**04** 14 cm
05 73°	**06** $\frac{54}{13}\text{cm}^2$	**07** $2\sqrt{10}$	**08** $\frac{16}{3}$ cm

01 $\overline{AD}=\overline{BC}=\overline{AB}=\overline{CD}$

$=9(\text{cm})$



점 O에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 E라 하고

$\overline{OP}=x$라 하면

$\overline{OE}=9-x$, $\overline{PE}=x-2$

$\triangle OPE$에서 $x^2=(x-2)^2+(9-x)^2$

$x^2-22x+85=0$, $(x-5)(x-17)=0$

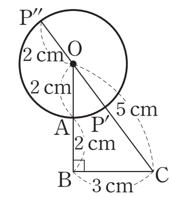
$\therefore x=5(\text{cm})$ ($\because 0<x<9$)

$\overline{PE}=5-2=3(\text{cm})$이므로

$\overline{PQ}=2\overline{PE}=2\times3=6(\text{cm})$

답 6 cm

02 오른쪽 그림에서



$\overline{OC}=\sqrt{3^2+4^2}=5(\text{cm})$

이므로 $\overline{CP}$의 길이 중 가장 짧은 것은

$\overline{CP'}=5-2=3(\text{cm})$

가장 긴 것은

$\overline{CP''}=5+2=7(\text{cm})$

$\therefore 3\le\overline{CP}\le7$

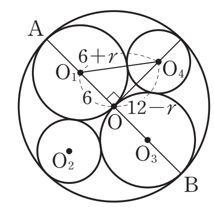
이때 $\overline{CP}$의 길이가 자연수인 것은 3, 4, 5, 6, 7이고, 이 중 4, 5, 6인 경우는 각각 2가지씩이다.

3, 7인 경우는 가장 짧은 길이와 가장 긴 길이로 각각 1가지씩이다.

따라서 $\overline{CP}$의 길이가 자연수가 되도록 하는 점 P는 8개이다.

답 8개

03 오른쪽 그림과 같이 두 점 O_1, O_3을 지나는 선분 AB는 원 O의 지름이므로 $\overline{OO_1}=6$



원 O_4의 반지름의 길이를 r라 하면

$\overline{OO_4}=12-r$, $\overline{O_1O_4}=6+r$

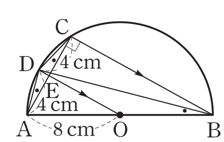
이므로 $\triangle O_1OO_4$에서

$(6+r)^2=6^2+(12-r)^2$

$36r=144$ $\quad\therefore r=4$

답 4

04 $\overline{AC}$를 그으면



$\triangle ACD$가 이등변삼각형이므로

$\angle DAC=\angle DCA$

호 AD에 대한 원주각의 크기는 같으므로

$\angle DCA=\angle DBA$

$\therefore \angle DBA=\angle DAE$

$\overline{DO}\,/\!/\,\overline{CB}$이므로

$\angle AEO=\angle ACB=90°$ (동위각)

따라서 $\angle DEA=\angle ADB=90°$이므로

$\triangle ADB \backsim \triangle DEA$ (AA 닮음)

$\overline{AD}:\overline{DE}=\overline{AB}:\overline{DA}$이므로

$4:\overline{DE}=16:4$ $\quad\therefore \overline{DE}=1(\text{cm})$

$\therefore \overline{EO}=\overline{DO}-\overline{DE}$

$=8-1=7(\text{cm})$

$\overline{DO}\,/\!/\,\overline{CB}$이므로

$\overline{AO}:\overline{AB}=\overline{EO}:\overline{CB}$

$8:16=7:\overline{CB}$

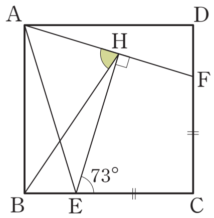
$\therefore \overline{BC}=14(\text{cm})$

답 14 cm

05 $\angle FHE+\angle FCE=180^\circ$이므로 $\square HECF$는 원에 내접한다.

$\therefore \angle AFD=\angle HEC=73^\circ$

$\overline{AE}$를 그으면



$\triangle ABE$와 $\triangle ADF$에서 $\overline{AB}=\overline{AD}$,

$\angle ABE=\angle D$,

$\overline{BE}=\overline{DF}$이므로

$\triangle ABE\equiv\triangle ADF$

(SAS 합동)

$\therefore \angle AEB=\angle AFD=73^\circ$

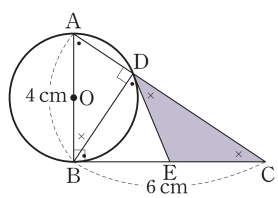
$\angle ABE+\angle AHE=180^\circ$에서 $\square ABEH$가 원에 내접하므로

$\angle AHB=\angle AEB=73^\circ$

답 73°

원에 내접하는 사각형의 성질
① 한 쌍의 대각의 크기의 합은 180°이다.
② 한 외각의 크기는 그 내대각의 크기와 같다.

06 $\overline{BD}$를 그으면



$\angle ECD$

$=90^\circ-\angle DBC$

$=\angle ABD$

$\overline{ED}=\overline{EB}$에서

$\angle EDB=\angle EBD$이므로

$\angle EDC=90^\circ-\angle EDB$

$=90^\circ-\angle EBD=\angle ABD$

즉 $\angle EDC=\angle ECD$이므로

$\overline{EB}=\overline{ED}=\overline{EC}$

이때 $\triangle ABD\backsim\triangle BCD$이고 닮음비가

$\overline{AB}:\overline{BC}=4:6=2:3$

이므로 넓이의 비는

$2^2:3^2=4:9$

닮음비가 $m:n$이면 넓이의 비는 $m^2:n^2$이다.

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\times6=12(\text{cm}^2)$이므로

$\triangle BCD=\frac{9}{13}\triangle ABC$

$=\frac{9}{13}\times12=\frac{108}{13}(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle DEC=\frac{1}{2}\triangle BCD=\frac{1}{2}\times\frac{108}{13}$

$=\frac{54}{13}(\text{cm}^2)$

답 $\frac{54}{13}\text{cm}^2$

07 $\overline{AH}=x$라 하면 $\overline{AH}\times\overline{AI}=\overline{AG}\times\overline{AF}$이므로

$x(x+2)=3\times8,\ x^2+2x-24=0$

$(x+6)(x-4)=0$

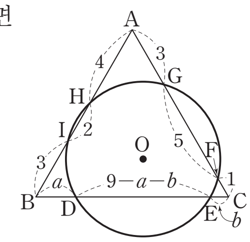
$\therefore x=4$

$\triangle ABC$는 정삼각형이고 $\overline{AC}=9$이므로

$\overline{AC}=\overline{AG}+\overline{GF}+\overline{FC}$
$=3+5+1=9$

$\overline{BI}=9-4-2=3$

$\overline{BD}=a$, $\overline{CE}=b$라 하면



$\overline{DE}=9-a-b$

$\overline{BI}\times\overline{BH}=\overline{BD}\times\overline{BE}$

에서 $3\times5=a(9-b)$

$\therefore 9a-ab=15$ …… ㉠

$\overline{CF}\times\overline{CG}=\overline{CE}\times\overline{CD}$에서

$1\times6=b(9-a)$

$\therefore 9b-ab=6$ …… ㉡

㉠−㉡을 하면 $9(a-b)=9$, $a-b=1$

$\therefore a=b+1$ …… ㉢

㉢을 ㉠에 대입하면 $(b+1)(9-b)=15$

$b^2-8b+6=0$ $\quad\therefore b=4\pm\sqrt{10}$

$b=4+\sqrt{10}$이면 $a=5+\sqrt{10}$이므로

$\overline{DE}<0$

따라서 $b=4-\sqrt{10}$이므로

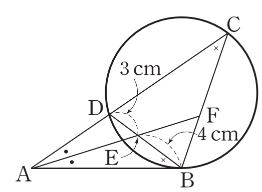
$a=b+1=5-\sqrt{10}$

$\therefore \overline{DE}=9-(5-\sqrt{10})-(4-\sqrt{10})$

$=2\sqrt{10}$

답 $2\sqrt{10}$

08 $\overline{AB}=k$라 하면



$\triangle ABD$에서

$\overline{AB}:\overline{AD}$

$=\overline{BE}:\overline{DE}$이므로

$k:\overline{AD}=4:3$

$\therefore \overline{AD}=\frac{3}{4}k$

$\overline{AB}^2=\overline{AD}\times\overline{AC}$이므로

$k^2=\frac{3}{4}k\times\overline{AC}$ $\quad\therefore \overline{AC}=\frac{4}{3}k$

이때 $\triangle AFC$와 $\triangle AEB$에서

$\angle CAF=\angle BAE$, $\angle ACF=\angle ABE$이므로

$\triangle AFC\backsim\triangle AEB$(AA 닮음)

$\overline{AC}:\overline{AB}=\overline{CF}:\overline{BE}$이므로

$\frac{4}{3}k:k=\overline{CF}:4$ $\quad\therefore \overline{CF}=\frac{16}{3}(\text{cm})$

답 $\frac{16}{3}\text{cm}$

Ⅳ 통계

1 대푯값과 산포도

▸2~6쪽

001 B의 턱걸이 횟수를 x회라 하면

$\frac{1+x+3+5+2}{5}=3$

$x+11=15$　　$\therefore x=4$　　답 4회

002 전학을 간 학생의 몸무게를 x kg이라 하면

$\frac{31\times 54-x}{30}=53.5$　　$\therefore x=69$　　답 69 kg

003 남학생의 수학 성적의 평균을 x점이라 하면

$\frac{16x+24\times 64}{16+24}=68$

$16x=1184$　　$\therefore x=74$　　답 ①

004 $2+x+y+1=10$에서 $x+y=7$　　⋯⋯ ㉠

$\frac{2\times 2+4x+6y+8\times 1}{10}=5$에서

$2x+3y=19$　　⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$x=2,\ y=5$

$\therefore y-x=3$　　답 3

005 (ㄴ) 변량의 개수가 n일 때, n이 홀수이면 $\frac{n+1}{2}$번째 변량이 중앙값이고, n이 짝수이면 $\frac{n}{2}$번째와 $\left(\frac{n}{2}+1\right)$번째 변량의 평균이 중앙값이다.

답 (ㄱ), (ㄷ), (ㄹ)

006 5명의 학생의 키의 중앙값은 3번째 학생의 키이므로 3번째 학생의 키는 155 cm이다.
이때 키가 160 cm인 학생을 포함하면 6명의 학생의 키의 중앙값은 3번째와 4번째 학생의 키의 평균이므로

$\frac{155+157}{2}=156(\text{cm})$　　답 156 cm

007 변량을 크기순으로 나열했을 때 4번째 값이 중앙값이고, $a<b$이므로 $b=2$

$\frac{-2+(-3)+a+2+4+3+5}{7}=1$에서

$a+9=7$　　$\therefore a=-2$

$\therefore b-a=4$　　답 ④

008 도수가 가장 큰 것은 보라색이므로 최빈값은 보라색이다.　　답 보라색

편차의 총합은 항상 0이다.

(편차)=(변량)−(평균)
➡ (변량)=(편차)+(평균)

$(\text{분산})=\frac{(\text{편차})^2\text{의 총합}}{(\text{변량})\text{의 개수}}$

㉠×2−㉡을 하면
$-y=-5$　　$\therefore y=5$
$y=5$를 ㉠에 대입하면
$x=2$

남학생과 여학생의 국어 성적의 평균이 같으므로 전체 학생의 국어 성적의 평균도 60점이다.

009 $\frac{-4+3+0+a+(-1)+5+b}{7}=0$에서

$a+b+3=0$　　$\therefore a+b=-3$

최빈값이 0이므로 a, b 중 하나는 0이다.
그런데 $a>b$이므로 $a=0,\ b=-3$

$\therefore a-b=3$　　답 ③

010 $3+(-5)+(-1)+0+x+2=0$　　$\therefore x=1$

따라서 E의 인터넷 사용 시간은

$1+11=12$(시간)　　답 ③

011 (ㄱ) $-2+5+4+x+(-3)=0$　　$\therefore x=-4$

(ㄴ) 편차가 양수이므로 C는 평균보다 맥박 수가 크다.

(ㄷ) A의 맥박 수는 $77+(-2)=75$(회)

(ㄹ) D의 편차가 가장 작으므로 맥박 수가 가장 작은 학생은 D이다.

답 ③

012 기현이의 몸무게의 편차를 $x$kg이라 하면

$-6+4+3+1+x=0$　　$\therefore x=-2$

$\therefore (\text{분산})=\frac{(-6)^2+4^2+3^2+1^2+(-2)^2}{5}$

$=\frac{66}{5}=13.2$　　답 ③

013 남학생, 여학생의 (편차)^{2}의 총합은 각각

$8^2\times 20=1280,\ 4^2\times 10=160$

따라서 전체 학생의 (편차)^{2}의 총합은

$1280+160=1440$

$\therefore (\text{분산})=\frac{1440}{30}=48$

$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{48}=4\sqrt{3}$(점)　　답 $4\sqrt{3}$점

014 $(\text{평균})=\frac{2+4+6+x+y}{5}=5$에서

$12+x+y=25$　　$\therefore x+y=13$　　⋯⋯ ㉠

$(\text{분산})=\frac{(-3)^2+(-1)^2+1^2+(x-5)^2+(y-5)^2}{5}$

$=2^2=4$

에서 $(x-5)^2+(y-5)^2=9$

$\therefore x^2+y^2-10(x+y)+50=9$　　⋯⋯ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면 $x^2+y^2-10\times 13+50=9$

$\therefore x^2+y^2=89$　　답 ④

015 $(\text{평균})=\frac{x+y+z}{3}=6$에서

$x+y+z=18$　　⋯⋯ ㉠

$(\text{분산})=\frac{(x-6)^2+(y-6)^2+(z-6)^2}{3}=4$에서

$(x-6)^2+(y-6)^2+(z-6)^2=12$

$\therefore x^2+y^2+z^2-12(x+y+z)+108=12$ ······ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$x^2+y^2+z^2-12\times18+108=12$

$\therefore x^2+y^2+z^2=120$

따라서 x^2, y^2, z^2의 평균은

$\frac{x^2+y^2+z^2}{3}=\frac{120}{3}=40$ 답 40

016 (평균)$=\frac{5+3x+4}{3}=x+3$(개)

(분산)$=\frac{(2-x)^2+(2x-3)^2+(1-x)^2}{3}=\frac{14}{3}$

에서 $(2-x)^2+(2x-3)^2+(1-x)^2=14$

$6x^2-18x=0$, $6x(x-3)=0$

$\therefore x=3$ ($\because x>0$) 답 ③

017 (평균)$=\frac{4\times4+6\times5+8\times2+10\times1}{12}$

$=\frac{72}{12}=6$(분)

(분산)$=\frac{(-2)^2\times4+0^2\times5+2^2\times2+4^2\times1}{12}$

$=\frac{40}{12}=\frac{10}{3}$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{\frac{10}{3}}=\frac{\sqrt{30}}{3}$(분)

답 $\frac{\sqrt{30}}{3}$ 분

018 20개 이상 30개 미만인 계급의 도수를 x명이라 하면

$2+x+12+7+4=30$ $\therefore x=5$

(평균)

$=\frac{15\times2+25\times5+35\times12+45\times7+55\times4}{30}$

$=\frac{1110}{30}=37$(개)

$\therefore$ (분산)

$=\frac{(-22)^2\times2+(-12)^2\times5+(-2)^2\times12+8^2\times7+18^2\times4}{30}$

$=\frac{3480}{30}=116$ 답 116

019 10분 이상 20분 미만인 계급의 도수를 x명, 20분 이상 30분 미만인 계급의 도수를 y명이라 하면

$2+x+y+1=10$에서 $x+y=7$ ······ ㉠

(평균)$=\frac{5\times2+15x+25y+35\times1}{10}=19$에서

$15x+25y=145$ $\therefore 3x+5y=29$ ······ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=3$, $y=4$

Q BOX

$\{5-(x+3)\}^2=(2-x)^2$

도수분포표에서의 평균

➡ $\frac{\{(\text{계급값})\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$

㉠$\times3-$㉡을 하면

$-2y=-8$ $\therefore y=4$

$y=4$를 ㉠에 대입하면

$x=3$

주어진 그래프에서 계급값과 도수를 구한다.

표준편차가 작을수록 변량의 분포 상태가 고르다.

$\therefore$ (분산)

$=\frac{(-14)^2\times2+(-4)^2\times3+6^2\times4+16^2\times1}{10}$

$=\frac{840}{10}=84$ 답 84

020

계급값(권)	2	6	10	14	18	합계
도수(명)	3	5	7	4	1	20

(평균)

$=\frac{2\times3+6\times5+10\times7+14\times4+18\times1}{20}$

$=\frac{180}{20}=9$(권)

(분산)

$=\frac{(-7)^2\times3+(-3)^2\times5+1^2\times7+5^2\times4+9^2\times1}{20}$

$=\frac{380}{20}=19$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{19}$(권) 답 ⑤

021 8ppb 이상 12ppb 미만인 계급의 도수를 x개라 하면

$6+x+2+2=20$ $\therefore x=10$

계급값(ppb)	6	10	14	18	합계
도수(개)	6	10	2	2	20

(평균)$=\frac{6\times6+10\times10+14\times2+18\times2}{20}$

$=\frac{200}{20}=10$(ppb)

$\therefore$ (분산)$=\frac{(-4)^2\times6+0^2\times10+4^2\times2+8^2\times2}{20}$

$=\frac{256}{20}=12.8$ 답 12.8

022 수면 시간이 가장 고르지 않은 학생은 표준편차가 가장 큰 학생이므로 B이다. 답 ②

023 성연이의 점수의 평균과 분산은

(평균)$=\frac{6+7+6+5+6}{5}=6$(점)

(분산)$=\frac{0^2+1^2+0^2+(-1)^2+0^2}{5}=\frac{2}{5}$

지애의 점수의 평균과 분산은

(평균)$=\frac{8+4+8+2+8}{5}=6$(점)

(분산)$=\frac{2^2+(-2)^2+2^2+(-4)^2+2^2}{5}=\frac{32}{5}$

따라서 성연이의 점수의 분산이 지애의 점수의 분산보다 더 작으므로 성연이의 점수가 더 고르게 분포되어 있다. 답 성연

WORK BOOK

024 광현이의 기록의 평균과 분산은

$(\text{평균})=\frac{13+12+11+16+13}{5}=13(\text{초})$

$(\text{분산})=\frac{0^2+(-1)^2+(-2)^2+3^2+0^2}{5}=\frac{14}{5}$

만수의 기록의 평균과 분산은

$(\text{평균})=\frac{15+13+15+13+14}{5}=14(\text{초})$

$(\text{분산})=\frac{1^2+(-1)^2+1^2+(-1)^2+0^2}{5}=\frac{4}{5}$

따라서 광현이의 기록의 평균이 만수의 기록의 평균보다 더 짧고, 만수가 광현이보다 기록의 분포가 더 고르다.

답 ①, ④

025 $\frac{a+b+c}{3}=5$에서 $a+b+c=15$

따라서 $3a$, $3b$, $3c$의 평균은

$\frac{3(a+b+c)}{3}=\frac{3\times15}{3}=15$

$\frac{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2}{3}=4^2=16$에서

$(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2=48$

따라서 $3a$, $3b$, $3c$의 분산은

$\frac{(3a-15)^2+(3b-15)^2+(3c-15)^2}{3}$

$=\frac{9\{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2\}}{3}$

$=\frac{9\times48}{3}=144$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{144}=12$

답 15, 12

$(3a-15)^2=\{3(a-5)\}^2$
$=9(a-5)^2$

026 $m=\frac{1}{5}(a+b+c+d+e)$

$s^2=\frac{1}{5}\{(a-m)^2+(b-m)^2+(c-m)^2+(d-m)^2+(e-m)^2\}$

자료 B의 평균과 분산을 각각 m', s'이라 하면

$m'=\frac{1}{5}\{(2a-1)+(2b-1)+(2c-1)+(2d-1)+(2e-1)\}$

$=\frac{2}{5}(a+b+c+d+e)-1=2m-1$

$s'=\frac{1}{5}\{4(a-m)^2+4(b-m)^2+4(c-m)^2+4(d-m)^2+4(e-m)^2\}$

$=\frac{4}{5}\{(a-m)^2+(b-m)^2+(c-m)^2+(d-m)^2+(e-m)^2\}$

$=4s^2$

따라서 자료 B의 평균은 $2m-1$, 분산은 $4s^2$이다.

답 평균 : $2m-1$, 분산 : $4s^2$

$\{2a-1-(2m-1)\}^2$
$=(2a-2m)^2$
$=\{2(a-m)\}^2$
$=4(a-m)^2$

027 (ㄱ) B반의 그래프가 A반의 그래프보다 오른쪽으로 치우쳐 있으므로 B반의 성적의 평균이 A반의 성적의 평균보다 더 높다.

(ㄴ) B반의 성적이 평균을 중심으로 더 모여 있으므로 B반의 성적이 A반의 성적보다 더 고르다고 할 수 있다.

(ㄷ) 편차의 총합은 항상 0이다.

답 ④

다른 풀이

A반의 성적의 평균과 분산은

(평균)

$=\frac{45\times4+55\times5+65\times4+75\times4+85\times2+95\times1}{20}$

$=64(\text{점})$

(분산)

$=\frac{(-19)^2\times4+(-9)^2\times5+1^2\times4+11^2\times4+21^2\times2+31^2\times1}{20}$

$=209$

B반의 성적의 평균과 분산은

(평균)

$=\frac{55\times1+65\times3+75\times8+85\times7+95\times1}{20}$

$=77(\text{점})$

(분산)

$=\frac{(-22)^2\times1+(-12)^2\times3+(-2)^2\times8+8^2\times7+18^2\times1}{20}$

$=86$

따라서 A반의 성적의 평균이 B반의 성적의 평균보다 더 낮고, B반의 성적이 A반의 성적보다 더 고르다.

분산이 작을수록 성적의 분포가 더 고르다.

028 A, B, C 세 사람의 점수는

A : 4, 4, 6, 8, 8

B : 4, 6, 6, 6, 8

C : 4, 4, 4, 8, 10

A : $\frac{4+4+6+8+8}{5}=6$

B : $\frac{4+6+6+6+8}{5}=6$

C : $\frac{4+4+4+8+10}{5}=6$

점수의 평균은 모두 6이고, 점수가 평균을 중심으로 더 모여 있을수록 점수의 분포가 고르다고 할 수 있으므로 점수의 분포가 고른 사람부터 차례로 나열하면 B, A, C이다.

답 ③

다른 풀이

A, B, C 세 사람의 점수의 분산은

A : $\frac{(-2)^2+(-2)^2+0^2+2^2+2^2}{5}=\frac{16}{5}$

B : $\frac{(-2)^2+0^2+0^2+0^2+2^2}{5}=\frac{8}{5}$

C : $\frac{(-2)^2+(-2)^2+(-2)^2+2^2+4^2}{5}=\frac{32}{5}$

V 피타고라스 정리

1 피타고라스 정리 ▸7~17쪽

029 $\overline{AC}^2=4^2+6^2=52$이므로
$\square ACDE=\overline{AC}^2=52(cm^2)$ 답 ②

030 $(x+2)^2=x^2+6^2$, $4x=32$ $\therefore x=8$ 답 8

031 넓이가 $36\,cm^2$, $100\,cm^2$인 두 정사각형의 한 변의 길이는 각각 $6\,cm$, $10\,cm$이므로
$x=\sqrt{(6+10)^2+10^2}=2\sqrt{89}$ 답 ④

032 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\sqrt{10^2-6^2}=8(cm)$
$\triangle ABD$에서 $x=\sqrt{8^2+3^2}=\sqrt{73}$ 답 $\sqrt{73}$

033 $\triangle ACD$에서 $\overline{AD}=\sqrt{3^2+4^2}=5$
$\overline{BD}=\overline{AD}=5$이므로 $\overline{BC}=5+3=8$
$\triangle ABC$에서 $x=\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5}$ 답 ④

034 $\triangle ADC$에서 $\overline{AD}=\sqrt{15^2-9^2}=12$
$\triangle ABD$에서 $\overline{AB}=\sqrt{12^2+16^2}=20$ 답 ①

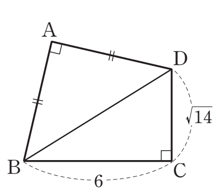
035 $\overline{OB}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}(cm)$
$\overline{OC}=\sqrt{(2\sqrt{5})^2+2^2}=2\sqrt{6}(cm)$
$\therefore \overline{OD}=\sqrt{(2\sqrt{6})^2+2^2}=2\sqrt{7}(cm)$ 답 ③

036 $\overline{BD}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}(cm)$
$\overline{BF}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+2^2}=2\sqrt{3}(cm)$
$\overline{BH}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+2^2}=4(cm)$
$\overline{BJ}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}(cm)$
$\overline{BK}=\overline{BJ}=2\sqrt{5}(cm)$이므로
$\triangle BKL=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{5}\times 2=2\sqrt{5}(cm^2)$
답 $2\sqrt{5}\,cm^2$

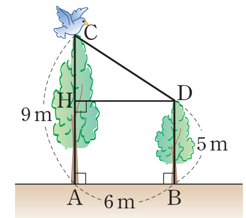
$\overline{BE}=\overline{BD}=2\sqrt{2}(cm)$
$\overline{BG}=\overline{BF}=2\sqrt{3}(cm)$
$\overline{BI}=\overline{BH}=4(cm)$

037 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DE}=x$라 하면
$\overline{AC}=\sqrt{x^2+x^2}=\sqrt{2}x$
$\overline{AD}=\sqrt{(\sqrt{2}x)^2+x^2}=\sqrt{3}x$
$\overline{AE}=\sqrt{(\sqrt{3}x)^2+x^2}=2x$
즉 $2x=8$이므로 $x=4$ 답 ④

038 $\overline{BD}$를 그으면 $\triangle BCD$에서
$\overline{BD}^2=6^2+(\sqrt{14})^2=50$
$\overline{AD}=\overline{AB}=x$라 하면
$\triangle ABD$에서
$x^2+x^2=50$, $x^2=25$
$\therefore x=5$ 답 ⑤

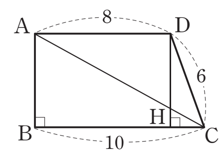


039 점 D에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{HA}=\overline{DB}=5(m)$
$\therefore \overline{CH}=9-5$
$=4(m)$
$\overline{HD}=\overline{AB}=6(m)$
이므로 $\triangle CHD$에서
$\overline{CD}=\sqrt{6^2+4^2}=2\sqrt{13}(m)$ 답 $2\sqrt{13}\,m$

040 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

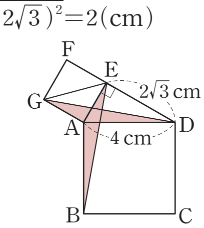


$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}$
$=10-8=2$
$\triangle DHC$에서
$\overline{DH}=\sqrt{6^2-2^2}$
$=4\sqrt{2}$
$\overline{AB}=\overline{DH}=4\sqrt{2}$이므로 $\triangle ABC$에서
$\overline{AC}=\sqrt{(4\sqrt{2})^2+10^2}=2\sqrt{33}$ 답 $2\sqrt{33}$

041 $\triangle EBA=\triangle EBC=\triangle ABF=\triangle JBF=\triangle JFK$
답 ①

$\overline{EB}=\overline{AB}$, $\overline{BC}=\overline{BF}$,
$\angle EBC=\angle ABF$이므로
$\triangle EBC\equiv\triangle ABF$
(SAS 합동)

042 $\triangle AED$에서 $\overline{AE}=\sqrt{4^2-(2\sqrt{3})^2}=2(cm)$
오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$를 한 변으로 하는 정사각형 AEFG를 그리면



$\triangle ABE=\triangle ADG$
$=\triangle AEG$
$=\frac{1}{2}\square AEFG$
$=\frac{1}{2}\times 2^2$
$=2(cm^2)$ 답 ②

$\triangle ABE\equiv\triangle ADG$
(SAS 합동)

043 $\overline{BC}=\overline{BF}=5(cm)$이므로 $\triangle ABC$에서
$\overline{AB}=\sqrt{5^2-3^2}=4(cm)$
$\square BFML=\square ADEB$이므로
$\overline{BL}\times 5=4^2$ $\therefore \overline{BL}=\frac{16}{5}(cm)$ 답 $\frac{16}{5}\,cm$

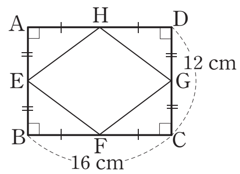
$\triangle BFL=\triangle ABF$
$=\triangle EBC=\triangle EBA$
$\therefore \square BFML$
$=\square ADEB$

044 $\overline{BF}=12-9=3$이므로 $\triangle EBF$에서
$\overline{EF}^2=9^2+3^2=90$
이때 $\square EFGH$는 정사각형이므로
$\square EFGH=\overline{EF}^2=90$ 답 ③

045 $\square EFGH$는 정사각형이므로
$\overline{EF}=\sqrt{169}=13$
$\triangle EBF$에서 $\overline{BE}=\sqrt{13^2-12^2}=5$
$\therefore \square ABCD=(5+12)^2=289$ 답 ②

WORK BOOK

046 네 변의 중점을 각각 E, F, G, H라 하면 □EFGH는 마름모이다.



$\overline{BE}=\frac{1}{2}\times 12$

$=6(cm)$,

$\overline{BF}=\frac{1}{2}\times 16=8(cm)$

이므로 $\overline{EF}=\sqrt{6^2+8^2}=10(cm)$

따라서 구하는 사각형의 둘레의 길이는

$4\times 10=40(cm)$ 답 40 cm

047 $\triangle ADE\equiv\triangle BAF\equiv\triangle CBG\equiv\triangle DCH$ (RHA 합동)

① $\overline{CG}=\overline{BF}=3$ cm

② $\overline{DE}=\overline{AF}=\sqrt{(\sqrt{73})^2-3^2}=8(cm)$

③ $\overline{EF}=\overline{AF}-\overline{AE}=8-3=5(cm)$

> $\overline{AE}=\overline{BF}=3$ cm

④ $\triangle ABF=\frac{1}{2}\times 3\times 8=12(cm^2)$

⑤ $\square EFGH=\overline{EF}^2=5^2=25(cm^2)$

답 ③

048 $\triangle ABE$에서 $\overline{AE}=\sqrt{(\sqrt{89})^2-8^2}=5$

> □ABCD=89이므로 $\overline{AB}=\sqrt{89}$

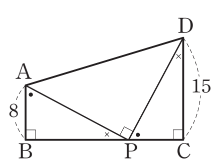
$\overline{AH}=\overline{BE}=8$이므로 $\overline{EH}=8-5=3$

이때 □EFGH는 정사각형이므로

$\square EFGH=3^2=9$ 답 9

049 답 $90°$, $\frac{1}{2}c^2$, a^2+b^2

050 $\triangle ABP\equiv\triangle PCD$이므로



$\overline{BP}=\overline{CD}=15$

$\therefore \overline{AP}=\sqrt{8^2+15^2}$

$=17$

$\angle APD=180°-(\angle APB+\angle DPC)$

$=180°-(\angle APB+\angle PAB)$

$=90°$

에서 $\triangle APD$는 직각이등변삼각형이므로

> $\triangle ABP\equiv\triangle PCD$이므로 $\overline{AP}=\overline{PD}$

$\overline{AD}=\sqrt{17^2+17^2}=17\sqrt{2}$ 답 $17\sqrt{2}$

051 $\triangle ABC$에서 $\overline{AC}^2=3^2+2^2=13$

$\overline{AD}^2=8$, $\overline{CD}^2=5$이므로 $\overline{AC}^2=\overline{AD}^2+\overline{CD}^2$

즉 $\triangle ACD$는 $\angle ADC=90°$인 직각삼각형이므로

$\triangle ACD=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times\sqrt{5}=\sqrt{10}$ 답 ①

052 $\angle B=90°$인 직각삼각형이 되려면 $b^2=a^2+c^2$을 만족시켜야 한다.

④ $(\sqrt{6})^2=(\sqrt{2})^2+2^2$ 답 ④

053 $\overline{AB}$가 빗변이므로

$(2x+1)^2=(2x)^2+(x-1)^2$

$x^2-6x=0$, $x(x-6)=0$

$\therefore x=6$ ($\because x>2$) 답 ③

> 삼각형의 변의 길이 조건에서
> $2x-(x-1)<2x+1$
> $<2x+(x-1)$
> $x+1<2x+1<3x-1$
> $\therefore x>2$

054 가장 긴 변의 길이가 $x+7$이므로

$(x+7)^2=(x+3)^2+(x+5)^2$

$x^2+2x-15=0$, $(x+5)(x-3)=0$

$\therefore x=3$ ($\because x>-1$) 답 3

> 삼각형의 변의 길이 조건에서
> $(x+5)-(x+3)$
> $<x+7$
> $<(x+5)+(x+3)$
> $2<x+7<2x+8$
> $\therefore x>-1$

055 한 변의 길이를 x cm라 하면 다른 한 변의 길이는 $(17-x)$cm이므로

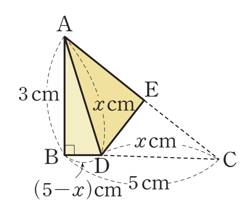
$13^2=x^2+(17-x)^2$, $x^2-17x+60=0$

$(x-5)(x-12)=0$ $\therefore x=5$ 또는 $x=12$

따라서 빗변이 아닌 두 변의 길이가 5 cm, 12 cm이므로 구하는 넓이는

$\frac{1}{2}\times 5\times 12=30(cm^2)$ 답 ①

056 $\overline{AD}=\overline{DC}=x$ cm라 하면



$\overline{BD}=(5-x)$cm

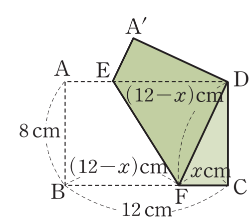
$\triangle ABD$에서

$x^2=3^2+(5-x)^2$

$10x=34$

$\therefore x=\frac{17}{5}$ 답 ②

057 $\overline{CF}=x$ cm라 하면



$\overline{DF}=\overline{BF}$

$=(12-x)$cm

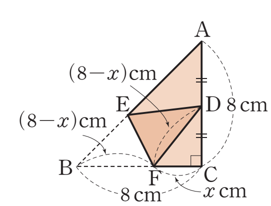
$\triangle DFC$에서

$(12-x)^2=x^2+8^2$

$24x=80$

$\therefore x=\frac{10}{3}$ 답 $\frac{10}{3}$cm

058 $\overline{CF}=x$ cm라 하면



$\overline{DF}=\overline{BF}$

$=(8-x)$cm

$\overline{CD}=\overline{AD}$

$=4(cm)$

이므로 $\triangle DFC$에서

$(8-x)^2=x^2+4^2$, $16x=48$ $\therefore x=3$

$\therefore \triangle DFC=\frac{1}{2}\times 3\times 4=6(cm^2)$ 답 ③

> 삼각형의 세 변의 길이가 a, b, c($c\geq a$, $c\geq b$)일 때
> ① $c^2<a^2+b^2$ ➡ 예각삼각형
> ② $c^2=a^2+b^2$ ➡ 직각삼각형
> ③ $c^2>a^2+b^2$ ➡ 둔각삼각형

059 ① $(3\sqrt{2})^2<2^2+4^2$이므로 예각삼각형

② $(3\sqrt{7})^2>3^2+6^2$이므로 둔각삼각형

③ $(4\sqrt{5})^2=4^2+8^2$이므로 직각삼각형

④ $8^2<5^2+7^2$이므로 예각삼각형
⑤ $9^2<6^2+8^2$이므로 예각삼각형

답 ②

060 세 변의 길이를 각각 $4k$, $5k$, $6k(k>0)$라 하면
가장 긴 변의 길이가 $6k$이고
$(6k)^2=36k^2$, $(4k)^2+(5k)^2=41k^2$
이므로 $(6k)^2<(4k)^2+(5k)^2$
따라서 주어진 삼각형은 예각삼각형이다.

답 풀이 참조

세 변의 길이의 비가 $a:b:c$
➡ 세 변의 길이를 ak, bk, $ck(k>0)$로 놓는다.

061 ⑤ $(4\sqrt{5})^2>4^2+6^2$이므로 △ABC는 둔각삼각형이다.

답 ⑤

062 답 ②, ⑤

063 ① $3^2+5^2<7^2$이므로 둔각삼각형
② $4^2+5^2<7^2$이므로 둔각삼각형
③ $5^2+5^2>7^2$이므로 예각삼각형
④ $5^2+6^2>7^2$이므로 예각삼각형
⑤ $5^2+7^2>7^2$이므로 예각삼각형

답 ①, ②

세 변의 길이가 주어진 삼각형의 모양을 알기 위해서는 가장 긴 변의 길이의 제곱과 나머지 두 변의 길이의 제곱의 합을 비교한다.

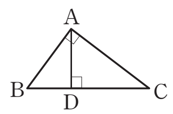
064 삼각형의 변의 길이 조건에서
$15-8<x<15+8$
$\therefore 7<x<23$ …… ㉠
∠B가 둔각이므로 $x^2>8^2+15^2$, $x^2>289$
$\therefore x>17$ …… ㉡
㉠, ㉡에서 $17<x<23$
따라서 정수 x는 18, 19, 20, 21, 22의 5개이다.

답 ③

065 $\overline{AD}^2=4\times3=12$
△ABD에서 $x=\sqrt{4^2+12}=2\sqrt{7}$
△ACD에서 $y=\sqrt{3^2+12}=\sqrt{21}$
$\therefore \dfrac{y}{x}=\dfrac{\sqrt{21}}{2\sqrt{7}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

답 ③

다른 풀이
$x^2=4\times(4+3)=28$, $y^2=3\times(4+3)=21$이므로
$\dfrac{y^2}{x^2}=\dfrac{21}{28}=\dfrac{3}{4}$
$x>0$, $y>0$이므로 $\dfrac{y}{x}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$



$\overline{AB}^2=\overline{BD}\times\overline{BC}$
$\overline{AC}^2=\overline{CD}\times\overline{CB}$
$\overline{AD}^2=\overline{BD}\times\overline{CD}$
$\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{AD}\times\overline{BC}$

066 △ABD에서 $\overline{BD}=\sqrt{3^2-1^2}=2\sqrt{2}$(cm)
△ABC에서 $3^2=1\times\overline{AC}$ $\quad\therefore \overline{AC}=9$(cm)
$\therefore$ △ABC$=\dfrac{1}{2}\times9\times2\sqrt{2}=9\sqrt{2}$(cm^2)

답 $9\sqrt{2}$cm^2

067 $\overline{AC}=\sqrt{25^2-15^2}=20$(cm)
$\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{BC}\times\overline{AH}$이므로
$15\times20=25\times\overline{AH}$ $\quad\therefore \overline{AH}=12$(cm)

답 12cm

068 $x=\sqrt{12^2+16^2}=20$
$\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{BC}\times\overline{AD}$이므로
$12\times16=20\times y$ $\quad\therefore y=\dfrac{48}{5}$

답 $x=20$, $y=\dfrac{48}{5}$

069 $\overline{AB}=k$, $\overline{AC}=3k(k>0)$라 하면
$\overline{BC}=\sqrt{k^2+(3k)^2}=\sqrt{10}k$
$\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{BC}\times\overline{AP}$이므로
$k\times3k=\sqrt{10}k\times\sqrt{15}$ $\quad\therefore k=\dfrac{5\sqrt{6}}{3}$
$\therefore \overline{AC}=3k=5\sqrt{6}$

답 ④

다른 풀이
△ABC∽△PAC (AA 닮음)이므로
$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{PA}:\overline{PC}$
$1:3=\sqrt{15}:\overline{PC}$ $\quad\therefore \overline{PC}=3\sqrt{15}$
△APC에서
$\overline{AC}=\sqrt{(\sqrt{15})^2+(3\sqrt{15})^2}=5\sqrt{6}$

070 $\overline{DE}^2+\overline{AC}^2=\overline{AE}^2+\overline{CD}^2$이므로
$4^2+\overline{AC}^2=\overline{AE}^2+6^2$
$\therefore \overline{AC}^2-\overline{AE}^2=36-16=20$

답 20

071 △DEC에서 $\overline{DE}^2=3^2+4^2=25$
$\overline{DE}^2+\overline{AB}^2=\overline{BD}^2+\overline{AE}^2$이므로
$25+\overline{AB}^2=9^2+8^2$, $\overline{AB}^2=120$
$\therefore \overline{AB}=2\sqrt{30}$

답 ②

072 △ABP에서 $\overline{AB}^2=4^2+2^2=20$
$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{BC}^2+\overline{AD}^2$이므로
$20+\overline{CD}^2=6^2+4^2$, $\overline{CD}^2=32$
$\therefore \overline{CD}=4\sqrt{2}$

답 ③

073 $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=4^2+8^2=80$이고 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로
$\overline{AB}^2=40$
$\therefore \overline{AB}=2\sqrt{10}$(cm)

답 $2\sqrt{10}$cm

등변사다리꼴에서 평행하지 않은 대변의 길이는 같다.

074 $\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$이므로
$x^2+6^2=9^2+y^2$
$\therefore x^2-y^2=81-36=45$

답 ③

075 C학교에서 도서관까지의 거리를 $x$km라 하면
$(2\sqrt{6})^2+x^2=6^2+(2\sqrt{13})^2$, $x^2=64$
$\therefore x=8$

답 8km

076 $\overline{AC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{4\sqrt{3}}{2}\right)^2=6\pi(\text{cm}^2)$

따라서 $\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이는

$\pi+6\pi=7\pi(\text{cm}^2)$ 답 $7\pi\text{ cm}^2$

(가장 큰 반원의 넓이)
=(다른 두 반원의 넓이의 합)

077 $\overline{AC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이는

$\pi+4\pi=5\pi(\text{cm}^2)$

$\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{\overline{AC}}{2}\right)^2=5\pi$에서 $\overline{AC}^2=40$

$\therefore\ \overline{AC}=2\sqrt{10}(\text{cm})$ 답 ①

078 $\overline{AB}$를 지름으로 하는 반원의 넓이는

$8\pi-2\pi=6\pi$

$\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{\overline{AB}}{2}\right)^2=6\pi$에서 $\overline{AB}^2=48$

$\therefore\ \overline{AB}=4\sqrt{3}$

$\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{\overline{AC}}{2}\right)^2=2\pi$에서 $\overline{AC}^2=16$

$\therefore\ \overline{AC}=4$

$\therefore\ \triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\times4\sqrt{3}=8\sqrt{3}$ 답 $8\sqrt{3}$

079 $\overline{AC}=\sqrt{6^2+(6\sqrt{3})^2}=12(\text{cm})$

점 D가 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\overline{BD}=\overline{AD}=\overline{CD}=6(\text{cm})$

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{BG}=\frac{2}{3}\overline{BD}=4(\text{cm})$ 답 4 cm

$\overline{BG}:\overline{GD}=2:1$이므로
$\overline{BG}:\overline{BD}=2:3$

080 점 M은 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\overline{BC}=2\overline{AM}=8\sqrt{2}(\text{cm})$

$\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}$

$\triangle ABC$에서

$\overline{AC}=\sqrt{(8\sqrt{2})^2-10^2}=2\sqrt{7}(\text{cm})$

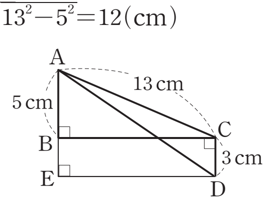
$\therefore\ \triangle ABC=\frac{1}{2}\times10\times2\sqrt{7}=10\sqrt{7}(\text{cm}^2)$

답 $10\sqrt{7}\text{ cm}^2$

081 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{13^2-5^2}=12(\text{cm})$

보조선을 그어 길이를 구하는 변을 포함하는 직각삼각형을 만든다.

점 D에서 $\overline{AB}$의 연장선에 내린 수선의 발을 E라 하면 $\overline{BE}=\overline{CD}$이므로



$\overline{AE}=5+3=8(\text{cm})$

$\overline{ED}=\overline{BC}=12(\text{cm})$이므로 $\triangle AED$에서

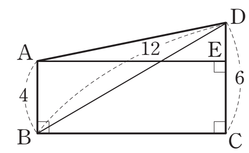
$\overline{AD}=\sqrt{8^2+12^2}=4\sqrt{13}(\text{cm})$

답 ②

082 $\triangle BCD$에서

$\overline{BC}=\sqrt{12^2-6^2}=6\sqrt{3}$

점 A에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 E라 하면 $\overline{EC}=\overline{AB}=4$이므로



$\overline{ED}=6-4=2$

또 $\overline{AE}=\overline{BC}=6\sqrt{3}$이므로 $\triangle ADE$에서

$\overline{AD}=\sqrt{(6\sqrt{3})^2+2^2}=4\sqrt{7}$ 답 $4\sqrt{7}$

083 (ⅰ) x가 가장 긴 변의 길이일 때

$x=\sqrt{6^2+8^2}=10$

(ⅱ) 8이 가장 긴 변의 길이일 때

$x=\sqrt{8^2-6^2}=2\sqrt{7}$

답 10, $2\sqrt{7}$

084 (ⅰ) $x+1$이 가장 긴 변의 길이일 때

$(x+1)^2=x^2+5^2,\ 2x=24$

$\therefore\ x=12$

(ⅱ) 5가 가장 긴 변의 길이일 때

$5^2=x^2+(x+1)^2,\ 2x^2+2x-24=0$

$x^2+x-12=0,\ (x+4)(x-3)=0$

$\therefore\ x=3\,(\because\ x>2)$

삼각형의 변의 길이 조건에서
$5<x+(x+1)$
$4<2x$
$\therefore\ x>2$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 x의 값의 합은

$12+3=15$ 답 ④

085 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{15^2-9^2}=12$

$\triangle ABC$와 $\triangle AED$에서

$\angle ACB=\angle ADE=90^\circ$, $\angle A$는 공통이므로

$\triangle ABC\backsim\triangle AED$ (AA 닮음)

$\overline{AB}:\overline{AE}=\overline{BC}:\overline{ED}$이므로

$15:6=12:\overline{DE}$

$\therefore\ \overline{DE}=\frac{24}{5}$ 답 $\frac{24}{5}$

086 $\triangle ABD$에서

$\overline{AD}=\sqrt{(2\sqrt{5})^2-2^2}=4(\text{cm})$

$\triangle ABD$와 $\triangle CAE$에서

$\angle ADB=\angle CEA=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{CA}$,

$\angle ABD=90^\circ-\angle BAD=\angle CAE$

$\therefore\ \triangle ABD\equiv\triangle CAE$ (RHA 합동)

$\therefore\ \overline{AE}=\overline{BD}=2(\text{cm})$, $\overline{CE}=\overline{AD}=4(\text{cm})$

또 $\triangle BDF\backsim\triangle CEF$이므로

$\angle BFD=\angle CFE$ (맞꼭지각),
$\angle BDF=\angle CEF=90^\circ$
이므로
$\triangle BDF\backsim\triangle CEF$ (AA 닮음)

$\overline{DF}:\overline{EF}=\overline{BD}:\overline{CE}=1:2$

$\overline{ED}=4-2=2(\text{cm})$이므로

$\overline{EF}=\frac{2}{3}\overline{ED}=\frac{4}{3}(\text{cm})$ 답 $\frac{4}{3}$ cm

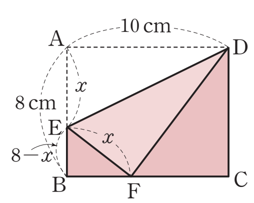
087 $\overline{AB}=\sqrt{25^2-20^2}=15(\text{cm})$
색칠한 부분의 넓이는 △ABC의 넓이와 같으므로 구하는 넓이는
$\frac{1}{2}\times15\times20=150(\text{cm}^2)$ 답 ②

088 $\overline{AB}=\sqrt{13^2-5^2}=12(\text{cm})$
∴ (색칠한 부분의 넓이)$=2\triangle ABC$
$=2\times\left(\frac{1}{2}\times5\times12\right)$
$=60(\text{cm}^2)$ 답 ③

089 $\overline{BC}=\sqrt{(2\sqrt{5})^2-2^2}=4(\text{cm})$
$\overline{AD}$가 ∠A의 이등분선이므로
$\overline{BD}:\overline{CD}=2\sqrt{5}:2=\sqrt{5}:1$
$\therefore \overline{CD}=4\times\frac{1}{\sqrt{5}+1}=\sqrt{5}-1(\text{cm})$
답 $(\sqrt{5}-1)\text{cm}$

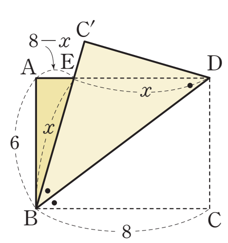
090 $\overline{AD}$가 ∠A의 이등분선이므로
$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}=5:4$
$\overline{AB}=5x$, $\overline{AC}=4x\,(x>0)$라 하면 △ABC에서
$(5x)^2=9^2+(4x)^2$, $9x^2=81$
$x^2=9$ $\quad\therefore x=3$
$\therefore \overline{AC}=4x=12$ 답 ④

091 $\overline{DF}=\overline{AD}=10(\text{cm})$
△DFC에서
$\overline{CF}=\sqrt{10^2-8^2}$
$=6(\text{cm})$
$\therefore \overline{BF}=10-6$
$=4(\text{cm})$



$\overline{EF}=\overline{EA}=x$라 하면 $\overline{BE}=8-x$
△BEF에서 $x^2=(8-x)^2+4^2$
$16x=80$ $\quad\therefore x=5(\text{cm})$
$\therefore \triangle BEF=\frac{1}{2}\times4\times3=6(\text{cm}^2)$
답 ②

092 $\overline{BE}=x$라 하면
$\overline{DE}=x$이므로
$\overline{AE}=8-x$
△ABE에서
$x^2=6^2+(8-x)^2$
$16x=100$
$\therefore x=\frac{25}{4}$



답 $\frac{25}{4}$

∠EBD=∠DBC
=∠EDB
즉 △EBD는 이등변삼각형이므로
$\overline{BE}=\overline{DE}$

2 피타고라스 정리의 활용 ▸18~30쪽

093 주어진 정사각형의 한 변의 길이를 $x$cm라 하면
$\overline{AB}=\sqrt{x^2+(2x)^2}=\sqrt{15}$이므로
$\sqrt{5}x=\sqrt{15}$ $\quad\therefore x=\sqrt{3}$
$\therefore \overline{AC}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+(3\sqrt{3})^2}=\sqrt{30}(\text{cm})$
답 ⑤

094 가로, 세로의 길이를 각각 k, $2k\,(k>0)$라 하면
$\sqrt{k^2+(2k)^2}=4\sqrt{5}$이므로
$\sqrt{5}k=4\sqrt{5}$ $\quad\therefore k=4(\text{cm})$
따라서 가로, 세로의 길이가 각각 4cm, 8cm이므로 직사각형의 넓이는
$4\times8=32(\text{cm}^2)$ 답 32cm^2

095 $(a+4)^2+5^2=(2a-3)^2$이므로
$3a^2-20a-32=0$
$(3a+4)(a-8)=0$
$\therefore a=8$ ($\because 2<a<12$) 답 8

$(a+4)-5<2a-3$
$<(a+4)+5$
에서 $2<a<12$

096 정사각형의 한 변의 길이를 $a$cm라 하면
$\sqrt{2}a=7$ $\quad\therefore a=\frac{7\sqrt{2}}{2}$
따라서 정사각형의 둘레의 길이는
$4\times\frac{7\sqrt{2}}{2}=14\sqrt{2}(\text{cm})$ 답 ④

원에 내접하는 정사각형의 대각선은 원의 지름이다.

097 $\overline{AC}=\sqrt{2}\times5\sqrt{2}=10(\text{cm})$
즉 원의 지름의 길이가 10cm이므로 원의 둘레의 길이는
$10\pi(\text{cm})$ 답 10π cm

098 두 정사각형 ABCD, ECFG의 한 변의 길이를 각각 a, b라 하자.
$\sqrt{2}a=8\sqrt{2}$이므로 $a=8$
$\sqrt{2}b=6$이므로 $b=3\sqrt{2}$
따라서 직각삼각형 EBC에서
$\overline{BE}=\sqrt{8^2+(3\sqrt{2})^2}=\sqrt{82}$ 답 ⑤

099 $\overline{BD}=\sqrt{3^2+6^2}=3\sqrt{5}(\text{cm})$
△ABD에서 $\overline{AB}^2=\overline{BE}\times\overline{BD}$이므로
$3^2=\overline{BE}\times3\sqrt{5}$ $\quad\therefore \overline{BE}=\frac{3\sqrt{5}}{5}(\text{cm})$
같은 방법으로 하면 $\overline{DF}=\frac{3\sqrt{5}}{5}(\text{cm})$
$\therefore \overline{EF}=3\sqrt{5}-\frac{3\sqrt{5}}{5}\times2=\frac{9\sqrt{5}}{5}(\text{cm})$
답 ④

$\overline{CD}^2=\overline{DF}\times\overline{DB}$에서
$3^2=\overline{DF}\times3\sqrt{5}$
$\therefore \overline{DF}=\frac{3\sqrt{5}}{5}(\text{cm})$

100 $\overline{AC}=\sqrt{9^2+12^2}=15(\text{cm})$

$\triangle$ABC에서 $\overline{AB}\times\overline{BC}=\overline{AC}\times\overline{BH}$이므로

$12\times9=15\times\overline{BH}$

$\therefore\ \overline{BH}=\dfrac{36}{5}(\text{cm})$

또 $\overline{BC}^2=\overline{CH}\times\overline{CA}$이므로

$9^2=\overline{CH}\times15$

$\therefore\ \overline{CH}=\dfrac{27}{5}(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{BH}+\overline{CH}=\dfrac{63}{5}(\text{cm})$ 답 $\dfrac{63}{5}$cm

101 $\overline{BD}=\sqrt{4^2+3^2}=5$

$\triangle$ABD에서 $\overline{AB}\times\overline{AD}=\overline{BD}\times\overline{AE}$이므로

$3\times4=5\times\overline{AE}$

$\therefore\ \overline{AE}=\dfrac{12}{5}$

또 $\overline{AB}^2=\overline{BE}\times\overline{BD}$이므로

$3^2=\overline{BE}\times5$

$\therefore\ \overline{BE}=\dfrac{9}{5}$

같은 방법으로 하면 $\overline{DF}=\dfrac{9}{5}$

$\therefore\ \overline{EF}=5-\dfrac{9}{5}\times2=\dfrac{7}{5}$

$\therefore\ \square\text{AECF}=2\times\left(\dfrac{1}{2}\times\dfrac{12}{5}\times\dfrac{7}{5}\right)=\dfrac{84}{25}$

답 $\dfrac{84}{25}$

$\square$AECF
$=2\triangle$AEF
$=2\times\left(\dfrac{1}{2}\times\overline{AE}\times\overline{EF}\right)$

102 한 변의 길이를 a라 하면

$A:B=a^2:\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2=4:\sqrt{3}$ 답 ③

103 $\triangle$ABC의 한 변의 길이를 $a$cm라 하면

$\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2=27\sqrt{3},\ a^2=108$

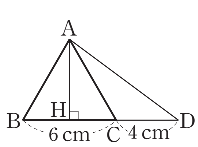
$\therefore\ a=6\sqrt{3}$

원 O의 반지름의 길이를 $r$cm라 하면 점 O는 $\triangle$ABC의 무게중심이므로

$r=\dfrac{1}{3}\times\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times6\sqrt{3}\right)=3$ 답 3cm

$\triangle$ABC의 높이

104 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times6$

$=3\sqrt{3}(\text{cm})$

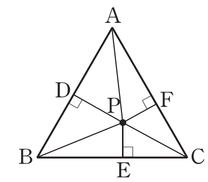
이때 $\overline{BH}=\overline{CH}=3(\text{cm})$이므로

$\overline{HD}=3+4=7(\text{cm})$

따라서 $\triangle$AHD에서

$\overline{AD}=\sqrt{7^2+(3\sqrt{3})^2}=2\sqrt{19}(\text{cm})$ 답 ③

105 정삼각형의 한 변의 길이를 $a$cm라 하면



$\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2=9\sqrt{3},\ a^2=36$

$\therefore\ a=6$

$\overline{AP},\ \overline{BP},\ \overline{CP}$를 그으면

$\triangle ABC=\triangle ABP+\triangle BCP+\triangle CAP$

이므로

$9\sqrt{3}=\dfrac{1}{2}\times6\times\overline{PD}+\dfrac{1}{2}\times6\times\overline{PE}+\dfrac{1}{2}\times6\times\overline{PF}$

$9\sqrt{3}=3(\overline{PD}+\overline{PE}+\overline{PF})$

$\therefore\ \overline{PD}+\overline{PE}+\overline{PF}=3\sqrt{3}(\text{cm})$

답 $3\sqrt{3}$cm

106 정육각형의 한 변의 길이를 $a$cm라 하면

$6\times\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2=12\sqrt{3},\ a^2=8$

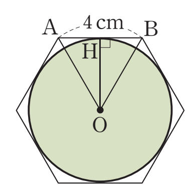
$\therefore\ a=2\sqrt{2}$

따라서 정육각형의 둘레의 길이는

$6\times2\sqrt{2}=12\sqrt{2}(\text{cm})$ 답 $12\sqrt{2}$cm

$\angle AOB=\dfrac{360^\circ}{6}=60^\circ$이고 $\overline{OA}=\overline{OB}$에서 $\angle OAB=\angle OBA=60^\circ$이므로 $\triangle$OAB는 정삼각형이다.

107 오른쪽 그림에서 $\triangle$OAB는 정삼각형이므로



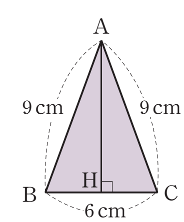
$\overline{OH}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times4=2\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{OH}$는 원의 반지름이므로

구하는 원의 넓이는

$\pi\times(2\sqrt{3})^2=12\pi(\text{cm}^2)$ 답 ③

108 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{BH}=\dfrac{1}{2}\overline{BC}=3(\text{cm})$

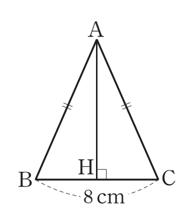
$\triangle$ABH에서

$\overline{AH}=\sqrt{9^2-3^2}=6\sqrt{2}(\text{cm})$

$\therefore\ \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times6\times6\sqrt{2}=18\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

답 ④

109 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times8\times\overline{AH}$

$=4\overline{AH}$

즉 $4\overline{AH}=8\sqrt{21}$이므로

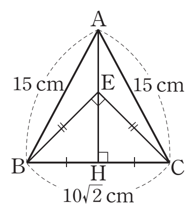
$\overline{AH}=2\sqrt{21}(\text{cm})$

따라서 $\triangle$ABH에서

$\overline{AB}=\sqrt{(2\sqrt{21})^2+4^2}=10(\text{cm})$

답 10cm

110 $\overline{BC}$의 중점을 H라 하면



$\overline{BH}=\overline{CH}=\frac{1}{2}\times 10\sqrt{2}$

$=5\sqrt{2}$(cm)

△ABH에서

$\overline{AH}=\sqrt{15^2-(5\sqrt{2})^2}$

$=5\sqrt{7}$(cm)

△BHE는 직각이등변삼각형이므로

$\overline{EH}=\overline{BH}=5\sqrt{2}$(cm)

$\therefore\ \overline{AE}=\overline{AH}-\overline{EH}=5\sqrt{7}-5\sqrt{2}$

$=5(\sqrt{7}-\sqrt{2})$(cm)

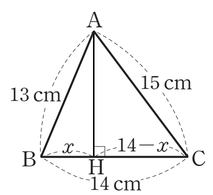
답 ③

△ABC, △EBC가 모두 이등변삼각형이므로 $\overline{AH}\perp\overline{BC}$, $\overline{EH}\perp\overline{BC}$ 따라서 △ABH와 △EBH는 직각삼각형이다.

삼각형의 높이

➡ 한 꼭짓점에서 대변에 수선을 그어 피타고라스 정리를 이용한다.

111 $\overline{BH}=x$라 하면



$\overline{CH}=14-x$

$13^2-x^2=15^2-(14-x)^2$

이므로

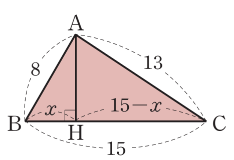
$28x=140$

$\therefore\ x=5$(cm)

△ABH에서 $\overline{AH}=\sqrt{13^2-5^2}=12$(cm)

답 12 cm

112 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{BH}=x$라 하면



$\overline{CH}=15-x$

$8^2-x^2=13^2-(15-x)^2$이므로

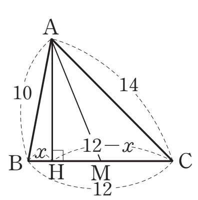
$30x=120\qquad\therefore\ x=4$

△ABH에서 $\overline{AH}=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}$

$\therefore$ △ABC$=\frac{1}{2}\times 15\times 4\sqrt{3}=30\sqrt{3}$

답 $30\sqrt{3}$

113 $\overline{BH}=x$라 하면



$\overline{CH}=12-x$,

$\overline{HM}=6-x$

$10^2-x^2=14^2-(12-x)^2$

이므로

$24x=48\qquad\therefore\ x=2$

$\therefore\ \overline{AH}=\sqrt{10^2-2^2}=4\sqrt{6}$, $\overline{HM}=6-2=4$

△AHM에서

$\overline{AM}=\sqrt{(4\sqrt{6})^2+4^2}=4\sqrt{7}$

답 ②

$\overline{BM}=\overline{CM}=6$이므로 $\overline{HM}=6-x$

114 △ABC에서 $\overline{AB}:\overline{BC}=1:\sqrt{3}$이므로

$2\sqrt{2}:\overline{BC}=1:\sqrt{3}$

$\therefore\ \overline{BC}=2\sqrt{6}$(cm)

△BCD에서 $\overline{BC}:\overline{CD}=\sqrt{2}:1$이므로

$2\sqrt{6}:\overline{CD}=\sqrt{2}:1$

$\therefore\ \overline{CD}=2\sqrt{3}$(cm)

답 ④

직각이등변삼각형의 세 변의 길이의 비

➡ $1:1:\sqrt{2}$

세 내각의 크기가 30°, 60°, 90°인 직각삼각형의 세 변의 길이의 비

➡ $1:\sqrt{3}:2$

115 $\overline{AC}=\overline{CD}=x$라 하면 $\overline{BC}=2+x$

△ABC에서 $\overline{BC}:\overline{AC}=\sqrt{3}:1$이므로

$(2+x):x=\sqrt{3}:1$, $(\sqrt{3}-1)x=2$

$\therefore\ x=\frac{2}{\sqrt{3}-1}=\sqrt{3}+1$(cm)

답 $(\sqrt{3}+1)$cm

116 △DOE에서 $\overline{OE}:\overline{OD}=2:\sqrt{3}$이므로

$16\sqrt{3}:\overline{OD}=2:\sqrt{3}$

$\therefore\ \overline{OD}=24$(cm)

△COD에서 $\overline{OD}:\overline{OC}=\sqrt{2}:1$이므로

$24:\overline{OC}=\sqrt{2}:1$

$\therefore\ \overline{OC}=12\sqrt{2}$(cm)

△BOC에서 $\overline{OC}:\overline{OB}=2:\sqrt{3}$이므로

$12\sqrt{2}:\overline{OB}=2:\sqrt{3}$

$\therefore\ \overline{OB}=6\sqrt{6}$(cm)

△AOB에서 $\overline{OB}:\overline{OA}=\sqrt{2}:1$이므로

$6\sqrt{6}:\overline{OA}=\sqrt{2}:1$

$\therefore\ \overline{OA}=6\sqrt{3}$(cm)

답 ④

117 ① △ABC에서 $\overline{AB}:\overline{AC}=2:1$이므로

$4\sqrt{3}:\overline{AC}=2:1\qquad\therefore\ \overline{AC}=2\sqrt{3}$

② ∠BAC=60°이므로 ∠DAC=30°

△ADC에서 $\overline{CD}:\overline{AC}=1:\sqrt{3}$이므로

$\overline{CD}:2\sqrt{3}=1:\sqrt{3}\qquad\therefore\ \overline{CD}=2$

③ △ADC에서 $\overline{AD}:\overline{AC}=2:\sqrt{3}$이므로

$\overline{AD}:2\sqrt{3}=2:\sqrt{3}\qquad\therefore\ \overline{AD}=4$

④ △ABC에서 $\overline{AB}:\overline{BC}=2:\sqrt{3}$이므로

$4\sqrt{3}:\overline{BC}=2:\sqrt{3}\qquad\therefore\ \overline{BC}=6$

⑤ △ABC$=\frac{1}{2}\times 6\times 2\sqrt{3}=6\sqrt{3}$

답 ③

118 $\overline{OB}=\sqrt{2}$ cm, $\overline{OE}=1$ cm

□ABCD의 한 변의 길이를 x cm라 하면

$\overline{BD}=\overline{BO}+\overline{OE}+\overline{ED}$

$=x+1+\sqrt{2}$(cm)

△BCD에서

$x:(x+1+\sqrt{2})=1:\sqrt{2}$

$(\sqrt{2}-1)x=\sqrt{2}+1$

$\therefore\ x=\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}=(\sqrt{2}+1)^2=3+2\sqrt{2}$

$\therefore$ □ABCD$=(3+2\sqrt{2})^2$

$=17+12\sqrt{2}$(cm²)

답 $(17+12\sqrt{2})$cm²

WORK BOOK

119 $\overline{AD}=6(\text{cm})$이므로

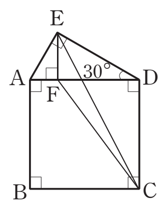
$\triangle$EAD에서

$6:\overline{DE}=2:\sqrt{3}$

$\therefore\ \overline{DE}=3\sqrt{3}(\text{cm})$

점 E에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의

발을 F라 하면 $\triangle$DEF에서



$3\sqrt{3}:\overline{DF}=2:\sqrt{3}\qquad\therefore\ \overline{DF}=\dfrac{9}{2}(\text{cm})$

$\therefore\ \triangle ECD=\triangle FCD=\dfrac{1}{2}\times 6\times\dfrac{9}{2}$

$=\dfrac{27}{2}(\text{cm}^2)$ 답 $\dfrac{27}{2}\text{cm}^2$

120 각 점과 원점 사이의 거리를 구하면 다음과 같다.

① $\sqrt{(-4)^2+(-2)^2}=2\sqrt{5}$

② $\sqrt{(-3)^2+1^2}=\sqrt{10}$

③ $\sqrt{0^2+5^2}=5$

④ $\sqrt{2^2+(-5)^2}=\sqrt{29}$

⑤ $\sqrt{6^2+1^2}=\sqrt{37}$

따라서 원점으로부터 가장 멀리 떨어진 점의 좌표는 (6, 1)이다. 답 ⑤

121 $\overline{PQ}=\sqrt{\{2-(-4)\}^2+(a-4)^2}=2\sqrt{10}$이므로

$36+(a-4)^2=40,\ a^2-8a+12=0$

$(a-2)(a-6)=0$

$\therefore\ a=2$ 또는 $a=6$

답 ①, ⑤

122 원의 지름의 길이는

$\overline{AB}=\sqrt{\{2-(-4)\}^2+(5-7)^2}=2\sqrt{10}$

따라서 구하는 원의 넓이는

$\pi\times(\sqrt{10})^2=10\pi$ 답 ①

123 $y=-2x-3$에 $x=-2,\ y=a$를 대입하면

$a=-2\times(-2)-3=1$

또 $x=b,\ y=-11$을 대입하면

$-11=-2b-3,\ 2b=8$

$\therefore\ b=4$

따라서 A$(-2,\ 1)$, B$(4,\ -11)$이므로

$\overline{AB}=\sqrt{\{4-(-2)\}^2+(-11-1)^2}=6\sqrt{5}$

답 $6\sqrt{5}$

124 $y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$이므로 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ -4)$

따라서 구하는 거리는

$\sqrt{1^2+(-4)^2}=\sqrt{17}$

답 ③

Q BOX

다음 사각형은 모두 평행사변형이다.
① 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형
② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형
③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형
④ 두 대각선이 서로를 이등분하는 사각형
⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형

좌표평면 위의 두 점 $(a,\ b)$, $(c,\ d)$ 사이의 거리
➡ $\sqrt{(c-a)^2+(d-b)^2}$

세 모서리의 길이가 a, b, c인 직육면체의 대각선의 길이
➡ $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

$\sqrt{10}<2\sqrt{5}<5<\sqrt{29}<\sqrt{37}$

125 $\overline{AB}=\sqrt{(2-1)^2+(4-1)^2}=\sqrt{10}$

$\overline{BC}=\sqrt{(4-2)^2+(0-4)^2}=2\sqrt{5}$

$\overline{CA}=\sqrt{(1-4)^2+(1-0)^2}=\sqrt{10}$

$\overline{AB}=\overline{CA},\ \overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{CA}^2$이므로 $\triangle$ABC는 $\angle A=90°$인 직각이등변삼각형이다.

답 ②

126 $\overline{AB}=\sqrt{(-2-2)^2+(1-4)^2}=5$

$\overline{BC}=\sqrt{\{-3-(-2)\}^2+(-5-1)^2}=\sqrt{37}$

$\overline{CD}=\sqrt{\{1-(-3)\}^2+\{-2-(-5)\}^2}=5$

$\overline{DA}=\sqrt{(2-1)^2+\{4-(-2)\}^2}=\sqrt{37}$

따라서 □ABCD는 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이다.

답 풀이 참조

127 $4^2+3^2+\overline{AE}^2=(5\sqrt{2})^2$이므로 $\overline{AE}^2=25$

$\therefore\ \overline{AE}=5(\text{cm})$ 답 ③

128 $\overline{DH}=a$라 하면 $3^2+5^2+a^2=(2\sqrt{10})^2$

$a^2=6\qquad\therefore\ a=\sqrt{6}$

$\overline{FH}=\sqrt{3^2+5^2}=\sqrt{34}$이므로

□BFHD$=\sqrt{6}\times\sqrt{34}=2\sqrt{51}$ 답 ⑤

129 정육면체의 한 모서리의 길이를 $x$cm라 하면

$\sqrt{3}x=9\qquad\therefore\ x=3\sqrt{3}$

따라서 구하는 부피는

$(3\sqrt{3})^3=81\sqrt{3}(\text{cm}^3)$

답 ⑤

130 $\overline{AG}=4\sqrt{3}$

$\overline{DM}=\overline{CM}=\dfrac{1}{2}\overline{CD}=2$이므로

$\overline{AM}=\overline{GM}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$

따라서 $\triangle$MAG의 둘레의 길이는

$4\sqrt{3}+2\times2\sqrt{5}=4(\sqrt{3}+\sqrt{5})$

답 $4(\sqrt{3}+\sqrt{5})$

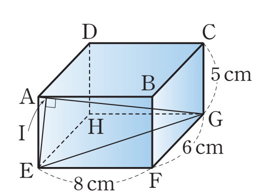
131 $\overline{EG}$를 그으면

$\overline{EG}=\sqrt{8^2+6^2}$

$=10(\text{cm})$

$\overline{AG}=\sqrt{8^2+6^2+5^2}$

$=5\sqrt{5}(\text{cm})$



$\triangle$AEG에서 $\overline{AE}\times\overline{EG}=\overline{AG}\times\overline{EI}$이므로

$5\times10=5\sqrt{5}\times\overline{EI}\qquad\therefore\ \overline{EI}=2\sqrt{5}(\text{cm})$

답 $2\sqrt{5}$cm

132 $\overline{DB}$를 그으면

$\overline{DB}=6\sqrt{2}(\text{cm}),\ \overline{DF}=6\sqrt{3}(\text{cm})$

$\triangle$BDF에서 $\overline{DB}\times\overline{BF}=\overline{DF}\times\overline{BI}$이므로

$6\sqrt{2}\times6=6\sqrt{3}\times\overline{BI}$ $\quad\therefore\ \overline{BI}=2\sqrt{6}$(cm)

답 ①

133 정육면체의 한 모서리의 길이를 a라 하면

$\sqrt{3}a=4\sqrt{3}$ $\quad\therefore\ a=4$

따라서 $\overline{BD}=\overline{DG}=\overline{BG}=4\sqrt{2}$이므로

$\triangle BGD=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(4\sqrt{2})^2=8\sqrt{3}$ 답 ④

$\triangle$BGD는 정삼각형

134 $\overline{FH}=\sqrt{8^2+6^2}=10$(cm)이므로

$\overline{MH}=\frac{1}{2}\overline{FH}=5$(cm)

$\triangle$DMH에서 $\overline{DM}=\sqrt{5^2+(5\sqrt{2})^2}=5\sqrt{3}$(cm)

$\overline{MH}\times\overline{DH}=\overline{DM}\times\overline{HI}$이므로

$5\times5\sqrt{2}=5\sqrt{3}\times\overline{HI}$

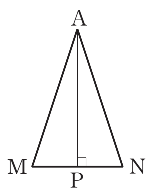
$\therefore\ \overline{HI}=\frac{5\sqrt{6}}{3}$(cm) 답 $\frac{5\sqrt{6}}{3}$cm

135 $\overline{AB}=10$(cm), $\overline{BM}=\overline{BN}=5$(cm)이므로

$\overline{AM}=\overline{AN}=\sqrt{10^2+5^2}=5\sqrt{5}$(cm)

$\overline{MN}=5\sqrt{2}$(cm)

점 A에서 $\overline{MN}$에 내린 수선의 발을 P라 하면



$\overline{AP}=\sqrt{(5\sqrt{5})^2-\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2}$

$=\frac{15\sqrt{2}}{2}$(cm)

$\therefore\ \triangle AMN=\frac{1}{2}\times5\sqrt{2}\times\frac{15\sqrt{2}}{2}=\frac{75}{2}$(cm^2)

답 ⑤

136 답 (ㄱ) 90° (ㄴ) $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ (ㄷ) $\frac{\sqrt{3}}{3}a$

(ㄹ) $\frac{2}{3}a^2$ (ㅁ) $\frac{\sqrt{6}}{3}a$

137 정사면체의 한 모서리의 길이를 a라 하면

$\frac{\sqrt{6}}{3}\times a=2\sqrt{6}$ $\quad\therefore\ a=6$

따라서 정사면체의 겉넓이는

$4\times\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\times6^2\right)=36\sqrt{3}$ 답 ⑤

한 모서리의 길이가 a인 정사면체의 높이
$\Rightarrow \frac{\sqrt{6}}{3}a$

138 점 H는 $\triangle$DBC의 무게중심이므로

$\overline{DM}=3\overline{MH}=6$(cm)

정사면체의 한 모서리의 길이를 $a$cm라 하면

$\frac{\sqrt{3}}{2}\times a=6$ $\quad\therefore\ a=4\sqrt{3}$

따라서 정사면체의 부피는

$\frac{\sqrt{2}}{12}\times(4\sqrt{3})^3=16\sqrt{6}$(cm^3) 답 $16\sqrt{6}$cm^3

한 모서리의 길이가 a인 정사면체의 부피
$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{12}a^3$

139 $\overline{DM}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times4=2\sqrt{3}$(cm)

점 A에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{AH}=\frac{\sqrt{6}}{3}\times4=\frac{4\sqrt{6}}{3}$(cm)

$\therefore\ \triangle AMD=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times\frac{4\sqrt{6}}{3}$

$=4\sqrt{2}$(cm^2) 답 ②

140 점 H는 $\triangle$ABC의 무게중심이므로

$\triangle ADH=\frac{1}{6}\triangle ABC$

$=\frac{1}{6}\times\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\times6^2\right)=\frac{3\sqrt{3}}{2}$(cm^2)

$\overline{OH}=\frac{\sqrt{6}}{3}\times6=2\sqrt{6}$(cm)

따라서 구하는 부피는

$\frac{1}{3}\times\frac{3\sqrt{3}}{2}\times2\sqrt{6}=3\sqrt{2}$(cm^3)

답 $3\sqrt{2}$cm^3

(각뿔의 부피)
$=\frac{1}{3}\times$(밑넓이)$\times$(높이)

141 $\triangle$OBA에서 $\overline{OB}:\overline{AB}=\sqrt{3}:1$이므로

$\overline{OB}:6=\sqrt{3}:1$

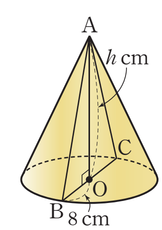
$\therefore\ \overline{OB}=6\sqrt{3}$(cm)

따라서 원뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times6^2\times6\sqrt{3}=72\sqrt{3}\pi$(cm^3)

답 $72\sqrt{3}\pi$cm^3

142 원뿔의 높이를 $h$cm라 하면



$\frac{1}{3}\times\pi\times8^2\times h=320\pi$이므로

$h=15$

$\therefore\ \overline{AB}=\overline{AC}=\sqrt{8^2+15^2}$

$=17$(cm)

따라서 $\triangle$ABC의 둘레의 길이는

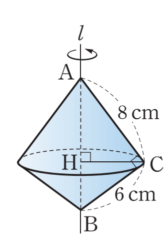
$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}=17+16+17$

$=50$(cm) 답 ⑤

143 $\triangle$ABC에서

$\overline{AB}=\sqrt{8^2+6^2}=10$(cm)

점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AC}\times\overline{BC}=\overline{AB}\times\overline{CH}$이므로

$8\times6=10\times\overline{CH}$

$\therefore\ \overline{CH}=\frac{24}{5}$(cm)

$\overline{CH}$를 반지름으로 하는 원의 둘레의 길이는

$2\pi\times\frac{24}{5}=\frac{48}{5}\pi$(cm)

WORK BOOK

Q BOX

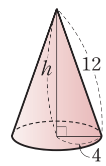
따라서 회전체의 겉넓이는

$\frac{1}{2}\times8\times\frac{48}{5}\pi+\frac{1}{2}\times6\times\frac{48}{5}\pi=\frac{336}{5}\pi(\text{cm}^2)$

답 $\frac{336}{5}\pi\,\text{cm}^2$

반지름의 길이가 r이고 호의 길이가 l인 부채꼴의 넓이
➡ $\frac{1}{2}rl$

144 오른쪽 그림에서



$h=\sqrt{12^2-4^2}=8\sqrt{2}$

따라서 원뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times4^2\times8\sqrt{2}=\frac{128\sqrt{2}}{3}\pi$

답 $\frac{128\sqrt{2}}{3}\pi$

145 정사각뿔의 높이는

$\sqrt{6^2-(3\sqrt{2})^2}=3\sqrt{2}(\text{cm})$

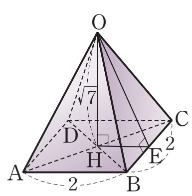
따라서 정사각뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\times6^2\times3\sqrt{2}=36\sqrt{2}(\text{cm}^3)$

답 ③

$\frac{1}{2}\times$(밑면의 대각선의 길이)
$=\frac{1}{2}\times6\sqrt{2}=3\sqrt{2}$

146 점 O에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 E라 하면



△OHE에서

$\overline{OE}=\sqrt{(\sqrt{7})^2+1^2}=2\sqrt{2}$

$\therefore\ \triangle OBC=\frac{1}{2}\times2\times2\sqrt{2}$

$=2\sqrt{2}$

따라서 사각뿔의 겉넓이는

$4\times2\sqrt{2}+2^2=4(2\sqrt{2}+1)$ 답 $4(2\sqrt{2}+1)$

147 $\overline{PM}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times2\sqrt{3}=3(\text{cm})$,

$\overline{MQ}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\sqrt{3}(\text{cm})$

이므로 △PMQ에서

$\overline{PQ}=\sqrt{3^2-(\sqrt{3})^2}=\sqrt{6}(\text{cm})$

$\overline{MQ}\times\overline{PQ}=\overline{PM}\times\overline{QR}$이므로

$\sqrt{3}\times\sqrt{6}=3\times\overline{QR}$ $\quad\therefore\ \overline{QR}=\sqrt{2}(\text{cm})$

답 ①

$\overline{PM}$은 정삼각형 PAB의 높이이다.

148 단면인 원의 반지름의 길이는

$\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}(\text{cm})$

따라서 구하는 넓이는

$\pi\times(3\sqrt{3})^2=27\pi(\text{cm}^2)$ 답 ③

149 $\overline{AH}=r$라 하면

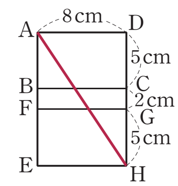
$\pi r^2=75\pi,\ r^2=75$ $\quad\therefore\ r=5\sqrt{3}(\text{cm})$

△OAH에서 $\overline{OH}=\sqrt{10^2-(5\sqrt{3})^2}=5(\text{cm})$

답 5 cm

입체도형에서의 최단 거리
➡ 선이 지나는 면의 전개도를 그려 본다.

150 최단 거리는 오른쪽 전개도에서 $\overline{AH}$의 길이와 같으므로

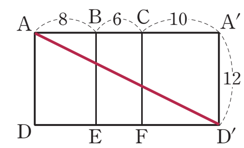


$\overline{AH}=\sqrt{8^2+(5+2+5)^2}$

$=4\sqrt{13}(\text{cm})$

답 ⑤

151 최단 거리는 오른쪽 전개도에서 $\overline{AD'}$의 길이와 같으므로



$\overline{AD'}$

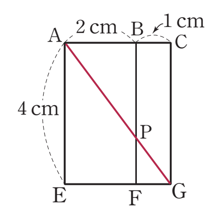
$=\sqrt{(8+6+10)^2+12^2}$

$=12\sqrt{5}$

답 ⑤

152 $\overline{AG}=\sqrt{2^2+1^2+4^2}=\sqrt{21}(\text{cm})$

$\overline{AP}+\overline{PG}$의 길이의 최솟값은 오른쪽 전개도에서 $\overline{AG}$의 길이와 같으므로



$\overline{AG}=\sqrt{4^2+(2+1)^2}$

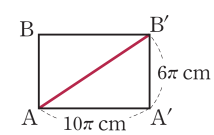
$=5(\text{cm})$

따라서 △APG의 둘레의 길이의 최솟값은

$5+\sqrt{21}(\text{cm})$ 답 $(5+\sqrt{21})\text{cm}$

△APG의 둘레의 길이는 $\overline{AP}+\overline{PG}+\overline{AG}$
이때 $\overline{AG}$의 길이는 일정하므로 $\overline{AP}+\overline{PG}$의 길이가 최소일 때 △APG의 둘레의 길이가 최소이다.

153 최단 거리는 오른쪽 전개도에서 $\overline{AB'}$의 길이와 같으므로

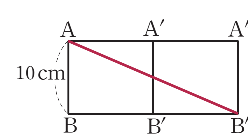


$\overline{AB'}=\sqrt{(10\pi)^2+(6\pi)^2}$

$=2\sqrt{34}\pi(\text{cm})$

답 $2\sqrt{34}\pi$ cm

154 오른쪽 전개도에서



$\overline{AB''}=26(\text{cm})$

이므로

△ABB″에서

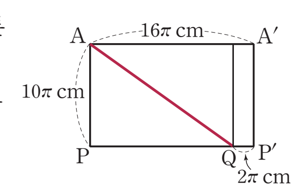
$\overline{BB''}=\sqrt{26^2-10^2}=24(\text{cm})$

따라서 밑면인 원의 둘레의 길이는 12 cm이다.

답 ②

155 $\overset{\frown}{PQ}=2\pi\times8\times\frac{45°}{360°}=2\pi(\text{cm})$

최단 거리는 오른쪽 전개도에서 $\overline{AQ}$의 길이와 같으므로



$\overline{AQ}$

$=\sqrt{(10\pi)^2+(14\pi)^2}$

$=2\sqrt{74}\pi(\text{cm})$

답 $2\sqrt{74}\pi$ cm

$\overline{P'Q}=\overset{\frown}{PQ}=2\pi(\text{cm})$
$\therefore\ \overline{PQ}=16\pi-2\pi$
$=14\pi(\text{cm})$

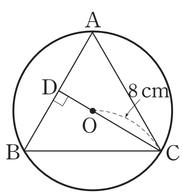
156 △ABC의 한 변의 길이를 a라 하면

$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=6\sqrt{3},\ a^2=24 \qquad \therefore a=2\sqrt{6}$

$\overline{AG}=\frac{2}{3}\overline{AD}=\frac{2}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times 2\sqrt{6}=2\sqrt{2}$이므로

$\triangle AGE=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(2\sqrt{2})^2=2\sqrt{3}$ 답 $2\sqrt{3}$

157 점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 D라 하면 점 O는 △ABC의 무게중심이므로



$8:\overline{CD}=2:3$

$\therefore \overline{CD}=12(\text{cm})$

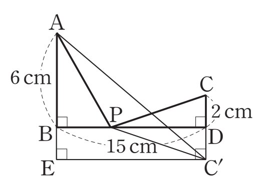
따라서 △ABC의 한 변의 길이를 $a$cm라 하면

$\frac{\sqrt{3}}{2}a=12 \qquad \therefore a=8\sqrt{3}$

답 ④

정삼각형의 외심은 무게중심과 일치한다.

158 점 C의 $\overline{BD}$에 대한 대칭점을 C′이라 하면



$\overline{AP}+\overline{CP}$

$=\overline{AP}+\overline{C'P}$

$\geq\overline{AC'}$

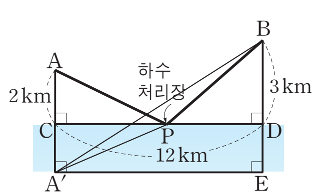
$=\sqrt{8^2+15^2}=17(\text{cm})$

따라서 $\overline{AP}+\overline{CP}$의 최솟값은 17 cm이다.

답 17 cm

$\overline{BE}=\overline{DC'}=\overline{CD}$
$=2(\text{cm})$
이므로
$\overline{AE}=6+2=8(\text{cm})$
$\overline{EC'}=\overline{BD}=15(\text{cm})$

159



점 A의 $\overline{CD}$에 대한 대칭점을 A′이라 하면

$\overline{AP}+\overline{BP}=\overline{A'P}+\overline{BP}$

$\geq\overline{A'B}$

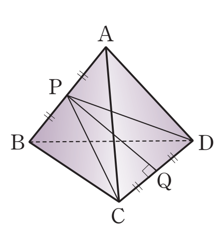
$=\sqrt{5^2+12^2}=13(\text{km})$

따라서 구하는 거리는 13 km이다.

답 13 km

$\overline{DE}=\overline{CA'}=\overline{AC}$
$=2(\text{km})$
이므로
$\overline{BE}=3+2=5(\text{km})$
$\overline{A'E}=\overline{CD}=12(\text{km})$

160 정사면체의 한 모서리의 길이를 $a$cm라 하면



$\overline{PC}=\overline{PD}=\frac{\sqrt{3}}{2}a(\text{cm})$

△PCD는 이등변삼각형이므로 $\overline{PQ}\perp\overline{CD}$

△PCQ에서 $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}a\right)^2=\left(\frac{1}{2}a\right)^2+(5\sqrt{2})^2$이므로

$\frac{1}{2}a^2=50,\ a^2=100$

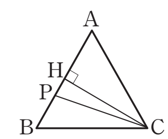
$\therefore a=10$ 답 10 cm

161 △ABD에서

$\overline{PQ}=\frac{2}{3}\overline{BD}=\frac{2}{3}\times 6=4$

△APQ∽△ABD이고 닮음비가 2 : 3이므로
$\overline{PQ}=\frac{2}{3}\overline{BD}$

점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{CH}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 6=3\sqrt{3}$

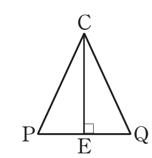
$\overline{BH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=3,\ \overline{BP}=\frac{1}{3}\overline{AB}=2$이므로

$\overline{HP}=1$

△CHP에서

$\overline{CP}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+1^2}=2\sqrt{7}$

△CPQ는 $\overline{CP}=\overline{CQ}$인 이등변삼각형이므로 점 C에서 $\overline{PQ}$에 내린 수선의 발을 E라 하면



$\overline{CE}=\sqrt{(2\sqrt{7})^2-2^2}=2\sqrt{6}$

$\therefore \triangle CPQ=\frac{1}{2}\times 4\times 2\sqrt{6}$

$=4\sqrt{6}$ 답 $4\sqrt{6}$

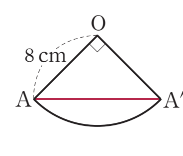
162 원뿔의 전개도에서 부채꼴의 중심각의 크기를 $\angle x$라 하면

$2\pi\times 8\times\frac{\angle x}{360^\circ}=2\pi\times 2$

(부채꼴의 호의 길이)
=(밑면의 둘레의 길이)

$\therefore \angle x=90^\circ$

최단 거리는 오른쪽 전개도에서 $\overline{AA'}$의 길이와 같으므로



$\overline{AA'}=8\sqrt{2}(\text{cm})$

답 ③

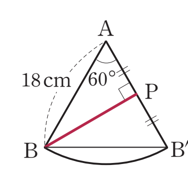
163 원뿔의 전개도에서 부채꼴의 중심각의 크기를 $\angle x$라 하면

$2\pi\times 18\times\frac{\angle x}{360^\circ}=2\pi\times 3$

$\therefore \angle x=60^\circ$

오른쪽 전개도에서

△ABB′은 정삼각형이고 최단 거리는 $\overline{BP}$의 길이와 같으므로

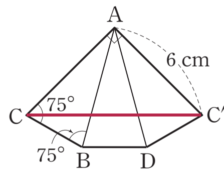


$\overline{BP}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 18$

$=9\sqrt{3}(\text{cm})$

답 $9\sqrt{3}$cm

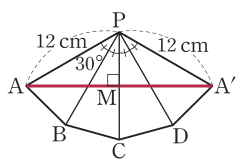
164 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$, $\angle ABC=75°$이므로
$\angle BAC=180°-75°\times2=30°$
$\angle BAC=\angle BAD=\angle DAC=30°$이므로
오른쪽 전개도에서
$\angle CAC'=90°$
따라서 최단 거리는
$\overline{CC'}$의 길이와 같으므로 $\triangle ACC'$에서
$\overline{CC'}=6\sqrt{2}(\text{cm})$



답 ③

$\overline{AC}=\overline{AC'}$이므로 $\triangle ACC'$은 직각이등변 삼각형이다.

165 최단 거리는 오른쪽 전개도에서 $\overline{AA'}$의 길이와 같다.
$\angle APA'=120°$이므로
$\angle APM=60°$
$\triangle AMP$에서 $\overline{AP}:\overline{AM}=2:\sqrt{3}$이므로
$12:\overline{AM}=2:\sqrt{3}$
$\therefore \overline{AM}=6\sqrt{3}(\text{cm})$
$\therefore \overline{AA'}=2\overline{AM}=12\sqrt{3}(\text{cm})$

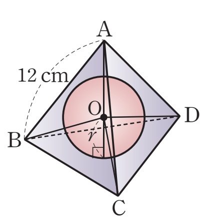


답 $12\sqrt{3}$cm

166 구의 반지름의 길이를 r라 하면
$\overline{OA}=\overline{OB}=r$이므로
$\overline{OH}=6-r$
$\triangle OBH$에서
$r^2=(6-r)^2+(2\sqrt{3})^2$
$12r=48 \qquad \therefore r=4(\text{cm})$

답 ②

167 정사면체의 부피는
$\frac{\sqrt{2}}{12}\times12^3=144\sqrt{2}(\text{cm}^3)$
구의 중심을 O, 반지름의 길이를 r라 하면 삼각뿔 O-BCD의 부피는
$\frac{1}{3}\times\triangle BCD\times r$
$=\frac{1}{3}\times\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\times12^2\right)\times r$
$=12\sqrt{3}r$
즉 $12\sqrt{3}r=\frac{1}{4}\times144\sqrt{2}$이므로
$r=\sqrt{6}(\text{cm})$



답 ③

삼각뿔 O-BCD의 부피는 정사면체의 부피의 $\frac{1}{4}$배이다.

Ⅵ 삼각비

1 삼각비

▸31~37쪽

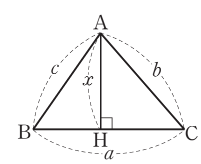
168 $\overline{BC}=\sqrt{(\sqrt{6})^2-2^2}=\sqrt{2}$
$\therefore \sin A\times\tan A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}\times\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$
$=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{6}}{6}$

답 ②

169 $\overline{AB}=3k$, $\overline{AC}=\sqrt{2}k\,(k>0)$라 하면
$\overline{BC}=\sqrt{(3k)^2+(\sqrt{2}k)^2}=\sqrt{11}k$
$\cos B=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{3\sqrt{11}}{11}$, $\cos C=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{\sqrt{22}}{11}$,
$\tan C=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$
$\therefore \cos B\div\cos C\times\tan C$
$=\frac{3\sqrt{11}}{11}\times\frac{11}{\sqrt{22}}\times\frac{3\sqrt{2}}{2}=\frac{9}{2}$

답 $\frac{9}{2}$

170 $\overline{AH}=x$라 하면
$\sin B=\frac{x}{c}$, $\sin C=\frac{x}{b}$
$\therefore \frac{\sin C}{\sin B}=\frac{x}{b}\times\frac{c}{x}=\frac{c}{b}$



답 ④

171 $\tan A=\frac{\overline{BC}}{3}=2$에서 $\overline{BC}=6$
$\therefore \overline{AC}=\sqrt{3^2+6^2}=3\sqrt{5}$

답 $3\sqrt{5}$

172 $\sin B=\frac{\sqrt{2}}{\overline{AB}}=\frac{1}{2}$에서 $\overline{AB}=2\sqrt{2}$
$\therefore \overline{BC}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2-(\sqrt{2})^2}=\sqrt{6}$
$\therefore \cos B\times\tan A=\frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}=\frac{3}{2}$

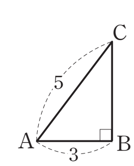
답 ④

$\cos B=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$, $\tan A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$

173 $\cos B=\frac{\overline{AB}}{6}=\frac{\sqrt{3}}{3}$에서 $\overline{AB}=2\sqrt{3}$
$\therefore \overline{AC}=\sqrt{6^2-(2\sqrt{3})^2}=2\sqrt{6}$
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times2\sqrt{6}=6\sqrt{2}$

답 $6\sqrt{2}$

174 $5\cos A-3=0$에서 $\cos A=\frac{3}{5}$
오른쪽 그림에서
$\overline{BC}=\sqrt{5^2-3^2}=4$
$\therefore \sin A+\tan A$
$=\frac{4}{5}+\frac{4}{3}=\frac{32}{15}$



답 $\frac{32}{15}$

Q BOX

175 △ABC에서 ∠B=90°라 하면

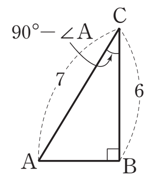
∠A+∠C=90°이므로 ∠C=90°−∠A

즉 $\cos C=\frac{6}{7}$이므로 오른쪽

그림에서

$\overline{AB}=\sqrt{7^2-6^2}=\sqrt{13}$

$\therefore \tan A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{6\sqrt{13}}{13}$



답 ④

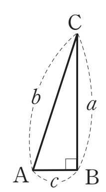
176 오른쪽 그림에서

$\sin A=\frac{a}{b}$, $\cos A=\frac{c}{b}$

즉 $\frac{a}{b}=\frac{3c}{b}$이므로 $a=3c$

$\therefore b=\sqrt{c^2+(3c)^2}=\sqrt{10}c$

$\therefore \cos C=\frac{a}{b}=\frac{3c}{\sqrt{10}c}=\frac{3\sqrt{10}}{10}$



답 $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

177 $\overline{AC}=\sqrt{10^2-6^2}=8$

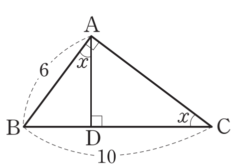
∠C=∠BAD=x

이므로

$\sin x=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$

$\cos x=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$

$\therefore \sin x+\cos x=\frac{7}{5}$



답 ②

∠C=90°−∠B
=∠BAD=x

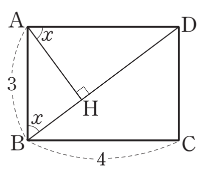
178 $\overline{BD}=\sqrt{4^2+3^2}=5$

∠ABD=∠HAD

$=x$

이므로 △ABD에서

$\cos x=\frac{\overline{AB}}{\overline{BD}}=\frac{3}{5}$



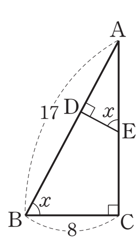
답 $\frac{3}{5}$

179 $\overline{AC}=\sqrt{17^2-8^2}=15$

∠ABC=∠AED=x이므로

$\sin x=\frac{15}{17}$, $\tan x=\frac{15}{8}$

$\therefore \frac{\tan x}{\sin x}=\frac{15}{8}\times\frac{17}{15}=\frac{17}{8}$



답 $\frac{17}{8}$

180 $\overline{AG}=4\sqrt{3}$, $\overline{EG}=4\sqrt{2}$

△AEG는 ∠AEG=90°인 직각삼각형이므로

$\cos x\times\tan x=\frac{4\sqrt{2}}{4\sqrt{3}}\times\frac{4}{4\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ 답 ④

한 변의 길이가 a인 정사각형의 대각선의 길이
➡ $\sqrt{2}a$
한 모서리의 길이가 a인 정육면체의 대각선의 길이 ➡ $\sqrt{3}a$

181 $\overline{EG}=\sqrt{6^2+8^2}=10$

$\overline{AG}=\sqrt{6^2+8^2+10^2}=10\sqrt{2}$

△AEG는 ∠AEG=90°인 직각삼각형이므로

$\sin x+\cos x=\frac{10}{10\sqrt{2}}+\frac{10}{10\sqrt{2}}=\sqrt{2}$ 답 $\sqrt{2}$

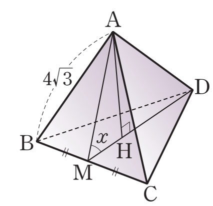
182 $\overline{AM}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times4\sqrt{3}=6$

꼭짓점 A에서 $\overline{MD}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{AH}=\frac{\sqrt{6}}{3}\times4\sqrt{3}=4\sqrt{2}$

$\therefore \sin x=\frac{\overline{AH}}{\overline{AM}}=\frac{4\sqrt{2}}{6}$

$=\frac{2\sqrt{2}}{3}$



답 $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

삼각비의 값을 구하기 위해 직각삼각형을 만든다.

한 모서리의 길이가 a인 정사면체의 높이
➡ $\frac{\sqrt{6}}{3}a$

183 (주어진 식)$=\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)\div1+1-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$

$=\frac{1}{4}+1-\frac{3}{4}=\frac{1}{2}$ 답 ③

184 (주어진 식)$=2\times1-2\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=2-3+\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}$ 답 $-\frac{1}{2}$

185 $\cos A-\sin A=\cos30°-\sin30°=\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

$\cos A+\sin A=\cos30°+\sin30°=\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

$\therefore$ (주어진 식)$=\frac{2}{\sqrt{3}-1}+\frac{2}{\sqrt{3}+1}$

$=(\sqrt{3}+1)+(\sqrt{3}-1)$

$=2\sqrt{3}$ 답 ⑤

186 $\cos30°=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $2x-30°=30°$

$2x=60°$ $\therefore x=30°$

$\therefore \sin x+\cos2x=\sin30°+\cos60°$

$=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$ 답 1

$15°<x<60°$에서
$0°<2x-30°<90°$

187 $\sin60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $2A=60°$ $\therefore A=30°$

$\therefore (\tan A+1)(\tan A-1)$

$=(\tan30°+1)(\tan30°-1)$

$=\tan^2 30°-1$

$=\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2-1=-\frac{2}{3}$ 답 ②

WORK BOOK

188 $\tan 60^\circ=\sqrt{3}$이므로 $90^\circ-2x=60^\circ$

$2x=30^\circ$ $\therefore x=15^\circ$

$\therefore \cos 2x\div\sin 3x=\cos 30^\circ\div\sin 45^\circ$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}\div\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{6}}{2}$ 답 ⑤

$0^\circ<x<30^\circ$에서 $30^\circ<90^\circ-2x<90^\circ$

189 △ACD에서

$\cos 45^\circ=\frac{\overline{CD}}{4\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\therefore \overline{CD}=4$

$\therefore \overline{AD}=\overline{CD}=4$

△ABD에서

$\tan 30^\circ=\frac{4}{\overline{BD}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ $\therefore \overline{BD}=4\sqrt{3}$

$\therefore \overline{BC}=\overline{BD}+\overline{DC}=4(1+\sqrt{3})$

답 $4(1+\sqrt{3})$

190 $\sin 30^\circ=\frac{6}{x}=\frac{1}{2}$ $\therefore x=12$

$\tan 30^\circ=\frac{6}{y}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ $\therefore y=6\sqrt{3}$

$\therefore x+y=6(2+\sqrt{3})$ 답 ⑤

191 △ADE에서

$\cos 30^\circ=\frac{\overline{AD}}{16}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\therefore \overline{AD}=8\sqrt{3}(\text{cm})$

△ACD에서

$\cos 30^\circ=\frac{\overline{AC}}{8\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\therefore \overline{AC}=12(\text{cm})$

△ABC에서

$\cos 30^\circ=\frac{\overline{AB}}{12}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\therefore \overline{AB}=6\sqrt{3}(\text{cm})$

답 $6\sqrt{3}$cm

192 (직선의 기울기)$=\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}$

따라서 직선의 방정식을 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+a$라 하면

x절편이 -6이므로

$0=\frac{\sqrt{3}}{3}\times(-6)+a$ $\therefore a=2\sqrt{3}$

따라서 직선의 방정식은

$y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+2\sqrt{3}$ 답 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+2\sqrt{3}$

기울기가 m이고 y절편이 n인 직선의 방정식
➡ $y=mx+n$

193 $\frac{2}{\sqrt{3}}x-2y=6$에서 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x-3$이므로

$\tan a=\frac{\sqrt{3}}{3}$ $\therefore a=30^\circ$

$\therefore$ (주어진 식)$=\frac{\sin 30^\circ-\cos^2 30^\circ}{\sin 60^\circ}$

$=\left\{\frac{1}{2}-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2\right\}\times\frac{2}{\sqrt{3}}=-\frac{\sqrt{3}}{6}$

답 ②

194 $\cos x=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}$

$\tan y=\frac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\frac{\overline{CD}}{1}=\overline{CD}$ 답 ④

195 ① $\sin 57^\circ=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{AB}}{1}=0.84$

② $\cos 57^\circ=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{OB}}{1}=0.54$

③ $\tan 57^\circ=\frac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\frac{\overline{CD}}{1}=1.54$

④ $\cos 33^\circ=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{AB}}{1}=0.84$

⑤ $\tan 33^\circ=\frac{\overline{OD}}{\overline{CD}}=\frac{1}{1.54}=0.64\times\times\times$

답 ⑤

196 $\overline{AB}/\!/\overline{CD}/\!/\overline{EF}$이므로

$\angle OAB=\angle OCD=\angle OEF=x$

$\tan x=\frac{\overline{OF}}{\overline{EF}}=\frac{\overline{OF}}{1}=\overline{OF}$

$\sin x=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{OB}}{1}=\overline{OB}$

$\therefore \tan x-\sin x=\overline{OF}-\overline{OB}=\overline{BF}$ 답 ④

197 ① $\cos 0^\circ+3\tan 0^\circ=1+3\times 0=1$

② $\sin 0^\circ=\cos 90^\circ=0$,

$\tan 90^\circ\neq 0$

③ $\sqrt{3}\tan 60^\circ-2\tan 45^\circ=\sqrt{3}\times\sqrt{3}-2\times 1=1$

④ $\tan 30^\circ\times\tan 60^\circ-\sin 90^\circ$

$=\frac{\sqrt{3}}{3}\times\sqrt{3}-1=0$

⑤ $\sin 90^\circ+\cos 0^\circ+\tan 45^\circ=1+1+1=3$

답 ④

$0^\circ\le x\le 90^\circ$에서 x가 증가할 때
① $\sin x$의 값은 0에서 1까지 증가
② $\cos x$의 값은 1에서 0까지 감소
③ $\tan x$의 값은 0에서 무한히 증가
(단, $x\neq 90^\circ$)

198 $p=2\sin 0^\circ\times\tan 0^\circ-\cos 0^\circ=0-1=-1$

$q=2\sin 45^\circ\times\tan 45^\circ-\cos 90^\circ$

$=2\times\frac{\sqrt{2}}{2}\times 1-0=\sqrt{2}$

$\therefore pq=-\sqrt{2}$ 답 ②

199 ③ $\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$, $\sin 75^\circ>\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$이므로

$\cos 60^\circ<\sin 75^\circ$ 답 ③

200 $\cos 0^\circ=1$, $\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan 45^\circ=1$

$\cos 65^\circ<\cos 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan 65^\circ>\tan 45^\circ=1$

$\therefore \cos 65^\circ<\sin 45^\circ<\cos 0^\circ=\tan 45^\circ<\tan 65^\circ$

답 ④

201 답 ④

202 (주어진 식)$=0.8480-0.5878+0.6745$
$=0.9347$ 답 0.9347

203 $\cos x^\circ=\frac{36}{50}=0.72$
이때 $\cos 44^\circ=0.7193$이므로 x의 값은 약 44이다. 답 ④

204 $\angle B=90^\circ-42^\circ=48^\circ$이므로
$\tan 48^\circ=\frac{\overline{AC}}{20}=1.1106$
$\therefore \overline{AC}=1.1106\times 20=22.212$ 답 22.212

205 $\overline{OB}=\cos x=0.848$
이때 $\cos 32^\circ=0.8480$이므로 $x=32^\circ$
$\overline{CD}=\tan 32^\circ=0.6249$,
$\overline{AB}=\sin 32^\circ=0.5299$이므로
$\overline{CD}-\overline{AB}=0.095$ 답 ③

206 $\overline{AD}=\overline{CD}=1$, $\overline{BC}=\overline{AC}=\sqrt{2}$
$\angle B=\angle BAC$이고 $\angle B+\angle BAC=45^\circ$이므로
$\angle BAC=22.5^\circ$
따라서 $\angle BAD=22.5^\circ+45^\circ=67.5^\circ$이므로
$\tan 67.5^\circ=\frac{\overline{BD}}{\overline{AD}}=\sqrt{2}+1$ 답 ①

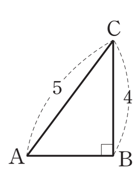
삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

207 $\overline{BC}=1$이라 하면 $\overline{AB}=\sqrt{3}$, $\overline{AC}=2$
$\therefore \overline{AD}=\overline{AC}=2$
$\angle D=\angle DCA$이고 $\angle D+\angle DCA=30^\circ$이므로
$\angle DCA=15^\circ$
따라서 $\angle BCD=60^\circ+15^\circ=75^\circ$이므로
$\tan 75^\circ=\frac{\overline{BD}}{\overline{BC}}=2+\sqrt{3}$ 답 $2+\sqrt{3}$

세 내각의 크기가 30°, 60°, 90°인 직각삼각형의 세 변의 길이의 비
➡ $1:\sqrt{3}:2$

208 $0^\circ<A<45^\circ$일 때, $0<\sin A<\cos A$이므로
$\cos A>0$, $\sin A-\cos A<0$
$\therefore$ (주어진 식)$=\cos A-\{-(\sin A-\cos A)\}$
$=\sin A$ 답 $\sin A$

209 $45^\circ<A<90^\circ$일 때, $0<\cos A<\sin A<1$이므로
$1-\cos A>0$, $\cos A-\sin A<0$
$\therefore \sqrt{(1-\cos A)^2}-\sqrt{(\cos A-\sin A)^2}$
$=1-\cos A-\{-(\cos A-\sin A)\}$
$=1-\sin A$
즉 $1-\sin A=\frac{1}{5}$이므로 $\sin A=\frac{4}{5}$
오른쪽 그림에서
$\overline{AB}=\sqrt{5^2-4^2}=3$이므로
$\tan A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{4}{3}$ 답 ③



2 삼각비의 활용

▸ 38~45쪽

210 ④ $\cos A=\frac{b}{c}$이므로 $b=c\cos A$ 답 ④

211 $x=26\cos B=26\times\frac{5}{13}=10$
$y=26\sin B=26\times\frac{12}{13}=24$
$\therefore y-x=24-10=14$ 답 14

212 $\overline{AB}=4\sin 30^\circ=4\times\frac{1}{2}=2(\text{cm})$
$\overline{AC}=4\cos 30^\circ=4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}(\text{cm})$
따라서 구하는 부피는
$\left(\frac{1}{2}\times 2\times 2\sqrt{3}\right)\times 4\sqrt{3}=24(\text{cm}^3)$
답 $24\,\text{cm}^3$

(기둥의 부피)
=(밑넓이)×(높이)

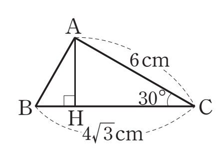
213 $5\tan 54^\circ=5\times 1.38=6.9(\text{m})$ 답 6.9 m

214 $\overline{AB}=10\sqrt{3}\tan 30^\circ=10\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=10(\text{m})$
$\overline{AC}=\frac{10\sqrt{3}}{\cos 30^\circ}=10\sqrt{3}\times\frac{2}{\sqrt{3}}=20(\text{m})$
따라서 부러지기 전의 나무의 높이는
$\overline{AB}+\overline{AC}=30(\text{m})$ 답 30 m

215 $\overline{AH}=100\cos 60^\circ=100\times\frac{1}{2}=50(\text{m})$
$\therefore \overline{CH}=50\tan 45^\circ$
$=50\times 1=50(\text{m})$
답 ①

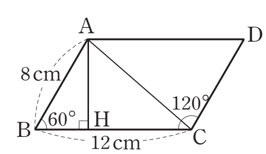
보조선을 그어 $\overline{AB}$를 빗변으로 하는 직각삼각형을 만든다.

216 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 △ACH에서
$\overline{AH}=6\sin 30^\circ$
$=6\times\frac{1}{2}=3(\text{cm})$



$\overline{CH}=6\cos 30^\circ=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}(\text{cm})$이므로
$\overline{BH}=4\sqrt{3}-3\sqrt{3}=\sqrt{3}(\text{cm})$
따라서 △ABH에서
$\overline{AB}=\sqrt{3^2+(\sqrt{3})^2}=2\sqrt{3}(\text{cm})$ 답 $2\sqrt{3}$ cm

217 □ABCD가 평행사변형이므로
$\angle B=180^\circ-120^\circ$
$=60^\circ$



WORK BOOK

꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 △ABH에서

$\overline{AH}=8\sin 60^\circ=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

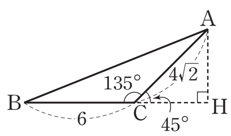
$\overline{BH}=8\cos 60^\circ=8\times\frac{1}{2}=4(\text{cm})$이므로

$\overline{CH}=12-4=8(\text{cm})$

따라서 △ACH에서

$\overline{AC}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2+8^2}=4\sqrt{7}(\text{cm})$ 답 ④

218 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\angle ACH=180^\circ-135^\circ$
$=45^\circ$

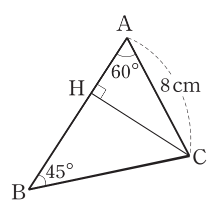
△ACH에서

$\overline{CH}=\overline{AH}=4\sqrt{2}\sin 45^\circ=4\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=4$

따라서 $\overline{BH}=6+4=10$이므로 △ABH에서

$\overline{AB}=\sqrt{10^2+4^2}=2\sqrt{29}$ 답 ④

219 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 △AHC에서

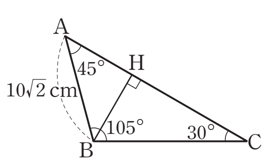


$\overline{CH}=8\sin 60^\circ$
$=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}$
$=4\sqrt{3}(\text{cm})$

△BCH에서

$\overline{BC}=\frac{4\sqrt{3}}{\sin 45^\circ}=4\sqrt{3}\times\sqrt{2}=4\sqrt{6}(\text{cm})$ 답 ①

220 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 △ABH에서



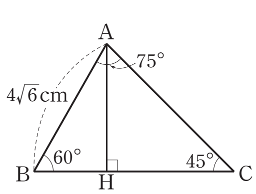
$\overline{BH}=10\sqrt{2}\sin 45^\circ$
$=10\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=10(\text{cm})$

$\angle C=180^\circ-(45^\circ+105^\circ)=30^\circ$이므로

△BCH에서

$\overline{BC}=\frac{10}{\sin 30^\circ}=10\times 2=20(\text{cm})$ 답 ⑤

221 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 △ABH에서



$\overline{AH}=4\sqrt{6}\sin 60^\circ$
$=4\sqrt{6}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{2}(\text{cm})$

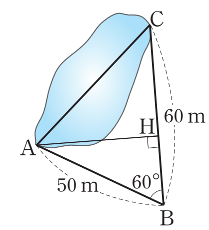
$\angle C=180^\circ-(75^\circ+60^\circ)=45^\circ$이므로

△AHC에서

$\overline{AC}=\frac{6\sqrt{2}}{\sin 45^\circ}=6\sqrt{2}\times\sqrt{2}=12(\text{cm})$

답 12 cm

222 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 △ABH에서



$\overline{AH}=50\sin 60^\circ$
$=50\times\frac{\sqrt{3}}{2}$
$=25\sqrt{3}(\text{m})$

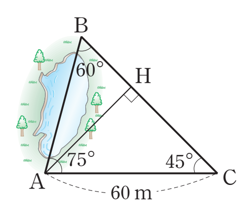
$\overline{BH}=50\cos 60^\circ=50\times\frac{1}{2}=25(\text{m})$이므로

$\overline{CH}=60-25=35(\text{m})$

따라서 △ACH에서

$\overline{AC}=\sqrt{35^2+(25\sqrt{3})^2}=10\sqrt{31}(\text{m})$ 답 ③

223 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 △ACH에서



$\overline{AH}=60\sin 45^\circ$
$=60\times\frac{\sqrt{2}}{2}$
$=30\sqrt{2}(\text{m})$

$\angle B=180^\circ-(75^\circ+45^\circ)=60^\circ$이므로 △ABH에서

$\overline{AB}=\frac{\overline{AH}}{\sin 60^\circ}=30\sqrt{2}\times\frac{2}{\sqrt{3}}=20\sqrt{6}(\text{m})$

답 $20\sqrt{6}$ m

224 $\angle BAH=45^\circ$, $\angle CAH=30^\circ$이므로

$\overline{AH}=h$ cm라 하면 $\overline{BH}=\overline{AH}=h(\text{cm})$,

$\overline{CH}=h\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}h(\text{cm})$

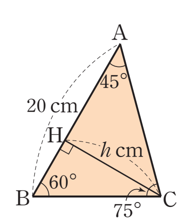
$\overline{BH}+\overline{CH}=18(\text{cm})$이므로

$h+\frac{\sqrt{3}}{3}h=18,\ \frac{3+\sqrt{3}}{3}h=18$

$\therefore h=9(3-\sqrt{3})$ 답 ⑤

$h=\frac{54}{3+\sqrt{3}}$
$=\frac{54(3-\sqrt{3})}{(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})}$
$=9(3-\sqrt{3})$

225 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\angle BCH=30^\circ$

$\angle ACH=45^\circ$

$\overline{CH}=h$ cm라 하면

$\overline{AH}=\overline{CH}=h(\text{cm})$,

$\overline{BH}=h\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}h(\text{cm})$

$\overline{AH}+\overline{BH}=20(cm)$이므로

$h+\frac{\sqrt{3}}{3}h=20$, $\frac{3+\sqrt{3}}{3}h=20$

$\therefore h=10(3-\sqrt{3})$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 20\times 10(3-\sqrt{3})$

$=100(3-\sqrt{3})(cm^2)$

답 $100(3-\sqrt{3})cm^2$

226 $\angle BAH=45^\circ$, $\angle CAH=60^\circ$이므로 $\overline{AH}=h$라 하면

$\overline{BH}=\overline{AH}=h$, $\overline{CH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h$

$\overline{CH}-\overline{BH}=10$이므로

$\sqrt{3}h-h=10$, $(\sqrt{3}-1)h=10$

$\therefore h=5(\sqrt{3}+1)$ 답 ③

227 $\angle BAH=60^\circ$, $\angle CAH=30^\circ$이므로 $\overline{AH}=h$cm 라 하면 $\overline{BH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h(cm)$,

$\overline{CH}=h\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}h(cm)$

$\overline{BH}-\overline{CH}=10(cm)$이므로

$\sqrt{3}h-\frac{\sqrt{3}}{3}h=10$, $\frac{2\sqrt{3}}{3}h=10$ $\therefore h=5\sqrt{3}$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 10\times 5\sqrt{3}=25\sqrt{3}(cm^2)$

답 $25\sqrt{3}cm^2$

$\triangle ABC$에서 밑변을 $\overline{BC}$라 하면 높이는 $\overline{AH}$의 길이이다.

228 $\angle ACD=45^\circ$, $\angle BCD=30^\circ$이므로 $\overline{CD}=h$m 라 하면

$\overline{AD}=\overline{CD}=h(m)$, $\overline{BD}=h\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}h(m)$

$\overline{AD}-\overline{BD}=200(m)$이므로

$h-\frac{\sqrt{3}}{3}h=200$, $\frac{3-\sqrt{3}}{3}h=200$

$\therefore h=100(3+\sqrt{3})$ 답 $100(3+\sqrt{3})$m

229 $\angle ACH=45^\circ$, $\angle BCH=60^\circ$이므로 $\overline{CH}=h$m 라 하면

$\overline{AH}=\overline{CH}=h(m)$, $\overline{BH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h(m)$

$\overline{AH}+\overline{BH}=40(m)$이므로

$h+\sqrt{3}h=40$, $(1+\sqrt{3})h=40$

$\therefore h=20(\sqrt{3}-1)$ 답 ②

230 $\angle BAH=30^\circ$, $\angle CAH=45^\circ$이므로 $\overline{AH}=h$m 라 하면

$\overline{BH}=h\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}h(m)$, $\overline{CH}=\overline{AH}=h(m)$

$\overline{BH}+\overline{CH}=100(m)$이므로

$\frac{\sqrt{3}}{3}h+h=100$, $\frac{\sqrt{3}+3}{3}h=100$

$\therefore h=50(3-\sqrt{3})$ 답 ④

Q BOX

$\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형에서
$\angle B=\angle C$
$\therefore \angle A=180^\circ-2\times\angle B$

231 $\angle A=180^\circ-2\times 75^\circ=30^\circ$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 10\times 10\times \sin 30^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 10\times 10\times \frac{1}{2}=25(cm^2)$

답 ②

232 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 8\times 6\times \sin 45^\circ$

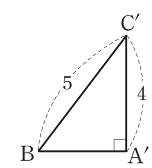
$=\frac{1}{2}\times 8\times 6\times \frac{\sqrt{2}}{2}=12\sqrt{2}(cm^2)$

$\therefore \triangle ABG=\frac{1}{3}\triangle ABC=\frac{1}{3}\times 12\sqrt{2}$

$=4\sqrt{2}(cm^2)$ 답 $4\sqrt{2}cm^2$

$\triangle ABG=\triangle BCG$
$=\triangle CAG$
$=\frac{1}{3}\triangle ABC$

233 $\frac{1}{2}\times 12\times 15\times \sin B=72$이므로 $\sin B=\frac{4}{5}$



오른쪽 그림에서

$\overline{BA'}=\sqrt{5^2-4^2}=3$

$\therefore \cos B=\frac{3}{5}$ 답 ④

234 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 7\times 4\times \sin(180^\circ-135^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 7\times 4\times \frac{\sqrt{2}}{2}=7\sqrt{2}(cm^2)$

답 ④

235 $\frac{1}{2}\times 9\times 12\times \sin(180^\circ-\angle B)=27$에서

$\sin(180^\circ-\angle B)=\frac{1}{2}$

이때 $\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$이므로 $180^\circ-\angle B=30^\circ$

$\therefore \angle B=150^\circ$ 답 150°

236 $A=\frac{1}{2}\times 4\times 5\times \sin 45^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 4\times 5\times \frac{\sqrt{2}}{2}=5\sqrt{2}(cm^2)$

$B=\frac{1}{2}\times 5\times 3=\frac{15}{2}(cm^2)$

$C=\frac{1}{2}\times 3\times 6\times \sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 3\times 6\times \frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{9\sqrt{3}}{2}(cm^2)$

$\therefore A<B<C$ 답 $A<B<C$

$5\sqrt{2}=\frac{\sqrt{200}}{2}$
$\frac{15}{2}=\frac{\sqrt{225}}{2}$
$\frac{9\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{243}}{2}$

237 $\overline{AE}=12\sin 60^\circ=12\times \frac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}(cm)$

$\angle EAD=30^\circ$이므로

$\angle EAB=30^\circ+90^\circ=120^\circ$

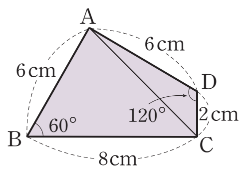
WORK BOOK

$\therefore \triangle ABE=\dfrac{1}{2}\times12\times6\sqrt{3}\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\dfrac{1}{2}\times12\times6\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=54(\text{cm}^2)$ 답 ③

238 $\overline{AC}$를 그으면



$\square ABCD$

$=\triangle ABC$

$\quad+\triangle ACD$

$=\dfrac{1}{2}\times8\times6\times\sin 60^\circ$

$\quad+\dfrac{1}{2}\times6\times2\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\dfrac{1}{2}\times8\times6\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{2}\times6\times2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=15\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ 답 ④

239 $\triangle ABD$에서

$\overline{AD}=\dfrac{5\sqrt{2}}{\tan 45^\circ}=5\sqrt{2}(\text{cm})$

$\therefore \triangle ABD=\dfrac{1}{2}\times5\sqrt{2}\times5\sqrt{2}=25(\text{cm}^2)$

$\square ABCD=45\,\text{cm}^2$이므로

$\triangle BCD=45-25=20(\text{cm}^2)$

$\overline{BD}=\dfrac{5\sqrt{2}}{\sin 45^\circ}=5\sqrt{2}\times\sqrt{2}=10(\text{cm})$이므로

$\triangle BCD$에서

$\dfrac{1}{2}\times10\times\overline{BC}\times\sin 30^\circ=20$

$\dfrac{1}{2}\times10\times\overline{BC}\times\dfrac{1}{2}=20,\ \dfrac{5}{2}\overline{BC}=20$

$\therefore \overline{BC}=8(\text{cm})$ 답 8cm

240 $\angle A:\angle B=2:1$이므로

$\angle B=180^\circ\times\dfrac{1}{3}=60^\circ$

$\square ABCD$는 평행사변형이므로 $\angle A+\angle B=180^\circ$

$\therefore \triangle DBM=\dfrac{1}{4}\square ABCD$

$=\dfrac{1}{4}\times(8\times10\times\sin 60^\circ)$

$=\dfrac{1}{4}\times\left(8\times10\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$=10\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ 답 ⑤

241 마름모 ABCD의 한 변의 길이를 $x$cm라 하면

$x\times x\times\sin 30^\circ=18,\ \dfrac{1}{2}x^2=18$

마름모는 네 변의 길이가 모두 같은 평행사변형이다.

$x^2=36 \quad \therefore x=6$

따라서 구하는 둘레의 길이는

$4\times6=24(\text{cm})$ 답 24cm

242 $\overline{AB}:\overline{BC}=7:4$이므로 $\overline{AB}=7a$cm, $\overline{BC}=4a$cm라 하면

$\square ABCD=7a\times4a\times\sin 45^\circ=7a\times4a\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$=14\sqrt{2}a^2(\text{cm}^2)$

즉 $14\sqrt{2}a^2=200\sqrt{2}$이므로 $a=\dfrac{10\sqrt{7}}{7}$

$a^2=\dfrac{100}{7}$이므로 $a=\sqrt{\dfrac{100}{7}}=\dfrac{10\sqrt{7}}{7}$

$\therefore \overline{AB}=7a=10\sqrt{7}(\text{cm})$ 답 ⑤

243 $\square ABCD=\dfrac{1}{2}\times9\times12\times\sin 60^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times9\times12\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=27\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

답 ②

244 $\square ABCD$의 두 대각선이 이루는 예각의 크기는 $35^\circ+25^\circ=60^\circ$

$\therefore \square ABCD=\dfrac{1}{2}\times8\times13\times\sin 60^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times8\times13\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=26\sqrt{3}$ 답 $26\sqrt{3}$

245 $\overline{BD}=x$cm라 하면 $\overline{AC}=\overline{BD}=x$cm

$\square ABCD=\dfrac{1}{2}\times x\times x\times\sin 60^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times x\times x\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}x^2(\text{cm}^2)$

즉 $\dfrac{\sqrt{3}}{4}x^2=9\sqrt{3}$이므로 $x=6$ 답 6cm

246 두 대각선이 이루는 각 중 크지 않은 각의 크기를 x라 하면

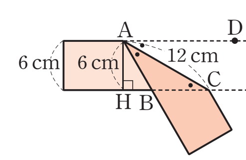
$0^\circ<x\le90^\circ$

$\square ABCD=\dfrac{1}{2}\times7\times16\times\sin x=56\sin x(\text{cm}^2)$

이때 $\sin x$의 최댓값이 1이므로 $\square ABCD$의 넓이의 최댓값은 $56\,\text{cm}^2$이다. 답 ③

$0^\circ<x\le90^\circ$이므로 $0<\sin x\le1$

247 $\angle ACH=x$라 하면



$\triangle ACH$에서

$\sin x=\dfrac{6}{12}=\dfrac{1}{2}$

$\therefore x=30^\circ$

$\triangle ABC$가 이등변삼각형이므로

$\angle BAC=\angle DAC=\angle BCA=30^\circ$

$\angle BAC=\angle BCA=30^\circ \quad \therefore \angle ABH=60^\circ$

$\overline{BC}=\overline{AB}=\dfrac{6}{\sin 60^\circ}=6\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

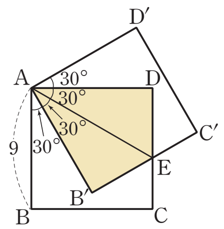
이므로

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times4\sqrt{3}\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times4\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

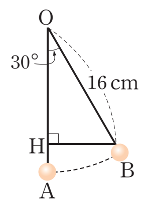
$=12\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ 답 ④

248 $\overline{AE}$를 그으면
$\triangle ADE \equiv \triangle AB'E$ (RHS 합동)이므로
$\angle DAE = \angle B'AE$
$= 30^\circ$
$\triangle AB'E$에서
$\overline{EB'} = 9\tan 30^\circ = 3\sqrt{3}$
$\therefore \square AB'ED = 2\triangle AB'E = 2\times\left(\frac{1}{2}\times 9\times 3\sqrt{3}\right)$
$= 27\sqrt{3}$ 답 ⑤

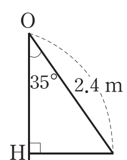


△ADE와 △AB′E에서
$\angle ADE = \angle AB'E$
$= 90^\circ$
$\overline{AE}$는 공통
$\overline{AD} = \overline{AB'} = 9$
$\therefore \triangle ADE \equiv \triangle AB'E$

249 오른쪽 그림에서
$\overline{OH} = 16\cos 30^\circ$
$= 16\times\frac{\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3}$(cm)
따라서 구하는 높이는
$16 - 8\sqrt{3}$
$= 8(2-\sqrt{3})$(cm) 답 ①

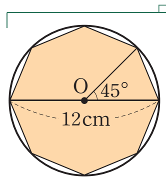


250 오른쪽 그림에서
$\overline{OH} = 2.4\cos 35^\circ = 2.4\times 0.82$
$= 1.968$(m)
따라서 구하는 높이는
$3 - 1.968 = 1.032$(m)



답 1.032 m

251 $8\times\left(\frac{1}{2}\times 6\times 6\times \sin 45^\circ\right)$
$= 8\times\left(\frac{1}{2}\times 6\times 6\times\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$
$= 72\sqrt{2}$(cm²)



답 $72\sqrt{2}$cm²

정팔각형은 합동인 이등변 삼각형 8개로 이루어져 있고 각 삼각형의 꼭지각의 크기는 $\frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$이다.

252 원의 반지름의 길이를 $r$cm라 하면
$12\times\left(\frac{1}{2}\times r\times r\times\sin 30^\circ\right) = 147$, $r^2 = 49$
$\therefore r = 7$ 답 ③

$\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$

253 $\triangle A'BC' = \frac{1}{2}\times 1.1\overline{AB}\times 0.8\overline{BC}\times\sin B$
$= 0.88\times\left(\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{BC}\times\sin B\right)$
$= 0.88\times\triangle ABC$
따라서 삼각형의 넓이는 12% 감소한다. 답 ①

254 $\square AB'C'D' = 1.2\overline{AB}\times 0.8\overline{BC}\times\sin B'$
$= 0.96\times(\overline{AB}\times\overline{BC}\times\sin B)$
$= 0.96\times\square ABCD$
따라서 평행사변형의 넓이는 4% 감소한다.
답 ①

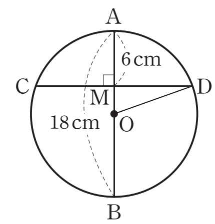
$\overline{B'C'} /\!/ \overline{BC}$이므로
$\angle B' = \angle B$

Ⅶ 원의 성질

1 원과 직선

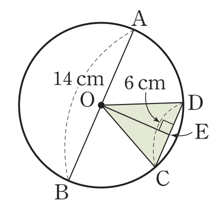
▸46~53쪽

255 $\overline{OD}$를 그으면
$\overline{OD} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 9$(cm)
$\overline{OM} = 9 - 6 = 3$(cm)
△ODM에서
$\overline{DM} = \sqrt{9^2 - 3^2}$
$= 6\sqrt{2}$(cm)
$\therefore \overline{CD} = 2\overline{DM} = 12\sqrt{2}$(cm)



답 $12\sqrt{2}$cm

256 $\overline{OC} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 7$(cm)
원의 중심 O에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 E라 하면
$\overline{CE} = \frac{1}{2}\overline{CD} = 3$(cm)
△OCE에서
$\overline{OE} = \sqrt{7^2 - 3^2} = 2\sqrt{10}$(cm)
$\therefore \triangle OCD = \frac{1}{2}\times 6\times 2\sqrt{10} = 6\sqrt{10}$(cm²)

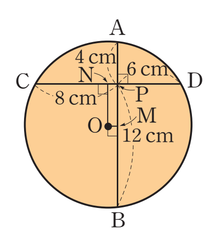


답 ③

257 원의 중심을 O, 반지름의 길이를 r라 하고 $\overline{OA}$를 그으면
$\overline{OA} = r$, $\overline{OM} = r - 3$
△OAM에서 $r^2 = (\sqrt{21})^2 + (r-3)^2$
$6r = 30$ $\therefore r = 5$
따라서 원의 둘레의 길이는
$2\pi\times 5 = 10\pi$ 답 ②

$\overline{CD}$는 현 AB의 수직이등분선이므로 원의 중심을 지난다.

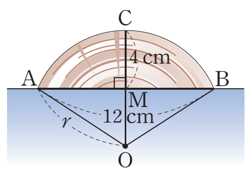
258 점 O에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라 하면
$\overline{BM} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 8$(cm)
$\overline{CN} = \frac{1}{2}\overline{CD} = 7$(cm)
이므로
$\overline{OM} = \overline{NP} = 8 - 7 = 1$(cm)
△OBM에서
$\overline{OB} = \sqrt{1^2 + 8^2} = \sqrt{65}$(cm)
따라서 원 O의 넓이는
$\pi\times(\sqrt{65})^2 = 65\pi$(cm²) 답 65πcm²



Q BOX

'원의 일부', '잘린 원' 등의 조건이 있으면 원의 중심을 찾아 반지름을 그려서 직각삼각형을 만든다.

259 통나무의 단면인 원의 중심을 O라 하고, 반지름의 길이를 r라 하면



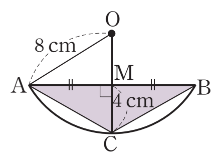
$\overline{OA}=r$, $\overline{OM}=r-4$

$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=6(\text{cm})$이므로 $\triangle OAM$에서

$r^2=6^2+(r-4)^2$, $8r=52$

$\therefore r=\frac{13}{2}(\text{cm})$ 답 $\frac{13}{2}$cm

260 원의 중심을 O라 하면



$\overline{OA}=8(\text{cm})$,

$\overline{OM}=8-4=4(\text{cm})$

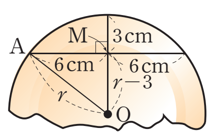
이므로 $\triangle OAM$에서

$\overline{AM}=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=8\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 8\sqrt{3}\times 4=16\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ 답 ③

261 접시의 중심을 O, 반지름의 길이를 r라 하면



$\overline{OA}=r$, $\overline{OM}=r-3$

$\triangle OAM$에서

$r^2=6^2+(r-3)^2$, $6r=45$ $\therefore r=\frac{15}{2}(\text{cm})$

따라서 구하는 둘레의 길이는

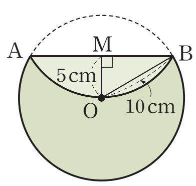
$2\pi\times\frac{15}{2}=15\pi(\text{cm})$ 답 15πcm

한 원에서 길이가 같은 두 현은 원의 중심으로부터 같은 거리에 있다.

원의 중심을 지나도록 접었을 때 원의 중심에서 현에 이르는 거리

➡ $\frac{1}{2}\times$(반지름의 길이)

262 $\overline{OB}=2\overline{OM}=10(\text{cm})$이므로 $\triangle OBM$에서



$\overline{MB}=\sqrt{10^2-5^2}$

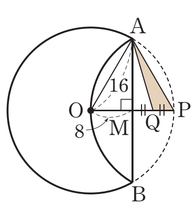
$=5\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{MB}$

$=10\sqrt{3}(\text{cm})$ 답 $10\sqrt{3}$cm

263 $\overline{OA}$를 그으면 $\overline{OA}=16$

$\overline{OM}=8$이므로 $\triangle AOM$에서

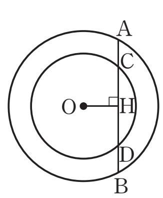


$\overline{AM}=\sqrt{16^2-8^2}=8\sqrt{3}$

$\overline{PQ}=\overline{MQ}=4$이므로

$\triangle AQP=\frac{1}{2}\times 4\times 8\sqrt{3}=16\sqrt{3}$ 답 ⑤

264 점 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=5(\text{cm})$,

$\overline{CH}=\frac{1}{2}\overline{CD}=3(\text{cm})$

$\therefore \overline{AC}=\overline{AH}-\overline{CH}=2(\text{cm})$ 답 ④

$\triangle OMB$에서

$\sin 60^\circ=\frac{\overline{BM}}{\overline{OB}}$

$\therefore \overline{OB}=\frac{\overline{BM}}{\sin 60^\circ}$

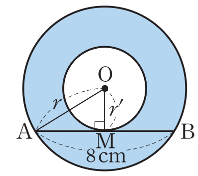
265 $\overline{AB}\perp\overline{OD}$이므로 $\overline{AD}=\overline{BD}=2\sqrt{6}$

$\overline{OD}=x-2$이므로 $\triangle OAD$에서

$x^2=(2\sqrt{6})^2+(x-2)^2$

$4x=28$ $\therefore x=7$ 답 7

266 점 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면



$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=4(\text{cm})$

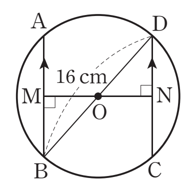
큰 원과 작은 원의 반지름의 길이를 각각 r, r'이라 하면 $\triangle OAM$에서

$r^2=r'^2+4^2$ $\therefore r^2-r'^2=16$

따라서 구하는 넓이는

$\pi r^2-\pi r'^2=\pi(r^2-r'^2)=16\pi(\text{cm}^2)$ 답 ③

267 점 O에서 $\overline{AB}$, $\overline{DC}$에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라 하면



$\overline{DN}=\frac{1}{2}\overline{CD}=6(\text{cm})$,

$\overline{OD}=\frac{1}{2}\overline{BD}=8(\text{cm})$

$\triangle ODN$에서 $\overline{ON}=\sqrt{8^2-6^2}=2\sqrt{7}(\text{cm})$

이때 $\overline{OM}=\overline{ON}=2\sqrt{7}(\text{cm})$이므로 두 현 사이의 거리는

$\overline{MN}=\overline{OM}+\overline{ON}=4\sqrt{7}(\text{cm})$ 답 $4\sqrt{7}$cm

268 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{CD}=12$

$\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=6$이고 $\angle BOM=60^\circ$이므로

$\triangle OMB$에서

$\overline{OB}=\frac{6}{\sin 60^\circ}=6\times\frac{2}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}$

따라서 원 O의 넓이는

$\pi\times(4\sqrt{3})^2=48\pi$ 답 ①

269 $\overline{OL}\perp\overline{AB}$이므로 $\overline{AB}=2\overline{AL}=6(\text{cm})$

$\overline{OL}=\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{AC}$

따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는

$6\times 3=18(\text{cm})$ 답 18cm

270 $\square AMON$에서

$\angle A=360^\circ-(90^\circ+90^\circ+100^\circ)=80^\circ$

$\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$

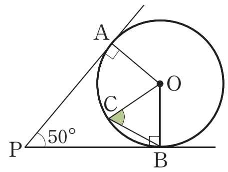
즉 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로

$\angle B=\frac{1}{2}\times(180^\circ-80^\circ)=50^\circ$ 답 ④

271 $\overline{PT}$는 원 O의 접선이므로 $\angle OTP=90^\circ$

$\overline{OT}=\overline{OA}=4(cm)$이므로 $\triangle OTP$에서
$\overline{PT}=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}\,(cm)$ 답 ③

272 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면



$\angle OAP=\angle OBP$
$=90°$
이므로 □APBO에서
$\angle AOB$
$=360°-(50°+90°+90°)=130°$
$\overset{\frown}{AC}:\overset{\frown}{CB}=8:5$이므로
$\angle COB=130°\times\frac{5}{13}=50°$

부채꼴의 호의 길이와 중심각의 크기는 정비례하므로
$\angle AOC:\angle COB$
$=8:5$

이때 $\triangle OBC$는 $\overline{OB}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle OCB=\frac{1}{2}\times(180°-50°)=65°$ 답 ③

273 ③ $\angle OAP=\angle OBP=90°$이므로
$\angle AOB=130°$이면 □AOBP에서
$\angle APB=360°-(90°+90°+130°)=50°$
$\therefore\ \angle APO=\frac{1}{2}\angle APB=25°$ 답 ③

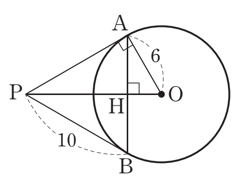
$\triangle AOP\equiv\triangle BOP$
이므로
$\angle APO=\angle BPO$

274 $\angle OAP=\angle OBP=90°$이므로 □AOBP에서
$\angle APB=360°-(90°+90°+120°)=60°$
이때 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $\triangle ABP$는 정삼각형이다.

$\overline{PA}=\overline{PB}$이고
$\angle APB=60°$이므로
$\angle PAB$
$=\angle PBA$
$=\frac{1}{2}\times(180°-60°)$
$=60°$

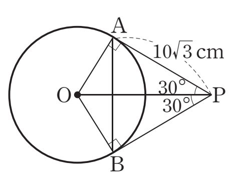
따라서 $\triangle ABP$의 둘레의 길이는
$15\times3=45\,(cm)$ 답 45 cm

275 $\overline{PA}=\overline{PB}=10$



$\angle OAP=90°$이므로
$\triangle OAP$에서
$\overline{PO}=\sqrt{6^2+10^2}$
$=2\sqrt{34}$
$\overline{PO}$와 $\overline{AB}$의 교점을 H라 하면 $\overline{PO}\perp\overline{AB}$이므로
$\frac{1}{2}\times\overline{PA}\times\overline{OA}=\frac{1}{2}\times\overline{PO}\times\overline{AH}$
$\frac{1}{2}\times10\times6=\frac{1}{2}\times2\sqrt{34}\times\overline{AH}$
$\therefore\ \overline{AH}=\frac{15\sqrt{34}}{17}$
$\therefore\ \overline{AB}=2\overline{AH}=\frac{30\sqrt{34}}{17}$ 답 $\frac{30\sqrt{34}}{17}$

276 $\overline{OP}$를 그으면

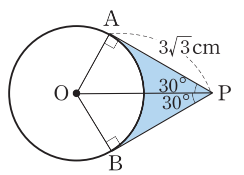


$\triangle OAP\equiv\triangle OBP$
이므로 $\angle APO=30°$
$\triangle OAP$에서
$\overline{OA}=10\sqrt{3}\tan30°$
$=10\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=10(cm)$

이때 $\overline{PA}=\overline{PB}$, $\angle APB=60°$이므로 $\triangle ABP$는 정삼각형이다.
$\therefore\ \overline{AB}=10\sqrt{3}(cm)$
따라서 $\triangle AOB$의 둘레의 길이는
$\overline{OA}+\overline{OB}+\overline{AB}=10+10+10\sqrt{3}$
$=10(2+\sqrt{3})(cm)$ 답 ⑤

277 $\triangle OAP\equiv\triangle OBP$이므로
$\angle APO=\angle BPO=\frac{1}{2}\times60°=30°$
$\triangle OAP$에서 $\overline{AO}=12\sin30°=12\times\frac{1}{2}=6(cm)$
이때 $\overline{OA}=\overline{OC}$, $\angle AOC=90°-30°=60°$이므로
$\triangle ACO$는 한 변의 길이가 6 cm인 정삼각형이다.
$\therefore\ \triangle ACO=\frac{\sqrt{3}}{4}\times6^2=9\sqrt{3}(cm^2)$ 답 ③

278 $\overline{OP}$를 그으면

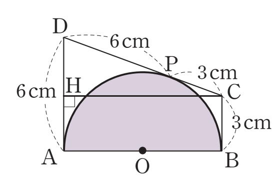


$\triangle OAP\equiv\triangle OBP$
이므로
$\angle APO=\angle BPO$
$=\frac{1}{2}\times60°$
$=30°$
$\triangle OAP$에서
$\overline{AO}=3\sqrt{3}\tan30°=3\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=3(cm)$
□AOBP에서
$\angle AOB=360°-(90°+90°+60°)=120°$이므로
색칠한 부분의 넓이는

(□AOBP의 넓이)
−(부채꼴 AOB의 넓이)

$2\times\left(\frac{1}{2}\times3\times3\sqrt{3}\right)-\pi\times3^2\times\frac{120°}{360°}$
$=9\sqrt{3}-3\pi=3(3\sqrt{3}-\pi)(cm^2)$
답 $3(3\sqrt{3}-\pi)cm^2$

279 $\overline{DP}=\overline{DA}=6(cm)$,



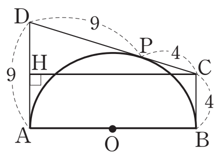
$\overline{CP}=\overline{CB}=3(cm)$
$\therefore\ \overline{DC}$
$=\overline{DP}+\overline{CP}$
$=9\,(cm)$
점 C에서 $\overline{DA}$에 내린 수선의 발을 H라 하면
$\overline{AH}=\overline{BC}=3(cm)$이므로
$\overline{DH}=6-3=3(cm)$
$\triangle DHC$에서 $\overline{CH}=\sqrt{9^2-3^2}=6\sqrt{2}\,(cm)$

반원 O의 지름이 $\overline{AB}$이므로 반지름의 길이는
$\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\overline{CH}$
$=3\sqrt{2}(cm)$

따라서 반원 O의 반지름의 길이는 $3\sqrt{2}$ cm이므로 반원 O의 넓이는
$\frac{1}{2}\times\pi\times(3\sqrt{2})^2=9\pi(cm^2)$ 답 ①

WORK BOOK

280 $\overline{CP}=\overline{CB}=4$이므로



$\overline{CD}=9+4=13$

점 C에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{AH}=\overline{BC}=4$

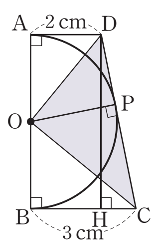
$\overline{DA}=\overline{DP}=9$이므로 $\overline{DH}=9-4=5$

$\triangle DHC$에서 $\overline{CH}=\sqrt{13^2-5^2}=12$

따라서 $\overline{AB}=\overline{CH}=12$이므로 □ABCD의 둘레의 길이는

$12+4+13+9=38$ 답 ④

281 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{BH}=\overline{AD}=2(\text{cm})$이므로

$\overline{HC}=3-2=1(\text{cm})$

$\overline{DP}=\overline{DA}=2(\text{cm})$,

$\overline{CP}=\overline{CB}=3(\text{cm})$이므로

$\overline{DC}=2+3=5(\text{cm})$

$\triangle DHC$에서 $\overline{DH}=\sqrt{5^2-1^2}=2\sqrt{6}(\text{cm})$

즉 $\overline{AB}=\overline{DH}=2\sqrt{6}(\text{cm})$이므로

$\overline{OP}=\overline{OA}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\sqrt{6}(\text{cm})$

$\therefore \triangle DOC=\frac{1}{2}\times5\times\sqrt{6}=\frac{5\sqrt{6}}{2}(\text{cm}^2)$

답 $\frac{5\sqrt{6}}{2}\text{cm}^2$

282 $\angle OAP=90^\circ$, $\overline{OP}=5+4=9$이므로 $\triangle OAP$에서

$\overline{PA}=\sqrt{9^2-5^2}=2\sqrt{14}$

이때 $\overline{PA}=\overline{PB}$이고 $\overline{CE}=\overline{CA}$, $\overline{DE}=\overline{DB}$이므로

$\triangle CDP$의 둘레의 길이는

$\overline{PC}+\overline{CD}+\overline{PD}=\overline{PA}+\overline{PB}=2\overline{PA}=4\sqrt{14}$

답 $4\sqrt{14}$

$\overline{PC}+\overline{CD}+\overline{PD}$
$=\overline{PC}+(\overline{CE}+\overline{DE})+\overline{PD}$
$=(\overline{PC}+\overline{CA})$
$\quad+(\overline{DB}+\overline{PD})$
$=\overline{PA}+\overline{PB}$

283 $\angle BDA=90^\circ$이고 $\overline{BD}=3(\text{cm})$이므로 $\triangle ABD$에서 $\overline{AD}=\sqrt{5^2-3^2}=4(\text{cm})$

$\overline{BE}=\overline{BD}=3(\text{cm})$이므로 $\triangle AEO$에서

$(4+x)^2=8^2+x^2$, $8x=48$

$\therefore x=6(\text{cm})$ 답 ③

284 $\overline{BE}=\overline{BD}=11-3=8(\text{cm})$

$\overline{AF}=\overline{AD}=3(\text{cm})$이므로

$\overline{CE}=\overline{CF}=9-3=6(\text{cm})$

$\therefore \overline{BC}=8+6=14(\text{cm})$ 답 ②

285 $\overline{BD}=\overline{BE}=x$라 하면 $\overline{AF}=\overline{AD}=9-x$,

$\overline{CF}=\overline{CE}=10-x$이므로 $\overline{AC}=7(\text{cm})$에서

$(9-x)+(10-x)=7$, $2x=12$

$\therefore x=6(\text{cm})$ 답 ③

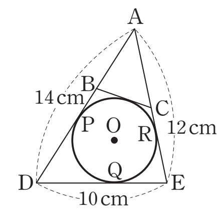
286 $\overline{AF}=\overline{AD}=7(\text{cm})$, $\overline{CF}=\overline{CE}=3(\text{cm})$

$\overline{BE}=\overline{BD}=x$라 하면

$2(7+x+3)=30$, $2x=10$

$\therefore x=5(\text{cm})$ 답 ③

287 원 O와 $\overline{AD}$, $\overline{DE}$, $\overline{EA}$의 접점을 각각 P, Q, R라 하고 $\overline{AP}=\overline{AR}=x$라 하면



$\overline{DQ}=\overline{DP}=14-x$,

$\overline{EQ}=\overline{ER}=12-x$

이므로 $\overline{DE}=10(\text{cm})$에서

$(14-x)+(12-x)=10$, $2x=16$

$\therefore x=8(\text{cm})$

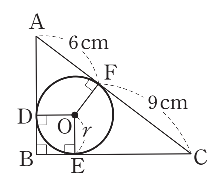
따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}=\overline{AP}+\overline{AR}=2\overline{AP}=16(\text{cm})$

답 16 cm

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}$
$=\overline{AB}+(\overline{BP}+\overline{CR})+\overline{AC}$
$=\overline{AP}+\overline{AR}$

288 $\overline{AD}=\overline{AF}=6(\text{cm})$



$\overline{CE}=\overline{CF}=9(\text{cm})$

원 O의 반지름의 길이를 r라 하면 $\overline{BD}=\overline{BE}=r$이므로

$\overline{AB}=r+6$, $\overline{BC}=r+9$

$\triangle ABC$에서 $15^2=(r+6)^2+(r+9)^2$

$r^2+15r-54=0$, $(r+18)(r-3)=0$

$\therefore r=3(\text{cm})$

따라서 원 O의 둘레의 길이는 $2\pi\times3=6\pi(\text{cm})$

답 6π cm

289 $\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{17^2-8^2}=15(\text{cm})$

$\overline{CE}=\overline{CD}=x$라 하면 $\overline{AF}=\overline{AE}=15-x$,

$\overline{BF}=\overline{BD}=17-x$이므로 $\overline{AB}=8(\text{cm})$에서

$(15-x)+(17-x)=8$, $2x=24$

$\therefore x=12(\text{cm})$ 답 ④

290 $\overline{AF}=\overline{AD}=x$라 하면

$\overline{BE}=\overline{BD}=15-x$

$\overline{AC}=x+3$, $\overline{BC}=18-x$이므로 $\triangle ABC$에서

$15^2=(x+3)^2+(18-x)^2$

$x^2-15x+54=0$, $(x-6)(x-9)=0$

$\therefore x=6$ 또는 $x=9$

따라서 빗변이 아닌 두 변의 길이가 각각 9 cm, 12 cm이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times9\times12=54(\text{cm}^2)$ 답 54cm^2

$x=6$이면
$\overline{AC}=9\text{cm}$, $\overline{BC}=12\text{cm}$
$x=9$이면
$\overline{AC}=12\text{cm}$, $\overline{BC}=9\text{cm}$

Q BOX

291 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$10+16=(4+\overline{DH})+(\overline{BF}+8)$

$\therefore\ \overline{BF}+\overline{DH}=14(\text{cm})$ 답 ⑤

292 $\overline{AD}:\overline{BC}=1:2$이므로 $\overline{AD}=x$라 하면

$\overline{BC}=2x$

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$11+10=x+2x,\ 3x=21 \quad \therefore\ x=7(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{BC}=14(\text{cm})$ 답 ②

293 $\overline{AB}=4+4=8(\text{cm})$이고

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$8+\overline{CD}=6+12 \quad \therefore\ \overline{CD}=10(\text{cm})$

답 10cm

294 $\overline{AS}=\overline{AP}=\overline{BP}=\overline{BQ}=\frac{1}{2}\overline{AB}=3(\text{cm})$

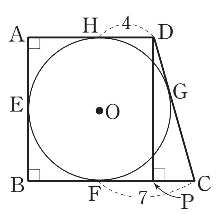
$\overline{CR}=\overline{CQ}=8-3=5(\text{cm})$

$\overline{ER}=\overline{ES}=x$라 하면 $\overline{DE}=8-(3+x)=5-x$

$\triangle CDE$에서 $(5+x)^2=(5-x)^2+6^2$

$20x=36 \quad \therefore\ x=\frac{9}{5}(\text{cm})$ 답 $\frac{9}{5}$cm

295 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 P라 하면



$\overline{PC}=7-4=3$

$\overline{CD}=4+7=11$이므로 $\triangle DPC$에서

> $\overline{CD}=\overline{DG}+\overline{CG}$
> $=\overline{DH}+\overline{CF}$

$\overline{DP}=\sqrt{11^2-3^2}=4\sqrt{7}$

□ABPD가 직사각형이므로

$\overline{AB}=\overline{DP}=4\sqrt{7}$

따라서 사다리꼴 ABCD의 둘레의 길이는

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{AD}=2(\overline{AB}+\overline{CD})$

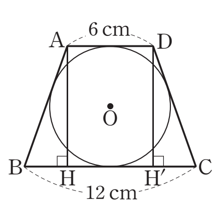
> $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$

$=2(4\sqrt{7}+11)$

답 $2(4\sqrt{7}+11)$

296 $\overline{AB}=\overline{CD}$이고

> 등변사다리꼴에서
> ① 평행하지 않은 두 대변의 길이는 같다.
> ② 아랫변의 양 끝 각의 크기는 같다.



$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$

이므로

$2\overline{AB}=6+12=18$

$\therefore\ \overline{AB}=9(\text{cm})$

점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라 하면

$\overline{BH}=\overline{CH'}=\frac{1}{2}\times(12-6)=3(\text{cm})$

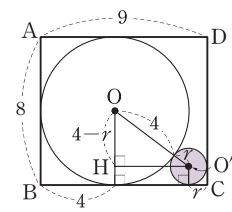
> $\triangle ABH\equiv\triangle DCH'$

$\triangle ABH$에서 $\overline{AH}=\sqrt{9^2-3^2}=6\sqrt{2}(\text{cm})$

따라서 원 O의 반지름의 길이는

$\frac{1}{2}\overline{AH}=3\sqrt{2}(\text{cm})$ 답 ④

297 원 O′의 반지름의 길이를 r라 하면



$\overline{OO'}=4+r$,

$\overline{OH}=4-r$,

$\overline{HO'}=9-4-r$

$=5-r$

$\triangle OHO'$에서

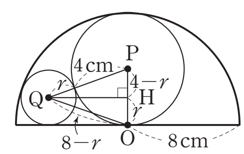
$(4+r)^2=(4-r)^2+(5-r)^2$

$r^2-26r+25=0,\ (r-1)(r-25)=0$

$\therefore\ r=1\ (\because\ 0<r<4)$

따라서 원 O′의 넓이는 $\pi\times1^2=\pi$ 답 ③

298 원 P의 반지름의 길이가 4cm이므로 원 Q의 반지름의 길이를 r라 하면



$\overline{QP}=r+4,\ \overline{PH}=4-r,\ \overline{QO}=8-r,\ \overline{OH}=r$

$\triangle PQH$와 $\triangle OQH$에서

$(r+4)^2-(4-r)^2=(8-r)^2-r^2$

> $\triangle PQH$에서 $\overline{QH}^2=\overline{QP}^2-\overline{PH}^2$
> $\triangle OQH$에서 $\overline{QH}^2=\overline{QO}^2-\overline{HO}^2$

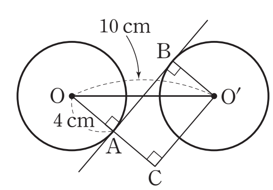
$32r=64 \quad \therefore\ r=2(\text{cm})$

따라서 원 Q의 둘레의 길이는

$2\pi\times2=4\pi(\text{cm})$

답 ④

299 점 O′에서 $\overline{OA}$의 연장선에 내린 수선의 발을 C라 하면



$\overline{AC}=\overline{BO'}$

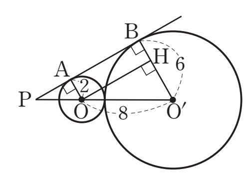
$=4(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{OC}=4+4=8(\text{cm})$

$\triangle OO'C$에서 $\overline{O'C}=\sqrt{10^2-8^2}=6(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AB}=\overline{O'C}=6(\text{cm})$ 답 ②

300 점 O에서 $\overline{BO'}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{HO'}=\overline{BO'}-\overline{BH}$

$=6-2=4$

$\overline{OO'}=2+6=8$이므로 $\triangle HOO'$에서

$\overline{OH}=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}$

또 $\triangle POA\backsim\triangle PO'B$(AA 닮음)이고 닮음비가 $2:6=1:3$이므로 $\overline{PA}:\overline{PB}=1:3$에서

$(\overline{PB}-4\sqrt{3}):\overline{PB}=1:3,\ 2\overline{PB}=12\sqrt{3}$

$\therefore\ \overline{PB}=6\sqrt{3}$ 답 ②

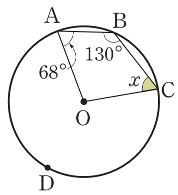
WORK BOOK

2 원주각 (1)

▸54~61쪽

301 $\angle AOB=2\angle APB=2\times 45°=90°$이므로 구하는 넓이는 $\pi\times 2^2\times\frac{90°}{360°}=\pi(cm^2)$ 답 ②

302 $\overparen{ADC}$에 대한 중심각의 크기는



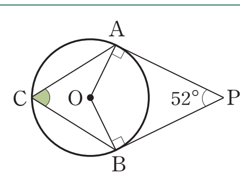
$2\angle ABC=2\times 130°$
$=260°$
$\angle AOC=360°-260°$
$=100°$
이므로 □AOCB에서
$\angle x=360°-(68°+100°+130°)=62°$

답 ③

303 $\angle BOC=2\angle BAC=2\angle x$
$\triangle ABD$에서 $\angle BDC=\angle x+45°$ ⋯⋯ ㉠
$\triangle ODC$에서 $\angle BDC=15°+2\angle x$ ⋯⋯ ㉡
㉠, ㉡에서 $\angle x+45°=15°+2\angle x$
$\therefore\ \angle x=30°$ 답 ②

중심각의 크기는 원주각의 크기의 2배이다.

304 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면

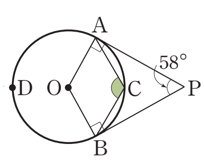


$\angle OAP=\angle OBP$
$=90°$
이므로 □AOBP에서
$\angle AOB$
$=360°-(90°+52°+90°)=128°$
$\therefore\ \angle ACB=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times 128°=64°$

답 64°

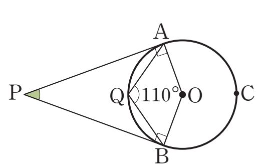
원의 접선은 접점을 지나는 반지름에 수직이다.

305 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면



$\angle OAP=\angle OBP$
$=90°$
이므로 □AOBP에서
$\angle AOB=360°-(90°+58°+90°)$
$=122°$
따라서 $\overparen{ADB}$에 대한 중심각의 크기가
$360°-122°=238°$이므로
$\angle ACB=\frac{1}{2}\times 238°=119°$ 답 119°

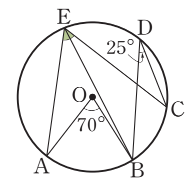
306 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면
$\overparen{ACB}$에 대한 중심각의 크기는



$2\angle AQB=2\times 110°$
$=220°$
이므로 $\angle AOB=360°-220°=140°$
$\angle OAP=\angle OBP=90°$이므로 □OAPB에서
$\angle APB=360°-(90°+140°+90°)=40°$

답 ③

307 $\overline{BE}$를 그으면



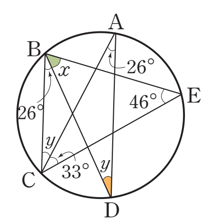
$\angle AEB=\frac{1}{2}\angle AOB$
$=\frac{1}{2}\times 70°$
$=35°$
$\angle BEC=\angle BDC=25°$
$\therefore\ \angle AEC=35°+25°=60°$ 답 ④

△ABP에서 삼각형의 외각의 성질에 의하여
$\angle ABP+\angle PAB$
$=\angle BPC$
$\therefore\ \angle ABP$
$=\angle BPC-\angle PAB$

308 $\angle BAC=\angle BDC=75°$
$\triangle ABP$에서 $\angle ABP=100°-75°=25°$

답 ③

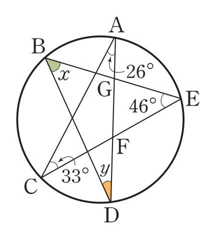
309 $\overline{BC}$를 그으면



$\angle CBD=\angle CAD=26°$,
$\angle BCA=\angle BDA=\angle y$
이므로 $\triangle BCE$에서
$\angle x+26°+\angle y+33°$
$+46°$
$=180°$
$\therefore\ \angle x+\angle y=180°-105°=75°$

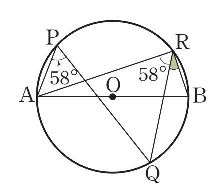
답 75°

다른 풀이



$\triangle ACF$에서
$\angle AFE=26°+33°$
$=59°$
$\triangle EFG$에서
$\angle DGB=59°+46°$
$=105°$
따라서 $\triangle BDG$에서
$\angle x+\angle y=180°-105°=75°$

310 $\overline{AR}$를 그으면



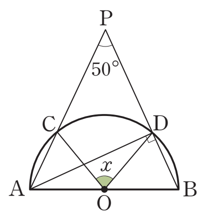
$\angle ARQ=\angle APQ$
$=58°$
$\overline{AB}$는 원 O의 지름이므로
$\angle ARB=90°$
$\therefore\ \angle BRQ=90°-58°$
$=32°$ 답 32°

반원에 대한 원주각의 크기는 90°이다.

다른 풀이
$\angle AOQ=2\angle APQ=116°$이므로
$\angle BOQ=180°-116°=64°$
$\therefore\ \angle BRQ=\frac{1}{2}\times 64°=32°$

311 $\overline{AE} /\!/ \overline{BD}$이므로
$\angle EAC = \angle APB = 40°$(엇각)
$\overline{AE}$는 원 O의 지름이므로 $\angle ACE = 90°$
따라서 $\triangle ACE$에서 $\angle AEC = 90° - 40° = 50°$
답 ③

312 $\angle DAC = \angle DBC = 50°$, $\angle DAB = 90°$이므로
$\angle x = 90° - 50° = 40°$
$\angle ACB = \angle ADB = 45°$, $\angle BCD = 90°$이므로
$\angle y = 90° - 45° = 45°$
$\therefore 2\angle x + \angle y = 125°$
답 ⑤

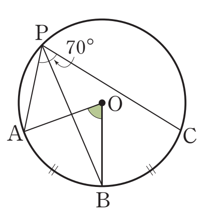
313 $\overline{AD}$를 그으면


$\angle ADB = 90°$이므로
$\angle CAD = 90° - 50°$
$= 40°$
$\therefore \angle x = 2\angle CAD$
$= 2 \times 40° = 80°$
답 ③

314 $\angle ABC = \angle ADC = 25°$
$\triangle BPC$에서 $\angle BCD = 35° + 25° = 60°$
$\triangle CDE$에서 $\angle BED = 60° + 25° = 85°$
답 ④

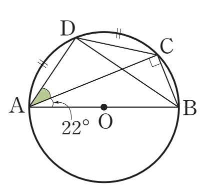
315 $\angle ABC = \angle ADC = \angle y$
$\triangle AQB$에서 $\angle x + \angle y = 70°$ ……㉠
$\triangle ADP$에서 $\angle x + 30° = \angle y$ ……㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면
$\angle x = 20°$, $\angle y = 50°$
$\therefore 2\angle x + 3\angle y = 2 \times 20° + 3 \times 50° = 190°$
답 190°

㉡을 ㉠에 대입하면
$\angle x + (\angle x + 30°) = 70°$
$2\angle x = 40°$
$\therefore \angle x = 20°$
$\angle x = 20°$를 ㉡에 대입하면
$\angle y = 20° + 30° = 50°$

316 $\overline{PB}$를 그으면


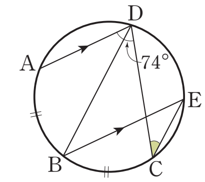
$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC}$이므로
$\angle APB = \angle BPC$
$= \frac{1}{2} \times 70° = 35°$
$\therefore \angle AOB = 2\angle APB$
$= 2 \times 35° = 70°$
답 ④

한 원에서 길이가 같은 호에 대한 원주각의 크기는 같다.

317 $\angle ACB = 90°$이므로


$\angle ABC = 90° - 22°$
$= 68°$
$\overline{DB}$를 그으면 $\overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{DC}$
이므로
$\angle DBC = \angle ABD = \frac{1}{2} \times 68° = 34°$
$\therefore \angle DAC = \angle DBC = 34°$
답 34°

$\overset{\frown}{CD}$에 대한 원주각

318 $\overline{BD}$를 그으면 $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC}$


이므로
$\angle ADB = \angle BDC$
$= \frac{1}{2} \times 74°$
$= 37°$
또 $\overline{AD} /\!/ \overline{BE}$이므로
$\angle DBE = \angle ADB = 37°$ ($\because$ 엇각)
$\therefore \angle DCE = \angle DBE = 37°$
답 ②

$\overset{\frown}{DE}$에 대한 원주각

319 $\overline{OM} = \overline{ON}$에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$이므로 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이다.
$\therefore \angle ACB = 65°$, $\angle BAC = 180° - 2 \times 65° = 50°$
원주각의 크기와 호의 길이는 정비례하므로
$50° : 65° = \overset{\frown}{BC} : 26\pi$
$\therefore \overset{\frown}{BC} = 20\pi$
답 ③

320 $\angle APC = \frac{1}{2}\angle AOC = \frac{1}{2} \times 136° = 68°$이므로
$\angle APB = 68° - 51° = 17°$
원주각의 크기와 호의 길이는 정비례하므로
$17° : 51° = \overset{\frown}{AB} : 15$
$\therefore \overset{\frown}{AB} = 5(\text{cm})$
답 ⑤

321 원주각의 크기와 호의 길이는 정비례하므로
$\angle ACD : \angle BAC = \overset{\frown}{AD} : \overset{\frown}{BC} = 1 : 2$
$\therefore \angle BAC = 2\angle ACD = 2 \times 30° = 60°$
또 $\angle ABD = \angle ACD = 30°$이므로 $\triangle ABP$는 세 내각의 크기가 30°, 60°, 90°인 직각삼각형이다.
$\overline{AB} = 2\sqrt{3}\,\text{cm}$이므로
$\overline{AP} = \sqrt{3}(\text{cm})$, $\overline{BP} = 3(\text{cm})$
따라서 $\triangle ABP$의 둘레의 길이는
$2\sqrt{3} + \sqrt{3} + 3 = 3(\sqrt{3} + 1)(\text{cm})$
답 $3(\sqrt{3}+1)\text{cm}$

세 변의 길이의 비는 $1 : \sqrt{3} : 2$이다.

322 원주각의 크기와 호의 길이는 정비례하므로
$\angle ACD : \angle BAC = \overset{\frown}{AD} : \overset{\frown}{BC} = 3 : 1$
$\therefore \angle BAC = \frac{1}{3}\angle x$
$\triangle APC$에서 $\angle x = \frac{1}{3}\angle x + 38°$
$\therefore \angle x = 57°$
답 ④

삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

323 원주각의 크기와 호의 길이는 정비례하므로
$\angle C : \angle A : \angle B = \overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{BC} : \overset{\frown}{CA}$
$= 3 : 4 : 3$
$\therefore \angle B = 180° \times \frac{3}{10} = 54°$
답 ④

WORK BOOK

324 $\angle$A는 $\overset{\frown}{\mathrm{BCD}}$에 대한 원주각이고 원주각의 크기와 호의 길이는 정비례하므로

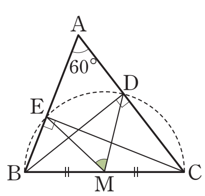
$\angle A = 180^\circ \times \dfrac{1+3}{2+1+3+4}$

$= 180^\circ \times \dfrac{2}{5} = 72^\circ$ 　　답 72°

325 $\angle$ADB$=\angle$ACB이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.
따라서 $\angle$ACD$=\angle$ABD$=33^\circ$이므로 $\triangle$CDE에서
$\angle \mathrm{CED} = 180^\circ - (33^\circ + 47^\circ) = 100^\circ$
답 100°

326 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으려면 $\angle$DBC$=\angle$DAC$=95^\circ$이어야 하므로 $\triangle$PBD에서
$\angle x = 95^\circ - 25^\circ = 70^\circ$ 　　답 70°

327 $\overline{\mathrm{BC}}$에 대하여 $\angle$BEC$=\angle$BDC이므로 네 점 B, C, D, E는 한 원 위에 있다. 이때 원주각의 크기가 90°이므로 $\overline{\mathrm{BC}}$는 지름이고 점 M은 원의 중심이다.



$\triangle$ABD에서
$\angle \mathrm{EBD} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$
$\therefore \angle \mathrm{EMD} = 2\angle \mathrm{EBD} = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$
답 ④

328 $\square$ABCD가 원에 내접하므로
$\angle \mathrm{ADC} = 180^\circ - 92^\circ = 88^\circ$
$\therefore \angle \mathrm{CDE} = 88^\circ - 56^\circ = 32^\circ$ 　　답 ③

원에 내접하는 사각형에서 한 쌍의 대각의 크기의 합은 180°이다.

329 $\triangle$BCD가 이등변삼각형이므로
$\angle \mathrm{CBD} = \dfrac{1}{2} \times (180^\circ - 32^\circ) = 74^\circ$
$\square$ABCD가 원에 내접하고 $\triangle$ABD가 이등변삼각형이므로 $\angle$ABD$=\angle$ADB$=\angle x$라 하면
$\angle x + 74^\circ + \angle x + 32^\circ = 180^\circ$
$\therefore \angle x = 37^\circ$ 　　답 37°

330 $\angle y = \angle \mathrm{ECD} = 38^\circ$
$\triangle$AEP에서
$\angle \mathrm{AEP} = 114^\circ - 38^\circ = 76^\circ$
$\square$ABCE가 원에 내접하므로
$\angle x = 180^\circ - 76^\circ = 104^\circ$
$\therefore \angle x - \angle y = 66^\circ$ 　　답 ④

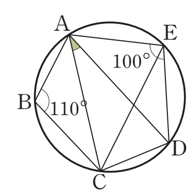
$\overset{\frown}{\mathrm{DE}}$에 대한 원주각

331 $\square$ABCD가 원에 내접하므로
$\angle y = \angle \mathrm{BAD} = 110^\circ$
$\angle \mathrm{BCD} = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$이므로
$\angle x = 2\angle \mathrm{BCD} = 2 \times 70^\circ = 140^\circ$
$\therefore \angle x - \angle y = 30^\circ$ 　　답 ③

332 $\square$ABCD가 원에 내접하므로
$\angle y + 85^\circ + 70^\circ = 180^\circ$ 　　$\therefore \angle y = 25^\circ$
$\square$EBCD가 원에 내접하므로
$\angle x = \angle \mathrm{CDE} = 85^\circ$
$\therefore \angle x - \angle y = 60^\circ$ 　　답 60°

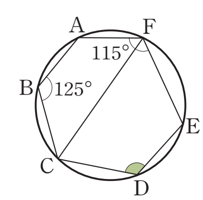
333 $\square$ABCD가 원에 내접하므로
$\angle y = \angle \mathrm{BAD} = 60^\circ$
$\triangle$BCD에서
$\angle x = 60^\circ - 25^\circ = 35^\circ$
$\therefore \angle x + \angle y = 95^\circ$ 　　답 ④

334 $\overline{\mathrm{CE}}$를 그으면 $\square$ABCE가 원에 내접하므로



$\angle \mathrm{AEC} = 180^\circ - 110^\circ$
$= 70^\circ$
$\therefore \angle \mathrm{CAD} = \angle \mathrm{CED}$
$= 100^\circ - 70^\circ = 30^\circ$ 　　답 ②

335 $\overline{\mathrm{CF}}$를 그으면 $\square$ABCF와 $\square$CDEF는 원에 내접하므로



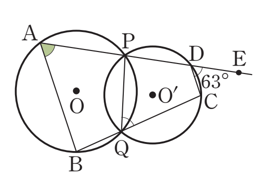
$\angle \mathrm{AFC} = 180^\circ - 125^\circ$
$= 55^\circ$
$\angle \mathrm{CFE} = 115^\circ - 55^\circ = 60^\circ$이므로
$\angle \mathrm{D} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ 　　답 120°

336 $\square$ABCD가 원에 내접하려면
$\angle \mathrm{ABD} = \angle \mathrm{ACD} = 45^\circ$
$\triangle$ABD에서 $\angle x = 45^\circ + 25^\circ = 70^\circ$ 　　답 ③

337 $\angle \mathrm{A} = 180^\circ - (45^\circ + 30^\circ) = 105^\circ$
$\square$ABPC가 원에 내접하려면
$\angle \mathrm{P} = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$ 　　답 ④

보조선을 그어 원에 내접하는 사각형의 성질을 이용한다.

338 $\overline{\mathrm{PQ}}$를 그으면 $\square$PQCD가 원 O′에 내접하므로

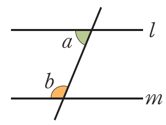


$\angle \mathrm{PQC} = \angle \mathrm{CDE}$
$= 63^\circ$
또 $\square$ABQP가 원 O에 내접하므로
$\angle \mathrm{PAB} = \angle \mathrm{PQC} = 63^\circ$ 　　답 63°

Q BOX

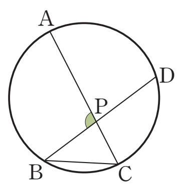
339 ① □ABQP가 원 O에 내접하므로
$\angle APQ=180^\circ-110^\circ=70^\circ$
② □ABQP가 원 O에 내접하므로
$\angle QPD=\angle ABC=110^\circ$
③ ∠PQC의 크기는 알 수 없다.
④ $\angle QPD=110^\circ$이고 □PQCD가 원 O′에 내접하므로
$\angle QCD=180^\circ-110^\circ=70^\circ$
즉 $\angle ABC+\angle BCD=180^\circ$이므로
$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$
⑤ □ABCD에서 $\angle ABC+\angle BCD=180^\circ$이므로
$\angle BAP+\angle PDC=360^\circ-180^\circ=180^\circ$
답 ③

$\angle a+\angle b=180^\circ$이면
$l/\!/m$



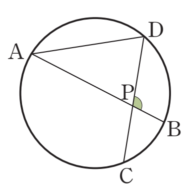
340 □RSCD가 원 O_3에 내접하므로
$\angle RSQ=\angle RDC=95^\circ$
□PQSR가 원 O_2에 내접하므로
$\angle APQ=\angle RSQ=95^\circ$
또 □ABQP가 원 O_1에 내접하므로
$\angle ABQ=180^\circ-95^\circ=85^\circ$
답 ⑤

341 $\overline{BC}$를 그으면 원주각의 크기와 호의 길이는 정비례하므로



$\angle ACB=\frac{1}{3}\times180^\circ=60^\circ$
$\angle CBD=\frac{2}{9}\times180^\circ=40^\circ$
따라서 △PBC에서
$\angle APB=60^\circ+40^\circ=100^\circ$
답 ②

342 $\overline{AD}$를 그으면 원주각의 크기와 호의 길이는 정비례하므로

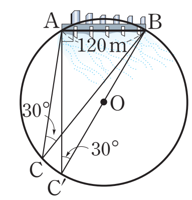


$\angle BAD=\frac{1}{5}\times180^\circ$
$=36^\circ$
$\angle ADC:\angle BAD=\widehat{AC}:\widehat{BD}=2:1$이므로
$\angle ADC=2\times36^\circ=72^\circ$
따라서 △ADP에서
$\angle BPD=36^\circ+72^\circ=108^\circ$
답 108°

343 □ABCD가 원에 내접하므로
$\angle BCD=180^\circ-125^\circ=55^\circ$
△ABP에서
$\angle ABP=125^\circ-28^\circ=97^\circ$
따라서 △BCQ에서
$\angle Q=97^\circ-55^\circ=42^\circ$
답 ①

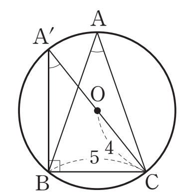
344 $\angle B=\angle x$라 하면 □ABCD가 원에 내접하므로
$\angle CDP=\angle x$
△QBC에서
$\angle DCP=\angle x+27^\circ$
△CDP에서 $(\angle x+27^\circ)+\angle x+35^\circ=180^\circ$
$2\angle x=118^\circ$ ∴ $\angle x=59^\circ$
답 ②

345 원 O의 지름 BC′에 대하여
$\angle AC'B=\angle ACB=30^\circ$,
$\angle C'AB=90^\circ$이므로



$\overline{BC'}=\frac{\overline{AB}}{\sin 30^\circ}$
$=120\times2=240(\mathrm{m})$
답 ③

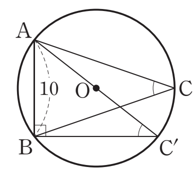
346 $\overline{CO}$의 연장선과 원 O의 교점을 A′이라 하면
$\angle A'BC=90^\circ$
△A′BC에서 $\overline{A'C}=8$이므로



$\overline{A'B}=\sqrt{8^2-5^2}=\sqrt{39}$
$\angle BAC=\angle BA'C$이므로
tan A=tan A'
$=\frac{\overline{BC}}{\overline{A'B}}$
$=\frac{5}{\sqrt{39}}=\frac{5\sqrt{39}}{39}$
답 $\frac{5\sqrt{39}}{39}$

$\widehat{BC}$에 대한 원주각

347 원의 지름 AC′에 대하여
직각삼각형 ABC′에서



$\sin C'=\sin C=\frac{\sqrt{10}}{5}$
∴ $\overline{AC'}=\frac{10}{\sin C'}$
$=10\times\frac{5}{\sqrt{10}}=5\sqrt{10}$
따라서 반지름의 길이가 $\frac{5\sqrt{10}}{2}$이므로 원 O의 넓이는
$\pi\times\left(\frac{5\sqrt{10}}{2}\right)^2=\frac{125}{2}\pi$
답 $\frac{125}{2}\pi$

$\widehat{AB}$에 대한 원주각
➡ $\angle C'=\angle C$

WORK BOOK

3 원주각 (2)

▸62~70쪽

348 $\angle ACB=\angle BAT=25^\circ$

$\therefore$ $\angle AOB=2\angle ACB=2\times 25^\circ=50^\circ$ 답 50°

중심각의 크기는 원주각의 크기의 2배이다.

349 $\overline{AC}$를 그으면

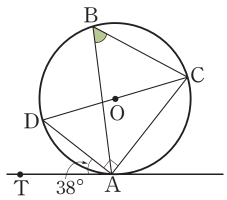
$\angle DCA=\angle DAT$

$=38^\circ$,

$\angle DAC=90^\circ$이므로

$\angle ADC=90^\circ-38^\circ$

$=52^\circ$



$\therefore$ $\angle ABC=\angle ADC=52^\circ$ 답 ③

$\widehat{AC}$에 대한 원주각

350 $\angle CBA=\angle CAT=30^\circ$

$\widehat{AB}:\widehat{BC}=1:2$에서

$\angle ACB:\angle CAB=1:2$

$\angle ACB+\angle CAB=180^\circ-30^\circ=150^\circ$

이므로

$\angle CAB=150^\circ\times\frac{2}{3}=100^\circ$ 답 100°

원주각의 크기와 호의 길이는 정비례한다.

351 $\angle BDA=\angle BAT=40^\circ$이고 □ABCD가 원에 내접하므로

$(30^\circ+40^\circ)+(75^\circ+\angle x)=180^\circ$

$\therefore$ $\angle x=35^\circ$

$\triangle ABD$에서 $\angle y=180^\circ-(40^\circ+35^\circ)=105^\circ$

$\therefore$ $\angle y-\angle x=70^\circ$ 답 ④

원에 내접하는 사각형에서 한 쌍의 대각의 크기의 합은 180°이다.

352 $\angle BCE=\angle BDC=25^\circ$이므로 $\triangle BCE$에서

$\angle CBE=180^\circ-(64^\circ+25^\circ)=91^\circ$

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle ADC=\angle CBE=91^\circ$

$\therefore$ $\angle ADB=91^\circ-25^\circ=66^\circ$ 답 ①

353 $\widehat{AD}=\widehat{CD}$이므로 $\angle CAD=\angle ACD=35^\circ$

□ABCD가 원에 내접하므로

$(55^\circ+35^\circ)+(\angle BCA+35^\circ)=180^\circ$

$\therefore$ $\angle BCA=55^\circ$

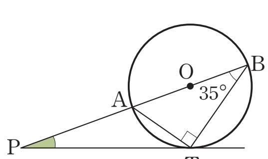
$\therefore$ $\angle PAB=\angle BCA=55^\circ$ 답 55°

354 $\overline{AT}$를 그으면

$\angle ATB=90^\circ$,

$\angle ATP=\angle ABT$

$=35^\circ$



이므로 $\triangle BPT$에서

$\angle APT=180^\circ-(35^\circ+90^\circ+35^\circ)$

$=20^\circ$ 답 ②

355 $\triangle TBP$가 이등변삼각형이므로

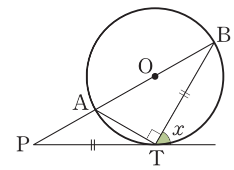
$\angle BPT=\angle PBT$

$\angle BPT+\angle PBT$

$=\angle x$이므로

$\angle BPT=\angle PBT$

$=\frac{1}{2}\angle x$



$\overline{AT}$를 그으면 $\angle BAT=\angle x$이므로 $\triangle ABT$에서

$\frac{1}{2}\angle x+90^\circ+\angle x=180^\circ$

$\frac{3}{2}\angle x=90^\circ$ $\therefore$ $\angle x=60^\circ$ 답 60°

356 $\overline{BT}$를 그으면

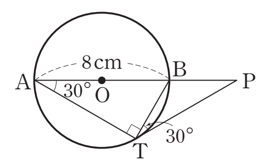
$\angle ATB=90^\circ$

이므로 $\triangle ATB$에서

$\overline{AT}=\overline{AB}\cos 30^\circ$

$=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=4\sqrt{3}$(cm)



$\angle BTP=\angle BAT=30^\circ$이므로 $\triangle ATP$에서

$\angle P=180^\circ-(30^\circ+90^\circ+30^\circ)=30^\circ$

즉 $\triangle ATP$는 이등변삼각형이므로

$\overline{PT}=\overline{AT}=4\sqrt{3}$(cm) 답 ②

다른 풀이

$\overline{OT}$를 그으면

$\angle BOT=2\angle BAT=2\times 30^\circ=60^\circ$

또 $\overline{OT}=4$cm이고 $\angle OTP=90^\circ$이므로

$\overline{PT}=4\tan 60^\circ=4\times\sqrt{3}=4\sqrt{3}$(cm)

357 $\triangle PAB$가 이등변삼각형이므로

$\angle ABP=\frac{1}{2}\times(180^\circ-48^\circ)=66^\circ$

$\therefore$ $\angle ACB=\angle ABP=66^\circ$

$\widehat{AB}:\widehat{BC}=3:2$에서

$\angle ACB:\angle BAC=3:2$이므로

$66^\circ:\angle BAC=3:2$

$3\angle BAC=132^\circ$ $\therefore$ $\angle BAC=44^\circ$ 답 ③

358 $\triangle ABC$에서 $\angle C=180^\circ-(48^\circ+54^\circ)=78^\circ$

$\triangle CDF$가 이등변삼각형이므로

$\angle DFC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-78^\circ)=51^\circ$

$\therefore$ $\angle DEF=\angle DFC=51^\circ$ 답 ⑤

다른 풀이

$\angle AED=\frac{1}{2}\times(180^\circ-48^\circ)=66^\circ$

$\angle BEF=\frac{1}{2}\times(180^\circ-54^\circ)=63^\circ$

$\triangle AED$는 $\overline{AE}=\overline{AD}$인 이등변삼각형

$\triangle BEF$는 $\overline{BE}=\overline{BF}$인 이등변삼각형

$\therefore \angle DEF=180°-(66°+63°)=51°$

359 △ADF가 이등변삼각형이므로

$\angle ADF=\frac{1}{2}\times(180°-60°)=60°$

$\angle DEF=\angle ADF=60°$이므로 △DEF에서

$\angle EDF=180°-(60°+70°)=50°$

$\therefore \angle FEC=\angle EDF=50°$ 답 $50°$

360 ⑤ $\triangle ABP \backsim \triangle CDP$이므로

$\overline{PA}:\overline{PC}=\overline{PB}:\overline{PD}$

$\therefore \overline{PA}\times\overline{PD}=\overline{PB}\times\overline{PC}$ 답 ⑤

Q BOX: $\angle ABP=\angle CDP$, $\angle BAP=\angle DCP$이므로 $\triangle ABP \backsim \triangle CDP$ (AA 닮음)

361 $\angle CAP=\angle DBP=64°$

△APC에서

$\angle APC=180°-(64°+48°)=68°$ 답 ③

Q BOX: $\angle CAP=\angle CPT'$ $=\angle DBP$

362 $\overline{PC}:\overline{PD}=1:8$이므로 $\overline{PC}=x$ cm라 하면

$\overline{PD}=8x$ cm

$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로

$6\times12=x\times8x,\ x^2=9$

$\therefore x=3$

$\therefore \overline{PD}=8\times3=24$(cm) 답 24 cm

363 $\overline{AC}/\!/\overline{DB}$에서

$\angle PAC=\angle PBD$ (엇각),

$\angle PCA=\angle PDB$ (엇각)

이므로 $\triangle PAC \backsim \triangle PBD$ (AA 닮음)

$\overline{PA}:\overline{PB}=\overline{AC}:\overline{BD}$이므로

$9:\overline{PB}=12:6 \qquad \therefore \overline{PB}=\frac{9}{2}$

$\therefore \overline{PC}\times\overline{PD}=\overline{PA}\times\overline{PB}$

$=9\times\frac{9}{2}=\frac{81}{2}$ 답 $\frac{81}{2}$

364 시계탑의 위치를 P, 수돗가, 정자, 매점, 놀이터의 위치를 각각 A, B, C, D라 하면

$\overline{PA}\times\overline{PC}=\overline{PB}\times\overline{PD}$

이므로

$60\times\overline{PC}=30\times40$

$\therefore \overline{PC}=20$(m)

답 20 m

365 $\overline{PC}=x$라 하면 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로

$4\times(4+2)=x(x+10),\ x^2+10x-24=0$

$(x+12)(x-2)=0$

$\therefore x=2$

답 2

366 $\overline{PA}=x$라 하면 $\overline{PB}=2x$

$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로

$x\times2x=4\times(4+14),\ 2x^2=72$

$x^2=36 \qquad \therefore x=6$ 답 ③

367 $\overline{PC}=3x$라 하면 $\overline{PD}=5x$

$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로

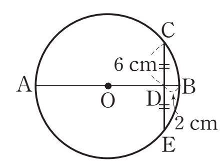
$5\times(5+7)=3x\times5x,\ 15x^2=60$

$x^2=4 \qquad \therefore x=2$(cm)

$\therefore \overline{PC}=3x=6$(cm) 답 ⑤

368 $\overline{AO}=r$ cm라 하면 $\overline{AD}=2r-2$(cm)

$\overline{CD}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 E라 하면



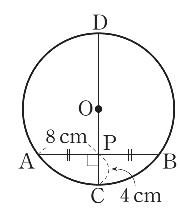
$\overline{CD}=\overline{DE}$

$\overline{CD}^2=\overline{DA}\times\overline{DB}$이므로

$6^2=(2r-2)\times2,\ 4r=40$

$\therefore r=10$ 답 ③

369 $\overline{CP}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 D, 원 O의 지름의 길이를 x cm라 하면 $\overline{CD}$는 원의 중심 O를 지나므로



$\overline{PD}=x-4$(cm)

$\overline{AP}^2=\overline{CP}\times\overline{DP}$이므로

$8^2=4\times(x-4),\ 4x=80$

$\therefore x=20$ 답 ④

370 △BDP에서 $\overline{BP}=\sqrt{10^2-6^2}=8$

$\overline{CP}=\overline{DP}=6$이고 $\overline{CP}^2=\overline{AP}\times\overline{BP}$이므로

$6^2=\overline{AP}\times8 \qquad \therefore \overline{AP}=\frac{9}{2}$

△ACP에서 $\overline{AC}=\sqrt{6^2+\left(\frac{9}{2}\right)^2}=\frac{15}{2}$ 답 ④

Q BOX: $\overline{AP}\perp\overline{CD}$이고 $\overline{AB}$가 원의 중심을 지나므로 $\overline{CP}=\overline{DP}=6$

다른 풀이

△ACP와 △DBP에서

$\angle CAP=\angle BDP,\ \angle APC=\angle DPB=90°$

이므로 $\triangle ACP \backsim \triangle DBP$(AA 닮음)

$\overline{AC}:10=6:8 \qquad \therefore \overline{AC}=\frac{15}{2}$

Q BOX: $\overset{\frown}{BC}$에 대한 원주각

371 원 O의 반지름의 길이를 r라 하면

$\overline{AP}=r-3,\ \overline{BP}=r+3$

$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로

$(r-3)(r+3)=5\times8,\ r^2-9=40$

$r^2=49 \qquad \therefore r=7$

따라서 원 O의 넓이는 $\pi\times7^2=49\pi$ 답 49π

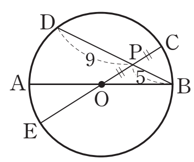
WORK BOOK

372 $\overline{OP}=x\,\text{cm}$라 하면 $\overline{BP}=8-x(\text{cm})$
$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로
$(8+x)(8-x)=4\times7,\ 64-x^2=28$
$x^2=36 \quad \therefore x=6$

답 ③

373 $\overline{CO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 E라 하고
$\overline{OP}=x$라 하면
$\overline{PE}=3x$
$\overline{PB}\times\overline{PD}=\overline{PC}\times\overline{PE}$이므로
$5\times9=x\times3x,\ x^2=15$
$\therefore x=\sqrt{15}$
$\therefore \overline{AB}=4x=4\sqrt{15}$

답 $4\sqrt{15}$



$\overline{AB}=2\overline{OB}=2\overline{OC}$
$=4\overline{OP}$

374 원 O의 반지름의 길이를 r라 하면
$\overline{PB}=r,\ \overline{PA}=3r$
$\overline{PB}\times\overline{PA}=\overline{PD}\times\overline{PC}$이므로
$r\times3r=12\times(12+13),\ r^2=100$
$\therefore r=10(\text{cm})$

답 ④

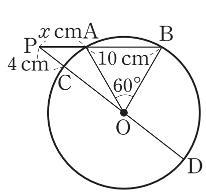
375 $\overline{PC}\times\overline{PD}=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로
$6\times(6+9)=\overline{PA}\times18$
$\therefore \overline{PA}=5(\text{cm})$
$\therefore \overline{AB}=18-5=13(\text{cm})$
따라서 원 O의 둘레의 길이는
$\pi\times13=13\pi(\text{cm})$

(원의 둘레의 길이)
$=\pi\times$(지름의 길이)

답 $13\pi\,\text{cm}$

376 $\angle OAB=\angle OBA$
$=\frac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$
즉 $\triangle OAB$는 정삼각형이므로
$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{AB}=10(\text{cm})$
$\overline{CO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 D,
$\overline{PA}=x\,\text{cm}$라 하면
$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$
이므로
$x(x+10)=4\times(4+20)$
$x^2+10x-96=0,\ (x+16)(x-6)=0$
$\therefore x=6$

답 ④



377 $\overline{PC}\times\overline{PD}=\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PE}\times\overline{PF}$이므로
$\overline{PC}\times2=3\times5 \quad \therefore \overline{PC}=\frac{15}{2}(\text{cm})$

답 $\frac{15}{2}\text{cm}$

378 원 O에서 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PE}\times\overline{PF}$이므로
$3\times\overline{PB}=4\times(4+5) \quad \therefore \overline{PB}=12$
$\therefore \overline{AB}=12-3=9$
원 O′에서 $\overline{PC}\times\overline{PD}=\overline{PE}\times\overline{PF}$이므로
$5\times\overline{PD}=4\times(4+5) \quad \therefore \overline{PD}=7.2$
$\therefore \overline{CD}=7.2-5=2.2$
$\therefore \overline{AB}+\overline{CD}=11.2$

답 ②

379 $\overline{BP}=x$라 하면
$\overline{CP}=3-x,\ \overline{AP}=9-x,\ \overline{DP}=4+x$
$\overline{AP}\times\overline{BP}=\overline{EP}\times\overline{FP}=\overline{CP}\times\overline{DP}$이므로
$(9-x)x=(3-x)(4+x),\ 10x=12$
$\therefore x=\frac{6}{5}$
$\therefore \overline{CP}:\overline{BP}=\frac{9}{5}:\frac{6}{5}=3:2$

답 ②

$3-\frac{6}{5}=\frac{9}{5}$

380 $\angle ATP=\angle ABT=\angle APT$이므로 $\triangle APT$는 이등변삼각형이다.
$\therefore \overline{PA}=\overline{AT}=4(\text{cm})$
$\overline{AB}=x\,\text{cm}$라 하면 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로
$6^2=4\times(4+x),\ 4x=20 \quad \therefore x=5$

답 ③

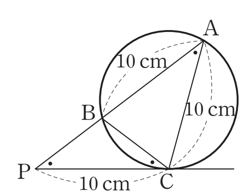
381 $\overline{PT}^2=\overline{PB}\times\overline{PA}$이므로
$\overline{PT}^2=5\times(5+15)=100$
$\therefore \overline{PT}=10(\text{cm})$
직각삼각형 ATP에서
$\overline{AT}=\sqrt{20^2-10^2}=10\sqrt{3}(\text{cm})$
$\therefore \triangle ATP=\frac{1}{2}\times10\times10\sqrt{3}$
$=50\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

원의 접선은 접점을 지나는 반지름에 수직이므로
$\angle ATP=90^\circ$

답 $50\sqrt{3}\text{cm}^2$

382 $\overline{PC}$는 원의 접선이므로 $\angle BCP=\angle BAC$
$\overline{CA}=\overline{CP}$이므로
$\angle BAC=\angle BPC$
$\therefore \angle BCP=\angle BPC$
즉 $\triangle BPC$는 이등변삼각형이다.
$\overline{BC}=\overline{BP}=x\,\text{cm}$라 하면 $\overline{PC}^2=\overline{PB}\times\overline{PA}$이므로
$10^2=x(x+10),\ x^2+10x-100=0$
$\therefore x=5\sqrt{5}-5\ (\because 0<x<10)$

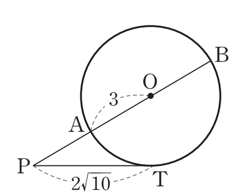
답 ②



$x=-5\pm\sqrt{5^2+100}$
$=-5\pm5\sqrt{5}$
이때 $0<x<10$이므로
$x=-5+5\sqrt{5}$

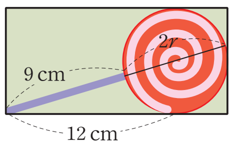
383 $\overline{AO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 B,
$\overline{PA}=x$라 하면
$\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로
$(2\sqrt{10})^2=x(x+6)$
$x^2+6x-40=0$
$(x+10)(x-4)=0$
$\therefore x=4$

답 4



Q BOX

384 사탕의 단면의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$9\times(9+2r)=12^2$

$18r=63 \qquad \therefore r=3.5$

따라서 상자의 밑면의 넓이는

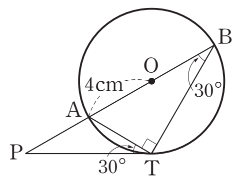
$(12+3.5)\times(3.5\times2)=108.5(\text{cm}^2)$ 답 ④

385 $\angle ABT$

$=\angle ATP=30^\circ$,

$\angle ATB=90^\circ$이므로

$\triangle ABT$에서



$\overline{AT}=\overline{AB}\sin 30^\circ$

$\quad =8\times\frac{1}{2}=4(\text{cm})$

$\triangle BPT$에서

$\angle P=180^\circ-(30^\circ+30^\circ+90^\circ)=30^\circ$

즉 $\triangle APT$가 이등변삼각형이므로

$\overline{AP}=\overline{AT}=4(\text{cm})$

$\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

$\overline{PT}^2=4\times(4+8)=48$

$\therefore \overline{PT}=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$ 답 ③

다른 풀이

직각삼각형 ABT에서

$\overline{BT}=\overline{AB}\cos30^\circ=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

$\triangle BPT$에서

$\angle P=180^\circ-(30^\circ+30^\circ+90^\circ)=30^\circ$

즉 $\triangle BPT$가 이등변삼각형이므로

$\overline{PT}=\overline{BT}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

386 $\overline{PT}=\overline{PT'}=\frac{1}{2}\overline{TT'}=8(\text{cm})$

$\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

$8^2=x(x+12)$, $x^2+12x-64=0$

$(x+16)(x-4)=0$

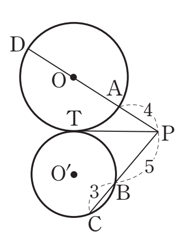
$\therefore x=4(\text{cm})$ 답 ③

387 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PT}^2=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로

$4\times(4+5)=3\times(3+\overline{CD})$

$3\overline{CD}=27 \qquad \therefore \overline{CD}=9(\text{cm})$ 답 ③

388 $\overline{PO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 D라 하고 원 O의 지름의 길이를 x라 하면



$\overline{PA}\times\overline{PD}=\overline{PT}^2=\overline{PB}\times\overline{PC}$

이므로

$4\times(4+x)=5\times(5+3)$

$4x=24 \qquad \therefore x=6$

따라서 원 O의 둘레의 길이는

$\pi\times6=6\pi$ 답 6π

389 $\overline{PA}=x$라 하면 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로

$x(x+3)=5\times(5+9)$, $x^2+3x-70=0$

$(x+10)(x-7)=0$

$\therefore x=7(\text{cm})$

$\triangle PCA$와 $\triangle PBD$에서

$\angle PCA=\angle PBD$, $\angle P$는 공통이므로

$\triangle PCA\backsim\triangle PBD$ (AA 닮음)

$\overline{PC}:\overline{PB}=\overline{CA}:\overline{BD}$이므로

$5:10=4:\overline{BD}$

$\therefore \overline{BD}=8(\text{cm})$ 답 8cm

원에 내접하는 사각형의 한 외각의 크기는 그 내대각의 크기와 같다.

390 $\overline{PC}=x$라 하면 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로

$6\times(6+4)=x(x+7)$, $x^2+7x-60=0$

$(x+12)(x-5)=0$

$\therefore x=5(\text{cm})$

$\triangle PAC$와 $\triangle PDB$에서

$\angle PAC=\angle PDB$, $\angle P$는 공통이므로

$\triangle PAC\backsim\triangle PDB$ (AA 닮음)

$\overline{PA}:\overline{PD}=\overline{AC}:\overline{DB}$이므로

$6:12=\overline{AC}:4$

$\therefore \overline{AC}=2(\text{cm})$ 답 2cm

391 $\overline{PA}=x$라 하면 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

$4^2=x(x+6)$, $x^2+6x-16=0$

$(x+8)(x-2)=0 \qquad \therefore x=2(\text{cm})$

$\triangle PTA$와 $\triangle PBT$에서

$\angle PTA=\angle PBT$, $\angle P$는 공통이므로

$\triangle PTA\backsim\triangle PBT$ (AA 닮음)

$\overline{PT}:\overline{PB}=\overline{TA}:\overline{BT}$이므로

$4:8=3:\overline{BT}$

$\therefore \overline{BT}=6(\text{cm})$ 답 6cm

원의 접선과 현이 이루는 각의 크기는 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같다.

392 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

$\overline{PT}^2=4\times(4+12)=64$

$\therefore \overline{PT}=8(\text{cm})$

$\triangle PBT$에서 $\overline{PB}:\overline{PT}=\overline{BD}:\overline{TD}$이므로

$16:8=8:\overline{DT} \qquad \therefore \overline{DT}=4(\text{cm})$

$\triangle PBT$와 $\triangle PTA$에서

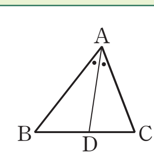
$\angle PBT=\angle PTA$, $\angle APT$는 공통이므로

$\triangle PBT\backsim\triangle PTA$ (AA 닮음)

$\overline{TB}:\overline{AT}=\overline{PT}:\overline{PA}$이므로

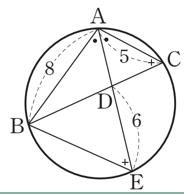
$12:\overline{AT}=8:4 \qquad \therefore \overline{AT}=6(\text{cm})$

답 6cm



$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$

393 $\overline{BE}$를 그으면 △ABE와 △ADC에서
∠BAE=∠DAC,
∠AEB=∠ACD이므로
△ABE∽△ADC
(AA 닮음)

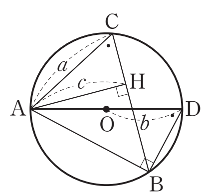


$\overline{AD}=x$라 하면 $\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{AE}:\overline{AC}$이므로
$8:x=(x+6):5$, $x^2+6x-40=0$
$(x+10)(x-4)=0$ $\therefore x=4$

답 ⑤

$\overset{\frown}{AB}$에 대한 원주각

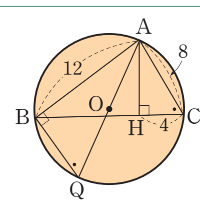
394 $\overline{BD}$를 그으면
△ABD와 △AHC에서
∠ABD=∠AHC
=90°,
∠ADB=∠ACH
∴ △ABD∽△AHC (AA 닮음)



$\overline{AB}:\overline{AH}=\overline{AD}:\overline{AC}$이므로
$\overline{AB}:c=2b:a$ $\therefore \overline{AB}=\dfrac{2bc}{a}$

답 ①

395 △AHC에서 $\overline{AH}=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}$
$\overline{BQ}$를 그으면 △ABQ와 △AHC에서
∠ABQ=∠AHC
=90°,
∠AQB=∠ACH
∴ △ABQ∽△AHC (AA 닮음)

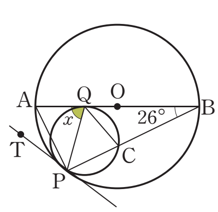


$\overline{AB}:\overline{AH}=\overline{AQ}:\overline{AC}$이므로
$12:4\sqrt{3}=\overline{AQ}:8$ $\therefore \overline{AQ}=8\sqrt{3}$
따라서 원 O의 넓이는
$\pi\times(4\sqrt{3})^2=48\pi$

답 ③

피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{AH}$의 길이를 구한다.

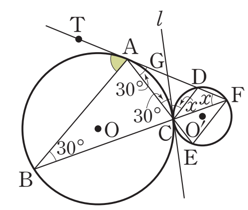
396 $\overline{CQ}$를 그으면
∠QCP=∠AQP
=∠x
점 P에서 두 원에 접하는 직선 PT를 그으면
∠QPT=∠QCP=∠x
$\overline{AP}$를 그으면
∠APT=∠ABP=26°
∴ ∠QPA=∠x−26°
△QAP에서
∠x+64°+(∠x−26°)=180°
2∠x+38°=180°
∴ ∠x=71°



답 71°

△ABP에서
∠APB=90°이므로
∠PAB=90°−26°
=64°

397 점 C에서 두 원에 접하는 직선 l을 긋고 직선 l이 $\overline{AD}$와 만나는 점을 G라 하자.
∠GCA=∠GAC
=∠ABC
=30°
∠CFD=∠x라 하면
∠GCD=∠CFD=∠x
$\overline{CD}$ // $\overline{EF}$이므로
∠E=∠DCA=∠x+30°(동위각)
또 □CDFE는 원 O′에 내접하므로
∠ADC=∠E=∠x+30°
△CDA에서
(∠x+30°)+(∠x+30°)+30°=180°
2∠x=90° ∴ ∠x=45°
따라서 △ABF에서
∠BAT=30°+45°=75°

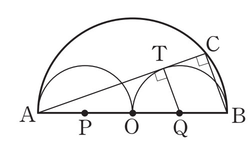


답 75°

삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

반원 Q에서 할선과 접선 사이의 관계를 이용한다.

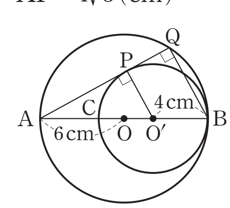
398 $\overline{AT}^2=\overline{AO}\times\overline{AB}$이므로
$\overline{AT}^2=2\times4=8$ $\therefore \overline{AT}=2\sqrt{2}$
$\overline{TQ}$, $\overline{CB}$를 그으면
△AQT와 △ABC에서
∠ATQ=∠ACB
=90°,
∠A는 공통이므로
△AQT∽△ABC (AA 닮음)



$\overline{AQ}:\overline{AB}=\overline{AT}:\overline{AC}$이므로
$3:4=2\sqrt{2}:\overline{AC}$
$\therefore \overline{AC}=\dfrac{8\sqrt{2}}{3}$

답 ③

399 $\overline{AB}$=12(cm)에서 $\overline{AC}$=12−8=4(cm)
$\overline{AP}^2=\overline{AC}\times\overline{AB}$이므로
$\overline{AP}^2=4\times12=48$ $\therefore \overline{AP}=4\sqrt{3}$(cm)
$\overline{PO'}$, $\overline{QB}$를 그으면
△APO′과 △AQB에서
∠APO′=∠AQB
=90°,
∠A는 공통이므로
△APO′∽△AQB (AA 닮음)



$\overline{AO'}:\overline{AB}=\overline{AP}:\overline{AQ}$이므로
$8:12=4\sqrt{3}:\overline{AQ}$ $\therefore \overline{AQ}=6\sqrt{3}$(cm)

$\overline{AO'}=\overline{AB}-\overline{O'B}$
=12−4=8(cm)

답 ③

Memo

Memo