수학 100점을 위한 탄탄한 도약!

중학수학 뜀틀 유형편

중1(상)

정답과 해설

마더텅

www.toptutor.co.kr

01 소인수분해

0001	24	0002	①	0003	④	0004	②	0005	④
0006	④	0007	⑤	0008	2	0009	⑤	0010	4
0011	27	0012	①	0013	②	0014	⑤	0015	2^{72}
0016	④	0017	③	0018	②	0019	③	0020	④
0021	②	0022	②	0023	12	0024	③	0025	420
0026	③	0027	②	0028	①	0029	③	0030	②
0031	④	0032	④	0033	③	0034	④	0035	11
0036	⑤	0037	6	0038	③	0039	②, ⑤	0040	24
0041	②	0042	11, 44, 99	0043	④	0044	96	0045	④
0046	70	0047	⑤	0048	(1) 2×3^3 (2) 풀이 참조			0049	③
0050	⑤	0051	4	0052	④	0053	③	0054	①
0055	②	0056	18	0057	②	0058	②	0059	③
0060	3	0061	③	0062	1	0063	②, ④	0064	12
0065	①	0066	16	0067	④	0068	④	0069	①
0070	②, ④	0071	②	0072	6	0073	8	0074	10
0075	⑤	0076	①, ②	0077	⑤	0078	②		
0079	(1) 3 (2) 4 (3) 10			0080	④	0081	⑤	0082	100
0083	④	0084	④	0085	⑤	0086	②	0087	②
0088	12	0089	③	0090	④	0091	③	0092	풀이 참조
0093	②	0094	④	0095	③	0096	②	0097	504
0098	①	0099	5	0100	③	0101	풀이 참조	0102	⑤
0103	④	0104	④	0105	③, ⑤	0106	③	0107	④
0108	③	0109	③	0110	455	0111	풀이 참조	0112	②

유형 정복하기

유형 01. 약수와 배수

0001

$A=1\times A=2\times12=3\times8=4\times6$이므로 $A=24$ 답 24

0002

36을 자연수 x로 나누었을 때의 몫을 k라 하면 $36=k\times x+4$

$\therefore\ k\times x=32$

즉, x는 32의 약수이다.

이때 x로 나누었을 때의 나머지가 4이므로 $x>4$

따라서 4보다 큰 32의 약수는 8, 16, 32이므로 x의 값은 8, 16, 32이고, 구하는 합은

$8+16+32=56$ 답 ①

0003

각 조의 인원수가 모두 같도록 조를 편성하려면

$135=$(각 조의 인원수)$\times$(조의 개수)

이므로 각 조의 인원수는 135의 약수이다.

$135=1\times135=3\times45=5\times27=9\times15$

이므로 가능한 각 조의 인원수는 1명, 3명, 5명, 9명, 15명, 27명, 45명, 135명이다.

따라서 각 조의 인원 수가 될 수 없는 것은 ④ 35명이다. 답 ④

0004

$\dfrac{60}{2\times n-1}$이 자연수가 되려면 $2\times n-1$은 60의 약수이어야 한다.

$60=1\times60=2\times30=3\times20=4\times15=5\times12=6\times10$에서 60의 약수는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60이고, 자연수 n에 대하여 $2\times n-1$은 홀수이므로 $2\times n-1$의 값이 될 수 있는 수는 1, 3, 5, 15이다.

따라서 자연수 n의 값은 1, 2, 3, 8이므로 구하는 합은

$1+2+3+8=14$ 답 ②

0005

50 미만의 자연수 중 5의 배수인 것은 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45의 9개이고 이 중에서 3의 배수인 것은 15, 30, 45의 3개이다.

따라서 5의 배수이지만 3의 배수가 아닌 것의 개수는

$9-3=6$(개) 답 ④

0006

두 수 $\dfrac{90}{n}$, $\dfrac{n}{6}$이 모두 자연수가 되려면 n은 90의 약수이면서 6의 배수이어야 한다.

90의 약수는 1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90이고, 이 중 6의 배수인 것은 6, 18, 30, 90의 4개이다.

따라서 자연수 n의 개수는 4이다. 답 ④

0007

① 자연수 a가 자연수 b로 나누어떨어지면 약수의 성질에 의하여 b는 a의 약수이다.

② 두 자연수 c, d에 대하여 c가 d의 약수이면 $d=c\times k$ (k는 자연수)이다.
따라서 d는 c의 배수이다.

③ 모든 자연수는 1과 자기 자신을 약수로 갖는다.

④ 어떤 자연수 a의 배수는 $k\times a$(k는 자연수)이므로 가장 작은 a의 배수는 $k=1$일 때, 즉 a이다.

⑤ 어떤 수 A를 e로 나누었을 때의 몫과 나머지를 각각 q, r라 하면
$A=e\times q+r$ (단, $0\le r<e$)
그러므로 나머지 r는 0보다 크거나 같고 e보다 작다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

유형 02. 소수와 합성수

0008

1은 소수도 합성수도 아니다.

소수는 7, 13, 19, 29, 31의 5개이고, 합성수는 4, 10, 16의 3개이다.

따라서 $a=5$, $b=3$이므로 $a-b=2$ 답 2

0009

약수가 3개 이상인 자연수는 합성수이다.

따라서 10보다 크고 25보다 작거나 같은 합성수는

12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 22, 24, 25의 10개이다. 답 ⑤

0010

두 자리 소수를 작은 것부터 차례로 나열하면

11, 13, 17, 19, 23, $\cdots$

따라서 a가 될 수 있는 자연수는 19, 20, 21, 22의 4개이다. 답 4

0011

13 이상의 자연수 중 가장 작은 자연수는 13이고 13은 1과 13만을 약수로 갖기 때문에 소수이다.

$\therefore a=13$

그 다음으로 작은 자연수는 $14=1\times14=2\times7$이고 14는 1, 2, 7, 14의 4개의 약수를 가지므로 합성수이다.

$\therefore b=14$

$\therefore a+b=13+14=27$ 답 27

0012

조건 (나)에서 n은 1과 자기 자신을 약수로 가지므로 소수이고, 조건 (가)에서 n은 20보다 크고 35보다 작은 자연수이므로 20보다 크고 35보다 작은 소수는 23, 29, 31의 3개이다. 답 ①

0013

① 2는 소수이지만 짝수이다.

② 27은 일의 자리의 숫자가 7이지만 $27=3\times9$이므로 소수가 아니다.

③ 39는 일의 자리의 숫자가 9이지만 $39=3\times13$이므로 소수가 아니다.

④ $6=2\times3$에서 6은 합성수이므로 합성수 6의 배수는 모두 소수가 될 수 없다.

⑤ 2를 제외한 모든 짝수는 1과 자기 자신 외에 2를 약수로 가지므로 소수가 아니다.

따라서 옳지 않은 것은 ②이다. 답 ②

유형 03. 거듭제곱으로 나타내기

0014

① $9\times9\times9=9^3$

② $2\times2+3\times3\times3=2^2+3^3$

③ $3\times3\times3\times5\times5\times7=3^3\times5^2\times7$

④ $a+a+a+a+a=5\times a$

⑤ $\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^2}=\frac{4}{2^2}$

따라서 옳은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

0015

1시간 후의 세포의 개수는 2,

2시간 후의 세포의 개수는 $4=2^2$,

3시간 후의 세포의 개수는 $8=2^3$,

4시간 후의 세포의 개수는 $16=2^4$,

⋮

따라서 x시간 후의 세포의 개수는 2^x이므로

3일 후, 즉 72시간 후의 세포의 개수는 2^{72}이다. 답 2^{72}

0016

ㄱ. $13^3=13\times13\times13=2197$

ㄴ. $3\times3\times3+5\times5\times7=3^3+5^2\times7$

ㄷ. $\frac{1}{2}\times0.5=0.5\times0.5=0.5^2$

ㄹ. $\frac{1}{2^3\times4^2}=\frac{1}{2\times2\times2\times(2\times2)\times(2\times2)}=\frac{1}{2^7}$

ㅁ. $3+2+3+2+3=2\times2+3\times3=2^2+3^2$

따라서 옳은 것을 모두 고르면 ㄷ, ㄹ이다. 답 ④

0017

$32=2^5$이므로 $a=5$

$3^4=81$이므로 $b=81$

$\therefore b-a=81-5=76$ 답 ③

0018

$81\times125=3^4\times5^3$이므로 $x=4$, $y=3$

$\therefore x+y=4+3=7$ 답 ②

0019

$3^1=3$, $3^2=9$, $3^3=27$, $3^4=81$, $3^5=243$, ⋯이므로 3^n의 일의 자리 숫자는 3, 9, 7, 1의 4개의 수가 순서대로 반복된다.

$33=4\times8+1$에서 3^{33}의 일의 자리 숫자는 3이므로 $a=3$

$5^1=5$, $5^2=25$, ⋯이므로 5^n의 일의 자리 숫자는 항상 5이다.

즉, 5^{55}의 일의 자리 숫자는 5이므로 $b=5$

$7^1=7$, $7^2=49$, $7^3=343$, $7^4=2401$, $7^5=16807$, ⋯이므로 7^n의 일의 자리 숫자는 7, 9, 3, 1의 4개의 수가 순서대로 반복된다.

$77=4\times19+1$에서 7^{77}의 일의 자리 숫자는 7이므로 $c=7$

$\therefore a+b+c=3+5+7=15$ 답 ③

유형 04. 소인수분해

0020

$675=3^3\times5^2$이므로 $a=3$, $b=2$

$\therefore a\times b=3\times2=6$ 답 ④

0021

주어진 수를 각각 소인수분해하면 다음과 같다.

① $18=2\times3^2$ ② $50=2\times5^2$

③ $30=2\times3\times5$ ④ $150=2\times3\times5^2$

⑤ $80=2^4\times5$ 답 ②

0022

1428을 소인수분해하면

$$\begin{array}{r|l} 2 & 1428 \\ 2 & 714 \\ 3 & 357 \\ 7 & 119 \\ & 17 \end{array}$$

$\therefore 1428=2^2\times3\times7\times17$

따라서 한 번 밟은 돌은 다시 밟지 않았으므로 토끼가 밟은 돌의 개수는 3, 4, 7, 17의 4이다. 답 ②

0023

$200=2^3\times5^2$이므로

$a=2$, $b=5$, $m=3$, $n=2$ 또는 $a=5$, $b=2$, $m=2$, $n=3$

$\therefore a+b+m+n=12$ 답 12

0024

$63=3^2\times7$, $36=2^2\times3^2$이므로

$63\times36=(3^2\times7)\times(2^2\times3^2)=2^2\times3^4\times7$

따라서 $a=2$, $b=4$, $c=1$이므로

$a+b+c=2+4+1=7$ 답 ③

0025

2, 3, 7을 모두 소인수로 갖는 가장 작은 자연수는 $2\times3\times7=42$이므로 조건을 만족시키는 200 이하의 자연수는

$42\times1=42$, $42\times2=84$, $42\times3=126$, $42\times4=168$

따라서 구하는 합은

$42+84+126+168=420$ 답 420

0026

1부터 25까지의 자연수 중에서 3의 배수는 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24이므로 3의 지수 a는

$a=1+1+2+1+1+2+1+1=10$

1부터 25까지의 자연수 중에서 11의 배수는 11, 22이므로 11의 지수 b는

$b=1+1=2$ 답 ③

0027

1에서 50까지의 자연수에서

2의 배수는 25개, 2^2의 배수는 12개, 2^3의 배수는 6개,

2^4의 배수는 3개, 2^5의 배수는 1개이므로

$m=25+12+6+3+1=47$

1에서 50까지의 자연수 중에서

3의 배수는 16개, 3^2의 배수는 5개, 3^3의 배수는 1개이므로

$n=16+5+1=22$

$\therefore m+n=47+22=69$ 답 ②

유형 05. 소인수 구하기

0028

ㄱ. $42=2\times3\times7$이므로 42의 소인수는 2, 3, 7이다.

ㄴ. $126=2\times3^2\times7$이므로 126의 소인수는 2, 3, 7이다.

ㄷ. $189=3^3\times7$이므로 189의 소인수는 3, 7이다.

ㄹ. $1260=2^2\times3^2\times5\times7$이므로 1260의 소인수는 2, 3, 5, 7이다.

따라서 소인수가 같은 것은 ㄱ, ㄴ이다. 답 ①

0029

① $24=2^3\times3$이므로 소인수는 2, 3이다.

② $50=2\times5^2$이므로 소인수는 2, 5이다.

③ $65=5\times13$이므로 소인수는 5, 13이다.

④ 19는 소수이므로 소인수는 19이다.

⑤ $16=2^4$이므로 소인수는 2이다. 답 ③

0030

① $28=2^2\times7$이므로 소인수는 2, 7이다.

② $42=2\times3\times7$이므로 소인수는 2, 3, 7이다.

③ $98=2\times7^2$이므로 소인수는 2, 7이다.

④ $112=2^4\times7$이므로 소인수는 2, 7이다.

⑤ $392=2^3\times7^2$이므로 소인수는 2, 7이다.

따라서 소인수가 나머지 넷과 다른 하나는 ② 42이다. 답 ②

0031

준수의 생일이 6월 3일이므로

$63=3^2\times7$에서 준수의 사물함 비밀번호는 37이다.

① 5월 25일에서 $525=3\times5^2\times7$이므로 비밀번호는 357이다.

② 10월 5일에서 $105=3\times5\times7$이므로 비밀번호는 357이다.

③ 12월 1일에서 $121=11^2$이므로 비밀번호는 11이다.

④ 2월 1일에서 $21=3\times7$이므로 비밀번호는 37이다.

⑤ 1월 20일에서 $120=2^3\times3\times5$이므로 비밀번호는 235이다.

따라서 준수와 사물함 비밀번호가 같은 친구의 생일은 2월 1일이다. 답 ④

0032

① $35=5\times7$에서 소인수는 5, 7이므로 소인수의 합은 12이다.

② $63=3^2\times7$에서 소인수는 3, 7이므로 소인수의 합은 10이다.

③ $75=3\times5^2$에서 소인수는 3, 5이므로 소인수의 합은 8이다.

④ $162=2\times3^4$에서 소인수는 2, 3이므로 소인수의 합은 5이다.

⑤ $180=2^2\times3^2\times5$에서 소인수는 2, 3, 5이므로 소인수의 합은 10이다.

따라서 소인수의 합이 가장 작은 수는 ④ 162이다. 답 ④

0033

ㄱ. 자연수는 1, 소수, 합성수로 이루어져 있으므로 소수가 아닌 자연수는 1과 합성수이다.

ㄴ. 24를 소인수분해하면 $24=2^3\times3$

ㄷ. 소수는 약수가 1과 자기 자신뿐인 자연수이다.

ㄹ. 한 자리 자연수 중에서 합성수는 4, 6, 8, 9의 4개이다.

ㅁ. 2는 소수이지만 짝수이다.

따라서 옳은 것의 개수는 ㄷ, ㄹ의 2이다. 답 ③

0034

① $9\times9=(3\times3)\times(3\times3)=3^4$

② $45=1\times45=3\times15=5\times9$이므로 45의 약수는 1, 3, 5, 9, 15, 45의 6개이다.

③ $120=2^3\times3\times5$이므로 120의 소인수는 2, 3, 5이다.

④ 자연수는 1, 소수, 합성수로 이루어져 있다.

⑤ 모든 합성수는 소수들의 곱으로 나타낼 수 있다. 답 ④

유형 06. 제곱인 수 만들기

0035

어떤 자연수를 제곱한 수는 소인수분해하였을 때 소인수들의 지수가 모두 짝수이다.

$396=2^2\times3^2\times11$이므로 396에 자연수를 곱했을 때 어떤 자연수의 제곱이 되도록 하는 가장 작은 자연수는 11이다.

$$\begin{array}{r|r} 2 & 396 \\ 2 & 198 \\ 3 & 99 \\ 3 & 33 \\ & 11 \end{array}$$

답 11

0036

$378=2\times3^3\times7$이므로 $378\times x=y^2$을 만족하기 위해서는

$x=2\times3\times7\times k^2$, 즉 $x=42\times k^2$(k는 자연수) 꼴이어야 한다.

x가 세 자리의 자연수이므로 k^2의 값의 범위는 $2^2\le k^2\le4^2$

따라서 가장 작은 세 자리의 자연수 x의 값은 $x=42\times2^2=168$

$y^2=378\times x=378\times42\times k^2=2\times3^3\times7\times2\times3\times7\times2^2=2^4\times3^4\times7^2$이므로

$y=2^2\times3^2\times7=252$

$\therefore x+y=168+252=420$ 답 ⑤

0037

어떤 자연수를 제곱한 수는 소인수분해하였을 때 소인수들의 지수가 모두 짝수이다.

$1350=2\times3^3\times5^2$이므로 1350을 자연수로 나누었을 때 어떤 자연수의 제곱이 되도록 하는 가장 작은 자연수는

$2\times3=6$

$$\begin{array}{r|r} 2 & 1350 \\ 3 & 675 \\ 3 & 225 \\ 3 & 75 \\ 5 & 25 \\ & 5 \end{array}$$

답 6

0038

$189=3^3\times7$이므로 $189\div a=b^2$이 되도록 하는 가장 작은 자연수 a의 값은

$a=3\times7=21$

$b^2=189\div21=9=3^2$이므로 $b=3$

$\therefore a+b=21+3=24$ 답 ③

0039

$936=2^3\times3^2\times13$이므로 $936\div a=(\text{자연수})^2$이 되려면

a는 936의 약수이면서 $a=2\times13\times k^2$ (k는 자연수)꼴이어야 한다.

따라서 가능한 a의 값은

$k=1$일 때, $a=2\times13\times1^2=26$

$k=2$일 때, $a=2\times13\times2^2=104$

$k=3$일 때, $a=2\times13\times3^2=234$

$k=6$일 때, $a=2\times13\times6^2=936$

따라서 a의 값이 될 수 있는 것은 ②, ⑤이다. 답 ②, ⑤

0040

$54=2\times3^3$이므로 54에 곱했을 때 어떤 자연수의 제곱이 되게 하는 수는

$2\times3\times k^2$ (k는 자연수)꼴이다.

또 $8=2^3$이므로 8의 배수는 소인수분해하였을 때 2의 지수가 3 이상이어야 한다.

따라서 54에 곱했을 때 어떤 자연수의 제곱이면서 8의 배수가 되도록 하는 가장 작은 자연수는 $k=2$일 때이므로 $2\times3\times2^2=24$ 답 24

0041

$a+b$의 값은 a와 b의 값이 가장 작을 때 최소가 된다.

어떤 자연수를 제곱한 수는 소인수분해하였을 때

소인수들의 지수가 모두 짝수이므로

$24=2^3\times3$에서 $a=2\times3$일 때 $24\times a=(2^2\times3)^2$

$b=2\times3$일 때 $24\div b=2^2$

$\therefore a+b=6+6=12$ 답 ②

0042

$99=3^2\times11$이므로 $99\times x$가 어떤 자연수의 제곱이 되도록 하는 자연수 x는

$x=11\times k^2$ (k는 자연수) 꼴이다.

따라서 두 자리 자연수 x는 $k=1, 2, 3$일 때이므로 11, 44, 99이다.

답 11, 44, 99

0043

$135=3^3\times5$이므로 $135\times x=y^2$이 되도록 하는 x는

$3\times5\times(\text{자연수})^2$꼴이다.

두 번째로 작은 자연수 x의 값은 $x=3\times5\times2^2=60$이고,

$y^2=135\times60=3^3\times5\times2^2\times3\times5=2^2\times3^4\times5^2$이므로

$y=2\times3^2\times5=90$

따라서 x와 y의 합은

$x+y=60+90=150$ 답 ④

0044

$294=2\times3\times7^2$이므로 $294\times a$가 어떤 자연수의 제곱이 되도록 하는 a는

$2\times3\times(\text{자연수})^2$꼴이다.

따라서 두 자리 자연수 a의 값 중 가장 큰 수는

$2\times3\times4^2=96$ 답 96

0045

$108=2^2\times3^3$이므로 108에 자연수를 곱했을 때 어떤 자연수의 제곱이 되도록 하는 자연수는 $3\times(\text{자연수})^2$꼴이다.

따라서 곱하는 자연수 중 가장 작은 수는 $a=3\times1^2=3$,

두 번째로 작은 수는 $b=3\times2^2=12$,

세 번째로 작은 수는 $c=3\times3^2=27$

$\therefore a+b+c=3+12+27=42$ 답 ④

0046

$2^3\times3^4\times7\times a$가 어떤 자연수의 제곱이 되려면 $a=2\times7\times k^2$ (k는 자연수) 꼴이므로 두 자리 자연수 a의 값은

$2\times7\times1^2=14$, $2\times7\times2^2=56$

따라서 모든 a의 값의 합은 $14+56=70$ 답 70

0047

1부터 12까지의 자연수 중에서

2의 배수는 6개, 2^2의 배수는 3개, 2^3의 배수는 1개,

3의 배수는 4개, 3^2의 배수는 1개,

5의 배수는 2개, 7의 배수는 1개, 11의 배수는 1개이므로

$1\times2\times\cdots\times10\times11\times12=2^{10}\times3^5\times5^2\times7\times11$

따라서 $2^{10}\times3^5\times5^2\times7\times11\times a=b^2$이 되도록 하는 가장 작은 자연수 a의 값은

$a=3\times7\times11=231$ 답 ⑤

유형 07. 소인수분해를 이용하여 약수 구하기

0048

(1) $54=2\times3^3$

(2) 54의 약수는 (2의 약수)$\times$(3^3의 약수)의 꼴이므로 표를 만들어 구하면 다음과 같다.

(3^3의 약수) \ (2의 약수)	1	3	3^2	3^3
1	1	3	9	27
2	2	6	18	54

따라서 54의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, 54이다.

답 (1) 2×3^3 (2) 풀이 참조

0049

$2^3\times3^4\times5^2\times13$의 약수는

(2^3의 약수)$\times$(3^4의 약수)$\times$(5^2의 약수)$\times$(13의 약수)꼴이다.

ㄱ. $2^3\times13^2$에서 13^2은 13의 약수가 아니다.

ㄷ. $2^2\times3\times5^3$에서 5^3은 5^2의 약수가 아니다.

ㅂ. $2^5\times3\times5$에서 2^5은 2^3의 약수가 아니다.

따라서 |보기|에서 $2^3\times3^4\times5^2\times13$의 약수인 것은 ㄴ, ㄹ, ㅁ이다. 답 ③

0050

$88=2^3\times11$이므로 88의 약수는

1, 2, $2^2=4$, $2^3=8$, 11, $2\times11=22$, $2^2\times11=44$, $2^3\times11=88$

따라서 88의 모든 약수의 합은

$1+2+4+8+11+22+44+88=180$ 답 ⑤

0051

$600=2^3\times3\times5^2$이므로 600의 약수는

(2^3의 약수)$\times$(3의 약수)$\times$(5^2의 약수)꼴이다.

따라서 600의 약수 중에서 어떤 자연수의 제곱이 되는 수는

1, 2^2, 5^2, $2^2\times5^2$의 4개이다. 답 4

0052

주머니 안에 2, 3, 5, 7이 적힌 공이 각각 2개씩 들어 있으므로

여러 개의 공을 뽑아서 만들 수 있는 수는 $2^2\times3^2\times5^2\times7^2$의 약수이다.

주어진 수를 소인수분해하면

① $75=3\times5^2$

② $98=2\times7^2$

③ $126=2\times3^2\times7$

④ $162=2\times3^4$

⑤ $441=3^2\times7^2$

이때 $162=2\times3^4$에서 3^4은 3^2의 약수가 아니므로

162는 주머니에서 공을 뽑아 공에 적힌 숫자들의 곱으로 만들 수 없다. ④

유형 08. 약수의 개수 구하기

0053

$180=2^2\times3^2\times5$이므로 $a=3$, $b=1$

180의 약수는 (2^2의 약수)×(3^2의 약수)×(5의 약수) 꼴이므로

$c=(2+1)\times(2+1)\times(1+1)=18$

$\therefore a+b+c=3+1+18=22$ ③

0054

① $3^3\times5^2\times13$의 약수는 (3^3의 약수)×(5^2의 약수)×(13의 약수) 꼴이므로

그 개수는 $(3+1)\times(2+1)\times(1+1)=24$(개)

② $2^5\times5^2$의 약수는 (2^5의 약수)×(5^2의 약수) 꼴이므로

그 개수는 $(5+1)\times(2+1)=18$(개)

③ 3^{17}의 약수의 개수는 $17+1=18$(개)

④ $5^2\times7^2\times11$의 약수는 (5^2의 약수)×(7^2의 약수)×(11의 약수) 꼴이므로

그 개수는 $(2+1)\times(2+1)\times(1+1)=18$(개)

⑤ $2\times3^2\times5^2$의 약수는 (2의 약수)×(3^2의 약수)×(5^2의 약수) 꼴이므로

그 개수는 $(1+1)\times(2+1)\times(2+1)=18$(개)

따라서 약수의 개수가 나머지 넷과 다른 하나는 ①이다. ①

0055

ㄱ. $900=2^2\times3^2\times5^2$이므로 약수의 개수는

$(2+1)\times(2+1)\times(2+1)=27$(개)

ㄴ. $252=2^2\times3^2\times7$이므로 약수의 개수는

$(2+1)\times(2+1)\times(1+1)=18$(개)

ㄷ. $2^4\times3\times7$의 약수의 개수는

$(4+1)\times(1+1)\times(1+1)=20$(개)

ㄹ. 11^{11}의 약수의 개수는 $11+1=12$(개)

따라서 약수가 많은 것부터 차례대로 나열하면 ㄱ, ㄷ, ㄴ, ㄹ이다.

②

0056

$\frac{300}{n}$이 자연수가 되려면 n은 300의 약수이어야 한다.

$300=2^2\times3\times5^2$이므로 300의 약수의 개수는

$(2+1)\times(1+1)\times(2+1)=18$(개)

따라서 구하는 자연수 n의 개수는 18이다. 18

0057

$1350=2\times3^3\times5^2$, $18=2\times3^2$이므로 $1350=18\times(3\times5^2)$

1350의 약수 중에서 18의 배수는

18×(3의 약수)×(5^2의 약수) 꼴이다.

따라서 3의 약수는 1, 3의 2개이고, 5^2의 약수는 1, 5, 5^2의 3개이므로

1350의 약수 중에서 18의 배수의 개수는 $2\times3=6$(개) ②

0058

가장 많은 종류의 카드로 바꾸려면 약수의 개수가 가장 많아야 한다.

① $45=3^2\times5$이므로 45의 약수의 개수는 $(2+1)\times(1+1)=6$(개)

② $48=2^4\times3$이므로 48의 약수의 개수는 $(4+1)\times(1+1)=10$(개)

③ $50=2\times5^2$이므로 50의 약수의 개수는 $(1+1)\times(2+1)=6$(개)

④ $54=2\times3^3$이므로 54의 약수의 개수는 $(1+1)\times(3+1)=8$(개)

⑤ $56=2^3\times7$이므로 56의 약수의 개수는 $(3+1)\times(1+1)=8$(개)

따라서 48의 약수의 개수가 가장 많으므로 가장 많은 종류의 카드로 바꿀 수 있다. ②

유형 09. 약수의 개수가 주어졌을 때 미지수 구하기

0059

$3^3\times5^x$의 약수의 개수가 16이므로

$(3+1)\times(x+1)=16$, $x+1=4$

$\therefore x=3$ ③

0060

$a=2$일 때, $2^2\times a^4=2^6$이므로 약수의 개수는 $6+1=7$(개)이다.

그러므로 a는 2가 될 수 없다.

$a\neq2$일 때, $2^2\times a^4$의 약수의 개수는 $(2+1)\times(4+1)=15$(개)

따라서 2가 아닌 소수 중 가장 작은 소수 a의 값은 3이다. 3

0061

① 2×3^4의 약수의 개수는 $(1+1)\times(4+1)=10$(개)

② $4\times3^4=2^2\times3^4$의 약수의 개수는 $(2+1)\times(4+1)=15$(개)

③ $8\times3^4=2^3\times3^4$의 약수의 개수는 $(3+1)\times(4+1)=20$(개)

④ $9\times3^4=3^2\times3^4=3^6$의 약수의 개수는 $6+1=7$(개)

⑤ $27\times3^4=3^3\times3^4=3^7$의 약수의 개수는 $7+1=8$(개)

따라서 □ 안에 들어갈 수 있는 수는 ③ 8이다. ③

0062

$486=2\times3^5$이므로 약수의 개수는 $(1+1)\times(5+1)=12$(개)

$3\times5^2\times7^x$의 약수의 개수는 $(1+1)\times(2+1)\times(x+1)=6\times(x+1)$(개)

따라서 $6\times(x+1)=12$에서 $x=1$ 1

0063

$120=2^3\times3\times5$이므로 약수의 개수는 $(3+1)\times(1+1)\times(1+1)=16$(개)

$2^a\times3^b$의 약수의 개수는 $(a+1)\times(b+1)$(개)이므로

$(a+1)\times(b+1)=16$을 만족시키는 자연수 a, b의 값은 다음 표와 같다.

$a+1$	2	4	8
$b+1$	8	4	2

→

a	1	3	7
b	7	3	1

따라서 가능한 $a+b$의 값은 6, 8이다. ②, ④

0064

약수의 개수가 6인 자연수는

a^m 또는 $a^m\times b^n$ (a, b는 서로 다른 소수, m, n은 자연수) 꼴이다.

(i) a^m의 꼴일 때 $m+1=6$에서 $m=5$

따라서 가장 작은 자연수는 $2^5=32$

(ii) $a^m\times b^n$의 꼴일 때

$(m+1)\times(n+1)=6$에서 $m=1$, $n=2$ 또는 $m=2$, $n=1$

따라서 가장 작은 자연수는 $2^2\times3=12$

(i), (ii)에 의하여 구하는 가장 작은 자연수는 12이다. 답 12

0065

약수의 개수가 3인 자연수는 $(\text{소수})^2$ 꼴로 소인수분해된다.

이때 $100=10^2$, $900=30^2$이므로 그 소수는 10보다 크고 30보다 작아야 한다.

따라서 구하는 자연수는

$11^2=121$, $13^2=169$, $17^2=289$, $19^2=361$, $23^2=529$, $29^2=841$의 6개이다.

답 ①

0066

$100=2^2\times5^2$이므로 $N(100)=(2+1)\times(2+1)=9$

따라서 $9\times N(k)=45$이므로 $N(k)=5$에서 k는 약수의 개수가 5인 자연수이다.

이때 약수의 개수가 5인 자연수는

a^4 (a는 소수)의 꼴이므로 가장 작은 소수 a는 2이다.

$\therefore k=2^4=16$ 답 16

0067

약수의 개수가 홀수인 자연수는 어떤 자연수의 제곱인 수이고,

어떤 자연수의 제곱인 수가 짝수이려면 $(\text{짝수})^2$꼴이어야 한다.

따라서 1부터 400까지의 짝수 중 구하는 값은

$2^2=4$, $4^2=16$, $6^2=36$, $8^2=64$, $10^2=100$, $12^2=144$, $14^2=196$, $16^2=256$, $18^2=324$, $20^2=400$

의 10개이다. 답 ④

유형 10. 공약수와 최대공약수 (1)

0068

두 자연수 X, Y의 최대공약수가 50이므로 X, Y의 공약수는 50의 약수이다.

따라서 X, Y의 공약수는 1, 2, 5, 10, 25, 50이므로 X, Y의 공약수가 아닌 것은 20이다. 답 ④

0069

두 자연수의 공약수의 개수는 두 자연수의 최대공약수인 150의 약수의 개수와 같다.

이때 $150=2\times3\times5^2$이므로 두 자연수의 공약수의 개수는

$(1+1)\times(1+1)\times(2+1)=2\times2\times3=12$(개) 답 ①

유형 11. 서로소

0070

① 12의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12이고, 20의 약수는 1, 2, 4, 5, 10, 20이다.
따라서 두 수의 공약수는 1, 2, 4이므로 12와 20은 서로소가 아니다.

② 18의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18이고, 25의 약수는 1, 5, 25이다.
따라서 두 수의 공약수는 1뿐이므로 18과 25는 서로소이다.

③ 36의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36이고, 63의 약수는 1, 3, 7, 9, 21, 63이다.
따라서 두 수의 공약수는 1, 3, 9이므로 36과 63은 서로소가 아니다.

④ 21의 약수는 1, 3, 7, 21이고, 40의 약수는 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40이다.
따라서 두 수의 공약수는 1뿐이므로 21과 40은 서로소이다.

⑤ 20의 약수는 1, 2, 4, 5, 10, 20이고, 55의 약수는 1, 5, 11, 55이다.
따라서 두 수의 공약수는 1, 5이므로 20과 55는 서로소가 아니다.

그러므로 두 수가 서로소인 것은 ②, ④이다. 답 ②, ④

0071

28의 약수는 1, 2, 4, 7, 14, 28이다.

ㄱ. 20의 약수는 1, 2, 4, 5, 10, 20이므로 20과 28의 공약수는 1, 2, 4이다.
따라서 두 수는 서로소가 아니다.

ㄴ. 45의 약수는 1, 3, 5, 9, 15, 45이므로 45와 28의 공약수는 1뿐이다.
따라서 두 수는 서로소이다.

ㄷ. 119의 약수는 1, 7, 17, 119이므로 119와 28의 공약수는 1, 7이다.
따라서 두 수는 서로소가 아니다.

그러므로 |보기| 중 28과 서로소인 수는 ㄴ이다. 답 ②

0072

$21=3\times7$이므로 21과 서로소인 수는 3 또는 7을 약수로 가지면 안 된다.

따라서 구하는 수는 41 이상 50 이하의 자연수 중 3의 배수가 아니면서

7의 배수도 아닌 수이므로 41, 43, 44, 46, 47, 50으로 6개이다. 답 6

0073

20의 약수는 1, 2, 4, 5, 10, 20이고, 50의 약수는 1, 2, 5, 10, 25, 50이므로

$20☆50=10$

$k☆(20☆50)=k☆10=1$에서 자연수 k와 10의 최대공약수가 1이므로 k와 10은 서로소이어야 한다.

이때 $10=2\times5$이므로 k는 2의 배수이거나 5의 배수이면 안 된다.

따라서 조건을 만족시키는 20 이하의 자연수 k는

1, 3, 7, 9, 11, 13, 17, 19로 8개이다. 답 8

0074

16의 약수는 1, 2, 4, 8, 16이고, 49의 약수는 1, 7, 49이다.

따라서 두 조건을 만족시키는 자연수 k는 25 이상 45 이하의 수 중에서

1, 2, 4, 7, 8, 16, 49와 서로소인 수이므로

25, 27, 29, 31, 33, 37, 39, 41, 43, 45의 10개이다. 답 10

0075

ㄱ. 소수는 1과 자기 자신만을 약수로 가지므로 약수의 개수는 2이다.

ㄴ. 두 수가 서로소일 때, 두 수가 모두 짝수이면 두 수가 2를 공약수로 가지므로 서로소라는 조건에 모순이다.
따라서 두 수가 서로소이면 두 수 중 최소한 한 개는 홀수이어야 한다.

ㄷ. 서로소인 두 수의 공약수는 1뿐이므로 서로소인 두 수의 최대공약수는 1이다.

그러므로 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다. 답 ⑤

0076

① 서로 다른 두 소수의 최대공약수는 항상 1이므로 두 수는 항상 서로소이다.

② 서로 다른 두 짝수는 2를 공약수로 가지므로 항상 서로소가 아니다.

③ 서로소인 두 자연수의 공약수는 1이다.

④ 5와 7은 서로소이지만 두 수의 합은 짝수이다.

⑤ 30의 약수는 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30이고, 77의 약수는 1, 7, 11, 77이므로 두 수의 공약수는 1뿐이다.
따라서 30과 77은 서로소이다.

그러므로 옳은 것은 ①, ②이다. 답 ①, ②

0077

① 17은 1과 자기 자신만을 약수로 가지므로 소수이다.

② 합성수란 1과 자기 자신 이외의 수를 약수로 갖는 자연수이므로 가장 작은 합성수는 4이다.

③ 2보다 큰 짝수는 2를 약수로 가지므로 소수가 될 수 없다.
따라서 2를 제외한 모든 소수는 홀수이다.
④ 서로소인 두 자연수는 1 이외의 공약수를 갖지 않으므로 서로소인 두 자연수의 공약수는 1뿐이다.
⑤ 20 이하의 자연수 중 12와 서로소인 수는 1, 5, 7, 11, 13, 17, 19로 7개이다.
그러므로 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

유형 12. 공약수와 최대공약수 (2)

0078

두 수 $2^3\times3^2\times5^2$, $2^2\times3^4\times7$의 공통인 소인수의 곱은 $2^2\times3^2$이므로
두 수의 최대공약수는 $2^2\times3^2$이다. 답 ②

0079

(1) $\begin{array}{r|rr} 3 & 15 & 36 \\ \hline & 5 & 12 \end{array}$

따라서 15와 36의 최대공약수는 3이다.

(2) $\begin{array}{r|rrr} 2 & 20 & 24 & 40 \\ \hline 2 & 10 & 12 & 20 \\ \hline & 5 & 6 & 10 \end{array}$

따라서 20, 24, 40의 최대공약수는 $2\times2=4$

(3) 세 수 $2\times3^2\times5$, $2\times5^2\times7$, $2^3\times5^3$의 공통인 소인수의 곱은 2×5이므로
세 수의 최대공약수는 $2\times5=10$

답 (1) 3 (2) 4 (3) 10

0080

두 수 $2\times5^2\times7^2$, $2^3\times5^2\times7$의 공통인 소인수의 곱은 $2\times5^2\times7$이므로
두 수의 최대공약수는 $2\times5^2\times7$이고, 두 수의 공약수는 최대공약수 $2\times5^2\times7$의 약수이다.
따라서 ④ $5^2\times7^2$은 $2\times5^2\times7$의 약수가 아니므로 두 수의 공약수가 아닌 것은 ④이다. 답 ④

0081

$\begin{array}{r|rrr} 2 & 60 & 96 & 144 \\ \hline 2 & 30 & 48 & 72 \\ \hline 3 & 15 & 24 & 36 \\ \hline & 5 & 8 & 12 \end{array}$

그러므로 세 수 60, 96, 144의 최대공약수는 $2\times2\times3=2^2\times3$이고, 공약수는 최대공약수 $2^2\times3$의 약수이다.
따라서 ⑤ 2×3^2은 $2^2\times3$의 약수가 아니므로 세 수의 공약수가 아닌 것은 ⑤이다. 답 ⑤

0082

두 수 $2^4\times3^2\times5^3\times7$, $2^2\times3\times5^2\times11$의 공통인 소인수의 곱은 $2^2\times3\times5^2$이므로 두 수의 최대공약수는 $2^2\times3\times5^2$이다.
공약수는 최대공약수의 약수이므로 두 수의 공약수를 큰 수부터 차례로 나열하면 $2^2\times3\times5^2$, $2\times3\times5^2$, $2^2\times5^2$, $\cdots$이다.
따라서 공약수 중 세 번째로 큰 수는 $2^2\times5^2=100$이다. 답 100

0083

54와 k의 공약수가 18의 약수와 같으므로 54와 k의 최대공약수는 18이다.

① $\begin{array}{r|rr} 2 & 54 & 36 \\ \hline 3 & 27 & 18 \\ \hline 3 & 9 & 6 \\ \hline & 3 & 2 \end{array}$

따라서 54와 36의 최대공약수는 $2\times3\times3=18$이다.

② $\begin{array}{r|rr} 2 & 54 & 72 \\ \hline 3 & 27 & 36 \\ \hline 3 & 9 & 12 \\ \hline & 3 & 4 \end{array}$

따라서 54와 72의 최대공약수는 $2\times3\times3=18$이다.

③ $\begin{array}{r|rr} 2 & 54 & 90 \\ \hline 3 & 27 & 45 \\ \hline 3 & 9 & 15 \\ \hline & 3 & 5 \end{array}$

따라서 54와 90의 최대공약수는 $2\times3\times3=18$이다.

④ $\begin{array}{r|rr} 2 & 54 & 108 \\ \hline 3 & 27 & 54 \\ \hline 3 & 9 & 18 \\ \hline 3 & 3 & 6 \\ \hline & 1 & 2 \end{array}$

따라서 54와 108의 최대공약수는 $2\times3\times3\times3=54$이다.

⑤ $\begin{array}{r|rr} 2 & 54 & 126 \\ \hline 3 & 27 & 63 \\ \hline 3 & 9 & 21 \\ \hline & 3 & 7 \end{array}$

따라서 54와 126의 최대공약수는 $2\times3\times3=18$이다.
그러므로 주어진 값 중 k의 값이 될 수 없는 것은 ④ 108이다. 답 ④

0084

a, b의 최대공약수가 48이고, b, c의 최대공약수가 80이므로
a, b, c의 최대공약수는 48과 80의 최대공약수와 같다.

$\begin{array}{r|rr} 2 & 48 & 80 \\ \hline 2 & 24 & 40 \\ \hline 2 & 12 & 20 \\ \hline 2 & 6 & 10 \\ \hline & 3 & 5 \end{array}$

따라서 48과 80의 최대공약수가 $2\times2\times2\times2=16$이므로
세 수 a, b, c의 최대공약수는 16이다. 답 ④

0085

두 수 $2\times3^3\times5^2$, $2^3\times3^2\times5^2\times7$의 최대공약수는 $2\times3^2\times5^2$이고,
공약수는 최대공약수의 약수이므로 두 수의 공약수의 개수는
$(1+1)\times(2+1)\times(2+1)=2\times3\times3=18$(개) 답 ⑤

0086

두 수 $2^a\times3^b\times5^3$, $2^2\times3^4\times5^c$의 최대공약수가 $2\times3^3\times5^2$이므로
$2^a=2=2^1$에서 $a=1$, $3^b=3^3$에서 $b=3$, $5^c=5^2$에서 $c=2$
$\therefore a+b-c=1+3-2=2$ 답 ②

0087

조건 (가)에서 $A=2^x\times3^2\times7$이고, $56=2^3\times7$이므로
A와 56의 최대공약수를 $2^a\times7$(a는 자연수)이라 하자.
조건 (나)에서 A와 56의 공약수의 개수가 6이므로 최대공약수 $2^a\times7$의 약수의 개수가 6이다.
$(a+1)\times(1+1)=6$이므로 $(a+1)\times2=6$, $a+1=3$
$\therefore a=2$
따라서 두 수 $A=2^x\times3^2\times7$, $56=2^3\times7$의 최대공약수가 $2^2\times7$이므로
$2^x=2^2$ $\therefore x=2$ 답 ②

유형 13. 공배수와 최소공배수 (1)

0088

두 자연수 A, B의 최소공배수는 24이고, 공배수는 최소공배수의 배수이므로 A, B의 공배수 중 300 이하의 자연수는

$24\times1=24$, $24\times2=48$, $24\times3=72$, $24\times4=96$, $\cdots$, $24\times12=288$

의 12개이다. 답 12

0089

두 수의 최소공배수가 2×5^2이고, 공배수는 최소공배수의 배수이므로

두 수의 공배수는 2×5^2의 배수이다.

① $2^2\times5^2=(2\times5^2)\times2$이므로 $2^2\times5^2$은 두 수의 공배수이다.

② $2\times5^3=(2\times5^2)\times5$이므로 2×5^3은 두 수의 공배수이다.

④ $2\times3\times5^2=(2\times5^2)\times3$이므로 $2\times3\times5^2$은 두 수의 공배수이다.

⑤ $2^3\times5^2\times7=(2\times5^2)\times2^2\times7$이므로 $2^3\times5^2\times7$은 두 수의 공배수이다.

따라서 두 수의 공배수가 아닌 것은 ③이다. 답 ③

유형 14. 공배수와 최소공배수 (2)

0090

$$\begin{array}{rl} & 2\times3^2\times5 \\ & \quad\ 3\times5^2 \\ & 2\qquad\ \times5\times7 \\ \hline (\text{최소공배수}) = & 2\times3^2\times5^2\times7 \end{array}$$

답 ④

0091

$$\begin{array}{r|rr} 5 & 15 & 20 \\ \hline & 3 & 4 \end{array}$$

따라서 15와 20의 최소공배수는 $5\times3\times4=60$이므로

15와 20의 공배수는 60의 배수와 같다.

그러므로 □ 안에 알맞은 수는 60이다. 답 ③

0092

(1) 세 수를 소인수분해하면 $108=2^2\times3^3$, $128=2^7$, $160=2^5\times5$

(2)
$$\begin{array}{rl} 108= & 2^2\times3^3 \\ 128= & 2^7 \\ 160= & 2^5\qquad\times5 \\ \hline (\text{최소공배수}) = & 2^7\times3^3\times5 \end{array}$$

따라서 세 수의 최소공배수는 $2^7\times3^3\times5$

답 (1) $108=2^2\times3^3$, $128=2^7$, $160=2^5\times5$ (2) $2^7\times3^3\times5$

0093

두 수의 최소공배수를 각각 구하면 다음과 같다.

①
$$\begin{array}{rl} & 3^2\times5 \\ & 3\ \times5^2\times7 \\ \hline (\text{최소공배수}) = & 3^2\times5^2\times7 \end{array}$$

②
$$\begin{array}{rl} & 3\ \times5^2\times7 \\ & 3^3\times5 \\ \hline (\text{최소공배수}) = & 3^3\times5^2\times7 \end{array}$$

③
$$\begin{array}{rl} & 3\qquad\times7^2 \\ & \quad\ 5^2\times7 \\ \hline (\text{최소공배수}) = & 3\ \times5^2\times7^2 \end{array}$$

④
$$\begin{array}{rl} & 2\times3^3 \\ & \qquad\quad 5^2\times7 \\ \hline (\text{최소공배수}) = & 2\times3^3\times5^2\times7 \end{array}$$

⑤
$$\begin{array}{rl} & 3^4\times5^3\times7 \\ & \quad\ 5^3\times7^2 \\ \hline (\text{최소공배수}) = & 3^4\times5^3\times7^2 \end{array}$$

따라서 최소공배수가 $3^3\times5^2\times7$인 것은 ②이다. 답 ②

0094

12와 60을 각각 소인수분해하면 $12=2^2\times3$, $60=2^2\times3\times5$이므로

두 수 x, 12의 최소공배수가 60이 되려면 x는 5의 배수이면서 60의 약수이어야 한다.

따라서 x의 값이 될 수 있는 자연수는

5, $5\times2=10$, $5\times3=15$, $5\times2^2=20$, $5\times2\times3=30$, $5\times2^2\times3=60$

으로 6개이다. 답 ④

0095

$20=2^2\times5$이므로 세 수 2×3, 3×5, $2^2\times5$의 최소공배수를 구하면

$$\begin{array}{rl} & 2\ \times3 \\ & \quad\ 3\times5 \\ & 2^2\qquad\times5 \\ \hline (\text{최소공배수}) = & 2^2\times3\times5=60 \end{array}$$

따라서 300 이하의 세 수의 공배수는 60, 120, 180, 240, 300으로 5개이다.

답 ③

0096

두 수 $3^2\times5\times7^3$, $3\times5^2\times7$의 최소공배수를 구하면

$$\begin{array}{rl} & 3^2\times5\ \times7^3 \\ & 3\ \times5^2\times7 \\ \hline (\text{최소공배수}) = & 3^2\times5^2\times7^3 \end{array}$$

① $3^3\times5^2\times7^3=3\times(3^2\times5^2\times7^3)$이므로 두 수의 공배수이다.

② $3^2\times5^3\times7^2$은 $3^2\times5^2\times7^3$의 배수가 아니므로 두 수의 공배수가 아니다.

③ $3^2\times5^2\times7^4=7\times(3^2\times5^2\times7^3)$이므로 두 수의 공배수이다.

④ $3^2\times5^4\times7^3=5^2\times(3^2\times5^2\times7^3)$이므로 두 수의 공배수이다.

⑤ $3^3\times5^2\times7^4=3\times7\times(3^2\times5^2\times7^3)$이므로 두 수의 공배수이다.

따라서 두 수의 공배수가 아닌 것은 ②이다. 답 ②

0097

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 14 & 24 & 42 \\ \hline 3 & 7 & 12 & 21 \\ \hline 7 & 7 & 4 & 7 \\ \hline & 1 & 4 & 1 \end{array}$$

따라서 세 수의 최소공배수는 $2\times3\times7\times1\times4\times1=168$이고, 세 수의 공배수는 168의 배수이다.

이때 168의 배수는 168, 336, 504, 672, $\cdots$이므로 세 수의 공배수 중 500에 가장 가까운 수는 504이다. 답 504

0098

$$\begin{array}{r|rr} 2 & 30 & 42 \\ \hline 3 & 15 & 21 \\ \hline & 5 & 7 \end{array}$$

따라서 두 수 30, 42의 최소공배수는 $2\times3\times5\times7=210$이고, 두 수의 공배수는 210의 배수이다.

이때 어떤 자연수를 x라 하면

$5\times x$의 값이 210의 배수이어야 하므로

x의 값이 최소일 때

$5\times x=210$이 성립한다.

$\therefore x=42$

따라서 구하는 수는 42이다. 답 ①

유형 15. 미지수가 포함된 세 수의 최소공배수

0099

$$\begin{array}{r|rrr} x & 7\times x & 9\times x & 12\times x \\ \hline 3 & 7 & 9 & 12 \\ \hline & 7 & 3 & 4 \end{array}$$

에서 세 수의 최소공배수가 1260이므로

$x\times3\times7\times3\times4=1260$ $\therefore x=5$ 답 5

0100

세 자연수의 비가 $3:4:6$이므로 세 자연수를 각각 $3\times x$, $4\times x$, $6\times x$라 하자.

$$\begin{array}{r|rrr} x & 3\times x & 4\times x & 6\times x \\ \hline 3 & 3 & 4 & 6 \\ \hline 2 & 1 & 4 & 2 \\ \hline & 1 & 2 & 1 \end{array}$$

에서 최소공배수가 60이므로 $x\times3\times2\times1\times2\times1=60$ $\therefore x=5$

따라서 세 자연수는 $15, 20, 30$이므로 구하는 합은 $15+20+30=65$

답 ③

0101

$90=2\times3^2\times5$, $100=2^2\times5^2$이고 세 수의 최소공배수가 $2^3\times3^2\times5^3$이므로

n은 $2^3\times3^2\times5^3$의 약수 중 $2^3\times5^3$의 배수이어야 한다.

따라서 가능한 n의 값은 $2^3\times5^3$, $2^3\times3\times5^3$, $2^3\times3^2\times5^3$이다.

답 $2^3\times5^3$, $2^3\times3\times5^3$, $2^3\times3^2\times5^3$

0102

① $$\begin{array}{r|rrr} 3 & 5 & 27 & 12 \\ \hline & 5 & 9 & 4 \end{array}$$

따라서 세 자연수 $5, 27, 12$의 최소공배수는 $3\times5\times9\times4=540$이다.

② $$\begin{array}{r|rrr} 5 & 5 & 27 & 20 \\ \hline & 1 & 27 & 4 \end{array}$$

따라서 세 자연수 $5, 27, 20$의 최소공배수는 $5\times1\times27\times4=540$이다.

③ $$\begin{array}{r|rrr} 3 & 5 & 27 & 36 \\ \hline 3 & 5 & 9 & 12 \\ \hline & 5 & 3 & 4 \end{array}$$

따라서 세 자연수 $5, 27, 36$의 최소공배수는 $3\times3\times5\times3\times4=540$이다.

④ $$\begin{array}{r|rrr} 5 & 5 & 27 & 60 \\ \hline 3 & 1 & 27 & 12 \\ \hline & 1 & 9 & 4 \end{array}$$

따라서 세 자연수 $5, 27, 60$의 최소공배수는 $5\times3\times1\times9\times4=540$이다.

⑤ $$\begin{array}{r|rrr} 5 & 5 & 27 & 120 \\ \hline 3 & 1 & 27 & 24 \\ \hline & 1 & 9 & 8 \end{array}$$

따라서 세 자연수 $5, 27, 120$의 최소공배수는 $5\times3\times1\times9\times8=1080$이다.

따라서 k의 값이 될 수 없는 수는 ⑤ 120이다. 답 ⑤

유형 16. 최대공약수와 최소공배수

0103

① 최대공약수가 1인 두 자연수는 서로소이다.

② 두 자연수의 공약수는 최대공약수의 약수와 같다.

③ 두 자연수의 공배수는 최소공배수의 배수와 같다.

④ 두 자연수 a, b에 대하여 a가 b의 배수이면 $a=b\times k$ (k는 자연수) 꼴이다.

$$\begin{array}{r|rr} b & b\times k & b \\ \hline & k & 1 \end{array}$$

에서 a와 b의 최소공배수는 $b\times k\times1=a$이다.

⑤ 두 자연수 A, B에 대하여 $A=p\times a$, $B=p\times b$ (a와 b는 서로소)라 하면

$$\begin{array}{r|rr} p & A & B \\ \hline & a & b \end{array}$$

에서 최대공약수와 최소공배수는 각각 p, $p\times a\times b$이다.

$A\times B=p\times a\times p\times b=p^2\times a\times b$,

(최대공약수)$\times$(최소공배수)$=p\times p\times a\times b=p^2\times a\times b$

이므로 두 자연수의 곱은 최대공약수와 최소공배수의 곱과 같다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

0104

세 수의 최대공약수, 최소공배수를 각각 구하면

$$\begin{array}{rl} & 2^3\times3 \\ & 2^2\times3\times5^2 \\ & 2\times3^2\times5 \\ \hline (\text{최대공약수})= & 2\times3 \end{array} \qquad \begin{array}{rl} & 2^3\times3 \\ & 2^2\times3\times5^2 \\ & 2\times3^2\times5 \\ \hline (\text{최소공배수})= & 2^3\times3^2\times5^2 \end{array}$$

따라서 $G=2\times3$, $L=2^3\times3^2\times5^2$이므로

$\dfrac{L}{G}=\dfrac{2^3\times3^2\times5^2}{2\times3}=2^2\times3\times5^2$ 답 ④

0105

① $100=2^2\times5^2$이므로 100은 $A=2\times5^3$의 약수가 아니다.

② B의 약수의 개수는 $(2+1)\times(1+1)\times(2+1)\times(1+1)=36$(개)

③ A의 소인수는 2와 5이다.

④ A와 B의 최대공약수를 구하면

$$\begin{array}{rl} A= & 2\times5^3 \\ B= & 2^2\times3\times5^2\times7 \\ \hline (\text{최대공약수})= & 2\times5^2 \end{array}$$

⑤ A와 B의 최소공배수를 구하면

$$\begin{array}{rl} A= & 2\times5^3 \\ B= & 2^2\times3\times5^2\times7 \\ \hline (\text{최소공배수})= & 2^2\times3\times5^3\times7 \end{array}$$

따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다. 답 ③, ⑤

0106

두 수 $2^3\times3^7\times5^a$, $2^b\times3^4\times5^3$의 최대공약수가 $2^3\times3^4\times5^2$이므로

$5^a=5^2$ $\therefore a=2$

두 수 $2^3\times3^7\times5^a$, $2^b\times3^4\times5^3$의 최소공배수가 $2^4\times3^7\times5^3$이므로

$2^b=2^4$ $\therefore b=4$

$\therefore a+b=2+4=6$ 답 ③

0107

두 수 $2^3\times3^a\times5^2$, $2^b\times3\times c$의 최대공약수가 $12=2^2\times3$이므로

$2^b=2^2$ $\therefore b=2$

두 수 $2^3\times3^a\times5^2$, $2^b\times3\times c$의 최소공배수가 $37800=2^3\times3^3\times5^2\times7$이므로

$3^a=3^3$에서 $a=3$, $c=7$ 답 ④

0108

세 자연수의 비가 $5:7:10$이므로 세 자연수를 각각 $5\times x$, $7\times x$, $10\times x$라 하자.

$$\begin{array}{r|rrr} x & 5\times x & 7\times x & 10\times x \\ \hline 5 & 5 & 7 & 10 \\ \hline & 1 & 7 & 2 \end{array}$$

에서 세 수의 최소공배수가 560이므로 $x\times5\times1\times7\times2=560$

$70x=560$ $\therefore x=8$

따라서 세 자연수의 최대공약수는 8이다. 답 ③

백점 도전하기

0109 유형 02 10쪽

재국, 종수, 광효, 지석, 준하가 뽑은 카드에 적힌 수를 서로 다른 두 소수의 합으로 나타내면 다음과 같다. 두 소수를 더했을 때 26이 되는 경우를 생각해 보자.

① $\boxed{26}=3+23=7+19$이므로 재국은 2가지로 나타낼 수 있다.

② $\boxed{30}=7+23=11+19=13+17$이므로 종수는 3가지로 나타낼 수 있다.

③ $\boxed{36}=5+31=7+29=13+23=17+19$이므로
광효는 4가지로 나타낼 수 있다.

④ $\boxed{18}=5+13=7+11$이므로 지석은 2가지로 나타낼 수 있다.

⑤ $\boxed{22}=3+19=5+17$이므로 준하는 2가지로 나타낼 수 있다.

따라서 서로 다른 두 소수의 합으로 나타낼 수 있는 가짓수가 가장 많은 수는 광효가 뽑은 36이므로 1등은 광효이다. 답 ③

0110 유형 06 14쪽

$125=5^3$이므로 $125\times a\times b\times c$가 어떤 수의 제곱이 되려면

$a\times b\times c=5\times k^2$ (k는 자연수) 꼴이어야 한다.

a, b, c는 주사위의 눈의 수이므로 1부터 6까지의 자연수이다.

따라서 $a\times b\times c\le216$이므로 가능한 $a\times b\times c$의 값은

a, b, c 모두 1부터 6까지의 자연수이므로 $a\times b\times c$의 값은 $6\times6\times6=216$ 이하이어야 해.

$5\times1^2=5$, $5\times2^2=20$, $5\times3^2=45$

$5\times4^2=80$, $5\times5^2=125$, $5\times6^2=180$ $5\times7^2=245$이므로 답이 될 수 없어.

이고, 구하는 합은

$5+20+45+80+125+180=455$ 답 455

0111 유형 09 18쪽

규칙에 의하여 각 방의 불은 각 방에 적힌 수의 약수 번 학생 때 꺼지거나 켜진다.

이때 1번 학생이 모든 방의 불을 끄므로 20번 학생까지 모두 실행하였을 때 방에 적힌 수의 약수의 개수가 짝수인 경우 그 방의 불은 켜져있고, 홀수인 경우 그 방의 불은 꺼져있다.

이때 약수의 개수가 홀수가 되는 자연수는 어떤 자연수의 제곱인 수이다.

따라서 1부터 20까지의 자연수 중 어떤 자연수의 제곱인 수를 모두 구하면

1, $2^2=4$, $3^2=9$, $4^2=16$이므로 20번 학생까지 실행하면 1번, 4번, 9번, 16번 방의 불이 꺼지게 된다. $16=4^2=2^4$의 약수의 개수는 $(4+1)=5$(개)

$4=2^2$의 약수의 개수는 $(2+1)=3$(개)

답 1, 4, 9, 16, 특징: 약수의 개수가 홀수이고, 어떤 자연수의 제곱인 수

0112 유형 16 25쪽

두 수 $2^3\times3^a\times5\times7$, $2^b\times3^3\times5^c\times11$의 최대공약수는

$2^x\times3^y\times5$ ($x\le3$, $y\le3$, x, y는 자연수) 꼴이다.

$2^3\times3^a\times5\times7$에서 5의 지수는 1이므로 c의 값에 관계없이 두 수의 최대공약수에서 5의 지수는 1이야.

두 수의 공약수의 개수가 12이므로 최대공약수의 약수의 개수는 12이다.

즉, $(x+1)\times(y+1)\times(1+1)=12$, $(x+1)\times(y+1)=6$

$x+1=2$, $y+1=3$ 또는 $x+1=3$, $y+1=2$ ($\because$ x, y는 자연수)

$\therefore x=1, y=2$ 또는 $x=2, y=1$

$x=1, y=2$일 때

따라서 두 수의 최대공약수는 $2\times3^2\times5$ 또는 $2^2\times3\times5$이다.

$x=2, y=1$일 때

(i) 두 수의 최대공약수가 $2\times3^2\times5$일 때

$2^3\times3^a\times5\times7$, $2^b\times3^3\times5^c\times11$의 최대공약수가 $2\times3^2\times5$이므로

가능한 a, b, c의 값 중 가장 작은 것은 $a=2$, $b=1$, $c=1$

$\therefore a+b+c=2+1+1=4$

(ii) 두 수의 최대공약수가 $2^2\times3\times5$일 때

$2^3\times3^a\times5\times7$, $2^b\times3^3\times5^c\times11$의 최대공약수가 $2^2\times3\times5$이므로

가능한 a, b, c의 값 중 가장 작은 것은

$a=1$, $b=2$, $c=1$

$\therefore a+b+c=1+2+1=4$

(i), (ii)에 의하여 $a+b+c$의 최솟값은 4이다. 답 ②

서술형 격파하기

예제 1	11	유제 1	$a=26$, $b=2$, $c=13$
예제 2	660	유제 2	300
예제 3	(1) $180=2^2\times3^2\times5$, $378=2\times3^3\times7$, $900=2^2\times3^2\times5^2$ (2) 2×3^2		
유제 3	(1) $2^2\times3$ (2) 6		
예제 4	22	유제 4	5

예제 1

STEP ❶ $x=a\times b$임을 이용하여 $a\times b$의 값의 범위를 구한다.

서로 다른 두 소수 a, b에 대하여 $x=a\times b$이므로

$x\times a\times b=a\times b\times a\times b=(a\times b)^2\le500$

$22^2=484$, $23^2=529$이므로

$a\times b\le22$ ······ 채점기준 ① | 50%

STEP ❷ 조건을 만족시키는 a의 값 중 가장 큰 수를 구한다.

따라서 $22=2\times11$, $21=3\times7$에서 가능한 a의 값 중 가장 큰 수는 11이다.

······ 채점기준 ② | 50%

답 11

채점기준	
① $a\times b$의 값의 범위를 구한다.	50%
② a의 값 중 가장 큰 수를 구한다.	50%

유제 1

STEP ❶ $a=b\times c$임을 이용하여 a의 값의 범위를 구한다.

서로 다른 두 소수 b, c에 대하여 $a=b\times c$이므로

$a\times b\times c=a\times a=a^2\le900$

$a^2\le900$에서 $a\le30$ ······ 채점기준 ① | 50%

STEP ❷ b, c가 서로 다른 두 소수임을 이용하여 a, b, c의 값을 구한다.

$30=1\times30=2\times15=3\times10=5\times6$

$29=1\times29$

$28=1\times28=2\times14=4\times7$

$27=1\times27=3\times9$

$26=1\times26=2\times13$

$\vdots$

따라서 서로 다른 두 소수 b, c에 대하여 $a=b\times c$이므로

$a=26$, $b=2$, $c=13$ ($\because$ $b<c$) ······ 채점기준 ② | 50%

답 $a=26$, $b=2$, $c=13$

채점기준	
① a의 값의 범위를 구한다.	50%
② 가장 큰 a의 값과 그때의 b, c의 값을 구한다.	50%

예제 2

STEP ❶ 문제의 조건을 이용하여 a, b가 어떤 꼴의 자연수이어야 하는지 찾는다.

$99=3^2\times11$, $200=2^3\times5^2$이므로

$99\times a=3^2\times11\times a=c^2$에서 $a=11\times m^2$ (m은 자연수) 꼴이다.

$200\times b=2^3\times5^2\times b=c^2$에서 $b=2\times n^2$(n은 자연수) 꼴이다.
.... 채점기준 ① | 50%

STEP ❷ 조건을 만족시키는 c의 최솟값을 구한다.

$99\times a=200\times b=c^2$에 $a=11\times m^2$, $b=2\times n^2$을 대입하면

$3^2\times11\times11\times m^2=2^3\times5^2\times2\times n^2=c^2$

$3^2\times11^2\times m^2=2^4\times5^2\times n^2$을 만족시키는 가장 작은 자연수 m, n을 구하면

$m=2^2\times5$, $n=3\times11$

$3^2\times11^2\times m^2=c^2$에서 $c^2=2^4\times3^2\times5^2\times11^2$

$\therefore c=2^2\times3\times5\times11=660$ .... 채점기준 ② | 50%

답 660

채점기준

① a, b가 어떤 꼴의 자연수인지 구한다.	50%
② 조건을 만족시키는 c의 최솟값을 구한다.	50%

유제 2

STEP ❶ 문제의 조건을 이용하여 a, b가 어떤 꼴의 자연수이어야 하는지 찾는다.

$15=3\times5$, $54=2\times3^3$이므로

$15\times a=3\times5\times a=c^2$에서 $a=15\times m^2$(m은 자연수) 꼴이다.

$54\times b=2\times3^3\times b=c^2$에서 $b=6\times n^2$(n은 자연수) 꼴이다.
.... 채점기준 ① | 40%

STEP ❷ 조건을 만족시키는 가장 작은 a, b, c의 값을 구한다.

$a=15\times m^2$, $b=6\times n^2$을 $15\times a=54\times b=c^2$에 대입하면

$15\times15\times m^2=54\times6\times n^2=c^2$

$3^2\times5^2\times m^2=2^2\times3^4\times n^2=c^2$

위 식을 만족시키는 가장 작은 자연수 m, n은 $m=2\times3$, $n=5$이므로

$a=15\times2^2\times3^2=540$, $b=6\times5^2=150$

$c^2=2^2\times3^4\times5^2$이므로 $c=2\times3^2\times5=90$ .... 채점기준 ② | 40%

$\therefore a-b-c=540-150-90=300$ .... 채점기준 ③ | 20%

답 300

채점기준

① a, b가 어떤 꼴의 자연수인지 구한다.	40%
② 조건을 만족시키는 가장 작은 a, b, c의 값을 구한다.	40%
③ $a-b-c$의 값을 구한다.	20%

예제 3

STEP ❶ 세 수 180, 378, 900을 소인수분해한다.

(1)
$$\begin{array}{r|r} 2 & 180 \\ \hline 2 & 90 \\ \hline 3 & 45 \\ \hline 3 & 15 \\ \hline & 5 \end{array}\qquad \begin{array}{r|r} 2 & 378 \\ \hline 3 & 189 \\ \hline 3 & 63 \\ \hline 3 & 21 \\ \hline & 7 \end{array}\qquad \begin{array}{r|r} 2 & 900 \\ \hline 2 & 450 \\ \hline 3 & 225 \\ \hline 3 & 75 \\ \hline 5 & 25 \\ \hline & 5 \end{array}$$

$\therefore 180=2^2\times3^2\times5$ $\quad$ $\therefore 378=2\times3^3\times7$ $\quad$ $\therefore 900=2^2\times3^2\times5^2$
.... 채점기준 ① | 50%

STEP ❷ 세 수의 최대공약수를 구한다.

(2) 세 수 $180=2^2\times3^2\times5$, $378=2\times3^3\times7$, $900=2^2\times3^2\times5^2$의 공통인 소인수의 곱은 2×3^2이므로 세 수의 최대공약수는 2×3^2이다.
.... 채점기준 ② | 50%

답 (1) $180=2^2\times3^2\times5$, $378=2\times3^3\times7$, $900=2^2\times3^2\times5^2$ (2) 2×3^2

채점기준

① 세 수 180, 378, 900을 소인수분해한다.	50%
② 세 수의 최대공약수를 구한다.	50%

유제 3

STEP ❶ 세 수의 최대공약수를 구한다.

(1)
$$\begin{array}{r|r} 2 & 252 \\ \hline 2 & 126 \\ \hline 3 & 63 \\ \hline 3 & 21 \\ \hline & 7 \end{array}$$

$\therefore 252=2^2\times3^2\times7$

세 수 $2^3\times3^3\times5$, $2^2\times3^2\times7$, $2^2\times3\times5^2\times7$의 공통인 소인수의 곱은 $2^2\times3$이므로 세 수의 최대공약수는 $2^2\times3$이다. .... 채점기준 ① | 50%

STEP ❷ 공약수의 개수는 최대공약수의 약수의 개수와 같음을 이용한다.

(2) 공약수의 개수는 최대공약수의 약수의 개수와 같고, 세 수의 최대공약수는 $2^2\times3$이므로 세 수의 공약수의 개수는

$(2+1)\times(1+1)=3\times2=6$(개) .... 채점기준 ② | 50%

답 (1) $2^2\times3$ (2) 6

채점기준

① 세 수의 최대공약수를 구한다.	50%
② 세 수의 공약수의 개수를 구한다.	50%

예제 4

STEP ❶ 두 수의 최대공약수가 3×5임을 이용하여 a의 값을 구한다.

두 수 $3^a\times5\times7$, $3^2\times5^b\times c$의 최대공약수가 3×5이므로

$3^a=3=3^1$ $\quad\therefore a=1$ .... 채점기준 ① | 40%

STEP ❷ 두 수의 최소공배수를 이용하여 b, c, d의 값을 구한다.

두 수 $3^a\times5\times7$, $3^2\times5^b\times c$의 최소공배수가 $3^2\times5^3\times d\times11$이므로

$5^b=5^3$에서 $b=3$, $d=7$, $c=11$ ($\because c$, d는 7 이상의 소수)
.... 채점기준 ② | 40%

$\therefore a+b+c+d=1+3+11+7=22$ .... 채점기준 ③ | 20%

답 22

채점기준

① a의 값을 구한다.	40%
② b, c, d의 값을 구한다.	40%
③ $a+b+c+d$의 값을 구한다.	20%

유제 4

STEP ❶ 세 수의 최대공약수를 이용하여 a의 값을 구한다.

세 수 $2^2\times3$, $2^2\times3^2\times5$, $2^2\times3^2\times7$의 최대공약수는 $2^2\times3$이므로

$2^2\times3=2^a\times3$에서 $a=2$ .... 채점기준 ① | 40%

STEP ❷ 세 수의 최소공배수를 이용하여 b, c의 값을 구한다.

세 수의 최소공배수는 $2^2\times3^2\times5\times7$이므로

$2^2\times3^2\times5\times7=2^2\times3^b\times5\times7^c$에서 $b=2$, $c=1$ .... 채점기준 ② | 40%

$\therefore a+b+c=2+2+1=5$ .... 채점기준 ③ | 20%

답 5

채점기준

① a의 값을 구한다.	40%
② b, c의 값을 구한다.	40%
③ $a+b+c$의 값을 구한다.	20%

02 정수와 유리수

0113	⑤	0114	ㄴ, ㄹ	0115	④	0116	④	0117	풀이 참조
0118	1	0119	2	0120	2	0121	④	0122	①, ④
0123	다연, 민재	0124	③	0125	③	0126	③, ④	0127	④
0128	풀이 참조	0129	③	0130	-4	0131	풀이 참조	0132	풀이 참조
0133	풀이 참조	0134	②	0135	풀이 참조	0136	②, ④	0137	⑤
0138	②, ④	0139	①, ④	0140	①	0141	①, ⑤	0142	$6, -6$
0143	풀이 참조	0144	①, ⑤	0145	④	0146	⑤	0147	5
0148	-3.2	0149	①	0150	$-\frac{7}{3}$	0151	①	0152	③
0153	4	0154	풀이 참조	0155	⑤	0156	②	0157	⑤
0158	④	0159	③	0160	④	0161	②	0162	①
0163	4	0164	-3.1	0165	④	0166	Z	0167	풀이 참조
0168	②	0169	②	0170	④	0171	⑤	0172	②
0173	③	0174	①	0175	⑤	0176	③	0177	⑤
0178	②	0179	풀이 참조	0180	②	0181	⑤	0182	-9
0183	-2	0184	④						

유형 정복하기

유형 01. 양의 부호와 음의 부호

0113

① 영상 $13\,^\circ\mathrm{C}$: $+13\,^\circ\mathrm{C}$
② 해저 $100\,\mathrm{m}$: $-100\,\mathrm{m}$
③ $5\,\mathrm{kg}$ 감소 : $-5\,\mathrm{kg}$
④ 10000원 수입 : $+10000$원
⑤ 50000원 흑자 : $+50000$원
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

0114

ㄱ. 10분 전 : -10분
ㄴ. $20\,\%$ 인상 : $+20\,\%$
ㄷ. $10\,\mathrm{t}$ 증가 : $+10\,\mathrm{t}$
ㄹ. 해저 $50\,\mathrm{m}$: $-50\,\mathrm{m}$
따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ이다.

답 ㄴ, ㄹ

0115

① $20\,\%$ 인상 : $+20\,\%$
② 2일 전 : -2일
③ 해발 $1950\,\mathrm{m}$: $+1950\,\mathrm{m}$
④ 영상 $3.7\,^\circ\mathrm{C}$: $+3.7\,^\circ\mathrm{C}$
⑤ 5천 년 전 : -5000년
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

답 ④

0116

양수인 것은 $+3$, $+2$, $+\frac{5}{3}$의 3개이므로 $a=3$

음수인 것은 $-\frac{10}{7}$, -0.1의 2개이므로 $b=2$

$\therefore a-b=3-2=1$

답 ④

유형 02. 정수의 분류

0117

(1) 양의 정수는 10, 4이다.

(2) 음의 정수는 $-\frac{6}{3}=-2$, -9이다.

(3) 음수가 아닌 정수는 양의 정수 또는 0이다.
따라서 음수가 아닌 정수는 10, 0, 4이다.

답 (1) 10, 4 (2) $-\frac{6}{3}$, -9 (3) 10, 0, 4

0118

양의 정수는 2, $\frac{21}{7}=3$의 2개이므로 $a=2$

음의 정수는 -1뿐이므로 $b=1$

$\therefore a-b=2-1=1$

답 1

유형 03. 유리수의 분류

0119

□ 안에 들어갈 수 있는 수는 정수가 아닌 유리수이다.

-2.4, $-\frac{5}{7}$는 정수가 아닌 유리수이고, 0, $\frac{42}{6}=7$, $+4$, $-\frac{4}{2}=-2$는 정수이다.

따라서 정수가 아닌 유리수의 개수는 2이다.

답 2

0120

양의 유리수는 1.4, $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{2}$의 3개이므로 $x=3$

음의 유리수는 -7, -2.3의 2개이므로 $y=2$

정수가 아닌 유리수는 1.4, $\frac{1}{3}$, -2.3의 3개이므로 $z=3$

$\therefore x+y-z=3+2-3=2$

답 2

0121

① 음수는 $-\frac{5}{3}$, -2, $-\frac{9}{3}$의 3개이다.

② 자연수는 $\frac{14}{7}=2$의 1개이다.

③ 음수가 아닌 정수는 $\frac{14}{7}=2$, 0의 2개이다.

④ 양수가 아닌 유리수는 $-\frac{5}{3}$, 0, -2, $-\frac{9}{3}$의 4개이다.

⑤ 정수가 아닌 유리수는 $-\frac{5}{3}$, 2.5, $\frac{1}{2}$의 3개이다.

따라서 옳은 것은 ④이다.

답 ④

유형 04. 정수와 유리수

0122

① 0은 유리수이다.
② 양의 정수는 $1, 2, 3, \cdots$이므로 양의 정수 중 가장 작은 수는 1이다.
③ 모든 유리수는 $\dfrac{(\text{정수})}{(0\text{이 아닌 정수})}$ 꼴로 나타낼 수 있다.
④ 정수는 양의 정수, 0, 음의 정수로 이루어져 있다.
⑤ 서로 다른 두 유리수 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
따라서 옳지 않은 것은 ①, ④이다.

답 ①, ④

0123

지훈 : 0은 음의 정수가 아닌 정수이지만 자연수가 아니다.
다연 : 양의 유리수는 양수이다.
민재 : 0은 양수도 아니고 음수도 아니다.
윤지 : 0과 1은 서로 다른 유리수이지만 0과 1 사이에는 정수가 없다.
즉, 서로 다른 두 유리수 사이에 무수히 많은 정수가 있다고 할 수 없다.
따라서 4명의 학생 중 옳은 설명을 한 학생은 다연, 민재이다.

답 다연, 민재

0124

ㄱ. 모든 자연수는 유리수이다.
ㄴ. 유리수는 $\dfrac{(\text{정수})}{(0\text{이 아닌 정수})}$ 꼴로 나타낼 수 있다.
ㄷ. 정수 중 자연수가 아닌 수는 0 또는 음의 정수이다.
ㄹ. 0과 10 사이에는 0.1, 0.11, 0.111, 2, 3.3, ⋯과 같이 무수히 많은 유리수가 존재한다.
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ의 2개이다.

답 ③

유형 05. 수를 수직선 위에 나타내기

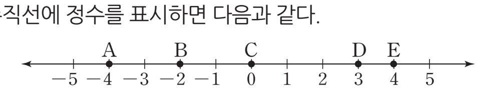
0125

ㄱ. 모든 정수는 수직선 위의 한 점에 대응된다.
ㄴ. 0과 1은 서로 다른 정수이지만 0과 1 사이에는 정수가 없다.
따라서 서로 다른 두 정수 사이에 항상 다른 정수가 존재하지는 않는다.
ㄷ. 모든 유리수는 수직선 위에 나타낼 수 있다.
ㄹ. $\dfrac{1}{2}$, $-\dfrac{5}{3}$, 1.5와 같이 정수가 아닌 유리수가 있다.
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ의 2개이다.

답 ③

0126

주어진 수직선에 정수를 표시하면 다음과 같다.



따라서 점 A는 -4, 점 B는 -2, 점 C는 0, 점 D는 3, 점 E는 4를 나타내므로 옳은 것은 ③, ④이다.

답 ③, ④

0127

① 점 A가 나타내는 수는 -4이다.
② 점 B가 나타내는 수는 -2이다.
③ 점 C가 나타내는 수는 1이다.
④ 점 D는 1에서 오른쪽으로 $\dfrac{2}{3}$만큼 떨어져 있으므로 점 D가 나타내는 수는

$1+\dfrac{2}{3}=\dfrac{3}{3}+\dfrac{2}{3}=\dfrac{5}{3}$이다.

⑤ 점 E는 3에서 오른쪽으로 $\dfrac{1}{2}$만큼 떨어져 있으므로 점 E가 나타내는 수는

$3+\dfrac{1}{2}=\dfrac{6}{2}+\dfrac{1}{2}=\dfrac{7}{2}$이다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

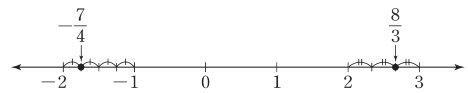
답 ④

0128

$-\dfrac{7}{4}=-2+\dfrac{1}{4}$이므로 수직선에서 $-\dfrac{7}{4}$은 -2에서 오른쪽으로 $\dfrac{1}{4}$만큼 떨어져 있다.

$\dfrac{8}{3}=2+\dfrac{2}{3}$이므로 수직선에서 $\dfrac{8}{3}$은 2에서 오른쪽으로 $\dfrac{2}{3}$만큼 떨어져 있다.

따라서 $-\dfrac{7}{4}$, $\dfrac{8}{3}$을 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.

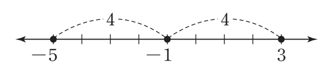


그러므로 수직선에서 $-\dfrac{7}{4}$에 가장 가까운 정수는 -2, $\dfrac{8}{3}$에 가장 가까운 정수는 3이므로 $a=-2$, $b=3$

답 $a=-2$, $b=3$

유형 06. 수직선에서 같은 거리에 있는 점

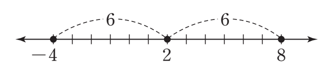
0129



위 그림에서 -1이 나타내는 점에서 거리가 4인 점이 나타내는 두 수는 -5, 3이다.

답 ③

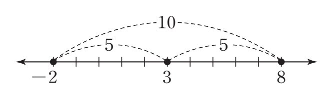
0130



위 그림에서 2를 나타내는 점에서 6만큼 떨어진 점이 나타내는 수는 -4, 8이므로 조건 (가)를 만족시키는 a의 값은 -4 또는 8이다.
이때 조건 (나)에서 $a<0$이므로 $a=-4$

답 -4

0131



두 점 사이의 거리가 10이고, 두 점으로부터 같은 거리에 있는 점이 나타내는 수가 3이기 위해서는 위 그림과 같이 두 점이 나타내는 수가 각각 -2, 8이어야 한다.
이때 $a<0$이므로 $a=-2$, $b=8$

답 $a=-2$, $b=8$

유형 07. 절댓값

0132

$|a|=2$이므로 a는 -2 또는 2이다.
이때 수직선에서 a를 나타내는 점은 0을 나타내는 점의 오른쪽에 있으므로 $a>0$에서 $a=2$
$|b|=10$이므로 b는 -10 또는 10이다.
이때 수직선에서 b를 나타내는 점은 0을 나타내는 점의 왼쪽에 있으므로 $b<0$에서 $b=-10$

답 $a=2$, $b=-10$

0133

수직선에서 0을 나타내는 점과의 거리가 $\dfrac{3}{5}$인 점이 나타내는 수는 절댓값이 $\dfrac{3}{5}$인 수이므로 $\dfrac{3}{5}$, $-\dfrac{3}{5}$이다.

답 $\dfrac{3}{5}$, $-\dfrac{3}{5}$

0134

$$|a|+|b|+|c|=\left|-\frac{6}{5}\right|+\left|-\frac{3}{4}\right|+\left|\frac{1}{2}\right|=\frac{6}{5}+\frac{3}{4}+\frac{1}{2}$$
$$=\frac{24}{20}+\frac{15}{20}+\frac{10}{20}=\frac{49}{20}$$

답 ②

0135

조건 (가), (나)에서 $a<0$이고, $|a|=3$이므로 $a=-3$

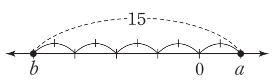
조건 (나), (다)에서 $|a|=3$이고, $|a|+|b|=10$이므로 $|b|=7$

이때 조건 (가)에서 $b>0$이므로 $b=7$ 답 $a=-3$, $b=7$

0136

조건 (나)에 의하여 수직선에서 b를 나타내는 점이 0을 나타내는 점으로부터 떨어진 거리가 a를 나타내는 점이 0을 나타내는 점으로부터 떨어진 거리의 4배이다.

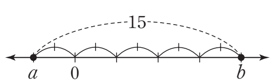
(ⅰ) $a>0$일 때



주어진 조건을 만족시키기 위해서는 위 그림과 같아야 한다.

이때 a를 나타내는 점은 0을 나타내는 점으로부터 $15\times\frac{1}{5}=3$만큼 떨어져 있으므로 b를 나타내는 점은 0을 나타내는 점으로부터 $15-3=12$만큼 떨어져 있다.

(ⅱ) $a<0$일 때



주어진 조건을 만족시키기 위해서는 위 그림과 같아야 한다.

이때 a를 나타내는 점은 0을 나타내는 점으로부터 $15\times\frac{1}{5}=3$만큼 떨어져 있으므로 b를 나타내는 점은 0를 나타내는 점으로부터 $15-3=12$만큼 떨어져 있다.

$\therefore |a|=3$, $|b|=12$

따라서 $a=3$, $b=-12$ 또는 $a=-3$, $b=12$ 답 ②, ④

유형 08. 절댓값의 성질

0137

① 절댓값이 0인 수는 0뿐이다.
따라서 절댓값이 같은 수가 항상 2개인 것은 아니다.

② $a>0$일 때: $-a<0$이고 $|-a|>0$이므로 $|-a|\neq-a$
$a=0$일 때: $|-a|=0$, $-a=0$이므로 $|-a|=-a$
$a<0$일 때: $-a>0$이므로 $|-a|=-a$
따라서 $|-a|=-a$이기 위해서는 $a\le0$이어야 한다.

③ $|a|=-|a|$이면 $|a|+|a|=0$
$2|a|=0$, $|a|=0$ $\quad\therefore a=0$

④ 수직선에서 0을 나타내는 점에 가까운 점일수록 그 점이 나타내는 수의 절댓값이 작다.

⑤ 수직선에서 절댓값이 같은 수를 나타내는 두 점은 0을 나타내는 점으로부터 떨어진 거리가 같다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

0138

① 원점으로부터 가까이 있을수록 절댓값은 작으나, 부호를 특정 지을 수 없으므로 항상 작은 수라고 할 수 없다.
1은 -2보다 원점에 가깝지만 1이 -2보다 크다.
또한 양수는 원점에 가까울수록 작은 수이지만 음수는 원점에 가까울수록 큰 수이다.

② 모든 자연수는 정수이다.

③ 절댓값이 0인 유리수는 0뿐이다.

④ 정수는 양의 정수, 음의 정수와 0으로 이루어진다.

⑤ 유리수의 분모는 0일 수 없다.

따라서 옳은 것은 ②, ④이다. 답 ②, ④

0139

① $a>0$ 또는 $a<0$이면 $|a|>0$이고 $a=0$이면 $|a|=0$이다.
따라서 $|a|=0$이면 $a=0$이다.

② 0의 절댓값은 0이므로 양수가 아니다.
따라서 절댓값이 항상 양수인 것은 아니다.

③ $|a|=a$이면 $a\ge0$이다.

④ $a<0$이면 $|a|>0$이다.

⑤ 1과 -1은 절댓값이 1로 같지만 서로 다른 수이다.
따라서 절댓값이 같은 두 수가 반드시 서로 같은 수인 것은 아니다.

따라서 옳은 것은 ①, ④이다. 답 ①, ④

0140

ㄱ. $\left|\frac{5}{2}\right|=\left|-\frac{5}{2}\right|=\frac{5}{2}$이다.
즉, $\frac{5}{2}$와 $-\frac{5}{2}$의 절댓값은 같다.

ㄴ. 절댓값이 가장 작은 정수는 0이다.

ㄷ. $|a|=-a$이면 a는 0 또는 음수이다.

따라서 옳은 것은 ㄱ이다. 답 ①

0141

① 자연수는 모두 유리수이다.

② 양이 아닌 정수는 0 또는 음의 정수이다.

③ 모든 수의 절댓값은 항상 0보다 크거나 같다.

④ $x=-2$, $y=1$일 때, $x<y$이지만
$|x|=2$, $|y|=1$이므로 $|x|>|y|$이다.

⑤ 두 유리수 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

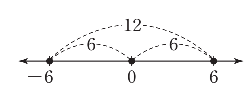
따라서 옳은 것은 ①, ⑤이다. 답 ①, ⑤

유형 09. 절댓값이 같고 부호가 반대인 두 수

0142

절댓값이 같고 부호가 반대인 두 수를 수직선 위에 나타내면 두 수를 나타내는 두 점은 0을 나타내는 점으로부터 떨어진 거리가 서로 같다.

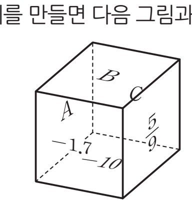
이때 두 점 사이의 거리가 12이므로 두 점은 0으로부터 각각 $12\times\frac{1}{2}=6$만큼 떨어져 있다.



따라서 두 수의 절댓값은 6이므로 두 수는 각각 6, -6이다. 답 6, -6

0143

주어진 전개도로 정육면체를 만들면 다음 그림과 같다.



즉, A와 $\frac{5}{9}$, B와 -10, C와 -1.7이 마주보고 있으므로

$A=-\frac{5}{9}$, $B=10$, $C=1.7$ 답 $A=-\frac{5}{9}$, $B=10$, $C=1.7$

0144

조건 (나)에서 $|a|=|b|$이고 조건 (다)에서 a, b의 절댓값의 합이 3이므로

a, b의 절댓값은 모두 $\frac{3}{2}$이다.

이때 조건 (가)에서 $a \neq b$이므로

$a=-\frac{3}{2}$, $b=\frac{3}{2}$ 또는 $a=\frac{3}{2}$, $b=-\frac{3}{2}$ 답 ①, ⑤

유형 10. 절댓값의 대소 관계

0145

주어진 수들의 절댓값을 구하면

$|5|=5$

$|-4.7|=4.7$

$\left|\frac{29}{6}\right|=\frac{29}{6}=4.83\cdots$

$\left|-\frac{9}{2}\right|=\frac{9}{2}=4.5$

$\left|\frac{16}{3}\right|=\frac{16}{3}=5.33\cdots$

따라서 $\frac{16}{3}>5>\frac{29}{6}>4.7>\frac{9}{2}$이므로 절댓값이 가장 작은 수는 ④ $-\frac{9}{2}$이다.

답 ④

0146

2를 나타내는 점에서 가장 멀리 떨어진 수는 2와 그 수의 차가 가장 큰 수이다.

① $2-\frac{3}{2}=\frac{4}{2}-\frac{3}{2}=\frac{1}{2}=\frac{30}{60}$

② $\frac{7}{3}-2=\frac{7}{3}-\frac{6}{3}=\frac{1}{3}=\frac{20}{60}$

③ $\frac{9}{4}-2=\frac{9}{4}-\frac{8}{4}=\frac{1}{4}=\frac{15}{60}$

④ $\frac{12}{5}-2=\frac{12}{5}-\frac{10}{5}=\frac{2}{5}=\frac{24}{60}$

⑤ $2-\frac{4}{3}=\frac{6}{3}-\frac{4}{3}=\frac{2}{3}=\frac{40}{60}$

따라서 $\frac{40}{60}>\frac{30}{60}>\frac{24}{60}>\frac{20}{60}>\frac{15}{60}$이므로 수직선 위에서 2를 나타내는 점에서 가장 멀리 떨어진 수는 ⑤ $\frac{4}{3}$이다. 답 ⑤

0147

주어진 수들의 절댓값을 구하면

$|-3|=3$, $|2|=2$, $|1.2|=1.2$, $\left|\frac{19}{5}\right|=\frac{19}{5}=3.8$, $|-2.7|=2.7$

따라서 $3.8>3>2.7>2>1.2$이므로 절댓값이 가장 큰 수는 $\frac{19}{5}$, 가장 작은 수는 1.2이다.

따라서 두 수의 합은 $\frac{19}{5}+1.2=\frac{38}{10}+\frac{12}{10}=\frac{50}{10}=5$ 답 5

0148

주어진 수들의 절댓값을 비교하기 쉽도록 분모를 10으로 통분하여 나타내면

$|4.1|=4.1=\frac{41}{10}$

$\left|-\frac{13}{5}\right|=\frac{13}{5}=\frac{26}{10}$

$|3|=3=\frac{30}{10}$

$\left|\frac{7}{2}\right|=\frac{7}{2}=\frac{35}{10}$

$|-3.2|=3.2=\frac{32}{10}$

따라서 $\frac{41}{10}>\frac{35}{10}>\frac{32}{10}>\frac{30}{10}>\frac{26}{10}$이므로 세 번째에 오는 수는 -3.2이다.

답 -3.2

0149

$\left|-\frac{1}{3}\right|=\frac{1}{3}=\frac{5}{15}$, $\left|\frac{1}{5}\right|=\frac{1}{5}=\frac{3}{15}$이므로 $X\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{5}\right)=\frac{1}{3}$

$\left|\frac{1}{2}\right|=\frac{1}{2}=\frac{3}{6}$, $\left|-\frac{2}{3}\right|=\frac{2}{3}=\frac{4}{6}$이므로 $X\left(\frac{1}{2}, -\frac{2}{3}\right)=\frac{2}{3}$

$\therefore X\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{5}\right)+X\left(\frac{1}{2}, -\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{3}+\frac{2}{3}=1$ 답 ①

0150

$\left|-\frac{7}{3}\right|=\frac{7}{3}$, $\left|\frac{9}{4}\right|=\frac{9}{4}$이고, $\frac{7}{3}=\frac{28}{12}$, $\frac{9}{4}=\frac{27}{12}$이므로 $\frac{7}{3}>\frac{9}{4}$이다.

$\therefore \left(-\frac{7}{3}\right)\triangle\frac{9}{4}=-\frac{7}{3}$

$\left|\frac{5}{2}\right|=\frac{5}{2}$, $\left|-\frac{12}{5}\right|=\frac{12}{5}$이고, $\frac{5}{2}=2.5$, $\frac{12}{5}=2.4$이므로 $\frac{5}{2}>\frac{12}{5}$이다.

$\therefore \frac{5}{2}\triangle\left(-\frac{12}{5}\right)=\frac{5}{2}$

$\therefore \left\{\left(-\frac{7}{3}\right)\triangle\frac{9}{4}\right\}\triangledown\left\{\frac{5}{2}\triangle\left(-\frac{12}{5}\right)\right\}=\left(-\frac{7}{3}\right)\triangledown\frac{5}{2}$

$\left|-\frac{7}{3}\right|=\frac{7}{3}$, $\left|\frac{5}{2}\right|=\frac{5}{2}$이고, $\frac{7}{3}=\frac{14}{6}$, $\frac{5}{2}=\frac{15}{6}$이므로 $\frac{7}{3}<\frac{5}{2}$이다.

$\therefore \left(-\frac{7}{3}\right)\triangledown\frac{5}{2}=-\frac{7}{3}$ 답 $-\frac{7}{3}$

유형 11. 절댓값의 범위가 주어진 수

0151

① 양수는 절댓값이 클수록 크며, 음수는 절댓값이 클수록 작다.

② 절댓값은 0 이상이다.

③ 절댓값이 3보다 작은 정수는 -2, -1, 0, 1, 2의 5개이다.

④ 절댓값이 클수록 수직선에서 그 수가 나타내는 점은 원점에서 멀리 떨어져 있다.

⑤ 원점으로부터 떨어진 거리가 곧 그 수의 절댓값이다.
그러므로 원점으로부터 떨어진 거리가 다르면 절댓값은 같을 수 없다.

따라서 옳은 것은 ①이다. 답 ①

0152

$\left|-\frac{13}{4}\right|=\frac{13}{4}=3.25$, $\left|\frac{19}{5}\right|=\frac{19}{5}=3.8$, $|3|=3$

$|-3.7|=3.7$, $|-8|=8$, $\left|\frac{10}{3}\right|=\frac{10}{3}=3.33\cdots$

따라서 절댓값이 $\frac{7}{2}$, 즉 3.5 이상인 수는 $\frac{19}{5}$, -3.7, -8의 3개이다. 답 ③

0153

1 초과 $\frac{13}{4}$ 이하인 정수는 2, 3뿐이다.

(i) 절댓값이 2인 수 : 2, -2

(ii) 절댓값이 3인 수 : 3, -3

따라서 구하는 정수는 2, -2, 3, -3의 4개이다. 답 4

0154

수직선에서 0을 나타내는 점과 정수 n을 나타내는 점 사이의 거리는 $|n|$이다.

n은 정수이므로 $|n|$도 정수이다.

$\frac{11}{5}$보다 작거나 같은 음이 아닌 정수는 0, 1, 2가 있다.

(ⅰ) $|n|=0$인 경우: $n=0$
(ⅱ) $|n|=1$인 경우: $n=1$ 또는 $n=-1$
(ⅲ) $|n|=2$인 경우: $n=2$ 또는 $n=-2$
따라서 조건을 만족시키는 정수 n은 $-2, -1, 0, 1, 2$이다.

답 $-2, -1, 0, 1, 2$

0155
a는 정수이므로 $|a|$도 정수이다.
-1 이상 2 이하인 음이 아닌 정수는 $0, 1, 2$가 있다.
(ⅰ) $|a|=0$인 경우: $a=0$
(ⅱ) $|a|=1$인 경우: $a=1$ 또는 $a=-1$
(ⅲ) $|a|=2$인 경우: $a=2$ 또는 $a=-2$
따라서 구하는 정수 a는 $0, 1, -1, 2, -2$의 5개이다.

답 ⑤

0156
자연수 a에 대하여 a 이하인 음이 아닌 정수는 $0, 1, \cdots, a-1, a$가 있다.
절댓값이 0인 정수는 1개이고, 절댓값이 자연수 n인 정수는 $n, -n$의 2개이다.
따라서 절댓값이 a 이하인 정수의 개수는
$1+\overbrace{2+2+\cdots+2}^{a\text{개}}=1+2\times a(\text{개})$
$1+2\times a=25$이므로 $2\times a=24$
$\therefore a=12$

답 ②

0157
$\frac{a}{3}$의 절댓값이 2보다 작거나 같으므로
a의 절댓값이 6보다 작거나 같다.
a는 정수이므로 $|a|$도 정수이고, 6보다 작거나 같은 음이 아닌 정수는
$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$이 있다.
(ⅰ) $|a|=0$인 경우: $a=0$
(ⅱ) $|a|=1$인 경우: $a=1$ 또는 $a=-1$
(ⅲ) $|a|=2$인 경우: $a=2$ 또는 $a=-2$
(ⅳ) $|a|=3$인 경우: $a=3$ 또는 $a=-3$
(ⅴ) $|a|=4$인 경우: $a=4$ 또는 $a=-4$
(ⅵ) $|a|=5$인 경우: $a=5$ 또는 $a=-5$
(ⅶ) $|a|=6$인 경우: $a=6$ 또는 $a=-6$
따라서 조건을 만족시키는 정수 a는
$0, 1, -1, 2, -2, 3, -3, 4, -4, 5, -5, 6, -6$
의 13개이다.

답 ⑤

0158
조건 (나)에서 x와 y는 부호가 반대이다.
$-y=z$라 하면 x와 y는 부호가 반대이므로 x와 z는 부호가 같다.
'$x<-y$일 때, $|x|>|-y|$'에서 '$x<z$일 때, $|x|>|z|$'로 나타낼 수 있다.
x와 z가 둘 다 양수이면 $x<z$일 때 $|x|<|z|$이므로 조건에 맞지 않다.
x와 z가 둘 다 음수이면 $x<z$일 때 $|x|>|z|$이므로 조건을 만족시킨다.
따라서 x는 음수이다.
조건 (다)에서 $|x|$의 약수가 2개이므로 $|x|$는 소수이다.
조건 (가)에서 $2\le|x|\le13$을 만족시키고 소수인 $|x|$의 값은 $2, 3, 5, 7, 11, 13$이다.
이때 x는 음수이므로 조건을 만족시키는 정수 x는
$-2, -3, -5, -7, -11, -13$
의 6개이다.

답 ④

유형 12. 두 수의 대소 관계

0159
① $|-3|=3$이므로 $|-3|>1$
② 양수는 음수보다 크므로 $-0.1<2$
③ $-\frac{1}{2}=-\frac{3}{6}$, $-\frac{1}{3}=-\frac{2}{6}$이고 $\left|-\frac{3}{6}\right|>\left|-\frac{2}{6}\right|$이므로 $-\frac{3}{6}<-\frac{2}{6}$
$\therefore -\frac{1}{2}<-\frac{1}{3}$
④ $1.6=\frac{16}{10}=\frac{48}{30}$, $\frac{4}{3}=\frac{40}{30}$이므로 $1.6>\frac{4}{3}$
⑤ $-2=-\frac{8}{4}$이므로 $\left|-\frac{7}{4}\right|<\left|-\frac{8}{4}\right|=|-2|$
따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

답 ③

0160
① 양수는 음수보다 크므로 $1>-3$
② $\left|-\frac{1}{3}\right|=\frac{1}{3}$이므로 $\left|-\frac{1}{3}\right|>-\frac{1}{2}$
③ $|-5|=5$이므로 $2<|-5|$
④ $-2=-\frac{6}{3}$이고 $\left|-\frac{6}{3}\right|>\left|-\frac{5}{3}\right|$이므로 $-\frac{6}{3}<-\frac{5}{3}$ $\therefore -2<-\frac{5}{3}$
⑤ $|0|=0$
따라서 옳은 것은 ④이다.

답 ④

0161
① $|-2|<|-3|$ $\therefore -2 \boxed{>} -3$
② $|-1|=1$, $|4|=4$ $\therefore |-1| \boxed{<} |4|$
③ $\frac{2}{3} \boxed{>} -1.7$
④ $\left|-\frac{5}{2}\right|=\frac{5}{2}$이므로 $\left|-\frac{5}{2}\right| \boxed{>} -5$
⑤ $\left|-\frac{5}{3}\right|=\frac{5}{3}=\frac{20}{12}$, $\left|-\frac{7}{4}\right|=\frac{7}{4}=\frac{21}{12}$이므로
$\left|-\frac{5}{3}\right|<\left|-\frac{7}{4}\right|$ $\therefore -\frac{5}{3} \boxed{>} -\frac{7}{4}$
따라서 부등호가 나머지 넷과 다른 하나는 ②이다.

답 ②

0162
① 모든 자연수는 정수이고, 모든 정수는 유리수이므로 모든 자연수는 유리수이다.
② 양의 정수가 아닌 정수는 0 또는 음의 정수이다.
③ 두 음수에서는 절댓값이 큰 수가 작다.
④ 양수 3과 음수 -9의 절댓값의 대소 관계는 $|3|<|-9|$이다.
⑤ 수직선 위에서 원점으로부터 어떤 수에 대응하는 점까지의 거리를 그 수의 절댓값이라고 한다.
따라서 옳은 것은 ①이다.

답 ①

유형 13. 세 수 이상의 대소 관계

0163
주어진 수를 양수와 음수로 구분하면
양수: $\frac{7}{2}=3.5$, $\frac{9}{5}=1.8$, 4, $|-2.3|=2.3$
음수: -3, -1.1
양수는 음수보다 크므로 주어진 수들의 대소를 비교하면

$-3<-1.1<\frac{9}{5}<|-2.3|<\frac{7}{2}<4$

따라서 가장 큰 수는 4이다. 답 4

0164

주어진 수를 양수와 음수로 구분하면

양수: $\frac{5}{2}=2.5$, 1.7, $|-2|=2$

음수: -2, $-|-4|=-4$, -3.1

음수는 양수보다 작으므로 주어진 수들의 대소를 비교하면

$-4<-3.1<-2<1.7<|-2|<\frac{5}{2}$

따라서 작은 수부터 차례대로 나열할 때 두 번째에 오는 수는 -3.1이다.

답 -3.1

0165

주어진 수를 양수와 음수로 구분하면

양수: $\frac{7}{4}=1.75$, 2

음수: -3, $-\frac{5}{2}=-2.5$, -1.8

(음수)<0<(양수)이므로 주어진 수들의 대소를 비교하면

$-3<-\frac{5}{2}<-1.8<0<\frac{7}{4}<2$

① 가장 큰 수는 2이다.

② 가장 작은 수는 -3이다.

③ 가장 큰 음수는 -1.8이다.

④ 0보다 작은 수는 -3, $-\frac{5}{2}$, -1.8의 3개이다.

⑤ $|-3|=3$, $\left|-\frac{5}{2}\right|=\frac{5}{2}=2.5$, $|-1.8|=1.8$이므로

$0<\frac{7}{4}<|-1.8|<2<\left|-\frac{5}{2}\right|<|-3|$

그러므로 절댓값이 네 번째로 큰 수는 -1.8이다.

따라서 옳은 것은 ④이다. 답 ④

0166

전개도로 만든 정육면체에서 X는 -2와 Y는 $\frac{11}{3}$과 Z는 2.7과 마주보는 면에 있으므로

$X=2$, $Y=-\frac{11}{3}$, $Z=-2.7$

따라서 $-\frac{11}{3}<-2.7<2$이므로 두 번째로 큰 수는 -2.7, 즉 Z이다. 답 Z

유형 14. 부등호의 사용

0167

(1) a의 절댓값이 2보다 크고 4보다 크지 않다.

→ a의 절댓값이 2보다 크고 4보다 작거나 같다.

→ $2<|a|\le 4$

(2) a는 정수이므로 $|a|$도 정수이다.

2보다 크고 4보다 작거나 같은 정수는 3, 4가 있다.

(i) $|a|=3$인 경우: $a=3$ 또는 $a=-3$

(ii) $|a|=4$인 경우: $a=4$ 또는 $a=-4$

따라서 문장을 만족시키는 정수 a의 개수는 3, -3, 4, -4의 4이다.

답 (1) $2<|a|\le 4$ (2) 4

0168

① x는 -1보다 작다. → $x<-1$

② x는 -5 초과이고 -1 미만이다. → $-5<x<-1$

③ x는 2보다 크고 7 미만이다. → $2<x<7$

④ x는 0 초과이고 4보다 크지 않다.

→ x는 0 초과이고 4보다 작거나 같다.

→ $0<x\le 4$

⑤ x는 -1보다 작지 않고 3보다 크지 않다.

→ x는 -1보다 크거나 같고 3보다 작거나 같다.

→ $-1\le x\le 3$

따라서 옳은 것은 ②이다. 답 ②

0169

'x는 0 초과이다.'를 부등호로 나타내면 $x>0$

'x는 3 이하이다.'를 부등호로 나타내면 $x\le 3$

따라서 $x>0$과 $x\le 3$의 공통범위를 구하면

$0<x\le 3$ 답 ②

0170

조건 (가)에서 $y<1$이고, 조건 (나)에서 $|y|>3$이므로

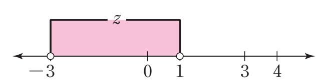
$y<-3$

조건 (가)에서 $z<1$이고, 조건 (나)에서 $|z|<3$이므로

$-3<z<1$

조건 (라)에서 x가 z보다 4에 더 가깝고, 조건 (다)에서 $|x|=3$이므로

아래 수직선에서 $x=3$이어야 한다.



따라서 $y<-3<z<1<3=x$이므로

$y<z<x$ 답 ④

유형 15. 주어진 범위에 속하는 수

0171

① 정수는 양의 정수, 음의 정수, 0으로 구성된다.

따라서 정수는 자연수가 아니다.

② -2보다 크고 3보다 작거나 같은 유리수는 무수히 많다.

③ 모든 유리수는 분수 꼴로 나타낼 수 있다.

④ 음수인 경우에는 수직선에서 왼쪽에 있는 수가 오른쪽에 있는 수보다 절댓값이 크다.

⑤ 절댓값은 수직선에서 0을 나타내는 점과 어떤 수를 나타내는 점 사이의 거리이다.

$|-m|=|m|$이고 $|-n|=|n|$이므로 $|m|<|n|$에서 $|-m|<|-n|$

$|-m|<|-n|$이므로 $-m$이 $-n$보다 원점에 더 가깝다.

답 ⑤

0172

② $|-3|=3$이므로 $a=|-3|$은 $-3\le a<3$을 만족시키지 않는다.

③ $-\frac{8}{3}=-2.66\cdots$이므로 a가 될 수 있다. 답 ②

0173

'-3보다 크고 0보다 크지 않다.' ↔ '-3보다 크고 0보다 작거나 같다.'

따라서 조건을 만족시키는 정수는 -2, -1, 0의 3개이다. 답 ③

0174

$x-2\le a<y+4$를 만족시키는 10개의 정수는
$x-2,\ x-1,\ x,\ x+1,\ x+2,\ x+3,\ x+4,\ x+5,\ x+6,\ x+7$이다.
따라서 $x+7=y+3$이므로
$y-x=7-3=4$

답 ①

0175

$-\frac{20}{5}<-\frac{17}{5}<-\frac{15}{5}$이므로 $-4<-\frac{17}{5}<-3$이고,
$\frac{6}{6}<\frac{11}{6}<\frac{12}{6}$이므로 $1<\frac{11}{6}<2$이다.
따라서 $-\frac{17}{5}$과 $\frac{11}{6}$ 사이에 있는 정수의 개수는 $-3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1$의 5이다.

답 ⑤

0176

$\frac{4}{5}$가 나타내는 점에서 오른쪽 방향으로 $\frac{12}{5}$만큼 떨어진 점은 $\frac{4}{5}+\frac{12}{5}=\frac{16}{5}$
$\frac{0}{5}<\frac{4}{5}<\frac{5}{5}$이므로 $0<\frac{4}{5}<1$이고, $\frac{15}{5}<\frac{16}{5}<\frac{20}{5}$이므로 $3<\frac{16}{5}<4$이다.
따라서 $\frac{4}{5}$와 $\frac{16}{5}$ 사이에 있는 정수의 개수는 1, 2, 3의 3이다.

답 ③

0177

$-\frac{3}{3}<-\frac{1}{3}<\frac{0}{3}$이므로 $-1<-\frac{1}{3}<0$이고, $\frac{8}{2}=4$이다.
따라서 $-\frac{1}{3}$보다 크고 $\frac{8}{2}$ 이하인 정수는 0, 1, 2, 3, 4이므로 $a=5$
$-5<-4.7<-4$이므로 -4.7보다 큰 음의 정수는 $-4,\ -3,\ -2,\ -1$이다.
$\therefore b=4$
$\therefore a+b=5+4=9$

답 ⑤

0178

$\frac{8}{3}=2.66\cdots$이므로 $-4.9<Q\le\frac{8}{3}$에서 $-4.9<Q\le2.66\cdots$
이를 만족시키는 정수는 $-4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$의 7개이므로 $x=7$
음의 정수는 $-4,\ -3,\ -2,\ -1$의 4개이므로 $y=4$
양의 정수는 1, 2의 2개이므로 $z=2$
$\therefore x+y-z=7+4-2=9$

답 ②

0179

$\frac{32}{5}=6.4$이므로 1.3과 $\frac{32}{5}$ 사이에 있는 자연수는 2, 3, 4, 5, 6의 5개이다.
$\therefore a=5$
$-3,\ +1,\ 0,\ +4,\ -5,\ -2$를 수직선 위에 대응시키면 다음과 같으므로
왼쪽에서 두 번째에 대응하는 수는 -3이다.
$\therefore b=-3$

답 $a=5,\ b=-3$

0180

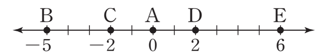
$-\frac{7}{5}=-\frac{14}{10},\ \frac{1}{2}=\frac{5}{10}$이므로 $-\frac{7}{5}$과 $\frac{1}{2}$ 사이에 있는 분모가 10이고 분자가 정수인 분수 중 기약분수인 것은
$-\frac{13}{10},\ -\frac{11}{10},\ -\frac{9}{10},\ -\frac{7}{10},\ -\frac{3}{10},\ -\frac{1}{10},\ \frac{1}{10},\ \frac{3}{10}$의 8개이다.

답 ②

백점 도전하기

0181 유형 06 38쪽

앞을 수직선의 오른쪽으로 하고, A의 위치를 0을 나타내는 점으로 하여 나머지 B, C, D, E의 위치도 수직선 위에 나타내어 보자.

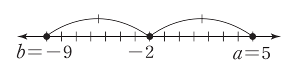


조건 (가)에서 C는 A보다 2 m 뒤에 있으므로 수직선 위에서 C의 위치는 -2를 나타내는 점이다.
조건 (나)에서 C는 B보다 3 m 앞에 있으므로 수직선 위에서 B의 위치는 -5를 나타내는 점이다.
조건 (다)에서 E는 C보다 8 m 앞에 있으므로 수직선 위에서 E의 위치는 6을 나타내는 점이다.
수직선에서 가장 오른쪽에 있는 점을 찾아보자.
조건 (라)에서 D는 맨 앞 사람인 E와 뒤에서 두 번째 사람인 C의 가운데에 있으므로 수직선 위에서 D의 위치는 2를 나타내는 점이다.
따라서 5명의 순서를 앞에서부터 차례대로 나열하면
E, D, A, C, B이다.

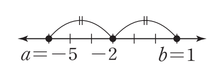
답 ⑤

0182 유형 07 39쪽

$|a|=5 \to a=5$ 또는 $a=-5$
a의 절댓값이 5이므로 a는 5 또는 -5이다.
(i) $a=5$일 때
수직선에서 5, b를 나타내는 두 점으로부터 같은 거리에 있는 점이 나타내는 수가 -2이기 위해서는 $b=-9$이어야 한다.



(ii) $a=-5$일 때
수직선에서 -5, b를 나타내는 두 점으로부터 같은 거리에 있는 점이 나타내는 수가 -2이기 위해서는 $b=1$이어야 한다.



(i), (ii)에 의하여 음수 b의 값은 -9이다.

답 -9

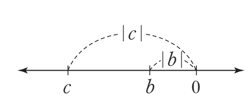
0183 유형 10 41쪽

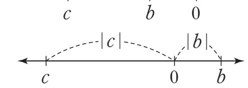
$|2|=2,\ \left|-\frac{7}{3}\right|=\frac{7}{3}$이고 $2<\frac{7}{3}$이므로
$M\left(2,\ -\frac{7}{3}\right)=-\frac{7}{3}$ 2, $-\frac{7}{3}$ 중 $-\frac{7}{3}$의 절댓값이 더 커.
즉, $m\left(-2,\ M\left(2,\ -\frac{7}{3}\right)\right)=m\left(-2,\ -\frac{7}{3}\right)$
$|-2|=2,\ \left|-\frac{7}{3}\right|=\frac{7}{3}$이고 $2<\frac{7}{3}$이므로
$m\left(-2,\ -\frac{7}{3}\right)=-2$ $-2,\ -\frac{7}{3}$ 중 -2의 절댓값이 더 작아.

답 -2

0184 유형 15 45쪽

조건 (가), (나)에서 $|a|\times|b|\times|c|=18,\ |a|\le|b|\le|c|$이고
$|a|,\ |b|,\ |c|$는 음이 아닌 정수이므로 $|a|,\ |b|,\ |c|$의 값을 $(|a|,\ |b|,\ |c|)$로 나타내면
$(1,\ 1,\ 18),\ (1,\ 2,\ 9),\ (1,\ 3,\ 6),\ (2,\ 3,\ 3)$
조건 (나), (다)에서 $|b|\le|c|,\ c\le b$이므로
$b,\ c$를 수직선에 나타내면 오른쪽 두 그림 중 하나와 같아야 한다.
즉, $c\le0$이어야 한다.





(i) $|a|=1,\ |b|=1,\ |c|=18$일 때
$c\le0$이고 $|c|=18$이므로 $c=-18$
$|c|=18$에서 $c=18$ 또는 $c=-18$ 이때 c는 0보다 작거나 같으므로 $c=-18$
$|a|=1$에서 $a=1$ 또는 $a=-1$
$|b|=1$에서 $b=1$ 또는 $b=-1$
이때 조건 (다)에서 $c\le b\le a$이므로 가능한 $a,\ b,\ c$의 값을 $(a,\ b,\ c)$로 나

타내면

$(1, 1, -18)$, $(1, -1, -18)$, $(-1, -1, -18)$로 3개이다.

(ii) $|a|=1$, $|b|=2$, $|c|=9$일 때

$c\le 0$이고 $|c|=9$이므로 $c=-9$

$|a|=1$에서 $a=1$ 또는 $a=-1$ $|c|=9$에서 $c=9$ 또는 $c=-9$ 이때 c는 0보다 작거나 같으므로 $c=-9$

$|b|=2$에서 $b=2$ 또는 $b=-2$

이때 조건 (다)에서 $c\le b\le a$이므로 가능한 a, b, c의 값을 (a, b, c)로 나타내면

$(1, -2, -9)$, $(-1, -2, -9)$로 2개이다.

(iii) $|a|=1$, $|b|=3$, $|c|=6$일 때

$c\le 0$이고 $|c|=6$이므로 $c=-6$

$|a|=1$에서 $a=1$ 또는 $a=-1$ $|c|=6$에서 $c=6$ 또는 $c=-6$ 이때 c는 0보다 작거나 같으므로 $c=-6$

$|b|=3$에서 $b=3$ 또는 $b=-3$

이때 조건 (다)에서 $c\le b\le a$이므로 가능한 a, b, c의 값을 (a, b, c)로 나타내면

$(1, -3, -6)$, $(-1, -3, -6)$으로 2개이다.

(iv) $|a|=2$, $|b|=3$, $|c|=3$일 때

$c\le 0$이고 $|c|=3$이므로 $c=-3$

$|a|=2$에서 $a=2$ 또는 $a=-2$

$|b|=3$에서 $b=3$ 또는 $b=-3$

이때 조건 (다)에서 $c\le b\le a$이므로 가능한 a, b, c의 값을 (a, b, c)로 나타내면

$(2, -3, -3)$, $(-2, -3, -3)$으로 2개이다.

(i)~(iv)에 의하여 (a, b, c)의 개수는

$3+2+2+2=9$(개)

답 ④

서술형 격파하기

예제 1	(1) $\frac{23}{6}$ (2) $\frac{5}{4}$	유제 1	12
예제 2	$-\frac{11}{2}$	유제 2	-1
예제 3	4		
유제 3	(1) $-3\le a<\frac{7}{4}$ (2) $1, -\frac{5}{4}, 0.6, -2$		
예제 4	$-1, -2$	유제 4	$A<D<B<C$

예제 1

STEP ❶ $\left|+\frac{4}{3}\right|=a$, $\left|-\frac{5}{2}\right|=b$를 구한 후 $a+b$의 값을 구한다.

(1) $a=\left|+\frac{4}{3}\right|=\frac{4}{3}$, $b=\left|-\frac{5}{2}\right|=\frac{5}{2}$

$\therefore a+b=\frac{4}{3}+\frac{5}{2}=\frac{8}{6}+\frac{15}{6}$

$=\frac{23}{6}$ ····· 채점기준 ① | 50%

STEP ❷ 양수 k에 대하여 $|x|=k$이면 $x=k$ 또는 $x=-k$임을 이용한다.

(2) a의 절댓값이 $\frac{1}{2}$이므로 a는 $\frac{1}{2}$ 또는 $-\frac{1}{2}$이다.

b의 절댓값이 $\frac{3}{4}$이므로 b는 $\frac{3}{4}$ 또는 $-\frac{3}{4}$이다.

이때 $a+b$의 값이 최대가 되기 위해서는 a, b의 값이 각각 최대이어야 하므로 $a=\frac{1}{2}$, $b=\frac{3}{4}$이어야 한다.

따라서 $a+b$의 최댓값은

$\frac{1}{2}+\frac{3}{4}=\frac{2}{4}+\frac{3}{4}=\frac{5}{4}$ ····· 채점기준 ② | 50%

답 (1) $\frac{23}{6}$ (2) $\frac{5}{4}$

채점기준

① (1)의 $a+b$의 값을 구한다.	50%
② (2)의 $a+b$의 최댓값을 구한다.	50%

유제 1

STEP ❶ $|a|$, $|b|$의 값에 따라 경우를 나눈 후 조건을 만족시키는 (a, b)의 개수를 구한다.

a, b는 정수이므로 $|a|$, $|b|$는 음이 아닌 정수이다.

따라서 $|a|+|b|=3$을 만족시키는 $|a|$, $|b|$의 값을 표로 나타내면 다음과 같다.

$\lvert a\rvert$	0	1	2	3
$\lvert b\rvert$	3	2	1	0

····· 채점기준 ① | 50%

(i) $|a|=0$, $|b|=3$일 때

$|a|=0$에서 $a=0$

$|b|=3$에서 $b=3$ 또는 $b=-3$

따라서 (a, b)는 $(0, 3)$, $(0, -3)$의 2개이다.

(ii) $|a|=1$, $|b|=2$일 때

$|a|=1$에서 $a=1$ 또는 $a=-1$

$|b|=2$에서 $b=2$ 또는 $b=-2$

따라서 (a, b)는

$(1, 2)$, $(1, -2)$, $(-1, 2)$, $(-1, -2)$의 4개이다.

(iii) $|a|=2$, $|b|=1$일 때

(ii)와 마찬가지로 (a, b)는 4개이다.

(iv) $|a|=3$, $|b|=0$일 때

(i)과 마찬가지로 (a, b)는 2개이다. ····· 채점기준 ② | 30%

(i)~(iv)에 의하여 (a, b)의 개수는

$2+4+4+2=12$ ····· 채점기준 ③ | 20%

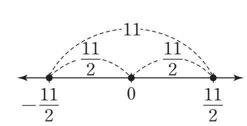
답 12

채점기준

① $\lvert a\rvert+\lvert b\rvert=3$을 만족시키는 $\lvert a\rvert$, $\lvert b\rvert$의 값을 구한다.	50%
② 각각의 경우에 따른 (a, b)의 개수를 구한다.	30%
③ (a, b)의 총 개수를 구한다.	20%

예제 2

STEP ❶ 두 수 a, b를 나타내는 두 점이 0을 나타내는 점으로부터 같은 거리에 있음을 이용한다.



조건 (가)에 의하여 두 수 a, b를 나타내는 두 점이 0을 나타내는 점으로부터 떨어진 거리는 서로 같다.

조건 (나)에 의하여 두 점 사이의 거리는 11이므로 두 점은 0을 나타내는 점으로부터 각각

$11\times\frac{1}{2}=\frac{11}{2}$만큼 떨어져 있다. ····· 채점기준 ① | 50%

따라서 a, b의 절댓값은 $\frac{11}{2}$이고,

조건 (나)에서 $a<b$이므로

$a=-\frac{11}{2}$ ····· 채점기준 ② | 50%

답 $-\frac{11}{2}$

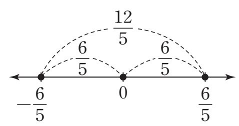
채점기준

① 두 점이 0을 나타내는 점으로부터 얼마만큼 떨어져 있는지 구한다.	50%
② a의 값을 구한다.	50%

유제 2

STEP ❶ 두 수의 절댓값이 $\frac{6}{5}$임을 이용한다.

두 수의 절댓값이 같으므로 두 수를 나타내는 두 점이 0을 나타내는 점으로부터 떨어진 거리는 서로 같다.



두 점 사이의 거리는 $\frac{12}{5}$이므로 두 점이 0을 나타내는 점으로부터 떨어진 거리는

각각 $\frac{12}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{6}{5}$이다. ······ 채점기준 ① | 50%

따라서 두 수의 절댓값이 $\frac{6}{5}$이므로 두 수는 각각 $\frac{6}{5}$, $-\frac{6}{5}$이다.

$\frac{5}{5}<\frac{6}{5}<\frac{10}{5}$이므로 $1<\frac{6}{5}<2$이고,

$-\frac{10}{5}<-\frac{6}{5}<-\frac{5}{5}$이므로 $-2<-\frac{6}{5}<-1$이다.

따라서 $-\frac{6}{5}$과 $\frac{6}{5}$ 사이의 정수는 -1, 0, 1이므로

두 수 사이의 정수 중 가장 작은 수는 -1이다. ······ 채점기준 ② | 50%

답 -1

채점기준	
① 두 점이 0을 나타내는 점으로부터 얼마만큼 떨어져 있는지 구한다.	50%
② 두 수 사이의 정수 중 가장 작은 수를 구한다.	50%

예제 3

STEP ❶ 두 유리수 $-\frac{10}{3}$, $\frac{30}{7}$ 사이에 있는 정수를 구한다.

$-\frac{12}{3}<-\frac{10}{3}<-\frac{9}{3}$이므로 $-4<-\frac{10}{3}<-3$이고,

$\frac{28}{7}<\frac{30}{7}<\frac{35}{7}$이므로 $4<\frac{30}{7}<5$이다.

따라서 $-\frac{10}{3}$과 $\frac{30}{7}$ 사이에 있는 정수는 -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4이다.

······ 채점기준 ① | 50%

각 수의 절댓값을 구하면

$|4|=4$, $|-3|=|3|=3$, $|-2|=|2|=2$, $|-1|=|1|=1$, $|0|=0$

이므로 절댓값이 가장 큰 수는 4이다. ······ 채점기준 ② | 50%

답 4

채점기준	
① 두 수 $-\frac{10}{3}$, $\frac{30}{7}$ 사이에 있는 정수를 구한다.	50%
② 절댓값이 가장 큰 수를 구한다.	50%

유제 3

STEP ❶ 주어진 식을 부등호를 사용하여 나타낸다.

(1) a는 -3 이상이고 $\frac{7}{4}$보다 작다.

→ $-3\le a<\frac{7}{4}$ ······ 채점기준 ① | 50%

STEP ❷ 문제에서 주어진 수들의 크기를 비교한다.

(2) $-\frac{5}{4}=-1.25$, $\frac{11}{5}=2.2$이고 $\frac{7}{4}=1.75$이므로 |보기|의 수들과 -3, $\frac{7}{4}$을 크기 순으로 나열하면

$-4.2<-3<-2<-\frac{5}{4}<0.6<1<\frac{7}{4}<\frac{11}{5}<5$

따라서 $-3\le a<\frac{7}{4}$을 만족시키는 수는 -2, $-\frac{5}{4}$, 0.6, 1이다.

······ 채점기준 ② | 50%

답 (1) $-3\le a<\frac{7}{4}$ (2) 1, $-\frac{5}{4}$, 0.6, -2

채점기준	
① 주어진 식을 부등호를 사용하여 나타낸다.	50%
② (1)에서 구한 식을 만족시키는 a의 값을 모두 구한다.	50%

예제 4

STEP ❶ 조건을 만족시키는 정수를 구한다.

$-\frac{7}{3}=-2.33\cdots$이므로 $-\frac{7}{3}$보다 크고 4.1보다 작거나 같은 정수는

-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4

따라서 음의 정수 n은 -1, -2이다. ······ 채점기준 ① | 100%

답 -1, -2

채점기준	
① 조건을 만족시키는 음의 정수 n을 모두 구한다.	100%

유제 4

STEP ❶ 조건 (다)를 이용하여 점 d의 위치를 찾는다.

조건 (다)에서 두 점 a, b 사이에 원점이 있으므로 A와 B의 부호는 반대이다.

또, 두 점 a, b 사이에 점 d가 있는데 점 d가 원점과 점 b 사이에 있으면 점 d가 점 b보다 원점에 가까우므로 조건 (나)에 모순이다.

따라서 점 d는 점 a와 원점 사이에 있다. ······ 채점기준 ① | 40%

STEP ❷ 조건 (가), (나), (라)를 이용하여 점 b, c의 위치를 찾는다.

조건 (가)에서 점들이 원점을 기준으로 왼쪽에 2개, 오른쪽에 2개 위치하는데, 점 d가 점 a와 원점 사이에 있으므로 둘은 같은 쪽에 위치한다.

따라서 점 b와 점 c가 같은 쪽에 위치한다.

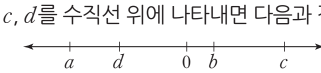
조건 (라)에서 점 c가 원점의 오른쪽에 있으므로 점 b도 원점의 오른쪽에 있다.

조건 (나)에서 원점에 가장 가까운 점이 b이므로 점 c는 점 b와 같이 원점의 오른쪽에 위치하지만, 점 b보다 원점으로부터 더 멀리 떨어져 있다.

······ 채점기준 ② | 40%

STEP ❸ 네 점 a, b, c, d를 수직선 위에 나타낸다.

따라서 네 점 a, b, c, d를 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



$\therefore$ A<D<B<C ······ 채점기준 ③ | 20%

답 A<D<B<C

채점기준	
① 점 d의 위치를 구한다.	40%
② 두 점 b, c의 위치를 구한다.	40%
③ 네 수 A, B, C, D의 대소 관계를 파악한다.	20%

03 유리수의 계산

0185	④	0186	$\frac{25}{12}$	0187	④	0188	풀이 참조	0189	③
0190	②	0191	$\frac{31}{20}$	0192	②	0193	풀이 참조	0194	$-\frac{33}{8}$
0195	④	0196	④	0197	③	0198	-100	0199	$-\frac{61}{15}$
0200	19.6℃	0201	①	0202	④	0203	풀이 참조	0204	2
0205	④	0206	③	0207	-5	0208	$\frac{38}{3}$	0209	$\frac{11}{10}$
0210	-4	0211	③	0212	$\frac{11}{12}$	0213	③	0214	⑤
0215	$\frac{11}{2}$	0216	$-\frac{5}{6}$	0217	$\frac{35}{6}$	0218	$\frac{3}{20}$	0219	9
0220	$\frac{37}{18}$	0221	①	0222	④	0223	$-\frac{9}{5}$	0224	①
0225	②	0226	①	0227	3	0228	②	0229	8
0230	$\frac{2}{9}$	0231	$-\frac{3}{2}$	0232	⑤	0233	③	0234	-1
0235	①	0236	①	0237	분배법칙	0238	4999	0239	50
0240	11배	0241	⑤	0242	②	0243	70.02	0244	$-\frac{5}{8}$
0245	③	0246	②	0247	②	0248	②	0249	$-\frac{20}{9}$
0250	②	0251	⑤	0252	$-\frac{21}{10}$	0253	$-\frac{2}{3}$	0254	-8
0255	③	0256	④	0257	풀이 참조	0258	$\frac{175}{6}$	0259	③
0260	②	0261	②	0262	④	0263	4	0264	④
0265	풀이 참조	0266	③	0267	$\frac{1}{6}$	0268	③	0269	①, ④
0270	⑤	0271	①	0272	⑤	0273	①	0274	④
0275	⑤	0276	②	0277	풀이 참조	0278	③	0279	⑤
0280	④	0281	④	0282	풀이 참조	0283	④	0284	③
0285	②	0286	③	0287	③	0288	풀이 참조	0289	10
0290	③, ⑤	0291	$-\frac{13}{5}$	0292	6	0293	$\frac{1}{30}$	0294	$\frac{5}{14}$
0295	③	0296	풀이 참조	0297	$\frac{97}{20}$	0298	③	0299	①
0300	15.5점	0301	⑤	0302	11.4%	0303	풀이 참조	0304	풀이 참조
0305	6	0306	$-\frac{320}{3}$	0307	풀이 참조	0308	②		

유형 정복하기

유형 01. 유리수의 덧셈

0185

$$A=\left(-\frac{1}{3}\right)+(+3)=\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(+\frac{9}{3}\right)$$
$$=+\left(\frac{9}{3}-\frac{1}{3}\right)=+\frac{8}{3}$$
$$B=\left(-\frac{3}{2}\right)+\left(+\frac{5}{6}\right)=\left(-\frac{9}{6}\right)+\left(+\frac{5}{6}\right)$$
$$=-\left(\frac{9}{6}-\frac{5}{6}\right)=-\frac{4}{6}$$
$$\therefore A+B=\left(+\frac{8}{3}\right)+\left(-\frac{4}{6}\right)=\left(+\frac{16}{6}\right)+\left(-\frac{4}{6}\right)$$
$$=+\left(\frac{16}{6}-\frac{4}{6}\right)=+\frac{12}{6}=2$$

답 ④

0186

다섯 개의 수를 크기 순으로 나열하면

$$-\frac{7}{2}<-2<-\frac{3}{4}<+\frac{5}{3}<+\frac{17}{6}$$

따라서 가장 큰 수는 $+\frac{17}{6}$이므로 $M=+\frac{17}{6}$

다섯 개의 수의 절댓값을 구해 보면

$\left|+\frac{5}{3}\right|=\frac{5}{3}$, $\left|-\frac{3}{4}\right|=\frac{3}{4}$, $\left|-\frac{7}{2}\right|=\frac{7}{2}$, $\left|+\frac{17}{6}\right|=\frac{17}{6}$, $|-2|=2$이므로

$$\left|-\frac{3}{4}\right|<\left|+\frac{5}{3}\right|<|-2|<\left|+\frac{17}{6}\right|<\left|-\frac{7}{2}\right|$$

따라서 절댓값이 가장 작은 수는 $-\frac{3}{4}$이므로 $m=-\frac{3}{4}$

$$\therefore M+m=\left(+\frac{17}{6}\right)+\left(-\frac{3}{4}\right)=+\left(\frac{17}{6}-\frac{3}{4}\right)=+\left(\frac{34}{12}-\frac{9}{12}\right)=\frac{25}{12}$$

답 $\frac{25}{12}$

0187

$\frac{2}{3}$와 $\frac{7}{4}$ 사이에 있는 수 중 분모가 4인 기약분수는 $\frac{3}{4}$과 $\frac{5}{4}$이므로 그 합은

$$\left(+\frac{3}{4}\right)+\left(+\frac{5}{4}\right)=\frac{8}{4}=2$$

답 ④

유형 02. 덧셈의 계산 법칙

0188

㉠에서는 덧셈에 대한 교환법칙,
㉡에서는 덧셈에 대한 결합법칙이 이용되었다.

답 ㉠ 덧셈에 대한 교환법칙, ㉡ 덧셈에 대한 결합법칙

0189

주어진 계산 과정에서 덧셈에 대한 결합법칙이 이용된 곳은 ③이다.

답 ③

유형 03. 유리수의 뺄셈

0190

각 도시의 일교차를 구해 보면 다음과 같다.

서울 : $(+4.1)-(-6.4)=(+4.1)+(+6.4)=10.5(℃)$
도쿄 : $(-2)-(-8.9)=(-2)+(+8.9)=6.9(℃)$
베이징 : $(+6.3)-(-1.2)=(+6.3)+(+1.2)=7.5(℃)$
시드니 : $(+20.3)-(+11.6)=(+20.3)+(-11.6)=8.7(℃)$
모스크바 : $(-10.7)-(-21.9)=(-10.7)+(+21.9)=11.2(℃)$

따라서 일교차가 가장 작은 도시는 도쿄이다.

답 ②

0191

$$x=\left(+\frac{7}{4}\right)+\left(-\frac{5}{6}\right)=\left(+\frac{21}{12}\right)+\left(-\frac{10}{12}\right)=\frac{21}{12}-\frac{10}{12}=\frac{11}{12}$$
$$y=\left(+\frac{2}{3}\right)-\left(-\frac{9}{5}\right)=\left(+\frac{2}{3}\right)+\left(+\frac{9}{5}\right)=\left(+\frac{10}{15}\right)+\left(+\frac{27}{15}\right)=\frac{37}{15}$$
$$\therefore x-y=\left(+\frac{11}{12}\right)-\left(+\frac{37}{15}\right)=\left(+\frac{11}{12}\right)+\left(-\frac{37}{15}\right)=\left(+\frac{55}{60}\right)+\left(-\frac{148}{60}\right)$$
$$=-\left(\frac{148}{60}-\frac{55}{60}\right)=-\frac{93}{60}=-\frac{31}{20}$$
$$\therefore |x-y|=\left|-\frac{31}{20}\right|=\frac{31}{20}$$

답 $\frac{31}{20}$

유형 04. 수직선으로 나타내어진 덧셈과 뺄셈

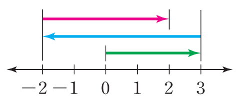
0192

주어진 그림은 0을 나타내는 점에서 오른쪽으로 7만큼 이동한 다음, 그 점에서 다시 왼쪽으로 4만큼 이동한 결과는 0을 나타내는 점에서 오른쪽으로 3만큼 이동한 것과 같음을 나타낸다.
따라서 그림이 나타내는 덧셈의 식은
$(+7)+(-4)=+3$

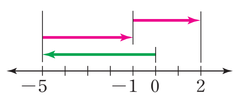
답 ②

0193

(1) $\{(+3)-(+5)\}+(+4)=2$이고,
수직선을 이용하여 계산해 보면 다음과 같다.



(2) $(+3)+\{(-5)+(+4)\}=2$이고,
수직선을 이용하여 계산해 보면 다음과 같다.



(3) (1), (2)의 답이 같으므로 덧셈의 결합법칙을 확인할 수 있다.

답 (1), (2) 풀이 참조 (3) 덧셈의 결합법칙

유형 05. 덧셈과 뺄셈의 혼합 계산

0194

$(-3)-\left(+\frac{3}{2}\right)-\left(-\frac{7}{4}\right)+(-2)+\left(+\frac{5}{8}\right)$

$=(-3)+\left(-\frac{3}{2}\right)+\left(+\frac{7}{4}\right)+(-2)+\left(+\frac{5}{8}\right)$

$=\left\{(-3)+\left(-\frac{3}{2}\right)+(-2)\right\}+\left\{\left(+\frac{7}{4}\right)+\left(+\frac{5}{8}\right)\right\}$

$=\left\{\left(-\frac{6}{2}\right)+\left(-\frac{3}{2}\right)+\left(-\frac{4}{2}\right)\right\}+\left\{\left(+\frac{14}{8}\right)+\left(+\frac{5}{8}\right)\right\}$

$=\left(-\frac{13}{2}\right)+\left(+\frac{19}{8}\right)=\left(-\frac{52}{8}\right)+\left(+\frac{19}{8}\right)=-\frac{33}{8}$

답 $-\frac{33}{8}$

0195

주어진 식을 올바르게 계산해 보면

$\left\{\left(-\frac{3}{5}\right)-\left(+\frac{2}{3}\right)\right\}-\left(-\frac{3}{10}\right)$

$=\left\{\left(-\frac{3}{5}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right)\right\}-\left(-\frac{3}{10}\right)$

$=\left\{\left(-\frac{3}{5}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right)\right\}+\left(+\frac{3}{10}\right)$

$=\left\{\left(-\frac{9}{15}\right)+\left(-\frac{10}{15}\right)\right\}+\left(+\frac{3}{10}\right)$

$=\left(-\frac{19}{15}\right)+\left(+\frac{3}{10}\right)$

$=\left(-\frac{38}{30}\right)+\left(+\frac{9}{30}\right)$

$=-\frac{29}{30}$

따라서 계산이 처음으로 틀린 곳은 ㉣이다.

답 ④

0196

① $-4-5+8-10$
$=(-4)+(-5)+(+8)+(-10)$
$=\{(-4)+(-5)+(-10)\}+(+8)$
$=(-19)+(+8)=-11$

② $\left(-\frac{1}{4}\right)+\left(-\frac{1}{6}\right)$
$=\left(-\frac{3}{12}\right)+\left(-\frac{2}{12}\right)=-\frac{5}{12}$

③ $\frac{5}{3}-\frac{8}{5}=\left(+\frac{5}{3}\right)+\left(-\frac{8}{5}\right)$
$=\left(+\frac{25}{15}\right)+\left(-\frac{24}{15}\right)$
$=\frac{1}{15}$

④ $(-3.5)-(-2.9)$
$=(-3.5)+(+2.9)$
$=-0.6$

⑤ $\left(-\frac{2}{7}\right)+\left(+\frac{4}{3}\right)=\left(-\frac{6}{21}\right)+\left(+\frac{28}{21}\right)$
$=\frac{22}{21}$

따라서 계산 결과가 옳지 않은 것은 ④이다.

답 ④

0197

① $1-2+3-4+5$
$=(+1)+(-2)+(+3)+(-4)+(+5)$
$=\{(+1)+(+3)+(+5)\}+\{(-2)+(-4)\}$
$=(+9)+(-6)=3$

② $1-(2-3)-(4-5)$
$=(+1)-\{(+2)+(-3)\}-\{(+4)+(-5)\}$
$=(+1)-(-1)-(-1)$
$=(+1)+(+1)+(+1)=3$

③ $(1-2)-(3-4)+5$
$=\{(+1)+(-2)\}-\{(+3)+(-4)\}+(+5)$
$=(-1)-(-1)+(+5)$
$=(-1)+(+1)+(+5)=5$

④ $(1+3+5)-(2+4)=9-6=3$

⑤ $(1+3+5)+\{(-2)+(-4)\}=9+(-6)=3$

따라서 계산한 결과가 나머지 넷과 다른 하나는 ③이다.

답 ③

0198

$1+2-3-4+5+6-7-8+\cdots+97+98-99-100$
$=1+2+(-3)+(-4)+5+6+(-7)+(-8)+\cdots$
$\quad+97+98+(-99)+(-100)$
$=\{1+2+(-3)+(-4)\}+\{5+6+(-7)+(-8)\}+\cdots$
$\quad+\{97+98+(-99)+(-100)\}$
$=\underbrace{(-4)+(-4)+\cdots+(-4)}_{25\text{개}}=-100$

답 -100

유형 06. ○보다 □만큼 큰(작은) 수

0199

-2보다 $\frac{1}{3}$만큼 작은 수가 a이므로

$a=-2-\frac{1}{3}=-\frac{6}{3}-\frac{1}{3}=-\frac{7}{3}$

a보다 $\frac{3}{5}$만큼 큰 수가 b이므로

$b=a+\frac{3}{5}=-\frac{7}{3}+\frac{3}{5}=-\frac{35}{15}+\frac{9}{15}=-\frac{26}{15}$

$\therefore a+b=-\frac{7}{3}+\left(-\frac{26}{15}\right)=-\frac{35}{15}-\frac{26}{15}=-\frac{61}{15}$ 답 $-\frac{61}{15}$

0200

모스크바의 평균 기온이 도쿄보다 7.3℃만큼 낮으므로
모스크바의 평균 기온은 $15.4-7.3=8.1$(℃)
시드니의 평균 기온이 모스크바보다 12.7℃만큼 높으므로
시드니의 평균 기온은 $8.1+12.7=20.8$(℃)
아테네의 평균 기온이 시드니보다 1.2℃만큼 낮으므로
구하는 아테네의 평균 기온은 $20.8-1.2=19.6$(℃) 답 19.6℃

0201

-2보다 -4만큼 작은 수는 $-2-(-4)=-2+4=2$
$-\frac{5}{2}\le x\le\frac{10}{3}$을 만족하는 정수 x의 개수는 -2, -1, 0, 1, 2, 3으로 6이다.
$\frac{11}{4}=2.75$이므로 $\frac{11}{4}$에 가장 가까운 정수는 3이다.
따라서 A, B, C에 대응하는 수는 각각 2, 6, 3이므로
세 수의 합은 $2+6+3=11$ 답 ①

0202

-2보다 $\frac{5}{2}$만큼 작은 수가 A이므로
$A=(-2)-\left(+\frac{5}{2}\right)=(-2)+\left(-\frac{5}{2}\right)=-\frac{9}{2}$
3보다 $-\frac{7}{4}$만큼 큰 수가 B이므로
$B=(+3)+\left(-\frac{7}{4}\right)=\left(+\frac{12}{4}\right)+\left(-\frac{7}{4}\right)=\frac{5}{4}$
$\therefore A+B=-\frac{9}{2}+\frac{5}{4}=-\frac{18}{4}+\frac{5}{4}=-\frac{13}{4}$ 답 ④

0203

(1) 4보다 -3만큼 작은 수가 a이므로 $a=4-(-3)=4+3=7$
5보다 8만큼 큰 수가 b이므로 $b=5+8=13$
(2) $a<|x|<b$에서 $7<|x|<13$이므로
$|x|$의 값이 될 수 있는 것은 8, 9, 10, 11, 12이다.
따라서 부등식을 만족시키는 정수 x는 -12, -11, -10, -9, -8, 8, 9, 10, 11, 12로 10개이다. 답 (1) $a=7$, $b=13$ (2) 10

유형 07. 어떤 수 구하기: 덧셈, 뺄셈

0204

빈칸 (가), (나)에 들어갈 수를 각각 a, b라 하자.
$\frac{7}{4}-a=\frac{10}{3}$에서
$a=\frac{7}{4}-\frac{10}{3}=\frac{21}{12}-\frac{40}{12}=-\frac{19}{12}$
$\frac{10}{3}-\left(-\frac{1}{4}\right)=b$에서
$b=\frac{10}{3}+\left(+\frac{1}{4}\right)=\frac{40}{12}+\frac{3}{12}=\frac{43}{12}$
따라서 빈칸 (가), (나)에 들어갈 수의 합은
$-\frac{19}{12}+\frac{43}{12}=\frac{24}{12}=2$ 답 2

0205

$b=\frac{1}{2}+\left(-\frac{3}{4}\right)=\frac{2}{4}+\left(-\frac{3}{4}\right)=-\frac{1}{4}$
$-\frac{3}{4}+a=\frac{1}{6}$, $a=\frac{1}{6}-\left(-\frac{3}{4}\right)=\frac{1}{6}+\frac{3}{4}=\frac{2}{12}+\frac{9}{12}=\frac{11}{12}$
$\therefore a+b=\frac{11}{12}+\left(-\frac{1}{4}\right)=\frac{11}{12}-\frac{3}{12}=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$ 답 ④

0206

이웃하는 세 수를 차례대로 a, b, c라 하면
주어진 조건은 $a+c=b$이므로 $c=b-a$가 된다.
즉, 그림의 빈칸에 들어갈 수를 차례대로 구하면
$-7-(-11)=+4$, $4-(-7)=+11$, $11-4=+7$, $7-11=-4$, ⋯

$+7$	-4	-11	-7	$+4$	$+11$	$+7$	-4	⋯

따라서 그림에 있는 수는 $+7$, -4, -11, -7, $+4$, $+11$의 6개의 수가 반복된다.
이때 $100=6\times16+4$이므로 100번째에 오는 수는
$+7$, -4, -11, -7, $+4$, $+11$이 16번 반복된 후 4번째의 수인 -7이다.
답 ③

유형 08. 절댓값이 주어진 두 수의 덧셈과 뺄셈

0207

$|a|<4$이므로 a의 값이 될 수 있는 정수는 -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3
$|b|<3$이므로 b의 값이 될 수 있는 정수는 -2, -1, 0, 1, 2
a의 값이 최소, b의 값이 최대일 때 $a-b$의 값이 최소이므로
$a-b$의 최솟값은 $-3-2=-5$ 답 -5

0208

절댓값이 5인 수는 5와 -5이고, 절댓값이 $\frac{4}{3}$인 수는 $\frac{4}{3}$와 $-\frac{4}{3}$이므로
(ⅰ) $5+\frac{4}{3}=\frac{15}{3}+\frac{4}{3}=\frac{19}{3}$
(ⅱ) $5+\left(-\frac{4}{3}\right)=\frac{15}{3}+\left(-\frac{4}{3}\right)=\frac{11}{3}$
(ⅲ) $(-5)+\frac{4}{3}=-\frac{15}{3}+\frac{4}{3}=-\frac{11}{3}$
(ⅳ) $(-5)+\left(-\frac{4}{3}\right)=\left(-\frac{15}{3}\right)+\left(-\frac{4}{3}\right)=-\frac{19}{3}$
(ⅰ)~(ⅳ)에서 가장 큰 수와 가장 작은 수의 차는
$\frac{19}{3}-\left(-\frac{19}{3}\right)=\frac{19}{3}+\frac{19}{3}=\frac{38}{3}$ 답 $\frac{38}{3}$

0209

a의 절댓값이 $\frac{3}{5}$이므로 $a=\frac{3}{5}$ 또는 $a=-\frac{3}{5}$
b의 절댓값이 $\frac{1}{2}$이므로 $b=\frac{1}{2}$ 또는 $b=-\frac{1}{2}$
(ⅰ) $a=\frac{3}{5}$, $b=\frac{1}{2}$일 때,
$a-b=\frac{3}{5}-\frac{1}{2}=\frac{6}{10}-\frac{5}{10}=\frac{1}{10}$
(ⅱ) $a=\frac{3}{5}$, $b=-\frac{1}{2}$일 때,
$a-b=\frac{3}{5}-\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{6}{10}+\frac{5}{10}=\frac{11}{10}$
(ⅲ) $a=-\frac{3}{5}$, $b=\frac{1}{2}$일 때,
$a-b=-\frac{3}{5}-\frac{1}{2}=-\frac{6}{10}-\frac{5}{10}=-\frac{11}{10}$

(iv) $a=-\frac{3}{5}$, $b=-\frac{1}{2}$일 때,

$a-b=-\frac{3}{5}-\left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{6}{10}+\frac{5}{10}=-\frac{1}{10}$

(i)~(iv)에서 $a-b$의 최댓값은 $\frac{11}{10}$이다. 답 $\frac{11}{10}$

0210

$-2<a\le 4$에서 a의 값이 될 수 있는 정수는 $-1, 0, 1, 2, 3, 4$

$|b|\le 3.3$에서 b의 값이 될 수 있는 정수는 $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$

a의 값과 b의 값이 최소일 때 $a+b$의 값이 최소이므로

$a+b$의 최솟값은 $-1+(-3)=-4$ 답 -4

0211

$|a|=2$이므로 $a=-2$ 또는 $a=2$

$|b|=5$이므로 $b=-5$ 또는 $b=5$

(i) $a=-2$, $b=-5$일 때,

$b-a=-5-(-2)=-3$

(ii) $a=-2$, $b=5$일 때,

$b-a=5-(-2)=7$

(iii) $a=2$, $b=-5$일 때,

$b-a=-5-2=-7$

(iv) $a=2$, $b=5$일 때,

$b-a=5-2=3$

따라서 $b-a$의 값이 될 수 없는 것은 ③ 1이다. 답 ③

0212

$|a|=\frac{3}{4}$이므로 $a=\frac{3}{4}$ 또는 $a=-\frac{3}{4}$

$|b|=\frac{1}{6}$이므로 $b=\frac{1}{6}$ 또는 $b=-\frac{1}{6}$

(i) $a=\frac{3}{4}$, $b=\frac{1}{6}$일 때,

$a+b=\frac{3}{4}+\frac{1}{6}=\frac{9}{12}+\frac{2}{12}=\frac{11}{12}$

(ii) $a=\frac{3}{4}$, $b=-\frac{1}{6}$일 때,

$a+b=\frac{3}{4}+\left(-\frac{1}{6}\right)=\frac{9}{12}+\left(-\frac{2}{12}\right)=\frac{7}{12}$

(iii) $a=-\frac{3}{4}$, $b=\frac{1}{6}$일 때,

$a+b=-\frac{3}{4}+\frac{1}{6}=-\frac{9}{12}+\frac{2}{12}=-\frac{7}{12}$

(iv) $a=-\frac{3}{4}$, $b=-\frac{1}{6}$일 때,

$a+b=-\frac{3}{4}+\left(-\frac{1}{6}\right)=-\frac{9}{12}+\left(-\frac{2}{12}\right)=-\frac{11}{12}$

따라서 $a=\frac{3}{4}$, $b=-\frac{1}{6}$이므로

$a-b=\frac{3}{4}-\left(-\frac{1}{6}\right)=\frac{9}{12}+\frac{2}{12}=\frac{11}{12}$ 답 $\frac{11}{12}$

유형 09. 유리수의 덧셈과 뺄셈의 활용

0213

1층 바닥에서 지하 4층 바닥까지의 거리는 $100-88=12\,(\mathrm{m})$

이때 지상층은 양수이므로 지하층은 음수로 나타낼 수 있다.

따라서 지하 4층 바닥의 위치는 $-12\,\mathrm{m}$이다. 답 ③

0214

점 P는 절댓값이 4인 수를 나타내므로 4 또는 -4이다.

(i) 점 P가 4일 때, 점 P에서 -2까지의 거리는 $4-(-2)=4+2=6$

(ii) 점 P가 -4일 때, 점 P에서 -2까지의 거리는 $-2-(-4)=-2+4=2$

따라서 점 P는 4를 나타내고 점 Q는 절댓값이 3인 음의 정수를 나타내므로 -3이다.

$\therefore p-q=4-(-3)=4+3=7$ 답 ⑤

0215

-1과 마주 보는 면에 있는 수를 a라 하면

$-1+a=2$ $\quad\therefore a=2+1=3$

$-\frac{5}{6}$와 마주 보는 면에 있는 수를 b라 하면

$-\frac{5}{6}+b=2$ $\quad\therefore b=2+\frac{5}{6}=\frac{12}{6}+\frac{5}{6}=\frac{17}{6}$

$\frac{7}{3}$과 마주 보는 면에 있는 수를 c라 하면

$\frac{7}{3}+c=2$ $\quad\therefore c=2-\frac{7}{3}=\frac{6}{3}-\frac{7}{3}=-\frac{1}{3}$

따라서 보이지 않는 세 면에 있는 세 수의 합은

$3+\frac{17}{6}+\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{18}{6}+\frac{17}{6}+\left(-\frac{2}{6}\right)=\frac{33}{6}=\frac{11}{2}$ 답 $\frac{11}{2}$

0216

$-1+\frac{5}{6}+\frac{5}{3}=-\frac{6}{6}+\frac{5}{6}+\frac{10}{6}=\frac{9}{6}=\frac{3}{2}$이므로

가로, 세로에 있는 세 수의 합은 $\frac{3}{2}$이다.

$B+\frac{1}{2}+\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{3}{2}$에서

$B=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}-\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{9}{6}-\frac{3}{6}+\frac{4}{6}=\frac{10}{6}=\frac{5}{3}$

$A+(-1)+B=A+(-1)+\frac{5}{3}=\frac{3}{2}$에서

$A=\frac{3}{2}-(-1)-\frac{5}{3}=\frac{9}{6}+\frac{6}{6}-\frac{10}{6}=\frac{5}{6}$

$\therefore A-B=\frac{5}{6}-\frac{5}{3}=\frac{5}{6}-\frac{10}{6}=-\frac{5}{6}$ 답 $-\frac{5}{6}$

0217

$\frac{3}{4}+\frac{2}{3}=\frac{9}{12}+\frac{8}{12}=\frac{17}{12}$이므로

서로 마주 보는 면에 적힌 두 수의 합은 $\frac{17}{12}$이다.

$B+(-2)=\frac{17}{12}$에서 $B=\frac{17}{12}-(-2)=\frac{17}{12}+\frac{24}{12}=\frac{41}{12}$

$A+(-1)=\frac{17}{12}$에서 $A=\frac{17}{12}-(-1)=\frac{17}{12}+\frac{12}{12}=\frac{29}{12}$

$\therefore A+B=\frac{29}{12}+\frac{41}{12}=\frac{70}{12}=\frac{35}{6}$ 답 $\frac{35}{6}$

유형 10. 유리수의 곱셈

0218

$a=\left(-\frac{5}{6}\right)\times\left(+\frac{1}{2}\right)\times\left(+\frac{3}{5}\right)=-\left(\frac{5}{6}\times\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}\right)=-\frac{1}{4}$

$b=\left(-\frac{3}{4}\right)\times(-10)\times\left(+\frac{4}{5}\right)\times\left(-\frac{1}{15}\right)=-\left(\frac{3}{4}\times 10\times\frac{4}{5}\times\frac{1}{15}\right)=-\frac{2}{5}$

$\therefore a-b=-\frac{1}{4}-\left(-\frac{2}{5}\right)=-\frac{5}{20}+\frac{8}{20}=\frac{3}{20}$ 답 $\frac{3}{20}$

0219

$-3<-\frac{18}{7}<-2$이고, $-\frac{18}{7}=-2.57\times\times\times$이므로

$-\frac{18}{7}$에 가장 가까운 정수 a는 -3이다.

또한 $3<\frac{19}{6}<4$이고, $\frac{19}{6}=3.16\times\times\times$이므로

$\frac{19}{6}$에 가장 가까운 정수 b는 3이다.

$\therefore\ |a\times b|=|(-3)\times3|=|-9|=9$ 답 9

0220

주어진 두 수의 곱이 음수이므로 두 수의 부호는 서로 다르다.

이때 두 수의 합이 양수이므로 절댓값이 큰 수가 양수이다.

따라서 두 수는 $\frac{7}{6}$, $-\frac{8}{9}$이므로 그 차는 $\frac{7}{6}-\left(-\frac{8}{9}\right)=\frac{37}{18}$ 답 $\frac{37}{18}$

0221

-2보다 $\frac{2}{3}$만큼 큰 수는 $-2+\frac{2}{3}=-\frac{6}{3}+\frac{2}{3}=-\frac{4}{3}$

-5보다 $\frac{13}{4}$만큼 큰 수는 $-5+\frac{13}{4}=-\frac{20}{4}+\frac{13}{4}=-\frac{7}{4}$

두 수의 곱을 구하면 $\left(-\frac{4}{3}\right)\times\left(-\frac{7}{4}\right)=+\left(\frac{4}{3}\times\frac{7}{4}\right)=\frac{7}{3}$

$2<\frac{7}{3}<3$이고 $\frac{7}{3}=2.3\times\times\times$이므로 구하는 정수는 2이다. 답 ①

0222

이웃하는 세 수를 차례대로 a, b, c라 하면 $a+c=b$이므로 $c=b-a$가 된다.

즉, 빈칸에 들어갈 수를 차례대로 구하면

$+3-(-2)=+5$, $+5-(+3)=+2$, $+2-(+5)=-3$,

$-3-(+2)=-5$, $\cdots$

$+2$	-3	-5	-2	$+3$	$+5$	$+2$	-3	-5	……

따라서 그림에 있는 수는 $+2$, -3, -5, -2, $+3$, $+5$가 반복된다.

즉, 6개의 수가 반복되고 있으므로

99번째의 수는 $99=6\times16+3$에서 반복되는 수들 중 3번째 수인 -5이다.

또한 100번째의 수는 그 다음 수인 -2이다.

따라서 구하는 곱은 $(-5)\times(-2)=10$ 답 ④

0223

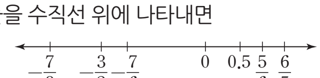
문제에서 주어진 수들을 부호에 따라 나누면

$\begin{cases} \text{양수} : \frac{5}{6},\ 0.5,\ \frac{6}{5} \\ 0 \\ \text{음수} : -\frac{7}{3},\ -\frac{3}{2},\ -\frac{7}{6} \end{cases}$

$\frac{5}{6}=\frac{25}{30}$, $0.5=\frac{5}{10}=\frac{15}{30}$, $\frac{6}{5}=\frac{36}{30}$이므로 $0.5<\frac{5}{6}<\frac{6}{5}$이다.

또한, $-\frac{7}{3}=-\frac{14}{6}$, $-\frac{3}{2}=-\frac{9}{6}$이므로 $-\frac{7}{3}<-\frac{3}{2}<-\frac{7}{6}$이다.

따라서 주어진 수들을 수직선 위에 나타내면



따라서 왼쪽에서 두 번째에 있는 수 $-\frac{3}{2}$과 가장 오른쪽에 있는 수 $\frac{6}{5}$의 곱은

$\left(-\frac{3}{2}\right)\times\frac{6}{5}=-\left(\frac{3}{2}\times\frac{6}{5}\right)=-\frac{9}{5}$ 답 $-\frac{9}{5}$

0224

절댓값이 각각 2, $\frac{5}{3}$, $\frac{16}{3}$인 세 수의 합 중 가장 큰 수는 $2+\frac{5}{3}+\frac{16}{3}=9$

가장 작은 수는 $(-2)+\left(-\frac{5}{3}\right)+\left(-\frac{16}{3}\right)=-9$

따라서 구하는 값은 $9\times(-9)=-81$ 답 ①

유형 11. 곱셈의 계산 법칙

0225

$(+4)\times(-0.3)\times(+2)$

$=(-0.3)\times(+4)\times(+2)$) 곱셈에 대한 $\boxed{\text{(가) 교환}}$ 법칙

$=(-0.3)\times\{(+4)\times(+2)\}$) 곱셈에 대한 $\boxed{\text{(나) 결합}}$ 법칙

$=(-0.3)\times(\boxed{\text{(다) }+8})$

$=\boxed{\text{(라) }-2.4}$ 답 ②

0226

ㄱ. 덧셈은 덧셈에 대한 교환법칙과 결합법칙이 모두 성립한다.

ㄴ. 뺄셈은 뺄셈에 대한 교환법칙과 결합법칙이 모두 성립하지 않는다.

ㄷ. 곱셈은 곱셈에 대한 교환법칙과 결합법칙이 모두 성립한다.

ㄹ. 나눗셈은 나눗셈에 대한 교환법칙과 결합법칙이 모두 성립하지 않는다.

답 ①

유형 12. 곱이 가장 큰(작은) 수 만들기

0227

주어진 네 유리수 중에서 세 수를 뽑아 곱한 값이 가장 크려면

(양수)×(음수)×(음수) 꼴이어야 하고,

양수는 더 큰 값인 4이어야 하므로

$a=4\times\left(-\frac{5}{6}\right)\times\left(-\frac{3}{2}\right)=4\times\frac{5}{6}\times\frac{3}{2}=5$

또한, 주어진 네 유리수 중에서 세 수를 뽑아 곱한 값이 가장 작으려면

(음수)×(양수)×(양수) 꼴이어야 하고,

음수는 더 작은 값인 $-\frac{3}{2}$이어야 하므로

$b=\left(-\frac{3}{2}\right)\times\frac{1}{3}\times4=-\left(\frac{3}{2}\times\frac{1}{3}\times4\right)=-2$

$\therefore\ a+b=5+(-2)=3$ 답 3

0228

주어진 네 정수 중에서 세 수를 뽑아 곱한 값이 가장 크려면

(양수)×(음수)×(음수) 꼴이어야 하고,

곱하는 두 음수는 절댓값이 큰 수이어야 하므로

$a=2\times(-7)\times(-11)=2\times7\times11=154$

또한, 주어진 네 정수 중에서 세 수를 뽑아 곱한 값이 가장 작으려면

(음수)×(음수)×(음수) 꼴이어야 하므로

$b=(-5)\times(-7)\times(-11)=-(5\times7\times11)=-385$

$\therefore\ a-b=154-(-385)=154+385=539$ 답 ②

0229

다섯 개의 유리수 중에서 두 개의 수를 골라서 곱한 수가 가장 크려면

이 수는 (양수)×(양수) 또는 (음수)×(음수) 꼴이어야 한다.

(i) (양수)×(양수) 꼴일 때,

$\frac{11}{4}\times\frac{3}{2}=\frac{33}{8}$

(ii) (음수)×(음수) 꼴일 때,

절댓값이 큰 두 수 -2와 -4를 곱하면 $(-2)\times(-4)=+(2\times4)=8$

따라서 (i), (ii)에서 가장 큰 수는 8이다. 답 8

유형 13. 거듭제곱의 계산

0230

$\left(-\frac{1}{3}\right)^3=-\frac{1}{27}$, $\left(-\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$, $-\left(-\frac{1}{3}\right)^2=-\frac{1}{9}$, $-\left(-\frac{1}{3}\right)^3=\frac{1}{27}$이므로

$a=\frac{1}{9}$, $b=-\frac{1}{9}$

$\therefore a-b=\frac{1}{9}-\left(-\frac{1}{9}\right)=\frac{1}{9}+\frac{1}{9}=\frac{2}{9}$ 답 $\frac{2}{9}$

0231

$(-3)^2\times\left(-\frac{2}{3}\right)^3\times\left(-\frac{3}{4}\right)^2=(+9)\times\left(-\frac{8}{27}\right)\times\left(+\frac{9}{16}\right)$

$=-\left(9\times\frac{8}{27}\times\frac{9}{16}\right)=-\frac{3}{2}$ 답 $-\frac{3}{2}$

0232

① $-(-1)=1$

② $-(-1)^6=-1$

③ $-0.1^2\times(-0.1)\times10^2=+(0.01\times0.1\times10^2)$
$=0.1$

④ $\frac{3}{4}<1$이므로 $\frac{3}{4}$보다 큰 수 중 가장 작은 정수는 1이다.

⑤ n이 홀수일 때, $2n$은 짝수, $n+2$는 홀수이므로
$(-1)^n-(-1)^{2n}+(-1)^{n+2}=-1-1+(-1)=-3$

따라서 값이 가장 작은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

0233

(가) 3보다 5만큼 작은 수는 $3-5=-2$ $\therefore a=-2$

(나) $-\frac{7}{3}<x\le\frac{6}{2}$을 만족하는 모든 정수 x는 $-2, -1, 0, 1, 2, 3$이므로
$b=(-2)+(-1)+0+1+2+3=3$

(다) $c=(-3)^2=(-3)\times(-3)=9$

(라) $\frac{1}{2}$보다 $-\frac{5}{2}$만큼 큰 수는 $\frac{1}{2}+\left(-\frac{5}{2}\right)=-\frac{4}{2}=-2$이므로
$d=(-2)^2=(-2)\times(-2)=4$

$\therefore a+b+c+d=(-2)+3+9+4=14$ 답 ③

0234

$(-1)+(-1)^2+(-1)^3+\cdots+(-1)^{100}+(-1)^{101}$

$=-1+1-1+\cdots+1-1$

$=\{(-1)+1\}+\{(-1)+1\}+\cdots+\{(-1)+1\}+(-1)$

$=0+0+\cdots+0+(-1)=-1$ 답 -1

0235

$a=(-1)^6-(-1)^9-(-1)^{12}-(-1)^{15}$

$=1-(-1)-1-(-1)$

$=1+1-1+1=2$

따라서 $|x|\le2$를 만족하는 정수 x의 개수는

$-2, -1, 0, 1, 2$의 5이다. 답 ①

0236

a가 음수이므로

ㄱ. $-a$는 양수이다.

ㄴ. $(-a)^2=a^2$이므로 양수이다.

ㄷ. a^2이 양수이므로 $-a^2$은 음수이다.

ㄹ. $-(-a)^3=-(-a^3)=a^3$이므로 음수이다.

따라서 양수인 것은 ㄱ, ㄴ이다. 답 ①

유형 14. 분배법칙

0237

㉠에서는 분배법칙이 이용되었다. 답 분배법칙

0238

$49\times101=49\times(100+1)=49\times100+49\times1=4900+49=4949$

따라서 $a=1$, $b=49$, $c=4949$이므로

$a+b+c=1+49+4949=4999$ 답 4999

0239

$a\times(b-c)=a\times b-a\times c=a\times b-20=30$

$\therefore a\times b=30+20=50$ 답 50

0240

$12\times3^{50}-3^{50}=3^{50}\times(12-1)=11\times3^{50}$

따라서 $11\times3^{50}>3^{50}$이고, $A=11\times3^{50}$, $B=3^{50}$이므로

A는 B의 11배이다. 답 11배

0241

$(-2)^{10}=2^{10}$이므로

$2^{10}\times5+\{(-2)^{10}\times3+(-2)^{10}\times(-6)\}$

$=2^{10}\times5+\{2^{10}\times3+2^{10}\times(-6)\}$

$=2^{10}\times5+[2^{10}\times\{3+(-6)\}]$

$=2^{10}\times5+\{2^{10}\times(-3)\}$

$=2^{10}\times\{5+(-3)\}$

$=2^{10}\times2=2^{11}$ 답 ⑤

0242

$(-6)\times\frac{2}{5}+\frac{2}{3}\times(-6)+(-6)\times\frac{3}{5}$

$=(-6)\times\frac{2}{5}+(-6)\times\frac{2}{3}+(-6)\times\frac{3}{5}$

$=(-6)\times\left(\boxed{\text{(가) } \frac{2}{5}+\frac{2}{3}+\frac{3}{5}}\right)$

$=(-6)\times\left(1+\frac{2}{3}\right)$

$=(-6)\times\frac{5}{3}$

$=\boxed{\text{(나) } -10}$ 답 ②

0243

$5.02\times5.2+5.02\times4.8$

$=5.02\times(5.2+4.8)$

$=5.02\times10$

$=50.2$

따라서 $a=5.02$, $b=4.8$, $c=10$, $d=50.2$이므로

$a+b+c+d=5.02+4.8+10+50.2=70.02$ 답 70.02

유형 15. 역수

0244

$-a$의 역수가 4이므로 4의 역수는 $-a$이다.

따라서 $-a=\frac{1}{4}$에서 $a=-\frac{1}{4}$

$0.4=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$의 역수가 b이므로 $b=\frac{5}{2}$

$\therefore a\times b=-\frac{1}{4}\times\frac{5}{2}=-\frac{5}{8}$ 답 $-\frac{5}{8}$

0245

$0.04=\frac{4}{100}=\frac{1}{25}$의 역수는 25,

-5의 역수는 $-\frac{1}{5}$, -1의 역수는 -1이므로

구하는 세 수의 곱은 $25\times\left(-\frac{1}{5}\right)\times(-1)=+\left(25\times\frac{1}{5}\times1\right)=5$ 답 ③

0246

-1 ⋯⋯⋯ E

-1의 역수가 E이므로 $E=-1$

3 ⋯⋯⋯ D

3의 역수가 D이므로 $D=\frac{1}{3}$

D — 4 — E

$D+4+E=\frac{1}{3}+4+(-1)=\frac{1}{3}+\frac{12}{3}-\frac{3}{3}=\frac{10}{3}$이므로

실선으로 연결된 각 변에 놓인 수들의 합은 $\frac{10}{3}$이다.

-1 — C — D

$-1+C+D=-1+C+\frac{1}{3}=C-\frac{2}{3}=\frac{10}{3}$이므로

$C=\frac{10}{3}+\frac{2}{3}=\frac{12}{3}=4$

-1 — A — 3

$-1+A+3=A+2=\frac{10}{3}$이므로 $A=\frac{10}{3}-2=\frac{10}{3}-\frac{6}{3}=\frac{4}{3}$

3 — B — E

$3+B+E=3+B+(-1)=B+2=\frac{10}{3}$이므로 $B=\frac{10}{3}-2=\frac{10}{3}-\frac{6}{3}=\frac{4}{3}$

$\therefore A+B+C+D+E=\frac{4}{3}+\frac{4}{3}+4+\frac{1}{3}+(-1)=6$ 답 ②

0247

절댓값이 같고 차가 6인 두 수는 3, -3이므로

이 두 수를 곱한 수는 ㉠ -9이다.

수직선 위에서 -9에서 6만큼 오른쪽에 있는 수는 ㉡ -3이고,

-3의 역수는 ㉢ $-\frac{1}{3}$이다. 답 ②

유형 16. 유리수의 나눗셈

0248

① $(-9)\div(+3)=-(9\div3)=-3$

② $\left(+\frac{2}{3}\right)\div\left(-\frac{4}{9}\right)=\left(+\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{9}{4}\right)=-\left(\frac{2}{3}\times\frac{9}{4}\right)=-\frac{3}{2}$

③ $\left(+\frac{4}{5}\right)\div\left(-\frac{2}{10}\right)=\left(+\frac{4}{5}\right)\times\left(-\frac{10}{2}\right)=-\left(\frac{4}{5}\times\frac{10}{2}\right)=-4$

④ $\left(+\frac{21}{5}\right)\div(-7)\div\left(-\frac{2}{10}\right)=\left(+\frac{21}{5}\right)\times\left(-\frac{1}{7}\right)\times\left(-\frac{10}{2}\right)$

$=+\left(\frac{21}{5}\times\frac{1}{7}\times\frac{10}{2}\right)=3$

⑤ $\left(+\frac{3}{10}\right)\div\left(-\frac{1}{10}\right)\div(+4)=\left(+\frac{3}{10}\right)\times(-10)\times\left(+\frac{1}{4}\right)$

$=-\left(\frac{3}{10}\times10\times\frac{1}{4}\right)=-\frac{3}{4}$

따라서 계산 결과가 옳지 않은 것은 ②이다. 답 ②

0249

$a=\frac{2}{3}+1=\frac{2}{3}+\frac{3}{3}=\frac{5}{3}$

$b=-\frac{7}{4}-(-1)=-\frac{7}{4}+1=-\frac{7}{4}+\frac{4}{4}=-\frac{3}{4}$

$\therefore a\div b=\frac{5}{3}\div\left(-\frac{3}{4}\right)=\frac{5}{3}\times\left(-\frac{4}{3}\right)=-\left(\frac{5}{3}\times\frac{4}{3}\right)=-\frac{20}{9}$ 답 $-\frac{20}{9}$

0250

$3.6=\frac{36}{10}=\frac{18}{5}$의 역수는 $\frac{5}{18}$이므로 $a=\frac{5}{18}\times3=\frac{5}{6}$, $b=-\frac{5}{2}$이므로

$a\div b=\frac{5}{6}\div\left(-\frac{5}{2}\right)=\frac{5}{6}\times\left(-\frac{2}{5}\right)=-\left(\frac{5}{6}\times\frac{2}{5}\right)=-\frac{1}{3}$ 답 ②

0251

⑤ (양수)$\div$(양수)의 값은 양수이다. 답 ⑤

0252

가장 작은 값을 얻기 위해서는

(음수)$\div$(양수) 또는 (양수)$\div$(음수) 꼴이어야 하고,

$\div$ 기호 앞의 수는 절댓값이 큰 수, 뒤의 수는 절댓값이 작은 수여야 한다.

절댓값이 가장 큰 수는 $-\frac{28}{5}$, 절댓값이 가장 작은 수는 $\frac{8}{3}$이므로 구하는 값은

$\left(-\frac{28}{5}\right)\div\left(+\frac{8}{3}\right)=\left(-\frac{28}{5}\right)\times\left(+\frac{3}{8}\right)=-\left(\frac{28}{5}\times\frac{3}{8}\right)=-\frac{21}{10}$

답 $-\frac{21}{10}$

0253

$a=\frac{4}{3}$이고, b는 a보다 $-\frac{2}{3}$만큼 작은 수이므로

$b=a-\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{4}{3}+\frac{2}{3}=\frac{6}{3}=2$

따라서 $c=-2$이므로

$a\div c=\left(+\frac{4}{3}\right)\div(-2)=\left(+\frac{4}{3}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right)=-\left(\frac{4}{3}\times\frac{1}{2}\right)=-\frac{2}{3}$ 답 $-\frac{2}{3}$

0254

$a=-2+\frac{3}{2}=-\frac{4}{2}+\frac{3}{2}=-\frac{1}{2}$

$b=4-\frac{2}{3}=\frac{12}{3}-\frac{2}{3}=\frac{10}{3}$

$c=\frac{1}{2}-\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\frac{5}{6}$

$\therefore b\div c\div a=\frac{10}{3}\div\frac{5}{6}\div\left(-\frac{1}{2}\right)$

$=\frac{10}{3}\times\frac{6}{5}\times(-2)$

$=-8$ 답 -8

0255

A는 $\frac{5}{2}$와 서로 마주 보고 있으므로 $A=\frac{2}{5}$

B는 $0.4=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$와 서로 마주 보고 있으므로 $B=\frac{5}{2}$

$\therefore A\div B=\frac{2}{5}\div\frac{5}{2}=\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{4}{25}$ 답 ③

유형 17. 곱셈과 나눗셈의 혼합 계산

0256

① $(-3)\times2\div(-12)=(-3)\times2\times\left(-\frac{1}{12}\right)=+\left(3\times2\times\frac{1}{12}\right)=\frac{1}{2}$

② $(-8)\div14\times\frac{7}{3}=(-8)\times\frac{1}{14}\times\frac{7}{3}=-\left(8\times\frac{1}{14}\times\frac{7}{3}\right)=-\frac{4}{3}$

③ $\left(-\frac{4}{5}\right)\div\left(-\frac{2}{15}\right)\times\frac{1}{3}=\left(-\frac{4}{5}\right)\times\left(-\frac{15}{2}\right)\times\frac{1}{3}=+\left(\frac{4}{5}\times\frac{15}{2}\times\frac{1}{3}\right)=2$

④ $\left(-\frac{1}{2}\right)^2\times\left(-\frac{5}{3}\right)\div\frac{5}{21}=\frac{1}{4}\times\left(-\frac{5}{3}\right)\times\frac{21}{5}=-\left(\frac{1}{4}\times\frac{5}{3}\times\frac{21}{5}\right)=-\frac{7}{4}$

⑤ $\left(-\frac{4}{3}\right)\div\left(-\frac{2}{3}\right)^3\times\left(-\frac{2}{15}\right)=\left(-\frac{4}{3}\right)\div\left(-\frac{8}{27}\right)\times\left(-\frac{2}{15}\right)$

$=\left(-\frac{4}{3}\right)\times\left(-\frac{27}{8}\right)\times\left(-\frac{2}{15}\right)$

$=-\left(\frac{4}{3}\times\frac{27}{8}\times\frac{2}{15}\right)$

$=-\frac{3}{5}$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

답 ④

0257

(1) $(-1)^{2017}\times(-2)^3\div\frac{2}{3}=(-1)\times(-8)\times\frac{3}{2}$

$=+\left(1\times8\times\frac{3}{2}\right)$

$=12$

(2) $\left(-\frac{5}{6}\right)\div\left(-\frac{3}{2}\right)^2\times\left(-\frac{3}{10}\right)=\left(-\frac{5}{6}\right)\div\frac{9}{4}\times\left(-\frac{3}{10}\right)$

$=\left(-\frac{5}{6}\right)\times\frac{4}{9}\times\left(-\frac{3}{10}\right)$

$=+\left(\frac{5}{6}\times\frac{4}{9}\times\frac{3}{10}\right)$

$=\frac{1}{9}$

(3) $\left(-\frac{14}{3}\right)\div\frac{5}{6}\times\left(\frac{2}{7}\right)^2\div\left(-\frac{2}{5}\right)=\left(-\frac{14}{3}\right)\times\frac{6}{5}\times\frac{4}{49}\times\left(-\frac{5}{2}\right)$

$=+\left(\frac{14}{3}\times\frac{6}{5}\times\frac{4}{49}\times\frac{5}{2}\right)$

$=\frac{8}{7}$

답 (1) 12 (2) $\frac{1}{9}$ (3) $\frac{8}{7}$

0258

$1.75=\frac{175}{100}=\frac{7}{4}$

(i) $x=\frac{1}{2}\times\left(-\frac{5}{3}\right)\times1.75\div(-5)$일 때

$x=\frac{1}{2}\times\left(-\frac{5}{3}\right)\times1.75\div(-5)$

$=\frac{1}{2}\times\left(-\frac{5}{3}\right)\times\frac{7}{4}\times\left(-\frac{1}{5}\right)$

$=+\left(\frac{1}{2}\times\frac{5}{3}\times\frac{7}{4}\times\frac{1}{5}\right)$

$=\frac{7}{24}$

(ii) $x=\frac{1}{2}\times\left(-\frac{5}{3}\right)\times(-5)\div1.75$일 때

$x=\frac{1}{2}\times\left(-\frac{5}{3}\right)\times(-5)\div1.75$

$=\frac{1}{2}\times\left(-\frac{5}{3}\right)\times(-5)\div\frac{7}{4}$

$=\frac{1}{2}\times\left(-\frac{5}{3}\right)\times(-5)\times\frac{4}{7}$

$=+\left(\frac{1}{2}\times\frac{5}{3}\times5\times\frac{4}{7}\right)$

$=\frac{50}{21}$

(iii) $x=\frac{1}{2}\times1.75\times(-5)\div\left(-\frac{5}{3}\right)$일 때

$x=\frac{1}{2}\times1.75\times(-5)\div\left(-\frac{5}{3}\right)$

$=\frac{1}{2}\times\frac{7}{4}\times(-5)\times\left(-\frac{3}{5}\right)$

$=+\left(\frac{1}{2}\times\frac{7}{4}\times5\times\frac{3}{5}\right)$

$=\frac{21}{8}$

(iv) $x=\left(-\frac{5}{3}\right)\times1.75\times(-5)\div\frac{1}{2}$일 때

$x=\left(-\frac{5}{3}\right)\times1.75\times(-5)\div\frac{1}{2}$

$=\left(-\frac{5}{3}\right)\times\frac{7}{4}\times(-5)\times2$

$=+\left(\frac{5}{3}\times\frac{7}{4}\times5\times2\right)$

$=\frac{175}{6}$

(i)~(iv)에 의하여 x가 될 수 있는 값 중 가장 큰 수는 $\frac{175}{6}$이다.

답 $\frac{175}{6}$

다른 풀이

네 수 a, b, c, d에 대하여 $a\times b\times c\div d$의 계산에서 두 수가 음수이면 계산한 결과는 양수이다. 그러므로 계산한 결과가 가장 큰 수가 되려면 $a\times b\times c$는 절댓값이 가장 큰 수가 되고, d는 절댓값이 가장 작은 수가 되어야 한다.

$\frac{1}{2}$, $-\frac{5}{3}$, 1.75, -5 중에서 절댓값이 가장 작은 수는 $\frac{1}{2}$이므로

$x=\left(-\frac{5}{3}\right)\times1.75\times(-5)\div\frac{1}{2}$

$=\left(-\frac{5}{3}\right)\times\frac{7}{4}\times(-5)\times2$

$=+\left(\frac{5}{3}\times\frac{7}{4}\times5\times2\right)$

$=\frac{175}{6}$

0259

$a=\left(-\frac{4}{3}\right)\div(-2)^2=\left(-\frac{4}{3}\right)\div4=\left(-\frac{4}{3}\right)\times\frac{1}{4}=-\left(\frac{4}{3}\times\frac{1}{4}\right)=-\frac{1}{3}$

$b=(-2)\div\left(-\frac{2}{3}\right)\times\frac{4}{5}=(-2)\times\left(-\frac{3}{2}\right)\times\frac{4}{5}=+\left(2\times\frac{3}{2}\times\frac{4}{5}\right)=\frac{12}{5}$

따라서 $-\frac{1}{3}<x<\frac{12}{5}$를 만족하는 정수 x는 0, 1, 2이므로

정수 x의 값의 합은 $0+1+2=3$

답 ③

0260

|보기|의 수를 작은 수부터 크기 순으로 차례대로 나열하면

-2.5, $-\frac{1}{3}$, 1.2, $\frac{9}{2}$이다.

따라서 세 수를 뽑아 더한 수 중 가장 큰 수는 $-\frac{1}{3}$, 1.2, $\frac{9}{2}$의 합이므로

$m=\left(-\frac{1}{3}\right)+1.2+\frac{9}{2}=-\frac{1}{3}+\frac{12}{10}+\frac{9}{2}=-\frac{10}{30}+\frac{36}{30}+\frac{135}{30}=\frac{161}{30}$

세 수를 뽑아 더한 수 중 가장 작은 수는 -2.5, $-\frac{1}{3}$, 1.2의 합이므로

$n=(-2.5)+\left(-\frac{1}{3}\right)+1.2=-\frac{1}{3}-2.5+1.2=-\frac{1}{3}-1.3$

$=-\frac{1}{3}-\frac{13}{10}=-\frac{10}{30}-\frac{39}{30}=-\frac{49}{30}$

$\therefore m\div n\times 7=\frac{161}{30}\div\left(-\frac{49}{30}\right)\times 7=\frac{161}{30}\times\left(-\frac{30}{49}\right)\times 7$

$=-\left(\frac{161}{30}\times\frac{30}{49}\times 7\right)=-23$

답 ②

0261

ㄱ. $2^2\times\frac{5}{14}\div\frac{5}{7}=4\times\frac{5}{14}\times\frac{7}{5}=2$

ㄴ. $\left(-\frac{2}{3}\right)^2\div(-2)\times 3^2=\frac{4}{9}\times\left(-\frac{1}{2}\right)\times 9=-\left(\frac{4}{9}\times\frac{1}{2}\times 9\right)=-2$

ㄷ. $(-2)^3\times(-1)^{2018}\div 2^4=(-8)\times 1\div 16=(-8)\times 1\times\frac{1}{16}$

$=-\left(8\times 1\times\frac{1}{16}\right)=-\frac{1}{2}$

ㄹ. $(-1)^{2017}\div\frac{27}{2}\times(-3)^3=(-1)\times\frac{2}{27}\times(-27)=+\left(1\times\frac{2}{27}\times 27\right)=2$

ㅁ. $\left(-\frac{3}{2}\right)^2\div 0.9\times\frac{1}{5}=\frac{9}{4}\div\frac{9}{10}\times\frac{1}{5}=\frac{9}{4}\times\frac{10}{9}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{2}$

따라서 계산 결과가 같은 것은 ㄱ, ㄹ이다.

답 ②

0262

주어진 전개도를 접어서 정육면체를 만들면

a와 $-\frac{21}{5}$, b와 $-\frac{3}{14}$, c와 $-\frac{1}{3}$이 각각 서로 마주 보고 있다.

a와 $-\frac{21}{5}$은 서로 역수이므로 $a=-\frac{5}{21}$

b와 $-\frac{3}{14}$은 서로 역수이므로 $b=-\frac{14}{3}$

c와 $-\frac{1}{3}$은 서로 역수이므로 $c=-3$

$\therefore a\times b\div c=\left(-\frac{5}{21}\right)\times\left(-\frac{14}{3}\right)\div(-3)=\left(-\frac{5}{21}\right)\times\left(-\frac{14}{3}\right)\times\left(-\frac{1}{3}\right)$

$=-\left(\frac{5}{21}\times\frac{14}{3}\times\frac{1}{3}\right)=-\frac{10}{27}$

답 ④

유형 18. 어떤 수 구하기: 곱셈, 나눗셈

0263

$a\times\left(-\frac{3}{2}\right)=\frac{21}{5}$에서

$a=\frac{21}{5}\div\left(-\frac{3}{2}\right)=\frac{21}{5}\times\left(-\frac{2}{3}\right)=-\frac{14}{5}$

$-\frac{7}{4}\div b=\frac{5}{2}$에서

$b=-\frac{7}{4}\div\frac{5}{2}=-\frac{7}{4}\times\frac{2}{5}=-\frac{7}{10}$

$\therefore a\div b=-\frac{14}{5}\div\left(-\frac{7}{10}\right)=-\frac{14}{5}\times\left(-\frac{10}{7}\right)=4$

답 4

0264

① $\frac{5}{2}\times\square=-5$에서

$\square=-5\div\frac{5}{2}=-5\times\frac{2}{5}=-2$

② $\square\div\left(-\frac{1}{6}\right)=4$에서

$\square=4\times\left(-\frac{1}{6}\right)=-\frac{2}{3}$

③ $2^4\times\square=8$에서

$16\times\square=8$

$\therefore \square=8\div 16=8\times\frac{1}{16}=\frac{1}{2}$

④ $(-3)^3\div\square=-9$에서

$-27\div\square=-9$

$\therefore \square=-27\div(-9)=-27\times\left(-\frac{1}{9}\right)=3$

⑤ $\square\div\frac{3}{10}=4$에서

$\square=4\times\frac{3}{10}=\frac{6}{5}$

따라서 보기의 $\square$ 안에 들어갈 수 중 가장 큰 수는 ④ 3이다.

답 ④

0265

각 변에 놓인 세 수를 곱한 결과는 각각

$(-2)^3\times A\times\left(-\frac{6}{5}\right)$ ...... ㉠

$\left(-\frac{6}{5}\right)\times B\times\frac{5}{4}$ ...... ㉡

$(-2)^3\times 0.3\times\frac{5}{4}$ ...... ㉢

㉢을 계산하면

$(-2)^3\times 0.3\times\frac{5}{4}=(-8)\times\frac{3}{10}\times\frac{5}{4}=-\left(8\times\frac{3}{10}\times\frac{5}{4}\right)=-3$

따라서 ㉠, ㉡의 계산 결과는 -3이다.

(1) ㉠의 계산 결과는 -3이므로

$(-2)^3\times A\times\left(-\frac{6}{5}\right)=-3$, $(-8)\times A\times\left(-\frac{6}{5}\right)=-3$

$A\times\left\{(-8)\times\left(-\frac{6}{5}\right)\right\}=-3$, $A\times\left\{+\left(8\times\frac{6}{5}\right)\right\}=-3$

$A\times\frac{48}{5}=-3$ $\quad\therefore A=(-3)\div\frac{48}{5}=(-3)\times\frac{5}{48}=-\frac{5}{16}$

(2) ㉡의 계산 결과는 -3이므로

$\left(-\frac{6}{5}\right)\times B\times\frac{5}{4}=-3$, $B\times\left\{\left(-\frac{6}{5}\right)\times\frac{5}{4}\right\}=-3$

$B\times\left\{-\left(\frac{6}{5}\times\frac{5}{4}\right)\right\}=-3$, $B\times\left(-\frac{3}{2}\right)=-3$

$\therefore B=(-3)\div\left(-\frac{3}{2}\right)=(-3)\times\left(-\frac{2}{3}\right)=+\left(3\times\frac{2}{3}\right)=2$

답 (1) $-\frac{5}{16}$ (2) 2

0266

$\left(-\frac{2}{5}\right)\div\left\{\square\times\left(\frac{3}{2}\right)^2\right\}=\left(-\frac{4}{3}\right)^2$에서

$\left(-\frac{2}{5}\right)\div\left(\square\times\frac{9}{4}\right)=\frac{16}{9}$

$\square\times\frac{9}{4}=\left(-\frac{2}{5}\right)\div\frac{16}{9}$, $\square\times\frac{9}{4}=\left(-\frac{2}{5}\right)\times\frac{9}{16}$

$\therefore \square=\left(-\frac{2}{5}\right)\times\frac{9}{16}\div\frac{9}{4}=\left(-\frac{2}{5}\right)\times\frac{9}{16}\times\frac{4}{9}=-\left(\frac{2}{5}\times\frac{9}{16}\times\frac{4}{9}\right)=-\frac{1}{10}$

답 ③

유형 19. 바르게 계산한 답 구하기

0267

어떤 유리수를 x라 하자.

$x+\left(-\frac{3}{7}\right)=-\frac{1}{2}$이므로

$x=-\frac{1}{2}-\left(-\frac{3}{7}\right)=-\frac{1}{2}+\frac{3}{7}=-\frac{7}{14}+\frac{6}{14}=-\frac{1}{14}$

따라서 바르게 계산하면

$-\frac{1}{14}\div\left(-\frac{3}{7}\right)=-\frac{1}{14}\times\left(-\frac{7}{3}\right)=\frac{1}{6}$ 답 $\frac{1}{6}$

0268

어떤 유리수를 x라 하자.

$-\frac{5}{6}$의 역수는 $-\frac{6}{5}$이므로 $x\div\left(-\frac{6}{5}\right)=\frac{3}{4}$

$\therefore x=\frac{3}{4}\times\left(-\frac{6}{5}\right)=-\frac{9}{10}$

따라서 바르게 계산하면

$-\frac{9}{10}-\left(-\frac{6}{5}\right)=-\frac{9}{10}+\frac{6}{5}=-\frac{9}{10}+\frac{12}{10}=\frac{3}{10}$ 답 ③

유형 20. 문자로 주어진 수의 부호

0269

$a>0$, $b<0$이고 $|a|=|b|$이므로 $b=-a$이다.

① $a+b=a+(-a)=0$

② $b-a\rightarrow$ (음수)$-$(양수)$=$(음수)$+$(음수)$=$(음수)
이므로 $b-a<0$

③ $a\times b\rightarrow$ (양수)$\times$(음수)$=$(음수)
이므로 $a\times b<0$

④ $a\times b^2\rightarrow$ (양수)$\times${(음수)$\times$(음수)}$=$(양수)$\times$(양수)$=$(양수)
이므로 $a\times b^2>0$

⑤ $a\div b=a\div(-a)=-1$

따라서 옳지 않은 것은 ①, ④이다. 답 ①, ④

0270

$a=-\frac{1}{2}$이라 하자.

① $a=-\frac{1}{2}$

② $a^2=\left(-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$

③ $-a^3=-\left(-\frac{1}{2}\right)^3=-\left(-\frac{1}{8}\right)=\frac{1}{8}$

④ $\frac{1}{a}$은 a의 역수이므로 $\frac{1}{a}=-2$

$\therefore -\frac{1}{a^2}=-\left(\frac{1}{a}\right)^2=-(-2)^2=-4$

⑤ $-\frac{1}{a^3}=-\left(\frac{1}{a}\right)^3=-(-2)^3=-(-8)=8$

따라서 가장 큰 수는 ⑤이다. 답 ⑤

0271

$a=-2$라 하자.

① $a=-2$

② $a^2=(-2)^2=4$

③ $-a^3=-(-2)^3=-(-8)=8$

④ $-\frac{1}{a}=-\frac{1}{-2}=\frac{1}{2}$

⑤ $-\frac{1}{a^2}=-\frac{1}{(-2)^2}=-\frac{1}{4}$

따라서 가장 작은 수는 ①이다. 답 ①

0272

① $2.25=\frac{225}{100}=\frac{9}{4}$와 $\frac{4}{9}$는 서로 역수 관계이다.

② b의 역수는 $\frac{1}{b}$이고 $a\div b=a\times\frac{1}{b}$이므로 a를 b로 나눈 값은 a에 b의 역수를 곱한 값과 같다.

③ 0은 역수가 존재하지 않는 유리수이다.

④ 유리수 중 자기 자신과 서로 역수 관계인 수는 1, -1의 2개이다.

⑤ $a=1$, $b=-1$일 때 $\frac{1}{a}=1$, $\frac{1}{b}=-1$이다.
$a>b$이지만 $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$이다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

0273

$a\times b>0$이므로

$a>0$, $b>0$ 또는 $a<0$, $b<0$

이때 $a+b>0$이므로 $a>0$, $b>0$

ㄱ. $a\times b>0$이므로 $a\div b>0$

ㄴ. $-a<0$, $-b<0$이므로 $(-a)\div(-b)>0$

ㄷ, ㄹ. $a-b$와 $b-a$의 부호는 알 수 없다.

ㅁ. $-a<0$, $b^2>0$이므로 $(-a)\times b^2<0$

따라서 항상 양수인 것은 ㄱ, ㄴ이다. 답 ①

0274

$a\times b<0$이므로

$a>0$, $b<0$ 또는 $a<0$, $b>0$

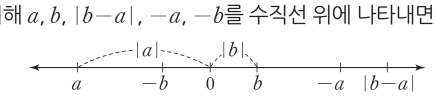
이때 $a<b$이므로 $a<0$, $b>0$ …… ㉠

$a+b<0$이므로 $|a|>|b|$ …… ㉡

$a<b$이므로 $b-a>0$이 되어 $|b-a|=b-a$

이때 $b>0$이므로 $|b-a|=b-a>-a$ …… ㉢

㉠~㉢에 의해 a, b, $|b-a|$, $-a$, $-b$를 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



따라서 주어진 수를 작은 수부터 차례대로 나열하면

a, $-b$, b, $-a$, $|b-a|$ 답 ④

0275

조건 (나)에 의하여

$a>0$, $b<0$ 또는 $a<0$, $b>0$

조건 (가)에 의하여 $a<0$, $b>0$ …… ㉠

이때 ㉠과 조건 (다)에 의하여

$b=-a$ …… ㉡

① 21 ℃에서 15 ℃만큼 상승하여 x ℃가 되었으므로
$x=21+15=36$

② ㉠에서 $a<0$

③ ㉠에 의하여 $a^2>0$, $b>0$이므로 $a^2\times b>0$

④ y ℃에서 b ℃만큼 상승하여 z ℃가 되었으므로 $z=y+b$
이때 $b>0$이므로 $y<y+b=z$

⑤ $x=36$(℃)에서 a ℃만큼 상승하여 y ℃가 되었으므로 $y=36+a$
y ℃에서 b ℃만큼 상승하여 z ℃가 되었으므로 $z=y+b=36+a+b$
위 식에 ㉡을 대입하면
$z=36+a+b=36+a+(-a)=36$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

0276

$\frac{a}{b}<0$이므로 $a>0$, $b<0$ 또는 $a<0$, $b>0$

$a<b$이므로 $a<0$, $b>0$

Ⅱ-03. 유리수의 계산

따라서 $0<b<c$이므로 $|b|<|c|$

$\therefore \frac{1}{|b|}>\frac{1}{|c|}$ …… ㉠

$a<0$, $c>0$, $a+c<0$이므로 $|a|>|c|$

$\therefore \frac{1}{|a|}<\frac{1}{|c|}$ …… ㉡

㉠, ㉡에 의하여 $\frac{1}{|a|}<\frac{1}{|c|}<\frac{1}{|b|}$이므로 세 수 $\frac{1}{|a|}$, $\frac{1}{|b|}$, $\frac{1}{|c|}$을 큰 것부터 차례대로 나열하면 $\frac{1}{|b|}$, $\frac{1}{|c|}$, $\frac{1}{|a|}$이다.

답 ②

0277

(1) 조건 (다), (라)에 의하여 $b>0$, $c>0$, 조건 (가)에 의하여 $a<0$

(2) $a<0$, $c>0$이고 조건 (나)에서 $a+c<0$이므로

$|a|>|c|$ …… ㉠

조건 (다), (라)에 의하여 $0<b<1<c$

$\therefore |b|<|c|$ …… ㉡

㉠, ㉡에 의하여 $|b|<|c|<|a|$이므로 세 수 $|a|$, $|b|$, $|c|$를 큰 수부터 차례대로 나열하면 $|a|$, $|c|$, $|b|$이다.

답 (1) $a<0$, $b>0$, $c>0$ (2) $|a|$, $|c|$, $|b|$

0278

$a<b$이고, $ab<0$이므로 $a<0$, $b>0$

$a<0$, $b>0$, $a+b<0$이므로 $|a|>|b|$

$a=-2$, $b=1$이라 하자.

① $b=1$

② $b^2=1^2=1$

③ $a^2=(-2)^2=4$

④ $a^3b=(-2)^3\times1=(-8)\times1=-8$

⑤ $ab^2=(-2)\times1^2=(-2)\times1=-2$

따라서 식의 값이 가장 큰 것은 ③이다.

답 ③

0279

$a\times b<0$이므로 $a>0$, $b<0$ 또는 $a<0$, $b>0$

이때 $a-b>0$이므로 $a>0$, $b<0$

$a\div b\times c>0$이고 $a>0$, $b<0$이므로 $c<0$

$\therefore a>0$, $b<0$, $c<0$

답 ⑤

0280

① 조건 (나)에서 b와 c는 서로 역수이므로 $b\times c=1$

② 조건 (가)에서 $a+b=0$이므로 $b=-a$ …… ㉠

㉠을 $b\times c=1$에 대입하면

$(-a)\times c=1 \quad \therefore a\times c=-1$

③ $a\times c=-1$이므로

$|a|\times|c|=|a\times c|=|-1|=1$

$\therefore |c|=\frac{1}{|a|}$ ($\because |a|\neq0$)

이때 조건 (다)에서 $|a|<1$이므로 $|c|>1$

$\therefore |a|<|c|$

④ $a=-\frac{1}{2}$, $b=\frac{1}{2}$, $c=2$는 주어진 조건을 모두 만족하지만

$|a+c|=\left|-\frac{1}{2}+2\right|=\left|-\frac{1}{2}+\frac{4}{2}\right|=\left|\frac{3}{2}\right|=\frac{3}{2}>1$이다.

⑤ $b\times c=1$, $a\times c=-1$이므로

$(b-a)\times c=b\times c-a\times c=1-(-1)=1+1=2>0$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

답 ④

0281

조건 (가)에서 $a\div b>0$이므로

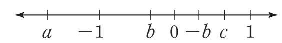
$a>0$, $b>0$ 또는 $a<0$, $b<0$

$a+b<0$이므로 $a<0$, $b<0$

조건 (나)에서 $b+c>0$이고 $b<0$이므로

$|b|<|c|$, $c>0$

조건 (다)에서 $|a|>1>|c|$이므로 a, b, $-b$, c를 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.

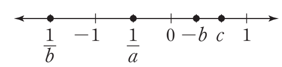


$0<-b<c<1$ …… ㉠

$a<-1$이므로 $-1<\frac{1}{a}<0$ …… ㉡

$-1<b<0$이므로 $\frac{1}{b}<-1$ …… ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의하여 $\frac{1}{b}<\frac{1}{a}<-b<c$이므로 크기가 작은 것부터 차례대로 나열하면 $\frac{1}{b}$, $\frac{1}{a}$, $-b$, c이다.



답 ④

유형 21. 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈의 혼합 계산

0282

(1), (2)

$2-\left\{-\frac{5}{6}+8\times\left(-\frac{3}{4}\right)^2\right\}\times\frac{5}{11}$ ㉣

$=2-\left(-\frac{5}{6}+8\times\frac{9}{16}\right)\times\frac{5}{11}$ ㉢

$=2-\left(-\frac{5}{6}+\frac{9}{2}\right)\times\frac{5}{11}$

$=2-\left(-\frac{5}{6}+\frac{27}{6}\right)\times\frac{5}{11}$ ㉡

$=2-\frac{22}{6}\times\frac{5}{11}$ ㉤

$=2-\frac{5}{3}$

$=\frac{6}{3}-\frac{5}{3}$ ㉠

$=\frac{1}{3}$

따라서 주어진 식의 계산 순서를 차례대로 나열하면

㉣, ㉢, ㉡, ㉤, ㉠이고, 계산 결과는 $\frac{1}{3}$이다.

답 (1) ㉣, ㉢, ㉡, ㉤, ㉠ (2) $\frac{1}{3}$

0283

$\frac{1}{7}\times\left[150-\left\{2+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)\times20\right\}\right]$

$=\frac{1}{7}\times\left[150-\left\{2+\left(\frac{5}{20}-\frac{4}{20}\right)\times20\right\}\right]$

$=\frac{1}{7}\times\left\{150-\left(2+\frac{1}{20}\times20\right)\right\}$

$=\frac{1}{7}\times\{150-(2+1)\}$

$=\frac{1}{7}\times(150-3)$

$=\frac{1}{7}\times147$

$=21$

답 ④

0284

25에서 4를 뺀 후 $\frac{2}{3}$를 곱하면

$(25-4)\times\frac{2}{3}=21\times\frac{2}{3}=14$

14를 $\frac{4}{5}$로 나눈 후 6을 더하면

$14\div\frac{4}{5}+6=14\times\frac{5}{4}+6=\frac{35}{2}+6=\frac{35}{2}+\frac{12}{2}=\frac{47}{2}$

$\frac{47}{2}$에서 4를 뺀 후 $\frac{2}{3}$를 곱하면

$\left(\frac{47}{2}-4\right)\times\frac{2}{3}=\left(\frac{47}{2}-\frac{8}{2}\right)\times\frac{2}{3}=\frac{39}{2}\times\frac{2}{3}=13$

따라서 주어진 과정에서 얻어지는 값은 13이다. 답 ③

0285

ㄱ. (ⅰ) n이 홀수일 때

$n+1$은 짝수이므로

$(-1)^n+(-1)^{n+1}=-1+1=0$

(ⅱ) n이 짝수일 때

$n+1$은 홀수이므로

$(-1)^n+(-1)^{n+1}=1+(-1)=0$

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 $(-1)^n+(-1)^{n+1}=0$

ㄴ. $2n-1$은 홀수, $2n$은 짝수이므로

$(-1)^{2n-1}\times(-1)^{2n}=(-1)\times1=-1$

ㄷ. $n=2$일 때

$(-1)^n\times(-1)^{2n}+(-1)^{n+1}\div(-1)^{n+2}$

$=(-1)^2\times(-1)^{2\times2}+(-1)^{2+1}\div(-1)^{2+2}$

$=1\times(-1)^4+(-1)^3\div(-1)^4$

$=1\times1+(-1)\div1$

$=1-1$

$=0$

따라서 모든 자연수 n에 대하여

$(-1)^n\times(-1)^{2n}+(-1)^{n+1}\div(-1)^{n+2}=-1$이 항상 성립하는 것은 아니다.

ㄹ. $4n-1$은 홀수, $4n$은 짝수이므로

$(-1)^{4n-1}\times2-(-1)^{4n}\times3$

$=(-1)\times2-1\times3$

$=-2-3$

$=-5$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다. 답 ②

0286

$X=\left(-\frac{3}{2}\right)^2\div\{(-11)+2\}-(-6)=\frac{9}{4}\div(-9)+6=\frac{9}{4}\times\left(-\frac{1}{9}\right)+6$

$=-\left(\frac{9}{4}\times\frac{1}{9}\right)+6=-\frac{1}{4}+6=-\frac{1}{4}+\frac{24}{4}=\frac{23}{4}=5.75$

따라서 X보다 크지 않는 자연수는 1, 2, 3, 4, 5의 5개이다. 답 ③

0287

$-\frac{3}{2}=-1.5$, 2.5, -6, 0, $\frac{26}{5}=5.2$, -3 중에서 가장 큰 수는 $\frac{26}{5}$이므로

$a=\frac{26}{5}$

$\left|-\frac{3}{2}\right|=\frac{3}{2}=1.5$, $|2.5|=2.5$, $|-6|=6$, $|0|=0$,

$\left|\frac{26}{5}\right|=\frac{26}{5}=5.2$, $|-3|=3$

이므로 주어진 수 중에서 절댓값이 가장 큰 수는 -6이다.

$\therefore b=-6$

주어진 수 중에서 정수가 아닌 음의 유리수는 $-\frac{3}{2}$이므로 $c=-\frac{3}{2}$

$\therefore a\times10+b^2\div c=\frac{26}{5}\times10+(-6)^2\div\left(-\frac{3}{2}\right)$

$=52+36\times\left(-\frac{2}{3}\right)=52-36\times\frac{2}{3}=52-24=28$ 답 ③

0288

(1) $A=(-1)^{101}-\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^2-\left\{2+\frac{1}{3}\times(5-2)^2\div\left(-\frac{4}{5}\right)\right\}\right]$

$=-1-\left[\frac{1}{4}-\left\{2+\frac{1}{3}\times3^2\times\left(-\frac{5}{4}\right)\right\}\right]$

$=-1-\left[\frac{1}{4}-\left\{2+\frac{1}{3}\times9\times\left(-\frac{5}{4}\right)\right\}\right]$

$=-1-\left[\frac{1}{4}-\left\{2-\left(\frac{1}{3}\times9\times\frac{5}{4}\right)\right\}\right]$

$=-1-\left\{\frac{1}{4}-\left(2-\frac{15}{4}\right)\right\}$

$=-1-\left(\frac{1}{4}-2+\frac{15}{4}\right)$

$=-1-\left(\frac{1}{4}+\frac{15}{4}-2\right)$

$=-1-\left(\frac{16}{4}-2\right)$

$=-1-(4-2)$

$=-1-2$

$=-3$

(2) $(-3)\times B\div\left(-\frac{14}{5}\right)\times(-2)^3=10$에서

$(-3)\times B\times\left(-\frac{5}{14}\right)\times(-8)=10$

$B\times(-3)\times\left(-\frac{5}{14}\right)\times(-8)=10$

$B\times\left\{-\left(3\times\frac{5}{14}\times8\right)\right\}=10$

$B\times\left(-\frac{60}{7}\right)=10$

$\therefore B=10\div\left(-\frac{60}{7}\right)=10\times\left(-\frac{7}{60}\right)=-\left(10\times\frac{7}{60}\right)=-\frac{7}{6}$

(3) $A\times B=(-3)\times\left(-\frac{7}{6}\right)=+\left(3\times\frac{7}{6}\right)=\frac{7}{2}$

답 (1) -3 (2) $-\frac{7}{6}$ (3) $\frac{7}{2}$

0289

$5+(-2)^3\div\left\{6-\left(-\frac{5}{4}\right)\div\left(-\frac{5}{3}\right)\right\}\times\left(-\frac{3}{4}\right)^2$

$=5+(-8)\div\left\{6-\left(-\frac{5}{4}\right)\times\left(-\frac{3}{5}\right)\right\}\times\frac{9}{16}$

$=5+(-8)\div\left(6-\frac{5}{4}\times\frac{3}{5}\right)\times\frac{9}{16}$

$=5+(-8)\div\left(6-\frac{3}{4}\right)\times\frac{9}{16}=5+(-8)\div\left(\frac{24}{4}-\frac{3}{4}\right)\times\frac{9}{16}$

$=5+(-8)\div\frac{21}{4}\times\frac{9}{16}=5+(-8)\times\frac{4}{21}\times\frac{9}{16}=5-8\times\frac{4}{21}\times\frac{9}{16}$

$=5-\frac{6}{7}=\frac{35}{7}-\frac{6}{7}=\frac{29}{7}$

따라서 $\frac{29}{7}=4.\times\times\times$보다 작은 양의 정수는 1, 2, 3, 4이므로

구하는 합은 $1+2+3+4=10$이다. 답 10

Ⅱ - 03. 유리수의 계산

0290

(ⅰ) n이 홀수일 때 $n+1$, $2n$은 짝수이고 $n+2$는 홀수이므로

$$\begin{aligned}(-1)^n-(-1)^{n+1}\times(-1)^{n+2}\div(-1)^{2n}&=-1-1\times(-1)\div1\\&=-1+1\times1\div1=-1+1=0\end{aligned}$$

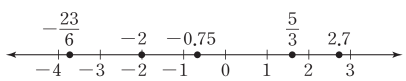
(ⅱ) n이 짝수일 때 $n+1$은 홀수이고, $n+2$, $2n$은 짝수이므로

$$\begin{aligned}(-1)^n-(-1)^{n+1}\times(-1)^{n+2}\div(-1)^{2n}&=1-(-1)\times1\div1\\&=1+(1\times1\div1)=1+1=2\end{aligned}$$

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 주어진 식의 값이 될 수 있는 수는 0, 2이다. 답 ③, ⑤

0291

$-\frac{23}{6}=-3.\times\times\times$, 2.7, -0.75, $\frac{5}{3}=1.\times\times\times$, -2를 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



따라서 주어진 수 중에서 가장 큰 수는 2.7, 가장 작은 수는 $-\frac{23}{6}$이므로

$a=2.7$, $b=-\frac{23}{6}$

이때 다섯 개의 점 중 0을 나타내는 점과 가장 먼 점은 $-\frac{23}{6}$을 나타내는 점이고, 가장 가까운 점은 -0.75를 나타내는 점이다.

따라서 절댓값이 가장 큰 수는 $-\frac{23}{6}$, 절댓값이 가장 작은 수는 -0.75이므로

$c=-\frac{23}{6}$, $d=-0.75$

$$\begin{aligned}\therefore a\div d+b\div c&=2.7\div(-0.75)+\left(-\frac{23}{6}\right)\div\left(-\frac{23}{6}\right)\\&=\frac{27}{10}\div\left(-\frac{75}{100}\right)+1=\frac{27}{10}\times\left(-\frac{100}{75}\right)+1\\&=-\left(\frac{27}{10}\times\frac{100}{75}\right)+1=-\frac{18}{5}+1\\&=-\frac{18}{5}+\frac{5}{5}=-\frac{13}{5}\end{aligned}$$

답 $-\frac{13}{5}$

0292

$\frac{4}{3}\diamond\frac{5}{2}=\frac{4}{3}\times\frac{5}{2}-k=\frac{10}{3}-k$

이때 $\frac{4}{3}\diamond\frac{5}{2}=\frac{1}{3}$이므로 $\frac{10}{3}-k=\frac{1}{3}$에서

$-k=\frac{1}{3}-\frac{10}{3}=-\frac{9}{3}=-3$ $\quad\therefore k=3$

따라서 $a\diamond b=a\times b-3$이므로

$$\begin{aligned}\left(-\frac{12}{5}\right)\diamond\left(-\frac{15}{4}\right)&=\left(-\frac{12}{5}\right)\times\left(-\frac{15}{4}\right)-3=+\left(\frac{12}{5}\times\frac{15}{4}\right)-3\\&=9-3=6\end{aligned}$$

답 6

0293

$$\begin{aligned}&\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(\frac{1}{3}-1\right)\times\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\left(\frac{1}{5}-1\right)\times\cdots\times\left(1-\frac{1}{30}\right)\\&=\underbrace{\frac{1}{2}\times\left(-\frac{2}{3}\right)\times\frac{3}{4}\times\left(-\frac{4}{5}\right)\times\cdots\times\frac{29}{30}}_{\text{음수가 14개}}=\frac{1}{30}\end{aligned}$$

답 $\frac{1}{30}$

0294

$$\begin{aligned}&\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\frac{1}{42}\\&=\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\frac{1}{4\times5}+\frac{1}{5\times6}+\frac{1}{6\times7}\\&=\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{5}\right)+\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{7}\right)\\&=\frac{1}{2}+\left\{\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(+\frac{1}{3}\right)\right\}+\cdots+\left\{\left(-\frac{1}{6}\right)+\left(+\frac{1}{6}\right)\right\}-\frac{1}{7}\\&=\frac{1}{2}-\frac{1}{7}=\frac{7}{14}-\frac{2}{14}=\frac{5}{14}\end{aligned}$$

답 $\frac{5}{14}$

유형 22. 수직선에서 두 점 사이의 점

0295

두 점 A, P 사이의 거리는

$\frac{13}{8}-\left(-\frac{1}{4}\right)=\frac{13}{8}+\frac{1}{4}=\frac{13}{8}+\frac{2}{8}=\frac{15}{8}$

따라서 점 B는 점 P에서 오른쪽으로 $\frac{15}{8}$만큼 떨어져 있으므로

점 B가 나타내는 수는

$\frac{13}{8}+\frac{15}{8}=\frac{28}{8}=\frac{7}{2}$

답 ③

0296

(1) 두 점 A, B 사이의 거리는

$\frac{25}{12}-\left(-\frac{5}{4}\right)=\frac{25}{12}+\frac{5}{4}=\frac{25}{12}+\frac{15}{12}=\frac{40}{12}=\frac{10}{3}$

(2) 두 점 A, B 사이의 거리가 $\frac{10}{3}$이므로 두 점 A, C 사이의 거리는

$\frac{10}{3}\times\frac{2}{5}=\frac{4}{3}$

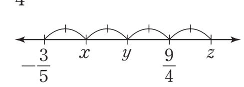
(3) 점 C는 점 A에서 오른쪽으로 $\frac{4}{3}$만큼 떨어져 있으므로 점 C가 나타내는 수는

$-\frac{5}{4}+\frac{4}{3}=-\frac{15}{12}+\frac{16}{12}=\frac{1}{12}$

답 (1) $\frac{10}{3}$ (2) $\frac{4}{3}$ (3) $\frac{1}{12}$

0297

다섯 개의 수 $-\frac{3}{5}$, x, y, $\frac{9}{4}$, z를 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



두 수 $-\frac{3}{5}$, $\frac{9}{4}$를 나타내는 두 점 사이의 거리는

$\frac{9}{4}-\left(-\frac{3}{5}\right)=\frac{9}{4}+\frac{3}{5}=\frac{45}{20}+\frac{12}{20}=\frac{57}{20}$

이므로 이웃하는 두 점 사이의 거리는

$\frac{57}{20}\times\frac{1}{3}=\frac{19}{20}$

따라서 x를 나타내는 점은 $-\frac{3}{5}$을 나타내는 점에서

오른쪽으로 $\frac{19}{20}$만큼 떨어져 있으므로

$x=-\frac{3}{5}+\frac{19}{20}=-\frac{12}{20}+\frac{19}{20}=\frac{7}{20}$

y를 나타내는 점은 $\frac{9}{4}$를 나타내는 점에서

왼쪽으로 $\frac{19}{20}$만큼 떨어져 있으므로

$y=\frac{9}{4}-\frac{19}{20}=\frac{45}{20}-\frac{19}{20}=\frac{26}{20}$

z를 나타내는 점은 $\frac{9}{4}$를 나타내는 점에서 오른쪽으로 $\frac{19}{20}$만큼 떨어져 있으므로

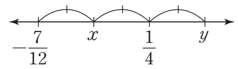
$z=\frac{9}{4}+\frac{19}{20}=\frac{45}{20}+\frac{19}{20}=\frac{64}{20}$

$\therefore x+y+z=\frac{7}{20}+\frac{26}{20}+\frac{64}{20}=\frac{97}{20}$

답 $\frac{97}{20}$

0298

네 수 $-\frac{7}{12}$, x, $\frac{1}{4}$, y를 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



두 수 $-\frac{7}{12}$, $\frac{1}{4}$을 나타내는 두 점 사이의 거리는

$\frac{1}{4}-\left(-\frac{7}{12}\right)=\frac{1}{4}+\frac{7}{12}=\frac{3}{12}+\frac{7}{12}=\frac{10}{12}=\frac{5}{6}$

이므로 이웃하는 두 점 사이의 거리는

$\frac{5}{6}\times\frac{1}{2}=\frac{5}{12}$

따라서 x를 나타내는 점은 $-\frac{7}{12}$을 나타내는 점에서

오른쪽으로 $\frac{5}{12}$만큼 떨어져 있으므로

$x=-\frac{7}{12}+\frac{5}{12}=-\frac{2}{12}=-\frac{1}{6}$

y를 나타내는 점은 $\frac{1}{4}$을 나타내는 점에서

오른쪽으로 $\frac{5}{12}$만큼 떨어져 있으므로

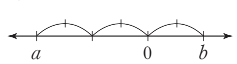
$y=\frac{1}{4}+\frac{5}{12}=\frac{3}{12}+\frac{5}{12}=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$

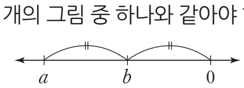
$\therefore |x|+|y|=\left|-\frac{1}{6}\right|+\left|\frac{2}{3}\right|=\frac{1}{6}+\frac{2}{3}=\frac{1}{6}+\frac{4}{6}=\frac{5}{6}$ 답 ③

0299

조건 (다)에 의하여 수직선에서 a에 대응하는 점과 0에 대응하는 점 사이의 거리는 b에 대응하는 점과 0에 대응하는 점 사이의 거리의 2배이다.

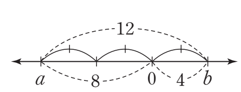
조건 (나)에서 $a<b$이므로 두 조건 (나), (다)를 만족하기 위해서는 두 수 a, b를 수직선에 나타내었을 때 다음 두 개의 그림 중 하나와 같아야 한다.





(i) $a<0$, $b>0$일 때

조건 (가)에 의하여 두 수 a, b에 대응하는 두 점 사이의 거리는 12이므로 두 수 0, b에 대응하는 두 점 사이의 거리는 $12\times\frac{1}{3}=4$

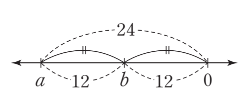


또한 두 수 0, a에 대응하는 두 점 사이의 거리는 $4\times2=8$이므로

$a=-8$, $b=4$

(ii) $a<0$, $b<0$일 때

조건 (가)에 의하여 두 수 a, b에 대응하는 두 점 사이의 거리는 12이므로 두 수 0, b에 대응하는 두 점 사이의 거리는 12이고, 두 수 0, a에 대응하는 두 점 사이의 거리는 24이다.



$\therefore a=-24$, $b=-12$

(i), (ii)에 의하여 $b=4$ 또는 $b=-12$이므로 구하는 합은

$4+(-12)=-8$ 답 ①

유형 23. 유리수의 계산의 활용

0300

A팀은 승리 6번, 득점이 있는 무승부 3번, 득점이 없는 무승부 2번, 패배 5번을 하였으므로 A팀의 점수는

$6\times(+4)+3\times(+0.5)+2\times0+5\times(-2)=24+1.5+0-10=15.5$(점)

답 15.5점

0301

①, ②, ③ $(-3)\times(-10)-(-3)\times(+6)=48$에서 $(-3)\times(-10)$은 3분 전 노란 애벌레의 위치, $(-3)\times(+6)$은 3분 전 초록 애벌레의 위치이다.

따라서 3분 전 두 애벌레 사이의 거리를 3분 전 두 애벌레의 위치의 차를 이용하여 구했다.

이때 3분 전 노란 애벌레의 위치인 $(-3)\times(-10)$에서 -3은 3분 전, -10은 오른쪽에서 왼쪽으로 1분에 10cm씩 움직이는 것을 나타낸다.

3분 전 초록 애벌레의 위치인 $(-3)\times(+6)$에서 -3은 3분 전, $+6$은 왼쪽에서 오른쪽으로 1분에 6cm씩 움직이는 것을 나타낸다.

따라서 3분 전을 -3, 왼쪽에서 오른쪽으로 가는 방향을 $+$로 표현하였다.

④ 3분 전 노란 애벌레의 위치는 $(-3)\times(-10)=30$이다.

따라서 3분 전에 노란 애벌레는 원점에서 오른쪽으로 30cm 떨어진 지점에 있었다.

⑤ 2분 후 초록 애벌레의 위치는 $(+2)\times(+6)=12$이다.

따라서 2분 후에 초록 애벌레는 원점에서 오른쪽으로 12cm 떨어진 지점에 있게 된다.

따라서 이 식을 잘못 이해한 학생은 ⑤ 종현이다. 답 ⑤

0302

이산화탄소 배출량은 온실 가스 배출량인 3.7톤의 76%이므로 $3.7\times\frac{76}{100}$(톤)

이때 이산화탄소 배출량을 15% 줄이므로, 줄어드는 이산화탄소 배출량은

$\left(3.7\times\frac{76}{100}\right)\times\frac{15}{100}=3.7\times\frac{76}{100}\times\frac{15}{100}$(톤)

따라서 전체 온실가스 배출량 3.7톤에서 $3.7\times\frac{76}{100}\times\frac{15}{100}$(톤)이 줄어드므로

$$\frac{(\text{줄어드는 온실가스 배출량})}{(\text{전체 온실가스 배출량})}\times100=\frac{3.7\times\frac{76}{100}\times\frac{15}{100}}{3.7}\times100$$
$$=\frac{76}{100}\times\frac{15}{100}\times100=\frac{76\times15}{100}$$
$$=\frac{57}{5}=11.4(\%)$$

따라서 전체 온실가스 배출량은 11.4% 줄어든다. 답 11.4%

0303

(1) 옷 30벌을 정가 15000원에 팔아서 얻은 이익은

$6000\times30=180000$(원)

(2) 정가 15000원에서 30% 할인한 금액은

$15000-15000\times\frac{30}{100}=15000-4500=10500$(원)

옷 한 벌 당 10500원일 때 원가는 9000원이므로

옷 한 벌을 팔 때 얻는 이익은 $10500-9000=1500$(원)

따라서 옷 $100-30=70$(벌)을 한 벌 당 10500원에 팔아서 얻은 이익은

$1500\times70=105000$(원)

(3) (1), (2)에 의하여 전체 이익은

$180000+105000=285000$(원)

답 (1) 180000원 (2) 105000원 (3) 285000원

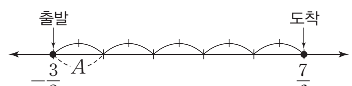
0304

(1) 은서가 만든 개구리는 $-\frac{3}{2}$에서 출발하여 오른쪽으로

한 번에 A만큼씩 5번을 뛰어 $\frac{7}{6}$에 도착했으므로

$-\frac{3}{2}+A\times5=\frac{7}{6}$에서

$A\times5=\frac{7}{6}+\frac{3}{2}$

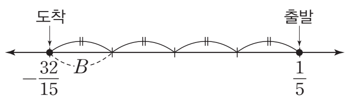


$A\times 5=\frac{7}{6}+\frac{9}{6}=\frac{16}{6}=\frac{8}{3}$

$\therefore A=\frac{8}{3}\div 5=\frac{8}{3}\times\frac{1}{5}=\frac{8}{15}$

세현이가 만든 개구리는 $\frac{1}{5}$에서 출발하여 왼쪽으로

한 번에 B만큼씩 4번을 뛰어 $-\frac{32}{15}$에 도착했으므로



$\frac{1}{5}-B\times 4=-\frac{32}{15}$

$-B\times 4=-\frac{32}{15}-\frac{1}{5}$

$-B\times 4=-\frac{32}{15}-\frac{3}{15}=-\frac{35}{15}=-\frac{7}{3}$

$-B=\left(-\frac{7}{3}\right)\div 4=\left(-\frac{7}{3}\right)\times\frac{1}{4}$

$=-\left(\frac{7}{3}\times\frac{1}{4}\right)=-\frac{7}{12}$

$\therefore B=\frac{7}{12}$

(2) $A=\frac{8}{15}=\frac{32}{60}$, $B=\frac{7}{12}=\frac{35}{60}$이므로 $A<B$이다.

따라서 세현이가 우승하였다.

답 (1) $A=\frac{8}{15}$, $B=\frac{7}{12}$ (2) 세현

백점 도전하기

0305 유형 21 73쪽

$\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$을 이용하기 위해 주어진 식을 변형하면

$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\frac{1}{42}+\frac{1}{56}+\frac{1}{72}+\frac{1}{90}\right)\div\frac{3}{20}$

$=\left(\frac{1}{1\times 2}+\frac{1}{2\times 3}+\frac{1}{3\times 4}+\frac{1}{4\times 5}+\frac{1}{5\times 6}+\frac{1}{6\times 7}+\frac{1}{7\times 8}+\frac{1}{8\times 9}\right.$

$\left.+\frac{1}{9\times 10}\right)\div\frac{3}{20}$

$\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$에 $n=3$을 대입하면 $\frac{1}{3\times 4}=\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$

$=\left(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{7}-\frac{1}{8}+\frac{1}{8}\right.$

$\left.-\frac{1}{9}+\frac{1}{9}-\frac{1}{10}\right)\div\frac{3}{20}$

1과 $-\frac{1}{10}$을 제외하고 모두 소거 돼.

$=\left(1-\frac{1}{10}\right)\div\frac{3}{20}$

$=\frac{9}{10}\times\frac{20}{3}=6$

답 6

0306 유형 17 68쪽

네 수 중 두 수가 음수이므로 $A\times B\div C$가 최댓값을 가지려면

음수 2개를 모두 선택해야 한다.

$A\times B\div C$를 계산했을 때 결괏값이 양수가 되어야 하기 때문이야.

(i) $-\frac{5}{3}$, $-\frac{5}{6}$, $\frac{1}{2}$을 선택하는 경우

C는 절댓값이 가장 작은 수이어야 하므로 $C=\frac{1}{2}$이고,

$A\times B\div C=\left(-\frac{5}{3}\right)\times\left(-\frac{5}{6}\right)\div\frac{1}{2}$

$=\left(-\frac{5}{3}\right)\times\left(-\frac{5}{6}\right)\times 2$

$=+\left(\frac{5}{3}\times\frac{5}{6}\times 2\right)=\frac{25}{9}$

(ii) $-\frac{5}{3}$, $-\frac{5}{6}$, 4를 선택하는 경우

C는 절댓값이 가장 작은 수이어야 하므로 $C=-\frac{5}{6}$이고,

$A\times B\div C=\left(-\frac{5}{3}\right)\times 4\div\left(-\frac{5}{6}\right)=\left(-\frac{5}{3}\right)\times 4\times\left(-\frac{6}{5}\right)$

$=+\left(\frac{5}{3}\times 4\times\frac{6}{5}\right)=8$

또 $A\times B\div C$가 최솟값을 가지려면 음수는 1개 선택하고 양수는 모두 포함해야 한다.

$A\times B\div C$를 계산했을 때 결괏값이 음수가 되어야 하기 때문이야.

(iii) $\frac{1}{2}$, 4, $-\frac{5}{3}$를 선택하는 경우

C는 절댓값이 가장 작은 수이어야 하므로 $C=\frac{1}{2}$이고,

$A\times B\div C=4\times\left(-\frac{5}{3}\right)\div\frac{1}{2}=4\times\left(-\frac{5}{3}\right)\times 2$

$=-\left(4\times\frac{5}{3}\times 2\right)=-\frac{40}{3}$

(iv) $\frac{1}{2}$, 4, $-\frac{5}{6}$를 선택하는 경우

C는 절댓값이 가장 작은 수이어야 하므로 $C=\frac{1}{2}$이고,

$A\times B\div C=4\times\left(-\frac{5}{6}\right)\div\frac{1}{2}=4\times\left(-\frac{5}{6}\right)\times 2$

$=-\left(4\times\frac{5}{6}\times 2\right)=-\frac{20}{3}$

(i)~(iv)에 의하여 $A\times B\div C$의 최댓값은 8, 최솟값은 $-\frac{40}{3}$이다.

따라서 구하는 곱은 $8\times\left(-\frac{40}{3}\right)=-\frac{320}{3}$

답 $-\frac{320}{3}$

0307 유형 20 71쪽

$b+c<0$, $c>0$이므로 $b<0$

$b<0$, $|b|\le 3$이므로 b의 값이 될 수 있는 정수는 -3, -2, -1이다.

이때 $a\times b\times c=0$이고 $b\ne 0$, $c\ne 0$이므로 $a=0$이다.

$a\times b\times c=0$이 되려면 a, b, c 중 적어도 하나는 0이 되어야 해. b와 c가 0이 아니므로 a가 0이어야겠지?

(i) $b=-3$일 때

$b+c<0$에 $b=-3$을 대입하면 $-3+c<0$

$\therefore c<3$

이때 $c>0$이므로 c의 값이 될 수 있는 정수는 1, 2이다.

따라서 가능한 a, b, c의 값을 (a, b, c)의 형태로 나타내면

$(0, -3, 1)$, $(0, -3, 2)$이다.

(ii) $b=-2$일 때

$b+c<0$에 $b=-2$를 대입하면 $-2+c<0$ $\quad\therefore c<2$

이때 $c>0$이므로 c의 값이 될 수 있는 정수는 1이다.

따라서 가능한 a, b, c의 값을 (a, b, c)의 형태로 나타내면 $(0, -2, 1)$이다.

(iii) $b=-1$일 때

$b+c<0$에 $b=-1$을 대입하면 $-1+c<0$

$\therefore c<1$

이때 $c>0$이므로 가능한 c의 값은 없다.

(i)~(iii)에 의하여 가능한 a, b, c의 값을 (a, b, c)의 형태로 모두 나타내면

$(0, -3, 1)$, $(0, -3, 2)$, $(0, -2, 1)$이다.

답 $(0, -3, 1)$, $(0, -3, 2)$, $(0, -2, 1)$

0308 유형 21 73쪽

$A=\left(\frac{10}{3}-\frac{5}{6}\right)^2\times\left\{\left(-\frac{3}{2}\right)^3\div\frac{45}{4}-\frac{5}{2}\right\}$

$=\left(\frac{20}{6}-\frac{5}{6}\right)^2\times\left\{\left(-\frac{27}{8}\right)\times\frac{4}{45}-\frac{5}{2}\right\}=\left(\frac{15}{6}\right)^2\times\left(-\frac{3}{10}-\frac{5}{2}\right)$

$=\left(\frac{5}{2}\right)^2\times\left(-\frac{3}{10}-\frac{25}{10}\right)=\frac{25}{4}\times\left(-\frac{28}{10}\right)=-\frac{35}{2}$

$B=(-1)^{99}\times 6\div 0.25+\left(-\frac{2}{3}\right)^2\times\left(\frac{5}{3}-\frac{1}{6}\right)$

$=(-1)\times 6\div\frac{25}{100}+\frac{4}{9}\times\left(\frac{10}{6}-\frac{1}{6}\right)=(-1)\times 6\times\frac{100}{25}+\frac{4}{9}\times\frac{9}{6}$

$=-\left(1\times6\times\frac{100}{25}\right)+\frac{2}{3}=-24+\frac{2}{3}=-\frac{72}{3}+\frac{2}{3}=-\frac{70}{3}$

이때 A, B는 음수이므로 $A\times x$, $B\times x$가 자연수가 되기 위해서는 x는 음수이어야 한다.

음수와 음수를 곱하면 양수가 되기 때문이야.

따라서 x는 음의 유리수이므로

$x=-\frac{b}{a}$(a, b는 서로소인 자연수)로 나타낼 수 있다.

$A\times x=\left(-\frac{35}{2}\right)\times\left(-\frac{b}{a}\right)=\frac{35}{2}\times\frac{b}{a}$

2가 약분되어 없어져야 하므로 b는 2의 배수가 되어야 해.

가 자연수이므로 a는 35의 약수, b는 2의 배수이다.

$B\times x=\left(-\frac{70}{3}\right)\times\left(-\frac{b}{a}\right)=\frac{70}{3}\times\frac{b}{a}$

가 자연수이므로 a는 70의 약수, b는 3의 배수이다.

따라서 a는 35와 70의 공약수, b는 2와 3의 공배수이다.

이때 $x=-\frac{b}{a}$가 최대이기 위해서는 $\frac{b}{a}$가 최소이어야 하므로, a는 최대, b는 최소이어야 한다.

분모가 클수록, 분자가 작을수록 분수는 작아져.

즉, a는 35와 70의 최대공약수이어야 하므로 $a=35$

b는 2와 3의 최소공배수이어야 하므로 $b=6$

따라서 $x=-\frac{b}{a}$의 최댓값은

$-\frac{6}{35}$이다.

답 ②

서술형 격파하기

예제 1	(1) $x_1=\frac{7}{4}$, $x_2=\frac{57}{5}$ (2) 10		
유제 1	(1) $\frac{7}{4}$ (2) $\frac{11}{2}$ (3) -5, -4, -3, -2, 2, 3, 4, 5		
예제 2	4	유제 2	33
예제 3	62	유제 3	11
예제 4	$\frac{3}{2}$	유제 4	$-\frac{5}{12}$

예제 1

STEP ❶ a보다 b만큼 큰 수는 $a+b$, a보다 b만큼 작은 수는 $a-b$임을 이용한다.

(1) 5보다 $-\frac{13}{4}$만큼 큰 수가 x_1이므로

$x_1=5+\left(-\frac{13}{4}\right)=\frac{20}{4}-\frac{13}{4}=\frac{7}{4}$

10보다 $-\frac{7}{5}$만큼 작은 수가 x_2이므로

$x_2=10-\left(-\frac{7}{5}\right)=10+\frac{7}{5}=\frac{50}{5}+\frac{7}{5}=\frac{57}{5}$ ⋯⋯ 채점기준 ① | 50%

STEP ❷ x_1, x_2를 각각 소수로 나타낸 후 k의 값을 구한다.

(2) $x_1=\frac{7}{4}=1.75$, $x_2=\frac{57}{5}=11.4$이므로

$x_1<k<x_2$를 만족시키는 자연수 k는

2, 3, 4, ⋯, 10, 11로 10개이다. ⋯⋯ 채점기준 ② | 50%

답 (1) $x_1=\frac{7}{4}$, $x_2=\frac{57}{5}$ (2) 10

채점기준	
① x_1, x_2의 값을 각각 구한다.	50%
② $x_1<k<x_2$를 만족시키는 자연수 k의 개수를 구한다.	50%

유제 1

STEP ❶ a보다 b만큼 큰 수는 $a+b$임을 이용한다.

(1) 3보다 $-\frac{5}{4}$만큼 큰 수가 x이므로

$x=3+\left(-\frac{5}{4}\right)=\frac{12}{4}-\frac{5}{4}=\frac{7}{4}$ ⋯⋯ 채점기준 ① | 30%

STEP ❷ a보다 b만큼 작은 수는 $a-b$임을 이용한다.

(2) 4보다 $-\frac{3}{2}$만큼 작은 수가 y이므로

$y=4-\left(-\frac{3}{2}\right)=\frac{8}{2}+\frac{3}{2}=\frac{11}{2}$ ⋯⋯ 채점기준 ② | 30%

STEP ❸ 조건을 만족시키는 정수 k를 구한다.

(3) $x<|k|<y$에서 $\frac{7}{4}<|k|<\frac{11}{2}$

이때 $\frac{7}{4}=1.75$, $\frac{11}{2}=5.5$에서 $1.75<|k|<5.5$

따라서 $|k|$의 값이 될 수 있는 것은 2, 3, 4, 5이다.

그러므로 부등식을 만족시키는 정수 k는

-5, -4, -3, -2, 2, 3, 4, 5이다. ⋯⋯ 채점기준 ③ | 40%

답 (1) $\frac{7}{4}$ (2) $\frac{11}{2}$ (3) -5, -4, -3, -2, 2, 3, 4, 5

채점기준	
① x의 값을 구한다.	30%
② y의 값을 구한다.	30%
③ $x<|k|<y$를 만족시키는 정수 k를 모두 구한다.	40%

예제 2

STEP ❶ 점 C와 점 D가 나타내는 수의 값으로부터 점 A와 점 B가 나타내는 수를 각각 구한다.

수직선에서 점 C는 0보다 왼쪽에 있고, 절댓값이 $\frac{9}{5}$이므로

점 C가 나타내는 수는 $-\frac{9}{5}$이다.

또한 수직선에서 점 D는 0보다 오른쪽에 있고, 절댓값이 $\frac{1}{3}$이므로

점 D가 나타내는 수는 $\frac{1}{3}$이다.

이때 점 A는 점 C보다 왼쪽에 있고, 두 점 A, C 사이의 거리가 $\frac{2}{3}$이므로

(점 A가 나타내는 수)$=-\frac{9}{5}-\frac{2}{3}=-\frac{27+10}{15}=-\frac{37}{15}$

⋯⋯ 채점기준 ① | 40%

점 B는 점 D보다 오른쪽에 있고, 두 점 B, D 사이의 거리가 $\frac{6}{5}$이므로

(점 B가 나타내는 수)$=\frac{1}{3}+\frac{6}{5}=\frac{5+18}{15}=\frac{23}{15}$ ⋯⋯ 채점기준 ② | 40%

STEP ❷ 두 점 A, B 사이의 거리를 구한다.

따라서 두 점 A, B 사이의 거리는

$\frac{23}{15}-\left(-\frac{37}{15}\right)=\frac{60}{15}=4$ ⋯⋯ 채점기준 ③ | 20%

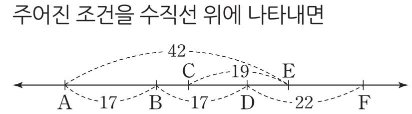
답 4

채점기준	
① 점 A가 나타내는 수를 구한다.	40%
② 점 B가 나타내는 수를 구한다.	40%
③ 두 점 A, B 사이의 거리를 구한다.	20%

유제 2

STEP ❶ 주어진 조건을 수직선 위에 나타낸다.

주어진 조건을 수직선 위에 나타내면

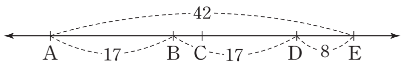


⋯⋯ 채점기준 ① | 20%

이때 두 점 A와 E 사이의 거리는 42

두 점 A와 B 사이의 거리와 두 점 B와 D 사이의 거리가 모두 17이므로, 두 점 D와 E 사이의 거리는

$42-17-17=8$

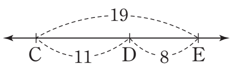


또한, 두 점 C와 E 사이의 거리는 19이고

두 점 D와 E 사이의 거리는 8이므로

두 점 C와 D 사이의 거리는

$19-8=11$ ························· 채점기준 ② | 40%

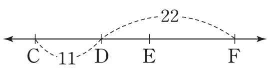


STEP ❷ 두 점 C, F 사이의 거리가 두 점 C, D 사이의 거리와 두 점 D, F 사이의 거리의 합과 같음을 이용한다.

따라서 두 점 C와 F 사이의 거리는 두 점 C와 D 사이의 거리와

두 점 D와 F 사이의 거리의 합과 같으므로

$11+22=33$ ························· 채점기준 ③ | 40%



답 33

채점기준

① 주어진 조건을 수직선 위에 나타낸다.	20%
② 두 점 D와 E 사이의 거리와 두 점 C와 D 사이의 거리를 구한다.	40%
③ 두 점 C와 F 사이의 거리를 구한다.	40%

예제 3

STEP ❶ a, $|a+b|$의 값에 따라 경우를 나누어 $a\times b$의 값을 구한다.

$a\times|a+b|=7$에서 $|a+b|>0$이므로 $a>0$이다.

또한 a, b가 정수이므로 $|a+b|$도 정수이다.

따라서 7을 두 양의 정수의 곱으로 나타내면 1×7이므로

(i) $a=1$, $|a+b|=7$일 때

$a+b=7$ 또는 $a+b=-7$이므로 $1+b=7$ 또는 $1+b=-7$

$\therefore b=6$ 또는 $b=-8$

$\therefore a\times b=1\times6=6$ 또는 $a\times b=1\times(-8)=-8$

(ii) $a=7$, $|a+b|=1$일 때

$a+b=1$ 또는 $a+b=-1$이므로 $7+b=1$ 또는 $7+b=-1$

$\therefore b=-6$ 또는 $b=-8$

$\therefore a\times b=7\times(-6)=-42$ 또는 $a\times b=7\times(-8)=-56$

························· 채점기준 ① | 70%

(i), (ii)에 의하여 $a\times b$의 값 중 가장 큰 값은 6, 가장 작은 값은 -56이므로

그 차는 $6-(-56)=6+56=62$ ························· 채점기준 ② | 30%

답 62

채점기준

① 경우를 나누어 $a\times b$의 값을 구한다.	70%
② $a\times b$의 값 중 가장 큰 값과 가장 작은 값의 차를 구한다.	30%

유제 3

STEP ❶ a, $|a+b|$의 값에 따라 경우를 나누어 $a-b$의 값을 구한다.

$a\times|a+b|=5$에서 $|a+b|>0$이므로 $a>0$이다.

또한 a와 b가 정수이므로 $|a+b|$도 정수이다.

따라서 5를 두 양의 정수의 곱으로 나타내면 1×5이므로

(i) $a=1$, $|a+b|=5$일 때

$a+b=5$ 또는 $a+b=-5$이므로 $1+b=5$ 또는 $1+b=-5$

$\therefore b=4$ 또는 $b=-6$

$\therefore a-b=1-4=-3$ 또는 $a-b=1-(-6)=7$

(ii) $a=5$, $|a+b|=1$일 때

$a+b=1$ 또는 $a+b=-1$이므로 $5+b=1$ 또는 $5+b=-1$

$\therefore b=-4$ 또는 $b=-6$

$\therefore a-b=5-(-4)=9$ 또는 $a-b=5-(-6)=11$

························· 채점기준 ① | 70%

(i), (ii)에서 $a-b$의 최댓값은 11이다. ························· 채점기준 ② | 30%

답 11

채점기준

① 경우를 나누어 $a-b$의 값을 구한다.	70%
② $a-b$의 최댓값을 구한다.	30%

예제 4

STEP ❶ $\frac{2}{3}*\frac{4}{5}$를 간단히 한다.

$$\frac{2}{3}*\frac{4}{5}=\frac{2}{3}+\left(\frac{4}{5}-\frac{2}{3}\right)\div\frac{4}{5}=\frac{2}{3}+\left(\frac{12}{15}-\frac{10}{15}\right)\div\frac{4}{5}=\frac{2}{3}+\frac{2}{15}\div\frac{4}{5}$$

$$=\frac{2}{3}+\frac{2}{15}\times\frac{5}{4}=\frac{2}{3}+\frac{1}{6}=\frac{4}{6}+\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$$ ·········· 채점기준 ① | 50%

STEP ❷ STEP ❶에서 구한 값을 이용하여 주어진 식의 값을 구한다.

$$\therefore\left(-\frac{5}{2}\right)*\left(\frac{2}{3}*\frac{4}{5}\right)=\left(-\frac{5}{2}\right)*\frac{5}{6}=\left(-\frac{5}{2}\right)+\left\{\frac{5}{6}-\left(-\frac{5}{2}\right)\right\}\div\frac{5}{6}$$

$$=\left(-\frac{5}{2}\right)+\left(\frac{5}{6}+\frac{5}{2}\right)\div\frac{5}{6}=\left(-\frac{5}{2}\right)+\left(\frac{5}{6}+\frac{15}{6}\right)\div\frac{5}{6}$$

$$=\left(-\frac{5}{2}\right)+\frac{20}{6}\div\frac{5}{6}=\left(-\frac{5}{2}\right)+\frac{20}{6}\times\frac{6}{5}$$

$$=\left(-\frac{5}{2}\right)+4=-\frac{5}{2}+\frac{8}{2}=\frac{3}{2}$$ ····· 채점기준 ② | 50%

답 $\frac{3}{2}$

채점기준

① $\frac{2}{3}*\frac{4}{5}$를 계산한다.	50%
② 주어진 식의 값을 구한다.	50%

유제 4

STEP ❶ $\left(-\frac{1}{2}\right)^3\times(-2)^2$과 $\left(-\frac{1}{3}\right)^2\div\left(-\frac{1}{6}\right)\times(-1)^{101}$을 각각 계산한다.

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^3\times(-2)^2=\left(-\frac{1}{8}\right)\times4=-\left(\frac{1}{8}\times4\right)=-\frac{1}{2}$$

$$\left(-\frac{1}{3}\right)^2\div\left(-\frac{1}{6}\right)\times(-1)^{101}=\frac{1}{9}\div\left(-\frac{1}{6}\right)\times(-1)=\frac{1}{9}\times(-6)\times(-1)$$

$$=+\left(\frac{1}{9}\times6\times1\right)=\frac{2}{3}$$ ······ 채점기준 ① | 50%

STEP ❷ STEP ❶을 이용하여 주어진 식의 값을 구한다.

$$\therefore\left\{\left(-\frac{1}{2}\right)^3\times(-2)^2\right\}★\left\{\left(-\frac{1}{3}\right)^2\div\left(-\frac{1}{6}\right)\times(-1)^{101}\right\}$$

$$=\left(-\frac{1}{2}\right)★\frac{2}{3}=\left(-\frac{1}{2}\right)\div\frac{2}{3}-\left(-\frac{1}{2}\right)\times\frac{2}{3}=\left(-\frac{1}{2}\right)\times\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}$$

$$=-\left(\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\right)+\frac{1}{3}=-\frac{3}{4}+\frac{1}{3}=-\frac{9}{12}+\frac{4}{12}=-\frac{5}{12}$$

························· 채점기준 ② | 50%

답 $-\frac{5}{12}$

채점기준

① $\left(-\frac{1}{2}\right)^3\times(-2)^2$과 $\left(-\frac{1}{3}\right)^2\div\left(-\frac{1}{6}\right)\times(-1)^{101}$을 각각 계산한다.	50%
② 주어진 식의 값을 구한다.	50%

04 문자와 식

0309	②	0310	③	0311	②	0312	④	0313	$3a+\frac{b}{c}$
0314	③	0315	②	0316	⑤	0317	③	0318	④
0319	풀이 참조	0320	ㄷ, ㄹ	0321	풀이 참조	0322	풀이 참조	0323	②
0324	$98n+294$	0325	풀이 참조	0326	풀이 참조	0327	④	0328	⑤
0329	풀이 참조	0330	④	0331	풀이 참조	0332	②	0333	③
0334	④	0335	풀이 참조	0336	풀이 참조	0337	풀이 참조	0338	⑤
0339	①, ④	0340	③	0341	②	0342	(ㄴ), -50	0343	③
0344	풀이 참조	0345	③	0346	④	0347	$\frac{20}{3}$	0348	⑤
0349	-9	0350	$\frac{725}{18}$	0351	-18	0352	풀이 참조	0353	⑤
0354	②	0355	45 ℃	0356	②	0357	과체중	0358	③
0359	풀이 참조	0360	과체중	0361	풀이 참조	0362	풀이 참조	0363	풀이 참조
0364	②	0365	4개	0366	①	0367	③	0368	3
0369	③	0370	③	0371	②, ④	0372	-8	0373	⑤
0374	풀이 참조	0375	④	0376	①	0377	③	0378	③
0379	②	0380	④	0381	7	0382	③	0383	10
0384	③	0385	③	0386	풀이 참조	0387	풀이 참조	0388	④
0389	풀이 참조	0390	$(4x-20)$칸	0391	⑤	0392	$-2x+6$	0393	풀이 참조
0394	③	0395	②	0396	④	0397	④	0398	0
0399	①, ⑤	0400	①	0401	①, ⑤	0402	풀이 참조	0403	풀이 참조
0404	18	0405	16	0406	$\frac{28}{15}x-\frac{21}{5}$	0407	$11x+4y$	0408	$-\frac{7}{24}$
0409	①	0410	$-3x+1$	0411	$2x-4$	0412	①	0413	④
0414	$-4x+6y-10$	0415	④	0416	②	0417	⑤	0418	25
0419	풀이 참조	0420	④						

유형 정복하기

유형 01. 곱셈 기호와 나눗셈 기호의 생략

0309

$x\times x\times y\times(-3)\times y\times y\times x\times y$

$=(-3)\times x\times x\times x\times y\times y\times y\times y=-3x^3y^4$ 답 ②

0310

곱셈 기호를 생략하여 식을 정리하면

① $a\times(-3)\times a\times b=(-3)\times a\times a\times b=-3a^2b$

② $2\times a\times b\times a\times(-1)=2\times(-1)\times a\times a\times b=-2a^2b$

③ $x\times y\times(-1)\times x\times x=(-1)\times x\times x\times x\times y=-x^3y$

④ $x\times 2\times y\times y=2\times x\times y\times y=2xy^2$

⑤ $x\times y\times 0.1=0.1\times x\times y=0.1xy$ 답 ③

0311

① $3\div a\div b=3\times\frac{1}{a}\times\frac{1}{b}=\frac{3}{ab}$

② $(-2)\div a+b\div 5=(-2)\times\frac{1}{a}+b\times\frac{1}{5}=-\frac{2}{a}+\frac{b}{5}$

③ $a\times a\times a\times a\times a\div(-1)=a^5\times(-1)=-a^5$

④ $p\div q\times\frac{2}{3r}=p\times\frac{1}{q}\times\frac{2}{3r}=\frac{2p}{3qr}$

⑤ $m\times m\times m\times m\div n\div n=m^4\times\frac{1}{n}\times\frac{1}{n}=\frac{m^4}{n^2}$ 답 ②

0312

곱셈 기호와 나눗셈 기호를 생략하여 식을 정리하면

ㄱ. $a\div b\div c=a\times\frac{1}{b}\times\frac{1}{c}=\frac{a}{bc}$

ㄴ. $a\div b\times c=a\times\frac{1}{b}\times c=\frac{ac}{b}$

ㄷ. $a\times b\div c=a\times b\times\frac{1}{c}=\frac{ab}{c}$

ㄹ. $a\div(b\div c)=a\div\frac{b}{c}=a\times\frac{c}{b}=\frac{ac}{b}$

ㅁ. $a\div(b\times c)=a\div bc=a\times\frac{1}{bc}=\frac{a}{bc}$

ㅂ. $a\times(b\div c)=a\times\frac{b}{c}=\frac{ab}{c}$

따라서 $\frac{ac}{b}$와 같은 것을 모두 고르면 ㄴ, ㄹ이다. 답 ④

0313

$a\times 3+b\div c=3a+b\times\frac{1}{c}=3a+\frac{b}{c}$ 답 $3a+\frac{b}{c}$

0314

$\frac{ab^3}{x+2y}=ab^3\div(x+2y)=a\times b\times b\times b\div(x+2\times y)$ 답 ③

0315

ㄱ. $a\div\left(-\frac{c}{b}\right)=a\times\left(-\frac{b}{c}\right)=-\frac{ab}{c}$

ㄴ. $a\times\frac{1}{c}\div\frac{1}{b}=a\times\frac{1}{c}\times b=\frac{ab}{c}$

ㄷ. $c\div(-a)\times\left(-\frac{1}{b}\right)=c\times\left(-\frac{1}{a}\right)\times\left(-\frac{1}{b}\right)=\frac{c}{ab}$

ㄹ. $\left(-\frac{1}{a}\right)\times c\div(-b)=\left(-\frac{1}{a}\right)\times c\times\left(-\frac{1}{b}\right)=\frac{c}{ab}$

ㅁ. $(-a)\div(c\times b)=(-a)\div bc=(-a)\times\frac{1}{bc}=-\frac{a}{bc}$

따라서 계산 결과가 같은 것끼리 짝지어진 것은 ㄷ, ㄹ이다. 답 ②

0316

$(-3)\times(a-b)+a\div(-2)\times(x+y)$

$=-3(a-b)+a\times\left(-\frac{1}{2}\right)\times(x+y)=-3(a-b)-\frac{a(x+y)}{2}$ 답 ⑤

0317

곱셈 기호와 나눗셈 기호를 생략하여 식을 정리하면

ㄱ. $a\div(-2)+b=a\times\left(-\frac{1}{2}\right)+b=-\frac{a}{2}+b$

ㄴ. $\left(-\frac{2}{3}\right)\div a\div b=\left(-\frac{2}{3}\right)\times\frac{1}{a}\times\frac{1}{b}=-\frac{2}{3ab}$

ㄷ. $x\div y\times\frac{1}{5}=x\times\frac{1}{y}\times\frac{1}{5}=\frac{x}{5y}$

ㄹ. $x\times(y\div z)\times(-1)=x\times\frac{y}{z}\times(-1)=-\frac{xy}{z}$

ㅁ. $\frac{5}{2}\div\frac{10}{3}\times x-y=\frac{5}{2}\times\frac{3}{10}\times x-y=\frac{3}{4}x-y$

ㅂ. $x\div\left(-\frac{3}{7}\right)\times y\times 0.3=x\times\left(-\frac{7}{3}\right)\times y\times\frac{3}{10}=-0.7xy$

따라서 옳은 것을 모두 고르면 ㄴ, ㄷ, ㅂ이다. 답 ③

유형 02. 문자를 사용한 식; 비율, 단위, 수

0318

① 2500원의 x%는 $2500\times\frac{x}{100}=25x$(원)

② y원의 25%는 $y\times\frac{25}{100}=\frac{1}{4}y$(원)

③ 두 과목 점수의 합은 $(60+a)$점이므로 두 과목의 평균 점수는 $\left(\frac{60+a}{2}\right)$점

④ $b$kg의 30%는 $b\times\frac{30}{100}=0.3b(\text{kg})=300b(\text{g})$

⑤ 백의 자리의 숫자가 x, 십의 자리의 숫자가 y, 일의 자리의 숫자가 z인
세 자리 자연수는 $x\times100+y\times10+z\times1=100x+10y+z$ 답 ④

0319

올해 증가한 남학생 수는 $260\times\frac{a}{100}=\frac{13}{5}a$(명)이므로

올해 남학생 수는 $\left(260+\frac{13}{5}a\right)$명

올해 감소한 여학생 수는 $350\times\frac{b}{100}=\frac{7}{2}b$(명)이므로

올해 여학생 수는 $\left(350-\frac{7}{2}b\right)$명

따라서 올해 전체 학생 수는

$\left(260+\frac{13}{5}a\right)+\left(350-\frac{7}{2}b\right)=610+\frac{13}{5}a-\frac{7}{2}b$(명)

답 $\left(610+\frac{13}{5}a-\frac{7}{2}b\right)$명

유형 03. 문자를 사용한 식; 도형

0320

ㄱ. 한 변의 길이가 $x$cm인 정사각형의 넓이는 $x\times x=x^2(\text{cm}^2)$

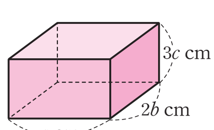
ㄴ. 밑변의 길이가 $x$cm, 높이가 $y$cm인 삼각형의 넓이는
$x\times y\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}xy(\text{cm}^2)$

ㄷ. 한 변의 길이가 $x$cm인 정삼각형의 둘레의 길이는 $3\times x=3x(\text{cm})$

ㄹ. (사다리꼴의 넓이) $=\frac{1}{2}\times${(윗변의 길이)+(아랫변의 길이)}×(높이)
이므로 $\frac{1}{2}\times(x+y)\times z=\frac{(x+y)z}{2}(\text{cm}^2)$

따라서 옳은 것을 모두 고르면 ㄷ, ㄹ이다. 답 ㄷ, ㄹ

0321

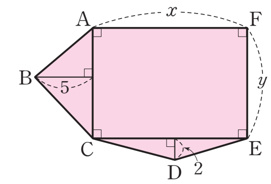


직육면체에서 마주보는 두 직사각형의 넓이는 같으므로
주어진 직육면체의 겉넓이는
$2(a\times2b+2b\times3c+3c\times a)=4ab+12bc+6ca(\text{cm}^2)$
(직육면체의 부피) = (가로의 길이) × (세로의 길이) × (높이)
이므로 주어진 직육면체의 부피는 $a\times2b\times3c=6abc(\text{cm}^3)$

답 겉넓이: $(4ab+12bc+6ca)\text{cm}^2$, 부피: $6abc\text{cm}^3$

0322

주어진 도형의 넓이는 다음 그림과 같이 두 삼각형 ABC, CDE의 넓이와 사각형 ACEF의 넓이의 합과 같다.



$\therefore \triangle ABC+\triangle CDE+\square ACEF=\frac{1}{2}\times y\times5+\frac{1}{2}\times x\times2+x\times y$

$=x+\frac{5}{2}y+xy$ 답 $x+\frac{5}{2}y+xy$

0323

한 변의 길이가 a인 정사각형의 윗변의 길이를 25% 줄이면

$a-a\times\frac{25}{100}=\left(1-\frac{1}{4}\right)a=\frac{3}{4}a$

아랫변의 길이를 25% 늘이면 $a+a\times\frac{25}{100}=\left(1+\frac{1}{4}\right)a=\frac{5}{4}a$

높이를 10% 줄이면 $a-a\times\frac{10}{100}=\left(1-\frac{1}{10}\right)a=\frac{9}{10}a$

$\therefore$ (사다리꼴의 넓이) $=\frac{1}{2}\times${(윗변의 길이)+(아랫변의 길이)}×(높이)

$=\frac{1}{2}\times\left(\frac{3}{4}a+\frac{5}{4}a\right)\times\frac{9}{10}a=\frac{1}{2}\times2a\times\frac{9}{10}a$

$=\frac{9}{10}a^2$ 답 ②

0324

한 모서리의 길이가 7인 정육면체의 겉넓이는 한 변의 길이가 7인 정사각형 6개의 넓이의 합과 같으므로 $7^2\times6=294$
정육면체를 1번 자를 때마다 정사각형 모양의 단면은 2개씩 만들어지므로
n번 자를 때 만들어지는 각 직육면체의 겉넓이의 합은
$294+2\times n\times7^2=98n+294$ 답 $98n+294$

유형 04. 문자를 사용한 식; 가격, 속력, 농도

0325

필통의 할인 금액이 $5500\times\frac{x}{100}=55x$(원)이므로 필통의 판매 가격은
$(5500-55x)$원 답 $(5500-55x)$원

0326

(1) (거리) = (속력) × (시간)이므로 시속 120km로 달리는 기차가
a시간 동안 달린 거리는
$120\times a=120a(\text{km})$

(2) A지점에서 B지점까지의 거리는 400km이므로 남은 거리는
$(400-120a)$km

답 (1) $120a$km (2) $(400-120a)$km

0327

(소금의 양) $=\frac{(\text{소금물의 농도})}{100}\times$(소금물의 양)이므로

농도가 a%인 소금물 300g에 들어 있는 소금의 양은 $\frac{a}{100}\times300=3a(\text{g})$

농도가 b%인 소금물 150g에 들어 있는 소금의 양은 $\frac{b}{100}\times150=\frac{3}{2}b(\text{g})$

따라서 구하는 소금의 양은 $\left(3a+\frac{3}{2}b\right)$g이다. 답 ④

0328

① A 아울렛에서 정가가 a원인 상품을 40% 할인한 가격은

$a-a\times\frac{40}{100}=\left(1-\frac{2}{5}\right)a=\frac{3}{5}a$(원)

여기서 추가로 30% 할인한 가격은

$\frac{3}{5}a-\frac{3}{5}a\times\frac{30}{100}=\frac{3}{5}a\left(1-\frac{3}{10}\right)=\frac{21}{50}a=0.42a$(원)

② B 아울렛에서 정가가 a원인 상품을 60% 할인한 가격은

$a-a\times\frac{60}{100}=\left(1-\frac{3}{5}\right)a=\frac{2}{5}a=0.4a$(원)

③ 두 아울렛의 정가가 a원인 상품의 구입 가격의 차는

$0.42a-0.4a=0.02a$(원)

④ B 아울렛에서 정가가 2000원인 상품의 구입 가격은

$2000\times0.4=800$(원)

⑤ 정가가 10000원인 상품을 구입할 경우 B 아울렛에서

A 아울렛보다 $10000\times0.02=200$(원) 더 싸게 구입할 수 있다.

답 ⑤

0329

(1) 평상시에 판매되는 감자 한 상자의 가격은

$x+x\times\frac{20}{100}=\left(1+\frac{1}{5}\right)x=\frac{6}{5}x$(원)

(2) 1주년 행사에서 판매되는 감자 한 상자의 가격은

$\frac{6}{5}x-\frac{6}{5}x\times\frac{25}{100}=\frac{6}{5}x\left(1-\frac{1}{4}\right)=\frac{6}{5}x\times\frac{3}{4}=\frac{9}{10}x$(원)

할인마트 1주년 행사 날에 희선이가 감자 두 상자를 사고 지불한 금액은

$\frac{9}{10}x\times2=\frac{9}{5}x$(원)

(3) 평상시에 판매되는 삼겹살 한 근의 가격은 y원이므로

1주년 행사에서 판매되는 삼겹살 한 근의 가격은

$y-y\times\frac{30}{100}=\left(1-\frac{3}{10}\right)y=\frac{7}{10}y$(원)

따라서 할인마트 1주년 행사 날에 희선이가 삼겹살 세 근을 사고 지불한

금액은 $\frac{7}{10}y\times3=\frac{21}{10}y$(원)

답 (1) $\frac{6}{5}x$원 (2) $\frac{9}{5}x$원 (3) $\frac{21}{10}y$원

0330

(시간)$=\frac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$이므로 시속 $x$km로 13km를 가는 데 걸린 시간은

$\frac{13}{x}$시간이다.

이때 가는 도중에 20분, 즉 $\frac{20}{60}$시간 동안 휴식을 취했으므로

A지점에서 B지점까지 가는 데 걸린 전체 시간은

$\frac{13}{x}+\frac{20}{60}=\frac{13}{x}+\frac{1}{3}$(시간)

답 ④

0331

(1) (소금의 양)$=\frac{(\text{소금물의 농도})}{100}\times$(소금물의 양)이므로

농도가 $a\%$인 소금물 200g에 들어 있는 소금의 양은

$\frac{a}{100}\times200=2a$(g)

농도가 $b\%$인 소금물 500g에 들어 있는 소금의 양은

$\frac{b}{100}\times500=5b$(g)

따라서 새로 만든 소금물에 들어 있는 소금의 양은 $(2a+5b)$g

(2) (소금물의 농도)$=\frac{(\text{소금의 양})}{(\text{소금물의 양})}\times100$이므로

새로 만든 소금물의 농도는 $\frac{2a+5b}{200+500}\times100=\frac{2a+5b}{7}$(%)

답 (1) $(2a+5b)$g (2) $\left(\frac{2a+5b}{7}\right)\%$

유형 05. 문자를 사용한 식: 종합

0332

① 한 모서리의 길이가 $a$cm인 정육면체의 부피는 $a\times a\times a=a^3(\text{cm}^3)$

② 반지름의 길이가 $r$cm인 원의 넓이는

(원주율)$\times$(반지름의 길이)$^2=3.14r^2(\text{cm}^2)$

③ 원가가 2500원인 물건에 $a\%$의 이익을 붙인 정가는

$2500+2500\times\frac{a}{100}=2500+25a$(원)

④ (거리)$=$(시간)$\times$(속력)이므로 시속 $a$km로 20분 동안 이동한 거리는

$\frac{20}{60}\times a=\frac{a}{3}$(km)

⑤ (소금의 양)$=\frac{(\text{소금물의 농도})}{100}\times$(소금물의 양)이므로

농도가 30%인 소금물 ag에 들어 있는 소금의 양은

$\frac{30}{100}\times a=0.3a$(g)

답 ②

0333

ㄱ. 3개 과목의 평균 점수가 x점이면 3개 과목의 총점은 $3\times x=3x$(점)

ㄴ. (설탕의 양)$=\frac{(\text{설탕물의 농도})}{100}\times$(설탕물의 양)이고,

0.7kg$=$700g이므로 농도가 $a\%$인 설탕물 0.7kg에 들어 있는 설탕의 양

은 $\frac{a}{100}\times700=7a$(g)

ㄷ. (속력)$=\frac{(\text{거리})}{(\text{시간})}$이고, $a$km$=1000a$m이므로

$a$km를 100초에 달리는 사람의 속력은 초속 $\frac{1000a}{100}=10a$(m)

ㄹ. B일 동안 읽은 소설책의 쪽수는 $13\times B=13B$(쪽)이므로 남은 쪽수는

$(A-13B)$쪽

ㅁ. 국어, 과학 점수의 총점은 $(a+b)$점이므로 두 과목의 평균 점수는

$\left(\frac{a+b}{2}\right)$점

따라서 옳은 것을 모두 고르면 ㄱ, ㄴ, ㄹ이다.

답 ③

0334

① 3000원의 $a\%$는 $3000\times\frac{a}{100}=30a$(원)

② 한 변의 길이가 $x$cm인 정삼각형의 둘레의 길이는 $3\times x=3x$(cm)

③ 소수점 왼쪽의 수가 0이고, 소수점 아래 첫째 자리의 숫자가 a, 소수점 아래 둘째 자리의 숫자가 b인 수는 $\frac{1}{10}\times a+\frac{1}{100}\times b=\frac{a}{10}+\frac{b}{100}$

④ 3개에 200원인 물건 1개의 가격은 $\frac{200}{3}$원이므로

x개 샀을 때 지불해야 하는 금액은 $\frac{200}{3}\times x=\frac{200x}{3}$(원)

따라서 4000원을 냈을 때의 거스름돈은 $\left(4000-\frac{200x}{3}\right)$원

⑤ a자루에 800원인 볼펜 한 자루의 가격은 $\frac{800}{a}$원

답 ④

0335

전체 학생이 받은 수학 성적의 합은 $(13x+20y)$점이므로 전체 학생 33명의

수학 성적의 평균은 $\left(\frac{13x+20y}{33}\right)$점 　답 $\left(\frac{13x+20y}{33}\right)$점

0336

(1) 한 권에 a원인 스케치북 5권의 가격은 $5a$원이므로
철수가 8000원을 냈을 때의 거스름돈은 $(8000-5a)$원
(2) (정사각형의 넓이)=(한 변의 길이)²이므로
두 정사각형의 넓이의 차는 b^2-a^2 　답 (1) $(8000-5a)$원 (2) b^2-a^2

0337

(1) 정가가 x원인 스케치북 두 권과 y원인 크레파스 하나의 가격은
$x\times2+y\times1=2x+y$(원)
이때 정가의 25%를 할인받으면 구입 가격은
$(2x+y)-(2x+y)\times\frac{25}{100}=(2x+y)\times\left(1-\frac{1}{4}\right)=\frac{3}{4}(2x+y)$(원)
따라서 8000원을 냈을 때 거슬러 받을 돈은 $\left\{8000-\frac{3}{4}(2x+y)\right\}$원
(2) 백의 자리의 숫자가 1, 십의 자리의 숫자가 a, 일의 자리의 숫자가 b인
자연수는 $100\times1+10\times a+b=10a+b+100$
(3) n개에 m원인 과자 1개의 가격은 $\frac{m}{n}$원이므로 과자 11개의 가격은
$\frac{m}{n}\times11=\frac{11m}{n}$(원)

답 (1) $8000-\frac{3}{4}(2x+y)$ (2) $10a+b+100$ (3) $\frac{11m}{n}$

0338

① x에서 4를 뺀 것에 y를 곱하면 $(x-4)\times y$이므로 구하는 식은 $(x-4)y$
② 십의 자리의 숫자가 a, 일의 자리의 숫자가 b인 두 자리의 자연수는
$10a+b$
③ 한 장에 a원인 색종이 8장의 가격은 $a\times8=8a$(원)
따라서 5000원을 내고 받은 거스름돈은 $(5000-8a)$원
④ a개의 방에는 b명, 마지막 방에 남은 5명을 배정하면 전체 학생 수는
$a\times b+5=ab+5$(명)
⑤ (시간)=$\frac{(거리)}{(속력)}$이므로 출발지에서 목적지까지 가는 데 걸린 시간은
$\frac{200}{x}+\frac{30}{60}=\frac{200}{x}+\frac{1}{2}$(시간) 　답 ⑤

0339

① 3권에 x원인 스케치북 한 권의 값은 $\frac{x}{3}$원이다.
② (시간)=$\frac{(거리)}{(속력)}$이므로 시속 80km로 $x$km를 가는 데 걸린 시간은
$\frac{x}{80}$시간이다.
③ (정육면체의 부피)=(한 모서리의 길이)³=x^3(cm³)
④ 1분=60초이므로 1분에 aL씩 물이 채워지면 1초에 $\frac{a}{60}$L씩 물이 채워진다.
따라서 7초 동안 채워지는 물의 양은 $\frac{a}{60}\times7=\frac{7a}{60}$(L)
⑤ 8명에게 x개씩 나누어 준 사과의 개수는 $8x$이고, 5개가 남았으므로
사과의 총 개수는 $8x+5$이다. 　답 ①, ④

0340

ㄱ. 5송이에 x원인 장미 한 송이의 가격은 $\frac{x}{5}$원
ㄴ. 연속한 두 짝수 중에서 작은 수를 $2n$이라 하면 큰 수는
$2(n+1)=2n+2$
ㄷ. (거리)=(시간)×(속력)이므로 20분 동안 시속 $x$km로 달린 거리는
$\frac{20}{60}\times x=\frac{x}{3}$(km)
ㄹ. 십의 자리의 숫자가 a, 일의 자리의 숫자가 3인 두 자리의 자연수는
$10\times a+3=10a+3$
ㅁ. 5권에 x원인 공책 1권의 가격은 $\frac{x}{5}$원, 6자루에 y원인 연필 1자루의 가격은 $\frac{y}{6}$원이므로 공책 3권과 연필 5자루의 가격은
$\frac{x}{5}\times3+\frac{y}{6}\times5=\frac{3x}{5}+\frac{5y}{6}$(원)
따라서 옳은 것을 모두 고르면 ㄴ, ㅁ이다. 　답 ③

0341

① 한 모서리의 길이가 $x$cm인 정육면체의 겉넓이는 한 변의 길이가 $x$cm인 정사각형 6개의 넓이의 합과 같다.
따라서 정육면체의 겉넓이는 $6x^2$cm²이다.
② (시간)=$\frac{(거리)}{(속력)}$이므로 분속 20m로 xm 가는 데 걸리는 시간은 $\frac{x}{20}$분,
분속 45m로 ym 가는 데 걸리는 시간은 $\frac{y}{45}$분이다.
따라서 걸린 시간의 합은 $\left(\frac{x}{20}+\frac{y}{45}\right)$분이다.
③ 정가가 2500원인 필통을 x% 할인하여 구입하면 지불할 금액은
$2500-2500\times\frac{x}{100}=2500-25x$(원)
④ 볼펜 한 자루의 가격이 $\frac{x}{7}$원이므로 볼펜 y자루의 가격은 $\frac{x}{7}\times y=\frac{xy}{7}$(원)
따라서 a원을 냈을 때의 거스름돈은 $\left(a-\frac{xy}{7}\right)$원이다.
⑤ 길이가 $x$cm인 끈을 4등분했을 때 3개의 길이는 $x\times\frac{1}{4}\times3=\frac{3}{4}x$(cm)
또 길이가 $y$cm인 끈을 5등분했을 때 2개의 길이는 $y\times\frac{1}{5}\times2=\frac{2}{5}y$(cm)
따라서 길이의 합은 $\left(\frac{3}{4}x+\frac{2}{5}y\right)$cm이다. 　답 ②

유형 06. 식의 값 구하기

0342

처음으로 틀린 부분은 (ㄴ)으로 바르게 계산하면 다음과 같다.
$-2x^2=(-2)\times(-5)^2=(-2)\times25=-50$ 　답 (ㄴ), -50

0343

① $-0.8=-\frac{8}{10}=-\frac{4}{5}$이므로 -0.8의 역수는 $-\frac{5}{4}$이다.
② $\frac{2}{a}=2\div a=2\div\left(-\frac{1}{3}\right)=2\times(-3)=-6$
③ $|a|\le3$인 정수 a의 값은 $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$이므로 모든 정수 a의 값의 합은 0이다.
④ $-xy-3=-(-2)\times1-3=2-3=-1$
⑤ -4보다 큰 모든 음의 정수는 $-3, -2, -1$이므로 구하는 곱은
$(-3)\times(-2)\times(-1)=-6$
따라서 가장 큰 수인 것은 ③이다. 　답 ③

0344

$x=-2, y=5$를 주어진 식에 대입하면
(1) $-x+y=-(-2)+5=2+5=7$
(2) $x^3-xy+y=(-2)^3-(-2)\times5+5=-8+10+5=7$

(3) $\frac{x}{3}-2y^2=\frac{-2}{3}-2\times5^2=-\frac{2}{3}-50=-\frac{152}{3}$

(4) $-x-4x^2\div\left(-\frac{2}{5}y\right)^2=-(-2)-4\times(-2)^2\div\left\{\left(-\frac{2}{5}\right)\times5\right\}^2$

$=2-16\div(-2)^2=2-4=-2$

답 (1) 7 (2) 7 (3) $-\frac{152}{3}$ (4) -2

0345

$a=-1$을 주어진 식에 대입하면

① $a^3=(-1)^3=-1$

② $-a^2=-(-1)^2=-1$

③ $-a^3=-(-1)^3=-(-1)=1$

④ $-\frac{1}{a^4}=-\frac{1}{(-1)^4}=-1$

⑤ $a^2+2a=(-1)^2+2\times(-1)=1-2=-1$

따라서 식의 값이 나머지 넷과 다른 하나는 ③이다.

답 ③

0346

$a=-1$, $b=-5$를 주어진 식에 각각 대입하면

ㄱ. $|a^2-b^2|=|(-1)^2-(-5)^2|=|1-25|=24$

ㄴ. $\frac{a-4b}{-a+2b}=\frac{-1-4\times(-5)}{-(-1)+2\times(-5)}=\frac{19}{-9}=-\frac{19}{9}$

ㄷ. $\frac{ab^2-2b}{a^2b}=\frac{ab-2}{a^2}=\frac{(-1)\times(-5)-2}{(-1)^2}=3$

ㄹ. $\frac{a^3-3b^2}{a-b}=\frac{(-1)^3-3\times(-5)^2}{-1-(-5)}=\frac{-1-75}{4}=-19$

ㅁ. $-6a-b^2=(-6)\times(-1)-(-5)^2=6-25=-19$

따라서 식의 값이 같은 것은 ㄹ, ㅁ이다.

답 ④

0347

$x=1$, $y=-2$, $z=-3$을 주어진 식에 대입하면

$yz-\frac{x+y+z}{xyz}=(-2)\times(-3)-\frac{1+(-2)+(-3)}{1\times(-2)\times(-3)}=6-\frac{1-2-3}{6}$

$=6-\left(-\frac{4}{6}\right)=6+\frac{2}{3}=\frac{20}{3}$

답 $\frac{20}{3}$

0348

$x=-\frac{1}{3}$, $y=-3$을 주어진 식에 대입하면

① $x+y=-\frac{1}{3}+(-3)=-\frac{1}{3}-\frac{9}{3}=-\frac{10}{3}$

② $9x^2+y=9\times\left(-\frac{1}{3}\right)^2+(-3)=9\times\frac{1}{9}-3=-2$

③ $-2xy=(-2)\times\left(-\frac{1}{3}\right)\times(-3)=-2$

④ $\frac{3}{x}-y=3\div x-y=3\div\left(-\frac{1}{3}\right)-(-3)=3\times(-3)+3=-6$

⑤ $-x-\frac{y}{3}=-x-y\times\frac{1}{3}=-\left(-\frac{1}{3}\right)-(-3)\times\frac{1}{3}=\frac{1}{3}+1=\frac{4}{3}$

따라서 식의 값이 가장 큰 것은 ⑤이다.

답 ⑤

0349

$a=\frac{1}{2}$, $b=-\frac{1}{3}$, $c=\frac{1}{4}$이므로 $\frac{1}{a}=2$, $\frac{1}{b}=-3$, $\frac{1}{c}=4$

$\therefore \frac{4}{a}+\frac{3}{b}-\frac{2}{c}=4\times\frac{1}{a}+3\times\frac{1}{b}-2\times\frac{1}{c}=4\times2+3\times(-3)-2\times4$

$=8-9-8=-9$

답 -9

0350

$x=\frac{1}{3}$, $y=-\frac{2}{3}$이므로 $xy=\frac{1}{3}\times\left(-\frac{2}{3}\right)=-\frac{2}{9}$, $\frac{1}{xy}=-\frac{9}{2}$

$\therefore xy-\frac{9}{xy}=xy-9\times\frac{1}{xy}==-\frac{2}{9}-9\times\left(-\frac{9}{2}\right)=-\frac{2}{9}+\frac{81}{2}$

$=\frac{-4+729}{18}=\frac{725}{18}$

답 $\frac{725}{18}$

0351

주어진 식에 $x=-\frac{1}{2}$을 대입하면

$\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}+\frac{3}{x^3}$

$=1\div x+2\div x^2+3\div x^3=1\div\left(-\frac{1}{2}\right)+2\div\left(-\frac{1}{2}\right)^2+3\div\left(-\frac{1}{2}\right)^3$

$=1\div\left(-\frac{1}{2}\right)+2\div\frac{1}{4}+3\div\left(-\frac{1}{8}\right)=1\times(-2)+2\times4+3\times(-8)$

$=-2+8-24=-18$

답 -18

0352

$k=-\frac{1}{2}$일 때 주어진 식의 값을 각각 구해 보면

$-k=-\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}$, $k^2=\left(-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$, $-k^3=-\left(-\frac{1}{2}\right)^3=-\left(-\frac{1}{8}\right)=\frac{1}{8}$

$-\frac{1}{k}=(-1)\div k=(-1)\div\left(-\frac{1}{2}\right)=(-1)\times(-2)=2$

$\frac{1}{k^2}=1\div k^2=1\div\left(-\frac{1}{2}\right)^2=1\div\frac{1}{4}=1\times4=4$

$-\frac{1}{k^3}=(-1)\div k^3=(-1)\div\left(-\frac{1}{2}\right)^3=(-1)\div\left(-\frac{1}{8}\right)$

$=(-1)\times(-8)=8$

따라서 가장 큰 수는 $-\frac{1}{k^3}$이고, 가장 작은 수는 $-k^3$이다.

답 $-\frac{1}{k^3}$, $-k^3$

0353

$-1<k<0$이므로 $k=-\frac{1}{2}$이라 하자.

① $k^2=\left(-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$

② $\frac{3}{k}=3\div k=3\div\left(-\frac{1}{2}\right)=3\times(-2)=-6$

③ $-k^3=-\left(-\frac{1}{2}\right)^3=-\left(-\frac{1}{8}\right)=\frac{1}{8}$

④ $-\frac{1}{k^2}=(-1)\div k^2=(-1)\div\left(-\frac{1}{2}\right)^2=(-1)\div\frac{1}{4}=(-1)\times4=-4$

⑤ $-k=-\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}$

따라서 식의 값이 가장 큰 것은 ⑤이다.

답 ⑤

0354

세 정수 a, b, c에 대하여 $[a, b, c]=\frac{b}{a}+\frac{c}{b}+\frac{a}{c}$이므로

$[-1, 2, -3]=\frac{2}{-1}+\frac{-3}{2}+\frac{-1}{-3}=-2-\frac{3}{2}+\frac{1}{3}$

$=\frac{-12-9+2}{6}=-\frac{19}{6}$

답 ②

유형 07. 식의 값의 활용

0355

$\frac{5}{9}(a-32)$에 $a=113$을 대입하면 $\frac{5}{9}(113-32)=\frac{5}{9}\times81=45$

따라서 화씨 $113\,^\circ\mathrm{F}$는 섭씨 $45\,^\circ\mathrm{C}$이다.

답 $45\,^\circ\mathrm{C}$

0356

① $20x-5x^2$에 $x=3$을 대입하면 $20\times3-5\times3^2=60-45=15$
따라서 3초 후의 물 로켓의 높이는 15m이다.

② $(1.8x+32)$°F에 $x=30$을 대입하면 $1.8\times30+32=86$이므로 섭씨 30°C 일 때 화씨 86°F이다.

③ (건구온도)=18, (습구온도)=22일 때,
(불쾌지수)=$0.72\times(18+22)+40.6=69.4$

④ $\frac{1}{5}(-2x+5)$에 $x=-2$를 대입하면 $\frac{1}{5}\{(-2)\times(-2)+5\}=\frac{9}{5}$

⑤ x^3-x에 $x=3$을 대입하면 $3^3-3=27-3=24$

답 ②

0357

세윤이의 키는 150cm, 즉 1.5m이고 몸무게는 50kg이므로

세윤이의 체질량 지수는 $\frac{50}{1.5^2}=\frac{50}{2.25}=\frac{200}{9}=22.22\times\times\times$

따라서 세윤이의 비만 정도는 과체중이다.

답 과체중

0358

통화 10초당 15원의 요금이 추가되므로 통화 1분당 90원의 요금이 추가된다.
즉, 기본요금 14,000원에 110분 통화한 추가 요금을 더하면
$14000+110\times90=23900$(원)
따라서 휴대전화 통화 요금은 23,900원이다.

답 ③

0359

(1) 수진이가 처음에 산 사탕의 개수가 a이고,

처음 친구들을 만나서 $\left(\frac{a}{2}+2\right)$개의 사탕을 주었으므로

남아 있는 사탕의 개수는 $a-\left(\frac{a}{2}+2\right)=\frac{a}{2}-2$(개)이고,

또 다른 친구들을 만나서 $\left\{\left(\frac{a}{2}-2\right)\times\frac{1}{2}+3\right\}=\frac{a}{4}+2$(개)의 사탕을 주었으므로

$\frac{a}{2}-2-\left(\frac{a}{4}+2\right)=\frac{a}{4}-4$(개)이다.

따라서 남아 있는 사탕의 개수를 a에 대한 일차식으로 나타내면

$\frac{a}{4}-4$

(2) $\frac{a}{4}-4$에 $a=68$을 대입하면

$\frac{68}{4}-4=13$

따라서 남아 있는 사탕의 개수는 13이다.

답 (1) $\frac{a}{4}-4$ (2) 13

0360

유진이의 현재 키와 몸무게는 각각 160cm, 62kg이므로
$0.9(x-100)$에 $x=160$을 대입하면 $0.9(160-100)=0.9\times60=54$
즉, 유진이의 표준 체중은 54kg이므로 유진이의 비만도는
$\frac{62}{54}\times100=114.81\times\times\times(\%)$
따라서 유진이의 비만 정도는 과체중이다.

답 과체중

0361

(1) 한 변에 n개의 성냥개비가 있고 정삼각형의 변의 개수는 3이므로 한 변에 n개의 성냥개비가 있는 정삼각형을 만드는 데 필요한 성냥개비의 개수는 $3n$이다.

(2) $3n$에 $n=6$을 대입하면 $3\times6=18$
따라서 한 변에 6개의 성냥개비가 있는 정삼각형을 만드는 데 필요한 성냥개비의 개수는 18이다.

답 (1) $3n$ (2) 18

0362

(1) 타일의 개수는 한 단계가 증가함에 따라 4씩 증가하고
1단계의 타일의 개수는 1이므로 n단계의 타일의 개수는
$1+(n-1)\times4=4n-3$(개)

(2) $4n-3$에 $n=15$를 대입하면 $4\times15-3=57$이므로 15단계의 모양을 만들 때 필요한 타일의 개수는 57이다.

(3) 1단계부터 7단계까지의 각 단계의 타일의 개수를 모두 더하면
$1+5+9+13+17+21+25=91$(개)

답 (1) $4n-3$ (2) 57 (3) 91

0363

(1) 직사각형의 가로의 길이가 12cm이고, 2cm만큼 겹치므로 x장을 이어 붙이면 $(x-1)$군데의 겹치는 부분이 생긴다.
그러므로 종이 띠의 가로의 길이는
$12\times x-2\times(x-1)=12x-2x+2=10x+2$(cm)
따라서 직사각형 모양의 종이 띠의 둘레의 길이는
$(10x+2)\times2+10\times2=20x+4+20=20x+24$(cm)

(2) $x=30$을 $20x+24$에 대입하면
$20\times30+24=624$(cm)

답 (1) $(20x+24)$cm (2) 624cm

유형 08. 다항식과 일차식

0364

① 다항식 $5x-2y-7$에서 항은 $5x$, $-2y$, -7의 3개이다.

② $\frac{3x+y-5}{4}=\frac{3}{4}x+\frac{1}{4}y-\frac{5}{4}$에서 y의 계수는 $\frac{1}{4}$이다.

③ $5-2y$는 일차식이다.

④ $2x^2+3xy+2y^2$에서 x^2과 y^2의 계수는 2로 같다.

⑤ $4-4y$에서 상수항은 4이다.

답 ②

0365

x^2+2, $2x+3y$는 항이 2개인 다항식이므로

단항식은 $3x$, -5, $-2y$, $\frac{2xy}{3}$의 4개이다.

답 4개

0366

다항식 $-2x^2-5x+7$에 대하여
ㄷ. 상수항은 7이다.
ㄹ. x의 계수는 -5이다.
ㅁ. 이차항의 계수는 -2이다.
따라서 옳은 것을 모두 고르면 ㄱ, ㄴ이다.

답 ①

0367

① 다항식 $2x^2$은 차수가 2이므로 일차식이 아니다.

② 다항식 $\frac{1}{2}x^2-x^3$은 차수가 3이므로 일차식이 아니다.

③ 다항식 $-0.3x-0.1$은 차수가 1이므로 일차식이다.

④ 다항식 $3x^2+2$는 차수가 2이므로 일차식이 아니다.

⑤ $\frac{2}{x}+2$는 분모에 x가 있으므로 다항식이 아니다.

답 ③

0368

$-2y^2+3y$는 차수가 2이므로 일차식이 아니다.

$\frac{5}{x}+2$는 다항식이 아니다.

$xy+\frac{1}{3}x$는 일차식이 아니다.

따라서 일차식인 것은 $\frac{1}{3}-\frac{2}{3}x$, $3x-1$, $0.2x+0.3$의 3개이다. 답 3

0369

ㄱ. 항이 3개인 식은 $0.3x-0.2y-3$, x^2+xy+y^2, $\frac{x+y+1}{2}$의 3개이다.

ㄴ. 일차식은 $0.3x-0.2y-3$, $3x+2y$, $\frac{x+y+1}{2}$의 3개이다.

ㄷ. 상수항이 0인 식은 x^2+xy+y^2, $3x+2y$의 2개이다.

따라서 옳은 것을 모두 고르면 ㄱ, ㄷ이다. 답 ③

0370

① $40\times\frac{2x}{100}=\frac{4}{5}x$에서 x의 계수는 $\frac{4}{5}$

② $x+x\times\frac{10}{100}=\frac{11}{10}x$에서 x의 계수는 $\frac{11}{10}$

③ $x-x\times\frac{40}{100}=\frac{3}{5}x$에서 x의 계수는 $\frac{3}{5}$

④ $10\times x+9=10x+9$에서 x의 계수는 10

⑤ $200\times\frac{x}{100}=2x$에서 x의 계수는 2

따라서 x의 계수가 가장 작은 것은 ③이다. 답 ③

0371

① (직사각형의 넓이)=(가로의 길이)×(세로의 길이)$=x\times y=xy$

xy는 일차식이 아니다.

② (삼각형의 넓이)$=\frac{1}{2}\times$(밑변의 길이)×(높이)$=\frac{1}{2}\times5\times x=\frac{5}{2}x$

$\frac{5}{2}x$는 일차식이다.

③ 오이 한 개의 가격이 $\frac{2000}{x}$원이므로 오이 5개의 값은

$\frac{2000}{x}\times5=\frac{10000}{x}$

$\frac{10000}{x}$은 다항식이 아니다.

④ (설탕의 양)$=\frac{(\text{설탕물의 농도})}{100}\times$(설탕물의 양)$=\frac{x}{100}\times270=2.7x$

$2.7x$는 일차식이다.

⑤ (시간)$=\frac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$이므로 걸리는 시간은 $\frac{50}{x}$시간

$\frac{50}{x}$은 다항식이 아니다. 답 ②, ④

0372

다항식 $3x^2-\frac{2}{5}x+10$에서 차수는 2, x의 계수는 $-\frac{2}{5}$, 상수항은 10이므로

$a=2$, $b=-\frac{2}{5}$, $c=10$

$\therefore abc=2\times\left(-\frac{2}{5}\right)\times10=-8$ 답 -8

0373

다항식 $3x^2-4x+\frac{1}{5}$의 이차항의 계수는 3이므로 $a=3$

다항식 $3y^2-\frac{2}{3}$의 상수항은 $-\frac{2}{3}$이므로 $b=-\frac{2}{3}$

다항식 $2y-y^2+y^3$의 차수는 3이므로 $c=3$

따라서 $\frac{1}{a}-b+\frac{1}{c}$에 $a=3$, $b=-\frac{2}{3}$, $c=3$을 대입하면

$\frac{1}{3}-\left(-\frac{2}{3}\right)+\frac{1}{3}=\frac{4}{3}$ 답 ⑤

유형 09. 일차식과 수의 곱셈과 나눗셈

0374

(1) $\frac{3}{2}\left(\frac{1}{2}x-4\right)=\frac{3}{2}\times\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}\times(-4)=\frac{3}{4}x-6$

(2) $(-5)\times(3x-1)=(-5)\times3x+(-5)\times(-1)=-15x+5$

(3) $(4x+8)\div\frac{4}{5}=(4x+8)\times\frac{5}{4}=4x\times\frac{5}{4}+8\times\frac{5}{4}=5x+10$

(4) $(5x-2)\times\left(-\frac{1}{6}\right)=5x\times\left(-\frac{1}{6}\right)+(-2)\times\left(-\frac{1}{6}\right)=-\frac{5}{6}x+\frac{1}{3}$

답 풀이 참조

0375

$-2(x-3)=(-2)\times x+(-2)\times(-3)=-2x+6$

① $(6-2x)\times2=6\times2+(-2x)\times2=12-4x$

② $(x-3)\div\frac{1}{2}=(x-3)\times2=x\times2+(-3)\times2=2x-6$

③ $-\frac{1}{2}(2x-6)=\left(-\frac{1}{2}\right)\times2x+\left(-\frac{1}{2}\right)\times(-6)=-x+3$

④ $\left(\frac{x}{4}-\frac{3}{4}\right)\div\left(-\frac{1}{8}\right)=\left(\frac{x}{4}-\frac{3}{4}\right)\times(-8)$

$=\frac{x}{4}\times(-8)+\left(-\frac{3}{4}\right)\times(-8)=-2x+6$

⑤ $(x-6)\div(-2)=(x-6)\times\left(-\frac{1}{2}\right)$

$=x\times\left(-\frac{1}{2}\right)+(-6)\times\left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{2}x+3$

따라서 계산 결과가 $-2(x-3)$과 같은 것은 ④이다. 답 ④

0376

$ax+b$에 $\frac{2}{3}$를 곱하면 $4x-2$가 되므로 $4x-2$를 $\frac{2}{3}$로 나누면 $ax+b$가 된다.

$(4x-2)\div\frac{2}{3}=(4x-2)\times\frac{3}{2}=4x\times\frac{3}{2}+(-2)\times\frac{3}{2}=6x-3$

즉, $ax+b=6x-3$이므로

$(6x-3)\div\frac{2}{3}=(6x-3)\times\frac{3}{2}=6x\times\frac{3}{2}+(-3)\times\frac{3}{2}=9x-\frac{9}{2}$

따라서 $cx+d=9x-\frac{9}{2}$이므로 $c=9$, $d=-\frac{9}{2}$

$\therefore c+d=9+\left(-\frac{9}{2}\right)=\frac{9}{2}$ 답 ①

유형 10. 동류항

0377

① $\frac{3}{2y}$은 다항식이 아니다.

②, ④ 차수는 같으나 문자가 다르다.

③ 문자와 차수가 같으므로 동류항이다.

⑤ 각 문자의 차수가 다르다. 답 ③

0378

ㄱ. x^2과 y^2은 문자가 다르므로 동류항이 아니다.

ㄴ. $\frac{1}{2}x-\frac{1}{3}y+5$에서 y의 계수는 $-\frac{1}{3}$이다.

ㄷ. $\frac{1}{5}x-0.2$는 일차식이다.

ㄹ. $2x^2-4x+1$에서 항의 개수는 $2x^2$, $-4x$, 1의 3이다.

ㅁ. $x-3y-\frac{1}{3}$에서 상수항은 $-\frac{1}{3}$이다.

ㅂ. x^2-4x+5의 차수는 2이다.

따라서 옳은 것을 모두 고르면 ㄷ, ㄹ, ㅂ이다. 답 ③

0379

② 서로 같거나 다른 문자들의 곱은 곱셈 기호를 생략하여 쓸 수 있다. 답 ②

0380

다항식 y^3+3y^2-1에 대하여

영훈 : 동류항은 문자와 차수가 같은 항이다. 이때 y^3과 $3y^2$은 차수가 다르므로 동류항이 아니다.

지원 : $y=-1$을 다항식에 대입하면 $y^3+3y^2-1=-1+3-1=1$이므로 식의 값은 1이다.

따라서 옳은 설명을 한 학생은 경수, 병수, 승호, 현민의 4명이다. 답 ④

유형 11. 일차식의 덧셈과 뺄셈

0381

$3(5x-1)-(15x+10)\div5=3(5x-1)-(15x+10)\times\frac{1}{5}$

$=15x-3-(3x+2)$

$=15x-3-3x-2=12x-5$

따라서 $ax+b=12x-5$이므로 $a=12$, $b=-5$

$\therefore a+b=12-5=7$ 답 7

0382

① $(3x-2)+(2x+1)=3x-2+2x+1=(3+2)x+(-2+1)=5x-1$

② $(-y-1)-2(3y-2)=-y-1-6y+4=(-1-6)y+(-1+4)$

$=-7y+3$

③ $2(y-1)-2(3y-1)=2y-2-6y+2=(2-6)y+(-2+2)=-4y$

④ $\frac{1}{2}(4x+2)-(x-3)=2x+1-x+3=(2-1)x+(1+3)=x+4$

⑤ $2(x+2)+\frac{1}{3}(9x+12)=2x+4+3x+4=(2+3)x+(4+4)=5x+8$

답 ③

0383

$(24x+18)\div6-(25x-10)\div\frac{5}{3}$

$=(24x+18)\times\frac{1}{6}-(25x-10)\times\frac{3}{5}=4x+3-(15x-6)$

$=4x+3-15x+6=(4-15)x+(3+6)=-11x+9$

$\therefore a=9$

$\left(\frac{2}{3}y-9\right)\div\frac{3}{5}+\frac{7}{3}=\left(\frac{2}{3}y-9\right)\times\frac{5}{3}+\frac{7}{3}=\frac{10}{9}y-15+\frac{7}{3}=\frac{10}{9}y-\frac{38}{3}$

$\therefore b=\frac{10}{9}$

$\therefore ab=9\times\frac{10}{9}=10$ 답 10

0384

① $2x-1-6x+12=(2-6)x+(-1+12)=-4x+11$

이므로 x의 계수는 -4이다.

② $\frac{1}{3}(6x+3)-2x=2x+1-2x=(2-2)x+1=1$

이므로 x의 계수는 0이다.

③ $5(x+1)+2(3x-3)=5x+5+6x-6=(5+6)x+(5-6)=11x-1$

이므로 x의 계수는 11이다.

④ $\frac{1}{4}(2x-1)-\frac{1}{6}(x+3)=\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}-\frac{1}{6}x-\frac{1}{2}$

$=\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{6}\right)x+\left(-\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{3}x-\frac{3}{4}$

이므로 x의 계수는 $\frac{1}{3}$이다.

⑤ $(2x-3)\div\frac{2}{3}-\frac{1}{3}(6x+9)=(2x-3)\times\frac{3}{2}-(2x+3)$

$=3x-\frac{9}{2}-2x-3=(3-2)x+\left(-\frac{9}{2}-3\right)$

$=x-\frac{15}{2}$

이므로 x의 계수는 1이다.

따라서 x의 계수가 가장 큰 것은 ③이다. 답 ③

0385

n이 홀수이므로 $(-1)^n=-1$

$n+1$과 $n+3$은 짝수이므로 $(-1)^{n+1}=1$, $(-1)^{n+3}=1$

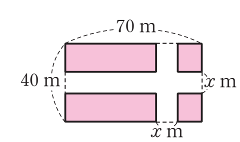
$\therefore (-1)^{n+1}(2x-1)+(-1)^{n+3}(3x+1)+(-1)^n(5-3x)$

$=(2x-1)+(3x+1)-(5-3x)=2x-1+3x+1-5+3x$

$=(2+3+3)x+(-1+1-5)=8x-5$ 답 ③

유형 12. 일차식의 덧셈과 뺄셈의 활용

0386



오른쪽 그림에서

밭의 가로의 길이의 합은 $(70-x)\times4$(m)

밭의 세로의 길이의 합은 $(40-x)\times4$(m)

따라서 구하는 밭의 둘레의 길이는

$4(70-x)+4(40-x)=280-4x+160-4x=-8x+440$(m)

답 $(-8x+440)$m

0387

(1) 체육 수행평가 점수가 10점인 학생 수는 $30-(x+12)=18-x$ (명)

(2) 미선이네 반 전체 학생의 체육 수행평가 점수의 합은

$8\times x+9\times12+10(18-x)=8x+108+180-10x=288-2x$ (점)

답 (1) $(18-x)$명 (2) $(288-2x)$점

0388

처음 들판에서 놀고 있던 참새의 수가 x마리일 때

세 마리가 더 날아왔으므로 참새는 총 $(x+3)$마리이고

또 푸른 숲에서 $6(x+3)$마리가 더 날아왔으므로 참새는 총

$7(x+3)=7x+21$(마리)

따라서 저녁 노을이 질 무렵 열다섯 마리의 참새는 숲으로 돌아갔으므로

남은 참새 수는 $7x+21-15=7x+6$(마리) 답 ④

0389

유진이가 산 x개의 초콜릿 중 친구 A에게 준 초콜릿의 개수는 $\boxed{(가)\ \frac{1}{2}x+1}$(개)

친구 A에게 주고 남은 초콜릿의 개수는 $x-\left(\frac{1}{2}x+1\right)=\frac{1}{2}x-1$(개)

이므로 친구 B에게 준 초콜릿의 개수는

$\left\{\left(\frac{1}{2}x-1\right)-3\right\}\times\frac{1}{2}=\left(\frac{1}{2}x-4\right)\times\frac{1}{2}=\boxed{(나)\ \frac{1}{4}x-2}$(개)

따라서 유진이에게 남은 초콜릿의 개수는

$x-\left(\frac{1}{2}x+1\right)-\left(\frac{1}{4}x-2\right)=x-\frac{1}{2}x-1-\frac{1}{4}x+2=\boxed{(다)\ \frac{1}{4}x+1}$(개)

답 (가) $\frac{1}{2}x+1$ (나) $\frac{1}{4}x-2$ (다) $\frac{1}{4}x+1$

0390

10번 가위바위보를 하여 민수가 이긴 횟수가 x $(x>5)$번이므로

민수가 진 횟수는 $(10-x)$번이고 반대로 성규가 이긴 횟수와 진 횟수는

각각 $(10-x)$번, x번이다.

따라서 민수가 내려간 계단의 칸 수는

$x\times3+(10-x)\times1=3x+10-x=2x+10$(칸)

또 성규가 내려간 계단의 칸 수는

$(10-x)\times3+x\times1=30-3x+x=30-2x$(칸)

이때 $(2x+10)-(30-2x)=2x+10-30+2x=4x-20$이므로

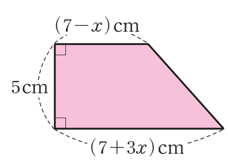
민수는 성규보다 $(4x-20)$칸 더 내려갔다. 답 $(4x-20)$칸

0391

사다리꼴의 윗변의 길이는 $(7-x)$cm,

아랫변의 길이는 $(7+3x)$cm이므로

구하는 사다리꼴의 넓이는



$\frac{1}{2}\times\{(7-x)+(7+3x)\}\times5$

$=\frac{1}{2}\times(14+2x)\times5$

$=(7+x)\times5=35+5x\,(\text{cm}^2)$

따라서 $a=5$, $b=35$이므로 $ab=5\times35=175$ 답 ⑤

0392

가로에 놓인 세 다항식의 합은

$(2x-1)+(3x+1)+(-x+3)=2x-1+3x+1-x+3=4x+3$

오른쪽 세로에 놓인 세 다항식의 합도 $4x+3$이므로

$B+(-x+3)+(x+2)=4x+3$, $B+5=4x+3$

$\therefore B=4x+3-5=4x-2$

왼쪽 세로에 놓인 세 다항식의 합도 $4x+3$이므로

$A+5x+(2x-1)=4x+3$

$\therefore A=4x+3-(7x-1)=4x+3-7x+1=-3x+4$

$\therefore 2A+B=2(-3x+4)+(4x-2)=-6x+8+4x-2=-2x+6$

답 $-2x+6$

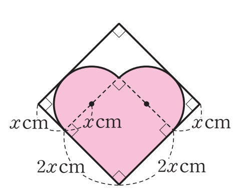
0393

(1) 오른쪽 그림에서 정사각형 모양의 도화지의 한 변의 길이는 $x+2x=3x$(cm)

(2) 하트 모양의 둘레의 길이는

$2x\times2+\left(\frac{1}{2}\times2\times3.14\times x\right)\times2$

$=4x+6.28x=10.28x$(cm)



답 (1) $3x$cm (2) $10.28x$cm

0394

$2x+3$	$-3x+2$	$-x+2$	$5x+2$
㉠	$-4x+4$	㉡	
A	㉢		
B			

㉠$=2x+3+(-3x+2)$

$=-x+5$

㉡$=(-x+2)+(5x+2)$

$=4x+4$

㉢$=(-4x+4)+$㉡$=-4x+4+(4x+4)=8$

$A=$㉠$+(-4x+4)=(-x+5)+(-4x+4)=-5x+9$

$B=A+$㉢$=(-5x+9)+8=-5x+17$

$\therefore A+B=(-5x+9)+(-5x+17)=-10x+26$

따라서 $x=-5$일 때 $A+B$의 값은 $(-10)\times(-5)+26=76$ 답 ③

유형 13. 일차식이 되기 위한 조건

0395

$5x^2+3x+4+ax^2-bx-3=(5+a)x^2+(3-b)x+1$에서

일차식이 되려면 이차항의 계수인 $5+a=0$, 일차항의 계수인 $3-b\neq0$을 만족시켜야 하므로 상수 a, b의 조건은 $a=-5$, $b\neq3$ 답 ②

0396

$3(x^2-2x+5)-a(x^2+3x+6)$

$=3x^2-6x+15-ax^2-3ax-6a$

$=(3-a)x^2+(-6-3a)x+(15-6a)$

에서 일차식이 되려면 $3-a=0$, $-6-3a\neq0$이므로 $a=3$, $a\neq-2$

따라서 x의 계수는 $-6-3a$에 $a=3$을 대입하면 $-6-3\times3=-15$ 답 ④

유형 14. 복잡한 일차식의 덧셈과 뺄셈

0397

$\frac{x-2}{2}-\frac{x-3}{3}+2x+5$

$=\frac{3(x-2)-2(x-3)+6(2x+5)}{6}=\frac{3x-6-2x+6+12x+30}{6}$

$=\frac{13x+30}{6}=\frac{13}{6}x+5$ 답 ④

0398

$\frac{3}{2}a-\left[\frac{5}{2}a+\frac{1}{2}\{2a-(a-3)\}\right]$

$=\frac{3}{2}a-\left\{\frac{5}{2}a+\frac{1}{2}(2a-a+3)\right\}=\frac{3}{2}a-\left\{\frac{5}{2}a+\frac{1}{2}(a+3)\right\}$

$=\frac{3}{2}a-\left(\frac{5}{2}a+\frac{1}{2}a+\frac{3}{2}\right)=\frac{3}{2}a-\left(3a+\frac{3}{2}\right)=\frac{3}{2}a-3a-\frac{3}{2}$

$=-\frac{3}{2}a-\frac{3}{2}$

따라서 $A=-\frac{3}{2}$, $B=-\frac{3}{2}$이므로 $A-B=-\frac{3}{2}-\left(-\frac{3}{2}\right)=0$ 답 0

0399

① $(6x-18)\div\left(-\frac{3}{5}\right)=(6x-18)\times\left(-\frac{5}{3}\right)=-10x+30$

② $-\frac{1}{2}(3x-8)\div\frac{2}{3}=\left(-\frac{3}{2}x+4\right)\times\frac{3}{2}=-\frac{9}{4}x+6$

③ $2(3x-2)-\frac{1}{2}(2x-6)=6x-4-x+3=5x-1$

④ $-\frac{1}{4}(4x-8)+\frac{1}{3}(6x+9)=-x+2+2x+3=x+5$

⑤ $\frac{3}{2}\left(8x-\frac{4}{3}\right)-7\left(\frac{1}{2}x-\frac{4}{7}\right)=12x-2-\frac{7}{2}x+4=\frac{17}{2}x+2$ 답 ①, ⑤

0400

$\left(ax-\frac{3}{2}\right)-\left(-\frac{4}{3}x+b\right)=ax-\frac{3}{2}+\frac{4}{3}x-b=\left(a+\frac{4}{3}\right)x+\left(-\frac{3}{2}-b\right)$

$a+\frac{4}{3}=-2$이므로 $a=-2-\frac{4}{3}=-\frac{10}{3}$

$-\frac{3}{2}-b=\frac{3}{2}$이므로 $b=-\frac{3}{2}-\frac{3}{2}=-\frac{6}{2}=-3$

$\therefore 4a-5b=4\times\left(-\frac{10}{3}\right)-5\times(-3)=-\frac{40}{3}+15=\frac{5}{3}$ 답 ①

0401

$\frac{x-1}{2}+\frac{x+3}{5}=\frac{5(x-1)+2(x+3)}{10}=\frac{5x-5+2x+6}{10}$

$=\frac{7x+1}{10}=\frac{7}{10}x+\frac{1}{10}$

① x의 계수는 $\frac{7}{10}$이다.

② 차수가 1이므로 일차식이다.

③ 항은 $\frac{7}{10}x$, $\frac{1}{10}$의 2개이다.

④ 상수항은 $\frac{1}{10}$이다.

⑤ x의 계수는 $\frac{7}{10}$이고, 상수항은 $\frac{1}{10}$이므로 두 수의 합은 $\frac{4}{5}$이다.

따라서 옳지 않은 것은 ①, ⑤이다. 답 ①, ⑤

0402

(1) $\frac{1}{3}(6a+3b-1)-\frac{2}{5}(-5a+b-5)$

$=2a+b-\frac{1}{3}+2a-\frac{2}{5}b+2=4a+\frac{3}{5}b+\frac{5}{3}$

(2) $|a|=1$, $|b|=4$이고 $ab<0$, $a<b$이므로 $a=-1$, $b=4$

따라서 주어진 식의 값을 구하면

$4a+\frac{3}{5}b+\frac{5}{3}=4\times(-1)+\frac{3}{5}\times4+\frac{5}{3}=-4+\frac{12}{5}+\frac{5}{3}$

$=\frac{-60+36+25}{15}=\frac{1}{15}$

답 (1) $4a+\frac{3}{5}b+\frac{5}{3}$ (2) $\frac{1}{15}$

0403

(1) 주어진 식을 간단히 하려면 ㉠과 같이 12를 곱하면 안되고,

$\frac{2x+4}{3}-\frac{x+3}{4}=\frac{4(2x+4)-3(x+3)}{12}$과 같이 분모를 12로 통분해야 한다.

따라서 계산 과정에서 처음으로 틀린 부분은 ㉠이다.

(2) $\frac{2x+4}{3}-\frac{x+3}{4}=\frac{4(2x+4)-3(x+3)}{12}=\frac{8x+16-3x-9}{12}$

$=\frac{5x+7}{12}=\frac{5}{12}x+\frac{7}{12}$

답 (1) ㉠ (2) $\frac{5}{12}x+\frac{7}{12}$

0404

$\frac{2}{5}x-5-\left\{2x+3-(3x+4)\div\frac{3}{2}\right\}$

$=\frac{2}{5}x-5-\left\{2x+3-(3x+4)\times\frac{2}{3}\right\}=\frac{2}{5}x-5-\left(2x+3-2x-\frac{8}{3}\right)$

$=\frac{2}{5}x-5-\frac{1}{3}=\frac{2}{5}x-\frac{16}{3}=ax+b$

따라서 $a=\frac{2}{5}$, $b=-\frac{16}{3}$이므로

$5a-3b=5\times\frac{2}{5}-3\times\left(-\frac{16}{3}\right)=2+16=18$ 답 18

0405

$\frac{x+3}{2}-\frac{7x-5}{3}=\frac{3(x+3)-2(7x-5)}{6}=\frac{3x+9-14x+10}{6}$

$=\frac{-11x+19}{6}=-\frac{11}{6}x+\frac{19}{6}$

이므로 $A=-\frac{11}{6}$

$4y+2-9\left(\frac{2y+1}{3}-\frac{4}{9}y\right)=4y+2-3(2y+1)+4y$

$=4y+2-6y-3+4y=2y-1$

이므로 $B=-1$

$\therefore 6AB-5B=6\times\left(-\frac{11}{6}\right)\times(-1)-5\times(-1)=11+5=16$ 답 16

0406

$8\left(\frac{3}{4}x-\frac{3}{2}\right)-4\left(\frac{5}{6}x-\frac{3}{2}\right)=6x-12-\frac{10}{3}x+6=\frac{8}{3}x-6$

이므로 $a=\frac{8}{3}$, $b=-6$

$\left(-\frac{2}{3}x+\frac{3}{2}\right)\div\left(-\frac{5}{6}\right)=\left(-\frac{2}{3}x+\frac{3}{2}\right)\times\left(-\frac{6}{5}\right)=\frac{4}{5}x-\frac{9}{5}$

이므로 $c=\frac{4}{5}$, $d=-\frac{9}{5}$

$a-c=\frac{8}{3}-\frac{4}{5}=\frac{40-12}{15}=\frac{28}{15}$, $b-d=-6-\left(-\frac{9}{5}\right)=-6+\frac{9}{5}=-\frac{21}{5}$

따라서 구하는 일차식은 $\frac{28}{15}x-\frac{21}{5}$이다. 답 $\frac{28}{15}x-\frac{21}{5}$

유형 15. 문자에 일차식 대입하기

0407

$3A-B-2(2A-3B)=3A-B-4A+6B=-A+5B$

$\therefore -A+5B=-(-x+y)+5(2x+y)=x-y+10x+5y=11x+4y$

답 $11x+4y$

0408

$x:y=3:4$에서 $4x=3y$, 즉 $x=\frac{3}{4}y$이므로 주어진 식에 대입하면

$\frac{x^2-y^2}{2xy}=\frac{\left(\frac{3}{4}y\right)^2-y^2}{2\times\frac{3}{4}y\times y}=\frac{-\frac{7}{16}y^2}{\frac{3}{2}y^2}=\left(-\frac{7}{16}y^2\right)\div\frac{3}{2}y^2$

$=\left(-\frac{7}{16}y^2\right)\times\frac{2}{3y^2}=-\frac{7}{24}$ 답 $-\frac{7}{24}$

0409

$A*B=2A-B$, $A▲B=2B-A$이므로

$(x*2y)-(2x▲y)$

$=2x-2y-(2y-2x)=2x-2y-2y+2x=4x-4y$

따라서 x의 계수는 4, y의 계수는 -4이므로 두 수의 곱은 $4\times(-4)=-16$

답 ①

유형 16. 조건에 알맞은 식 구하기

0410

어떤 다항식을 A라 하면 $A+(5x+2)=7x+5$이므로

$A=7x+5-(5x+2)=7x+5-5x-2=2x+3$
따라서 바르게 계산한 식은
$(2x+3)-(5x+2)=2x+3-5x-2=-3x+1$ 답 $-3x+1$

0411

$4x-1+\boxed{}=6x-5$에서
$\boxed{}=6x-5-(4x-1)=6x-5-4x+1=2x-4$ 답 $2x-4$

0412

$A-(x+3)=-3x+5$이므로
$A=-3x+5+x+3=-2x+8$
$B+2(2x+1)=A$이므로 이 식에 $A=-2x+8$을 대입하면
$B+4x+2=-2x+8$
$B=-2x+8-(4x+2)=-2x+8-4x-2=-6x+6$
따라서 $A=-2x+8$, $B=-6x+6$이므로
$A+B=-2x+8+(-6x+6)=-8x+14$ 답 ①

0413

어떤 일차식을 A라 하면 $\frac{1}{2}x+\frac{2}{3}-A=\frac{11}{6}x-2$이므로
$A=\frac{1}{2}x+\frac{2}{3}-\left(\frac{11}{6}x-2\right)=\frac{1}{2}x+\frac{2}{3}-\frac{11}{6}x+2$
$=-\frac{8}{6}x+\frac{8}{3}=-\frac{4}{3}x+\frac{8}{3}$
따라서 바르게 계산하면
$\frac{1}{2}x+\frac{2}{3}+A=\frac{1}{2}x+\frac{2}{3}-\frac{4}{3}x+\frac{8}{3}=-\frac{5}{6}x+\frac{10}{3}$
따라서 x의 계수는 $-\frac{5}{6}$, 상수항은 $\frac{10}{3}$이므로 두 수의 합은
$-\frac{5}{6}+\frac{10}{3}=\frac{-5+20}{6}=\frac{15}{6}=\frac{5}{2}$ 답 ④

0414

$3-2x-\frac{1}{2}(2y-\boxed{})=-4x+2y-2$
$3-2x-y+\frac{1}{2}\times\boxed{}=-4x+2y-2$
$\frac{1}{2}\times\boxed{}=-4x+2y-2-3+2x+y$, $\frac{1}{2}\times\boxed{}=-2x+3y-5$
$\therefore \boxed{}=2(-2x+3y-5)=-4x+6y-10$ 답 $-4x+6y-10$

0415

$A-(x-y+1)=2y-1$
$A=2y-1+(x-y+1)=x+y$
$A=x+y$를 $B+(2x-4y+3)=A$에 대입하면
$B+(2x-4y+3)=x+y$
$B=x+y-(2x-4y+3)=-x+5y-3$
$B=-x+5y-3$을 $-\frac{1}{3}C=B$에 대입하면
$-\frac{1}{3}C=-x+5y-3$
$\therefore C=(-x+5y-3)\div\left(-\frac{1}{3}\right)=(-x+5y-3)\times(-3)=3x-15y+9$
답 ④

0416

조건 (가)에서 $3x+2-A=5x+4$이므로
$A=3x+2-(5x+4)=3x+2-5x-4=-2x-2$
조건 (나)에서 n이 짝수이므로 $(-1)^{n+1}=-1$, $(-1)^{n+2}=1$을 주어진 식에 대입하면
$B=(-1)^{n+1}(2-3x)-(-1)^{n+2}(2x+3)$
$=-(2-3x)-(2x+3)=-2+3x-2x-3=x-5$
$\therefore A-3B=(-2x-2)-3(x-5)$
$=-2x-2-3x+15=-5x+13$ 답 ②

백점 도전하기

0417 유형 03 90쪽

길의 안쪽 경계인 원은 반지름의 길이가 $\frac{x}{2}$이므로
둘레의 길이는 $2\times3.14\times\frac{x}{2}$
또 길의 바깥쪽 경계인 원은 반지름의 길이가 $\left(\frac{x}{2}+y\right)$이므로
$x+y$로 착각하지 말자!
둘레의 길이는 $2\times3.14\times\left(\frac{x}{2}+y\right)$
$\therefore l=2\times3.14\times\frac{x}{2}+2\times3.14\times\left(\frac{x}{2}+y\right)=3.14(2x+2y)$ 답 ⑤
$3.14\times\left\{2\times\frac{x}{2}+2\times\left(\frac{x}{2}+y\right)\right\}=3.14(x+x+2y)$
$=3.14(2x+2y)$

0418 유형 06 95쪽

$x=-1$이므로 자연수 n에 대하여
-1을 짝수 번 곱하면 1이 돼.
$x^{2n}=(-1)^{2n}=1$, $x^{2n-1}=(-1)^{2n-1}=-1$이므로
-1을 홀수 번 곱하면 -1이 돼.
$x+2x^2+3x^3+\cdots+49x^{49}+50x^{50}$
$=-1+2-3+4-\cdots-49+50$
$=(-1+2)+(-3+4)+\cdots+(-49+50)$
$1\times25=25$
$=\underbrace{1+1+\cdots+1}_{25개}$
$=25$ 답 25

0419 유형 07 97쪽

(1) 각 단계에서 필요한 성냥개비의 개수를 각각 구하면
1단계 7, 2단계 11, 3단계 15, 4단계 19
(2) 1단계씩 늘어날 때마다 사용한 성냥개비의 개수는 4개씩 늘어난다.
(3) 1단계부터 n단계까지 사용한 성냥개비의 개수에서 규칙을 찾아 보면
1 : 7
2 : 7+4=7+4×1
3 : 7+4+4=7+4×2
⋮
n : $7+\underbrace{4+4+\cdots+4}_{(n-1)개}=7+4\times(n-1)=4n+3$
(4) 30단계의 모양을 만드는 데 필요한 성냥개비의 개수는 $4n+3$에 $n=30$을 대입하면 $4\times30+3=123$
따라서 30단계의 모양을 만드는 데 필요한 성냥개비의 개수는 123이다.
답 (1) 1단계 : 7, 2단계 : 11, 3단계 : 15, 4단계 : 19
(2) 4 (3) $4n+3$ (4) 123

0420 유형 11 103쪽

$B=(3x+1)-x$
$=2x+1$
조건 (나)에서 $x+B=3x+1$이므로 $B=2x+1$
$B=2x+1$을 조건 (다)의 $2B+C=5x-3$에 대입하면
$2(2x+1)+C=5x-3$, $4x+2+C=5x-3$이므로 $C=x-5$
$C=x-5$를 조건 (라)의 $C-x=D$에 대입하면
$(x-5)-x=D$이므로 $D=-5$
$C=x-5$를 조건 (가)의 $A+3x=C$에 대입하면
$A+3x=x-5$이므로 $A=-2x-5$

조건 (마)에서 $\frac{3}{2}(-2x-6)=E$이므로 $E=-3x-9$

따라서 $A=-2x-5,\ B=2x+1,\ C=x-5,\ D=-5,\ E=-3x-9$를

주어진 식 $2A-3B+C+D-E$에 대입하면

$2(-2x-5)-3(2x+1)+(x-5)+(-5)-(-3x-9)$

$=-4x-10-6x-3+x-5-5+3x+9=-6x-14$ 답 ④

계산 주의!

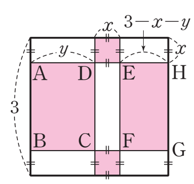
서술형 격파하기

예제 1	$-2x+18$		
유제 1	(1) S : $6a\text{cm}^2$, S' : $\frac{168}{25}a\text{cm}^2$ (2) $\frac{18}{25}a\text{cm}^2$, 12% 증가		
예제 2	(1) $\frac{a}{12}$원 (2) $\frac{b}{8}$원 (3) $\left(\frac{5a}{6}+\frac{5b}{8}\right)$원 (4) $\left(\frac{5a}{18}+\frac{5b}{24}\right)$원		
유제 2	$\frac{43}{40}a$		
예제 3	A : $8x+30$, B : $28x+32$		
유제 3	$\frac{13}{14}$		
예제 4	(1) $4a-4$ (2) $a-5$	유제 4	-29

예제 1

STEP ❶ 정사각형 안에 색칠한 왼쪽 직사각형의 가로의 길이를 y라 하고, 두 직사각형과 두 정사각형의 둘레의 길이의 합을 각각 구한다.

오른쪽 그림에서 선분 AD의 길이를 y라 하면



선분 EH의 길이는 $3-x-y$이다.

(선분 AB의 길이)$=$(선분 EF의 길이)$=3-2x$이므로 색칠한 두 직사각형의 둘레의 길이의 합은

$2\times\{$(선분 AB의 길이)$+$(선분 AD의 길이)$\}$

$+2\times\{$(선분 EF의 길이)$+$(선분 EH의 길이)$\}$

$=2\times\{(3-2x)+y\}+2\times\{(3-2x)+(3-x-y)\}$

$=2\times\{2(3-2x)+3-x\}=2\times(6-4x+3-x)$

$=2\times(9-5x)=18-10x$ ······ 채점기준 ① | 40%

또 정사각형의 한 변의 길이는 x이므로 색칠한 두 정사각형의 둘레의 길이의 합은 $2\times4\times x=8x$ ······ 채점기준 ② | 40%

STEP ❷ 구하는 둘레의 길이의 합을 구한다.

따라서 구하는 둘레의 길이의 합은

$(18-10x)+8x=-2x+18$ ······ 채점기준 ③ | 20%

답 $-2x+18$

채점기준	
① 두 직사각형의 둘레의 길이의 합을 구한다.	40%
② 두 정사각형의 둘레의 길이의 합을 구한다.	40%
③ 구하는 둘레의 길이의 합을 구한다.	20%

유제 1

STEP ❶ S와 S'을 각각 a를 이용하여 나타낸다.

(1) $S=\frac{1}{2}\times(3+9)\times a=6a(\text{cm}^2)$ ······ 채점기준 ① | 35%

이 사다리꼴의 윗변의 길이를 40% 늘이면

$3+3\times\frac{40}{100}=3\times\left(1+\frac{2}{5}\right)=\frac{21}{5}(\text{cm})$

아랫변의 길이를 40% 늘이면

$9+9\times\frac{40}{100}=9\times\left(1+\frac{2}{5}\right)=\frac{63}{5}(\text{cm})$

또 높이를 20% 줄이면

$a-a\times\frac{20}{100}=a\times\left(1-\frac{1}{5}\right)=\frac{4}{5}a(\text{cm})$

따라서 나중 사다리꼴의 넓이 S'은 답 ②

$S'=\frac{1}{2}\times\left(\frac{21}{5}+\frac{63}{5}\right)\times\frac{4}{5}a=\frac{168}{25}a(\text{cm}^2)$ ······ 채점기준 ② | 35%

STEP ❷ $S'-S$의 값을 이용하여 S'이 S보다 몇 $\%$ 증가하였는지 구한다.

(2) 두 넓이의 차는 $S'-S=\frac{168}{25}a-6a=\frac{18}{25}a$ ······ 채점기준 ③ | 20%

S에 대한 $\frac{18}{25}a$의 비율을 구하면

$\frac{18}{25}a\div6a=\frac{18a}{25}\times\frac{1}{6a}=\frac{3}{25}=0.12$

따라서 S'은 처음 넓이 S보다 12% 증가했다. ······ 채점기준 ④ | 10%

답 (1) S : $6a\text{cm}^2$, S' : $\frac{168}{25}a\text{cm}^2$

(2) $\frac{18}{25}a\text{cm}^2$, 12% 증가

채점기준	
① S를 a를 사용하여 나타낸다.	35%
② S'을 a를 사용하여 나타낸다.	35%
③ $S'-S$의 값을 구한다.	20%
④ S'은 S보다 몇 $\%$ 증가하였는지 구한다.	10%

예제 2

STEP ❶ 비누꽃, 장미꽃 한 송이의 가격을 각각 구한 후, 이를 이용하여 한 사람이 낸 꽃값을 구한다.

(1) 12송이에 a원인 비누꽃 한 송이의 가격은 $\frac{a}{12}$원 ······ 채점기준 ① | 25%

(2) 8송이에 b원인 장미꽃 한 송이의 가격은 $\frac{b}{8}$원 ······ 채점기준 ② | 25%

(3) 비누꽃 10송이와 장미꽃 5송이의 총 금액은

$\frac{a}{12}\times10+\frac{b}{8}\times5=\frac{5a}{6}+\frac{5b}{8}$(원) ······ 채점기준 ③ | 30%

(4) 한 사람이 낸 꽃값은

$\left(\frac{5a}{6}+\frac{5b}{8}\right)\times\frac{1}{3}=\frac{5a}{18}+\frac{5b}{24}$(원) ······ 채점기준 ④ | 20%

답 (1) $\frac{a}{12}$원 (2) $\frac{b}{8}$원 (3) $\left(\frac{5a}{6}+\frac{5b}{8}\right)$원 (4) $\left(\frac{5a}{18}+\frac{5b}{24}\right)$원

채점기준	
① 비누꽃 한 송이의 가격을 구한다.	25%
② 비누꽃, 장미꽃 한 송이의 가격을 각각 구한다.	25%
③ 구입한 꽃의 총 금액을 구한다.	30%
④ 한 사람이 낸 꽃값을 구한다.	20%

유제 2

STEP ❶ 어제, 오늘 양계장에서 번 돈을 각각 구한다.

어제는 닭 한 마리당 a원씩 b마리를 팔았으므로

양계장에서 어제 번 돈은 $a\times b=ab$(원)

오늘은 닭 한 마리당 $a\left(1+\frac{20}{100}\right)=\frac{6}{5}a$(원)씩 $b\times\frac{3}{5}=\frac{3}{5}b$(마리)를 팔았으므로 양계장에서 오늘 번 돈은 $\frac{6}{5}a\times\frac{3}{5}b=\frac{18}{25}ab$(원) ······ 채점기준 ① | 50%

STEP ❷ 이틀 동안 판 닭 한 마리의 평균 가격을 구한다.

따라서 어제, 오늘 판 닭의 수는 $b+\frac{3}{5}b=\frac{8}{5}b$이므로 ······ 채점기준 ② | 30%

이틀 동안 판 닭 한 마리의 평균 가격은

$\left(ab+\frac{18}{25}ab\right)\div\frac{8}{5}b=\frac{43}{25}ab\times\frac{5}{8b}=\frac{43}{40}a$ ······ 채점기준 ③ | 20%

답 $\frac{43}{40}a$

채점기준	
① 어제, 오늘 양계장에서 번 돈을 각각 구한다.	50%
② 어제, 오늘 판 닭의 수를 구한다.	30%
③ 이틀 동안 판 닭 한 마리의 평균 가격을 구한다.	20%

본문 116쪽

예제 3

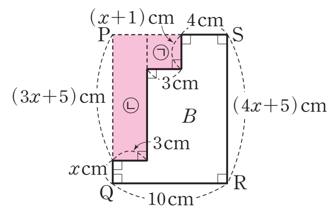
STEP ❶ A를 x를 사용하여 나타낸다.

도형의 둘레의 길이 A는 가로의 길이가 10cm, 세로의 길이가 $(4x+5)\text{cm}$인 직사각형의 둘레의 길이와 같으므로

$10\times2+(4x+5)\times2=20+8x+10=8x+30$ ………… 채점기준 ① | 50%

STEP ❷ B를 x를 사용하여 나타낸다.

도형의 넓이 B는 직사각형 PQRS에서 ㉠과 ㉡의 넓이의 합을 뺀 것과 같으므로



$10\times(4x+5)$
$-\{3\times(x+1)+3\times(3x+5)\}$
$=40x+50-(3x+3+9x+15)$
$=40x+50-12x-18$
$=28x+32$ ………… 채점기준 ② | 50%

답 $A:8x+30$, $B:28x+32$

채점기준

① A를 x를 사용하여 나타낸다.	50%
② B를 x를 사용하여 나타낸다.	50%

유제 3

STEP ❶ 주어진 그림에서 색칠한 부분의 넓이를 구한다.

색칠한 부분의 넓이는 직사각형의 넓이에서 내부의 사다리꼴의 넓이를 뺀 것과 같으므로

$(3x+3)\times5-\frac{1}{2}\times\{x+(x+1)\}\times2$

$=15x+15-\frac{1}{2}\times(2x+1)\times2=15x+15-2x-1$

$=13x+14$ ………… 채점기준 ① | 70%

따라서 $a=13$, $b=14$이므로 $\frac{a}{b}=\frac{13}{14}$ ………… 채점기준 ② | 30%

답 $\frac{13}{14}$

채점기준

① 색칠한 부분의 넓이를 구한다.	70%
② $\frac{a}{b}$의 값을 구한다.	30%

예제 4

STEP ❶ 어떤 다항식을 A라 하고, A에 대한 식을 세운다.

(1) 어떤 다항식을 A라 하면 $A+(3a+1)=7a-3$이므로

$A=7a-3-(3a+1)=7a-3-3a-1=4a-4$ ………… 채점기준 ① | 50%

STEP ❷ 바르게 계산한 식을 구한다.

(2) 바르게 계산한 식은

$(4a-4)-(3a+1)=4a-4-3a-1$
$=a-5$ ………… 채점기준 ② | 50%

답 (1) $4a-4$ (2) $a-5$

채점기준

① 어떤 다항식을 구한다.	50%
② 바르게 계산한 식을 구한다.	50%

유제 4

STEP ❶ 어떤 다항식을 A라 하고, A에 대한 식을 세운다.

어떤 다항식을 A라 하면 $A+(3x+4)=8x-3$이므로

$A=8x-3-(3x+4)=8x-3-3x-4$
$=5x-7$ ………… 채점기준 ① | 40%

따라서 바르게 계산한 식은

$5x-7-(3x+4)=5x-7-3x-4$
$=2x-11$ ………… 채점기준 ② | 40%

STEP ❷ a, b의 값을 이용하여 $2a+3b$의 값을 구한다.

이때 x의 계수는 2, 상수항은 -11이므로

$a=2$, $b=-11$

$\therefore 2a+3b=2\times2+3\times(-11)$
$=4-33$
$=-29$ ………… 채점기준 ③ | 20%

답 -29

채점기준

① 어떤 다항식을 구한다.	40%
② 바르게 계산한 식을 구한다.	40%
③ $2a+3b$의 값을 구한다.	20%

05 일차방정식의 풀이

0421	③	0422	⑤	0423	③	0424	③	0425	③
0426	④	0427	③	0428	풀이 참조	0429	①	0430	①
0431	②	0432	④	0433	②, ③	0434	④	0435	⑤
0436	③	0437	-6	0438	③	0439	$\frac{38}{3}$	0440	②
0441	6	0442	③	0443	②	0444	④	0445	$a\neq-2$
0446	ㄱ, ㄷ	0447	②	0448	68	0449	①	0450	-8
0451	$x=3$	0452	④	0453	④	0454	$x=-\frac{8}{25}$	0455	②
0456	④	0457	$c<b<a$(또는 $a>b>c$)			0458	②, ④		
0459	(1) $x=-\frac{4}{7}$ (2) $x=\frac{1}{7}$ (3) $x=-1$					0460	③	0461	③
0462	(1) $-4x+2$ (2) 3			0463	④	0464	④	0465	②
0466	-2	0467	(1) $x+4$ (2) $-\frac{19}{3}$			0468	②	0469	②
0470	③	0471	풀이 참조	0472	$x=\frac{3}{2}$	0473	5	0474	④
0475	④	0476	-2	0477	⑤	0478	(1) 2 (2) -3		
0479	5	0480	(1) $x=4$ (2) -1			0481	①	0482	②
0483	4	0484	풀이 참조	0485	1, 4	0486	①	0487	2
0488	②	0489	33	0490	$a=-\frac{4}{3}$, $a\neq-\frac{4}{3}$인 모든 수				
0491	(1) $a=-4$, $b=-2$ (2) $x=-3$			0492	③	0493	15	0494	2, 4, 6, 8

유형 정복하기

유형 01. 등식

0421

ㄱ, ㅂ : 부등호를 사용하여 나타낸 식

ㅅ, ㅇ : 다항식

따라서 등식인 것은 ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㅁ의 4개이다. 답 ③

0422

① $\frac{46+x}{2}=50$

② $200-8x=60$

③ (거리)=(속력)×(시간)이므로 $5x=50$

④ $4x=10000$

⑤ $3x=120$

따라서 옳은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

0423

세종대왕의 일생이 x년이므로 태어난 지 $\frac{11}{27}x$년이 지난 후에 임금이 되었고 그로부터 23년 후 측우기를 발명하였다. 또한 $\frac{1}{27}x$년 후 훈민정음을 창제하여 3년 후 반포하였고, 4년 후 승하하였다.

따라서 구하는 x에 대한 등식은 $\frac{11}{27}x+23+\frac{1}{27}x+3+4=x$ 답 ③

유형 02. 방정식과 항등식

0424

ㄴ. 등식이란 등호 =를 사용하여 수 또는 식이 서로 같음을 나타낸 식이다.

ㄷ. x에 대한 방정식에서 문자 x는 미지수라 한다.

ㄹ. x에 대한 방정식이란 x의 값에 따라 참이 되기도 하고 거짓이 되기도 하는 등식을 뜻한다.

ㅁ. 등식 $x=7$은 x의 값에 따라 참이 되기도 하고 거짓이 되기도 하므로 x에 대한 방정식이다.

ㅂ. (좌변)$=3(x-2)+5(x+1)=3x-6+5x+5$
$=8x-1$
(우변)$=8(x+1)-9=8x+8-9$
$=8x-1$
따라서 (좌변)=(우변)이므로 항등식이다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㅁ, ㅂ의 3개이다. 답 ③

0425

각 방정식에 $x=1$을 대입하면

① $\frac{1}{3}\times(1+2)=1$

② $3\times1+3=6$

③ $-2\times(1-2)\neq-2$

④ $5\times1-3=2$

⑤ $1-1=0$

따라서 $x=1$이 해가 아닌 것은 ③이다. 답 ③

0426

x의 값에 관계없이 항상 참이 되는 등식은 항등식이다.

①, ②, ③, ⑤ 방정식

④ (우변)$=3(2-x)=6-3x=-3x+6$, 즉 (좌변)=(우변)이므로 항등식이다.

따라서 x의 값에 관계없이 항상 참이 되는 등식은 ④이다. 답 ④

0427

가희 : 다항식 중에서 $-6x$와 같이 하나의 항으로 이루어진 식을 단항식이라 한다. 따라서 $-6x$는 단항식이면서 다항식이다.

나희 : $a=2$, $b=6$일 때 2는 소수이지만 2와 6은 서로소가 아니다.

다희 : $4x$와 x^2은 문자는 같지만 차수가 다르므로 동류항이 아니다.

라희 : 두 수 a, b의 곱 ab가 양수이면 a와 b의 부호는 같다.

마희 : 방정식이란 x의 값에 따라 참이 되기도 하고 거짓이 되기도 하는 등식이다.

따라서 옳은 말을 한 학생을 모두 고르면 라희, 마희이다. 답 ③

0428

(1) 지은이의 언니의 나이는 $(x+6)$살이므로
$x+(x+6)=34$, $2x+6=34$
따라서 위 식은 방정식이다.

(2) $2(x+10)=2x+20$
따라서 위 식은 항등식이다.

(3) 하은이가 나누어 준 과일의 개수에 대한 식을 세우면
$4x+3=5x-6$
따라서 위 식은 방정식이다.

(4) $1000x+2000=14000$
따라서 위 식은 방정식이다.

(5) 직사각형의 둘레의 길이는 $2\times\{$(가로의 길이)+(세로의 길이)$\}$이므로
$2(8+x)=2x+16$
따라서 위 식은 항등식이다.

답 (1) $x+(x+6)=34$(또는 $2x+6=34$), 방정식
(2) $2(x+10)=2x+20$, 항등식
(3) $4x+3=5x-6$, 방정식
(4) $1000x+2000=14000$, 방정식
(5) $2(8+x)=2x+16$, 항등식

유형 03. 항등식이 될 조건

0429

$3x-5b=ax+15$가 x에 대한 항등식이므로

$3=a$, $-5b=15$ $\quad\therefore a=3, b=-3$

$\therefore ab=3\times(-3)=-9$ 답 ①

0430

주어진 등식에 $a=-1$, $b=2$를 대입하면

$2x-5\times(-1)\times(x-1)+2\times2=cx+d$

$2x+5x-5+4=cx+d$

$7x-1=cx+d$

따라서 $c=7$, $d=-1$이므로

$cd=7\times(-1)=-7$ 답 ①

유형 04. 등식의 성질

0431

① $4a=b$의 양변을 4로 나누면 $a=\frac{b}{4}$

② $2a=3b$의 양변에서 1을 빼면 $2a-1=3b-1$
$\therefore 2a-1\neq3(b-1)$

③ $a=-b$의 양변에 5를 더하면 $a+5=-b+5$
$\therefore a+5=5-b$

④ $4a=3b$의 양변을 12로 나누면 $\frac{a}{3}=\frac{b}{4}$

⑤ $a+b=x+y$의 양변에서 $b+x$를 빼면

$a+b-(b+x)=x+y-(b+x)$

$a+b-b-x=x+y-b-x$

$\therefore a-x=-b+y$

따라서 옳지 않은 것은 ②이다. 답 ②

0432

ㄱ. $a=b$이면 $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}\ (c\neq 0)$이다.

ㄴ. $\frac{x}{3}=\frac{y}{5}$의 양변에 9를 곱하면 $3x=\frac{9}{5}y$ $\quad\therefore 3x\neq 5y$

ㄷ. $-a=4b$의 양변에 -2를 곱하면 $2a=-8b$

ㄹ. $x=-2$의 양변에 y를 더하면 $x+y=y-2$

ㅁ. $2(x-2)=y$에서 $2x-4=y$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

$2(x-3)=y-2$의 좌변을 전개하면 $2x-6$이므로 ㉠의 양변에서 2를 빼면 $2x-4-2=y-2$ $\quad\therefore 2x-6=y-2$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ, ㅁ의 4개이다. 답 ④

0433

① $4x-3=4$의 양변에 3을 더하면 $4x=7$

$4x=7$의 양변을 2로 나누면 $2x=\frac{7}{2}$

② $4x-3=4$의 양변에 3을 더하면 $4x=4+3$

③ $4x-3=4$의 양변에 -1을 곱하면 $-4x+3=-4$

④ $4x-3=4$의 양변에 4를 더하면 $4x-3+4=4+4$

$\therefore 4x+1=8$

⑤ $4x-3=4$의 양변에 2를 곱하면 $8x-6=8$

따라서 옳지 않은 것을 모두 고르면 ②, ③이다. 답 ②, ③

0434

① $3x-6=2$의 양변에 6을 더하면 $3x=8$

② $4x=8-x$의 양변에 x를 더하면 $5x=8$

③ $-2x=-6x+20$의 양변에 $6x$를 더하면 $4x=20$

④ $5x=-10$의 양변을 5로 나누면 $x=-2$

또는 $5x=-10$의 양변에 $\frac{1}{5}$을 곱하면 $x=-2$

⑤ $4(x-1)=8$에서 $4x-4=8$의 양변에 4를 더하면 $4x=12$

이므로 ①, ②, ③, ⑤에서 이용한 등식의 성질은 '$a=b$이면 $a+c=b+c$이다.'이고 ④에서 이용한 등식의 성질은 '$a=b$이면 $ac=bc$이다.' 또는 '$a=b$이면 $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}\ (c\neq 0)$이다.'이다.

따라서 이용하는 등식의 성질이 다른 하나는 ④이다. 답 ④

0435

사탕, 젤리, 초콜릿 1개의 무게를 각각 x, y, z라 하면

[그림 1]에서 $2y=4z$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

[그림 2]에서 $2x=x+2z$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

① ㉡의 양변에서 x를 빼면 $x=2z$

② ㉠의 양변에 $\frac{1}{2}$을 곱하면 $y=2z$

③ $x=2z$, $y=2z$이므로 $x=y$

④ $x=2z$에서 양변에 2를 곱하면 $2x=4z$이므로 초콜릿 4개는 사탕 2개와 무게가 같다. 따라서 저울의 왼쪽에 초콜릿 4개를 추가하고 오른쪽에 사탕 2개를 추가하면 저울이 평형을 이룬다.

⑤ $y=2z$이므로 젤리 1개와 초콜릿 2개의 무게가 같다. 따라서 저울의 오른쪽에 젤리 1개를 추가하고 왼쪽에 초콜릿 2개를 추가하면 저울이 평형을 이룬다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

유형 05. 등식의 성질을 이용한 방정식의 풀이

0436

$3x-4=8x+3$

$3x-4+(\boxed{\text{(가) } -8x})=8x+3+(\boxed{\text{(가) } -8x})$

$-5x-4=3$

$-5x-4+\boxed{\text{(나) } 4}=3+\boxed{\text{(나) } 4}$

$-5x=\boxed{\text{(다) } 7}$

$\frac{-5x}{\boxed{\text{(라) } -5}}=\frac{\boxed{\text{(다) } 7}}{\boxed{\text{(라) } -5}}$

$\therefore x=\boxed{\text{(마) } -\frac{7}{5}}$

따라서 (가) $-8x$, (나) 4, (다) 7, (라) -5, (마) $-\frac{7}{5}$이다. 답 ③

0437

$2x+6=3$의 양변에 -6을 더하면

$2x+6+(-6)=3+(-6)$, $2x=-3$

$\therefore c=-6$ 답 -6

0438

$\frac{x+1}{3}=2$의 양변에 3을 곱하면 (㉠)

$\frac{x+1}{3}\times 3=2\times 3$, $x+1=6$

$x+1=6$의 양변에서 1을 빼면 (㉡)

$x+1-1=6-1$ $\quad\therefore x=5$

따라서 ㉠–ㄷ, ㉡–ㄴ이다. 답 ③

0439

$5x+2=6-x$

$5x+2-\boxed{\text{(가) } 2}=6-x-\boxed{\text{(가) } 2}$

$5x=\boxed{\text{(나) } 4}-x$

$5x+\boxed{\text{(다) } x}=\boxed{\text{(나) } 4}-x+\boxed{\text{(다) } x}$

$6x=4$

$\frac{6x}{\boxed{\text{(라) } 6}}=\frac{4}{\boxed{\text{(라) } 6}}$

$\therefore x=\boxed{\text{(마) } \frac{2}{3}}$

따라서 (가) 2, (나) 4, (다) x, (라) 6, (마) $\frac{2}{3}$이다.

$\therefore$ (가)$+$(나)$+$(라)$+$(마)$=2+4+6+\frac{2}{3}=\frac{38}{3}$

답 $\frac{38}{3}$

유형 06. 이항

0440

① $4x\underline{-3}=1$에서 좌변의 -3을 이항하면 $4x=1+3$

② $-2x=6-x$에서 우변의 $-x$를 이항하면 $-2x+x=6$
③ $3x=5+2x$에서 우변의 $2x$를 이항하면 $3x-2x=5$
④ $3x-2=1$에서 좌변의 -2를 이항하면 $3x=1+2$
⑤ $3x+5=-x+1$에서 좌변의 5, 우변의 $-x$를 이항하면
$3x+x=1-5$
따라서 옳은 것은 ②이다. 답 ②

0441

$5x+7=-3x+5$에서 좌변의 7을 우변으로, 우변의 $-3x$를 좌변으로 각각 이항하면 $5x+3x=5-7$ $\quad\therefore 8x=-2$
따라서 $a=8$, $b=-2$이므로 $a+b=8+(-2)=6$ 답 6

0442

① $a-2=b+1$에서 좌변의 -2를 우변으로 이항하면
$a=b+1+\boxed{(가)\ 2}$
② $2x=-3x+10$에서 우변의 $-3x$를 좌변으로 이항하면
$2x+\boxed{(나)\ 3x}=10$
③ $\frac{1}{3}a=b-2$의 양변에 3을 곱하면 $a=\boxed{(다)\ 3}\times(b-2)$
④ $3x-6=x+1$에서 좌변의 -6을 우변으로, 우변의 x를 좌변으로 각각 이항하면 $3x-x=1+\boxed{(라)\ 6}$
⑤ $3-3x=x+8$에서 좌변의 3을 우변으로, 우변의 x를 좌변으로 각각 이항하면 $-3x-\boxed{(마)\ x}=8-3$
따라서 (가) 2, (나) $3x$, (다) 3, (라) 6, (마) x이다. 답 ③

0443

ㄱ. $6x-3=x$에서 우변의 x를 좌변으로 이항하면 $6x-x-3=0$ (이항)
ㄴ. $\frac{x}{3}=4$의 양변에 3을 곱하면 $x=4\times3$ (등식의 성질)
ㄷ. $4x=16$의 양변을 4로 나누면 $x=\frac{16}{4}$ (등식의 성질)
ㄹ. $2x+3=x-4$에서 좌변의 3을 우변으로 이항하면
$2x=x-4-3$ (이항)
ㅁ. $3x=-x+1$에서 우변의 $-x$를 좌변으로 이항하면
$3x+x=1$
따라서 이항을 바르게 한 식을 모두 고르면 ㄱ, ㄹ이다. 답 ②

유형 07. 일차방정식

0444

주어진 등식의 우변에 있는 항을 모두 좌변으로 이항하여 정리하면
ㄱ. $6x-4=2(3x-2)$에서 $6x-4=6x-4$
$6x-4-6x+4=0$ $\quad\therefore 0\cdot x=0$
ㄴ. $x^2+5x-3=x^2+x$에서 $x^2+5x-3-x^2-x=0$ $\quad\therefore 4x-3=0$
ㄷ. $5x+3=x+3$에서 $5x+3-x-3=0$ $\quad\therefore 4x=0$
ㄹ. $2(x-1)=-2x$에서 $2x-2=-2x$, $2x-2+2x=0$ $\quad\therefore 4x-2=0$
따라서 일차방정식인 것을 모두 고르면 ㄴ, ㄷ, ㄹ이다. 답 ④

0445

등식 $2x+4=5-ax$에서 우변에 있는 항을 모두 좌변으로 이항하여 정리하면 $2x+4+ax-5=0$, $(2+a)x-1=0$
이 방정식이 x에 대한 일차방정식이 되려면
$2+a\neq0$ $\quad\therefore a\neq-2$ 답 $a\neq-2$

0446

|보기|에서 수량 사이의 관계를 식으로 나타내면
ㄱ. $5x=12000$에서 $5x-12000=0$
ㄴ. $6x^2=60$에서 $6x^2-60=0$
ㄷ. 여학생이 x명이면 남학생은 $(x-4)$명이므로
$x+(x-4)=40$, $2x-4-40=0$ $\quad\therefore 2x-44=0$
따라서 일차방정식인 것을 모두 고르면 ㄱ, ㄷ이다. 답 ㄱ, ㄷ

유형 08. 일차방정식의 풀이

0447

x가 -1 이상 2 미만의 정수이므로 $x=-1, 0, 1$
① $-4x+7=3$에서 $-4x=-4$
$\therefore x=1$
② $\frac{1}{2}x-3=-2$에서 $\frac{1}{2}x=1$
$\therefore x=2$
③ $3(x+1)=x+3$에서 $3x+3=x+3$
$2x=0$ $\quad\therefore x=0$
④ $4x+3=\frac{1}{3}(x-2)$에서 $4x+3=\frac{1}{3}x-\frac{2}{3}$
$\frac{11}{3}x=-\frac{11}{3}$ $\quad\therefore x=-1$
⑤ $-3-(4x-7)=0$에서 $-3-4x+7=0$
$-4x=-4$ $\quad\therefore x=1$
따라서 해가 없는 것은 ②이다. 답 ②

0448

$6x-4=-a(x+2)+bx$에서
$6x-4=-ax-2a+bx$, $6x-4=(-a+b)x-2a$
이므로 $6=-a+b$, $-4=-2a$
$-4=-2a$에서 $a=2$
$6=-a+b$에 $a=2$를 대입하면 $6=-2+b$ $\quad\therefore b=8$
$\therefore a^2+b^2=2^2+8^2=68$ 답 68

0449

$4(x-2)=2x-2$에서 $4x-8=2x-2$
$4x-2x=-2+8$, $2x=6$ $\quad\therefore x=3$
① $2x+3=3x$에서 $2x-3x=-3$, $-x=-3$ $\quad\therefore x=3$
② $-3x+5=x-3$에서 $-3x-x=-3-5$, $-4x=-8$ $\quad\therefore x=2$
③ $6x-3=3(2-x)$에서 $6x-3=6-3x$
$6x+3x=6+3$, $9x=9$ $\quad\therefore x=1$
④ $3(2x-3)=x-4$에서 $6x-9=x-4$
$6x-x=-4+9$, $5x=5$ $\quad\therefore x=1$
⑤ $-x+9=-9+3(1-2x)$에서 $-x+9=-9+3-6x$
$-x+6x=-6-9$, $5x=-15$ $\quad\therefore x=-3$
따라서 주어진 방정식과 해가 같은 것은 ①이다. 답 ①

0450

$5x-6=3x-10$에서 $5x-3x=-10+6$, $2x=-4$ $\quad\therefore x=-2$
$-(6x-4)=3x-32$에서 $-6x+4=3x-32$
$-6x-3x=-32-4$, $-9x=-36$ $\quad\therefore x=4$
따라서 $a=-2$, $b=4$이므로 $ab=(-2)\times4=-8$ 답 -8

0451

$12-3(5-x)=7x+1$에서 $12-15+3x=7x+1$

$3x-7x=1-12+15,\ -4x=4 \qquad \therefore x=-1$

따라서 $a=-1$이므로 $ax+3=0$에서 $-x+3=0$

$-x=-3 \qquad \therefore x=3$ 답 $x=3$

0452

$7x-5(x+2)=6$에서 $7x-5x-10=6$

$2x=6+10,\ 2x=16 \qquad \therefore x=8$

따라서 $a=8$이므로 $a^2-8a=8^2-8\times8=0$ 답 ④

0453

$0.6x+0.25=5(0.2x-0.03)$에서 $0.6x+0.25=x-0.15$이므로

양변에 100을 곱하면 $60x+25=100x-15,\ 60x-100x=-15-25$

$-40x=-40 \qquad \therefore x=1$ 답 ④

0454

$0.\dot{9}-\frac{5-x}{2}=\frac{4}{3}(x-1)$에서 $\frac{9}{10}-\frac{5-x}{2}=\frac{4}{3}(x-1)$이므로

양변에 30을 곱하면 $27-15(5-x)=40(x-1),\ 27-75+15x=40x-40$

$15x-40x=-40-27+75,\ -25x=8$

$\therefore x=-\frac{8}{25}$ 답 $x=-\frac{8}{25}$

0455

조건 (가)에서 $0.3x+2.5=0.4$의 양변에 10을 곱하면

$3x+25=4,\ 3x=4-25,\ 3x=-21 \qquad \therefore x=-7$

$\therefore a=-7$

조건 (나)에서 $3(2x-3)=9x+2$의 좌변의 괄호를 풀면

$6x-9=9x+2,\ 6x-9x=2+9,\ -3x=11 \qquad \therefore x=-\frac{11}{3}$

$\therefore b=-\frac{11}{3}$

조건 (다)에서 $\frac{5}{6}-\frac{x+1}{4}=\frac{x}{2}+\frac{2}{3}$의 양변에 12를 곱하면

$10-3(x+1)=6x+8,\ 10-3x-3=6x+8$

$-3x-6x=8-10+3,\ -9x=1 \qquad \therefore x=-\frac{1}{9}$

$\therefore c=-\frac{1}{9}$

$\therefore a-b-3c=-7-\left(-\frac{11}{3}\right)-3\times\left(-\frac{1}{9}\right)=-7+\frac{11}{3}+\frac{1}{3}$

$=-7+4=-3$ 답 ②

유형 09. 복잡한 일차방정식의 풀이

0456

$\frac{x+2}{3}=\frac{3x+1}{4}$의 양변에 12를 곱하면

$4(x+2)=3(3x+1),\ 4x+8=9x+3,\ 4x-9x=3-8$

$-5x=-5 \qquad \therefore x=1$

① $0.5(x+1)=\frac{3x+1}{4}$의 양변에 20을 곱하면

$10(x+1)=5(3x+1),\ 10x+10=15x+5,\ 10x-15x=5-10$

$-5x=-5 \qquad \therefore x=1$

② $\frac{x}{5}-0.2=\frac{x}{2}-0.5$의 양변에 10을 곱하면

$2x-2=5x-5,\ 2x-5x=-5+2$

$-3x=-3 \qquad \therefore x=1$

③ $\frac{7-x}{3}=\frac{5x+7}{6}$의 양변에 6을 곱하면

$2(7-x)=5x+7,\ 14-2x=5x+7,\ -2x-5x=7-14$

$-7x=-7 \qquad \therefore x=1$

④ $\frac{x}{5}+0.4=x-0.6$의 양변에 10을 곱하면

$2x+4=10x-6,\ 2x-10x=-6-4$

$-8x=-10 \qquad \therefore x=\frac{5}{4}$

⑤ $\frac{3}{5}x=1.2x-0.6$의 양변에 10을 곱하면

$6x=12x-6,\ 6x-12x=-6$

$-6x=-6 \qquad \therefore x=1$

따라서 주어진 방정식과 해가 다른 것은 ④이다. 답 ④

0457

$4-\{4x-(x-1)\}+6=0$에서

$4-(4x-x+1)+6=0,\ 10-(3x+1)=0$

$10-3x-1=0,\ -3x=-9 \qquad \therefore x=3$

$\therefore a=3$

$\frac{x-4}{6}=-\frac{x-2}{4}$의 양변에 12를 곱하면

$2(x-4)=-3(x-2),\ 2x-8=-3x+6$

$2x+3x=6+8,\ 5x=14 \qquad \therefore x=\frac{14}{5}$

$\therefore b=\frac{14}{5}$

$0.2(x+4)=1.4x-1.6$의 양변에 10을 곱하면

$2(x+4)=14x-16,\ 2x+8=14x-16$

$2x-14x=-16-8,\ -12x=-24 \qquad \therefore x=2$

$\therefore c=2$

따라서 $a=3,\ b=\frac{14}{5},\ c=2$이고 $2<\frac{14}{5}<3$이므로

$c<b<a$ (또는 $a>b>c$) 답 $c<b<a$ (또는 $a>b>c$)

0458

① $3x-4=2x-3$에서 $3x-2x=-3+4 \qquad \therefore x=1$

② $\frac{5}{3}x-2=\frac{2}{3}x$의 양변에 3을 곱하면 $5x-6=2x,\ 5x-2x=6$

$3x=6 \qquad \therefore x=2$

③ $3(x+1)=2x-5$에서 $3x+3=2x-5$

$3x-2x=-5-3 \qquad \therefore x=-8$

④ $1.1x-3=0.6x-2$의 양변에 10을 곱하면 $11x-30=6x-20$

$11x-6x=-20+30,\ 5x=10 \qquad \therefore x=2$

⑤ $\frac{3x+4}{6}+\frac{1}{2}=\frac{1-x}{3}$의 양변에 6을 곱하면 $3x+4+3=2(1-x)$

$3x+7=2-2x,\ 3x+2x=2-7,\ 5x=-5 \qquad \therefore x=-1$

따라서 해가 같은 방정식은 ②, ④이다. 답 ②, ④

0459

(1) $\frac{2x-5}{6}-\frac{x-1}{2}=\frac{1}{3}+x$의 양변에 6을 곱하면

$2x-5-3(x-1)=2+6x,\ 2x-5-3x+3=2+6x$

$-x-2=2+6x,\ -x-6x=2+2,\ -7x=4 \qquad \therefore x=-\frac{4}{7}$

(2) $\frac{5-2x}{9}=\frac{x-3}{6}+1$의 양변에 18을 곱하면

$2(5-2x)=3(x-3)+18,\ 10-4x=3x-9+18$

$10-4x=3x+9,\ -4x-3x=9-10,\ -7x=-1 \qquad \therefore x=\frac{1}{7}$

(3) $0.75(x-1)+\frac{3(x+2)}{2}=\frac{4(x+1)}{3}$에서 $0.75=\frac{75}{100}=\frac{3}{4}$이므로

$\frac{3}{4}(x-1)+\frac{3(x+2)}{2}=\frac{4(x+1)}{3}$의 양변에 12를 곱하면

$9(x-1)+18(x+2)=16(x+1)$

$9x-9+18x+36=16x+16$

$27x+27=16x+16$

$27x-16x=16-27,\ 11x=-11 \qquad \therefore x=-1$

답 (1) $x=-\frac{4}{7}$ (2) $x=\frac{1}{7}$ (3) $x=-1$

0460

$0.4(1+x)-\frac{3}{5}x=\frac{1-3x}{2}$의 양변에 10을 곱하면

$4(1+x)-6x=5(1-3x),\ 4+4x-6x=5-15x,\ -2x+4=5-15x$

$-2x+15x=5-4,\ 13x=1 \qquad \therefore x=\frac{1}{13}$

답 ③

0461

$2x+6=x+3$에서 $2x-x=3-6 \qquad \therefore x=-3$

ㄱ. $x-6=3$에서 $x=3+6 \qquad \therefore x=9$

ㄴ. $-2x=-6$에서 $x=\frac{-6}{-2}=3$

ㄷ. $\frac{1}{2}+\frac{x}{6}=0$의 양변에 6을 곱하면 $3+x=0 \qquad \therefore x=-3$

ㄹ. $\frac{2x-9}{3}=-5$의 양변에 3을 곱하면 $2x-9=-15,\ 2x=-15+9$

$2x=-6 \qquad \therefore x=-3$

ㅁ. $-4(x+2)=-x+1$에서 $-4x-8=-x+1$

$-4x+x=1+8,\ -3x=9 \qquad \therefore x=-3$

따라서 일차방정식 $2x+6=x+3$과 해가 같은 것은 ㄷ, ㄹ, ㅁ의 3개이다.

답 ③

0462

(1) x의 계수가 -4인 일차식을 $-4x+k$(k는 상수)라 하자.

$x=2$일 때 $-4x+k$의 값이 -6이므로

$-4\times2+k=-6,\ -8+k=-6 \qquad \therefore k=-6+8=2$

따라서 구하는 일차식은 $-4x+2$이다.

(2) $-4x+2$의 값이 -10이 되므로

$-4x+2=-10,\ -4x=-10-2,\ -4x=-12 \qquad \therefore x=3$

답 (1) $-4x+2$ (2) 3

0463

표준 몸무게가 72 kg인 사람의 키를 x cm라 하면 $0.9(x-100)=72$

양변에 10을 곱하면 $9(x-100)=720,\ 9x-900=720$

$9x=720+900,\ 9x=1620 \qquad \therefore x=180$

따라서 표준 몸무게가 72 kg인 사람의 키는 180 cm이다.

답 ④

유형 10. 비례식으로 주어진 일차방정식의 풀이

0464

$(2x+3):(9-x)=3:2$에서 외항의 곱과 내항의 곱은 같으므로

$2(2x+3)=3(9-x),\ 4x+6=27-3x,\ 4x+3x=27-6$

$7x=21 \qquad \therefore x=3$

답 ④

0465

우유 48 mL를 사용하여 만든 호두과자의 개수를 x라 하면

$\frac{72}{5}:6=48:x$

외항의 곱과 내항의 곱은 같으므로 $\frac{72}{5}x=288$

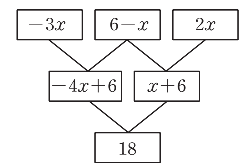
$\therefore x=288\times\frac{5}{72}=20$

따라서 만든 호두과자의 개수는 20이다.

답 ②

유형 11. 규칙을 이용한 일차방정식의 풀이

0466



$-3x+(6-x)=-4x+6,$

$(6-x)+2x=x+6$이므로

주어진 그림의 빈칸을 완성하면

오른쪽 그림과 같다.

따라서 $(-4x+6)+(x+6)=18$이므로

$-3x+12=18,\ -3x=18-12$

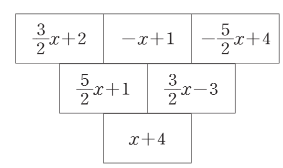
$-3x=6 \qquad \therefore x=-2$

답 -2

0467

(1) $\left(\frac{3}{2}x+2\right)-(-x+1)=\frac{3}{2}x+2+x-1=\frac{5}{2}x+1$

$(-x+1)-\left(-\frac{5}{2}x+4\right)=-x+1+\frac{5}{2}x-4=\frac{3}{2}x-3$



$\therefore C=\left(\frac{5}{2}x+1\right)-\left(\frac{3}{2}x-3\right)$

$=\frac{5}{2}x+1-\frac{3}{2}x+3=x+4$

(2) $C=x+4$이고 $C=-\frac{7}{3}$이므로

$x+4=-\frac{7}{3}$

$\therefore x=-\frac{7}{3}-4=\frac{-7-12}{3}=-\frac{19}{3}$

답 (1) $x+4$ (2) $-\frac{19}{3}$

0468

$<x+3,\ 2x><-2,\ 5>=(x+3)\times5-2x\times(-2)$

$=5x+15+4x=9x+15$

이므로 $9x+15=6x$에서 $9x-6x=-15,\ 3x=-15$

$\therefore x=-5$

답 ②

0469

정삼각형 1개를 만들 때 성냥개비 3개, 정삼각형 2개를 만들 때 성냥개비 $(3+2)$개, 정삼각형 3개를 만들 때 성냥개비 $(3+2+2)$개를 이용하므로 정삼각형 x개를 만들 때 이용하는 성냥개비의 수는 $3+2(x-1)$(개)

이때 성냥개비 223개로 만들 수 있는 정삼각형의 개수를 x라 하면

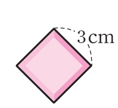
$3+2(x-1)=223,\ 3+2x-2=223,\ 2x+1=223$

$2x=222 \qquad \therefore x=111$

따라서 구하는 정삼각형의 개수는 111이다.

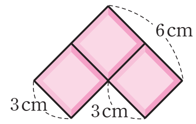
답 ②

0470



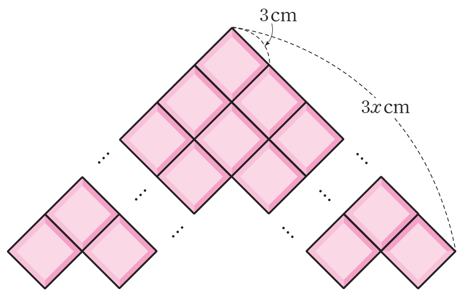
[1단계]

[1단계]에서 만들어진 도형의 둘레의 길이는 $4\times3=12$(cm)



[2단계]

[2단계]에서 만들어진 도형의 둘레의 길이는 $4\times(3\times2)=24(\text{cm})$



[x단계]

[x단계]에서 만들어진 도형의 둘레의 길이는

$4\times(3\times x)=12x(\text{cm})$

이때 [x단계]에서 만들어진 도형의 둘레의 길이가 672cm이므로

$12x=672$ $\therefore x=56$

따라서 구하는 단계는 56단계이다.

답 ③

0471

(1) □ 안의 수 중 가장 작은 수를 x라 하면

x	$x+1$
$x+7$	$x+8$

네 수는 각각 x, $x+1$, $x+7$, $x+8$이다.

□ 안의 날짜의 합이 76이므로

$x+(x+1)+(x+7)+(x+8)=76$

$4x+16=76$, $4x=60$ $\therefore x=15$

따라서 구하는 4개의 날짜는 15일, 16일, 22일, 23일이다.

(2) (1)에서 구한 날짜 중 가장 빠른 날짜는 15일이므로 화요일이다.

답 (1) 15일, 16일, 22일, 23일 (2) 화요일

유형 12. 일차방정식의 해가 주어진 경우

0472

$a(x+5)=-6$에 $x=-2$를 대입하면

$a\times(-2+5)=-6$, $3a=-6$ $\therefore a=-2$

따라서 $6x-2(x+1)=4$이므로

$6x-2x-2=4$, $4x-2=4$, $4x=6$ $\therefore x=\frac{3}{2}$

답 $x=\frac{3}{2}$

0473

$\frac{a-2x}{4}=2-\frac{x+a}{3}$에 $x=-5$를 대입하면 $\frac{a-2\times(-5)}{4}=2-\frac{-5+a}{3}$

양변에 12를 곱하면 $3(a+10)=24-4(-5+a)$

$3a+30=24+20-4a$, $7a=14$ $\therefore a=2$

$\frac{1}{6}(bx+2)+\frac{2}{3}=\frac{1}{4}ax+1$의 좌변을 정리하면

$\frac{1}{6}bx+\frac{1}{3}+\frac{2}{3}=\frac{1}{4}ax+1$

위 식이 항등식이므로 $\frac{1}{6}b=\frac{1}{4}a=\frac{1}{4}\times2=\frac{1}{2}$

$\therefore b=3$

$\therefore a+b=2+3=5$

답 5

0474

$4x-3(1-a)=2a$에서 상수 a의 부호를 잘못 보았으므로

잘못 본 방정식은 $4x-3(1+a)=-2a$

이 방정식의 해가 $x=0$이므로 $x=0$을 대입하면

$4\times0-3(1+a)=-2a$

$-3-3a=-2a$, $-a=3$ $\therefore a=-3$

따라서 원래의 방정식은 $4x-3\times\{1-(-3)\}=2\times(-3)$이므로

$4x-3\times4=-6$, $4x-12=-6$

$4x=6$ $\therefore x=\frac{3}{2}$

답 ④

0475

$2.6x-0.4=4x-3.2$의 양변에 10을 곱하면

$26x-4=40x-32$, $-14x=-28$ $\therefore x=2$

$\frac{x-a}{3}=\frac{3x-5}{2}$의 양변에 6을 곱하면

$2(x-a)=3(3x-5)$, $2x-2a=9x-15$

이 방정식의 해는 $x=\frac{1}{2}$이므로 $x=\frac{1}{2}$을 대입하면

$1-2a=\frac{9}{2}-15$, $-2a=-\frac{23}{2}$ $\therefore a=\frac{23}{4}$

답 ④

0476

$5(x+2)=2(x-1)$에서

$5x+10=2x-2$, $3x=-12$ $\therefore x=-4$

따라서 $ax+10=42-ax$의 해는 $x=-8$이므로

$-8a+10=42-(-8a)$, $-8a+10=42+8a$

$-16a=32$ $\therefore a=-2$

답 -2

유형 13. 두 일차방정식의 해가 같은 경우

0477

$5x-2=2x+7$에서 $3x=9$ $\therefore x=3$

따라서 $-4x+a=2x-4$의 해가 $x=3$이므로

$-4\times3+a=2\times3-4$, $-12+a=2$ $\therefore a=14$

답 ⑤

0478

(1) $(x+6):4=2(x+1):3$에서 외항의 곱과 내항의 곱은 같으므로

$3(x+6)=8(x+1)$, $3x+18=8x+8$

$-5x=-10$ $\therefore x=2$

(2) $(2-a)x=-3a+1$의 해가 $x=2$이므로

$(2-a)\times2=-3a+1$, $4-2a=-3a+1$ $\therefore a=-3$

답 (1) 2 (2) -3

0479

$0.7x-1.2=0.2x-0.7$의 양변에 10을 곱하면

$7x-12=2x-7$, $5x=5$ $\therefore x=1$

$\frac{x-4}{3}=\frac{3x+a}{8}-2$의 해가 $x=1$이므로

$\frac{1-4}{3}=\frac{3+a}{8}-2$, $-1=\frac{3+a}{8}-2$, $1=\frac{3+a}{8}$

$3+a=8$ $\therefore a=5$

답 5

0480

(1) $2x=14-2(x-1)$에서 우변을 정리하면

$2x=14-2x+2$, $2x=16-2x$, $4x=16$ $\therefore x=4$

(2) $\frac{x+a}{3}+\frac{3x-8}{2}=7-x$의 해가 $x=4$이므로

$\frac{4+a}{3}+\frac{12-8}{2}=7-4$, $\frac{4+a}{3}+2=3$, $\frac{4+a}{3}=1$

$4+a=3$　　$\therefore a=-1$

답 (1) $x=4$ (2) -1

0481

$0.26x+1.8=0.3(0.4-x)$의 양변에 100을 곱하면

$26x+180=30(0.4-x)$, $26x+180=12-30x$

$56x=-168$　　$\therefore x=-3$

$|a+2|=-x$의 해는 $x=-3$이므로

$|a+2|=-(-3)$, $|a+2|=3$

$a+2=3$ 또는 $a+2=-3$　　$\therefore a=1$ 또는 $a=-5$

따라서 상수 a의 값을 모두 더하면 $1+(-5)=-4$

답 ①

유형 14. 해에 대한 조건이 주어진 방정식

0482

$x-\frac{2}{3}(x-a)=4$의 양변에 3을 곱하면

$3x-2(x-a)=12$, $3x-2x+2a=12$

$\therefore x=12-2a$

이때 $12-2a$가 자연수이어야 하므로 자연수 a는 1, 2, 3, 4, 5의 5개이다.

답 ②

0483

$ax+3=-3(x+2)$에서 $ax+3=-3x-6$

$ax+3x=-6-3$, $(a+3)x=-9$　　$\therefore x=-\frac{9}{a+3}$

이때 $-\frac{9}{a+3}$가 음의 정수이려면 분모 $a+3$의 값이 9의 약수이어야 한다.

(i) $a+3=1$일 때, $a=1-3=-2$

(ii) $a+3=3$일 때, $a=3-3=0$

(iii) $a+3=9$일 때, $a=9-3=6$

따라서 (i)~(iii)에서 a의 값은 -2, 0, 6이므로 구하는 정수 a의 값의 합은

$-2+0+6=4$

답 4

0484

(1) $3\left(x-\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{3}(x+a)$의 양변에 3을 곱하면

$9\left(x-\frac{2}{3}\right)=x+a$, $9x-6=x+a$

$8x=a+6$　　$\therefore x=\frac{a+6}{8}$

(2) $\frac{x+3}{2}=\frac{3x-a}{5}$의 양변에 10을 곱하면

$5(x+3)=2(3x-a)$, $5x+15=6x-2a$

$-x=-2a-15$　　$\therefore x=2a+15$

(3) $2a+15$의 값이 $\frac{a+6}{8}$의 값의 8배이므로

$2a+15=\frac{a+6}{8}\times 8$, $2a+15=a+6$

$\therefore a=-9$

답 (1) $x=\frac{a+6}{8}$ (2) $x=2a+15$ (3) -9

0485

$2(2a+x)+x=25$에서 $4a+2x+x=25$

$3x=25-4a$　　$\therefore x=\frac{25-4a}{3}$

이때 $\frac{25-4a}{3}$가 자연수이어야 하므로 $25-4a$의 값은 3의 배수이어야 한다.

(i) $25-4a=3$일 때, $-4a=-22$　　$\therefore a=\frac{11}{2}$

(ii) $25-4a=6$일 때, $-4a=-19$　　$\therefore a=\frac{19}{4}$

(iii) $25-4a=9$일 때, $-4a=-16$　　$\therefore a=4$

(iv) $25-4a=12$일 때, $-4a=-13$　　$\therefore a=\frac{13}{4}$

(v) $25-4a=15$일 때, $-4a=-10$　　$\therefore a=\frac{5}{2}$

(vi) $25-4a=18$일 때, $-4a=-7$　　$\therefore a=\frac{7}{4}$

(vii) $25-4a=21$일 때, $-4a=-4$　　$\therefore a=1$

(viii) $25-4a=24$일 때, $-4a=-1$　　$\therefore a=\frac{1}{4}$

(ix) $25-4a$의 값이 25 이상의 3의 배수이면 $a\le 0$이므로 조건을 만족시키지 않는다.

따라서 (i)~(ix)에서 자연수 a의 값은 1, 4이다.

답 1, 4

0486

$\frac{4x+a}{6}-\frac{x-1}{2}-\frac{1}{3}=1$의 양변에 6을 곱하면

$4x+a-3(x-1)-2=6$

$4x+a-3x+3-2=6$　　$\therefore x=5-a$

$5-a$가 자연수이어야 하므로 가능한 자연수 a의 값은 1, 2, 3, 4이다.

$\therefore b=1+2+3+4=10$

따라서 $b-a$의 값이 될 수 있는 수는 6, 7, 8, 9이다.

답 ①

유형 15. 특수한 해를 갖는 방정식

0487

$(a-6)x=3-2ax$에서 우변의 $-2ax$를 좌변으로 이항하면

$(a-6)x+2ax=3$, $(3a-6)x=3$

이 등식을 만족시키는 x의 값이 존재하지 않으므로

$3a-6=0$, $3a=6$　　$\therefore a=2$

답 2

0488

$2ax+\frac{1}{3}=6x-b$에서 $(2a-6)x=-b-\frac{1}{3}$

이 방정식의 해가 무수히 많으므로 $2a-6=0$, $-b-\frac{1}{3}=0$

$2a-6=0$에서 $2a=6$　　$\therefore a=3$

$-b-\frac{1}{3}=0$에서 $b=-\frac{1}{3}$

$\therefore ab=3\times\left(-\frac{1}{3}\right)=-1$

답 ②

0489

$(4-a)x+2=7$에서 $(4-a)x=5$의 해가 없으므로

$4-a=0$　　$\therefore a=4$

$(b-1)x+4=c$에서 $(b-1)x=c-4$의 해가 무수히 많으므로

$b-1=0$, $c-4=0$　　$\therefore b=1$, $c=4$

$\therefore a^2+b^2+c^2=4^2+1^2+4^2=16+1+16=33$

답 33

0490

$\frac{x}{2}+a=\frac{x}{3}-\frac{8-x}{6}$의 양변에 6을 곱하면

$3x+6a=2x-(8-x)$, $3x+6a=2x-8+x$, $3x+6a=3x-8$

$0\times x=-8-6a$ ……㉠

(ⅰ) ㉠의 해가 무수히 많을 때

$-8-6a=0$에서 $-6a=8$ $\quad\therefore a=-\frac{4}{3}$

(ⅱ) ㉠의 해가 없을 때

$-8-6a\neq0$에서 $-6a\neq8$ $\quad\therefore a\neq-\frac{4}{3}$인 모든 수

따라서 (ⅰ), (ⅱ)에서 주어진 방정식의 해가 무수히 많을 때와 없을 때의 상수 a의 값을 차례로 구하면 $a=-\frac{4}{3}$, $a\neq-\frac{4}{3}$인 모든 수이다.

답 $a=-\frac{4}{3}$, $a\neq-\frac{4}{3}$인 모든 수

백점 도전하기

0491 유형 08 126쪽

(1) $4x-7=a(2-x)+3+b$에서

$4x-7=-ax+2a+3+b$가 x에 대한 항등식이 되려면

$-a=4$, $2a+3+b=-7$이어야 한다.

좌변과 우변의 x의 계수와 상수항이 각각 서로 같아야 해.

$-a=4$에서 $a=-4$

$2a+3+b=-7$에 $a=-4$를 대입하면

$2\times(-4)+3+b=-7$, $-8+3+b=-7$

$b-5=-7$ $\quad\therefore b=-2$

(2) $\frac{a}{2}(x-b)-b^2=a+\frac{a}{b}$에

$a=-4$, $b=-2$를 대입하면

$\frac{-4}{2}\{x-(-2)\}-(-2)^2=-4+\left(\frac{-4}{-2}\right)$ 계산에 주의하자!

$-2(x+2)-4=-4+2$, $-2x-4-4=-2$, $-2x-8=-2$

$-2x=6$ $\quad\therefore x=-3$

답 (1) $a=-4$, $b=-2$ (2) $x=-3$

0492 유형 11 130쪽

한 변의 길이가 4인 정사각형의 넓이

자르기 전의 정육면체의 겉넓이는 $6\times(4\times4)=96(\text{cm}^2)$

주어진 정육면체를 평면 BFGC에 평행한 평면으로 x번 잘랐을 때 각 직육면체의 겉넓이의 합은

$96+(4\times4)\times x\times2=96+32x(\text{cm}^2)$

정육면체를 x번 잘랐을 때 각 직육면체의 겉넓이의 합이 480cm^2이므로

$96+32x=480$, $32x=384$ $\quad\therefore x=12$

따라서 주어진 조건을 만족시키려면 정육면체를 12번 잘라야 한다. 답 ③

0493 유형 11 130쪽

한 변에 바둑돌을 2개 배열할 때, 정사각형 모양을 만든 바둑돌의 개수는 $4\times(2-1)$, 즉 4이다.

한 변에 바둑돌을 3개 배열할 때, 정사각형 모양을 만든 바둑돌의 개수는 $4\times(3-1)$, 즉 8이다.

따라서 한 변에 바둑돌을 x개 배열할 때, 정사각형 모양을 만든 바둑돌의 개수는 $4\times(x-1)$, 즉 $4x-4$이다.

한 변에 배열한 바둑돌의 개수가 늘어날 때마다 $4\times(x-1)$에서 x의 값만 변함을 알 수 있어.

정사각형 모양을 만든 바둑돌의 개수가 56이므로

$4x-4=56$, $4x=60$ $\quad\therefore x=15$

따라서 구하는 바둑돌의 개수는 15이다. 답 15

0494 유형 14 133쪽

$2(5-x)=a$에서 $10-2x=a$, $-2x=a-10$

$\therefore x=\frac{a-10}{-2}=\frac{10-a}{2}$

이때 $\frac{10-a}{2}$가 자연수이려면 분자 $10-a$의 값이 2의 배수이어야 한다.

$10-a$의 값이 2의 배수이면 분자 $10-a$와 분모 2가 약분되어 분모가 소거 돼.

(ⅰ) $10-a=2$일 때, $a=10-2=8$

(ⅱ) $10-a=4$일 때, $a=10-4=6$

(ⅲ) $10-a=6$일 때, $a=10-6=4$

(ⅳ) $10-a=8$일 때, $a=10-8=2$

(ⅴ) $10-a$의 값이 10 이상인 2의 배수일 때 $a\leq0$이므로 a는 자연수가 아니다.

따라서 (ⅰ)~(ⅴ)에서 구하는 자연수 a의 값은 2, 4, 6, 8이다. 답 2, 4, 6, 8

서술형 격파하기

예제 1	5	유제 1	4
예제 2	9	유제 2	4
예제 3	(1) -2 (2) $x=2$	유제 3	7
예제 4	$a=3$, $b\neq4$	유제 4	$a=-5$, $b\neq-6$

예제 1

STEP ❶ 주어진 식의 좌변과 우변의 x의 계수, 상수항을 각각 비교한다.

$(a-2)x-\frac{3}{5}=\frac{3}{4}x-\frac{1}{2}b$가 x에 대한 항등식이므로

$a-2=\frac{3}{4}$, $-\frac{3}{5}=-\frac{1}{2}b$이어야 한다.

$a-2=\frac{3}{4}$에서 $a=\frac{3}{4}+2=\frac{11}{4}$

$-\frac{3}{5}=-\frac{1}{2}b$에서 $b=-\frac{3}{5}\times(-2)=\frac{6}{5}$ ······ 채점기준 ① | 80%

$\therefore 4a-5b=4\times\frac{11}{4}-5\times\frac{6}{5}=11-6=5$ ······ 채점기준 ② | 20%

답 5

채점기준

① a, b의 값을 구한다.	80%
② $4a-5b$의 값을 구한다.	20%

유제 1

STEP ❶ $\frac{4x+1}{3}-\frac{x-3}{2}=ax+b$의 좌변을 간단히 한 후 a, b의 값을 구한다.

$\frac{4x+1}{3}-\frac{x-3}{2}=ax+b$에서 좌변을 정리하면

$(\text{좌변})=\left(\frac{4}{3}-\frac{1}{2}\right)x+\left(\frac{1}{3}+\frac{3}{2}\right)=\frac{8-3}{6}x+\frac{2+9}{6}$

$=\frac{5}{6}x+\frac{11}{6}$

이므로 $\frac{5}{6}x+\frac{11}{6}=ax+b$가 항등식이려면

$a=\frac{5}{6}$, $b=\frac{11}{6}$ ······ 채점기준 ① | 40%

STEP ❷ $\frac{1}{4}(-8x+4)-\frac{1}{3}(6x-9)=cx+d$의 좌변을 간단히 한 후 c, d의 값을 구한다.

$\frac{1}{4}(-8x+4)-\frac{1}{3}(6x-9)=cx+d$에서 좌변을 정리하면

$(\text{좌변})=-2x+1-2x+3=-4x+4$

이므로 $-4x+4=cx+d$가 항등식이려면

$c=-4$, $d=4$ ······ 채점기준 ② | 40%

STEP ❸ $ac+bd$의 값을 구한다.

$\therefore ac+bd=\frac{5}{6}\times(-4)+\frac{11}{6}\times4=-\frac{10}{3}+\frac{22}{3}=\frac{12}{3}$

$=4$ ······ 채점기준 ③ | 20%

답 4

Ⅲ - 05. 일차방정식의 풀이

채점기준	
① $\frac{4x+1}{3}-\frac{x-3}{2}=ax+b$를 간단히 하여 a, b의 값을 구한다.	40%
② $\frac{1}{4}(-8x+4)-\frac{1}{3}(6x-9)=cx+d$를 간단히 하여 c, d의 값을 구한다.	40%
③ $ac+bd$의 값을 구한다.	20%

예제 2

STEP ❶ 주어진 식의 양변에 10을 곱하여 간단히 한 후 방정식을 푼다.

$0.3(2x-3)=\frac{x+14}{5}$의 양변에 10을 곱하면

$3(2x-3)=2(x+14)$, $6x-9=2x+28$

$4x=37$ $\quad\therefore x=\frac{37}{4}$ ······ 채점기준 ① | 60%

STEP ❷ a보다 작은 자연수의 개수를 구한다.

따라서 $a=\frac{37}{4}=9.25$이므로 a보다 작은 자연수는

1, 2, 3, ⋯, 9의 9개이다. ······ 채점기준 ② | 40%

답 9

채점기준	
① x의 값을 구한다.	60%
② a보다 작은 자연수의 개수를 구한다.	40%

유제 2

STEP ❶ $0.5(x+2)=0.8x+0.25$의 양변에 100을 곱하여 간단히 한 후 방정식을 푼다.

$0.5(x+2)=0.8x+0.25$의 양변에 100을 곱하면 $50(x+2)=80x+25$

$50x+100=80x+25$, $-30x=-75$ $\quad\therefore x=\frac{5}{2}$

$\therefore a=\frac{5}{2}$ ······ 채점기준 ① | 40%

STEP ❷ $\frac{4}{3}(x+2)=2+\frac{6}{5}(2x-5)$의 양변에 15를 곱하여 간단히 한 후 방정식을 푼다.

$\frac{4}{3}(x+2)=2+\frac{6}{5}(2x-5)$의 양변에 15를 곱하면

$20(x+2)=30+18(2x-5)$, $20x+40=30+36x-90$

$20x+40=36x-60$, $-16x=-100$ $\quad\therefore x=\frac{25}{4}$

$\therefore b=\frac{25}{4}$ ······ 채점기준 ② | 40%

STEP ❸ a와 b 사이의 자연수의 개수를 구한다.

따라서 $a=\frac{5}{2}$, $b=\frac{25}{4}$이므로 $\frac{5}{2}$와 $\frac{25}{4}$ 사이의 자연수는

3, 4, 5, 6의 4개이다. ······ 채점기준 ③ | 20%

답 4

채점기준	
① a의 값을 구한다.	40%
② b의 값을 구한다.	40%
③ a와 b 사이의 자연수의 개수를 구한다.	20%

예제 3

STEP ❶ 일차방정식의 해가 $x=3$일 때, $x=3$을 일차방정식에 대입하면 등식이 성립함을 이용하여 a의 값을 구한다.

(1) $x+5+ax=a+4$에 $x=3$을 대입하면

$3+5+3a=a+4$, $3a+8=a+4$, $2a=-4$

$\therefore a=-2$ ······ 채점기준 ① | 50%

STEP ❷ $6-ax=7x-\frac{8-2a}{3}$에 a의 값을 대입하여 x의 값을 구한다.

(2) $6-ax=7x-\frac{8-2a}{3}$에 $a=-2$를 대입하면

$6-(-2)\times x=7x-\frac{8-2\times(-2)}{3}$

$6+2x=7x-\frac{8+4}{3}$, $6+2x=7x-4$, $-5x=-10$

$\therefore x=2$ ······ 채점기준 ② | 50%

답 (1) -2 (2) $x=2$

채점기준	
① a의 값을 구한다.	50%
② $6-ax=7x-\frac{8-2a}{3}$의 해를 구한다.	50%

유제 3

STEP ❶ $3x+a=x-1$의 해가 $x=-2$임을 이용하여 a의 값을 구한다.

$3x+a=x-1$에 $x=-2$를 대입하면

$3\times(-2)+a=-2-1$, $-6+a=-3$

$\therefore a=3$ ······ 채점기준 ① | 40%

STEP ❷ $\frac{1}{2}(x-2)=bx+\frac{2}{3}$의 해가 $x=-2$임을 이용하여 b의 값을 구한다.

$\frac{1}{2}(x-2)=bx+\frac{2}{3}$에 $x=-2$를 대입하면

$\frac{1}{2}\times\{(-2)-2\}=b\times(-2)+\frac{2}{3}$, $-2=-2b+\frac{2}{3}$, $2b=\frac{2}{3}+2$, $2b=\frac{8}{3}$

$\therefore b=\frac{4}{3}$ ······ 채점기준 ② | 40%

STEP ❸ $a+3b$의 값을 구한다.

$\therefore a+3b=3+3\times\frac{4}{3}=3+4=7$ ······ 채점기준 ③ | 20%

답 7

채점기준	
① a의 값을 구한다.	40%
② b의 값을 구한다.	40%
③ $a+3b$의 값을 구한다.	20%

예제 4

STEP ❶ 일차방정식의 해가 없는 경우, $0\times x=$(0이 아닌 수)가 됨을 이용한다.

$ax-4=3x-b$에서 $ax-3x=-b+4$

$(a-3)x=-b+4$를 만족시키는 x의 값이 존재하지 않으므로

$a-3=0$, $-b+4\neq0$ ······ 채점기준 ① | 70%

$a-3=0$에서 $a=3$, $-b+4\neq0$에서 $b\neq4$

따라서 구하는 조건은 $a=3$, $b\neq4$이다. ······ 채점기준 ② | 30%

답 $a=3$, $b\neq4$

채점기준	
① 주어진 방정식의 해가 없음을 이용하여 식을 세운다.	70%
② 해가 없을 조건을 구한다.	30%

유제 4

STEP ❶ 주어진 등식을 참이 되게 하는 x의 값이 존재하지 않음을 이용한다.

$6-ax=5x-b$에서 $-ax-5x=-b-6$

$(-a-5)x=-b-6$을 만족시키는 x의 값이 존재하지 않으므로

$-a-5=0$, $-b-6\neq0$ ······ 채점기준 ① | 70%

$-a-5=0$에서 $a=-5$

$-b-6\neq0$에서 $b\neq-6$

따라서 구하는 조건은 $a=-5$, $b\neq-6$이다. ······ 채점기준 ② | 30%

답 $a=-5$, $b\neq-6$

채점기준	
① x의 값이 존재하지 않음을 이용하여 식을 세운다.	70%
② x의 값이 존재하지 않을 조건을 구한다.	30%

06 일차방정식의 활용

0495	③	0496	풀이 참조	0497	③	0498	풀이 참조	0499	풀이 참조
0500	③	0501	243cm^2	0502	②	0503	풀이 참조	0504	15 cm
0505	④	0506	16	0507	④	0508	4	0509	③
0510	70 mL	0511	④	0512	9	0513	①	0514	6세
0515	②	0516	⑤	0517	⑤	0518	풀이 참조	0519	③
0520	30	0521	②	0522	②	0523	②	0524	③
0525	③	0526	280명	0527	230명	0528	58	0529	풀이 참조
0530	75명	0531	④	0532	345쪽	0533	②	0534	풀이 참조
0535	60000원	0536	16 km	0537	$\frac{15}{2}$ km	0538	120 km	0539	10초
0540	1500 m	0541	9 km	0542	③	0543	시속 30 km	0544	60분
0545	2700 m	0546	④	0547	④	0548	12초	0549	③
0550	4 km	0551	④	0552	170	0553	6 km	0554	②
0555	④	0556	③	0557	①	0558	오후 1시 45분	0559	②
0560	120 m	0561	초속 40 m	0562	①	0563	75 g	0564	37.5 g
0565	③	0566	②	0567	30 g	0568	6	0569	①
0570	풀이 참조	0571	②	0572	③	0573	4시 $\frac{240}{11}$분	0574	②
0575	$\frac{240}{11}$	0576	30단계	0577	7월 19일	0578	44세	0579	300 g
0580	105 g	0581	10시 $\frac{328}{11}$분						

유형 정복하기

유형 01. 수에 대한 문제

0495

어떤 수를 x라 하면

$5x-3=3x+9$

$5x-3x=9+3,\ 2x=12 \quad \therefore x=6$

따라서 어떤 수는 6이다.

답 ③

0496

(1) 어떤 수를 x라 하면

$3(x+5)=(5x+3)+4$

$3x+15=5x+7,\ 3x-5x=7-15$

$-2x=-8 \quad \therefore x=4$

따라서 어떤 수는 4이다.

(2) $5x+3$에 $x=4$를 대입하면

$5\times4+3=23$

따라서 처음 구하려고 했던 수는 23이다.

답 (1) 4 (2) 23

0497

연속하는 두 자연수를 $x,\ x+1$이라 하면

$x+(x+1)=\frac{1}{3}x+46,\ 2x+1=\frac{1}{3}x+46$

양변에 3을 곱하면

$6x+3=x+138,\ 5x=135 \quad \therefore x=27$

따라서 두 자연수는 27, 28이므로 두 자연수의 합은

$27+28=55$

답 ③

0498

(1) 나머지 두 짝수는 각각 $x+2,\ x+4$이다.

(2) 연속하는 세 짝수는 $x,\ x+2,\ x+4$이므로

$x+(x+2)+(x+4)=66 \quad \cdots\cdots$ ㉠

(3) ㉠에서

$3x+6=66,\ 3x=60$

$\therefore x=20$

따라서 연속하는 세 짝수는 20, 22, 24이다.

답 (1) $x+2,\ x+4$ (2) $x+(x+2)+(x+4)=66$ (3) 20, 22, 24

0499

(1) 일의 자리의 숫자는 십의 자리의 숫자보다 2만큼 작으므로 일의 자리의 숫자를 x에 대한 식으로 나타내면 $x-2$이다.

(2) 십의 자리의 숫자, 일의 자리의 숫자가 각각 $x,\ x-2$이므로 각 자리의 숫자의 합은

$x+(x-2)=2x-2$

(3) $10x+(x-2)=7(2x-2)$

$11x-2=14x-14,\ 11x-14x=-14+2$

$-3x=-12 \quad \therefore x=4$

따라서 구하는 자연수는 42이다.

답 (1) $x-2$ (2) $2x-2$ (3) 42

유형 02. 도형에 대한 문제

0500

처음 직사각형의 넓이는 $4\times7=28(\text{cm}^2)$

가로의 길이, 세로의 길이를 각각 3 cm, x cm만큼 늘이면

가로의 길이, 세로의 길이는 각각 7 cm, $(7+x)$ cm이므로

$7(7+x)=3\times28,\ 49+7x=84$

$7x=35 \quad \therefore x=5$

답 ③

0501

직사각형의 세로의 길이를 x cm라 하면 가로의 길이는 $3x$ cm이므로

$2(x+3x)=72,\ 8x=72$

$\therefore x=9$

따라서 직사각형의 가로의 길이는 27 cm, 세로의 길이는 9 cm이므로 직사각형의 넓이는

$27\times9=243(\text{cm}^2)$

답 243cm^2

0502

직육면체의 높이를 x cm라 하면

$2\times(4\times5+4\times x+5\times x)=148$

$2(20+9x)=148,\ 20+9x=74$

$9x=54 \quad \therefore x=6$

따라서 직육면체의 높이는 6 cm이다.

답 ②

0503

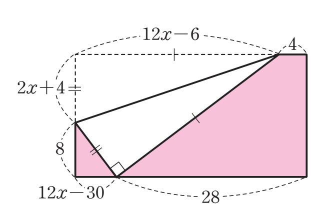
(1) 주어진 직사각형에서

(가로의 길이) $=(12x-6)+4$

$=12x-2$

(세로의 길이) $=(2x+4)+8$

$=2x+12$



Ⅲ-06. 일차방정식의 활용

따라서

(색칠한 삼각형의 넓이)$=\frac{1}{2}\times(12x-30)\times8$

$=48x-120$

(색칠한 사각형의 넓이)$=\frac{1}{2}\times(4+28)\times(2x+12)$

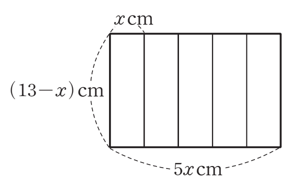
$=16(2x+12)=32x+192$

(2) $48x-120=(32x+192)-264$이므로

$48x-120=32x-72$, $16x=48$

$\therefore x=3$ 답 (1) $48x-120$, $32x+192$ (2) 3

0504



작은 직사각형의 가로의 길이를 $x$cm라 하면 세로의 길이는 $(13-x)$cm이므로 큰 직사각형의 가로의 길이는 $5x$cm, 세로의 길이는 $(13-x)$cm이다.

따라서 $5x=(13-x)+5$

$5x=18-x$, $6x=18$

$\therefore x=3$

따라서 큰 직사각형의 가로의 길이는

$5x=5\times3=15$(cm) 답 15cm

0505

한 변의 길이가 13cm인 정사각형에서 가로와 세로의 길이를 각각 $x$cm, $(3x-4)$cm만큼 줄이면 가로, 세로의 길이는 각각 $(13-x)$cm, $\{13-(3x-4)\}$cm이므로

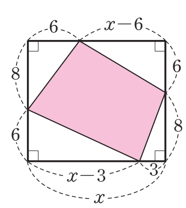
$2\times[(13-x)+\{13-(3x-4)\}]=28$

$2\{13-x+(13-3x+4)\}=28$

$2(30-4x)=28$, $30-4x=14$

$-4x=-16$ $\therefore x=4$ 답 ④

0506



주어진 직사각형의 가로의 길이를 x라 하면

색칠한 부분의 넓이는

$(8+6)\times x-\frac{1}{2}\times6\times8-\frac{1}{2}\times(x-6)\times6$

$-\frac{1}{2}\times3\times8-\frac{1}{2}\times(x-3)\times6=119$

$14x-24-3(x-6)-12-3(x-3)=119$

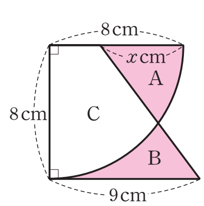
$14x-24-3x+18-12-3x+9=119$

$8x-9=119$, $8x=128$

$\therefore x=16$

따라서 직사각형의 가로의 길이는 16이다. 답 16

0507



오른쪽 그림과 같이 색칠하지 않은 부분의 넓이를 C라 할 때

색칠한 두 부분 A, B의 넓이가 서로 같으므로

A+C=B+C

$A+C=\frac{1}{4}\times3\times8^2=48(\text{cm}^2)$

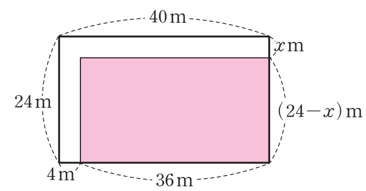
$B+C=\frac{1}{2}\times\{(8-x)+9\}\times8=4(17-x)(\text{cm}^2)$

따라서

$4(17-x)=48$, $17-x=12$

$-x=-5$ $\therefore x=5$ 답 ④

0508



오른쪽 그림과 같이 도로를 가장자리로 이동시키면 도로를 제외한 땅은 가로의 길이가 36m, 세로의 길이가 $(24-x)$m인 직사각형 모양이므로

$36\times(24-x)=720$

$24-x=20$ $\therefore x=4$ 답 4

유형 03. 합이 일정한 경우

0509

3점짜리 슛을 x골 넣었다고 하면 2점짜리 슛은 $(15-x)$골 넣은 것이므로

$3x+2(15-x)=36$, $3x+30-2x=36$

$x+30=36$ $\therefore x=6$

따라서 3점짜리 슛은 6골 넣었다. 답 ③

0510

A컵에 들어 있는 물의 양을 xmL라 하면 B, C, D컵에 들어 있는 물의 양은 각각

$(x+25)$mL, $(x+50)$mL, $(x+75)$mL이므로

$x+(x+25)+(x+50)+(x+75)=230$

$4x+150=230$, $4x=80$

$\therefore x=20$

따라서 C컵에 들어 있는 물의 양은

$20+50=70$(mL) 답 70mL

0511

롤러코스터를 기다리는 데 x분 걸렸다고 하면

바이킹과 자이로드롭을 기다린 시간은 각각 $(x-30)$분, $(x-40)$분이다.

2시간 50분은 $(2\times60+50)$분, 즉 170분이므로

$(x-30)+x+(x-40)=170$

$3x-70=170$, $3x=240$

$\therefore x=80$

따라서 롤러코스터를 기다린 시간은 80분, 즉 1시간 20분이다. 답 ④

0512

품목	가격(원)	수량(개)	금액(원)
음료수	600	$15-x$	$600(15-x)$
과자	800	x	$800x$
아이스크림	900	5	4500
합계		20	15300

수진이가 산 아이스크림의 개수는 $4500\div900=5$(개)이므로

음료수와 과자의 개수의 합은 $20-5=15$(개)

수진이가 과자를 x개 샀다고 하면 음료수는 $(15-x)$개 샀으므로

$600(15-x)+800x=15300-4500$

$9000-600x+800x=10800$

$200x=1800$ $\therefore x=9$

따라서 수진이는 과자를 9개 샀다. 답 9

유형 04. 나이에 대한 문제

0513

x년 후에 아버지의 나이가 아들의 나이의 3배가 된다고 하면
$46+x=3(14+x)$, $46+x=42+3x$
$-2x=-4$ $\quad\therefore x=2$
따라서 2018년의 2년 후인 2020년에 아버지의 나이가 아들의 나이의 3배가 된다.

답 ①

0514

현재 영훈이의 나이를 x세라 하면
$6x+15=3(x+15)-12$이므로
$6x+15=3x+45-12$, $6x+15=3x+33$
$3x=18$ $\quad\therefore x=6$
따라서 현재 영훈이의 나이는 6세이다. 답 6세

유형 05. 예금에 대한 문제

0515

x주 후에 세훈이와 제훈이의 저금통에 들어 있는 금액이 같아진다고 하자.
세훈이는 매주 10000원씩, 제훈이는 매주 9000원씩 저금통에 넣으므로
$13000+10000x=17000+9000x$
$1000x=4000$ $\quad\therefore x=4$
따라서 세훈이와 제훈이의 저금통에 들어 있는 금액이 같아지는 것은 4주 후이다. 답 ②

0516

학선이가 적립한 포인트가 3850점이므로 포인트를 현금으로 사용하려면 적어도
$5000-3850=1150$(점)의 포인트를 더 적립해야 한다.
학선이가 x원을 더 구매했을 때 포인트가 1150점 적립되었다고 하면
$\frac{0.2}{100}x=1150$, $\frac{2}{1000}x=1150$
$\therefore x=1150\times\frac{1000}{2}=575000$
따라서 학선이는 적어도 575000원을 더 구매해야 한다. 답 ⑤

유형 06. 원가와 정가에 대한 문제

0517

상품의 원가를 x원이라 하자.
원가에 30 %의 이익을 붙여서 정가를 정하였으므로 정가는
$x+\frac{30}{100}x=\frac{13}{10}x$(원)
정가에서 1200원을 할인하여 상품을 팔았으므로
상품의 판매 가격은 $\left(\frac{13}{10}x-1200\right)$(원)이다.
이때 상품 1개를 팔 때마다 원가의 10 %의 이익을 얻었으므로
(판매 가격)$-$(원가)$=\left(\frac{13}{10}x-1200\right)-x=\frac{1}{10}x$
$\frac{13}{10}x-1200-x=\frac{1}{10}x$, $\frac{1}{5}x=1200$
$\therefore x=6000$
따라서 상품의 원가는 6000원이다. 답 ⑤

0518

(1) 스마트폰의 원가가 x원이고, 원가에 40 %의 이익을 붙여 정가를 정하였으므로 스마트폰의 정가는
$x+\frac{40}{100}x=x+\frac{2}{5}x=\frac{7}{5}x$(원)
정가에서 6만 원을 할인하여 스마트폰을 판매하였으므로
스마트폰의 판매 가격은 $\left(\frac{7}{5}x-60000\right)$원이다.
(2) 스마트폰의 판매 가격이 원가에 15 %의 이익을 붙인 금액과 같으므로 $\frac{7}{5}x-60000=x+\frac{15}{100}x$
$\therefore \frac{7}{5}x-60000=\frac{23}{20}x$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠
(3) ㉠의 양변에 20을 곱하면
$28x-1200000=23x$, $5x=1200000$
$\therefore x=240000$
따라서 스마트폰의 원가는 24만 원이다.

답 (1) $\left(\frac{7}{5}x-60000\right)$원 (2) $\frac{7}{5}x-60000=\frac{23}{20}x$ (3) 24만 원

0519

성재 아버지가 산 자두의 개수를 x라 하자.
도매시장에서 한 개당 $\frac{1800}{6}=300$(원)의 가격으로 사 와서
그 중 70 %는 한 개당 $\frac{2000}{5}=400$(원)의 가격으로 팔고, 나머지는
한 개당 $\frac{2000}{10}=200$(원)의 가격으로 팔아서 36000원의 이익이 남았으므로
$\left(\frac{70}{100}x\times400+\frac{30}{100}x\times200\right)-300x=36000$
$(280x+60x)-300x=36000$
$340x-300x=36000$, $40x=36000$
$\therefore x=900$
따라서 성재 아버지가 산 자두는 900개이다. 답 ③

0520

원가에 75 %의 이익을 붙여 정가를 정했으므로
상품의 정가는 $8000+8000\times\frac{75}{100}=8000+6000=14000$(원)
다시 정가의 x %를 할인하여 상품을 팔았으므로
상품의 판매 가격은 $14000-14000\times\frac{x}{100}=14000-140x$(원)
이때 1개당 이익이 1800원이므로
(판매 가격)$-$(원가)$=(14000-140x)-8000=1800$
$6000-140x=1800$, $140x=4200$
$\therefore x=30$ 답 30

0521

원피스의 원가를 x원이라 하자.
원가에 40 %의 이익을 붙여서 정가를 정하였으므로 정가는
$x+\frac{40}{100}x=x+\frac{2}{5}x=\frac{7}{5}x$(원)
여름 세일 기간에 정가의 20 %를 할인하여 원피스를 판매하므로
이때의 원피스의 판매 가격은
$\frac{7}{5}x\left(1-\frac{20}{100}\right)=\frac{7}{5}x\times\frac{80}{100}=\frac{7}{5}x\times\frac{4}{5}=\frac{28}{25}x$(원)

이때 1벌당 이익이 9000원이므로

(판매 가격)−(원가)$=\frac{28}{25}x-x=9000$

$\frac{3}{25}x=9000$ $\therefore x=75000$

ㄱ. 원피스의 원가는 7만 5천 원이다.

ㄴ. $\frac{7}{5}x=\frac{7}{5}\times75000=105000$이므로

원피스의 정가는 10만 5천 원이다.

ㄷ. $\frac{28}{25}x=\frac{28}{25}\times75000=84000$이므로

여름 세일 기간에 원피스의 판매 가격은 8만 4천 원이다.

따라서 옳은 것은 ㄴ이다. 답 ②

유형 07. 이동에 대한 문제

0522

A컵에서 B컵으로 xmL의 우유를 옮겼다고 하자.

이때 각 컵에 들어 있는 우유의 양은

A컵 : $(300-x)$mL, B컵 : $(400+x)$mL

B컵에 들어 있는 우유의 양이 A컵에 들어 있는 우유의 양의 3배가 되어야 하므로

$400+x=3(300-x)$, $400+x=900-3x$

$4x=500$ $\therefore x=125$

따라서 A컵에서 B컵으로 125mL의 우유를 옮겨야 한다. 답 ②

0523

세진이가 자신이 받은 금액의 20%를 지현이에게 주었으므로

세진이가 지현이에게 준 금액은

$75000\times\frac{20}{100}=15000$(원)

지현이가 세진이보다 40000원을 더 갖게 되므로

$75000-15000=(x+15000)-40000$

$\therefore x=75000-15000-15000+40000$

$=85000$ 답 ②

유형 08. 학생 수에 대한 문제

0524

M중학교의 작년의 학생 수를 x명이라 하면 올해는 작년에 비하여 6% 감소하였으므로

올해의 학생 수는 $x-\frac{6}{100}x=\frac{94}{100}x$(명)

올해의 학생은 799명이므로 $\frac{94}{100}x=799$

$\therefore x=850$

따라서 M중학교의 작년의 학생 수는 850명이다. 답 ③

0525

작년의 여학생 수를 x명이라 하면 작년의 전체 학생 수는 770명이므로

작년의 남학생 수는 $(770-x)$명이다.

남학생은 10% 증가하였으므로 증가한 남학생 수는 $\left\{\frac{10}{100}\times(770-x)\right\}$명,

여학생은 8% 감소하였으므로 감소한 여학생 수는 $\frac{8}{100}x$명이다.

이때 전체 학생은 4명이 감소하였으므로

$\frac{10}{100}\times(770-x)-\frac{8}{100}x=-4$

양변에 100을 곱하면 $7700-10x-8x=-400$

$18x=8100$ $\therefore x=450$

따라서 작년의 여학생 수는 450명이다. 답 ③

0526

작년의 남학생 수를 x명이라 하면 작년의 전체 학생 수는 630명이므로

작년의 여학생 수는 $(630-x)$명이다.

남학생은 10% 증가하였으므로 증가한 남학생 수는 $\frac{10}{100}x$명,

여학생은 6% 감소하였으므로 감소한 여학생 수는 $\left\{\frac{6}{100}(630-x)\right\}$명이다.

이때 전체 학생은 7명 증가하였으므로

$\frac{10}{100}x-\frac{6}{100}(630-x)=7$

양변에 100을 곱하면 $10x-3780+6x=700$

$16x=4480$ $\therefore x=280$

따라서 작년의 남학생 수는 280명이다. 답 280명

0527

작년의 여학생 수를 x명이라 하면 작년의 남학생 수는 $(650-x)$명이다.

작년에 비하여 남학생은 5% 증가하였으므로

증가한 남학생 수는 $\left\{\frac{5}{100}(650-x)\right\}$명,

작년에 비하여 여학생은 8% 감소하였으므로

감소한 여학생 수는 $\frac{8}{100}x$명이다.

전체 학생 수는 작년과 같으므로

$\frac{5}{100}(650-x)=\frac{8}{100}x$

양변에 100을 곱하면 $3250-5x=8x$

$13x=3250$ $\therefore x=250$

따라서 올해의 여학생 수는

$250-250\times\frac{8}{100}=230$(명) 답 230명

유형 09. 과부족에 대한 문제

0528

학생 수를 x명이라 하자.

사과를 5개씩 나누어 주면 3개가 남으므로

사과의 개수는 $5x+3$,

6개씩 나누어 주면 8개가 모자라므로

사과의 개수는 $6x-8$이다.

즉, $5x+3=6x-8$이므로

$5x-6x=-8-3$, $-x=-11$

$\therefore x=11$

따라서 사과의 개수는

$5\times11+3=55+3=58$(개) 답 58

0529

(1) 한 줄에 6명씩 설 때의 줄의 수를 x줄이라 하면 한 줄에 8명씩 설 때의 줄의 수는 $(x-1)$줄이다.

한 줄에 6명씩 서면 4명이 남으므로 학생 수는 $(6x+4)$명이고,

한 줄에 8명씩 서면 2명이 남으므로 $\{8(x-1)+2\}$명이다.

즉, $6x+4=8(x-1)+2$이므로

$6x+4=8x-8+2$, $-2x=-10$

$\therefore x=5$

따라서 한 줄에 6명씩 설 때의 줄의 수는 5줄이다.

(2) 이 학급의 학생 수는

$6\times5+4=30+4=34$(명)

답 (1) 5줄 (2) 34명

0530

음악실에 있는 긴 의자의 개수를 x라 하자.

한 의자에 6명씩 앉으면 15명이 앉지 못하므로 학생 수는 $(6x+15)$명이다.

한 의자에 9명씩 앉으면 9명이 모두 앉은 의자의 개수는 $x-2$이고

다른 한 의자에는 3명이 앉으므로 학생 수는 $\{9(x-2)+3\}$명이다.

즉, $6x+15=9(x-2)+3$이므로

$6x+15=9x-18+3$, $-3x=-30$

$\therefore x=10$

따라서 학생 수는

$6\times10+15=60+15=75$(명)

답 75명

유형 10. 비율에 대한 문제

0531

정훈이가 x일 동안 여행을 다녀왔다고 하자.

36시간은 $\frac{36}{24}=\frac{3}{2}=1.5$(일)이므로

$\frac{1}{3}x+\frac{1}{6}x+\frac{1}{5}x+1.5=x$

양변에 30을 곱하면

$10x+5x+6x+45=30x$

$21x+45=30x$, $9x=45$

$\therefore x=5$

따라서 정훈이는 5일 동안 여행했다.

답 ④

0532

애라가 읽은 책의 전체 쪽수를 x쪽이라 하자.

첫째 날에는 $\frac{1}{3}x$쪽, 둘째 날에는 $\left(x-\frac{1}{3}x\right)\times\frac{3}{5}$(쪽),

셋째 날에는 $\left\{x-\frac{1}{3}x-\left(x-\frac{1}{3}x\right)\times\frac{3}{5}\right\}\times\frac{1}{2}$(쪽),

넷째 날에는 46쪽을 읽었으므로

$\frac{1}{3}x+\left(x-\frac{1}{3}x\right)\times\frac{3}{5}+\left\{x-\frac{1}{3}x-\left(x-\frac{1}{3}x\right)\times\frac{3}{5}\right\}\times\frac{1}{2}+46=x$

$\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}x\times\frac{3}{5}+\left(x-\frac{1}{3}x-\frac{2}{3}x\times\frac{3}{5}\right)\times\frac{1}{2}+46=x$

$\frac{1}{3}x+\frac{2}{5}x+\frac{2}{15}x+46=x$

양변에 15를 곱하면

$5x+6x+2x+690=15x$, $2x=690$

$\therefore x=345$

따라서 책의 전체 쪽수는 345쪽이다.

답 345쪽

0533

1학년 전체 학생 수를 x명이라 하면

남학생 수와 여학생 수는 각각 $\frac{5}{8}x$명, $\frac{3}{8}x$명이다.

이때 남학생 중 $\frac{9}{10}$가 합격하였고, 불합격한 남학생 수는 5명이므로

$\frac{5}{8}x\times\frac{1}{10}=5$, $\frac{1}{16}x=5$

$\therefore x=5\times16=80$

여학생 중 $\frac{1}{3}$이 불합격하였으므로 $\frac{2}{3}$는 합격하였다.

따라서 합격한 여학생 수는

$\frac{3}{8}x\times\frac{2}{3}=\frac{3}{8}\times80\times\frac{2}{3}=20$(명)

답 ②

0534

(1) 개미의 수가 x마리일 때 개미들의 $\frac{1}{4}$은 $\frac{1}{4}x$, 개미들의 $\frac{1}{6}$은 $\frac{1}{6}x$,

$\frac{1}{4}x+\frac{1}{6}x$의 $\frac{6}{5}$배는 $\frac{6}{5}\left(\frac{1}{4}x+\frac{1}{6}x\right)$이다.

따라서 구하는 방정식은

$\frac{1}{4}x+\frac{1}{6}x+\frac{6}{5}\left(\frac{1}{4}x+\frac{1}{6}x\right)+1=x$ ...... ㉠

(2) ㉠에서 양변에 60을 곱하면

$15x+10x+72\left(\frac{1}{4}x+\frac{1}{6}x\right)+60=60x$

$25x+18x+12x+60=60x$, $55x+60=60x$

$55x-60x=-60$, $-5x=-60$

$\therefore x=12$

따라서 이 시에 등장하는 개미는 총 12마리이다.

답 (1) $\frac{1}{4}x+\frac{1}{6}x+\frac{6}{5}\left(\frac{1}{4}x+\frac{1}{6}x\right)+1=x$ (2) 12마리

0535

현서가 매달 받는 용돈을 $5x$원이라 하면 지연이가 매달 받는 용돈은 $3x$원이다.

이때 현서와 지연이가 한 달 동안 쓰는 돈은

각각 $(5x-6000)$원, $(3x-6000)$원이므로

$(5x-6000):(3x-6000)=9:5$

$27x-54000=25x-30000$

$27x-25x=-30000+54000$

$2x=24000$, $x=12000$

따라서 현서가 매달 받는 용돈은

$5x=5\times12000=60000$(원)

답 60000원

유형 11. 거리, 속력, 시간에 대한 문제: 총량이 주어지는 경우

0536

두 지점 사이의 거리를 $x$km라 하면

(갈 때 걸린 시간)$=\frac{x}{60}$, (올 때 걸린 시간)$=\frac{x}{40}$

이므로 $\frac{x}{60}+\frac{x}{40}=\frac{40}{60}$

$2x+3x=80$, $5x=80$ $\quad\therefore x=16$

따라서 두 지점 사이의 거리는 16km이다.

답 16km

0537

두 지점 A, B 사이의 거리를 $x$km라 하면

(갈 때 걸린 시간)$=\frac{x}{3}$(시간), (올 때 걸린 시간)$=\frac{x}{5}$(시간)

$\frac{x}{3}+\frac{x}{5}=4$이므로 $5x+3x=60$, $8x=60$

$\therefore x=\frac{60}{8}=\frac{15}{2}$

따라서 두 지점 사이의 거리는 $\frac{15}{2}$km$(=7.5$km$)$이다.

답 $\frac{15}{2}$km(또는 7.5km)

0538

시속 60km로 간 거리를 $x$km라 하면
시속 90km로 간 거리는 $(300-x)$km이므로
$\frac{x}{60}+\frac{300-x}{90}=4$, $3x+2(300-x)=720$
$3x+600-2x=720$, $x=120$
따라서 시속 60km로 간 거리는 120km이다.

답 120km

0539

출발 지점에서 도착 지점까지의 거리를 xm라 하면
(갈 때 걸린 시간)$=\frac{x}{4}$(초)
(올 때 걸린 시간)$=\frac{x}{6}$(초)
$\frac{x}{4}+\frac{x}{6}=25$, $3x+2x=300$, $5x=300$ $\quad \therefore x=60$
따라서 두 지점 사이의 거리는 60m이므로
돌아올 때 걸린 시간은 $\frac{60}{6}=10$(초)이다.

답 10초

0540

4시간은 240분이므로 A지점과 B지점 사이의 거리를 xm라 하면
$3\left(\frac{x}{30}+\frac{x}{50}\right)=240$, $\frac{x}{30}+\frac{x}{50}=80$
$5x+3x=12000$, $8x=12000$ $\quad \therefore x=1500$
따라서 A지점과 B지점 사이의 거리는 1500m이다.

답 1500m

0541

올라간 거리를 $x$km라 하면 내려온 거리는 $(17-x)$km이므로
$\frac{x}{3}+\frac{17-x}{4}=5$, $4x+3(17-x)=5\times12$
$4x+51-3x=60$ $\quad \therefore x=9$
따라서 올라간 거리는 9km이다.

답 9km

0542

x분 후에 두 물탱크에 들어 있는 물의 양이 같아진다고 하면
$710+10x=530+25x$, $10x-25x=530-710$
$-15x=-180$ $\quad \therefore x=12$
따라서 두 물탱크에 물을 넣기 시작한 지 12분 후에 두 물탱크에 들어 있는 물의 양이 같아지므로 이때의 물의 양은
$710+10\times12=830$(L)

답 ③

0543

흐르지 않는 강물에서의 배의 속력을 시속 $x$km라 하면
시속 6km로 흐르는 강을 거슬러 올라가는 속력은 시속 $(x-6)$km이므로
$24=1\times(x-6)$ $\quad \therefore x=30$
따라서 흐르지 않는 강물에서의 배의 속력은 시속 30km이다.

답 시속 30km

유형 12. 거리, 속력, 시간에 대한 문제: 시차가 발생하는 경우

0544

형이 집을 출발한 지 x분 후에 형과 동생이 만난다고 하면 동생이 $(x+20)$분 동안 이동한 거리와 형이 x분 동안 이동한 거리가 같으므로
$60(x+20)=80x$, $60x+1200=80x$
$20x=1200$ $\quad \therefore x=60$
따라서 형은 집을 출발한 지 60분 후에 동생을 만난다.

답 60분

0545

두 지점 A, B 사이의 거리를 xm라 하면
$\frac{x}{60}-\frac{x}{90}=15$, $3x-2x=2700$
$\therefore x=2700$
따라서 두 지점 사이의 거리는 2700m이다.

답 2700m

0546

두 지점 A, B 사이의 거리를 $x$km라 하면
(갈 때 걸린 시간)$=\frac{x}{60}$(시간), (올 때 걸린 시간)$=\frac{x}{80}$(시간)이고,
올 때는 갈 때보다 시간이 30분, 즉 $\frac{30}{60}=\frac{1}{2}$(시간)이 적게 걸렸으므로
$\frac{x}{60}-\frac{1}{2}=\frac{x}{80}$, $4x-120=3x$ $\quad \therefore x=120$
따라서 두 지점 사이의 거리는 120km이다.

답 ④

0547

집에서 학교까지의 거리를 xm라 하면
형이 이동한 거리는 $250+250+x=x+500$(m),
동생이 이동한 거리는 xm이다.
형이 동생보다 10분 먼저 도착했고, 집에서 준비물을 찾는 시간을 허비하지 않았다면 25분 먼저 도착했을 것이므로
$\frac{x+500}{50\times8}+25=\frac{x}{50}$, $x+500+25\times400=8x$
$7x=10500$ $\quad \therefore x=1500$
따라서 집에서 학교까지의 거리는 1500m이다.

답 ④

0548

기훈이가 출발한 지 x초 후에 성훈이를 잡았다고 하면
성훈이는 $(x-2)$초 동안 도망간 것이고,
기훈이가 이동한 거리는 성훈이가 이동한 거리보다 40m 더 길므로
$10\times x=8\times(x-2)+40$, $10x=8x-16+40$
$2x=24$ $\quad \therefore x=12$
따라서 기훈이는 출발한 지 12초 후에 성훈이를 잡는다.

답 12초

0549

집에서 영화관까지의 거리를 $x$km라 하자.
자전거를 타고 가면 걸어서 갈 때보다 시간이 15분 적게 걸리므로
$\frac{x}{6}-\frac{x}{15}=\frac{15}{60}$, $10x-4x=15$, $6x=15$
$\therefore x=\frac{15}{6}=\frac{5}{2}=2.5$
따라서 집에서 영화관까지의 거리는 2.5km이다.

답 ③

0550

지혜가 이동한 거리를 $x$km라 할 때,
서훈이가 이동한 거리는 $(12-x)$km이다.
서훈이가 30분 일찍 도착하였으므로 서훈이가 이동한 시간은 지혜가 이동한 시간보다 30분, 즉 $\frac{30}{60}=\frac{1}{2}$(시간) 짧다.
따라서 $\frac{x}{4}-\frac{12-x}{16}=\frac{1}{2}$

$4x-(12-x)=8$

$4x-12+x=8$, $5x=20$ $\therefore x=4$

따라서 지혜가 이동한 거리는 4km이다. 답 4km

0551

지희네 집에서 학교까지의 거리를 $x$km라 하면

$\frac{x}{4}-\frac{x}{8}=1$, $2x-x=8$ $\therefore x=8$

따라서 지희네 집에서 학교까지의 거리는 8km이다.

이때 이 거리를 자전거를 타고 시속 12km로 갈 때 걸리는 시간은

$\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$(시간), 즉 $60\times\frac{2}{3}=40$(분)이다. 답 ④

0552

토끼가 x분 동안 자는 사이 거북이는 계속 이동하여 토끼보다 10분 일찍 도착하였으므로 거북이가 이동한 시간은 토끼가 이동한 시간보다 $(x-10)$분 더 길다.

토끼와 거북이 모두 이동한 거리는 2km, 즉 2000m이므로

$\frac{2000}{10}-\frac{2000}{50}=x-10$, $200-40=x-10$

$\therefore x=170$ 답 170

0553

재인이가 자전거를 수리한 시간은 20분, 즉 $\frac{20}{60}=\frac{1}{3}$(시간)이다.

집에서 할머니 댁까지의 거리를 $x$km라 하면

$\frac{x}{9}=\frac{1}{3}+\frac{x}{18}$, $\frac{x}{18}=\frac{1}{3}$

$\therefore x=\frac{1}{3}\times18=6$

따라서 집에서 할머니 댁까지의 거리는 6km이다. 답 6km

유형 13. 거리, 속력, 시간에 대한 문제: 마주 보고 걷거나 둘레를 도는 경우

0554

B가 출발한 지 x분 후에 처음으로 A를 만난다고 하면

B가 x분 동안 걸은 거리와 A가 $(x+10)$분 동안 걸은 거리의 합이

호수의 둘레의 길이 1km, 즉 1000m와 같으므로

$60(x+10)+40x=1000$, $60x+600+40x=1000$

$100x=400$ $\therefore x=4$

따라서 B는 출발한 지 4분 후에 처음으로 A와 만난다. 답 ②

0555

철수와 영희가 출발한 지 x분 후에 만난다고 하면

두 사람의 집 사이의 거리는 2km, 즉 2000m이므로

$40x+60x=2000$, $100x=2000$ $\therefore x=20$

따라서 철수와 영희는 출발한 지 20분 후에 만난다. 답 ④

0556

두 사람이 출발한 지 x분 후에 처음 만난다고 하면

분속 70m로 걷는 한별이가 분속 50m로 걷는 유림이보다

트랙을 한 바퀴 더 돌게 되므로

$70x-50x=800$, $20x=800$ $\therefore x=40$

따라서 두 사람은 40분 후에 처음 만난다. 답 ③

0557

두 사람이 만날 때까지 걸린 시간을 x분이라 하자.

두 사람이 이동한 거리의 합은 두 사람의 집 사이의 거리인 2km,

즉 2000m에 영선이가 집에 물건을 두고 와서 다시 다녀온 거리인

$\frac{1}{4}\times2000\times2=1000$(m)를 더한 것과 같으므로

$60x+40x=2000+1000$, $100x=3000$

$\therefore x=30$

따라서 두 사람은 출발한 지 30분 후에 만난다. 답 ①

0558

목포역에서 오후 12시 30분에 열차가 출발한 지 x시간 후 두 열차가 만난다고 하자.

시속 90km로 달리는 열차가 $\left(x+\frac{1}{2}\right)$시간 동안 달린 거리와

시속 150km로 달리는 열차가 x시간 동안 달린 거리의 합이 345km이므로

$90\left(x+\frac{1}{2}\right)+150x=345$, $90x+45+150x=345$

$240x=300$ $\therefore x=\frac{300}{240}=\frac{5}{4}$

따라서 목포역에서 오후 12시 30분에 열차가 출발한 지 $\frac{5}{4}$시간, 즉 1시간 15분 후인 오후 1시 45분에 두 열차가 마주친다. 답 오후 1시 45분

유형 14. 거리, 속력, 시간에 대한 문제: 열차가 다리 또는 터널을 지나는 경우

0559

열차의 길이를 xm라 할 때,

이 열차가 길이가 1600m인 철교를 완전히 통과하려면 $(1600+x)$m를 달려야 하고, 길이가 1200m인 터널을 완전히 통과하려면 $(1200+x)$m를 달려야 한다.

이때 열차의 속력은 일정하므로

$\frac{1600+x}{50}=\frac{1200+x}{40}$, $6400+4x=6000+5x$

$\therefore x=400$

따라서 열차의 길이는 400m이다. 답 ②

0560

이 열차의 길이를 xm라 할 때,

이 열차가 길이가 700m인 철교를 완전히 통과하려면 $(700+x)$m를 달려야 하고, 길이가 1350m인 터널을 통과하는 동안 열차가 보이지 않을 때 이동한 거리는 $(1350-x)$m이다.

이때 열차의 속력이 일정하므로

$\frac{700+x}{60}=\frac{1350-x}{90}$, $2100+3x=2700-2x$

$5x=600$ $\therefore x=120$

따라서 열차의 길이는 120m이다. 답 120m

0561

이 열차의 길이를 xm라 할 때,

이 열차가 길이가 600m인 철교를 완전히 통과하려면 $(600+x)$m를 달려야 하고, 길이가 1400m인 터널을 완전히 통과하려면 $(1400+x)$m를 달려야 한다.

이때 열차의 속력이 일정하므로

$\frac{600+x}{25}=\frac{1400+x}{45}$, $5400+9x=7000+5x$

$4x=1600 \quad \therefore x=400$

따라서 열차의 길이가 400m이므로

$\frac{600+400}{25}=\frac{1000}{25}=40$

즉, 열차의 속력은 초속 40m이다. 답 초속 40m

유형 15. 농도에 대한 문제

0562

xg의 물을 증발시킨다고 하면

$\frac{6}{100}\times400=\frac{8}{100}\times(400-x)$

$2400=8(400-x)$, $2400=3200-8x$, $8x=800$

$\therefore x=100$

따라서 증발시킨 물의 양은 100g이다. 답 ①

0563

xg의 물을 더 넣는다고 하면

$\frac{15}{100}\times300=\frac{12}{100}\times(300+x)$

$4500=12(300+x)$, $4500=3600+12x$

$12x=900 \quad \therefore x=75$

따라서 물 75g을 더 넣어야 한다. 답 75g

0564

8%의 소금물 250g에 들어 있는 소금의 양은

$\frac{8}{100}\times250=20(\text{g})$

xg의 소금을 더 넣는다고 하면

$20+x=\frac{20}{100}\times(250+x)$

$2000+100x=20(250+x)$, $2000+100x=5000+20x$

$80x=3000 \quad \therefore x=37.5$

따라서 37.5g의 소금을 더 넣어야 한다. 답 37.5g

0565

15%의 소금물의 양을 xg이라 하면

$\frac{8}{100}\times400+\frac{15}{100}\times x=\frac{11}{100}\times(400+x)$

$3200+15x=11(400+x)$, $3200+15x=4400+11x$

$4x=1200 \quad \therefore x=300$

따라서 15%의 소금물은 300g이다. 답 ③

0566

증발시킨 물의 양을 xg이라 하면

$\frac{6}{100}\times200+\frac{12}{100}\times300=\frac{12}{100}\times(500-x)$

$1200+3600=6000-12x$, $4800=6000-12x$

$12x=1200 \quad \therefore x=100$

따라서 증발시킨 물의 양은 100g이다. 답 ②

0567

8%의 소금물의 양과 더 부은 물의 양의 비가 4 : 3이므로

각각 $4x$g, $3x$g이라 하면

6%의 소금물의 양은 $100-4x-3x=100-7x(\text{g})$이므로

$\frac{6}{100}\times(100-7x)+\frac{8}{100}\times4x=\frac{5}{100}\times100$

$6(100-7x)+8\times4x=5\times100$

$600-42x+32x=500$, $600-10x=500$, $100=10x$

$\therefore x=10$

따라서 더 부은 물의 양은 $3x=3\times10=30(\text{g})$이다. 답 30g

유형 16. 일에 대한 문제

0568

B 직원이 1분 동안 만드는 제품의 개수를 x라 하면

A 직원이 1분 동안 만드는 제품의 개수는 $x-2$이므로

$8x=12(x-2)$, $8x=12x-24$, $4x=24$

$\therefore x=6$

따라서 B직원이 1분 동안 만드는 제품의 개수는 6이다. 답 6

0569

전체 일의 양을 1이라 하면

갑, 을이 하루에 하는 일의 양은 각각 $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{10}$이다.

갑은 x일, 을은 $(x+3)$일 동안 일했으므로

$\frac{x}{6}+\frac{x+3}{10}=1$ 답 ①

0570

(1) 수습생이 1분 동안 만드는 송편의 개수는 x이고 주인 아주머니가 수습생보다 1분 동안 5개의 송편을 더 만든다.

따라서 주인 아주머니가 1분 동안 만드는 송편의 개수는 $x+5$이다.

수습생이 45분 동안 만드는 송편의 개수는 주인 아주머니가 10분 동안 만드는 송편의 개수의 $\frac{3}{4}$배이므로 구하는 방정식은

$10(x+5)\times\frac{3}{4}=45x \quad \cdots\cdots ㉠$

(2) ㉠에서 양변에 4를 곱하면 $30(x+5)=180x$

$30x+150=180x$, $150=150x$

$\therefore x=1$

수습생이 1분 동안 만든 송편의 개수가 1이므로

수습생이 45분 동안 만든 송편의 개수는 1×45, 즉 45이고,

주인 아주머니가 1분 동안 만드는 송편의 개수는 6이므로 주인 아주머니가 10분 동안 만든 송편의 개수는 60이다.

따라서 주인 아주머니와 수습생이 만든 송편의 개수는 각각 60, 45

답 (1) $10(x+5)\times\frac{3}{4}=45x$ (2) 60, 45

0571

전체 일의 양을 1이라 하면

성호와 현섭이가 한 시간에 하는 일의 양은 각각 $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$이다.

둘이 함께 일한 시간을 x시간이라 하면

$\frac{1}{4}\times1+\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{6}\right)\times x=1$

$\frac{1}{4}+\left(\frac{3}{12}+\frac{2}{12}\right)\times x=1$

$\frac{5}{12}x=\frac{3}{4}$

$\therefore x=\frac{3}{4}\times\frac{12}{5}=\frac{9}{5}$

따라서 둘이 함께 일한 시간은 $\frac{9}{5}$시간, 즉 1시간 48분이다. 답 ②

0572
풀장에 물을 가득 채웠을 때의 물의 양을 1이라 하면

A호스와 B호스로는 각각 1분에 $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$만큼씩 물을 채운다.

두 호스로 2분 동안 물을 받다가 A호스로만 물을 받아야 하는 시간을 x분이라 하면

$\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{8}\right)\times 2+\frac{1}{6}x=1$, $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}x=1$

$4+3+2x=12$, $2x=5$ $\quad\therefore x=\frac{5}{2}$

따라서 A호스로 $\frac{5}{2}$분, 즉 2분 30초 동안 물을 더 받아야 한다. 답 ③

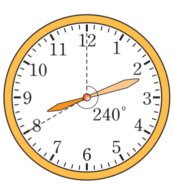
유형 17. 시계에 대한 문제

0573
4시 x분에 분침과 시침이 일치한다고 하자.
시침은 1분에 $0.5°$씩, 분침은 1분에 $6°$씩 움직이고,
4시에 분침과 시침 사이의 각도는 $120°$이므로

$6x=120+0.5x$, $5.5x=120$

$\therefore x=\frac{120}{5.5}=\frac{240}{11}$

따라서 구하는 시각은 4시 $\frac{240}{11}$분이다. 답 4시 $\frac{240}{11}$분

0574


8시 x분에 분침과 시침이 서로 반대 방향으로 일직선을 이룬다고 하면 시침이 분침보다 시계 방향으로 $180°$만큼 더 움직여있다.
이때 시침은 1분에 $0.5°$, 분침은 1분에 $6°$씩 이동하므로

$240+0.5x-6x=180$

$-5.5x=-60$ $\quad\therefore x=\frac{-60}{-5.5}=\frac{120}{11}$

따라서 구하는 시각은 8시 $\frac{120}{11}$분이다. 답 ②

0575
x분 동안 분침과 시침이 움직인 각의 크기는 각각 $6x°$, $0.5x°$이고 $x<30$이므로 7시 x분에는 분침이 시침보다 시계 방향으로 $90°$만큼 덜 움직인 상태이다.

$6x-(210+0.5x)=-90$

$6x-210-0.5x=-90$, $5.5x=120$

$\therefore x=\frac{120}{5.5}=\frac{240}{11}$ 답 $\frac{240}{11}$

유형 18. 규칙을 찾는 문제

0576
[1단계]의 구슬은 1개이고, 단계가 올라갈 때마다 구슬이 3개씩 늘어나므로 [n단계]의 도형을 만들 때 필요한 구슬은

$1+3(n-1)=3n-2$(개)

이때 $3n-2=88$에서 $3n=90$, $n=30$이므로

구슬 88개로는 [30단계]의 도형을 만들 수 있다. 답 30단계

0577
사각형 안의 네 수 중 가장 작은 수를 x라 하면 나머지 세 수는 오른쪽 그림과 같이 각각 $x+1$, $x+7$, $x+8$이므로

x	$x+1$
$x+7$	$x+8$

$x+(x+1)+(x+7)+(x+8)=60$

$4x+16=60$, $4x=44$

$\therefore x=11$

따라서 사각형 안의 네 수는 각각 11, 12, 18, 19이고,
이 중 가장 마지막 날짜는 7월 19일이다. 답 7월 19일

백점 도전하기

0578 유형 04 146쪽
형의 나이를 x세라 하면 조건 (가)에서

$2x+8=40$, $2x=32$ 형의 나이의 2배

$\therefore x=16$

조건 (나)에서 윤후의 나이는

$16\times\frac{3}{4}=12$(세) 형의 나이의 $\frac{3}{4}$배

현재 아버지의 나이를 y세라 하면

$y+20=2(12+20)$

$y+20=64$

$\therefore y=44$

따라서 현재 아버지의 나이는 44세이다. 답 44세

0579 유형 10 151쪽
A용기와 B용기의 페인트를 모두 섞은 용기에 파란색과 빨간색이 3 : 4의 비율로 섞여 있고, 그 양이 총 840g이므로

이 용기에 파란색 페인트는

$\frac{3}{7}\times 840=360$(g)이 들어 있다.

A용기에 들어 있던 페인트의 양을 xg이라 하면

B용기에 들어 있던 페인트의 양은 $(840-x)$g이다. A용기와 B용기에 들어 있던 페인트의 양을 합하면 840g이기 때문이야.

이때 A용기에 들어 있던 파란색 페인트의 양은 $\frac{2}{5}x$g,

B용기에 들어 있던 파란색 페인트의 양은 $\frac{4}{9}(840-x)$g이므로

$\frac{2}{5}x+\frac{4}{9}(840-x)=360$

$18x+20(840-x)=360\times 45$

$18x+16800-20x=16200$

$-2x=-600$ $\quad\therefore x=300$

따라서 A용기에 들어 있던 페인트의 양은 300g이다. 답 300g

0580 유형 15 157쪽
(설탕물의 농도) $=\frac{(\text{설탕의 양})}{(\text{설탕물의 양})}\times 100(\%)$

각 용기에서 떠낸 설탕물의 양을 xg이라 하면

A용기와 B용기에서 xg의 설탕물을 떠내어 서로 바꾸어 부은 후의 농도가 같으므로 설탕의 양의 비는 설탕물의 양의 비와 같다.

이때 두 용기에 들어 있는 설탕의 양의 비가 150 : 350

즉 3 : 7이므로 (설탕의 양) $=\frac{(\text{설탕물의 농도})}{100}\times$ (설탕물의 양)

$\left\{\frac{8}{100}\times(150-x)+\frac{10}{100}\times x\right\} : \left\{\frac{8}{100}\times x+\frac{10}{100}\times(350-x)\right\}=3:7$

$\{8(150-x)+10x\}:\{8x+10(350-x)\}=3:7$

$24x+30(350-x)=56(150-x)+70x$

$24x+10500-30x=8400-56x+70x$

$10500-6x=8400+14x,\ 20x=2100$

$\therefore x=105$

따라서 A용기에서 떠내 B용기에 부은 설탕물의 양은 105g이다. 답 105g

0581 유형 17 160쪽

10시와 11시 사이에 시침과 분침이 일직선을 이루는 시각을 10시 x분이라 하면

10시와 11시 사이이므로 당연히 10시이겠지?

이때 시침이 분침보다 시계 방향으로 180°만큼 더 움직인 상태이다.

x분 동안 시침은 $0.5x°$,

시침은 60분 동안 30°만큼 움직이므로 1분 동안 0.5°만큼 움직여.

분침은 $6x°$만큼 움직이므로

분침은 60분 동안 360°만큼 움직이므로 1분 동안 6°만큼 움직여.

$300+0.5x-6x=180,\ -5.5x=-120$

$\therefore x=\frac{-120}{-5.5}=\frac{240}{11}$

따라서 10시와 11시 사이에 시침과 분침이 일직선을 이루는 시각은

10시 $\frac{240}{11}$분이다.

이때 물통에 물을 가득 채웠을 때의 물의 양을 1이라 하면

A호스로는 1분에 $\frac{1}{12}$만큼,

B호스로는 1분에 $\frac{1}{6}$만큼 물을 채우고,

C호스로는 1분에 $\frac{1}{8}$만큼 물을 뺀다.

따라서 A호스와 B호스로 물을 채우고 C호스로 물을 뺄 때는 1분에

$\frac{1}{12}+\frac{1}{6}-\frac{1}{8}=\frac{2}{24}+\frac{4}{24}-\frac{3}{24}=\frac{3}{24}=\frac{1}{8}$

만큼씩 물이 차게 되므로 물을 가득 채우는 데 총 8분이 걸린다.

따라서 구하는 시각은 10시 $\left(\frac{240}{11}+8\right)$분

즉 10시 $\frac{328}{11}$분이다. 답 10시 $\frac{328}{11}$분

서술형 격파하기

예제 1	4000	유제 1	3
예제 2	(1) $\frac{15}{100}x$명, $\left\{\frac{20}{100}(50-x)\right\}$명 (2) 23명		
유제 2	504명		
예제 3	(1) A : $70+15x$, B : $196+8x$ (2) 18분		
유제 3	8분 후		
예제 4	16%	유제 4	11.2$\left(\text{또는 } \frac{56}{5}\right)$

예제 1

STEP ❶ 혜수와 혜진이의 8개월 후의 예금액을 각각 구한다.

혜수는 매달 9000원씩 저금하므로 8개월 후에 혜수의 예금액은

$99000+9000\times8=171000$(원)

혜진이는 매달 x원씩 저금하므로 8개월 후에 혜진이의 예금액은

$(25000+8x)$원 ······ 채점기준 ① | 40%

STEP ❷ 8개월 후에 혜수의 예금액이 혜진이의 예금액의 3배가 됨을 이용하여 방정식을 세운다.

8개월 후에 혜수의 예금액이 혜진이의 예금액의 3배가 되므로

$171000=3(25000+8x),\ 171000=75000+24x$ ······ 채점기준 ② | 40%

$24x=96000$

$\therefore x=4000$ ······ 채점기준 ③ | 20%

답 4000

채점기준	
① 혜수와 혜진이의 8개월 후의 예금액을 각각 구한다.	40%
② 방정식을 세운다.	40%
③ x의 값을 구한다.	20%

유제 1

STEP ❶ 세정이가 1년 뒤에 받는 돈을 식으로 세운 후 그 값이 255250원임을 이용하여 x의 값을 구한다.

세정이가 250000원을 은행에 저금하였을 때, 1년간 이자가 x%이고,

이자소득에 대한 세금으로 30%를 공제하므로

세정이가 1년 뒤에 받는 돈은

$250000+250000\times\frac{x}{100}\times\left(1-\frac{30}{100}\right)$

$=250000+250000\times\frac{x}{100}\times\frac{70}{100}$

$=250000+1750x$ ······ 채점기준 ① | 40%

이때 이 금액이 255250원이므로

$250000+1750x=255250,\ 1750x=5250$ ······ 채점기준 ② | 40%

$\therefore x=3$ ······ 채점기준 ③ | 20%

답 3

채점기준	
① 1년 뒤에 받는 돈을 식으로 나타낸다.	40%
② 방정식을 세운다.	40%
③ x의 값을 구한다.	20%

예제 2

STEP ❶ 증가한 남자의 수와 감소한 여자의 수를 각각 구한다.

(1) 작년에 동호회에 가입한 사람 중 남자가 x명이므로

여자는 $(50-x)$명이다.

올해 가입자 중 남자는 15% 증가하였으므로

증가한 남자의 수는 $\frac{15}{100}x$명이고,

올해 가입자 중 여자는 20% 감소하였으므로

감소한 여자의 수는 $\left\{\frac{20}{100}(50-x)\right\}$명이다. ······ 채점기준 ① | 30%

STEP ❷ 총 가입자가 3명 감소하였음을 이용하여 올해 가입한 남자의 수를 구한다.

(2) 이때 총 가입자는 3명 감소하였으므로

$\frac{15}{100}x-\frac{20}{100}(50-x)=-3$ ······ 채점기준 ② | 30%

양변에 100을 곱하면 $15x-1000+20x=-300$

$35x=700 \quad \therefore x=20$ ······ 채점기준 ③ | 20%

따라서 올해 가입한 남자의 수는

$20+\frac{15}{100}\times20=23$(명) ······ 채점기준 ④ | 20%

답 (1) $\frac{15}{100}x$명, $\left\{\frac{20}{100}(50-x)\right\}$명 (2) 23명

채점기준	
① 증가한 남자의 수와 감소한 여자의 수를 각각 식으로 나타낸다.	30%
② 방정식을 세운다.	30%
③ x의 값을 구한다.	20%
④ 올해 가입한 남자의 수를 구한다.	20%

유제 2

STEP ❶ 작년 여학생 수를 x명이라 하고 식을 세운다.

작년 여학생 수를 x명이라 하면 작년 전체 학생 수가 900명이므로

작년 남학생 수는 $(900-x)$명이다.

여학생은 5% 증가하였으므로 증가한 여학생 수는 $\frac{5}{100}x$명이다.

따라서 식을 세우면

$\frac{5}{100}x+3=900\times\frac{3}{100}$, $5x+300=2700$ ······ 채점기준 ① | 50%

$5x=2400$ $\therefore x=480$ ······ 채점기준 ② | 30%

STEP ❷ 작년 여학생 수를 이용하여 올해 여학생 수를 구한다.

따라서 작년 여학생 수는 480명이므로 올해 여학생 수는

$480+480\times\frac{5}{100}=480+24=504$(명) ······ 채점기준 ③ | 20%

답 504명

채점기준

① 방정식을 세운다.	50%
② 작년 여학생 수를 구한다.	30%
③ 올해 여학생 수를 구한다.	20%

예제 3

STEP ❶ x분 후에 바구니 A와 바구니 B에 들어 있는 구슬의 개수를 각각 구한다.

(1) 바구니 A에는 1분에 15개의 구슬을 넣으므로
x분 후에 바구니 A에 들어 있는 구슬의 개수는 $70+15x$이고,
바구니 B에는 1분에 8개의 구슬을 넣으므로
x분 후에 바구니 B에 들어 있는 구슬의 개수는 $196+8x$이다.
······ 채점기준 ① | 50%

STEP ❷ 바구니 A와 바구니 B에 들어 있는 구슬의 개수가 같아지는 때를 구한다.

(2) $70+15x=196+8x$에서 $7x=126$
$\therefore x=18$
따라서 구슬을 넣기 시작한 지 18분 후에 바구니 A와 바구니 B에 들어 있는 구슬의 개수가 같아진다. ······ 채점기준 ② | 50%

답 (1) A : $70+15x$, B : $196+8x$ (2) 18분

채점기준

① x분 후에 바구니 A와 바구니 B에 들어 있는 구슬의 개수를 구한다.	50%
② 구슬의 개수가 같아지는 것은 몇 분 후인지 구한다.	50%

유제 3

STEP ❶ 불을 붙인 지 x분 후의 양초 A와 양초 B의 길이를 구한다.

양초 A는 1분에 2cm씩 짧아지므로 불을 붙인 지 x분 후의
양초 A의 길이는 $(30-2x)$cm이고,
양초 B는 2분에 1cm씩, 즉 1분에 0.5cm씩 짧아지므로
불을 붙인 지 x분 후의 양초 B의 길이는 $(18-0.5x)$cm이다.
······ 채점기준 ① | 50%

STEP ❷ 타고 남은 두 양초의 길이가 같아지는 때를 구한다.

이때 타고 남은 두 양초의 길이가 같아야 하므로
$30-2x=18-0.5x$, $1.5x=12$
$\therefore x=8$
따라서 불을 붙인 지 8분 후에 두 양초의 길이가 같아진다.
······ 채점기준 ② | 50%

답 8분 후

채점기준

① x분 후의 양초 A와 양초 B의 길이를 구한다.	50%
② 두 양초의 길이가 같아지는 것은 몇 분 후인지 구한다.	50%

예제 4

STEP ❶ 소금물 A와 소금물 B의 농도를 각각 $2x\%$, $3x\%$로 놓고 식을 세운다.

소금물 A와 소금물 B의 농도의 비가 2 : 3이므로
두 소금물의 농도를 각각 $2x\%$, $3x\%$라 하면

$\frac{2x}{100}\times600+\frac{3x}{100}\times200=\frac{18}{100}\times800$ ······ 채점기준 ① | 50%

STEP ❷ 소금물 A의 농도를 구한다.

$12x+6x=18\times8$, $18x=144$ $\therefore x=8$

따라서 소금물 A의 농도는 $2x=2\times8=16(\%)$ ······ 채점기준 ② | 50%

답 16%

채점기준

① 방정식을 세운다.	50%
② 소금물 A의 농도를 구한다.	50%

유제 4

STEP ❶ 두 비커 A, B에 들어 있는 소금물의 농도가 같음을 이용하여 x의 값을 구한다.

문제의 조건에 따라 소금물을 옮긴 후에 두 비커 A, B에 들어 있는 소금물의 농도와 소금물의 양이 모두 같으므로 소금의 양도 같다.

$\frac{x}{100}(100-40)+\frac{12}{100}\times40=\frac{12}{100}\times(100-40)$ ······ 채점기준 ① | 30%

$60x+480=720$, $60x=240$

$\therefore x=4$ ······ 채점기준 ② | 25%

STEP ❷ a의 값을 구하여 $x+a$의 값을 계산한다.

비커 B에 들어 있는 소금물 100g에서 40g의 소금물을 떠내고, 물 40g을 넣었으므로 이때의 소금물의 양은 100g이고, 소금의 양은 $\frac{12}{100}\times60=7.2$(g)이다.

따라서 이때의 농도는

$\frac{7.2}{100}\times100=a$ $\therefore a=7.2$ ······ 채점기준 ③ | 25%

$\therefore x+a=4+7.2=11.2$ ······ 채점기준 ④ | 20%

답 11.2 $\left(\text{또는 }\frac{56}{5}\right)$

채점기준

① 방정식을 세운다.	30%
② x의 값을 구한다.	25%
③ a의 값을 구한다.	25%
④ $x+a$의 값을 구한다.	20%

07 좌표평면과 그래프

0582	④	0583	①, ④	0584	풀이 참조	0585	②	0586	⑤
0587	3	0588	③	0589	H, G, I, F	0590	⑤	0591	⑤
0592	③	0593	2	0594	④	0595	28	0596	④
0597	6	0598	②	0599	$\frac{17}{2}$	0600	28	0601	$\frac{45}{2}$
0602	$\frac{35}{2}$	0603	20	0604	③	0605	④	0606	③
0607	제4사분면	0608	③	0609	③	0610	⑤	0611	②
0612	④	0613	제2사분면	0614	⑤	0615	⑤	0616	④
0617	③	0618	제1사분면	0619	③	0620	⑤	0621	④
0622	풀이 참조	0623	⑤	0624	24	0625	110 °C	0626	풀이 참조
0627	6월 15일	0628	③	0629	2.5 km	0630	300 m	0631	12초
0632	10분	0633	B, A, C	0634	①	0635	ㄱ, ㄷ	0636	ㄱ, ㄷ
0637	⑤	0638	⑤	0639	⑤	0640	③	0641	③
0642	⑤	0643	③	0644	④	0645	④	0646	④
0647	④	0648	그릇 C	0649	④	0650	①	0651	⑤
0652	③								

유형 정복하기

유형 01. 순서쌍과 좌표평면 위의 점의 좌표

0582

$2a-4=-a-1$이므로 $3a=3$에서 $a=1$

$b+1=-b+3$이므로 $2b=2$에서 $b=1$

$\therefore a+b=1+1=2$ 답 ④

0583

주어진 조건을 만족하는 x, y의 순서쌍은

$(1, 2)$, $(1, 4)$, $(1, 6)$, $(2, 2)$, $(2, 4)$, $(2, 6)$이다. 답 ①, ④

0584

$|a|=2$이므로 $a=2$ 또는 $a=-2$

$|b|=3$이므로 $b=3$ 또는 $b=-3$

따라서 구하는 순서쌍 (a, b)는 $(-2, -3)$, $(-2, 3)$, $(2, -3)$, $(2, 3)$

답 $(-2, -3)$, $(-2, 3)$, $(2, -3)$, $(2, 3)$

0585

$a>b$를 만족시키는 순서쌍 (a, b)는

$(4, 2)$, $(6, 2)$, $(6, 4)$, $(8, 2)$, $(8, 4)$, $(8, 6)$의 6개이다. 답 ②

0586

점 A, B, C, D, E의 좌표를 순서쌍으로 나타내면 다음과 같다.

① $A(-3, 2)$

② $B(1, 1)$

③ $C(-1, 0)$

④ $D(-2, -4)$

⑤ $E(3, -3)$ 답 ⑤

0587

점 A의 좌표는 $(2, 3)$이므로 x좌표는 2이다.

점 B의 좌표는 $(-3, 1)$이므로 y좌표는 1이다.

$\therefore$ (점 A의 x좌표)+(점 B의 y좌표)$=2+1=3$ 답 3

0588

네 점 P, Q, R, S의 좌표를 각각 구하면

$P(3, -1)$, $Q(-4, 3)$, $R(4, 4)$, $S(0, -3)$

따라서 x좌표가 가장 작은 점(A)은 Q이고,

y좌표가 가장 큰 점(B)은 R이다. 답 ③

0589

$(-4, 2)$에서 $x=-4$, $y=2$인 점은 H이다.

$(0, -3)$에서 $x=0$, $y=-3$인 점은 G이다.

$(1, 1)$에서 $x=1$, $y=1$인 점은 I이다.

$(4, 2)$에서 $x=4$, $y=2$인 점은 F이다.

따라서 차례대로 나열하면 H, G, I, F이다. 답 H, G, I, F

0590

각 점의 좌표를 구한 후 x좌표와 y좌표의 합을 구하면

$A(-2, 3)$에서 $-2+3=1$

$B(1, -3)$에서 $1+(-3)=-2$

$C(-3, -1)$에서 $-3+(-1)=-4$

$D(0, 2)$에서 $0+2=2$

$E(4, 1)$에서 $4+1=5$

따라서 x좌표와 y좌표의 합이 가장 큰 점은 E이다. 답 ⑤

유형 02. x축 또는 y축 위의 점의 좌표

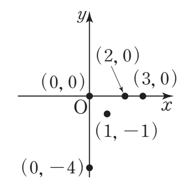
0591

① 점 $(0, 0)$은 x축과 y축 위에 있는 점이다.

②, ③ 점 $(3, 0)$과 점 $(2, 0)$은 y좌표가 모두 0이므로 x축 위에 있는 점이다.

④ 점 $(0, -4)$는 x좌표가 0이므로 y축 위에 있는 점이다.

⑤ 점 $(1, -1)$은 제4사분면 위에 있는 점이다.



답 ⑤

0592

점 (a, b)가 y축 위에 있으므로 $a=0$

점 (a, b)가 원점이 아니므로 $b\neq0$ 답 ③

0593

점 $\left(\frac{1}{3}a-1, 2a-1\right)$이 x축 위에 있으므로

$2a-1=0$에서 $2a=1$ $\quad\therefore a=\frac{1}{2}$

점 $\left(\frac{1}{4}b-1, 6b+4\right)$가 y축 위에 있으므로

$\frac{1}{4}b-1=0$에서 $\frac{1}{4}b=1$ $\quad\therefore b=4$

따라서 ab의 값은 $\frac{1}{2}\times4=2$ 답 2

0594

점 $\left(2a-4, \frac{1}{3}a-2\right)$가 x축 위에 있으므로

$\frac{1}{3}a-2=0$에서 $\frac{1}{3}a=2$ $\quad\therefore a=6$

점 $\left(\frac{2}{3}a+b, 2a-\frac{1}{4}b\right)$가 y축 위에 있으므로

$\frac{2}{3}a+b=0$에 $a=6$을 대입하면 $\frac{2}{3}\times6+b=4+b=0$ $\quad\therefore b=-4$

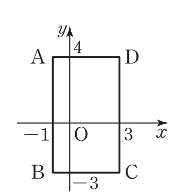
따라서 ab의 값은

$6\times(-4)=-(6\times4)=-24$ 답 ④

유형 03. 좌표평면 위의 도형의 넓이

0595

네 점 $A(-1, 4)$, $B(-1, -3)$, $C(3, -3)$, $D(3, 4)$를 좌표평면 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



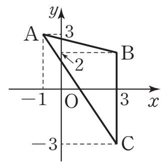
(선분 AB의 길이)$=4-(-3)=4+3=7$

(선분 AD의 길이)$=3-(-1)=3+1=4$

따라서 사각형 ABCD의 넓이는 $4\times7=28$ 답 28

0596

좌표평면 위의 세 점 A$(-1, 3)$, B$(3, 2)$, C$(3, -3)$을 좌표평면 위에 나타내면 다음 그림과 같다.

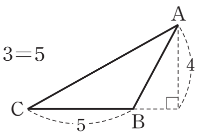


선분 BC를 삼각형 ABC의 밑변이라 하면

(밑변의 길이)$=$(선분 BC의 길이)$=2-(-3)=2+3=5$

(높이)$=3-(-1)=3+1=4$

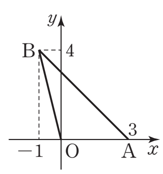
따라서 삼각형 ABC의 넓이는 $\frac{1}{2}\times 5\times 4=10$



답 ④

0597

조건 (가)에서 A$(3, 0)$이고, 조건 (다)에서 O$(0, 0)$이므로 세 점을 좌표평면 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



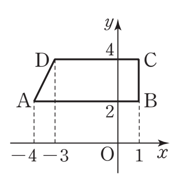
따라서 선분 OA를 삼각형 ABO의 밑변이라 하면

(밑변의 길이)$=$(선분 OA의 길이)$=3$, (높이)$=4$

따라서 삼각형 ABO의 넓이는 $\frac{1}{2}\times 3\times 4=6$ 답 6

0598

네 점 A$(-4, 2)$, B$(1, 2)$, C$(1, 4)$, D$(-3, 4)$를 좌표평면 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



사각형 ABCD는 사다리꼴이므로

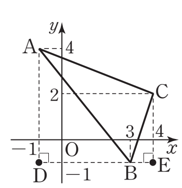
(윗변의 길이)$=$(선분 CD의 길이)$=1-(-3)=4$

(아랫변의 길이)$=$(선분 AB의 길이)$=1-(-4)=1+4=5$

(높이)$=$(선분 BC의 길이)$=4-2=2$

따라서 사각형 ABCD의 넓이는 $\frac{1}{2}\times(4+5)\times 2=\frac{1}{2}\times 9\times 2=9$ 답 ②

0599



위의 그림과 같이 D$(-1, -1)$, E$(4, -1)$이라 하면

(삼각형 ABC의 넓이)

$=$(사다리꼴 ADEC의 넓이)$-$(삼각형 ADB의 넓이)

$-$(삼각형 CBE의 넓이)

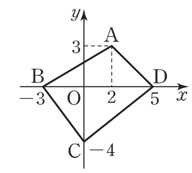
$=\frac{1}{2}\times[\{4-(-1)\}+\{2-(-1)\}]\times\{4-(-1)\}$

$-\frac{1}{2}\times\{4-(-1)\}\times\{3-(-1)\}-\frac{1}{2}\times(4-3)\times\{2-(-1)\}$

$=20-10-\frac{3}{2}=\frac{17}{2}$ 답 $\frac{17}{2}$

0600

주어진 네 점 A, B, C, D를 좌표평면 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 사각형 ABCD의 넓이는 삼각형 ABD의 넓이와 삼각형 BCD의 넓이의 합과 같으므로

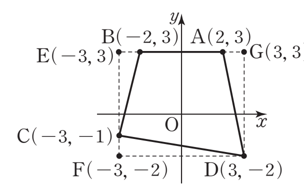
$\frac{1}{2}\times\{5-(-3)\}\times 3+\frac{1}{2}\times\{5-(-3)\}\times\{0-(-4)\}$

$=\left(\frac{1}{2}\times 8\times 3\right)+\left(\frac{1}{2}\times 8\times 4\right)$

$=12+16=28$ 답 28

0601

네 점 A, B, C, D를 좌표평면 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



위의 그림과 같이 세 점 E$(-3, 3)$, F$(-3, -2)$, G$(3, 3)$을 잡으면

사각형 EFDG의 넓이는

$\{3-(-3)\}\times\{3-(-2)\}=6\times 5=30$

삼각형 BEC의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\{-2-(-3)\}\times\{3-(-1)\}=\frac{1}{2}\times 1\times 4=2$

삼각형 CFD의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\{-1-(-2)\}\times\{3-(-3)\}=\frac{1}{2}\times 1\times 6=3$

삼각형 ADG의 넓이는

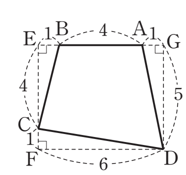
$\frac{1}{2}\times\{3-(-2)\}\times(3-2)=\frac{1}{2}\times 5\times 1=\frac{5}{2}$

(사각형 ABCD의 넓이)

$=$(사각형 EFDG의 넓이)$-$(삼각형 BEC의 넓이)

$-$(삼각형 CFD의 넓이)$-$(삼각형 ADG의 넓이)

$=30-2-3-\frac{5}{2}=\frac{45}{2}$



답 $\frac{45}{2}$

0602

점 A$\left(3a-1, \frac{1}{2}a-1\right)$이 x축 위의 점이므로

$\frac{1}{2}a-1=0$에서 $\frac{1}{2}a=1$, $a=2$

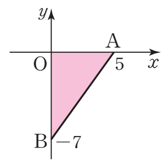
$\therefore$ A$(5, 0)$

점 B$(b-3, -3b+2)$가 y축 위의 점이므로

$b-3=0$에서 $b=3$

$\therefore$ B$(0, -7)$

두 점 A, B를 좌표평면 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 삼각형 ABO의 넓이는

$\frac{1}{2}\times(5-0)\times\{0-(-7)\}=\frac{1}{2}\times5\times7=\frac{35}{2}$ 답 $\frac{35}{2}$

0603

두 점 $A\left(-2a, \frac{1}{2}b-1\right)$, $B(2b, a-3)$이 x축 위에 있으므로

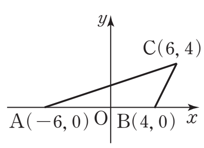
이 두 점의 y좌표는 모두 0이다.

즉, $\frac{1}{2}b-1=0$에서 $\frac{1}{2}b=1$, $b=2$

$a-3=0$에서 $a=3$

그러므로 세 점의 좌표를 구하면 $A(-6, 0)$, $B(4, 0)$, $C(6, 4)$이고,

이를 좌표평면 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



삼각형 ABC의 밑변을 선분 AB라 하면

$(\text{밑변의 길이})=(\text{선분 AB의 길이})=4-(-6)$

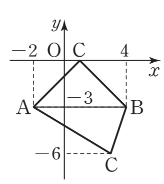
$=4+6=10$

$(\text{높이})=4$

따라서 삼각형 ABC의 넓이는

$\frac{1}{2}\times10\times4=20$ 답 20

0604



위 그림과 같은 삼각형 ABC의 넓이가 9가 되려면

$\frac{1}{2}\times(\text{선분 AB의 길이})\times(\text{높이})=\frac{1}{2}\times\{4-(-2)\}\times(\text{높이})$

$=\frac{1}{2}\times6\times(\text{높이})$

$=3\times(\text{높이})=9$

에서 삼각형 ABC의 높이가 3이 되어야 하므로

점 C의 y좌표는 0 또는 -6이어야 한다.

따라서 점 C의 좌표로 가능한 것은 ③ $(4, 0)$이다. 답 ③

유형 04. 사분면

0605

① 원점은 x축과 y축 위의 점이다.

② 점 $(1, 4)$는 제1사분면 위에 있다.

③ 점 $(-3, 0)$은 x축 위의 점이다.

④ 점 $(2, -3)$은 제4사분면 위에 있고,

점 $(-2, 3)$은 제2사분면 위에 있다.

⑤ 점 $(3, 0)$은 x축 위의 점이므로 어느 사분면에도 속하지 않는다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

0606

① $(3, 2)$: 제1사분면

② $(-2, -3)$: 제3사분면

③ $(-2, 6)$: 제2사분면

④ $(3, -1)$: 제4사분면

⑤ $(0, 3)$: 어느 사분면에도 속하지 않는다. 답 ③

0607

두 순서쌍 $(a-2, 3b+1)$, $(2a-5, b-3)$이 서로 같으므로 x좌표와 y좌표가 각각 서로 같다.

즉, $a-2=2a-5$에서 $a=3$

$3b+1=b-3$에서 $2b=-4$, $b=-2$

따라서 점 $(3, -2)$는 제4사분면 위에 있다. 답 제4사분면

유형 05. 사분면의 결정 : 두 수의 부호를 이용하는 경우

0608

$ab<0$이므로 a와 b의 부호가 서로 다르고,

$a-b<0$에서 $a<b$이므로 $a<0$, $b>0$이다.

따라서 $\frac{1}{2}a<0$, $-3b<0$이므로

점 $\left(\frac{1}{2}a, -3b\right)$가 속하는 사분면은 제3사분면이다. 답 ③

0609

① $a>0$, $b<0$이므로 점 (a, b)는 제1사분면 위에 있다.

② $a-b>0$, $-ab>0$이므로 점 $(a-b, -ab)$는 제1사분면 위에 있다.

③ $-a<0$, $-a+b<0$이므로 점 $(-a, -a+b)$는 제3사분면 위에 있다.

④ $a>0$, $ab<0$이므로 점 (a, ab)는 제4사분면 위에 있다.

⑤ $b-a<0$, $a-b>0$이므로 점 $(b-a, a-b)$는 제2사분면 위에 있다.

답 ③

0610

$ab<0$이므로 a, b의 부호는 서로 다르다.

이때 $a<0$이므로 $b>0$

따라서 $-b<0$, $\frac{b}{a}<0$이므로 점 $\left(-b, \frac{b}{a}\right)$는 제3사분면 위에 있다.

주어진 점이 존재하는 사분면을 각각 구하면

① 제1사분면 ② 어느 사분면에도 속하지 않는다.

③ 제4사분면 ④ 제2사분면 ⑤ 제3사분면

따라서 점 $\left(-b, \frac{b}{a}\right)$와 같은 사분면 위의 점은 ⑤ $(-3, -4)$이다. 답 ⑤

0611

$ab=0$, $a>0$이므로 $b=0$이다.

$ac<0$에서 a와 c의 부호가 서로 다르고, $a>0$이므로 $c<0$이다.

따라서 $-a<0$, $b=0$이므로 점 $P(-a, b)$는 x축 위의 점이고,

$\frac{c}{a}<0$, $-3c>0$이므로 점 $Q\left(\frac{c}{a}, -3c\right)$는 제2사분면 위의 점이다. 답 ②

0612

$a<0$, $b<0$, $|a|>|b|$이므로 $b-a>0$, $a+b<0$이다.

따라서 점 $(b-a, a+b)$는 제4사분면 위에 있다. 답 ④

유형 06. 사분면의 결정; 점이 속한 사분면이 주어진 경우

0613

점 (a, b)가 제2사분면 위에 있으므로 $a<0$, $b>0$이다.
따라서 $a-b<0$, $-3a>0$이므로 점 $(a-b,\ -3a)$는 제2사분면 위에 있다.

답 제2사분면

0614

점 (a, b)가 제3사분면 위의 점이므로 $a<0$, $b<0$이다.
① $a<0$이므로 점 (a, b)의 x좌표는 0보다 작다.
② 점 $(0, b)$는 y축 위의 점이다.
③ 점 (b, a)는 제3사분면 위의 점이다.
④ 점 $(a, 0)$은 어느 사분면에도 속하지 않는다.
⑤ $-a>0$이므로 점 $(-a, b)$는 제4사분면 위의 점이다. 답 ⑤

0615

점 $(a, -b)$가 제2사분면 위에 있으므로 $a<0$, $-b>0$
$\therefore a<0, b<0$
① $b<0$, $-a>0$이므로 점 $(b, -a)$는 제2사분면 위에 있다.
② $-a>0$, $b<0$이므로 점 $(-a, b)$는 제4사분면 위에 있다.
③ $ab>0$, $-b>0$이므로 점 $(ab, -b)$는 제1사분면 위에 있다.
④ $a+b<0$, $ab>0$이므로 점 $(a+b, ab)$는 제2사분면 위에 있다.
⑤ $a<0$, $b<0$이므로 점 (a, b)는 제3사분면 위에 있다. 답 ⑤

0616

점 (x, y)가 제3사분면 위에 있으므로 $x<0$, $y<0$이다.
ㄱ. $xy>0$
ㄴ. $x+y<0$
ㄷ. $x-y$의 부호는 알 수 없다.
ㄹ. $\frac{x}{y}>0$
따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ이다. 답 ④

0617

① 점 $(0, 3)$은 y축 위에 있다.
② 점 $(3, 2)$와 점 $(2, 3)$은 서로 다른 점이다.
③ $a>0$, $b<0$일 때, $ab<0$, $b-a<0$이므로
점 $(ab, b-a)$는 제3사분면 위의 점이다.
④ $a<0$, $a>b$이면 $b<0$이고, $-a>0$, $-b>0$이므로
점 $(-a, -b)$는 제1사분면 위의 점이다.
⑤ 점 $(a, -b)$가 제3사분면 위의 점이면 $a<0$, $-b<0$이다.
따라서 $-a>0$, $b>0$이므로 점 $(-a, b)$는 제1사분면 위의 점이다. 답 ③

0618

점 (a, b)가 제4사분면 위에 있으므로 $a>0$, $b<0$이다.
점 (c, d)가 제1사분면 위에 있으므로 $c>0$, $d>0$이다.
따라서 $a+c>0$, $d-b>0$이므로 점 $(a+c, d-b)$는
제1사분면 위에 있다. 답 제1사분면

0619

점 $\mathrm{P}(a, b)$는 제2사분면 위의 점이므로 $a<0$, $b>0$이고,
점 $\mathrm{Q}(c, d)$는 제3사분면 위의 점이므로 $c<0$, $d<0$이다.
① $a+c<0$, $b-d>0$이므로
점 $(a+c, b-d)$는 제2사분면 위의 점이다.
② $ab<0$, $cd>0$이므로
점 (ab, cd)는 제2사분면 위의 점이다.
③ $abc>0$, $abd>0$이므로
점 (abc, abd)는 제1사분면 위의 점이다.
④ $a-c$의 부호는 알 수 없지만 $d-b<0$이므로
점 $(a-c, d-b)$는 제3사분면 또는 제4사분면 위의 점이다.
⑤ $ac+b>0$, $bc+d<0$이므로
점 $(ac+b, bc+d)$는 제4사분면 위의 점이다.
따라서 제1사분면 위의 점인 것은 ③이다. 답 ③

0620

점 $(a-b, ab)$가 제3사분면 위에 있으므로 $a-b<0$, $ab<0$이다.
즉, $a<b$이고 $ab<0$이므로 $a<0$, $b>0$이다.
① $a<0$, $-b<0$이므로 점 $(a, -b)$는 제3사분면 위에 있다.
② $b>0$, $a<0$이므로 점 (b, a)는 제4사분면 위에 있다.
③ $b-a>0$, $a-b<0$이므로 점 $(b-a, a-b)$는 제4사분면 위에 있다.
④ $ab<0$, $-b<0$이므로 점 $(ab, -b)$는 제3사분면 위에 있다.
⑤ $\frac{a-b}{a}>0$, $\frac{b}{b-a}>0$이므로 점 $\left(\frac{a-b}{a}, \frac{b}{b-a}\right)$는 제1사분면 위에 있다.

답 ⑤

0621

점 $\mathrm{P}(a+b, ab)$가 제3사분면 위의 점이므로 $a+b<0$, $ab<0$이다.
$ab<0$이므로 a와 b의 부호가 서로 다르고, $a+b<0$, $|a|<|b|$이므로
$a>0$, $b<0$이다.
따라서 점 $\mathrm{Q}(a, b)$는 제4사분면 위의 점이다. 답 ④

유형 07. 대칭인 점의 좌표

0622

점 $(3, -6)$에 대하여
(1) x축에 대하여 대칭인 점의 좌표는 $(3, 6)$이다.
(2) 원점에 대하여 대칭인 점의 좌표는 $(-3, 6)$이다.

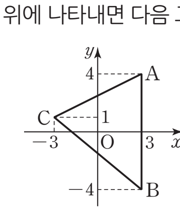
답 (1) $(3, 6)$ (2) $(-3, 6)$

0623

점 $(a, -6)$과 x축에 대하여 대칭인 점의 좌표는 $(a, 6)$이다.
점 $(3, -b)$와 y축에 대하여 대칭인 점의 좌표는 $(-3, -b)$이다.
두 점의 좌표가 같으므로 $a=-3$, $-b=6$에서 $b=-6$
따라서 두 수 a, b의 곱은 $-3\times(-6)=18$ 답 ⑤

0624

점 $\mathrm{A}(3, 4)$와 x축에 대하여 대칭인 점 B의 좌표는 $\mathrm{B}(3, -4)$이므로
세 점 A, B, C를 좌표평면 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 삼각형 ABC의 넓이는

$$\frac{1}{2}\times\{4-(-4)\}\times\{3-(-3)\}=\frac{1}{2}\times(4+4)\times(3+3)$$
$$=\frac{1}{2}\times8\times6=24$$

답 24

유형 08. 그래프 해석하기

0625
$x=2$일 때 $y=40$, $x=3$일 때 $y=70$이므로
물을 끓이기 시작한 지 2분 후와 3분 후의 물의 온도의 합은
$40+70=110(^\circ\text{C})$ 답 110°C

0626
그래프가 가장 높은 지점은 4월 7일이고, 가장 낮은 지점은 4월 9일이다.
따라서 하루 평균 초미세먼지의 양이 가장 많은 날은 4월 7일,
가장 적은 날은 4월 9일이었다. 답 4월 7일, 4월 9일

0627
일교차는 일 최고기온에서 일 최저기온을 뺀 것이다.
따라서 일교차가 가장 큰 날짜는
기온 변화의 폭이 가장 큰 날짜인 6월 15일이다. 답 6월 15일

0628
혁수가 심부름을 한 번 다녀오는 데 5분이 걸리므로
1시간 동안에는 $\frac{60}{5}=12$(번)까지 심부름을 다녀올 수 있다. 답 ③

0629
방향을 바꾼 지점은 출발점으로부터의 거리가 증가하다가 감소하거나
감소하다가 증가하는 지점이므로 출발한 지 10분, 15분, 30분 후이다.
따라서 세 번째로 방향을 바꾼 지점은 출발점으로부터 2.5km 떨어져 있다.
답 2.5km

0630
지선이는 출발한 후 2분 동안 100m 이동한 후
2분에서 3분까지 반대 방향으로 50m,
4분에서 7분까지 다시 반대 방향으로 150m만큼 이동하였다.
따라서 지선이가 7분 동안 움직인 거리는
$100+50+150=300(\text{m})$ 답 300m

0631
수현이가 탑승한 칸은 6초부터 두 번째로 상승하여 9초에 가장 높은 지점에 도달한 후, 12초에 다시 가장 낮은 지점에 도착한다. 답 12초

0632
기순이의 그래프는 $x=20$일 때 $y=6$이고,
창희의 그래프는 $x=30$일 때 $y=6$이다.
따라서 기순이는 출발한 지 20분 후
창희는 출발한 지 30분 후에 각자의 집에서 6km 떨어진 지점에 도달하였다.
따라서 두 사람이 각자의 집에서 6km 떨어진 지점에 도달한 시간의 차는
$30-20=10$(분) 답 10분

0633
A, B, C 세 사람은 각각 출발한 지 6분, 5분, 8분 만에 결승점에 도착하였으므로, 결승점에 도착한 순서대로 나열하면 B, A, C이다. 답 B, A, C

유형 09. 상황에 맞는 그래프의 변화 파악하기

0634
A 구간에서 x의 값이 증가해도 y의 값이 변하지 않으므로 승훈이의 지면으로부터의 높이는 변하지 않는다.
따라서 A 구간에서 승훈이는 정지해 있거나 평지를 걷고 있다. 답 ①

0635
ㄱ. 비행기의 고도가 높아지기 시작한 시간은 2분 후이므로 비행기가 활주로를 달린 시간은 2분이다.
ㄴ. $x=10$일 때 y의 값은 1.2이므로 10분 후 비행기의 고도는 1.2km이다.
ㄷ. 출발한 지 12분 후에 비행기의 고도는 상승하고 있다.
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다. 답 ㄱ, ㄷ

0636
ㄱ. 8시부터 수형이와 집 사이의 거리가 멀어지므로 수형이는 8시에 집에서 출발하였다.
ㄴ. 9시에 거리가 6km이므로 수형이는 9시에 공원에 도착하였다.
ㄷ. 10시부터 11시까지 이동하지 않았다.
ㄹ. 12시에 집으로 돌아왔다.
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다. 답 ㄱ, ㄷ

0637
⑤ 양초의 길이는 10분부터 20분까지 줄어들었고, 20분부터 30분까지는 줄어들지 않다가 30분부터 다시 줄어들기 시작하였다. 답 ⑤

0638
①, ② 두 사람이 집에서 출발한 시각은 그래프가 시작된 지점의 x의 값이므로 기훈이는 4시, 승후는 5시에 출발했다.
③ 두 사람의 그래프가 만나는 점의 x의 값은 8이므로 두 사람은 8시에 만났다.
④ 6시에 기훈이는 집에서 3km, 승후는 집에서 2km 떨어져 있으므로 두 사람 사이의 거리는 $3-2=1(\text{km})$이다.
⑤ 7시에 기훈이의 그래프의 y의 값이 승후의 그래프의 y의 값보다 크므로 기훈이가 승후보다 집에서 멀리 떨어져 있다. 답 ⑤

0639
① 형과 동생은 동생이 출발한 지 12분 후에 동시에 학교에 도착한다.
② 동생은 출발한 지 4분 후부터 7분 후까지 3분 동안 멈춘다.
③ 형은 쉬지 않고 이동하였다.
④ 형은 동생이 출발한 후 4분이 지나서 출발하였다.
⑤ 형은 동생을 앞지른 적이 없다. 답 ⑤

0640
ㄱ. $x=0$일 때 y의 값은 A요금제의 그래프가 가장 작으므로 A요금제의 기본요금이 가장 적다.
ㄴ. C요금제는 데이터를 얼마나 쓰던 상관없이 요금이 일정하다.
ㄷ. $x=14$일 때 y의 값은 C요금제의 그래프가 가장 작으므로 한 달에 데이터를 14GB 사용하는 경우 C요금제가 가장 저렴하다.
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다. 답 ③

0641
학교에서 출발하여 공원에 갈 때 : 그래프의 모양은 오른쪽 아래로 향한다.
공원에서 휴식을 취할 때 : 그래프의 모양은 수평이다.
공원에서 출발하여 집으로 갈 때 : 그래프의 모양은 오른쪽 아래로 향한다.
따라서 알맞은 그래프는 ③이다. 답 ③

0642
⑤ 그래프의 y의 값이 0이 되지 않으므로 컵에는 음료수가 남아 있다. 답 ⑤

0643
물의 높이가 빠르게 증가하다가 점점 천천히 증가하므로 그릇은 위로 갈수록

폭이 넓어지는 모양이다.
따라서 적절한 것은 ③이다. 답 ③

0644
주어진 도형은 선이 1개일 때 2조각, 선이 2개일 때 3조각, ⋯ 으로 선이 1개씩 늘어날 때마다 조각도 1개씩 늘어난다.
따라서 순서쌍 $(1, 2)$, $(3, 4)$, $(5, 6)$, $(7, 8)$을 좌표로 하는 점을 나타내야 하므로 구하는 그래프는 ④이다. 답 ④

0645
사다리 타기를 통해 각 학생의 조를 확인하면 1번 학생은 4조, 2번 학생은 1조, 3번 학생은 2조, 4번 학생은 3조이다.
학생의 번호 x와 조의 번호 y의 순서쌍 (x, y)를 구하면
$(1, 4)$, $(2, 1)$, $(3, 2)$, $(4, 3)$
따라서 이 순서쌍을 좌표로 하는 점을 나타내야 하므로 두 변수 x, y 사이의 관계를 나타낸 그래프는 ④이다. 답 ④

0646
ㄱ. 정연이와 미나는 물을 모두 마셨다.
ㄴ. 정연이는 물을 쉬지 않고 마셨고, 미나는 물을 절반 마신 뒤 쉬었다가 다시 마셨다.
ㄷ. 미나가 물을 더 빠르게 마셨다.
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다. 답 ④

0647
점 P가 선분 AB, 선분 BC, 선분 AC 위에 있을 때로 각각 나누어 생각하면
(ⅰ) 점 P가 선분 AB 위에 있을 때
도형 ABP의 넓이는 0이다.
(ⅱ) 점 P가 선분 BC 위에 있을 때
점 P가 점 B 위에 있을 때는 도형 ABP의 넓이는 0이고, 점 P가 점 C 위에 있을 때는 도형 ABP의 넓이는 삼각형 ABC의 넓이와 같으므로
$\frac{1}{2}\times1\times1=\frac{1}{2}$
따라서 도형 ABP의 넓이는 0에서 $\frac{1}{2}$까지 증가한다.
(ⅲ) 점 P가 선분 AC 위에 있을 때
점 P가 점 C 위에 있을 때 도형 ABP의 넓이는 (ⅱ)에서 $\frac{1}{2}$이고,
점 P가 점 A 위에 있을 때 도형 ABP의 넓이는 0이므로
도형 ABP의 넓이는 $\frac{1}{2}$에서 0까지 감소한다.
(ⅰ)~(ⅲ)에서 구하는 그래프는 ④이다. 답 ④

0648
폭이 좁고 일정한 부분에서는 물의 높이가 빠르게 증가하고, 폭이 넓고 일정한 부분에서는 물의 높이가 느리게 증가한다.
그래프에서 물의 높이는 빠르고 일정하게 증가하다가 느리고 일정하게 증가하고 있으므로 이에 해당하는 것은 그릇 C이다. 답 그릇 C

백점 도전하기

0649 유형 01 170쪽
네 점 A, B, C, D의 좌표를 구하면
$A(-2, 6)$, $B(-2, -4)$, $C(2, -4)$, $D(2, 6)$
점 $P(a, b)$가 직사각형 ABCD의 둘레 위를 움직이므로
점 P의 x좌표인 a의 값의 범위는 $-2\le a\le2$
점 A 또는 점 B의 x좌표
점 C 또는 점 D의 x좌표
점 P의 y좌표인 b의 값의 범위는 $-4\le b\le6$
$a+b$의 값이 최대이려면 a, b의 값이 각각 최대가 되어야 하므로
$a=2$, $b=6$
$\therefore b-a=6-2=4$ 답 ④

0650 유형 04 174쪽
점 A의 좌표는 $(2, -1)$이므로 점 A에서 북쪽으로 2km, 서쪽으로 3km 떨어진 점은 $(-1, 1)$이다.
$2-3=-1$
$(-1)+2=1$
따라서 자전거 대여소가 있는 지점의 좌표는 점 $(-1, 1)$이므로
제2사분면 위의 점이며, 지형은 숲에 속한다. 답 ①
x좌표는 음수, y좌표는 양수이므로 제2사분면 위의 점이야.

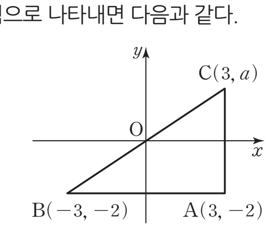
0651 유형 08 177쪽
ㄱ. 60초일 때 물의 높이는 변하지 않으므로 물의 양도 늘어나지 않는다.
ㄴ. 물통의 밑면의 넓이를 $a\,\text{cm}^2$라 하면 40초일 때
물의 높이가 20cm이므로
$20\times a=2000 \qquad \therefore a=100$
물통의 담긴 물의 부피는 (물통의 밑면의 넓이)×(물의 높이)와 같아.
ㄷ. 90초일 때 물의 높이는 20cm, 150초일 때 물의 높이는 50cm이므로
물의 높이는 30cm가 증가하였다.
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다. 답 ⑤

0652 유형 09 179쪽
아래쪽은 폭이 일정한 원기둥의 형태야.
주어진 그릇의 폭은 아래쪽은 일정하지만 도중에 폭이 점점 넓어진 뒤 다시 점점 좁아지는 형태이므로, 물의 높이는 일정하게 증가하다가 갑자기 느리게 증가하고, 다시 서서히 빠르게 증가하게 된다.
따라서 구하는 그래프는 ③이다. 답 ③

서술형 격파하기

예제 1	3	유제 1	-15
예제 2	제2사분면	유제 2	제2사분면
예제 3	41	유제 3	320m
예제 4	3회	유제 4	(가)-ㄴ, (나)-ㄷ, (다)-ㄱ

예제 1
STEP ❶ 삼각형 ABC의 밑변의 길이와 높이를 구한다.
세 점 A, B, C를 그림으로 나타내면 다음과 같다.



삼각형 ABC의 밑변을 선분 AC라 하면
(밑변의 길이)$=a-(-2)=a+2$
(높이)$=3-(-3)=3+3=6$ ⋯⋯ 채점기준 ① | 30%
STEP ❷ 삼각형 ABC의 넓이가 15가 되도록 점 C의 좌표를 구한다.
삼각형 ABC의 넓이는
$\frac{1}{2}\times(a+2)\times6=3(a+2)=15$ ⋯⋯ 채점기준 ② | 50%
따라서 $a+2=5$
$\therefore a=3$ ⋯⋯ 채점기준 ③ | 20%
답 3

채점기준

① 밑변의 길이와 높이를 구한다.	30%
② 삼각형 ABC의 넓이에 대한 방정식을 세운다.	50%
③ a의 값을 구한다.	20%

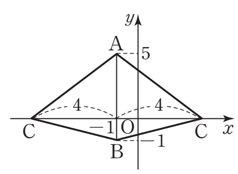
유제 1

STEP ❶ 삼각형 ABC에서 선분 AB를 밑변으로 놓고 삼각형 ABC의 높이를 구한다.

점 $\mathrm{C}(k, 0)$에서 점 C는 x축 위의 점이다.
삼각형 ABC에서 선분 AB를 밑변으로 놓으면
(선분 AB의 길이)$=5-(-1)=5+1=6$ ············ 채점기준 ① | 20%
이므로 삼각형 ABC의 넓이는
$\frac{1}{2}\times6\times$(높이)$=3\times$(높이)$=12$ ············ 채점기준 ② | 30%
그러므로 삼각형 ABC의 높이는 4이다. ············ 채점기준 ③ | 30%

STEP ❷ 가능한 모든 k의 값을 구하고 그 값들의 곱을 구한다.

따라서 k가 될 수 있는 값은 $-1-4=-5$ 또는 $-1+4=3$
따라서 가능한 모든 k의 값의 곱은 $-5\times3=-15$ ······ 채점기준 ④ | 20%



답 -15

채점기준

① 밑변의 길이를 구한다.	20%
② 삼각형 ABC의 넓이에 대한 방정식을 세운다.	30%
③ 삼각형 ABC의 높이를 구한다.	30%
④ 가능한 모든 k의 값의 곱을 구한다.	20%

예제 2

STEP ❶ 점 $(-x, xy)$가 제3사분면 위에 있음을 이용하여 x, y의 부호를 판단한다.

점 $(-x, xy)$가 제3사분면에 속하므로 $-x<0$에서 $x>0$
$xy<0$에서 $x>0$이므로 $y<0$이다. ············ 채점기준 ① | 40%

STEP ❷ $y-x$의 부호를 판단하여 점 $(y-x, x)$가 제 몇 사분면 위의 점인지 구한다.

따라서 $y-x<0$, $x>0$이므로 ············ 채점기준 ② | 40%
점 $(y-x, x)$는 제2사분면 위에 있다. ············ 채점기준 ③ | 20%

답 제2사분면

채점기준

① x, y의 부호를 판단한다.	40%
② $y-x$의 부호를 판단한다.	40%
③ 점 $(y-x, x)$가 제 몇 사분면 위에 있는지 구한다.	20%

유제 2

STEP ❶ 두 점 A, B가 각각 x축, y축 위의 점임을 이용하여 a, b의 값을 구한다.

점 $\mathrm{B}(6-3b, 6-4a)$가 y축 위의 점이므로
$6-3b=0$에서 $6=3b$ $\quad\therefore b=2$
점 $\mathrm{A}(2a+4, 2a-b)$가 x축 위의 점이므로
$2a-b=0$에서 $2a-2=0$ $\quad\therefore a=1$ ············ 채점기준 ① | 40%

STEP ❷ $bc<0$임을 이용하여 점 $(ac, 3b-c)$가 제 몇 사분면 위에 있는지 구한다.

$bc<0$이고 $b=2>0$이므로 $c<0$
따라서 $ac=1\times c=c<0$, $3b-c=6-c>0$이므로 ······ 채점기준 ② | 40%
점 $(ac, 3b-c)$는 제2사분면 위의 점이다. ············ 채점기준 ③ | 20%

답 제2사분면

채점기준

① a, b의 값을 구한다.	40%
② ac, $3b-c$의 부호를 판단한다.	40%
③ 점 $(ac, 3b-c)$가 제 몇 사분면 위에 있는지 구한다.	20%

예제 3

STEP ❶ 주어진 그래프를 이용하여 a, b, c의 값을 구한다.

승현이가 탑승한 관람차가 가장 높이 올라갔을 때의 높이는 30m이므로
$a=30$ ············ 채점기준 ① | 20%
관람차가 가장 낮게 내려왔을 때의 높이는 1m이므로
$c=1$ ············ 채점기준 ② | 20%
1m 높이에서 출발한 관람차가 다시 같은 높이로 돌아왔을 때까지 걸리는 시간은 10분이므로 $b=10$ ············ 채점기준 ③ | 40%
$\therefore a+b+c=30+10+1=41$ ············ 채점기준 ④ | 20%

답 41

채점기준

① a의 값을 구한다.	20%
② c의 값을 구한다.	20%
③ b의 값을 구한다.	40%
④ $a+b+c$의 값을 구한다.	20%

유제 3

STEP ❶ 놀이기구가 지면으로 다시 내려올 때까지 이동한 총 거리를 구한다.

놀이기구는 출발 후 10초 동안 120m까지 상승한 후
20초에서 25초 사이 60m 하강, 30초에서 35초 사이 40m 상승,
35초에서 40초 사이 100m 하강하였다. ············ 채점기준 ① | 70%
따라서 놀이기구가 지면으로 다시 내려올 때까지 이동한 총 거리는
$120+60+40+100=320$(m) ············ 채점기준 ② | 30%

답 320m

채점기준

① 각각의 구간마다 놀이기구가 이동한 거리를 구한다.	70%
② 놀이기구가 지면으로 다시 내려올 때까지 이동한 총 거리를 구한다.	30%

예제 4

STEP ❶ 주어진 그래프를 이용하여 자동차가 곡선 도로를 몇 회 지났는지 구한다.

자동차의 속력이 낮아졌다 높아지는 구간이 3번 있으므로 자동차는 총 3회의 곡선 도로를 지났다. ············ 채점기준 ① | 100%

답 3회

채점기준

① 자동차가 곡선 도로를 몇 회 지났는지 구한다.	100%

유제 4

STEP ❶ 주어진 그림을 이용하여 x와 y 사이의 관계를 나타낸 그래프를 찾는다.

(가) 물병은 아랫부분의 폭이 일정하다가 급격히 좁아지고, 다시 일정하다가 급격하게 좁아지므로 해당하는 그래프는 ㄴ이다.
(나) 물병은 아랫부분의 폭이 일정하다가 급격히 넓어지고, 다시 일정하다가 급격하게 넓어지므로 해당하는 그래프는 ㄷ이다.
(다) 물병은 아랫부분의 폭이 일정하다가 급격히 좁아지고, 다시 일정하다가 급격하게 넓어지므로 해당하는 그래프는 ㄱ이다. ·· 채점기준 ① | 100%

답 (가)−ㄴ, (나)−ㄷ, (다)−ㄱ

채점기준

① 각각의 물병에 해당하는 그래프를 찾는다.	100%

08 정비례와 반비례

0653	④	0654	②	0655	④	0656	①, ②	0657	②
0658	④	0659	③	0660	⑤	0661	②, ③	0662	①
0663	①	0664	③	0665	$\frac{1}{4}<a<6$	0666	④	0667	④
0668	②	0669	8	0670	②	0671	-3	0672	$\frac{7x-10}{12}$
0673	7	0674	$\frac{12}{5}$	0675	④	0676	②	0677	풀이 참조
0678	②	0679	A(6, 3)	0680	④	0681	①	0682	$y=\frac{3}{4}x$
0683	-2	0684	$-\frac{1}{2}$	0685	$y=3x$	0686	②	0687	15분
0688	②	0689	45	0690	8	0691	$\frac{27}{2}$	0692	④
0693	③	0694	$\frac{75}{4}$	0695	③	0696	$\frac{15}{32}$	0697	③
0698	③	0699	②	0700	①	0701	$y=\frac{7}{5}x$(또는 $y=1.4x$), 7000원		
0702	$y=132x$	0703	②	0704	$y=\frac{2}{3}x$	0705	125 g	0706	③
0707	③	0708	10바퀴	0709	$y=\frac{1}{4}x$	0710	②	0711	②
0712	③	0713	④	0714	-8	0715	③	0716	③
0717	③	0718	④	0719	②	0720	풀이 참조	0721	③
0722	①	0723	⑤	0724	①	0725	④	0726	④
0727	$-\frac{4}{3}$	0728	④	0729	-9	0730	③	0731	②
0732	①	0733	⑤	0734	10	0735	④	0736	④
0737	④	0738	③	0739	④	0740	④	0741	③
0742	④	0743	②	0744	④	0745	③	0746	24
0747	풀이 참조	0748	④	0749	4 cm^3	0750	28명	0751	①
0752	②	0753	⑤	0754	②	0755	$\frac{5}{4}$시간(=1시간 15분)		
0756	③	0757	(1) $y=\frac{720}{x}$ (2) 8 cm			0758	(1) $y=\frac{36}{x}$ (2) $\frac{9}{2}$ cm		
0759	ㄴ, ㄷ	0760	③	0761	$(-3, -12)$	0762	3	0763	④
0764	④	0765	16	0766	③	0767	②	0768	풀이 참조
0769	풀이 참조	0770	②	0771	$\frac{21}{4}$	0772	9	0773	풀이 참조
0774	④, ⑤	0775	④	0776	①	0777	②	0778	③
0779	⑤								

유형 정복하기

유형 01. 정비례 관계

0653

ㄱ. $y=\frac{x}{3}$에서 y는 x에 정비례한다.

ㄴ. y가 x에 정비례하므로 x의 값이 3배가 되면 y의 값도 3배가 된다.

ㄷ. x의 값이 6일 때, $y=\frac{6}{3}=2$에서 y의 값은 2이다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다. 답 ④

0654

① (시간)$=\frac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$이므로 $y=\frac{120}{x}$

② 리본 한 묶음의 길이가 2 m이므로 $y=2x$

③ (소금물의 농도)$=\frac{(\text{소금의 양})}{(\text{소금물의 양})}\times100$이므로

$y=\frac{x}{200+x}\times100=\frac{100x}{200+x}$

④ $xy=50$이므로 $y=\frac{50}{x}$

⑤ 매초 0.2 L씩 넣은 물의 양은 $0.2x$ L이므로

$y=0.2x+50$

따라서 y가 x에 정비례하는 것은 ②이다. 답 ②

유형 02. 정비례 관계식 구하기

0655

y가 x에 정비례하므로 $y=ax\ (a\neq0)$라 하고

$x=3$, $y=4$를 대입하면

$4=a\times3$, $a=\frac{4}{3}$

$\therefore y=\frac{4}{3}x$ 답 ④

0656

y가 x에 정비례하므로 $y=ax\ (a\neq0)$라 하면

⑤ $x=-2$, $y=6$을 대입하면 $6=-2a$, $a=-3$이므로

y를 x에 대한 식으로 나타내면 $y=-3x$이다.

① x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

② x의 값이 2배가 되면 y의 값도 2배가 된다.

③ $x=2$일 때, $y=-3\times2=-6$이다.

④ $y=-15$일 때, $-15=-3x$에서 $x=5$이다.

따라서 옳지 않은 것은 ①, ②이다. 답 ①, ②

유형 03. 정비례 관계 $y=ax$의 그래프

0657

① $y=-\frac{x}{3}$에 $x=9$를 대입하면 $y=-\frac{9}{3}=-3$이므로

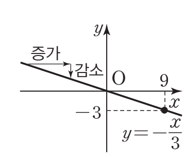
정비례 관계 $y=-\frac{x}{3}$의 그래프는 점 $(9, -3)$을 지난다.

② 제2사분면과 제4사분면을 지난다.

③ 직선이다.

④ x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

⑤ 원점을 지난다.



따라서 옳은 것은 ②이다. 답 ②

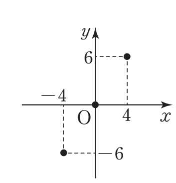
0658

$y=\frac{3}{2}x$에 $x=-4, 0, 4$를 각각 대입하면

$x=-4$일 때, $y=\frac{3}{2}\times(-4)=-6$

$x=0$일 때, $y=\frac{3}{2}\times0=0$

$x=4$일 때, $y=\frac{3}{2}\times4=6$



따라서 구하는 그래프는 ④이다. 답 ④

0659

$y=-\frac{7}{4}x$에 $x=4$를 대입하면 $y=-\frac{7}{4}\times4=-7$이므로

정비례 관계 $y=-\frac{7}{4}x$의 그래프는 점 $(4,\ -7)$과 원점을 지나는 직선이다.

따라서 구하는 그래프는 ③이다. 답 ③

0660

x의 값의 범위가 수 전체일 때, 그래프가 직선인 것은

정비례 관계 $y=ax\ (a\neq0)$의 그래프이다.

따라서 그래프가 직선인 것을 모두 고르면 ㄱ, ㄷ, ㅁ이다. 답 ⑤

0661

정비례 관계 $y=ax\ (a\neq0)$의 그래프에서

$a<0$일 때, 제2사분면과 제4사분면을 지난다.

따라서 구하는 정비례 관계의 식은 ② $y=-4x$, ③ $y=-\frac{2}{3}x$이다.

답 ②, ③

0662

정비례 관계 $y=ax\ (a\neq0)$의 그래프에 대하여

① $y=ax$에 $x=-1$을 대입하면 $y=a\times(-1)=-a$이므로 점 $(-1,\ -a)$를 지난다.

② 직선이다.

③ 원점을 지난다.

④ $a>0$일 때, 제1사분면과 제3사분면을 지난다.

⑤ $a<0$일 때, 제2사분면과 제4사분면을 지난다.

따라서 옳지 않은 것은 ①이다. 답 ①

유형 04. 정비례 관계 $y=ax$의 그래프와 a의 절댓값 사이의 관계

0663

정비례 관계 $y=ax\ (a\neq0)$의 그래프는 $|a|$의 값이 클수록 y축에 가깝다.

이때, 주어진 식의 a의 절댓값을 비교하면

$\left|\frac{1}{4}\right|<\left|-\frac{2}{3}\right|<|2|<\left|\frac{9}{4}\right|<\left|-\frac{7}{3}\right|$

따라서 주어진 정비례 관계의 그래프 중 y축에 가장 가까운 것은

① $y=-\frac{7}{3}x$이다. 답 ①

0664

정비례 관계 $y=ax\ (a\neq0)$의 그래프는 a의 절댓값이 작을수록 x축에 가깝다.

이때, 주어진 식의 a의 절댓값을 비교하면

$\left|\frac{1}{5}\right|<\left|-\frac{2}{7}\right|<\left|-\frac{3}{4}\right|<|-4|=|4|$

따라서 주어진 정비례 관계의 그래프 중 x축에 가장 가까운 것은

③ $y=\frac{1}{5}x$이다. 답 ③

0665

정비례 관계 $y=ax$의 그래프가 제1사분면과 제3사분면을 지나므로

$a>0$ ······ ㉠

$y=ax$의 그래프가

두 정비례 관계 $y=\frac{1}{4}x$와 $y=6x$의 그래프 사이에 있으므로

$\frac{1}{4}<|a|<6$ $\quad\therefore \frac{1}{4}<a<6\ (\because$ ㉠$)$ 답 $\frac{1}{4}<a<6$

0666

색칠된 부분만을 지나는 정비례 관계의 그래프의 식을 $y=ax\ (a\neq0)$라 하자.

색칠된 부분은 제2사분면과 제4사분면이므로 $a<0$

$y=ax$의 그래프는 $y=-2x$의 그래프보다 x축에 가까우므로

$|a|<|-2|$ $\quad\therefore |a|<2$

$\therefore -2<a<0$

따라서 색칠된 부분만을 지나는

정비례 관계의 그래프가 될 수 있는 것은 ④ $y=-\frac{1}{5}x$이다. 답 ④

0667

㉠, ㉡은 제1사분면과 제2사분면을 지나므로 $a>0$

㉢, ㉣은 제2사분면과 제4사분면을 지나므로 $a<0$

$y=ax$의 그래프는 a의 절댓값이 클수록 y축에 가까우므로

a의 값이 가장 큰 것부터 차례대로 나열하면

㉡−㉠−㉣−㉢ 답 ④

0668

① $y=-2x$에서 $-2<0$이므로

$y=-2x$의 그래프는 제2사분면과 제4사분면을 지난다.

② $y=ax\ (a\neq0)$의 그래프는 a의 절댓값이 클수록 y축에 가까워진다.

$|-2|<|4|$이므로

$y=-2x$의 그래프보다 $y=4x$의 그래프가 y축에 가깝다.

③ $y=-2x$에 $x=-2$를 대입하면 $y=-2\times(-2)=4$

따라서 정비례 관계 $y=-2x$의 그래프는 점 $(-2,\ 4)$를 지난다.

④ $y=-2x$에서 $-2<0$이므로

$y=-2x$의 그래프는 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

⑤ 정비례 관계 $y=-2x$의 그래프는 원점을 지난다.

따라서 옳지 않은 것은 ②이다. 답 ②

유형 05. 정비례 관계 $y=ax$의 그래프 위의 점

0669

$y=-\frac{3}{4}x$에 $x=a,\ y=-6$을 대입하면

$-6=-\frac{3}{4}a,\ a=-6\times\left(-\frac{4}{3}\right)$ $\quad\therefore a=8$ 답 8

0670

$y=\frac{4}{7}x$에 $x=a,\ y=-2$를 대입하면

$-2=\frac{4}{7}a,\ a=-2\times\frac{7}{4}$ $\quad\therefore a=-\frac{7}{2}$ 답 ②

0671

$y=ax$에 $x=4,\ y=6$을 대입하면 $6=4a$ $\quad\therefore a=\frac{3}{2}$

$y=bx$에 $x=-\frac{3}{2},\ y=3$을 대입하면 $3=-\frac{3}{2}b$ $\quad\therefore b=-2$

$\therefore ab=\frac{3}{2}\times(-2)=-3$ 답 -3

0672

$y=ax$에 $x=-7,\ y=14$를 대입하면

$14=-7a$ $\quad\therefore a=-2$

$\frac{3x+a}{4}-\frac{x-a}{6}$에 $a=-2$를 대입하면

$\frac{3x+(-2)}{4}-\frac{x-(-2)}{6}=\frac{3x-2}{4}-\frac{x+2}{6}$

$=\frac{3(3x-2)-2(x+2)}{12}$

$=\frac{9x-6-2x-4}{12}$

$=\frac{7x-10}{12}$ 답 $\frac{7x-10}{12}$

0673

$y=-4x$에 $x=5-a$, $y=2a-6$을 대입하면

$2a-6=-4(5-a)$, $2a-6=-20+4a$

$2a-4a=-20+6$, $-2a=-14$

$\therefore a=7$ 답 7

0674

정비례 관계 $y=ax$의 그래프가 점 $(5, 3)$을 지나므로

$y=ax$에 $x=5$, $y=3$을 대입하면 $3=5a$ $\therefore a=\frac{3}{5}$

따라서 $y=\frac{3}{5}x$의 그래프가 점 $(-3, b)$를 지나므로

$y=\frac{3}{5}x$에 $x=-3$, $y=b$를 대입하면 $b=\frac{3}{5}\times(-3)$ $\therefore b=-\frac{9}{5}$

$\therefore a-b=\frac{3}{5}-\left(-\frac{9}{5}\right)=\frac{12}{5}$ 답 $\frac{12}{5}$

0675

정비례 관계 $y=ax$의 그래프가 점 $(6, 2)$를 지나므로

$y=ax$에 $x=6$, $y=2$를 대입하면

$2=6a$ $\therefore a=\frac{1}{3}$

따라서 $y=\frac{1}{3}x$에 $x=-3k-1$, $y=-2k$를 대입하면

$-2k=\frac{1}{3}(-3k-1)$, $-6k=-3k-1$

$-6k+3k=-1$, $-3k=-1$ $\therefore k=\frac{1}{3}$ 답 ④

0676

$y=ax$에 $x=8$, $y=2$를 대입하면 $2=8a$ $\therefore a=\frac{1}{4}$

따라서 $y=\frac{1}{4}x$이다.

① $y=\frac{1}{4}x$에 $x=12$, $y=3$을 대입하면 $3=\frac{1}{4}\times12$

② $y=\frac{1}{4}x$에 $x=2$, $y=\frac{1}{4}$을 대입하면 $\frac{1}{4}\neq\frac{1}{4}\times2=\frac{1}{2}$

③ $y=\frac{1}{4}x$에 $x=-4$, $y=-1$을 대입하면 $-1=\frac{1}{4}\times(-4)$

④ $y=\frac{1}{4}x$에 $x=20$, $y=5$를 대입하면 $5=\frac{1}{4}\times20$

⑤ $y=\frac{1}{4}x$에 $x=-6$, $y=-\frac{3}{2}$을 대입하면 $-\frac{3}{2}=\frac{1}{4}\times(-6)$

따라서 주어진 그래프 위의 점이 아닌 것은 ② $\left(2, \frac{1}{4}\right)$이다. 답 ②

0677

$y=ax$에 $x=-4$, $y=8$을 대입하면 $8=-4a$ $\therefore a=-2$

$y=-2x$에 $x=b$, $y=-2$를 대입하면 $-2=-2b$ $\therefore b=1$

$y=-2x$에 $x=3$, $y=c$를 대입하면 $c=-2\times3$ $\therefore c=-6$

따라서 $a=-2$, $b=1$, $c=-6$이다. 답 $a=-2$, $b=1$, $c=-6$

0678

두 점 B, C가 x축 위의 점이고, 점 D의 좌표가 $D(8, 3)$이므로

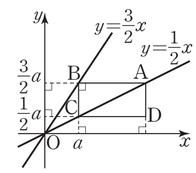
정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 3이다.

따라서 점 A의 좌표는

$A(8-3, 3)$ $\therefore A(5, 3)$

따라서 $y=ax$에 $x=5$, $y=3$을 대입하면 $3=5a$ $\therefore a=\frac{3}{5}$ 답 ②

0679



점 B의 x좌표를 a $(a>0)$라 하면

두 점 B, C는 각각 두 정비례 관계

$y=\frac{3}{2}x$, $y=\frac{1}{2}x$의 그래프 위의 점이므로

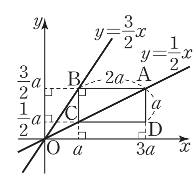
$B\left(a, \frac{3}{2}a\right)$, $C\left(a, \frac{1}{2}a\right)$

이때, 두 점 A, B의 y좌표는 같고, 점 A는 정비례 관계

$y=\frac{1}{2}x$의 그래프 위의 점이므로 $y=\frac{1}{2}x$에 $y=\frac{3}{2}a$를 대입하면

$\frac{3}{2}a=\frac{1}{2}x$ $\therefore x=3a$

따라서 점 A의 좌표는 $A\left(3a, \frac{3}{2}a\right)$이다.



직사각형 ABCD의 가로의 길이와 세로의 길이를 각각 구하면

(직사각형 ABCD의 가로의 길이)$=3a-a=2a$

(직사각형 ABCD의 세로의 길이)$=\frac{3}{2}a-\frac{1}{2}a=a$

이때 직사각형 ABCD의 둘레의 길이가 12이므로

$2(2a+a)=12$, $2\times3a=12$

$6a=12$ $\therefore a=2$

따라서 $A\left(3a, \frac{3}{2}a\right)$에 $a=2$를 대입하면 $A(6, 3)$ 답 $A(6, 3)$

0680

정비례 관계 $y=ax$의 그래프가 y축에 가까울수록 a의 절댓값이 크다.

이때 $a>0$이므로 $y=ax$의 그래프가 점 A를 지날 때 상수 a의 값이 가장 크다.

점 A의 좌표를 구해 보면

$A(5-3, 3+3)$ $\therefore A(2, 6)$

따라서 $y=ax$에 $x=2$, $y=6$을 대입하면 $6=2a$ $\therefore a=3$

따라서 상수 a의 최댓값은 3이다. 답 ④

0681

점 $E(16, 4)$가 직선 m 위의 점이므로 $y=\frac{1}{k}x$에 $x=16$, $y=4$를 대입하면

$4=\frac{1}{k}\times16$ $\therefore k=4$

점 A의 x좌표를 a라 하면 점 A는 직선 $l : y=4x$ 위의 점이므로 $A(a, 4a)$

(선분 AD의 길이)$=2$이고 (선분 AB의 길이) : (선분 AD의 길이)$=7:2$이므로

(선분 AB의 길이)$=7$

따라서 점 B의 좌표는 $B(a, 4a-7)$이다.

직사각형 ABCD에 대하여 (선분 AD의 길이)$=$(선분 BC의 길이)$=2$이므로 $C(a+2, 4a-7)$

이때 점 C는 직선 m 위의 점이므로

$y=\frac{1}{4}x$에 $x=a+2$, $y=4a-7$을 대입하면

$4a-7=\frac{1}{4}(a+2)$, $4(4a-7)=a+2$

$16a-28=a+2$, $16a-a=2+28$

$15a=30$ $\quad\therefore a=2$

따라서 점 A의 좌표는 A$(2, 8)$이다. 답 ①

유형 06. 그래프가 주어질 때 식 구하기: 정비례 관계

0682

그래프가 원점과 점 $(-8, -6)$을 지나는 직선이므로

$y=ax\,(a\neq0)$에 $x=-8$, $y=-6$을 대입하면

$-6=-8a$ $\quad\therefore a=\frac{3}{4}$

따라서 구하는 식은 $y=\frac{3}{4}x$이다. 답 $y=\frac{3}{4}x$

0683

그래프가 원점을 지나는 직선이므로 $y=ax\,(a\neq0)$라 하자.

$y=ax$의 그래프가 점 $(12, 5)$를 지나므로

$y=ax$에 $x=12$, $y=5$를 대입하면

$5=12a$ $\quad\therefore a=\frac{5}{12}$

따라서 $y=\frac{5}{12}x$에 $y=-\frac{5}{6}$를 대입하면

$-\frac{5}{6}=\frac{5}{12}x$ $\quad\therefore x=-\frac{5}{6}\times\frac{12}{5}=-2$

따라서 점 P의 x좌표는 -2이다. 답 -2

0684

두 변수 x, y의 그래프가 원점을 지나는 직선이므로 $y=ax\,(a\neq0)$

$y=ax$의 그래프가 점 $(12, 3)$을 지나므로

$y=ax$에 $x=12$, $y=3$을 대입하면

$3=12a$ $\quad\therefore a=\frac{1}{4}$

따라서 $y=\frac{1}{4}x$에 $x=-2$, $y=k$를 대입하면

$k=\frac{1}{4}\times(-2)=-\frac{1}{2}$ 답 $-\frac{1}{2}$

0685

조건 (가)에서 y가 x에 정비례하므로 $y=ax\,(a\neq0)$

정비례 관계 $y=ax$의 그래프가 점 $(4, 12)$를 지나므로

$y=ax$에 $x=4$, $y=12$를 대입하면

$12=4a$ $\quad\therefore a=3$

따라서 구하는 관계식은 $y=3x$이다. 답 $y=3x$

0686

직선이 원점을 지나므로 직선을 나타내는 식을 $y=kx\,(k\neq0)$라 하자.

$y=kx$에 $x=-4$, $y=24$를 대입하면

$24=-4k$ $\quad\therefore k=-6$

$y=-6x$에 $x=-\frac{1}{3}$, $y=a$를 대입하면

$a=-6\times\left(-\frac{1}{3}\right)=2$

$y=-6x$에 $x=b$, $y=18$을 대입하면

$18=-6b$ $\quad\therefore b=-3$

따라서 $a=2$, $b=-3$이므로 $a+b=2+(-3)=-1$ 답 ②

0687

x분 동안 이동한 거리를 ym라 하면

라임 : $y=600x$

라익 : $y=150x$

3km는 3000m이므로

라임이가 영화관에 도착하는 데 걸리는 시간을 구하면

$3000=600x$에서 $x=5$

라익이가 영화관에 도착하는 데 걸리는 시간을 구하면

$3000=150x$에서 $x=20$

따라서 라임이가 기다려야 하는 시간은

$20-5=15$(분) 답 15분

0688

A 수문의 그래프를 나타내는 식을 $y=ax\,(a\neq0)$라 하면

$y=ax$의 그래프가 점 $(30, 200)$을 지나므로

$200=30a$ $\quad\therefore a=\frac{20}{3}$

따라서 A 수문의 그래프의 식은 $y=\frac{20}{3}x$이다.

B 수문의 그래프를 나타내는 식을 $y=bx\,(b\neq0)$라 하면

$y=bx$의 그래프가 점 $(10, 200)$을 지나므로

$200=10b$ $\quad\therefore b=20$

따라서 B 수문의 그래프의 식은 $y=20x$이다.

① $y=\frac{20}{3}x$에 $x=90$을 대입하면 $y=\frac{20}{3}\times90=600$

따라서 A수문을 열 때, 90분 동안 방류되는 물의 양은 600톤이다.

② 1시간은 60분이므로 $y=20x$에 $x=60$을 대입하면

$y=20\times60=1200$

따라서 B수문을 열 때, 1시간 동안 방류되는 물의 양은 1200톤이다.

③ A, B 두 수문을 동시에 열 때, x분 동안 방류되는 물의 양은

$\left(\frac{20}{3}x+20x\right)$톤이므로

$\frac{20}{3}x+20x=480$, $\frac{80}{3}x=480$ $\quad\therefore x=18$

따라서 걸리는 시간은 18분이다.

④ B수문에서의 x와 y 사이의 관계식은 $y=20x$이다.

⑤ 3시간은 180분이므로 $\frac{20}{3}x+20x$에 $x=180$을 대입하면

$\frac{20}{3}\times180+20\times180=1200+3600=4800$

따라서 3시간 동안 방류되는 물의 양은 4800톤이다.

따라서 옳지 않은 것은 ②이다. 답 ②

유형 07. 정비례 관계 $y=ax$의 그래프와 도형의 넓이

0689

Q$(15, 0)$이므로 점 P의 x좌표는 15이다.

$y=\frac{2}{5}x$에 $x=15$를 대입하면 $y=\frac{2}{5}\times15=6$

따라서 P$(15, 6)$이므로 삼각형 POQ의 넓이는

$\frac{1}{2}\times15\times6=45$ 답 45

0690

점 P의 y좌표가 12이므로 $y=ax$에 $y=12$를 대입하면

$12=ax$ $\quad\therefore x=\frac{12}{a}\ (\because a\neq0)$

따라서 두 선분 OQ, PQ의 길이를 각각 구하면

(선분 OQ의 길이)$=12$, (선분 PQ의 길이)$=\dfrac{12}{a}$

이때 삼각형 OPQ의 넓이가 9이므로

$9=\dfrac{1}{2}\times$(선분 OQ의 길이)$\times$(선분 PQ의 길이)

$=\dfrac{1}{2}\times 12\times\dfrac{12}{a}=\dfrac{72}{a}\qquad\therefore\ a=\dfrac{72}{9}=8$

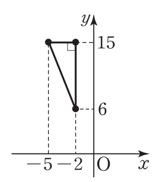
답 8

0691

$y=-3x$에 $x=-2$, $y=a$를 대입하면 $a=-3\times(-2)=6$

$y=-3x$에 $x=-5$, $y=b$를 대입하면 $b=-3\times(-5)=15$

따라서 세 점 $(-2, 6)$, $(-5, 15)$, $(-2, 15)$를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



따라서 구하는 삼각형의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times\{-2-(-5)\}\times(15-6)=\dfrac{1}{2}\times 3\times 9$

$=\dfrac{27}{2}$

답 $\dfrac{27}{2}$

0692

$y=-x$, $y=3x$에 $y=3$을 각각 대입하면

$3=-x$, $x=-3\qquad\therefore\ \mathrm{A}(-3, 3)$

$3=3x$, $x=1\qquad\therefore\ \mathrm{D}(1, 3)$

$y=-x$, $y=3x$에 $y=-6$을 각각 대입하면

$-6=-x$, $x=6\qquad\therefore\ \mathrm{B}(6, -6)$

$-6=3x$, $x=-2\qquad\therefore\ \mathrm{C}(-2, -6)$

따라서 삼각형 OAD와 삼각형 OBC의 넓이의 합은

$\dfrac{1}{2}\times 4\times 3+\dfrac{1}{2}\times 8\times 6=6+24=30$

답 ④

0693

$y=\dfrac{5}{4}x$에 $x=4$를 대입하면 $y=\dfrac{5}{4}\times 4=5\qquad\therefore\ \mathrm{A}(4, 5)$

$y=-x$에 $x=4$를 대입하면 $y=-4\qquad\therefore\ \mathrm{B}(4, -4)$

따라서 삼각형 OAB의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times\{5-(-4)\}\times 4=\dfrac{1}{2}\times 9\times 4=18$

답 ③

0694

$\mathrm{B}(6, 4)$이므로 점 A의 x좌표는 6이다.

$y=\dfrac{3}{2}x$에 $x=6$을 대입하면 $y=\dfrac{3}{2}\times 6=9$

$\therefore\ \mathrm{A}(6, 9)$

따라서 점 C의 y좌표가 9이므로 $y=\dfrac{2}{3}x$에 $y=9$를 대입하면

$9=\dfrac{2}{3}x\qquad\therefore\ x=9\times\dfrac{3}{2}=\dfrac{27}{2}$

$\therefore\ \mathrm{C}\left(\dfrac{27}{2}, 9\right)$

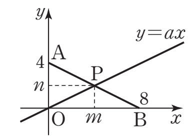
따라서 삼각형 ABC의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times\left(\dfrac{27}{2}-6\right)\times(9-4)=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{15}{2}\times 5=\dfrac{75}{4}$

답 $\dfrac{75}{4}$

0695

세 점 $\mathrm{O}(0, 0)$, $\mathrm{A}(0, 4)$, $\mathrm{B}(8, 0)$을 좌표평면 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



이때 직선 $y=ax$와 선분 AB가 만나는 점을 $\mathrm{P}(m, n)$이라 하자.

(삼각형 OAB의 넓이)$=\dfrac{1}{2}\times 8\times 4=16$

이므로 삼각형 AOP와 삼각형 POB의 넓이는 모두 8이다.

(삼각형 AOP의 넓이)$=\dfrac{1}{2}\times 4\times m=8$, $2m=8\qquad\therefore\ m=4$

(삼각형 POB의 넓이)$=\dfrac{1}{2}\times 8\times n=8$, $4n=8\qquad\therefore\ n=2$

따라서 직선 $y=ax$가 점 $\mathrm{P}(4, 2)$를 지나므로

$y=ax$에 $x=4$, $y=2$를 대입하면

$2=4a\qquad\therefore\ a=\dfrac{1}{2}$

답 ③

0696

네 점 $\mathrm{O}(0, 0)$, $\mathrm{A}(8, 0)$, $\mathrm{B}(8, 5)$, $\mathrm{C}(4, 5)$에 대하여

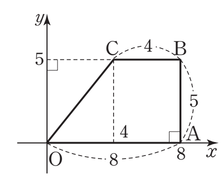
두 점 O, A와 두 점 B, C의 y좌표가 각각 같으므로 선분 CB와 선분 OA는 서로 평행하다.

따라서 사각형 OABC는 사다리꼴이다.

이때 (선분 OA의 길이)$=8$,

(선분 CB의 길이)$=4$, (선분 BA의 길이)$=5$

이므로



(사각형 OABC의 넓이)$=\dfrac{1}{2}\times(8+4)\times 5$

$=\dfrac{1}{2}\times 12\times 5$

$=30$

정비례 관계 $y=ax$의 그래프와 선분 AB의 교점을 점 P라 하자.

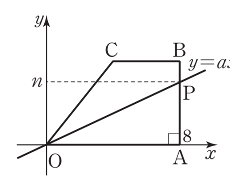
점 P의 좌표를 $\mathrm{P}(8, n)$이라 하면 삼각형 POA의 넓이는

(삼각형 POA의 넓이)$=\dfrac{1}{2}\times 8\times n=4n$

$y=ax$의 그래프가 사각형 OABC의 넓이를 이등분하므로 삼각형 POA의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times 30=15$이다. 따라서

$4n=15\qquad\therefore\ n=\dfrac{15}{4}$



정비례 관계 $y=ax$의 그래프가 점 $\mathrm{P}\left(8, \dfrac{15}{4}\right)$를 지나므로

$y=ax$에 $x=8$, $y=\dfrac{15}{4}$를 대입하면

$\dfrac{15}{4}=8a\qquad\therefore\ a=\dfrac{15}{4}\times\dfrac{1}{8}=\dfrac{15}{32}$

답 $\dfrac{15}{32}$

0697

$y=ax$, $y=\dfrac{1}{3}x$에 $y=4$를 각각 대입하면

$4=ax$, $x=\dfrac{4}{a}$ ($\because\ a\neq 0$)$\qquad\therefore\ \mathrm{A}\left(\dfrac{4}{a}, 4\right)$

$4=\dfrac{1}{3}x$, $x=4\times 3=12\qquad\therefore\ \mathrm{B}(12, 4)$

이때 음수 a에 대하여 $\dfrac{4}{a}<12$이므로 (선분 AB의 길이)$=12-\dfrac{4}{a}$

따라서 삼각형 AOB의 넓이는 28이므로

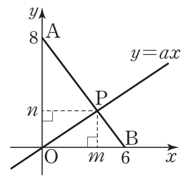
$\dfrac{1}{2}\times$(선분 AB의 길이)$\times 4=\dfrac{1}{2}\times\left(12-\dfrac{4}{a}\right)\times 4=28$

$2\left(12-\dfrac{4}{a}\right)=28$, $12-\dfrac{4}{a}=14$

$-\frac{4}{a}=2 \qquad \therefore a=-\frac{4}{2}=-2$ 답 ③

0698

점 P의 좌표를 $P(m, n)$이라 하자.



삼각형 AOP와 삼각형 POB의 넓이를 각각 구하면

(삼각형 AOP의 넓이)$=\frac{1}{2}\times 8\times m=4m$

(삼각형 POB의 넓이)$=\frac{1}{2}\times 6\times n=3n$

삼각형 AOP와 삼각형 POB의 넓이의 비가 $2:1$이므로

$4m:3n=2:1$

$4m\times 1=3n\times 2 \qquad \therefore m=\frac{3}{2}n$ ⋯⋯ ㉠

두 삼각형 AOP와 POB의 넓이의 합은 삼각형 AOB의 넓이와 같으므로

$4m+3n=\frac{1}{2}\times 6\times 8 \qquad \therefore 4m+3n=24$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡에서 $m=4,\ n=\frac{8}{3}$

따라서 정비례 관계 $y=ax$의 그래프가 점 $P\left(4, \frac{8}{3}\right)$을 지나므로

$y=ax$에 $x=4,\ y=\frac{8}{3}$을 대입하면

$\frac{8}{3}=4a \qquad \therefore a=\frac{2}{3}$ 답 ③

다른 풀이

삼각형 AOB의 넓이는 $\frac{1}{2}\times 6\times 8=24$

삼각형 AOP와 삼각형 POB의 넓이의 비가 $2:1$이고

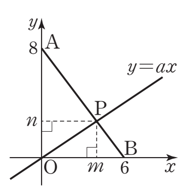
두 삼각형의 넓이의 합은 삼각형 AOB의 넓이와 같으므로

(삼각형 AOP의 넓이)$=24\times\frac{2}{2+1}=24\times\frac{2}{3}=16$

(삼각형 POB의 넓이)$=24\times\frac{1}{2+1}=24\times\frac{1}{3}=8$

점 P의 좌표를 $P(m, n)$ (단, $m>0,\ n>0$)이라 하면

(삼각형 AOP의 넓이)$=\frac{1}{2}\times 8\times m=16$



$4m=16 \qquad \therefore m=4$

(삼각형 POB의 넓이)$=\frac{1}{2}\times 6\times n=8$

$3n=8 \qquad \therefore n=\frac{8}{3}$

$y=ax$의 그래프가 점 $P\left(4, \frac{8}{3}\right)$을 지나므로

$y=ax$에 $x=4,\ y=\frac{8}{3}$을 대입하면

$\frac{8}{3}=4a \qquad \therefore a=\frac{2}{3}$

유형 08. 정비례 관계의 실생활에서의 활용

0699

정가가 x원인 사탕 가격의 30%는

$\frac{30}{100}\times x=0.3x$(원)

따라서 30% 할인받아 구입한 금액은

$y=x-0.3x=0.7x$ 답 ②

0700

1개에 3000원인 물건을 x개 사면 $3000x$원이므로

x와 y 사이의 관계를 식으로 나타내면 $y=3000x$ 답 ①

0701

대형 마트에서는 원가가 x원인 제품에 40%의 이익을 붙여 판매하므로

판매 가격은 $x+\frac{40}{100}x=x+\frac{2}{5}x=\frac{7}{5}x$(원) $\qquad \therefore y=\frac{7}{5}x$

이 식에 $x=5000$을 대입하면 $y=\frac{7}{5}\times 5000=7\times 1000=7000$이므로

이 물건의 대형 마트에서의 판매 가격은 7000원이다.

답 $y=\frac{7}{5}x$(또는 $y=1.4x$), 7000원

0702

원가가 x원인 물건에 50%의 이익을 붙여 정가를 정하면

정가는 $x+\frac{50}{100}x=x+\frac{1}{2}x=\frac{3}{2}x$(원)

또한 정가의 40%를 할인한 금액은

$\frac{3}{2}x-\frac{3}{2}x\times\frac{40}{100}=\frac{3}{2}x-\frac{3}{5}x=\frac{15}{10}x-\frac{6}{10}x=\frac{9}{10}x$(원)

$\frac{3}{2}x$원에 이 물건 70개를 팔고, $\frac{9}{10}x$원에 나머지 30개를 팔았으므로

총 판매 금액은 $\frac{3}{2}x\times 70+\frac{9}{10}x\times 30=105x+27x$

$\therefore y=132x$ 답 $y=132x$

0703

지구에서의 무게 xN과 달에서의 무게 yN에 대하여

x, y가 정비례 관계이므로 $y=ax\ (a\neq 0)$라 하고

$x=360,\ y=60$을 대입하면

$60=a\times 360,\ a=\frac{60}{360}=\frac{1}{6}$

$\therefore y=\frac{1}{6}x$ 답 ②

0704

전체 일의 양이 1이므로 현정이가 1시간 동안 하는 일의 양은 $\frac{1}{2}$

미선이가 1시간 동안 하는 일의 양은 $\frac{1}{6}$이다.

따라서 현정이와 미선이가 1시간 동안 함께 하는 일의 양은

$\frac{1}{2}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}+\frac{1}{6}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

따라서 x시간 동안 일한 양은 $\frac{2}{3}x$이므로 $y=\frac{2}{3}x$ 답 $y=\frac{2}{3}x$

0705

10g짜리 추를 매달았을 때 늘어난 용수철의 길이가 2cm이므로

1g짜리 추를 매달았을 때 용수철의 길이는 $\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$(cm) 늘어난다.

따라서 xg짜리 추를 매달았을 때 늘어나는 용수철의 길이를 $y$cm라 하면

x와 y 사이의 관계식은 $y=\frac{1}{5}x$

이 식에 $y=25$를 대입하면 $25=\frac{1}{5}x,\ x=125$

따라서 용수철이 늘어난 길이가 25cm가 되게 하려면

125g짜리 추를 매달아야 한다. 답 125g

0706

수도꼭지에서 1분, 즉 60초에 6L씩 물이 나오므로

1초에 나오는 물의 양은 $\frac{6}{60}=\frac{1}{10}$(L), 즉 100mL이다.

따라서 x초 동안 수도꼭지를 틀었을 때 나온 물의 양을 y(mL)라 하면

x와 y 사이의 관계식은 $y=100x$이다.

이 식에 $y=5500$을 대입하면 $5500=100x$, $x=55$

따라서 55초 동안 수도꼭지를 틀어놓았다.

답 ③

0707

x, y 사이의 관계를 식으로 나타내면 $y=15x$이므로

ㄱ. y는 x에 정비례한다.

ㄴ. $y=90$을 대입하면 $90=15x$, $x=\frac{90}{15}=6$이므로

90km를 가는 데 6시간이 걸린다.

ㄷ. 20분은 $\frac{20}{60}=\frac{1}{3}$(시간)이므로 $x=\frac{1}{3}$을 대입하면

$y=15\times\frac{1}{3}=5$, 즉 20분 동안 5km를 이동한다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

답 ③

0708

톱니바퀴 A, B가 각각 1바퀴씩 회전할 때 움직인 톱니의 수가 20개, 70개이므로 톱니바퀴 A가 x바퀴 회전할 때 움직인 톱니의 수는 $20x$개,

톱니바퀴 B가 y바퀴 회전할 때 움직인 톱니의 수는 $70y$개이다.

이때 두 톱니바퀴가 서로 맞물려 회전하고 있으므로 움직인 톱니의 수는 같다.

즉, $70y=20x$ $\quad\therefore y=\frac{2}{7}x$

이 식에 $x=35$를 대입하면 $y=\frac{2}{7}\times35=10$이므로

톱니바퀴 A가 35바퀴 회전할 때, 톱니바퀴 B는 10바퀴 회전한다.

답 10바퀴

0709

$$(\text{소금물의 농도})=\frac{(\text{소금의 양})}{(\text{소금물의 양})}\times100$$

$$=\frac{60}{240}\times100=\frac{1}{4}\times100=25(\%)\text{이므로}$$

$y=\frac{25}{100}\times x$ $\quad\therefore y=\frac{1}{4}x$

답 $y=\frac{1}{4}x$

0710

x초 후의 삼각형 ABP의 넓이를 $y\,\text{cm}^2$라 하면

x초 후에 선분 BP의 길이가 $x$cm이므로

삼각형 ABP의 넓이는 $\frac{1}{2}\times x\times8=4x$ $\quad\therefore y=4x$

이 식에 $x=1$, $x=3$, $x=7$을 각각 대입하면 $y=4$, $y=12$, $y=28$이므로

1초, 3초, 7초 후의 삼각형 ABP의 넓이는 각각

$4\,\text{cm}^2$, $12\,\text{cm}^2$, $28\,\text{cm}^2$이다.

답 ②

유형 09. 반비례 관계

0711

ㄱ. x의 값이 $\frac{1}{2}$배가 되면 y의 값은 2배가 된다.

ㄴ. $y=\frac{a}{x}$ $(a\neq0)$가 성립하므로 y는 x에 반비례한다.

ㄷ. $y=\frac{6}{x}$에 $x=3$을 대입하면 $y=\frac{6}{3}=2\neq\frac{1}{2}$

따라서 옳은 것을 모두 고르면 ㄴ이다.

답 ②

0712

주어진 문장을 y를 x에 대한 식으로 나타내면

① $xy=50$에서 $y=\frac{50}{x}$

② $(\text{속력})=\frac{(\text{거리})}{(\text{시간})}$이므로 $y=\frac{24}{x}$

③ 1분은 $\frac{1}{60}$시간이므로 $y=\frac{1}{60}x$

④ $y=\frac{2}{x}$

⑤ $xy=30000$이므로 $y=\frac{30000}{x}$

따라서 y가 x에 반비례하는 것이 아닌 것은 ③이다.

답 ③

유형 10. 반비례 관계식 구하기

0713

y가 x에 반비례하므로 $y=\frac{a}{x}$ $(a\neq0)$가 성립한다.

$y=\frac{a}{x}$에 $x=-2$, $y=4$를 대입하면

$4=\frac{a}{-2}$ $\quad\therefore a=4\times(-2)=-8$

따라서 구하는 식은 $y=-\frac{8}{x}$이다.

답 ④

0714

y가 x에 반비례하므로 $y=\frac{a}{x}$ $(a\neq0)$가 성립한다.

$y=\frac{a}{x}$에 $x=-3$, $y=8$을 대입하면

$8=\frac{a}{-3}$ $\quad\therefore a=8\times(-3)=-24$

$y=-\frac{24}{x}$에 $x=m$, $y=4$를 대입하면

$4=-\frac{24}{m}$ $\quad\therefore m=-\frac{24}{4}=-6$

$y=-\frac{24}{x}$에 $x=12$, $y=n$을 대입하면 $n=-\frac{24}{12}=-2$

따라서 $m=-6$, $n=-2$이므로

$m+n=(-6)+(-2)=-8$

답 -8

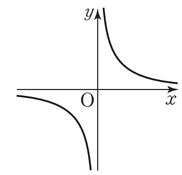
유형 11. 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$의 그래프

0715

① $a>0$이면 제1사분면과 제3사분면을 지난다.

② $a<0$이면 제2사분면과 제4사분면을 지난다.

③ $a>0$일 때, $y=\frac{a}{x}$의 그래프는 다음과 같다.



이때 $x>0$, $x<0$에서 각각 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

④ $y=\frac{a}{x}$에 $x=-1$을 대입하면 $y=\frac{a}{-1}=-a$

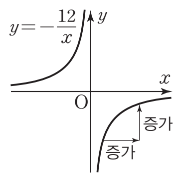
따라서 점 $(-1, -a)$를 지난다.

⑤ 원점을 지나지 않는다.

따라서 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

0716

$y=-\frac{12}{x}$의 그래프를 그리면 오른쪽 그림과 같다.



ㄱ. 원점을 지나지 않는다.

ㄴ. $x>0$이면 x의 값이 증가할 때, y의 값도 증가한다.

ㄷ. 제2사분면과 제4사분면을 지난다.

ㄹ. $y=-\frac{12}{x}$에 $x=-3$을 대입하면 $y=-\frac{12}{-3}=4$

따라서 점 $(-3, 4)$를 지난다.

ㅁ. x축, y축과 만나지 않는다.

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ, ㄹ의 3개이다. 답 ③

0717

$y=\frac{6}{x}$에 대하여

$x=-3$일 때, $y=\frac{6}{-3}=-2$ $\quad\therefore (-3, -2)$

$x=-2$일 때, $y=\frac{6}{-2}=-3$ $\quad\therefore (-2, -3)$

$x=2$일 때, $y=\frac{6}{2}=3$ $\quad\therefore (2, 3)$

$x=3$일 때, $y=\frac{6}{3}=2$ $\quad\therefore (3, 2)$

따라서 구하는 그래프는 ③이다. 답 ③

0718

$y=-\frac{2}{x}$의 그래프는 제2사분면과 제4사분면을 지나며

좌표축에 점점 가까워지면서 한없이 뻗어나가는 한 쌍의 곡선이다.

$y=-\frac{2}{x}$에 $x=-1$을 대입하면 $y=-\frac{2}{-1}=2$이므로

그래프는 점 $(-1, 2)$를 지난다.

따라서 구하는 그래프는 ④이다. 답 ④

0719

$x<0$에서의 반비례 관계 $y=-\frac{4}{x}$의 그래프는 제2사분면을 지나고

좌표축에 가까워지면서 한없이 뻗어 나가는 곡선이다.

이때 $y=-\frac{4}{x}$에 $x=-1$을 대입하면 $y=-\frac{4}{-1}=4$이므로

$y=-\frac{4}{x}$의 그래프는 점 $(-1, 4)$를 지난다.

따라서 구하는 그래프는 ②이다. 답 ②

0720

반비례 관계 $y=-\frac{6}{x}$의 그래프는 제2사분면과 제4사분면을 지나고 원점에 대하여 대칭인 한 쌍의 곡선이다.

6의 약수는 1, 2, 3, 6이므로 반비례 관계 $y=-\frac{6}{x}$의 그래프 위의 점 중 x좌표와 y좌표가 모두 정수이려면 $x=-6, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 6$

$x=-6$일 때, $y=-\frac{6}{-6}=1$ $\quad\therefore (-6, 1)$

$x=-3$일 때, $y=-\frac{6}{-3}=2$ $\quad\therefore (-3, 2)$

$x=-2$일 때, $y=-\frac{6}{-2}=3$ $\quad\therefore (-2, 3)$

$x=-1$일 때, $y=-\frac{6}{-1}=6$ $\quad\therefore (-1, 6)$

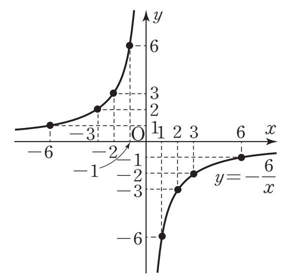
$x=1$일 때, $y=-\frac{6}{1}=-6$ $\quad\therefore (1, -6)$

$x=2$일 때, $y=-\frac{6}{2}=-3$ $\quad\therefore (2, -3)$

$x=3$일 때, $y=-\frac{6}{3}=-2$ $\quad\therefore (3, -2)$

$x=6$일 때, $y=-\frac{6}{6}=-1$ $\quad\therefore (6, -1)$

따라서 좌표평면 위에 그래프를 그리면 다음과 같다.

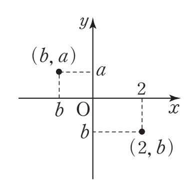


답 풀이 참조

0721

$a-b>0$에서 $a>b$이고,

$ab<0$에서 a와 b의 부호는 서로 다르므로



$b<0<a$

① $b<0$, $a>0$이므로 점 (b, a)는 제2사분면 위에 있다.

② $b<0$이므로 점 $(2, b)$는 제4사분면 위에 있다.

③ $y=\frac{1}{a}x$에서 $a>0$이므로 $\frac{1}{a}>0$

따라서 $y=\frac{1}{a}x$의 그래프는 제1사분면과 제3사분면을 지난다.

④ $y=\frac{b}{x}$에서 $b<0$이므로 $y=\frac{b}{x}$의 그래프는 제2사분면과 제4사분면을 지난다.

⑤ $y=bx$에서 $b<0$이므로 $y=bx$의 그래프는 원점을 지나며 오른쪽 아래로 향하는 직선이다.

따라서 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

유형 12. 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$의 그래프와 a의 절댓값 사이의 관계

0722

반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$ $(a\neq 0)$의 그래프는 a의 절댓값$(|a|)$이 클수록 원점에서 멀리 떨어져 있다. 이때 주어진 식의 a의 절댓값을 비교하면

$\left|\frac{1}{8}\right|<\left|-\frac{2}{3}\right|<|1|<|4|<|-6|$

따라서 주어진 반비례 그래프 중 그래프가 원점에서 가장 멀리 떨어진 것은 ① $y=-\frac{6}{x}$이다. 답 ①

0723

$y=\frac{a}{x}$, $y=\frac{c}{x}$의 그래프는 제2사분면과 제4사분면을 지나고,

$y=\frac{b}{x}$의 그래프는 제1사분면과 제3사분면을 지나므로

$a<0,\ b>0,\ c<0$ ⋯⋯ ㉠

또, $y=\frac{a}{x}$의 그래프가 $y=\frac{c}{x}$의 그래프보다 원점에 더 가까우므로

$|a|<|c|$ $\therefore a>c$ ⋯⋯ ㉡

$\therefore c<a<b$ ($\because$ ㉠, ㉡) 답 ⑤

0724

반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$의 그래프가 제2사분면과 제4사분면을 지나므로 $a<0$

또, $y=\frac{a}{x}$의 그래프가 $y=-\frac{3}{x}$의 그래프보다 원점에서 멀리 떨어져 있으므로

$|a|>|-3|,\ |a|>3$

따라서 $a<0$이고 $|a|>3$이므로 상수 a의 값의 범위는 $a<-3$ 답 ①

0725

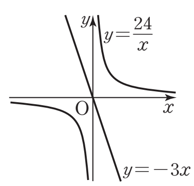
① $y=\frac{24}{x}$에 $x=-3,\ y=8$을 대입하면 $8\neq\frac{24}{-3}=-8$

따라서 점 $(-3,\ 8)$을 지나지 않는다.

② $y=-3x,\ y=\frac{24}{x}$의 그래프를 그리면

오른쪽 그림과 같다.

따라서 $y=-3x$의 그래프와 만나지 않는다.



③ $y=\frac{a}{x}\ (a\neq 0)$의 그래프는 a의 절댓값이

작을수록 원점에 가깝다.

$|24|>\left|\frac{1}{24}\right|$이므로 $y=\frac{24}{x}$의 그래프는 $y=\frac{1}{24x}$의 그래프보다

원점에서 멀리 떨어져 있다.

④ 제1사분면과 제3사분면을 지난다.

⑤ 원점을 지나지 않는다.

따라서 옳은 것은 ④이다. 답 ④

유형 13. 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$의 그래프 위의 점

0726

① $y=-\frac{6}{x}$에 $x=6,\ y=\frac{1}{6}$을 대입하면 $\frac{1}{6}\neq-\frac{6}{6}=-1$

② $y=-\frac{6}{x}$에 $x=-2,\ y=12$를 대입하면 $12\neq-\frac{6}{-2}=3$

③ $y=-\frac{6}{x}$에 $x=1,\ y=6$을 대입하면 $6\neq-\frac{6}{1}=-6$

④ $y=-\frac{6}{x}$에 $x=3,\ y=-2$를 대입하면 $-2=-\frac{6}{3}$

⑤ $y=-\frac{6}{x}$에 $x=12,\ y=-2$를 대입하면 $-2\neq-\frac{6}{12}=-\frac{1}{2}$

따라서 반비례 관계 $y=-\frac{6}{x}$의 그래프 위의 점은 ④ $(3,\ -2)$이다. 답 ④

0727

$y=\frac{12}{x}$에 $x=a,\ y=-9$를 대입하면 $-9=\frac{12}{a}$

양변에 $-\frac{a}{9}$를 곱하면

$-9\times\left(-\frac{a}{9}\right)=\frac{12}{a}\times\left(-\frac{a}{9}\right)$ $\therefore a=-\frac{4}{3}$ 답 $-\frac{4}{3}$

0728

$y=\frac{a}{x}$에 $x=3,\ y=27$을 대입하면 $27=\frac{a}{3}$ $\therefore a=81$

따라서 주어진 반비례 관계식은 $y=\frac{81}{x}$

① $y=\frac{81}{x}$에 $x=9,\ y=-9$를 대입하면 $-9\neq\frac{81}{9}=9$

② $y=\frac{81}{x}$에 $x=81,\ y=-1$을 대입하면 $-1\neq\frac{81}{81}=1$

③ $y=\frac{81}{x}$에 $x=-1,\ y=81$을 대입하면 $81\neq\frac{81}{-1}=-81$

④ $y=\frac{81}{x}$에 $x=\frac{1}{3},\ y=243$을 대입하면 $243=\frac{81}{\frac{1}{3}}=81\div\frac{1}{3}=81\times3$

⑤ $y=\frac{81}{x}$에 $x=27,\ y=-3$을 대입하면 $-3\neq\frac{81}{27}=3$

따라서 $y=\frac{81}{x}$의 그래프 위의 점은 ④ $\left(\frac{1}{3},\ 243\right)$이다. 답 ④

0729

$y=-\frac{18}{x}$에 $x=3,\ y=a$를 대입하면 $a=-\frac{18}{3}=-6$

$y=-\frac{18}{x}$에 $x=b,\ y=-\frac{1}{3}$을 대입하면

$-\frac{1}{3}=-\frac{18}{b}$ $\therefore b=-18\times(-3)=54$

따라서 $a=-6,\ b=54$이므로

$\frac{b}{a}=\frac{54}{-6}=-9$ 답 -9

0730

$y=-\frac{15}{x}$에 $x=-5,\ y=b$를 대입하면 $b=-\frac{15}{-5}=3$

$y=-\frac{15}{x}$에 $x=a,\ y=-3$을 대입하면

$-3=-\frac{15}{a}$ $\therefore a=-\frac{15}{-3}=5$

따라서 $a=5,\ b=3$이므로

$a-b=5-3=2$ 답 ③

0731

$y=\frac{14}{x}$에 $x=-2,\ y=a$를 대입하면 $a=\frac{14}{-2}=-7$

$y=\frac{14}{x}$에 $x=7,\ y=b$를 대입하면 $b=\frac{14}{7}=2$

따라서 $a=-7,\ b=2$이므로

$a+b=(-7)+2=-5$ 답 ②

0732

$y=\frac{2a}{3x}$에 $x=\frac{3}{2},\ y=-8$을 대입하면

$-8=\frac{2a}{3\times\frac{3}{2}},\ -8=\frac{2a}{\frac{9}{2}},\ -8=2a\div\frac{9}{2}=2a\times\frac{2}{9}=\frac{4}{9}a$

$\therefore a=-8\times\frac{9}{4}=-18$

$y=\frac{2a}{3x}$에 $a=-18$을 대입하면

$y=\frac{2\times(-18)}{3x}$ $\therefore y=-\frac{12}{x}$

$y=-\frac{12}{x}$에 $x=b,\ y=6$을 대입하면

$6=-\frac{12}{b}$ $\therefore b=-2$

따라서 $a=-18$, $b=-2$이므로

$a+b=(-18)+(-2)=-20$ 답 ①

0733

$y=-\frac{9}{x}$에 $x=a$, $y=b$를 대입하면

$b=-\frac{9}{a}$, $ab=-9$ $\therefore ab<0$

이때, $ab<0$이므로 a와 b의 부호는 서로 다르다.

$2-\frac{b}{a}$, a^3b의 부호를 각각 구해 보면

$\frac{b}{a}<0$, $-\frac{b}{a}>0$ $\therefore 2-\frac{b}{a}>0$

$a^2>0$이고 $ab<0$이므로 $a^3b<0$

따라서 점 $\left(2-\frac{b}{a}, a^3b\right)$의 x좌표는 양수, y좌표는 음수이므로

제4사분면 위의 점이다. 답 ⑤

0734

$y=\frac{a}{x}$에 $x=3$을 대입하면 $y=\frac{a}{3}$ $\therefore P\left(3, \frac{a}{3}\right)$

$y=\frac{a}{x}$에 $x=6$을 대입하면 $y=\frac{a}{6}$ $\therefore Q\left(6, \frac{a}{6}\right)$

주어진 그래프가 제1사분면을 지나므로 $a>0$

$\therefore \frac{a}{3}>\frac{a}{6}$ ...... ㉠

따라서 두 점 P, Q의 y좌표의 차가 $\frac{5}{3}$이므로

$\left|\frac{a}{3}-\frac{a}{6}\right|=\frac{5}{3}$, $\frac{a}{3}-\frac{a}{6}=\frac{5}{3}$ ($\because$ ㉠)

$\frac{a}{6}=\frac{5}{3}$ $\therefore a=10$ 답 10

유형 14. 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$의 그래프와 위의 점; 좌표가 정수인 경우

0735

$y=\frac{28}{x}$에서 x좌표, y좌표가 모두 자연수이므로 x좌표는 28의 약수이어야 한다.

28의 약수는 1, 2, 4, 7, 14, 28

$y=\frac{28}{x}$의 그래프 위의 점 중에서 x좌표, y좌표가 모두 자연수인 점의 좌표는

$(1, 28)$, $(2, 14)$, $(4, 7)$, $(7, 4)$, $(14, 2)$, $(28, 1)$의 6개이다. 답 ④

다른 풀이

$y=\frac{28}{x}$에서 x좌표, y좌표가 모두 자연수이므로 x좌표는 28의 약수이어야 한다.

이때 $28=2^2\times7$에서 28의 약수의 개수는 $(2+1)\times(1+1)=6$이므로

x좌표, y좌표가 모두 자연수인 점의 개수는 6이다.

0736

25의 약수는 1, 5, 25

따라서 반비례 관계 $y=-\frac{25}{x}$의 그래프 위의 점 (p, q) 중에서

p, q가 모두 정수인 점은

$(1, -25)$, $(5, -5)$, $(25, -1)$, $(-1, 25)$, $(-5, 5)$, $(-25, 1)$의 6개이다. 답 ④

0737

$y=\frac{a}{x}$에 $x=-3$, $y=11$을 대입하면 $11=\frac{a}{-3}$ $\therefore a=-33$

33의 약수는 1, 3, 11, 33

따라서 반비례 관계 $y=-\frac{33}{x}$의 그래프 위의 점 중에서

x좌표, y좌표가 모두 정수인 점은

$(-33, 1)$, $(-11, 3)$, $(-3, 11)$, $(-1, 33)$, $(1, -33)$, $(3, -11)$,

$(11, -3)$, $(33, -1)$의 8개이다. 답 ④

0738

18의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18이다.

점 Q는 $y=\frac{18}{x}$ $(x>0)$의 그래프 위의 점이므로

$y=\frac{18}{x}$에 $x=a$, $y=b$를 대입하면 $b=\frac{18}{a}$

이때 a, b가 모두 자연수이므로 점 $Q(a, b)$가 될 수 있는 점의 좌표는

$(1, 18)$, $(2, 9)$, $(3, 6)$, $(6, 3)$, $(9, 2)$, $(18, 1)$

직사각형 PORQ의 둘레의 길이는 $2(a+b)$이므로 ($\because a>0, b>0$)

점 Q의 좌표에 따라 직사각형 PORQ의 둘레의 길이를 구하면

(ⅰ) 점 $Q(1, 18)$ 또는 점 $Q(18, 1)$인 경우

$a=1$, $b=18$ 또는 $a=18$, $b=1$이므로

직사각형 PORQ의 둘레의 길이는 $2(1+18)=38$

(ⅱ) 점 $Q(2, 9)$ 또는 점 $Q(9, 2)$인 경우

$a=2$, $b=9$ 또는 $a=9$, $b=2$이므로

직사각형 PORQ의 둘레의 길이는 $2(2+9)=22$

(ⅲ) 점 $Q(3, 6)$ 또는 점 $Q(6, 3)$인 경우

$a=3$, $b=6$ 또는 $a=6$, $b=3$이므로

직사각형 PORQ의 둘레의 길이는 $2(3+6)=18$

따라서 (ⅰ)~(ⅲ)에 의하여 직사각형 PORQ의 둘레의 길이가 최소가 될 수 있는 a의 값은 3 또는 6이다. 답 ③

유형 15. 그래프가 주어질 때 식 구하기; 반비례 관계

0739

그래프가 원점에 대하여 대칭인 한 쌍의 곡선이고, 점 $(9, 4)$를 지나므로

$y=\frac{a}{x}$ $(a\neq0)$에 $x=9$, $y=4$를 대입하면

$4=\frac{a}{9}$ $\therefore a=36$

따라서 구하는 식은 ④ $y=\frac{36}{x}$이다. 답 ④

0740

그래프가 원점에 대하여 대칭인 한 쌍의 곡선이고 점 $(1, -3)$을 지나므로

$y=\frac{a}{x}$ $(a\neq0)$에 $x=1$, $y=-3$을 대입하면

$-3=\frac{a}{1}$ $\therefore a=-3$

따라서 $y=-\frac{3}{x}$이므로 $y=-\frac{3}{x}$에 $x=m$, $y=\frac{4}{3}$를 대입하면

$\frac{4}{3}=-\frac{3}{m}$, $4m=-9$ $\therefore m=-\frac{9}{4}$ 답 ④

0741

그래프가 원점에 대하여 대칭인 한 쌍의 곡선이고, 점 $\left(4, \frac{1}{3}\right)$을 지나므로

$y=\frac{a}{x}\ (a\neq0)$에 $x=4,\ y=\frac{1}{3}$을 대입하면 $\frac{1}{3}=\frac{a}{4}$ $\quad\therefore a=\frac{4}{3}$

따라서 주어진 그래프의 식은 $y=\frac{4}{3x}$이다.

① 반비례 관계의 그래프이다.

② $y=\frac{4}{3x}$에 $x=p,\ y=q$를 대입하면 $q=\frac{4}{3p}$

양변에 p를 곱하면 $pq=\frac{4}{3}$이므로 값이 일정하다.

③ $y=\frac{4}{3x}$의 그래프이다.

④ $x>0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

⑤ $y=\frac{4}{3x}$에 $x=-\frac{1}{2},\ y=-\frac{8}{3}$을 대입하면

$-\frac{8}{3}=\frac{4}{3\times\left(-\frac{1}{2}\right)}=\frac{4}{-\frac{3}{2}}=-\frac{8}{3}$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

0742

주어진 그래프는 원점에 대하여 대칭인 한 쌍의 곡선이고 점 $(7,\ 4)$를 지나므로

$y=\frac{a}{x}$에 $x=7,\ y=4$를 대입하면 $4=\frac{a}{7}$ $\quad\therefore a=28$

따라서 주어진 그래프의 식은 $y=\frac{28}{x}$이다.

① $y=\frac{28}{x}$에 $x=11,\ y=1$을 대입하면 $1\neq\frac{28}{11}$

② $y=\frac{28}{x}$에 $x=2,\ y=\frac{7}{2}$을 대입하면 $\frac{7}{2}\neq\frac{28}{2}=14$

③ $y=\frac{28}{x}$에 $x=-2,\ y=14$를 대입하면 $14\neq\frac{28}{-2}=-14$

④ $y=\frac{28}{x}$에 $x=14,\ y=2$를 대입하면 $2=\frac{28}{14}$

⑤ $y=\frac{28}{x}$에 $x=-8,\ y=-14$를 대입하면 $-14\neq\frac{28}{-8}=-\frac{7}{2}$

따라서 주어진 그래프 위의 점은 ④ $(14,\ 2)$이다. 답 ④

유형 16. 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$의 그래프와 도형의 넓이

0743

점 C의 x좌표를 $a\ (a\neq0)$라 하자.

$y=\frac{20}{x}$에 $x=a$를 대입하면 $y=\frac{20}{a}$ $\quad\therefore \mathrm{C}\left(a,\ \frac{20}{a}\right)$

이때, 두 점 A, B의 좌표는 $\mathrm{A}\left(0,\ \frac{20}{a}\right)$, $\mathrm{B}(a,\ 0)$

따라서 직사각형 AOBC의 넓이는

$|a|\times\left|\frac{20}{a}\right|=20$ 답 ②

0744

$y=\frac{a}{x}$에 $x=7,\ y=6$을 대입하면 $6=\frac{a}{7}$ $\quad\therefore a=42$

$y=\frac{42}{x}$이므로 두 점 Q, R의 x좌표를 각각 $b,\ c$ (단, $b>0,\ c>0$)라 하면

$\mathrm{Q}\left(b,\ \frac{42}{b}\right)$, $\mathrm{R}\left(c,\ \frac{42}{c}\right)$

따라서 구하는 세 직사각형의 넓이의 합은

$7\times6+b\times\frac{42}{b}+c\times\frac{42}{c}=42+42+42=126$ 답 ④

0745

$y=\frac{a}{x}\ (a\neq0)$에 $x=3,\ y=7$을 대입하면 $7=\frac{a}{3}$ $\quad\therefore a=21$

따라서 $y=\frac{21}{x}$이므로 두 점 P, Q의 x좌표를 각각 $m,\ n$(단, $m>0,\ n<0$)이라 하면 $\mathrm{P}\left(m,\ \frac{21}{m}\right)$, $\mathrm{Q}\left(n,\ \frac{21}{n}\right)$

이때 네 점 A, B, C, D의 좌표는

$\mathrm{A}\left(0,\ \frac{21}{m}\right)$, $\mathrm{B}(m,\ 0)$, $\mathrm{C}(n,\ 0)$, $\mathrm{D}\left(0,\ \frac{21}{n}\right)$

따라서 구하는 넓이의 합은

$m\times\frac{21}{m}+(-n)\times\left(-\frac{21}{n}\right)=21+21=42$ 답 ③

0746

점 A의 x좌표가 -4이므로 $y=\frac{a}{x}$에 $x=-4$를 대입하면

$y=\frac{a}{-4}$ $\quad\therefore \mathrm{A}\left(-4,\ -\frac{a}{4}\right)$

두 점 A, C는 원점에 대하여 대칭이므로 점 C의 좌표는 $\mathrm{C}\left(4,\ \frac{a}{4}\right)$

따라서 두 점 B, D의 좌표는 $\mathrm{B}\left(4,\ -\frac{a}{4}\right)$, $\mathrm{D}\left(-4,\ \frac{a}{4}\right)$

$y=\frac{a}{x}$의 그래프가 제1사분면과 제3사분면을 지나므로 $a>0$

이때 (선분 AB의 길이)$=4-(-4)=8$,

(선분 BC의 길이)$=\left|\frac{a}{4}-\left(-\frac{a}{4}\right)\right|=\frac{a}{2}$ $(\because a>0)$이고

직사각형 ABCD의 넓이가 96이므로

$8\times\frac{a}{2}=96,\ 4a=96$ $\quad\therefore a=24$ 답 24

0747

(1) $y=-\frac{6}{x}$에 $x=-3a$를 대입하면 $y=-\frac{6}{-3a}=\frac{2}{a}$

$\therefore \mathrm{A}\left(-3a,\ \frac{2}{a}\right)$

(2) $y=-\frac{6}{x}$에 $x=3a$를 대입하면 $y=-\frac{6}{3a}=-\frac{2}{a}$

$\therefore \mathrm{C}\left(3a,\ -\frac{2}{a}\right)$

(3) $a>0$이므로

(선분 AB의 길이)$=\frac{2}{a}-0=\frac{2}{a}$

(선분 BD의 길이)$=3a-(-3a)=6a$

따라서 사각형 ABCD의 넓이는

$\frac{2}{a}\times6a=12$

답 (1) $\mathrm{A}\left(-3a,\ \frac{2}{a}\right)$ (2) $\mathrm{C}\left(3a,\ -\frac{2}{a}\right)$ (3) 12

0748

점 C의 x좌표를 k(단, $k>0$)라 하면 서로 다른 두 점 A, C의 x좌표는 절댓값이 같으므로 점 A의 x좌표는 $-k$이다.

두 점 B와 D는 $y=\frac{5}{2}x$의 그래프 위의 점이고

각각 두 점 A, C와 x좌표가 서로 같으므로

$\mathrm{B}\left(-k,\ -\frac{5}{2}k\right)$, $\mathrm{D}\left(k,\ \frac{5}{2}k\right)$

이때 (선분 AB의 길이)$=\frac{5}{2}k-\left(-\frac{5}{2}k\right)=5k$,

(선분 BC의 길이)$=k-(-k)=2k$ $(\because k>0)$이고

직사각형 ABCD의 넓이가 160이므로

$5k \times 2k = 160$, $10k^2 = 160$, $k^2 = 16$ $\quad \therefore k = 4$ ($\because k > 0$)

점 C의 좌표는 $C(4, -10)$이므로 구하는 그래프의 식을 $y = \frac{a}{x}$ $(a \neq 0)$라 하고, $x = 4$, $y = -10$을 대입하면

$-10 = \frac{a}{4}$ $\quad \therefore a = -40$

따라서 구하는 식은 $y = -\frac{40}{x}$이다. 답 ④

유형 17. 반비례 관계의 실생활에서의 활용

0749

30 ℃에서 기체의 압력을 x기압, 부피를 $y\,\text{cm}^3$라 하면

$y = \frac{a}{x}$ $(a \neq 0)$을 만족한다.

30 ℃에서 어떤 기체의 부피가 $12\,\text{cm}^3$일 때, 압력이 5기압이므로

$y = \frac{a}{x}$에 $x = 5$, $y = 12$를 대입하면

$12 = \frac{a}{5}$ $\quad \therefore a = 60$

30 ℃에서 이 기체의 압력이 15기압이므로

$y = \frac{60}{x}$에 $x = 15$를 대입하면 $y = \frac{60}{15} = 4$

따라서 구하는 기체의 부피는 $4\,\text{cm}^3$이다. 답 $4\,\text{cm}^3$

0750

7명이 16시간 동안 작업한 일의 양과 x명이 y시간 동안 작업한 일의 양이 같으므로

$7 \times 16 = x \times y$ $\quad \therefore y = \frac{112}{x}$

이 일을 4시간 만에 끝내야 하므로 $y = \frac{112}{x}$에 $y = 4$를 대입하면

$4 = \frac{112}{x}$ $\quad \therefore x = 28$

따라서 28명이 필요하다. 답 28명

0751

5명이 8시간 동안 작업한 일의 양과 x명이 y시간 동안 작업한 일의 양이 같으므로

$5 \times 8 = x \times y$, $xy = 40$ $\quad \therefore y = \frac{40}{x}$

$y = \frac{40}{x}$에 $x = 4$를 대입하면 $y = \frac{40}{4} = 10$

따라서 이 일을 4명이 작업하면 10시간 걸린다. 답 ①

0752

일정한 시간 동안 맞물린 톱니의 개수는 같으므로

$15 \times 3 = x \times y$, $45 = xy$ $\quad \therefore y = \frac{45}{x}$ 답 ②

0753

$(\text{소금물의 농도}) = \frac{(\text{소금의 양})}{(\text{소금물의 양})} \times 100$이므로

$x = \frac{4}{y} \times 100$, $x = \frac{400}{y}$ $\quad \therefore y = \frac{400}{x}$ 답 ⑤

0754

파장이 $x\,\text{m}$인 음파의 진동수를 $y\,\text{Hz}$라 하고

$y = \frac{a}{x}$ $(a \neq 0)$에 $x = 4$, $y = 85$를 대입하면

$85 = \frac{a}{4}$ $\quad \therefore a = 340$

$y = \frac{340}{x}$에 $x = 2$를 대입하면

$y = \frac{340}{2} = 170$

따라서 파장이 $2\,\text{m}$인 음파의 진동수는 $170\,\text{Hz}$이다. 답 ②

0755

주어진 그래프에서 x와 y는 반비례 관계이고, 그래프가 점 $(120, 3)$을 지나므로

$y = \frac{a}{x}$ $(a \neq 0)$에 $x = 120$, $y = 3$을 대입하면

$3 = \frac{a}{120}$ $\quad \therefore a = 360$

$y = \frac{360}{x}$에 $x = 288$을 대입하면

$y = \frac{360}{288} = \frac{5}{4}$

따라서 걸리는 시간은 $\frac{5}{4}$시간($=$1시간 15분)이다.

답 $\frac{5}{4}$시간($=$1시간 15분)

0756

매분 3L씩 물을 넣으면 1시간, 즉 60분 만에 물통이 가득 차므로

물통의 용량은 $3 \times 60 = 180\,(\text{L})$

매분 $x\,\text{L}$씩 y분 동안 물을 넣어 물통이 가득 차므로

$xy = 180$ $\quad \therefore y = \frac{180}{x}$ 답 ③

0757

(1) $x \times y = 120 \times 6$, $xy = 720$ $\quad \therefore y = \frac{720}{x}$

(2) $y = \frac{720}{x}$에 $x = 90$을 대입하면 $y = \frac{720}{90} = 8$

따라서 손잡이에서 8 cm 떨어진 곳에 매달린 접시 위에 추를 올려놓아야 한다.

답 (1) $y = \frac{720}{x}$ (2) 8 cm

0758

(1) $4 \times x \times y = 144$이므로 $4xy = 144$

$y = \frac{144}{4x}$ $\quad \therefore y = \frac{36}{x}$

(2) 밑면의 세로의 길이가 8 cm이므로 $y = \frac{36}{x}$에 $x = 8$을 대입하면

$y = \frac{36}{8} = \frac{9}{2}$

따라서 구하는 상자의 높이는 $\frac{9}{2}\,\text{cm}$이다.

답 (1) $y = \frac{36}{x}$ (2) $\frac{9}{2}\,\text{cm}$

유형 18. 조건을 만족시키는 $y = ax$, $y = \frac{a}{x}$의 그래프

0759

$y = ax$ $(a \neq 0)$, $y = \frac{b}{x}$ $(b \neq 0)$의 그래프가

제3사분면을 지나려면 $a>0$, $b>0$
따라서 제3사분면을 지나는 것을 모두 고르면 ㄴ, ㄷ이다.

답 ㄴ, ㄷ

0760

① 그래프가 원점에 대하여 대칭인 한 쌍의 곡선이고, 점 $(2, 2)$를 지나므로
$y=\frac{a}{x}\ (a\neq0)$라 하고 $x=2$, $y=2$를 대입하면
$2=\frac{a}{2}\qquad \therefore a=4$
$\therefore y=\frac{4}{x}$
② 그래프가 원점과 점 $(1, 3)$을 지나는 직선이므로
$y=bx\ (b\neq0)$라 하고 $x=1$, $y=3$을 대입하면
$3=b\qquad \therefore y=3x$
③ 그래프가 원점에 대하여 대칭인 한 쌍의 곡선이고
점 $(3, -2)$를 지나므로 $y=\frac{c}{x}\ (c\neq0)$라 하고 $x=3$, $y=-2$를 대입하면
$-2=\frac{c}{3}\qquad \therefore c=-6$
$\therefore y=-\frac{6}{x}$
④ 그래프가 원점과 점 $(3, -2)$를 지나는 직선이므로
$y=dx\ (d\neq0)$라 하고 $x=3$, $y=-2$를 대입하면
$-2=3d\qquad \therefore d=-\frac{2}{3}$
$\therefore y=-\frac{2}{3}x$
⑤ 그래프가 원점과 점 $(1, -4)$를 지나는 직선이므로
$y=ex\ (e\neq0)$라 하고 $x=1$, $y=-4$를 대입하면
$-4=e\qquad \therefore e=-4$
$\therefore y=-4x$
따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

답 ③

0761

점 P의 좌표를 (p, q)라 하면 $y=-4x$의 그래프가 점 $(3, q)$를 지나므로
$y=-4x$에 $x=3$, $y=q$를 대입하면 $q=-4\times3=-12$
따라서 $y=\frac{36}{x}$에 $x=p$, $y=-12$를 대입하면
$-12=\frac{36}{p}\qquad \therefore p=\frac{36}{-12}=-3$
따라서 점 P의 좌표는 $(-3, -12)$이다.

답 $(-3, -12)$

0762

$y=ax$에 $x=-7$, $y=28$을 대입하면 $28=-7a\qquad \therefore a=-4$
$y=-\frac{4}{x}$에 $x=b$, $y=4$를 대입하면 $4=-\frac{4}{b}\qquad \therefore b=-1$
따라서 $a=-4$, $b=-1$이므로
$b-a=(-1)-(-4)=-1+4=3$

답 3

0763

주어진 그래프가 점 $(4, -2)$를 지나므로
$y=\frac{a}{x}$에 $x=4$, $y=-2$를 대입하면
$-2=\frac{a}{4}\qquad \therefore a=-8$
$y=-8x$에 $x=-1$을 대입하면 $y=-8\times(-1)=8$
이므로 $y=-8x$의 그래프는 원점과 점 $(-1, 8)$을 지나는 직선이다.
따라서 구하는 그래프는 ④이다.

답 ④

0764

원점을 지나는 직선의 식을 $y=kx\ (k\neq0)$이라 하자.
$y=kx$에 $x=5$, $y=-2$를 대입하면
$-2=5k\qquad \therefore k=-\frac{2}{5}$
$y=-\frac{2}{5}x$에 $x=a$, $y=-8$을 대입하면
$-8=-\frac{2}{5}a\qquad \therefore a=-8\times\left(-\frac{5}{2}\right)=20$
$y=-\frac{2}{5}x$에 $x=-\frac{5}{2}$, $y=b$를 대입하면
$b=-\frac{2}{5}\times\left(-\frac{5}{2}\right)=1$
따라서 $a=20$, $b=1$이므로 $y=\frac{c}{x}$의 그래프는 점 $(20, 1)$을 지난다.
$y=\frac{c}{x}$에 $x=20$, $y=1$을 대입하면
$1=\frac{c}{20}\qquad \therefore c=20\qquad \therefore y=\frac{20}{x}$
20의 약수는 1, 2, 4, 5, 10, 20
따라서 m, n의 값이 모두 정수인 $y=\frac{20}{x}$의 그래프 위의 점 (m, n)은
$(1, 20)$, $(2, 10)$, $(4, 5)$, $(5, 4)$, $(10, 2)$, $(20, 1)$, $(-1, -20)$,
$(-2, -10)$, $(-4, -5)$, $(-5, -4)$, $(-10, -2)$, $(-20, -1)$의
12개이다.

답 ④

유형 19. $y=ax$, $y=\frac{a}{x}$의 그래프가 만나는 점

0765

$y=ax$에 $x=10$, $y=4$를 대입하면 $4=10a\qquad \therefore a=\frac{2}{5}$
$y=\frac{b}{x}$에 $x=10$, $y=4$를 대입하면 $4=\frac{b}{10}\qquad \therefore b=40$
따라서 $a=\frac{2}{5}$, $b=40$이므로
$ab=\frac{2}{5}\times40=16$

답 16

0766

$y=3x$에 $x=b$, $y=18$을 대입하면 $18=3b\qquad \therefore b=6$
$y=\frac{a}{x}$에 $x=6$, $y=18$을 대입하면 $18=\frac{a}{6}\qquad \therefore a=108$
$a=108$, $b=6$이므로
$\frac{a-b}{3}=\frac{108-6}{3}=34$

답 ③

0767

$y=ax$에 $x=-4$, $y=2$를 대입하면 $2=-4a\qquad \therefore a=-\frac{1}{2}$
$y=\frac{b}{x}$에 $x=-4$, $y=2$를 대입하면 $2=\frac{b}{-4}\qquad \therefore b=-8$
$y=-\frac{8}{x}$에 $x=1$, $y=c$를 대입하면 $c=-\frac{8}{1}\qquad \therefore c=-8$
따라서 $a=-\frac{1}{2}$, $b=-8$, $c=-8$이므로
$abc=\left(-\frac{1}{2}\right)\times(-8)\times(-8)=-32$

답 ②

0768

(1) $y=\frac{5}{4}x$에 $x=-4$, $y=b$를 대입하면 $b=\frac{5}{4}\times(-4)=-5$

(2) $y=\frac{5}{4}x$에 $x=c$, $y=5$를 대입하면 $5=\frac{5}{4}c$

$\therefore c=5\times\frac{4}{5}=4$

(3) $y=\frac{a}{x}$에 $x=-4$, $y=-5$를 대입하면 $-5=\frac{a}{-4}$

$\therefore a=(-5)\times(-4)=20$ 　답 (1) -5 (2) 4 (3) 20

0769

(1) $y=\frac{5}{2}x$에 $y=5$를 대입하면 $5=\frac{5}{2}x$ 　$\therefore x=2$

점 A의 좌표가 $(2, 5)$이고 $y=\frac{a}{x}$의 그래프가 점 A를 지나므로

$y=\frac{a}{x}$에 $x=2$, $y=5$를 대입하면 $5=\frac{a}{2}$ 　$\therefore a=10$

(2) $y=\frac{5}{2}x$에 $x=-2$를 대입하면

$y=\frac{5}{2}\times(-2)=-5$ 　$\therefore B(-2, -5)$

두 점 A, C는 x좌표가 같고 점 C는 x축 위의 점이므로 $C(2, 0)$

따라서 세 점 A, B, C의 좌표를 구하면

$A(2, 5)$, $B(-2, -5)$, $C(2, 0)$

(3) 점 B에서 직선 AC에 내린 수선과 직선 AC의 교점을 점 H라 하자.

(선분 AC의 길이)$=5$, (선분 BH의 길이)$=2-(-2)=4$

따라서 삼각형 ABC의 넓이는 $\frac{1}{2}\times5\times4=10$

답 (1) 10 (2) $A(2, 5)$, $B(-2, -5)$, $C(2, 0)$ (3) 10

0770

$y=-\frac{15}{x}$에 $x=-3$을 대입하면 $y=-\frac{15}{-3}=5$

이때, ㉠의 그래프는 원점과 점 $(-3, 5)$를 지나는 직선이므로

$y=ax$에 $x=-3$, $y=5$를 대입하면

$5=-3a$ 　$\therefore a=-\frac{5}{3}$

따라서 구하는 그래프의 식은 $y=-\frac{5}{3}x$이다. 　답 ②

0771

점 B의 x좌표를 t $(t<0)$라 하면 $B\left(t, \frac{a}{t}\right)$

(선분 AB의 길이)$=-\frac{a}{t}$, (선분 AO의 길이)$=-t$이고

직사각형 ABCO의 넓이가 12이므로

$\left(-\frac{a}{t}\right)\times(-t)=12$ 　$\therefore a=12$

$y=\frac{12}{x}$의 그래프가 점 P를 지나므로 $y=\frac{12}{x}$에 $x=\frac{4}{3}$를 대입하면

$y=\frac{12}{\frac{4}{3}}=12\div\frac{4}{3}=12\times\frac{3}{4}=9$

$y=bx$의 그래프가 점 $P\left(\frac{4}{3}, 9\right)$를 지나므로

$y=bx$에 $x=\frac{4}{3}$, $y=9$를 대입하면

$9=\frac{4}{3}b$ 　$\therefore b=9\times\frac{3}{4}=\frac{27}{4}$

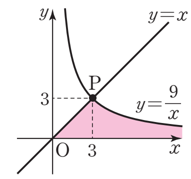
따라서 $a=12$, $b=\frac{27}{4}$이므로

$a-b=12-\frac{27}{4}=\frac{21}{4}$ 　답 $\frac{21}{4}$

0772

$y=\frac{9}{x}$에 $x=3$, $y=b$를 대입하면 $b=\frac{9}{3}=3$ 　$\therefore P(3, 3)$

$y=ax$에 $x=3$, $y=3$을 대입하면 $3=3a$ 　$\therefore a=1$



색칠된 부분의 점 중에서 x좌표와

y좌표 모두 정수인 점의 개수를 구해 보면

(i) $y=1$일 때

$y=x$, $y=\frac{9}{x}$에 각각 $y=1$을 대입하면

$1=x$ 　$\therefore (1, 1)$

$1=\frac{9}{x}$ 　$\therefore (9, 1)$

따라서 색칠된 부분에서 y좌표가 1인 점의 개수는

$(2, 1)$, $(3, 1)$, $(4, 1)$, $\cdots$, $(8, 1)$의 7이다.

(ii) $y=2$일 때

$y=x$, $y=\frac{9}{x}$에 각각 $y=2$를 대입하면

$2=x$ 　$\therefore (2, 2)$

$2=\frac{9}{x}$ 　$\therefore \left(\frac{9}{2}, 2\right)$

따라서 색칠된 부분에서 y좌표가 2인 점의 개수는 $(3, 2)$, $(4, 2)$의 2이다.

따라서 (i), (ii)에서 구하는 점의 개수는 $7+2=9$ 　답 9

0773

(1) $y=\frac{12}{x}$에 $y=6$을 대입하면 $6=\frac{12}{x}$, $x=2$ 　$\therefore B(2, 6)$

$y=ax$에 $x=2$, $y=6$을 대입하면 $6=2a$ 　$\therefore a=3$

(2) 세 점 A, C, D의 좌표를 구하면 $A(-2, -6)$, $C(2, 0)$, $D(0, 6)$

이때, (사각형 ACBD의 넓이)

$=$(사각형 DOCB의 넓이)$+$(삼각형 OAC의 넓이)

$+$(삼각형 ODA의 넓이)이고

(사각형 DOCB의 넓이)$=2\times6=12$

(삼각형 OAC의 넓이)$=\frac{1}{2}\times2\times|-6|=6$

(삼각형 ODA의 넓이)$=\frac{1}{2}\times6\times|-2|=6$

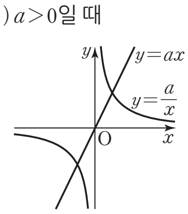
따라서 구하는 사각형 ACBD의 넓이는 $12+6+6=24$

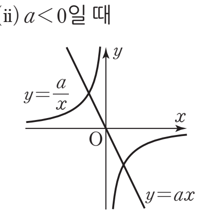
답 (1) 3 (2) 24

0774

a의 값의 범위에 따라 $y=ax$의 그래프와 $y=\frac{a}{x}$의 그래프를 그리면 다음과 같다.

(i) $a>0$일 때 　(ii) $a<0$일 때





④ $a<0$이면 $x>0$에서

$y=ax$의 그래프는 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소하고

$y=\frac{a}{x}$의 그래프는 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가한다.

⑤ $a=-2$이면 (ii)에서

$y=-2x$의 그래프와 $y=-\frac{2}{x}$의 그래프의 교점은 2개이다.

따라서 옳지 않은 것은 ④, ⑤이다. 　답 ④, ⑤

0775

① 두 그래프 A, B는 제1사분면과 제3사분면을 지나므로

$a>0, b>0$ ······ ㉠

그래프 B가 그래프 A보다 y축에 가까운 직선이므로

$|a|<|b|$ $\quad\therefore a<b$ ($\because$ ㉠)

② 두 그래프 C, D는 제2사분면과 제4사분면을 지나므로

$c<0, d<0$ ······ ㉡

$\therefore abcd>0$ ($\because$ ㉠, ㉡)

③ $a>0, c<0$이므로 점 (c, a)는 제2사분면 위의 점이다.

④ $y=\dfrac{c}{x}$에 $x=4, y=-2$를 대입하면

$-2=\dfrac{c}{4}$ $\quad\therefore c=(-2)\times4=-8$

⑤ 그래프 B가 그래프 D보다 y축에 가까운 직선이므로

$|b|>|d|$ $\quad\therefore b>|d|$ ($\because b>0$)

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

백점 도전하기

0776 유형 05 192쪽

점 A의 x좌표를 a(단, $a>0$)이라 하면

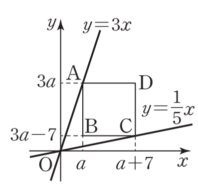
점 A는 $y=3x$의 그래프 위의 점이므로 A$(a, 3a)$

사각형 ABCD는 한 변의 길이가 7인 정사각형이고, 두 점 A, B의 x좌표는 같으므로 B$(a, 3a-7)$ → 선분 AB의 길이가 7이므로 점 A의 y좌표에서 7을 뺐어!

(선분 BC의 길이)$=7$이고

두 점 B, C의 y좌표는 같으므로

C$(a+7, 3a-7)$ → 점 B의 y좌표



이때, 점 C는 정비례 관계 $y=\dfrac{1}{5}x$의 그래프 위의 점이므로 $y=\dfrac{1}{5}x$에 $x=a+7, y=3a-7$을 대입하면

$3a-7=\dfrac{1}{5}(a+7)$, $5(3a-7)=a+7$

$15a-35=a+7$, $15a-a=7+35$

$14a=42$ $\quad\therefore a=3$

점 C의 좌표는 C$(3+7, 3\times3-7)$, 즉 C$(10, 2)$

따라서 점 C의 x좌표와 y좌표의 합은 $10+2=12$ 답 ①

0777 유형 06 194쪽

0이 아닌 상수 a, b, c, d에 대하여 그래프의 식을

A : $y=ax$, B : $y=bx$, C : $y=cx$, D : $y=dx$ (단, $x>0$)라 하자.

$y=ax$의 그래프는 점 $(120, 1250)$을 지나므로

$y=ax$에 $x=120, y=1250$을 대입하면

$1250=120a$ $\quad\therefore a=\dfrac{125}{12}$

$\therefore$ A : $y=\dfrac{125}{12}x$

$y=bx$의 그래프는 점 $(60, 500)$을 지나므로 → 점 $(120, 1000)$도 지나므로 $x=120, y=1000$을 대입해도 돼.

$y=bx$에 $x=60, y=500$을 대입하면

$500=60b$ $\quad\therefore b=\dfrac{25}{3}$

$\therefore$ B : $y=\dfrac{25}{3}x$

$y=cx$의 그래프는 점 $(120, 750)$을 지나므로

$y=cx$에 $x=120, y=750$을 대입하면

$750=120c$ $\quad\therefore c=\dfrac{25}{4}$

$\therefore$ C : $y=\dfrac{25}{4}x$

$y=dx$의 그래프는 점 $(150, 750)$을 지나므로

$750=150d$ $\quad\therefore d=5$ $\quad\therefore$ D : $y=5x$

따라서 A : $y=\dfrac{125}{12}x$, B : $y=\dfrac{25}{3}x$, C : $y=\dfrac{25}{4}x$, D : $y=5x$

ㄱ. C : $y=\dfrac{25}{4}x$에 $x=20, y=125$를 대입하면 $125=\dfrac{25}{4}\times20$

따라서 125m를 20초 동안 달린 학생은 C이다.

ㄴ. B : $y=\dfrac{25}{3}x$에 $x=90, y=450$을 대입하면 $450\neq\dfrac{25}{3}\times90=750$

따라서 90초 동안 450m를 달린 학생은 B가 아니다.
→ $450=5\times90$이므로 D가 돼.

ㄷ. A : $y=\dfrac{125}{12}x$

ㄹ. 두 학생 B와 D가 120초 동안 달린 거리를 각각 p(m), q(m)라 하자.

$y=\dfrac{25}{3}x$에 $x=120, y=p$를 대입하면 $p=\dfrac{25}{3}\times120=1000$

$y=5x$에 $x=120, y=q$를 대입하면 $q=5\times120=600$

따라서 120초 동안 두 학생 B와 D가 달린 거리는 각각 1000m, 600m이므로 거리의 차는 $1000-600=400$(m)

따라서 옳은 것을 모두 고르면 ㄱ, ㄹ이다. 답 ②

0778 유형 11 201쪽

조건 (가)에서 점 A$(3a+4, 3+b)$가 x축 위의 점이므로

점 A의 y좌표는 0이다. 따라서 $3+b=0$ $\quad\therefore b=-3$

점 B$(3a-2b, -2b)$에 $b=-3$을 대입하면 B$(3a+6, 6)$

조건 (나)에서 점 B가 어느 사분면에도 속하지 않으므로 점 B는 y축 위에 존재한다.
→ 점 B는 x축 위의 점 또는 y축 위의 점 또는 원점이 될 수 있어. 이때 점 B의 y좌표가 6이므로 y축 위의 점이 돼.

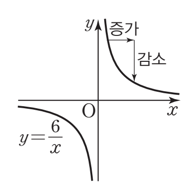
따라서 점 B의 x좌표는 0이므로

$3a+6=0$, $3a=-6$ $\quad\therefore a=-2$

따라서 $a=-2, b=-3$이므로

$y=\dfrac{ab}{x}=\dfrac{(-2)\times(-3)}{x}=\dfrac{6}{x}$

$y=\dfrac{6}{x}$의 그래프를 그리면 오른쪽 그림과 같다.



따라서 $y=\dfrac{6}{x}$의 그래프에 대하여

① 제1사분면과 제3사분면을 지난다.

② $y=\dfrac{6}{x}$에 $x=\dfrac{a}{2}=\dfrac{-2}{2}=-1$을 대입하면

$y=\dfrac{6}{-1}=-6$

따라서 점 $(-1, -6)$, 즉 $\left(\dfrac{a}{2}, -6\right)$을 지난다.

③ $y=\dfrac{6}{x}$에 $x=12$를 대입하면 $y=\dfrac{6}{12}=\dfrac{1}{2}$

따라서 점 $\left(12, -\dfrac{1}{2}\right)$을 지나지 않는다.

④ $x>0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

⑤ x축, y축과 만나지 않는다. → 반비례 관계의 그래프는 항상 x축, y축과 만나지 않아.

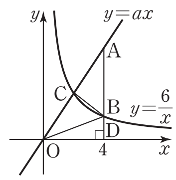
따라서 $y=\dfrac{ab}{x}$의 그래프의 특징이 아닌 것은 ③이다. 답 ③

0779 유형 16 206쪽 + 유형 19 211쪽

$y=\dfrac{6}{x}$에 $x=4$를 대입하면

$y=\dfrac{6}{4}=\dfrac{3}{2}$ $\quad\therefore$ B$\left(4, \dfrac{3}{2}\right)$

(선분 AB의 길이)$=\dfrac{9}{2}$이므로 A$\left(4, \dfrac{3}{2}+\dfrac{9}{2}\right)$, 즉 A$(4, 6)$이다.
→ $\dfrac{3+9}{2}=\dfrac{12}{2}=6$



오른쪽 그림과 같이 선분 AB를 연장하여 그은 직선과 x축이 만나는 점을 점 D라 하자.
이때 두 삼각형 BOD와 AOD의 넓이를 구해보면

(삼각형 BOD의 넓이)$=\frac{1}{2}\times4\times\frac{3}{2}=3$
└ 점 B의 y좌표

(삼각형 AOD의 넓이)$=\frac{1}{2}\times4\times6=12$
└ 점 A의 y좌표

∴ (삼각형 OBC의 넓이)=(삼각형 AOD의 넓이)−(삼각형 BOD의 넓이)
−(삼각형 ABC의 넓이)
└ 문제에서 $\frac{9}{2}$라고 했어.

$=12-3-\frac{9}{2}=\frac{9}{2}$

답 ⑤

서술형 격파하기

예제 1	2	유제 1	0
예제 2	15	유제 2	22
예제 3	20	유제 3	−34
예제 4	2	유제 4	28

예제 1

STEP ❶ $y=ax$의 그래프가 주어진 세 점을 지남을 이용한다.

$y=ax$에 $x=-2$, $y=6$을 대입하면

$6=-2a$ ∴ $a=-3$ ········ 채점기준 ① | 30%

$y=-3x$에 $x=b$, $y=-9$를 대입하면

$-9=-3b$ ∴ $b=3$ ········ 채점기준 ② | 30%

$y=-3x$에 $x=-\frac{2}{3}$, $y=c$를 대입하면

$c=-3\times\left(-\frac{2}{3}\right)=2$ ········ 채점기준 ③ | 30%

STEP ❷ $a+b+c$의 값을 구한다.

따라서 $a=-3$, $b=3$, $c=2$이므로

$a+b+c=(-3)+3+2$

$=2$ ········ 채점기준 ④ | 10%

답 2

채점기준

① a의 값을 구한다.	30%
② b의 값을 구한다.	30%
③ c의 값을 구한다.	30%
④ $a+b+c$의 값을 구한다.	10%

유제 1

STEP ❶ $y=3x$의 그래프가 주어진 세 점을 지남을 이용한다.

$y=3x$에 $x=a$, $y=-3$을 대입하면

$-3=3a$ ∴ $a=-1$ ········ 채점기준 ① | 30%

$y=3x$에 $x=b$, $y=5$를 대입하면

$5=3b$ ∴ $b=\frac{5}{3}$ ········ 채점기준 ② | 30%

$y=3x$에 $x=-\frac{2}{9}$, $y=c$를 대입하면

$c=3\times\left(-\frac{2}{9}\right)$ ∴ $c=-\frac{2}{3}$ ········ 채점기준 ③ | 30%

STEP ❷ $a+b+c$의 값을 구한다.

$a=-1$, $b=\frac{5}{3}$, $c=-\frac{2}{3}$이므로

$a+b+c=(-1)+\frac{5}{3}+\left(-\frac{2}{3}\right)=0$ ········ 채점기준 ④ | 10%

답 0

채점기준

① a의 값을 구한다.	30%
② b의 값을 구한다.	30%
③ c의 값을 구한다.	30%
④ $a+b+c$의 값을 구한다.	10%

예제 2

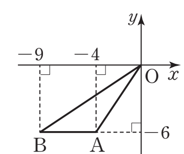
STEP ❶ 두 점 A, B의 좌표를 구한다.

$y=\frac{3}{2}x$, $y=\frac{2}{3}x$에 $y=-6$을 각각 대입하면

$-6=\frac{3}{2}x$, $x=-6\times\frac{2}{3}=-4$ ∴ A$(-4, -6)$

$-6=\frac{2}{3}x$, $x=-6\times\frac{3}{2}=-9$ ∴ B$(-9, -6)$ ········ 채점기준 ① | 50%

STEP ❷ 삼각형 AOB의 넓이를 구한다.



두 점 A$(-4, -6)$, B$(-9, -6)$과 원점 O를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.
따라서 삼각형 AOB의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\{-4-(-9)\}\times6=\frac{1}{2}\times5\times6$

$=15$ ········ 채점기준 ② | 50%

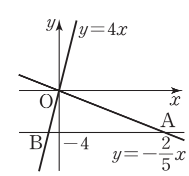
답 15

채점기준

① 두 점 A, B의 좌표를 구한다.	50%
② 삼각형 AOB의 넓이를 구한다.	50%

유제 2

STEP ❶ 두 점 A, B의 y좌표가 -4임을 이용하여 두 점 A, B의 좌표를 구한다.



좌표평면 위에 주어진 세 직선과 두 점 A, B를 나타내면 오른쪽 그림과 같다.
따라서 두 점 A, B의 y좌표는 -4이므로

$y=-\frac{2}{5}x$, $y=4x$에 각각 $y=-4$를 대입하면

$-4=-\frac{2}{5}x$, $x=-4\times\left(-\frac{5}{2}\right)=10$ ∴ A$(10, -4)$

$-4=4x$, $x=-\frac{4}{4}=-1$ ∴ B$(-1, -4)$ ········ 채점기준 ① | 50%

STEP ❷ 삼각형 OAB의 넓이를 구한다.

삼각형 OAB의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\{10-(-1)\}\times4=\frac{1}{2}\times11\times4$

$=22$ ········ 채점기준 ② | 50%

답 22

채점기준

① 두 점 A, B의 좌표를 구한다.	50%
② 삼각형 OAB의 넓이를 구한다.	50%

예제 3

STEP ❶ 점 A의 좌표를 A$\left(k, \frac{a}{k}\right)$ $(k>0)$라 하고 두 선분 OB, AB의 길이를 구한다.

주어진 그래프는 제1사분면을 지나므로 $a>0$

제1사분면 위의 점 A의 좌표를 A$\left(k, \frac{a}{k}\right)$(단, $k>0$)라 하면

B$(k, 0)$ ········ 채점기준 ① | 30%

(선분 OB의 길이)$=k$, (선분 AB의 길이)$=\frac{a}{k}$ ($\because a>0, k>0$)

········ 채점기준 ② | 50%

STEP ❷ 삼각형 AOB의 넓이가 10임을 이용하여 a의 값을 구한다.

삼각형 AOB의 넓이가 10이므로

$\frac{1}{2}\times k\times\frac{a}{k}=10$, $\frac{a}{2}=10$

$\therefore a=20$ ········ 채점기준 ③ | 20%

답 20

채점기준

① 두 점 A, B의 x좌표를 k라 할 때 각각의 좌표를 구한다.	30%
② 두 선분 OB, AB의 길이를 구한다.	50%
③ a의 값을 구한다.	20%

유제 3

STEP ❶ 점 A와 점 P의 x좌표가 같음을 이용하여 점 P의 좌표를 구한다.

점 A$(-2, 0)$과 점 P의 x좌표는 -2로 같고

$y=\frac{a}{x}$의 그래프가 점 P를 지나므로 $y=\frac{a}{x}$에 $x=-2$를 대입하면

$y=\frac{a}{-2}$ $\therefore$ P$\left(-2, -\frac{a}{2}\right)$ ········ 채점기준 ① | 30%

주어진 그래프가 제2사분면을 지나므로 $a<0$이다.

STEP ❷ 직사각형 PAOB의 넓이가 34임을 이용하여 a의 값을 구한다.

이때 (선분 OA의 길이)$=|-2|=2$

(선분 OB의 길이)$=\left|-\frac{a}{2}\right|=-\frac{a}{2}$ ($\because a<0$)이고 ········ 채점기준 ② | 50%

직사각형 PAOB의 넓이가 34이므로

$2\times\left(-\frac{a}{2}\right)=34$, $-a=34$

$\therefore a=-34$ ········ 채점기준 ③ | 20%

답 -34

채점기준

① 점 P의 좌표를 구한다.	30%
② 두 선분 OA, OB의 길이를 구한다.	50%
③ a의 값을 구한다.	20%

예제 4

STEP ❶ $y=ax$의 그래프가 점 $(-4, -3)$을 지남을 이용하여 a의 값을 구한다.

$y=ax$에 $x=-4$, $y=-3$을 대입하면

$-3=-4a$ $\therefore a=\frac{3}{4}$ ········ 채점기준 ① | 40%

STEP ❷ $y=\frac{12}{x}$의 그래프가 점 $(-16, b-2)$를 지남을 이용하여 b의 값을 구한다.

$y=\frac{12}{x}$에 $x=-16$, $y=b-2$를 대입하면

$b-2=\frac{12}{-16}$, $b-2=-\frac{3}{4}$ $\therefore b=\frac{5}{4}$ ········ 채점기준 ② | 40%

따라서 $a=\frac{3}{4}$, $b=\frac{5}{4}$이므로

$a+b=\frac{3}{4}+\frac{5}{4}=2$ ········ 채점기준 ③ | 20%

답 2

채점기준

① a의 값을 구한다.	40%
② b의 값을 구한다.	40%
③ $a+b$의 값을 구한다.	20%

유제 4

STEP ❶ $y=\frac{a}{x}$의 그래프가 점 $(7, 3)$을 지남을 이용한다.

$y=\frac{a}{x}$에 $x=7$, $y=3$을 대입하면

$3=\frac{a}{7}$ $\therefore a=21$ ········ 채점기준 ① | 40%

STEP ❷ $y=ax$의 그래프가 점 $\left(\frac{1}{3}, b\right)$를 지남을 이용한다.

$y=21x$에 $x=\frac{1}{3}$, $y=b$를 대입하면

$b=21\times\frac{1}{3}=7$ ········ 채점기준 ② | 40%

따라서 $a=21$, $b=7$이므로

$a+b=21+7=28$ ········ 채점기준 ③ | 20%

답 28

채점기준

① a의 값을 구한다.	40%
② b의 값을 구한다.	40%
③ $a+b$의 값을 구한다.	20%

memo