수학의 힘 γ (감마) 중2-1

정답과 해설

1 유리수와 순환소수

STEP 1 실력 문제 7쪽~9쪽

001 ④ $1.071071071\cdots=1.\dot{0}7\dot{1}$ 답 ④

002 $\frac{3}{7}=0.\dot{4}2857\dot{1}$에서 순환마디의 숫자의 개수는 6개이므로 $a=6$
$37=6\times6+1$에서 소수점 아래 37번째 자리의 숫자는 순환마디의 첫 번째 숫자인 4이므로 $b=4$
$\therefore a+b=6+4=10$ 답 10

003 $1.2\dot{3}45\dot{6}$의 순환마디의 숫자의 개수는 4개이고 소수점 아래 첫째 자리의 숫자 2는 순환하지 않는다.
소수점 아래 100번째 자리의 숫자는 순환하는 부분만으로 99번째 숫자이고 $99=4\times24+3$이므로 순환마디의 3번째 숫자인 5이다.
답 5

004 ① $\frac{7}{30}=\frac{7}{2\times3\times5}$ ② $\frac{54}{72}=\frac{3}{4}=\frac{3}{2^2}$
③ $\frac{9}{63}=\frac{1}{7}$ ④ $\frac{18}{2^2\times3\times5}=\frac{3}{2\times5}$
⑤ $\frac{36}{2^4\times3^2}=\frac{1}{2^2}$
따라서 유한소수로 나타낼 수 없는 것은 ①, ③이다.
답 ①, ③

005 $\frac{3}{8}=\frac{3}{2^3}=\frac{3\times5^3}{2^3\times5^3}=\frac{375}{10^3}=\frac{3750}{10^4}=\frac{37500}{10^5}=\cdots$
따라서 $a+n$의 최솟값은 $a=375$, $n=3$일 때이므로
$375+3=378$ 답 378

006 구하는 분수를 $\frac{a}{24}$라 할 때, $\frac{a}{24}=\frac{a}{2^3\times3}$가 유한소수가 되려면 a는 3의 배수이어야 한다.
이때 $\frac{1}{8}=\frac{3}{24}$, $\frac{2}{3}=\frac{16}{24}$이므로 3과 16 사이의 3의 배수는 6, 9, 12, 15이다.
따라서 구하는 분수는 $\frac{6}{24}$, $\frac{9}{24}$, $\frac{12}{24}$, $\frac{15}{24}$의 4개이다. 답 4개

007 $\frac{21}{180}\times A=\frac{7}{60}\times A=\frac{7}{2^2\times3\times5}\times A$가 유한소수가 되려면 A는 3의 배수이어야 한다.
따라서 A의 값이 될 수 있는 가장 작은 두 자리의 자연수는 12이다. 답 12

008 $\frac{42}{50\times x}=\frac{21}{25\times x}=\frac{3\times7}{5^2\times x}$
③ $x=18$일 때, $\frac{3\times7}{5^2\times18}=\frac{3\times7}{2\times3^2\times5^2}=\frac{7}{2\times3\times5^2}$이므로 소수로 나타내면 순환소수가 된다. 답 ③

009 $\frac{5}{22}\times x=\frac{5}{2\times11}\times x$에서 x는 11의 배수이고,
$\frac{11}{45}\times x=\frac{11}{3^2\times5}\times x$에서 x는 3^2, 즉 9의 배수이어야 한다.
따라서 x는 11과 9의 공배수, 즉 99의 배수이어야 하므로 구하는 가장 작은 자연수는 99이다. 답 99

010 $x=4.05\dot{7}=4.05777\cdots$이므로
$$\begin{array}{rl} 1000x= & 4057.777\cdots \\ -\big)\ 100x= & 405.777\cdots \\ \hline 900x= & 3652 \end{array}$$
$\therefore x=\frac{3652}{900}=\frac{913}{225}$
따라서 가장 편리한 식은 ⑤ $1000x-100x$이다. 답 ⑤

011 ① $0.\dot{7}=\frac{7}{9}$
② $1.0\dot{6}=\frac{106-1}{99}=\frac{105}{99}=\frac{35}{33}$
③ $0.2\dot{3}=\frac{23-2}{90}=\frac{21}{90}=\frac{7}{30}$
④ $1.\dot{8}3\dot{5}=\frac{1835-18}{990}=\frac{1817}{990}$
⑤ $1.\dot{0}4\dot{8}=\frac{1048-1}{999}=\frac{1047}{999}=\frac{349}{333}$
따라서 옳은 것은 ②이다. 답 ②

012 ① $0.\dot{1}\dot{2}=0.121212\cdots$이므로 $0.\dot{1}\dot{2}>0.12$
② $0.4\dot{5}=0.4555\cdots$, $0.\dot{4}=0.444\cdots$이므로 $0.4\dot{5}>0.\dot{4}$
③ $0.1\dot{2}\dot{3}=0.1232323\cdots$, $0.12\dot{3}=0.12333\cdots$이므로
$0.1\dot{2}\dot{3}<0.12\dot{3}$
④ $0.\dot{3}=0.333\cdots$, $\frac{3}{10}=0.3$이므로 $0.\dot{3}>\frac{3}{10}$
⑤ $0.4\dot{2}\dot{5}=0.4252525\cdots$, $0.\dot{4}2\dot{5}=0.425425425\cdots$이므로
$0.4\dot{2}\dot{5}<0.\dot{4}2\dot{5}$
따라서 옳은 것은 ④이다. 답 ④

013 ① $4.\dot{5}\dot{3}=4.535353\cdots$
② $4.\dot{5}\dot{0}=4.505050\cdots$
③ $4.\dot{5}=4.555555\cdots$
④ 4.5
⑤ $4.4\dot{5}=4.455555\cdots$
따라서 ⑤ < ④ < ② < ① < ③이므로 가장 큰 수는 ③이다.
답 ③

014 $0.4\dot{6}=\frac{46-4}{90}=\frac{42}{90}$이므로
$0.4\dot{6}=4.2\times a$에서 $\frac{42}{90}=\frac{42}{10}\times a$ $\therefore a=\frac{1}{9}$
$0.\dot{2}\dot{3}=\frac{23}{99}$이므로
$0.\dot{2}\dot{3}=23\times b$에서 $\frac{23}{99}=23\times b$ $\therefore b=\frac{1}{99}$
$\therefore a+b=\frac{1}{9}+\frac{1}{99}=\frac{12}{99}=0.\dot{1}\dot{2}$ 답 $0.\dot{1}\dot{2}$

015 $0.\dot{6}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$, $0.3\dot{1}=\frac{31-3}{90}=\frac{28}{90}=\frac{14}{45}$, $1.\dot{2}=\frac{12-1}{9}=\frac{11}{9}$

이므로

$0.\dot{6}x+0.3\dot{1}=1.\dot{2}$에서 $\frac{2}{3}x+\frac{14}{45}=\frac{11}{9}$

$\frac{2}{3}x=\frac{41}{45}$　　$\therefore x=\frac{41}{30}=1.3\dot{6}$　　답 $x=1.3\dot{6}$

016 $0.5\dot{3}=\frac{53-5}{90}=\frac{48}{90}=\frac{8}{15}$, $0.\dot{4}=\frac{4}{9}$이므로

$0.5\dot{3}\times\frac{b}{a}=0.\dot{4}$에서 $\frac{8}{15}\times\frac{b}{a}=\frac{4}{9}$

$\therefore \frac{b}{a}=\frac{4}{9}\times\frac{15}{8}=\frac{5}{6}$

따라서 $a=6$, $b=5$이므로 $a-b=6-5=1$　　답 1

017 $\frac{2}{3}<0.\dot{x}<\frac{6}{7}$에서 $\frac{2}{3}<\frac{x}{9}<\frac{6}{7}$이므로

$\frac{42}{63}<\frac{7x}{63}<\frac{54}{63}$

이때 x는 한 자리의 자연수이므로 $x=7$　　답 7

018 ② 순환소수는 무한소수이다.

③ 순환소수는 모두 분수로 나타낼 수 있다.

④ 무한소수 중에는 순환하지 않는 무한소수도 있다.　　답 ①, ⑤

STEP 2 심화 문제 10쪽~15쪽

019 $\frac{4}{13}=0.\dot{3}0769\dot{2}$이므로 순환마디의 숫자의 개수는 6개이다.

이때 소수점 아래 두 번째 자리의 숫자는 0이므로 $x_2=0$

$9=6\times1+3$에서 소수점 아래 9번째 자리의 숫자는 순환마디의 3번째 숫자이므로 $x_9=7$

$16=6\times2+4$에서 소수점 아래 16번째 자리의 숫자는 순환마디의 4번째 숫자이므로 $x_{16}=6$

$\therefore x_2+x_9+x_{16}=0+7+6=13$　　답 13

020 $\frac{11}{101}=0.\dot{1}08\dot{9}$이므로 순환마디의 숫자의 개수는 4개이다.

이때 $50=4\times12+2$이므로 순환마디가 12번 반복되고 소수점 아래 49번째 자리의 숫자와 50번째 자리의 숫자는 각각 1, 0이다.

따라서 구하는 합은

$(1+0+8+9)\times12+1+0=217$　　답 217

021 $\frac{4}{27}=0.\dot{1}4\dot{8}$이므로 순환마디의 숫자의 개수는 3개이다.

㉠ $31=3\times10+1$에서 소수점 아래 31번째 자리의 숫자는 순환마디의 첫 번째 숫자이므로 $f(31)=1$

㉡ 순환마디의 숫자의 개수는 3개이므로 $f(n)=f(n+3)$

㉢ 순환마디의 숫자 중에 0이 없으므로 $f(n)=0$을 만족하는 자연수 n은 없다.

따라서 옳은 것은 ㉡, ㉢이다.　　답 ㉡, ㉢

022 $4.3+0.03+0.007+0.0003+0.00007+\cdots=4.3\dot{3}\dot{7}$이므로 소수점 아래 첫째 자리부터 100번째 자리까지는 소수점 아래 첫째 자리의 숫자 3의 1개와 순환하는 부분의 숫자 99개로 이루어져 있다.

이때 $99=2\times49+1$이므로 구하는 3의 개수는

$1+49+1=51$(개)　　답 51개

023 $\frac{77}{2^3\times a\times5}=\frac{7\times11}{2^3\times a\times5}$이 순환소수가 되려면 기약분수로 나타내었을 때 분모에 2나 5 이외의 소인수가 있어야 한다.

따라서 $1<a<15$인 자연수 a의 값은 3, 6, 9, 12, 13의 5개이다.

답 5개

024 $\frac{4}{56}\times a=\frac{1}{14}\times a=\frac{1}{2\times7}\times a$에서 a는 7의 배수이어야 하고,

$\frac{14}{240}\times a=\frac{7}{120}\times a=\frac{7}{2^3\times3\times5}\times a$에서 a는 3의 배수이어야 한다.

따라서 a는 7과 3의 공배수, 즉 21의 배수이어야 하므로 구하는 가장 작은 세 자리의 자연수는 105이다.　　답 105

025 $\frac{1}{9}=\frac{5}{45}$, $\frac{3}{5}=\frac{27}{45}$이므로 $\frac{1}{9}$과 $\frac{3}{5}$ 사이의 분수 중에서 분모가 45인 분수는 21개이다.

이때 $45=3^2\times5$이므로 유한소수로 나타낼 수 있는 분수는 분자가 9의 배수인 $\frac{9}{45}$, $\frac{18}{45}$의 2개이다.

따라서 유한소수로 나타낼 수 없는 분수의 개수는

$21-2=19$(개)　　답 19개

026 $\frac{123}{66}=\frac{41}{22}=\frac{41}{2\times11}$은 순환소수이므로 $123◎66=-1$

$\frac{15}{9}=\frac{5}{3}$는 순환소수이므로 $15◎9=-1$

$\frac{24}{16}=\frac{3}{2}$은 유한소수이므로 $24◎16=1$

$\therefore (123◎66)+(15◎9)+(24◎16)=-1+(-1)+1$

$=-1$　　답 -1

027 $\frac{x}{350}=\frac{x}{2\times5^2\times7}$가 유한소수가 되려면 x는 7의 배수이어야 한다.

또 기약분수로 나타내면 $\frac{9}{y}$이므로 x는 9의 배수이어야 한다.

따라서 x는 7과 9의 공배수, 즉 63의 배수이고 $50\le x\le70$이므로 $x=63$

$\frac{63}{350}=\frac{9}{50}$이므로 $y=50$

$\therefore x-y=63-50=13$　　답 13

028 (i) 분모의 소인수가 2뿐인 경우

$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{32}$, $\frac{1}{64}$의 6개

(ii) 분모의 소인수가 5뿐인 경우

$\frac{1}{5}$, $\frac{1}{25}$의 2개

(iii) 분모의 소인수가 2와 5뿐인 경우

$\frac{1}{10}$, $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{40}$, $\frac{1}{50}$, $\frac{1}{80}$, $\frac{1}{100}$의 6개

(i)~(iii)에서 유한소수로 나타낼 수 있는 분수의 개수는

$6+2+6=14$(개) 답 14개

029 수직선 위의 수 0과 1 사이의 거리를 30등분 하는 29개의 점에 대응하는 유리수는 $\frac{1}{30}$, $\frac{2}{30}$, $\frac{3}{30}$, $\cdots$, $\frac{28}{30}$, $\frac{29}{30}$이다.

이때 $30=2\times3\times5$이므로 유한소수가 되려면 분자는 3의 배수이어야 한다.

따라서 유한소수로 나타낼 수 있는 수는 $\frac{3}{30}$, $\frac{6}{30}$, $\frac{9}{30}$, $\cdots$, $\frac{27}{30}$의 9개이다. 답 9개

030 $0.02777\cdots=0.02\dot{7}$을 분수로 나타내면

$\frac{27-2}{900}=\frac{25}{900}=\frac{1}{36}$

따라서 $a=1$, $b=36$이므로 $a+b=1+36=37$ 답 37

031 $0.\dot{4}\dot{5}=\frac{45}{99}=\frac{5}{11}$이므로 $\frac{5}{11}\times A$가 어떤 자연수의 제곱이 되려면 $A=11\times5\times k^2$ (k는 자연수) 꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수 A의 값은 $11\times5=55$ 답 55

032 $1.2\dot{3}=\frac{123-12}{90}=\frac{111}{90}=\frac{37}{30}=\frac{37}{2\times3\times5}$이므로 $1.2\dot{3}\times a$가 유한소수가 되려면 a는 3의 배수이어야 한다.

따라서 a의 값이 될 수 있는 가장 큰 두 자리의 자연수는 99이다.

답 99

033 $0.41\dot{6}=\frac{416-41}{900}=\frac{375}{900}=\frac{5}{12}$이고 병도는 분모를 잘못 보고 분자를 바르게 보았으므로 처음 기약분수의 분자는 5이다.

$0.\dot{6}\dot{3}=\frac{63}{99}=\frac{7}{11}$이고 은별이는 분자를 잘못 보고 분모를 바르게 보았으므로 처음 기약분수의 분모는 11이다.

따라서 처음 기약분수 $\frac{5}{11}$를 순환소수로 나타내면 $\frac{5}{11}=0.\dot{4}\dot{5}$

답 $0.\dot{4}\dot{5}$

034 $3+\frac{6}{10^2}+\frac{6}{10^4}+\frac{6}{10^6}+\cdots=3.060606\cdots=3.\dot{0}\dot{6}$

$=\frac{306-3}{99}=\frac{303}{99}=\frac{101}{33}$

따라서 $x=101$, $y=33$이므로 $x-y=101-33=68$ 답 68

035 $12\times\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{10^2}+\frac{1}{10^3}+\cdots\right)=12\times(0.1+0.01+0.001+\cdots)$

$=12\times0.111\cdots=12\times0.\dot{1}$

$=12\times\frac{1}{9}=\frac{4}{3}=1.\dot{3}$ 답 $1.\dot{3}$

036 $\frac{1}{3}=0.\dot{3}$, $\frac{2}{3}=0.\dot{6}$이므로 $0.\dot{3}$ 이상 $0.\dot{6}$ 이하인 것은 $0.\dot{3}$, $0.\dot{4}$, $0.\dot{5}$, $0.\dot{6}$의 4개이다. 답 4개

037 ① $0.\dot{3}+0.\dot{4}=\frac{3}{9}+\frac{4}{9}=\frac{7}{9}=0.\dot{7}$

② $0.\dot{5}-0.\dot{2}\dot{6}=\frac{5}{9}-\frac{26}{99}=\frac{29}{99}=0.\dot{2}\dot{9}$

③ $0.\dot{3}\times0.\dot{8}=\frac{3}{9}\times\frac{8}{9}=\frac{8}{27}=0.\dot{2}9\dot{6}$

④ $0.\dot{1}\dot{6}\div0.\dot{2}=\frac{16}{99}\div\frac{2}{9}=\frac{16}{99}\times\frac{9}{2}=\frac{8}{11}=0.\dot{7}\dot{2}$

⑤ $0.\dot{2}\dot{7}\div0.2\dot{7}=\frac{27}{99}\div\frac{25}{90}=\frac{3}{11}\times\frac{18}{5}=\frac{54}{55}$

따라서 옳은 것은 ④이다. 답 ④

038 $3.\dot{6}=\frac{36-3}{9}=\frac{33}{9}=\frac{11}{3}$이므로 $a=\frac{3}{11}$

$0.\dot{8}\dot{1}=\frac{81}{99}=\frac{9}{11}$이므로 $b=\frac{9}{11}$

$\therefore \frac{b}{a}=b\times\frac{1}{a}=\frac{9}{11}\times\frac{11}{3}=3$ 답 3

039 어떤 자연수를 x라 하면

$1.3x=1.\dot{3}x-0.3$, $\frac{13}{10}x-\frac{4}{3}x=-\frac{3}{10}$

$39x-40x=-9$, $-x=-9$ $\therefore x=9$

따라서 바르게 계산한 답은

$9\times1.\dot{3}=9\times\frac{4}{3}=12$ 답 12

040 $0.\dot{x}\dot{y}+0.\dot{y}\dot{x}=0.\dot{8}$에서

$\frac{10x+y}{99}+\frac{10y+x}{99}=\frac{8}{9}$, $\frac{11(x+y)}{99}=\frac{8}{9}$

$\frac{x+y}{9}=\frac{8}{9}$ $\therefore x+y=8$ 답 8

041 $0.\dot{1}\le0.\dot{x}<\frac{3}{5}$에서 $\frac{1}{9}\le\frac{x}{9}<\frac{3}{5}$이므로

$\frac{5}{45}\le\frac{5x}{45}<\frac{27}{45}$

따라서 이를 만족하는 한 자리의 자연수 x의 값은 1, 2, 3, 4, 5이므로

$a=5$, $b=1$

$\therefore a-b=5-1=4$ 답 4

042 $0.\dot{x}-0.0\dot{x}=\frac{x}{9}-\frac{x}{90}=\frac{10x}{90}-\frac{x}{90}=\frac{9x}{90}=\frac{x}{10}$이므로

$\frac{1}{8}<0.\dot{x}-0.0\dot{x}<\frac{1}{2}$에서

$\frac{1}{8}<\frac{x}{10}<\frac{1}{2}$, $\frac{5}{40}<\frac{4x}{40}<\frac{20}{40}$

따라서 이를 만족하는 한 자리의 자연수 x의 값은 2, 3, 4이므로 구하는 합은 $2+3+4=9$ 답 9

043 $\frac{4}{7}=0.\dot{5}7142\dot{8}$이므로 순환마디의 숫자는 5, 7, 1, 4, 2, 8의 6개이다.

$f(1)=f(7)=f(13)=f(19)=f(25)=5$
$f(2)=f(8)=f(14)=f(20)=f(26)=7$
$f(3)=f(9)=f(15)=f(21)=f(27)=1$
$f(4)=f(10)=f(16)=f(22)=f(28)=4$
$f(5)=f(11)=f(17)=f(23)=f(29)=2$
$f(6)=f(12)=f(18)=f(24)=f(30)=8$

$\therefore f(1)-f(2)+f(3)-f(4)+\cdots+f(29)-f(30)$
$=5\times\{f(1)-f(2)+f(3)-f(4)+f(5)-f(6)\}$
$=5\times(5-7+1-4+2-8)$
$=5\times(-11)=-55$

답 -55

044 $a_1=1$, $a_2=2$이고

$a_3=\{(1+2)$를 4로 나눈 나머지$\}=3$
$a_4=\{(2+3)$을 4로 나눈 나머지$\}=1$
$a_5=\{(3+1)$을 4로 나눈 나머지$\}=0$
$a_6=\{(1+0)$을 4로 나눈 나머지$\}=1$
$a_7=\{(0+1)$을 4로 나눈 나머지$\}=1$
$a_8=\{(1+1)$을 4로 나눈 나머지$\}=2$
$a_9=\{(1+2)$를 4로 나눈 나머지$\}=3$
$\vdots$

즉 $0.123101123\cdots=0.\dot{1}2310\dot{1}$이므로 순환마디는 123101이다.

답 123101

045 (다)에서 $\frac{x}{440}=\frac{x}{2^3\times5\times11}$이므로 $\frac{x}{440}$가 유한소수가 되려면 x는 11의 배수이어야 한다.
이때 (가)에서 x는 3의 배수이므로 x는 3과 11의 공배수, 즉 33의 배수이다.
(나)에서 x는 세 자리의 자연수이므로 x의 최솟값은 132이다.

답 132

046 $\frac{21}{500x}=\frac{3\times7}{2^2\times5^3\times x}$이므로 x가 100 미만의 홀수일 때, $\frac{21}{500x}$이 유한소수가 되려면 x는 $3\times5^n\times7$(n은 자연수)의 약수 중 100 미만인 수이어야 한다.
따라서 구하는 x의 값은 1, 3, 5, 7, 3×5, 3×7, 3×5^2, 5^2, 5×7의 9개이다.

답 9개

047 $\frac{a}{52}=\frac{a}{2^2\times13}$, $\frac{2a}{70}=\frac{a}{35}=\frac{a}{5\times7}$, $\frac{4a}{105}=\frac{4a}{3\times5\times7}$이므로
a는 13, 7, 3×7의 최소공배수인 273의 배수이다.
따라서 가장 큰 세 자리의 자연수 a의 값은 819이다.

답 819

048 (i) $y=1, 2, 4, 5, 8, 10$일 때, $x=3, 6, 9$이므로 순서쌍 (x, y)의 개수는 $6\times3=18$(개)
(ii) $y=3, 6$일 때, $x=9$이므로 순서쌍 (x, y)의 개수는 2개
(iii) $y=7, 9$일 때, 10 이하의 자연수 중 주어진 분수를 유한소수로 나타낼 수 있도록 하는 x의 값은 없다.
(i)~(iii)에서 구하는 순서쌍 (x, y)의 개수는
$18+2=20$(개)

답 20개

049 순환마디의 숫자의 개수가 2개이고, 소수점 아래 첫 번째 자리부터 순환마디가 시작되는 분수는 $\frac{k}{99}$(k는 자연수)의 꼴로 나타낼 수 있다.
$\frac{k}{99}$를 약분했을 때, 분모가 될 수 있는 수는 99의 약수인 1, 3, 9, 11, 33, 99이다.
그런데 분모가 1이면 $\frac{k}{99}$는 정수이므로 주어진 조건을 만족하지 않고, 분모가 3 또는 9이면 순환마디의 숫자의 개수가 1개이므로 주어진 조건을 만족하지 않는다.
따라서 분모가 될 수 있는 수는 11, 33, 99이므로 그 합은
$11+33+99=143$

답 143

050 $\frac{y}{x}=\frac{1}{4}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{4^3}+\frac{1}{4^4}+\cdots$ ……㉠

㉠의 양변에 $\frac{1}{4}$을 곱하면

$\frac{1}{4}\times\frac{y}{x}=\frac{1}{4^2}+\frac{1}{4^3}+\frac{1}{4^4}+\frac{1}{4^5}+\cdots$ ……㉡

㉠$-$㉡을 하면 $\frac{3}{4}\times\frac{y}{x}=\frac{1}{4}$에서 $\frac{y}{x}=\frac{1}{3}$

따라서 $x=3$, $y=1$이므로 $x+y=3+1=4$

답 4

다른 풀이 ㉠의 양변에 4를 곱하면

$4\times\frac{y}{x}=1+\frac{1}{4}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{4^3}+\cdots$ ……㉢

㉢$-$㉠을 하면 $3\times\frac{y}{x}=1$에서 $\frac{y}{x}=\frac{1}{3}$

051 $0.2\dot{1}\dot{a}=\frac{210+a-2}{990}=\frac{208+a}{990}=\frac{b}{330}$

$\therefore b=\frac{208+a}{3}$

한편 b는 자연수이므로 $208+a$는 3의 배수이어야 한다.
이때 a는 한 자리의 자연수이므로 $a=2, 5, 8$

(i) $a=2$일 때, $0.2\dot{1}\dot{2}=\frac{212-2}{990}=\frac{210}{990}=\frac{70}{330}=\frac{7}{33}$

이때 $\frac{70}{330}$이 기약분수가 아니므로 조건을 만족하지 않는다.

(ii) $a=5$일 때, $0.2\dot{1}\dot{5}=\frac{215-2}{990}=\frac{213}{990}=\frac{71}{330}$

이때 $\frac{71}{330}$이 기약분수이므로 조건을 만족한다.

$\therefore b=71$

(iii) $a=8$일 때, $0.2\dot{1}\dot{8}=\frac{218-2}{990}=\frac{216}{990}=\frac{72}{330}=\frac{12}{55}$

이때 $\frac{72}{330}$가 기약분수가 아니므로 조건을 만족하지 않는다.

(i)~(iii)에서 $a=5$, $b=71$이므로
$b-a=71-5=66$

답 66

052 점 A는 원점에서 출발하여 오른쪽으로 $a_1=5$만큼, 다시 오른쪽으로 $a_3=\frac{1}{10}a_2=\frac{1}{100}a_1$만큼, 다시 오른쪽으로 $a_5=\frac{1}{10}a_4=\frac{1}{100}a_3=\frac{1}{1000}a_2=\frac{1}{10000}a_1$만큼, …과 같이 움직이므로 점 A의 x좌표가 가까워지는 값은

$$5+0.05+0.0005+\cdots=5.0505\cdots=5.\dot{0}\dot{5}$$
$$=\frac{505-5}{99}=\frac{500}{99}$$

또 점 A는 원점에서 출발하여 위로 $a_2=\frac{1}{10}a_1$만큼, 다시 위로 $a_4=\frac{1}{10}a_3=\frac{1}{100}a_2=\frac{1}{1000}a_1$만큼, 다시 위로 $a_6=\frac{1}{10}a_5=\frac{1}{100}a_4=\frac{1}{1000}a_3=\frac{1}{10000}a_2=\frac{1}{100000}a_1$만큼, …과 같이 움직이므로 점 A의 y좌표가 가까워지는 값은

$$0.5+0.005+0.00005+\cdots=0.50505\cdots$$
$$=0.\dot{5}\dot{0}=\frac{50}{99}$$

따라서 점 A가 가까워지는 점의 좌표는 $\left(\frac{500}{99}, \frac{50}{99}\right)$이다.

답 $\left(\frac{500}{99}, \frac{50}{99}\right)$

053 $1-\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{x}}=1-\dfrac{1}{\dfrac{x+1}{x}}=1-\dfrac{x}{x+1}$

$=\dfrac{x+1-x}{x+1}=\dfrac{1}{x+1}$

$0.\dot{8}\dot{1}=\frac{81}{99}=\frac{9}{11}$이므로 $\frac{1}{x+1}=\frac{9}{11}$

$9x+9=11$, $9x=2$ $\quad\therefore x=\frac{2}{9}$

따라서 $0.\dot{a}=\frac{2}{9}$이므로 $a=2$

답 2

054 $3y=x+z$에서 $z=3y-x$ ⋯⋯ ㉠

$0.\dot{x}+0.\dot{8}\dot{y}=0.\dot{7}\dot{z}+0.\dot{8}\dot{6}$에서

$\frac{x}{9}+\frac{80+y}{99}=\frac{70+z}{99}+\frac{86}{99}$, $11x+(80+y)=(70+z)+86$

$\therefore 11x+y-z=76$ ⋯⋯ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면 $11x+y-(3y-x)=76$

$12x-2y=76$, $6x-y=38$

$\therefore y=6x-38$

이때 x, y, z는 10보다 작은 자연수이므로

$x=7$, $y=4$, $z=5$

$\therefore xyz=7\times4\times5=140$

답 140

2 단항식의 계산

STEP 1 실력 문제 21쪽~23쪽

055 $\left(\frac{2x^2y^a}{z}\right)^3=\frac{8x^6y^{3a}}{z^3}=\frac{bx^cy^{12}}{z^3}$이므로

$3a=12$에서 $a=4$, $b=8$, $c=6$

답 $a=4$, $b=8$, $c=6$

056 ① $(a^2b^{\square})^3=a^6b^{\square\times3}=a^6b^{15}$이므로

$\square\times3=15$ $\quad\therefore \square=5$

② $(a^3)^4\div a^{\square}=a^{12-\square}=a^8$이므로

$12-\square=8$ $\quad\therefore \square=4$

③ $\left(-\frac{b^2}{a^3}\right)^3=-\frac{b^6}{a^9}=-\frac{b^6}{a^{\square}}$이므로 $\square=9$

④ $a^5\times a^4\div(a^{\square})^2=a^{9-\square\times2}=a$이므로

$9-\square\times2=1$ $\quad\therefore \square=4$

⑤ $a^{\square}\div(a^2)^2\div a=a^{\square-4-1}=a^{\square-5}=a^3$이므로

$\square-5=3$ $\quad\therefore \square=8$

따라서 $\square$ 안에 들어갈 수가 가장 큰 것은 ③이다.

답 ③

057 ① $a^7\div a^4\div a=a^{7-4-1}=a^2$

② $(a^3)^2\div(a^2)^2=a^6\div a^4=a^{6-4}=a^2$

③ $a\times a^5\div a^4=a^{1+5}\div a^4=a^6\div a^4=a^{6-4}=a^2$

④ $a^4\div(a^5\div a^2)=a^4\div a^{5-2}=a^4\div a^3=a^{4-3}=a$

⑤ $a^5\times(a\div a^4)=a^5\times\frac{1}{a^{4-1}}=a^5\times\frac{1}{a^3}=a^2$

따라서 계산 결과가 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

답 ④

058 $32^2\times16^3\div8^5=(2^5)^2\times(2^4)^3\div(2^3)^5$

$=2^{10}\times2^{12}\div2^{15}=2^{10+12-15}$

$=2^7=2^x$

$\therefore x=7$

답 7

059 $9^{x+4}=(3^2)^{x+4}=3^{2x+8}$이므로

$3^{3x-1}=3^{2x+8}$

$3x-1=2x+8$ $\quad\therefore x=9$

답 9

060 종이를 1번 접었을 때의 두께는 0.5×2 mm

종이를 2번 접었을 때의 두께는 $0.5\times2\times2=0.5\times2^2$ (mm)

종이를 3번 접었을 때의 두께는 $0.5\times2^2\times2=0.5\times2^3$ (mm)

⋮

종이를 n번 접었을 때의 두께는 0.5×2^n mm

이때 $0.5\times2^n=32$에서 $\frac{1}{2}\times2^n=32$

즉 $2^n=64$이므로 $2^n=2^6$

$\therefore n=6$

따라서 직사각형 모양의 종이를 6번 접어야 한다.

답 6번

061 $1\times2\times3\times4\times5\times6\times7\times8\times9\times10$

$=1\times2\times3\times2^2\times5\times(2\times3)\times7\times2^3\times3^2\times(2\times5)$

$=2^8\times3^4\times5^2\times7$

따라서 $a=8$, $b=4$, $c=2$, $d=1$이므로

$a+b+c+d=8+4+2+1=15$ 답 15

062 $\{(2^4)^4\}^4=(2^{16})^4=2^{64}=2^a$

$\therefore a=64$

$2^3\times2^3\times2^3\times2^3=2^{3+3+3+3}=2^{12}=2^b$

$\therefore b=12$

$2^4+2^4+2^4+2^4=4\times2^4=2^2\times2^4=2^{2+4}=2^6=2^c$

$\therefore c=6$

$\therefore a\div b\times c=64\div12\times6=32$ 답 32

063 $3^{x+2}+3^{x+1}+3^x=9\times3^x+3\times3^x+3^x$

$=(9+3+1)\times3^x$

$=13\times3^x$

즉 $13\times3^x=351$에서 $3^x=27$

$3^x=3^3$ $\quad\therefore x=3$ 답 3

064 $24^4=(2^3\times3)^4=(2^3)^4\times3^4=(2^3)^4\times(3^2)^2=A^4B^2$ 답 ④

065 $a=2^{x+1}=2^x\times2$에서 $2^x=\frac{a}{2}$

$\therefore 16^x=(2^4)^x=(2^x)^4=\left(\frac{a}{2}\right)^4=\frac{a^4}{16}$ 답 ①

066 $2^{11}\times5^7=2^4\times2^7\times5^7=2^4\times(2\times5)^7=16\times10^7$

따라서 $2^{11}\times5^7$은 9자리의 자연수이므로 $n=9$ 답 9

067 $2^{15}\times3\times5^{12}=2^3\times3\times2^{12}\times5^{12}$

$=2^3\times3\times(2\times5)^{12}$

$=24\times10^{12}$

따라서 $2^{15}\times3\times5^{12}$은 14자리의 자연수이다. 답 14자리

068 $45=3^2\times5$, $125=5^3$, $240=2^4\times3\times5$이므로

$45\times125\times240=(3^2\times5)\times5^3\times(2^4\times3\times5)$

$=2^4\times3^3\times5^5$

$=3^3\times5\times2^4\times5^4$

$=3^3\times5\times(2\times5)^4$

$=135\times10^4$

따라서 $45\times125\times240$은 7자리의 자연수이므로 $n=7$ 답 7

069 $5^4\times20^6=5^4\times(2^2\times5)^6=2^{12}\times5^{10}$

$=2^2\times2^{10}\times5^{10}=2^2\times(2\times5)^{10}$

$=4\times10^{10}$

따라서 $a=4$, $b=10$이므로

$a+b=4+10=14$ 답 14

070 ⑤ $4x^3y^4\div\left(-\frac{2}{5}x^2\right)\times\left(-\frac{1}{3}y\right)^2=4x^3y^4\times\left(-\frac{5}{2x^2}\right)\times\frac{1}{9}y^2$

$=-\frac{10}{9}xy^6$ 답 ⑤

071 $(-2x^2y)^A\div8x^By\times4x^5y^2=(-2)^Ax^{2A}y^A\times\frac{1}{8x^By}\times4x^5y^2$

$=\frac{(-2)^A}{2}\times x^{2A-B+5}y^{A+1}$

$=Cx^2y^3$

즉 $A+1=3$에서 $A=2$

$2A-B+5=2$에서 $4-B+5=2$ $\quad\therefore B=7$

$\frac{(-2)^A}{2}=C$에서 $\frac{(-2)^2}{2}=C$ $\quad\therefore C=2$

$\therefore A+B+C=2+7+2=11$ 답 11

072 $2xy^2\times A\div(-3x^2y^3)=4x^2y$에서

$A=4x^2y\times\frac{1}{2xy^2}\times(-3x^2y^3)=-6x^3y^2$

$(-x^2y^3)^2\div B\times\left(\frac{x^2}{y}\right)^3=x^2y^2$에서

$B=(-x^2y^3)^2\times\left(\frac{x^2}{y}\right)^3\times\frac{1}{x^2y^2}$

$=x^4y^6\times\frac{x^6}{y^3}\times\frac{1}{x^2y^2}=x^8y$

$\therefore A\div B=-6x^3y^2\div x^8y$

$=-6x^3y^2\times\frac{1}{x^8y}$

$=-\frac{6y}{x^5}$ 답 $-\frac{6y}{x^5}$

073 $\pi\times(2x^2y)^2\times(\text{높이})=16\pi x^5y^5$이므로

$(\text{높이})=16\pi x^5y^5\times\frac{1}{\pi(2x^2y)^2}$

$=16\pi x^5y^5\times\frac{1}{4\pi x^4y^2}=4xy^3$ 답 $4xy^3$

074 $3xy^2\times\overline{DC}=24x^3y^5$이므로

$\overline{DC}=\frac{24x^3y^5}{3xy^2}=8x^2y^3$

$\therefore$ (정사각형 DCEF의 넓이)$=(8x^2y^3)^2$

$=64x^4y^6$ 답 $64x^4y^6$

075 $A\div B=\frac{A}{B}=(2x)^4$, $B\div C=\frac{B}{C}=(-2x^2)^3$이므로

$A\div C=\frac{A}{C}=\frac{A}{B}\times\frac{B}{C}$

$=(2x)^4\times(-2x^2)^3=16x^4\times(-8x^6)$

$=-128x^{10}$ 답 $-128x^{10}$

STEP 2 심화 문제 24쪽~27쪽

076 $9^{x+2}=9^x\times3^y$에서

$9^{x+2}=9^x\times9^2=9^x\times(3^2)^2=9^x\times3^4=9^x\times3^y$이므로 $y=4$

$9^{x+2}=81^2$에서

$(3^2)^{x+2}=(3^4)^2$, 즉 $3^{2x+4}=3^8$이므로

$2x+4=8$ $\quad\therefore x=2$

$\therefore x+y=2+4=6$ 답 6

077 $(x^a y^b z^c)^d = x^{ad} y^{bd} z^{cd} = x^{16} y^{12} z^{28}$에서
$ad=16$, $bd=12$, $cd=28$이므로 자연수 d의 값은 16, 12, 28의 공약수이어야 한다.
따라서 d의 값이 될 수 있는 가장 큰 수는 16, 12, 28의 최대공약수인 4이다.
답 4

078 (1) $(1\text{메가바이트}) = (2^{10}\text{킬로바이트})$
$= (2^{10} \times 2^{10}\text{바이트})$
$= (2^{20}\text{바이트})$
따라서 1메가바이트는 2^{20}바이트이다.
(2) $(72\text{메가바이트}) = (72 \times 2^{20}\text{바이트})$이고 1초당 내려받는 자료의 양이 9×2^{21}바이트이므로
$\dfrac{72 \times 2^{20}}{9 \times 2^{21}} = \dfrac{36 \times 2^{21}}{9 \times 2^{21}} = 4$
따라서 모두 내려받는 데 걸리는 시간은 4초이다.
답 (1) 2^{20}바이트 (2) 4초

079 $ab = 2^{5x} \times 2^{5y} = 2^{5x+5y}$
$= 2^{5(x+y)} = 2^{5\times 2}$
$= 2^{10} = 1024$
답 1024

080 4^{15}과 3^{20}의 밑을 같게 할 수 없으므로 지수를 같게 한 후 밑을 비교한다.
$4^{15} = (2^2)^{15} = 2^{30} = (2^3)^{10} = 8^{10}$
$3^{20} = (3^2)^{10} = 9^{10}$
이때 $8 < 9$이므로 $8^{10} < 9^{10}$
$\therefore 4^{15} < 3^{20}$
답 $4^{15} < 3^{20}$

081 A, B, C의 밑을 같게 할 수 없으므로 지수를 같게 한 후 밑을 비교한다.
$A = 2^{12} = (2^4)^3 = 16^3$
$B = 3^9 = (3^3)^3 = 27^3$
$C = 5^6 = (5^2)^3 = 25^3$
이때 $16 < 25 < 27$이므로 $16^3 < 25^3 < 27^3$
$\therefore A < C < B$
답 $A < C < B$

082 $\dfrac{3^6+3^6+3^6+3^6}{2^3+2^3} \times \dfrac{8^2+8^2+8^2+8^2}{9^3+9^3} = \dfrac{4 \times 3^6}{2 \times 2^3} \times \dfrac{4 \times 8^2}{2 \times 9^3}$
$= \dfrac{2^2 \times 3^6}{2 \times 2^3} \times \dfrac{2^2 \times (2^3)^2}{2 \times (3^2)^3}$
$= \dfrac{2^2 \times 3^6}{2^4} \times \dfrac{2^8}{2 \times 3^6}$
$= 2^5 = 32$
답 32

083 $\dfrac{3^6+3^6+3^6}{4^3+4^3+4^3+4^3} \div \dfrac{27^3}{2^5+2^5} = \dfrac{3 \times 3^6}{4 \times 4^3} \div \dfrac{(3^3)^3}{2 \times 2^5} = \dfrac{3^7}{4^4} \div \dfrac{3^9}{2^6}$
$= \dfrac{3^7}{(2^2)^4} \times \dfrac{2^6}{3^9} = \dfrac{3^7}{2^8} \times \dfrac{2^6}{3^9}$
$= \dfrac{1}{2^2 \times 3^2} = \dfrac{1}{36}$
답 $\dfrac{1}{36}$

084 (가) $4^{x+1} + 4^x = 4 \times 4^x + 4^x = 5 \times 4^x = 320$이므로
$5 \times 4^x = 320$, $4^x = 64 = 4^3$ $\quad \therefore x = 3$
(나) $9^{2y-3} = (3^2)^{2y-3} = 3^{4y-6}$이므로
$3^{4-y} = 3^{4y-6}$에서
$4 - y = 4y - 6$, $-5y = -10$ $\quad \therefore y = 2$
$\therefore x + y = 3 + 2 = 5$
답 5

085 $a = 3^{x-1} = 3^x \div 3 = \dfrac{3^x}{3}$에서 $3^x = 3a$
$b = 5^{x+1} = 5^x \times 5$에서 $5^x = \dfrac{b}{5}$
$\therefore 15^x = (3 \times 5)^x = 3^x \times 5^x$
$= 3a \times \dfrac{b}{5}$
$= \dfrac{3}{5}ab$
답 ③

086 $2^1 = 2$, $2^2 = 4$, $2^3 = 8$, $2^4 = 16$, $2^5 = 32$, $\cdots$이므로 2의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 2, 4, 8, 6이 순서대로 반복된다.
즉 $2^{90} \div 2^{60} = 2^{90-60} = 2^{30}$에서 $30 = 4 \times 7 + 2$이므로 2^{30}의 일의 자리의 숫자는 반복되는 숫자 중 2번째 숫자인 4이다.
답 4

087 (1) $A = 6^3 \times 2^{10} \times 5^{14}$
$= (2 \times 3)^3 \times 2^{10} \times 5^{14}$
$= 2^3 \times 3^3 \times 2^{10} \times 5^{14}$
$= 2^{13} \times 3^3 \times 5^{14}$
$= 3^3 \times 5 \times 2^{13} \times 5^{13}$
$= 3^3 \times 5 \times (2 \times 5)^{13}$
$= 135 \times 10^{13}$
따라서 k의 최댓값은 13이고 그때의 자연수 a의 값은 135이다.
(2) A는 16자리의 자연수이므로 $n = 16$
답 (1) $k=13$, $a=135$ (2) 16

088 $(2^5+2^5+2^5+2^5)(5^4+5^4+5^4) = (4 \times 2^5) \times (3 \times 5^4)$
$= (2^2 \times 2^5) \times (3 \times 5^4)$
$= 2^7 \times 3 \times 5^4$
$= 2^3 \times 3 \times 2^4 \times 5^4$
$= 2^3 \times 3 \times (2 \times 5)^4$
$= 24 \times 10^4$
따라서 $(2^5+2^5+2^5+2^5)(5^4+5^4+5^4)$은 6자리의 자연수이다.
답 6자리

089 $2^x \times 5^{10} \times 7 = 2^{x-10} \times 7 \times (2^{10} \times 5^{10}) = 2^{x-10} \times 7 \times 10^{10}$이므로
$2^x \times 5^{10} \times 7$이 12자리의 자연수가 되려면 $2^{x-10} \times 7$이 두 자리의 자연수이어야 한다.
$x = 11$일 때, $2^{11-10} \times 7 = 2 \times 7 = 14$
$x = 12$일 때, $2^{12-10} \times 7 = 2^2 \times 7 = 28$
$x = 13$일 때, $2^{13-10} \times 7 = 2^3 \times 7 = 56$
$x = 14$일 때, $2^{14-10} \times 7 = 2^4 \times 7 = 112$
따라서 구하는 x의 값은 11, 12, 13이다.
답 11, 12, 13

090 가로의 세 식의 곱은

$$(-ab)^3\times\{-(-a^2b)^2\}\times\frac{b}{a^2}=(-a^3b^3)\times(-a^4b^2)\times\frac{b}{a^2}$$
$$=a^5b^6$$

이때 가로의 세 식의 곱과 세로의 세 식의 곱이 같으므로

$A\times\{-(-a^2b)^2\}\times(-a^3b^2)=a^5b^6$

$A\times(-a^4b^2)\times(-a^3b^2)=a^5b^6$

$\therefore A=a^5b^6\div a^7b^4$

$=a^5b^6\times\frac{1}{a^7b^4}$

$=\frac{b^2}{a^2}$ 답 $\frac{b^2}{a^2}$

091 (직육면체 모양의 찰흙의 부피)$=(2x^2y^2)^2\times\frac{\pi x^2}{y}$

$=4x^4y^4\times\frac{\pi x^2}{y}$

$=4\pi x^6y^3$

(구의 부피)$=\frac{4}{3}\pi\times(x^2y)^3=\frac{4}{3}\pi x^6y^3$

따라서 이 찰흙으로 만들 수 있는 구의 개수는

$4\pi x^6y^3\div\frac{4}{3}\pi x^6y^3=4\pi x^6y^3\times\frac{3}{4\pi x^6y^3}=3$(개) 답 3개

092 $<10\times a\times[b]>\times[-2\times[a]\times b]\div[5ab]$

$=<10\times a\times b^3>\times[-2\times a^3\times b]\div(5ab)^3$

$=(10ab^3)^2\times(-2a^3b)^3\div125a^3b^3$

$=100a^2b^6\times(-8a^9b^3)\times\frac{1}{125a^3b^3}$

$=-\frac{32}{5}a^8b^6$ 답 $-\frac{32}{5}a^8b^6$

STEP 3 고난도 문제 28쪽~30쪽

093 2^6과 값이 같은 수는 $2^6=(2^2)^3=(2^3)^2=(2^6)^1$, 즉

$2^6=4^3=8^2=64^1$

이와 같이 소수의 거듭제곱으로 나타내어진 수와 같은 수는 지수의 약수의 개수만큼 나타난다.

$9^{24}=(3^2)^{24}=3^{48}$이고, $48=2^4\times3$이므로 48의 약수의 개수는

$(4+1)\times(1+1)=10$(개)

따라서 값이 9^{24}이 되는 수는 모두 10번 나타난다. 답 10번

094 $<7>=7$, $<7^2>=9$, $<7^3>=3$, $<7^4>=1$, $<7^5>=7$, $\cdots$ 이므로 7^n의 일의 자리의 숫자는 7, 9, 3, 1의 4개의 숫자가 반복된다.

$17=4\times4+1$이므로 $<7^{17}>=7$

$83=4\times20+3$이므로 $<7^{83}>=3$

$\therefore <7^{17}+7^{83}>=0$ 답 0

095 $2, 2^2, 2^3, \cdots, 2^9$에서 지수들의 총합은 $1+2+3+\cdots+9=45$이다. 가로, 세로, 대각선의 각 줄마다 3칸씩 있으므로 가로, 세로, 대각선의 곱이 같아지려면 각 줄마다 지수들의 합이 15이면 된다.

따라서 지수들의 합이 15가 되도록 만들면 오른쪽 표와 같다.

2^6	2	2^8
2^7	2^5	2^3
2^2	2^9	2^4

답 풀이 참조

096 $3^4\div3^6=\frac{1}{3^2}=\frac{1}{9}$이므로 $4※6=3$

$3^7\div3^4=3^3=27$이므로 $7※4=2$

$3^3\div3^3=1$이므로 $3※3=2$

$(4※6)^6\times(7※4)^3\div(3※3)^2\div x^2=3^6\times2^3\div2^2\div x^2$

$=\frac{3^6\times2}{x^2}=\frac{1}{2}$

이때 x는 자연수이므로 $x^2=3^6\times2^2=(3^3\times2)^2$

$\therefore x=3^3\times2=54$ 답 54

097 3^a과 자연수 b가 서로소가 되려면 자연수 b의 소인수 중에는 3이 없어야 한다. 즉 a는 $1\times2\times3\times\cdots\times100$을 소인수분해했을 때 소인수 3의 지수와 같다.

1에서 100까지의 자연수 중 3을 소인수로 가지는 수는 3의 배수이다. 이때 9의 배수는 3^2을 인수로 가지고 있고, 27의 배수는 3^3을 인수로, 81의 배수는 3^4을 인수로 가지고 있으므로 a의 값은

(3의 배수의 개수)+(9의 배수의 개수)+(27의 배수의 개수)+(81의 배수의 개수)와 같다.

$\therefore a=33+11+3+1=48$ 답 48

098 $5^{x+2}(2^{x+3}+2^{x+5})=5^{x+2}(2^{x+3}+2^2\times2^{x+3})$

$=5^{x+2}\times5\times2^{x+3}$

$=5^{x+3}\times2^{x+3}$

$=10^{x+3}$

따라서 $a=10$, $b=3$이므로 $a+b=13$ 답 13

099 n이 자연수이므로 $2n$은 짝수, $2n+1$은 홀수이다.

따라서 $(-a)^{2n+1}=-a^{2n+1}$, $(-a)^{2n}=a^{2n}$이므로

$a^{2n}+(-a)^{2n+1}+a^{2n+1}+(-a)^{2n}$

$=a^{2n}-a^{2n+1}+a^{2n+1}+a^{2n}$

$=2a^{2n}$ 답 $2a^{2n}$

100 $4^{x-1}\times25^{x+1}=(2^2)^{x-1}\times(5^2)^{x+1}$

$=2^{2x-2}\times5^{2x+2}$

$=2^{2x-2}\times5^{2x-2}\times5^4$

$=5^4\times(2\times5)^{2x-2}$

$=625\times10^{2x-2}$

이때 $4^{x-1}\times25^{x+1}$은 9자리의 자연수이므로

$2x-2=6$, $2x=8$ $\therefore x=4$ 답 4

101 ㉠ $L[2^x\times 2^y]=L[2^{x+y}]=x+y$, $L[2^x]\times L[2^y]=xy$

∴ $L[2^x\times 2^y]\neq L[2^x]\times L[2^y]$

㉡ $x>y$이므로

$L[2^x\div 2^y]=L[2^{x-y}]=x-y$, $L[2^x]-L[2^y]=x-y$

∴ $L[2^x\div 2^y]=L[2^x]-L[2^y]$

㉢ $L[(2^x)^y]=L[2^{xy}]=xy$, $(L[2^x])^y=x^y$

∴ $L[(2^x)^y]\neq(L[2^x])^y$

㉣ $L[A]=3$이므로 $A=2^3=8$

따라서 옳은 것은 ㉡, ㉣이다. 답 ㉡, ㉣

102 $\left(-\frac{x^3}{y}\right)^a\times\left(-\frac{y^2}{x^b}\right)^2\div\left(-\frac{x^2}{2y}\right)^2$

$=(-1)^a\times\frac{x^{3a}}{y^a}\times\frac{y^4}{x^{2b}}\times\frac{4y^2}{x^4}$

즉 $(-1)^a\times\frac{x^{3a}}{y^a}\times\frac{y^4}{x^{2b}}\times\frac{4y^2}{x^4}=-\frac{4y^{c-1}}{x^3}$ ……㉠

이때 $(-1)^a=-1$이고, $1<a<5$이므로 $a=3$

$a=3$을 ㉠에 대입하면

$-\frac{x^9}{y^3}\times\frac{y^4}{x^{2b}}\times\frac{4y^2}{x^4}=-\frac{4y^3}{x^{2b-5}}=-\frac{4y^{c-1}}{x^3}$

$2b-5=3$에서 $2b=8$ ∴ $b=4$

$3=c-1$에서 $c=4$

∴ $a+b+c=3+4+4=11$ 답 11

103 $\boxed{}\div 12x^3y^5=\frac{3xy^7}{\boxed{}}$에서

$\boxed{}=\frac{3xy^7}{\boxed{}}\times 12x^3y^5$

$(\boxed{})^2=3xy^7\times 12x^3y^5=36x^4y^{12}=(6x^2y^6)^2$ (∵ $A>0$)

∴ $\boxed{}=6x^2y^6$

따라서 $A=6$, $B=2$, $C=6$이므로

$A+B+C=6+2+6=14$ 답 14

104 만들 수 있는 가장 작은 정사각형의 한 변의 길이는 x^2y^5과 x^5y의 최소공배수이다.

이때 x, y는 서로소이므로 최소공배수는 x^5y^5이다.

따라서 정사각형의 한 변의 길이는 x^5y^5이므로 필요한 직사각형 모양의 종이는

$(x^5y^5\div x^2y^5)\times(x^5y^5\div x^5y)=x^3y^4$(장) 답 ②

3 다항식의 계산

STEP 1 실력 문제 33쪽~34쪽

105 ① $(2x-3y)+(3x-5y)=5x-8y$

② $(-a+2b)-(2a-7b)=-a+2b-2a+7b$

$=-3a+9b$

③ $\left(\frac{1}{2}a-b\right)-\left(-\frac{1}{3}a-\frac{1}{2}b\right)=\frac{1}{2}a-b+\frac{1}{3}a+\frac{1}{2}b$

$=\frac{5}{6}a-\frac{1}{2}b$

⑤ $(a^2-ab+b^2)-(a^2+3ab-2b^2)$

$=a^2-ab+b^2-a^2-3ab+2b^2$

$=-4ab+3b^2$

따라서 옳은 것은 ④이다. 답 ④

106 $\left(\frac{3}{4}x+ay-\frac{3}{2}\right)-\left(-\frac{1}{4}x-\frac{2}{3}y+1\right)$

$=\frac{3}{4}x+ay-\frac{3}{2}+\frac{1}{4}x+\frac{2}{3}y-1$

$=x+\left(a+\frac{2}{3}\right)y-\frac{5}{2}$

이때 x의 계수와 y의 계수의 합이 2이므로

$1+\left(a+\frac{2}{3}\right)=2$ ∴ $a=\frac{1}{3}$ 답 $\frac{1}{3}$

107 $-2(ax^2+3x-1)+(x^2+bx+5)$

$=-2ax^2-6x+2+x^2+bx+5$

$=(-2a+1)x^2+(-6+b)x+7$

$=3x^2+c$

즉 $-2a+1=3$에서 $a=-1$

$-6+b=0$에서 $b=6$

$c=7$

∴ $a+b+c=-1+6+7=12$ 답 12

108 $7x-[6x-y+\{-x+3y-(2x-y)\}]$

$=7x-\{6x-y+(-x+3y-2x+y)\}$

$=7x-\{6x-y+(-3x+4y)\}$

$=7x-(3x+3y)$

$=7x-3x-3y$

$=4x-3y$ 답 $4x-3y$

109 어떤 식을 A라 하면

$A-(2x^2+3x-1)=-7x^2+x-3$

∴ $A=-7x^2+x-3+(2x^2+3x-1)$

$=-5x^2+4x-4$

따라서 바르게 계산한 식은

$-5x^2+4x-4+(2x^2+3x-1)=-3x^2+7x-5$

답 $-3x^2+7x-5$

110 $2x(-x+2y+3)-(15x^3y-9x^2y^2+6x^2y)\div 3xy$

$=-2x^2+4xy+6x-(5x^2-3xy+2x)$

$=-2x^2+4xy+6x-5x^2+3xy-2x$

$=-7x^2+7xy+4x$

따라서 xy의 계수는 7이다. 답 7

111 $\dfrac{xy^2-3x^2y}{xy}-\dfrac{xy^2-4x^2}{x}=y-3x-(y^2-4x)$

$=y-3x-y^2+4x$

$=-y^2+y+x$

즉 $-y^2+y+x$에 $x=1$, $y=-3$을 대입하면

$-(-3)^2+(-3)+1=-11$ 답 -11

112 어떤 다항식을 A라 하면

$A\div(-2a^2b)=-3ab^2+\dfrac{2b}{a}$

$\therefore A=\left(-3ab^2+\dfrac{2b}{a}\right)\times(-2a^2b)$

$=6a^3b^3-4ab^2$ 답 $6a^3b^3-4ab^2$

113 $A-\{B-2(A-B)\}+B=A-(B-2A+2B)+B$

$=A-(-2A+3B)+B$

$=A+2A-3B+B$

$=3A-2B$

$=3(2x-y)-2(-x+3y)$

$=6x-3y+2x-6y$

$=8x-9y$ 답 $8x-9y$

114 $2x+3y=x+y+2$에서

$x=-2y+2$

$\therefore 3x-2y+5=3(-2y+2)-2y+5$

$=-6y+6-2y+5$

$=-8y+11$ 답 $-8y+11$

115 $(x+y):(x-y)=3:2$에서

$2(x+y)=3(x-y)$

$2x+2y=3x-3y \qquad \therefore x=5y$

$\therefore \dfrac{5y}{x}+\dfrac{4x}{5y}=\dfrac{5y}{5y}+\dfrac{4\times 5y}{5y}$

$=1+4=5$ 답 5

116 $a+b+c=0$에서

$b+c=-a$, $c+a=-b$, $a+b=-c$

$\therefore \dfrac{b+c}{a}+\dfrac{c+a}{b}+\dfrac{a+b}{c}=\dfrac{-a}{a}+\dfrac{-b}{b}+\dfrac{-c}{c}$

$=-1+(-1)+(-1)$

$=-3$ 답 -3

STEP 2 심화 문제 35쪽~36쪽

117 (둘레의 길이)

$=2\{(5a-7)+(3a^2-2a+5)+(2a^2-3a-1)\}$

$=2(5a^2-3)$

$=10a^2-6$ 답 $10a^2-6$

118 $6x^2-\{x-(4x^2+2x-\boxed{})\}$

$=6x^2-(x-4x^2-2x+\boxed{})$

$=6x^2-(-4x^2-x+\boxed{})$

$=6x^2+4x^2+x-\boxed{}$

$=10x^2+x-\boxed{}=5x^2-3x+2$

$\therefore \boxed{}=10x^2+x-(5x^2-3x+2)$

$=10x^2+x-5x^2+3x-2$

$=5x^2+4x-2$ 답 $5x^2+4x-2$

119 $B+(5x^2-y^2)+(7x^2+2xy+y^2)=15x^2-3y^2$에서

$B+12x^2+2xy=15x^2-3y^2$

$\therefore B=15x^2-3y^2-(12x^2+2xy)$

$=15x^2-3y^2-12x^2-2xy$

$=3x^2-2xy-3y^2$

$A+B+(8x^2+3xy+2y^2)=15x^2-3y^2$에서

$A+(3x^2-2xy-3y^2)+(8x^2+3xy+2y^2)=15x^2-3y^2$

$A+11x^2+xy-y^2=15x^2-3y^2$

$\therefore A=15x^2-3y^2-(11x^2+xy-y^2)$

$=15x^2-3y^2-11x^2-xy+y^2$

$=4x^2-xy-2y^2$

$\therefore 2A-B=2(4x^2-xy-2y^2)-(3x^2-2xy-3y^2)$

$=8x^2-2xy-4y^2-3x^2+2xy+3y^2$

$=5x^2-y^2$ 답 $5x^2-y^2$

120 (색칠한 부분의 넓이)

$=2x(4y+2)-\left\{\dfrac{1}{2}\times 5\times(4y+2)+\dfrac{1}{2}\times 2x\times 2\right.$

$\left.+\dfrac{1}{2}\times(2x-5)\times 4y\right\}$

$=8xy+4x-(10y+5+2x+4xy-10y)$

$=8xy+4x-(4xy+2x+5)$

$=8xy+4x-4xy-2x-5$

$=4xy+2x-5$ 답 $4xy+2x-5$

121 $A=2x^2y(3xy^3-4y)+8x$

$=6x^3y^4-8x^2y^2+8x$

$\therefore \dfrac{A}{4xy}=\dfrac{6x^3y^4-8x^2y^2+8x}{4xy}$

$=\dfrac{3}{2}x^2y^3-2xy+\dfrac{2}{y}$ 답 $\dfrac{3}{2}x^2y^3-2xy+\dfrac{2}{y}$

122 큰 직육면체의 높이를 h_1, 작은 직육면체의 높이를 h_2라 하면

$3a\times b\times h_1=a^2b+6ab^2$이므로 $3abh_1=a^2b+6ab^2$

$\therefore h_1=(a^2b+6ab^2)\div 3ab=\frac{1}{3}a+2b$

$a\times b\times h_2=a^2b-2ab^2$이므로 $abh_2=a^2b-2ab^2$

$\therefore h_2=(a^2b-2ab^2)\div ab=a-2b$

따라서 전체 상자의 높이 h는 두 직육면체의 높이의 합이므로

$h=h_1+h_2=\left(\frac{1}{3}a+2b\right)+(a-2b)=\frac{4}{3}a$ 답 $\frac{4}{3}a$

123 $x+\frac{1}{y}=1$에서 $x=1-\frac{1}{y}=\frac{y-1}{y}$

$y+\frac{1}{z}=1$에서 $\frac{1}{z}=1-y$

$\therefore z=\frac{1}{1-y}=-\frac{1}{y-1}$

$\therefore xyz=\frac{y-1}{y}\times y\times\left(-\frac{1}{y-1}\right)=-1$ 답 -1

124 $a:b:c=1:2:3$이므로

$a=k,\ b=2k,\ c=3k\,(k\neq 0)$라 하면

$\frac{3a+5b+c}{2b}=\frac{3k+10k+3k}{4k}=\frac{16k}{4k}=4$ 답 4

125 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=5$에서 $\frac{a+b}{ab}=5$ $\quad\therefore a+b=5ab$

$\therefore \frac{a+3ab+b}{2a-3ab+2b}=\frac{(a+b)+3ab}{2(a+b)-3ab}$

$=\frac{5ab+3ab}{10ab-3ab}$

$=\frac{8ab}{7ab}=\frac{8}{7}$ 답 $\frac{8}{7}$

STEP 3 고난도 문제 37쪽~38쪽

126 n이 자연수이므로 $2n-1$, $2n+1$은 홀수이고, $2n$은 짝수이다.

$(-1)^{2n-1}=-1,\ (-1)^{2n}=1,\ (-1)^{2n+1}=-1$이므로

$(-1)^{2n-1}(3x-y)+(-1)^{2n}(x+4y)-(-1)^{2n+1}(2x+y)$

$=-(3x-y)+(x+4y)+(2x+y)$

$=-3x+y+x+4y+2x+y$

$=6y$ 답 $6y$

127 $8^{x+3}=\frac{16^5}{2^y}=2^{12}$에서 $(2^3)^{x+3}=\frac{(2^4)^5}{2^y}=2^{12}$

즉 $2^{3x+9}=2^{20-y}=2^{12}$이므로

$2^{3x+9}=2^{12}$에서 $3x+9=12,\ 3x=3$ $\quad\therefore x=1$

$2^{20-y}=2^{12}$에서 $20-y=12$ $\quad\therefore y=8$

$\therefore \frac{15x^2y-9xy^2}{3xy}-\frac{16x^2-8x}{4x}=5x-3y-(4x-2)$

$=5x-3y-4x+2$

$=x-3y+2$

$=1-3\times 8+2$

$=-21$ 답 -21

128 $0.\dot{3}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3},\ 0.1\dot{5}=\frac{15-1}{90}=\frac{14}{90}=\frac{7}{45},\ 0.\dot{4}=\frac{4}{9}$이므로

$(0.\dot{3}ab^2c-0.1\dot{5}a^2bc)\div 0.\dot{4}ab-abc\left(\frac{5}{2a}-\frac{1}{b}\right)$

$=\left(\frac{1}{3}ab^2c-\frac{7}{45}a^2bc\right)\div\frac{4}{9}ab-\frac{5}{2}bc+ac$

$=\left(\frac{1}{3}ab^2c-\frac{7}{45}a^2bc\right)\times\frac{9}{4ab}-\frac{5}{2}bc+ac$

$=\frac{3}{4}bc-\frac{7}{20}ac-\frac{5}{2}bc+ac$

$=-\frac{7}{4}bc+\frac{13}{20}ac$ 답 $-\frac{7}{4}bc+\frac{13}{20}ac$

129 $(A+2B)※\{B◉(3B-A)\}$

$=(A+2B)※\{2B-(3B-A)\}$

$=(A+2B)※(A-B)$

$=2(A-B)-(A+2B)$

$=A-4B$

$=3x^2-2x-4(2x^2-4x-1)$

$=3x^2-2x-8x^2+16x+4$

$=-5x^2+14x+4$ 답 $-5x^2+14x+4$

130 지수법칙을 이용하여 밑을 3으로 같게 한 후 지수끼리 비교한다.

$\frac{9^{2x}\times 3^y}{3^x}=243$에서 $\frac{(3^2)^{2x}\times 3^y}{3^x}=3^5$

$\frac{3^{4x}\times 3^y}{3^x}=3^5$ $\quad\therefore 3^{3x+y}=3^5$

즉 $3x+y=5$이므로 $y=-3x+5$

$\therefore 4x-2y+7=4x-2(-3x+5)+7$

$=4x+6x-10+7$

$=10x-3$ 답 $10x-3$

131 $0.2\dot{3}=\frac{23-2}{90}=\frac{21}{90}=\frac{7}{30}$

$2.\dot{3}=\frac{23-2}{9}=\frac{21}{9}=\frac{7}{3}$

즉 $(x-y):(x+y)=0.2\dot{3}:2.\dot{3}$에서

$(x-y):(x+y)=\frac{7}{30}:\frac{7}{3}=1:10$

$10(x-y)=x+y$

$10x-10y=x+y,\ 9x=11y$

$\therefore x=\frac{11}{9}y$

$\therefore \frac{x^2+y^2}{xy}+\frac{x^2-y^2}{xy}+\frac{y}{x}=\frac{2x^2}{xy}+\frac{y}{x}$

$=\frac{2x}{y}+\frac{y}{x}$

$=2x\times\frac{1}{y}+y\times\frac{1}{x}$

$=2\times\frac{11}{9}y\times\frac{1}{y}+y\times\frac{9}{11y}$

$=\frac{22}{9}+\frac{9}{11}$

$=\frac{323}{99}$ 답 $\frac{323}{99}$

132 $a-b+c=0$에서 $b=a+c$ ⋯⋯ ㉠

$a-2b-4c=0$에 ㉠을 대입하면

$a-2(a+c)-4c=0$

$a-2a-2c-4c=0$ $\therefore a=-6c$

㉠에 $a=-6c$를 대입하면

$b=-6c+c=-5c$

$$\therefore \frac{4a}{b+c}+\frac{4b}{c+a}+\frac{11c}{a+b}$$
$$=\frac{4\times(-6c)}{-5c+c}+\frac{4\times(-5c)}{c+(-6c)}+\frac{11c}{(-6c)+(-5c)}$$
$$=\frac{-24c}{-4c}+\frac{-20c}{-5c}+\frac{11c}{-11c}$$
$$=6+4+(-1)=9$$

답 9

133 $2a+\frac{1}{b}=1$에서 $2a=1-\frac{1}{b}=\frac{b-1}{b}$

$\therefore a=\frac{b-1}{2b}$

$b+\frac{1}{c}=1$에서 $\frac{1}{c}=1-b$

$\therefore c=\frac{1}{1-b}=-\frac{1}{b-1}$

$$\therefore \frac{1}{a}+2c=\frac{2b}{b-1}+2\times\left(-\frac{1}{b-1}\right)$$
$$=\frac{2b-2}{b-1}$$
$$=\frac{2(b-1)}{b-1}=2$$

답 2

4 일차부등식

STEP 1 실력 문제 41쪽~45쪽

134 ① $-1+1>0$ (거짓) ② $1-(-1)<0$ (거짓)

③ $2\times(-1)\le-3$ (거짓) ④ $2\times(-1)+3\ge6$ (거짓)

⑤ $-1+3\times(-1)\ge-5$ (참)

답 ⑤

135 $x=-1$일 때, $5-(-1)\ge3$ (참)

$x=0$일 때, $5-0\ge3$ (참)

$x=1$일 때, $5-1\ge3$ (참)

$x=2$일 때, $5-2\ge3$ (참)

$x=3$일 때, $5-3\ge3$ (거짓)

따라서 주어진 부등식의 해는 $-1, 0, 1, 2$의 4개이다.

답 4개

136 ④ $a<b$에서 $-\frac{a}{2}>-\frac{b}{2}$ $\therefore 1-\frac{a}{2}>1-\frac{b}{2}$

답 ④

137 ① $a<b$이면 $a-2<b-2$

② $4a\ge4b$이면 $a\ge b$

③ $\frac{1}{2}a-3>\frac{1}{2}b-3$이면 $\frac{1}{2}a>\frac{1}{2}b$ $\therefore a>b$

④ $c<0$일 때, $a<b$이면 $ac>bc$

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

138 $1<x<5$의 각 변에 3을 곱하면

$3<3x<15$

각 변에서 4를 빼면

$-1<3x-4<11$

$\therefore -1<A<11$

답 $-1<A<11$

139 $-3\le-2a+5<1$의 각 변에서 5를 빼면

$-8\le-2a<-4$

각 변을 -2로 나누면 $2<a\le4$

따라서 $m=2$, $n=4$이므로

$m+n=2+4=6$

답 6

140 ① $\frac{1-x}{4}<1$의 양변에 4를 곱하면

$1-x<4$, $-x<3$ $\therefore x>-3$

② $-0.2x<0.1(x+9)$의 양변에 10을 곱하면

$-2x<x+9$, $-3x<9$ $\therefore x>-3$

③ $2(-x-4)<x+1$에서 $-2x-8<x+1$

$-3x<9$ $\therefore x>-3$

④ $0.2x+1<\frac{1}{5}(2x+1)$의 양변에 10을 곱하면

$2x+10<4x+2$, $-2x<-8$ $\therefore x>4$

⑤ $\frac{1}{3}x+1<\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$의 양변에 6을 곱하면

$2x+6<3x+9$, $-x<3$ $\therefore x>-3$

답 ④

141 $5x-9\le 3(x-2)+5$에서

$5x-9\le 3x-6+5$, $2x\le 8$ $\quad\therefore x\le 4$

따라서 주어진 부등식을 만족하는 자연수 x는 1, 2, 3, 4의 4개이다. 답 4개

142 $0.3x-1>1.2x+0.8$의 양변에 10을 곱하면

$3x-10>12x+8$

$-9x>18$ $\quad\therefore x<-2$

$\frac{x-1}{2}-\frac{2x-1}{3}<1$의 양변에 6을 곱하면

$3(x-1)-2(2x-1)<6$

$3x-3-4x+2<6$

$-x<7$ $\quad\therefore x>-7$

따라서 $a=-3$, $b=-6$이므로

$a+b=-3+(-6)=-9$ 답 -9

143 $ax+5\le 3$에서 $ax\le -2$

이때 $a<0$이므로 $x\ge -\frac{2}{a}$ 답 $x\ge -\frac{2}{a}$

144 $ax-3>3x+5$에서 $(a-3)x>8$

이때 해가 $x>1$이므로 $a-3>0$

따라서 $x>\frac{8}{a-3}$이므로 $\frac{8}{a-3}=1$

$a-3=8$ $\quad\therefore a=11$ 답 11

145 $ax+3\ge 4(x-0.5a)$에서 $ax+3\ge 4x-2a$

$(a-4)x\ge -2a-3$

이때 해가 $x\le -1$이므로 $a-4<0$

따라서 $x\le \frac{-2a-3}{a-4}$이므로 $\frac{-2a-3}{a-4}=-1$

$-2a-3=-a+4$ $\quad\therefore a=-7$ 답 -7

146 $\frac{2}{5}x+\frac{1}{3}<\frac{2}{3}x-1$의 양변에 15를 곱하면

$6x+5<10x-15$

$-4x<-20$ $\quad\therefore x>5$

$7-3x<2x+a$에서

$-5x<a-7$ $\quad\therefore x>\frac{7-a}{5}$

이때 두 부등식의 해가 서로 같으므로 $\frac{7-a}{5}=5$

$7-a=25$ $\quad\therefore a=-18$ 답 -18

147 연속하는 두 짝수를 x, $x+2$라 하면

$4x-7\ge 2(x+2)$ $\quad\therefore x\ge \frac{11}{2}$

따라서 가장 작은 두 짝수는 6, 8이다. 답 6, 8

148 연속하는 세 홀수를 $x-2$, x, $x+2$라 하면

$(x-2)+x+(x+2)<38$ $\quad\therefore x<\frac{38}{3}$

이때 x의 값 중 가장 큰 홀수는 11이므로 가장 큰 세 홀수는 9, 11, 13이다.

따라서 세 홀수의 합의 최댓값은 $9+11+13=33$ 답 33

149 5회째 시험에서의 점수를 x점이라 하면 4회까지의 시험 성적의 총합은 $75\times 4=300$(점)이므로

$\frac{300+x}{5}\ge 77$ $\quad\therefore x\ge 85$

따라서 5회째 시험에서 최소한 85점 이상을 받아야 한다. 답 85점

150 상자의 개수를 x개라 하면

$90+20x\le 480$ $\quad\therefore x\le \frac{39}{2}$

따라서 한 번에 운반할 수 있는 상자는 최대 19개이다. 답 19개

151 음료수를 x개 산다고 하면 과자는 $(14-x)$개 살 수 있으므로

$1000(14-x)+1600x\le 19100$ $\quad\therefore x\le \frac{17}{2}$

따라서 음료수는 최대 8개까지 살 수 있다. 답 8개

152 세로의 길이를 x cm라 하면 가로의 길이는 $(x+4)$ cm이므로

$2\{(x+4)+x\}\le 100$ $\quad\therefore x\le 23$

따라서 세로의 길이는 23 cm 이하이어야 한다. 답 23 cm

153 $\overline{BP}$의 길이를 x cm라 하면 $\overline{PC}$의 길이는 $(40-x)$ cm이므로

$\triangle APM$

$=40\times 20-\left\{\frac{1}{2}\times x\times 20+\frac{1}{2}\times(40-x)\times 10+\frac{1}{2}\times 40\times 10\right\}$

$=800-(10x+200-5x+200)$

$=-5x+400\ (cm^2)$

이때 $-5x+400\le 280$이므로

$-5x\le -120$ $\quad\therefore x\ge 24$

따라서 $\overline{BP}$의 길이는 24 cm 이상이어야 한다. 답 24 cm

154 음료수를 x캔 산다고 하면

$800x>500x+1200$ $\quad\therefore x>4$

따라서 5캔 이상 살 경우 할인 매장에서 사는 것이 더 유리하다. 답 5캔

155 일 년에 책을 주문하는 횟수를 x회라 하면

$2000x>6000+1000x$ $\quad\therefore x>6$

따라서 일 년에 7회 이상 책을 주문하면 회원으로 가입하여 주문하는 것이 더 유리하다. 답 7회

156 x명이 입장한다고 하면

$5000x>5000\times\frac{80}{100}\times 20$ $\quad\therefore x>16$

따라서 17명 이상이면 20명의 단체 입장권을 사는 것이 더 유리하다. 답 17명

157 원가를 x원이라 하면 정가는 $\left(1+\frac{18}{100}\right)x$원이므로

$\left(1+\frac{18}{100}\right)x-3000\ge\left(1+\frac{12}{100}\right)x$ $\quad\therefore x\ge 50000$

따라서 원가의 최솟값은 50000원이다. 답 50000원

158 원가에 x %의 이익을 붙여 정가를 정한다고 하면 정가는

$2500\left(1+\frac{x}{100}\right)$원이므로

$2500\left(1+\frac{x}{100}\right)\times\left(1-\frac{20}{100}\right)\geq 2500\times\left(1+\frac{4}{100}\right)$

$\therefore x\geq 30$

따라서 30 % 이상의 이익을 붙여 정가를 정해야 한다. 답 30 %

159 올라갈 때의 거리를 x km라 하면 내려올 때의 거리는 $(x+1)$ km이므로

$\frac{x}{3}+\frac{x+1}{4}\leq 2 \qquad \therefore x\leq 3$

따라서 올라갈 수 있는 거리는 최대 3 km이다. 답 3 km

160 태훈이가 뛰어간 거리를 x m라 하면 걸어간 거리는 $(2000-x)$ m이므로

$\frac{2000-x}{40}+\frac{x}{80}\leq 40 \qquad \therefore x\geq 800$

따라서 뛰어간 거리는 최소 800 m이다. 답 800 m

161 분속 30 m로 걸은 거리를 x m라 하면 분속 50 m로 걸은 거리는 $(5000-x)$ m이므로

$\frac{x}{30}+\frac{5000-x}{50}\leq 120 \qquad \therefore x\leq 1500$

따라서 분속 30 m로 걸은 거리는 최대 1500 m이다. 답 1500 m

162 역에서 서점까지의 거리를 x km라 하면

$\frac{x}{2}+\frac{15}{60}+\frac{x}{4}\leq 1 \qquad \therefore x\leq 1$

따라서 최대 1 km 떨어진 서점까지 이용할 수 있다. 답 1 km

163 8 %의 소금물의 양을 x g이라 하면 14 %의 소금물의 양은 $(300-x)$ g이므로

$\frac{8}{100}\times x+\frac{14}{100}\times(300-x)\geq\frac{12}{100}\times 300 \qquad \therefore x\leq 100$

따라서 8 %의 소금물을 100 g 이하로 섞어야 한다. 답 100 g

164 증발시켜야 하는 물의 양을 x g이라 하면

$\frac{5}{100}\times 200\geq\frac{8}{100}\times(200-x) \qquad \therefore x\geq 75$

따라서 증발시켜야 하는 물의 양은 75 g 이상이다. 답 75 g

STEP 2 심화 문제 46쪽~50쪽

165 $|x|\leq 2$인 정수 x는 $-2, -1, 0, 1, 2$이므로

$x=-2$일 때, $2\times(-2)+5>-2\times(-2-3)$ (거짓)

$x=-1$일 때, $2\times(-1)+5>-2\times(-1-3)$ (거짓)

$x=0$일 때, $2\times 0+5>-2\times(0-3)$ (거짓)

$x=1$일 때, $2\times 1+5>-2\times(1-3)$ (참)

$x=2$일 때, $2\times 2+5>-2\times(2-3)$ (참)

따라서 주어진 부등식의 해는 1, 2의 2개이다. 답 2개

166 ① $4a<4b$이므로 $4a-9<4b-9$

② $a<b$이므로 $-5a>-5b$

③ $a<b$의 양변을 b로 나누면 $b<0$이므로 $\frac{a}{b}>1$

④ $a<b$의 양변에 a를 곱하면 $a<0$이므로 $a^2>ab$

⑤ $a<b<0$에서 $|a|>|b|$이므로 $a^2>b^2$ 답 ③

167 ㉠ $d<c$이고 $a>0$이므로 $ad<ac$

㉡ $a+b>b$이고 $c<0$이므로 $\frac{a+b}{c}<\frac{b}{c}$

㉢ $a>c$이고 $c<0$이므로 $ac<c^2$

$\therefore ac-b<c^2-b$

㉣ $f(-2c)=-2\times(-2c)=4c$

$f(-2a)=-2\times(-2a)=4a$

이때 $c<a$이므로 $4c<4a$

$\therefore f(-2c)<f(-2a)$ 답 ㉢, ㉣

168 $-3<x<2$의 각 변에 3을 곱하면

$-9<3x<6$

$-1<y<4$의 각 변에 -2를 곱하면

$-8<-2y<2$

$-9+(-8)<3x+(-2y)<6+2$

$\therefore -17<3x-2y<8$

따라서 $3x-2y$의 값 중 가장 큰 정수는 7, 가장 작은 정수는 -16이므로 $a=7$, $b=-16$

$\therefore a-b=7-(-16)=23$ 답 23

169 $5x-2y+1=3x+4y-5$에서

$2x=6y-6 \qquad \therefore x=3y-3$

$-1<6y-3x<1$에 $x=3y-3$을 대입하면

$-1<6y-3(3y-3)<1$

$-1<6y-9y+9<1$

$-1<-3y+9<1$

$-10<-3y<-8$

$\therefore \frac{8}{3}<y<\frac{10}{3}$

따라서 정수 y의 값은 3이다. 답 3

170 $3(x+a)-2<x-5$에서 $3x+3a-2<x-5$

$2x<-3a-3 \qquad \therefore x<\frac{-3a-3}{2}$

이때 해가 $x<b$이므로 $\frac{-3a-3}{2}=b$

$-3a-3=2b$, $-3a-2b=3$

$\therefore -6a-4b=2(-3a-2b)=2\times 3=6$ 답 6

171 $4 \circ (x-3) = 2 \times 4 - (x-3) - 1 = -x + 10$

$(-2x+1) \circ 2 = 2(-2x+1) - 2 - 1 = -4x - 1$

즉 $4 \circ (x-3) < (-2x+1) \circ 2$에서

$-x+10 < -4x-1$

$3x < -11 \qquad \therefore x < -\frac{11}{3}$

따라서 부등식을 만족하는 정수 x의 최댓값은 -4이다. 답 -4

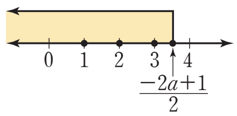
172 $(a-1)x - 3a + 3 \geq 0$에서 $(a-1)x \geq 3(a-1)$

이때 $a<1$에서 $a-1<0$이므로

$x \leq \frac{3(a-1)}{a-1} \qquad \therefore x \leq 3$ 답 $x \leq 3$

173 $x - 2a \geq 3x - 1$에서 $-2x \geq 2a - 1 \qquad \therefore x \leq \frac{-2a+1}{2}$

이때 부등식을 만족하는 자연수 x의 개수가 3개가 되려면 오른쪽 그림과 같아야 하므로



$3 \leq \frac{-2a+1}{2} < 4$

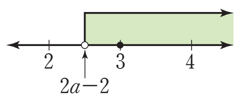
$6 \leq -2a+1 < 8, \; 5 \leq -2a < 7$

$\therefore -\frac{7}{2} < a \leq -\frac{5}{2}$ 답 $-\frac{7}{2} < a \leq -\frac{5}{2}$

174 $\frac{3x+2}{2} > x + a$에서 $3x+2 > 2x+2a$

$\therefore x > 2a-2$

이때 부등식을 만족하는 자연수 x의 값 중 가장 작은 정수가 3이 되려면 오른쪽 그림과 같아야 하므로



$2 \leq 2a-2 < 3, \; 4 \leq 2a < 5$

$\therefore 2 \leq a < \frac{5}{2}$

따라서 구하는 자연수 a의 값은 2이다. 답 2

175 $3x+1>0$에서 $x > -\frac{1}{3}$

$(a+b)x + (2a-3b) < 0$에서 $(a+b)x < -2a+3b$

이때 해가 $x > -\frac{1}{3}$이므로 $a+b<0$

$\therefore x > \frac{-2a+3b}{a+b}$

즉 $\frac{-2a+3b}{a+b} = -\frac{1}{3}$이므로 $6a - 9b = a + b$

$5a = 10b \qquad \therefore a = 2b$

$a+b<0$에 $a=2b$를 대입하면

$3b<0 \qquad \therefore b<0$

따라서 $(a-3b)x + (b-2a) > 0$에 $a=2b$를 대입하면

$(2b-3b)x + (b-4b) > 0, \; -bx > 3b$

이때 $b<0$에서 $-b>0$이므로

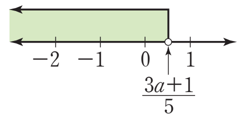
$x > \frac{3b}{-b} \qquad \therefore x > -3$ 답 $x > -3$

176 $0.1 - 0.2x > 0.3(x-a)$의 양변에 10을 곱하면

$1 - 2x > 3(x-a), \; 1 - 2x > 3x - 3a$

$-5x > -3a - 1 \qquad \therefore x < \frac{3a+1}{5}$

이때 부등식을 만족하는 자연수 x가 하나도 없으려면 오른쪽 그림과 같아야 하므로



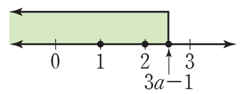
$\frac{3a+1}{5} \leq 1, \; 3a+1 \leq 5 \qquad \therefore a \leq \frac{4}{3}$

답 $a \leq \frac{4}{3}$

177 $-x+1 \leq x - 3(x-a)$에서

$-x+1 \leq x - 3x + 3a \qquad \therefore x \leq 3a-1$

이때 부등식을 만족하는 자연수 x의 개수가 2개가 되려면 오른쪽 그림과 같아야 하므로



$2 \leq 3a-1 < 3, \; 3 \leq 3a < 4 \qquad \therefore 1 \leq a < \frac{4}{3}$

따라서 $6 \leq 6a < 8$이므로 $1 \leq 6a-5 < 3$

$\therefore 1 \leq y < 3$ 답 $1 \leq y < 3$

178 남학생 20명의 수학 성적의 평균을 x점이라 하면

$\frac{30 \times 75 + 20x}{30+20} \geq 70 \qquad \therefore x \geq 62.5$

따라서 남학생 20명의 수학 성적의 평균은 62.5점 이상이어야 한다. 답 62.5점

179 책을 x일 동안 대여한다고 하면

$1200 + 700(x-3) \leq 5400 \qquad \therefore x \leq 9$

따라서 최대 9일 동안 대여할 수 있다. 답 9일

180 혜미가 이긴 횟수를 x회라 하면 혜미가 진 횟수는 $(20-x)$회이고, 석재가 이긴 횟수는 $(20-x)$회, 석재가 진 횟수는 x회이다.

20회에 걸쳐 혜미가 얻은 점수는

$4x + 2(20-x) = 2x + 40$(점)

석재가 얻은 점수는

$4(20-x) + 2x = 80 - 2x$(점)

이때 혜미가 15점 이상 차이로 이겼으므로

$2x + 40 - (80 - 2x) \geq 15, \; 4x \geq 55 \qquad \therefore x \geq \frac{55}{4}$

따라서 혜미가 이긴 횟수는 최소 14회이다. 답 14회

181 (사다리꼴 ABCD의 넓이)$= \frac{1}{2} \times (10+16) \times 12 = 156 \; (\text{cm}^2)$

$\overline{BP}$의 길이를 x cm라 하면 $\overline{AP}$의 길이는 $(12-x)$ cm이므로

$\triangle APD = \frac{1}{2} \times (12-x) \times 10 = 60 - 5x \; (\text{cm}^2)$

$\triangle PBC = \frac{1}{2} \times x \times 16 = 8x \; (\text{cm}^2)$

$\triangle PCD=$(사다리꼴 ABCD의 넓이)$-\triangle APD-\triangle PBC$

$=156-(60-5x)-8x$

$=96-3x\ (cm^2)$

삼각형 PCD의 넓이가 사다리꼴 ABCD의 넓이의 $\frac{1}{2}$ 이상이 되어야 하므로

$96-3x \ge 156\times\frac{1}{2}\qquad \therefore x\le 6$

따라서 $\overline{BP}$의 길이는 최대 6 cm이다. 답 6 cm

182 $\overline{AP}$의 길이를 x cm라 하면 $\overline{PH}$의 길이는 $(10-x)$ cm이고

(색칠한 부분의 넓이)$=\triangle ABC-\triangle PBC$이므로

$\frac{1}{2}\times 8\times 10-\frac{1}{2}\times 8\times(10-x)\ge 28$

$40-4(10-x)\ge 28,\ 4x\ge 28\qquad \therefore x\ge 7$

따라서 $\overline{AP}$의 길이는 7 cm 이상이어야 한다. 답 7 cm

183 1인당 입장료를 a원이라 하고, x명이 입장한다고 하면

$a\times\frac{90}{100}\times x>a\times\frac{75}{100}\times 30\qquad \therefore x>25$

따라서 26명 이상이면 30명의 단체 입장권을 사는 것이 더 유리하다. 답 26명

184 인형을 x개 산다고 하면

$5000x-4000>5000x\times\frac{94}{100}\qquad \therefore x>\frac{40}{3}$

따라서 인형을 14개 이상 구입할 때, 6 %를 할인해 주는 쿠폰을 사용하는 것이 더 유리하다. 답 14개

185 원가를 a원이라 하면 정가는 $\left(1+\frac{25}{100}\right)a=\frac{5}{4}a$(원)이고, 정가를 x % 할인한 판매 가격은 $\frac{5}{4}a\times\left(1-\frac{x}{100}\right)$원이므로

$\frac{5}{4}a\times\left(1-\frac{x}{100}\right)\ge a\qquad \therefore x\le 20$

따라서 정가의 최대 20 %까지 할인할 수 있다. 답 20 %

186 집에서 축구장까지의 거리를 x km라 하면

$\frac{x}{40}-\frac{x}{50}\ge\frac{15}{60},\ 3x\ge 150\qquad \therefore x\ge 50$

따라서 집에서 축구장까지의 거리는 50 km 이상이므로 시속 25 km로 달리면 최소 $\frac{50}{25}$, 즉 2시간이 걸린다. 답 2시간

187 강물을 x km까지 거슬러 올라갔다 내려온다고 하면 거슬러 올라갈 때의 배의 속력은 $12-8=4$, 즉 시속 4 km이고 내려올 때의 배의 속력은 $12+8=20$, 즉 시속 20 km이므로

$\frac{x}{4}+\frac{x}{20}\le 3\qquad \therefore x\le 10$

따라서 최대 10 km까지 거슬러 올라갔다 내려올 수 있다.

답 10 km

188 처음 소금물 200 g의 농도를 x %라 하면 x %의 소금물 200 g에 들어 있는 소금의 양은

$\frac{x}{100}\times 200=2x\ (g)$

물 60 g을 증발시킨 후 소금 10 g을 넣었으므로

(소금물의 양)$=200-60+10=150\ (g)$

(소금의 양)$=2x+10\ (g)$

이때 농도가 $2x$ % 이상이므로

$2x+10\ge\frac{2x}{100}\times 150\qquad \therefore x\le 10$

따라서 처음 소금물의 농도는 최대 10 %이었다. 답 10 %

STEP 3 고난도 문제 51쪽~52쪽

189 $ax-5b<5a-bx$에서 $(a+b)x<5(a+b)$

(i) $a+b>0$일 때, $x<\frac{5(a+b)}{a+b}\qquad \therefore x<5$

(ii) $a+b<0$일 때, $x>\frac{5(a+b)}{a+b}\qquad \therefore x>5$

(iii) $a+b=0$일 때, $0\cdot x<0\qquad \therefore$ 해가 없다.

답 (i) $a+b>0$일 때, $x<5$

(ii) $a+b<0$일 때, $x>5$

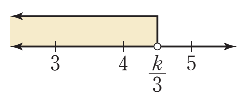
(iii) $a+b=0$일 때, 해가 없다.

190 $(2x+1)\triangle(5x-2)>3\triangle k$에서

$(2x+1)-(5x-2)+1>3-k+1$

$-3x+4>4-k,\ -3x>-k\qquad \therefore x<\frac{k}{3}$

이때 부등식을 만족하는 정수 x의 최댓값이 4가 되려면 오른쪽 그림과 같아야 하므로



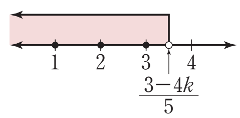
$4<\frac{k}{3}\le 5\qquad \therefore 12<k\le 15$ 답 $12<k\le 15$

191 $x+4y=3$에서 $4y=3-x\qquad \therefore y=\frac{3-x}{4}$

$y=\frac{3-x}{4}$를 $y>x+k$에 대입하면 $\frac{3-x}{4}>x+k$

$3-x>4x+4k,\ -5x>4k-3\qquad \therefore x<\frac{3-4k}{5}$

이때 부등식을 만족하는 자연수 x의 개수가 3개가 되려면 오른쪽 그림과 같아야 하므로



$3<\frac{3-4k}{5}\le 4,\ 15<3-4k\le 20$

$12<-4k\le 17\qquad \therefore -\frac{17}{4}\le k<-3$ 답 $-\frac{17}{4}\le k<-3$

192 $2ax+b(x-2)>2a-3b$에서 $2ax+bx-2b>2a-3b$

$(2a+b)x>2a-b$

이때 해가 $x<\frac{3}{4}$이므로 $2a+b<0$

$\therefore x<\frac{2a-b}{2a+b}$

즉 $\frac{2a-b}{2a+b}=\frac{3}{4}$이므로 $4(2a-b)=3(2a+b)$

$8a-4b=6a+3b \qquad \therefore 2a=7b$

$2a+b<0$에 $2a=7b$를 대입하면

$8b<0 \qquad \therefore b<0$

따라서 $(2a-5b)x+2a+5b\geq 0$에 $2a=7b$를 대입하면

$(7b-5b)x+7b+5b\geq 0$, $2bx\geq -12b$

이때 $b<0$이므로

$x\leq\frac{-12b}{2b} \qquad \therefore x\leq -6$

답 $x\leq -6$

193 기록한 수들의 합을 A라 하면

$A=7x+8y+9z$ …… ㉠

$x+y+z=6$ …… ㉡

㉡에서 $z=6-x-y$를 ㉠에 대입하면

$A=7x+8y+9(6-x-y)$

$\therefore A=54-2x-y$ …… ㉢

기록한 수들의 평균 $\frac{A}{6}$는 $7\leq\frac{A}{6}\leq 9$이고 이 수의 소수점 아래 첫째 자리의 숫자가 1이므로

$7.1\leq\frac{A}{6}<7.2$ 또는 $8.1\leq\frac{A}{6}<8.2$

$\therefore 42.6\leq A<43.2$ 또는 $48.6\leq A<49.2$

이때 A는 자연수이므로 $A=43$ 또는 $A=49$

(i) $A=43$일 때, ㉢에서 $43=54-2x-y$, $2x+y=11$

이때 $x+y\leq 6$이므로 (x, y)는 $(5, 1)$

(ii) $A=49$일 때, ㉢에서 $49=54-2x-y$, $2x+y=5$

이때 $x+y\leq 6$이므로 (x, y)는 $(0, 5)$, $(1, 3)$, $(2, 1)$

따라서 x, y, z의 순서쌍 (x, y, z)는 $(0, 5, 1)$, $(1, 3, 2)$, $(2, 1, 3)$, $(5, 1, 0)$이다.

답 $(0, 5, 1)$, $(1, 3, 2)$, $(2, 1, 3)$, $(5, 1, 0)$

194 처음 원기둥의 겉넓이는

$(\pi\times 7^2)\times 2+2\pi\times 7\times 8=98\pi+112\pi=210\pi\ (\text{cm}^2)$

구멍을 x개 뚫는다고 하면 새로운 입체도형의 겉넓이는

$\left\{\pi\times 7^2-\pi\times\left(\frac{1}{2}\right)^2\times x\right\}\times 2+\left(2\pi\times 7\times 8+2\pi\times\frac{1}{2}\times 8\times x\right)$

$=\left(49\pi-\frac{1}{4}\pi x\right)\times 2+(112\pi+8\pi x)$

$=98\pi-\frac{1}{2}\pi x+112\pi+8\pi x$

$=210\pi+\frac{15}{2}\pi x\ (\text{cm}^2)$

새로운 입체도형의 겉넓이가 처음 원기둥의 겉넓이의 2배 이상이 되어야 하므로

$210\pi+\frac{15}{2}\pi x\geq 2\times 210\pi$, $210\pi+\frac{15}{2}\pi x\geq 420\pi$

$\frac{15}{2}\pi x\geq 210\pi \qquad \therefore x\geq 28$

따라서 구멍을 28개 이상 뚫어야 한다.

답 28개

195 나중에 $\frac{1}{4}$배만큼 넣었던 20 %의 소금물의 양을 x g이라 하면 처음에 넣은 물의 양은 $4x$ g이다.

20 %의 소금물 300 g과 더 넣은 20 %의 소금물 x g에 들어 있는 소금의 양의 합은

$\frac{20}{100}\times 300+\frac{20}{100}\times x=60+\frac{1}{5}x\ (\text{g})$

또 $4x$ g의 물과 x g의 소금물을 넣었으므로 전체 소금물의 양은 $(300+5x)$ g이다.

$60+\frac{1}{5}x\leq\frac{14}{100}\times(300+5x)$

$6000+20x\leq 4200+70x$, $-50x\leq -1800 \qquad \therefore x\geq 36$

이때 전체 소금물의 양은 $(300+5x)$ g이므로

$5x\geq 180 \qquad \therefore 300+5x\geq 480$

따라서 새로 만들어진 소금물의 양은 480 g 이상이다.

답 480 g

196 한 개의 수문에서 1분 동안 흘려보내는 물의 양을 p톤이라 하면 3개의 수문으로 20분 만에 모두 흘려보냈으므로

$3\times p\times 20=3000+150\times 20$

$60p=6000 \qquad \therefore p=100$

즉 한 개의 수문에서 1분 동안 100톤의 물을 흘려보낸다.

5000톤의 물과 매분 300톤의 비율로 유입되는 물을 x개의 수문을 열어 30분 이내에 모두 흘려보낸다고 하면

$x\times 100\times 30\geq 5000+300\times 30$

$3000x\geq 14000 \qquad \therefore x\geq\frac{14}{3}$

따라서 물을 30분 이내에 모두 흘려보내려면 최소한 5개의 수문을 열어야 한다.

답 5개

5 연립방정식

STEP 1 실력 문제 55쪽~58쪽

197 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하면

① $-2x+3=0$ ➡ 미지수가 1개인 일차방정식이다.

② 분모에 미지수가 있으므로 일차방정식이 아니다.

③ 방정식이 아니다.

④ $-x^2-2x+y=0$ ➡ x의 차수가 2이므로 일차방정식이 아니다.

⑤ $x-3y-6=0$ ➡ 미지수가 2개인 일차방정식이다. 답 ⑤

198 x, y가 자연수일 때, 주어진 일차방정식을 만족하는 순서쌍 (x, y)는 $(2, 3)$, $(5, 2)$, $(8, 1)$의 3개이다. 답 3개

199 $x=3$, $y=6$을 $ax-2y=3$에 대입하면

$3a-12=3$, $3a=15$ $\quad\therefore a=5$

$x=b$, $y=11$을 $5x-2y=3$에 대입하면

$5b-22=3$, $5b=25$ $\quad\therefore b=5$

$\therefore a+b=5+5=10$ 답 10

200 ② 연립방정식 $\begin{cases} 3x+2y=4 \\ x-3y=5 \end{cases}$에 $x=2$, $y=-1$을 대입하면

$\begin{cases} 3\times2+2\times(-1)=4 \text{ (참)} \\ 2-3\times(-1)=5 \text{ (참)} \end{cases}$

따라서 해가 $(2, -1)$인 것은 ②이다. 답 ②

201 $x=2$, $y=-3$을 $ax-y=9$에 대입하면

$2a+3=9$, $2a=6$ $\quad\therefore a=3$

$x=2$, $y=-3$을 $x-by=20$에 대입하면

$2+3b=20$, $3b=18$ $\quad\therefore b=6$

$\therefore a-b=3-6=-3$ 답 -3

202 $x=-3$, $y=k$를 $-3x+y=5$에 대입하면

$9+k=5$ $\quad\therefore k=-4$

$x=-3$, $y=-4$를 $ax-2y=-1$에 대입하면

$-3a+8=-1$, $-3a=-9$ $\quad\therefore a=3$

$\therefore a+k=3+(-4)=-1$ 답 -1

203 ㉠에서 $y=11-x$

$y=11-x$를 ㉡에 대입하면 $3x-2(11-x)=-2$

$3x-22+2x=-2$, $5x=20$

$\therefore a=5$ 답 5

204 ③ ㉠$\times3-$㉡$\times2$를 하면 $-17y=1$, 즉 x가 없어진다.

④ ㉠$\times4+$㉡$\times3$을 하면 $17x=41$, 즉 y가 없어진다.

답 ③, ④

205 연립방정식 $\begin{cases} ax+by=2 \\ bx-ay=10 \end{cases}$에 $x=2$, $y=3$을 대입하면

$\begin{cases} 2a+3b=2 \\ 2b-3a=10 \end{cases}$ ➡ $\begin{cases} 2a+3b=2 & \cdots\cdots ㉠ \\ -3a+2b=10 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times3+$㉡$\times2$를 하면

$13b=26$ $\quad\therefore b=2$

$b=2$를 ㉠에 대입하면

$2a+6=2$, $2a=-4$ $\quad\therefore a=-2$

$\therefore a+b=-2+2=0$ 답 0

206 $\begin{cases} 2x+5y=-9 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-4y=2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡$\times2$를 하면

$13y=-13$ $\quad\therefore y=-1$

$y=-1$을 ㉡에 대입하면

$x+4=2$ $\quad\therefore x=-2$

따라서 주어진 연립방정식의 해는 $x=-2$, $y=-1$이므로

$x=-2$, $y=-1$을 $ax-3y=7$에 대입하면

$-2a+3=7$ $\quad\therefore a=-2$ 답 -2

207 $\begin{cases} x+2y=9 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-y=3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡을 하면

$3y=6$ $\quad\therefore y=2$

$y=2$를 ㉡에 대입하면

$x-2=3$ $\quad\therefore x=5$

따라서 두 연립방정식의 해는 $x=5$, $y=2$이므로

$x=5$, $y=2$를 $3x+y=a$에 대입하면

$15+2=a$ $\quad\therefore a=17$

$x=5$, $y=2$를 $x+by=7$에 대입하면

$5+2b=7$, $2b=2$ $\quad\therefore b=1$

$\therefore a+b=17+1=18$ 답 18

208 $2x-y=-3$에서 -3을 k로 잘못 보았다고 하면

$2x-y=k$ $\quad\cdots\cdots ㉠$

$y=2$를 $3x-5y=2$에 대입하면

$3x-10=2$, $3x=12$ $\quad\therefore x=4$

즉 잘못 보고 푼 연립방정식의 해는 $x=4$, $y=2$이므로

$x=4$, $y=2$를 ㉠에 대입하면

$8-2=k$ $\quad\therefore k=6$

따라서 -3을 6으로 잘못 보았다. 답 6

209 $x : y=1 : 3$이므로 $y=3x$

$y=3x$를 $2x-y=6$에 대입하면

$2x-3x=6$, $-x=6$ $\quad\therefore x=-6$

$x=-6$을 $y=3x$에 대입하면 $y=-18$

따라서 $x=-6$, $y=-18$을 $ax-2y=3$에 대입하면

$-6a+36=3$ $\quad\therefore a=\frac{11}{2}$ 답 $\frac{11}{2}$

210 y의 값이 x의 값의 2배이므로 $y=2x$

$y=2x$를 주어진 연립방정식에 대입하면

$\begin{cases} 5x-4x=k \\ -3x+2x=k-6 \end{cases}$ ➡ $\begin{cases} x=k & \cdots\cdots ㉠ \\ -x=k-6 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 ㉡에 대입하면

$-k=k-6,\ -2k=-6$ $\quad \therefore k=3$ 답 3

211 (1) $\begin{cases} 2(3x+y)+2y=10 \\ 2x+3(y-5)=-5 \end{cases}$ ➡ $\begin{cases} 3x+2y=5 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+3y=10 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 3-$㉡$\times 2$를 하면

$5x=-5$ $\quad \therefore x=-1$

$x=-1$을 ㉠에 대입하면

$-3+2y=5,\ 2y=8$ $\quad \therefore y=4$

(2) $\begin{cases} 0.1x-0.2(x-y)=-0.4 \\ \frac{x}{4}-\frac{y}{3}=\frac{1}{2} \end{cases}$ ➡ $\begin{cases} -x+2y=-4 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-4y=6 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 2+$㉡을 하면 $x=-2$

$x=-2$를 ㉠에 대입하면

$2+2y=-4,\ 2y=-6$ $\quad \therefore y=-3$

(3) $\begin{cases} x+5y=18 \\ 0.\dot{3}x-0.\dot{5}y=1.\dot{5} \end{cases}$

➡ $\begin{cases} x+5y=18 \\ \frac{3}{9}x-\frac{5}{9}y=\frac{14}{9} \end{cases}$ ➡ $\begin{cases} x+5y=18 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-5y=14 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$+$㉡을 하면 $4x=32$ $\quad \therefore x=8$

$x=8$을 ㉠에 대입하면

$8+5y=18,\ 5y=10$ $\quad \therefore y=2$

답 (1) $x=-1,\ y=4$
(2) $x=-2,\ y=-3$
(3) $x=8,\ y=2$

212 $\begin{cases} (x-1):(2x+y)=2:3 \\ 3x+2y=7 \end{cases}$

➡ $\begin{cases} 3(x-1)=2(2x+y) \\ 3x+2y=7 \end{cases}$ ➡ $\begin{cases} x+2y=-3 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+2y=7 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡을 하면 $-2x=-10$ $\quad \therefore x=5$

$x=5$를 ㉠에 대입하면

$5+2y=-3,\ 2y=-8$ $\quad \therefore y=-4$

따라서 $m=5,\ n=-4$이므로

$m+n=5+(-4)=1$ 답 1

213 $\begin{cases} \frac{1}{5}x+0.6y=k \\ x+2y=3 \end{cases}$ ➡ $\begin{cases} x+3y=5k & \cdots\cdots ㉠ \\ x+2y=3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

y의 값이 x의 값보다 3만큼 크므로 $y=x+3$ $\cdots\cdots$ ㉢

㉢을 ㉡에 대입하면

$x+2(x+3)=3,\ 3x=-3$ $\quad \therefore x=-1$

$x=-1$을 ㉢에 대입하면 $y=2$

따라서 $x=-1,\ y=2$를 ㉠에 대입하면

$-1+6=5k$ $\quad \therefore k=1$ 답 1

214 (1) $\begin{cases} \frac{x-1}{3}=\frac{2x+y}{4} \\ \frac{x-1}{3}=\frac{x-y+5}{6} \end{cases}$ ➡ $\begin{cases} 2x+3y=-4 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+y=7 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡$\times 2$를 하면 $y=-18$

$y=-18$을 ㉡에 대입하면

$x-18=7$ $\quad \therefore x=25$

(2) $\begin{cases} 3(x-3)+2(y-1)=5x-4y-11 \\ 2x-(3-y)=5x-4y-11 \end{cases}$

➡ $\begin{cases} x-3y=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-5y=8 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 3-$㉡을 하면 $-4y=-8$ $\quad \therefore y=2$

$y=2$를 ㉠에 대입하면 $x-6=0$ $\quad \therefore x=6$

답 (1) $x=25,\ y=-18$
(2) $x=6,\ y=2$

215 주어진 연립방정식의 해가 무수히 많으려면

$\frac{2}{6}=\frac{-1}{-3}=\frac{a+4}{-12}$

$3a+12=-12,\ 3a=-24$ $\quad \therefore a=-8$ 답 -8

216 $\begin{cases} ax+2y=b-2a \\ 3x+2y=6 \end{cases}$ 에서 연립방정식의 해가 무수히 많으려면

$\frac{a}{3}=\frac{2}{2}=\frac{b-2a}{6}$

$\frac{a}{3}=\frac{2}{2}$에서 $a=3$

$\frac{2}{2}=\frac{b-6}{6}$에서 $b-6=6$ $\quad \therefore b=12$ 답 $a=3,\ b=12$

217 $\begin{cases} 6x+2y=1 \\ ax-y=2 \end{cases}$ 에서 연립방정식의 해가 없으려면

$\frac{6}{a}=\frac{2}{-1}\neq\frac{1}{2}$

$2a=-6$ $\quad \therefore a=-3$ 답 -3

218 $\frac{1}{x}=X,\ \frac{1}{y}=Y$로 놓으면 $\begin{cases} 3X-2Y=8 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2X+Y=3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$+$㉡$\times 2$를 하면 $7X=14$ $\quad \therefore X=2$

$X=2$를 ㉡에 대입하면 $4+Y=3$ $\quad \therefore Y=-1$

이때 $\frac{1}{x}=2,\ \frac{1}{y}=-1$이므로

$x=\frac{1}{2},\ y=-1$ 답 $x=\frac{1}{2},\ y=-1$

219 $\begin{cases} x+y=12 & \cdots\cdots ㉠ \\ y+z=-8 & \cdots\cdots ㉡ \\ z+x=2 & \cdots\cdots ㉢ \end{cases}$

㉠$+$㉡$+$㉢을 하면 $2(x+y+z)=6$

$\therefore x+y+z=3$ $\cdots\cdots$ ㉣

㉣$-$㉠을 하면 $z=-9$

㉣$-$㉡을 하면 $x=11$

㉣$-$㉢을 하면 $y=1$ 답 $x=11,\ y=1,\ z=-9$

다른 풀이 ㉠−㉡을 하면 $x-z=20$ ⋯⋯ ㉤

㉢, ㉤을 연립하여 풀면 $x=11$, $z=-9$

$x=11$을 ㉠에 대입하면 $11+y=12$ $\therefore y=1$

STEP 2 심화 문제 59쪽~64쪽

220 $2x^2-y+3+5x=ax^2-3y+bx-7$에서

$(2-a)x^2+(5-b)x+2y+10=0$

이 식이 미지수가 2개인 일차방정식이 되려면

$2-a=0$, $5-b\neq0$ $\therefore a=2$, $b\neq5$

답 $a=2$, $b\neq5$

221 $0.\dot{1}x+0.\dot{2}y=1.\dot{5}$에서 $\frac{1}{9}x+\frac{2}{9}y=\frac{14}{9}$

$\therefore x+2y=14$

따라서 x, y가 자연수일 때, 주어진 일차방정식의 해는 $(2, 6)$, $(4, 5)$, $(6, 4)$, $(8, 3)$, $(10, 2)$, $(12, 1)$의 6개이다.

답 6개

222

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-4	$-\frac{5}{2}$	-1	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{7}{2}$	5

따라서 x, y가 절댓값이 4 미만인 정수일 때, 주어진 일차방정식을 만족하는 순서쌍 (x, y)는 $(-1, -1)$, $(1, 2)$의 2개이다.

답 2개

223 $x=p-1$, $y=-1$을 $2x+(p-2)y=3$에 대입하면

$2(p-1)-(p-2)=3$ $\therefore p=3$

$x=2$, $y=-1$을 $qx-2y=8$에 대입하면

$2q+2=8$, $2q=6$ $\therefore q=3$

$\therefore p+q=3+3=6$

답 6

224 $x=a+1$, $y=a-2$를 $2x-3y=7$에 대입하면

$2(a+1)-3(a-2)=7$ $\therefore a=1$

$x=2$, $y=-1$을 $5x-by=-2$에 대입하면

$10+b=-2$ $\therefore b=-12$

$\therefore a-b=1-(-12)=13$

답 13

225 x, y의 값이 서로 같으므로 $y=x$

$y=x$를 주어진 연립방정식에 대입하면

$\begin{cases} ax-x=4 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+ax=6 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡을 하면 $-4x=-2$ $\therefore x=\frac{1}{2}$, $y=\frac{1}{2}$

따라서 $x=\frac{1}{2}$, $y=\frac{1}{2}$을 ㉠에 대입하면

$\frac{1}{2}a-\frac{1}{2}=4$ $\therefore a=9$

답 9

226 $\begin{cases} x-2y=9 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+y=3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡을 하면 $-3y=6$ $\therefore y=-2$

$y=-2$를 ㉡에 대입하면 $x-2=3$ $\therefore x=5$

따라서 두 연립방정식의 해는 $x=5$, $y=-2$이므로

$x=5$, $y=-2$를 $ax+by=7$, $2ax+3by=6$에 각각 대입하면

$\begin{cases} 5a-2b=7 \\ 10a-6b=6 \end{cases}$ ➡ $\begin{cases} 5a-2b=7 & \cdots\cdots ㉢ \\ 5a-3b=3 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$

㉢−㉣을 하면 $b=4$

$b=4$를 ㉢에 대입하면 $5a-8=7$ $\therefore a=3$

$\therefore a+b=3+4=7$

답 7

227 $\begin{cases} 2x-y-a=0 \\ x+2y=2a \end{cases}$ ➡ $\begin{cases} 2x-y=a & \cdots\cdots ㉠ \\ x+2y=2a & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×2+㉡을 하면 $5x=4a$ $\therefore x=\frac{4}{5}a$

$x=\frac{4}{5}a$를 ㉠에 대입하면 $\frac{8}{5}a-y=a$ $\therefore y=\frac{3}{5}a$

이때 $a\neq0$이므로 $x:y=\frac{4}{5}a:\frac{3}{5}a=4:3$

답 $4:3$

228 a와 b를 서로 바꾸어 놓은 연립방정식 $\begin{cases} bx+ay=1 \\ ax+by=4 \end{cases}$의 해가

$x=-1$, $y=2$이므로 $\begin{cases} -b+2a=1 \\ -a+2b=4 \end{cases}$ ➡ $\begin{cases} 2a-b=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ -a+2b=4 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×2+㉡을 하면 $3a=6$ $\therefore a=2$

$a=2$를 ㉠에 대입하면 $4-b=1$ $\therefore b=3$

즉 처음 연립방정식은 $\begin{cases} 2x+3y=1 & \cdots\cdots ㉢ \\ 3x+2y=4 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$

㉢×3−㉣×2를 하면 $5y=-5$ $\therefore y=-1$

$y=-1$을 ㉢에 대입하면 $2x-3=1$ $\therefore x=2$

답 $x=2$, $y=-1$

229 현주는 b를 바르게 보았으므로 $x=-3$, $y=2$를 $bx+3y=9$에 대입하면 $-3b+6=9$ $\therefore b=-1$

소연이는 a를 바르게 보았으므로 $x=6$, $y=2$를 $x-ay=-2$에 대입하면 $6-2a=-2$ $\therefore a=4$

즉 처음 연립방정식은 $\begin{cases} x-4y=-2 & \cdots\cdots ㉠ \\ -x+3y=9 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡을 하면 $-y=7$ $\therefore y=-7$

$y=-7$을 ㉠에 대입하면 $x+28=-2$ $\therefore x=-30$

답 $x=-30$, $y=-7$

230 $\begin{cases} ax-y=-6 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x-3y=-8 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

y의 절댓값이 x의 절댓값의 2배이므로 $|y|=2|x|$

이때 $y>0$이므로 $y=2|x|$

(i) $x\geq0$일 때, $y=2x$ ⋯⋯ ㉢

㉢을 ㉡에 대입하면

$2x-6x=-8$, $-4x=-8$ $\therefore x=2$

$x=2$를 ㉢에 대입하면 $y=4$

즉 연립방정식의 해가 $x=2,\ y=4$이므로

$x=2,\ y=4$를 ㉠에 대입하면

$2a-4=-6 \quad \therefore a=-1$

(ii) $x<0$일 때, $y=-2x \quad \cdots\cdots$ ㉣

㉣을 ㉡에 대입하면

$2x+6x=-8,\ 8x=-8 \quad \therefore x=-1$

$x=-1$을 ㉣에 대입하면 $y=2$

즉 연립방정식의 해가 $x=-1,\ y=2$이므로

$x=-1,\ y=2$를 ㉠에 대입하면

$-a-2=-6 \quad \therefore a=4$

(i), (ii)에서 a의 값이 될 수 있는 수는 $-1,\ 4$이므로 그 곱은

$-1\times4=-4$ 답 -4

231 $\begin{cases}4(x-1)=2x-3y+4\\6x-4y+3=x-3(y-2)\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}2x+3y=8 & \cdots\cdots ㉠\\5x-y=3 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$

㉠+㉡×3을 하면 $17x=17 \quad \therefore x=1$

$x=1$을 ㉡에 대입하면 $5-y=3 \quad \therefore y=2$

따라서 주어진 연립방정식의 해가 $x=1,\ y=2$이므로

$x=1,\ y=2$를 $x+ay+7=0$에 대입하면

$1+2a+7=0 \quad \therefore a=-4$ 답 -4

232 $\begin{cases}(2x-3y+4):(2y-x)=2:1\\ax-3y=-1\end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases}2x-3y+4=2(2y-x)\\ax-3y=-1\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}4x-7y=-4 & \cdots\cdots ㉠\\ax-3y=-1 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$

$x=p,\ y=q$를 ㉠에 대입하면 $4p-7q=-4 \quad \cdots\cdots$ ㉢

이때 q의 값은 p의 값의 2배보다 2만큼 크므로

$q=2p+2 \quad \cdots\cdots$ ㉣

㉣을 ㉢에 대입하면 $4p-7(2p+2)=-4 \quad \therefore p=-1$

$p=-1$을 ㉣에 대입하면 $q=0$

따라서 연립방정식의 해가 $x=-1,\ y=0$이므로

$x=-1,\ y=0$을 ㉡에 대입하면

$-a=-1 \quad \therefore a=1$

$\therefore a+p+q=1+(-1)+0=0$ 답 0

233 $\begin{cases}\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{x+y}{3}\\y+2=2(x-2)\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x-2y=6 & \cdots\cdots ㉠\\2x-y=6 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$

㉠−㉡×2를 하면 $-3x=-6 \quad \therefore x=2$

$x=2$를 ㉡에 대입하면 $4-y=6 \quad \therefore y=-2$

즉 연립방정식 $\begin{cases}\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{x+y}{3}\\y+2=2(x-2)\end{cases}$ 의 해는 $x=2,\ y=-2$이므로 연립방정식 $\begin{cases}ax+by=4\\bx-ay=6\end{cases}$ 의 해는 $x=-2,\ y=2$이다.

$x=-2,\ y=2$를 연립방정식 $\begin{cases}ax+by=4\\bx-ay=6\end{cases}$ 에 대입하면

$\begin{cases}-2a+2b=4\\-2b-2a=6\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}a-b=-2 & \cdots\cdots ㉢\\a+b=-3 & \cdots\cdots ㉣\end{cases}$

㉢+㉣을 하면 $2a=-5 \quad \therefore a=-\dfrac{5}{2}$

$a=-\dfrac{5}{2}$를 ㉣에 대입하면 $-\dfrac{5}{2}+b=-3 \quad \therefore b=-\dfrac{1}{2}$

$\therefore ab=-\dfrac{5}{2}\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{5}{4}$ 답 $\dfrac{5}{4}$

234 $\begin{cases}0.\dot{2}x+1.\dot{3}y=1.\dot{1}\\0.0\dot{1}x+0.0\dot{2}(y-7)=0.0\dot{3}\end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases}\dfrac{2}{9}x+\dfrac{12}{9}y=\dfrac{10}{9}\\\dfrac{1}{90}x+\dfrac{2}{90}(y-7)=\dfrac{3}{90}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x+6y=5 & \cdots\cdots ㉠\\x+2y=17 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$

㉠−㉡을 하면 $4y=-12 \quad \therefore y=-3$

$y=-3$을 ㉠에 대입하면 $x-18=5 \quad \therefore x=23$

답 $x=23,\ y=-3$

235 $\begin{cases}2x+ay=19\\3x+2y+7=19\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}2x+ay=19 & \cdots\cdots ㉠\\3x+2y=12 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$

$x:y=2:3$이므로 $3x=2y \quad \cdots\cdots$ ㉢

㉢을 ㉡에 대입하면 $4y=12 \quad \therefore y=3$

$y=3$을 ㉢에 대입하면 $3x=6 \quad \therefore x=2$

따라서 방정식의 해가 $x=2,\ y=3$이므로

$x=2,\ y=3$을 ㉠에 대입하면

$4+3a=19 \quad \therefore a=5$ 답 5

236 방정식 $\dfrac{x-y}{2}=\dfrac{2x-3y}{5}=1$에서

$\begin{cases}\dfrac{x-y}{2}=1\\\dfrac{2x-3y}{5}=1\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x-y=2 & \cdots\cdots ㉠\\2x-3y=5 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$

㉠×2−㉡을 하면 $y=-1$

$y=-1$을 ㉠에 대입하면 $x+1=2 \quad \therefore x=1$

방정식 $ax-y=x+by-1=2$에서

$\begin{cases}ax-y=2\\x+by-1=2\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}ax-y=2 & \cdots\cdots ㉢\\x+by=3 & \cdots\cdots ㉣\end{cases}$

$x=1,\ y=-1$을 ㉢에 대입하면 $a+1=2 \quad \therefore a=1$

$x=1,\ y=-1$을 ㉣에 대입하면 $1-b=3 \quad \therefore b=-2$

$\therefore 2a-b=2\times1-(-2)=4$ 답 4

237 주어진 연립방정식의 해가 무수히 많으려면

$\dfrac{a}{b}=\dfrac{-b}{-a}=\dfrac{a}{-a}$, 즉 $\dfrac{a}{b}=\dfrac{b}{a}=-1$

$\therefore a=-b$

$a=-b$를 $ax-by=a$에 대입하면 $-bx-by=-b$

이때 $b\neq0$이므로 양변을 $-b$로 나누면 $x+y=1$ 답 1

238 $\begin{cases} (m+6)x-3y=-1 \\ 3x+3y=n-3 \end{cases}$에서 연립방정식의 해가 없으려면

$\frac{m+6}{3}=\frac{-3}{3}\neq\frac{-1}{n-3}$

$\frac{m+6}{3}=\frac{-3}{3}$에서 $m+6=-3$ $\therefore m=-9$

$\frac{-3}{3}\neq\frac{-1}{n-3}$에서 $n-3\neq 1$ $\therefore n\neq 4$ 답 $m=-9, n\neq 4$

239 $x=1, y=-2$를 주어진 연립방정식에 대입하면

$\begin{cases} ka+2b=-7 \\ 4a+b=2 \end{cases}$

이때 이 연립방정식의 해가 없으므로

$\frac{k}{4}=\frac{2}{1}\neq\frac{-7}{2}$ $\therefore k=8$ 답 8

240 주어진 연립방정식의 해가 없으려면

$\frac{-2}{a}=\frac{1}{-2}\neq\frac{5}{b}$ $\therefore a=4, b\neq -10$

$x=-1, y=-3$을 $ax-2y=b$에 대입하면

$-a+6=b$

이때 $a=4$이므로 $-4+6=b$ $\therefore b=2$

$\therefore a-b=4-2=2$ 답 2

241 $\frac{1}{x+2}=X, \frac{1}{y-3}=Y$로 놓으면

$\begin{cases} 2X+Y=\frac{3}{2} \\ X+3Y=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4X+2Y=3 & \cdots\cdots ㉠ \\ X+3Y=2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡$\times 4$를 하면 $-10Y=-5$ $\therefore Y=\frac{1}{2}$

$Y=\frac{1}{2}$을 ㉡에 대입하면 $X+\frac{3}{2}=2$ $\therefore X=\frac{1}{2}$

이때 $\frac{1}{x+2}=\frac{1}{2}, \frac{1}{y-3}=\frac{1}{2}$이므로

$x+2=2, y-3=2$ $\therefore x=0, y=5$ 답 $x=0, y=5$

242 $\begin{cases} x+2y=7 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2y-3z=6 & \cdots\cdots ㉡ \\ x-3z=5 & \cdots\cdots ㉢ \end{cases}$

㉠$+$㉡$+$㉢을 하면 $2(x+2y-3z)=18$

$\therefore x+2y-3z=9$ ⋯⋯ ㉣

㉣$-$㉠을 하면 $-3z=2$ $\therefore z=-\frac{2}{3}$

㉣$-$㉡을 하면 $x=3$

㉣$-$㉢을 하면 $2y=4$ $\therefore y=2$ 답 $x=3, y=2, z=-\frac{2}{3}$

243 $\begin{cases} x-2y+z=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+2y-3z=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$+$㉡을 하면 $4x-2z=0$ $\therefore z=2x$ ⋯⋯ ㉢

㉢을 ㉠에 대입하면 $x-2y+2x=0$

$2y=3x$ $\therefore y=\frac{3}{2}x$

이때 $y+z=\frac{3}{2}x+2x=\frac{7}{2}x, z+x=2x+x=3x,$

$x+y=x+\frac{3}{2}x=\frac{5}{2}x$

이므로

$\frac{x}{y+z}+\frac{y}{z+x}+\frac{z}{x+y}$

$=x\div(y+z)+y\div(z+x)+z\div(x+y)$

$=x\div\frac{7}{2}x+\frac{3}{2}x\div 3x+2x\div\frac{5}{2}x$

$=x\times\frac{2}{7x}+\frac{3}{2}x\times\frac{1}{3x}+2x\times\frac{2}{5x}$

$=\frac{2}{7}+\frac{1}{2}+\frac{4}{5}=\frac{111}{70}$ 답 $\frac{111}{70}$

STEP 3 고난도 문제 65쪽~66쪽

244 $\begin{cases} 5x-2y=4a & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+3y=13a & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 3+$㉡$\times 2$를 하면 $19x=38a$ $\therefore x=2a$

$x=2a$를 ㉠에 대입하면 $10a-2y=4a$

$-2y=-6a$ $\therefore y=3a$

이때 $2a$와 $3a$의 최소공배수는 $6a$이므로

$6a=12$ $\therefore a=2$ 답 2

245 $x=1, y=-21$을 $\begin{cases} ax+by=25 \\ dx-y=17 \end{cases}$에 대입하면

$\begin{cases} a-21b=25 & \cdots\cdots ㉠ \\ d+21=17 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

$x=8, y=7$을 $\begin{cases} ax+by=25 \\ cx-y=17 \end{cases}$에 대입하면

$\begin{cases} 8a+7b=25 & \cdots\cdots ㉢ \\ 8c-7=17 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$

㉠$+$㉢$\times 3$을 하면 $25a=100$ $\therefore a=4$

$a=4$를 ㉠에 대입하면 $4-21b=25$ $\therefore b=-1$

㉡에서 $d=-4$

㉣에서 $8c=24$ $\therefore c=3$

$\therefore a+b+c+d=4+(-1)+3+(-4)$

$=2$ 답 2

246 (i) $x \geq y$일 때,

$\begin{cases} x=4x+2y-6 \\ y=-3x+6y+27 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x+2y=6 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-5y=27 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠－㉡을 하면 $7y=-21$ $\therefore y=-3$

$y=-3$을 ㉠에 대입하면 $3x-6=6$

$3x=12$ $\therefore x=4$

(ii) $x<y$일 때,

$\begin{cases} y=4x+2y-6 \\ x=-3x+6y+27 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x+y=6 & \cdots\cdots ㉢ \\ 4x-6y=27 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$

㉢－㉣을 하면 $7y=-21$ $\therefore y=-3$

$y=-3$을 ㉢에 대입하면 $4x-3=6$

$4x=9$ $\therefore x=\frac{9}{4}$

이때 $x>y$이므로 조건을 만족하지 않는다.

(i), (ii)에서 연립방정식의 해는 $x=4$, $y=-3$이므로

$x-y=4-(-3)=7$ 답 7

247 $\begin{cases} ax-y=3b & \cdots\cdots ㉠ \\ 2ax-y=9b & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠－㉡을 하면 $-ax=-6b$

이때 a는 자연수이므로 $-a\neq 0$ $\therefore x=\frac{6b}{a}$

$x=\frac{6b}{a}$를 ㉠에 대입하면 $6b-y=3b$ $\therefore y=3b$

또 x, y가 모두 자연수이고 $xy=12$인 순서쌍 (x, y)는 $(1, 12)$, $(2, 6)$, $(3, 4)$, $(4, 3)$, $(6, 2)$, $(12, 1)$

(i) $x=1$, $y=12$일 때,

$\frac{6b}{a}=1$, $3b=12$이므로 $a=24$, $b=4$

$\therefore a+b=24+4=28$

(ii) $x=2$, $y=6$일 때,

$\frac{6b}{a}=2$, $3b=6$이므로 $a=6$, $b=2$

$\therefore a+b=6+2=8$

(iii) $x=3$, $y=4$일 때, $x=4$, $y=3$일 때, $x=6$, $y=2$일 때, $x=12$, $y=1$일 때에는 a, b가 자연수일 조건을 만족하지 않는다.

(i)~(iii)에서 $a+b$의 최솟값은 8이다. 답 8

248 $3^{y+1}=3^y\times 3$, $2^{x+1}=2^x\times 2$,

$y>1$이므로, $3^{y-1}=3^y\div 3=3^y\times\frac{1}{3}$

$2^x=X$, $3^y=Y$로 놓으면

$\begin{cases} X+3Y=35 \\ 2X-\frac{1}{3}Y=13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X+3Y=35 & \cdots\cdots ㉠ \\ 6X-Y=39 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠＋㉡×3을 하면 $19X=152$ $\therefore X=8$

$X=8$을 ㉠에 대입하면 $8+3Y=35$ $\therefore Y=9$

이때 $2^x=8=2^3$이므로 $x=3$

$3^y=9=3^2$이므로 $y=2$

$\therefore x+y=3+2=5$ 답 5

249 $xy\neq 0$이므로 $3x-xy+y=0$의 양변을 xy로 나누면

$\frac{3}{y}-1+\frac{1}{x}=0$ $\therefore \frac{1}{x}+\frac{3}{y}=1$

연립방정식 $\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{3}{y}=1 \\ \frac{2}{x}-\frac{5}{y}=-9 \end{cases}$ 에서 $\frac{1}{x}=X$, $\frac{1}{y}=Y$로 놓으면

$\begin{cases} X+3Y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2X-5Y=-9 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×2－㉡을 하면 $11Y=11$ $\therefore Y=1$

$Y=1$을 ㉠에 대입하면 $X+3=1$ $\therefore X=-2$

이때 $\frac{1}{x}=-2$, $\frac{1}{y}=1$이므로

$x=-\frac{1}{2}$, $y=1$ 답 $x=-\frac{1}{2}$, $y=1$

250 $\begin{cases} x+4y-3z=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x-8y+3z=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠＋㉡을 하면 $5x-4y=0$, $5x=4y$ $\therefore x=\frac{4}{5}y$

$x=\frac{4}{5}y$를 ㉠에 대입하면 $\frac{4}{5}y+4y-3z=0$

$3z=\frac{24}{5}y$ $\therefore z=\frac{8}{5}y$

이때 $x:y:z=\frac{4}{5}y:y:\frac{8}{5}y=4:5:8$이므로

$x=4k$, $y=5k$, $z=8k$(k는 자연수)라 하면 x, y, z의 최소공배수는 $40k$이다.

즉 $40k=200$이므로 $k=5$

따라서 $x=20$, $y=25$, $z=40$이므로

$x+y+z=20+25+40=85$ 답 85

251 $xyz\neq 0$이므로 세 방정식의 양변을 각각 xy, yz, zx로 나누고 정리하면

$\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{2} & \cdots\cdots ㉠ \\ \frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{3} & \cdots\cdots ㉡ \\ \frac{1}{z}+\frac{1}{x}=\frac{1}{4} & \cdots\cdots ㉢ \end{cases}$

㉠＋㉡＋㉢을 하면 $2\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)=\frac{13}{12}$

$\therefore \frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{13}{24}$ $\cdots\cdots$ ㉣

㉣－㉠을 하면 $\frac{1}{z}=\frac{1}{24}$ $\therefore z=24$

㉣－㉡을 하면 $\frac{1}{x}=\frac{5}{24}$ $\therefore 5x=24$

㉣－㉢을 하면 $\frac{1}{y}=\frac{7}{24}$ $\therefore 7y=24$

$\therefore 5x+7y+z=24+24+24=72$ 답 72

6 연립방정식의 활용

STEP 1 실력 문제 69쪽~71쪽

252 처음 수의 십의 자리의 숫자를 x, 일의 자리의 숫자를 y라 하면

$\begin{cases} y=x+5 \\ 10y+x=2(10x+y)+18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=x+5 \\ 19x-8y=-18 \end{cases}$

$\therefore x=2, y=7$

따라서 처음 수는 27이다. 답 27

253 슬비네 반 남학생 수를 x명, 여학생 수를 y명이라 하면

$\begin{cases} x+y=50 \\ 65x+60y=62\times 50 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=50 \\ 13x+12y=620 \end{cases}$

$\therefore x=20, y=30$

따라서 슬비네 반 남학생은 20명, 여학생은 30명이다.

답 남학생 : 20명, 여학생 : 30명

254 현재 아버지의 나이를 x세, 아들의 나이를 y세라 하면

$\begin{cases} x-y=28 \\ x+10=2(y+10)+4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-y=28 \\ x-2y=14 \end{cases} \quad \therefore x=42, y=14$

따라서 현재 아버지의 나이는 42세, 아들의 나이는 14세이다.

답 아버지 : 42세, 아들 : 14세

255 어른 1명의 입장료를 x원, 어린이 1명의 입장료를 y원이라 하면

$\begin{cases} 4x+10y=10000 \\ 5y=3x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+5y=5000 \\ 5y=3x \end{cases} \quad \therefore x=1000, y=600$

따라서 어른 1명의 입장료는 1000원, 어린이 1명의 입장료는 600원이다. 답 어른 1명 : 1000원, 어린이 1명 : 600원

256 노새의 짐을 x자루, 당나귀의 짐을 y자루라 하면

$\begin{cases} x+1=2(y-1) \\ x-1=y+1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-2y=-3 \\ x-y=2 \end{cases} \quad \therefore x=7, y=5$

따라서 노새의 짐은 7자루, 당나귀의 짐은 5자루이다.

답 노새 : 7자루, 당나귀 : 5자루

257 혜지가 이긴 횟수를 x회, 진 횟수를 y회라 하면 진욱이가 이긴 횟수는 y회, 진 횟수는 x회이므로

$\begin{cases} 3x-2y=30 \\ 3y-2x=10 \end{cases} \quad \therefore x=22, y=18$

따라서 혜지가 이긴 횟수는 22회이다. 답 22회

258 작년의 남학생 수를 x명, 여학생 수를 y명이라 하면

$\begin{cases} x+y=1000 \\ \frac{5}{100}x-\frac{10}{100}y=-10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=1000 \\ x-2y=-200 \end{cases}$

$\therefore x=600, y=400$

따라서 작년의 남학생 수는 600명이므로 올해의 남학생 수는

$\left(1+\frac{5}{100}\right)\times 600=630$(명) 답 630명

259 상품 A를 x개, 상품 B를 y개 판매하였다고 하면

$\begin{cases} x+y=54 \\ \left(300\times\frac{50}{100}\right)x+\left(700\times\frac{30}{100}\right)y=9900 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=54 \\ 5x+7y=330 \end{cases}$

$\therefore x=24, y=30$

따라서 상품 A는 24개 판매하였다. 답 24개

260 전체 일의 양을 1이라 하고, 서영이와 정훈이가 하루에 할 수 있는 일의 양을 각각 x, y라 하면

$\begin{cases} 6x+6y=1 \\ 9x+4y=1 \end{cases} \quad \therefore x=\frac{1}{15}, y=\frac{1}{10}$

따라서 서영이가 혼자서 이 일을 끝마치려면 15일이 걸린다.

답 15일

261 버스를 타고 간 거리를 x km, 걸어간 거리를 y km라 하면

$\begin{cases} x+y=183 \\ \frac{x}{60}+\frac{y}{3}=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=183 \\ x+20y=240 \end{cases} \quad \therefore x=180, y=3$

따라서 버스를 타고 간 거리는 180 km이다. 답 180 km

262 올라간 거리를 x km, 내려온 거리를 y km라 하면

$\begin{cases} y=x+3 \\ \frac{x}{2}+\frac{y}{3}=\frac{7}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=x+3 \\ 3x+2y=21 \end{cases} \quad \therefore x=3, y=6$

따라서 올라간 거리는 3 km, 내려온 거리는 6 km이다.

답 올라간 거리 : 3 km, 내려온 거리 : 6 km

263 형이 학교 정문까지 가는 데 걸린 시간을 x분, 동생이 학교 정문까지 가는 데 걸린 시간을 y분이라 하면

$\begin{cases} x=y+20 \\ 50x=150y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=y+20 \\ x=3y \end{cases} \quad \therefore x=30, y=10$

따라서 동생이 학교 정문까지 가는 데 걸린 시간은 10분이다.

답 10분

264 민호의 속력을 분속 x m, 수지의 속력을 분속 y m라 하면

$\begin{cases} 10x+10y=2000 \\ 50x-50y=2000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=200 \\ x-y=40 \end{cases} \quad \therefore x=120, y=80$

따라서 민호의 속력은 분속 120 m, 수지의 속력은 분속 80 m이다.

답 민호 : 분속 120 m, 수지 : 분속 80 m

265 정지한 물에서의 배의 속력을 시속 x km, 강물의 속력을 시속 y km라 하면

$\begin{cases} 3(x-y)=60 \\ 2(x+y)=60 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-y=20 \\ x+y=30 \end{cases} \quad \therefore x=25, y=5$

따라서 정지한 물에서의 배의 속력은 시속 25 km이다.

답 시속 25 km

266 기차의 길이를 x m, 기차의 속력을 초속 y m라 하면

$\begin{cases} x+600=30y \\ x+1600=70y \end{cases} \quad \therefore x=150, y=25$

따라서 기차의 속력은 초속 25 m이다. 답 초속 25 m

267 4 %의 소금물의 양을 x g, 7 %의 소금물의 양을 y g이라 하면

$$\begin{cases} x+y=300 \\ \frac{4}{100}x+\frac{7}{100}y=\frac{5}{100}\times 300 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=300 \\ 4x+7y=1500 \end{cases}$$

$\therefore x=200, y=100$

따라서 4 %의 소금물은 200 g, 7 %의 소금물은 100 g 섞어야 한다. 답 4 %의 소금물 : 200 g, 7 %의 소금물 : 100 g

268 식품 A를 x g, 식품 B를 y g 섭취한다고 하면

$$\begin{cases} \frac{30}{100}x+\frac{10}{100}y=45 \\ \frac{20}{100}x+\frac{40}{100}y=40 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x+y=450 \\ x+2y=200 \end{cases}$$

$\therefore x=140, y=30$

따라서 식품 A는 140 g, 식품 B는 30 g 섭취해야 한다.

답 식품 A : 140 g, 식품 B : 30 g

STEP 2 심화 문제 72쪽~76쪽

269 처음 수의 십의 자리의 숫자를 x, 일의 자리의 숫자를 y라 하면

$$\begin{cases} 10x+y=7(x+y) \\ 10y+x=(10x+y)-27 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-2y=0 \\ x-y=3 \end{cases}$$

$\therefore x=6, y=3$

따라서 처음 수는 63이므로 바꾼 수는 36이다. 답 36

270 큰 스님의 수를 x명, 작은 스님의 수를 y명이라 하면

$$\begin{cases} x+y=100 \\ 3x+\frac{1}{3}y=100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=100 \\ 9x+y=300 \end{cases} \quad \therefore x=25, y=75$$

따라서 작은 스님은 모두 75명이다. 답 75명

271 제품 A를 x개, 제품 B를 y개 만들었다고 하면

$$\begin{cases} 6x+5y=70 \\ 4x+3y=44 \end{cases} \quad \therefore x=5, y=8$$

따라서 제품 A를 5개, 제품 B를 8개 만들었으므로 총 비용은

$5\times 8+8\times 6=88$(만 원) 답 88만 원

272 구입한 볼펜은 $3000\div 500=6$(자루)

형광펜을 x자루, 연필을 y자루 구입했다고 하면

품목	단가(원)	수량(자루)	금액(원)
볼펜	500	6	3000
형광펜	800	x	$800x$
사인펜	400	4	1600
연필	300	y	$300y$
합계		15	7100

$$\begin{cases} 6+x+4+y=15 \\ 3000+800x+1600+300y=7100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=5 \\ 8x+3y=25 \end{cases}$$

$\therefore x=2, y=3$

따라서 은호가 구입한 형광펜은 2자루이다. 답 2자루

273 천안역에서 승차한 승객을 x명, 하차한 승객을 y명이라 하면

천안역에서 목포역까지 가는 표를 끊은 승객은 x명,

서울역에서 천안역까지 가는 표를 끊은 승객은 y명,

서울역에서 목포역까지 가는 표를 끊은 승객은 $(70-y)$명이므로

$$\begin{cases} 70+x-y=62 \\ 5x+2y+6(70-y)=420 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-y=-8 \\ 5x-4y=0 \end{cases}$$

$\therefore x=32, y=40$

따라서 천안역에서 승차한 승객은 32명, 하차한 승객은 40명이다.

답 승차한 승객 : 32명, 하차한 승객 : 40명

274 합격자의 평균 점수를 x점, 불합격자의 평균 점수를 y점이라 하면

(전체 지원자의 평균 점수)$=\frac{10x+50y}{60}=\frac{x+5y}{6}$(점)이므로

$$\begin{cases} \frac{x+5y}{6}+1=x-5 \\ 3y=2x+10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x-5y=36 \\ 2x-3y=-10 \end{cases}$$

$\therefore x=\frac{158}{5}=31.6, y=\frac{122}{5}=24.4$

따라서 합격자의 최저 점수는 $31.6-5=26.6$(점) 답 26.6점

275 합금에 금이 x g, 구리가 y g 섞여 있다고 하면

$$\begin{cases} x+y=54 \\ \frac{1}{19}x+\frac{1}{8}y=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=54 \\ 8x+19y=608 \end{cases} \quad \therefore x=38, y=16$$

따라서 이 합금에는 금이 38 g 섞여 있다. 답 38 g

276 물탱크에 물을 가득 채웠을 때의 물의 양을 1이라 하고, 두 수도꼭지 A, B로 1분 동안 채울 수 있는 물의 양을 각각 x, y라 하면

$$\begin{cases} 30x+20(x+y)=1 \\ 20x+50y=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 50x+20y=1 \\ 20x+50y=1 \end{cases}$$

$\therefore x=\frac{1}{70}, y=\frac{1}{70}$

따라서 수도꼭지 B로만 물탱크에 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간은 70분이다. 답 70분

277 전체 일의 양을 1이라 하고, 갑과 을이 하루에 할 수 있는 일의 양을 각각 x, y라 하면

$$\begin{cases} 3x+3y=1 \\ x+9y=1 \end{cases} \quad \therefore x=\frac{1}{4}, y=\frac{1}{12}$$

즉 갑과 을이 하루에 할 수 있는 일의 양은 각각 $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{12}$이므로 을이 혼자 6일 동안 일한 후 나머지를 갑이 혼자 k일 동안 일하여 모두 마쳤다고 하면

$\frac{1}{12}\times 6+\frac{1}{4}\times k=1 \quad \therefore k=2$

따라서 갑이 혼자 일한 날은 2일이다. 답 2일

278 걸어간 거리를 x km, 버스를 타고 이동한 거리를 y km라 하면

$\begin{cases} x+y=20 \\ \frac{x}{6}+\frac{2}{60}+\frac{y}{60}=\frac{40}{60} \end{cases}$ ➡ $\begin{cases} x+y=20 \\ 10x+y=38 \end{cases}$ $\therefore x=2, y=18$

따라서 버스를 타고 이동한 거리는 18 km이다. 답 18 km

279 학교에서 미술관까지의 거리를 x km, 가는 데 걸리는 예상 시간을 y시간이라 하면

$\begin{cases} \frac{x}{60}=y-\frac{5}{60} \\ \frac{x}{50}=y+\frac{6}{60} \end{cases}$ ➡ $\begin{cases} x=60y-5 \\ x=50y+5 \end{cases}$ $\therefore x=55, y=1$

따라서 학교에서 미술관까지의 거리는 55 km, 가는 데 걸리는 예상 시간은 1시간이다.

답 학교에서 미술관까지의 거리 : 55 km, 예상 시간 : 1시간

280 동현이의 속력을 분속 x m, 지나의 속력을 분속 y m라 하면

$\begin{cases} x:y=600:500 \\ 15x+15y=1650 \end{cases}$ ➡ $\begin{cases} 5x-6y=0 \\ x+y=110 \end{cases}$ $\therefore x=60, y=50$

따라서 지나의 속력은 분속 50 m이므로 이 호수를 지나가 혼자서 한 바퀴 도는 데 걸리는 시간은

$\frac{1650}{50}=33$(분) 답 33분

281 정지한 물에서의 보트의 속력을 시속 x km, 강물의 속력을 시속 y km라 하면

$\begin{cases} 3(x-y)-y=20 \\ x+y=20 \end{cases}$ ➡ $\begin{cases} 3x-4y=20 \\ x+y=20 \end{cases}$ $\therefore x=\frac{100}{7}, y=\frac{40}{7}$

따라서 정지한 물에서의 보트의 속력은 시속 $\frac{100}{7}$ km이다.

답 시속 $\frac{100}{7}$ km

282 양초 A의 길이를 x cm, 양초 B의 길이를 y cm라 하면 양초 A, B가 타는 속력은 각각 분속 $\frac{x}{10}$ cm, $\frac{y}{15}$ cm이므로

$\begin{cases} x=y+8 \\ x-\frac{x}{10}\times5=y-\frac{y}{15}\times5 \end{cases}$ ➡ $\begin{cases} x=y+8 \\ 3x=4y \end{cases}$ $\therefore x=32, y=24$

따라서 양초 B의 길이는 24 cm이다. 답 24 cm

283 4 %의 소금물의 양을 x g, 더 넣어야 하는 소금의 양을 y g이라 하면

$\begin{cases} x+y=300 \\ \frac{4}{100}x+y=\frac{20}{100}\times300 \end{cases}$ ➡ $\begin{cases} x+y=300 \\ x+25y=1500 \end{cases}$

$\therefore x=250, y=50$

따라서 더 넣어야 하는 소금의 양은 50 g이다. 답 50 g

284 소금물 A의 농도를 x %, 소금물 B의 농도를 y %라 하면

$\begin{cases} \frac{x}{100}\times100+\frac{y}{100}\times200=\frac{8}{100}\times300 \\ \frac{x}{100}\times200+\frac{y}{100}\times100=\frac{6}{100}\times300 \end{cases}$ ➡ $\begin{cases} x+2y=24 \\ 2x+y=18 \end{cases}$

$\therefore x=4, y=10$

따라서 소금물 A의 농도는 4 %, 소금물 B의 농도는 10 %이다.

답 소금물 A : 4 %, 소금물 B : 10 %

285 3 %의 소금물의 양을 x g, 6 %의 소금물의 양을 y g이라 하면 더 넣은 물의 양은 $\frac{1}{2}x$ g이므로

$\begin{cases} x+y+\frac{1}{2}x=450 \\ \frac{3}{100}x+\frac{6}{100}y=\frac{4}{100}\times450 \end{cases}$ ➡ $\begin{cases} 3x+2y=900 \\ x+2y=600 \end{cases}$

$\therefore x=150, y=225$

따라서 6 %의 소금물은 225 g 섞었다. 답 225 g

286 5 %의 소금물 x g과 10 %의 소금물 y g을 섞었을 때 7 %의 소금물이 만들어진다고 하면

$\frac{5}{100}x+\frac{10}{100}y=\frac{7}{100}(x+y)$

$\therefore x=\frac{3}{2}y$ ······ ㉠

한편 두 소금물의 양을 바꾸어 넣었을 때 만들어진 소금물의 농도를 p %라 하면

$\frac{5}{100}y+\frac{10}{100}x=\frac{p}{100}(x+y)$

$\therefore p(x+y)=10x+5y$ ······ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$p\left(\frac{3}{2}y+y\right)=10\times\frac{3}{2}y+5y$

$\frac{5}{2}py=20y$ $\therefore p=8$ ($\because y\neq0$)

따라서 두 소금물의 양을 바꾸어 넣었을 때 만들어진 소금물의 농도는 8 %이다. 답 8 %

287 작년에 A 기숙사에 있던 학생 수를 x명, B 기숙사에 있던 학생 수를 y명이라 하면

$\begin{cases} \frac{70}{100}x+\frac{40}{100}y=580 \\ \frac{30}{100}x+\frac{60}{100}y=420 \end{cases}$ ➡ $\begin{cases} 7x+4y=5800 \\ x+2y=1400 \end{cases}$

$\therefore x=600, y=400$

따라서 작년에 A 기숙사에 있던 학생 수는 600명이다. 답 600명

288 필요한 합금 A의 양을 x g, 합금 B의 양을 y g이라 하면

$\begin{cases} \frac{1}{2}x+\frac{3}{4}y=420\times\frac{2}{3} \\ \frac{1}{2}x+\frac{1}{4}y=420\times\frac{1}{3} \end{cases}$ ➡ $\begin{cases} 2x+3y=1120 \\ 2x+y=560 \end{cases}$

$\therefore x=140, y=280$

따라서 필요한 합금 A의 양은 140 g, 합금 B의 양은 280 g이다.

답 합금 A : 140 g, 합금 B : 280 g

289 처음 수의 백의 자리의 숫자를 x, 십의 자리의 숫자를 y, 일의 자리의 숫자를 z라 하면

$$\begin{cases} x+y+z=9 \\ y+z=2x \\ 100z+10y+x=(100x+10y+z)+99 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+y+z=9 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x-y-z=0 & \cdots\cdots ㉡ \\ x-z=-1 & \cdots\cdots ㉢ \end{cases}$$

㉠+㉡을 하면 $3x=9$ $\therefore x=3$

$x=3$을 ㉢에 대입하면 $3-z=-1$ $\therefore z=4$

$x=3$, $z=4$를 ㉠에 대입하면 $3+y+4=9$ $\therefore y=2$

따라서 처음 수의 각 자리의 숫자의 곱은 $3\times2\times4=24$ 답 24

290 목수 1명, 미장공 1명, 철근공 1명의 1일 임금을 각각 x만 원, y만 원, z만 원이라 하면

$$\begin{cases} 5x+3y+2z=78 & \cdots\cdots ㉠ \\ 6x+y+5z=91 & \cdots\cdots ㉡ \\ 4x+5y+2z=89 & \cdots\cdots ㉢ \end{cases}$$

㉠×5−㉡×2를 하면 $13x+13y=208$

$\therefore x+y=16$ ……㉣

㉠−㉢을 하면 $x-2y=-11$ ……㉤

㉣, ㉤을 연립하여 풀면 $x=7$, $y=9$

$x=7$, $y=9$를 ㉠에 대입하면

$35+27+2z=78$, $2z=16$ $\therefore z=8$

따라서 받을 총 임금은

$5\times7+4\times9+3\times8=95$(만 원) 답 95만 원

291 찬성한 사람의 수를 x명, 반대한 사람의 수를 y명이라 하면

$$\begin{cases} x+2=y-2 \\ y+1=\frac{2}{3}(x+y) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-y=-4 \\ 2x-y=3 \end{cases}$$

$\therefore x=7$, $y=11$

따라서 찬성한 사람의 수는 7명, 반대한 사람의 수는 11명이다.

답 찬성한 사람 : 7명, 반대한 사람 : 11명

292 처음에 8분짜리 x곡과 6분짜리 y곡을 연주하기로 계획했다고 하면 곡과 곡 사이에 1분 동안의 쉬는 시간이 있으므로 총 쉬는 시간은 $(x+y-1)$분이다.

처음 계획대로 연주하는 데 걸린 시간은 105분이므로

$8x+6y+(x+y-1)=105$

$\therefore 9x+7y=106$ ……㉠

곡의 수가 바뀌어서 연주하는 데 걸린 시간은 117분이므로

$6x+8y+(x+y-1)=117$

$\therefore 7x+9y=118$ ……㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=4$, $y=10$

따라서 처음 계획했던 6분짜리 곡은 모두 10곡이다. 답 10곡

293 기계 A 1대가 1분 동안 만드는 물건의 개수를 x개, 기계 B 1대가 1분 동안 만드는 물건의 개수를 y개라 하면

$$\begin{cases} 5(x+4y)=100 \\ 4(2x+3y)=100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+4y=20 \\ 2x+3y=25 \end{cases} \quad \therefore x=8,\ y=3$$

이때 기계 A 3대와 기계 B 2대를 동시에 사용하여 물건 120개를 만드는 데 걸리는 시간을 k분이라 하면

$(3\times8+2\times3)k=120$

$30k=120$ $\therefore k=4$

따라서 걸리는 시간은 4분이다. 답 4분

294 합격자 중 남자의 수는 $350\times\frac{4}{7}=200$(명),

여자의 수는 $350\times\frac{3}{7}=150$(명)

전체 응시자 수를 x명, 불합격자 중 남자의 수를 y명이라 하면

	남자	여자
합격자 수(명)	200	150
불합격자 수(명)	y	$\frac{2}{3}y$
응시자 수(명)	$\frac{7}{12}x$	$\frac{5}{12}x$

$$\begin{cases} 200+y=\frac{7}{12}x \\ 150+\frac{2}{3}y=\frac{5}{12}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7x-12y=2400 \\ 5x-8y=1800 \end{cases}$$

$\therefore x=600$, $y=150$

따라서 전체 응시자 수는 600명이다. 답 600명

295 구매한 식품 A의 양을 x g, 식품 B의 양을 y g이라 하면

$$\begin{cases} \frac{0.4}{100}x+\frac{0.8}{100}y=13.6 \\ \frac{380}{100}x : \frac{950}{100}y=1:3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+2y=3400 \\ 6x-5y=0 \end{cases}$$

$\therefore x=1000$, $y=1200$

따라서 구매한 두 식품의 열량의 합은

$\frac{32}{100}\times1000+\frac{20}{100}\times1200=560$ (kcal) 답 560 kcal

296 전체 일의 양을 1이라 하면 소희는 하루에 $\frac{1}{x}$만큼, 유이는 하루에 $\frac{1}{y}$만큼 일을 하므로

$$\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{13}{84} \\ 5\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)+\frac{2}{x}+\frac{1}{y}=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{13}{84} \\ \frac{7}{x}+\frac{6}{y}=1 \end{cases}$$

$\frac{1}{x}=X$, $\frac{1}{y}=Y$라 하면

$$\begin{cases} X+Y=\frac{13}{84} \\ 7X+6Y=1 \end{cases} \quad \therefore X=\frac{1}{14},\ Y=\frac{1}{12}$$

이때 $\frac{1}{x}=\frac{1}{14}$, $\frac{1}{y}=\frac{1}{12}$이므로 $x=14$, $y=12$

$\therefore x+y=14+12=26$ 답 26

7 일차함수 (1)

STEP 1 실력 문제 81쪽~84쪽

297 ① $y=3000x$
② $x+y=24$ $\quad\therefore y=24-x$
③ $y=250-x$
④ $y=2x$
⑤ $x=4$일 때, 4보다 큰 자연수 y는 5, 6, 7, ⋯이므로 y는 x의 함수가 아니다.
따라서 y가 x의 함수가 아닌 것은 ⑤이다. 답 ⑤

298 ㉠ $y=3x$
㉡ 자연수 x의 값이 정해짐에 따라 x보다 작은 소수의 개수 y의 값이 하나로 정해지므로 y는 x의 함수이다.
㉢ $x+y=100$ $\quad\therefore y=100-x$
㉣ $x=3$일 때, 절댓값이 3인 정수는 -3, 3으로 y의 값이 2개 정해지므로 y는 x의 함수가 아니다.
㉤ 몸무게가 x kg인 사람의 키 y cm가 2개 이상 정해지는 경우도 있으므로 y는 x의 함수가 아니다.
㉥ $y=x-1$
따라서 y가 x의 함수인 것은 ㉠, ㉡, ㉢, ㉥이다. 답 ㉠, ㉡, ㉢, ㉥

299 $f(a)=1$에서 $\dfrac{2a-5}{3}=1$
$2a-5=3$, $2a=8$ $\quad\therefore a=4$
$f(1)=b$에서 $\dfrac{2\times1-5}{3}=b$
$-3=3b$ $\quad\therefore b=-1$
$\therefore a+b=4+(-1)=3$ 답 3

300 $f(2)=-3\times2=-6$, $f(-1)=-3\times(-1)=3$이므로
$f(2)+f(-1)=-6+3=-3$
$\therefore g(f(2)+f(-1))=g(-3)=\dfrac{3}{-3}=-1$ 답 -1

301 ㉠ 1보다 작은 소수는 없으므로 $f(1)=0$
㉡ 2보다 작은 소수는 없으므로 $f(2)=0$
㉢ 5보다 작은 소수는 2, 3의 2개이므로 $f(5)=2$
8보다 작은 소수는 2, 3, 5, 7의 4개이므로 $f(8)=4$
$\therefore f(5)+f(8)=2+4=6$
㉣ 4보다 작은 소수는 2, 3의 2개이므로 $f(4)=2$
7보다 작은 소수는 2, 3, 5의 3개이므로 $f(7)=3$
$\therefore f(4)-f(7)=2-3=-1$
따라서 옳지 않은 것은 ㉡, ㉢이다. 답 ㉡, ㉢

302 ㉠ $3y+2=0$에서 $y=-\dfrac{2}{3}$이므로 일차함수가 아니다.
㉢ 분모에 x가 있으므로 일차함수가 아니다.
㉣ $y=5(-x+4)$ $\quad\therefore y=-5x+20$
㉤ x^2의 차수가 2이므로 일차함수가 아니다.
㉥ $2x+y=2(x-3)$에서 $y=-6$이므로 일차함수가 아니다.
따라서 y가 x에 대한 일차함수인 것은 ㉡, ㉣이다. 답 ㉡, ㉣

303 ① $y=\pi x^2$이므로 일차함수가 아니다.
② $y=5x$
③ $y=2(x+5)$ $\quad\therefore y=2x+10$
④ $xy=3000$에서 $y=\dfrac{3000}{x}$이므로 일차함수가 아니다.
⑤ $y=2x$
따라서 y가 x에 대한 일차함수가 아닌 것은 ①, ④이다. 답 ①, ④

304 $f(1)=-2$에서 $a+b=-2$ ⋯⋯ ㉠
$f(3)=6$에서 $3a+b=6$ ⋯⋯ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=4$, $b=-6$
따라서 $f(x)=4x-6$이므로 $f(2)=8-6=2$, $f(0)=-6$
$\therefore f(2)+f(0)=2+(-6)=-4$ 답 -4

305 $y=\dfrac{1}{2}x-3$의 그래프를 y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 그래프가 나타내는 일차함수의 식은
$y=\dfrac{1}{2}x-3-1$, 즉 $y=\dfrac{1}{2}x-4$
$y=\dfrac{1}{2}x-4$에 $x=4$, $y=a$를 대입하면
$a=\dfrac{1}{2}\times4-4=-2$ 답 -2

306 $y=ax+4$의 그래프가 점 $(3, -1)$을 지나므로
$-1=3a+4$ $\quad\therefore a=-\dfrac{5}{3}$
$y=-\dfrac{5}{3}x+9$의 그래프가 점 $(k, -k)$를 지나므로
$-k=-\dfrac{5}{3}k+9$, $\dfrac{2}{3}k=9$ $\quad\therefore k=\dfrac{27}{2}$ 답 $\dfrac{27}{2}$

307 $y=-3x+8+b$의 그래프가 점 $(4, -1)$을 지나므로
$-1=-12+8+b$ $\quad\therefore b=3$
$y=-3x+11$의 그래프가 점 $(a-1, -a)$를 지나므로
$-a=-3(a-1)+11$, $-a=-3a+3+11$
$2a=14$ $\quad\therefore a=7$
$\therefore a+b=7+3=10$ 답 10

308 $y=\dfrac{2}{3}x$의 그래프를 y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 그래프가 나타내는 일차함수의 식은 $y=\dfrac{2}{3}x+4$
$y=\dfrac{2}{3}x+4$에 $y=0$을 대입하면 $0=\dfrac{2}{3}x+4$ $\quad\therefore x=-6$
$y=\dfrac{2}{3}x+4$에 $x=0$을 대입하면 $y=4$
따라서 $a=-6$, $b=4$이므로
$b-a=4-(-6)=10$ 답 10

309 주어진 그래프에서 y절편이 8이므로 $k=8$

$y=-\frac{4}{5}x+8$에 $y=0$을 대입하면

$0=-\frac{4}{5}x+8 \qquad \therefore x=10$

따라서 점 A의 좌표는 A$(10, 0)$이다. 답 A$(10, 0)$

310 $y=2x+6$에 $y=0$을 대입하면

$0=2x+6 \qquad \therefore x=-3$

즉 $y=ax+7$의 그래프의 x절편이 -3이므로

$y=ax+7$에 $x=-3$, $y=0$을 대입하면

$0=-3a+7 \qquad \therefore a=\frac{7}{3}$

이때 $y=\frac{7}{3}x+7$의 그래프와 $y=-\frac{1}{3}x+b$의 그래프가 y축 위에서 만나므로 y절편이 같다.

즉 $y=\frac{7}{3}x+7$의 그래프의 y절편이 7이므로 $b=7$

답 $a=\frac{7}{3}$, $b=7$

311 $y=ax-b$에 $x=3$, $y=0$을 대입하면

$3a-b=0 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

$y=ax-b$에 $x=-1$, $y=-2$를 대입하면

$-2=-a-b$

$\therefore a+b=2 \qquad \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=\frac{1}{2}$, $b=\frac{3}{2}$

$\therefore b-a=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}=1$ 답 1

312 $y=ax-5$에 $x=3$, $y=-3$을 대입하면

$-3=3a-5$, $3a=2 \qquad \therefore a=\frac{2}{3}$

즉 $(\text{기울기})=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{7-(-2)}=\frac{2}{3}$이므로

$(y$의 값의 증가량$)=6$ 답 6

313 $(\text{기울기})=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}$이므로

$a=\frac{-1-7}{2-(-2)}=-2$

이때 $y=-2x+b$의 그래프가 점 $(-2, 7)$을 지나므로

$7=4+b \qquad \therefore b=3$

$\therefore a+b=-2+3=1$ 답 1

314 $y=-\frac{3}{4}x+6$의 그래프의 기울기는 $-\frac{3}{4}$이므로 x의 값이 4만큼 증가할 때 y의 값은 -3만큼 증가한다. $\qquad \therefore p=-3$

$y=-\frac{3}{4}x+6$에 $y=0$을 대입하면

$0=-\frac{3}{4}x+6$, $x=8 \qquad \therefore q=8$

$y=-\frac{3}{4}x+6$에 $x=0$을 대입하면 $y=6 \qquad \therefore r=6$

$\therefore p-q+r=-3-8+6=-5$ 답 -5

315 $f(b)-4b=f(a)-4a$에서 $f(b)-f(a)=4(b-a)$

$\therefore \frac{f(b)-f(a)}{b-a}=4$

즉 일차함수 $y=f(x)$의 그래프의 기울기는 4이다.

$\therefore \frac{f(2)-f(-2)}{2-(-2)}=(\text{기울기})=4$ 답 4

316 두 점 $(1, -2)$, $(2, 3)$을 지나는 직선의 기울기는

$\frac{3-(-2)}{2-1}=5$

이때 두 점 $(2, 3)$, $(k-1, 2k)$를 지나는 직선의 기울기도 5이므로

$\frac{2k-3}{(k-1)-2}=5$, $2k-3=5k-15$

$-3k=-12 \qquad \therefore k=4$ 답 4

317 $y=\frac{5}{3}x-5$의 그래프의 x절편은 3, y절편은 -5이므로

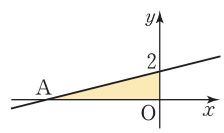
A$(3, 0)$, B$(0, -5)$

$y=-x+3$의 그래프의 x절편은 3, y절편은 3이므로

C$(0, 3)$

$\therefore \triangle ACB=\frac{1}{2}\times 8\times 3=12$ 답 12

318 $y=ax+2$에서 $a>0$이므로 그래프를 그리면 오른쪽 그림과 같다.



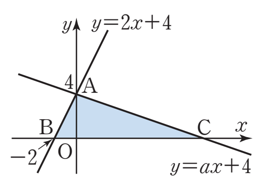
이때 색칠한 부분의 넓이가 8이므로

$\frac{1}{2}\times\overline{OA}\times 2=8 \qquad \therefore \overline{OA}=8$

즉 점 A의 좌표가 $(-8, 0)$이므로 $y=ax+2$에 $x=-8$, $y=0$을 대입하면

$0=-8a+2 \qquad \therefore a=\frac{1}{4}$ 답 $\frac{1}{4}$

319 $y=2x+4$의 그래프의 x절편은 -2, y절편은 4이고, $y=ax+4\,(a<0)$의 그래프의 y절편은 4이므로 두 일차함수의 그래프를 그리면 오른쪽 그림과 같다.



이때 $\triangle ABC$의 넓이가 28이므로

$\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times 4=28 \qquad \therefore \overline{BC}=14$

즉 $\overline{OC}=\overline{BC}-\overline{OB}=14-2=12$이므로 점 C의 좌표는 $(12, 0)$이다.

따라서 $y=ax+4$에 $x=12$, $y=0$을 대입하면

$0=12a+4 \qquad \therefore a=-\frac{1}{3}$ 답 $-\frac{1}{3}$

320 ① $x=6$일 때, 6의 소인수는 2, 3으로 y의 값이 2개 정해진다.
따라서 y는 x의 함수가 아니다.
② $y=x^2$
③ x의 값이 정해짐에 따라 y의 값이 하나씩 정해지므로 y는 x의 함수이다.
④ $y=2\pi x$
⑤ $y=\frac{x}{200}\times 100$ $\quad\therefore y=\frac{1}{2}x$
따라서 y가 x의 함수가 아닌 것은 ①이다. 답 ①

321 $f(1)=5$에서 $a+2+1+a=5$
$2a=2 \quad \therefore a=1$, 즉 $f(x)=2x+3$
따라서 $f(0)=3$, $f(k)=2k+3$이므로
$f(0)=3f(k)$에서
$3=3(2k+3)$, $3=6k+9$
$-6k=6 \quad \therefore k=-1$ 답 -1

322 $f(a)=3a$, $f(a-1)=3(a-1)=3a-3$,
$g\left(\frac{1}{2}\right)=6\div\frac{1}{2}=6\times 2=12$이므로
$f(a)+f(a-1)+g\left(\frac{1}{2}\right)=17$에서
$3a+(3a-3)+12=17$
$6a=8 \quad \therefore a=\frac{4}{3}$ 답 $\frac{4}{3}$

323 $f(2)=\frac{1}{2}\times 2=1$, $f(a+b)=\frac{1}{2}(a+b)$이므로
$f(2)=-f(a+b)$에서
$1=-\frac{1}{2}(a+b) \quad \therefore a+b=-2$
$\therefore f(a)+f(b)=\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}b=\frac{1}{2}(a+b)$
$=\frac{1}{2}\times(-2)=-1$ 답 -1

324 ① $f(8)=1$, $f(15)=1 \quad \therefore f(8)=f(15)$
③ $f(25)=4$, $f(40)=5$, $f(65)=2$
$\therefore f(25)+f(40)>f(65)$
④ $f(14n)=0$, $f(21n)=0 \quad \therefore f(14n)=f(21n)$
⑤ $7n-3=7(n-1)+4$이므로 $f(7n-3)=4$
이때 $f(7n+4)=4$이므로
$f(7n-3)=f(7n+4)$
따라서 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다. 답 ③, ⑤

325 $y=-3x+k$에 $x=4$, $y=-5$를 대입하면
$-5=-12+k \quad \therefore k=7$
즉 $y=-3x+7$이므로
① $10=-3\times(-1)+7$ ② $0\neq-3\times 0+7$
③ $8\neq-3\times 0+7$ ④ $13\neq-3\times 2+7$
⑤ $0\neq-3\times 7+7$
따라서 일차함수 $y=-3x+7$의 그래프 위에 있는 점은 ①이다. 답 ①

326 $y=x(ax+3)-bx+8$에서
$y=ax^2+(3-b)x+8$
이 식이 일차함수가 되려면 x^2의 계수는 0이고, x의 계수는 0이 아니어야 한다.
따라서 $a=0$, $3-b\neq 0$이므로
$a=0$, $b\neq 3$ 답 $a=0$, $b\neq 3$

327 $f(2)=6a-a+1=-4$이므로
$5a=-5 \quad \therefore a=-1$
$\therefore f(x)=-3x+2$
따라서 $3f(-2)+f(5)=f(b)$에서
$3\times 8+(-13)=-3b+2$
$3b=-9 \quad \therefore b=-3$ 답 -3

328 $y=ax-2+b$의 그래프가 두 점 $(5, 2)$, $(-1, 5)$를 지나므로
$\begin{cases}2=5a-2+b\\5=-a-2+b\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}5a+b=4\\-a+b=7\end{cases} \quad \therefore a=-\frac{1}{2},\ b=\frac{13}{2}$
$\therefore ab=-\frac{1}{2}\times\frac{13}{2}=-\frac{13}{4}$ 답 $-\frac{13}{4}$

329 $y=-\frac{a}{2}x+1$의 그래프를 y축의 방향으로 $2b$만큼 평행이동한 그래프가 나타내는 일차함수의 식은
$y=-\frac{a}{2}x+1+2b$
이 식에 $x=2$, $y=0$을 대입하면
$0=-a+1+2b \quad \therefore a=1+2b \quad \cdots\cdots$ ㉠
$y=bx-1$의 그래프를 y축의 방향으로 a만큼 평행이동한 그래프가 나타내는 일차함수의 식은
$y=bx-1+a$
이 식에 ㉠을 대입하면
$y=bx-1+(1+2b)=bx+2b$
즉 $y=bx+2b$에 $y=0$을 대입하면
$0=bx+2b$, $-bx=2b \quad \therefore x=-2$
따라서 구하는 x절편은 -2이다. 답 -2

330 $y=\frac{a}{c}x+\frac{b}{c}$에 $x=-1$, $y=0$을 대입하면
$0=-\frac{a}{c}+\frac{b}{c} \quad \therefore a=b \quad \cdots\cdots$ ㉠
$y=\frac{a}{c}x+\frac{b}{c}$에 $x=0$, $y=-3$을 대입하면
$-3=\frac{b}{c} \quad \therefore b=-3c \quad \cdots\cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서 $a=b=-3c$이므로
$\frac{b-c}{a+c}=\frac{-3c-c}{-3c+c}=\frac{-4c}{-2c}=2$ 답 2

331 $y=-3x+p$의 그래프의 x절편은 $\frac{p}{3}$, y절편은 p이므로

$A(0, p)$, $D\left(\frac{p}{3}, 0\right)$

$y=\frac{1}{2}x+q$의 그래프의 x절편은 $-2q$, y절편은 q이므로

$B(0, q)$, $C(-2q, 0)$

$\overline{AB}:\overline{BO}=5:1$이므로

$(p-q):q=5:1$

$p-q=5q \quad \therefore p=6q \quad \cdots\cdots ㉠$

$\overline{CD}=12$이므로

$\frac{p}{3}-(-2q)=12 \quad \therefore \frac{p}{3}+2q=12 \quad \cdots\cdots ㉡$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$p=18, q=3$ 답 $p=18, q=3$

332 $y=ax+1$의 그래프가 두 점 $(-1, k+1)$, $(4, k)$를 지나므로

$a=(\text{기울기})=\frac{k-(k+1)}{4-(-1)}=-\frac{1}{5}$

즉 $y=-\frac{1}{5}x+1$에 $x=4$, $y=k$를 대입하면

$k=-\frac{1}{5}\times4+1=\frac{1}{5}$

$\therefore a-k=-\frac{1}{5}-\frac{1}{5}=-\frac{2}{5}$ 답 $-\frac{2}{5}$

333 $f(p)-f(q)=2p-2q$에서

$\frac{f(p)-f(q)}{p-q}=2$

즉 일차함수 $y=f(x)$의 그래프의 기울기는 2이고,

두 점 $(3, -6)$, $(-1, c)$를 지나므로

$\frac{c-(-6)}{-1-3}=2$, $c+6=-8 \quad \therefore c=-14$ 답 -14

334 $(\text{기울기})=a=\frac{5-3}{1-(-1)}=1$

$y=x+b$의 그래프가 점 $(-1, 3)$을 지나므로

$3=-1+b \quad \therefore b=4$

$y=x+4$의 그래프가 점 $(c, 2c)$를 지나므로

$2c=c+4 \quad \therefore c=4$

$\therefore a+b-c=1+4-4=1$ 답 1

335 두 일차함수 $y=ax+b$, $y=-x+6$의 그래프의 기울기가 서로 같으므로 $a=-1$

즉 $y=ax+b$의 그래프의 기울기는 -1, x절편은 3이므로

$y=-x+b$에 $x=3$, $y=0$을 대입하면

$0=-3+b \quad \therefore b=3$

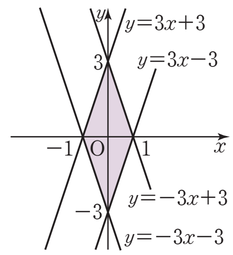
따라서 $y=-x+3$의 그래프의 y절편은 3이므로 구하는 도형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times6\times6-\frac{1}{2}\times3\times3=\frac{27}{2}$ 답 $\frac{27}{2}$

336 $y=-3x+3$, $y=-3x-3$, $y=3x+3$, $y=3x-3$의 그래프로 둘러싸인 도형은 오른쪽 그림과 같은 마름모이다.

따라서 구하는 넓이는

$\frac{1}{2}\times2\times6=6$



답 6

STEP 3 고난도 문제 89쪽~90쪽

337 $f(x+3)=\frac{f(x)-1}{f(x)+1}$에서

(i) $x=8$을 양변에 대입하면

$f(11)=\frac{f(8)-1}{f(8)+1}$, $11=\frac{f(8)-1}{f(8)+1}$

$11f(8)+11=f(8)-1$

$10f(8)=-12 \quad \therefore f(8)=-\frac{6}{5}$

(ii) $x=5$를 양변에 대입하면

$f(8)=\frac{f(5)-1}{f(5)+1}$, $-\frac{6}{5}=\frac{f(5)-1}{f(5)+1}$

$6f(5)+6=-5f(5)+5$

$11f(5)=-1 \quad \therefore f(5)=-\frac{1}{11}$

(iii) $x=2$를 양변에 대입하면

$f(5)=\frac{f(2)-1}{f(2)+1}$, $-\frac{1}{11}=\frac{f(2)-1}{f(2)+1}$

$f(2)+1=-11f(2)+11$

$12f(2)=10 \quad \therefore f(2)=\frac{5}{6}$

(iv) $x=11$을 양변에 대입하면

$f(14)=\frac{f(11)-1}{f(11)+1}=\frac{11-1}{11+1}=\frac{10}{12}=\frac{5}{6}$

(v) $x=14$를 양변에 대입하면

$f(17)=\frac{f(14)-1}{f(14)+1}=\frac{\frac{5}{6}-1}{\frac{5}{6}+1}=\frac{-\frac{1}{6}}{\frac{11}{6}}=-\frac{1}{11}$

즉 $f(2)=\frac{5}{6}$, $f(5)=-\frac{1}{11}$, $f(8)=-\frac{6}{5}$, $f(11)=11$, $f(14)=\frac{5}{6}$, $f(17)=-\frac{1}{11}$, $\cdots$이므로 x의 값을 4로 나누어 나머지가 2, 1, 0, 3인 경우 함숫값은 $\frac{5}{6}$, $-\frac{1}{11}$, $-\frac{6}{5}$, 11의 순서로 반복된다.

따라서 1205를 4로 나눈 나머지는 1이므로

$f(1205)=-\frac{1}{11}$ 답 $-\frac{1}{11}$

338 일차함수 $y=2mx-m+3$이 $-2\le x\le 2$에서 y의 값이 항상 양수가 되려면 $x=-2$, $x=2$일 때의 y의 값이 각각 양수이어야 한다.

$x=-2$일 때,

$y=-4m-m+3>0$, $-5m>-3$ $\quad\therefore m<\frac{3}{5}$

$x=2$일 때,

$y=4m-m+3>0$, $3m>-3$ $\quad\therefore m>-1$

한편 $y=2mx-m+3$이 일차함수이므로 $m\ne 0$

따라서 구하는 상수 m의 값의 범위는

$-1<m<0$, $0<m<\frac{3}{5}$ 답 $-1<m<0$, $0<m<\frac{3}{5}$

339 $f(m)+m=n+f(n)$에서 $f(m)-f(n)=n-m$

$\therefore \dfrac{f(m)-f(n)}{m-n}=-1$

따라서 일차함수 $y=f(x)$의 기울기는 -1이므로

$f(x)=-x+b$라 하면 $f(-2)+f(2)=12$에서

$(2+b)+(-2+b)=12$, $2b=12$ $\quad\therefore b=6$

따라서 $f(x)=-x+6$이므로

$f(3)=-3+6=3$ 답 3

340 점 (x, y)를 점 $(x+y, ax-y)$로 옮기는 규칙에 따라

점 $(0, 0)$은 $(0+0, a\times 0-0)$, 즉 $(0, 0)$으로,

점 $(1, 4)$는 $(1+4, a\times 1-4)$, 즉 $(5, a-4)$로,

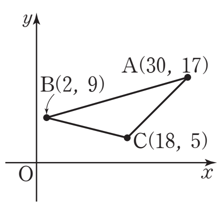
점 $(3, 0)$은 $(3+0, a\times 3-0)$, 즉 $(3, 3a)$로 이동한다.

이때 세 점이 한 직선 위에 있으므로 두 점 $(0, 0)$, $(5, a-4)$를 지나는 직선의 기울기와 두 점 $(0, 0)$, $(3, 3a)$를 지나는 직선의 기울기는 같다.

따라서 $\frac{a-4}{5}=\frac{3a}{3}$, 즉 $\frac{a-4}{5}=a$이므로

$a-4=5a$, $-4a=4$ $\quad\therefore a=-1$ 답 -1

341 세 점 A$(30, 17)$, B$(2, 9)$, C$(18, 5)$를 꼭짓점으로 하는 △ABC를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



(i) $\overline{BA}$의 기울기는 $\frac{17-9}{30-2}=\frac{8}{28}=\frac{2}{7}$이므로 x의 값이 7만큼 증가할 때 y의 값도 2만큼 증가한다.

따라서 구하는 점 (x, y)는 $(2, 9)$, $(9, 11)$, $(16, 13)$, $(23, 15)$, $(30, 17)$의 5개

(ii) $\overline{BC}$의 기울기는 $\frac{5-9}{18-2}=\frac{-4}{16}=-\frac{1}{4}$이므로 x의 값이 4만큼 증가할 때 y의 값은 1만큼 감소한다.

따라서 구하는 점 (x, y)는 $(2, 9)$, $(6, 8)$, $(10, 7)$, $(14, 6)$, $(18, 5)$의 5개

(iii) $\overline{CA}$의 기울기는 $\frac{17-5}{30-18}=\frac{12}{12}=1$이므로 x의 값이 1만큼 증가할 때 y의 값도 1만큼 증가한다.

따라서 구하는 점 (x, y)는 $(18, 5)$, $(19, 6)$, $(20, 7)$, $(21, 8)$, $(22, 9)$, $(23, 10)$, $(24, 11)$, $(25, 12)$, $(26, 13)$, $(27, 14)$, $(28, 15)$, $(29, 16)$, $(30, 17)$의 13개

이때 점 $(2, 9)$, $(18, 5)$, $(30, 17)$은 두 번씩 겹치므로 구하는 점 (x, y)의 개수는

$5+5+13-3=20$(개) 답 20개

342 ㉠ $y=cx+d$의 그래프가 $y=ax+b$의 그래프보다 y축에 더 가까우므로 $a<c$

㉡ $y=ax+b$의 그래프는 $x=-1$일 때 $y>0$이므로

$-a+b>0$ $\quad\therefore a-b<0$

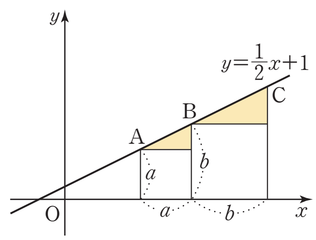
㉢ $y=cx+d$의 그래프는 $x=-1$일 때 $y<0$이므로

$-c+d<0$ $\quad\therefore c-d>0$

㉣ $y=ax+b$, $y=cx+d$의 그래프의 x절편은 각각 $-\frac{b}{a}$, $-\frac{d}{c}$이다. 이때 $-\frac{b}{a}<-\frac{d}{c}$이므로 $\frac{b}{a}>\frac{d}{c}$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉣이다. 답 ㉠, ㉣

343



작은 정사각형의 한 변의 길이를 a, 큰 정사각형의 한 변의 길이를 b라 하면 두 정사각형 각각의 둘레의 길이의 합이 40이므로

$4a+4b=40$ $\quad\therefore a+b=10$ ……㉠

또 일차함수의 기울기가 $\frac{1}{2}$이므로

$\frac{b-a}{a}=\frac{1}{2}$ $\quad\therefore 2b=3a$ ……㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=4$, $b=6$

$y=\frac{1}{2}x+1$에 $y=4$를 대입하면

$4=\frac{1}{2}x+1$, $x=6$ $\quad\therefore$ A$(6, 4)$

점 B의 x좌표는 $6+4=10$이므로

B$(10, 6)$

점 C의 x좌표는 $10+6=16$이므로

$y=\frac{1}{2}x+1$에 $x=16$을 대입하면

$y=\frac{1}{2}\times 16+1=9$ $\quad\therefore$ C$(16, 9)$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\frac{1}{2}\times 4\times(6-4)+\frac{1}{2}\times 6\times(9-6)=4+9=13$ 답 13

344 $y=x+3$에 $y=0$을 대입하면

$0=x+3$, $x=-3$ $\quad\therefore$ A$(-3, 0)$

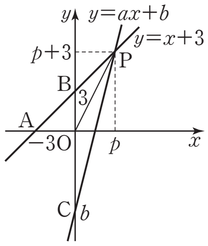
$y=x+3$에 $x=0$을 대입하면

$y=3$ $\quad\therefore$ B$(0, 3)$

$y=ax+b$에 $x=0$을 대입하면

$y=b$ $\quad\therefore$ C$(0, b)$

점 P의 x좌표를 p라 하면 P$(p, p+3)$



$\triangle\text{PAO}=\dfrac{1}{2}\times3\times(p+3)=\dfrac{3}{2}(p+3)$

$\triangle\text{AOB}=\dfrac{1}{2}\times3\times3=\dfrac{9}{2}$

이때 $\triangle\text{PAO}=2\triangle\text{AOB}$이므로

$\dfrac{3}{2}(p+3)=2\times\dfrac{9}{2}$, $p+3=6$ $\quad\therefore p=3$, 즉 P$(3, 6)$

$\triangle\text{PBC}=\dfrac{1}{2}\times(3-b)\times3=\dfrac{3}{2}(3-b)$

$\triangle\text{PBC}=3\triangle\text{AOB}$에서

$\dfrac{3}{2}(3-b)=3\times\dfrac{9}{2}$, $3-b=9$ $\quad\therefore b=-6$

즉 $y=ax-6$의 그래프가 점 P$(3, 6)$을 지나므로

$6=3a-6$, $3a=12$ $\quad\therefore a=4$

답 $a=4$, $b=-6$

8 일차함수 (2)

STEP 1 실력 문제 93쪽~95쪽

345 ㉠ 일차함수 $y=2x+1$의 그래프를 y축의 방향으로 -6만큼 평행이동한 것이다.

㉡ 기울기가 2이므로 x의 값이 2만큼 증가할 때, y의 값은 4만큼 증가한다.

㉢ $-1=2\times2-5$이므로 점 $(2, -1)$을 지난다.
또한 기울기가 양수이므로 오른쪽 위로 향하는 직선이다.

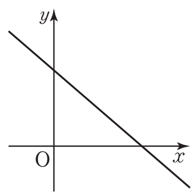
㉣ 일차함수 $y=2x-5$의 그래프의 x절편은 $\dfrac{5}{2}$, y절편은 -5이고, 일차함수 $y=-2x-5$의 그래프의 x절편은 $-\dfrac{5}{2}$, y절편은 -5이므로 두 그래프는 y축 위에서 만난다.

따라서 옳은 것은 ㉡, ㉢이다.

답 ㉡, ㉢

346 $a<0$, $b<0$이므로 $a+b<0$, $ab>0$

따라서 일차함수 $y=(a+b)x+ab$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제3사분면을 지나지 않는다.



답 제3사분면

347 ① 점 $(1, a+b)$를 지난다.

③ 기울기가 서로 다르므로 평행하지 않다.

④ 오른쪽 아래로 향하는 직선이므로 $a<0$이고, y절편이 양수이므로 $b>0$이다.

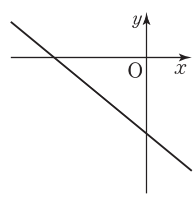
⑤ 기울기가 a이므로 x의 값이 1만큼 증가할 때, y의 값은 a만큼 증가한다.

따라서 옳은 것은 ②이다.

답 ②

348 $y=mx+n$의 그래프가 오른쪽 위로 향하고 y절편이 음수이므로 $m>0$, $n<0$, 즉 $n<0$, $-m<0$

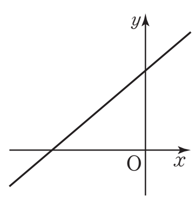
이므로 $y=nx-m$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



따라서 제1사분면을 지나지 않는다.

답 제1사분면

349 일차함수의 그래프가 제1, 2, 3사분면을 지나려면 오른쪽 그림과 같이 그래프가 오른쪽 위로 향하고 y절편이 양수이어야 한다.



$k+1>0$에서 $k>-1$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

$-(2k+1)>0$에서 $-2k-1>0$

$\therefore k<-\frac{1}{2}$ ······ ㉡

㉠, ㉡에서 $-1<k<-\frac{1}{2}$ 답 $-1<k<-\frac{1}{2}$

350 $y=-3ax+2$의 그래프를 y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프가 나타내는 일차함수의 식은

$y=-3ax+2+3$ $\therefore y=-3ax+5$

$y=-3ax+5$와 $y=6x+2b$의 그래프가 일치하므로

$-3a=6$, $5=2b$ $\therefore a=-2$, $b=\frac{5}{2}$

$\therefore ab=-2\times\frac{5}{2}=-5$ 답 -5

351 두 점 $(-1, 2k)$, $(3, 4-k)$를 지나는 직선과 일차함수 $y=-2x+5$의 그래프가 서로 평행하므로 두 직선의 기울기는 같다.

즉 $\frac{(4-k)-2k}{3-(-1)}=-2$이므로

$4-3k=-8$ $\therefore k=4$ 답 4

352 $y=(a-b)x+2a+b$의 그래프와 $y=-6x+3$의 그래프가 서로 평행하므로 두 그래프의 기울기가 같다.

$\therefore a-b=-6$ ······ ㉠

또한 $y=(a-b)x+2a+b$에 $x=-1$, $y=3$을 대입하면

$3=-(a-b)+2a+b$ $\therefore a+2b=3$ ······ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-3$, $b=3$

$\therefore a+b=-3+3=0$ 답 0

353 주어진 그래프는 두 점 $(-2, -1)$, $(1, 4)$를 지나므로

$(\text{기울기})=\frac{4-(-1)}{1-(-2)}=\frac{5}{3}$

따라서 기울기가 $\frac{5}{3}$, y절편이 5인 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은 $y=\frac{5}{3}x+5$ 답 $y=\frac{5}{3}x+5$

354 일차함수 $y=2x+\frac{1}{2}$의 그래프와 평행하므로 기울기는 2이다.

$y=2x+b$로 놓고 $x=6$, $y=-2$를 대입하면

$-2=12+b$ $\therefore b=-14$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=2x-14$ 답 ③

355 $(\text{기울기})=\frac{(-k+2)-(-k)}{(3k+1)-(3k-5)}=\frac{1}{3}$이므로

$y=\frac{1}{3}x+b$로 놓고 $x=3$, $y=3$을 대입하면

$3=1+b$ $\therefore b=2$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=\frac{1}{3}x+2$ 답 $y=\frac{1}{3}x+2$

356 $(\text{기울기})=\frac{-6-4}{2-(-2)}=-\frac{5}{2}$이므로

$y=-\frac{5}{2}x+b$로 놓고 $x=-2$, $y=4$를 대입하면

$4=5+b$ $\therefore b=-1$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=-\frac{5}{2}x-1$이므로 x절편은 $-\frac{2}{5}$, y절편은 -1이다. 답 x절편 : $-\frac{2}{5}$, y절편 : -1

357 일차함수 $y=-\frac{1}{2}x+4$의 그래프가 점 $(2, a)$를 지나므로

$a=-\frac{1}{2}\times2+4=3$

$y=bx+c$의 그래프가 두 점 $(2, 3)$, $(-1, -6)$을 지나므로

$(\text{기울기})=\frac{-6-3}{-1-2}=3$ $\therefore b=3$

$y=3x+c$에 $x=2$, $y=3$을 대입하면

$3=6+c$ $\therefore c=-3$

$\therefore a+b+c=3+3+(-3)=3$ 답 3

358 주어진 그래프가 두 점 $(2, 1)$, $(4, 0)$을 지나므로

$(\text{기울기})=\frac{0-1}{4-2}=-\frac{1}{2}$

$y=-\frac{1}{2}x+b$로 놓고 $x=4$, $y=0$을 대입하면

$0=-2+b$ $\therefore b=2$

따라서 구하는 일차함수의 그래프는 두 점 $(-3, 0)$, $(0, 2)$를 지나므로

$(\text{기울기})=\frac{2-0}{0-(-3)}=\frac{2}{3}$

이때 y절편이 2이므로 구하는 일차함수의 식은

$y=\frac{2}{3}x+2$ 답 $y=\frac{2}{3}x+2$

359 (1) 1 L의 휘발유로 15 km를 이동하므로 1 km를 이동하는 데 $\frac{1}{15}$ L의 휘발유가 필요하다. 즉 x km를 이동하는 데 필요한 휘발유의 양은 $\frac{x}{15}$ L이므로 x와 y 사이의 관계식은

$y=60-\frac{x}{15}$

(2) $y=60-\frac{x}{15}$에 $x=390$을 대입하면

$y=60-\frac{390}{15}=60-26=34$

따라서 남아 있는 휘발유의 양은 34 L이다.

답 (1) $y=60-\frac{x}{15}$ (2) 34 L

360 지면으로부터 100 m씩 높아질 때마다 기온은 0.5 ℃씩 내려가므로 지면으로부터 1 m씩 높아질 때마다 기온은 0.005 ℃씩 내려간다. 즉 지면의 기온이 13 ℃일 때 지면으로부터 x m 높이의 기온을 y ℃라 하면

$y=13-0.005x$

$y=13-0.005x$에 $y=-10$을 대입하면

$-10=13-0.005x$ $\therefore x=4600$

따라서 기온이 -10 ℃인 곳의 높이는 지면으로부터 4600 m이다.

답 4600 m

361 x초 후의 사각형 APCD의 넓이를 y cm^{2}라 하면 x초 후에 점 P가 움직인 거리는 $3x$ cm이므로 $\overline{PC}=(90-3x)$ cm

$\therefore y=\frac{1}{2}\times\{90+(90-3x)\}\times 60$

$=5400-90x$

$y=5400-90x$에 $y=3600$을 대입하면

$3600=5400-90x \qquad \therefore x=20$

따라서 사각형 APCD의 넓이가 3600 cm^{2}가 되는 것은 20초 후이다.

답 20초

STEP 2 심화 문제 96쪽~98쪽

362 ㉠ $y=ax+b$에 $y=0$을 대입하면

$0=ax+b \qquad \therefore x=-\frac{b}{a}$

따라서 x축과의 교점의 좌표는 $\left(-\frac{b}{a}, 0\right)$이다.

㉡ $y=ax+b$, $y=cx+d$에서 $a=c$, $b=d$이면 두 그래프는 일치한다.

㉢ $a>0$, $b<0$이면 그래프는 제2사분면을 지나지 않는다.

㉣ a는 x의 값의 증가량에 대한 y의 값의 증가량의 비율이다.

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉢이다.

답 ㉠, ㉢

363 $y=ax+4$에 $y=0$을 대입하면

$0=ax+4 \qquad \therefore x=-\frac{4}{a}$

$y=\frac{1}{3}\left(x-\frac{a}{3}\right)$에 $x=0$을 대입하면 $y=-\frac{a}{9}$

이때 $y=ax+4$의 그래프의 x절편과 $y=\frac{1}{3}\left(x-\frac{a}{3}\right)$의 그래프의 y절편이 같으므로

$-\frac{4}{a}=-\frac{a}{9}$, $a^2=36 \qquad \therefore a=-6, 6$

한편 $y=\frac{1}{a}x-5$의 그래프가 제1사분면을 지나지 않으려면

$\frac{1}{a}<0$이어야 하므로 $a<0$

$\therefore a=-6$

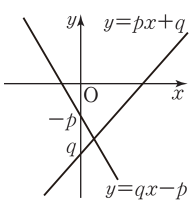
답 -6

364 $p>0$, $q<0$이므로 일차함수 $y=px+q$의 그래프의 기울기는 양수이고 y절편은 음수이다.

또 일차함수 $y=qx-p$의 그래프의 기울기는 음수이고 y절편도 음수이다.

이때 $|p|<|q|$이므로 일차함수 $y=px+q$의 그래프의 y절편이 일차함수 $y=qx-p$의 그래프의 y절편보다 더 작다.

따라서 두 일차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제4사분면에서 만난다.



답 제4사분면

365 두 일차함수 $y=\frac{1}{2}x+2$, $y=ax+b$의 그래프가 서로 평행하므로

$a=\frac{1}{2}$

$y=\frac{1}{2}x+2$에 $y=0$을 대입하면

$0=\frac{1}{2}x+2 \qquad \therefore x=-4$

이때 A$(-4, 0)$이고 $\overline{AB}=12$이므로

$\overline{OB}=\overline{AB}-\overline{OA}=12-4=8 \qquad \therefore$ B$(8, 0)$

따라서 $y=\frac{1}{2}x+b$에 $x=8$, $y=0$을 대입하면

$0=\frac{1}{2}\times 8+b \qquad \therefore b=-4$

$\therefore ab=\frac{1}{2}\times(-4)=-2$

답 -2

366 $y=ax+5-a$에서 $(x-1)a+5-y=0$

즉 a의 값에 관계없이 항상 점 P$(1, 5)$를 지난다. 이때 일차함수 $y=bx-c$의 그래프가 일차함수 $y=3x+2$의 그래프와 평행하므로 $b=3$

$y=3x-c$에 $x=1$, $y=5$를 대입하면

$5=3-c \qquad \therefore c=-2$

$\therefore b+c=3+(-2)=1$

답 1

367 두 점 $(1, -6)$, $(2, -4)$를 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은 $y=2x-8$

이때 규태는 b를 바르게 보았으므로 $b=-8$

두 점 $(-3, 4)$, $(0, 8)$을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은 $y=\frac{4}{3}x+8$

이때 기제는 a를 바르게 보았으므로 $a=\frac{4}{3}$

따라서 일차함수의 식은 $y=\frac{4}{3}x-8$이므로 $x=18$, $y=k$를 대입하면

$k=\frac{4}{3}\times 18-8=16$

답 16

368 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\{4-(-6)\}\times 4=20$

점 D의 좌표를 $(p, 0)$이라 하면

$\triangle ABD=\frac{2}{5}\triangle ABC$에서

$\frac{1}{2}\times\{p-(-6)\}\times 4=\frac{2}{5}\times 20$

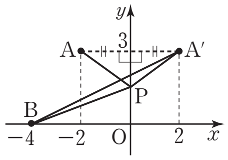
$2p+12=8 \qquad \therefore p=-2$

따라서 두 점 A$(-4, 4)$, D$(-2, 0)$을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은

$y=-2x-4$

답 $y=-2x-4$

369 오른쪽 그림과 같이 점 $A(-2,\ 3)$과 y축에 대칭인 점을 A'이라 하면



$A'(2,\ 3)$

$\overline{AP}=\overline{A'P}$이므로 $\overline{AP}+\overline{PB}$의 길이가 최소일 때는 $\overline{A'P}+\overline{PB}$의 길이가 최소일 때, 즉 세 점 A', P, B가 한 직선 위에 있을 때이다.

따라서 두 점 $A'(2,\ 3)$, $B(-4,\ 0)$을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은 $y=\frac{1}{2}x+2$

이때 점 P는 일차함수 $y=\frac{1}{2}x+2$의 그래프와 y축과의 교점이므로 $P(0,\ 2)$ 답 $P(0,\ 2)$

370 ㈎에서 x절편을 a, y절편을 $-a$라 하면 구하는 일차함수의 그래프는 두 점 $(a,\ 0)$, $(0,\ -a)$를 지나므로

$(\text{기울기})=\frac{-a-0}{0-a}=1$

즉 일차함수의 식은 $y=x-a$

㈏에서 $y=x-a$에 $x=1$, $y=5$를 대입하면

$5=1-a \qquad \therefore a=-4$

따라서 구하는 일차함수의 식은

$y=x+4$ 답 $y=x+4$

371 링거 주사를 x분 동안 맞았을 때 병에 남아 있는 주사약의 양을 y mL라 하면

$y=500-4x$

$y=500-4x$에 $y=0$을 대입하면

$0=500-4x \qquad \therefore x=125$

따라서 주사약을 다 맞는 데 125분, 즉 2시간 5분이 걸리므로 링거 주사를 맞기 시작한 시각은 오후 4시 55분이다. 답 오후 4시 55분

372 무게가 5 g 늘어날 때마다 용수철의 길이는 2 cm씩 늘어나므로 무게가 1 g 늘어날 때마다 용수철의 길이는 $\frac{2}{5}$ cm씩 늘어난다.

즉 x g짜리 추를 매달았을 때 용수철의 길이를 y cm라 하면

$y=20+\frac{2}{5}x$

$y=20+\frac{2}{5}x$에 $x=25$를 대입하면

$y=20+\frac{2}{5}\times 25=30$

따라서 용수철의 길이는 30 cm이다. 답 30 cm

373 온도가 x ℃ 올라갔을 때 기체의 부피를 y cm^3라 하면 온도가 0 ℃일 때의 부피가 1638 cm^3이고, 온도가 1 ℃ 올라갈 때마다 기체의 부피는 $1638\times\frac{1}{273}=6\ (cm^3)$만큼 증가하므로

$y=6x+1638$

$y=6x+1638$에 $y=1830$을 대입하면

$1830=6x+1638 \qquad \therefore x=32$

따라서 기체의 부피가 1830 cm^3가 되는 온도는 32 ℃이다.

답 32 ℃

374 물을 5분 동안 빼낸 후의 줄어든 수면의 높이는

$25-5=20$ (cm)이므로 처음 수면의 높이는

$25+20=45$ (cm)

이때 물을 1분 동안 빼낸 후의 줄어든 수면의 높이는 4 cm이므로

$y=45-4x$

$y=45-4x$에 $y=13$을 대입하면

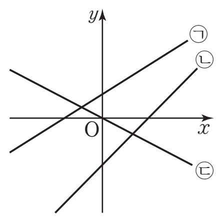
$13=45-4x \qquad \therefore x=8$

따라서 수면의 높이가 13 cm가 되는 것은 8분 후이다. 답 8분

STEP 3 고난도 문제 99쪽~100쪽

375 일차함수 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$의 그래프의 기울기는 $-\frac{a}{b}$, x절편은 $-\frac{c}{a}$, y절편은 $-\frac{c}{b}$이다.

㉠ $ac>0$이면 $-\frac{c}{a}<0$이므로 x절편은 음수이다.



$bc<0$이면 $-\frac{c}{b}>0$이므로 y절편은 양수이다.

따라서 제1, 2, 3사분면을 지난다.

㉡ $ab<0$이면 $-\frac{a}{b}>0$이므로 기울기는 양수이다.

$bc>0$이면 $-\frac{c}{b}<0$이므로 y절편은 음수이다.

따라서 제1, 3, 4사분면을 지난다.

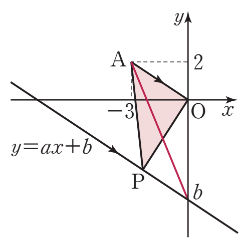
㉢ $ab>0$이면 $-\frac{a}{b}<0$이므로 기울기는 음수이다.

$bc=0$이면 $b\neq 0$이므로 $c=0$, 즉 원점을 지난다.

따라서 제2, 4사분면을 지난다.

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉢이다. 답 ㉠, ㉢

376 $\overline{OA}$를 밑변으로 하는 삼각형의 넓이가 항상 일정하려면 높이가 일정해야 하므로 일차함수 $y=ax+b$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$와 평행해야 한다.



즉 $\overline{OA}$의 기울기는 $-\frac{2}{3}$이므로

$a=-\frac{2}{3}$

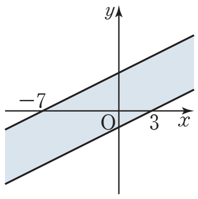
$\triangle OAP$의 넓이가 항상 9이므로

$\triangle OAP=\frac{1}{2}\times|b|\times 3=9 \qquad \therefore b=-6\ (\because b<0)$

$\therefore ab=-\frac{2}{3}\times(-6)=4$ 답 4

377 일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 일차함수 $y=\frac{1}{2}x+5$의 그래프와 평행하므로 $a=\frac{1}{2}$

x절편이 -7 이상 3 이하일 때 일차함수 $y=\frac{1}{2}x+b$의 그래프는 오른쪽 그림의 색칠한 부분에 있으므로 y절편 b는 x절편이 -7일 때 최댓값을 갖고, x절편이 3일 때 최솟값을 갖는다.



(ⅰ) x절편이 -7일 때

$0=-\frac{7}{2}+b \qquad \therefore b=\frac{7}{2}$

(ⅱ) x절편이 3일 때

$0=\frac{3}{2}+b \qquad \therefore b=-\frac{3}{2}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 b의 최댓값은 $\frac{7}{2}$, 최솟값은 $-\frac{3}{2}$이므로 그 합은

$\frac{7}{2}+\left(-\frac{3}{2}\right)=2$ 답 2

378 세 점 $A(-3,\,2)$, $B(-4,\,a)$, $C(-1,\,b)$가 일직선 위에 있으므로

$\frac{a-2}{-4-(-3)}=\frac{b-2}{-1-(-3)}$

$2a-4=-b+2 \qquad \therefore 2a+b=6$

또 세 점 A, B, C를 지나는 직선이 일차함수 $f(x)=mx+n$의 그래프와 일치하므로 $f(x)=mx+n$에 점 $A(-3,\,2)$를 대입하면

$-3m+n=2 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

$f(1)=-4$이므로

$m+n=-4 \qquad \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $m=-\frac{3}{2}$, $n=-\frac{5}{2}$

$\therefore 2a+b+m-n=6+\left(-\frac{3}{2}\right)-\left(-\frac{5}{2}\right)=7$ 답 7

다른 풀이

$y=mx+n$의 그래프가 두 점 $(-3,\,2)$, $(1,\,-4)$를 지나므로

$m=\frac{-4-2}{1-(-3)}=-\frac{3}{2}$

$y=-\frac{3}{2}x+n$에 $x=1$, $y=-4$를 대입하면

$-4=-\frac{3}{2}+n \qquad \therefore n=-\frac{5}{2}$

379 $y=\frac{39-7x}{5}$이므로 $39-7x$는 5의 배수이다.

또한 $x>0$, $\frac{39-7x}{5}>0$이므로 $0<x<\frac{39}{7}$이다.

즉 이를 만족하는 값은 $x=2$, $y=5$이므로 $B(2,\,5)$

따라서 두 점 $A(0,\,2)$, $B(2,\,5)$를 지나는 직선은 기울기가 $\frac{3}{2}$이고 y절편이 2이므로 구하는 일차함수의 식은 $y=\frac{3}{2}x+2$

답 $y=\frac{3}{2}x+2$

380 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로 두 점 A, B를 지나는 직선의 기울기는 1이다.

두 점 A, B를 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 $y=x-k\,(k>0)$라 하면

$A(0,\,-k)$, $B(k,\,0)$

이때 원 O의 반지름의 길이는 k이므로

(색칠한 부분의 넓이)$=(\pi\times k^2)\times\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\times k\times k$

$=\frac{k^2}{4}\pi-\frac{k^2}{2}$

$\frac{k^2}{4}\pi-\frac{k^2}{2}=\frac{9}{4}\pi-\frac{9}{2}$이므로

$k^2=9 \qquad \therefore k=3\ (\because k>0)$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=x-3$ 답 $y=x-3$

381 펌프 수리 후 1시간에 넣는 물의 양은

$10+10\times\frac{20}{100}=12\ (m^3)$

펌프 수리 후 물이 가득 찰 때까지 물을 넣은 시간을 x시간, 물이 가득 찼을 때의 물탱크의 부피를 $y\ m^3$라 하면

$y=$(처음 1시간 동안 넣은 물의 양)

$\quad+$(펌프 수리 후 x시간 동안 넣은 물의 양)

$=10+12x \qquad \cdots\cdots$ ㉠

한편 펌프가 고장나지 않았다면 물탱크에 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간은

$1+\frac{50}{60}+x-\frac{10}{60}=x+\frac{5}{3}$(시간)이므로

$y=10\left(x+\frac{5}{3}\right)=10x+\frac{50}{3} \qquad \cdots\cdots$ ㉡

이때 물이 가득 찼을 때의 물탱크의 부피는 같으므로

㉠, ㉡에서 $10+12x=10x+\frac{50}{3}$

$2x=\frac{20}{3} \qquad \therefore x=\frac{10}{3}$

즉 펌프 수리 후 $\frac{10}{3}$시간 동안 물을 넣으면 물탱크에 물이 가득 차므로 $y=10+12x$에 $x=\frac{10}{3}$을 대입하면

$y=10+12\times\frac{10}{3}=10+40=50$

따라서 물이 가득 찼을 때의 물탱크의 부피는 $50\ m^3$이다.

답 $50\ m^3$

382 (1) 점 P가 점 A를 출발한 지 x초 후에 점 P는 $2x$ cm만큼 움직인다.

(ⅰ) $0<2x\le6$, 즉 $0<x\le3$일 때

점 P는 $\overline{AB}$ 위에 있으므로

$y=\frac{1}{2}\times2x\times8 \qquad \therefore y=8x$

(ⅱ) $6<2x\le14$, 즉 $3<x\le7$일 때

점 P는 $\overline{BC}$ 위에 있으므로

$y=\frac{1}{2}\times8\times6 \qquad \therefore y=24$

(iii) $14<2x<20$, 즉 $7<x<10$일 때

점 P는 $\overline{CD}$ 위에 있으므로

$y=\frac{1}{2}\times(20-2x)\times 8 \qquad \therefore y=80-8x$

(i)~(iii)에서 $y=\begin{cases} 8x & (0<x\le 3) \\ 24 & (3<x\le 7) \\ 80-8x & (7<x<10) \end{cases}$

(2) $y=80-8x$에 $x=8$을 대입하면

$y=80-64=16$

따라서 8초 후 △APD의 넓이는 16 cm^2이다.

답 (1) $y=\begin{cases} 8x & (0<x\le 3) \\ 24 & (3<x\le 7) \\ 80-8x & (7<x<10) \end{cases}$ (2) 16 cm^2

9 일차함수와 일차방정식

STEP 1 실력 문제 103쪽~106쪽

383 $2x-y=b$에 $x=3$, $y=5$를 대입하면

$6-5=b \qquad \therefore b=1$

$2x-y=1$에 $x=a$, $y=3a$를 대입하면

$2a-3a=1 \qquad \therefore a=-1$

$\therefore a-b=-1-1=-2$ 답 -2

384 $2x-3y+12=0$에서 $y=\frac{2}{3}x+4$

① $y=\frac{2}{3}x+4$에 $y=0$을 대입하면

$0=\frac{2}{3}x+4 \qquad \therefore x=-6$

② y절편은 4이다.

③ 기울기와 y절편이 모두 양수이므로 그래프는 제1, 2, 3사분면을 지난다.

④ 기울기가 같고 y절편이 다르므로 $y=\frac{2}{3}x$의 그래프와 평행하다.

⑤ 기울기가 양수이므로 x의 값이 증가할 때, y의 값도 증가한다.

따라서 옳은 것은 ①, ④이다. 답 ①, ④

385 $ax-by-8=0$에서 $y=\frac{a}{b}x-\frac{8}{b}$

$\frac{a}{b}=-\frac{3}{4}$, $-\frac{8}{b}=2$이므로 $a=3$, $b=-4$

$\therefore 3a+b=3\times 3+(-4)=5$ 답 5

386 x축에 수직이므로 y축에 평행하다.

즉 점 $(3, 0)$을 지나고 y축에 평행하므로 $x=3$ 답 $x=3$

387 두 점의 y좌표가 서로 같아야 하므로

$a-4=2a-1 \qquad \therefore a=-3$

따라서 x축에 평행하고 두 점 $(-2, -7)$, $(4, -7)$을 지나는 직선의 방정식은 $y=-7$ 답 $y=-7$

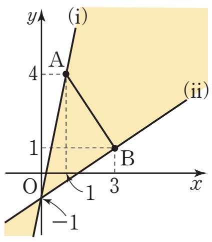
388 주어진 그래프는 점 $(-2, 0)$을 지나고 y축에 평행하므로

$x=-2$

이때 $2x-3=a-1$에서 $x=\frac{a+2}{2}$이므로

$\frac{a+2}{2}=-2 \qquad \therefore a=-6$ 답 -6

389 직선 $y=ax-1$은 y절편이 -1이므로 항상 점 $(0,\ -1)$을 지난다. 이때 직선 $y=ax-1$이 선분 AB와 만나기 위해서는 오른쪽 그림의 색칠한 부분에 있어야 한다.



(i) 직선 $y=ax-1$이 점 $A(1,\ 4)$를 지날 때

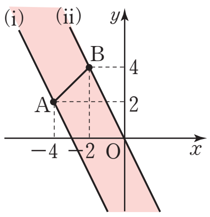
$4=a-1$ $\quad\therefore a=5$

(ii) 직선 $y=ax-1$이 점 $B(3,\ 1)$을 지날 때

$1=3a-1$ $\quad\therefore a=\frac{2}{3}$

(i), (ii)에서 a의 값의 범위는 $\frac{2}{3}\le a\le 5$ 답 $\frac{2}{3}\le a\le 5$

390 직선 $y=-2x+b$는 기울기가 항상 -2이므로 선분 AB와 만나기 위해서는 오른쪽 그림의 색칠한 부분에 있어야 한다.



(i) 직선 $y=-2x+b$가 점 $A(-4,\ 2)$를 지날 때

$2=8+b$ $\quad\therefore b=-6$

(ii) 직선 $y=-2x+b$가 점 $B(-2,\ 4)$를 지날 때

$4=4+b$ $\quad\therefore b=0$

(i), (ii)에서 b의 값의 범위는 $-6\le b\le 0$이므로 $m=-6,\ n=0$

$\therefore n-m=0-(-6)=6$ 답 6

391 직선 $y=-\frac{3}{2}x+6$에 $y=0$을 대입하면

$0=-\frac{3}{2}x+6,\ x=4$ $\quad\therefore P(4,\ 0)$

직선 $y=2x+a$에 $y=0$을 대입하면

$0=2x+a,\ x=-\frac{a}{2}$ $\quad\therefore Q\left(-\frac{a}{2},\ 0\right)$

이때 $\overline{PQ}=3$이므로 점 Q의 좌표는 $(7,\ 0)$ 또는 $(1,\ 0)$이다.

따라서 $-\frac{a}{2}=7$ 또는 $-\frac{a}{2}=1$이므로

$a=-14$ 또는 $a=-2$ 답 $-14,\ -2$

392 연립방정식 $\begin{cases} x-3y=4 \\ 2x+y=1 \end{cases}$을 풀면 $x=1,\ y=-1$

따라서 직선 $y=ax+7$이 점 $(1,\ -1)$을 지나므로

$-1=a+7$ $\quad\therefore a=-8$ 답 -8

393 그래프의 교점의 좌표가 $(4,\ 2)$이므로

$2x-3y=2a$에 $x=4,\ y=2$를 대입하면

$8-6=2a$ $\quad\therefore a=1$

$x+y=3b$에 $x=4,\ y=2$를 대입하면

$4+2=3b$ $\quad\therefore b=2$

$\therefore a+b=1+2=3$ 답 3

394 $x+2y=4$에 $x=2$를 대입하면 $y=1$이므로 두 일차방정식의 그래프의 교점의 좌표는 $(2,\ 1)$이다.

$ax+y=-1$에 $x=2,\ y=1$을 대입하면

$2a+1=-1$ $\quad\therefore a=-1$ 답 -1

395 연립방정식 $\begin{cases} 3x+4y=7 \\ 3x-2y=1 \end{cases}$을 풀면 $x=1,\ y=1$

즉 두 직선의 교점의 좌표는 $(1,\ 1)$이므로 $ax-2y=3$에 $x=1,\ y=1$을 대입하면

$a-2=3$ $\quad\therefore a=5$ 답 5

396 두 점 $(1,\ 2),\ (5,\ -2)$를 지나는 직선의 기울기는

$\frac{-2-2}{5-1}=-1$이므로

$y=-x+b$로 놓고 $x=1,\ y=2$를 대입하면

$2=-1+b$ $\quad\therefore b=3$

$\therefore y=-x+3$

연립방정식 $\begin{cases} x+5y=7 \\ y=-x+3 \end{cases}$을 풀면 $x=2,\ y=1$이므로 두 직선의 교점의 좌표는 $(2,\ 1)$이다.

이때 직선 $2x+ay=-1$이 점 $(2,\ 1)$을 지나므로

$4+a=-1$ $\quad\therefore a=-5$ 답 -5

397 $2x-y=3$에서 $y=2x-3$

$3x+2y=1$에서 $y=-\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$

$5x-y=a$에서 $y=5x-a$

이때 세 직선 중 어느 두 직선도 평행하지 않으므로 세 직선에 의하여 삼각형이 만들어지지 않는 경우는 세 직선이 한 점에서 만날 때이다.

연립방정식 $\begin{cases} 2x-y=3 \\ 3x+2y=1 \end{cases}$을 풀면 $x=1,\ y=-1$

따라서 두 직선의 교점의 좌표는 $(1,\ -1)$이므로 $5x-y=a$에 $x=1,\ y=-1$을 대입하면

$a=5\times 1-(-1)=6$ 답 6

398 $3x-y-n=0$에서 $y=3x-n$

$mx-y+2=0$에서 $y=mx+2$

이때 오직 한 쌍의 해를 가지려면 두 그래프가 한 점에서 만나야 하므로 기울기가 달라야 한다. $\quad\therefore m\ne 3$ 답 $m\ne 3$

399 $ax-y+3=0$에서 $y=ax+3$

$2x+y+4=0$에서 $y=-2x-4$

이때 해가 없으려면 두 그래프가 평행해야 하므로 기울기는 같고, y절편은 달라야 한다. $\quad\therefore a=-2$ 답 -2

400 $ax-2y=6$에서 $y=\frac{a}{2}x-3$

$-3x+by=9$에서 $y=\frac{3}{b}x+\frac{9}{b}$

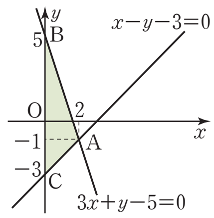
이때 교점이 무수히 많으려면 두 일차방정식의 그래프가 일치해야 하므로 기울기와 y절편이 각각 같아야 한다.

$\frac{a}{2}=\frac{3}{b}$, $-3=\frac{9}{b}$ $\quad\therefore a=-2, b=-3$

$\therefore a+b=-2+(-3)=-5$

답 -5

401 두 직선 $x-y-3=0$, $3x+y-5=0$의 교점 A의 좌표는 $(2, -1)$이다.



$3x+y-5=0$에 $x=0$을 대입하면

$3\times0+y-5=0$, $y=5$ $\quad\therefore$ B$(0, 5)$

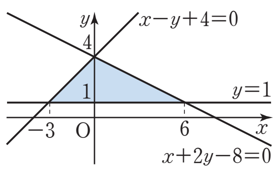
$x-y-3=0$에 $x=0$을 대입하면

$0-y-3=0$, $y=-3$ $\quad\therefore$ C$(0, -3)$

$\therefore \triangle$ABC$=\frac{1}{2}\times8\times2=8$

답 8

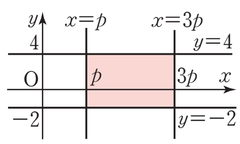
402 두 직선 $x-y+4=0$, $x+2y-8=0$의 교점의 좌표는 $(0, 4)$, 두 직선 $x-y+4=0$, $y=1$의 교점의 좌표는 $(-3, 1)$, 두 직선 $x+2y-8=0$, $y=1$의 교점의 좌표는 $(6, 1)$이므로 세 직선을 좌표평면 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 구하는 넓이는 $\frac{1}{2}\times9\times3=\frac{27}{2}$

답 $\frac{27}{2}$

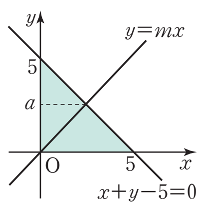
403 네 직선을 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로



$2p\times6=60$ $\quad\therefore p=5$

답 5

404 오른쪽 그림에서 직선 $x+y-5=0$과 x축, y축으로 둘러싸인 도형의 넓이는



$\frac{1}{2}\times5\times5=\frac{25}{2}$

두 직선 $x+y-5=0$, $y=mx$의 교점의 y좌표를 a라 하면

$\frac{1}{2}\times5\times a=\frac{1}{2}\times\frac{25}{2}$ $\quad\therefore a=\frac{5}{2}$

직선 $x+y-5=0$에 $y=\frac{5}{2}$를 대입하면

$x+\frac{5}{2}-5=0$ $\quad\therefore x=\frac{5}{2}$

따라서 직선 $y=mx$가 점 $\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$를 지나므로

$y=mx$에 $x=\frac{5}{2}$, $y=\frac{5}{2}$를 대입하면

$\frac{5}{2}=\frac{5}{2}m$ $\quad\therefore m=1$

답 1

405 물건의 무게가 5 kg 증가할 때 배송료는 10000원이 오르므로 물건의 무게가 1 kg 증가할 때마다 배송료는 2000원씩 오른다.

기본 배송료는 3000원이므로 $y=3000+2000x$

$y=3000+2000x$에 $x=13$을 대입하면

$y=3000+2000\times13=29000$

따라서 무게가 13 kg인 물건의 배송료는 29000원이다.

답 29000원

406 무게가 20 g 증가할 때 용수철의 길이는 6 mm 늘어나므로 무게가 1 g 증가할 때마다 용수철의 길이는 $\frac{3}{10}$ mm씩 늘어난다.

$y=\frac{3}{10}x+b$로 놓고 $x=20$, $y=16$을 대입하면

$16=6+b$ $\quad\therefore b=10$

$y=\frac{3}{10}x+10$에 $x=150$을 대입하면

$y=45+10=55$

따라서 150 g의 추를 매달았을 때, 용수철의 길이는 55 mm이다.

답 55 mm

407 양초 A의 그래프는 두 점 $(40, 0)$, $(0, 20)$을 지나므로

$y=-\frac{1}{2}x+20$ ⋯⋯ ㉠

양초 B의 그래프는 두 점 $(30, 0)$, $(0, 30)$을 지나므로

$y=-x+30$ ⋯⋯ ㉡

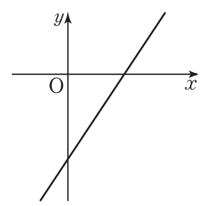
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=20$, $y=10$

따라서 두 양초의 길이가 같아지는 것은 20분 후이다.

답 20분

STEP 2 심화 문제 107쪽~110쪽

408 $ax+by-1=0$에서



$y=-\frac{a}{b}x+\frac{1}{b}$

그래프가 제1, 3, 4사분면을 지나려면 오른쪽 그림과 같아야 하므로

(기울기)>0, (y절편)<0

즉 $-\frac{a}{b}>0$, $\frac{1}{b}<0$이므로

$a>0$, $b<0$

답 ②

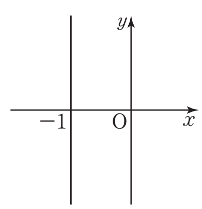
409 주어진 그래프는 점 $(0, 3)$을 지나고 x축에 평행하므로 $y=3$

$y=3$에서 $-2y=-6$ $\quad\therefore -2y+6=0$

이 식이 $ax-2y+b=0$과 같으므로 $a=0$, $b=6$

즉 $bx+ay+6=0$에서 $6x+6=0$ $\quad\therefore x=-1$

따라서 방정식 $x=-1$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



답 풀이 참조

410 $2x-3=3$에서 $2x=6$ $\quad\therefore x=3$

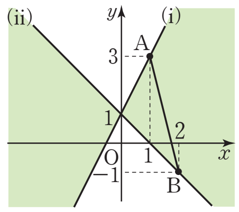
$x=3$에 수직인 직선의 방정식은 $y=q$의 꼴이므로 $a=0$

즉 $by+6=0$이므로 $by=-6$ $\quad\therefore y=-\dfrac{6}{b}$

이때 그래프가 제3, 4사분면을 지나야 하므로

$-\dfrac{6}{b}<0$ $\quad\therefore b>0$ 답 ②

411 직선 $y=(a-2)x+1$은 항상 점 $(0, 1)$을 지나므로 선분 AB와 만나기 위해서는 오른쪽 그림의 색칠한 부분에 있어야 한다.



(i) 직선 $y=(a-2)x+1$이 점 A$(1, 3)$을 지날 때

$3=(a-2)+1$ $\quad\therefore a=4$

(ii) 직선 $y=(a-2)x+1$이 점 B$(2, -1)$을 지날 때

$-1=2(a-2)+1$ $\quad\therefore a=1$

(i), (ii)에서 a의 값의 범위는

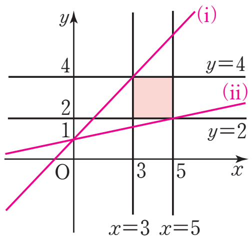
$1\le a\le 4$

따라서 정수 a의 값은 1, 2, 3, 4이므로 구하는 합은

$1+2+3+4=10$ 답 10

412 $kx-y+1=0$에서 $y=kx+1$

이 그래프는 항상 점 $(0, 1)$을 지나므로 네 일차방정식의 그래프로 둘러싸인 도형과 만나기 위해서는 오른쪽 그림과 같이 점 $(3, 4)$를 지나는 직선의 기울기보다 작고 점 $(5, 2)$를 지나는 직선의 기울기보다 커야 한다.



(i) 직선 $y=kx+1$이 점 $(3, 4)$를 지날 때

$4=3k+1$ $\quad\therefore k=1$

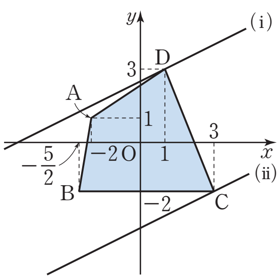
(ii) 직선 $y=kx+1$이 점 $(5, 2)$를 지날 때

$2=5k+1$ $\quad\therefore k=\dfrac{1}{5}$

(i), (ii)에서 k의 값의 범위는

$\dfrac{1}{5}\le k\le 1$ 답 $\dfrac{1}{5}\le k\le 1$

413 직선 $y=\dfrac{1}{2}x+k$는 기울기가 $\dfrac{1}{2}$이므로 오른쪽 그림과 같이 직선 $y=\dfrac{1}{2}x+k$가 점 D$(1, 3)$을 지날 때 k의 값은 최대이고, 점 C$(3, -2)$를 지날 때 k의 값은 최소이다.



(i) 직선 $y=\dfrac{1}{2}x+k$가 점 D$(1, 3)$을 지날 때

$3=\dfrac{1}{2}+k$ $\quad\therefore k=\dfrac{5}{2}$

(ii) 직선 $y=\dfrac{1}{2}x+k$가 점 C$(3, -2)$를 지날 때

$-2=\dfrac{3}{2}+k$ $\quad\therefore k=-\dfrac{7}{2}$

(i), (ii)에서 k의 최댓값은 $\dfrac{5}{2}$, 최솟값은 $-\dfrac{7}{2}$이므로

$\dfrac{5}{2}+\left(-\dfrac{7}{2}\right)=-1$ 답 -1

414 두 일차방정식의 그래프의 교점이 직선 $y=-x+4$ 위에 있으므로 교점의 좌표를 $(k, -k+4)$라 하자.

$2x-y+a=0$에 $x=k$, $y=-k+4$를 대입하면

$2k-(-k+4)+a=0$ $\quad\therefore 3k+a=4$ …… ㉠

$x+3y-2a=0$에 $x=k$, $y=-k+4$를 대입하면

$k+3(-k+4)-2a=0$, $2k+2a=12$

$\therefore k+a=6$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $k=-1$, $a=7$

따라서 교점의 좌표는 $(-1, 5)$이다. 답 $a=7$, $(-1, 5)$

415 연립방정식 $\begin{cases} 2x+y-4=0 \\ x-y+a=0 \end{cases}$을 풀면 $x=\dfrac{4-a}{3}$, $y=\dfrac{4+2a}{3}$

이때 두 일차방정식의 그래프의 교점의 좌표는 $\left(\dfrac{4-a}{3}, \dfrac{4+2a}{3}\right)$

이고, 이 점이 제1사분면 위에 있으려면 $\dfrac{4-a}{3}>0$, $\dfrac{4+2a}{3}>0$

$\dfrac{4-a}{3}>0$에서 $a<4$

$\dfrac{4+2a}{3}>0$에서 $a>-2$

$\therefore -2<a<4$ 답 $-2<a<4$

416 연립방정식 $\begin{cases} 4x+3y=-6 \\ x-2y=-7 \end{cases}$을 풀면 $x=-3$, $y=2$이므로 교점의 좌표는 $(-3, 2)$이다.

$ax-y=13$에 $x=-3$, $y=2$를 대입하면

$-3a-2=13$ $\quad\therefore a=-5$

$bx+2ay=-8$에 $x=-3$, $y=2$, $a=-5$를 대입하면

$-3b-20=-8$ $\quad\therefore b=-4$

$\therefore a-b=-5-(-4)=-1$ 답 -1

417 $3x+y=6$에서 $y=-3x+6$ …… ㉠

$x-y=-2$에서 $y=x+2$ …… ㉡

$ax+2y=5$에서 $y=-\dfrac{a}{2}x+\dfrac{5}{2}$ …… ㉢

세 직선에 의하여 삼각형이 만들어지지 않을 때는 서로 평행한 두 직선이 있거나 세 직선이 한 점에서 만나는 경우이다.

(i) ㉠과 ㉢이 평행한 경우

$-3=-\dfrac{a}{2}$ $\quad\therefore a=6$

(ii) ㉡과 ㉢이 평행한 경우

$1=-\frac{a}{2}$ $\qquad\therefore a=-2$

(iii) 세 직선이 한 점에서 만나는 경우

㉠과 ㉡을 연립하여 풀면 $x=1, y=3$

즉 직선 ㉠, ㉡, ㉢이 점 $(1, 3)$에서 만나야 하므로

㉢에 $x=1, y=3$을 대입하면

$3=-\frac{a}{2}+\frac{5}{2}$ $\qquad\therefore a=-1$

(i)~(iii)에서 구하는 a의 값은 $-2, -1, 6$이다. 답 $-2, -1, 6$

418 $4x-3y+4=0$에서 $y=\frac{4}{3}x+\frac{4}{3}$

$4x-3y+2m=0$에서 $y=\frac{4}{3}x+\frac{2}{3}m$

$y=\frac{4}{3}x+\frac{4}{3}$에 $x=5, y=mn$을 대입하면

$mn=\frac{20}{3}+\frac{4}{3}=8$

이때 두 그래프의 교점이 존재하지 않으려면 두 그래프가 평행해야 하므로 기울기가 같고 y절편이 다르다.

$\frac{4}{3}\neq\frac{2}{3}m$이므로 $m\neq2$

따라서 $mn=8$이고 $m\neq2$를 만족하는 자연수 m, n의 순서쌍 (m, n)은 $(1, 8), (4, 2), (8, 1)$이므로 자연수 m은 $1, 4, 8$의 3개이다. 답 3개

419 $x+3y=6$에서 $y=-\frac{1}{3}x+2$

$ax-6y=b$에서 $y=\frac{a}{6}x-\frac{b}{6}$

연립방정식의 해가 무수히 많으려면 두 그래프의 기울기와 y절편이 각각 같아야 하므로

$-\frac{1}{3}=\frac{a}{6}, 2=-\frac{b}{6}$ $\qquad\therefore a=-2, b=-12$

$ax+y+b=0$에 $a=-2, b=-12$를 대입하면

$-2x+y-12=0$ $\qquad\therefore y=2x+12$

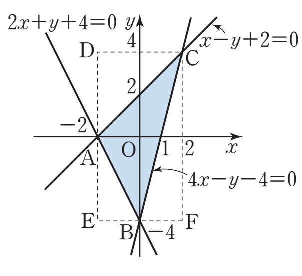
또 $kx+y-5=0$에서 $y=-kx+5$

이때 두 직선이 서로 평행하므로 기울기가 같고 y절편이 달라야 한다. 즉 $2=-k$에서 $k=-2$ 답 -2

420 두 일차방정식 $x-y+2=0, 4x-y-4=0$을 연립하여 풀면

$x=2, y=4$

즉 세 직선으로 둘러싸인 도형은 오른쪽 그림과 같다.



따라서 구하는 도형의 넓이는

(사각형 DEFC의 넓이)

$-\triangle DAC-\triangle AEB$

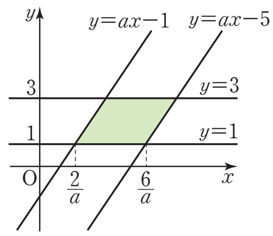
$-\triangle CBF$

$=4\times8-\frac{1}{2}\times4\times4$

$\quad-\frac{1}{2}\times2\times4-\frac{1}{2}\times2\times8$

$=32-8-4-8=12$ 답 12

421 두 직선 $y=ax-1, y=1$이 만나는 점의 좌표는 $\left(\frac{2}{a}, 1\right)$이고, 두 직선 $y=ax-5, y=1$이 만나는 점의 좌표는 $\left(\frac{6}{a}, 1\right)$이다.

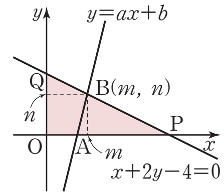


이때 평행사변형의 넓이가 6이므로

$\left(\frac{6}{a}-\frac{2}{a}\right)\times(3-1)=6$

$\frac{8}{a}=6$ $\qquad\therefore a=\frac{4}{3}$ 답 $\frac{4}{3}$

422 $x+2y-4=0$에 $y=0$을 대입하면



$x-4=0, x=4$ $\qquad\therefore P(4, 0)$

$x+2y-4=0$에 $x=0$을 대입하면

$2y-4=0, y=2$ $\qquad\therefore Q(0, 2)$

$\therefore \triangle OPQ=\frac{1}{2}\times4\times2=4$

두 직선의 교점의 좌표를 $B(m, n)$이라 하면 $\triangle APB=2$이므로

$\frac{1}{2}\times(4-1)\times n=2$ $\qquad\therefore n=\frac{4}{3}$

$x+2y-4=0$에 $x=m, y=\frac{4}{3}$를 대입하면

$m+2\times\frac{4}{3}-4=0$에서 $m=\frac{4}{3}$ $\qquad\therefore B\left(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right)$

이때 $a=\dfrac{\frac{4}{3}-0}{\frac{4}{3}-1}=4$이므로

$y=4x+b$에 $x=1, y=0$을 대입하면

$0=4+b$ $\qquad\therefore b=-4$

$\therefore ab=4\times(-4)=-16$ 답 -16

423 $E(3, 3a+2), F(6, 6a+2)$이므로

$\overline{BE}=3a+2-2=3a$

$\overline{FC}=6a+2-2=6a$

$\therefore$ (사각형 EBCF의 넓이)$=\frac{1}{2}\times(3a+6a)\times(6-3)=\frac{27}{2}a$

이때 (사각형 EBCF의 넓이)$=\frac{4}{7}\times$(사각형 ABCD의 넓이)

이므로

$\frac{27}{2}a=\frac{4}{7}\times(6-3)\times(9-2)$

$\frac{27}{2}a=12$ $\qquad\therefore a=\frac{8}{9}$ 답 $\frac{8}{9}$

424 물통 A의 그래프는 두 점 $(10, 0), (0, 120)$을 지나므로

$y=-12x+120$ $\quad\cdots\cdots$ ①

물통 B의 그래프는 두 점 $(20, 0), (0, 80)$을 지나므로

$y=-4x+80$ $\quad\cdots\cdots$ ②

㉠, ㉣ ①, ②를 연립하여 풀면 $x=5, y=60$

따라서 물을 빼내기 시작한 지 5분 후에 두 물통에 남아 있는 물의 양은 60 L로 같아진다.

㉡ 물통 A는 1분에 12 L씩, 물통 B는 1분에 4 L씩 물이 빠지므로 물통 A가 물통 B보다 빠르게 물이 빠진다.

㉢ ①, ②에 각각 $x=8$을 대입하면

$y=-12\times8+120=24$

$y=-4\times8+80=48$

즉 8분이 지난 후 두 물통 A, B에 남아 있는 물의 양은 각각 24 L, 48 L이므로 물통 A에 남아 있는 물의 양이 물통 B에 남아 있는 물의 양보다 적다.

따라서 옳은 것은 ㉡, ㉣이다. 답 ㉡, ㉣

425 정호는 일정한 속력으로 달려 90분 동안 15 km를 갔으므로 1분에 $\frac{1}{6}$ km를 갔다.

$\therefore y=\frac{1}{6}x$

정호와 동준이가 처음 만난 것은 10 km를 갔을 때이므로

$y=\frac{1}{6}x$에 $y=10$을 대입하면

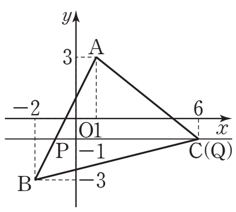
$10=\frac{1}{6}x \qquad \therefore x=60$

따라서 정호와 동준이는 출발한 지 60분 후에 처음으로 만났다.

답 60분

STEP 3 고난도 문제 111쪽~112쪽

426 세 점 A$(1, 3)$, B$(-2, -3)$, C$(6, -1)$을 꼭짓점으로 하는 △ABC는 오른쪽 그림과 같으므로 $\overline{PQ}$의 길이가 최대가 될 때의 직선은 점 C를 지난다.



따라서 구하는 직선의 방정식은

$y=-1$ 답 $y=-1$

427 세 직선에 의해 좌표평면이 여섯 부분으로 나누어지는 경우는 서로 평행한 두 직선이 있거나 세 직선이 한 점에서 만나는 경우이다.

$x+ay-6=0$에서 $y=-\frac{1}{a}x+\frac{6}{a}$ ……㉠

$ax+y-2=0$에서 $y=-ax+2$ ……㉡

$x+2y-6=0$에서 $y=-\frac{1}{2}x+3$ ……㉢

(i) ㉠과 ㉡이 평행한 경우

$-\frac{1}{a}=-a$에서 $a^2=1$, $\frac{6}{a}\neq2$에서 $a\neq3$

$\therefore a=-1$ 또는 $a=1$

(ii) ㉡과 ㉢이 평행한 경우

$-a=-\frac{1}{2} \qquad \therefore a=\frac{1}{2}$

(iii) ㉠과 ㉢이 평행한 경우

$-\frac{1}{a}=-\frac{1}{2}$, $\frac{6}{a}\neq3$

즉 조건을 만족하는 a의 값은 없다.

(iv) 세 직선이 한 점에서 만나는 경우

㉠$-$㉢을 하면 $(a-2)y=0$

$a=2$이면 ㉠과 ㉢이 일치하므로 $a\neq2$, 즉 $y=0$

$y=0$을 ㉢에 대입하면 $x=6$

따라서 ㉠과 ㉢의 교점의 좌표는 $(6, 0)$이다.

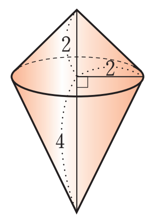
㉡에 $x=6$, $y=0$을 대입하면

$0=-6a+2 \qquad \therefore a=\frac{1}{3}$

(i)~(iv)에서 가능한 모든 상수 a의 값은 -1, 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$이므로 그 곱은

$-1\times1\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=-\frac{1}{6}$ 답 $-\frac{1}{6}$

428 두 직선의 y절편은 각각 3, -3이고, 교점의 좌표는 $(2, 1)$이므로 만들어지는 입체도형은 오른쪽 그림과 같다.



$\therefore$ (부피)$=\frac{1}{3}\times(\pi\times2^2)\times2$

$+\frac{1}{3}\times(\pi\times2^2)\times4$

$=\frac{8}{3}\pi+\frac{16}{3}\pi=8\pi$ 답 8π

429 A$(0, 8)$, B$(4, 0)$, D$(8, 0)$이므로

$\triangle ABD=\frac{1}{2}\times(8-4)\times8=16$

연립방정식 $\begin{cases}x+y=8\\x-2y=4\end{cases}$를 풀면 $x=\frac{20}{3}$, $y=\frac{4}{3}$

즉 C$\left(\frac{20}{3}, \frac{4}{3}\right)$이므로

$S_2=\frac{1}{2}\times(8-4)\times\frac{4}{3}=\frac{8}{3}$

$S_1=\triangle ABD-S_2=16-\frac{8}{3}=\frac{40}{3}$

$\therefore S_1 : S_2=\frac{40}{3} : \frac{8}{3}=5 : 1$ 답 $5 : 1$

430 △BCP와 사각형 COAP의 넓이의 비가 $1 : 2$이므로 △BCP와 △OAB의 넓이의 비는 $1 : 3$이다.

A$(3, 0)$, B$(0, 4)$, C$(0, 2)$이므로

$\triangle OAB=\frac{1}{2}\times3\times4=6$

$\triangle BCP : \triangle OAB=1 : 3$에서

$\triangle BCP : 6=1 : 3 \qquad \therefore \triangle BCP=2$

이때 점 P의 x좌표를 k라 하면

$\triangle BCP=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times k$에서

$2=\frac{1}{2}\times(4-2)\times k \qquad \therefore k=2$

점 P가 직선 $y=-\frac{4}{3}x+4$ 위의 점이므로

$y=-\frac{4}{3}x+4$에 $x=2$를 대입하면

$y=-\frac{8}{3}+4=\frac{4}{3} \qquad \therefore P\left(2,\ \frac{4}{3}\right)$

점 P가 직선 $y=ax+2$ 위의 점이므로

$y=ax+2$에 $x=2$, $y=\frac{4}{3}$를 대입하면

$\frac{4}{3}=2a+2 \qquad \therefore a=-\frac{1}{3}$

답 $-\frac{1}{3}$

431 두 직선 $y=ax+b$, $y=bx+a$의 교점의 x좌표는

$ax+b=bx+a$, $(a-b)x=a-b$

$\therefore x=1\ (\because a\neq b)$

점 C의 좌표는 $(1, 8)$이므로 $y=ax+b$에 $x=1$, $y=8$을 대입하면

$8=a+b \qquad \cdots\cdots ㉠$

한편 $A(0, b)$, $B(0, a)$이고, $\triangle ABC$의 넓이가 3이므로

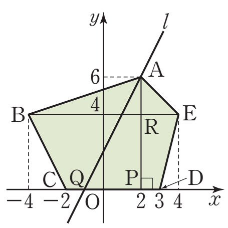
$\frac{1}{2}\times(b-a)\times1=3 \qquad \therefore b-a=6 \qquad \cdots\cdots ㉡$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=1$, $b=7$

$\therefore 2a+b=2\times1+7=9$

답 9

432 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$를 그으면



(오각형 ABCDE의 넓이)

$=\triangle ABE+$(사각형 BCDE의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times8\times2+\frac{1}{2}\times(8+5)\times4$

$=34$

점 A에서 x축에 내린 수선의 발을 P,

$\overline{BE}$와 $\overline{AP}$의 교점을 R라 하면 $P(2, 0)$, $R(2, 4)$이다.

또 직선 l이 x축과 만나는 점을 $Q(k, 0)$이라 하면

(사각형 AQDE의 넓이)

$=\triangle AQP+\triangle ARE+$(사각형 RPDE의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times(2-k)\times6+\frac{1}{2}\times2\times2+\frac{1}{2}\times(2+1)\times4$

$=14-3k$

즉 $14-3k=\frac{1}{2}\times34$에서 $k=-1 \qquad \therefore Q(-1, 0)$

따라서 두 점 $A(2, 6)$, $Q(-1, 0)$을 지나는 직선 l의 기울기는

$\frac{0-6}{-1-2}=2$이므로 직선 l의 방정식을 $y=2x+b$로 놓고

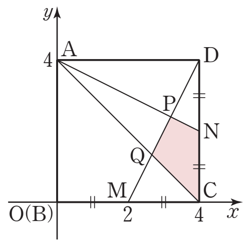
$x=-1$, $y=0$을 대입하면

$0=-2+b \qquad \therefore b=2$

따라서 직선 l의 방정식은 $y=2x+2$

답 $y=2x+2$

433 오른쪽 그림과 같이 점 B를 원점,



직선 AB를 y축, 직선 BC를 x축으로 하는 좌표평면을 그려 보면

$A(0, 4)$, $C(4, 0)$, $D(4, 4)$, $M(2, 0)$, $N(4, 2)$이다.

두 점 D, M을 지나는 직선의 기울기는

$\frac{0-4}{2-4}=2$이므로 직선의 방정식을 $y=2x+b$로 놓고

$x=2$, $y=0$을 대입하면

$0=4+b \qquad \therefore b=-4$

$\therefore y=2x-4 \qquad \cdots\cdots ㉠$

두 점 A, N을 지나는 직선의 기울기는 $\frac{2-4}{4-0}=-\frac{1}{2}$이고,

y절편은 4이므로

$y=-\frac{1}{2}x+4 \qquad \cdots\cdots ㉡$

두 점 A, C를 지나는 직선은 x절편이 4, y절편이 4이므로

$y=-x+4 \qquad \cdots\cdots ㉢$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$x=\frac{16}{5}$, $y=\frac{12}{5} \qquad \therefore P\left(\frac{16}{5}, \frac{12}{5}\right)$

㉠, ㉢을 연립하여 풀면

$x=\frac{8}{3}$, $y=\frac{4}{3} \qquad \therefore Q\left(\frac{8}{3}, \frac{4}{3}\right)$

$\therefore$ (사각형 PQCN의 넓이)

$=\triangle DQC-\triangle DPN$

$=\frac{1}{2}\times4\times\left(4-\frac{8}{3}\right)-\frac{1}{2}\times2\times\left(4-\frac{16}{5}\right)$

$=\frac{28}{15}$

답 $\frac{28}{15}$

Memo

Memo