SOLUTION

LECTURE BOOK

WORK BOOK

LECTURE BOOK

I. 기본 도형

01 기본 도형

L 9쪽 핵심 유형 Q+Q
01 4 02 ⑤ 03 ④
04 $\overleftrightarrow{AC}$와 $\overleftrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AB}$와 $\overrightarrow{AC}$, $\overline{BC}$와 $\overline{CB}$ 05 ③
06 (ㄱ), (ㄴ), (ㄹ) 07 13 cm 08 ③ 09 ②
10 15 cm

L 11쪽 발전 유형 Q+Q
01 34 02 ① 03 ③
04 20

L 13쪽 핵심 유형 Q+Q
01 15° 02 ② 03 ④
04 40° 05 ⑤ 06 70° 07 ② 08 ③ 09 20쌍
10 ④ 11 27

L 15쪽 발전 유형 Q+Q
01 ② 02 135° 03 125°
04 ③ 05 12 cm 06 ③

L 16쪽 중단원 실전 TEST
01 25 02 ③ 03 ④
04 29 05 ⑤ 06 ③ 07 4 cm 08 ② 09 12 cm
10 2 11 70° 12 ① 13 ③ 14 40° 15 ④
16 ⑤ 17 35 18 60° 19 12쌍 20 5 21 ②
22 ⑤ 23 ③ 24 22

I. 기본 도형

02 위치 관계

L 22쪽 핵심 유형 Q+Q
01 ⑤ 02 3 03 (ㄴ), (ㄹ)
04 ② 05 ⑤ 06 16 07 ③ 08 ① 09 7
10 4 11 ④

L 24쪽 발전 유형 Q+Q
01 6 02 12 03 6
04 ⑤ 05 ⑤ 06 (ㄷ), (ㄹ)

L 26쪽 핵심 유형 Q+Q
01 ④
02 (1) $\angle e$, $\angle l$ (2) $\angle d$, $\angle g$ 03 ③ 04 20 05 $l /\!/ n$
06 ⑤ 07 ② 08 60° 09 120° 10 ③ 11 ③
12 128° 13 52° 14 ①

L 28쪽 발전 유형 Q+Q
01 65° 02 ④ 03 180°
04 ② 05 ③ 06 60°

L 29쪽 중단원 실전 TEST
01 ⑤ 02 (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ)
03 ③, ④ 04 ③ 05 $\overleftrightarrow{CG}$, $\overleftrightarrow{DH}$ 06 ⑤
07 18 08 1 09 ⑤ 10 19 11 ② 12 ④
13 ③ 14 170° 15 80° 16 25° 17 ④ 18 ②
19 ① 20 71° 21 112° 22 6 23 ④ 24 78°

I. 기본 도형

03 작도와 합동

L 36쪽 핵심 유형 Q+Q
01 ㉠ → ㉢ → ㉡
02 (가) $\overline{AB}$ (나) C (다) 정삼각형 03 ③ 04 ④ 05 ②
06 (1) ㉠ → ㉣ → ㉡ → ㉤ → ㉢ → ㉥
(2) 서로 다른 두 직선이 한 직선과 만날 때, 엇각의 크기가 서로 같으면 두 직선은 평행하다.
07 ③ 08 7 09 (가) a (나) $\angle XBC$ (다) $\angle YCB$
10 ⑤ 11 ③ 12 ④

L 38쪽 발전 유형 Q+Q
01 ④ 02 3 03 4
04 ②

L 40쪽 핵심 유형 Q+Q
01 ④
02 $\angle x=60°$, $\angle y=50°$ 03 ② 04 (ㄴ)과 (ㅁ), (ㄷ)과 (ㅂ)
05 ①, ② 06 ③ 07 (가) $\overline{BD}$ (나) SSS 08 ③
09 (가) $\overline{CO}$ (나) $\overline{DO}$ (다) $\angle COD$ (라) SAS 10 ④
11 (가) $\overline{BD}$ (나) $\angle OBD$ (다) ASA 12 ⑤

L 43쪽 발전 유형 Q+Q
01 ② 02 60° 03 36 cm
04 (1) $\triangle ABG$, SAS 합동 (2) 90°

L 44쪽 중단원 실전 TEST
01 ④, ⑤
02 ㉠ → ㉣ → ㉢ → ㉡ 03 ② 04 ③ 05 30
06 ③ 07 ④ 08 ② 09 $\overline{BC}$의 길이 또는 $\angle A$의 크기
10 ③ 11 50 12 ①, ④ 13 ①
14 (가) $\overline{BM}$ (나) $\angle PMB$ (다) SAS 15 ②, ⑤
16 13 cm 17 ④ 18 45° 19 ② 20 28°
21 55° 22 3 23 120° 24 50 cm^2

L 48쪽 최고 수준 도전하기
01 8 02 70 cm
03 155° 04 17 05 120° 06 100° 07 20 cm^2
08 45°

04 다각형

L 53쪽 핵심 유형 Q+Q
01 ③ 02 (ㄴ), (ㄷ) 03 $40°$
04 ④ 05 $58°$ 06 ④ 07 ③ 08 $140°$ 09 $90°$
10 ② 11 ① 12 육각형

L 55쪽 발전 유형 Q+Q
01 ④ 02 $55°$ 03 $40°$
04 ① 05 ② 06 $195°$

L 57쪽 핵심 유형 Q+Q
01 ⑤ 02 70
03 $\angle x=100°$, $\angle y=95°$ 04 ③ 05 ④ 06 $18°$
07 ①

L 58쪽 발전 유형 Q+Q
01 $105°$ 02 ② 03 ②
04 $720°$ 05 $360°$ 06 ③ 07 ①
08 $\angle x=36°$, $\angle y=108°$, $\angle z=72°$ 09 $36°$ 10 ③

L 60쪽 중단원 실전 TEST
01 ⑤ 02 ⑤ 03 $35°$
04 $125°$ 05 $\angle x=45°$, $\angle y=55°$ 06 ③ 07 $27°$
08 ③ 09 ② 10 14 11 ① 12 ④ 13 ③
14 $360°$ 15 1800 16 ③ 17 $180°$ 18 ④ 19 9
20 $40°$ 21 $126°$ 22 $56°$ 23 ③ 24 $900°$

05 원과 부채꼴

L 65쪽 핵심 유형 Q+Q
01 40 02 ③ 03 ④
04 7 cm 05 ② 06 10 cm^2 07 $86°$ 08 12 cm
09 ③, ④ 10 (ㄱ), (ㄹ)
11 둘레의 길이: 32π cm, 넓이: $30\pi\text{ cm}^2$ 12 ⑤ 13 ①
14 $12\pi\text{ cm}^2$ 15 ② 16 $\frac{5}{4}\pi$ cm
17 $\left(\frac{16}{3}\pi+24\right)$ cm 18 ③ 19 ② 20 $(18\pi-36)\text{ cm}^2$
21 ① 22 50 cm^2 23 45 24 ⑤

L 69쪽 발전 유형 Q+Q
01 16 cm 02 ②
03 $54\pi\text{ cm}^2$ 04 ③ 05 ④ 06 방법 B
07 $(4\pi+72)\text{ cm}^2$ 08 $(16\pi+224)\text{ cm}^2$ 09 $\frac{8}{3}\pi$ cm
10 ② 11 $38\pi\text{ m}^2$ 12 ③

L 71쪽 중단원 실전 TEST
01 ⑤ 02 ② 03 26 cm
04 (1) $135°$ (2) 18 cm 05 12배 06 ③ 07 ②
08 ④ 09 12π 10 $130°$ 11 ③ 12 피자 A
13 $\frac{110}{3}\pi\text{ cm}^2$ 14 ⑤ 15 ④ 16 ② 17 8π cm
18 42 19 $(64-16\pi)\text{ cm}^2$ 20 ③ 21 ⑤ 22 $40°$
23 ④ 24 $3\pi\text{ cm}^2$

L 75쪽 최고 수준 도전하기
01 $85°$ 02 119 03 $230°$
04 15 05 ③ 06 12π cm 07 $32\pi-100$
08 5π

06 다면체와 회전체

L 79쪽 핵심 유형 Q+Q
01 ④ 02 4 03 39
04 ② 05 ⑤ 06 (ㄴ), (ㄷ) 07 사각뿔대 08 ③
09 ③ 10 정사면체 11 18 12 ① 13 ④
14 $\overline{\text{CF}}$

L 81쪽 발전 유형 Q+Q
01 2 02 이십면체
03 ② 04 정오각형 05 ⑤ 06 ②

L 83쪽 핵심 유형 Q+Q
01 (ㄴ), (ㄹ) 02 ④ 03 ④
04 ③ 05 (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ) 06 ② 07 ① 08 ②
09 ④ 10 16π cm 11 $9\pi\text{ cm}^2$ 12 ③
13 ② 14 ③ 15 (ㄷ), (ㄹ)

L 86쪽 발전 유형 Q+Q
01 18 cm 02 ②
03 ④ 04 30 cm

L 87쪽 중단원 실전 TEST
01 ② 02 ④ 03 11
04 ⑤ 05 육각기둥 06 24 07 (가) 정삼각형 (나) 3
08 ④ 09 ④ 10 8 11 38 12 60 cm
13 ③ 14 41 15 ③ 16 ③ 17 ⑤
18 $24\pi+64$ 19 232 20 ③, ⑤ 21 ⑤
22 십이면체 23 ③ 24 18

07 입체도형의 겉넓이와 부피

L 93쪽 핵심 유형 Q+Q
01 ② 02 ④ 03 26 cm
04 ③ 05 228π cm^3 06 12 07 ⑤ 08 $90°$
09 ② 10 $(24\pi+264)$ cm^2 11 141π cm^3 12 ③

L 95쪽 발전 유형 Q+Q
01 ② 02 144π cm^3
03 256 cm^2 04 ④

L 97쪽 핵심 유형 Q+Q
01 ③ 02 6 cm
03 96π cm^2 04 ④ 05 8 06 160 cm^3
07 ③ 08 ① 09 156π cm^3 10 138π cm^2
11 ⑤ 12 ④ 13 100π cm^2 14 ③ 15 ⑤
16 ④ 17 48π cm^3 18 ②

L 100쪽 발전 유형 Q+Q
01 ③ 02 96π cm^2
03 18 cm^3 04 ① 05 ② 06 $\frac{8}{3}$ 07 ④
08 18π cm^3 09 288 cm^3

L 102쪽 중단원 실전 TEST
01 ② 02 ②
03 192π cm^3 04 7 cm 05 358 cm^2 06 ⑤
07 ① 08 ④ 09 ① 10 ③ 11 56π cm^2
12 207 cm^3 13 ② 14 ② 15 ④
16 72π cm^2 17 $3:2:1$ 18 $\frac{4}{3}$ cm
19 ④ 20 32π 21 ③ 22 540 cm^3
23 $(175\pi-350)$ cm^3 24 25 cm^3

L 106쪽 최고 수준 도전하기
01 51 02 75π cm^2
03 72 cm^2 04 $5:4:3$ 05 13분
06 $\frac{208}{3}\pi$ cm^3

08 도수분포표와 상대도수

L 111쪽 핵심 유형 Q+Q
01 ③ 02 94점 03 12
04 ② 05 1 06 ③ 07 ⑤ 08 (1) 5 (2) 7
09 84 10 ③ 11 (가) 8 (나) 75 (다) 70 (라) 80
12 (1) 3 (2) 11 13 ① 14 $A=11$, $B=5$

L 114쪽 발전 유형 Q+Q
01 35 02 ③
03 175 cm 04 ⑤ 05 ③ 06 8

L 116쪽 핵심 유형 Q+Q
01 (1) 6 (2) 35 (3) 60권 이상 70권 미만 (4) 45권
02 ④ 03 (ㄴ), (ㄷ), (ㄹ) 04 45세

L 117쪽 발전 유형 Q+Q
01 10 02 ① 03 (ㄴ)
04 ④, ⑤

L 119쪽 핵심 유형 Q+Q
01 ④ 02 $a=0.15$, $b=14$
03 (1) $A=50$, $B=0.16$ (2) 28 % 04 ③ 05 ③
06 0.3 07 남학생
08 (1) B 반 (2) 7권 이상 9권 미만

L 121쪽 발전 유형 Q+Q
01 12 02 ① 03 ④
04 $3:4$ 05 (1) 여학생 (2) 여학생, 7명 06 ③

L 123쪽 중단원 실전 TEST
01 ①, ⑤
02 (1) 평균: 9개, 중앙값: 6개 (2) 중앙값 03 ② 04 ③
05 25 % 06 5 07 ③ 08 9 09 ① 10 30 %
11 80점 12 ④ 13 ③, ⑤ 14 ③ 15 10
16 11 17 ⑤ 18 ③ 19 $15:8$ 20 44 %
21 7.9점 22 ⑤

L 127쪽 최고 수준 도전하기
01 49 02 5 03 7
04 40 % 05 44 06 35 % 07 14명

WORK BOOK

I. 기본 도형

01 기본 도형

W 2쪽 Lecture 01
01 ㄴ 02 ④ 03 ②, ③
04 $\overline{AC}$ 05 ③ 06 6 07 ㄱ, ㄹ, ㅁ 08 ③
09 16 cm 10 ② 11 (1) 18 cm (2) 9 cm
12 21 cm 13 4 cm 14 ① 15 ⑤ 16 18
17 6 18 ② 19 16

W 5쪽 Lecture 02
01 ④ 02 ③ 03 $65°$ 04 $54°$
05 ⑤ 06 ② 07 ④ 08 ③ 09 80 10 ④
11 187 12 6쌍 13 ③ 14 ②, ④ 15 ㄱ, ㄹ
16 14 17 $42°$ 18 $40°$ 19 ① 20 $145°$
21 5시 $\frac{300}{11}$분 22 ① 23 ⑤

W 9쪽 고난도 Training
01 ② 02 ⑤ 03 $90°$ 04 ③ 05 $\frac{24}{5}$ cm

I. 기본 도형

02 위치 관계

W 10쪽 Lecture 03
01 6 02 ④ 03 ② 04 ③
05 5 06 ㄷ 07 ②, ④ 08 ④
09 $\overline{AB}$, $\overline{GH}$ 10 6 11 8 12 ⑤ 13 3
14 ② 15 4쌍 16 ④ 17 $\overline{AC}$ 18 1 19 ①
20 5 21 ㄱ, ㄹ 22 ④ 23 ㄴ, ㄷ

W 14쪽 Lecture 04
01 $\angle f$, $\angle d$ 02 ③ 03 ⑤
04 $x=90$, $y=50$ 05 ③ 06 $44°$ 07 ③
08 $l /\!/ n$, $p /\!/ q$ 09 $m /\!/ q$, $k /\!/ s$ 10 ② 11 $40°$
12 $\angle a=55°$, $\angle b=110°$, $\angle c=125°$ 13 ④ 14 ④
15 $\angle x=40°$, $\angle y=95°$ 16 ⑤ 17 $15°$ 18 $140°$
19 ① 20 ③ 21 $40°$ 22 ④ 23 $50°$ 24 $30°$
25 ② 26 ② 27 $30°$ 28 ③ 29 $110°$ 30 ①
31 ③

W 19쪽 고난도 Training
01 ③, ⑤ 02 ④ 03 $6°$ 04 $110°$ 05 ②

I. 기본 도형

03 작도와 합동

W 20쪽 Lecture 05
01 ② 02 ㄴ → ㄱ → ㄷ 03 ③
04 ③ 05 ②, ⑤ 06 ④ 07 ⑤ 08 ③
09 ① 10 6 11 (가) a (나) b (다) A 12 ①
13 ② 14 ㄱ, ㄴ, ㄹ 15 3 16 ①, ④
17 2 18 ③ 19 3 20 ⑤

W 24쪽 Lecture 06
01 ④ 02 49 03 ②
04 ①, ③ 05 ② 06 ⑤ 07 ㄱ, ㄴ
08 $\overline{AB}=\overline{DE}$ 또는 $\overline{BC}=\overline{EF}$ 또는 $\overline{AC}=\overline{DF}$
09 (가) $\overline{OB}$ (나) $\overline{CD}$ (다) SSS 10 ①, ③
11 풀이 77쪽 12 ⑤ 13 풀이 77쪽
14 $\triangle ABE \equiv \triangle ECD$, ASA 합동 15 풀이 78쪽
16 20 cm^2 17 ④ 18 ㄱ, ㄷ, ㄹ 19 $60°$
20 풀이 78쪽 21 ③ 22 ⑤

W 28쪽 고난도 Training
01 ① 02 4 03 ④ 04 ② 05 35 cm
06 16 cm^2

II. 평면도형

04 다각형

W 29쪽 Lecture 07
01 ②, ④ 02 ⑤
03 정십이각형 04 $35°$ 05 ③ 06 ② 07 25
08 ① 09 ④ 10 ② 11 $86°$ 12 30 13 ④
14 $110°$ 15 ④ 16 ② 17 $52°$ 18 ① 19 $120°$
20 27 21 ④ 22 14번 23 20 24 ② 25 $125°$
26 ⑤ 27 $80°$ 28 ③ 29 $135°$ 30 ②

W 34쪽 Lecture 08
01 (가) 8 (나) $360°$ (다) $1080°$
02 정칠각형 03 ① 04 ② 05 ⑤ 06 $10°$
07 3 08 ② 09 $156°$ 10 $1080°$ 11 ③ 12 $58°$
13 ③ 14 $120°$ 15 ③ 16 $485°$ 17 ② 18 $360°$
19 $105°$ 20 ① 21 $90°$ 22 ④ 23 ③ 24 $45°$

W 38쪽 고난도 Training
01 ⑤ 02 $70°$ 03 ② 04 $360°$ 05 22 06 ③

Ⅱ. 평면도형

05 원과 부채꼴

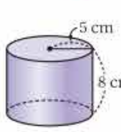
W 39쪽 Lecture 09
01 3　02 ④　03 9 cm　04 ③
05 30°　06 ⑤　07 6 cm　08 ③　09 $\frac{12}{5}$ cm
10 (1) 36 cm^2 (2) 12 cm^2　11 ④　12 ②　13 6 cm
14 ①, ④　15 ⑤　16 ②　17 $(64-8\pi)$ cm^2
18 4π　19 ③　20 ③　21 2π cm　22 48π
23 (1) 15 cm (2) 240°　24 ④　25 ②
26 $(12\pi+24)$ cm　27 ⑤　28 $(196-49\pi)$ cm^2　29 ①
30 32 cm^2　31 ③　32 27π cm^2　33 ③
34 80°　35 $(4\pi-8)$ cm　36 ①　37 ⑤
38 36π cm^2　39 ④　40 $(8\pi+48)$ cm　41 ②
42 $(16\pi+180)$ cm^2　43 $(36\pi+240)$ cm^2　44 ③
45 12π cm　46 ①　47 $\frac{45}{2}\pi$ m^2
48 $\frac{43}{2}\pi$ cm^2

W 47쪽 고난도 Training
01 36 cm^2　02 $(96-24\pi)$ cm^2　03 ②　04 ④
05 $\left(\frac{33}{2}\pi+30\right)$ cm^2

Ⅲ. 입체도형

06 다면체와 회전체

W 48쪽 Lecture 10
01 ②, ④　02 ⑤　03 ④
04 30　05 ③　06 ⑤　07 ④　08 ④　09 49
10 ②　11 (가) 정십이면체 (나) 정팔면체　12 풀이 94쪽
13 ⑤　14 12　15 정십이면체　16 ②　17 ⑤
18 점 E, 점 F　19 팔면체　20 ④
21 정사면체　22 ⑤　23 ③　24 24 cm　25 ④

W 52쪽 Lecture 11
01 ③, ④　02 2　03 ④
04 ②　05 ①　06 ⑤　07 ②, ⑤　08 원뿔대
09 

10 ⑤　11 ②　12 ③　13 44 cm
14 ⑤　15 14π cm, 21π cm^2　16 $\frac{36}{5}$ cm
17 30π cm　18 ④　19 (ㄴ)　20 ②　21 (ㄴ), (ㄷ)
22 ③　23 ②　24 ②　25 12 cm　26 20　27 ⑤
28 $(36\pi-72)$ cm^2

W 57쪽 고난도 Training
01 41, 19　02 ④　03 ⑤　04 ③
05 $(144\pi-216)$ cm^2

Ⅲ. 입체도형

07 입체도형의 겉넓이와 부피

W 58쪽 Lecture 12
01 ③　02 24π cm^2　03 ④
04 80 cm^2　05 ①　06 ①　07 7 cm　08 ②
09 6 cm　10 ④　11 ⑤　12 216π cm^3　13 ③
14 ⑤　15 (1) 246 cm^2 (2) 172 cm^3　16 ①
17 272π cm^3　18 $(70\pi+96)$ cm^2　19 ③
20 300 cm^3　21 ③　22 ④　23 5　24 ②

W 62쪽 Lecture 13
01 ③　02 5 cm　03 ②
04 161 cm^2　05 ③　06 ④　07 ③　08 18
09 ②　10 2 cm　11 (ㄴ), (ㄷ)　12 7배　13 ④
14 288π cm^2　15 4 : 5　16 ②　17 ①
18 208π cm^2　19 ③　20 ⑤　21 $\frac{94}{15}$　22 16 mL
23 30π cm^3　24 ③　25 ①　26 80π cm^2
27 ②　28 120 cm^3　29 15 cm^3　30 ⑤
31 ③　32 $\frac{15}{2}$　33 26분　34 ⑤　35 ②　36 6 cm

W 68쪽 고난도 Training
01 $(64\pi-32)$ cm^2　02 ②　03 126π cm^2　04 ⑤
05 ④　06 $\frac{224}{3}\pi$ cm^3

Ⅳ. 통계

08 도수분포표와 상대도수

W 69쪽 Lecture 14
01 4회　02 74점　03 ③　04 87점
05 ④　06 ⑤　07 14　08 ④　09 6　10 보라색
11 ②　12 3　13 (ㄱ)　14 (1) 34회 (2) 30 %
15 ④　16 ③　17 13.5초　18 ⑤　19 20
20 55 %　21 ④　22 10 cm 이상 12 cm 미만　23 ④
24 5　25 ②　26 81점　27 10　28 ③

W 74쪽 Lecture 15
01 ②　02 3배　03 80　04 ②, ⑤
05 ③　06 12　07 ③　08 40 %　09 (ㄱ), (ㄷ)　10 ③

W 76쪽 Lecture 16
01 0.24　02 ④　03 32
04 (1) $A=0.3$, $B=0.25$ (2) 40 (3) 50 %　05 ②　06 80점
07 (1) 3 (2) 62 %　08 4.5시간　09 A 학교
10 7.5건, 22.5건　11 0.25　12 8　13 0.28　14 9 : 2
15 5 : 4　16 20　17 ④

W 79쪽 고난도 Training
01 ①　02 12.5 %　03 0.18　04 8

LECTURE BOOK

I. 기본 도형

01 기본 도형

Lecture 01 점, 선, 면

핵심 유형 Q+Q

9쪽

01 오각뿔의 교점의 개수는 6, 교선의 개수는 10이므로

$a=6$, $b=10$

$\therefore b-a=4$

답 4

평면으로만 둘러싸인 입체도형에서
① (교점의 개수)
=(꼭짓점의 개수)
② (교선의 개수)
=(모서리의 개수)

02 육각기둥의 교점의 개수는 12, 교선의 개수는 18, 면의 개수는 8이므로

$a=12$, $b=18$, $c=8$

$\therefore a+b-c=22$

답 ⑤

03 ④ $\overrightarrow{CA}$와 $\overrightarrow{CD}$는 시작점은 같지만 방향이 다르므로 서로 다른 반직선이다.

답 ④

두 반직선이 같으려면 시작점과 방향이 모두 같아야 한다.

04 답 $\overleftrightarrow{AC}$와 $\overleftrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AB}$와 $\overrightarrow{AC}$, $\overline{BC}$와 $\overline{CB}$

05 ① $\overline{AB}=2\overline{MB}=2\times2\overline{MN}=4\overline{MN}$

② $\overline{AM}=\overline{MB}=2\overline{NB}$

③ $\overline{AB}=4\overline{MN}$이므로

$\overline{MN}=\frac{1}{4}\overline{AB}$

$\therefore \overline{AN}=\overline{AM}+\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{AB}+\frac{1}{4}\overline{AB}$

$=\frac{3}{4}\overline{AB}$

④ $\overline{AN}=\overline{AM}+\overline{MN}=\overline{MB}+\frac{1}{2}\overline{MB}$

$=\frac{3}{2}\overline{MB}$

$\therefore \overline{MB}=\frac{2}{3}\overline{AN}$

⑤ $\overline{NB}=\frac{1}{2}\overline{MB}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{4}\overline{AB}$

답 ③

06 (ㄴ) $\overline{AM}=\overline{MB}=3\overline{PQ}$

(ㄷ) $\overline{AM}=\overline{MB}$이므로 $2\overline{AN}=3\overline{QB}$

$\therefore \overline{AN}=\frac{3}{2}\overline{QB}$

(ㄹ) $\overline{NP}=\overline{NM}+\overline{MP}=\frac{1}{2}\overline{AM}+\frac{1}{2}\overline{MQ}$

$=\frac{1}{2}(\overline{AM}+\overline{MQ})$

$=\frac{1}{2}\overline{AQ}$

$\overline{MP}=\overline{PQ}$이므로 점 P는 $\overline{MQ}$의 중점이다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ), (ㄹ)이다.

답 (ㄱ), (ㄴ), (ㄹ)

07 $\overline{MB}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times10=5\,(cm)$

$\overline{BN}=\overline{AN}-\overline{AB}=14-10=4\,(cm)$이므로

$\overline{BC}=2\overline{BN}=2\times4=8\,(cm)$

$\therefore \overline{MC}=\overline{MB}+\overline{BC}$

$=5+8=13\,(cm)$

답 13 cm

08 $\overline{MN}=\overline{MB}+\overline{BN}=\frac{1}{2}\overline{AB}+\frac{1}{2}\overline{BC}$

$=\frac{1}{2}(\overline{AB}+\overline{BC})=\frac{1}{2}\overline{AC}$

$=\frac{1}{2}\times22=11\,(cm)$

답 ③

09 $\overline{AB}=2\overline{AM}=2\times12=24\,(cm)$

$\overline{AB}=3\overline{BC}$에서

$\overline{BC}=\frac{1}{3}\overline{AB}=\frac{1}{3}\times24=8\,(cm)$

이므로

$\overline{BN}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times8=4\,(cm)$

$\therefore \overline{MN}=\overline{MB}+\overline{BN}$

$=12+4=16\,(cm)$

답 ②

$\overline{MB}=\overline{AM}=12\,(cm)$

10 $\overline{MC}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times48=24\,(cm)$

$\overline{AB}:\overline{BC}=5:3$에서

$\overline{BC}=\overline{AC}\times\frac{3}{5+3}=48\times\frac{3}{8}=18\,(cm)$

이므로

$\overline{NC}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times18=9\,(cm)$

$\therefore \overline{MN}=\overline{MC}-\overline{NC}$

$=24-9=15\,(cm)$

답 15 cm

다른 풀이 $\overline{MB}=\overline{MC}-\overline{BC}=24-18=6\,(cm)$

$\overline{BN}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times18=9\,(cm)$이므로

$\overline{MN}=\overline{MB}+\overline{BN}=6+9=15\,(cm)$

발전 유형 Q+Q

11쪽

01 주어진 입체도형의 교점의 개수는 9, 교선의 개수는 16, 면의 개수는 9이므로

$a=9$, $b=16$, $c=9$

$\therefore a+b+c=34$

답 34

02 주어진 입체도형의 교점의 개수는 7, 교선의 개수는 12, 면의 개수는 7이므로

$a=7$, $b=12$, $c=7$

$\therefore a-b+c=2$

답 ①

03 서로 다른 직선은

$\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{AD}$, $\overleftrightarrow{AE}$, $\overleftrightarrow{BC}$,
$\overleftrightarrow{BD}$, $\overleftrightarrow{BE}$, $\overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{CE}$, $\overleftrightarrow{DE}$

의 10개이므로 $a=10$

서로 다른 반직선의 개수는 직선의 개수의 2배이므로

$b=10\times2=20$

$\therefore a+b=30$ 답 ③

5개의 점 중 어느 세 점도 한 직선 위에 있지 않으므로 성립한다.

Q쌤 보충학습

어느 세 점도 한 직선 위에 있지 않은 $n\,(n\ge2)$개의 점 중 두 점을 이어서 만들 수 있는 서로 다른 직선, 반직선, 선분의 개수는 다음과 같다.

① 직선, 선분의 개수: $\dfrac{n(n-1)}{2}$

② 반직선의 개수: $n(n-1)$

04 서로 다른 직선은

$\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{AD}$, $\overleftrightarrow{BC}$

의 4개이므로 $x=4$

세 점 B, C, D가 한 직선 위에 있으므로 $\overleftrightarrow{BD}$, $\overleftrightarrow{CD}$는 $\overleftrightarrow{BC}$와 같은 직선이다.

서로 다른 반직선은

$\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$,
$\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{DB}$

의 10개이므로 $y=10$

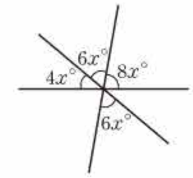
서로 다른 선분은

$\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BC}$, $\overline{BD}$, $\overline{CD}$

의 6개이므로 $z=6$

$\therefore x+y+z=20$ 답 20

05 오른쪽 그림에서



$4x+6x+8x=180$

$18x=180$

$\therefore x=10$ 답 ⑤

06 $\angle AOB=x°+40°$이므로

맞꼭지각의 크기는 서로 같다.

$(x-10)+(x+40)=90$

$2x=60$

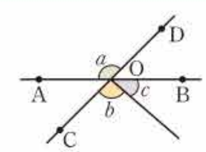
$\therefore x=30$

$\therefore \angle AOB=x°+40°$
$=30°+40°$
$=70°$ 답 $70°$

07 $135=(x+20)+y$이므로

$x+y=115$ 답 ②

Q쌤 한마디



오른쪽 그림과 같이 두 직선 AB, CD가 한 점 O에서 만날 때,

$\angle AOD=\angle BOC$ (맞꼭지각)

이므로 $\angle a=\angle b+\angle c$입니다.

이때 $\angle a$와 $\angle b$, $\angle a$와 $\angle c$는 맞꼭지각이 아님에 주의하세요.

08 $\overleftrightarrow{AB}$와 $\overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{AB}$와 $\overleftrightarrow{EF}$, $\overleftrightarrow{CD}$와 $\overleftrightarrow{EF}$가 한 점에서 만날 때 각각 2쌍의 맞꼭지각이 생기므로

$2\times3=6$ (쌍) 답 ③

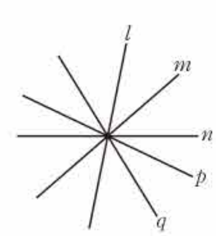
참고 맞꼭지각은 다음과 같이 6쌍이 생긴다.

$\angle AOC$와 $\angle BOD$, $\angle AOD$와 $\angle BOC$,
$\angle AOF$와 $\angle BOE$, $\angle AOE$와 $\angle BOF$,
$\angle COE$와 $\angle DOF$, $\angle COF$와 $\angle DOE$

Q쌤 보충학습

서로 다른 $n\,(n\ge2)$개의 직선이 한 점에서 만날 때 생기는 맞꼭지각은 모두 $n(n-1)$쌍이다.

09 오른쪽 그림과 같이 주어진 5개의 직선을 l, m, n, p, q라 하면



l과 m, l과 n, l과 p,
l과 q, m과 n, m과 p,
m과 q, n과 p, n과 q,
p와 q

가 한 점에서 만날 때 각각 2쌍의 맞꼭지각이 생기므로

$2\times10=20$ (쌍) 답 20쌍

Lecture 02 각

핵심 유형 Q+Q 13쪽

01 $\angle x=90°-25°=65°$,

$\angle y=180°-(90°+40°)=50°$이므로

직각의 크기 ➡ $90°$
평각의 크기 ➡ $180°$

$\angle x-\angle y=15°$ 답 $15°$

02 $(4x-10)+x+70=180$이므로

$5x=120$ $\therefore x=24$ 답 ②

03 $\angle x+\angle y+\angle z=180°$이므로

$\angle z=180°\times\dfrac{4}{2+3+4}=80°$ 답 ④

04 $\angle x+\angle y=180°-20°=160°$이므로

$\angle x=160°\times\dfrac{1}{1+3}=40°$

$\angle y=160°\times\dfrac{3}{1+3}=120°$

$\therefore \angle y-2\angle x=40°$ 답 $40°$

10 ④ 점 B와 $\overleftrightarrow{CD}$ 사이의 거리는 $\overline{BH}$의 길이와 같다.

⑤ 점 D와 $\overleftrightarrow{AB}$ 사이의 거리는 $\overline{DH}$의 길이와 같다.
이때 $\overline{CH}=\overline{DH}$이므로 점 D와 $\overleftrightarrow{AB}$ 사이의 거리는 $\overline{CH}$의 길이와 같다.

답 ④

참고 ④ $\overline{AH}=\overline{BH}$인지는 알 수 없다.

점과 직선 사이의 거리
➡ 점에서 직선에 내린 수선의 발까지의 거리

11 점 A와 직선 BC 사이의 거리는 $\overline{AB}$의 길이와 같으므로 15 cm이다.

$\therefore x=15$

점 B와 직선 AC 사이의 거리는 $\overline{BH}$의 길이와 같으므로 12 cm이다.

$\therefore y=12$

$\therefore x+y=27$

답 27

발전 유형 Q+Q

Ⓛ 15쪽

01 $5\angle AOC=2\angle AOD$이므로

$\angle AOC=\frac{2}{5}\angle AOD$

$\therefore \angle COD=\angle AOD-\angle AOC$
$=\angle AOD-\frac{2}{5}\angle AOD$
$=\frac{3}{5}\angle AOD$

$5\angle EOB=2\angle DOB$이므로

$\angle EOB=\frac{2}{5}\angle DOB$

$\therefore \angle DOE=\angle DOB-\angle EOB$
$=\angle DOB-\frac{2}{5}\angle DOB$
$=\frac{3}{5}\angle DOB$

$\therefore \angle COE=\angle COD+\angle DOE$
$=\frac{3}{5}\angle AOD+\frac{3}{5}\angle DOB$
$=\frac{3}{5}(\angle AOD+\angle DOB)$
$=\frac{3}{5}\times 180^\circ$
$=108^\circ$

답 ②

다른 풀이 $\angle AOC+\angle EOB=\frac{2}{5}\angle AOD+\frac{2}{5}\angle DOB$
$=\frac{2}{5}(\angle AOD+\angle DOB)$
$=\frac{2}{5}\times 180^\circ=72^\circ$

$\therefore \angle COE=180^\circ-(\angle AOC+\angle EOB)$
$=180^\circ-72^\circ$
$=108^\circ$

02 $\angle AOC=\frac{1}{3}\angle AOG$이므로

$\angle AOG=3\angle AOC$

$\angle DOF=\frac{1}{3}\angle FOG$이므로

$\angle FOG=3\angle DOF$

$\angle AOC=\angle a$, $\angle DOF=\angle b$라 하면

$\angle AOG=3\angle a$, $\angle FOG=3\angle b$

$\angle AOC+\angle AOG+\angle FOG+\angle DOF=180^\circ$이므로

$\angle a+3\angle a+3\angle b+\angle b=180^\circ$
$4\angle a+4\angle b=180^\circ$
$\therefore \angle a+\angle b=45^\circ$
$\therefore \angle EOB=\angle AOF$ (맞꼭지각)
$=\angle AOG+\angle FOG$
$=3\angle a+3\angle b=3(\angle a+\angle b)$
$=3\times 45^\circ=135^\circ$

답 135°

생각
시침은 60분 동안 30°만큼, 즉 1분 동안 0.5°만큼 움직이고, 분침은 60분 동안 360°만큼, 즉 1분 동안 6°만큼 움직인다.

03 시침이 12를 가리킬 때부터 6시간 10분 동안 움직인 각도는

$30^\circ\times 6+0.5^\circ\times 10=185^\circ$

분침이 12를 가리킬 때부터 10분 동안 움직인 각도는

$6^\circ\times 10=60^\circ$

따라서 구하는 각의 크기는

$185^\circ-60^\circ=125^\circ$

답 125°

Q쌤 보충학습

시침과 분침이 이루는 각의 크기

시침은 1시간 동안 30°만큼 움직이므로 1분 동안 0.5°만큼 움직이고, 분침은 1시간 동안 360°만큼 움직이므로 1분 동안 6°만큼 움직인다.

$\frac{30^\circ}{60}=0.5^\circ$

$\frac{360^\circ}{60}=6^\circ$

시계가 x시 y분을 가리킬 때, 시침과 분침이 이루는 각의 크기는 다음을 이용하여 구할 수 있다.

① 시침이 12를 가리킬 때부터 x시간 y분 동안 움직인 각도는
$30^\circ\times x+0.5^\circ\times y$

② 분침이 12를 가리킬 때부터 y분 동안 움직인 각도는
$6^\circ\times y$

04 3시 x분에 시침과 분침이 일치한다고 하자.
시침이 12를 가리킬 때부터 3시간 x분 동안 움직인 각도는

$30^\circ\times 3+0.5^\circ\times x$

분침이 12를 가리킬 때부터 x분 동안 움직인 각도는

$6^\circ\times x$

시침과 분침이 일치하므로

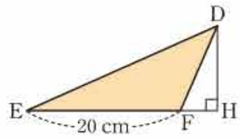
$30^\circ\times 3+0.5^\circ\times x=6^\circ\times x$

$5.5x=90 \quad \therefore x=\frac{180}{11}$

따라서 구하는 시각은 3시 $\frac{180}{11}$분이다.

답 ③

05 오른쪽 그림과 같이 삼각형 DEF의 꼭짓점 D에서 직선 EF에 내린 수선의 발을 H라 하면 점 D와 직선 EF 사이의 거리는 $\overline{DH}$의 길이와 같다.



이때 삼각형 ABC의 넓이가

$\frac{1}{2}\times16\times15=120\,(\text{cm}^2)$

이므로 삼각형 DEF의 넓이도 120 cm^2이다.

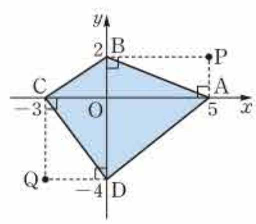
따라서 $\frac{1}{2}\times20\times\overline{DH}=120$이므로

$\overline{DH}=12\,(\text{cm})$

즉 구하는 거리는 12 cm이다. 답 12 cm

삼각형 DEF에서 $\overline{EF}$를 밑변으로 생각할 때 높이와 같다.

06 두 점 P, Q와 네 점 A, B, C, D를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



사각형 ABCD의 넓이는 두 삼각형 ABC, ACD의 넓이의 합과 같으므로 구하는 넓이는

$\frac{1}{2}\times8\times2+\frac{1}{2}\times8\times4=8+16=24$ 답 ③

(삼각형 ABC의 높이)
=(점 B와 $\overleftrightarrow{AC}$ 사이의 거리)
$=\overline{BO}$

(삼각형 ACD의 높이)
=(점 D와 $\overleftrightarrow{AC}$ 사이의 거리)
$=\overline{DO}$

중단원 실전 TEST

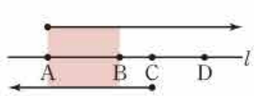
L 16쪽

01 오각기둥의 교점의 개수는 10, 교선의 개수는 15이므로

$a=10,\ b=15$

$\therefore a+b=25$ 답 25

02 오른쪽 그림에서 $\overline{AB}$를 포함하는 것은



$\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{DC}$의 3개

답 ③

03 ④ $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{OD}$, $\overrightarrow{OE}$의 4개이다.

⑤ $\overleftrightarrow{AB}$는 직선 l과 같고, $\overleftrightarrow{DE}$는 직선 m과 같으므로 점 O는 $\overleftrightarrow{AB}$와 $\overleftrightarrow{DE}$의 교점이다.

답 ④

$\overrightarrow{OA}$와 $\overrightarrow{OB}$는 시작점과 방향이 모두 같으므로 같은 반직선이다.

04 서로 다른 직선은

$\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{AE}$, $\overleftrightarrow{BE}$, $\overleftrightarrow{CE}$, $\overleftrightarrow{DE}$

의 5개이므로 $a=5$ ⋯ ❶

서로 다른 반직선은

$\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BE}$, $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{CE}$, $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{DE}$, $\overrightarrow{EA}$, $\overrightarrow{EB}$, $\overrightarrow{EC}$, $\overrightarrow{ED}$

의 14개이므로 $b=14$ ⋯ ❷

서로 다른 선분은

$\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{AE}$, $\overline{BC}$, $\overline{BD}$, $\overline{BE}$, $\overline{CD}$, $\overline{CE}$, $\overline{DE}$

의 10개이므로 $c=10$ ⋯ ❸

$\therefore a+b+c=29$ ⋯ ❹

답 29

채점 기준	배점
❶ a의 값을 구할 수 있다.	1점
❷ b의 값을 구할 수 있다.	1점
❸ c의 값을 구할 수 있다.	1점
❹ $a+b+c$의 값을 구할 수 있다.	1점

05 ② $\overline{AN}=\overline{AL}+\overline{LN}$
$=\overline{MB}+\overline{NM}$
$=\overline{NB}$

이므로 $2\overline{AN}=\overline{AB}$

③ $\overline{NM}=\frac{1}{2}\overline{LM}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\overline{AB}=\frac{1}{6}\overline{AB}$

④ $\overline{NB}=\overline{NM}+\overline{MB}=\overline{NM}+\overline{LM}$
$=\overline{LN}+2\overline{LN}=3\overline{LN}$

⑤ $\overline{AN}=\overline{AL}+\overline{LN}=\overline{LM}+\overline{LN}$
$=2\overline{LN}+\overline{LN}=3\overline{LN}$

$\overline{LB}=2\overline{LM}=2\times2\overline{LN}=4\overline{LN}$

따라서 $\overline{LN}=\frac{1}{4}\overline{LB}$이므로

$\overline{AN}=3\overline{LN}=3\times\frac{1}{4}\overline{LB}=\frac{3}{4}\overline{LB}$

답 ⑤

다른풀이 ⑤ ②에서 $\overline{AN}=\frac{1}{2}\overline{AB}$

이때 $\overline{LB}=\frac{2}{3}\overline{AB}$이므로 $\overline{AB}=\frac{3}{2}\overline{LB}$

$\therefore \overline{AN}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\overline{LB}=\frac{3}{4}\overline{LB}$

06 $\overline{AM}=\overline{MB}$이므로

$3x=4x-5 \qquad \therefore x=5$

따라서 $\overline{AM}=3\times5=15$이므로

$\overline{AB}=2\overline{AM}=2\times15=30$ 답 ③

점 M이 $\overline{AB}$의 중점
➡ $\overline{AM}=\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}$

07 $\overline{AE}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{4}\overline{AC}$
$=\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{8}\overline{AB}$
$=\frac{1}{8}\times32=4\,(\text{cm})$ 답 4 cm

08 $\overline{MN}=\overline{MB}+\overline{BN}=\frac{1}{2}\overline{AB}+\frac{1}{2}\overline{BC}$

$=\frac{1}{2}(\overline{AB}+\overline{BC})$

$=\frac{1}{2}\times(10+6)=8(\text{cm})$

따라서

$\overline{MB}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times10=5(\text{cm})$,

$\overline{MP}=\frac{1}{2}\overline{MN}=\frac{1}{2}\times8=4(\text{cm})$

이므로

$\overline{PB}=\overline{MB}-\overline{MP}=5-4=1(\text{cm})$ 답 ②

09 $\overline{BC}=2\overline{NC}=2\times3=6(\text{cm})$이므로

$\overline{AB}:6=3:1$ $\quad\therefore \overline{AB}=18(\text{cm})$

$\therefore \overline{MB}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times18=9(\text{cm})$

이때 $\overline{BN}=\overline{NC}=3(\text{cm})$이므로

$\overline{MN}=\overline{MB}+\overline{BN}$

$=9+3=12(\text{cm})$ 답 12 cm

$a:b=c:d$이면 $ad=bc$

10 $\overline{AD}=\frac{1}{3}\overline{DC}$이므로

$\overline{DC}=3\overline{AD}$

$\therefore \overline{AC}=\overline{AD}+\overline{DC}$

$=\overline{AD}+3\overline{AD}=4\overline{AD}$

이때 $\overline{AC}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times40=20$이므로

$4\overline{AD}=20$ $\quad\therefore \overline{AD}=5$

$\therefore \overline{DC}=3\overline{AD}=3\times5=15$ ··· ❶

$\overline{AD}+\overline{CE}=8$에서

$5+\overline{CE}=8$ $\quad\therefore \overline{CE}=3$

$\therefore \overline{EB}=\overline{CB}-\overline{CE}=\overline{AC}-\overline{CE}$

$=20-3=17$ ··· ❷

$\therefore \overline{EB}-\overline{DC}=17-15=2$ ··· ❸

답 2

채점 기준	배점
❶ $\overline{DC}$의 길이를 구할 수 있다.	3점
❷ $\overline{EB}$의 길이를 구할 수 있다.	2점
❸ $\overline{EB}-\overline{DC}$의 길이를 구할 수 있다.	1점

11 $(5x+20)+2x=90$이므로

$7x=70$ $\quad\therefore x=10$

$\therefore \angle COD=\angle BOD-\angle BOC$

$=90°-2\times10°=70°$ 답 70°

$\angle COD$
$=\angle AOB$
$=5\times10°+20°$
$=70°$
와 같이 구할 수도 있다.

12 $\angle a:\angle b=1:2$에서

$\angle b=2\angle a$

$\angle b:\angle c=1:2$에서

$\angle c=2\angle b=2\times2\angle a=4\angle a$

$\angle c:\angle d=1:2$에서

$\angle d=2\angle c=2\times4\angle a=8\angle a$

따라서

$\angle a+2\angle a+4\angle a+8\angle a=180°$

이므로

$15\angle a=180°$ $\quad\therefore \angle a=12°$

$\therefore \angle d=8\angle a=8\times12°=96°$ 답 ①

13 $\angle DOE=\angle x$라 하면

$\angle COD=3\angle x$, $\angle EOB=2\angle x$

$60°+3\angle x+\angle x+2\angle x=180°$이므로

$6\angle x=120°$ $\quad\therefore \angle x=20°$

$\therefore \angle EOB=2\angle x=2\times20°=40°$ 답 ③

$\angle DOE=\frac{1}{2}\angle EOB$
이므로
$\angle EOB=2\angle DOE$

14 $\angle COD=\frac{1}{7}\angle AOD$이므로

$\angle AOD=7\angle COD$

$\therefore \angle AOC=\angle AOD-\angle COD$

$=7\angle COD-\angle COD=6\angle COD$

따라서 $6\angle COD=90°$이므로

$\angle COD=15°$ ··· ❶

$\angle AOC=90°$

$\angle DOE=\frac{1}{3}\angle DOB$이므로

$\angle DOB=3\angle DOE$

$\angle COB=90°$이므로

$\angle COD+\angle DOB=90°$

$15°+3\angle DOE=90°$, $\quad 3\angle DOE=75°$

$\therefore \angle DOE=25°$ ··· ❷

$\therefore \angle COE=\angle COD+\angle DOE$

$=15°+25°=40°$ ··· ❸

답 40°

채점 기준	배점
❶ $\angle COD$의 크기를 구할 수 있다.	2점
❷ $\angle DOE$의 크기를 구할 수 있다.	3점
❸ $\angle COE$의 크기를 구할 수 있다.	1점

15 오른쪽 그림에서

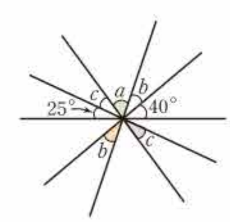
$25°+\angle c+\angle a$

$+\angle b+40°$

$=180°$

이므로

$\angle a+\angle b+\angle c=115°$



답 ④

16 오른쪽 그림에서

$(3a-20)+(a+10)+a$

$=90$

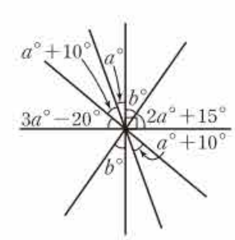
이므로

$5a=100$ $\quad\therefore a=20$

$b+(2a+15)=90$이므로

$b+(2\times20+15)=90$ $\quad\therefore b=35$

$\therefore a+b=55$ 답 ⑤



17 $30+90=2x+20$이므로

$2x=100 \quad \therefore x=50$

$30+90+4y=180$이므로

$4y=60 \quad \therefore y=15$

$\therefore x-y=35$ 답 35

18 $\angle AOC : \angle AOD=1:2$이므로

$\angle AOC=180^\circ\times\dfrac{1}{1+2}=60^\circ$

$\angle AOC=\angle COG-\angle AOG$

$=4\angle AOG-\angle AOG$

$=3\angle AOG$

이므로 $3\angle AOG=60^\circ$

$\therefore \angle AOG=20^\circ$

$\therefore \angle GOD=180^\circ-\angle COG$

$=180^\circ-4\times20^\circ$

$=100^\circ$

$\angle COG=4\angle AOG$

$3\angle GOF=2\angle FOD$에서 $\angle GOF : \angle FOD=2:3$ 이므로

$\angle GOF=\angle GOD\times\dfrac{2}{2+3}$

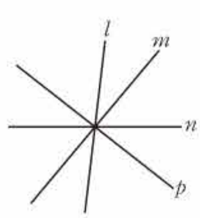
$=100^\circ\times\dfrac{2}{5}=40^\circ$

$\therefore \angle EOB=\angle AOF$ (맞꼭지각)

$=\angle AOG+\angle GOF$

$=20^\circ+40^\circ=60^\circ$ 답 60°

19 오른쪽 그림과 같이 주어진 4개의 직선을 l, m, n, p라 하면



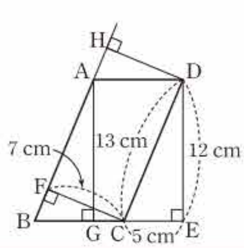
l과 m, l과 n, l과 p,

m과 n, m과 p, n과 p

가 한 점에서 만날 때 각각 2쌍의 맞꼭지각이 생기므로

$2\times6=12$(쌍) 답 12쌍

20 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 직선 BC에 내린 수선의 발을 G라 하면 점 A와 직선 BC 사이의 거리는 $\overline{AG}$의 길이와 같으므로 12 cm이다.



$\overline{AG}=\overline{DE}=12$(cm)

$\therefore x=12$ ··· ❶

점 D에서 직선 AB에 내린 수선의 발을 H라 하면 점 D와 직선 AB 사이의 거리는 $\overline{DH}$의 길이와 같으므로 7 cm이다.

$\overline{DH}=\overline{CF}=7$(cm)

$\therefore y=7$ ··· ❷

$\therefore x-y=5$ ··· ❸

답 5

채점 기준	배점
❶ x의 값을 구할 수 있다.	1점
❷ y의 값을 구할 수 있다.	2점
❸ $x-y$의 값을 구할 수 있다.	1점

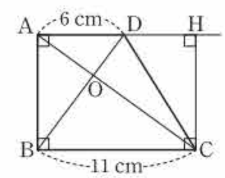
21 ② $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$가 수직인지는 알 수 없다.

③ $\angle AOD=\angle BOC$ (맞꼭지각)

⑤ $\dfrac{1}{2}\times(6+11)\times\overline{AB}=68$이므로

$\overline{AB}=8$(cm)

오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overleftrightarrow{AD}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 점 C와 $\overleftrightarrow{AD}$ 사이의 거리는 $\overline{CH}$의 길이와 같으므로 8 cm이다.



$\overline{CH}=\overline{AB}=8$(cm)

답 ②

22 서로 다른 직선은

$\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{AD}$, $\overleftrightarrow{AE}$, $\overleftrightarrow{AF}$,

$\overleftrightarrow{BC}$, $\overleftrightarrow{BE}$, $\overleftrightarrow{BF}$, $\overleftrightarrow{CE}$, $\overleftrightarrow{CF}$, $\overleftrightarrow{DE}$

의 11개이므로 $x=11$

$\overleftrightarrow{BD}$, $\overleftrightarrow{CD}$는 $\overleftrightarrow{BC}$와 같은 직선이다.
$\overleftrightarrow{DF}$, $\overleftrightarrow{EF}$는 $\overleftrightarrow{DE}$와 같은 직선이다.

서로 다른 선분은

$\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{AE}$, $\overline{AF}$, $\overline{BC}$, $\overline{BD}$, $\overline{BE}$,

$\overline{BF}$, $\overline{CD}$, $\overline{CE}$, $\overline{CF}$, $\overline{DE}$, $\overline{DF}$, $\overline{EF}$

의 15개이므로 $y=15$

$\therefore y-x=4$ 답 ⑤

23 $\overline{AB} : \overline{BC}=2:3$이므로

$\overline{BC}=\overline{AC}\times\dfrac{3}{2+3}=15\times\dfrac{3}{5}=9$(cm)

$\overline{CD}=x$ cm라 하면 $(15+x) : x=5:2$이므로

$\overline{AD} : \overline{CD}=5:2$

$2(15+x)=5x$, $\quad 3x=30$

$\therefore x=10$

$\therefore \overline{BD}=\overline{BC}+\overline{CD}$

$=9+10=19$(cm) 답 ③

24 시침이 12를 가리킬 때부터 1시간 x분 동안 움직인 각도는

$30^\circ+0.5^\circ\times x$

분침이 12를 가리킬 때부터 x분 동안 움직인 각도는

$6^\circ\times x$

따라서 $6^\circ\times x-(30^\circ+0.5^\circ\times x)>90^\circ$이므로

1시와 2시 사이에 시침과 분침이 이루는 각 중에서 크기가 작은 쪽의 각이 둔각이려면 분침이 움직인 각도가 시침이 움직인 각도보다 커야 한다.

$5.5x-30>90$

이때

$5.5\times21-30=85.5$,

$5.5\times22-30=91$

이므로 가장 작은 자연수 x의 값은 22이다. 답 22

02 위치 관계

Lecture 03 위치 관계

핵심 유형 Q+Q

L 22쪽

01 ⑤ 점 A는 직선 l 위에 있지 않고 두 점 B, D는 직선 l 위에 있으므로 세 점 A, B, D는 같은 직선 위에 있지 않다.

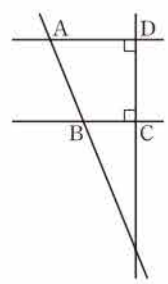
답 ⑤

02 모서리 CD 위에 있는 꼭짓점은
　점 C, 점 D
의 2개이므로　$a=2$
면 ABC 위에 있지 않은 꼭짓점은
　점 D
의 1개이므로　$b=1$
　$\therefore a+b=3$

답 3

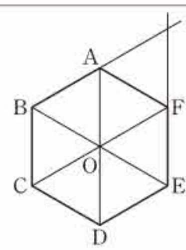
03 (ㄱ) $\overleftrightarrow{AB}$와 $\overleftrightarrow{BC}$는 한 점에서 만나지만 수직으로 만나지는 않는다.
(ㄷ) 오른쪽 그림과 같이 $\overleftrightarrow{AB}$와 $\overleftrightarrow{CD}$는 한 점에서 만난다.
(ㄹ) $\overleftrightarrow{AD}$와 $\overleftrightarrow{CD}$는 점 D에서 만난다.
이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄹ)이다.

답 (ㄴ), (ㄹ)



04 ①, ③, ④, ⑤ 한 점에서 만난다.
② 평행하다.

답 ②



선분을 직선으로 연장하여 직선 AB와의 위치 관계를 파악한다.

05 ② 모서리 BF와 $\overline{BD}$는 점 B에서 만난다.
④ 모서리 EF와 $\overline{BD}$는 만나지도 않고 평행하지도 않으므로 꼬인 위치에 있다.
⑤ $\overline{FH}$와 꼬인 위치에 있는 모서리는
　$\overline{AB}$, $\overline{AD}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{AE}$, $\overline{CG}$
의 6개이다.

답 ⑤

직육면체의 모서리 중 $\overline{FH}$와 평행한 모서리는 없으므로 $\overline{FH}$와 만나는 모서리만 제외한다.

Q쌤 한마디

입체도형에서 어떤 모서리와 꼬인 위치에 있는 모서리는 다음과 같은 방법으로 구할 수 있습니다.
(i) 평행한 모서리를 제외한다.
(ii) 한 점에서 만나는 모서리를 제외한다.
➔ 남은 모서리가 꼬인 위치에 있는 모서리이다.

L 18~23쪽

06 직선 AB와 수직으로 만나는 직선은
　$\overleftrightarrow{AG}$, $\overleftrightarrow{BH}$
의 2개이므로
　$a=2$
직선 BC와 꼬인 위치에 있는 직선은
　$\overleftrightarrow{AG}$, $\overleftrightarrow{DJ}$, $\overleftrightarrow{EK}$, $\overleftrightarrow{FL}$, $\overleftrightarrow{GH}$, $\overleftrightarrow{GL}$, $\overleftrightarrow{IJ}$, $\overleftrightarrow{JK}$
의 8개이므로
　$b=8$
　$\therefore ab=16$

답 16

다른풀이 주어진 육각기둥의 각 모서리를 연장한 직선의 개수는　18
직선 BC와 평행한 직선은
　$\overleftrightarrow{EF}$, $\overleftrightarrow{HI}$, $\overleftrightarrow{KL}$
의 3개이고, 한 점에서 만나는 직선은
　$\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{AF}$, $\overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{DE}$, $\overleftrightarrow{BH}$, $\overleftrightarrow{CI}$
의 6개이므로 직선 BC와 꼬인 위치에 있는 직선의 개수는　$18-3-6-1=8$
　$\therefore b=8$

$\overleftrightarrow{BC}$와 일치하는 경우

07 ① 모서리 AB와 한 점에서 만나는 면은 면 ADFC, 면 BEFC이다.

모서리 AB는 면 ADEB에 포함된다.

② 모서리 AD와 평행한 면은 면 BEFC이다.
④ 면 DEF와 평행한 모서리는
　$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$
의 3개이다.
⑤ 면 ADFC에 포함되는 모서리는
　$\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{CF}$, $\overline{DF}$
의 4개이다.

답 ③

08 모서리 BG와 평행한 면은
　면 AFJE, 면 CHID, 면 DIJE
의 3개이므로
　$a=3$
모서리 BG와 수직인 면은
　면 ABCDE, 면 FGHIJ
의 2개이므로
　$b=2$
　$\therefore a-b=1$

답 ①

09 점 A와 면 CGHD 사이의 거리는 $\overline{AD}$의 길이와 같으므로 9 cm이다.
　$\therefore a=9$
점 B와 면 EFGH 사이의 거리는 $\overline{BF}$의 길이와 같으므로 4 cm이다.
　$\therefore b=4$
점 C와 면 AEHD 사이의 거리는 $\overline{CD}$의 길이와 같으므로 6 cm이다.
　$\therefore c=6$
　$\therefore a+b-c=7$

답 7

$\overline{AD}=\overline{FG}=9\,(\text{cm})$

$\overline{BF}=\overline{DH}=4\,(\text{cm})$

$\overline{CD}=\overline{GH}=6\,(\text{cm})$

10 평면 P와 수직인 면은

면 ABED, 면 ADFC, 면 BEFC

의 3개이므로 $a=3$

평면 P와 평행한 면은 면 ABC의 1개이므로

$b=1$

$\therefore a+b=4$

답 4

11 ① 서로 평행한 두 면은

면 ABCD와 면 EFGH,

면 ABFE와 면 CGHD,

면 AEHD와 면 BFGC

의 3쌍이다.

② 면 EFGH와 만나지 않는 면은 면 ABCD의 1개이다.

직육면체에서 한 면과 만나지 않는 면은 평행한 면이다.

③ 면 BFGC와 면 CGHD는 $\overline{CG}$에서 만난다.

④ 면 ABCD와 면 AEHD의 교선은 $\overline{AD}$이다.

⑤ 면 ABFE와 수직인 면은

면 ABCD, 면 AEHD,

면 BFGC, 면 EFGH

의 4개이다.

답 ④

발전 유형 Q+Q

24쪽

01 모서리 AD와 평행한 면은

면 BFGC, 면 EFGH

의 2개이므로 $a=2$

모서리 AD와 꼬인 위치에 있는 모서리는

$\overline{BF}$, $\overline{CG}$, $\overline{EF}$, $\overline{GH}$

의 4개이므로 $b=4$

$\therefore a+b=6$

답 6

02 모서리 BF와 한 점에서 만나는 면은

면 ABC, 면 AEB, 면 DEFG

의 3개이므로 $a=3$

모서리 BF와 꼬인 위치에 있는 모서리는

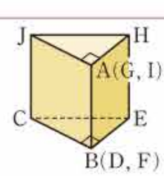
$\overline{AC}$, $\overline{AE}$, $\overline{DE}$, $\overline{DG}$

의 4개이므로 $b=4$

$\therefore ab=12$

답 12

03 주어진 전개도로 만든 삼각기둥은 오른쪽 그림과 같다.



전개도로 만든 입체도형을 그릴 때 겹쳐지는 꼭짓점을 모두 적는다.

모서리 AB와 평행한 면은

면 JCEH

의 1개이므로 $a=1$

모서리 AB와 꼬인 위치에 있는 모서리는

$\overline{JH}$, $\overline{CE}$

의 2개이므로 $b=2$

면 HEFG와 수직인 면은

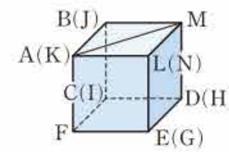
면 JIH, 면 CDE, 면 AJCB

의 3개이므로 $c=3$

$\therefore a+b+c=6$

답 6

04 주어진 전개도로 만든 정육면체는 오른쪽 그림과 같다.



⑤ 한 점에서 만난다.

답 ⑤

참고 $\overline{AM}$과 꼬인 위치에 있는 모서리는

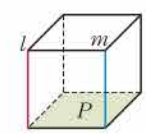
$\overline{BC}$, $\overline{LE}$, $\overline{IF}$, $\overline{EF}$, $\overline{GH}$, $\overline{CD}$

생각 톡

직육면체에서 모서리를 직선으로, 면을 평면으로 생각하면 공간에서의 직선이나 평면의 위치 관계를 쉽게 파악할 수 있다.

05 ① 오른쪽 그림과 같은 직육면체에서 $l \perp P$, $m \perp P$이면

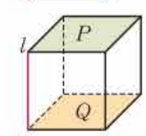
$l /\!/ m$



② 오른쪽 그림과 같은 직육면체에서

$l \perp P$, $l \perp Q$이면

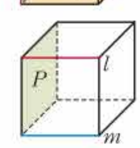
$P /\!/ Q$



③ 오른쪽 그림과 같은 직육면체에서

$l /\!/ m$, $m \perp P$이면

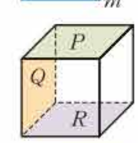
$l \perp P$



④ 오른쪽 그림과 같은 직육면체에서

$P \perp Q$, $P /\!/ R$이면

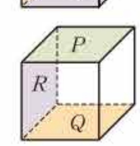
$Q \perp R$



⑤ 오른쪽 그림과 같은 직육면체에서

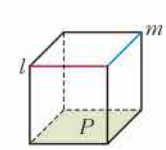
$P /\!/ Q$, $P \perp R$이면

$Q \perp R$



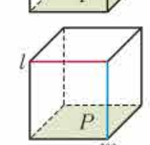
답 ⑤

06 (ㄱ) 오른쪽 그림과 같은 직육면체에서 $l /\!/ P$, $m /\!/ P$이지만 두 직선 l과 m은 한 점에서 만난다.



(ㄴ) 오른쪽 그림과 같은 직육면체에서

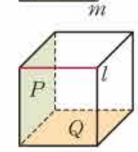
$l \perp m$, $m \perp P$이지만 $l /\!/ P$이다.



(ㄷ) 오른쪽 그림과 같은 직육면체에서

$l \perp P$, $l /\!/ Q$이면

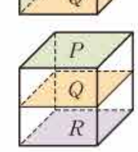
$P \perp Q$



(ㄹ) 오른쪽 그림과 같은 직육면체에서

$P /\!/ Q$, $Q /\!/ R$이면

$P /\!/ R$

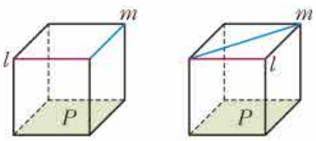


이상에서 항상 옳은 것은 (ㄷ), (ㄹ)이다.

답 (ㄷ), (ㄹ)

Q쌤 한마디

(ㄱ)에서 한 평면 P와 평행한 서로 다른 두 직선 l, m은 한 점에서 만나거나 평행합니다. 특히 한 점에서 만나는 경우는 다음 그림과 같이 수직으로 만나는 경우와 만나지만 수직이 아닌 경우가 있습니다.



직육면체의 모서리와 면을 이용하면 공간에서 직선과 평면의 위치 관계를 쉽게 파악할 수 있지만 두 직선이 만나는 경우를 수직으로 만나는 경우로만 생각하지 않도록 주의하세요.

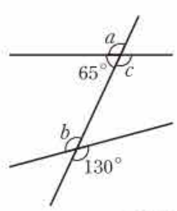
Lecture 04 평행선의 성질

핵심 유형 Q+Q L 26쪽

01 $\angle a$의 동위각의 크기는

$\angle b=130^\circ$ (맞꼭지각)

오른쪽 그림에서 $\angle b$의 엇각의 크기는



$\angle c=180^\circ-65^\circ$

$=115^\circ$

따라서 구하는 합은

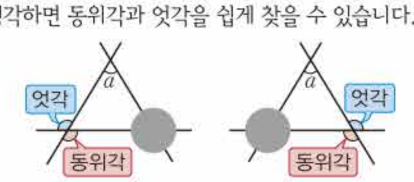
$130^\circ+115^\circ=245^\circ$

답 ④

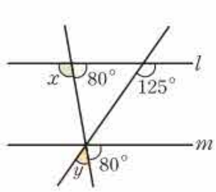
02 답 (1) $\angle e$, $\angle l$ (2) $\angle d$, $\angle g$

Q쌤 한마디

세 직선이 세 점에서 만나는 경우 동위각과 엇각을 찾기 어렵습니다. 이때는 다음과 같이 세 교점 중 한 교점을 가리고 생각하면 동위각과 엇각을 쉽게 찾을 수 있습니다.



03 오른쪽 그림에서 $l /\!/ m$이므로



$\angle x+80^\circ=180^\circ$

$\therefore\ \angle x=100^\circ$

$\angle y+80^\circ=125^\circ$ (동위각)이므로

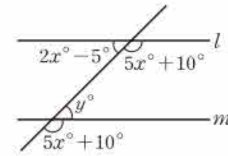
두 직선이 평행하면 동위각의 크기가 서로 같다.

$\angle y=45^\circ$

$\therefore\ \angle x+\angle y=145^\circ$

답 ③

04 오른쪽 그림에서 $l /\!/ m$이므로



$(2x-5)+(5x+10)$

$=180$

$7x=175 \qquad \therefore\ x=25$

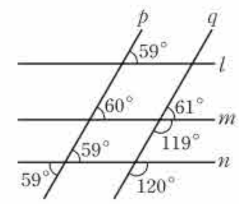
$y=2\times25-5=45$ (엇각)이므로

두 직선이 평행하면 엇각의 크기가 서로 같다.

$y-x=20$

답 20

05 오른쪽 그림에서 두 직선 l, n과 직선 p가 만나서 생기는 동위각의 크기가 59°로 서로 같으므로



$l /\!/ n$

답 $l /\!/ n$

참고 두 직선 p, q가 직선 m과 만나서 생기는 동위각의 크기가 다르므로 두 직선 p, q는 평행하지 않다.

$60^\circ\neq61^\circ$

두 직선 l, m이 직선 p와 만나서 생기는 동위각의 크기가 다르므로 두 직선 l, m은 평행하지 않다.

$59^\circ\neq60^\circ$

두 직선 m, n이 직선 q와 만나서 생기는 동위각의 크기가 다르므로 두 직선 m, n은 평행하지 않다.

$119^\circ\neq120^\circ$

06 ① $l /\!/ m$이면 $\quad\angle b=\angle h$ (엇각)

② $\angle e=\angle g$ (맞꼭지각)이므로 $\angle a=\angle g$이면

$\angle a=\angle e$

따라서 동위각의 크기가 서로 같으므로 $\quad l /\!/ m$

③ $\angle c=\angle e$이면 엇각의 크기가 서로 같으므로

$l /\!/ m$

④ $\angle e+\angle h=180^\circ$이므로 $\angle b+\angle e=180^\circ$이면

$\angle b=\angle h$

따라서 엇각의 크기가 서로 같으므로 $\quad l /\!/ m$

⑤ $l /\!/ m$이면 $\quad\angle d=\angle h$ (동위각)

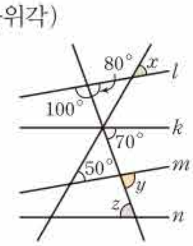
이때 $\angle d+\angle h$의 크기는 180°가 아닐 수도 있다.

$\angle d=\angle h$이면서 $\angle d+\angle h\neq180^\circ$인 경우는 무수히 많다.

답 ⑤

07 $l /\!/ m$이므로 $\quad\angle x=50^\circ$ (동위각)

오른쪽 그림에서



$180^\circ-100^\circ=80^\circ$

이므로 $\quad\angle y=80^\circ$ (동위각)

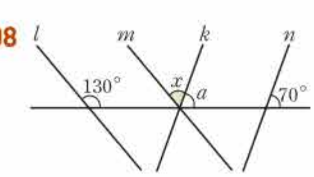
$k /\!/ n$이므로

$\angle z=70^\circ$ (엇각)

$\therefore\ \angle x-\angle y+\angle z=40^\circ$

답 ②

08



위의 그림에서 $k /\!/ n$이므로

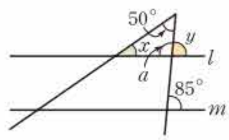
$\angle a=70^\circ$ (동위각)

$l /\!/ m$이므로

$\angle x+70^\circ=130^\circ$ (동위각)

$\therefore \angle x=60^\circ$ 답 60°

09 오른쪽 그림에서 $l /\!/ m$이므로



$\angle y=85^\circ$ (동위각)

$\angle a+85^\circ=180^\circ$이므로

$\angle a=95^\circ$

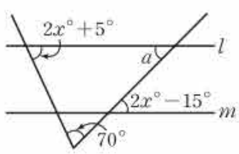
삼각형의 세 각의 크기의 합은 180°이므로

$50^\circ+\angle x+95^\circ=180^\circ$

$\therefore \angle x=35^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=120^\circ$ 답 120°

10 오른쪽 그림에서 $l /\!/ m$이므로



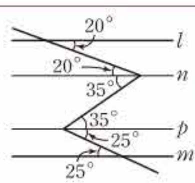
$\angle a=2x^\circ-15^\circ$ (엇각)

삼각형의 세 각의 크기의 합은 180°이므로

$(2x+5)+70+(2x-15)=180$

$4x=120 \quad \therefore x=30$ 답 ③

11 오른쪽 그림과 같이 $\angle x$와 크기가 60°인 각의 꼭짓점을 각각 지나고 두 직선 l, m에 평행한 직선 n, p를 그으면

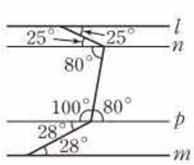


$\angle x=20^\circ+35^\circ=55^\circ$ 답 ③

생각 톡 꺾인 부분이 두 군데이므로 평행한 직선 2개를 긋는다.

$l /\!/ n /\!/ p /\!/ m$이므로 엇각의 크기가 서로 같다.

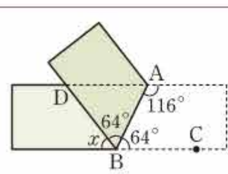
12 오른쪽 그림과 같이 크기가 105°인 각과 $\angle x$의 꼭짓점을 각각 지나고 두 직선 l, m에 평행한 직선 n, p를 그으면



$\angle x=100^\circ+28^\circ=128^\circ$ 답 128°

$180^\circ-80^\circ=100^\circ$

13 오른쪽 그림에서



$\angle ABC+116^\circ=180^\circ$

$\therefore \angle ABC=64^\circ$

이때

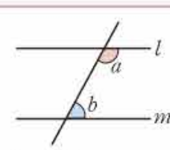
$\angle ABD=\angle ABC$

$=64^\circ$ (접은 각)

이므로

$\angle x+64^\circ+64^\circ=180^\circ$

$\therefore \angle x=52^\circ$ 답 52°



$l /\!/ m$이면

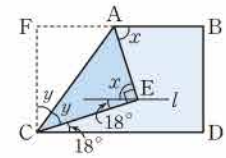
$\angle a+\angle b=180^\circ$

BOX

직사각형의 한 각의 크기는 90°이므로

$\angle AEC=\angle AFC$
$=90^\circ$

14 오른쪽 그림과 같이 점 E를 지나고 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$에 평행한 직선 l을 그으면



$\angle x+18^\circ=90^\circ$

$\therefore \angle x=72^\circ$

$\angle ACF=\angle ACE=\angle y$ (접은 각)이므로

$\angle y+\angle y+18^\circ=90^\circ$

$2\angle y=72^\circ \quad \therefore \angle y=36^\circ$

$\therefore \angle x-\angle y=36^\circ$ 답 ①

다른풀이 위의 그림에서

$\angle y+\angle y+18^\circ=90^\circ$

$2\angle y=72^\circ \quad \therefore \angle y=36^\circ$

삼각형 AFC에서

$90^\circ+36^\circ+\angle FAC=180^\circ$

$\therefore \angle FAC=54^\circ$

$\angle EAC=\angle FAC=54^\circ$ (접은 각)이므로

$54^\circ+54^\circ+\angle x=180^\circ$

$\therefore \angle x=72^\circ$

$\therefore \angle x-\angle y=36^\circ$

발전 유형 Q+Q

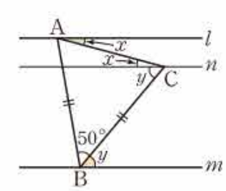
28쪽

$\angle ACB=\angle CAB$

01 삼각형 ABC는 $\overline{AB}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$

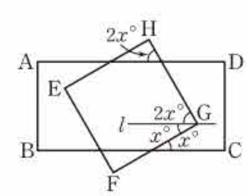
오른쪽 그림과 같이 점 C를 지나고 두 직선 l, m에 평행한 직선 n을 그으면



$\angle x+\angle y=\angle ACB$

$=65^\circ$ 답 65°

02 오른쪽 그림과 같이 점 G를 지나고 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$에 평행한 직선 l을 그으면

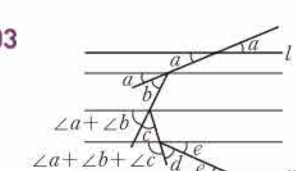


$2x+x=90$

$3x=90$

$\therefore x=30$ 답 ④

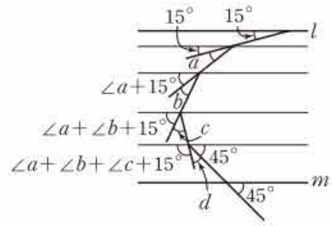
03



위의 그림과 같이 $\angle b$, $\angle c$, $\angle d$의 꼭짓점을 각각 지나고 두 직선 l, m에 평행한 세 직선을 그으면

$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e=180^\circ$ 답 180°

04

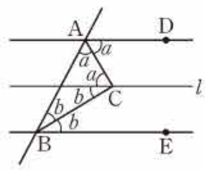


위의 그림과 같이 $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$, $\angle d$의 꼭짓점을 각각 지나고 두 직선 l, m에 평행한 네 직선을 그으면

$\angle a+\angle b+\angle c+15°+\angle d+45°=180°$

$\therefore \angle a+\angle b+\angle c+\angle d=120°$ 답 ②

05 오른쪽 그림과 같이 점 C를 지나고 $\overleftrightarrow{AD}$, $\overleftrightarrow{BE}$에 평행한 직선 l을 긋고 $\angle DAC=\angle a$, $\angle CBE=\angle b$라 하면 삼각형 ABC에서



$\angle a+\angle b+(\angle a+\angle b)=180°$

$2(\angle a+\angle b)=180°$

$\therefore \angle a+\angle b=90°$

$\therefore \angle ACB=\angle a+\angle b=90°$ 답 ③

06 $\angle DAB=\angle DAC-\angle BAC$

$=\frac{3}{2}\angle BAC-\angle BAC$

$=\frac{1}{2}\angle BAC$

이므로 $\angle BAC=2\angle DAB$

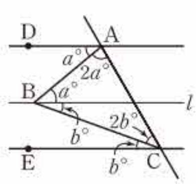
$\angle BCE=\angle ACE-\angle ACB$

$=\frac{3}{2}\angle ACB-\angle ACB$

$=\frac{1}{2}\angle ACB$

이므로 $\angle ACB=2\angle BCE$

오른쪽 그림과 같이 점 B를 지나고 $\overleftrightarrow{DA}$, $\overleftrightarrow{EC}$에 평행한 직선 l을 긋고 $\angle DAB=a°$, $\angle BCE=b°$라 하면



$\angle BAC=2a°$,

$\angle ACB=2b°$

이므로 삼각형 ABC에서

$2a°+(a°+b°)+2b°=180°$

$3(a°+b°)=180°$

$\therefore a°+b°=60°$

$\therefore \angle ABC=a°+b°=60°$ 답 60°

다른풀이 $\angle BAC+\angle ACB=\frac{2}{3}(\angle DAC+\angle ACE)$

이때 $\overleftrightarrow{DA}/\!/\overleftrightarrow{EC}$이므로

$\angle DAC+\angle ACE=180°$

$\therefore \angle BAC+\angle ACB=\frac{2}{3}\times 180°=120°$

삼각형 ABC에서

$\angle ABC+\angle BAC+\angle ACB=180°$

$\angle ABC+120°=180°$

$\therefore \angle ABC=60°$

Q BOX

$\angle BAC=\frac{2}{3}\angle DAC$ 에서 $\angle DAC=\frac{3}{2}\angle BAC$

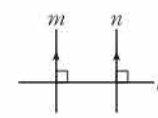
$\angle ACB=\frac{2}{3}\angle ACE$ 에서 $\angle ACE=\frac{3}{2}\angle ACB$

중단원 실전 TEST

29쪽

01 ⑤ 점 D는 평면 P 위에 있지 않다. 답 ⑤

02 (ㄹ) 오른쪽 그림과 같이 한 직선 l에 수직인 서로 다른 두 직선 m, n은 평행하다.

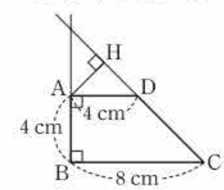


이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ)이다.

답 (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ)

03 ① $\overleftrightarrow{AD}/\!/\overleftrightarrow{BC}$이므로 $\overleftrightarrow{AD}$와 $\overleftrightarrow{BC}$는 만나지 않는다.

② 오른쪽 그림과 같이 $\overleftrightarrow{AB}$와 $\overleftrightarrow{CD}$는 한 점에서 만난다.



④ 점 C와 $\overleftrightarrow{AB}$ 사이의 거리는 $\overline{BC}$의 길이와 같으므로

8 cm

점 D와 $\overleftrightarrow{AB}$ 사이의 거리는 $\overline{AD}$의 길이와 같으므로

4 cm

따라서 점 C와 $\overleftrightarrow{AB}$ 사이의 거리는 점 D와 $\overleftrightarrow{AB}$ 사이의 거리의 2배이다.

⑤ 위의 그림과 같이 점 A에서 $\overleftrightarrow{CD}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 점 A와 $\overleftrightarrow{CD}$ 사이의 거리는 $\overline{AH}$의 길이와 같다.

점 A와 $\overleftrightarrow{BC}$ 사이의 거리는 $\overline{AB}$의 길이와 같으므로

4 cm

이때 $\overline{AH}<\overline{AD}=\overline{AB}=4$ (cm)이므로 점 A와 $\overleftrightarrow{CD}$ 사이의 거리는 점 A와 $\overleftrightarrow{BC}$ 사이의 거리보다 짧다.

답 ③, ④

04 ③ 꼬인 위치에 있는 두 직선은 한 평면 위에 있지 않으므로 평면이 정해지지 않는다.

답 ③

05 직선 AM과 꼬인 위치에 있는 직선은

$\overleftrightarrow{BF}$, $\overleftrightarrow{CG}$, $\overleftrightarrow{DH}$, $\overleftrightarrow{EF}$, $\overleftrightarrow{EH}$, $\overleftrightarrow{FG}$, $\overleftrightarrow{GH}$

이 중 직선 EF와 꼬인 위치에 있는 직선은

$\overleftrightarrow{CG}$, $\overleftrightarrow{DH}$ 답 $\overleftrightarrow{CG}$, $\overleftrightarrow{DH}$

BOX

06 $\overline{EF}$와 평면 P의 교점 F를 지나는 평면 P 위의 서로 다른 두 직선이 $\overline{EF}$와 수직이면 $\overline{EF}\perp P$이다.
따라서 $\overline{EF}\perp\overline{FB}$, $\overline{EF}\perp\overline{FC}$이면 $\overline{EF}\perp P$이다.

답 ⑤

07 평면 ABHG와 평행한 직선은

$\overleftrightarrow{CI}$, $\overleftrightarrow{DJ}$, $\overleftrightarrow{EK}$, $\overleftrightarrow{FL}$, $\overleftrightarrow{DE}$, $\overleftrightarrow{JK}$

의 6개이므로

$x=6$ ··· ❶

직선 AJ와 꼬인 위치에 있는 직선은

$\overleftrightarrow{BC}$, $\overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{DE}$, $\overleftrightarrow{EF}$, $\overleftrightarrow{BH}$, $\overleftrightarrow{CI}$, $\overleftrightarrow{EK}$, $\overleftrightarrow{FL}$, $\overleftrightarrow{GH}$, $\overleftrightarrow{HI}$, $\overleftrightarrow{KL}$, $\overleftrightarrow{LG}$

의 12개이므로

$y=12$ ··· ❷

$\therefore x+y=18$ ··· ❸

답 18

채점 기준	배점
❶ x의 값을 구할 수 있다.	2점
❷ y의 값을 구할 수 있다.	3점
❸ $x+y$의 값을 구할 수 있다.	1점

08 직선 AD와 수직인 평면은

평면 ABFE

의 1개이므로 $a=1$

평면 CGHD와 평행한 직선은

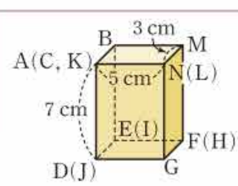
$\overleftrightarrow{AE}$, $\overleftrightarrow{BF}$

의 2개이므로 $b=2$

$\therefore b-a=1$

답 1

09 주어진 전개도로 만든 직육면체는 오른쪽 그림과 같다.



④ 점 A와 면 MFGL 사이의 거리는 $\overline{AN}$의 길이와 같으므로 5 cm이다.

⑤ 점 B와 면 LGJK 사이의 거리는 $\overline{BC}$의 길이와 같으므로 3 cm이다.

답 ⑤

10 눈의 수가 3, 4인 두 면이 평행하므로 평행한 두 면에 적힌 눈의 수의 합은

$3+4=7$

두 면 A, B가 평행하므로

$a+b=7$

눈의 수가 1인 면과 면 C가 평행하므로

$1+c=7$ $\therefore c=6$

$\therefore a+b+2c=7+2\times6=19$

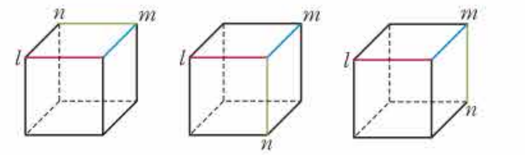
답 19

평면이 아닌 공간에서의 세 직선의 위치 관계임에 주의한다.

점과 평면 사이의 거리
➡ 점에서 평면에 내린 수선의 발까지의 거리

$\overline{BC}=\overline{NM}=3$ (cm)

11 (ㄴ) $l\perp m$, $m\perp n$일 때, l과 n의 위치 관계는 다음과 같다.

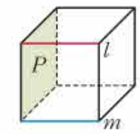


➡ $l /\!/ n$ ➡ $l\perp n$ ➡ 꼬인 위치에 있다.

(ㄷ) 오른쪽 그림과 같은 직육면체에서

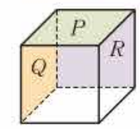
$l /\!/ m$, $l\perp P$이면

$m\perp P$



(ㄹ) 오른쪽 그림과 같은 직육면체에서

$P\perp Q$, $P\perp R$이지만 $Q\perp R$이다.



이상에서 항상 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다.

답 ②

12 ① $\angle a=180°-110°=70°$

② $\angle b$의 엇각의 크기는

$\angle f=180°-60°=120°$

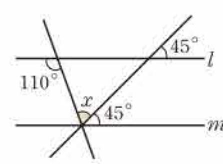
③ $\angle c$의 동위각의 크기는

$\angle e=60°$ (맞꼭지각)

④ $\angle d$의 엇각은 없다.

답 ④

13 오른쪽 그림에서 $l /\!/ m$이므로



$\angle x+45°=110°$ (엇각)

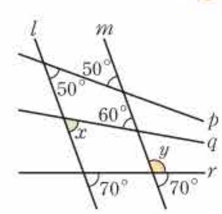
$\therefore \angle x=65°$

답 ③

14 두 직선 l, m이 직선 p와 만나서 생기는 엇각의 크기가 50°로 서로 같으므로 $l /\!/ m$

$\therefore \angle x=60°$ (엇각) ··· ❶

오른쪽 그림에서



$\angle y+70°=180°$이므로

$\angle y=110°$ ··· ❷

$\therefore \angle x+\angle y=170°$ ··· ❸

답 170°

채점 기준	배점
❶ $\angle x$의 크기를 구할 수 있다.	2점
❷ $\angle y$의 크기를 구할 수 있다.	1점
❸ $\angle x+\angle y$의 크기를 구할 수 있다.	1점

15 $n /\!/ k$이므로

$\angle a=40°$ (엇각), $\angle b=35°$ (동위각)

$l /\!/ m$이므로

$\angle c=\angle a+\angle b$

$=40°+35°=75°$ (동위각)

$\therefore \angle a-\angle b+\angle c=80°$

답 80°

16 $l /\!/ m$이므로

$\angle x=75°$ (엇각) ··· ❶

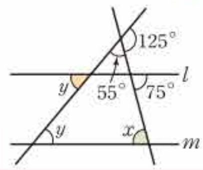
오른쪽 그림에서 삼각형의 세 각의 크기의 합은 $180°$이므로

$55°+\angle y+75°=180°$

$180°-125°=55°$

$\therefore \angle y=50°$ ··· ❷

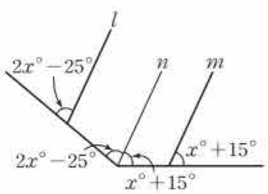
$\therefore \angle x-\angle y=25°$ ··· ❸



답 $25°$

채점 기준	배점
❶ $\angle x$의 크기를 구할 수 있다.	1점
❷ $\angle y$의 크기를 구할 수 있다.	2점
❸ $\angle x-\angle y$의 크기를 구할 수 있다.	1점

17 오른쪽 그림과 같이 크기가 $140°$인 각의 꼭짓점을 지나고 두 직선 l, m에 평행한 직선 n을 그으면

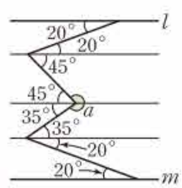


$(2x-25)+(x+15)$
$=140$

$3x=150 \quad \therefore x=50$

답 ④

18 오른쪽 그림과 같이 크기가 $65°$, $55°$인 각과 $\angle a$의 꼭짓점을 각각 지나고 두 직선 l, m에 평행한 세 직선을 그으면



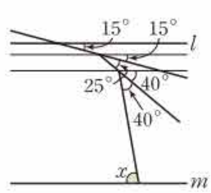
$\angle a=360°-(45°+35°)$
$=280°$

$65°-20°=45°$

$55°-20°=35°$

답 ②

19 오른쪽 그림과 같이 크기가 $25°$, $40°$인 각의 꼭짓점을 각각 지나고 두 직선 l, m에 평행한 두 직선을 그으면



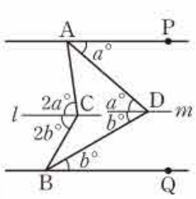
$\angle x=40°+40°$
$=80°$ (엇각)

정삼각형의 한 각의 크기는 $60°$이므로
$60°-20°=40°$
$60°-10°=50°$

$15°+25°=40°$

답 ①

20 오른쪽 그림과 같이 두 점 C, D를 각각 지나고 $\overleftrightarrow{AP}$, $\overleftrightarrow{BQ}$에 평행한 직선 l, m을 긋고 $\angle PAD=a°$, $\angle QBD=b°$라 하면



$2a°+2b°=142°$

$\therefore a°+b°=71°$

$\therefore \angle ADB=a°+b°=71°$

$\overline{AF} /\!/ \overline{CD}$이므로
$\angle CDF+\angle AFD$
$=180°$

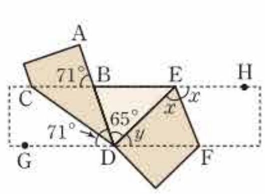
$\angle PAC=2\angle PAD$
$=2a°$
$\angle QBC=2\angle QBD$
$=2b°$

답 $71°$

21 오른쪽 그림에서

$\angle BDG=\angle ABC$
$=71°$
(동위각)

이므로



$71°+65°+\angle y=180°$

$\therefore \angle y=44°$ ··· ❶

$\angle FEH=\angle DEF=\angle x$ (접은 각)이므로

$\angle x+\angle x=71°+65°$ (엇각)

$\angle HED=\angle EDG$

$2\angle x=136° \quad \therefore \angle x=68°$ ··· ❷

$\therefore \angle x+\angle y=112°$ ··· ❸

답 $112°$

채점 기준	배점
❶ $\angle y$의 크기를 구할 수 있다.	2점
❷ $\angle x$의 크기를 구할 수 있다.	3점
❸ $\angle x+\angle y$의 크기를 구할 수 있다.	1점

22 평면 AIKB와 평행한 직선은

$\overleftrightarrow{CG}$, $\overleftrightarrow{DH}$, $\overleftrightarrow{JF}$

의 3개이므로 $\quad a=3$

평면 EFGH와 평행한 평면은

평면 ABCD, 평면 IJK

의 2개이므로 $\quad b=2$

평면 IJFE와 수직인 직선은

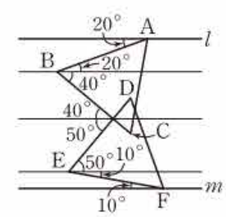
$\overleftrightarrow{AD}$, $\overleftrightarrow{BC}$, $\overleftrightarrow{EH}$, $\overleftrightarrow{FG}$, $\overleftrightarrow{JK}$

의 5개이므로 $\quad c=5$

$\therefore a-b+c=6$

답 6

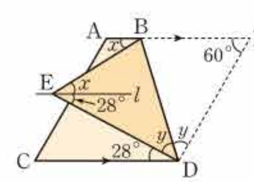
23 오른쪽 그림과 같이 두 점 B, E와 $\angle x$의 꼭짓점을 각각 지나고 두 직선 l, m에 평행한 세 직선을 그으면



$\angle x=40°+50°=90°$

답 ④

24 오른쪽 그림과 같이 점 E를 지나고 $\overline{AF}$, $\overline{CD}$에 평행한 직선 l을 그으면



$\angle x+28°=60°$

$\therefore \angle x=32°$

$\angle BDF=\angle BDE=\angle y$ (접은 각)이므로

$(28°+\angle y+\angle y)+60°=180°$

$2\angle y=92°$

$\therefore \angle y=46°$

$\therefore \angle x+\angle y=78°$

답 $78°$

03 작도와 합동

Lecture 05 삼각형의 작도

핵심 유형 Q+Q L 36쪽

01 답 ㉠ → ㉢ → ㉡

02 (다) $\overline{AB}=\overline{AC}=\overline{BC}$이므로 삼각형 ABC는 정삼각형이다.

답 (가) $\overline{AB}$ (나) C (다) 정삼각형

03 답 ③

04 ①, ② 두 점 O, A를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{OC}$인 원을 각각 그리므로

$\overline{OC}=\overline{OD}=\overline{AP}=\overline{AQ}$

③ 점 P를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{CD}$인 원을 그리므로

$\overline{CD}=\overline{PQ}$

답 ④

05 ① 점 P를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{AB}$인 원을 그리므로

$\overline{AB}=\overline{PR}$

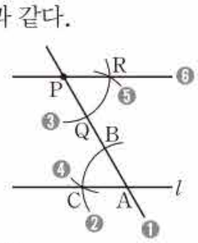
②, ③ 점 Q를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{BC}$인 원을 그리므로

$\overline{BC}=\overline{QR}$

답 ②

참고 $\angle BAC=\angle QPR$에서 동위각의 크기가 서로 같으므로 $l /\!/ \overleftrightarrow{PR}$

06 (1) 주어진 작도의 과정은 다음과 같다.



❶ 점 P를 지나는 직선을 그어 직선 l과의 교점을 A라 한다.

❷ 점 A를 중심으로 하는 적당한 원을 그려 $\overleftrightarrow{AP}$, 직선 l과의 교점을 각각 B, C라 한다.

❸ 점 P를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{AB}$인 원을 그려 $\overleftrightarrow{AP}$와의 교점을 Q라 한다.

❹ 컴퍼스를 사용하여 두 점 B, C 사이의 거리를 잰다.

❺ 점 Q를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{BC}$인 원을 그려 ❸의 원과의 교점을 R라 한다.

❻ $\overleftrightarrow{PR}$를 긋는다.

따라서 작도 순서는 ㉠ → ㉣ → ㉡ → ㉤ → ㉢ → ㉥이다.

(2) $\angle BAC=\angle QPR$에서 엇각의 크기가 서로 같으므로 $l /\!/ \overleftrightarrow{PR}$

답 (1) ㉠ → ㉣ → ㉡ → ㉤ → ㉢ → ㉥

(2) 서로 다른 두 직선이 한 직선과 만날 때, 엇각의 크기가 서로 같으면 두 직선은 평행하다.

Q BOX

가장 긴 변의 길이가 나머지 두 변의 길이의 합보다 크거나 같으면 삼각형이 만들어지지 않는다.

07 ① $4<3+4$ ② $9<4+6$

③ $14>5+8$ ④ $15<6+10$

⑤ $12<7+9$

따라서 삼각형의 세 변의 길이가 될 수 없는 것은 ③이다.

답 ③

생각 톡

변의 길이가 미지수를 포함하여 주어질 때, 가장 긴 변의 길이를 알 수 없으므로 경우를 나누어 해결한다.

$x>7$인 자연수 x의 값을 대입하여 부등호를 만족시키는 값을 찾는다.

$x\le7$인 자연수 x의 값을 대입하여 부등호를 만족시키는 값을 찾는다.

08 (i) $x>7$일 때,

가장 긴 변의 길이가 x cm이므로

$x<4+7$ $\therefore x<11$

따라서 자연수 x는 8, 9, 10

(ii) $x\le7$일 때,

가장 긴 변의 길이가 7 cm이므로

$7<4+x$

따라서 자연수 x는 4, 5, 6, 7

(i), (ii)에서 자연수 x는

4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

의 7개이다.

답 7

09 답 (가) a (나) $\angle XBC$ (다) $\angle YCB$

10 작도 순서는

$\angle B \to \overline{AB} \to \overline{BC}$

또는 $\angle B \to \overline{BC} \to \overline{AB}$

또는 $\overline{AB} \to \angle B \to \overline{BC}$

또는 $\overline{BC} \to \angle B \to \overline{AB}$

답 ⑤

Q쌤 보충학습

삼각형의 작도 순서

① 세 변의 길이가 주어진 경우

→ 세 변을 어떤 순서로 작도해도 상관없다.

② 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어진 경우

→ 각을 작도한 후 두 선분을 작도하거나 한 선분을 작도한 후 각을 작도하고 다른 선분을 작도한다.

③ 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어진 경우

→ 선분을 작도한 후 두 각을 작도하거나 한 각을 작도한 후 선분을 작도하고 다른 각을 작도한다.

삼각형의 세 각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle C$

$=180^\circ-(45^\circ+70^\circ)$

$=65^\circ$

11 ① $9=4+5$이므로 삼각형이 만들어지지 않는다.

② $\angle B$가 $\overline{AB}$와 $\overline{CA}$의 끼인각이 아니므로 삼각형이 하나로 정해지지 않는다.

③ $\angle A$, $\angle B$의 크기를 알면 $\angle C$의 크기도 알 수 있다. 따라서 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어진 경우이므로 삼각형이 하나로 정해진다.

④ $\angle A+\angle C=180°$이므로 삼각형이 만들어지지 않는다.

⑤ 세 각의 크기가 주어지면 무수히 많은 삼각형이 만들어진다.

답 ③

12 ① 세 변의 길이가 주어진 경우이므로 삼각형이 하나로 정해진다.

$9<4+8$

② 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어진 경우이므로 삼각형이 하나로 정해진다.

③ 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어진 경우이므로 삼각형이 하나로 정해진다.

④ $\angle A$가 $\overline{AB}$와 $\overline{BC}$의 끼인각이 아니므로 삼각형이 하나로 정해지지 않는다.

⑤ $\angle B$, $\angle C$의 크기를 알면 $\angle A$의 크기도 알 수 있다. 따라서 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어진 경우이므로 삼각형이 하나로 정해진다.

답 ④

발전 유형

L 38쪽

01 $4<2+3$, $5=2+3$, $5<2+4$, $5<3+4$, $6>2+3$, $6=2+4$, $6<2+5$, $6<3+4$, $6<3+5$, $6<4+5$
이므로 만들 수 있는 삼각형의 세 변의 길이의 쌍은

(2 cm, 3 cm, 4 cm), (2 cm, 4 cm, 5 cm), (2 cm, 5 cm, 6 cm), (3 cm, 4 cm, 5 cm), (3 cm, 4 cm, 6 cm), (3 cm, 5 cm, 6 cm), (4 cm, 5 cm, 6 cm)

따라서 서로 다른 삼각형의 개수는 7이다. 답 ④

02 $6<3+5$, $8=3+5$, $8<3+6$, $8<5+6$
이므로 만들 수 있는 삼각형의 세 변의 길이의 쌍은

(3 cm, 5 cm, 6 cm), (3 cm, 6 cm, 8 cm), (5 cm, 6 cm, 8 cm)

따라서 서로 다른 삼각형의 개수는 3이다. 답 3

03 이등변삼각형의 세 변의 길이를 a, b, b (a, b는 자연수)라 하면 세 변의 길이의 합이 20이므로

$a+2b=20$ …… ㉠

삼각형의 두 변의 길이의 합은 나머지 한 변의 길이보다 크므로

$2b>a$ …… ㉡

a, b는 자연수이므로 $a+b>b$는 항상 성립한다.

㉠, ㉡을 만족시키는 자연수 a, b의 순서쌍 (a, b)는

(2, 9), (4, 8), (6, 7), (8, 6)

이므로 서로 다른 이등변삼각형의 개수는 4이다.

답 4

04 삼각형의 둘레의 길이가 11이므로

$a+(a+1)+b=11$

$\therefore 2a+b=10$ …… ㉠

삼각형의 두 변의 길이의 합은 나머지 한 변의 길이보다 크므로

$a+(a+1)>b$

$\therefore 2a+1>b$ …… ㉡

a, b는 자연수이므로 $(a+1)+b>a$는 항상 성립한다. 또 $b>1$일 때, $a+b>a+1$은 항상 성립하고 $b=1$이면 ㉠을 만족시키는 자연수 a가 존재하지 않는다.

㉠, ㉡을 만족시키는 자연수 a, b의 순서쌍 (a, b)는

(3, 4), (4, 2)

이므로 서로 다른 삼각형의 개수는 2이다. 답 ②

Lecture 06 삼각형의 합동 조건

핵심 유형

L 40쪽

01 ① $\overline{AB}=\overline{EH}=6$ (cm)

② $\overline{EF}=\overline{AD}=12$ (cm)

③ $\angle C=\angle G=90°$

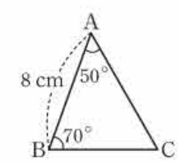
④ $\angle E=\angle A=360°-(130°+90°+80°)=60°$

사각형의 네 각의 크기의 합은 360°이다.

⑤ $\angle H=\angle B=130°$

답 ④

02 오른쪽 그림의 $\triangle ABC$에서



$\angle C=180°-(50°+70°)$
$=60°$

주어진 삼각형의 세 각의 크기는 모두 다르다.

이때 두 삼각형에서 길이가 8 cm인 대응변의 양 끝 각의 크기는 각각 같으므로

$\angle y=\angle A=50°$

$\therefore \angle x=\angle C=60°$

답 $\angle x=60°$, $\angle y=50°$

03 ② 나머지 한 각의 크기는

$180°-(80°+40°)=60°$

이므로 주어진 삼각형과 ASA 합동이다.

답 ②

04 (ㄴ), (ㅁ) (ㅁ)에서 나머지 한 각의 크기는

$180°-(85°+70°)=25°$

이므로 두 삼각형은 ASA 합동이다.

(ㄷ), (ㅂ) SAS 합동

답 (ㄴ)과 (ㅁ), (ㄷ)과 (ㅂ)

05 ③ SAS 합동

④ ASA 합동

⑤ $\angle B=\angle E$, $\angle C=\angle F$이면 $\angle A=\angle D$이므로 ASA 합동

$\angle A$
$=180°-(\angle B+\angle C)$
$=180°-(\angle E+\angle F)$
$=\angle D$

답 ①, ②

Q BOX

06 ① SSS 합동

②, ④ SAS 합동

⑤ $\angle A=\angle D$, $\angle C=\angle F$이면 $\angle B=\angle E$이므로
ASA 합동

답 ③

07 답 (가) $\overline{BD}$ (나) SSS

08 (ㄱ) $\triangle ABC$와 $\triangle DCB$에서
$\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AC}=\overline{DB}$, $\overline{BC}$는 공통
이므로 $\triangle ABC\equiv\triangle DCB$ (SSS 합동)

(ㄷ) $\angle AOB=180^\circ-\angle BOC$ ······ ㉠

$\triangle OBC$에서
$\angle OBC+\angle OCB=180^\circ-\angle BOC$
이때 $\angle OBC=\angle OCB$이므로

> $\triangle ABC\equiv\triangle DCB$이므로
> $\angle ACB=\angle DBC$

$2\angle OBC=180^\circ-\angle BOC$ ······ ㉡

㉠, ㉡에서 $\angle AOB=2\angle OBC$

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다. 답 ③

09 답 (가) $\overline{CO}$ (나) $\overline{DO}$ (다) $\angle COD$ (라) SAS

10 $\triangle AOD$와 $\triangle COB$에서
$\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{OD}=\overline{OB}$, $\angle O$는 공통

> $\overline{OD}=\overline{OC}+\overline{CD}$
> $=\overline{OA}+\overline{AB}=\overline{OB}$

이므로 $\triangle AOD\equiv\triangle COB$ (SAS 합동)
$\therefore$ $\overline{AD}=\overline{CB}$, $\angle ODA=\angle OBC$,
$\triangle AOD=\triangle COB$ 답 ④

> 합동인 두 도형의 넓이는 같다.

11 답 (가) $\overline{BD}$ (나) $\angle OBD$ (다) ASA

12 $\triangle AOP$와 $\triangle BOP$에서
$\overline{OP}$는 공통, $\angle AOP=\angle BOP$,
$\angle OPA=180^\circ-(\angle AOP+\angle OAP)$
$=180^\circ-(\angle BOP+\angle OBP)$
$=\angle OPB$
이므로 $\triangle AOP\equiv\triangle BOP$ (ASA 합동)
$\therefore$ $\overline{AP}=\overline{BP}$, $\overline{OA}=\overline{OB}$ 답 ⑤

발전 유형 Q+Q

43쪽

01 ①, ④ $\triangle ADF$, $\triangle BED$, $\triangle CFE$에서
$\overline{AD}=\overline{BE}=\overline{CF}$, $\overline{AF}=\overline{BD}=\overline{CE}$,

> 정삼각형 ABC에서
> $\overline{AF}$
> $=\overline{CA}-\overline{CF}$
> $=\overline{AB}-\overline{AD}=\overline{BD}$
> $=\overline{BC}-\overline{BE}=\overline{CE}$

$\angle A=\angle B=\angle C=60^\circ$
이므로
$\triangle ADF\equiv\triangle BED\equiv\triangle CFE$ (SAS 합동)
$\therefore$ $\angle ADF=\angle BED=\angle CFE$

③ $\overline{DF}=\overline{ED}=\overline{FE}$이므로 $\triangle DEF$는 정삼각형이다.
$\therefore$ $\angle DFE=60^\circ$

⑤ $\angle BED+\angle FEC=180^\circ-\angle DEF$
$=180^\circ-60^\circ=120^\circ$

답 ②

02 $\triangle ACD$와 $\triangle BCE$에서
$\overline{AC}=\overline{BC}$, $\overline{CD}=\overline{CE}$,
$\angle ACD=\angle ACE+\angle ECD$

> $\angle ECD=60^\circ$
> $=\angle ACB$

$=\angle ACE+\angle ACB=\angle BCE$
이므로 $\triangle ACD\equiv\triangle BCE$ (SAS 합동)
따라서 $\angle CAD=\angle CBE$이므로 $\triangle ABP$에서
$\angle APB$
$=180^\circ-(\angle ABP+\angle PAB)$
$=180^\circ-\{(60^\circ-\angle CBE)+(60^\circ+\angle CAD)\}$
$=180^\circ-120^\circ=60^\circ$ 답 60°

03 $\triangle BCE$와 $\triangle DCF$에서
$\overline{BC}=\overline{DC}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$,
$\angle BCE=\angle DCF=90^\circ$
이므로 $\triangle BCE\equiv\triangle DCF$ (SAS 합동)
$\therefore$ $\overline{BE}=\overline{DF}=15\,(cm)$
따라서 $\triangle BCE$의 둘레의 길이는
$\overline{BC}+\overline{CE}+\overline{BE}=9+12+15$

> $\overline{CE}=\overline{GF}=12\,(cm)$

$=36\,(cm)$ 답 36 cm

04 (1) $\triangle ADC$와 $\triangle ABG$에서
$\overline{AD}=\overline{AB}$, $\overline{AC}=\overline{AG}$,
$\angle DAC=\angle DAB+\angle BAC$
$=\angle CAG+\angle BAC$
$=\angle BAG$
이므로 $\triangle ADC\equiv\triangle ABG$ (SAS 합동)

(2) $\angle PBR=\angle ADP$이고

> $\triangle ADC\equiv\triangle ABG$이므로
> $\angle ADC=\angle ABG$

$\angle BPR=\angle APD$ (맞꼭지각)이므로
$\angle BRP=180^\circ-(\angle BPR+\angle PBR)$
$=180^\circ-(\angle APD+\angle ADP)$
$=\angle DAP=90^\circ$
$\therefore$ $\angle BRC=180^\circ-\angle BRP$
$=180^\circ-90^\circ=90^\circ$

답 (1) $\triangle ABG$, SAS 합동 (2) 90°

중단원 실전 TEST

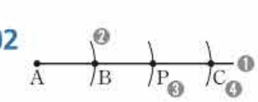
44쪽

01 ④ 작도에서 사용하는 눈금 없는 자 또는 컴퍼스는 각의 크기를 측정할 수 없다.

⑤ 선분의 길이를 재어서 다른 직선으로 옮길 때는 컴퍼스를 사용한다.

답 ④, ⑤

02



답 ㉠ → ㉣ → ㉢ → ㉡

03 두 점 O, A를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{OC}$인 원을 각각 그리므로

$\overline{OC}=\overline{OD}=\overline{AP}=\overline{AQ}$

이상에서 $\overline{OC}$와 길이가 같은 선분은 (ㄱ), (ㄷ), (ㄹ)이다.

답 ②

04 ① 점 A를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{BE}$인 원을 그리므로

$\overline{BE}=\overline{AQ}$

② 점 P를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{EF}$인 원을 그리므로

$\overline{EF}=\overline{PQ}$

③ 동위각의 크기가 서로 같으면 두 직선이 평행함을 이용하여 $\overleftrightarrow{AQ}$를 작도한 것이다.

답 ③

Q쌤 한마디

평행사변형은 두 쌍의 마주 보는 변이 서로 평행한 사각형입니다. 이때 평행사변형의 마주 보는 변의 길이는 서로 같습니다.
따라서 주어진 세 점을 꼭짓점으로 하는 평행사변형을 작도할 때에는 평행선의 작도와 길이가 같은 선분의 작도를 이용할 수 있습니다.
즉 **04**번에서 점 A를 지나면서 직선 BC와 평행한 직선을 작도한 후 그 직선 위에 $\overline{BC}$와 길이가 같은 선분 AD를 작도하면 평행사변형 ABCD가 작도됩니다.

05 (i) $x+2>8$일 때,

가장 긴 변의 길이가 $x+2$이므로

$x+2<3+8 \quad \therefore x+2<11$

따라서 $x+2$의 값은 9, 10이므로 자연수 x의 값은

7, 8 ⋯ ❶

(ii) $x+2\le 8$일 때,

가장 긴 변의 길이가 8이므로

$8<3+(x+2)$

따라서 $x+2$의 값은 6, 7, 8이므로 자연수 x의 값은 4, 5, 6 ⋯ ❷

(i), (ii)에서 자연수 x의 값은 4, 5, 6, 7, 8이므로 구하는 합은 $4+5+6+7+8=30$ ⋯ ❸

답 30

생각 Tip
가장 긴 변의 길이가 $x+2$일 때와 8일 때로 나누어 생각한다.

채점 기준	배점
❶ $x+2>8$일 때 자연수 x의 값을 구할 수 있다.	2점
❷ $x+2\le 8$일 때 자연수 x의 값을 구할 수 있다.	2점
❸ 자연수 x의 값의 합을 구할 수 있다.	2점

06 $8<4+5$, $12>4+5$, $12=4+8$, $12<5+8$
이므로 만들 수 있는 삼각형의 세 변의 길이의 쌍은

(4 cm, 5 cm, 8 cm), (5 cm, 8 cm, 12 cm)

즉 서로 다른 삼각형의 개수는 2이므로

$a=2$

주어진 두 각의 크기가 45°, 60°이므로 나머지 한 각의 크기는

$180°-(45°+60°)=75°$

따라서 한 변의 길이가 6 cm이고 그 양 끝 각의 크기가

45°와 60°, 45°와 75°, 60°와 75°

가 될 수 있으므로 서로 다른 삼각형의 개수는 3이다.

$\therefore b=3$

$\therefore a+b=5$

답 ③

07 모양은 같지만 크기가 다른 직각삼각형은 세 각의 크기가 각각 같다.
따라서 세 각의 크기가 주어지면 삼각형은 하나로 정해지지 않음을 알 수 있다.

답 ④

08 (ㄱ) $8>6+1$이므로 삼각형이 만들어지지 않는다.
(ㄴ) ∠B가 $\overline{BC}$와 $\overline{CA}$의 끼인각이 아니므로 삼각형이 하나로 정해지지 않는다.
(ㄷ) ∠A, ∠C의 크기를 알면 ∠B의 크기도 알 수 있다. 따라서 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어진 경우이므로 삼각형이 하나로 정해진다.
(ㄹ) $\angle B+\angle C=180°$이므로 삼각형이 만들어지지 않는다.
이상에서 삼각형이 하나로 정해지는 것은 (ㄷ)뿐이다.

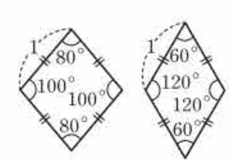
답 ②

09 세 변의 길이가 주어지면 삼각형이 하나로 정해지므로 $\overline{BC}$의 길이가 필요하다. ⋯ ❶
또 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어지면 삼각형이 하나로 정해지므로 $\overline{AB}$와 $\overline{AC}$의 끼인각인 ∠A의 크기가 필요하다. ⋯ ❷

답 $\overline{BC}$의 길이 또는 ∠A의 크기

채점 기준	배점
❶ 필요한 변에 대한 조건을 구할 수 있다.	2점
❷ 필요한 각에 대한 조건을 구할 수 있다.	2점

10 ③ 오른쪽 그림의 두 마름모는 한 변의 길이가 같지만 합동이 아니다.



답 ③

Q쌤 한마디

일반적으로 두 도형의 둘레의 길이 또는 넓이가 같다고 해서 반드시 합동인 것은 아닙니다. 그러나 원, 정삼각형, 정사각형 등과 같은 도형은 둘레의 길이 또는 넓이가 같으면 합동입니다.

L 03 작도와 합동

11 $\overline{DE}=\overline{AB}=5\,(\text{cm})$이므로 $\quad x=5$

$\angle D=\angle A=180^\circ-(100^\circ+35^\circ)=45^\circ$이므로

$y=45$

$\therefore\ x+y=50$ 　　답 50

12 ① SSS 합동

④ $\angle B=\angle E$, $\angle C=\angle F$이면 $\angle A=\angle D$이므로

ASA 합동

답 ①, ④

13 ② SAS 합동

③, ⑤ ASA 합동

④ $\angle A=\angle D$, $\angle B=\angle E$이면 $\angle C=\angle F$이므로

ASA 합동 　　답 ①

14 답 (가) $\overline{BM}$ (나) $\angle PMB$ (다) SAS

참고 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 선분의 수직이등분선 위의 한 점에서 선분의 양 끝 점에 이르는 거리는 같음을 알 수 있다.

15 ① $\triangle ABC$와 $\triangle DCB$에서

$\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AC}=\overline{DB}$, $\overline{BC}$는 공통

이므로 $\quad\triangle ABC\equiv\triangle DCB$ (SSS 합동)

③ $\triangle ABD$와 $\triangle DCA$에서

$\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{BD}=\overline{CA}$, $\overline{AD}$는 공통

이므로 $\quad\triangle ABD\equiv\triangle DCA$ (SSS 합동)

④ $\triangle OAB$와 $\triangle ODC$에서

$\overline{AB}=\overline{DC}$, $\angle OAB=\angle ODC$,

$\angle OBA=\angle OCD$

이므로 $\quad\triangle OAB\equiv\triangle ODC$ (ASA 합동)

답 ②, ⑤

$\triangle ABC\equiv\triangle DCB$이므로
$\angle BAC=\angle CDB$

$\triangle ABD\equiv\triangle DCA$이므로
$\angle ABD=\angle DCA$

16 $\triangle ADB$와 $\triangle CEA$에서

$\overline{AB}=\overline{CA}$,

$\angle DBA=90^\circ-\angle DAB=\angle EAC$,

$\angle DAB=90^\circ-\angle EAC=\angle ECA$

이므로 $\quad\triangle ADB\equiv\triangle CEA$ (ASA 합동)

따라서 $\overline{AD}=\overline{CE}$, $\overline{AE}=\overline{BD}$이므로

$\overline{DE}=\overline{AD}+\overline{AE}=\overline{CE}+\overline{BD}$

$=3+10=13\,(\text{cm})$ 　　답 13 cm

$\triangle ADB$에서
$\angle ADB=90^\circ$이므로
$\angle DBA$
$=90^\circ-\angle DAB$
평각은 180°이고
$\angle BAC=90^\circ$이므로
$\angle EAC$
$=90^\circ-\angle DAB$

17 $\triangle CBE$와 $\triangle ADE$에서

$\overline{CE}=\overline{AE}$, $\angle BCE=\angle DAE$,

$\angle CEB=\angle AED$ (맞꼭지각)

이므로 $\quad\triangle CBE\equiv\triangle ADE$ (ASA 합동)

$\therefore\ \overline{BE}=\overline{DE}=16\,(\text{km})$

따라서 영주와 배 사이의 거리는

$\overline{AB}=\overline{AE}+\overline{BE}=6+16=22\,(\text{km})$ 　　답 ④

18 $\triangle BDM$과 $\triangle CEM$에서

$\overline{BM}=\overline{CM}$, $\angle BMD=\angle CME$ (맞꼭지각),

$\angle MBD=\angle MCE$

이므로 $\quad\triangle BDM\equiv\triangle CEM$ (ASA 합동) ⋯ ❶

따라서 $\overline{EM}=\overline{DM}=3\,(\text{cm})$이므로

$\overline{AE}=14-(3+3)=8\,(\text{cm})$

또 $\overline{CE}=\overline{BD}=8\,(\text{cm})$이고 $\angle AEC=90^\circ$이므로

$\triangle AEC$는 $\overline{AE}=\overline{CE}$인 직각이등변삼각형이다. ⋯ ❷

$\therefore\ \angle ACE=\frac{1}{2}\times(180^\circ-90^\circ)=45^\circ$ ⋯ ❸

답 45°

$\angle MBD$
$=90^\circ-\angle BMD$
$=90^\circ-\angle CME$
$=\angle MCE$

$\angle ACE=\angle CAE$

채점 기준	배점
❶ $\triangle BDM\equiv\triangle CEM$임을 알 수 있다.	2점
❷ $\triangle AEC$가 직각이등변삼각형임을 알 수 있다.	2점
❸ $\angle ACE$의 크기를 구할 수 있다.	2점

19 $\triangle AEB$와 $\triangle ADC$에서

$\overline{AE}=\overline{AD}$, $\overline{AB}=\overline{AC}$,

$\angle EAB=\angle EAD+\angle DAB$

$=\angle BAC+\angle DAB$

$=\angle DAC$

이므로 $\quad\triangle AEB\equiv\triangle ADC$ (SAS 합동)

$\therefore\ \overline{BE}=\overline{CD}=\overline{BD}+\overline{BC}$

$=3+6=9\,(\text{cm})$ 　　답 ②

20 $\triangle AED$와 $\triangle CFD$에서

$\overline{AD}=\overline{CD}$, $\overline{AE}=\overline{CF}$, $\angle A=\angle C=90^\circ$

이므로 $\quad\triangle AED\equiv\triangle CFD$ (SAS 합동)

$\therefore\ \overline{ED}=\overline{FD}$

따라서 $\triangle DEF$는 이등변삼각형이므로

$\angle DFE=\angle DEF=76^\circ$

$\therefore\ \angle EDF=180^\circ-(76^\circ+76^\circ)=28^\circ$ 　　답 28°

$\overline{AE}=\overline{AB}-\overline{BE}$
$=\overline{BC}-\overline{BF}$
$=\overline{CF}$

21 $\triangle AED$와 $\triangle CED$에서

$\overline{AD}=\overline{CD}$, $\overline{DE}$는 공통, $\angle ADE=\angle CDE$

이므로 $\quad\triangle AED\equiv\triangle CED$ (SAS 합동)

이때 $\angle DAE=\angle F=35^\circ$ (엇각)이므로

$\angle DCE=\angle DAE=35^\circ$

$\therefore\ \angle BCE=90^\circ-\angle DCE$

$=90^\circ-35^\circ=55^\circ$ 　　답 55°

$\overline{BD}$는 정사각형의 대각선이므로
$\angle ADB=\angle CDB$
$=45^\circ$

22 이등변삼각형의 세 변의 길이를 a, b, b (a, b는 자연수)라 하면 조건 (다)에서

$a+2b=16$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

삼각형의 두 변의 길이의 합은 나머지 한 변의 길이보다 크므로

$2b>a$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 만족시키는 자연수 a, b의 순서쌍 (a, b)는

$(2, 7)$, $(4, 6)$, $(6, 5)$

이므로 서로 다른 삼각형의 개수는 3이다. 　　답 3

23 $\triangle ADC$와 $\triangle ABE$에서

$\overline{AD}=\overline{AB}$, $\overline{AC}=\overline{AE}$,

$\angle DAC=\angle DAB+\angle BAC$
$=\angle CAE+\angle BAC$
$=\angle BAE$

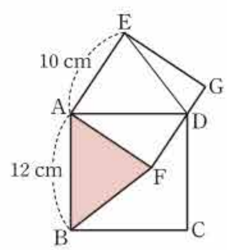
이므로 $\triangle ADC\equiv\triangle ABE$ (SAS 합동)

따라서 $\angle ADC=\angle ABE$이므로 $\triangle DBF$에서

$\angle DFE=180^\circ-\angle DFB$
$=\angle BDF+\angle DBF$
$=(60^\circ-\angle ADC)+(60^\circ+\angle ABE)$
$=120^\circ$

답 120°

24 오른쪽 그림과 같이 $\overline{ED}$를 그으면 $\triangle ADE$와 $\triangle ABF$에서



$\overline{AD}=\overline{AB}$, $\overline{AE}=\overline{AF}$,

$\angle EAD$
$=\angle EAF-\angle DAF$
$=\angle DAB-\angle DAF$
$=\angle FAB$

이므로 $\triangle ADE\equiv\triangle ABF$ (SAS 합동)

$\therefore \triangle ABF=\triangle ADE$

$\triangle ADE$에서 $\overline{AE}$를 밑변이라 할 때, 높이는 점 D와 $\overline{AE}$ 사이의 거리와 같으므로

$\overline{EG}$의 길이와 같다.

$\triangle ADE=\frac{1}{2}\times\overline{AE}\times\overline{EG}$
$=\frac{1}{2}\times10\times10$
$=50\,(\text{cm}^2)$

따라서 구하는 넓이는 50 cm^2이다.

답 50 cm^2

최고 수준 도전하기

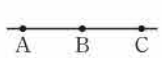
L 48쪽

01 1st 서로 다른 직선 위에 있는 두 점을 이어서 만들 수 있는 서로 다른 선분과 직선의 개수의 차를 구한다.

(i) 서로 다른 직선 위에 있는 두 점을 이어서 만들 수 있는 서로 다른 선분과 직선의 개수는 같으므로 그 개수의 차는 0이다.

2nd 한 직선 위에 있는 두 점을 이어서 만들 수 있는 서로 다른 선분과 직선의 개수의 차를 구한다.

(ii) 오른쪽 그림과 같이 한 직선 위에 있는 세 점 A, B, C 중 두 점을 이어서 만들 수 있는 서로 다른 선분은 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{AC}$의 3개이지만 직선은 $\overleftrightarrow{AB}$의 1개이다.



따라서 한 직선 위에 있는 세 점 중 두 점을 이어서 만들 수 있는 서로 다른 선분과 직선의 개수의 차는

$(3-1)\times4=8$

3rd 서로 다른 선분과 직선의 개수의 차를 구한다.

(i), (ii)에서 구하는 차는 8이다.

답 8

02 1st $\overline{AX}$의 길이를 $\overline{AB}$의 길이에 대한 식으로 나타낸다.

$\overline{AB}=x$ cm라 하면 $\overline{AX}:\overline{BX}=3:2$에서

$\overline{AX}=x\times\frac{3}{3+2}=\frac{3}{5}x\,(\text{cm})$

2nd $\overline{AY}$의 길이를 $\overline{AB}$의 길이에 대한 식으로 나타낸다.

$\overline{AY}:\overline{BY}=4:3$에서

$\overline{AY}=x\times\frac{4}{4+3}=\frac{4}{7}x\,(\text{cm})$

3rd $\overline{AB}$의 길이를 구한다.

이때 $\overline{XY}=\overline{AX}-\overline{AY}$이고 $\overline{XY}=2$ cm이므로

$\frac{21}{35}x>\frac{20}{35}x$이므로 $\overline{AX}>\overline{AY}$

$\frac{3}{5}x-\frac{4}{7}x=2$, $\quad\frac{1}{35}x=2$

$\therefore x=70$

따라서 $\overline{AB}$의 길이는 70 cm이다.

답 70 cm

03 1st $\angle AOH$, $\angle HOF$와 크기가 같은 각을 각각 찾는다.

$\angle AOF=\angle HOD$이므로

$\angle AOH+\angle HOF=\angle HOF+\angle FOD$

$\therefore \angle AOH=\angle FOD$

또 $\angle HOD=\angle FOB$이므로

$\angle HOF+\angle FOD=\angle FOD+\angle DOB$

$\therefore \angle HOF=\angle DOB$

2nd $\angle DOB$의 크기를 구한다.

$\angle DOB=\angle x$라 하면

$\angle AOH=\angle FOD=\angle x+40^\circ$, $\angle HOF=\angle x$

이므로

$(\angle x+40^\circ)+\angle x+(\angle x+40^\circ)+\angle x=180^\circ$

$4\angle x=100^\circ$

$\therefore \angle x=25^\circ$

3rd $\angle COB$의 크기를 구한다.

$\angle COB=\angle AOD$ (맞꼭지각)
$=180^\circ-\angle DOB$
$=180^\circ-25^\circ$
$=155^\circ$

답 155°

다른 풀이 $\angle AOF=\angle FOB$이고

$\angle AOF+\angle FOB=180^\circ$이므로

$\angle FOB=\frac{1}{2}\times180^\circ=90^\circ$

$\angle DOB=\angle x$라 하면

$\angle FOD=90^\circ-\angle x$

$\angle AOF=\angle HOD$이므로

$\angle AOH+\angle HOF=\angle HOF+\angle FOD$

$\therefore \angle AOH=\angle FOD=90^\circ-\angle x$

이때 $\angle AOH=\angle DOB+40^\circ$이므로

$90^\circ-\angle x=\angle x+40^\circ$

$2\angle x=50^\circ \qquad \therefore \angle x=25^\circ$

$\therefore \angle COB = \angle AOD$ (맞꼭지각)

$= 180^\circ - \angle DOB$

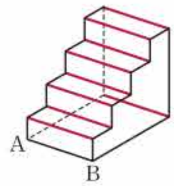
$= 180^\circ - 25^\circ$

$= 155^\circ$

04 (1st) x의 값을 구한다.

오른쪽 그림에서 모서리 AB와 평행한 모서리는 9개이므로

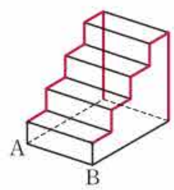
$x = 9$



(2nd) y의 값을 구한다.

오른쪽 그림에서 모서리 AB와 꼬인 위치에 있는 모서리는 16개이므로

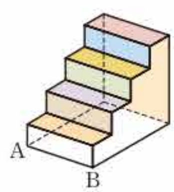
$y = 16$



(3rd) z의 값을 구한다.

오른쪽 그림에서 모서리 AB와 평행한 면은 8개이므로

$z = 8$

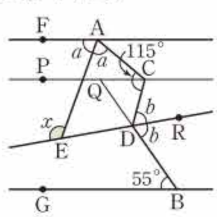


(4th) $x+y-z$의 값을 구한다.

$x+y-z=17$ 답 17

05 (1st) 보조선을 긋고 평행선의 성질을 이용하여 $\angle FAC$의 크기와 $\angle CDB$의 크기 사이의 관계식을 구한다.

오른쪽 그림과 같이 점 C를 지나고 두 직선 FA, GB에 평행한 직선 PC를 긋고 $\angle FAE = \angle EAC = \angle a$라 하면



$\angle ACP = 180^\circ - \angle FAC$

$= 180^\circ - 2\angle a$

$\therefore \angle PCD = 115^\circ - (180^\circ - 2\angle a)$

$= 2\angle a - 65^\circ$

$\overline{DB}$의 연장선과 $\overleftrightarrow{PC}$의 교점을 Q라 하면

$\angle CQD = \angle DBG = 55^\circ$ (엇각)

$\overleftrightarrow{ED}$ 위에 점 R를 잡고 $\angle CDR = \angle BDR = \angle b$라 하면

$\angle CDQ = 180^\circ - 2\angle b$

$\triangle CQD$에서

$(2\angle a - 65^\circ) + 55^\circ + (180^\circ - 2\angle b) = 180^\circ$

$2\angle a - 2\angle b = 10^\circ \quad \therefore \angle b = \angle a - 5^\circ$

(2nd) $\angle x$의 크기를 구한다.

사각형 AEDC에서

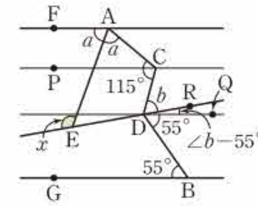
$\angle a + (180^\circ - \angle x) + (180^\circ - \angle b) + 115^\circ$

$= 360^\circ$

$\angle a - \angle x - (\angle a - 5^\circ) + 115^\circ = 0^\circ$

$\therefore \angle x = 120^\circ$ 답 120°

다른풀이 오른쪽 그림과 같이 두 점 C, D를 지나고 두 직선 FA, GB에 평행한 직선 PC, DQ를 각각 긋고 $\angle FAE = \angle EAC = \angle a$, $\angle CDR = \angle BDR = \angle b$라 하면



$\angle ACP = 180^\circ - 2\angle a$

$\angle PCD = \angle CDQ$ (엇각)

$= \angle b + (\angle b - 55^\circ)$

$= 2\angle b - 55^\circ$

따라서

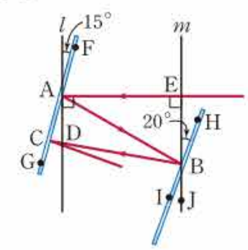
$(180^\circ - 2\angle a) + (2\angle b - 55^\circ) = 115^\circ$

이므로

$\angle b = \angle a - 5^\circ$

06 (1st) $\angle BAE$의 크기를 구한다.

오른쪽 그림과 같이 두 평면거울 위에 각각 두 점 F, G와 H, I를 잡고 직선 m 위에 점 J를 잡자.



빛이 직선 l에 수직이므로

$\angle FAE = 90^\circ - 15^\circ$

$= 75^\circ$

빛의 입사각과 반사각의 크기는 같으므로

$\angle BAG = \angle FAE = 75^\circ$

다음 그림에서

$\angle PYQ = \angle QYR$

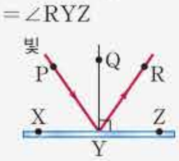
이므로

$\angle PYX$

$= 90^\circ - \angle PYQ$

$= 90^\circ - \angle QYR$

$= \angle RYZ$



$\therefore \angle BAE = 180^\circ - (75^\circ + 75^\circ)$

$= 30^\circ$

(2nd) $\angle CBJ$의 크기를 구한다.

$\triangle ABE$에서

$\angle ABE = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ)$

$= 60^\circ$

$\therefore \angle ABH = \angle ABE + \angle EBH$

$= 60^\circ + 20^\circ$

$= 80^\circ$

빛의 입사각과 반사각의 크기는 같으므로

$\angle CBI = \angle ABH = 80^\circ$

$\angle IBJ = \angle EBH = 20^\circ$ (맞꼭지각)이므로

$\angle CBJ = \angle CBI + \angle IBJ$

$= 80^\circ + 20^\circ$

$= 100^\circ$

(3rd) $\angle ADB$의 크기를 구한다.

$l \mathbin{/\!/} m$이므로

$\angle ADB = \angle CBJ = 100^\circ$ (엇각) 답 100°

07 (1st) $\triangle DEF$, $\triangle FGH$와 합동인 삼각형을 찾는다.

접은 부분은 모양과 크기가 같으므로

$\triangle DEF \equiv \triangle DEA$, $\triangle FGH \equiv \triangle FGC$

2nd △DHG와 합동인 삼각형을 찾는다.

△DHG와 △FBE에서

$\overline{DH}=\overline{DF}-\overline{FH}=\overline{BC}-\overline{FC}=\overline{FB}$,

$\angle DHG=\angle FBE$,

$\angle GDH=90°-\angle DFC$

$=\angle EFB$

이므로 △DHG≡△FBE (ASA 합동)

3rd 사각형 EFGD의 넓이를 구한다.

합동인 두 도형의 넓이는 같으므로

(사각형 EFGD의 넓이)

$=\triangle DEF+\triangle FGH+\triangle DHG$

$=(\triangle DEF+\triangle DEA)\times\frac{1}{2}$

$+(\triangle FGH+\triangle FGC)\times\frac{1}{2}$

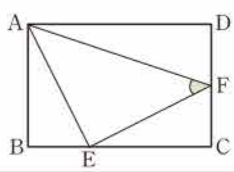
$+(\triangle DHG+\triangle FBE)\times\frac{1}{2}$

$=($사각형 ABCD의 넓이$)\times\frac{1}{2}$

$=8\times5\times\frac{1}{2}=20\,(\text{cm}^2)$ 답 20 cm^2

08 1st $\overline{AB}$, $\overline{BE}$, $\overline{EC}$, $\overline{CF}$의 길이를 한 문자에 대한 식으로 나타낸다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$를 긋고 $\overline{AB}:\overline{BC}=2:3$에서 $\overline{AB}=2a$, $\overline{BC}=3a$라 하면



$\overline{BE}=a$, $\overline{EC}=2a$,

$\overline{CF}=\overline{DF}=a$

2nd 합동인 두 삼각형을 찾는다.

△ABE와 △ECF에서

$\overline{AB}=\overline{EC}$, $\overline{BE}=\overline{CF}$,

$\angle ABE=\angle ECF$

이므로 △ABE≡△ECF (SAS 합동)

3rd ∠AFE의 크기를 구한다.

$\angle EAB=\angle FEC$이므로

$\angle AEF=180°-(\angle AEB+\angle FEC)$

$=180°-(\angle AEB+\angle EAB)$

$=\angle ABE$

$=90°$

또 $\overline{AE}=\overline{EF}$이므로 △AEF는 직각이등변삼각형이다.

$\therefore\ \angle AFE=\frac{1}{2}\times(180°-90°)$

$=45°$ 답 45°

BOX

$\overline{DF}=\overline{AD}=\overline{BC}$

$\angle DHG$
$=180°-\angle FHG$
$=180°-90°$
$=90°$,
$\angle FBE=90°$

△DFC에서
$\angle CDF$
$=90°-\angle DFC$
$\angle EFD=90°$이므로
$\angle EFB$
$=90°-\angle DFC$

모든 변의 길이가 같고 모든 내각의 크기가 같아야 정다각형이다.

$\overline{BE}:\overline{EC}=1:2$이므로
$\overline{BE}=3a\times\frac{1}{1+2}$
$=a$,
$\overline{EC}=3a\times\frac{2}{1+2}$
$=2a$

04 다각형

Lecture 07 다각형

핵심 유형 L 53쪽

01 원기둥과 직육면체는 입체도형이므로 다각형이 아니다.

원은 곡선으로 둘러싸여 있으므로 다각형이 아니다.

따라서 다각형은 사각형, 평행사변형, 사다리꼴의 3개이다. 답 ③

02 (ㄱ) 5개의 선분으로 둘러싸인 다각형은 오각형이다.

(ㄴ) 다각형의 한 꼭짓점에서

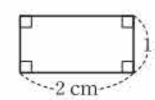
(내각의 크기)+(외각의 크기)=180°

이므로

(외각의 크기)=180°−(내각의 크기)

따라서 내각의 크기가 커질수록 외각의 크기는 작아진다.

(ㄹ) 오른쪽 그림과 같은 사각형은 내각의 크기가 모두 같지만 정다각형이 아니다.



이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄷ)이다.

답 (ㄴ), (ㄷ)

03 $\angle x=180°-125°=55°$

$\angle y=180°-70°=110°$

$\angle z=180°-55°=125°$

$\therefore\ \angle x+\angle y-\angle z=40°$ 답 40°

04 각 꼭짓점에서의 외각의 크기는

① $180°-100°=80°$

② $180°-115°=65°$

③ $180°-120°=60°$

④ $180°-95°=85°$

⑤ $180°-110°=70°$

따라서 외각의 크기가 가장 큰 꼭짓점은 D이다.

답 ④

05 △ADE에서

$70°+36°=180°-\angle AED$

△CEB에서

$\angle x+48°=180°-\angle CEB$

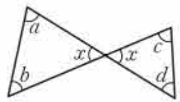
이때 ∠AED=∠CEB (맞꼭지각)이므로

$70°+36°=\angle x+48°$

$\therefore\ \angle x=58°$ 답 58°

Q쌤 한마디

삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로 오른쪽 그림에서



$\angle a+\angle b=180^\circ-\angle x$,

$\angle c+\angle d=180^\circ-\angle x$

입니다.

따라서 $\angle a+\angle b=\angle c+\angle d$임을 알 수 있습니다.

06 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$180^\circ\times\dfrac{5}{3+4+5}=180^\circ\times\dfrac{5}{12}=75^\circ$ 답 ④

07 $\angle ACB=180^\circ-2x^\circ$이므로

$35+(180-2x)=x+20$

$3x=195\qquad\therefore x=65$ 답 ③

삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

다른 풀이 $\angle BAC=180^\circ-(x^\circ+20^\circ)=160^\circ-x^\circ$,

$\angle ACB=180^\circ-2x^\circ$이므로

$(160-x)+35+(180-2x)=180$

$3x=195\qquad\therefore x=65$

Q쌤 한마디

삼각형에서 내각의 크기 또는 외각의 크기를 구할 때 삼각형의 세 내각의 크기의 합이 180°임을 이용하거나 삼각형의 내각과 외각의 관계를 이용할 수 있습니다. 이와 같이 도형의 여러 가지 성질을 이용하여 다양한 방법으로 문제를 풀어 보면서 문제해결력을 기르도록 합시다.

08 $\triangle ADC$에서 $\qquad\angle DAC+64^\circ=102^\circ$

$\therefore\angle DAC=38^\circ$

$\angle BAD=\angle DAC=38^\circ$이므로 $\triangle ABD$에서

$\angle x=38^\circ+102^\circ=140^\circ$ 답 140°

다른 풀이 $\triangle ADC$에서 $\qquad\angle DAC+64^\circ=102^\circ$

$\therefore\angle DAC=38^\circ$

$\therefore\angle BAC=2\angle DAC=2\times38^\circ=76^\circ$

$\triangle ABC$에서

$\angle x=76^\circ+64^\circ=140^\circ$

09 $\triangle DBC$는 $\overline{DB}=\overline{DC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle DCB=\angle B=30^\circ$

$\therefore\angle ADC=30^\circ+30^\circ=60^\circ$

$\triangle ADC$는 $\overline{AC}=\overline{DC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle A=\angle ADC=60^\circ$

$\triangle ABC$에서

$\angle x=30^\circ+60^\circ=90^\circ$ 답 90°

10 $\angle ACD=180^\circ-155^\circ=25^\circ$

$\triangle ADC$는 $\overline{AD}=\overline{DC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle DAC=\angle ACD=25^\circ$

$\therefore\angle ADB=25^\circ+25^\circ=50^\circ$

$\triangle ABD$는 $\overline{AB}=\overline{AD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABD=\angle ADB=50^\circ$

$\therefore\angle x=180^\circ-(50^\circ+50^\circ)=80^\circ$ 답 ②

11 주어진 다각형을 n각형이라 하면

$n-3=7\qquad\therefore n=10$

따라서 십각형의 대각선의 개수는

$\dfrac{10\times(10-3)}{2}=35$ 답 ①

n각형의 대각선의 개수

$\Rightarrow\dfrac{n(n-3)}{2}$

12 십이각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는

$12-3=9$

구하는 다각형을 n각형이라 하면

$\dfrac{n(n-3)}{2}=9,\qquad n(n-3)=18$

이때 $18=6\times3$이므로 $\qquad n=6$

따라서 구하는 다각형은 육각형이다. 답 육각형

곱이 18인 두 자연수 중 차가 3인 두 수를 찾는다.

$\Rightarrow 18=1\times18$

$=2\times9$

$=3\times6$

발전 유형 Q+Q

55쪽

01 $\triangle ABC$에서

$\angle DBC+\angle DCB=180^\circ-(60^\circ+40^\circ+30^\circ)$

$=50^\circ$

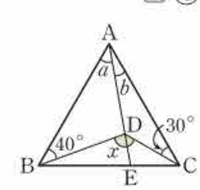
$\triangle DBC$에서

$\angle x=180^\circ-(\angle DBC+\angle DCB)$

$=180^\circ-50^\circ$

$=130^\circ$ 답 ④

다른 풀이 오른쪽 그림과 같이 직선 AD를 긋고 직선 AD와 $\overline{BC}$의 교점을 E라 하자.



$\angle BAD=\angle a$, $\angle CAD=\angle b$라 하면

$\triangle ABD$에서

$\angle BDE=\angle a+40^\circ$

$\triangle ADC$에서

$\angle CDE=\angle b+30^\circ$

이때 $\angle a+\angle b=60^\circ$이므로

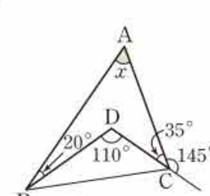
$\angle x=(\angle a+40^\circ)+(\angle b+30^\circ)$

$=\angle a+\angle b+70^\circ$

$=60^\circ+70^\circ=130^\circ$

02 $\angle ACD=180^\circ-145^\circ=35^\circ$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면 $\triangle DBC$에서



$\angle DBC+\angle DCB$

$=180^\circ-110^\circ$

$=70^\circ$

△ABC에서

$\angle x = 180° - (20° + \angle DBC + \angle DCB + 35°)$

$= 180° - (20° + 70° + 35°)$

$= 55°$ 답 $55°$

03 $\angle ABD = \angle DBC = \angle a$,
$\angle ACD = \angle DCE = \angle b$라 하면

생각 Tip
두 삼각형 ABC, DBC에서 삼각형의 내각과 외각의 관계를 이용한다.

△ABC에서

$2\angle b = 80° + 2\angle a$

$\therefore \angle b = 40° + \angle a$

△DBC에서

$\angle b = \angle x + \angle a$

$\therefore \angle x = 40°$ 답 $40°$

04 $\angle ABD = \angle DBC = \angle a$,
$\angle ACD = \angle DCE = \angle b$라 하면

△ABC에서

$2\angle b = \angle x + 2\angle a$

$\therefore \angle b = \frac{1}{2}\angle x + \angle a$

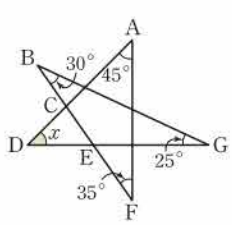
△DBC에서　$\angle b = \angle y + \angle a$

따라서 $\frac{1}{2}\angle x = \angle y$이므로

$\angle x = 2\angle y$

$\therefore \angle x : \angle y = 2 : 1$ 답 ①

05 오른쪽 그림의



△ACF에서

$\angle FCD = 45° + 35°$

$= 80°$

△BEG에서

$\angle BED = 30° + 25°$

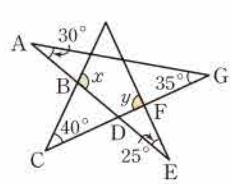
$= 55°$

△CDE에서

$\angle x = 180° - (80° + 55°)$

$= 45°$ 답 ②

06 오른쪽 그림의



△ADG에서

$\angle ADC = 30° + 35°$

$= 65°$

△BCD에서

$\angle x = 40° + 65°$

$= 105°$

$\angle FDE = \angle ADC = 65°$ (맞꼭지각)이므로 △DEF에서

$\angle y = 65° + 25° = 90°$

$\therefore \angle x + \angle y = 195°$ 답 $195°$

Lecture 08 다각형의 내각과 외각의 크기

핵심 유형 L 57쪽

01 주어진 다각형을 n각형이라 하면

$180° \times (n-2) = 1620°$

$n - 2 = 9$　$\therefore n = 11$

따라서 십일각형의 대각선의 개수는

$\frac{11 \times (11-3)}{2} = 44$ 답 ⑤

02 육각형의 내각의 크기의 합은

$180° \times (6-2) = 720°$

이므로

$(2x-10) + 130 + (x+30) + (180-40)$
$+ 120 + 100$
$= 720$

$3x = 210$　$\therefore x = 70$ 답 70

03 $\angle x = 180° - 80° = 100°$

다각형의 외각의 크기의 합은 $360°$이므로

$110° + \angle y + 100° + 55° = 360°$

$\therefore \angle y = 95°$ 답 $\angle x = 100°$, $\angle y = 95°$

04 다각형의 외각의 크기의 합은 $360°$이므로

$35° + (180° - 105°) + (180° - 100°)$
$+ \angle x + 50° + 85°$
$= 360°$

$\therefore \angle x = 35°$ 답 ③

05 구하는 정다각형을 정n각형이라 하면

정n각형의 한 내각의 크기
➡ $\frac{180° \times (n-2)}{n}$

$\frac{180° \times (n-2)}{n} = 144°$

$180° \times n - 360° = 144° \times n$

$36° \times n = 360°$　$\therefore n = 10$

따라서 구하는 정다각형은 정십각형이다. 답 ④

다른풀이 구하는 정다각형을 정n각형이라 하면 한 외각의 크기가 $180° - 144° = 36°$이므로

정n각형의 한 외각의 크기
➡ $\frac{360°}{n}$

$\frac{360°}{n} = 36°$　$\therefore n = 10$

06 주어진 정다각형을 정n각형이라 하면

$180° \times (n-2) = 3240°$

$n - 2 = 18$　$\therefore n = 20$

따라서 정이십각형의 한 외각의 크기는

$\frac{360°}{20} = 18°$ 답 $18°$

정다각형에서 한 내각의 크기와 한 외각의 크기의 비가 $a : b$이면 한 외각의 크기는
$180° \times \frac{b}{a+b}$

07 한 외각의 크기는

$180° \times \frac{2}{3+2} = 72°$

주어진 정다각형을 정n각형이라 하면

$\frac{360°}{n} = 72°$　$\therefore n = 5$

따라서 정오각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는

$5-3=2$ 답 ①

다른 풀이 한 내각의 크기는

$180^\circ \times \dfrac{3}{3+2}=108^\circ$

주어진 정다각형을 정n각형이라 하면

$\dfrac{180^\circ \times (n-2)}{n}=108^\circ$

$180^\circ \times n-360^\circ=108^\circ \times n$

$72^\circ \times n=360^\circ \qquad \therefore n=5$

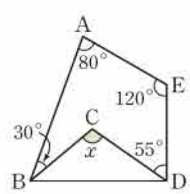
따라서 정오각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는

$5-3=2$

발전 유형 Q+Q

L 58쪽

01 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면 사각형의 내각의 크기의 합은 360°이므로



$\angle CBD+\angle CDB$

$=360^\circ$

$\quad -(80^\circ+30^\circ+55^\circ+120^\circ)$

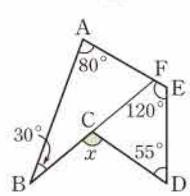
$=75^\circ$

$\triangle BDC$에서

$\angle x=180^\circ-(\angle CBD+\angle CDB)$

$\quad =180^\circ-75^\circ=105^\circ$ 답 105°

다른 풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$의 연장선과 $\overline{AE}$의 교점을 F라 하면 $\triangle ABF$에서



$\angle BFE=80^\circ+30^\circ$

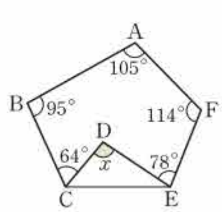
$\quad =110^\circ$

사각형의 내각의 크기의 합은 360°이므로

$\angle FCD=360^\circ-(110^\circ+120^\circ+55^\circ)=75^\circ$

$\therefore \angle x=180^\circ-75^\circ=105^\circ$

02 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CE}$를 그으면 오각형의 내각의 크기의 합은



$180^\circ \times (5-2)=540^\circ$

이므로

$\angle DCE+\angle DEC$

$=540^\circ-(105^\circ+95^\circ+64^\circ+78^\circ+114^\circ)$

$=84^\circ$

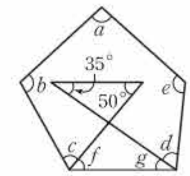
$\triangle DCE$에서

$\angle x=180^\circ-(\angle DCE+\angle DEC)$

$\quad =180^\circ-84^\circ=96^\circ$ 답 ②

BOX

03 오른쪽 그림에서



$\angle f+\angle g=35^\circ+50^\circ$

$\quad =85^\circ$

오각형의 내각의 크기의 합은

$180^\circ \times (5-2)=540^\circ$

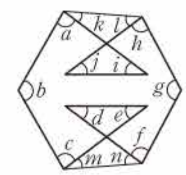
이므로

$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e$

$=540^\circ-(\angle f+\angle g)$

$=540^\circ-85^\circ=455^\circ$ 답 ②

04 오른쪽 그림에서



$\angle i+\angle j=\angle k+\angle l$

$\angle d+\angle e=\angle m+\angle n$

$\therefore \angle a+\angle b+\angle c+\angle d$

$\quad +\angle e+\angle f+\angle g+\angle h$

$\quad +\angle i+\angle j$

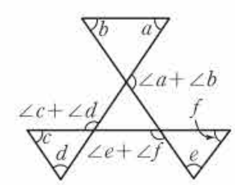
$=\angle a+\angle b+\angle c+\angle m+\angle n$

$\quad +\angle f+\angle g+\angle h+\angle k+\angle l$

$=180^\circ \times (6-2)=720^\circ$ 답 720°

육각형의 내각의 크기의 합

05 오른쪽 그림에서 구하는 각의 크기의 합은 삼각형의 외각의 크기의 합과 같으므로



$\angle a+\angle b+\angle c$

$+\angle d+\angle e+\angle f$

$=360^\circ$ 답 360°

06 $\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e+\angle f+\angle g$

$=$(7개의 삼각형의 내각의 크기의 합)

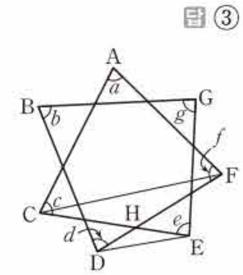
$\quad -$(칠각형의 외각의 크기의 합)$\times 2$

$=180^\circ \times 7-360^\circ \times 2$

$=540^\circ$ 답 ③

생각 톡
주어진 각을 포함하는 삼각형의 내각의 크기의 합과 내부에 있는 다각형의 외각의 크기의 합을 이용한다.

다른 풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CF}$, $\overline{DE}$를 그으면



$\angle HCF+\angle HFC$

$=\angle HDE+\angle HED$

이므로

$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d$

$+\angle e+\angle f+\angle g$

$=\angle a+\angle b+\angle ACF+\angle HCF+\angle d+\angle e$

$\quad +\angle HFC+\angle AFC+\angle g$

$=\angle a+\angle ACF+\angle AFC$

$\quad +\angle b+\angle d+\angle HCF+\angle HFC+\angle e+\angle g$

$=(\angle a+\angle ACF+\angle AFC)$

$\quad +(\angle b+\angle d+\angle HDE+\angle HED+\angle e+\angle g)$

$=$($\triangle ACF$의 내각의 크기의 합)

$\quad +$(사각형 BDEG의 내각의 크기의 합)

$=180^\circ+360^\circ=540^\circ$

07 정팔각형의 한 내각의 크기는

$\dfrac{180^\circ\times(8-2)}{8}=135^\circ$

$\triangle$CDE는 $\overline{DC}=\overline{DE}$인 이등변삼각형이므로

$\angle DCE=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-135^\circ)=22.5^\circ$

같은 방법으로 하면 $\triangle$BCD에서

$\angle CDB=22.5^\circ$

$\triangle$PCD에서

$\angle x=22.5^\circ+22.5^\circ=45^\circ$ 답 ①

08 정오각형의 한 내각의 크기는

$\dfrac{180^\circ\times(5-2)}{5}=108^\circ$

$\triangle$ABC는 $\overline{BA}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BAC=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-108^\circ)=36^\circ$

같은 방법으로 하면 $\triangle$ABE, $\triangle$ADE에서

$\angle ABE=36^\circ$,

$\angle EAD=\angle EDA=36^\circ$

$\therefore\ \angle x=108^\circ-(36^\circ+36^\circ)=36^\circ$

$\angle z=108^\circ-36^\circ=72^\circ$

$\angle x$
$=\angle BAE$
$-(\angle BAC$
$+\angle EAD)$

$\angle z$
$=\angle EDC-\angle EDA$

또 $\triangle$ABF에서

$\angle BFA=180^\circ-(36^\circ+36^\circ)=108^\circ$

$\therefore\ \angle y=\angle BFA=108^\circ$ (맞꼭지각)

답 $\angle x=36^\circ$, $\angle y=108^\circ$, $\angle z=72^\circ$

09 정오각형의 한 외각의 크기는

$\dfrac{360^\circ}{5}=72^\circ$

이므로 $\angle FDE=\angle FED=72^\circ$

$\triangle$EDF에서

$\angle x=180^\circ-(72^\circ+72^\circ)=36^\circ$ 답 36°

10 정오각형, 정삼각형의 한 외각의 크기는 각각

$\dfrac{360^\circ}{5}=72^\circ$, $\dfrac{360^\circ}{3}=120^\circ$

이므로 $\angle x=72^\circ+120^\circ=192^\circ$

정오각형, 정사각형, 정삼각형의 한 내각의 크기는 각각

$180^\circ-72^\circ=108^\circ$, 90°, 60°

(정다각형의 한 내각의 크기)
$=180^\circ$
$-$(정다각형의 한 외각의 크기)

이므로

$\angle y=360^\circ-(108^\circ+90^\circ+60^\circ)=102^\circ$

$\therefore\ \angle x+\angle y=294^\circ$ 답 ③

중단원 실전 TEST

60쪽

01 ① 다각형이 되려면 적어도 3개의 변이 있어야 하므로 변의 개수가 가장 적은 다각형은 삼각형이다.

⑤ 다각형의 한 꼭짓점에서의 외각은 2개이다.

답 ⑤

02 ① $\angle x=180^\circ-70^\circ=110^\circ$

② $\angle x=180^\circ-115^\circ=65^\circ$

③ $\angle x=180^\circ-60^\circ=120^\circ$

④ $\angle x=180^\circ-90^\circ=90^\circ$

⑤ $\angle x=180^\circ-120^\circ=60^\circ$

따라서 $\angle x$의 크기가 가장 작은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

03 $\triangle$OAB는 $\overline{OA}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OBA=\angle OAB=35^\circ$

$\triangle$OBC는 $\overline{OB}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OCB=\angle OBC=20^\circ$

$\triangle$OCA는 $\overline{OA}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OAC=\angle OCA=\angle x$

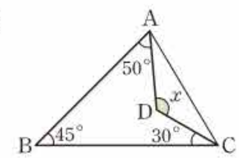
$\triangle$ABC에서

$(35^\circ+\angle x)+(35^\circ+20^\circ)+(20^\circ+\angle x)$

$=180^\circ$

$2\angle x=70^\circ\qquad\therefore\ \angle x=35^\circ$ 답 35°

04 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면 $\triangle$ABC에서



$\angle DAC+\angle DCA$

$=180^\circ$

$-(50^\circ+45^\circ+30^\circ)$

$=55^\circ$ ··· ❶

$\triangle$ADC에서

$\angle x=180^\circ-(\angle DAC+\angle DCA)$

$=180^\circ-55^\circ=125^\circ$ ··· ❷

답 125°

채점 기준	배점
❶ $\angle DAC+\angle DCA$의 크기를 구할 수 있다.	2점
❷ $\angle x$의 크기를 구할 수 있다.	2점

05 $\triangle$ABD에서

$\angle x=180^\circ-(60^\circ+75^\circ)=45^\circ$

$\triangle$BCD에서

$20^\circ+\angle y=75^\circ\qquad\therefore\ \angle y=55^\circ$

답 $\angle x=45^\circ$, $\angle y=55^\circ$

다른 풀이 $\triangle$ABD에서

$\angle x=180^\circ-(60^\circ+75^\circ)=45^\circ$

$\triangle$ABC에서

$\angle y=180^\circ-(60^\circ+45^\circ+20^\circ)=55^\circ$

06 $\triangle$ABC에서

$\angle ACE=45^\circ+65^\circ=110^\circ$

$\triangle$FCE에서

$110+x=5x+10$

$4x=100\qquad\therefore\ x=25$ 답 ③

07 $\triangle$BED는 $\overline{DB}=\overline{DE}$인 이등변삼각형이므로

$\angle DEB=\angle B=\angle x$

$\therefore\ \angle ADE=\angle x+\angle x=2\angle x$

$\triangle$ADE는 $\overline{DE}=\overline{AE}$인 이등변삼각형이므로

$\angle DAE=\angle ADE=2\angle x$

$\triangle$ABE에서

$\angle AEC=\angle x+2\angle x=3\angle x$

$\triangle$AEC는 $\overline{AE}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle C=\angle AEC=3\angle x$

$\triangle$ABC에서

$\angle x+3\angle x=108°,\qquad 4\angle x=108°$

$\therefore\ \angle x=27°$ 답 $27°$

08 $\angle ABE=\angle EBC=\angle a$,

$\angle ACD=\angle DCE=\angle ECF=\angle b$라 하면

$\triangle$ABC에서

$3\angle b=100°+2\angle a$

$\therefore\ \angle b=\dfrac{100°}{3}+\dfrac{2}{3}\angle a$ …… ㉠

$\triangle$EBC에서

$\angle b=28°+\angle a$ …… ㉡

㉠, ㉡에서

$\dfrac{100°}{3}+\dfrac{2}{3}\angle a=28°+\angle a$

$100°+2\angle a=84°+3\angle a$

$\therefore\ \angle a=16°$

㉡에서

$\angle b=28°+16°=44°$

따라서 $\triangle$DBC에서

$\angle x+16°=2\times 44°$

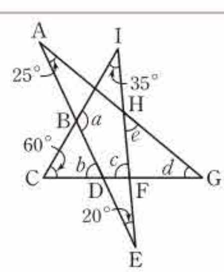
$\therefore\ \angle x=72°$ 답 ③

09 ① $\triangle$BEI에서

$\angle a$

$=180°-(35°+20°)$

$=125°$



② $\triangle$BCD에서

$60°+\angle b=125°$

$\therefore\ \angle b=65°$

③ $\triangle$CFI에서

$\angle c=180°-(35°+60°)=85°$

④ $\triangle$ADG에서

$25°+\angle d=65°$

$\therefore\ \angle d=40°$

⑤ $\triangle$AEH에서

$\angle e=25°+20°=45°$ 답 ②

생각 톡

주어진 각을 내각 또는 외각으로 하는 삼각형을 찾아 세 내각의 크기의 합이 180°임을 이용하거나 내각과 외각의 관계를 이용하여 각의 크기를 구한다.

10 주어진 다각형을 n각형이라 하면

$n+(n-3)=11,\qquad 2n=14$

$\therefore\ n=7$

따라서 칠각형의 대각선의 개수는

$\dfrac{7\times(7-3)}{2}=14$ 답 14

11 주어진 다각형을 n각형이라 하면

$\dfrac{n(n-3)}{2}=44,\qquad n(n-3)=88$

이때 $88=11\times 8$이므로

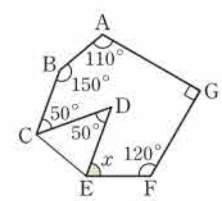
$n=11$

따라서 십일각형의 한 꼭짓점에서 대각선을 모두 그을 때 만들어지는 삼각형의 개수는

$11-2=9$ 답 ①

n각형의 한 꼭짓점에서 대각선을 모두 그어 만들 수 있는 삼각형의 개수 ➡ $n-2$

12 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CE}$를 그으면 $\triangle$DCE에서



$\angle DCE+\angle DEC$

$=180°-50°$

$=130°$

육각형의 내각의 크기의 합은

$180°\times(6-2)=720°$

이므로

$\angle x=720°-(110°+150°+50°$
$\qquad+\angle DCE+\angle DEC+120°+90°)$

$=720°-(110°+150°+50°$
$\qquad+130°+120°+90°)$

$=70°$ 답 ④

13 사각형의 내각의 크기의 합은 360°이므로

$2\angle PBC+2\angle PCB=360°-(\angle A+\angle D)$

$=360°-210°$

$=150°$

$\therefore\ \angle PBC+\angle PCB=75°$

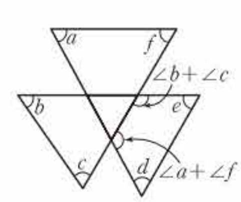
$\triangle$PBC에서

$\angle x=180°-(\angle PBC+\angle PCB)$

$=180°-75°$

$=105°$ 답 ③

14 오른쪽 그림에서 구하는 각의 크기의 합은 사각형의 내각의 크기의 합과 같으므로



$\angle a+\angle b+\angle c$

$+\angle d+\angle e+\angle f$

$=360°$ 답 $360°$

15 주어진 다각형을 n각형이라 하면

$n-3=11 \quad \therefore n=14$

즉 주어진 다각형은 십사각형이다. ··· ❶

따라서 십사각형의 내각의 크기의 합은

$180° \times (14-2)=2160°$

$\therefore a=2160$

십사각형의 외각의 크기의 합은 360°이므로

$b=360$

$\therefore a-b=1800$ ··· ❷

답 1800

채점 기준	배점
❶ 주어진 다각형을 구할 수 있다.	2점
❷ $a-b$의 값을 구할 수 있다.	2점

16 다각형의 외각의 크기의 합은 360°이므로

$(180-120)+x+(180-90)+(3x-30)+2x$
$=360$

$6x=240 \quad \therefore x=40$

답 ③

17 $\angle PAB=\angle a$, $\angle PBA=\angle b$, $\angle QCD=\angle c$, $\angle QDC=\angle d$라 하면 사각형 ABCD의 외각의 크기의 합은 360°이므로

$2(\angle a+\angle b+\angle c+\angle d)=360°$

$\therefore \angle a+\angle b+\angle c+\angle d=180°$

이때 △PBA의 세 내각의 크기와 △QDC의 세 내각의 크기의 합은 $180°+180°=360°$이므로

$(\angle P+\angle a+\angle b)+(\angle Q+\angle c+\angle d)=360°$

$\angle P+\angle Q+180°=360°$

$\therefore \angle P+\angle Q=180°$

답 180°

18 주어진 정다각형을 정n각형이라 하면

내각의 크기의 합은

$180° \times (n-2)$

외각의 크기의 합은 360°

$180° \times (n-2)+360°=1800°$이므로

$180° \times n=1800°$

$\therefore n=10$

따라서 정십각형의 한 내각의 크기는

$\dfrac{180° \times (10-2)}{10}=144°$

답 ④

19 한 내각의 크기와 한 외각의 크기의 비가 2 : 1이므로 주어진 정다각형의 한 외각의 크기는

$180° \times \dfrac{1}{2+1}=60°$ ··· ❶

주어진 정다각형을 정n각형이라 하면

$\dfrac{360°}{n}=60° \quad \therefore n=6$

즉 주어진 정다각형은 정육각형이다. ··· ❷

모든 외각의 크기가 같으므로 모든 내각의 크기도 같다. 이때 모든 변의 길이도 같으므로 정다각형이다.

한 꼭짓점에서 내각과 외각의 크기의 합은 180°이므로 n각형의
(내각의 크기의 합)
+(외각의 크기의 합)
$=180° \times n$

따라서 정육각형의 대각선의 개수는

$\dfrac{6 \times (6-3)}{2}=9$ ··· ❸

답 9

채점 기준	배점
❶ 주어진 정다각형의 한 외각의 크기를 구할 수 있다.	2점
❷ 주어진 정다각형을 구할 수 있다.	2점
❸ 대각선의 개수를 구할 수 있다.	2점

20 자동차가 움직인 경로가 나타내는 도형은 한 변의 길이가 3 m인 정구각형이다.

따라서 $\angle x$의 크기는 정구각형의 한 외각의 크기와 같으므로

$\angle x=\dfrac{360°}{9}=40°$

답 40°

21 정오각형의 한 외각의 크기는

$\dfrac{360°}{5}=72°$

정팔각형의 한 외각의 크기는

$\dfrac{360°}{8}=45°$

$\therefore \angle DCP=72°$, $\angle DFP=45°$,

$\angle CDF=72°+45°=117°$ ··· ❶

사각형 DCPF의 내각의 크기의 합은 360°이므로

$\angle x=360°-(72°+45°+117°)$

$=126°$ ··· ❷

답 126°

채점 기준	배점
❶ $\angle DCP$, $\angle DFP$, $\angle CDF$의 크기를 구할 수 있다.	4점
❷ $\angle x$의 크기를 구할 수 있다.	2점

22 △ABC에서

$\angle ABC+\angle ACB=180°-68°=112°$

$\angle CBP=\angle a$, $\angle BCP=\angle b$라 하면

$\angle ABC=180°-2\angle a$,

$\angle ACB=180°-2\angle b$

이므로

$(180°-2\angle a)+(180°-2\angle b)=112°$

$2\angle a+2\angle b=248°$

$\therefore \angle a+\angle b=124°$

△BPC에서

$\angle P=180°-(\angle a+\angle b)$

$=180°-124°$

$=56°$

답 56°

23 오각형의 내각의 크기의 합은

$180° \times (5-2)=540°$

$\angle FAE=\angle a$, $\angle FDE=\angle b$라 하면

$\angle BAF=2\angle a$, $\angle CDF=2\angle b$

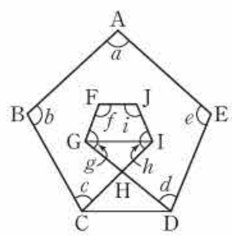
오각형 ABCDE에서

$(\angle a+2\angle a)+120°+108°+(\angle b+2\angle b)+72°$
$=540°$
$3\angle a+3\angle b=240°$
$\therefore \angle a+\angle b=80°$

오각형 ABCDF에서

$2\angle a+120°+108°+2\angle b+\angle x=540°$
$2(\angle a+\angle b)+\angle x=312°$
$2\times 80°+\angle x=312°$
$\therefore \angle x=152°$ 답 ③

24 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{GI}}$, $\overline{\mathrm{CD}}$를 그으면



$\angle \mathrm{HGI}+\angle \mathrm{HIG}$
$=\angle \mathrm{HCD}+\angle \mathrm{HDC}$

이므로

$\angle a+\angle b+\angle c$
$+\angle d+\angle e+\angle f$
$+\angle g+\angle h+\angle i$
$=\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e+\angle f$
$+\angle \mathrm{FGI}+\angle \mathrm{HGI}+\angle \mathrm{HIG}+\angle \mathrm{JIG}+\angle i$
$=\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e+\angle f+\angle \mathrm{FGI}$
$+\angle \mathrm{HCD}+\angle \mathrm{HDC}+\angle \mathrm{JIG}+\angle i$
$=(\angle a+\angle b+\angle c+\angle \mathrm{HCD}+\angle \mathrm{HDC}$
$+\angle d+\angle e)$
$+(\angle f+\angle i+\angle \mathrm{FGI}+\angle \mathrm{JIG})$
$=$(오각형 ABCDE의 내각의 크기의 합)
$+$(사각형 FGIJ의 내각의 크기의 합)
$=180°\times(5-2)+360°$
$=900°$ 답 $900°$

05 원과 부채꼴

Lecture 09 원과 부채꼴

핵심 유형 Q+Q

L 65쪽

한 원에서 부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례한다.

01 $3x:(x+20)=16:8$이므로

$3x:(x+20)=2:1$
$3x=2x+40$
$\therefore x=40$ 답 40

가장 간단한 자연수의 비로 나타내면 비례식의 계산이 편리하다.

02 $\angle \mathrm{AOB}:\angle \mathrm{BOC}:\angle \mathrm{AOC}=\widehat{\mathrm{AB}}:\widehat{\mathrm{BC}}:\widehat{\mathrm{CA}}$
$=3:5:7$

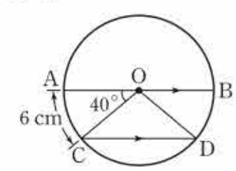
이므로

$\angle \mathrm{AOC}=360°\times\dfrac{7}{3+5+7}=168°$ 답 ③

03 $\overline{\mathrm{AB}}/\!/\overline{\mathrm{CD}}$이므로

$\angle \mathrm{OCD}=\angle \mathrm{AOC}=40°$ (엇각)

오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{OD}}$를 그으면 $\triangle \mathrm{OCD}$에서 $\overline{\mathrm{OC}}=\overline{\mathrm{OD}}$이므로

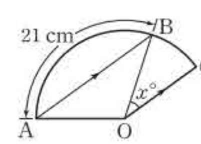


$\angle \mathrm{ODC}=\angle \mathrm{OCD}=40°$
$\therefore \angle \mathrm{COD}$
$=180°-(40°+40°)$
$=100°$

따라서 $40:100=6:\widehat{\mathrm{CD}}$이므로

$2:5=6:\widehat{\mathrm{CD}}$, $\quad 2\widehat{\mathrm{CD}}=30$
$\therefore \widehat{\mathrm{CD}}=15\,(\mathrm{cm})$ 답 ④

04 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{OB}}$를 긋고 $\angle \mathrm{BOC}=x°$라 하면 $\overline{\mathrm{AB}}/\!/\overline{\mathrm{OC}}$이므로



$\angle \mathrm{ABO}=\angle \mathrm{BOC}$
$=x°$ (엇각)

$\triangle \mathrm{AOB}$에서 $\overline{\mathrm{AO}}=\overline{\mathrm{BO}}$이므로

$\angle \mathrm{BAO}=\angle \mathrm{ABO}=x°$
$\therefore \angle \mathrm{AOB}=180°-(x°+x°)=180°-2x°$

$(180-2x)+x=144$이므로

$\angle \mathrm{AOB}+\angle \mathrm{BOC}$
$=\angle \mathrm{AOC}$

$x=36$

따라서 $\angle \mathrm{AOB}=180°-2\times 36°=108°$이므로

$108:36=21:\widehat{\mathrm{BC}}$
$3:1=21:\widehat{\mathrm{BC}}$, $\quad 3\widehat{\mathrm{BC}}=21$
$\therefore \widehat{\mathrm{BC}}=7\,(\mathrm{cm})$ 답 7 cm

한 원에서 부채꼴의 넓이는 중심각의 크기에 정비례한다.

05 부채꼴 AOD의 넓이를 $x\,\mathrm{cm}^2$라 하면

$50:90=x:18$
$5:9=x:18$
$9x=90 \qquad \therefore x=10$

따라서 부채꼴 AOD의 넓이는 $10\,\mathrm{cm}^2$이다. 답 ②

06 $\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 2:3:4$이므로

(부채꼴 AOB의 넓이) : (부채꼴 BOC의 넓이) : (부채꼴 COA의 넓이)

$=2:3:4$

따라서 부채꼴 BOC의 넓이는

$30\times\frac{3}{2+3+4}=30\times\frac{1}{3}=10\,(\mathrm{cm}^2)$ 답 $10\ \mathrm{cm}^2$

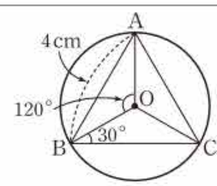
07 $\overline{AB}=\overline{CD}=\overline{DE}$이므로

$\angle COD=\angle DOE=\angle AOB=43°$

$\therefore\ \angle EOC=43°+43°=86°$ 답 $86°$

한 원에서 길이가 같은 두 현에 대한 중심각의 크기는 같다.

08 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면 $\triangle OBC$에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$이므로



$\angle OCB=\angle OBC=30°$

$\therefore\ \angle BOC$

$=180°-(30°+30°)=120°$

$\angle AOB=\angle BOC$이므로 $\overline{BC}=\overline{AB}=4\,(\mathrm{cm})$

또 $\angle AOC=360°-(120°+120°)=120°$이므로

$\angle AOB=\angle AOC$

$\therefore\ \overline{CA}=\overline{AB}=4\,(\mathrm{cm})$

따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는

$4\times3=12\,(\mathrm{cm})$ 답 12 cm

한 원에서 중심각의 크기가 같은 두 현의 길이는 같다.

09 ① $\angle AOB : \angle COD=1:3$이므로

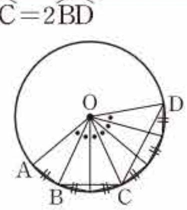
$\widehat{AB}:\widehat{CD}=1:3$ $\quad\therefore\ 3\widehat{AB}=\widehat{CD}$

② $\angle BOC : \angle BOD=2:5$이므로

$\widehat{BC}:\widehat{BD}=2:5$ $\quad\therefore\ 5\widehat{BC}=2\widehat{BD}$

$\angle BOD$
$=\angle BOC+\angle COD$
이므로
$\angle BOC:\angle BOD$
$=2:(2+3)$
$=2:5$

③, ④ 오른쪽 그림에서



$2\overline{AB}>\overline{BC}$

$3\triangle OAB>\triangle OCD$

⑤ $\triangle OAC$와 $\triangle OCD$에서

$\overline{OA}=\overline{OC},\ \overline{OC}=\overline{OD},$

$\angle AOC=\angle COD$

이므로 $\triangle OAC\equiv\triangle OCD$ (SAS 합동)

$\therefore\ \triangle OAC=\triangle OCD$

답 ③, ④

Q쌤 보충학습

한 원에서

① 중심각의 크기에 정비례하는 것

→ 호의 길이, 부채꼴의 넓이

② 중심각의 크기에 정비례하지 않는 것

→ 현의 길이, 삼각형의 넓이, 활꼴의 넓이

10 ㈀, ㈃ $\angle COD=2\angle AOB$이고 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로

$\widehat{CD}=2\widehat{AB}$

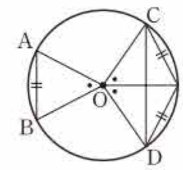
또 부채꼴의 넓이는 중심각의 크기에 정비례하므로

(부채꼴 COD의 넓이)

$=2\times$(부채꼴 AOB의 넓이)

㈁ $\overline{AB}$의 길이와 $\overline{OC}$의 길이가 같은지는 알 수 없다.

㈂ 오른쪽 그림에서



$\triangle COD<2\triangle AOB$

이상에서 옳은 것은 ㈀, ㈃이다.

답 ㈀, ㈃

11 (둘레의 길이) $=2\pi\times8+2\pi\times3+2\pi\times5$

$=16\pi+6\pi+10\pi$

$=32\pi\,(\mathrm{cm})$

(넓이) $=\pi\times8^2-(\pi\times3^2+\pi\times5^2)$

$=64\pi-(9\pi+25\pi)$

$=30\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

답 둘레의 길이: 32π cm, 넓이: $30\pi\ \mathrm{cm}^2$

12 색칠한 부분의 넓이는

(반지름의 길이가 12 cm인 원의 넓이)

$-$(반지름의 길이가 8 cm인 원의 넓이)

$+$(반지름의 길이가 4 cm인 원의 넓이)

$=\pi\times12^2-\pi\times8^2+\pi\times4^2$

$=144\pi-64\pi+16\pi$

$=96\pi\,(\mathrm{cm}^2)$ 답 ⑤

정n각형의 한 내각의 크기

➡ $\frac{180°\times(n-2)}{n}$

13 정팔각형의 한 내각의 크기는

$\frac{180°\times(8-2)}{8}=135°$

따라서 구하는 부채꼴의 호의 길이는

$2\pi\times4\times\frac{135}{360}=3\pi\,(\mathrm{cm})$ 답 ①

14 색칠한 부채꼴의 중심각의 크기의 합은

$30°+40°+50°=120°$

따라서 구하는 부채꼴의 넓이의 합은 반지름의 길이가 6 cm이고 중심각의 크기가 120°인 부채꼴의 넓이와 같으므로

$\pi\times6^2\times\frac{120}{360}=12\pi\,(\mathrm{cm}^2)$ 답 $12\pi\ \mathrm{cm}^2$

반지름의 길이가 r, 호의 길이가 l인 부채꼴의 넓이

➡ $\frac{1}{2}lr$

15 부채꼴의 호의 길이를 l cm라 하면

$\frac{1}{2}\times l\times15=90\pi$ $\quad\therefore\ l=12\pi$

따라서 구하는 부채꼴의 호의 길이는 12π cm이다.

답 ②

16 부채꼴 B의 호의 길이를 l cm라 하면 두 부채꼴 A, B의 넓이가 같으므로

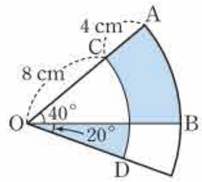
$\frac{1}{2}\times2\pi\times5=\frac{1}{2}\times l\times8$ $\quad\therefore\ l=\frac{5}{4}\pi$

따라서 부채꼴 B의 호의 길이는 $\frac{5}{4}\pi$ cm이다.

답 $\frac{5}{4}\pi$ cm

BOX

17 오른쪽 그림에서 색칠한 부분의 둘레의 길이는



$\widehat{AB}+\widehat{CD}$

$+\overline{AC}+\overline{OB}+\overline{OD}$

$=2\pi\times12\times\frac{40}{360}$

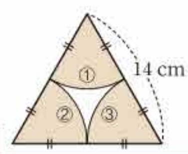
$+2\pi\times8\times\frac{60}{360}+2\times12$

$=\frac{8}{3}\pi+\frac{8}{3}\pi+24$

$=\frac{16}{3}\pi+24\,(\mathrm{cm})$ 답 $\left(\frac{16}{3}\pi+24\right)$ cm

$\overline{AC}+\overline{OB}+\overline{OD}$
$=\overline{AC}+\overline{OB}+\overline{OC}$
$=\overline{OA}+\overline{OB}$
$=2\overline{OA}$

18 오른쪽 그림에서 호 ①, ②, ③의 길이의 합은 반지름의 길이가 7 cm이고 중심각의 크기가 180°인 부채꼴, 즉 반원의 호의 길이와 같으므로 색칠한 부분의 둘레의 길이는



$60°+60°+60°$
$=180°$

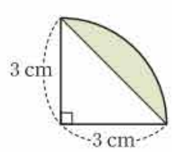
$2\pi\times7\times\frac{1}{2}+14\times3=7\pi+42$

$=7(\pi+6)\,(\mathrm{cm})$ 답 ③

19 $4\times4-\pi\times4^2\times\frac{90}{360}+\pi\times2^2\times\frac{1}{2}$

$=16-4\pi+2\pi=16-2\pi\,(\mathrm{cm}^2)$ 답 ②

20 구하는 넓이는 오른쪽 그림의 색칠한 부분의 넓이의 8배와 같으므로

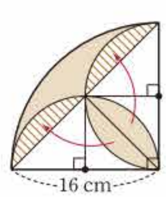


$\left(\pi\times3^2\times\frac{90}{360}-\frac{1}{2}\times3\times3\right)\times8$

$=\left(\frac{9}{4}\pi-\frac{9}{2}\right)\times8$

$=18\pi-36\,(\mathrm{cm}^2)$ 답 $(18\pi-36)\,\mathrm{cm}^2$

21 오른쪽 그림과 같이 이동하면 구하는 넓이는



$\pi\times16^2\times\frac{90}{360}-\frac{1}{2}\times16\times16$

$=64\pi-128\,(\mathrm{cm}^2)$

답 ①

Q쌤 한마디

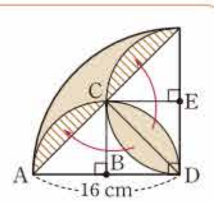
오른쪽 그림에서

(부채꼴 ABC의 넓이)

=(부채꼴 DEC의 넓이),

△ABC=△DEC

이므로

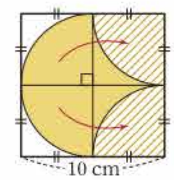


(부채꼴 ABC의 넓이)−△ABC

=(부채꼴 DEC의 넓이)−△DEC

입니다. 따라서 위와 같이 색칠한 부분을 이동하여 넓이를 구할 수 있습니다.

22 오른쪽 그림과 같이 이동하면 구하는 넓이는



$5\times10=50\,(\mathrm{cm}^2)$

답 $50\,\mathrm{cm}^2$

23 색칠한 두 부분의 넓이가 같으므로 반원의 넓이와 부채꼴의 넓이가 같다.

따라서 $\pi\times8^2\times\frac{1}{2}=\pi\times16^2\times\frac{x}{360}$이므로

$x=45$ 답 45

24 색칠한 두 부분의 넓이가 같으므로 직사각형 ABCD의 넓이와 부채꼴 ABE의 넓이가 같다.

따라서 $12\times\overline{BC}=\pi\times12^2\times\frac{90}{360}$이므로

$\overline{BC}=3\pi\,(\mathrm{cm})$ 답 ⑤

발전 유형 Q+Q

69쪽

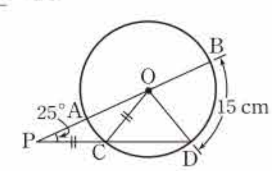
01 △COP에서 $\overline{CO}=\overline{CP}$이므로

$\angle COP=\angle P=25°$

$\therefore\ \angle OCD=25°+25°=50°$

삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$를 그으면 △OCD에서 $\overline{CO}=\overline{DO}$이므로



$\angle ODC=\angle OCD$

$=50°$

$\therefore\ \angle COD=180°-(50°+50°)$

$=80°$

△OPD에서

$\angle BOD=25°+50°=75°$

따라서 $80:75=\widehat{CD}:15$이므로

$16:15=\widehat{CD}:15$

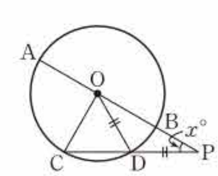
$\therefore\ \widehat{CD}=16\,(\mathrm{cm})$ 답 16 cm

02 $\angle P=x°$라 하면 △DPO에서 $\overline{DO}=\overline{DP}$이므로

$\angle DOP=\angle P=x°$

$\therefore\ \angle ODC=x°+x°=2x°$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면 △OCD에서 $\overline{CO}=\overline{DO}$이므로



$\angle OCD=\angle ODC=2x°$

△OCP에서

$\angle AOC=x°+2x°=3x°$이므로

$\angle AOC:\angle BOD=3x:x=3:1$

따라서 $3:1=\widehat{AC}:4$이므로

$\widehat{AC}=12\,(\mathrm{cm})$ 답 ②

03 색칠한 부분의 넓이는

(부채꼴 B′AB의 넓이)

$+$(지름이 $\overline{AB'}$인 반원의 넓이)

$-$(지름이 $\overline{AB}$인 반원의 넓이)

$=$(부채꼴 B′AB의 넓이)

$=\pi\times18^2\times\frac{60}{360}$

$=54\pi\,(\text{cm}^2)$ 답 54π cm²

04 색칠한 부분의 넓이는

(지름이 $\overline{AB}$인 반원의 넓이)

$+$(지름이 $\overline{AC}$인 반원의 넓이)$+\triangle ABC$

$-$(지름이 $\overline{BC}$인 반원의 넓이)

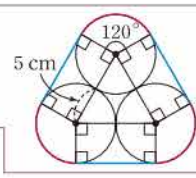
$=\pi\times4^2\times\frac{1}{2}+\pi\times3^2\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times8\times6$

$\quad-\pi\times5^2\times\frac{1}{2}$

$=8\pi+\frac{9}{2}\pi+24-\frac{25}{2}\pi$

$=24\,(\text{cm}^2)$ 답 ③

05 오른쪽 그림에서 곡선 부분의 길이는



$2\pi\times5=10\pi\,(\text{cm})$

직선 부분의 길이는

$10\times3=30\,(\text{cm})$

따라서 필요한 끈의 최소 길이는

$10\pi+30\,(\text{cm})$ 답 ④

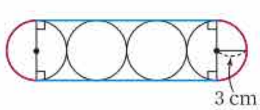
참고 세 원의 중심을 꼭짓점으로 하는 삼각형은 정삼각형이므로 위의 그림에서 한 부채꼴의 중심각의 크기는

$360°-(90°+60°+90°)=120°$

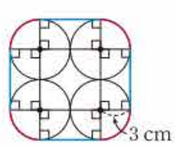
생각 톡 필요한 끈의 최소 길이는 곡선 부분과 직선 부분으로 나누어 구한다.

세 부채꼴의 중심각의 크기가 모두 120°이므로 호의 길이의 합은 반지름의 길이가 5 cm인 원의 둘레의 길이와 같다.

06



[방법 A]



[방법 B]

[방법 A]에서 곡선 부분의 길이는

$2\pi\times3=6\pi\,(\text{cm})$

직선 부분의 길이는

$18\times2=36\,(\text{cm})$

즉 [방법 A]에서 사용한 끈의 길이는

$6\pi+36\,(\text{cm})$

[방법 B]에서 곡선 부분의 길이는

$2\pi\times3=6\pi\,(\text{cm})$

직선 부분의 길이는

$6\times4=24\,(\text{cm})$

즉 [방법 B]에서 사용한 끈의 길이는

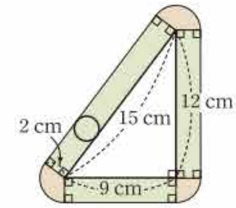
$6\pi+24\,(\text{cm})$

따라서 끈을 더 적게 사용하는 것은 [방법 B]이다.

답 방법 B

[방법 B]가 [방법 A]보다 끈을 12 cm 더 적게 사용한다.

07 원이 지나간 자리는 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 넓이는



$\pi\times2^2+15\times2+9\times2$

$+12\times2$

$=4\pi+72\,(\text{cm}^2)$

답 $(4\pi+72)$ cm²

Q쌤 한마디

위의 그림에서 직각삼각형의 세 내각의 크기를 각각 $\angle x$, $\angle y$, $\angle z$라 하면 세 부채꼴의 중심각의 크기의 합은

$\{360°-(90°+\angle x+90°)\}$

$+\{360°-(90°+\angle y+90°)\}$

$+\{360°-(90°+\angle z+90°)\}$

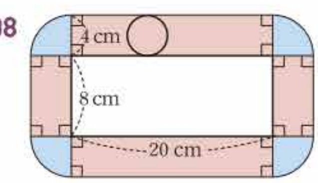
$=540°-(\angle x+\angle y+\angle z)$

$=540°-180°$

$=360°$

따라서 세 부채꼴의 넓이의 합은 반지름의 길이가 2 cm인 원의 넓이와 같습니다.

08



원이 지나간 자리는 위의 그림과 같으므로 구하는 넓이는

$\pi\times4^2+(8\times4)\times2+(20\times4)\times2$

$=16\pi+224\,(\text{cm}^2)$

답 $(16\pi+224)$ cm²

09 점 A가 움직인 거리는 반지름의 길이가 4 cm이고 중심각의 크기가

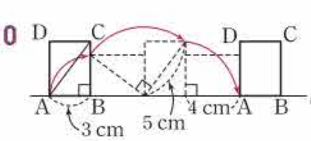
$180°-60°=120°$

인 부채꼴의 호의 길이와 같다.

따라서 점 A가 움직인 거리는

$2\pi\times4\times\frac{120}{360}=\frac{8}{3}\pi\,(\text{cm})$ 답 $\frac{8}{3}\pi$ cm

10



위의 그림에서 점 A가 움직인 거리는

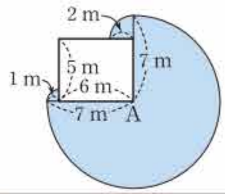
$2\pi\times3\times\frac{90}{360}+2\pi\times5\times\frac{90}{360}+2\pi\times4\times\frac{90}{360}$

$=\frac{3}{2}\pi+\frac{5}{2}\pi+2\pi$

$=6\pi\,(\text{cm})$ 답 ②

반지름의 길이가 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$이고 중심각의 크기가 모두 90°인 세 부채꼴의 호의 길이의 합

11 소가 움직일 수 있는 영역은 오른쪽 그림의 색칠한 부분과 같다.



따라서 소가 움직일 수 있는 영역의 최대 넓이는

$$\pi\times7^2\times\frac{270}{360}+\pi\times1^2\times\frac{90}{360}+\pi\times2^2\times\frac{90}{360}$$

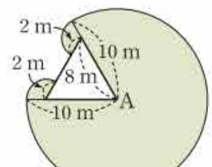
360°−90°=270°, 180°−90°=90°

$$=\frac{147}{4}\pi+\frac{1}{4}\pi+\pi$$

$$=38\pi\,(\mathrm{m}^2)$$

답 $38\pi\ \mathrm{m}^2$

12 염소가 움직일 수 있는 영역은 오른쪽 그림의 색칠한 부분과 같다.



따라서 염소가 움직일 수 있는 영역의 최대 넓이는

$$\pi\times10^2\times\frac{300}{360}+\left(\pi\times2^2\times\frac{120}{360}\right)\times2$$

360°−60°=300°, 180°−60°=120°

$$=\frac{250}{3}\pi+\frac{8}{3}\pi$$

$$=86\pi\,(\mathrm{m}^2)$$

답 ③

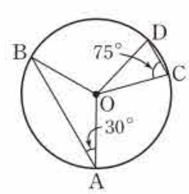
중단원 실전 TEST

L 71쪽

01 ⑤ 길이가 가장 긴 현은 지름이고, 지름은 무수히 많다.

답 ⑤

02 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$를 그으면 △OBA에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로



$\angle OBA=\angle OAB=30°$

$\therefore\ \angle AOB=180°-(30°+30°)=120°$

또 $\overline{OD}$를 그으면 △OCD에서 $\overline{OC}=\overline{OD}$이므로

$\angle ODC=\angle OCD=75°$

$\therefore\ \angle COD=180°-(75°+75°)=30°$

따라서 $\angle AOB : \angle COD=120 : 30=4 : 1$이므로

$\widehat{AB} : \widehat{CD}=4 : 1\quad \therefore\ \widehat{AB}=4\widehat{CD}$

$\therefore\ k=4$

답 ②

03 △ODA에서 $\overline{OA}=\overline{OD}$이므로

$\angle ODA=\angle OAD=25°$

$\therefore\ \angle COD=25°+25°=50°$

따라서 $\angle BOC=180°-50°=130°$이므로

$130 : 50=\widehat{BC} : 10$

$13 : 5=\widehat{BC} : 10,\quad 5\widehat{BC}=130$

$\therefore\ \widehat{BC}=26\,(\mathrm{cm})$

답 26 cm

04 (1) $\angle AOB=360°\times\frac{3}{8}=135°$ ···· ❶

(2) $360 : 135=48 : \widehat{AB}$이므로

$8 : 3=48 : \widehat{AB},\quad 8\widehat{AB}=144$

$\therefore\ \widehat{AB}=18\,(\mathrm{cm})$ ···· ❷

답 (1) 135° (2) 18 cm

채점 기준	배점
❶ ∠AOB의 크기를 구할 수 있다.	2점
❷ $\widehat{AB}$의 길이를 구할 수 있다.	2점

05 △ODC에서 $\overline{OC}=\overline{OD}$이므로

$\angle OCD=\frac{1}{2}\times(180°-150°)=15°$

$\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로

$\angle AOC=\angle OCD=15°$ (엇각)

$\overline{AB}$가 지름이므로

$180 : 15=\widehat{AB} : \widehat{AC},\quad 12 : 1=\widehat{AB} : \widehat{AC}$

$\therefore\ \widehat{AB}=12\widehat{AC}$

따라서 $\widehat{AB}$의 길이는 $\widehat{AC}$의 길이의 12배이다.

답 12배

06 $\widehat{AD} : \widehat{BD}=7 : 3$이므로

$\angle AOD : \angle BOD=7 : 3$

$\therefore\ \angle BOD=180°\times\frac{3}{7+3}=54°$

$\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로

$\angle ODC=\angle BOD=54°$ (엇각)

△ODC에서 $\overline{OC}=\overline{OD}$이므로

$\angle OCD=\angle ODC=54°$

$\therefore\ \angle COD=180°-(54°+54°)=72°$

답 ③

07 $\angle AOB+\angle COD=45°+35°=80°$이므로

$\angle BOC=180°-80°=100°$

부채꼴 BOC의 넓이를 T라 하면

$S : T=80 : 100=4 : 5$

이므로 $4T=5S\quad \therefore\ T=\frac{5}{4}S$

답 ②

08 $\overline{AD}/\!/\overline{OC}$이므로

$\angle OAD=\angle BOC=36°$ (동위각)

△ODA에서 $\overline{OA}=\overline{OD}$이므로

$\angle ODA=\angle OAD=36°$

$\therefore\ \angle AOD=180°-(36°+36°)=108°$

부채꼴 AOD의 넓이를 $S\ \mathrm{cm}^2$라 하면

$108 : 36=S : 15,\quad 3 : 1=S : 15$

$\therefore\ S=45$

따라서 부채꼴 AOD의 넓이는 $45\ \mathrm{cm}^2$이다.

답 ④

09 $\angle P=x°$라 하면 △DPO에서 $\overline{DO}=\overline{DP}$이므로

$\angle DOP=\angle P=x°$

$\therefore\ \angle ODC=x°+x°=2x°$

△OCD에서 $\overline{CO}=\overline{DO}$이므로

$\angle OCD=\angle ODC=2x°$

△OCP에서 $\angle AOC=2x°+x°=3x°$ ··· ❶

부채꼴 AOC의 넓이를 S라 하면

$3x : x=S : 4\pi$, $3 : 1=S : 4\pi$

$\therefore S=12\pi$ ··· ❷

답 12π

채점 기준	배점
❶ ∠DOP, ∠AOC의 크기를 같은 문자를 이용하여 나타낼 수 있다.	3점
❷ 부채꼴 AOC의 넓이를 구할 수 있다.	3점

10 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{DE}$이므로

$\angle DOE=\angle AOB=\angle BOC=100°\times\frac{1}{2}=50°$

$\therefore \angle COD=\underline{180°}-50°=130°$ 답 130°

$\overline{CE}$가 지름이므로 $\angle COE=180°$

11 $2\angle AOD=3\angle EOG$이므로

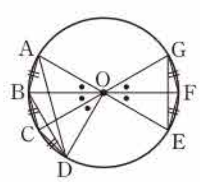
$\angle AOB=\angle BOC=\angle COD=\angle EOF=\angle FOG$

① $\angle AOB=\angle FOG$이므로 $\overline{AB}=\overline{FG}$

② $2\angle AOD=3\angle EOG$이므로

$2\widehat{AD}=3\widehat{EG}$

③, ⑤ 오른쪽 그림에서



$\overline{AD}<3\overline{AB}$

또 $\overline{EF}+\overline{FG}>\overline{EG}$이고

$\overline{BD}=\overline{EG}$이므로

$\overline{EF}+\overline{FG}>\overline{BD}$

④ $\angle BOD=2\angle EOF$이므로

$\widehat{BD}=2\widehat{EF}$

답 ③

12 피자 A의 한 조각의 넓이는

$\pi\times12^2\times\frac{1}{6}=24\pi\,(\text{cm}^2)$ ··· ❶

피자 B의 한 조각의 넓이는

$\pi\times16^2\times\frac{1}{12}=\frac{64}{3}\pi\,(\text{cm}^2)$ ··· ❷

따라서 한 조각의 양이 더 많은 것은 피자 A이다. ··· ❸

답 피자 A

피자 A의 한 조각의 양이 피자 B의 한 조각의 양보다

$24\pi-\frac{64}{3}\pi$

$=\frac{8}{3}\pi\,(\text{cm}^2)$

만큼 더 많다.

채점 기준	배점
❶ 피자 A의 한 조각의 넓이를 구할 수 있다.	2점
❷ 피자 B의 한 조각의 넓이를 구할 수 있다.	2점
❸ 한 조각의 양이 더 많은 것을 구할 수 있다.	2점

13 정오각형의 한 내각의 크기는

$\frac{180°\times(5-2)}{5}=108°$

정육각형의 한 내각의 크기는

$\frac{180°\times(6-2)}{6}=120°$

따라서 색칠한 두 부채꼴의 넓이의 합은 반지름의 길이가 10 cm이고 중심각의 크기가

$360°-(108°+120°)=132°$

인 부채꼴의 넓이와 같으므로

$\pi\times10^2\times\frac{132}{360}=\frac{110}{3}\pi\,(\text{cm}^2)$ 답 $\frac{110}{3}\pi\text{ cm}^2$

14 부채꼴의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\frac{1}{2}\times4\pi\times r=12\pi$ $\therefore r=6$

부채꼴의 중심각의 크기를 $x°$라 하면

$2\pi\times6\times\frac{x}{360}=4\pi$ $\therefore x=120$

따라서 구하는 중심각의 크기는 120°이다. 답 ⑤

15 반원 C의 넓이는

$\pi\times6^2\times\frac{1}{2}=18\pi\,(\text{cm}^2)$

부채꼴 A의 넓이는

$\frac{1}{2}\times4\pi\times6=12\pi\,(\text{cm}^2)$

따라서 부채꼴 B의 넓이는

$18\pi-12\pi=6\pi\,(\text{cm}^2)$ 답 ④

두 부채꼴 A, B의 넓이의 합은 반원 C의 넓이와 같다.

다른 풀이 부채꼴 A의 중심각의 크기를 $x°$라 하면

$2\pi\times6\times\frac{x}{360}=4\pi$

$\therefore x=120$

따라서 부채꼴 B의 중심각의 크기는

$180°-120°=60°$

이므로 그 넓이는

$\pi\times6^2\times\frac{60}{360}=6\pi\,(\text{cm}^2)$

16 색칠한 부분의 둘레의 길이는

(반지름의 길이가 2 cm인 원의 둘레의 길이)

+(반지름의 길이가 4 cm인 원의 둘레의 길이)

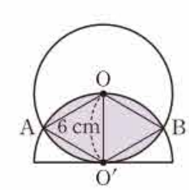
+(반지름의 길이가 7 cm인 원의 둘레의 길이)$\times\frac{1}{2}$

$+7\times8$

$=2\pi\times2+2\pi\times4+2\pi\times7\times\frac{1}{2}+56$

$=19\pi+56\,(\text{cm})$ 답 ②

17 오른쪽 그림과 같이 원 O와 반원 O′의 교점을 A, B라 하면 △OAO′, △OO′B는 정삼각형이므로



원 O와 반원 O′의 반지름의 길이가 같으므로 $\overline{AO}=\overline{AO'}=\overline{OO'}=\overline{BO}=\overline{BO'}$

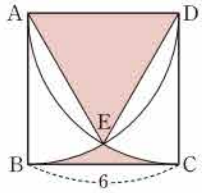
$\angle AOO'=\angle BOO'=60°$

$\therefore \angle AOB=60°+60°=120°$

따라서 색칠한 부분의 둘레의 길이는 반지름의 길이가 6 cm이고 중심각의 크기가 120°인 부채꼴의 호의 길이의 2배와 같으므로

$\left(2\pi\times6\times\frac{120}{360}\right)\times2=8\pi\,(\text{cm})$ 답 8π cm

18 오른쪽 그림에서 $\triangle AED$는 정삼각형이므로

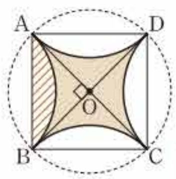


$\angle BAE = \angle EDC$
$= 90° - 60°$
$= 30°$

색칠한 부분의 넓이는
(정사각형 ABCD의 넓이)
$-$(부채꼴 BAE의 넓이)$\times 2$
$= 6 \times 6 - \left(\pi \times 6^2 \times \frac{30}{360}\right) \times 2$
$= 36 - 6\pi$

따라서 $a=36$, $b=6$이므로
$a+b=42$ 답 42

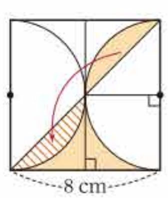
19 오른쪽 그림에서 빗금 친 부분의 넓이는 현 AB와 호 AB로 이루어진 활꼴의 넓이와 같으므로



(빗금 친 부분의 넓이)
$=$(부채꼴 AOB의 넓이)
$-\triangle ABO$
$= \pi \times 4^2 \times \frac{90}{360} - \frac{1}{2} \times 4 \times 4$
$= 4\pi - 8\,(\mathrm{cm}^2)$

따라서 색칠한 부분의 넓이는
$\{\triangle ABO - (\text{빗금 친 부분의 넓이})\} \times 4$
$= \{8 - (4\pi - 8)\} \times 4$
$= 64 - 16\pi\,(\mathrm{cm}^2)$ 답 $(64-16\pi)\,\mathrm{cm}^2$

20 오른쪽 그림과 같이 이동하면 구하는 넓이는



$\frac{1}{2} \times 4 \times 4$
$+\left(4 \times 4 - \pi \times 4^2 \times \frac{90}{360}\right)$
$= 24 - 4\pi\,(\mathrm{cm}^2)$ 답 ③

21 색칠한 두 부분의 넓이가 같으므로 부채꼴 ABC의 넓이와 $\triangle ABD$의 넓이가 같다.

따라서 $\pi \times 10^2 \times \frac{90}{360} = \frac{1}{2} \times \overline{BD} \times 10$이므로
$\overline{BD} = 5\pi\,(\mathrm{cm})$ 답 ⑤

22 $\angle AOC : \angle COD = \overset{\frown}{AC} : \overset{\frown}{CD} = 9 : 2$이므로
$\angle AOC = 110° \times \frac{9}{9+2} = 90°$
$\angle AOB : \angle BOD = \overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{BD} = 5 : 6$이므로
$\angle AOB = 110° \times \frac{5}{5+6} = 50°$
$\therefore \angle BOC = \angle AOC - \angle AOB$
$= 90° - 50° = 40°$ 답 40°

BOX

두 부채꼴 BAE, EDC는 반지름의 길이와 중심각의 크기가 각각 같으므로 넓이가 같다.

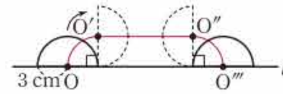
생각 톡
보조선을 긋고 넓이가 같은 도형을 찾는다.

원주를 사등분하므로
$\angle AOB$
$= 360° \times \frac{1}{4} = 90°$

$\overline{CO} = \overline{OD}$,
$\angle COE = \angle ODF$
$= 30°$,
$\angle OCE = \angle DOF$
$= 60°$
이므로
$\triangle CEO \equiv \triangle OFD$
(ASA 합동)

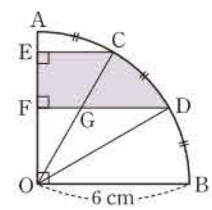
$\angle EDF = \angle ADC$
$= 120°$
(맞꼭지각)

23 점 O가 지나간 자리는 다음 그림과 같다.



이때 $\overset{\frown}{OO'}$, $\overset{\frown}{O''O'''}$의 길이는 각각 반지름의 길이가 3 cm이고 중심각의 크기가 90°인 부채꼴의 호의 길이와 같고, $\overline{O'O''}$의 길이는 반원 O의 호의 길이와 같다.
따라서 점 O가 움직인 거리는
$\overset{\frown}{OO'} + \overline{O'O''} + \overset{\frown}{O''O'''}$
$= \left(2\pi \times 3 \times \frac{90}{360}\right) \times 2 + 2\pi \times 3 \times \frac{1}{2}$
$= 3\pi + 3\pi = 6\pi\,(\mathrm{cm})$ 답 ④

24 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$, $\overline{OD}$를 긋고 $\overline{OC}$와 $\overline{FD}$의 교점을 G라 하자.



$\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{DB}$이므로
$\angle AOC = \angle COD$
$= \angle DOB$
$= 90° \times \frac{1}{3} = 30°$
$\triangle CEO \equiv \triangle OFD$ (ASA 합동)이므로
$\triangle CEO = \triangle OFD$
$\therefore$ (사각형 EFGC의 넓이)$= \triangle CEO - \triangle GFO$
$= \triangle OFD - \triangle GFO$
$= \triangle ODG$

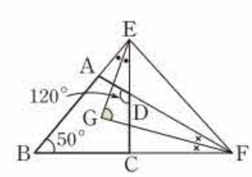
따라서 색칠한 부분의 넓이는 부채꼴 COD의 넓이와 같으므로
$\pi \times 6^2 \times \frac{30}{360} = 3\pi\,(\mathrm{cm}^2)$ 답 $3\pi\,\mathrm{cm}^2$

최고 수준 도전하기

75쪽

01 1st $\overline{EF}$를 긋고 $\angle DEF + \angle DFE$의 크기를 구한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{EF}$를 그으면 $\triangle EDF$에서

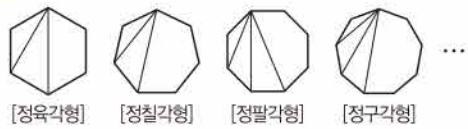


$\angle DEF + \angle DFE$
$= 180° - \angle EDF$
$= 180° - 120° = 60°$

2nd $\angle DEG + \angle DFG$의 크기를 구한다.
$\angle DEG = a°$, $\angle DFG = b°$라 하면 $\triangle EBF$에서
$2a° + 50° + 2b° + \angle DEF + \angle DFE = 180°$
$2a° + 50° + 2b° + 60° = 180°$
$2a° + 2b° = 70°$ $\therefore a° + b° = 35°$

3rd $\angle G$의 크기를 구한다.
$\triangle EGF$에서
$\angle G = 180° - (a° + b° + \angle DEF + \angle DFE)$
$= 180° - (35° + 60°)$
$= 85°$ 답 85°

02 (1st) $n=6, 7, 8, \cdots, 24$일 때 $f(n)$의 값을 구한다.



위의 그림에서

$f(6)=2,\ f(7)=2,\ f(8)=3,\ f(9)=3$

$f(2n)=f(2n+1)$
$=n-1$
임을 알 수 있다.

이므로

$f(10)=f(11)=4,\ f(12)=f(13)=5,$

$f(14)=f(15)=6,\ f(16)=f(17)=7,$

$f(18)=f(19)=8,\ f(20)=f(21)=9,$

$f(22)=f(23)=10,\ f(24)=11$

(2nd) $f(6)+f(7)+f(8)+\cdots+f(24)$의 값을 구한다.

$f(6)+f(7)+f(8)+\cdots+f(24)$

$=2\times(2+3+4+\cdots+10)+11$

$=2\times54+11=119$ 답 119

03 (1st) $\angle ABG+\angle BCH+\angle DEH+\angle EFG$의 크기를 구한다.

육각형의 내각의 크기의 합은

$180°\times(6-2)=720°$

n각형의 내각의 크기의 합
➡ $180°\times(n-2)$

이므로 $\angle ABG=a°$, $\angle BCH=b°$, $\angle DEH=c°$, $\angle EFG=d°$라 하면

$136°+2a°+2b°+124°+2c°+2d°=720°$

$2(a°+b°+c°+d°)=460°$

$\therefore\ a°+b°+c°+d°=230°$

(2nd) $\angle G$와 $\angle H$의 크기를 $\angle ABG$, $\angle BCH$, $\angle DEH$, $\angle EFG$의 크기를 이용하여 나타낸다.

사각형 ABGF에서

$\angle G=360°-(136°+a°+d°)$

$=224°-(a°+d°)$

사각형 CDEH에서

$\angle H=360°-(124°+b°+c°)$

$=236°-(b°+c°)$

(3rd) $\angle G+\angle H$의 크기를 구한다.

$\angle G+\angle H$

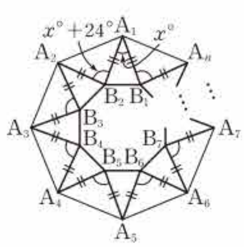
$=\{224°-(a°+d°)\}+\{236°-(b°+c°)\}$

$=460°-(a°+b°+c°+d°)$

$=460°-230°=230°$ 답 230°

04 (1st) 점 $A_1, A_2, \cdots, A_n$을 이은 후 $\angle A_2A_1A_n$의 크기를 구한다.

오른쪽 그림에서



$\triangle A_1A_2B_2$, $\triangle A_2A_3B_3$, $\cdots$, $\triangle A_nA_1B_1$은 모두 합동인 이등변삼각형이므로 점 $A_1, A_2, \cdots, A_n$을 이은 도형은 정n각형이다.

$\angle A_1=x°$라 하면

$\angle A_1B_2A_2=x°+24°$

$\triangle A_1A_2B_2$에서 $\overline{B_2A_1}=\overline{B_2A_2}$이므로

$\angle B_2A_1A_2=\frac{1}{2}\times\{180°-(x°+24°)\}$

$=78°-\frac{1}{2}\times x°$

마찬가지로 $\angle B_1A_1A_n=78°-\frac{1}{2}\times x°$이므로

$\angle A_2A_1A_n=2\times\left(78°-\frac{1}{2}\times x°\right)+x°=156°$

(2nd) n의 값을 구한다.

따라서 정n각형의 한 내각의 크기가 156°이므로

$\frac{180°\times(n-2)}{n}=156°$

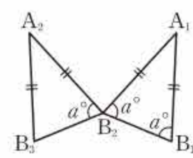
$180°\times(n-2)=156°\times n$

$24°\times n=360°\qquad\therefore\ n=15$ 답 15

다른풀이 주어진 n개의 이등변삼각형의 밑변으로 둘러싸인 도형은 정n각형이고 정n각형의 한 내각의 크기는

$\frac{180°\times(n-2)}{n}$

오른쪽 그림에서



$\angle A_1B_1B_2=\angle A_1B_2B_1=a°$

라 하면

$\angle A_1=180°-2a°$

이고

$\angle A_1B_2A_2=\angle A_1+24°=204°-2a°$

이므로

$\underbrace{\frac{180°\times(n-2)}{n}+a°+(204°-2a°)+a°}_{\angle B_1B_2B_3}$

$=360°$

$\frac{180°\times(n-2)}{n}=156°\qquad\therefore\ n=15$

05 (1st) l_1을 $\overline{AB}$의 길이를 이용하여 나타낸다.

$\overline{AB}=x$라 하면 [그림 1]에서

$l_1=2\pi\times\frac{x}{2}\times\frac{1}{2}+x=\frac{1}{2}\pi x+x$ …… ㉠

(2nd) l_2를 $\overline{AB}$의 길이를 이용하여 나타낸다.

[그림 2]에서 $\overline{AC}=a$, $\overline{CB}=b$라 하면

$l_2=2\pi\times\frac{a}{2}\times\frac{1}{2}+2\pi\times\frac{b}{2}\times\frac{1}{2}+x$

$=\frac{1}{2}\pi\underbrace{(a+b)}_{a+b=x}+x$

$=\frac{1}{2}\pi x+x$ …… ㉡

(3rd) l_3을 $\overline{AB}$의 길이를 이용하여 나타낸다.

[그림 3]에서 $\overline{AD}=c$, $\overline{DE}=d$, $\overline{EB}=e$라 하면

$l_3=2\pi\times\frac{c}{2}\times\frac{1}{2}+2\pi\times\frac{d}{2}\times\frac{1}{2}$

$+2\pi\times\frac{e}{2}\times\frac{1}{2}+x$

$=\frac{1}{2}\pi\underbrace{(c+d+e)}_{c+d+e=x}+x$

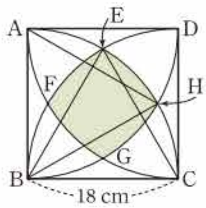
$=\frac{1}{2}\pi x+x$ …… ㉢

(4th) l_1, l_2, l_3 사이의 관계식을 구한다.

㉠, ㉡, ㉢에서 $\quad l_1=l_2=l_3$ 답 ③

06 (1st) 색칠한 부분의 둘레 중 한 부분의 길이를 구한다.

오른쪽 그림에서 $\triangle ABH$, $\triangle EBC$는 모두 정삼각형이므로



$\angle ABH = \angle EBC$
$= 60°$

$\therefore \angle ABE = \angle HBC$
$= 90° - 60°$
$= 30°$

따라서

$\angle EBH = \angle ABH - \angle ABE$
$= 60° - 30° = 30°$

이므로

$\overset{\frown}{EH} = 2\pi \times 18 \times \frac{30}{360} = 3\pi\,(\text{cm})$

(2nd) 색칠한 부분의 둘레의 길이를 구한다.

같은 방법으로 하면

$\overset{\frown}{EF} = \overset{\frown}{FG} = \overset{\frown}{GH} = \overset{\frown}{EH} = 3\pi\,(\text{cm})$

이므로 색칠한 부분의 둘레의 길이는

$3\pi \times 4 = 12\pi\,(\text{cm})$ 답 12π cm

07 (1st) 정사각형의 넓이를 P, Q, R를 이용하여 나타낸다.

주어진 정사각형의 넓이는 반지름의 길이가 8이고 중심각의 크기가 90°인 두 부채꼴의 넓이의 합에 P, R를 더하고 Q를 뺀 것과 같으므로

$\left(\pi \times 8^2 \times \frac{90}{360}\right) \times 2 + P + R - Q$

$= 32\pi + P + R - Q$

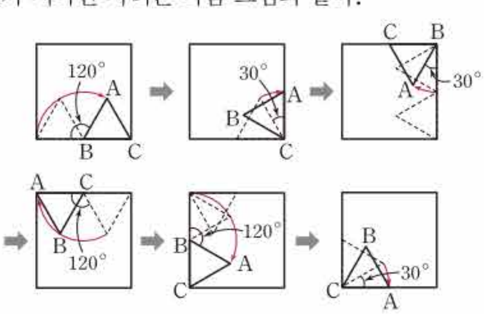
(2nd) $Q-P-R$의 값을 구한다.

$32\pi + P + R - Q = 10 \times 10$이므로

$Q - P - R = 32\pi - 100$ 답 $32\pi - 100$

08 (1st) 점 A가 지나간 자리를 그려 본다.

점 A가 지나간 자리는 다음 그림과 같다.



(2nd) 점 A가 움직인 거리를 구한다.

$120° + 30° + 30° + 120° + 120° + 30° = 450°$이므로

점 A가 움직인 거리는

$2\pi \times 2 \times \frac{450}{360} = 5\pi$ 답 5π

06 다면체와 회전체

Lecture 10 다면체

핵심 유형 Q+Q L 79쪽

01 ④ 구는 곡면으로 둘러싸여 있으므로 다면체가 아니다.

답 ④

02 구각형은 평면도형이므로 다면체가 아니다.

원기둥은 원과 곡면으로 둘러싸여 있으므로 다면체가 아니다.

따라서 다면체는 육각기둥, 사각뿔, 삼각뿔대, 정육면체의 4개이다. 답 4

> ① 면의 개수
> ➡ n각기둥: $n+2$
> n각뿔: $n+1$
> n각뿔대: $n+2$
> ② 모서리의 개수
> ➡ n각기둥: $3n$
> n각뿔: $2n$
> n각뿔대: $3n$
> ③ 꼭짓점의 개수
> ➡ n각기둥: $2n$
> n각뿔: $n+1$
> n각뿔대: $2n$

03 $a=4+1=5$, $b=3\times 6=18$, $c=2\times 8=16$이므로

$a+b+c=39$ 답 39

04 주어진 각기둥을 n각기둥이라 하면

$2n=18$ $\therefore n=9$

따라서 구각기둥의 모서리의 개수는

$3\times 9=27$ $\therefore a=27$

면의 개수는

$9+2=11$ $\therefore b=11$

$\therefore a-b=16$ 답 ②

> 다면체의 옆면의 모양
> ➡ 각기둥: 직사각형
> 각뿔: 삼각형
> 각뿔대: 사다리꼴

05 ① 각뿔대는 밑면이 2개이다.

② 각기둥의 옆면의 모양은 직사각형이다.

③ 각뿔의 옆면의 모양은 삼각형이다.

④ n각뿔의 면의 개수는 $n+1$, 모서리의 개수는 $2n$이므로 같지 않다.

⑤ n각기둥과 n각뿔대의 꼭짓점의 개수는 $2n$으로 같다.

답 ⑤

06 (ㄱ) 옆면의 모양은 사다리꼴이다.

(ㄴ) 오각뿔대의 면의 개수는

$5+2=7$

육각뿔의 면의 개수는

$6+1=7$

따라서 오각뿔대는 육각뿔과 면의 개수가 같다.

(ㄹ) 오각뿔대의 꼭짓점의 개수는

$2\times 5=10$

이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄷ)이다. 답 (ㄴ), (ㄷ)

07 조건 (가), (나)를 만족시키는 다면체는 각뿔대이다.

구하는 각뿔대를 n각뿔대라 하면 조건 (다)에서 면의 개수가 6이므로

$n+2=6$ $\therefore n=4$

따라서 구하는 다면체는 사각뿔대이다. 답 사각뿔대

Q쌤 한마디

다음을 이용하여 주어진 조건을 만족시키는 다면체를 구할 수 있습니다.
① 밑면의 특징
- 밑면이 2개이고 서로 평행 → 각기둥 또는 각뿔대
- 밑면이 1개 → 각뿔

② 옆면의 모양
- 직사각형 → 각기둥
- 삼각형 → 각뿔
- 사다리꼴 → 각뿔대

③ 면, 모서리, 꼭짓점의 개수 → 밑면의 모양 결정

08 ㈂ 면의 모양이 정사각형인 정다면체는 정육면체뿐이다.
이상에서 옳은 것은 ㈀, ㈁이다. 답 ③

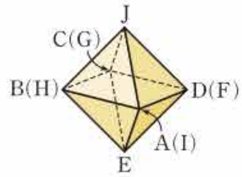
09 ① 정사면체 – 정삼각형
② 정육면체 – 정사각형
④ 정십이면체 – 정오각형
⑤ 정이십면체 – 정삼각형
답 ③

10 조건 ㈎를 만족시키는 정다면체는
정사면체, 정팔면체, 정이십면체
이 중 조건 ㈏를 만족시키는 정다면체는 정사면체이다.
답 정사면체

11 $a=6$, $b=12$이므로
$a+b=18$ 답 18

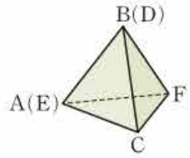
12 꼭짓점의 개수가 가장 많은 정다면체는 정십이면체이고 정십이면체의 모서리의 개수는 30이므로
$a=30$
모서리의 개수가 가장 적은 정다면체는 정사면체이고 정사면체의 면의 개수는 4이므로
$b=4$
$\therefore a-b=26$ 답 ①

13 주어진 전개도로 만든 정팔면체는 오른쪽 그림과 같다.
따라서 $\overline{AJ}$와 평행한 모서리는 $\overline{EG}$이다.



답 ④

14 주어진 전개도로 만든 정사면체는 오른쪽 그림과 같다.
따라서 $\overline{AB}$와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{CF}$이다. 답 $\overline{CF}$



Q BOX

다면체의 꼭짓점의 개수를 v, 모서리의 개수를 e, 면의 개수를 f라 할 때,
$v-e+f=2$

$16n=2\times8n$
$24n=3\times8n$

생각 톡
다면체를 구해야 하므로 면의 개수에 대한 방정식을 세울 수 있도록 v, e를 각각 f에 대한 식으로 나타낸다.

각 꼭짓점에 모인 면의 개수가 3인 정다면체는
정사면체, 정육면체, 정십이면체

생각 톡
정다면체의 각 면의 한가운데 점을 연결하여 만든 정다면체의 꼭짓점의 개수는 처음 정다면체의 면의 개수와 같다.

발전 유형 Q+Q

81쪽

01 주어진 각뿔대의 꼭짓점의 개수를 v, 모서리의 개수를 e, 면의 개수를 f라 하면
$v-e+f=2$
$v=16n$, $e=24n$, $f=9n$을 위의 식에 대입하면
$16n-24n+9n=2$
$\therefore n=2$ 답 2

다른풀이 꼭짓점의 개수가 $16n$, 모서리의 개수가 $24n$인 각뿔대는 $8n$각뿔대이다.
$8n$각뿔대의 면의 개수는 $8n+2$이므로
$8n+2=9n$ $\therefore n=2$

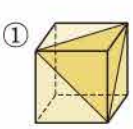
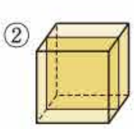
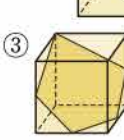
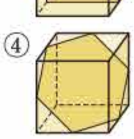
02 $5v=3f$에서 $v=\frac{3}{5}f$
$f=\frac{2}{3}e$에서 $e=\frac{3}{2}f$
이때 $v-e+f=2$이므로
$\frac{3}{5}f-\frac{3}{2}f+f=2$, $\frac{1}{10}f=2$
$\therefore f=20$
따라서 면의 개수가 20이므로 구하는 다면체는 이십면체이다. 답 이십면체

03 정팔면체의 면의 개수는 8이므로 구하는 정다면체의 꼭짓점의 개수는 8이다.
따라서 구하는 정다면체는 정육면체이다. 답 ②

Q쌤 보충학습

정다면체의 각 면의 한가운데 점을 연결하여 만든 정다면체는 다음과 같다.
① 정사면체 → 정사면체
② 정육면체 → 정팔면체
③ 정팔면체 → 정육면체
④ 정십이면체 → 정이십면체
⑤ 정이십면체 → 정십이면체

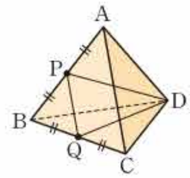
04 정이십면체의 면의 개수는 20이므로 새로 만든 정다면체의 꼭짓점의 개수는 20이다.
따라서 새로 만든 정다면체는 정십이면체이므로 그 면의 모양은 정오각형이다.
답 정오각형

05 ①  ② 
③  ④ 

답 ⑤

06 다면체와 회전체

06 오른쪽 그림과 같이 단면은 삼각형 PQD이다.



이때

$\triangle APD \equiv \triangle CQD$ (SAS 합동)

이므로

$\overline{DP} = \overline{DQ}$

따라서 단면의 모양은 이등변삼각형이다. 답 ②

$\overline{AP}=\overline{CQ}$, $\overline{AD}=\overline{CD}$, $\angle DAP = \angle DCQ$이므로
$\triangle APD \equiv \triangle CQD$ (SAS 합동)

Lecture 11 회전체

핵심 유형 Q+Q

83쪽

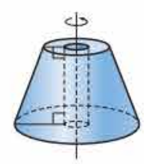
01 (ㄱ), (ㅁ), (ㅂ) 다면체

(ㄷ) 평면도형

이상에서 회전체인 것은 (ㄴ), (ㄹ)이다. 답 (ㄴ), (ㄹ)

02 ④ 다면체 답 ④

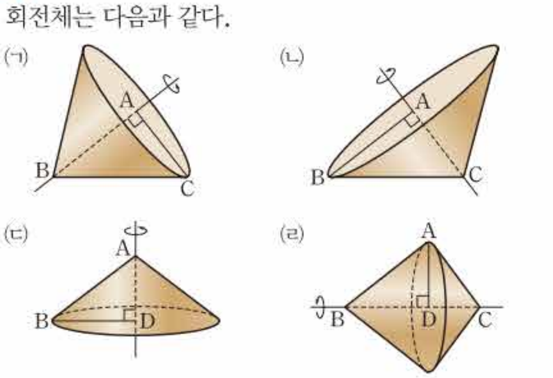
03 ④ 평면도형을 주어진 직선을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 오른쪽 그림과 같다.



답 ④

04 답 ③

05 각 직선을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 다음과 같다.



이상에서 원뿔의 회전축이 될 수 있는 것은 (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ)이다. 답 (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ)

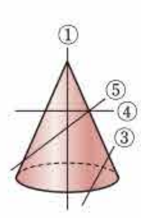
06 ② 원뿔 – 이등변삼각형

답 ②

07 답 ①

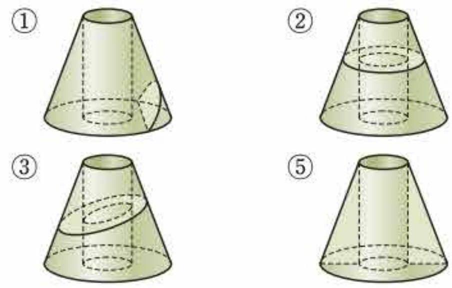
원뿔, 원뿔대, 반구, 구를 회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면은 모두 원으로 모양은 같지만 크기는 다르므로 합동이 아니다.

08 ①, ③, ④, ⑤는 각각 오른쪽 그림과 같은 평면으로 자를 때 생기는 단면의 모양이다.



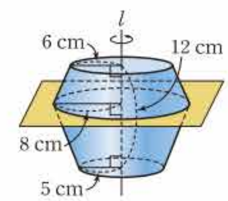
따라서 단면의 모양이 될 수 없는 것은 ②이다. 답 ②

09 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로 단면의 모양은 다음과 같다.



답 ④

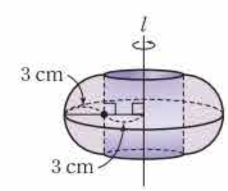
10 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면인 원의 둘레의 길이가 가장 긴 경우는 오른쪽 그림과 같이 자를 때이므로 구하는 단면의 둘레의 길이는



$2\pi \times 8 = 16\pi\,(\text{cm})$ 답 16π cm

반지름의 길이가 8 cm인 원이다.

11 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자를 때 생기는 단면의 넓이는



$\pi \times 3^2 = 9\pi\,(\text{cm}^2)$

답 9π cm^2

반지름의 길이가 3 cm인 반원 2개이고, 반원 2개의 넓이의 합은 원 1개의 넓이와 같다.

12 답 ③

13 주어진 전개도로 만든 회전체는 원뿔이고, 원뿔을 회전축을 포함하는 평면으로 자를 때 생기는 단면의 모양은 이등변삼각형이다. 답 ②

14 ① 반구는 중심각의 크기가 90°인 부채꼴을 반지름을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체이다.

② 원뿔대를 회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면은 모두 원으로 모양은 같지만 크기는 다르므로 합동이 아니다.

④ 회전체의 옆면을 만드는 선분을 모선이라 한다.

⑤ 반원과 같이 다각형이 아닌 평면도형을 한 직선을 축으로 하여 1회전 시켜도 회전체가 만들어진다.

답 ③

15 (ㄱ) 반원을 지름을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체이다.

(ㄴ) 회전축은 무수히 많다.

이상에서 옳은 것은 (ㄷ), (ㄹ)이다. 답 (ㄷ), (ㄹ)

발전 유형 Q+Q

86쪽

01 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면 원기둥의 전개도에서 원의 둘레의 길이는 직사각형의 가로의 길이와 같으므로

$2\pi r=36\pi \qquad \therefore r=18$

따라서 구하는 반지름의 길이는 18 cm이다.

답 18 cm

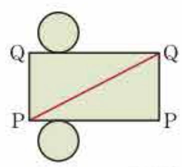
02 부채꼴의 중심각의 크기를 $x°$라 하면 원뿔의 전개도에서 부채꼴의 호의 길이는 원의 둘레의 길이와 같으므로

$$2\pi\times10\times\frac{x}{360}=2\pi\times4$$

$\therefore x=144$

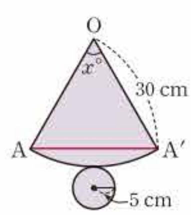
따라서 구하는 중심각의 크기는 144°이다. 답 ②

03 실의 길이가 가장 짧게 되는 경로는 오른쪽 그림의 전개도에서 두 점 P, Q를 잇는 선분과 같다. 따라서 구하는 경로를 바르게 나타낸 것은 ④이다.



답 ④

04 가장 짧은 선은 오른쪽 그림의 전개도에서 $\overline{AA'}$과 같다.



$\angle AOA'=x°$라 하면

$$2\pi\times30\times\frac{x}{360}=2\pi\times5$$

$\therefore x=60$

이때 $\triangle OAA'$은 $\overline{OA}=\overline{OA'}$인 이등변삼각형이므로

$$\angle OAA'=\angle OA'A=\frac{1}{2}\times(180°-60°)=60°$$

따라서 $\triangle OAA'$은 정삼각형이므로

$\overline{AA'}=\overline{OA}=30\,(\text{cm})$ 답 30 cm

중단원 실전 TEST

87쪽

01 각 다면체의 면의 개수를 차례대로 구하면

① $3+2=5$, $5+1=6$
② $6+2=8$, $7+1=8$
③ 6, $6+2=8$
④ $5+2=7$, $4+2=6$
⑤ $8+1=9$, $8+2=10$

따라서 면의 개수가 같은 다면체끼리 짝 지은 것은 ②이다. 답 ②

02 각 다면체의 모서리의 개수를 구하면

① $2\times6=12$ ② $3\times6=18$
③ $3\times7=21$ ④ $3\times8=24$
⑤ $2\times9=18$

따라서 모서리의 개수가 가장 많은 것은 ④이다. 답 ④

03 주어진 각뿔을 n각뿔이라 하면 모서리의 개수는 $2n$, 꼭짓점의 개수는 $n+1$이므로

$2n-(n+1)=9 \qquad \therefore n=10$

n은 $n\geq3$인 자연수이므로 $2n>n+1$

즉 주어진 각뿔은 십각뿔이다. ··· ❶

따라서 십각뿔의 면의 개수는

$10+1=11$ ··· ❷

답 11

채점 기준	배점
❶ 주어진 각뿔을 구할 수 있다.	3점
❷ 면의 개수를 구할 수 있다.	1점

04 주어진 전개도로 만든 다면체는 사각뿔대이다.

① 육면체이다.
② 두 밑면은 모양은 같지만 크기는 다르므로 합동이 아니다.
③ 옆면의 모양은 사다리꼴이다.
④ 꼭짓점의 개수는
$2\times4=8$
⑤ 사각뿔대의 모서리의 개수는
$3\times4=12$
사각뿔의 모서리의 개수는
$2\times4=8$
따라서 사각뿔대는 사각뿔보다 모서리가 4개 더 많다.

$12-8=4$

답 ⑤

05 조건 (가), (나)를 만족시키는 다면체는 각기둥이다. 구하는 각기둥을 n각기둥이라 하면 면의 개수는 $n+2$, 모서리의 개수는 $3n$이므로 조건 (다)에서

$(n+2)+3n=26, \quad 4n=24$

$\therefore n=6$

따라서 구하는 다면체는 육각기둥이다. 답 육각기둥

06 조건 (가)에서 밑면을 정n각형이라 하면

$$\frac{360°}{n}=30° \qquad \therefore n=12$$

정n각형의 한 외각의 크기 ➡ $\frac{360°}{n}$

조건 (가), (나)를 만족시키는 다면체는 각뿔이므로 주어진 다면체는 십이각뿔이다. ··· ❶

따라서 십이각뿔의 모서리의 개수는

$2\times12=24$ ··· ❷

답 24

채점 기준	배점
❶ 주어진 다면체를 구할 수 있다.	3점
❷ 모서리의 개수를 구할 수 있다.	1점

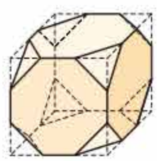
07 답 (가) 정삼각형 (나) 3

08 ㈀ 정사면체와 정팔면체의 면의 모양은 모두 정삼각형으로 같다.
㈂ 정육면체의 각 꼭짓점에 모인 면의 개수는 3이고, 정팔면체의 각 꼭짓점에 모인 면의 개수는 4이므로 같지 않다.
이상에서 옳은 것은 ㈀, ㈁, ㈃이다. 답 ④

09 ① 6 ② 12 ③ 8 ④ 20 ⑤ 12
따라서 그 값이 가장 큰 것은 ④이다. 답 ④

10 조건 ㈎를 만족시키는 정다면체는
정사면체, 정육면체, 정십이면체
이 중 조건 ㈏를 만족시키는 정다면체는 정육면체이므로 꼭짓점의 개수는 8이다. 답 8

11 각 꼭짓점에서 삼각뿔을 잘라 내고 남은 입체도형은 오른쪽 그림과 같다.



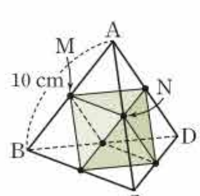
처음 정육면체의 각 꼭짓점마다 1개의 면이 더 생기므로 입체도형의 면의 개수는
$6+8=14$ ···· ❶
처음 정육면체의 각 꼭짓점마다 2개의 꼭짓점이 더 생기므로 입체도형의 꼭짓점의 개수는
$8+2\times 8=24$ ···· ❷
따라서 구하는 합은
$14+24=38$ ···· ❸
답 38

정육면체의
(면의 개수)
+(꼭짓점의 개수)

처음 꼭짓점이 없어지고 3개의 꼭짓점이 생기므로
$-1+3=2$(개)
의 꼭짓점이 더 생긴다.

채점 기준	배점
❶ 면의 개수를 구할 수 있다.	2점
❷ 꼭짓점의 개수를 구할 수 있다.	3점
❸ 면의 개수와 꼭짓점의 개수의 합을 구할 수 있다.	1점

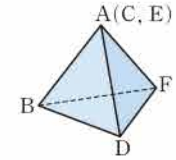
12 새로 만든 입체도형은 오른쪽 그림과 같이 각 면이 모두 합동인 정삼각형이고, 각 꼭짓점에 모인 면의 개수가 4이므로 정팔면체이다.



두 점 M, N은 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$의 중점이므로
$\overline{AM}=\overline{AN}=\frac{1}{2}\times 10=5$(cm)
이때 △AMN은 정삼각형이므로
$\overline{MN}=5$(cm)
따라서 새로 만든 정팔면체의 한 모서리의 길이는 5 cm이고, 모서리의 개수는 12이므로 모든 모서리의 길이의 합은
$12\times 5=60$(cm) 답 60 cm

Q BOX

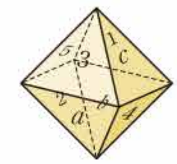
13 주어진 전개도로 만든 정다면체는 오른쪽 그림과 같은 정사면체이다.



③ $\overline{AB}$와 $\overline{DF}$는 꼬인 위치에 있다.
답 ③

꼬인 위치
➡ 공간에서 두 직선이 만나지도 않고 평행하지도 않다.

14 주어진 전개도로 만든 정팔면체는 오른쪽 그림과 같으므로 4가 적힌 면은 5가 적힌 면과 평행하다.



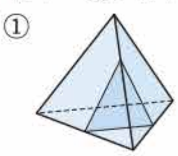
즉 평행한 두 면에 적힌 수의 합은
$4+5=9$
a가 적힌 면과 평행한 면에 적힌 수는 1이므로
$a+1=9$ $\quad\therefore a=8$
b가 적힌 면과 평행한 면에 적힌 수는 3이므로
$b+3=9$ $\quad\therefore b=6$
c가 적힌 면과 평행한 면에 적힌 수는 2이므로
$c+2=9$ $\quad\therefore c=7$
$\therefore a+2b+3c=8+2\times 6+3\times 7$
$=41$ 답 41

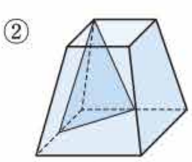
15 답 ③

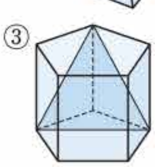
16 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면의 모양은 항상 원이므로 회전축을 포함하는 평면으로 자를 때 생기는 단면의 모양도 원이어야 한다.
따라서 구하는 회전체는 구이다. 답 ③

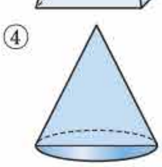
구는 어떤 평면으로 잘라도 그 단면의 모양이 항상 원이다.

17 주어진 입체도형을 다음과 같이 자를 때 생기는 단면의 모양은 삼각형이다.

①


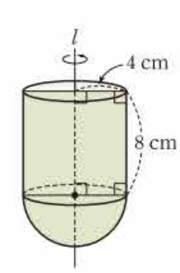
②


③


④


답 ⑤

18 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자를 때 생기는 단면의 넓이는



$8\times 8+\pi\times 4^2\times\frac{1}{2}$
$=8\pi+64$ (cm²)
$\therefore a=8\pi+64$ ···· ❶

한 변의 길이가 8 cm인 정사각형과 반지름의 길이가 4 cm인 반원을 붙인 모양이다.

회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면 중 넓이가 가장 큰 단면은 앞의 그림에서 반지름의 길이가 4 cm인 원이므로 그 넓이는

$\pi \times 4^2 = 16\pi\,(\text{cm}^2)$

$\therefore\ b = 16\pi$ ⋯ ❷

$\therefore\ a+b = 24\pi + 64$ ⋯ ❸

답 $24\pi + 64$

회전체를 회전축과 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면 중 넓이가 가장 큰 경우는 원기둥 부분을 자를 때이다.

채점 기준	배점
❶ a의 값을 구할 수 있다.	2점
❷ b의 값을 구할 수 있다.	3점
❸ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	1점

19 a는 모선의 길이, c는 밑면의 반지름의 길이이므로

$a = 10,\ c = 6$

원뿔의 전개도에서 부채꼴의 호의 길이는 원의 둘레의 길이와 같으므로

$2\pi \times 10 \times \dfrac{b}{360} = 2\pi \times 6$

$\therefore\ b = 216$

$\therefore\ a+b+c = 232$

답 232

20 ① 다면체는 (ㄴ), (ㄷ), (ㄹ), (ㅂ), (ㅇ), (ㅈ)의 6개이다.

② 회전체는 (ㄱ), (ㅁ), (ㅅ)의 3개이다.

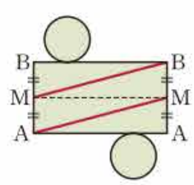
③ 전개도를 그릴 수 없는 것은 (ㅅ)의 1개이다.

④ 모든 면이 합동인 다면체는 (ㄹ), (ㅈ)의 2개이다.

⑤ 서로 평행한 면이 있는 입체도형은 (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ), (ㅂ), (ㅇ), (ㅈ)의 6개이다.

답 ③, ⑤

21 모선 AB의 중점을 M이라 하면 실의 길이가 가장 짧게 되는 경로는 오른쪽 그림의 전개도에서 두 점 A, M과 두 점 M, B를 잇는 선분과 같다.

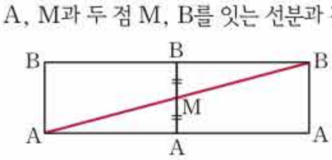


따라서 구하는 경로를 바르게 나타낸 것은 ⑤이다.

답 ⑤

Q쌤 한마디

다음 그림과 같이 원기둥의 전개도의 옆면 두 개를 연결하였을 때, 실의 길이가 가장 짧게 되는 경로는 점 A와 점 B를 잇는 선분과 같습니다. 즉 모선 AB의 중점 M에 대하여 두 점 A, M과 두 점 M, B를 잇는 선분과 같습니다.



22 $5f = 2e$에서 $\quad e = \dfrac{5}{2}f$

$5f = 3v$에서 $\quad v = \dfrac{5}{3}f$

이때 $v-e+f=2$이므로

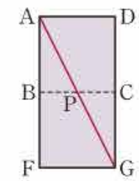
$\dfrac{5}{3}f - \dfrac{5}{2}f + f = 2, \qquad \dfrac{1}{6}f = 2$

$\therefore\ f = 12$

따라서 면의 개수가 12이므로 구하는 다면체는 십이면체이다.

답 십이면체

23 가장 짧은 거리는 오른쪽 그림에서 $\overline{AG}$의 길이와 같다.



$\overline{AG}$와 $\overline{BC}$의 교점이 점 P이고

$\triangle ABP \equiv \triangle GCP$ (ASA 합동)이므로

$\overline{BP} = \overline{CP}$

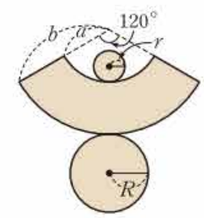
$\therefore\ \overline{BP} = \dfrac{1}{2}\overline{BC} = \dfrac{1}{2} \times 10$

$= 5\,(\text{cm})$

답 ③

$\overline{AB} = \overline{GC}$,
$\angle BAP = \angle CGP$ (엇각),
$\angle ABP = \angle GCP = 90^\circ$
이므로
$\triangle ABP \equiv \triangle GCP$ (ASA 합동)

24 오른쪽 그림과 같이 주어진 전개도에서 두 원의 반지름의 길이를 각각 r, R라 하고, 중심각의 크기가 120°인 두 부채꼴의 반지름의 길이를 각각 a, b라 하자.



$2\pi \times a \times \dfrac{120}{360} = 2\pi r$이므로

$a = 3r$

$2\pi \times b \times \dfrac{120}{360} = 2\pi R$이므로

$b = 3R$

원뿔대의 모선의 길이는 $b-a$이고, $R-r=6$이므로

$b-a = 3R-3r$

$= 3(R-r)$

$= 3 \times 6 = 18$

따라서 원뿔대의 모선의 길이는 18이다.

답 18

06 다면체와 회전체

07 입체도형의 겉넓이와 부피

Lecture 12 기둥의 겉넓이와 부피

핵심 유형 Q+Q

93쪽

01 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$8\pi=2\pi r$ $\quad\therefore r=4$

따라서 원기둥의 겉넓이는

$(\pi\times4^2)\times2+8\pi\times8=32\pi+64\pi$

$=96\pi\,(\text{cm}^2)$

답 ②

원기둥의 전개도에서 (직사각형의 가로의 길이) $=$ (원의 둘레의 길이)

02 $\left\{\frac{1}{2}\times(4+7)\times4\right\}\times2+(4+5+7+4)\times h=204$

이므로

$44+20h=204,\quad 20h=160$

$\therefore h=8$

답 ④

03 원기둥 A의 겉넓이는

$(\pi\times4^2)\times2+(2\pi\times4)\times10=32\pi+80\pi$

$=112\pi\,(\text{cm}^2)$

원기둥 B의 높이를 h cm라 하면 두 원기둥 A, B의 겉넓이가 같으므로

$(\pi\times2^2)\times2+(2\pi\times2)\times h=112\pi$

$8\pi+4\pi h=112\pi,\quad 4\pi h=104\pi$

$\therefore h=26$

따라서 원기둥 B의 높이는 26 cm이다. 답 26 cm

04 $\left(\frac{1}{2}\times10\times2+\frac{1}{2}\times8\times6\right)\times4=136\,(\text{cm}^3)$

답 ③

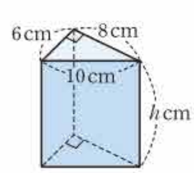
05 $(\pi\times4^2)\times3+(\pi\times6^2)\times5=48\pi+180\pi$

$=228\pi\,(\text{cm}^3)$

답 228π cm^3

큰 원기둥의 밑면의 반지름의 길이는 $4+2=6\,(\text{cm})$

06 전개도로 만든 삼각기둥은 오른쪽 그림과 같으므로



$\left(\frac{1}{2}\times6\times8\right)\times h=288$

$\therefore h=12$ 답 12

07 (밑넓이) $=\pi\times6^2\times\frac{120}{360}=12\pi\,(\text{cm}^2)$

(옆넓이) $=\left(2\pi\times6\times\frac{120}{360}+6+6\right)\times9$

$=36\pi+108\,(\text{cm}^2)$

$\therefore$ (겉넓이) $=12\pi\times2+(36\pi+108)$

$=60\pi+108\,(\text{cm}^2)$

답 ⑤

밑면의 둘레의 길이

08 밑면의 중심각의 크기를 $x°$라 하면

$\left(\pi\times4^2\times\frac{x}{360}\right)\times6=24\pi$

$\frac{4}{15}\pi x=24\pi\qquad\therefore x=90$

따라서 구하는 중심각의 크기는 $90°$이다. 답 $90°$

09 $(5\times5)\times5-(2\times2)\times5=105\,(\text{cm}^3)$ 답 ②

다른 풀이 (밑넓이) $=5\times5-2\times2=21\,(\text{cm}^2)$이므로

(부피) $=21\times5=105\,(\text{cm}^3)$

10 (밑넓이) $=6\times6-\pi\times2^2$

$=36-4\pi\,(\text{cm}^2)$

(옆넓이) $=(6\times4)\times8+(2\pi\times2)\times8$

$=192+32\pi\,(\text{cm}^2)$

$\therefore$ (겉넓이) $=(36-4\pi)\times2+(192+32\pi)$

$=24\pi+264\,(\text{cm}^2)$

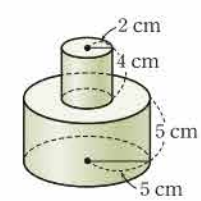
답 $(24\pi+264)$ cm^2

(사각기둥의 옆넓이) $+$ (원기둥의 옆넓이)

Q쌤 한마디

구멍이 뚫린 기둥의 겉넓이를 구할 때, 옆넓이는 바깥쪽의 옆넓이와 안쪽의 옆넓이를 더하여 구합니다. 안쪽의 옆넓이를 빠트리지 않도록 주의하세요.

11 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 부피는



$(\pi\times2^2)\times4+(\pi\times5^2)\times5$

$=16\pi+125\pi$

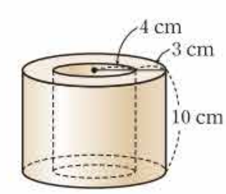
$=141\pi\,(\text{cm}^3)$

답 141π cm^3

작은 원기둥의 높이는 $9-5=4\,(\text{cm})$

12 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로

직사각형이 회전축에서 떨어져 있으므로 가운데가 빈 회전체가 만들어진다.



(밑넓이)

$=\pi\times7^2-\pi\times4^2$

$=33\pi\,(\text{cm}^2)$

(옆넓이) $=(2\pi\times7)\times10+(2\pi\times4)\times10$

$=140\pi+80\pi$

$=220\pi\,(\text{cm}^2)$

$\therefore$ (겉넓이) $=33\pi\times2+220\pi$

$=286\pi\,(\text{cm}^2)$

답 ③

발전 유형 Q+Q

95쪽

01 물체를 꺼냈을 때 그릇에 남아 있는 물의 부피는

$50\times50\times50-20\times20\times20=125000-8000$

$=117000\,(\text{cm}^3)$

물체를 꺼냈을 때 그릇에 남아 있는 물의 높이를 h cm 라 하면

$50\times50\times h=117000,\qquad 2500h=117000$

$\therefore\ h=\dfrac{234}{5}$

따라서 수면은 $50-\dfrac{234}{5}=\dfrac{16}{5}$ (cm) 내려간다.

답 ②

02 [그림 1]의 물의 부피와 [그림 2]의 물의 부피는 같으므로 병의 부피는 [그림 1]의 물의 부피와 [그림 2]의 빈 공간의 부피의 합과 같다.
따라서 병의 부피는

$(\pi\times3^2)\times12+(\pi\times3^2)\times4=108\pi+36\pi$
$=144\pi\,(\text{cm}^3)$

답 144π cm³

03 $(\text{밑넓이})=8\times8-\pi\times8^2\times\dfrac{90}{360}$
$=64-16\pi\,(\text{cm}^2)$

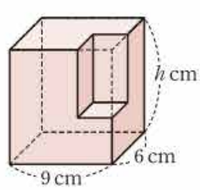
(정사각형의 넓이)
−(부채꼴의 넓이)

$(\text{옆넓이})=\left(8+8+2\pi\times8\times\dfrac{90}{360}\right)\times8$
$=128+32\pi\,(\text{cm}^2)$

$\therefore\ (\text{겉넓이})=(64-16\pi)\times2+(128+32\pi)$
$=256\,(\text{cm}^2)$

답 256 cm²

04 오른쪽 그림과 같이 처음 직육면체의 높이를 h cm라 하고 잘린 부분의 세 면을 각각 이동하여 생각하면 주어진 입체도형의 겉넓이는 가로, 세로의 길이가 각각 9 cm, 6 cm이고 높이가 h cm인 직육면체의 겉넓이와 같으므로



$(9\times6)\times2+(9+6+9+6)\times h=408$

$108+30h=408,\qquad 30h=300$

$\therefore\ h=10$

따라서 구하는 부피는

$9\times6\times10-54=540-54=486\,(\text{cm}^3)$

답 ④

Lecture 13 뿔과 구의 겉넓이와 부피

핵심 유형 97쪽

01 $6\times6+\left(\dfrac{1}{2}\times6\times5\right)\times4=36+60$
$=96\,(\text{cm}^2)$

답 ③

02 모선의 길이를 l cm라 하면

$\pi\times2^2+\pi\times l\times2=16\pi$

$2\pi l=12\pi\qquad\therefore\ l=6$

따라서 모선의 길이는 6 cm이다.

답 6 cm

03 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi\times10\times\dfrac{216}{360}=2\pi r\qquad\therefore\ r=6$

원뿔의 전개도에서
(부채꼴의 호의 길이)
=(원의 둘레의 길이)

따라서 원뿔의 겉넓이는

$\pi\times6^2+\pi\times10\times6=36\pi+60\pi$
$=96\pi\,(\text{cm}^2)$

답 96π cm²

04 $(\text{두 밑넓이의 합})=\pi\times2^2+\pi\times3^2=13\pi\,(\text{cm}^2)$

$(\text{옆넓이})=\pi\times6\times3-\pi\times4\times2=10\pi\,(\text{cm}^2)$

큰 원뿔의 모선의 길이는
$4+2=6$ (cm)

$\therefore\ (\text{겉넓이})=13\pi+10\pi=23\pi\,(\text{cm}^2)$

답 ④

05 $(\text{두 밑넓이의 합})=5\times5+12\times12=169\,(\text{cm}^2)$

$(\text{옆넓이})=\left\{\dfrac{1}{2}\times(5+12)\times h\right\}\times4=34h\,(\text{cm}^2)$

따라서 (겉넓이)$=169+34h\,(\text{cm}^2)$이므로

$169+34h=441,\qquad 34h=272$

$\therefore\ h=8$

답 8

06 $\dfrac{1}{3}\times(8\times6)\times10=160\,(\text{cm}^3)$

답 160 cm³

07 $\dfrac{1}{3}\times(\pi\times4^2)\times6+\dfrac{1}{3}\times(\pi\times4^2)\times h=48\pi$

주어진 입체도형의 부피는 위쪽 원뿔의 부피와 아래쪽 원뿔의 부피의 합이다.

$\dfrac{16\pi}{3}h=16\pi\qquad\therefore\ h=3$

답 ③

08 (부피)=(큰 사각뿔의 부피)
−(작은 사각뿔의 부피)

$=\dfrac{1}{3}\times(5\times5)\times5-\dfrac{1}{3}\times(2\times2)\times2$

큰 사각뿔의 높이는
$2+3=5$ (cm)

$=\dfrac{125}{3}-\dfrac{8}{3}$

$=39\,(\text{cm}^3)$

답 ①

09 (부피)=(큰 원뿔의 부피)−(작은 원뿔의 부피)

$=\dfrac{1}{3}\times(\pi\times9^2)\times6-\dfrac{1}{3}\times(\pi\times3^2)\times2$

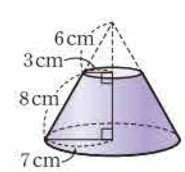
큰 원뿔의 높이는
$2+4=6$ (cm)

$=162\pi-6\pi$

$=156\pi\,(\text{cm}^3)$

답 156π cm³

10 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 겉넓이는



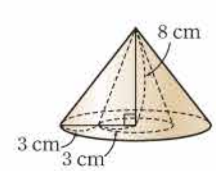
$\pi\times3^2+\pi\times7^2$
$+(\pi\times14\times7-\pi\times6\times3)$

$=9\pi+49\pi+80\pi$

$=138\pi\,(\text{cm}^2)$

답 138π cm²

11 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 부피는



$\dfrac{1}{3}\times(\pi\times6^2)\times8$

$-\dfrac{1}{3}\times(\pi\times3^2)\times8$

$=96\pi-24\pi$

$=72\pi\,(\text{cm}^3)$

답 ⑤

12 $4\pi r^2\times\frac{1}{2}+\pi r^2=192\pi$이므로

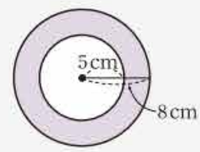
$3\pi r^2=192\pi$, $\quad r^2=64$

이때 $64=8\times8$이므로 $\quad r=8$ 답 ④

13 잘라 낸 단면의 넓이의 합은 반지름의 길이가 5 cm인 원의 넓이와 같으므로

$$\begin{aligned}(\text{겉넓이})&=(\text{구의 겉넓이})\times\frac{3}{4}+(\text{원의 넓이})\\&=(4\pi\times5^2)\times\frac{3}{4}+\pi\times5^2\\&=75\pi+25\pi\\&=100\pi\,(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

답 100π cm²



14 $(\text{부피})=(\text{반구의 부피})+(\text{원기둥의 부피})$

$$=\left(\frac{4}{3}\pi\times6^3\right)\times\frac{1}{2}+(\pi\times6^2)\times4$$

$$=144\pi+144\pi=288\pi\,(\text{cm}^3)$$ 답 ③

Q쌤 한마디

구의 $\frac{1}{n}$을 잘라 내고 남은 입체도형의 겉넓이와 부피는 다음과 같습니다.

① (겉넓이)

$=$(곡면인 부분의 넓이)$+$(잘라 낸 단면의 넓이의 합)

$=$(구의 겉넓이)$\times\left(1-\frac{1}{n}\right)+$(잘라 낸 단면의 넓이의 합)

② (부피)$=$(구의 부피)$\times\left(1-\frac{1}{n}\right)$

15 반구의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$4\pi r^2\times\frac{1}{2}+\pi r^2=75\pi$

$3\pi r^2=75\pi$, $\quad r^2=25$

이때 $25=5\times5$이므로 $\quad r=5$

따라서 반지름의 길이가 5 cm인 구의 부피는

$\frac{4}{3}\pi\times5^3=\frac{500}{3}\pi\,(\text{cm}^3)$ 답 ⑤

16 반지름의 길이가 6 cm인 쇠구슬 1개의 부피는

$\frac{4}{3}\pi\times6^3=288\pi\,(\text{cm}^3)$

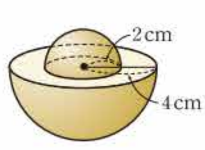
반지름의 길이가 2 cm인 쇠구슬 1개의 부피는

$\frac{4}{3}\pi\times2^3=\frac{32}{3}\pi\,(\text{cm}^3)$

따라서 만들 수 있는 쇠구슬은

$288\pi\div\frac{32}{3}\pi=27\,(\text{개})$ 답 ④

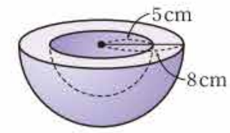
17 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 부피는



$$\left(\frac{4}{3}\pi\times2^3\right)\times\frac{1}{2}+\left(\frac{4}{3}\pi\times4^3\right)\times\frac{1}{2}$$

$$=\frac{16}{3}\pi+\frac{128}{3}\pi=48\pi\,(\text{cm}^3)$$ 답 48π cm³

18 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 겉넓이는



$$\begin{aligned}&(4\pi\times8^2)\times\frac{1}{2}\\&+(4\pi\times5^2)\times\frac{1}{2}\\&+(\pi\times8^2-\pi\times5^2)\\&=128\pi+50\pi+39\pi\\&=217\pi\,(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

답 ②

발전 유형 Q+Q

100쪽

01 원뿔의 모선의 길이를 l cm라 하면

$(2\pi\times5)\times3=2\pi l$ $\quad\therefore l=15$

따라서 원뿔의 겉넓이는

$$\pi\times5^2+\pi\times15\times5=25\pi+75\pi=100\pi\,(\text{cm}^2)$$ 답 ③

생각 톡: 밑면의 둘레의 길이의 3배는 원 O의 둘레의 길이와 같다.

02 구하는 넓이는 원뿔의 옆넓이와 같으므로

$\pi\times12\times8=96\pi\,(\text{cm}^2)$ 답 96π cm²

03 삼각뿔 G-BCD의 높이는 $\overline{CG}$의 길이와 같으므로 구하는 부피는

$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times9\times3\right)\times4=18\,(\text{cm}^3)$ 답 18 cm³

삼각뿔 G-BCD의 부피는 $\frac{1}{3}\times\triangle BGC\times\overline{CD}$, $\frac{1}{3}\times\triangle CGD\times\overline{BC}$로 구할 수도 있다.

04 사각뿔 O-ABCD의 밑면 ABCD의 넓이는 정육면체의 한 면의 넓이의 $\frac{1}{2}$이므로

$(\text{밑넓이})=8\times8\times\frac{1}{2}=32\,(\text{cm}^2)$

사각뿔의 높이는 정육면체의 한 모서리의 길이와 같으므로 구하는 부피는

$\frac{1}{3}\times32\times8=\frac{256}{3}\,(\text{cm}^3)$ 답 ①

05 그릇의 부피는

$\frac{1}{3}\times(\pi\times5^2)\times9=75\pi\,(\text{cm}^3)$

1분에 3π cm³씩 물을 넣으므로 그릇을 가득 채우는 데 걸리는 시간은

$\frac{75\pi}{3\pi}=25\,(\text{분})$ 답 ②

06 $\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times8\times6\right)\times3=\left(\frac{1}{2}\times6\times x\right)\times3$이므로

$9x=24$ $\quad\therefore x=\frac{8}{3}$ 답 $\frac{8}{3}$

두 그릇에 같은 양의 물이 들어 있으므로 왼쪽의 삼각뿔의 부피와 오른쪽의 삼각기둥의 부피는 같다.

07 구의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\frac{4}{3}\pi r^3=288\pi$ $\quad\therefore r^3=216$

원기둥의 밑면의 반지름의 길이는 r cm, 높이는 $2r$ cm이므로 구하는 부피는

$$\pi r^2\times 2r=2\pi r^3=2\pi\times 216$$
$$=432\pi\,(\text{cm}^3)$$

답 ④

08 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면 높이는 $2r$ cm이므로

$$\pi r^2\times 2r=54\pi \qquad \therefore r^3=27$$

원뿔의 부피는

$$\frac{1}{3}\times\pi r^2\times 2r=\frac{2}{3}\pi r^3=\frac{2}{3}\pi\times 27$$
$$=18\pi\,(\text{cm}^3)$$

구의 부피는

$$\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{4}{3}\pi\times 27=36\pi\,(\text{cm}^3)$$

따라서 구하는 부피의 차는

$$36\pi-18\pi=18\pi\,(\text{cm}^3)$$

답 18π cm^3

다른풀이 원기둥 안에 원뿔과 구가 꼭 맞게 들어갈 때

(원뿔의 부피) : (구의 부피) : (원기둥의 부피)
$=1:2:3$

이므로

$$(\text{원뿔의 부피})=\frac{1}{3}\times(\text{원기둥의 부피})$$
$$=\frac{1}{3}\times 54\pi=18\pi\,(\text{cm}^3)$$
$$(\text{구의 부피})=\frac{2}{3}\times(\text{원기둥의 부피})$$
$$=\frac{2}{3}\times 54\pi=36\pi\,(\text{cm}^3)$$

따라서 구하는 부피의 차는

$$36\pi-18\pi=18\pi\,(\text{cm}^3)$$

09 정팔면체의 부피는 밑면이 대각선의 길이가 12 cm인 정사각형이고 높이가 6 cm인 사각뿔의 부피의 2배와 같으므로

$$\left\{\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times 12\times 12\right)\times 6\right\}\times 2=288\,(\text{cm}^3)$$

두 대각선의 길이가 각각 12 cm인 마름모의 넓이

답 288 cm^3

중단원 실전 TEST

102쪽

01 $(\pi\times 6^2)\times 2+(2\pi\times 2)\times 5+(2\pi\times 4)\times 5$
$+(2\pi\times 6)\times 5$
$=72\pi+20\pi+40\pi+60\pi$
$=192\pi\,(\text{cm}^2)$

답 ②

02 삼각기둥의 높이를 h cm라 하면

$$\left(\frac{1}{2}\times 4\times 10\right)\times h=120 \qquad \therefore h=6$$

따라서 구하는 높이는 6 cm이다.

답 ②

03 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면 높이는 $3r$ cm이므로

$$\pi r^2\times 2+2\pi r\times 3r=128\pi$$
$$8\pi r^2=128\pi, \qquad r^2=16$$

이때 $16=4\times 4$이므로 $\quad r=4$ ··· ❶

따라서 원기둥의 부피는

$$(\pi\times 4^2)\times 12=192\pi\,(\text{cm}^3)$$ ··· ❷

$r=4$이므로 높이는 $3r=3\times 4=12\,(\text{cm})$

답 192π cm^3

채점 기준	배점
❶ 밑면의 반지름의 길이를 구할 수 있다.	2점
❷ 원기둥의 부피를 구할 수 있다.	2점

04 좌우의 칸에 들어 있는 물의 부피의 합은

좌우의 칸에 들어 있는 물의 부피의 합은 칸막이를 뺐을 때의 물의 부피와 같다.

$$15\times 10\times 3+10\times 10\times 13=450+1300$$
$$=1750\,(\text{cm}^3)$$

칸막이를 뺐을 때의 물의 높이를 h cm라 하면

$$25\times 10\times h=1750, \qquad 250h=1750$$
$$\therefore h=7$$

따라서 구하는 물의 높이는 7 cm이다.

답 7 cm

05 $(\text{밑넓이})=(5+2)\times(6+3)-2\times 6$
$=63-12=51\,(\text{cm}^2)$

$(\text{옆넓이})=(5+6+2+3+7+9)\times 8$
$=32\times 8=256\,(\text{cm}^2)$

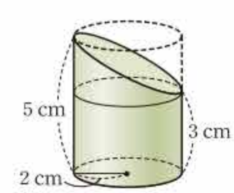
$\therefore (\text{겉넓이})=51\times 2+256$
$=358\,(\text{cm}^2)$

답 358 cm^2

06 $\left(\pi\times 8^2\times\frac{60}{360}\right)\times 7-\left(\pi\times 4^2\times\frac{60}{360}\right)\times 7$
$=\frac{224}{3}\pi-\frac{56}{3}\pi$
$=56\pi\,(\text{cm}^3)$

답 ⑤

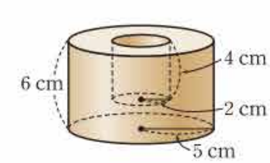
07 오른쪽 그림과 같이 잘라 낸 입체도형의 부피는 밑면의 반지름의 길이가 2 cm이고 높이가 2 cm인 원기둥의 부피의 $\frac{1}{2}$이므로



$$(\pi\times 2^2)\times 5-(\pi\times 2^2)\times 2\times\frac{1}{2}$$
$$=20\pi-4\pi=16\pi\,(\text{cm}^3)$$

답 ①

08 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 겉넓이는



$(\pi\times 5^2)\times 2$
$+(2\pi\times 5)\times 6+(2\pi\times 2)\times 4$
$=50\pi+60\pi+16\pi$
$=126\pi\,(\text{cm}^2)$

답 ④

09 $11\times11+\left(\frac{1}{2}\times11\times h\right)\times4=341$이므로

$22h=220 \qquad \therefore h=10$ 답 ①

10 원기둥의 겉넓이는

$(\pi\times4^2)\times2+(2\pi\times4)\times7=32\pi+56\pi$

$=88\pi\,(\text{cm}^2)$

원뿔의 모선의 길이를 l cm라 하면 원기둥과 원뿔의 겉넓이가 같으므로

$\pi\times6^2+\pi\times l\times6=88\pi$

$6\pi l=52\pi \qquad \therefore l=\frac{26}{3}$

따라서 원뿔의 모선의 길이는 $\frac{26}{3}$ cm이다. 답 ③

11 작은 원의 반지름의 길이를 r_1 cm라 하면

$2\pi\times6\times\frac{120}{360}=2\pi r_1 \qquad \therefore r_1=2$ ❶

큰 원의 반지름의 길이를 r_2 cm라 하면

$2\pi\times12\times\frac{120}{360}=2\pi r_2 \qquad \therefore r_2=4$ ❷

따라서 구하는 겉넓이는

$\pi\times2^2+\pi\times4^2+(\pi\times12\times4-\pi\times6\times2)$

$=4\pi+16\pi+36\pi$

$=56\pi\,(\text{cm}^2)$ ❸

답 56π cm^2

채점 기준	배점
❶ 작은 원의 반지름의 길이를 구할 수 있다.	2점
❷ 큰 원의 반지름의 길이를 구할 수 있다.	2점
❸ 원뿔대의 겉넓이를 구할 수 있다.	2점

12 작은 입체도형의 부피는

삼각뿔

$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times3\times3\right)\times3=\frac{9}{2}\,(\text{cm}^3)$ ❶

큰 입체도형의 부피는

$6\times6\times6-\frac{9}{2}=\frac{423}{2}\,(\text{cm}^3)$ ❷

따라서 구하는 부피의 차는

$\frac{423}{2}-\frac{9}{2}=207\,(\text{cm}^3)$ ❸

답 207 cm^3

채점 기준	배점
❶ 작은 입체도형의 부피를 구할 수 있다.	2점
❷ 큰 입체도형의 부피를 구할 수 있다.	3점
❸ 작은 입체도형과 큰 입체도형의 부피의 차를 구할 수 있다.	1점

13 구하는 삼각뿔 A-CFH의 부피는 정육면체의 부피에서 네 삼각뿔 A-EFH, A-BFC, A-DCH, C-GHF의 부피를 뺀 것과 같으므로

$3\times3\times3-\left\{\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times3\times3\right)\times3\right\}\times4$

$=27-18=9\,(\text{cm}^3)$ 답 ②

네 삼각뿔 A-EFH, A-BFC, A-DCH, C-GHF의 부피는 모두 같다.

14 16초 동안 넣은 물의 부피는

$\frac{1}{3}\times(\pi\times2^2)\times6=8\pi\,(\text{cm}^3)$

그릇의 부피는

$\frac{1}{3}\times(\pi\times3^2)\times9=27\pi\,(\text{cm}^3)$

따라서 더 넣어야 하는 물의 부피는

$27\pi-8\pi=19\pi\,(\text{cm}^3)$

이므로 구하는 시간을 x초라 하면

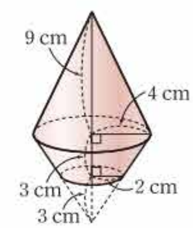
$8\pi:19\pi=16:x, \qquad 8:19=16:x$

$8x=19\times16 \qquad \therefore x=38$

따라서 그릇을 가득 채우는 데 더 필요한 시간은 38초이다. 답 ②

15 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 부피는

(원뿔의 부피)
+(원뿔대의 부피)



$\frac{1}{3}\times(\pi\times4^2)\times9$

$+\left\{\frac{1}{3}\times(\pi\times4^2)\times6\right.$

$\left.-\frac{1}{3}\times(\pi\times2^2)\times3\right\}$

$=48\pi+(32\pi-4\pi)$

$=76\pi\,(\text{cm}^3)$ 답 ④

16 야구공의 겉넓이는 $4\pi\times6^2=144\pi\,(\text{cm}^2)$

따라서 겉면을 이루는 조각 한 개의 넓이는

$144\pi\times\frac{1}{2}=72\pi\,(\text{cm}^2)$ 답 72π cm^2

17 A, C의 밑면의 반지름의 길이와 B의 반지름의 길이를 r라 하자.

A의 부피는 $\pi r^2\times r=\pi r^3$

B의 부피는 $\frac{4}{3}\pi r^3\times\frac{1}{2}=\frac{2}{3}\pi r^3$

C의 부피는 $\frac{1}{3}\times\pi r^2\times r=\frac{1}{3}\pi r^3$

따라서 A, B, C의 부피의 비는

$\pi r^3:\frac{2}{3}\pi r^3:\frac{1}{3}\pi r^3=3:2:1$ 답 3 : 2 : 1

18 쇠공의 부피는

$\frac{4}{3}\pi\times4^3=\frac{256}{3}\pi\,(\text{cm}^3)$ ❶

올라간 물의 높이를 h cm라 하면 올라간 물의 부피는

$\pi\times8^2\times h=64\pi h\,(\text{cm}^3)$

즉 $\frac{256}{3}\pi=64\pi h$이므로 $\qquad h=\frac{4}{3}$

따라서 올라간 물의 높이는 $\frac{4}{3}$ cm이다. ❷

답 $\frac{4}{3}$ cm

채점 기준	배점
❶ 쇠공의 부피를 구할 수 있다.	2점
❷ 올라간 물의 높이를 구할 수 있다.	2점

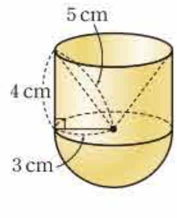
19 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 겉넓이는

$(4\pi\times3^2)\times\frac{1}{2}+(2\pi\times3)\times4$

$+\pi\times5\times3$

$=18\pi+24\pi+15\pi$

$=57\pi\,(\text{cm}^2)$



답 ④

20 각각의 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로

$V_1=(\pi\times2^2)\times4$

$=16\pi$

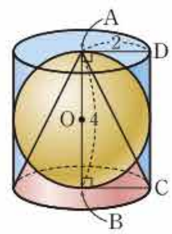
$V_2=\frac{1}{3}\times(\pi\times2^2)\times4$

$=\frac{16}{3}\pi$

$V_3=\frac{4}{3}\pi\times2^3$

$=\frac{32}{3}\pi$

$\therefore V_1+V_2+V_3=32\pi$



답 32π

21 상자의 가로의 길이, 세로의 길이, 높이는 각각

$2\times4=8\,(\text{cm})$,

$2\times2=4\,(\text{cm})$,

$2\times3=6\,(\text{cm})$

이므로 상자의 부피는

$8\times4\times6=192\,(\text{cm}^3)$

공 전체의 부피는

$\left(\frac{4}{3}\pi\times1^3\right)\times24=32\pi\,(\text{cm}^3)$

따라서 상자와 공 전체의 부피의 비는

$192:32\pi=6:\pi$

답 ③

공의 지름의 길이는
$1\times2=2\,(\text{cm})$

22 처음 정육면체의 부피는

$9\times9\times9=729\,(\text{cm}^3)$

사각기둥 모양의 구멍 1개의 부피는

$3\times3\times9=81\,(\text{cm}^3)$

한가운데에 있는 한 모서리의 길이가 3 cm인 정육면체의 부피는

$3\times3\times3=27\,(\text{cm}^3)$

따라서 구하는 부피는

$729-81\times3+27\times2=540\,(\text{cm}^3)$

답 540 cm^3

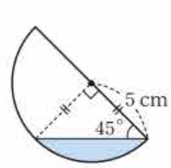
사각기둥 3개가 겹쳐지는 부분

23 그릇에 남아 있는 물의 밑면은 오른쪽 그림의 색칠한 부분과 같다.
따라서 남아 있는 물의 부피는

$\left(\pi\times5^2\times\frac{90}{360}-\frac{1}{2}\times5\times5\right)$

$\times28$

$=175\pi-350\,(\text{cm}^3)$



답 $(175\pi-350)\ \text{cm}^3$

$\triangle$ABC가 직각이등변삼각형이므로
$\angle A=\angle C=45°$
$\therefore \angle ABD$
$=\angle CBD=45°$
따라서 $\triangle$ABD와 $\triangle$BCD는 직각이등변삼각형이다.

$\overline{EM}=\overline{MF}$,
$\angle GEM=\angle HMF$,
$\angle GME=\angle HFM$
이므로
$\triangle GEM\equiv\triangle HMF$
(ASA 합동)

24 $\triangle GEM\equiv\triangle HMF$ (ASA 합동)이므로

$\overline{GE}=\overline{HM}$, $\overline{GM}=\overline{HF}$

$\overline{GE}=\overline{HM}=\overline{DG}$, $\overline{HF}=\overline{GM}=\overline{DH}$이므로

$\overline{HM}=\frac{1}{2}\overline{DE}=\frac{1}{2}\times5=\frac{5}{2}\,(\text{cm})$

$\overline{GM}=\frac{1}{2}\overline{DF}=\frac{1}{2}\times12=6\,(\text{cm})$

$\therefore \triangle GMH=\frac{1}{2}\times6\times\frac{5}{2}=\frac{15}{2}\,(\text{cm}^2)$

삼각뿔 L-GMH의 높이는 $\overline{LM}$의 길이, 즉 $\overline{BE}$의 길이와 같으므로 구하는 부피는

$\frac{1}{3}\times\frac{15}{2}\times10=25\,(\text{cm}^3)$

답 25 cm^3

최고 수준 도전하기

L 106쪽

생각 톡
50개의 정육면체의 꼭짓점, 모서리의 전체 개수에서 겹쳐진 개수를 뺀다.

01 1st a의 값을 구한다.

겹쳐진 꼭짓점의 개수는 $2\times49=98$이므로 주어진 입체도형의 꼭짓점의 개수는

$8\times50-98=302$

$\therefore a=302$

2nd b의 값을 구한다.

겹쳐진 모서리의 개수는 49이므로 주어진 입체도형의 모서리의 개수는

$12\times50-49=551$

$\therefore b=551$

3rd c의 값을 구한다.

주어진 입체도형의 면의 개수는

$6\times50=300$

$\therefore c=300$

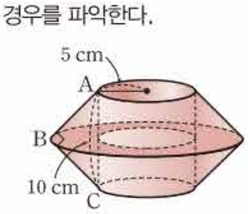
4th $a-b+c$의 값을 구한다.

$a-b+c=302-551+300=51$

답 51

02 1st 단면의 넓이가 가장 큰 경우를 파악한다.

회전체는 오른쪽 그림과 같으므로 점 B를 지나면서 회전축에 수직인 평면으로 자를 때, 단면의 넓이가 가장 크다.

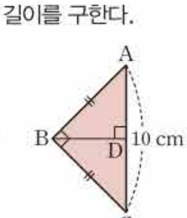


2nd 단면의 넓이를 구하기 위한 선분의 길이를 구한다.

오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 D라 하면 $\triangle$ABD와 $\triangle$BCD는 직각이등변삼각형이므로

$\overline{BD}=\overline{AD}=\overline{CD}$

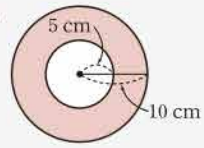
$=\frac{1}{2}\times10=5\,(\text{cm})$



L 07 입체도형의 겉넓이와 부피

3rd 넓이가 가장 큰 단면의 넓이를 구한다.
따라서 구하는 단면의 넓이는

$\pi\times10^2-\pi\times5^2=75\pi\,(\text{cm}^2)$ 답 $75\pi\ \text{cm}^2$



03 1st 페인트가 칠해진 면의 넓이의 합을 구한다.
처음 정육면체의 겉넓이는

$(2\times2)\times6=24\,(\text{cm}^2)$

이므로 페인트가 칠해진 면의 넓이의 합은 $24\ \text{cm}^2$이다.
2nd 페인트가 칠해져 있지 않은 면의 넓이의 합을 구한다.
작은 정육면체의 한 모서리의 길이는

$2\times\frac{1}{4}=\frac{1}{2}\,(\text{cm})$

이므로 64개의 작은 정육면체의 겉넓이의 합은

$\left\{\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)\times6\right\}\times64=96\,(\text{cm}^2)$

따라서 페인트가 칠해져 있지 않은 면의 넓이의 합은

$96-24=72\,(\text{cm}^2)$ 답 $72\ \text{cm}^2$

04 1st V_1을 구한다.
V_1은 사다리꼴 BPQC를 밑면으로 하고 높이가 $\overline{AB}$인 사각뿔의 부피이므로

$V_1=\frac{1}{3}\times\left\{\frac{1}{2}\times(6+4)\times6\right\}\times6$
$=60\,(\text{cm}^3)$

2nd V_3을 구한다.
V_3은 사다리꼴 PEFQ를 밑면으로 하고 높이가 $\overline{DE}$인 사각뿔의 부피이므로

$V_3=\frac{1}{3}\times\left\{\frac{1}{2}\times(2+4)\times6\right\}\times6$
$=36\,(\text{cm}^3)$

3rd V_2를 구한다.
처음 삼각기둥의 부피는

$\left(\frac{1}{2}\times6\times6\right)\times8=144\,(\text{cm}^3)$

이므로

$V_2=144-(60+36)=48\,(\text{cm}^3)$

가운데 생기는 입체도형은 부피를 직접 구하기 어려우므로 처음 삼각기둥의 부피에서 위와 아래에 생기는 사각뿔의 부피를 뺀다.

4th $V_1:V_2:V_3$을 가장 간단한 자연수의 비로 나타낸다.
$V_1:V_2:V_3=60:48:36=5:4:3$

답 $5:4:3$

05 1st 물이 가득 찬 상태에서 물의 높이가 $\overline{AB}$가 될 때까지 걸리는 시간을 구한다.
물이 가득 찬 상태에서 물이 빠지기 시작하여 물의 높이가 $\overline{AB}$가 될 때까지는 6개의 구멍에서 물이 빠진다.
이때 빠져나간 물의 부피는 높이가 $\overline{OA}$인 원뿔대의 부피와 같으므로

$\frac{1}{3}\times(\pi\times6^2)\times16-\frac{1}{3}\times(\pi\times3^2)\times8$
$=192\pi-24\pi$
$=168\pi\,(\text{cm}^3)$

$\overline{AB}=\frac{1}{2}\overline{OB}$
$=\frac{1}{2}\times16$
$=8\,(\text{cm})$

각 구멍마다 1분에 $4\pi\ \text{cm}^3$씩 일정한 속도로 물이 빠지므로 물의 높이가 $\overline{AB}$가 될 때까지 a분이 걸린다고 하면

$4\pi\times6\times a=168\pi \qquad \therefore a=7$

즉 물의 높이가 $\overline{AB}$가 될 때까지 7분이 걸린다.
2nd 물의 높이가 $\overline{AB}$인 상태에서 물이 완전히 빠질 때까지 걸리는 시간을 구한다.
물의 높이가 $\overline{AB}$인 상태에서 물이 빠지기 시작하여 물이 완전히 빠질 때까지는 1개의 구멍에서 물이 빠진다.
이때 빠져나간 물의 부피는 높이가 $\overline{AB}$인 원뿔의 부피와 같으므로

$\frac{1}{3}\times(\pi\times3^2)\times8=24\pi\,(\text{cm}^3)$

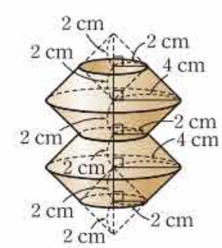
물의 높이가 $\overline{AB}$인 상태에서 물이 완전히 빠질 때까지 b분이 걸린다고 하면

$4\pi\times b=24\pi \qquad \therefore b=6$

즉 물의 높이가 $\overline{AB}$인 상태에서 물이 완전히 빠질 때까지 6분이 걸린다.
3rd 가득 찬 물이 완전히 빠질 때까지 걸리는 시간을 구한다.
따라서 가득 찬 물이 완전히 빠지는 데 걸리는 시간은

$7+6=13$ (분) 답 13분

06 1st 회전체를 그려 본다.
주어진 도형을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 오른쪽 그림과 같다.



2nd 회전체의 부피를 구한다.
회전체의 부피는 원뿔대 4개의 부피의 합에서 원뿔 2개의 부피의 합을 뺀 것과 같다.
이때 원뿔대 한 개의 부피는

$\frac{1}{3}\times(\pi\times4^2)\times4-\frac{1}{3}\times(\pi\times2^2)\times2$
$=\frac{64}{3}\pi-\frac{8}{3}\pi=\frac{56}{3}\pi\,(\text{cm}^3)$

원뿔 한 개의 부피는

$\frac{1}{3}\times(\pi\times2^2)\times2=\frac{8}{3}\pi\,(\text{cm}^3)$

따라서 구하는 회전체의 부피는

$\frac{56}{3}\pi\times4-\frac{8}{3}\pi\times2=\frac{224}{3}\pi-\frac{16}{3}\pi$
$=\frac{208}{3}\pi\,(\text{cm}^3)$

답 $\frac{208}{3}\pi\ \text{cm}^3$

08 도수분포표와 상대도수

Lecture 14 대푯값, 도수분포표

핵심 유형 Q+Q

L 111쪽

01 a, b, c의 평균이 8이므로

$$\frac{a+b+c}{3}=8$$

$\therefore a+b+c=24$

따라서 2, a, b, c, 9의 평균은

$$\frac{2+a+b+c+9}{5}=\frac{a+b+c+11}{5}=\frac{24+11}{5}=7$$

답 ③

02 5회의 시험에서 x점을 받았다고 하면

$$\frac{4\times 89+x}{5}=90,\qquad 356+x=450$$

$\therefore x=94$

따라서 준호는 5회의 시험에서 94점을 받아야 한다.

답 94점

4회까지의 점수의 평균이 89점이므로 4회까지의 점수의 총합은 4×89(점)

03 정연이의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

2, 3, 5, 6, 8, 8, 9, 10

$\therefore a=\frac{6+8}{2}=7$

변량의 개수가 짝수이면 한가운데에 있는 두 값의 평균이 중앙값이다.

민우의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

3, 4, 5, 5, 7, 8, 9

$\therefore b=5$

변량의 개수가 홀수이면 한가운데에 있는 값이 중앙값이다.

$\therefore a+b=12$

답 12

04 주어진 자료의 중앙값은

$$\frac{13+19}{2}=16$$

변량이 8개이므로 중앙값은 4번째, 5번째에 있는 두 값의 평균이다.

평균과 중앙값이 같으므로

$$\frac{3+7+10+13+19+x+26+28}{8}=16$$

$$\frac{106+x}{8}=16,\qquad 106+x=128$$

$\therefore x=22$

답 ②

05 1반에서 하루 평균 수면 시간이 7시간인 학생을 x명이라 하면

$2+x+8+3+2=4+3+5+7+3$

$x+15=22\qquad \therefore x=7$

따라서 1반의 최빈값은 8시간, 2반의 최빈값은 9시간이므로

$a=8$, $b=9$

$\therefore b-a=1$

답 1

06 최빈값이 11뿐이므로 a, b, c 중 적어도 2개는 11이어야 한다.

$a=11$, $b=11$, $c\neq 7$이라 하면 중앙값이 10이므로

$c=7$이면 최빈값은 7, 11이므로 $c\neq 7$

$7<c<11$

따라서 $\frac{c+11}{2}=10$이므로

$c+11=20\qquad \therefore c=9$

$\therefore a+b+c=31$

답 ③

07 ② 전체 학생 수는 잎의 총개수와 같으므로

$3+5+7+3+2=20$

③ 컴퓨터 게임 점수가 78점 이상인 학생은

78점, 78점, 78점, 81점, 82점, 85점, 92점, 93점의 8명

④ 변량이 20개이므로 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 10번째, 11번째에 있는 두 값의 평균이다.

$$\therefore (\text{중앙값})=\frac{72+73}{2}=72.5(\text{점})$$

⑤ 컴퓨터 게임 점수가 4번째로 높은 학생의 점수는 82점이다.

답 ⑤

08 (1) 제기차기 횟수가 30회보다 많은 학생은

36회, 36회, 38회, 41회, 43회의 5명

(2) 제기차기 횟수가 15회 이상 27회 미만인 학생은

15회, 15회, 18회, 20회, 22회, 23회, 24회의 7명

답 (1) 5 (2) 7

09 계급은 5개이므로 $\quad a=5$

나이가 30세 미만인 이용객 수는

$2+7=9\qquad \therefore b=9$

도수가 가장 큰 계급은 30세 이상 40세 미만이므로

$c=30$, $d=40$

$\therefore a+b+c+d=84$

답 84

10 ① 계급의 크기는

$150-100=50$(kWh)

② 전력 소비량이 200 kWh 이상인 가구는

$8+5+3=16$(가구)

③ 계급값이 175 kWh인 계급은 150 kWh 이상 200 kWh 미만이므로 이 계급의 도수는 6가구이다.

$$(\text{계급값})=\frac{(\text{계급의 양 끝 값의 합})}{2}$$

④ 도수가 가장 작은 계급은 100 kWh 이상 150 kWh 미만이므로 계급값은

$$\frac{100+150}{2}=125(\text{kWh})$$

⑤ 변량이 23개이므로 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 12번째에 있는 값이다.

전력 소비량이 150 kWh 미만인 가구는

1가구

전력 소비량이 200 kWh 미만인 가구는

$1+6=7$(가구)

전력 소비량이 250 kWh 미만인 가구는

$1+6+8=15$ (가구)

이므로 중앙값은 200 kWh 이상 250 kWh 미만인 계급에 속한다.

답 ③

11 60점 이상 70점 미만인 계급의 도수는

$40-(5+15+10+2)=8$ (명) $\quad\therefore$ (가) 8

도수가 가장 큰 계급은 70점 이상 80점 미만이므로 계급값은

$\dfrac{70+80}{2}=75$ (점) $\quad\therefore$ (나) 75

국어 점수가 90점 이상인 학생은

2명

국어 점수가 80점 이상인 학생은

$10+2=12$ (명)

국어 점수가 70점 이상인 학생은

$15+10+2=27$ (명)

이므로 국어 점수가 13번째로 높은 학생이 속한 계급은 70점 이상 80점 미만이다.

$\therefore$ (다) 70 (라) 80

답 (가) 8 (나) 75 (다) 70 (라) 80

국어 점수가 높은 계급부터 차례대로 더한 도수의 합이 처음으로 13명 이상이 될 때의 계급

12 (1) $1+x+8+2x+2=20$이므로

$3x=9 \quad \therefore x=3$

(2) 시력이 0.4 이상 1.2 미만인 학생 수는

$x+8=3+8=11$

답 (1) 3 (2) 11

13 점심 식사 시간이 16분 이상 20분 미만인 학생 수는

$25-(5+11+4+2)=3$

이므로 $\dfrac{3}{25}\times 100=12$ (%)

답 ①

(각 계급의 백분율) $=\dfrac{(\text{그 계급의 도수})}{(\text{도수의 총합})}\times 100$ (%)

14 타율이 3할 이상인 선수는 $(B+1)$명이므로

$B+1=40\times\dfrac{15}{100}$

$B+1=6 \quad \therefore B=5$

$\therefore A=40-(3+7+13+5+1)=11$

답 $A=11$, $B=5$

발전 유형 Q+Q

114쪽

01 x, y, z의 평균이 12이므로

$\dfrac{x+y+z}{3}=12 \quad \therefore x+y+z=36$

따라서 10, $4x+2$, $4y-1$, $4z+5$, 15의 평균은

$$\frac{10+(4x+2)+(4y-1)+(4z+5)+15}{5}$$
$$=\frac{4(x+y+z)+31}{5}$$
$$=\frac{4\times 36+31}{5}=\frac{175}{5}=35$$

답 35

02 6개의 끈의 길이를 각각 a cm, b cm, c cm, d cm, e cm, f cm라 하면 6개의 끈의 길이의 평균이 25 cm이므로

$\dfrac{a+b+c+d+e+f}{6}=25$

$\therefore a+b+c+d+e+f=150$

6개의 정삼각형의 둘레의 길이는 각각 $3a$ cm, $3b$ cm, $3c$ cm, $3d$ cm, $3e$ cm, $3f$ cm이므로 구하는 평균은

$$\frac{3a+3b+3c+3d+3e+3f}{6}$$
$$=\frac{3(a+b+c+d+e+f)}{6}$$
$$=\frac{3\times 150}{6}=75\text{ (cm)}$$

답 ③

03 학생 6명의 키를 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 4번째에 있는 값을 x cm라 하면 중앙값이 171 cm이므로

$\dfrac{167+x}{2}=171, \quad 167+x=342$

$\therefore x=175$

3번째와 4번째에 있는 두 값의 평균이 중앙값이다.

키가 177 cm인 학생이 모둠에 들어왔을 때, 학생 7명의 키를 작은 값부터 크기순으로 나열하면 $175<177$이므로 4번째에 있는 값은 175 cm이다.

따라서 구하는 중앙값은 175 cm이다.

답 175 cm

참고 작은 값부터 크기순으로 나열한 6명의 키는

__, __, 167 cm, 175 cm, __, __

이고 $175<177$이므로 177 cm는 175 cm의 오른쪽 자리에 위치한다.

04 A, B, C, D, E의 1분당 맥박 수를 각각 a회, b회, c회, d회, e회라 하면 평균이 82회이므로

$\dfrac{a+b+c+d+e}{5}=82$

$\therefore a+b+c+d+e=410 \quad \cdots\cdots$ ㉠

F의 맥박 수가 64회이고, F, B, C, D, E의 맥박 수의 평균이 78회이므로

$\dfrac{64+b+c+d+e}{5}=78$

$\therefore b+c+d+e=326 \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉡을 ㉠에 대입하면

$a+326=410 \quad \therefore a=84$

이때 A, B, C, D, E의 맥박 수의 중앙값이 85회이고 $84<85$, $64<85$이므로 A 대신 F를 포함한 F, B, C, D, E의 맥박 수의 중앙값도 85회로 변하지 않는다.

답 ⑤

작은 값부터 크기순으로 나열한 5명의 맥박 수는

__, __, 85회, __, __

이고 $84<85$, $64<85$이므로 84회와 64회는 모두 85회의 왼쪽 자리에 위치한다.

05 무게가 1.2 kg 미만인 무의 개수는

$6+8=14$

이므로 도수의 총합을 x개라 하면

$14=x\times\dfrac{28}{100} \quad \therefore x=50$

따라서 무게가 1.4 kg 이상 1.6 kg 미만인 무의 개수는

$50-(6+8+15+9)=12$

답 ③

06 방문 횟수가 8회 미만인 주민 수는

$12+6=18$

이므로 도수의 총합을 x명이라 하면

$18=x\times\frac{30}{100}\qquad\therefore x=60$

방문 횟수가 12회 이상 16회 미만인 주민 수는

$60\times\frac{15}{100}=9$

따라서 방문 횟수가 20회 이상 24회 미만인 주민 수는

$60-(12+6+15+9+10)=8$ 답 8

Lecture 15 히스토그램과 도수분포다각형

핵심 유형

L 116쪽

01 (2) 전체 학생 수는

$4+7+8+9+5+2=35$

(4) 책의 권수가 60권 이상인 학생은

2명

책의 권수가 50권 이상인 학생은

$5+2=7$(명)

책의 권수가 40권 이상인 학생은

$9+5+2=16$(명)

이므로 책을 8번째로 많이 읽은 학생이 속한 계급은 40권 이상 50권 미만이다.

따라서 구하는 계급값은

$\frac{40+50}{2}=45$(권)

답 (1) 6 (2) 35
(3) 60권 이상 70권 미만 (4) 45권

02 ① 계급의 크기는 $50-40=10$(점)

② 전체 학생 수는

$4+6+9+12+7+2=40$

③ 도수가 가장 큰 계급은 70점 이상 80점 미만이고 이 계급의 도수는 12명이므로 직사각형의 넓이는

$10\times12=120$

④ 전체 학생 수는 40이고 영어 점수가 60점 미만인 학생 수는 $4+6=10$이므로

$\frac{10}{40}\times100=25$(%)

⑤ 영어 점수가 90점 이상인 학생은

2명

영어 점수가 80점 이상인 학생은

$7+2=9$(명)

이므로 영어 점수가 7번째로 높은 학생이 속한 계급은 80점 이상 90점 미만이다.

답 ④

도수분포다각형에서 계급의 개수를 셀 때, 양 끝에 도수가 0인 계급은 세지 않는다.

히스토그램에서
(직사각형의 넓이)
=(계급의 크기)
×(그 계급의 도수)

03 (ㄱ) 계급의 개수는 6이다.

(ㄴ) 기록이 31분인 학생이 속한 계급은 30분 이상 35분 미만이므로 이 계급의 도수는 3명이다.

(ㄷ) 도수가 가장 큰 계급은 40분 이상 45분 미만이므로 계급값은

$\frac{40+45}{2}=42.5$(분)

(ㄹ) 전체 학생 수는

$2+3+8+10+5+2=30$

기록이 40분 이상 50분 미만인 학생 수는

$10+5=15$

이므로 $\frac{15}{30}\times100=50$(%)

이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄷ), (ㄹ)이다. 답 (ㄴ), (ㄷ), (ㄹ)

04 헌혈한 전체 사람 수는

$4+9+11+12+9+5=50$

나이가 많은 쪽에서 10 % 이내에 드는 사람 수는

$50\times\frac{10}{100}=5$

이때 나이가 5번째로 많은 사람이 속한 계급은 45세 이상 50세 미만이므로 나이가 많은 쪽에서 10 % 이내에 들기 위한 최저 나이는 45세이다. 답 45세

발전 유형

L 117쪽

01 TV 시청 시간이 3시간 이상 4시간 미만인 학생 수는

$50\times\frac{40}{100}=20$

따라서 TV 시청 시간이 2시간 이상 3시간 미만인 학생 수는

$50-(6+20+10+4)=10$ 답 10

02 발 길이가 230 mm 이상 240 mm 미만인 직원 수는 8이므로 전체 직원 수를 a라 하면

$8=a\times\frac{20}{100}\qquad\therefore a=40$

계급값이 265 mm인 계급, 즉 260 mm 이상 270 mm 미만인 계급의 도수를 x명이라 하면 계급값이 255 mm인 계급, 즉 250 mm 이상 260 mm 미만인 계급의 도수는 $2x$명이므로

$8+14+2x+x=40$

$3x=18\qquad\therefore x=6$

따라서 발 길이가 260 mm 이상 270 mm 미만인 직원 수는 6이다. 답 ①

03 (ㄱ) 남학생의 그래프가 여학생의 그래프보다 오른쪽으로 치우쳐 있으므로 여학생보다 남학생이 줄넘기를 한 횟수가 더 많은 편이다.

(ㄴ) 줄넘기를 한 횟수가 가장 많은 여학생의 횟수는 45회 이상 50회 미만이고, 남학생의 횟수는 50회 이상 55회 미만이므로 줄넘기를 가장 많이 한 학생은 남학생이다.

(ㄷ) 남학생 수는

$1+4+8+7+6+4=30$

여학생 수는

$3+5+8+7+5+2=30$

따라서 계급의 크기가 같고, 남학생 수와 여학생 수가 같으므로 각각의 그래프와 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 서로 같다.

이상에서 옳은 것은 (ㄴ)뿐이다. 답 (ㄴ)

Q쌤 한마디

도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 도형의 넓이는 히스토그램의 각 직사각형의 넓이의 합과 같습니다.
또 히스토그램의 각 직사각형의 넓이의 합은

(계급의 크기)×(도수의 총합)

입니다.
따라서 남학생과 여학생의 그래프에서 계급의 크기와 도수의 총합이 각각 같으므로 남학생과 여학생의 그래프와 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 서로 같음을 알 수 있습니다.

04 ① 1반의 학생 수는

$2+3+5+8+10+8+4=40$

2반의 학생 수는

$3+5+6+10+9+5+2=40$

따라서 1반과 2반의 학생 수는 같다.

② 1반에서 도수가 가장 큰 계급은 70점 이상 80점 미만이므로 계급값은

$\frac{70+80}{2}=75$ (점)

③ 과학 점수가 70점 이상인

1반 학생 수는

$10+8+4=22$

2반 학생 수는

$9+5+2=16$

따라서 과학 점수가 70점 이상인 학생 수는 1반이 2반보다 더 많다.

④ 과학 점수가 가장 낮은 학생이 어느 반에 있는지는 알 수 없다.

⑤ 1반의 그래프가 2반의 그래프보다 오른쪽으로 치우쳐 있으므로 2반보다 1반 학생들의 과학 점수가 더 높은 편이다.

답 ④, ⑤

Q BOX

(도수의 총합) $=\frac{(\text{계급의 도수})}{(\text{계급의 상대도수})}$

(계급의 도수) =(계급의 상대도수) ×(도수의 총합)

2회 이상 4회 미만, 8회 이상 10회 미만인 각각의 계급의 도수와 상대도수를 이용하여

$\frac{13}{0.26}=50$,

$\frac{6}{0.12}=50$

과 같이 구할 수도 있다.

6회 이상 8회 미만인 계급과 8회 이상 10회 미만인 계급의 상대도수의 합

Lecture 16 상대도수

핵심 유형 Q+Q

L 119쪽

01 도수의 총합은

$5+12+18+15+10=60$ (명)

도수가 가장 큰 계급은 20분 이상 25분 미만이고 이 계급의 도수는 18명이므로 구하는 상대도수는

$\frac{18}{60}=0.3$ 답 ④

02 도수의 총합은

$\frac{16}{0.4}=40$

이므로

$a=\frac{6}{40}=0.15$

$b=0.35\times40=14$

답 $a=0.15$, $b=14$

다른풀이 상대도수는 그 계급의 도수에 정비례하므로

$16:6=0.4:a$에서 $8:3=0.4:a$

$8a=1.2 \quad \therefore a=0.15$

$16:b=0.4:0.35$에서 $16:b=8:7$

$8b=112 \quad \therefore b=14$

03 (1) 0회 이상 2회 미만인 계급의 도수는 16명, 상대도수는 0.32이므로

$A=\frac{16}{0.32}=50$

$\therefore B=\frac{8}{50}=0.16$

(2) $(0.16+0.12)\times100=28$ (%)

답 (1) $A=50$, $B=0.16$ (2) 28 %

Q쌤 한마디

상대도수는 도수의 총합을 1로 보았을 때 각 계급의 도수가 전체에서 차지하는 비율이고, 백분율은 도수의 총합을 100으로 보았을 때 각 계급의 도수가 전체에서 차지하는 비율이므로 상대도수에 100을 곱하면 백분율로 나타낼 수 있습니다. 즉

(각 계급의 백분율)=(그 계급의 상대도수)×100(%)

입니다.

04 90점 이상 100점 미만인 계급과 100점 이상 110점 미만인 계급의 상대도수의 합은

$1-(0.1+0.25+0.3)=0.35$

이때 득점이 90점 이상인 경기 수가 21이므로 전체 경기 수는

$\frac{21}{0.35}=60$

90점 이상 100점 미만인 계급의 상대도수는

$0.35-0.15=0.2$

따라서 득점이 90점 이상 100점 미만인 경기 수는

$0.2\times 60=12$ 답 ③

다른풀이 90점 이상 100점 미만인 계급의 상대도수는

$1-(0.1+0.25+0.3+0.15)=0.2$

이때 상대도수는 그 계급의 도수에 정비례하므로 득점이 90점 이상 100점 미만인 경기 수를 x라 하면

$21 : x=0.35 : 0.2$

$21 : x=7 : 4$

$7x=84 \quad \therefore x=12$

따라서 득점이 90점 이상 100점 미만인 경기 수는 12이다.

05 ① 계급의 개수는 7이다.

② 전체 회원 수는

$\frac{5}{0.1}=50$

③ 도수가 7명인 계급의 상대도수는

$\frac{7}{50}=0.14$

따라서 9시간 이상 12시간 미만인 계급의 계급값은

$\frac{9+12}{2}=10.5$ (시간)

④ $0.22\times 50=11$

⑤ $(0.14+0.26)\times 100=40$ (%)

답 ③

06 2.8 m 이상 3.0 m 미만인 계급의 도수는

$0.1\times 200=20$ (명)

2.6 m 이상 2.8 m 미만인 계급의 도수는

$0.3\times 200=60$ (명)

따라서 25번째로 멀리 뛴 학생이 속한 계급은 2.6 m 이상 2.8 m 미만이므로 상대도수는 0.3이다.

2.8 m 이상 뛴 학생은 20명
2.6 m 이상 뛴 학생은 60+20=80(명)

답 0.3

07 점수가 80점 이상인 남학생의 비율은

$\frac{102+46}{400}=\frac{148}{400}=0.37$

여학생의 비율은

$\frac{85+34}{340}=\frac{119}{340}=0.35$

따라서 남학생의 비율이 더 높다. 답 남학생

08 (1) 독서량이 3권 미만인 학생의 비율은

A 반: $\frac{12}{40}=0.3$

B 반: $\frac{14}{50}=0.28$

따라서 B 반의 비율이 더 낮다.

(2) 각 계급의 상대도수를 구하면 다음과 같다.

독서량(권)	상대도수	
	A 반	B 반
1이상 ~ 3미만	0.3	0.28
3 ~ 5	0.25	0.34
5 ~ 7	0.225	0.18
7 ~ 9	0.1	0.1
9 ~ 11	0.075	0.06
11 ~ 13	0.05	0.04
합계	1	1

따라서 A 반과 B 반의 상대도수가 같은 계급은 7권 이상 9권 미만이다.

답 (1) B 반 (2) 7권 이상 9권 미만

발전 유형 Q+Q

121쪽

01 점수가 80점 이상인 학생이 전체의 35 %이므로 80점 이상 90점 미만인 계급의 상대도수는

$0.35-0.1=0.25$

80점 이상 90점 미만인 계급과 90점 이상 100점 미만인 계급의 상대도수의 합

80점 이상 90점 미만인 학생 수가 10이므로 전체 학생 수는

$\frac{10}{0.25}=40$

70점 이상 80점 미만인 계급의 상대도수는

$1-(0.05+0.1+0.2+0.35)=0.3$

이므로 구하는 학생 수는

$0.3\times 40=12$ 답 12

02 15 m 이상 30 m 미만인 세 계급의 상대도수의 합은

$1-(0.06+0.14+0.08+0.06)=0.66$

이므로 전체 학생 수는 $\frac{33}{0.66}=50$

20 m 이상 25 m 미만인 계급의 상대도수는

$0.66-(0.2+0.18)=0.28$

이므로 구하는 도수는

$0.28\times 50=14$ (명) 답 ①

03 도수의 총합을 각각 a, $3a$라 하고, 어떤 계급의 도수를 각각 $5b$, $6b$라 하면 이 계급의 상대도수의 비는

두 자료의 도수의 비가 $m : n$이면 두 자료의 도수를 각각 mk, nk라 한다.

$\frac{5b}{a} : \frac{6b}{3a}=5 : 2$ 답 ④

04 A 학교와 B 학교의 전체 학생 수를 각각 $4a$, a라 하고, 2 kg 이상 3 kg 미만인 계급의 도수를 각각 $3b$명, b명이라 하면 구하는 상대도수의 비는

$\frac{3b}{4a} : \frac{b}{a}=3 : 4$ 답 3 : 4

05 (1) 여학생의 그래프가 남학생의 그래프보다 왼쪽으로 치우쳐 있으므로 여학생이 남학생보다 키가 더 작은 편이다.

(2) 키가 155 cm 이상 160 cm 미만인

남학생 수는 $0.3 \times 150 = 45$

여학생 수는 $0.26 \times 200 = 52$

따라서 여학생이 남학생보다 $52-45=7$(명) 더 많다.

답 (1) 여학생 (2) 여학생, 7명

06 (ㄱ) B 중학교의 그래프가 A 중학교의 그래프보다 오른쪽으로 치우쳐 있으므로 B 중학교 학생들이 A 중학교 학생들보다 수행 평가 점수가 더 높은 편이다.

(ㄴ) 두 중학교의 전체 학생 수를 알 수 없으므로 수행 평가 점수가 80점 이상인 학생 수를 비교할 수 없다.

(ㄷ) 계급의 크기가 같고 상대도수의 총합은 항상 1이므로 각각의 그래프와 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 서로 같다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다. 답 ③

중단원 실전 TEST

123쪽

01 ② 가장 선호하는 색상, 과일 등과 같이 수량으로 나타나지 않는 자료의 대푯값은 최빈값을 이용할 수 있고, 이때 숫자로 나타나지 않는다.

③ 변량의 개수가 짝수이면 중앙값은 주어진 자료의 변량 중에 없는 값일 수도 있다.

④ 최빈값은 자료에 따라 2개 이상일 수도 있다.

답 ①, ⑤

02 (1) $(\text{평균}) = \dfrac{6+4+9+7+36+2+5+6+9+6}{10}$

$= \dfrac{90}{10} = 9$ (개) ··· ❶

주어진 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

2, 4, 5, 6, 6, 6, 7, 9, 9, 36

이므로 중앙값은 $\dfrac{6+6}{2} = 6$ (개) ··· ❷

(2) 자료에 극단적인 값이 있으므로 중앙값이 대푯값으로 더 적절하다. ··· ❸

답 (1) 평균: 9개, 중앙값: 6개 (2) 중앙값

채점 기준	배점
❶ 평균을 구할 수 있다.	2점
❷ 중앙값을 구할 수 있다.	2점
❸ 더 적절한 대푯값을 말할 수 있다.	2점

03 2, 4, x, y, 8의 중앙값이 5이므로 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 3번째에 있는 값이 5이어야 한다.

이때 $x<y$이므로 $x=5$

Q BOX

두 집단의 상대도수의 분포를 나타낸 그래프에서 계급의 크기가 같으면 그래프와 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 항상 같다.

36

85점, 89점, 89점, 90점, 96점의 5명

변량 10, 5, y, 12에서 $y \geq 12$일 때, 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

5, 10, 12, y

이므로 중앙값은

$\dfrac{10+12}{2} = 11$

즉 중앙값이 8이 될 수 없다.

따라서 $5<y<12$이므로 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

5, y, 10, 12 또는 5, 10, y, 12

이때 중앙값은 8이므로

$\dfrac{y+10}{2} = 8$, $\quad y+10=16$

$\therefore y=6$

$\therefore 2x+y = 2\times5+6 = 16$ 답 ②

04 x를 제외한 변량이 모두 다르므로 x는 이 자료의 최빈값이고, 평균과 최빈값이 같으므로

$\dfrac{51+47+53+40+54+37+x}{7} = x$

$282+x=7x$, $\quad 6x=282$

$\therefore x=47$ 답 ③

05 전체 학생 수는 잎의 총개수와 같으므로

$6+7+5+2=20$

논술 점수가 85점 이상인 학생 수는 5이므로

$\dfrac{5}{20} \times 100 = 25$ (%) 답 25 %

06 독서 시간이 15시간 이상 20시간 미만인 학생 수를 x라 하면 20시간 이상 25시간 미만인 학생 수는

$25-(4+6+x+2) = 13-x$

이므로

$4+6+x = (13-x)+2+5$

$2x=10 \quad \therefore x=5$

따라서 독서 시간이 15시간 이상 20시간 미만인 학생 수는 5이다. 답 5

다른 풀이 독서 시간이 20시간 미만인 학생 수를 x라 하면 20시간 이상인 학생 수는 $x-5$이므로

$x+(x-5)=25$, $\quad 2x=30$

$\therefore x=15$

따라서 독서 시간이 15시간 이상 20시간 미만인 학생 수는

$15-(4+6)=5$

07 ① $A = 200-(20+55+40+35+15) = 35$

② 당도가 11.5 Brix 이상 12.5 Brix 미만인 포도는

$55+40=95$ (송이)

③ 도수가 가장 큰 계급은 11.5 Brix 이상 12.0 Brix 미만이므로 계급값은

$\dfrac{11.5+12.0}{2} = 11.75$ (Brix)

④ 당도가 13.2 Brix인 포도가 속한 계급은 13.0 Brix 이상 13.5 Brix 미만이므로 이 계급의 도수는 35송이이다.

⑤ 당도가 13 Brix 이상인 포도는

$35+15=50$ (송이)

이므로

$\frac{50}{200}\times 100=25\,(\%)$

답 ③

08 전체 학생 수를 x라 하면 청취 시간이 3시간 이상인 학생 수가 $7+5+2=14$이므로

$14=x\times\frac{35}{100}$ $\therefore x=40$

따라서 청취 시간이 1시간 이상 2시간 미만인 학생 수는

$40-(5+12+7+5+2)=9$ 답 9

09 계급의 크기는 $60-50=10$ (개)이므로

$a=10$

계급의 개수는 5이므로 $b=5$

도수가 가장 작은 계급은 50개 이상 60개 미만이므로 계급값은

$\frac{50+60}{2}=55$ (개) $\therefore c=55$

$\therefore a+b+c=70$ 답 ①

10 점수가 50점 이상 70점 미만인 학생 수는

$30\times\frac{50}{100}=15$ ··· ❶

따라서 점수가 70점 이상 80점 미만인 학생 수는

$30-(3+15+2+1)=9$ ··· ❷

50점 이상 60점 미만인 계급의 도수와 60점 이상 70점 미만인 계급의 도수의 합

이므로 $\frac{9}{30}\times 100=30\,(\%)$ ··· ❸

답 30 %

채점 기준	배점
❶ 점수가 50점 이상 70점 미만인 학생 수를 구할 수 있다.	2점
❷ 점수가 70점 이상 80점 미만인 학생 수를 구할 수 있다.	2점
❸ 점수가 70점 이상 80점 미만인 학생은 전체의 몇 %인지 구할 수 있다.	2점

11 상위 10 % 이내에 드는 학생 수는

$30\times\frac{10}{100}=3$

이때 3번째로 수학 점수가 높은 학생이 속한 계급은 80점 이상 90점 미만이므로 수학 경시대회에 나가기 위한 최저 점수는 80점이다. 답 80점

수학 점수가 90점 이상인 학생은
1명
수학 점수가 80점 이상인 학생은
$2+1=3$ (명)

12 도수가 6그루인 계급은 42 cm 이상 46 cm 미만이므로 계급값은

$\frac{42+46}{2}=44$ (cm) $\therefore$ (가) 44

키가 38 cm 이상 46 cm 미만 자란 소나무는

$7+6=13$ (그루) $\therefore$ (나) 13

전체 소나무는

$2+3+7+6+2=20$ (그루)

키가 38 cm 미만 자란 소나무는 $2+3=5$ (그루)이므로 $\frac{5}{20}\times 100=25\,(\%)$ $\therefore$ (다) 25

따라서 구하는 합은

$44+13+25=82$ 답 ④

13 ① 남학생 수는

$1+4+6+9+3+2=25$

여학생 수는

$1+2+5+8+6+3=25$

따라서 남학생 수와 여학생 수는 같다.

② 남학생의 그래프가 여학생의 그래프보다 왼쪽으로 치우쳐 있으므로 달리기가 빠른 학생은 남학생이 여학생보다 더 많다.

③ 계급값이 15.5초인 계급에 속한 남학생은 9명, 여학생은 5명이므로 남학생이 여학생보다

15초 이상 16초 미만

$9-5=4$ (명) 더 많다.

④ 기록이 13초 미만인 남학생은

1명

기록이 14초 미만인 남학생은

$1+4=5$ (명)

기록이 15초 미만인 남학생은

$1+4+6=11$ (명)

이므로 남학생 중 6번째로 빠른 학생이 속한 계급은 14초 이상 15초 미만이고, 이 계급의 도수는 6명이다.

⑤ 계급의 크기가 같고, 남학생 수와 여학생 수가 같으므로 각각의 그래프와 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 서로 같다.

답 ③, ⑤

생각

먼저 도수와 상대도수가 모두 주어진 계급을 찾아 도수의 총합을 구한다.

14 도수의 총합은 $\frac{4}{0.1}=40$ (명)

① $A=0.25\times 40=10$

② $B=40-(4+10+12+4+2)=8$

③ $C=\frac{8}{40}=0.2$

④ $D=\frac{2}{40}=0.05$

답 ③

15 도수의 총합은 $\frac{6}{0.15}=40$ ··· ❶

10 이상인 모든 계급의 도수의 합이 전체의 60 %이므로 5 이상 10 미만인 계급의 상대도수는

$1-(0.15+0.6)=0.25$ ··· ❷

따라서 5 이상 10 미만인 계급의 도수는

$0.25\times 40=10$ ··· ❸

답 10

08 도수분포표와 상대도수

채점 기준	배점
❶ 도수의 총합을 구할 수 있다.	2점
❷ 5 이상 10 미만인 계급의 상대도수를 구할 수 있다.	2점
❸ 5 이상 10 미만인 계급의 도수를 구할 수 있다.	2점

16 전체 학생 수는 $\quad \dfrac{16}{0.32}=50$

따라서 구하는 학생 수는

$(0.06+0.16)\times 50=11$ 답 11

17 $(0.16+0.06+0.04)\times 100=26\,(\%)$ 답 ⑤

턱걸이를 한 횟수가 20회 이상인 학생이 속한 세 계급의 상대도수의 합

18 50 kg 이상 55 kg 미만인 계급의 상대도수를 a라 하면 45 kg 이상 50 kg 미만인 계급의 상대도수는 $\dfrac{5}{2}a$이므로

상대도수는 도수에 정비례한다.

$0.08+0.32+\dfrac{5}{2}a+a+0.04=1$

$\dfrac{7}{2}a=0.56 \qquad \therefore a=0.16$

전체 학생 수는 $\quad \dfrac{4}{0.08}=50$

따라서 몸무게가 50 kg 이상인 학생 수는

$(0.16+0.04)\times 50=10$ 답 ③

19 두 동아리 A, B의 전체 학생 수를 각각 $2a$, $3a$라 하고, 인터넷 사용 시간이 2시간 이상 4시간 미만인 학생 수를 각각 $5b$, $4b$라 하면 구하는 상대도수의 비는

$\dfrac{5b}{2a}:\dfrac{4b}{3a}=15:8$ 답 15 : 8

20 하루 평균 운동 시간이 50분 이상인

남학생 수는

$(0.34+0.22)\times 200=112$ ···· ❶

여학생 수는

$(0.2+0.08)\times 150=42$ ···· ❷

이때 전체 학생 수는 $200+150=350$이므로

$\dfrac{112+42}{350}\times 100=44\,(\%)$ ···· ❸

답 44 %

채점 기준	배점
❶ 운동 시간이 50분 이상인 남학생 수를 구할 수 있다.	2점
❷ 운동 시간이 50분 이상인 여학생 수를 구할 수 있다.	2점
❸ 운동 시간이 50분 이상인 학생은 전체의 몇 %인지 구할 수 있다.	2점

21 희민이의 점수를 x점이라 하면 조건 (가), (다), (라), (바)에 의하여 희민이네 모둠 5명의 점수는 x점, 8.3점, 8.8점, 9점, 9점이다.

주어진 자료의 변량이 5개이므로 중앙값은 주어진 자료의 변량에 포함된다.

조건 (나)에 의하여

$\dfrac{x+8.3+8.8+9+9}{5}=8.6$

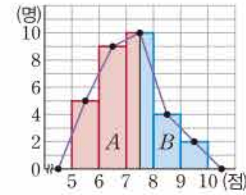
$x+35.1=43 \qquad \therefore x=7.9$

따라서 희민이의 점수는 7.9점이다. 답 7.9점

22 8점 이상 9점 미만인 계급의 도수는

$30-(5+9+10+2)=4\,(명)$

찢어지기 전의 도수분포다각형을 히스토그램으로 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로



$A=1\times 5+1\times 9$

$\quad +\dfrac{1}{2}\times 10$

$\quad =19$

$B=\dfrac{1}{2}\times 10+1\times 4+1\times 2=11$

$\therefore A:B=19:11$ 답 ⑤

최고 수준 도전하기

L 127쪽

01 1st 평균을 x에 대한 식으로 나타낸다.

5개의 변량의 평균은

$\dfrac{6+12+16+18+x}{5}=\dfrac{52+x}{5}$

2nd x의 값의 범위를 나누어 주어진 조건을 만족시키는 x의 값을 구한다.

(i) $x\le 12$일 때,

중앙값은 12이고 평균과 중앙값이 같으므로

$\dfrac{52+x}{5}=12, \qquad 52+x=60$

$\therefore x=8$

(ii) $12<x<16$일 때,

중앙값은 x이고 평균과 중앙값이 같으므로

$\dfrac{52+x}{5}=x, \qquad 52+x=5x$

$4x=52 \qquad \therefore x=13$

(iii) $x\ge 16$일 때,

중앙값은 16이고 평균과 중앙값이 같으므로

$\dfrac{52+x}{5}=16, \qquad 52+x=80$

$\therefore x=28$

3rd 모든 자연수 x의 값의 합을 구한다.

이상에서 모든 자연수 x의 값의 합은

$8+13+28=49$ 답 49

02 1st 조건 (가), (나), (다)를 이용하여 식을 세운다.

회원 수가 가장 적은 동아리를 제외한 나머지 6개의 동아리의 회원 수를 각각 a명, b명, c명, d명, e명, f명 $(x\le a\le b\le c\le d\le e\le f)$이라 하자.

조건 (가)에서 $\quad f=26$

조건 (다)에서 $\quad c=15$

조건 (나)에서

$\dfrac{x+a+b+15+d+e+26}{7}=17$

$\therefore x+a+b+d+e=78$ ······ ㉠

2nd 조건 (라)를 이용하여 식을 세운다.
조건 (라)에서 최빈값이 12명뿐이므로 x, a, b 중 적어도 2개는 12이어야 한다.
$x<12$라 하면 $a=b=12$
㉠에서

$x+12+12+d+e=78$

$\therefore x=54-(d+e)$ …… ㉡

x의 값 중 가장 작은 값을 구해야 한다.

3rd 가장 작은 x의 값을 구한다.
이때

$15<d<e<26$

최빈값이 12명뿐이므로 네 수 15, d, e, 26이 모두 달라야 한다.

이고, x의 값이 가장 작으려면 $d+e$의 값이 가장 커야 하므로 $d=24$, $e=25$일 때 x의 값이 가장 작다.
따라서 가장 작은 x의 값은 ㉡에서

$x=54-(24+25)=5$ 답 5

03 1st 통학 시간이 45분 이상 55분 미만인 학생 수를 구한다.
통학 시간이 25분 미만인 학생 수는

$40\times\frac{30}{100}=12$

이므로 통학 시간이 45분 이상 55분 미만인 학생 수는

$40-(12+12+10+1)=5$

2nd $a+b$의 값을 구한다.
45분 이상 55분 미만인 계급에 속한 학생 5명의 통학 시간이
모두 50분 이상이면 $a=5+1=6$
모두 50분 미만이면 $b=0+1=1$

$\therefore a+b=7$ 답 7

04 1st 도수가 보이지 않는 세 계급의 도수의 비를 구한다.
관람 횟수가 15회 이상 20회 미만인 학생 수와 20회 이상 25회 미만인 학생 수의 비는 $4:3$이고, 20회 이상 25회 미만인 학생 수와 25회 이상 30회 미만인 학생 수의 비는 $2:3$이므로 15회 이상 20회 미만, 20회 이상 25회 미만, 25회 이상 30회 미만인 학생 수의 비는

$8:6:9$

2nd 관람 횟수가 15회 이상 25회 미만인 학생은 전체의 몇 %인지 구한다.
세 계급의 도수를 각각 $8k$명, $6k$명, $9k$명이라 하면

$3+5+8k+6k+9k+4=35$

$23k=23$

$\therefore k=1$

따라서 관람 횟수가 15회 이상 20회 미만인 학생 수는

$8k=8\times1=8$

20회 이상 25회 미만인 학생 수는

$6k=6\times1=6$

이므로

$\frac{8+6}{35}\times100=40(\%)$ 답 40 %

Q쌤 보충학습

$X:Y=a:b$, $Y:Z=c:d$이면
$X:Y:Z=ac:bc:bd$

05 1st 모눈 한 칸의 세로의 길이를 구한다.
모눈 한 칸의 세로의 길이를 a라 하면

$a+5a+6a+9a+8a+3a=128$

$32a=128$ $\therefore a=4$

2nd 기록이 25초 이상인 학생 수를 구한다.
따라서 기록이 25초 이상인 학생 수는

$8a+3a=11a$

$=11\times4=44$ 답 44

06 1st 1반에서 상위 30 % 이내에 드는 학생의 점수가 몇 점 이상인지 구한다.
1반 학생 수는

$3+7+10+15+12+3=50$

1반에서 상위 30 % 이내에 드는 학생 수는

$50\times\frac{30}{100}=15$

이때 역사 점수가 15번째로 높은 학생이 속한 계급은 80점 이상 90점 미만이므로 상위 30 % 이내에 드는 학생의 점수는 80점 이상이다.

1반에서 역사 점수가 90점 이상인 학생은 3명
역사 점수가 80점 이상인 학생은 $12+3=15$(명)

2nd 2반에서 적어도 상위 몇 % 이내에 드는지 구한다.
2반 학생 수는

$2+4+8+12+10+4=40$

2반에서 성적이 80점 이상인 학생 수는

$10+4=14$

이므로 $\frac{14}{40}\times100=35(\%)$

따라서 2반에서 적어도 상위 35 % 이내에 든다.
답 35 %

07 1st 전체 학생 수를 구한다.
전체 학생 수는

$\frac{4}{0.02+0.06}=50$

30점 이상 40점 미만인 계급과 40점 이상 50점 미만인 계급의 상대도수의 합

2nd 보이지 않는 두 계급의 상대도수를 각각 구한다.
70점 미만인 네 계급의 상대도수의 합은

$\frac{20}{50}=0.4$

이므로 60점 이상 70점 미만인 계급의 상대도수는

$0.4-(0.02+0.06+0.12)=0.2$

70점 이상 80점 미만인 계급의 상대도수는

$1-(0.4+0.26+0.06)=0.28$

3rd 도수가 가장 큰 계급의 도수를 구한다.
따라서 도수가 가장 큰 계급은 70점 이상 80점 미만이므로 구하는 도수는

상대도수가 가장 큰 계급

$0.28\times50=14$(명) 답 14명

WORK BOOK

01 기본 도형

Lecture 01 점, 선, 면

W 2쪽

01 (ㄱ) 점이 연속적으로 움직이면 선이 되고, 그 선은 직선 또는 곡선이다.
(ㄷ) 선과 선 또는 선과 면이 만나면 교점이 생긴다.
(ㄹ) 면과 면이 만나면 교선이 생긴다.
이상에서 옳은 것은 (ㄴ)뿐이다. 답 (ㄴ)

02 P의 교점의 개수는 5, 교선의 개수는 8이므로
$a=5$, $b=8$
Q의 교점의 개수는 0, 교선의 개수는 2이므로
$c=0$, $d=2$
$\therefore a+b-c-d=11$ 답 ④

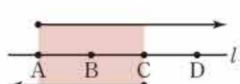
평면으로만 둘러싸인 입체도형에서
① (교점의 개수) =(꼭짓점의 개수)
② (교선의 개수) =(모서리의 개수)

Q쌤 한마디

원기둥에서 선과 선 또는 선과 면이 만나서 생기는 점은 없으므로 원기둥의 교점의 개수는 0입니다.

03 ② $\overrightarrow{AB}$와 $\overrightarrow{BA}$는 시작점과 방향이 모두 다르므로 서로 다른 반직선이다.
③ $\overrightarrow{AC}$와 $\overrightarrow{BC}$는 시작점이 다르므로 서로 다른 반직선이다.
답 ②, ③

04 오른쪽 그림에서 $\overrightarrow{AD}$와 $\overrightarrow{CB}$의 공통인 부분은 $\overline{AC}$이다.



답 $\overline{AC}$

05 ① 한 점을 지나는 직선은 무수히 많다.
② 서로 다른 두 점을 지나는 직선은 1개이다.
④ 두 반직선이 같으려면 시작점과 방향이 모두 같아야 한다.
⑤ 반직선과 직선은 길이를 생각할 수 없다.
답 ③

반직선은 한쪽 방향으로 뻗어 나가는 모양이고, 직선은 양쪽 방향으로 뻗어 나가는 모양으로 둘 다 길이를 생각할 수 없다.

06 $\overline{AB}=2\overline{AM}=2\times2\overline{NM}=4\overline{NM}$이므로
$a=4$
$\overline{NB}=\overline{NM}+\overline{MB}=\frac{1}{2}\overline{AM}+\overline{AM}=\frac{3}{2}\overline{AM}$이므로
$b=\frac{3}{2}$
$\therefore ab=6$ 답 6

07 (ㄱ) $\overline{AB}=2\overline{MB}=2\overline{BC}$
(ㄴ) $\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{MB}=\overline{BC}$이므로
$\overline{AM}=\overline{MB}=\overline{BC}$
$\therefore \overline{AM}=\frac{1}{3}\overline{AC}$
(ㄷ) $\overline{MB}=\overline{BC}=2\overline{BN}$
(ㄹ) $\overline{MC}=2\overline{BC}=2\times2\overline{NC}=4\overline{NC}$
(ㅁ) $\overline{AN}=\overline{AB}+\overline{BN}$
$=2\overline{BC}+\overline{BN}$
$=2\times2\overline{BN}+\overline{BN}$
$=5\overline{BN}$
(ㅂ) $\overline{MN}=\overline{MB}+\overline{BN}$
$=\overline{MB}+\frac{1}{2}\overline{BC}$
$=\overline{MB}+\frac{1}{2}\overline{MB}=\frac{3}{2}\overline{MB}$
$=\frac{3}{2}\times\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{3}{4}\overline{AB}$
이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄹ), (ㅁ)이다. 답 (ㄱ), (ㄹ), (ㅁ)

08 ① $\overline{AN}=\boxed{\frac{2}{3}}\overline{AP}$
② $\overline{PQ}=\boxed{\frac{1}{3}}\overline{AB}$
③ $\overline{MP}=\frac{2}{3}\overline{AP}=\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\overline{AB}=\boxed{\frac{2}{9}}\overline{AB}$
④ $\overline{NQ}=\overline{NP}+\overline{PQ}=\frac{1}{3}\overline{PQ}+\overline{PQ}$
$=\frac{4}{3}\overline{PQ}=\frac{4}{3}\times\frac{1}{2}\overline{AQ}=\boxed{\frac{2}{3}}\overline{AQ}$

$\overline{NP}=\frac{1}{3}\overline{AP}=\frac{1}{3}\overline{PQ}$

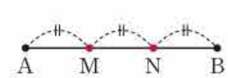
⑤ $\overline{MQ}=\overline{MP}+\overline{PQ}=\frac{2}{3}\overline{QB}+\overline{QB}=\frac{5}{3}\overline{QB}$

$\overline{MP}=\frac{2}{3}\overline{AP}=\frac{2}{3}\overline{QB}$

$\therefore \overline{QB}=\boxed{\frac{3}{5}}\overline{MQ}$
따라서 $\frac{2}{9}<\frac{1}{3}<\frac{3}{5}<\frac{2}{3}$이므로 가장 작은 것은 ③이다. 답 ③

Q쌤 보충학습

선분 AB의 삼등분점
오른쪽 그림과 같이 선분 AB를 삼등분하는 두 점을 M, N이라 하면



$\overline{AM}=\overline{MN}=\overline{NB}=\frac{1}{3}\overline{AB}$
$\overline{AN}=\overline{MB}=\frac{2}{3}\overline{AB}$

09 $\overline{NB}=\overline{NM}+\overline{MB}=\frac{1}{2}\overline{AM}+\overline{AM}=\frac{3}{2}\overline{AM}$
$\therefore \overline{AM}=\frac{2}{3}\overline{NB}$
$=\frac{2}{3}\times24=16\,(\text{cm})$ 답 16 cm

10 $\overline{MN}=\overline{MC}-\overline{NC}=19-4=15\,(cm)$이므로

$\overline{AC}=\overline{AB}+\overline{BC}=2\overline{MB}+2\overline{BN}$

$=2(\overline{MB}+\overline{BN})=2\overline{MN}$

$=2\times15=30\,(cm)$ 답 ②

다른풀이 $\overline{BC}=2\overline{NC}=2\times4=8\,(cm)$이므로

$\overline{MB}=\overline{MC}-\overline{BC}=19-8=11\,(cm)$

$\therefore \overline{AC}=\overline{AB}+\overline{BC}=2\overline{MB}+\overline{BC}$

$=2\times11+8=30\,(cm)$

11 (1) $\overline{MN}=\overline{MP}+\overline{PQ}+\overline{QN}$

$\overline{MP}=\frac{1}{2}\overline{AP}=\frac{1}{2}\overline{PQ}$

$\overline{QN}=\frac{1}{2}\overline{QB}=\frac{1}{2}\overline{PQ}$

$=\frac{1}{2}\overline{PQ}+\overline{PQ}+\frac{1}{2}\overline{PQ}$

$=2\overline{PQ}=2\times\frac{1}{3}\overline{AB}$

$=\frac{2}{3}\overline{AB}$

$\therefore \overline{AB}=\frac{3}{2}\overline{MN}$

$=\frac{3}{2}\times12=18\,(cm)$

(2) $\overline{MQ}=\overline{MP}+\overline{PQ}=\frac{1}{2}\overline{PQ}+\overline{PQ}$

$=\frac{3}{2}\overline{PQ}=\frac{3}{2}\times\frac{1}{3}\overline{AB}$

$=\frac{1}{2}\overline{AB}$

$=\frac{1}{2}\times18=9\,(cm)$

답 (1) 18 cm (2) 9 cm

12 $\overline{AB}=5\overline{AP}$에서

$\overline{AP}=\frac{1}{5}\overline{AB}=\frac{1}{5}\times35=7\,(cm)$

이므로

$\overline{PB}=\overline{AB}-\overline{AP}=35-7=28\,(cm)$

$\therefore \overline{PM}=\frac{1}{2}\overline{PB}=\frac{1}{2}\times28=14\,(cm)$

$\therefore \overline{AM}=\overline{AP}+\overline{PM}$

$=7+14=21\,(cm)$ 답 21 cm

13 $\overline{BC}=x$ cm라 하면

$\overline{AB}=10-x\,(cm)$, $\overline{BD}=3\overline{BC}=3x\,(cm)$

$\overline{AD}=3\overline{AB}$이므로

$\overline{AD}=\overline{AB}+\overline{BD}$

$(10-x)+3x=3(10-x)$

$10+2x=30-3x$

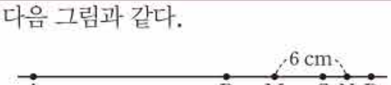
$5x=20$ $\therefore x=4$

따라서 $\overline{BC}$의 길이는 4 cm이다. 답 4 cm

14 6개의 점 A, B, M, C, N, D를 한 직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.

생각

6개의 점을 한 직선 위에 나타내어 본다.



$\overline{AB}:\overline{BC}:\overline{CD}=4:2:1$이므로

$\overline{AB}=4x$ cm, $\overline{BC}=2x$ cm, $\overline{CD}=x$ cm

라 하면

$\overline{MN}=\overline{MC}+\overline{CN}=\frac{1}{2}\overline{BC}+\frac{1}{2}\overline{CD}$

$=\frac{1}{2}\times2x+\frac{1}{2}\times x$

$=\frac{3}{2}x\,(cm)$

따라서 $\frac{3}{2}x=6$이므로 $x=4$

$\therefore \overline{AD}=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}$

$=4x+2x+x=7x$

$=7\times4$

$=28\,(cm)$ 답 ①

15 주어진 입체도형의 교점의 개수는 12, 교선의 개수는 20이므로

$a=12$, $b=20$

$\therefore a+b=32$ 답 ⑤

16 주어진 입체도형의 교점의 개수는 10, 교선의 개수는 15, 면의 개수는 7이므로

$a=10$, $b=15$, $c=7$

$\therefore a+b-c=18$ 답 18

17 서로 다른 선분은

$\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BC}$, $\overline{BD}$, $\overline{CD}$

의 6개이다. 답 6

18 서로 다른 직선은

$\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{AE}$, $\overleftrightarrow{AF}$, $\overleftrightarrow{AG}$, $\overleftrightarrow{BE}$, $\overleftrightarrow{BF}$, $\overleftrightarrow{BG}$, $\overleftrightarrow{CE}$,

$\overleftrightarrow{CF}$, $\overleftrightarrow{CG}$, $\overleftrightarrow{DE}$, $\overleftrightarrow{DF}$, $\overleftrightarrow{DG}$, $\overleftrightarrow{EF}$, $\overleftrightarrow{EG}$, $\overleftrightarrow{FG}$

네 점 A, B, C, D가 한 직선 위에 있으므로 $\overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{AD}$, $\overleftrightarrow{BC}$, $\overleftrightarrow{BD}$, $\overleftrightarrow{CD}$는 $\overleftrightarrow{AB}$와 같은 직선이다.

의 16개이다. 답 ②

19 서로 다른 직선은

$\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{AD}$, $\overleftrightarrow{AE}$, $\overleftrightarrow{BD}$, $\overleftrightarrow{BE}$, $\overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{CE}$, $\overleftrightarrow{DE}$

의 8개이므로 $a=8$

서로 다른 반직선은

$\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BD}$,

$\overrightarrow{BE}$, $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{CE}$, $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{DB}$,

$\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{DE}$, $\overrightarrow{EA}$, $\overrightarrow{EB}$, $\overrightarrow{EC}$, $\overrightarrow{ED}$

의 18개이므로 $b=18$

서로 다른 선분은

$\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{AE}$, $\overline{BC}$,

$\overline{BD}$, $\overline{BE}$, $\overline{CD}$, $\overline{CE}$, $\overline{DE}$

의 10개이므로 $c=10$

$\therefore a+b-c=16$ 답 16

Lecture 02 각

W 5쪽

01 $(2x-10)+(4x+10)+(x+5)=180$이므로

$7x=175 \qquad \therefore x=25$

$\therefore \angle AOC=2x°-10°$

$=2\times25°-10°$

$=40°$ 답 ④

평각의 크기 ➡ 180°

02 $(x+3y)+(y-x)=180$이므로

$4y=180 \qquad \therefore y=45$

$(x+3y)+40=180$이므로

$x+3\times45+40=180$

$\therefore x=5$

$\therefore 2x+y=2\times5+45=55$ 답 ③

03 $\angle AOB+\angle BOC=\angle BOC+\angle COD$이므로

$\angle AOB=\angle COD$

이때 $\angle AOB+\angle COD=50°$이므로

$\angle AOB=\frac{1}{2}\times50°=25°$

$\therefore \angle BOC=\angle AOC-\angle AOB$

$=90°-25°=65°$ 답 65°

$\angle AOB+\angle BOC$
$=\angle AOC=90°$
$\angle BOC+\angle COD$
$=\angle BOD=90°$

Q쌤 한마디

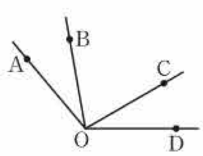
오른쪽 그림에서

$\angle AOC=\angle BOD$이면

$\angle AOB+\angle BOC$

$=\angle BOC+\angle COD$

이므로 $\angle AOB=\angle COD$임을 알 수 있습니다.



04 $\angle AOB+\angle BOC=90°$이므로

$\angle BOC=90°\times\frac{3}{2+3}=54°$ 답 54°

05 $\angle x+\angle y+\angle z=180°-100°=80°$이므로

$\angle x=80°\times\frac{1}{1+2+5}=10°$

$\angle z=80°\times\frac{5}{1+2+5}=50°$

$\therefore \angle z-\angle x=40°$ 답 ⑤

06 $\angle DEC=\angle DEC'$ (접은 각)이므로

$\angle BEC' : \angle DEC' : \angle DEC=2 : 5 : 5$

$\angle BEC'+\angle DEC'+\angle DEC=180°$이므로

$\angle BEC'=180°\times\frac{2}{2+5+5}$

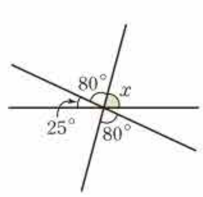
$=30°$ 답 ②

07 오른쪽 그림에서

$25°+80°+\angle x=180°$

$\therefore \angle x=75°$

답 ④



맞꼭지각의 크기는 서로 같다.

08 $4x-10=x+35$이므로

$3x=45 \qquad \therefore x=15$

$(4x-10)+(6x+y)=180$이므로

$10x+y=190$

$10\times15+y=190$

$\therefore y=40$

$\therefore y-x=25$ 답 ③

맞꼭지각의 크기는 서로 같으므로 $y=3x+5$

09 $(2x-15)+(3x+5)+(3x-10)=180$이므로

$8x=200 \qquad \therefore x=25$

$\therefore y=3x+5$

$=3\times25+5=80$ 답 80

10 $3x+10=90+70$이므로

$3x=150 \qquad \therefore x=50$ 답 ④

11 $65+(y+38)+(2y-49)=180$이므로

$3y=126 \qquad \therefore y=42$

$\therefore x=65+(y+38)$

$=65+(42+38)=145$

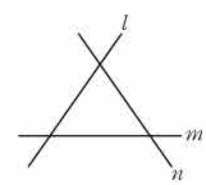
$\therefore x+y=187$ 답 187

12 오른쪽 그림과 같이 주어진 세 직선을 l, m, n이라 하면

l과 m, l과 n, m과 n

이 한 점에서 만날 때 각각 2쌍의 맞꼭지각이 생기므로

$2\times3=6$(쌍) 답 6쌍



13 오른쪽 그림과 같이 6개의 직선을 l, m, n, p, q, r라 하면

l과 m, l과 n, l과 p,

l과 q, l과 r, m과 n,

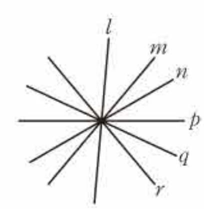
m과 p, m과 q, m과 r,

n과 p, n과 q, n과 r,

p와 q, p와 r, q와 r

가 한 점에서 만날 때 각각 2쌍의 맞꼭지각이 생기므로

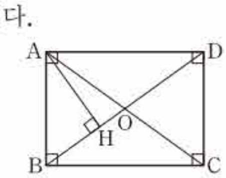
$2\times15=30$(쌍) 답 ③



14 ② $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$는 수직이 아니다.

④ 오른쪽 그림에서 점 A에서 $\overleftrightarrow{BD}$에 내린 수선의 발은 점 H이다.

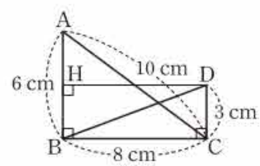
답 ②, ④



15 (ㄴ) 점 B와 직선 m 사이의 거리는 $\overline{DB}$의 길이와 같으므로 4 cm이다.

(ㄷ) 점 A와 직선 l 사이의 거리는 $\overline{AC}$의 길이와 같다.
이때
$$\overline{CD}=\overline{CB}-\overline{DB}=9-4=5\,(\text{cm})$$
이므로
$$\overline{AC}=\overline{AD}-\overline{CD}=10-5=5\,(\text{cm})$$
따라서 점 A와 직선 l 사이의 거리는 5 cm이다.
(ㄹ) $\overline{AC}=\overline{CD}=5\,(\text{cm})$이므로 점 C는 $\overline{AD}$의 중점이다.
이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄹ)이다. 답 (ㄱ), (ㄹ)

16 점 A와 직선 BC 사이의 거리는 $\overline{AB}$의 길이와 같으므로 6 cm이다.
$\therefore x=6$
오른쪽 그림과 같이 점 D에서 직선 AB에 내린 수선의 발을 H라 하면 점 D와 직선 AB 사이의 거리는 $\overline{DH}$의 길이와 같으므로 8 cm이다.



사각형 HBCD는 직사각형이므로
$\overline{DH}=\overline{BC}=8\,(\text{cm})$

$\therefore y=8$
$\therefore x+y=14$ 답 14

17 $\angle AHC=\angle AHD-\angle CHD$
$=6\angle CHD-\angle CHD$
$=5\angle CHD$
따라서 $5\angle CHD=90°$이므로
$\angle CHD=18°$
$\angle CHB=90°$이므로
$\angle CHD+\angle DHE+\angle EHB=90°$
$18°+\angle DHE+2\angle DHE=90°$
$3\angle DHE=72°$ $\therefore \angle DHE=24°$
$\therefore \angle CHE=\angle CHD+\angle DHE$
$=18°+24°=42°$ 답 42°

18 $\angle COD=\frac{1}{3}\angle AOD$이므로
$\angle AOD=3\angle COD$
$\therefore \angle AOC=\angle AOD-\angle COD$
$=3\angle COD-\angle COD=2\angle COD$
$\angle DOE=\frac{2}{3}\angle DOB$이므로
$3\angle DOE=2\angle DOB$
$=2(\angle DOE+\angle EOB)$
$\therefore \angle DOE=2\angle EOB$
$\angle COD=\angle a$, $\angle EOB=\angle b$라 하면
$\angle AOC=2\angle a$, $\angle DOE=2\angle b$
이므로
$\angle AOC+\angle COD+\angle DOE+\angle EOB=180°$
$2\angle a+\angle a+2\angle b+\angle b=180°$
$3\angle a+3\angle b=180°$
$\therefore \angle a+\angle b=60°$
이때 $\angle COE=100°$이므로
$\angle COD+\angle DOE=100°$
$\angle a+2\angle b=100°$
$(\angle a+\angle b)+\angle b=100°$
$60°+\angle b=100°$ $\therefore \angle b=40°$
$\therefore \angle EOB=40°$ 답 40°

생각 톡
시침은 60분 동안 30°만큼, 즉 1분 동안 0.5°만큼 움직이고, 분침은 60분 동안 360°만큼, 즉 1분 동안 6°만큼 움직인다.

19 시침이 12를 가리킬 때부터 9시간 25분 동안 움직인 각도는
$30°\times 9+0.5°\times 25=282.5°$
분침이 12를 가리킬 때부터 25분 동안 움직인 각도는
$6°\times 25=150°$
따라서 구하는 각의 크기는
$282.5°-150°=132.5°$ 답 ①

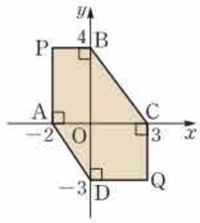
20 시침이 12를 가리킬 때부터 2시간 50분 동안 움직인 각도는
$30°\times 2+0.5°\times 50=85°$
분침이 12를 가리킬 때부터 50분 동안 움직인 각도는
$6°\times 50=300°$
따라서 오른쪽 그림에서 구하는 각의 크기는

$360°-(300°-85°)$
$=145°$ 답 145°

21 5시 x분에 시침과 분침이 일치한다고 하자.
시침이 12를 가리킬 때부터 5시간 x분 동안 움직인 각도는
$30°\times 5+0.5°\times x$
분침이 12를 가리킬 때부터 x분 동안 움직인 각도는
$6°\times x$
시침과 분침이 일치하므로
$30°\times 5+0.5°\times x=6°\times x$
$5.5x=150$ $\therefore x=\frac{300}{11}$
따라서 구하는 시각은 5시 $\frac{300}{11}$분이다.
답 5시 $\frac{300}{11}$분

22 두 삼각형 ABC, ECD의 넓이의 합이 76 cm^2이므로
$\overline{AC}=\overline{AE}+\overline{EC}$
$\overline{CD}=\overline{BC}$
$\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times(5+7)+\frac{1}{2}\times\overline{CD}\times 7=76$
$6\overline{BC}+\frac{7}{2}\overline{BC}=76$, $\frac{19}{2}\overline{BC}=76$
$\therefore \overline{BC}=8\,(\text{cm})$
점 B와 직선 AC 사이의 거리는 $\overline{BC}$의 길이와 같으므로 구하는 거리는 8 cm이다. 답 ①

23 두 점 P, Q와 네 점 A, B, C, D를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



육각형 ADQCBP의 넓이는 두 사각형 PAOB, CODQ의 넓이와 두 삼각형 ADO, BOC의 넓이의 합과 같으므로 구하는 넓이는

$2\times4+3\times3+\frac{1}{2}\times2\times3+\frac{1}{2}\times3\times4$

$=8+9+3+6$

$=26$ 답 ⑤

고난도 Training

W 9쪽

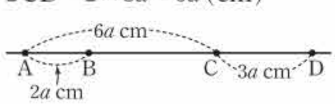
01 조건 (가)에서 $\overline{AB}=\frac{2}{3}\overline{CD}$이므로

$3\overline{AB}=2\overline{CD}$

$\therefore \overline{AB}:\overline{CD}=2:3$

다음 그림과 같이 $\overline{AB}=2a$ cm, $\overline{CD}=3a$ cm라 하면 조건 (나)에 의하여

$\overline{AC}=2\overline{CD}=2\times3a=6a$ (cm)



$\overline{AD}=\overline{AC}+\overline{CD}$

$=6a+3a=9a$ (cm)

이므로 조건 (다)에 의하여

$9a=27$ $\quad\therefore a=3$

$\therefore \overline{BC}=\overline{AC}-\overline{AB}$

$=6a-2a=4a$

$=4\times3=12$ (cm) 답 ②

02 $\angle BFE=\angle B'FE$ (접은 각),

$\angle CFD=\angle C'FD$ (접은 각)이므로

$2\angle BFE+2\angle CFD+40^\circ=180^\circ$

$\therefore \angle BFE+\angle CFD=70^\circ$

두 삼각형 BFE, CDF에서

$\angle x=180^\circ-(90^\circ+\angle BFE)$

$=90^\circ-\angle BFE$,

$\angle y=180^\circ-(90^\circ+\angle CFD)$

$=90^\circ-\angle CFD$

이므로

$\angle x+\angle y=180^\circ-(\angle BFE+\angle CFD)$

$=180^\circ-70^\circ$

$=110^\circ$ 답 ⑤

BOX

03 $\angle COE+100^\circ+\angle DOB=180^\circ$이므로

$\angle COE=80^\circ-\angle DOB$

$\angle COE=80^\circ-\angle DOB$에서 $\angle DOB$의 크기가 가장 작을 때 $\angle COE$의 크기가 가장 크고, $\angle DOB$의 크기가 가장 클 때 $\angle COE$의 크기가 가장 작다.

$20^\circ\le\angle DOB\le50^\circ$이므로

(ⅰ) $\angle DOB=20^\circ$일 때,

$\angle COE=60^\circ$

(ⅱ) $\angle DOB=50^\circ$일 때,

$\angle COE=30^\circ$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $\quad 30^\circ\le\angle COE\le60^\circ$

따라서 $\angle COE$의 크기가 가장 클 때와 가장 작을 때의 각의 크기는 각각 60°, 30°이므로 구하는 합은

$60^\circ+30^\circ=90^\circ$ 답 90°

04 8시 x분에 시침과 분침이 평각을 이룬다고 하자.

시침이 12를 가리킬 때부터 8시간 x분 동안 움직인 각도는

$30^\circ\times8+0.5^\circ\times x$

분침이 12를 가리킬 때부터 x분 동안 움직인 각도는

$6^\circ\times x$

8시와 9시 사이에서 시침과 분침이 서로 반대 방향을 가리키며 이루는 각의 크기가 180°이므로

$(30^\circ\times8+0.5^\circ\times x)-6^\circ\times x=180^\circ$

$5.5x=60$

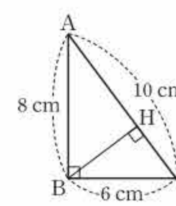
$\therefore x=\frac{120}{11}=10\frac{10}{11}$

따라서 구하는 시각은 8시 10분 $\frac{600}{11}$초이다.

1분은 60초이므로 $\frac{10}{11}$분은 $\frac{600}{11}$초이다.

답 ③

05 오른쪽 그림과 같이 점 B에서 직선 AC에 내린 수선의 발을 H라 하면 점 B와 직선 AC 사이의 거리는 $\overline{BH}$의 길이와 같다.



삼각형 ABC의 넓이는

$\frac{1}{2}\times10\times\overline{BH}=\frac{1}{2}\times6\times8$

$\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BH}=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AB}$

$5\overline{BH}=24$

$\therefore \overline{BH}=\frac{24}{5}$ (cm)

따라서 구하는 거리는 $\frac{24}{5}$ cm이다. 답 $\frac{24}{5}$ cm

02 위치 관계

Lecture 03 위치 관계

W 10쪽

01 두 점 B, E를 모두 포함하는 면은
면 ABED, 면 BEFC
의 2개이므로 $a=2$
면 ADFC 위에 있는 꼭짓점은
점 A, 점 C, 점 D, 점 F
의 4개이므로 $b=4$
$\therefore a+b=6$ 답 6

Q쌤 보충학습

(1) 점과 직선의 위치 관계
① 점이 직선 위에 있다. → 직선이 점을 지난다.
② 점이 직선 위에 있지 않다.
→ 직선이 점을 지나지 않는다.
(2) 점과 평면의 위치 관계
① 점이 평면 위에 있다. → 평면이 점을 포함한다.
② 점이 평면 위에 있지 않다.
→ 평면이 점을 포함하지 않는다.

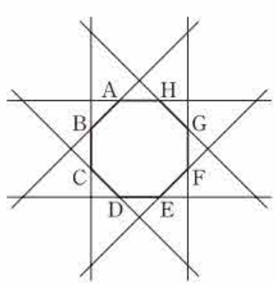
02 ④ 점 C는 직선 l 위에 있지 않다. 답 ④

03 (ㄱ) 평면 P 위에 있지 않은 점은 점 B, 점 D의 2개이다.
(ㄴ) 직선 l 위에 있는 점은 점 A, 점 C의 2개이다.
(ㄷ) 평면 P 위에 있지만 직선 l 위에 있지 않은 점은 점 E의 1개이다.
이상에서 옳은 것은 (ㄴ)뿐이다. 답 ②

04 ② $\overleftrightarrow{AB}$와 $\overleftrightarrow{CD}$는 평행하므로 만나지 않는다.
③ $\overleftrightarrow{AD}$와 $\overleftrightarrow{BD}$는 점 D에서 만난다.
④ $\overleftrightarrow{AB}$와 $\overleftrightarrow{BC}$는 점 B에서 만난다. 답 ③

평행사변형
➡ 두 쌍의 마주 보는 변이 서로 평행한 사각형

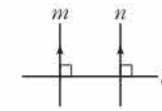
05 오른쪽 그림과 같이 직선 EF와 한 점에서 만나는 직선은
$\overleftrightarrow{AH}$, $\overleftrightarrow{BC}$, $\overleftrightarrow{CD}$,
$\overleftrightarrow{DE}$, $\overleftrightarrow{FG}$, $\overleftrightarrow{GH}$
의 6개이므로 $a=6$
직선 EF와 평행한 직선은 $\overleftrightarrow{AB}$의 1개이므로 $b=1$
$\therefore a-b=5$ 답 5



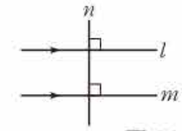
Q쌤 한마디

주어진 정팔각형의 각 변을 연장한 직선 중 $\overleftrightarrow{EF}$와 평행한 직선인 $\overleftrightarrow{AB}$, 일치하는 직선인 $\overleftrightarrow{EF}$를 제외한 나머지 직선은 $\overleftrightarrow{EF}$와 한 점에서 만납니다.

06 (ㄱ) 오른쪽 그림과 같이 $l\perp m$, $l\perp n$이면 $m /\!/ n$



(ㄴ) 오른쪽 그림과 같이 $l /\!/ m$, $l\perp n$이면 $m\perp n$



이상에서 옳은 것은 (ㄷ)뿐이다. 답 (ㄷ)

07 ①, ③, ⑤ 한 점에서 만난다. 답 ②, ④

참고 삼각뿔에서 서로 평행한 모서리는 없다.

08 ④ 모서리 AF와 모서리 DI는 평행하다. 답 ④

09 $\overline{DF}$와 꼬인 위치에 있는 모서리는
$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{AE}$, $\overline{CG}$, $\overline{EH}$, $\overline{GH}$
이 중 모서리 CD와 평행한 모서리는
$\overline{AB}$, $\overline{GH}$ 답 $\overline{AB}$, $\overline{GH}$

다른풀이 모서리 CD와 평행한 모서리는
$\overline{AB}$, $\overline{EF}$, $\overline{GH}$
이 중 $\overline{DF}$와 꼬인 위치에 있는 모서리는
$\overline{AB}$, $\overline{GH}$

$\overline{EF}$는 $\overline{DF}$와 한 점에서 만난다.

10 모서리 AD와 꼬인 위치에 있는 모서리는
$\overline{OB}$, $\overline{OC}$, $\overline{BF}$, $\overline{CG}$, $\overline{EF}$, $\overline{GH}$
의 6개이다. 답 6

11 모서리 AD와 평행한 면은
면 BFGC, 면 EFGH
의 2개이므로 $a=2$
모서리 BF와 꼬인 위치에 있는 모서리는
$\overline{AD}$, $\overline{CD}$, $\overline{EH}$, $\overline{GH}$
의 4개이므로 $b=4$
$\therefore ab=8$ 답 8

12 ① 모서리 AB와 수직인 면은
면 AEHD, 면 BFGC
의 2개이다.
② 면 ABFE와 수직인 모서리는
$\overline{AD}$, $\overline{BC}$, $\overline{EH}$, $\overline{FG}$
의 4개이다.
③ $\overline{AC}$와 평행한 면은 면 EFGH의 1개이다.
④ $\overline{AC}$와 한 점에서 만나는 면은
면 ABFE, 면 AEHD,
면 BFGC, 면 CGHD
의 4개이다.

⑤ 모서리 BF가 포함되는 면은
면 ABFE, 면 BFGC
의 2개이다.

답 ⑤

13 점 A와 면 BEFC 사이의 거리는 $\overline{AB}$의 길이와 같으므로 6 cm이다.

점과 평면 사이의 거리
➡ 점에서 평면에 내린 수선의 발까지의 거리

$\therefore x=6$

점 B와 면 DEF 사이의 거리는 $\overline{BE}$의 길이와 같으므로 9 cm이다.

$\overline{BE}=\overline{CF}=9\,(cm)$

$\therefore y=9$

$\therefore y-x=3$

답 3

14 (ㄱ) 평면 AEGC와 평행한 모서리는
$\overline{BF}$, $\overline{DH}$
의 2개이다.
(ㄴ) 평면 AEGC와 교선이 $\overline{AE}$인 면은
면 ABFE, 면 AEHD
의 2개이다.
(ㄹ) 평면 AEGC와 수직인 면은
면 ABCD, 면 EFGH
의 2개이다.
이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다.

답 ②

15 서로 평행한 두 면은
면 ABCDEF와 면 GHIJKL,
면 ABHG와 면 DJKE,
면 AGLF와 면 CIJD,
면 BHIC와 면 EFLK
의 4쌍이다.

답 4쌍

16 면 BGHC와 수직인 면은
면 ABCDE, 면 FGHIJ
의 2개이므로 $a=2$
모서리 AF와 평행한 면은
면 BGHC, 면 CHID, 면 DIJE
의 3개이므로 $b=3$
$\therefore a+b=5$

답 ④

17 면 CFG와 수직인 모서리는
$\overline{AC}$, $\overline{DG}$, $\overline{EF}$

$\overline{DG}$, $\overline{EF}$는 $\overline{DE}$와 한 점에서 만난다.

이 중 모서리 DE와 꼬인 위치에 있는 모서리는
$\overline{AC}$

답 $\overline{AC}$

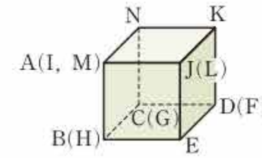
18 면 ABEF와 수직인 면은
면 ACF, 면 BDE
의 2개이므로 $a=2$
면 BDE와 평행한 면은
면 ACF
의 1개이므로 $b=1$
$\therefore a-b=1$

답 1

Q BOX

전개도로 만든 입체도형을 그릴 때 겹쳐지는 꼭짓점을 모두 적는다.

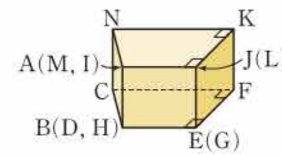
19 주어진 전개도로 만든 정육면체는 오른쪽 그림과 같으므로 면 ABCN과 수직으로 만나는 모서리는
$\overline{EH}$, $\overline{FG}$, $\overline{JI}$, $\overline{NK}$



답 ①

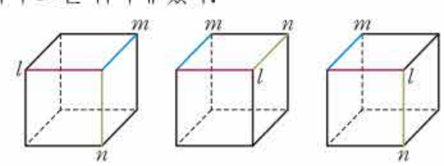
$\overleftrightarrow{BC}$는 $\overleftrightarrow{EF}$와 한 점에서 만난다.

20 주어진 전개도로 만든 사각기둥은 오른쪽 그림과 같으므로 직선 EF와 꼬인 위치에 있는 직선은
$\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{NC}$, $\overleftrightarrow{MN}$, $\overleftrightarrow{NK}$, $\overleftrightarrow{ML}$
의 5개이다.



답 5

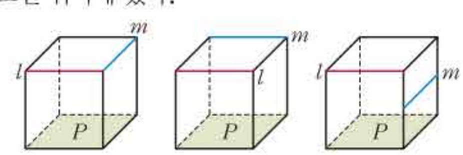
21 (ㄴ) 공간에서 만나지 않는 두 직선은 평행하거나 꼬인 위치에 있다.
(ㄷ) 한 직선 l과 수직으로 만나는 서로 다른 두 직선 m, n은 다음 그림과 같이 한 점에서 만나거나 평행하거나 꼬인 위치에 있다.



이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄹ)이다.

답 (ㄱ), (ㄹ)

22 ④ 한 평면 P와 평행한 서로 다른 두 직선 l, m은 다음 그림과 같이 한 점에서 만나거나 평행하거나 꼬인 위치에 있다.

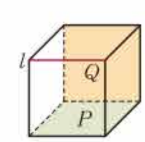


답 ④

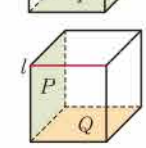
Q쌤 보충학습

항상 평행한 위치 관계
① 한 직선과 평행한 모든 직선
② 한 직선과 수직인 모든 평면
③ 한 평면과 평행한 모든 평면
④ 한 평면과 수직인 모든 직선

23 (ㄱ) 오른쪽 그림과 같은 직육면체에서 $l /\!/ P$, $l /\!/ Q$이지만 $P \perp Q$이다.



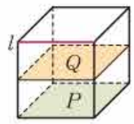
(ㄴ) 오른쪽 그림과 같은 직육면체에서
$l \perp P$, $P \perp Q$이면
$l /\!/ Q$



(ㄷ) 오른쪽 그림과 같은 직육면체에서

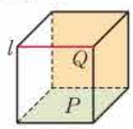
$l /\!/ P$, $P /\!/ Q$이면

$l /\!/ Q$

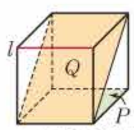


이상에서 항상 옳은 것은 (ㄴ), (ㄷ)이다. 답 (ㄴ), (ㄷ)

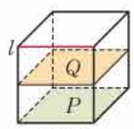
참고 (ㄱ) $l /\!/ P$, $l /\!/ Q$이면 두 평면 P, Q의 위치 관계는 다음과 같다.



➡ $P \perp Q$



➡ 수직이 아니면서 만난다.



➡ $P /\!/ Q$

Lecture 04 평행선의 성질

W 14쪽

01 답 $\angle f$, $\angle d$

02 ① $\angle a$의 동위각의 크기는

$\angle d=180°-45°=135°$

② $\angle b$의 엇각의 크기는

$\angle e=45°$ (맞꼭지각)

③ $\angle d$의 엇각의 크기는

$\angle c=180°-70°=110°$

④ $\angle e$의 엇각의 크기는

$\angle b=70°$ (맞꼭지각)

⑤ $\angle f$의 동위각의 크기는

$\angle c=180°-70°=110°$

답 ③

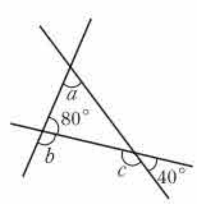
03 오른쪽 그림에서 $\angle a$의 동위각은 $\angle b$, $\angle c$이고

$\angle b=180°-80°=100°$,

$\angle c=180°-40°=140°$

이므로 구하는 합은

$100°+140°=240°$



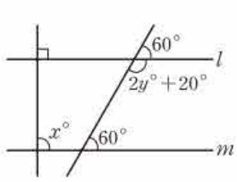
답 ⑤

04 오른쪽 그림에서 $l /\!/ m$이므로

$x=90$ (동위각)

$(2y+20)+60=180$이므로

$2y=100$ $\therefore y=50$



답 $x=90$, $y=50$

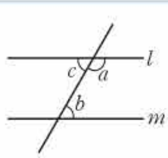
Q쌤 보충학습

오른쪽 그림에서

$\angle a+\angle c=180°$

$l /\!/ m$이면 $\angle b=\angle c$ (엇각)이므로

$\angle a+\angle b=180°$



맞꼭지각의 크기는 서로 같다.

05 오른쪽 그림에서 $l /\!/ m$이므로

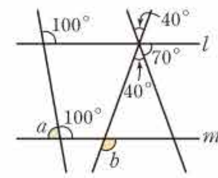
$\angle a+100°=180°$

$\therefore \angle a=80°$

$\angle b=40°+70°$

$=110°$ (동위각)

이므로 $\angle a+\angle b=190°$



답 ③

06 오른쪽 그림에서

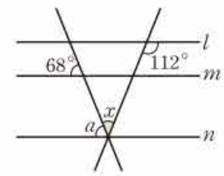
$m /\!/ n$이므로

$\angle a=68°$ (동위각)

$l /\!/ n$이므로

$68°+\angle x=112°$ (엇각)

$\therefore \angle x=44°$



답 44°

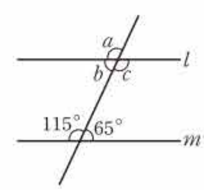
07 (ㄱ) 맞꼭지각의 크기는 서로 같으므로 $\angle a=\angle c$는 항상 성립한다.

(ㄴ) 오른쪽 그림에서

$180°-115°=65°$

$\angle b=65°$이면 엇각의 크기가 서로 같으므로 $l /\!/ m$

(ㄷ) $\angle c=115°$이면 엇각의 크기가 서로 같으므로 $l /\!/ m$

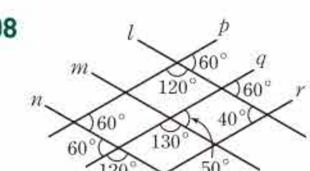


(ㄹ) 평각의 크기는 180°이므로 $\angle a+\angle b=180°$는 항상 성립한다.

이상에서 두 직선 l, m이 평행할 조건은 (ㄴ), (ㄷ)이다.

답 ③

08



위의 그림에서 두 직선 l, n이 직선 p와 만나서 생기는 동위각의 크기가 60°로 서로 같으므로 $l /\!/ n$

또 두 직선 p, q가 직선 n과 만나서 생기는 엇각의 크기가 60°로 서로 같으므로 $p /\!/ q$

답 $l /\!/ n$, $p /\!/ q$

참고 두 직선 l, m이 직선 q와 만나서 생기는 동위각의 크기가 다르므로 두 직선 l, m은 평행하지 않다.

60°≠50°

두 직선 m, n이 직선 q와 만나서 생기는 동위각의 크기가 다르므로 두 직선 m, n은 평행하지 않다.

130°≠120°

두 직선 p, r가 직선 l과 만나서 생기는 엇각의 크기가 다르므로 두 직선 p, r는 평행하지 않다.

60°≠40°

두 직선 q, r가 직선 l과 만나서 생기는 엇각의 크기가 다르므로 두 직선 q, r는 평행하지 않다.

60°≠40°

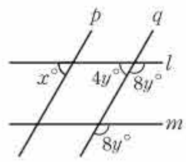
09 $10°+30°=25°+15°$에서 두 직선 m, q가 한 직선과 만나서 생기는 엇각의 크기가 서로 같으므로

$m /\!/ q$

$10° + 15° + 10° + 30° = 25° + 15° + 10° + 15°$에서 두 직선 k, s가 한 직선과 만나서 생기는 엇각의 크기가 서로 같으므로

$k /\!/ s$　　답 $m /\!/ q$, $k /\!/ s$

10 오른쪽 그림에서 $l /\!/ m$이므로



$4y + 8y = 180$

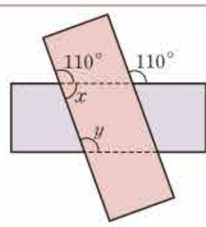
$\therefore y = 15$

$p /\!/ q$이므로

$x = 4 \times 15 = 60$ (동위각)

$\therefore x + y = 75$　　답 ②

11 오른쪽 그림에서



$110° + \angle x = 180°$이므로

$\angle x = 70°$

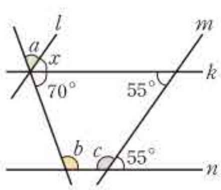
또 $\angle y = 110°$ (동위각)이므로

$\angle y - \angle x = 40°$

답 $40°$

생각 톡
직사각형의 마주 보는 두 쌍의 변은 각각 평행함을 이용한다.

12 오른쪽 그림에서 $l /\!/ m$이므로



$\angle x = 55°$ (엇각)

$\angle a + 55° + 70° = 180°$이므로　$\angle a = 55°$

$k /\!/ n$이므로

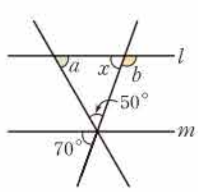
$\angle b = 55° + 55° = 110°$ (동위각)

또 $\angle c + 55° = 180°$이므로

$\angle c = 125°$

답 $\angle a = 55°$, $\angle b = 110°$, $\angle c = 125°$

13 오른쪽 그림에서 $l /\!/ m$이므로



$\angle x = 70°$ (동위각)

삼각형의 세 각의 크기의 합은 $180°$이므로

$\angle a + 50° + 70° = 180°$

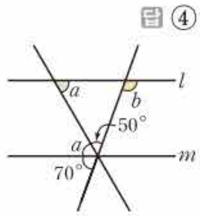
$\therefore \angle a = 60°$

$70° + \angle b = 180°$이므로

$\angle b = 110°$

$\therefore \angle a + \angle b = 170°$　　답 ④

다른풀이 오른쪽 그림에서



$70° + \angle a + 50° = 180°$

이므로　$\angle a = 60°$

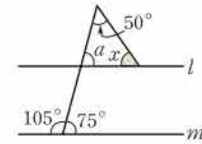
$l /\!/ m$이므로

$\angle b = 60° + 50°$

$= 110°$ (엇각)

$\therefore \angle a + \angle b = 170°$

14 오른쪽 그림에서 $l /\!/ m$이므로



$\angle a = 180° - 105°$

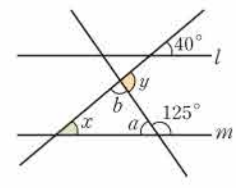
$= 75°$ (동위각)

삼각형의 세 각의 크기의 합은 $180°$이므로

$50° + 75° + \angle x = 180°$

$\therefore \angle x = 55°$　　답 ④

15 오른쪽 그림에서 $l /\!/ m$이므로



$\angle x = 40°$ (동위각)

$\angle a = 180° - 125° = 55°$이고

삼각형의 세 각의 크기의 합은 $180°$이므로

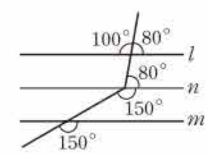
$40° + 55° + \angle b = 180°$

$\therefore \angle b = 85°$

$\therefore \angle y = 180° - 85° = 95°$

답 $\angle x = 40°$, $\angle y = 95°$

16 오른쪽 그림과 같이 $\angle x$의 꼭짓점을 지나고 두 직선 l, m에 평행한 직선 n을 그으면

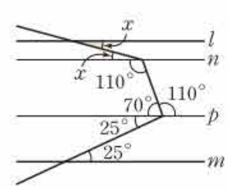


$180° - 100° = 80°$

$\angle x = 80° + 150°$

$= 230°$　　답 ⑤

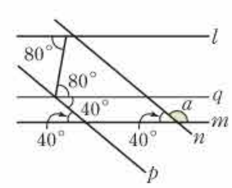
17 오른쪽 그림과 같이 크기가 $125°$, $95°$인 각의 꼭짓점을 각각 지나고 두 직선 l, m에 평행한 직선 n, p를 그으면



$\angle x + 110° = 125°$

$\therefore \angle x = 15°$　　답 $15°$

18 오른쪽 그림과 같이 크기가 $120°$인 각의 꼭짓점을 지나고 두 직선 l, m에 평행한 직선 q를 그으면

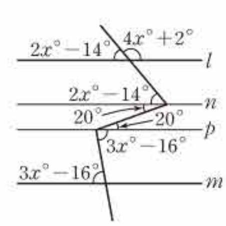


$q /\!/ m$, $n /\!/ p$이므로 엇각과 동위각의 크기는 각각 같다.

$40° + \angle a = 180°$

$\therefore \angle a = 140°$　　답 $140°$

19 오른쪽 그림과 같이 두 각의 꼭짓점을 각각 지나고 두 직선 l, m에 평행한 직선 n, p를 그으면



$(3x° + 4°) - (3x° - 16°) = 20°$
이므로
$(2x° + 6°) - 20° = 2x° - 14°$

$(2x - 14) + (4x + 2)$

$= 180$

$6x = 192$　　$\therefore x = 32$　　답 ①

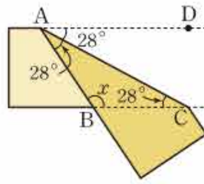
20 오른쪽 그림에서

$\angle ACB = \angle DAC$

$= 28^\circ$ (엇각)

$\angle BAC = \angle DAC$

$= 28^\circ$ (접은 각)



삼각형 ABC에서 $\angle x + 28^\circ + 28^\circ = 180^\circ$

$\therefore \angle x = 124^\circ$

답 ③

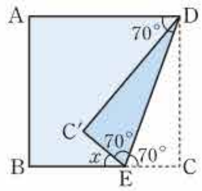
21 오른쪽 그림에서

$\angle DEC = \angle ADE$

$= 70^\circ$ (엇각)

$\angle DEC' = \angle DEC$

$= 70^\circ$ (접은 각)



따라서 $\angle x + 70^\circ + 70^\circ = 180^\circ$이므로

$\angle x = 40^\circ$

답 40°

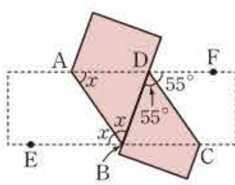
22 오른쪽 그림에서

$\angle ABE = \angle DAB$

$= \angle x$ (엇각)

$\angle DBA = \angle ABE$

$= \angle x$ (접은 각)



또 $\angle FDC = \angle BDC = 55^\circ$ (접은 각)이므로

$\angle x + \angle x = 55^\circ + 55^\circ$ (엇각)

$\therefore \angle x = 55^\circ$

답 ④

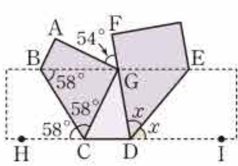
23 오른쪽 그림에서

$\angle GBC = \angle BCH$

$= 58^\circ$ (엇각),

$\angle BCG = \angle BCH$

$= 58^\circ$ (접은 각)



이므로 삼각형 BCG에서

$\angle BGC = 180^\circ - (58^\circ + 58^\circ) = 64^\circ$

$\angle AGC = 90^\circ$이므로

직사각형의 한 각의 크기는 90°이다.

$\angle AGB = 90^\circ - 64^\circ = 26^\circ$

$\angle EDG = \angle EDI = \angle x$ (접은 각)이므로

$\angle FGE = \angle FDI$ (동위각)

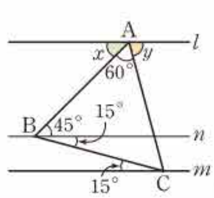
$= \angle x + \angle x = 2\angle x$

$26^\circ + 54^\circ + 2\angle x = 180^\circ$이므로

$2\angle x = 100^\circ \qquad \therefore \angle x = 50^\circ$

답 50°

24 오른쪽 그림과 같이 점 B를 지나고 두 직선 l, m에 평행한 직선 n을 그으면 $l /\!/ n$이므로



$\angle x = 45^\circ$ (엇각)

정삼각형의 한 각의 크기는 60°이므로

$\angle ABC = 60^\circ$

$\therefore 60^\circ - 15^\circ = 45^\circ$

$45^\circ + 60^\circ + \angle y = 180^\circ$이므로

$\angle y = 75^\circ$

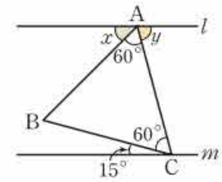
$\therefore \angle y - \angle x = 30^\circ$

답 30°

다른풀이 $l /\!/ m$이므로

$\angle y = 15^\circ + 60^\circ$

$= 75^\circ$ (엇각)

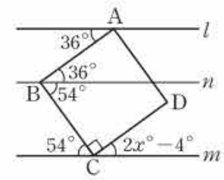


$\angle x + 60^\circ + 75^\circ = 180^\circ$

이므로 $\angle x = 45^\circ$

$\therefore \angle y - \angle x = 30^\circ$

25 오른쪽 그림과 같이 점 B를 지나고 두 직선 l, m에 평행한 직선 n을 그으면



정사각형의 한 각의 크기는 90°이므로

$\angle ABC = 90^\circ$

$\therefore 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ$

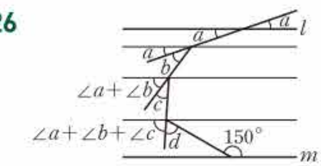
$54 + 90 + (2x - 4) = 180$

$2x = 40$

$\therefore x = 20$

답 ②

26

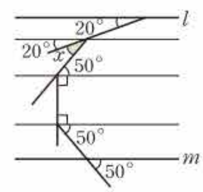


위의 그림과 같이 $\angle b$, $\angle c$, $\angle d$의 꼭짓점을 각각 지나고 두 직선 l, m에 평행한 세 직선을 그으면

$\angle a + \angle b + \angle c + \angle d = 150^\circ$ (엇각)

답 ②

27 오른쪽 그림과 같이 $\angle x$와 크기가 140°인 각의 꼭짓점을 각각 지나고 두 직선 l, m에 평행한 세 직선을 그으면

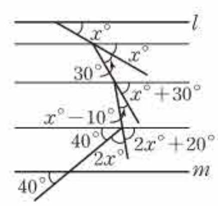


$20^\circ + \angle x = 50^\circ$ (엇각)

$\therefore \angle x = 30^\circ$

답 30°

28 오른쪽 그림과 같이 세 각의 꼭짓점을 각각 지나고 두 직선 l, m에 평행한 세 직선을 그으면



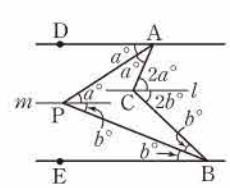
$40 + 2x + (2x + 20)$

$= 180$

$4x = 120 \qquad \therefore x = 30$

답 ③

29 오른쪽 그림과 같이 두 점 C, P를 각각 지나고 $\overleftrightarrow{DA}$, $\overleftrightarrow{EB}$에 평행한 직선 l, m을 긋고 $\angle DAP = a^\circ$, $\angle EBP = b^\circ$라 하면



$a^\circ + b^\circ = 55^\circ$

$\therefore \angle ACB = 2a^\circ + 2b^\circ$

$= 2(a^\circ + b^\circ)$

$= 2 \times 55^\circ = 110^\circ$

답 110°

30 $\angle AEG = \frac{1}{8}\angle GEB$에서 $\angle GEB = 8\angle AEG$이므로

$\angle AEG + 8\angle AEG = 180^\circ$

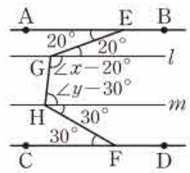
$9\angle AEG = 180^\circ \qquad \therefore \angle AEG = 20^\circ$

$\angle HFC=\frac{1}{5}\angle HFD$에서 $\angle HFD=5\angle HFC$이므로

$\angle HFC+5\angle HFC=180^\circ$

$6\angle HFC=180^\circ$ $\quad\therefore \angle HFC=30^\circ$

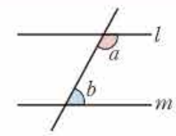
오른쪽 그림과 같이 두 점 G, H를 각각 지나고 $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{CD}$에 평행한 직선 l, m을 그으면



$(\angle x-20^\circ)+(\angle y-30^\circ)=180^\circ$

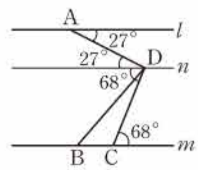
$\therefore \angle x+\angle y=230^\circ$ 답 ①

BOX



$l\,/\!/\,m$이면 $\angle a+\angle b=180^\circ$

31 오른쪽 그림과 같이 점 D를 지나고 두 직선 l, m에 평행한 직선 n을 그으면



$\angle ADC=27^\circ+68^\circ$

$=95^\circ$

$\angle ADB:\angle BDC=4:1$이므로

$\angle ADB=\angle ADC\times\frac{4}{4+1}$

$=95^\circ\times\frac{4}{5}=76^\circ$ 답 ③

$\angle ADC$
$=\angle ADB+\angle BDC$

고난도 Training

W 19쪽

01 ① $\overleftrightarrow{AB}\perp\overleftrightarrow{OD}$인지는 알 수 없다.

② $\angle DCO<90^\circ$이므로 $\overleftrightarrow{CD}\perp P$가 아니다.

③ $\angle COA=\angle COD=90^\circ$이므로

$\overleftrightarrow{OC}\perp\overleftrightarrow{OA}$, $\overleftrightarrow{OC}\perp\overleftrightarrow{OD}$

즉 $\overleftrightarrow{OC}$와 평면 Q의 교점 O를 지나는 평면 Q 위의 두 직선 $\overleftrightarrow{OA}$, $\overleftrightarrow{OD}$가 $\overleftrightarrow{OC}$와 수직이므로

$\overleftrightarrow{OC}\perp Q$

④ $\angle OCD=\angle ODC$인지는 알 수 없다.

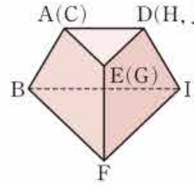
⑤ ③에서 $\overleftrightarrow{OC}\perp Q$이고, 평면 P가 $\overleftrightarrow{OC}$를 포함하므로

$P\perp Q$

답 ③, ⑤

생각톡
$\overleftrightarrow{OC}$와 평면 Q가 수직인지 알아보려면 $\overleftrightarrow{OC}$와 평면 Q의 교점 O를 지나는 평면 Q 위의 서로 다른 두 직선과 $\overleftrightarrow{OC}$가 수직인지를 알아본다.

02 주어진 전개도로 만든 입체도형은 오른쪽 그림과 같다.



직선 AB와 꼬인 위치에 있는 직선은

$\overleftrightarrow{DE}$, $\overleftrightarrow{IF}$

의 2개이므로 $\quad a=2$

직선 CD와 평행한 평면은

평면 BFI

의 1개이므로 $\quad b=1$

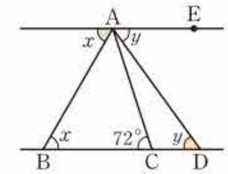
평면 CDE와 만나는 평면은

평면 ABIJ, 평면 BCEF, 평면 FGHI

의 3개이므로 $\quad c=3$

$\therefore a+b+c=6$ 답 ④

03 오른쪽 그림에서



$\overleftrightarrow{AE}\,/\!/\,\overleftrightarrow{BD}$이므로

$\angle ABC=\angle x$ (엇각)

$4\angle ABC=5\angle BAC$에서

$\angle ABC:\angle BAC=5:4$

이므로 삼각형 ABC에서

$\angle x=(180^\circ-72^\circ)\times\frac{5}{5+4}=60^\circ$

$\angle ABC+\angle BAC$
$=180^\circ-\angle ACB$

또

$\angle CAE=\angle ACB=72^\circ$ (엇각),

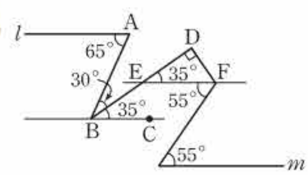
$\angle DAE=\angle y$ (엇각)

이고 $\angle CAD:\angle DAE=1:3$이므로

$\angle y=72^\circ\times\frac{3}{1+3}=54^\circ$

$\therefore \angle x-\angle y=6^\circ$ 답 6°

04



위의 그림과 같이 두 점 B, F를 각각 지나고 두 직선 l, m에 평행한 $\overleftrightarrow{BC}$, $\overleftrightarrow{EF}$를 그으면 $l\,/\!/\,\overleftrightarrow{BC}$이므로

$\angle ABC=65^\circ$ (엇각)

$\therefore \angle DBC=65^\circ-30^\circ=35^\circ$

$\overleftrightarrow{BC}\,/\!/\,\overleftrightarrow{EF}$이므로

$\angle DEF=\angle DBC=35^\circ$ (동위각)

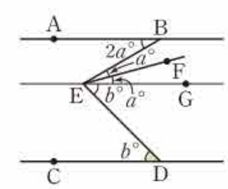
삼각형 DEF에서

$\angle DFE=180^\circ-(90^\circ+35^\circ)=55^\circ$

$\therefore \angle x=55^\circ+55^\circ=110^\circ$ 답 110°

$\overleftrightarrow{EF}\,/\!/\,m$이므로 엇각의 크기는 서로 같다.

05 오른쪽 그림과 같이



$\angle BEF=a^\circ$라 하면

$\angle ABE=2\angle BEF=2a^\circ$

점 E를 지나고 $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{CD}$에 평행한 $\overleftrightarrow{EG}$를 그으면

$\overleftrightarrow{AB}\,/\!/\,\overleftrightarrow{EG}$이므로

$\angle BEG=\angle ABE$

$=2a^\circ$ (엇각)

$\therefore \angle FEG=\angle BEG-\angle BEF$

$=2a^\circ-a^\circ=a^\circ$

$\angle CDE=b^\circ$라 하면 $\overleftrightarrow{EG}\,/\!/\,\overleftrightarrow{CD}$이므로

$\angle GED=\angle CDE=b^\circ$ (엇각)

$\angle BEF+\angle CDE=60^\circ$에서

$a^\circ+b^\circ=60^\circ$

즉 $\angle FED=a^\circ+b^\circ=60^\circ$이므로 $4\angle CDE=3\angle FED$에서

$\angle CDE=\frac{3}{4}\angle FED=\frac{3}{4}\times60^\circ$

$=45^\circ$ 답 ②

$\angle FED$
$=\angle FEG+\angle GED$

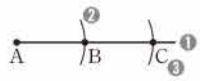
03 작도와 합동

Lecture 05 삼각형의 작도

W 20쪽

01 답 ②

02



답 ㉡ → ㉠ → ㉢

03 두 점 O, P를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{OA}$인 원을 각각 그리므로

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{PC}=\overline{PD}$ 답 ③

참고 ③ 점 C를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{AB}$인 원을 그리므로 $\overline{AB}=\overline{CD}$

04 ㈀ 점 P를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{OA}$인 원을 그리므로

$\overline{OA}=\overline{PE}$

㈃ 점 G를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{CD}$인 원을 그리므로

$\overline{CD}=\overline{GH}$

이상에서 옳은 것은 ㈀, ㈃이다. 답 ③

Q쌤 한마디

먼저 $\angle a$와 크기가 같고 $\overrightarrow{PQ}$를 한 변으로 하는 $\angle FPE$를 작도한 후 $\angle b$와 크기가 같고 $\overrightarrow{PF}$를 한 변으로 하는 $\angle HPG$를 작도하면 $\angle a+\angle b$와 크기가 같은 $\angle HPE$가 작도됩니다. 따라서 다음이 성립합니다.

① $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{PE}=\overline{PF}$
② $\overline{AB}=\overline{EF}$
③ $\overline{O'C}=\overline{O'D}=\overline{PG}=\overline{PH}$
④ $\overline{CD}=\overline{GH}$

05 두 점 A, P를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{AB}$인 원을 각각 그리므로

$\overline{AB}=\overline{AC}=\overline{PQ}=\overline{PR}$ 답 ②, ⑤

06 ① 점 P를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{QA}$인 원을 그리므로

$\overline{QA}=\overline{PC}$

② 점 C를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{AB}$인 원을 그리므로

$\overline{AB}=\overline{CD}$

③, ⑤ $\angle AQB=\angle CPD$에서 엇각의 크기가 서로 같으므로

$l \,/\!/\, \overleftrightarrow{DP}$

답 ④

07 ① $8=2+6$ ② $16>4+9$
③ $11>5+5$ ④ $14=6+8$
⑤ $15<7+9$

가장 긴 변의 길이가 나머지 두 변의 길이의 합보다 크거나 같으면 삼각형이 만들어지지 않는다.

따라서 삼각형의 세 변의 길이가 될 수 있는 것은 ⑤이다. 답 ⑤

08 ① $9>2+3$ ② $9=3+6$
③ $9<3+8$ ④ $12=3+9$
⑤ $14>3+9$

따라서 x의 값이 될 수 있는 것은 ③이다. 답 ③

09 (i) $2x>8$일 때,

가장 긴 변의 길이가 $2x$ cm이므로

$2x<5+8$ $\quad\therefore 2x<13$

따라서 $2x$는

9, 10, 11, 12

$2x=9$, $2x=11$일 때 $x=\frac{9}{2}$, $x=\frac{11}{2}$이므로 x는 자연수가 아니다.

이므로 자연수 x는 5, 6

(ii) $2x\le 8$일 때,

가장 긴 변의 길이가 8 cm이므로

$8<5+2x$

따라서 $2x$는

4, 5, 6, 7, 8

$2x=5$, $2x=7$일 때 $x=\frac{5}{2}$, $x=\frac{7}{2}$이므로 x는 자연수가 아니다.

이므로 자연수 x는 2, 3, 4

(i), (ii)에서 자연수 x는

2, 3, 4, 5, 6

의 5개이다. 답 ①

10 가장 긴 변의 길이는 $x+6$

생각 x의 값에 관계없이 x, $x+3$, $x+6$ 중에서 가장 긴 변의 길이는 $x+6$이므로 $x+6$의 값과 $x+(x+3)$의 값을 비교한다.

나머지 두 변의 길이의 합은

$x+(x+3)=2x+3$

따라서 구하는 자연수 x의 개수는 $x+6<2x+3$이 성립하는 10보다 작은 자연수 x의 개수이다.

$x=1$일 때, $1+6>2\times1+3$
$x=2$일 때, $2+6>2\times2+3$
$x=3$일 때, $3+6=2\times3+3$
$x=4$일 때, $4+6<2\times4+3$
⋮
$x=9$일 때, $9+6<2\times9+3$

따라서 자연수 x는

4, 5, 6, 7, 8, 9

의 6개이다. 답 6

11 답 ㈎ a ㈏ b ㈐ A

12 작도 순서는

$\angle A \to \overline{AB} \to \angle B$
또는 $\angle B \to \overline{AB} \to \angle A$
또는 $\overline{AB} \to \angle A \to \angle B$
또는 $\overline{AB} \to \angle B \to \angle A$ 답 ①

Q BOX

13 ㈀ 길이가 a인 선분을 한 변으로 하고 그 양 끝 각이 ∠A와

$180° - (70° + 60°) = 50° = ∠B$

인 삼각형이다.

㈂ 길이가 a, b인 선분을 두 변으로 하고 그 끼인각이

$180° - (50° + 60°) = 70° = ∠A$

인 삼각형이다.

이상에서 삼각형을 차례대로 고르면 ㈀, ㈂이다.

답 ②

14 ㈀ 세 변의 길이가 주어진 경우이므로 삼각형이 하나로 정해진다.

㈁ 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어진 경우이므로 삼각형이 하나로 정해진다.

㈂ ∠C가 $\overline{AB}$와 $\overline{CA}$의 끼인각이 아니므로 삼각형이 하나로 정해지지 않는다.

㈃ ∠A, ∠B의 크기를 알면 ∠C의 크기도 알 수 있다. 따라서 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어진 경우이므로 삼각형이 하나로 정해진다.

이상에서 삼각형이 하나로 정해지는 것은 ㈀, ㈁, ㈃이다.

답 ㈀, ㈁, ㈃

$12 < 6 + 9$

삼각형의 세 각의 크기의 합은 180°이므로

$∠C$
$= 180° - (70° + 40°)$
$= 70°$

15 주어진 두 각의 크기가 55°, 80°이므로 나머지 한 각의 크기는

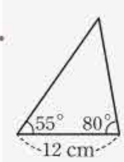
$180° - (55° + 80°) = 45°$

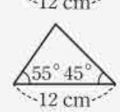
따라서 한 변의 길이가 12 cm이고 그 양 끝 각의 크기가

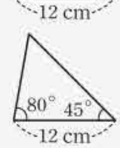
55°와 80°, 55°와 45°, 80°와 45°

가 될 수 있으므로 서로 다른 삼각형의 개수는 3이다.

답 3







16 ① ∠A가 $\overline{AB}$와 $\overline{BC}$의 끼인각이 아니므로 삼각형이 하나로 정해지지 않는다.

② 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어진 경우이므로 삼각형이 하나로 정해진다.

③ 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어진 경우이므로 삼각형이 하나로 정해진다.

④ $∠A + ∠B = 180°$이므로 삼각형이 만들어지지 않는다.

⑤ ∠A, ∠C의 크기를 알면 ∠B의 크기도 알 수 있다. 따라서 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어진 경우이므로 삼각형이 하나로 정해진다.

답 ①, ④

17 $6 < 3+4$, $9 > 3+4$, $9 = 3+6$, $9 < 4+6$

이므로 만들 수 있는 삼각형의 세 변의 길이의 쌍은

(3 cm, 4 cm, 6 cm), (4 cm, 6 cm, 9 cm)

따라서 서로 다른 삼각형의 개수는 2이다. 답 2

18 $6 < 4+5$, $8 < 4+5$, $8 < 4+6$, $8 < 5+6$, $10 > 4+5$, $10 = 4+6$, $10 < 4+8$, $10 < 5+6$, $10 < 5+8$, $10 < 6+8$

이므로 만들 수 있는 삼각형의 세 변의 길이의 쌍은

(4 cm, 5 cm, 6 cm), (4 cm, 5 cm, 8 cm),
(4 cm, 6 cm, 8 cm), (4 cm, 8 cm, 10 cm),
(5 cm, 6 cm, 8 cm), (5 cm, 6 cm, 10 cm),
(5 cm, 8 cm, 10 cm), (6 cm, 8 cm, 10 cm)

따라서 서로 다른 삼각형의 개수는 8이다. 답 ③

19 삼각형의 둘레의 길이가 20이므로

$a + b + 7 = 20$

$\therefore a + b = 13$ …… ㉠

$a \leq b$라 하면 삼각형의 두 변의 길이의 합은 나머지 한 변의 길이보다 크므로

$a + 7 > b$ …… ㉡

㉠, ㉡을 만족시키는 자연수 a, b의 순서쌍 (a, b)는

$(4, 9)$, $(5, 8)$, $(6, 7)$

이므로 서로 다른 삼각형의 개수는 3이다. 답 3

a, b는 $a \leq b$인 자연수이므로
$b + 7 > a$,
$a + b = 13 > 7$
은 항상 성립한다.

Q쌤 한마디

$a > b$인 경우에는 $a + 7 > b$, $a + b > 7$이 항상 성립합니다. 따라서 ㉠과 $b + 7 > a$를 만족시키는 자연수 a, b의 순서쌍 (a, b)는

$(7, 6)$, $(8, 5)$, $(9, 4)$

입니다. 그런데 위의 해설에서 이 경우를 고려하지 않은 이유는 예를 들어 $a=4$, $b=9$인 경우와 $a=9$, $b=4$인 경우의 삼각형의 세 변의 길이는 모두 4, 7, 9이므로 같은 삼각형이기 때문입니다.

20 이등변삼각형의 세 변의 길이를 a, b, b (a, b는 자연수)라 하면 조건 ㈐에서

$a + 2b = 25$ …… ㉠

삼각형의 두 변의 길이의 합은 나머지 한 변의 길이보다 크므로

$2b > a$ …… ㉡

㉠, ㉡을 만족시키는 자연수 a, b의 순서쌍 (a, b)는

$(1, 12)$, $(3, 11)$, $(5, 10)$, $(7, 9)$,
$(9, 8)$, $(11, 7)$

이므로 서로 다른 이등변삼각형의 개수는 6이다.

답 ⑤

a, b는 자연수이므로
$a + b > b$
는 항상 성립한다.

Lecture 06 삼각형의 합동 조건

W 24쪽

01 ④ ∠A의 대변은 $\overline{BC}$이고 $\overline{BC} = \overline{ED}$이다. 이때 $\overline{BC} = \overline{EF}$인지는 알 수 없다.

⑤ 합동인 두 도형의 넓이는 같다. 답 ④

02 $\angle C=\angle F=60°$이므로

$x=180-(80+60)=40$

$\overline{DE}=\overline{AB}=9(cm)$이므로 $y=9$

$\therefore x+y=49$ 답 49

03 $\overline{BC}=\overline{FG}=5(cm)$

$\angle C=\angle G=90°$이므로

$\angle F=\angle B=360°-(70°+90°+120°)=80°$

답 ②

사각형의 네 각의 크기의 합은 360°이다.

04 ① △ABC와 △FED에서

$\overline{AB}=\overline{FE}$, $\overline{BC}=\overline{ED}$, $\angle B=\angle E$

이므로 △ABC≡△FED (SAS 합동)

③ △ABC와 △LKJ에서

$\overline{AB}=\overline{LK}$, $\overline{BC}=\overline{KJ}$, $\overline{AC}=\overline{LJ}$

이므로 △ABC≡△LKJ (SSS 합동)

답 ①, ③

05 ① SSS 합동

③ SAS 합동

④ ASA 합동

⑤ $\angle A=\angle D$, $\angle B=\angle E$이면 $\angle C=\angle F$이므로

ASA 합동

답 ②

$\angle C$
$=180°-(\angle A+\angle B)$
$=180°-(\angle D+\angle E)$
$=\angle F$

06 ②에서 나머지 한 각의 크기는

$180°-(25°+110°)=45°$

이므로 ①, ②는 ASA 합동이다.

①, ③에서 나머지 한 각의 크기는 각각

$180°-(110°+45°)=25°$,

$180°-(25°+45°)=110°$

이므로 ①, ③은 ASA 합동이다.

①, ④는 SAS 합동이다.

따라서 나머지 넷과 합동이 아닌 것은 ⑤이다. 답 ⑤

07 (ㄱ) SSS 합동

(ㄴ) SAS 합동

이상에서 필요한 나머지 한 조건은 (ㄱ), (ㄴ)이다.

답 (ㄱ), (ㄴ)

08 $\angle A=\angle D$, $\angle C=\angle F$이므로

$\angle B=\angle E$

따라서 △ABC와 △DEF가 ASA 합동이려면 한 쌍의 대응변의 길이가 같다는 조건이 필요하므로 구하는 조건은

$\overline{AB}=\overline{DE}$ 또는 $\overline{BC}=\overline{EF}$ 또는 $\overline{AC}=\overline{DF}$

답 $\overline{AB}=\overline{DE}$ 또는 $\overline{BC}=\overline{EF}$ 또는 $\overline{AC}=\overline{DF}$

09 두 점 O, P를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{OA}$인 원을 각각 그리므로 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{PC}=\overline{PD}$

$\therefore \overline{OA}=\overline{PC}$, $\overline{OB}=\overline{PD}$

점 D를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{AB}$인 원을 그리므로 $\overline{AB}=\overline{CD}$

답 (가) $\overline{OB}$ (나) $\overline{CD}$ (다) SSS

참고 △AOB≡△CPD이므로

$\angle AOB=\angle CPD$

따라서 주어진 작도 과정으로 ∠XOY와 크기가 같고 반직선 PQ를 한 변으로 하는 ∠CPD를 작도할 수 있다.

10 △ABC와 △ADC에서

$\overline{AB}=\overline{AD}$, $\overline{BC}=\overline{DC}$, $\overline{AC}$는 공통

이므로 △ABC≡△ADC (SSS 합동)

$\therefore \angle ABC=\angle ADC$, △ABC=△ADC

또 $\angle BCA=\angle DCA$이므로

$\angle BCD=2\angle BCA$ 답 ①, ③

합동인 두 도형의 넓이는 같다.

11 △AOD와 △BOC에서

$\overline{OA}=\overline{OB}$, $\overline{OD}=\overline{OC}$,

$\angle AOD=\angle BOC$ (맞꼭지각)

이므로 △AOD≡△BOC (SAS 합동)

답 풀이 참조

$\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$, $\overline{OD}$는 원 O의 반지름이므로 그 길이가 모두 같다.

12 ① △ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABC=\angle ACB$

②, ④ △EBC와 △DCB에서

$\overline{EB}=\overline{DC}$, $\overline{BC}$는 공통,

$\angle EBC=\angle DCB$

이므로 △EBC≡△DCB (SAS 합동)

$\therefore \overline{EC}=\overline{DB}$

③ △AEC와 △ADB에서

$\overline{AE}=\overline{AD}$, $\overline{AC}=\overline{AB}$, ∠A는 공통

이므로 △AEC≡△ADB (SAS 합동)

답 ⑤

$\overline{AB}=\overline{AE}+\overline{EB}$
$=\overline{AD}+\overline{DC}$
$=\overline{AC}$

13 △ABM과 △DCM에서

$\overline{AM}=\overline{DM}$, $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\angle MAB=\angle MDC$

이므로 △ABM≡△DCM (SAS 합동)

따라서 $\overline{MB}=\overline{MC}$이므로 △MBC는 이등변삼각형이다. 답 풀이 참조

사각형 ABCD가 직사각형이므로
$\overline{AB}=\overline{DC}$,
$\angle A=\angle D=90°$

14 △ABE와 △ECD에서

$\overline{AE}=\overline{ED}$,

$\angle BAE=90°-\angle AEB=\angle CED$,

$\angle AEB=90°-\angle CED=\angle EDC$

이므로 △ABE≡△ECD (ASA 합동)

답 △ABE≡△ECD, ASA 합동

△ABE에서
∠B=90°이므로
$\angle BAE$
$=90°-\angle AEB$
평각은 180°이고
$\angle AED=90°$이므로
$\angle CED$
$=90°-\angle AEB$

15 $\triangle ABC$와 $\triangle DEF$에서

$\overline{AE}=\overline{DB}$이므로

$\overline{AB}=\overline{AE}+\overline{EB}=\overline{DB}+\overline{EB}$
$=\overline{DE}$

$\overline{AC}/\!/\overline{FD}$이므로

$\angle CAB=\angle FDE$ (엇각)

$\overline{CB}/\!/\overline{EF}$이므로

$\angle CBA=\angle FED$ (엇각)

$\therefore \triangle ABC\equiv\triangle DEF$ (ASA 합동)

답 풀이 참조

16 $\triangle AFD$와 $\triangle EFC$에서

$\overline{AF}=\overline{EF}$, $\angle AFD=\angle EFC$ (맞꼭지각)

$\overline{AD}/\!/\overline{BE}$이므로 $\angle DAF=\angle CEF$ (엇각)

$\therefore \triangle AFD\equiv\triangle EFC$ (ASA 합동)

$\triangle AFD=\triangle EFC$이므로 사다리꼴 ABCD의 넓이는 사각형 ABCF의 넓이와 $\triangle EFC$의 넓이의 합, 즉 $\triangle ABE$의 넓이와 같다.

따라서 구하는 넓이는

$\frac{1}{2}\times 8\times 5=20\,(\text{cm}^2)$ 답 20 cm^2

17 $\triangle AEC$와 $\triangle BDC$에서

$\overline{AC}=\overline{BC}$, $\overline{CE}=\overline{CD}$,

$\angle ACE=\angle ACB-\angle ECB$
$=\angle ECD-\angle ECB$
$=\angle BCD$

이므로 $\triangle AEC\equiv\triangle BDC$ (SAS 합동) 답 ④

18 (ㄱ), (ㄷ), (ㄹ) $\triangle ABD$와 $\triangle ACE$에서

$\overline{AB}=\overline{AC}$, $\overline{AD}=\overline{AE}$,

$\angle BAD=\angle BAC-\angle DAC$
$=\angle DAE-\angle DAC$
$=\angle CAE$

이므로 $\triangle ABD\equiv\triangle ACE$ (SAS 합동)

$\therefore \overline{BD}=\overline{CE}$, $\angle ABD=\angle ACE$,
$\angle ADB=\angle AEC$

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ), (ㄹ)이다. 답 (ㄱ), (ㄷ), (ㄹ)

19 $\triangle ABE$와 $\triangle CAD$에서

$\overline{AB}=\overline{CA}$, $\overline{BE}=\overline{AD}$,

$\angle ABE=\angle CAD=60°$

이므로 $\triangle ABE\equiv\triangle CAD$ (SAS 합동)

따라서 $\angle BEA=\angle ADC$이므로

$\angle APD=180°-(\angle DAP+\angle ADP)$
$=180°-(\angle BAE+\angle BEA)$
$=\angle ABE=60°$

$\therefore \angle EPC=\angle APD=60°$ (맞꼭지각) 답 $60°$

BOX

정사각형
➡ 네 변의 길이가 모두 같고 네 각의 크기가 모두 $90°$이다.

정삼각형
➡ 세 변의 길이가 모두 같고 세 각의 크기가 모두 $60°$이다.

20 $\triangle EAB$와 $\triangle EDC$에서

$\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{EB}=\overline{EC}$,

$\angle ABE=\angle ABC-\angle EBC$
$=\angle DCB-\angle ECB$
$=\angle DCE$

이므로 $\triangle EAB\equiv\triangle EDC$ (SAS 합동)

답 풀이 참조

21 $\triangle AFD$와 $\triangle DEC$에서

$\overline{AD}=\overline{DC}$, $\overline{FD}=\overline{EC}$,

$\angle ADF=\angle DCE=90°$

이므로 $\triangle AFD\equiv\triangle DEC$ (SAS 합동)

따라서 $\angle AFD=\angle DEC$이므로

$\angle DGF=180°-(\angle GDF+\angle GFD)$
$=180°-(\angle EDC+\angle DEC)$
$=\angle DCE=90°$

$\therefore \angle AGE=\angle DGF=90°$ (맞꼭지각) 답 ③

22 $\triangle FBC$와 $\triangle GDC$에서

$\overline{BC}=\overline{DC}$, $\overline{FC}=\overline{GC}$,

$\angle BCF=\angle BCD-\angle FCD$
$=\angle FCG-\angle FCD$
$=\angle DCG$

이므로 $\triangle FBC\equiv\triangle GDC$ (SAS 합동)

한편 $\angle FBC=90°-60°=30°$이므로 $\triangle FBC$에서

$\angle BFC=180°-(30°+35°)=115°$

따라서 $\angle DGC=\angle BFC=115°$이므로

$\angle DGE=\angle DGC-\angle EGC$
$=115°-90°=25°$ 답 ⑤

고난도 Training

W 28쪽

01 (ㄱ), (ㄹ) 직각인 $\angle XOY$의 삼등분선을 작도하는 과정은 다음과 같다.

㉡ 점 O를 중심으로 하는 적당한 원을 그려 $\overrightarrow{OX}$, $\overrightarrow{OY}$와의 교점을 각각 A, B라 한다.

㉢ 두 점 A, B를 각각 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{OA}$인 원을 그려 ㉡의 원과의 교점을 각각 P, Q라 한다.

㉠ $\overrightarrow{OP}$, $\overrightarrow{OQ}$를 그으면 $\angle XOY$의 삼등분선이 작도된다.

(ㄴ) $\overline{OA}=\overline{OP}=\overline{AP}$이므로 $\triangle AOP$는 정삼각형이다.

(ㄷ) $\overline{OB}=\overline{OQ}=\overline{QB}$이므로 $\triangle QOB$는 정삼각형이다.

$\therefore \angle OQP>\angle OQB=60°$

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ)이다. 답 ①

Q쌤 한마디

정삼각형의 세 각의 크기는 모두 60°임을 이용하여 직각의 삼등분선은 작도가 가능하지만 모든 각의 삼등분선을 작도할 수 있는 것은 아님에 주의하세요.

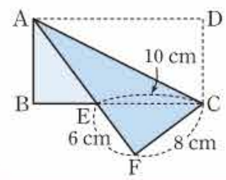
02 $5<5+5$, $6<5+5$, $6<5+6$, $11>5+5$, $11=5+6$, $11<6+6$이므로 만들 수 있는 삼각형의 세 변의 길이의 쌍은

(5 cm, 5 cm, 5 cm), (5 cm, 5 cm, 6 cm),
(5 cm, 6 cm, 6 cm), (6 cm, 6 cm, 11 cm)

따라서 서로 다른 삼각형의 개수는 4이다.

답 4

03 오른쪽 그림의 $\triangle ABE$와 $\triangle CFE$에서



$\overline{AB}=\overline{CF}$,
$\angle B=\angle F$,
$\angle AEB=\angle CEF$ (맞꼭지각)

$\overline{AB}=\overline{CD}=\overline{CF}=8$(cm), $\angle B=\angle D=\angle F=90°$

이므로

$\angle BAE=90°-\angle AEB$
$=90°-\angle CEF$
$=\angle FCE$

$\therefore$ $\triangle ABE\equiv\triangle CFE$ (ASA 합동)

따라서 $\overline{BE}=\overline{FE}=6$(cm)이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AB}$

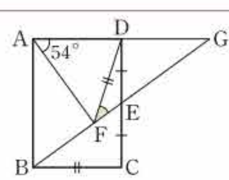
$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}$

$=\frac{1}{2}\times(6+10)\times8$
$=64$(cm²)

답 ④

생각 틈: 합동인 두 삼각형을 찾을 수 있도록 보조선을 그어 생각한다.

04 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$의 연장선과 $\overline{BE}$의 연장선의 교점을 G라 하자.



$\triangle DAF$는 $\overline{DA}=\overline{DF}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{DA}=\overline{BC}=\overline{DF}$

$\angle DFA=\angle DAF=54°$
$\therefore$ $\angle ADF=180°-(54°+54°)=72°$
$\therefore$ $\angle GDF=180°-72°=108°$

$\triangle BCE$와 $\triangle GDE$에서

$\overline{CE}=\overline{DE}$,
$\angle BCE=\angle GDE$,
$\angle BEC=\angle GED$ (맞꼭지각)

이므로 $\triangle BCE\equiv\triangle GDE$ (ASA 합동)

$\therefore$ $\overline{BC}=\overline{GD}$

따라서 $\triangle DFG$는 $\overline{DF}=\overline{GD}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{DF}=\overline{BC}=\overline{GD}$

$\angle DFE=\frac{1}{2}\times(180°-108°)$
$=36°$

답 ②

05 $\triangle DBE$와 $\triangle ABC$에서

$\overline{DB}=\overline{AB}$, $\overline{BE}=\overline{BC}$,
$\angle DBE=\angle DBA-\angle EBA$
$=\angle EBC-\angle EBA$
$=\angle ABC$

이므로 $\triangle DBE\equiv\triangle ABC$ (SAS 합동)

$\therefore$ $\overline{DE}=\overline{AC}=6$(cm)

$\triangle FEC$와 $\triangle ABC$에서

$\overline{EC}=\overline{BC}$, $\overline{FC}=\overline{AC}$,
$\angle FCE=\angle FCA-\angle ECA$
$=\angle ECB-\angle ECA$
$=\angle ACB$

이므로 $\triangle FEC\equiv\triangle ABC$ (SAS 합동)

$\therefore$ $\overline{FE}=\overline{AB}=7$(cm)

따라서 오각형 BCFED의 둘레의 길이는

$9+6+7+6+7=35$(cm)

답 35 cm

06 $\triangle EBP$와 $\triangle ECQ$에서

$\overline{EB}=\overline{EC}$, $\angle EBP=\angle ECQ=45°$,
$\angle BEP=\angle BEC-\angle PEC$
$=\angle PEH-\angle PEC$
$=\angle CEQ$

이므로 $\triangle EBP\equiv\triangle ECQ$ (ASA 합동)

즉 $\triangle EBP=\triangle ECQ$이므로

(사각형 EPCQ의 넓이)
$=\triangle EPC+\triangle ECQ$
$=\triangle EPC+\triangle EBP$
$=\triangle EBC$

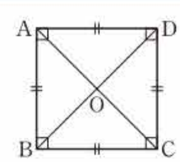
정사각형 ABCD의 넓이의 $\frac{1}{4}$이다.

$=\frac{1}{4}\times8\times8=16$(cm²)

답 16 cm²

Q쌤 보충학습

오른쪽 그림과 같은 정사각형 ABCD에서 점 O가 두 대각선의 교점일 때,



$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DA}$,
$\angle OAB=\angle OBA$
$=\angle OBC=\angle OCB$
$=\angle OCD=\angle ODC$
$=\angle OAD=\angle ODA=45°$

이므로

$\triangle AOB\equiv\triangle BOC\equiv\triangle COD\equiv\triangle DOA$
(ASA 합동)

$\therefore$ $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=\overline{OD}$,
$\angle AOB=\angle BOC=\angle COD=\angle DOA=90°$

W 03 작도와 합동

04 다각형

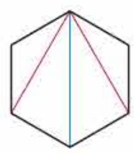
Lecture 07 다각형

W 29쪽

01 ② 오각기둥은 입체도형이므로 다각형이 아니다.
④ 반원은 곡선과 선분으로 둘러싸여 있으므로 다각형이 아니다.

답 ②, ④

02 ① 다각형은 3개 이상의 선분으로 둘러싸인 평면도형이다.
② 두 변의 길이가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.
③ 네 변의 길이가 모두 같은 사각형은 마름모이다.
④ 오른쪽 그림과 같이 정육각형의 대각선의 길이는 2가지이다.
즉 정육각형은 정다각형이지만 대각선의 길이가 모두 같은 것은 아니다.



⑤ 정다각형의 내각의 크기는 모두 같고 다각형의 한 꼭짓점에서 내각의 크기와 외각의 크기의 합은 180°이므로 외각의 크기도 모두 같다.

답 ⑤

03 구하는 다각형을 n각형이라 하면 조건 ㈎에서
$n+n=24$, $2n=24$
$\therefore n=12$
또 조건 ㈏를 만족시키는 다각형은 정다각형이다.
따라서 구하는 다각형은 정십이각형이다.

답 정십이각형

다각형의 꼭짓점의 개수와 변의 개수는 같다.

04 $\angle x=180°-95°=85°$
$\angle y=180°-60°=120°$
$\therefore \angle y-\angle x=35°$

답 35°

05 오각형 ABCDE의 내각의 크기를 구하면
① $\angle A=180°-90°=90°$
② $\angle B=180°-40°=140°$
③ $\angle C=180°-74°=106°$
④ $\angle D=180°-70°=110°$
⑤ $\angle E=180°-86°=94°$

답 ③

06 $x=180-105=75$이므로
$(75+10)+y=180$
$\therefore y=95$
$\therefore y-x=20$

답 ②

07 $50+(3x+25)+(2x-20)=180$이므로
$5x=125$ $\therefore x=25$

답 25

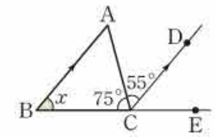
BOX

평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만나서 생기는 엇각의 크기는 서로 같다.

08 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로
$\angle A=\angle ACD=55°$ (엇각)
△ABC에서
$55°+\angle x+75°=180°$
$\therefore \angle x=50°$

답 ①

다른풀이 오른쪽 그림과 같이 변 BC의 연장선 위에 점 E를 잡으면



$\angle DCE$
$=180°-(75°+55°)$
$=50°$
$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로
$\angle x=\angle DCE=50°$ (동위각)

09 $5\angle B=3\angle C$에서
$\angle B=\frac{3}{5}\angle C$
△ABC에서
$52°+\frac{3}{5}\angle C+\angle C=180°$
$\frac{8}{5}\angle C=128°$ $\therefore \angle C=80°$

답 ④

10 △ABC에서
$\angle A+54°+42°=180°$
$\therefore \angle A=84°$
△ABE는 $\overline{AB}=\overline{BE}$인 이등변삼각형이므로
$\angle AEB=\angle A=84°$
$\therefore \angle DEC=\angle AEB=84°$ (맞꼭지각)
△DEC에서
$\angle x+84°+19°=180°$
$\therefore \angle x=77°$

답 ②

11 △ABC에서
$\angle A+72°+65°=180°$ $\therefore \angle A=43°$
$\angle ADE=\angle a$, $\angle AED=\angle b$라 하면 △ADE에서
$43°+\angle a+\angle b=180°$
$\therefore \angle a+\angle b=137°$
이때
$\angle A'DE=\angle ADE=\angle a$ (접은 각),
$\angle A'ED=\angle AED=\angle b$ (접은 각)
이므로
$\angle BDA'+\angle CEA'$
$=(180°-2\angle a)+(180°-2\angle b)$
$=360°-2(\angle a+\angle b)$
$=360°-2\times 137°$
$=86°$

답 86°

∠ADB, ∠AEC는 평각임을 이용한다.

12 $\angle ACB=55°$ (맞꼭지각)이므로
$(2x+15)+55=190-2x$
$4x=120$ $\therefore x=30$

답 30

13 △ABC에서

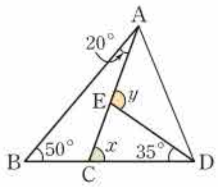
$\angle x=20^\circ+50^\circ=70^\circ$

△ECD에서

$\angle y=70^\circ+35^\circ=105^\circ$

$\therefore\ \angle x+\angle y=175^\circ$ 답 ④

다른풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면 △ABD에서



$\angle EAD+\angle EDA$

$=180^\circ-(20^\circ+50^\circ+35^\circ)$

$=75^\circ$

△AED에서

$\angle y=180^\circ-(\angle EAD+\angle EDA)$

$=180^\circ-75^\circ=105^\circ$

△ECD에서

$\angle x+35^\circ=105^\circ \qquad \therefore\ \angle x=70^\circ$

14 △ABG에서

$\angle FBC=25^\circ+35^\circ=60^\circ$

△BCF에서

$\angle ECD=25^\circ+60^\circ=85^\circ$

△CDE에서

$\angle x=25^\circ+85^\circ=110^\circ$ 답 110°

15 △ABD에서 $34^\circ+\angle BAD=79^\circ$

$\therefore\ \angle BAD=45^\circ$

$\angle DAC=\angle BAD=45^\circ$이므로 △ADC에서

$45^\circ+79^\circ+\angle x=180^\circ$

$\therefore\ \angle x=56^\circ$ 답 ④

다른풀이 △ABD에서 $34^\circ+\angle BAD=79^\circ$

$\therefore\ \angle BAD=45^\circ$

$\angle BAC=2\angle BAD=2\times45^\circ=90^\circ$이므로 △ABC에서

$90^\circ+34^\circ+\angle x=180^\circ \qquad \therefore\ \angle x=56^\circ$

16 △DBC는 $\overline{DB}=\overline{DC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle DCB=\angle B=\angle x$

$\therefore\ \angle ADC=\angle x+\angle x=2\angle x$

△ADC는 $\overline{AC}=\overline{DC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle A=\angle ADC=2\angle x$

△ABC에서

$2\angle x+\angle x=105^\circ, \qquad 3\angle x=105^\circ$

$\therefore\ \angle x=35^\circ$ 답 ②

17 △ABD는 $\overline{AD}=\overline{BD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABD=\angle A=32^\circ$

$\therefore\ \angle BDC=32^\circ+32^\circ=64^\circ$

△DBC는 $\overline{BD}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle C=\angle BDC=64^\circ$

$\therefore\ \angle x=180^\circ-(64^\circ+64^\circ)=52^\circ$ 답 52°

곱이 154인 두 자연수 중 차가 3인 두 수를 찾는다.

➡ $154=1\times154$
$=2\times77$
$=7\times22$
$=11\times14$

생각

n각형의 내부의 한 점에서 각 꼭짓점을 연결한 선분을 그을 때 생기는 삼각형의 개수는 n이다.

18 $\angle ADC=180^\circ-115^\circ=65^\circ$

△ACD는 $\overline{AC}=\overline{CD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle CAD=\angle ADC=65^\circ$

$\therefore\ \angle ACD=180^\circ-(65^\circ+65^\circ)$

$=50^\circ$

△ABC는 $\overline{AC}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BAC=\angle B=\angle x$

따라서 $\angle x+\angle x=50^\circ$이므로

$2\angle x=50^\circ$

$\therefore\ \angle x=25^\circ$ 답 ①

19 △ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ACB=\angle B=20^\circ$

$\therefore\ \angle CAD=20^\circ+20^\circ=40^\circ$

△CDA는 $\overline{AC}=\overline{CD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle CDA=\angle CAD=40^\circ$

△DBC에서

$\angle DCE=20^\circ+40^\circ=60^\circ$

△DCE는 $\overline{CD}=\overline{DE}$인 이등변삼각형이므로

$\angle DEC=\angle DCE=60^\circ$

$\therefore\ \angle x=180^\circ-60^\circ=120^\circ$ 답 120°

20 $a=16-3=13$

대각선의 개수가 77인 다각형을 n각형이라 하면

$\frac{n(n-3)}{2}=77$

$n(n-3)=154$

이때 $154=14\times11$이므로

$n=14$

$\therefore\ b=14$

$\therefore\ a+b=27$ 답 27

21 주어진 다각형은 십이각형이므로 구하는 대각선의 개수는

$\frac{12\times(12-3)}{2}=54$ 답 ④

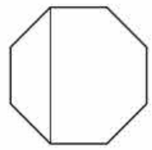
22 악수를 한 횟수는 칠각형의 대각선의 개수와 같으므로

$\frac{7\times(7-3)}{2}=14$(번) 답 14번

Q쌤 한마디

원탁에 둘러앉은 7명을 각각 칠각형의 꼭짓점으로, 두 사람이 악수를 하는 것을 두 꼭짓점을 이은 선분으로 생각할 수 있습니다. 이때 자신의 왼쪽과 오른쪽에 앉은 두 사람을 제외한 모든 사람과 서로 한 번씩 악수를 한다고 했으므로 악수를 한 횟수는 칠각형의 대각선의 개수와 같습니다.

23 다각형의 한 꼭짓점에서 한 개의 대각선을 그을 때, 사각형과 육각형으로 나뉘려면 이 다각형은 오른쪽 그림과 같이 팔각형이어야 한다.



따라서 팔각형의 대각선의 개수는

$\frac{8\times(8-3)}{2}=20$　　　　답 20

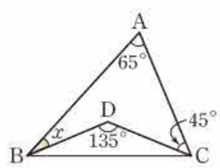
Q쌤 한마디

n각형의 한 꼭짓점에서 한 개의 대각선을 그어 두 다각형으로 나누면 이 대각선은 각각 두 다각형의 변이 됩니다. 따라서 나뉜 두 다각형의 변의 개수의 합을 구할 때 그 대각선이 두 번 더해지므로 변의 개수의 합은 $n+2$입니다.
즉 n각형의 한 꼭짓점에서 한 개의 대각선을 그어 사각형과 육각형으로 나뉘면

$n+2=4+6$

이 성립하므로 $n=8$입니다.

24 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면 △DBC에서



$\angle DBC+\angle DCB$
$=180^\circ-135^\circ$
$=45^\circ$

△ABC에서

$\angle x=180^\circ-(65^\circ+\angle DBC+\angle DCB+45^\circ)$
$=180^\circ-(65^\circ+45^\circ+45^\circ)$
$=25^\circ$　　　　답 ②

25 △ABC에서

$2\angle DBC+2\angle DCB=180^\circ-70^\circ=110^\circ$

$\angle ABC+\angle ACB$

$\therefore \angle DBC+\angle DCB=55^\circ$

△DBC에서

$\angle x=180^\circ-(\angle DBC+\angle DCB)$
$=180^\circ-55^\circ=125^\circ$　　　　답 125°

26 $\angle ABD=\angle DBC=\angle a$,
$\angle ACD=\angle DCE=\angle b$라 하면

생각 톡
두 삼각형 ABC, DBC에서 삼각형의 내각과 외각의 관계를 이용한다.

△DBC에서

$\angle b=26^\circ+\angle a$

△ABC에서

$2\angle b=\angle x+2\angle a$

$\therefore \angle b=\frac{1}{2}\angle x+\angle a$

따라서 $\frac{1}{2}\angle x=26^\circ$이므로

$\angle x=52^\circ$　　　　답 ⑤

27 $\angle ABD=\angle DBE=\angle EBC=\angle a$,
$\angle ACD=\angle DCE=\angle ECP=\angle b$라 하면

△DBC에서

$2\angle b=40^\circ+2\angle a$

$\therefore \angle b=20^\circ+\angle a$　　…… ㉠

△ABC에서

$3\angle b=\angle x+3\angle a$

$\therefore \angle b=\frac{1}{3}\angle x+\angle a$　　…… ㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{1}{3}\angle x=20^\circ$이므로

$\angle x=60^\circ$

△EBC에서

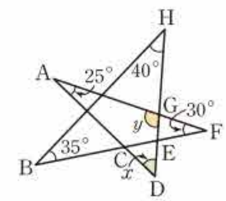
$\angle b=\angle y+\angle a$　　…… ㉢

㉠, ㉢에서

$\angle y=20^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=80^\circ$　　　　답 80°

28 오른쪽 그림의



△ACF에서

$\angle FCD=25^\circ+30^\circ$
$=55^\circ$

△BEH에서

$\angle BED=35^\circ+40^\circ$
$=75^\circ$

△CDE에서

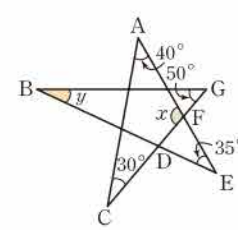
$\angle x=180^\circ-(55^\circ+75^\circ)=50^\circ$

△ADG에서

$\angle y=180^\circ-(25^\circ+50^\circ)=105^\circ$

$\therefore \angle y-\angle x=55^\circ$　　　　답 ③

29 오른쪽 그림의



△ACF에서

$\angle x$
$=180^\circ-(40^\circ+30^\circ)$
$=110^\circ$

△BDG에서

$\angle GDE=\angle y+50^\circ$

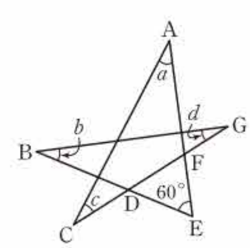
△DEF에서

$(\angle y+50^\circ)+35^\circ=110^\circ$

$\therefore \angle y=25^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=135^\circ$　　　　답 135°

30 오른쪽 그림의



△ACF에서

$\angle CFE=\angle a+\angle c$

△BDG에서

$\angle GDE=\angle b+\angle d$

△DEF에서

$(\angle a+\angle c)+(\angle b+\angle d)+60^\circ=180^\circ$

$\therefore \angle a+\angle b+\angle c+\angle d=180^\circ-60^\circ$
$=120^\circ$　　　　답 ②

Lecture 08 다각형의 내각과 외각의 크기 W 34쪽

01 답 (가) 8 (나) $360°$ (다) $1080°$

02 조건 (가), (나)를 모두 만족시키는 다각형은 정다각형이다.

> 각 꼭짓점에서의 외각의 크기가 모두 같으면 내각의 크기도 모두 같다.

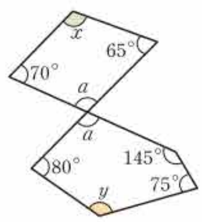
구하는 다각형을 정n각형이라 하면 조건 (다)에서

$180° \times (n-2) = 900°$

$n-2=5 \quad \therefore n=7$

따라서 구하는 다각형은 정칠각형이다. 답 정칠각형

03 오른쪽 그림에서 사각형의 내각의 크기의 합은 $360°$이므로



$\angle x + 70° + \angle a + 65°$

$= 360°$

$\therefore \angle a = 225° - \angle x$ …… ㉠

오각형의 내각의 크기의 합은

$180° \times (5-2) = 540°$

이므로

$80° + \angle y + 75° + 145° + \angle a = 540°$

$\therefore \angle a = 240° - \angle y$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $225° - \angle x = 240° - \angle y$

$\therefore \angle y - \angle x = 15°$ 답 ①

04 다각형의 외각의 크기의 합은 $360°$이므로

$(180° - \angle x) + 115° + 105° + 90° = 360°$

$\therefore \angle x = 130°$ 답 ②

05 다각형의 외각의 크기의 합은 $360°$이므로

$55 + 62 + (180 - 2x) + 50 + x + 73 = 360$

$\therefore x = 60$ 답 ⑤

06 $\angle x = 180° - 115° = 65°$

다각형의 외각의 크기의 합은 $360°$이므로

$65° + 60° + \angle y + (180° - 100°) + 80° = 360°$

$\therefore \angle y = 75°$

$\therefore \angle y - \angle x = 10°$ 답 $10°$

07 정삼각형의 한 외각의 크기는 $\frac{360°}{3} = 120°$이고 한 내각의 크기는 $180° - 120° = 60°$이므로

> 생각 ! 정다각형의 한 외각의 크기를 먼저 구한 후 한 내각의 크기와 한 외각의 크기의 합이 $180°$임을 이용하여 한 내각의 크기를 구한다.

$60° = 120° \times a$

$\therefore a = \frac{1}{2}$

정육각형의 한 외각의 크기는 $\frac{360°}{6} = 60°$이고 한 내각의 크기는 $180° - 60° = 120°$이므로

$120° = 60° \times b$

$\therefore b = 2$

정팔각형의 한 외각의 크기는 $\frac{360°}{8} = 45°$이고 한 내각의 크기는 $180° - 45° = 135°$이므로

$135° = 45° \times c$

$\therefore c = 3$

$\therefore abc = 3$ 답 3

08 주어진 정다각형을 정n각형이라 하면

$\frac{360°}{n} = 40° \qquad \therefore n = 9$

따라서 정구각형의 내각의 크기의 합은

$180° \times (9-2) = 1260°$ 답 ②

09 주어진 정다각형을 정n각형이라 하면

$\frac{n(n-3)}{2} = 90, \qquad n(n-3) = 180$

이때 $180 = 15 \times 12$이므로

$n = 15$

따라서 정십오각형의 한 내각의 크기는

$\frac{180° \times (15-2)}{15} = 156°$ 답 $156°$

10 한 외각의 크기를 $\angle x$라 하면 한 내각의 크기는 $\angle x + 90°$이므로

$\angle x + (\angle x + 90°) = 180°$

$2\angle x = 90° \qquad \therefore \angle x = 45°$

주어진 정다각형을 정n각형이라 하면

$\frac{360°}{n} = 45°$

$\therefore n = 8$

따라서 정팔각형의 내각의 크기의 합은

$180° \times (8-2) = 1080°$ 답 $1080°$

다른풀이 한 내각의 크기를 $\angle x$라 하면 한 외각의 크기는 $\angle x - 90°$이므로

$\angle x + (\angle x - 90°) = 180°$

$2\angle x = 270°$

$\therefore \angle x = 135°$

주어진 다각형을 정n각형이라 하면

$\frac{180° \times (n-2)}{n} = 135°$

$180° \times n - 360° = 135° \times n$

$45° \times n = 360° \qquad \therefore n = 8$

따라서 정팔각형의 내각의 크기의 합은

$180° \times (8-2) = 1080°$

Q쌤 한마디

한 내각의 크기를 구하여 어떤 정다각형인지 구할 수도 있지만 내각의 크기를 이용하는 것이 외각의 크기를 이용하는 것보다 계산 과정이 복잡하므로 외각의 크기를 이용하는 것이 더 편리합니다.

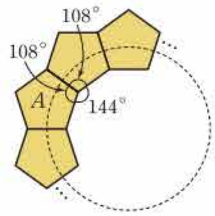
11 정오각형의 한 내각의 크기는

$\frac{180^\circ\times(5-2)}{5}=108^\circ$

오른쪽 그림과 같이 안쪽에 생기는 다각형은 내각의 크기가

$360^\circ-2\times108^\circ=144^\circ$

로 모두 같고, 변의 길이도 모두 같으므로 정다각형이다.



이 정다각형을 정n각형이라 하면 한 내각의 크기가 144°이므로

$\frac{180^\circ\times(n-2)}{n}=144^\circ$

$180^\circ\times n-360^\circ=144^\circ\times n$

$36^\circ\times n=360^\circ$

$\therefore\ n=10$

따라서 그린 정오각형의 개수는 10이다. 답 ③

12 오각형의 내각의 크기의 합은

$180^\circ\times(5-2)=540^\circ$

이므로

$2\angle\mathrm{FCD}+2\angle\mathrm{FDC}$

$=540^\circ-(72^\circ+114^\circ+110^\circ)$

$=244^\circ$

$\therefore\ \angle\mathrm{FCD}+\angle\mathrm{FDC}=122^\circ$

△FCD에서

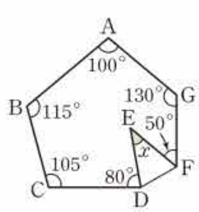
$\angle x=180^\circ-(\angle\mathrm{FCD}+\angle\mathrm{FDC})$

$=180^\circ-122^\circ$

$=58^\circ$

답 58°

13 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{DF}}$를 그으면 육각형의 내각의 크기의 합은



$180^\circ\times(6-2)=720^\circ$

이므로

$\angle\mathrm{EDF}+\angle\mathrm{EFD}$

$=720^\circ-(100^\circ+115^\circ+105^\circ+80^\circ+50^\circ+130^\circ)$

$=140^\circ$

△EDF에서

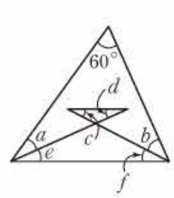
$\angle x=180^\circ-(\angle\mathrm{EDF}+\angle\mathrm{EFD})$

$=180^\circ-140^\circ$

$=40^\circ$

답 ③

14 오른쪽 그림에서



$\angle c+\angle d=\angle e+\angle f$

이므로

$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d$

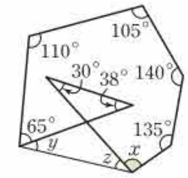
$=\angle a+\angle b+\angle e+\angle f$

$=180^\circ-60^\circ$

$=120^\circ$

답 120°

15 오른쪽 그림에서



$\angle y+\angle z=30^\circ+38^\circ$

$=68^\circ$

육각형의 내각의 크기의 합은

$180^\circ\times(6-2)=720^\circ$

이므로

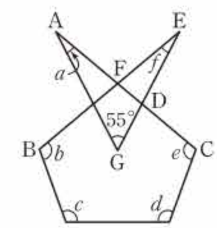
$\angle x$

$=720^\circ-(135^\circ+140^\circ+105^\circ+110^\circ+65^\circ+68^\circ)$

$=97^\circ$

답 ③

16 오른쪽 그림의 △AGD에서



$\angle\mathrm{ADE}=\angle a+55^\circ$

△EFD에서

$\angle\mathrm{BFC}=\angle f+\angle a+55^\circ$

$\therefore\ \angle a+\angle f$

$=\angle\mathrm{BFC}-55^\circ$

$\therefore\ \angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e+\angle f$

$=\angle b+\angle c+\angle d+\angle e+\angle\mathrm{BFC}-55^\circ$

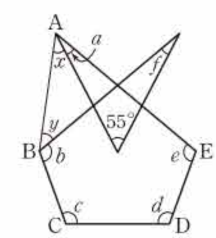
오각형의 내각의 크기의 합

$=180^\circ\times(5-2)-55^\circ$

$=485^\circ$

답 485°

다른풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}}$를 그으면



$\angle x+\angle y=\angle f+55^\circ$

오각형의 내각의 크기의 합은

$180^\circ\times(5-2)=540^\circ$

이므로 오각형 ABCDE에서

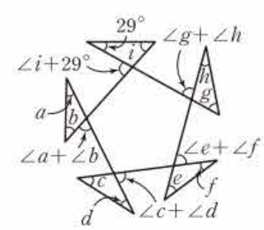
$\angle a+\angle f+55^\circ+\angle b$

$+\angle c+\angle d+\angle e$

$=540^\circ$

$\therefore\ \angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e+\angle f=485^\circ$

17 오른쪽 그림에서



$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d$

$+\angle e+\angle f+\angle g$

$+\angle h+\angle i+29^\circ$

오각형의 외각의 크기의 합

$=360^\circ$

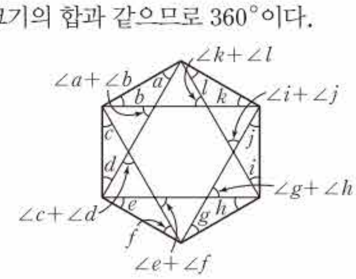
$\therefore\ \angle a+\angle b+\angle c$

$+\angle d+\angle e+\angle f+\angle g+\angle h+\angle i$

$=331^\circ$

답 ②

18 다음 그림에서 구하는 각의 크기의 합은 육각형의 외각의 크기의 합과 같으므로 360°이다.



답 360°

19 $\angle BCD=90°$이고 $\triangle DBC$는 $\overline{CB}=\overline{CD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle CBD=\frac{1}{2}\times(180°-90°)$
$=45°$

이때 $\angle BCE=60°$이므로 $\triangle BCF$에서

$\angle x=45°+60°=105°$ 답 105°

20 정육각형의 한 내각의 크기는

$\frac{180°\times(6-2)}{6}=120°$

$\triangle ABF$는 $\overline{AB}=\overline{AF}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABF=\frac{1}{2}\times(180°-120°)=30°$

같은 방법으로 하면 $\triangle ABC$에서

$\angle BAC=30°$

$\therefore \angle x=120°-30°=90°$

또 $\triangle ABG$에서

$\angle y=30°+30°=60°$

$\therefore \angle x-\angle y=30°$ 답 ①

21 $\angle EDC=60°+90°=150°$

$\angle EDC$
$=\angle EDA+\angle ADC$

$\triangle DEC$는 $\overline{DE}=\overline{DC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle x=\frac{1}{2}\times(180°-150°)=15°$

$\triangle DEF$에서

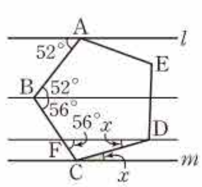
$\angle y=15°+60°=75°$

$\therefore \angle x+\angle y=90°$ 답 90°

22 정오각형의 한 내각의 크기는

$\frac{180°\times(5-2)}{5}=108°$

오른쪽 그림과 같이 두 꼭짓점 B, D를 각각 지나고 두 직선 l, m에 평행한 직선을 그으면 $\triangle FCD$에서



$56°+108°+\angle x=180°$

$108°-52°=56°$

$\therefore \angle x=16°$ 답 ④

23 정오각형의 한 외각의 크기는

$\frac{360°}{5}=72°$

이고, 한 내각의 크기는

$180°-72°=108°$

(정다각형의 한 내각의 크기)
$=180°$
$-$(정다각형의 한 외각의 크기)

정육각형의 한 외각의 크기는

$\frac{360°}{6}=60°$

이고, 한 내각의 크기는

$180°-60°=120°$

① $\angle a=72°$

② $\angle b=108°$

③ $\angle c=72°+60°=132°$

(정오각형의 한 외각의 크기)
+(정육각형의 한 외각의 크기)

④ $\angle d=120°$

⑤ $\angle e=60°$

답 ③

24 정팔각형의 한 외각의 크기는

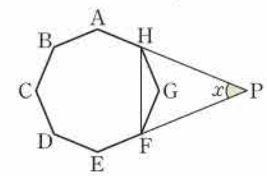
$\frac{360°}{8}=45°$

이고, 한 내각의 크기는

$180°-45°=135°$

이므로

$\angle GHP=\angle GFP=45°$, $\angle HGF=135°$



위의 그림과 같이 $\overline{HF}$를 그으면 $\triangle GHF$에서

$\angle GHF+\angle GFH=180°-135°=45°$

$\triangle PHF$에서

$\angle x=180°-(45°+\angle GHF+\angle GFH+45°)$
$=180°-(45°+45°+45°)$
$=45°$ 답 45°

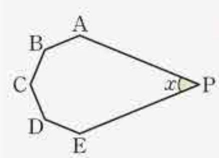
다른풀이 정팔각형의 한 내각의 크기는

$\frac{180°\times(8-2)}{8}=135°$

육각형의 내각의 크기의 합은

$180°\times(6-2)=720°$

육각형 ABCDEP에서



위의 육각형에서
$\angle A=\angle B=\angle C$
$=\angle D=\angle E$
$=135°$

$\angle x=720°-5\times135°=45°$

고난도 Training

W 38쪽

01 $\triangle BED$는 $\overline{BD}=\overline{BE}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BED=\angle BDE=\angle a$

라 하면

$\angle B=180°-2\angle a$

$\triangle CFE$는 $\overline{CE}=\overline{CF}$인 이등변삼각형이므로

$\angle CEF=\angle CFE=\angle b$

라 하면

$\angle C=180°-2\angle b$

$\triangle ABC$에서

$62°+(180°-2\angle a)+(180°-2\angle b)=180°$

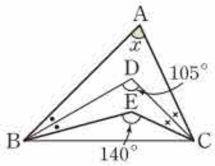
$2\angle a+2\angle b=242°$

$\therefore \angle a+\angle b=121°$

$\therefore \angle x=180°-(\angle a+\angle b)$
$=180°-121°=59°$ 답 ⑤

W 04 다각형

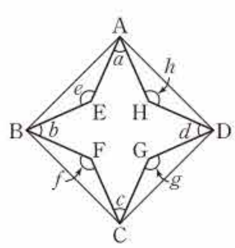
02 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면 △EBC에서



$\angle EBC+\angle ECB$
$=180°-140°=40°$
$\angle ABD=\angle DBE=\angle a$,
$\angle ACD=\angle DCE=\angle b$라 하면
△DBC에서
$\angle a+\angle b=180°-(105°+\angle EBC+\angle ECB)$
$=180°-(105°+40°)$
$=35°$
△ABC에서
$\angle x=180°-\{2(\angle a+\angle b)+\angle EBC+\angle ECB\}$
$=180°-(2\times 35°+40°)$
$=70°$ 답 70°

03 $\angle BAD=\angle DAC=\angle a$,
$\angle ABE=\angle EBC=\angle b$라 하면
△ABC에서
$2\angle a+2\angle b+44°=180°$
$2\angle a+2\angle b=136°$
$\therefore\ \angle a+\angle b=68°$
△ABD에서
$\angle x=\angle a+2\angle b$
△ABE에서
$\angle y=2\angle a+\angle b$
$\therefore\ \angle x+\angle y=(\angle a+2\angle b)+(2\angle a+\angle b)$
$=3(\angle a+\angle b)$
$=3\times 68°=204°$ 답 ②

04 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$를 그으면



△ABE에서
$\angle EAB+\angle EBA$
$=180°-\angle e$
△BCF에서
$\angle FBC+\angle FCB$
$=180°-\angle f$
△CDG에서
$\angle GCD+\angle GDC=180°-\angle g$
△AHD에서
$\angle HAD+\angle HDA=180°-\angle h$
사각형 ABCD의 내각의 크기의 합은 360°이므로
$\angle a+(180°-\angle e)+\angle b+(180°-\angle f)$
$+\angle c+(180°-\angle g)+\angle d+(180°-\angle h)$
$=360°$
$\therefore\ (\angle e+\angle f+\angle g+\angle h)$
$-(\angle a+\angle b+\angle c+\angle d)$
$=360°$ 답 360°

BOX

$a^m\times b^n\times c^l$ (a, b, c는 서로 다른 소수, m, n, l은 자연수)의 약수의 개수
➡ $(m+1)\times(n+1)\times(l+1)$

360의 약수인 1과 2

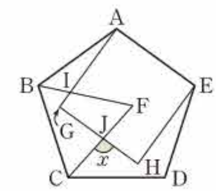
∠GAE=90°

∠FBC=60°

∠IGJ+∠IFJ
=90°+60°

05 구하는 정다각형을 정n각형이라 하면
$x°=\dfrac{360°}{n}$
즉 x가 자연수가 되려면 n은 360의 약수이어야 한다.
$360=2^3\times 3^2\times 5$이므로 360의 약수의 개수는
$(3+1)\times(2+1)\times(1+1)=24$
이때 $n\geq 3$이므로 조건을 만족시키는 자연수 n의 개수는
$24-2=22$
따라서 구하는 정다각형의 개수는 22이다. 답 22

06 정오각형의 한 내각의 크기는
$\dfrac{180°\times(5-2)}{5}=108°$
오른쪽 그림에서



$\angle BAI=108°-90°$
$=18°$,
$\angle ABI=108°-60°$
$=48°$
△ABI에서
$\angle AIB=180°-(18°+48°)=114°$
$\therefore\ \angle GIF=\angle AIB=114°$ (맞꼭지각)
따라서 사각형 IGJF에서
$\angle GJF=360°-(114°+90°+60°)=96°$
$\therefore\ \angle x=\angle GJF=96°$ (맞꼭지각) 답 ③

05 원과 부채꼴

Lecture 09 원과 부채꼴

Ⓦ 39쪽

01 $140:35=12:x$이므로

$4:1=12:x,\quad 4x=12$

$\therefore x=3$

답 3

02 $(5x-5)+(2x+10)=180$이므로

$7x=175\quad \therefore x=25$

따라서 $120:60=24:y$이므로

$2:1=24:y,\quad 2y=24$

$\therefore y=12$

답 ④

Q BOX

삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

$5x°-5°$
$=5\times25°-5°$
$=120°$

$2x°+10°$
$=2\times25°+10°$
$=60°$

03 $3\angle AOC=2\angle BOC$에서

$\angle AOC:\angle BOC=2:3$이므로

$\overset{\frown}{AC}:\overset{\frown}{BC}=2:3,\quad 6:\overset{\frown}{BC}=2:3$

$2\overset{\frown}{BC}=18\quad \therefore \overset{\frown}{BC}=9\,(\text{cm})$

답 9 cm

04 $\angle AOB+\angle COD=180°-68°=112°$

$\overset{\frown}{CD}=3\overset{\frown}{AB}$에서 $\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{CD}=1:3$이므로

$\angle AOB:\angle COD=1:3$

$\therefore \angle COD=112°\times\dfrac{3}{1+3}=84°$

답 ③

$\angle AOB+\angle COD$
$=\angle AOD-\angle BOC$

05 $\angle BOC=x°$라 하면 $\overline{AB}/\!/\overline{OC}$이므로

$\angle OBA=\angle BOC=x°$ (엇각)

$\triangle AOB$에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

$\angle OAB=\angle OBA=x°$

$\therefore \angle AOB=180°-(x°+x°)=180°-2x°$

$\angle AOB:\angle BOC=\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BC}=4:1$이므로

$(180-2x):x=4:1,\quad 180-2x=4x$

$6x=180\quad \therefore x=30$

$\therefore \angle BOC=30°$

답 30°

06 $\triangle OCA$에서 $\overline{OA}=\overline{OC}$이므로

$\angle OCA=\dfrac{1}{2}\times(180°-80°)=50°$

$\overline{AC}/\!/\overline{OD}$이므로

$\angle COD=\angle OCA=50°$ (엇각)

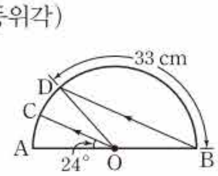
$\therefore \overset{\frown}{AC}:\overset{\frown}{CD}=80:50=8:5$

답 ⑤

07 $\overline{BD}/\!/\overline{OC}$이므로

$\angle OBD=\angle AOC=24°$ (동위각)

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$를 그으면 $\triangle OBD$에서 $\overline{OD}=\overline{OB}$이므로



$\angle ODB=\angle OBD=24°$

$\therefore \angle DOB=180°-(24°+24°)=132°$

$\angle COD=\angle ODB=24°$ (엇각)이므로

$24:132=\overset{\frown}{CD}:33,\quad 2:11=\overset{\frown}{CD}:33$

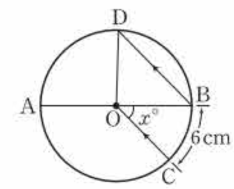
$11\overset{\frown}{CD}=66\quad \therefore \overset{\frown}{CD}=6\,(\text{cm})$

답 6 cm

08 $\angle BOC=x°$라 하면 $\overline{BD}/\!/\overline{CO}$이므로

$\angle OBD=\angle BOC=x°$ (엇각)

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$를 그으면 $\triangle DOB$에서 $\overline{OD}=\overline{OB}$이므로



$\angle ODB=\angle OBD=x°$

$\therefore \angle AOD=x°+x°$
$=2x°$

따라서 $2x:x=\overset{\frown}{AD}:6$이므로

$2:1=\overset{\frown}{AD}:6\quad \therefore \overset{\frown}{AD}=12\,(\text{cm})$

답 ③

09 $\angle AOB:\angle COD$

$=$(부채꼴 AOB의 넓이) : (부채꼴 COD의 넓이)

$=25:6$

이므로

$25:6=10:\overset{\frown}{CD},\quad 25\overset{\frown}{CD}=60$

$\therefore \overset{\frown}{CD}=\dfrac{12}{5}\,(\text{cm})$

답 $\dfrac{12}{5}$ cm

10 (1) 부채꼴 BOE의 넓이를 $x\,\text{cm}^2$라 하면

$\angle AOC:\angle BOE=2:3$이므로

$2:3=24:x,\quad 2x=72$

$\therefore x=36$

따라서 부채꼴 BOE의 넓이는 $36\,\text{cm}^2$이다.

(2) 부채꼴 COD의 넓이를 $y\,\text{cm}^2$라 하면

$\angle AOC:\angle COD=2:1$이므로

$2:1=24:y,\quad 2y=24$

$\therefore y=12$

따라서 부채꼴 COD의 넓이는 $12\,\text{cm}^2$이다.

답 (1) $36\,\text{cm}^2$ (2) $12\,\text{cm}^2$

정n각형의

① 한 내각의 크기

➡ $\dfrac{180°\times(n-2)}{n}$

② 한 외각의 크기

➡ $\dfrac{360°}{n}$

11 부채꼴 A의 중심각의 크기는

$\dfrac{180°\times(6-2)}{6}=120°$

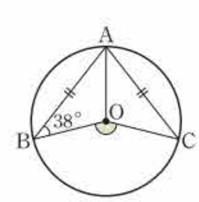
부채꼴 B의 중심각의 크기는

$\dfrac{360°}{8}=45°$

두 부채꼴 A, B의 반지름의 길이가 같으므로 넓이의 비는 $120:45=8:3$

답 ④

12 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면 $\triangle OAB$에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로



$\angle OAB=\angle OBA=38°$

$\therefore \angle AOB$
$=180°-(38°+38°)$
$=104°$

이때 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle AOC=\angle AOB=104°$

$\therefore \angle BOC=360°-(104°+104°)$

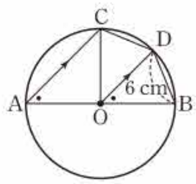
$=152°$

답 ②

13 $\overline{AC}\,/\!/\,\overline{OD}$이므로

$\angle OAC=\angle BOD$ (동위각)

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면 $\triangle OCA$에서 $\overline{OA}=\overline{OC}$이므로



$\angle OCA=\angle OAC$

또 $\angle COD=\angle OCA$ (엇각)이므로

$\angle COD=\angle BOD$

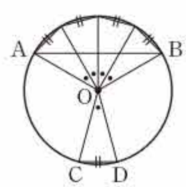
$\therefore \overline{CD}=\overline{BD}=6\,(cm)$

답 6 cm

14 ① $\angle AOB=4\angle COD$이고 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로

$\widehat{AB}=4\widehat{CD}$

②, ⑤ 오른쪽 그림에서



$\overline{CD}>\frac{1}{4}\overline{AB}$

$\triangle OBA<4\triangle OCD$

③ $\angle BOD$의 크기는 알 수 없다.

④ $\triangle OBA$에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

$\angle OAB=\frac{1}{2}\times(180°-120°)=30°$

$\triangle OCD$에서 $\overline{OC}=\overline{OD}$이므로

$\angle OCD=\frac{1}{2}\times(180°-30°)=75°$

$\therefore \angle OAB=\frac{2}{5}\angle OCD$

답 ①, ④

15 $\angle AOC=90°$이고 $\widehat{AB}=\widehat{BC}$이므로

$\angle AOB=\angle BOC=90°\times\frac{1}{2}=45°$

$\angle DOE=\angle AOB=45°$ (맞꼭지각)이므로

$\angle AOE=180°-45°=135°$

Q BOX: $\angle AOE$
$=\angle BOD$ (맞꼭지각)
$=45°+90°$
$=135°$
와 같이 구할 수도 있다.

① $\angle AOE : \angle AOB=135 : 45=3 : 1$이므로

$\widehat{AE} : \widehat{AB}=3 : 1 \qquad \therefore \widehat{AE}=3\widehat{AB}$

② $\angle AOC : \angle AOE=90 : 135=2 : 3$이므로

$\widehat{AC} : \widehat{AE}=2 : 3 \qquad \therefore 3\widehat{AC}=2\widehat{AE}$

③ $\angle AOC=\angle COD$이므로

$\overline{AC}=\overline{CD}$

④ $\triangle AOB$와 $\triangle DOE$에서

$\overline{OA}=\overline{OD}$, $\overline{OB}=\overline{OE}$, $\angle AOB=\angle DOE$

이므로 $\triangle AOB\equiv\triangle DOE$ (SAS 합동)

$\therefore \triangle AOB=\triangle DOE$

⑤ $\angle BOC : \angle AOE=45 : 135=1 : 3$이므로

(부채꼴 BOC의 넓이) : (부채꼴 AOE의 넓이)

$=1 : 3$

$\therefore$ (부채꼴 BOC의 넓이)

$=\frac{1}{3}\times$ (부채꼴 AOE의 넓이)

답 ⑤

16 $2\pi\times9\times\frac{1}{2}+2\pi\times5\times\frac{1}{2}+2\pi\times4\times\frac{1}{2}$

$=9\pi+5\pi+4\pi=18\pi\,(cm)$

답 ②

17 $8\times8-\left(\pi\times2^2\times\frac{1}{2}\right)\times4=64-8\pi\,(cm^2)$

답 $(64-8\pi)\,cm^2$

18 $a=2\pi\times13+50\times2=26\pi+100$

$b=2\pi\times15+50\times2=30\pi+100$

Q BOX: $(2+26+2)\times\frac{1}{2}$
$=15$

$\therefore b-a=4\pi$

Q BOX: 안쪽과 바깥쪽의 직선 길이가 같으므로 $b-a$의 값은 곡선 길이의 차와 같다.

답 4π

19 작은 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\pi\times r^2=9\pi, \qquad r^2=9$

이때 $9=3\times3$이므로 $\qquad r=3$

$\therefore l_2=(2\pi\times3)\times4=24\pi\,(cm)$

큰 원의 반지름의 길이는

$3\times4=12\,(cm)$

이므로

$l_1=2\pi\times12=24\pi\,(cm)$

$\therefore l_1=l_2$

답 ③

20 정오각형의 한 내각의 크기는

$\frac{180°\times(5-2)}{5}=108°$

따라서 구하는 부채꼴의 넓이는

$\pi\times5^2\times\frac{108}{360}=\frac{15}{2}\pi\,(cm^2)$

답 ③

21 $\angle AOB : \angle AOC=3 : 4$이므로

$\angle AOB=(360°-150°)\times\frac{3}{3+4}$

$=210°\times\frac{3}{7}$

$=90°$

$\therefore \widehat{AB}=2\pi\times4\times\frac{90}{360}=2\pi\,(cm)$

답 2π cm

22 정삼각형의 한 외각의 크기는 $\frac{360°}{3}=120°$이므로

$\angle CAD=\angle DBE=\angle ECF=120°$

부채꼴 CAD의 반지름의 길이는 6 cm이므로

$a=\pi\times6^2\times\frac{120}{360}=12\pi$

부채꼴 DBE의 반지름의 길이는 12 cm이므로

$$b=\pi\times12^2\times\frac{120}{360}=48\pi$$

부채꼴 ECF의 반지름의 길이는 18 cm이므로

$$c=\pi\times18^2\times\frac{120}{360}=108\pi$$

$\therefore\ c-a-b=48\pi$ 　　답 48π

BOX

$\overline{BD}=\overline{AB}+\overline{AD}$
$=6+6$
$=12\,(\text{cm})$

$\overline{CE}=\overline{BC}+\overline{BE}$
$=6+12$
$=18\,(\text{cm})$

23 (1) 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$\frac{1}{2}\times20\pi\times r=150\pi \qquad \therefore\ r=15$$

따라서 구하는 반지름의 길이는 15 cm이다.

(2) 중심각의 크기를 $x°$라 하면

$$2\pi\times15\times\frac{x}{360}=20\pi \qquad \therefore\ x=240$$

따라서 구하는 중심각의 크기는 240°이다.

답 (1) 15 cm　(2) 240°

반지름의 길이가 r, 호의 길이가 l인 부채꼴의 넓이 ➡ $\frac{1}{2}lr$

24 부채꼴 A의 호의 길이를 l_1 cm라 하면

$$\frac{1}{2}\times l_1\times8=\frac{64}{3}\pi$$

$$\therefore\ l_1=\frac{16}{3}\pi$$

부채꼴 B의 호의 길이를 l_2 cm라 하면

$$\frac{1}{2}\times l_2\times12=16\pi$$

$$\therefore\ l_2=\frac{8}{3}\pi$$

따라서 구하는 호의 길이의 합은

$$\frac{16}{3}\pi+\frac{8}{3}\pi=8\pi\,(\text{cm})$$

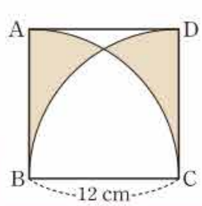
답 ④

25 $2\pi\times9\times\frac{120}{360}+2\pi\times3\times\frac{120}{360}+6\times2$

$=6\pi+2\pi+12$

$=8\pi+12\,(\text{cm})$ 　　답 ②

26 오른쪽 그림에서 색칠한 부분의 둘레의 길이는



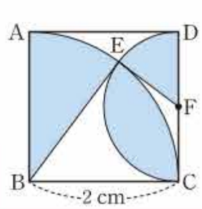
$\overset{\frown}{AC}+\overset{\frown}{BD}+\overline{AB}+\overline{CD}$

$=\left(2\pi\times12\times\frac{90}{360}\right)\times2+12\times2$

$=12\pi+24\,(\text{cm})$ 　　답 $(12\pi+24)$ cm

$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}$
$\overline{AB}=\overline{CD}$

27 오른쪽 그림에서 색칠한 부분의 둘레의 길이는



$\overset{\frown}{AC}+\overset{\frown}{CD}+\overline{AB}+\overline{EB}+\overline{EF}+\overline{DF}$

$=2\pi\times2\times\frac{90}{360}+2\pi\times1\times\frac{1}{2}+2\times2+1\times2$

$=\pi+\pi+4+2$

$=2\pi+6\,(\text{cm})$ 　　답 ⑤

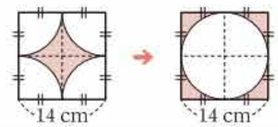
$\overline{AB}=\overline{EB}$
$\overline{EF}=\overline{DF}$

28 $14\times14-\left(\pi\times7^2\times\frac{90}{360}\right)\times4=196-49\pi\,(\text{cm}^2)$

답 $(196-49\pi)\text{ cm}^2$

Q쌤 한마디

다음 그림과 같이 색칠한 부분을 이동하면 그 넓이는 한 변의 길이가 14 cm인 정사각형의 넓이에서 반지름의 길이가 7 cm인 원의 넓이를 뺀 것과 같음을 알 수 있습니다.



29 정육각형의 한 내각의 크기는

$$\frac{180°\times(6-2)}{6}=120°$$

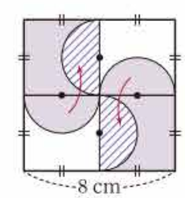
따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$\left(\pi\times5^2\times\frac{240}{360}\right)\times6=100\pi\,(\text{cm}^2)$$

답 ①

색칠한 한 부채꼴의 중심각의 크기는
$360°-120°=240°$

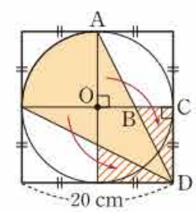
30 오른쪽 그림과 같이 이동하면 구하는 넓이는



$(4\times4)\times2=32\,(\text{cm}^2)$

답 32 cm^2

31 오른쪽 그림의 △AOB와 △DCB에서



$\overline{AO}=\overline{DC}$,

$\angle AOB=\angle DCB$

$\angle ABO=\angle DBC$ (맞꼭지각)

이므로

$\angle OAB=\angle CDB$

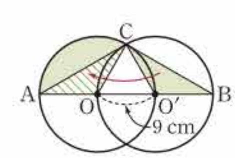
$\therefore$ △AOB≡△DCB (ASA 합동)

따라서 위의 그림과 같이 이동하면 구하는 넓이는

$$\pi\times10^2\times\frac{90}{360}+10\times10=25\pi+100\,(\text{cm}^2)$$

답 ③

32 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면 △OO′C는 정삼각형이다.



△AOC와 △BO′C에서

$\overline{AO}=\overline{BO'}$, $\overline{OC}=\overline{O'C}$,

$\angle AOC=180°-60°=120°=\angle BO'C$

이므로 　△AOC≡△BO′C (SAS 합동)

따라서 위의 그림과 같이 이동하면 색칠한 부분의 넓이는 부채꼴 AOC의 넓이와 같으므로

$$\pi\times9^2\times\frac{120}{360}=27\pi\,(\text{cm}^2)$$

답 $27\pi\text{ cm}^2$

33 색칠한 두 부분의 넓이가 같으므로 부채꼴 ABE의 넓이와 부채꼴 DAC의 넓이가 같다.

따라서 $\pi\times4^2\times\frac{90}{360}=\pi\times6^2\times\frac{x}{360}$이므로

$x=40$ 답 ③

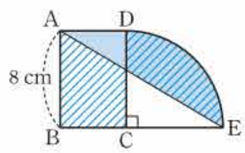
34 색칠한 두 부분의 넓이가 같으므로 부채꼴 AOB의 넓이와 반원 O′의 넓이가 같다.

$\angle AOB=x°$라 하면

$\pi\times9^2\times\frac{x}{360}=\pi\times6^2\times\frac{1}{2}$ $\therefore x=80$

$\therefore \angle AOB=80°$ 답 $80°$

35 색칠한 부분의 넓이와 직사각형 ABCD의 넓이가 같으므로 오른쪽 그림에서 빗금 친 두 부분의 넓이가 같다. 따라서 △ABE의 넓이와 부채꼴 DCE의 넓이가 같으므로



$\frac{1}{2}\times(\overline{BC}+8)\times8=\pi\times8^2\times\frac{90}{360}$

$\overline{BC}+8=4\pi$

$\therefore \overline{BC}=4\pi-8\,(\text{cm})$ 답 $(4\pi-8)$ cm

36 $\angle P=x°$라 하면 △DOP에서 $\overline{DO}=\overline{DP}$이므로

$\angle DOP=\angle P=x°$

$\therefore \angle CDO=x°+x°=2x°$

한편 △COD에서 $\overline{CO}=\overline{DO}$이므로

$\angle CDO=\frac{1}{2}\times(180°-60°)=60°$

즉 $2x=60$이므로 $x=30$

따라서 $\angle AOC=180°-(60°+30°)=90°$이므로

$90:30=6:\widehat{BD}$, $3:1=6:\widehat{BD}$

$3\widehat{BD}=6$ $\therefore \widehat{BD}=2\,(\text{cm})$ 답 ①

37 $\widehat{AC}:\widehat{CD}=1:2$이므로

$\angle AOC=a°$, $\angle COD=2a°$

라 하면

$\angle DOP=180°-(a°+2a°)=180°-3a°$

△DPO에서 $\overline{DO}=\overline{DP}$이므로

$\angle P=\angle DOP=180°-3a°$

$\therefore \angle ODC=(180°-3a°)+(180°-3a°)$

$=360°-6a°$

한편 △OCD에서 $\overline{CO}=\overline{DO}$이므로

$\angle ODC=\frac{1}{2}\times(180°-2a°)=90°-a°$

따라서 $360-6a=90-a$이므로

$5a=270$ $\therefore a=54$

$\therefore \angle COD=2\times54°=108°$ 답 ⑤

38 $\angle DAC=180°-60°$

$=120°$

$\angle EAD=\angle BAC=60°$이므로

$\angle EAB=180°-60°$

$=120°$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

(부채꼴 EAB의 넓이)+△AED

−(부채꼴 DAC의 넓이)−△ABC

=(부채꼴 EAB의 넓이)

−(부채꼴 DAC의 넓이)

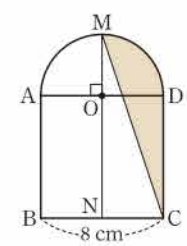
$=\pi\times12^2\times\frac{120}{360}-\pi\times6^2\times\frac{120}{360}$

$=48\pi-12\pi$

$=36\pi\,(\text{cm}^2)$

답 $36\pi\text{ cm}^2$

39 오른쪽 그림과 같이 $\overline{MO}$의 연장선과 $\overline{BC}$의 교점을 N이라 하면 색칠한 부분의 넓이는



(부채꼴 MOD의 넓이)

+(직사각형 ONCD의 넓이)

−△MNC

$=\pi\times4^2\times\frac{90}{360}+4\times8-\frac{1}{2}\times4\times12$

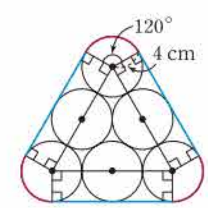
$=4\pi+32-24$

$=4\pi+8\,(\text{cm}^2)$

답 ④

$\overline{MN}=\overline{MO}+\overline{ON}$
$=4+8$
$=12\,(\text{cm})$

40 오른쪽 그림에서 곡선 부분의 길이는



$2\pi\times4=8\pi\,(\text{cm})$

직선 부분의 길이는

$16\times3=48\,(\text{cm})$

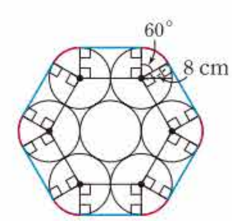
따라서 필요한 끈의 최소 길이는

$8\pi+48\,(\text{cm})$

답 $(8\pi+48)$ cm

생각 톡
필요한 끈의 최소 길이는 곡선 부분과 직선 부분으로 나누어 구한다.

41 오른쪽 그림에서 곡선 부분의 길이는



$2\pi\times8=16\pi\,(\text{cm})$

직선 부분의 길이는

$16\times6=96\,(\text{cm})$

따라서 필요한 끈의 최소 길이는

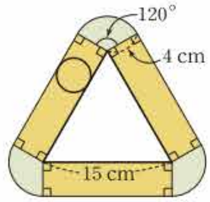
$16\pi+96\,(\text{cm})$ 답 ②

참고 6개의 원의 중심을 꼭짓점으로 하는 육각형은 정육각형이고 정육각형의 한 내각의 크기는 $120°$이므로 위의 그림에서 한 부채꼴의 중심각의 크기는

$360°-(90°+120°+90°)=60°$

$60°\times6=360°$이므로 6개의 부채꼴의 호의 길이의 합은 반지름의 길이가 8 cm인 원의 둘레의 길이와 같다.

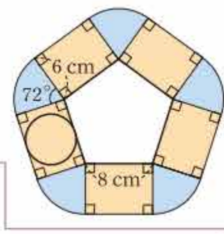
42 원이 지나간 자리는 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 넓이는



$\pi\times4^2+(15\times4)\times3$
$=16\pi+180\,(\text{cm}^2)$

답 $(16\pi+180)$ cm²

43 원이 지나간 자리는 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 넓이는



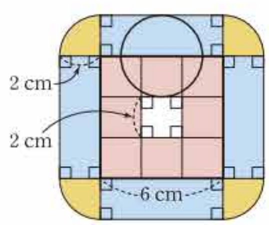
$\pi\times6^2+(8\times6)\times5$
$=36\pi+240\,(\text{cm}^2)$

답 $(36\pi+240)$ cm²

72°×5=360°이므로 5개의 부채꼴의 넓이의 합은 반지름의 길이가 6 cm인 원의 넓이와 같다.

참고 정오각형의 한 내각의 크기는 108°이므로 위의 그림에서 한 부채꼴의 중심각의 크기는
$360^\circ-(90^\circ+108^\circ+90^\circ)=72^\circ$

44 원이 지나간 자리는 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 넓이는



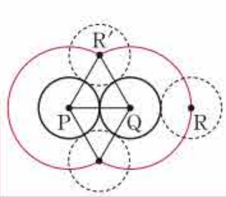
$\pi\times2^2+(6\times2)\times4$
$+(6\times6-2\times2)$
$=4\pi+80\,(\text{cm}^2)$

답 ③

45 점 B가 움직인 거리는 반지름의 길이가 9 cm이고 중심각의 크기가
$180^\circ-60^\circ=120^\circ$
인 부채꼴의 호의 길이의 2배와 같다.
따라서 점 B가 움직인 거리는
$\left(2\pi\times9\times\frac{120}{360}\right)\times2=12\pi\,(\text{cm})$

답 12π cm

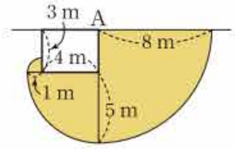
46 오른쪽 그림에서 △PQR′은 한 변의 길이가 12 cm인 정삼각형이므로 원 R의 중심이 움직인 거리는 반지름의 길이가 12 cm이고 중심각의 크기가



$360^\circ-(60^\circ+60^\circ)=240^\circ$
인 부채꼴의 호의 길이의 2배와 같다.
따라서 원 R의 중심이 움직인 거리는
$\left(2\pi\times12\times\frac{240}{360}\right)\times2=32\pi\,(\text{cm})$ 답 ①

세 원 P, Q, R의 반지름의 길이가 모두 같으므로
$\overline{PQ}=\overline{QR'}=\overline{R'P}$
$=6+6$
$=12\,(\text{cm})$

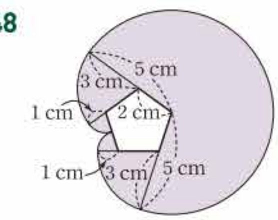
47 양이 움직일 수 있는 영역은 오른쪽 그림의 색칠한 부분과 같다.
따라서 양이 움직일 수 있는 영역의 최대 넓이는



$\pi\times8^2\times\frac{90}{360}+\pi\times5^2\times\frac{90}{360}+\pi\times1^2\times\frac{90}{360}$
$=16\pi+\frac{25}{4}\pi+\frac{1}{4}\pi$
$=\frac{45}{2}\pi\,(\text{m}^2)$

답 $\frac{45}{2}\pi$ m²

48



실이 움직일 수 있는 영역은 위의 그림의 색칠한 부분과 같다.
따라서 실이 움직일 수 있는 영역의 최대 넓이는

정오각형의 한 내각의 크기는 108°이므로 부채꼴의 중심각의 크기는 각각
$360^\circ-108^\circ=252^\circ$,
$180^\circ-108^\circ=72^\circ$

$\pi\times5^2\times\frac{252}{360}+\left(\pi\times3^2\times\frac{72}{360}\right)\times2$
$+\left(\pi\times1^2\times\frac{72}{360}\right)\times2$
$=\frac{35}{2}\pi+\frac{18}{5}\pi+\frac{2}{5}\pi$
$=\frac{43}{2}\pi\,(\text{cm}^2)$

답 $\frac{43}{2}\pi$ cm²

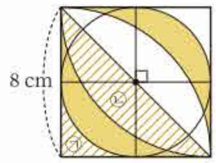
고난도 Training

W 47쪽

01 $\angle BOF=x^\circ$라 하면
$\angle AOE=\angle BOF=x^\circ$ (맞꼭지각)
$\overline{AB}\perp\overline{CD}$이므로
$\angle EOC=90^\circ-x^\circ$
△EOH에서 $\overline{EO}=\overline{EH}$이므로
$\angle EHO=\angle EOC=90^\circ-x^\circ$
$\therefore\ \angle OEH$
$=180^\circ-\{(90^\circ-x^\circ)+(90^\circ-x^\circ)\}$
$=2x^\circ$
△EOG에서 $\overline{EO}=\overline{GO}$이므로
$\angle OGE=\angle OEH=2x^\circ$
$\therefore\ \angle GOF=2x^\circ+2x^\circ=4x^\circ$
부채꼴 GOF의 넓이를 S cm²라 하면
$x:4x=9:S$, $\quad 1:4=9:S$
$\therefore\ S=36$
따라서 부채꼴 GOF의 넓이는 36 cm²이다.

답 36 cm²

02 오른쪽 그림에서



(㉠의 넓이)

$=4\times4-\pi\times4^2\times\dfrac{90}{360}$

$=16-4\pi\,(\text{cm}^2)$

(㉡의 넓이) $=\pi\times8^2\times\dfrac{90}{360}-\dfrac{1}{2}\times8\times8$

$=16\pi-32\,(\text{cm}^2)$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\left\{\dfrac{1}{2}\times8\times8-(16-4\pi)-(16\pi-32)\right\}\times2$

$=(48-12\pi)\times2$

$=96-24\pi\,(\text{cm}^2)$

답 $(96-24\pi)\,\text{cm}^2$

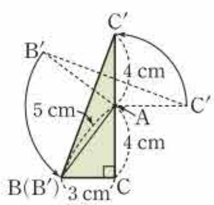
03 $\angle BAC+\angle B'AC'$

$=360°-(90°+90°)$

$=180°$

이고 $\overline{AB}=\overline{AB'}$이므로

$\triangle AC'B'$을 $\overline{AB'}$이 $\overline{AB}$와 겹쳐지도록 회전시키면 오른쪽 그림과 같다.



따라서 구하는 넓이는

$\pi\times5^2\times\dfrac{90}{360}+\pi\times4^2\times\dfrac{90}{360}+\underline{\dfrac{1}{2}\times3\times8}$

△ABC+△AC′B′

$=\dfrac{25}{4}\pi+4\pi+12$

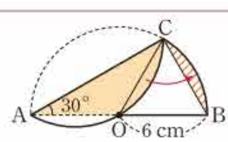
$=\dfrac{41}{4}\pi+12\,(\text{cm}^2)$

답 ②

04 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면 $\triangle AOC$에서 $\overline{OA}=\overline{OC}$이므로

생각톡

색칠한 도형의 일부분을 넓이가 같은 부분으로 이동한다.



$\angle OCA=\angle CAO=30°$

$\therefore\ \angle COB=30°+30°=60°$

$\triangle AOC$와 $\triangle OBC$는 밑변의 길이와 높이가 각각 같으므로

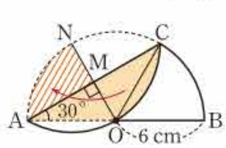
$\triangle AOC=\triangle OBC$

따라서 위의 그림과 같이 이동하면 구하는 넓이는 부채꼴 COB의 넓이와 같으므로

$\pi\times6^2\times\dfrac{60}{360}=6\pi\,(\text{cm}^2)$

답 ④

다른풀이 오른쪽 그림과 같이 점 O를 지나고 $\overline{AC}$에 수직인 직선이 $\overline{AC}$, $\widehat{AC}$와 만나는 점을 각각 M, N이라 하자.



$\overline{OC}$를 그으면 $\triangle AOC$에서 $\overline{OA}=\overline{OC}$이므로

$\angle OCA=\angle CAO=30°$

$\therefore\ \angle AOM=180°-(90°+30°)=60°$

$\angle COM=180°-(90°+30°)=60°$

$\triangle OAM$과 $\triangle OCM$에서

$\overline{OM}$은 공통, $\angle AOM=\angle COM$,

$\angle AMO=\angle CMO$

이므로 $\triangle OAM\equiv\triangle OCM$ (ASA 합동)

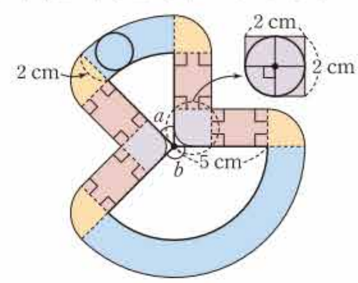
즉 $\widehat{OC}$와 $\overline{CM}$, $\overline{OM}$으로 둘러싸인 도형은 $\widehat{AO}$와 $\overline{AM}$, $\overline{OM}$으로 둘러싸인 도형과 합동이다.

따라서 앞의 그림과 같이 이동하면 구하는 넓이는 부채꼴 AON의 넓이와 같으므로

종이를 접었으므로 $\widehat{AO}$와 $\overline{AM}$, $\overline{MO}$로 둘러싸인 도형은 $\widehat{AN}$과 $\overline{AM}$, $\overline{MN}$으로 둘러싸인 도형과 합동이다.

$\pi\times6^2\times\dfrac{60}{360}=6\pi\,(\text{cm}^2)$

05 원이 지나간 자리는 다음 그림과 같다.



남은 부채꼴의 중심각의 크기를 각각 $\angle a$, $\angle b$라 하면

$\angle a+\angle b=360°-(90°+90°)=180°$

따라서 구하는 넓이는

$\pi\times2^2+\left(\pi\times7^2\times\dfrac{180}{360}-\pi\times5^2\times\dfrac{180}{360}\right)$

$+(3\times2)\times4+\left\{(1\times1)\times3+\pi\times1^2\times\dfrac{90}{360}\right\}\times2$

$=4\pi+12\pi+24+6+\dfrac{\pi}{2}$

$=\dfrac{33}{2}\pi+30\,(\text{cm}^2)$

답 $\left(\dfrac{33}{2}\pi+30\right)\text{cm}^2$

06 다면체와 회전체

Lecture 10 다면체

W 48쪽

01 ②, ④ 원과 곡면으로 둘러싸여 있으므로 다면체가 아니다.

답 ②, ④

02 ①, ④ 사각형과 정육각형은 평면도형이므로 입체도형이 아니다.
②, ③ 원뿔과 반구는 원과 곡면으로 둘러싸여 있다.

답 ⑤

03 각 다면체의 면의 개수는
① $7+2=9$
② $8+1=9$
③ $8+2=10$
④ $9+2=11$
⑤ $9+1=10$
따라서 면의 개수가 가장 많은 것은 ④이다. 답 ④

04 밑면을 n각형이라 하면
$\dfrac{n(n-3)}{2}=90, \quad n(n-3)=180$
이때 $180=15\times12$이므로 $n=15$
따라서 십오각뿔의 모서리의 개수는
$2\times15=30$ 답 30

> n각형의 대각선의 개수
> ➡ $\dfrac{n(n-3)}{2}$

05 각 다면체의 면의 개수와 모서리의 개수를 차례대로 구하면
① $9+2=11$, $3\times9=27$
② $10+1=11$, $2\times10=20$
③ $10+2=12$, $3\times10=30$
④ $11+1=12$, $2\times11=22$
⑤ $11+2=13$, $3\times11=33$

답 ③

06 구면체인 각뿔을 m각뿔이라 하면
$m+1=9 \quad \therefore m=8$
팔각뿔의 꼭짓점의 개수는
$8+1=9$
모서리의 개수는 $2\times8=16$
구면체인 각뿔대를 n각뿔대라 하면
$n+2=9 \quad \therefore n=7$
칠각뿔대의 꼭짓점의 개수는 $2\times7=14$
모서리의 개수는 $3\times7=21$
따라서
$a=9+14=23$, $b=16+21=37$
이므로 $b-a=14$ 답 ⑤

> 다면체의 옆면의 모양
> ➡ 각기둥: 직사각형
> 각뿔: 삼각형
> 각뿔대: 사다리꼴

07 ① 칠각뿔의 면의 개수는 $7+1=8$이므로 팔면체이다.
④ 칠각뿔의 모서리의 개수는
$2\times7=14$
오각뿔대의 모서리의 개수는
$3\times5=15$
따라서 칠각뿔과 오각뿔대의 모서리의 개수는 같지 않다.
⑤ 칠각뿔의 꼭짓점의 개수는
$7+1=8$
육각기둥의 꼭짓점의 개수는
$2\times6=12$
따라서 칠각뿔은 육각기둥보다 꼭짓점이 4개 더 적다.

답 ④

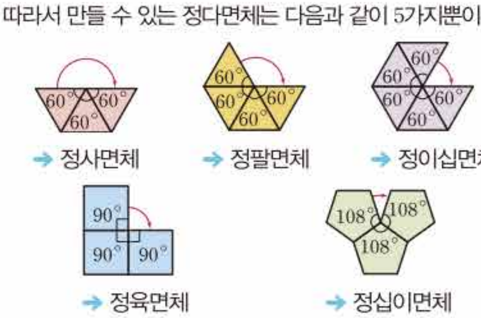
08 (ㄱ) 두 밑면은 모양과 크기가 같다.
(ㄷ) 각 꼭짓점에 모이는 면의 개수는 n의 값에 관계없이 항상 3이다.
(ㄹ) n각기둥의 모서리의 개수는 $3n$, n각뿔의 모서리의 개수는 $2n$이므로 n각기둥은 n각뿔보다 모서리가 n개 더 많다.
이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄹ)이다. 답 ④

09 조건 (가), (나)를 만족시키는 다면체는 각뿔이다.
주어진 각뿔을 n각뿔이라 하면 조건 (다)에서
$n+1=17 \quad \therefore n=16$
따라서 십육각뿔의 면의 개수는
$16+1=17 \quad \therefore x=17$
모서리의 개수는
$2\times16=32 \quad \therefore y=32$
$\therefore x+y=49$ 답 49

10 답 ②

Q쌤 보충학습

한 꼭짓점에서 3개 이상의 면이 만나면서 모인 각의 크기의 합이 360°보다 작아야 하므로 정다면체의 면이 될 수 있는 다각형은 정삼각형, 정사각형, 정오각형뿐이다.
이때 한 꼭짓점에 6개의 정삼각형이 모이거나 한 꼭짓점에 4개의 정사각형, 정오각형이 모이면 모인 각의 크기의 합이 360° 이상이므로 입체도형을 만들 수 없다.
따라서 만들 수 있는 정다면체는 다음과 같이 5가지뿐이다.



11 답 (가) 정십이면체 (나) 정팔면체

12 (1) 각 면의 모양이 모두 합동인 정삼각형이지만 각 꼭짓점에 모인 면의 개수가 4 또는 5로 같지 않으므로 정다면체가 아니다.

(2) 각 꼭짓점에 모인 면의 개수는 3으로 같지만 각 면의 모양이 정오각형 또는 정육각형으로 모두 합동이 아니므로 정다면체가 아니다.

답 풀이 참조

> 정다면체
> ➡ 각 면의 모양이 모두 합동인 정다각형이고 각 꼭짓점에 모인 면의 개수가 같은 다면체

13 ① 정사면체의 면의 개수와 꼭짓점의 개수는 4로 같다.

② 정육면체와 정팔면체의 모서리의 개수는 12로 같다.

③ 정십이면체의 면의 개수와 정이십면체의 꼭짓점의 개수는 12로 같다.

④ 정사면체의 모서리의 개수와 정팔면체의 꼭짓점의 개수는 6으로 같다.

⑤ 정십이면체의 꼭짓점의 개수는 20, 정사면체의 꼭짓점의 개수는 4이므로 정십이면체의 꼭짓점의 개수는 정사면체의 꼭짓점의 개수의 5배이다.

답 ⑤

14 오각뿔의 꼭짓점의 개수는

$5+1=6$

꼭짓점의 개수가 6인 정다면체는 정팔면체이고 정팔면체의 모서리의 개수는 12이다. 답 12

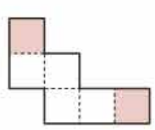
15 조건 (가)를 만족시키는 정다면체는

정십이면체, 정이십면체

이 중 조건 (나)를 만족시키는 정다면체는 정십이면체이다. 답 정십이면체

> 한 꼭짓점에 모인 면의 개수가 5이다.

16 ② 오른쪽 그림의 색칠한 두 면이 겹쳐지므로 정육면체를 만들 수 없다.



답 ②

Q쌤 보충학습

정육면체의 전개도는 다음과 같이 11가지가 있다.

17 ① 주어진 전개도로 만든 정다면체는 정이십면체이다.

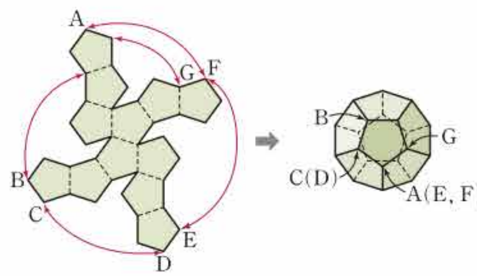
> 전개도에서 면의 개수를 세면 정다면체의 이름을 알 수 있다.

④ 정이십면체와 정십이면체의 모서리의 개수는 30으로 같다.

⑤ 정이십면체의 꼭짓점의 개수는 12, 정육면체의 꼭짓점의 개수는 8이므로 같지 않다.

답 ⑤

18 주어진 전개도로 만든 정십이면체는 다음 그림과 같으므로 점 A와 겹쳐지는 꼭짓점은 점 E, 점 F이다.



답 점 E, 점 F

19 $4v=3f$에서 $v=\frac{3}{4}f$

모서리의 개수를 e라 하면 $e=12$이고

$v-e+f=2$이므로

$\frac{3}{4}f-12+f=2$, $\frac{7}{4}f=14$

$\therefore f=8$

따라서 면의 개수가 8이므로 구하는 다면체는 팔면체이다. 답 팔면체

20 주어진 다면체의 꼭짓점의 개수를 v, 모서리의 개수를 e, 면의 개수를 f라 하면

$v-e+f=2$

$v=22$, $e=33$을 위의 식에 대입하면

$22-33+f=2$ $\therefore f=13$

따라서 면의 개수는 13이다. 답 ④

> 생각 톡
> 정다면체의 각 면의 한가운데 점을 연결하여 만든 정다면체의 꼭짓점의 개수는 처음 정다면체의 면의 개수와 같다.

21 구하는 정다면체는 면의 개수와 꼭짓점의 개수가 같아야 하므로 정사면체이다. 답 정사면체

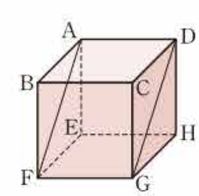
22 정십이면체의 면의 개수는 12이므로 새로 만든 정다면체의 꼭짓점의 개수는 12이다.

따라서 새로 만든 정다면체는 정이십면체이다.

⑤ 각 면의 모양은 정삼각형이다.

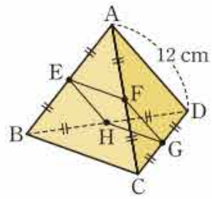
답 ⑤

23 오른쪽 그림과 같이 세 꼭짓점 A, D, F를 지나는 평면으로 자를 때 생기는 단면은 사각형 AFGD이고 사각형 AFGD는 직사각형이다.



답 ③

24 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$의 중점을 H라 하면 세 점 E, F, G를 지나는 평면으로 자를 때 생기는 단면은 사각형 EFGH이다.



△AEF에서

$\overline{AE}=\overline{AF}=6\,(\text{cm})$,

$\angle A=60°$

이므로 △AEF는 한 변의 길이가 6 cm인 정삼각형이다.

$\therefore \overline{EF}=6\,(\text{cm})$

같은 방법으로 하면

$\overline{FG}=\overline{GH}=\overline{HE}=\overline{EF}$

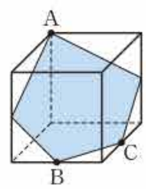
$=6\,(\text{cm})$

사각형 EFGH는 마름모이다.

이므로 구하는 둘레의 길이는

$6\times4=24\,(\text{cm})$ 답 24 cm

25 주어진 전개도로 만든 정육면체를 세 점 A, B, C를 지나는 평면으로 자를 때 생기는 단면의 모양은 오른쪽 그림과 같이 오각형이다.



답 ④

Lecture 11 회전체

W 52쪽

01 ③ 평면도형 ④ 다면체

답 ③, ④

02 다면체인 것은 (ㄴ), (ㄹ), (ㅁ), (ㅂ), (ㅊ), (ㅌ)의 6개이므로

$a=6$

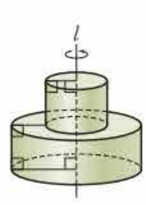
회전체인 것은 (ㄷ), (ㅅ), (ㅈ), (ㅋ)의 4개이므로

$b=4$

$\therefore a-b=2$ 답 2

참고 (ㄱ), (ㅇ)은 평면도형이다.

03 주어진 평면도형을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 오른쪽 그림과 같다.

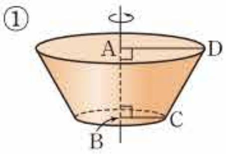


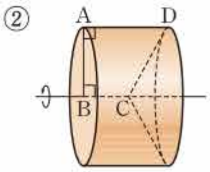
답 ④

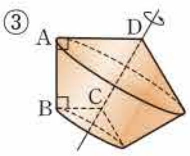
04 답 ②

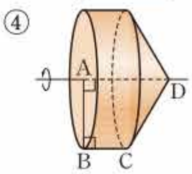
05 각 선분을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 다음과 같다.

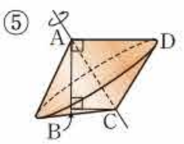
두 각이 직각인 사다리꼴을 양 끝 각이 직각인 변을 회전축으로 하여 1회전 시키면 원뿔대가 생긴다.

① 

② 

③ 

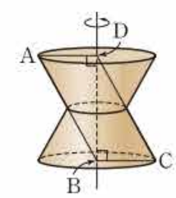
④ 

⑤ 

따라서 원뿔대의 회전축이 될 수 있는 것은 ①이다.

답 ①

06 주어진 평면도형을 직선 BD를 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 오른쪽 그림과 같다.



답 ⑤

07 ① 이등변삼각형

③ 직사각형

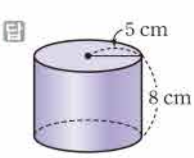
④ 반원

답 ②, ⑤

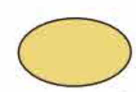
구는 어떤 평면으로 잘라도 그 단면의 모양이 항상 원이다.

08 답 원뿔대

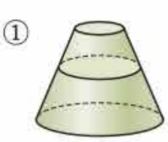
09 답

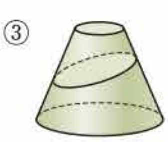


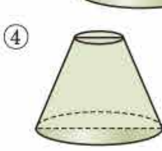
10 ⑤로 자른 단면의 모양은 오른쪽 그림과 같다.

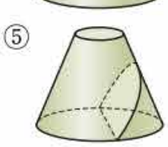


답 ⑤

11 ① 

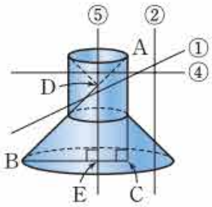
③ 

④ 

⑤ 

답 ②

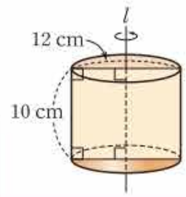
12 직각삼각형 ABC를 직선 DE를 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 오른쪽 그림과 같고, ①, ②, ④, ⑤는 각각 그림과 같은 평면으로 자를 때 생기는 단면의 모양이다.



따라서 단면의 모양이 될 수 없는 것은 ③이다.

답 ③

13 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자를 때 생기는 단면의 둘레의 길이는

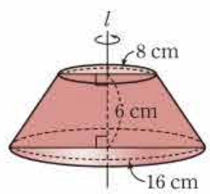


$(12+10)\times 2=44\,(\mathrm{cm})$

답 44 cm

가로의 길이가 12 cm, 세로의 길이가 10 cm인 직사각형이다.

14 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자를 때 생기는 단면의 넓이는



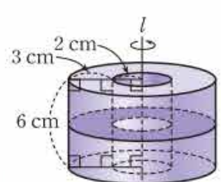
$\frac{1}{2}\times(8+16)\times 6$

$=72\,(\mathrm{cm}^2)$

답 ⑤

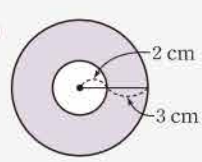
윗변의 길이가 8 cm, 아랫변의 길이가 16 cm, 높이가 6 cm인 사다리꼴이다.

15 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면의 둘레의 길이는



$2\pi\times(2+3)+2\pi\times 2$

$=14\pi\,(\mathrm{cm})$

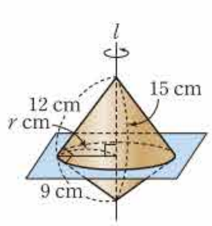


단면의 넓이는

$\pi\times(2+3)^2-\pi\times 2^2=21\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

답 14π cm, 21π cm^2

16 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면인 원의 넓이가 가장 큰 경우는 오른쪽 그림과 같이 자를 때이므로 이 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\frac{1}{2}\times 15\times r=\frac{1}{2}\times 9\times 12$

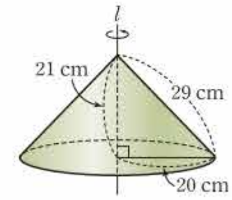
$\therefore r=\frac{36}{5}$

삼각형의 넓이를 이용하여 식을 세운다.

따라서 구하는 반지름의 길이는 $\frac{36}{5}$ cm이다.

답 $\frac{36}{5}$ cm

17 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로 밑면의 넓이는



$\pi\times 20^2=400\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면인 원의 넓이는

$400\pi\times\frac{9}{16}=225\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

단면인 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\pi r^2=225\pi,\quad r^2=225$

이때 $225=15\times 15$이므로

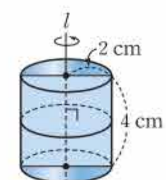
$r=15$

따라서 구하는 둘레의 길이는

$2\pi\times 15=30\pi\,(\mathrm{cm})$

답 30π cm

18 ①, ②, ③ 주어진 전개도로 만든 회전체는 오른쪽 그림과 같은 원기둥이고 회전축 l은 두 밑면의 중심을 지난다.



④ 회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면은 위의 그림에서 반지름의 길이가 2 cm인 원이므로 그 넓이는

$\pi\times 2^2=4\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

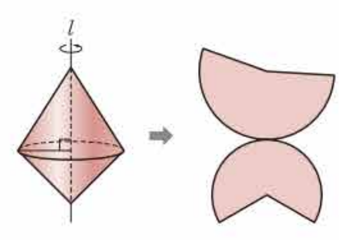
⑤ 회전축을 포함하는 평면으로 자를 때 생기는 단면은 위의 그림에서 한 변의 길이가 4 cm인 정사각형이므로 그 둘레의 길이는

$4\times 4=16\,(\mathrm{cm})$

답 ④

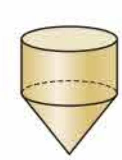
19 회전체는 다음 그림과 같이 두 원뿔의 밑면이 완전히 포개지도록 붙여 놓은 모양이다.

따라서 회전체의 전개도에 포함되어 있는 도형은 (ㄴ)뿐이다.



답 (ㄴ)

20 주어진 전개도로 만든 회전체는 오른쪽 그림과 같이 원기둥의 한 밑면과 원뿔의 밑면이 완전히 포개지도록 붙여 놓은 모양이다.



따라서 평면도형을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체가 위의 그림과 같은 것은 ②이다.

답 ②

21 (ㄱ) 원뿔대의 두 밑면은 원으로 모양은 같지만 크기는 다르므로 합동이 아니다.
(ㄹ) 구는 전개도를 그릴 수 없다.
이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄷ)이다. 답 (ㄴ), (ㄷ)

22 ① 회전축은 1개이다.
② 회전축을 포함하는 평면으로 자를 때 생기는 단면은 이등변삼각형이다.
④ 밑면에 평행한 평면으로 자르면 원뿔과 원뿔대가 생긴다.
⑤ 직각삼각형에서 빗변을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 원뿔이 아니다.
답 ③

회전축이 무수히 많은 것은 구이다.

23 답 ②

24 원기둥의 전개도에서 직사각형의 가로의 길이는 원의 둘레의 길이와 같으므로

$a=2\pi\times6=12\pi$

직사각형의 세로의 길이는 원기둥의 높이와 같으므로

$b=12$

$\therefore ab=144\pi$

답 ②

25 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면 원뿔의 전개도에서 부채꼴의 호의 길이는 원의 둘레의 길이와 같으므로

$\frac{1}{2}\times2\pi r\times18=216\pi$

$\therefore r=12$

따라서 구하는 반지름의 길이는 12 cm이다.

답 12 cm

반지름의 길이가 r, 호의 길이가 l인 부채꼴의 넓이
➡ $\frac{1}{2}lr$

26 $\widehat{AB}=2\pi\times3=6\pi$ (cm)이므로

$a=6$

$\overline{BD}=6$ cm이므로

$b=6$

$\widehat{CD}=2\pi\times4=8\pi$ (cm)이므로

$c=8$

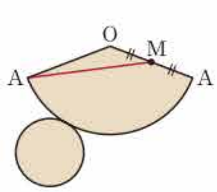
$\therefore a+b+c=20$

답 20

작은 원의 둘레의 길이

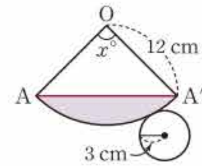
큰 원의 둘레의 길이

27 실의 길이가 가장 짧게 되는 경로는 오른쪽 그림의 전개도에서 두 점 A, M을 잇는 선분과 같다.
따라서 구하는 경로를 바르게 나타낸 것은 ⑤이다.



답 ⑤

28 실의 길이가 가장 짧게 되는 경로는 오른쪽 그림의 전개도에서 $\overline{AA'}$과 같다.



$\angle AOA'=x°$라 하면

$2\pi\times12\times\frac{x}{360}=2\pi\times3$

$\therefore x=90$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

(부채꼴 AOA′의 넓이)
−(직각삼각형 OAA′의 넓이)

$=\pi\times12^2\times\frac{90}{360}-\frac{1}{2}\times12\times12$

$=36\pi-72$ (cm²)

답 $(36\pi-72)$ cm²

고난도 Training

W 57쪽

01 m각뿔의 꼭짓점의 개수는 $m+1$, n각뿔대의 모서리의 개수는 $3n$이므로

$(m+1)+3n=48$

$\therefore m+3n=47$

이때 m, n은 $m\geq3$, $n\geq3$인 자연수이므로
$m+3n=47$을 만족시키는 자연수 m, n의 순서쌍 (m, n)은

$(5, 14), (8, 13), (11, 12), \cdots,$
$(32, 5), (35, 4), (38, 3)$

$m+n$의 값은
$5+14=19$
$8+13=21$
$11+12=23$
$\vdots$
$32+5=37$
$35+4=39$
$38+3=41$

따라서 $m+n$의 값 중 가장 큰 값은 $m=38$, $n=3$일 때

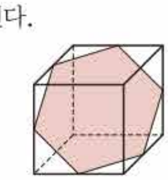
$m+n=41$

$m+n$의 값 중 가장 작은 값은 $m=5$, $n=14$일 때

$m+n=19$

답 41, 19

02 정육면체를 자르는 한 평면이 정육면체의 모서리를 지날 때, 이 모서리는 두 개로 나뉘어 각각 잘린 입체도형의 모서리가 된다.
또 한 평면과 정육면체의 면의 교선이 잘린 입체도형의 모서리가 되므로 평면과 면의 교선이 많을수록 잘린 두 입체도형의 모서리의 개수의 합이 커진다.
따라서 오른쪽 그림과 같이 정육면체의 모든 면과 만나는 평면으로 자를 때, 즉 단면이 육각형이 되도록 자를 때 두 입체도형의 모서리의 개수의 합이 가장 크고 그 값은



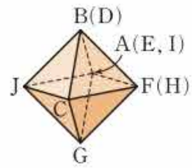
(잘리지 않은 모서리의 개수)
+(잘린 모서리의 개수)×2
+(단면의 변의 개수)×2

$=6+6\times2+6\times2$

$=30$

답 ④

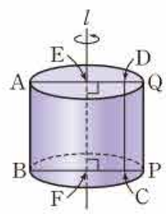
03 주어진 전개도로 만든 정팔면체는 오른쪽 그림과 같다.



⑤ $\overline{DF}$와 $\overline{HI}$는 한 점에서 만난다.

답 ⑤

04 오른쪽 그림과 같이 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면인 사각형을 ABPQ, 직선 l과 변 BC의 교점을 F라 하면



(사각형 ABFE의 넓이)

$=$(사각형 ABPQ의 넓이)$\times\frac{1}{2}$

$=\left\{(\text{사각형 ABCD의 넓이})\times\frac{6}{5}\right\}\times\frac{1}{2}$

$=$(사각형 ABCD의 넓이)$\times\frac{3}{5}$

이므로

$\overline{AB}\times\overline{AE}=\overline{AB}\times\overline{AD}\times\frac{3}{5}$

$\therefore\ \overline{AE}=\frac{3}{5}\overline{AD}$

따라서

$\overline{ED}=\overline{AD}-\overline{AE}$

$=\overline{AD}-\frac{3}{5}\overline{AD}=\frac{2}{5}\overline{AD}$

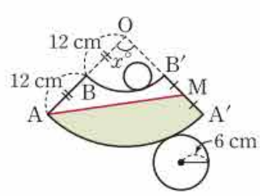
이므로

$\overline{AE}:\overline{ED}=\frac{3}{5}\overline{AD}:\frac{2}{5}\overline{AD}$

$=3:2$

답 ③

05 끈의 길이가 가장 짧게 되는 경로는 오른쪽 그림의 전개도에서 $\overline{AM}$과 같다.



$\angle AOA'=x°$라 하면

$2\pi\times24\times\frac{x}{360}=2\pi\times6$

$\therefore\ x=90$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

(부채꼴 AOA′의 넓이)

$-$(직각삼각형 OAM의 넓이)

$=\pi\times24^2\times\frac{90}{360}-\frac{1}{2}\times24\times18$

$=144\pi-216\,(\text{cm}^2)$

$\overline{OM}=\overline{OB'}+\overline{B'M}$

$=12+12\times\frac{1}{2}$

$=18\,(\text{cm})$

답 $(144\pi-216)\ \text{cm}^2$

BOX

07 입체도형의 겉넓이와 부피

Lecture 12 기둥의 겉넓이와 부피

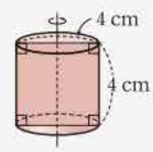
W 58쪽

01 $(\pi\times3^2)\times2+(2\pi\times3)\times12=18\pi+72\pi$

$=90\pi\,(\text{cm}^2)$

답 ③

02 주어진 원기둥은 밑면의 반지름의 길이가 2 cm이고 높이가 4 cm이므로 구하는 겉넓이는



$(\pi\times2^2)\times2+(2\pi\times2)\times4=8\pi+16\pi$

$=24\pi\,(\text{cm}^2)$

답 $24\pi\ \text{cm}^2$

03 (밑넓이)$=\frac{1}{2}\times(10+16)\times4$

$=52\,(\text{cm}^2)$

(사다리꼴의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times\{$(윗변의 길이)

$+$(아랫변의 길이)$\}$

$\times$(높이)

(옆넓이)$=(10+5+16+5)\times8$

$=288\,(\text{cm}^2)$

$\therefore$ (겉넓이)$=52\times2+288$

$=392\,(\text{cm}^2)$

답 ④

04 한 모서리의 길이가 2 cm인 정육면체 1개의 겉넓이는

$(2\times2)\times6=24\,(\text{cm}^2)$

주어진 입체도형에서 맞닿아 있는 면이 5쌍, 즉 10개이므로 구하는 겉넓이는

$24\times5-(2\times2)\times10=120-40$

$=80\,(\text{cm}^2)$

답 $80\ \text{cm}^2$

다른풀이 주어진 입체도형은 한 변의 길이가 2 cm인 정사각형 20개로 둘러싸여 있으므로 구하는 겉넓이는

$(2\times2)\times20=80\,(\text{cm}^2)$

05 $(10\times12)\times2+(2\pi\times4)\times5$

$+(10+12+10+12)\times5$

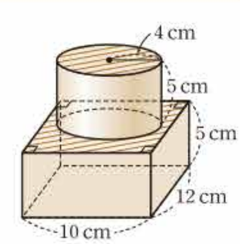
$=240+40\pi+220$

$=40\pi+460\,(\text{cm}^2)$

답 ①

Q쌤 한마디

오른쪽 그림에서 빗금 친 두 부분의 넓이의 합은 사각기둥의 한 밑면의 넓이와 같습니다.



06 $\left\{\frac{1}{2}\times(5+12)\times3\right\}\times8=204\,(\text{cm}^3)$

답 ①

07 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\pi r^2\times 10=490\pi,\quad r^2=49$

이때 $49=7\times 7$이므로 $\quad r=7$

따라서 구하는 반지름의 길이는 7 cm이다. 답 7 cm

08 사각기둥의 부피는

$(4\times 5)\times 8=160\,(\text{cm}^3)$

삼각기둥의 높이를 h cm라 하면 사각기둥의 부피가 삼각기둥의 부피의 2배이므로

$\left(\frac{1}{2}\times 4\times 10\right)\times h\times 2=160,\quad 40h=160$

$\therefore h=4$

따라서 구하는 삼각기둥의 높이는 4 cm이다. 답 ②

09 육각기둥의 높이를 h cm라 하면

$\left\{\left(\frac{1}{2}\times 9\times 5\right)\times 2+7\times 9\right\}\times h=648$

$108h=648 \quad \therefore h=6$

따라서 구하는 높이는 6 cm이다. 답 6 cm

밑넓이는 두 삼각형의 넓이와 직사각형의 넓이의 합이다.

10 $\left(\pi\times 3^2\times \frac{300}{360}\right)\times h=60\pi$이므로

$\frac{15}{2}\pi h=60\pi \quad \therefore h=8$ 답 ④

11 밑면의 중심각의 크기를 $x°$라 하면

$\left(\pi\times 8^2\times \frac{x}{360}\right)\times 10=240\pi$

$\frac{16}{9}\pi x=240\pi \quad \therefore x=135$

따라서

$(\text{밑넓이})=\pi\times 8^2\times \frac{135}{360}=24\pi\,(\text{cm}^2)$,

$(\text{옆넓이})=\left(2\pi\times 8\times \frac{135}{360}+8+8\right)\times 10$

$=60\pi+160\,(\text{cm}^2)$

이므로

$(\text{겉넓이})=24\pi\times 2+(60\pi+160)$

$=108\pi+160\,(\text{cm}^2)$ 답 ⑤

12 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi r\times \frac{1}{2}+2r=6\pi+12 \quad \therefore r=6$

따라서 구하는 부피는

$\left(\pi\times 6^2\times \frac{1}{2}\right)\times 12=216\pi\,(\text{cm}^3)$ 답 216π cm³

(밑면의 둘레의 길이)
=(반원의 호의 길이)
+(반원의 지름의 길이)

13 $(\text{밑넓이})=9\times 7-5\times 3=48\,(\text{cm}^2)$

$(\text{옆넓이})=(9+7+9+7)\times 10+(5+3+5+3)\times 10$

$=320+160$

$=480\,(\text{cm}^2)$

$\therefore (\text{겉넓이})=48\times 2+480$

$=576\,(\text{cm}^2)$ 답 ③

14 $(\pi\times 9^2)\times 9-(\pi\times 4^2)\times 9$

$=729\pi-144\pi$

$=585\pi\,(\text{cm}^3)$ 답 ⑤

큰 원기둥의 밑면의 반지름의 길이는
$4+5=9\,(\text{cm})$

다른 풀이 $(\text{밑넓이})=(\pi\times 9^2-\pi\times 4^2)=65\pi\,(\text{cm}^2)$ 이므로

$(\text{부피})=65\pi\times 9=585\pi\,(\text{cm}^3)$

15 (1) $(\text{밑넓이})=7\times 7-\frac{1}{2}\times 3\times 4$

$=43\,(\text{cm}^2)$

$(\text{옆넓이})=(7\times 4)\times 4+(3+4+5)\times 4$

$=112+48$

$=160\,(\text{cm}^2)$

$\therefore (\text{겉넓이})=43\times 2+160$

$=246\,(\text{cm}^2)$

(2) $(\text{부피})=7\times 7\times 4-\left(\frac{1}{2}\times 3\times 4\right)\times 4$

$=196-24$

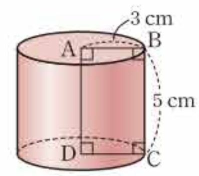
$=172\,(\text{cm}^3)$

답 (1) 246 cm² (2) 172 cm³

16 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 부피는

$(\pi\times 3^2)\times 5=45\pi\,(\text{cm}^3)$

답 ①

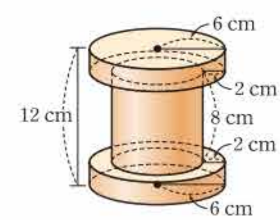


17 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로 위, 아래 원기둥의 부피의 합은

$(\pi\times 6^2)\times(12-8)$

$=144\pi\,(\text{cm}^3)$

두 원기둥의 밑면의 반지름의 길이가 같으므로 하나의 원기둥으로 합쳐서 생각한다.



가운데 원기둥의 부피는

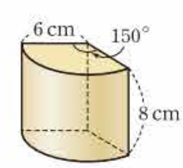
$(\pi\times 4^2)\times 8=128\pi\,(\text{cm}^3)$

가운데 원기둥의 밑면의 반지름의 길이는
$6-2=4\,(\text{cm})$

따라서 구하는 부피는

$144\pi+128\pi=272\pi\,(\text{cm}^3)$ 답 272π cm³

18 입체도형은 오른쪽 그림과 같으므로



$(\text{밑넓이})=\pi\times 6^2\times \frac{150}{360}$

$=15\pi\,(\text{cm}^2)$

$(\text{옆넓이})=\left(2\pi\times 6\times \frac{150}{360}+6+6\right)\times 8$

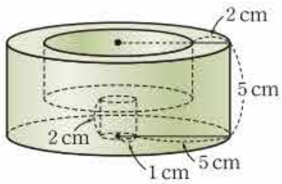
$=40\pi+96\,(\text{cm}^2)$

$\therefore (\text{겉넓이})=15\pi\times 2+(40\pi+96)$

$=70\pi+96\,(\text{cm}^2)$

답 $(70\pi+96)$ cm²

19



회전체는 위의 그림과 같으므로 구하는 겉넓이는

$(\pi\times6^2-\pi\times1^2)\times2+(2\pi\times6)\times5$

$+(2\pi\times4)\times3+(2\pi\times1)\times2$

$=70\pi+60\pi+24\pi+4\pi$

$=158\pi\,(\mathrm{cm}^2)$ 답 ③

$(1+5)-2=4\,(\mathrm{cm})$

20 [그림 1]의 우유의 부피와 [그림 2]의 우유의 부피는 같으므로 우유갑의 부피는 [그림 1]의 우유의 부피와 [그림 2]의 빈 공간의 부피의 합과 같다.

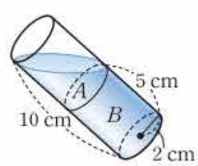
따라서 우유갑의 부피는

$(6\times5)\times4+(6\times5)\times6=120+180$

$=300\,(\mathrm{cm}^3)$

답 $300\,\mathrm{cm}^3$

21 오른쪽 그림에서 A의 부피는 밑면의 반지름의 길이가 2 cm이고 높이가 5 cm인 원기둥의 부피의 $\frac{1}{2}$이다.



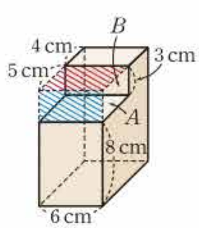
따라서 구하는 물의 부피는

(A의 부피)+(B의 부피)

$=(\pi\times2^2)\times5\times\frac{1}{2}+(\pi\times2^2)\times5$

$=10\pi+20\pi=30\pi\,(\mathrm{cm}^3)$ 답 ③

22 두 면 A, B를 오른쪽 그림과 같이 빗금 친 부분으로 이동하여 생각하면 구하는 겉넓이는



$\{6\times(5+4)\}\times2$

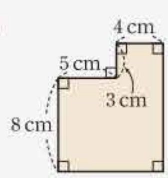
$+\{6\times(8+3)\}\times2$

$+\{(5+4)\times(8+3)$

$-5\times3\}\times2$

$=108+132+168$

$=408\,(\mathrm{cm}^2)$ 답 ④



23 $(8\times6)\times h-\left(\frac{1}{2}\times6\times3\right)\times h=195$이므로

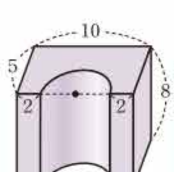
$39h=195$ $\therefore h=5$ 답 5

삼각기둥의 밑면의 직각을 낀 두 변의 길이는 각각

$8-2=6\,(\mathrm{cm})$

$6-3=3\,(\mathrm{cm})$

24 주어진 입체도형은 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 부피는



$(10\times5)\times8-\left(\pi\times3^2\times\frac{1}{2}\right)\times8$

$=400-36\pi$ 답 ②

반원의 반지름의 길이는

$(10-2-2)\times\frac{1}{2}$

$=3$

Lecture 13 뿔과 구의 겉넓이와 부피

W 62쪽

01 $4\times4+(4\times4)\times6+\left(\frac{1}{2}\times4\times5\right)\times4$

$=16+96+40=152\,(\mathrm{cm}^2)$ 답 ③

(사각기둥의 밑넓이)
+(사각기둥의 옆넓이)
+(사각뿔의 옆넓이)

02 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면 모선의 길이는 $4r$ cm이므로

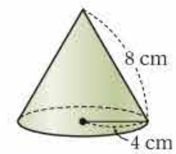
$\pi r^2+\pi\times4r\times r=125\pi$

$5\pi r^2=125\pi$, $r^2=25$

이때 $25=5\times5$이므로 $r=5$

따라서 구하는 반지름의 길이는 5 cm이다. 답 5 cm

03 조건을 모두 만족시키는 입체도형은 오른쪽 그림과 같은 원뿔이므로 구하는 겉넓이는



$\pi\times4^2+\pi\times8\times4$

$=16\pi+32\pi=48\pi\,(\mathrm{cm}^2)$ 답 ②

조건 (다)에 의하여 모선의 길이는 밑면의 지름의 길이와 같다.

04 (두 밑넓이의 합)$=3\times3+8\times8=73\,(\mathrm{cm}^2)$

(옆넓이)$=\left\{\frac{1}{2}\times(3+8)\times4\right\}\times4=88\,(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore$ (겉넓이)$=73+88=161\,(\mathrm{cm}^2)$

답 $161\,\mathrm{cm}^2$

05 (원뿔대의 작은 밑면의 넓이)$=\pi\times1^2$

$=\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

(원뿔대의 옆넓이)$=\pi\times4\times2-\pi\times2\times1$

$=6\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

(원뿔의 옆넓이)$=\pi\times5\times2$

$=10\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore$ (겉넓이)$=\pi+6\pi+10\pi=17\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

답 ③

06 작은 밑면의 반지름의 길이를 r_1 cm라 하면

$2\pi\times12\times\frac{150}{360}=2\pi r_1$ $\therefore r_1=5$

큰 밑면의 반지름의 길이를 r_2 cm라 하면

$2\pi\times24\times\frac{150}{360}=2\pi r_2$ $\therefore r_2=10$

따라서 구하는 겉넓이는

$\pi\times5^2+\pi\times10^2+(\pi\times24\times10-\pi\times12\times5)$

$=25\pi+100\pi+180\pi$

$=305\pi\,(\mathrm{cm}^2)$ 답 ④

07 $\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times5\times9\right)\times6=45\,(\mathrm{cm}^3)$

답 ③

08 원기둥의 부피는 원뿔의 부피의 3배이므로 원기둥 모양의 그릇의 높이는

$6\times3=18$ 답 18

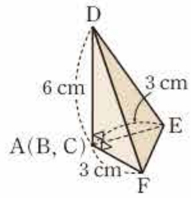
09 $\frac{1}{3}\times(\pi\times3^2)\times4+(\pi\times3^2)\times6=12\pi+54\pi$

$=66\pi\,(\text{cm}^3)$

답 ②

구하는 입체도형의 부피는 위쪽 원뿔의 부피와 아래쪽 원기둥의 부피의 합이다.

10 밑면이 △EBF인 경우의 입체도형은 오른쪽 그림과 같은 삼각뿔이므로 부피는



$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times3\times3\right)\times6$

$=9\,(\text{cm}^3)$

한편 △DEF의 넓이는

$6\times6-\left(\frac{1}{2}\times3\times6\right)\times2-\frac{1}{2}\times3\times3$

$=\frac{27}{2}\,(\text{cm}^2)$

△AED=△CFD이므로
△DEF
=(정사각형 ABCD의 넓이)
−△AED×2
−△EBF

이므로 구하는 높이를 h cm라 하면

$\frac{1}{3}\times\frac{27}{2}\times h=9 \qquad \therefore h=2$

따라서 밑면이 △DEF인 경우의 입체도형의 높이는 2 cm이다.

답 2 cm

11 (ㄱ) (두 밑넓이의 합) $=\pi\times3^2+\pi\times6^2$

$=9\pi+36\pi$

$=45\pi\,(\text{cm}^2)$

(옆넓이) $=\pi\times10\times6-\pi\times5\times3$

$=60\pi-15\pi$

$=45\pi\,(\text{cm}^2)$

$\therefore$ (겉넓이) $=45\pi+45\pi=90\pi\,(\text{cm}^2)$

(ㄴ) (부피) = (큰 원뿔의 부피) − (작은 원뿔의 부피)

$=\frac{1}{3}\times(\pi\times6^2)\times8-\frac{1}{3}\times(\pi\times3^2)\times4$

$=96\pi-12\pi$

$=84\pi\,(\text{cm}^3)$

(ㄷ) 원뿔대의 작은 밑면의 둘레의 길이는

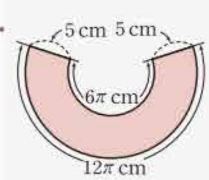
$2\pi\times3=6\pi\,(\text{cm})$

원뿔대의 큰 밑면의 둘레의 길이는

$2\pi\times6=12\pi\,(\text{cm})$

따라서 전개도에서 옆면의 둘레의 길이는

$6\pi+5+12\pi+5=18\pi+10\,(\text{cm})$



이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄷ)이다.

답 (ㄴ), (ㄷ)

12 잘라 낸 사각뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\times(5\times5)\times3=25\,(\text{cm}^3)$

사각뿔대의 부피는

(처음 사각뿔의 부피) − (잘라 낸 사각뿔의 부피)

$=\frac{1}{3}\times(10\times10)\times6-25$

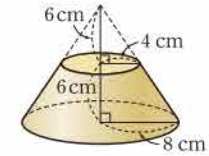
$=175\,(\text{cm}^3)$

따라서 사각뿔대의 부피는 잘라 낸 사각뿔의 부피의

$\frac{175}{25}=7$ (배)이다.

답 7배

13 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 부피는



$\frac{1}{3}\times(\pi\times8^2)\times12$

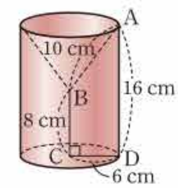
$-\frac{1}{3}\times(\pi\times4^2)\times6$

$=256\pi-32\pi$

$=224\pi\,(\text{cm}^3)$

답 ④

14 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 겉넓이는



$\pi\times6^2+(2\pi\times6)\times16$

$+\pi\times10\times6$

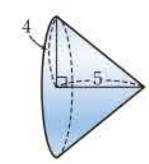
$=36\pi+192\pi+60\pi$

$=288\pi\,(\text{cm}^2)$

(원기둥의 밑넓이)
+(원기둥의 옆넓이)
+(원뿔의 옆넓이)

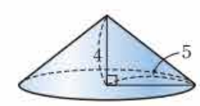
답 $288\pi\ \text{cm}^2$

15 x축을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로



$V_1=\frac{1}{3}\times(\pi\times4^2)\times5=\frac{80}{3}\pi$

y축을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로



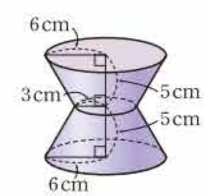
$V_2=\frac{1}{3}\times(\pi\times5^2)\times4=\frac{100}{3}\pi$

$\therefore V_1 : V_2=\frac{80}{3}\pi : \frac{100}{3}\pi$

$=4:5$

답 4 : 5

16 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 부피는



(원뿔대의 부피)×2

$\left\{\frac{1}{3}\times(\pi\times6^2)\times10-\frac{1}{3}\times(\pi\times3^2)\times5\right\}\times2$

$=(120\pi-15\pi)\times2$

$=210\pi\,(\text{cm}^3)$

답 ②

17 (겉넓이) = (구의 겉넓이) + (원기둥의 옆넓이)

$=4\pi\times6^2+(2\pi\times6)\times9$

$=144\pi+108\pi=252\pi\,(\text{cm}^2)$

답 ①

18 (겉넓이)

= (원뿔의 옆넓이) + (반구의 곡면 부분의 넓이)

$=\pi\times10\times8+(4\pi\times8^2)\times\frac{1}{2}$

$=80\pi+128\pi=208\pi\,(\text{cm}^2)$

답 $208\pi\ \text{cm}^2$

07 입체도형의 겉넓이와 부피

19 어떤 구의 반지름의 길이를 r라 하면 겉넓이는

$4\pi r^2$

4배로 늘인 반지름의 길이는 $4r$이므로 겉넓이는

$4\pi\times(4r)^2=64\pi r^2$

따라서 겉넓이는 $\dfrac{64\pi r^2}{4\pi r^2}=16$ (배)가 된다. 답 ③

20 $\left(\dfrac{4}{3}\pi\times6^3\right)\times\dfrac{7}{8}=252\pi\,(\text{cm}^3)$ 답 ⑤

21 콘에 담긴 아이스크림의 양은

$\left(\dfrac{4}{3}\pi\times6^3\right)\times\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}\times(\pi\times6^2)\times8$

$=144\pi+96\pi$

$=240\pi\,(\text{cm}^3)$

컵에 담긴 아이스크림의 양은

$\left(\dfrac{4}{3}\pi\times5^3\right)\times\dfrac{1}{2}+(\pi\times5^2)\times x$

$=\dfrac{250}{3}\pi+25\pi x\,(\text{cm}^3)$

두 아이스크림의 양이 같으므로

$240\pi=\dfrac{250}{3}\pi+25\pi x$

$25\pi x=\dfrac{470}{3}\pi \qquad \therefore x=\dfrac{94}{15}$ 답 $\dfrac{94}{15}$

22 반지름의 길이가 4 cm인 쇠구슬 1개의 부피는

$\dfrac{4}{3}\pi\times4^3=\dfrac{256}{3}\pi\,(\text{cm}^3)$

반지름의 길이가 2 cm인 쇠구슬 1개의 부피는

$\dfrac{4}{3}\pi\times2^3=\dfrac{32}{3}\pi\,(\text{cm}^3)$

이므로 만들 수 있는 쇠구슬은

$\dfrac{256}{3}\pi\div\dfrac{32}{3}\pi=8$ (개)

반지름의 길이가 4 cm인 쇠구슬 1개의 겉넓이는

$4\pi\times4^2=64\pi\,(\text{cm}^2)$

반지름의 길이가 2 cm인 쇠구슬 8개의 겉넓이의 합은

$(4\pi\times2^2)\times8=128\pi\,(\text{cm}^2)$

필요한 페인트의 양을 x mL라 하면

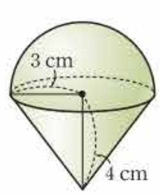
$64\pi:128\pi=8:x$

$1:2=8:x \qquad \therefore x=16$

따라서 필요한 페인트의 양은 16 mL이다.

답 16 mL

23 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 부피는



$\left(\dfrac{4}{3}\pi\times3^3\right)\times\dfrac{1}{2}$

$+\dfrac{1}{3}\times(\pi\times3^2)\times4$

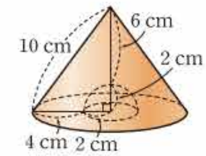
$=18\pi+12\pi$

$=30\pi\,(\text{cm}^3)$ 답 30π cm³

BOX

(밑넓이)
+(원뿔의 옆넓이)
+(반구의 곡면 부분의 넓이)

24 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 겉넓이는



$(\pi\times6^2-\pi\times2^2)$

$+\pi\times10\times6$

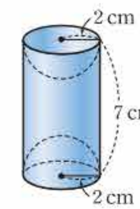
$+(4\pi\times2^2)\times\dfrac{1}{2}$

$=32\pi+60\pi+8\pi$

$=100\pi\,(\text{cm}^2)$ 답 ③

(위쪽 반구의 부피)
+(아래쪽 반구의 부피)

25 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 부피는



$(\pi\times2^2)\times7-\dfrac{4}{3}\pi\times2^3$

$=28\pi-\dfrac{32}{3}\pi$

$=\dfrac{52}{3}\pi\,(\text{cm}^3)$ 답 ①

생각 톡
밑면의 둘레의 길이의 4배는 원 O의 둘레의 길이와 같다.

26 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi r\times4=2\pi\times16$

$\therefore r=4$

따라서 원뿔의 겉넓이는

$\pi\times4^2+\pi\times16\times4=16\pi+64\pi$

$=80\pi\,(\text{cm}^2)$

답 80π cm²

27 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi r\times2=2\pi\times24\times\dfrac{1}{2} \qquad \therefore r=6$

따라서 원뿔의 겉넓이는

$\pi\times6^2+\pi\times24\times6=36\pi+144\pi$

$=180\pi\,(\text{cm}^2)$ 답 ②

28 삼각뿔 F-ABC의 높이는 $\overline{\text{BF}}$의 길이와 같으므로 구하는 부피는

$\dfrac{1}{3}\times\left(\dfrac{1}{2}\times9\times8\right)\times10=120\,(\text{cm}^3)$

답 120 cm³

29 삼각뿔 O-BCD의 높이는 주어진 직육면체의 높이와 같으므로 구하는 부피는

$\dfrac{1}{3}\times\left(\dfrac{1}{2}\times3\times6\right)\times5=15\,(\text{cm}^3)$ 답 15 cm³

30 정육면체의 한 모서리의 길이를 a라 하면 정육면체의 부피는

$a\times a\times a=a^3$

밑면을 △BCD로 생각하면 높이는 $\overline{\text{CG}}$이다.

삼각뿔의 부피는

$\dfrac{1}{3}\times\left(\dfrac{1}{2}\times a\times a\right)\times a=\dfrac{1}{6}a^3$

따라서 정육면체와 삼각뿔의 부피의 비는

$a^3 : \frac{1}{6}a^3 = 6 : 1$ 답 ⑤

31 색칠한 입체도형의 부피와 색칠하지 않은 입체도형의 부피의 비가 $1:2$이므로 삼각기둥의 부피는 색칠한 입체도형의 부피의 3배이다.

색칠한 입체도형의 부피는

밑면이 직사각형 BGHC이고 높이가 $\overline{AC}$인 사각뿔

$\frac{1}{3} \times (3 \times 2) \times 4 = 8\,(\text{cm}^3)$

이므로 삼각기둥의 부피는

$8 \times 3 = 24\,(\text{cm}^3)$

따라서 $\left(\frac{1}{2} \times 2 \times 4\right) \times (3+x) = 24$이므로

$3+x=6 \qquad \therefore x=3$ 답 ③

32 $\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 9 \times 5\right) \times 2 = 2 \times 5 \times (9-x)$이므로

두 그릇에 같은 양의 물이 들어 있으므로 왼쪽의 삼각뿔의 부피와 오른쪽의 사각기둥의 부피는 같다.

$15 = 90 - 10x, \qquad 10x = 75$

$\therefore x = \frac{15}{2}$ 답 $\frac{15}{2}$

33 1분 동안 넣은 물의 부피는

$\frac{1}{3} \times (\pi \times 3^2) \times 10 = 30\pi\,(\text{cm}^3)$

그릇의 부피는

$\frac{1}{3} \times (\pi \times 9^2) \times 30 = 810\pi\,(\text{cm}^3)$

더 넣어야 하는 물의 부피는

$810\pi - 30\pi = 780\pi\,(\text{cm}^3)$

이므로 구하는 시간을 x분이라 하면

$30\pi : 780\pi = 1 : x$

$1 : 26 = 1 : x \qquad \therefore x = 26$

따라서 그릇을 가득 채우는 데 더 필요한 시간은 26분이다. 답 26분

34 원뿔대 모양의 그릇에 담겨 있는 물의 부피는

$\frac{1}{3} \times (\pi \times 10^2) \times 12 - \frac{1}{3} \times (\pi \times 5^2) \times 6$

$= 400\pi - 50\pi = 350\pi\,(\text{cm}^3)$

이므로 원기둥 모양의 컵 1개에 담기는 물의 부피는

$\frac{350\pi}{7} = 50\pi\,(\text{cm}^3)$

컵 1개에 담기는 물의 높이를 h cm라 하면

$\pi \times 4^2 \times h = 50\pi \qquad \therefore h = \frac{25}{8}$

따라서 컵 1개에 담기는 물의 높이는 $\frac{25}{8}$ cm이다.

답 ⑤

35 정육면체의 한 모서리의 길이를 a라 하면 구의 반지름의 길이는 $\frac{a}{2}$이므로 구의 부피는

$\frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{a}{2}\right)^3 = \frac{\pi}{6}a^3$

사각뿔은 밑면이 한 변의 길이가 a인 정사각형이고 높이가 a이므로 사각뿔의 부피는

$\frac{1}{3} \times (a \times a) \times a = \frac{1}{3}a^3$

따라서 구와 사각뿔의 부피의 비는

$\frac{\pi}{6}a^3 : \frac{1}{3}a^3 = \pi : 2$ 답 ②

36 원기둥 모양의 통의 부피는

$(\pi \times 3^2) \times 18 = 162\pi\,(\text{cm}^3)$

원기둥 모양의 통의 높이는

$6 \times 3 = 18\,(\text{cm})$

야구공 1개의 부피는

$\frac{4}{3}\pi \times 3^3 = 36\pi\,(\text{cm}^3)$

남아 있는 물의 부피는

$162\pi - 36\pi \times 3 = 54\pi\,(\text{cm}^3)$

남아 있는 물의 높이를 h cm라 하면

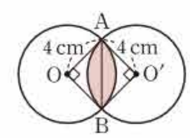
$(\pi \times 3^2) \times h = 54\pi \qquad \therefore h = 6$

따라서 남아 있는 물의 높이는 6 cm이다. 답 6 cm

고난도 Training

W 68쪽

01 겹쳐진 부분의 밑면은 오른쪽 그림의 색칠한 부분과 같으므로



(밑넓이)

밑넓이는 부채꼴 AOB의 넓이에서 △AOB의 넓이를 뺀 것의 2배와 같다.

$= \left(\pi \times 4^2 \times \frac{90}{360} - \frac{1}{2} \times 4 \times 4\right) \times 2$

$= 8\pi - 16\,(\text{cm}^2)$

(옆넓이) $= \left\{\left(2\pi \times 4 \times \frac{90}{360}\right) \times 2\right\} \times 12$

밑면의 둘레의 길이는 $\overset{\frown}{AB}$의 길이의 2배와 같다.

$= 48\pi\,(\text{cm}^2)$

$\therefore$ (겉넓이) $= (8\pi - 16) \times 2 + 48\pi$

$= 64\pi - 32\,(\text{cm}^2)$

답 $(64\pi - 32)\,\text{cm}^2$

02 원뿔 모양의 컵 1개에 담겨 있는 주스의 부피는

$\left\{\frac{1}{3} \times (\pi \times 5^2) \times 12\right\} \times \frac{5}{6} = \frac{250}{3}\pi\,(\text{cm}^3)$

캔에 남은 주스의 부피는

$(\pi \times 5^2) \times 2 = 50\pi\,(\text{cm}^3)$

처음 캔에 담겨 있던 주스의 높이를 h cm라 하면 처음 캔에 담겨 있던 주스의 부피는

$(\pi \times 5^2) \times h = 25\pi h\,(\text{cm}^3)$

이므로

(처음 캔에 담겨 있던 주스의 부피) $=$ (컵 1개에 담겨 있는 주스의 부피) $\times 6$ $+$ (캔에 남은 주스의 부피)

$25\pi h = \frac{250}{3}\pi \times 6 + 50\pi$

$25\pi h = 550\pi \qquad \therefore h = 22$

따라서 처음 캔에 담겨 있던 주스의 높이는 22 cm이다. 답 ②

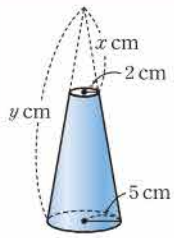
03 원뿔대의 작은 밑면의 둘레의 길이는

$2\pi \times 2 = 4\pi\,(\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 작은 원뿔의 모선의 길이를 x cm라 하면

$4\pi \times 6 = 2\pi \times x$

$\therefore x = 12$



원뿔대가 6바퀴 회전하고 처음의 위치로 되돌아오므로 반지름의 길이가 2 cm인 원의 둘레의 길이의 6배는 반지름의 길이가 x cm인 원의 둘레의 길이와 같다.

원뿔대의 큰 밑면의 둘레의 길이는

$2\pi \times 5 = 10\pi\,(\text{cm})$

큰 원뿔의 모선의 길이를 y cm라 하면

$10\pi \times 6 = 2\pi \times y$

$\therefore y = 30$

따라서 원뿔대의 옆넓이는

$\pi \times 30 \times 5 - \pi \times 12 \times 2 = 150\pi - 24\pi$

$= 126\pi\,(\text{cm}^2)$

답 126π cm^2

04 정육면체의 부피는

$6 \times 6 \times 6 = 216\,(\text{cm}^3)$

잘라 낸 삼각뿔대의 부피는

$\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 6\right) \times 12 - \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 3\right) \times 6$

$= 72 - 9 = 63\,(\text{cm}^3)$

$\overline{OB} = \overline{BF}$이므로 $\overline{OF} = 6 + 6 = 12\,(\text{cm})$

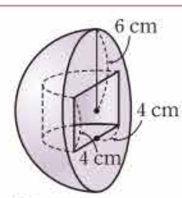
따라서 구하는 부피는

$216 - 63 = 153\,(\text{cm}^3)$

답 ⑤

05 입체도형은 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 겉넓이는

반구의 내부에 밑면이 반원인 기둥이 있는 입체도형이다.



$(4\pi \times 6^2) \times \frac{1}{2}$

$+ (\pi \times 6^2 - 8 \times 4)$

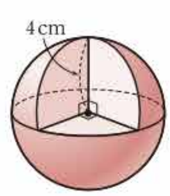
$+ \left(\pi \times 4^2 \times \frac{1}{2}\right) \times 2 + \left(2\pi \times 4 \times \frac{1}{2}\right) \times 4$

$= 72\pi + (36\pi - 32) + 16\pi + 16\pi$

$= 140\pi - 32\,(\text{cm}^2)$

답 ④

06 실이 움직일 수 있는 공간의 최대 부피는 오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 4 cm인 구의 $\frac{1}{8}$을 잘라 내고 남은 부분의 부피와 같다.



따라서 구하는 부피는

$\left(\frac{4}{3}\pi \times 4^3\right) \times \frac{7}{8} = \frac{224}{3}\pi\,(\text{cm}^3)$

답 $\frac{224}{3}\pi$ cm^3

08 도수분포표와 상대도수

Lecture 14 대푯값, 도수분포표

W 69쪽

01 B 학생의 팔 굽혀 펴기 횟수를 x회라 하면

$\frac{1+x+3+5+2}{5} = 3$

$x + 11 = 15 \qquad \therefore x = 4$

따라서 B 학생의 팔 굽혀 펴기 횟수는 4회이다.

답 4회

02 남학생의 수학 점수의 평균을 x점이라 하면

(전체 학생의 수학 점수의 총합) $=$ (남학생의 수학 점수의 총합) $+$ (여학생의 수학 점수의 총합)

$\frac{16x + 24 \times 64}{16 + 24} = 68$

$16x + 1536 = 2720$

$16x = 1184$

$\therefore x = 74$

따라서 남학생의 수학 점수의 평균은 74점이다.

답 74점

03 통화 시간이 6시간인 학생을 x명이라 하면

$2 + 2 + x + 1 = 10 \qquad \therefore x = 5$

따라서 통화 시간의 평균은

$\frac{2 \times 2 + 4 \times 2 + 6 \times 5 + 8 \times 1}{10} = \frac{50}{10} = 5$ (시간)

답 ③

04 78점을 제외한 8명의 영어 듣기 점수의 총합을 a점이라 하고, 78점을 x점으로 잘못 보았다고 하면

$\frac{a+78}{9} + 1 = \frac{a+x}{9}$

실제 점수의 평균

$a + 78 + 9 = a + x$

$\therefore x = 87$

따라서 87점으로 잘못 보았다.

답 87점

Q쌤 한마디

변량이 9개이므로 평균이 1점 높아지려면 변량의 총합이 9점 높아져야 합니다.

따라서 78점을

$78 + 9 = 87$ (점)

으로 잘못 보았음을 알 수도 있습니다.

05 (ㄴ) 변량의 개수가 n일 때, n이 홀수이면 $\frac{n+1}{2}$ 번째에 있는 값이 중앙값이고, n이 짝수이면 $\frac{n}{2}$ 번째와 $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ 번째에 있는 두 값의 평균이 중앙값이다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다.

답 ④

06 ⑤ 188과 같이 극단적인 값이 있으므로 대푯값으로 평균보다 중앙값이 더 적절하다.

답 ⑤

평균은 변량의 총합을 변량의 개수로 나눈 값이므로 자료에 극단적인 값이 있으면 영향을 많이 받는다.

07 중앙값이 12이므로 $10<x<15$

주어진 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

$5,\ 9,\ 10,\ x,\ 15,\ 17$

즉 $\dfrac{10+x}{2}=12$이므로

$10+x=24 \qquad \therefore x=14$

답 14

Q쌤 한마디

변량이 6개이므로 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 3번째, 4번째에 있는 두 값의 평균입니다.
먼저 x를 제외한 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
$5,\ 9,\ 10,\ 15,\ 17$
이므로 $x\le 10$이면 3번째, 4번째에 있는 두 값의 평균은 10보다 작거나 같아지므로 중앙값은 12가 아닙니다.
또 $x\ge 15$이면 3번째, 4번째에 있는 두 값의 평균은
$\dfrac{10+15}{2}=12.5$
이므로 중앙값은 12가 아닙니다.
따라서 x의 값의 범위는 $10<x<15$임을 알 수 있습니다.

08 변량이 7개이고 중앙값이 2이므로 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 4번째에 있는 값이 2이어야 한다.

이때 $a<b$이므로 $b=2$

평균이 1이므로

$\dfrac{-2+(-3)+a+2+4+3+5}{7}=1$

$a+9=7 \qquad \therefore a=-2$

$\therefore b-a=4$

답 ④

09 조건 (가)에서 9, 13, 15, 22, a의 중앙값은 15이므로 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 3번째에 있는 값이 15이어야 한다.

$\therefore a\ge 15$

조건 (나)에서 12, 20, 24, 27, 29, a의 중앙값은 22이므로 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 3번째, 4번째에 있는 두 값의 평균이 22이어야 한다.

이때 $\dfrac{20+24}{2}=22$이므로 $a\le 20$

따라서 조건을 모두 만족시키는 자연수 a는

15, 16, 17, 18, 19, 20의 6개

답 6

10 주어진 표에서 보라색을 좋아하는 학생이 가장 많으므로 최빈값은 보라색이다.

답 보라색

최빈값은 수량으로 나타나지 않는 자료의 대푯값으로 유용하다.

11 $(\text{평균})=\dfrac{1\times2+2\times4+3\times5+4\times3+5\times1}{15}$

$=\dfrac{42}{15}=2.8\,(\text{시간})$

이므로 $a=2.8$

변량이 15개이므로 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 8번째에 있는 값이다.

$\therefore b=3$

최빈값은 3시간이므로

$c=3$

$\therefore a+b+c=8.8$

답 ②

12 평균이 0이므로

$\dfrac{-4+3+0+a+(-1)+5+b}{7}=0$

$a+b+3=0 \qquad \therefore a+b=-3$

최빈값이 0이므로 a, b 중 하나는 0이다.

$a=0$, $b=0$이면 최빈값은 0이지만 $a+b=0$이므로 평균이 0이 아니다.

이때 $a>b$이므로

$a=0,\ b=-3$

$\therefore a-b=3$

답 3

13 (ㄱ) 자료 A의 평균은

$\dfrac{0+2+4+4+4+6+8}{7}=\dfrac{28}{7}=4$

따라서 자료 A의 평균, 중앙값, 최빈값은 모두 4로 같다.

(ㄴ) 자료 B는 극단적인 값이 없고, 각 변량이 모두 한 번씩 나타나므로 최빈값보다 평균이나 중앙값을 대푯값으로 정하는 것이 더 적절하다.

(ㄷ) 자료 C에 815와 같이 극단적인 값이 있으므로 평균보다 중앙값이 자료 전체의 중심적인 경향을 더 잘 나타낸다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ)뿐이다.

답 (ㄱ)

14 (1) 윗몸 일으키기 횟수가 8번째로 많은 학생의 횟수는 34회이다.

(2) 전체 학생 수는 잎의 총개수와 같으므로

$2+7+10+7+4=30$

윗몸 일으키기 횟수가 20회 미만인 학생 수는

$2+7=9$

이므로 $\dfrac{9}{30}\times100=30\,(\%)$

답 (1) 34회 (2) 30 %

줄기가 0, 1인 잎의 개수

15 ② 미술 수행 평가 점수가 남학생 중에서 6번째로 낮은 학생의 점수와 여학생 중에서 4번째로 낮은 학생의 점수는 23점으로 같다.

③ 남학생의 미술 수행 평가 점수의 최빈값과 여학생의 미술 수행 평가 점수의 최빈값은 35점으로 같다.

④ 미술 수행 평가 점수가 가장 높은 학생의 점수는 45점으로 남학생이다.

⑤ 전체 학생은

$8+11+11+6=36$ (명)

미술 수행 평가 점수가 36점 이상인 학생은

36점, 37점, 38점, 40점, 41점, 42점,

42점, 43점, 45점의 9명

이므로

$\frac{9}{36}\times100=25\,(\%)$

따라서 미술 수행 평가 점수가 36점 이상인 학생은 상위 25 %에 속한다.

답 ④

16 (ㄴ) 도수가 가장 큰 계급은 10회 이상 15회 미만이다.

(ㄷ) 주어진 도수분포표만으로는 이용 횟수가 가장 적은 학생의 이용 횟수는 알 수 없다.

(ㄹ) 이용 횟수가 15회 이상인 학생은

$2+5=7$ (명)

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄹ)이다. 답 ③

17 통과 시간이 18초 이상인 학생은

2명

통과 시간이 15초 이상인 학생은

$4+2=6$ (명)

통과 시간이 12초 이상인 학생은

$9+4+2=15$ (명)

이므로 통과 시간이 10번째로 긴 학생이 속한 계급은 12초 이상 15초 미만이다.

따라서 이 계급의 계급값은

$\frac{12+15}{2}=13.5$ (초) 답 13.5초

18 ① 계급의 크기는

$40-35=5$ (g)

② 무게가 50 g 미만인 감자가 10개이므로

$2+A+4=10 \qquad \therefore A=4$

③ 50 g 이상 55 g 미만인 계급의 도수는

$30-(2+4+4+6+5)=9$ (개)

이므로 무게가 50 g 이상 60 g 미만인 감자는

$9+6=15$ (개)

④ 무게가 60 g 이상인 감자는

5개

무게가 55 g 이상인 감자는

$6+5=11$ (개)

이므로 무게가 8번째로 무거운 감자가 속한 계급은 55 g 이상 60 g 미만이다.

따라서 이 계급의 도수는 6개이다.

BOX

(각 계급의 백분율) $=\frac{(\text{그 계급의 도수})}{(\text{도수의 총합})}\times100\,(\%)$

이용 횟수가 가장 적은 학생이 속한 계급은 알 수 있지만 그 학생의 이용 횟수는 알 수 없다.

통과 시간이 긴 계급의 도수부터 차례대로 더한 도수의 합이 처음으로 10명 이상이 될 때의 계급

강수량이 200 mm 미만인 도시가 전체의 24 %이므로 강수량이 200 mm 이상인 도시는

$100-24=76\,(\%)$

키가 12 cm 이상 자란 학생은

4명

키가 10 cm 이상 자란 학생은

$6+4=10$ (명)

⑤ 도수가 가장 작은 계급은 35 g 이상 40 g 미만이므로 계급값은

$\frac{35+40}{2}=37.5$ (g)

답 ⑤

19 1 m^3 이상 3 m^3 미만인 계급의 도수를 x가구라 하면 3 m^3 이상 5 m^3 미만인 계급의 도수는 $3x$가구이므로

$x+3x+14+10+8=40$

$4x=8 \qquad \therefore x=2$

따라서 사용량이 3 m^3 이상 7 m^3 미만인 가구 수는

$3x+14=3\times2+14=20$ 답 20

20 점수가 70점 이상 90점 미만인 학생 수는

$40-(1+3+8+6)=22$

이므로 $\frac{22}{40}\times100=55\,(\%)$ 답 55 %

참고 80점 이상 90점 미만인 계급의 도수는

$22-13=9$ (명)

21 강수량이 200 mm 미만인 도시 수는

$50\times\frac{24}{100}=12$

강수량이 300 mm 이상인 도시 수는

$50-(12+12)=26$

이므로 $\frac{26}{50}\times100=52\,(\%)$ 답 ④

참고 100 mm 이상 200 mm 미만인 계급의 도수는

$12-8=4$ (곳)

400 mm 이상 500 mm 미만인 계급의 도수는

$26-(10+6)=10$ (곳)

다른풀이 강수량이 200 mm 이상인 도시 수는

$50\times\frac{76}{100}=38$

강수량이 300 mm 이상인 도시 수는

$38-12=26$

이므로 $\frac{26}{50}\times100=52\,(\%)$

22 키가 8 cm 이상 10 cm 미만 자란 학생 수는

$30\times\frac{20}{100}=6$

키가 10 cm 이상 12 cm 미만 자란 학생 수는

$30-(3+4+7+6+4)=6$

따라서 키가 9번째로 많이 자란 학생이 속한 계급은 10 cm 이상 12 cm 미만이다.

답 10 cm 이상 12 cm 미만

23 a, b, c, d의 평균이 9이므로

$\frac{a+b+c+d}{4}=9$

$\therefore a+b+c+d=36$

따라서 $3a-5$, $3b+4$, $3c+10$, $3d-1$의 평균은

$$\frac{(3a-5)+(3b+4)+(3c+10)+(3d-1)}{4}$$
$$=\frac{3(a+b+c+d)+8}{4}$$
$$=\frac{3\times 36+8}{4}$$
$$=\frac{116}{4}=29$$

답 ④

24 $2a$, $2b$, 8의 평균이 6이므로

$\frac{2a+2b+8}{3}=6$, $\quad 2(a+b)=10$

$\therefore a+b=5$

$5c$, $5d$, 12의 평균이 29이므로

$\frac{5c+5d+12}{3}=29$, $\quad 5(c+d)=75$

$\therefore c+d=15$

따라서 a, b, c, d의 평균은

$\frac{a+b+c+d}{4}=\frac{5+15}{4}=5$

답 5

25 학생 5명의 몸무게를 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 3번째에 있는 값이 중앙값이므로 그 값은 58 kg이다.
몸무게가 56 kg인 학생이 들어왔을 때, 학생 6명의 몸무게를 작은 값부터 크기순으로 나열하면 $54<56<58$이므로 3번째와 4번째에 있는 값은 각각 56 kg, 58 kg이다.
따라서 구하는 중앙값은

$\frac{56+58}{2}=57\,(\text{kg})$

답 ②

참고 작은 값부터 크기순으로 나열한 5명의 몸무게는

__, 54 kg, 58 kg, __, __

이고 $54<56<58$이므로 56 kg은 54 kg과 58 kg 사이에 위치한다.

26 학생 8명의 한국사 점수를 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 5번째에 있는 값을 x점이라 하면 중앙값이 78점이므로

$\frac{75+x}{2}=78$, $\quad 75+x=156$

$\therefore x=81$

4번째와 5번째에 있는 두 값의 평균이 중앙값이다.

한국사 점수가 82점인 학생이 동아리에 들어왔을 때, 학생 9명의 점수를 작은 값부터 크기순으로 나열하면 $81<82$이므로 5번째에 있는 값은 81점이다.
따라서 구하는 중앙값은 81점이다.

답 81점

27 턱걸이를 6회 이상 한 학생 수는

$5+2=7$

이므로 도수의 총합을 x명이라 하면 조건 ㈎에서

$7=x\times\frac{35}{100}$ $\qquad \therefore x=20$

조건 ㈏에서 계급값이 5회인 계급, 즉 4회 이상 6회 미만인 계급의 도수를 a명이라 하면 계급값이 3회인 계급, 즉 2회 이상 4회 미만인 계급의 도수는 $2a$명이므로

$4+2a+a+5+2=20$, $\quad 3a=9$

$\therefore a=3$

따라서 턱걸이를 4회 미만 한 학생 수는

$4+2a=4+2\times 3=10$

답 10

28 필기구가 8개 미만인 학생 수는

$8+4=12$

이므로 도수의 총합을 x명이라 하면 조건 ㈎에서

$12=x\times\frac{30}{100}$ $\qquad \therefore x=40$

필기구가 12개 이상 16개 미만인 학생 수를 b라 하면

$8+4+a+b+10=40$

$\therefore a=18-b$ $\quad \cdots\cdots$ ㉠

b의 값이 최소일 때 a의 값은 최대이고, b의 값이 최대일 때 a의 값은 최소이다.

조건 ㈏에서 b의 값은

0, 1, 2, 3, 4

$b\geq 5$이면 필기구가 15번째로 많은 학생이 속한 계급은 12개 이상 16개 미만이다.

중 하나이므로 ㉠에서

$b=0$일 때 a의 값은 가장 크고, 그 값은 18

$b=4$일 때 a의 값은 가장 작고, 그 값은 14

따라서 구하는 합은

$18+14=32$

답 ③

Lecture 15 히스토그램과 도수분포다각형

W 74쪽

01 (ㄱ) 전체 학생 수는

$4+7+12+13+9+5=50$

(ㄴ) 사회 점수가 50점 미만인 학생은

4명

사회 점수가 60점 미만인 학생은

$4+7=11\,(\text{명})$

이므로 사회 점수가 10번째로 낮은 학생이 속한 계급은 50점 이상 60점 미만이다.
따라서 이 계급의 계급값은

$\frac{50+60}{2}=55\,(\text{점})$

(ㄷ) 전체 학생 수는 50이고 사회 점수가 80점 이상인 학생 수는 $9+5=14$이므로

$\frac{14}{50}\times 100=28\,(\%)$

(ㄹ) 사회 점수가 60점 이상 80점 미만인 학생 수는

$12+13=25$

사회 점수가 90점 이상인 학생 수는 $\quad$ 5

따라서 사회 점수가 60점 이상 80점 미만인 학생 수는 사회 점수가 90점 이상인 학생 수의 5배이다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다.

답 ②

02 히스토그램에서 직사각형의 넓이는 각 계급의 도수에 정비례한다.
90분 이상 120분 미만인 계급의 도수는 9명
150분 이상 180분 미만인 계급의 도수는 3명
따라서 90분 이상 120분 미만인 계급의 직사각형의 넓이는 150분 이상 180분 미만인 계급의 직사각형의 넓이의 3배이다. 답 3배

03 전체 학생 수는

$2+4+6+11+9+8=40$

상위 20 % 이내에 드는 학생 수는

$40\times\frac{20}{100}=8$

이고 음악 실기 점수가 45점 이상인 학생 수가 8이므로

$a=45$

상위 70 % 이내에 드는 학생 수는

$40\times\frac{70}{100}=28$

이고 음악 실기 점수가 35점 이상인 학생 수가

$11+9+8=28$

이므로

$b=35$

$\therefore a+b=80$ 답 80

04 ① 계급의 개수는 6이다.
② 전체 학생 수는

$3+5+10+12+8+2=40$

③ 도수가 가장 작은 계급은 82 cm 이상 84 cm 미만이므로 계급값은

$\frac{82+84}{2}=83\,(\text{cm})$

④ 앉은키가 75.8 cm인 학생이 속한 계급은 74 cm 이상 76 cm 미만이므로 이 계급의 도수는 5명이다.
⑤ 앉은키가 82 cm 이상인 학생은

2명

앉은키가 80 cm 이상인 학생은

$8+2=10$ (명)

이므로 앉은키가 8번째로 큰 학생이 속한 계급은 80 cm 이상 82 cm 미만이다.

답 ②, ⑤

05 모눈 한 칸의 세로의 길이를 a라 하면 $S=T$이므로

$S+T=2S=2\times\left(\frac{1}{2}\times5\times2a\right)$

$=10a$

이때 $S+T=20$이므로

$10a=20 \quad \therefore a=2$

따라서 방문 횟수가 50회 이상인 학생 수는

$4a+3a=7a=7\times2$

$=14$ 답 ③

두 계급의 직사각형의 넓이의 비가 5 : 2이고 직사각형의 넓이는 그 계급의 도수에 정비례하므로 두 계급의 도수의 비는 5 : 2이다.

음악 실기 점수가 8번째로 높은 학생이 속한 계급은 45점 이상 50점 미만이다.

음악 실기 점수가 28번째로 높은 학생이 속한 계급은 35점 이상 40점 미만이다.

도수분포다각형에서 계급의 개수를 셀 때, 양 끝에 도수가 0인 계급은 세지 않는다.

계급의 크기는

$50-40=10$ (회)

이고 점은 계급의 중앙에 있으므로

$10\times\frac{1}{2}=5$

06 당도가 14 Brix 이상 16 Brix 미만인 한라봉의 개수가 9이므로 전체 한라봉의 개수를 x라 하면

$9=x\times\frac{25}{100} \quad \therefore x=36$

따라서 당도가 12 Brix 이상 14 Brix 미만인 한라봉의 개수는

$36-(1+3+6+9+5)=12$ 답 12

07 7분 이상 8분 미만인 계급의 도수와 9분 이상 10분 미만인 계급의 도수의 비가 5 : 2이므로 9분 이상 10분 미만인 계급의 도수를 x명이라 하면

$10 : x=5 : 2$

$5x=20 \quad \therefore x=4$

따라서 통화 시간이 8분 이상 9분 미만인 학생 수는

$30-(5+6+10+4)=5$ 답 ③

08 영화 관람 횟수가 8회 이상 10회 미만인 직원 수를 x라 하면 영화 관람 횟수가 6회 이상 8회 미만인 직원 수는 $x+3$이므로

$5+10+(x+3)+x+6+3=45$

$2x=18 \quad \therefore x=9$

따라서 영화 관람 횟수가 8회 이상인 직원 수는

$9+6+3=18$

이므로 $\frac{18}{45}\times100=40\,(\%)$ 답 40 %

09 (ㄱ) 남학생 수는

$2+3+6+8+5+1=25$

여학생 수는

$1+2+5+7+6+4=25$

따라서 전체 학생 수는

$25+25=50$

(ㄴ) 여학생의 그래프가 남학생의 그래프보다 오른쪽으로 치우쳐 있으므로 남학생보다 여학생의 SNS 사용 시간이 더 긴 편이다.
(ㄷ) SNS 사용 시간이 8시간 이상인 학생 수는

$5+1+6+4=16$

이므로 $\frac{16}{50}\times100=32\,(\%)$

(ㄹ) SNS 사용 시간이 가장 긴 학생이 남학생인지 여학생인지는 알 수 없다.
이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다. 답 (ㄱ), (ㄷ)

10 ① A 반 학생 수는

$3+5+8+10+7+2=35$

B 반 학생 수는

$2+3+4+9+10+6+1=35$

따라서 두 반의 학생 수는 같다.

② B 반의 그래프가 A 반의 그래프보다 오른쪽으로 치우쳐 있으므로 B 반 학생들이 A 반 학생들보다 용돈을 더 많이 받는 편이다.

③ 용돈을 5만 원 이상 받는

A 반 학생 수는

$7+2=9$

B 반 학생 수는

$10+6+1=17$

따라서 용돈을 5만 원 이상 받는 학생은 B 반이 A 반보다 $17-9=8$(명) 더 많다.

④ A 반에서 용돈을 2만 원 미만 받는 학생은

3명

용돈을 3만 원 미만 받는 학생은

$3+5=8$(명)

이므로 용돈을 5번째로 적게 받는 학생이 속한 계급은 2만 원 이상 3만 원 미만이다.

따라서 이 계급의 계급값은

$\frac{2+3}{2}=2.5$(만 원)

⑤ 계급의 크기가 같고, A 반 학생 수와 B 반 학생 수가 같으므로 각각의 그래프와 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 서로 같다.

답 ③

Lecture 16 상대도수

W 76쪽

01 도수의 총합은

$3+9+6+5+2=25$(명)

버스를 10분 기다린 승객이 속한 계급은 9분 이상 12분 미만이고 이 계급의 도수는 6명이므로 구하는 상대도수는

$\frac{6}{25}=0.24$

답 0.24

02 9회 이상 11회 미만인 계급의 도수는

$40\times\frac{10}{100}=4$(명)

따라서 5회 이상 7회 미만인 계급의 도수는

$40-(4+12+5+4)=15$(명)

이므로 구하는 상대도수는

$\frac{15}{40}=0.375$

답 ④

03 전체 학생 수는

$\frac{8}{0.25}=32$

답 32

(도수의 총합)
$=\frac{(\text{계급의 도수})}{(\text{계급의 상대도수})}$

생각 틈

(16점 미만인 학생 수)
+(16점 이상인 학생 수)
=(전체 학생 수)
임을 이용한다.

04 (1) 키가 155 cm 이상인 학생이 전체의 40 %이므로 155 cm 이상 160 cm 미만인 계급과 160 cm 이상 165 cm 미만인 계급의 상대도수의 합은

$\frac{40}{100}=0.4$

$\therefore A=1-(0.1+0.2+0.4)=0.3$

$B=0.4-0.15=0.25$

(2) 전체 학생 수는 $\frac{4}{0.1}=40$

(3) $(0.2+0.3)\times100=50\,(\%)$

답 (1) $A=0.3$, $B=0.25$ (2) 40 (3) 50 %

05 전체 학생 수는 $\frac{4}{0.08}=50$

이므로 점수가 16점 미만인 학생 수는

$50\times\frac{3}{2+3}=30$

따라서 점수가 14점 이상 16점 미만인 학생 수는

$30-(4+6)=20$

답 ②

06 전체 학생 수는 $\frac{2}{0.05}=40$

90점 이상 100점 미만인 계급의 상대도수는

$\frac{6}{40}=0.15$

따라서 80점 이상 90점 미만인 계급과 90점 이상 100점 미만인 계급의 상대도수의 합이

$0.25+0.15=0.4$

이므로 상위 40 % 이내에 들기 위한 최저 점수는 80점이다.

답 80점

07 (1) 전체 학생 수는 $\frac{9}{0.18}=50$

따라서 점수가 90점 이상인 학생 수는

$0.06\times50=3$

(2) $(0.4+0.22)\times100=62\,(\%)$

답 (1) 3 (2) 62 %

08 상대도수가 가장 큰 계급은 7시간 이상 8시간 미만이므로 전체 학생 수는

$\frac{60}{0.3}=200$

이때 도수가 12명인 계급의 상대도수는

$\frac{12}{200}=0.06$

따라서 4시간 이상 5시간 미만인 계급의 계급값은

$\frac{4+5}{2}=4.5$(시간)

답 4.5시간

09 A 학교에서 남학생의 비율은

$\frac{330}{330+170}=\frac{330}{500}=0.66$

B 학교에서 남학생의 비율은

$\frac{306}{306+144}=\frac{306}{450}=0.68$

따라서 A 학교의 비율이 더 낮다.

답 A 학교

10 각 계급의 상대도수를 구하면 다음과 같다.

건수(건)	상대도수	
	남학생	여학생
$0^{이상}$ ~ $5^{미만}$	0.18	0.15
5 ~ 10	0.32	0.35
10 ~ 15	0.14	0.1
15 ~ 20	0.3	0.3
20 ~ 25	0.06	0.1
합계	1	1

남학생보다 여학생의 상대도수가 더 큰 계급은 5건 이상 10건 미만, 20건 이상 25건 미만이므로 계급값은 각각

$\frac{5+10}{2}=7.5$(건), $\frac{20+25}{2}=22.5$(건)

답 7.5건, 22.5건

11 편의점을 이용한 횟수가 5회 이상 10회 미만인 학생 수는

1반: $0.32\times25=8$

2반: $0.2\times35=7$

따라서 전체 학생 60명 중 횟수가 5회 이상 10회 미만인 학생은 $8+7=15$(명)이므로 구하는 상대도수는

$\frac{15}{60}=0.25$ 답 0.25

12 40회 미만인 세 계급의 상대도수의 합은

$\frac{26}{40}=0.65$

따라서 40회 이상 50회 미만인 계급의 상대도수는

$1-(0.65+0.15)=0.2$

이므로 구하는 학생 수는

$0.2\times40=8$ 답 8

13 전체 학생 수는

$\frac{5}{0.04+0.06}=50$

16시간 이상 20시간 미만인 계급의 상대도수는

$\frac{10}{50}=0.2$

따라서 20시간 이상 24시간 미만인 계급의 상대도수는

$1-(0.04+0.06+0.12+0.2+0.24+0.06)$

$=0.28$ 답 0.28

14 남학생과 여학생 수를 각각 $2a$, $3a$라 하고, 20분 이상 30분 미만인 계급의 도수를 각각 $3b$명, b명이라 하면 구하는 상대도수의 비는

$\frac{3b}{2a}:\frac{b}{3a}=9:2$ 답 9 : 2

BOX

남학생과 여학생의 도수의 총합이 다르므로 각 계급의 상대도수를 직접 구하여 비교한다.

생각 톡

두 반의 전체 학생 수를 각각 x, y라 하고

(계급의 도수)

=(계급의 상대도수)

×(도수의 총합)

임을 이용한다.

4시간 이상 8시간 미만인 계급과 8시간 이상 12시간 미만인 계급의 상대도수의 합

b는 자연수이므로

$14\le b-1<b$

15 두 도수분포표의 전체 도수는 각각 400, 500이므로 도수가 같은 계급의 도수를 a라 하면 구하는 상대도수의 비는

$\frac{a}{400}:\frac{a}{500}=5:4$ 답 5 : 4

16 A, B 두 반의 전체 학생 수를 각각 x, y라 하면 두 반 학생 중에서 저축 금액이 2만 원 이상 3만 원 미만인 학생 수가 12로 같으므로

A 반: $0.3x=12$ $\therefore x=40$

B 반: $0.2y=12$ $\therefore y=60$

따라서 두 반의 전체 학생 수의 차는

$60-40=20$ 답 20

17 ① 도수가 가장 큰 계급은 상대도수가 가장 큰 계급이므로 1반에서 도수가 가장 큰 계급은 60점 이상 70점 미만이다.

② $(0.16+0.04)\times100=20(\%)$

③ 도덕 점수가 70점 이상 90점 미만인 학생의 비율은

1반: $0.16+0.08=0.24$

2반: $0.36+0.16=0.52$

이므로 2반이 1반보다 더 높다.

④ 1반 학생이 25명일 때, 도덕 점수가 60점 미만인 학생은

$(0.12+0.2)\times25=8$(명)

⑤ 2반의 그래프가 1반의 그래프보다 오른쪽으로 치우쳐 있으므로 2반 학생들이 1반 학생들보다 도덕 점수가 더 높은 편이다.

답 ④

고난도 Training

W 79쪽

01 자료 A의 중앙값이 14이므로

$a=14$

이때 a, b는 서로 다른 자연수이므로

$15\le b\le19$

두 자료 A, B를 섞은 전체 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

7, 10, 12, 14, $b-1$, b, 19, 19, 22

이 자료의 중앙값이 15이므로

$b-1=15$ $\therefore b=16$

$\therefore a+b=30$ 답 ①

02 계급값이 20.5 m인 계급, 즉 19 m 이상 22 m 미만인 계급과 계급값이 26.5 m인 계급, 즉 25 m 이상 28 m 미만인 계급의 도수의 비가 2 : 3이므로 기록이 25 m 이상 28 m 미만인 학생 수를 x라 하면

$6 : x = 2 : 3$

$2x = 18 \qquad \therefore x = 9$

따라서 기록이 28 m 이상 31 m 미만인 학생 수는

$40-(2+5+6+7+9+5+1)=5$

이므로

$\frac{5}{40}\times 100 = 12.5\,(\%)$ 답 12.5 %

히스토그램에서 직사각형의 넓이는 각 계급의 도수에 정비례한다.

03 전체 직원은

$\frac{24}{0.16}=150\,(\text{명})$

여행 횟수가 25회 이상 30회 미만인 직원은

$0.24\times 150 = 36\,(\text{명})$

여행 횟수가 10회 이상 15회 미만인 직원은

$0.26\times 150 = 39\,(\text{명})$

이때 여행 횟수가 10회 이상인 직원이 모두 126명이므로 15회 이상 20회 미만인 직원은

$126-(39+24+36)=27\,(\text{명})$

따라서 여행 횟수가 80번째로 많은 직원이 속한 계급은 15회 이상 20회 미만이고 이 계급의 상대도수는

$\frac{27}{150}=0.18$ 답 0.18

여행 횟수가 25회 이상인 직원은
36명
여행 횟수가 20회 이상인 직원은
$24+36=60\,(\text{명})$
여행 횟수가 15회 이상인 직원은
$27+24+36$
$=87\,(\text{명})$

04 A 중학교에서 관람 횟수가 6회 미만인 학생 수는

$(0.15+0.25)\times 200 = 80$

B 중학교에서 7회 이상 8회 미만인 계급과 8회 이상 9회 미만인 계급의 상대도수의 합은

$0.15+0.1=0.25$

이므로 B 중학교의 전체 학생 수는

$\frac{60}{0.25}=240$

B 중학교에서 4회 이상 5회 미만인 계급과 5회 이상 6회 미만인 계급의 상대도수의 합은

$1-(0.45+0.25)=0.3$

이므로 관람 횟수가 6회 미만인 학생 수는

$0.3\times 240 = 72$

따라서 구하는 학생 수의 차는

$80-72=8$ 답 8

MEMO