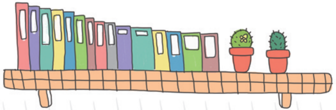
1. 내가 이해한 개념을 직접 설명해 보자.

개념 부분은 혼자서 해결할 수 없는 것이 많기 때문에 수업을 통해서 확실히 이해할 필요가 있다. 혼자서 학습하면 10시간이 걸리는 내용도 수업을 통해서는 1시간만에도 이해할 수 있기 때문이다.
하지만 가장 중요한 것은 내가 이해한 내용을 다른 사람에게 설명할 수 있을 만큼 집중력있게 학습해야 한다.

2. 어려운 문제는 20분간 고민해 보자.

나의 수준보다 조금 더 어려운 문제에 도전하면서 스스로 부족한 면을 정확히 파악하고, 고난이도 문제에 적응할 수 있어야 내 실력을 끌어올릴 수 있다. 하지만 어려운 문제를 오래 고민하다 보면 자칫 수학에 대한 흥미를 잃거나 시간을 낭비하게 될 수 있으므로 20분간만 고민한다.



[본문의 학습 방법]

❶ 선생님 강의를 들으면서 개념 노트를 이해한다.

❷ 개념 확인 문제를 풀면서 개념을 완전히 이해했는지 점검한다.

❸ 출제의도를 파악하면서 유형(類型) 문제를 푼다.

❹ 학(學) 문제를 통해 해당 유형을 다시 한번 익힌다.

❺ 외풀 문제를 풀면서 그 단원의 개념이 실생활에 어떻게 응용되는지 알아 보고, 사고력을 기른다.

[복습 방법]

❶ 개념 노트를 다시 한번 읽고, 나만의 개념 정리 노트를 만든다.

❷ 강의를 들으면서 이해되지 않았던 문제들을 다시 한번 풀어본다.

❸ 본문에 링크되어 있는 혼자 정복하기 코너의 OX 퀴즈를 풀어본다.

❹ 습(習) 문제를 풀어보면서 대표 유형을 완전히 내 것으로 만든다. 문제가 잘 풀리지 않으면 본문으로 돌아가서 유형(類型) 문제와 학(學) 문제를 다시 한번 풀어본다.

정답 및 해설의 특장점

이젠 스마트한 해설로 공부하자!

본문 위에 놓을 수 있는 작은 사이즈의 해설

본문 쪽수와 해설 쪽수가 동일하여 필요할 때마다 쉽게 찾아서 볼 수 있는 해설

02 제곱근의 성질

유형 8 ★ 제곱근의 성질 ★

$a>0$일 때, 다음 중 그 값이 가장 큰 것은?

① $(-\sqrt{a})^2$ ② $\sqrt{4a^2}$ ③ $-\sqrt{9a^2}$ ④ $(-\sqrt{4a})^2$ ⑤ $-\sqrt{(-5a)^2}$

유형 9 ★ $\sqrt{a^2}$의 꼴을 포함한 식의 계산 ★

$a<0$, $b>0$일 때, $-\sqrt{a^2}-\sqrt{b^2}$을 간단히 하면?

① $a+b$ ② $a-b$ ③ $-a+b$ ④ ab ⑤ $-\frac{a}{b}$

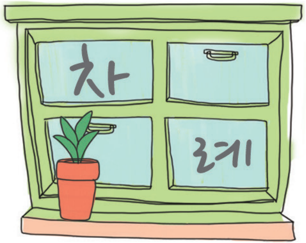
016 Ⅰ. 실수와 그 계산

유형 8 ① $(-\sqrt{a})^2=a$
② $\sqrt{4a^2}=\sqrt{(2a)^2}=2a$
③ $-\sqrt{9a^2}=-\sqrt{(3a)^2}=-3a$
④ $(-\sqrt{4a})^2=4a$
⑤ $-\sqrt{(-5a)^2}=-5a$
따라서 그 값이 가장 큰 것은 ④이다. 답 ④

學 8 $a<0$일 때, $-a>0$이므로
ㄱ. $\sqrt{25a^2}=\sqrt{(5a)^2}=-5a$
ㄴ. $\sqrt{(7a)^2}=-7a$
ㄷ. $-\sqrt{9a^2}=-\sqrt{(3a)^2}=-(-3a)=3a$
ㄹ. $-\sqrt{(-4a)^2}=-(-4a)=4a$
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다. 답 ③

유형 9 $a<0$, $b>0$이므로
$-\sqrt{a^2}-\sqrt{b^2}=-(-a)-b=a-b$ 답 ②

學 9 $a<0$일 때, $-a>0$이므로
(주어진 식) $=-2a+(-3a)-(-6a)$
$=-2a-3a+6a=a$ 답 a


차례

I 실수와 그 계산

1 제곱근과 실수

2 근호가 포함된 식의 계산

무엇을 공부해야 할까?

what?

제곱근의 뜻과 성질

무리수의 뜻

실수의 대소 관계

근호가 포함된 식의 계산

분모의 유리화

Ⅰ-1 제곱근과 실수

01 제곱근의 뜻과 표현 본문 11~13쪽

유형 1 ② 學 1 -1 유형 2 ⑤ 學 2 2개
유형 3 ⑤ 學 3 ② 유형 4 ① 學 4 ㄱ, ㄴ
유형 5 $\sqrt{34}$ cm 學 5 2 m

02 제곱근의 성질 본문 15~17쪽

유형 6 ③ 學 6 4개 유형 7 ④ 學 7 ②
유형 8 ④ 學 8 ③ 유형 9 ② 學 9 a
유형 10 ⑤ 學 10 $-yz$

03 제곱근의 응용 본문 19~21쪽

유형 11 ② 學 11 ② 유형 12 15 學 12 25
유형 13 $\sqrt{9}$, $\frac{7}{3}$, $-\sqrt{\frac{1}{2}}$, -3, $-\sqrt{10}$ 學 13 ②
유형 14 ③ 學 14 ⑤ 유형 15 ④ 學 15 ④

04 실수의 분류 본문 23~24쪽

유형 16 ② 學 16 3.14, $\frac{22}{7}$, π
유형 17 ② 學 17 ②, ⑤ 유형 18 ①, ④ 學 18 ②
유형 19 3개 學 19 ②, ⑤

05 실수와 수직선 본문 26~28쪽

유형 20 ③ 學 20 $P(1+\sqrt{2})$, $Q(1-\sqrt{2})$

유형 21 점 D 學 21 $\sqrt{2}+\sqrt{5}$

유형 22 $P(\sqrt{5})$, $Q(-\sqrt{5})$ 學 22 10

유형 23 ②, ⑤ 學 23 ⑤

06 실수의 응용 본문 30~31쪽

유형 24 ③ 學 24 ② 유형 25 ⑤ 學 25 ③

유형 26 ④ 學 26 풀이 참조 유형 27 ③ 學 27 ④

유형 28 풀이 참조 學 28 풀이 참조

독심술 본문 32~35쪽

1 $-a$	2 ⑤	3 16	4 12, 48, 108	5 5개
6 42	7 9개	8 ④	9 ④	10 ④
11 풀이 참조	12 풀이 참조	13 풀이 참조	14 풀이 참조	

수학 오디션 본문 36~39쪽

1 ㄴ	2 ③	3 10	4 ⑤	5 52
6 ④	7 $4-\sqrt{2}$	8 ①	9 $-2a-6b$	10 ①
11 15	12 ④	13 ③	14 $-1+\sqrt{7}$	15 ③

01 제곱근의 뜻과 표현

개념확인 1

(1) $(-9)^2=9^2=81$이므로 81의 제곱근은 9, -9이다.

(2) $(-0.6)^2=(0.6)^2=0.36$이므로 $x^2=0.36$을 만족하는 x의 값은 0.6, -0.6이다.

(3) $0^2=0$이므로 0의 제곱근은 0이다.

(4) 음수의 제곱근은 없다.

답 (1) 9, -9 (2) 0.6, -0.6 (3) 0 (4) 없다.

개념확인 2

(1) $(-\sqrt{5})^2=(\sqrt{5})^2=5$이므로 5의 제곱근은 $\sqrt{5}$, $-\sqrt{5}$이다.

(2) 제곱근 5는 $\sqrt{5}$이다.

(3) -5는 음수이므로 -5의 제곱근은 없다.

답 (1) ○ (2) × (3) ×

유형 **1** 16의 양의 제곱근은 4이므로 $A=4$

9의 음의 제곱근은 -3이므로 $B=-3$

$\therefore 2A+3B=2\times4+3\times(-3)=8-9=-1$ 답 ②

學 **1** $5.\dot{4}=\frac{54-5}{9}=\frac{49}{9}=\left(\pm\frac{7}{3}\right)^2$에서 $5.\dot{4}$의 음의 제곱근은 $-\frac{7}{3}$

이므로 $a=-\frac{7}{3}$

$1.\dot{7}=\frac{17-1}{9}=\frac{16}{9}=\left(\pm\frac{4}{3}\right)^2$에서 $1.\dot{7}$의 양의 제곱근은 $\frac{4}{3}$이므로

$b=\frac{4}{3}$

$\therefore a+b=-\frac{7}{3}+\frac{4}{3}=-1$ 답 -1

유형 **2** ⑤ 제곱근 3은 $\sqrt{3}$이고, 3의 제곱근은 $\pm\sqrt{3}$이다. 답 ⑤

學 **2** ㄱ. 제곱근 81은 9이므로 9의 제곱근은 ±3이다.

ㄴ. $(0.01)^2=0.0001$의 제곱근은 ±0.01이다.

ㄷ. $(-2)^2=4$의 음의 제곱근은 -2이다.

ㄹ. $\sqrt{25}=5$의 양의 제곱근은 $\sqrt{5}$이다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ의 2개이다. 답 2개

유형 3 x가 양수 a의 제곱근이므로

$x=\pm\sqrt{a}$, 즉 $x^2=a$ 답 ⑤

學 3 ① a의 제곱근은 $\pm\sqrt{a}$이다.

② 제곱근 a는 $\sqrt{a}$이다.

④ 제곱하여 a가 되는 수는 $\pm\sqrt{a}$이다.

⑤ $x^2=a$를 만족하는 x의 값은 $\pm\sqrt{a}$이다.

따라서 그 값이 나머지 넷과 다른 것은 ②이다. 답 ②

유형 4 ㄱ. 25의 제곱근은 ±5로 양수와 음수 2개이고,

$|+5|=|-5|=5$로 절댓값은 같다.

ㄴ. $0^2=0$이므로 0의 제곱근은 0이다.

ㄷ. -9는 음수이므로 -9의 제곱근은 없다.

따라서 옳은 것은 ㄱ이다. 답 ①

學 4 ㄱ. 양수 a의 제곱근은 $\sqrt{a}$, $-\sqrt{a}$이므로

$p=\sqrt{a}$, $q=-\sqrt{a}$ 또는 $p=-\sqrt{a}$, $q=\sqrt{a}$

$\therefore p^2-q^2=0$

ㄴ. 양수의 제곱근 중 음수인 것을 음의 제곱근이라 한다.

ㄷ. 0의 제곱근은 1개이다.

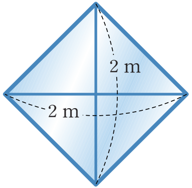
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다. 답 ㄱ, ㄴ

유형 **5** (두 정사각형의 넓이의 합)$=9+25=34(\mathrm{cm}^2)$
구하는 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 $x^2=34$
$\therefore x=\sqrt{34}$ ($\because x>0$)
답 $\sqrt{34}$ cm

學 **5** 태은이네 집의 꽃밭의 한 변의 길이를 x m라 하면 두 꽃밭의 닮음비가 $13:1$이므로 혜수네 집의 꽃밭의 한 변의 길이는 $13x$ m이다.
두 꽃밭의 넓이의 합이 680 m^2이므로
$x^2+169x^2=680$, $170x^2=680$, $x^2=4$
$\therefore x=2$ ($\because x>0$)
따라서 태은이네 집의 꽃밭의 한 변의 길이는 2 m이다.
답 2 m

와풀

공주님의 요구사항을 모두 만족하는 창문은 오른쪽 그림과 같다.



(창문의 넓이)$=2\times2\times\dfrac{1}{2}=2(\mathrm{m}^2)$

따라서 공주님의 요구사항에 따라 바꾼 정사각형 모양의 창문의 한 변의 길이는 $\sqrt{2}$ m이다.

답 그림은 풀이 참조, $\sqrt{2}$ m

02 제곱근의 성질

개념확인 1

(1) $(\sqrt{13})^2+(-\sqrt{7})^2=13+7=20$

(2) $\sqrt{4^2}-\sqrt{(-5)^2}=4-5=-1$

(3) $\sqrt{25}+\sqrt{64}-(-\sqrt{8})^2=5+8-8=5$

(4) $-\sqrt{(-4)^2}+\sqrt{(-5)^2}=-4+5=1$

답 (1) 20 (2) -1 (3) 5 (4) 1

개념확인 2

(1) $a<0$일 때, $3a<0$이므로

$\sqrt{(3a)^2}=-3a$

(2) $a<0$일 때, $-3a>0$이므로

$-\sqrt{(-3a)^2}=-(-3a)=3a$

답 (1) $-3a$ (2) $3a$

유형 **6** $\sqrt{121}+\sqrt{196}-\sqrt{225}=\sqrt{11^2}+\sqrt{14^2}-\sqrt{15^2}$
$=11+14-15=10$ 답 ③

學 **6** ㄱ. $\sqrt{256}=16=(\pm4)^2$이므로 $\sqrt{256}$의 제곱근은 ±4
ㄴ. $1.96=(\pm1.4)^2$이므로 1.96의 제곱근은 ±1.4
ㄷ. $0.\dot{4}=\frac{4}{9}=\left(\pm\frac{2}{3}\right)^2$이므로 $0.\dot{4}$의 제곱근은 $\pm\frac{2}{3}$
ㄹ. 3.6의 제곱근은 $\pm\sqrt{3.6}$
ㅁ. $\frac{48}{75}=\frac{16}{25}=\left(\pm\frac{4}{5}\right)^2$이므로 $\frac{48}{75}$의 제곱근은 $\pm\frac{4}{5}$
따라서 제곱근을 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㅁ의 4개이다. 답 4개

유형 **7** ① $\sqrt{25}-\sqrt{(-7)^2}=5-7=-2$
② $\sqrt{9}+\sqrt{4}=3+2=5$
③ $\sqrt{0.16}\div\sqrt{\left(-\frac{2}{5}\right)^2}=0.4\div\frac{2}{5}=0.4\times\frac{5}{2}=1$
④ $(-\sqrt{2})^2\times\sqrt{(-3)^2}=2\times3=6$
⑤ $-(-\sqrt{6})^2+\sqrt{6^2}=-6+6=0$ 답 ④

學 **7** $(-\sqrt{8})^2\times\sqrt{\left(-\frac{1}{4}\right)^2}-\sqrt{9}\div(-\sqrt{6})^2$
$=8\times\frac{1}{4}-3\times\frac{1}{6}$
$=2-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$ 답 ②

유형 **8** ① $(-\sqrt{a})^2=a$
② $\sqrt{4a^2}=\sqrt{(2a)^2}=2a$
③ $-\sqrt{9a^2}=-\sqrt{(3a)^2}=-3a$
④ $(-\sqrt{4a})^2=4a$
⑤ $-\sqrt{(-5a)^2}=-5a$
따라서 그 값이 가장 큰 것은 ④이다. 답 ④

學 **8** $a<0$일 때, $-a>0$이므로
ㄱ. $\sqrt{25a^2}=\sqrt{(5a)^2}=-5a$
ㄴ. $\sqrt{(7a)^2}=-7a$
ㄷ. $-\sqrt{9a^2}=-\sqrt{(3a)^2}=-(-3a)=3a$
ㄹ. $-\sqrt{(-4a)^2}=-(-4a)=4a$
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다. 답 ③

유형 **9** $a<0$, $b>0$이므로
$-\sqrt{a^2}-\sqrt{b^2}=-(-a)-b=a-b$ 답 ②

學 **9** $a<0$일 때, $-a>0$이므로
(주어진 식)$=-2a+(-3a)-(-6a)$
$=-2a-3a+6a=a$ 답 a

유형 **10** $0<a<4$일 때, $4-a>0$, $a-4<0$이므로

(주어진 식)$=4-a+a-4$

$=0$

답 ⑤

學 **10** $\frac{x}{y}<0$, $xz>0$일 때, $xz\div\frac{x}{y}=xz\times\frac{y}{x}=yz<0$이므로

$yz-xz<0$, $xy<0$, $xz-xy>0$

$\therefore$ (주어진 식)$=-(yz-xz)-xy-(xz-xy)$

$=-yz+xz-xy-xz+xy$

$=-yz$

답 $-yz$

와풀

961을 반으로 나눈다.	480.5
이 값에서 1을 뺀다.	$480.5-1=479.5$
2를 뺀다.	$479.5-2=477.5$
3을 뺀다.	$477.5-3=474.5$
4를 뺀다.	$474.5-4=470.5$
⋮	⋮
29를 뺀다.	$74.5-29=45.5$
30을 뺀다.	$45.5-30=15.5$

15.5를 2배 하면 31이 되는데, 31이 바로 961의 양의 제곱근이다.

답 31

03 제곱근의 응용

개념확인 1

(1) $\sqrt{20x}=\sqrt{2^2\times5\times x}$가 자연수가 되려면 $x=5\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

따라서 자연수 x 중 가장 작은 수는 5이다.

(2) $\sqrt{\dfrac{150}{x}}=\sqrt{\dfrac{2\times3\times5^2}{x}}$이 자연수가 되려면 x는 2×3, $2\times3\times5^2$이다.

따라서 가장 작은 자연수 x는 $2\times3=6$이다.

답 (1) 5 (2) 6

개념확인 2

(1) $\dfrac{1}{2}>\dfrac{1}{3}$이므로 $\sqrt{\dfrac{1}{4}}>\sqrt{\dfrac{1}{9}}$

(2) $\dfrac{3}{5}<\dfrac{3}{4}$, $\sqrt{\dfrac{3}{5}}<\sqrt{\dfrac{3}{4}}$이므로 $-\sqrt{\dfrac{3}{5}}>-\sqrt{\dfrac{3}{4}}$

(3) $\sqrt{8}<\sqrt{9}$이므로 $\sqrt{8}<3$

(4) $\sqrt{16}>\sqrt{15}$, 즉 $4>\sqrt{15}$이므로 $-4<-\sqrt{15}$

(5) $\sqrt{100}>\sqrt{10}$이므로 $10>\sqrt{10}$

(6) $\sqrt{0.04}<\sqrt{0.2}$이므로 $0.2<\sqrt{0.2}$

답 (1) $>$ (2) $>$ (3) $<$ (4) $<$ (5) $>$ (6) $<$

유형 11 $\sqrt{72n}=\sqrt{2^3\times3^2\times n}$이 자연수가 되려면 $n=2\times$(자연수$)^2$의 꼴이어야 한다.
따라서 $1<n<100$인 자연수 n의 값은 $2\times1^2=2$, $2\times2^2=8$, $2\times3^2=18$, $2\times4^2=32$, $2\times5^2=50$, $2^3\times3^2=72$, $2\times7^2=98$의 7개이다.

답 ②

學 11 $\sqrt{\dfrac{24}{ab}}=\sqrt{\dfrac{2^3\times3}{ab}}$이므로 ab는 2×3, $2^3\times3$이어야 한다.
(ⅰ) $ab=2\times3$, 즉 $ab=6$일 때, (a, b)는 $(1, 6)$, $(2, 3)$, $(3, 2)$, $(6, 1)$의 4가지
(ⅱ) $ab=2^3\times3$, 즉 $ab=24$일 때, (a, b)는 $(4, 6)$, $(6, 4)$의 2가지
(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 경우의 수는 6가지이다.

답 ②

유형 12 $\sqrt{167+A}$가 자연수가 되려면 $167+A$는 제곱수가 되어야 한다.
이때, 167보다 큰 제곱수는 169, 196, 225, ⋯이므로
$167+A=169, 196, 225, \cdots$ $\quad\therefore A=2, 29, 58, \cdots$
따라서 가장 작은 자연수 A는 2이고, 그 때의 B의 값은 13이므로
$A+B=2+13=15$

답 15

學 12 $\sqrt{28-x}$가 정수가 되려면 $28-x$의 값이 0 또는 28보다 작은 제곱수이어야 한다. 즉,
$28-x=0, 1, 4, 9, 16, 25$ $\quad\therefore x=28, 27, 24, 19, 12, 3$
따라서 $M=28$, $m=3$이므로
$M-m=28-3=25$

답 25

유형 13 $\sqrt{9}=3$이고 $\frac{7}{3}<3$이므로 $\frac{7}{3}<\sqrt{9}$

$-\sqrt{10}$, -3, $-\sqrt{\frac{1}{2}}$을 각각 제곱하면 10, 9, $\frac{1}{2}$이고

$\frac{1}{2}<9<10$이므로 $\sqrt{\frac{1}{2}}<3<\sqrt{10}$ $\quad\therefore -\sqrt{\frac{1}{2}}>-3>-\sqrt{10}$

이때, (양수)$>0>$(음수)이므로 $\sqrt{9}>\frac{7}{3}>-\sqrt{\frac{1}{2}}>-3>-\sqrt{10}$

답 $\sqrt{9}$, $\frac{7}{3}$, $-\sqrt{\frac{1}{2}}$, -3, $-\sqrt{10}$

學 13 $0<a<1$이므로 $a=\frac{1}{2}$을 대입하면

① $\frac{1}{4}$ ② 2 ③ $\sqrt{\frac{1}{2}}$ ④ $\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

큰 수부터 차례로 나열하면 2, $\sqrt{2}$, $\sqrt{\frac{1}{2}}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$이다.

따라서 그 값이 가장 큰 것은 ②이다.

답 ②

유형 14 $1<\sqrt{3}<2$이므로 $\sqrt{3}-2<0$, $2-\sqrt{3}>0$

$\therefore$ (주어진 식)$=-(\sqrt{3}-2)-(2-\sqrt{3})$

$=-\sqrt{3}+2-2+\sqrt{3}=0$

답 ③

學 14 $2<\sqrt{7}<3$이므로 $1-\sqrt{7}<0$, $\sqrt{7}-3<0$, $-\sqrt{7}+4>0$

$\therefore$ (주어진 식)$=-(1-\sqrt{7})-(\sqrt{7}-3)+(-\sqrt{7}+4)$

$=-1+\sqrt{7}-\sqrt{7}+3-\sqrt{7}+4$

$=6-\sqrt{7}$

답 ⑤

유형 **15** $7<\sqrt{5n}<8$의 각 변을 제곱하면 $49<5n<64$

$\therefore \frac{49}{5}<n<\frac{64}{5}$

따라서 자연수 n은 10, 11, 12이고 그 합은

$10+11+12=33$

답 ④

學 **15** $2<\sqrt{2x+1}<3$의 각 변을 제곱하면

$4<2x+1<9$, $3<2x<8$ $\therefore \frac{3}{2}<x<4$ …… ㉠

㉠을 만족하는 자연수 x는 2, 3이다.

$\sqrt{5}<y<\sqrt{19}$의 각 변을 제곱하면 $5<y^2<19$ …… ㉡

㉡을 만족하는 자연수 y는 3, 4이므로 가능한 xy의 값은

6, 8, 9, 12이다.

답 ④

와풀

(1) 조리개의 값이 4일 때, 조리개 구멍의 반지름의 길이는 $\frac{1}{4}$배가 되어 그 넓이는 $\left(\frac{1}{4}\right)^2=\frac{1}{16}$배가 되고, 렌즈를 통과하는 빛의 양은 $\frac{1}{16}$배이다.

(2) $\frac{1}{256}=\left(\frac{1}{16}\right)^2$이므로 조리개의 값은 16이다.

답 (1) $\frac{1}{16}$배 (2) 16

04 실수의 분류

●개념확인● 1

(1) $\sqrt{13}$은 무리수이다.

(2) $-\sqrt{36}=-6$은 정수이므로 유리수이다.

(3) $\sqrt{0.64}=0.8=\frac{4}{5}$는 정수가 아닌 유리수이다.

(4) $7.3\dot{0}\dot{9}=\frac{7309-73}{990}=\frac{7236}{990}=\frac{402}{55}$는 정수가 아닌 유리수이다.

답 (1) 무 (2) 유 (3) 유 (4) 유

●개념확인● 2

(1) $\sqrt{7}$은 무리수이므로 분모$(\neq 0)$, 분자가 정수인 분수 꼴로 나타낼 수 없다.

(2) 순환소수는 유리수이다.

답 (1) × (2) ○

유형 **16** ㉠ 실수 ㉡ 무리수 ㉢ 정수 ㉣ 자연수

답 ②

學 **16** 소수 ┬ 유한소수 (3.14)
└ 무한소수 ┬ 순환소수 $\left(\frac{22}{7}\right)$
└ 순환하지 않는 무한소수 (π)

답 3.14, $\frac{22}{7}$, π

유형 **17** ㄷ. 근호 안의 수가 제곱수이면 유리수이다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

답 ②

學 **17** ① 무리수이다.

③ 5는 제곱수가 아니므로 근호 없이 나타낼 수 없다.

④ 무리수는 기약분수로 나타낼 수 없다.

따라서 옳은 것은 ②, ⑤이다.

답 ②, ⑤

유형 **18** ② 유리수에는 유한소수와 순환소수(무한소수)가 있다.
③ 무한소수에는 순환소수(유리수)와 순환하지 않는 무한소수(무리수)가 있다.
⑤ 순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.
따라서 옳은 것은 ①, ④이다. 답 ①, ④

學 **18** ㄴ. 근호 안의 수가 제곱수이면 유리수이다.
ㄷ. 순환소수는 유리수이다.
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다. 답 ②

유형 **19** $-\sqrt{36}=-6$, $\sqrt{(-3)^2}=3$, $\sqrt{1.\dot{7}}=\sqrt{\dfrac{16}{9}}=\dfrac{4}{3}$는 유리수이므로 무리수는 $\sqrt{7}$, $-\sqrt{250}$, $0.101001000\cdots$의 3개이다. 답 3개

學 **19** ① $x=\pm4$이므로 x는 유리수이다.
② $x=\pm\sqrt{20}$이므로 x는 무리수이다.
③ $x^2=\dfrac{12}{27}=\dfrac{4}{9}$에서 $x=\pm\dfrac{2}{3}$이므로 x는 유리수이다.
④ $x=\pm0.8$이므로 x는 유리수이다.
⑤ $x=\pm\sqrt{0.004}$이므로 x는 무리수이다.
따라서 x의 값이 무리수인 것은 ②, ⑤이다. 답 ②, ⑤

05 실수와 수직선

개념확인 1

(정사각형 ABCD의 넓이)$=\frac{1}{2}\times2\times2=2$

이므로 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{2}$이다.

(1) $\overline{AP}=\overline{AB}=\sqrt{2}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $1+\sqrt{2}$이다.

(2) $\overline{AQ}=\overline{AD}=\sqrt{2}$이므로 점 Q에 대응하는 수는 $1-\sqrt{2}$이다.

답 (1) $1+\sqrt{2}$ (2) $1-\sqrt{2}$

개념확인 2

(2) $\frac{1}{2}$과 $\frac{3}{4}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 존재한다.

답 (1) ○ (2) ×

유형 **20** $\overline{BP}=\overline{BD}=\sqrt{2}$이고 $P(2-\sqrt{2})$이므로 $B(2)$
$\overline{AB}=1$이므로 $A(1)$
이때, $\overline{AQ}=\overline{AC}=\sqrt{2}$이므로 점 Q에 대응하는 수는 $1+\sqrt{2}$ 답 ③

學 **20** $\overline{OP}=\overline{OB}=\sqrt{2}$이므로 점 P의 좌표는 $1+\sqrt{2}$
$\overline{OQ}=\overline{OC}=\sqrt{2}$이므로 점 Q의 좌표는 $1-\sqrt{2}$
답 $P(1+\sqrt{2})$, $Q(1-\sqrt{2})$

유형 **21** 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$이므로
$A(-2+\sqrt{2})$, $B(-1+\sqrt{2})$, $C(\sqrt{2})$, $D(1+\sqrt{2})$, $E(2+\sqrt{2})$
답 점 D

學 **21** 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$이므로
$\overline{OD}=\overline{OB}=\sqrt{2}$
$\overline{OH}=\overline{OD}+\overline{DH}=\sqrt{2}+\sqrt{5}$
따라서 점 H에 대응하는 수는 $\sqrt{2}+\sqrt{5}$이다. 답 $\sqrt{2}+\sqrt{5}$

유형 **22** $\square ABCD=3\times3-4\times\left(\frac{1}{2}\times2\times1\right)=5$이므로

정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$이다.

$\overline{AP}=\overline{AB}=\sqrt{5}$, $\overline{AQ}=\overline{AD}=\sqrt{5}$이므로 두 점 P와 Q의 좌표는 각각 $\sqrt{5}$, $-\sqrt{5}$이다.

답 $P(\sqrt{5})$, $Q(-\sqrt{5})$

學 **22** (색칠한 정사각형의 넓이)$=4\times4-4\times\left(\frac{1}{2}\times3\times1\right)=10$

따라서 색칠한 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{10}$이므로 점 A에 대응하는 수 a는 $2+\sqrt{10}$이다.

$\therefore (a-2)^2=(2+\sqrt{10}-2)^2=(\sqrt{10})^2=10$

답 10

유형 **23** ① $\frac{1}{5}$과 $\frac{1}{2}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

③, ④ 수직선은 유리수와 무리수, 즉 실수에 대응하는 점으로 완전히 메워진다.

따라서 옳은 것은 ②, ⑤이다.

답 ②, ⑤

學 **23** ① 1에 가장 가까운 유리수는 알 수 없다.

② -1과 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

③ 2에 가장 가까운 무리수는 알 수 없다.

④ 모든 무리수는 각각 수직선 위의 한 점에 대응한다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

06 실수의 응용

개념확인 1

(1) $(\sqrt{6}+1)-3=\sqrt{6}-2>0$ $\quad\therefore\ \sqrt{6}+1>3$

(2) $2-(\sqrt{5}+1)=1-\sqrt{5}<0$ $\quad\therefore\ 2<\sqrt{5}+1$

(3) $(\sqrt{2}+\sqrt{7})-(\sqrt{3}+\sqrt{7})=\sqrt{2}-\sqrt{3}<0$

$\therefore\ \sqrt{2}+\sqrt{7}<\sqrt{3}+\sqrt{7}$

(4) $(\sqrt{10}-\sqrt{2})-(3-\sqrt{2})=\sqrt{10}-3>0$

$\therefore\ \sqrt{10}-\sqrt{2}>3-\sqrt{2}$

답 (1) $>$ (2) $<$ (3) $<$ (4) $>$

개념확인 2

$3=\sqrt{9}$, $4=\sqrt{16}$이므로 3과 4 사이에 있는 수는 $\sqrt{11}$, $\sqrt{13.5}$, $\sqrt{\frac{25}{2}}$, $\sqrt{\frac{38}{3}}$의 4개이다.

답 4개

유형 **24** ① $(2+\sqrt{5})-4=\sqrt{5}-2>0$에서 $2+\sqrt{5}>4$

② $(\sqrt{3}-1)-1=\sqrt{3}-2<0$에서 $\sqrt{3}-1<1$

③ $(-2-\sqrt{2})-(-3)=1-\sqrt{2}<0$에서 $-2-\sqrt{2}<-3$

④ $(\sqrt{11}-3)-(\sqrt{10}-3)=\sqrt{11}-\sqrt{10}>0$에서 $\sqrt{11}-3>\sqrt{10}-3$

⑤ $(\sqrt{3}+\sqrt{6})-(2+\sqrt{6})=\sqrt{3}-2<0$에서 $\sqrt{3}+\sqrt{6}<2+\sqrt{6}$

답 ③

學 **24** $a-b=(\sqrt{3}+\sqrt{5})-(\sqrt{5}+\sqrt{7})=\sqrt{3}-\sqrt{7}<0$ $\quad\therefore a<b$

$b-c=(\sqrt{5}+\sqrt{7})-(\sqrt{3}+\sqrt{7})=\sqrt{5}-\sqrt{3}>0$ $\quad\therefore b>c$

$a-c=(\sqrt{3}+\sqrt{5})-(\sqrt{3}+\sqrt{7})=\sqrt{5}-\sqrt{7}<0$ $\quad\therefore a<c$

$\therefore a<c<b$

답 ②

유형 **25** $\sqrt{4}<\sqrt{7}<\sqrt{9}$에서 $2<\sqrt{7}<3$

$2+1<\sqrt{7}+1<3+1$에서 $3<\sqrt{7}+1<4$

따라서 $\sqrt{7}+1$에 대응하는 점은 E이다.

답 ⑤

學 **25** $\sqrt{1}<\sqrt{3}<\sqrt{4}$에서 $1<\sqrt{3}<2$

$\therefore -2<-\sqrt{3}<-1$

따라서 점 A에 대응하는 수는 $-\sqrt{3}$이므로 $a=-\sqrt{3}$

$\sqrt{1}<\sqrt{2}<\sqrt{4}$에서 $1<\sqrt{2}<2$

$2+1<2+\sqrt{2}<2+2$ $\quad\therefore 3<2+\sqrt{2}<4$

따라서 점 D에 대응하는 수는 $2+\sqrt{2}$이므로 $d=2+\sqrt{2}$

$\therefore a^2+d=(-\sqrt{3})^2+(2+\sqrt{2})=5+\sqrt{2}$

답 ③

참고 $-1<-\sqrt{2}+1<0$, $2<\sqrt{5}<3$이므로 두 점 B, C에 대응하는 수는 각각 $-\sqrt{2}+1$, $\sqrt{5}$이다.

유형 26 ① $\sqrt{3}+\frac{1}{2}\fallingdotseq1.732+0.5=2.232$

② $\sqrt{5}-\frac{1}{2}\fallingdotseq2.236-0.5=1.736$

④ $\sqrt{5}-\sqrt{3}\fallingdotseq2.236-1.732=0.504$

⑤ $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{2}\fallingdotseq\frac{1.732+2.236}{2}=1.984$

따라서 두 수 $\sqrt{3}$과 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 수가 아닌 것은 ④이다. 답 ④

學 26 예 유리수 : $2-0.1,\ 2-0.01,\ 2-0.001$

무리수 : $\sqrt{3}+0.1,\ \sqrt{3}+0.01,\ \sqrt{3}+0.001$ 답 풀이 참조

유형 27 ① $\sqrt{3}+(-\sqrt{3})=0$ ② $\sqrt{3}\times\sqrt{3}=3$

④ $\sqrt{3}\times0=0$ ⑤ $\sqrt{3}\div\sqrt{3}=1$

따라서 계산 결과가 항상 무리수인 것은 ③이다. 답 ③

學 27 $a=0,\ b=\sqrt{2}$일 때

① $0-(\sqrt{2})^2=-2$ ② $0^2+(\sqrt{2})^2=2$

③ $\frac{0}{\sqrt{2}}=0$ ④ $0-2\times\sqrt{2}=-2\sqrt{2}$

⑤ $3\times0\times\sqrt{2}=0$ 답 ④

참고 (유리수)±(무리수)의 계산 결과는 항상 무리수이다.

유형 28 소수가 $P_1=2,\ P_2=3,\ P_3=5,\ P_4=7,\ \cdots$ 크기순으로 나열하고, 마지막 소수 P_n이 있다고 가정하자. (소수는 유한하다는 가정이다.)

이 때, $P=P_1,\ P_2,\ P_3,\ P_4\cdots P_n+1$을 생각하자.

숫자 P는 $P_1,\ P_2,\ \cdots,\ P_n$으로 나눠떨어지지 않는다.

따라서 이 숫자 P는 새로운 소수가 되고

이 세상에 있는 소수는 $P_1,\ P_2,\ \cdots,\ P_n$으로 유한하다 는 가정에 모순되므로 소수의 개수는 무한히 많다. 답 풀이 참조

學 **28** $\sqrt{2}$가 유리수라고 가정한다.

따라서 $\sqrt{2}=\dfrac{b}{a}$로 둘 수 있다. (a, b는 서로소인 자연수)

$2a^2=b^2$이므로 b^2는 2의 배수이다.

b^2이 2의 배수이므로, b도 2의 배수이다.

따라서 $b=2b'$로 둘 수 있다. (여기서 b'는 자연수)

$a^2=\dfrac{1}{2}b^2=2b'^2$이므로 a^2은 2의 배수이다.

a^2이 2의 배수이므로, a도 2의 배수이다.

이는 a, b가 서로소라는 가정에 모순이다.

따라서 $\sqrt{2}$는 유리수가 아니다.

답 풀이 참조

와풀

• 조미려의 가정이 참인 경우 커피를 준비한 사람이 없으므로 모순

	커피	케익	와인	치즈
서호	×	범인○		×
표근후	×		×	
김유범	×			
조미려	×			×

• 조미려의 가정이 거짓인 경우 조미려가 범인임을 알 수 있다.

	커피	케익	와인	치즈
서호	×	범인×	○	×
표근후	×	×	×	○
김유범	○	×	×	×
조미려	×	○	×	×

독심술 독한 심화 and 서술형 문제

1 $-1<a<0$일 때, $\frac{1}{a}<-1$이므로 $a+\frac{1}{a}<0$, $a-\frac{1}{a}>0$, $-a>0$

$\therefore$ (주어진 식)$=-\left(a+\frac{1}{a}\right)-\left(a-\frac{1}{a}\right)-(-a)=-a$ 답 $-a$

2 $0<a<1$일 때, $\frac{1}{a}>1$이므로 $a+\frac{1}{a}>0$, $a-\frac{1}{a}<0$

$\therefore$ (주어진 식)$=\sqrt{\left(a-\frac{1}{a}\right)^2}+\sqrt{\left(a+\frac{1}{a}\right)^2}=-\left(a-\frac{1}{a}\right)+\left(a+\frac{1}{a}\right)$

$=-a+\frac{1}{a}+a+\frac{1}{a}=\frac{2}{a}$ 답 ⑤

3 $\sqrt{324+x}$가 가장 작은 정수가 되어야 하므로 $324+x$가 324보다 큰 제곱수 중 가장 작은 수이어야 한다. 즉, $324+x=361$ $\therefore x=37$

$\sqrt{121-y}$가 가장 큰 정수가 되어야 하므로 $121-y$가 121보다 작은 제곱수 중 가장 큰 정수이어야 한다. 즉, $121-y=100$ $\therefore y=21$

$\therefore x-y=37-21=16$ 답 16

4 두 화단의 한 변의 길이는 각각 $\sqrt{112-x}$, $\sqrt{75x}$이다.

(i) $\sqrt{112-x}$가 자연수가 되려면 $112-x$가 112보다 작은 제곱수이어야 하므로 $112-x=1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100$

$\therefore x=111, 108, 103, 96, 87, 76, 63, 48, 31, 12$

(ii) $\sqrt{75x}=\sqrt{3\times5^2\times x}$가 자연수가 되려면 $x=3\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 하므로 x는 $3\times1^2, 3\times2^2, 3\times3^2, 3\times4^2, 3\times5^2, 3\times6^2, \cdots$

$\therefore x=3, 12, 27, 48, 75, 108, \cdots$

(i), (ii)에서 x의 값이 될 수 있는 것은 12, 48, 108이다. 답 12, 48, 108

5 a, b, c는 연속하는 세 자연수이므로 $a=b-1$, $c=b+1$이다.
$\sqrt{a+b+c}=\sqrt{(b-1)+b+(b+1)}=\sqrt{3b}$가 자연수가 되려면
$b=3\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.
따라서 $1<b<99$인 자연수 b는 3, $3\times2^2=12$, $3\times3^2=27$, $3\times4^2=48$, $3\times5^2=75$의 5개이다. 답 5개

참고 $0<a<b<c<100$에서
$c=b+1<100$이므로 $b<99$, $a=b-1>0$이므로 $b>1$
따라서 b는 1보다 크고 99보다 작은 자연수이다.

6 $N(1)=N(2)=N(3)=1$, $N(4)=\cdots=N(8)=2$
$N(9)=\cdots=N(15)=3$, $N(16)=N(17)=4$
$\therefore N(1)+N(2)+N(3)+\cdots+N(17)$
$=1\times3+2\times5+3\times7+4\times2=42$ 답 42

7 195와 120 중에서 크지 않은 수는 120이므로 $\sqrt{120}$보다 작은 자연수는 1, 2, 3, …, 10의 10개이다. $\therefore 195◎120=10$
이때, $\sqrt{10}≒3.\times\times\times$ 보다 작은 자연수는 1, 2, 3의 3개이므로
$n★10=4$에서 $n>10$이고, $\sqrt{n}$보다 작은 자연수의 개수는 4이다.
따라서 $4<\sqrt{n}\le5$, $16<n\le25$이므로 주어진 식을 만족하는 자연수 n은 17, 18, …, 24, 25의 9개이다. 답 9개

8 자연수 x에 대하여 $\frac{x}{180}$는 진분수이므로 $1\le x<180$
$\sqrt{\frac{x}{180}}=\sqrt{\frac{x}{2^2\times3^2\times5}}$가 유리수가 되려면 $x=5\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 하므로 x는 5, 5×2^2, 5×3^2, 5×4^2, 5×5^2의 5개이다.
따라서 $\sqrt{\frac{x}{180}}$가 무리수가 되게 하는 자연수 x는 $179-5=174$(개)
답 ④

9 ① $x=1$, $y=\sqrt{3}$일 때, $xy=1\times\sqrt{3}=\sqrt{3}$ (무리수)

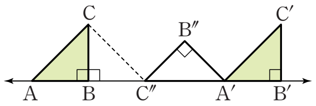
② $x=\sqrt{2}$, $y=\sqrt{3}$일 때, $x=\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{6}$ (무리수)

③ $x=\sqrt{2}$, $y=\sqrt{2}$일 때, $\dfrac{x}{y}=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=1$ (유리수)

⑤ $x=\sqrt{2}$, $y=-\sqrt{2}$일 때, $x+y=\sqrt{2}-\sqrt{2}=0$ (유리수)

답 ④

10 직각이등변삼각형 ABC가 수직선 위에서 1회전하면 오른쪽 그림과 같다.



$\overline{C''A'}=\overline{AC}=\sqrt{2}$,

$\overline{AB}=\overline{BC''}=\overline{A'B'}=1$이므로

$\overline{AB'}=1+1+\sqrt{2}+1=3+\sqrt{2}$

점 B′에 대응하는 수는 $1+(3+\sqrt{2})=4+\sqrt{2}$

답 ④

11 (1) $\square ABCD=(3\times3)-4\times\left(\dfrac{1}{2}\times2\times1\right)=5$

따라서 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$이다. … [30 %]

(2) 점 Q에 대응하는 수는 $\sqrt{5}-3$이고 $\overline{BQ}=\overline{BC}=\sqrt{5}$이므로 점 B에 대응하는 수는 $(\sqrt{5}-3)-\sqrt{5}=-3$이다.

$\therefore$ B(-3) … [40 %]

(3) $\overline{BP}=\overline{BA}=\sqrt{5}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $-3-\sqrt{5}$이다.

$\therefore$ P$(-3-\sqrt{5})$ … [30 %]

12 $a-c=(\sqrt{5}-1)-1=\sqrt{5}-2>0$이므로 $c<a$ … [40 %]

$b-c=(-1+\sqrt{3})-1=\sqrt{3}-2<0$이므로 $b<c$ … [40 %]

$\therefore b<c<a$ … [20 %]

13 (1) $9<\sqrt{85}<10$이므로 $\sqrt{85}$보다 작은 자연수의 개수는 9개이다.

$\therefore f(85)=9$ … [40 %]

(2) $10<\sqrt{120}<11$이므로 $\sqrt{120}$보다 크지 않은 자연수 중 가장 큰 값은 10이다.

$\therefore g(120)=10$ … [40 %]

(3) $f(85)+g(120)=9+10=19$ … [20 %]

14 예시 답안

(1) $x>4$일 때, x의 값을 구하여라.

[풀이] $x+4>0$, $x-4>0$이므로 $(x+4)-(x-4)=x-1$

$x+4-x+4=x-1$ $\therefore x=9$ … [30 %]

(2) $-4<x<4$일 때, x의 값을 구하여라.

[풀이] $x+4>0$, $x-4<0$이므로 $(x+4)-\{-(x-4)\}=x-1$

$x+4+x-4=x-1$ $\therefore x=-1$ … [30 %]

(3) $x<-4$일 때, x의 값을 구하여라.

[풀이] $x+4<0$, $x-4<0$이므로 $-(x+4)-\{-(x-4)\}=x-1$

$-x-4+x-4=x-1$ $\therefore x=-7$ … [30 %]

(4) 모든 x의 값의 합을 구하여라.

[풀이] $9+(-1)+(-7)=1$ … [10 %]

수학 오디션

1 ㄱ. $\sqrt{16}=4$

ㄴ. $\sqrt{256}=16$이므로 제곱근 256의 제곱근은 $\pm\sqrt{16}=\pm4$

ㄷ. $(-4)^2=16$의 양의 제곱근은 4이다.

ㄹ. 제곱하여 16이 되는 자연수는 4이다.

ㅁ. 넓이가 16인 정사각형의 한 변의 길이는 4이다.

따라서 나머지 넷과 다른 하나는 ㄴ이다. 답 ㄴ

2 $(\text{주어진 식})=13-4\times\dfrac{5}{2}+8$

$=11$ 답 ③

3 $\sqrt{39+a}$가 자연수가 되려면 $39+a$가 제곱수가 되어야 한다.

이때, 39보다 큰 제곱수는 49, 64, 81, …이므로

$39+a=49,\ 64,\ 81,\ \cdots$

$\therefore\ a=10,\ 25,\ 42,\ \cdots$

따라서 가장 작은 자연수 a는 10이다. 답 10

4 ② $-\sqrt{3}$과 $\sqrt{8}$ 사이에 있는 정수는 $-1,\ 0,\ 1,\ 2$의 4개이다.

⑤ 수직선은 무리수에 대응하는 점만으로 완전히 메울 수 없다.

답 ⑤

5 (음수)$<0<$(양수)이고 $\sqrt{(-7)^2}=\sqrt{49}$, $5=\sqrt{25}$이므로
$-\sqrt{3}<-\sqrt{2}<5<\sqrt{39}<\sqrt{(-7)^2}$
$\therefore M=\sqrt{(-7)^2}$, $m=-\sqrt{3}$
$\therefore M^2+m^2=(\sqrt{(-7)^2})^2+(-\sqrt{3})^2=49+3=52$ 답 52

6 ① $\sqrt{32}=4\sqrt{2}$로 순환하지 않는 무한소수이다.
② $-\sqrt{289}=-17$이므로 유리수이다.
③ $\sqrt{1.\dot{7}}=\sqrt{\dfrac{16}{9}}=\dfrac{4}{3}$는 정수가 아닌 유리수이다.
④ $\sqrt{(-5)^2}=5$이므로 유리수이다.
⑤ 0.272772777⋯은 순환소수가 아니다. 답 ④

7 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$이다.
$\overline{AQ}=\overline{AC}=\sqrt{2}$이므로 점 A에 대응하는 수는 $(3+\sqrt{2})-\sqrt{2}=3$
정사각형의 한 변의 길이는 1이므로 점 B에 대응하는 수는 $3+1=4$
$\overline{BP}=\overline{BD}=\sqrt{2}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $4-\sqrt{2}$ 답 $4-\sqrt{2}$

8 ① $(2-\sqrt{8})-(\sqrt{2}-\sqrt{8})=2-\sqrt{2}>0$이므로 $2-\sqrt{8}>\sqrt{2}-\sqrt{8}$
② $(-1-\sqrt{18})-(-1-\sqrt{15})=-\sqrt{18}+\sqrt{15}<0$이므로
$-1-\sqrt{18}<-1-\sqrt{15}$
③ $(2-\sqrt{15})-(2-\sqrt{14})=-\sqrt{15}+\sqrt{14}<0$이므로
$2-\sqrt{15}<2-\sqrt{14}$
④ $(\sqrt{10}-3)-(\sqrt{10}-\sqrt{7})=-3+\sqrt{7}<0$이므로 $\sqrt{10}-3<\sqrt{10}-\sqrt{7}$
⑤ $5-(\sqrt{5}+3)=2-\sqrt{5}<0$이므로 $5<\sqrt{5}+3$
따라서 부등호가 다른 것은 ①이다. 답 ①

9 $a-b>0$, $\frac{a}{b}<0$일 때, $a>0$, $b<0$이므로

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=a+(-2b)-\{-(-3a)\}+(-4b)\\&=a-2b-3a-4b\\&=-2a-6b\end{aligned}$$

답 $-2a-6b$

10 $0<p<q<5$일 때, $p-q<0$, $p-5<0$, $5-q>0$이므로

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=-(p-q)-\{-(p-5)\}+(5-q)\\&=-p+q+p-5+5-q\\&=0\end{aligned}$$

답 ①

11 $-3<-\sqrt{x}\le-\frac{5}{2}$에서 $\frac{5}{2}\le\sqrt{x}<3$

각 변을 제곱하면 $\frac{25}{4}\le x<9$이므로 이를 만족하는 자연수 x는 7, 8이다.

따라서 $7+8=15$이다.

답 15

12 100보다 작은 자연수는 99개이므로 $\sqrt{x}$가 무리수가 되게 하는 자연수 x의 개수는 99에서 $\sqrt{x}$가 유리수인 경우의 수를 빼면 쉽게 구할 수 있다.

$\sqrt{x}$가 유리수가 되려면 x는 제곱수이어야 하므로 x는 1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, 6^2, 7^2, 8^2, 9^2이다.

따라서 구하는 자연수 x의 개수는

$99-9=90$(개)

답 ④

13 $N(x)=6$이므로 $6\le\sqrt{x}<7$에서

$36\le x<49$

따라서 구하는 자연수 x의 개수는

$48-36+1=13$

답 ③

14 $2<\sqrt{7}<3$에서 $1<\sqrt{7}-1<2$, $0<3-\sqrt{7}<1$이므로

$3-\sqrt{7}<\sqrt{7}-1<2$

정사각형의 넓이가 클수록 한 변의 길이가 길어지므로

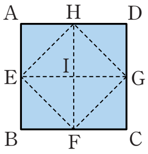
한 변의 길이가 가장 긴 정사각형의 넓이 $A=2$

한 변의 길이가 가장 짧은 정사각형의 넓이 $B=3-\sqrt{7}$

$\therefore A-B=2-(3-\sqrt{7})=-1+\sqrt{7}$

답 $-1+\sqrt{7}$

15 정사각형 ABCD의 넓이가 8이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{8}$이다.



한편, 정사각형 EFGH의 넓이는 $\frac{1}{2}\times8=4$이므로 한 변의 길이는 2이다.

주어진 각 도형의 둘레의 길이는

① $\frac{\sqrt{8}}{2}\times8=4\sqrt{8}$

② $\frac{\sqrt{8}}{2}\times4+2\times2=2\sqrt{8}+4$

③ $2\times4=8$

④ $\frac{\sqrt{8}}{2}\times4+2\times2=2\sqrt{8}+4$

⑤ $\frac{\sqrt{8}}{2}\times2+2\times3=\sqrt{8}+6$

따라서 도형의 둘레의 길이가 유리수로 나타나는 것은 ③이다.

답 ③

Ⅰ-2 근호가 포함된 식의 계산

07 제곱근의 곱셈과 나눗셈 본문 43~44쪽

유형 29 ④ 學 29 ④ 유형 30 ③ 學 30 ②

유형 31 ④ 學 31 $\frac{1}{2}$ 유형 32 ② 學 32 $\frac{1}{2}$

08 제곱근의 덧셈과 뺄셈 본문 46~48쪽

유형 33 ④ 學 33 ④ 유형 34 $-\sqrt{3}$ 學 34 ③

유형 35 ④ 學 35 $3\sqrt{2}-7$ 유형 36 ② 學 36 $-9+2\sqrt{35}$

유형 37 ② 學 37 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

09 제곱근의 복잡한 계산 본문 50~52쪽

유형 38 $4\sqrt{6}-3\sqrt{3}$ 學 38 ①

유형 39 ③ 學 39 ④ 유형 40 ⑤ 學 40 ④

유형 41 ② 學 41 7 유형 42 $\sqrt{13}$ 學 42 ①

10 제곱근을 어림한 값 본문 54~55쪽

유형 43 11.198 學 43 3457 유형 44 484.8 學 44 ③

유형 45 ⑤ 學 45 2.236 유형 46 ③ 學 46 ②

11 제곱근의 계산의 응용 본문 57~59쪽

유형 47 ⑤ 學 47 $12-5\sqrt{6}$ 유형 48 ④ 學 48 $\frac{\sqrt{6}}{6}$

유형 49 ② 學 49 $10-5\sqrt{3}$ 유형 50 ⑤ 學 50 ④

유형 51 $-2\sqrt{2}$ 學 51 $-3-\sqrt{2}$

독심술 본문 60~63쪽

1 $\frac{9}{25}$ 2 -28 3 -1 4 ③ 5 풀이 참조

6 ③ 7 -0.433 8 ⑤ 9 ⑤

10 $\frac{32\sqrt{6}}{5}$ cm^2 11 풀이 참조 12 풀이 참조 13 풀이 참조

14 풀이 참조

수학 오디션 본문 64~67쪽

1 ④ 2 34 3 12 4 ③ 5 ④

6 ③ 7 ② 8 ⑤ 9 ③ 10 -2, -30

11 $-12+6\sqrt{6}$ 12 5 13 $-49+20\sqrt{6}$

14 273 15 ⑤

07 제곱근의 곱셈과 나눗셈

개념확인 1

(1) $\sqrt{12}\times\sqrt{\frac{5}{6}}=\sqrt{12\times\frac{5}{6}}=\sqrt{10}$

(2) $\sqrt{5}\times\sqrt{\frac{5}{3}}\times\sqrt{\frac{6}{10}}=\sqrt{5\times\frac{5}{3}\times\frac{6}{10}}=\sqrt{5}$

(3) $\sqrt{56}\div\sqrt{7}\div\sqrt{\frac{1}{2}}=\sqrt{56\div7\div\frac{1}{2}}=\sqrt{56\times\frac{1}{7}\times2}=\sqrt{16}=4$

답 (1) $\sqrt{10}$ (2) $\sqrt{5}$ (3) 4

개념확인 2

(1) $\sqrt{24}=\sqrt{4\times6}=\sqrt{2^2\times6}=2\sqrt{6}$

(2) $5\sqrt{3}\times3\sqrt{6}=(5\times3)\times\sqrt{3\times6}=15\times3\sqrt{2}=45\sqrt{2}$

(3) $\sqrt{0.18}=\sqrt{\frac{18}{100}}=\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{100}}=\frac{\sqrt{3^2\times2}}{\sqrt{10^2}}=\frac{3\sqrt{2}}{10}$

답 (1) $2\sqrt{6}$ (2) $45\sqrt{2}$ (3) $\frac{3\sqrt{2}}{10}$

유형 **29** ③ $\dfrac{\sqrt{55}}{\sqrt{5}}=\sqrt{\dfrac{55}{5}}=\sqrt{11}$

④ $3\sqrt{10}\div4\sqrt{5}=\dfrac{3\sqrt{10}}{4\sqrt{5}}=\dfrac{3}{4}\sqrt{\dfrac{10}{5}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$

⑤ $\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{6}}\div\left(-\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{18}}\right)=\sqrt{\dfrac{7}{6}}\times\left(-\sqrt{\dfrac{18}{7}}\right)$

$=-\sqrt{\dfrac{7}{6}\times\dfrac{18}{7}}=-\sqrt{3}$

답 ④

學 **29** $\sqrt{32}\times\sqrt{72}\times\sqrt{75}=4\sqrt{2}\times6\sqrt{2}\times5\sqrt{3}$

$=(4\times6\times5)\times\sqrt{2\times2\times3}$

$=120\times2\sqrt{3}=240\sqrt{3}$

$\therefore A=240$

답 ④

유형 **30** $\sqrt{0.45}=\sqrt{\dfrac{45}{100}}=\dfrac{\sqrt{3^2\times5}}{10}$

$=\dfrac{(\sqrt{3})^2\times\sqrt{5}}{10}=\dfrac{a^2b}{10}$

답 ③

學 **30** $\sqrt{500}=\sqrt{2^2\times5^3}$

$=(\sqrt{2})^2\times(\sqrt{5})^3=m^2n^3$

답 ②

유형 **31** ② $\frac{3}{2\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{3}}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

③ $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{5}}{2\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{15}}{10}$

④ $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{30}}=\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{30}}{\sqrt{30}\times\sqrt{30}}=\frac{2\sqrt{15}}{30}=\frac{\sqrt{15}}{15}$

⑤ $\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{18}}=\frac{2\sqrt{6}}{3\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{6}\times\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{12}}{6}=\frac{4\sqrt{3}}{6}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

답 ④

學 **31** $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{6}}{3}$ $\quad\therefore a=\frac{2}{3}$

$\frac{3}{\sqrt{32}}=\frac{3}{4\sqrt{2}}=\frac{3\times\sqrt{2}}{4\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{8}$ $\quad\therefore b=\frac{3}{8}$

$\therefore \sqrt{ab}=\sqrt{\frac{2}{3}\times\frac{3}{8}}=\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$

답 $\frac{1}{2}$

유형 **32** $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\div\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}}\times\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{14}}=\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{6}}\times\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{14}}$

$=\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\sqrt{6}$

답 ②

學 **32** $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}}\times\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}\div\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{24}}=\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}\times\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{10}}$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore a=\frac{1}{2}$

답 $\frac{1}{2}$

08 제곱근의 덧셈과 뺄셈

개념확인 1

(1) $4\sqrt{3}+2\sqrt{3}-6\sqrt{3}=(4+2-6)\sqrt{3}=0$

(2) $2\sqrt{6}-\sqrt{3}+4\sqrt{3}-\sqrt{6}=(2-1)\sqrt{6}+(-1+4)\sqrt{3}$
$=\sqrt{6}+3\sqrt{3}$

(3) $\sqrt{50}+5\sqrt{8}-3\sqrt{32}=5\sqrt{2}+10\sqrt{2}-12\sqrt{2}$
$=(5+10-12)\sqrt{2}$
$=3\sqrt{2}$

답 (1) 0 (2) $\sqrt{6}+3\sqrt{3}$ (3) $3\sqrt{2}$

개념확인 2

(1) $\sqrt{3}(2-4\sqrt{2})=\sqrt{3}\times 2-\sqrt{3}\times 4\sqrt{2}$
$=2\sqrt{3}-4\sqrt{6}$

(2) $(2\sqrt{3}+\sqrt{2})\sqrt{6}=2\sqrt{3}\times\sqrt{6}+\sqrt{2}\times\sqrt{6}$
$=2\sqrt{18}+\sqrt{12}$
$=6\sqrt{2}+2\sqrt{3}$

(3) $(4\sqrt{5}+\sqrt{20})\sqrt{5}=4\sqrt{5}\times\sqrt{5}+\sqrt{20}\times\sqrt{5}$
$=4\sqrt{25}+\sqrt{100}$
$=20+10=30$

답 (1) $2\sqrt{3}-4\sqrt{6}$ (2) $6\sqrt{2}+2\sqrt{3}$ (3) 30

유형 **33** (좌변)$=7\sqrt{2}-3\sqrt{5}+4\sqrt{2}-2\sqrt{5}=11\sqrt{2}-5\sqrt{5}$
따라서 $a=11$, $b=-5$이므로
$a+b=11-5=6$

답 ④

學 **33** $x+y=\dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{2}+\dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{2}=\dfrac{2\sqrt{7}}{2}=\sqrt{7}$

$x-y=\dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{2}-\dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{2}=\dfrac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

$\therefore (x+y)(x-y)=\sqrt{7}\times\sqrt{3}=\sqrt{21}$

답 ④

유형 **34** (주어진 식)$=\dfrac{2\sqrt{3}}{4}+\dfrac{4\sqrt{3}}{3}-\dfrac{15}{2\sqrt{3}}-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{4\sqrt{3}}{3}-\dfrac{5\sqrt{3}}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$=-\sqrt{3}$

답 $-\sqrt{3}$

學 **34** $n=m+\dfrac{1}{2m}=\sqrt{2}+\dfrac{1}{2\sqrt{2}}=\sqrt{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{4}=\dfrac{5}{4}\sqrt{2}$

즉, $n=\dfrac{5}{4}m$이므로 n은 m의 $\dfrac{5}{4}$배이다.

답 ③

유형 **35** $\sqrt{3}(\sqrt{12}-2)+\sqrt{2}(4\sqrt{2}-\sqrt{24})$
$=\sqrt{3}(2\sqrt{3}-2)+\sqrt{2}(4\sqrt{2}-2\sqrt{6})$
$=6-2\sqrt{3}+8-4\sqrt{3}=14-6\sqrt{3}$

따라서 $A=14$, $B=-6$이므로
$A-B=14-(-6)=20$

답 ④

學 **35** $\sqrt{3}\left(\sqrt{6}+\dfrac{\sqrt{12}}{2}\right)-\dfrac{2}{\sqrt{2}}(3\sqrt{2}+\sqrt{8})$
$=\sqrt{3}(\sqrt{6}+\sqrt{3})-\sqrt{2}(3\sqrt{2}+2\sqrt{2})$
$=3\sqrt{2}+3-6-4$
$=3\sqrt{2}-7$

답 $3\sqrt{2}-7$

유형 **36** $(2\sqrt{3}-3)^2=(2\sqrt{3})^2-2\times2\sqrt{3}\times3+(-3)^2$
$=12-12\sqrt{3}+9$
$=21-12\sqrt{3}$

따라서 $a=21$, $b=-12$이므로
$a+b=21+(-12)=9$

답 ②

學 **36** $\sqrt{5}-\sqrt{7}=A$로 치환하면
$(\sqrt{3}-\sqrt{5}+\sqrt{7})(\sqrt{3}+\sqrt{5}-\sqrt{7})=\{\sqrt{3}-(\sqrt{5}-\sqrt{7})\}\{\sqrt{3}+(\sqrt{5}-\sqrt{7})\}$
$=(\sqrt{3}-A)(\sqrt{3}+A)=(\sqrt{3})^2-A^2$
$=3-(\sqrt{5}-\sqrt{7})^2=3-(12-2\sqrt{35})$
$=-9+2\sqrt{35}$

답 $-9+2\sqrt{35}$

유형 37 $\frac{\sqrt{6}}{1-\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}(1+\sqrt{2})+\sqrt{3}(1-\sqrt{2})}{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})}$

$=\frac{\sqrt{6}+2\sqrt{3}+\sqrt{3}-\sqrt{6}}{1-2}$

$=-3\sqrt{3}$

따라서 $a=-3$, $b=0$이므로 $a+b=-3$ 답 ②

學 37 $\frac{1}{5-a}-\frac{1}{1+a}=\frac{1}{5-(2+\sqrt{3})}-\frac{1}{1+(2+\sqrt{3})}$

$=\frac{1}{3-\sqrt{3}}-\frac{1}{3+\sqrt{3}}$

$=\frac{(3+\sqrt{3})-(3-\sqrt{3})}{(3-\sqrt{3})(3+\sqrt{3})}$

$=\frac{2\sqrt{3}}{9-3}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ 답 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

와플

(i) 노래미인 경우

$h^2=3A$의 관계식이 성립하므로

$h^2=3\times8=24$

$\therefore h=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$(cm)

(ii) 임연수어인 경우

$h^2=5A$의 관계식이 성립하므로

$h^2=5\times8=40$

$\therefore h=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$(cm)

답 $2\sqrt{6}$ cm, $2\sqrt{10}$ cm

09 제곱근의 복잡한 계산

개념확인 1

$6\sqrt{2}-3k+1-4k\sqrt{2}=(-3k+1)+(6-4k)\sqrt{2}$가 유리수가 되기 위해서는 $6-4k=0$

$\therefore k=\frac{3}{2}$

답 $\frac{3}{2}$

개념확인 2

(1) $(x-y)^2=(x+y)^2-4xy=(3\sqrt{2})^2-4\times2=10$

(2) $x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2=(2\sqrt{3})^2-2=10$

답 (1) 10 (2) 10

유형 38 $\sqrt{2}(\sqrt{12}-\sqrt{6})+\dfrac{6\sqrt{2}-3}{\sqrt{3}}$

$=\sqrt{24}-\sqrt{12}+\dfrac{(6\sqrt{2}-3)\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$

$=2\sqrt{6}-2\sqrt{3}+2\sqrt{6}-\sqrt{3}$

$=4\sqrt{6}-3\sqrt{3}$

답 $4\sqrt{6}-3\sqrt{3}$

學 38 $(\text{좌변})=2\sqrt{6}-\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}-1+\dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}-2$

$=2\sqrt{6}-\dfrac{\sqrt{6}}{2}-1+\dfrac{2\sqrt{6}}{3}-2$

$=-3+\dfrac{13\sqrt{6}}{6}$

따라서 $a=-3$, $b=\dfrac{13}{6}$ 이므로 $ab=-3\times\dfrac{13}{6}=-\dfrac{13}{2}$

답 ①

유형 39 $\sqrt{3}(5\sqrt{3}-2a)-\sqrt{27}(2+\sqrt{3})$

$=\sqrt{3}(5\sqrt{3}-2a)-3\sqrt{3}(2+\sqrt{3})$

$=15-2a\sqrt{3}-6\sqrt{3}-9$

$=6-(6+2a)\sqrt{3}$

주어진 식이 유리수가 되려면 $6+2a=0$

$\therefore a=-3$

답 ③

學 39 $(a\sqrt{7}+5)(3\sqrt{7}-b)=21a-ab\sqrt{7}+15\sqrt{7}-5b$

$=21a-5b+(15-ab)\sqrt{7}$

주어진 식이 유리수가 되려면 $15-ab=0$

$\therefore ab=15$

답 ④

유형 **40** $2(x+1)^2-(x-1)(x-4)=2x^2+4x+2-x^2+5x-4$

$=x^2+9x-2$

$=(\sqrt{3})^2+9\times\sqrt{3}-2$

$=3+9\sqrt{3}-2$

$=1+9\sqrt{3}$ 답 ⑤

學 **40** $x=\dfrac{1}{3+2\sqrt{2}}=\dfrac{3-2\sqrt{2}}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}=\dfrac{3-2\sqrt{2}}{9-8}=3-2\sqrt{2}$

$x=3-2\sqrt{2}$에서 $x-3=-2\sqrt{2}$

양변을 제곱하면 $(x-3)^2=(-2\sqrt{2})^2$

$x^2-6x+9=8$, $x^2-6x=-1$

$\therefore \sqrt{x^2-6x+10}=\sqrt{-1+10}=\sqrt{9}=3$ 답 ④

유형 **41** $\dfrac{y}{x}+\dfrac{x}{y}=\dfrac{x^2+y^2}{xy}=\dfrac{(x-y)^2+2xy}{xy}$

$=\dfrac{(2\sqrt{2})^2+2\times8}{8}=\dfrac{8+16}{8}=3$ 답 ②

學 **41** $a=\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}=\dfrac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}=\sqrt{2}-1$

$b=\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}=\dfrac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}=\sqrt{2}+1$

이때, $a+b=(\sqrt{2}-1)+(\sqrt{2}+1)=2\sqrt{2}$,

$ab=(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)=1$이므로

$a^2+ab+b^2=(a+b)^2-ab=(2\sqrt{2})^2-1=7$ 답 7

유형 **42** $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+4=3^2+4=13$

$x>1$일 때, $x+\frac{1}{x}>0$이므로 $x+\frac{1}{x}=\sqrt{13}$ 답 $\sqrt{13}$

學 **42** $x\neq0$이므로 $x^2-5x+1=0$의 양변을 x로 나누면

$x-5+\frac{1}{x}=0$ $\therefore x+\frac{1}{x}=5$

$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-4=5^2-4=21$

$x>1$일 때, $x-\frac{1}{x}>0$이므로 $x-\frac{1}{x}=\sqrt{21}$ 답 ①

와플

석민이의 키는 180 cm, 몸무게는 72 kg이므로

$h=180$, $w=72$를 주어진 식에 대입하여 풀면

$$(\text{인체의 겉넓이})=\frac{\sqrt{180\times72}}{60}$$
$$=\frac{36\sqrt{10}}{60}$$
$$\fallingdotseq\frac{36\times3}{60}=\frac{9}{5}=1.8\ (\text{m}^2)$$

답 $1.8\ \text{m}^2$

10 제곱근을 어림한 값

●개념확인● 1

(1) $\sqrt{25.3} \fallingdotseq 5.030$

(2) $\sqrt{26.1} \fallingdotseq 5.109$

답 (1) 5.030 (2) 5.109

●개념확인● 2

(1) $\sqrt{700}=\sqrt{7\times100}=10\sqrt{7}\fallingdotseq10\times2.646=26.46$

(2) $\sqrt{0.7}=\sqrt{\frac{70}{100}}=\frac{\sqrt{70}}{10}\fallingdotseq\frac{8.367}{10}=0.8367$

답 (1) 26.46 (2) 0.8367

유형 43 $\sqrt{32.2}+\sqrt{30.5} \fallingdotseq 5.675+5.523=11.198$ 답 11.198

學 43 $\sqrt{7.31} \fallingdotseq 2.704$이므로 $a=2.704$

$\sqrt{7.53} \fallingdotseq 2.744$이므로 $b=7.53$

$\therefore 1000a+100b=2704+753=3457$ 답 3457

유형 44 $\sqrt{235000}=\sqrt{23.5\times10000}=100\sqrt{23.5}$

$\fallingdotseq 100\times4.848=484.8$ 답 484.8

學 44 ① $\sqrt{521}=\sqrt{5.21\times100}=10\sqrt{5.21} \fallingdotseq 10\times2.283=22.83$

② $\sqrt{5210}=\sqrt{52.1\times100}=10\sqrt{52.1} \fallingdotseq 10\times7.218=72.18$

③ $\sqrt{52100}=\sqrt{5.21\times10000}=100\sqrt{5.21} \fallingdotseq 100\times2.283=228.3$

④ $\sqrt{0.521}=\sqrt{\dfrac{52.1}{100}}=\dfrac{\sqrt{52.1}}{10} \fallingdotseq \dfrac{7.218}{10}=0.7218$

⑤ $\sqrt{0.0521}=\sqrt{\dfrac{5.21}{100}}=\dfrac{\sqrt{5.21}}{10} \fallingdotseq \dfrac{2.283}{10}=0.2283$ 답 ③

유형 45 ① $\sqrt{0.0002}=\sqrt{\frac{2}{10000}}=\frac{\sqrt{2}}{100}\fallingdotseq\frac{1.414}{100}=0.01414$

② $\sqrt{0.32}=\sqrt{\frac{32}{100}}=\frac{4\sqrt{2}}{10}=\frac{2\sqrt{2}}{5}\fallingdotseq\frac{2\times1.414}{5}=\frac{2.828}{5}=0.5656$

③ $\sqrt{0.5}=\sqrt{\frac{5}{10}}=\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}\fallingdotseq\frac{1.414}{2}=0.707$

④ $\sqrt{800}=\sqrt{8\times100}=20\sqrt{2}\fallingdotseq20\times1.414=28.28$

⑤ $\sqrt{200000}=\sqrt{20\times10000}=100\sqrt{20}=200\sqrt{5}$이므로 $\sqrt{5}$를 어림한 값을 알아야 구할 수 있다.

답 ⑤

學 45 $\sqrt{\frac{1}{5}}+\sqrt{3.2}=\frac{1}{\sqrt{5}}+\sqrt{\frac{32}{10}}=\frac{1}{\sqrt{5}}+\frac{4}{\sqrt{5}}$

$=\frac{\sqrt{5}}{5}+\frac{4\sqrt{5}}{5}=\sqrt{5}\fallingdotseq2.236$

답 2.236

유형 46 제곱근표에서

$a=\sqrt{1.1},\ b=\sqrt{1.11},\ c=\sqrt{1.12},\ d=\sqrt{1.13}$

$\therefore\ \sqrt{999}=\sqrt{900\times1.11}=30\sqrt{1.11}=30b$

답 ③

學 46 ㄱ. $\sqrt{0.0263}=\sqrt{\frac{2.63}{100}}=\frac{\sqrt{2.63}}{10}=\frac{a}{10}=0.1a$

ㄴ. $\sqrt{0.263}=\sqrt{\frac{26.3}{100}}=\frac{\sqrt{26.3}}{10}=\frac{b}{10}=0.1b$

ㄷ. $\sqrt{26300}=\sqrt{2.63\times10000}=100\sqrt{2.63}=100a$

따라서 옳은 것은 ㄴ이다.

답 ②

11 제곱근의 계산의 응용

개념확인 1

(1) $4<\sqrt{19}<5$이므로 정수 부분은 4이고, 소수 부분은 $\sqrt{19}-4$이다.

(2) $3\sqrt{3}=\sqrt{27}$이므로 $5<\sqrt{27}<6$에서 정수 부분은 5이고, 소수 부분은 $3\sqrt{3}-5$이다.

답 (1) 정수 부분 : 4, 소수 부분 : $\sqrt{19}-4$
(2) 정수 부분 : 5, 소수 부분 : $3\sqrt{3}-5$

개념확인 2

(직사각형의 둘레의 길이는) $=2(\sqrt{12}+\sqrt{3})$

$=2(2\sqrt{3}+\sqrt{3})$

$=2\times3\sqrt{3}$

$=6\sqrt{3}$(cm)

답 $6\sqrt{3}$ cm

유형 **47** ① $12-(\sqrt{5}+10)=2-\sqrt{5}<0$이므로 $12<\sqrt{5}+10$

② $3\sqrt{3}-(8-2\sqrt{3})=5\sqrt{3}-8=\sqrt{75}-\sqrt{64}>0$이므로 $3\sqrt{3}>8-2\sqrt{3}$

③ $(\sqrt{2}+2)-(2\sqrt{2}-1)=3-\sqrt{2}>0$이므로 $\sqrt{2}+2>2\sqrt{2}-1$

④ $(\sqrt{3}+\sqrt{8})-(\sqrt{12}+\sqrt{2})=(\sqrt{3}+2\sqrt{2})-(2\sqrt{3}+\sqrt{2})=\sqrt{2}-\sqrt{3}<0$
이므로 $\sqrt{3}+\sqrt{8}<\sqrt{12}+\sqrt{2}$

⑤ $(\sqrt{3}+\sqrt{2})-(3\sqrt{2}-\sqrt{3})=2\sqrt{3}-2\sqrt{2}=\sqrt{12}-\sqrt{8}>0$이므로
$\sqrt{3}+\sqrt{2}>3\sqrt{2}-\sqrt{3}$

답 ⑤

學 **47** $2\sqrt{6}-5=\sqrt{24}-\sqrt{25}<0$이므로 $2\sqrt{6}-5<0$

$3\sqrt{6}-7=\sqrt{54}-\sqrt{49}>0$이므로 $3\sqrt{6}-7>0$

$$\begin{aligned}\therefore \sqrt{(2\sqrt{6}-5)^2}-\sqrt{(3\sqrt{6}-7)^2}&=-(2\sqrt{6}-5)-(3\sqrt{6}-7)\\&=-2\sqrt{6}+5-3\sqrt{6}+7\\&=12-5\sqrt{6}\end{aligned}$$

답 $12-5\sqrt{6}$

유형 **48** $2<\sqrt{5}<3$에서 $3<\sqrt{5}+1<4$이므로 $a=3$

$2<\sqrt{6}<3$에서 $\sqrt{6}$의 정수 부분이 2이므로 $b=\sqrt{6}-2$

$\therefore a+b=3+(\sqrt{6}-2)=\sqrt{6}+1$

답 ④

學 **48** $2<\sqrt{6}<3$에서 $-3<-\sqrt{6}<-2$이므로 $4<7-\sqrt{6}<5$

따라서 $a=4$, $b=(7-\sqrt{6})-4=3-\sqrt{6}$이므로

$$\frac{1}{a-b-1}=\frac{1}{4-(3-\sqrt{6})-1}=\frac{1}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}}{6}$$

답 $\frac{\sqrt{6}}{6}$

유형 **49** $f(n)=15$에서 $15\le\sqrt{n}<16$

각 변을 제곱하면 $15^2\le n<16^2$, 즉 $225\le n<256$

따라서 구하는 자연수 n의 개수는 $256-225=31$(개) 답 ②

學 **49** $1<\sqrt{3}<2$이므로 $[3]=\sqrt{3}-1$

$5<\sqrt{29}<6$이므로 $<29>=5$

$$\therefore \frac{\sqrt{75}}{2[3]+<29>}=\frac{5\sqrt{3}}{2(\sqrt{3}-1)+5}=\frac{5\sqrt{3}}{3+2\sqrt{3}}$$
$$=\frac{5\sqrt{3}(3-2\sqrt{3})}{(3+2\sqrt{3})(3-2\sqrt{3})}$$
$$=\frac{15\sqrt{3}-30}{-3}=10-5\sqrt{3}$$

답 $10-5\sqrt{3}$

유형 **50** 두 정사각형 A, B의 넓이의 비가 $4:5$이므로 둘레의 길이의 비는 $\sqrt{4}:\sqrt{5}=2:\sqrt{5}$이다.

정사각형 A의 둘레의 길이는 $3\times4=12$이므로 정사각형 B의 둘레의 길이를 x라 하면

$2:\sqrt{5}=12:x$, $2x=12\sqrt{5}$ $\therefore x=6\sqrt{5}$

따라서 정사각형 B의 둘레의 길이는 $6\sqrt{5}$이다. 답 ⑤

學 **50** 두 정삼각형의 넓이의 비가 $1:3$이므로 한 변의 길이의 비는 $1:\sqrt{3}$이다.

두 정삼각형의 한 변의 길이를 각각 a cm, $\sqrt{3}a$ cm $(a>0)$라 하면

$3(a+\sqrt{3}a)=36$, $(1+\sqrt{3})a=12$

$$\therefore a=\frac{12}{1+\sqrt{3}}=\frac{12(1-\sqrt{3})}{(1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})}$$
$$=-6(1-\sqrt{3})=6\sqrt{3}-6\,(\text{cm})$$

답 ④

유형 **51** 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$이므로
점 P에 대응하는 수는 $-3+\sqrt{2}$ $\quad\therefore a=-3+\sqrt{2}$
점 Q에 대응하는 수는 $2-\sqrt{2}$ $\quad\therefore b=2-\sqrt{2}$
$\therefore a\sqrt{2}-b=(-3+\sqrt{2})\sqrt{2}-(2-\sqrt{2})$
$=-3\sqrt{2}+2-2+\sqrt{2}=-2\sqrt{2}$

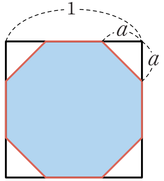
답 $-2\sqrt{2}$

學 **51** 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$이므로
점 A에 대응하는 수는 $-1-\sqrt{2}$ $\quad\therefore a=-1-\sqrt{2}$
점 B에 대응하는 수는 $2-\sqrt{2}$ $\quad\therefore b=2-\sqrt{2}$
점 C에 대응하는 수는 $1+\sqrt{2}$ $\quad\therefore c=1+\sqrt{2}$
$\therefore c(a+b)=(1+\sqrt{2})(-1-\sqrt{2}+2-\sqrt{2})$
$=(1+\sqrt{2})(1-2\sqrt{2})=1-2\sqrt{2}+\sqrt{2}-4$
$=-3-\sqrt{2}$

답 $-3-\sqrt{2}$

와풀

잘려진 삼각형은 오른쪽 그림과 같이 직각이등변삼각형이므로 빗변의 길이는 $\sqrt{2}a$이다.
즉, 정팔각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{2}a$이다.
이때, $a+\sqrt{2}a+a=1$, 즉 $a=\dfrac{2-\sqrt{2}}{2}$이므로



(정팔각형의 넓이)
$=1-4\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2-\sqrt{2}}{2}\times\dfrac{2-\sqrt{2}}{2}$
$=1-\dfrac{6-4\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}-2$

답 $2\sqrt{2}-2$

독심술 독한 심화 and 서술형 문제

1 이웃한 두 수의 비가 $1:a$이므로

$a:\dfrac{3}{5}=1:a$에서 $a^2=\dfrac{3}{5}$ $\quad\therefore a=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}\ (\because a>0)$

$\dfrac{3}{5}:2b=1:a$에서 $2b=\dfrac{3}{5}a\quad\therefore b=\dfrac{3}{10}a=\dfrac{3}{10}\times\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\dfrac{3\sqrt{3}}{10\sqrt{5}}$

$2b:c=1:a$에서 $c=2ab=2\times\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}\times\dfrac{3\sqrt{3}}{10\sqrt{5}}=\dfrac{9}{25}$

답 $\dfrac{9}{25}$

2 $(2+\sqrt{3})^5(2-\sqrt{3})^7=\{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})\}^5(2-\sqrt{3})^2$

$=(4-3)^5(2-\sqrt{3})^2$

$=4-4\sqrt{3}+3=7-4\sqrt{3}$

따라서 $a=7,\ b=-4$이므로 $ab=-28$

답 -28

3 $x=\sqrt{3+\sqrt{3+\sqrt{3+\cdots}}}$에서 $x=\sqrt{3+x}$

양변을 제곱하면 $x^2=3+x$

$\therefore x^2-x=3$

$\therefore (x^2-x-4)^{2013}=(3-4)^{2013}=(-1)^{2013}=-1$

답 -1

4 $\dfrac{1}{f(x)}=\dfrac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{x+1}}=\dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{x+1}}{(\sqrt{x}+\sqrt{x+1})(\sqrt{x}-\sqrt{x+1})}$

$=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$

$\therefore$ (주어진 식) $=(\sqrt{101}-\sqrt{100})+(\sqrt{102}-\sqrt{101})+(\sqrt{103}-\sqrt{102})$

$\cdots+(\sqrt{9999}-\sqrt{9998})+(\sqrt{10000}-\sqrt{9999})$

$=\sqrt{10000}-\sqrt{100}=100-10=90$

답 ③

5 $b\neq0$이라 하자.

$a+b\sqrt{m}=0$에서 $b\sqrt{m}=-a$

양변을 b로 나누면 $\sqrt{m}=-\dfrac{a}{b}$

이때, $\sqrt{m}$은 무리수이므로 모순이다.

$\therefore b=0$

따라서 $a+b\sqrt{m}=0$에 $b=0$을 대입하면 $a=0$이다.

$\therefore a=0,\ b=0$ 답 풀이 참조

6 $\sqrt{\dfrac{A}{B}}-\sqrt{\dfrac{B}{A}}=\dfrac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}-\dfrac{\sqrt{B}}{\sqrt{A}}=\dfrac{(\sqrt{A})^2-(\sqrt{B})^2}{\sqrt{A}\sqrt{B}}$

$=\dfrac{A-B}{\sqrt{AB}}=\dfrac{6}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$ 답 ③

7 $\dfrac{1}{\sqrt{3}+\dfrac{1}{\sqrt{3}}}-\dfrac{1}{\sqrt{3}-\dfrac{1}{\sqrt{3}}}=\dfrac{1}{\dfrac{4\sqrt{3}}{3}}-\dfrac{1}{\dfrac{2\sqrt{3}}{3}}$

$=\dfrac{3\sqrt{3}}{12}-\dfrac{3\sqrt{3}}{6}=-\dfrac{\sqrt{3}}{4}$

$\fallingdotseq-\dfrac{1.732}{4}=-0.433$ 답 -0.433

8 $1338<\sqrt{1338^2+1}<1339$에서 $p=\sqrt{1338^2+1}-1338$

$\therefore (p+1338)^2=(\sqrt{1338^2+1})^2$

$=1338^2+1$

$=1790244+1$

$=1790245$

따라서 일의 자리의 숫자는 5이다. 답 ⑤

9 직육면체의 밑면의 가로의 길이를 x라 하면

$\sqrt{18}\times\sqrt{8}\times x=24\sqrt{5}$, $3\sqrt{2}\times2\sqrt{2}\times x=24\sqrt{5}$ $\quad\therefore x=2\sqrt{5}$

$\therefore$ (직육면체의 겉넓이)$=2\{(2\sqrt{5}\times\sqrt{8})+(2\sqrt{5}\times\sqrt{18})+(\sqrt{8}\times\sqrt{18})\}$

$=2(4\sqrt{10}+6\sqrt{10}+12)=24+20\sqrt{10}$ 답 ⑤

10 나누어진 직사각형 한 개의 가로의 길이는 $\dfrac{\sqrt{32}}{5}=\dfrac{4\sqrt{2}}{5}$(cm)

위쪽의 직사각형 한 개의 세로의 길이는 $\sqrt{27}-\sqrt{3}=2\sqrt{3}$(cm)

또, 아래쪽의 직사각형 한 개의 세로의 길이는 $\sqrt{3}$ cm이므로 색칠한 부분의 넓이는 $3\times\left(\dfrac{4\sqrt{2}}{5}\times2\sqrt{3}\right)+2\times\left(\dfrac{4\sqrt{2}}{5}\times\sqrt{3}\right)=\dfrac{32\sqrt{6}}{5}$(cm^2)

답 $\dfrac{32\sqrt{6}}{5}$ cm^2

11 (1) $\dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}=\dfrac{(\sqrt{2}+1)^2}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}=\dfrac{2+2\sqrt{2}+1}{2-1}=3+2\sqrt{2}$

… [30 %]

(2) $2\sqrt{2}=\sqrt{8}$에서 $2<\sqrt{8}<3$이므로 $5<3+\sqrt{8}<6$

따라서 $3+2\sqrt{2}$의 정수 부분은 5이다. … [40 %]

(3) $3+2\sqrt{2}$의 정수 부분은 5이므로 소수 부분은

$(3+2\sqrt{2})-5=2\sqrt{2}-2$이다. … [30 %]

12 $\sqrt{4016}=\sqrt{4^2\times251}=4\sqrt{251}$

$=4\sqrt{2.51\times100}=40\sqrt{2.51}$ … [40 %]

$\sqrt{2.51}\fallingdotseq1.584$이므로 … [40 %]

$\sqrt{4016}=40\sqrt{2.51}\fallingdotseq40\times1.584=63.36$ … [20 %]

13 (1) $3(2-p\sqrt{2})+\sqrt{3}(p\sqrt{3}+3\sqrt{6})$

$=6-3p\sqrt{2}+3p+3\sqrt{18}$

$=6-3p\sqrt{2}+3p+9\sqrt{2}$

$=(6+3p)+(9-3p)\sqrt{2}$ …[30 %]

(2) $3(2-p\sqrt{2})+\sqrt{3}(p\sqrt{3}+2\sqrt{6})=(6+3p)+(9-3p)\sqrt{2}$가 유리수가 되려면 $9-3p=0$ $\therefore p=3$ …[40 %]

(3) $p=3$을 $(6+3p)+(9-3p)\sqrt{2}$에 대입하면

$6+3\times3=6+9=15$ …[30 %]

14 예시 답안

(1) x의 값의 범위를 구하여라.

[풀이] $\sqrt{x}$의 정수 부분이 4이므로 $4\le\sqrt{x}<5$

$\therefore 16\le x<25$ …[25 %]

(2) y의 값의 범위를 구하여라.

[풀이] $\sqrt{y}$의 정수 부분이 7이므로 $7\le\sqrt{y}<8$

$\therefore 49\le y<64$ …[25 %]

(3) $\sqrt{y-x}$의 정수 부분이 될 수 있는 모든 값들의 합을 구하여라.

[풀이] (1), (2)에서 $24<y-x<48$

$\therefore \sqrt{24}<\sqrt{y-x}<\sqrt{48}$

따라서 $\sqrt{y-x}$의 정수 부분이 될 수 있는 값은 5, 6이므로 그 합은 $5+6=11$ …[50 %]

수학 오디션

1 $\sqrt{40}=2\sqrt{10}=2\sqrt{2}\sqrt{5}=2xy$ 답 ④

2 $\dfrac{3-2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}+\dfrac{3+2\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}}=\dfrac{(3-2\sqrt{2})^2+(3+2\sqrt{2})^2}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}$

$=\dfrac{9-12\sqrt{2}+8+9+12\sqrt{2}+8}{9-8}$

$=34$ 답 34

3 $x=\dfrac{1}{2-\sqrt{3}}=\dfrac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}=2+\sqrt{3}$

$x=2+\sqrt{3}$에서 $x-2=\sqrt{3}$

양변을 제곱하면 $(x-2)^2=(\sqrt{3})^2$

$x^2-4x+4=3,\ x^2-4x=-1$

$\therefore\ x^2-4x+13=-1+13=12$ 답 12

4 $\sqrt{0.03}+\sqrt{3000}=\sqrt{\dfrac{3}{100}}+\sqrt{30\times100}$

$=\dfrac{\sqrt{3}}{10}+10\sqrt{30}$

$=\dfrac{1}{10}p+10q$ 답 ③

5 $\dfrac{3\sqrt{a}}{4\sqrt{6}}=\dfrac{3\sqrt{a}\times\sqrt{6}}{4\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\dfrac{3\sqrt{6a}}{24}=\dfrac{\sqrt{6a}}{8}$

이때, $\dfrac{\sqrt{6a}}{8}=\dfrac{\sqrt{15}}{2}=\dfrac{4\sqrt{15}}{8}$ 이므로

$\sqrt{6a}=4\sqrt{15}$, $\sqrt{6a}=\sqrt{240}$, $6a=240$

$\therefore a=40$

답 ④

6 $x^2+\dfrac{1}{x^2}+\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2+2+\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2+4$

$=2\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2+6$

$=2\times(3\sqrt{2})^2+6$

$=42$

답 ③

7 ㄱ. $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}\fallingdotseq\dfrac{2.449}{2}=1.2245$

ㄴ. $\sqrt{240}=\sqrt{4^2\times15}=4\sqrt{15}$

ㄷ. $\sqrt{0.96}=\sqrt{\dfrac{4^2\times6}{100}}=\dfrac{4\sqrt{6}}{10}\fallingdotseq0.4\times2.449=0.9796$

ㄹ. $\sqrt{\dfrac{1}{480}}=\sqrt{\dfrac{1}{4^2\times5\times6}}=\dfrac{1}{4\sqrt{30}}=\dfrac{\sqrt{30}}{120}=\dfrac{\sqrt{5}\times\sqrt{6}}{120}$

따라서 $\sqrt{6}\fallingdotseq2.449$임을 이용하여 제곱근을 어림한 값을 구할 수 있는 것은 ㄱ, ㄷ이다.

답 ②

8 $a-b=(3\sqrt{3}+1)-5=3\sqrt{3}-4=\sqrt{27}-\sqrt{16}>0$이므로 $a>b$

$b-c=5-(4\sqrt{5}-6)=11-4\sqrt{5}=\sqrt{121}-\sqrt{80}>0$이므로 $b>c$

$\therefore c<b<a$

답 ⑤

9 ① $ab=\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{6}$

② $\sqrt{5ab}=\sqrt{5}\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{30}$

③ $\sqrt{96ab}=\sqrt{2\times3\times4^2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}=4\sqrt{6}\times\sqrt{6}=24$

④ $\dfrac{b}{a}=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

⑤ $\dfrac{\sqrt{2a}}{b}=\dfrac{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

따라서 그 값이 유리수인 것은 ③이다.

답 ③

10 $(-6\sqrt{2}+a\sqrt{3})(3\sqrt{2}-\sqrt{3})=-36+6\sqrt{6}+3a\sqrt{6}-3a$

$=(-36-3a)+(6+3a)\sqrt{6}$

주어진 식이 유리수가 되려면 $6+3a=0$ $\therefore a=-2$

$a=-2$일 때, 식의 값은

$-36-3a=-36-3\times(-2)=-30$

답 -2, -30

11 $2<\sqrt{6}<3$이므로 $4<2+\sqrt{6}<5$

$\therefore a=(2+\sqrt{6})-4=-2+\sqrt{6}$

$2<\sqrt{6}<3$에서 $-3<-\sqrt{6}<-2$이므로 $2<5-\sqrt{6}<3$

$\therefore b=(5-\sqrt{6})-2=3-\sqrt{6}$

$\therefore 3a+\sqrt{6}b=3(-2+\sqrt{6})+\sqrt{6}(3-\sqrt{6})=-12+6\sqrt{6}$

답 $-12+6\sqrt{6}$

12 세 정삼각형의 넓이의 비는 $1:2:4$이므로 세 정삼각형의 한 변의 길이의 비는 $1:\sqrt{2}:2$이다.

$1:\sqrt{2}=x:\sqrt{5}$에서 $\sqrt{2}x=\sqrt{5}$ $\therefore x=\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{10}}{2}$

$\sqrt{2}:2=\sqrt{5}:y$에서 $\sqrt{2}y=2\sqrt{5}$ $\therefore y=\dfrac{2\sqrt{5}}{\sqrt{2}}=\sqrt{10}$

$\therefore xy=\dfrac{\sqrt{10}}{2}\times\sqrt{10}=5$

답 5

13 $(2\sqrt{6}+5)^{39}(2\sqrt{6}-5)^{41}=\{(2\sqrt{6}+5)(2\sqrt{6}-5)\}^{39}(2\sqrt{6}-5)^2$

$=(24-25)^{39}(24-20\sqrt{6}+25)$

$=(-1)^{39}\times(49-20\sqrt{6})$

$=-49+20\sqrt{6}$ 답 $-49+20\sqrt{6}$

14 $\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt{x}}=\sqrt{3}$의 양변을 제곱하면

$\left(\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)^2=(\sqrt{3})^2$, $x+\dfrac{1}{x}+2=3$ $\therefore x+\dfrac{1}{x}=1$ …… ㉠

㉠의 양변에 x를 곱하면 $x^2+1=x$ $\therefore x^2-x=-1$

$\therefore$ (주어진 식)$=(x-5)(x+4)(x-4)(x+3)$

$=(x^2-x-20)(x^2-x-12)$

$=(-1-20)\times(-1-12)$

$=273$ 답 273

15 $1<\sqrt{2}<2$이므로 $5<4+\sqrt{2}<6$

$\therefore <4+\sqrt{2}>=5$

$-2<-\sqrt{2}<-1$이므로 $2<4-\sqrt{2}<3$

$\therefore \ll 4-\sqrt{2}\gg=(4-\sqrt{2})-2=2-\sqrt{2}$

$\therefore <4+\sqrt{2}>+\dfrac{2}{\ll 4-\sqrt{2}\gg}=5+\dfrac{2}{2-\sqrt{2}}$

$=5+\dfrac{2(2+\sqrt{2})}{(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})}$

$=5+(2+\sqrt{2})$

$=7+\sqrt{2}$

따라서 $a=7$, $b=1$이므로

$a+b=8$ 답 ⑤

Ⅱ 식의 계산

무엇을 공부해야 할까?

what?

다항식의 인수분해

인수분해 공식

복잡한 식의 인수분해

수의 계산과 식의 값

Ⅱ-1 인수분해

12 인수분해의 뜻과 인수분해 공식 (1) 본문 73~75쪽

유형 52 ④ 學 52 ④ 유형 53 ④ 學 53 ③, ⑤

유형 54 ③ 學 54 ⑤ 유형 55 ①, ⑤ 學 55 2

유형 56 ② 學 56 $-2p$

13 인수분해 공식 (2), (3), (4) 본문 77~79쪽

유형 57 ④ 學 57 ②, ④ 유형 58 ② 學 58 ④

유형 59 ④ 學 59 $4a+3b$ 유형 60 ② 學 60 6

유형 61 ②, ⑤ 學 61 ㄴ, ㄹ, ㅁ

14 인수분해 공식의 응용 본문 81~83쪽

유형 62 $x-4$　學 62 ④　유형 63 ③　學 63 ①

유형 64 ⑤　學 64 ①

유형 65 7, 2, -2, -7　學 65 3, 4

유형 66 ③　學 66 $4(x+7)(x-4)$

독심술 본문 84~87쪽

1 ②　2 ±2, ±4　3 $-\dfrac{2}{a}$　4 ③　5 3

6 784　7 13　8 10　9 9　10 3개

11 풀이 참조　12 풀이 참조　13 풀이 참조　14 풀이 참조

수학 오디션 본문 88~91쪽

1 y^2　2 ④　3 ④　4 ②

5 $a=9$, $b=\pm3$　6 ③　7 $2x+3$

8 3　9 $\pm\sqrt{2}$, $\pm\sqrt{10}$　10 $-2a$

11 ⑤　12 2　13 ⑤　14 ①, ⑤　15 41

12 인수분해의 뜻과 인수분해 공식 (1)

개념확인 1

(1) $x^2y+xy=xy(x+1)$

(2) $9a^2b-6ab^2+3a=3a(3ab-2b^2+1)$

(3) $(a-b)x-(a-b)y=(a-b)(x-y)$

답 (1) $xy(x+1)$ (2) $3a(3ab-2b^2+1)$ (3) $(a-b)(x-y)$

개념확인 2

(1) $a^2+12a+36=a^2+2\times a\times 6+6^2$
$=(a+6)^2$

(2) $9x^2-6x+1=(3x)^2-2\times 3x\times 1+1^2$
$=(3x-1)^2$

(3) $16a^2-40ab+25b^2=(4a)^2-2\times 4a\times 5b+(5b)^2$
$=(4a-5b)^2$

답 (1) $(a+6)^2$ (2) $(3x-1)^2$ (3) $(4a-5b)^2$

유형 **52** $2x^2y-8xy^2=2xy(x-4y)$

③ $2x-8y=2(x-4y)$

⑤ $x^2-4xy=x(x-4y)$

따라서 주어진 다항식의 인수가 아닌 것은 ④이다. 답 ④

學 **52** ① $9x+3xy+6xz=3x(3+y+2z)$

② $9x^2+6xz=3x(3x+2z)$

③ $6x^2+3xy-12xz=3x(2x+y-4z)$

④ $12yz-3y+6xy=3y(4z-1+2x)$

⑤ $3a^2x-12bx^2y=3x(a^2-4bxy)$ 답 ④

유형 **53** ④ $4x^2-4xy+y^2=(2x)^2-2\times2x\times y+y^2$

$=(2x-y)^2$

따라서 인수분해한 것이 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

學 **53** ③ $\frac{25}{4}x^2-2x+\frac{4}{25}=\left(\frac{5}{2}x-\frac{2}{5}\right)^2$

⑤ $3a^2+2a+\frac{1}{3}=3\left(a^2+\frac{2}{3}a+\frac{1}{9}\right)=3\left(a+\frac{1}{3}\right)^2$

따라서 완전제곱식으로 인수분해 되는 것은 ③, ⑤이다. 답 ③, ⑤

유형 **54** ① $x^2+4x+\boxed{4}=(x+2)^2$

② $x^2-x+\boxed{\frac{1}{4}}=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$

③ $\boxed{9}x^2-6xy+y^2=(3x-y)^2$

④ $16x^2+8xy+\boxed{1}y^2=(4x+y)^2$

⑤ $4x^2+2xy+\boxed{\frac{1}{4}}y^2=\left(2x+\frac{1}{2}y\right)^2$

답 ③

學 **54** $(2x+3)(2x-1)+k=4\left(x^2+x+\frac{-3+k}{4}\right)$

이 식이 완전제곱식이 되려면

$\frac{-3+k}{4}=\left(\frac{1}{2}\right)^2$, $\frac{-3+k}{4}=\frac{1}{4}$, $-3+k=1$

$\therefore k=4$

답 ⑤

유형 **55** $x^2+(2n+3)x+64=x^2+(2n+3)x+8^2$이므로 완전제곱식이 되려면

$2n+3=2\times8$ 또는 $2n+3=-2\times8$

즉, $2n+3=16$ 또는 $2n+3=-16$

$\therefore n=\frac{13}{2}$ 또는 $n=-\frac{19}{2}$

답 ①, ⑤

學 **55** $9x^2+(k-1)x+16=(3x)^2+(k-1)x+4^2$이므로 완전제곱식이 되려면

$k-1=2\times3\times4$ 또는 $k-1=-2\times3\times4$

즉, $k-1=24$ 또는 $k-1=-24$ $\therefore k=25$ 또는 $k=-23$

따라서 상수 k의 값들의 합은

$25+(-23)=2$

답 2

유형 56 $\sqrt{a^2-16a+64}-\sqrt{a^2+4a+4}=\sqrt{(a-8)^2}-\sqrt{(a+2)^2}$

$-2<a<8$일 때, $a-8<0$, $a+2>0$이므로

$(\text{주어진 식})=-(a-8)-(a+2)$

$=-2a+6$

답 ②

學 56 $\sqrt{p^2-\frac{1}{2}p+\frac{1}{16}}-\sqrt{p^2+\frac{1}{2}p+\frac{1}{16}}$

$=\sqrt{\left(p-\frac{1}{4}\right)^2}-\sqrt{\left(p+\frac{1}{4}\right)^2}$

$-1<-4p<0$일 때, $0<p<\frac{1}{4}$이므로 $p-\frac{1}{4}<0$, $p+\frac{1}{4}>0$

$\therefore$ $(\text{주어진 식})=-\left(p-\frac{1}{4}\right)-\left(p+\frac{1}{4}\right)=-2p$

답 $-2p$

와플

① $25x^2-10xy+y^2=(5x-y)^2$ ➡ 선

② $16a^2+24ab+9b^2=(4a+3b)^2$ ➡ 인

③ $2x^2y-3xy^2=xy(2x-3y)$ ➡ 송

④ $(a-2b)x-(2b-a)y=(a-2b)(x+y)$ ➡ 하

⑤ $-x^3+4x^2y-4xy^2=-x(x^2-4xy+4y^2)$

$=-x(x-2y)^2$ ➡ 취

⑥ $(a+b)a-(a+b)b=(a+b)(a-b)$ ➡ 생

따라서 주어진 그림의 제목은 '선인송하취생'이다.

답 선인송하취생

13 인수분해 공식 (2), (3), (4)

개념확인 1

(1) $a^2-9b^2=a^2-(3b)^2=(a+3b)(a-3b)$

(2) $9x^2-16y^2=(3x)^2-(4y)^2=(3x+4y)(3x-4y)$

(3) $4x^2-9=(2x)^2-3^2=(2x+3)(2x-3)$

(4) $-25a^2+4b^2=4b^2-25a^2=(2b)^2-(5a)^2$

$=(2b+5a)(2b-5a)$

답 (1) $(a+3b)(a-3b)$ (2) $(3x+4y)(3x-4y)$
(3) $(2x+3)(2x-3)$ (4) $(2b+5a)(2b-5a)$

개념확인 2

(1) $x^2+5x+4=x^2+(1+4)x+1\times4=(x+1)(x+4)$

(2) $a^2-5ab+6b^2=a^2-(2b+3b)a+(-2b)\times(-3b)=(a-2b)(a-3b)$

(3) $3x^2-2x-8=(x-2)(3x+4)$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & & -2 & \rightarrow & -6 \\ & \times & & & \\ 3 & & 4 & \rightarrow & \underline{\quad 4\quad}\ (+ \\ & & & & -2 \end{array}$$

(4) $6a^2-13ab+6b^2=(2a-3b)(3a-2b)$

$$\begin{array}{ccccc} 2 & & -3 & \rightarrow & -9 \\ & \times & & & \\ 3 & & -2 & \rightarrow & \underline{\quad -4\quad}\ (+ \\ & & & & -13 \end{array}$$

답 (1) $(x+1)(x+4)$ (2) $(a-2b)(a-3b)$
(3) $(x-2)(3x+4)$ (4) $(2a-3b)(3a-2b)$

유형 **57** $3x^3-27x=3x(x^2-9)$

$=3x(x+3)(x-3)$

따라서 $3x^3-27x$의 인수가 아닌 것은 ④이다. 답 ④

學 **57** $a^4-16=(a^2+4)(a^2-4)$

$=(a^2+4)(a+2)(a-2)$

따라서 a^4-16의 인수가 아닌 것은 ②, ④이다. 답 ②, ④

유형 **58** $x^2+x-12=(x+4)(x-3)$

$\therefore a=-3,\ b=4\ (\because a<b)$

$\therefore a-b=-3-4=-7$ 답 ②

學 **58** $(x-3)(x+7)+16=x^2+4x-5$

$=(x+5)(x-1)$

따라서 구하는 두 일차식의 합은

$(x+5)+(x-1)=2x+4$ 답 ④

유형 **59** $5x^2+13xy-6y^2=(5x-2y)(x+3y)$
따라서 $a=5$, $b=-2$, $c=1$, $d=3$ 또는 $a=1$, $b=3$, $c=5$, $d=-2$ 이므로
$a+b+c+d=7$ 답 ④

學 **59** $(3a-5b)(a+2b)-2ab=3a^2+ab-10b^2-2ab$
$=3a^2-ab-10b^2$
$=(3a+5b)(a-2b)$
따라서 구하는 두 일차식의 합은
$(3a+5b)+(a-2b)=4a+3b$ 답 $4a+3b$

유형 **60** $x^2+ax-18=(x+b)(x+3)$
$=x^2+(3+b)x+3b$
즉, 상수항에서 $-18=3b$이므로 $b=-6$
x의 계수에서 $a=3+b$이므로 $a=3+(-6)=-3$
$\therefore a+b=-3+(-6)=-9$ 답 ②

學 **60** $ax^2-36y^2=ax^2-(6y)^2$이 $(bx+6y)(3x+cy)$로 인수분해되므로 $A^2-B^2=(A+B)(A-B)$를 이용한다.
따라서 $a=3^2=9$, $b=3$, $c=-6$이므로
$a+b+c=9+3+(-6)=6$ 답 6

유형 61 ① $(x-7)^2=x^2-14x+49$
③ $(x+5)(x-5)=x^2-25$
④ $4a^2+4a-15=(2a+5)(2a-3)$
따라서 인수분해가 바르게 된 것은 ②, ⑤이다. 답 ②, ⑤

學 61 ㄱ. $2x^2+1$은 더이상 인수분해되지 않는다.
ㄴ. $2x^2+9x-5=(x+5)(2x-1)$
ㄷ. $5x^2+2x-3=(x+1)(5x-3)$
ㄹ. $4x^2-4x+1=(2x-1)^2$
ㅁ. $6x^2-x-1=(2x-1)(3x+1)$
ㅂ. $8x^2+2x-1=(2x+1)(4x-1)$
따라서 $2x-1$을 인수로 갖는 것은 ㄴ, ㄹ, ㅁ이다. 답 ㄴ, ㄹ, ㅁ

와풀

$a=b$이므로 $a-b=0$이다.
따라서 $(a+b)(a-b)=b(a-b)$의 양변을 $a-b$로 나누는 것은 0으로 나누는 것이므로 잘못되었다.

답 풀이 참조

참고 $a=b$일 때, $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$이다. (단, $c\neq0$)

14 인수분해 공식의 응용

●개념확인● **1**

$x^2-4x+4=(x-2)^2$

$x^2+3x-10=(x-2)(x+5)$

따라서 두 다항식의 1이 아닌 공통인수는 $x-2$이다. 답 $x-2$

●개념확인● **2**

$x-6$이 $x^2-ax-12$의 인수이므로

$x^2-ax-12=(x-6)(x+k)$로 놓으면

$x^2-ax-12=x^2+(k-6)x-6k$

즉, $-a=k-6$, $-12=-6k$에서 $k=2$이므로

$a=-2+6=4$ 답 4

유형 **62** $x^2-7x+12=(x-4)(x-3)$

$2x^2-5x-12=(2x+3)(x-4)$

$3x^2-17x+20=(3x-5)(x-4)$

따라서 세 다항식의 1이 아닌 공통인수는 $x-4$이다.

답 $x-4$

學 **62** $15x^2+x-6=(3x+2)(5x-3)$이고

$10x^2-x-3=(2x+1)(5x-3)$이므로

$(3x+2)+(5x-3)+(2x+1)+(5x-3)$

$=15x-3$

답 ④

유형 **63** $x-4$가 $2x^2+Ax-20$의 인수이므로

$2x^2+Ax-20=(x-4)(2x+k)$로 놓으면

$2x^2+Ax-20=2x^2+(k-8)x-4k$

즉, $A=k-8$, $-20=-4k$에서 $k=5$이므로

$A=5-8=-3$

답 ③

學 **63** $3ax^2+bx-18=A(x+2)(x-3)$으로 놓으면

$3ax^2+bx-18=A(x+2)(x-3)$

$=Ax^2-Ax-6A$

즉, $3a=A$, $b=-A$, $-18=-6A$이므로

$A=3$, $a=1$, $b=-3$

$\therefore a+b=1+(-3)=-2$

답 ①

유형 **64** $3x^2+Ax-18=(x+3)(3x+m)$으로 놓으면

$3\times m=-18 \qquad \therefore m=-6$

$(x+3)(3x-6)=3x^2+3x-18$이므로 $A=3$

$2x^2+5x+B=(x+3)(2x+n)$으로 놓으면

$n+2\times 3=5 \qquad \therefore n=-1$

$(x+3)(2x-1)=2x^2+5x-3$이므로 $B=-3$

$\therefore A-B=3-(-3)=6$

답 ⑤

學 **64** $5x^2+13xy-6y^2=(5x-2y)(x+3y)$는 $x+by$를 인수로 가지므로 $b=3$

$3x^2+8xy+ay^2=(x+3y)(3x+my)$로 놓으면

$m+3\times 3=8 \qquad \therefore m=-1$

$(x+3y)(3x-y)=3x^2+8xy-3y^2$이므로 $a=-3$

$\therefore ab=(-3)\times 3=-9$

답 ①

유형 **65** $x^2+\square x-8=(x+a)(x+b)$로 놓으면

$a+b=\square$, $ab=-8$

곱이 -8인 두 정수 a, b는 -1과 8, -2와 4, -4와 2, -8과 1

따라서 $\square$ 안에 들어갈 수 있는 정수는 7, 2, -2, -7이다.

답 7, 2, -2, -7

學 **65** $x^2+4x+n=(x+a)(x+b)$로 놓으면 $a+b=4$, $ab=n$

이때, a, b는 모두 자연수이므로 $a+b=4$를 만족하는 자연수 a, b에 대하여 n의 값을 구하면 오른쪽 표와 같다.

a	b	$n=ab$
1	3	3
2	2	4
3	1	3

따라서 구하는 n의 값은 3, 4이다.

답 3, 4

유형 **66** 지윤이는 x의 계수를 제대로 보았으므로
$(x-10)(x+5)=x^2-5x-50$에서 x의 계수는 -5
승배는 상수항을 제대로 보았으므로
$(x-2)(x+3)=x^2+x-6$에서 상수항은 -6
따라서 처음의 이차식은 x^2-5x-6이므로
$x^2-5x-6=(x-6)(x+1)$

답 ③

學 **66** $4(x+2)(x-14)=4x^2-48x-112$에서 상수항은 -112
$(2x+7)(2x-1)=4x^2+12x-7$에서 x의 계수는 12
따라서 처음의 이차식은 $4x^2+12x-112$이므로
$4x^2+12x-112=4(x^2+3x-28)=4(x+7)(x-4)$

답 $4(x+7)(x-4)$

와풀

$391=400-9=20^2-3^2=(20+3)(20-3)=23\times17$이 되므로 391은 1과 자기 자신 이외에도 23과 17을 약수로 가진다.
따라서 391은 소수가 아니다.

답 풀이 참조

참고 〈소수판정법〉
n이 합성수라면 $\sqrt{n}$보다 작거나 같은 소수 p로 n을 나누었을 때, n이 나누어 떨어지는 소수가 존재한다.
예를 들어, $\sqrt{391}=19.\times\times\times$이므로 $19.\times\times\times$보다 작은 소수 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19로 각각 391을 나누면 391은 17로 나누어 떨어진다.
따라서 391은 합성수이므로 소수가 아니다.

독심술 독한 심화 and 서술형 문제

1 완전제곱식이 되려면 $q=\left(\frac{-p}{2}\right)^2=\frac{p^2}{4}$, 즉 $p^2=4q$이어야 한다.
이를 만족하는 p, q를 순서쌍 $(p,\ q)$로 나타내면 $(2,\ 1)$, $(6,\ 9)$이다.
따라서 구하는 경우의 수는 2가지이다. 답 ②

2 $4x^2+2(m^2-10)xy+9y^2=(2x)^2+2(m^2-10)xy+(3y)^2$에서
$2(m^2-10)xy=\pm2\times2x\times3y=\pm12xy$이므로
$2(m^2-10)=\pm12$, 즉 $m^2-10=\pm6$
$m^2-10=-6$에서 $m^2=4$ $\quad\therefore m=\pm2$
$m^2-10=6$에서 $m^2=16$ $\quad\therefore m=\pm4$ 답 ±2, ±4

3 $\sqrt{\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-4}-\sqrt{\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+4}=\sqrt{\left(a-\frac{1}{a}\right)^2}-\sqrt{\left(a+\frac{1}{a}\right)^2}$
$a>1$일 때 $0<\frac{1}{a}<1$이므로 $a-\frac{1}{a}>0$, $a+\frac{1}{a}>0$
$\therefore$ (주어진 식)$=\left(a-\frac{1}{a}\right)-\left(a+\frac{1}{a}\right)=-\frac{2}{a}$ 답 $-\frac{2}{a}$

4 $n^3-n=n(n^2-1)=(n-1)n(n+1)$
①, ②, ④ 연속된 세 자연수의 곱으로 2의 배수인 동시에 3의 배수이므로 6의 배수이다.
③ $n=2$인 경우 $n^3-n=6$이므로 4의 배수가 아니다.
⑤ $n(n-1)$, 즉 n^2-n을 인수로 갖는다. 답 ③

5 $3x^2+px-10=(3x+5)(x-q)$로 놓으면

$-10=5\times(-q)$ $\quad\therefore q=2$

$3x^2+px-10=(3x+5)(x-2)=3x^2-x-10$이므로 $p=-1$

또한, $x^2-rx+12=(x-2)(x+s)$로 놓으면

$12=-2\times s$ $\quad\therefore s=-6$

$x^2-rx+12=(x-2)(x-6)=x^2-8x+12$이므로 $r=8$

$\therefore p+q+r+s=(-1)+2+8+(-6)=3$ 답 3

6 $3x^2=x\times 3x$, $-5=1\times(-5)=(-1)\times 5$이므로

(i) $(x+1)(3x-5)=3x^2-2x-5$

(ii) $(x-5)(3x+1)=3x^2-14x-5$

(iii) $(x-1)(3x+5)=3x^2+2x-5$

(iv) $(x+5)(3x-1)=3x^2+14x-5$

따라서 모든 정수 k의 값의 곱은 $(-2)\times(-14)\times 2\times 14=784$ 답 784

7 $3n^2-2n-8=(3n+4)(n-2)$이고, 이것이 자연수 n에 대하여 소수가 되므로 $3n+4=1$ 또는 $n-2=1$

그런데 $3n+4=1$이면 $n=-1$로 자연수가 아니므로

$n-2=1$ $\quad\therefore n=3$

따라서 구하는 소수는

$(3n+4)(n-2)=(3\times 3+4)(3-2)=13$ 답 13

8 $x^2-a=(x+3)(x+k)$로 놓으면

$0=3+k$에서 $k=-3$ $\quad\therefore a=9$

$(x+4)(x+2)-b=x^2+6x+8-b=(x+3)(x+l)$로 놓으면

$3+l=6$에서 $l=3$

$8-b=3l$에서 $b=8-9=-1$

$\therefore a-b=9-(-1)=10$ 답 10

9 $x^2+6x+k=(x+a)(x+b)$로 놓으면 $a+b=6$, $ab=k$
$a+b=6$을 만족하는 두 자연수 a, b를 순서쌍 (a, b)로 나타내면
$(1, 5)$, $(2, 4)$, $(3, 3)$, $(4, 2)$, $(5, 1)$이므로 $k=ab$의 최댓값은
$3\times3=9$이다.

답 9

10 $x^2+3x-n=(x+a)(x+b)$로 놓으면 $a+b=3$, $ab=-n$
이때, $a+b=3$을 만족하는 두 정수 a, b와 ab의 값을 표로 나타내면 다음과 같다. (단, $20<n<70$)

a	b	$ab=-n$
7	-4	-28
8	-5	-40
9	-6	-54

a	b	$ab=-n$
-4	7	-28
-5	8	-40
-6	9	-54

따라서 자연수 n은 28, 40, 54로 3개이다.

답 3개

11 (1) $2x^2-5x+3=(2x-3)(x-1)$이므로 현수가 뽑은 두 제비에 적힌 일차식은 각각 $2x-3$, $x-1$이다. … [40 %]

(2) $x^2+4x-5=(x+5)(x-1)$이므로 송희가 뽑은 두 제비에 적힌 일차식은 각각 $x+5$, $x-1$이다. … [40 %]

(3) 초록 제비에 적힌 일차식은 $x-1$이다. … [20 %]

12 (가) $25x^2-49y^2=(5x+7y)(5x-7y)$에서 $a=-7$ … [25 %]

(나) $x^2-16x+63=(x-7)(x-9)$에서 $b=7$ … [25 %]

(다) $12x^2+13x-35=(4x-5)(3x+7)$에서 $c=-7$ … [25 %]

$\therefore a-2b-3c=(-7)-2\times7-3\times(-7)=0$ … [25 %]

13 (1) $2x^2+9x-5=(x+5)(2x-1)$ …[30 %]

(2) $g(x)\div f(x)=\dfrac{g(x)}{f(x)}=\dfrac{2x^2+9x-5}{2x+10}$

$=\dfrac{(x+5)(2x-1)}{2(x+5)}=\dfrac{2x-1}{2}$

$=x-\dfrac{1}{2}$ …[50 %]

(3) $a=1,\ b=-\dfrac{1}{2}$이므로

$a-2b=1-2\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)=2$ …[20 %]

14 예시 답안

(1) a의 값을 구하여라.

[풀이] $2x^2+axy-2y^2=(x+2y)(2x+my)$로 놓으면

$4+m=a,\ 2m=-2$

$\therefore\ m=-1,\ a=3$ …[40 %]

(2) b의 값을 구하여라.

[풀이] $4x^2+bxy-2ay^2=(x+2y)(4x+ny)$로 놓으면

$8+n=b,\ 2n=-6$

$\therefore\ n=-3,\ b=5$ …[40 %]

(3) $a+b$의 값을 구하여라.

[풀이] $a=3,\ b=5$이므로

$a+b=3+5=8$ …[20 %]

수학 오디션

1 $9x^2-6xy+\square=(3x)^2-2\times3x\times y+\square$

$\therefore \square=y^2$ 답 y^2

2 $a^8-1=(a^4+1)(a^4-1)$

$=(a^4+1)(a^2+1)(a^2-1)$

$=(a^4+1)(a^2+1)(a+1)(a-1)$

따라서 a^8-1의 인수가 아닌 것은 ④이다. 답 ④

3 ④ $5a^2+2ab-3b^2=(a+b)(5a-3b)$

따라서 인수분해한 것이 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

4 $x-1$이 $2x^2-3x+m$의 인수이고 x^2의 계수가 2이므로

$2x^2-3x+m=(x-1)(2x+a)$로 놓으면

$-3=a-2,\ m=-a$

$\therefore a=-1,\ m=1$ 답 ②

5 $16x^2-24x+a=(4x)^2-2\times4x\times3+3^2$에서 $a=9$

$3x^2+bx+\frac{3}{4}=3\left\{x^2+\frac{b}{3}x+\left(\frac{1}{2}\right)^2\right\}$에서

$\frac{b}{3}x=\pm2\times x\times\frac{1}{2}=\pm x$

$\therefore b=\pm3$ 답 $a=9$, $b=\pm3$

6 체육관을 제외한 A 고등학교의 넓이는 $(a+x)^2-xy$이고,

B 고등학교의 넓이는 $(a+y)^2-xy$이다.

$\therefore$ (체육관을 제외한 두 고등학교의 넓이의 차)

$=\{(a+x)^2-xy\}-\{(a+y)^2-xy\}$

$=(a+x)^2-(a+y)^2$

$=(a+x+a+y)(a+x-a-y)$

$=(2a+x+y)(x-y)$ 답 ③

7 $(x+1)(x+2)-6=x^2+3x+2-6$

$=x^2+3x-4$

$=(x+4)(x-1)$

따라서 구하는 두 일차식의 합은

$(x+4)+(x-1)=2x+3$ 답 $2x+3$

8 $x^2-2x+a=(x+1)(x+m)$으로 놓으면 $-2=m+1$, $a=m$

$\therefore m=-3$, $a=-3$

$2x^2+bx-3=(x+1)(2x+n)$으로 놓으면 $b=n+2$, $-3=n$

$\therefore n=-3$, $b=-1$

$\therefore ab=(-3)\times(-1)=3$ 답 3

9 $4x^2+4(p^2-7)xy+9y^2=(2x)^2\pm2\times2x\times3y+(3y)^2$에서

$4(p^2-7)=\pm2\times2\times3=\pm12 \qquad \therefore p^2-7=\pm3$

(i) $p^2-7=-3$인 경우, $p^2=4 \qquad \therefore p=\pm2$

(ii) $p^2-7=3$인 경우, $p^2=10 \qquad \therefore p=\pm\sqrt{10}$

답 ±2, $\pm\sqrt{10}$

10 $\sqrt{a^2+\frac{1}{a^2}-2}-\sqrt{a^2+\frac{1}{a^2}+2}=\sqrt{\left(a-\frac{1}{a}\right)^2}-\sqrt{\left(a+\frac{1}{a}\right)^2}$

$0<a<1$일 때 $\frac{1}{a}>1$이므로 $a-\frac{1}{a}<0$, $a+\frac{1}{a}>0$

$\therefore$ (주어진 식)$=-\left(a-\frac{1}{a}\right)-\left(a+\frac{1}{a}\right)=-2a$

답 $-2a$

11 $ax^2+7xy-15y^2=(2x-by)(x+5y)$

$=2x^2+10xy-bxy-5by^2$

$=2x^2+(10-b)xy-5by^2$

이므로 $a=2$, $7=10-b$, $-15=-5b$

$\therefore a=2$, $b=3$

$\therefore a+b=2+3=5$

답 ⑤

12 $x^2-5x=x(x-5)$, $x^2-10x+25=(x-5)^2$이므로 두 다항식의 공통인수는 $x-5$이다.

즉, $x^2-ax-15$는 $x-5$를 인수로 갖는다.

따라서 $x^2-ax-15=(x-5)(x+m)$으로 놓으면

$-a=-5+m$, $-15=-5m$

$\therefore m=3$, $a=2$

답 2

13 $x^2-4x-5=(x+1)(x-5)$이므로 x^2+ax+4는 $x+1$ 또는 $x-5$를 인수로 갖는다.

(i) $x^2+ax+4=(x+1)(x+m)$으로 놓으면

$1+m=a,\ m=4 \qquad \therefore a=5$

(ii) $x^2+ax+4=(x-5)(x+n)$으로 놓으면

$-5+n=a,\ -5n=4 \qquad \therefore n=-\frac{4}{5},\ a=-\frac{29}{5}$

(i), (ii)에서 a는 정수이므로 $a=5$ 답 ⑤

14 $x^2-Ax+16=(x+a)(x+b)$로 놓으면

$a+b=-A,\ ab=16$

곱이 16인 두 정수 a, b는 -1과 -16, -2와 -8, -4와 -4, 1과 16, 2와 8, 4와 4이므로 A의 값이 될 수 있는 수는 -17, -10, -8, 8, 10, 17이다. 답 ①, ⑤

15 $5x^2+Ax+8=(ax+b)(cx+d)$

$=acx^2+(ad+bc)x+bd$

에서 $ac=5,\ ad+bc=A,\ bd=8$

$ac=5$, $a>0$이 되는 두 정수는 1과 5, 5와 1이고, $bd=8$인 두 정수 b, d를 순서쌍 (b, d)로 나타내면 $(1, 8)$, $(8, 1)$, $(2, 4)$, $(4, 2)$, $(-1, -8)$, $(-8, -1)$, $(-2, -4)$, $(-4, -2)$이다.

따라서 A의 값이 될 수 있는 수는 -41, -22, -14, -13, 13, 14, 22, 41이므로 최댓값은 41이다. 답 41

Ⅱ-2 인수분해 공식의 활용

15 복잡한 식의 인수분해 본문 95~97쪽

유형 67 ② 學 67 ③ 유형 68 ② 學 68 $2a-6b-4$

유형 69 ① 學 69 ④ 유형 70 -1 學 70 $2x-8$

유형 71 ②, ④ 學 71 $x-2y+2$

16 인수분해를 이용한 계산 본문 99~101쪽

유형 72 ① 學 72 59 유형 73 ① 學 73 $\frac{7}{12}$

유형 74 ④ 學 74 9 유형 75 ④ 學 75 ③

유형 76 $2\sqrt{7}$ 學 76 ⑤

독심술

본문 102~105쪽

1 $2(11a^2+10a+2)$ **2** ① **3** ② **4** 3
5 $(1+a)(1+b)(1+c)$ **6** ② **7** 4950 **8** 64
9 ④ **10** $-40\sqrt{2}$ **11** 풀이 참조 **12** 풀이 참조 **13** 풀이 참조
14 풀이 참조

수학 오디션

본문 106~109쪽

1 ③ **2** ① **3** ④ **4** $-5\sqrt{3}+3$ **5** ③
6 $(x-1)(x+y-2)$ **7** 10867 **8** ⑤ **9** $al\ \mathrm{m}^2$
10 $x+2$ **11** ③ **12** ② **13** $x+y-1$ **14** 29
15 -8

15 복잡한 식의 인수분해

●개념확인● 1

(1) $a-b=A$로 치환하면

$$(a-b)^2-6(a-b)+9=A^2-6A+9=(A-3)^2$$
$$=(a-b-3)^2$$

(2) $x-2y=A$로 치환하면

$$(x-2y-1)(x-2y-2)-6=(A-1)(A-2)-6$$
$$=A^2-3A+2-6=A^2-3A-4$$
$$=(A+1)(A-4)$$
$$=(x-2y+1)(x-2y-4)$$

답 (1) $(a-b-3)^2$ (2) $(x-2y+1)(x-2y-4)$

●개념확인● 2

(1) $a^3+a^2+a+1=a^2(a+1)+(a+1)$

$$=(a+1)(a^2+1)$$

(2) $x^2+y^2-2xy-4=(x^2-2xy+y^2)-4$

$$=(x-y)^2-2^2$$
$$=(x-y+2)(x-y-2)$$

답 (1) $(a+1)(a^2+1)$ (2) $(x-y+2)(x-y-2)$

유형 **67** $2x^2y^2-2x^2y-4x^2=2x^2(y^2-y-2)$

$$=2x^2(y+1)(y-2)$$

답 ②

學 **67** $(x+y)a^2-2(x+y)a+x+y=(x+y)(a^2-2a+1)$

$$=(x+y)(a-1)^2$$

따라서 $(x+y)a^2-2(x+y)a+x+y$의 인수가 아닌 것은 ③이다.

답 ③

유형 **68** $x-y=A$로 치환하면

$$\begin{aligned}(x-y-4)(x-y+3)+10&=(A-4)(A+3)+10\\&=A^2-A-2\\&=(A-2)(A+1)\\&=(x-y-2)(x-y+1)\end{aligned}$$

따라서 $(x-y-4)(x-y+3)+10$의 인수는 ②이다.

답 ②

學 **68** $a-3b=A$로 치환하면

$$\begin{aligned}(a-3b)(a-3b-4)-12=A(A-4)-12&=A^2-4A-12\\&=(A-6)(A+2)\\&=(a-3b-6)(a-3b+2)\end{aligned}$$

따라서 구하는 두 일차식의 합은

$(a-3b-6)+(a-3b+2)=2a-6b-4$

답 $2a-6b-4$

유형 **69** $x-6=A$, $x+1=B$로 치환하면

$3(x-6)^2+5(x-6)(x+1)-2(x+1)^2$
$=3A^2+5AB-2B^2$
$=(3A-B)(A+2B)$
$=\{3(x-6)-(x+1)\}\{(x-6)+2(x+1)\}$
$=(2x-19)(3x-4)$

답 ①

學 **69** $2x+5=A$, $x-3=B$로 치환하면

$(2x+5)^2-(x-3)^2=A^2-B^2$
$=(A+B)(A-B)$
$=\{(2x+5)+(x-3)\}\{(2x+5)-(x-3)\}$
$=(3x+2)(x+8)$

따라서 $a=2$, $b=8$이므로 $b-a=8-2=6$

답 ④

유형 **70** $xy-2+y-2x=x(y-2)+(y-2)$
$=(x+1)(y-2)$

따라서 $a=1$, $b=-2$이므로

$a+b=1+(-2)=-1$

답 -1

學 **70** $x^2-9y^2-8x+16=(x^2-8x+16)-9y^2$
$=(x-4)^2-(3y)^2$
$=(x-4+3y)(x-4-3y)$
$=(x+3y-4)(x-3y-4)$

따라서 구하는 두 일차식의 합은

$(x+3y-4)+(x-3y-4)=2x-8$

답 $2x-8$

유형 71 $xy-2y+x^2-5x+6=(x-2)y+x^2-5x+6$

$=(x-2)y+(x-2)(x-3)$

$=(x-2)(x+y-3)$

따라서 주어진 식의 인수는 ②, ④이다. 답 ②, ④

學 71 $x^2-4xy+4y^2-3x+6y-10$

$=(x-2y)^2-3(x-2y)-10$

$x-2y=B$로 치환하면

$B^2-3B-10=(B+2)(B-5)$

$=(x-2y+2)(x-2y-5)$

$\therefore\ A=x-2y+2$ 답 $x-2y+2$

와풀

재석이가 생각한 두 수를 x, y $(x<y)$라 하면

$xy+x+y=23$

양변에 1을 더하면

$xy+x+y+1=23+1$, $(x+1)(y+1)=24$

이것을 만족하는 $x+1$, $y+1$의 값을 표로 나타내면 오른쪽과 같다.

$x+1$	$y+1$
1	24
2	12
3	8
4	6

이때, $y-x>3$을 만족해야 하므로

$x+1=3$, $y+1=8$

$\therefore\ x=2$, $y=7$

따라서 재석이가 생각한 두 수는 2와 7이다.

답 풀이 참조

16 인수분해를 이용한 계산

개념확인 1

(1) $98^2+4\times98+4=98^2+2\times2\times98+2^2$

$=(98+2)^2=100^2$

$=10000$

(2) $35^2-25^2=(35+25)(35-25)$

$=60\times10$

$=600$

답 (1) 10000 (2) 600

개념확인 2

(1) $x^2+8x+16=(x+4)^2$

$=(96+4)^2$

$=100^2=10000$

(2) $x^2-y^2=(x+y)(x-y)$

$=4\sqrt{2}\times2\sqrt{2}$

$=16$

답 (1) 10000 (2) 16

유형 **72** $\dfrac{88\times27-88\times15}{45^2-43^2}=\dfrac{88\times(27-15)}{(45+43)(45-43)}$

$=\dfrac{88\times12}{88\times2}=6$

답 ①

學 **72** $A=\sqrt{22.5^2+2\times22.5\times2.5+2.5^2}$

$=\sqrt{(22.5+2.5)^2}=\sqrt{25^2}=25$

$B=25\times25+31\times27-23\times23-31\times29$

$=25^2-23^2+31\times27-31\times29$

$=(25+23)(25-23)-31\times(29-27)$

$=48\times2-31\times2=(48-31)\times2$

$=17\times2=34$

$\therefore\ A+B=25+34=59$

답 59

유형 **73** $1^2-3^2+5^2-7^2+9^2-11^2+13^2-15^2$

$=(1^2-3^2)+(5^2-7^2)+(9^2-11^2)+(13^2-15^2)$

$=(1+3)(1-3)+(5+7)(5-7)+\cdots+(13+15)(13-15)$

$=-2\times(1+3+5+7+9+11+13+15)$

$=-2\times64=-128$

답 ①

學 **73** $\left(1-\dfrac{1}{2^2}\right)\left(1-\dfrac{1}{3^2}\right)\left(1-\dfrac{1}{4^2}\right)\left(1-\dfrac{1}{5^2}\right)\left(1-\dfrac{1}{6^2}\right)$

$=\left(1-\dfrac{1}{2}\right)\left(1+\dfrac{1}{2}\right)\left(1-\dfrac{1}{3}\right)\left(1+\dfrac{1}{3}\right)\left(1-\dfrac{1}{4}\right)\left(1+\dfrac{1}{4}\right)$

$\left(1-\dfrac{1}{5}\right)\left(1+\dfrac{1}{5}\right)\left(1-\dfrac{1}{6}\right)\left(1+\dfrac{1}{6}\right)$

$=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{\cancel{3}}{\cancel{2}}\times\dfrac{\cancel{2}}{\cancel{3}}\times\dfrac{\cancel{4}}{\cancel{3}}\times\dfrac{\cancel{3}}{\cancel{4}}\times\dfrac{\cancel{5}}{\cancel{4}}\times\dfrac{\cancel{4}}{\cancel{5}}\times\dfrac{\cancel{6}}{\cancel{5}}\times\dfrac{\cancel{5}}{\cancel{6}}\times\dfrac{7}{6}$

$=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{7}{6}=\dfrac{7}{12}$

답 $\dfrac{7}{12}$

유형 **74** $5^4-1=(5^2+1)(5^2-1)$

$=(5^2+1)(5+1)(5-1)$

$=26\times6\times4$

$=2^4\times3\times13$

따라서 5^4-1의 약수가 아닌 것은 ④이다. 답 ④

學 **74** $2^8-1=(2^4+1)(2^4-1)$

$=(2^4+1)(2^2+1)(2^2-1)$

$=(2^4+1)(2^2+1)(2+1)(2-1)$

$=17\times5\times3$

즉, 2^8-1의 약수 중 10 이하인 자연수는 1, 3, 5이다.

따라서 구하는 자연수의 합은 $1+3+5=9$ 답 9

유형 **75** $x^2-y^2+2x+1=(x^2+2x+1)-y^2$

$=(x+1)^2-y^2$

$=(x+y+1)(x-y+1)$

$=\{\sqrt{3}+(1-\sqrt{3})+1\}\{\sqrt{3}-(1-\sqrt{3})+1\}$

$=2\times2\sqrt{3}=4\sqrt{3}$ 답 ④

學 **75** $x=\dfrac{2}{\sqrt{3}+1}=\dfrac{2(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}=\sqrt{3}-1$

$x+2=A$로 치환하면

(주어진 식)$=A^2-2A-3$

$=(A+1)(A-3)$

$=\{(x+2)+1\}\{(x+2)-3\}$

$=(x+3)(x-1)=(\sqrt{3}-1+3)(\sqrt{3}-1-1)$

$=(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)=3-4=-1$ 답 ③

유형 **76** $x^2-3x-y^2-3y=(x^2-y^2)-3(x+y)$

$=(x+y)(x-y)-3(x+y)$

$=(x+y)(x-y-3)$

$=\sqrt{7}\times(5-3)=2\sqrt{7}$ 답 $2\sqrt{7}$

學 **76** $x^2-9y^2+10x+25=72$에서 좌변을 인수분해하면

$x^2-9y^2+10x+25=(x^2+10x+25)-9y^2$

$=(x+5)^2-(3y)^2=(x+3y+5)(x-3y+5)$

$=12(x+3y+5)$

이때, $12(x+3y+5)=72$이므로 $x+3y+5=6$ $\therefore x+3y=1$

따라서 $x-3y=7$, $x+3y=1$을 연립하여 풀면

$x=4$, $y=-1$

$\therefore x-y=4-(-1)=5$ 답 ⑤

와풀

$n=1$일 때, 1회, 즉 $2^1-1=1$

$n=2$일 때, 3회, 즉 $2^2-1=3$

$n=3$일 때, 7회, 즉 $2^3-1=7$

⋮

따라서 원판이 n개일 때 최소 이동 횟수는 (2^n-1)회이다.

즉, $n=10$일 때, $2^{10}-1=(2^5+1)(2^5-1)=33\times31=1023$(회)

답 1023회

독심술 독한 심화 and 서술형 문제

1 $6a^3+7a^2+2a=a(6a^2+7a+2)=a(2a+1)(3a+2)$
따라서 직육면체의 세 변의 길이는 a, $2a+1$, $3a+2$이므로 겉넓이는
$2\{a(2a+1)+(2a+1)(3a+2)+a(3a+2)\}$
$=2(2a^2+a+6a^2+7a+2+3a^2+2a)$
$=2(11a^2+10a+2)$ 답 $2(11a^2+10a+2)$

2 $(x-3)(x-4)(x+1)(x+2)-36$
$=\{(x-3)(x+1)\}\{(x-4)(x+2)\}-36$
$=(x^2-2x-3)(x^2-2x-8)-36$
이때, $x^2-2x=A$로 치환하면
(주어진 식)$=(A-3)(A-8)-36=A^2-11A-12$
$=(A+1)(A-12)=(x^2-2x+1)(x^2-2x-12)$
$=(x-1)^2(x^2-2x-12)$ 답 ①

3 $(x-1)(x-2)(x+4)(x+5)+k$
$=\{(x-1)(x+4)\}\{(x-2)(x+5)\}+k$
$=(x^2+3x-4)(x^2+3x-10)+k$
$x^2+3x=A$로 치환하면 $(A-4)(A-10)+k=A^2-14A+40+k$
이것이 완전제곱식이 되려면
$40+k=\left(\frac{-14}{2}\right)^2=4$ $\quad\therefore k=9$ 답 ②

4 $x-1=X$, $y-1=Y$로 치환하면
$$\frac{(x-1)(y-1)}{(x-1)^2+4(y-1)^2}=\frac{XY}{X^2+4Y^2}=-\frac{1}{4}$$

즉, $X^2+4XY+4Y^2=0$, $(X+2Y)^2=0$

이때, $X+2Y=(x+2y)-3=k-3$이므로

$(X+2Y)^2=(k-3)^2=0$에서 $k=3$ 답 3

5 $1+a+b+c+ab+bc+ca+abc$

$=(1+a)+b(1+a)+c(1+a)+bc(1+a)$

$=(1+a)(1+b+c+bc)=(1+a)\{(1+b)+c(1+b)\}$

$=(1+a)(1+b)(1+c)$ 답 $(1+a)(1+b)(1+c)$

6 $<x, y, z>+<y, z, x>+<z, x, y>$

$=x^2(y-z)+y^2(z-x)+z^2(x-y)$

$=x^2y-x^2z+y^2z-y^2x+z^2x-z^2y$

$=xy(x-y)-z(x^2-y^2)+z^2(x-y)=(x-y)(xy-zx-zy+z^2)$

$=(x-y)\{x(y-z)-z(y-z)\}=(x-y)(y-z)(x-z)$ 답 ②

7 $1^2-2^2+3^2-4^2+5^2-\cdots+99^2$

$=1^2+(3^2-2^2)+(5^2-4^2)+\cdots+(99^2-98^2)$

$=1+(3+2)(3-2)+(5+4)(5-4)+\cdots+(99+98)(99-98)$

$=1+2+3+4+\cdots+98+99=\dfrac{99\times 100}{2}=4950$ 답 4950

8 $2^{20}-1=(2^{10})^2-1^2=(2^{10}+1)(2^{10}-1)$

$=(2^{10}+1)(2^5+1)(2^5-1)$

$=(2^{10}+1)\times 33\times 31$

따라서 구하는 두 자연수의 합은 $33+31=64$ 답 64

9 $(a^{20}+b^{20})^2-(a^{20}-b^{20})^2=2^k$의 좌변을 인수분해하면

$(a^{20}+b^{20})^2-(a^{20}-b^{20})^2$

$=\{(a^{20}+b^{20})+(a^{20}-b^{20})\}\{(a^{20}+b^{20})-(a^{20}-b^{20})\}$

$=2\times a^{20}\times 2\times b^{20}=2^2(a^2b^2)^{10}=2^2\{(3+\sqrt{7})(3-\sqrt{7})\}^{10}$

$=2^2\times 2^{10}=2^{12}$

따라서 $2^{12}=2^k$이므로 $k=12$ 답 ④

10 $(3x+2y)^2-(2x+3y)^2$

$=\{(3x+2y)+(2x+3y)\}\{(3x+2y)-(2x+3y)\}$

$=(5x+5y)(x-y)=5(x+y)(x-y)$

$=20(x-y)$

이때, $(x-y)^2=(x+y)^2-4xy=4^2-4\times 2=8$이므로

$x-y=-2\sqrt{2}$ ($\because x<y$)

$\therefore 20(x-y)=20\times(-2\sqrt{2})=-40\sqrt{2}$ 답 $-40\sqrt{2}$

11 (1) $x+y=\dfrac{1}{\sqrt{5}+2}+\dfrac{1}{\sqrt{5}-2}=\sqrt{5}-2+\sqrt{5}+2=2\sqrt{5}$ … [30 %]

(2) $x-y=\dfrac{1}{\sqrt{5}+2}-\dfrac{1}{\sqrt{5}-2}=\sqrt{5}-2-(\sqrt{5}+2)=-4$ … [30 %]

(3) $2x^2-2y^2+8y-8=2\{x^2-(y-2)^2\}=2(x+y-2)(x-y+2)$

$=2(2\sqrt{5}-2)(-4+2)=-8(\sqrt{5}-1)$ … [40 %]

12 $xy-x-y+1=x(y-1)-(y-1)$

$=(x-1)(y-1)=7$ … [30 %]

이때, x, y는 자연수이므로 두 수 $x-1$, $y-1$의 곱이 7인 경우를 표로 나타내면 오른쪽과 같다.

$x-1$	1	7
$y-1$	7	1

즉, $x=2$, $y=8$ 또는 $x=8$, $y=2$ … [60 %]

$\therefore xy=16$ … [10 %]

13 (1) (도형 A의 넓이)$=2(x+3)+(2x+1)(x-2)$

$=2x+6+2x^2-3x-2$

$=2x^2-x+4$ …[20 %]

(2) (도형 B의 넓이)$=2(3x-1)+(x+2)(x-2)$

$=6x-2+x^2-4$

$=x^2+6x-6$ …[20 %]

(3) (A, B의 넓이의 합)$=(2x^2-x+4)+(x^2+6x-6)$

$=3x^2+5x-2$

$=(x+2)(3x-1)$ …[40 %]

(4) 직사각형의 세로의 길이는 $3x-1$이므로 둘레의 길이는

$2(3x-1)+2(x+2)=2(4x+1)=8x+2$ …[20 %]

14 예시 답안

(1) $n^2-21n+68$을 인수분해하여라.

[풀이] $n^2-21n+68=(n-4)(n-17)$ …[30 %]

(2) 자연수 n의 최솟값을 구하여라.

[풀이] 19는 소수이므로 $n-4$ 또는 $n-17$이 19의 배수이어야 한다.

따라서 n의 최솟값은 $n-4=19$, 즉 $n=23$일 때이다.

…[40 %]

(3) n이 최솟값을 가질 때, $n^2-21n+68$의 값을 구하여라.

[풀이] $n^2-21n+68=(n-4)(n-17)$

$=(23-4)(23-17)$

$=114$ …[30 %]

수학 오디션

1 $3x^2y^2-6xy^2-9y^2=3y^2(x^2-2x-3)$

$=3y^2(x+1)(x-3)$

따라서 $3x^2y^2-6xy^2-9y^2$의 인수가 아닌 것은 ③이다. 답 ③

2 $a-b=A$로 치환하면

$(a-b)(a-b-10)+9=A(A-10)+9$

$=A^2-10A+9$

$=(A-1)(A-9)$

$=(a-b-1)(a-b-9)$ 답 ①

3 $125^2-75^2=(125+75)(125-75)$

$=200\times 50$

$=10000$

따라서 인수분해 공식 ④를 이용하면 편리하다. 답 ④

4 $x^2-3x-4=(x+1)(x-4)$

$=(-1+\sqrt{3}+1)(-1+\sqrt{3}-4)$

$=\sqrt{3}(-5+\sqrt{3})$

$=-5\sqrt{3}+3$ 답 $-5\sqrt{3}+3$

5 $a^2b^2-c^2-8ab+16=(a^2b^2-8ab+16)-c^2$
$=(ab-4)^2-c^2$
$=(ab+c-4)(ab-c-4)$

답 ③

6 y에 대하여 내림차순으로 정리하면
$x^2+xy+2-3x-y=(x-1)y+(x^2-3x+2)$
$=(x-1)y+(x-1)(x-2)$
$=(x-1)(x+y-2)$

답 $(x-1)(x+y-2)$

7 $505^2+54^2+8^2-495^2-46^2-2^2+7$
$=(505^2-495^2)+(54^2-46^2)+(8^2-2^2)+7$
$=(505+495)(505-495)+(54+46)(54-46)+(8+2)(8-2)+7$
$=1000\times10+100\times8+10\times6+7$
$=10867$

답 10867

8 둘레의 길이의 합이 80 cm이므로 $4x+4y=80$
$\therefore x+y=20$
넓이의 차는 120 cm^2이므로 $x^2-y^2=120$
$(x+y)(x-y)=120$, $20(x-y)=120$
$\therefore x-y=6$
따라서 두 카드의 둘레의 길이의 차는
$4x-4y=4(x-y)=4\times6=24(cm)$

답 ⑤

9 잔디밭의 반지름의 길이를 r m라 하면 트랙의 한가운데를 지나는 원의 반지름의 길이는 $\left(r+\frac{a}{2}\right)$m이므로

$2\pi\times\left(r+\frac{a}{2}\right)=l$, 즉 $2\pi r+\pi a=l$

$$\begin{aligned}\therefore\ (\text{트랙의 넓이})&=\pi(r+a)^2-\pi r^2=\pi\{(r+a)^2-r^2\}\\&=\pi(r+a+r)(r+a-r)\\&=(2\pi r+\pi a)\times a\\&=l\times a=al\,(\mathrm{m}^2)\end{aligned}$$

답 al m^2

10 $$\begin{aligned}x^2y-x^2-4y+4&=x^2(y-1)-4(y-1)=(x^2-4)(y-1)\\&=(x+2)(x-2)(y-1)\end{aligned}$$

$xy-4+2y-2x=y(x+2)-2(x+2)=(x+2)(y-2)$

따라서 두 다항식의 1을 제외한 공통인수는 $x+2$이다.

답 $x+2$

11 $2007=\sqrt{2007^2}$, $2008=\sqrt{2008^2}$ 사이에 있는 점이 나타내는 수는

$\sqrt{2007^2+1}$, $\sqrt{2007^2+2}$, $\sqrt{2007^2+3}$, $\cdots$, $\sqrt{2008^2-1}$

따라서 구하는 점의 개수는

$$\begin{aligned}(2008^2-1)-(2007^2+1)+1&=(2008^2-2007^2)-1\\&=(2008+2007)(2008-2007)-1\\&=4015-1=4014\end{aligned}$$

답 ③

12 $x=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=5-2\sqrt{6}$, $y=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=5+2\sqrt{6}$이므로

$x+y=10$, $x-y=-4\sqrt{6}$

$$\therefore\ \frac{x^2+2xy+y^2}{x^2-y^2}=\frac{(x+y)^2}{(x+y)(x-y)}=\frac{x+y}{x-y}=\frac{10}{-4\sqrt{6}}=-\frac{5\sqrt{6}}{12}$$

답 ②

13 $x^2-3y^2-2xy+4y-1=x^2-2xy-(3y^2-4y+1)$

$=x^2-2xy-(y-1)(3y-1)$

$=(x+y-1)(x-3y+1)$

따라서 다항식 A는 $x+y-1$이다. 답 $x+y-1$

14 $a-b=3-\sqrt{2}$, $b-c=3+\sqrt{2}$이므로

$c-a=-\{(a-b)+(b-c)\}=-(3-\sqrt{2}+3+\sqrt{2})=-6$

$\therefore$ $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca$

$=\frac{1}{2}(2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ca)$

$=\frac{1}{2}\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}$

$=\frac{1}{2}\{(3-\sqrt{2})^2+(3+\sqrt{2})^2+(-6)^2\}$

$=\frac{1}{2}(9-6\sqrt{2}+2+9+6\sqrt{2}+2+36)=29$ 답 29

15 $x^2+8x+21=k^2$ (k는 0이 아닌 정수)이라 하면

$x^2+8x+16-k^2=-5$, $(x+4)^2-k^2=-5$

$\therefore$ $(x+k+4)(x-k+4)=-5$

(i) $x+k+4=-1$, $x-k+4=5$인 경우

$x=-2$, $k=-3$

(ii) $x+k+4=1$, $x-k+4=-5$인 경우

$x=-6$, $k=3$

(iii) $x+k+4=-5$, $x-k+4=1$인 경우

$x=-6$, $k=-3$

(iv) $x+k+4=5$, $x-k+4=-1$인 경우

$x=-2$, $k=3$

따라서 구하는 정수 x는 -2, -6이므로

$(-2)+(-6)=-8$ 답 -8

Ⅲ 이차방정식

무엇을 공부해야 할까?

what?

이차방정식의 뜻과 그 해

인수분해를 이용한 이차방정식의 풀이

이차방정식의 근의 공식

근과 계수의 관계

이차방정식의 활용 문제

Ⅲ-1 이차방정식

17 이차방정식의 뜻과 해 본문 115~117쪽

유형 77 ③, ⑤　學 77 ②　유형 78 ⑤　學 78 ⑤

유형 79 $x=2$　學 79 ⑤　유형 80 ③　學 80 7

유형 81 ②　學 81 ①

18 인수분해를 이용한 이차방정식의 풀이 본문 119~121쪽

유형 82 ④　學 82 ③

유형 83 $x=-3$ 또는 $x=-\frac{1}{2}$　學 83 ④

유형 84 ②　學 84 1　유형 85 10　學 85 4

유형 86 ②　學 86 $x=\frac{1}{2}$

19 중근과 공통근 본문 123~124쪽

유형 87 ②, ⑤　學 87 $x^2-3x+\frac{9}{4}=0$

유형 88 -8　學 88 0　유형 89 ④　學 89 $\frac{13}{2}$

유형 90 ⑤　學 90 $\frac{21}{2}$

20 제곱근과 완전제곱식을 이용한 이차방정식의 풀이 본문 126~127쪽

유형 91 ④ 學 91 ① 유형 92 ⑤ 學 92 ②

유형 93 8 學 93 ① 유형 94 25 學 94 -2

독심술 본문 128~131쪽

1 70 2 13 3 $\frac{55}{2}$ 4 ④ 5 ②

6 $x=\sqrt{2}-1$(중근) 7 ⑤ 8 $\frac{9}{7}$ 9 5

10 ② 11 풀이 참조 12 풀이 참조 13 풀이 참조 14 풀이 참조

수학 오디션 본문 132~135쪽

1 ② 2 ③ 3 3 4 ⑤ 5 1

6 $-\frac{3}{4}$ 7 ③ 8 $(x-2)^2=19$ 9 38

10 ⑤ 11 ① 12 -8 13 5

14 $x=-4$ 또는 $x=4$ 15 ④

17 이차방정식의 뜻과 해

개념확인 1

(1) $x^2-2=0$은 이차방정식이다.

(2) $x^2+2=1+x+x^2$에서

$x^2+2-(1+x+x^2)=0$

$\therefore\ 1-x=0$

따라서 일차방정식이다.

(3) 이차식이지만 등식이 아니므로 방정식이 아니다.

답 (1) ◯ (2) × (3) ×

개념확인 2

$x=-1$일 때, $(-1)^2+4\times(-1)+3=0$

$x=0$일 때, $0^2+4\times0+3=3\neq0$

$x=1$일 때, $1^2+4\times1+3=8\neq0$

따라서 구하는 해는 $x=-1$이다.

답 $x=-1$

유형 77 ① $2x^2-7x$ (이차식)

② $9x^2=(3x+2)^2$에서 $9x^2=9x^2+12x+4$

$\therefore -12x-4=0$ (일차방정식)

③ $\dfrac{2}{5}x^2=0$ (이차방정식)

④ $-4x+2=0$ (일차방정식)

⑤ $4x^2=(x+1)(3x-5)$에서 $4x^2=3x^2-2x-5$

$\therefore x^2+2x+5=0$ (이차방정식)

따라서 이차방정식은 ③, ⑤이다. 답 ③, ⑤

學 77 $(x+4)(x-4)=-3x^2+5x-7$에서

$x^2-16=-3x^2+5x-7$, $x^2-16+3x^2-5x+7=0$

$\therefore 4x^2-5x-9=0$

따라서 $a=4$, $b=-5$이므로 $a+b=4+(-5)=-1$ 답 ②

유형 78 $ax^2+6x-1=4x(x+2)$에서

$ax^2+6x-1=4x^2+8x$

$(a-4)x^2-2x-1=0$

위의 식이 x에 관한 이차방정식이 되려면 $a-4\neq0$

$\therefore a\neq4$ 답 ⑤

學 78 $5(x+2)^2=\dfrac{ax^2+3}{2}$에서

$10(x^2+4x+4)=ax^2+3$

$(10-a)x^2+40x+37=0$

위의 식이 x에 관한 이차방정식이 되려면 $10-a\neq0$

$\therefore a\neq10$

따라서 a의 값이 될 수 없는 것은 ⑤이다. 답 ⑤

유형 **79** $x=-2$일 때, $(-2)^2-5\times(-2)+6=20\neq0$
$x=-1$일 때, $(-1)^2-5\times(-1)+6=12\neq0$
$x=0$일 때, $0^2-5\times0+6=6\neq0$
$x=1$일 때, $1^2-5\times1+6=2\neq0$
$x=2$일 때, $2^2-5\times2+6=0$
따라서 $x^2-5x+6=0$의 해는 $x=2$이다. 답 $x=2$

學 **79** ① $x=0$일 때, $0^2+0+1=1\neq0$
② $x=-5$일 때, $(-5)^2+5=30\neq0$
③ $x=-1$일 때, $(-1)^2-7\times(-1)+6=14\neq0$
④ $x=\frac{1}{3}$일 때, $3\times\left(\frac{1}{3}\right)^2+\frac{1}{3}-1=-\frac{1}{3}\neq0$
⑤ $x=2$일 때, $5\times2^2-7\times2-6=0$ 답 ⑤

유형 **80** $x^2-(a-4)x-3a+5=0$에 $x=-2$를 대입하면
$(-2)^2-(a-4)\times(-2)-3a+5=0$
$4+2a-8-3a+5=0$, $-a+1=0$
$\therefore a=1$ 답 ③

學 **80** $x^2+ax-b=0$에
$x=2$를 대입하면 $4+2a-b=0$ ······ ㉠
$x=-3$을 대입하면 $9-3a-b=0$ ······ ㉡
㉠−㉡을 하면 $-5+5a=0$ $\therefore a=1$
㉠에 $a=1$을 대입하면 $b=6$
$\therefore a+b=1+6=7$ 답 7

유형 **81** $x^2-2x+9=0$에 $x=a$를 대입하면

$a^2-2a+9=0$ $\quad\therefore a^2-2a=-9$

$2x^2+x-5=0$에 $x=b$를 대입하면

$2b^2+b-5=0$ $\quad\therefore 2b^2+b=5$

$\therefore (a^2-2a+11)(2b^2+b-3)=(-9+11)\times(5-3)=4$

답 ②

學 **81** $x^2-6x+1=0$에 $x=a$를 대입하면

$a^2-6a+1=0$

$a\neq 0$이므로 양변을 a로 나누면

$a-6+\dfrac{1}{a}=0$ $\quad\therefore a+\dfrac{1}{a}=6$

$\therefore a^2+\dfrac{1}{a^2}=\left(a+\dfrac{1}{a}\right)^2-2=36-2=34$

답 ①

와풀

$x=1$일 때, $1^2-1-6=-6\neq 0$

$x=2$일 때, $2^2-2-6=-8\neq 0$

$x=3$일 때, $3^2-3-6=0$

$x=4$일 때, $4^2-4-6=6\neq 0$

따라서 이차방정식 $x^2-x-6=0$의 해는 $x=3$이고, 여자 가수 1호가 짝꿍을 하고 싶은 사람은 남자 가수 3호이다.

답 남자 가수 3호

18 인수분해를 이용한 이차방정식의 풀이

개념확인 1

(1) $x+3=0$ 또는 $x-2=0$ $\quad\therefore x=-3$ 또는 $x=2$

(2) $x=0$ 또는 $x-4=0$ $\quad\therefore x=0$ 또는 $x=4$

(3) $3x+2=0$ 또는 $2x-1=0$ $\quad\therefore x=-\dfrac{2}{3}$ 또는 $x=\dfrac{1}{2}$

답 (1) $x=-3$ 또는 $x=2$ (2) $x=0$ 또는 $x=4$

(3) $x=-\dfrac{2}{3}$ 또는 $x=\dfrac{1}{2}$

개념확인 2

(1) $x^2-4x+3=0$에서 $(x-1)(x-3)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=3$

(2) $x^2-25=0$에서 $(x+5)(x-5)=0$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=5$

(3) $2x^2+x-3=0$에서 $(2x+3)(x-1)=0$

$\therefore x=-\dfrac{3}{2}$ 또는 $x=1$

답 (1) $x=1$ 또는 $x=3$ (2) $x=-5$ 또는 $x=5$

(3) $x=-\dfrac{3}{2}$ 또는 $x=1$

유형 82 주어진 방정식의 해를 구하면 다음과 같다.

① $x=2$ 또는 $x=-\frac{1}{3}$

② $x=2$ 또는 $x=\frac{1}{3}$

③ $x=-2$ 또는 $x=-\frac{1}{3}$

⑤ $x=-1$ 또는 $x=-\frac{1}{3}$

답 ④

學 82 $AB\neq 0$이려면 $A\neq 0$이고 $B\neq 0$이어야 한다.
따라서 $(x+1)(x-5)\neq 0$이면 $x\neq -1$이고 $x\neq 5$이다.

답 ③

유형 83 $(x+4)(x+3)=9-x^2$에서
$x^2+7x+12=9-x^2$, $2x^2+7x+3=0$
$(x+3)(2x+1)=0$
$\therefore x=-3$ 또는 $x=-\frac{1}{2}$

답 $x=-3$ 또는 $x=-\frac{1}{2}$

學 83 $(x+8)(x-3)=10(x-1)$에서
$x^2+5x-24=10x-10$, $x^2-5x-14=0$
$(x+2)(x-7)=0$ $\therefore x=-2$ 또는 $x=7$
이때, $a>b$이므로 $a=7$, $b=-2$
$\therefore a-b=7-(-2)=9$

답 ④

유형 84 $-x^2+2kx-k^2+4=0$에 $x=-3$을 대입하면

$-9-6k-k^2+4=0$, $k^2+6k+5=0$

$(k+5)(k+1)=0$ $\therefore k=-5$ 또는 $k=-1$ 답 ②

學 84 $x^2-3kx-4k+6=0$에 $x=k$를 대입하면

$k^2-3k^2-4k+6=0$, $-2k^2-4k+6=0$

$k^2+2k-3=0$, $(k+3)(k-1)=0$

$\therefore k=-3$ 또는 $k=1$

따라서 $k\neq-3$이므로 $k=1$이다. 답 1

유형 85 $2x^2-11x+5=0$에서 $(2x-1)(x-5)=0$

$\therefore x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=5$

$(2x+1)(x-4)=-16x+1$에서 $2x^2-7x-4=-16x+1$

$2x^2+9x-5=0$, $(x+5)(2x-1)=0$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

$\therefore 5-(-5)=10$ 답 10

學 85 $x^2-2x-8=0$에서 $(x+2)(x-4)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=4$

$x^2-(a-3)x-3a+6=0$에 $x=-2$를 대입하면

$4+2a-6-3a+6=0$, $4-a=0$ $\therefore a=4$ 답 4

유형 **86** $x^2-ax+a-1=0$에 $x=2$를 대입하면

$4-2a+a-1=0,\ -a+3=0 \qquad \therefore a=3$

$x^2-ax+a-1=0$에 $a=3$을 대입하면 $x^2-3x+2=0$이므로

$(x-1)(x-2)=0 \qquad \therefore x=1$ 또는 $x=2$

따라서 다른 한 근은 1이므로 $b=1$

답 ②

學 **86** $(a-3)x^2+(a^2-2)x+3a-2=0$에 $x=-1$을 대입하면

$a-3-a^2+2+3a-2=0,\ a^2-4a+3=0$

$(a-1)(a-3)=0 \qquad \therefore a=1\ (\because a\neq 3)$

$(a-3)x^2+(a^2-2)x+3a-2=0$에 $a=1$을 대입하면

$-2x^2-x+1=0,\ (x+1)(2x-1)=0 \qquad \therefore x=-1$ 또는 $x=\dfrac{1}{2}$

따라서 다른 한 근은 $\dfrac{1}{2}$이다.

답 $x=\dfrac{1}{2}$

와풀

한 무리의 꿀벌의 수를 A마리라 하면

$\sqrt{\dfrac{A}{2}}+\dfrac{7}{8}A=A$이므로 $\sqrt{\dfrac{A}{2}}=\dfrac{1}{8}A$

양변을 제곱하면 $\dfrac{A}{2}=\dfrac{1}{64}A^2$

$A^2=32A,\ A(A-32)=0$

$\therefore A=32\ (A>0)$

또, 수벌과 암벌이 한 마리씩 등장하므로 시에 등장하는 벌은 모두 34마리이다.

답 34마리

19 중근과 공통근

개념확인 1

(1) $x=5$(중근)

(2) $x^2+14x+49=0$에서 $(x+7)^2=0$

$\therefore x=-7$(중근)

(3) $9x^2-6x+1=0$에서 $(3x-1)^2=0$

$\therefore x=\frac{1}{3}$(중근)

답 (1) $x=5$(중근) (2) $x=-7$(중근) (3) $x=\frac{1}{3}$(중근)

개념확인 2

$x^2+7x+10=0$에서 $(x+5)(x+2)=0$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=-2$

$5x^2+7x-6=0$에서 $(x+2)(5x-3)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=\frac{3}{5}$

따라서 두 이차방정식의 공통인 근은 $x=-2$이다. 답 $x=-2$

유형 **87** 주어진 이차방정식의 해를 구하면 다음과 같다.

① $x=-1$ 또는 $x=1$ ② $x=\frac{5}{2}$ (중근)

③ $(3x+2)(3x-2)=0$ $\therefore x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=\frac{2}{3}$

④ $(x+4)(x+1)=0$ $\therefore x=-4$ 또는 $x=-1$

⑤ $4x^2+12x+12=3$에서 $4x^2+12x+9=0$

$(2x+3)^2=0$ $\therefore x=-\frac{3}{2}$ (중근)

따라서 중근을 갖는 이차방정식은 ②, ⑤이다. 답 ②, ⑤

學 **87** 이차항의 계수가 1이고, $x=\frac{3}{2}$을 중근으로 갖는 이차방정식은

$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=0$, 즉 $x^2-3x+\frac{9}{4}=0$이다. 답 $x^2-3x+\frac{9}{4}=0$

유형 **88** $x^2+4x=10x-m$, 즉 $x^2-6x+m=0$이 중근을 가지려면

$m=\left(-\frac{6}{2}\right)^2=9$

$x^2+(m-1)x+m+3=0$에 $m=9$를 대입하면

$x^2+8x+12=0$, $(x+2)(x+6)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=-6$

따라서 이 이차방정식의 두 근의 합은 -8이다. 답 -8

學 **88** $x^2+4(a-b)x-8ab=0$이 중근을 가지려면

$\left\{\frac{4(a-b)}{2}\right\}^2=-8ab$, $4(a-b)^2=-8ab$

$4a^2-8ab+4b^2=-8ab$, $4a^2+4b^2=0$

$\therefore a^2+b^2=0$ 답 0

유형 89 $x^2-10x+21=0$에서 $(x-3)(x-7)=0$

$\therefore x=3$ 또는 $x=7$

$2x(x-1)=-x+15$에서 $2x^2-x-15=0$

$(2x+5)(x-3)=0 \quad \therefore x=-\frac{5}{2}$ 또는 $x=3$

따라서 두 이차방정식의 공통인 근은 $x=3$이다. 답 ④

學 89 $x^2-5x+4=0$에서 $(x-1)(x-4)=0$ $\therefore x=1$ 또는 $x=4$

$2x^2-11x+12=0$에서 $(2x-3)(x-4)=0 \quad \therefore x=\frac{3}{2}$ 또는 $x=4$

$\therefore p=4 \quad \therefore 4+1+\frac{3}{2}=\frac{13}{2}$ 답 $\frac{13}{2}$

유형 90 $6x^2-7x-5=0$에서 $(2x+1)(3x-5)=0$

$\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{5}{3}$

$2x^2-x-1=0$에서 $(2x+1)(x-1)=0 \quad \therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=1$

따라서 $4x^2-mx+9-m=0$에 $x=-\frac{1}{2}$을 대입하면 $m=20$ 답 ⑤

學 90 $8x^2-10x+a=0$에 $x=-\frac{1}{4}$을 대입하면 $a=-3$

$8x^2-10x+a=0$에 $a=-3$을 대입하면

$8x^2-10x-3=0$, $(4x+1)(2x-3)=0 \quad \therefore x=-\frac{1}{4}$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

$4x^2-bx-7=0$에 $x=-\frac{1}{4}$을 대입하면 $b=27$

$4x^2-bx-7=0$에 $b=27$을 대입하면

$4x^2-27x-7=0$, $(4x+1)(x-7)=0 \quad \therefore x=-\frac{1}{4}$ 또는 $x=7$

$\therefore \frac{3}{2}\times 7=\frac{21}{2}$ 답 $\frac{21}{2}$

20 제곱근과 완전제곱식을 이용한 이차방정식의 풀이

개념확인 1

$3(x+2)^2-18=0$에서 $3(x+2)^2=18$

$(x+2)^2=6$, $x+2=\pm\sqrt{6}$

$\therefore x=-2\pm\sqrt{6}$

답 $x=-2\pm\sqrt{6}$

개념확인 2

$3x^2-6x+1=0$에서 $x^2-2x+\frac{1}{3}=0$

$x^2-2x=-\frac{1}{3}$, $x^2-2x+1=-\frac{1}{3}+1$

$(x-1)^2=\frac{2}{3}$, $x-1=\pm\sqrt{\frac{2}{3}}$, $x-1=\pm\frac{\sqrt{6}}{3}$

$\therefore x=1\pm\frac{\sqrt{6}}{3}$

답 $x=1\pm\frac{\sqrt{6}}{3}$

유형 **91** $b>0$이면 서로 다른 두 실근을 갖고, $b=0$이면 중근을 가지므로 해를 가질 조건은 $b\ge0$이다.

답 ④

學 **91** $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{k+5}{11}=0$에서 $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{k+5}{11}$

이때, 이 이차방정식이 서로 다른 두 근을 가지려면

$\frac{k+5}{11}>0$이어야 하므로 $k>-5$

따라서 상수 k의 값이 아닌 것은 ①이다.

답 ①

유형 **92** $(x-2)^2=7$에서 $x-2=\pm\sqrt{7}$ $\therefore x=2\pm\sqrt{7}$

따라서 $A=2$, $B=7$이므로 $A+B=9$

답 ⑤

學 **92** $3(x+a)^2=b$에서 $(x+a)^2=\frac{b}{3}$

$x+a=\pm\sqrt{\frac{b}{3}}$ $\therefore x=-a\pm\sqrt{\frac{b}{3}}$

이때, 주어진 이차방정식의 해가 $x=2\pm\sqrt{5}$이므로

$-a\pm\sqrt{\frac{b}{3}}=2\pm\sqrt{5}$에서 $-a=2$, $\frac{b}{3}=5$

$\therefore a=-2,\ b=15$

$\therefore ab=-2\times15=-30$

답 ②

유형 93 $x^2+2x-5=0$에서 $x^2+2x=5$

$x^2+2x+1=5+1$, $(x+1)^2=6$

$x+1=\pm\sqrt{6}$ $\quad\therefore x=-1\pm\sqrt{6}$

따라서 $a=1$, $b=1$, $c=6$이므로

$a+b+c=1+1+6=8$ 답 8

學 93 $5x^2+10x-3=0$에서 $x^2+2x-\frac{3}{5}=0$

$x^2+2x=\frac{3}{5}$, $x^2+2x+1=\frac{3}{5}+1$

$(x+1)^2=\frac{8}{5}$

따라서 $a=-1$, $b=\frac{8}{5}$이므로 $ab=-\frac{8}{5}$ 답 ①

유형 94 $x^2-12x+a=0$에서 $x^2-12x=-a$

$x^2-12x+36=-a+36$, $(x-6)^2=-a+36$

$x-6=\pm\sqrt{-a+36}$ $\quad\therefore x=6\pm\sqrt{-a+36}$

이때, 주어진 이차방정식의 해가 $x=6\pm\sqrt{11}$이므로

$6\pm\sqrt{-a+36}=6\pm\sqrt{11}$에서 $-a+36=11$ $\quad\therefore a=25$ 답 25

學 94 $5x^2+2x+a=0$에서 $x^2+\frac{2}{5}x+\frac{a}{5}=0$

$x^2+\frac{2}{5}x=-\frac{a}{5}$, $x^2+\frac{2}{5}x+\left(\frac{1}{5}\right)^2=-\frac{a}{5}+\left(\frac{1}{5}\right)^2$

$\left(x+\frac{1}{5}\right)^2=\frac{1-5a}{25}$, $x+\frac{1}{5}=\pm\frac{\sqrt{1-5a}}{5}$ $\quad\therefore x=\frac{-1\pm\sqrt{1-5a}}{5}$

따라서 $-1=b$, $1-5a=6$이므로 $a=-1$, $b=-1$

$\therefore a+b=-1+(-1)=-2$ 답 -2

독심술 독한 심화 and 서술형 문제

1 $x^2-8x+1=0$에 $x=k$를 대입하면 $k^2-8k+1=0$

양변을 $k(k\neq0)$로 나누면 $k-8+\frac{1}{k}=0$ $\quad\therefore k+\frac{1}{k}=8$

$$\therefore k^2+k+\frac{1}{k}+\frac{1}{k^2}=k^2+\frac{1}{k^2}+k+\frac{1}{k}=\left(k+\frac{1}{k}\right)^2-2+\left(k+\frac{1}{k}\right)$$
$$=8^2-2+8=70$$

답 70

2 $≪x≫^2-≪x≫-6=0$에서 $(≪x≫+2)(≪x≫-3)=0$

$\therefore ≪x≫=3$ ($\because ≪x≫>0$)

즉, x의 양의 약수의 개수가 3개이므로, 10 이하의 자연수 중 양의 약수의 개수가 3개인 것은 4와 9이다. $\quad\therefore 4+9=13$

답 13

3 일차함수 $y=2ax+a^2$의 그래프가 점 $(2,\ 5)$를 지나므로 $x=2$, $y=5$를 대입하면 $5=4a+a^2$에서

$a^2+4a-5=0$, $(a+5)(a-1)=0$ $\quad\therefore a=-5$ 또는 $a=1$

이때, 기울기 $2a<0$이어야 하므로 $a=-5$

$y=2ax+a^2$에 $a=-5$를 대입하면 $y=-10x+25$

따라서 $p=\frac{5}{2}$, $q=25$이므로 $p+q=\frac{55}{2}$

답 $\frac{55}{2}$

4 $(x-3)\blacktriangle(2x+5)=(x-3)(2x+5)-(x-3)-(2x+5)$

$$=2x^2-4x-17=13$$

$x^2-2x-15=0$, $(x+3)(x-5)=0$ $\quad\therefore x=-3$ 또는 $x=5$

이때, $m>n$이므로 $m=5$, $n=-3$

$\therefore (m+2n)^{100}+(m+2n)^{101}+(m+2n)^{102}$

$=(-1)^{100}+(-1)^{101}+(-1)^{102}=1-1+1=1$

답 ④

5 $x^2-x-6=0$에서 $(x+2)(x-3)=0$

$\therefore$ $x=-2$ 또는 $x=3$ $\cdots\cdots$ ㉠

$x^2-2x-8\neq0$에서 $(x+2)(x-4)\neq0$

$\therefore$ $x\neq-2$이고, $x\neq4$ $\cdots\cdots$ ㉡

따라서 ㉠, ㉡을 동시에 만족하는 x의 값은 3이다. 답 ②

6 주어진 이차방정식의 양변에 $\sqrt{2}-1$을 곱하면

$x^2-2(\sqrt{2}-1)x+(\sqrt{2}-1)^2=0$

$\{x-(\sqrt{2}-1)\}^2=0$ $\therefore$ $x=\sqrt{2}-1$(중근) 답 $x=\sqrt{2}-1$(중근)

7 $4x^2-12xy+9y^2=0$에서 $(2x-3y)^2=0$ $\therefore$ $2x=3y$

$\therefore$ $\dfrac{8x^2-9y^2}{3xy}=\dfrac{8x^2-(3y)^2}{x\times3y}=\dfrac{8x^2-4x^2}{x\times2x}=\dfrac{4x^2}{2x^2}=2$ 답 ⑤

8 ㈎ $x^2-(a+1)x+a=0$에서 $(x-a)(x-1)=0$

$\therefore$ $x=a$ 또는 $x=1$ $\cdots\cdots$ ㉠

㈏ $x^2-(b-3)x-3b=0$에서 $(x-b)(x+3)=0$

$\therefore$ $x=b$ 또는 $x=-3$ $\cdots\cdots$ ㉡

㈐ $x^2-(2a+7b)+14ab=0$에서 $(x-2a)(x-7b)=0$

$\therefore$ $x=2a$ 또는 $x=7b$ $\cdots\cdots$ ㉢

(i) $x=-3$이 공통인 근일 때, $a=-3$, $b=-\dfrac{3}{7}$

(ii) $x=b$가 공통인 근일 때, $a=b=0$

이때, 공통인 근은 음수이므로 성립하지 않는다.

따라서 $a=-3$, $b=-\dfrac{3}{7}$이므로 $ab=\dfrac{9}{7}$ 답 $\dfrac{9}{7}$

9 $(x+3)^2=5k$에서 $x+3=\pm\sqrt{5k}$이므로 $x=-3\pm\sqrt{5k}$

$5k=0,\ 1,\ 4,\ 9,\ 16,\ 25,\ \cdots$ $\quad\therefore k=0,\ \frac{1}{5},\ \frac{4}{5},\ \frac{9}{5},\ \frac{16}{5},\ 5,\ \cdots$

따라서 자연수 k의 최솟값은 5이다. 답 5

10 $x^2+ax+b=0$에서 $x^2+ax=-b$

$x+\frac{a}{2}=\pm\sqrt{-b+\frac{a^2}{4}}$ $\quad\therefore x=-\frac{a}{2}\pm\sqrt{-b+\frac{a^2}{4}}$

따라서 $-\frac{a}{2}=3,\ -b+\frac{a^2}{4}=6$이므로 $a=-6,\ b=3$

$\therefore a+b=-6+3=-3$ 답 ②

11 (1) $x^2+x-6=0$에서 $(x+3)(x-2)=0$ $\quad\therefore x=-3$ 또는 $x=2$

$2x^2-7x+6=0$에서 $(2x-3)(x-2)=0$ $\quad\therefore x=\frac{3}{2}$ 또는 $x=2$

따라서 공통근은 $x=2$이므로 $a=2$ … [40 %]

(2) $3x^2+kx+2=0$에 $x=2$를 대입하면 $k=-7$ … [30 %]

(3) $3x^2+kx+2=0$에 $k=-7$을 대입하면 $x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=2$

따라서 이 이차방정식의 다른 한 근은 $x=\frac{1}{3}$이다. … [30 %]

12 $x^2-10x+21=0$에서 $x=3$ 또는 $x=7$ … [40 %]

서로 다른 두 개의 주사위를 던져서 나온 눈의 수를 각각 $a,\ b$라 할 때

(i) $a+b=3$인 경우 $(a,\ b)$는 $(1,\ 2),\ (2,\ 1)$의 2가지

(ii) $a+b=7$인 경우 $(a,\ b)$는 $(1,\ 6),\ (2,\ 5),\ (3,\ 4),\ (4,\ 3),\ (5,\ 2),$ $(6,\ 1)$의 6가지 … [40 %]

따라서 구하는 확률은 $\frac{2+6}{36}=\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$ … [20 %]

13 (1) $x^2-(2a-1)x+16=0$에서 $16=\left(\frac{2a-1}{2}\right)^2$, $4a^2-4a-63=0$

$(2a+7)(2a-9)=0$ $\quad\therefore a=-\frac{7}{2}$ 또는 $a=\frac{9}{2}$ … [30 %]

(2) $8x^2+bx+c=0$의 두 근이 $-\frac{7}{2}$, $\frac{9}{2}$이므로

$x=-\frac{7}{2}$을 대입하면 $-7b+2c=-196$ …… ㉠

$x=\frac{9}{2}$를 대입하면 $9b+2c=-324$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $b=-8$, $c=-126$ … [50 %]

(3) $\frac{4c}{b}=\frac{4\times(-126)}{-8}=63$ … [20 %]

14 예시 답안

(1) 이차방정식의 해를 상수 k에 대한 식으로 나타내어라.

[풀이] $x^2-3x+k=0$에서 $x^2-3x+\frac{9}{4}=-k+\frac{9}{4}$

$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{-4k+9}{4}$ $\quad\therefore x=\frac{3\pm\sqrt{-4k+9}}{2}$ … [30 %]

(2) 이차방정식이 해를 갖도록 하는 실수 k의 값의 범위를 구하여라.

[풀이] $-4k+9\geq 0$이므로 $4k\leq 9$ $\quad\therefore k\leq\frac{9}{4}$ … [30 %]

(3) 이차방정식이 유리수인 해를 갖도록 하는 자연수 k의 값을 구하여라.

[풀이] $-4k+9$가 0 또는 제곱수이어야 하므로

$-4k+9=0, 1, 4, 9, 16, \cdots$에서 $-4k=-9, -8, -5, 0, 7, \cdots$

$\therefore k=\frac{9}{4}, 2, \frac{5}{4}, 0, -\frac{7}{4}, \cdots$

이때, k는 자연수이므로 $k=2$이다. … [40 %]

수학 오디션

1 $(3x-1)^2=5$에서 $9x^2-6x+1=5$

$9x^2-6x-4=0$

따라서 $a=9$, $b=6$, $c=-4$이므로

$a+b+c=9+6+(-4)=11$

답 ②

2 $(x-2)(x+b)=0$에서 $x=2$ 또는 $x=-b$

$(x+6)(x-a)=4x-8$의 한 근이 $x=2$이므로 대입하면

$8(2-a)=0$ $\quad\therefore a=2$

$(x+6)(x-2)=4x-8$에서 $x^2-4=0$

$(x+2)(x-2)=0$ $\quad\therefore x=-2$ 또는 $x=2$

$\therefore b=2$ $\quad\therefore a+b=2+2=4$

답 ③

3 $x^2+ax+9=0$이 중근을 가지므로

$9=\left(\dfrac{a}{2}\right)^2$에서 $a^2=36$ $\quad\therefore a=6$ ($\because a>0$)

$x^2+ax+9=0$에 $a=6$을 대입하면

$x^2+6x+9=0$에서 $(x+3)^2=0$, $x=-3$ $\quad\therefore m=-3$

$\therefore a+m=6+(-3)=3$

답 3

4 $4(x-a)^2=12$에서 $(x-a)^2=3$이므로

$x-a=\pm\sqrt{3}$ $\quad\therefore x=a\pm\sqrt{3}$

이때, 주어진 이차방정식의 해가 $x=1\pm\sqrt{b}$이므로

$a=1$, $b=3$

$\therefore ab=1\times3=3$

답 ⑤

5 $2x^2-ax-2a+1=0$에 $x=1$을 대입하면

$2-a-2a+1=0$, $3-3a=0$ $-3a=-3$

$\therefore a=1$ 답 1

6 $2(a^2-1)x^2-ax+2=0$에 $x=2$를 대입하면

$8(a^2-1)-2a+2=0$, $8a^2-2a-6=0$

$4a^2-a-3=0$, $(4a+3)(a-1)=0$

$\therefore a=-\frac{3}{4}$ $(\because a\neq1)$ 답 $-\frac{3}{4}$

7 $x^2+4x+5a=0$에 $x=1$을 대입하면

$1+4+5a=0$, $5a=-5$ $\therefore a=-1$

$2x^2-3x+b=0$에 $x=1$을 대입하면

$2-3+b=0$, $-1+b=0$ $\therefore b=1$

$\therefore a+b=-1+1=0$ 답 ③

8 $(x+3)(x-7)=-6$에서 $x^2-4x-21=-6$

$x^2-4x=15$, $x^2-4x+4=15+4$

$\therefore (x-2)^2=19$ 답 $(x-2)^2=19$

9 $x^2-8x+10=0$에 $x=m$을 대입하면

$m^2-8m+10=0$ $\quad\therefore m^2-8m=-10$

$3x^2-15x+24=0$에 $x=n$을 대입하면

$3n^2-15n+24=0$, $n^2-5n+8=0$ $\quad\therefore n^2-5n=-8$

$\therefore (m-4)^2-4n(n-5)=(m^2-8m+16)-4(n^2-5n)$

$=(-10+16)-4\times(-8)=38$

답 38

10 $ax^2-4x-(a+1)=0$에 $x=-\frac{2}{3}$를 대입하면

$\frac{4}{9}a+\frac{8}{3}-(a+1)=0$, $-\frac{5}{9}a+\frac{5}{3}=0$ $\quad\therefore a=3$

$ax^2-4x-(a+1)=0$에 $a=3$을 대입하면

$3x^2-4x-4=0$, $(3x+2)(x-2)=0$ $\quad\therefore x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=2$

따라서 다른 한 근은 $x=2$이다.

답 ⑤

11 주어진 방정식에 $x=m-2n$을 대입하면

$(m-2n)^2-m(m-2n)+n^2=0$, $5n^2-2mn=0$

$\therefore n(5n-2m)=0$

이때, $n\neq0$이므로 $5n-2m=0$ $\quad\therefore 2m=5n$

따라서 m, n이 10 이하의 자연수이고 $2m=5n$을 만족하는 순서쌍은 $(5, 2)$, $(10, 4)$의 2개다.

답 ①

12 $3x^2+4x-2=0$에서 $x^2+\frac{4}{3}x=\frac{2}{3}$

$x^2+\frac{4}{3}x+\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{2}{3}+\left(\frac{2}{3}\right)^2$

$\left(x+\frac{2}{3}\right)^2=\frac{10}{9}$ $\quad\therefore x=\frac{-2\pm\sqrt{10}}{3}$

따라서 $m=2$, $n=10$이므로 $m-n=2-10=-8$

답 -8

13 $x^2-2xy-8y^2=0$에서 $(x+2y)(x-4y)=0$

$\therefore\ x=-2y$ 또는 $x=4y$

그런데 $xy>0$이므로 $x=4y$

$\therefore\ \dfrac{4y}{x}+\dfrac{x}{y}=\dfrac{4y}{4y}+\dfrac{4y}{y}=1+4=5$ 답 5

14 (i) $x\ge 0$일 때, $|x|=x$이므로

$x^2-3x-4=0$에서 $(x+1)(x-4)=0$ $\therefore\ x=-1$ 또는 $x=4$

이때 $x\ge 0$이므로 $x=4$

(ii) $x<0$일 때, $|x|=-x$이므로

$x^2+3x-4=0$에서 $(x+4)(x-1)=0$

$\therefore\ x=-4$ 또는 $x=1$

이때 $x<0$이므로 $x=-4$

(i), (ii)에서 $x=-4$ 또는 $x=4$ 답 $x=-4$ 또는 $x=4$

15 $[x]^2-[x]-6=0$에서 $([x]+2)([x]-3)=0$

$\therefore\ [x]=-2$ 또는 $[x]=3$

(i) $[x]=-2$일 때, $-2\le x<-1$

(ii) $[x]=3$일 때, $3\le x<4$

(i), (ii)에 의하여

$-2\le x<-1$ 또는 $3\le x<4$ 답 ④

Ⅲ-2 이차방정식의 활용

21 이차방정식의 근의 공식 본문 139~141쪽

유형 95 풀이 참조 學 95 풀이 참조 유형 96 ① 學 96 ②

유형 97 $x=-1\pm\sqrt{5}$ 學 97 31

유형 98 ⑤ 學 98 ①

유형 99 $x=-\frac{5}{2}$ 또는 $x=3$ 學 99 $x=-\frac{5}{2}$ 또는 $x=3$

22 복잡한 이차방정식의 풀이 본문 143~144쪽

유형 100 $\sqrt{14}$ 學 100 $x=3$ 유형 101 ① 學 101 ①

유형 102 ⑤ 學 102 ④ 유형 103 ③ 學 103 3

23 이차방정식의 근의 개수 본문 146~147쪽

유형 104 3 學 104 ④ 유형 105 2개 學 105 ①

유형 106 $\frac{1}{2}$ 學 106 2 유형 107 $a\geq1$ 學 107 ⑤

24 근과 계수의 관계 본문 149~151쪽

유형 108 ④ 學 108 ③ 유형 109 ③ 學 109 -5

유형 110 $\sqrt{2}$ 學 110 $-\frac{5\sqrt{17}}{4}$ 유형 111 3 學 111 ④

유형 112 ① 學 112 ④

25 이차방정식의 응용 본문 153~155쪽

유형 **113** -2　學 **113** ③　유형 **114** ④

學 **114** $x=-8\pm6\sqrt{2}$　유형 **115** ③　學 **115** ②

유형 **116** ⑤　學 **116** 29

유형 **117** $x=-1$ 또는 $x=6$　學 **117** $x=1$ 또는 $x=5$

26 이차방정식의 활용 본문 157~159쪽

유형 **118** 16　學 **118** 십이각형　유형 **119** 7개　學 **119** 2000

유형 **120** ⑤　學 **120** ②　유형 **121** 5 m　學 **121** 10 cm

유형 **122** 15 cm^2　學 **122** 7초 후

독심술 본문 160~163쪽

1 ③　**2** 17　**3** ①　**4** ④　**5** ④

6 P(2, 8) 또는 P(4, 4)　**7** $(3+3\sqrt{5})$ cm　**8** $\dfrac{3+3\sqrt{5}}{2}$

9 $(6-2\sqrt{5})$ cm　**10** 15 cm　**11** 풀이 참조　**12** 풀이 참조

13 풀이 참조　**14** 풀이 참조

수학 오디션 본문 164~167쪽

1 67　**2** ②　**3** ②　**4** 14

5 $x=\dfrac{-6\pm\sqrt{33}}{3}$　**6** -3　**7** ③, ④　**8** 2초

9 ④　**10** ②　**11** $2x^2+7x+2=0$　**12** 19

13 $x=-1$ 또는 $x=8$　**14** 15줄　**15** $\dfrac{15-5\sqrt{3}}{2}$ cm

21 이차방정식의 근의 공식

개념확인 1

(1) $3x^2-5x+1=0$에서 $a=3$, $b=-5$, $c=1$이므로

$$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times3\times1}}{2\times3}=\frac{5\pm\sqrt{13}}{6}$$

(2) $3x^2+3x-2=0$에서 $a=3$, $b=3$, $c=-2$이므로

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times3\times(-2)}}{2\times3}=\frac{-3\pm\sqrt{33}}{6}$$

답 (1) $x=\frac{5\pm\sqrt{13}}{6}$ (2) $x=\frac{-3\pm\sqrt{33}}{6}$

개념확인 2

(1) $2x^2-2x-1=0$에서 $a=2$, $b'=-1$, $c=-1$이므로

$$x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-2\times(-1)}}{2}=\frac{1\pm\sqrt{3}}{2}$$

(2) $4x^2+6x-1=0$에서 $a=4$, $b'=3$, $c=-1$이므로

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times(-1)}}{4}=\frac{-3\pm\sqrt{13}}{4}$$

답 (1) $x=\frac{1\pm\sqrt{3}}{2}$ (2) $x=\frac{-3\pm\sqrt{13}}{4}$

유형 **95** $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$에서

$x^2+\frac{b}{a}x=\boxed{-\frac{c}{a}}$, $x^2+\frac{b}{a}x+\left(\boxed{\frac{b}{2a}}\right)^2=\boxed{-\frac{c}{a}}+\left(\boxed{\frac{b}{2a}}\right)^2$

$\left(x+\boxed{\frac{b}{2a}}\right)^2=\boxed{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$, $x+\boxed{\frac{b}{2a}}=\pm\frac{\sqrt{\boxed{b^2-4ac}}}{2a}$

$\therefore\ x=\frac{\boxed{-b}\pm\sqrt{\boxed{b^2-4ac}}}{2a}$ 답 풀이 참조

學 **95** $ax^2+2b'x+c=0(a\neq0)$에서

$x^2+\frac{2b'}{a}x=\boxed{-\frac{c}{a}}$, $x^2+\frac{2b'}{a}x+\left(\boxed{\frac{b'}{a}}\right)^2=\boxed{-\frac{c}{a}}+\left(\boxed{\frac{b'}{a}}\right)^2$

$\left(x+\boxed{\frac{b'}{a}}\right)^2=\boxed{\frac{b'^2-ac}{a^2}}$, $x+\boxed{\frac{b'}{a}}=\pm\frac{\sqrt{\boxed{b'^2-ac}}}{a}$

$\therefore\ x=\frac{\boxed{-b'}\pm\sqrt{\boxed{b'^2-ac}}}{a}$ 답 풀이 참조

유형 **96** $x^2-3x+1=0$에서 근의 공식에 의해

$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times1\times1}}{2\times1}=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$

따라서 $A=3$, $B=5$이므로 $A-B=3-5=-2$ 답 ①

學 **96** $7x^2-4x-2=0$에서 근의 짝수 공식에 의해

$x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-7\times(-2)}}{7}=\frac{2\pm\sqrt{18}}{7}=\frac{2\pm3\sqrt{2}}{7}$

따라서 $A=2$, $B=2$, $C=7$이므로 $A+B-C=-3$ 답 ②

유형 **97** $\frac{1}{x-1}=x+3$에서 양변에 $x-1$을 곱하면

$(x+3)(x-1)=1$이므로 $x^2+2x-4=0$

근의 공식에 의해

$x=-1\pm\sqrt{(-1)^2-1\times(-4)}=-1\pm\sqrt{5}$

답 $-1\pm\sqrt{5}$

學 **97** $\frac{1}{3x-1}=\frac{1}{3}x+1$에서 양변에 $3x-1$을 곱하면

$\left(\frac{1}{3}x+1\right)(3x-1)=1$이므로 $3x^2+8x-6=0$

근의 공식에 의해

$$x=\frac{-4\pm\sqrt{(-4)^2-3\times(-6)}}{3}=\frac{-4\pm\sqrt{34}}{3}$$

따라서 $A=3$, $B=34$이므로 $B-A=34-3=31$

답 31

유형 **98** $x^2-5x-k=0$에서 근의 공식에 의해

$$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times(-k)}}{2}=\frac{5\pm\sqrt{25+4k}}{2}$$

이때, $x=\frac{5\pm\sqrt{25+4k}}{2}=\frac{5\pm3\sqrt{5}}{2}$이므로

$\sqrt{25+4k}=3\sqrt{5}$, 즉 $\sqrt{25+4k}=\sqrt{45}$에서 $25+4k=45$

$4k=20$ $\quad\therefore k=5$

답 ⑤

學 **98** $4x^2-8x+A=0$에서 근의 공식에 의해

$$x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4A}}{4}=\frac{4\pm\sqrt{16-4A}}{4}=1\pm\frac{\sqrt{4-A}}{2}$$

이때, $x=1\pm\frac{\sqrt{4-A}}{2}=B\pm\frac{\sqrt{7}}{2}$이므로

$1=B$, $4-A=7$에서 $A=-3$, $B=1$

$\therefore AB=-3\times1=-3$

답 ①

유형 **99** $2x^2-x-15=0$에서 근의 공식에 의해

$$x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times2\times(-15)}}{2\times2}=\frac{1\pm\sqrt{121}}{4}=\frac{1\pm11}{4}$$

$\therefore\ x=-\frac{5}{2}$ 또는 $x=3$

답 $x=-\frac{5}{2}$ 또는 $x=3$

學 **99** $2x^2-x-15=0$에서 $(2x+5)(x-3)=0$

$\therefore\ x=-\frac{5}{2}$ 또는 $x=3$

답 $x=-\frac{5}{2}$ 또는 $x=3$

와풀

$\overline{AC}:\overline{CB}=\overline{CB}:\overline{AB}$이므로 $1:x=x:(x+1)$

$x^2=x+1,\ x^2-x-1=0$

$\therefore\ x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}\ (\because\ x>0)$

답 $x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

22 복잡한 이차방정식의 풀이

개념확인 1

(1) $0.2x^2+0.6x+0.3=0$의 양변에 10을 곱하면

$2x^2+6x+3=0$ $\therefore x=\dfrac{-3\pm\sqrt{3}}{2}$

(2) $\dfrac{1}{2}x^2-\dfrac{4}{3}x+\dfrac{5}{6}=0$의 양변에 6을 곱하면

$3x^2-8x+5=0$, $(x-1)(3x-5)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=\dfrac{5}{3}$

답 (1) $x=\dfrac{-3\pm\sqrt{3}}{2}$ (2) $x=1$ 또는 $x=\dfrac{5}{3}$

개념확인 2

(1) $x+2=A$로 치환하면

$A^2-A-2=0$, $(A+1)(A-2)=0$

$\therefore A=-1$ 또는 $A=2$

즉, $x+2=-1$ 또는 $x+2=2$이므로

$x=-3$ 또는 $x=0$

(2) $x+3=A$로 치환하면

$A^2-4A+4=0$, $(A-2)^2=0$ $\therefore A=2$(중근)

즉, $x+3=2$이므로 $x=-1$(중근)

답 (1) $x=-3$ 또는 $x=0$ (2) $x=-1$(중근)

유형 **100** 주어진 이차방정식의 양변에 4를 곱하면

$2(x+1)(x-3)=4x^2-11$, $2x^2-4x-6=4x^2-11$

$2x^2+4x-5=0$

$\therefore\ x=\dfrac{-2\pm\sqrt{2^2-2\times(-5)}}{2}=\dfrac{-2\pm\sqrt{14}}{2}$

따라서 $\alpha=\dfrac{-2+\sqrt{14}}{2}$이므로

$2\alpha+2=2\times\dfrac{-2+\sqrt{14}}{2}+2=\sqrt{14}$ 답 $\sqrt{14}$

學 **100** $x^2-3.8x+2.4=0$의 양변에 10을 곱하여 정리하면

$5x^2-19x+12=0$, $(5x-4)(x-3)=0$

$\therefore\ x=\dfrac{4}{5}$ 또는 $x=3$

$\dfrac{(x-1)^2}{2}=\dfrac{x+9}{6}$의 양변에 6을 곱하여 정리하면

$3x^2-7x-6=0$, $(3x+2)(x-3)=0$

$\therefore\ x=-\dfrac{2}{3}$ 또는 $x=3$

따라서 공통근은 $x=3$이다. 답 $x=3$

유형 **101** $2x+3=A$로 치환하면

$A^2+4A+3=0$, $(A+3)(A+1)=0$ $\therefore\ A=-3$ 또는 $A=-1$

즉, $2x+3=-3$ 또는 $2x+3=-1$이므로 $x=-3$ 또는 $x=-2$

$\therefore\ \alpha\beta=(-3)\times(-2)=6$ 답 ①

學 **101** $4x-y=A$로 치환하면

$A(A-6)=-9$, $A^2-6A+9=0$, $(A-3)^2=0$ $\therefore\ A=3$(중근)

즉, $4x-y=3$이므로 $y-4x=-(4x-y)=-3$ 답 ①

유형 **102** $x^2+y^2=A$로 치환하면

$A(A-3)-54=0$, $A^2-3A-54=0$

$(A+6)(A-9)=0$ $\quad\therefore A=9$ ($\because A\geq 0$)

$\therefore x^2+y^2=9$

답 ⑤

學 **102** $x^2-5x=A$로 치환하면

$A^2-2A-24=0$, $(A+4)(A-6)=0$ $\quad\therefore A=-4$ 또는 $A=6$

즉, $x^2-5x=-4$ 또는 $x^2-5x=6$

$x^2-5x+4=0$에서 $(x-1)(x-4)=0$ $\quad\therefore x=1$ 또는 $x=4$

$x^2-5x-6=0$에서 $(x+1)(x-6)=0$ $\quad\therefore x=-1$ 또는 $x=6$

따라서 주어진 방정식의 모든 해들의 합은

$1+4+(-1)+6=10$

답 ④

유형 **103** $8a^2-8ab+2b^2-6a+3b-9=0$에서

$2(4a^2-4ab+b^2)-3(2a-b)-9=0$

$2(2a-b)^2-3(2a-b)-9=0$

$2a-b=A$로 치환하면 $2A^2-3A-9=0$, $(2A+3)(A-3)=0$

$\therefore A=-\dfrac{3}{2}$ 또는 $A=3$ 즉, $2a-b=-\dfrac{3}{2}$ 또는 $2a-b=3$

이때, a, b는 정수이므로 $2a-b=3$

답 ③

學 **103** $x+y=A$로 치환하면

$A(A-2)=15$, $A^2-2A-15=0$, $(A+3)(A-5)=0$

$\therefore A=-3$ 또는 $A=5$, 즉 $x+y=-3$ 또는 $x+y=5$

이때, $x>0$, $y>0$이므로 $x+y=5$

따라서 $3x-2y=10$, $x+y=5$를 연립하여 풀면 $x=4$, $y=1$

$\therefore x-y=4-1=3$

답 3

23 이차방정식의 근의 개수

개념확인 1

(1) $3x^2-7x+4=0$에서

$(-7)^2-4\times3\times4=49-48=1>0$이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.

(2) $x^2+x+2=0$에서

$1^2-4\times1\times2=-7<0$이므로 근이 없다.

(3) $4x^2-4x+1=0$에서

$(-2)^2-4\times1=0$이므로 중근을 갖는다.

(4) $2x^2+6x+5=0$에서

$3^2-2\times5=-1<0$이므로 근이 없다.

답 (1) 2개 (2) 0개 (3) 1개 (4) 0개

개념확인 2

(1) $(x-3)^2=4$에서 $4>0$이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.

(2) $2(x-1)^2=0$이므로 중근을 갖는다.

(3) $(4x+3)^2=-5$에서 $-5<0$이므로 근이 없다.

답 (1) 2개 (2) 1개 (3) 0개

유형 **104** $3x^2+2x-1=0$에서 $1^2-3\times(-1)=4>0$이므로 서로 다른 두 근을 갖는다. $\therefore a=2$

$9x^2-6x+1=0$에서 $(-3)^2-1\times9=0$이므로 중근을 갖는다.

$\therefore b=1$

$2x^2-4x+3=0$에서 $(-2)^2-2\times3=-2<0$이므로 근이 없다.

$\therefore c=0$

$\therefore a+b+c=2+1+0=3$

답 3

學 **104** ㄱ. $3x^2+3x-2=0$에서 $3^2-4\times3\times(-2)=33>0$이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.

ㄴ. $3x^2-12x+6=0$에서 $(-6)^2-3\times6=18>0$이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.

ㄷ. $B=3$이면 $3x^2+3=0$에서 $0^2-4\times3\times3=-24<0$이므로 근이 없다.

ㄹ. $3x^2+Ax+B=0$에서 $B<0$이면 $A^2-12B>0$이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다.

답 ④

유형 **105** $(x+2)^2=7$에서 $7>0$이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.

답 2개

學 **105** $(x-3)^2=k$에서 $k<0$이면 이 이차방정식은 근을 갖지 않는다.

답 ①

유형 **106** $2x^2+(2m-3)x-m+1=0$이 중근을 가지려면

$(2m-3)^2-4\times2\times(-m+1)=0$

$4m^2-4m+1=0$, $(2m-1)^2=0$

$\therefore\ m=\dfrac{1}{2}$ 답 $\dfrac{1}{2}$

學 **106** $4x^2+4x+k=0$이 중근을 가지려면

$2^2-4\times k=0$, $4=4k$ $\quad\therefore\ k=1$

$6x^2-(3k+4)x+k+1=0$에 $k=1$을 대입하면

$6x^2-7x+2=0$, $(2x-1)(3x-2)=0$

$\therefore\ x=\dfrac{1}{2}$ 또는 $x=\dfrac{2}{3}$

따라서 $\alpha=\dfrac{1}{2}$, $\beta=\dfrac{2}{3}$ 또는 $\alpha=\dfrac{2}{3}$, $\beta=\dfrac{1}{2}$이므로

$6\alpha\beta=6\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2}{3}=2$ 답 2

유형 **107** $x^2-4ax+4a^2-4a+4=0$이 근을 가지려면

$(-2a)^2-(4a^2-4a+4)\geq0$, $4a-4\geq0$, $4a\geq4$

$\therefore\ a\geq1$ 답 $a\geq1$

學 **107** $(k+3)x^2-2kx+(k-2)=0$이 근을 가지려면

$k^2-(k+3)(k-2)\geq0$, $k^2-(k^2+k-6)\geq0$

$-k+6\geq0$

$\therefore\ k\leq6$

따라서 k의 값이 될 수 없는 것은 ⑤이다. 답 ⑤

24 근과 계수의 관계

개념확인 1

(1) $x^2-x-6=0$에서 두 근의 합 : 1, 두 근의 곱 : -6

(2) $x^2+x=0$에서 두 근의 합 : -1, 두 근의 곱 : 0

(3) $4x^2+5x+1=0$에서 두 근의 합 : $-\dfrac{5}{4}$, 두 근의 곱 : $\dfrac{1}{4}$

답 (1) 두 근의 합 : 1, 두 근의 곱 : -6
(2) 두 근의 합 : -1, 두 근의 곱 : 0
(3) 두 근의 합 : $-\dfrac{5}{4}$, 두 근의 곱 : $\dfrac{1}{4}$

개념확인 2

$x^2-6x+m=0$의 두 근을 α, 2α로 놓으면

$\alpha+2\alpha=6$에서 $\alpha=2$

따라서 두 근이 2, 4이므로

$m=2\times4=8$

답 8

유형 **108** $3x^2-4x-6=0$에서 근과 계수의 관계에 의해

$A=-\dfrac{-4}{3}=\dfrac{4}{3}$, $B=\dfrac{-6}{3}=-2$

$\therefore 3A+B=3\times\dfrac{4}{3}+(-2)=2$ 답 ④

學 **108** $(x-2)^2=3(2x+1)-4$에서

$x^2-4x+4=6x+3-4$

$\therefore x^2-10x+5=0$

근과 계수의 관계에 의해 $\alpha+\beta=10$, $\alpha\beta=5$

$\therefore \dfrac{3}{\alpha}+\dfrac{3}{\beta}=\dfrac{3(\alpha+\beta)}{\alpha\beta}=\dfrac{3\times10}{5}=6$ 답 ③

유형 **109** $x^2-3x-5=0$에서 근과 계수의 관계에 의해 두 근의 합은 3이다.

이때, $x^2-2x+k=0$에 $x=3$을 대입하면

$3^2-2\times3+k=0$, $3+k=0$ $\therefore k=-3$ 답 ③

學 **109** $3x^2-6x+1=0$에서 근과 계수의 관계에 의해

(두 근의 합)$=-\dfrac{-6}{3}=2$, (두 근의 곱)$=\dfrac{1}{3}$

따라서 $3x^2+ax+b=0$의 두 근이 $\dfrac{1}{3}$, 2이므로

$\dfrac{1}{3}+2=-\dfrac{a}{3}$에서 $a=-7$, $\dfrac{1}{3}\times2=\dfrac{b}{3}$에서 $b=2$

$\therefore a+b=-7+2=-5$ 답 -5

유형 **110** $x^2-6x+4=0$에서 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+\beta=6,\ \alpha\beta=4$

$\therefore\ (\sqrt{\alpha}-\sqrt{\beta})^2=(\sqrt{\alpha})^2-2\sqrt{\alpha}\sqrt{\beta}+(\sqrt{\beta})^2$

$=(\alpha+\beta)-2\sqrt{\alpha\beta}=6-2\times2=2$

$\therefore\ \sqrt{\alpha}-\sqrt{\beta}=\sqrt{2}\ (\because\ \alpha>\beta>0)$ 답 $\sqrt{2}$

學 **110** $2x^2+5x+1=0$에서 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+\beta=-\frac{5}{2},\ \alpha\beta=\frac{1}{2}$

$(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta=\left(-\frac{5}{2}\right)^2-4\times\frac{1}{2}=\frac{17}{4}$

이때, $\alpha>\beta$에서 $\alpha-\beta>0$이므로 $\alpha-\beta=\frac{\sqrt{17}}{2}$

$\therefore\ \alpha^2-\beta^2=(\alpha+\beta)(\alpha-\beta)=-\frac{5\sqrt{17}}{4}$ 답 $-\frac{5\sqrt{17}}{4}$

유형 **111** $x^2-2kx+k-5=0$에서 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+\beta=2k,\ \alpha\beta=k-5$

이때, $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$이고 $\alpha^2+\beta^2=40$이므로 $(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=40$

$(2k)^2-2(k-5)=40,\ 4k^2-2k-30=0,\ 2k^2-k-15=0$

$(2k+5)(k-3)=0 \quad \therefore\ k=3\ (\because\ k>0)$ 답 3

學 **111** $\frac{2}{5}x^2+0.8x+2k-3.6=0$의 양변에 10을 곱하여 정리하면

$x^2+2x+5k-9=0$에서 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+\beta=-2,\ \alpha\beta=5k-9$

이때, $\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}=\frac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta}{\alpha\beta}$이고 $\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}=2$이므로

$\frac{(-2)^2-2(5k-9)}{5k-9}=2,\ 4-10k+18=10k-18 \quad \therefore\ k=2$ 답 ④

유형 **112** $x^2-2x+2m^2+m-6=0$의 두 근을 α, $\alpha+4$로 놓으면

$\alpha+(\alpha+4)=-(-2)$에서 $2\alpha=-2$ $\quad\therefore \alpha=-1$

$\alpha(\alpha+4)=2m^2+m-6$에 $\alpha=-1$을 대입하면

$2m^2+m-6=-3$, $2m^2+m-3=0$, $(2m+3)(m-1)=0$

$\therefore m=1$ ($\because m>0$) 답 ①

學 **112** $x^2-(2k-1)x+4k+2=0$의 두 근을 2α, $3\alpha(\alpha\neq0)$로 놓으면

$2\alpha+3\alpha=2k-1$에서 $5\alpha=2k-1$ $\quad\therefore \alpha=\dfrac{2k-1}{5}$

$2\alpha\times3\alpha=4k+2$에서 $6\alpha^2=4k+2$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

㉠에 $\alpha=\dfrac{2k-1}{5}$을 대입하면 $6\left(\dfrac{2k-1}{5}\right)^2=4k+2$

$6k^2-31k-11=0$, $(3k+1)(2k-11)=0$

$\therefore k=-\dfrac{1}{3}$ ($\because k<0$) 답 ④

와풀

정사각형의 한 변의 길이를 $2x$보라 하면

$20 : x=(20+2x+14) : 1775$

$34x+2x^2=35500$

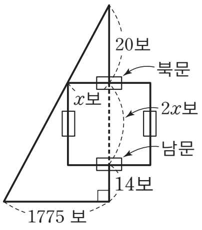
$x^2+17x-17750=0$

$(x+142)(x-125)=0$

$\therefore x=125$ ($\because x>0$)

따라서 성벽의 한 변의 길이는

$2\times x=2\times125=250$(보)



답 250보

25 이차방정식의 응용

개념확인 1

(1) x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x-3)(x-4)=0$, 즉 $x^2-7x+12=0$

[다른 풀이] x^2의 계수가 1이므로 $x^2+ax+b=0$이라 놓고

$x=3$을 대입하면 $9+3a+b=0$ …… ㉠

$x=4$를 대입하면 $16+4a+b=0$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-7$, $b=12$

$\therefore\ x^2-7x+12=0$

(2) 이차항의 계수가 2인 이차방정식은

$2(x+2)(x+6)=0$, 즉 $2x^2+16x+24=0$

[다른 풀이] (두 근의 합)$=-8$, (두 근의 곱)$=12$이므로 이차항의 계수가 2인 이차방정식은

$2(x^2+8x+12)=0$ $\therefore\ 2x^2+16x+24=0$

답 (1) $x^2-7x+12=0$ (2) $2x^2+16x+24=0$

개념확인 2

계수와 상수항이 모두 유리수일 때, 한 근이 $1+\sqrt{2}$이면 다른 한 근은 $1-\sqrt{2}$ 이다.

따라서 (두 근의 합)$=2$, (두 근의 곱)$=-1$이므로 이차항의 계수가 1인 이차방정식은

$x^2-2x-1=0$

답 $x^2-2x-1=0$

유형 113 $x^2+4x-k=0$의 한 근이 $\sqrt{2}-2$이므로 다른 한 근은 $-\sqrt{2}-2$이다.

$-k=(\sqrt{2}-2)(-\sqrt{2}-2)=-2+4=2$ $\quad \therefore k=-2$

답 -2

學 113 $ax^2+bx+3=0$의 한 근이 $\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}$, 즉 $-1+\sqrt{2}$이므로 다른 한 근은 $-1-\sqrt{2}$이다.

$\dfrac{3}{a}=(-1+\sqrt{2})(-1-\sqrt{2})=1-2=-1$ $\quad \therefore a=-3$

$-\dfrac{b}{a}=(-1+\sqrt{2})+(-1-\sqrt{2})=-2$이므로 $b=2a$

$\therefore b=2\times(-3)=-6$

$\therefore a-b=-3-(-6)=3$

답 ③

유형 114 두 근이 -3, 1이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x+3)(x-1)=0$, 즉 $x^2+2x-3=0$

$\therefore a=2,\ b=-3$

이때, $x^2+bx+a=0$, 즉 $x^2-3x+2=0$에서 $(x-1)(x-2)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=2$

따라서 두 근의 합은 $1+2=3$

답 ④

學 114 중근이 $x=4$이고 x^2의 계수가 2인 이차방정식은

$2(x-4)^2=0$, 즉 $2x^2-16x+32=0$ $\quad \therefore p=-16,\ q=32$

따라서 $2x^2+qx+p=0$, 즉 $2x^2+32x-16=0$에서

$x^2+16x-8=0$에서 근의 공식에 의해

$x=-8\pm\sqrt{8^2-(-8)}=-8\pm\sqrt{72}=-8\pm6\sqrt{2}$

답 $x=-8\pm6\sqrt{2}$

유형 **115** $x^2-2x-4=0$의 두 근이 α, β이므로

$\alpha+\beta=2$, $\alpha\beta=-4$

이때, $(\alpha+\beta)+\alpha\beta=2-4=-2$, $\alpha\beta(\alpha+\beta)=-4\times2=-8$이므로

구하는 이차방정식은 $x^2+2x-8=0$ 답 ③

學 **115** $4x^2-3x-2=0$의 두 근이 α, β이므로

$\alpha+\beta=\frac{3}{4}$, $\alpha\beta=-\frac{1}{2}$

이때, $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=-\frac{3}{2}$, $\frac{1}{\alpha}\times\frac{1}{\beta}=\frac{1}{\alpha\beta}=-2$이므로

구하는 이차방정식은 $x^2+\frac{3}{2}x-2=0$, 즉 $2x^2+3x-4=0$ 답 ②

유형 **116** $x^2-14x+k=0$의 두 근이 p, q이므로

$p+q=14$, $pq=k$

이때, p, q가 서로 다른 소수이므로 두 소수의 합이 14인 경우는 3, 11뿐이다.

$\therefore$ $pq=3\times11=33$

따라서 두 근이 14, 33이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x-14)(x-33)=0$, 즉 $x^2-47x+462=0$ 답 ⑤

學 **116** 두 근이 연속하는 자연수이므로 두 근을 α, $\alpha+1$이라 하면

$(\alpha+1)^2+\alpha^2=85$, $2\alpha^2+2\alpha-84=0$, $\alpha^2+\alpha-42=0$

$(\alpha+7)(\alpha-6)=0$ $\therefore$ $\alpha=6$ ($\because$ α는 자연수)

즉, 두 근이 6, 7이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x-6)(x-7)=0$ $\therefore$ $x^2-13x+42=0$

따라서 $a=-13$, $b=42$이므로

$a+b=-13+42=29$ 답 29

유형 **117** 민호는 상수항을 바르게 보았으므로

$(x+2)(x-3)=0$, 즉 $x^2-x-6=0$에서 $b=-6$

윤호는 일차항의 계수를 바르게 보았으므로

$(x-1)(x-4)=0$, 즉 $x^2-5x+4=0$에서 $a=-5$

따라서 원래 주어진 이차방정식은 $x^2-5x-6=0$이므로

$(x+1)(x-6)=0$

$\therefore\ x=-1$ 또는 $x=6$ 답 $x=-1$ 또는 $x=6$

學 **117** $3x^2+(2-5a)x+4a-1=0$의 일차항의 계수와 상수항을 바꾸면 $3x^2+(4a-1)x+2-5a=0$이다.

$3x^2+(4a-1)x+2-5a=0$에 $x=1$을 대입하면

$3+(4a-1)+2-5a=0$, $4-a=0$ $\therefore\ a=4$

따라서 올바른 식은 $3x^2-18x+15=0$, 즉 $x^2-6x+5=0$이므로

$(x-1)(x-5)=0$ $\therefore\ x=1$ 또는 $x=5$ 답 $x=1$ 또는 $x=5$

와풀

(1) 1단계 : $\frac{1\times2}{2}=1$(개), 2단계 : $\frac{2\times3}{2}=3$(개), 3단계 : $\frac{3\times4}{2}=6$(개)

따라서 n단계에 사용한 바둑돌의 개수는 $\frac{n(n+1)}{2}$(개)이다.

(2) $\frac{n(n+1)}{2}=120$, $n^2+n=240$

$n^2+n-240=0$, $(n+16)(n-15)=0$

$\therefore\ n=15$ ($\because\ n>0$)

답 (1) $\frac{n(n+1)}{2}$개 (2) 15단계

26 이차방정식의 활용

개념확인 1

연속하는 두 홀수를 x, $x+2$(x는 홀수)로 놓으면

$x(x+2)=195$, $x^2+2x-195=0$

$(x+15)(x-13)=0$ $\therefore x=13$ ($\because x>0$)

따라서 연속하는 두 홀수는 13, 15이다. 답 13, 15

개념확인 2

처음 정사각형의 한 변의 길이를 x cm로 놓으면

$(x+4)(x-2)=27$, $x^2+2x-8=27$

$x^2+2x-35=0$, $(x-5)(x+7)=0$

$\therefore x=5$ ($\because x>0$)

따라서 처음 정사각형의 한 변의 길이는 5 cm이다. 답 5 cm

유형 118 1부터 k까지의 합이 136이므로

$\frac{k(k+1)}{2}=136$, $k(k+1)=272$

$k^2+k-272=0$, $(k+17)(k-16)=0$

$\therefore k=16$ ($\because$ k는 자연수) **답** 16

學 118 n각형의 대각선의 개수의 총합이 54개이므로

$\frac{n(n-3)}{2}=54$, $n(n-3)=108$

$n^2-3n-108=0$, $(n+9)(n-12)=0$

$\therefore n=12$ ($\because$ n은 자연수)

따라서 구하는 도형은 십이각형이다. **답** 십이각형

유형 119 학생 한 명이 받은 사탕의 개수를 x개라 하면

종욱이네 반 전체 학생 수는 $(x+15)$명이므로

$x(x+15)=154$, $x^2+15x-154=0$

$(x+22)(x-7)=0$ $\therefore x=7$ ($\because$ x는 자연수)

따라서 학생 한 명이 받은 사탕의 개수는 7개이다. **답** 7개

學 119 $(8000+x)\left(3000-\frac{3}{10}x\right)=8000\times3000$에서

$-2400x+3000x-\frac{3}{10}x^2=0$

$3x^2-6000x=0$, $x(x-2000)=0$

$\therefore x=2000$ ($\because$ $x>0$) **답** 2000

유형 **120** 물체가 땅에 떨어질 때의 높이가 0 m이므로

$35+30t-5t^2=0$에서 $t^2-6t-7=0$

$(t+1)(t-7)=0$ $\therefore t=7$ ($\because t>0$)

따라서 물체가 땅에 떨어지는 것은 쏘아 올린 지 7초 후이다. 답 ⑤

學 **120** $-5t^2+40t=75$에서 $5t^2-40t+75=0$

$t^2-8t+15=0$, $(t-3)(t-5)=0$

$\therefore t=3$ 또는 $t=5$

따라서 공이 지면에서 75 m 높이에서 머무는 시간은 3초부터 5초까지이므로 2초 동안이다. 답 ②

유형 **121** 산책로의 폭을 x m라 하면

$(35-x)(25-x)=600$, $x^2-60x+275=0$

$(x-5)(x-55)=0$ $\therefore x=5$ 또는 $x=55$

그런데 $0<x<25$이므로 $x=5$

따라서 산책로의 폭은 5 m이다. 답 5 m

學 **121** 물받이의 높이를 x cm라 하면

$x(40-2x)=200$, $40x-2x^2=200$

$x^2-20x+100=0$, $(x-10)^2=0$

$\therefore x=10$

따라서 물받이의 높이는 10 cm이다. 답 10 cm

유형 **122** 노란색 색종이의 가로, 세로의 길이를 각각 x cm, y cm $(y>x)$라 하면 $2y=3x+1$ $\quad\therefore y=\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$

$2y(x+y)=80$에서 $2\left(\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}\right)=80$

$(15x+53)(x-3)=0$ $\quad\therefore x=3\ (\because x>0)$

또, $y=\frac{3}{2}\times3+\frac{1}{2}=5$이므로 세로의 길이는 5 cm이다.

따라서 노란색 색종이 한 장의 넓이는 $3\times5=15(\text{cm}^2)$ 답 15 cm^2

學 **122** 출발한 지 t초 후에 $\overline{PD}=(30-2t)$, $\overline{QD}=3t$이므로

$\frac{1}{2}\times3t\times(30-2t)=168$, $45t-3t^2=168$

$t^2-15t+56=0$, $(t-7)(t-8)=0$ $\quad\therefore t=7$ 또는 $t=8$

따라서 구하는 시간은 7초 후이다. 답 7초 후

와플

가로의 길이를 x라 하면 세로의 길이는 $92-x$이므로

$x(92-x)=2052$, $92x-x^2=2052$

$x^2-92x+2052=0$, $(x-38)(x-54)=0$

$\therefore x=38$ 또는 $x=54$

따라서 가로의 길이는 54, 세로의 길이는 38이다.

답 가로의 길이 : 54, 세로의 길이 : 38

독심술 독한 심화 and 서술형 문제

1 $(n^2+2n)(n^2+2n-8)+16=76^2$이므로 $n^2+2n=k$로 치환하면
$k(k-8)+16=76^2$, $(k-4)^2=76^2$ $\therefore k=80$ ($\because k>0$)
즉, $n^2+2n=80$이므로 $(n+10)(n-8)=0$ $\therefore n=8$ ($\because n>0$) 답 ③

2 $\sqrt{17+16\sqrt{17+16\sqrt{17+\cdots}}}=x$로 놓으면 $\sqrt{17+16x}=x$이므로
양변을 제곱하면 $x^2-16x-17=0$
$(x+1)(x-17)=0$ $\therefore x=17$ ($\because x>0$) 답 17

3 $x^2-3kx-3k+8=0$이 중근을 가지려면
$(-3k)^2-4\times(-3k+8)=0$에서 $9k^2+12k-32=0$
$(3k+8)(3k-4)=0$ $\therefore k=-\frac{8}{3}$ 또는 $k=\frac{4}{3}$
(i) $k=-\frac{8}{3}$이면 $(x+4)^2=0$ $\therefore x=-4$(중근)
(ii) $k=\frac{4}{3}$이면 $(x-2)^2=0$ $\therefore x=2$(중근)
따라서 음수인 중근을 갖도록 하는 k의 값은 $-\frac{8}{3}$이다. 답 ①

4 두 근이 m, n이므로 $m+n=48$, $mn=35k$
이때, 두 근 m, n의 최대공약수가 4이므로 $m=4\alpha$, $n=4\beta$ (단, α, β는 서로소)라 하면 $4\alpha+4\beta=48$에서 $\alpha+\beta=12$
이때, 두 수의 합이 12이면서 서로소인 두 수는 1, 11과 5, 7이다.
(i) $\alpha=1$, $\beta=11$이면 $m=4$, $n=44$로 $10<m<n$을 만족하지 않는다.
(ii) $\alpha=5$, $\beta=7$이면 $m=20$, $n=28$로 $10<m<n$을 만족한다.
$\therefore m=20$, $n=28$
따라서 $35k=mn=20\cdot28=560$이므로 $k=16$ 답 ④

5 $3x^2+(a-1)x+a=0$의 두 근을 α, β라 하면

$\alpha+\beta=-\dfrac{a-1}{3}$, $\alpha\beta=\dfrac{a}{3}$, $|\alpha-\beta|=\sqrt{3}$

$(\alpha+\beta)^2=(\alpha-\beta)^2+4\alpha\beta$이므로 $\left(-\dfrac{a-1}{3}\right)^2=(\sqrt{3})^2+4\times\dfrac{a}{3}$

$\therefore\ a^2-14a-26=0$

따라서 근과 계수의 관계에 의해 모든 a의 값의 합은 14이다. 답 ④

6 점 P의 좌표를 $(a,\ -2a+12)$라 하면 $\overline{OA}=a$, $\overline{OB}=-2a+12$

이때, □OAPB$=\overline{OA}\times\overline{OB}=a(-2a+12)=16$이므로

$a^2-6a+8=0$, $(a-2)(a-4)=0$ $\therefore\ a=2$ 또는 $a=4$

따라서 $a=2$일 때 P(2, 8), $a=4$일 때 P(4, 4)이다.

답 P(2, 8) 또는 P(4, 4)

7 $\overline{ED}=x$ cm라 할 때, □DEFC∽□ABCD이므로

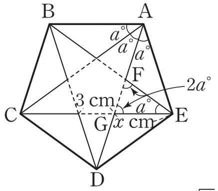
$x : 6=6 : (x+6)$에서 $x(x+6)=36$, $x^2+6x-36=0$

근의 공식에 의해 $x=-3\pm\sqrt{3^2-1\times(-36)}=-3\pm3\sqrt{5}$

그런데 $x>0$이므로 $x=-3+3\sqrt{5}$

$\therefore\ \overline{AD}=6+(-3+3\sqrt{5})=3+3\sqrt{5}$(cm) 답 $3+3\sqrt{5}$ cm

8 △AGE∽△EFG (AA닮음)이므로



$3 : x=x : (x+3)$, $x^2-3x-9=0$

$\therefore\ x=\dfrac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times(-9)}}{2}$

$=\dfrac{3\pm\sqrt{45}}{2}=\dfrac{3\pm3\sqrt{5}}{2}$

그런데 $x>0$이므로 $x=\dfrac{3+3\sqrt{5}}{2}$ 답 $\dfrac{3+3\sqrt{5}}{2}$

9 $\overline{BP}=x$ cm, $\overline{DQ}=y$ cm라 하면 △PBC=△QCD에서

$\frac{1}{2}\times 6\times x=\frac{1}{2}\times 4\times y \qquad \therefore y=\frac{3}{2}x$

또, $\overline{AP}=(4-x)$ cm, $\overline{AQ}=(6-y)$ cm$=\left(6-\frac{3}{2}x\right)$ cm이고

△APQ=△PBC에서 $\frac{1}{2}\times(4-x)\times\left(6-\frac{3}{2}x\right)=\frac{1}{2}\times 6\times x$

$x^2-12x+16=0 \qquad \therefore x=-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-16}=6\pm2\sqrt{5}$

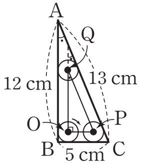
이때, $0<x<4$이므로 $x=6-2\sqrt{5}$ 답 $(6-2\sqrt{5})$ cm

10 △ABC∽△QOP (AA닮음)이므로

$\overline{QO}=12k$ cm, $\overline{OP}=5k$ cm, $\overline{QP}=13k$ cm라 하자.

△ABC=□ABOQ+□OBCP+□PCAQ

+△QOP



$\frac{1}{2}\times5\times12=\frac{1}{2}\times(12+12k)\times1+\frac{1}{2}\times(5+5k)\times1$

$+\frac{1}{2}\times(13+13k)\times1+\frac{1}{2}\times5k\times12k$

$2k^2+k-1=0,\ (k+1)(2k-1)=0 \qquad \therefore k=\frac{1}{2}\ (\because k>0)$

따라서 $\overline{QO}=6$ cm, $\overline{OP}=\frac{5}{2}$ cm, $\overline{QP}=\frac{13}{2}$ cm이므로

(원의 중심 O가 움직인 길이)=15(cm) 답 15 cm

11 (1) $160\times10-5\times10^2=1600-500=1100$(m) …[20 %]

(2) $160t-5t^2=960$에서 $(t-8)(t-24)=0 \qquad \therefore t=8$ 또는 $t=24$

따라서 공을 쏘아 올린 지 8초 후 또는 24초 후이다. …[50 %]

(3) $160t-5t^2=0$이므로 $t(t-32)=0 \qquad \therefore t=32\ (\because t>0)$

따라서 이 공이 지면에 떨어지는 것은 32초 후이다. …[30 %]

12 두 근이 α, β이므로 $\alpha+\beta=5$, $\alpha\beta=-7$ $\cdots$[30 %]

$\dfrac{\beta+1}{\alpha}+\dfrac{\alpha+1}{\beta}=-\dfrac{44}{7}$, $\dfrac{\beta+1}{\alpha}\cdot\dfrac{\alpha+1}{\beta}=\dfrac{1}{7}$ $\cdots$[40 %]

$\therefore 7\left(x^2+\dfrac{44}{7}x+\dfrac{1}{7}\right)=0$, 즉 $7x^2+44x+1=0$ $\cdots$[30 %]

13 (1) 주어진 이차방정식이 중근을 가지므로

$(-3b)^2-3(2b-2a+3)=0$, $9b^2-6b+6a-9=0$

$(3b-1)^2=10-6a$에서 $10-6a\geq0$ $\quad\therefore a\leq\dfrac{5}{3}$

그런데 a는 양의 정수이므로 $a=1$ $\cdots$[40 %]

(2) $(3b-1)^2=10-6a$에 $a=1$을 대입하면 $(3b-1)^2=4$, $3b-1=\pm2$

$b>0$이므로 $b=1$ $\cdots$[30 %]

(3) $3x^2-6bx+2b-2a+3=0$에 $a=1$, $b=1$을 대입하면

$3x^2-6x+3=0$이므로 $3(x-1)^2=0$ $\quad\therefore x=1$(중근) $\cdots$[30 %]

14 예시 답안

(1) $x-y$의 값을 구하여라.

[풀이] $x-y=A$로 치환하면 $A^2-2A-15=0$

$(A+3)(A-5)=0$ $\quad\therefore A=-3$ 또는 $A=5$

따라서 $x-y=-3$ 또는 $x-y=5$이다. $\cdots$[50 %]

(2) x^2+y^2의 값을 구하여라.

[풀이] (i) $x-y=-3$일 때, $x^2+y^2=(x-y)^2+2xy=-1$

이를 만족시키는 실수 x, y는 존재하지 않는다.

(ii) $x-y=5$일 때, $x^2+y^2=(x-y)^2+2xy=15$

(i), (ii)에서 $x^2+y^2=15$ $\cdots$[50 %]

수학 오디션

1 $3x^2-x-5=0$에서 근의 공식에 의해

$$x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times3\times(-5)}}{2\times3}=\frac{1\pm\sqrt{61}}{6}$$

따라서 $p=6$, $q=61$이므로 $p+q=67$ 답 67

2 $\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{3}x+A=0$의 양변에 12를 곱하면

$3x^2-4x+12A=0$이므로 근의 공식에 의해

$$x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-3\times12A}}{3}=\frac{2\pm\sqrt{4-36A}}{3}$$

이때, $x=\frac{2\pm\sqrt{4-36A}}{3}=\frac{B\pm\sqrt{10}}{3}$이므로

$2=B$, $4-36A=10$에서 $A=-\frac{1}{6}$, $B=2$

$\therefore 3AB=3\times\left(-\frac{1}{6}\right)\times2=-1$ 답 ②

3 이차방정식의 한 근이 $2+2\sqrt{5}$이므로 다른 한 근은 $2-2\sqrt{5}$이다.

근과 계수의 관계에 의해

$k+3=(2+2\sqrt{5})(2-2\sqrt{5})$, $k+3=-16$

$\therefore k=-19$ 답 ②

4 연속하는 두 짝수를 $x-2$, x라 하면

$(x-2)^2+x^2=340$, $2x^2-4x-336=0$

$x^2-2x-168=0$, $(x+12)(x-14)=0$

$\therefore x=14$ ($\because x>2$인 자연수) 답 14

5 $x^2-16x=(2x-1)^2$에서

$x^2-16x=4x^2-4x+1,\ 3x^2+12x+1=0$

근의 공식에 의해

$$x=\frac{-6\pm\sqrt{6^2-3}}{3}=\frac{-6\pm\sqrt{33}}{3}$$

그런데 $|x|<2$에서 $-2<x<2$이므로

$$x=\frac{-6+\sqrt{33}}{3}$$

답 $x=\dfrac{-6+\sqrt{33}}{3}$

6 $(a+2)x^2+2(a+2)x-1=0$이 중근을 가지려면

$(a+2)^2-(a+2)\times(-1)=0,\ a^2+5a+6=0$

$(a+2)(a+3)=0$

$\therefore\ a=-3\ (\because\ a\neq-2)$

답 -3

7 ①, ② 근과 계수의 관계에 의해 $\alpha+\beta=-5,\ \alpha\beta=2$

③ $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=(-5)^2-2\times2=21$

④ $\dfrac{\beta}{\alpha}+\dfrac{\alpha}{\beta}=\dfrac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}=\dfrac{21}{2}$

⑤ $\dfrac{1}{\alpha+1}+\dfrac{1}{\beta+1}=\dfrac{(\alpha+1)+(\beta+1)}{(\alpha+1)(\beta+1)}=\dfrac{\alpha+\beta+2}{\alpha\beta+\alpha+\beta+1}$

$=\dfrac{-5+2}{2-5+1}=\dfrac{3}{2}$

따라서 옳지 않은 것은 ③, ④이다.

답 ③, ④

8 $40t-5t^2+15=90$에서 $5t^2-40t+75=0,\ t^2-8t+15=0$

$(t-3)(t-5)=0\qquad\therefore\ t=3$ 또는 $t=5$

따라서 3초부터 5초까지이므로 2초 동안 90 m 이상인 지점에서 머무른다.

답 2초

9 $x^2+y^2=k$로 치환하면 $k(k+4)-32=0$

$k^2+4k-32=0$, $(k+8)(k-4)=0$

$\therefore k=-8$ 또는 $k=4$

그런데 $k>0$이므로 $k=4$, 즉 $x^2+y^2=4$이다. 답 ④

10 $x^2-2ax+16x-2a+7=0$의 두 근의 절댓값이 서로 같고 부호가 반대이므로 두 근을 α, $-\alpha$라 하자.

근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+(-\alpha)=-(-2a+16)=0$에서 $a=8$

$-\alpha^2=-2a+7$에서 $-\alpha^2=-2\times8+7=-9$

$\alpha^2=9$ $\quad\therefore \alpha=\pm3$

따라서 이 이차방정식의 근의 절댓값은 3이다. 답 ②

11 근과 계수의 관계에 의해 $\alpha+\beta=-\dfrac{3}{2}$, $\alpha\beta=-\dfrac{3}{2}$

이때, $(\alpha-1)+(\beta-1)=\alpha+\beta-2=-\dfrac{3}{2}-2=-\dfrac{7}{2}$,

$(\alpha-1)(\beta-1)=\alpha\beta-(\alpha+\beta)+1=-\dfrac{3}{2}+\dfrac{3}{2}+1=1$

이므로 구하는 이차방정식은

$2\left(x^2+\dfrac{7}{2}x+1\right)=0$ $\quad\therefore 2x^2+7x+2=0$ 답 $2x^2+7x+2=0$

12 처음 직사각형의 넓이는 $60\times33=1980\ (\text{cm})^2$

t초 후에 가로의 길이는 $(60-2t)$ cm, 세로의 길이는 $(33+3t)$ cm이므로

$(60-2t)(33+3t)=1980$, $114t-6t^2=0$, $t^2-19t=0$

$t(t-19)=0$ $\quad\therefore t=0$ 또는 $t=19$

그런데 $0<t<30$이므로 $t=19$ 답 19

13 유정이는 상수항을 바르게 보았으므로
$2(x+4)(x-2)=0$, 즉 $2x^2+4x-16=0$에서 $b=-16$
유나는 일차항의 계수를 바르게 보았으므로
$2(x-2)(x-5)=0$, 즉 $2x^2-14x+20=0$에서 $a=-14$
따라서 원래 주어진 이차방정식은 $2x^2-14x-16=0$이므로
$x^2-7x-8=0$, $(x+1)(x-8)=0$
$\therefore$ $x=-1$ 또는 $x=8$ 　　 답 $x=-1$ 또는 $x=8$

14 가로의 줄수를 x라 하면 세로의 줄수는 $(35-x)$이므로
$x(35-x)=300$에서 $x^2-35x+300=0$
$(x-15)(x-20)=0$ 　 $\therefore$ $x=15$ 또는 $x=20$
(i) $x=15$일 때, 가로의 줄수 15, 세로의 줄수 20이므로 조건을 만족한다.
(ii) $x=20$일 때, 가로의 줄수 20, 세로의 줄수 15이므로 조건을 만족하지 않는다.
따라서 가로는 모두 15줄이다. 　　 답 15줄

15 두 정사각형의 한 변의 길이를 각각 x cm, y cm $(x>y)$라 하면
$4(x+y)=20$에서 $x+y=5$ 　 $\therefore$ $y=5-x$ 　 ⋯⋯ ㉠
두 정사각형의 닮음비가 $x:y$이므로 넓이의 비는 $x^2:y^2$이다.
$x^2:y^2=3:1$에서 $3y^2=x^2$ 　 ⋯⋯ ㉡
㉠을 ㉡에 대입하면 $3(5-x)^2=x^2$, $2x^2-30x+75=0$
$$\therefore x=\frac{15\pm\sqrt{(-15)^2-2\times75}}{2}=\frac{15\pm5\sqrt{3}}{2}$$
(i) $x=\dfrac{15+5\sqrt{3}}{2}$일 때, $y=\dfrac{-5-5\sqrt{3}}{2}<0$이므로 조건을 만족하지 않는다.
(ii) $x=\dfrac{15-5\sqrt{3}}{2}$일 때, $y=\dfrac{-5+5\sqrt{3}}{2}$은 조건을 만족한다.
따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는
$\dfrac{15-5\sqrt{3}}{2}$ cm이다. 　　 답 $\dfrac{15-5\sqrt{3}}{2}$ cm

Ⅳ 이차함수

무엇을 공부해야 할까?

what?

이차함수의 뜻

이차함수의 그래프를 그리는 방법

이차함수의 그래프의 성질

이차함수의 최댓값과 최솟값

특집 함수 정리

유형 **123** (1) 하루는 24시간이므로 x, y 사이의 관계는 다음 표와 같다.

x(시간)	1	2	3	4	5	6	7	…
y(시간)	23	22	21	20	19	18	17	…

즉, $x+y=24$이다. 따라서 x의 값 하나에 y의 값이 오직 하나씩만 정해지므로 y는 x의 함수이다.

(2) 1일은 24시간이므로 x일은 $24x$시간, 즉 $y=24x$이다. 따라서 x의 값 하나에 y의 값이 오직 하나씩만 정해지므로 y는 x의 함수이다.

(3) $x=6$일 때, 6의 약수는 1, 2, 3, 6으로 4개이다.
따라서 x의 값 6에 대하여 y의 값이 4개 있으므로 함수가 아니다.

(4) 자연수 x의 약수의 개수는 하나로 정해지므로 y는 x의 함수이다.

답 (1) ○ (2) ○ (3) × (4) ○

學 **123** $f(0)=-\frac{1}{3}\times0+2=2$, $f(1)=-\frac{1}{3}\times1+2=\frac{5}{3}$,

$f(2)=-\frac{1}{3}\times2+2=\frac{4}{3}$

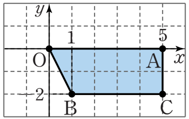
$\therefore\ f(0)+f(1)+f(2)=2+\frac{5}{3}+\frac{4}{3}=5$

답 ②

유형 **124** ② B$(0,\ -3)$

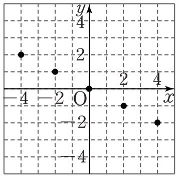
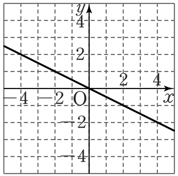
답 ②

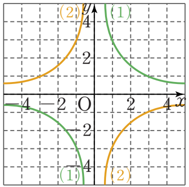
學 **124** 네 점 A$(5,\ 0)$, B$(1,\ -2)$, C$(5,\ -2)$, O$(0,\ 0)$을 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



$\therefore$ (□OBCA의 넓이)$=\frac{1}{2}\times(4+5)\times2=9$

답 9

유형 **125** 답 (1)  (2) 

學 **125** 답 

켬 **123** $f(-1)=2$이므로 $2=-a+5$ $\therefore a=3$

따라서 $f(x)=3x+5$이므로

$f(3)=3\times3+5=14$, $f(-2)=3\times(-2)+5=-1$

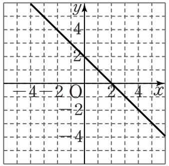
$\therefore f(3)-f(-2)=14-(-1)=15$ 답 ⑤

켬 **124** 두 점 $\mathrm{A}(-6, 1-a)$, $\mathrm{B}(2b, 5)$가 x축에 대하여 대칭이므로 $-6=2b$, $1-a=-5$

즉, $a=6$, $b=-3$이므로 $a+b=6+(-3)=3$ 답 ③

켬 **125** 기울기가 -1이고 y절편이 2인 일차함수의 식은 $y=-x+2$

답 풀이 참조



Ⅳ-1 이차함수의 그래프

27 이차함수의 뜻과 이차함수 $y=ax^2$의 그래프 본문 175~177쪽

유형 126 ①, ④ 學 126 ①, ⑤ 유형 127 ③ 學 127 ②

유형 128 ③ 學 128 ①, ④ 유형 129 ① 學 129 ⑤

유형 130 ④ 學 130 ②

28 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프 본문 179~181쪽

유형 131 -1 學 131 -2 유형 132 3 學 132 ③

유형 133 ⑤ 學 133 ② 유형 134 ③ 學 134 ④

유형 135 ④ 學 135 제3, 4 사분면

29 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프 본문 183~185쪽

유형 136 ③ 學 136 ②

유형 137 ④ 學 137 제1, 2 사분면

유형 138 ① 學 138 ⑤ 유형 139 ⑤ 學 139 $k>16$

유형 140 13 學 140 -42

30 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 응용 본문 187~189쪽

유형 **141** ④ 學 **141** ③ 유형 **142** ㄱ, ㄷ 學 **142** ⑤

유형 **143** ② 學 **143** 제2, 3, 4 사분면

유형 **144** ⑤ 學 **144** -17 유형 **145** ③ 學 **145** ③

독심술 본문 190~193쪽

1 ④ **2** 16 **3** ① **4** $0<k<7$ **5** ④

6 ③ **7** 6161 **8** ② **9** $a\geq\frac{1}{16}$ **10** ③

11 풀이 참조 **12** 풀이 참조 **13** 풀이 참조 **14** 풀이 참조

수학 오디션 본문 194~197쪽

1 ① **2** -9 **3** ③, ⑤ **4** ② **5** ①

6 ② **7** ③ **8** ① **9** 9 **10** ②

11 $k>10$ **12** $\frac{7}{2}$ **13** ㄷ **14** ④ **15** ①

27 이차함수의 뜻

개념확인 1

(1) $y=-\frac{2}{3}x^2+2x+3$은 이차함수이다.

(2) $y=2x^3-x^2$은 이차함수가 아니다.

(3) $y=x^2+4x+4-x^2=4x+4$이므로 일차함수이다.

답 (1) ○ (2) × (3) ×

개념확인 2

답 (1) 위 (2) 0, 0 (3) $x=0$ (4) x

유형 **126** ① $y=x(5+x)=5x+x^2$ (이차함수)

② $y=\dfrac{2}{x^2}-1$ (이차함수가 아니다.)

③ $y=x(x+1)^2=x(x^2+2x+1)=x^3+2x^2+x$ (이차함수가 아니다.)

④ $y=\dfrac{x^2}{2}+x-6$ (이차함수)

⑤ $y=-(x+3)^2+x^2=-x^2-6x-9+x^2=-6x-9$ (일차함수)

따라서 이차함수인 것은 ①, ④이다. 답 ①, ④

學 **126** $y=m(m-3)x^2+10x-18x^2=(m^2-3m-18)x^2+10x$ 가 이차함수가 되기 위해서는 이차항의 계수가 0이 아니어야 한다.

즉, $m^2-3m-18\neq 0$, $(m+3)(m-6)\neq 0$

$\therefore m\neq -3$이고 $m\neq 6$ 답 ①, ⑤

유형 **127** $f(-4)=(-4)^2+a\times(-4)+6=-2$이므로

$16-4a+6=-2$ $\quad\therefore a=6$

즉, $f(x)=x^2+6x+6$이므로 $f(b)=-3$에서

$b^2+6b+6=-3$, $b^2+6b+9=0$, $(b+3)^2=0$ $\quad\therefore b=-3$

$\therefore a+b=6+(-3)=3$ 답 ③

學 **127** $f(-1)=3\times(-1)^2-a\times(-1)+b=6$이므로

$a+b=3$ ⋯⋯ ㉠

$f(2)=3\times 2^2-a\times 2+b=0$이므로

$-2a+b=-12$ ⋯⋯ ㉡

㉠과 ㉡을 연립하여 풀면 $a=5$, $b=-2$

즉, $f(x)=3x^2-5x-2$이므로

$f(1)=3\times 1^2-5\times 1-2=3-5-2=-4$ 답 ②

유형 **128** ③ a의 절댓값이 클수록 이차함수의 그래프의 폭은 좁아진다.

답 ③

學 **128** 조건을 만족하는 이차함수의 식을 $y=ax^2$이라 하면

$y=ax^2$의 그래프가 $y=x^2$과 $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프 사이에 있으려면

$-\frac{1}{2}<a<0$ 또는 $0<a<1$

답 ①, ④

유형 **129** $y=ax^2$의 그래프와 $y=-ax^2$의 그래프는 x축에 대하여 대칭이다.

따라서 $y=2x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 것은 ①이다.

답 ①

學 **129** $y=-\frac{1}{3}x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 그래프를 나타내는 이차함수의 식은 $y=\frac{1}{3}x^2$

따라서 $y=\frac{1}{3}x^2$의 그래프가 점 $(6,\ k)$를 지나므로

$k=\frac{1}{3}\times 6^2=12$

답 ⑤

유형 **130** $y=f(x)$의 그래프가 원점을 지나는 포물선이므로
$f(x)=ax^2$이라 하자.

이때, $y=f(x)$의 그래프가 점 $\left(-\frac{1}{2},\ 3\right)$을 지나므로

$f\left(-\frac{1}{2}\right)=a\times\left(-\frac{1}{2}\right)^2=3 \qquad \therefore a=12$

따라서 $f(x)=12x^2$이므로 $f(-2)=12\times(-2)^2=48$ 답 ④

學 **130** 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이므로 $y=ax^2$이라 하자.
이때, $y=ax^2$의 그래프가 점 $(-2,\ 36)$을 지나므로
$36=4a \qquad \therefore a=9$
따라서 $y=9x^2$의 그래프가 점 $(k,\ 4)$를 지나므로

$4=9k^2,\ k^2=\frac{4}{9} \qquad \therefore k=\frac{2}{3}\,(\because k>0)$ 답 ②

와플

동혁 : (거리)=(시간)×(속력)이므로 $y=80x$ (일차함수)
세영 : (부피)=(가로)×(세로)×(높이)이므로 $y=x^3$ (이차함수가 아니다.)

정민 : (사다리꼴의 넓이)$=\frac{1}{2}\times$\{(윗변의 길이)+(아랫변의 길이)\}×(높이)이므로 $y=\frac{1}{2}\times(3x+5)\times2x=3x^2+5x$ (이차함수)

답 정민

28 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프

개념확인 1

(1) 꼭짓점의 좌표 : $(0,\ 16)$

축의 방정식 : $x=0$

(2) 꼭짓점의 좌표 : $(5,\ 0)$

축의 방정식 : $x=5$

(3) 꼭짓점의 좌표 : $(-6,\ 8)$

축의 방정식 : $x=-6$

(4) 꼭짓점의 좌표 : $(1,\ -3)$

축의 방정식 : $x=1$

답 풀이 참조

개념확인 2

이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=a(x-p)^2+q$이다.

(1) $y=\frac{1}{2}(x+3)^2+1$

(2) $y=-7(x-6)^2-3$

답 (1) $y=\frac{1}{2}(x+3)^2+1$ (2) $y=-7(x-6)^2-3$

유형 **131** $y=\frac{1}{4}x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=\frac{1}{4}x^2-2$

이때, 이 그래프가 점 $(-2,\ k)$를 지나므로

$k=\frac{1}{4}\times(-2)^2-2=-1$ 답 -1

學 **131** $y=-\frac{1}{3}x^2+q$의 그래프를 y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=-\frac{1}{3}x^2+q+4$

이때, 이 그래프가 점 $(3,\ -1)$을 지나므로

$-1=-\frac{1}{3}\times3^2+q+4$ $\quad\therefore q=-2$ 답 -2

유형 **132** $y=a(x-p)^2$의 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 0)$이므로 $p=-2$

$y=a(x+2)^2$의 그래프가 점 $(0,\ -6)$을 지나므로

$-6=4a$ $\quad\therefore a=-\frac{3}{2}$

$\therefore ap=\left(-\frac{3}{2}\right)\times(-2)=3$ 답 3

學 **132** $y=2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=2(x-2)^2$

이때, 이 그래프가 점 $(4,\ a)$를 지나므로

$a=2(4-2)^2=8$

답 ③

유형 **133** ⑤ $y=\frac{1}{5}(x-3)^2+2$의 그래프는 $y=\frac{1}{5}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

답 ⑤

學 **133** $y=-\frac{3}{4}(x-2)^2+5$의 그래프는 위로 볼록하고 축의 방정식이 $x=2$이다. 따라서 $x<2$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

답 ②

유형 **134** $y=-(x+3)^2+a$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-(x+3-2)^2+a-4$ $\quad\therefore y=-x^2-2x+a-5$

즉, $-2=b$, $a-5=2$이므로 $a=7$, $b=-2$

$\therefore a-b=7-(-2)=9$

답 ③

學 **134** $y=-(x+a)^2+b$의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-(x+a+3)^2+b-5$

$y=-(x+a+3)^2+b-5$와 $y=c(x+5)^2-2$가 일치하므로

$-1=c$, $a+3=5$, $b-5=-2$

$\therefore a=2$, $b=3$, $c=-1$

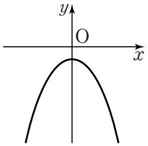
$\therefore a+b+c=2+3+(-1)=4$

답 ④

유형 **135** 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$
꼭짓점 $(p,\ q)$가 제4사분면에 있으므로
$p>0,\ q<0$

답 ④

學 **135** 위로 볼록하므로 $a<0$
꼭짓점의 좌표가 x축 위에 있으므로 $p<0,\ q=0$
따라서 $y=p(x-q)^2+a=px^2+a$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제3, 4사분면을 지난다.



답 제3, 4사분면

와풀

20세인 건강한 남성의 정상 수축기 혈압은
$y=0.006\times20^2-0.02\times20+120=2.4-0.4+120=122(\mathrm{mmHg})$
20세인 건강한 여성의 정상 수축기 혈압은
$y=0.01\times20^2+0.05\times20+107=4+1+107=112(\mathrm{mmHg})$
따라서 두 혈압의 차는
$122-112=10(\mathrm{mmHg})$

답 10 mmHg

29 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프

개념확인 1

(1) $y=\frac{1}{2}x^2-3x-6=\frac{1}{2}(x^2-6x)-6$

$=\frac{1}{2}(x^2-6x+9-9)-6$

$=\frac{1}{2}(x-3)^2-\frac{21}{2}$

(2) $y=-x^2+8x+3=-(x^2-8x)+3$

$=-(x^2-8x+16-16)+3$

$=-(x-4)^2+19$

답 (1) $y=\frac{1}{2}(x-3)^2-\frac{21}{2}$ (2) $y=-(x-4)^2+19$

개념확인 2

(1) $y=x^2+6x+5=(x^2+6x)+5$

$=(x^2+6x+9-9)+5$

$=(x+3)^2-4$

따라서 주어진 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-3,\ -4)$이고, 축의 방정식은 $x=-3$이다.

(2) $y=-2x^2+8x+4=-2(x^2-4x)+4$

$=-2(x^2-4x+4-4)+4$

$=-2(x-2)^2+12$

따라서 주어진 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ 12)$이고, 축의 방정식은 $x=2$이다.

답 (1) $(-3,\ -4)$, $x=-3$ (2) $(2,\ 12)$, $x=2$

유형 **136** $y=2x^2-8x+1=2(x^2-4x)+1$

$=2(x^2-4x+4-4)+1=2(x-2)^2-7$

따라서 $p=2$, $q=-7$이므로 $p+q=2+(-7)=-5$ 답 ③

學 **136** $y=-\frac{1}{3}x^2-2x-9=-\frac{1}{3}(x^2+6x)-9$

$=-\frac{1}{3}(x^2+6x+9-9)-9=-\frac{1}{3}(x+3)^2-6$

$=a(x-p)^2+q-5$

따라서 $-\frac{1}{3}=a$, $3=-p$, $-6=q-5$이므로

$a=-\frac{1}{3}$, $p=-3$, $q=-1$ $\therefore apq=-1$ 답 ②

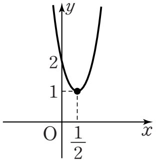
유형 **137** $y=-\frac{1}{2}x^2+4x-5=-\frac{1}{2}(x^2-8x)-5$

$=-\frac{1}{2}(x^2-8x+16-16)-5=-\frac{1}{2}(x-4)^2+3$

따라서 꼭짓점의 좌표가 $(4,\ 3)$이고, y축과의 교점은 $(0,\ -5)$인 위로 볼록한 그래프이므로 ④이다. 답 ④

學 **137** $y=4x^2-4x+2=4(x^2-x)+2$

$=4\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+1$



이므로 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $\left(\frac{1}{2},\ 1\right)$이고, y축과의 교점은 $(0,\ 2)$인 그래프이다.

따라서 제1, 2사분면을 지난다. 답 제1, 2사분면

유형 **138** $y=\frac{1}{4}x^2-ax+3=\frac{1}{4}(x^2-4ax)+3$

$$=\frac{1}{4}(x^2-4ax+4a^2-4a^2)+3$$

$$=\frac{1}{4}(x-2a)^2+3-a^2$$

이때, 축의 방정식이 $x=-2$이므로 $2a=-2$ $\therefore a=-1$ 답 ①

學 **138** $y=-\frac{1}{3}x^2+2x-p=-\frac{1}{3}(x-3)^2-p+3$이므로 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(3, -p+3)$이다.

또, $y=x^2-2qx+5=(x-q)^2+5-q^2$이므로 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(q, 5-q^2)$이다.

즉, $3=q$, $-p+3=5-q^2$이므로 $p=7$, $q=3$

$\therefore p+q=10$ 답 ⑤

유형 **139** $y=-5x^2+10x-a+3=-5(x-1)^2-a+8$이므로 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(1, -a+8)$이다.

이때, 이 그래프가 x축과 한 점에서 만나려면 꼭짓점의 y좌표가 0이어야 하므로

$-a+8=0$ $\therefore a=8$ 답 ⑤

學 **139** $y=-x^2+8x-k=-(x-4)^2+16-k$이므로 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(4, 16-k)$이다.

이때, 이 그래프가 위로 볼록하므로 x축과 만나지 않으려면 꼭짓점의 y좌표가 0보다 작아야 한다.

즉, $16-k<0$ $\therefore k>16$ 답 $k>16$

유형 **140** $y=2x^2+8x+4=2(x+2)^2-4$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동하면

$y=2(x+2-m)^2-4+n$

한편, $y=2x^2-8x+13=2(x-2)^2+5$이므로

$2-m=-2,\ -4+n=5$

$\therefore\ m=4,\ n=9$

$\therefore\ m+n=4+9=13$

답 13

學 **140** $y=-2x^2-4x+5=-2(x+1)^2+7$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동하면

$y=-2(x+1+2)^2+7+1=-2(x+3)^2+8$

이때, 이 그래프가 점 $(2,\ m)$을 지나므로

$m=-2(2+3)^2+8=-42$

답 -42

와풀

진영 : 다이빙대를 6 m 높이면 처음 시작점의 높이가 높아지는 것이므로 관계식은 $h=-4t^2+2.4t+15$가 된다.

영선, 선주 : 주어진 관계식 $h=-4t^2+2.4t+9$는 $h=-4(t-0.3)^2+9.36$이므로 가장 높은 위치에 있는 것은 $t=0.3$일 때이고 그 때의 높이는 9.36 m이다.

주리 : 발을 뗀지 0.6초 후라는 것은 $t=0.6$일 때이므로 이때의 h의 값은 9이다. 즉, 0.6초 후에 다이빙 선수의 수면으로부터의 높이는 9 m이다.

답 주리

30 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 응용

개념확인 1

(1) $y=-x^2-5x+6$에 $y=0$을 대입하면

$-x^2-5x+6=0$, $(x+6)(x-1)=0$ $\quad\therefore x=-6$ 또는 $x=1$

따라서 x축과의 교점의 좌표는 $(-6,\ 0)$, $(1,\ 0)$이다.

또, $x=0$을 대입하면 $y=6$이므로 y축과의 교점의 좌표는 $(0,\ 6)$이다.

(2) $y=2x^2-3x-2$에 $y=0$을 대입하면

$2x^2-3x-2=0$, $(2x+1)(x-2)=0$ $\quad\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=2$

따라서 x축과의 교점의 좌표는 $\left(-\frac{1}{2},\ 0\right)$, $(2,\ 0)$이다.

또, $x=0$을 대입하면 $y=-2$이므로 y축과의 교점의 좌표는 $(0,\ -2)$이다.

답 (1) x축 : $(-6,\ 0)$, $(1,\ 0)$; y축 : $(0,\ 6)$

(2) x축 : $\left(-\frac{1}{2},\ 0\right)$, $(2,\ 0)$; y축 : $(0,\ -2)$

개념확인 2

(i) $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

(ii) 축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $ab<0$ $\quad\therefore b>0$

(iii) y축과의 교점이 원점의 위쪽에 있으므로 $c>0$

답 $a<0$, $b>0$, $c>0$

유형 141 $y=-2x^2+8x-7=-2(x-2)^2+1$

이 그래프는 위로 볼록하고 축의 방정식이 $x=2$이므로 $x<2$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다. 답 ④

學 141 $y=\frac{1}{4}x^2+kx+5k+1=\frac{1}{4}(x+2k)^2-k^2+5k+1$

이 그래프는 아래로 볼록하고 축의 방정식이 $x=-2k$이므로 $x<-2k$이면 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소하고, $x>-2k$이면 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가한다.

이때, 축의 방정식이 $x=-4$이므로 $-2k=-4$ $\therefore k=2$

즉, $y=\frac{1}{4}x^2+2x+11$에 $x=0$을 대입하면 y축과 만나는 점의 y좌표는 11이다. 답 ③

유형 142 $y=2x^2-4x+5=2(x-1)^2+3$

ㄱ. 아래로 볼록하고 꼭짓점의 좌표가 $(1, 3)$이므로 제1사분면과 제2사분면을 지난다.

ㄴ. 축의 방정식이 $x=1$이므로 대칭축은 y축의 오른쪽에 위치한다.

ㄷ. 포물선의 폭이 $y=2x^2+5$의 그래프와 같다.

ㄹ. $y=2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다. 답 ㄱ, ㄷ

學 142 ⑤ x축에 대하여 대칭인 그래프는 $-y=ax^2+bx+c$, 즉, $y=-ax^2-bx-c$이다. 답 ⑤

유형 **143** (i) 위로 볼록하므로 $a<0$

(ii) 축이 y축의 왼쪽에 있으므로 $ab>0$ $\therefore b<0$

(iii) y축과의 교점이 x축의 위쪽에 있으므로 $c>0$

답 ②

學 **143** $a>0$, $b=0$, $c<0$이므로 $y=cx^2-ax+b$의 그래프에서

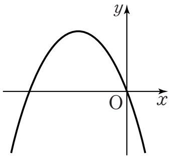
(i) $c<0$이므로 위로 볼록

(ii) $-ac>0$이므로 축은 y축의 왼쪽에 위치

(iii) $b=0$이므로 원점을 지난다.

따라서 $y=cx^2-ax+b=cx^2-ax$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제2, 3, 4사분면을 지난다.

답 제2, 3, 4사분면



유형 **144** $\frac{1}{2}x^2+3x-8=0$에서

$x^2+6x-16=0$, $(x+8)(x-2)=0$ $\therefore x=-8$ 또는 $x=2$

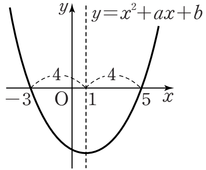
이때, $\mathrm{A}(-8, 0)$, $\mathrm{B}(2, 0)$이라 하면

$\overline{\mathrm{AB}}=2-(-8)=10$

답 ⑤

學 **144** 축의 방정식이 $x=1$이므로 $-\frac{a}{2}=1$ $\therefore a=-2$

x축과 만나는 두 점 사이의 거리가 8이므로 오른쪽 그림과 같이 $y=x^2+ax+b$의 그래프와 x축과의 교점의 x좌표는 -3, 5이다.



$y=x^2-2x+b$의 그래프가 점 $(-3, 0)$을 지나므로

$0=9+6+b$ $\therefore b=-15$

$\therefore a+b=(-2)+(-15)=-17$

답 -17

유형 **145** $y=-x^2+3x+4$에서 $x=0$일 때 $y=4$ $\quad\therefore$ A$(0,\ 4)$

$y=0$일 때 $-x^2+3x+4=0$, $(x+1)(x-4)=0$ $\quad\therefore x=-1$ 또는 $x=4$

즉, B$(-1,\ 0)$, C$(4,\ 0)$이므로 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times5\times4=10$

답 ③

學 **145** 그래프가 원점을 지나므로 $c=0$

축의 방정식이 $x=-10$이므로 $x=-\dfrac{b}{2\cdot\frac{1}{5}}=-10$ $\quad\therefore b=4$

즉, $y=\frac{1}{5}x^2+4x=\frac{1}{5}(x+10)^2-20$이므로 A$(-10,\ -20)$

또, $y=0$일 때 $\frac{1}{5}x^2+4x=0$, $x(x+20)=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=-20$ $\quad\therefore$ B$(-20,\ 0)$

$\therefore \triangle AOB=\frac{1}{2}\times20\times20=200$

답 ③

와풀

(1) 꼭짓점의 좌표가 $(10,\ 16)$이므로

$y=(x-10)^2+16=x^2-20x+100+16=x^2-20x+116$

따라서 수경이의 생일 암호는 $y=x^2-20x+116$이다.

(2) $y=x^2-16x+85=(x-8)^2+21$이므로 꼭짓점의 좌표는 $(8,\ 21)$이다.

따라서 성욱이의 생일은 8월 21일이다.

답 (1) $y=x^2-20x+116$

(2) 8월 21일

독심술 독한 심화 and 서술형 문제

1 $A\left(0,\ -\frac{1}{8}k^2\right)$, $B\left(0,\ -\frac{1}{2}k^2\right)$, $C\left(k,\ -\frac{1}{2}k^2\right)$, $D\left(k,\ -\frac{1}{8}k^2\right)$

즉, $\overline{AB}=-\frac{1}{8}k^2-\left(-\frac{1}{2}k^2\right)=\frac{3}{8}k^2$, $\overline{BC}=k$이므로

$\square ABCD=\frac{3}{8}k^2\times k=\frac{3}{8}k^3=6$ $\quad\therefore\ k^3=16$

$\therefore\ k^6=(k^3)^2=16^2=256$ 답 ④

2 $\square ABCD$는 정사각형이므로 $\overline{AD}=\overline{DC}=2a(a>0)$라 하면 $C(a,\ -a)$

이때, $y=\frac{1}{4}x^2-3$의 그래프는 점 $(a, -a)$를 지나므로

$-a=\frac{1}{4}a^2-3$, $(a+6)(a-2)=0$ $\quad\therefore\ a=2(\because\ a>0)$

$\therefore\ \square ABCD=2a\times 2a=4a^2=16$ 답 16

3 $y=a(x-4)^2+1$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동하면

$-y=a(x-4)^2+1$, 즉 $y=-a(x-4)^2-1$ …… ㉠

㉠을 다시 y축에 대하여 대칭이동하면 $y=-a(-x-4)^2-1$ …… ㉡

이때, ㉡의 그래프가 점 $(-2,\ 9)$를 지나므로

$9=-a(2-4)^2-1$ $\quad\therefore\ a=-\frac{5}{2}$ 답 ①

4 $y=-x^2-4kx-4k^2+k-7=-(x+2k)^2+k-7$

이 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-2k,\ k-7)$이므로

$-2k<0$, $k-7<0$ $\quad\therefore\ 0<k<7$ 답 $0<k<7$

5 $y=(a+x)^2+4(a+1)x+3=x^2+(4+6a)x+a^2+3$
이 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ b)$이므로
$y=(x-1)^2+b=x^2-2x+1+b$에서
$4+6a=-2,\ a^2+3=1+b \qquad \therefore a=-1,\ b=3$
$\therefore a+b=2$ 답 ④

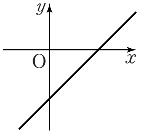
6 $y=(x+a)^2-a^2+b^2$의 그래프를 x축의 방향으로 5만큼, y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=(x+a-5)^2-a^2+b^2+4$
이 그래프가 $y=x^2-2bx+a=(x-b)^2-b^2+a$의 그래프와 일치하므로
$a-5=-b \quad \cdots\cdots$ ㉠, $-a^2+b^2+4=-b^2+a \quad \cdots\cdots$ ㉡
㉠을 ㉡에 대입하여 정리하면 $a^2-21a+54=0$
$(a-3)(a-18)=0 \qquad \therefore a=3$ 또는 $a=18$
이때, $ab>0$이므로 $a=3,\ b=2 \qquad \therefore a+b=5$ 답 ③

7 $f(x)=(x-1)^2+1,\ g(x)=(x+1)^2+1$이므로 $f(x)$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼 평행이동하면 $g(x)$의 그래프와 겹쳐진다.
즉, $g(1)=f(3),\ g(2)=f(4),\ \cdots,\ g(8)=f(10)$이므로

$$\frac{g(1)g(2)g(3)\cdots g(10)}{f(1)f(2)f(3)\cdots f(10)}=\frac{g(9)g(10)}{f(1)f(2)}=\frac{101\cdot 122}{1\cdot 2}=6161$$

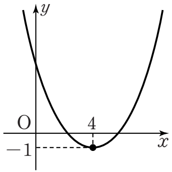
답 6161

8 $a>0,\ b<0,\ c<0$이므로
$ax+by+c=0$, 즉 $y=-\dfrac{a}{b}x-\dfrac{c}{b}$에서
$-\dfrac{a}{b}>0,\ -\dfrac{c}{b}<0$
따라서 $ax+by+c=0$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 제1, 3, 4 사분면을 지난다. 답 ②



9 $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(4, -1)$이므로 $y=a(x-4)^2-1$

이 그래프가 제3사분면을 지나지 않으려면 오른쪽 그림과 같이 $a>0$이고, $x=0$일 때 $y\ge0$이어야 하므로



$16a-1\ge0$ $\therefore a\ge\dfrac{1}{16}$ 답 $a\ge\dfrac{1}{16}$

10 ㄱ. $a<0$, $\beta>0$이므로 $a\beta<0$

ㄴ. 그래프에서 $x=\beta$일 때 $y=0$이므로 $a\beta^2+b\beta+c=0$

ㄷ. 아래로 볼록하므로 $a>0$이고, 축이 y축의 오른쪽에 있으므로

$ab<0$ $\therefore b<0$

ㄹ. y축과의 교점이 원점의 아래쪽에 위치하므로 $c<0$ $\therefore b+c<0$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다. 답 ③

11 (1) $f(x)=-x^2-8x-12=-(x+4)^2+4$에서 $A(-4, 4)$

$g(x)=-x^2-2x+3=-(x+1)^2+4$에서 $D(-1, 4)$

$\therefore \overline{AD}=-1-(-4)=3$ … [50 %]

(2) $f(x)=-x^2-8x-12$의 그래프는 $g(x)=-x^2-2x+3$의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 것이므로 □ABCD는 평행사변형이다.

$\therefore$ □ABCD$=3\times4=12$ … [50 %]

12 $y=\dfrac{1}{3}x^2+2kx+5k+4=\dfrac{1}{3}(x+3k)^2-3k^2+5k+4$ … [30 %]

축의 방정식이 $x=-3$이므로 $-3k=-3$ $\therefore k=1$ … [40 %]

이때, 꼭짓점의 좌표는 $(-3k, -3k^2+5k+4)$이므로

$k=1$을 대입하면 $(-3, 6)$ … [30 %]

13 (1) $y=(x-a)^2+b$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(a,\ b)$이고, 직선 $y=-3x-4$ 위에 있다.

$\therefore\ b=-3a-4$ …[40 %]

(2) $y=(x-a)^2-3a-4$의 그래프가 점 $(1,\ 3)$을 지나므로

$3=(1-a)^2-3a-4,\ a^2-5a-6=0$

$(a+1)(a-6)=0 \qquad \therefore\ a=-1(\because\ a<0)$

$\therefore\ b=-3\times(-1)-4=-1$ …[40 %]

(3) $a=-1,\ b=-1$이므로

$a+b=-2$ …[20 %]

14 예시 답안

(1) 평행이동한 그래프의 식을 구하여라.

[풀이] $y=-2x^2+3$의 그래프를 y축의 방향으로 q만큼 평행이동하면

$y=-2x^2+3+q$

이 그래프가 점 $(0,\ -1)$을 지나므로

$-1=3+q \qquad \therefore\ q=-4 \qquad \therefore\ y=-2x^2-1$ …[40 %]

(2) p의 값을 구하여라.

[풀이] $y=-2x^2-1$의 그래프가 점 $(2,\ p)$를 지나므로

$p=-2\times2^2-1=-9$ …[30 %]

(3) 직선의 방정식을 구하여라.

[풀이] 두 점 $(0,\ -1),\ (2,\ -9)$를 지나는 직선에서

$(\text{기울기})=\dfrac{-9-(-1)}{2-0}=-4$이므로

$y=-4x-1$ …[30 %]

수학 오디션

1 $f(-1)=a+2+7=5$에서 $a=-4$

$f(2)=-4\times2^2-2\times2+7=-13$이므로 $b=-13$

$\therefore a+b=(-4)+(-13)=-17$

답 ①

2 $y=\dfrac{1}{2}x^2$의 그래프가 점 $(-3,\ a)$를 지나므로

$a=\dfrac{1}{2}\times(-3)^2=\dfrac{9}{2}$

또, $y=\dfrac{1}{2}x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 그래프의 식은

$y=-\dfrac{1}{2}x^2$이므로 $b=-\dfrac{1}{2}$ $\quad\therefore \dfrac{a}{b}=\dfrac{9}{2}\div\left(-\dfrac{1}{2}\right)=-9$

답 -9

3 ① $y=9x^2-6x+1=(3x-1)^2$ ➡ 한 점에서 만난다.

② $y=4x^2-4x+3=4\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2+2$ ➡ 만나지 않는다.

③ $y=\dfrac{1}{2}x^2+3x+1=\dfrac{1}{2}(x+3)^2-\dfrac{7}{2}$

➡ 서로 다른 두 점에서 만난다.

④ $y=-x^2+8x-24=-(x-4)^2-8$ ➡ 만나지 않는다.

⑤ $y=-2x^2+4x+7=-2(x-1)^2+9$

➡ 서로 다른 두 점에서 만난다.

답 ③, ⑤

4 $y=\dfrac{1}{3}x^2+2x-1=\dfrac{1}{3}(x+3)^2-4$

따라서 $x>-3$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

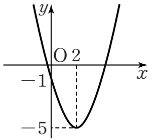
답 ②

5 ① $y=4\pi x^2$ ② $y=\dfrac{x}{100}\times 100=x$ ③ $y=(\sqrt{x}\,)^2=x$

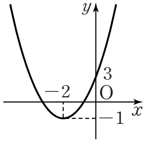
④ $y=\dfrac{x}{7}$ ⑤ $y=2x+8$

답 ①

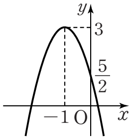
6 ㄱ.



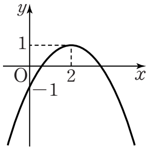
ㄴ.



ㄷ.



ㄹ.



답 ②

7 $y=x^2-2x+2=(x-1)^2+1$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ 1)$이고, $y=-2x^2-4px-q=-2(x+p)^2+2p^2-q$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-p,\ 2p^2-q)$이다.

즉, $1=-p$, $1=2p^2-q$이므로 $p=-1$, $q=1$

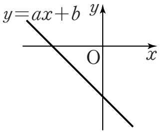
$\therefore\ pq=-1$

답 ③

8 (i) 축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $1\times a<0$ $\therefore\ a<0$

(ii) y축과의 교점이 x축의 아래쪽에 있으므로 $b<0$

따라서 $y=ax+b$의 그래프는 기울기가 음수이고 y절편도 음수이므로 오른쪽 그림과 같이 제2, 3, 4 사분면을 지난다.



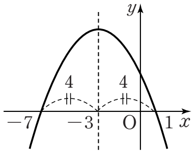
답 ①

9 점 C의 좌표를 $(k,\ 4)(k>0)$라 하면
$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=2k$이므로 $D(3k,\ 4)$
이때, 점 D는 $y=x^2$의 그래프 위의 점이므로
$4=9k^2$ $\quad\therefore k=\frac{2}{3}(\because k>0)$
또한, 점 C는 $y=ax^2$의 그래프 위의 점이므로
$4=\frac{4}{9}a$ $\quad\therefore a=9$ 답 9

10 $y=10x^2-3$의 그래프를 x축에 대칭이동한 그래프의 식은
$-y=10x^2-3$, 즉 $y=-10x^2+3$
이 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=-10x^2+3+b$
이 그래프가 $y=ax^2+12$의 그래프와 일치하므로 $-10=a$, $3+b=12$
$\therefore a=-10,\ b=9$ $\quad\therefore a+b=-1$ 답 ②

11 $y=-x^2+8x-k=-(x-4)^2+16-k$
이 그래프를 x축의 방향으로 4만큼, y축의 방향으로 -6만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=-(x-8)^2+10-k$
이때, 이 그래프는 위로 볼록하므로 x축과 만나지 않으려면 꼭짓점의 y좌표가 0보다 작아야 한다. 즉, $10-k<0$ $\quad\therefore k>10$ 답 $k>10$

12 $y=-x^2-6x+2a=-(x+3)^2+9+2a$
축의 방정식이 $x=-3$이고, x축과 만나는 두 점 사이의 거리가 8이므로 오른쪽 그림과 같이 x축과의 교점의 x좌표는 -7, 1이다.
따라서 $y=-(x+3)^2+9+2a$의 그래프가 점 $(1,\ 0)$을 지나므로



$0=-16+9+2a$ $\quad\therefore a=\frac{7}{2}$ 답 $\frac{7}{2}$

13 $y=ax^2+bx+c$의 그래프에서 $a<0$, $b>0$, $c>0$

ㄱ. 축의 방정식 $x=-\frac{b}{2a}<1$이므로 $b<-2a$ $\therefore 2a+b<0$

ㄴ. $abc<0$

ㄷ. $x=1$일 때, $y=a+b+c>0$

ㄹ. $x=-1$일 때, $y=a-b+c<0$ 답 ㄷ

14 $y=x^2-8x+7$에 $y=0$을 대입하면 $(x-1)(x-7)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=7$ $\therefore \mathrm{A}(1,\ 0)$, $\mathrm{B}(7,\ 0)$

또, y축과의 교점이 7이므로 $\mathrm{C}(0,\ 7)$

이때, 직선 $y=ax+b$는 선분 AB의 중점 $(4,\ 0)$과 점 C를 지나야 하므로

$y=-\frac{7}{4}x+7$

따라서 $a=-\frac{7}{4}$, $b=7$이므로 $4a+2b=7$ 답 ④

15 $y=ax+b$의 그래프의 기울기는 음수이고 y절편은 양수이므로

$a<0$, $b>0$ $\therefore ab<0$ …… ㉠

$y=ax+b$의 그래프에서 $x=1$일 때의 y의 값이 양수이므로

$a+b>0$ …… ㉡

한편, $y=x^2-(a+b)x+ab$의 그래프는 축이 $x=\frac{a+b}{2}$이고, y축과의 교점이 ab이므로 ㉠, ㉡에 의해 그래프의 모양은 ①과 같다. 답 ①

Ⅳ-2 이차함수의 활용

31 이차함수의 식 구하기 본문 201~203쪽

유형 146 5
學 146 -24
유형 147 ⑤
學 147 ④
유형 148 $y=-(x+1)^2+4$
學 148 $y=(x-2)^2-9$
유형 149 ②
學 149 5
유형 150 $y=x^2+4x-5$
學 150 -1

32 이차함수의 최댓값과 최솟값 본문 205~207쪽

유형 151 ④
學 151 ⑤
유형 152 18
學 152 최솟값 -3
유형 153 ⑤
學 153 ④
유형 154 ③
學 154 ③
유형 155 ④
學 155 ③

33 이차함수의 활용 본문 209~211쪽

유형 156 ①
學 156 6, 6
유형 157 72 m^2
學 157 ③
유형 158 200 cm^2
學 158 $32\pi\text{ cm}^2$

유형 **159** 128 cm^2 學 **159** 2

유형 **160** 2초 후 學 **160** 106

독심술 본문 212~215쪽

1 $-4 \le a \le -\frac{1}{4}$ **2** 2 **3** ⑤ **4** ④

5 ③ **6** ④ **7** 3 **8** ② **9** 5

10 $12\pi\text{ cm}^2$ **11** 풀이 참조 **12** 풀이 참조 **13** 풀이 참조 **14** 풀이 참조

수학 오디션 본문 216~219쪽

1 35 **2** ③ **3** ② **4** ③

5 $y=-2(x-4)^2+4$ **6** ② **7** 300 cm^2 **8** ⑤

9 25 **10** ② **11** 3 **12** $\mathrm{P}(-3,\ 6)$ **13** ④

14 5 **15** 24

31 이차함수의 식 구하기

개념확인 1

이차함수의 식을 $y=a(x+\boxed{(-3)})^2+q$라 하고 두 점 $(2,\ 1)$, $(5,\ 7)$의 좌표를 각각 대입하면

$a+q=1,\ 4a+q=7$

두 식을 연립하여 풀면 $a=\boxed{2}$, $q=\boxed{-1}$

즉, $y=2(x-3)^2-1$이므로

$y=\boxed{2x^2-12x+17}$

답 $-3,\ 2,\ -1,\ 2x^2-12x+17$

유형 **146** 이 그래프는 $y=-2x^2+3x-1$의 그래프와 모양이 같으므로 $a=-2$

꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 5)$이므로 이차함수의 식을 $y=-2(x-2)^2+5$로 놓을 수 있다.

$\therefore\ p=2,\ q=5$

$\therefore\ a+p+q=(-2)+2+5=5$ 답 5

學 **146** 꼭짓점의 좌표가 $(3,\ -2)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-3)^2-2$로 놓을 수 있다.

이 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동하면 $y=a(x-3-m)^2-2+n$

이 그래프가 $y=4x^2$이므로 $a=4,\ -3-m=0,\ -2+n=0$

즉, $a=4,\ m=-3,\ n=2$이므로 $amn=-24$ 답 -24

유형 **147** 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ -3)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2-3$으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(0,\ 5)$를 지나므로 $5=4a-3$ $\therefore\ a=2$

즉, $y=2(x+2)^2-3=2x^2+8x+5$이므로 $b=8,\ c=5$

$\therefore\ a+b-c=2+8-5=5$ 답 ⑤

學 **147** 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 1)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2+1$로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(0,\ -3)$을 지나므로 $-3=4a+1$ $\therefore\ a=-1$

$\therefore\ y=-(x+2)^2+1=-x^2-4x-3$ 답 ④

유형 **148** 축의 방정식이 $x=-1$이므로 이차함수의 식을
$y=a(x+1)^2+b$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 두 점 $(2,\ -5)$, $(-1,\ 4)$를 지나므로
$-5=9a+b,\ 4=b \qquad \therefore a=-1,\ b=4$
따라서 구하는 이차함수의 식은
$y=-(x+1)^2+4$ 답 $y=-(x+1)^2+4$

學 **148** 축의 방정식이 $x=2$이므로 이차함수의 식을
$y=a(x-2)^2+b$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 두 점 $(-1,\ 0)$, $(0,\ -5)$를 지나므로
$0=9a+b,\ -5=4a+b \qquad \therefore a=1,\ b=-9$
$\therefore y=(x-2)^2-9$ 답 $y=(x-2)^2-9$

유형 **149** 구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$로 놓고 세 점 $(2,\ -3)$, $(-1,\ 12)$, $(0,\ 5)$의 좌표를 각각 대입하면
$-3=4a+2b+c,\ 12=a-b+c,\ 5=c$
$\therefore a=1,\ b=-6,\ c=5$
따라서 $y=x^2-6x+5=(x-3)^2-4$이므로 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(3,\ -4)$이다. 답 ②

學 **149** $y=ax^2+bx+c$에 세 점 $(2,\ 0)$, $(0,\ 8)$, $(-3,\ 5)$의 좌표를 각각 대입하면
$0=4a+2b+c,\ 8=c,\ 5=9a-3b+c$
$\therefore a=-1,\ b=-2,\ c=8$
$\therefore a+b+c=-1+(-2)+8=5$ 답 5

유형 **150** x축과 두 점 $(-5,\ 0)$, $(1,\ 0)$에서 만나므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+5)(x-1)$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(2,\ 7)$을 지나므로 $7=7a$ $\quad\therefore a=1$
$\therefore y=(x+5)(x-1)=x^2+4x-5$ 답 $y=x^2+4x-5$

學 **150** x축과 두 점 $(-6,\ 0)$, $(3,\ 0)$에서 만나므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+6)(x-3)$으로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(0,\ -6)$을 지나므로 $-6=-18a$ $\quad\therefore a=\frac{1}{3}$
따라서 $y=\frac{1}{3}(x+6)(x-3)=\frac{1}{3}x^2+x-6$이므로
$a=\frac{1}{3}$, $b=1$, $c=-6$
$\therefore 6a+3b+c=6\times\frac{1}{3}+3\times1-6=-1$ 답 -1

와풀

$y=ax^2+bx+c$에
$x=1$, $y=0$을 대입하면 $0=a+b+c$ ...... ㉠
$x=2$, $y=8$을 대입하면 $8=4a+2b+c$ ...... ㉡
$x=3$, $y=24$를 대입하면 $24=9a+3b+c$ ...... ㉢
㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면 $a=4$, $b=-4$, $c=0$
$y=4x^2-4x$에
$x=4$를 대입하면 $y=48$
$x=5$를 대입하면 $y=80$
$x=6$을 대입하면 $y=120$

x(번)	4	5	6
y(점)	48	80	120

답 풀이 참조

32 이차함수의 최댓값과 최솟값

개념확인 1

(1) $y=\dfrac{1}{2}(x+5)^2$에서 $\dfrac{1}{2}>0$이므로

$x=-5$일 때, 최솟값 0

(2) $y=-(x-8)^2+3$에서 $-1<0$이므로

$x=8$일 때, 최댓값 3

답 (1) $x=-5$일 때, 최솟값 0 (2) $x=8$일 때, 최댓값 3

개념확인 2

(1) $y=4x^2-4x-5=4(x^2-x)-5$

$=4\left(x^2-x+\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{4}\right)-5=4\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2-6$

$\therefore$ $x=\dfrac{1}{2}$일 때, 최솟값 -6

(2) $y=-\dfrac{1}{9}x^2+\dfrac{2}{3}x+2=-\dfrac{1}{9}(x^2-6x)+2$

$=-\dfrac{1}{9}(x^2-6x+9-9)+2=-\dfrac{1}{9}(x-3)^2+3$

$\therefore$ $x=3$일 때, 최댓값 3

답 (1) $x=\dfrac{1}{2}$일 때, 최솟값 -6 (2) $x=3$일 때, 최댓값 3

유형 **151** $y=-x^2+6x-4=-(x-3)^2+5$이므로

$x=3$일 때 최댓값 5이다. $\therefore M=5$

$y=2x^2-4x+5=2(x-1)^2+3$이므로

$x=1$일 때 최솟값 3이다. $\therefore m=3$

$\therefore M+m=5+3=8$ 답 ④

學 **151** $y=7x^2+28x+14=7(x+2)^2-14$

$x=-2$일 때 최솟값 -14이므로

$p=-2,\ q=-14$

$\therefore pq=28$ 답 ⑤

유형 **152** x^2의 계수가 -2이고, 그래프가 x축 위의 두 점 $(-2,\ 0)$, $(4,\ 0)$에서 만나므로

$y=-2(x+2)(x-4)=-2x^2+4x+16$

$=-2(x-1)^2+18$

따라서 $x=1$일 때 최댓값은 18이다. 답 18

學 **152** $y=ax^2+bx+c$에 세 점 $(0,\ 6)$, $(1,\ 13)$, $(-1,\ 1)$의 좌표를 각각 대입하면

$6=c,\ 13=a+b+c,\ 1=a-b+c$

위의 식을 연립하여 풀면 $a=1,\ b=6,\ c=6$

$\therefore y=x^2+6x+6=(x+3)^2-3$

따라서 $x=-3$일 때 최솟값은 -3이다. 답 최솟값 -3

유형 153 $y=3x^2+12x+4=3(x+2)^2-8$

따라서 이 함수의 최솟값은 -8이므로 y의 값의 범위는 $y\geq-8$이다.

답 ⑤

學 153 $y=2(x-2)^2-1$의 y의 값의 범위는 $y\geq-1$이고,

$y=x^2+4x+a=(x+2)^2+a-4$이므로 y의 값의 범위는 $y\geq a-4$이다.

이때, 두 함수의 y의 값의 범위가 서로 같으므로

$a-4=-1 \qquad \therefore a=3$

답 ④

유형 154 $y=2x^2+4x+3m-2=2(x+1)^2+3m-4$

따라서 $x=-1$일 때 $y=3m-4$이므로

$3m-4=5,\ 3m=9$

$\therefore m=3$

답 ③

學 154 $y=-\frac{1}{2}x^2+ax+b$가 $x=2$일 때 $y=5$이므로

$y=-\frac{1}{2}(x-2)^2+5=-\frac{1}{2}x^2+2x+3$

$\therefore a=2,\ b=3$

$\therefore ab=2\times3=6$

답 ③

유형 **155** $y=ax^2+bx+c$가 $x=-2$일 때, 최댓값 16을 가지므로 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2+16$으로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(3,\ -9)$를 지나므로
$-9=25a+16 \qquad \therefore a=-1$
따라서 $y=-(x+2)^2+16=-x^2-4x+12$이므로
$a=-1,\ b=-4,\ c=12$
$\therefore a+b+c=7$ 답 ④

學 **155** $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 두 점 $(-1,\ 0)$, $(5,\ 0)$을 지나므로 이차함수의 식을 $y=a(x+1)(x-5)=a(x-2)^2-9a$로 놓을 수 있다.
이때, 이 함수의 최댓값이 18이므로 $-9a=18 \qquad \therefore a=-2$
따라서 $y=-2(x-2)^2+18=-2x^2+8x+10$이므로 $b=8,\ c=10$
$\therefore a-b+c=0$ 답 ③

와풀

$$y=-\frac{1}{100}x^2+800x$$
$$=-\frac{1}{100}(x^2-80000x)$$
$$=-\frac{1}{100}(x-40000)^2+16000000$$

따라서 $x=40000$일 때 최댓값이 16000000이다.
즉, 잡지의 발행 부수가 40000부일 때 최대 이익 16000000원을 얻는다.
답 잡지 발행 부수가 40000부일 때, 최대 이익 16000000원을 얻는다.

33 이차함수의 활용

개념확인 1

(1) 직사각형의 가로의 길이가 x cm이므로 세로의 길이는 $(8-x)$ cm 이다.

$\therefore\ y=x(8-x)=-x^2+8x$

(2) $y=-x^2+8x=-(x-4)^2+16$

따라서 직사각형의 넓이의 최댓값은 16 cm^2이다.

답 (1) $y=-x^2+8x$ (2) 16 cm^2

개념확인 2

(1) 두 수 중 작은 수가 x이므로 큰 수는 $x+10$이다.

$\therefore\ y=x(x+10)=x^2+10x$

(2) $y=x^2+10x=(x+5)^2-25$

따라서 두 수의 곱의 최솟값은 -25이다.

답 (1) $y=x^2+10x$ (2) -25

유형 **156** 두 수를 x, $x-20$이라 하고, 두 수의 곱을 y라 하면

$y=x(x-20)=x^2-20x=(x-10)^2-100$

따라서 두 수의 곱의 최솟값은 -100이다. 답 ①

學 **156** 두 수를 x, $12-x$라 하고, 두 수의 곱을 y라 하면

$y=x(12-x)=-x^2+12x=-(x-6)^2+36$

즉, 두 수의 곱은 $x=6$일 때 최댓값이 36이다.

따라서 두 수는 6, 6이다. 답 6, 6

유형 **157** 꽃밭의 넓이를 y m^{2}라 하면

$y=x(24-2x)=-2x^2+24x=-2(x-6)^2+72$

따라서 꽃밭의 최대 넓이는 72 m^{2}이다. 답 72 m^2

學 **157** 부채꼴의 반지름의 길이를 r cm, 넓이를 y cm^{2}라 하면 호의 길이는 $(28-2r)$ cm이므로

$$y=\frac{1}{2}r(28-2r)=-r^2+14r=-(r-7)^2+49$$

따라서 부채꼴의 넓이는 반지름의 길이가 7 cm일 때 최댓값이 49 cm^{2}이다. 답 ③

유형 **158** $\overline{FC}=x$ cm라 하면 $\overline{AH}=(20-x)$cm이고, 두 정사각형의 넓이의 합을 y cm^{2}라 하면

$y=x^2+(20-x)^2=2x^2-40x+400=2(x-10)^2+200$

따라서 두 정사각형의 넓이의 합의 최솟값은 200 cm^{2}이다.

답 200 cm^2

學 **158** 두 원의 반지름의 길이의 합은 8 cm이므로 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면 원 O'의 반지름의 길이는 $(8-r)$cm이다.

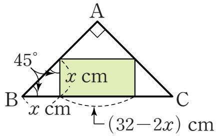
두 원 O, O'의 넓이의 합을 y cm^{2}라 하면

$y=\pi r^2+\pi(8-r)^2=\pi(2r^2-16r+64)=2\pi(r-4)^2+32\pi$

따라서 두 원 O, O'의 넓이의 합의 최솟값은 32π cm^{2}이다.

답 32π cm^2

유형 **159** 직사각형의 세로의 길이를 x cm라 하면 가로의 길이는 $(32-2x)$ cm이다.



이때, 직사각형의 넓이를 y cm^{2}라 하면

$y=x(32-2x)=-2x^2+32x$

$=-2(x-8)^2+128$

따라서 직사각형의 넓이의 최댓값은 128 cm^{2}이다.

답 128 cm^2

學 **159** 점 P의 좌표를 $P(a,\ -2a+4)$라 하고, □OQPR의 넓이를 y라 하면 $\overline{OQ}=a$, $\overline{PQ}=-2a+4$이므로

$y=a(-2a+4)=-2a^2+4a=-2(a-1)^2+2$

따라서 직사각형 OQPR의 넓이의 최댓값은 2이다.

답 2

유형 **160** $h=-5t^2+20t+25=-5(t-2)^2+45$

따라서 공은 쏘아 올린 지 2초 후에 최고 높이에 도달한다. 답 2초 후

學 **160** $h=-5t^2+40t+30=-5(t-4)^2+110$

따라서 폭죽은 쏘아 올린 지 4초 후에 최고 높이에 도달하고 그때의 높이는 110 m이다.

따라서 $a=4$, $b=110$이므로

$b-a=110-4=106$ 답 106

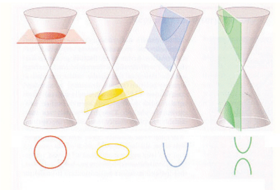
와풀

포물선이 x축과 만나는 두 점의 좌표는 각각 $(-2,\ 0)$, $(2,\ 0)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+2)(x-2)$로 놓고 점 $(0,\ 4)$의 좌표를 대입하면

$4=-4a \qquad \therefore a=-1$

$\therefore y=-(x+2)(x-2)=-x^2+4$ 답 $y=-x^2+4$

참고



독심술 독한 심화 and 서술형 문제

1 $y=ax^2+4ax+4a+1=a(x+2)^2+1$ ⋯⋯ ㉠

㉠이 점 A$(-1,\ -3)$을 지나려면 $-3=a+1$ $\quad\therefore a=-4$

㉠이 점 B$(2,\ -3)$을 지나려면 $-3=16a+1$ $\quad\therefore a=-\dfrac{1}{4}$

$\therefore -4\le a\le -\dfrac{1}{4}$ 답 $-4\le a\le -\dfrac{1}{4}$

2 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ -1)$이므로 $y=a(x+2)^2-1$로 놓고

점 $(0,\ 3)$의 좌표를 대입하면 $3=a(0+2)^2-1$ $\quad\therefore a=1$

$\therefore y=(x+2)^2-1=x^2+4x+3$

또, $y=0$일 때 $x^2+4x+3=0$에서 $(x+3)(x+1)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=-1$ $\quad\therefore$ A$(-3,\ 0)$, B$(-1,\ 0)$

따라서 $\overline{\text{AB}}$의 길이는 $|-3-(-1)|=2$이다. 답 2

3 $x=-2$일 때 $y=-(-2)^2+6\times(-2)-4=-20$

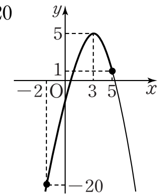
$x=5$일 때 $y=-5^2+6\times5-4=1$

한편, $y=-x^2+6x-4=-(x-3)^2+5$에서

$x=3$일 때 $y=5$

따라서 $M=5$, $m=-20$이므로

$M-m=25$ 답 ⑤



4 $f(x)=ax^2+bx+c$에 $x=-1$, $y=7$을 대입하면 $7=a-b+c$

또, $x=3$, $y=7$을 대입하면 $7=9a+3b+c$

위의 식을 연립하여 b와 c를 a에 관하여 나타내면 $b=-2a$, $c=-3a+7$

$\therefore y=ax^2+bx+c=ax^2-2ax-3a+7=a(x-1)^2+7-4a$

따라서 $f(x)$는 $x=1$일 때 최댓값 $7-4a$를 갖는다. 답 ④

5 $x=-3$에서 최솟값이 -4이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-3,\ -4)$이고,
$a>0$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+3)^2-4$로 놓을 수 있다.
이때, 이 함수의 그래프가 제 4 사분면을 지나지 않으려면
(y축과의 교점)≥ 0이어야 한다.
따라서 $y=a(x+3)^2-4=ax^2+6ax+9a-4$에서
$9a-4\geq 0 \qquad \therefore a\geq \dfrac{4}{9}$ 답 ③

6 $y=2x^2-4ax+8a-1=2(x-a)^2-2a^2+8a-1$
이 이차함수는 $x=a$일 때 최솟값 $-2a^2+8a-1$을 갖는다.
$\therefore m=-2a^2+8a-1=-2(a-2)^2+7$
따라서 m은 $a=2$일 때 최댓값 7을 갖는다. 답 ④

7 $y=4x^2-7x+1$에서 $x=a$, $y=b$를 대입하면
$b=4a^2-7a+1$
$\therefore a-b=a-(4a^2-7a+1)=-4a^2+8a-1=-4(a-1)^2+3$
따라서 $a-b$는 $a=1$일 때 최댓값이 3이다. 답 3

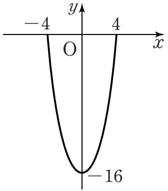
8 $2x+y=5$에서 y를 x에 관하여 나타내면 $y=5-2x$이다.
$\therefore xy=x(5-2x)=-2x^2+5x=-2\left(x-\dfrac{5}{4}\right)^2+\dfrac{25}{8}$
따라서 xy는 $x=\dfrac{5}{4}$일 때 최댓값이 $\dfrac{25}{8}$이다. 답 ②

9 점 P의 좌표를 $\mathrm{P}(a,\ a^2+3)$이라 하면 점 P와 점 Q의 x좌표가 서로 같으므로 $\mathrm{Q}(a,\ 2a-3)$이다.

$\therefore \overline{\mathrm{PQ}}=a^2+3-(2a-3)=a^2-2a+6=(a-1)^2+5$

따라서 $\overline{\mathrm{PQ}}$의 길이의 최솟값은 5이다. 답 5

10 주어진 포물선을 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 이 이차함수의 식을 $y=a(x+4)(x-4)$로 놓고 점 $(0,\ -16)$의 좌표를 대입하면 $-16=-16a$ $\therefore a=1$



$\therefore y=(x+4)(x-4)=x^2-16$

$y=-4$일 때 $-4=x^2-16,\ x^2=12$

$\therefore x=2\sqrt{3}\ (\because x>0)$

따라서 12 cm의 높이에서의 수면의 넓이는

$2\sqrt{3}\times 2\sqrt{3}\times \pi=12\pi(\mathrm{cm}^2)$ 답 $12\pi\ \mathrm{cm}^2$

11 (1) $y=-x^2+6x=-(x-3)^2+9$이므로 꼭짓점의 좌표는 $(3,\ 9)$이다. … [20 %]

(2) $\overline{\mathrm{AB}}=6-2\overline{\mathrm{OA}}=6-2a$

한편, 점 $\mathrm{D}(a,\ -a^2+6a)$이므로

$\overline{\mathrm{AD}}=-a^2+6a$ … [30 %]

(3) $l=2(\overline{\mathrm{AB}}+\overline{\mathrm{AD}})$

$=2\{6-2a+(-a^2+6a)\}$

$=-2a^2+8a+12$ … [20 %]

(4) $l=-2a^2+8a+12=-2(a-2)^2+20$

따라서 l의 최댓값은 20이다. … [30 %]

12 $h=-5t^2+20t+30=-5(t-2)^2+50$ … [50 %]

따라서 공을 던진 지 2초 후에 공은 최고 높이 50 m에 도달한다.

… [50 %]

13 (1) 축의 방정식이 $x=-3$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+3)^2+b$ 로 놓을 수 있다. 이 그래프가 두 점 $(0,\ 7)$, $(2,\ -9)$를 지나므로

$7=9a+b$, $-9=25a+b$

두 식을 연립하여 풀면 $a=-1$, $b=16$

따라서 $y=-(x+3)^2+16$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$\mathrm{A}(-3,\ 16)$ … [50 %]

(2) $y=-(x+3)^2+16=-x^2-6x+7$에 $y=0$을 대입하면

$-x^2-6x+7=0$, $(x+7)(x-1)=0$

$\therefore x=-7$ 또는 $x=1$

$\therefore \overline{\mathrm{BC}}=1-(-7)=8$ … [30 %]

(3) $\triangle\mathrm{ABC}=\dfrac{1}{2}\times16\times8=64$ … [20 %]

14 예시 답안

(1) X, Y를 m에 관한 식으로 나타내어라.

[풀이] $y=2x^2-4mx+3m^2+2m+5=2(x-m)^2+m^2+2m+5$

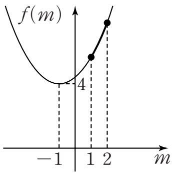
이므로 $X=m$, $Y=m^2+2m+5$ … [30 %]

(2) p, q의 값을 각각 구하여라.

[풀이] $Y=f(m)$이라 하면

$f(m)=m^2+2m+5=(m+1)^2+4$

오른쪽 그림과 같이 $m=2$일 때 $f(m)$은 최대이고, $m=1$일 때 $f(m)$은 최소이므로



$p=f(2)=(2+1)^2+4=13$,

$q=f(1)=(1+1)^2+4=8$ … [50 %]

(3) $p-q$의 값을 구하여라.

[풀이] $p=13$, $q=8$이므로 $p-q=13-8=5$ … [20 %]

수학 오디션

1 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ -1)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2-1$로 놓을 수 있다. 이 그래프가 점 $(1,\ 3)$을 지나므로

$3=a-1 \qquad \therefore a=4$

$\therefore y=4(x-2)^2-1=4x^2-16x+15$

따라서 $a=4$, $b=-16$, $c=15$이므로

$a-b+c=35$ 답 35

2 $y=(x-2)(x+4)=x^2+2x-8=(x+1)^2-9$

따라서 $x=-1$일 때, 최솟값 -9를 갖는다. 답 ③

3 $y=-x^2+2x+k=-(x-1)^2+k+1$

따라서 $x=1$일 때, 최댓값이 $k+1$이므로

$k+1=3 \qquad \therefore k=2$ 답 ②

4 $y=\dfrac{1}{2}\times x\times(12-2x)=-x^2+6x=-(x-3)^2+9$

즉, $x=3$일 때, 최댓값 9를 갖는다.

따라서 삼각형의 넓이가 최대가 되도록 하는 x의 값은 3이다. 답 ③

5 조건 (가), (나)에서 축의 방정식이 $x=4$이고, $y=-2x^2+7$의 그래프를 평행이동한 그래프이므로 이차함수의 식을 $y=-2(x-4)^2+k$로 놓을 수 있다.

조건 (다)에서 이 그래프가 점 $(3,\ 2)$를 지나므로 $2=-2+k$ $\quad\therefore k=4$

$\therefore y=-2(x-4)^2+4$ 답 $y=-2(x-4)^2+4$

6 $y=2x^2-4ax+5b$가 $x=-3$에서 최솟값이 7이므로

$y=2(x+3)^2+7=2x^2+12x+25$

즉, $-4a=12,\ 5b=25$이므로 $a=-3,\ b=5$

$\therefore a+b=-3+5=2$ 답 ②

7 $\overline{\mathrm{AP}}=x$ cm, 두 도형의 넓이의 합을 y cm^{2}라 하면

$\overline{\mathrm{BP}}=(30-x)$ cm이므로

$$y=\frac{1}{2}\times x\times x+(30-x)^2=\frac{3}{2}x^2-60x+900=\frac{3}{2}(x-20)^2+300$$

따라서 두 도형의 넓이의 합의 최솟값은 300 cm^{2}이다. 답 300 cm^2

8 ①, ② $h=-5t^2+30t+80=-5(t-3)^2+125$

따라서 공을 쏘아 올린 지 3초 후에 최대 높이 125 m에 도달한다.

③ $-5t^2+30t+80=0$에서 $t^2-6t-16=0$이므로

$(t+2)(t-8)=0$ $\quad\therefore t=8\ (\because t>0)$

따라서 지면에 떨어질 때까지 걸리는 시간은 8초이다.

④ $t=1$을 대입하면 $h=-5\times1^2+30\times1+80=105$

따라서 쏘아 올린 지 1초 후의 지면으로부터의 높이는 105 m이다.

⑤ $-5t^2+30t+80=120$이므로 $-5t^2+30t-40=0,\ t^2-6t+8=0$

$(t-2)(t-4)=0$ $\quad\therefore t=2$ 또는 $t=4$

따라서 지면으로부터 높이가 처음으로 120 m일 때는 공을 쏘아 올린 지 2초 후이다. 답 ⑤

9 $y=-x^2+ax+b$의 그래프는 축의 방정식이 $x=0$이고, x축과 만나는 두 점 사이의 거리가 10이므로 두 점 $(-5,\ 0)$, $(5,\ 0)$을 지난다.
즉, $y=-(x+5)(x-5)=-x^2+25$이므로 $a=0$, $b=25$
$\therefore a+b=25$ 답 25

10 이차방정식 $x^2-13x+a=0$의 두 근의 합은 13, 즉 홀수이므로 두 근 중 하나는 반드시 짝수이어야 한다. 그런데 소수이면서 짝수인 수는 2이므로 한 근은 2이고, 다른 한 근은 11이다.
이때, a는 두 근의 곱이므로
$a=2\times11=22$
$\therefore y=x^2-22x+120=(x-11)^2-1$
따라서 $x=11$일 때 최솟값 -1을 갖는다. 답 ②

11 조건 (가), (나)에서 축의 방정식이 $x=-2$이고, x축과 한 점에서 만나므로 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2$이라 놓을 수 있다.
조건 (다)에서 이 그래프는 점 $(1,\ -9)$를 지나므로
$-9=9a$ $\therefore a=-1$
$\therefore y=-(x+2)^2=-x^2-4x-4$
따라서 $a=-1$, $b=-4$, $c=-4$이므로
$a-2b+c=(-1)-2\times(-4)+(-4)=3$ 답 3

12 점 P의 좌표를 $P(a,\ 2a+12)$ $(a<0)$라 하고, $\triangle AOP$의 넓이를 y라 하면 $\overline{OA}=-a$, $\overline{PA}=2a+12$이다.
$\therefore y=\frac{1}{2}\times(-a)\times(2a+12)=-a^2-6a=-(a+3)^2+9$
따라서 $\triangle AOP$의 넓이는 $a=-3$일 때 최대이므로
$P(-3,\ 6)$ 답 $P(-3,\ 6)$

13 $y=-x^2+4ax+16a+10=-(x-2a)^2+4a^2+16a+10$이므로
$M=4a^2+16a+10=4(a+2)^2-6$
따라서 M은 $a=-2$일 때, 최솟값 -6을 갖는다. 답 ④

14 $\overline{NP}=x$라 하면 $\overline{PQ}=8-x$
$\triangle AQP \backsim \triangle AFB$이므로 $\overline{PQ}:\overline{BF}=\overline{AQ}:\overline{AF}$
$(8-x):2=\overline{AQ}:4 \quad \therefore \overline{AQ}=16-2x$
이때, $\overline{MP}=\overline{AE}+\overline{AQ}=4+(16-2x)=20-2x$
$\therefore \square MDNP=x(20-2x)=-2(x-5)^2+50$
따라서 $\square$MDNP는 $\overline{NP}=5$일 때 넓이가 최대이다. 답 5

15 점 B의 y좌표가 8이므로
$\frac{1}{2}x^2=8$에서 $x=\pm4 \quad \therefore B(4, 8)$
즉, 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 4이다.
점 D의 y좌표는 $8-4=4$
또한, 점 E의 y좌표도 4이므로
$\frac{1}{2}x^2=4$에서 $x=\pm2\sqrt{2} \quad \therefore E(-2\sqrt{2}, 4)$
따라서 정사각형 DEFG의 한 변의 길이는 $2\sqrt{2}$이다.
정사각형 ABCD의 넓이는 $4^2=16$이고, 정사각형 DEFG의 넓이는 $(2\sqrt{2})^2=8$이다.
따라서 두 정사각형의 넓이의 합은
$16+8=24$ 답 24

혼자 정복하기

Ⅰ-1 제곱근과 실수

01 제곱근의 뜻과 표현

스피드 OX 퀴즈

(1) ○ (2) × (3) ×

(2) 16의 제곱근은 $\pm\sqrt{16}$이고, -16은 음수이므로 -16의 제곱근은 없다.

(3) 제곱근 64는 8이므로 8의 제곱근은 $\pm\sqrt{8}$이다.

꼭 1 $\frac{81}{49}$의 양의 제곱근은 $\frac{9}{7}$이므로 $A=\frac{9}{7}$

0.25의 음의 제곱근은 -0.5이므로 $B=-0.5$

$\therefore 7A+4B=7\times\frac{9}{7}+4\times(-0.5)=9-2=7$ 답 ①

꼭 2-1 ① $\sqrt{25}=5$

② $\sqrt{625}=25$이므로 25의 제곱근은 $\pm\sqrt{25}=\pm5$

③ $(-5)^2=25$이므로 25의 양의 제곱근은 5이다.

④ 제곱하여 25가 되는 자연수는 5이다.

⑤ 넓이가 25인 정사각형의 한 변의 길이는 5이다.

따라서 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는 ②이다. 답 ②

풀이 2-2 ㄹ. 0의 제곱근은 0이다.
ㅁ. $\sqrt{(-6)^2}=6$에서 6의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$이다.
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ의 3개이다. **답** ④

풀이 3 x는 a의 제곱근이다.
➡ $x=\pm\sqrt{a}$ ➡ $x^2=a$ **답** ⑤

풀이 4 ㄱ. $a^2=b^2=x$
ㄴ, ㄷ. 양수 x의 제곱근은 $\sqrt{x}\,(>0)$, $-\sqrt{x}\,(<0)$이므로
$ab<0$, $a+b=0$
ㄹ. $a=-\sqrt{x}$, $b=\sqrt{x}$이면 $b-a=\sqrt{x}-(-\sqrt{x})=2\sqrt{x}$이므로
$b-a>0$
따라서 항상 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다. **답** ②

풀이 5-1 (주어진 도형의 넓이)$=5\times6+2\times3=36$
정사각형의 한 변의 길이를 x라 하면 $x^2=36$이므로
$x=6$ ($\because$ $x>0$) **답** 6

풀이 5-2 작은 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $3x$ cm이다.
두 정사각형의 넓이의 합이 50 cm^{2}이므로
$x^2+9x^2=50$, $10x^2=50$, $x^2=5$
$\therefore$ $x=\sqrt{5}$ ($\because$ $x>0$) **답** $\sqrt{5}$ cm

02 제곱근의 성질

스피드 OX 퀴즈

(1) ○ (2) × (3) ○

(2) $a>0$일 때, $\sqrt{a^2}=a$이다.

(3) $a<b$일 때, $a-b<0$이므로 $\sqrt{(a-b)^2}=-(a-b)=-a+b$

콕 6 ① $\sqrt{0.0001}=0.01=(\pm0.1)^2$이므로 $\sqrt{0.0001}$의 제곱근은 ±0.1

② $2.\dot{7}=\dfrac{25}{9}=\left(\pm\dfrac{5}{3}\right)^2$이므로 $2.\dot{7}$의 제곱근은 $\pm\dfrac{5}{3}$

③ $3.24=(\pm1.8)^2$이므로 3.24의 제곱근은 ±1.8

④ $\dfrac{121}{25}=\left(\pm\dfrac{11}{5}\right)^2$이므로 $\dfrac{121}{25}$의 제곱근은 $\pm\dfrac{11}{5}$

⑤ $\sqrt{49}=7$이므로 $\sqrt{49}$의 제곱근은 $\pm\sqrt{7}$

답 ⑤

콕 7 $\sqrt{169}-\sqrt{8^2}+2\sqrt{(-4)^2}-(-\sqrt{5})^2$

$=13-8+2\times4-5$

$=13-8+8-5=8$

답 ④

콕 8-1 ① $\sqrt{(-5)^2}=5$

② $(-\sqrt{7})^2=7$

③ $-\sqrt{(-11)^2}=-11$

④ $(-\sqrt{3})^2=3$

⑤ $-\sqrt{16}=-4$

따라서 옳은 것은 ④이다.

답 ④

8-2 $a<0$일 때, $-a>0$이므로

ㄱ. $\sqrt{a^2}=-a$

ㄴ. $\sqrt{4a^2}=\sqrt{(2a)^2}=-2a$

ㄷ. $\sqrt{(-3a)^2}=-3a$

ㄹ. $-\sqrt{(-5a)^2}=-(-5a)=5a$

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ이다. 답 ㄴ, ㄹ

9-1 $a>b$, $ab<0$일 때, $a>0$, $b<0$이므로

$$\begin{aligned}\sqrt{(-2a)^2}-5\sqrt{b^2}&=-(-2a)-5\times(-b)\\&=2a+5b\end{aligned}$$

답 $2a+5b$

9-2 $a<0$일 때, $-a>0$이므로

$$\begin{aligned}\sqrt{(-6)^2a^2}+\sqrt{49a^2}-\sqrt{(4a)^2}&=6\times(-a)+(-7a)-(-4a)\\&=-6a-7a+4a\\&=-9a\end{aligned}$$

답 ①

10 $3<p<q$일 때, $p-q<0$, $3-p<0$, $q-3>0$이므로

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=-(p-q)-\{-(3-p)\}-(q-3)\\&=-p+q+3-p-q+3\\&=-2p+6\end{aligned}$$

답 ③

03 제곱근의 응용

스피드 OX 퀴즈

(1) ○ (2) ×

(2) $a>0$, $b>0$일 때, $a<b$이면 $\sqrt{a}<\sqrt{b}$이다.

콕 11-1 $\sqrt{90a}=\sqrt{2\times3^2\times5\times a}$가 자연수가 되려면
$a=2\times5\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 하므로
$a=2\times5$, $2\times5\times2^2$, $2\times5\times3^2$, $2\times5\times4^2$, $\cdots$
따라서 100보다 작은 자연수 a의 값은 $2\times5=10$, $2\times5\times2^2=40$,
$2\times5\times3^2=90$이므로 구하는 값은 $10+40+90=140$ 답 ③

콕 11-2 $\sqrt{60xy}=\sqrt{2^2\times3\times5\times xy}$가 자연수가 되려면
$xy=3\times5\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
이때, $\sqrt{60xy}$가 가장 작은 자연수가 되려면 $xy=3\times5=15$이어야 한다.
따라서 이를 만족하는 순서쌍 (x, y)는 $(1, 15)$, $(3, 5)$, $(5, 3)$, $(15, 1)$의 4개이다. 답 4개

콕 12 $\sqrt{10+x}$가 자연수가 되려면 $10+x$가 제곱수가 되어야 한다.
이때, 10보다 큰 제곱수는 16, 25, 36, 49, $\cdots$이므로
$10+x=16$, 25, 36, 49, $\cdots$ $\therefore x=6$, 15, 26, 39, $\cdots$
한편, $\sqrt{104x}=\sqrt{2^3\times13\times x}$가 자연수가 되려면 $x=2\times13\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다. $\therefore x=26$, 104, $\cdots$
따라서 가장 작은 자연수 x의 값은 26이다. 답 ①

풀이 **13** $0<a<b<1$이므로 $a=\frac{1}{3}$, $b=\frac{1}{2}$이라 하면

① $\sqrt{2a^2}=\sqrt{2}a=\frac{\sqrt{2}}{3}$ ② $\sqrt{(-a)^2}=a=\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{\sqrt{4a^2}}=\frac{1}{2a}=\frac{3}{2}$ ④ $\sqrt{b^2}=b=\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{1}{\sqrt{b^2}}=\frac{1}{b}=2$

따라서 그 값이 가장 작은 것은 ②이다. 답 ②

풀이 **14** $2<\sqrt{5}<3$이므로 $\sqrt{5}-3<0$, $-1+\sqrt{5}>0$, $2-\sqrt{5}<0$

$\therefore$ (주어진 식)$=-(\sqrt{5}-3)+(-1+\sqrt{5})-\{-(2-\sqrt{5})\}$

$=-\sqrt{5}+3-1+\sqrt{5}+2-\sqrt{5}=4-\sqrt{5}$ 답 $4-\sqrt{5}$

풀이 **15-1** $2\le\sqrt{x-1}<3$의 각 변을 제곱하면 $4\le x-1<9$

$\therefore 5\le x<10$

따라서 $M=9$, $m=5$이므로 $M-m=9-5=4$ 답 ③

풀이 **15-2** $-5\le-\sqrt{x}<-\frac{7}{2}$에서 $\frac{7}{2}<\sqrt{x}\le5$ …… ㉠

㉠의 각 변을 제곱하면 $\frac{49}{4}<x\le25$이므로 이를 만족하는 자연수 x는

13, 14, 15, …, 25이다.

따라서 구하는 자연수 x의 개수는

$25-13+1=13$(개) 답 ③

04 실수의 분류

스피드 OX 퀴즈

(1) × (2) ○

(1) 정수가 아닌 유리수에는 $1.\dot{9}$, $2.\dot{0}\dot{3}$과 같은 순환소수, 즉 무한소수도 있다.

콕콕 16 빈칸에 들어갈 말은 '순환하지 않는 무한소수(무리수)' 이다.

ㄱ. $7.\dot{2}\dot{5}=\dfrac{725-7}{99}=\dfrac{718}{99}$ (유리수)

ㄴ. $\sqrt{6+3}=\sqrt{9}=3$ (유리수)

ㄷ. $-\sqrt{1.96}=-1.4$ (유리수)

ㄹ. $\sqrt{(-12)^2}=12$ (유리수)

ㅅ. $-\sqrt{(-5)^2}=-5$ (유리수)

ㅇ. $4.\dot{1}0\dot{9}=\dfrac{4109-4}{999}=\dfrac{4105}{999}$ (유리수)

ㅊ. $\sqrt{\dfrac{1}{9}}=\dfrac{1}{3}$ (유리수)

ㅌ. $\sqrt{7.\dot{1}}=\sqrt{\dfrac{71-7}{9}}=\sqrt{\dfrac{64}{9}}=\dfrac{8}{3}$ (유리수)

답 ㅁ, ㅂ, ㅈ, ㅋ

꼼 **17** ① $\sqrt{(-1)^2}=1$

② $-\sqrt{324}=-18$이므로 18의 음의 제곱근이 아니다.

③ $\sqrt{0.\dot{4}}=\sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{2}{3}$ (유리수)

④ $\sqrt{250}=5\sqrt{10}$ (무리수)

⑤ 0.17177…은 순환하지 않는 무한소수이다. 답 ①

꼼 **18** 유한소수로 나타낼 수 없는 수는 순환소수(유리수)와 순환하지 않는 무한소수(무리수)로 나누어진다. 답 ③

꼼 **19** $a=-\sqrt{3}$일 때

① $a^2=(-\sqrt{3})^2=3$

② $a+\sqrt{3}=-\sqrt{3}+\sqrt{3}=0$

③ $\sqrt{3}a=\sqrt{3}\times(-\sqrt{3})=-3$

④ $(-a)^3=(\sqrt{3})^3=3\sqrt{3}$

⑤ $\frac{a}{\sqrt{3}}=\frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=-1$

따라서 무리수인 것은 ④이다. 답 ④

05 실수와 수직선

스피드 OX 퀴즈

(1) × (2) × (3) ○

(1) 2와 3 사이에는 정수가 없다.

(2) $\sqrt{2}$와 $\sqrt{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

콕 20 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$이다.
$\overline{BP}=\overline{BD}=\sqrt{2}$이므로 점 B에 대응하는 수는
$(5-\sqrt{2})+\sqrt{2}=5$
정사각형의 한 변의 길이는 1이므로 A에 대응하는 수는 $5-1=4$
$\overline{AQ}=\overline{AC}=\sqrt{2}$이므로 점 Q에 대응하는 수는 $4+\sqrt{2}$ 답 $4+\sqrt{2}$

콕 21 넓이가 2인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{2}$이므로 점 A에 대응하는 수는 $-\sqrt{2}$이다.
또, 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$이므로 점 B에 대응하는 수는 $4-\sqrt{2}$이다.
따라서 $a=-\sqrt{2}$, $b=4-\sqrt{2}$이므로
$a^2+b=(-\sqrt{2})^2+(4-\sqrt{2})=6-\sqrt{2}$ 답 $6-\sqrt{2}$

콕 22 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$이므로
$A(-\sqrt{2})$, $B(-2+\sqrt{2})$, $C(2-\sqrt{2})$, $D(\sqrt{2})$, $E(2+\sqrt{2})$

답 ③

켬 23-1 $\square ABCD=3\times3-4\times\left(\frac{1}{2}\times2\times1\right)=5$

① 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$이므로 $\overline{AB}=\sqrt{5}$

② $\overline{BQ}=\overline{BC}=\sqrt{5}$

③ $\overline{PQ}=\overline{BP}+\overline{BQ}=\overline{AB}+\overline{BC}=2\sqrt{5}$

④ $\overline{BQ}=\overline{BC}=\sqrt{5}$이므로 점 Q에 대응하는 수는 $1+\sqrt{5}$

⑤ $\overline{BP}=\overline{AB}=\sqrt{5}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $1-\sqrt{5}$

답 ④

켬 23-2 $\square ABCD=4\times4-4\times\left(\frac{1}{2}\times1\times3\right)=10$이므로 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $\sqrt{10}$이다.

$\therefore$ $\overline{AP}=\overline{AD}=\sqrt{10}$, $\overline{AQ}=\overline{AB}=\sqrt{10}$

점 P에 대응하는 수는 $\sqrt{10}-3$이므로 점 A에 대응하는 수는

$(\sqrt{10}-3)+\sqrt{10}=-3+2\sqrt{10}$

따라서 점 Q에 대응하는 수는

$-3+2\sqrt{10}+\sqrt{10}=-3+3\sqrt{10}$

답 $-3+3\sqrt{10}$

켬 24 상준 : 수직선은 유리수와 무리수, 즉 실수에 대응하는 점으로 완전히 메워진다.

종욱 : $\sqrt{8}<3<\sqrt{13}$이므로 $\sqrt{8}$과 $\sqrt{13}$ 사이에는 1개의 자연수가 있다.

답 지혜, 민희, 유나

06 실수의 응용

스피드 OX 퀴즈

(1) × (2) ○ (3) ○

(1) $a-b>0$이면 $a>b$, $a-b<0$이면 $a<b$이다.

콕 25-1 ① $(5-\sqrt{8})-3=2-\sqrt{8}<0$에서 $5-\sqrt{8}<3$

② $2-(\sqrt{10}-1)=3-\sqrt{10}<0$에서 $2<\sqrt{10}-1$

③ $(4-\sqrt{2})-\sqrt{(-5)^2}=-1-\sqrt{2}<0$에서 $4-\sqrt{2}<\sqrt{(-5)^2}$

④ $\left(7-\sqrt{\frac{1}{5}}\right)-\left(7-\sqrt{\frac{1}{3}}\right)=-\sqrt{\frac{1}{5}}+\sqrt{\frac{1}{3}}>0$에서

$7-\sqrt{\frac{1}{5}}>7-\sqrt{\frac{1}{3}}$

⑤ $(\sqrt{13}-\sqrt{15})-(-\sqrt{15}+4)=\sqrt{13}-4<0$에서 $\sqrt{13}-\sqrt{15}<-\sqrt{15}+4$

따라서 부등호가 다른 것은 ④이다. 답 ④

콕 25-2 정사각형의 한 변의 길이가 길수록 넓이는 커진다.

$(4-\sqrt{5})-2=2-\sqrt{5}<0$에서 $4-\sqrt{5}<2$

$(4-\sqrt{5})-(4-\sqrt{6})=-\sqrt{5}+\sqrt{6}>0$에서 $4-\sqrt{5}>4-\sqrt{6}$

$\therefore\ 4-\sqrt{6}<4-\sqrt{5}<2$

따라서 넓이가 가장 큰 정사각형은 B, 넓이가 가장 작은 정사각형은 C이다.

답 B, C

콕 25-3 $\sqrt{3}+\sqrt{6}$, 3, $1+\sqrt{6}$은 양수이고 $1-\sqrt{3}$은 음수이다.

$(\sqrt{3}+\sqrt{6})-(1+\sqrt{6})=\sqrt{3}-1>0$이므로 $\sqrt{3}+\sqrt{6}>1+\sqrt{6}$

$3-(1+\sqrt{6})=2-\sqrt{6}<0$이므로 $3<1+\sqrt{6}$

$\therefore\ \sqrt{3}+\sqrt{6}>1+\sqrt{6}>3>1-\sqrt{3}$

따라서 두 번째에 오는 수는 $1+\sqrt{6}$이다. 답 $1+\sqrt{6}$

켭 26 $\sqrt{25}<\sqrt{28}<\sqrt{36}$에서 $5<\sqrt{28}<6$

따라서 $\sqrt{28}$에 대응하는 점은 구간 E에 있다.

$\sqrt{9}<\sqrt{11}<\sqrt{16}$에서 $3<\sqrt{11}<4$

$4+3<4+\sqrt{11}<4+4$ $\quad\therefore 7<4+\sqrt{11}<8$

따라서 $4+\sqrt{11}$에 대응하는 점은 구간 G에 있다. 답 구간 E, 구간 G

켭 27-1 ① $\frac{1}{2}=0.5$이므로 $\sqrt{2}+\frac{1}{2}\fallingdotseq1.414+0.5=1.914$

② $1+\frac{\sqrt{2}}{2}\fallingdotseq1+\frac{1.414}{2}=1+0.707=1.707$

③ $4\sqrt{3}-4\fallingdotseq4\times1.732-4=6.928-4=2.928$

④ $2\sqrt{3}-\sqrt{2}\fallingdotseq2\times1.732-1.414=2.05$

⑤ $\sqrt{2}$와 $\sqrt{3}$의 평균이 $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$이므로 $\sqrt{2}<\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}<\sqrt{3}$이다.

따라서 두 수 $\sqrt{2}$와 $\sqrt{3}$ 사이에 있는 무리수는 ②, ⑤이다. 답 ②, ⑤

켭 27-2 ① $-\sqrt{2}$와 $\sqrt{6}$ 사이에 1, 2의 2개의 자연수가 있다.

③ $2<\sqrt{6}<3$에서 $-\frac{9}{2}<\sqrt{6}-\frac{13}{2}<-\frac{7}{2}$

즉, $\sqrt{6}-\frac{13}{2}<-3.5<-1.414=-\sqrt{2}$이므로 $-\sqrt{2}$와 $\sqrt{6}$ 사이에 있는 무리수가 아니다.

④ $-\sqrt{2}$와 $\sqrt{6}$의 평균이 $\frac{-\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$이므로 $-\sqrt{2}$와 $\sqrt{6}$ 사이에 있는 무리수이다.

⑤ $-2<-\sqrt{2}<-1$에서 $0<-\sqrt{2}+2<1$이므로 $-\sqrt{2}$와 $\sqrt{6}$ 사이에 있는 무리수이다. 답 ③

켭 28 자연수는 유한하다고 가정한다. 이러한 자연수가 n개 있다고 생각하고 가장 큰 자연수를 a_n이라고 하자.

크기가 작은 것부터 나열해보면 a라는 수가 자연수이면 $a+1$이라는 수도 자연수이고 a_n가 자연수이면, a_n+1도 자연수가 되므로 이는 앞에서 n이 가장 큰 자연수라는 가정에 모순이 되어 자연수는 무한하다. 답 풀이 참조

Ⅰ-2 근호가 포함된 식의 계산

07 제곱근의 곱셈과 나눗셈

스피드 OX 퀴즈

(1) × (2) ○ (3) ×

(1) $a>0$, $b>0$일 때, $\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$, $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$이다.

(2) $\sqrt{18}=\sqrt{2\times3^2}=\sqrt{2}\times(\sqrt{3})^2=ab^2$

(3) $-\dfrac{9}{\sqrt{24}}=-\dfrac{9}{2\sqrt{6}}=-\dfrac{9\sqrt{6}}{12}=-\dfrac{3\sqrt{6}}{4}$

쌍둥 29-1 $\sqrt{3.2}\times\sqrt{6.25}=\sqrt{\dfrac{32}{10}}\times\sqrt{\dfrac{625}{100}}=\sqrt{\dfrac{32}{10}\times\dfrac{625}{100}}=\sqrt{20}$

$=2\sqrt{5}$

$\therefore a=2\sqrt{5}$

$\sqrt{\dfrac{3}{2}}\times\sqrt{\dfrac{20}{6}}=\sqrt{\dfrac{3}{2}\times\dfrac{20}{6}}=\sqrt{5}$

$\therefore b=\sqrt{5}$

$\therefore ab=2\sqrt{5}\times\sqrt{5}=10$

답 ⑤

쌍둥 29-2 $\sqrt{2}\times\sqrt{a}\times\sqrt{10}\times\sqrt{60}\times\sqrt{3a}$

$=\sqrt{2\times a\times10\times60\times3a}=\sqrt{(60a)^2}$

$=60a\ (\because a>0)$

따라서 $60a=180$이므로 $a=3$

답 ③

꼼 29-3 $\sqrt{0.12}=\sqrt{\frac{12}{100}}=\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{100}}=\frac{2\sqrt{3}}{10}=\frac{1}{5}\sqrt{3}$

$\therefore k=\frac{1}{5}$ 답 $\frac{1}{5}$

꼼 30 $\sqrt{108}\times\sqrt{18}=6\sqrt{3}\times3\sqrt{2}=18\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}=18ab$ 답 ④

꼼 31-1 $\frac{5}{\sqrt{18}}=\frac{5}{3\sqrt{2}}=\frac{5\times\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{5\sqrt{2}}{6}$ $\quad\therefore a=\frac{5}{6}$

$\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{6}}{3}$ $\quad\therefore b=\frac{4}{3}$

$\therefore ab=\frac{5}{6}\times\frac{4}{3}=\frac{10}{9}$ 답 $\frac{10}{9}$

꼼 31-2 $\frac{2\sqrt{a}}{5\sqrt{10}}=\frac{2\sqrt{a}\times\sqrt{10}}{5\sqrt{10}\times\sqrt{10}}=\frac{2\sqrt{10a}}{50}=\frac{\sqrt{10a}}{25}$

즉, $\frac{\sqrt{10a}}{25}=\frac{\sqrt{6}}{5}=\frac{5\sqrt{6}}{25}=\frac{\sqrt{150}}{25}$이므로

$10a=150$ $\quad\therefore a=15$ 답 ③

꼼 32 $\sqrt{15}\times\sqrt{720}\div4\sqrt{3}\div\sqrt{2}=\sqrt{15}\times12\sqrt{5}\times\frac{1}{4\sqrt{3}}\times\frac{1}{\sqrt{2}}$

$=\sqrt{5}\times3\sqrt{5}\times\frac{1}{\sqrt{2}}$

$=\frac{15}{\sqrt{2}}=\frac{15\sqrt{2}}{2}$

$\therefore a=2$

답 2

08 제곱근의 덧셈과 뺄셈

스피드 OX 퀴즈

(1) × (2) ○ (3) ○

(1) $\sqrt{2}+\sqrt{3}\neq\sqrt{5}$

콕콕 33 (좌변)$=\dfrac{4\sqrt{2}}{5}+\dfrac{3\sqrt{6}}{3}-\dfrac{3\sqrt{2}}{2}-2\sqrt{6}=-\dfrac{7}{10}\sqrt{2}-\sqrt{6}$

따라서 $a=-\dfrac{7}{10}$, $b=-1$이므로

$a-b=-\dfrac{7}{10}-(-1)=\dfrac{3}{10}$

답 ②

콕콕 34-1 $\dfrac{8}{\sqrt{24}}-\dfrac{16}{\sqrt{6}}+\sqrt{108}-\sqrt{48}=\dfrac{8}{2\sqrt{6}}-\dfrac{16}{\sqrt{6}}+6\sqrt{3}-4\sqrt{3}$

$=2\sqrt{3}-2\sqrt{6}$

답 ④

콕콕 34-2 $\dfrac{b}{a}+\dfrac{a}{b}=\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}+\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}=\dfrac{\sqrt{21}}{3}+\dfrac{\sqrt{21}}{7}$

$=\dfrac{7\sqrt{21}+3\sqrt{21}}{21}$

$=\dfrac{10\sqrt{21}}{21}$

답 $\dfrac{10\sqrt{21}}{21}$

답 35 $\frac{6}{\sqrt{3}}-\frac{3}{\sqrt{5}}+\sqrt{5}\left(\frac{3}{5}-\frac{2}{\sqrt{5}}\right)=2\sqrt{3}-\frac{3\sqrt{5}}{5}+\frac{3\sqrt{5}}{5}-2$

$=2\sqrt{3}-2$ 답 $2\sqrt{3}-2$

답 36-1 $(3+5\sqrt{2})(4-\sqrt{2})=12+(20-3)\sqrt{2}-10$

$=2+17\sqrt{2}$ 답 ⑤

답 36-2 $A=(\sqrt{5}+2)^2=(\sqrt{5})^2+2\times\sqrt{5}\times2+2^2$

$=5+4\sqrt{5}+4=9+4\sqrt{5}$

$B=(2\sqrt{3}+3)(2\sqrt{3}-3)=(2\sqrt{3})^2-9=12-9=3$

$\therefore A-B=(9+4\sqrt{5})-3=6+4\sqrt{5}$ 답 $6+4\sqrt{5}$

답 37-1 $\frac{3\sqrt{2}-5}{3-\sqrt{2}}=\frac{(3\sqrt{2}-5)(3+\sqrt{2})}{(3-\sqrt{2})(3+\sqrt{2})}$

$=\frac{9\sqrt{2}+6-15-5\sqrt{2}}{9-2}$

$=\frac{-9+4\sqrt{2}}{7}$

따라서 $a=-\frac{9}{7}$, $b=\frac{4}{7}$이므로 $a+b=-\frac{5}{7}$ 답 $-\frac{5}{7}$

답 37-2 $\frac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}-2}+\frac{\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}+2}=\frac{(\sqrt{3}+2)^2+(\sqrt{3}-2)^2}{(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)}$

$=\frac{7+4\sqrt{3}+7-4\sqrt{3}}{3-4}$

$=-14$ 답 -14

09 제곱근의 복잡한 계산

스피드 OX 퀴즈

(1) × (2) ○ (3) ○

(1) $p+q\sqrt{m}$이 유리수가 될 조건은 $q=0$이다.

꼼꼼 38 $2A-3B=2\left(\sqrt{12}+\dfrac{3}{\sqrt{2}}\right)-3\left(\sqrt{2}-\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)$

$=2\left(2\sqrt{3}+\dfrac{3\sqrt{2}}{2}\right)-3\left(\sqrt{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$

$=4\sqrt{3}+3\sqrt{2}-3\sqrt{2}+\sqrt{3}=5\sqrt{3}$

답 ⑤

꼼꼼 39-1 $6(a-\sqrt{5})-2\sqrt{5}+4a\sqrt{5}-13$

$=6a-6\sqrt{5}-2\sqrt{5}+4a\sqrt{5}-13$

$=(6a-13)+(4a-8)\sqrt{5}$

따라서 주어진 식이 유리수가 되려면 $4a-8=0$ $\quad\therefore a=2$

답 ②

꼼꼼 39-2 $\dfrac{p}{\sqrt{3}}(\sqrt{27}-3)+\sqrt{24}\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}-\dfrac{1}{\sqrt{6}}\right)$

$=\dfrac{\sqrt{3}p}{3}(3\sqrt{3}-3)+2\sqrt{6}\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}-\dfrac{\sqrt{6}}{6}\right)$

$=3p-\sqrt{3}p+2\sqrt{3}-2$

$=(3p-2)+(2-p)\sqrt{3}$

따라서 주어진 식이 유리수가 되려면 $2-p=0$ $\quad\therefore p=2$

답 ③

40-1 $x+\dfrac{1}{x}=\dfrac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2}+\dfrac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}$

$$=\frac{(\sqrt{5}+2)^2+(\sqrt{5}-2)^2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}$$

$$=\frac{9+4\sqrt{5}+9-4\sqrt{5}}{5-4}=18$$

답 18

40-2 $x=\dfrac{1}{2+\sqrt{5}}=\dfrac{2-\sqrt{5}}{(2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5})}=\dfrac{2-\sqrt{5}}{4-5}=-2+\sqrt{5}$

$x=-2+\sqrt{5}$에서 $x+2=\sqrt{5}$

양변을 제곱하면 $(x+2)^2=(\sqrt{5})^2$

$x^2+4x+4=5$, $x^2+4x=1$

$\therefore x^2+4x+9=1+9=10$

답 ④

41 $x-y=(\sqrt{3}+\sqrt{2})-(\sqrt{3}-\sqrt{2})=2\sqrt{2}$,

$xy=(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})=1$이므로

$x^2-5xy+y^2=(x-y)^2-3xy=(2\sqrt{2})^2-3\times1=5$

답 ④

42 $x^2+\dfrac{1}{x^2}+\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2-2+\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2-4$

$$=2\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-6$$

$$=2\times(2\sqrt{5})^2-6$$

$$=40-6=34$$

답 ①

10 제곱근을 어림한 값

스피드 OX 퀴즈

(1) × (2) ○ (3) ×

(1) 소수점 아래 셋째 자리까지 구할 수 있다.

(3) $\sqrt{0.2}=\sqrt{\frac{2}{10}}=\sqrt{\frac{1}{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$에서 $\sqrt{5}$를 어림한 값을 알아야 $\sqrt{0.2}$를 어림한 값을 구할 수 있다.

콕 43 $\sqrt{41.2}\fallingdotseq 6.419$이므로 $a=6.419$

$\sqrt{43.5}\fallingdotseq 6.595$이므로 $b=6.595$

$\therefore b-a=6.595-6.419=0.176$ 답 0.176

콕 44-1 ① $\sqrt{529}=\sqrt{5.29\times 100}=10\sqrt{5.29}\fallingdotseq 10\times 2.3=23$

② $\sqrt{5290}=\sqrt{52.9\times 100}=10\sqrt{52.9}\fallingdotseq 10\times 7.273=72.73$

③ $\sqrt{52900}=\sqrt{5.29\times 10000}=100\sqrt{5.29}\fallingdotseq 100\times 2.3=230$

④ $\sqrt{0.529}=\sqrt{\frac{52.9}{100}}=\frac{\sqrt{52.9}}{10}=\frac{7.273}{10}=0.7273$

⑤ $\sqrt{0.0529}=\sqrt{\frac{5.29}{100}}=\frac{\sqrt{5.29}}{10}=\frac{2.3}{10}=0.23$ 답 ③

콕 44-2 $0.3873=3.873\times\frac{1}{10}\fallingdotseq\sqrt{15}\times\frac{1}{10}=\sqrt{15\times\frac{1}{100}}=\sqrt{0.15}$

따라서 $a=0.15$이므로 $100a=100\times 0.15=15$ 답 15

콕 45-1 $\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{10}}{2}\fallingdotseq\dfrac{2.449+3.162}{2}$

$=\dfrac{5.611}{2}=2.8055$

답 2.8055

콕 45-2 $\sqrt{0.8}+\dfrac{1}{\sqrt{20}}=\sqrt{\dfrac{4}{5}}+\dfrac{1}{2\sqrt{5}}=\dfrac{2}{\sqrt{5}}+\dfrac{1}{2\sqrt{5}}$

$=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}+\dfrac{\sqrt{5}}{10}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

$\fallingdotseq\dfrac{2.236}{2}=1.118$

답 ③

콕 46-1 ㄱ. $\sqrt{0.75}=\sqrt{\dfrac{3}{4}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{x}{2}$

ㄴ. $\sqrt{270}=\sqrt{9\times30}=3\sqrt{30}=3y$

ㄷ. $\sqrt{1.2}=\sqrt{\dfrac{120}{100}}=\sqrt{\dfrac{4\times30}{100}}=\dfrac{2}{10}\sqrt{30}=0.2y$

ㄹ. $\sqrt{4800}=\sqrt{3\times1600}=40\sqrt{3}=40x$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

답 ㄱ, ㄷ

콕 46-2 $\sqrt{0.7}+\sqrt{70000}=\sqrt{\dfrac{70}{100}}+\sqrt{7\times10000}$

$=\dfrac{\sqrt{70}}{10}+100\sqrt{7}$

$=100p+\dfrac{1}{10}q$

답 ⑤

11 제곱근의 계산의 응용

스피드 OX 퀴즈

(1) × (2) × (3) ○

(1) $\sqrt{n}$의 소수 부분은 $\sqrt{n}-a$이다.

(3) $3\sqrt{2}-\sqrt{14}=\sqrt{18}-\sqrt{14}>0$이므로 $3\sqrt{2}>\sqrt{14}$

콕콕 47 $2\sqrt{3}-4=\sqrt{12}-\sqrt{16}<0$이므로 $2\sqrt{3}-4<0$

$3\sqrt{3}-5=\sqrt{27}-\sqrt{25}>0$이므로 $3\sqrt{3}-5>0$

$\therefore$ (주어진 식)$=-(2\sqrt{3}-4)-(3\sqrt{3}-5)$

$=-2\sqrt{3}+4-3\sqrt{3}+5$

$=9-5\sqrt{3}$

답 ③

콕콕 48-1 $2<\sqrt{5}<3$에서 $1<\sqrt{5}-1<2$이므로

$x=(\sqrt{5}-1)-1=\sqrt{5}-2$

$$\therefore \frac{x+4}{x}=\frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2}=\frac{(\sqrt{5}+2)^2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}$$

$=9+4\sqrt{5}$

답 $9+4\sqrt{5}$

콕콕 48-2 $2<x<4$에서 x는 정수이므로 $x=3$이다.

$\sqrt{n}=x+y=3+y$이므로 $3.2<\sqrt{n}<3.7$

각 변을 제곱하면 $(3.2)^2<n<(3.7)^2$

$10.24<n<13.69$ $\therefore n=11, 12, 13$

따라서 조건을 모두 만족하는 n의 값들의 합은 $11+12+13=36$

답 ②

켬 49 $6<\sqrt{39}<7$이므로 $[39]=6$

$2<\sqrt{8}<3$이므로 $<8>=\sqrt{8}-2$

$$\therefore \frac{14}{[39]+2<8>}=\frac{14}{6+2(\sqrt{8}-2)}=\frac{7}{1+2\sqrt{2}}$$
$$=\frac{7(1-2\sqrt{2})}{(1+2\sqrt{2})(1-2\sqrt{2})}=-1+2\sqrt{2}$$

답 $-1+2\sqrt{2}$

켬 50-1 세 정사각형의 한 변의 길이를 각각 a cm, b cm, c cm $(a>b>c)$라 하면

$a^2=72$에서 $a=6\sqrt{2}$, $b^2=32$에서 $b=4\sqrt{2}$, $c^2=18$에서 $c=3\sqrt{2}$

따라서 세 정사각형의 둘레의 길이의 합은

$$4a+4b+4c=4(a+b+c)=4(6\sqrt{2}+4\sqrt{2}+3\sqrt{2})$$
$$=4\times 13\sqrt{2}=52\sqrt{2}\,(\text{cm})$$

답 $52\sqrt{2}$ cm

켬 50-2 세 정사각형의 넓이의 비가 $1:3:9$이므로 세 정사각형의 한 변의 길이의 비는 $1:\sqrt{3}:3$이다.

$x:7=1:3$이므로 $3x=7$ $\quad\therefore x=\frac{7}{3}$

$y:7=\sqrt{3}:3$이므로 $3y=7\sqrt{3}$ $\quad\therefore y=\frac{7\sqrt{3}}{3}$

답 $x=\frac{7}{3}$, $y=\frac{7\sqrt{3}}{3}$

켬 51 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이가 $\sqrt{2}$이므로

점 A, B, C, D에 대응하는 수는 $-\sqrt{2}$, $-1+\sqrt{2}$, $3-\sqrt{2}$, $2+\sqrt{2}$

$\therefore a=-\sqrt{2}$, $b=-1+\sqrt{2}$, $c=3-\sqrt{2}$, $d=2+\sqrt{2}$

$$\therefore b(2a-c+d)=(-1+\sqrt{2})\{2(-\sqrt{2})-(3-\sqrt{2})+(2+\sqrt{2})\}$$
$$=(-1+\sqrt{2})(-2\sqrt{2}-3+\sqrt{2}+2+\sqrt{2})$$
$$=1-\sqrt{2}$$

답 ①

Ⅱ-1 인수분해

12 인수분해의 뜻과 인수분해 공식 (1)

스피드 OX 퀴즈

(1) ○ (2) ○ (3) ×

(3) $0<x<3$일 때, $x-3<0$이므로

$\sqrt{x^2-6x+9}=\sqrt{(x-3)^2}=-x+3$

꼼 52 $a(x-y)+b(y-x)=a(x-y)-b(x-y)$

$=(x-y)(a-b)$

답 $(x-y)(a-b)$

꼼 53 ㄴ. $a^2+5a+\frac{25}{4}=a^2+2\times\frac{5}{2}\times a+\left(\frac{5}{2}\right)^2=\left(a+\frac{5}{2}\right)^2$

ㄷ. $4x^2-12x+9=(2x)^2-2\times2x\times3+3^2=(2x-3)^2$

따라서 완전제곱식으로 인수분해되는 것은 ㄴ, ㄷ이다.

답 ③

꼼 54 $m^2=\left(\frac{2m-1}{2}\right)^2=\left(m-\frac{1}{2}\right)^2$이므로

$m^2=m^2-m+\frac{1}{4}$ $\therefore m=\frac{1}{4}$

$\therefore 16m=16\times\frac{1}{4}=4$

답 4

[다른 풀이] $x^2+(2m-1)x+m^2=x^2\pm2mx+(\pm m)^2$에서

(i) $2m-1=2m$인 경우

m의 값이 존재하지 않는다.

(ⅱ) $2m-1=-2m$인 경우

$4m=1$에서 $m=\frac{1}{4}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $m=\frac{1}{4}$이므로 $16m=16\times\frac{1}{4}=4$

콕 55-1 $x^2+ax+81=x^2\pm2\times x\times9+9^2$에서 $a=18$ ($\because a>0$)

$4x^2+bxy+\frac{1}{9}y^2=(2x)^2\pm2\times2x\times\frac{1}{3}y+\left(\frac{1}{3}y\right)^2$에서

$bxy=\pm2\times2x\times\frac{1}{3}y=\pm\frac{4}{3}xy$ $\quad\therefore b=\frac{4}{3}$ ($\because b>0$)

따라서 $a=18$, $b=\frac{4}{3}$이므로

$ab=18\times\frac{4}{3}=24$ 답 ⑤

콕 55-2 $4x^2+(k+1)x+25=(2x)^2+(k+1)x+5^2$이므로

완전제곱식이 되려면

$k+1=2\times2\times5$ 또는 $k+1=-2\times2\times5$

즉, $k+1=20$ 또는 $k+1=-20$ $\quad\therefore k=19$ 또는 $k=-21$

따라서 구하는 모든 k의 값의 합은 $19+(-21)=-2$ 답 -2

콕 56-1 $\sqrt{x^2+4x+4}+\sqrt{x^2-12x+36}=\sqrt{(x+2)^2}+\sqrt{(x-6)^2}$

$-2<x<6$일 때, $x+2>0$, $x-6<0$이므로

(주어진 식)$=(x+2)-(x-6)=8$ 답 ②

콕 56-2 $\sqrt{x^2-2xy+y^2}+\sqrt{x^2+2xy+y^2}=\sqrt{(x-y)^2}+\sqrt{(x+y)^2}$

$0<x<y$에서 $x-y<0$, $x+y>0$이므로

(주어진 식)$=-(x-y)+(x+y)=2y$ 답 $2y$

13 인수분해 공식(2), (3), (4)

스피드 OX 퀴즈

(1) × (2) ○ (3) ○

(1) $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$이므로 $(a+b)+(a-b)=2a$

(2) $2x^2+7x-15=(x+5)(2x-3)$

캡 57 $a^4-1=(a^2+1)(a^2-1)=(a^2+1)(a+1)(a-1)$

따라서 a^4-1의 인수가 아닌 것은 ⑤이다. 답 ⑤

캡 58 $(x-3)(x-6)-2x=x^2-9x+18-2x$

$=x^2-11x+18$

$=(x-2)(x-9)$

따라서 $(x-3)(x-6)-2x$의 인수는 ①, ③이다. 답 ①, ③

캡 59-1 $4x^2-6x+2-(x-1)^2=4x^2-6x+2-(x^2-2x+1)$

$=4x^2-6x+2-x^2+2x-1$

$=3x^2-4x+1$

$=(x-1)(3x-1)$ 답 ②

꼼 59-2 $10x^2+11xy-6y^2=(2x+3y)(5x-2y)$

따라서 구하는 두 일차식의 합은

$(2x+3y)+(5x-2y)=7x+y$ 답 $7x+y$

꼼 60-1 $3x^2+(2a-3)x-20=(3x+b)(x-4)$

$$=3x^2+(b-12)x-4b$$

$-20=-4b$에서 $b=5$

$2a-3=b-12$에서 $2a-3=5-12=-7$

$2a=-4$ $\quad\therefore a=-2$

$\therefore ab=(-2)\times5=-10$ 답 -10

꼼 60-2 $ax^2-25=ax^2-5^2$이 $(bx+5)(2x+c)$로 인수분해되므로

$A^2-B^2=(A+B)(A-B)$를 이용한다.

따라서 $a=2^2=4$, $b=2$, $c=-5$이므로

$a+b-c=4+2-(-5)=11$ 답 11

꼼 61 ⑤ $2a^2-6a-8=2(a^2-3a-4)=2(a-4)(a+1)$

따라서 인수분해한 것이 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

14 인수분해 공식의 응용

스피드 OX 퀴즈

(1) × (2) ○ (3) ○

(1) $x^2-10xy+21y^2=(x-3y)(x-7y)$

$x^2+6xy-27y^2=(x+9y)(x-3y)$

따라서 $x-3y$를 공통인수로 갖는다.

풀이 62-1 ① $x^2-4x+4=\underline{(x-2)}^2$

② $x^2-5x+6=\underline{(x-2)}(x-3)$ ③ $3x^2-4x-4=(3x+2)\underline{(x-2)}$

④ $2x^2+3x-2=(x+2)(2x-1)$ ⑤ $x^2-4=(x+2)\underline{(x-2)}$

따라서 일차 이상의 공통인수가 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다. 답 ④

풀이 62-2 $x^2y-10xy+25y=y(x^2-10x+25)=y\underline{(x-5)}^2$

$2x^2-50=2(x^2-25)=2\underline{(x-5)}(x+5)$

따라서 두 다항식의 1이 아닌 공통인수는 $x-5$이다. 답 $x-5$

풀이 63 $x^2+2x+k=(x-3)(x+m)$으로 놓으면

$m-3=2$ $\therefore m=5$

$(x-3)(x+5)=x^2+2x-15$이므로 $k=-15$ 답 ①

꼼꼼 64 $3x^2-10x+a=(x-4)(3x+m)$으로 놓으면

$m-4\times3=-10$ $\therefore m=2$

즉, $(x-4)(3x+2)=3x^2-10x-8$이므로 $a=-8$

$x^2+bx-40=(x-4)(x+n)$으로 놓으면

$-4\times n=-40$ $\therefore n=10$

즉, $(x-4)(x+10)=x^2+6x-40$이므로 $b=6$

$\therefore a+b=-8+6=-2$ 답 -2

꼼꼼 65-1 $x^2-\square x+15=(x+a)(x+b)$로 놓으면

$a+b=-\square$, $ab=15$

곱이 15인 두 정수 a, b는 -1과 -15, -3과 -5, 1과 15, 3과 5이므로 $\square$ 안에 들어갈 수 있는 정수는 -16, -8, 8, 16이다. 답 ①, ⑤

꼼꼼 65-2 $x^2+8x+k=(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

에서 $a+b=8$, $ab=k$

$a+b=8$을 만족하는 두 자연수 a, b를 순서쌍 (a, b)로 나타내면

$(1, 7)$, $(2, 6)$, $(3, 5)$, $(4, 4)$, $(5, 3)$, $(6, 2)$, $(7, 1)$이다.

따라서 $k=ab$의 최댓값 $M=16$, 최솟값 $m=7$이므로

$M+m=23$ 답 23

꼼꼼 66 수지는 상수항을 제대로 보았으므로

$(x-2)(x-3)=x^2-5x+6$에서 상수항은 6

수현이는 x의 계수를 제대로 보았으므로

$(x+6)(x-1)=x^2+5x-6$에서 x의 계수는 5

따라서 처음의 이차식은 x^2+5x+6이므로

$x^2+5x+6=(x+2)(x+3)$ 답 $(x+2)(x+3)$

Ⅱ-2 인수분해 공식의 활용

15 복잡한 식의 인수분해

스피드 OX 퀴즈

(1) ○ (2) × (3) ○

(3) $x^2-y^2+8y-16=x^2-(y-4)^2=(x+y-4)(x-y+4)$
이므로 $(x+y-4)+(x-y+4)=2x$이다.

콕 67 $(3x-1)y^2+3(3x-1)y+10(1-3x)$
$=(3x-1)(y^2+3y-10)$
$=(3x-1)(y+5)(y-2)$ 답 ④

콕 68-1 $x-y=A$로 치환하면
$(x-y)(x-y-6)+5=A(A-6)+5$
$=A^2-6A+5$
$=(A-1)(A-5)$
$=(x-y-1)(x-y-5)$ 답 ②

콕 68-2 $x+2=A$로 치환하면
$(x+2)^2-3(x+2)-18=A^2-3A-18$
$=(A+3)(A-6)$
$=(x+2+3)(x+2-6)$
$=(x+5)(x-4)$
따라서 $a=-4$, $b=5$ 또는 $a=5$, $b=-4$이므로
$a+b=1$ 답 ①

꼼 69 $3x-5=A$, $x+2=B$로 치환하면

$$\begin{aligned}(3x-5)^2-(x+2)^2&=A^2-B^2\\&=(A+B)(A-B)\\&=(3x-5+x+2)(3x-5-x-2)\\&=(4x-3)(2x-7)\end{aligned}$$

따라서 $a=2$, $b=-7$이므로

$ab=2\times(-7)=-14$ 답 ①

꼼 70-1

$$\begin{aligned}x^3+3x^2-4x-12&=x^2(x+3)-4(x+3)\\&=(x+3)(x^2-4)\\&=(x+3)(x+2)(x-2)\end{aligned}$$

따라서 구하는 세 일차식의 합은

$(x+3)+(x+2)+(x-2)=3x+3$ 답 $3x+3$

꼼 70-2

$$\begin{aligned}a^2b^2-c^2-6ab+9&=(a^2b^2-6ab+9)-c^2\\&=(ab-3)^2-c^2\\&=(ab+c-3)(ab-c-3)\end{aligned}$$

답 ②

꼼 71

$$\begin{aligned}x^2+xy-8x-6y+12&=(x-6)y+(x^2-8x+12)\\&=(x-6)y+(x-6)(x-2)\\&=(x-6)(x+y-2)\end{aligned}$$

답 ②, ④

16 인수분해를 이용한 계산

스피드 OX 퀴즈

(1) ○ (2) ○ (3) ×

(1) $52^2-48^2=(52+48)(52-48)=400$

(3) $95^2+95\times10+5^2=(95+5)^2=100^2=10000$

콕콕 72 $A=\sqrt{40^2-24^2}=\sqrt{(40+24)(40-24)}=\sqrt{64\times16}$

$=\sqrt{8^2\times4^2}=\sqrt{32^2}=32$

$B=12.5^2-2\times12.5\times3.5+3.5^2=(12.5-3.5)^2=9^2=81$

따라서 $A=32$, $B=81$이므로 $A+B=32+81=113$ 답 113

콕콕 73 $2^2-4^2+6^2-8^2+10^2-12^2$

$=(2+4)(2-4)+(6+8)(6-8)+(10+12)(10-12)$

$=-2(2+4+6+8+10+12)$

$=-2\times42=-84$ 답 -84

콕콕 74-1 $3^8-1=(3^4+1)(3^4-1)$

$=(3^4+1)(3^2+1)(3^2-1)$

$=(3^4+1)(3^2+1)(3+1)(3-1)$

$=82\times10\times4\times2$

$=2^5\times5\times41$

따라서 3^8-1의 약수가 아닌 것은 ③이다. 답 ③

꼼 74-2 $2^{16}-1=(2^8+1)(2^8-1)$

$=(2^8+1)(2^4+1)(2^4-1)$

$=(2^8+1)(2^4+1)(2^2+1)(2^2-1)$

$=(2^8+1)(2^4+1)(2^2+1)(2+1)(2-1)$

$=257\times17\times5\times3$

$2^{16}-1$의 약수 중 10 이상 20 이하인 자연수는 15, 17이므로 구하는 자연수의 합은 $15+17=32$

답 32

꼼 75-1 $x=\dfrac{1}{\sqrt{5}-2}=\sqrt{5}+2$, $y=\dfrac{1}{\sqrt{5}+2}=\sqrt{5}-2$이므로

$x+y=2\sqrt{5}$, $x-y=4$, $xy=1$

$\therefore\ x^3y-xy^3=xy(x^2-y^2)$

$=xy(x+y)(x-y)$

$=1\times2\sqrt{5}\times4=8\sqrt{5}$

답 ④

꼼 75-2 $2<\sqrt{5}<3$이므로 $p=\sqrt{5}-2$

$p+6=A$로 치환하면

$(p+6)^2-8(p+6)+12=A^2-8A+12$

$=(A-2)(A-6)$

$=p(p+4)$

$=(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)$

$=5-4=1$

답 1

꼼 76 $a^2-b^2+4a+4=(a^2+4a+4)-b^2$

$=(a+2)^2-b^2$

$=(a+b+2)(a-b+2)$

$=(3\sqrt{2}+2)(\sqrt{2}-2+2)$

$=6+2\sqrt{2}$

답 ⑤

Ⅲ-1 이차방정식

17 이차방정식의 뜻과 해

스피드 OX 퀴즈

답 (1) × (2) ○ (3) ×

(2) $x^3+3x^2+5x=x^3-x$에서 $3x^2+6x=0$(이차방정식)

콕 77 $(2x-5)^2=7$에서 $4x^2-20x+25=7$이므로

$4x^2-20x+18=0$

양변을 2로 나누면 $2x^2-10x+9=0$이므로 $a=2$, $b=10$

$\therefore a+b=2+10=12$ 답 ⑤

콕 78 $-3x(ax-4)=2x^2+9$에서

$-3ax^2+12x=2x^2+9$, $(-3a-2)x^2+12x-9=0$

위의 식이 x에 관한 이차방정식이 되려면 $-3a-2\neq0$

$\therefore a\neq-\dfrac{2}{3}$ 답 $a\neq-\dfrac{2}{3}$

콕 79-1 주어진 방정식에 $x=-3$을 대입하면

ㄱ. $(-3)^2-3\times(-3)=9+9=18\neq0$

ㄴ. $(-3)^2-9=9-9=0$

ㄷ. $(-3)^2-2\times(-3)-3=9+6-3=12\neq0$

ㄹ. $(-3)^2-10\times(-3)+21=9+30+21=60\neq0$

ㅁ. $2\times(-3)^2-3\times(-3)+1=18+9+1=28\neq0$

ㅂ. $4\times(-3)^2+9\times(-3)-9=36-27-9=0$

따라서 $x=-3$을 근으로 갖는 이차방정식은 ㄴ, ㅂ의 2개이다. 답 ②

꼼꼼 79-2 $3x-1\le 2x+2$에서 $x\le 3$이므로
자연수 x는 1, 2, 3이다.
$x=1$일 때, $1^2+2\times1-8=1+2-8=-5\neq0$
$x=2$일 때, $2^2+2\times2-8=4+4-8=0$
$x=3$일 때, $3^2+2\times3-8=9+6-8=7\neq0$
따라서 주어진 이차방정식의 해는 $x=2$이다. 답 $x=2$

꼼꼼 80-1 $ax^2+(3a-5)x-4=0$에 $x=-2$를 대입하면
$a\times(-2)^2+(3a-5)\times(-2)-4=0$
$4a-6a+10-4=0$, $-2a=-6$
$\therefore a=3$ 답 ④

꼼꼼 80-2 $2x^2-kx-2k+1=0$에 $x=1$을 대입하면
$2\times1-k\times1-2k+1=0$, $-3k+3=0$
$\therefore k=1$ 답 ①

꼼꼼 81 $x^2-6x-3=0$에 $x=a$를 대입하면
$a^2-6a-3=0$
$a\neq0$이므로 양변을 a로 나누면
$a-6-\dfrac{3}{a}=0$ $\therefore a-\dfrac{3}{a}=6$
$\therefore a^2+\dfrac{9}{a^2}=\left(a-\dfrac{3}{a}\right)^2+6=36+6=42$ 답 ④

18 인수분해를 이용한 이차방정식의 풀이

스피드 OX 퀴즈

답 (1) × (2) ○ (3) ○

(3) $x^2-9=0$에서 $(x+3)(x-3)=0$ $\therefore x=-3$ 또는 $x=3$

따라서 두 근의 곱은 -9이다.

꼼꼼 82 주어진 방정식의 해를 구하면 다음과 같다.

① $x=-1$ 또는 $x=-\dfrac{2}{3}$ ③ $x=1$ 또는 $x=\dfrac{2}{3}$

④ $x=1$ 또는 $x=-\dfrac{3}{2}$ ⑤ $x=\dfrac{3}{2}$ 또는 $x=-\dfrac{2}{3}$

답 ②

꼼꼼 83 $6x^2+11x-10=0$에서 $(2x+5)(3x-2)=0$

따라서 $a=5$, $b=-2$이므로

$a+b=5+(-2)=3$

답 3

꼼꼼 84 $a(a-3)x^2+(a+4)x+7=0$에 $x=-1$을 대입하면

$a(a-3)-(a+4)+7=0$, $a^2-4a+3=0$

$(a-1)(a-3)=0$ $\therefore a=1(\because a\neq3)$

답 ④

꼼꼼 85 $2(a^2+1)x^2-ax-9=0$에 $x=-2$를 대입하면

$8(a^2+1)+2a-9=0,\ 8a^2+2a-1=0$

$(2a+1)(4a-1)=0 \quad \therefore\ a=-\frac{1}{2}$ 또는 $a=\frac{1}{4}$

따라서 모든 a의 값의 합은

$-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=-\frac{1}{4}$ 답 $-\frac{1}{4}$

꼼꼼 86-1 $x=-2$를 $ax^2-8x-a-4=0$에 대입하면

$4a+16-a-4=0,\ 3a+12=0 \quad \therefore\ a=-4$

$ax^2-8x-a-4=0$에 $a=-4$를 대입하면 $-4x^2-8x=0$이므로

$4x(x+2)=0 \quad \therefore\ x=0$ 또는 $x=-2$

따라서 다른 한 근은 0이다. 답 ③

꼼꼼 86-2 $x^2+2x-3=0$에서 $(x+3)(x-1)=0$

$\therefore\ x=-3$ 또는 $x=1$

따라서 $x^2+ax+a-3=0$의 한 근이 1이므로

$x^2+ax+a-3=0$에 $x=1$을 대입하면

$1+a+a-3=0,\ 2a-2=0 \quad \therefore\ a=1$

$x^2+ax+a-3=0$에 $a=1$을 대입하면

$x^2+x-2=0,\ (x+2)(x-1)=0 \quad \therefore\ x=-2$ 또는 $x=1$

따라서 다른 한 근은 -2이다. 답 ①

19 중근과 공통근

스피드 OX 퀴즈

답 (1) ○ (2) × (3) ○

(3) $(x+7)(x-1)=0$ $\quad\therefore x=-7$ 또는 $x=1$

$(x+7)(x-2)=0$ $\quad\therefore x=-7$ 또는 $x=2$

캡 87 $(x-a)(x+4)=b$에서 $x^2+(4-a)x-4a-b=0$

한편, 이차항의 계수가 1이고, $x=-5$를 중근으로 갖는 이차방정식은

$(x+5)^2=0$, 즉 $x^2+10x+25=0$

이때, $x^2+(4-a)x-4a-b=x^2+10x+25$이므로

$4-a=10$, $-4a-b=25$ $\quad\therefore a=-6$, $b=-1$

$\therefore a+b=(-6)+(-1)=-7$

답 ②

캡 88-1 $(x+1)^2-k+3=0$

즉, $(x+1)^2=k-3$이 중근을 가지려면

$k-3=0$ $\quad\therefore k=3$

이때, $(x+1)^2=0$ $\quad\therefore x=-1$(중근)

답 $k=3$, $x=-1$(중근)

캡 88-2 이차방정식 $x^2+6ax-4a+5=0$이 중근을 가지려면

$x^2+6ax-4a+5=0$에서 $\left(\frac{6a}{2}\right)^2=-4a+5$, $9a^2=-4a+5$

$9a^2+4a-5=0$, $(a+1)(9a-5)=0$ $\quad\therefore a=-1$ 또는 $a=\frac{5}{9}$

따라서 정수 a의 값은 -1이다.

답 ⑤

꼼 88-3 $x^2-(m+2)x+9=0$이 중근을 가지려면

$\left(\frac{m+2}{2}\right)^2=9$, $m^2+4m-32=0$, $(m+8)(m-4)=0$

$\therefore m=-8$ 또는 $m=4$

m은 양수이므로 $x^2-(m+2)x+9=0$에 $m=4$를 대입하면

$x^2-6x+9=0$, 즉 $(x-3)^2=0$이므로 $x=3$ $\therefore a=3$

$\therefore m+a=4+3=7$

답 ④

꼼 89 $x^2-x-12=0$에서 $(x+3)(x-4)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=4$

$(x-2)(2x+1)=(x-2)^2$에서 $2x^2-3x-2=x^2-4x+4$

$x^2+x-6=0$, $(x+3)(x-2)=0$ $\therefore x=-3$ 또는 $x=2$

따라서 두 이차방정식의 공통인 근은 $x=-3$

답 $x=-3$

꼼 90-1 $x^2+2ax+4=0$에 $x=-2$를 대입하면

$4-4a+4=0$, $4a=8$ $\therefore a=2$

$x^2-(b+1)x-5b=0$에 $x=-2$를 대입하면

$4+2(b+1)-5b=0$, $3b=6$ $\therefore b=2$

$\therefore a+b=2+2=4$

답 ⑤

꼼 90-2 $x^2-5x-6=0$에서 $(x+1)(x-6)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=6$

$2x^2-5x-7=0$에서 $(x+1)(2x-7)=0$ $\therefore x=-1$ 또는 $x=\frac{7}{2}$

따라서 세 이차방정식의 공통인 근은 $x=-1$이므로 이를

$3x^2-mx-5+m=0$에 대입하면

$3+m-5+m=0$, $2m-2=0$ $\therefore m=1$

답 ①

20 제곱근과 완전제곱식을 이용한 이차방정식의 풀이

스피드 OX 퀴즈

답 (1) × (2) ○ (3) ○

(2) $2x^2-6x-3=0$에서 $x^2-3x=\frac{3}{2}$, $x^2-3x+\frac{9}{4}=\frac{3}{2}+\frac{9}{4}$

$\therefore \left(x-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{15}{4}$ $\therefore p=-\frac{3}{2}$, $q=\frac{15}{4}$

킬 91 $4a-7<0$이어야 하므로 $4a<7$ $\therefore a<\frac{7}{4}$ 답 ④

킬 92-1 $2(x-a)^2=10$에서 $(x-a)^2=5$

$x-a=\pm\sqrt{5}$ $\therefore x=a\pm\sqrt{5}$

이때, 주어진 이차방정식의 해가 $x=-3\pm\sqrt{b}$이므로

$a\pm\sqrt{5}=-3\pm\sqrt{b}$에서 $a=-3$, $b=5$

$\therefore a+b=(-3)+5=2$ 답 ③

킬 92-2 $(x+2)^2=k$에서 $x+2=\pm\sqrt{k}$이므로 $x=-2\pm\sqrt{k}$

이때, 주어진 이차방정식의 한 근이 $x=-2+\sqrt{5}$이므로 $k=5$

따라서 다른 한 근은 $x=-2-\sqrt{5}$이다. 답 $k=5$, $x=-2-\sqrt{5}$

킬 93-1 $(x+4)(x-8)=-8$에서 $x^2-4x-32=-8$

$x^2-4x=24$, $x^2-4x+4=24+4$

$(x-2)^2=28$

따라서 $p=2$, $q=28$이므로 $pq=56$ 답 56

킬 93-2 $(2x-1)(3x+4)=x^2-4$에서 $6x^2+5x-4=x^2-4$

$5x^2+5x=0$, $x^2+x=0$, $x^2+x+\left(\frac{1}{2}\right)^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2$

$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2$

따라서 $a=1$, $b=\frac{1}{2}$, $c=\frac{1}{2}$이므로 $a+b+c=2$ 답 ⑤

쌤 94-1 ㄱ. $x^2-x-3=0$에서 $x^2-x=3$

$x^2-x+\left(\frac{1}{2}\right)^2=3+\left(\frac{1}{2}\right)^2$, $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{13}{4}$

$x-\frac{1}{2}=\pm\frac{\sqrt{13}}{2}$ $\quad\therefore x=\frac{1\pm\sqrt{13}}{2}$

ㄴ. $2x^2-4x-8=0$에서 $x^2-2x-4=0$, $x^2-2x=4$

$x^2-2x+1=4+1$, $(x-1)^2=5$

$x-1=\pm\sqrt{5}$ $\quad\therefore x=1\pm\sqrt{5}$

ㄷ. $\frac{1}{3}x^2+2x-5=0$에서 $x^2+6x-15=0$, $x^2+6x=15$

$x^2+6x+9=15+9$, $(x+3)^2=24$

$x+3=\pm2\sqrt{6}$ $\quad\therefore x=-3\pm2\sqrt{6}$

ㄹ. $\frac{1}{2}x^2+x=7$에서 $x^2+2x=14$

$x^2+2x+1=14+1$, $(x+1)^2=15$

$x+1=\pm\sqrt{15}$ $\quad\therefore x=-1\pm\sqrt{15}$

따라서 그 해를 바르게 구한 것은 ㄱ, ㄷ이다. 답 ②

쌤 94-2 $x^2+x-4=0$에서 $x^2+x=4$

$x^2+x+\left(\frac{1}{2}\right)^2=4+\left(\frac{1}{2}\right)^2$, $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{17}{4}$

$x+\frac{1}{2}=\pm\frac{\sqrt{17}}{2}$ $\quad\therefore x=\frac{-1\pm\sqrt{17}}{2}$

따라서 $m=-1$, $n=17$이므로

$m+n=(-1)+17=16$ 답 16

Ⅲ-2. 이차방정식의 활용

21 이차방정식의 근의 공식

스피드 OX 퀴즈

답 (1) × (2) ○ (3) ×

(3) $x^2+6x+1=0$에서 근의 공식에 의해

$x=-3\pm\sqrt{3^2-1\times1}=-3\pm2\sqrt{2}$ $\quad\therefore p+q=-3+2=-1$

95 ㉢ $\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2=\dfrac{b^2-4ac}{4a^2}$ 답 ㉢

96-1 $3x(x-2)=5$, 즉 $3x^2-6x-5=0$에서 근의 공식에 의해

$x=\dfrac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-3\times(-5)}}{3}=\dfrac{3\pm\sqrt{24}}{3}=\dfrac{3\pm2\sqrt{6}}{3}$

따라서 $A=3$, $B=6$이므로 $A+B=9$ 답 9

96-2 $x^2-5x+5=0$에서 근의 공식에 의해

$x=\dfrac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times5}}{2}=\dfrac{5\pm\sqrt{5}}{2}$

따라서 $k=\dfrac{5+\sqrt{5}}{2}$이므로 $2k-\sqrt{5}=2\times\dfrac{5+\sqrt{5}}{2}-\sqrt{5}=5$ 답 5

97 $\dfrac{1}{2x+1}=x-3$에서 양변에 $2x+1$을 곱하면

$(2x+1)(x-3)=1$이므로 $2x^2-5x-4=0$

근의 공식에 의해

$$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times2\times(-4)}}{2\times2}=\frac{5\pm\sqrt{57}}{4}$$

따라서 $A=4$, $B=57$이므로 $A+B=4+57=61$ 답 61

킴 98-1 $x^2-8x+m=0$에서 근의 공식에 의해

$x=-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-m}=4\pm\sqrt{16-m}$

이때, $x=4\pm\sqrt{16-m}=4\pm2\sqrt{3}$이므로

$\sqrt{16-m}=2\sqrt{3}$, 즉 $\sqrt{16-m}=\sqrt{12}$에서 $16-m=12$ $\therefore m=4$ 답 ⑤

킴 98-2 $x^2+2kx-5k=0$에 $x=k$를 대입하면

$k^2+2k^2-5k=0$, $3k^2-5k=0$, $k(3k-5)=0$ $\therefore k=\frac{5}{3}$ ($\because k\neq0$)

$x^2+kx-1=0$에 $k=\frac{5}{3}$를 대입하면 $x^2+\frac{5}{3}x-1=0$

양변에 3을 곱하면 $3x^2+5x-3=0$

근의 공식에 의해

$$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times3\times(-3)}}{2\times3}=\frac{-5\pm\sqrt{61}}{6}$$

답 $x=\frac{-5\pm\sqrt{61}}{6}$

킴 99 $2x^2+5x-3=0$에서 근의 공식에 의해

$$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times2\times(-3)}}{2\times2}=\frac{-5\pm\sqrt{49}}{4}=\frac{-5\pm7}{4}$$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=\frac{1}{2}$ 답 $x=-3$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

[다른 풀이] 인수분해 공식을 이용하여 풀면

$2x^2+5x-3=0$에서 $(x+3)(2x-1)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

22 복잡한 이차방정식의 풀이

스피드 ox 퀴즈

답 (1) × (2) ○ (3) ○

(3) $x+y=A$로 치환하면 $A^2+2A+1=0$, $(A+1)^2=0$

$\therefore A=-1$, 즉 $x+y=-1$

100-1 주어진 이차방정식의 양변에 5를 곱하여 정리하면

$3x^2+11x+6=2x^2+7x+5$, $x^2+4x+1=0$

$\therefore x=-2\pm\sqrt{2^2-1}=-2\pm\sqrt{3}$

따라서 $\alpha=-2+\sqrt{3}$, $\beta=-2-\sqrt{3}$이므로

$\alpha-\beta=(-2+\sqrt{3})-(-2-\sqrt{3})=2\sqrt{3}$ 답 ④

100-2 $\frac{x(x-2)}{6}=\frac{2(x+1)(x+2)}{3}$의 양변에 6을 곱하면

$x(x-2)=4(x+1)(x+2)$, $3x^2+14x+8=0$, $(x+4)(3x+2)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=-\frac{2}{3}$

$0.3x^2-0.1x=0.2$의 양변에 10을 곱하면

$3x^2-x-2=0$, $(3x+2)(x-1)=0$

$\therefore x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=1$

$\therefore p=-\frac{2}{3}$ $\therefore \left(-\frac{2}{3}\right)\times(-4)\times1=\frac{8}{3}$ 답 $\frac{8}{3}$

101-1 $x-1=A$로 치환하면

$A^2+2A-15=0$, $(A+5)(A-3)=0$ $\therefore A=-5$ 또는 $A=3$

즉, $x-1=-5$ 또는 $x-1=3$이므로 $x=-4$ 또는 $x=4$

따라서 $\alpha=-4$, $\beta=4$ 또는 $\alpha=4$, $\beta=-4$이므로

$\alpha\beta=4\times(-4)=-16$ 답 ②

킬 101-2 $x-2=A$로 치환하면

$A^2-5(-A)-6=0$, $A^2+5A-6=0$

$(A+6)(A-1)=0$ $\therefore A=-6$ 또는 $A=1$

즉, $x-2=-6$ 또는 $x-2=1$이므로 $x=-4$ 또는 $x=3$

이때, $x>0$이므로 $x=3$ 답 $x=3$

킬 102 $x^2+y^2=A$로 치환하면

$A(A-5)-14=0$, $A^2-5A-14=0$

$(A+2)(A-7)=0$ $\therefore A=7(\because A\geq 0)$

$\therefore x^2+y^2=7$ 답 ⑤

킬 103-1 $8x^2-24xy+18y^2-10x+15y-12=0$에서

$2(4x^2-12xy+9y^2)-5(2x-3y)-12=0$

$2(2x-3y)^2-5(2x-3y)-12=0$

$2x-3y=A$로 치환하면 $2A^2-5A-12=0$, $(2A+3)(A-4)=0$

$\therefore A=-\dfrac{3}{2}$ 또는 $A=4$, 즉 $2x-3y=-\dfrac{3}{2}$ 또는 $2x-3y=4$

이때, x, y는 정수이므로 $2x-3y=4$ 답 4

킬 103-2 $x-y=A$로 치환하면

$2A^2-A-10=0$, $(2A-5)(A+2)=0$ $\therefore A=\dfrac{5}{2}$ 또는 $A=-2$

$\therefore x-y=\dfrac{5}{2}$ $(\because x>y)$ 답 ⑤

23 이차방정식의 근의 계수

스피드 OX 퀴즈

답 (1) ○ (2) × (3) ○

(2) $b^2-4ac>0$일 때 서로 다른 두 근, $b^2-4ac=0$일 때 중근을 갖는다.
따라서 $b^2-4ac\geq 0$일 때, 근을 갖는다.

(3) $x^2+4x-2=0$에서 $2^2-1\times(-2)=6>0$이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.

켭 104-1 $2x^2-3x+1=0$에서 $(-3)^2-4\times2\times1=1>0$이므로 서로 다른 두 근을 갖는다. $\therefore a=2$

$5x^2+4x+1=0$에서 $2^2-5=-1<0$이므로 근이 없다. $\therefore b=0$

$\therefore a+b=2$

답 ②

켭 104-2 ① $x^2+4x+4=0$에서 $2^2-1\times4=0$

② $x^2-2x+1=0$에서 $(-1)^2-1=0$

③ $x^2-x+1=0$에서 $(-1)^2-4\times1=-3<0$

④ $2x^2+3x-1=0$에서 $3^2-4\times2\times(-1)=17>0$

⑤ $3x^2-4x-5=0$에서 $(-2)^2-3\times(-5)=19>0$

따라서 근을 갖지 않는 이차방정식은 ③이다.

답 ③

켭 105 $(x-4)^2=3$에서 $3>0$이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.

답 2개

켬 106-1 $x^2-(k-2)x+k+1=0$이 중근을 가지려면

$\{-(k-2)\}^2-4(k+1)=0$, $k^2-4k+4-4k-4=0$

$k^2-8k=0$, $k(k-8)=0$

$\therefore k=0$ 또는 $k=8$

따라서 모든 k의 값의 합은 8이다. 답 ④

켬 106-2 $(a-1)x^2-(a-1)x+2=0$이 중근을 가지려면

$\{-(a-1)\}^2-4\times(a-1)\times2=0$

$a^2-2a+1-8a+8=0$, $a^2-10a+9=0$

$(a-1)(a-9)=0$ $\therefore a=9(\because a\neq1)$ 답 ③

켬 107-1 $x^2+2kx+k^2-k+3=0$이 근을 가지려면

$k^2-(k^2-k+3)\geq0$

$k-3\geq0$

$\therefore k\geq3$ 답 $k\geq3$

켬 107-2 $x^2+4x+3+m=0$이 서로 다른 두 근을 가지려면

$2^2-(3+m)>0$

$1-m>0$

$\therefore m<1$ 답 ③

24 근과 계수의 관계

스피드 OX 퀴즈

답 (1) × (2) ○ (3) ○

(1) $4x^2+5x+1=0$에서 (두 근의 합)$=-\frac{5}{4}$

(2) $(x+2)^2=x+8$에서 $x^2+3x-4=0$ $\quad\therefore$ (두 근의 곱)$=-4$

(3) $x^2-2x-1=0$에서 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+\beta=2,\ \alpha\beta=-1$

$\therefore\ \alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=2^2-2\times(-1)=6$

캡 108 $x^2-2x-5=0$에서 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+\beta=2,\ \alpha\beta=-5$

$\therefore\ \frac{5}{\alpha}+\frac{5}{\beta}=\frac{5(\alpha+\beta)}{\alpha\beta}=\frac{5\times2}{-5}=-2$ 답 ③

캡 109-1 $x^2-3x-4=0$에서 근과 계수의 관계에 의해

(두 근의 합)$=3$, (두 근의 곱)$=-4$

따라서 $x^2+mx+n=0$의 두 근은 -4, 3이므로

$-4+3=-m$에서 $m=1$, $(-4)\times3=n$에서 $n=-12$

$\therefore\ mn=1\times(-12)=-12$ 답 ①

캡 109-2 $2x^2+px+q=0$의 두 근이 $-\frac{1}{2}$, 4이므로

$-\frac{1}{2}+4=-\frac{p}{2}$에서 $p=-7$, $\left(-\frac{1}{2}\right)\times4=\frac{q}{2}$에서 $q=-4$

따라서 $-7x^2-4x+3=0$, 즉 $7x^2+4x-3=0$이므로

(두 근의 합)$=-\frac{4}{7}$ 답 ②

꼼 110-1 $x^2+2x-7=0$에서 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+\beta=-2,\ \alpha\beta=-7$

$\therefore\ \alpha^2+\alpha\beta+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-\alpha\beta=(-2)^2-(-7)=11$ 답 ④

꼼 110-2 $x^2-3x-5=0$에서 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+\beta=3,\ \alpha\beta=-5$

$(\beta-\alpha)^2=(\beta+\alpha)^2-4\alpha\beta=3^2-4\times(-5)=29$

$\therefore\ \beta-\alpha=\sqrt{29}\ (\because\ \beta>\alpha)$

$\beta^2-\alpha^2=(\beta+\alpha)(\beta-\alpha)=3\sqrt{29}$

$$\begin{aligned}\therefore\ \frac{\beta}{\alpha+1}-\frac{\alpha}{\beta+1}&=\frac{\beta(\beta+1)-\alpha(\alpha+1)}{(\alpha+1)(\beta+1)}=\frac{\beta^2+\beta-\alpha^2-\alpha}{\alpha\beta+\alpha+\beta+1}\\&=\frac{(\beta^2-\alpha^2)+(\beta-\alpha)}{\alpha\beta+\alpha+\beta+1}=\frac{3\sqrt{29}+\sqrt{29}}{-5+3+1}\\&=-4\sqrt{29}\end{aligned}$$

답 ①

꼼 111 $x^2+4mx-4m-3=0$에서 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+\beta=-4m,\ \alpha\beta=-4m-3$

이때, $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$이고 $\alpha^2+\beta^2=5$이므로 $(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=5$

$(-4m)^2-2\times(-4m-3)=5,\ 16m^2+8m+1=0$

$(4m+1)^2=0\qquad\therefore\ m=-\dfrac{1}{4}$ 답 $-\dfrac{1}{4}$

꼼 112 $x^2+3ax+12x+5a+4=0$의 두 근을 $-\alpha,\ \alpha$로 놓으면

$\alpha+(-\alpha)=-(3a+12)$에서 $-3a=12\qquad\therefore\ a=-4$

$\alpha\times(-\alpha)=5a+4$에 $a=-4$를 대입하면 $-\alpha^2=-16\qquad\therefore\ \alpha=\pm4$

$\therefore\ |\alpha|=|\pm4|=4$ 답 ②

25 이차방정식의 응용

스피드 OX 퀴즈

답 (1) × (2) ○ (3) ×

(1) $2(x-1)(x-2)=0$, 즉 $2x^2-6x+4=0$이다.

(3) 한 근이 $1-\sqrt{2}$이면 다른 한 근은 $1+\sqrt{2}$이다.

113 $1<\sqrt{3}<2$에서 $-2<-\sqrt{3}<-1$이므로 $1<3-\sqrt{3}<2$

이때, $3-\sqrt{3}$의 정수 부분이 1이므로 $a=1$, $b=(3-\sqrt{3})-1=2-\sqrt{3}$

한편, $2-\sqrt{3}$이 한 근이므로 다른 한 근은 $2+\sqrt{3}$이다.

$\therefore c=-\{(2+\sqrt{3})+(2-\sqrt{3})\}=-4$, $d=(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})=1$

$\therefore c-d=(-4)-1=-5$ 답 ①

114-1 두 근이 -1, 4이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x+1)(x-4)=0$, $x^2-3x-4=0$ $\therefore a=-3,\ b=-4$

이때, $bx^2-ax+1=0$, 즉 $-4x^2+3x+1=0$에서 $(4x+1)(x-1)=0$

$\therefore x=-\dfrac{1}{4}$ 또는 $x=1$ 답 $x=-\dfrac{1}{4}$ 또는 $x=1$

114-2 $x^2+6x+5=0$에서 $x^2+6x+9=-5+9$

$(x+3)^2=4$ $\therefore p=3,\ q=4$

따라서 3, 4를 두 근으로 하고 x^2의 계수가 2인 이차방정식은

$2(x-3)(x-4)=0$, 즉 $2x^2-14x+24=0$ 답 $2x^2-14x+24=0$

115 $3x^2+5x+1=0$의 두 근이 α, β이므로

$\alpha+\beta=-\dfrac{5}{3}$, $\alpha\beta=\dfrac{1}{3}$

이때, $(\alpha+2)+(\beta+2)=\alpha+\beta+4=-\dfrac{5}{3}+4=\dfrac{7}{3}$,

$(\alpha+2)(\beta+2)=\alpha\beta+2(\alpha+\beta)+4=\frac{1}{3}-\frac{10}{3}+4=1$이므로

구하는 이차방정식은 $3\left(x^2-\frac{7}{3}x+1\right)=0$, 즉 $3x^2-7x+3=0$

$\therefore\ 3x^2-7x+3=0$ 답 $3x^2-7x+3=0$

켬 116 $x^2-24x+27k=0$의 두 근이 m, n이므로

$m+n=24$, $mn=27k$

이때, 두 근 m, n의 최대공약수가 3이므로 $m=3\alpha$, $n=3\beta$ (α, β는 서로소)라 하면 $3\alpha+3\beta=24$에서 $\alpha+\beta=8$

두 수의 합이 8이면서 서로소인 두 수는 1, 7과 3, 5이다.

(ⅰ) $\alpha=1$, $\beta=7$이면 $m=3$, $n=21$로 $m<20<n$을 만족한다.

(ⅱ) $\alpha=3$, $\beta=5$이면 $m=9$, $n=15$로 $m<20<n$을 만족하지 않는다.

(ⅰ), (ⅱ)에서 $m=3$, $n=21$

따라서 $27k=mn=3\times21=63$이므로 $k=\frac{7}{3}$ 답 ③

켬 117-1 경민이는 상수항을 바르게 보았으므로

$3(x+5)(x+2)=0$, 즉 $3x^2+21x+30=0$에서 $b=30$

재원이는 일차항의 계수를 바르게 보았으므로

$3(x+2)(x-9)=0$, 즉 $3x^2-21x-54=0$에서 $a=-21$

따라서 원래 주어진 이차방정식은 $3x^2-21x+30=0$이므로

$x^2-7x+10=0$, $(x-2)(x-5)=0$

$\therefore\ x=2$ 또는 $x=5$ 답 $x=2$ 또는 $x=5$

켬 117-2 $x=1$이 $x^2+4ax+a+4=0$의 근이므로

$1+4a+a+4=0$ $\therefore\ a=-1$

$x^2+(a+4)x+4a=0$에 $a=-1$을 대입하면

$x^2+3x-4=0$, $(x+4)(x-1)=0$

$\therefore\ x=-4$ 또는 $x=1$ 답 $x=-4$ 또는 $x=1$

26 이차방정식의 활용

스피드 OX 퀴즈

답 (1) ○ (2) ×

(1) 연속하는 두 자연수를 x, $x+1$이라 하면

$x(x+1)=72$, $(x+9)(x-8)=0$ $\therefore x=-9$ 또는 $x=8$

따라서 두 자연수는 8, 9이다.

(2) $(x+8)(x+5)\ \mathrm{m}^2$에서 $(x^2+13x+40)\ \mathrm{m}^2$

꼼 118 $\dfrac{n(n+1)}{2}=55$에서 $n^2+n-110=0$

$(n+11)(n-10)=0$ $\therefore n=10$ ($\because n>0$)

따라서 점의 개수가 55개인 삼각형은 10번째 삼각형이다. 답 10번째

꼼 119 가로의 줄수를 x줄이라 하면 세로의 줄수는 $(34-x)$줄이므로

$x(34-x)=280$에서 $x^2-34x+280=0$

$(x-14)(x-20)=0$ $\therefore x=14$ 또는 $x=20$

가로의 줄수가 14줄일 때, 세로의 줄수는 20줄

가로의 줄수가 20줄일 때, 세로의 줄수는 14줄

그런데 세로의 줄수가 가로의 줄수보다 많으므로 가로의 줄수는 14줄이다.

답 14줄

꼼 120 물체가 지면에 떨어질 때의 높이가 0 m이므로
$50t-5t^2=0$에서 $t^2-10t=0$
$t(t-10)=0$ $\therefore t=10(\because t>0)$
따라서 물체가 지면에 떨어지는 것은 쏘아 올린 지 10초 후이다. 답 ③

꼼 121-1 $\triangle$ABC는 직각이등변삼각형이므로 $\triangle$AQP도 직각이등변삼각형이다.
이때, $\overline{PQ}=x$ cm라 하면 $\overline{PR}=(18-x)$ cm이므로
$x(18-x)=72$, $x^2-18x+72=0$
$(x-6)(x-12)=0$ $\therefore x=6$ 또는 $x=12$
$\overline{PQ}=6$ cm일 때 $\overline{PR}=12$ cm, $\overline{PQ}=12$ cm일 때 $\overline{PR}=6$ cm
그런데 $\overline{PR}>\overline{PQ}$이므로 $\overline{PQ}$의 길이는 6 cm이다. 답 6 cm

꼼 121-2 폭을 x cm라 할 때, $(18-2x)(14-2x)=192$이므로
$(9-x)(7-x)=48$, $x^2-16x+15=0$
$(x-1)(x-15)=0$ $\therefore x=1(\because 0<x<7)$
따라서 폭은 1 cm로 해야 한다. 답 1 cm

꼼 122 처음의 직사각형의 넓이는 $16\times20=320(\text{cm}^2)$
t초 후 직사각형의 가로의 길이는 $(16+2t)$ cm,
세로의 길이는 $(20-t)$ cm이므로
$(16+2t)(20-t)=320$, $24t-2t^2=0$, $t^2-12t=0$
$t(t-12)=0$ $\therefore t=12(\because t>0)$
따라서 12초 후에 처음 직사각형의 넓이와 같아진다. 답 12초 후

Ⅳ-1 이차함수의 그래프

27 이차함수의 뜻과 이차함수 $y=ax^2$의 그래프

스피드 OX 퀴즈

답 (1) ○ (2) × (3) ○

(2) $f(1)=1^2+1=2$, $f(-1)=(-1)^2+1=2$

$\therefore f(1)=f(-1)=2$

켭 126-1 ㄱ. $y=\frac{1}{3}x^2$은 이차함수이다.

ㄴ. $y=\frac{2}{x^2}$는 이차함수가 아니다.

ㄷ. $y=x(x-1)=x^2-x$이므로 이차함수이다.

ㄹ. $y=x^2+4x$는 이차함수이다.

ㅁ. $y=x^3-x(5-x)^2=x^3-x(x^2-10x+25)$

$=x^3-x^3+10x^2-25x=10x^2-25x$이므로 이차함수이다.

따라서 이차함수인 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ, ㅁ의 4개이다. 답 ④

켭 126-2 $y=kx^2+3-x(7-5x)=(k+5)x^2-7x+3$이 이차함수가 되기 위해서는 이차항의 계수가 0이 아니어야 한다.

즉, $k+5\neq0$이므로 $k\neq-5$ 답 ②

켭 127 $f(3)=2$이므로 $f(3)=2\times3^2+3a-1=2$에서

$18+3a-1=2$, $3a=-15$

$\therefore a=-5$ 답 ①

꼼 128-1 ㄱ. 이차함수 $y=5x^2$과 $y=-5x^2$의 그래프는 각각 y축에 대하여 대칭인 그래프이다.

ㄴ. $y=-5x^2$의 그래프는 위로 볼록한 포물선이다.

ㄹ. $y=5x^2$의 그래프는 $x>0$일 때 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

따라서 두 이차함수의 그래프의 공통점은 ㄱ, ㄷ이다. 답 ②

꼼 128-2 $y=ax^2$의 그래프가 $y=2x^2$의 그래프와 $y=\frac{4}{3}x^2$의 그래프 사이에 있으므로 $\frac{4}{3}<a<2$이다.

따라서 a의 값이 될 수 있는 것은 ④이다. 답 ④

꼼 129 $y=-\frac{1}{3}x^2$의 그래프가 점 $(-6,\ a)$를 지나므로

$a=-\frac{1}{3}\times(-6)^2=-12$

또, $y=-\frac{1}{3}x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 그래프를 나타내는 이차함수의 식은 $y=\frac{1}{3}x^2$이므로 $b=\frac{1}{3}$ $\quad\therefore ab=(-12)\times\frac{1}{3}=-4$

답 ①

꼼 130 $f(x)=ax^2$으로 놓으면 이 그래프가 점 $(-3,\ -3)$을 지나므로 $f(-3)=a\times(-3)^2=-3$에서 $a=-\frac{1}{3}$

따라서 $f(x)=-\frac{1}{3}x^2$이므로

$f(6)=-\frac{1}{3}\times6^2=-12$ 답 ①

28 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프

스피드 OX 퀴즈

답 (1) ○ (2) × (3) ×

(2) $y=(x-3)^2$의 그래프는 $x<3$일 때 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

(3) $y=-(x-1)^2+2$의 그래프의 축의 방정식은 $x=1$이다.

꼼 131-1 $y=3x^2+m$의 그래프를 y축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=3x^2+m-5$

이때, 이 그래프가 점 $(-2, 1)$을 지나므로

$1=3\times(-2)^2+m-5$ $\quad\therefore m=-6$

답 ①

꼼 131-2 $y=-5x^2+4$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은 $-y=-5x^2+4$, 즉 $y=5x^2-4$이다.

이 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=5x^2-4+b$

$y=5x^2-4+b$의 그래프와 $y=ax^2+2$의 그래프가 일치하므로

$5=a,\ -4+b=2$ $\quad\therefore a=5,\ b=6$

$\therefore a+b=5+6=11$

답 11

꼼 132 ① $x=5$일 때 $y=-(5-7)^2=-4$이므로 점 $(5, -4)$를 지난다.

② 위로 볼록한 포물선이다.

④ 축의 방정식은 $x=7$이다.

⑤ $y=-x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 7만큼 평행이동한 그래프이다.

답 ③

콕 **133** $y=3x^2+7$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=3(x+1)^2+4$

이 그래프는 아래로 볼록하고 축의 방정식이 $x=-1$이므로

$x<-1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다. 답 $x<-1$

콕 **134** $y=a(x-2)^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -4만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프의 식은

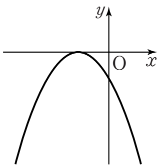
$y=a(x-2+4)^2-3$, 즉 $y=a(x+2)^2-3$

이때, 이 그래프가 점 $(-1,\ 2)$를 지나므로

$2=a(-1+2)^2-3 \qquad \therefore\ a=5$ 답 5

콕 **135** $y=ax+b$의 그래프에서 $a<0$, $b>0$

따라서 이차함수 $y=a(x+b)^2$의 그래프는 위로 볼록하고, 꼭짓점의 좌표는 $(-b,\ 0)$이므로 오른쪽 그림과 같다.



답 ④

29 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프

스피드 OX 퀴즈

답 (1) ○ (2) ○ (3) ×

(3) $y=-x^2+2x-3=-(x-1)^2-2$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동하면

$y=-(x-1+2)^2-2+3=-x^2-2x$

콕 136 $y=-2x^2+8x-5=-2(x^2-\boxed{4}x)-5$

$=-2(x^2-\boxed{4}x+\boxed{4}-\boxed{4})-5$

$=-2(x-\boxed{2})^2+\boxed{8}-5$

$=-2(x-\boxed{2})^2+\boxed{3}$

답 ④

콕 137 ① $y=4x^2+4x+1=4\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$이므로 $\left(-\frac{1}{2},\ 0\right)$

② $y=5x^2-6x+3=5\left(x-\frac{3}{5}\right)^2+\frac{6}{5}$이므로 $\left(\frac{3}{5},\ \frac{6}{5}\right)$

③ $y=-x^2+4x-13=-(x-2)^2-9$이므로 $(2,\ -9)$

④ $y=-2x^2+5x-9=-2\left(x-\frac{5}{4}\right)^2-\frac{47}{8}$이므로 $\left(\frac{5}{4},\ -\frac{47}{8}\right)$

⑤ $y=-\frac{1}{8}x^2-2x-5=-\frac{1}{8}(x+8)^2+3$이므로 $(-8,\ 3)$

답 ⑤

콕 138-1 $y=x^2-4ax+b$의 그래프가 점 $(3,\ 2)$를 지나므로

$2=3^2-4a\times3+b$에서 $-12a+b=-7$ …… ㉠

또, $y=x^2-4ax+b$의 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ c)$이므로

$y=(x-2)^2+c=x^2-4x+4+c$

즉, $-4a=-4$, $b=4+c$에서 $a=1$, $b-c=4$ …… ㉡

㉠, ㉡에 의해 $a=1$, $b=5$, $c=1$ $\therefore a+b+c=7$ 답 7

꼼꼼 138-2 $y=x^2+4x+a=(x+2)^2-4+a$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-2, -4+a)$이고, 직선 $y=-x+1$ 위에 있으므로

$-4+a=-(-2)+1$ $\therefore a=7$ 답 ①

꼼꼼 139 $y=2x^2-5x-a+3=2\left(x-\frac{5}{4}\right)^2-a-\frac{1}{8}$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{5}{4}, -a-\frac{1}{8}\right)$이므로 이 그래프가 x축과 한 점에서 만나려면 꼭짓점의 y좌표가 0이어야 한다.

즉, $-a-\frac{1}{8}=0$이므로 $a=-\frac{1}{8}$ 답 $-\frac{1}{8}$

꼼꼼 140-1 $y=x^2-10x-k=(x-5)^2-k-25$의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼, y축의 방향으로 -6만큼 평행이동하면

$y=(x-9)^2-k-31$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(9, -k-31)$이므로 이 그래프가 x축과 만나지 않으려면 꼭짓점의 y좌표가 0보다 커야 하므로 $-k-31>0$

$\therefore k<-31$ 답 $k<-31$

꼼꼼 140-2 $y=3x^2-12x+5=3(x-2)^2-7$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동하면

$y=3(x-2-p)^2-7+q$

이 그래프가 $y=3x^2$의 그래프와 일치하므로

$-2-p=0$, $-7+q=0$ $\therefore p=-2$, $q=7$

$\therefore pq=(-2)\times7=-14$ 답 ②

30 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 응용

스피드 OX 퀴즈

답 (1) ○ (2) × (3) ○

(2) 축이 y축의 오른쪽에 위치하면 $ab<0$이다.

141 $y=-4x^2+8x-5=-4(x-1)^2-1$

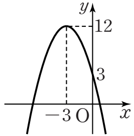
이 그래프는 위로 볼록하고 축의 방정식은 $x=1$이므로 $x>1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

답 $x>1$

142 $y=-x^2-6x+3=-(x+3)^2+12$

① 이 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 모든 사분면을 지난다.

답 ①

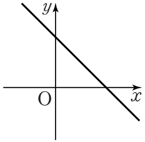


143 축이 y축의 오른쪽에 위치하므로 $1\times a<0$ $\therefore a<0$

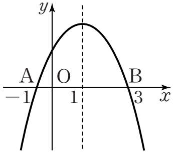
y축과의 교점이 x축의 아래쪽에 위치하므로 $b<0$

따라서 $y=bx-a$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제3사분면을 지나지 않는다.

답 ③



꼼 144 $y=-2x^2+4x-3a=-2(x-1)^2+2-3a$
에서 축의 방정식이 $x=1$이고, $\overline{AB}=4$이므로 오른쪽 그림과 같이 이 그래프의 x절편은 -1, 3이다.
$y=-2x^2+4x-3a$의 그래프가 점 $(-1, 0)$을 지나므로
$0=-2-4-3a$ $\therefore a=-2$ 답 ②



꼼 145-1 $y=0$일 때, $-x^2+4x+5=0$
$x^2-4x-5=0$, $(x+1)(x-5)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=5$ $\therefore$ A$(-1, 0)$, B$(5, 0)$
또, $y=-x^2+4x+5=-(x-2)^2+9$이므로 C$(2, 9)$
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 6\times 9=27$ 답 ④

꼼 145-2 $y=x^2-4x=(x-2)^2-4$이므로 A$(2, -4)$
또, $y=x^2-4x$의 그래프가 직선 $y=-3$과 만나는 두 점은
$x^2-4x=-3$, $x^2-4x+3=0$, $(x-1)(x-3)=0$
$\therefore x=1$ 또는 $x=3$ $\therefore$ B$(1, -3)$, C$(3, -3)$
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 2\times 1=1$ 답 ①

Ⅳ-2 이차함수의 활용

31 이차함수의 식 구하기

스피드 OX 퀴즈

답 (1) × (2) ○ (3) ○

(1) $y=2(x-3)^2-2$

(3) 구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$로 놓고 세 점 $(0,\ 0)$, $(-1,\ -6)$, $(1,\ 2)$의 좌표를 각각 대입하면

$c=0$, $-6=a-b$, $2=a+b$ $\quad\therefore a=-2$, $b=4$

$\therefore y=-2x^2+4x$

146 이 그래프는 $y=3x^2-4x+5$의 그래프와 모양이 같으므로 $a=3$

꼭짓점의 좌표가 $(5,\ -6)$이므로

$y=3(x-5)^2-6$ 답 $y=3(x-5)^2-6$

147 꼭짓점의 좌표가 $(-3,\ 2)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+3)^2+2$로 놓을 수 있다. 이 그래프가 점 $(0,\ 11)$을 지나므로

$11=9a+2 \quad \therefore a=1$

즉, $y=(x+3)^2+2=x^2+6x+11$이므로 $b=6$, $c=11$

$\therefore a+b+c=1+6+11=18$ 답 ③

148 조건 (가), (나)에서 축의 방정식이 $x=-1$이고, $y=3x^2-2x$의 그래프를 평행이동한 것이므로 이차함수의 식을 $y=3(x+1)^2+k$로 놓을 수 있다.

조건 (다)에서 이 그래프가 점 $(0,\ 7)$을 지나므로

$7=3+k \qquad \therefore k=4$

$\therefore y=3(x+1)^2+4$ 답 $y=3(x+1)^2+4$

켬 149 $y=ax^2+bx+c$에 세 점 $(1,\ 4)$, $(-3,\ 4)$, $(0,\ -2)$의 좌표를 각각 대입하면

$4=a+b+c$, $4=9a-3b+c$, $-2=c$

위의 식을 연립하여 풀면 $a=2$, $b=4$, $c=-2$

$\therefore 3a+6b-3c=3\times2+6\times4-3\times(-2)=36$ 답 ④

켬 150-1 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 x축과 두 점 $(-2,\ 0)$, $(4,\ 0)$에서 만나므로 $y=a(x+2)(x-4)$로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(0,\ 3)$을 지나므로 $3=-8a$

$\therefore a=-\dfrac{3}{8}$

즉, $y=-\dfrac{3}{8}(x+2)(x-4)=-\dfrac{3}{8}x^2+\dfrac{3}{4}x+3$이므로

$a=-\dfrac{3}{8}$, $b=\dfrac{3}{4}$, $c=3$

$\therefore 8(a+b)+c=8\times\left(-\dfrac{3}{8}+\dfrac{3}{4}\right)+3=6$ 답 ④

켬 150-2 $y=x^2+ax+b$의 그래프는 축의 방정식이 $x=0$이고, x축과 만나는 두 점 사이의 거리가 6이므로 두 점 $(-3,\ 0)$, $(3,\ 0)$을 지난다.

즉, $y=(x+3)(x-3)=x^2-9$이므로

$a=0$, $b=-9$

$\therefore a-b=0-(-9)=9$ 답 ③

32 이차함수의 최댓값과 최솟값

스피드 OX 퀴즈

답 (1) ○ (2) × (3) ×

(2) $y=\frac{1}{3}x^2+2x+k=\frac{1}{3}(x+3)^2-3+k$의 최솟값이 -4이므로

$-3+k=-4$ $\therefore k=-1$

(3) $y=-2(x-7)^2$의 y의 값의 범위는 $y\le 0$이다.

쌍둥이 151 $y=(x+1)(x-5)=x^2-4x-5=(x-2)^2-9$

따라서 $x=2$일 때 최솟값은 -9이다. 답 ④

쌍둥이 152-1 $y=\frac{1}{2}x^2+x+2=\frac{1}{2}(x+1)^2+\frac{3}{2}$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동하면

$y=\frac{1}{2}(x-1)^2-\frac{1}{2}$이다. 따라서 $x=1$일 때 최솟값은 $-\frac{1}{2}$이다.

답 $-\frac{1}{2}$

쌍둥이 152-2 $y=2x^2+2kx-10$의 그래프가 점 $(k-1, -k^2)$을 지나므로 $-k^2=2(k-1)^2+2k(k-1)-10$

$5k^2-6k-8=0$, $(5k+4)(k-2)=0$ $\therefore k=2$ ($\because k>0$)

$\therefore y=2x^2+4x-10=2(x+1)^2-12$

따라서 $x=-1$일 때 최솟값은 -12이다. 답 -12

꼼 **153** $y=3x^2+mx-2=3\left(x+\frac{m}{6}\right)^2-\frac{m^2}{12}-2$

이 이차함수의 그래프의 축의 방정식이 $x=2$이므로 $-\frac{m}{6}=2$

$\therefore m=-12$

따라서 y의 값의 범위는 $y \geq -\frac{m^2}{12}-2$, 즉 $y \geq -14$이다.

답 $y \geq -14$

꼼 **154** 축의 방정식이 $x=1$이므로 $x=1$일 때 최솟값이 5이다.

즉, $y=3(x-1)^2+5=3x^2-6x+8$이므로

$2a=-6$, $4b=8$ $\quad \therefore a=-3$, $b=2$

$\therefore a+b=(-3)+2=-1$

답 ②

꼼 **155-1** $f(x)=ax^2+bx+c$의 그래프를 평행이동하면

$f(x)=\frac{4}{3}x^2-5x+3$과 완전히 포개어지므로 $a=\frac{4}{3}$

또한, $x=-3$일 때, 최솟값 6을 가지므로 $f(x)=\frac{4}{3}(x+3)^2+6$

$\therefore f(3)=\frac{4}{3}\times(3+3)^2+6=54$

답 54

꼼 **155-2** 조건 (가), (나)에서 축의 방정식이 $x=-1$이고, x축과 한 점에서 만나므로 이차함수의 식을 $y=a(x+1)^2$이라 놓을 수 있다.

조건 (다)에서 $x=-2$, $y=7$을 대입하면 $a=7$

즉, $y=7(x+1)^2=7x^2+14x+7$이므로

$a=7$, $b=14$, $c=7$

$\therefore a+b+c=28$

답 28

33 이차함수의 활용

스피드 OX 퀴즈

답 (1) ○ (2) ○ (3) ○

(1) 두 수를 x, $x+10$이라 하고 두 수의 곱을 y라 하면
$y=x(x+10)=(x+5)^2-25$이므로 두 수는 -5, 5이다.

(2) 세로의 길이를 x cm, 넓이를 y cm^{2}라 하면
$y=x(12-x)=-(x-6)^2+36$
따라서 직사각형의 최대 넓이는 36 cm^{2}이다.

(3) 만든 직사각형의 넓이를 y cm^{2}라 하면
$y=(8+2x)(8-x)=-2x^2+8x+64=-2(x-2)^2+72$
따라서 $x=2$일 때 직사각형의 넓이가 최대이다.

킬 156 두 수를 x, $22-x$라 하고, 두 수의 곱을 y라 하면
$y=x(22-x)=-x^2+22x=-(x-11)^2+121$
따라서 두 수의 곱의 최댓값은 121이다. 답 121

킬 157 물받이의 높이를 x cm, 빗금친 부분의 넓이를 y cm^{2}라 하면
$y=x(20-2x)=-2x^2+20x=-2(x-5)^2+50$
따라서 물받이의 높이가 5 cm일 때 빗금친 부분의 넓이가 최대이다.
답 5 cm

킬 158-1 점 P의 좌표를 $\mathrm{P}(a,\ -a^2+5)$라 하면
이때, 점 P와 점 Q의 y좌표는 서로 같으므로 $y=-a^2+5$를 $y=2x+8$에 대입하면 $-a^2+5=2x+8$

$\therefore x=-\dfrac{a^2+3}{2}$ $\qquad \therefore \mathrm{Q}\left(-\dfrac{a^2+3}{2},\ -a^2+5\right)$

$\therefore \overline{\mathrm{PQ}}=a-\left(-\frac{a^2+3}{2}\right)=\frac{1}{2}a^2+a+\frac{3}{2}=\frac{1}{2}(a+1)^2+1$

따라서 $\overline{\mathrm{PQ}}$의 길이의 최솟값은 1이다. 답 1

켬 158-2 $\overline{\mathrm{AP}}=x$ cm, 두 도형의 넓이의 합을 y cm^{2}라 하면 $\overline{\mathrm{PB}}=(12-x)$cm이므로

$y=\frac{1}{2}\times x\times x+(12-x)^2=\frac{3}{2}x^2-24x+144=\frac{3}{2}(x-8)^2+48$

따라서 두 도형의 넓이의 합의 최솟값은 48 cm^{2}이다. 답 48 cm^2

켬 159 점 P의 좌표를 P$(a,\ -2a+8)$이라 하고, △AOP의 넓이를 y라 하면 $\overline{\mathrm{OA}}=a$, $\overline{\mathrm{PA}}=-2a+8$

$y=\frac{1}{2}\times a\times(-2a+8)=-a^2+4a=-(a-2)^2+4$

따라서 $a=2$일 때 △AOP의 넓이가 최대이므로 P(2, 4) 답 P(2, 4)

켬 160 ①, ② $h=-5t^2+40t+45=-5(t-4)^2+125$이므로 쏘아 올린 지 4초 후에 최고 높이 125 m에 도달한다.

③ $-5t^2+40t+45=0$에서 $t^2-8t-9=0$

$(t+1)(t-9)=0$ $\therefore t=9(\because t>0)$

따라서 지면에 떨어지는 것은 물체를 쏘아 올린 지 9초 후이다.

④ $t=1$일 때, $h=-5\times1^2+40\times1+45=80$

따라서 1초 후의 지면으로부터의 높이는 80 m이다.

⑤ $-5t^2+40t+45=120$에서 $t^2-8t+15=0$

$(t-3)(t-5)=0$ $\therefore t=3$ 또는 $t=5$

따라서 지면으로부터의 높이가 처음으로 120 m가 되는 때는 물체를 쏘아 올린 지 3초 후이다. 답 ⑤

memo

memo

memo

memo

memo

memo

memo

memo

memo