정답 및 해설

Ⅰ 다항식

Ⅱ 방정식과 부등식

Ⅲ 도형의 방정식

빠른 정답

Ⅰ 다항식

1 다항식의 연산 8쪽~23쪽

001 (1) x^2+2x-1 (2) $2x^3+x^2-3x+2$
(3) $-x^3+2x^2+xy+y$

002 (1) $-1+2x+x^2$ (2) $2-3x+x^2+2x^3$
(3) $y+xy+2x^2-x^3$

003 (1) $x+y$ (2) $-a+3c$ (3) $c-10$

004 (1) $3x^2+2x+2$ (2) $3x^2+4x+11$ (3) $-2x^3+x^2-5$
(4) $6x^3-5x^2+x-3$

005 (1) $-x^2-4x+4$ (2) $5x^2+4x+4$ (3) $x^2+2xy-4y^2$
(4) $-5x^3+x^2-2x-7$

006 (1) $3x^2-2x+2$ (2) x^2-6x+4 (3) $5x^2-6x+5$
(4) $-x^2-10x+6$ (5) $5x^2-14x+10$

007 (1) $3x^2+3xy-2y^2$ (2) $-x^2+xy-4y^2$
(3) $5x^2+4xy-y^2$ (4) $3xy-7y^2$ (5) $-4x^2+xy-9y^2$

008 (1) $-x^3+7x^2-9x-15$ (2) $5x^3-3x^2+5x-5$
(3) $-8x^3+4x^2-7x+10$ (4) $-6x^3+2x^2-4x+10$
(5) x^3-3x^2+4x+5

009 (1) $4x^3-3x^2-2x-2$ (2) $3x^2+6x-2$
(3) $-10x^2-10x+8$ (4) $-3x^3+9x^2-5$
(5) $3x^3-x^2-4x-3$

010 (1) $12x^7y^6$ (2) $18a^5b^4$

011 (1) $6x^2-13x-5$ (2) $3x^2+23xy+14y^2$
(3) $3a^2-9a^2b+4ab+6ab^2-4b^2$ (4) $x^3-2x^2y+2xy^2-y^3$
(5) x^4+x^2+1

012 (1) $x^2+x+\frac{1}{4}$ (2) $9x^2+12x+4$ (3) x^2-6x+9
(4) $x^2-4xy+4y^2$ (5) $9x^2-3x+\frac{1}{4}$

013 (1) x^2-4 (2) $4x^2-9y^2$ (3) $x^2+2x-15$
(4) x^2+x-12 (5) $6x^2-13x-5$ (6) $6x^2+x-2$

014 (1) $x^3+6x^2+12x+8$ (2) $x^3+12x^2+48x+64$
(3) $8x^3+12x^2+6x+1$ (4) $x^3+6x^2y+12xy^2+8y^3$
(5) $27x^3+27x^2y+9xy^2+y^3$

015 (1) $x^3-9x^2+27x-27$ (2) $27x^3-54x^2+36x-8$
(3) $8x^3-36x^2+54x-27$ (4) $27x^3-9x^2y+xy^2-\frac{1}{27}y^3$
(5) $x^3-9x^2y+27xy^2-27y^3$ (6) $64x^3-48x^2y+12xy^2-y^3$

016 (1) x^3+27 (2) $27x^3+1$ (3) x^3+8y^3
(4) x^3-8 (5) $8x^3-1$ (6) $27x^3-64y^3$

017 (1) $x^2+y^2+z^2-2xy-2yz+2zx$
(2) $x^2+4y^2+4xy-2x-4y+1$
(3) $x^2+4y^2+9z^2+4xy+12yz+6zx$
(4) $x^3+y^3-3xy+1$ (5) $x^3+8y^3-6xy+1$

018 (1) 5 (2) 40 (3) 13 (4) 29 (5) 48

019 (1) 7 (2) 14 (3) 21 (4) 3 (5) 38 (6) 20

020 (1) 40 (2) -36 (3) 18 (4) 7 (5) 20

021 (1) 2 (2) 18 (3) -52 (4) 36 (5) -14

022 (1) 14 (2) 11 (3) 7 (4) -6 (5) 7

023 (1) $yz-2xy^2z$ (2) $-2x+\frac{7}{3}y^6z^3$ (3) $3bc^2+2b-c$
(4) $32x+16y$

024 (1) 몫 : $2x^2-x+2$, 나머지 : -3
(2) 몫 : x^2-2x-1, 나머지 : -2
(3) 몫 : x^2-2x+3, 나머지 : 5

025 (1) 몫 : $x+3$, 나머지 : $-8x+5$
(2) 몫 : $3x-5$, 나머지 : $5x+6$
(3) 몫 : $2x-3$, 나머지 : $11x-7$

026 (1) $x^3+x^2-5x+6=(x^2+2x-1)(x-1)-2x+5$
(2) $2x^3-3x^2+1=(x^2-2x-1)(2x+1)+4x+2$
(3) $4x^3-x^2+2x-5=(x^2-2)(4x-1)+10x-7$

027 (1) 몫 : x^2+x-2, 나머지 : 3
(2) 몫 : x^2-3x-3, 나머지 : -2
(3) 몫 : $2x^2+x+4$, 나머지 : 9
(4) 몫 : $3x^2+4x+5$, 나머지 : 12
(5) 몫 : $2x^2-x-1$, 나머지 : -3
(6) 몫 : x^2-2x+2, 나머지 : -1
(7) 몫 : $4x^2-5x+5$, 나머지 : -3

028 (1) 몫 : x^2-x, 나머지 : -1
(2) 몫 : $\frac{1}{2}x^2-x+1$, 나머지 : -3

029 ⑤ 030 ④ 031 ④ 032 ⑤ 033 9 034 14
035 ④ 036 ⑤ 037 몫 : $2x-7$, 나머지 : 18
038 4 039 ⑤ 040 ①

YBM(해)-01단원(001~025)-ok.indd 2 2017-09-18 오후 7:43:00

2 항등식과 나머지정리 25쪽~30쪽

041 (1) × (2) ○ (3) ○ (4) × (5) ○ (6) ○

042 (1) $a=3$, $b=1$ (2) $a=2$, $b=-3$ (3) $a=1$, $b=1$ (4) $a=2$, $b=2$

043 (1) -4 (2) 5 (3) 4

044 (1) $a=4$, $b=-1$ (2) $a=1$, $b=4$ (3) $a=2$, $b=3$

045 (1) $a=7$, $b=-5$ (2) $a=-2$, $b=4$ (3) $a=4$, $b=2$ (4) $a=1$, $b=1$

046 (1) -9 (2) 4

047 (1) 3 (2) 3 (3) $-\frac{32}{9}$

048 (1) 7 (2) 4 (3) -1 (4) 9 (5) $-\frac{1}{2}$

049 (1) $x+3$ (2) $3x-11$ (3) $x+2$ (4) $3x+2$ (5) $-x-9$

050 (1) 6 (2) 3 (3) -1

051 ② 052 ④ 053 ⑤ 054 ③ 055 ⑤ 056 ①

3 인수분해 33쪽~43쪽

057 (1) $x(2x+5)$ (2) $(a+b)(x+2)$ (3) $(x+1)^2$ (4) $(a-3)^2$ (5) $(4x+1)^2$ (6) $(5a-b)^2$

058 (1) $(x+2y)(x-2y)$ (2) $(a+4b)(a-4b)$ (3) $(2x+6y)(2x-6y)$ (4) $(3x+5y)(9x-5y)$ (5) $\left(\frac{1}{3}x+\frac{1}{4}y\right)\left(\frac{1}{3}x-\frac{1}{4}y\right)$ (6) $(a-b+c-d)(a-b-c+d)$

059 (1) $(x-3)(x+1)$ (2) $(a+5b)(a-3b)$ (3) $(x+3y)(x+7y)$ (4) $(3x-y)(x-4y)$ (5) $(5a+b)(2a-b)$ (6) $(2x+1)(x+3)$

060 (1) $(x+4)^3$ (2) $(3x+1)^3$ (3) $(3x+2y)^3$ (4) $3(a+2)^3$

061 (1) $(x-3)^3$ (2) $(2x-3)^3$ (3) $(4x-1)^3$ (4) $(2x-y)^3$ (5) $(a-2b)^3$

062 (1) $(x+2)(x^2-2x+4)$ (2) $(3x+1)(9x^2-3x+1)$ (3) $(x+4y)(x^2-4xy+16y^2)$ (4) $(2x+1)(4x^2-2x+1)$ (5) $(4x+3y)(16x^2-12xy+9y^2)$ (6) $2(a+3)(a^2-3a+9)$

063 (1) $(x-1)(x^2+x+1)$ (2) $(x-4)(x^2+4x+16)$ (3) $(2x-y)(4x^2+2xy+y^2)$ (4) $(2x-3y)(4x^2+6xy+9y^2)$ (5) $(a-3b)(a^2+3ab+9b^2)$ (6) $ab(2a-3b)(4a^2+6ab+9b^2)$

064 (1) $(x+y-z)^2$ (2) $(a+b+3c)^2$ (3) $(x-2y+3z)^2$ (4) $(2a+b+2c)^2$ (5) $(a+b-1)^2$

065 (1) $(a+b-3c)(a^2+b^2+9c^2-ab+3bc+3ca)$ (2) $(x+y-2)(x^2+y^2-xy+2x+2y+4)$ (3) $(a-2b+c)(a^2+4b^2+c^2+2ab+2bc-ca)$ (4) $(a-b+c)(a^2+b^2+c^2+ab+bc-ca)$ (5) $(x+y+1)(x^2+y^2-xy-x-y+1)$

066 (1) $(x+y+1)(x+y-3)$ (2) $(x^2+3x+7)(x^2+3x-5)$ (3) $(x+y+2)(x+y-5)$

067 (1) $(x^2+3x+5)(x^2+3x-3)$ (2) $(x-1)^2(x^2-2x-12)$ (3) $(x^2-3x+1)^2$

068 (1) $(x^2+1)(x^2-3)$ (2) $(x+1)(x-1)(x+3)(x-3)$ (3) $(x^2+2)(x+1)(x-1)$

069 (1) $(x^2+x-1)(x^2-x-1)$ (2) $(x^2+x-4)(x^2-x-4)$ (3) $(x^2+x-3)(x^2-x-3)$ (4) $(x^2+2x+2)(x^2-2x+2)$

070 (1) $(a+b)(a-b)(a+c)$ (2) $(x-y)(x-y+z)$ (3) $(a^2+b)(c-ab)$ (4) $(y-x+1)(y-x^2-x-1)$

071 (1) $(x+2y-1)(x-2y+1)$ (2) $(x+y+1)(x+y+3)$ (3) $(x-y+2)(x+2y-4)$ (4) $-(a-b)(b-c)(c-a)$

072 (1) $(x-1)^2(x+2)$ (2) $(x-1)(x+2)(x-3)$ (3) $(x+2)(x^2-x+1)$ (4) $(x-1)^2(x+3)$ (5) $(x-2)(2x^2+5x+8)$ (6) $(x+1)(3x^2+2x-2)$

073 (1) $(x-1)^2(x+1)(x+2)$ (2) $(x-1)^3(x+1)$ (3) $(x+1)^2(x-1)(x+3)$ (4) $(x-1)(x-2)(x+2)(x-3)$ (5) $(x+1)(x-2)(x+3)(x-4)$

074 (1) 100 (2) -160 (3) 1000

075 -9 076 ① 077 -505 078 ③ 079 ③

080 271

빠른 정답

Ⅱ 방정식과 부등식

1 복소수 48쪽~60쪽

001 (1) $\sqrt{3}i$ (2) $3i$ (3) $\sqrt{15}i$ (4) $-2\sqrt{6}i$ (5) $\frac{2}{3}i$

002 (1) 실수부분 : 2, 허수부분 : -3
(2) 실수부분 : $\sqrt{2}$, 허수부분 : 2
(3) 실수부분 : $\frac{3}{2}$, 허수부분 : $\frac{\sqrt{5}}{2}$
(4) 실수부분 : 3, 허수부분 : 1
(5) 실수부분 : 8, 허수부분 : 0
(6) 실수부분 : 0, 허수부분 : 5
(7) 실수부분 : -1, 허수부분 : -1

003 (1) $\sqrt{9i^2}$, 0, $(\sqrt{-5})^2$, $2i^2$, $2-\sqrt{3}$ (2) $-i$, $\sqrt{2}i$, $\sqrt{-4}$
(3) $i-1$, $\sqrt{3}+2i$

004 (1) $x=-2$, $y=-2$ (2) $x=-1$, $y=3$
(3) $x=10$, $y=-1$ (4) $x=3$, $y=2$
(5) $x=-\frac{3}{2}$, $y=\frac{1}{2}$

005 (1) $1-2i$ (2) $-2-3i$ (3) 2 (4) $3i$ (5) $-\sqrt{2}-i$
(6) $3i-4$ (7) $3+\sqrt{7}$

006 (1) $7+3i$ (2) $1+3i$ (3) -2 (4) $-9-3i$

007 (1) $-3-4i$ (2) $-11+5i$ (3) $4+i$ (4) $3-3i$
(5) $-3+6i$

008 (1) $10-5i$ (2) $-13i$ (3) $-2\sqrt{3}-6i$ (4) 41

009 (1) $\frac{4}{25}+\frac{3}{25}i$ (2) $\frac{3}{2}+\frac{i}{2}$ (3) $5-2i$
(4) $2-i$ (5) $\frac{3}{5}+\frac{6}{5}i$

010 (1) 2 (2) 2 (3) 1 (4) 0 (5) 0 (6) -4

011 (1) $a=\pm2$, $b=-1$ (2) $a=4$, $b=1$ (3) $a=\pm2$, $b=1$

012 (1) $x=3$, $y=-4$ (2) $x=2$, $y=1$
(3) $x=5$, $y=-2$ (4) $x=3$, $y=-5$

013 (1) $1-2i$ (2) 2 (3) $4i$ (4) 5

014 (1) $3+2i$ (2) 6 (3) $\frac{5}{13}-\frac{12}{13}i$ (4) 20

015 (1) $1-2i$ (2) $2-i$ (3) $1+i$ (4) $3i$ (5) $1+i$
(6) $3+4i$

016 (1) $-i$ (2) i (3) $-i$ (4) i (5) $-i$

017 (1) $-8i$ (2) -64 (3) i (4) i (5) 1 (6) 0

018 (1) i (2) -1 (3) i (4) -1 (5) $-2i$

019 (1) $\pm\sqrt{2}i$ (2) $\pm2i$ (3) $\pm\sqrt{7}i$ (4) $\pm2\sqrt{2}i$
(5) $\pm\frac{\sqrt{3}}{3}i$ (6) $\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i$

020 (1) $4\sqrt{3}i$ (2) $7i$ (3) $3i$ (4) $-3\sqrt{2}i$ (5) $(\sqrt{7}-7)i$

021 (1) $4i$ (2) $9i$ (3) $-\sqrt{6}$ (4) -6 (5) $-6\sqrt{2}$
(6) $-\sqrt{15}$

022 (1) $2i$ (2) $\frac{i}{2}$ (3) $-2i$ (4) $-\sqrt{6}i$ (5) $\sqrt{3}$ (6) 2

023 (1) $-2\sqrt{6}-\sqrt{3}i$ (2) $-2\sqrt{2}i$ (3) $-9-8i$ (4) $\frac{1}{5}+\frac{3}{5}i$

024 (1) $-a-b$ (2) ab (3) $-a-b$

025 (1) $a-b$ (2) $-ab$ (3) $a-b$

026 ⑤ 027 ① 028 ② 029 ④ 030 ② 031 ④

032 i 033 $-i$

2 이차방정식 63쪽~76쪽

034 (1) $a\neq1$일 때, $x=\frac{2+2a}{a-1}$
$a=1$일 때, 해는 없다.
(2) $a\neq1$일 때, $x=\frac{-a-5}{a-1}$
$a=1$일 때, 해는 없다.
(3) $a\neq\pm1$일 때, $x=\frac{1}{a-1}$
$a=-1$일 때, 해는 무수히 많다.
$a=1$일 때, 해는 없다.

035 (1) $x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=1$ (2) $x=0$
(3) $x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=\frac{5}{2}$ (4) $x=-2$ 또는 $x=-\frac{2}{3}$

036 (1) $x=1$ 또는 $x=4$ (2) $x=-4$ 또는 $x=5$
(3) $x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=2$ (4) $x=-2$ 또는 $x=2$
(5) $x=\frac{3}{2}$ (중근)

037 (1) $x=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$ (실근) (2) $x=\frac{-5\pm\sqrt{17}}{4}$ (실근)
(3) $x=\frac{1\pm\sqrt{7}i}{4}$ (허근) (4) $x=\frac{2\pm\sqrt{5}i}{3}$ (허근)
(5) $x=\frac{-3\pm\sqrt{23}i}{4}$ (허근)

038 (1) $x=-1$ 또는 $x=1$ (2) $x=-2$ 또는 $x=2$
(3) $x=1-\sqrt{2}$ 또는 $x=1$

039 (1) $k=-1$ (2) $k=-2$ (3) $k=-3\sqrt{2}$ (4) $k=1$

040 12 cm

041 5초

042 5 cm

043 5초 후

044 (1) 서로 다른 두 실근 (2) 중근 (3) 서로 다른 두 실근
(4) 서로 다른 두 허근 (5) 서로 다른 두 실근

045 (1) $k<\frac{9}{4}$ (2) $k<4$ (3) $k>2$

046 (1) $k=9$ (2) $k=-6$ 또는 $k=2$ (3) $k=1$

047 (1) $k<-\frac{9}{4}$ (2) $k>\frac{1}{5}$ (3) $k<2$

048 (1) $k\le\frac{1}{4}$ (2) $k\le\frac{13}{4}$ (3) $k\le4$

049 (1) $k=-2$ (2) $k=3$ (3) $-\frac{1}{4}<k<0$ 또는 $k>0$

050 (1) $a=0$, $b=1$ (2) $a=1$, $b=-\frac{1}{4}$ (3) $a=-2$, $b=4$

051 (1) $a=\frac{1}{4}$ (2) $a=3$ (3) $a=-4$ 또는 $a=4$
(4) $a=-4$ 또는 $a=6$

052 (1) $\alpha+\beta=3$, $\alpha\beta=-5$ (2) $\alpha+\beta=2$, $\alpha\beta=-5$
(3) $\alpha+\beta=0$, $\alpha\beta=9$ (4) $\alpha+\beta=\frac{3}{2}$, $\alpha\beta=-3$
(5) $\alpha+\beta=\sqrt{2}$, $\alpha\beta=1$

053 (1) $\frac{2}{5}$ (2) 24 (3) $-\frac{14}{5}$ (4) -70

054 (1) $\frac{23}{3}$ (2) $\frac{19}{3}$ (3) -2 (4) 21

055 (1) 11 (2) -11

056 (1) $a=1$, $b=-4$ (2) $a=-3$, $b=0$

057 (1) $k=-16$ (2) $k=12$ (3) $k=\frac{1}{2}$ 또는 $k=2$
(4) $k=-1$

058 (1) $k=1$ (2) $k=-3$ 또는 $k=7$ (3) $k=-6$ 또는 $k=8$
(4) $k=-1$ 또는 $k=3$

059 (1) $x^2-8x+12=0$ (2) $x^2-2x-24=0$
(3) $x^2-\frac{7}{10}x+\frac{1}{10}=0$ (4) $x^2-2x-1=0$
(5) $x^2-6x+7=0$ (6) $x^2+4=0$

060 (1) $x^2+4x+16=0$ (2) $x^2-2x-8=0$ (3) $x^2+3=0$
(4) $x^2+\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}=0$ (5) $x^2+4x+16=0$
(6) $x^2+x+1=0$

061 (1) $\left(x-\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)\left(x-\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)$
(2) $(x+3-\sqrt{2}i)(x+3+\sqrt{2}i)$
(3) $3(x+\sqrt{3}i)(x-\sqrt{3}i)$
(4) $3\left(x-\frac{1+\sqrt{2}i}{3}\right)\left(x-\frac{1-\sqrt{2}i}{3}\right)$

062 (1) $a=-2$, $b=-1$ (2) $a=4$, $b=-1$

063 (1) $a=-2$, $b=2$ (2) $a=-2$, $b=5$

064 ④ 065 ⑤ 066 ② 067 $\frac{9}{2}$ 068 ⑤ 069 ⑤
070 ⑤ 071 $\frac{1}{3}$ 072 40 073 3 074 $4x^2+8x+3=0$
075 ①

3 이차방정식과 이차함수 80쪽~94쪽

076 (1) 꼭짓점의 좌표 : $(1, -1)$, 축의 방정식 : $x=1$
(2) 꼭짓점의 좌표 : $(2, 8)$, 축의 방정식 : $x=2$
(3) 꼭짓점의 좌표 : $\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$, 축의 방정식 : $x=-\frac{1}{2}$
(4) 꼭짓점의 좌표 : $\left(1, \frac{3}{2}\right)$, 축의 방정식 : $x=1$

077 (1) 풀이 참고 (2) 풀이 참고
(3) 풀이 참고 (4) 풀이 참고

078 (1) $a>0$, $b<0$, $c>0$ (2) $a<0$, $b<0$, $c>0$
(3) $a>0$, $b>0$, $c<0$

079 (1) $a<0$ (2) $b>0$ (3) $c=0$ (4) $a-b+c<0$
(5) $4a+2b+c=0$ (6) $a+2b+4c>0$

080 (1) $y=3x^2+2$ (2) $y=6(x-1)^2-2$
(3) $y=-2(x+1)^2-3$ (4) $y=-\frac{1}{2}(x+1)^2+1$

081 (1) $y=x^2-x-2$ (2) $y=-x^2-4x-4$
(3) $y=x^2-2x-2$ (4) $y=x^2+4x-1$
(5) $y=x^2-3x+2$ (6) $y=-x^2-2x+5$

082 (1) -6, 0 (2) -2, 1 (3) $\frac{1}{2}$ (4) $-\frac{3}{2}$, 1

083 (1) $a=-1$, $b=-12$ (2) $a=-3$, $b=-6$
(3) $a=-1$, $b=-6$ (4) $a=-6$, $b=-8$

084 (1) 서로 다른 두 점에서 만난다. (2) 한 점에서 만난다.
(3) 만나지 않는다.

085 (1) $k>-4$ (2) $k>-\frac{25}{8}$ (3) $k>-\frac{7}{2}$ (4) $k>3$

086 (1) $k=\frac{9}{4}$ (2) $k=-6$ 또는 $k=2$ (3) $k=2$

087 (1) $k<-\frac{25}{12}$ (2) $k<-\frac{2}{3}$ (3) $k>-2$

088 (1) 한 점에서 만난다. (2) 만나지 않는다.
(3) 서로 다른 두 점에서 만난다.

YBM(해)-01단원(001~025)-ok.indd 5 2017-09-18 오후 8:39:25

빠른 정답

089 (1) $k>-\frac{1}{4}$ (2) $k>-1$ (3) $k>-\frac{3}{2}$

090 (1) $k=\frac{15}{4}$ (2) $k=-1$ (3) $k=-7$ 또는 $k=5$

091 (1) $k>-\frac{1}{8}$ (2) $k>2$ (3) $k>-\frac{3}{4}$

092 (1) $k\geq-6$ (2) $k\leq3$ (3) $k\geq-\frac{9}{4}$

093 (1) $a=3$, $b=1$ (2) $a=-3$, $b=6$ (3) $a=-6$, $b=9$

094 (1) $a=-1$, $b=7$ (2) $a=1$, $b=4$

095 (1) 풀이 참고 (2) 풀이 참고
(3) 풀이 참고 (4) 풀이 참고

096 (1) $x=-1$일 때 최솟값은 -1 (2) $x=2$일 때 최댓값은 1
(3) $x=3$일 때 최댓값은 4 (4) $x=1$일 때 최솟값은 3
(5) $x=1$일 때 최댓값은 3

097 (1) $a=-5$ 또는 $a=3$ (2) $a=-8$, $b=19$
(3) $a=2$, $b=14$ (4) $a=4$, $b=7$

098 (1) 최댓값 : 6, 최솟값 : -3 (2) 최댓값 : 5, 최솟값 : -4
(3) 최댓값 : 4, 최솟값 : -5 (4) 최댓값 : 2, 최솟값 : -6
(5) 최댓값 : 13, 최솟값 : -8

099 (1) 4 (2) 8 (3) 2 (4) -1

100 (1) 3 (2) -1

101 (1) -4 (2) -2

102 (1) 최댓값 : 38, 최솟값 : 2 (2) 최댓값 : 3, 최솟값 : -6
(3) 최댓값 : 20, 최솟값 : -4
(4) 최댓값 : 4, 최솟값 : -5

103 400 m^2

104 288 m^2

105 -4

106 10

107 45 m

108 ⑤ 109 ① 110 ⑤ 111 ① 112 ③ 113 ①
114 ③ 115 ② 116 ⑤ 117 ② 118 ⑤

4 여러 가지 방정식 98쪽~115쪽

119 (1) $x=1$ 또는 $x=\frac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}$
(2) $x=-2$ 또는 $x=1\pm\sqrt{3}i$
(3) $x=3$ 또는 $x=\frac{-3\pm3\sqrt{3}i}{2}$
(4) $x=-4$ 또는 $x=0$ 또는 $x=4$
(5) $x=-1$ 또는 $x=0$ 또는 $x=2$

120 (1) $x=1$ 또는 $x=2\pm\sqrt{2}$ (2) $x=-1$ 또는 $x=\pm\sqrt{5}$
(3) $x=-1$ 또는 $x=1$ 또는 $x=2$
(4) $x=1$ 또는 $x=\frac{-3\pm\sqrt{17}}{2}$ (5) $x=2$ 또는 $x=1\pm i$
(6) $x=1$ 또는 $x=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}i$ (7) $x=2$ 또는 $x=-2\pm2i$

121 (1) $x=-2$ 또는 $x=4$ (2) $x=-1\pm\sqrt{3}i$
(3) $x=-3$ 또는 $x=1$

122 (1) $x=\pm2i$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=2$
(2) $x=0$ (중근) 또는 $x=-2$ 또는 $x=1$
(3) $x=\pm1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=-3$
(4) $x=-1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=\pm i$
(5) $x=1$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=\pm\sqrt{2}i$
(6) $x=\pm1$ 또는 $x=1\pm\sqrt{3}i$

123 (1) $x=2$ (중근) 또는 $x=-1$ 또는 $x=5$
(2) $x=-1$ 또는 $x=1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=4$
(3) $x=-1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=3$

124 (1) $x=-4$ 또는 $x=-1$ 또는 $x=\frac{-5\pm\sqrt{17}}{2}$
(2) $x=-6$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=-4\pm\sqrt{6}$

125 (1) $x=\pm1$ 또는 $x=\pm2$ (2) $x=\pm i$ 또는 $x=\pm3$
(3) $x=\pm i$ 또는 $x=\pm2$ (4) $x=\pm\sqrt{2}i$ 또는 $x=\pm\sqrt{5}$

126 (1) $x=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$ 또는 $x=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$
(2) $x=\frac{-1\pm\sqrt{15}i}{2}$ 또는 $x=\frac{1\pm\sqrt{15}i}{2}$
(3) $x=\frac{-3\pm\sqrt{17}}{2}$ 또는 $x=\frac{3\pm\sqrt{17}}{2}$
(4) $x=-1\pm\sqrt{2}$ 또는 $x=1\pm\sqrt{2}$

127 (1) $\alpha+\beta+\gamma=3$, $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=4$, $\alpha\beta\gamma=-2$
(2) $\alpha+\beta+\gamma=-2$, $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=3$, $\alpha\beta\gamma=5$
(3) $\alpha+\beta+\gamma=-\frac{3}{2}$, $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=-6$, $\alpha\beta\gamma=\frac{5}{2}$
(4) $\alpha+\beta+\gamma=0$, $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=2$, $\alpha\beta\gamma=\frac{3}{2}$

128 (1) 3 (2) 2 (3) -6 (4) $-\frac{1}{3}$ (5) $-\frac{1}{2}$ (6) 5
(7) -9

129 (1) $x^3-5x^2+2x+8=0$ (2) $x^3+x^2-14x-24=0$
(3) $x^3+3x^2-4x=0$ (4) $x^3-5x^2+3x+1=0$

130 (1) $x^3+4x^2+2x-4=0$ (2) $x^3-7x^2+13x-3=0$
(3) $x^3+\frac{1}{2}x^2-x+\frac{1}{4}=0$ (4) $x^3-2x^2-16x-16=0$

131 (1) $a=0$, $b=-6$ (2) $a=-5$, $b=-2$
(3) $a=1$, $b=-7$

132 (1) $a=-1$, $b=0$ (2) $a=-4$, $b=6$
(3) $a=-\frac{22}{5}$, $b=\frac{33}{5}$

133 (1) 1 (2) -1 (3) 0 (4) -1 (5) 1

134 (1) -1 (2) 0 (3) 0 (4) 0 (5) 1

135 (1) $x=2$, $y=-1$ (2) $x=-2$, $y=4$ (3) $x=1$, $y=2$

136 (1) $x=5$, $y=2$ (2) $x=-1$, $y=-1$ (3) $x=-2$, $y=3$

137 (1) $\begin{cases}x=-1\\y=-3\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=3\\y=1\end{cases}$ (2) $\begin{cases}x=0\\y=5\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=4\\y=-3\end{cases}$
(3) $\begin{cases}x=-1\\y=-3\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=5\\y=9\end{cases}$ (4) $\begin{cases}x=-1\\y=5\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=5\\y=-1\end{cases}$
(5) $x=-1$, $y=-1$ (6) $\begin{cases}x=-5\\y=-7\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=3\\y=1\end{cases}$
(7) $\begin{cases}x=-9\\y=-5\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=5\\y=2\end{cases}$

138 (1) $\begin{cases}x=1\\y=-1\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=-1\\y=1\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=\sqrt{2}\\y=\sqrt{2}\end{cases}$
또는 $\begin{cases}x=-\sqrt{2}\\y=-\sqrt{2}\end{cases}$
(2) $\begin{cases}x=\sqrt{3}\\y=-\sqrt{3}\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=-\sqrt{3}\\y=\sqrt{3}\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}$
또는 $\begin{cases}x=-1\\y=-1\end{cases}$
(3) $\begin{cases}x=2\sqrt{3}\\y=\sqrt{3}\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=-2\sqrt{3}\\y=-\sqrt{3}\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=3\\y=1\end{cases}$
또는 $\begin{cases}x=-3\\y=-1\end{cases}$
(4) $\begin{cases}x=-\sqrt{3}\\y=\sqrt{3}\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=\sqrt{3}\\y=-\sqrt{3}\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$
또는 $\begin{cases}x=-2\\y=-1\end{cases}$
(5) $\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=-1\\y=-1\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=2\\y=4\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=-2\\y=-4\end{cases}$
(6) $\begin{cases}x=\frac{2\sqrt{7}}{7}\\y=-\frac{4\sqrt{7}}{7}\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=-\frac{2\sqrt{7}}{7}\\y=\frac{4\sqrt{7}}{7}\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=2\\y=2\end{cases}$
또는 $\begin{cases}x=-2\\y=-2\end{cases}$

139 (1) $\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=-2\\y=-1\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=i\\y=3i\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=-i\\y=-3i\end{cases}$
(2) $\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=-2\\y=-1\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=1\\y=3\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=-1\\y=-3\end{cases}$

140 (1) $\begin{cases}x=-1\\y=0\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=\frac{1}{2}\\y=\frac{3}{2}\end{cases}$ (2) $\begin{cases}x=-2\\y=-1\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$
(3) $\begin{cases}x=1\\y=0\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=2\\y=-1\end{cases}$

141 (1) $\begin{cases}x=1\\y=5\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=5\\y=1\end{cases}$ (2) $\begin{cases}x=-2\\y=4\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=4\\y=-2\end{cases}$
(3) $\begin{cases}x=-6\\y=1\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=1\\y=-6\end{cases}$

142 (1) $\begin{cases}x=1\\y=3\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=3\\y=1\end{cases}$
(2) $\begin{cases}x=4\\y=5\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=5\\y=4\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=-5\\y=-4\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=-4\\y=-5\end{cases}$

143 (1) $x=2$ (2) $x=-3$ (3) $x=3$

144 9 cm, 12 cm

145 48 cm^2

146 38 또는 83

147 12 cm

148 (1) $\begin{cases}x=-5\\y=0\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=-3\\y=-1\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=-2\\y=-3\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=0\\y=5\end{cases}$
또는 $\begin{cases}x=1\\y=3\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=3\\y=2\end{cases}$
(2) $\begin{cases}x=-2\\y=1\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=0\\y=-1\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=2\\y=5\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=4\\y=3\end{cases}$

149 (1) $x=2$, $y=3$ (2) $x=-1$, $y=2$ (3) $x=3$, $y=2$

150 ④ **151** 2 **152** 14 **153** ② **154** -2 **155** 14
156 ⑤ **157** ④ **158** ② **159** ③ **160** ② **161** ③

5 연립일차부등식

117쪽~123쪽

162 (1) $>$ (2) $\le$ (3) $<$ (4) $\le$ (5) $\ge$ (6) $<$

163 (1) $x\le-5$ (2) $x\ge2$ (3) $x\le10$ (4) $x\ge6$

164 (1) (i) $a>2$일 때, $x>-\frac{3}{a-2}$
(ii) $a<2$일 때, $x<-\frac{3}{a-2}$
(iii) $a=2$일 때, 해는 모든 실수이다.
(2) (i) $a>-1$일 때, $x<\frac{a-1}{a+1}$
(ii) $a<-1$일 때, $x>\frac{a-1}{a+1}$
(iii) $a=-1$일 때, 해는 없다.
(3) (i) $a>1$일 때, $x>2$
(ii) $a<1$일 때, $x<2$
(iii) $a=1$일 때, 해는 없다.
(4) (i) $a>1$일 때, $x>a$
(ii) $a<1$일 때, $x<a$
(iii) $a=1$일 때, 해는 없다.

빠른 정답

165 (1) $-3<x\le 3$ (2) $-3\le x<2$ (3) $x\ge 4$
166 (1) $x<-2$ (2) $x>-6$ (3) $x<1$
167 (1) $3\le x<5$ (2) $-5\le x<-3$ (3) $x\ge 1$
168 (1) $a=3$, $b=8$ (2) $a=1$, $b=7$ (3) $a=16$, $b=2$
169 (1) 해는 없다. (2) $x=2$ (3) $x=1$
170 (1) $a<-\frac{10}{3}$ (2) $a<2$ (3) $a>1$
171 (1) $a\le 9$ (2) $a\ge 1$ (3) $a>-1$
172 (1) $-3\le x\le 7$ (2) $x<-2$ 또는 $x>8$ (3) $-4<x<-1$
173 (1) $x<\frac{2}{3}$ (2) $-\frac{4}{3}\le x\le 8$
174 (1) $x\le -1$ (2) $-\frac{7}{3}\le x\le 3$ (3) $-\frac{2}{5}<x<14$
175 ㄴ **176** 6 **177** -48 **178** ② **179** ① **180** ⑤

190 (1) $a=-2$, $b=-12$ (2) $a=-2$, $b=5$
(3) $a=1$, $b=-6$
191 (1) $0<k<4$ (2) $k\ge 1$ (3) $0<k<3$ (4) $-2\le k\le 2$
192 (1) $-3<k\le 0$ (2) $-1\le k<4$ (3) $1\le k<3$
193 (1) $x\le -2$ (2) $-5<x\le -3$ 또는 $\frac{1}{2}\le x<9$
(3) $-\frac{1}{3}\le x<2$ (4) $0<x<2$ (5) $-1<x\le 4$
(6) $4<x<6$ (7) $-3<x\le -1$ 또는 $\frac{3}{2}\le x<5$
194 (1) $-3\le x<-2$ 또는 $1<x\le 2$ (2) $4<x<5$
(3) $x\le -1$ 또는 $4\le x<5$
195 (1) $k\le -1$ (2) $k\ge 2$ (3) $k\le -1$
196 (1) $-\frac{3}{2}<k\le 0$ (2) $-2<k<2$
197 ② **198** $x<-2$ 또는 $x>6$ **199** 3개
200 6 **201** $-6\le a\le -2$ **202** -10

6 이차부등식과 연립이차부등식 126쪽~134쪽

181 (1) 풀이 참고, $-1<x<3$
(2) 풀이 참고, $x\le -2$ 또는 $x\ge 1$
182 (1) $x\le -4$ 또는 $x\ge 2$ (2) $-4<x<2$
183 (1) $x<1$ 또는 $x>5$ (2) $3\le x\le 7$
184 (1) ① $1<x<4$ ② $x<1$ 또는 $x>4$
(2) ① $x\le -1$ 또는 $x\ge 2$ ② $-1\le x\le 2$
185 (1) ① $x<-1$ 또는 $x>4$ ② $-1\le x\le 4$
(2) ① $x\le 0$ 또는 $x\ge 3$ ② $0<x<3$
186 (1) $-6\le x\le 2$ (2) $x<2$ 또는 $x>3$ (3) $\frac{1}{2}<x<3$
(4) $x\le -\frac{1}{3}$ 또는 $x\ge 1$ (5) $-6<x<3$
(6) $x<-\sqrt{7}$ 또는 $x>\sqrt{7}$
187 (1) $x\ne 1$인 모든 실수 (2) 해는 없다. (3) 모든 실수
(4) $x=\sqrt{3}$ (5) 해는 없다. (6) $x\ne\frac{1}{2}$인 모든 실수
188 (1) 모든 실수 (2) 해는 없다. (3) 모든 실수
(4) 해는 없다. (5) 모든 실수 (6) 해는 없다.
189 (1) $x^2-7x+10<0$ (2) $x^2-4x-5<0$
(3) $x^2+x-6\le 0$ (4) $x^2-6x+8>0$
(5) $x^2+5x+4>0$ (6) $x^2+2x-15\ge 0$
(7) $x^2-x-6>0$

Ⅲ 도형의 방정식

1 평면좌표 137쪽~150쪽

001 (1) 5 (2) 3 (3) $\sqrt{2}$ (4) $5\sqrt{2}$
002 (1) -1 또는 5 (2) 2 또는 6 (3) -11 또는 -1
003 (1) $\sqrt{10}$ (2) $\sqrt{29}$ (3) $\sqrt{41}$ (4) 5 (5) $\sqrt{5}$
004 (1) $\sqrt{10}$ (2) 5 (3) 4 (4) $3\sqrt{2}$ (5) 5 (6) $\sqrt{5}$
005 (1) 6 (2) 3 (3) 3 또는 7 (4) 3
006 (1) $\mathrm{P}(5, 0)$ (2) $\mathrm{P}(-2, 0)$ (3) $\mathrm{P}(3, 0)$
(4) $\mathrm{P}\left(\frac{3}{2}, 0\right)$
007 (1) $\mathrm{P}(0, 3)$ (2) $\mathrm{P}(0, 2)$ (3) $\mathrm{P}(0, -1)$ (4) $\mathrm{P}(0, 1)$
008 (1) $\mathrm{P}(1, 1)$ (2) $\mathrm{P}(-1, 0)$ (3) $\mathrm{P}(2, 1)$
(4) $\mathrm{P}(-3, 5)$
009 (1) ① $3\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{26}$ ④ $\angle\mathrm{B}=90^\circ$인 직각삼각형
(2) ① $2\sqrt{5}$ ② $5\sqrt{2}$ ③ $5\sqrt{2}$
④ $\overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{CA}}$인 이등변삼각형
010 (1) 1 (2) 6
011 (1) 8 (2) 3

012 (1) $2\sqrt{5}$ (2) $\sqrt{29}$ (3) $5\sqrt{2}$

013 (1) $\sqrt{61}$ (2) $4\sqrt{2}$ (3) $3\sqrt{5}$ (4) 5

014 (1) 최솟값 : 26, 점 P의 좌표 : (1, 3)

(2) 최솟값 : 29, 점 P의 좌표 : $\left(\frac{1}{2}, \frac{7}{2}\right)$

015 (1) 1 (2) 2 (3) 2 (4) 3 (5) 3

016 (1) $\mathrm{P}\left(\frac{17}{3}\right)$ (2) P(5) (3) P(0) (4) P(3) (5) P(4)

017 (1) $\mathrm{P}\left(4, \frac{5}{3}\right)$ (2) P(2, -4) (3) $\mathrm{P}\left(\frac{2}{3}, \frac{7}{3}\right)$

(4) $\mathrm{P}\left(\frac{16}{5}, \frac{13}{5}\right)$ (5) $\mathrm{P}\left(\frac{3}{7}, \frac{10}{7}\right)$

018 (1) M(4) (2) $\mathrm{M}\left(-\frac{3}{2}\right)$ (3) M(2)

019 (1) $\mathrm{M}\left(\frac{3}{2}, \frac{9}{2}\right)$ (2) $\mathrm{M}\left(\frac{7}{2}, -\frac{3}{2}\right)$ (3) M(3, 3)

020 (1) 3 (2) 5 (3) 4 (4) 5 (5) 2

021 (1) Q(7) (2) Q(8) (3) Q(-8) (4) Q(16)

(5) Q(15)

022 (1) Q(-7, 6) (2) Q(-8, 13) (3) Q(7, -4)

(4) Q(1, -14) (5) Q(17, -14)

023 $\left(\frac{1}{2}, -4\right)$

024 $4\sqrt{5}$

025 $\left(-\frac{8}{3}, \frac{5}{3}\right)$

026 (1) $0<t<\frac{2}{3}$ (2) $\frac{1}{4}<t<\frac{1}{2}$

027 (1) $\frac{5}{6}$ (2) $\frac{2}{5}$ (3) $\frac{1}{2}$

028 (1) $\frac{3}{4}$ (2) $\frac{4}{9}$ (3) $\frac{6}{13}$

029 (1) G(2, 1) (2) G(1, 2) (3) G(1, 2)

(4) $\mathrm{G}\left(4, -\frac{5}{3}\right)$ (5) G(2, -2) (6) G(5, 5)

030 (1) $a=6$, $b=-8$ (2) $a=5$, $b=-2$

(3) $a=-8$, $b=3$ (4) $a=8$, $b=5$

031 (1) $a=4$, $b=1$ (2) $a=7$, $b=5$ (3) $a=-1$, $b=4$

(4) $a=1$, $b=3$

032 (1) $a=5$, $b=-1$ (2) $a=4$, $b=3$ (3) $a=9$, $b=-1$

(4) $a=0$, $b=4$ 또는 $a=4$, $b=8$

033 4 034 ④ 035 ① 036 39 037 ① 038 $\frac{5}{3}$

039 (2, -1)

2 직선의 방정식

153쪽~164쪽

040 (1) $y=2x-1$ (2) $y=2x+4$ (3) $y=2x+6$

(4) $y=-x+5$ (5) $y=x-5$

041 (1) $y=-2x+3$ (2) $y=-2x+8$ (3) $y=-x-1$

(4) $y=2x-7$

042 (1) $x=-3$ (2) $x=1$ (3) $x=5$ (4) $y=1$ (5) $y=-4$

043 (1) $y=\frac{1}{2}x-1$ (2) $y=2x-6$ (3) $y=2x+4$

(4) $y=-4x-4$

044 (1) 5 (2) 6 (3) -3 또는 3

045 (1) $y=-3x+1$ (2) $y=2x-3$

046 (1) 제1, 2, 3사분면 (2) 제1, 3, 4사분면

(3) 제2, 3, 4사분면

047 (1) 풀이 참고 (2) 풀이 참고

(3) 풀이 참고 (4) 풀이 참고

048 (1) 2 (2) 0 (3) 4 (4) 2

049 (1) $y=2x-1$ (2) $y=-3x-5$ (3) $y=\frac{4}{5}x-\frac{13}{5}$

(4) $y=2x-7$

050 (1) $-\frac{1}{2}$ (2) $\frac{2}{5}$ (3) -2 (4) 3

051 (1) $y=-\frac{1}{3}x+\frac{7}{3}$ (2) $y=-2x-1$ (3) $y=2x+4$

(4) $y=-3x+1$

052 (1) ① -3 ② 2 ③ $-\frac{3}{5}$

(2) ① -1 ② 3 ③ 0 또는 -2

053 (1) $y=x-3$ (2) $y=x-1$ (3) $y=-\frac{1}{2}x+2$

054 (1) (2, -4) (2) (3, 6) (3) (-4, -3)

055 (1) $x-y+1=0$ (2) $x-2y+3=0$ (3) $4x-7y-5=0$

056 (1) $\sqrt{2}$ (2) $\sqrt{13}$ (3) 3 (4) $\frac{9\sqrt{5}}{5}$ (5) $\sqrt{10}$

057 (1) $3x+4y+4=0$ 또는 $3x+4y-16=0$

(2) $2x-y+5=0$ 또는 $2x-y-5=0$

(3) $3x-4y+20=0$ 또는 $3x-4y-20=0$

058 (1) $2\sqrt{5}$ (2) $\sqrt{13}$ (3) 1

059 (1) $k=8$, $d=2$ (2) $k=-2$, $d=\sqrt{5}$ (3) $k=4$, $d=\sqrt{5}$

(4) $k=6$, $d=2$

060 (1) $3x-y+2=0$ (2) $x+y-5=0$

061 (1) $x-y+2=0$ 또는 $x+y=0$

(2) $2x+2y+1=0$ 또는 $6x-6y-5=0$

062 (1) $x-3y+4=0$ 또는 $3x+y=0$

빠른 정답

(2) $x-5y+5=0$ 또는 $5x+y+3=0$

(3) $x-3y+3=0$ 또는 $3x+y-7=0$

063 ④ 064 -1 065 제1, 2, 3사분면 066 ②

067 ④ 068 ④ 069 -2

3 원의 방정식 167쪽~180쪽

070 (1) C$(0, 0)$, $r=3$ (2) C$(1, 0)$, $r=1$

(3) C$(0, 1)$, $r=\sqrt{3}$ (4) C$(2, -1)$, $r=\sqrt{2}$

(5) C$(-3, -2)$, $r=4$ (6) C$(-4, 1)$, $r=2\sqrt{3}$

071 (1) $x^2+y^2=4$ (2) $(x-1)^2+(y-1)^2=4$

(3) $(x-3)^2+(y+2)^2=25$ (4) $(x-2)^2+(y-3)^2=2$

(5) $(x-2)^2+(y+1)^2=9$ (6) $(x+1)^2+(y+5)^2=1$

072 (1) $(x+2)^2+(y-3)^2=13$ (2) $(x-1)^2+(y-3)^2=5$

(3) $(x-2)^2+(y-5)^2=25$ (4) $(x+1)^2+(y+2)^2=18$

073 (1) $(x-2)^2+(y+1)^2=10$ (2) $(x-3)^2+(y-5)^2=8$

(3) $(x-1)^2+y^2=5$ (4) $(x+1)^2+(y+2)^2=25$

074 (1) C$(1, -3)$, $r=2$ (2) C$(1, -4)$, $r=4$

(3) C$(2, -1)$, $r=3$ (4) C$\left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$, $r=2$

075 (1) $k<3$ (2) $k<4$ (3) $k>-10$

(4) $k<-2\sqrt{3}$ 또는 $k>2\sqrt{3}$

076 (1) $x^2+y^2-4x-2y=0$ (2) $x^2+y^2-4x-6y=0$

(3) $x^2+y^2-x-3y=0$

077 (1) $(x-1)^2+(y+3)^2=9$ (2) $(x-3)^2+(y-4)^2=16$

(3) $(x+5)^2+(y-1)^2=1$

078 (1) $(x+1)^2+(y-2)^2=4$ (2) $(x-2)^2+(y+1)^2=1$

079 (1) $(x-2)^2+y^2=4$ (2) $(x+4)^2+(y+2)^2=16$

(3) $(x+3)^2+(y-4)^2=9$

080 (1) $(x+3)^2+(y-1)^2=9$ (2) $(x-1)^2+(y+4)^2=1$

081 (1) $(x-2)^2+(y-2)^2=4$ (2) $(x+3)^2+(y-3)^2=9$

(3) $(x+4)^2+(y+4)^2=16$ (4) $(x-1)^2+(y+1)^2=1$

082 (1) $a=3$, $b=11$ (2) $a=2$, $b=8$ (3) $a=1$, $b=8$

083 (1) $4\sqrt{2}$ (2) $8\sqrt{2}$

084 (1) $x-y=0$ (2) $2x-y+4=0$ (3) $4x+y+1=0$

085 (1) -1 (2) $-\frac{2}{5}$

086 (1) $x^2+y^2+4x-8y+4=0$ (2) $x^2+y^2-x+3y-4=0$

(3) $x^2+y^2-x-y=0$

087 (1) 만나지 않는다. (2) 서로 다른 두 점에서 만난다.

(3) 한 점에서 만난다.

088 (1) ① $-3\sqrt{2}<k<3\sqrt{2}$ ② $k=\pm3\sqrt{2}$

③ $k<-3\sqrt{2}$ 또는 $k>3\sqrt{2}$

(2) ① $-4<k<4$ ② $k=\pm4$ ③ $k<-4$ 또는 $k>4$

089 (1) 만나지 않는다. (2) 서로 다른 두 점에서 만난다.

(3) 한 점에서 만난다.

090 (1) ① $-5<k<5$ ② $k=\pm5$ ③ $k<-5$ 또는 $k>5$

(2) ① $k<-\sqrt{3}$ 또는 $k>\sqrt{3}$ ② $k=\pm\sqrt{3}$ ③ $-\sqrt{3}<k<\sqrt{3}$

091 (1) 8 (2) $3\sqrt{10}$

092 (1) 4 (2) 5 (3) 5

093 (1) 최댓값 : 9, 최솟값 : 1

(2) 최댓값 : $\sqrt{2}+1$, 최솟값 : $\sqrt{2}-1$

094 (1) $y=3x\pm2\sqrt{10}$ (2) $y=2x\pm\sqrt{5}$ (3) $y=-2x\pm4\sqrt{5}$

(4) $y=x\pm3\sqrt{2}$ (5) $y=\sqrt{5}x\pm6$

095 (1) $y=x-1$ 또는 $y=x-5$ (2) $y=2x\pm2\sqrt{5}$

(3) $y=-3x\pm4\sqrt{10}$

096 (1) $x-y-2=0$ (2) $3x+2y-13=0$

(3) $x+3y+10=0$ (4) $3x-4y-25=0$

(5) $3x-y-10=0$

097 (1) $y=x+4$ (2) $y=-x-1$ (3) $y=\frac{1}{3}x-\frac{8}{3}$

098 (1) $x+y+2=0$ 또는 $7x-y-10=0$

(2) $y+1=0$ 또는 $3x+4y-5=0$

(3) $3x+4y+25=0$ 또는 $4x-3y-25=0$

(4) $y-2=0$ 또는 $3x-4y+5=0$

099 ② 100 $3+\sqrt{5}$ 101 ③ 102 ④ 103 ②

104 $-\frac{6}{5}$

4 도형의 이동 182쪽~190쪽

105 (1) $(4, 1)$ (2) $(2, -7)$ (3) $(-1, 0)$ (4) $(0, -5)$

106 (1) $(7, 4)$ (2) $(2, 7)$ (3) $(8, 0)$ (4) $(1, -1)$

107 (1) $(2, 3)$ (2) $(8, -6)$ (3) $(5, 0)$ (4) $(-3, 2)$

108 (1) $x+2y-8=0$ (2) $3x-2y+10=0$
(3) $5x+y+4=0$ (4) $4x-2y+11=0$

109 (1) $x-y-3=0$ (2) $x+3y+1=0$ (3) $2x-3y-9=0$
(4) $y=4x-10$

110 (1) $x-2y+2=0$ (2) $2x+3y-15=0$
(3) $3x-y-11=0$ (4) $4x+y-16=0$

111 (1) $y=x^2+4x+2$ (2) $x^2+y^2=11$
(3) $(x+1)^2+(y-1)^2=4$

112 (1) $y=x^2-4x-4$ (2) $(x-6)^2+(y+2)^2=6$
(3) $(x-5)^2+(y+5)^2=9$

113 (1) ① x축 : $(-1, -3)$ ② y축 : $(1, 3)$
③ 원점 : $(1, -3)$ ④ 직선 $y=x$: $(3, -1)$
⑤ 직선 $y=-x$: $(-3, 1)$
(2) ① x축 : $(-2, 5)$ ② y축 : $(2, -5)$
③ 원점 : $(2, 5)$ ④ 직선 $y=x$: $(-5, -2)$
⑤ 직선 $y=-x$: $(5, 2)$

114 (1) $(-1, 5)$ (2) $(3, 2)$

115 (1) $2\sqrt{5}$ (2) $5\sqrt{2}$ (3) 2 (4) $5\sqrt{2}$

116 (1) ① $4x-y-1=0$ ② $4x-y+1=0$
③ $4x+y+1=0$ ④ $x+4y-1=0$
⑤ $x+4y+1=0$
(2) ① $3x-5y-1=0$ ② $3x-5y+1=0$
③ $3x+5y+1=0$ ④ $5x+3y-1=0$
⑤ $5x+3y+1=0$

117 (1) ① $(x-3)^2+(y-1)^2=9$
② $(x+3)^2+(y+1)^2=9$
③ $(x+3)^2+(y-1)^2=9$
④ $(x+1)^2+(y-3)^2=9$
⑤ $(x-1)^2+(y+3)^2=9$
(2) ① $(x-2)^2+(y-5)^2=6$
② $(x+2)^2+(y+5)^2=6$
③ $(x+2)^2+(y-5)^2=6$
④ $(x+5)^2+(y-2)^2=6$
⑤ $(x-5)^2+(y+2)^2=6$
(3) ① $y=-x^2+2x-3$ ② $y=x^2+2x+3$
③ $y=-x^2-2x-3$ ④ $x=y^2-2y+3$
⑤ $x=-y^2-2y-3$

118 (1) $x+2y-5=0$ (2) $(x+1)^2+(y+3)^2=1$
(3) $(x+1)^2+(y-2)^2=6$

119 (1) $x-3y-5=0$ (2) $(x-4)^2+(y+4)^2=4$

120 (1) Q$(-4, 4)$ (2) Q$(0, 1)$ (3) Q$(6, 2)$

121 (1) Q$(-1, 8)$ (2) Q$(-1, 4)$

122 (1) $(x-4)^2+(y-2)^2=5$ (2) $(x+2)^2+(y-3)^2=4$

123 (1) $4\sqrt{5}$ (2) $2\sqrt{13}$ (3) $\sqrt{34}$

124 (1) $3\sqrt{5}$ (2) $\sqrt{29}$ (3) $\sqrt{73}$

125 ② **126** ① **127** ② **128** -6 **129** ① **130** ⑤

Ⅰ 다항식

1 다항식의 연산

8쪽~23쪽

001 답 (1) x^2+2x-1 (2) $2x^3+x^2-3x+2$
(3) $-x^3+2x^2+xy+y$

002 답 (1) $-1+2x+x^2$ (2) $2-3x+x^2+2x^3$
(3) $y+xy+2x^2-x^3$

003 답 (1) $x+y$ (2) $-a+3c$ (3) $c-10$

(1) $x-y-\{x-(2y+x)\}=x-y-(-2y)$
$=x-y+2y=x+y$

(2) $a-b-\{a-3c+(a-b)\}=a-b-(2a-b-3c)$
$=a-b-2a+b+3c=-a+3c$

(3) $a-\{8-b-2c+(a+b+c)+2\}$
$=a-(8-b-2c+a+b+c+2)$
$=a-(a-c+10)$
$=c-10$

004 답 (1) $3x^2+2x+2$ (2) $3x^2+4x+11$ (3) $-2x^3+x^2-5$
(4) $6x^3-5x^2+x-3$

(1) $(x^2-x+3)+(2x^2+3x-1)$
$=(x^2+2x^2)+(-x+3x)+(3-1)=3x^2+2x+2$

(2) $(-x^2-x+10)+(4x^2+5x+1)$
$=(-x^2+4x^2)+(-x+5x)+(10+1)=3x^2+4x+11$

(3) $(-x^3+2x^2-3)+(-x^3-x^2-2)$
$=(-x^3-x^3)+(2x^2-x^2)+(-3-2)$
$=-2x^3+x^2-5$

(4) $(x^3-x^2-1)+(5x^3-4x^2+x-2)$
$=(x^3+5x^3)+(-x^2-4x^2)+x+(-1-2)$
$=6x^3-5x^2+x-3$

005 답 (1) $-x^2-4x+4$ (2) $5x^2+4x+4$ (3) $x^2+2xy-4y^2$
(4) $-5x^3+x^2-2x-7$

(1) $(x^2-x+5)-(2x^2+3x+1)$
$=x^2-x+5-2x^2-3x-1$
$=(x^2-2x^2)+(-x-3x)+(5-1)=-x^2-4x+4$

(2) $(10x^2+x+3)-(5x^2-3x-1)$
$=10x^2+x+3-5x^2+3x+1$
$=(10x^2-5x^2)+(x+3x)+(3+1)=5x^2+4x+4$

(3) $(2x^2+xy-5y^2)-(x^2-xy-y^2)$
$=2x^2+xy-5y^2-x^2+xy+y^2$
$=(2x^2-x^2)+(xy+xy)+(-5y^2+y^2)=x^2+2xy-4y^2$

(4) $(-x^3+3x^2-x-5)-(4x^3+2x^2+x+2)$
$=-x^3+3x^2-x-5-4x^3-2x^2-x-2$
$=(-x^3-4x^3)+(3x^2-2x^2)+(-x-x)+(-5-2)$
$=-5x^3+x^2-2x-7$

006 답 (1) $3x^2-2x+2$ (2) x^2-6x+4 (3) $5x^2-6x+5$
(4) $-x^2-10x+6$ (5) $5x^2-14x+10$

(1) $A+B=(2x^2-4x+3)+(x^2+2x-1)$
$=(2x^2+x^2)+(-4x+2x)+(3-1)$
$=3x^2-2x+2$

(2) $A-B=(2x^2-4x+3)-(x^2+2x-1)$
$=(2x^2-x^2)+(-4x-2x)+(3+1)$
$=x^2-6x+4$

(3) $2A+B=2(2x^2-4x+3)+(x^2+2x-1)$
$=(4x^2+x^2)+(-8x+2x)+(6-1)$
$=5x^2-6x+5$

(4) $A-3B=(2x^2-4x+3)-3(x^2+2x-1)$
$=(2x^2-3x^2)+(-4x-6x)+(3+3)$
$=-x^2-10x+6$

(5) $2A-(-A+B)=2A+A-B=3A-B$
$=3(2x^2-4x+3)-(x^2+2x-1)$
$=(6x^2-x^2)+(-12x-2x)+(9+1)$
$=5x^2-14x+10$

007 답 (1) $3x^2+3xy-2y^2$ (2) $-x^2+xy-4y^2$
(3) $5x^2+4xy-y^2$ (4) $3xy-7y^2$ (5) $-4x^2+xy-9y^2$

(1) $A+B=(x^2+2xy-3y^2)+(2x^2+xy+y^2)$
$=(x^2+2x^2)+(2xy+xy)+(-3y^2+y^2)$
$=3x^2+3xy-2y^2$

(2) $A-B=(x^2+2xy-3y^2)-(2x^2+xy+y^2)$
$=(x^2-2x^2)+(2xy-xy)+(-3y^2-y^2)$
$=-x^2+xy-4y^2$

(3) $A+2B=(x^2+2xy-3y^2)+2(2x^2+xy+y^2)$
$=(x^2+4x^2)+(2xy+2xy)+(-3y^2+2y^2)$
$=5x^2+4xy-y^2$

(4) $2A-B=2(x^2+2xy-3y^2)-(2x^2+xy+y^2)$
$=(2x^2-2x^2)+(4xy-xy)+(-6y^2-y^2)$
$=3xy-7y^2$

(5) $-A-3(B-A)=-A-3B+3A=2A-3B$
$=2(x^2+2xy-3y^2)-3(2x^2+xy+y^2)$
$=(2x^2-6x^2)+(4xy-3xy)+(-6y^2-3y^2)$
$=-4x^2+xy-9y^2$

008 답 (1) $-x^3+7x^2-9x-15$ (2) $5x^3-3x^2+5x-5$
(3) $-8x^3+4x^2-7x+10$ (4) $-6x^3+2x^2-4x+10$
(5) x^3-3x^2+4x+5

(1) $A+2(A-B)=A+2A-2B=3A-2B$
$=3(x^3+x^2-x-5)-2(2x^3-2x^2+3x)$
$=(3x^3-4x^3)+(3x^2+4x^2)+(-3x-6x)-15$
$=-x^3+7x^2-9x-15$

(2) $3A+2(B-A)=3A+2B-2A=A+2B$
$=(x^3+x^2-x-5)+2(2x^3-2x^2+3x)$
$=(x^3+4x^3)+(x^2-4x^2)+(-x+6x)-5$
$=5x^3-3x^2+5x-5$

(3) $B-(2A+4B)=B-2A-4B=-2A-3B$
$=-2(x^3+x^2-x-5)-3(2x^3-2x^2+3x)$
$=(-2x^3-6x^3)+(-2x^2+6x^2)$
$+(2x-9x)+10$
$=-8x^3+4x^2-7x+10$

(4) $-A-(2B+A)=-A-2B-A=-2A-2B$
$=-2(x^3+x^2-x-5)-2(2x^3-2x^2+3x)$
$=(-2x^3-4x^3)+(-2x^2+4x^2)$
$+(2x-6x)+10$
$=-6x^3+2x^2-4x+10$

(5) $A+2B-(2A+B)=A+2B-2A-B=-A+B$
$=-(x^3+x^2-x-5)+(2x^3-2x^2+3x)$
$=(-x^3+2x^3)+(-x^2-2x^2)$
$+(x+3x)+5$
$=x^3-3x^2+4x+5$

009 답 (1) $4x^3-3x^2-2x-2$ (2) $3x^2+6x-2$
(3) $-10x^2-10x+8$ (4) $-3x^3+9x^2-5$
(5) $3x^3-x^2-4x-3$

(1) $A+B+C$
$=(x^3-2x^2+2x+1)+(2x^3-3x^2-4x)+(x^3+2x^2-3)$
$=(x^3+2x^3+x^3)+(-2x^2-3x^2+2x^2)+(2x-4x)+(1-3)$
$=4x^3-3x^2-2x-2$

(2) $A-B+C$
$=(x^3-2x^2+2x+1)-(2x^3-3x^2-4x)+(x^3+2x^2-3)$
$=(x^3-2x^3+x^3)+(-2x^2+3x^2+2x^2)+(2x+4x)+(1-3)$
$=3x^2+6x-2$

(3) $-A+2B-3C$
$=-(x^3-2x^2+2x+1)+2(2x^3-3x^2-4x)-3(x^3+2x^2-3)$
$=(-x^3+4x^3-3x^3)+(2x^2-6x^2-6x^2)+(-2x-8x)$
$+(-1+9)$
$=-10x^2-10x+8$

(4) $C-(2A+B)=-2A-B+C$
$=-2(x^3-2x^2+2x+1)-(2x^3-3x^2-4x)$
$+(x^3+2x^2-3)$
$=(-2x^3-2x^3+x^3)+(4x^2+3x^2+2x^2)$
$+(-4x+4x)+(-3-2)$
$=-3x^3+9x^2-5$

(5) $A+B-(A-C)=A+B-A+C=B+C$
$=(2x^3-3x^2-4x)+(x^3+2x^2-3)$
$=(2x^3+x^3)+(-3x^2+2x^2)-4x-3$
$=3x^3-x^2-4x-3$

010 답 (1) $12x^7y^6$ (2) $18a^5b^4$

(2) $(-3a^2b)^2\times 2ab^2=(-3)^2a^4b^2\times 2ab^2=18a^5b^4$

011 답 (1) $6x^2-13x-5$ (2) $3x^2+23xy+14y^2$
(3) $3a^2-9a^2b+4ab+6ab^2-4b^2$ (4) $x^3-2x^2y+2xy^2-y^3$
(5) x^4+x^2+1

(1) $(2x-5)(3x+1)=6x^2+2x-15x-5$
$=6x^2-13x-5$

(2) $(3x+2y)(x+7y)=3x^2+21xy+2xy+14y^2$
$=3x^2+23xy+14y^2$

(3) $(3a-2b)(a-3ab+2b)$
$=3a^2-9a^2b+6ab-2ab+6ab^2-4b^2$
$=3a^2-9a^2b+4ab+6ab^2-4b^2$

(4) $(x^2-xy+y^2)(x-y)=x^3-x^2y-x^2y+xy^2+xy^2-y^3$
$=x^3-2x^2y+2xy^2-y^3$

(5) $(x^2+x+1)(x^2-x+1)$
$=x^2(x^2-x+1)+x(x^2-x+1)+(x^2-x+1)$
$=x^4-x^3+x^2+x^3-x^2+x+x^2-x+1$
$=x^4+x^2+1$

YBM(해)-01단원(001~025)-ok.indd 13 2017-09-18 오후 7:43:28

012 답 (1) $x^2+x+\frac{1}{4}$ (2) $9x^2+12x+4$ (3) x^2-6x+9

(4) $x^2-4xy+4y^2$ (5) $9x^2-3x+\frac{1}{4}$

(1) $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=x^2+2\cdot x\cdot\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2=x^2+x+\frac{1}{4}$

(2) $(3x+2)^2=(3x)^2+2\cdot 3x\cdot 2+2^2=9x^2+12x+4$

(3) $(x-3)^2=x^2-2\cdot x\cdot 3+(-3)^2=x^2-6x+9$

(4) $(x-2y)^2=x^2-2\cdot x\cdot 2y+(-2y)^2=x^2-4xy+4y^2$

(5) $\left(3x-\frac{1}{2}\right)^2=(3x)^2-2\cdot 3x\cdot\frac{1}{2}+\left(-\frac{1}{2}\right)^2=9x^2-3x+\frac{1}{4}$

013 답 (1) x^2-4 (2) $4x^2-9y^2$ (3) $x^2+2x-15$

(4) x^2+x-12 (5) $6x^2-13x-5$ (6) $6x^2+x-2$

(1) $(x+2)(x-2)=x^2-2^2=x^2-4$

(2) $(2x+3y)(2x-3y)=(2x)^2-(3y)^2=4x^2-9y^2$

(3) $(x-3)(x+5)=x^2+(-3+5)x+(-3)\cdot 5=x^2+2x-15$

(4) $(x+4)(x-3)=x^2+(4-3)x+4\cdot(-3)=x^2+x-12$

(5) $(3x+1)(2x-5)$

$=3\cdot 2\cdot x^2+\{3\cdot(-5)+1\cdot 2\}x+1\cdot(-5)$

$=6x^2-13x-5$

(6) $(2x-1)(3x+2)$

$=2\cdot 3\cdot x^2+\{2\cdot 2+(-1)\cdot 3\}x+(-1)\cdot 2$

$=6x^2+x-2$

014 답 (1) $x^3+6x^2+12x+8$ (2) $x^3+12x^2+48x+64$

(3) $8x^3+12x^2+6x+1$ (4) $x^3+6x^2y+12xy^2+8y^3$

(5) $27x^3+27x^2y+9xy^2+y^3$

(1) $(x+2)^3=x^3+3\cdot x^2\cdot 2+3\cdot x\cdot 2^2+2^3$

$=x^3+6x^2+12x+8$

(2) $(x+4)^3=x^3+3\cdot x^2\cdot 4+3\cdot x\cdot 4^2+4^3$

$=x^3+12x^2+48x+64$

(3) $(2x+1)^3=(2x)^3+3\cdot(2x)^2\cdot 1+3\cdot 2x\cdot 1^2+1^3$

$=8x^3+12x^2+6x+1$

(4) $(x+2y)^3=x^3+3\cdot x^2\cdot 2y+3\cdot x\cdot(2y)^2+(2y)^3$

$=x^3+6x^2y+12xy^2+8y^3$

(5) $(3x+y)^3=(3x)^3+3\cdot(3x)^2\cdot y+3\cdot 3x\cdot y^2+y^3$

$=27x^3+27x^2y+9xy^2+y^3$

015 답 (1) $x^3-9x^2+27x-27$ (2) $27x^3-54x^2+36x-8$

(3) $8x^3-36x^2+54x-27$ (4) $27x^3-9x^2y+xy^2-\frac{1}{27}y^3$

(5) $x^3-9x^2y+27xy^2-27y^3$ (6) $64x^3-48x^2y+12xy^2-y^3$

(1) $(x-3)^3=x^3+3\cdot x^2\cdot(-3)+3\cdot x\cdot(-3)^2+(-3)^3$

$=x^3-9x^2+27x-27$

(2) $(3x-2)^3=(3x)^3+3\cdot(3x)^2\cdot(-2)+3\cdot 3x\cdot(-2)^2+(-2)^3$

$=27x^3-54x^2+36x-8$

(3) $(2x-3)^3$

$=(2x)^3+3\cdot(2x)^2\cdot(-3)+3\cdot 2x\cdot(-3)^2+(-3)^3$

$=8x^3-36x^2+54x-27$

(4) $\left(3x-\frac{1}{3}y\right)^3$

$=(3x)^3+3\cdot(3x)^2\cdot\left(-\frac{1}{3}y\right)+3\cdot 3x\cdot\left(-\frac{1}{3}y\right)^2+\left(-\frac{1}{3}y\right)^3$

$=27x^3-9x^2y+xy^2-\frac{1}{27}y^3$

(5) $(x-3y)^3=x^3+3\cdot x^2\cdot(-3y)+3\cdot x\cdot(-3y)^2+(-3y)^3$

$=x^3-9x^2y+27xy^2-27y^3$

(6) $(4x-y)^3$

$=(4x)^3+3\cdot(4x)^2\cdot(-y)+3\cdot 4x\cdot(-y)^2+(-y)^3$

$=64x^3-48x^2y+12xy^2-y^3$

016 답 (1) x^3+27 (2) $27x^3+1$ (3) x^3+8y^3

(4) x^3-8 (5) $8x^3-1$ (6) $27x^3-64y^3$

(1) $(x+3)(x^2-3x+9)=(x+3)(x^2-x\cdot 3+3^2)$

$=x^3+3^3=x^3+27$

(2) $(3x+1)(9x^2-3x+1)=(3x+1)\{(3x)^2-3x\cdot 1+1^2\}$

$=(3x)^3+1^3=27x^3+1$

(3) $(x+2y)(x^2-2xy+4y^2)=x^3+8y^3$

(4) $(x-2)(x^2+2x+4)=(x-2)(x^2+x\cdot 2+2^2)$

$=x^3-2^3=x^3-8$

(5) $(2x-1)(4x^2+2x+1)=(2x-1)\{(2x)^2+2x\cdot 1+1^2\}$

$=(2x)^3-1^3=8x^3-1$

(6) $(3x-4y)(9x^2+12xy+16y^2)$

$=(3x-4y)\{(3x)^2+3x\cdot 4y+(4y)^2\}$

$=(3x)^3-(4y)^3=27x^3-64y^3$

017 답 (1) $x^2+y^2+z^2-2xy-2yz+2zx$

(2) $x^2+4y^2+4xy-2x-4y+1$

(3) $x^2+4y^2+9z^2+4xy+12yz+6zx$

(4) $x^3+y^3-3xy+1$ (5) $x^3+8y^3-6xy+1$

(1) $(x-y+z)^2$

$=\{x+(-y)+z\}^2$

$=x^2+(-y)^2+z^2+2\cdot x\cdot(-y)+2\cdot(-y)\cdot z+2\cdot z\cdot x$

$=x^2+y^2+z^2-2xy-2yz+2zx$

(2) $(x+2y-1)^2$

$=\{x+2y+(-1)\}^2$

$=x^2+(2y)^2+(-1)^2+2\cdot x\cdot 2y+2\cdot 2y\cdot(-1)+2\cdot(-1)\cdot x$

$=x^2+4y^2+4xy-2x-4y+1$

(3) $(x+2y+3z)^2$

$=x^2+(2y)^2+(3z)^2+2\cdot x\cdot 2y+2\cdot 2y\cdot 3z+2\cdot 3z\cdot x$

$=x^2+4y^2+9z^2+4xy+12yz+6zx$

(4) $(x+y+1)(x^2+y^2+1-xy-y-x)$

$=(x+y+1)(x^2+y^2+1^2-x\cdot y-y\cdot 1-1\cdot x)$

$=x^3+y^3+1^3-3\cdot x\cdot y\cdot 1$

$=x^3+y^3-3xy+1$

(5) $(x+2y+1)(x^2+4y^2-2xy-x-2y+1)$

$=(x+2y+1)\{x^2+(2y)^2+1^2-x\cdot 2y-2y\cdot 1-1\cdot x\}$

$=x^3+(2y)^3+1^3-3\cdot x\cdot 2y\cdot 1$

$=x^3+8y^3-6xy+1$

018 답 (1) 5 (2) 40 (3) 13 (4) 29 (5) 48

(1) $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=3^2-2\cdot 2=5$

(2) $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab=(-6)^2-4\cdot(-1)=40$

(3) $x^2+y^2=(x-y)^2+2xy=3^2+2\cdot 2=13$

(4) $a^2+b^2=(a-b)^2+2ab=5^2+2\cdot 2=29$

(5) $(a+b)^2=(a-b)^2+4ab=6^2+4\cdot 3=48$

019 답 (1) 7 (2) 14 (3) 21 (4) 3 (5) 38 (6) 20

(1) $x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2=3^2-2=7$

(2) $a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2=4^2-2=14$

(3) $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-4=5^2-4=21$

(4) $a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+2=1^2+2=3$

(5) $x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2=6^2+2=38$

(6) $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2=\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+4=4^2+4=20$

020 답 (1) 40 (2) -36 (3) 18 (4) 7 (5) 20

(1) $x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)=4^3-3\cdot 2\cdot 4=40$

(2) $x^3-y^3=(x-y)^3+3xy(x-y)$

$=(-3)^3+3\cdot 1\cdot(-3)=-36$

(3) $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$에서

$7=3^2-2xy \quad \therefore xy=1$

$\therefore x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)$

$=3^3-3\cdot 1\cdot 3=18$

(4) $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$에서

$5=1^2-2ab \quad \therefore ab=-2$

$\therefore a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)=1^3-3\cdot(-2)\cdot 1=7$

(5) $x^2+y^2=(x-y)^2+2xy$에서

$8=2^2+2xy \quad \therefore xy=2$

$\therefore x^3-y^3=(x-y)^3+3xy(x-y)=2^3+3\cdot 2\cdot 2=20$

021 답 (1) 2 (2) 18 (3) -52 (4) 36 (5) -14

(1) $x^3+\frac{1}{x^3}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3\left(x+\frac{1}{x}\right)$

$=2^3-3\cdot 2=2$

(2) $x^3+\frac{1}{x^3}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3\left(x+\frac{1}{x}\right)$

$=3^3-3\cdot 3=18$

(3) $a^3+\frac{1}{a^3}=\left(a+\frac{1}{a}\right)^3-3\left(a+\frac{1}{a}\right)$

$=(-4)^3-3\cdot(-4)=-52$

(4) $a^3-\frac{1}{a^3}=\left(a-\frac{1}{a}\right)^3+3\left(a-\frac{1}{a}\right)$

$=3^3+3\cdot 3=36$

(5) $x^3-\frac{1}{x^3}=\left(x-\frac{1}{x}\right)^3+3\left(x-\frac{1}{x}\right)$

$=(-2)^3+3\cdot(-2)=-14$

022 답 (1) 14 (2) 11 (3) 7 (4) -6 (5) 7

(1) $a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$

$=4^2-2\cdot 1=14$

(2) $a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$

$=3^2-2\cdot(-1)=11$

(3) $a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$

$=(-1)^2-2\cdot(-3)=7$

(4) $x^2+y^2+z^2=(x+y+z)^2-2(xy+yz+zx)$에서

$16=2^2-2(xy+yz+zx) \quad \therefore xy+yz+zx=-6$

(5) $x^2+y^2+z^2=(x+y+z)^2-2(xy+yz+zx)$에서

$2=(-4)^2-2(xy+yz+zx)$

$\therefore xy+yz+zx=7$

023 답 (1) $yz-2xy^2z$ (2) $-2x+\frac{7}{3}y^6z^3$ (3) $3bc^2+2b-c$

(4) $32x+16y$

(1) $(5xyz-10x^2y^2z)\div 5x=\frac{5xyz}{5x}-\frac{10x^2y^2z}{5x}$

$=yz-2xy^2z$

(2) $(6x^2yz^2-7xy^7z^5)\div(-3xyz^2)=-\dfrac{6x^2yz^2}{3xyz^2}+\dfrac{7xy^7z^5}{3xyz^2}$

$=-2x+\dfrac{7}{3}y^6z^3$

(3) $(3ab^3c^3+2ab^3c-ab^2c^2)\div ab^2c=\dfrac{3ab^3c^3}{ab^2c}+\dfrac{2ab^3c}{ab^2c}-\dfrac{ab^2c^2}{ab^2c}$

$=3bc^2+2b-c$

(4) $(8x^2+4xy)\div\dfrac{1}{4}x=(8x^2+4xy)\cdot\dfrac{4}{x}=32x+16y$

024 답 (1) 몫 : $2x^2-x+2$, 나머지 : -3

(2) 몫 : x^2-2x-1, 나머지 : -2

(3) 몫 : x^2-2x+3, 나머지 : 5

(1)
$$\begin{array}{r} 2x^2-x+2 \\ x+2\,\overline{)\,2x^3+3x^2\qquad+1} \\ \underline{2x^3+4x^2\qquad\quad} \\ -x^2\qquad+1 \\ \underline{-x^2-2x\quad} \\ 2x+1 \\ \underline{2x+4} \\ -3 \end{array}$$

$\therefore$ 몫 : $2x^2-x+2$, 나머지 : -3

(2)
$$\begin{array}{r} x^2-2x-1 \\ 2x-1\,\overline{)\,2x^3-5x^2\qquad-1} \\ \underline{2x^3-x^2\qquad\quad} \\ -4x^2\qquad-1 \\ \underline{-4x^2+2x\quad} \\ -2x-1 \\ \underline{-2x+1} \\ -2 \end{array}$$

$\therefore$ 몫 : x^2-2x-1, 나머지 : -2

(3)
$$\begin{array}{r} x^2-2x+3 \\ x-1\,\overline{)\,x^3-3x^2+5x+2} \\ \underline{x^3-x^2\qquad\qquad} \\ -2x^2+5x+2 \\ \underline{-2x^2+2x\quad} \\ 3x+2 \\ \underline{3x-3} \\ 5 \end{array}$$

$\therefore$ 몫 : x^2-2x+3, 나머지 : 5

025 답 (1) 몫 : $x+3$, 나머지 : $-8x+5$

(2) 몫 : $3x-5$, 나머지 : $5x+6$

(3) 몫 : $2x-3$, 나머지 : $11x-7$

(1)
$$\begin{array}{r} x+3 \\ x^2+2x-1\,\overline{)\,x^3+5x^2-3x+2} \\ \underline{x^3+2x^2-x\quad} \\ 3x^2-2x+2 \\ \underline{3x^2+6x-3} \\ -8x+5 \end{array}$$

$\therefore$ 몫 : $x+3$, 나머지 : $-8x+5$

(2)
$$\begin{array}{r} 3x-5 \\ x^2+2x+1\,\overline{)\,3x^3+x^2-2x+1} \\ \underline{3x^3+6x^2+3x\quad} \\ -5x^2-5x+1 \\ \underline{-5x^2-10x-5} \\ 5x+6 \end{array}$$

$\therefore$ 몫 : $3x-5$, 나머지 : $5x+6$

(3)
$$\begin{array}{r} 2x-3 \\ 2x^2+2x-1\,\overline{)\,4x^3-2x^2+3x-4} \\ \underline{4x^3+4x^2-2x\quad} \\ -6x^2+5x-4 \\ \underline{-6x^2-6x+3} \\ 11x-7 \end{array}$$

$\therefore$ 몫 : $2x-3$, 나머지 : $11x-7$

026 답 (1) $x^3+x^2-5x+6=(x^2+2x-1)(x-1)-2x+5$

(2) $2x^3-3x^2+1=(x^2-2x-1)(2x+1)+4x+2$

(3) $4x^3-x^2+2x-5=(x^2-2)(4x-1)+10x-7$

(1)
$$\begin{array}{r} x-1 \\ x^2+2x-1\,\overline{)\,x^3+x^2-5x+6} \\ \underline{x^3+2x^2-x\quad} \\ -x^2-4x+6 \\ \underline{-x^2-2x+1} \\ -2x+5 \end{array}$$

따라서 $Q=x-1$, $R=-2x+5$이므로

$x^3+x^2-5x+6=(x^2+2x-1)(x-1)-2x+5$

(2)
$$\begin{array}{r} 2x+1 \\ x^2-2x-1\,\overline{)\,2x^3-3x^2\qquad+1} \\ \underline{2x^3-4x^2-2x\quad} \\ x^2+2x+1 \\ \underline{x^2-2x-1} \\ 4x+2 \end{array}$$

따라서 $Q=2x+1$, $R=4x+2$이므로

$2x^3-3x^2+1=(x^2-2x-1)(2x+1)+4x+2$

(3)

$$\begin{array}{r} 4x\ -1 \\ x^2-2\ \overline{)\ 4x^3-x^2+\ 2x-5} \\ 4x^3\qquad -\ 8x\quad \\ \hline -x^2+10x-5 \\ -x^2\qquad\ +2 \\ \hline 10x-7 \end{array}$$

따라서 $Q=4x-1$, $R=10x-7$이므로

$4x^3-x^2+2x-5=(x^2-2)(4x-1)+10x-7$

027 답 (1) 몫 : x^2+x-2, 나머지 : -3

(2) 몫 : x^2-3x-3, 나머지 : -2

(3) 몫 : $2x^2+x+4$, 나머지 : 9

(4) 몫 : $3x^2+4x+5$, 나머지 : 12

(5) 몫 : $2x^2-x-1$, 나머지 : -3

(6) 몫 : x^2-2x+2, 나머지 : -1

(7) 몫 : $4x^2-5x+5$, 나머지 : -3

(1)
$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & 2 & -1 & -5 \\ & & -1 & -1 & 2 \\ \hline & 1 & 1 & -2 & \boxed{-3} \end{array}$$

$\therefore$ 몫 : x^2+x-2, 나머지 : -3

(2)
$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & -5 & 3 & 4 \\ & & 2 & -6 & -6 \\ \hline & 1 & -3 & -3 & \boxed{-2} \end{array}$$

$\therefore$ 몫 : x^2-3x-3, 나머지 : -2

(3)
$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & 2 & -5 & 1 & -3 \\ & & 6 & 3 & 12 \\ \hline & 2 & 1 & 4 & \boxed{9} \end{array}$$

$\therefore$ 몫 : $2x^2+x+4$, 나머지 : 9

(4)
$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 3 & -2 & -3 & 2 \\ & & 6 & 8 & 10 \\ \hline & 3 & 4 & 5 & \boxed{12} \end{array}$$

$\therefore$ 몫 : $3x^2+4x+5$, 나머지 : 12

(5)
$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & 2 & -7 & 2 & 0 \\ & & 6 & -3 & -3 \\ \hline & 2 & -1 & -1 & \boxed{-3} \end{array}$$

$\therefore$ 몫 : $2x^2-x-1$, 나머지 : -3

(6)
$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & 1 & 0 & -2 & 3 \\ & & -2 & 4 & -4 \\ \hline & 1 & -2 & 2 & \boxed{-1} \end{array}$$

$\therefore$ 몫 : x^2-2x+2, 나머지 : -1

(7)
$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 4 & -1 & 0 & 2 \\ & & -4 & 5 & -5 \\ \hline & 4 & -5 & 5 & \boxed{-3} \end{array}$$

$\therefore$ 몫 : $4x^2-5x+5$, 나머지 : -3

028 답 (1) 몫 : x^2-x, 나머지 : -1

(2) 몫 : $\frac{1}{2}x^2-x+1$, 나머지 : -3

(1)
$$\begin{array}{r|rrrr} -\frac{1}{3} & 3 & -2 & -1 & -1 \\ & & -1 & 1 & 0 \\ \hline & 3 & -3 & 0 & \boxed{-1} \end{array}$$

$$\begin{aligned} 3x^3-2x^2-x-1 &= \left(x+\frac{1}{3}\right)(3x^2-3x)-1 \\ &= (3x+1)(x^2-x)-1 \end{aligned}$$

$\therefore$ 몫 : x^2-x, 나머지 : -1

(2)
$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & 1 & 0 & -2 & 1 \\ & & -2 & 4 & -4 \\ \hline & 1 & -2 & 2 & \boxed{-3} \end{array}$$

$$\begin{aligned} x^3-2x+1 &= (x+2)(x^2-2x+2)-3 \\ &= (2x+4)\left(\frac{1}{2}x^2-x+1\right)-3 \end{aligned}$$

$\therefore$ 몫 : $\frac{1}{2}x^2-x+1$, 나머지 : -3

029 답 ⑤

$$\begin{aligned} 2A-(A-B) &= 2A-A+B=A+B \\ &= (x^2-2x+3)+(x^2+5x-2)=2x^2+3x+1 \end{aligned}$$

030 답 ④

$$\begin{aligned} A-B &= (2x^2+5x+3)-(x^2-x+7) \\ &= 2x^2+5x+3-x^2+x-7 \\ &= x^2+6x-4 \end{aligned}$$

따라서 일차항의 계수는 6, 상수항은 -4이므로 그 합은

$6+(-4)=2$

031 답 ④

주어진 식에서 x^3항이 나오는 항들만 전개하면

$2x\cdot x^2=2x^3$

$\therefore a=2$

x항이 나오는 항들만 전개하면

$2x\cdot 3+(-1)\cdot(-x)=7x$

$\therefore b=7$

$\therefore a+b=2+7=9$

032 답 ⑤

$(3x-2)(x^2+5x)=3x^3+15x^2-2x^2-10x$

$=3x^3+13x^2-10x$

$\therefore a=3,\ b=13,\ c=-10$

$\therefore a+b+c=3+13+(-10)=6$

033 답 9

(좌변)$=4x^2+y^2-4xy+12x-6y+9$이므로

$a=1,\ b=-4,\ c=12$

$\therefore a+b+c=9$

034 답 14

$x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)$에서

$52=4^3-3xy\times 4,\ 12xy=12 \qquad \therefore xy=1$

$\therefore x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$

$=4^2-2\times 1=14$

035 답 ④

$a+b=4,\ ab=1$이므로

$\dfrac{b}{a^2}+\dfrac{a}{b^2}=\dfrac{b^3+a^3}{a^2b^2}=\dfrac{(a+b)^3-3ab(a+b)}{(ab)^2}$

$=\dfrac{4^3-3\cdot 1\cdot 4}{1^2}=52$

036 답 ⑤

$(a+b)^2+(b+c)^2+(c+a)^2$

$=(a^2+2ab+b^2)+(b^2+2bc+c^2)+(c^2+2ca+a^2)$

$=2a^2+2b^2+2c^2+2ab+2bc+2ca$

$=2(a^2+b^2+c^2+ab+bc+ca)$

$=2\{a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca-(ab+bc+ca)\}$

$=2\{(a+b+c)^2-(ab+bc+ca)\}$

$=2\{3^2-(-1)\}=20$

037 답 몫 : $2x-7$, 나머지 : 18

$A=(2x+3)(x-2)+3=2x^2-x-3$이므로

A를 $x+3$으로 나누면

$$\begin{array}{r} 2x-7 \\ x+3\,\overline{)\,2x^2-x-3} \\ \underline{2x^2+6x} \\ -7x-3 \\ \underline{-7x-21} \\ 18 \end{array}$$

따라서 A를 $x+3$으로 나누었을 때의 몫은 $2x-7$, 나머지는 18이다.

038 답 4

$$\begin{array}{r} x^2-4x+8 \\ x+1\,\overline{)\,x^3-3x^2+4x+1} \\ \underline{x^3+x^2} \\ -4x^2+4x \\ \underline{-4x^2-4x} \\ 8x+1 \\ \underline{8x+8} \\ -7 \end{array}$$

따라서 몫이 x^2-4x+8이므로 $a=-4,\ b=8$

$\therefore a+b=4$

039 답 ⑤

$x^3-x^2-2x+1=A(x+2)+3x-1$이므로

$A(x+2)=x^3-x^2-2x+1-3x+1$

$=x^3-x^2-5x+2$

$\therefore A=(x^3-x^2-5x+2)\div(x+2)$

$$\begin{array}{r} x^2-3x+1 \\ x+2\,\overline{)\,x^3-x^2-5x+2} \\ \underline{x^3+2x^2} \\ -3x^2-5x \\ \underline{-3x^2-6x} \\ x+2 \\ \underline{x+2} \\ 0 \end{array}$$

$\therefore A=x^2-3x+1$

040 답 ①

$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & 2 & 2 & 0 & -1 \\ & & -4 & 4 & -8 \\ \hline & 2 & -2 & 4 & \boxed{-9} \end{array}$$

$\therefore$ (가)+(나)+(다)+(라)$=0+(-2)+4+(-9)=-7$

2 항등식과 나머지정리 25쪽~30쪽

041 답 (1) × (2) ○ (3) ○ (4) × (5) ○ (6) ○

(4) $x^2-2x=0$이므로 방정식이다.

(5) 주어진 등식의 우변을 전개하여 정리하면

$(x-1)^2-(x+1)=x^2-2x+1-x-1=x^2-3x$이므로

x의 값에 관계없이 등식이 항상 성립한다.

(6) 주어진 등식의 좌변을 전개하여 정리하면

$(x-2)(x+5)=x^2+3x-10$이므로

x의 값에 관계없이 등식이 항상 성립한다.

042 답 (1) $a=3$, $b=1$ (2) $a=2$, $b=-3$ (3) $a=1$, $b=1$ (4) $a=2$, $b=2$

(1) 양변의 동류항의 계수를 비교하면

$a=3$, $b=1$

(4) 주어진 등식의 우변을 전개하여 정리하면

$(x+1)^2+1=x^2+2x+2$이므로 $a=2$, $b=2$

043 답 (1) -4 (2) 5 (3) 4

(1) $a=1$, $b=0$, $c=-5$이므로

$a-b+c=1-0-5=-4$

(2) $a=2$, $b-1=-3$, $c=5$이므로

$a+b+c=2+(-2)+5=5$

(3) $a=3$, $b-3=-5$, $c=1$이므로

$a-b-c=3-(-2)-1=4$

044 답 (1) $a=4$, $b=-1$ (2) $a=1$, $b=4$ (3) $a=2$, $b=3$

(1) 양변의 동류항의 계수를 비교하면

$5=a-b$, $3=a+b$

두 식을 연립하여 풀면 $a=4$, $b=-1$

(2) 주어진 등식의 우변을 전개하여 정리하면

$ax^2+(-a+b)x-2$

양변의 동류항의 계수를 비교하면

$a=1$, $-a+b=3$

$\therefore a=1$, $b=4$

(3) 주어진 등식의 좌변을 전개하여 정리하면

$ax^2+(-2a+b)x+a-2b$

양변의 동류항의 계수를 비교하면

$a=2$, $-2a+b=-1$, $a-2b=-4$

$\therefore a=2$, $b=3$

045 답 (1) $a=7$, $b=-5$ (2) $a=-2$, $b=4$ (3) $a=4$, $b=2$ (4) $a=1$, $b=1$

(1) $x=1$을 대입하면 $-b=5$ $\quad\therefore b=-5$

$x=2$를 대입하면 $a=7$

(2) $x=1$을 대입하면 $4=b$

$x=0$을 대입하면 $7=1-a+b$ $\quad\therefore a=-2$

(3) $x=0$을 대입하면 $3=1+b$ $\quad\therefore b=2$

$x=1$을 대입하면 $6=a+b$, $6=a+2$ $\quad\therefore a=4$

(4) $x=-1$을 대입하면 $-2a=-2$ $\quad\therefore a=1$

$x=2$를 대입하면 $a+3b=4$, $1+3b=4$ $\quad\therefore b=1$

046 답 (1) -9 (2) 4

(1) 다항식 $2x^2+ax+1$을 $x+4$로 나누었을 때의 몫이 $2x-17$, 나머지가 69이므로

$2x^2+ax+1=(x+4)(2x-17)+69$

우변을 전개하여 정리하면

$2x^2+ax+1=2x^2-9x+1$

이 등식은 x에 대한 항등식이므로 양변의 동류항의 계수를 비교하면

$a=-9$

(2) 다항식 x^3+2x^2+ax+2를 x^2+x+1로 나누었을 때의 몫이 $x+1$, 나머지가 $2x+1$이므로

$x^3+2x^2+ax+2=(x^2+x+1)(x+1)+2x+1$

x에 대한 항등식이므로 등식의 양변에 $x=-1$을 대입하면

$-1+2-a+2=-2+1$

$\therefore a=4$

047 답 (1) 3 (2) 3 (3) $-\frac{32}{9}$

(1) 다항식 $f(x)$를 $x-2$로 나누었을 때의 나머지는

$f(2)=16-12-2+1=3$

(2) 다항식 $f(x)$를 $2x-1$로 나누었을 때의 나머지는

$f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}-2+5=3$

(3) 다항식 $f(x)$를 $3x+1$로 나누었을 때의 나머지는

$f\left(-\frac{1}{3}\right)=-\frac{1}{9}-\frac{1}{9}-\frac{4}{3}-2=-\frac{32}{9}$

048 답 (1) 7 (2) 4 (3) -1 (4) 9 (5) $-\frac{1}{2}$

(1) 다항식 $f(x)$를 $x-1$로 나누었을 때의 나머지는 5이므로

$f(1)=1-4+1+a=5$

$\therefore a=7$

(2) 다항식 $f(x)$를 $x-2$로 나누었을 때의 나머지는 -2이므로

$f(2)=8-16+2+a=-2$

$\therefore a=4$

(3) 다항식 $f(x)$를 $x-3$으로 나누었을 때의 나머지는 -7이므로

$f(3)=27-36+3+a=-7$

$\therefore a=-1$

(4) 다항식 $f(x)$를 $x+1$로 나누었을 때의 나머지는 3이므로

$f(-1)=-1-4-1+a=3$

$\therefore a=9$

(5) 다항식 $f(x)$를 $x-\frac{1}{2}$로 나누었을 때의 나머지는 $-\frac{7}{8}$이므로

$f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{8}-1+\frac{1}{2}+a=-\frac{7}{8}$

$\therefore a=-\frac{1}{2}$

049 답 (1) $x+3$ (2) $3x-11$ (3) $x+2$ (4) $3x+2$ (5) $-x-9$

(1) $f(x)=(x-2)(x-4)Q(x)+ax+b$(a, b는 상수)

로 놓으면 $f(2)=5$, $f(4)=7$이므로

$f(2)=2a+b=5$, $f(4)=4a+b=7$

두 식을 연립하여 풀면 $a=1$, $b=3$

따라서 구하는 나머지는 $x+3$이다.

(2) $f(x)=(x-3)(x-5)Q(x)+ax+b$(a, b는 상수)

로 놓으면 $f(3)=-2$, $f(5)=4$이므로

$f(3)=3a+b=-2$, $f(5)=5a+b=4$

두 식을 연립하여 풀면 $a=3$, $b=-11$

따라서 구하는 나머지는 $3x-11$이다.

(3) $f(x)=(x+1)(x-3)Q(x)+ax+b$(a, b는 상수)

로 놓으면 $f(-1)=1$, $f(3)=5$이므로

$f(-1)=-a+b=1$, $f(3)=3a+b=5$

두 식을 연립하여 풀면 $a=1$, $b=2$

따라서 구하는 나머지는 $x+2$이다.

(4) $f(x)=(x-1)(x+3)Q(x)+ax+b$(a, b는 상수)

로 놓으면 $f(1)=5$, $f(-3)=-7$이므로

$f(1)=a+b=5$, $f(-3)=-3a+b=-7$

두 식을 연립하여 풀면 $a=3$, $b=2$

따라서 구하는 나머지는 $3x+2$이다.

(5) $f(x)=(x+2)(x+5)Q(x)+ax+b$(a, b는 상수)

로 놓으면 $f(-2)=-7$, $f(-5)=-4$이므로

$f(-2)=-2a+b=-7$, $f(-5)=-5a+b=-4$

두 식을 연립하여 풀면 $a=-1$, $b=-9$

따라서 구하는 나머지는 $-x-9$이다.

050 답 (1) 6 (2) 3 (3) -1

(1) 다항식 $f(x)$가 $x+2$로 나누어떨어지므로 인수정리에 의하여

$f(-2)=0$, 즉

$(-2)^3-(-2)+a=0$, $-6+a=0$

$\therefore a=6$

(2) 다항식 $f(x)$가 $2x+1$로 나누어떨어지므로 인수정리에 의하여 $f\left(-\frac{1}{2}\right)=0$, 즉

$4\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^3-a\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)-1=0$

$\therefore a=3$

(3) 다항식 $f(x)$가 $x+3$으로 나누어떨어지므로 인수정리에 의하여 $f(-3)=0$, 즉

$(-3)^3+3\cdot(-3)^2-a\cdot(-3)+3=0$

$\therefore a=-1$

051 답 ②

$ax^2+bx+c=3x^2+x-5$가 x에 대한 항등식이므로

$a=3$, $b=1$, $c=-5$

$\therefore a+b+c=3+1+(-5)=-1$

052 답 ④

$(x+1)(x-2)f(x)=x^4-ax^2-x+b$의 양변에

$x=-1$을 대입하면 $0=1-a+1+b$

$\therefore a-b=2$ ⋯ ㉠

$x=2$를 대입하면 $0=16-4a-2+b$

$\therefore 4a-b=14$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=4$, $b=2$

$\therefore ab=8$

053 답 ⑤

$f(x)=x^3+ax^2+8x+1$로 놓으면 $f(x)$를 $x-2$, $x+1$로 각각 나누었을 때의 나머지가 같으므로 나머지정리에 의하여 $f(2)=f(-1)$이다.

$8+4a+16+1=-1+a-8+1$

$3a=-33$ $\therefore a=-11$

054 답 ③

다항식 $f(x)$를 $x-3$으로 나누었을 때의 나머지가 2이므로

나머지정리에 의하여 $f(3)=2$이다.

따라서 $(x-1)f(x)$를 $x-3$으로 나누었을 때의 나머지는

$(3-1)f(3)=2f(3)=2\times2=4$

055 답 ⑤

다항식 $f(x)$를 $(x-2)(x+2)$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $R(x)=ax+b$(a, b는 상수)라 하면

$f(x)=(x-2)(x+2)Q(x)+ax+b$

이때, $f(2)=2$, $f(-2)=4$이므로

$f(2)=2a+b=2$, $f(-2)=-2a+b=4$

두 식을 연립하여 풀면 $a=-\frac{1}{2}$, $b=3$

따라서 $R(x)=-\frac{1}{2}x+3$이므로 $R(8)=-1$

056 답 ①

다항식 $f(x)=2x^3+3x^2+ax-6$이 $x-1$을 인수로 가지므로 $f(x)$는 $x-1$로 나누어떨어진다.

즉, 인수정리에 의하여 $f(1)=0$이므로

$2+3+a-6=0 \quad \therefore a=1$

$f(x)=2x^3+3x^2+x-6$이므로

$x+2$로 나누었을 때의 나머지는 나머지정리에 의하여

$f(-2)=-16+12-2-6=-12$

3 인수분해

33쪽~43쪽

057 답 (1) $x(2x+5)$ (2) $(a+b)(x+2)$ (3) $(x+1)^2$ (4) $(a-3)^2$ (5) $(4x+1)^2$ (6) $(5a-b)^2$

(1) 공통인수로 묶으면 $2x^2+5x=x(2x+5)$

(2) 공통인수로 묶으면 $a(x+2)+b(x+2)=(a+b)(x+2)$

058 답 (1) $(x+2y)(x-2y)$ (2) $(a+4b)(a-4b)$ (3) $(2x+6y)(2x-6y)$ (4) $(3x+5y)(3x-5y)$ (5) $\left(\frac{1}{3}x+\frac{1}{4}y\right)\left(\frac{1}{3}x-\frac{1}{4}y\right)$ (6) $(a-b+c-d)(a-b-c+d)$

(1) $x^2-4y^2=x^2-(2y)^2=(x+2y)(x-2y)$

(2) $a^2-16b^2=a^2-(4b)^2=(a+4b)(a-4b)$

(3) $4x^2-36y^2=(2x)^2-(6y)^2=(2x+6y)(2x-6y)$

(4) $9x^2-25y^2=(3x)^2-(5y)^2=(3x+5y)(3x-5y)$

(5) $\frac{1}{9}x^2-\frac{1}{16}y^2=\left(\frac{1}{3}x\right)^2-\left(\frac{1}{4}y\right)^2=\left(\frac{1}{3}x+\frac{1}{4}y\right)\left(\frac{1}{3}x-\frac{1}{4}y\right)$

(6) $(a-b)^2-(c-d)^2=\{(a-b)+(c-d)\}\{(a-b)-(c-d)\}$
$=(a-b+c-d)(a-b-c+d)$

059 답 (1) $(x-3)(x+1)$ (2) $(a+5b)(a-3b)$ (3) $(x+3y)(x+7y)$ (4) $(3x-y)(x-4y)$ (5) $(5a+b)(2a-b)$ (6) $(2x+1)(x+3)$

060 답 (1) $(x+4)^3$ (2) $(3x+1)^3$ (3) $(3x+2y)^3$ (4) $3(a+2)^3$

(1) $x^3+12x^2+48x+64=x^3+3\cdot x^2\cdot 4+3\cdot x\cdot 4^2+4^3$
$=(x+4)^3$

(2) $27x^3+27x^2+9x+1=(3x)^3+3\cdot(3x)^2\cdot 1+3\cdot 3x\cdot 1^2+1^3$
$=(3x+1)^3$

(3) $27x^3+54x^2y+36xy^2+8y^3$
$=(3x)^3+3\cdot(3x)^2\cdot 2y+3\cdot 3x\cdot(2y)^2+(2y)^3$
$=(3x+2y)^3$

(4) $3a^3+18a^2+36a+24$
$=3(a^3+6a^2+12a+8)=3(a^3+3\cdot a^2\cdot 2+3\cdot a\cdot 2^2+2^3)$
$=3(a+2)^3$

061 답 (1) $(x-3)^3$ (2) $(2x-3)^3$ (3) $(4x-1)^3$ (4) $(2x-y)^3$ (5) $(a-2b)^3$

(1) $x^3-9x^2+27x-27=x^3-3\cdot x^2\cdot 3+3\cdot x\cdot 3^2-3^3$
$=(x-3)^3$

(2) $8x^3-36x^2+54x-27$
$=(2x)^3-3\cdot(2x)^2\cdot 3+3\cdot 2x\cdot 3^2-3^3=(2x-3)^3$

(3) $64x^3-48x^2+12x-1$
$=(4x)^3-3\cdot(4x)^2\cdot 1+3\cdot 4x\cdot 1^2-1^3=(4x-1)^3$

(4) $8x^3-12x^2y+6xy^2-y^3$
$=(2x)^3-3\cdot(2x)^2\cdot y+3\cdot 2x\cdot y^2-y^3=(2x-y)^3$

(5) $a^3-6a^2b+12ab^2-8b^3$
$=a^3-3\cdot a^2\cdot 2b+3\cdot a\cdot(2b)^2-(2b)^3=(a-2b)^3$

062 답 (1) $(x+2)(x^2-2x+4)$ (2) $(3x+1)(9x^2-3x+1)$ (3) $(x+4y)(x^2-4xy+16y^2)$ (4) $(2x+1)(4x^2-2x+1)$ (5) $(4x+3y)(16x^2-12xy+9y^2)$ (6) $2(a+3)(a^2-3a+9)$

(1) $x^3+8=x^3+2^3=(x+2)(x^2-2x+4)$

(2) $27x^3+1=(3x)^3+1^3=(3x+1)(9x^2-3x+1)$

(3) $x^3+64y^3=x^3+(4y)^3$
$=(x+4y)(x^2-4xy+16y^2)$

(4) $8x^3+1=(2x)^3+1^3$
$=(2x+1)(4x^2-2x+1)$

(5) $64x^3+27y^3=(4x)^3+(3y)^3$

$=(4x+3y)(16x^2-12xy+9y^2)$

(6) $2a^3+54=2(a^3+27)=2(a^3+3^3)$

$=2(a+3)(a^2-3a+9)$

063 답 (1) $(x-1)(x^2+x+1)$ (2) $(x-4)(x^2+4x+16)$

(3) $(2x-y)(4x^2+2xy+y^2)$

(4) $(2x-3y)(4x^2+6xy+9y^2)$

(5) $(a-3b)(a^2+3ab+9b^2)$

(6) $ab(2a-3b)(4a^2+6ab+9b^2)$

(1) $x^3-1=x^3-1^3=(x-1)(x^2+x+1)$

(2) $x^3-64=x^3-4^3=(x-4)(x^2+4x+16)$

(3) $8x^3-y^3=(2x)^3-y^3=(2x-y)(4x^2+2xy+y^2)$

(4) $8x^3-27y^3=(2x)^3-(3y)^3=(2x-3y)(4x^2+6xy+9y^2)$

(5) $a^3-27b^3=a^3-(3b)^3=(a-3b)(a^2+3ab+9b^2)$

(6) $8a^4b-27ab^4=ab(8a^3-27b^3)=ab\{(2a)^3-(3b)^3\}$

$=ab(2a-3b)(4a^2+6ab+9b^2)$

064 답 (1) $(x+y-z)^2$ (2) $(a+b+3c)^2$ (3) $(x-2y+3z)^2$

(4) $(2a+b+2c)^2$ (5) $(a+b-1)^2$

(1) $x^2+y^2+z^2+2xy-2yz-2zx$

$=x^2+y^2+(-z)^2+2\cdot x\cdot y+2\cdot y\cdot(-z)+2\cdot(-z)\cdot x$

$=(x+y-z)^2$

(2) $a^2+b^2+9c^2+2ab+6bc+6ca$

$=a^2+b^2+(3c)^2+2\cdot a\cdot b+2\cdot b\cdot 3c+2\cdot 3c\cdot a$

$=(a+b+3c)^2$

(3) $x^2+4y^2+9z^2-4xy-12yz+6zx$

$=x^2+(-2y)^2+(3z)^2+2\cdot x\cdot(-2y)+2\cdot(-2y)\cdot 3z$

$+2\cdot 3z\cdot x$

$=(x-2y+3z)^2$

(4) $4a^2+b^2+4c^2+4ab+4bc+8ca$

$=(2a)^2+b^2+(2c)^2+2\cdot 2a\cdot b+2\cdot b\cdot 2c+2\cdot 2c\cdot 2a$

$=(2a+b+2c)^2$

(5) $a^2+b^2+2ab-2a-2b+1$

$=a^2+b^2+1+2ab-2b-2a$

$=a^2+b^2+(-1)^2+2\cdot a\cdot b+2\cdot b\cdot(-1)+2\cdot(-1)\cdot a$

$=(a+b-1)^2$

065 답 (1) $(a+b-3c)(a^2+b^2+9c^2-ab+3bc+3ca)$

(2) $(x+y-2)(x^2+y^2-xy+2x+2y+4)$

(3) $(a-2b+c)(a^2+4b^2+c^2+2ab+2bc-ca)$

(4) $(a-b+c)(a^2+b^2+c^2+ab+bc-ca)$

(5) $(x+y+1)(x^2+y^2-xy-x-y+1)$

(1) $a^3+b^3-27c^3+9abc$

$=a^3+b^3+(-3c)^3-3\cdot a\cdot b\cdot(-3c)$

$=(a+b-3c)(a^2+b^2+9c^2-ab+3bc+3ca)$

(2) $x^3+y^3-8+6xy$

$=x^3+y^3+(-2)^3-3\cdot x\cdot y\cdot(-2)$

$=(x+y-2)(x^2+y^2-xy+2x+2y+4)$

(3) $a^3-8b^3+c^3+6abc$

$=a^3+(-2b)^3+c^3-3\cdot a\cdot(-2b)\cdot c$

$=(a-2b+c)(a^2+4b^2+c^2+2ab+2bc-ca)$

(4) $a^3-b^3+c^3+3abc$

$=a^3+(-b)^3+c^3-3\cdot a\cdot(-b)\cdot c$

$=\{a+(-b)+c\}\{a^2+(-b)^2+c^2-a\cdot(-b)-(-b)\cdot c$

$-c\cdot a\}$

$=(a-b+c)(a^2+b^2+c^2+ab+bc-ca)$

(5) $x^3+y^3-3xy+1$

$=x^3+y^3+1-3xy$

$=x^3+y^3+1^3-3\cdot x\cdot y\cdot 1$

$=(x+y+1)(x^2+y^2-xy-x-y+1)$

066 답 (1) $(x+y+1)(x+y-3)$ (2) $(x^2+3x+7)(x^2+3x-5)$

(3) $(x+y+2)(x+y-5)$

(1) $x+y=X$로 놓으면

$(x+y)^2-2(x+y)-3$

$=X^2-2X-3=(X+1)(X-3)$

$=(x+y+1)(x+y-3)$

(2) $x^2+3x=X$로 놓으면

$(x^2+3x-2)(x^2+3x+4)-27$

$=(X-2)(X+4)-27$

$=X^2+2X-35=(X+7)(X-5)$

$=(x^2+3x+7)(x^2+3x-5)$

(3) $x+y=X$로 놓으면

$(x+y)^2-3x-3y-10$

$=(x+y)^2-3(x+y)-10$

$=X^2-3X-10=(X+2)(X-5)$

$=(x+y+2)(x+y-5)$

067 답 (1) $(x^2+3x+5)(x^2+3x-3)$

(2) $(x-1)^2(x^2-2x-12)$ (3) $(x^2-3x+1)^2$

(1) $x(x+1)(x+2)(x+3)-15$

$=\{x(x+3)\}\{(x+1)(x+2)\}-15$

$=(x^2+3x)(x^2+3x+2)-15$

$=X(X+2)-15$ ← $x^2+3x=X$로 치환

$=X^2+2X-15=(X+5)(X-3)$

$=(x^2+3x+5)(x^2+3x-3)$ ← $X=x^2+3x$ 대입

(2) $(x+1)(x+2)(x-3)(x-4)-36$

$=\{(x+1)(x-3)\}\{(x+2)(x-4)\}-36$

$=(x^2-2x-3)(x^2-2x-8)-36$

$=(X-3)(X-8)-36$ ← $x^2-2x=X$로 치환

$=X^2-11X-12=(X+1)(X-12)$

$=(x^2-2x+1)(x^2-2x-12)$ ← $X=x^2-2x$ 대입

$=(x-1)^2(x^2-2x-12)$

(3) $x(x-1)(x-2)(x-3)+1$

$=\{x(x-3)\}\{(x-1)(x-2)\}+1$

$=(x^2-3x)(x^2-3x+2)+1$

$=X(X+2)+1=X^2+2X+1$ ← $x^2-3x=X$로 치환

$=(X+1)^2=(x^2-3x+1)^2$ ← $X=x^2-3x$ 대입

068 답 (1) $(x^2+1)(x^2-3)$ (2) $(x+1)(x-1)(x+3)(x-3)$

(3) $(x^2+2)(x+1)(x-1)$

(1) $x^4-2x^2-3=X^2-2X-3$ ← $x^2=X$로 치환

$=(X+1)(X-3)$

$=(x^2+1)(x^2-3)$ ← $X=x^2$ 대입

(2) $x^4-10x^2+9=X^2-10X+9$ ← $x^2=X$로 치환

$=(X-1)(X-9)$

$=(x^2-1)(x^2-9)$ ← $X=x^2$ 대입

$=(x+1)(x-1)(x+3)(x-3)$

(3) $x^4+x^2-2=X^2+X-2$ ← $x^2=X$로 치환

$=(X+2)(X-1)$

$=(x^2+2)(x^2-1)$ ← $X=x^2$ 대입

$=(x^2+2)(x+1)(x-1)$

069 답 (1) $(x^2+x-1)(x^2-x-1)$ (2) $(x^2+x-4)(x^2-x-4)$

(3) $(x^2+x-3)(x^2-x-3)$

(4) $(x^2+2x+2)(x^2-2x+2)$

(1) $x^4-3x^2+1=(x^4-2x^2+1)-x^2$

← $-3x^2$을 $-2x^2$과 $-x^2$으로 분리하기

$=(x^2-1)^2-x^2$ ← A^2-B^2 꼴로 변형

$=(x^2+x-1)(x^2-x-1)$

(2) $x^4-9x^2+16=(x^4-8x^2+16)-x^2$

← $-9x^2$을 $-8x^2$과 $-x^2$으로 분리하기

$=(x^2-4)^2-x^2$ ← A^2-B^2 꼴로 변형

$=(x^2+x-4)(x^2-x-4)$

(3) $x^4-7x^2+9=(x^4-6x^2+9)-x^2$

← $-7x^2$을 $-6x^2$과 $-x^2$으로 분리하기

$=(x^2-3)^2-x^2$ ← A^2-B^2 꼴로 변형

$=(x^2+x-3)(x^2-x-3)$

(4) $x^4+4=(x^4+4x^2+4)-4x^2$ ← $4x^2$ 더하고 빼기

$=(x^2+2)^2-(2x)^2$ ← A^2-B^2 꼴로 변형

$=(x^2+2x+2)(x^2-2x+2)$

070 답 (1) $(a+b)(a-b)(a+c)$ (2) $(x-y)(x-y+z)$

(3) $(a^2+b)(c-ab)$ (4) $(y-x+1)(y-x^2-x-1)$

(1) $a^3-ab^2-b^2c+a^2c=(a^2-b^2)c+a(a^2-b^2)$

$=(a^2-b^2)(a+c)$

$=(a+b)(a-b)(a+c)$

(2) $x^2+y^2+xz-yz-2xy=(x-y)z+x^2-2xy+y^2$

$=(x-y)z+(x-y)^2$

$=(x-y)(x-y+z)$

(3) $a^2c-ab^2-a^3b+bc=(a^2+b)c-a^3b-ab^2$

$=(a^2+b)c-ab(a^2+b)$

$=(a^2+b)(c-ab)$

(4) $x^3-x^2y-2xy+y^2-1$

$=y^2-(x^2+2x)y+x^3-1$

$=y^2-(x^2+2x)y+(x-1)(x^2+x+1)$

$=\{y-(x-1)\}\{y-(x^2+x+1)\}$

$=(y-x+1)(y-x^2-x-1)$

071 답 (1) $(x+2y-1)(x-2y+1)$ (2) $(x+y+1)(x+y+3)$

(3) $(x-y+2)(x+2y-4)$ (4) $-(a-b)(b-c)(c-a)$

(1) $x^2-4y^2+4y-1=x^2-(4y^2-4y+1)$

$=x^2-(2y-1)^2$

$=(x+2y-1)(x-2y+1)$

(2) $x^2+y^2+2xy+4x+4y+3$

$=x^2+(2y+4)x+y^2+4y+3$

$=x^2+(2y+4)x+(y+1)(y+3)$

$=\{x+(y+1)\}\{x+(y+3)\}$

$=(x+y+1)(x+y+3)$

(3) $x^2+xy-2y^2-2x+8y-8$

$=x^2+(y-2)x-2(y^2-4y+4)$

$=x^2+(y-2)x-2(y-2)^2$

$=(x-y+2)(x+2y-4)$

(4) $ab(a-b)+bc(b-c)+ca(c-a)$

$=a^2b-ab^2+b^2c-bc^2+c^2a-ca^2$

$=(b-c)a^2-(b^2-c^2)a+bc(b-c)$

$=(b-c)a^2-(b+c)(b-c)a+bc(b-c)$

$=(b-c)\{a^2-(b+c)a+bc\}$

$=(b-c)(a-b)(a-c)=-(a-b)(b-c)(c-a)$

072 답 (1) $(x-1)^2(x+2)$ (2) $(x-1)(x+2)(x-3)$
(3) $(x+2)(x^2-x+1)$ (4) $(x-1)^2(x+3)$
(5) $(x-2)(2x^2+5x+8)$ (6) $(x+1)(3x^2+2x-2)$

(1) $f(x)=x^3-3x+2$라 하면

$f(1)=1-3+2=0$이므로

조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 0 & -3 & 2 \\ & & 1 & 1 & -2 \\ \hline & 1 & 1 & -2 & 0 \end{array}$$

$f(x)=(x-1)(x^2+x-2)$

$=(x-1)^2(x+2)$

(2) $f(x)=x^3-2x^2-5x+6$이라 하면

$f(1)=1-2-5+6=0$이므로

조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -2 & -5 & 6 \\ & & 1 & -1 & -6 \\ \hline & 1 & -1 & -6 & 0 \end{array}$$

$f(x)=(x-1)(x^2-x-6)$

$=(x-1)(x+2)(x-3)$

(3) $f(x)=x^3+x^2-x+2$라 하면

$f(-2)=-8+4+2+2=0$이므로

조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & 1 & 1 & -1 & 2 \\ & & -2 & 2 & -2 \\ \hline & 1 & -1 & 1 & 0 \end{array}$$

$f(x)=(x+2)(x^2-x+1)$

(4) $f(x)=x^3+x^2-5x+3$이라 하면

$f(1)=1+1-5+3=0$이므로

조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 1 & -5 & 3 \\ & & 1 & 2 & -3 \\ \hline & 1 & 2 & -3 & 0 \end{array}$$

$f(x)=(x-1)(x^2+2x-3)$

$=(x-1)^2(x+3)$

(5) $f(x)=2x^3+x^2-2x-16$이라 하면

$f(2)=16+4-4-16=0$이므로

조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 2 & 1 & -2 & -16 \\ & & 4 & 10 & 16 \\ \hline & 2 & 5 & 8 & 0 \end{array}$$

$f(x)=(x-2)(2x^2+5x+8)$

(6) $f(x)=3x^3+5x^2-2$라 하면

$f(-1)=-3+5-2=0$이므로

조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 3 & 5 & 0 & -2 \\ & & -3 & -2 & 2 \\ \hline & 3 & 2 & -2 & 0 \end{array}$$

$f(x)=(x+1)(3x^2+2x-2)$

073 답 (1) $(x-1)^2(x+1)(x+2)$ (2) $(x-1)^3(x+1)$
(3) $(x+1)^2(x-1)(x+3)$
(4) $(x-1)(x-2)(x+2)(x-3)$
(5) $(x+1)(x-2)(x+3)(x-4)$

(1) $f(x)=x^4+x^3-3x^2-x+2$라 하면

$f(1)=0$, $f(-1)=0$이므로

조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & 1 & -3 & -1 & 2 \\ & & 1 & 2 & -1 & -2 \\ \hline -1 & 1 & 2 & -1 & -2 & 0 \\ & & -1 & -1 & 2 & \\ \hline & 1 & 1 & -2 & 0 & \end{array}$$

$f(x)=(x-1)(x+1)(x^2+x-2)$

$=(x-1)^2(x+1)(x+2)$

(2) $f(x)=x^4-2x^3+2x-1$이라 하면

$f(1)=0$, $f(-1)=0$이므로

조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & -2 & 0 & 2 & -1 \\ & & 1 & -1 & -1 & 1 \\ \hline -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ & & -1 & 2 & -1 & \\ \hline & 1 & -2 & 1 & 0 & \end{array}$$

$f(x)=(x-1)(x+1)(x^2-2x+1)$

$\quad=(x-1)^3(x+1)$

(3) $f(x)=x^4+4x^3+2x^2-4x-3$이라 하면

$f(1)=0,\ f(-1)=0$이므로

조립제법을 이용하여 인수분해하면

1	1	4	2	-4	-3
		1	5	7	3
-1	1	5	7	3	0
		-1	-4	-3	
	1	4	3	0	

$f(x)=(x-1)(x+1)(x^2+4x+3)$

$\quad=(x+1)^2(x-1)(x+3)$

(4) $f(x)=x^4-4x^3-x^2+16x-12$라 하면

$f(1)=0,\ f(2)=0$이므로

조립제법을 이용하여 인수분해하면

1	1	-4	-1	16	-12
		1	-3	-4	12
2	1	-3	-4	12	0
		2	-2	-12	
	1	-1	-6	0	

$f(x)=(x-1)(x-2)(x^2-x-6)$

$\quad=(x-1)(x-2)(x+2)(x-3)$

(5) $f(x)=x^4-2x^3-13x^2+14x+24$라 하면

$f(-1)=0,\ f(2)=0$이므로

조립제법을 이용하여 인수분해하면

-1	1	-2	-13	14	24
		-1	3	10	-24
2	1	-3	-10	24	0
		2	-2	-24	
	1	-1	-12	0	

$f(x)=(x+1)(x-2)(x^2-x-12)$

$\quad=(x+1)(x-2)(x+3)(x-4)$

074 답 (1) 100 (2) -160 (3) 1000

(1) $99=x$로 놓으면

$$\frac{99^3+1}{98\times99+1}=\frac{x^3+1}{(x-1)x+1}$$

$$=\frac{(x+1)(x^2-x+1)}{x^2-x+1}=x+1$$

$$=99+1=100$$

(2) $3^2-5^2+7^2-9^2+11^2-13^2+15^2-17^2$

$=(3+5)(3-5)+(7+9)(7-9)+(11+13)(11-13)$
$\qquad+(15+17)(15-17)$

$=(-2)\times8+(-2)\times16+(-2)\times24+(-2)\times32$

$=-2(8+16+24+32)=-2\times80=-160$

(3) $1004=a,\ 4=b$로 놓으면

$$\frac{1004^3-64}{1004\times1008+16}=\frac{a^3-b^3}{a\times(a+b)+b^2}$$

$$=\frac{(a-b)(a^2+ab+b^2)}{a^2+ab+b^2}$$

$$=a-b=1000$$

075 답 -9

$x^3-27=x^3-3^3=(x-3)(x^2+3x+9)$

$\therefore\ a=-3,\ b=3,\ c=9$

$\therefore\ a+b-c=-9$

076 답 ①

$(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)+k$

$=\{(x+2)(x+5)\}\{(x+3)(x+4)\}+k$

$=(x^2+7x+10)(x^2+7x+12)+k$

$=(X+10)(X+12)+k$ ($\because$ $x^2+7x=X$로 치환)

$=X^2+22X+120+k$ ⋯ ㉠

주어진 식이 x에 대한 이차식의 완전제곱식으로 인수분해되려면 ㉠이 X에 대한 완전제곱식으로 인수분해되어야 한다.

$\left(\frac{22}{2}\right)^2=120+k$이므로 $121=120+k$

$\therefore\ k=1$

077 답 -505

$x^2=X$로 놓으면

$x^4-8x^2+16=X^2-8X+16$

$\qquad=(X-4)^2$

$\qquad=(x^2-4)^2$

$\qquad=(x+2)^2(x-2)^2$

이때, $a>b$이므로 $a=2,\ b=-2$

$\therefore\ \frac{2020}{b-a}=\frac{2020}{-2-2}=-505$

078 답 ③

주어진 식을 b에 대하여 내림차순으로 정리하면

$a^2b-a^3c+bc-ac^2=(a^2+c)b-(a^3c+ac^2)$

$=(a^2+c)b-ac(a^2+c)$

$=(a^2+c)(b-ac)$

따라서 인수인 것은 ③ $b-ac$이다.

079 답 ③

$f(x)=x^4+2x^3+2x^2-2x-3$이라 하면

$f(1)=0$, $f(-1)=0$이므로

조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & 2 & 2 & -2 & -3 \\ & & 1 & 3 & 5 & 3 \\ \hline -1 & 1 & 3 & 5 & 3 & 0 \\ & & -1 & -2 & -3 & \\ \hline & 1 & 2 & 3 & 0 & \end{array}$$

$f(x)=(x-1)(x+1)(x^2+2x+3)$

따라서 인수인 것은 ③ x^2+2x+3이다.

080 답 271

$15=x$로 놓으면

$15\times16\times17\times18+1=x(x+1)(x+2)(x+3)+1$

$=\{x(x+3)\}\{(x+1)(x+2)\}+1$

$=(x^2+3x)(x^2+3x+2)+1$

$=X(X+2)+1$ ($\because$ $x^2+3x=X$로 치환)

$=X^2+2X+1$

$=(X+1)^2$

$=(x^2+3x+1)^2$

$=(225+45+1)^2=271^2$

$\therefore \sqrt{15\times16\times17\times18+1}=\sqrt{271^2}=271$

Ⅱ 방정식과 부등식

1 복소수

48쪽~60쪽

001 답 (1) $\sqrt{3}i$ (2) $3i$ (3) $\sqrt{15}i$ (4) $-2\sqrt{6}i$ (5) $\frac{2}{3}i$

(2) $\sqrt{-9}=\sqrt{9}i=3i$

(4) $-\sqrt{-24}=-\sqrt{24}i=-2\sqrt{6}i$

(5) $\sqrt{-\frac{4}{9}}=\sqrt{\frac{4}{9}}i=\frac{2}{3}i$

002 답 (1) 실수부분 : 2, 허수부분 : -3

(2) 실수부분 : $\sqrt{2}$, 허수부분 : 2

(3) 실수부분 : $\frac{3}{2}$, 허수부분 : $\frac{\sqrt{5}}{2}$

(4) 실수부분 : 3, 허수부분 : 1

(5) 실수부분 : 8, 허수부분 : 0

(6) 실수부분 : 0, 허수부분 : 5

(7) 실수부분 : -1, 허수부분 : -1

(6) $i^2-i=-1-i$이므로 실수부분은 -1, 허수부분은 -1이다.

003 답 (1) $\sqrt{9}i^2$, 0, $(\sqrt{-5})^2$, $2i^2$, $2-\sqrt{3}$ (2) $-i$, $\sqrt{2}i$, $\sqrt{-4}$

(3) $i-1$, $\sqrt{3}+2i$

(1) $\sqrt{9}i^2=3\cdot(-1)=-3$, $(\sqrt{-5})^2=(\sqrt{5}i)^2=-5$,

$2i^2=2\cdot(-1)=-2$

(2) $\sqrt{-4}=\sqrt{4}i=2i$

004 답 (1) $x=-2$, $y=-2$ (2) $x=-1$, $y=3$

(3) $x=10$, $y=-1$ (4) $x=3$, $y=2$ (5) $x=-\frac{3}{2}$, $y=\frac{1}{2}$

(2) $x+1=0$, $y-3=0$

$\therefore x=-1$, $y=3$

(3) $x-4=6$, $y+2=1$

$\therefore x=10$, $y=-1$

(4) $3-x=0$, $y-2=0$

$\therefore x=3$, $y=2$

(5) $x+y+1=0$, $x-y+2=0$에서

$x+y=-1$, $x-y=-2$

$\therefore x=-\frac{3}{2}$, $y=\frac{1}{2}$

005 답 (1) $1-2i$ (2) $-2-3i$ (3) 2 (4) $3i$ (5) $-\sqrt{2}-i$

(6) $3i-4$ (7) $3+\sqrt{7}$

006 답 (1) $7+3i$ (2) $1+3i$ (3) -2 (4) $-9-3i$

(1) $(4+2i)+(3+i)=(4+3)+(2+1)i=7+3i$

(2) $(-1+2i)+(2+i)=(-1+2)+(2+1)i=1+3i$

(3) $(-i-1)+(-1+i)=(-1-1)+(-1+1)i=-2$

(4) $(-5-2i)+(-4-i)=(-5-4)+(-2-1)i=-9-3i$

007 답 (1) $-3-4i$ (2) $-11+5i$ (3) $4+i$ (4) $3-3i$ (5) $-3+6i$

(1) $(1+3i)-(4+7i)=(1-4)+(3-7)i=-3-4i$

(2) $(-9+i)-(2-4i)=(-9-2)+\{1-(-4)\}i=-11+5i$

(3) $(9-6i)-(5-7i)=(9-5)+\{-6-(-7)\}i=4+i$

(4) $(7-2i)-(4+i)=(7-4)+(-2-1)i=3-3i$

(5) $(7-6i)-2(5-6i)=(7-10)+(-6+12)i=-3+6i$

008 답 (1) $10-5i$ (2) $-13i$ (3) $-2\sqrt{3}-6i$ (4) 41

(1) $(2+i)(3-4i)=6-8i+3i-4i^2=(6+4)+(-8+3)i$
$=10-5i$

(2) $(2+3i)(-3-2i)=-6-4i-9i-6i^2$
$=(-6+6)+(-4-9)i$
$=-13i$

(3) $(1-\sqrt{3}i)(\sqrt{3}-3i)=\sqrt{3}-3i-3i+3\sqrt{3}i^2$
$=(\sqrt{3}-3\sqrt{3})+(-3-3)i=-2\sqrt{3}-6i$

(4) $(4+5i)(4-5i)=16-20i+20i-25i^2$
$=(16+25)+(-20+20)i=41$

009 답 (1) $\frac{4}{25}+\frac{3}{25}i$ (2) $\frac{3}{2}+\frac{i}{2}$ (3) $5-2i$ (4) $2-i$ (5) $\frac{3}{5}+\frac{6}{5}i$

(1) $\frac{1}{4-3i}=\frac{1\times(4+3i)}{(4-3i)(4+3i)}=\frac{4+3i}{4^2-(3i)^2}=\frac{4}{25}+\frac{3}{25}i$

(2) $\frac{1+2i}{1+i}=\frac{(1+2i)(1-i)}{(1+i)(1-i)}=\frac{1-i+2i-2i^2}{1^2-i^2}=\frac{3+i}{2}=\frac{3}{2}+\frac{i}{2}$

(3) $\frac{2+5i}{i}=\frac{i(2+5i)}{i^2}=-(2i+5i^2)=5-2i$

(4) $\frac{4+3i}{1+2i}=\frac{(4+3i)(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)}=\frac{10-5i}{5}=2-i$

(5) $\frac{3i}{2+i}=\frac{3i(2-i)}{(2+i)(2-i)}=\frac{6i+3}{5}=\frac{3}{5}+\frac{6}{5}i$

010 답 (1) 2 (2) 2 (3) 1 (4) 0 (5) 0 (6) -4

(1) $x+y=(1+i)+(1-i)=2$

(2) $xy=(1+i)(1-i)=1^2-i^2=2$

(3) $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{x+y}{xy}=\frac{2}{2}=1$

(4) $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=2^2-2\cdot2=0$

(5) $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}=\frac{x^2+y^2}{xy}=\frac{0}{2}=0$

(6) $x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)=2^3-3\cdot2\cdot2=-4$

011 답 (1) $a=\pm2$, $b=-1$ (2) $a=4$, $b=1$ (3) $a=\pm2$, $b=1$

(1) z가 실수가 되려면 (허수부분)$=0$이어야 하므로

$x^2-4=0$, $x=\pm2$ $\quad\therefore a=\pm2$

z가 순허수가 되려면 (실수부분)$=0$, (허수부분)$\neq0$이어야 하므로

$x^2-x-2=0$, $(x+1)(x-2)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=2$

그런데 $x^2-4\neq0$ $\quad\therefore x\neq\pm2$

$\therefore b=-1$

(2) 주어진 복소수를 i에 대하여 정리하면

$z=x(2-i)+2(-1+2i)=(2x-2)+(-x+4)i$

z가 실수가 되려면 (허수부분)$=0$이어야 하므로

$-x+4=0$, $x=4$ $\quad\therefore a=4$

z가 순허수가 되려면 (실수부분)$=0$, (허수부분)$\neq0$이어야 하므로

$2x-2=0$, $-x+4\neq0$ $\quad\therefore x=1$, $x\neq4$

$\therefore b=1$

(3) 주어진 복소수를 i에 대하여 정리하면

$z=(1-i)x^2-3x+2+4i=(x^2-3x+2)+(-x^2+4)i$

z가 실수가 되려면 (허수부분)$=0$이어야 하므로

$-x^2+4=0$, $x=\pm2$ $\quad\therefore a=\pm2$

z가 순허수가 되려면 (실수부분)$=0$, (허수부분)$\neq0$이어야 하므로

$x^2-3x+2=0$, $(x-1)(x-2)=0$ $\quad\therefore x=1$ 또는 $x=2$

그런데 $-x^2+4\neq0$ $\quad\therefore x\neq\pm2$

$\therefore b=1$

012 답 (1) $x=3$, $y=-4$ (2) $x=2$, $y=1$ (3) $x=5$, $y=-2$ (4) $x=3$, $y=-5$

(1) 주어진 식의 좌변을 정리하면

$(x+2y)+(2x-y)i=-5+10i$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$x+2y=-5$, $2x-y=10$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $x=3$, $y=-4$

(2) 주어진 식의 좌변을 정리하면

$(3x+2y)+(2x-3y)i=8+i$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$3x+2y=8,\ 2x-3y=1$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $x=2,\ y=1$

(3) 주어진 식의 좌변을 정리하면

$(x+y)+(x-y)i=3+7i$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여 $x+y=3,\ x-y=7$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $x=5,\ y=-2$

(4) 주어진 식의 좌변을 정리하면

$(x+2)+(-2x+1)i=5+yi$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$x+2=5,\ -2x+1=y$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $x=3,\ y=-5$

013 답 (1) $1-2i$ (2) 2 (3) $4i$ (4) 5

(1) $z=1+2i$이므로 $\overline{z}=1-2i$

(2) $z+\overline{z}=(1+2i)+(1-2i)=2$

(3) $z-\overline{z}=(1+2i)-(1-2i)=4i$

(4) $z\overline{z}=(1+2i)(1-2i)=1^2-(2i)^2=5$

014 답 (1) $3+2i$ (2) 6 (3) $\frac{5}{13}-\frac{12}{13}i$ (4) 20

(1) $z=3-2i$이므로 $\overline{z}=3+2i$

(2) $z+\overline{z}=(3-2i)+(3+2i)=6$

(3) $\frac{z}{\overline{z}}=\frac{3-2i}{3+2i}=\frac{(3-2i)(3-2i)}{(3+2i)(3-2i)}=\frac{(3-2i)^2}{3^2-(2i)^2}=\frac{5-12i}{13}$

$=\frac{5}{13}-\frac{12}{13}i$

(4) $(z+1)(\overline{z}+1)=(3-2i+1)(3+2i+1)$

$=(4-2i)(4+2i)=4^2-(2i)^2=20$

[다른 풀이]

$(z+1)(\overline{z}+1)=z\overline{z}+(z+\overline{z})+1$

$=(3-2i)(3+2i)+(3-2i+3+2i)+1$

$=9+4+6+1=20$

015 답 (1) $1-2i$ (2) $2-i$ (3) $1+i$ (4) $3i$ (5) $1+i$ (6) $3+4i$

(1) $z=a+bi$(a, b는 실수)라고 하면 $\overline{z}=a-bi$이므로

$5z+2\overline{z}=5(a+bi)+2(a-bi)=7a+3bi$

따라서 $7a+3bi=7-6i$이므로

복소수가 서로 같을 조건에 의하여 $a=1,\ b=-2$

$\therefore z=1-2i$

(2) $z=a+bi$(a, b는 실수)라고 하면 $\overline{z}=a-bi$이므로

$(3+i)z+2i\overline{z}=(3+i)(a+bi)+2i(a-bi)$

$=(3a+b)+(3a+3b)i$

따라서 $(3a+b)+(3a+3b)i=5+3i$이므로

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$3a+b=5,\ 3a+3b=3$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=2,\ b=-1$

$\therefore z=2-i$

(3) $z=a+bi$(a, b는 실수)라고 하면 $\overline{z}=a-bi$이므로

$(1+2i)z+3i\overline{z}=(1+2i)(a+bi)+3i(a-bi)$

$=(a+b)+(5a+b)i$

따라서 $(a+b)+(5a+b)i=2+6i$이므로

복소수가 서로 같을 조건에 의하여 $a+b=2,\ 5a+b=6$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=1,\ b=1$

$\therefore z=1+i$

(4) $z=a+bi$(a, b는 실수)라고 하면 $\overline{z}=a-bi$이므로

$(1+i)z+3i\overline{z}=(1+i)(a+bi)+3i(a-bi)$

$=(a+2b)+(4a+b)i$

따라서 $(a+2b)+(4a+b)i=6+3i$이므로

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$a+2b=6,\ 4a+b=3$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=0,\ b=3$

$\therefore z=3i$

(5) $z=a+bi$(a, b는 실수)라고 하면 $\overline{z}=a-bi$이므로

$(2+i)z+(3-2i)\overline{z}=(2+i)(a+bi)+(3-2i)(a-bi)$

$=(5a-3b)-(a+b)i$

따라서 $(5a-3b)-(a+b)i=2-2i$이므로

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$5a-3b=2,\ a+b=2$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=1,\ b=1$

$\therefore z=1+i$

(6) $z=a+bi$(a, b는 실수)라고 하면 $\overline{z}=a-bi$이므로

$(2+i)z+(1-i)\overline{z}=(2+i)(a+bi)+(1-i)(a-bi)$

$=(3a-2b)+bi$

따라서 $(3a-2b)+bi=1+4i$이므로

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$3a-2b=1,\ b=4$

$\therefore a=3,\ b=4$

$\therefore z=3+4i$

016 답 (1) $-i$ (2) i (3) $-i$ (4) i (5) $-i$

(1) $i^{43}=i^{4\times10+3}=(i^4)^{10}\cdot i^3=1^{10}\cdot(-i)=-i$

(2) $i^{121}=i^{4\times30+1}=(i^4)^{30}\cdot i=1^{30}\cdot i=i$

(3) $(-i)^5=-i^5=-i^4\cdot i=-i$

(4) $\left(\frac{1}{i}\right)^3=\frac{1^3}{i^3}=\frac{1}{-i}=\frac{i}{-i\cdot i}=i$

(5) $\left(-\frac{1}{i}\right)^{23}=-\frac{1^{23}}{i^{23}}=-\frac{1}{i^{4\times5+3}}=-\frac{1}{(i^4)^5\cdot i^3}=-\frac{1}{i^3}=-\frac{1}{-i}$

$=\frac{1}{i}=\frac{i}{i\cdot i}=-i$

017 답 (1) $-8i$ (2) -64 (3) i (4) i (5) 1 (6) 0

(1) $(1+i)^2=1+2i+i^2=2i$이므로

$(1+i)^6=\{(1+i)^2\}^3$

$=(2i)^3=8i^3=8\cdot(-i)=-8i$

(2) $(1-i)^2=1-2i+i^2=-2i$이므로

$(1-i)^{12}=\{(1-i)^2\}^6$

$=(-2i)^6=64i^6=64\cdot i^4\cdot i^2=-64$

(3) $i+i^2+i^3+i^4+i^5=i+(-1)+(-i)+1+i^4\cdot i=i$

(4) $i+i^2+i^3+i^4+\cdots+i^{25}$

$=(i+i^2+i^3+i^4)+\cdots+(i^{21}+i^{22}+i^{23}+i^{24})+i^{25}$

$=(i-1-i+1)+\cdots+(i-1-i+1)+i$

$=i$

(5) $1+i+i^2+\cdots+i^{100}$

$=(1+i+i^2+i^3)+\cdots+(i^{96}+i^{97}+i^{98}+i^{99})+i^{100}$

$=(1+i-1-i)+\cdots+(1+i-1-i)+1=1$

(6) $\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\frac{1}{i^4}=\frac{1}{i}-1-\frac{1}{i}+1=0$

018 답 (1) i (2) -1 (3) i (4) -1 (5) $-2i$

(1) $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^5=i^5=i$

(2) $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{106}=i^{106}=i^{4\times26+2}=i^2=-1$

(3) $\frac{1-i}{1+i}=\frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)}=\frac{-2i}{2}=-i$

$\therefore$ (주어진 식)$=(-i)^7=-i^4\cdot i^3=i$

(4) $\frac{1-i}{1+i}=\frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)}=\frac{-2i}{2}=-i$

$\therefore$ (주어진 식)$=(-i)^{2018}=i^{2018}=i^{4\times504+2}=i^2=-1$

(5) $\frac{1-i}{1+i}=-i,\ \frac{1+i}{1-i}=i$

$\therefore$ (주어진 식)$=(-i)^5+i^{15}=-i^4\cdot i+(i^4)^3\cdot i^3$

$=-i-i=-2i$

019 답 (1) $\pm\sqrt{2}i$ (2) $\pm2i$ (3) $\pm\sqrt{7}i$ (4) $\pm2\sqrt{2}i$ (5) $\pm\frac{\sqrt{3}}{3}i$ (6) $\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i$

(2) $\pm\sqrt{4}i=\pm2i$

(4) $\pm\sqrt{8}i=\pm2\sqrt{2}i$

(5) $\pm\sqrt{\frac{1}{3}}i=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}i=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}i$

(6) $\pm\sqrt{\frac{3}{4}}i=\pm\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}}i=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i$

020 답 (1) $4\sqrt{3}i$ (2) $7i$ (3) $3i$ (4) $-3\sqrt{2}i$ (5) $(\sqrt{7}-7)i$

(1) $\sqrt{-3}+\sqrt{-27}=\sqrt{3}i+3\sqrt{3}i=4\sqrt{3}i$

(2) $\sqrt{-25}+\sqrt{-4}=5i+2i=7i$

(3) $\sqrt{-16}-\sqrt{-1}=4i-i=3i$

(4) $3\sqrt{-2}-3\sqrt{-8}=3\sqrt{2}i-6\sqrt{2}i=-3\sqrt{2}i$

(5) $\sqrt{-7}-\sqrt{-49}=\sqrt{7}i-7i=(\sqrt{7}-7)i$

021 답 (1) $4i$ (2) $9i$ (3) $-\sqrt{6}$ (4) -6 (5) $-6\sqrt{2}$ (6) $-\sqrt{15}$

(1) $\sqrt{2}\sqrt{-8}=\sqrt{2}\cdot2\sqrt{2}i=4i$

(2) $\sqrt{-3}\sqrt{27}=\sqrt{3}i\cdot3\sqrt{3}=9i$

(3) $\sqrt{-2}\sqrt{-3}=\sqrt{2}i\cdot\sqrt{3}i=\sqrt{6}i^2=-\sqrt{6}$

(4) $\sqrt{-4}\sqrt{-9}=2i\cdot3i=6i^2=-6$

(5) $\sqrt{-8}\sqrt{-9}=2\sqrt{2}i\cdot3i=6\sqrt{2}i^2=-6\sqrt{2}$

(6) $\sqrt{-5}\sqrt{-3}=\sqrt{5}i\cdot\sqrt{3}i=\sqrt{15}i^2=-\sqrt{15}$

022 답 (1) $2i$ (2) $\frac{i}{2}$ (3) $-2i$ (4) $-\sqrt{6}i$ (5) $\sqrt{3}$ (6) 2

(1) $\frac{\sqrt{-8}}{\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{2}i}{\sqrt{2}}=2i$

(2) $\frac{\sqrt{-2}}{\sqrt{8}}=\frac{\sqrt{2}i}{2\sqrt{2}}=\frac{i}{2}$

(3) $\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{-4}}=\frac{4}{2i}=\frac{2}{i}=\frac{2i}{i^2}=-2i$

(4) $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{-3}}=\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}i}=\frac{3\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}i}{3i^2}=-\sqrt{6}i$

(5) $\frac{\sqrt{-9}}{\sqrt{-3}}=\frac{3i}{\sqrt{3}i}=\frac{3}{\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{3}}{3}=\sqrt{3}$

(6) $\frac{\sqrt{-12}}{\sqrt{-3}}=\frac{2\sqrt{3}i}{\sqrt{3}i}=2$

023 답 (1) $-2\sqrt{6}-\sqrt{3}i$ (2) $-2\sqrt{2}i$ (3) $-9-8i$ (4) $\frac{1}{5}+\frac{3}{5}i$

(1) $\sqrt{-4}\sqrt{-6}+\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{-4}}=2i\cdot\sqrt{6}i+\frac{2\sqrt{3}}{2i}$

$=-2\sqrt{6}-\sqrt{3}i$

(2) $\sqrt{-2}+\sqrt{-8}-\sqrt{-3}\sqrt{6}+\dfrac{\sqrt{16}}{\sqrt{-2}}$

$=\sqrt{2}i+\sqrt{8}i-\sqrt{3}i\cdot\sqrt{6}+\dfrac{\sqrt{16}}{\sqrt{2}i}=\sqrt{2}i+2\sqrt{2}i-\sqrt{18}i+\dfrac{2\sqrt{2}}{i}$

$=\sqrt{2}i+2\sqrt{2}i-3\sqrt{2}i-2\sqrt{2}i=-2\sqrt{2}i$

(3) $\sqrt{-3}\sqrt{-12}-\sqrt{-5}\sqrt{5}-\dfrac{\sqrt{-27}}{\sqrt{-3}}+\dfrac{\sqrt{27}}{\sqrt{-3}}$

$=\sqrt{3}i\cdot\sqrt{12}i-\sqrt{5}i\cdot\sqrt{5}-\dfrac{\sqrt{27}i}{\sqrt{3}i}+\dfrac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}i}$

$=\sqrt{36}i^2-5i-3+\dfrac{3}{i}=-6-5i-3-3i=-9-8i$

(4) $\dfrac{1+\sqrt{-1}}{2-\sqrt{-1}}=\dfrac{1+i}{2-i}=\dfrac{(1+i)(2+i)}{(2-i)(2+i)}$

$=\dfrac{2+i+2i+i^2}{4-i^2}=\dfrac{1+3i}{5}=\dfrac{1}{5}+\dfrac{3}{5}i$

024 답 (1) $-a-b$ (2) ab (3) $-a-b$

(1) $\sqrt{a}\sqrt{b}=-\sqrt{ab}$일 때, $a<0$, $b<0$이므로

$|a|+|b|=(-a)+(-b)=-a-b$

(2) $\sqrt{a^2}\sqrt{b^2}=(-a)\cdot(-b)=ab$

(3) $|a+b|=-(a+b)=-a-b$

025 답 (1) $a-b$ (2) $-ab$ (3) $a-b$

(1) $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=-\sqrt{\dfrac{a}{b}}$일 때, $a>0$, $b<0$이므로

$|a|+|b|=a+(-b)=a-b$

(2) $\sqrt{a^2}\sqrt{b^2}=a\cdot(-b)=-ab$

(3) $|b-a|=-(b-a)=a-b$

026 답 ⑤

$(x-2)+(y+5)i=8i$에서 x, y가 실수이므로

$x-2=0$, $y+5=8$ $\therefore x=2$, $y=3$

$\therefore x+y=5$

027 답 ①

$z=2-3i$의 켤레복소수는 $\bar{z}=2+3i$이므로

$z+2\bar{z}=(2-3i)+2(2+3i)=2-3i+4+6i$

$=6+3i$

$\therefore a=6$, $b=3$

$\therefore a-b=3$

028 답 ②

$z_1z_2=(2-\sqrt{3}i)(2+\sqrt{3}i)=2^2-(\sqrt{3}i)^2=4+3=7$

029 답 ④

$\alpha=1+7i$, $\bar{\alpha}=1-7i$, $\beta=3-4i$, $\bar{\beta}=3+4i$이므로

$\alpha\bar{\alpha}+\bar{\alpha}\beta+\alpha\bar{\beta}+\beta\bar{\beta}=(\alpha+\beta)\bar{\alpha}+(\alpha+\beta)\bar{\beta}$

$=(\alpha+\beta)(\bar{\alpha}+\bar{\beta})$

$=(4+3i)(4-3i)=4^2-(3i)^2=25$

030 답 ②

$z=a+bi$(a, b는 실수)에서 $\bar{z}=a-bi$이므로

$(1+i)z+2i\bar{z}=(1+i)(a+bi)+2i(a-bi)$

$=a+bi+ai-b+2ai+2b$

$=(a+b)+(3a+b)i$

따라서 $(a+b)+(3a+b)i=-1+5i$이므로

복소수가 서로 같을 조건에 의하여 $a+b=-1$, $3a+b=5$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=3$, $b=-4$

$\therefore a-b=3-(-4)=7$

031 답 ④

$i^2=-1$, $i^3=-i$, $i^4=1$, $i^5=i$이므로

$i+2i^2+3i^3+4i^4+5i^5=i+2\cdot(-1)+3\cdot(-i)+4\cdot1+5\cdot i$

$=2+3i$

032 답 i

$x=\dfrac{1+i}{1-i}=\dfrac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)}=\dfrac{2i}{2}=i$이므로

$1+x+x^2+x^3+\cdots+x^{50}$

$=1+i+i^2+i^3+\cdots+i^{50}$

$=1+(i+i^2+i^3+i^4)+\cdots+i^{44}(i+i^2+i^3+i^4)+i^{49}+i^{50}$

$=1+0+\cdots+0+(i^4)^{12}\cdot i+(i^4)^{12}\cdot i^2$

$=1+i+i^2=1+i-1=i$

033 답 $-i$

$z^2=\left(\dfrac{\sqrt{2}}{1+i}\right)^2=\dfrac{2}{2i}=\dfrac{1}{i}=-i$

$z^4=(-i)^2=-1$

$z^8=(-1)^2=1$

$\therefore z^{2018}=(z^8)^{252}\cdot z^2=z^2=-i$

2 이차방정식

63쪽~76쪽

034 답 (1) $a\neq1$일 때, $x=\dfrac{2+2a}{a-1}$

$a=1$일 때, 해는 없다.

(2) $a\neq1$일 때, $x=\frac{-a-5}{a-1}$

$a=1$일 때, 해는 없다.

(3) $a\neq\pm1$일 때, $x=\frac{1}{a-1}$

$a=-1$일 때, 해는 무수히 많다.

$a=1$일 때, 해는 없다.

(1) $a(x-2)=x+2$, $ax-2a=x+2$, $(a-1)x=2+2a$

(ⅰ) $a\neq1$일 때, $x=\frac{2+2a}{a-1}$

(ⅱ) $a=1$일 때, $0\cdot x=4$ $\quad\therefore$ 해는 없다.

(2) $a(x+1)=x-5$, $(a-1)x=-a-5$

(ⅰ) $a\neq1$일 때, $x=\frac{-a-5}{a-1}$

(ⅱ) $a=1$일 때, $0\cdot x=-6$ $\quad\therefore$ 해는 없다.

(3) $(a^2-1)x=a+1$, $(a+1)(a-1)x=a+1$

(ⅰ) $a\neq\pm1$일 때, $x=\frac{1}{a-1}$

(ⅱ) $a=-1$일 때, $0\cdot x=0$ $\quad\therefore$ 해는 무수히 많다.

(ⅲ) $a=1$일 때, $0\cdot x=2$ $\quad\therefore$ 해는 없다.

035 답 (1) $x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=1$ (2) $x=0$ (3) $x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=\frac{5}{2}$

(4) $x=-2$ 또는 $x=-\frac{2}{3}$

(1) $|2x-1|=x$에서

(ⅰ) $x<\frac{1}{2}$일 때, $-2x+1=x$, $3x=1$ $\quad\therefore x=\frac{1}{3}$

(ⅱ) $x\geq\frac{1}{2}$일 때, $2x-1=x$ $\quad\therefore x=1$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=1$

(2) $|x-1|=3x+1$에서

(ⅰ) $x<1$일 때, $-x+1=3x+1$, $4x=0$ $\quad\therefore x=0$

(ⅱ) $x\geq1$일 때, $x-1=3x+1$ $\quad\therefore x=-1$

그런데 $x\geq1$이므로 해는 없다.

(ⅰ), (ⅱ)에서 $x=0$

(3) $|x+1|+|x-2|=4$에서

(ⅰ) $x<-1$일 때, $-x-1-x+2=4$, $2x=-3$

$\therefore x=-\frac{3}{2}$

(ⅱ) $-1\leq x<2$일 때, $x+1-x+2=4$, $0\cdot x=1$

$\therefore$ 해는 없다.

(ⅲ) $x\geq2$일 때, $x+1+x-2=4$, $2x=5$

$\therefore x=\frac{5}{2}$

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 $x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=\frac{5}{2}$

(4) $|x-2|-2|x+1|=2$에서

(ⅰ) $x<-1$일 때, $-(x-2)+2(x+1)=2$ $\quad\therefore x=-2$

(ⅱ) $-1\leq x<2$일 때, $-(x-2)-2(x+1)=2$, $-3x=2$

$\therefore x=-\frac{2}{3}$

(ⅲ) $x\geq2$일 때, $(x-2)-2(x+1)=2$, $-x=6$

$\therefore x=-6$

그런데 $x\geq2$이므로 $x=-6$은 해가 아니다.

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 $x=-2$ 또는 $x=-\frac{2}{3}$

036 답 (1) $x=1$ 또는 $x=4$ (2) $x=-4$ 또는 $x=5$

(3) $x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=2$ (4) $x=-2$ 또는 $x=2$

(5) $x=\frac{3}{2}$ (중근)

(1) $x^2-5x+4=0$에서 $(x-1)(x-4)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=4$

(2) $x^2-x-20=0$에서 $(x+4)(x-5)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=5$

(3) $3x^2-7x+2=0$에서 $(3x-1)(x-2)=0$

$\therefore x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=2$

(4) $x^2-4=0$에서 $(x+2)(x-2)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=2$

(5) $4x^2-12x+9=0$에서 $(2x-3)^2=0$

$\therefore x=\frac{3}{2}$ (중근)

037 답 (1) $x=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$ (실근) (2) $x=\frac{-5\pm\sqrt{17}}{4}$ (실근)

(3) $x=\frac{1\pm\sqrt{7}i}{4}$ (허근) (4) $x=\frac{2\pm\sqrt{5}i}{3}$ (허근)

(5) $x=\frac{-3\pm\sqrt{23}i}{4}$ (허근)

(1) $x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\cdot1\cdot1}}{2\cdot1}$

$=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$ (실근)

(2) $x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\cdot2\cdot1}}{2\cdot2}$

$=\frac{-5\pm\sqrt{17}}{4}$ (실근)

(3) $x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\cdot2\cdot1}}{2\cdot2}$

$=\frac{1\pm\sqrt{-7}}{4}=\frac{1\pm\sqrt{7}i}{4}$ (허근)

(4) $3x^2-2\cdot2x+3=0$에서 근의 공식을 이용하면

$x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-3\cdot3}}{3}$

$=\dfrac{2\pm\sqrt{-5}}{3}=\dfrac{2\pm\sqrt{5}i}{3}$ (허근)

(5) 양변에 10을 곱하면 $2x^2+3x+4=0$

$\therefore x=\dfrac{-3\pm\sqrt{3^2-4\cdot2\cdot4}}{2\cdot2}$

$=\dfrac{-3\pm\sqrt{-23}}{4}=\dfrac{-3\pm\sqrt{23}i}{4}$ (허근)

038 답 (1) $x=-1$ 또는 $x=1$ (2) $x=-2$ 또는 $x=2$
(3) $x=1-\sqrt{2}$ 또는 $x=1$

(1) (i) $x<0$일 때, $x^2-3x-4=0$, $(x+1)(x-4)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=4$

그런데 $x<0$이므로 $x=-1$

(ii) $x\geq0$일 때, $x^2+3x-4=0$, $(x+4)(x-1)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=1$

그런데 $x\geq0$이므로 $x=1$

(i), (ii)에서 $x=-1$ 또는 $x=1$

(2) (i) $x<0$일 때, $3x^2-x-14=0$, $(x+2)(3x-7)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=\dfrac{7}{3}$

그런데 $x<0$이므로 $x=-2$

(ii) $x\geq0$일 때, $3x^2+x-14=0$, $(3x+7)(x-2)=0$

$\therefore x=-\dfrac{7}{3}$ 또는 $x=2$

그런데 $x\geq0$이므로 $x=2$

(i), (ii)에서 $x=-2$ 또는 $x=2$

(3) (i) $x<\dfrac{1}{2}$일 때, $x^2-(2x-1)-2=0$, $x^2-2x-1=0$

$\therefore x=1\pm\sqrt{2}$

그런데 $x<\dfrac{1}{2}$이므로 $x=1-\sqrt{2}$

(ii) $x\geq\dfrac{1}{2}$일 때, $x^2+(2x-1)-2=0$, $x^2+2x-3=0$

$(x+3)(x-1)=0$ $\quad\therefore x=-3$ 또는 $x=1$

그런데 $x\geq\dfrac{1}{2}$이므로 $x=1$

(i), (ii)에서 $x=1-\sqrt{2}$ 또는 $x=1$

039 답 (1) $k=-1$ (2) $k=-2$ (3) $k=-3\sqrt{2}$ (4) $k=1$

(1) $x=1$을 $x^2+kx-3k-3=0$에 대입하면

$1^2+k-3k-3=0$

$-2k=2 \quad \therefore k=-1$

(2) $x=-1$을 $x^2-2kx-k+1=0$에 대입하면

$(-1)^2-2k\cdot(-1)-k+1=0 \quad \therefore k=-2$

(3) $x=\sqrt{2}$를 $\sqrt{2}x^2+x+k=0$에 대입하면

$\sqrt{2}\cdot(\sqrt{2})^2+\sqrt{2}+k=0 \quad \therefore k=-3\sqrt{2}$

(4) $x=-1+\sqrt{2}$를 $x^2+kx+\sqrt{2}-2=0$에 대입하면

$(-1+\sqrt{2})^2+k(-1+\sqrt{2})+\sqrt{2}-2=0$

$1-\sqrt{2}+k(-1+\sqrt{2})=0$, $k(-1+\sqrt{2})=-1+\sqrt{2}$

$\therefore k=1$

040 답 12 cm

처음 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 처음 정사각형의 넓이는 x^2 cm^{2}이다.

또한, 새로 만들어진 직사각형의 가로의 길이는 $(x+6)$cm, 세로의 길이는 $(x+4)$cm이므로 새로 만들어진 직사각형의 넓이는 $(x+6)(x+4)$cm^{2}이다.

$(x+6)(x+4)=2x^2$, $x^2+10x+24=2x^2$

$x^2-10x-24=0$, $(x-12)(x+2)=0$

$\therefore x=12$ $(\because x>0)$

따라서 처음 정사각형의 한 변의 길이는 12 cm이다.

041 답 5초

물체가 지면에 떨어지면 높이가 0이므로

$-5t^2+20t+25=0$, $t^2-4t-5=0$

$(t+1)(t-5)=0 \quad \therefore t=5$ $(\because t>0)$

따라서 이 물체가 지면에 떨어질 때까지 걸린 시간은 5초이다.

042 답 5 cm

사다리꼴의 윗변의 길이를 x cm라고 하면 높이는 x cm, 아랫변의 길이는 $(x+2)$cm이므로 사다리꼴의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times\{x+(x+2)\}\times x=30$

$x^2+x-30=0$, $(x+6)(x-5)=0$

$\therefore x=5$ $(\because x>0)$

따라서 사다리꼴의 윗변의 길이는 5 cm이다.

043 답 5초 후

직사각형의 넓이가 100 cm^{2}가 되는 시간을 t초 후라고 하면 가로의 길이는 $(10+2t)$cm, 세로의 길이는 $(10-t)$cm이다.

$(10+2t)(10-t)=100$, $100+10t-2t^2=100$

$t^2-5t=0$, $t(t-5)=0 \quad \therefore t=5$ $(\because t>0)$

따라서 직사각형의 넓이가 100 cm^{2}가 되는 것은 5초 후이다.

044 답 (1) 서로 다른 두 실근 (2) 중근 (3) 서로 다른 두 실근
(4) 서로 다른 두 허근 (5) 서로 다른 두 실근

(1) 주어진 이차방정식의 판별식을 D라고 하면

$D=(-5)^2-4\cdot1\cdot2=17>0$

$\therefore$ 서로 다른 두 실근

(2) 주어진 이차방정식의 판별식을 D라고 하면

$\frac{D}{4}=6^2-4\cdot9=0$

$\therefore$ 중근

(3) 주어진 이차방정식의 판별식을 D라고 하면

$D=(-5)^2-4\cdot1\cdot(-1)=29>0$

$\therefore$ 서로 다른 두 실근

(4) 주어진 이차방정식의 판별식을 D라고 하면

$D=3^2-4\cdot1\cdot5=-11<0$

$\therefore$ 서로 다른 두 허근

(5) 주어진 이차방정식의 판별식을 D라고 하면

$\frac{D}{4}=(-1)^2-2\cdot(-1)=3>0$

$\therefore$ 서로 다른 두 실근

045 답 (1) $k<\frac{9}{4}$ (2) $k<4$ (3) $k>2$

(1) 주어진 이차방정식의 판별식을 D라고 하면

$D=3^2-4\cdot1\cdot k=9-4k>0$ $\therefore k<\frac{9}{4}$

(2) 주어진 이차방정식의 판별식을 D라고 하면

$\frac{D}{4}=(-2)^2-1\cdot k=4-k>0$ $\therefore k<4$

(3) 주어진 이차방정식의 판별식을 D라고 하면

$\frac{D}{4}=1^2-1\cdot(5-2k)=-4+2k>0$ $\therefore k>2$

046 답 (1) $k=9$ (2) $k=-6$ 또는 $k=2$ (3) $k=1$

(1) 주어진 이차방정식의 판별식을 D라고 하면

$\frac{D}{4}=(-3)^2-1\cdot k=9-k=0$ $\therefore k=9$

(2) 주어진 이차방정식의 판별식을 D라고 하면

$D=\{-(k+2)\}^2-4\cdot2\cdot2=0$

$k^2+4k-12=0,\ (k+6)(k-2)=0$

$\therefore k=-6$ 또는 $k=2$

(3) 주어진 이차방정식의 판별식을 D라고 하면

$\frac{D}{4}=\{-(k-2)\}^2-1\cdot k^2=-4k+4=0$

$\therefore k=1$

047 답 (1) $k<-\frac{9}{4}$ (2) $k>\frac{1}{5}$ (3) $k<2$

(1) 주어진 이차방정식의 판별식을 D라고 하면

$D=3^2-4\cdot1\cdot(-k)=9+4k<0$ $\therefore k<-\frac{9}{4}$

(2) 주어진 이차방정식의 판별식을 D라고 하면

$\frac{D}{4}=1^2-5\cdot k=1-5k<0$ $\therefore k>\frac{1}{5}$

(3) 주어진 이차방정식의 판별식을 D라고 하면

$\frac{D}{4}=(-2k)^2-1\cdot(4k^2-k+2)=k-2<0$ $\therefore k<2$

048 답 (1) $k\le\frac{1}{4}$ (2) $k\le\frac{13}{4}$ (3) $k\le4$

(1) 주어진 이차방정식의 판별식을 D라고 하면

$D=\{-(2k-1)\}^2-4\cdot1\cdot k^2=-4k+1\ge0$ $\therefore k\le\frac{1}{4}$

(2) 주어진 이차방정식의 판별식을 D라고 하면

$D=(-3)^2-4\cdot1\cdot(k-1)=-4k+13\ge0$ $\therefore k\le\frac{13}{4}$

(3) 주어진 이차방정식의 판별식을 D라고 하면

$\frac{D}{4}=(-3)^2-1\cdot(k+5)=-k+4\ge0$

$\therefore k\le4$

049 답 (1) $k=-2$ (2) $k=3$ (3) $-\frac{1}{4}<k<0$ 또는 $k>0$

(1) (i) $kx^2+2kx-2=0$이 이차방정식이므로 $k\ne0$

(ii) 중근을 가지므로

$\frac{D}{4}=k^2-k\cdot(-2)=0,\ k^2+2k=0,\ k(k+2)=0$

$\therefore k=0$ 또는 $k=-2$

(i), (ii)에서 $k=-2$

(2) (i) 주어진 방정식이 이차방정식이므로

$k^2-4\ne0,\ (k+2)(k-2)\ne0$ $\therefore k\ne\pm2$

(ii) 중근을 가지므로

$\frac{D}{4}=(k+2)^2-(k^2-4)\cdot5=0$

$k^2+4k+4-5k^2+20=0,\ -4k^2+4k+24=0$

$k^2-k-6=0,\ (k+2)(k-3)=0$

$\therefore k=-2$ 또는 $k=3$

(i), (ii)에서 $k=3$

(3) (i) 주어진 방정식이 이차방정식이므로 $k\ne0$

(ii) 중근을 가지므로

$D=(2k-1)^2-4\cdot k\cdot(k-2)>0$

$4k+1>0$ $\therefore k>-\frac{1}{4}$

(i), (ii)에서 $-\frac{1}{4}<k<0$ 또는 $k>0$

050 답 (1) $a=0$, $b=1$ (2) $a=1$, $b=-\frac{1}{4}$ (3) $a=-2$, $b=4$

(1) 이차방정식 $x^2+2(k+a)x+k^2+a^2+b-1=0$의

판별식을 D라고 하면

$\frac{D}{4}=(k+a)^2-1\cdot(k^2+a^2+b-1)$

$=k^2+2ak+a^2-k^2-a^2-b+1=2ak-b+1=0$

이 등식이 k의 값에 관계없이 항상 성립하므로

$2a=0$, $-b+1=0$ $\quad \therefore a=0$, $b=1$

(2) 이차방정식 $x^2+(2k-1)x+k^2-ak-b=0$의

판별식을 D라고 하면

$D=(2k-1)^2-4\cdot1\cdot(k^2-ak-b)$

$=4k^2-4k+1-4k^2+4ak+4b$

$=4(a-1)k+4b+1=0$

이 등식이 k의 값에 관계없이 항상 성립하므로

$a-1=0$, $4b+1=0$ $\quad \therefore a=1$, $b=-\frac{1}{4}$

(3) 이차방정식 $x^2-2(k+a)x+k^2-4k+b=0$의

판별식을 D라고 하면

$\frac{D}{4}=\{-(k+a)\}^2-1\cdot(k^2-4k+b)$

$=k^2+2ak+a^2-k^2+4k-b$

$=(2a+4)k+a^2-b=0$

이 등식이 k의 값에 관계없이 항상 성립하므로

$2a+4=0$, $a^2-b=0$

$\therefore a=-2$, $b=4$

051 답 (1) $a=\frac{1}{4}$ (2) $a=3$ (3) $a=-4$ 또는 $a=4$

(4) $a=-4$ 또는 $a=6$

(1) 이차방정식 $ax^2-x+1=0$의 판별식을 D라고 하면

중근을 가져야 하므로

$D=(-1)^2-4\cdot a\cdot1=0$ $\quad \therefore a=\frac{1}{4}$

(2) 이차방정식 $3x^2+6x+a=0$의 판별식을 D라고 하면

중근을 가져야 하므로

$\frac{D}{4}=3^2-3\cdot a=0$ $\quad \therefore a=3$

(3) 이차방정식 $ax^2-8x+a=0$의 판별식을 D라고 하면

중근을 가져야 하므로

$\frac{D}{4}=(-4)^2-a\cdot a=16-a^2=0$

$\therefore a=-4$ 또는 $a=4$

(4) 이차방정식 $5x^2-2(a-1)x+5=0$의 판별식을 D라고 하면

중근을 가져야 하므로

$\frac{D}{4}=\{-(a-1)\}^2-5\cdot5=a^2-2a-24=0$

$(a+4)(a-6)=0$

$\therefore a=-4$ 또는 $a=6$

052 답 (1) $\alpha+\beta=3$, $\alpha\beta=-5$ (2) $\alpha+\beta=2$, $\alpha\beta=-5$

(3) $\alpha+\beta=0$, $\alpha\beta=9$ (4) $\alpha+\beta=\frac{3}{2}$, $\alpha\beta=-3$

(5) $\alpha+\beta=\sqrt{2}$, $\alpha\beta=1$

(1) $\alpha+\beta=-\frac{-3}{1}=3$, $\alpha\beta=\frac{-5}{1}=-5$

(2) $\alpha+\beta=-\frac{-2}{1}=2$, $\alpha\beta=\frac{-5}{1}=-5$

(3) $\alpha+\beta=-\frac{0}{1}=0$, $\alpha\beta=\frac{9}{1}=9$

(4) $\alpha+\beta=-\frac{-3}{2}=\frac{3}{2}$, $\alpha\beta=\frac{-6}{2}=-3$

(5) $\alpha+\beta=-\frac{-\sqrt{2}}{1}=\sqrt{2}$, $\alpha\beta=\frac{1}{1}=1$

053 답 (1) $\frac{2}{5}$ (2) 24 (3) $-\frac{14}{5}$ (4) -70

(1) 근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha+\beta=-2$, $\alpha\beta=-5$

$\therefore \frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{-2}{-5}=\frac{2}{5}$

(2) $(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta=(-2)^2-4\cdot(-5)=24$

(3) $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=(-2)^2-2\cdot(-5)=14$이므로

$\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}=\frac{14}{-5}=-\frac{14}{5}$

(4) $\alpha^3\beta+\alpha\beta^3=\alpha\beta(\alpha^2+\beta^2)=(-5)\cdot14=-70$

054 답 (1) $\frac{23}{3}$ (2) $\frac{19}{3}$ (3) -2 (4) 21

(1) 근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha+\beta=3$, $\alpha\beta=\frac{2}{3}$

$\therefore \alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=3^2-2\cdot\frac{2}{3}=\frac{23}{3}$

(2) $(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta=3^2-4\cdot\frac{2}{3}=\frac{19}{3}$

(3) $(3\alpha-1)(3\beta-1)=9\alpha\beta-3(\alpha+\beta)+1$

$=9\cdot\frac{2}{3}-3\cdot3+1=-2$

(4) $\alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)$

$=3^3-3\cdot\frac{2}{3}\cdot3=21$

055 답 (1) 11 (2) -11

(1) $x^2+5x-3=0$의 두 근이 α, β이므로

$\alpha^2+5\alpha-3=0$, $\beta^2+5\beta-3=0$

한편, 근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha+\beta=-5$, $\alpha\beta=-3$

YBM(해)-02-1단원(026~045)-ok.indd 34 2017-09-18 오후 7:47:38

$\alpha^2+6\alpha-5=(\alpha^2+5\alpha-3)+\alpha-2=\alpha-2$

$\beta^2+6\beta-5=(\beta^2+5\beta-3)+\beta-2=\beta-2$

$\therefore (\alpha^2+6\alpha-5)(\beta^2+6\beta-5)=(\alpha-2)(\beta-2)$

$=\alpha\beta-2(\alpha+\beta)+4$

$=(-3)-2\cdot(-5)+4$

$=11$

(2) $\alpha^2+2\alpha-2=(\alpha^2+5\alpha-3)-3\alpha+1=-3\alpha+1$

$\beta^2+2\beta-2=(\beta^2+5\beta-3)-3\beta+1=-3\beta+1$

$\therefore (\alpha^2+2\alpha-2)(\beta^2+2\beta-2)=(-3\alpha+1)(-3\beta+1)$

$=9\alpha\beta-3(\alpha+\beta)+1$

$=9\cdot(-3)-3\cdot(-5)+1$

$=-11$

056 답 (1) $a=1$, $b=-4$ (2) $a=-3$, $b=0$

(1) 이차방정식 $x^2+ax+3=0$의 두 근이 α, β이므로

$\alpha+\beta=-a$, $\alpha\beta=3$ ⋯ ㉠

또, 이차방정식 $2x^2+bx-6=0$의 두 근이 $\alpha+\beta$, $\alpha\beta$이므로

$(\alpha+\beta)+\alpha\beta=-\frac{b}{2}$, $(\alpha+\beta)\alpha\beta=-3$ ⋯ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면 $-a+3=-\frac{b}{2}$, $-3a=-3$

$\therefore a=1$, $b=-4$

(2) 이차방정식 $x^2-2x+a=0$의 두 근이 α, β이므로

$\alpha+\beta=2$, $\alpha\beta=a$ ⋯ ㉠

또, 이차방정식 $x^2+bx-4=0$의 두 근이 $\alpha-1$, $\beta-1$이므로

$(\alpha-1)+(\beta-1)=-b$, $(\alpha-1)(\beta-1)=-4$

$\therefore \alpha+\beta-2=-b$, $\alpha\beta-(\alpha+\beta)+1=-4$ ⋯ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면 $2-2=-b$, $a-2+1=-4$

$\therefore a=-3$, $b=0$

057 답 (1) $k=-16$ (2) $k=12$ (3) $k=\frac{1}{2}$ 또는 $k=2$

(4) $k=-1$

(1) 두 근의 비가 2 : 1이므로 두 근을 2α, α로 놓으면

근과 계수의 관계에 의하여

(두 근의 합)$=2\alpha+\alpha=12$, $3\alpha=12$ $\therefore \alpha=4$

(두 근의 곱)$=2\alpha\cdot\alpha=-2k$

$\therefore k=-\alpha^2=-16$

(2) 두 근의 비가 1 : 3이므로 두 근을 α, 3α로 놓으면

근과 계수의 관계에 의하여

(두 근의 합)$=\alpha+3\alpha=8$, $4\alpha=8$ $\therefore \alpha=2$

(두 근의 곱)$=\alpha\cdot 3\alpha=k$

$\therefore k=3\alpha^2=3\times 2^2=12$

(3) 두 근의 비가 1 : 2이므로 두 근을 α, 2α로 놓으면

근과 계수의 관계 의하여

(두 근의 합)$=\alpha+2\alpha=k+1$ $\therefore k=3\alpha-1$ ⋯ ㉠

(두 근의 곱)$=\alpha\cdot 2\alpha=k$ $\therefore 2\alpha^2=k$ ⋯ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면 $2\alpha^2=3\alpha-1$이므로

$2\alpha^2-3\alpha+1=0$, $(2\alpha-1)(\alpha-1)=0$

$\therefore \alpha=\frac{1}{2}$ 또는 $\alpha=1$

이것을 ㉠에 대입하면 $k=\frac{1}{2}$ 또는 $k=2$

(4) 두 근의 비가 4 : 1이므로 두 근을 4α, α로 놓으면

근과 계수의 관계에 의하여

(두 근의 합)$=4\alpha+\alpha=5(k-1)$ $\therefore \alpha=k-1$ ⋯ ㉠

(두 근의 곱)$=4\alpha\cdot\alpha=-16k$, $\alpha^2=-4k$ ⋯ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면 $(k-1)^2=-4k$

$k^2+2k+1=0$, $(k+1)^2=0$

$\therefore k=-1$

058 답 (1) $k=1$ (2) $k=-3$ 또는 $k=7$ (3) $k=-6$ 또는 $k=8$

(4) $k=-1$ 또는 $k=3$

(1) 두 근의 차가 3이므로 두 근을 α, $\alpha+3$으로 놓으면

(두 근의 합)$=\alpha+(\alpha+3)=7$, $2\alpha=4$ $\therefore \alpha=2$

(두 근의 곱)$=\alpha(\alpha+3)=2k+8$, $2k+8=10$

$\therefore k=1$

(2) 두 근의 차가 1이므로 두 근을 α, $\alpha+1$로 놓으면

(두 근의 합)$=\alpha+(\alpha+1)=k$ $\therefore k=2\alpha+1$ ⋯ ㉠

(두 근의 곱)$=\alpha(\alpha+1)=k+5$ ⋯ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면 $\alpha(\alpha+1)=(2\alpha+1)+5$이므로

$\alpha^2-\alpha-6=0$, $(\alpha+2)(\alpha-3)=0$

$\therefore \alpha=-2$ 또는 $\alpha=3$

이것을 ㉠에 대입하면 $k=-3$ 또는 $k=7$

(3) 두 근의 차가 3이므로 두 근을 α, $\alpha+3$으로 놓으면

(두 근의 합)$=\alpha+(\alpha+3)=k-1$ $\therefore k=2\alpha+4$ ⋯ ㉠

(두 근의 곱)$=\alpha(\alpha+3)=10$, $\alpha^2+3\alpha-10=0$

$(\alpha+5)(\alpha-2)=0$ $\therefore \alpha=-5$ 또는 $\alpha=2$

이것을 각각 ㉠에 대입하면 $k=-6$ 또는 $k=8$

(4) 두 근의 차가 2이므로 두 근을 α, $\alpha+2$로 놓으면

(두 근의 합)$=\alpha+(\alpha+2)=4$, $2\alpha=2$ $\therefore \alpha=1$

(두 근의 곱)$=\alpha(\alpha+2)=k^2-2k$ ⋯ ㉠

$\alpha=1$을 ㉠에 대입하면 $k^2-2k=3$, $(k+1)(k-3)=0$

$\therefore k=-1$ 또는 $k=3$

059 답 (1) $x^2-8x+12=0$ (2) $x^2-2x-24=0$

(3) $x^2-\frac{7}{10}x+\frac{1}{10}=0$ (4) $x^2-2x-1=0$

(5) $x^2-6x+7=0$ (6) $x^2+4=0$

(1) (두 근의 합)$=2+6=8$, (두 근의 곱)$=2\cdot6=12$

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2-8x+12=0$

(2) (두 근의 합)$=-4+6=2$, (두 근의 곱)$=(-4)\cdot6=-24$

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2-2x-24=0$

(3) (두 근의 합)$=\frac{1}{2}+\frac{1}{5}=\frac{7}{10}$, (두 근의 곱)$=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{5}=\frac{1}{10}$

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2-\frac{7}{10}x+\frac{1}{10}=0$

(4) (두 근의 합)$=(1+\sqrt{2})+(1-\sqrt{2})=2$

(두 근의 곱)$=(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})=-1$

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2-2x-1=0$

(5) (두 근의 합)$=(3+\sqrt{2})+(3-\sqrt{2})=6$

(두 근의 곱)$=(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})=7$

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2-6x+7=0$

(6) (두 근의 합)$=-2i+2i=0$, (두 근의 곱)$=(-2i)\cdot2i=4$

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2+4=0$

060 답 (1) $x^2+4x+16=0$ (2) $x^2-2x-8=0$ (3) $x^2+3=0$

(4) $x^2+\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}=0$ (5) $x^2+4x+16=0$

(6) $x^2+x+1=0$

(1) 이차방정식 $x^2+2x+4=0$의 두 근이 α, β이므로

$\alpha+\beta=-2$, $\alpha\beta=4$

(두 근의 합)$=2\alpha+2\beta=2(\alpha+\beta)=2\cdot(-2)=-4$

(두 근의 곱)$=2\alpha\cdot2\beta=4\alpha\beta=4\cdot4=16$

$\therefore x^2+4x+16=0$

(2) (두 근의 합)$=(\alpha+\beta)+\alpha\beta=-2+4=2$

(두 근의 곱)$=(\alpha+\beta)\cdot\alpha\beta=(-2)\cdot4=-8$

$\therefore x^2-2x-8=0$

(3) (두 근의 합)$=(\alpha+1)+(\beta+1)=(\alpha+\beta)+2=-2+2=0$

(두 근의 곱)$=(\alpha+1)(\beta+1)=\alpha\beta+(\alpha+\beta)+1$

$=4+(-2)+1=3$

$\therefore x^2+3=0$

(4) (두 근의 합)$=\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=-\frac{1}{2}$

(두 근의 곱)$=\frac{1}{\alpha}\cdot\frac{1}{\beta}=\frac{1}{\alpha\beta}=\frac{1}{4}$

$\therefore x^2+\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}=0$

(5) (두 근의 합)$=\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=(-2)^2-2\cdot4=-4$

(두 근의 곱)$=\alpha^2\beta^2=(\alpha\beta)^2=4^2=16$

$\therefore x^2+4x+16=0$

(6) (두 근의 합)$=\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}=\frac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta}{\alpha\beta}$

$=\frac{(-2)^2-2\cdot4}{4}=-1$

(두 근의 곱)$=\frac{\beta}{\alpha}\cdot\frac{\alpha}{\beta}=1$

$\therefore x^2+x+1=0$

061 답 (1) $\left(x-\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)\left(x-\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)$

(2) $(x+3-\sqrt{2}i)(x+3+\sqrt{2}i)$

(3) $3(x+\sqrt{3}i)(x-\sqrt{3}i)$

(4) $3\left(x-\frac{1+\sqrt{2}i}{3}\right)\left(x-\frac{1-\sqrt{2}i}{3}\right)$

(1) 이차방정식 $x^2-x-1=0$의 근은

$x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\cdot1\cdot(-1)}}{2}=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

$\therefore x^2-x-1=\left(x-\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)\left(x-\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)$

(2) 이차방정식 $x^2+6x+11=0$의 근은

$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-1\cdot11}}{1}=-3\pm\sqrt{2}i$

$\therefore x^2+6x+11=\{x-(-3+\sqrt{2}i)\}\{x-(-3-\sqrt{2}i)\}$

$=(x+3-\sqrt{2}i)(x+3+\sqrt{2}i)$

(3) 이차방정식 $3x^2+9=0$, 즉 $x^2+3=0$의 근은 $x=\pm\sqrt{3}i$

$\therefore 3x^2+9=3\{x-(-\sqrt{3}i)\}(x-\sqrt{3}i)$

$=3(x+\sqrt{3}i)(x-\sqrt{3}i)$

(4) 이차방정식 $3x^2-2x+1=0$의 근은

$x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-3\cdot1}}{3}=\frac{1\pm\sqrt{2}i}{3}$

$\therefore 3x^2-2x+1=3\left(x-\frac{1+\sqrt{2}i}{3}\right)\left(x-\frac{1-\sqrt{2}i}{3}\right)$

062 답 (1) $a=-2$, $b=-1$ (2) $a=4$, $b=-1$

(1) 계수가 유리수이고 한 근이 $1+\sqrt{2}$이므로 다른 한 근은 $1-\sqrt{2}$이다.

근과 계수의 관계에 의하여

$(1+\sqrt{2})+(1-\sqrt{2})=-a$ $\therefore a=-2$

$(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})=b$ $\therefore b=-1$

(2) 계수가 유리수이고 한 근이 $-2+\sqrt{5}$이므로 다른 한 근은 $-2-\sqrt{5}$이다.

근과 계수의 관계에 의하여

$(-2+\sqrt{5})+(-2-\sqrt{5})=-a$ $\therefore a=4$

$(-2+\sqrt{5})(-2-\sqrt{5})=b$ $\therefore b=-1$

063 답 (1) $a=-2$, $b=2$ (2) $a=-2$, $b=5$

(1) 계수가 실수이고 한 근이 $1-i$이므로 다른 한 근은 $1+i$이다.

근과 계수의 관계에 의하여

$(1-i)+(1+i)=-a \qquad \therefore a=-2$

$(1-i)(1+i)=b \qquad \therefore b=2$

(2) 계수가 실수이고 한 근이 $1+2i$이므로 다른 한 근은 $1-2i$이다.

근과 계수의 관계에 의하여

$(1+2i)+(1-2i)=-a \qquad \therefore a=-2$

$(1+2i)(1-2i)=b \qquad \therefore b=5$

064 답 ④

$|4x+a|=3$에서 $4x+a=\pm3$

$4x=-3-a$ 또는 $4x=3-a$

$\therefore\ x=\frac{-3-a}{4}$ 또는 $x=\frac{3-a}{4}$

따라서 두 근의 합은

$\frac{-3-a}{4}+\frac{3-a}{4}=\frac{-2a}{4}=-\frac{a}{2}$

이므로 $-\frac{a}{2}=-2 \qquad \therefore a=4$

065 답 ⑤

이차방정식 $2x^2+mx-10=0$의 한 근이 1이므로

$x=1$을 대입하면

$2+m-10=0 \qquad \therefore m=8$

066 답 ②

이차방정식 $x^2+(5-2k)x+k^2=0$의 판별식을 D라 하면

$D=(5-2k)^2-4k^2<0$

$25-20k<0 \qquad \therefore k>\frac{5}{4}$

따라서 정수 k의 최솟값은 2이다.

067 답 $\frac{9}{2}$

이차방정식 $x^2+2(k+a)x+k^2+a^2-bk-b+3=0$이

중근을 가질 때 판별식 $D=0$이므로

$\frac{D}{4}=(k+a)^2-1\cdot(k^2+a^2-bk-b+3)=0$

$k^2+2ak+a^2-k^2-a^2+bk+b-3=0$

$\therefore\ (2a+b)k+b-3=0 \cdots ㉠$

㉠이 k의 값에 관계없이 항상 성립하므로 k에 대한 항등식이다.

따라서 $2a+b=0$, $b-3=0$이므로 $a=-\frac{3}{2}$, $b=3$

$\therefore b-a=3-\left(-\frac{3}{2}\right)=\frac{9}{2}$

068 답 ⑤

주어진 이차식이 완전제곱식이 되므로 이차방정식

$x^2-4ax+ka-4k+b=0$은 중근을 갖는다.

이 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(-2a)^2-1\cdot(ka-4k+b)=0$, $(4-a)k+4a^2-b=0$

이 식이 k에 대한 항등식이므로 $4-a=0$, $4a^2-b=0$

$\therefore a=4$, $b=64$

$\therefore a+b=68$

069 답 ⑤

근과 계수의 관계에 의하여

$-a=2+3=5$, $b=2\cdot3=6 \qquad \therefore a=-5$, $b=6$

따라서 이차방정식 $ax^2+bx+2=0$의 두 근을 α, β라 하면

$\alpha+\beta=-\frac{b}{a}=-\frac{6}{-5}=\frac{6}{5}$

070 답 ⑤

근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=-5$, $\alpha\beta=-4$

$\therefore \alpha^2-\alpha\beta+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-3\alpha\beta=(-5)^2-3\cdot(-4)=37$

071 답 $\frac{1}{3}$

이차방정식 $2x^2-4x+k=0$의 두 근이 α, β이므로

근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=-\frac{-4}{2}=2$, $\alpha\beta=\frac{k}{2}$

$\alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)=7$에서

$2^3-3\cdot\frac{k}{2}\cdot2=7$, $8-3k=7$, $3k=1$

$\therefore k=\frac{1}{3}$

072 답 40

이차방정식 $x^2-ax+b=0$의 두 근이 α, β이므로

근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=a$, $\alpha\beta=b \cdots ㉠$

이차방정식 $x^2-4x+2=0$의 두 근이 $\alpha+\beta$, $\alpha\beta$이므로

근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta+\alpha\beta=4$, $(\alpha+\beta)\alpha\beta=2$ ⋯ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면 $a+b=4$, $ab=2$

$\therefore a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)$

$=4^3-3\cdot2\cdot4=40$

073 답 3

두 근의 차가 2이므로 두 근을 α, $\alpha+2$라 하면

근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+(\alpha+2)=2k$ ⋯ ㉠

$\alpha(\alpha+2)=k+5$ ⋯ ㉡

㉠에서 $\alpha=k-1$이므로 이것을 ㉡에 대입하면

$(k-1)(k+1)=k+5$, $k^2-k-6=0$

$(k+2)(k-3)=0$ $\quad\therefore k=-2$ 또는 $k=3$

따라서 구하는 k의 값은 3이다.

074 답 $4x^2+8x+3=0$

이차방정식 $2x^2+3x-1=0$의 두 근이 α, β이므로

근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=-\frac{3}{2}$, $\alpha\beta=-\frac{1}{2}$

구하는 이차방정식의 두 근이 $\alpha+\beta$, $\alpha\beta$이므로

(두 근의 합)$=(\alpha+\beta)+\alpha\beta=-\frac{3}{2}+\left(-\frac{1}{2}\right)=-2$

(두 근의 곱)$=(\alpha+\beta)\alpha\beta=-\frac{3}{2}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{4}$

따라서 구하는 이차방정식은 $4\left\{x^2-(-2)x+\frac{3}{4}\right\}=0$

$\therefore 4x^2+8x+3=0$

075 답 ①

이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 계수가 모두 실수이고 한 근이 $2+i$이므로 다른 한 근은 $2-i$이다.

근과 계수의 관계에 의하여

$(2+i)+(2-i)=-a$ $\quad\therefore a=-4$

$(2+i)(2-i)=b$ $\quad\therefore b=5$

$\therefore ab=-20$

3 이차방정식과 이차함수

80쪽~94쪽

076 답 (1) 꼭짓점의 좌표 : $(1, -1)$, 축의 방정식 : $x=1$

(2) 꼭짓점의 좌표 : $(2, 8)$, 축의 방정식 : $x=2$

(3) 꼭짓점의 좌표 : $\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$, 축의 방정식 : $x=-\frac{1}{2}$

(4) 꼭짓점의 좌표 : $\left(1, \frac{3}{2}\right)$, 축의 방정식 : $x=1$

(1) $y=2x^2-4x+1=2(x^2-2x)+1=2(x^2-2x+1-1)+1$

$=2(x-1)^2-1$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(1, -1)$이고 축의 방정식은 $x=1$이다.

(2) $y=-x^2+4x+4=-(x^2-4x+4-4)+4=-(x-2)^2+8$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2, 8)$이고 축의 방정식은 $x=2$이다.

(3) $y=-x^2-x+\frac{3}{4}=-\left(x^2+x+\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\right)+\frac{3}{4}=-\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+1$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$이고 축의 방정식은 $x=-\frac{1}{2}$이다.

(4) $y=-\frac{1}{2}x^2+x+1=-\frac{1}{2}(x^2-2x+1-1)+1$

$=-\frac{1}{2}(x-1)^2+\frac{3}{2}$

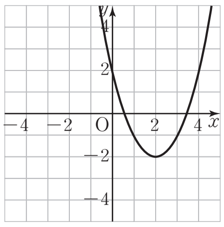
따라서 꼭짓점의 좌표는 $\left(1, \frac{3}{2}\right)$이고 축의 방정식은 $x=1$이다.

077 답 (1) 풀이 참고 (2) 풀이 참고 (3) 풀이 참고 (4) 풀이 참고

(1) $y=x^2-4x+2$

$=(x^2-4x+4-4)+2$

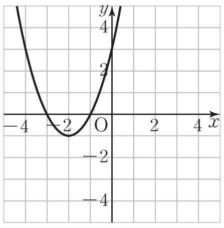
$=(x-2)^2-2$



(2) $y=x^2+4x+3$

$=(x^2+4x+4-4)+3$

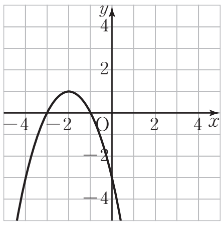
$=(x+2)^2-1$



(3) $y=-x^2-4x-3$

$=-(x^2+4x+4-4)-3$

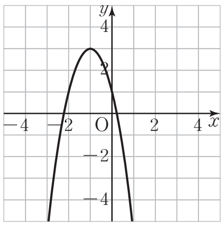
$=-(x+2)^2+1$



(4) $y=-2x^2-4x+1$

$=-2(x^2+2x+1-1)+1$

$=-2(x+1)^2+3$



078 답 (1) $a>0$, $b<0$, $c>0$ (2) $a<0$, $b<0$, $c>0$

(3) $a>0$, $b>0$, $c<0$

(1) 아래로 볼록하므로 $a>0$

축이 y축의 오른쪽에 있으므로 a, b는 서로 다른 부호

즉, $a>0$이므로 $b<0$

y절편이 x축의 위쪽에 있으므로 $c>0$

(2) 위로 볼록하므로 $a<0$

축이 y축의 왼쪽에 있으므로 a, b는 같은 부호

즉, $a<0$이므로 $b<0$

y절편이 x축의 위쪽에 있으므로 $c>0$

(3) 아래로 볼록하므로 $a>0$

축이 y축의 왼쪽에 있으므로 a, b는 같은 부호

즉, $a>0$이므로 $b>0$

y절편이 x축의 아래쪽에 있으므로 $c<0$

079 답 (1) $a<0$ (2) $b>0$ (3) $c=0$ (4) $a-b+c<0$

(5) $4a+2b+c=0$ (6) $a+2b+4c>0$

(1) 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

(2) 축이 y축의 오른쪽에 있으므로 a, b는 서로 다른 부호

즉, $a<0$이므로 $b>0$

(3) y절편이 0이므로 $c=0$

(4) $a-b+c$는 $x=-1$일 때의 함숫값이므로

$a-b+c<0$

(5) $4a+2b+c$는 $x=2$일 때의 함숫값이므로

$4a+2b+c=0$

(6) $a+2b+4c=4\left(\frac{1}{4}a+\frac{1}{2}b+c\right)$이고, $\frac{1}{4}a+\frac{1}{2}b+c$는

$x=\frac{1}{2}$일 때의 함숫값이므로 $\frac{1}{4}a+\frac{1}{2}b+c>0$

$\therefore a+2b+4c>0$

080 답 (1) $y=3x^2+2$ (2) $y=6(x-1)^2-2$

(3) $y=-2(x+1)^2-3$ (4) $y=-\frac{1}{2}(x+1)^2+1$

(1) 꼭짓점의 좌표가 $(0, 2)$인 이차함수의 식은 $y=ax^2+2$

그래프가 점 $(1, 5)$를 지나므로 $5=a+2$ $\therefore a=3$

$\therefore y=3x^2+2$

(2) 꼭짓점의 좌표가 $(1, -2)$인 이차함수의 식은

$y=a(x-1)^2-2$

그래프가 점 $(2, 4)$를 지나므로 $4=a-2$ $\therefore a=6$

$\therefore y=6(x-1)^2-2$

(3) 꼭짓점의 좌표가 $(-1, -3)$인 이차함수의 식은

$y=a(x+1)^2-3$

그래프가 점 $(-2, -5)$를 지나므로 $-5=a-3$

$\therefore a=-2$

$\therefore y=-2(x+1)^2-3$

(4) 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 1)$인 이차함수의 식은

$y=a(x+1)^2+1$

그래프가 점 $(1, -1)$을 지나므로 $-1=4a+1$ $\therefore a=-\frac{1}{2}$

$\therefore y=-\frac{1}{2}(x+1)^2+1$

081 답 (1) $y=x^2-x-2$ (2) $y=-x^2-4x-4$

(3) $y=x^2-2x-2$ (4) $y=x^2+4x-1$

(5) $y=x^2-3x+2$ (6) $y=-x^2-2x+5$

(1) x축과 두 점 $(-1, 0)$, $(2, 0)$에서 만나는 이차함수의 식은

$y=a(x+1)(x-2)$

그래프가 점 $(0, -2)$를 지나므로 $-2=-2a$ $\therefore a=1$

$\therefore y=(x+1)(x-2)=x^2-x-2$

(2) $y=-(x+2)^2=-x^2-4x-4$

(3) 축의 방정식이 $x=1$인 이차함수의 식은 $y=a(x-1)^2+q$

두 점의 좌표를 각각 대입하면 $-2=a+q$, $1=4a+q$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=1$, $q=-3$

$\therefore y=(x-1)^2-3=x^2-2x-2$

(4) 축의 방정식이 $x=-2$인 이차함수의 식은 $y=a(x+2)^2+q$

두 점의 좌표를 각각 대입하면 $4=9a+q$, $-4=a+q$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=1$, $q=-5$

$\therefore y=(x+2)^2-5=x^2+4x-1$

(5) x축과 두 점 $(1, 0)$, $(2, 0)$에서 만나는 이차함수의 식은

$y=a(x-1)(x-2)$

그래프가 점 $(3, 2)$를 지나므로 $2=2a$ $\therefore a=1$

$\therefore y=(x-1)(x-2)=x^2-3x+2$

(6) 점 $(0, 5)$를 지나는 이차함수의 식은 $y=ax^2+bx+5$

그래프가 두 점 $(-1, 6)$, $(2, -3)$을 지나므로

$6=a-b+5$, $-3=4a+2b+5$

$a-b=1$, $2a+b=-4$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=-1$, $b=-2$

$\therefore y=-x^2-2x+5$

082 답 (1) -6, 0 (2) -2, 1 (3) $\frac{1}{2}$ (4) $-\frac{3}{2}$, 1

(1) 이차방정식 $x^2+6x=0$에서 $x(x+6)=0$

$\therefore x=-6$ 또는 $x=0$

따라서 주어진 이차함수의 그래프와 x축의 교점의 x좌표는 -6, 0이다.

(2) 이차방정식 $x^2+x-2=0$에서 $(x+2)(x-1)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=1$

따라서 주어진 이차함수의 그래프와 x축의 교점의 x좌표는 -2, 1이다.

(3) 이차방정식 $-4x^2+4x-1=0$에서 $-(2x-1)^2=0$

$\therefore x=\frac{1}{2}$ (중근)

따라서 주어진 이차함수의 그래프와 x축의 교점의 x좌표는 $\frac{1}{2}$이다.

(4) 이차방정식 $-2x^2-x+3=0$에서 $-(2x+3)(x-1)=0$

$\therefore x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=1$

따라서 주어진 이차함수의 그래프와 x축의 교점의 x좌표는 $-\frac{3}{2}$, 1이다.

083 답 (1) $a=-1$, $b=-12$ (2) $a=-3$, $b=-6$
(3) $a=-1$, $b=-6$ (4) $a=-6$, $b=-8$

(1) 이차함수 $y=x^2+ax+b$의 그래프가 x축과 두 점 $(-3, 0)$, $(4, 0)$에서 만나므로 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 두 근은 -3, 4이다.

근과 계수의 관계에 의하여 $-3+4=-a$, $-3\cdot4=b$

$\therefore a=-1$, $b=-12$

(2) 이차함수 $y=3x^2+ax+b$의 그래프가 x축과 두 점 $(-1, 0)$, $(2, 0)$에서 만나므로 이차방정식 $3x^2+ax+b=0$의 두 근은 -1, 2이다.

근과 계수의 관계에 의하여 $-1+2=-\frac{a}{3}$, $-1\cdot2=\frac{b}{3}$

$\therefore a=-3$, $b=-6$

(3) 이차함수 $y=x^2+ax+b$의 그래프가 x축과 두 점 $(-2, 0)$, $(3, 0)$에서 만나므로 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 두 근은 -2, 3이다.

근과 계수의 관계에 의하여 $-2+3=-a$, $-2\cdot3=b$

$\therefore a=-1$, $b=-6$

(4) 이차함수 $y=2x^2+ax+b$의 그래프가 x축과 두 점 $(-1, 0)$, $(4, 0)$에서 만나므로 이차방정식 $2x^2+ax+b=0$의 두 근은 -1, 4이다.

근과 계수의 관계에 의하여 $-1+4=-\frac{a}{2}$, $-1\cdot4=\frac{b}{2}$

$\therefore a=-6$, $b=-8$

084 답 (1) 서로 다른 두 점에서 만난다. (2) 한 점에서 만난다.
(3) 만나지 않는다.

(1) 이차방정식 $x^2+3x-3=0$의 판별식을 D라 하면

$D=3^2-4\cdot1\cdot(-3)=21>0$

따라서 이차함수 $y=x^2+3x-3$의 그래프는 x축과 서로 다른 두 점에서 만난다.

(2) 이차방정식 $4x^2+4x+1=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=2^2-4\cdot1=0$

따라서 이차함수 $y=4x^2+4x+1$의 그래프는 x축과 한 점에서 만난다.

(3) 이차방정식 $-2x^2+x-3=0$의 판별식을 D라 하면

$D=1^2-4\cdot(-2)\cdot(-3)=-23<0$

따라서 이차함수 $y=-2x^2+x-3$의 그래프는 x축과 만나지 않는다.

085 답 (1) $k>-4$ (2) $k>-\frac{25}{8}$ (3) $k>-\frac{7}{2}$ (4) $k>3$

(1) 이차방정식 $-x^2+4x+k=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=2^2-(-1)\cdot k>0$ $\quad\therefore k>-4$

(2) 이차방정식 $2x^2+5x-k=0$의 판별식을 D라 하면

$D=5^2-4\cdot2\cdot(-k)=25+8k>0$

$\therefore k>-\frac{25}{8}$

(3) 이차방정식 $2x^2-6x+1-k=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(-3)^2-2(1-k)=2k+7>0$

$\therefore k>-\frac{7}{2}$

(4) 이차방정식 $x^2-2kx+k^2-k+3=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(-k)^2-(k^2-k+3)=k-3>0$

$\therefore k>3$

086 답 (1) $k=\frac{9}{4}$ (2) $k=-6$ 또는 $k=2$ (3) $k=2$

(1) 이차방정식 $x^2+3x+k=0$의 판별식을 D라 하면

$D=3^2-4\cdot1\cdot k=9-4k=0$

$\therefore k=\frac{9}{4}$

(2) 이차방정식 $x^2+kx-k+3=0$의 판별식을 D라 하면

$D=k^2-4\cdot1\cdot(-k+3)=0$

$k^2+4k-12=0$, $(k+6)(k-2)=0$

$\therefore k=-6$ 또는 $k=2$

(3) 이차방정식 $x^2+2kx+k^2-k+2=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=k^2-(k^2-k+2)=k-2=0$

$\therefore k=2$

087 답 (1) $k<-\frac{25}{12}$ (2) $k<-\frac{2}{3}$ (3) $k>-2$

(1) 이차방정식 $-3x^2-5x+k=0$의 판별식을 D라 하면

$D=(-5)^2-4\cdot(-3)\cdot k=25+12k<0$

$\therefore k<-\frac{25}{12}$

(2) 이차방정식 $-2x^2+4x+3k=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=2^2-(-2)\cdot 3k=4+6k<0$

$\therefore k<-\frac{2}{3}$

(3) 이차방정식 $x^2-2(k-1)x+k^2+5=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=\{-(k-1)\}^2-(k^2+5)=-2k-4<0$

$\therefore k>-2$

088 답 (1) 한 점에서 만난다. (2) 만나지 않는다.
(3) 서로 다른 두 점에서 만난다.

(1) 이차방정식 $2x^2-10x+3=-2x-5$에서 $x^2-4x+4=0$

이 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(-2)^2-1\cdot 4=0$이므로 한 점에서 만난다.

(2) 이차방정식 $x^2+2x-1=3x-2$에서 $x^2-x+1=0$

이 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$D=(-1)^2-4\cdot 1\cdot 1=-3<0$이므로 만나지 않는다.

(3) 이차방정식 $x^2+x+1=-x+2$에서 $x^2+2x-1=0$

이 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=1^2-1\cdot(-1)=2>0$이므로 서로 다른 두 점에서 만난다.

089 답 (1) $k>-\frac{1}{4}$ (2) $k>-1$ (3) $k>-\frac{3}{2}$

(1) 이차방정식 $x^2+4x+2=x+k$

즉, $x^2+3x+2-k=0$의 판별식을 D라 하면

$D=3^2-4\cdot 1\cdot(2-k)=1+4k>0$ $\quad\therefore k>-\frac{1}{4}$

(2) 이차방정식 $2x^2-3x+1=x+k$

즉, $2x^2-4x+1-k=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(-2)^2-2(1-k)=2+2k>0$ $\quad\therefore k>-1$

(3) 이차방정식 $2x^2+4x+3=-2x+k$

즉, $2x^2+6x+3-k=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=3^2-2(3-k)=2k+3>0$ $\quad\therefore k>-\frac{3}{2}$

090 답 (1) $k=\frac{15}{4}$ (2) $k=-1$ (3) $k=-7$ 또는 $k=5$

(1) 이차방정식 $x^2+2x+4=x+k$

즉, $x^2+x+4-k=0$의 판별식을 D라 하면

$D=1^2-4\cdot 1\cdot(4-k)=-15+4k=0$ $\quad\therefore k=\frac{15}{4}$

(2) 이차방정식 $-x^2+x-k=-x+2$

즉, $x^2-2x+k+2=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(-1)^2-(k+2)=-1-k=0$ $\quad\therefore k=-1$

(3) 이차방정식 $-3x^2-x+2=kx+5$

즉, $3x^2+(k+1)x+3=0$의 판별식을 D라 하면

$D=(k+1)^2-4\cdot 3\cdot 3=0$, $k^2+2k-35=0$

$(k+7)(k-5)=0$ $\quad\therefore k=-7$ 또는 $k=5$

091 답 (1) $k>-\frac{1}{8}$ (2) $k>2$ (3) $k>-\frac{3}{4}$

(1) 이차방정식 $3x^2+2x+1=-x-2k$

즉, $3x^2+3x+1+2k=0$의 판별식을 D라 하면

$D=3^2-4\cdot 3\cdot(1+2k)=-3-24k<0$ $\quad\therefore k>-\frac{1}{8}$

(2) 이차방정식 $x^2-3x+2=x-k$

즉, $x^2-4x+2+k=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(-2)^2-(2+k)=2-k<0$ $\quad\therefore k>2$

(3) 이차방정식 $-4x^2+4x-1=2x+k$

즉, $-4x^2+2x-1-k=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=1^2+4(-1-k)=-3-4k<0$ $\quad\therefore k>-\frac{3}{4}$

092 답 (1) $k\geq -6$ (2) $k\leq 3$ (3) $k\geq -\frac{9}{4}$

(1) 이차방정식 $-x^2+x+5=-x-k$

즉, $-x^2+2x+5+k=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=1^2+5+k=6+k\geq 0$ $\quad\therefore k\geq -6$

(2) 이차방정식 $x^2-2x+k=2x-1$

즉, $x^2-4x+k+1=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(-2)^2-(k+1)=3-k\geq 0$ $\quad\therefore k\leq 3$

(3) 이차방정식 $x^2+2x-1=3x+k+1$

즉, $x^2-x-k-2=0$의 판별식을 D라 하면

$D=(-1)^2-4\cdot 1\cdot(-k-2)=4k+9\geq 0$ $\quad\therefore k\geq -\frac{9}{4}$

093 답 (1) $a=3$, $b=1$ (2) $a=-3$, $b=6$ (3) $a=-6$, $b=9$

(1) 이차방정식 $-x^2+2x+3=ax+b$

즉, $x^2+(a-2)x+b-3=0$의 두 근이 -2, 1이므로

근과 계수의 관계에 의하여

$-2+1=-(a-2)$ $\therefore a=3$

$(-2)\cdot 1=b-3$ $\therefore b=1$

(2) 이차방정식 $x^2-4x+4=ax+b$

즉, $x^2-(a+4)x-b+4=0$의 두 근이 -1, 2이므로

근과 계수의 관계에 의하여

$-1+2=a+4$ $\therefore a=-3$

$(-1)\cdot 2=-b+4$ $\therefore b=6$

(3) 이차방정식 $-2x^2+6x-7=ax+b$

즉, $-2x^2+(6-a)x-7-b=0$의 두 근이 2, 4이므로

근과 계수의 관계에 의하여

$2+4=-\dfrac{6-a}{-2}$ $\therefore a=-6$

$2\cdot 4=\dfrac{-7-b}{-2}$ $\therefore b=9$

094 답 (1) $a=-1$, $b=7$ (2) $a=1$, $b=4$

(1) 이차방정식 $x^2+ax-1=x+b$

즉, $x^2+(a-1)x-1-b=0$의 두 실근이 -2, 4이므로

근과 계수의 관계에 의하여

$-2+4=-(a-1)$ $\therefore a=-1$

$(-2)\cdot 4=-1-b$ $\therefore b=7$

(2) 이차방정식 $-x^2+3ax+1=-x+b$

즉, $x^2-(3a+1)x+b-1=0$의 두 실근이 1, 3이므로

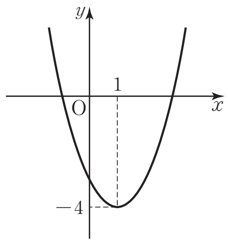
근과 계수의 관계에 의하여

$1+3=3a+1$ $\therefore a=1$

$1\cdot 3=b-1$ $\therefore b=4$

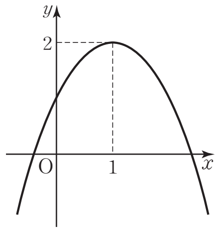
095 답 (1) 풀이 참고 (2) 풀이 참고 (3) 풀이 참고 (4) 풀이 참고

(1)



최솟값 : -4, 최댓값 : 없다.

(2)

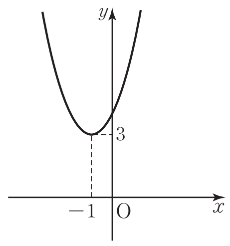


최솟값 : 없다., 최댓값 : 2

(3) $y=x^2+2x+4$

$=(x+1)^2+3$

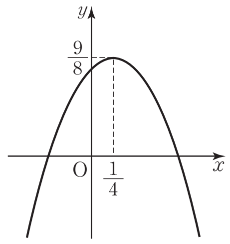
최솟값은 3이고 최댓값은 없다.



(4) $y=-2x^2+x+1$

$=-2\left(x-\dfrac{1}{4}\right)^2+\dfrac{9}{8}$

최솟값은 없고 최댓값은 $\dfrac{9}{8}$이다.



096 답 (1) $x=-1$일 때 최솟값은 -1 (2) $x=2$일 때 최댓값은 1 (3) $x=3$일 때 최댓값은 4 (4) $x=1$일 때 최솟값은 3 (5) $x=1$일 때 최댓값은 3

(1) $y=x^2+2x=(x+1)^2-1$

따라서 $x=-1$일 때 최솟값은 -1이다.

(2) $y=-x^2+4x-3=-(x-2)^2+1$

따라서 $x=2$일 때 최댓값은 1이다.

(3) $y=-x^2+6x-5=-(x-3)^2+4$

따라서 $x=3$일 때 최댓값은 4이다.

(4) $y=2x^2-4x+5=2(x-1)^2+3$

따라서 $x=1$일 때 최솟값은 3이다.

(5) $y=-2x^2+4x+1=-2(x-1)^2+3$

따라서 $x=1$일 때 최댓값은 3이다.

097 답 (1) $a=-5$ 또는 $a=3$ (2) $a=-8$, $b=19$ (3) $a=2$, $b=14$ (4) $a=4$, $b=7$

(1) $y=-x^2+2ax+2a+2=-(x-a)^2+a^2+2a+2$

이 이차함수의 최댓값이 17이므로

$a^2+2a+2=17$, $a^2+2a-15=0$

$(a+5)(a-3)=0$

$\therefore a=-5$ 또는 $a=3$

(2) 이차항의 계수가 1이고, $x=4$에서 최솟값 3을 가지는 이차함수의 식은 $y=(x-4)^2+3=x^2-8x+19$

즉, $x^2+ax+b=x^2-8x+19$이므로

$a=-8$, $b=19$

(3) 이차항의 계수가 -1이고, $x=4$에서 최댓값 b를 가지는 이차함수의 식은 $y=-(x-4)^2+b=-x^2+8x+b-16$

즉, $-x^2+4ax-2=-x^2+8x+b-16$이므로

$4a=8$, $-2=b-16$ $\quad\therefore a=2,\ b=14$

(4) 이차항의 계수가 -2이고, $x=-1$에서 최댓값 b를 가지는 이차함수의 식은 $y=-2(x+1)^2+b=-2x^2-4x-2+b$

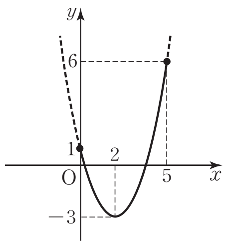
즉, $-2x^2-ax+5=-2x^2-4x-2+b$이므로

$-a=-4$, $5=-2+b$ $\quad\therefore a=4,\ b=7$

098 답 (1) 최댓값 : 6, 최솟값 : -3 (2) 최댓값 : 5, 최솟값 : -4
(3) 최댓값 : 4, 최솟값 : -5 (4) 최댓값 : 2, 최솟값 : -6
(5) 최댓값 : 13, 최솟값 : -8

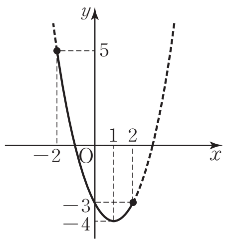
(1) $f(x)=x^2-4x+1=(x-2)^2-3$

이때, 꼭짓점의 x좌표 2는 x의 값의 범위에 포함되고 $f(0)=1$, $f(2)=-3$, $f(5)=6$이므로 $0\le x\le 5$에서 최댓값은 6, 최솟값은 -3이다.



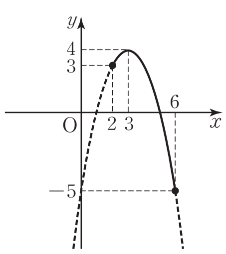
(2) $f(x)=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$

이때, 꼭짓점의 x좌표 1은 x의 값의 범위에 포함되고 $f(1)=-4$, $f(-2)=5$, $f(2)=-3$이므로 $-2\le x\le 2$에서 최댓값은 5, 최솟값은 -4이다.



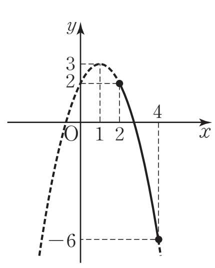
(3) $f(x)=-x^2+6x-5=-(x-3)^2+4$

이때, 꼭짓점의 x좌표 3은 x의 값의 범위에 포함되고 $f(2)=3$, $f(3)=4$, $f(6)=-5$이므로 $2\le x\le 6$에서 최댓값은 4, 최솟값은 -5이다.



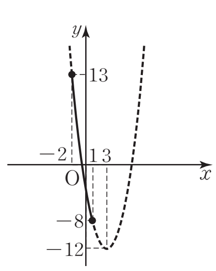
(4) $f(x)=-x^2+2x+2=-(x-1)^2+3$

이때, 꼭짓점의 x좌표 1은 x의 값의 범위에 포함되지 않고, $f(2)=2$, $f(4)=-6$이므로 $2\le x\le 4$에서 최댓값은 2, 최솟값은 -6이다.



(5) $f(x)=x^2-6x-3=(x-3)^2-12$

이때, 꼭짓점의 x좌표 3은 x의 값의 범위에 포함되지 않고, $f(-2)=13$, $f(1)=-8$이므로 $-2\le x\le 1$에서 최댓값은 13, 최솟값은 -8이다.



099 답 (1) 4 (2) 8 (3) 2 (4) -1

(1) $y=x^2-2x+k=(x-1)^2-1+k$

이때, 꼭짓점의 x좌표 1은 x의 값의 범위에 속하므로 $x=1$에서 최솟값 $-1+k$를 갖는다.

따라서 $-1+k=3$이므로 $k=4$

(2) $y=-x^2-4x+k=-(x+2)^2+4+k$

이때, 꼭짓점의 x좌표 -2는 x의 값의 범위에 속하므로 $x=-2$에서 최댓값 $4+k$를 갖는다.

따라서 $4+k=12$이므로 $k=8$

(3) $y=-2x^2-4x+k=-2(x+1)^2+k+2$

이때, 꼭짓점의 x좌표 -1은 x의 값의 범위에 속하지 않으므로 $x=0$에서 최댓값 k를 갖는다.

$\therefore k=2$

(4) $y=2x^2+8x+k=2(x+2)^2-8+k$

이때, 꼭짓점의 x좌표 -2는 x의 값의 범위에 속하지 않으므로 $x=-1$에서 최솟값 $-6+k$를 갖는다.

따라서 $-6+k=-7$이므로 $k=-1$

100 답 (1) 3 (2) -1

(1) $x^2+2x=t$로 놓으면 $t=(x+1)^2-1$이므로 $t\ge -1$

이때, 주어진 함수는

$y=-(t-1)^2-4t+3=-t^2-2t+2$

$=-(t+1)^2+3\ (t\ge -1)$

따라서 $t=-1$에서 최댓값은 3이다.

(2) $x^2-4x=t$로 놓으면 $t=(x-2)^2-4$이므로 $t\ge -4$

이때, 주어진 함수는

$y=-(t+5)^2+6t+20=-t^2-4t-5$

$=-(t+2)^2-1\ (t\ge -4)$

따라서 $t=-2$에서 최댓값은 -1이다.

101 답 (1) -4 (2) -2

(1) $x^2+4x=t$로 놓으면 $t=(x+2)^2-4$이므로 $t\ge -4$

이때, 주어진 함수는

$y=t^2-2t-3=(t-1)^2-4\ (t\ge -4)$

따라서 $t=1$에서 최솟값은 -4이다.

(2) $x^2-2x+3=t$로 놓으면 $t=(x-1)^2+2$이므로 $t\ge 2$

이때, 주어진 함수는

$y=t^2-6t+7=(t-3)^2-2\ (t\ge 2)$

따라서 $t=3$에서 최솟값은 -2이다.

102 답 (1) 최댓값 : 38, 최솟값 : 2 (2) 최댓값 : 3, 최솟값 : -6
(3) 최댓값 : 20, 최솟값 : -4

(4) 최댓값 : 4, 최솟값 : -5

(1) $x^2-4x+2=t$로 놓으면 $t=(x-2)^2-2$이므로

$-1\le x\le 3$에서 $-2\le t\le 7$ ⋯ ㉠

이때, 주어진 함수는

$y=t^2-2t+3=(t-1)^2+2$이므로

㉠의 범위에서 $2\le y\le 38$

따라서 주어진 함수의 최댓값은 38, 최솟값은 2이다.

(2) $x^2+4x=t$로 놓으면 $t=(x+2)^2-4$이므로

$-2\le x\le 0$에서 $-4\le t\le 0$ ⋯ ㉠

이때, 주어진 함수는

$y=t^2+6t+3=(t+3)^2-6$이므로

㉠의 범위에서 $-6\le y\le 3$

따라서 주어진 함수의 최댓값은 3, 최솟값은 -6이다.

(3) $x^2-2x+3=t$로 놓으면 $t=(x-1)^2+2$이므로

$-1\le x\le 1$에서 $2\le t\le 6$ ⋯ ㉠

이때, 주어진 함수는

$y=t^2-2t-4=(t-1)^2-5$이므로

㉠의 범위에서 $-4\le y\le 20$

따라서 주어진 함수의 최댓값은 20, 최솟값은 -4이다.

(4) $x^2+2x+2=t$로 놓으면 $t=(x+1)^2+1$이므로

$-2\le x\le 1$에서 $1\le t\le 5$ ⋯ ㉠

이때, 주어진 함수는

$y=t^2-8(t-2)-5=(t-4)^2-5$이므로

㉠의 범위에서 $-5\le y\le 4$

따라서 주어진 함수의 최댓값은 4, 최솟값은 -5이다.

103 답 400 m^2

울타리의 가로의 길이를 x m라 하면 세로의 길이는 $(40-x)$m이다.

이때, 길이는 양수이므로 $x>0$, $40-x>0$ $\quad\therefore 0<x<40$

울타리 안의 넓이를 $y\text{ m}^2$라 하면

$y=x(40-x)=-x^2+40x=-(x-20)^2+400\ (0<x<40)$

이므로 $x=20$일 때 y의 최댓값은 400이다.

따라서 울타리 안의 넓이의 최댓값은 400 m^2이다.

104 답 288 m^2

철망의 길이가 48 m이므로 텃밭의 세로의 길이를 x m라고 하면 텃밭의 가로의 길이는 $(48-2x)$m이다.

이때, 길이는 양수이므로 $x>0$, $48-2x>0$ $\quad\therefore 0<x<24$

텃밭의 넓이를 $y\text{ m}^2$라 하면

$y=x(48-2x)=-2x^2+48x=-2(x^2-24x)$

$=-2(x^2-24x+144-144)=-2(x-12)^2+288\ (0<x<24)$

이므로 $x=12$일 때 y의 최댓값은 288이다.

따라서 텃밭의 넓이의 최댓값은 288 m^2이다.

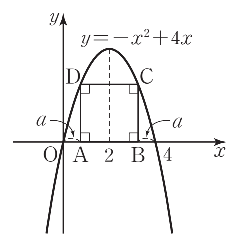
105 답 -4

차가 4인 두 수를 x, $x+4$라 하고 두 수의 곱을 y라 하면

$y=x(x+4)=x^2+4x=(x+2)^2-4$

따라서 두 수의 곱의 최솟값은 $x=-2$일 때 -4이다.

106 답 10



점 $A(a,\ 0)(0<a<2)$이라 하면

$B(4-a,\ 0)$, $D(a,\ -a^2+4a)$이므로

$\overline{AB}=4-2a$, $\overline{AD}=-a^2+4a$

직사각형 ABCD의 둘레의 길이는

$2\{(4-2a)+(-a^2+4a)\}$

$=-2a^2+4a+8=-2(a-1)^2+10$

이때, $0<a<2$이므로 $a=1$일 때 최댓값 10을 갖는다.

따라서 직사각형 ABCD의 둘레의 길이의 최댓값은 10이다.

107 답 45 m

$y=-5t^2+30t=-5(t-3)^2+45$

즉, $t=3$일 때 최댓값은 45이므로

물체가 가장 높이 올라갔을 때의 높이는 45 m이다.

108 답 ⑤

꼭짓점의 좌표가 $(3,\ 2)$이고 이차항의 계수가 1이므로

$y=(x-3)^2+2=x^2-6x+11$

$\therefore a=1,\ b=-6,\ c=11$

$\therefore a-b+c=1-(-6)+11=18$

109 답 ①

(i) 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$

(ii) 축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $-\dfrac{b}{2a}>0$ $\quad\therefore b<0$

(iii) 그래프가 y축과 원점에서 만나므로 $c=0$

따라서 $y=cx^2+ax+b$, 즉 $y=ax+b$의 그래프는 기울기 a가 양수, y절편 b가 음수이므로 그래프의 모양은 ①과 같다.

110 답 ⑤

x축과 만나는 점의 좌표가 $(-2,\ 0)$, $(3,\ 0)$이므로

이차함수의 식은

$y=2(x+2)(x-3)=2(x^2-x-6)=2x^2-2x-12$

$\therefore\ a=-2,\ b=-12$

$\therefore\ b-a=-12-(-2)=-10$

111 답 ①

x축과 만나는 두 점의 좌표를 $(\alpha,\ 0)$, $(\beta,\ 0)$이라 하면

$|\alpha-\beta|=5$

$(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta=25$ ⋯ ㉠

이때, α, β는 이차방정식 $x^2+x+k=0$의 두 근이므로

근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=-1,\ \alpha\beta=k$ ⋯ ㉡

㉡을 ㉠에 대입하면

$(-1)^2-4k=25,\ -4k=24$

$\therefore\ k=-6$

112 답 ③

이차방정식 $-x^2+3x-k=0$의 판별식을 D라 하면

$D=9-4k<0 \qquad \therefore\ k>\frac{9}{4}$

따라서 정수 k의 최솟값은 3이다.

113 답 ①

이차함수의 그래프가 직선 $y=0$, 즉 x축과 한 점에서 만나려면

이차방정식 $x^2+(a-1)x+1-a=0$이 중근을 가져야 한다.

판별식을 D라 하면

$D=(a-1)^2-4(1-a)=0$

$a^2+2a-3=0,\ (a+3)(a-1)=0$

$\therefore\ a=1\ (\because\ a>0)$

114 답 ③

이차함수 $y=x^2-ax+9$의 그래프와 직선 $y=2x-b$의 교점의

x좌표는 이차방정식 $x^2-ax+9=2x-b$

즉, $x^2-(a+2)x+9+b=0$의 두 근과 같다.

근과 계수의 관계에 의하여

$a+2=6,\ 9+b=10$

$\therefore\ a=4,\ b=1$

$\therefore\ a-b=3$

115 답 ②

이차항의 계수가 -2이고, $x=-2$에서 최댓값 9를 가지는

이차함수의 식은

$y=-2(x+2)^2+9=-2x^2-8x+1$

즉, $-2x^2+ax+b=-2x^2-8x+1$이므로

$a=-8,\ b=1$

$\therefore\ a+b=-7$

116 답 ⑤

$f(x)=x^2+8x+k=(x+4)^2+k-16$

그래프의 꼭짓점의 x좌표 -4가 $-2\le x\le 1$에 속하지 않으므로

$f(-2)$, $f(1)$ 중 큰 값이 최댓값, 작은 값이 최솟값이다.

$f(-2)=k-12$, $f(1)=k+9$이므로 최솟값은 $k-12$, 최댓값은

$k+9$이다.

이때, 최솟값이 -2이므로 $k-12=-2 \qquad \therefore\ k=10$

따라서 $f(x)$의 최댓값은 $k+9=10+9=19$

117 답 ②

$y=(x^2-2x)^2+2x^2-4x=(x^2-2x)^2+2(x^2-2x)$

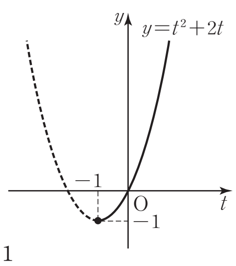
$x^2-2x=t$로 놓으면

$t=x^2-2x=(x-1)^2-1$이므로 $t\ge -1$

이때, 주어진 함수는

$y=t^2+2t=(t+1)^2-1\ (t\ge -1)$

이므로 오른쪽 그림에서



$t=-1$일 때 최솟값 -1을 갖는다.

$t=-1$에서 $x^2-2x=-1$

$x^2-2x+1=0,\ (x-1)^2=0 \qquad \therefore\ x=1$

따라서 $a=1,\ b=-1$이므로

$a+b=0$

118 답 ⑤

입장료를 $100x$원 올릴 때의 수입을 y원이라 하면

(수입)$=$(입장료)$\times$(관람객의 수)이므로

$y=(4000+100x)(3000-50x)$

$\quad=5000(40+x)(60-x)$

$\quad=5000(-x^2+20x+2400)$

$\quad=5000\{-(x-10)^2+2500\}$

이때, $0\le x\le 60$이므로 $x=10$일 때 y가 최대이다.

따라서 수입을 최대로 하는 입장료는 $4000+100\cdot 10=5000$(원)

YBM(해)-02-1단원(026~045)-ok.indd 45 2017-09-18 오후 7:47:55

4 여러 가지 방정식

98쪽~115쪽

119 답 (1) $x=1$ 또는 $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}$

(2) $x=-2$ 또는 $x=1\pm\sqrt{3}i$

(3) $x=3$ 또는 $x=\dfrac{-3\pm3\sqrt{3}i}{2}$

(4) $x=-4$ 또는 $x=0$ 또는 $x=4$

(5) $x=-1$ 또는 $x=0$ 또는 $x=2$

(1) $x^3-1=0$에서 $(x-1)(x^2+x+1)=0$

$\therefore$ $x=1$ 또는 $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}$

(2) $x^3+8=0$에서 $(x+2)(x^2-2x+4)=0$

$\therefore$ $x=-2$ 또는 $x=1\pm\sqrt{3}i$

(3) $x^3-27=0$에서 $(x-3)(x^2+3x+9)=0$

$\therefore$ $x=3$ 또는 $x=\dfrac{-3\pm3\sqrt{3}i}{2}$

(4) $x^3-16x=0$에서 $x(x^2-16)=0$, $x(x+4)(x-4)=0$

$\therefore$ $x=-4$ 또는 $x=0$ 또는 $x=4$

(5) $x^3-x^2-2x=0$에서 $x(x^2-x-2)=0$, $x(x+1)(x-2)=0$

$\therefore$ $x=-1$ 또는 $x=0$ 또는 $x=2$

120 답 (1) $x=1$ 또는 $x=2\pm\sqrt{2}$ (2) $x=-1$ 또는 $x=\pm\sqrt{5}$

(3) $x=-1$ 또는 $x=1$ 또는 $x=2$

(4) $x=1$ 또는 $x=\dfrac{-3\pm\sqrt{17}}{2}$ (5) $x=2$ 또는 $x=1\pm i$

(6) $x=1$ 또는 $x=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}i$ (7) $x=2$ 또는 $x=-2\pm2i$

(1) $f(x)=x^3-5x^2+6x-2$로 놓으면

$f(1)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -5 & 6 & -2 \\ & & 1 & -4 & 2 \\ \hline & 1 & -4 & 2 & 0 \end{array}$$

$f(x)=(x-1)(x^2-4x+2)$

즉, $(x-1)(x^2-4x+2)=0$이므로

$x=1$ 또는 $x=2\pm\sqrt{2}$

(2) $f(x)=x^3+x^2-5x-5$로 놓으면

$f(-1)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & 1 & -5 & -5 \\ & & -1 & 0 & 5 \\ \hline & 1 & 0 & -5 & 0 \end{array}$$

$f(x)=(x+1)(x^2-5)$

즉, $(x+1)(x^2-5)=0$이므로

$x=-1$ 또는 $x=\pm\sqrt{5}$

(3) $f(x)=x^3-2x^2-x+2$로 놓으면

$f(1)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -2 & -1 & 2 \\ & & 1 & -1 & -2 \\ \hline & 1 & -1 & -2 & 0 \end{array}$$

$f(x)=(x-1)(x^2-x-2)$

$=(x-1)(x-2)(x+1)$

즉, $(x-1)(x-2)(x+1)=0$이므로

$x=-1$ 또는 $x=1$ 또는 $x=2$

(4) $f(x)=x^3+2x^2-5x+2$로 놓으면

$f(1)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 2 & -5 & 2 \\ & & 1 & 3 & -2 \\ \hline & 1 & 3 & -2 & 0 \end{array}$$

$f(x)=(x-1)(x^2+3x-2)$

즉, $(x-1)(x^2+3x-2)=0$이므로

$x=1$ 또는 $x=\dfrac{-3\pm\sqrt{17}}{2}$

(5) $f(x)=x^3-4x^2+6x-4$로 놓으면

$f(2)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & -4 & 6 & -4 \\ & & 2 & -4 & 4 \\ \hline & 1 & -2 & 2 & 0 \end{array}$$

$f(x)=(x-2)(x^2-2x+2)$

즉, $(x-2)(x^2-2x+2)=0$이므로

$x=2$ 또는 $x=1\pm i$

(6) $f(x)=2x^3-2x^2+x-1$로 놓으면

$f(1)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 2 & -2 & 1 & -1 \\ & & 2 & 0 & 1 \\ \hline & 2 & 0 & 1 & 0 \end{array}$$

$f(x)=(x-1)(2x^2+1)$

즉, $(x-1)(2x^2+1)=0$이므로

$x=1$ 또는 $x=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}i$

(7) $f(x)=x^3+2x^2-16$으로 놓으면

$f(2)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & 2 & 0 & -16 \\ & & 2 & 8 & 16 \\ \hline & 1 & 4 & 8 & 0 \end{array}$$

$f(x)=(x-2)(x^2+4x+8)$

즉, $(x-2)(x^2+4x+8)=0$이므로

$x=2$ 또는 $x=-2\pm 2i$

$f(x)=(x+2)(x^2+2x-3)$

$=(x+2)(x+3)(x-1)$

즉, $(x+2)(x+3)(x-1)=0$이므로

$x=-2$ 또는 $x=-3$ 또는 $x=1$

따라서 나머지 두 근은 $x=-3$ 또는 $x=1$이다.

121 답 (1) $x=-2$ 또는 $x=4$ (2) $x=-1\pm\sqrt{3}i$
(3) $x=-3$ 또는 $x=1$

(1) $f(x)=x^3-ax^2-6x+8$로 놓으면

$f(1)=0$이므로 $1-a-6+8=0$

$\therefore a=3$

즉, $f(x)=x^3-3x^2-6x+8$이고

$f(1)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -3 & -6 & 8 \\ & & 1 & -2 & -8 \\ \hline & 1 & -2 & -8 & 0 \end{array}$$

$f(x)=(x-1)(x^2-2x-8)$

$=(x-1)(x+2)(x-4)$

즉, $(x-1)(x+2)(x-4)=0$이므로

$x=1$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=4$

따라서 나머지 두 근은 $x=-2$ 또는 $x=4$이다.

(2) $f(x)=x^3+3x^2+ax+4$로 놓으면

$f(-1)=0$이므로 $-1+3-a+4=0$

$\therefore a=6$

즉, $f(x)=x^3+3x^2+6x+4$이고

$f(-1)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & 3 & 6 & 4 \\ & & -1 & -2 & -4 \\ \hline & 1 & 2 & 4 & 0 \end{array}$$

$f(x)=(x+1)(x^2+2x+4)$

즉, $(x+1)(x^2+2x+4)=0$이므로

$x=-1$ 또는 $x=-1\pm\sqrt{3}i$

따라서 나머지 두 근은 $x=-1\pm\sqrt{3}i$이다.

(3) $f(x)=x^3+4x^2+ax-6$으로 놓으면

$f(-2)=0$이므로 $-8+16-2a-6=0$

$\therefore a=1$

즉, $f(x)=x^3+4x^2+x-6$이고

$f(-2)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & 1 & 4 & 1 & -6 \\ & & -2 & -4 & 6 \\ \hline & 1 & 2 & -3 & 0 \end{array}$$

122 답 (1) $x=\pm 2i$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=2$
(2) $x=0$ (중근) 또는 $x=-2$ 또는 $x=1$
(3) $x=\pm 1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=-3$
(4) $x=-1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=\pm i$
(5) $x=1$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=\pm\sqrt{2}i$
(6) $x=\pm 1$ 또는 $x=1\pm\sqrt{3}i$

(1) $x^4-16=0$에서 $(x^2+4)(x^2-4)=0$

$(x^2+4)(x+2)(x-2)=0$

$\therefore x=\pm 2i$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=2$

(2) $x^4+x^3-2x^2=0$에서 $x^2(x^2+x-2)=0$

$x^2(x+2)(x-1)=0$

$\therefore x=0$ (중근) 또는 $x=-2$ 또는 $x=1$

(3) $f(x)=x^4+x^3-7x^2-x+6$으로 놓으면

$f(1)=0$, $f(2)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & 1 & -7 & -1 & 6 \\ & & 1 & 2 & -5 & -6 \\ \hline 2 & 1 & 2 & -5 & -6 & 0 \\ & & 2 & 8 & 6 & \\ \hline & 1 & 4 & 3 & 0 & \end{array}$$

$f(x)=(x-1)(x-2)(x^2+4x+3)$

$=(x-1)(x-2)(x+1)(x+3)$

즉, $(x-1)(x-2)(x+1)(x+3)=0$이므로

$x=\pm 1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=-3$

(4) $f(x)=x^4-x^3-x^2-x-2$로 놓으면

$f(-1)=0$, $f(2)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrrr} -1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -2 \\ & & -1 & 2 & -1 & 2 \\ \hline 2 & 1 & -2 & 1 & -2 & 0 \\ & & 2 & 0 & 2 & \\ \hline & 1 & 0 & 1 & 0 & \end{array}$$

$f(x)=(x+1)(x-2)(x^2+1)$

즉, $(x+1)(x-2)(x^2+1)=0$이므로

$x=-1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=\pm i$

(5) $f(x)=x^4+x^3+2x-4$로 놓으면 $f(1)=0$, $f(-2)=0$이므로

1	1	1	0	2	-4
		1	2	2	4
-2	1	2	2	4	0
		-2	0	-4	
	1	0	2	0	

$f(x)=(x-1)(x+2)(x^2+2)$

즉, $(x-1)(x+2)(x^2+2)=0$이므로

$x=1$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=\pm\sqrt{2}i$

(6) $f(x)=x^4-2x^3+3x^2+2x-4$로 놓으면

$f(-1)=0$, $f(1)=0$이므로

1	1	-2	3	2	-4
		1	-1	2	4
-1	1	-1	2	4	0
		-1	2	-4	
	1	-2	4	0	

$f(x)=(x-1)(x+1)(x^2-2x+4)$

즉, $(x-1)(x+1)(x^2-2x+4)=0$이므로

$x=\pm1$ 또는 $x=1\pm\sqrt{3}i$

123 답 (1) $x=2$ (중근) 또는 $x=-1$ 또는 $x=5$

(2) $x=-1$ 또는 $x=1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=4$

(3) $x=-1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=3$

(1) $x^2-4x=X$로 놓으면 $X^2-X-20=0$

$(X+4)(X-5)=0 \qquad \therefore X=-4$ 또는 $X=5$

(i) $X=-4$일 때, $x^2-4x=-4$에서

$x^2-4x+4=0$, $(x-2)^2=0 \qquad \therefore x=2$ (중근)

(ii) $X=5$일 때, $x^2-4x=5$에서

$x^2-4x-5=0$, $(x+1)(x-5)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=5$

(i), (ii)에서 $x=2$ (중근) 또는 $x=-1$ 또는 $x=5$

(2) $x^2-3x=X$로 놓으면 $X^2-2X-8=0$

$(X+2)(X-4)=0 \qquad \therefore X=-2$ 또는 $X=4$

(i) $X=-2$일 때, $x^2-3x=-2$에서

$x^2-3x+2=0$, $(x-1)(x-2)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=2$

(ii) $X=4$일 때, $x^2-3x=4$에서

$x^2-3x-4=0$, $(x+1)(x-4)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=4$

(i), (ii)에서 $x=-1$ 또는 $x=1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=4$

(3) $x^2-x=X$로 놓으면 $X^2-8X+12=0$

$(X-2)(X-6)=0 \qquad \therefore X=2$ 또는 $X=6$

(i) $X=2$일 때, $x^2-x=2$에서

$x^2-x-2=0$, $(x+1)(x-2)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=2$

(ii) $X=6$일 때, $x^2-x=6$에서

$x^2-x-6=0$, $(x+2)(x-3)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=3$

(i), (ii)에서 $x=-1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=3$

124 답 (1) $x=-4$ 또는 $x=-1$ 또는 $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{17}}{2}$

(2) $x=-6$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=-4\pm\sqrt{6}$

(1) $\{x(x+5)\}\{(x+2)(x+3)\}+8=0$

$(x^2+5x)(x^2+5x+6)+8=0$

$x^2+5x=X$로 놓으면 $X(X+6)+8=0$, $X^2+6X+8=0$

$(X+4)(X+2)=0 \qquad \therefore X=-4$ 또는 $X=-2$

(i) $X=-4$일 때, $x^2+5x=-4$, $x^2+5x+4=0$

$(x+4)(x+1)=0 \qquad \therefore x=-4$ 또는 $x=-1$

(ii) $X=-2$일 때, $x^2+5x=-2$, $x^2+5x+2=0$

$\therefore x=\dfrac{-5\pm\sqrt{17}}{2}$

(i), (ii)에서 $x=-4$ 또는 $x=-1$ 또는 $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{17}}{2}$

(2) $\{(x+1)(x+7)\}\{(x+3)(x+5)\}+15=0$

$(x^2+8x+7)(x^2+8x+15)+15=0$

$x^2+8x=X$로 놓으면 $(X+7)(X+15)+15=0$

$X^2+22X+120=0$, $(X+12)(X+10)=0$

$\therefore X=-12$ 또는 $X=-10$

(i) $X=-12$일 때, $x^2+8x=-12$, $x^2+8x+12=0$

$(x+6)(x+2)=0 \qquad \therefore x=-6$ 또는 $x=-2$

(ii) $X=-10$일 때, $x^2+8x=-10$, $x^2+8x+10=0$

$\therefore x=-4\pm\sqrt{6}$

(i), (ii)에서 $x=-6$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=-4\pm\sqrt{6}$

125 답 (1) $x=\pm1$ 또는 $x=\pm2$ (2) $x=\pm i$ 또는 $x=\pm3$

(3) $x=\pm i$ 또는 $x=\pm2$ (4) $x=\pm\sqrt{2}i$ 또는 $x=\pm\sqrt{5}$

(1) $x^2=X$로 놓으면 $X^2-5X+4=0$

$(X-1)(X-4)=0 \qquad \therefore X=1$ 또는 $X=4$

(i) $X=1$일 때, $x^2=1 \qquad \therefore x=\pm1$

(ii) $X=4$일 때, $x^2=4 \qquad \therefore x=\pm2$

(i), (ii)에서 $x=\pm1$ 또는 $x=\pm2$

(2) $x^2=X$로 놓으면 $X^2-8X-9=0$

$(X+1)(X-9)=0 \qquad \therefore X=-1$ 또는 $X=9$

(ⅰ) $X=-1$일 때, $x^2=-1$ $\quad\therefore x=\pm i$

(ⅱ) $X=9$일 때, $x^2=9$ $\quad\therefore x=\pm 3$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $x=\pm i$ 또는 $x=\pm 3$

(3) $x^2=X$로 놓으면 $X^2-3X-4=0$

$(X+1)(X-4)=0$ $\quad\therefore X=-1$ 또는 $X=4$

(ⅰ) $X=-1$일 때, $x^2=-1$ $\quad\therefore x=\pm i$

(ⅱ) $X=4$일 때, $x^2=4$ $\quad\therefore x=\pm 2$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $x=\pm i$ 또는 $x=\pm 2$

(4) $x^2=X$로 놓으면 $X^2-3X-10=0$

$(X+2)(X-5)=0$ $\quad\therefore X=-2$ 또는 $X=5$

(ⅰ) $X=-2$일 때, $x^2=-2$ $\quad\therefore x=\pm\sqrt{2}i$

(ⅱ) $X=5$일 때, $x^2=5$ $\quad\therefore x=\pm\sqrt{5}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $x=\pm\sqrt{2}i$ 또는 $x=\pm\sqrt{5}$

126 답 (1) $x=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$ 또는 $x=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

(2) $x=\frac{-1\pm\sqrt{15}i}{2}$ 또는 $x=\frac{1\pm\sqrt{15}i}{2}$

(3) $x=\frac{-3\pm\sqrt{17}}{2}$ 또는 $x=\frac{3\pm\sqrt{17}}{2}$

(4) $x=-1\pm\sqrt{2}$ 또는 $x=1\pm\sqrt{2}$

(1) $x^4-3x^2+1=0$에서 $(x^4-2x^2+1)-x^2=0$

$(x^2-1)^2-x^2=0$, $(x^2+x-1)(x^2-x-1)=0$

(ⅰ) $x^2+x-1=0$에서 $x=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$

(ⅱ) $x^2-x-1=0$에서 $x=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $x=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$ 또는 $x=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

(2) $x^4+7x^2+16=0$에서 $(x^4+8x^2+16)-x^2=0$

$(x^2+4)^2-x^2=0$, $(x^2+x+4)(x^2-x+4)=0$

(ⅰ) $x^2+x+4=0$에서 $x=\frac{-1\pm\sqrt{15}i}{2}$

(ⅱ) $x^2-x+4=0$에서 $x=\frac{1\pm\sqrt{15}i}{2}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $x=\frac{-1\pm\sqrt{15}i}{2}$ 또는 $x=\frac{1\pm\sqrt{15}i}{2}$

(3) $x^4-13x^2+4=0$에서 $(x^4-4x^2+4)-9x^2=0$

$(x^2-2)^2-(3x)^2=0$, $(x^2+3x-2)(x^2-3x-2)=0$

(ⅰ) $x^2+3x-2=0$에서 $x=\frac{-3\pm\sqrt{17}}{2}$

(ⅱ) $x^2-3x-2=0$에서 $x=\frac{3\pm\sqrt{17}}{2}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $x=\frac{-3\pm\sqrt{17}}{2}$ 또는 $x=\frac{3\pm\sqrt{17}}{2}$

(4) $x^4-6x^2+1=0$에서 $(x^4-2x^2+1)-4x^2=0$

$(x^2-1)^2-(2x)^2=0$, $(x^2+2x-1)(x^2-2x-1)=0$

(ⅰ) $x^2+2x-1=0$에서 $x=-1\pm\sqrt{2}$

(ⅱ) $x^2-2x-1=0$에서 $x=1\pm\sqrt{2}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $x=-1\pm\sqrt{2}$ 또는 $x=1\pm\sqrt{2}$

127 답 (1) $\alpha+\beta+\gamma=3$, $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=4$, $\alpha\beta\gamma=-2$

(2) $\alpha+\beta+\gamma=-2$, $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=3$, $\alpha\beta\gamma=5$

(3) $\alpha+\beta+\gamma=-\frac{3}{2}$, $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=-6$, $\alpha\beta\gamma=\frac{5}{2}$

(4) $\alpha+\beta+\gamma=0$, $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=2$, $\alpha\beta\gamma=\frac{3}{2}$

(1) $\alpha+\beta+\gamma=-\frac{-3}{1}=3$, $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=\frac{4}{1}=4$,

$\alpha\beta\gamma=-\frac{2}{1}=-2$

(2) $\alpha+\beta+\gamma=-\frac{2}{1}=-2$, $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=\frac{3}{1}=3$,

$\alpha\beta\gamma=-\frac{-5}{1}=5$

(3) $\alpha+\beta+\gamma=-\frac{3}{2}$, $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=\frac{-12}{2}=-6$,

$\alpha\beta\gamma=-\frac{-5}{2}=\frac{5}{2}$

(4) $\alpha+\beta+\gamma=-\frac{0}{2}=0$, $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=\frac{4}{2}=2$,

$\alpha\beta\gamma=-\frac{-3}{2}=\frac{3}{2}$

128 답 (1) 3 (2) 2 (3) -6 (4) $-\frac{1}{3}$ (5) $-\frac{1}{2}$ (6) 5

(7) -9

(1) $\alpha+\beta+\gamma=-\frac{-3}{1}=3$

(2) $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=\frac{2}{1}=2$

(3) $\alpha\beta\gamma=-\frac{6}{1}=-6$

(4) $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma}=\frac{\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha}{\alpha\beta\gamma}=\frac{2}{-6}=-\frac{1}{3}$

(5) $\frac{1}{\alpha\beta}+\frac{1}{\beta\gamma}+\frac{1}{\gamma\alpha}=\frac{\alpha+\beta+\gamma}{\alpha\beta\gamma}=\frac{3}{-6}=-\frac{1}{2}$

(6) $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2=(\alpha+\beta+\gamma)^2-2(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)=3^2-2\cdot2=5$

(7) $\alpha^3+\beta^3+\gamma^3=(\alpha+\beta+\gamma)(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2-\alpha\beta-\beta\gamma-\gamma\alpha)+3\alpha\beta\gamma$

$=3\cdot(5-2)+3\cdot(-6)=-9$

129 답 (1) $x^3-5x^2+2x+8=0$ (2) $x^3+x^2-14x-24=0$

(3) $x^3+3x^2-4x=0$ (4) $x^3-5x^2+3x+1=0$

(1) (세 근의 합)$=-1+2+4=5$

(두 근끼리의 곱의 합)$=(-1)\cdot2+2\cdot4+4\cdot(-1)=2$

(세 근의 곱)$=(-1)\cdot2\cdot4=-8$

따라서 구하는 방정식은 $x^3-5x^2+2x+8=0$

(2) (세 근의 합)$=-3+(-2)+4=-1$

(두 근끼리의 곱의 합)$=(-3)\cdot(-2)+(-2)\cdot4+4\cdot(-3)$

$=-14$

(세 근의 곱)$=(-3)\cdot(-2)\cdot4=24$

따라서 구하는 방정식은 $x^3+x^2-14x-24=0$

(3) (세 근의 합)$=0+1+(-4)=-3$

(두 근끼리의 곱의 합)$=0\cdot1+1\cdot(-4)+(-4)\cdot0=-4$

(세 근의 곱)$=0\cdot1\cdot(-4)=0$

따라서 구하는 방정식은 $x^3+3x^2-4x=0$

(4) (세 근의 합)$=(2+\sqrt{5})+(2-\sqrt{5})+1=5$

(두 근끼리의 곱의 합)$=(2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5})+(2-\sqrt{5})\cdot1$

$+1\cdot(2+\sqrt{5})$

$=3$

(세 근의 곱)$=(2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5})\cdot1=-1$

따라서 구하는 방정식은 $x^3-5x^2+3x+1=0$

130 답 (1) $x^3+4x^2+2x-4=0$ (2) $x^3-7x^2+13x-3=0$

(3) $x^3+\frac{1}{2}x^2-x+\frac{1}{4}=0$ (4) $x^3-2x^2-16x-16=0$

(1) $\alpha+\beta+\gamma=4$, $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=2$, $\alpha\beta\gamma=-4$이므로

$(-\alpha)+(-\beta)+(-\gamma)=-(\alpha+\beta+\gamma)=-4$

$(-\alpha)\cdot(-\beta)+(-\beta)\cdot(-\gamma)+(-\gamma)\cdot(-\alpha)$

$=\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=2$

$(-\alpha)\cdot(-\beta)\cdot(-\gamma)=-\alpha\beta\gamma=4$

$\therefore x^3+4x^2+2x-4=0$

(2) $(\alpha+1)+(\beta+1)+(\gamma+1)=\alpha+\beta+\gamma+3=4+3=7$

$(\alpha+1)(\beta+1)+(\beta+1)(\gamma+1)+(\gamma+1)(\alpha+1)$

$=(\alpha\beta+\alpha+\beta+1)+(\beta\gamma+\beta+\gamma+1)+(\gamma\alpha+\gamma+\alpha+1)$

$=(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)+2(\alpha+\beta+\gamma)+3=2+2\cdot4+3=13$

$(\alpha+1)(\beta+1)(\gamma+1)$

$=\alpha\beta\gamma+(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)+(\alpha+\beta+\gamma)+1$

$=-4+2+4+1=3$

$\therefore x^3-7x^2+13x-3=0$

(3) $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\gamma}=\frac{\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha}{\alpha\beta\gamma}=\frac{2}{-4}=-\frac{1}{2}$

$\frac{1}{\alpha}\cdot\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\beta}\cdot\frac{1}{\gamma}+\frac{1}{\gamma}\cdot\frac{1}{\alpha}=\frac{\alpha+\beta+\gamma}{\alpha\beta\gamma}=\frac{4}{-4}=-1$

$\frac{1}{\alpha}\cdot\frac{1}{\beta}\cdot\frac{1}{\gamma}=\frac{1}{\alpha\beta\gamma}=-\frac{1}{4}$

$\therefore x^3+\frac{1}{2}x^2-x+\frac{1}{4}=0$

(4) $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=2$

$\alpha\beta\cdot\beta\gamma+\beta\gamma\cdot\gamma\alpha+\gamma\alpha\cdot\alpha\beta=\alpha\beta\gamma(\alpha+\beta+\gamma)=(-4)\cdot4=-16$

$\alpha\beta\cdot\beta\gamma\cdot\gamma\alpha=(\alpha\beta\gamma)^2=(-4)^2=16$

$\therefore x^3-2x^2-16x-16=0$

131 답 (1) $a=0$, $b=-6$ (2) $a=-5$, $b=-2$

(3) $a=1$, $b=-7$

(1) a, b가 유리수이고 주어진 방정식의 한 근이 $1+\sqrt{3}$이므로

$1-\sqrt{3}$도 근이다.

삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$-2+(1+\sqrt{3})+(1-\sqrt{3})=-a$ $\quad\therefore a=0$

$-2(1+\sqrt{3})+(1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})+(1-\sqrt{3})\cdot(-2)=b$

$\therefore b=-6$

(2) a, b가 유리수이고 주어진 방정식의 한 근이 $1+\sqrt{2}$이므로

$1-\sqrt{2}$도 근이다.

삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$-2(1+\sqrt{2})+(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})+(1-\sqrt{2})\cdot(-2)=a$

$\therefore a=-5$

$-2(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})=-b$ $\quad\therefore b=-2$

(3) 계수가 모두 유리수이므로 $1+\sqrt{2}$가 근이면 $1-\sqrt{2}$도 근이다.

나머지 한 근을 α라 하면

삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})=3$, $-\alpha=3$ $\quad\therefore \alpha=-3$

따라서 세 근이 -3, $1+\sqrt{2}$, $1-\sqrt{2}$이므로

$-3+(1+\sqrt{2})+(1-\sqrt{2})=-a$ $\quad\therefore a=1$

$-3(1+\sqrt{2})+(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})+(1-\sqrt{2})\cdot(-3)=b$

$\therefore b=-7$

132 답 (1) $a=-1$, $b=0$ (2) $a=-4$, $b=6$

(3) $a=-\frac{22}{5}$, $b=\frac{33}{5}$

(1) 계수가 모두 실수이므로 $1+i$가 근이면 $1-i$도 근이다.

삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$-1+(1+i)+(1-i)=-a$ $\quad\therefore a=-1$

$-(1+i)+(1+i)(1-i)+(1-i)\cdot(-1)=b$ $\quad\therefore b=0$

(2) 계수가 모두 실수이므로 $1-i$가 근이면 $1+i$도 근이다.

나머지 한 근을 α라 하면

삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha(1-i)(1+i)=4$, $2\alpha=4$ $\quad\therefore \alpha=2$

따라서 세 근이 2, $1-i$, $1+i$이므로

$2+(1-i)+(1+i)=-a$ $\quad\therefore a=-4$

$2(1-i)+(1-i)(1+i)+(1+i)\cdot2=b$ $\quad\therefore b=6$

YBM(해)-02-2단원(046~063)-ok.indd 50 2017-09-18 오후 7:48:52

(3) 계수가 모두 실수이므로 $2-i$가 근이면 $2+i$도 근이다.

나머지 한 근을 α라 하면

삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha(2-i)(2+i)=2,\ 5\alpha=2 \qquad \therefore\ \alpha=\frac{2}{5}$

따라서 세 근이 $\frac{2}{5},\ 2-i,\ 2+i$이므로

$\frac{2}{5}+(2-i)+(2+i)=-a \qquad \therefore\ a=-\frac{22}{5}$

$\frac{2}{5}(2-i)+(2-i)(2+i)+(2+i)\cdot\frac{2}{5}=b \qquad \therefore\ b=\frac{33}{5}$

133 답 (1) 1 (2) -1 (3) 0 (4) -1 (5) 1

(1) $\omega^{15}=(\omega^3)^5=1$

(2) $\omega^5+\omega^{10}=\omega^3\cdot\omega^2+(\omega^3)^3\cdot\omega=\omega^2+\omega=-1$

(3) $1+\omega+\omega^2+\cdots+\omega^{50}$

$=(1+\omega+\omega^2)+(\omega^3+\omega^4+\omega^5)+\cdots+(\omega^{48}+\omega^{49}+\omega^{50})$

$=(1+\omega+\omega^2)+\omega^3(1+\omega+\omega^2)+\cdots+\omega^{48}(1+\omega+\omega^2)$

$\omega^2+\omega+1=0$이므로 $1+\omega+\omega^2+\cdots+\omega^{50}=0$

(4) $\omega+\frac{1}{\omega}=\frac{\omega^2+1}{\omega}=\frac{-\omega}{\omega}=-1$

(5) $\frac{1}{1-\omega}+\frac{1}{1-\overline{\omega}}=\frac{1-\overline{\omega}+1-\omega}{(1-\omega)(1-\overline{\omega})}=\frac{2-(\omega+\overline{\omega})}{1-(\omega+\overline{\omega})+\omega\overline{\omega}}$

$=\frac{2-(-1)}{1-(-1)+1}=1$

$(\because\ \omega+\overline{\omega}=-1,\ \omega\overline{\omega}=1)$

134 답 (1) -1 (2) 0 (3) 0 (4) 0 (5) 1

(1) $\omega^{21}=(\omega^3)^7=(-1)^7=-1$

(2) $\omega^{20}+\omega^{10}+1=(\omega^3)^6\cdot\omega^2+(\omega^3)^3\cdot\omega+1=\omega^2-\omega+1=0$

(3) $1-\omega+\omega^2-\omega^3+\omega^4-\omega^5=(1-\omega+\omega^2)-\omega^3(1-\omega+\omega^2)=0$

(4) $\omega^2-\omega+1=0$에서 $-\omega+1=-\omega^2,\ \omega^2+1=\omega$

$\therefore\ \frac{\omega^2}{1-\omega}+\frac{1+\omega^2}{\omega}=\frac{\omega^2}{-\omega^2}+\frac{\omega}{\omega}=-1+1=0$

(5) $\frac{1}{1+\omega}+\frac{1}{1+\overline{\omega}}=\frac{1+\omega+1+\overline{\omega}}{(1+\omega)(1+\overline{\omega})}=\frac{2+(\omega+\overline{\omega})}{1+(\omega+\overline{\omega})+\omega\overline{\omega}}$

$=\frac{2+1}{1+1+1}=1\ (\because\ \omega+\overline{\omega}=1,\ \omega\overline{\omega}=1)$

135 답 (1) $x=2,\ y=-1$ (2) $x=-2,\ y=4$ (3) $x=1,\ y=2$

(1) ㉠+㉡을 하면 $2x=4 \qquad \therefore\ x=2$

$x=2$를 ㉠에 대입하여 풀면 $y=-1$

(2) ㉠×3+㉡을 하면 $5x=-10 \qquad \therefore\ x=-2$

$x=-2$를 ㉠에 대입하면 $-2-y=-6 \qquad \therefore\ y=4$

(3) ㉠×5−㉡×3을 하면 $16y=32 \qquad \therefore\ y=2$

$y=2$를 ㉠에 대입하면 $3x+10=13 \qquad \therefore\ x=1$

136 답 (1) $x=5,\ y=2$ (2) $x=-1,\ y=-1$ (3) $x=-2,\ y=3$

(1) ㉠을 x에 대하여 정리하면 $x=y+3$ ⋯ ㉢

㉢을 ㉡에 대입하면 $2(y+3)-3y=4$

$-y+6=4 \qquad \therefore\ y=2$

$y=2$를 ㉢에 대입하면 $x=5$

(2) ㉡을 x에 대하여 정리하면 $x=-2y-3$ ⋯ ㉢

㉢을 ㉠에 대입하면 $9(-2y-3)-4y=-5$

$-22y-27=-5 \qquad \therefore\ y=-1$

$y=-1$을 ㉢에 대입하면 $x=-1$

(3) ㉠을 y에 대하여 정리하면 $y=-2x-1$ ⋯ ㉢

㉢을 ㉡에 대입하면 $x+2(-2x-1)=4$

$-3x-2=4 \qquad \therefore\ x=-2$

$x=-2$를 ㉢에 대입하면 $y=3$

137 답 (1) $\begin{cases}x=-1\\y=-3\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=3\\y=1\end{cases}$ (2) $\begin{cases}x=0\\y=5\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=4\\y=-3\end{cases}$

(3) $\begin{cases}x=-1\\y=-3\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=5\\y=9\end{cases}$ (4) $\begin{cases}x=-1\\y=5\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=5\\y=-1\end{cases}$

(5) $x=-1,\ y=-1$ (6) $\begin{cases}x=-5\\y=-7\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=3\\y=1\end{cases}$

(7) $\begin{cases}x=-9\\y=-5\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=5\\y=2\end{cases}$

(1) ㉠을 x에 대하여 정리하면 $x=y+2$ ⋯ ㉢

㉢을 ㉡에 대입하면 $(y+2)^2+y^2=10$

$y^2+2y-3=0,\ (y+3)(y-1)=0 \qquad \therefore\ y=-3$ 또는 $y=1$

$y=-3$을 ㉢에 대입하면 $x=-1$

$y=1$을 ㉢에 대입하면 $x=3$

따라서 구하는 연립방정식의 해는 $\begin{cases}x=-1\\y=-3\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=3\\y=1\end{cases}$

(2) ㉠을 y에 대하여 정리하면 $y=-2x+5$ ⋯ ㉢

㉢을 ㉡에 대입하면 $x^2+(-2x+5)^2=25$

$x^2-4x=0,\ x(x-4)=0 \qquad \therefore\ x=0$ 또는 $x=4$

$x=0$을 ㉢에 대입하면 $y=5$

$x=4$를 ㉢에 대입하면 $y=-3$

따라서 구하는 연립방정식의 해는 $\begin{cases}x=0\\y=5\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=4\\y=-3\end{cases}$

(3) ㉠을 y에 대하여 정리하면 $y=2x-1$ ⋯ ㉢

㉢을 ㉡에 대입하면 $3x^2-(2x-1)^2=-6$

$x^2-4x-5=0,\ (x+1)(x-5)=0$

$\therefore\ x=-1$ 또는 $x=5$

$x=-1$을 ㉢에 대입하면 $y=-3$

$x=5$를 ㉢에 대입하면 $y=9$

따라서 구하는 연립방정식의 해는 $\begin{cases}x=-1\\y=-3\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=5\\y=9\end{cases}$

(4) ㉠을 y에 대하여 정리하면 $y=-x+4$ ⋯ ㉢

㉢을 ㉡에 대입하면 $x^2+x(-x+4)+(-x+4)^2=21$

$x^2-4x-5=0$, $(x+1)(x-5)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=5$

$x=-1$을 ㉢에 대입하면 $y=5$

$x=5$를 ㉢에 대입하면 $y=-1$

따라서 구하는 연립방정식의 해는 $\begin{cases} x=-1 \\ y=5 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=5 \\ y=-1 \end{cases}$

(5) ㉠을 y에 대하여 정리하면 $y=-x-2$ ⋯ ㉢

㉢을 ㉡에 대입하면 $x^2+3x(-x-2)+(-x-2)^2=5$

$x^2+2x+1=0$, $(x+1)^2=0$ $\quad\therefore x=-1$

$x=-1$을 ㉢에 대입하면 $y=-1$

따라서 구하는 연립방정식의 해는 $x=-1$, $y=-1$

(6) ㉠을 x에 대하여 정리하면 $x=y+2$ ⋯ ㉢

㉢을 ㉡에 대입하면 $(y+2)^2+y(y+2)-y^2=11$

$y^2+6y-7=0$, $(y+7)(y-1)=0$

$\therefore y=-7$ 또는 $y=1$

$y=-7$을 ㉢에 대입하면 $x=-5$

$y=1$을 ㉢에 대입하면 $x=3$

따라서 구하는 연립방정식의 해는 $\begin{cases} x=-5 \\ y=-7 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$

(7) ㉠을 x에 대하여 정리하면 $x=2y+1$ ⋯ ㉢

㉢을 ㉡에 대입하면 $(2y+1)^2-y(2y+1)-y^2=11$

$y^2+3y-10=0$, $(y+5)(y-2)=0$

$\therefore y=-5$ 또는 $y=2$

$y=-5$를 ㉢에 대입하면 $x=-9$

$y=2$를 ㉢에 대입하면 $x=5$

따라서 구하는 연립방정식의 해는 $\begin{cases} x=-9 \\ y=-5 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=5 \\ y=2 \end{cases}$

138 답 (1) $\begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-1 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=\sqrt{2} \\ y=\sqrt{2} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-\sqrt{2} \\ y=-\sqrt{2} \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x=\sqrt{3} \\ y=-\sqrt{3} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-\sqrt{3} \\ y=\sqrt{3} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-1 \\ y=-1 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x=2\sqrt{3} \\ y=\sqrt{3} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2\sqrt{3} \\ y=-\sqrt{3} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-3 \\ y=-1 \end{cases}$

(4) $\begin{cases} x=-\sqrt{3} \\ y=\sqrt{3} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=\sqrt{3} \\ y=-\sqrt{3} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2 \\ y=-1 \end{cases}$

(5) $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-1 \\ y=-1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2 \\ y=-4 \end{cases}$

(6) $\begin{cases} x=\frac{2\sqrt{7}}{7} \\ y=-\frac{4\sqrt{7}}{7} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-\frac{2\sqrt{7}}{7} \\ y=\frac{4\sqrt{7}}{7} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$

또는 $\begin{cases} x=-2 \\ y=-2 \end{cases}$

(1) ㉠을 인수분해하면 $(x+y)(x-y)=0$

$\therefore y=-x$ 또는 $y=x$

(i) $y=-x$를 ㉡에 대입하면 $2x^2+x^2+x^2=4$, $x^2=1$

$\therefore x=\pm1$

$\therefore x=\pm1$, $y=\mp1$ (복호동순)

(ii) $y=x$를 ㉡에 대입하면 $2x^2-x^2+x^2=4$, $x^2=2$

$\therefore x=\pm\sqrt{2}$

$\therefore x=\pm\sqrt{2}$, $y=\pm\sqrt{2}$ (복호동순)

(i), (ii)에서 구하는 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-1 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=\sqrt{2} \\ y=\sqrt{2} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-\sqrt{2} \\ y=-\sqrt{2} \end{cases}$

(2) ㉠을 인수분해하면 $(x+y)(x-y)=0$

$\therefore y=-x$ 또는 $y=x$

(i) $y=-x$를 ㉡에 대입하면 $x^2-x^2+x^2=3$, $x^2=3$

$\therefore x=\pm\sqrt{3}$

$\therefore x=\pm\sqrt{3}$, $y=\mp\sqrt{3}$ (복호동순)

(ii) $y=x$를 ㉡에 대입하면 $x^2+x^2+x^2=3$, $x^2=1$

$\therefore x=\pm1$

$\therefore x=\pm1$, $y=\pm1$ (복호동순)

(i), (ii)에서 구하는 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=\sqrt{3} \\ y=-\sqrt{3} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-\sqrt{3} \\ y=\sqrt{3} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-1 \\ y=-1 \end{cases}$

(3) ㉠을 인수분해하면 $(x-2y)(x-3y)=0$

$\therefore x=2y$ 또는 $x=3y$

(i) $x=2y$를 ㉡에 대입하면 $4y^2+2y^2-3y^2=9$, $y^2=3$

$\therefore y=\pm\sqrt{3}$

$\therefore x=\pm2\sqrt{3}$, $y=\pm\sqrt{3}$ (복호동순)

(ii) $x=3y$를 ㉡에 대입하면 $9y^2+3y^2-3y^2=9$, $y^2=1$

$\therefore y=\pm1$

$\therefore x=\pm3$, $y=\pm1$ (복호동순)

(i), (ii)에서 구하는 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=2\sqrt{3} \\ y=\sqrt{3} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2\sqrt{3} \\ y=-\sqrt{3} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-3 \\ y=-1 \end{cases}$

(4) ㉠을 인수분해하면 $(x+y)(x-2y)=0$

$\therefore x=-y$ 또는 $x=2y$

(i) $x=-y$를 ㉡에 대입하면 $3y^2=9$, $y^2=3$ $\quad\therefore y=\pm\sqrt{3}$

$\therefore x=\mp\sqrt{3}$, $y=\pm\sqrt{3}$ (복호동순)

(ii) $x=2y$를 ㉡에 대입하면 $9y^2=9$, $y^2=1$ $\quad\therefore y=\pm1$

$\therefore x=\pm2$, $y=\pm1$ (복호동순)

(i), (ii)에서 구하는 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=-\sqrt{3} \\ y=\sqrt{3} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=\sqrt{3} \\ y=-\sqrt{3} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2 \\ y=-1 \end{cases}$

(5) ㉠을 인수분해하면 $(x-y)(2x-y)=0$

$\therefore y=x$ 또는 $y=2x$

(i) $y=x$를 ㉡에 대입하면 $4x^2=4$, $x^2=1$ $\quad\therefore x=\pm1$

$\therefore\ x=\pm1,\ y=\pm1$ (복호동순)

(ii) $y=2x$를 ㉡에 대입하면 $x^2=4$ $\quad\therefore\ x=\pm2$

$\therefore\ x=\pm2,\ y=\pm4$ (복호동순)

(i), (ii)에서 구하는 연립방정식의 해는

$\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=-1\\y=-1\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=2\\y=4\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=-2\\y=-4\end{cases}$

(6) ㉠을 인수분해하면 $(2x+y)(x-y)=0$

$\therefore\ y=-2x$ 또는 $y=x$

(i) $y=-2x$를 ㉡에 대입하면 $x^2+2x^2+4x^2=4,\ x^2=\frac{4}{7}$

$\therefore\ x=\pm\frac{2\sqrt{7}}{7}$

$\therefore\ x=\pm\frac{2\sqrt{7}}{7},\ y=\mp\frac{4\sqrt{7}}{7}$ (복호동순)

(ii) $y=x$를 ㉡에 대입하면 $x^2-x^2+x^2=4,\ x^2=4$

$\therefore\ x=\pm2$

$\therefore\ x=\pm2,\ y=\pm2$ (복호동순)

(i), (ii)에서 구하는 연립방정식의 해는

$\begin{cases}x=\frac{2\sqrt{7}}{7}\\y=-\frac{4\sqrt{7}}{7}\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=-\frac{2\sqrt{7}}{7}\\y=\frac{4\sqrt{7}}{7}\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=2\\y=2\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=-2\\y=-2\end{cases}$

139 답 (1) $\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=-2\\y=-1\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=i\\y=3i\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=-i\\y=-3i\end{cases}$

(2) $\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=-2\\y=-1\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=1\\y=3\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=-1\\y=-3\end{cases}$

(1) ㉠$\times3-$㉡$\times2$에서 $3x^2-7xy+2y^2=0$

$(x-2y)(3x-y)=0$ $\quad\therefore\ y=\frac{1}{2}x$ 또는 $y=3x$

(i) $y=\frac{1}{2}x$를 ㉠에 대입하면 $x^2-\frac{1}{2}x^2=2,\ x^2=4$

$\therefore\ x=\pm2$

$\therefore\ x=\pm2,\ y=\pm1$ (복호동순)

(ii) $y=3x$를 ㉠에 대입하면 $x^2-3x^2=2,\ x^2=-1$

$\therefore\ x=\pm i$

$\therefore\ x=\pm i,\ y=\pm3i$ (복호동순)

(i), (ii)에서 구하는 연립방정식의 해는

$\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=-2\\y=-1\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=i\\y=3i\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=-i\\y=-3i\end{cases}$

(2) ㉡$-$㉠$\times2$에서 $3x^2-7xy+2y^2=0$

$(x-2y)(3x-y)=0$ $\quad\therefore\ x=2y$ 또는 $y=3x$

(i) $x=2y$를 ㉠에 대입하면 $8y^2-4y^2+y^2=5,\ y^2=1$

$\therefore\ y=\pm1$

$\therefore\ x=\pm2,\ y=\pm1$ (복호동순)

(ii) $y=3x$를 ㉠에 대입하면 $2x^2-6x^2+9x^2=5,\ x^2=1$

$\therefore\ x=\pm1$

$\therefore\ x=\pm1,\ y=\pm3$ (복호동순)

(i), (ii)에서 구하는 연립방정식의 해는

$\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=-2\\y=-1\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=1\\y=3\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=-1\\y=-3\end{cases}$

140 답 (1) $\begin{cases}x=-1\\y=0\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=\frac{1}{2}\\y=\frac{3}{2}\end{cases}$ (2) $\begin{cases}x=-2\\y=-1\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$

(3) $\begin{cases}x=1\\y=0\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=2\\y=-1\end{cases}$

(1) ㉠$-$㉡을 하면 $-x+y=1$ $\quad\therefore\ y=x+1\ \cdots$ ㉢

㉢을 ㉠에 대입하면 $x^2+(x+1)^2-x=2$

$2x^2+x-1=0,\ (x+1)(2x-1)=0$

$\therefore\ x=-1$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

$x=-1$을 ㉢에 대입하면 $y=0$

$x=\frac{1}{2}$을 ㉢에 대입하면 $y=\frac{3}{2}$

따라서 구하는 연립방정식의 해는 $\begin{cases}x=-1\\y=0\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=\frac{1}{2}\\y=\frac{3}{2}\end{cases}$

(2) ㉠$\times2-$㉡$\times3$을 하면 $19x-19y=-19$

$\therefore\ y=x+1\ \cdots$ ㉢

㉢을 ㉠에 대입하여 정리하면 $x^2+x-2=0$

$(x+2)(x-1)=0$ $\quad\therefore\ x=-2$ 또는 $x=1$

$x=-2$를 ㉢에 대입하면 $y=-1$

$x=1$을 ㉢에 대입하면 $y=2$

따라서 구하는 연립방정식의 해는 $\begin{cases}x=-2\\y=-1\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$

(3) ㉠$-$㉡을 하면 $-x-y=-1$ $\quad\therefore\ y=-x+1\ \cdots$ ㉢

㉢을 ㉠에 대입하면 $x^2+(-x+1)^2-4x=-3$

$x^2-3x+2=0,\ (x-1)(x-2)=0$

$\therefore\ x=1$ 또는 $x=2$

$x=1$을 ㉢에 대입하면 $y=0$

$x=2$를 ㉢에 대입하면 $y=-1$

따라서 구하는 연립방정식의 해는 $\begin{cases}x=1\\y=0\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=2\\y=-1\end{cases}$

141 답 (1) $\begin{cases}x=1\\y=5\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=5\\y=1\end{cases}$ (2) $\begin{cases}x=-2\\y=4\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=4\\y=-2\end{cases}$

(3) $\begin{cases}x=-6\\y=1\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=1\\y=-6\end{cases}$

(1) x, y는 이차방정식 $t^2-6t+5=0$의 두 근이므로

$(t-1)(t-5)=0$ $\quad\therefore\ t=1$ 또는 $t=5$

따라서 구하는 연립방정식의 해는 $\begin{cases}x=1\\y=5\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=5\\y=1\end{cases}$

(2) x, y는 이차방정식 $t^2-2t-8=0$의 두 근이므로

$(t+2)(t-4)=0$ $\quad\therefore\ t=-2$ 또는 $t=4$

따라서 구하는 연립방정식의 해는 $\begin{cases} x=-2 \\ y=4 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=4 \\ y=-2 \end{cases}$

(3) x, y는 이차방정식 $t^2+5t-6=0$의 두 근이므로

$(t+6)(t-1)=0$ $\quad\therefore t=-6$ 또는 $t=1$

따라서 구하는 연립방정식의 해는 $\begin{cases} x=-6 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=-6 \end{cases}$

142 답 (1) $\begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x=4 \\ y=5 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=5 \\ y=4 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-5 \\ y=-4 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-4 \\ y=-5 \end{cases}$

(1) $x+y=p$, $xy=q$로 놓으면 $\begin{cases} p+2q=10 & \cdots ㉠ \\ 2p-q=5 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡×2에서 $5p=20$ $\quad\therefore p=4$

$p=4$를 ㉠에 대입하면 $4+2q=10$ $\quad\therefore q=3$

즉, $x+y=4$, $xy=3$이므로 x, y는 t에 대한 이차방정식

$t^2-4t+3=0$의 두 근이다.

$t^2-4t+3=0$에서 $(t-1)(t-3)=0$ $\quad\therefore t=1$ 또는 $t=3$

$\therefore \begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$

(2) $x+y=p$, $xy=q$로 놓으면 $\begin{cases} p^2-2q=41 & \cdots ㉠ \\ q=20 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉡을 ㉠에 대입하면 $p^2=81$ $\quad\therefore p=\pm 9$

(ⅰ) $p=9$, $q=20$이면 x, y는 $t^2-9t+20=0$의 두 근이다.

$(t-4)(t-5)=0$에서 $t=4$ 또는 $t=5$

$\therefore \begin{cases} x=4 \\ y=5 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=5 \\ y=4 \end{cases}$

(ⅱ) $p=-9$, $q=20$이면 x, y는 $t^2+9t+20=0$의 두 근이다.

$(t+5)(t+4)=0$에서 $t=-5$ 또는 $t=-4$

$\therefore \begin{cases} x=-5 \\ y=-4 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-4 \\ y=-5 \end{cases}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 연립방정식의 해는

$\begin{cases} x=4 \\ y=5 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=5 \\ y=4 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-5 \\ y=-4 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-4 \\ y=-5 \end{cases}$

143 답 (1) $x=2$ (2) $x=-3$ (3) $x=3$

(1) $x^2-x-2=0$, 즉 $(x+1)(x-2)=0$의 근은

$x=-1$ 또는 $x=2$

$x^2-3x+2=0$, 즉 $(x-1)(x-2)=0$의 근은

$x=1$ 또는 $x=2$

따라서 두 이차방정식의 공통근은 $x=2$이다.

(2) $x^2+x-6=0$, 즉 $(x+3)(x-2)=0$의 근은

$x=-3$ 또는 $x=2$

$x^2+5x+6=0$, 즉 $(x+3)(x+2)=0$의 근은

$x=-3$ 또는 $x=-2$

따라서 두 이차방정식의 공통근은 $x=-3$이다.

(3) $x^2-3x=0$, 즉 $x(x-3)=0$의 근은 $x=0$ 또는 $x=3$

$x^2-2x-3=0$, 즉 $(x+1)(x-3)=0$의 근은

$x=-1$ 또는 $x=3$

따라서 두 이차방정식의 공통근은 $x=3$이다.

144 답 9 cm, 12 cm

나머지 두 변의 길이를 x cm, y cm라 하면

직각삼각형의 둘레의 길이가 36 cm이므로 $x+y=21$

빗변의 길이가 15 cm이므로 $x^2+y^2=225$

$\therefore \begin{cases} x+y=21 & \cdots ㉠ \\ x^2+y^2=225 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $y=21-x$이므로 이를 ㉡에 대입하면

$x^2+(21-x)^2=225$, $x^2-21x+108=0$

$(x-9)(x-12)=0$ $\quad\therefore x=9$ 또는 $x=12$

㉠에서 $\begin{cases} x=9 \\ y=12 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=12 \\ y=9 \end{cases}$

따라서 나머지 두 변의 길이는 9 cm, 12 cm이다.

145 답 48 cm^2

직사각형의 가로의 길이를 x cm, 세로의 길이를 y cm라 하면

직사각형의 둘레의 길이가 28 cm이므로

$2(x+y)=28$ $\quad\therefore x+y=14$ $\cdots ㉠$

대각선의 길이가 10 cm이므로

$x^2+y^2=10^2$ $\quad\therefore x^2+y^2=100$ $\cdots ㉡$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$x=6$, $y=8$ 또는 $x=8$, $y=6$

따라서 직사각형의 넓이는 $6\cdot 8=48(cm^2)$

146 답 38 또는 83

십의 자리의 숫자를 x, 일의 자리의 숫자를 y라 하면

$\begin{cases} x^2+y^2=73 & \cdots ㉠ \\ (10y+x)+(10x+y)=121 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉡에서 $y=11-x$ $\cdots ㉢$

㉢을 ㉠에 대입하면 $x^2+(11-x)^2=73$

$x^2-11x+24=0$, $(x-3)(x-8)=0$

$\therefore x=3$ 또는 $x=8$

$\therefore \begin{cases} x=3 \\ y=8 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=8 \\ y=3 \end{cases}$

따라서 처음 자연수는 38 또는 83이다.

147 답 12 cm

처음 직사각형의 가로의 길이를 x cm, 세로의 길이를 y cm라 하면 대각선의 길이가 15 cm이므로

$x^2+y^2=15^2$ $\quad\therefore x^2+y^2=225$ $\cdots$ ㉠

직사각형의 가로와 세로의 길이를 각각 2 cm씩 늘였더니 직사각형의 넓이가 처음보다 46 cm^2만큼 넓어졌으므로

$(x+2)(y+2)=xy+46$

$\therefore x+y=21$ $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=12$, $y=9$ ($\because x>y$)

따라서 처음 직사각형의 가로의 길이는 12 cm이다.

148 답 (1) $\begin{cases}x=-5\\y=0\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=-3\\y=-1\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=-2\\y=-3\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=0\\y=5\end{cases}$

또는 $\begin{cases}x=1\\y=3\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=3\\y=2\end{cases}$

(2) $\begin{cases}x=-2\\y=1\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=0\\y=-1\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=2\\y=5\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=4\\y=3\end{cases}$

(1) x, y가 정수이므로 $x+1$, $y-1$의 값은 다음 표와 같다.

$x+1$	-4	-2	-1	1	2	4
$y-1$	-1	-2	-4	4	2	1

$\therefore$ $\begin{cases}x=-5\\y=0\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=-3\\y=-1\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=-2\\y=-3\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=0\\y=5\end{cases}$

또는 $\begin{cases}x=1\\y=3\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=3\\y=2\end{cases}$

(2) $xy-2x-y-1=0$에서 $x(y-2)-(y-2)-3=0$

$\therefore (x-1)(y-2)=3$

이때, x, y가 정수이므로 $x-1$, $y-2$의 값은 다음 표와 같다.

$x-1$	-3	-1	1	3
$y-2$	-1	-3	3	1

$\therefore$ $\begin{cases}x=-2\\y=1\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=0\\y=-1\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=2\\y=5\end{cases}$ 또는 $\begin{cases}x=4\\y=3\end{cases}$

149 답 (1) $x=2$, $y=3$ (2) $x=-1$, $y=2$ (3) $x=3$, $y=2$

(1) 주어진 방정식을 $A^2+B^2=0$ 꼴로 변형하면

$(x^2-4x+4)+(y^2-6y+9)=0$

$\therefore (x-2)^2+(y-3)^2=0$

이때, x, y가 실수이므로 $x-2=0$, $y-3=0$

$\therefore x=2$, $y=3$

[다른 풀이]

주어진 방정식을 x에 대하여 내림차순으로 정리하면

$x^2-4x+(y^2-6y+13)=0$ $\cdots$ ㉠

이때, x가 실수이므로 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(-2)^2-(y^2-6y+13)\geq0$

즉, $(y-3)^2\leq0$이므로 $y-3=0$ $\quad\therefore y=3$

$y=3$을 ㉠에 대입하면 $x^2-4x+4=0$, $(x-2)^2=0$

$\therefore x=2$

(2) 주어진 방정식을 $A^2+B^2=0$ 꼴로 변형하면

$(4x^2+4xy+y^2)+(y^2-4y+4)=0$

$\therefore (2x+y)^2+(y-2)^2=0$

이때, x, y가 실수이므로 $2x+y=0$, $y-2=0$

$\therefore x=-1$, $y=2$

[다른 풀이]

주어진 방정식을 x에 대하여 내림차순으로 정리하면

$4x^2+4yx+(2y^2-4y+4)=0$ $\cdots$ ㉠

이때, x가 실수이므로 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(2y)^2-4(2y^2-4y+4)\geq0$

즉, $(y-2)^2\leq0$이므로 $y-2=0$ $\quad\therefore y=2$

$y=2$를 ㉠에 대입하면 $4x^2+8x+4=0$, $x^2+2x+1=0$

$(x+1)^2=0$ $\quad\therefore x=-1$

(3) 주어진 방정식을 x에 대하여 내림차순으로 정리하면

$x^2+2(1-2y)x+5y^2-8y+5=0$ $\cdots$ ㉠

이때, x가 실수이므로 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(1-2y)^2-5y^2+8y-5\geq0$

즉, $(y-2)^2\leq0$이므로 $y-2=0$ $\quad\therefore y=2$

$y=2$를 ㉠에 대입하면 $x^2-6x+9=0$, $(x-3)^2=0$

$\therefore x=3$

150 답 ④

$f(x)=x^3-3x^2-x+3$으로 놓으면 $f(1)=0$

조립제법을 이용하여 $f(x)$를 인수분해하면

$$\begin{array}{c|cccc} 1 & 1 & -3 & -1 & 3 \\ & & 1 & -2 & -3 \\ \hline & 1 & -2 & -3 & \multicolumn{1}{|c}{0} \end{array}$$

$f(x)=(x-1)(x^2-2x-3)=(x-1)(x+1)(x-3)$

즉, 주어진 방정식은 $(x+1)(x-1)(x-3)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=1$ 또는 $x=3$

$\therefore \beta=1$ ($\because \alpha<\beta<\gamma$)

151 답 2

$f(x)=x^4-2x^3-5x^2+2x+4$로 놓으면

$f(1)=0$, $f(-1)=0$이므로

$$\begin{array}{r|rrrr|r}
1 & 1 & -2 & -5 & 2 & 4 \\
 & & 1 & -1 & -6 & -4 \\ \hline
-1 & 1 & -1 & -6 & -4 & 0 \\
 & & -1 & 2 & 4 & \\ \hline
 & 1 & -2 & -4 & 0 &
\end{array}$$

$f(x)=(x-1)(x+1)(x^2-2x-4)$

즉, $(x-1)(x+1)(x^2-2x-4)=0$에서

$x=1$ 또는 $x=-1$ 또는 $x=1\pm\sqrt{5}$

따라서 모든 실근의 합은 $1+(-1)+(1+\sqrt{5})+(1-\sqrt{5})=2$

152 답 14

$x^4-3x^2-28=0$에서

$x^2=X$로 치환하면 $X^2-3X-28=0$

$(X+4)(X-7)=0$ $\quad\therefore X=-4$ 또는 $X=7$

이때, $X=x^2$이므로 $x^2=-4$ 또는 $x^2=7$

$\therefore x=\pm2i$ 또는 $x=\pm\sqrt{7}$

$\therefore \alpha^2+\beta^2=(\sqrt{7})^2+(-\sqrt{7})^2=14$

153 답 ②

삼차방정식 $x^3+ax^2+bx+c=0$의 세 근이 -3, -1, 2이므로

근과 계수의 관계에 의하여

$-3+(-1)+2=-a$ $\quad\therefore a=2$

$(-3)\cdot(-1)+(-1)\cdot2+2\cdot(-3)=b$ $\quad\therefore b=-5$

$(-3)\cdot(-1)\cdot2=-c$ $\quad\therefore c=-6$

$\therefore a+b+c=-9$

154 답 -2

삼차방정식 $x^3+x^2-4x+1=0$의 세 근이 α, β, γ이므로

근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta+\gamma=-1$, $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=-4$, $\alpha\beta\gamma=-1$

$\therefore \dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{\beta}+\dfrac{1}{\gamma}=\dfrac{\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha}{\alpha\beta\gamma}=\dfrac{-4}{-1}=4$

$\dfrac{1}{\alpha\beta}+\dfrac{1}{\beta\gamma}+\dfrac{1}{\gamma\alpha}=\dfrac{\alpha+\beta+\gamma}{\alpha\beta\gamma}=\dfrac{-1}{-1}=1$

$\dfrac{1}{\alpha\beta\gamma}=\dfrac{1}{-1}=-1$

따라서 구하는 삼차방정식은 $x^3-4x^2+x+1=0$이므로

$a=-4$, $b=1$, $c=1$

$\therefore a+b+c=-2$

155 답 14

$x^3-5x^2+ax+b=0$에서 a, b가 실수이고 한 근이 $2+i$이므로

$2-i$도 근이다.

따라서 주어진 방정식의 세 근이 1, $2+i$, $2-i$이므로

삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$1\cdot(2+i)+(2+i)(2-i)+(2-i)\cdot1=a$ $\quad\therefore a=9$

$1\cdot(2+i)(2-i)=-b$ $\quad\therefore b=-5$

$\therefore a-b=9-(-5)=14$

156 답 ⑤

$\begin{cases} x-y=2 & \cdots ㉠ \\ x^2+y^2=20 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $y=x-2$를 ㉡에 대입하면 $x^2+(x-2)^2=20$

$x^2-2x-8=0$, $(x+2)(x-4)=0$ $\quad\therefore x=-2$ 또는 $x=4$

$x=-2$일 때 $y=-4$, $x=4$일 때 $y=2$

따라서 주어진 연립방정식을 만족시키는 양수 x, y는 $x=4$, $y=2$

$\therefore 2x+y=2\cdot4+2=10$

157 답 ④

$\begin{cases} 2x+y=k & \cdots ㉠ \\ x^2+y^2=5 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $y=-2x+k$를 ㉡에 대입하면

$x^2+(-2x+k)^2=5$, $5x^2-4kx+k^2-5=0$ $\cdots$ ㉢

주어진 연립방정식이 오직 한 쌍의 해를 가지려면 x에 대한 이차방정식 ㉢이 중근을 가져야 한다.

㉢의 판별식을 D라 하면 $\dfrac{D}{4}=(-2k)^2-5(k^2-5)=0$, $k^2=25$

$\therefore k=5$ ($\because k>0$)

158 답 ②

$\begin{cases} 2x^2+2y^2+3x-y=12 & \cdots ㉠ \\ x^2+y^2+2x-y=6 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡$\times2$를 하면 $-x+y=0$ $\quad\therefore y=x$ $\cdots$ ㉢

㉢을 ㉡에 대입하면 $x^2+x^2+2x-x=6$, $2x^2+x-6=0$

$(x+2)(2x-3)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=\dfrac{3}{2}$

이때, x는 정수이므로 $x=-2$, $y=-2$

$\therefore x+y=-4$

159 답 ③

$\begin{cases} x^2+y^2=5 \\ xy=2 \end{cases}$에서 $x+y=p$, $xy=q$라 하면 $\begin{cases} p^2-2q=5 & \cdots ㉠ \\ q=2 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉡을 ㉠에 대입하면 $p^2=9$ $\therefore p=\pm 3$

(i) $p=-3$, $q=2$, 즉 $x+y=-3$, $xy=2$일 때,

x, y는 이차방정식 $t^2+3t+2=0$의 두 근이다.

$(t+2)(t+1)=0$에서 $t=-2$ 또는 $t=-1$

$\therefore \begin{cases} x=-2 \\ y=-1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-1 \\ y=-2 \end{cases}$

(ii) $p=3$, $q=2$, 즉 $x+y=3$, $xy=2$일 때,

x, y는 이차방정식 $t^2-3t+2=0$의 두 근이다.

$(t-1)(t-2)=0$에서 $t=1$ 또는 $t=2$

$\therefore \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$

(i), (ii)에서 연립방정식의 해는 $\begin{cases} x=-2 \\ y=-1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-1 \\ y=-2 \end{cases}$

또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$

따라서 $x-y$의 최댓값 $M=1$, 최솟값 $m=-1$이므로

$M+m=0$

160 답 ②

두 이차방정식의 공통근을 α라 하면

$\alpha^2+(k-1)\alpha+2k=0$ ⋯ ㉠

$\alpha^2-(k-3)\alpha-2k=0$ ⋯ ㉡

㉠+㉡을 하면 $\alpha^2+\alpha=0$, $\alpha(\alpha+1)=0$

$\therefore \alpha=-1$ 또는 $\alpha=0$

(i) $\alpha=-1$일 때, 이 값을 ㉠에 대입하면

$(-1)^2-(k-1)+2k=0$ $\therefore k=-2$

(ii) $\alpha=0$일 때, 이 값을 ㉠에 대입하면 $2k=0$ $\therefore k=0$

(i), (ii)에서 $k=-2$ ($\because k\neq 0$)

161 답 ③

$xy-4x-3y+7=0$, $x(y-4)-3(y-4)-5=0$

$\therefore (x-3)(y-4)=5$

이때, x, y가 자연수이므로 $x-3$, $y-4$의 값은 다음 표와 같다.

$x-3$	1	5
$y-4$	5	1

$\therefore \begin{cases} x=4 \\ y=9 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=8 \\ y=5 \end{cases}$

$\therefore x+y=13$

5 연립일차부등식

117쪽~123쪽

162 답 (1) > (2) ≤ (3) < (4) ≤ (5) ≥ (6) <

163 답 (1) $x\le -5$ (2) $x\ge 2$ (3) $x\le 10$ (4) $x\ge 6$

(1) $7x-3\le 5x-13$에서 $2x\le -10$

$\therefore x\le -5$

(2) $5-(3-x)\le 2x$에서 $5-3+x\le 2x$

$-x\le -2$ $\therefore x\ge 2$

(3) $0.2x+1\ge 0.5x-2$의 양변에 10을 곱하면

$2x+10\ge 5x-20$, $-3x\ge -30$ $\therefore x\le 10$

(4) $\frac{1}{3}x+6\le 2(x-2)$의 양변에 3을 곱하면

$x+18\le 6(x-2)$, $x+18\le 6x-12$

$-5x\le -30$ $\therefore x\ge 6$

164 답 (1) (i) $a>2$일 때, $x>-\frac{3}{a-2}$

(ii) $a<2$일 때, $x<-\frac{3}{a-2}$

(iii) $a=2$일 때, 해는 모든 실수이다.

(2) (i) $a>-1$일 때, $x<\frac{a-1}{a+1}$

(ii) $a<-1$일 때, $x>\frac{a-1}{a+1}$

(iii) $a=-1$일 때, 해는 없다.

(3) (i) $a>1$일 때, $x>2$

(ii) $a<1$일 때, $x<2$

(iii) $a=1$일 때, 해는 없다.

(4) (i) $a>1$일 때, $x>a$

(ii) $a<1$일 때, $x<a$

(iii) $a=1$일 때, 해는 없다.

(1) $ax+3>2x$에서 $(a-2)x>-3$

(i) $a>2$일 때, $x>-\frac{3}{a-2}$

(ii) $a<2$일 때, $x<-\frac{3}{a-2}$

(iii) $a=2$일 때, $0\cdot x>-3$이므로 해는 모든 실수이다.

(2) $ax-a<-x-1$에서 $(a+1)x<a-1$

(i) $a>-1$일 때, $x<\frac{a-1}{a+1}$

(ii) $a<-1$일 때, $x>\frac{a-1}{a+1}$

(iii) $a=-1$일 때, $0\cdot x<-2$이므로 해는 없다.

(3) $ax+2>x+2a$에서 $(a-1)x>2(a-1)$

(i) $a>1$일 때, $x>2$

(ii) $a<1$일 때, $x<2$

(iii) $a=1$일 때, $0\cdot x>0$이므로 해는 없다.

(4) $ax+a>a^2+x$에서 $(a-1)x>a(a-1)$

(i) $a>1$일 때, $x>a$

(ii) $a<1$일 때, $x<a$

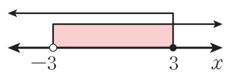
(iii) $a=1$일 때, $0\cdot x>0$이므로 해는 없다.

165 답 (1) $-3<x\le3$ (2) $-3\le x<2$ (3) $x\ge4$

(1) $2x-5\le1$에서 $2x\le6$ $\quad\therefore x\le3$

$x-2<2x+1$에서 $-x<3$ $\quad\therefore x>-3$

따라서 주어진 연립부등식의 해는

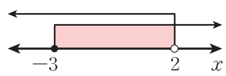


$-3<x\le3$

(2) $8x-5\le10x+1$에서 $-2x\le6$ $\quad\therefore x\ge-3$

$2+6x<3x+8$에서 $3x<6$ $\quad\therefore x<2$

따라서 주어진 연립부등식의 해는

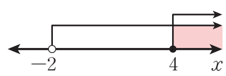


$-3\le x<2$

(3) $x+2>0$에서 $x>-2$

$2x-1\ge x+3$에서 $x\ge4$

따라서 주어진 연립부등식의 해는



$x\ge4$

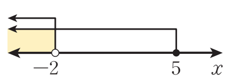
166 답 (1) $x<-2$ (2) $x>-6$ (3) $x<1$

(1) $-2x+1>x+7$에서 $-3x>6$ $\quad\therefore x<-2$

$3x+5\ge5(x-1)$에서 $3x+5\ge5x-5$

$-2x\ge-10$ $\quad\therefore x\le5$

따라서 주어진 연립부등식의 해는



$x<-2$

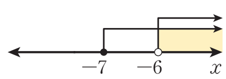
(2) $0.2x-1.2<0.5x+0.6$의 양변에 10을 곱하면

$2x-12<5x+6$, $-3x<18$ $\quad\therefore x>-6$

$0.4x+1\ge0.2x-0.4$의 양변에 10을 곱하면

$4x+10\ge2x-4$, $2x\ge-14$ $\quad\therefore x\ge-7$

따라서 주어진 연립부등식의 해는



$x>-6$

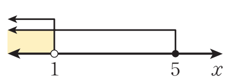
(3) $2(5-x)+2\ge x-3$에서 $10-2x+2\ge x-3$

$-3x\ge-15$ $\quad\therefore x\le5$

$\dfrac{x-2}{3}>\dfrac{5x-7}{6}$의 양변에 6을 곱하면

$2x-4>5x-7$, $-3x>-3$ $\quad\therefore x<1$

따라서 주어진 연립부등식의 해는



$x<1$

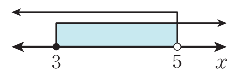
167 답 (1) $3\le x<5$ (2) $-5\le x<-3$ (3) $x\ge1$

(1) $\begin{cases}3x+2\le5x-4 & \cdots ㉠\\ 5x-4<2x+11 & \cdots ㉡\end{cases}$

㉠에서 $-2x\le-6$ $\quad\therefore x\ge3$

㉡에서 $3x<15$ $\quad\therefore x<5$

따라서 주어진 연립부등식의 해는



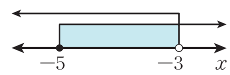
$3\le x<5$

(2) $\begin{cases}2(x-1)<x-5 & \cdots ㉠\\ x-5\le3(x+1)+2 & \cdots ㉡\end{cases}$

㉠에서 $2x-2<x-5$ $\quad\therefore x<-3$

㉡에서 $x-5\le3x+5$, $-2x\le10$ $\quad\therefore x\ge-5$

따라서 주어진 연립부등식의 해는



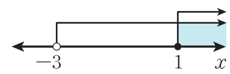
$-5\le x<-3$

(3) $\begin{cases}2x+1\le\dfrac{9x+3}{4} & \cdots ㉠\\ \dfrac{9x+3}{4}<\dfrac{5x+3}{2} & \cdots ㉡\end{cases}$

㉠에서 $8x+4\le9x+3$ $\quad\therefore x\ge1$

㉡에서 $9x+3<10x+6$ $\quad\therefore x>-3$

따라서 주어진 연립부등식의 해는



$x\ge1$

168 답 (1) $a=3$, $b=8$ (2) $a=1$, $b=7$ (3) $a=16$, $b=2$

(1) $2x+1>2a-3$에서 $2x>2a-4$ $\quad\therefore x>a-2$

$3(x-2)\le x+10$에서 $2x\le16$ $\quad\therefore x\le8$

주어진 연립부등식의 해가 $1<x\le b$이므로

$a-2<x\le8$

따라서 $a-2=1$, $b=8$이므로 $a=3$, $b=8$

(2) $3x-a<11$에서 $x<\dfrac{a+11}{3}$

$x-b<3(x-3)$에서 $x>\dfrac{b-9}{-2}$

주어진 연립부등식의 해가 $1<x<4$이므로

$\dfrac{a+11}{3}=4$, $\dfrac{b-9}{-2}=1$

$\therefore a=1$, $b=7$

(3) $3(5-x)<x+7$에서 $15-3x<x+7$, $-4x<-8$

$\therefore x>2$

$4x+1<x+a$에서 $3x<a-1$ $\quad\therefore x<\dfrac{a-1}{3}$

주어진 연립부등식의 해가 $b<x<5$이므로

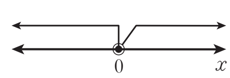
$\dfrac{a-1}{3}=5$, $b=2$ $\quad\therefore a=16$, $b=2$

169 답 (1) 해는 없다. (2) $x=2$ (3) $x=1$

(1) $3(1+x)\le3-x$에서 $3+3x\le3-x$, $4x\le0$ $\quad\therefore x\le0$

$x<5x$에서 $-4x<0$ $\quad\therefore x>0$

따라서 주어진 연립부등식의 해는



없다.

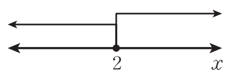
(2) $x+2\geq 2x$에서 $-x\geq -2$ $\quad\therefore x\leq 2$

$3(5-x)\leq x+7$에서 $15-3x\leq x+7$, $-4x\leq -8$

$\therefore x\geq 2$

따라서 주어진 연립부등식의 해는

$x=2$

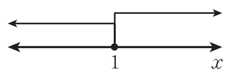


(3) $0.4x\leq x-\frac{3}{5}$에서 $2x\leq 5x-3$ $\quad\therefore x\geq 1$

$-4+x\geq 3(x-2)$에서 $-2x\geq -2$ $\quad\therefore x\leq 1$

따라서 주어진 연립부등식의 해는

$x=1$



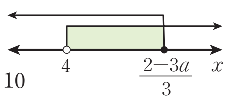
170 답 (1) $a<-\frac{10}{3}$ (2) $a<2$ (3) $a>1$

(1) $3(x+a)\leq 2$에서 $3x\leq 2-3a$ $\quad\therefore x\leq\frac{2-3a}{3}$

$2x+3<3x-1$에서 $-x<-4$ $\quad\therefore x>4$

주어진 연립부등식이 해를 가지려면

오른쪽 그림에서 $\frac{2-3a}{3}>4$, $-3a>10$



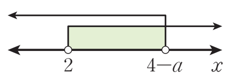
$\therefore a<-\frac{10}{3}$

(2) $\frac{x+4}{3}<x$에서 $x+4<3x$, $-2x<-4$ $\quad\therefore x>2$

$x-a>2x-4$에서 $-x>a-4$ $\quad\therefore x<4-a$

주어진 연립부등식이 해를 가지려면

오른쪽 그림에서 $2<4-a$



$\therefore a<2$

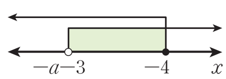
(3) $5x+6\leq 4x+2$에서 $x\leq -4$

$2x-a<3(x+1)$에서 $-x<a+3$ $\quad\therefore x>-a-3$

주어진 연립부등식이 해를 가지려면

오른쪽 그림에서 $-a-3<-4$

$-a<-1$ $\quad\therefore a>1$



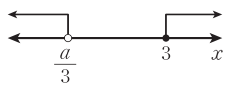
171 답 (1) $a\leq 9$ (2) $a\geq 1$ (3) $a>-1$

(1) $3x+a<2a$에서 $3x<a$ $\quad\therefore x<\frac{a}{3}$

$2(x+1)\geq x+5$에서 $2x+2\geq x+5$ $\quad\therefore x\geq 3$

주어진 연립부등식이 해를 갖지 않

으려면 오른쪽 그림에서 $\frac{a}{3}\leq 3$

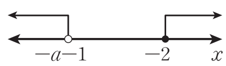


$\therefore a\leq 9$

(2) $\frac{5x+8}{2}\geq 2x+3$에서 $5x+8\geq 4x+6$ $\quad\therefore x\geq -2$

$-a+2x>3x+1$에서 $-x>a+1$ $\quad\therefore x<-a-1$

주어진 연립부등식이 해를 갖지 않



으려면 오른쪽 그림에서 $-a-1\leq -2$

$\therefore a\geq 1$

(3) $2-x\geq a$에서 $x\leq 2-a$

$\frac{x}{3}+\frac{5-x}{2}\leq 2$에서 $2x+3(5-x)\leq 12$

$2x+15-3x\leq 12$ $\quad\therefore x\geq 3$

주어진 연립부등식이 해를 갖지 않으려면

오른쪽 그림에서 $2-a<3$

$\therefore a>-1$

172 답 (1) $-3\leq x\leq 7$ (2) $x<-2$ 또는 $x>8$ (3) $-4<x<-1$

(1) $|x-2|\leq 5$에서 $-5\leq x-2\leq 5$

$\therefore -3\leq x\leq 7$

(2) $|x-3|>5$에서 $x-3<-5$ 또는 $x-3>5$

$\therefore x<-2$ 또는 $x>8$

(3) $|2x+5|<3$에서 $-3<2x+5<3$

$\therefore -4<x<-1$

173 답 (1) $x<\frac{2}{3}$ (2) $-\frac{4}{3}\leq x\leq 8$

(1) $|x+1|<3-2x$에서

(ⅰ) $x<-1$일 때, $-(x+1)<3-2x$ $\quad\therefore x<4$

그런데 $x<-1$이므로 $x<-1$

(ⅱ) $x\geq -1$일 때, $x+1<3-2x$, $3x<2$ $\quad\therefore x<\frac{2}{3}$

그런데 $x\geq -1$이므로 $-1\leq x<\frac{2}{3}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $x<\frac{2}{3}$

(2) $|x-1|\leq\frac{1}{2}x+3$에서

(ⅰ) $x<1$일 때, $-(x-1)\leq\frac{1}{2}x+3$, $-\frac{3}{2}x\leq 2$ $\quad\therefore x\geq -\frac{4}{3}$

그런데 $x<1$이므로 $-\frac{4}{3}\leq x<1$

(ⅱ) $x\geq 1$일 때, $x-1\leq\frac{1}{2}x+3$, $\frac{1}{2}x\leq 4$ $\quad\therefore x\leq 8$

그런데 $x\geq 1$이므로 $1\leq x\leq 8$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $-\frac{4}{3}\leq x\leq 8$

174 답 (1) $x\leq -1$ (2) $-\frac{7}{3}\leq x\leq 3$ (3) $-\frac{2}{5}<x<14$

(1) $|x-2|-|x+3|\geq 1$에서

(ⅰ) $x<-3$일 때, $-(x-2)+(x+3)\geq 1$

이때, $5\geq 1$은 항상 성립하므로 $x<-3$

(ⅱ) $-3\leq x<2$일 때, $-(x-2)-(x+3)\geq 1$, $-2x\geq 2$

$\therefore x \le -1$

그런데 $-3 \le x < 2$이므로 $-3 \le x \le -1$

(iii) $x \ge 2$일 때, $(x-2)-(x+3) \ge 1$

이때, $-5 \ge 1$이므로 성립하지 않는다.

(i), (ii), (iii)에서 $x \le -1$

(2) $|x+1|+2|x-1| \le 8$에서

(i) $x<-1$일 때, $-(x+1)-2(x-1) \le 8$, $-3x \le 7$

$\therefore x \ge -\frac{7}{3}$

그런데 $x<-1$이므로 $-\frac{7}{3} \le x < -1$

(ii) $-1 \le x < 1$일 때, $(x+1)-2(x-1) \le 8$, $-x \le 5$

$\therefore x \ge -5$

그런데 $-1 \le x < 1$이므로 $-1 \le x < 1$

(iii) $x \ge 1$일 때, $(x+1)+2(x-1) \le 8$, $3x \le 9$ $\quad\therefore x \le 3$

그런데 $x \ge 1$이므로 $1 \le x \le 3$

(i), (ii), (iii)에서 $-\frac{7}{3} \le x \le 3$

(3) $3|x-2|-2|x+1|<6$에서

(i) $x<-1$일 때, $-3(x-2)+2(x+1)<6$ $\quad\therefore x>2$

그런데 $x<-1$이므로 해는 없다.

(ii) $-1 \le x < 2$일 때, $-3(x-2)-2(x+1)<6$

$\therefore x>-\frac{2}{5}$

그런데 $-1 \le x < 2$이므로 $-\frac{2}{5}<x<2$

(iii) $x \ge 2$일 때, $3(x-2)-2(x+1)<6$ $\quad\therefore x<14$

그런데 $x \ge 2$이므로 $2 \le x < 14$

(i), (ii), (iii)에서 $-\frac{2}{5}<x<14$

175 답 (ㄴ)

(ㄱ) $a=-2$, $b=1$이면 $a<b$이지만 $a^2>b^2$

(ㄴ) $a<b$이면 $-2a>-2b$ $\quad\therefore -2a+1>-2b+1$

(ㄷ) $a<b$이므로 $\frac{a}{6}<\frac{b}{6}$ $\quad\therefore \frac{a}{6}-4<\frac{b}{6}-4$

(ㄹ) $a<b$, $c<0$이므로 $\frac{a}{c}>\frac{b}{c}$ $\quad\therefore \frac{a}{c}+2>\frac{b}{c}+2$

따라서 옳은 것은 (ㄴ)이다.

176 답 6

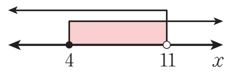
$3(x-2)-1 \ge 1+x$에서 $2x \ge 8$ $\quad\therefore x \ge 4$

$\frac{2x-7}{3}<\frac{x-3}{2}+1$의 양변에 6을 곱하면

$2(2x-7)<3(x-3)+6$, $4x-14<3x-9+6$

$\therefore x<11$

따라서 연립부등식의 해는 $4 \le x < 11$이므로 가장 큰 정수는 10, 가장 작은 정수는 4이다.



$\therefore a-b=10-4=6$

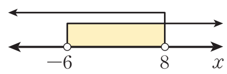
177 답 -48

$$\begin{cases} 2(x-2)+1<3x+3 & \cdots ㉠ \\ 3x+3<2x+11 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠에서 $-x<6$ $\quad\therefore x>-6$

㉡에서 $x<8$

따라서 주어진 연립부등식의 해는 $-6<x<8$이므로



$a=-6$, $b=8$

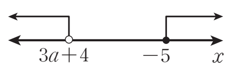
$\therefore ab=-48$

178 답 ②

$\frac{x-4}{3}<a$에서 $x<3a+4$

$2(x-3) \le 5(x+1)+4$에서 $-3x \le 15$ $\quad\therefore x \ge -5$

이때, 연립부등식의 해가 없으려면 오른쪽 그림과 같아야 하므로



$3a+4 \le -5$, $3a \le -9$

$\therefore a \le -3$

따라서 정수 a의 최댓값은 -3이다.

179 답 ①

$|3x-2|<4$에서 $-4<3x-2<4$

$\therefore -\frac{2}{3}<x<2$

이를 만족시키는 정수 x는 0, 1이므로 그 합은 1이다.

180 답 ⑤

$3|x+1|-2|x-1|<8$에서

(i) $x<-1$일 때, $-3(x+1)+2(x-1)<8$, $-x<13$

$\therefore x>-13$

그런데 $x<-1$이므로 $-13<x<-1$

(ii) $-1 \le x < 1$일 때, $3(x+1)+2(x-1)<8$, $5x<7$

$\therefore x<\frac{7}{5}$

그런데 $-1 \le x < 1$이므로 $-1 \le x < 1$

(iii) $x \ge 1$일 때, $3(x+1)-2(x-1)<8$ $\quad\therefore x<3$

그런데 $x \ge 1$이므로 $1 \le x < 3$

(i), (ii), (iii)에서 $-13<x<3$

따라서 $a=-13$, $b=3$이므로

$b-a=3-(-13)=16$

6 이차부등식과 연립이차부등식

126쪽~134쪽

181 답 (1) 풀이 참고, $-1<x<3$

(2) 풀이 참고, $x\le-2$ 또는 $x\ge1$

(1)

x의 값의 범위	$x+1$	$x-3$	$(x+1)(x-3)$
$x<-1$	$-$	$-$	$+$
$x=-1$	0	$-$	0
$-1<x<3$	$+$	$-$	$-$
$x=3$	$+$	0	0
$x>3$	$+$	$+$	$+$

$x^2-2x-3=(x+1)(x-3)$

이차부등식 $x^2-2x-3<0$의 해는 $(x+1)(x-3)$의 부호가 음인 x의 값의 범위이므로 위의 표에서 $-1<x<3$이다.

(2)

x의 값의 범위	$x+2$	$x-1$	$(x+2)(x-1)$
$x<-2$	$-$	$-$	$+$
$x=-2$	0	$-$	0
$-2<x<1$	$+$	$-$	$-$
$x=1$	$+$	0	0
$x>1$	$+$	$+$	$+$

$x^2+x-2=(x+2)(x-1)$

이차부등식 $x^2+x-2\ge0$의 해는 $(x+2)(x-1)$의 부호가 0보다 크거나 같은 x의 값의 범위이므로 $x\le-2$ 또는 $x\ge1$이다.

182 답 (1) $x\le-4$ 또는 $x\ge2$ (2) $-4<x<2$

(1) $y=x^2+2x-8$의 그래프가 x축보다 위쪽에 있거나 x축과 만나는 x의 값의 범위는 $x\le-4$ 또는 $x\ge2$

(2) $y=x^2+2x-8$의 그래프가 x축보다 아래쪽에 있는 x의 값의 범위는 $-4<x<2$

183 답 (1) $x<1$ 또는 $x>5$ (2) $3\le x\le7$

(1) $y=f(x)$의 그래프에서 $f(x)>0$의 해는 $x<1$ 또는 $x>5$

(2) $f(x-2)\le0$에서 $x-2=t$로 놓으면 $y=f(x)$의 그래프에서 $f(t)\le0$의 해는 $1\le t\le5$이므로

$1\le x-2\le5$ $\therefore 3\le x\le7$

184 답 (1) ① $1<x<4$ ② $x<1$ 또는 $x>4$

(2) ① $x\le-1$ 또는 $x\ge2$ ② $-1\le x\le2$

(1) ① $y=f(x)$의 그래프가 $y=g(x)$의 그래프보다 위쪽에 있는 x의 값의 범위는 $1<x<4$

② $y=f(x)$의 그래프가 $y=g(x)$의 그래프보다 아래쪽에 있는 x의 값의 범위는 $x<1$ 또는 $x>4$

(2) ① $y=f(x)$의 그래프가 $y=g(x)$의 그래프보다 위쪽에 있거나 $y=g(x)$의 그래프와 만나는 x의 값의 범위는 $x\le-1$ 또는 $x\ge2$

② $y=f(x)$의 그래프가 $y=g(x)$의 그래프보다 아래쪽에 있거나 $y=g(x)$의 그래프와 만나는 x의 값의 범위는 $-1\le x\le2$

185 답 (1) ① $x<-1$ 또는 $x>4$ ② $-1\le x\le4$

(2) ① $x\le0$ 또는 $x\ge3$ ② $0<x<3$

(1) ① $y=f(x)$의 그래프가 $y=g(x)$의 그래프보다 위쪽에 있는 x의 값의 범위는 $x<-1$ 또는 $x>4$

② $y=f(x)$의 그래프가 $y=g(x)$의 그래프보다 아래쪽에 있거나 $y=g(x)$의 그래프와 만나는 x의 값의 범위는 $-1\le x\le4$

(2) ① $y=f(x)$의 그래프가 $y=g(x)$의 그래프보다 위쪽에 있거나 $y=g(x)$의 그래프와 만나는 x의 값의 범위는 $x\le0$ 또는 $x\ge3$

② $y=f(x)$의 그래프가 $y=g(x)$의 그래프보다 아래쪽에 있는 x의 값의 범위는 $0<x<3$

186 답 (1) $-6\le x\le2$ (2) $x<2$ 또는 $x>3$ (3) $\frac{1}{2}<x<3$

(4) $x\le-\frac{1}{3}$ 또는 $x\ge1$ (5) $-6<x<3$

(6) $x<-\sqrt{7}$ 또는 $x>\sqrt{7}$

(1) $x^2+4x-12\le0$에서 $(x+6)(x-2)\le0$

$\therefore -6\le x\le2$

(2) $x^2-5x+6>0$에서 $(x-2)(x-3)>0$

$\therefore x<2$ 또는 $x>3$

(3) $2x^2-7x+3<0$에서 $(2x-1)(x-3)<0$

$\therefore \frac{1}{2}<x<3$

(4) $3x^2-2x-1\ge 0$에서 $(3x+1)(x-1)\ge 0$

$\therefore\ x\le -\frac{1}{3}$ 또는 $x\ge 1$

(5) $-x^2-3x+18>0$에서 $x^2+3x-18<0$

$(x+6)(x-3)<0\qquad \therefore\ -6<x<3$

(6) $7-x^2<0$에서 $x^2-7>0$

$(x+\sqrt{7})(x-\sqrt{7})>0$

$\therefore\ x<-\sqrt{7}$ 또는 $x>\sqrt{7}$

187 답 (1) $x\ne 1$인 모든 실수 (2) 해는 없다. (3) 모든 실수

(4) $x=\sqrt{3}$ (5) 해는 없다. (6) $x\ne\frac{1}{2}$인 모든 실수

(1) $x^2-2x+1>0$에서 $(x-1)^2>0$

따라서 부등식의 해는 $x\ne 1$인 모든 실수이다.

(2) $x^2-10x+25<0$에서 $(x-5)^2<0$

따라서 부등식의 해는 없다.

(3) $x^2+4x+4\ge 0$에서 $(x+2)^2\ge 0$

따라서 부등식의 해는 모든 실수이다.

(4) $x^2-2\sqrt{3}x+3\le 0$에서 $(x-\sqrt{3})^2\le 0$

따라서 부등식의 해는 $x=\sqrt{3}$이다.

(5) $12x-4>9x^2$에서 $9x^2-12x+4<0$, $(3x-2)^2<0$

따라서 부등식의 해는 없다.

(6) $-4x^2+4x-1<0$에서 $4x^2-4x+1>0$, $(2x-1)^2>0$

따라서 부등식의 해는 $x\ne\frac{1}{2}$인 모든 실수이다.

188 답 (1) 모든 실수 (2) 해는 없다. (3) 모든 실수

(4) 해는 없다. (5) 모든 실수 (6) 해는 없다.

(1) $x^2-x+1>0$에서 $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}>0$

따라서 부등식의 해는 모든 실수이다.

(2) $x^2-x+3<0$에서 $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{11}{4}<0$

따라서 부등식의 해는 없다.

(3) $2x^2-4x+5\ge 0$에서 $2(x-1)^2+3\ge 0$

따라서 부등식의 해는 모든 실수이다.

(4) $2x^2-x+5\le 0$에서 $2\left(x-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{39}{8}\le 0$

따라서 부등식의 해는 없다.

(5) $-x^2+3x-4<0$에서 $x^2-3x+4>0$, $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{7}{4}>0$

따라서 부등식의 해는 모든 실수이다.

(6) $5x\ge x^2+9$에서 $x^2-5x+9\le 0$, $\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{11}{4}\le 0$

따라서 부등식의 해는 없다.

189 답 (1) $x^2-7x+10<0$ (2) $x^2-4x-5<0$ (3) $x^2+x-6\le 0$

(4) $x^2-6x+8>0$ (5) $x^2+5x+4>0$

(6) $x^2+2x-15\ge 0$ (7) $x^2-x-6>0$

(1) $(x-2)(x-5)<0$에서 $x^2-7x+10<0$

(2) $(x+1)(x-5)<0$에서 $x^2-4x-5<0$

(3) $(x+3)(x-2)\le 0$에서 $x^2+x-6\le 0$

(4) $(x-2)(x-4)>0$에서 $x^2-6x+8>0$

(5) $(x+4)(x+1)>0$에서 $x^2+5x+4>0$

(6) $(x+5)(x-3)\ge 0$에서 $x^2+2x-15\ge 0$

(7) $(x+2)(x-3)>0$에서 $x^2-x-6>0$

190 답 (1) $a=-2$, $b=-12$ (2) $a=-2$, $b=5$

(3) $a=1$, $b=-6$

(1) 해가 $-2\le x\le 3$이고 x^2의 계수가 2인 이차부등식은

$2(x+2)(x-3)\le 0\qquad \therefore\ 2x^2-2x-12\le 0$ ⋯ ㉠

㉠이 $2x^2+ax+b\le 0$과 일치하므로 $a=-2$, $b=-12$

(2) 해가 $-\frac{1}{2}<x<5$이고 x^2의 계수가 1인 이차부등식은

$\left(x+\frac{1}{2}\right)(x-5)<0\qquad \therefore\ x^2-\frac{9}{2}x-\frac{5}{2}<0$ ⋯ ㉠

㉠과 주어진 이차부등식의 부등호의 방향이 다르므로 $a<0$

㉠의 양변에 a를 곱하면 $ax^2-\frac{9}{2}ax-\frac{5}{2}a>0$

이 부등식이 $ax^2+9x+b>0$과 일치하므로

$-\frac{9}{2}a=9$, $-\frac{5}{2}a=b\qquad \therefore\ a=-2$, $b=5$

(3) 해가 $x\le -2$ 또는 $x\ge 3$이고 x^2의 계수가 1인 이차부등식은

$(x+2)(x-3)\ge 0\qquad \therefore\ x^2-x-6\ge 0$ ⋯ ㉠

㉠과 주어진 이차부등식의 부등호의 방향이 같으므로 $a>0$

㉠의 양변에 a를 곱하면 $ax^2-ax-6a\ge 0$

이 부등식이 $ax^2-x+b\ge 0$과 일치하므로

$-a=-1$, $-6a=b\qquad \therefore\ a=1$, $b=-6$

191 답 (1) $0<k<4$ (2) $k\ge 1$ (3) $0<k<3$ (4) $-2\le k\le 2$

(1) 이차방정식 $x^2-kx+k=0$의 판별식을 D라 하면

$D=(-k)^2-4\cdot 1\cdot k<0$

$k(k-4)<0\qquad \therefore\ 0<k<4$

(2) 이차방정식 $x^2+2x+k=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=1^2-1\cdot k\le 0\qquad \therefore\ k\ge 1$

(3) 이차방정식 $x^2-2kx+3k=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(-k)^2-3k<0$

$k^2-3k<0$, $k(k-3)<0\qquad \therefore\ 0<k<3$

(4) 이차방정식 $-x^2+kx-1=0$의 판별식을 D라 하면

$D=k^2-4\cdot(-1)\cdot(-1)\le 0$

$k^2-4\le 0$, $(k+2)(k-2)\le 0$

$\therefore\ -2\le k\le 2$

192 답 (1) $-3<k\le 0$ (2) $-1\le k<4$ (3) $1\le k<3$

(1) (i) $k=0$일 때, $-3<0$이므로 주어진 부등식은 항상 성립한다.

(ii) $k\ne 0$일 때, $k<0$이어야 한다.

이때, $kx^2+2kx-3=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=k^2-k\cdot(-3)<0$

$k(k+3)<0$ $\therefore\ -3<k<0$

(i), (ii)에서 $-3<k\le 0$

(2) (i) $k=-1$일 때, $5>0$이므로 주어진 부등식은 항상 성립한다.

(ii) $k\ne -1$일 때, $k+1>0$, 즉 $k>-1$이어야 한다.

이때, $(k+1)x^2+2(k+1)x+5=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(k+1)^2-5(k+1)<0$

$k^2-3k-4<0$, $(k+1)(k-4)<0$ $\therefore\ -1<k<4$

(i), (ii)에서 $-1\le k<4$

(3) (i) $k=1$일 때, $2>0$이므로 주어진 부등식은 항상 성립한다.

(ii) $k\ne 1$일 때, $k-1>0$, 즉 $k>1$이어야 한다.

이때, $(k-1)x^2-2(k-1)x+2=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=\{-(k-1)\}^2-2(k-1)<0$

$k^2-4k+3<0$, $(k-1)(k-3)<0$ $\therefore\ 1<k<3$

(i), (ii)에서 $1\le k<3$

193 답 (1) $x\le -2$ (2) $-5<x\le -3$ 또는 $\frac{1}{2}\le x<9$

(3) $-\frac{1}{3}\le x<2$ (4) $0<x<2$ (5) $-1<x\le 4$

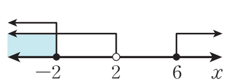
(6) $4<x<6$ (7) $-3<x\le -1$ 또는 $\frac{3}{2}\le x<5$

(1) $2x-4<0$에서 $2x<4$ $\therefore\ x<2$ … ㉠

$x^2-4x-12\ge 0$에서 $(x+2)(x-6)\ge 0$

$\therefore\ x\le -2$ 또는 $x\ge 6$ … ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면



$x\le -2$

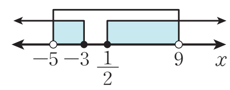
(2) $2x^2+5x-3\ge 0$에서 $(x+3)(2x-1)\ge 0$

$\therefore\ x\le -3$ 또는 $x\ge\frac{1}{2}$ … ㉠

$-x^2+4x+45>0$에서 $x^2-4x-45<0$

$(x+5)(x-9)<0$ $\therefore\ -5<x<9$ … ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면



$-5<x\le -3$ 또는 $\frac{1}{2}\le x<9$

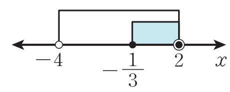
(3) $3x^2-5x-2\le 0$에서 $(3x+1)(x-2)\le 0$

$\therefore\ -\frac{1}{3}\le x\le 2$ … ㉠

$x^2+2x-8<0$에서 $(x+4)(x-2)<0$

$\therefore\ -4<x<2$ … ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면



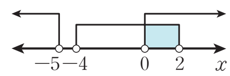
$-\frac{1}{3}\le x<2$

(4) $|x+1|<3$에서 $-3<x+1<3$ $\therefore\ -4<x<2$ … ㉠

$x^2+2x>-3x$에서 $x^2+5x>0$, $x(x+5)>0$

$\therefore\ x<-5$ 또는 $x>0$ … ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면



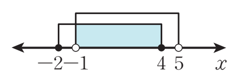
$0<x<2$

(5) $|x-1|\le 3$에서 $-3\le x-1\le 3$ $\therefore\ -2\le x\le 4$ … ㉠

$-x^2+4x+5>0$에서 $x^2-4x-5<0$, $(x+1)(x-5)<0$

$\therefore\ -1<x<5$ … ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면



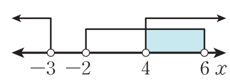
$-1<x\le 4$

(6) $|x-2|<4$에서 $-4<x-2<4$ $\therefore\ -2<x<6$ … ㉠

$-x^2+x+12<0$에서 $x^2-x-12>0$, $(x+3)(x-4)>0$

$\therefore\ x<-3$ 또는 $x>4$ … ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면



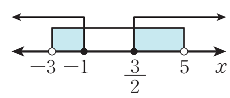
$4<x<6$

(7) $|x-1|<4$에서 $-4<x-1<4$ $\therefore\ -3<x<5$ … ㉠

$x^2-\frac{1}{2}x\ge\frac{3}{2}$에서 $2x^2-x-3\ge 0$, $(x+1)(2x-3)\ge 0$

$\therefore\ x\le -1$ 또는 $x\ge\frac{3}{2}$ … ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면



$-3<x\le -1$ 또는 $\frac{3}{2}\le x<5$

194 답 (1) $-3\le x<-2$ 또는 $1<x\le 2$ (2) $4<x<5$

(3) $x\le -1$ 또는 $4\le x<5$

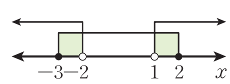
(1) $\begin{cases} 2<x^2+x & \cdots ㉠ \\ x^2+x\le 6 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $x^2+x-2>0$, $(x+2)(x-1)>0$

$\therefore\ x<-2$ 또는 $x>1$

㉡에서 $x^2+x-6\le 0$, $(x+3)(x-2)\le 0$ $\therefore\ -3\le x\le 2$

공통 범위를 구하면



$-3\le x<-2$ 또는 $1<x\le 2$

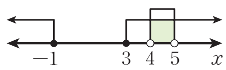
(2) $\begin{cases} 2x+3\le x^2 & \cdots ㉠ \\ x^2<9x-20 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $x^2-2x-3\geq0$, $(x+1)(x-3)\geq0$

$\therefore$ $x\leq-1$ 또는 $x\geq3$

㉡에서 $x^2-9x+20<0$, $(x-4)(x-5)<0$ $\therefore$ $4<x<5$

공통 범위를 구하면



$4<x<5$

(3) $\begin{cases} 4x-1<3x+4 & \cdots ㉠ \\ 3x+4\leq x^2 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $x<5$

㉡에서 $x^2-3x-4\geq0$, $(x+1)(x-4)\geq0$

$\therefore$ $x\leq-1$ 또는 $x\geq4$

공통 범위를 구하면

$x\leq-1$ 또는 $4\leq x<5$

195 답 (1) $k\leq-1$ (2) $k\geq2$ (3) $k\leq-1$

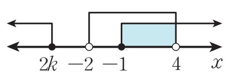
(1) $x^2-2x-8<0$에서 $(x+2)(x-4)<0$

$\therefore$ $-2<x<4$ $\cdots$ ㉠

$x^2-(2k-1)x-2k\geq0$에서 $(x+1)(x-2k)\geq0$ $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡의 공통부분이 $-1\leq x<4$이려면

오른쪽 그림과 같아야 하므로



$2k\leq-2$ $\therefore$ $k\leq-1$

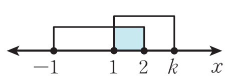
(2) $x^2-x-2\leq0$에서 $(x+1)(x-2)\leq0$

$\therefore$ $-1\leq x\leq2$ $\cdots$ ㉠

$x^2-(1+k)x+k\leq0$에서 $(x-1)(x-k)\leq0$ $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡의 공통부분이 $1\leq x\leq2$이려면

오른쪽 그림과 같아야 하므로



$k\geq2$

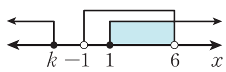
(3) $x^2-5x-6<0$에서 $(x+1)(x-6)<0$

$\therefore$ $-1<x<6$ $\cdots$ ㉠

$x^2-(k+1)x+k\geq0$에서 $(x-k)(x-1)\geq0$ $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡의 공통부분이 $1\leq x<6$이려면

오른쪽 그림과 같아야 하므로



$k\leq-1$

196 답 (1) $-\frac{3}{2}<k\leq0$ (2) $-2<k<2$

(1) (i) 이차방정식 $3x^2+4kx+3=0$의 판별식을 D_1이라 하면

이 방정식이 허근을 가지므로

$\frac{D_1}{4}=(2k)^2-3\cdot3<0$, $4k^2-9<0$, $(2k+3)(2k-3)<0$

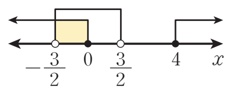
$\therefore$ $-\frac{3}{2}<k<\frac{3}{2}$

(ii) 이차방정식 $x^2-kx+k=0$의 판별식을 D_2라 하면

이 방정식이 실근을 가지므로

$D_2=k^2-4k\geq0$, $k(k-4)\geq0$ $\therefore$ $k\leq0$ 또는 $k\geq4$

(i), (ii)에서 $-\frac{3}{2}<k\leq0$



(2) (i) 이차방정식 $x^2-kx+k+3=0$의 판별식을 D_1이라 하면

이 방정식이 허근을 가지므로

$D_1=(-k)^2-4(k+3)<0$

$k^2-4k-12<0$, $(k+2)(k-6)<0$

$\therefore$ $-2<k<6$

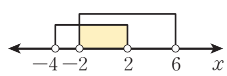
(ii) 이차방정식 $x^2+2kx-2k+8=0$의 판별식을 D_2라 하면

이 방정식이 허근을 가지므로

$\frac{D_2}{4}=k^2-(-2k+8)<0$

$k^2+2k-8<0$, $(k+4)(k-2)<0$

$\therefore$ $-4<k<2$



(i), (ii)에서 $-2<k<2$

197 답 ②

주어진 그래프에서 $f(x)<0$의 해는 $y=f(x)$의 그래프가 x축보다 아래쪽에 있는 부분의 x의 값의 범위이다.

$\therefore$ $2<x<5$

198 답 $x<-2$ 또는 $x>6$

해가 $-1<x<4$이고 x^2의 계수가 1인 이차부등식은

$(x+1)(x-4)<0$ $\therefore$ $x^2-3x-4<0$

이 부등식이 $x^2+ax+b<0$과 일치하므로 $a=-3$, $b=-4$

이것을 $x^2+bx+4a>0$에 대입하면

$x^2-4x-12>0$, $(x+2)(x-6)>0$

$\therefore$ $x<-2$ 또는 $x>6$

199 답 3개

$-x^2+2(k-3)x\leq1$, $-x^2+2(k-3)x-1\leq0$이

모든 실수 x에 대하여 성립하려면

이차방정식 $-x^2+2(k-3)x-1=0$의 판별식을 D라 하면

$D\leq0$이어야 한다.

$\frac{D}{4}=(k-3)^2-1\leq0$, $k^2-6k+8\leq0$

$(k-2)(k-4)\leq0$ $\therefore$ $2\leq k\leq4$

따라서 구하는 자연수 k의 개수는 2, 3, 4의 3개이다.

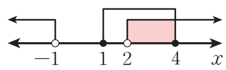
200 답 6

$x^2-x-2>0$에서 $(x+1)(x-2)>0$

$\therefore$ $x<-1$ 또는 $x>2$ $\cdots$ ㉠

$x^2-5x+4\le0$에서 $(x-1)(x-4)\le0$ $\quad\therefore 1\le x\le 4$ $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면



$2<x\le4$

따라서 $a=2$, $b=4$이므로 $a+b=6$

201 답 $-6\le a\le-2$

$-x^2-2(a+2)x+4(a+2)>0$에서

$x^2+2(a+2)x-4(a+2)<0$

이 부등식의 해가 존재하지 않으려면 모든 실수 x에 대하여

$x^2+2(a+2)x-4(a+2)\ge0$이 성립해야 한다.

따라서 이차방정식 $x^2+2(a+2)x-4(a+2)=0$의

판별식을 D라 하면 $D\le0$이어야 하므로

$\frac{D}{4}=(a+2)^2+4(a+2)\le0$

$a^2+8a+12\le0$, $(a+6)(a+2)\le0$

$\therefore -6\le a\le-2$

202 답 -10

이차방정식 $x^2+(k+1)x-k+2=0$은 허근을 갖고,

이차방정식 $x^2+2kx+k+12=0$은 서로 다른 두 실근을 가지므로 두 이차방정식의 판별식을 각각 D_1, D_2라 하면

$D_1=(k+1)^2-4(-k+2)<0$

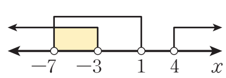
$k^2+6k-7<0$, $(k+7)(k-1)<0$

$\therefore -7<k<1$ $\cdots$ ㉠

$\frac{D_2}{4}=k^2-(k+12)>0$, $(k+3)(k-4)>0$

$\therefore k<-3$ 또는 $k>4$ $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면



$-7<k<-3$

따라서 $a=-7$, $b=-3$이므로 $a+b=-10$

Ⅲ 도형의 방정식

1 평면좌표

137쪽~150쪽

001 답 (1) 5 (2) 3 (3) $\sqrt{2}$ (4) $5\sqrt{2}$

(1) $\overline{AB}=|3-(-2)|=5$

(2) $\overline{AB}=|-4-(-1)|=3$

(3) $\overline{AB}=|\sqrt{2}-0|=\sqrt{2}$

(4) $\overline{AB}=|-2\sqrt{2}-3\sqrt{2}|=5\sqrt{2}$

002 답 (1) -1 또는 5 (2) 2 또는 6 (3) -11 또는 -1

(1) 점 Q의 좌표를 x라 하면

$|x-2|=3$에서 $x-2=\pm3$ $\quad\therefore x=-1$ 또는 $x=5$

따라서 점 Q의 좌표는 -1 또는 5이다.

(2) 점 Q의 좌표를 x라 하면

$|x-4|=2$에서 $x-4=\pm2$ $\quad\therefore x=2$ 또는 $x=6$

따라서 점 Q의 좌표는 2 또는 6이다.

(3) 점 Q의 좌표를 x라 하면

$|x+6|=5$에서 $x+6=\pm5$ $\quad\therefore x=-11$ 또는 $x=-1$

따라서 점 Q의 좌표는 -11 또는 -1이다.

003 답 (1) $\sqrt{10}$ (2) $\sqrt{29}$ (3) $\sqrt{41}$ (4) 5 (5) $\sqrt{5}$

(1) $\overline{OA}=\sqrt{(-3)^2+1^2}=\sqrt{10}$

(2) $\overline{OA}=\sqrt{2^2+5^2}=\sqrt{29}$

(3) $\overline{OA}=\sqrt{(-4)^2+(-5)^2}=\sqrt{41}$

(4) $\overline{OA}=\sqrt{(-4)^2+3^2}=5$

(5) $\overline{OA}=\sqrt{2^2+(-1)^2}=\sqrt{5}$

004 답 (1) $\sqrt{10}$ (2) 5 (3) 4 (4) $3\sqrt{2}$ (5) 5 (6) $\sqrt{5}$

(1) $\overline{AB}=\sqrt{(3-2)^2+\{2-(-1)\}^2}=\sqrt{10}$

(2) $\overline{AB}=\sqrt{(1-4)^2+\{2-(-2)\}^2}=5$

(3) $\overline{AB}=\sqrt{(4-2)^2+(0-2\sqrt{3})^2}=4$

(4) $\overline{AB}=\sqrt{\{1-(-2)\}^2+\{2-(-1)\}^2}=3\sqrt{2}$

(5) $\overline{AB}=\sqrt{(5-2)^2+\{3-(-1)\}^2}=5$

(6) $\overline{AB}=\sqrt{\{-1-(-3)\}^2+(5-4)^2}=\sqrt{5}$

005 답 (1) 6 (2) 3 (3) 3 또는 7 (4) 3

(1) $\overline{AB}=11$에서 $\overline{AB}^2=121$이므로

$(-5-a)^2+\{-3-(-3)\}^2=121$

$a^2+10a-96=0$, $(a+16)(a-6)=0$

$\therefore a=6\ (\because a>0)$

(2) $\overline{AB}=2\sqrt{5}$에서 $\overline{AB}^2=20$이므로

$\{-4-(-2)\}^2+(-1-a)^2=20$

$a^2+2a-15=0,\ (a+5)(a-3)=0$

$\therefore a=3\ (\because a>0)$

(3) $\overline{AB}=\sqrt{13}$에서 $\overline{AB}^2=13$이므로

$(5-a)^2+\{-4-(-1)\}^2=13$

$a^2-10a+21=0,\ (a-3)(a-7)=0$

$\therefore a=3$ 또는 $a=7$

(4) $\overline{AB}=\sqrt{10}$에서 $\overline{AB}^2=10$이므로

$(a+1-1)^2+(2-3)^2=10$

$a^2-9=0,\ (a+3)(a-3)=0$

$\therefore a=3\ (\because a>0)$

006 답 (1) P(5, 0) (2) P(−2, 0) (3) P(3, 0) (4) $P\left(\frac{3}{2}, 0\right)$

(1) 점 P의 좌표를 $(a, 0)$이라 하면

$\overline{AP}=\overline{BP}$에서 $\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$이므로

$\{a-(-1)\}^2+(0-3)^2=(a-2)^2+(0-6)^2$

$a^2+2a+10=a^2-4a+40$

$6a=30 \qquad \therefore a=5$

따라서 점 P의 좌표는 (5, 0)이다.

(2) 점 P의 좌표를 $(a, 0)$이라 하면

$\overline{AP}=\overline{BP}$에서 $\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$이므로

$\{a-(-4)\}^2+(0-1)^2=(a+3)^2+(0+2)^2$

$a^2+8a+17=a^2+6a+13$

$2a=-4 \qquad \therefore a=-2$

따라서 점 P의 좌표는 (−2, 0)이다.

(3) 점 P의 좌표를 $(a, 0)$이라 하면

$\overline{AP}=\overline{BP}$에서 $\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$이므로

$\{a-(-1)\}^2+(0-2)^2=(a-5)^2+(0-4)^2$

$a^2+2a+5=a^2-10a+41,\ 12a=36 \qquad \therefore a=3$

따라서 점 P의 좌표는 (3, 0)이다.

(4) 점 P의 좌표를 $(a, 0)$이라 하면

$\overline{AP}=\overline{BP}$에서 $\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$이므로

$\{a-(-2)\}^2+(0-3)^2=\{a-(-3)\}^2+(0-1)^2$

$a^2+4a+13=a^2+6a+10$

$-2a=-3 \qquad \therefore a=\frac{3}{2}$

따라서 점 P의 좌표는 $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$이다.

007 답 (1) P(0, 3) (2) P(0, 2) (3) P(0, −1) (4) P(0, 1)

(1) 점 P의 좌표를 $(0, a)$라 하면

$\overline{AP}=\overline{BP}$에서 $\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$이므로

$\{0-(-2)\}^2+(a-0)^2=(0-3)^2+(a-1)^2$

$a^2+4=a^2-2a+10,\ 2a=6 \qquad \therefore a=3$

따라서 점 P의 좌표는 (0, 3)이다.

(2) 점 P의 좌표를 $(0, a)$라 하면

$\overline{AP}=\overline{BP}$에서 $\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$이므로

$\{0-(-3)\}^2+(a-1)^2=(0-1)^2+\{a-(-1)\}^2$

$a^2-2a+10=a^2+2a+2,\ -4a=-8 \qquad \therefore a=2$

따라서 점 P의 좌표는 (0, 2)이다.

(3) 점 P의 좌표를 $(0, a)$라 하면

$\overline{AP}=\overline{BP}$에서 $\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$이므로

$(0-2)^2+(a-3)^2=(0-4)^2+(a-1)^2$

$a^2-6a+13=a^2-2a+17,\ -4a=4 \qquad \therefore a=-1$

따라서 점 P의 좌표는 (0, −1)이다.

(4) 점 P의 좌표를 $(0, a)$라 하면

$\overline{AP}=\overline{BP}$에서 $\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$이므로

$\{0-(-1)\}^2+\{a-(-2)\}^2=(0-3)^2+(a-0)^2$

$1+a^2+4a+4=9+a^2,\ 4a=4 \qquad \therefore a=1$

따라서 점 P의 좌표는 (0, 1)이다.

008 답 (1) P(1, 1) (2) P(−1, 0) (3) P(2, 1) (4) P(−3, 5)

(1) 점 P의 좌표를 (a, a)라 하면

$\overline{AP}=\overline{BP}$에서 $\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$이므로

$(a+2)^2+(a-0)^2=(a-4)^2+(a-2)^2$

$2a^2+4a+4=2a^2-12a+20,\ 16a=16 \qquad \therefore a=1$

따라서 점 P의 좌표는 (1, 1)이다.

(2) 점 P의 좌표를 $(a, a+1)$이라 하면

$\overline{AP}=\overline{BP}$에서 $\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$이므로

$(a-1)^2+(a+1-4)^2=(a-3)^2+(a+1+2)^2$

$2a^2-8a+10=2a^2+18,\ -8a=8 \qquad \therefore a=-1$

따라서 점 P의 좌표는 (−1, 0)이다.

(3) 점 P의 좌표를 $(a, a-1)$이라 하면

$\overline{AP}=\overline{BP}$에서 $\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$이므로

$(a-1)^2+(a-1+2)^2=(a-5)^2+(a-1-2)^2$

$2a^2+2=2a^2-16a+34,\ 16a=32 \qquad \therefore a=2$

따라서 점 P의 좌표는 (2, 1)이다.

(4) 점 P의 좌표를 $(a, -a+2)$라 하면

$\overline{AP}=\overline{BP}$에서 $\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$이므로

$(a-2)^2+(-a+2-0)^2=(a-4)^2+(-a+2-6)^2$

$2a^2-8a+8=2a^2+32,\ -8a=24 \qquad \therefore a=-3$

따라서 점 P의 좌표는 (−3, 5)이다.

009 답 (1) ① $3\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{26}$ ④ $\angle B=90°$인 직각삼각형

(2) ① $2\sqrt{5}$ ② $5\sqrt{2}$ ③ $5\sqrt{2}$

④ $\overline{BC}=\overline{CA}$인 이등변삼각형

(1) ① $\overline{AB}=\sqrt{\{1-(-2)\}^2+\{1-(-2)\}^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

② $\overline{BC}=\sqrt{(3-1)^2+(-1-1)^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

③ $\overline{CA}=\sqrt{(-2-3)^2+\{-2-(-1)\}^2}=\sqrt{26}$

④ $\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=\overline{CA}^2$이므로 삼각형 ABC는 $\angle B=90°$인 직각삼각형이다.

(2) ① $\overline{AB}=\sqrt{\{-3-(-1)\}^2+\{1-(-3)\}^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

② $\overline{BC}=\sqrt{\{4-(-3)\}^2+(2-1)^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

③ $\overline{CA}=\sqrt{(-1-4)^2+(-3-2)^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

④ 삼각형 ABC는 $\overline{BC}=\overline{CA}$인 이등변삼각형이다.

010 답 (1) 1 (2) 6

(1) 삼각형 ABC가 $\angle A=90°$인 직각삼각형이므로

$\overline{AB}^2+\overline{CA}^2=\overline{BC}^2$

$\overline{AB}^2=(0-3)^2+(2-5)^2=18$

$\overline{CA}^2=(3-7)^2+(5-k)^2=k^2-10k+41$

$\overline{BC}^2=(7-0)^2+(k-2)^2=k^2-4k+53$

이므로 $18+k^2-10k+41=k^2-4k+53$

$-6k=-6 \quad \therefore k=1$

(2) 삼각형 ABC가 $\angle A=90°$인 직각삼각형이므로

$\overline{AB}^2+\overline{CA}^2=\overline{BC}^2$

$\overline{AB}^2=(-1-2)^2+(-1-3)^2=25$

$\overline{CA}^2=(2-k)^2+(3-0)^2=k^2-4k+13$

$\overline{BC}^2=\{k-(-1)\}^2+\{0-(-1)\}^2=k^2+2k+2$

이므로 $25+k^2-4k+13=k^2+2k+2$

$-6k=-36 \quad \therefore k=6$

011 답 (1) 8 (2) 3

(1) $\overline{AB}=\overline{AC}$에서 $\overline{AB}^2=\overline{AC}^2$이므로

$(-1-3)^2+\{0-(-5)\}^2=(k-3)^2+\{-1-(-5)\}^2$

$41=k^2-6k+25$, $k^2-6k-16=0$, $(k+2)(k-8)=0$

$\therefore k=8$ ($\because k>0$)

(2) $\overline{AB}=\overline{AC}$에서 $\overline{AB}^2=\overline{AC}^2$이므로

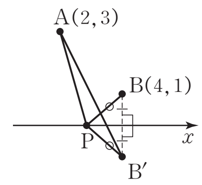
$(1-3)^2+\{k-(-2)\}^2=(-2-3)^2+\{0-(-2)\}^2$

$k^2+4k+8=29$, $k^2+4k-21=0$, $(k+7)(k-3)=0$

$\therefore k=3$ ($\because k>0$)

012 답 (1) $2\sqrt{5}$ (2) $\sqrt{29}$ (3) $5\sqrt{2}$

(1) 오른쪽 그림과 같이 점 B의 x축에 대한 대칭점을 B′이라 하면



B′(4, -1)

이때, $\overline{PB}=\overline{PB'}$이므로

$\overline{AP}+\overline{PB}=\overline{AP}+\overline{PB'}$

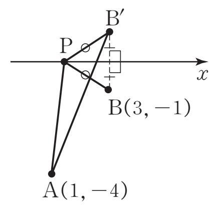
$\geq\overline{AB'}$

$=\sqrt{(4-2)^2+(-1-3)^2}$

$=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

따라서 $\overline{AP}+\overline{PB}$의 최솟값은 $2\sqrt{5}$이다.

(2) 오른쪽 그림과 같이 점 B의 x축에 대한 대칭점을 B′이라 하면



B′(3, 1)

이때, $\overline{PB}=\overline{PB'}$이므로

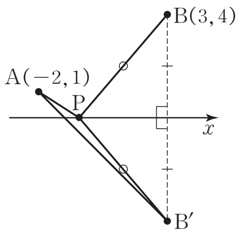
$\overline{AP}+\overline{PB}=\overline{AP}+\overline{PB'}$

$\geq\overline{AB'}$

$=\sqrt{(3-1)^2+\{1-(-4)\}^2}$

$=\sqrt{29}$

(3) 오른쪽 그림과 같이 점 B의 x축에 대한 대칭점을 B′이라 하면



B′(3, -4)

이때, $\overline{PB}=\overline{PB'}$이므로

$\overline{AP}+\overline{PB}=\overline{AP}+\overline{PB'}$

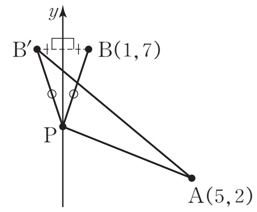
$\geq\overline{AB'}$

$=\sqrt{\{3-(-2)\}^2+(-4-1)^2}$

$=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

013 답 (1) $\sqrt{61}$ (2) $4\sqrt{2}$ (3) $3\sqrt{5}$ (4) 5

(1) 오른쪽 그림과 같이 점 B의 y축에 대한 대칭점을 B′이라 하면 B′(-1, 7)



이때, $\overline{PB}=\overline{PB'}$이므로

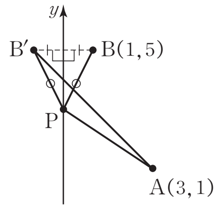
$\overline{AP}+\overline{PB}=\overline{AP}+\overline{PB'}$

$\geq\overline{AB'}$

$=\sqrt{(-1-5)^2+(7-2)^2}$

$=\sqrt{61}$

(2) 오른쪽 그림과 같이 점 B의 y축에 대한 대칭점을 B′이라 하면 B′(-1, 5)



이때, $\overline{PB}=\overline{PB'}$이므로

$\overline{AP}+\overline{PB}=\overline{AP}+\overline{PB'}$

$\geq\overline{AB'}$

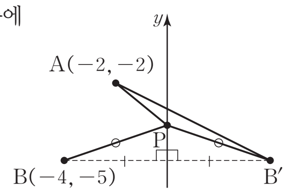
$=\sqrt{(-1-3)^2+(5-1)^2}$

$=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$

(3) 오른쪽 그림과 같이 점 B의 y축에 대한 대칭점을 B′이라 하면

B′(4, -5)

이때, $\overline{PB}=\overline{PB'}$이므로



$\overline{AP}+\overline{PB}=\overline{AP}+\overline{PB'}$

$\geq\overline{AB'}$

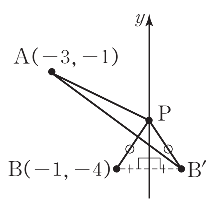
$=\sqrt{\{4-(-2)\}^2+\{-5-(-2)\}^2}$

$=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$

(4) 오른쪽 그림과 같이 점 B의 y축에 대한 대칭점을 B′이라 하면

B′(1, -4)

이때, $\overline{PB}=\overline{PB'}$이므로



$\overline{AP}+\overline{PB}=\overline{AP}+\overline{PB'}$

$\geq\overline{AB'}$

$=\sqrt{\{1-(-3)\}^2+\{-4-(-1)\}^2}$

$=\sqrt{25}=5$

014 답 (1) 최솟값 : 26, 점 P의 좌표 : (1, 3)

(2) 최솟값 : 29, 점 P의 좌표 : $\left(\frac{1}{2}, \frac{7}{2}\right)$

(1) 점 P의 좌표를 (x, y)라 하면

$\overline{AP}^2+\overline{BP}^2=\{(x+1)^2+y^2\}+\{(x-3)^2+(y-6)^2\}$

$=(x^2+2x+y^2+1)+(x^2-6x+y^2-12y+45)$

$=2x^2-4x+2y^2-12y+46$

$=2(x^2-2x+1)+2(y^2-6y+9)+26$

$=2(x-1)^2+2(y-3)^2+26$

따라서 $x=1$, $y=3$, 즉 점 P의 좌표가 (1, 3)일 때 $\overline{AP}^2+\overline{BP}^2$은 최솟값 26을 갖는다.

(2) 점 P의 좌표를 (x, y)라 하면

$\overline{AP}^2+\overline{BP}^2=\{(x+3)^2+(y-2)^2\}+\{(x-4)^2+(y-5)^2\}$

$=(x^2+6x+y^2-4y+13)$

$+(x^2-8x+y^2-10y+41)$

$=2x^2-2x+2y^2-14y+54$

$=2\left(x^2-x+\frac{1}{4}\right)+2\left(y^2-7y+\frac{49}{4}\right)+29$

$=2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+2\left(y-\frac{7}{2}\right)^2+29$

따라서 $x=\frac{1}{2}$, $y=\frac{7}{2}$, 즉 점 P의 좌표가 $\left(\frac{1}{2}, \frac{7}{2}\right)$일 때 $\overline{AP}^2+\overline{BP}^2$은 최솟값 29를 갖는다.

015 답 (1) 1 (2) 2 (3) 2 (4) 3 (5) 3

016 답 (1) $\text{P}\left(\frac{17}{3}\right)$ (2) P(5) (3) P(0) (4) P(3) (5) P(4)

(1) $\text{P}\left(\frac{2\times9+1\times(-1)}{2+1}\right)$, 즉 $\text{P}\left(\frac{17}{3}\right)$

(2) $\text{P}\left(\frac{3\times7+2\times2}{3+2}\right)$, 즉 P(5)

(3) $\text{P}\left(\frac{3\times1+1\times(-3)}{3+1}\right)$, 즉 P(0)

(4) $\text{P}\left(\frac{2\times4+1\times1}{2+1}\right)$, 즉 P(3)

(5) $\text{P}\left(\frac{3\times6+1\times(-2)}{3+1}\right)$, 즉 P(4)

017 답 (1) $\text{P}\left(4, \frac{5}{3}\right)$ (2) P(2, -4) (3) $\text{P}\left(\frac{2}{3}, \frac{7}{3}\right)$

(4) $\text{P}\left(\frac{16}{5}, \frac{13}{5}\right)$ (5) $\text{P}\left(\frac{3}{7}, \frac{10}{7}\right)$

(1) 점 P의 좌표를 (x, y)라 하면

$x=\frac{2\times5+1\times2}{2+1}=4$, $y=\frac{2\times1+1\times3}{2+1}=\frac{5}{3}$

따라서 점 P의 좌표는 $\left(4, \frac{5}{3}\right)$이다.

(2) 점 P의 좌표를 (x, y)라 하면

$x=\frac{3\times6+2\times(-4)}{3+2}=2$, $y=\frac{3\times(-8)+2\times2}{3+2}=-4$

따라서 점 P의 좌표는 (2, -4)이다.

(3) 점 P의 좌표를 (x, y)라 하면

$x=\frac{1\times4+2\times(-1)}{1+2}=\frac{2}{3}$, $y=\frac{1\times3+2\times2}{1+2}=\frac{7}{3}$

따라서 점 P의 좌표는 $\left(\frac{2}{3}, \frac{7}{3}\right)$이다.

(4) 점 P의 좌표를 (x, y)라 하면

$x=\frac{2\times2+3\times4}{2+3}=\frac{16}{5}$, $y=\frac{2\times5+3\times1}{2+3}=\frac{13}{5}$

따라서 점 P의 좌표는 $\left(\frac{16}{5}, \frac{13}{5}\right)$이다.

(5) 점 P의 좌표를 (x, y)라 하면

$x=\frac{3\times5+4\times(-3)}{3+4}=\frac{3}{7}$, $y=\frac{3\times(-2)+4\times4}{3+4}=\frac{10}{7}$

따라서 점 P의 좌표는 $\left(\frac{3}{7}, \frac{10}{7}\right)$이다.

018 답 (1) M(4) (2) $\text{M}\left(-\frac{3}{2}\right)$ (3) M(2)

(1) $\text{M}\left(\frac{-1+9}{2}\right)$, 즉 M(4)

(2) $\text{M}\left(\frac{-5+2}{2}\right)$, 즉 $\text{M}\left(-\frac{3}{2}\right)$

(3) $\text{M}\left(\frac{-3+7}{2}\right)$, 즉 M(2)

019 답 (1) $M\left(\frac{3}{2}, \frac{9}{2}\right)$ (2) $M\left(\frac{7}{2}, -\frac{3}{2}\right)$ (3) $M(3, 3)$

(1) $M\left(\frac{-1+4}{2}, \frac{7+2}{2}\right)$, 즉 $M\left(\frac{3}{2}, \frac{9}{2}\right)$

(2) $M\left(\frac{6+1}{2}, \frac{-4+1}{2}\right)$, 즉 $M\left(\frac{7}{2}, -\frac{3}{2}\right)$

(3) $M\left(\frac{4+2}{2}, \frac{1+5}{2}\right)$, 즉 $M(3, 3)$

020 답 (1) 3 (2) 5 (3) 4 (4) 5 (5) 2

021 답 (1) $Q(7)$ (2) $Q(8)$ (3) $Q(-8)$ (4) $Q(16)$ (5) $Q(15)$

(1) $Q\left(\frac{2\times5-1\times3}{2-1}\right)$, 즉 $Q(7)$

(2) $Q\left(\frac{3\times5-1\times(-1)}{3-1}\right)$, 즉 $Q(8)$

(3) $Q\left(\frac{2\times7-3\times2}{2-3}\right)$, 즉 $Q(-8)$

(4) $Q\left(\frac{3\times4-2\times(-2)}{3-2}\right)$ 즉, $Q(16)$

(5) $Q\left(\frac{2\times6-1\times(-3)}{2-1}\right)$ 즉, $Q(15)$

022 답 (1) $Q(-7, 6)$ (2) $Q(-8, 13)$ (3) $Q(7, -4)$ (4) $Q(1, -14)$ (5) $Q(17, -14)$

(1) 점 Q의 좌표를 (x, y)라 하면

$x=\frac{1\times5-3\times(-3)}{1-3}=-7$, $y=\frac{1\times3-3\times5}{1-3}=6$

따라서 점 Q의 좌표는 $(-7, 6)$이다.

(2) 점 Q의 좌표를 (x, y)라 하면

$x=\frac{3\times(-4)-1\times4}{3-1}=-8$, $y=\frac{3\times7-1\times(-5)}{3-1}=13$

따라서 점 Q의 좌표는 $(-8, 13)$이다.

(3) 점 Q의 좌표를 (x, y)라 하면

$x=\frac{3\times5-1\times1}{3-1}=7$, $y=\frac{3\times(-2)-1\times2}{3-1}=-4$

따라서 점 Q의 좌표는 $(7, -4)$이다.

(4) 점 Q의 좌표를 (x, y)라 하면

$x=\frac{2\times3-1\times5}{2-1}=1$, $y=\frac{2\times(-6)-1\times2}{2-1}=-14$

따라서 점 Q의 좌표는 $(1, -14)$이다.

(5) 점 Q의 좌표를 (x, y)라 하면

$x=\frac{3\times5-2\times(-1)}{3-2}=17$, $y=\frac{3\times(-2)-2\times4}{3-2}=-14$

따라서 점 Q의 좌표는 $(17, -14)$이다.

023 답 $\left(\frac{1}{2}, -4\right)$

선분 AB를 1 : 3으로 내분하는 점은

$P\left(\frac{1\times5+3\times1}{1+3}, \frac{1\times5+3\times(-3)}{1+3}\right)$, 즉 $P(2, -1)$

선분 AB를 1 : 3으로 외분하는 점은

$Q\left(\frac{1\times5-3\times1}{1-3}, \frac{1\times5-3\times(-3)}{1-3}\right)$, 즉 $Q(-1, -7)$

따라서 선분 PQ의 중점의 좌표는 $\left(\frac{2-1}{2}, \frac{-1-7}{2}\right)$,

즉 $\left(\frac{1}{2}, -4\right)$

024 답 $4\sqrt{5}$

선분 AB를 2 : 1로 내분하는 점은

$P\left(\frac{2\times5+1\times2}{2+1}, \frac{2\times2+1\times(-4)}{2+1}\right)$, 즉 $P(4, 0)$

선분 AB를 2 : 1로 외분하는 점은

$Q\left(\frac{2\times5-1\times2}{2-1}, \frac{2\times2-1\times(-4)}{2-1}\right)$, 즉 $Q(8, 8)$

따라서 선분 PQ의 길이는

$\sqrt{(8-4)^2+(8-0)^2}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$

025 답 $\left(-\frac{8}{3}, \frac{5}{3}\right)$

선분 AB를 1 : 2로 내분하는 점은

$P\left(\frac{1\times4+2\times(-1)}{1+2}, \frac{1\times3+2\times2}{1+2}\right)$, 즉 $P\left(\frac{2}{3}, \frac{7}{3}\right)$

선분 AB를 1 : 2로 외분하는 점은

$Q\left(\frac{1\times4-2\times(-1)}{1-2}, \frac{1\times3-2\times2}{1-2}\right)$, 즉 $Q(-6, 1)$

따라서 선분 PQ의 중점의 좌표는 $\left(\frac{\frac{2}{3}-6}{2}, \frac{\frac{7}{3}+1}{2}\right)$,

즉 $\left(-\frac{8}{3}, \frac{5}{3}\right)$

026 답 (1) $0<t<\frac{2}{3}$ (2) $\frac{1}{4}<t<\frac{1}{2}$

(1) 선분 AB를 $t : (1-t)$로 내분하는 점 P의 좌표는

$P\left(\frac{t\times1+(1-t)\times(-2)}{t+(1-t)}, \frac{t\times(-1)+(1-t)\times4}{t+(1-t)}\right)$

$\therefore P(3t-2, 4-5t)$

점 P가 제2사분면 위에 있으므로 $3t-2<0$, $4-5t>0$

$\therefore t<\frac{2}{3}$ ⋯ ㉠

또, 점 P는 선분 AB를 $t : (1-t)$로 내분하므로

$t>0$, $1-t>0$

$\therefore 0<t<1$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡에서 $0<t<\frac{2}{3}$

(2) 선분 AB를 $t:(1-t)$로 내분하는 점 P의 좌표는

$P\left(\frac{t\times2+(1-t)\times(-2)}{t+(1-t)}, \frac{t\times(-3)+(1-t)\times1}{t+(1-t)}\right)$

$\therefore P(4t-2, 1-4t)$

점 P가 제3사분면 위에 있으므로 $4t-2<0$, $1-4t<0$

$\therefore \frac{1}{4}<t<\frac{1}{2}$ ⋯ ㉠

또, 점 P는 선분 AB를 $t:(1-t)$로 내분하므로

$t>0$, $1-t>0$

$\therefore 0<t<1$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{1}{4}<t<\frac{1}{2}$

027 답 (1) $\frac{5}{6}$ (2) $\frac{2}{5}$ (3) $\frac{1}{2}$

(1) 선분 AB를 $t:(1-t)$로 내분하는 점 P의 좌표는

$P\left(\frac{t\times(-3)+(1-t)\times2}{t+(1-t)}, \frac{t\times(-1)+(1-t)\times5}{t+(1-t)}\right)$

$\therefore P(2-5t, 5-6t)$

점 P가 x축 위에 있으므로 $5-6t=0$ $\therefore t=\frac{5}{6}$

(2) 점 P가 y축 위에 있으므로 $2-5t=0$ $\therefore t=\frac{2}{5}$

(3) 점 P가 직선 $y=2x+3$ 위에 있으므로

$5-6t=2(2-5t)+3$, $5-6t=7-10t$, $4t=2$

$\therefore t=\frac{1}{2}$

028 답 (1) $\frac{3}{4}$ (2) $\frac{4}{9}$ (3) $\frac{6}{13}$

(1) 선분 AB를 $t:(1-t)$로 내분하는 점 P의 좌표는

$P\left(\frac{t\times(-5)+(1-t)\times4}{t+(1-t)}, \frac{t\times1+(1-t)\times(-3)}{t+(1-t)}\right)$

$\therefore P(4-9t, 4t-3)$

점 P가 x축 위에 있으므로 $4t-3=0$ $\therefore t=\frac{3}{4}$

(2) 점 P가 y축 위에 있으므로 $4-9t=0$ $\therefore t=\frac{4}{9}$

(3) 점 P가 직선 $y=x-1$ 위에 있으므로

$4t-3=(4-9t)-1$, $13t=6$ $\therefore t=\frac{6}{13}$

029 답 (1) $G(2, 1)$ (2) $G(1, 2)$ (3) $G(1, 2)$

(4) $G\left(4, -\frac{5}{3}\right)$ (5) $G(2, -2)$ (6) $G(5, 5)$

(1) $G\left(\frac{5+(-1)+2}{3}, \frac{1+5+(-3)}{3}\right)$, 즉 $G(2, 1)$

(2) $G\left(\frac{-2+2+3}{3}, \frac{2+5+(-1)}{3}\right)$, 즉 $G(1, 2)$

(3) $G\left(\frac{-2+4+1}{3}, \frac{3+(-5)+8}{3}\right)$, 즉 $G(1, 2)$

(4) $G\left(\frac{5+4+3}{3}, \frac{3+(-10)+2}{3}\right)$, 즉 $G\left(4, -\frac{5}{3}\right)$

(5) $G\left(\frac{2+5+(-1)}{3}, \frac{-1+(-6)+1}{3}\right)$, 즉 $G(2, -2)$

(6) $G\left(\frac{1+6+8}{3}, \frac{1+5+9}{3}\right)$, 즉 $G(5, 5)$

030 답 (1) $a=6$, $b=-8$ (2) $a=5$, $b=-2$

(3) $a=-8$, $b=3$ (4) $a=8$, $b=5$

(1) $\frac{-2+(-4)+a}{3}=0$에서 $a=6$

$\frac{1+7+b}{3}=0$에서 $b=-8$

$\therefore a=6$, $b=-8$

(2) $\frac{2+5+a}{3}=4$에서 $a=5$

$\frac{3+(-1)+b}{3}=0$에서 $b=-2$

$\therefore a=5$, $b=-2$

(3) $\frac{4+(-5)+a}{3}=-3$에서 $a=-8$

$\frac{-5+2+b}{3}=0$에서 $b=3$

$\therefore a=-8$, $b=3$

(4) $\frac{-1+2+a}{3}=3$에서 $a=8$

$\frac{-2+3+b}{3}=2$에서 $b=5$

$\therefore a=8$, $b=5$

031 답 (1) $a=4$, $b=1$ (2) $a=7$, $b=5$ (3) $a=-1$, $b=4$

(4) $a=1$, $b=3$

(1) 두 대각선 AC와 BD의 중점이 일치하므로

$\frac{3+(-1)}{2}=\frac{-2+a}{2}$, $\frac{1+5}{2}=\frac{5+b}{2}$

$\therefore a=4$, $b=1$

(2) 두 대각선 AC와 BD의 중점이 일치하므로

$\frac{3+5}{2}=\frac{1+a}{2}$, $\frac{4+0}{2}=\frac{-1+b}{2}$

$\therefore a=7$, $b=5$

(3) 두 대각선 AC와 BD의 중점이 일치하므로

$\frac{3+(-3)}{2}=\frac{1+a}{2}$, $\frac{3+(-1)}{2}=\frac{-2+b}{2}$

$\therefore a=-1$, $b=4$

(4) 두 대각선 AC와 BD의 중점이 일치하므로

$\frac{a+4}{2}=\frac{2+3}{2}$, $\frac{2+2}{2}=\frac{1+b}{2}$

$\therefore a=1, b=3$

032 답 (1) $a=5, b=-1$ (2) $a=4, b=3$ (3) $a=9, b=-1$
(4) $a=0, b=4$ 또는 $a=4, b=8$

(1) 두 대각선 AC와 BD의 중점이 일치하므로

$\frac{1+7}{2}=\frac{a+3}{2}, \frac{1+3}{2}=\frac{b+5}{2}$

$\therefore a=5, b=-1$

(2) 두 대각선 AC와 BD의 중점이 일치하므로

$\frac{1+a}{2}=\frac{3+2}{2}, \frac{0+b}{2}=\frac{1+2}{2}$

$\therefore a=4, b=3$

(3) 두 대각선 AC와 BD의 중점이 일치하므로

$\frac{5+7}{2}=\frac{3+a}{2}, \frac{1+3}{2}=\frac{5+b}{2}$

$\therefore a=9, b=-1$

(4) 두 대각선 AC와 BD의 중점이 일치하므로

$\frac{a+6}{2}=\frac{2+b}{2}$에서 $a+6=2+b$

$\therefore a-b=-4$ ⋯ ㉠

또, 마름모의 정의에 의하여 $\overline{AB}=\overline{BC}$이므로

$\sqrt{(2-a)^2+(6-2)^2}=\sqrt{(6-2)^2+(4-6)^2}$

$a^2-4a+20=20, a(a-4)=0$ $\therefore a=0$ 또는 $a=4$

이때, ㉠에서 $b=4$ 또는 $b=8$

$\therefore a=0, b=4$ 또는 $a=4, b=8$

033 답 4

두 점 A$(3, a)$, B$(-1, 2)$ 사이의 거리가 $2\sqrt{5}$이므로

$\sqrt{(-1-3)^2+(2-a)^2}=2\sqrt{5}$

$a^2-4a=0, a(a-4)=0$ $\therefore a=0$ 또는 $a=4$

따라서 모든 실수 a의 값의 합은 4이다.

034 답 ④

점 P의 좌표를 (a, a)라 하면 $\overline{AP}=\overline{BP}$에서 $\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$이므로

$(a-2)^2+(a+1)^2=(a+1)^2+(a-4)^2$

$2a^2-2a+5=2a^2-6a+17, 4a=12$ $\therefore a=3$

따라서 점 P의 좌표는 $(3, 3)$이므로

$\overline{AP}=\sqrt{(3-2)^2+\{3-(-1)\}^2}=\sqrt{17}$

035 답 ①

세 점 A$(4, 1)$, B$(-2, -5)$, C(a, a)에 대하여

$\overline{AC}=\sqrt{(a-4)^2+(a-1)^2}=\sqrt{2a^2-10a+17}$

$\overline{BC}=\sqrt{\{a-(-2)\}^2+\{a-(-5)\}^2}=\sqrt{2a^2+14a+29}$

이때, $\overline{AC}=\overline{BC}$이어야 하므로

$\sqrt{2a^2-10a+17}=\sqrt{2a^2+14a+29}$

양변을 제곱하여 정리하면 $24a=-12$

$\therefore a=-\frac{1}{2}$

036 답 39

점 P의 좌표가 $(a, 0)$이므로

$\overline{AP}^2+\overline{BP}^2=\{(a+3)^2+(-1)^2\}+\{(a-2)^2+(-5)^2\}$

$=2a^2+2a+39$

$=2\left(a+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{77}{2}$

따라서 $\overline{AP}^2+\overline{BP}^2$은 $a=-\frac{1}{2}$일 때 최솟값 $m=\frac{77}{2}$을 가지므로

$m-a=39$

037 답 ①

선분 AB를 1 : 2로 내분하는 점의 좌표는

$\left(\frac{1\times3+2\times a}{1+2}, \frac{1\times b+2\times1}{1+2}\right)$

이므로 $\frac{2a+3}{3}=1, \frac{b+2}{3}=-1$

$2a+3=3, b+2=-3$ $\therefore a=0, b=-5$

$\therefore a+b=-5$

038 답 $\frac{5}{3}$

선분 AB를 5 : 3으로 외분하는 점을 Q라고 하면

$Q\left(\frac{5\times b-3\times a}{5-3}, \frac{5\times4-3\times6}{5-3}\right)$ $\therefore Q\left(\frac{5b-3a}{2}, 1\right)$

이때, 점 Q가 y축 위에 있으므로 $5b-3a=0$ $\therefore a=\frac{5}{3}b$

$\therefore \frac{a}{b}=\frac{\frac{5}{3}b}{b}=\frac{5}{3}$

039 답 $(2, -1)$

선분 BC의 중점 D의 좌표는 $\left(\frac{2+6}{2}, \frac{1+1}{2}\right)$

$\therefore$ D$(4, 1)$

선분 CA의 중점 E의 좌표는 $\left(\frac{6+(-2)}{2}, \frac{1+(-5)}{2}\right)$

$\therefore$ E$(2, -2)$

선분 AB의 중점 F의 좌표는 $\left(\frac{-2+2}{2}, \frac{-5+1}{2}\right)$

$\therefore$ F$(0, -2)$

따라서 삼각형 DEF의 무게중심의 좌표는

$\left(\frac{4+2+0}{3}, \frac{1+(-2)+(-2)}{3}\right)$

$\therefore (2, -1)$

2 직선의 방정식 153쪽~164쪽

040 답 (1) $y=2x-1$ (2) $y=2x+4$ (3) $y=2x+6$ (4) $y=-x+5$ (5) $y=x-5$

(2) $y-2=2\{x-(-1)\}$ $\therefore y=2x+4$

(3) $y-0=2\{x-(-3)\}$ $\therefore y=2x+6$

(4) $y-3=-1(x-2)$ $\therefore y=-x+5$

(5) (기울기)$=\tan 45°=1$이므로

$y-(-2)=x-3$ $\therefore y=x-5$

041 답 (1) $y=-2x+3$ (2) $y=-2x+8$ (3) $y=-x-1$ (4) $y=2x-7$

(1) $y-1=\frac{-5-1}{4-1}(x-1)$, $y-1=-2(x-1)$

$\therefore y=-2x+3$

(2) $y-4=\frac{0-4}{4-2}(x-2)$, $y-4=-2(x-2)$

$\therefore y=-2x+8$

(3) $y-(-3)=\frac{1-(-3)}{-2-2}(x-2)$, $y+3=-(x-2)$

$\therefore y=-x-1$

(4) $y-(-1)=\frac{3-(-1)}{5-3}(x-3)$, $y+1=2(x-3)$

$\therefore y=2x-7$

042 답 (1) $x=-3$ (2) $x=1$ (3) $x=5$ (4) $y=1$ (5) $y=-4$

(1) 두 점 A, B의 x좌표가 같으므로 직선의 방정식은

$x=-3$

(2) 두 점 A, B의 x좌표가 같으므로 직선의 방정식은

$x=1$

(3) 두 점 A, B의 x좌표가 같으므로 직선의 방정식은

$x=5$

(4) 두 점 A, B의 y좌표가 같으므로 직선의 방정식은

$y=1$

(5) 두 점 A, B의 y좌표가 같으므로 직선의 방정식은

$y=-4$

043 답 (1) $y=\frac{1}{2}x-1$ (2) $y=2x-6$ (3) $y=2x+4$ (4) $y=-4x-4$

(1) x절편이 2, y절편이 -1인 직선의 방정식은

$\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}=1$, $x-2y=2$

$\therefore y=\frac{1}{2}x-1$

(2) x절편이 3, y절편이 -6인 직선의 방정식은

$\frac{x}{3}+\frac{y}{-6}=1$, $2x-y=6$

$\therefore y=2x-6$

(3) x절편이 -2, y절편이 4인 직선의 방정식은

$\frac{x}{-2}+\frac{y}{4}=1$, $-2x+y=4$

$\therefore y=2x+4$

(4) x절편이 -1, y절편이 -4인 직선의 방정식은

$\frac{x}{-1}+\frac{y}{-4}=1$, $-4x-y=4$

$\therefore y=-4x-4$

044 답 (1) 5 (2) 6 (3) -3 또는 3

(1) 직선 AB의 기울기와 직선 CA의 기울기가 같아야 한다.

(직선 AB의 기울기)$=\frac{-1-2}{-2-1}=1$

(직선 CA의 기울기)$=\frac{2-k}{1-4}=\frac{2-k}{-3}$

즉, $1=\frac{2-k}{-3}$이므로 $-3=2-k$ $\therefore k=5$

(2) 직선 AB의 기울기와 직선 BC의 기울기가 같아야 한다.

(직선 AB의 기울기)$=\frac{0-(-2)}{2-k}=\frac{2}{2-k}$

(직선 BC의 기울기)$=\frac{-1-0}{4-2}=-\frac{1}{2}$

즉, $\frac{2}{2-k}=-\frac{1}{2}$이므로 $k-2=4$ $\therefore k=6$

(3) 직선 AB의 기울기와 직선 CA의 기울기가 같아야 한다.

(직선 AB의 기울기)$=\frac{k-(-1)}{1-(-1)}=\frac{k+1}{2}$

(직선 CA의 기울기)$=\frac{-1-(-5)}{-1-(-k)}=\frac{4}{-1+k}$

즉, $\frac{k+1}{2}=\frac{4}{-1+k}$이므로 $k^2-1=8$, $k^2=9$

$\therefore k=-3$ 또는 $k=3$

045 답 (1) $y=-3x+1$ (2) $y=2x-3$

(1) 점 A를 지나면서 삼각형 ABC의 넓이를 이등분하는 직선 l은 변 BC의 중점을 지난다.

변 BC의 중점의 좌표는 $\left(\frac{2+(-4)}{2}, \frac{3+5}{2}\right)$, 즉 $(-1, 4)$

YBM(해)-03단원(064~092)-ok.indd 72 2017-09-18 오후 7:50:39

따라서 점 A(1, -2)와 변 BC의 중점 $(-1,\ 4)$를 지나는 직선의 방정식은

$y-(-2)=\frac{4-(-2)}{-1-1}(x-1)$, $y+2=-3(x-1)$

$\therefore\ y=-3x+1$

(2) 점 A를 지나면서 삼각형 ABC의 넓이를 이등분하는 직선 l은 변 BC의 중점을 지난다.

변 BC의 중점의 좌표는 $\left(\frac{-1+3}{2},\ \frac{2+(-4)}{2}\right)$, 즉 $(1,\ -1)$

따라서 점 A(3, 3)과 변 BC의 중점 $(1,\ -1)$을 지나는 직선의 방정식은

$y-3=\frac{-1-3}{1-3}(x-3)$, $y-3=2(x-3)$

$\therefore\ y=2x-3$

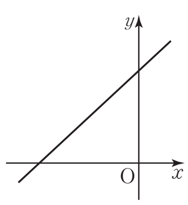
046 답 (1) 제1, 2, 3사분면 (2) 제1, 3, 4사분면 (3) 제2, 3, 4사분면

(1) $ax+by+c=0$에서 $b\neq0$이므로 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$

$a<0$, $b>0$이므로 (기울기)$=-\frac{a}{b}>0$

$b>0$, $c<0$이므로 (y절편)$=-\frac{c}{b}>0$

따라서 직선 $ax+by+c=0$은 오른쪽 그림과 같으므로 제1, 2, 3사분면을 지난다.

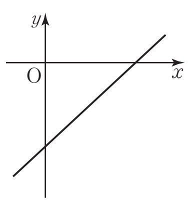


(2) $ax+by+c=0$에서 $b\neq0$이므로 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$

$a<0$, $b>0$이므로 (기울기)$=-\frac{a}{b}>0$

$b>0$, $c>0$이므로 (y절편)$=-\frac{c}{b}<0$

따라서 직선 $ax+by+c=0$은 오른쪽 그림과 같으므로 제1, 3, 4사분면을 지난다.

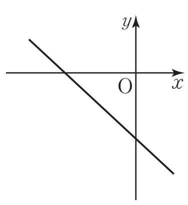


(3) $ax+by+c=0$에서 $b\neq0$이므로 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$

$a<0$, $b<0$이므로 (기울기)$=-\frac{a}{b}<0$

$b<0$, $c<0$이므로 (y절편)$=-\frac{c}{b}<0$

따라서 직선 $ax+by+c=0$은 오른쪽 그림과 같으므로 제2, 3, 4사분면을 지난다.



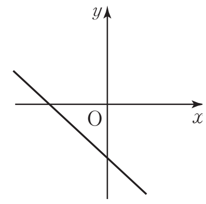
047 답 (1) 풀이 참고 (2) 풀이 참고 (3) 풀이 참고 (4) 풀이 참고

(1) $ax+by+c=0$에서 $b\neq0$이므로 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$

$ab>0$이므로 (기울기)$=-\frac{a}{b}<0$

$bc>0$이므로 (y절편)$=-\frac{c}{b}<0$

따라서 조건을 만족시키는 직선의 개형은 오른쪽 그림과 같다.



(2) $ab=0$에서 $a=0$ 또는 $b=0$

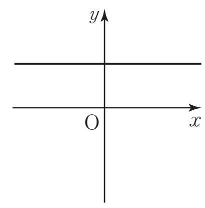
그런데 $bc<0$이므로 $b\neq0$ $\quad\therefore\ a=0$

$ax+by+c=0$에서 $a=0$이므로

$by+c=0$ $\quad\therefore\ y=-\frac{c}{b}$

이때, $bc<0$이므로 $-\frac{c}{b}>0$

따라서 조건을 만족시키는 직선의 개형은 오른쪽 그림과 같다.

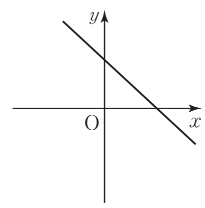


(3) $ax+by+c=0$에서 $b\neq0$이므로 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$

$ab>0$이므로 (기울기)$=-\frac{a}{b}<0$

$\frac{b}{c}<0$이므로 (y절편)$=-\frac{c}{b}>0$

따라서 조건을 만족시키는 직선의 개형은 오른쪽 그림과 같다.

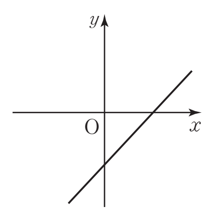


(4) $ax+by+c=0$에서 $b\neq0$이므로 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$

$ab<0$이므로 (기울기)$=-\frac{a}{b}>0$

$\frac{c}{b}>0$이므로 (y절편)$=-\frac{c}{b}<0$

따라서 조건을 만족시키는 직선의 개형은 오른쪽 그림과 같다.



048 답 (1) 2 (2) 0 (3) 4 (4) 2

(1) 두 직선이 평행하려면 기울기가 같아야 하므로

$3=2k-1$ $\quad\therefore\ k=2$

(2) 두 직선이 평행하려면 기울기가 같아야 하므로

$1=k+1$ $\quad\therefore\ k=0$

(3) 두 직선이 평행하려면

$\frac{2}{2k}=\frac{-1}{-4}\neq\frac{-1}{1}$ $\quad\therefore\ k=4$

(4) 두 직선이 평행하려면

$\frac{1}{1}=\frac{-2}{-k}\neq\frac{2}{-1}$ $\quad\therefore\ k=2$

049 답 (1) $y=2x-1$ (2) $y=-3x-5$ (3) $y=\frac{4}{5}x-\frac{13}{5}$ (4) $y=2x-7$

(1) 직선 $y=2x+5$에 평행한 직선의 기울기는 2이므로

구하는 직선의 방정식은 $y-5=2(x-3)$

$\therefore y=2x-1$

(2) 직선 $y=-3x+1$에 평행한 직선의 기울기는 -3이므로

구하는 직선의 방정식은 $y-1=-3\{x-(-2)\}$

$\therefore y=-3x-5$

(3) $4x-5y+10=0$에서 $y=\frac{4}{5}x+2$

이 직선에 평행한 직선의 기울기는 $\frac{4}{5}$이므로

구하는 직선의 방정식은 $y-(-1)=\frac{4}{5}(x-2)$

$\therefore y=\frac{4}{5}x-\frac{13}{5}$

(4) $4x-2y+3=0$에서 $y=2x+\frac{3}{2}$

이 직선에 평행한 직선의 기울기는 2이므로

구하는 직선의 방정식은 $y-(-3)=2(x-2)$

$\therefore y=2x-7$

050 답 (1) $-\frac{1}{2}$ (2) $\frac{2}{5}$ (3) -2 (4) 3

(1) 두 직선이 수직이려면 기울기의 곱이 -1이어야 하므로

$\frac{2}{3}\cdot 3k=-1 \qquad \therefore k=-\frac{1}{2}$

(2) 두 직선이 수직이려면 기울기의 곱이 -1이어야 하므로

$5\cdot(2k-1)=-1 \qquad \therefore k=\frac{2}{5}$

(3) 두 직선이 수직이려면

$2\cdot k+(-1)\cdot(-4)=0 \qquad \therefore k=-2$

(4) 두 직선이 수직이려면

$1\cdot k+(k-4)\cdot 3=0,\ 4k=12$

$\therefore k=3$

051 답 (1) $y=-\frac{1}{3}x+\frac{7}{3}$ (2) $y=-2x-1$ (3) $y=2x+4$

(4) $y=-3x+1$

(1) 직선 $y=3x+1$에 수직인 직선의 기울기는 $-\frac{1}{3}$이므로

구하는 직선의 방정식은 $y-2=-\frac{1}{3}(x-1)$

$\therefore y=-\frac{1}{3}x+\frac{7}{3}$

(2) 직선 $y=\frac{1}{2}x+1$에 수직인 직선의 기울기는 -2이므로

구하는 직선의 방정식은 $y-1=-2(x+1)$

$\therefore y=-2x-1$

(3) $x+2y-5=0$에서 $y=-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$

이 직선에 수직인 직선의 기울기는 2이므로

구하는 직선의 방정식은 $y-4=2(x-0)$

$\therefore y=2x+4$

(4) $x-3y+1=0$에서 $y=\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}$

이 직선에 수직인 직선의 기울기는 -3이므로

구하는 직선의 방정식은 $y-(-2)=-3(x-1)$

$\therefore y=-3x+1$

052 답 (1) ① -3 ② 2 ③ $-\frac{3}{5}$

(2) ① -1 ② 3 ③ 0 또는 -2

(1) ① 두 직선이 평행하려면

$\frac{k}{-2}=\frac{-3}{k+1}\neq\frac{-1}{1}$ … ㉠

$k^2+k-6=0,\ (k+3)(k-2)=0$

$\therefore k=-3$ 또는 $k=2$

㉠에서 $k\neq 2$이므로 $k=-3$

② 두 직선이 일치하려면

$\frac{k}{-2}=\frac{-3}{k+1}=\frac{-1}{1} \qquad \therefore k=2$

③ 두 직선이 수직이려면

$k\cdot(-2)+(-3)\cdot(k+1)=0,\ -5k-3=0$

$\therefore k=-\frac{3}{5}$

(2) ① 두 직선이 평행하려면

$\frac{1}{k}=\frac{k}{2k+3}\neq\frac{-1}{-3}$ … ㉠

$k^2-2k-3=0,\ (k+1)(k-3)=0$

$\therefore k=-1$ 또는 $k=3$

㉠에서 $k\neq 3$이므로 $k=-1$

② 두 직선이 일치하려면

$\frac{1}{k}=\frac{k}{2k+3}=\frac{-1}{-3} \qquad \therefore k=3$

③ 두 직선이 수직이려면

$1\cdot k+k\cdot(2k+3)=0,\ 2k^2+4k=0,\ 2k(k+2)=0$

$\therefore k=0$ 또는 $k=-2$

053 답 (1) $y=x-3$ (2) $y=x-1$ (3) $y=-\frac{1}{2}x+2$

(1) 선분 AB의 중점의 좌표는 $\left(\frac{-1+5}{2},\ \frac{2+(-4)}{2}\right)$,

즉 $(2,\ -1)$

직선 AB의 기울기는 $\frac{-4-2}{5-(-1)}=-1$

따라서 선분 AB의 수직이등분선은 점 $(2,\ -1)$을 지나고

기울기가 1인 직선이므로 방정식은 $y-(-1)=x-2$

YBM(해)-03단원(064~092)-ok.indd 74 2017-09-18 오후 7:50:43

$\therefore y=x-3$

(2) 선분 AB의 중점의 좌표는 $\left(\frac{1+4}{2}, \frac{3+0}{2}\right)$, 즉 $\left(\frac{5}{2}, \frac{3}{2}\right)$

직선 AB의 기울기는 $\frac{0-3}{4-1}=-1$

따라서 선분 AB의 수직이등분선은 점 $\left(\frac{5}{2}, \frac{3}{2}\right)$을 지나고

기울기가 1인 직선이므로 방정식은 $y-\frac{3}{2}=x-\frac{5}{2}$

$\therefore y=x-1$

(3) 선분 AB의 중점의 좌표는 $\left(\frac{3+5}{2}, \frac{-2+2}{2}\right)$, 즉 $(4, 0)$

직선 AB의 기울기는 $\frac{2-(-2)}{5-3}=2$

따라서 선분 AB의 수직이등분선은 점 $(4, 0)$을 지나고

기울기가 $-\frac{1}{2}$인 직선이므로 방정식은 $y-0=-\frac{1}{2}(x-4)$

$\therefore y=-\frac{1}{2}x+2$

054 답 (1) $(2, -4)$ (2) $(3, 6)$ (3) $(-4, -3)$

(1) 주어진 식을 k에 대하여 정리하면

$(2x+y)+k(x+y+2)=0$

이 식이 k의 값에 관계없이 항상 성립하려면

$2x+y=0$, $x+y+2=0$

두 식을 연립하여 풀면 $x=2$, $y=-4$

따라서 구하는 점의 좌표는 $(2, -4)$이다.

(2) 주어진 식을 k에 대하여 정리하면

$(-x+y-3)+k(x-3)=0$

이 식이 k의 값에 관계없이 항상 성립하려면

$x-3=0$, $-x+y-3=0$

$\therefore x=3$, $y=6$

따라서 구하는 점의 좌표는 $(3, 6)$이다.

(3) 주어진 식을 k에 대하여 정리하면

$(2x-y+5)+k(x-3y-5)=0$

이 식이 k의 값에 관계없이 항상 성립하려면

$2x-y+5=0$, $x-3y-5=0$

두 식을 연립하여 풀면 $x=-4$, $y=-3$

따라서 구하는 점의 좌표는 $(-4, -3)$이다.

055 답 (1) $x-y+1=0$ (2) $x-2y+3=0$ (3) $4x-7y-5=0$

(1) 두 직선의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$(2x+y-4)+k(x-2y+3)=0$ (단, k는 실수)

이 직선이 점 $(2, 3)$을 지나므로

$2\cdot2+3-4+k(2-2\cdot3+3)=0 \qquad \therefore k=3$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$(2x+y-4)+3\cdot(x-2y+3)=0 \qquad \therefore x-y+1=0$

(2) 두 직선의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$(x+3y-2)+k(2x-y+3)=0$ (단, k는 실수)

이 직선이 점 $(1, 2)$를 지나므로

$1+3\cdot2-2+k(2\cdot1-2+3)=0 \qquad \therefore k=-\frac{5}{3}$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$(x+3y-2)+\left(-\frac{5}{3}\right)\cdot(2x-y+3)=0$

$\therefore x-2y+3=0$

(3) 두 직선의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$(2x+y-3)+k(x-4y-1)=0$ (단, k는 실수)

이 직선이 점 $(3, 1)$을 지나므로

$2\cdot3+1-3+k(3-4\cdot1-1)=0 \qquad \therefore k=2$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$(2x+y-3)+2\cdot(x-4y-1)=0$

$\therefore 4x-7y-5=0$

056 답 (1) $\sqrt{2}$ (2) $\sqrt{13}$ (3) 3 (4) $\frac{9\sqrt{5}}{5}$ (5) $\sqrt{10}$

(1) $\frac{|2|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$

(2) $\frac{|2\cdot1+3\cdot3+2|}{\sqrt{2^2+3^2}}=\frac{13}{\sqrt{13}}=\sqrt{13}$

(3) $\frac{|4\cdot3-3\cdot(-5)-12|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}}=\frac{15}{5}=3$

(4) $y=-2x-4$에서 $2x+y+4=0$이므로

$\frac{|2\cdot3+(-1)+4|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\frac{9}{\sqrt{5}}=\frac{9\sqrt{5}}{5}$

(5) $y=-\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}$에서 $x+3y-2=0$이므로

$\frac{|1\cdot1+3\cdot(-3)-2|}{\sqrt{1^2+3^2}}=\frac{10}{\sqrt{10}}=\sqrt{10}$

057 답 (1) $3x+4y+4=0$ 또는 $3x+4y-16=0$
(2) $2x-y+5=0$ 또는 $2x-y-5=0$
(3) $3x-4y+20=0$ 또는 $3x-4y-20=0$

(1) 직선 $3x+4y+2=0$, 즉 $y=-\frac{3}{4}x-\frac{1}{2}$에 평행한 직선의

방정식을 $y=-\frac{3}{4}x+a$로 놓으면

점 P$(-2, 3)$과 직선 $3x+4y-4a=0$ 사이의 거리가 2이므로

$\frac{|3\cdot(-2)+4\cdot3-4a|}{\sqrt{3^2+4^2}}=2$, $|6-4a|=10$, $6-4a=\pm10$

$\therefore a=-1$ 또는 $a=4$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$3x+4y+4=0$ 또는 $3x+4y-16=0$

(2) 직선 $x+2y+5=0$, 즉 $y=-\frac{1}{2}x-\frac{5}{2}$에 수직인 직선의 방정식을 $y=2x+a$로 놓으면
원점과 직선 $2x-y+a=0$ 사이의 거리가 $\sqrt{5}$이므로
$\frac{|a|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\sqrt{5}$ $\therefore a=\pm5$
따라서 구하는 직선의 방정식은
$2x-y+5=0$ 또는 $2x-y-5=0$

(3) 직선 $4x+3y-2=0$, 즉 $y=-\frac{4}{3}x+\frac{2}{3}$에 수직인 직선의 방정식을 $y=\frac{3}{4}x+a$로 놓으면
원점과 직선 $3x-4y+4a=0$ 사이의 거리가 4이므로
$\frac{|4a|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=4$ $\therefore a=\pm5$
따라서 구하는 직선의 방정식은
$3x-4y+20=0$ 또는 $3x-4y-20=0$

058 답 (1) $2\sqrt{5}$ (2) $\sqrt{13}$ (3) 1

(1) 두 직선이 평행하므로 두 직선 사이의 거리는
직선 $x-2y+4=0$ 위의 한 점 $(0, 2)$와
직선 $x-2y-6=0$ 사이의 거리와 같다.
따라서 구하는 두 직선 사이의 거리는
$\frac{|0-2\cdot2-6|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}}=\frac{10}{\sqrt{5}}=2\sqrt{5}$

(2) 두 직선이 평행하므로 두 직선 사이의 거리는
직선 $3x+2y-6=0$ 위의 한 점 $(2, 0)$과
직선 $3x+2y+7=0$ 사이의 거리와 같다.
따라서 구하는 두 직선 사이의 거리는
$\frac{|3\cdot2+2\cdot0+7|}{\sqrt{3^2+2^2}}=\frac{13}{\sqrt{13}}=\sqrt{13}$

(3) 두 직선이 평행하므로 두 직선 사이의 거리는
직선 $5x+12y-17=0$ 위의 한 점 $(1, 1)$과
직선 $5x+12y-4=0$ 사이의 거리와 같다.
따라서 구하는 두 직선 사이의 거리는
$\frac{|5\cdot1+12\cdot1-4|}{\sqrt{5^2+12^2}}=\frac{13}{13}=1$

059 답 (1) $k=8$, $d=2$ (2) $k=-2$, $d=\sqrt{5}$ (3) $k=4$, $d=\sqrt{5}$ (4) $k=6$, $d=2$

(1) 두 직선이 평행하므로
$\frac{3}{6}=\frac{4}{k}\neq\frac{-4}{12}$ $\therefore k=8$
$k=8$을 $6x+ky+12=0$에 대입하여 정리하면
$3x+4y+6=0$
따라서 평행한 두 직선 사이의 거리는
직선 $3x+4y-4=0$ 위의 한 점 $(0, 1)$과
직선 $3x+4y+6=0$ 사이의 거리와 같으므로
$d=\frac{|3\cdot0+4\cdot1+6|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{10}{5}=2$

(2) 두 직선이 평행하므로
$\frac{2}{4}=\frac{-1}{k}\neq\frac{1}{-8}$ $\therefore k=-2$
$k=-2$를 $4x+ky-8=0$에 대입하여 정리하면
$2x-y-4=0$
따라서 평행한 두 직선 사이의 거리는
직선 $2x-y+1=0$ 위의 한 점 $(0, 1)$과
직선 $2x-y-4=0$ 사이의 거리와 같으므로
$d=\frac{|2\cdot0-1-4|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\frac{5}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$

(3) 두 직선이 평행하므로
$\frac{1}{2}=\frac{2}{k}\neq\frac{-3}{4}$ $\therefore k=4$
$k=4$를 $2x+ky+4=0$에 대입하여 정리하면
$x+2y+2=0$
따라서 평행한 두 직선 사이의 거리는
직선 $x+2y-3=0$ 위의 한 점 $(1, 1)$과
직선 $x+2y+2=0$ 사이의 거리와 같으므로
$d=\frac{|1+2\cdot1+2|}{\sqrt{1^2+2^2}}=\frac{5}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$

(4) 두 직선이 평행하므로
$\frac{3}{k}=\frac{4}{k+2}\neq\frac{1}{-18}$ $\therefore k=6$
$k=6$을 $kx+(k+2)y-18=0$에 대입하여 정리하면
$3x+4y-9=0$
따라서 평행한 두 직선 사이의 거리는
직선 $3x+4y+1=0$ 위의 한 점 $(1, -1)$과
직선 $3x+4y-9=0$ 사이의 거리와 같으므로
$d=\frac{|3\cdot1+4\cdot(-1)-9|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{10}{5}=2$

060 답 (1) $3x-y+2=0$ (2) $x+y-5=0$

(1) 점 $P(x, y)$로 놓으면 $\overline{AP}=\overline{BP}$이므로 $\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$에서
$(x-2)^2+(y-3)^2=(x+1)^2+(y-4)^2$
$x^2-4x+4+y^2-6y+9=x^2+2x+1+y^2-8y+16$
$6x-2y+4=0$ $\therefore 3x-y+2=0$

(2) 점 $P(x, y)$로 놓으면 $\overline{AP}=\overline{BP}$이므로 $\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$에서
$(x-1)^2+(y-2)^2=(x-3)^2+(y-4)^2$
$x^2-2x+1+y^2-4y+4=x^2-6x+9+y^2-8y+16$
$4x+4y-20=0$ $\therefore x+y-5=0$

061 답 (1) $x-y+2=0$ 또는 $x+y=0$

(2) $2x+2y+1=0$ 또는 $6x-6y-5=0$

(1) 점 $\mathrm{P}(x, y)$로 놓으면

점 P에서 두 직선 $x+2y-1=0$, $2x+y+1=0$에 이르는 거리가 같으므로

$$\frac{|x+2y-1|}{\sqrt{1^2+2^2}}=\frac{|2x+y+1|}{\sqrt{2^2+1^2}}$$

$|x+2y-1|=|2x+y+1|$, $x+2y-1=\pm(2x+y+1)$

$\therefore x-y+2=0$ 또는 $x+y=0$

(2) 점 $\mathrm{P}(x, y)$로 놓으면

점 P에서 두 직선 $2x-y-1=0$, $2x-4y-3=0$에 이르는 거리가 같으므로

$$\frac{|2x-y-1|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\frac{|2x-4y-3|}{\sqrt{2^2+(-4)^2}}$$

$2|2x-y-1|=|2x-4y-3|$

$2(2x-y-1)=\pm(2x-4y-3)$

$\therefore 2x+2y+1=0$ 또는 $6x-6y-5=0$

062 답 (1) $x-3y+4=0$ 또는 $3x+y=0$

(2) $x-5y+5=0$ 또는 $5x+y+3=0$

(3) $x-3y+3=0$ 또는 $3x+y-7=0$

(1) 두 직선 $2x-y+2=0$, $x+2y-2=0$이 이루는 각을 이등분하는 직선 위의 한 점을 $\mathrm{P}(x, y)$라 하면

점 P에서 두 직선에 이르는 거리가 같으므로

$$\frac{|2x-y+2|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\frac{|x+2y-2|}{\sqrt{1^2+2^2}}$$

$|2x-y+2|=|x+2y-2|$, $2x-y+2=\pm(x+2y-2)$

$\therefore x-3y+4=0$ 또는 $3x+y=0$

(2) 두 직선 $2x+3y-1=0$, $3x-2y+4=0$이 이루는 각을 이등분하는 직선 위의 한 점을 $\mathrm{P}(x, y)$라 하면

점 P에서 두 직선에 이르는 거리가 같으므로

$$\frac{|2x+3y-1|}{\sqrt{2^2+3^2}}=\frac{|3x-2y+4|}{\sqrt{3^2+(-2)^2}}$$

$|2x+3y-1|=|3x-2y+4|$, $2x+3y-1=\pm(3x-2y+4)$

$\therefore x-5y+5=0$ 또는 $5x+y+3=0$

(3) 두 직선 $x+2y-5=0$, $2x-y-2=0$이 이루는 각을 이등분하는 직선 위의 한 점을 $\mathrm{P}(x, y)$라 하면

점 P에서 두 직선에 이르는 거리가 같으므로

$$\frac{|x+2y-5|}{\sqrt{1^2+2^2}}=\frac{|2x-y-2|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}$$

$|x+2y-5|=|2x-y-2|$, $x+2y-5=\pm(2x-y-2)$

$\therefore x-3y+3=0$ 또는 $3x+y-7=0$

063 답 ④

점 $(2, -4)$를 지나고 기울기가 -5인 직선의 방정식은

$y-(-4)=-5(x-2)$ $\quad\therefore y=-5x+6$

따라서 $a=-5$, $b=6$이므로 $a+b=1$

064 답 -1

두 점 $\mathrm{A}(-4, 1)$, $\mathrm{B}(2, -2)$에 대하여

선분 AB를 $1:2$로 내분하는 점의 좌표는

$\left(\frac{1\cdot2+2\cdot(-4)}{1+2}, \frac{1\cdot(-2)+2\cdot1}{1+2}\right)$, 즉 $(-2, 0)$

두 점 $(-2, 0)$, $(1, 3)$을 지나는 직선의 방정식은

$y-0=\frac{3-0}{1-(-2)}(x+2)$ $\quad\therefore y=x+2$

따라서 $a=1$, $b=2$이므로 $a-b=-1$

065 답 제1, 2, 3사분면

주어진 그림에서 $b\neq0$이므로 $ax+by+c=0$에서 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$

이때, (기울기)<0이므로 $-\frac{a}{b}<0$ $\cdots$ ㉠

(y절편)>0이므로 $-\frac{c}{b}>0$ $\cdots$ ㉡

$c\neq0$이므로 $bx+cy+a=0$에서 $y=-\frac{b}{c}x-\frac{a}{c}$

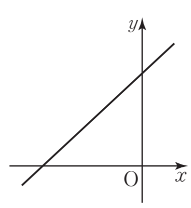
㉠, ㉡에서 a, b는 같은 부호이고 c는 다른 부호이므로

(기울기)$=-\frac{b}{c}>0$, (y절편)$=-\frac{a}{c}>0$

따라서 직선 $bx+cy+a=0$의 개형은

오른쪽 그림과 같으므로

제1, 2, 3사분면을 지난다.



066 답 ②

두 직선 $x+ay+2=0$, $3x-by+5=0$이 서로 수직이므로

$1\cdot3+a\cdot(-b)=0$ $\quad\therefore ab=3$ $\cdots$ ㉠

두 직선 $x+ay+2=0$, $x-(b-4)y=0$이 평행하므로

$\frac{1}{1}=\frac{-b+4}{a}\neq\frac{0}{2}$, $a=-b+4$ $\quad\therefore a+b=4$ $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=4^2-2\cdot3=10$

067 답 ④

선분 AB의 중점의 좌표는 $\left(\frac{2+4}{2}, \frac{3+5}{2}\right)$, 즉 $(3, 4)$

직선 AB의 기울기는 $\frac{5-3}{4-2}=1$

즉, 선분 AB의 수직이등분선은 점 $(3, 4)$를 지나고

기울기가 -1인 직선이므로 방정식은

$y-4=-(x-3)$ $\quad\therefore y=-x+7$

$\therefore a-b=-1-7=-8$

068 답 ④

점 $(2,\ 3)$과 직선 $mx-y+2=0$ 사이의 거리가 2이므로

$\dfrac{|2m-3+2|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=2,\ 2\sqrt{m^2+1}=|2m-1|$

양변을 제곱하면 $4m^2+4=4m^2-4m+1,\ 4m=-3$

$\therefore m=-\dfrac{3}{4}$

069 답 -2

두 직선 $2x-3y+1=0,\ 2x-3y-a=0$이 평행하므로 두 직선 사이의 거리는 직선 $2x-3y+1=0$ 위의 한 점 $(1,\ 1)$과 직선 $2x-3y-a=0$ 사이의 거리와 같다.

두 직선 사이의 거리가 $\sqrt{13}$이므로

$\dfrac{|2-3-a|}{\sqrt{2^2+(-3)^2}}=\sqrt{13},\ |a+1|=13,\ a+1=\pm13$

$\therefore a=12$ 또는 $a=-14$

따라서 모든 실수 a의 값의 합은 $12+(-14)=-2$

3 원의 방정식

167쪽~180쪽

070 답 (1) $C(0,\ 0),\ r=3$ (2) $C(1,\ 0),\ r=1$
(3) $C(0,\ 1),\ r=\sqrt{3}$ (4) $C(2,\ -1),\ r=\sqrt{2}$
(5) $C(-3,\ -2),\ r=4$ (6) $C(-4,\ 1),\ r=2\sqrt{3}$

(1) $x^2+y^2=3^2$에서 $C(0,\ 0),\ r=3$

(2) $(x-1)^2+y^2=1^2$에서 $C(1,\ 0),\ r=1$

(3) $x^2+(y-1)^2=(\sqrt{3})^2$에서 $C(0,\ 1),\ r=\sqrt{3}$

(4) $(x-2)^2+(y+1)^2=(\sqrt{2})^2$에서 $C(2,\ -1),\ r=\sqrt{2}$

(5) $(x+3)^2+(y+2)^2=4^2$에서 $C(-3,\ -2),\ r=4$

(6) $(x+4)^2+(y-1)^2=(2\sqrt{3})^2$에서 $C(-4,\ 1),\ r=2\sqrt{3}$

071 답 (1) $x^2+y^2=4$ (2) $(x-1)^2+(y-1)^2=4$
(3) $(x-3)^2+(y+2)^2=25$ (4) $(x-2)^2+(y-3)^2=2$
(5) $(x-2)^2+(y+1)^2=9$ (6) $(x+1)^2+(y+5)^2=1$

072 답 (1) $(x+2)^2+(y-3)^2=13$ (2) $(x-1)^2+(y-3)^2=5$
(3) $(x-2)^2+(y-5)^2=25$ (4) $(x+1)^2+(y+2)^2=18$

(1) 반지름의 길이를 r라 하면 원의 방정식은

$(x+2)^2+(y-3)^2=r^2$

원이 점 $A(0,\ 0)$을 지나므로

$(0+2)^2+(0-3)^2=r^2$ $\quad\therefore r^2=13$

$\therefore (x+2)^2+(y-3)^2=13$

(2) 반지름의 길이를 r라 하면 원의 방정식은

$(x-1)^2+(y-3)^2=r^2$

원이 점 $A(3,\ 2)$를 지나므로

$(3-1)^2+(2-3)^2=r^2$ $\quad\therefore r^2=5$

$\therefore (x-1)^2+(y-3)^2=5$

(3) 반지름의 길이를 r라 하면 원의 방정식은

$(x-2)^2+(y-5)^2=r^2$

원이 점 $A(6,\ 8)$을 지나므로

$(6-2)^2+(8-5)^2=r^2$ $\quad\therefore r^2=25$

$\therefore (x-2)^2+(y-5)^2=25$

(4) 반지름의 길이를 r라 하면 원의 방정식은

$(x+1)^2+(y+2)^2=r^2$

원이 점 $A(2,\ 1)$을 지나므로

$(2+1)^2+(1+2)^2=r^2$ $\quad\therefore r^2=18$

$\therefore (x+1)^2+(y+2)^2=18$

073 답 (1) $(x-2)^2+(y+1)^2=10$ (2) $(x-3)^2+(y-5)^2=8$
(3) $(x-1)^2+y^2=5$ (4) $(x+1)^2+(y+2)^2=25$

(1) 원의 중심의 좌표는 $\left(\dfrac{1+3}{2},\ \dfrac{2+(-4)}{2}\right)$, 즉 $(2,\ -1)$

반지름의 길이는 $\dfrac{1}{2}\overline{AB}=\dfrac{1}{2}\sqrt{(3-1)^2+(-4-2)^2}=\sqrt{10}$

따라서 구하는 원의 방정식은 $(x-2)^2+(y+1)^2=10$

(2) 원의 중심의 좌표는 $\left(\dfrac{1+5}{2},\ \dfrac{3+7}{2}\right)$, 즉 $(3,\ 5)$

반지름의 길이는 $\dfrac{1}{2}\overline{AB}=\dfrac{1}{2}\sqrt{(5-1)^2+(7-3)^2}=2\sqrt{2}$

따라서 구하는 원의 방정식은 $(x-3)^2+(y-5)^2=8$

(3) 원의 중심의 좌표는 $\left(\dfrac{-1+3}{2},\ \dfrac{1+(-1)}{2}\right)$, 즉 $(1,\ 0)$

반지름의 길이는 $\dfrac{1}{2}\overline{AB}=\dfrac{1}{2}\sqrt{(3+1)^2+(-1-1)^2}=\sqrt{5}$

따라서 구하는 원의 방정식은 $(x-1)^2+y^2=5$

(4) 원의 중심의 좌표는 $\left(\dfrac{-4+2}{2},\ \dfrac{2+(-6)}{2}\right)$, 즉 $(-1,\ -2)$

반지름의 길이는 $\dfrac{1}{2}\overline{AB}=\dfrac{1}{2}\sqrt{(2+4)^2+(-6-2)^2}=5$

따라서 구하는 원의 방정식은 $(x+1)^2+(y+2)^2=25$

074 답 (1) $C(1,\ -3),\ r=2$ (2) $C(1,\ -4),\ r=4$
(3) $C(2,\ -1),\ r=3$ (4) $C\left(-\dfrac{1}{2},\ \dfrac{3}{2}\right),\ r=2$

(1) $x^2+y^2-2x+6y+6=0$에서

$(x^2-2x+1)+(y^2+6y+9)=4$, $(x-1)^2+(y+3)^2=2^2$

$\therefore$ C$(1, -3)$, $r=2$

(2) $x^2+y^2-2x+8y+1=0$에서

$(x^2-2x+1)+(y^2+8y+16)=16$, $(x-1)^2+(y+4)^2=4^2$

$\therefore$ C$(1, -4)$, $r=4$

(3) $x^2+y^2-4x+2y-4=0$에서

$(x^2-4x+4)+(y^2+2y+1)=9$, $(x-2)^2+(y+1)^2=3^2$

$\therefore$ C$(2, -1)$, $r=3$

(4) $2x^2+2y^2+2x-6y-3=0$에서 $x^2+y^2+x-3y-\frac{3}{2}=0$

$\left(x^2+x+\frac{1}{4}\right)+\left(y^2-3y+\frac{9}{4}\right)=4$, $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2=2^2$

$\therefore$ C$\left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$, $r=2$

075 답 (1) $k<3$ (2) $k<4$ (3) $k>-10$
(4) $k<-2\sqrt{3}$ 또는 $k>2\sqrt{3}$

(1) $x^2+y^2-2y+k-2=0$에서 $x^2+(y^2-2y+1)-1+k-2=0$

$\therefore x^2+(y-1)^2=3-k$

이 방정식이 원을 나타내려면 $3-k>0$

$\therefore k<3$

(2) $x^2+y^2-2x+4y+k+1=0$에서

$(x^2-2x+1)-1+(y^2+4y+4)-4+k+1=0$

$\therefore (x-1)^2+(y+2)^2=4-k$

이 방정식이 원을 나타내려면 $4-k>0$

$\therefore k<4$

(3) $x^2+y^2-2x+6y-k=0$에서

$(x^2-2x+1)-1+(y^2+6y+9)-9-k=0$

$\therefore (x-1)^2+(y+3)^2=k+10$

이 방정식이 원을 나타내려면 $k+10>0$

$\therefore k>-10$

(4) $x^2+y^2+2x-ky+4=0$에서

$(x^2+2x+1)-1+\left(y^2-ky+\frac{k^2}{4}\right)-\frac{k^2}{4}+4=0$

$\therefore (x+1)^2+\left(y-\frac{k}{2}\right)^2=\frac{k^2}{4}-3$

이 방정식이 원을 나타내려면 $\frac{k^2}{4}-3>0$

$k^2-12>0$, $(k+2\sqrt{3})(k-2\sqrt{3})>0$

$\therefore k<-2\sqrt{3}$ 또는 $k>2\sqrt{3}$

076 답 (1) $x^2+y^2-4x-2y=0$ (2) $x^2+y^2-4x-6y=0$
(3) $x^2+y^2-x-3y=0$

(1) 원의 방정식을 $x^2+y^2+Ax+By+C=0$으로 놓고

주어진 세 점의 좌표를 각각 대입하여 정리하면

$(0, 0) \Rightarrow C=0$ ⋯ ㉠

$(1, 3) \Rightarrow 10+A+3B+C=0$ ⋯ ㉡

$(4, 2) \Rightarrow 20+4A+2B+C=0$ ⋯ ㉢

㉠을 ㉡과 ㉢에 대입하여 정리하면 $A=-4$, $B=-2$

따라서 구하는 원의 방정식은 $x^2+y^2-4x-2y=0$

(2) 원의 방정식을 $x^2+y^2+Ax+By+C=0$으로 놓고

주어진 세 점의 좌표를 각각 대입하여 정리하면

$(0, 0) \Rightarrow C=0$ ⋯ ㉠

$(-1, 1) \Rightarrow 2-A+B+C=0$ ⋯ ㉡

$(5, 1) \Rightarrow 26+5A+B+C=0$ ⋯ ㉢

㉠을 ㉡과 ㉢에 대입하여 정리하면 $A=-4$, $B=-6$

따라서 구하는 원의 방정식은 $x^2+y^2-4x-6y=0$

(3) 원의 방정식을 $x^2+y^2+Ax+By+C=0$으로 놓고

주어진 세 점의 좌표를 각각 대입하여 정리하면

$(0, 0) \Rightarrow C=0$ ⋯ ㉠

$(1, 0) \Rightarrow 1+A+C=0$ ⋯ ㉡

$(2, 1) \Rightarrow 5+2A+B+C=0$ ⋯ ㉢

㉠을 ㉡과 ㉢에 대입하여 정리하면 $A=-1$, $B=-3$

따라서 구하는 원의 방정식은 $x^2+y^2-x-3y=0$

077 답 (1) $(x-1)^2+(y+3)^2=9$ (2) $(x-3)^2+(y-4)^2=16$
(3) $(x+5)^2+(y-1)^2=1$

(1) 중심이 점 $(1, -3)$인 원이 x축에 접하므로

반지름의 길이는 3이다.

$\therefore (x-1)^2+(y+3)^2=9$

(2) 중심이 점 $(3, 4)$인 원이 x축에 접하므로

반지름의 길이는 4이다.

$\therefore (x-3)^2+(y-4)^2=16$

(3) 중심이 점 $(-5, 1)$인 원이 x축에 접하므로

반지름의 길이는 1이다.

$\therefore (x+5)^2+(y-1)^2=1$

078 답 (1) $(x+1)^2+(y-2)^2=4$ (2) $(x-2)^2+(y+1)^2=1$

(1) $x^2+y^2+2x-4y+4=0$에서 $(x+1)^2+(y-2)^2=1$

즉, 구하는 원은 중심이 $(-1, 2)$이고 x축에 접하므로

반지름의 길이가 2이다.

$\therefore (x+1)^2+(y-2)^2=4$

(2) $x^2+y^2-4x+2y-11=0$에서 $(x-2)^2+(y+1)^2=16$

즉, 구하는 원은 중심이 $(2, -1)$이고 x축에 접하므로

반지름의 길이가 1이다.

$\therefore (x-2)^2+(y+1)^2=1$

079 답 (1) $(x-2)^2+y^2=4$ (2) $(x+4)^2+(y+2)^2=16$
(3) $(x+3)^2+(y-4)^2=9$

(1) 중심이 점 $(2,\ 0)$인 원이 y축에 접하므로
반지름의 길이는 2이다.
$\therefore (x-2)^2+y^2=4$

(2) 중심이 점 $(-4,\ -2)$인 원이 y축에 접하므로
반지름의 길이는 4이다.
$\therefore (x+4)^2+(y+2)^2=16$

(3) 중심이 점 $(-3,\ 4)$인 원이 y축에 접하므로
반지름의 길이는 3이다.
$\therefore (x+3)^2+(y-4)^2=9$

080 답 (1) $(x+3)^2+(y-1)^2=9$ (2) $(x-1)^2+(y+4)^2=1$

(1) $x^2+y^2+6x-2y+6=0$에서 $(x+3)^2+(y-1)^2=4$
즉, 구하는 원은 중심이 $(-3,\ 1)$이고 y축에 접하므로
반지름의 길이가 3이다.
$\therefore (x+3)^2+(y-1)^2=9$

(2) $x^2+y^2-2x+8y+1=0$에서 $(x-1)^2+(y+4)^2=16$
즉, 구하는 원은 중심이 $(1,\ -4)$이고 y축에 접하므로
반지름의 길이가 1이다.
$\therefore (x-1)^2+(y+4)^2=1$

081 답 (1) $(x-2)^2+(y-2)^2=4$ (2) $(x+3)^2+(y-3)^2=9$
(3) $(x+4)^2+(y+4)^2=16$ (4) $(x-1)^2+(y+1)^2=1$

(1) 원의 중심이 제1사분면 위에 있고 반지름의 길이가 2이므로
중심의 좌표는 $(2,\ 2)$이다.
$\therefore (x-2)^2+(y-2)^2=4$

(2) 원의 중심이 제2사분면 위에 있고 반지름의 길이가 3이므로
중심의 좌표는 $(-3,\ 3)$이다.
$\therefore (x+3)^2+(y-3)^2=9$

(3) 원의 중심이 제3사분면 위에 있고 반지름의 길이가 4이므로
중심의 좌표는 $(-4,\ -4)$이다.
$\therefore (x+4)^2+(y+4)^2=16$

(4) 원의 중심이 제4사분면 위에 있고 반지름의 길이가 1이므로
중심의 좌표는 $(1,\ -1)$이다.
$\therefore (x-1)^2+(y+1)^2=1$

082 답 (1) $a=3,\ b=11$ (2) $a=2,\ b=8$ (3) $a=1,\ b=8$

(1) $x^2+y^2+6x-2ay+20-b=0$에서
$(x+3)^2+(y-a)^2=a^2+b-11$
이 원이 x축과 y축에 동시에 접하므로
$a^2+b-11=|-3|^2=|a|^2$
$\therefore a=3,\ b=11\ (\because a>0)$

(2) $x^2+y^2+8x+4ay+24-b=0$에서
$(x+4)^2+(y+2a)^2=4a^2+b-8$
이 원이 x축과 y축에 동시에 접하므로
$4a^2+b-8=|-4|^2=|-2a|^2$
$\therefore a=2,\ b=8\ (\because a>0)$

(3) $x^2+y^2-4x+4ay+12-b=0$에서
$(x-2)^2+(y+2a)^2=4a^2+b-8$
이 원이 x축과 y축에 동시에 접하므로
$4a^2+b-8=|2|^2=|-2a|^2$
$\therefore a=1,\ b=8\ (\because a>0)$

083 답 (1) $4\sqrt{2}$ (2) $8\sqrt{2}$

(1) 원의 중심이 제4사분면 위에 있어야 하므로
원의 반지름의 길이를 r라 하면 원의 방정식은
$(x-r)^2+(y+r)^2=r^2$
이 원이 점 $(1,\ -2)$를 지나므로
$(1-r)^2+(-2+r)^2=r^2,\ r^2-6r+5=0$
$(r-1)(r-5)=0$
$\therefore r=1$ 또는 $r=5$
따라서 두 원의 중심의 좌표는 각각 $(1,\ -1),\ (5,\ -5)$
이므로 두 원의 중심 사이의 거리는
$\sqrt{(5-1)^2+(-5+1)^2}=4\sqrt{2}$

(2) 원의 중심이 제2사분면 위에 있어야 하므로
원의 반지름의 길이를 r라 하면 원의 방정식은
$(x+r)^2+(y-r)^2=r^2$
이 원이 점 $(-4,\ 2)$를 지나므로
$(-4+r)^2+(2-r)^2=r^2,\ r^2-12r+20=0$
$(r-2)(r-10)=0$
$\therefore r=2$ 또는 $r=10$
따라서 두 원의 중심의 좌표는 각각 $(-2,\ 2),\ (-10,\ 10)$
이므로 두 원의 중심 사이의 거리는
$\sqrt{(-10+2)^2+(10-2)^2}=8\sqrt{2}$

084 답 (1) $x-y=0$ (2) $2x-y+4=0$ (3) $4x+y+1=0$

(1) $(x^2+y^2-2x)-(x^2+y^2-2y)=0$

$\therefore x-y=0$

(2) $(x^2+y^2-4)-(x^2+y^2+4x-2y+4)=0$

$4x-2y+8=0 \qquad \therefore 2x-y+4=0$

(3) $(x^2+y^2-4x-6)-(x^2+y^2+y-5)=0$

$\therefore 4x+y+1=0$

085 답 (1) -1 (2) $-\frac{2}{5}$

(1) 두 원의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$(x^2+y^2-x)-(x^2+y^2+2x-y-1)=0$

$\therefore 3x-y-1=0$

이 직선이 점 $(0, k)$를 지나므로 $3\cdot0-k-1=0$

$\therefore k=-1$

(2) 두 원의 교점을 지나는 직선의 방정식은

$(x^2+y^2-16x)-(x^2+y^2-6x-4y+3)=0$

$-10x+4y-3=0 \qquad \therefore y=\frac{5}{2}x+\frac{3}{4}$

이 직선이 직선 $y=kx+6$과 수직이므로

$\frac{5}{2}\cdot k=-1 \qquad \therefore k=-\frac{2}{5}$

086 답 (1) $x^2+y^2+4x-8y+4=0$ (2) $x^2+y^2-x+3y-4=0$ (3) $x^2+y^2-x-y=0$

(1) 두 원의 교점을 지나는 원의 방정식은

$(x^2+y^2-2)+k(x^2+y^2+2x-4y+1)=0$ (단, $k\neq-1$) ⋯ ㉠

이 원이 점 $A(-2, 0)$을 지나므로

$(4-2)+k(4-4+1)=0 \qquad \therefore k=-2$

$k=-2$를 ㉠에 대입하여 정리하면 구하는 원의 방정식은

$-x^2-y^2-4x+8y-4=0$

$\therefore x^2+y^2+4x-8y+4=0$

(2) 두 원의 교점을 지나는 원의 방정식은

$(x^2+y^2-2x)+k(x^2+y^2-4x-6y+8)=0$ (단, $k\neq-1$) ⋯ ㉠

이 원이 점 $A(0, 1)$을 지나므로

$1+k(1-6+8)=0,\ 3k+1=0 \qquad \therefore k=-\frac{1}{3}$

$k=-\frac{1}{3}$을 ㉠에 대입하여 정리하면 구하는 원의 방정식은

$2x^2+2y^2-2x+6y-8=0$

$\therefore x^2+y^2-x+3y-4=0$

(3) 두 원의 교점을 지나는 원의 방정식은

$(x^2+y^2-1)+k\{(x-1)^2+(y-1)^2-1\}=0$ (단, $k\neq-1$) ⋯ ㉠

이 원이 점 $A(1, 1)$을 지나므로

$1+1-1+k\cdot(-1)=0,\ 1-k=0 \qquad \therefore k=1$

$k=1$을 ㉠에 대입하여 정리하면 구하는 원의 방정식은

$2x^2+2y^2-2x-2y=0$

$\therefore x^2+y^2-x-y=0$

087 답 (1) 만나지 않는다. (2) 서로 다른 두 점에서 만난다. (3) 한 점에서 만난다.

(1) $y=-x+4$를 $x^2+y^2=4$에 대입하면

$x^2+(-x+4)^2=4,\ 2x^2-8x+12=0 \qquad \therefore x^2-4x+6=0$

이 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(-2)^2-1\cdot6=-2<0$

따라서 원과 직선은 만나지 않는다.

(2) $y=x-1$을 $x^2+y^2=10$에 대입하면

$x^2+(x-1)^2=10 \qquad \therefore 2x^2-2x-9=0$

이 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(-1)^2-2\cdot(-9)=19>0$

따라서 원과 직선은 서로 다른 두 점에서 만난다.

(3) $y=x-4$를 $x^2+y^2=8$에 대입하면

$x^2+(x-4)^2=8 \qquad \therefore x^2-4x+4=0$

이 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(-2)^2-1\cdot4=0$

따라서 원과 직선은 한 점에서 만난다.

088 답 (1) ① $-3\sqrt{2}<k<3\sqrt{2}$ ② $k=\pm3\sqrt{2}$ ③ $k<-3\sqrt{2}$ 또는 $k>3\sqrt{2}$

(2) ① $-4<k<4$ ② $k=\pm4$ ③ $k<-4$ 또는 $k>4$

(1) ① $y=-x+k$를 $x^2+y^2=9$에 대입하여 정리하면

$x^2+(-x+k)^2=9 \qquad \therefore 2x^2-2kx+k^2-9=0$

이 이차방정식의 판별식을 D라 하면

원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나므로

$\frac{D}{4}=(-k)^2-2(k^2-9)>0,\ -k^2+18>0,\ k^2<18$

$\therefore -3\sqrt{2}<k<3\sqrt{2}$

② $\frac{D}{4}=0$이므로 $-k^2+18=0 \qquad \therefore k=\pm3\sqrt{2}$

③ $\frac{D}{4}<0$에서 $-k^2+18<0,\ k^2>18$

$\therefore k<-3\sqrt{2}$ 또는 $k>3\sqrt{2}$

(2) ① $y=\sqrt{3}x+k$를 $x^2+y^2=4$에 대입하여 정리하면

$x^2+(\sqrt{3}x+k)^2=4 \qquad \therefore 4x^2+2\sqrt{3}kx+k^2-4=0$

이 이차방정식의 판별식을 D라 하면

원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나므로

$\frac{D}{4}=(\sqrt{3}k)^2-4(k^2-4)>0$, $k^2<16$

$\therefore\ -4<k<4$

② $\frac{D}{4}=0$이므로 $k^2-16=0$ $\therefore\ k=\pm4$

③ $\frac{D}{4}<0$에서 $k^2>16$ $\therefore\ k<-4$ 또는 $k>4$

089 답 (1) 만나지 않는다. (2) 서로 다른 두 점에서 만난다.
(3) 한 점에서 만난다.

(1) 원의 중심 $(0,\ 0)$과 직선 $x-y+3=0$ 사이의 거리 d는

$d=\frac{|3|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$

이때, 원의 반지름의 길이가 $r=\sqrt{2}$이므로 $d>r$

따라서 원과 직선은 만나지 않는다.

(2) 원의 중심 $(1,\ -2)$와 직선 $x+y+3=0$ 사이의 거리 d는

$d=\frac{|1-2+3|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\sqrt{2}$

이때, 원의 반지름의 길이가 $r=\sqrt{5}$이므로 $d<r$

따라서 원과 직선은 서로 다른 두 점에서 만난다.

(3) 원의 중심 $(1,\ 1)$과 직선 $x-y+4=0$ 사이의 거리 d는

$d=\frac{|1-1+4|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=2\sqrt{2}$

이때, 원의 반지름의 길이가 $r=2\sqrt{2}$이므로 $d=r$

따라서 원과 직선은 한 점에서 만난다.

090 답 (1) ① $-5<k<5$ ② $k=\pm5$ ③ $k<-5$ 또는 $k>5$
(2) ① $k<-\sqrt{3}$ 또는 $k>\sqrt{3}$ ② $k=\pm\sqrt{3}$ ③ $-\sqrt{3}<k<\sqrt{3}$

(1) ① 원의 중심 $(0,\ 0)$과 직선 $2x-y+k=0$ 사이의 거리 d는

$d=\frac{|k|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\frac{|k|}{\sqrt{5}}$

원의 반지름의 길이가 $\sqrt{5}$이므로

원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면 $\frac{|k|}{\sqrt{5}}<\sqrt{5}$

$\therefore\ -5<k<5$

② 원의 반지름의 길이가 $\sqrt{5}$이므로

원과 직선이 한 점에서 만나려면

$\frac{|k|}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$ $\therefore\ k=\pm5$

③ 원의 반지름의 길이가 $\sqrt{5}$이므로

원과 직선이 만나지 않으려면

$\frac{|k|}{\sqrt{5}}>\sqrt{5}$ $\therefore\ k<-5$ 또는 $k>5$

(2) ① 원의 중심 $(0,\ 0)$과 직선 $kx+y+2=0$ 사이의 거리 d는

$d=\frac{|2|}{\sqrt{k^2+1^2}}=\frac{2}{\sqrt{k^2+1}}$

원의 반지름의 길이가 1이므로

원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면

$\frac{2}{\sqrt{k^2+1}}<1$, $k^2+1>4$

$\therefore\ k<-\sqrt{3}$ 또는 $k>\sqrt{3}$

② 원의 반지름의 길이가 1이므로

원과 직선이 한 점에서 만나려면

$\frac{2}{\sqrt{k^2+1}}=1$, $k^2+1=4$ $\therefore\ k=\pm\sqrt{3}$

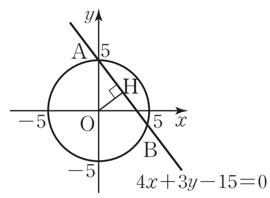
③ 원의 반지름의 길이가 1이므로

원과 직선이 만나지 않으려면

$\frac{2}{\sqrt{k^2+1}}>1$, $k^2+1<4$ $\therefore\ -\sqrt{3}<k<\sqrt{3}$

091 답 (1) 8 (2) $3\sqrt{10}$

(1) 오른쪽 그림과 같이 주어진 원과 직선의 교점을 A, B, 원의 중심 O(0, 0)에서 직선 $4x+3y-15=0$에 내린 수선의 발을 H라 하면



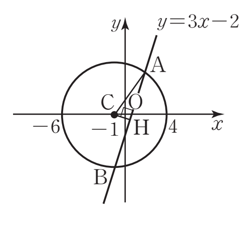
$\overline{OH}=\frac{|-15|}{\sqrt{4^2+3^2}}=3$

직각삼각형 OAH에서 $\overline{OA}=5$이므로

$\overline{AH}=\sqrt{5^2-3^2}=4$

따라서 구하는 현의 길이는 $\overline{AB}=2\overline{AH}=8$

(2) 오른쪽 그림과 같이 주어진 원과 직선의 교점을 A, B, 원의 중심 C$(-1,\ 0)$에서 직선 $3x-y-2=0$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{CH}=\frac{|3\cdot(-1)-0-2|}{\sqrt{3^2+(-1)^2}}=\frac{\sqrt{10}}{2}$

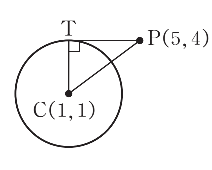
직각삼각형 CAH에서 $\overline{CA}=5$이므로

$\overline{AH}=\sqrt{5^2-\left(\frac{\sqrt{10}}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{45}{2}}=\frac{3\sqrt{10}}{2}$

따라서 구하는 현의 길이는 $\overline{AB}=2\overline{AH}=3\sqrt{10}$

092 답 (1) 4 (2) 5 (3) 5

(1) 오른쪽 그림에서

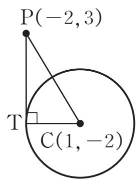


$\overline{CP}=\sqrt{(5-1)^2+(4-1)^2}=5$

직각삼각형 CTP에서 $\overline{CT}=3$이므로

$\overline{PT}=\sqrt{5^2-3^2}=4$

(2) 오른쪽 그림에서



$\overline{\mathrm{CP}}=\sqrt{(-2-1)^2+(3+2)^2}=\sqrt{34}$

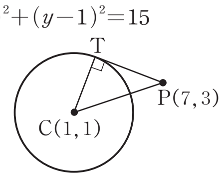
직각삼각형 CTP에서

$\overline{\mathrm{CT}}=3$이므로

$\overline{\mathrm{PT}}=\sqrt{(\sqrt{34})^2-3^2}=5$

(3) $x^2+y^2-2x-2y-13=0$에서 $(x-1)^2+(y-1)^2=15$

오른쪽 그림에서



$\overline{\mathrm{CP}}=\sqrt{(7-1)^2+(3-1)^2}$

$=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$

직각삼각형 CTP에서 $\overline{\mathrm{CT}}=\sqrt{15}$이므로

$\overline{\mathrm{PT}}=\sqrt{(2\sqrt{10})^2-(\sqrt{15})^2}=5$

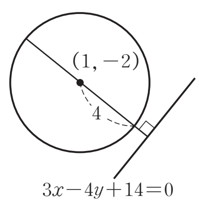
093 답 (1) 최댓값 : 9, 최솟값 : 1

(2) 최댓값 : $\sqrt{2}+1$, 최솟값 : $\sqrt{2}-1$

(1) $x^2+y^2-2x+4y-11=0$에서 $(x-1)^2+(y+2)^2=16$

원의 중심 $(1,\ -2)$와 직선 $3x-4y+14=0$ 사이의 거리는

$\dfrac{|3+8+14|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=\dfrac{25}{5}=5$



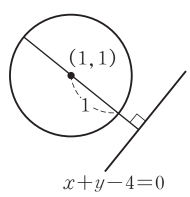
이때, 원의 반지름의 길이가 4이므로

원 위의 점과 직선 사이의 거리의 최댓값은 9, 최솟값은 1

(2) $x^2+y^2-2x-2y+1=0$에서 $(x-1)^2+(y-1)^2=1$

원의 중심 $(1,\ 1)$과 직선 $x+y-4=0$ 사이의 거리는

$\dfrac{|1+1-4|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\dfrac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$



이때, 원의 반지름의 길이가 1이므로

원 위의 점과 직선 사이의 거리의 최댓값은 $\sqrt{2}+1$, 최솟값은 $\sqrt{2}-1$

094 답 (1) $y=3x\pm2\sqrt{10}$ (2) $y=2x\pm\sqrt{5}$ (3) $y=-2x\pm4\sqrt{5}$

(4) $y=x\pm3\sqrt{2}$ (5) $y=\sqrt{5}x\pm6$

(1) $y=3\cdot x\pm2\sqrt{3^2+1}$

$\therefore\ y=3x\pm2\sqrt{10}$

(2) $y=2\cdot x\pm1\sqrt{2^2+1}$

$\therefore\ y=2x\pm\sqrt{5}$

(3) $y=-2\cdot x\pm4\sqrt{(-2)^2+1}$

$\therefore\ y=-2x\pm4\sqrt{5}$

(4) $y=1\cdot x\pm3\sqrt{1^2+1}$

$\therefore\ y=x\pm3\sqrt{2}$

(5) $y=\sqrt{5}\cdot x\pm\sqrt{6}\cdot\sqrt{(\sqrt{5})^2+1}$

$\therefore\ y=\sqrt{5}x\pm6$

095 답 (1) $y=x-1$ 또는 $y=x-5$ (2) $y=2x\pm2\sqrt{5}$

(3) $y=-3x\pm4\sqrt{10}$

(1) 구하는 직선의 방정식을 $y=x+n$이라 하면

원의 중심 $(2,\ -1)$과 직선 $y=x+n$,

즉 $x-y+n=0$ 사이의 거리가 반지름의 길이와 같으므로

$\dfrac{|2+1+n|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\dfrac{|n+3|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$

$|n+3|=2\qquad\therefore\ n=-1$ 또는 $n=-5$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $y=x-1$ 또는 $y=x-5$

(2) 구하는 직선의 방정식을 $y=2x+n$이라 하면

원의 중심 $(1,\ 2)$와 직선 $y=2x+n$,

즉 $2x-y+n=0$ 사이의 거리가 반지름의 길이와 같으므로

$\dfrac{|2-2+n|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\dfrac{|n|}{\sqrt{5}}=2$

$|n|=2\sqrt{5}\qquad\therefore\ n=\pm2\sqrt{5}$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $y=2x\pm2\sqrt{5}$

(3) 구하는 직선의 방정식을 $y=-3x+n$이라 하면

원의 중심 $(-1,\ 3)$과 직선 $y=-3x+n$,

즉 $3x+y-n=0$ 사이의 거리가 반지름의 길이와 같으므로

$\dfrac{|-3+3-n|}{\sqrt{3^2+1^2}}=\dfrac{|n|}{\sqrt{10}}=4$

$|n|=4\sqrt{10}\qquad\therefore\ n=\pm4\sqrt{10}$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $y=-3x\pm4\sqrt{10}$

096 답 (1) $x-y-2=0$ (2) $3x+2y-13=0$ (3) $x+3y+10=0$

(4) $3x-4y-25=0$ (5) $3x-y-10=0$

(1) $1\cdot x+(-1)\cdot y=2$

$\therefore\ x-y-2=0$

(2) $3\cdot x+2\cdot y=13$

$\therefore\ 3x+2y-13=0$

(3) $(-1)\cdot x+(-3)\cdot y=10$

$\therefore\ x+3y+10=0$

(4) $3\cdot x+(-4)\cdot y=25$

$\therefore\ 3x-4y-25=0$

(5) $3\cdot x+(-1)\cdot y=10$

$\therefore\ 3x-y-10=0$

097 답 (1) $y=x+4$ (2) $y=-x-1$ (3) $y=\dfrac{1}{3}x-\dfrac{8}{3}$

(1) 원의 중심 $(1,\ 3)$과 접점 $\mathrm{P}(0,\ 4)$를 지나는 직선의 기울기는

$\dfrac{4-3}{0-1}=-1$이므로 이와 수직인 접선의 기울기는 1이다.

접선의 방정식을 $y=x+a$라 하면

이 접선이 점 P(0, 4)를 지나므로

$4=0+a \qquad \therefore a=4$

따라서 접선의 방정식은 $y=x+4$이다.

(2) 원의 중심 $(1, -4)$와 접점 P$(2, -3)$을 지나는 직선의 기울기는

$\frac{-3+4}{2-1}=1$이므로 이와 수직인 접선의 기울기는 -1이다.

접선의 방정식을 $y=-x+a$라 하면

이 접선이 점 P$(2, -3)$을 지나므로

$-3=-1\cdot 2+a \qquad \therefore a=-1$

따라서 접선의 방정식은 $y=-x-1$이다.

(3) 원의 중심 $(1, 1)$과 접점 P$(2, -2)$를 지나는 직선의 기울기는

$\frac{-2-1}{2-1}=-3$이므로 이와 수직인 접선의 기울기는 $\frac{1}{3}$이다.

접선의 방정식을 $y=\frac{1}{3}x+a$라 하면

이 접선이 점 P$(2, -2)$를 지나므로

$-2=\frac{1}{3}\cdot 2+a \qquad \therefore a=-\frac{8}{3}$

따라서 접선의 방정식은 $y=\frac{1}{3}x-\frac{8}{3}$이다.

098 답 (1) $x+y+2=0$ 또는 $7x-y-10=0$

(2) $y+1=0$ 또는 $3x+4y-5=0$

(3) $3x+4y+25=0$ 또는 $4x-3y-25=0$

(4) $y-2=0$ 또는 $3x-4y+5=0$

(1) 접선의 기울기를 m이라 하면 접선의 방정식은

$y-(-3)=m(x-1) \qquad \therefore mx-y-m-3=0$

원의 중심 $(0, 0)$과 접선 $mx-y-m-3=0$ 사이의 거리는

반지름의 길이 $\sqrt{2}$와 같으므로

$\frac{|-m-3|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=\sqrt{2}$, $|-m-3|=\sqrt{2m^2+2}$

양변을 제곱하여 정리하면 $m^2-6m-7=0$

$(m+1)(m-7)=0 \qquad \therefore m=-1$ 또는 $m=7$

따라서 접선의 방정식은 $x+y+2=0$ 또는 $7x-y-10=0$

(2) 접선의 기울기를 m이라 하면 접선의 방정식은

$y-(-1)=m(x-3) \qquad \therefore mx-y-3m-1=0$

원의 중심 $(0, 0)$과 접선 $mx-y-3m-1=0$ 사이의 거리는

반지름의 길이 1과 같으므로

$\frac{|-3m-1|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=1$, $|-3m-1|=\sqrt{m^2+1}$

양변을 제곱하여 정리하면 $4m^2+3m=0$

$m(4m+3)=0 \qquad \therefore m=0$ 또는 $m=-\frac{3}{4}$

따라서 접선의 방정식은 $y+1=0$ 또는 $3x+4y-5=0$

(3) 접선의 기울기를 m이라 하면 접선의 방정식은

$y-(-7)=m(x-1) \qquad \therefore mx-y-m-7=0$

원의 중심 $(0, 0)$과 접선 $mx-y-m-7=0$ 사이의 거리는

반지름의 길이 5와 같으므로

$\frac{|-m-7|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=5$, $|-m-7|=5\sqrt{m^2+1}$

양변을 제곱하여 정리하면 $12m^2-7m-12=0$

$(4m+3)(3m-4)=0 \qquad \therefore m=-\frac{3}{4}$ 또는 $m=\frac{4}{3}$

따라서 접선의 방정식은

$3x+4y+25=0$ 또는 $4x-3y-25=0$

(4) 접선의 기울기를 m이라 하면 접선의 방정식은

$y-2=m(x-1) \qquad \therefore mx-y-m+2=0$

원의 중심 $(-2, 1)$과 접선 $mx-y-m+2=0$ 사이의

거리는 반지름의 길이 1과 같으므로

$\frac{|-2m-1-m+2|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=1$, $|1-3m|=\sqrt{m^2+1}$

양변을 제곱하여 정리하면

$1-6m+9m^2=m^2+1$, $4m^2-3m=0$

$m(4m-3)=0 \qquad \therefore m=0$ 또는 $m=\frac{3}{4}$

따라서 접선의 방정식은 $y-2=0$ 또는 $3x-4y+5=0$

099 답 ②

중심의 좌표가 $(-2, 1)$이고 반지름의 길이가 2인 원의 방정식은

$(x+2)^2+(y-1)^2=4$

이 원이 x축과 만나는 점의 x좌표는 $y=0$을 대입하면

$(x+2)^2+1=4 \qquad \therefore x^2+4x+1=0$

따라서 α, β는 이차방정식 $x^2+4x+1=0$의 두 근이므로

근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha+\beta=-4$

100 답 $3+\sqrt{5}$

원의 방정식을 $x^2+y^2+Ax+By+C=0$으로 놓고

주어진 세 점의 좌표를 각각 대입하여 정리하면

$(0, 0) \Rightarrow C=0$

$(1, 3) \Rightarrow 10+A+3B=0$ ⋯ ㉠

$(3, -1) \Rightarrow 10+3A-B=0$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $A=-4$, $B=-2$

따라서 구하는 원의 방정식은 $x^2+y^2-4x-2y=0$

즉 $(x-2)^2+(y-1)^2=5$

$\therefore a+b+r=2+1+\sqrt{5}=3+\sqrt{5}$

101 답 ③

원의 반지름의 길이를 $r(r>0)$라 하면 $(x-r)^2+(y-r)^2=r^2$

이 원이 점 (3, 5)를 지나므로

$(3-r)^2+(5-r)^2=r^2$ $\therefore r^2-16r+34=0$

따라서 두 원의 반지름의 길이의 합은 근과 계수의 관계에 의하여 16이다.

102 답 ④

$y=\sqrt{2}x+k$를 $x^2+y^2=4$에 대입하면

$x^2+(\sqrt{2}x+k)^2=4$, $3x^2+2\sqrt{2}kx+k^2-4=0$

이 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(\sqrt{2}k)^2-3(k^2-4)=-k^2+12$

이때, 원과 직선이 접하므로 $-k^2+12=0$, $k^2=12$

$\therefore k=2\sqrt{3}$ ($\because k>0$)

103 답 ②

$x-2y+3=0$에서 $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$

즉, 반지름의 길이가 $\sqrt{5}$이고, 기울기가 -2인 접선의 방정식은

$y=-2x\pm\sqrt{5}\cdot\sqrt{(-2)^2+1}$ $\therefore y=-2x\pm5$

따라서 $a=-2$, $b=5$ ($\because b>0$)이므로 $a+b=3$

104 답 $-\frac{6}{5}$

접선의 기울기를 m이라 하면 접선의 방정식은

$y-1=m(x+3)$ $\therefore mx-y+3m+1=0$

원의 중심 (0, 0)과 접선 $mx-y+3m+1=0$ 사이의 거리는 반지름의 길이 2와 같으므로

$\frac{|3m+1|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=2$, $|3m+1|=2\sqrt{m^2+1}$

양변을 제곱하여 정리하면 $5m^2+6m-3=0$

따라서 근과 계수의 관계에 의해 두 접선의 기울기의 합은 $-\frac{6}{5}$ 이다.

4 도형의 이동

182쪽~190쪽

105 답 (1) (4, 1) (2) (2, −7) (3) (−1, 0) (4) (0, −5)

(1) $(3+1,\ 4-3)$, 즉 $(4,\ 1)$

(2) $(1+1,\ -4-3)$, 즉 $(2,\ -7)$

(3) $(-2+1,\ 3-3)$, 즉 $(-1,\ 0)$

(4) $(-1+1,\ -2-3)$, 즉 $(0,\ -5)$

106 답 (1) (7, 4) (2) (2, 7) (3) (8, 0) (4) (1, −1)

(1) $(4+3,\ 2+2)$, 즉 $(7,\ 4)$

(2) $(-1+3,\ 5+2)$, 즉 $(2,\ 7)$

(3) $(5+3,\ -2+2)$, 즉 $(8,\ 0)$

(4) $(-2+3,\ -3+2)$, 즉 $(1,\ -1)$

107 답 (1) (2, 3) (2) (8, −6) (3) (5, 0) (4) (−3, 2)

(1) 점 A(3, −2)를 점 B(4, 1)로 옮기는 평행이동을 $(x,\ y) \to (x+a,\ y+b)$라 하면

$3+a=4$, $-2+b=1$

$\therefore a=1$, $b=3$

따라서 평행이동 $(x,\ y) \to (x+1,\ y+3)$에 의하여 점 P(1, 0)이 옮겨지는 점의 좌표는

$(1+1,\ 0+3)$ $\therefore (2,\ 3)$

(2) 점 A(−5, 7)을 점 B(−1, 1)로 옮기는 평행이동을 $(x,\ y) \to (x+a,\ y+b)$라 하면

$-5+a=-1$, $7+b=1$

$\therefore a=4$, $b=-6$

따라서 평행이동 $(x,\ y) \to (x+4,\ y-6)$에 의하여 점 P(4, 0)이 옮겨지는 점의 좌표는

$(4+4,\ 0-6)$ $\therefore (8,\ -6)$

(3) 점 A(3, 5)를 점 B(6, 4)로 옮기는 평행이동을 $(x,\ y) \to (x+a,\ y+b)$라 하면

$3+a=6$, $5+b=4$

$\therefore a=3$, $b=-1$

따라서 평행이동 $(x,\ y) \to (x+3,\ y-1)$에 의하여 점 P(2, 1)이 옮겨지는 점의 좌표는

$(2+3,\ 1-1)$ $\therefore (5,\ 0)$

(4) 점 A(−1, −3)을 점 B(−3, −2)로 옮기는 평행이동을 $(x,\ y) \to (x+a,\ y+b)$라 하면

$-1+a=-3$, $-3+b=-2$

$\therefore a=-2$, $b=1$

따라서 평행이동 $(x,\ y) \to (x-2,\ y+1)$에 의하여 점 P(−1, 1)이 옮겨지는 점의 좌표는

$(-1-2,\ 1+1)$ $\therefore (-3,\ 2)$

108 답 (1) $x+2y-8=0$ (2) $3x-2y+10=0$ (3) $5x+y+4=0$ (4) $4x-2y+11=0$

(1) $(x+1)+2(y-3)-3=0$, 즉 $x+2y-8=0$

(2) $3(x+1)-2(y-3)+1=0$, 즉 $3x-2y+10=0$

(3) $5(x+1)+(y-3)+2=0$, 즉 $5x+y+4=0$

(4) $4(x+1)-2(y-3)+1=0$, 즉 $4x-2y+11=0$

109 답 (1) $x-y-3=0$ (2) $x+3y+1=0$ (3) $2x-3y-9=0$
(4) $y=4x-10$

(1) $(x-1)-(y+3)+1=0$, 즉 $x-y-3=0$

(2) $(x-1)+3(y+3)-7=0$, 즉 $x+3y+1=0$

(3) $2(x-1)-3(y+3)+2=0$, 즉 $2x-3y-9=0$

(4) $y+3=4(x-1)-3$, 즉 $y=4x-10$

110 답 (1) $x-2y+2=0$ (2) $2x+3y-15=0$
(3) $3x-y-11=0$ (4) $4x+y-16=0$

(1) 점 A(3, 2)를 점 B(2, 5)로 옮기는 평행이동을
$(x, y) \to (x+a, y+b)$라 하면
$3+a=2$, $2+b=5$
$\therefore a=-1$, $b=3$
즉, $(x, y) \to (x-1, y+3)$이므로 직선 $x-2y-5=0$을 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 직선의 방정식은
$(x+1)-2(y-3)-5=0$
$\therefore x-2y+2=0$

(2) 점 A(−1, −3)을 점 B(3, −1)로 옮기는 평행이동을
$(x, y) \to (x+a, y+b)$라 하면
$-1+a=3$, $-3+b=-1$
$\therefore a=4$, $b=2$
즉, $(x, y) \to (x+4, y+2)$이므로 직선 $2x+3y-1=0$을 x축의 방향으로 4만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 직선의 방정식은
$2(x-4)+3(y-2)-1=0$
$\therefore 2x+3y-15=0$

(3) 점 A(−3, 4)를 점 B(−1, 1)로 옮기는 평행이동을
$(x, y) \to (x+a, y+b)$라 하면
$-3+a=-1$, $4+b=1$
$\therefore a=2$, $b=-3$
즉, $(x, y) \to (x+2, y-3)$이므로 직선 $3x-y-2=0$을 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 직선의 방정식은
$3(x-2)-(y+3)-2=0$
$\therefore 3x-y-11=0$

(4) 점 A(1, 6)을 점 B(5, 1)로 옮기는 평행이동을
$(x, y) \to (x+a, y+b)$라 하면
$1+a=5$, $6+b=1$
$\therefore a=4$, $b=-5$
즉, $(x, y) \to (x+4, y-5)$이므로 직선 $4x+y-5=0$을 x축의 방향으로 4만큼, y축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 직선의 방정식은
$4(x-4)+(y+5)-5=0$
$\therefore 4x+y-16=0$

111 답 (1) $y=x^2+4x+2$ (2) $x^2+y^2=11$
(3) $(x+1)^2+(y-1)^2=4$

(1) $y-3=(x+2)^2-5$
$\therefore y=x^2+4x+2$

(2) $\{(x+2)-2\}^2+\{(y-3)+3\}^2=11$
$\therefore x^2+y^2=11$

(3) $x^2+y^2-2x+4y+1=0$에서 $(x-1)^2+(y+2)^2=4$
이 방정식에 x 대신 $x+2$, y 대신 $y-3$을 대입하면
$(x+2-1)^2+(y-3+2)^2=4$
$\therefore (x+1)^2+(y-1)^2=4$

112 답 (1) $y=x^2-4x-4$ (2) $(x-6)^2+(y+2)^2=6$
(3) $(x-5)^2+(y+5)^2=9$

(1) $y=(x+1)^2-6$에 x 대신 $x-3$, y 대신 $y+2$를 대입하면
$y+2=(x-3+1)^2-6$
$\therefore y=(x-2)^2-8=x^2-4x-4$

(2) $(x-3)^2+y^2=6$에 x 대신 $x-3$, y 대신 $y+2$를 대입하면
$(x-3-3)^2+(y+2)^2=6$
$\therefore (x-6)^2+(y+2)^2=6$

(3) $x^2+y^2-4x+6y+4=0$에서 $(x-2)^2+(y+3)^2=9$
이 방정식에 x 대신 $x-3$, y 대신 $y+2$를 대입하면
$(x-3-2)^2+(y+2+3)^2=9$
$\therefore (x-5)^2+(y+5)^2=9$

113 답 (1) ① x축 : (−1, −3) ② y축 : (1, 3)
③ 원점 : (1, −3) ④ 직선 $y=x$: (3, −1)
⑤ 직선 $y=-x$: (−3, 1)
(2) ① x축 : (−2, 5) ② y축 : (2, −5)
③ 원점 : (2, 5) ④ 직선 $y=x$: (−5, −2)
⑤ 직선 $y=-x$: (5, 2)

114 답 (1) (−1, 5) (2) (3, 2)

(1) $(1,\ 5) \xrightarrow[\text{대칭이동}]{x\text{축에 대하여}} (1,\ -5) \xrightarrow[\text{대칭이동}]{\text{원점에 대하여}} (-1,\ 5)$

(2) $(-2,\ 3) \xrightarrow[\text{대칭이동}]{y\text{축에 대하여}} (2,\ 3) \xrightarrow[\text{대칭이동}]{\text{직선 } y=x\text{에 대하여}} (3,\ 2)$

115 답 (1) $2\sqrt{5}$ (2) $5\sqrt{2}$ (3) 2 (4) $5\sqrt{2}$

(1) 점 $\mathrm{A}(-1,\ 2)$를 x축에 대하여 대칭이동한 점은 $\mathrm{P}(-1,\ -2)$, y축에 대하여 대칭이동한 점은 $\mathrm{Q}(1,\ 2)$

$\therefore\ \overline{\mathrm{PQ}}=\sqrt{\{1-(-1)\}^2+\{2-(-2)\}^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

(2) 점 $\mathrm{A}(3,\ -4)$를 y축에 대하여 대칭이동한 점은 $\mathrm{P}(-3,\ -4)$, 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점은 $\mathrm{Q}(-4,\ 3)$

$\therefore\ \overline{\mathrm{PQ}}=\sqrt{\{-4-(-3)\}^2+\{3-(-4)\}^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

(3) 점 $\mathrm{A}(-1,\ -3)$을 x축에 대하여 대칭이동한 점은 $\mathrm{P}(-1,\ 3)$, 원점에 대하여 대칭이동한 점은 $\mathrm{Q}(1,\ 3)$

$\therefore\ \overline{\mathrm{PQ}}=\sqrt{\{1-(-1)\}^2+(3-3)^2}=\sqrt{4}=2$

(4) 점 $\mathrm{A}(1,\ -4)$를 원점에 대하여 대칭이동한 점은 $\mathrm{P}(-1,\ 4)$, 직선 $y=-x$에 대하여 대칭이동한 점은 $\mathrm{Q}(4,\ -1)$

$\therefore\ \overline{\mathrm{PQ}}=\sqrt{\{4-(-1)\}^2+(-1-4)^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

116 답 (1) ① $4x-y-1=0$ ② $4x-y+1=0$
③ $4x+y+1=0$ ④ $x+4y-1=0$
⑤ $x+4y+1=0$
(2) ① $3x-5y-1=0$ ② $3x-5y+1=0$
③ $3x+5y+1=0$ ④ $5x+3y-1=0$
⑤ $5x+3y+1=0$

(1) ① x축 : $4x+(-y)-1=0$, 즉 $4x-y-1=0$
② y축 : $4(-x)+y-1=0$, 즉 $4x-y+1=0$
③ 원점 : $4(-x)+(-y)-1=0$, 즉 $4x+y+1=0$
④ 직선 $y=x$: $4y+x-1=0$, 즉 $x+4y-1=0$
⑤ 직선 $y=-x$: $4(-y)+(-x)-1=0$,
즉 $x+4y+1=0$

(2) ① x축 : $3x+5(-y)-1=0$, 즉 $3x-5y-1=0$
② y축 : $3(-x)+5y-1=0$, 즉 $3x-5y+1=0$
③ 원점 : $3(-x)+5(-y)-1=0$, 즉 $3x+5y+1=0$
④ 직선 $y=x$: $3y+5x-1=0$, 즉 $5x+3y-1=0$
⑤ 직선 $y=-x$: $3(-y)+5(-x)-1=0$,
즉 $5x+3y+1=0$

117 답 (1) ① $(x-3)^2+(y-1)^2=9$ ② $(x+3)^2+(y+1)^2=9$
③ $(x+3)^2+(y-1)^2=9$ ④ $(x+1)^2+(y-3)^2=9$
⑤ $(x-1)^2+(y+3)^2=9$
(2) ① $(x-2)^2+(y-5)^2=6$ ② $(x+2)^2+(y+5)^2=6$
③ $(x+2)^2+(y-5)^2=6$ ④ $(x+5)^2+(y-2)^2=6$
⑤ $(x-5)^2+(y+2)^2=6$
(3) ① $y=-x^2+2x-3$ ② $y=x^2+2x+3$
③ $y=-x^2-2x-3$ ④ $x=y^2-2y+3$
⑤ $x=-y^2-2y-3$

(1) ① x축 : $(x-3)^2+\{(-y)+1\}^2=9$
즉, $(x-3)^2+(y-1)^2=9$
② y축 : $\{(-x)-3\}^2+(y+1)^2=9$
즉, $(x+3)^2+(y+1)^2=9$
③ 원점 : $\{(-x)-3\}^2+\{(-y)+1\}^2=9$
즉, $(x+3)^2+(y-1)^2=9$
④ 직선 $y=x$: $(y-3)^2+(x+1)^2=9$
즉, $(x+1)^2+(y-3)^2=9$
⑤ 직선 $y=-x$: $\{(-y)-3\}^2+\{(-x)+1\}^2=9$
즉, $(x-1)^2+(y+3)^2=9$

(2) ① $x^2+y^2-4x+10y+23=0$에서 $(x-2)^2+(y+5)^2=6$
x축 : $(x-2)^2+\{(-y)+5\}^2=6$
즉, $(x-2)^2+(y-5)^2=6$
② y축 : $\{(-x)-2\}^2+(y+5)^2=6$
즉, $(x+2)^2+(y+5)^2=6$
③ 원점 : $\{(-x)-2\}^2+\{(-y)+5\}^2=6$
즉, $(x+2)^2+(y-5)^2=6$
④ 직선 $y=x$: $(y-2)^2+(x+5)^2=6$
즉, $(x+5)^2+(y-2)^2=6$
⑤ 직선 $y=-x$: $\{(-y)-2\}^2+\{(-x)+5\}^2=6$
즉, $(x-5)^2+(y+2)^2=6$

(3) ① x축 : $-y=x^2-2x+3$
즉, $y=-x^2+2x-3$
② y축 : $y=(-x)^2-2\cdot(-x)+3$
즉, $y=x^2+2x+3$
③ 원점 : $-y=(-x)^2-2\cdot(-x)+3$, $-y=x^2+2x+3$
즉, $y=-x^2-2x-3$
④ 직선 $y=x$: $x=y^2-2y+3$
⑤ 직선 $y=-x$: $-x=(-y)^2-2\cdot(-y)+3$
$-x=y^2+2y+3$
즉, $x=-y^2-2y-3$

118 답 (1) $x+2y-5=0$ (2) $(x+1)^2+(y+3)^2=1$
(3) $(x+1)^2+(y-2)^2=6$

(1) 직선 $2x-y+5=0$을 y축에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은 $-2x-y+5=0$

이 직선을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은

$-2y-x+5=0$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $x+2y-5=0$

(2) 원 $(x-1)^2+(y+3)^2=1$을 원점에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은 $(-x-1)^2+(-y+3)^2=1$,

즉 $(x+1)^2+(y-3)^2=1$

이 원을 x축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은

$(x+1)^2+(-y-3)^2=1$

따라서 구하는 원의 방정식은 $(x+1)^2+(y+3)^2=1$

(3) $x^2+y^2+4x+2y-1=0$에서 $(x+2)^2+(y+1)^2=6$

원 $(x+2)^2+(y+1)^2=6$을 직선 $y=-x$에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은 $(-y+2)^2+(-x+1)^2=6$,

즉 $(x-1)^2+(y-2)^2=6$

이 원을 y축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은

$(-x-1)^2+(y-2)^2=6$

따라서 구하는 원의 방정식은 $(x+1)^2+(y-2)^2=6$

119 답 (1) $x-3y-5=0$ (2) $(x-4)^2+(y+4)^2=4$

(1) 직선 $x+3y-2=0$을 y축에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은 $-x+3y-2=0$

이 직선을 다시 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 직선의 방정식은

$-(x+2)+3(y+3)-2=0$

$\therefore x-3y-5=0$

(2) $x^2+y^2-10x-4y+25=0$에서 $(x-5)^2+(y-2)^2=4$

원 $(x-5)^2+(y-2)^2=4$를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 원의 방정식은

$(x+1-5)^2+(y-2-2)^2=4$, 즉 $(x-4)^2+(y-4)^2=4$

이 원을 x축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은

$(x-4)^2+(-y-4)^2=4$

따라서 구하는 원의 방정식은 $(x-4)^2+(y+4)^2=4$

120 답 (1) Q$(-4, 4)$ (2) Q$(0, 1)$ (3) Q$(6, 2)$

(1) 점 Q(x, y)라 하면 점 M$(2, 0)$은 선분 PQ의 중점이므로

$\frac{8+x}{2}=2$, $\frac{-4+y}{2}=0$

따라서 $x=-4$, $y=4$이므로 점 Q의 좌표는 $(-4, 4)$이다.

(2) 점 Q(x, y)라 하면 점 M$(1, -2)$는 선분 PQ의 중점이므로

$\frac{2+x}{2}=1$, $\frac{-5+y}{2}=-2$

따라서 $x=0$, $y=1$이므로 점 Q의 좌표는 $(0, 1)$이다.

(3) 점 Q(x, y)라 하면 점 M$(2, -1)$은 선분 PQ의 중점이므로

$\frac{-2+x}{2}=2$, $\frac{-4+y}{2}=-1$

따라서 $x=6$, $y=2$이므로 점 Q의 좌표는 $(6, 2)$이다.

121 답 (1) Q$(-1, 8)$ (2) Q$(-1, 4)$

(1) 점 Q의 좌표를 (a, b)라 하면

두 점 P$(3, 4)$, Q(a, b)에 대하여 선분 PQ의 중점

$\left(\frac{3+a}{2}, \frac{4+b}{2}\right)$가 직선 $y=x+5$ 위의 점이므로

$\frac{4+b}{2}=\frac{3+a}{2}+5$ $\quad\therefore a-b=-9$ ⋯ ㉠

또, 직선 PQ와 직선 $y=x+5$는 서로 수직이므로

$\frac{b-4}{a-3}\cdot 1=-1$ $\quad\therefore a+b=7$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-1$, $b=8$

따라서 점 Q의 좌표는 $(-1, 8)$이다.

(2) 점 Q의 좌표를 (a, b)라 하면

두 점 P$(-4, 3)$, Q(a, b)에 대하여 선분 PQ의 중점

$\left(\frac{-4+a}{2}, \frac{3+b}{2}\right)$가 직선 $y=-3x-4$ 위의 점이므로

$\frac{3+b}{2}=(-3)\cdot\frac{-4+a}{2}-4$ $\quad\therefore 3a+b=1$ ⋯ ㉠

또, 직선 PQ와 직선 $y=-3x-4$는 서로 수직이므로

$\frac{b-3}{a+4}\cdot(-3)=-1$ $\quad\therefore a-3b=-13$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-1$, $b=4$

따라서 점 Q의 좌표는 $(-1, 4)$이다.

122 답 (1) $(x-4)^2+(y-2)^2=5$ (2) $(x+2)^2+(y-3)^2=4$

(1) 원의 중심 $(0, 0)$을 직선 $y=-2x+5$에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 (a, b)라 하면 두 점 $(0, 0)$, (a, b)를 이은 선분의 중점 $\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right)$가 직선 $y=-2x+5$ 위의 점이므로

$\frac{b}{2}=(-2)\cdot\frac{a}{2}+5$ $\quad\therefore 2a+b=10$ ⋯ ㉠

또, 두 점을 지나는 직선과 직선 $y=-2x+5$는 서로 수직이므로

$\frac{b}{a}\cdot(-2)=-1$ $\quad\therefore a-2b=0$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=4$, $b=2$

따라서 중심이 $(4, 2)$이고 반지름의 길이가 $\sqrt{5}$인 원의 방정식은 $(x-4)^2+(y-2)^2=5$

(2) $x^2+y^2+2y-3=0$에서 $x^2+(y+1)^2=4$

원의 중심 $(0, -1)$을 직선 $x-2y+3=0$에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 (a, b)라 하면 두 점 $(0, -1)$, (a, b)를 이은 선분의 중점 $\left(\frac{a}{2}, \frac{-1+b}{2}\right)$가 직선 $x-2y+3=0$ 위의 점

이므로

$\frac{a}{2}-2\cdot\frac{-1+b}{2}+3=0$ $\therefore a-2b=-8$ ⋯ ㉠

또, 두 점을 지나는 직선과 직선 $x-2y+3=0$,

즉 $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$은 서로 수직이므로

$\frac{b+1}{a}\cdot\frac{1}{2}=-1$ $\therefore 2a+b=-1$ ⋯ ㉡

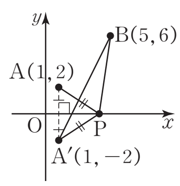
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-2$, $b=3$

따라서 중심이 $(-2, 3)$이고 반지름의 길이가 2인

원의 방정식은 $(x+2)^2+(y-3)^2=4$

123 답 (1) $4\sqrt{5}$ (2) $2\sqrt{13}$ (3) $\sqrt{34}$

(1) 점 $\mathrm{A}(1, 2)$를 x축에 대하여 대칭이동한 점을 A'이라 하면 $\mathrm{A}'(1, -2)$



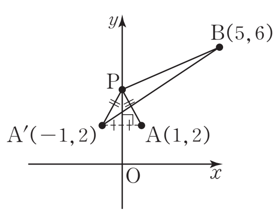
$\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{A'P}}$이므로

$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}=\overline{\mathrm{A'P}}+\overline{\mathrm{BP}}$

$\geq\overline{\mathrm{A'B}}$

$=\sqrt{(5-1)^2+(6+2)^2}=4\sqrt{5}$

(2) 점 $\mathrm{A}(1, 2)$를 y축에 대하여 대칭이동한 점을 A'이라 하면 $\mathrm{A}'(-1, 2)$



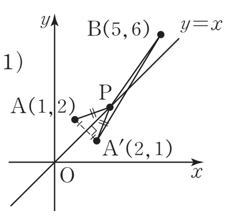
$\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{A'P}}$이므로

$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}=\overline{\mathrm{A'P}}+\overline{\mathrm{BP}}$

$\geq\overline{\mathrm{A'B}}$

$=\sqrt{(5+1)^2+(6-2)^2}=2\sqrt{13}$

(3) 점 $\mathrm{A}(1, 2)$를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점을 A'이라 하면 $\mathrm{A}'(2, 1)$



$\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{A'P}}$이므로

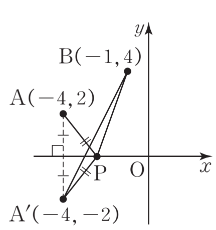
$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}=\overline{\mathrm{A'P}}+\overline{\mathrm{BP}}$

$\geq\overline{\mathrm{A'B}}$

$=\sqrt{(5-2)^2+(6-1)^2}=\sqrt{34}$

124 답 (1) $3\sqrt{5}$ (2) $\sqrt{29}$ (3) $\sqrt{73}$

(1) 점 $\mathrm{A}(-4, 2)$를 x축에 대하여 대칭이동한 점을 A'이라 하면 $\mathrm{A}'(-4, -2)$



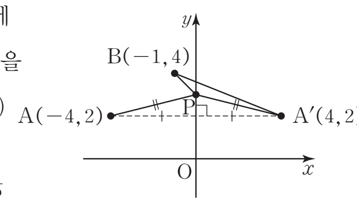
$\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{A'P}}$이므로

$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}=\overline{\mathrm{A'P}}+\overline{\mathrm{BP}}$

$\geq\overline{\mathrm{A'B}}$

$=\sqrt{(-1+4)^2+(4+2)^2}=3\sqrt{5}$

(2) 점 $\mathrm{A}(-4, 2)$를 y축에 대하여 대칭이동한 점을 A'이라 하면 $\mathrm{A}'(4, 2)$



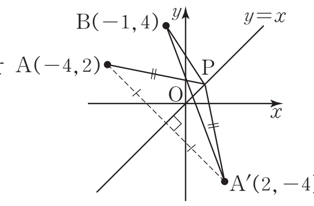
$\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{A'P}}$이므로

$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}=\overline{\mathrm{A'P}}+\overline{\mathrm{BP}}$

$\geq\overline{\mathrm{A'B}}$

$=\sqrt{(-1-4)^2+(4-2)^2}=\sqrt{29}$

(3) 점 $\mathrm{A}(-4, 2)$를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점을 A'이라 하면



$\mathrm{A}'(2, -4)$

$\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{A'P}}$이므로

$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}=\overline{\mathrm{A'P}}+\overline{\mathrm{BP}}$

$\geq\overline{\mathrm{A'B}}$

$=\sqrt{(-1-2)^2+(4+4)^2}=\sqrt{73}$

125 답 ②

점 $(2, -1)$을 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 점의 좌표는

$(2+a, -1-3)$, 즉 $(2+a, -4)$

이 점이 점 $(5, b)$와 일치하므로 $2+a=5$, $-4=b$

$\therefore a=3$, $b=-4$

$\therefore a+b=3+(-4)=-1$

126 답 ①

직선 $3x+y-5=0$을 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 a만큼 평행이동하므로 x 대신 $x-1$, y 대신 $y-a$를 대입하면

$3(x-1)+(y-a)-5=0$

$\therefore 3x+y-a-8=0$

이 직선이 점 $(2, 8)$을 지나므로 $6+8-a-8=0$

$\therefore a=6$

127 답 ②

$x^2+y^2-4x+6y-12=0$에서 $(x-2)^2+(y+3)^2=25$

$x^2+y^2+2x+10y+a=0$에서 $(x+1)^2+(y+5)^2=26-a$

이때, 원 $(x-2)^2+(y+3)^2=25$를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 원의 방정식은

$(x-m-2)^2+(y-n+3)^2=25$

이 원이 원 $(x+1)^2+(y+5)^2=26-a$와 일치하므로

$-m-2=1$, $-n+3=5$, $25=26-a$

$\therefore m=-3,\ n=-2,\ a=1$

$\therefore a-m+n=1-(-3)-2=2$

128 답 -6

직선 $2x-3y+1=0$을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동하면

$2y-3x+1=0$, 즉 $3x-2y-1=0$

이 직선이 $ax+by-1=0$과 같으므로

$a=3,\ b=-2$

$\therefore ab=-6$

129 답 ①

점 $(-1,\ 5)$를 x축에 대하여 대칭이동하면 $(-1,\ -5)$

점 $(-1,\ -5)$를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동하면 $(-5,\ -1)$

점 $(-5,\ -1)$을 x축의 방향으로 -2만큼 평행이동하면

$(-7,\ -1)$

점 $(-7,\ -1)$이 직선 $y=ax+6$ 위의 점이므로

$-1=-7a+6$

$\therefore a=1$

130 답 ⑤

점 $\mathrm{P}(-4,\ 1)$과 점 $\mathrm{Q}(a,\ b)$는 점 $(-1,\ -2)$에 대하여 대칭이므로 두 점 $\mathrm{P}(-4,\ 1)$, $\mathrm{Q}(a,\ b)$를 이은 선분의 중점은

점 $(-1,\ -2)$이다.

즉, $\left(\dfrac{-4+a}{2},\ \dfrac{1+b}{2}\right)=(-1,\ -2)$이므로

$\dfrac{-4+a}{2}=-1,\ \dfrac{1+b}{2}=-2 \qquad \therefore a=2,\ b=-5$

$\therefore a+b=2+(-5)=-3$

MEMO

MEMO