수 학 의 **새 로 운 바 람**

풍산자

개념완성

정답과 해설

중학수학 3-1

I | 실수와 그 계산

I-1 | 제곱근과 실수

1 제곱근의 뜻과 표현

01 제곱근의 뜻과 표현

개념 다지기 본문 8~9쪽

1 답 (1) $4,\ -4$ (2) $0.3,\ -0.3$ (3) $\frac{1}{2},\ -\frac{1}{2}$

2 답 (1) $5,\ -5$ (2) 0 (3) 없다. (4) $0.7,\ -0.7$
(5) $\frac{2}{3},\ -\frac{2}{3}$ (6) $6,\ -6$ (7) $\frac{4}{5},\ -\frac{4}{5}$ (8) $0.2,\ -0.2$

(4) $0.7^2=0.49$, $(-0.7)^2=0.49$이므로 0.49의 제곱근은 0.7, -0.7이다.
(5) $\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{4}{9}$, $\left(-\frac{2}{3}\right)^2=\frac{4}{9}$이므로 $\frac{4}{9}$의 제곱근은 $\frac{2}{3}$, $-\frac{2}{3}$이다.
(6) $(-6)^2=6^2=36$이므로 $(-6)^2$의 제곱근은 6, -6이다.
(7) $\left(\frac{4}{5}\right)^2=\left(-\frac{4}{5}\right)^2=\frac{16}{25}$이므로 $\left(\frac{4}{5}\right)^2$의 제곱근은 $\frac{4}{5}$, $-\frac{4}{5}$이다.
(8) $(-0.2)^2=0.2^2=0.04$이므로 $(-0.2)^2$의 제곱근은 0.2, -0.2이다.

3 답 (1) × (2) × (3) ○
(1) 음수의 제곱근은 없다.
(2) 0의 제곱근은 0의 1개이고, 음수의 제곱근은 없다.
(3) 양수의 제곱근은 양수와 음수 2개가 있고, 그 절댓값은 서로 같으므로 두 수의 합은 항상 0이다.

4 답 (1) $-\sqrt{3}$ (2) $\sqrt{7}$ (3) $-\sqrt{10}$

5 답 (1) $\pm\sqrt{6}$ (2) $\sqrt{\frac{4}{3}}$ (3) $\sqrt{15}$ (4) $-\sqrt{0.3}$

6 답 (1) 6 (2) -11 (3) $\frac{7}{10}$ (4) -0.5
(1) 36의 양의 제곱근은 6이므로 $\sqrt{36}=6$
(2) 121의 음의 제곱근은 -11이므로 $-\sqrt{121}=-11$
(3) $\frac{49}{100}$의 양의 제곱근은 $\frac{7}{10}$이므로 $\sqrt{\frac{49}{100}}=\frac{7}{10}$
(4) 0.25의 음의 제곱근은 -0.5이므로 $-\sqrt{0.25}=-0.5$

핵심문제 익히기 본문 10쪽

핵심 1 답 ①
a는 5의 제곱근이므로 $a^2=5$
b는 11의 제곱근이므로 $b^2=11$
$\therefore a^2+b^2=5+11=16$

유제 1 답 ⑤
$a=(\pm0.3)^2=0.09$, $b=(\pm7)^2=49$

핵심 2 답 ⑤
$\sqrt{81}$은 81의 양의 제곱근이므로 9이다.
9의 양의 제곱근은 3이므로 $a=3$
$(-5)^2=25$의 음의 제곱근은 -5이므로 $b=-5$
$\therefore a-b=3-(-5)=8$

유제 2-1 답 4
36의 양의 제곱근은 $\sqrt{36}=6$이므로 $a=6$
$\sqrt{16}$은 16의 양의 제곱근이므로 4이다.
4의 음의 제곱근은 $-\sqrt{4}=-2$이므로 $b=-2$
$\therefore a+b=6+(-2)=4$

유제 2-2 답 7
(삼각형의 넓이)$=\frac{1}{2}\times7\times14=49$
정사각형의 한 변의 길이를 x라고 하면 $x^2=49$
이때 $x>0$이므로 x는 49의 양의 제곱근이다.
따라서 구하는 정사각형의 한 변의 길이는 7이다.

핵심 3 답 ②, ⑤
① 제곱근 3은 $\sqrt{3}$이고, 3의 제곱근은 $\pm\sqrt{3}$이므로 같지 않다.
③ 음수의 제곱근은 없다.
④ $\sqrt{(-5)^2}=\sqrt{25}=5$의 제곱근은 $\pm\sqrt{5}$이다.
⑤ 제곱근 100은 $\sqrt{100}$, 즉 100의 양의 제곱근이므로 10이다.
따라서 제곱근 100의 제곱근은 $\pm\sqrt{10}$이다.

유제 3 답 ㄱ, ㄷ, ㄹ
ㄴ. 0의 제곱근은 0의 1개이다.
ㄷ. 제곱근 16은 $\sqrt{16}$, 즉 16의 양의 제곱근이므로 4이다.
따라서 제곱근 16의 제곱근은 $\pm\sqrt{4}=\pm2$이다.
ㅁ. 제곱하여 0.4가 되는 수는 0.4의 제곱근이므로 $\pm\sqrt{0.4}$이다.
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다.

실력 굳히기 본문 11쪽

01 ②	02 ④	03 ⑤	04 ③, ⑤	05 ①
06 ⑤	07 $\sqrt{35}$			

01 x는 12의 제곱근이다. → x를 제곱하면 12이다.
→ $x^2=12$ → $x=\sqrt{12},\ -\sqrt{12}$

02 ③ $\sqrt{625}=25$ ⑤ $(-5)^2=25$
따라서 ①, ②, ③, ⑤는 25의 제곱근이므로 ±5이다.
④ 제곱근 25는 $\sqrt{25}$이므로 5이다.

03 ① 음수의 제곱근은 없다.
② 0의 제곱근은 0의 1개이다.
③ $\sqrt{49}=7$이므로 제곱근 $\sqrt{49}$는 $\sqrt{7}$이다.
④ 4의 제곱근은 ±2이다.
⑤ $(-7)^2=49$이므로 제곱근 $(-7)^2$은 $\sqrt{49}=7$이다.

04 ① 48의 제곱근은 $\pm\sqrt{48}$이다.
② 200의 제곱근은 $\pm\sqrt{200}$이다.
③ $\left(-\frac{1}{5}\right)^2=\frac{1}{25}$이므로 $\left(-\frac{1}{5}\right)^2$의 제곱근은 $\pm\frac{1}{5}$이다.

④ $\sqrt{64}=8$이므로 $\sqrt{64}$의 제곱근은 $\pm\sqrt{8}$이다.

⑤ $0.\dot{4}=\frac{4}{9}$이므로 $0.\dot{4}$의 제곱근은 $\pm\frac{2}{3}$이다.

05 $\frac{9}{100}$의 양의 제곱근은 $\frac{3}{10}$이므로 $a=\frac{3}{10}$

$(-15)^2=225$의 음의 제곱근은 -15이므로 $b=-15$

$\therefore ab=\frac{3}{10}\times(-15)=-\frac{9}{2}$

06 ① $-\sqrt{144}=-12$

② $0.\dot{4}=\frac{4}{9}$이므로 $-\sqrt{0.\dot{4}}=-\sqrt{\frac{4}{9}}=-\frac{2}{3}$

③ $\sqrt{\frac{25}{121}}=\frac{5}{11}$

④ $\sqrt{0.01}=0.1$

07 주어진 사다리꼴의 넓이는

$\frac{1}{2}\times(4+6)\times7=35$ ······ ❶

주어진 사다리꼴과 넓이가 같은 정사각형의 한 변의 길이를 x라고 하면

$x^2=35$ ······ ❷

이때 $x>0$이므로 x는 35의 양의 제곱근이다.

따라서 구하는 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{35}$이다. ······ ❸

단계	채점 기준	비율
❶	사다리꼴의 넓이 구하기	30 %
❷	정사각형의 넓이에 대한 식 세우기	30 %
❸	정사각형의 한 변의 길이 구하기	40 %

2 제곱근의 성질과 대소 관계

02 제곱근의 성질과 대소 관계

개념 다지기 본문 12쪽

1 답 (1) **3** (2) **0.7** (3) $\mathbf{\frac{2}{3}}$ (4) **10**

2 답 (1) $\mathbf{2x}$ (2) $\mathbf{3x}$

(1) $2x>0$이므로 $\sqrt{(2x)^2}=2x$

(2) $-3x<0$이므로 $\sqrt{(-3x)^2}=-(-3x)=3x$

3 답 (1) **6** (2) **3**

(1) x는 $2\times3\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 하므로 가장 작은 자연수 x는 $2\times3=6$이다.

(2) x는 $3\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 하므로 가장 작은 자연수 x는 3이다.

4 답 (1) < (2) < (3) > (4) >

(2) $4=\sqrt{16}$이고 $\sqrt{16}<\sqrt{17}$이므로 $4<\sqrt{17}$

(4) $\sqrt{\frac{2}{3}}=\sqrt{\frac{8}{12}}$, $\frac{1}{2}=\sqrt{\frac{1}{4}}=\sqrt{\frac{3}{12}}$이고 $\frac{8}{12}>\frac{3}{12}$이므로

$\sqrt{\frac{8}{12}}>\sqrt{\frac{3}{12}}$ $\quad\therefore \sqrt{\frac{2}{3}}>\frac{1}{2}$

핵심문제 익히기 본문 13쪽

핵심 1 답 (1) **11** (2) **5** (3) $\mathbf{-4}$ (4) **7**

(1) $(\sqrt{8})^2+\sqrt{(-3)^2}=8+3=11$

(2) $\sqrt{12^2}-(-\sqrt{7})^2=12-7=5$

(3) $-\sqrt{36}\times\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2}=-6\times\frac{2}{3}=-4$

(4) $\sqrt{(-14)^2}\div\sqrt{2^2}=14\div2=7$

유제 1 답 (1) **12** (2) **4** (3) $\mathbf{\frac{1}{2}}$ (4) $\mathbf{-3}$

(1) $\sqrt{(-7)^2}+(-\sqrt{5})^2=7+5=12$

(2) $\sqrt{10^2}-\sqrt{(-6)^2}=10-6=4$

(3) $\sqrt{\left(\frac{4}{5}\right)^2}\times\left(-\sqrt{\frac{5}{8}}\right)^2=\frac{4}{5}\times\frac{5}{8}=\frac{1}{2}$

(4) $-\sqrt{9^2}\div(\sqrt{3})^2=-9\div3=-3$

핵심 2 답 (1) $\mathbf{-6a}$ (2) $\mathbf{2a}$

(1) $a<0$이므로 $3a<0$, $-3a>0$

$\therefore \sqrt{(3a)^2}+\sqrt{(-3a)^2}=-3a+(-3a)=-6a$

(2) $0<a<1$이므로 $1<a+1<2$, $-1<a-1<0$

$\therefore \sqrt{(a+1)^2}-\sqrt{(a-1)^2}=a+1-\{-(a-1)\}$

$=a+1+a-1=2a$

유제 2 답 $\mathbf{2x-2}$

$0<x<2$이므로 $-2<x-2<0$

$\therefore \sqrt{x^2}-\sqrt{(x-2)^2}=x-\{-(x-2)\}$

$=x+x-2=2x-2$

핵심 3 답 (1) **4, 15, 28** (2) **2, 8, 18**

(1) $1\le x\le30$이므로 $22\le21+x\le51$

이때 근호 안의 수가 제곱수이어야 하므로

$21+x=25, 36, 49$

$\therefore x=4, 15, 28$

(2) $72x=2^3\times3^2\times x$가 제곱수가 되도록 하는 자연수 x의 값은 $2\times(\text{자연수})^2$ 꼴이므로

$2,\ 2\times2^2=8,\ 2\times3^2=18$

유제 3 답 (1) **3, 8, 11** (2) **1, 4, 9, 36**

(1) $12-x>0$에서 $x<12$

이때 근호 안의 수가 제곱수이어야 하므로

$12-x=1, 4, 9$

$\therefore x=3, 8, 11$

(2) $\frac{36}{x}=\frac{2^2\times3^2}{x}$이 제곱수가 되도록 하는 자연수 x의 값은 36의 약수이면서 $(\text{자연수})^2$ 꼴이므로

$1,\ 2^2=4,\ 3^2=9,\ 2^2\times3^2=36$

핵심 4 답 **8개**

$3<\sqrt{2x}<5$의 각 변을 제곱하면 $9<2x<25$

$\therefore \frac{9}{2}<x<\frac{25}{2}$

따라서 자연수 x의 값은 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12의 8개이다.

유제 4 답 **7개**

$3<\sqrt{x-1}\le4$의 각 변을 제곱하면 $9<x-1\le16$

$\therefore 10<x\le17$

따라서 정수 x의 값은 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17의 7개이다.

실력 굳히기

본문 14~15쪽

01 ④	02 ④	03 ④	04 13	05 ⑤	06 ③
07 ⑤	08 ②	09 $-\sqrt{5}, -\sqrt{3}, 0, \sqrt{7}, 3$		10 ②	
11 ④	12 ②	13 ③	14 17	15 29	

01 ①, ②, ③, ⑤ 7　　④ -7

02 ① $\sqrt{4^2}+\sqrt{(-5)^2}=4+5=9$

② $\sqrt{0.01}\times(-\sqrt{0.5})^2=0.1\times0.5=0.05$

③ $-\sqrt{7^2}+(-\sqrt{4})^2=-7+4=-3$

④ $(\sqrt{12})^2\div(-\sqrt{3})^2=12\div3=4$

⑤ $\sqrt{\left(\frac{5}{6}\right)^2}\times\left(-\sqrt{\frac{12}{25}}\right)^2=\frac{5}{6}\times\frac{12}{25}=\frac{2}{5}$

03 $\sqrt{6^2}\div(-\sqrt{3})^2+\sqrt{(-14)^2}\times\left(-\sqrt{\frac{1}{14}}\right)^2$

$=6\div3+14\times\frac{1}{14}=2+1=3$

04 $(\sqrt{11})^2=11$의 음의 제곱근은 $-\sqrt{11}$이므로 $A=-\sqrt{11}$

$\sqrt{(-4)^2}=4$의 양의 제곱근은 2이므로 $B=2$

$\therefore A^2+B=(-\sqrt{11})^2+2=11+2=13$

05 $\sqrt{a^2}+\sqrt{(-3a)^2}-\sqrt{9b^2}$

$=\sqrt{a^2}+\sqrt{(-3a)^2}-\sqrt{(3b)^2}$

$=a-(-3a)-(-3b)$　← $a>0$, $-3a<0$, $3b<0$에서

$=4a+3b$

06 $2<x<3$이므로 $0<x-2<1$이고

$-3<-x<-2$에서 $0<3-x<1$

$\therefore \sqrt{(x-2)^2}-\sqrt{(3-x)^2}=x-2-(3-x)$

$=x-2-3+x$

$=2x-5$

07 $84x=2^2\times3\times7\times x$가 제곱수가 되도록 하는 자연수 x의 값은 $3\times7\times(\text{자연수})^2$ 꼴이다.

따라서 가장 작은 자연수 x는 $x=3\times7=21$

08 $24-x\geq0$이므로 $x\leq24$

따라서 $24-x$는 0이거나 24 이하의 제곱수이므로

$24-x=0, 1, 4, 9, 16$

따라서 x는 8, 15, 20, 23, 24의 5개이다.

09 $3=\sqrt{9}$이므로 $-\sqrt{5}<-\sqrt{3}<0<\sqrt{7}<3$

10 ① $3=\sqrt{9}$이고 $10>9$이므로 $-\sqrt{10}<-3$

③ $1.5=\sqrt{1.5^2}=\sqrt{2.25}$이고 $2<2.25$이므로 $\sqrt{2}<1.5$

④ $3=\sqrt{9}$이고 $8<9$이므로 $-\sqrt{8}>-3$

⑤ $\frac{1}{6}=\sqrt{\left(\frac{1}{6}\right)^2}=\sqrt{\frac{1}{36}}$이고 $\frac{1}{36}<\frac{1}{6}$이므로 $\frac{1}{6}<\sqrt{\frac{1}{6}}$

11 $a=\frac{1}{4}$이라고 하면

① $a^2=\left(\frac{1}{4}\right)^2=\frac{1}{16}$　　② $\sqrt{a}=\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$

③ $\frac{1}{a}=4$　　④ $\sqrt{\frac{1}{a}}=2$

따라서 그 값이 가장 큰 것은 ④ $\frac{1}{a}$이다.

12 $4<\sqrt{3x-5}\leq5$의 각 변을 제곱하면

$16<3x-5\leq25$, $21<3x\leq30$　$\therefore 7<x\leq10$

따라서 자연수 x의 값은 8, 9, 10의 3개이다.

13 $f(70)$에서 $8=\sqrt{64}<\sqrt{70}<\sqrt{81}=9$이므로

$f(70)=(\sqrt{70}$ 이하의 자연수의 개수$)=8$

또, $f(7)$에서 $2=\sqrt{4}<\sqrt{7}<\sqrt{9}=3$이므로

$f(7)=(\sqrt{7}$ 이하의 자연수의 개수$)=2$

$\therefore f(70)-f(7)=8-2=6$

14 $\frac{450}{x}=\frac{2\times3^2\times5^2}{x}$이므로 $\sqrt{\frac{450}{x}}$이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x의 값은 2이다.

$\therefore a=2$ ······ ❶

또, 이때의 $\sqrt{\frac{450}{x}}$의 값은

$\sqrt{\frac{2\times3^2\times5^2}{2}}=\sqrt{3^2\times5^2}=\sqrt{15^2}=15$

$\therefore b=15$ ······ ❷

$\therefore a+b=2+15=17$ ······ ❸

단계	채점 기준	비율
❶	a의 값 구하기	50 %
❷	b의 값 구하기	30 %
❸	$a+b$의 값 구하기	20 %

15 $\sqrt{15}<\sqrt{4n}\leq10$의 각 변을 제곱하면

$(\sqrt{15})^2<(\sqrt{4n})^2\leq10^2$, $15<4n\leq100$

$\therefore \frac{15}{4}<n\leq25$ ······ ❶

따라서 자연수 n의 최댓값은 25, 최솟값은 4이므로

$x=25$, $y=4$ ······ ❷

$\therefore x+y=25+4=29$ ······ ❸

단계	채점 기준	비율
❶	n의 값의 범위 구하기	50 %
❷	x, y의 값 구하기	30 %
❸	$x+y$의 값 구하기	20 %

3 무리수와 실수

03 무리수와 실수

개념 다지기

본문 16쪽

1 답 (1) 유리수　(2) 무리수　(3) 무리수　(4) 유리수

2 답 (1) ○　(2) ×　(3) ○　(4) ×

(2) $\sqrt{4}$는 근호를 사용하여 나타낸 수이지만 $\sqrt{4}=2$이므로 유리수이다.
(3) 무한소수 중에서 순환소수는 유리수이다.
(4) $\sqrt{4}=2$이므로 유리수이다.

핵심문제 익히기 본문 17쪽

핵심 1 답 $-\sqrt{3}$, $\sqrt{10}$, $1+\sqrt{2}$
$\sqrt{0.04}=0.2$이므로 유리수이다.
$0.\dot{5}$는 순환소수이므로 유리수이다.
$-\sqrt{\frac{9}{16}}=-\frac{3}{4}$이므로 유리수이다.
따라서 무리수인 것은 $-\sqrt{3}$, $\sqrt{10}$, $1+\sqrt{2}$이다.

유제 1 답 ②, ⑤
③ $2+\sqrt{9}=2+3=5$ ④ $\sqrt{\frac{169}{25}}=\frac{13}{5}$
따라서 순환하지 않는 무한소수, 즉 무리수인 것은 ②, ⑤이다.

핵심 2 답 ②
② 무한소수 중 순환소수는 유리수이다.

유제 2 답 ⑤
⑤ $\sqrt{3}$은 무리수이므로 기약분수로 나타낼 수 없다.

핵심 3 답 ⑤
$\sqrt{144}=12$, $\sqrt{0.09}=0.3$이다.
① 정수는 -6, $\sqrt{144}$의 2개이다.
② 자연수는 $\sqrt{144}$의 1개이다.
③ 유리수는 -6, $\sqrt{144}$, $2.\dot{7}$, $\frac{3}{4}$, $\sqrt{0.09}$의 5개이다.
④ 정수가 아닌 유리수는 $2.\dot{7}$, $\frac{3}{4}$, $\sqrt{0.09}$의 3개이다.
⑤ 순환하지 않는 무한소수, 즉 무리수는 $-\sqrt{0.2}$의 1개이다.

유제 3 답 ②
(가)에 해당하는 수는 무리수이다.
① 순환소수이므로 유리수이다.
③ 유한소수이므로 유리수이다.
④ $-\sqrt{\frac{3}{12}}=-\sqrt{\frac{1}{4}}=-\frac{1}{2}$이므로 유리수이다.
⑤ $1-\sqrt{16}=1-4=-3$이므로 유리수이다.

04 실수와 수직선

개념 다지기 본문 18쪽

1 답 (1) 5 (2) $\sqrt{5}$ (3) $\sqrt{5}$
(1) $\square\text{OABC}=3\times3-4\times\left(\frac{1}{2}\times2\times1\right)=5$
(2) $\square$OABC의 넓이가 5이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$이다.
(3) $\overline{\text{OP}}=\overline{\text{OA}}=\sqrt{5}$이므로 점 P의 좌표는 $\sqrt{5}$이다.

2 답 $1+\sqrt{2}$
$\square\text{ABCD}=2\times2-4\times\left(\frac{1}{2}\times1\times1\right)=2$
따라서 $\overline{\text{AP}}=\overline{\text{AB}}=\sqrt{2}$이므로 점 P의 좌표는 $1+\sqrt{2}$이다.

3 답 (1) ○ (2) × (3) ○ (4) ○
(2) 4와 5 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

핵심문제 익히기 본문 19쪽

핵심 1 답 (1) $1+\sqrt{5}$ (2) $1-\sqrt{5}$
$\square\text{ABCD}=3\times3-4\times\left(\frac{1}{2}\times2\times1\right)=5$
$\therefore \overline{\text{AB}}=\overline{\text{AD}}=\sqrt{5}$
(1) $\overline{\text{AP}}=\overline{\text{AB}}=\sqrt{5}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $1+\sqrt{5}$이다.
(2) $\overline{\text{AQ}}=\overline{\text{AD}}=\sqrt{5}$이므로 점 Q에 대응하는 수는 $1-\sqrt{5}$이다.

유제 1 답 $-\sqrt{10}$
$\square\text{OABC}=4\times4-4\times\left(\frac{1}{2}\times3\times1\right)=10$
$\therefore \overline{\text{OD}}=\overline{\text{OC}}=\sqrt{10}$
따라서 점 D에 대응하는 수는 $-\sqrt{10}$이다.

핵심 2 답 (1) 점 B (2) 점 C
한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$이다.
(1) $1-\sqrt{2}$는 1에서 왼쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 이동한 점에 대응하므로 점 B이다.
(2) $\sqrt{2}-1$은 -1에서 오른쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 이동한 점에 대응하므로 점 C이다.

유제 2 답 P : $4-\sqrt{2}$, Q : $3+\sqrt{2}$
한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$이다.
점 P는 4에서 왼쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 이동한 점이므로 점 P에 대응하는 수는 $4-\sqrt{2}$이다.
점 Q는 3에서 오른쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 이동한 점이므로 점 Q에 대응하는 수는 $3+\sqrt{2}$이다.

핵심 3 답 ③, ⑤
③ 수직선은 실수에 대응하는 점들로 완전히 메울 수 있다. 그러나 유리수에 대응하는 점들로는 수직선을 완전히 메울 수 없다.
⑤ 서로 다른 두 정수 사이에는 유한개의 정수가 있다.

유제 3 답 ㄷ, ㅁ
ㄱ. 1과 2 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
ㄴ. 1에 가장 가까운 무리수는 정할 수 없다.
ㄹ. 실수만으로 수직선을 완전히 메울 수 있다.
따라서 옳은 것은 ㄷ, ㅁ이다.

05 실수의 대소 관계

개념 다지기 본문 20쪽

1 답 $\sqrt{3}$, $4-\sqrt{13}$, $>$, $>$, $>$

2 답 (1) $>$ (2) $<$ (3) $<$ (4) $>$
(1) $(4+\sqrt{10})-(3+\sqrt{10})=4+\sqrt{10}-3-\sqrt{10}=1>0$
$\therefore 4+\sqrt{10}>3+\sqrt{10}$
(2) $(\sqrt{7}-1)-2=\sqrt{7}-3=\sqrt{7}-\sqrt{9}<0$
$\therefore \sqrt{7}-1<2$

(3) $(\sqrt{3}+\sqrt{5})-(2+\sqrt{5})=\sqrt{3}+\sqrt{5}-2-\sqrt{5}$
$=\sqrt{3}-2=\sqrt{3}-\sqrt{4}<0$
$\therefore \sqrt{3}+\sqrt{5}<2+\sqrt{5}$
(4) $-5-(-1-\sqrt{18})=-5+1+\sqrt{18}$
$=-4+\sqrt{18}=-\sqrt{16}+\sqrt{18}>0$
$\therefore -5>-1-\sqrt{18}$

핵심문제 익히기

본문 21쪽

핵심 1 답 ③
① $3-(\sqrt{10}-1)=3-\sqrt{10}+1=4-\sqrt{10}=\sqrt{16}-\sqrt{10}>0$
$\therefore 3>\sqrt{10}-1$
② $(2+\sqrt{7})-(\sqrt{7}+\sqrt{5})=2+\sqrt{7}-\sqrt{7}-\sqrt{5}$
$=2-\sqrt{5}=\sqrt{4}-\sqrt{5}<0$
$\therefore 2+\sqrt{7}<\sqrt{7}+\sqrt{5}$
③ $\left(4-\sqrt{\frac{1}{6}}\right)-\left(4-\sqrt{\frac{1}{5}}\right)=4-\sqrt{\frac{1}{6}}-4+\sqrt{\frac{1}{5}}$
$=-\sqrt{\frac{1}{6}}+\sqrt{\frac{1}{5}}>0$
$\therefore 4-\sqrt{\frac{1}{6}}>4-\sqrt{\frac{1}{5}}$
④ $(2-\sqrt{5})-(1-\sqrt{5})=2-\sqrt{5}-1+\sqrt{5}=1>0$
$\therefore 2-\sqrt{5}>1-\sqrt{5}$
⑤ $(\sqrt{3}+\sqrt{6})-(\sqrt{5}+\sqrt{6})=\sqrt{3}+\sqrt{6}-\sqrt{5}-\sqrt{6}=\sqrt{3}-\sqrt{5}<0$
$\therefore \sqrt{3}+\sqrt{6}<\sqrt{5}+\sqrt{6}$

유제 1 답 ④
① $(\sqrt{11}-2)-(\sqrt{11}-1)=\sqrt{11}-2-\sqrt{11}+1=-1<0$
$\therefore \sqrt{11}-2<\sqrt{11}-1$
② $(\sqrt{7}+1)-(\sqrt{5}+1)=\sqrt{7}+1-\sqrt{5}-1=\sqrt{7}-\sqrt{5}>0$
$\therefore \sqrt{7}+1>\sqrt{5}+1$
③ $3-(\sqrt{5}+2)=3-\sqrt{5}-2=1-\sqrt{5}<0$　　$\therefore 3<\sqrt{5}+2$
④ $(\sqrt{2}+1)-2=\sqrt{2}+1-2=\sqrt{2}-1>0$　　$\therefore \sqrt{2}+1>2$
⑤ $(3+\sqrt{2})-(\sqrt{2}+\sqrt{8})=3+\sqrt{2}-\sqrt{2}-\sqrt{8}$
$=3-\sqrt{8}=\sqrt{9}-\sqrt{8}>0$
$\therefore 3+\sqrt{2}>\sqrt{2}+\sqrt{8}$

핵심 2 답 ③
$a-b=(5-\sqrt{2})-(5-\sqrt{3})=-\sqrt{2}+\sqrt{3}>0$이므로 $a>b$
$a-c=(5-\sqrt{2})-4=1-\sqrt{2}<0$이므로 $a<c$
$\therefore b<a<c$

유제 2 답 $\sqrt{3}-1$
$1<\sqrt{3}$이므로 $-\sqrt{3}$, $1-\sqrt{3}$은 음수, $1+\sqrt{3}$, $\sqrt{3}-1$, 1, $\sqrt{3}$은 양수이다.
이때 $\sqrt{3}-1<\sqrt{3}<1+\sqrt{3}$이므로 $\sqrt{3}-1$과 1의 대소를 비교하면
$(\sqrt{3}-1)-1=\sqrt{3}-2=\sqrt{3}-\sqrt{4}<0$
$\therefore \sqrt{3}-1<1$
따라서 주어진 수들을 수직선 위에 나타낼 때 왼쪽에 위치하는 것부터 차례대로 나열하면
$-\sqrt{3},\ 1-\sqrt{3},\ \sqrt{3}-1,\ 1,\ \sqrt{3},\ 1+\sqrt{3}$
이므로 왼쪽에서 세 번째에 오는 수는 $\sqrt{3}-1$이다.

핵심 3 답 ④
①, ②, ⑤ $\sqrt{10}-\sqrt{5}$는 약 $3.162-2.236=0.926$이므로 0.926보다 작은 수를 $\sqrt{5}$에 더하거나 $\sqrt{10}$에서 빼서 구한 수는 $\sqrt{5}$와 $\sqrt{10}$ 사이에 있다.
③ $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{10}}{2}$은 $\sqrt{5}$와 $\sqrt{10}$의 평균이므로 $\sqrt{5}$와 $\sqrt{10}$ 사이에 있다.
④ $\frac{\sqrt{10}-\sqrt{5}}{2}$는 약 0.463이고 $0<0.463<1$이므로 $\frac{\sqrt{10}-\sqrt{5}}{2}$는 $\sqrt{5}$와 $\sqrt{10}$ 사이에 있지 않다.

유제 3 답 ⑤
①, ②, ④ $\sqrt{8}-\sqrt{7}$은 약 $2.828-2.646=0.182$이므로 0.182보다 작은 수를 $\sqrt{7}$에 더하거나 $\sqrt{8}$에서 빼서 구한 수는 $\sqrt{7}$과 $\sqrt{8}$ 사이에 있다.
③ $\frac{\sqrt{7}+\sqrt{8}}{2}$은 $\sqrt{7}$과 $\sqrt{8}$의 평균이므로 $\sqrt{7}$과 $\sqrt{8}$ 사이에 있다.
⑤ 0.19는 0.182보다 크므로 $\sqrt{8}-0.19$는 $\sqrt{7}$과 $\sqrt{8}$ 사이에 있지 않다.

실력 굳히기

본문 22~23쪽

01 ③	02 ②	03 ①, ④	04 ④	05 ④, ⑤	06 ④
07 ②	08 ③	09 ①, ④	10 ④	11 ②	12 ③
13 -2	14 $b<a<c$				

01 순환하지 않는 무한소수로 나타내어지는 수는 무리수이다.
② $\sqrt{4}-\sqrt{25}=2-5=-3$
④ $\sqrt{(-6)^2}=6$
⑤ $-\sqrt{100}=-10$
따라서 ①, ②, ④, ⑤는 유리수이다.

02 ① $\sqrt{0.04}=0.2$이므로 유리수이다.
③ $\sqrt{7^2}=7$, $\sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{2}{3}$이므로 유리수이다.
④ $0.\dot{4}$는 순환소수이므로 유리수이다.
⑤ $3-\sqrt{9}=3-3=0$이므로 유리수이다.

03 ② 소수는 유한소수와 무한소수로 이루어져 있다.
③ 무한소수 중 순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.
⑤ 순환하는 무한소수, 즉 순환소수는 유리수이므로 $\frac{(\text{정수})}{(0\text{이 아닌 정수})}$ 꼴로 나타낼 수 있다.

04 ④ 유리수이면서 무리수인 수는 없다.

05 (가)에 해당하는 수는 무리수이다.
④ $\sqrt{1.21}=1.1$이므로 유리수이다.
⑤ $\sqrt{\frac{81}{144}}=\frac{9}{12}=\frac{3}{4}$이므로 유리수이다.

06 $\square\text{ABCD}=2\times2-4\times\left(\frac{1}{2}\times1\times1\right)=2$

따라서 $\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{AD}}=\sqrt{2}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $3-\sqrt{2}$이다.

07 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$이므로

$\overline{\mathrm{BP}}=\overline{\mathrm{BD}}=\sqrt{2}$

점 P에 대응하는 수는 2이고, 점 B는 점 P에서 오른쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 이동한 점이므로 점 B에 대응하는 수는 $2+\sqrt{2}$이다.

08 ①, ② 두 수 사이에 있는 유리수 또는 무리수는 무수히 많다.

④ $\sqrt{1}<\sqrt{3}<\sqrt{4}$에서 $1<\sqrt{3}<2$이고, $\sqrt{9}<\sqrt{10}<\sqrt{16}$에서 $3<\sqrt{10}<4$이므로 수직선에서 $\sqrt{3}$과 $\sqrt{10}$에 대응하는 두 점 사이에 있는 정수는 2, 3의 2개이다.

⑤ 수직선에서 $\sqrt{3}$과 $\sqrt{10}$의 평균에 대응하는 수는 $\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{10}}{2}$이므로 무리수이다.

09 ① $-3<x<3$인 자연수 x는 1, 2의 2개이다.

④ $-\sqrt{3}<x<2$인 정수 x는 -1, 0, 1의 3개이다.

10 ① $(\sqrt{3}+2)-(\sqrt{3}+4)=\sqrt{3}+2-\sqrt{3}-4=-2<0$

$\therefore \sqrt{3}+2<\sqrt{3}+4$

② $(-\sqrt{2}+2)-(-\sqrt{2}+\sqrt{3})=-\sqrt{2}+2+\sqrt{2}-\sqrt{3}$

$=2-\sqrt{3}=\sqrt{4}-\sqrt{3}>0$

$\therefore -\sqrt{2}+2>-\sqrt{2}+\sqrt{3}$

③ $(\sqrt{5}-1)-2=\sqrt{5}-3=\sqrt{5}-\sqrt{9}<0 \qquad \therefore \sqrt{5}-1<2$

④ $(\sqrt{7}-2)-1=\sqrt{7}-3=\sqrt{7}-\sqrt{9}<0 \qquad \therefore \sqrt{7}-2<1$

⑤ $(5-\sqrt{8})-(5-\sqrt{6})=5-\sqrt{8}-5+\sqrt{6}=-\sqrt{8}+\sqrt{6}<0$

$\therefore 5-\sqrt{8}<5-\sqrt{6}$

11 $\sqrt{9}<\sqrt{12}<\sqrt{16}$, 즉 $3<\sqrt{12}<4$이므로 $0<\sqrt{12}-3<1$

따라서 $\sqrt{12}-3$에 대응하는 점은 점 B이다.

12 ① $(-1+\sqrt{5})-\sqrt{5}=-1<0$이므로 $-1+\sqrt{5}<\sqrt{5}$이다.

② $\sqrt{6.25}=\sqrt{2.5^2}=2.5$이므로 $\sqrt{6.25}$는 유리수이다.

③ $\dfrac{\sqrt{5}+3}{2}$은 $\sqrt{5}$와 3의 평균이고 무리수이므로 주어진 조건을 모두 만족시킨다.

④ $\sqrt{10}>\sqrt{9}$이므로 $\sqrt{10}>3$이다.

⑤ $(\sqrt{5}+2)-3=\sqrt{5}-1>0$이므로 $\sqrt{5}+2>3$이다.

13 $\square\mathrm{ABCD}=3\times3-4\times\left(\dfrac{1}{2}\times2\times1\right)=5$ ······ ❶

따라서 $\square\mathrm{ABCD}$의 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$이므로

$\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AD}}=\sqrt{5}$ ······ ❷

$\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{5}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $-1+\sqrt{5}$이다.

또, $\overline{\mathrm{AQ}}=\overline{\mathrm{AD}}=\sqrt{5}$이므로 점 Q에 대응하는 수는 $-1-\sqrt{5}$이다. ······ ❸

그러므로 구하는 두 수의 합은

$(-1+\sqrt{5})+(-1-\sqrt{5})=-2$ ······ ❹

단계	채점 기준	비율
❶	□ABCD의 넓이 구하기	30 %
❷	□ABCD의 한 변의 길이 구하기	20 %
❸	두 점 P, Q에 대응하는 수 구하기	30 %
❹	두 점 P, Q에 대응하는 두 수의 합 구하기	20 %

14 $a-b=(\sqrt{3}+\sqrt{6})-(\sqrt{6}+1)$

$=\sqrt{3}+\sqrt{6}-\sqrt{6}-1=\sqrt{3}-1>0$

이므로 $a>b$ ······ ❶

$a-c=(\sqrt{3}+\sqrt{6})-(\sqrt{3}+3)=\sqrt{3}+\sqrt{6}-\sqrt{3}-3$

$=\sqrt{6}-3=\sqrt{6}-\sqrt{9}<0$

이므로 $a<c$ ······ ❷

따라서 $a>b$이고 $a<c$이므로 $b<a<c$ ······ ❸

단계	채점 기준	비율
❶	a와 b의 대소 관계를 부등호를 사용하여 나타내기	40 %
❷	a와 c의 대소 관계를 부등호를 사용하여 나타내기	40 %
❸	a, b, c의 대소 관계를 부등호를 사용하여 나타내기	20 %

학교시험 미리보기

본문 24~27쪽

01 ④ **02** ③ **03** ① **04** ② **05** ④ **06** ②
07 ③ **08** ③ **09** ④ **10** ① **11** ③ **12** ⑤
13 ③ **14** ②, ⑤ **15** ① **16** P : $1-\sqrt{17}$, Q : $1+\sqrt{10}$
17 ③ **18** ⑤ **19** ① **20** ② **21** ①, ④
22 4개 **23** $\sqrt{5}+\sqrt{2}-3$ **24** $a+2b$ **25** 29

01 ①, ⑤ 음수의 제곱근은 없다.

② 제곱근 121은 $\sqrt{121}=11$이다.

③ $(-8)^2=64$의 제곱근은 ±8이다.

④ 제곱근 $\dfrac{16}{25}$은 $\sqrt{\dfrac{16}{25}}=\dfrac{4}{5}$이다.

02 ③ $-\sqrt{(-3)^2}=-3$

④ $\{-\sqrt{(-5)^2}\}^2=(-5)^2=25$

03 $\sqrt{(-81)^2}=81$의 음의 제곱근은 $-\sqrt{81}=-9$이므로 $a=-9$

$\dfrac{9}{64}$의 양의 제곱근은 $\sqrt{\dfrac{9}{64}}=\dfrac{3}{8}$이므로 $b=\dfrac{3}{8}$

$\therefore a\div b=(-9)\div\dfrac{3}{8}=(-9)\times\dfrac{8}{3}=-24$

04 (주어진 식)$=9-8\times\dfrac{3}{2}+5=9-12+5=2$

05 $\sqrt{36a^2}=\sqrt{(6a)^2}$이고, $a<0$이므로 $-a>0$, $3a<0$, $6a<0$

$\therefore -\sqrt{(-a)^2}+\sqrt{(3a)^2}-\sqrt{36a^2}$

$=-\sqrt{(-a)^2}+\sqrt{(3a)^2}-\sqrt{(6a)^2}$

$=-(-a)+(-3a)-(-6a)$

$=a-3a+6a=4a$

06 $0<a<1$에서 $-1<-a<0$

또, $1<\dfrac{1}{a}$이므로 $a-\dfrac{1}{a}<0$

$\therefore \sqrt{\left(a-\dfrac{1}{a}\right)^2}+\sqrt{\left(a+\dfrac{1}{a}\right)^2}-\sqrt{(-a)^2}$

$=-\left(a-\dfrac{1}{a}\right)+\left(a+\dfrac{1}{a}\right)-\{-(-a)\}$

$=-a+\dfrac{1}{a}+a+\dfrac{1}{a}-a=\dfrac{2}{a}-a$

07 ① $\sqrt{13}>\sqrt{10}$

② $0.2=\sqrt{0.2^2}=\sqrt{0.04}$이므로 $0.2>\sqrt{0.02}$

③ $\sqrt{7}>\sqrt{6}$이므로 $-\sqrt{7}<-\sqrt{6}$

④ $\sqrt{(-3)^2}=3$이므로 $\sqrt{(-3)^2}>2$

⑤ $\frac{1}{7}=\sqrt{\frac{1}{49}}$이므로 $\sqrt{\frac{1}{7}}>\frac{1}{7}$

08 $\sqrt{23}-5=\sqrt{23}-\sqrt{25}<0$, $5-\sqrt{23}=\sqrt{25}-\sqrt{23}>0$이므로

$$\sqrt{(\sqrt{23}-5)^2}-\sqrt{(5-\sqrt{23})^2}=-(\sqrt{23}-5)-(5-\sqrt{23})$$
$$=-\sqrt{23}+5-5+\sqrt{23}=0$$

09 $5\le\sqrt{3-2x}\le6$의 각 변을 제곱하면

$25\le3-2x\le36$, $22\le-2x\le33$

$\therefore -\frac{33}{2}\le x\le-11$

따라서 정수 x는 -16, -15, -14, -13, -12, -11의 6개이다.

10 $\sqrt{21-x}$가 자연수가 되려면 $21-x$가 21보다 작은 (자연수)^{2}이어야 한다. 즉,

$21-x=1, 4, 9, 16$

$\therefore x=5, 12, 17, 20$

따라서 x의 값 중 가장 큰 값은 20, 가장 작은 값은 5이므로

$A=20$, $B=5$

$\therefore A+B=20+5=25$

11 넓이가 $18a$인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{18a}$이고 $\sqrt{18a}=\sqrt{2\times3^2\times a}$이므로 $\sqrt{18a}$가 자연수가 되려면 a는 $2\times$(자연수)^2 꼴이어야 한다. 즉, a의 값은

$2\times1^2=2$, $2\times2^2=8$, $2\times3^2=18$, $2\times4^2=32$, $\cdots$ …… ㉠

또, 넓이가 $17+a$인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{17+a}$이고 $\sqrt{17+a}$가 자연수가 되려면 $17+a$는 17보다 큰 (자연수)^{2}이어야 한다. 즉,

$17+a=25, 36, 49, \cdots$

$\therefore a=8, 19, 32, \cdots$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 구하는 a의 값은 8이다.

12 $\sqrt{1}=1$, $\sqrt{4}=2$, $\sqrt{9}=3$, $\sqrt{16}=4$이므로

$N(1)=N(2)=N(3)=1$

$N(4)=N(5)=N(6)=N(7)=N(8)=2$

$N(9)=N(10)=N(11)=N(12)=N(13)$
$=N(14)=N(15)=3$

$N(16)=4$

$\therefore N(1)+N(2)+N(3)+\cdots+N(16)$
$=1\times3+2\times5+3\times7+4=38$

13 ① $0.\dot{1}$은 순환소수이므로 유리수이다.

② $\sqrt{\frac{1}{100}}=\frac{1}{10}$이므로 유리수이다.

③ $\sqrt{2^3}=\sqrt{8}$, $\sqrt{3^3}=\sqrt{27}$, $-\sqrt{7}$은 모두 무리수이다.

④ 1, 0은 유리수이다.

⑤ $\sqrt{16}=4$이므로 유리수이다.

14 ② 제곱인 수의 제곱근은 유리수이다.

⑤ $\sqrt{81}=9$의 양의 제곱근은 $\sqrt{9}=3$이므로 유리수이다.

15 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$이므로

$\overline{BP}=\overline{BD}=\sqrt{2}$, $\overline{AQ}=\overline{AC}=\sqrt{2}$

따라서 점 P에 대응하는 수는 $-1-\sqrt{2}$, 점 Q에 대응하는 수는 $-2+\sqrt{2}$이므로

$a=-1-\sqrt{2}$, $b=-2+\sqrt{2}$

$\therefore a+b=(-1-\sqrt{2})+(-2+\sqrt{2})=-3$

16 $\square ABCD=5\times5-4\times\left(\frac{1}{2}\times4\times1\right)=17$이므로

$\overline{AD}=\sqrt{17}$

따라서 $\overline{AP}=\overline{AD}=\sqrt{17}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $1-\sqrt{17}$이다.

또, $\square AEFG=4\times4-4\times\left(\frac{1}{2}\times3\times1\right)=10$이므로

$\overline{AE}=\sqrt{10}$

따라서 $\overline{AQ}=\overline{AE}=\sqrt{10}$이므로 점 Q에 대응하는 수는 $1+\sqrt{10}$이다.

17 태호 : 모든 무리수는 수직선 위의 점에 대응된다.
준수 : 1에 가장 가까운 무리수는 정할 수 없다.

18 ① $(3+\sqrt{2})-4=\sqrt{2}-1>0$ $\quad\therefore 3+\sqrt{2}>4$

② $(1+\sqrt{3})-3=\sqrt{3}-2=\sqrt{3}-\sqrt{4}<0$ $\quad\therefore 1+\sqrt{3}<3$

③ $(\sqrt{15}+1)-5=\sqrt{15}-4=\sqrt{15}-\sqrt{16}<0$

$\therefore \sqrt{15}+1<5$

④ $-1-(\sqrt{5}-3)=-1-\sqrt{5}+3=-\sqrt{5}+2$
$=-\sqrt{5}+\sqrt{4}<0$

$\therefore -1<\sqrt{5}-3$

⑤ $(3-\sqrt{5})-(5-\sqrt{5})=3-\sqrt{5}-5+\sqrt{5}=-2<0$

$\therefore 3-\sqrt{5}<5-\sqrt{5}$

19 $A-B=(\sqrt{3}-1)-1=\sqrt{3}-2=\sqrt{3}-\sqrt{4}<0$
이므로 $A<B$

$B-C=1-(\sqrt{5}-1)=1-\sqrt{5}+1=2-\sqrt{5}=\sqrt{4}-\sqrt{5}<0$
이므로 $B<C$

$\therefore A<B<C$

20 $\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{9}$에서 $2<\sqrt{5}<3$이므로 $5<3+\sqrt{5}<6$
따라서 $3+\sqrt{5}$에 대응하는 점이 속하는 구간은 B이다.

21 ① $\sqrt{5}-1$은 약 $2.236-1=1.236$이므로 $\sqrt{3}$보다 작다.

② $\sqrt{2}$와 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 정수는 2의 1개이다.

④ $\sqrt{2}+1$은 약 $1.414+1=2.414$이므로 $\sqrt{5}$보다 크다.

⑤ $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$은 $\sqrt{2}$와 $\sqrt{3}$의 평균이므로 $\sqrt{2}$와 $\sqrt{3}$ 사이에 있다.

22 **1단계** $-5\le-\sqrt{2x}\le-1$에서 $1\le\sqrt{2x}\le5$

각 변을 제곱하면 $1\le2x\le25$

$\therefore \frac{1}{2}\le x\le\frac{25}{2}$

따라서 자연수 x는 $1, 2, 3, \cdots, 12$이다.

2단계 $2\le\sqrt{3x+1}<4$에서
각 변을 제곱하면 $4\le 3x+1<16$, $3\le 3x<15$
$\therefore 1\le x<5$
따라서 자연수 x는 1, 2, 3, 4이다.

3단계 두 부등식을 모두 만족시키는 자연수 x는 1, 2, 3, 4의 4개이다.

23 **1단계** $\square ABCD=3\times3-4\times\left(\frac{1}{2}\times2\times1\right)=5$,
$\square EFGH=2\times2-4\times\left(\frac{1}{2}\times1\times1\right)=2$

2단계 $\square ABCD$의 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$이므로 $\overline{CD}=\sqrt{5}$
따라서 $\overline{CP}=\overline{CD}=\sqrt{5}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $-1+\sqrt{5}$이다.
$\square EFGH$의 한 변의 길이는 $\sqrt{2}$이므로 $\overline{GF}=\sqrt{2}$
따라서 $\overline{GQ}=\overline{GF}=\sqrt{2}$이므로 점 Q에 대응하는 수는 $2-\sqrt{2}$이다.

3단계 $\therefore \overline{PQ}=(-1+\sqrt{5})-(2-\sqrt{2})$
$=-1+\sqrt{5}-2+\sqrt{2}$
$=\sqrt{5}+\sqrt{2}-3$

24 $ab<0$에서 a와 b의 부호는 서로 반대이고, $a<b$이므로
$a<0$, $b>0$ ❶
이때 $a-b<0$, $b-a>0$이므로 ❷
$\sqrt{(a-b)^2}+\sqrt{(b-a)^2}-3\sqrt{a^2}$
$=-(a-b)+(b-a)-3\times(-a)$
$=-a+b+b-a+3a$
$=a+2b$ ❸

단계	채점 기준	비율
❶	a, b의 부호 판별하기	30%
❷	$a-b$, $b-a$의 부호 판별하기	20%
❸	주어진 식을 간단히 하기	50%

25 $\sqrt{\frac{12}{x}}=\sqrt{\frac{2^2\times3}{x}}$이 자연수가 되려면 x는 12의 약수이면서 $3\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.
즉, x의 값은 $3\times1^2=3$, $3\times2^2=12$이므로 가장 작은 x의 값은 3이다.
$\therefore a=3$ ❶
$\sqrt{90-y}$가 자연수가 되려면 $90-y$는 90보다 작은 $(\text{자연수})^2$이어야 하므로
$90-y=1,\ 4,\ 9,\ 16,\ 25,\ 36,\ 49,\ 64,\ 81$
$\therefore y=9,\ 26,\ 41,\ 54,\ 65,\ 74,\ 81,\ 86,\ 89$
따라서 가장 작은 두 자리의 자연수 y의 값은 26이다.
$\therefore b=26$ ❷
$\therefore a+b=3+26=29$ ❸

단계	채점 기준	비율
❶	a의 값 구하기	40 %
❷	b의 값 구하기	40 %
❸	$a+b$의 값 구하기	20 %

I-2 | 근호를 포함한 식의 계산

1 근호를 포함한 식의 곱셈과 나눗셈

06 근호를 포함한 식의 곱셈과 나눗셈

개념 다지기 본문 28쪽

1 답 (1) $\sqrt{15}$ (2) $-\sqrt{42}$ (3) $-12\sqrt{10}$ (4) $3\sqrt{6}$
(1) $\sqrt{3}\sqrt{5}=\sqrt{3\times5}=\sqrt{15}$
(2) $\sqrt{6}\times(-\sqrt{7})=-\sqrt{6\times7}=-\sqrt{42}$
(3) $(-3\sqrt{2})\times4\sqrt{5}=-12\sqrt{2\times5}=-12\sqrt{10}$
(4) $5\sqrt{2}\times\frac{3\sqrt{3}}{5}=3\sqrt{2\times3}=3\sqrt{6}$

2 답 (1) $\sqrt{3}$ (2) -2 (3) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (4) $2\sqrt{6}$
(1) $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{4}}=\sqrt{\frac{12}{4}}=\sqrt{3}$
(2) $-\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}}=-\sqrt{\frac{20}{5}}=-\sqrt{4}=-2$
(3) $2\sqrt{4}\div3\sqrt{2}=2\sqrt{4}\times\frac{1}{3\sqrt{2}}=\frac{2}{3}\sqrt{\frac{4}{2}}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$
(4) $6\sqrt{18}\div3\sqrt{3}=6\sqrt{18}\times\frac{1}{3\sqrt{3}}=2\sqrt{\frac{18}{3}}=2\sqrt{6}$

3 답 (1) $2\sqrt{5}$ (2) $-4\sqrt{3}$ (3) $\frac{\sqrt{7}}{6}$ (4) $-\frac{\sqrt{5}}{8}$
(1) $\sqrt{20}=\sqrt{2^2\times5}=2\sqrt{5}$
(2) $-\sqrt{48}=-\sqrt{4^2\times3}=-4\sqrt{3}$
(3) $\sqrt{\frac{7}{36}}=\sqrt{\frac{7}{6^2}}=\frac{\sqrt{7}}{6}$
(4) $-\sqrt{\frac{5}{64}}=\sqrt{\frac{5}{8^2}}=-\frac{\sqrt{5}}{8}$

4 답 (1) $\sqrt{32}$ (2) $-\sqrt{54}$ (3) $\sqrt{\frac{7}{9}}$ (4) $-\sqrt{3}$
(1) $4\sqrt{2}=\sqrt{4^2\times2}=\sqrt{32}$
(2) $-3\sqrt{6}=-\sqrt{3^2\times6}=-\sqrt{54}$
(3) $\frac{\sqrt{7}}{3}=\sqrt{\frac{7}{3^2}}=\sqrt{\frac{7}{9}}$
(4) $-\frac{\sqrt{75}}{5}=-\sqrt{\frac{75}{5^2}}=-\sqrt{3}$

핵심문제 익히기 본문 29쪽

핵심 1 답 ①
$2\sqrt{5}\times\left(-\sqrt{\frac{7}{5}}\right)\times3\sqrt{2}=-6\sqrt{5\times\frac{7}{5}\times2}=-6\sqrt{14}$

유제 1 답 (1) $-24\sqrt{15}$ (2) $\sqrt{2}$
(1) $-2\times4\sqrt{3}\times3\sqrt{5}=-24\sqrt{3\times5}=-24\sqrt{15}$
(2) $\sqrt{\frac{7}{12}}\times\left(-\sqrt{\frac{3}{5}}\right)\times\left(-\sqrt{\frac{40}{7}}\right)=\sqrt{\frac{7}{12}\times\frac{3}{5}\times\frac{40}{7}}$
$=\sqrt{2}$

핵심 2 답 (1) $8\sqrt{2}$ (2) $-\sqrt{42}$

(1) $4\sqrt{22}\div\frac{\sqrt{11}}{2}=4\sqrt{22}\times\frac{2}{\sqrt{11}}=8\sqrt{\frac{22}{11}}=8\sqrt{2}$

(2) $-\sqrt{21}\div\sqrt{\frac{3}{14}}\div\sqrt{\frac{7}{3}}=-\sqrt{21}\times\sqrt{\frac{14}{3}}\times\sqrt{\frac{3}{7}}$

$=-\sqrt{21\times\frac{14}{3}\times\frac{3}{7}}=-\sqrt{42}$

유제 2 답 (1) $\sqrt{6}$ (2) $12\sqrt{3}$

(1) $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{5}}\div\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{15}}=\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{6}}=\sqrt{\frac{12}{5}\times\frac{15}{6}}=\sqrt{6}$

(2) $-2\sqrt{3}\div\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{6}}\div\left(-\frac{1}{\sqrt{42}}\right)=-2\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}}\times(-\sqrt{42})$

$=2\sqrt{3\times\frac{6}{7}\times42}$

$=2\sqrt{3\times6^2}=12\sqrt{3}$

핵심 3 답 $2\sqrt{3}<\sqrt{15}<4<3\sqrt{2}$

$2\sqrt{3}=\sqrt{2^2\times3}=\sqrt{12}$, $3\sqrt{2}=\sqrt{3^2\times2}=\sqrt{18}$, $4=\sqrt{16}$이므로

$\sqrt{12}<\sqrt{15}<\sqrt{16}<\sqrt{18}$ $\quad\therefore 2\sqrt{3}<\sqrt{15}<4<3\sqrt{2}$

유제 3 답 $4\sqrt{2}$, $2\sqrt{11}$, $3\sqrt{7}$

$2\sqrt{11}=\sqrt{2^2\times11}=\sqrt{44}$, $3\sqrt{7}=\sqrt{3^2\times7}=\sqrt{63}$,

$4\sqrt{2}=\sqrt{4^2\times2}=\sqrt{32}$이므로

$\sqrt{32}<\sqrt{44}<\sqrt{63}$ $\quad\therefore 4\sqrt{2}<2\sqrt{11}<3\sqrt{7}$

07 분모의 유리화와 곱셈, 나눗셈의 혼합 계산

개념 다지기

본문 30쪽

1 답 (1) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (2) $-\frac{\sqrt{10}}{5}$ (3) $\frac{\sqrt{10}}{6}$ (4) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(1) $\frac{3}{\sqrt{6}}=\frac{3\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\frac{3\sqrt{6}}{6}=\frac{\sqrt{6}}{2}$

(2) $-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}=-\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=-\frac{\sqrt{10}}{5}$

(3) $\frac{5}{3\sqrt{10}}=\frac{5\times\sqrt{10}}{3\sqrt{10}\times\sqrt{10}}=\frac{5\sqrt{10}}{30}=\frac{\sqrt{10}}{6}$

(4) $\frac{3}{\sqrt{12}}=\frac{3}{2\sqrt{3}}=\frac{3\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{3}}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

2 답 (1) $\sqrt{2}$ (2) $10\sqrt{2}$ (3) $\sqrt{14}$ (4) $6\sqrt{2}$

(1) $\sqrt{5}\div\sqrt{15}\times\sqrt{6}=\sqrt{5}\times\frac{1}{\sqrt{15}}\times\sqrt{6}=\sqrt{5\times\frac{1}{15}\times6}=\sqrt{2}$

(2) $\sqrt{8}\times\sqrt{\frac{5}{2}}\div\frac{1}{\sqrt{10}}=\sqrt{8}\times\sqrt{\frac{5}{2}}\times\sqrt{10}$

$=\sqrt{8\times\frac{5}{2}\times10}=\sqrt{200}=10\sqrt{2}$

(3) $\frac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{7}\div\frac{\sqrt{6}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{7}\times\frac{4}{\sqrt{6}}$

$=2\sqrt{3\times7\times\frac{1}{6}}=2\sqrt{\frac{7}{2}}=\sqrt{14}$

(4) $\frac{6}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{12}}{2}\div\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{6}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{12}}{2}\times\sqrt{2}$

$=3\sqrt{\frac{1}{3}\times12\times2}$

$=3\sqrt{8}=3\times2\sqrt{2}=6\sqrt{2}$

핵심문제 익히기

본문 31쪽

핵심 1 답 1

$\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{5}}=\frac{3\sqrt{2}\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{3\sqrt{10}}{5}$ $\quad\therefore a=\frac{3}{5}$

$\frac{4}{\sqrt{50}}=\frac{4}{5\sqrt{2}}=\frac{4\times\sqrt{2}}{5\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{4\sqrt{2}}{10}=\frac{2\sqrt{2}}{5}$ $\quad\therefore b=\frac{2}{5}$

$\therefore a+b=\frac{3}{5}+\frac{2}{5}=1$

유제 1 답 $\frac{5}{2}$

$\frac{6}{\sqrt{2}}=\frac{6\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{6\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{2}$ $\quad\therefore a=3$

$\sqrt{2}\sqrt{6}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$이므로

$\frac{5}{\sqrt{2}\sqrt{6}}=\frac{5}{2\sqrt{3}}=\frac{5\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{5\sqrt{3}}{6}$ $\quad\therefore b=\frac{5}{6}$

$\therefore ab=3\times\frac{5}{6}=\frac{5}{2}$

핵심 2 답 -3

$\frac{\sqrt{18}}{2}\div\sqrt{45}\times(-6\sqrt{5})=\frac{\sqrt{18}}{2}\times\frac{1}{\sqrt{45}}\times(-6\sqrt{5})$

$=-3\sqrt{18\times\frac{1}{45}\times5}=-3\sqrt{2}$

$\therefore a=-3$

유제 2 답 ⑤

$\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{12}}\times\sqrt{15}\div\frac{\sqrt{7}}{3}=\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{12}}\times\sqrt{15}\times\frac{3}{\sqrt{7}}$

$=3\sqrt{\frac{28}{12}\times15\times\frac{1}{7}}=3\sqrt{5}$

핵심 3 답 ②

(삼각형의 넓이)$=\frac{1}{2}\times\sqrt{24}\times\sqrt{6}=\frac{1}{2}\times2\sqrt{6}\times\sqrt{6}=6$

따라서 (직사각형의 넓이)$=\sqrt{15}\times x=6$이므로

$x=\frac{6}{\sqrt{15}}=\frac{6\times\sqrt{15}}{\sqrt{15}\times\sqrt{15}}=\frac{6\sqrt{15}}{15}=\frac{2\sqrt{15}}{5}$

유제 3 답 ③

직육면체의 높이를 x cm라고 하면

$2\sqrt{3}\times3\sqrt{2}\times x=24\sqrt{30}$, $6\sqrt{6}\times x=24\sqrt{30}$

$\therefore x=24\sqrt{30}\div6\sqrt{6}=24\sqrt{30}\times\frac{1}{6\sqrt{6}}=4\sqrt{\frac{30}{6}}=4\sqrt{5}$

실력 굳히기

본문 32~33쪽

01 ④	02 ②	03 ⑤	04 ⑤	05 3	06 ①
07 ④	08 ②	09 ⑤	10 ④	11 ④	12 ②
13 ③	14 $\frac{\sqrt{3}}{2}$	15 $4\sqrt{21}$			

01 ① $-\sqrt{3}\times\sqrt{6}=-\sqrt{18}=-3\sqrt{2}$

④ $\sqrt{\frac{7}{3}}\times\sqrt{\frac{12}{7}}=\sqrt{\frac{7}{3}\times\frac{12}{7}}=\sqrt{4}=2$

⑤ $\sqrt{\frac{5}{2}}\times3\sqrt{\frac{7}{10}}=3\sqrt{\frac{5}{2}\times\frac{7}{10}}=\frac{3\sqrt{7}}{2}$

02 ① $\sqrt{18}\div\sqrt{3}=\dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\dfrac{18}{3}}=\sqrt{6}$

② $\sqrt{33}\div\sqrt{11}=\dfrac{\sqrt{33}}{\sqrt{11}}=\sqrt{\dfrac{33}{11}}=\sqrt{3}$

③ $\sqrt{24}\div\sqrt{3}=\dfrac{\sqrt{24}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\dfrac{24}{3}}=\sqrt{8}$

④ $\dfrac{\sqrt{42}}{\sqrt{7}}=\sqrt{\dfrac{42}{7}}=\sqrt{6}$

⑤ $\dfrac{\sqrt{72}}{3\sqrt{2}}=\dfrac{6\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}=2=\sqrt{4}$

따라서 그 값이 가장 작은 것은 ②이다.

03 $\sqrt{32}=\sqrt{4^2\times2}=4\sqrt{2}\qquad\therefore a=4$

$2\sqrt{7}=\sqrt{2^2\times7}=\sqrt{28}\qquad\therefore b=28$

$\therefore \sqrt{\dfrac{b}{a}}=\sqrt{\dfrac{28}{4}}=\sqrt{7}$

04 ① $5\sqrt{2}=\sqrt{5^2\times2}=\sqrt{50}$, $7=\sqrt{49}$이므로 $5\sqrt{2}>7$

② $-2\sqrt{3}=-\sqrt{2^2\times3}=-\sqrt{12}$이므로 $-\sqrt{14}<-2\sqrt{3}$

③ $0.6=\sqrt{0.6^2}=\sqrt{0.36}$이므로 $\sqrt{0.6}>0.6$

④ $2\sqrt{2}=\sqrt{2^2\times2}=\sqrt{8}$이므로 $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

⑤ $\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\sqrt{\dfrac{1}{3}}=\sqrt{\dfrac{3}{9}}$, $\dfrac{2}{3}=\sqrt{\left(\dfrac{2}{3}\right)^2}=\sqrt{\dfrac{4}{9}}$이므로 $\dfrac{1}{\sqrt{3}}<\dfrac{2}{3}$

05 $h=88.2$를 $\sqrt{\dfrac{h}{4.9}}$에 대입하면

$\sqrt{\dfrac{88.2}{4.9}}=\sqrt{\dfrac{882}{49}}=\sqrt{18}=\sqrt{3^2\times2}=3\sqrt{2}$

$\therefore k=3$

06 $-\sqrt{60}=-\sqrt{2^2\times15}=-2\sqrt{15}$에서 $\sqrt{15}\times x=-2\sqrt{15}$이므로

$x=-2$

$2\sqrt{3}=\sqrt{2^2\times3}=\sqrt{12}$에서 $\sqrt{14-y}=\sqrt{12}$이므로

$14-y=12\qquad\therefore y=2$

$\therefore xy=(-2)\times2=-4$

07 $\sqrt{150}=\sqrt{2\times3\times5^2}=\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times5=5ab$

08 $\sqrt{0.03}+\sqrt{175}=\sqrt{\dfrac{3}{10^2}}+\sqrt{5^2\times7}=\dfrac{\sqrt{3}}{10}+5\sqrt{7}=\dfrac{a}{10}+5b$

09 ① $\sqrt{300}=\sqrt{10^2\times3}=10\sqrt{3}=10b$

② $\sqrt{30}=\sqrt{10^2\times0.3}=10\sqrt{0.3}=10a$

③ $\sqrt{0.03}=\sqrt{\dfrac{3}{10^2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{10}=\dfrac{b}{10}$

④ $\sqrt{0.003}=\sqrt{\dfrac{0.3}{10^2}}=\dfrac{\sqrt{0.3}}{10}=\dfrac{a}{10}$

⑤ $\sqrt{0.00003}=\sqrt{\dfrac{0.3}{100^2}}=\dfrac{\sqrt{0.3}}{100}=\dfrac{a}{100}$

10 ④ $\sqrt{\dfrac{3}{32}}=\sqrt{\dfrac{3}{4^2\times2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{4\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{6}}{8}$

11 $\dfrac{9\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\dfrac{9\sqrt{3}\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\dfrac{9\sqrt{15}}{5}\qquad\therefore a=\dfrac{9}{5}$

$\dfrac{20}{\sqrt{27}}=\dfrac{20}{3\sqrt{3}}=\dfrac{20\times\sqrt{3}}{3\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{20\sqrt{3}}{9}\qquad\therefore b=\dfrac{20}{9}$

$\therefore ab=\dfrac{9}{5}\times\dfrac{20}{9}=4$

12 $\dfrac{\sqrt{50}}{2}\times(-4\sqrt{3})\div\dfrac{\sqrt{15}}{3}=\dfrac{\sqrt{50}}{2}\times(-4\sqrt{3})\times\dfrac{3}{\sqrt{15}}$

$=-6\sqrt{50\times3\times\dfrac{1}{15}}=-6\sqrt{10}$

13 지름의 길이가 각각 $2\sqrt{14}$, $6\sqrt{2}$인 두 원의 반지름의 길이는 각각 $\sqrt{14}$, $3\sqrt{2}$이므로 두 원의 넓이의 합은

$\pi\times(\sqrt{14})^2+\pi\times(3\sqrt{2})^2=14\pi+18\pi=32\pi$

이때 구하는 원의 반지름의 길이를 $r(r>0)$라고 하면

$\pi\times r^2=32\pi$, $r^2=32\qquad\therefore r=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$

14 $a=\dfrac{\sqrt{144}}{\sqrt{6}}\div\sqrt{2}=\dfrac{\sqrt{144}}{\sqrt{6}}\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\sqrt{\dfrac{144}{6}\times\dfrac{1}{2}}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ ··· ❶

$b=\sqrt{\dfrac{30}{25}}\div\dfrac{\sqrt{6}}{3\sqrt{5}}=\sqrt{\dfrac{30}{25}}\times\dfrac{3\sqrt{5}}{\sqrt{6}}=3\sqrt{\dfrac{30}{25}\times\dfrac{5}{6}}=3$ ··· ❷

$\therefore \dfrac{b}{a}=\dfrac{3}{2\sqrt{3}}=\dfrac{3\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ··· ❸

단계	채점 기준	비율
❶	a의 값 구하기	40 %
❷	b의 값 구하기	40 %
❸	$\dfrac{b}{a}$의 값 구하기	20 %

15 정사각형 BEFC는 넓이가 14이므로 이 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{14}$이다.

또, 정사각형 DCHG는 넓이가 24이므로 이 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{24}=2\sqrt{6}$이다. ··· ❶

따라서 직사각형 ABCD의 넓이는

$\sqrt{14}\times2\sqrt{6}=2\sqrt{14\times6}=2\sqrt{2^2\times3\times7}=4\sqrt{21}$ ··· ❷

단계	채점 기준	비율
❶	두 정사각형 BEFC, DCHG의 한 변의 길이 구하기	50 %
❷	직사각형 ABCD의 넓이 구하기	50 %

2 근호를 포함한 식의 덧셈과 뺄셈

08 근호를 포함한 식의 덧셈과 뺄셈

개념 다지기 본문 34쪽

1 답 (1) $7\sqrt{3}$ (2) $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$ (3) $4\sqrt{7}$ (4) $-2\sqrt{5}$

(1) $4\sqrt{3}+3\sqrt{3}=(4+3)\sqrt{3}=7\sqrt{3}$

(2) $3\sqrt{2}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\left(3-\dfrac{1}{2}\right)\sqrt{2}=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$

(3) $2\sqrt{7}+3\sqrt{7}-\sqrt{7}=(2+3-1)\sqrt{7}=4\sqrt{7}$

(4) $3\sqrt{5}-9\sqrt{5}+4\sqrt{5}=(3-9+4)\sqrt{5}=-2\sqrt{5}$

2 답 (1) $6\sqrt{2}$ (2) $-\sqrt{5}$ (3) $3\sqrt{3}$ (4) $-2\sqrt{2}$

(1) $\sqrt{32}+\sqrt{8}=4\sqrt{2}+2\sqrt{2}=6\sqrt{2}$

(2) $\sqrt{45}-\sqrt{80}=3\sqrt{5}-4\sqrt{5}=-\sqrt{5}$

(3) $\sqrt{12}-\sqrt{48}+\sqrt{75}=2\sqrt{3}-4\sqrt{3}+5\sqrt{3}=3\sqrt{3}$

(4) $\sqrt{72}-\sqrt{50}-\sqrt{18}=6\sqrt{2}-5\sqrt{2}-3\sqrt{2}=-2\sqrt{2}$

3 답 (1) $5\sqrt{5}$ (2) $4\sqrt{3}$

(1) $\sqrt{45}+\dfrac{10}{\sqrt{5}}=3\sqrt{5}+2\sqrt{5}=5\sqrt{5}$

(2) $\sqrt{27}-\dfrac{6}{\sqrt{3}}+\dfrac{18}{\sqrt{12}}=3\sqrt{3}-2\sqrt{3}+3\sqrt{3}=4\sqrt{3}$

핵심문제 익히기 본문 35쪽

핵심 1 답 ②

$7\sqrt{3}+a\sqrt{2}+b\sqrt{3}-\sqrt{2}=(a-1)\sqrt{2}+(7+b)\sqrt{3}=3\sqrt{2}+2\sqrt{3}$

이므로 $a-1=3$, $7+b=2$

$\therefore a=4,\ b=-5$

$\therefore a+b=4+(-5)=-1$

유제 1 답 $\sqrt{5}-\dfrac{\sqrt{7}}{3}$

$3\sqrt{5}+\dfrac{2\sqrt{7}}{3}-2\sqrt{5}-\sqrt{7}=(3-2)\sqrt{5}+\left(\dfrac{2}{3}-1\right)\sqrt{7}=\sqrt{5}-\dfrac{\sqrt{7}}{3}$

핵심 2 답 ④

$\sqrt{24}-\sqrt{96}+\sqrt{54}=2\sqrt{6}-4\sqrt{6}+3\sqrt{6}=\sqrt{6}$ $\quad\therefore a=1$

유제 2-1 답 3

$\sqrt{8}+\sqrt{72}-\sqrt{50}=2\sqrt{2}+6\sqrt{2}-5\sqrt{2}=3\sqrt{2}$ $\quad\therefore m=3$

유제 2-2 답 ⑤

$\sqrt{27}-\sqrt{32}+2\sqrt{2}+\sqrt{12}=3\sqrt{3}-4\sqrt{2}+2\sqrt{2}+2\sqrt{3}=-2\sqrt{2}+5\sqrt{3}$

따라서 $a=-2$, $b=5$이므로

$a+b=(-2)+5=3$

핵심 3 답 ①

$6\sqrt{5}-\dfrac{10}{\sqrt{5}}-\sqrt{75}+\sqrt{12}=6\sqrt{5}-2\sqrt{5}-5\sqrt{3}+2\sqrt{3}$

$=-3\sqrt{3}+4\sqrt{5}$

따라서 $p=-3$, $q=4$이므로

$pq=(-3)\times4=-12$

유제 3 답 ③

$5\sqrt{2}+\dfrac{6}{\sqrt{8}}+\dfrac{3}{\sqrt{18}}=5\sqrt{2}+\dfrac{6}{2\sqrt{2}}+\dfrac{3}{3\sqrt{2}}$

$=5\sqrt{2}+\dfrac{3\sqrt{2}}{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}=7\sqrt{2}$

$\therefore k=7$

09 근호를 포함한 복잡한 식의 계산

개념 다지기 본문 36쪽

1 답 (1) $6\sqrt{3}+\sqrt{15}$ (2) $\sqrt{6}-2\sqrt{3}$ (3) $5\sqrt{2}+2\sqrt{10}$ (4) $2\sqrt{14}-3\sqrt{35}$

(2) $\sqrt{2}(\sqrt{3}-\sqrt{6})=\sqrt{6}-\sqrt{12}=\sqrt{6}-2\sqrt{3}$

(3) $(\sqrt{10}+2\sqrt{2})\sqrt{5}=\sqrt{50}+2\sqrt{10}=5\sqrt{2}+2\sqrt{10}$

(4) $\sqrt{7}(\sqrt{8}-3\sqrt{5})=\sqrt{56}-3\sqrt{35}=2\sqrt{14}-3\sqrt{35}$

2 답 (1) $\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{3}$ (2) $\sqrt{7}+\sqrt{5}$ (3) $2\sqrt{5}+\sqrt{15}$ (4) $3\sqrt{3}-2\sqrt{6}$

(1) $\dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})}=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{3}$

(2) $\dfrac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}=\dfrac{2(\sqrt{7}+\sqrt{5})}{(\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}+\sqrt{5})}=\dfrac{2(\sqrt{7}+\sqrt{5})}{2}$

$=\sqrt{7}+\sqrt{5}$

(3) $\dfrac{\sqrt{5}}{2-\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{5}(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}=\dfrac{\sqrt{5}(2+\sqrt{3})}{4-3}=2\sqrt{5}+\sqrt{15}$

(4) $\dfrac{\sqrt{3}}{3+2\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{3}(3-2\sqrt{2})}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}=\dfrac{\sqrt{3}(3-2\sqrt{2})}{9-8}$

$=\dfrac{\sqrt{3}(3-2\sqrt{2})}{9-8}=3\sqrt{3}-2\sqrt{6}$

3 답 (1) $2\sqrt{3}$ (2) $5\sqrt{6}$ (3) $2-4\sqrt{2}$ (4) $\sqrt{5}+\sqrt{6}$

(1) $\sqrt{27}-\sqrt{18}\div\sqrt{6}=\sqrt{27}-\dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{6}}=3\sqrt{3}-\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

(2) $\sqrt{3}\times\sqrt{18}+4\sqrt{3}\div\sqrt{2}=\sqrt{54}+\dfrac{4\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=3\sqrt{6}+2\sqrt{6}=5\sqrt{6}$

(3) $\sqrt{12}\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}-\sqrt{6}\right)+\dfrac{4}{\sqrt{2}}=\sqrt{4}-\sqrt{72}+2\sqrt{2}$

$=2-6\sqrt{2}+2\sqrt{2}=2-4\sqrt{2}$

(4) $\sqrt{20}-3\sqrt{2}\div\sqrt{3}+\dfrac{12-\sqrt{30}}{\sqrt{6}}=2\sqrt{5}-\dfrac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}+\dfrac{12}{\sqrt{6}}-\dfrac{\sqrt{30}}{\sqrt{6}}$

$=2\sqrt{5}-\sqrt{6}+2\sqrt{6}-\sqrt{5}$

$=\sqrt{5}+\sqrt{6}$

핵심문제 익히기 본문 37쪽

핵심 1 답 ⑤

$3\sqrt{2}(\sqrt{3}-2)+\dfrac{\sqrt{16}+2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=3\sqrt{6}-6\sqrt{2}+\sqrt{8}+\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

$=3\sqrt{6}-6\sqrt{2}+2\sqrt{2}+\sqrt{6}$

$=4\sqrt{6}-4\sqrt{2}$

따라서 $a=4$, $b=-4$이므로 $a-b=4-(-4)=8$

유제 1 답 $\sqrt{2}$

$\sqrt{8}\left(2+\dfrac{1}{\sqrt{5}}\right)-(3\sqrt{10}+2\sqrt{2})\div\sqrt{5}$

$=2\sqrt{8}+\dfrac{\sqrt{40}}{5}-(3\sqrt{10}+2\sqrt{2})\times\dfrac{1}{\sqrt{5}}$

$=4\sqrt{2}+\dfrac{2\sqrt{10}}{5}-\dfrac{3\sqrt{10}}{\sqrt{5}}-\dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

$=4\sqrt{2}+\dfrac{2\sqrt{10}}{5}-3\sqrt{2}-\dfrac{2\sqrt{10}}{5}=\sqrt{2}$

핵심 2 답 (1) $14-8\sqrt{3}$ (2) -5

(1) $(2\sqrt{2}-\sqrt{6})^2=(2\sqrt{2})^2-2\times2\sqrt{2}\times\sqrt{6}+(\sqrt{6})^2$

$=8-8\sqrt{3}+6=14-8\sqrt{3}$

(2) $(\sqrt{7}+2\sqrt{3})(\sqrt{7}-2\sqrt{3})=(\sqrt{7})^2-(2\sqrt{3})^2=7-12=-5$

유제 2 답 (1) $14+4\sqrt{6}$ (2) $8-4\sqrt{5}$

(1) $(2\sqrt{3}+\sqrt{2})^2=(2\sqrt{3})^2+2\times2\sqrt{3}\times\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2$
$=12+4\sqrt{6}+2$
$=14+4\sqrt{6}$

(2) $(2-\sqrt{5})^2-(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)$
$=2^2-2\times2\times\sqrt{5}+(\sqrt{5})^2-\{(\sqrt{5})^2-2^2\}$
$=4-4\sqrt{5}+5-1=8-4\sqrt{5}$

핵심 3 답 ②

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$$
$$=\frac{\sqrt{3}(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{(\sqrt{6}-\sqrt{2})(\sqrt{6}+\sqrt{2})}-\frac{\sqrt{3}(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{(\sqrt{6}+\sqrt{2})(\sqrt{6}-\sqrt{2})}$$
$$=\frac{\sqrt{18}+\sqrt{6}}{6-2}-\frac{\sqrt{18}-\sqrt{6}}{6-2}$$
$$=\frac{\sqrt{18}}{4}+\frac{\sqrt{6}}{4}-\frac{\sqrt{18}}{4}+\frac{\sqrt{6}}{4}$$
$$=\frac{\sqrt{6}}{2}$$

유제 3 답 8

$$\frac{\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}}-\frac{\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}$$
$$=\frac{\sqrt{2}(3+2\sqrt{2})}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}-\frac{\sqrt{2}(3-2\sqrt{2})}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}$$
$$=\frac{3\sqrt{2}+4}{9-8}-\frac{3\sqrt{2}-4}{9-8}$$
$$=3\sqrt{2}+4-3\sqrt{2}+4=8$$

핵심 4 답 ②

$(3+4\sqrt{3})(a-2\sqrt{3})=3a-6\sqrt{3}+4a\sqrt{3}-24$
$=3a-24+(-6+4a)\sqrt{3}$

이것이 유리수이려면 $-6+4a=0$ $\therefore a=\frac{3}{2}$

유제 4 답 $-\frac{5}{6}$

$(2a-\sqrt{5})(5-3\sqrt{5})=10a-6a\sqrt{5}-5\sqrt{5}+15$
$=10a+15+(-6a-5)\sqrt{5}$

이것이 유리수이려면 $-6a-5=0$ $\therefore a=-\frac{5}{6}$

실력 굳히기

본문 38~39쪽

01 ④	02 ①	03 ③, ⑤	04 ④	05 ①	06 ④
07 ⑤	08 ②	09 ④	10 ③	11 ③	12 ⑤
13 ③	14 29	15 $16+12\sqrt{3}$			

01 $\sqrt{32}+\sqrt{18}-\sqrt{72}=4\sqrt{2}+3\sqrt{2}-6\sqrt{2}=\sqrt{2}$
$\therefore k=1$

02 $-\sqrt{8}-\sqrt{50}+\sqrt{24}+2\sqrt{54}=-2\sqrt{2}-5\sqrt{2}+2\sqrt{6}+6\sqrt{6}$
$=-7\sqrt{2}+8\sqrt{6}$

03 ① $4\sqrt{5}+3\sqrt{5}-5\sqrt{5}=2\sqrt{5}$
② $\sqrt{24}+3\sqrt{6}-\sqrt{96}=2\sqrt{6}+3\sqrt{6}-4\sqrt{6}=\sqrt{6}$
③ $(\sqrt{6}+\sqrt{3})^2=(\sqrt{6})^2+2\times\sqrt{6}\times\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2$
$=6+2\sqrt{18}+3=9+6\sqrt{2}$
④ $\sqrt{28}\div2-\sqrt{7}\times4=2\sqrt{7}\div2-4\sqrt{7}$
$=\sqrt{7}-4\sqrt{7}=-3\sqrt{7}$
⑤ $\sqrt{60}\times\frac{2}{\sqrt{5}}+\sqrt{75}=2\sqrt{12}+5\sqrt{3}$
$=4\sqrt{3}+5\sqrt{3}=9\sqrt{3}$

04 $\frac{3a}{b}+\frac{2b}{a}=\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}+\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$
$=\frac{3\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}+\frac{2\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$
$=\sqrt{6}+\sqrt{6}=2\sqrt{6}$

05 $\frac{4}{\sqrt{2}}-\sqrt{\frac{3}{2}}-2\sqrt{2}-\sqrt{\frac{2}{3}}=2\sqrt{2}-\frac{\sqrt{6}}{2}-2\sqrt{2}-\frac{\sqrt{6}}{3}$
$=-\frac{5\sqrt{6}}{6}$
$\therefore a=-\frac{5}{6}$

06 $(\sqrt{2}-3\sqrt{5})^2+(-\sqrt{2}+\sqrt{5})^2$
$=(\sqrt{2})^2-2\times\sqrt{2}\times3\sqrt{5}+(3\sqrt{5})^2$
$+(-\sqrt{2})^2+2\times(-\sqrt{2})\times\sqrt{5}+(\sqrt{5})^2$
$=2-6\sqrt{10}+45+2-2\sqrt{10}+5$
$=54-8\sqrt{10}$

07 ① $(5\sqrt{2}+3\sqrt{2})-12=8\sqrt{2}-12=\sqrt{128}-\sqrt{144}<0$
$\therefore 5\sqrt{2}+3\sqrt{2}<12$
② $(4\sqrt{5}+3\sqrt{5})-(5\sqrt{5}-\sqrt{5})=7\sqrt{5}-4\sqrt{5}=3\sqrt{5}>0$
$\therefore 4\sqrt{5}+3\sqrt{5}>5\sqrt{5}-\sqrt{5}$
③ $(2\sqrt{5}-3\sqrt{3})-(5\sqrt{5}-5\sqrt{3})=-3\sqrt{5}+2\sqrt{3}$
$=-\sqrt{45}+\sqrt{12}<0$
$\therefore 2\sqrt{5}-3\sqrt{3}<5\sqrt{5}-5\sqrt{3}$
④ $(\sqrt{2}+\sqrt{3})-(4\sqrt{2}-\sqrt{3})=-3\sqrt{2}+2\sqrt{3}$
$=-\sqrt{18}+\sqrt{12}<0$
$\therefore \sqrt{2}+\sqrt{3}<4\sqrt{2}-\sqrt{3}$
⑤ $(\sqrt{18}+\sqrt{32})-(8\sqrt{3}-\sqrt{27})$
$=(3\sqrt{2}+4\sqrt{2})-(8\sqrt{3}-3\sqrt{3})$
$=7\sqrt{2}-5\sqrt{3}=\sqrt{98}-\sqrt{75}>0$
$\therefore \sqrt{18}+\sqrt{32}>8\sqrt{3}-\sqrt{27}$

08 $\sqrt{3}(2\sqrt{2}+a)-\sqrt{6}(2-\sqrt{2})=2\sqrt{6}+a\sqrt{3}-2\sqrt{6}+\sqrt{12}$
$=2\sqrt{6}+a\sqrt{3}-2\sqrt{6}+2\sqrt{3}$
$=(a+2)\sqrt{3}$

이것이 유리수이려면 $a+2=0$ $\therefore a=-2$

09 $\frac{1}{\sqrt{3}}\div\frac{2\sqrt{2}}{3}-\sqrt{2}\left(\frac{5}{\sqrt{6}}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
$=\frac{1}{\sqrt{3}}\times\frac{3}{2\sqrt{2}}-\sqrt{2}\times\frac{5}{\sqrt{6}}+\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}$
$=\frac{3}{2\sqrt{6}}-\frac{5}{\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{6}}{2}$
$=\frac{\sqrt{6}}{4}-\frac{5\sqrt{3}}{3}+\frac{\sqrt{6}}{2}=\frac{3\sqrt{6}}{4}-\frac{5\sqrt{3}}{3}$

10 ① $\dfrac{1}{\sqrt{3}+2}=\dfrac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}=2-\sqrt{3}$

② $\dfrac{1}{1-\sqrt{2}}=\dfrac{1+\sqrt{2}}{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})}$
$=-(1+\sqrt{2})=-1-\sqrt{2}$

③ $\dfrac{3}{\sqrt{10}-\sqrt{7}}=\dfrac{3(\sqrt{10}+\sqrt{7})}{(\sqrt{10}-\sqrt{7})(\sqrt{10}+\sqrt{7})}$
$=\dfrac{3(\sqrt{10}+\sqrt{7})}{3}=\sqrt{10}+\sqrt{7}$

④ $\dfrac{\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}=2\sqrt{3}+3$

⑤ $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{2}(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}$
$=\dfrac{\sqrt{2}(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{2}=\dfrac{\sqrt{10}}{2}-\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

11 $\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}-\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$
$=\dfrac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}-\dfrac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$
$=(3+2\sqrt{6}+2)-(3-2\sqrt{6}+2)$
$=5+2\sqrt{6}-5+2\sqrt{6}=4\sqrt{6}$

12 $x=\dfrac{1}{3+2\sqrt{2}}=\dfrac{3-2\sqrt{2}}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}=3-2\sqrt{2}$
즉, $x=3-2\sqrt{2}$에서 $x-3=-2\sqrt{2}$
양변을 제곱하면
$x^2-6x+9=8$, $x^2-6x+1=0$
$\therefore x^2-6x+4=(x^2-6x+1)+3=0+3=3$

13 $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}$
$=\dfrac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}}{(\sqrt{x+1}+\sqrt{x})(\sqrt{x+1}-\sqrt{x})}$
$=\dfrac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}}{(x+1)-x}$
$=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$
$\therefore f(1)+f(2)+f(3)+f(4)+f(5)+f(6)$
$=(\sqrt{2}-1)+(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(\sqrt{4}-\sqrt{3})+(\sqrt{5}-\sqrt{4})$
$+(\sqrt{6}-\sqrt{5})+(\sqrt{7}-\sqrt{6})$
$=-1+\sqrt{7}$

14 $a^2+b^2+3ab=(a+b)^2+ab$ ······ ❶
$a+b=(\sqrt{7}+\sqrt{6})+(\sqrt{7}-\sqrt{6})=2\sqrt{7}$,
$ab=(\sqrt{7}+\sqrt{6})(\sqrt{7}-\sqrt{6})$
$=(\sqrt{7})^2-(\sqrt{6})^2=7-6=1$ ······ ❷
$\therefore a^2+b^2+3ab=(a+b)^2+ab$
$=(2\sqrt{7})^2+1^2$
$=28+1=29$ ······ ❸

단계	채점 기준	비율
❶	곱셈 공식의 변형을 이용하여 주어진 식 변형하기	30 %
❷	$a+b$, ab의 값 구하기	40 %
❸	a^2+b^2+3ab의 값 구하기	30 %

15 (겉넓이)=(밑넓이)×2+(옆넓이)
$=\{(\sqrt{6}+\sqrt{2})\times\sqrt{2}\}\times2+\{(\sqrt{6}+\sqrt{2}+\sqrt{2})\times2\}\times\sqrt{6}$ ······ ❶
$=(\sqrt{6}+\sqrt{2})\times2\sqrt{2}+(\sqrt{6}+2\sqrt{2})\times2\sqrt{6}$
$=2\sqrt{12}+4+12+4\sqrt{12}$
$=16+6\sqrt{12}$
$=16+12\sqrt{3}$ ······ ❷

단계	채점 기준	비율
❶	직육면체의 겉넓이 구하는 식 세우기	50 %
❷	겉넓이 계산하기	50 %

| 다른 풀이 | (겉넓이)=2×(넓이가 다른 세 면의 넓이의 합)
$=2\times\{(\sqrt{6}+\sqrt{2})\times\sqrt{2}$
$+(\sqrt{6}+\sqrt{2})\times\sqrt{6}+\sqrt{2}\times\sqrt{6}\}$
$=2\times(2\sqrt{3}+2+6+2\sqrt{3}+2\sqrt{3})$
$=2\times(8+6\sqrt{3})=16+12\sqrt{3}$

3 제곱근의 값

10 제곱근표

개념 다지기 본문 40쪽

1 답 (1) 1.386 (2) 1.217 (3) 1.304 (4) 1.277
(1) $\sqrt{1.92}$의 값은 제곱근표에서 1.9의 가로줄과 2의 세로줄이 만나는 곳의 수인 1.386이다.
(2) $\sqrt{1.48}$의 값은 제곱근표에서 1.4의 가로줄과 8의 세로줄이 만나는 곳의 수인 1.217이다.
(3) $\sqrt{1.7}$의 값은 제곱근표에서 1.7의 가로줄과 0의 세로줄이 만나는 곳의 수인 1.304이다.
(4) $\sqrt{1.63}$의 값은 제곱근표에서 1.6의 가로줄과 3의 세로줄이 만나는 곳의 수인 1.277이다.

2 답 (1) 1.04 (2) 1.55 (3) 1.8 (4) 1.99
(1) 1.020은 제곱근표에서 1.0의 가로줄과 4의 세로줄이 만나는 곳의 수이므로 x의 값은 1.04이다.
(2) 1.245는 제곱근표에서 1.5의 가로줄과 5의 세로줄이 만나는 곳의 수이므로 x의 값은 1.55이다.
(3) 1.342는 제곱근표에서 1.8의 가로줄과 0의 세로줄이 만나는 곳의 수이므로 x의 값은 1.8이다.
(4) 1.411은 제곱근표에서 1.9의 가로줄과 9의 세로줄이 만나는 곳의 수이므로 x의 값은 1.99이다.

핵심문제 익히기 본문 41쪽

핵심 1 답 ③
$\sqrt{8.04}=2.835=a$, $\sqrt{8.42}=2.902=b$
$\therefore 10000a-1000b=28350-2902=25448$

유제 1 답 ④
④ 희재 : $\sqrt{9.14}=3.023$

핵심 2 답 ⑤

$\sqrt{x}=7.880$에서 $x=62.1$, $\sqrt{y}=8.012$에서 $y=64.2$

$\therefore x+y=62.1+64.2=126.3$

유제 2 답 **2.1**

$\sqrt{x}=5.206$에서 $x=27.1$, $\sqrt{y}=5.404$에서 $y=29.2$

$\therefore y-x=29.2-27.1=2.1$

11 제곱근의 값

개념 다지기

본문 42쪽

1 답 (1) **100, 10** (2) **10000, 100** (3) **100, 10**

2 답 (1) **29.02** (2) **91.76** (3) **0.9176** (4) **0.02902**

(1) $\sqrt{842}=\sqrt{100\times8.42}=10\sqrt{8.42}=10\times2.902=29.02$

(2) $\sqrt{8420}=\sqrt{100\times84.2}=10\sqrt{84.2}=10\times9.176=91.76$

(3) $\sqrt{0.842}=\sqrt{\dfrac{84.2}{100}}=\dfrac{\sqrt{84.2}}{10}=\dfrac{9.176}{10}=0.9176$

(4) $\sqrt{0.000842}=\sqrt{\dfrac{8.42}{10000}}=\dfrac{\sqrt{8.42}}{100}=\dfrac{2.902}{100}=0.02902$

3 답 $\mathbf{3, 3, 3, 3, 6-\sqrt{10}}$

핵심문제 익히기

본문 43쪽

핵심 1 답 ⑤

① $\sqrt{0.05}=\sqrt{\dfrac{5}{100}}=\dfrac{\sqrt{5}}{10}$ ② $\sqrt{20}=\sqrt{4\times5}=2\sqrt{5}$

③ $\sqrt{45}=\sqrt{9\times5}=3\sqrt{5}$ ④ $\sqrt{500}=\sqrt{100\times5}=10\sqrt{5}$

⑤ $\sqrt{5000}=\sqrt{100\times50}=10\sqrt{50}$

따라서 $\sqrt{5}=2.236$을 이용하여 그 값을 구할 수 없는 것은 ⑤이다.

유제 1 답 ④

① $\sqrt{25800}=\sqrt{10000\times2.58}=100\sqrt{2.58}=100\times1.606=160.6$

② $\sqrt{2580}=\sqrt{100\times25.8}=10\sqrt{25.8}=10\times5.079=50.79$

③ $\sqrt{258}=\sqrt{100\times2.58}=10\sqrt{2.58}=10\times1.606=16.06$

④ $\sqrt{0.258}=\sqrt{\dfrac{25.8}{100}}=\dfrac{\sqrt{25.8}}{10}=\dfrac{5.079}{10}=0.5079$

⑤ $\sqrt{0.00258}=\sqrt{\dfrac{25.8}{10000}}=\dfrac{\sqrt{25.8}}{100}=\dfrac{5.079}{100}=0.05079$

핵심 2 답 **3.464**

$$10\sqrt{0.27}-\frac{3}{\sqrt{3}}=10\sqrt{\frac{9\times3}{100}}-\frac{3\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$$
$$=3\sqrt{3}-\sqrt{3}=2\sqrt{3}$$
$$=2\times1.732=3.464$$

유제 2 답 ③

$$100\sqrt{0.2}+\sqrt{200}=100\sqrt{\frac{20}{100}}+\sqrt{100\times2}$$
$$=100\times\frac{\sqrt{20}}{10}+10\sqrt{2}$$
$$=10\sqrt{20}+10\sqrt{2}$$
$$=44.72+14.14=58.86$$

핵심 3 답 ④

$2<\sqrt{5}<3$이므로 $a=2$, $b=\sqrt{5}-2$

$$\therefore \frac{a}{b}=\frac{2}{\sqrt{5}-2}=\frac{2(\sqrt{5}+2)}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}$$
$$=4+2\sqrt{5}$$

유제 3 답 $\mathbf{\sqrt{2}-1}$

$1<\sqrt{2}<2$이므로 $\sqrt{2}$의 정수 부분은 1이다.

$\therefore a=\sqrt{2}-1$

$2<\sqrt{7}<3$이므로 $\sqrt{7}$의 정수 부분은 2이다.

$\therefore b=2$

$$\therefore \frac{1}{a+b}=\frac{1}{(\sqrt{2}-1)+2}=\frac{1}{\sqrt{2}+1}$$
$$=\frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}$$
$$=\sqrt{2}-1$$

실력 굳히기

본문 44~45쪽

01 ④	02 ②	03 ④	04 ④	05 ②	06 ①
07 ⑤	08 $10a-\dfrac{b}{100}$	09 ②	10 ⑤	11 ②	
12 ②	13 ①	14 22	15 $8+2\sqrt{10}$		

01 $\sqrt{624}=\sqrt{100\times6.24}=10\sqrt{6.24}$

$=10\times2.498=24.98$

02 $\sqrt{0.00613}=\sqrt{\dfrac{61.3}{10000}}=\dfrac{\sqrt{61.3}}{100}$

$=\dfrac{7.829}{100}=0.07829$

03 ② $\sqrt{6230}=\sqrt{100\times62.3}=10\sqrt{62.3}=10\times7.893=78.93$

③ $\sqrt{6300}=\sqrt{100\times63}=10\sqrt{63}=10\times7.937=79.37$

④ $\sqrt{0.622}=\sqrt{\dfrac{62.2}{100}}=\dfrac{\sqrt{62.2}}{10}=\dfrac{7.887}{10}=0.7887$

04 $\sqrt{634}=\sqrt{100\times6.34}=10\sqrt{6.34}=10\times2.518=25.18$

$\therefore a=25.18$

$\sqrt{b}=7.944$에서 $b=63.1$

$\therefore 100a+10b=100\times25.18+10\times63.1$

$=2518+631=3149$

05 $\sqrt{0.002}=\sqrt{\dfrac{20}{10000}}=\dfrac{\sqrt{20}}{100}=\dfrac{4.472}{100}=0.04472$

06 $\sqrt{8.8}=\sqrt{4\times2.2}=2\sqrt{2.2}$

주어진 제곱근표에서 $\sqrt{2.2}=1.483$이므로

$\sqrt{8.8}=2\times1.483=2.966$

07 ① $\sqrt{0.0007}=\sqrt{\dfrac{7}{10000}}=\dfrac{\sqrt{7}}{100}$

② $\sqrt{0.07}=\sqrt{\frac{7}{100}}=\frac{\sqrt{7}}{10}$

③ $\sqrt{\frac{14}{200}}=\sqrt{\frac{7}{100}}=\frac{\sqrt{7}}{10}$

④ $\sqrt{28}=\sqrt{4\times7}=2\sqrt{7}$

⑤ $\sqrt{700000}=\sqrt{10000\times70}=100\sqrt{70}$

따라서 $\sqrt{7}=2.646$을 이용하여 그 값을 구할 수 없는 것은 ⑤이다.

08 $\sqrt{350}-\sqrt{0.0035}=\sqrt{100\times3.5}-\sqrt{\frac{35}{10000}}$

$=10\sqrt{3.5}-\frac{\sqrt{35}}{100}$

$=10a-\frac{b}{100}$

09 $\sqrt{a}=0.04796=\frac{4.796}{100}$

$=\frac{\sqrt{23}}{100}=\sqrt{\frac{23}{10000}}=\sqrt{0.0023}$

$\therefore a=0.0023$

10 $\frac{15}{\sqrt{3}}+\frac{15}{\sqrt{5}}=\frac{15\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}+\frac{15\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}$

$=5\sqrt{3}+3\sqrt{5}$

$=5\times1.732+3\times2.236$

$=8.66+6.708=15.368$

11 $\sqrt{0.12}+\frac{6}{5\sqrt{3}}-\sqrt{0.48}=\sqrt{\frac{4\times3}{100}}+\frac{6\times\sqrt{3}}{5\sqrt{3}\times\sqrt{3}}-\sqrt{\frac{16\times3}{100}}$

$=\frac{2\sqrt{3}}{10}+\frac{6\sqrt{3}}{15}-\frac{4\sqrt{3}}{10}$

$=\frac{\sqrt{3}}{5}+\frac{2\sqrt{3}}{5}-\frac{2\sqrt{3}}{5}$

$=\frac{\sqrt{3}}{5}=\frac{1.732}{5}=0.3464$

12 $2<\sqrt{7}<3$에서 $1<\sqrt{7}-1<2$이므로 $a=1$

$\therefore b=(\sqrt{7}-1)-1=\sqrt{7}-2$

$\therefore 2a+b=2\times1+(\sqrt{7}-2)$

$=2+\sqrt{7}-2=\sqrt{7}$

13 $6<\sqrt{48}<7$이므로 $f(48)=\sqrt{48}-6=4\sqrt{3}-6$

또, $3<\sqrt{12}<4$이므로 $f(12)=\sqrt{12}-3=2\sqrt{3}-3$

$\therefore f(48)-f(12)=(4\sqrt{3}-6)-(2\sqrt{3}-3)$

$=4\sqrt{3}-6-2\sqrt{3}+3$

$=2\sqrt{3}-3$

14 $\sqrt{470}=\sqrt{100\times4.7}=10\sqrt{4.7}$

$=10\times2.168=21.68$ ······ ❶

따라서 $\sqrt{470}$과 가장 가까운 정수는 22이다. ······ ❷

단계	채점 기준	비율
❶	$\sqrt{470}$의 값 구하기	70 %
❷	$\sqrt{470}$과 가장 가까운 정수 구하기	30 %

15 $3<\sqrt{10}<4$에서 $-4<-\sqrt{10}<-3$

$\therefore 3<7-\sqrt{10}<4$

$\therefore a=3$ ······ ❶

$b=(7-\sqrt{10})-3=4-\sqrt{10}$ ······ ❷

$\therefore \frac{4a}{b}=\frac{4\times3}{4-\sqrt{10}}=\frac{12(4+\sqrt{10})}{(4-\sqrt{10})(4+\sqrt{10})}$

$=\frac{12(4+\sqrt{10})}{6}=2(4+\sqrt{10})$

$=8+2\sqrt{10}$ ······ ❸

단계	채점 기준	비율
❶	a의 값 구하기	40 %
❷	b의 값 구하기	20 %
❸	$\frac{4a}{b}$의 값 구하기	40 %

학교시험 미리보기

본문 46~48쪽

01 ③	02 ⑤	03 ⑤	04 ⑤	05 ④	06 ④
07 ③	08 ③	09 ①	10 ⑤	11 ③	12 ③
13 ③	14 ①	15 0.6708		16 ⑤	17 30
18 $16+4\sqrt{5}$		19 $\frac{1}{2}$	20 $(8\sqrt{5}+10\sqrt{2})$m		

01 ① $\sqrt{5}+\sqrt{7}$은 더 이상 간단히 나타낼 수 없다.

② $\sqrt{25}=5$

④ $4\sqrt{5}=\sqrt{4^2\times5}=\sqrt{80}$

⑤ $\frac{\sqrt{8}+\sqrt{12}}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}+\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$=\frac{2\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}+2$

$=\frac{2\sqrt{6}}{3}+2$

02 $\sqrt{150}=\sqrt{5^2\times6}=5\sqrt{6}$ $\quad\therefore a=5$

$5\sqrt{3}=\sqrt{5^2\times3}=\sqrt{75}$ $\quad\therefore b=75$

$\therefore \sqrt{3ab}=\sqrt{3\times5\times75}=\sqrt{15^2\times5}=15\sqrt{5}$

03 $\sqrt{45}=\sqrt{3^2\times5}=(\sqrt{3})^2\times\sqrt{5}=a^2b$

04 ① $\sqrt{3}\times\sqrt{6}\times\sqrt{12}=\sqrt{3\times6\times12}$

$=\sqrt{3\times6\times2\times6}=6\sqrt{6}$

② $3\sqrt{6}\times(-2\sqrt{3})\div(-\sqrt{2})$

$=3\sqrt{6}\times(-2\sqrt{3})\times\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

$=6\sqrt{6\times3\times\frac{1}{2}}$

$=6\times3=18$

③ $\frac{\sqrt{3}+1}{2-\sqrt{3}}=\frac{(\sqrt{3}+1)(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}=(\sqrt{3}+1)(2+\sqrt{3})$

$=2\sqrt{3}+3+2+\sqrt{3}=5+3\sqrt{3}$

④ $\sqrt{12}(\sqrt{2}-\sqrt{3})=\sqrt{24}-\sqrt{36}=2\sqrt{6}-6$

⑤ $(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2=(\sqrt{2})^2+2\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2$
$=2+2\sqrt{6}+3=5+2\sqrt{6}$

05 $2\sqrt{27}+\sqrt{125}-\sqrt{2}\left(\frac{5}{\sqrt{10}}-\frac{3}{\sqrt{6}}\right)$
$=6\sqrt{3}+5\sqrt{5}-\frac{5}{\sqrt{5}}+\frac{3}{\sqrt{3}}$
$=6\sqrt{3}+5\sqrt{5}-\sqrt{5}+\sqrt{3}$
$=7\sqrt{3}+4\sqrt{5}$
따라서 $a=7$, $b=4$이므로
$a+b=7+4=11$

06 $(\sqrt{3}-2)(a\sqrt{3}+4)=3a+4\sqrt{3}-2a\sqrt{3}-8$
$=(3a-8)+(4-2a)\sqrt{3}$
이것이 유리수이려면 $4-2a=0$ $\quad\therefore a=2$

07 $\sqrt{0.025}=\sqrt{\frac{25}{1000}}=\sqrt{\frac{1}{40}}=\sqrt{\frac{1}{2^2\times10}}$
$=\frac{1}{2\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{2\sqrt{10}\times\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{20}$
$\therefore k=\frac{1}{20}$

08 ㄱ. $-2\sqrt{3}-(-3\sqrt{2})=-2\sqrt{3}+3\sqrt{2}=-\sqrt{12}+\sqrt{18}>0$
$\therefore -2\sqrt{3}>-3\sqrt{2}$
ㄴ. $(\sqrt{5}-3)-(3-2\sqrt{5})=\sqrt{5}-3-3+2\sqrt{5}$
$=3\sqrt{5}-6=\sqrt{45}-\sqrt{36}>0$
$\therefore \sqrt{5}-3>3-2\sqrt{5}$
ㄷ. $(3-2\sqrt{7})-(3-\sqrt{15})=3-2\sqrt{7}-3+\sqrt{15}$
$=-2\sqrt{7}+\sqrt{15}$
$=-\sqrt{28}+\sqrt{15}<0$
$\therefore 3-2\sqrt{7}<3-\sqrt{15}$
ㄹ. $(5-2\sqrt{2})-4=1-2\sqrt{2}=1-\sqrt{8}<0$
$\therefore 5-2\sqrt{2}<4$
ㅁ. $(3\sqrt{5}-4\sqrt{11})-(-2\sqrt{11}-\sqrt{5})$
$=3\sqrt{5}-4\sqrt{11}+2\sqrt{11}+\sqrt{5}$
$=4\sqrt{5}-2\sqrt{11}$
$=\sqrt{80}-\sqrt{44}>0$
$\therefore 3\sqrt{5}-4\sqrt{11}>-2\sqrt{11}-\sqrt{5}$
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㅁ이다.

09 $\frac{b}{a}+\frac{a}{b}=\frac{2\sqrt{5}}{5\sqrt{2}}+\frac{5\sqrt{2}}{2\sqrt{5}}$
$=\frac{2\sqrt{5}\times\sqrt{2}}{5\sqrt{2}\times\sqrt{2}}+\frac{5\sqrt{2}\times\sqrt{5}}{2\sqrt{5}\times\sqrt{5}}$
$=\frac{2\sqrt{10}}{10}+\frac{5\sqrt{10}}{10}=\frac{7\sqrt{10}}{10}$

10 두 정사각형 ABCD, EDFG의 넓이는 각각
$3\times3-4\times\left(\frac{1}{2}\times2\times1\right)=5$
즉, 두 정사각형 ABCD, EDFG의 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$이므로
$\overline{CB}=\sqrt{5}$, $\overline{FG}=\sqrt{5}$
따라서 $\overline{CP}=\overline{CB}=\sqrt{5}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $-2-\sqrt{5}$이다.
또, $\overline{FQ}=\overline{FG}=\sqrt{5}$이므로 점 Q에 대응하는 수는 $2+\sqrt{5}$이다.
$\therefore \overline{PQ}=(2+\sqrt{5})-(-2-\sqrt{5})$
$=2+\sqrt{5}+2+\sqrt{5}$
$=4+2\sqrt{5}$

11 $4\sqrt{8}\times\frac{\sqrt{3}}{2}+(2-\sqrt{2})(1+2\sqrt{3})-(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2$
$=2\sqrt{24}+(2+4\sqrt{3}-\sqrt{2}-2\sqrt{6})$
$\quad-\{(\sqrt{2})^2+2\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2\}$
$=4\sqrt{6}+2+4\sqrt{3}-\sqrt{2}-2\sqrt{6}-(5+2\sqrt{6})$
$=4\sqrt{6}+2+4\sqrt{3}-\sqrt{2}-2\sqrt{6}-5-2\sqrt{6}$
$=4\sqrt{3}-\sqrt{2}-3$

12 $a^2+5ab+b^2=(a+b)^2+3ab$이고
$a=\frac{2}{4-\sqrt{14}}=\frac{2(4+\sqrt{14})}{(4-\sqrt{14})(4+\sqrt{14})}$
$=\frac{2(4+\sqrt{14})}{16-14}=4+\sqrt{14}$
$b=\frac{2}{4+\sqrt{14}}=\frac{2(4-\sqrt{14})}{(4+\sqrt{14})(4-\sqrt{14})}$
$=\frac{2(4-\sqrt{14})}{16-14}=4-\sqrt{14}$
이므로
$a+b=(4+\sqrt{14})+(4-\sqrt{14})=8$,
$ab=(4+\sqrt{14})(4-\sqrt{14})=16-14=2$
$\therefore a^2+5ab+b^2=(a+b)^2+3ab$
$=8^2+3\times2=70$

13 $x+y>0$, $xy>0$이므로 $x>0$, $y>0$
$\sqrt{\frac{y}{x}}+\sqrt{\frac{x}{y}}=\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}+\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$
$=\frac{(\sqrt{y})^2+(\sqrt{x})^2}{\sqrt{x}\sqrt{y}}$
$=\frac{x+y}{\sqrt{xy}}=\frac{8}{\sqrt{2}}$
$=\frac{8\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=4\sqrt{2}$

14 $\sqrt{80}=\sqrt{4\times20}=2\sqrt{20}=2\times4.472=8.944$

15 $\sqrt{0.45}=\sqrt{\frac{45}{100}}=\sqrt{\frac{9\times5}{100}}=\frac{3\sqrt{5}}{10}$
$=\frac{3\times2.236}{10}=0.6708$

16 $\frac{1}{2-\sqrt{3}}=\frac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}=2+\sqrt{3}$이고,
$1<\sqrt{3}<2$에서 $3<2+\sqrt{3}<4$
따라서 $2+\sqrt{3}$의 정수 부분은 3이므로
$a=(2+\sqrt{3})-3=\sqrt{3}-1$
$\therefore \frac{1}{a}=\frac{1}{\sqrt{3}-1}=\frac{\sqrt{3}+1}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}=\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

17 **1단계** 직사각형의 이웃하는 두 변의 길이가 $a, b\,(a>0, b>0)$이고 그 넓이가 50이므로
$ab=50$

2단계 $a\sqrt{\dfrac{8b}{a}}+b\sqrt{\dfrac{2a}{b}}=\sqrt{a^2\times\dfrac{8b}{a}}+\sqrt{b^2\times\dfrac{2a}{b}}$
$=\sqrt{8ab}+\sqrt{2ab}$

3단계 (주어진 식)$=\sqrt{8ab}+\sqrt{2ab}$
$=\sqrt{8\times50}+\sqrt{2\times50}$
$=\sqrt{400}+\sqrt{100}$
$=20+10=30$

18 **1단계** $\dfrac{4}{3-\sqrt{5}}=\dfrac{4(3+\sqrt{5})}{(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})}$
$=\dfrac{4(3+\sqrt{5})}{9-5}$
$=3+\sqrt{5}$

2단계 $2<\sqrt{5}<3$에서 $5<3+\sqrt{5}<6$
$\therefore a=5,\ b=(3+\sqrt{5})-5=\sqrt{5}-2$

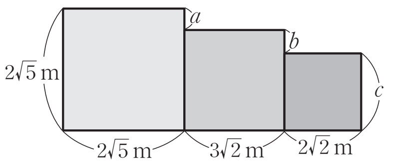
3단계 $a^2-b^2=5^2-(\sqrt{5}-2)^2$
$=25-(5-4\sqrt{5}+4)$
$=25-(9-4\sqrt{5})$
$=25-9+4\sqrt{5}$
$=16+4\sqrt{5}$

19 $\sqrt{2}(3\sqrt{2}-1)+\sqrt{8}(a-\sqrt{2})=3\times2-\sqrt{2}+a\sqrt{8}-\sqrt{16}$
$=6-\sqrt{2}+2a\sqrt{2}-4$
$=2+(2a-1)\sqrt{2}$ ······ ❶

이것이 유리수이려면 $2a-1=0$
$\therefore a=\dfrac{1}{2}$ ······ ❷

단계	채점 기준	비율
❶	주어진 식 간단히 하기	60 %
❷	a의 값 구하기	40 %

20 정사각형 모양인 각 꽃밭의 한 변의 길이는
$\sqrt{20}=2\sqrt{5}\,(\mathrm{m}),\ \sqrt{18}=3\sqrt{2}\,(\mathrm{m}),\ \sqrt{8}=2\sqrt{2}\,(\mathrm{m})$
······ ❶



위의 그림에서 구하는 전체 꽃밭의 둘레의 길이는
$2\times(2\sqrt{5}+3\sqrt{2}+2\sqrt{2})+2\sqrt{5}+(a+b+c)$ ······ ❷
$=4\sqrt{5}+10\sqrt{2}+2\sqrt{5}+2\sqrt{5}$
$=8\sqrt{5}+10\sqrt{2}\,(\mathrm{m})$ ······ ❸

단계	채점 기준	비율
❶	정사각형 모양인 각 꽃밭의 한 변의 길이 구하기	30 %
❷	전체 꽃밭의 둘레의 길이 구하는 식 세우기	40 %
❸	전체 꽃밭의 둘레의 길이 구하기	30 %

Ⅱ 식의 계산

들어가기 전에

본문 50~51쪽

1 답 (1) $4a^2+4a+1$ (2) $9b^2-6b+1$
(3) $a^2-\dfrac{2}{3}a+\dfrac{1}{9}$ (4) $\dfrac{1}{4}x^2+3x+9$
(5) $9x^2+12xy+4y^2$ (6) $16x^2-40xy+25y^2$

2 답 (1) $4a^2-1$ (2) a^2-4b^2
(3) $a^2-\dfrac{4}{9}b^2$ (4) $9x^2-16$
(5) x^2-y^2 (6) $-25x^2+36y^2$

3 답 (1) x^2+7x+6 (2) x^2+2x-8
(3) $x^2-3x-70$ (4) $x^2-8x+15$
(5) $x^2+6xy+8y^2$ (6) $x^2-4xy-21y^2$

4 답 (1) $6x^2+11x+3$ (2) $10x^2-7x-12$
(3) $20x^2+14x-12$ (4) $6x^2-29x+9$
(5) $6x^2+19xy+15y^2$ (6) $20x^2+xy-63y^2$

Ⅱ-1 | 인수분해

1 여러 가지 인수분해 공식

12 인수분해의 뜻

개념 다지기

본문 52쪽

1 답 (1) x^2+x (2) $2a^2-2ab$
(3) x^2+2x-3 (4) $2a^2-2ab+a-b$

2 답 (1) $1,\ a,\ a+1,\ a(a+1)$
(2) $1,\ x+y,\ x-y,\ (x+y)(x-y)$

3 답 (1) $z(x+2y)$ (2) $y(y+3)$
(3) $3x^2(x-2)$ (4) $3xy(2x-3y)$

핵심문제 익히기

본문 53쪽

핵심 1 답 ㄱ, ㄴ, ㅁ, ㅂ
다항식 $xy(x-y-1)$의 인수는 $1,\ x,\ y,\ x-y-1,\ x(x-y-1),$ $y(x-y-1),\ xy(x-y-1)$이다.

유제 1 답 ㄷ, ㅁ, ㅂ
다항식 $x(x+y)(x-2y)$의 인수는 $1,\ x,\ x+y,\ x-2y,\ x(x+y),$ $x(x-2y),\ (x+y)(x-2y),\ x(x+y)(x-2y)$이다.

핵심 2 답 (1) $a(4b-6ab-3c)$ (2) $3xy(x+2-3y)$
(3) $xy(x+y-1)$

유제 2 답 (1) $a(ab+ac-b^2)$ (2) $5yz(y-2+3z)$
(3) $c(a+b-2)$

핵심 3 답 ①, ④

$2x^2+4xy=2x(x+2y)$, $x^2+2xy=x(x+2y)$이므로 1이 아닌 공통인수는 x(①), $x+2y$, $x(x+2y)$(④)이다.

유제 3 답 ④

$a^2-ab=a(a-b)$, $b^2-ab=b(b-a)=-b(a-b)$이므로 1이 아닌 공통인수는 ④ $a-b$이다.

13 인수분해 공식 (1)

개념 다지기

본문 54쪽

1 답 (1) $(x+2)^2$ (2) $(y-4)^2$ (3) $(3x-1)^2$ (4) $\left(a+\frac{1}{2}\right)^2$

(1) $x^2+4x+4=x^2+2\times x\times 2+2^2=(x+2)^2$

(2) $y^2-8y+16=y^2-2\times y\times 4+4^2=(y-4)^2$

(3) $9x^2-6x+1=(3x)^2-2\times 3x\times 1+1^2=(3x-1)^2$

(4) $a^2+a+\frac{1}{4}=a^2+2\times a\times\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2=\left(a+\frac{1}{2}\right)^2$

2 답 (1) 25 (2) $9y^2$ (3) $8ab$ (4) $12x$

(1) $x^2+10x+\square=x^2+2\times x\times 5+\square$이므로

$\square=5^2=25$

(2) $x^2-6xy+\square=x^2-2\times x\times 3y+\square$이므로

$\square=(3y)^2=9y^2$

(3) $a^2\pm\square+16b^2=a^2\pm\square+(4b)^2$이므로

$\square=2\times a\times 4b=8ab$

(4) $4x^2\pm\square+9=(2x)^2\pm\square+3^2$이므로

$\square=2\times 2x\times 3=12x$

3 답 (1) $(x+5)(x-5)$ (2) $(2+3x)(2-3x)$ (3) $(9b+a)(9b-a)$ (4) $5(x+4y)(x-4y)$

(1) $x^2-25=x^2-5^2=(x+5)(x-5)$

(2) $4-9x^2=2^2-(3x)^2=(2+3x)(2-3x)$

(3) $-a^2+81b^2=81b^2-a^2=(9b)^2-a^2$

$=(9b+a)(9b-a)$

(4) $5x^2-80y^2=5(x^2-16y^2)=5\{x^2-(4y)^2\}$

$=5(x+4y)(x-4y)$

핵심문제 익히기

본문 55쪽

핵심 1 답 (1) $(4x-1)^2$ (2) $\left(a+\frac{1}{2}b\right)^2$ (3) $(2x-9y)^2$ (4) $3(x-3)^2$

(1) $16x^2-8x+1=(4x)^2-2\times 4x\times 1+1^2=(4x-1)^2$

(2) $a^2+ab+\frac{1}{4}b^2=a^2+2\times a\times\frac{1}{2}b+\left(\frac{1}{2}b\right)^2=\left(a+\frac{1}{2}b\right)^2$

(3) $4x^2-36xy+81y^2=(2x)^2-2\times 2x\times 9y+(9y)^2$

$=(2x-9y)^2$

(4) $3x^2-18x+27=3(x^2-6x+9)=3(x^2-2\times x\times 3+3^2)$

$=3(x-3)^2$

유제 1 답 (1) $(x-8)^2$ (2) $(2x+5y)^2$ (3) $\left(\frac{1}{2}x-3y\right)^2$ (4) $5(x+1)^2$

(1) $x^2-16x+64=x^2-2\times x\times 8+8^2=(x-8)^2$

(2) $4x^2+20xy+25y^2=(2x)^2+2\times 2x\times 5y+(5y)^2$

$=(2x+5y)^2$

(3) $\frac{1}{4}x^2-3xy+9y^2=\left(\frac{1}{2}x\right)^2-2\times\frac{1}{2}x\times 3y+(3y)^2$

$=\left(\frac{1}{2}x-3y\right)^2$

(4) $5x^2+10x+5=5(x^2+2x+1)$

$=5(x^2+2\times x\times 1+1^2)=5(x+1)^2$

핵심 2 답 ③

$(3x+B)^2=(3x)^2+2\times 3x\times B+B^2$

$=9x^2+6Bx+B^2=9x^2+Ax+25$

이므로 $6B=A$, $B^2=25$

$A>0$, $B>0$이므로

$B=5$, $A=6B=6\times 5=30$

$\therefore A+B=30+5=35$

유제 2-1 답 (1) $\frac{1}{16}$ (2) $12ab$

(1) $x^2-\frac{1}{2}x+\square=x^2-2\times x\times\frac{1}{4}+\square$이므로

$\square=\left(\frac{1}{4}\right)^2=\frac{1}{16}$

(2) $4a^2\pm\square+9b^2=(2a)^2\pm\square+(3b)^2$이므로

$\square=2\times 2a\times 3b=12ab$

유제 2-2 답 $\frac{3}{5}$

$(x-B)^2=x^2-2Bx+B^2=x^2-Ax+\frac{9}{25}$이므로

$-2B=-A$, $B^2=\frac{9}{25}$

$A>0$, $B>0$이므로

$B=\frac{3}{5}$, $A=2B=2\times\frac{3}{5}=\frac{6}{5}$

$\therefore A-B=\frac{6}{5}-\frac{3}{5}=\frac{3}{5}$

핵심 3 답 (1) $(2a+7b)(2a-7b)$ (2) $\left(\frac{1}{2}y+\frac{1}{3}x\right)\left(\frac{1}{2}y-\frac{1}{3}x\right)$ (3) $9(3x+y)(3x-y)$

(1) $4a^2-49b^2=(2a)^2-(7b)^2$

$=(2a+7b)(2a-7b)$

(2) $-\frac{1}{9}x^2+\frac{1}{4}y^2=\frac{1}{4}y^2-\frac{1}{9}x^2=\left(\frac{1}{2}y\right)^2-\left(\frac{1}{3}x\right)^2$

$=\left(\frac{1}{2}y+\frac{1}{3}x\right)\left(\frac{1}{2}y-\frac{1}{3}x\right)$

(3) $81x^2-9y^2=9(9x^2-y^2)=9\{(3x)^2-y^2\}$

$=9(3x+y)(3x-y)$

유제 3 답 (1) $(6a+b)(6a-b)$ (2) $\left(1+\frac{3}{5}x\right)\left(1-\frac{3}{5}x\right)$ (3) $4(x+5y)(x-5y)$

(1) $36a^2-b^2=(6a)^2-b^2=(6a+b)(6a-b)$

(2) $-\frac{9}{25}x^2+1=1^2-\left(\frac{3}{5}x\right)^2=\left(1+\frac{3}{5}x\right)\left(1-\frac{3}{5}x\right)$

(3) $4x^2-100y^2=4(x^2-25y^2)=4\{x^2-(5y)^2\}$

$=4(x+5y)(x-5y)$

14 인수분해 공식 (2)

개념 다지기
본문 56쪽

1 답 (1) $-4,\ 6$ (2) $-1,\ -5$ (3) $2,\ -15$ (4) $4,\ -3$

2 답 (1) $(x+5)(x-2)$ (2) $(x-2)(x-7)$

(1) 합이 3, 곱이 -10인 두 수는 5, -2이므로

$x^2+3x-10=(x+5)(x-2)$

(2) 합이 -9, 곱이 14인 두 수는 -2, -7이므로

$x^2-9x+14=(x-2)(x-7)$

3 답 풀이 참조

(1) $2x^2+5x+3=(x+1)(2x+3)$

$$\begin{array}{cccccc} 1 & & \boxed{1} & \rightarrow & \boxed{2} & \\ 2 & & \boxed{3} & \rightarrow & \boxed{3} & (+ \\ \hline & & & & \boxed{5} & \end{array}$$

(2) $3x^2-7x+2=(x-2)(3x-1)$

$$\begin{array}{cccccc} 1 & & \boxed{-2} & \rightarrow & \boxed{-6} & \\ 3 & & \boxed{-1} & \rightarrow & \boxed{-1} & (+ \\ \hline & & & & \boxed{-7} & \end{array}$$

핵심문제 익히기
본문 57쪽

핵심 1 답 (1) $(x-2)(x-5)$ (2) $(y+2)(y+6)$ (3) $(2x-3)(2x-5)$ (4) $(2a+1)(3a+2)$

(3) $4x^2-16x+15=(2x-3)(2x-5)$

$$\begin{array}{cccccc} 2 & & -3 & \rightarrow & -6 & \\ 2 & & -5 & \rightarrow & -10 & (+ \\ \hline & & & & -16 & \end{array}$$

(4) $6a^2+7a+2=(2a+1)(3a+2)$

$$\begin{array}{cccccc} 2 & & 1 & \rightarrow & 3 & \\ 3 & & 2 & \rightarrow & 4 & (+ \\ \hline & & & & 7 & \end{array}$$

유제 1-1 답 (1) $(x-7)(x+1)$ (2) $(a+7)(a-4)$ (3) $(2x+3)(x-6)$ (4) $(5y-1)(y+4)$

(3) $2x^2-9x-18=(2x+3)(x-6)$

$$\begin{array}{cccccc} 2 & & 3 & \rightarrow & 3 & \\ 1 & & -6 & \rightarrow & -12 & (+ \\ \hline & & & & -9 & \end{array}$$

(4) $5y^2+19y-4=(5y-1)(y+4)$

$$\begin{array}{cccccc} 5 & & -1 & \rightarrow & -1 & \\ 1 & & 4 & \rightarrow & 20 & (+ \\ \hline & & & & 19 & \end{array}$$

유제 1-2 답 ③

$6x^2-x-2=(3x-2)(2x+1)$

$$\begin{array}{cccccc} 3 & & -2 & \rightarrow & -4 & \\ 2 & & 1 & \rightarrow & 3 & (+ \\ \hline & & & & -1 & \end{array}$$

핵심 2 답 ③

$2x^2-5xy+2y^2=(2x-y)(x-2y)$이므로

$(2x-y)+(x-2y)=3x-3y$

유제 2 답 $6x-y$

$5x^2+7xy-6y^2=(5x-3y)(x+2y)$이므로

$(5x-3y)+(x+2y)=6x-y$

핵심 3 답 ③

$2x^2+ax-6=(x+2)(2x+m)$으로 놓으면

$a=m+4,\ -6=2m\quad \therefore m=-3,\ a=1$

유제 3-1 답 -7

$x^2-ax-8=(x-1)(x+m)$으로 놓으면

$-a=m-1,\ -8=-m\quad \therefore m=8,\ a=-7$

유제 3-2 답 7

$3x^2+kx-6=(x+3)(3x+m)$으로 놓으면

$k=m+9,\ -6=3m\quad \therefore m=-2,\ k=7$

실력 굳히기
본문 58~59쪽

01 ②, ④	02 ⑤	03 ③	04 30	05 ⑤	06 ②
07 ⑤	08 ③	09 ③	10 ③	11 $(x+3)(x-3)$	
12 ①	13 ⑤	14 ③	15 $(x+4)(x-1)$		
16 (1) $(6,\ 1),\ (-1,\ -6),\ (3,\ 2),\ (-2,\ -3)$ (2) 7					

01 $3a^2-6ab=3a(a-2b)$

따라서 다항식 $3a^2-6ab$의 인수가 아닌 것은 ②, ④이다.

02 $ax^2-4a=a(x^2-4)=a(x^2-2^2)=a(x+2)(x-2)$

따라서 다항식 ax^2-4a의 인수인 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다.

03 $(x-4)(x-8)+a=x^2-12x+32+a$

$=x^2-2\times x\times 6+32+a$

이므로 $32+a=6^2=36\quad \therefore a=4$

04 $9x^2+24x+a=(3x)^2+2\times 3x\times 4+a$이므로

$a=4^2=16$

$b>0$이므로 $x^2-bx+49=(x-7)^2$

$\therefore b=2\times 7=14$

$\therefore a+b=16+14=30$

05 $4x^2+12x+a=(2x)^2+2\times 2x\times 3+a$에서 $a=3^2=9$

즉, $4x^2+12x+a=4x^2+12x+9=(2x+3)^2$이므로

$b=2,\ c=3$

$\therefore a+b+c=9+2+3=14$

06 $x^2+4x+4=(x+2)^2,\ x^2-4x+4=(x-2)^2$이고

$-2<x<2$이므로 $0<x+2<4,\ -4<x-2<0$

$\therefore \sqrt{x^2+4x+4}+\sqrt{x^2-4x+4}=\sqrt{(x+2)^2}+\sqrt{(x-2)^2}$

$=(x+2)-(x-2)=4$

07 ① $x^2-3xy-10y^2=(x-5y)(x+2y)$

② $x^2-2xy-8y^2=(x-4y)(x+2y)$

③ $x^2+3xy+2y^2=(x+y)(x+2y)$

④ $2x^2+xy-6y^2=(2x-3y)(x+2y)$

⑤ $2x^2-5xy-3y^2=(2x+y)(x-3y)$

따라서 $x+2y$를 인수로 갖지 않는 것은 ⑤이다.

08 $x^8-1=(x^4+1)(x^4-1)$
$=(x^4+1)(x^2+1)(x^2-1)$
$=(x^4+1)(x^2+1)(x+1)(x-1)$

09 $x^2-3x-10=(x+2)(x-5)$,
$2x^2-x-10=(x+2)(2x-5)$이므로 두 다항식의 1이 아닌 공통인수는 $x+2$이다.

10 (직사각형의 넓이)$=2x^2-3xy-2y^2=(2x+y)(x-2y)$
세로의 길이가 $x-2y$이므로 가로의 길이는 $2x+y$이다.
따라서 직사각형의 둘레의 길이는
$2\times\{(\text{가로의 길이})+(\text{세로의 길이})\}$
$=2\times\{(2x+y)+(x-2y)\}$
$=2\times(3x-y)=6x-2y$

11 $(x+1)(x-9)+8x=x^2-8x-9+8x$
$=x^2-9=x^2-3^2$
$=(x+3)(x-3)$

12 $x^2-x+a=(x+5)(x+b)=x^2+(b+5)x+5b$이므로
$-1=b+5,\ a=5b$
$\therefore a=-30,\ b=-6$
$\therefore a+b=(-30)+(-6)=-36$

13 $6x^2+5x-a=(2x-1)(3x+m)$으로 놓으면
$5=2m-3,\ -a=-m$
$\therefore m=4,\ a=4$
따라서 다항식의 다른 한 인수는 ⑤ $3x+4$이다.

14 성연이는 상수항은 제대로 보았으므로
$(x-4)(x+6)=x^2+2x-24$에서 상수항은 -24이다.
또, 희수는 x의 계수는 제대로 보았으므로
$(x+2)(x-7)=x^2-5x-14$에서 x의 계수는 -5이다.
따라서 어떤 이차식은 $x^2-5x-24$이므로 바르게 인수분해하면 $x^2-5x-24=(x-8)(x+3)$

15 $4x^2+ax-15=(2x+3)(2x+m)$으로 놓으면
$a=2m+6,\ -15=3m$
$\therefore m=-5,\ a=-4$ ……… ❶
$\therefore x^2+3x+a=x^2+3x-4$
$=(x+4)(x-1)$ ……… ❷

단계	채점 기준	비율
❶	a의 값 구하기	50 %
❷	다항식 x^2+3x+a를 인수분해하기	50 %

16 (1) $ab=6$이고
$6=1\times6=(-1)\times(-6)=2\times3=(-2)\times(-3)$
이므로 $a>b$인 두 정수 a,b의 순서쌍 $(a,\ b)$는 $(6,\ 1)$, $(-1,\ -6)$, $(3,\ 2)$, $(-2,\ -3)$이다. ……… ❶
(2) $k=a+b$이므로 k의 값이 될 수 있는 것은
$1+6=7,\ (-1)+(-6)=-7,$
$2+3=5,\ (-2)+(-3)=-5$
따라서 구하는 k의 최댓값은 7이다. ……… ❷

단계	채점 기준	비율
❶	순서쌍 $(a,\ b)$ 구하기	60 %
❷	k의 최댓값 구하기	40 %

2 인수분해 공식의 활용

15 복잡한 식의 인수분해

개념 다지기 본문 60쪽

1 답 (1) $(a-3)(a+6)$ (2) $(2x-y)(x+y)$
(3) $2x(y+3)(y-3)$ (4) $(x+2)(x+1)(x-1)$
(1) $(a+1)(a-3)+5(a-3)=(a-3)(a+1+5)$
$=(a-3)(a+6)$
(2) $x(2x-y)-y(y-2x)=x(2x-y)+y(2x-y)$
$=(2x-y)(x+y)$
(3) $2xy^2-18x=2x(y^2-9)=2x(y+3)(y-3)$
(4) $x^2(x+2)-(x+2)=(x+2)(x^2-1)$
$=(x+2)(x+1)(x-1)$

2 답 (1) $(x+y-2)^2$ (2) $(x-y+1)(x-y+2)$
(3) $(x+1)(x-2)$ (4) $(3x-1)(x-5)$
(1) $x+y=A$로 치환하면
$(x+y)^2-4(x+y)+4=A^2-4A+4$
$=(A-2)^2$
$=(x+y-2)^2$
(2) $x-y=A$로 치환하면
$(x-y)^2+3(x-y)+2=A^2+3A+2$
$=(A+1)(A+2)$
$=(x-y+1)(x-y+2)$
(3) $x+2=A$로 치환하면
$(x+2)^2-5(x+2)+4=A^2-5A+4$
$=(A-1)(A-4)$
$=(x+2-1)(x+2-4)$
$=(x+1)(x-2)$
(4) $2x-3=A,\ x+2=B$로 치환하면
$(2x-3)^2-(x+2)^2$
$=A^2-B^2$
$=(A+B)(A-B)$
$=\{(2x-3)+(x+2)\}\{(2x-3)-(x+2)\}$
$=(3x-1)(x-5)$

3 답 (1) $(x-2)(y-1)$ (2) $(x-y)(x+y-1)$
(3) $(x+y+2)(x-y+2)$ (4) $(x+y-3)(x-y+3)$
(1) $xy-2y+2-x=y(x-2)-(x-2)=(x-2)(y-1)$
(2) $x^2-y^2-x+y=(x^2-y^2)-(x-y)$
$=(x+y)(x-y)-(x-y)$
$=(x-y)(x+y-1)$
(3) $x^2+4x+4-y^2=(x+2)^2-y^2=(x+y+2)(x-y+2)$
(4) $x^2-y^2+6y-9=x^2-(y^2-6y+9)$
$=x^2-(y-3)^2$
$=(x+y-3)(x-y+3)$

핵심문제 익히기 본문 61쪽

핵심 1 답 (1) $(x+1)(y+3)(y-3)$ (2) $xy(x-3y)^2$ (3) $(x^2+2)(x+1)(x-1)$

(1) $(x+1)y^2-9(x+1)=(x+1)(y^2-9)$
$=(x+1)(y+3)(y-3)$

(2) $x^3y-6x^2y^2+9xy^3=xy(x^2-6xy+9y^2)$
$=xy(x-3y)^2$

(3) $(x^2+2)^2-3(x^2+2)=(x^2+2)(x^2-1)$
$=(x^2+2)(x+1)(x-1)$

유제 1 -1 답 (1) $(a+b)(x-1)^2$ (2) $y(x+5)(x-2)$

(1) $(a+b)x^2-2(a+b)x+a+b=(a+b)(x^2-2x+1)$
$=(a+b)(x-1)^2$

(2) $x^2y+3xy-10y=y(x^2+3x-10)=y(x+5)(x-2)$

유제 1 -2 답 $2x+3$

$8x^2-18=2(4x^2-9)=2(2x+3)(2x-3)$,
$x(x-3)+(x+3)(x-3)=(x-3)(x+x+3)$
$=(x-3)(2x+3)$

따라서 두 다항식의 1이 아닌 공통인수는 $2x+3$이다.

핵심 2 답 (1) $(2x-2y+1)(x-y+6)$ (2) $(x+y-1)(x+y-3)$ (3) $(2x+y)(2x-y+2)$ (4) $(x+2y-1)(x-y+5)$

(1) $x-y=A$로 치환하면
$2(x-y)^2+13(x-y)+6=2A^2+13A+6$
$=(2A+1)(A+6)$
$=\{2(x-y)+1\}(x-y+6)$
$=(2x-2y+1)(x-y+6)$

(2) $x+y=A$로 치환하면
$(x+y)(x+y-4)+3=A(A-4)+3$
$=A^2-4A+3$
$=(A-1)(A-3)$
$=(x+y-1)(x+y-3)$

(3) $2x+1=A$, $y-1=B$로 치환하면
$(2x+1)^2-(y-1)^2$
$=A^2-B^2$
$=(A+B)(A-B)$
$=\{(2x+1)+(y-1)\}\{(2x+1)-(y-1)\}$
$=(2x+y)(2x-y+2)$

(4) $x+3=A$, $y-2=B$로 치환하면
$(x+3)^2+(x+3)(y-2)-2(y-2)^2$
$=A^2+AB-2B^2$
$=(A+2B)(A-B)$
$=\{(x+3)+2(y-2)\}\{(x+3)-(y-2)\}$
$=(x+2y-1)(x-y+5)$

유제 2 -1 답 $(2a+b-5)(2a+b+2)$

$2a+b=A$로 치환하면
$(2a+b)(2a+b-3)-10=A(A-3)-10$
$=A^2-3A-10$
$=(A-5)(A+2)$
$=(2a+b-5)(2a+b+2)$

유제 2 -2 답 ③, ④

$x+2y=A$, $y-z=B$로 치환하면
$(x+2y)^2-(y-z)^2$
$=A^2-B^2=(A+B)(A-B)$
$=\{(x+2y)+(y-z)\}\{(x+2y)-(y-z)\}$
$=(x+3y-z)(x+y+z)$

따라서 주어진 다항식의 인수는 ③, ④이다.

핵심 3 답 (1) $(x-y)(x+1)(x-1)$ (2) $(a+b-c)(a-b+c)$

(1) $x^3-x^2y-x+y=x^2(x-y)-(x-y)$
$=(x-y)(x^2-1)$
$=(x-y)(x+1)(x-1)$

(2) $a^2-b^2-c^2+2bc=a^2-(b^2-2bc+c^2)$
$=a^2-(b-c)^2$
$=\{a+(b-c)\}\{a-(b-c)\}$
$=(a+b-c)(a-b+c)$

유제 3 답 (1) $(x-2)(x+y)$ (2) $(x-2y)(x+2y-2)$ (3) $(2x+y-1)(2x-y-1)$

(1) $x^2-2x+xy-2y=(x^2-2x)+(xy-2y)$
$=x(x-2)+y(x-2)$
$=(x-2)(x+y)$

(2) $x^2-4y^2-2x+4y=(x^2-4y^2)-(2x-4y)$
$=(x+2y)(x-2y)-2(x-2y)$
$=(x-2y)(x+2y-2)$

(3) $4x^2-4x+1-y^2=(4x^2-4x+1)-y^2=(2x-1)^2-y^2$
$=(2x+y-1)(2x-y-1)$

16 인수분해 공식의 활용

개념 다지기 본문 62쪽

1 답 (1) 150 (2) 9800 (3) 3 (4) 4

(1) $30\times49-30\times44=30(49-44)=30\times5=150$

(2) $99^2-1=(99+1)(99-1)=100\times98=9800$

(3) $1.75^2-0.25^2=(1.75+0.25)(1.75-0.25)=2\times1.5=3$

(4) $26^2-2\times26\times24+24^2=(26-24)^2=2^2=4$

2 답 (1) 40000 (2) 150 (3) 12

(1) $x^2+4x+4=(x+2)^2=(198+2)^2=200^2=40000$

(2) $x^2-y^2=(x+y)(x-y)=(12.5+2.5)(12.5-2.5)$
$=15\times10=150$

(3) $x^2-2xy+y^2=(x-y)^2=\{(2+\sqrt{3})-(2-\sqrt{3})\}^2$
$=(2\sqrt{3})^2=12$

3 답 (1) $\sqrt{6}+2\sqrt{2}$ (2) 81

(1) $x^2-y^2+2x-2y=(x+y)(x-y)+2(x-y)$
$=(x-y)(x+y+2)$
$=\sqrt{2}(\sqrt{3}+2)=\sqrt{6}+2\sqrt{2}$

(2) $x^3y+2x^2y^2+xy^3=xy(x^2+2xy+y^2)$
$=xy(x+y)^2=3\times(3\sqrt{3})^2$
$=3\times27=81$

핵심문제 익히기

본문 63쪽

핵심 1 답 ②

$104^2-2\times104\times4+4^2=(104-4)^2=100^2=10000$이므로 가장 적당한 인수분해 공식은 ②이다.

유제 1 답 (1) 86 (2) 20 (3) 1600

(1) $43\times28-43\times26=43(28-26)$
$=43\times2=86$

(2) $\sqrt{52^2-48^2}=\sqrt{(52+48)(52-48)}$
$=\sqrt{100\times4}=\sqrt{400}$
$=\sqrt{20^2}=20$

(3) $38^2+4\times38+4=38^2+2\times38\times2+2^2$
$=(38+2)^2$
$=40^2=1600$

핵심 2 답 (1) $-4\sqrt{6}$ (2) 5

(1) $x=\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$,

$y=\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}=\sqrt{3}+\sqrt{2}$

이므로

$x+y=(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(\sqrt{3}+\sqrt{2})=2\sqrt{3}$,
$x-y=(\sqrt{3}-\sqrt{2})-(\sqrt{3}+\sqrt{2})=-2\sqrt{2}$
$\therefore x^2-y^2=(x+y)(x-y)$
$=2\sqrt{3}\times(-2\sqrt{2})$
$=-4\sqrt{6}$

(2) $a+1=A$로 치환하면
$(a+1)^2-6(a+1)+9=A^2-6A+9$
$=(A-3)^2=(a+1-3)^2$
$=(a-2)^2=(2+\sqrt{5}-2)^2$
$=(\sqrt{5})^2=5$

유제 2-1 답 (1) 3 (2) $40\sqrt{6}$

(1) $x=\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}=\dfrac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}=2-\sqrt{3}$이므로
$x^2-4x+4=(x-2)^2=(2-\sqrt{3}-2)^2$
$=(-\sqrt{3})^2=3$

(2) $a+b=(\sqrt{5}+\sqrt{6})+(\sqrt{5}-\sqrt{6})=2\sqrt{5}$,
$a-b=(\sqrt{5}+\sqrt{6})-(\sqrt{5}-\sqrt{6})=2\sqrt{6}$이므로
$a^2(a+b)-b^2(a+b)=(a+b)(a^2-b^2)$
$=(a+b)(a+b)(a-b)$
$=(a+b)^2(a-b)$
$=(2\sqrt{5})^2\times2\sqrt{6}$
$=20\times2\sqrt{6}$
$=40\sqrt{6}$

유제 2-2 답 3

$x+1=A$로 치환하면
$(x+1)^2+2(x+1)+1=A^2+2A+1$
$=(A+1)^2=(x+1+1)^2$
$=(x+2)^2=(\sqrt{3}-2+2)^2$
$=(\sqrt{3})^2=3$

핵심 3 답 (1) 25 (2) 4

(1) $a^2+2ab+b^2-2a-2b+1=a^2+2(b-1)a+(b^2-2b+1)$
$=a^2+2(b-1)a+(b-1)^2$
$=(a+b-1)^2$
$=(6-1)^2=5^2=25$

(2) $x^2-y^2=(x+y)(x-y)=(x+y)\times3=12$이므로
$x+y=4$

유제 3-1 답 (1) $-2\sqrt{3}-1$ (2) 81

(1) $x^2-y^2+2x+1=x^2+2x+1-y^2$
$=(x+1)^2-y^2$
$=(x+y+1)(x-y+1)$
$=(2\sqrt{3}+1)(-2+1)$
$=-2\sqrt{3}-1$

(2) $a^2-4ab+4b^2+2a-4b+1$
$=a^2-2(2b-1)a+(4b^2-4b+1)$
$=a^2-2(2b-1)a+(2b-1)^2$
$=(a-2b+1)^2$
$=(8+1)^2=9^2=81$

유제 3-2 답 9

$x^2-y^2=(x+y)(x-y)=5\times(x-y)=45$이므로
$x-y=9$

실력 굳히기

본문 64~65쪽

01 ②, ⑤	02 ②	03 ①	04 ⑤	05 ②	06 ③
07 ④	08 ③	09 ①	10 ⑤	11 ⑤	12 ④
13 ③	14 $2a+4b-7$		15 16 cm		

01 $(x+1)(3x-2)+x^2-1$
$=(x+1)(3x-2)+(x+1)(x-1)$
$=(x+1)(3x-2+x-1)$
$=(x+1)(4x-3)$
따라서 주어진 다항식의 인수는 ②, ⑤이다.

02 $x^3+x^2-4x-4=x^2(x+1)-4(x+1)$
$=(x+1)(x^2-4)$
$=(x+1)(x+2)(x-2)$
따라서 인수인 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다.

03 $(x-3y)^2-2x+6y-3=(x-3y)^2-2(x-3y)-3$
$x-3y=A$로 치환하면
(주어진 식)$=A^2-2A-3$
$=(A+1)(A-3)$
$=(x-3y+1)(x-3y-3)$
따라서 $a=-3$, $b=-3$, $c=-3$이므로
$a+b+c=(-3)+(-3)+(-3)=-9$

04 $x^2-y^2+2x+1=x^2+2x+1-y^2=(x+1)^2-y^2$
$=(x+y+1)(x-y+1)$

또, $2(x+1)^2+(x+1)y-y^2$에서 $x+1=A$로 치환하면

(주어진 식)$=2A^2+Ay-y^2=(2A-y)(A+y)$
$=\{2(x+1)-y\}(x+1+y)$
$=(2x-y+2)(x+y+1)$

따라서 두 다항식의 1이 아닌 공통인수는 $x+y+1$이다.

05 $(x+1)(x+2)(x-3)(x-4)+6$
$=\{(x+1)(x-3)\}\{(x+2)(x-4)\}+6$
$=(x^2-2x-3)(x^2-2x-8)+6$

$x^2-2x=A$로 치환하면

(주어진 식)$=(A-3)(A-8)+6$
$=A^2-11A+30$
$=(A-5)(A-6)$
$=(x^2-2x-5)(x^2-2x-6)$

06 (색칠한 부분의 넓이)$=\frac{1}{2}\pi(a+b)^2-\frac{1}{2}\pi a^2+\frac{1}{2}\pi b^2$
$=\frac{1}{2}\pi\{(a+b)^2-a^2+b^2\}$
$=\frac{1}{2}\pi\{(a+b)^2-(a^2-b^2)\}$
$=\frac{1}{2}\pi\{(a+b)^2-(a+b)(a-b)\}$
$=\frac{1}{2}\pi(a+b)(a+b-a+b)$
$=\frac{1}{2}\pi(a+b)\times 2b$
$=b(a+b)\pi$

07 $58^2-42^2=(58+42)(58-42)=100\times16=1600$이므로 가장 적당한 인수분해 공식은 ④이다.

08 $\frac{75^2+2\times75\times25+25^2}{75^2-25^2}=\frac{(75+25)^2}{(75+25)(75-25)}$
$=\frac{100^2}{100\times50}=2$

09 $1^2-3^2+5^2-7^2+9^2-11^2+13^2-15^2$
$=(1^2-3^2)+(5^2-7^2)+(9^2-11^2)+(13^2-15^2)$
$=(1+3)(1-3)+(5+7)(5-7)+(9+11)(9-11)$
$+(13+15)(13-15)$
$=4\times(-2)+12\times(-2)+20\times(-2)+28\times(-2)$
$=(4+12+20+28)\times(-2)$
$=-128$

10 $2^{12}-1=(2^6)^2-1^2=(2^6+1)(2^6-1)$
$=(64+1)(64-1)=65\times63$

따라서 $2^{12}-1$은 65와 63으로 나누어떨어지므로 구하는 합은

$65+63=128$

11 $x=\frac{1}{2-\sqrt{3}}=\frac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}=2+\sqrt{3}$, $y=1-\sqrt{3}$이므로

$x^2-4xy+4y^2=(x-2y)^2=\{2+\sqrt{3}-2(1-\sqrt{3})\}^2$
$=(2+\sqrt{3}-2+2\sqrt{3})^2$
$=(3\sqrt{3})^2=27$

12 $x^2-4y^2-x-2y=(x^2-4y^2)-(x+2y)$
$=(x+2y)(x-2y)-(x+2y)$
$=(x+2y)(x-2y-1)$
$=5(x-2y-1)=10$

따라서 $x-2y-1=2$이므로 $x-2y=3$

13 $2<\sqrt{6}<3$이므로 $\sqrt{6}$의 정수 부분은 2이다.

$\therefore x=\sqrt{6}-2$
$\therefore x^2+4x+4=(x+2)^2$
$=(\sqrt{6}-2+2)^2$
$=(\sqrt{6})^2=6$

14 $a+2b=A$로 치환하면

$(a+2b)(a+2b-7)+10=A(A-7)+10$
$=A^2-7A+10$
$=(A-2)(A-5)$
$=(a+2b-2)(a+2b-5)$ ······ ❶

따라서 구하는 두 일차식의 합은

$(a+2b-2)+(a+2b-5)=2a+4b-7$ ······ ❷

단계	채점 기준	비율
❶	주어진 다항식을 인수분해하기	70 %
❷	두 일차식의 합 구하기	30 %

15 두 정사각형의 한 변의 길이를 각각 a cm, b cm $(a>b)$라고 하면 둘레의 길이의 합이 80 cm이므로

$4a+4b=80$ $\therefore a+b=20$ ······ ❶

넓이의 차가 80 cm^2이므로

$a^2-b^2=80$
$(a+b)(a-b)=20(a-b)=80$
$\therefore a-b=4$ ······ ❷

따라서 두 정사각형의 둘레의 길이의 차는

$4a-4b=4(a-b)=4\times4=16$(cm) ······ ❸

단계	채점 기준	비율
❶	두 정사각형의 한 변의 길이를 각각 a cm, b cm로 놓고 $a+b$의 값 구하기	30 %
❷	$a-b$의 값 구하기	40 %
❸	두 정사각형의 둘레의 길이의 차 구하기	30 %

학교시험 미리보기

본문 66~68쪽

01 ⑤	02 ⑤	03 ①	04 ⑤	05 ②	06 ③
07 ②	08 ④	09 $x+7$	10 ④	11 ④	12 ⑤
13 ①	14 ⑤	15 ①	16 -4	17 $(x+2)(x-5)$	
18 1	19 2	20 $3\sqrt{3}-7$			

01 ⑤ $16x^2-8x+1=(4x)^2-2\times4x\times1+1^2=(4x-1)^2$

02 $4x^2-(m+3)x+9=(2x\pm3)^2$이어야 하므로

$-(m+3)x=\pm2\times2x\times3=\pm12x$

이때 m이 양수이므로 $m+3=12$

$\therefore m=9$

03 $x^2+4x+k=(x-2)(x+a)$로 놓으면

$4=a-2,\ k=-2a$

$\therefore a=6,\ k=-2\times6=-12$

04 $6x^2+Ax-20=(2x+4)(Bx-5)$

$=2Bx^2+(-10+4B)x-20$

이므로 $6=2B,\ A=-10+4B$

따라서 $A=2,\ B=3$이므로

$A+B=2+3=5$

05 $2x^2+5x+a=(x+3)(2x+m)$으로 놓으면

$5=m+6,\ a=3m$

$\therefore m=-1,\ a=-3$

또, $3x^2+bx-15=(x+3)(3x+n)$으로 놓으면

$b=n+9,\ -15=3n$

$\therefore n=-5,\ b=4$

$\therefore a+b=(-3)+4=1$

06 $ab=-8$이고

$-8=(-1)\times8=1\times(-8)=(-2)\times4=2\times(-4)$

이므로 정수 a, b는

$-1,\ 8$ 또는 $1,\ -8$ 또는 $-2,\ 4$ 또는 $2,\ -4$

이때 $A=a+b$이므로 A의 값이 될 수 있는 것은

$(-1)+8=7,\ 1+(-8)=-7,$

$(-2)+4=2,\ 2+(-4)=-2$

이다.

07 $3x^2y-8xy-3y=y(3x^2-8x-3)$

$=y(3x+1)(x-3)$

$(x-1)^2+6(x-1)-16$에서 $x-1=A$로 치환하면

$(x-1)^2+6(x-1)^2-16=A^2+6A-16$

$=(A-2)(A+8)$

$=(x-3)(x+7)$

따라서 두 다항식의 1이 아닌 공통인수는 $x-3$이다.

08 $x^3-2x^2-9x+18=x^2(x-2)-9(x-2)$

$=(x-2)(x^2-9)$

$=(x-2)(x+3)(x-3)$

따라서 구하는 세 일차식의 합은

$(x-2)+(x+3)+(x-3)=3x-2$

09 도형 (가)의 넓이는

$(x+4)^2-3^2=(x+4+3)(x+4-3)$

$=(x+7)(x+1)$

따라서 도형 (나)의 가로의 길이는 $x+7$이다.

10 $x^2y+5x-2xy-10=(x^2y-2xy)+(5x-10)$

$=xy(x-2)+5(x-2)$

$=(x-2)(xy+5)$

따라서 직사각형의 세로의 길이는 $xy+5$이므로 구하는 직사각형의 둘레의 길이는

$2\times\{(x-2)+(xy+5)\}=2(xy+x+3)$

11 $(x+y)*(x-y)-1$

$=(x+y)(x-y)-(x+y)+(x-y)-1$

$=x^2-y^2-2y-1$

$=x^2-(y^2+2y+1)$

$=x^2-(y+1)^2$

$=(x+y+1)(x-y-1)$

12 $\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{10^2}\right)$

$=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{10}\right)\left(1+\frac{1}{10}\right)$

$=\frac{1}{2}\times\frac{\cancel{3}}{\cancel{2}}\times\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}}\times\frac{\cancel{4}}{\cancel{3}}\times\cdots\times\frac{\cancel{9}}{\cancel{10}}\times\frac{11}{10}$

$=\frac{1}{2}\times\frac{11}{10}=\frac{11}{20}$

13 $x=\frac{1}{3+2\sqrt{2}}=\frac{3-2\sqrt{2}}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}=3-2\sqrt{2},$

$y=\frac{1}{\sqrt{2}+1}=\frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}=\sqrt{2}-1$이므로

$x^2+4xy+4y^2=(x+2y)^2$

$=\{3-2\sqrt{2}+2(\sqrt{2}-1)\}^2$

$=(3-2\sqrt{2}+2\sqrt{2}-2)^2=1$

14 $a^2-a-4b^2-2b=(a^2-4b^2)-(a+2b)$

$=(a+2b)(a-2b)-(a+2b)$

$=(a+2b)(a-2b-1)$

$=(a+2b)(3-1)=3$

$\therefore a+2b=\frac{3}{2}$

15 $2<\sqrt{5}<3$이므로 $\sqrt{5}$의 정수 부분은 2이다.

$\therefore a=\sqrt{5}-2$

$a+3=A$로 치환하면

$(a+3)^2-3(a+3)+2=A^2-3A+2$

$=(A-1)(A-2)$

$=(a+3-1)(a+3-2)$

$=(a+2)(a+1)$

$=\sqrt{5}(\sqrt{5}-1)$

$=5-\sqrt{5}$

16 $x^2+3xy+2y^2+x+2y=x^2+(3y+1)x+(2y^2+2y)$

$=x^2+(3y+1)x+2y(y+1)$

$=(x+2y)(x+y+1)$

이므로

(주어진 식)$=\frac{(x+2y)(x+y+1)}{x+y+1}$

$=x+2y$

$=(4-2\sqrt{3})+2(\sqrt{3}-4)$

$=4-2\sqrt{3}+2\sqrt{3}-8=-4$

17 **1단계** 정한이는 상수항은 제대로 보았으므로
$(x-2)(x+5)=x^2+3x-10$
에서 어떤 이차식의 상수항은 -10이다.
2단계 혜경이는 x의 계수는 제대로 보았으므로
$(x+3)(x-6)=x^2-3x-18$
에서 어떤 이차식의 x의 계수는 -3이다.
3단계 어떤 이차식은 $x^2-3x-10$이므로 바르게 인수분해하면
$x^2-3x-10=(x+2)(x-5)$

18 **1단계** 트랙의 한가운데를 지나는 원의 반지름의 길이를 r m라고 하면 이 원의 둘레의 길이가 24π m이므로
$2\pi r=24\pi \quad \therefore r=12$
2단계 트랙의 넓이는 반지름의 길이가 $(12+x)$m인 원의 넓이에서 반지름의 길이가 $(12-x)$m인 원의 넓이를 뺀 것이므로
(트랙의 넓이)$=\pi(12+x)^2-\pi(12-x)^2$
3단계 $48=\{(12+x)+(12-x)\}\{(12+x)-(12-x)\}$
$=24\times 2x$
$\therefore x=1$

19 $\sqrt{4a^2}=\sqrt{(2a)^2}$,
$\sqrt{4a^2-8a+4}=\sqrt{4(a^2-2a+1)}=\sqrt{4(a-1)^2}=2\sqrt{(a-1)^2}$
이고 $0<a<1$에서
$0<2a<2,\ -1<a-1<0$ ········· ❶
$\therefore \sqrt{4a^2}+\sqrt{4a^2-8a+4}=\sqrt{(2a)^2}+2\sqrt{(a-1)^2}$
$=2a-2(a-1)$
$=2a-2a+2$
$=2$ ········· ❷

단계	채점 기준	비율
❶	근호 안의 제곱식의 부호 판별하기	30 %
❷	근호를 없애고 식을 간단히 하기	70 %

20 $a+b=2\sqrt{3}$,
$a-b=\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}=\dfrac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}=2-\sqrt{3}$
이므로 ········· ❶
$a^2-b^2-2a+1=(a^2-2a+1)-b^2$
$=(a-1)^2-b^2$
$=(a+b-1)(a-b-1)$ ········· ❷
$=(2\sqrt{3}-1)(2-\sqrt{3}-1)$
$=(2\sqrt{3}-1)(1-\sqrt{3})$
$=2\sqrt{3}-6-1+\sqrt{3}$
$=3\sqrt{3}-7$ ········· ❸

단계	채점 기준	비율
❶	$a-b$의 분모를 유리화하기	20 %
❷	주어진 다항식을 인수분해하기	60 %
❸	식의 값 구하기	20 %

Ⅲ 이차방정식

Ⅲ-1 | 이차방정식

1 이차방정식의 뜻과 그 해

17 이차방정식의 뜻과 그 해

개념 다지기 본문 70쪽

1 답 ㄷ, ㅁ, ㅂ
ㄱ. $4x^2+x=4x^2-4x+1$, $5x-1=0$ ➜ 일차방정식
ㄴ. 이차식
ㄷ. $-x^2+4=0$ ➜ 이차방정식
ㄹ. $x^2+x=x^2-2x$, $3x=0$ ➜ 일차방정식
ㅁ. $x^3+4x=x^3-2x^2$, $2x^2+4x=0$ ➜ 이차방정식
ㅂ. $-x^2+3x-4=0$ ➜ 이차방정식

2 답 (1) -6, -6, -4, 0 (2) 2 (3) $x=2$
(1) $x=-1$일 때, $(-1)^2+(-1)-6=-6$
$x=0$일 때, $0^2+0-6=-6$
$x=1$일 때, $1^2+1-6=-4$
$x=2$일 때, $2^2+2-6=0$

3 답 (1) × (2) ○ (3) ○ (4) ×
(1) $1^2-5\times 1+6=2\neq 0$
(2) $2\times(-2)^2+3\times(-2)-2=0$
(3) $\{(-4)+1\}^2=9$
(4) $0^2+4=4\neq 4\times 0=0$

핵심문제 익히기 본문 71쪽

핵심 1 답 ②, ③
① 이차식
② $x^3+4x^2=x^3+x$, $4x^2-x=0$ ➜ 이차방정식
③ $x^2-x-6=0$ ➜ 이차방정식
④ $x^2+x=x^2-2x+1$, $3x-1=0$ ➜ 일차방정식
⑤ $x^3-x=x$, $x^3-2x=0$ ➜ 이차방정식이 아니다.

유제 1 답 ③
$x(ax-3)=4-x^2$에서
$ax^2-3x=4-x^2$, $(a+1)x^2-3x-4=0$
이 방정식이 이차방정식이 되려면 $a+1\neq 0$, 즉 $a\neq -1$이어야 한다.

핵심 2 답 ④
$x=-1$을 각 이차방정식에 대입하면
① $(-1)^2-(-1)=2\neq 0$
② $(-1+3)^2=4\neq 9$
③ $(-1-1)(-1+3)=-4\neq 0$
④ $(-1)^2-7\times(-1)-8=0$
⑤ $2\times(-1)^2+(-1)-3=-2\neq 0$

유제 2 답 $x=-1$

$x=-1$일 때, $x^2-x-2=(-1)^2-(-1)-2=0$

$x=0$일 때, $x^2-x-2=0^2-0-2=-2\neq0$

$x=1$일 때, $x^2-x-2=1^2-1-2=-2\neq0$

따라서 주어진 이차방정식의 해는 $x=-1$이다.

핵심 3 답 (1) 3 (2) 2

(1) $x=2$를 대입하면 $2^2-(k+2)\times2+6=0$에서

$4-2k-4+6=0$, $2k=6$ $\quad\therefore k=3$

(2) $x=2$를 대입하면 $4\times2^2-9\times2+k=0$에서

$16-18+k=0$ $\quad\therefore k=2$

유제 3 답 -3

$x=-1$을 $x^2-5x+a=0$에 대입하면

$1+5+a=0$ $\quad\therefore a=-6$

$x=-1$을 $2x^2+(b-1)x=0$에 대입하면

$2-b+1=0$ $\quad\therefore b=3$

$\therefore a+b=(-6)+3=-3$

실력 굳히기

본문 72쪽

01 ③	02 ③	03 ③	04 ④	05 $x=-1$
06 ③, ⑤	07 -5	08 4		

01 ㄴ. $2x^2+3x+1=3$, $2x^2+3x-2=0$ → 이차방정식

ㄷ. $2x^2-x=x-2x^2$, $4x^2-2x=0$ → 이차방정식

ㄹ. $x^3+2x^2=2x^2-x$, $x^3+x=0$ → 이차방정식이 아니다.

02 $(k-1)x^2+5x=x^2-6$에서 $(k-2)x^2+5x+6=0$

이 방정식이 이차방정식이 되려면 $k-2\neq0$ $\quad\therefore k\neq2$

03 $(x-2)^2-x=3x-2x^2$에서

$x^2-4x+4-x=3x-2x^2$, $3x^2-8x+4=0$

따라서 $a=-8$, $b=4$이므로 $a+b=(-8)+4=-4$

04 $x=-1$을 각 이차방정식에 대입하면

① $(-1)^2+(-1)-1=-1\neq0$

② $(-1)^2-2\times(-1)=3\neq3+(-1)=2$

③ $2\times(-1)^2-3\times(-1)+1=6\neq0$

④ $3\times(-1)^2+2\times(-1)-1=0$

⑤ $(-1-1)\{2\times(-1)+3\}=-2\neq0$

05 $x=-2$일 때, $(-2)^2-2\times(-2)-3=5\neq0$

$x=-1$일 때, $(-1)^2-2\times(-1)-3=0$

$x=0$일 때, $0^2-2\times0-3=-3\neq0$

$x=1$일 때, $1^2-2\times1-3=-4\neq0$

$x=2$일 때, $2^2-2\times2-3=-3\neq0$

따라서 주어진 이차방정식의 해는 $x=-1$이다.

06 ① $(-3)^2-9=0$

② $0^2+3\times0=0$

③ $2^2-3\times2-10=-12\neq0$

④ $(1-1)(1+1)=0$

⑤ $\left(-\frac{1}{2}+1\right)\left\{2\times\left(-\frac{1}{2}\right)-1\right\}=\frac{1}{2}\times(-2)=-1\neq0$

07 $x=-2$를 대입하면

$(-2)^2-(2a-3)\times(-2)+7-3a=0$

$4+4a-6+7-3a=0$

$\therefore a=-5$

08 $x^2+3x-6=0$에 $x=a$를 대입하면

$a^2+3a-6=0$ ……… ❶

따라서 $a^2+3a=6$이므로

$a^2+3a-2=6-2=4$ ……… ❷

단계	채점 기준	비율
❶	주어진 이차방정식에 $x=a$를 대입하기	40 %
❷	a^2+3a-2의 값 구하기	60 %

2 이차방정식의 풀이

18 인수분해를 이용한 이차방정식의 풀이

개념 다지기

본문 73쪽

1 답 (1) $x=0$ 또는 $x=-5$ (2) $x=-3$ 또는 $x=4$ (3) $x=-7$ 또는 $x=\frac{3}{2}$ (4) $x=-\frac{5}{3}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

(1) $x=0$ 또는 $x+5=0$ $\quad\therefore x=0$ 또는 $x=-5$

(2) $x+3=0$ 또는 $x-4=0$ $\quad\therefore x=-3$ 또는 $x=4$

(3) $x+7=0$ 또는 $2x-3=0$ $\quad\therefore x=-7$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

(4) $3x+5=0$ 또는 $2x-1=0$ $\quad\therefore x=-\frac{5}{3}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

2 답 (1) $x=0$ 또는 $x=4$ (2) $x=-4$ 또는 $x=4$ (3) $x=-2$ 또는 $x=1$ (4) $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=3$

(1) $x(x-4)=0$ $\quad\therefore x=0$ 또는 $x=4$

(2) $(x+4)(x-4)=0$ $\quad\therefore x=-4$ 또는 $x=4$

(3) $(x+2)(x-1)=0$ $\quad\therefore x=-2$ 또는 $x=1$

(4) $(2x+1)(x-3)=0$ $\quad\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=3$

3 답 (1) $x=-2$ 또는 $x=4$ (2) $x=2$ 또는 $x=7$ (3) $x=-4$ 또는 $x=3$ (4) $x=-1$ 또는 $x=4$

(1) $x^2-2x=8$에서 $x^2-2x-8=0$, $(x+2)(x-4)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=4$

(2) $x^2+14=9x$에서 $x^2-9x+14=0$, $(x-2)(x-7)=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=7$

(3) $x(x+1)=12$에서 $x^2+x-12=0$, $(x+4)(x-3)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=3$

(4) $(x-2)(x+2)=3x$에서 $x^2-3x-4=0$

$(x+1)(x-4)=0$ $\quad\therefore x=-1$ 또는 $x=4$

핵심문제 익히기 본문 74쪽

핵심 1 답 ③

① $x-3=0$ 또는 $x+5=0$ $\therefore x=3$ 또는 $x=-5$

② $x+3=0$ 또는 $x-5=0$ $\therefore x=-3$ 또는 $x=5$

③ $x-3=0$ 또는 $x-5=0$ $\therefore x=3$ 또는 $x=5$

④ $3x+1=0$ 또는 $5x-1=0$ $\therefore x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=\frac{1}{5}$

⑤ $3x-1=0$ 또는 $5x+1=0$ $\therefore x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=-\frac{1}{5}$

유제 1 답 $x=2$

$x(x-2)=0$에서 $x=0$ 또는 $x=2$

$(x+1)(x-2)=0$에서 $x=-1$ 또는 $x=2$

따라서 두 이차방정식의 공통인 해는 $x=2$이다.

핵심 2 답 (1) $x=-8$ 또는 $x=2$ (2) $x=\frac{2}{3}$ 또는 $x=1$

(3) $x=\frac{3}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{3}$ (4) $x=0$ 또는 $x=5$

(1) $(x+8)(x-2)=0$ $\therefore x=-8$ 또는 $x=2$

(2) $3x^2-5x+2=0$, $(3x-2)(x-1)=0$

$\therefore x=\frac{2}{3}$ 또는 $x=1$

(3) $6x^2-11x+3=0$, $(2x-3)(3x-1)=0$

$\therefore x=\frac{3}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{3}$

(4) $x^2-5x+6=6$, $x^2-5x=0$, $x(x-5)=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=5$

유제 2 답 13

$x^2+2x+1=x+7$에서

$x^2+x-6=0$, $(x+3)(x-2)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=2$

$\therefore p^2+q^2=(-3)^2+2^2=13$

핵심 3 답 $a=2$, $x=\frac{5}{3}$

$3x^2-ax-5=0$에 $x=-1$을 대입하면

$3\times(-1)^2-a\times(-1)-5=0$, $3+a-5=0$ $\therefore a=2$

따라서 주어진 이차방정식은

$3x^2-2x-5=0$, $(x+1)(3x-5)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=\frac{5}{3}$

즉, 다른 한 근은 $x=\frac{5}{3}$이다.

유제 3 답 ②

$x^2+2ax-a+3=0$에 $x=3$을 대입하면

$9+6a-a+3=0$, $5a=-12$ $\therefore a=-\frac{12}{5}$

따라서 주어진 이차방정식은

$x^2-\frac{24}{5}x+\frac{27}{5}=0$, $5x^2-24x+27=0$

$(5x-9)(x-3)=0$ $\therefore x=\frac{9}{5}$ 또는 $x=3$

즉, $b=\frac{9}{5}$이므로 $a+b=\left(-\frac{12}{5}\right)+\frac{9}{5}=-\frac{3}{5}$

19 이차방정식의 중근

개념 다지기 본문 75쪽

1 답 (1) $x=-2$ (중근) (2) $x=1$ (중근)

(3) $x=-4$ (중근) (4) $x=\frac{1}{2}$ (중근)

(3) $(x+4)^2=0$ $\therefore x=-4$ (중근)

(4) $(2x-1)^2=0$ $\therefore x=\frac{1}{2}$ (중근)

2 답 ④

$q=0$일 때, $(x+p)^2=0$ $\therefore x=-p$ (중근)

3 답 (1) -36 (2) 13

(1) $x^2-12x-k=0$에서 $-k=\left(\frac{-12}{2}\right)^2$ $\therefore k=-36$

(2) $k+12=\left(\frac{10}{2}\right)^2$ $\therefore k=13$

핵심문제 익히기 본문 76쪽

핵심 1 답 ④, ⑤

① $x=-1$ 또는 $x=1$

② $(x-1)(x-7)=0$ $\therefore x=1$ 또는 $x=7$

③ $x^2-2x-3=0$, $(x+1)(x-3)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=3$

④ $x=0$ (중근)

⑤ $9x^2-12x+4=0$, $(3x-2)^2=0$ $\therefore x=\frac{2}{3}$ (중근)

유제 1 답 ④

① $x=-6$ 또는 $x=6$

② $(x+1)(x-3)=0$ $\therefore x=-1$ 또는 $x=3$

③ $x=-3$ 또는 $x=4$

④ $(x+7)^2=0$ $\therefore x=-7$ (중근)

⑤ $(x+1)(2x-3)=0$ $\therefore x=-1$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

핵심 2 답 (1) $a=4$, $k=-2$ (2) $a=\frac{1}{4}$, $k=\frac{1}{2}$

(1) $a=\left(\frac{-4}{2}\right)^2=4$이므로 주어진 이차방정식은

$x^2-4x+4=0$, $(x-2)^2=0$ $\therefore k=-2$

(2) $a=\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$이므로 주어진 이차방정식은

$x^2+x+\frac{1}{4}=0$, $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=0$ $\therefore k=\frac{1}{2}$

유제 2 답 8

$a+4=\left(\frac{6}{2}\right)^2=9$이므로 $a=5$

따라서 주어진 이차방정식은

$x^2+6x+9=0$, $(x+3)^2=0$ $\therefore k=3$

$\therefore a+k=5+3=8$

핵심 3 답 $a=-4$, $x=2$

$-2a-4=\left(\frac{a}{2}\right)^2=\frac{a^2}{4}$이므로 $a^2+8a+16=0$

$(a+4)^2=0 \qquad \therefore a=-4$

따라서 주어진 이차방정식은

$x^2-4x+4=0,\ (x-2)^2=0 \qquad \therefore x=2$ (중근)

유제 3 답 $a=3,\ x=4$

$6a-2=\left(\frac{-8}{2}\right)^2=16$이므로 $a=3$

따라서 주어진 이차방정식은

$x^2-8x+16=0,\ (x-4)^2=0 \qquad \therefore x=4$ (중근)

20 완전제곱식을 이용한 이차방정식의 풀이

개념 다지기

본문 77쪽

1 답 (1) $x=\pm6$ (2) $x=\pm3$ (3) $x=\pm\frac{2}{3}$ (4) $x=\pm2\sqrt{2}$

(2) $x^2=9 \qquad \therefore x=\pm3$

(3) $x^2=\frac{4}{9} \qquad \therefore x=\pm\frac{2}{3}$

(4) $x^2=8 \qquad \therefore x=\pm\sqrt{8}=\pm2\sqrt{2}$

2 답 (1) $x=3$ 또는 $x=-1$ (2) $x=-3\pm\sqrt{5}$ (3) $x=-2\pm\sqrt{3}$ (4) $x=5\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

(1) $x-1=\pm2 \qquad \therefore x=3$ 또는 $x=-1$

(2) $(x+3)^2=5,\ x+3=\pm\sqrt{5} \qquad \therefore x=-3\pm\sqrt{5}$

(3) $(x+2)^2=3,\ x+2=\pm\sqrt{3} \qquad \therefore x=-2\pm\sqrt{3}$

(4) $(x-5)^2=\frac{3}{4},\ x-5=\pm\sqrt{\frac{3}{4}} \qquad \therefore x=5\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

3 답 (1) $1,\ 1,\ 1,\ 3,\ -1\pm\sqrt{3}$ (2) $\frac{3}{2},\ \frac{11}{2},\ 2,\ \frac{11}{2},\ 2\pm\frac{\sqrt{22}}{2}$

핵심문제 익히기

본문 78쪽

핵심 1 답 1

$3(x+4)^2=15,\ (x+4)^2=5 \qquad \therefore x=-4\pm\sqrt{5}$

따라서 $a=-4,\ b=5$이므로 $a+b=(-4)+5=1$

유제 1 답 $a=-1,\ b=3$

$(x+a)^2=b$에서 $x=-a\pm\sqrt{b}=1\pm\sqrt{3}$이므로

$a=-1,\ b=3$

핵심 2 답 $\frac{23}{3}$

$3x^2+12x-5=0$에서 $x^2+4x-\frac{5}{3}=0$

$x^2+4x=\frac{5}{3},\ x^2+4x+2^2=\frac{5}{3}+2^2$

$(x+2)^2=\frac{17}{3}$

따라서 $p=2,\ q=\frac{17}{3}$이므로 $p+q=2+\frac{17}{3}=\frac{23}{3}$

유제 2 답 $-\frac{3}{2}$

$2(x-3)(x+1)=-7$에서 $(x-3)(x+1)=-\frac{7}{2}$

$x^2-2x-3=-\frac{7}{2},\ x^2-2x=-\frac{1}{2}$

$x^2-2x+1=-\frac{1}{2}+1,\ (x-1)^2=\frac{1}{2}$

따라서 $p=-1,\ q=\frac{1}{2}$이므로 $p-q=(-1)-\frac{1}{2}=-\frac{3}{2}$

핵심 3 답 20

$2x^2-3x-1=0$에서 $x^2-\frac{3}{2}x-\frac{1}{2}=0$

$x^2-\frac{3}{2}x=\frac{1}{2},\ x^2-\frac{3}{2}x+\left(-\frac{3}{4}\right)^2=\frac{1}{2}+\left(-\frac{3}{4}\right)^2$

$\left(x-\frac{3}{4}\right)^2=\frac{17}{16}$

$\therefore x=\frac{3}{4}\pm\frac{\sqrt{17}}{4}=\frac{3\pm\sqrt{17}}{4}$

따라서 $a=3,\ b=17$이므로 $a+b=3+17=20$

유제 3 답 -1

$x^2-4x+k=0$에서 $x^2-4x=-k$

$x^2-4x+(-2)^2=-k+(-2)^2,\ (x-2)^2=4-k$

$\therefore x=2\pm\sqrt{4-k}$

따라서 $4-k=5$이므로 $k=-1$

실력 굳히기

본문 79~80쪽

01 ④	02 $x=-4$	03 ③	04 ①	05 ⑤
06 ④	07 ③	08 2	09 ②, ④	10 ③
11 $a>-4$	12 ③	13 ②		
14 $x=-1$ 또는 $x=\frac{5}{2}$	15 $x=\frac{5\pm\sqrt{33}}{4}$			

01 $3x^2-2x-8=0$에서 $(3x+4)(x-2)=0$

$\therefore x=-\frac{4}{3}$ 또는 $x=2$

02 $x^2-x-20=0$에서 $(x+4)(x-5)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=5$

$2x^2+7x-4=0$에서 $(x+4)(2x-1)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

따라서 두 이차방정식의 공통인 해는 $x=-4$

03 $2(x+1)(2x-1)=1-x^2$에서

$2(2x^2+x-1)=1-x^2,\ 4x^2+2x-2=1-x^2$

$5x^2+2x-3=0,\ (x+1)(5x-3)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=\frac{3}{5}$

04 $3x^2+2x-a-1=0$에 $x=2$를 대입하면

$12+4-a-1=0 \qquad \therefore a=15$

따라서 주어진 이차방정식은

$3x^2+2x-16=0,\ (3x+8)(x-2)=0$

$\therefore x=-\frac{8}{3}$ 또는 $x=2$

즉, $b=-\frac{8}{3}$이므로 $ab=15\times\left(-\frac{8}{3}\right)=-40$

05 $x^2+3x-4=0$에서 $(x+4)(x-1)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=1$

따라서 $x^2+ax+a-4=0$의 한 근이 $x=-4$이므로

$16-4a+a-4=0,\ 3a=12 \quad \therefore a=4$

06 ① $x=-2$ (중근)

② $4x^2+4x+1=0,\ (2x+1)^2=0 \quad \therefore x=-\frac{1}{2}$ (중근)

③ $(x-5)^2=0 \quad \therefore x=5$ (중근)

④ $x^2-6x+8=0,\ (x-2)(x-4)=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=4$

⑤ $x^2+2x-15+16=0,\ x^2+2x+1=0$

$(x+1)^2=0 \quad \therefore x=-1$ (중근)

07 $x^2-10x+2k+1=0$이 중근을 가지므로

$2k+1=\left(\frac{-10}{2}\right)^2=25,\ 2k=24 \quad \therefore k=12$

따라서 주어진 이차방정식은 $x^2-10x+25=0,\ (x-5)^2=0$

$\therefore x=5$ (중근) $\quad \therefore m=5$

$\therefore k+m=12+5=17$

08 $(x-1)^2=3$에서 $x-1=\pm\sqrt{3} \quad \therefore x=1\pm\sqrt{3}$

따라서 두 근의 합은 $(1+\sqrt{3})+(1-\sqrt{3})=2$

09 ① $x^2=10$에서 $x=\pm\sqrt{10}$ (무리수)

② $4x^2-9=0$에서 $x^2=\frac{9}{4} \quad \therefore x=\pm\frac{3}{2}$ (유리수)

③ $\frac{x^2}{2}=4$에서 $x^2=8 \quad \therefore x=\pm 2\sqrt{2}$ (무리수)

④ $2(x-5)^2=18$에서 $(x-5)^2=9,\ x-5=\pm 3$

$\therefore x=8$ 또는 $x=2$ (유리수)

⑤ $(x-1)^2=2$에서 $x-1=\pm\sqrt{2} \quad \therefore x=1\pm\sqrt{2}$ (무리수)

10 $(3x+a)^2=18$에서 $3x+a=\pm 3\sqrt{2},\ 3x=-a\pm 3\sqrt{2}$

$\therefore x=-\frac{a}{3}\pm\sqrt{2}=-1\pm\sqrt{b}$

따라서 $a=3,\ b=2$이므로 $ab=3\times 2=6$

11 $\frac{a+4}{3}>0$이어야 하므로 $a>-4$

12 $2x^2-12x-5=0$에서 $x^2-6x-\frac{5}{2}=0$

$x^2-6x=\frac{5}{2},\ x^2-6x+(-3)^2=\frac{5}{2}+(-3)^2$

$(x-3)^2=\frac{23}{2}$

따라서 $p=3,\ q=\frac{23}{2}$이므로 $p+q=3+\frac{23}{2}=\frac{29}{2}$

13 $x^2-3x+p=0$에서 $x^2-3x=-p$

$x^2-3x+\left(-\frac{3}{2}\right)^2=-p+\left(-\frac{3}{2}\right)^2$

$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9-4p}{4}$

$\therefore x=\frac{3}{2}\pm\frac{\sqrt{9-4p}}{2}=\frac{3\pm\sqrt{9-4p}}{2}$

따라서 $q=3$이고, $9-4p=17$에서 $4p=-8 \quad \therefore p=-2$

$\therefore p-q=(-2)-3=-5$

14 $x^2+6x+3k=0$이 중근을 가지므로

$3k=\left(\frac{6}{2}\right)^2=9 \quad \therefore k=3$ ········· ❶

$kx^2-2x-5=x(x+1)$에 $k=3$을 대입하면

$3x^2-2x-5=x^2+x,\ 2x^2-3x-5=0$

$(x+1)(2x-5)=0 \quad \therefore x=-1$ 또는 $x=\frac{5}{2}$ ··· ❷

단계	채점 기준	비율
❶	k의 값 구하기	40 %
❷	$kx^2-2x-5=x(x+1)$의 해 구하기	60 %

15 $(x-2)(2x-1)=3$에서 $2x^2-5x+2=3,\ 2x^2-5x=1$

$x^2-\frac{5}{2}x=\frac{1}{2},\ x^2-\frac{5}{2}x+\left(-\frac{5}{4}\right)^2=\frac{1}{2}+\left(-\frac{5}{4}\right)^2$

$\left(x-\frac{5}{4}\right)^2=\frac{33}{16}$ ········· ❶

$\therefore x=\frac{5}{4}\pm\frac{\sqrt{33}}{4}=\frac{5\pm\sqrt{33}}{4}$ ········· ❷

단계	채점 기준	비율
❶	주어진 이차방정식의 좌변을 완전제곱식의 꼴로 나타내기	70 %
❷	이차방정식의 해 구하기	30 %

학교시험 미리보기

본문 81~83쪽

01 ③	02 ②	03 ①	04 ②	05 ②	
06 $x=-2$		07 ③	08 ③	09 ②	10 ①
11 ①	12 ⑤	13 ②	14 ⑤	15 ⑤	16 ③
17 -7	18 -1 또는 11		19 50	20 -3	

01 ① $-3x+8=0$ ➔ 일차방정식

② $x^3-3x^2-2x+3=0$ ➔ 이차방정식이 아니다.

③ $2x^2+x=0$ ➔ 이차방정식

④ $x^2+\frac{1}{x}-3=0$ ➔ 이차방정식이 아니다.

⑤ $x^2-\frac{1}{x^2}+3=0$ ➔ 이차방정식이 아니다.

02 $3x^2-(a-2)x-a+3=0$에 $x=-2$를 대입하면

$12+2(a-2)-a+3=0,\ a+11=0 \quad \therefore a=-11$

03 $x^2+5x-1=0$에 $x=a$를 대입하면 $a^2+5a-1=0$

양변을 $a\ (a\neq 0)$로 나누면

$a+5-\frac{1}{a}=0 \quad \therefore a-\frac{1}{a}=-5$

04 $x^2+6x+1=0$에 $x=a$를 대입하면 $a^2+6a+1=0$

① $a^2+6a=-1$

② $1-6a-a^2=1-(6a+a^2)=1-(-1)=2$

③ $a^2+6a+2=(-1)+2=1$

④ $2a^2+12a=2(a^2+6a)=2\times(-1)=-2$

⑤ 양변을 $a(a\neq0)$로 나누면 $a+6+\frac{1}{a}=0$

$\therefore a+\frac{1}{a}=-6$

05 ① $2x+1=0$ 또는 $x+3=0$ $\quad\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=-3$

② $2x+1=0$ 또는 $x-3=0$ $\quad\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=3$

③ $2x-1=0$ 또는 $x+3=0$ $\quad\therefore x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=-3$

④ $2x-1=0$ 또는 $x-3=0$ $\quad\therefore x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=3$

⑤ $x=0$ 또는 $x-3=0$ $\quad\therefore x=0$ 또는 $x=3$

06 $x^2-5x-14=0$에서 $(x+2)(x-7)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=7$

$-5\leq x\leq5$이므로 주어진 이차방정식의 해는 $x=-2$이다.

07 $x^2+ax-a^2+1=0$에 $x=3$을 대입하면

$9+3a-a^2+1=0,\ a^2-3a-10=0$

$(a+2)(a-5)=0$ $\quad\therefore a=-2$ 또는 $a=5$

따라서 모든 a의 값의 합은 $(-2)+5=3$

08 $x^2+4x-12=0$에서 $(x+6)(x-2)=0$

$\therefore x=-6$ 또는 $x=2$

따라서 $a=2$이므로 $2x^2-(a+1)x-20=0$에 대입하면

$2x^2-3x-20=0,\ (2x+5)(x-4)=0$

$\therefore x=-\frac{5}{2}$ 또는 $x=4$

09 $(x+2)(x+b)=0$에서 $x=-2$ 또는 $x=-b$

$x=-2$가 $x^2+ax-a+5=0$의 근이므로

$(-2)^2+a\times(-2)-a+5=0,\ -3a+9=0$ $\quad\therefore a=3$

$a=3$을 $x^2+ax-a+5=0$에 대입하면

$x^2+3x+2=0,\ (x+1)(x+2)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=-2$

따라서 $-b=-1$이므로 $b=1$

$\therefore a-b=3-1=2$

10 $x^2+ax+b=(x+3)^2=0$이므로

$x^2+ax+b=x^2+6x+9$ $\quad\therefore a=6,\ b=9$

$\therefore b-a=9-6=3$

11 이차방정식 $x^2-2ax+12-4a=0$이 중근을 가지므로

$12-4a=(-a)^2,\ a^2+4a-12=0$

$(a+6)(a-2)=0$ $\quad\therefore a=-6$ 또는 $a=2$

따라서 모든 a의 값의 곱은 $(-6)\times2=-12$

12 $4(x+a)^2=b$에서 $(x+a)^2=\frac{b}{4}$

$x+a=\pm\sqrt{\frac{b}{4}}$ $\quad\therefore x=-a\pm\sqrt{\frac{b}{4}}=-2\pm\sqrt{2}$

따라서 $-a=-2,\ \frac{b}{4}=2$이므로 $a=2,\ b=8$

$\therefore a+b=2+8=10$

13 $(x-1)(x+3)=2$에서 $x^2+2x-3=2$

$x^2+2x=5,\ x^2+2x+1=5+1$ $\quad\therefore (x+1)^2=6$

따라서 $a=1,\ b=6$이므로 $a-b=1-6=-5$

14 $4x^2-2x-1=0$에서 양변을 4로 나누면 $x^2-\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}=0$

$x^2-\boxed{\frac{1}{2}}x=\boxed{\frac{1}{4}},\ x^2-\frac{1}{2}x+\left(-\frac{1}{4}\right)^2=\frac{1}{4}+\left(-\frac{1}{4}\right)^2$

$\left(x-\boxed{\frac{1}{4}}\right)^2=\boxed{\frac{5}{16}},\ x-\frac{1}{4}=\pm\sqrt{\frac{5}{16}}=\pm\frac{\sqrt{5}}{4}$

$\therefore x=\frac{1}{4}\pm\frac{\sqrt{5}}{4}=\boxed{\frac{1\pm\sqrt{5}}{4}}$

15 ① $4x^2=25$에서 $x^2=\frac{25}{4}$ $\quad\therefore x=\pm\frac{5}{2}$

② $(x+3)^2=4$에서 $x+3=\pm2$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=-1$

③ $2x^2=100$에서 $x^2=50$ $\quad\therefore x=\pm\sqrt{50}=\pm5\sqrt{2}$

④ $x^2-4x-2=0$에서 $x^2-4x+(-2)^2=2+(-2)^2$

$(x-2)^2=6$ $\quad\therefore x=2\pm\sqrt{6}$

⑤ $2x^2-x-4=0$에서 $x^2-\frac{1}{2}x=2$

$x^2-\frac{1}{2}x+\left(-\frac{1}{4}\right)^2=2+\left(-\frac{1}{4}\right)^2,\ \left(x-\frac{1}{4}\right)^2=\frac{33}{16}$

$\therefore x=\frac{1}{4}\pm\frac{\sqrt{33}}{4}=\frac{1\pm\sqrt{33}}{4}$

16 $5x^2+12x+a=0$에서 $x^2+\frac{12}{5}x=-\frac{a}{5}$

$x^2+\frac{12}{5}x+\left(\frac{6}{5}\right)^2=-\frac{a}{5}+\left(\frac{6}{5}\right)^2$

$\left(x+\frac{6}{5}\right)^2=\frac{36-5a}{25}$

$\therefore x=-\frac{6}{5}\pm\frac{\sqrt{36-5a}}{5}=\frac{-6\pm\sqrt{36-5a}}{5}$

따라서 $b=-6$이고, $36-5a=51$에서

$5a=-15$ $\quad\therefore a=-3$

$\therefore a+b=(-3)+(-6)=-9$

17 **1단계** $x=-1$은 $x^2+ax+b=0$의 근이므로

$(-1)^2+a\times(-1)+b=0$

$1-a+b=0$ $\quad\therefore a-b=1$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

또, $x=-1$은 $2x^2+bx+2a=0$의 근이므로

$2\times(-1)^2+b\times(-1)+2a=0$

$2-b+2a=0$ $\quad\therefore 2a-b=-2$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

2단계 ㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-3,\ b=-4$

3단계 $a+b=(-3)+(-4)=-7$

18 **1단계** $x=1$은 $x^2+(2k+1)x+1-k^2=0$의 근이므로

$1+(2k+1)+1-k^2=0,\ k^2-2k-3=0$

$(k+1)(k-3)=0$ $\quad\therefore k=-1$ 또는 $k=3$

2단계 (i) $k=-1$일 때, $x^2-x=0,\ x(x-1)=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=1$ $\quad\therefore m=0$

(ii) $k=3$일 때, $x^2+7x-8=0$, $(x+8)(x-1)=0$

$\therefore x=-8$ 또는 $x=1$ $\quad \therefore m=-8$

3단계 $k=-1$, $m=0$일 때, $k-m=(-1)-0=-1$

$k=3$, $m=-8$일 때, $k-m=3-(-8)=11$

따라서 $k-m$의 값은 -1 또는 11이다.

19 $x=p$가 $x^2+8x-7=0$의 근이므로

$p^2+8p-7=0 \quad \therefore p^2+8p=7$ ……… ❶

$x=q$가 $x^2+8x-7=0$의 근이므로

$q^2+8q-7=0 \quad \therefore q^2+8q=7$ ……… ❷

$\therefore (p^2+8p-2)(q^2+8q+3)=(7-2)(7+3)$

$=50$ ……… ❸

단계	채점 기준	비율
❶	p^2+8p의 값 구하기	30 %
❷	q^2+8q의 값 구하기	30 %
❸	$(p^2+8p-2)(q^2+8q+3)$의 값 구하기	40 %

20 $x^2-10x-2a+5=0$이 중근을 가지므로

$-2a+5=(-5)^2=25 \quad \therefore a=-10$ ……… ❶

$a=-10$을 $5x^2+22x+a-5=0$에 대입하면

$5x^2+22x-15=0$, $(x+5)(5x-3)=0$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=\frac{3}{5}$ ……… ❷

따라서 구하는 두 근의 곱은 $(-5)\times\frac{3}{5}=-3$ ……… ❸

단계	채점 기준	비율
❶	a의 값 구하기	40 %
❷	이차방정식 $5x^2+22x+a-5=0$의 두 근 구하기	40 %
❸	두 근의 곱 구하기	20 %

Ⅲ-2 | 이차방정식의 활용

1 근의 공식

21 근의 공식

개념 다지기

본문 84쪽

1 답 (1) $x=\frac{-5\pm\sqrt{21}}{2}$ (2) $x=\frac{3\pm\sqrt{13}}{2}$

(1) $x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times1\times1}}{2\times1}=\frac{-5\pm\sqrt{21}}{2}$

(2) $x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times1\times(-1)}}{2\times1}=\frac{3\pm\sqrt{13}}{2}$

2 답 (1) $x=\frac{5\pm\sqrt{17}}{4}$ (2) $x=-\frac{1}{4}$ 또는 $x=1$

(1) $x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times2\times1}}{2\times2}=\frac{5\pm\sqrt{17}}{4}$

(2) $x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times4\times(-1)}}{2\times4}$

$=\frac{3\pm\sqrt{25}}{8}=\frac{3\pm5}{8}$

$\therefore x=-\frac{1}{4}$ 또는 $x=1$

3 답 (1) $x=-2\pm\sqrt{6}$ (2) $x=\frac{4\pm2\sqrt{7}}{3}$

(1) $x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-1\times(-2)}}{1}=-2\pm\sqrt{6}$

(2) $x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-3\times(-4)}}{3}$

$=\frac{4\pm\sqrt{28}}{3}=\frac{4\pm2\sqrt{7}}{3}$

핵심문제 익히기

본문 85쪽

핵심 1 답 (1) $x=\frac{-5\pm\sqrt{17}}{2}$ (2) $x=-1\pm\sqrt{15}$ (3) $x=\frac{3\pm\sqrt{17}}{4}$ (4) $x=\frac{3\pm2\sqrt{6}}{3}$

(1) $x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times1\times2}}{2\times1}=\frac{-5\pm\sqrt{17}}{2}$

(2) $x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-1\times(-14)}}{1}=-1\pm\sqrt{15}$

(3) $2x^2-1=3x$에서 $2x^2-3x-1=0$

$\therefore x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times2\times(-1)}}{2\times2}$

$=\frac{3\pm\sqrt{17}}{4}$

(4) $x^2-5=6x-2x^2$에서 $3x^2-6x-5=0$

$\therefore x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-3\times(-5)}}{3}$

$=\frac{3\pm\sqrt{24}}{3}=\frac{3\pm2\sqrt{6}}{3}$

유제 1 답 (1) $x=\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$ (2) $x=\frac{1\pm\sqrt{13}}{4}$

(1) $x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times1\times1}}{2\times1}=\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$

(2) $4x^2=2x+3$에서 $4x^2-2x-3=0$

$\therefore x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times(-3)}}{4}=\frac{1\pm\sqrt{13}}{4}$

핵심 2 답 42

$3x^2-4x=x+1$에서 $3x^2-5x-1=0$

$\therefore x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times3\times(-1)}}{2\times3}=\frac{5\pm\sqrt{37}}{6}$

따라서 $A=5$, $B=37$이므로 $A+B=5+37=42$

유제 2 답 ⑤

$x^2+3x=7x+2$에서 $x^2-4x-2=0$

$\therefore x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-1\times(-2)}}{1}=2\pm\sqrt{6}$

따라서 $A=2$, $B=6$이므로 $AB=2\times6=12$

핵심 3 답 3

$x^2+5x-k=0$에서

$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times1\times(-k)}}{2\times1}=\frac{-5\pm\sqrt{25+4k}}{2}$

따라서 $25+4k=37$이므로 $4k=12$ $\quad\therefore k=3$

유제 3 답 ②

$x^2-6x+2k+1=0$에서

$$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-1\times(2k+1)}}{1}=3\pm\sqrt{8-2k}$$

따라서 $8-2k=2$이므로 $-2k=-6$ $\quad\therefore k=3$

22 복잡한 이차방정식의 풀이

개념 다지기

본문 86쪽

1 답 (1) $x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=-2$ (2) $x=\frac{2\pm\sqrt{10}}{3}$

(3) $x=1$ 또는 $x=2$ (4) $x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=-\frac{1}{5}$

(1) 양변에 분모의 최소공배수 6을 곱하면 $3x^2+5x-2=0$

$(3x-1)(x+2)=0$ $\quad\therefore x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=-2$

(2) 양변에 분모의 최소공배수 12를 곱하면 $3x^2-4x-2=0$

$$\therefore x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-3\times(-2)}}{3}=\frac{2\pm\sqrt{10}}{3}$$

(3) 양변에 10을 곱하면 $x^2-3x+2=0$

$(x-1)(x-2)=0$ $\quad\therefore x=1$ 또는 $x=2$

(4) 양변에 10을 곱하면 $10x^2-3x-1=0$

$(2x-1)(5x+1)=0$ $\quad\therefore x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=-\frac{1}{5}$

2 답 (1) $x=\frac{3\pm\sqrt{3}}{2}$ (2) $x=\frac{-5\pm\sqrt{17}}{2}$

(1) $2x(x-3)+3=0$에서 $2x^2-6x+3=0$

$$\therefore x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-2\times3}}{2}=\frac{3\pm\sqrt{3}}{2}$$

(2) $(x+2)(x+3)=4$에서 $x^2+5x+6=4$, $x^2+5x+2=0$

$$\therefore x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times1\times2}}{2\times1}=\frac{-5\pm\sqrt{17}}{2}$$

3 답 $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=-4$

$x+1=A$로 치환하면 주어진 이차방정식은

$2A^2+5A-3=0$, $(2A-1)(A+3)=0$

$\therefore A=\frac{1}{2}$ 또는 $A=-3$

즉, $x+1=\frac{1}{2}$ 또는 $x+1=-3$이므로

$x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=-4$

핵심문제 익히기

본문 87쪽

핵심 1 답 (1) $x=\frac{-4\pm\sqrt{70}}{6}$ (2) $x=\frac{2}{3}$ (중근)

(3) $x=-1$ 또는 $x=10$ (4) $x=\frac{-5\pm\sqrt{55}}{10}$

(1) 양변에 분모의 최소공배수 12를 곱하면 $6x^2+8x-9=0$

$$\therefore x=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-6\times(-9)}}{6}=\frac{-4\pm\sqrt{70}}{6}$$

(2) 양변에 분모의 최소공배수 24를 곱하면

$9x^2-12x+4=0$, $(3x-2)^2=0$ $\quad\therefore x=\frac{2}{3}$ (중근)

(3) 양변에 10을 곱하면 $x^2-9x-10=0$

$(x+1)(x-10)=0$ $\quad\therefore x=-1$ 또는 $x=10$

(4) 양변에 100을 곱하면 $10x^2+10x-3=0$

$$\therefore x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-10\times(-3)}}{10}=\frac{-5\pm\sqrt{55}}{10}$$

유제 1 -1 답 38

양변에 분모의 최소공배수 6을 곱하면

$3x=2-4x^2$, $4x^2+3x-2=0$

$$\therefore x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times4\times(-2)}}{2\times4}=\frac{-3\pm\sqrt{41}}{8}$$

따라서 $A=-3$, $B=41$이므로 $A+B=(-3)+41=38$

유제 1 -2 답 $x=\frac{5\pm\sqrt{11}}{7}$

양변에 10을 곱하면 $7x^2+2=10x$, $7x^2-10x+2=0$

$$\therefore x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-7\times2}}{7}=\frac{5\pm\sqrt{11}}{7}$$

핵심 2 답 (1) $x=3\pm\sqrt{7}$ (2) $x=\frac{4\pm\sqrt{10}}{3}$

(1) $3(x-2)^2=x^2+8$에서 $3x^2-12x+12=x^2+8$

$2x^2-12x+4=0$, $x^2-6x+2=0$

$$\therefore x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-1\times2}}{1}=3\pm\sqrt{7}$$

(2) $(x-2)(3x-1)=x$에서

$3x^2-7x+2=x$, $3x^2-8x+2=0$

$$\therefore x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-3\times2}}{3}=\frac{4\pm\sqrt{10}}{3}$$

유제 2 답 $x=\frac{-1\pm\sqrt{41}}{4}$

$(x-1)(2x-3)=-2(3x-4)$에서

$2x^2-5x+3=-6x+8$, $2x^2+x-5=0$

$$\therefore x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times2\times(-5)}}{2\times2}=\frac{-1\pm\sqrt{41}}{4}$$

핵심 3 답 ③

$x+\frac{1}{2}=A$로 치환하면 $A^2-2=3A$

$A^2-3A-2=0$

$$\therefore A=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times1\times(-2)}}{2\times1}=\frac{3\pm\sqrt{17}}{2}$$

즉, $x+\frac{1}{2}=\frac{3\pm\sqrt{17}}{2}$이므로 $x=\frac{2\pm\sqrt{17}}{2}$

유제 3 -1 답 $x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=3$

$x-1=A$로 치환하면 $0.2A^2+0.1A-1=0$

양변에 10을 곱하면 $2A^2+A-10=0$

$(2A+5)(A-2)=0$ $\quad\therefore A=-\frac{5}{2}$ 또는 $A=2$

즉, $x-1=-\frac{5}{2}$ 또는 $x-1=2$이므로

$x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=3$

유제 3 -2 답 ②

$2(a+2b)^2-3(a+2b)-5=0$에서 $a+2b=A$로 치환하면

$2A^2-3A-5=0$, $(2A-5)(A+1)=0$

$\therefore A=\frac{5}{2}$ 또는 $A=-1$

그런데 a, b가 양수이므로 $A>0$

$\therefore A=\frac{5}{2}$, 즉 $a+2b=\frac{5}{2}$

실력 굳히기

본문 88쪽

01 ① 02 -7 03 ② 04 ③ 05 ③ 06 ①
07 ⑤ 08 $x=3$

02 $2x^2+4x+A=0$에서

$$x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-2\times A}}{2}=\frac{B\pm\sqrt{14}}{2}$$

따라서 $-2=B$, $4-2A=14$이므로

$A=-5$, $B=-2$ $\quad\therefore A+B=(-5)+(-2)=-7$

03 양변에 분모의 최소공배수 10을 곱하면

$2(x^2-3)+10x=x(x+2)$, $x^2+8x-6=0$

$$\therefore x=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-1\times(-6)}}{1}=-4\pm\sqrt{22}$$

따라서 두 근의 곱은

$(-4+\sqrt{22})(-4-\sqrt{22})=16-22=-6$

04 x의 계수를 분수로 바꾸면

$$\frac{x(x+4)}{4}-\frac{x}{2}=\frac{1}{8}$$

양변에 분모의 최소공배수 8을 곱하면

$2x(x+4)-4x=1$, $2x^2+4x-1=0$

$$\therefore x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-2\times(-1)}}{2}=\frac{-2\pm\sqrt{6}}{2}$$

$\alpha>\beta$이므로 $\alpha=\frac{-2+\sqrt{6}}{2}$, $\beta=\frac{-2-\sqrt{6}}{2}$

$$\therefore \alpha-\beta=\frac{-2+\sqrt{6}}{2}-\frac{-2-\sqrt{6}}{2}=\sqrt{6}$$

05 $(x+1)(x-5)+9=3x^2$에서 $x^2-4x-5+9=3x^2$

$-2x^2-4x+4=0$, $x^2+2x-2=0$

$$\therefore x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-1\times(-2)}}{1}=-1\pm\sqrt{3}$$

따라서 $m=-1+\sqrt{3}$이므로 $(m+1)^2=(\sqrt{3})^2=3$

06 $(a-2b)(a-2b+2)=15$에서 $a-2b=A$로 치환하면

$A(A+2)=15$, $A^2+2A-15=0$

$(A+5)(A-3)=0$ $\quad\therefore A=-5$ 또는 $A=3$

$2a-4b=2A$이므로 $2a-4b$의 값은 -10 또는 6이다.

07 $0.3(x-4)^2-0.8=\frac{1}{5}(x-4)$의 양변에 10을 곱하면

$3(x-4)^2-8=2(x-4)$

$x-4=A$로 치환하면 $3A^2-2A-8=0$

$(3A+4)(A-2)=0$ $\quad\therefore A=-\frac{4}{3}$ 또는 $A=2$

즉, $x-4=-\frac{4}{3}$ 또는 $x-4=2$이므로 $x=\frac{8}{3}$ 또는 $x=6$

따라서 구하는 두 근의 곱은 $\frac{8}{3}\times6=16$

08 $\frac{1}{3}x^2-\frac{5}{6}x=\frac{1}{2}$의 양변에 분모의 최소공배수 6을 곱하면

$2x^2-5x-3=0$, $(2x+1)(x-3)=0$

$\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=3$ ······ ❶

$0.04x^2-0.3x+0.54=0$의 양변에 100을 곱하면

$4x^2-30x+54=0$, $2x^2-15x+27=0$

$(2x-9)(x-3)=0$ $\quad\therefore x=\frac{9}{2}$ 또는 $x=3$ ······ ❷

따라서 두 이차방정식의 공통인 근은 $x=3$이다. ······ ❸

단계	채점 기준	비율
❶	$\frac{1}{3}x^2-\frac{5}{6}x=\frac{1}{2}$의 근 구하기	40 %
❷	$0.04x^2-0.3x+0.54=0$의 근 구하기	40 %
❸	두 이차방정식의 공통인 근 구하기	20 %

2 근과 계수의 관계

23 근과 계수의 관계

개념 다지기

본문 89쪽

1 답 (1) 0 (2) 1개 (3) 33 (4) 2개 (5) -8 (6) 0개

(1) $4^2-4\times4\times1=0$

(3) $(-5)^2-4\times1\times(-2)=33$

(5) $(-4)^2-4\times3\times2=-8$

2 답 $\frac{9}{8}$

$(-3)^2-4\times2\times m=0$이어야 하므로

$9-8m=0$ $\quad\therefore m=\frac{9}{8}$

3 답 (1) -3, -5 (2) $\frac{3}{2}$, -1 (3) 0, -16 (4) $\frac{5}{3}$, $\frac{2}{3}$

핵심문제 익히기

본문 90쪽

핵심 1 답 ②, ⑤

① $(-3)^2-4\times2\times2=-7<0$ → 근이 없다.

② $6^2-4\times1\times(-8)=68>0$ → 서로 다른 두 근을 갖는다.

③ $3x^2-5x+4=0$에서

$(-5)^2-4\times3\times4=-23<0$ → 근이 없다.

④ $4x^2-12x+9=0$에서

$(-12)^2-4\times4\times9=0$ → 중근을 갖는다.

⑤ $x^2+2x-4=0$에서

$2^2-4\times1\times(-4)=20>0$ → 서로 다른 두 근을 갖는다.

유제 1 답 ①, ③

① $(-4)^2-4\times1\times6=-8<0 \rightarrow$ 근이 없다.

② $(-1)^2-4\times2\times(-3)=25>0 \rightarrow$ 서로 다른 두 근을 갖는다.

③ $3x^2-x+5=0$에서

$(-1)^2-4\times3\times5=-59<0 \rightarrow$ 근이 없다.

④ $x^2-4x-2=0$에서

$(-4)^2-4\times1\times(-2)=24>0 \rightarrow$ 서로 다른 두 근을 갖는다.

⑤ $x^2-6x+9=0$에서

$(-6)^2-4\times1\times9=0 \rightarrow$ 중근을 갖는다.

핵심 2 답 ②

$x^2-3kx-2k+\frac{1}{2}=0$이 중근을 가지려면

$(-3k)^2-4\times1\times\left(-2k+\frac{1}{2}\right)=0,\ 9k^2+8k-2=0$

따라서 구하는 모든 k의 값의 합은 근과 계수의 관계에 의해 $-\frac{8}{9}$이다.

유제 2 답 $m=3,\ x=2$

$\{-2(m-1)\}^2-4\times1\times4=0$이므로 $m^2-2m-3=0$

$(m-3)(m+1)=0 \quad \therefore m=3$ 또는 $m=-1$

그런데 m이 양수이므로 $m=3$

따라서 주어진 이차방정식은 $x^2-4x+4=0$

$(x-2)^2=0 \quad \therefore x=2$ (중근)

핵심 3 답 (1) -6 (2) 12

근과 계수의 관계에 의해 $\alpha+\beta=-4,\ \alpha\beta=2$

(1) $\alpha-\alpha\beta+\beta=\alpha+\beta-\alpha\beta=-4-2=-6$

(2) $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=(-4)^2-2\times2=12$

유제 3 -1 답 (1) $-\frac{1}{5}$ (2) 96

근과 계수의 관계에 의해 $\alpha+\beta=4,\ \alpha\beta=-20$

(1) $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{4}{-20}=-\frac{1}{5}$

(2) $(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta=4^2-4\times(-20)=96$

유제 3 -2 답 5

근과 계수의 관계에 의해 $\alpha+\beta=-5,\ \alpha\beta=a$

$\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}=\frac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta}{\alpha\beta}=\frac{(-5)^2-2a}{a}=3$

이므로 $25-2a=3a,\ 5a=25 \quad \therefore a=5$

24 이차방정식 구하기

개념 다지기

본문 91쪽

1 답 (1) $x^2+2x-15=0$ (2) $6x^2-5x+1=0$ (3) $x^2-4x-1=0$

(1) $(x-3)(x+5)=0$이므로 $x^2+2x-15=0$

(2) $6\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)=0$이므로 $6\left(x^2-\frac{5}{6}x+\frac{1}{6}\right)=0$

$\therefore 6x^2-5x+1=0$

(3) (두 근의 합)$=4$, (두 근의 곱)$=-1$이므로 구하는 방정식은

$x^2-4x-1=0$

2 답 (1) $x^2+4x+4=0$ (2) $4x^2-4x+1=0$

(1) $(x+2)^2=0$이므로 $x^2+4x+4=0$

(2) $4\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=0$이므로 $4x^2-4x+1=0$

3 답 (1) $x^2-3x-2=0$ (2) $-2x^2+12x-8=0$

(2) $-2(x^2-6x+4)=0 \quad \therefore -2x^2+12x-8=0$

핵심문제 익히기

본문 92쪽

핵심 1 답 (1) $6x^2-x-1=0$ (2) $4x^2+12x+9=0$

(1) $6\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{3}\right)=0$이므로 $6\left(x^2-\frac{1}{6}x-\frac{1}{6}\right)=0$

$\therefore 6x^2-x-1=0$

(2) $4\left\{x-\left(-\frac{3}{2}\right)\right\}^2=0$이므로 $4\left(x^2+3x+\frac{9}{4}\right)=0$

$\therefore 4x^2+12x+9=0$

유제 1 답 0

두 근이 $\frac{1}{2},\ -1$이고 x^2의 계수가 2인 이차방정식은

$2\left(x-\frac{1}{2}\right)(x+1)=0$이므로

$2\left(x^2+\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}\right)=0 \quad \therefore 2x^2+x-1=0$

따라서 $a=1,\ b=-1$이므로 $a+b=0$

핵심 2 답 (1) $10x^2+2x-1=0$ (2) $x^2-4x-7=0$

$x^2-2x-10=0$에서 $m+n=2,\ mn=-10$

(1) $\frac{1}{m}+\frac{1}{n}=\frac{m+n}{mn}=\frac{2}{-10}=-\frac{1}{5}$,

$\frac{1}{mn}=-\frac{1}{10}$

따라서 구하는 이차방정식은

$10\left\{x^2-\left(-\frac{1}{5}\right)x-\frac{1}{10}\right\}=0$

$\therefore 10x^2+2x-1=0$

(2) $(m+1)+(n+1)=m+n+2=2+2=4$,

$(m+1)(n+1)=mn+(m+n)+1=(-10)+2+1=-7$

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2-4x-7=0$

유제 2 답 $x^2+9x+20=0$

$x^2+4x-5=0$에서 $m+n=-4,\ mn=-5$

$m+n+mn=(-4)+(-5)=-9$,

$(m+n)\times mn=(-4)\times(-5)=20$

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2+9x+20=0$

핵심 3 답 ④

$x^2+6x+k=0$의 한 근이 $-3+\sqrt{5}$이므로 다른 한 근은 $-3-\sqrt{5}$이다.

$\therefore k=(-3+\sqrt{5})(-3-\sqrt{5})=(-3)^2-(\sqrt{5})^2=4$

유제 3 답 ⑤

$x^2-(m+2)x+3=0$의 한 근이 $3-\sqrt{6}$이므로 다른 한 근은 $3+\sqrt{6}$이다.

$\therefore m+2=(3+\sqrt{6})+(3-\sqrt{6})=6 \quad \therefore m=4$

실력 굳히기

본문 93~94쪽

01 ② 02 3 03 ③ 04 ①
05 $x=-6$ 또는 $x=3$ 06 ② 07 ③ 08 ②
09 -4, 4 10 ④ 11 ② 12 $x^2-19x+25=0$ 13 -1
14 ③ 15 8 16 $-2x^2+6x+108=0$

01 $x^2+6x+5-k=0$이 근을 가지려면

$6^2-4\times1\times(5-k)\geq0$, $16+4k\geq0$ $\quad\therefore k\geq-4$

02 $x^2-6x-1=0$에서

$(-6)^2-4\times1\times(-1)=40>0$ $\quad\therefore a=2$

$2x^2+6x+5=0$에서

$6^2-4\times2\times5=-4<0$ $\quad\therefore b=0$

$x^2-20x+100=0$에서

$(-20)^2-4\times1\times100=0$ $\quad\therefore c=1$

$\therefore a-b+c=2-0+1=3$

03 $x^2+3x+k-4=0$이 서로 다른 두 근을 가지므로

$3^2-4\times1\times(k-4)>0$, $25-4k>0$ $\quad\therefore k<\dfrac{25}{4}$

따라서 자연수 k의 최댓값은 6이다.

04 $x^2-2(m+1)x+m^2=0$의 해가 없어야 하므로

$\{-2(m+1)\}^2-4\times1\times m^2<0$, $8m+4<0$

$\therefore m<-\dfrac{1}{2}$

따라서 상수 m의 값이 될 수 있는 것은 ① -1이다.

05 $3x^2+4x+k+1=0$이 중근을 가지려면

$4^2-4\times3\times(k+1)=0$, $4-12k=0$

$\therefore k=\dfrac{1}{3}$

따라서 $\dfrac{1}{3}x^2+x-6=0$을 풀면

$x^2+3x-18=0$, $(x+6)(x-3)=0$

$\therefore x=-6$ 또는 $x=3$

06 $\dfrac{1}{2}x^2+ax+b=0$에서 $x^2+2ax+2b=0$이므로

두 근의 합은 $-2a=(3+2\sqrt{2})+(3-2\sqrt{2})=6$

$\therefore a=-3$

두 근의 곱은 $2b=(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})=3^2-(2\sqrt{2})^2=1$

$\therefore b=\dfrac{1}{2}$

$\therefore a-b=(-3)-\dfrac{1}{2}=-\dfrac{7}{2}$

07 $x^2-8x+2=0$에서 두 근의 곱은 2이다.

즉, $x=2$가 $x^2+(k-1)x-3=0$의 근이므로

$2^2+(k-1)\times2-3=0$, $2k-1=0$ $\quad\therefore k=\dfrac{1}{2}$

08 주어진 이차방정식의 두 근 중 작은 근을 α라고 하면 다른 한 근은 $\alpha+2$이다.

근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+(\alpha+2)=4$, $2\alpha=2$ $\quad\therefore \alpha=1$

즉, 두 근이 1, 3이므로 두 근의 곱은

$k^2-1=1\times3$, $k^2=4$ $\quad\therefore k=-2$ 또는 $k=2$

따라서 양수 k의 값은 2이다.

09 주어진 이차방정식의 한 근을 α라고 하면 다른 근은 3α이므로

두 근의 합은 $\alpha+3\alpha=4\alpha=-\dfrac{m}{3}$ $\quad\therefore m=-12\alpha$

두 근의 곱은 $\alpha\times3\alpha=3\alpha^2=\dfrac{1}{3}$, $\alpha^2=\dfrac{1}{9}$ $\quad\therefore \alpha=\pm\dfrac{1}{3}$

(i) $\alpha=\dfrac{1}{3}$일 때, $m=-12\alpha=-12\times\dfrac{1}{3}=-4$

(ii) $\alpha=-\dfrac{1}{3}$일 때, $m=-12\alpha=-12\times\left(-\dfrac{1}{3}\right)=4$

(i), (ii)에서 m의 값은 -4, 4이다.

10 $3x^2+ax+b=0$의 두 근이 $-\dfrac{2}{3}$, 1이므로

$3\left(x+\dfrac{2}{3}\right)(x-1)=0$, $3\left(x^2-\dfrac{1}{3}x-\dfrac{2}{3}\right)=0$

$\therefore 3x^2-x-2=0$

즉, $a=-1$, $b=-2$이므로 $x^2+ax+b=0$에 대입하면

$x^2-x-2=0$, $(x+1)(x-2)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=2$

따라서 구하는 두 근의 차는 $2-(-1)=3$

11 $x^2-2x-5=0$에서 $\alpha+\beta=2$, $\alpha\beta=-5$

따라서 2와 -5를 두 근으로 하고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x-2)(x+5)=0$ $\quad\therefore x^2+3x-10=0$

12 $x^2+3x-5=0$에서 $\alpha+\beta=3$, $\alpha\beta=-5$

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=(-3)^2-2\times(-5)=19$,

$\alpha^2\beta^2=(\alpha\beta)^2=(-5)^2=25$

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2-19x+25=0$

13 $x^2-4x+k=0$의 한 근이 $2-\sqrt{5}$이므로 다른 한 근은 $2+\sqrt{5}$이다.

$\therefore\ k=(2-\sqrt{5})(2+\sqrt{5})=2^2-(\sqrt{5})^2=-1$

14 한 근이 $-1+\sqrt{3}$이므로 다른 한 근은 $-1-\sqrt{3}$이다.

(두 근의 합)$=(-1+\sqrt{3})+(-1-\sqrt{3})=-2$,

(두 근의 곱)$=(-1+\sqrt{3})(-1-\sqrt{3})$

$=(-1)^2-(\sqrt{3})^2=-2$

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2+2x-2=0$

15 $\alpha+\beta=3$, $\alpha\beta=-2$이므로 ······ ❶

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=3^2-2\times(-2)=13$ ······ ❷

$$\therefore \frac{\beta}{\alpha+1}+\frac{\alpha}{\beta+1}=\frac{\beta(\beta+1)+\alpha(\alpha+1)}{\alpha\beta+\alpha+\beta+1}$$
$$=\frac{\alpha^2+\beta^2+\alpha+\beta}{\alpha\beta+\alpha+\beta+1}$$
$$=\frac{13+3}{-2+3+1}$$
$$=\frac{16}{2}=8 \quad \cdots\cdots ❸$$

단계	채점 기준	비율
❶	$\alpha+\beta$, $\alpha\beta$의 값 구하기	30 %
❷	$\alpha^2+\beta^2$의 값 구하기	30 %
❸	$\frac{\beta}{\alpha+1}+\frac{\alpha}{\beta+1}$의 값 구하기	40 %

16 이차방정식 $x^2+3x-3=0$에서

(두 근의 합)$=m=-3$, (두 근의 곱)$=n=-3$ ⋯⋯ ❶

$\therefore m+n=-3+(-3)=-6$,

$mn=(-3)\times(-3)=9$

따라서 -6, 9를 두 근으로 하고 x^2의 계수가 -2인 이차방정식은 $-2(x+6)(x-9)=0$, $-2(x^2-3x-54)=0$

$\therefore -2x^2+6x+108=0$ ⋯⋯ ❷

단계	채점 기준	비율
❶	m, n의 값 구하기	30 %
❷	이차방정식 구하기	70 %

3 이차방정식의 활용

25 이차방정식의 활용 (1)

개념 다지기 본문 95쪽

1 답 (1) $2x-1$ (2) 6 (3) 11, 13

(1) 연속하는 두 홀수 중 큰 수를 $2x+1$이라고 하면 다른 한 홀수는 $2x+1-2=2x-1$이다.

(2) $(2x+1)(2x-1)=143$이므로 $4x^2-1=143$

$4x^2=144$, $x^2=36$ $\therefore x=6$ 또는 $x=-6$

x는 자연수이므로 $x=6$

(3) $x=6$이므로 $2x-1=11$, $2x+1=13$

따라서 구하는 두 홀수는 11, 13이다.

2 답 (1) $(x-10)$자루 (2) 18명

(1) 전체 학생을 x명이라고 하면 한 학생이 받은 연필의 수는 $(x-10)$자루이다.

(2) $x(x-10)=144$이므로 $x^2-10x-144=0$

$(x-18)(x+8)=0$ $\therefore x=18$ 또는 $x=-8$

$x>0$이므로 $x=18$

핵심문제 익히기 본문 96쪽

핵심 1 답 9, 10, 11

연속하는 세 자연수를 $x-1$, x, $x+1$이라고 하면 이들 세 수의 제곱의 합이 302이므로

$(x-1)^2+x^2+(x+1)^2=302$, $3x^2+2=302$, $3x^2=300$

$x^2=100$ $\therefore x=10$ 또는 $x=-10$

x는 자연수이므로 $x=10$

따라서 구하는 세 자연수는 9, 10, 11이다.

유제 1 답 1

연속하는 세 자연수를 $x-1$, x, $x+1$이라고 하면

$3x^2=(x-1)^2+(x+1)^2+2$

$3x^2=2x^2+4$, $x^2=4$ $\therefore x=2$ 또는 $x=-2$

x는 자연수이므로 $x=2$

따라서 가장 작은 수는 $x-1=1$이다.

핵심 2 답 10살

동생의 나이를 x살이라고 하면 오빠의 나이는 $(x+4)$살이므로

$x^2=7(x+4)+2$, $x^2-7x-30=0$

$(x-10)(x+3)=0$ $\therefore x=10$ 또는 $x=-3$

x는 자연수이므로 $x=10$

따라서 동생의 나이는 10살이다.

유제 2 답 29

펼쳐진 두 면의 쪽수 중 작은 것을 x라고 하면 다른 쪽수는 $x+1$이므로 $x(x+1)=210$, $x^2+x-210=0$

$(x+15)(x-14)=0$ $\therefore x=-15$ 또는 $x=14$

x는 자연수이므로 $x=14$

따라서 펼쳐진 두 면의 쪽수는 14, 15이므로 구하는 합은 29이다.

핵심 3 답 (1) 십각형 (2) 십삼각형

(1) $\frac{n(n-3)}{2}=35$, $n^2-3n-70=0$, $(n-10)(n+7)=0$

$\therefore n=10$ 또는 $n=-7$

$n>3$이므로 $n=10$

(2) $\frac{n(n-3)}{2}=65$, $n^2-3n-130=0$, $(n-13)(n+10)=0$

$\therefore n=13$ 또는 $n=-10$

$n>3$이므로 $n=13$

유제 3 답 ⑤

$\frac{n(n+1)}{2}=210$이므로 $n^2+n-420=0$

$(n+21)(n-20)=0$ $\therefore n=-21$ 또는 $n=20$

n은 자연수이므로 $n=20$

26 이차방정식의 활용 (2)

개념 다지기 본문 97쪽

1 답 (1) 40 m (2) 1초 후 또는 5초 후

(1) $30t-5t^2$에 $t=2$를 대입하면 $30\times2-5\times2^2=40$

따라서 2초 후의 공의 높이는 40 m이다.

(2) $30t-5t^2=25$에서 $5t^2-30t+25=0$

$t^2-6t+5=0$, $(t-1)(t-5)=0$

$\therefore t=1$ 또는 $t=5$

따라서 25 m에 도달하는 것은 던져 올린 지 1초 후 또는 5초 후이다.

2 답 (1) 가로의 길이 : $(x+6)$m, 세로의 길이 : $(x+5)$m
(2) $(x^2+11x+30)\text{m}^2$ (3) 1

(2) $(x+6)(x+5)=x^2+11x+30$

(3) $x^2+11x+30=30+12$이므로 $x^2+11x-12=0$

$(x+12)(x-1)=0$ $\therefore x=-12$ 또는 $x=1$

$x>0$이므로 $x=1$

핵심문제 익히기

본문 98쪽

핵심 1 답 ④

공이 땅에 떨어지는 것은 지면으로부터의 높이가 0 m가 되는 순간이므로

$340t-5t^2=0$, $t^2-68t=0$

$t(t-68)=0$ $\therefore t=0$ 또는 $t=68$

따라서 공이 다시 땅에 떨어지는 것은 공을 쏘아 올린 지 68초 후이다.

유제 1 답 **3초 후**

$30+45t-5t^2=120$에서 $5t^2-45t+90=0$

$t^2-9t+18=0$, $(t-3)(t-6)=0$ $\therefore t=3$ 또는 $t=6$

따라서 공의 높이가 처음으로 120 m가 되는 것은 공을 던진 지 3초 후이다.

핵심 2 답 **14 cm**

처음 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이를 x cm라고 하면 직육면체 모양의 상자는 밑면이 한 변의 길이가 $(x-8)$cm인 정사각형이고 높이는 4 cm이다.

상자의 부피가 144 cm^3이므로

$4(x-8)^2=144$, $(x-8)^2=36$

$x-8=\pm 6$ $\therefore x=14$ 또는 $x=2$

$x-8>0$에서 $x>8$이므로 $x=14$

따라서 처음 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이는 14 cm이다.

유제 2 답 **13 cm**

처음 직사각형 모양의 종이의 가로의 길이를 x cm라고 하면 세로의 길이는 $(x-3)$cm이다.

직사각형 모양의 종이의 네 귀퉁이에서 한 변의 길이가 2 cm인 정사각형을 잘라내면 직육면체 모양의 상자는 밑면이 가로, 세로의 길이가 각각 $(x-4)$cm, $(x-7)$cm인 직사각형이고 높이는 2 cm이다. 상자의 부피가 108 cm^3이므로

$2(x-4)(x-7)=108$, $x^2-11x-26=0$

$(x-13)(x+2)=0$ $\therefore x=13$ 또는 $x=-2$

$x-7>0$에서 $x>7$이므로 $x=13$

따라서 처음 직사각형 모양의 종이의 가로의 길이는 13 cm이다.

핵심 3 답 ④

도로의 폭을 x m라고 하면 도로를 제외한 부분의 넓이는 가로의 길이가 $(13-x)$m, 세로의 길이가 $(10-x)$m인 직사각형의 넓이와 같으므로

$(13-x)(10-x)=88$, $x^2-23x+42=0$

$(x-2)(x-21)=0$ $\therefore x=2$ 또는 $x=21$

$0<x<10$이므로 $x=2$

따라서 구하는 도로의 폭은 2 m이다.

유제 3 답 **3 m**

도로의 폭을 x m라고 하면 도로를 제외한 부분의 넓이는 가로의 길이가 $(18-x)$m, 세로의 길이가 $(15-x)$m인 직사각형의 넓이와 같으므로

$(18-x)(15-x)=180$

$x^2-33x+90=0$, $(x-3)(x-30)=0$

$\therefore x=3$ 또는 $x=30$

$0<x<15$이므로 $x=3$

따라서 구하는 도로의 폭은 3 m이다.

실력 굳히기

본문 99~100쪽

01 224	02 ②	03 ⑤	04 ③	05 ①
06 2초 후 또는 6초 후			07 ②	08 5 cm, 15 cm
09 2 m	10 72 cm^2		11 ④	12 ④	13 24
14 2초	15 6 cm			

01 어떤 자연수를 x라고 하면

$x(x-2)=168$, $x^2-2x-168=0$

$(x-14)(x+12)=0$ $\therefore x=14$ 또는 $x=-12$

x는 자연수이므로 $x=14$

따라서 원래 두 자연수는 14, 16이므로 두 수의 곱은

$14\times 16=224$

02 연속하는 두 홀수를 x, $x+2$ (x는 홀수)라고 하면

$x^2+(x+2)^2=130$, $2x^2+4x-126=0$

$x^2+2x-63=0$, $(x+9)(x-7)=0$

$\therefore x=-9$ 또는 $x=7$

$x>0$이므로 $x=7$

따라서 연속하는 두 홀수는 7, 9이므로 구하는 합은 16이다.

03 동생의 나이를 x살이라고 하면 은영이의 나이는 $(x+6)$살이므로

$(x+6)^2=2x^2+8$, $x^2-12x-28=0$

$(x+2)(x-14)=0$ $\therefore x=-2$ 또는 $x=14$

x는 자연수이므로 $x=14$

따라서 동생의 나이는 14살이다.

04 여름 캠프의 날짜를 $(x-1)$일, x일, $(x+1)$일이라고 하면

$(x-1)^2+x^2+(x+1)^2=194$, $x^2=64$ $\therefore x=\pm 8$

$x>1$이므로 $x=8$

따라서 출발 날짜는 8월 7일이다.

05 $\dfrac{n(n-1)}{2}=28$에서 $n^2-n-56=0$

$(n-8)(n+7)=0$ $\therefore n=8$ 또는 $n=-7$

n은 자연수이므로 $n=8$

따라서 구하는 학생 수는 8명이다.

06 $100+40t-5t^2=160$에서 $t^2-8t+12=0$

$(t-2)(t-6)=0 \quad \therefore t=2$ 또는 $t=6$

따라서 지면으로부터 160 m의 높이에서 폭죽이 터지는 것은 폭죽을 쏘아 올린 지 2초 후 또는 6초 후이다.

07 처음 직사각형의 넓이가 $5\times3=15(\mathrm{m}^2)$이므로

새로운 직사각형의 넓이는 $15+20=35(\mathrm{m}^2)$

이때 새로운 직사각형의 가로, 세로의 길이는 각각 $(x+5)$m, $(x+3)$m이므로 새로운 직사각형의 넓이는

$(x+5)(x+3)=35,\ x^2+8x-20=0$

$(x+10)(x-2)=0 \quad \therefore x=-10$ 또는 $x=2$

$x>0$이므로 $x=2$

08 물받이의 높이를 x cm라고 하면 단면의 가로의 길이는 $(40-2x)$cm이다.

$40-2x>0$이므로 $0<x<20$

단면의 넓이가 150 cm²이므로

$x(40-2x)=150,\ 2x^2-40x+150=0$

$x^2-20x+75=0,\ (x-5)(x-15)=0$

$\therefore x=5$ 또는 $x=15$

따라서 가능한 물받이의 높이는 5 cm 또는 15 cm이다.

09 산책로의 폭을 x m라고 하면

$(2x+10)(2x+6)-10\times6=80$

$x^2+8x-20=0,\ (x+10)(x-2)=0$

$\therefore x=-10$ 또는 $x=2$

$x>0$이므로 $x=2$

따라서 산책로의 폭은 2 m이다.

10 처음 삼각형의 밑변의 길이를 x cm라고 하면

$\frac{1}{2}(x+6)(x+4)=2\times\left(\frac{1}{2}\times x\times x\right)$

$x^2-10x-24=0,\ (x-12)(x+2)=0$

$\therefore x=12$ 또는 $x=-2$

$x>0$이므로 $x=12$

따라서 처음 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2}\times12\times12=72(\mathrm{cm}^2)$

11 가장 작은 반원의 반지름의 길이를 x cm라고 하면 두 번째로 큰 반원의 반지름의 길이는 $(12-x)$cm이므로

$\frac{1}{2}\times\pi\times12^2-\frac{1}{2}\pi x^2-\frac{1}{2}\pi(12-x)^2=32\pi$

$x^2-12x+32=0,\ (x-4)(x-8)=0$

$\therefore x=4$ 또는 $x=8$

$x<12-x$에서 $0<x<6$이므로 $x=4$

따라서 가장 작은 반원의 반지름의 길이는 4 cm이다.

12 t초 후 가로의 길이는 t cm만큼 줄어들고, 세로의 길이는 $2t$ cm만큼 늘어나므로 가로의 길이는 $(12-t)$cm, 세로의 길이는 $(8+2t)$cm가 된다.

t초 후 직사각형의 넓이가 처음과 같아진다고 하면

$(12-t)(8+2t)=12\times8,\ -2t^2+16t+96=96$

$2t^2-16t=0,\ t^2-8t=0$

$t(t-8)=0 \quad \therefore t=0$ 또는 $t=8$

$0<t<12$이므로 $t=8$

따라서 넓이가 처음과 같아지는 데 걸리는 시간은 8초이다.

13 점 P의 x좌표를 a라고 하면 y좌표는 $-a+12$이므로

$\mathrm{P}(a,\ 12-a)$

점 P가 제1사분면 위에 있으므로 $a>0,\ 12-a>0$에서

$0<a<12$

$\square\mathrm{OAPB}=a(12-a)=32$이므로

$a^2-12a+32=0,\ (a-4)(a-8)=0$

$\therefore a=4$ 또는 $a=8$

따라서 $\square\mathrm{OAPB}$의 둘레의 길이는

$2\times(4+8)=24$

14 t초 후 물로켓의 높이를 120 m라고 하면

$80+30t-5t^2=120,\ 5t^2-30t+40=0$ ······ ❶

$t^2-6t+8=0,\ (t-2)(t-4)=0$

$\therefore t=2$ 또는 $t=4$ ······ ❷

즉, 올라가면서 2초일 때 높이가 120 m인 지점을 지나고, 내려오면서 4초일 때 높이가 120 m인 지점을 통과한다.

따라서 높이가 120 m 이상인 지점을 지나는 것은 2초에서 4초까지이므로 2초 동안이다. ······ ❸

단계	채점 기준	비율
❶	이차방정식 세우기	40 %
❷	이차방정식의 해 구하기	40 %
❸	답 구하기	20 %

15 $\overline{\mathrm{BQ}}=x$ cm라고 하면 $\overline{\mathrm{QC}}=(9-x)$cm, $\overline{\mathrm{PC}}=(12-x)$cm이므로

$\frac{1}{2}(9-x)(12-x)=9,\ x^2-21x+90=0$ ······ ❶

$(x-6)(x-15)=0 \quad \therefore x=6$ 또는 $x=15$ ······ ❷

$0<x<9$이므로 $x=6$

따라서 $\overline{\mathrm{BQ}}$의 길이는 6 cm이다. ······ ❸

단계	채점 기준	비율
❶	이차방정식 세우기	50 %
❷	이차방정식의 해 구하기	40 %
❸	$\overline{\mathrm{BQ}}$의 길이 구하기	10 %

학교시험 미리보기 본문 101~104쪽

01 ⑤	02 ③	03 $\sqrt{7}$	04 ⑤	05 ①	06 ④
07 ②	08 ③	09 ①	10 ④	11 ⑤	12 ⑤
13 ⑤	14 ②	15 ③	16 ④	17 $x=2\pm\sqrt{13}$	
18 ①	19 ②	20 ③	21 ⑤	22 ③	
23 (1, 4)		24 $x=-\frac{3}{2}$		25 3	
26 $x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=-1$		27 $2\pi(1+\sqrt{3})$m			

01 $x=\dfrac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times2\times(-3)}}{2\times2}=\dfrac{-3\pm\sqrt{33}}{4}$

따라서 $A=-3$, $B=33$이므로 $A+B=(-3)+33=30$

02 $x=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-3\times(-3)}}{3}=\dfrac{1\pm\sqrt{10}}{3}$

따라서 $k=\dfrac{1+\sqrt{10}}{3}$이므로

$\dfrac{3}{k}+1=\dfrac{9}{1+\sqrt{10}}+1=\dfrac{9(1-\sqrt{10})}{(1+\sqrt{10})(1-\sqrt{10})}+1$

$=-(1-\sqrt{10})+1=\sqrt{10}$

03 주어진 이차방정식의 양변에 분모의 최소공배수 6을 곱하면

$2x(x+2)-3=6x$, $2x^2-2x-3=0$

$\therefore x=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-2\times(-3)}}{2}=\dfrac{1\pm\sqrt{7}}{2}$

따라서 두 근의 차는 $\dfrac{1+\sqrt{7}}{2}-\dfrac{1-\sqrt{7}}{2}=\dfrac{2\sqrt{7}}{2}=\sqrt{7}$

04 주어진 이차방정식의 양변에 10을 곱하면

$3x^2+10x=8(x+1)$, $3x^2+2x-8=0$

$(x+2)(3x-4)=0\qquad\therefore x=-2$ 또는 $x=\dfrac{4}{3}$

따라서 $k=\dfrac{4}{3}$이므로 $15k=15\times\dfrac{4}{3}=20$

05 $x+\dfrac{1}{2}=A$로 치환하면 주어진 이차방정식은

$A^2+2A-8=0$, $(A+4)(A-2)=0$

$\therefore A=-4$ 또는 $A=2$

즉, $x+\dfrac{1}{2}=-4$ 또는 $x+\dfrac{1}{2}=2$이므로

$x=-\dfrac{9}{2}$ 또는 $x=\dfrac{3}{2}$

$\alpha>\beta$이므로 $\alpha=\dfrac{3}{2}$, $\beta=-\dfrac{9}{2}$

$\therefore \dfrac{\beta}{\alpha}=\left(-\dfrac{9}{2}\right)\div\dfrac{3}{2}=\left(-\dfrac{9}{2}\right)\times\dfrac{2}{3}=-3$

06 $(2x+y)^2-6(2x+y)-7=0$이므로 $2x+y=A$로 치환하면

$A^2-6A-7=0$, $(A+1)(A-7)=0$

$\therefore A=-1$ 또는 $A=7$

x, y가 양수이므로 $A>0$

$\therefore A=2x+y=7$

07 이차방정식 $x^2+kx=x+k$가 중근을 가지므로

$x^2+(k-1)x-k=0$에서

$(k-1)^2-4\times1\times(-k)=0$

$k^2+2k+1=0$, $(k+1)^2=0$

$\therefore k=-1$ (중근)

따라서 상수 k의 값은 -1이다.

08 $x^2+2(m-1)x+m^2-4=0$이 서로 다른 두 근을 가지려면

$\{2(m-1)\}^2-4\times1\times(m^2-4)>0$

$-8m+20>0\qquad\therefore m<\dfrac{5}{2}$

따라서 조건에 맞는 m의 값은 0, $\dfrac{5}{4}$, 2의 3개이다.

09 $3x^2-2x+k-1=0$이 서로 다른 두 근을 가져야 하므로

$(-2)^2-4\times3\times(k-1)>0$, $-12k+16>0$

$\therefore k<\dfrac{4}{3}\qquad\cdots\cdots$ ㉠

$x^2+kx+3=0$이 중근을 가져야 하므로

$k^2-4\times1\times3=0$, $k^2=12$

$\therefore k=\pm2\sqrt{3}\qquad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $k=-2\sqrt{3}$

10 $2x^2-3mx+18=0$이 중근을 가지므로

$(-3m)^2-4\times2\times18=0$, $9m^2-144=0$

$m^2=16\qquad\therefore m=4$ 또는 $m=-4$

$m>0$이므로 $m=4$

따라서 $m=4$를 $mx^2-4x-3=0$에 대입하면

$4x^2-4x-3=0$이므로 두 근의 합은 $-\dfrac{-4}{4}=1$

11 ① $\alpha+\beta=-\dfrac{6}{3}=-2$

② $\alpha\beta=\dfrac{2}{3}$

③ $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=(-2)^2-2\times\dfrac{2}{3}=\dfrac{8}{3}$

④ $(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta=(-2)^2-4\times\dfrac{2}{3}=\dfrac{4}{3}$

⑤ $\dfrac{\beta}{\alpha}+\dfrac{\alpha}{\beta}=\dfrac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}=\dfrac{8}{3}\div\dfrac{2}{3}=\dfrac{8}{3}\times\dfrac{3}{2}=4$

12 $2x^2-4x+m=0$에서

$\alpha+\beta=-\dfrac{-4}{2}=2$, $\alpha\beta=\dfrac{m}{2}$

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=1$이므로

$2^2-2\times\dfrac{m}{2}=1$, $4-m=1\qquad\therefore m=3$

13 $5x^2-10x-6=0$에서 두 근의 합은 $-\dfrac{-10}{5}=2$

$x=2$가 이차방정식 $x^2+kx+4k=0$의 근이므로

$4+2k+4k=0$, $6k+4=0\qquad\therefore k=-\dfrac{2}{3}$

14 $x^2-6x+m=0$의 두 근 중 작은 근을 α라고 하면 큰 근은 $\alpha+4$이므로

(두 근의 합)$=\alpha+(\alpha+4)=6$, $2\alpha=2\qquad\therefore \alpha=1$

따라서 두 근은 1, 5이므로

$m=$(두 근의 곱)$=1\times5=5$

15 $2x^2+ax+b=0$의 두 근이 $\dfrac{1}{4}$, -1이므로

$2\left(x-\dfrac{1}{4}\right)(x+1)=0$, $2x^2+\dfrac{3}{2}x-\dfrac{1}{2}=0$

따라서 $a=\dfrac{3}{2}$, $b=-\dfrac{1}{2}$이므로 $a+b=\dfrac{3}{2}+\left(-\dfrac{1}{2}\right)=1$

16 한 근이 $2-\sqrt{5}$이므로 다른 한 근은 $2+\sqrt{5}$이다.

따라서 $x^2+(a-2)x+b-4=0$에서

두 근의 합은 $-(a-2)=(2+\sqrt{5})+(2-\sqrt{5})=4$

$-a+2=4 \quad \therefore a=-2$

두 근의 곱은 $b-4=(2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5})=-1$

$\therefore b=3$

$\therefore a+b=(-2)+3=1$

17 원래의 이차방정식을 $x^2+ax+b=0$이라고 하면
연지는 상수항 b를 제대로 보고 풀었으므로

$b=$(두 근의 곱)$=(-3)\times3=-9$

지우는 일차항의 계수 a를 제대로 보고 풀었으므로

$-a=$(두 근의 합)$=(-2)+6=4 \quad \therefore a=-4$

따라서 원래의 이차방정식은 $x^2-4x-9=0$이므로 옳은 근은

$$x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-1\times(-9)}}{1}=2\pm\sqrt{13}$$

18 $(x+2)\circledcirc2x=\{(x+2)+1\}(2x-1)=4$이므로

$(x+3)(2x-1)=4,\ 2x^2+5x-7=0$

$(x-1)(2x+7)=0 \quad \therefore x=1$ 또는 $x=-\frac{7}{2}$

19 t초 후에 물체의 높이가 30 m에 도달한다고 하면
$-5t^2+25t=30$에서 $t^2-5t+6=0$

$(t-2)(t-3)=0 \quad \therefore t=2$ 또는 $t=3$

따라서 쏘아 올린 지 2초 후에 처음으로 30 m의 높이에 도달한다.

20 학생 수를 x명이라고 하면

(학생 수)$\times$(학생 한 명이 받는 호두과자의 수)$=180$

이므로

$x(x-3)=180,\ x^2-3x-180=0$

$(x-15)(x+12)=0 \quad \therefore x=15$ 또는 $x=-12$

$x>3$이므로 $x=15$

따라서 학생 수는 15명이다.

21 직사각형의 세로의 길이를 x cm라고 하면 가로의 길이는 $(15-x)$cm이다.
직사각형의 넓이가 54 cm^{2}이므로

$x(15-x)=54,\ x^2-15x+54=0$

$(x-6)(x-9)=0 \quad \therefore x=6$ 또는 $x=9$

$15-x>x$에서 $0<x<7.5$이므로 $x=6$

따라서 직사각형의 세로의 길이는 6 cm이다.

22 (테두리의 넓이)$=$(사진의 넓이)이므로

$(18+2x)(12+2x)-18\times12=18\times12$

$4x^2+60x-216=0,\ x^2+15x-54=0$

$(x+18)(x-3)=0 \quad \therefore x=-18$ 또는 $x=3$

$x>0$이므로 $x=3$

23 점 P의 x좌표를 a라고 하면 y좌표는 $-2a+6$이므로

$\mathrm{P}(a,\ -2a+6)$

$\square\mathrm{OAPB}=a(-2a+6)=4$이므로

$-2a^2+6a-4=0,\ a^2-3a+2=0$

$(a-1)(a-2)=0 \quad \therefore a=1$ 또는 $a=2$

$\therefore \mathrm{P}(1,\ 4)$ 또는 $\mathrm{P}(2,\ 2)$

그런데 $\overline{\mathrm{OA}}<\overline{\mathrm{OB}}$이므로 구하는 점 P의 좌표는 $(1, 4)$이다.

24 **1단계** $x=2$가 이차방정식 $\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{6}x+a=0$의 근이므로

$\frac{1}{3}\times2^2-\frac{1}{6}\times2+a=0,\ 1+a=0$

$\therefore a=-1$

2단계 $\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{6}x-1=0$의 양변에 분모의 최소공배수 6을 곱하면 $2x^2-x-6=0$

3단계 $2x^2-x-6=0$에서 $(2x+3)(x-2)=0$

$\therefore x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=2$

따라서 다른 한 근은 $x=-\frac{3}{2}$이다.

25 **1단계** 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 두 근이 -6, 1이므로 근과 계수의 관계에 의해

$-a=(-6)+1=-5 \quad \therefore a=5$

$b=(-6)\times1=-6$

2단계 a, b의 값을 $ax^2+bx+1=0$에 대입하면
$5x^2-6x+1=0$이므로

$(5x-1)(x-1)=0 \quad \therefore x=\frac{1}{5}$ 또는 $x=1$

$\alpha>\beta$이므로 $\alpha=1,\ \beta=\frac{1}{5}$

3단계 $\alpha+10\beta=1+10\times\frac{1}{5}=3$

26 이차방정식 $ax^2+(a+3)x+a=0$이 중근을 가지므로

$(a+3)^2-4\times a\times a=0,\ -3a^2+6a+9=0$

$a^2-2a-3=0,\ (a+1)(a-3)=0$

$\therefore a=-1$ 또는 $a=3$

$a>0$이므로 $a=3$ ······ ❶

따라서 $2x^2+5x+a=0$에 대입하면 $2x^2+5x+3=0$이므로

$(2x+3)(x+1)=0$

$\therefore x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=-1$ ······ ❷

단계	채점 기준	비율
❶	a의 값 구하기	60 %
❷	이차방정식 $2x^2+5x+a=0$ 풀기	40 %

27 연못의 반지름의 길이를 x m라고 하면 꽃밭의 넓이가 연못의 넓이의 2배이므로 큰 원의 넓이는 작은 원의 넓이의 3배이다.
즉, $\pi(x+2)^2=3\pi x^2$이므로 ······ ❶

$(x+2)^2=3x^2,\ 2x^2-4x-4=0$

$x^2-2x-2=0$

$$\therefore x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-1\times(-2)}}{1}=1\pm\sqrt{3}$$

$x>0$이므로 $x=1+\sqrt{3}$ ······ ❷

따라서 연못의 둘레의 길이는 $2\pi(1+\sqrt{3})$m ······ ❸

단계	채점 기준	비율
❶	주어진 조건에 맞게 이차방정식 세우기	30 %
❷	연못의 반지름의 길이 구하기	50 %
❸	연못의 둘레의 길이 구하기	20 %

IV 이차함수

IV-1 | 이차함수와 그래프

1 이차함수 $y=ax^2$의 그래프

27 이차함수의 뜻과 $y=x^2$의 그래프

개념 다지기 본문 106쪽

1 답 ㄱ, ㄷ

2 답 (1) $(0,\ 0)$, $(0,\ 0)$ (2) $x=0$, $x=0$
(3) 제1, 2사분면, 제3, 4사분면

핵심문제 익히기 본문 107쪽

핵심 1 답 ②, ④

① $y=\frac{1}{2}\times(x+1)\times x^2=\frac{1}{2}x^3+\frac{1}{2}x^2$ → 이차함수가 아니다.
② $y=6x^2$ → 이차함수이다.
③ $y=x^3$ → 이차함수가 아니다.
④ $y=\frac{1}{2}\times x\times 2x=x^2$ → 이차함수이다.
⑤ $y=4x$ → 이차함수가 아니다.

유제 1-1 답 ㄴ, ㄹ

ㄷ. $y=(2x-3)^2-4x^2=4x^2-12x+9-4x^2=-12x+9$
ㄹ. $y=x(2x-1)+x-1=2x^2-x+x-1=2x^2-1$

유제 1-2 답 $y=-x^2+3x-2$, 이차함수이다.

$y=(x-1)(2-x)=2x-x^2-2+x=-x^2+3x-2$

핵심 2 답 ②

$f(2)=2^2+3\times2=10$, $f(1)=1^2+3\times1=4$
$\therefore f(2)-f(1)=10-4=6$

유제 2 답 6

$f(-2)=-(-2)^2+(-2)+12=6$

핵심 3 답 ④

④ $x=0$일 때 $y=0$이므로 항상 $y>0$인 것은 아니다.

유제 3 답 ⑤

⑤ $x=0$일 때 $y=0$이므로 모든 부분이 x축보다 아래쪽에 있는 것은 아니다.

28 이차함수 $y=ax^2$의 그래프

개념 다지기 본문 108쪽

1 답 (1) ㄴ, ㄹ, ㅂ (2) ㄴ과 ㅁ, ㄷ과 ㄹ

(1) x^2의 계수가 양수이면 그래프가 아래로 볼록하다.
(2) x^2의 계수의 절댓값이 같고 부호가 반대인 두 이차함수의 그래프는 x축에 대하여 대칭이다.

2 답 (1) ○ (2) × (3) × (4) ○ (5) ○

(2) y축에 대하여 대칭이다.
(3) $a<0$이면 위로 볼록한 포물선이다.
(5) a의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 넓어진다.

핵심문제 익히기 본문 109쪽

핵심 1 답 ④

① $x=0$일 때 $y=0$이므로 점 $(0,\ 0)$을 지난다.
② x^2의 계수가 -2로 음수이므로 위로 볼록한 포물선이다.
③ 이차함수 $y=2x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이다.
④ $x\neq0$일 때, $-2x^2<0$이므로 원점을 제외한 모든 부분이 x축보다 아래쪽에 있다.
⑤ 축의 방정식은 $x=0$이다.

유제 1 답 ㄴ, ㄷ, ㅁ

ㄱ. x^2의 계수가 $\frac{1}{2}$로 양수이므로 아래로 볼록한 포물선이다.
ㄹ. $x<0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

핵심 2 답 ㄷ, ㄴ, ㄱ, ㄹ

이차함수 $y=ax^2$의 그래프에서 a의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.
따라서 $\left|\frac{5}{2}\right|>|-2|>|1|>\left|-\frac{1}{6}\right|$이므로 그래프의 폭이 좁은 것부터 차례로 나열하면 ㄷ, ㄴ, ㄱ, ㄹ이다.

유제 2 답 ②, ③

$y=ax^2$의 그래프가 $y=\frac{1}{3}x^2$의 그래프보다 폭이 좁고 $y=x^2$의 그래프보다 폭이 넓으므로

$\frac{1}{3}<a<1$

따라서 a의 값이 될 수 있는 것은 ②, ③이다.

핵심 3 답 ④

$y=ax^2$에 $x=4$, $y=8$을 대입하면

$8=16a \quad \therefore a=\frac{1}{2}$

따라서 $y=\frac{1}{2}x^2$이고 이 식에 $x=-2$, $y=b$를 대입하면

$b=\frac{1}{2}\times(-2)^2=2$

$\therefore a+b=\frac{1}{2}+2=\frac{5}{2}$

유제 3 답 ②, ③

② $0\neq-2\times(-1)^2=-2$
③ $8\neq-2\times(-2)^2=-8$

실력 굳히기 본문 110~111쪽

01 ⑤	02 ③	03 ④	04 ④, ⑤	05 ②	06 ②
07 ④	08 ⑤	09 ⑤	10 $y=-3x^2$	11 ④	
12 -1	13 1				

01 ① 일차함수이다.
② $y=x(2x+1)-2x^2=x$이므로 일차함수이다.
③ 이차식이다.
④ $x(x^2+x-1)-x^3=x^2-x$이므로 이차식이다.
⑤ $y=-x(x+1)+(2x^2-1)=x^2-x-1$이므로 이차함수이다.

02 $f(2)=2\times2^2+k\times2+1=2k+9=3$이므로
$2k=-6$ $\quad\therefore k=-3$

03 이차함수 $f(x)=ax^2$의 그래프는 y축에 대하여 대칭이므로
$f(1)=f(-1)$, $f(2)=f(-2)$, $f(3)=f(-3)$
또, $f(0)=0$이므로
$f(0)+f(-1)+f(2)+f(-3)$
$=0+f(1)+f(-2)+f(3)=9$

| 다른 풀이 | $f(1)+f(-2)+f(3)=9$이므로
$a\times1^2+a\times(-2)^2+a\times3^2=9$
$a+4a+9a=9$, $14a=9$ $\quad\therefore a=\frac{9}{14}$
따라서 $f(x)=\frac{9}{14}x^2$이므로
$f(0)+f(-1)+f(2)+f(-3)$
$=\frac{9}{14}\times0+\frac{9}{14}\times1+\frac{9}{14}\times4+\frac{9}{14}\times9=9$

04 그래프가 위로 볼록하므로 $a-2<0$ $\quad\therefore a<2$
따라서 a의 값이 될 수 없는 것은 ④, ⑤이다.
참고 $a=2$일 때, $y=(a-2)\times x^2=0\times x^2=0$이므로 이차함수가 아니다.

05 이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 점 $(2, -4)$를 지나므로
$-4=a\times2^2$에서 $4a=-4$ $\quad\therefore a=-1$
따라서 주어진 이차함수는 $y=-x^2$이다.
① $-2\neq-1^2$이므로 점 $(1, -2)$를 지나지 않는다.
③ x^2의 계수가 -1로 음수이므로 위로 볼록한 포물선이다.
④ 이차함수 $y=x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이다.
⑤ $x>0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

06 ㉠과 ㉡은 아래로 볼록한 포물선이고 ㉠이 ㉡보다 폭이 넓으므로 ㉠은 $y=2x^2$이고, ㉡은 $y=4x^2$이다.
또, ㉢은 위로 볼록한 포물선이므로 $y=-2x^2$이다.

07 ①, ② 주어진 이차함수의 그래프는 모두 y축에 대하여 대칭이고, 원점 $(0, 0)$을 지난다.
③ x^2의 계수의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아지므로 그래프의 폭이 가장 좁은 것은 ㄱ이다.
④ ㄴ, ㄹ은 x^2의 계수의 절댓값이 같지 않으므로 x축에 대하여 대칭이 아니다.
⑤ 아래로 볼록한 그래프는 x^2의 계수가 양수이므로 ㄱ, ㄴ이다.

08 ① ㉠은 점 $(1, 2)$를 지나므로 $2=a\times1^2$ $\quad\therefore a=2$
$\therefore y=2x^2$
② ㉡은 점 $(1, 1)$을 지나므로 $1=a\times1^2$ $\quad\therefore a=1$
$\therefore y=x^2$
③ ㉢은 점 $(2, 2)$를 지나므로 $2=a\times2^2$, $2=4a$
$\therefore a=\frac{1}{2}$ $\quad\therefore y=\frac{1}{2}x^2$
④ ㉣은 점 $(2, -2)$를 지나므로 $-2=a\times2^2$, $-2=4a$
$\therefore a=-\frac{1}{2}$ $\quad\therefore y=-\frac{1}{2}x^2$
⑤ ㉤은 점 $(1, -1)$을 지나므로 $-1=a\times1^2$
$\therefore a=-1$ $\quad\therefore y=-x^2$

09 $a>0$일 때, 이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 원점을 제외한 모든 부분이 x축보다 위쪽에 있으므로 이 그래프 위의 원점을 제외한 모든 점의 (y좌표)>0이다.
⑤ 점 $(3, -6)$은 y좌표가 음수이므로 이 그래프 위의 점이 될 수 없다.

10 이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 점 $(-2, 12)$를 지나므로
$12=a\times(-2)^2$, $12=4a$ $\quad\therefore a=3$
따라서 이차함수 $y=3x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 이차함수의 그래프의 식은 $y=-3x^2$

11 점 A가 이차함수 $y=\frac{1}{4}x^2$의 그래프 위에 있으므로
점 A의 좌표를 $A\left(a, \frac{1}{4}a^2\right)$ $(a>0)$이라고 하자.
□ABCD가 직사각형이므로 $\overline{BC}=\overline{AD}$
따라서 두 점 A, B는 y축에 대하여 대칭이므로
$B\left(-a, \frac{1}{4}a^2\right)$
$\overline{AB}:\overline{BC}=4:1$이므로 $2a:\frac{1}{4}a^2=4:1$
$a^2=2a$, $a^2-2a=0$, $a(a-2)=0$
이때 $a\neq0$이므로 $a=2$
$\therefore$ □ABCD$=\overline{AB}\times\overline{BC}=2a\times\frac{1}{4}a^2=4\times1=4$

12 주어진 포물선을 나타내는 이차함수의 식을 $y=ax^2$ $(a\neq0)$으로 놓자. ❶
이 포물선이 점 $(-4, -4)$를 지나므로
$-4=a\times(-4)^2$, $16a=-4$ $\quad\therefore a=-\frac{1}{4}$ ❷
따라서 이차함수 $y=-\frac{1}{4}x^2$의 그래프가 점 $(2, k)$를 지나므로
$k=-\frac{1}{4}\times2^2=-1$ ❸

단계	채점 기준	비율
❶	주어진 포물선을 나타내는 이차함수의 식을 $y=ax^2$으로 놓기	20 %
❷	a의 값 구하기	40 %
❸	k의 값 구하기	40 %

13 이차함수 $y=2x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 그래프가 나타내는 이차함수의 식은 $y=-2x^2$ ❶
이 그래프가 점 $(a, a-3)$을 지나므로

$a-3=-2a^2$ ❷

$2a^2+a-3=0,\ (2a+3)(a-1)=0$

$\therefore a=-\frac{3}{2}$ 또는 $a=1$

이때 a는 양수이므로 $a=1$ ❸

단계	채점 기준	비율
❶	x축에 대하여 대칭인 그래프가 나타내는 이차함수의 식 구하기	40 %
❷	a의 값을 구하는 식 세우기	30 %
❸	a의 값 구하기	30 %

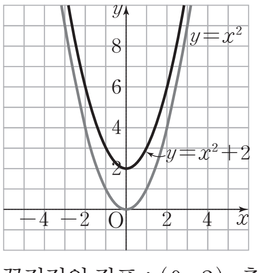
2 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프

29 이차함수 $y=ax^2+q$, $y=a(x-p)^2$의 그래프

개념 다지기 본문 112쪽

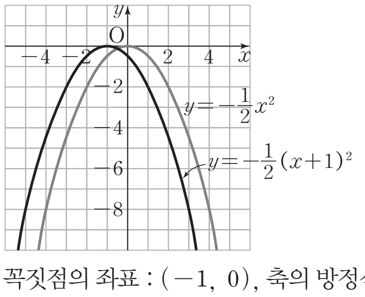
1 답 (1) $y=-\frac{2}{3}x^2-3$ (2) $y=-\frac{2}{3}(x-5)^2$

2 답 (1)



꼭짓점의 좌표 : $(0,\ 2)$, 축의 방정식 : $x=0$

(2)



꼭짓점의 좌표 : $(-1,\ 0)$, 축의 방정식 : $x=-1$

핵심문제 익히기 본문 113쪽

핵심 1 답 ⑤

이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 그래프가 나타내는 이차함수의 식은 $y=a(x+1)^2$

이 그래프가 점 $(1,\ 8)$을 지나므로

$8=a\times 2^2,\ 4a=8 \qquad \therefore a=2$

유제 1 답 ③

이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프가 나타내는 이차함수의 식은 $y=-\frac{1}{2}x^2+3$

이 그래프가 점 $(2,\ k)$를 지나므로

$k=-\frac{1}{2}\times 2^2+3=1$

핵심 2 답 ④

① x^2의 계수가 4로 양수이므로 아래로 볼록한 포물선이다.

② 축의 방정식은 $x=0$이다.

③ 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ -3)$이다.

⑤ 이차함수 $y=4x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 것이다.

유제 2 답 ①, ③

① $x<0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

③ x^2의 계수가 -3으로 음수이므로 위로 볼록한 포물선이다.

핵심 3 답 ㄱ, ㄷ, ㅁ

ㄴ. 축의 방정식은 $x=-1$이다.

ㄹ. $2\neq -2(-2+1)^2=-2$이므로 점 $(-2,\ 2)$를 지나지 않는다.

유제 3 답 ④

④ $x<2$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

30 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프

개념 다지기 본문 114~115쪽

1 답 (1) $y=(x-1)^2+2$ (2) $y=\frac{1}{4}(x+3)^2-6$

(3) $y=-5(x+2)^2+5$ (4) $y=-\frac{3}{2}(x-4)^2-3$

2 답 (1) x축 : 2, y축 : 3 (2) x축 : -4, y축 : -5

3 답 (1) $(-2,\ 1)$, $x=-2$ (2) $(2,\ 3)$, $x=2$

(3) $(3,\ -1)$, $x=3$ (4) $(-1,\ -4)$, $x=-1$

4 답 (1) 위, $<$ (2) x, $<$ (3) y, $>$

5 답 (1) $y=2(x+3)^2-1$ (2) $y=3(x-1)^2-4$

(1) $-y=-2(x+3)^2+1 \qquad \therefore y=2(x+3)^2-1$

(2) $y=3(-x+1)^2-4 \qquad \therefore y=3(x-1)^2-4$

핵심문제 익히기 본문 116쪽

핵심 1 답 ㄴ, ㄷ

ㄱ. $y=-(x-2)^2-5$에 $x=0$을 대입하면 $-(0-2)^2-5=-9$이므로 y축과 만나는 점의 좌표는 $(0,\ -9)$이다.

ㄹ. 이차함수 $y=-x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 것이다.

유제 1 답 ③

③ $y=2(x+3)^2-1$에 $x=0$을 대입하면 $2(0+3)^2-1=17$이므로 y축과 만나는 점의 y좌표는 17이다.

핵심 2 답 ②

그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$

꼭짓점 $(p,\ -q)$가 제3사분면 위에 있으므로

$p<0,\ -q<0 \qquad \therefore p<0,\ q>0$

유제 2 답 $apq>0$

그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

꼭짓점 $(-p,\ q)$가 제1사분면 위에 있으므로

$-p>0,\ q>0 \qquad \therefore\ p<0,\ q>0$

$\therefore\ apq>0$

핵심 3 답 ④

이차함수 $y=-2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동하면

$y=-2(x-3)^2-1$

이 그래프를 다시 x축에 대하여 대칭이동하면

$-y=-2(x-3)^2-1 \qquad \therefore\ y=2(x-3)^2+1$

유제 3 답 $\frac{1}{3}$

이차함수 $y=\frac{1}{3}(x+4)^2-1$의 그래프를 y축에 대하여 대칭이동하면

$y=\frac{1}{3}(-x+4)^2-1$, 즉 $y=\frac{1}{3}(x-4)^2-1$

이 그래프가 점 $(2,\ k)$를 지나므로

$k=\frac{1}{3}(2-4)^2-1=\frac{1}{3}$

실력 굳히기

본문 117~118쪽

01 ④	02 ①	03 ①	04 ⑤	05 ①	06 ④
07 $y=2(x-7)^2-5$		08 ⑤	09 ④	10 ④	
11 $-3<k<2$	12 ①	13 $-\frac{1}{8}$	14 11		

01 이차함수 $y=-(x+3)^2$의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(-3,\ 0)$이고 위로 볼록하므로 알맞은 것은 ④이다.

02 $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 k만큼 평행이동한 그래프가 나타내는 이차함수의 식은

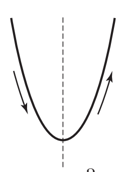
$y=\frac{1}{2}x^2+k$

이 그래프가 점 $(-4,\ 3)$을 지나므로

$3=\frac{1}{2}\times(-4)^2+k \qquad \therefore\ k=-5$

03 이차함수 $y=\frac{1}{4}(x+3)^2$의 그래프의 개형은 오른쪽 그림과 같으므로 x의 값이 증가할 때, y의 값이 감소하는 x의 값의 범위는

$x<-3$



04 이차함수 $y=a(x-m)^2$의 그래프는 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼 평행이동한 것으로 두 점 A, B의 y좌표는 같다.

따라서 $\overline{AB}=|m|$, 즉 $|m|=6$이므로

$m=6$ 또는 $m=-6$

그런데 m은 양수이므로 $m=6$

05 ②, ③, ④, ⑤의 이차함수는 x^2의 계수가 2로 같으므로 각 그래프들을 적당히 평행이동하면 서로 완전히 포갤 수 있다.

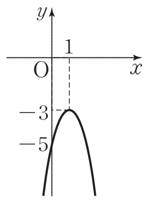
①의 이차함수는 $y=\frac{1}{2}x^2$으로 x^2의 계수가 $\frac{1}{2}$이므로 평행이동하여 나머지 네 개의 그래프와 완전히 포갤 수 없다.

06 $y=3(x+3)^2-2$의 그래프가 점 $(-4,\ k)$를 지나므로

$k=3(-4+3)^2-2=1$

07 $y=2(x-4-3)^2-4-1 \qquad \therefore\ y=2(x-7)^2-5$

08 이차함수 $y=-2(x-1)^2-3$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



① 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ -3)$이다.

② 위로 볼록한 포물선이다.

③ $y=-5$일 때, $-5=-2(x-1)^2-3$

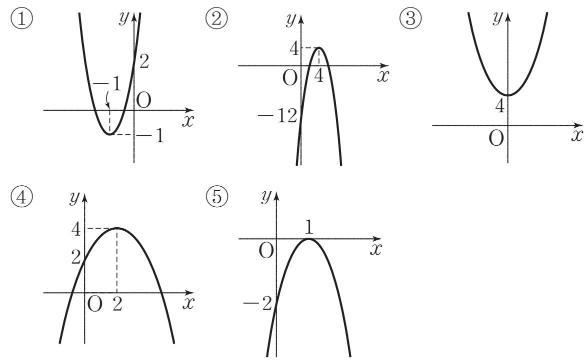
에서 $(x-1)^2=1,\ x-1=\pm1$

$\therefore\ x=0,\ 2$

따라서 두 점 $(0,\ -5)$, $(2,\ -5)$를 지난다.

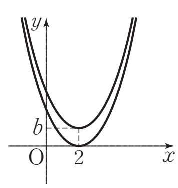
④ 제3, 4사분면을 지난다.

09 각 이차함수의 그래프는 다음 그림과 같다.



따라서 그래프가 모든 사분면을 지나는 것은 ④이다.

10 이차함수 $y=a(x-2)^2+b$의 그래프가 제3, 4사분면을 지나지 않으려면 오른쪽 그림과 같아야 하므로



$a>0,\ b\ge0$

$\therefore\ ab\ge0$

11 주어진 이차함수의 그래프를 x축의 방향으로 k만큼, y축의 방향으로 $k+3$만큼 평행이동하면

$y=\frac{2}{3}(x-k+2)^2+k+3$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(k-2,\ k+3)$이다.

이때 꼭짓점이 제2사분면 위에 있으므로 꼭짓점의

$(x\text{좌표})=k-2<0,\ (y\text{좌표})=k+3>0$

따라서 $k<2$이고 $k>-3$이므로 $-3<k<2$

12 $y=-3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동하면

$y=-3(x-1)^2-2$

이 그래프를 y축에 대하여 대칭이동하면

$y=-3(-x-1)^2-2$, 즉 $y=-3(x+1)^2-2$
따라서 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ -2)$이므로
$p=-1,\ q=-2$
$\therefore p+q=(-1)+(-2)=-3$

13 주어진 이차함수의 그래프의 꼭짓점 A의 좌표는 A$(0,\ 8)$이다. ❶
또, x축과 만나는 두 점 B, C의 좌표를 각각
B$(-k,\ 0)$, C$(k,\ 0)(k>0)$
이라고 하면
$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 2k\times 8=64,\ 8k=64$
$\therefore k=8$ ❷
즉, 이차함수 $y=ax^2+8$의 그래프가 점 C$(8,\ 0)$을 지나므로
$0=a\times 8^2+8,\ 0=64a+8 \quad \therefore a=-\frac{1}{8}$ ❸

단계	채점 기준	비율
❶	꼭짓점 A의 좌표 구하기	20 %
❷	점 C(또는 B)의 x좌표 구하기	40 %
❸	a의 값 구하기	40 %

14 $y=3(x-3)^2+4$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 -5만큼 평행이동하면
$y=3(x+2-3)^2+4-5$
$\therefore y=3(x-1)^2-1$ ❶
이 그래프가 점 $(3,\ a)$를 지나므로
$a=3(3-1)^2-1=3\times 2^2-1=11$ ❷

단계	채점 기준	비율
❶	평행이동한 그래프가 나타내는 이차함수의 식 구하기	60 %
❷	a의 값 구하기	40 %

학교시험 미리보기
본문 119~122쪽

01 ④	02 ③	03 ②	04 ①	05 ②	06 ④
07 ④	08 ⑤	09 ③	10 ③	11 ⑤	12 ⑤
13 ②	14 ③	15 ②	16 ⑤	17 ⑤	18 ①
19 ④	20 ③	21 1	22 10	23 -1	24 36

01 $y=x(x^2-2x)-ax^3=(1-a)x^3-2x^2$이 이차함수이므로
$1-a=0 \quad \therefore a=1$
① $y=x-3$
② $y=x^2-(x-1)^2=2x-1$
③ $y=x^3-4$
④ $y=x^2-3$
⑤ $y=(x+1)(x+2)-x^2=3x+2$

02 $f(-2)=-(-2)^2+4\times(-2)+3=-9$,
$f(1)=-1^2+4\times 1+3=6$
$\therefore f(-2)+f(1)=(-9)+6=-3$

03 이차함수 $y=ax^2+q$의 그래프를 y축의 방향으로 3만큼 평행이동하면
$y=ax^2+q+3$
이 그래프가 이차함수 $y=ax^2-4$의 그래프와 완전히 포개어지므로
$q+3=-4 \quad \therefore q=-7$
즉, 이차함수 $y=ax^2-7$의 그래프가 점 $(2,\ -5)$를 지나므로
$-5=a\times 2^2-7,\ 4a=2 \quad \therefore a=\frac{1}{2}$
$\therefore 2a+q=2\times\frac{1}{2}+(-7)=-6$

04 축의 방정식이 $x=-2$이므로 $p=-2$
즉, 이차함수 $y=a(x+2)^2$의 그래프가 점 $(-3,\ 2)$를 지나므로
$2=a(-3+2)^2 \quad \therefore a=2$
$\therefore ap=2\times(-2)=-4$

05 일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 오른쪽 위로 향하므로 $a>0$
또, y절편이 0보다 작으므로 $b<0$
따라서 이차함수 $y=ax^2+b$의 그래프는 아래로 볼록하고 꼭짓점의 y좌표가 음수인 포물선이므로 ②이다.

06 x^2의 계수의 절댓값이 작을수록 폭이 넓어지므로 폭이 가장 넓은 것은 ④이다.

07 ④ $y=-\frac{3}{4}(x-1)^2+5=-\frac{3}{4}(x-1)^2+1+4$이므로 이차함수 $y=-\frac{3}{4}x^2+1$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 것이다.

08 이차함수 $y=(x-a)^2+b$의 그래프가 점 $(1,\ 6)$을 지나므로
$6=(1-a)^2+b$ ······ ㉠
이차함수 $y=(x-a)^2+b$의 그래프의 꼭짓점 $(a,\ b)$가 직선 $y=2x-4$ 위에 있으므로
$b=2a-4$ ······ ㉡
㉡을 ㉠에 대입하면
$6=(1-a)^2+2a-4,\ a^2=9$
이때 $a>0$이므로 $a=3,\ b=2\times 3-4=2$
$\therefore a+b=3+2=5$

09 조건 (가), (다)에 의하여 x^2의 계수는 -2이다.
조건 (나)에 의하여 꼭짓점의 x좌표와 y좌표는 모두 음수이다.
따라서 주어진 세 조건을 모두 만족시키는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식은 ③이다.

10 이차함수 $y=-\frac{1}{2}(x+a)^2+b$의 그래프의 꼭짓점의 x좌표가 3이므로 $a=-3$
즉, $y=-\frac{1}{2}(x-3)^2+b$의 그래프가 원점 $(0,\ 0)$을 지나므로
$0=-\frac{1}{2}\times(-3)^2+b \quad \therefore b=\frac{9}{2}$
따라서 꼭짓점의 좌표는 A$\left(3,\ \frac{9}{2}\right)$

또, $\frac{1}{2}\overline{OB}=3$이므로 $\overline{OB}=6$

$\therefore \triangle AOB=\frac{1}{2}\times6\times\frac{9}{2}=\frac{27}{2}$

11 주어진 이차함수의 그래프의 축의 방정식이 $x=3$이므로

$p=3$

또, 이차함수 $y=a(x-3)^2+b$의 그래프가 점 $(5,\ 9)$를 지나므로 $9=4a+b$ ...... ㉠

이차함수 $y=a(x-3)^2+b$의 그래프가 점 $(1,\ q)$를 지나므로 $q=4a+b$ ...... ㉡

㉠, ㉡에서 $q=9$

$\therefore p+q=3+9=12$

12 주어진 그래프는 위로 볼록하므로 $a<0$

꼭짓점 $(p,\ q)$가 제1사분면 위에 있으므로 $p>0$, $q>0$

① $-a>0$ ④ $-apq>0$ ⑤ $-a^2pq<0$

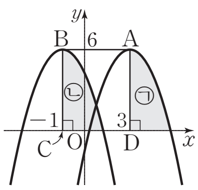
13 주어진 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$

꼭짓점 $(-p,\ -q)$가 제4사분면 위에 있으므로

$-p>0,\ -q<0$

$\therefore p<0,\ q>0$

14 두 이차함수 $y=-(x-3)^2+6$, $y=-(x+1)^2+6$의 그래프의 폭이 같으므로 ㉠의 넓이와 ㉡의 넓이는 같다. 따라서 문제의 색칠한 부분의 넓이는 □ABCD의 넓이와 같다.



이때 $A(3,\ 6)$, $B(-1,\ 6)$이므로

□ABCD$=4\times6=24$

15 이차함수 $y=-2(x+2)^2+1$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 -4만큼 평행이동하면

$y=-2(x-3+2)^2+1-4$, 즉 $y=-2(x-1)^2-3$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ -3)$이므로 $p=1$, $q=-3$

$\therefore p+q=1+(-3)=-2$

16 $y=(x-6)^2-28$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(6,\ -28)$

이때 점 $(6,\ -28)$을 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동하면 점 $(6+p,\ -28+q)$

이것이 $y=(x+1)^2+2$의 그래프의 꼭짓점 $(-1,\ 2)$와 같으므로

$6+p=-1,\ -28+q=2$ $\therefore p=-7,\ q=30$

$\therefore p+q=(-7)+30=23$

| 다른 풀이 | 이차함수 $y=(x-6)^2-28$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동하면

$y=(x-p-6)^2-28+q$

이 그래프가 이차함수 $y=(x+1)^2+2$의 그래프와 일치하므로

$-p-6=1,\ -28+q=2$ $\therefore p=-7,\ q=30$

$\therefore p+q=(-7)+30=23$

17 이차함수 $y=-2x^2+8$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ 8)$이다.

이때 점 $(0,\ 8)$을 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 $3-p$만큼 평행이동한 점의 좌표는

$(p,\ 8+3-p)$, 즉 $(p,\ 11-p)$

이 점이 제4사분면 위에 있으므로

(x좌표)$=p>0$, (y좌표)$=11-p<0$

$\therefore p>11$

18 x^2의 계수의 절댓값이 같으면 평행이동 또는 대칭이동하여 완전히 포갤 수 있다.

따라서 주어진 이차함수 중 x^2의 계수가 2 또는 -2인 것을 고르면 ㄹ, ㅁ이다.

19 이차함수 $y=ax^2-3$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동하면

$-y=ax^2-3$ $\therefore y=-ax^2+3$

이 그래프가 점 $(-2,\ -5)$를 지나므로

$-5=-4a+3,\ 4a=8$ $\therefore a=2$

20 이차함수 $y=-a(x-p)^2+q$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동하면

$-y=-a(x-p)^2+q$ $\therefore y=a(x-p)^2-q$

이 그래프를 y축에 대하여 대칭이동하면

$y=a(-x-p)^2-q$ $\therefore y=a(x+p)^2-q$

이 그래프가 이차함수 $y=3(x-2)^2+1$의 그래프와 일치하므로 $a=3$, $p=-2$, $q=-1$

$\therefore apq=3\times(-2)\times(-1)=6$

21 **1단계** $y=x^2-4$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ -4)$
$y=a(x-b)^2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(b,\ 0)$

2단계 $y=x^2-4$의 그래프가 점 $(b,\ 0)$을 지나므로
$0=b^2-4$, $b^2=4$
이때 $b>0$이므로 $b=2$

3단계 $y=a(x-2)^2$의 그래프가 점 $(0,\ -4)$를 지나므로
$-4=a(0-2)^2$, $4a=-4$
$\therefore a=-1$

4단계 $a+b=(-1)+2=1$

22 **1단계** $y=2(x-a-1)^2-3+b$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(a+1,\ -3+b)$이므로
$a+1=c,\ -3+b=2$

2단계 $b=5$
$y=2(x-c)^2+2$의 그래프가 점 $(1,\ 4)$를 지나므로
$4=2(1-c)^2+2$, $(c-1)^2=1$
$\therefore c-1=\pm1$
이때 $c>0$이므로 $c=2$
$\therefore a=c-1=2-1=1$

3단계 $abc=1\times5\times2=10$

23 $y=-3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동하면

$y=-3(x+1)^2+2$ .... ❶

이 그래프가 점 $(m,\ 2)$를 지나므로

$2=-3(m+1)^2+2$, $(m+1)^2=0$

$\therefore m=-1$ ……… ❷

단계	채점 기준	비율
❶	평행이동한 그래프의 식 구하기	50 %
❷	m의 값 구하기	50 %

24 주어진 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(0,\ 3)$이므로

$q=3$

즉, $y=ax^2+3$의 그래프가 점 $A(2,\ 1)$을 지나므로

$1=a\times 2^2+3$, $4a=-2$

$\therefore a=-\frac{1}{2}$ ……… ❶

$\overline{CD}=8$이므로 점 C의 x좌표는 -4이고, 점 D의 x좌표는 4이다.

$x=4$일 때, $y=-\frac{1}{2}\times 4^2+3=-5$이므로

$C(-4,\ -5)$, $D(4,\ -5)$ ……… ❷

따라서 □ABCD에서 $\overline{AB}=4$, $\overline{CD}=8$이고, 높이는 $1-(-5)=6$이므로

□ABCD$=\frac{1}{2}\times(4+8)\times 6=36$ ……… ❸

단계	채점 기준	비율
❶	a, q의 값 구하기	30 %
❷	두 점 C, D의 좌표 구하기	40 %
❸	□ABCD의 값 구하기	30 %

Ⅳ-2 | 이차함수의 그래프의 성질

1 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프

31 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프

개념 다지기 본문 123쪽

1 답 (1) $y=(x-2)^2+1$ (2) $y=3(x+1)^2-3$
(3) $y=-2(x+1)^2+5$ (4) $y=\frac{1}{3}(x-6)^2-4$

(1) $y=x^2-4x+5=(x^2-4x+4-4)+5$
$=(x-2)^2+1$

(2) $y=3x^2+6x=3(x^2+2x+1-1)$
$=3(x+1)^2-3$

(3) $y=-2x^2-4x+3=-2(x^2+2x+1-1)+3$
$=-2(x+1)^2+5$

(4) $y=\frac{1}{3}x^2-4x+8=\frac{1}{3}(x^2-12x+36-36)+8$
$=\frac{1}{3}(x-6)^2-4$

2 답 (1) 꼭짓점의 좌표 : $\left(\frac{4}{3},\ -\frac{10}{3}\right)$, 축의 방정식 : $x=\frac{4}{3}$
(2) 꼭짓점의 좌표 : $\left(1,\ -\frac{3}{2}\right)$, 축의 방정식 : $x=1$

(1) $y=3x^2-8x+2=3\left(x-\frac{4}{3}\right)^2-\frac{10}{3}$

(2) $y=-\frac{1}{2}x^2+x-2=-\frac{1}{2}(x-1)^2-\frac{3}{2}$

3 답 (1) x축 : $(-1,\ 0)$, y축 : $(0,\ 1)$
(2) x축 : $\left(\frac{1}{4},\ 0\right)$, $(1,\ 0)$, y축 : $(0,\ -1)$

핵심문제 익히기 본문 124쪽

핵심 1 답 ②

① $y=x^2-6x+10=(x-3)^2+1 \rightarrow (3, 1)$
② $y=-3x^2-6x=-3(x+1)^2+3 \rightarrow (-1, 3)$
③ $y=\frac{1}{2}x^2-x+3=\frac{1}{2}(x-1)^2+\frac{5}{2} \rightarrow \left(1,\ \frac{5}{2}\right)$
④ $y=(x+2)(x-2)=x^2-4 \rightarrow (0, -4)$
⑤ $y=-(x+4)(x-2)=-x^2-2x+8=-(x+1)^2+9$
$\rightarrow (-1, 9)$

유제 1 답 ③

① 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ 1)$이므로 y축 위에 있다.
② $y=2x^2-8x+9=2(x-2)^2+1$이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ 1)$이다. 따라서 제1사분면 위에 있다.
③ $y=-x^2+4x-5=-(x-2)^2-1$이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ -1)$이다. 따라서 제4사분면 위에 있다.
④ $y=x(2x-4)+4=2x^2-4x+4=2(x-1)^2+2$이므로 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ 2)$이다. 따라서 제1사분면 위에 있다.
⑤ $y=\frac{1}{2}x^2+x-1=\frac{1}{2}(x+1)^2-\frac{3}{2}$이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(-1,\ -\frac{3}{2}\right)$이다. 따라서 제3사분면 위에 있다.

핵심 2 답 3

$y=x^2-4x+6=(x-2)^2+2$이므로 이 이차함수의 그래프는 이차함수 $y=(x-3)^2-2$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $m=-1$, $n=4$이므로

$m+n=(-1)+4=3$

유제 2 답 -2

$y=-x^2-2x+8=-(x+1)^2+9$,
$y=-x^2-6x-4=-(x+3)^2+5$이므로 이차함수
$y=-x^2-2x+8$의 그래프는 이차함수 $y=-x^2-6x-4$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $m=2$, $n=4$이므로

$m-n=2-4=-2$

핵심 3 답 ㄱ, ㄷ

ㄱ. $x=0$일 때, $y=1$이므로 점 $(0,\ 1)$을 지난다.
ㄴ. $y=-x^2-6x+1=-(x+3)^2+10$이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-3,\ 10)$이다.
ㄷ. $y=-x^2-6x+1$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동하면 $-y=-x^2-6x+1$, 즉 $y=x^2+6x-1$이다.
ㄹ. $y=-(x+3)^2+10$의 그래프는 $y=-x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 10만큼 평행이동한 것이다.

유제 3 답 ①, ③

① $y=2x^2-8x+1=2(x-2)^2-7$이므로 축의 방정식은 $x=2$이다.

② $11=2\times(-1)^2-8\times(-1)+1$이므로 점 $(-1,\ 11)$을 지난다.

③ $x=0$일 때, $y=1$이므로 y축과 만나는 점의 y좌표는 1이다.

④ $y=2(x-2)^2-7$의 그래프를 y축에 대하여 대칭이동하면 $y=2(-x-2)^2-7$, 즉 $y=2(x+2)^2-7$이다.

32 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프에서 a, b, c의 부호

개념 다지기 본문 125쪽

1 답 $>$, 다른, $<$, $>$

2 답 (1) -1, $>$ (2) 2, $<$

핵심문제 익히기 본문 126쪽

핵심 1 답 (1) $a>0,\ b>0,\ c<0$ (2) $a<0,\ b>0,\ c>0$

(1) 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$

축이 y축의 왼쪽에 있으므로 a와 b는 같은 부호이다.

$\therefore b>0$

y축과의 교점이 x축보다 아래쪽에 있으므로 $c<0$

(2) 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

축이 y축의 오른쪽에 있으므로 a와 b는 다른 부호이다.

$\therefore b>0$

y축과의 교점이 x축보다 위쪽에 있으므로 $c>0$

유제 1 답 $a<0,\ b<0,\ c>0$

그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

축이 y축의 왼쪽에 있으므로 a와 b는 같은 부호이다.

$\therefore b<0$

y축과의 교점이 x축보다 위쪽에 있으므로 $c>0$

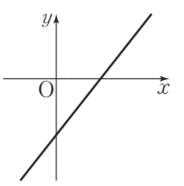
핵심 2 답 ②

축이 y축의 왼쪽에 있으므로 $a>0$

y축과의 교점이 x축보다 아래쪽에 있으므로

$b<0$

따라서 일차함수 $y=ax+b$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제2사분면을 지나지 않는다.



유제 2 답 ③

주어진 일차함수의 그래프에서 $a>0$, $-b>0$이므로 $a>0$, $b<0$

이차함수 $y=bx^2+ax+a-b$의 그래프에서

(ⅰ) $b<0$이므로 위로 볼록하다.

(ⅱ) a와 b의 부호가 다르므로 축은 y축의 오른쪽에 있다.

(ⅲ) $a-b>0$이므로 y축과의 교점은 x축보다 위쪽에 있다.

따라서 이차함수 $y=bx^2+ax+a-b$의 그래프로 알맞은 것은 ③이다.

핵심 3 답 제1사분면

그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$

축이 y축의 왼쪽에 있으므로 a와 b는 같은 부호이다.

$\therefore b>0$

y축과의 교점이 x축보다 위쪽에 있으므로 $c>0$

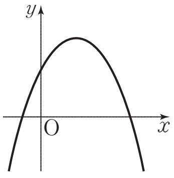
즉, $-a<0,\ b>0,\ c>0$이므로 이차함수 $y=-ax^2+bx+c$의 그래프는

(ⅰ) $-a<0$에서 위로 볼록하다.

(ⅱ) $-a$와 b의 부호가 다르므로 축이 y축의 오른쪽에 있다.

(ⅲ) $c>0$에서 y축과의 교점은 x축보다 위쪽에 있다.

따라서 이차함수 $y=-ax^2+bx+c$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 꼭짓점은 제1사분면 위에 있다.

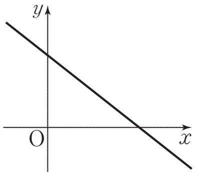


유제 3 답 ③

$y=ax^2+bx+c$의 그래프의 꼭짓점이 제2사분면 위에 있으므로 축은 y축의 왼쪽에 있다.

즉, a와 b의 부호는 같으므로 $b<0$

따라서 $b<0$, $c>0$에서 $y=bx+c$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제3사분면을 지나지 않는다.



실력 굳히기 본문 127쪽

01 ①	02 ④	03 ②	04 ②	05 ④	06 ⑤
07 27					

01 $y=\frac{1}{2}x^2+2x+5=\frac{1}{2}(x+2)^2+3$이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-2,\ 3)$이고 축의 방정식은 $x=-2$이다.

02 $y=2x^2-4x+m-1=2(x-1)^2+m-3$이므로 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ m-3)$이다.

이때 꼭짓점이 직선 $y=x+3$ 위에 있으므로

$m-3=1+3 \qquad \therefore m=7$

03 ① $y=x^2-4x+8=(x-2)^2+4 \rightarrow x=2$

② $y=-\frac{1}{2}x^2-4x+4=-\frac{1}{2}(x+4)^2+12 \rightarrow x=-4$

③ $y=-2x^2+8x+4=-2(x-2)^2+12 \rightarrow x=2$

④ $y=(x-2)^2+4 \rightarrow x=2$

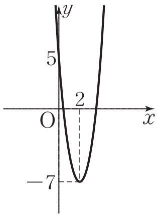
⑤ $y=\frac{1}{2}x^2-2x-4=\frac{1}{2}(x-2)^2-6 \rightarrow x=2$

04 $y=3x^2-12x+5=3(x-2)^2-7$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

① $x=0$일 때, $y=5$이므로 점 $(0,\ 5)$를 지난다.

② 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ -7)$이다.

③ $y=3(x-2)^2-7$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 7만큼 평행이동하면



이차함수 $y=3x^2$의 그래프와 완전히 포개어진다.

④ 그래프는 제3사분면을 지나지 않는다.

05 이차함수 $y=-x^2+4x-3=-(x-2)^2+1$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ 1)$이므로 이 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$(2+2,\ 1+(-1))$, 즉 $(4,\ 0)$

이차함수 $y=x^2+ax+b$의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(4,\ 0)$이므로

$y=x^2+ax+b=(x-4)^2=x^2-8x+16$

따라서 $a=-8$, $b=16$이므로

$a+b=(-8)+16=8$

06 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

축이 y축의 오른쪽에 있으므로 a와 $-b$의 부호가 다르다.

$\therefore -b>0$, 즉 $b<0$

y축과의 교점이 x축보다 위쪽에 있으므로 $c>0$

① $a<0,\ b<0$이므로 $ab>0$

② $b<0,\ c>0$이므로 $bc<0$

③ $x=-1$일 때, y의 값은 음수이므로 $x=-1$을 주어진 식에 대입하면 $a+b+c<0$

④ $x=1$일 때, y의 값은 양수이므로 $x=1$을 주어진 식에 대입하면 $a-b+c>0$

⑤ $x=2$일 때, y의 값은 음수이므로 $x=2$를 주어진 식에 대입하면 $4a-2b+c<0$

07 $y=-x^2+4x+5=-(x-2)^2+9$이므로

$A(2,\ 9)$ ······ ❶

$-x^2+4x+5=0$에서 $x^2-4x-5=0$

$(x+1)(x-5)=0$ $\quad\therefore x=-1$ 또는 $x=5$

$\therefore B(-1,\ 0),\ C(5,\ 0)$ ······ ❷

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\times9=27$ ······ ❸

단계	채점 기준	비율
❶	점 A의 좌표 구하기	30 %
❷	두 점 B, C의 좌표 구하기	40 %
❸	△ABC의 넓이 구하기	30 %

2 이차함수의 식과 최댓값, 최솟값

33 이차함수의 식 구하기

개념 다지기

본문 128~129쪽

1 답 **$3,\ 4,\ 0,\ -5,\ -1,\ -(x-3)^2+4$**

2 답 **$p=-1,\ q=-3$**

이차함수 $y=2(x-p)^2+q$의 그래프의 축의 방정식은 $x=p$이므로 $p=-1$

따라서 이차함수 $y=2(x+1)^2+q$의 그래프가 점 $(1,\ 5)$를 지나므로 $5=2\times2^2+q$ $\quad\therefore q=-3$

3 답 **$y=2x^2-4x+2$**

축의 방정식이 $x=1$이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-1)^2+q$로 놓으면 두 점 $(0,\ 2)$, $(3,\ 8)$을 지나므로

$2=a+q,\ 8=4a+q$

두 식을 연립하여 풀면 $a=2,\ q=0$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$y=2(x-1)^2$, 즉 $y=2x^2-4x+2$

4 답 (1) **$y=-2x^2-4x+1$** (2) **$y=2x^2+3x-2$**

(1) 구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$로 놓고

$x=0,\ y=1$을 대입하면 $c=1$

$x=-1,\ y=3$을 대입하면 $3=a-b+1$ ······ ㉠

$x=1,\ y=-5$를 대입하면 $-5=a+b+1$ ······ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-2,\ b=-4$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=-2x^2-4x+1$

(2) 구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$로 놓고

$x=0,\ y=-2$를 대입하면 $c=-2$

$x=1,\ y=3$을 대입하면 $3=a+b-2$ ······ ㉠

$x=-1,\ y=-3$을 대입하면 $-3=a-b-2$ ······ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2,\ b=3$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=2x^2+3x-2$

5 답 **$a=1,\ b=-8,\ c=12$**

구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-2)(x-6)$으로 놓으면 이 그래프가 점 $(0,\ 12)$를 지나므로

$12=a\times(-2)\times(-6)$ $\quad\therefore a=1$

따라서 $y=ax^2+bx+c=(x-2)(x-6)=x^2-8x+12$이므로

$a=1,\ b=-8,\ c=12$

6 답 **3**

구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+2)(x-3)$으로 놓으면 이 그래프가 점 $(2,\ 2)$를 지나므로

$2=a\times4\times(-1)$ $\quad\therefore a=-\frac{1}{2}$

따라서 $y=-\frac{1}{2}(x+2)(x-3)$의 그래프가 y축과 만나는 점의 y좌표는 $x=0$을 대입하면 $y=-\frac{1}{2}\times2\times(-3)=3$

핵심문제 익히기

본문 130쪽

핵심 1 답 ③

꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ 4)$이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c=a(x+1)^2+4$로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(-2,\ 6)$을 지나므로 $6=a+4$ $\quad\therefore a=2$

따라서 $y=2(x+1)^2+4=2x^2+4x+6$이므로

$b=4,\ c=6$ $\quad\therefore a+b-c=2+4-6=0$

유제 1 답 **$(0,\ 25)$**

꼭짓점의 좌표가 $(2,\ -3)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2-3$으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(1,\ 4)$를 지나므로 $4=a-3$ $\quad\therefore a=7$

따라서 $y=7(x-2)^2-3$이고 $x=0$을 대입하면

$y=7\times4-3=25$

이므로 y축과 만나는 점의 좌표는 $(0,\ 25)$이다.

핵심 2 답 $\frac{8}{5}$

구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2+q$로 놓으면 이 그래프가 두 점 $(-5,\ 0)$, $(0,\ 1)$을 지나므로

$0=9a+q,\ 1=4a+q$

두 식을 연립하여 풀면 $a=-\frac{1}{5},\ q=\frac{9}{5}$

따라서 $y=-\frac{1}{5}(x+2)^2+\frac{9}{5}=-\frac{1}{5}x^2-\frac{4}{5}x+1$이므로

$b=-\frac{4}{5},\ c=1$

$\therefore a-b+c=\left(-\frac{1}{5}\right)-\left(-\frac{4}{5}\right)+1=\frac{8}{5}$

유제 2 답 $(3,\ 4)$

구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-3)^2+q$로 놓으면 이 그래프가 두 점 $(1,\ 0)$, $(4,\ 3)$을 지나므로

$0=4a+q,\ 3=a+q$

두 식을 연립하여 풀면 $a=-1,\ q=4$

따라서 $y=-(x-3)^2+4$이므로 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(3,\ 4)$이다.

핵심 3 답 ①

구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$로 놓고

$x=0,\ y=2$를 대입하면 $c=2$

$x=2,\ y=6$을 대입하면

$6=4a+2b+2$, 즉 $2a+b=2$ ...... ㉠

$x=3,\ y=14$를 대입하면

$14=9a+3b+2$, 즉 $3a+b=4$ ...... ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2,\ b=-2$

$\therefore y=2x^2-2x+2$

이 그래프가 점 $(1,\ k)$를 지나므로 $k=2-2+2=2$

유제 3 답 15

구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$로 놓고

$x=0,\ y=15$를 대입하면 $c=15$

$x=-2,\ y=7$을 대입하면

$7=4a-2b+15$, 즉 $2a-b=-4$ ...... ㉠

$x=-3,\ y=0$을 대입하면

$0=9a-3b+15$, 즉 $3a-b=-5$ ...... ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-1,\ b=2$

$\therefore y=-x^2+2x+15$

이 그래프가 점 $(2,\ k)$를 지나므로 $k=-4+4+15=15$

34 이차함수의 최댓값과 최솟값

개념 다지기

본문 131쪽

1 답 (1) $(0,\ 0)$, 최솟값 0 (2) 위로 볼록, 최댓값 7 (3) 아래로 볼록, $(1,\ 0)$ (4) 위로 볼록, $(-1,\ -4)$, 최댓값 -4

2 답 (1) $x=1$일 때, 최솟값 1 (2) $x=4$일 때, 최댓값 12

(1) $y=3x^2-6x+4=3(x-1)^2+1$이므로 $x=1$일 때, 최솟값 1을 갖는다.

(2) $y=-2x^2+16x-20=-2(x-4)^2+12$이므로 $x=4$일 때, 최댓값 12를 갖는다.

핵심문제 익히기

본문 132쪽

핵심 1 답 ⑤

$y=\frac{2}{3}x^2-2x+1=\frac{2}{3}\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{1}{2}$이므로 $x=\frac{3}{2}$일 때, 최솟값 $-\frac{1}{2}$을 갖는다.

따라서 $a=\frac{3}{2},\ b=-\frac{1}{2}$이므로 $2a+4b=2\times\frac{3}{2}+4\times\left(-\frac{1}{2}\right)=1$

유제 1 답 -3

$y=-2x^2+2x+3=-2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7}{2}$이므로 $x=\frac{1}{2}$일 때, 최댓값 $\frac{7}{2}$을 갖는다.

따라서 $a=\frac{1}{2},\ b=\frac{7}{2}$이므로 $a-b=\frac{1}{2}-\frac{7}{2}=-3$

핵심 2 답 ①

$y=-4x^2+16x+k=-4(x-2)^2+k+16$이므로 $x=2$일 때 최댓값 $k+16$을 갖는다.

따라서 $k+16=7$이므로 $k=-9$

유제 2 답 5

$y=3x^2-6x+k-1=3(x-1)^2+k-4$이므로 $x=1$일 때 최솟값 $k-4$를 갖는다.

따라서 $k-4=1$이므로 $k=5$

핵심 3 답 0

$x=-1$일 때 최댓값 4를 가지므로

$y=ax^2+bx+c=a(x+1)^2+4$

이 그래프가 점 $(0,\ 3)$을 지나므로 $3=a+4$ $\therefore a=-1$

즉, $y=-(x+1)^2+4=-x^2-2x+3$이므로 $b=-2,\ c=3$

$\therefore a+b+c=(-1)+(-2)+3=0$

유제 3 답 $(0,\ 2)$, -5

이차함수 $y=ax^2+b$가 최댓값 2를 가지므로 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ 2)$이다. $\therefore b=2$

이 그래프가 점 $(2,\ -8)$을 지나므로

$-8=4a+2$ $\therefore a=-\frac{5}{2}$

$\therefore ab=\left(-\frac{5}{2}\right)\times2=-5$

실력 굳히기

본문 133~134쪽

01 ③	02 ⑤	03 ⑤	04 ④	05 -7	06 ①, ④
07 ⑤	08 ⑤	09 ①	10 ①	11 ⑤	12 ②
13 4	14 $(8,\ -9)$		15 9		

01 꼭짓점의 좌표가 $(0,\ 1)$이므로 $y=ax^2+bx+c=ax^2+1$로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(2,\ -7)$을 지나므로

$-7=4a+1,\ 4a=-8 \qquad \therefore a=-2$

따라서 $y=-2x^2+1$이므로 $b=0,\ c=1$

$\therefore a-b+c=(-2)-0+1=-1$

02 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 4)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2+4$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(0,\ 2)$를 지나므로

$2=4a+4,\ 4a=-2 \qquad \therefore a=-\frac{1}{2}$

따라서 $y=-\frac{1}{2}(x-2)^2+4$이고 이 그래프가 점 $(4,\ k)$를 지나므로 $k=-\frac{1}{2}\times 4+4=2$

03 그래프의 모양과 폭이 이차함수 $y=2x^2$의 그래프와 같고, 축의 방정식이 $x=-2$이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=2(x+2)^2+k$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(-1,\ 4)$를 지나므로

$4=2+k \qquad \therefore k=2$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=2(x+2)^2+2$

04 축의 방정식이 $x=2$이므로 포물선의 식을 $y=a(x-2)^2+q$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 두 점 $(4,\ 3)$, $(-2,\ -3)$을 지나므로

$3=4a+q,\ -3=16a+q$

두 식을 연립하여 풀면 $a=-\frac{1}{2},\ q=5$

따라서 포물선 $y=-\frac{1}{2}(x-2)^2+5$가 y축과 만나는 점의 y좌표는 $x=0$을 대입하면 $y=-\frac{1}{2}\times 4+5=3$

05 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 x축과 두 점 $(-1,\ 0)$, $(5,\ 0)$에서 만나므로 $y=a(x+1)(x-5)$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(2,\ 9)$를 지나므로

$9=-9a \qquad \therefore a=-1$

따라서 $y=-(x+1)(x-5)=-x^2+4x+5$이므로

$b=4,\ c=5$

$\therefore 4a-2b+c=4\times(-1)-2\times 4+5=-7$

06 이차함수에서 x^2의 계수가 양수이면 최솟값을 갖고, 최댓값은 없다. 따라서 최댓값이 없는 것은 ①, ④이다.

07 $y=-2x^2-12x-10=-2(x+3)^2+8$이므로 최댓값은 8이다.

08 $y=-2x^2+8x-3=-2(x-2)^2+5$이므로 $x=2$일 때, 최댓값 5를 갖는다. $\quad \therefore M=5$
또, $y=\frac{1}{2}x^2-2x+3=\frac{1}{2}(x-2)^2+1$이므로 $x=2$일 때, 최솟값 1을 갖는다. $\quad \therefore m=1$

$\therefore M-m=5-1=4$

09 이차함수 $y=x^2-6x+k$의 그래프가 점 $(-1,\ 3)$을 지나므로

$3=1+6+k \qquad \therefore k=-4$

따라서 $y=x^2-6x-4=(x-3)^2-13$이므로 $x=3$일 때, 최솟값 -13을 갖는다.

10 이차함수 $y=3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동하면 $y=3(x-p)^2+q$
이 그래프가 $x=2$에서 최솟값 -12를 가지므로

$p=2,\ q=-12$

또, $y=3(x-2)^2-12=3x^2-12x$에 $y=0$을 대입하면

$0=3x^2-12x,\ x(x-4)=0 \qquad \therefore x=0$ 또는 $x=4$

따라서 $a+b=4$이므로

$a+b+p+q=4+2+(-12)=-6$

11 $y=f(x)$의 그래프와 x축과의 두 교점이 $(-4,\ 0)$, $(1,\ 0)$이므로

$$f(x)=a(x+4)(x-1)=a(x^2+3x-4)$$
$$=a\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{25}{4}a$$

이 이차함수의 최댓값이 $\frac{25}{2}$이므로

$-\frac{25}{4}a=\frac{25}{2} \qquad \therefore a=-2$

따라서 $f(x)=-2\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{25}{2}$이므로

$f\left(-\frac{1}{2}\right)=-2\times 1^2+\frac{25}{2}=\frac{21}{2}$

12 주어진 이차함수의 그래프의 축의 방정식은 $x=1$이고, 그래프가 위로 볼록한 모양이어야 하므로 $a<0$
따라서 $y=ax^2+bx+c$는 $x=1$일 때, 최댓값 1을 가지므로

$a+b+c=1$

13 $y=x^2-4ax+8a=(x-2a)^2-4a^2+8a$이므로
최솟값은 $m=-4a^2+8a$이다.
또, $m=-4a^2+8a=-4(a-1)^2+4$이므로 m은 $a=1$일 때, 최댓값 4를 갖는다.

14 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 점 $(0,\ 7)$을 지나므로

$c=7$ ······ ❶

또, 두 점 $(2,\ 0)$, $(4,\ -5)$를 지나므로

$0=4a+2b+7$, 즉 $4a+2b=-7$ ······ ㉠

$-5=16a+4b+7$, 즉 $4a+b=-3$ ······ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=\frac{1}{4},\ b=-4$ ······ ❷

따라서 $y=\frac{1}{4}x^2-4x+7=\frac{1}{4}(x-8)^2-9$이므로 꼭짓점의 좌표는 $(8,\ -9)$이다. ······ ❸

단계	채점 기준	비율
❶	c의 값 구하기	20 %
❷	a, b의 값 구하기	50 %
❸	꼭짓점의 좌표 구하기	30 %

15 $y=-x^2+4ax=-(x-2a)^2+4a^2$의 최댓값이 9이므로

$4a^2=9 \qquad \therefore a^2=\frac{9}{4}$

이때 $a>0$이므로 $a=\frac{3}{2}$ ❶

따라서 $y=-x^2+6x$의 그래프가 점 $(3,\ k)$를 지나므로

$k=-3^2+6\times3=9$ ❷

단계	채점 기준	비율
❶	a의 값 구하기	50 %
❷	k의 값 구하기	50 %

3 이차함수의 활용

35 이차함수의 활용

개념 다지기 본문 135쪽

1 답 **$10-x$, $10-x$, 5, 25, 5, 25, 5, 5**

2 답 (1) **40 m** (2) **45 m**

(1) $y=30\times2-5\times2^2=40(\text{m})$

(2) $y=30x-5x^2=-5(x-3)^2+45$이므로 분수에서 뿜어 올려지는 물의 최고 높이는 45 m이다.

3 답 **100개**

하루에 x개의 제품을 생산할 때의 이익을 y만 원이라고 하면

$$y=-\frac{1}{10}x^2+20x-400=-\frac{1}{10}(x-100)^2+600$$

따라서 하루에 100개를 생산할 때, 이익이 최대가 된다.

핵심문제 익히기 본문 136쪽

핵심 1 답 **-6, 6**

두 수를 x, $x+12$로 놓고 두 수의 곱을 y라고 하면

$y=x(x+12)=x^2+12x=(x+6)^2-36$

따라서 y는 $x=-6$일 때, 최솟값 -36을 가지므로 구하는 두 수는 -6, 6이다.

유제 1-1 답 **400**

두 수를 x, $40-x$로 놓고 두 수의 곱을 y라고 하면

$y=x(40-x)=-x^2+40x=-(x-20)^2+400$

따라서 y는 $x=20$일 때, 최댓값 400을 갖는다.

유제 1-2 답 **-121**

두 수를 x, $x+22$로 놓고 두 수의 곱을 y라고 하면

$y=x(x+22)=x^2+22x=(x+11)^2-121$

따라서 y는 $x=-11$일 때, 최솟값 -121을 갖는다.

핵심 2 답 ⑤

닭장의 세로의 길이가 x m이므로 가로의 길이는 $(36-2x)$m이다. 닭장의 넓이를 y m^{2}라고 하면

$y=x(36-2x)=-2x^2+36x=-2(x-9)^2+162$

따라서 y는 $x=9$일 때, 최댓값 162를 갖는다.

유제 2 답 **가로의 길이 : 10 cm, 세로의 길이 : 10 cm**

가로의 길이를 x cm라고 하면 세로의 길이는 $(20-x)$cm이다. 직사각형의 넓이를 y cm^{2}라고 하면

$y=x(20-x)=-x^2+20x=-(x-10)^2+100$

따라서 y는 $x=10$일 때, 최댓값 100을 가지므로 직사각형의 넓이가 최대가 될 때의 가로의 길이와 세로의 길이는 각각 10 cm, 10 cm이다.

핵심 3 답 **6 m**

$h=-5t^2+10t+1=-5(t-1)^2+6$

따라서 공을 던진 지 1초 후에 최고 높이 6 m에 도달한다.

유제 3 답 ④

$y=40x-5x^2=-5(x-4)^2+80$이므로 $x=4$일 때, 최댓값 80을 갖는다.

따라서 최고 높이에 도달할 때까지 걸리는 시간은 4초이다.

실력 굳히기 본문 137쪽

01 ① 02 ④ 03 ③ 04 ④ 05 ② 06 ④

07 288 cm^2

01 두 수를 x, $20-x$로 놓고 두 수의 제곱의 합을 y라고 하면

$y=x^2+(20-x)^2=2x^2-40x+400$

$=2(x-10)^2+200$

즉, y는 $x=10$일 때, 최솟값 200을 가지므로 두 수는 각각 10, 10이다.

따라서 구하는 두 수의 차는 $10-10=0$

02 직사각형의 세로의 길이를 x m라고 하면 가로의 길이는 $(16-2x)$m이다. 울타리의 넓이를 y m^{2}라고 하면

$y=x(16-2x)=-2x^2+16x=-2(x-4)^2+32$

따라서 $x=4$일 때, 울타리의 최대 넓이는 32 m^{2}이다.

03 $y=-2x^2-4x+1=-2(x+1)^2+3$에서 점 $A(-1,\ 3)$이고, 점 $C(0,\ 1)$이다.

따라서 $\overline{AB}=3$, $\overline{BO}=1$, $\overline{CO}=1$이므로

$\square ABOC=\frac{1}{2}\times(1+3)\times1=2$

04 새로운 삼각형의 넓이를 y cm^{2}라고 하면

$y=\frac{1}{2}(8+x)(12-x)$

$=\frac{1}{2}(-x^2+4x+96)$

$=-\frac{1}{2}(x-2)^2+50$

따라서 $x=2$일 때, 새로운 삼각형의 넓이는 최대가 된다.

05 $h=-4.9t^2+9.8t+1.7=-4.9(t-1)^2+6.6$

따라서 $t=1$일 때, 최고 높이는 6.6 m이다.

06 과자의 가격을 x원 내리면 $(1000-x)$원이고, 이때 하루에 팔리는 과자의 개수는 $(200+2x)$개이다.

과자의 하루 총 판매 금액을 y원이라고 하면

$y=(1000-x)(200+2x)$

$=-2x^2+1800x+200000$

$=-2(x-450)^2+605000$

따라서 y는 $x=450$일 때, 최댓값을 가지므로 구하는 과자 한 개의 가격은 $1000-450=550$(원)

07 두 정사각형의 한 변의 길이를 각각 x cm, $(24-x)$cm로 놓고 두 정사각형의 넓이의 합을 y cm^{2}라고 하면 ········· ❶

$y=x^2+(24-x)^2$ ········· ❷

$=2x^2-48x+576$

$=2(x-12)^2+288$

따라서 $x=12$일 때, 두 정사각형의 넓이의 합의 최솟값은 288 cm^{2}이다. ········· ❸

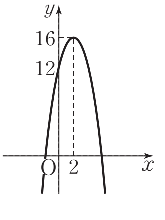
단계	채점 기준	비율
❶	변수 x, y 정하기	20 %
❷	관계식 세우기	30 %
❸	두 정사각형의 넓이의 합의 최솟값 구하기	50 %

학교시험 미리보기 본문 138~140쪽

01 ④	02 ④	03 ③	04 ①	05 ⑤	06 ③
07 ②	08 ⑤	09 ⑤	10 ③	11 ④	12 ②
13 ⑤	14 6 cm	15 ③	16 10	17 $\frac{3}{2}$	18 1
19 -6, 6					

01 $y=-x^2+4x-1=-(x-2)^2+3$이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ 3)$이고, 축의 방정식은 $x=2$이다.

02 $y=-x^2+4x+12=-(x-2)^2+16$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



④ $-x^2+4x+12=0$에서

$x^2-4x-12=0$

$(x-6)(x+2)=0$

$\therefore x=6$ 또는 $x=-2$

따라서 x축과의 두 교점의 좌표는 $(6,\ 0)$, $(-2,\ 0)$이다.

03 이차함수 $y=-x^2+2x+1$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동하면 $-y=-x^2+2x+1$, 즉 $y=x^2-2x-1$

이 그래프가 점 $(1,\ k)$를 지나므로

$k=1-2-1=-2$

04 이차함수 $y=ax^2+6ax+9a+1=a(x+3)^2+1$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-3,\ 1)$이고, 이 꼭짓점을 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동하면

$(-3+2,\ 1+(-3))$, 즉 $(-1,\ -2)$

따라서 점 $(-1,\ -2)$를 x축에 대하여 대칭이동하면 구하는 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ 2)$이다.

05 $y=0$을 대입하면 $4x^2-8x-5=0$

$(2x+1)(2x-5)=0$ $\quad\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{5}{2}$

따라서 두 점 A, B는

$\mathrm{A}\left(-\frac{1}{2},\ 0\right)$, $\mathrm{B}\left(\frac{5}{2},\ 0\right)$ 또는 $\mathrm{A}\left(\frac{5}{2},\ 0\right)$, $\mathrm{B}\left(-\frac{1}{2},\ 0\right)$

이므로

$\overline{\mathrm{AB}}=\frac{5}{2}-\left(-\frac{1}{2}\right)=3$

06 ① 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$이고, 축이 y축의 왼쪽에 있으므로 a와 b의 부호가 같다.

$\therefore b<0$

② y축과의 교점이 x축보다 아래쪽에 있으므로

$c<0$

③ $x=1$일 때, y의 값이 -1보다 작으므로

$a+b+c<-1$

④ $x=-1$일 때, $y=1$이므로

$a-b+c>-1$

⑤ $x=-2$일 때와 $x=0$일 때의 y의 값이 같으므로

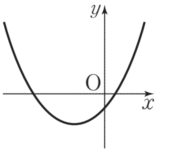
$4a-2b+c=-1$

07 (ⅰ) $a>0$이므로 그래프는 아래로 볼록하다.

(ⅱ) $a>0$, $-b>0$에서 a와 $-b$의 부호가 같으므로 축은 y축의 왼쪽에 있다.

(ⅲ) $b<0$이므로 y축과 x축보다 아래쪽에서 만난다.

따라서 (ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 이차함수 $y=ax^2-bx+b$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 꼭짓점은 제3사분면 위에 있다.



08 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 1)$이므로

$y=ax^2+bx+c=a(x-2)^2+1$

로 놓을 수 있다. 이 그래프가 점 $(0,\ -2)$를 지나므로

$-2=4a+1$, $4a=-3$

$\therefore a=-\frac{3}{4}$

따라서 $y=-\frac{3}{4}(x-2)^2+1=-\frac{3}{4}x^2+3x-2$이므로

$b=3$, $c=-2$

$\therefore a+b+c=\left(-\frac{3}{4}\right)+3+(-2)=\frac{1}{4}$

09 축의 방정식이 $x=-4$이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+4)^2+q$로 놓을 수 있다. 이 식에 $x=-2$, $y=1$을 대입하면

$1=4a+q$ ······ ㉠

$x=0$, $y=13$을 대입하면

$13=16a+q$ ······ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=1$, $q=-3$

따라서 $y=(x+4)^2-3$의 그래프가 점 $(1,\ k)$를 지나므로

$k=25-3=22$

10 $y=-\frac{1}{2}x^2+2ax-2a=-\frac{1}{2}(x-2a)^2+2a^2-2a$의 최댓값이 12이므로

$2a^2-2a=12$

$a^2-a-6=0$, $(a+2)(a-3)=0$

$\therefore a=-2$ 또는 $a=3$

따라서 모든 상수 a의 값의 합은

$(-2)+3=1$

11 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프는 이차함수 $y=2x^2$의 그래프와 폭이 같으므로 $|a|=2$이고, 최솟값을 가지므로 $a>0$이다.

$\therefore a=2$

$x=-2$에서 최솟값 2를 가지므로

$y=2(x+2)^2+2=2x^2+8x+10$

따라서 $a=2$, $b=8$, $c=10$이므로

$3a-2b+c=3\times2-2\times8+10=0$

12 두 점 $\mathrm{A}(k,\ k^2-k-6)$, $\mathrm{B}(k,\ k-10)$은 x좌표가 k로 같으므로 $\overline{\mathrm{AB}}$의 길이는 두 점 A, B의 y좌표의 차와 같다.

$\therefore \overline{\mathrm{AB}}=|(k^2-k-6)-(k-10)|$

$=|k^2-2k+4|$

$=|(k-1)^2+3|$

이때 $(k-1)^2+3>0$이므로

$\overline{\mathrm{AB}}=(k-1)^2+3$

따라서 $k=1$일 때, $\overline{\mathrm{AB}}$의 길이의 최솟값은 3이다.

13 $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 축은 $x=3$이므로 꼭짓점 A의 x좌표는 3이다.

$\triangle\mathrm{OAB}$의 넓이가 36이고 $\overline{\mathrm{OB}}=6$이므로

$\frac{1}{2}\times6\times$(점 A의 y좌표)$=36$

$\therefore$ (점 A의 y좌표)$=12$

따라서 점 $\mathrm{A}(3,\ 12)$이므로 구하는 이차함수의 식은 $y=a(x-3)^2+12$로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(0,\ 0)$을 지나므로

$0=9a+12 \qquad \therefore a=-\frac{4}{3}$

$\therefore y=-\frac{4}{3}(x-3)^2+12=-\frac{4}{3}x^2+8x$

따라서 $a=-\frac{4}{3}$, $b=8$, $c=0$이므로

$3a+b-c=3\times\left(-\frac{4}{3}\right)+8-0=4$

14 $\overline{\mathrm{AP}}=x$ cm라고 하면 $\overline{\mathrm{PB}}=(18-x)$cm이다. 두 도형의 넓이의 합을 y cm^{2}라고 하면

$y=x^2+\frac{1}{2}(18-x)^2$

$=\frac{3}{2}x^2-18x+162$

$=\frac{3}{2}(x-6)^2+108$

따라서 y는 $x=6$일 때, 최솟값 108을 가지므로 구하는 $\overline{\mathrm{AP}}$의 길이는 6 cm이다.

15 입장권 1장의 가격을 $20x$원 올리면

입장권 1장의 가격은 $1000+20x=20(50+x)$(원)이고,

입장객의 수는 $1000-10x=10(100-x)$(명)이다.

하루 평균 입장권 수입을 y원이라고 하면

$y=20(50+x)\times10(100-x)$

$=200(-x^2+50x+5000)$

$=-200(x-25)^2+1125000$

따라서 y는 $x=25$일 때, 최댓값 1125000을 갖는다.

16 **1단계** 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 점 $(0,\ 2)$를 지나므로

$c=2$

2단계 이차함수 $y=ax^2+bx+2$의 그래프가 두 점 $(1,\ 1)$, $(-1,\ 5)$를 지나므로

$1=a+b+2$, 즉 $a+b=-1$ …… ㉠

$5=a-b+2$, 즉 $a-b=3$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=1$, $b=-2$

3단계 따라서 구하는 이차함수는 $y=x^2-2x+2$이고 이 그래프가 점 $(-2,\ k)$를 지나므로

$k=(-2)^2-2\times(-2)+2=10$

17 **1단계** $y=-\frac{1}{3}x^2+2x+1=-\frac{1}{3}(x-3)^2+4$이므로

꼭짓점의 좌표는 $\mathrm{A}(3,\ 4)$이다.

2단계 $x=0$일 때, $y=1$이므로 점 $\mathrm{B}(0,\ 1)$이다.

3단계 $\triangle\mathrm{ABO}=\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{OB}}\times$(점 A의 x좌표)

$=\frac{1}{2}\times1\times3=\frac{3}{2}$

18 $y=-x^2+4kx+4k=-(x-2k)^2+4k^2+4k$이므로

$x=2k$일 때, 최댓값 $4k^2+4k$를 갖는다. ······ ❶

즉, $4k^2+4k=8$에서 $k^2+k-2=0$

$(k+2)(k-1)=0$

$\therefore k=-2$ 또는 $k=1$

이때 $k>0$이므로 $k=1$ ······ ❷

단계	채점 기준	비율
❶	최댓값을 k에 대한 식으로 나타내기	50 %
❷	양수 k의 값 구하기	50 %

19 두 수의 차가 12이므로 두 수를 x, $x+12$로 놓고 두 수의 제곱의 합을 y라고 하자. ······ ❶

$y=x^2+(x+12)^2$

$=2x^2+24x+144$

$=2(x+6)^2+72$

이므로 y는 $x=-6$일 때, 최솟값 72를 갖는다. ······ ❷

따라서 제곱의 합이 최소가 되게 하는 두 수는 각각 -6, 6이다. ······ ❸

단계	채점 기준	비율
❶	변수 x, y 정하기	20 %
❷	y가 최소가 되는 x의 값 구하기	60 %
❸	제곱의 합이 최소가 될 때의 두 수 구하기	20 %

I 실수와 그 계산

I-1 | 제곱근과 실수

1 제곱근의 뜻과 표현

01 제곱근의 뜻과 표현 본문 2~3쪽

01 ① 02 16 03 ④
04 (1) ±7 (2) ±0.3 (3) $\pm\frac{3}{5}$ (4) ±0.6 (5) ±3 (6) $\pm\frac{2}{3}$
05 ① 06 -5 07 ②, ④ 08 ② 09 12 10 ④
11 -4 12 ③ 13 ② 14 ③ 15 ③ 16 ③
17 ②, ④

01 x가 36의 제곱근이다. → $x^2=36$

02 6의 제곱근이 a이므로 $a^2=6$
10의 제곱근이 b이므로 $b^2=10$
$\therefore a^2+b^2=6+10=16$

03 ④ 음수의 제곱근은 없다.

04 (1) $49=7^2=(-7)^2$이므로 49의 제곱근은 ±7이다.
(2) $0.09=0.3^2=(-0.3)^2$이므로 0.09의 제곱근은 ±0.3이다.
(3) $\left(\frac{3}{5}\right)^2=\left(-\frac{3}{5}\right)^2$이므로 $\left(\frac{3}{5}\right)^2$의 제곱근은 $\pm\frac{3}{5}$이다.
(4) $(-0.6)^2=0.6^2$이므로 $(-0.6)^2$의 제곱근은 ±0.6이다.
(5) $(-3)^2=3^2$이므로 $(-3)^2$의 제곱근은 ±3이다.
(6) $\frac{(-2)^2}{9}=\frac{4}{9}$이고, $\frac{4}{9}=\left(-\frac{2}{3}\right)^2=\left(\frac{2}{3}\right)^2$이므로 $\frac{(-2)^2}{9}$의 제곱근은 $\pm\frac{2}{3}$이다.

05 $(-196)^2=196^2$의 음의 제곱근은 -196이다.

06 제곱근 $\frac{16}{81}$은 $\sqrt{\frac{16}{81}}=\frac{4}{9}$이므로 $a=4,\ b=9$
$\therefore a-b=4-9=-5$

07 ① 24의 제곱근은 $\pm\sqrt{24}$이다.
③ $\sqrt{16}=4$의 제곱근은 ±2이다.
⑤ 900의 제곱근은 ±30이다.

08 $5.\dot{4}=\frac{54-5}{9}=\frac{49}{9}$의 음의 제곱근은 $-\frac{7}{3}$이다.

09 3의 양의 제곱근은 $\sqrt{3}$이므로 $a=\sqrt{3}$
$\frac{36}{49}$의 음의 제곱근은 $-\frac{6}{7}$이므로 $b=-\frac{6}{7}$
$\therefore 2a^2-7b=2\times3-7\times\left(-\frac{6}{7}\right)=6+6=12$

10 (직사각형의 넓이)$=7\times3=21$이므로 구하는 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{21}$이다.

11 $\sqrt{256}=16$의 제곱근 중 음수는 -4이므로 $a=-4$ ······ ❶
$(-16)^2$의 제곱근 중 양수는 16이므로 $b=16$ ······ ❷
$\therefore \frac{b}{a}=\frac{16}{-4}=-4$ ······ ❸

단계	채점 기준	비율
❶	a의 값 구하기	40 %
❷	b의 값 구하기	40 %
❸	$\frac{b}{a}$의 값 구하기	20 %

12 ③ 음수의 제곱근은 없다.

13 ①, ③, ④, ⑤ 9의 제곱근이므로 ±3이다.
② 제곱근 9는 $\sqrt{9}=3$이다.

14 ㄱ. $\sqrt{625}=25$의 음의 제곱근은 -5이다.
ㄴ. $\sqrt{36}=6$이다.
ㄷ. $\sqrt{1.\dot{7}}=\sqrt{\frac{16}{9}}=\frac{4}{3}$의 제곱근은 $\pm\sqrt{\frac{4}{3}}$이므로 유리수가 아니다.
ㄹ. 양수의 제곱근은 2개이고, 0의 제곱근은 1개이다.
ㅂ. $\sqrt{(-6)^2}=6$의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$이다.
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㅁ, ㅂ의 3개이다.

15 ① $\sqrt{0.25}=0.5$ ② $\sqrt{\frac{1}{100}}=\frac{1}{10}$
④ $-\sqrt{\frac{9}{4}}=-\frac{3}{2}$ ⑤ $\sqrt{225}=15$

16 10의 제곱근은 $\pm\sqrt{10}$
$\frac{4}{25}$의 제곱근은 $\pm\frac{2}{5}$
$\frac{5}{9}$의 제곱근은 $\pm\sqrt{\frac{5}{9}}$
$0.\dot{6}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$의 제곱근은 $\pm\sqrt{\frac{2}{3}}$
$\sqrt{16}=4$의 제곱근은 ±2
1.21의 제곱근은 ±1.1
따라서 근호를 사용하지 않고 제곱근을 나타낼 수 있는 것은 $\frac{4}{25}$, $\sqrt{16}$, 1.21의 3개이다.

17 ① $2.\dot{7}=\frac{25}{9}$의 제곱근은 $\pm\frac{5}{3}$
② $\sqrt{0.09}=0.3$의 제곱근은 $\pm\sqrt{0.3}$
③ $\sqrt{81}=9$의 제곱근은 ±3
④ $\frac{8}{9}$의 제곱근은 $\pm\sqrt{\frac{8}{9}}$
⑤ $\frac{\sqrt{81}}{4}=\frac{9}{4}$의 제곱근은 $\pm\frac{3}{2}$

2 제곱근의 성질과 대소 관계

02 제곱근의 성질과 대소 관계

본문 4~6쪽

01 ⑤	02 ③	03 ⑤	04 ④	05 ①	06 ④
07 $-5a$	08 ④	09 ③	10 ①	11 $10a+4b$	
12 ③	13 ②	14 ③	15 $3x+2y$		16 ③
17 30	18 ④	19 6	20 ②	21 ②	22 26
23 ⑤	24 (1, 5), (5, 1), (4, 5), (5, 4)				25 ②
26 ④	27 ②	28 11	29 2		

01 $\sqrt{(-13)^2}+(\sqrt{3})^2-\sqrt{16}=13+3-4=12$

02 ①, ②, ④, ⑤ $\sqrt{8^2}=(-\sqrt{8})^2=(\sqrt{8})^2=\sqrt{(-8)^2}=8$
③ $-\sqrt{(-8)^2}=-8$

03 $(-\sqrt{0.25})^2=0.25$의 제곱근은 $\pm\sqrt{0.25}=\pm0.5$

04 ① $\sqrt{\frac{1}{9}}=\frac{1}{3}$ ② $\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$ ③ $\sqrt{\left(-\frac{1}{4}\right)^2}=\frac{1}{4}$
④ $\left(-\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2=\frac{1}{2}$ ⑤ $\left(-\sqrt{\frac{1}{9}}\right)^2=\frac{1}{9}$
따라서 가장 큰 수는 ④이다.

05 $\sqrt{5^2}=5$, $-(\sqrt{8})^2=-8$, $-(-\sqrt{10})^2=-10$, $\sqrt{(-11)^2}=11$, $\sqrt{12^2}=12$이므로 큰 수부터 차례대로 나열하면
$\sqrt{12^2}$, $\sqrt{(-11)^2}$, $\sqrt{5^2}$, $-(\sqrt{8})^2$, $-(-\sqrt{10})^2$
따라서 세 번째에 오는 수는 $\sqrt{5^2}$이다.

06 $A=\sqrt{9^2}-\sqrt{(-5)^2}-(-\sqrt{2})^2=9-5-2=2$
$B=\sqrt{5^2}\div\left(-\sqrt{\frac{10}{3}}\right)^2-\sqrt{2^2}\times\sqrt{\left(-\frac{1}{4}\right)^2}$
$=5\div\frac{10}{3}-2\times\frac{1}{4}=5\times\frac{3}{10}-\frac{1}{2}$
$=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}=1$
$\therefore A+2B=2+2\times1=4$

07 $a<0$이므로 $5a<0$ $\therefore \sqrt{(5a)^2}=-5a$

08 ㄱ. $a>0$이므로 $-\sqrt{a^2}=-a$
ㄴ. $2a>0$이므로 $\sqrt{(2a)^2}=2a$
ㄷ. $-3a<0$이므로 $\sqrt{(-3a)^2}=-(-3a)=3a$
ㄹ. $-\sqrt{16a^2}=-\sqrt{(4a)^2}$이고 $4a>0$이므로
$-\sqrt{16a^2}=-\sqrt{(4a)^2}=-4a$

09 ① $-2a>0$이므로 $\sqrt{(-2a)^2}=-2a$
② $3a<0$이므로 $-\sqrt{(3a)^2}=-(-3a)=3a$
③ $-6a>0$이므로 $\sqrt{(-6a)^2}=-6a$
④ $-\sqrt{49a^2}=-\sqrt{(7a)^2}$이고 $7a<0$이므로
$-\sqrt{49a^2}=-\sqrt{(7a)^2}=-(-7a)=7a$
⑤ $-8a>0$이므로 $-\sqrt{(-8a)^2}=-(-8a)=8a$

10 $\sqrt{9a^2}=\sqrt{(3a)^2}$이고 $a<0$, $b>0$이므로 $3a<0, -2b<0$
$\therefore \sqrt{9a^2}-\sqrt{(-2b)^2}=\sqrt{(3a)^2}-\sqrt{(-2b)^2}$
$=-3a-\{-(-2b)\}$
$=-3a-2b$

11 $-\sqrt{4b^2}=-\sqrt{(2b)^2}$, $\sqrt{25a^2}=\sqrt{(5a)^2}$이고, $a>0$, $b<0$이므로 $2b<0$, $-5a<0$, $5a>0$, $-2b>0$ ······ ❶
$\therefore -\sqrt{4b^2}+\sqrt{(-5a)^2}+\sqrt{25a^2}-\sqrt{(-2b)^2}$
$=-\sqrt{(2b)^2}+\sqrt{(-5a)^2}+\sqrt{(5a)^2}-\sqrt{(-2b)^2}$
$=-(-2b)+\{-(-5a)\}+5a-(-2b)$ ······ ❷
$=2b+5a+5a+2b$
$=10a+4b$ ······ ❸

단계	채점 기준	비율
❶	근호 안의 식의 부호 판별하기	30 %
❷	제곱근의 성질을 이용하여 근호 없애기	50 %
❸	식을 정리하기	20 %

12 $1<a<3$이므로 $a-3<0$, $a-1>0$
$\therefore \sqrt{(a-3)^2}+\sqrt{(a-1)^2}=-(a-3)+(a-1)$
$=-a+3+a-1$
$=2$

13 $\sqrt{4(4-x)^2}=\sqrt{\{2(4-x)\}^2}$, $\sqrt{9(x-6)^2}=\sqrt{\{3(x-6)\}^2}$이고 $4<x<6$이므로
$2(4-x)<0$, $3(x-6)<0$
$\therefore \sqrt{4(4-x)^2}+\sqrt{9(x-6)^2}$
$=\sqrt{\{2(4-x)\}^2}+\sqrt{\{3(x-6)\}^2}$
$=-2(4-x)-3(x-6)$
$=-8+2x-3x+18$
$=-x+10$

14 $0<a<1$이므로 $\frac{1}{a}-a>0$, $\frac{1}{a}+a>0$
$\therefore \sqrt{\left(\frac{1}{a}-a\right)^2}-\sqrt{\left(\frac{1}{a}+a\right)^2}=\left(\frac{1}{a}-a\right)-\left(\frac{1}{a}+a\right)$
$=\frac{1}{a}-a-\frac{1}{a}-a$
$=-2a$

15 $xy<0$에서 x와 y의 부호는 서로 반대이고, $x>y$이므로
$x>0$, $y<0$
따라서 $-x+y<0$, $2x>0$, $-3y>0$이므로
$\sqrt{(-x+y)^2}+\sqrt{(2x)^2}-\sqrt{(-3y)^2}$
$=-(-x+y)+2x-(-3y)$
$=x-y+2x+3y$
$=3x+2y$

16 $\sqrt{3^2\times5\times x}$가 자연수가 되려면 x는 $5\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.
① $5=5\times1^2$ ② $20=5\times2^2$ ③ $30=5\times2\times3$
④ $45=5\times3^2$ ⑤ $80=5\times4^2$
따라서 조건을 만족시키는 x의 값이 될 수 없는 것은 ③이다.

17 $\sqrt{120x}=\sqrt{2^3\times3\times5\times x}$이므로 ······ ❶
$\sqrt{120x}$가 자연수가 되려면 x는 $2\times3\times5\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다. ······ ❷
따라서 가장 작은 자연수 x의 값은 $2\times3\times5\times1^2=30$이다. ······ ❸

단계	채점 기준	비율
❶	근호 안을 소인수분해하기	30 %
❷	자연수가 되게 하는 x의 값의 형태 알기	40 %
❸	가장 작은 자연수 x의 값 구하기	30 %

18 $\sqrt{7a}$가 자연수가 되려면 a는 $7\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
그런데 $100<a<200$이므로 자연수 a의 값은
$7\times4^2=112$, $7\times5^2=175$
따라서 모든 a의 값의 합은 $112+175=287$

19 $\sqrt{\frac{150}{x}}=\sqrt{\frac{2\times3\times5^2}{x}}$이 자연수가 되려면 x는 150의 약수이면서 $2\times3\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 하므로 x의 값은
$2\times3=6$, $2\times3\times5^2=150$
따라서 가장 작은 자연수 x의 값은 6이다.

20 $\sqrt{\frac{84}{x}}=\sqrt{\frac{2^2\times3\times7}{x}}=y$가 자연수가 되려면 x는 84의 약수이면서 $3\times7\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 하므로 x의 값은
$3\times7=21$, $3\times7\times2^2=84$
따라서 y의 값은
$y=\sqrt{\frac{2^2\times3\times7}{3\times7}}=2$ 또는 $y=\sqrt{\frac{2^2\times3\times7}{2^2\times3\times7}}=1$
이므로 y의 최댓값은 2이다.

21 $\sqrt{43+x}$가 자연수가 되려면 $43+x$가 43보다 큰 제곱수가 되어야 하므로
$43+x=49, 64, 81, \cdots$
따라서 가장 작은 자연수 x의 값은 $49-43=6$이다.

22 $\sqrt{26-x}$가 자연수가 되려면 $26-x$가 26보다 작은 제곱수이어야 하므로 $26-x$의 값은 25, 16, 9, 4, 1이다.
$26-x=25$에서 $x=1$, $26-x=16$에서 $x=10$
$26-x=9$에서 $x=17$, $26-x=4$에서 $x=22$
$26-x=1$에서 $x=25$
따라서 자연수 x의 값 중에서 가장 큰 값은 $M=25$, 가장 작은 값은 $m=1$이므로
$M+m=25+1=26$

23 $\sqrt{54-3x}$가 정수가 되려면 $54-3x$가 54보다 작은 제곱수이거나 0이어야 하므로 $54-3x$의 값은 49, 36, 25, 16, 9, 4, 1, 0이다.
$54-3x=49$에서 $3x=5$ $\therefore x=\frac{5}{3}$
$54-3x=36$에서 $3x=18$ $\therefore x=6$
$54-3x=25$에서 $3x=29$ $\therefore x=\frac{29}{3}$
$54-3x=16$에서 $3x=38$ $\therefore x=\frac{38}{3}$
$54-3x=9$에서 $3x=45$ $\therefore x=15$
$54-3x=4$에서 $3x=50$ $\therefore x=\frac{50}{3}$
$54-3x=1$에서 $3x=53$ $\therefore x=\frac{53}{3}$
$54-3x=0$에서 $3x=54$ $\therefore x=18$
따라서 자연수 x의 값은 6, 15, 18이므로 그 합은
$6+15+18=39$

24 $\sqrt{20xy}=\sqrt{2^2\times5\times xy}$가 자연수가 되려면
xy는 $5\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
이때 x, y는 $1\le x\le6$, $1\le y\le6$인 자연수이므로 xy는 $1\le xy\le36$인 자연수이다.
따라서 xy의 값은 5, $5\times2^2=20$이다.
$xy=5$일 때 순서쌍 (x, y)는 $(1, 5)$, $(5, 1)$
$xy=20$일 때, 순서쌍 (x, y)는 $(4, 5)$, $(5, 4)$
따라서 구하는 순서쌍 (x, y)는 $(1, 5)$, $(5, 1)$, $(4, 5)$, $(5, 4)$이다.

25 $2<\sqrt{3x}<5$에서 $2^2<(\sqrt{3x})^2<5^2$
$4<3x<25$ $\therefore \frac{4}{3}<x<\frac{25}{3}$
따라서 자연수 x는 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8의 7개이다.

26 $-5<-\sqrt{a}<-4$에서 $4<\sqrt{a}<5$
$4^2<(\sqrt{a})^2<5^2$ $\therefore 16<a<25$
따라서 자연수 a의 값 중에서 3의 배수는 18, 21, 24이므로 그 합은 $18+21+24=63$

27 $\sqrt{5}<a<\sqrt{50}$에서 $(\sqrt{5})^2<a^2<(\sqrt{50})^2$ $\therefore 5<a^2<50$
이 부등식을 만족시키는 자연수 a의 값은 3, 4, 5, 6, 7이므로 가장 큰 수는 $M=7$, 가장 작은 수는 $m=3$이다.
$\therefore M-m=7-3=4$

28 $3.2<\sqrt{x}<4.1$에서 $(3.2)^2<(\sqrt{x})^2<(4.1)^2$
$\therefore 10.24<x<16.81$
따라서 자연수 x의 값은 11, 12, 13, 14, 15, 16이므로 최댓값은 $a=16$, 최솟값은 $b=11$이다.
$\sqrt{\frac{a}{b}\times k}=\sqrt{\frac{16}{11}\times k}=\sqrt{\frac{4^2}{11}\times k}$가 자연수가 되려면
k는 $11\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 하므로 가장 작은 자연수 k의 값은 11이다.

29 $\sqrt{64}<\sqrt{70}<\sqrt{81}$이므로 $8<\sqrt{70}<9$
$\therefore f(70)=8$ ······ ❶
$\sqrt{36}<\sqrt{40}<\sqrt{49}$이므로 $6<\sqrt{40}<7$
$\therefore f(\sqrt{40})=6$ ······ ❷
$\therefore f(70)-f(40)=8-6=2$ ······ ❸

단계	채점 기준	비율
❶	$f(70)$의 값 구하기	40 %
❷	$f(40)$의 값 구하기	40 %
❸	$f(70)-f(40)$의 값 구하기	20 %

3 무리수와 실수

03 무리수와 실수 본문 7쪽

01 ③, ④　02 ③　03 138개　04 ③, ④　05 ⑤
06 ⑤　07 ④　08 ③

01 ① $\sqrt{(-9)^2}=9$
⑤ $\sqrt{\frac{4}{25}}=\frac{2}{5}$
따라서 무리수는 ③, ④이다.

02 $1<x<10$인 자연수 x에 대하여 $\sqrt{x}$는
$\sqrt{2},\ \sqrt{3},\ \sqrt{4}=2,\ \sqrt{5},\ \sqrt{6},\ \sqrt{7},\ \sqrt{8},\ \sqrt{9}=3$
이 중 무리수인 것은 $\sqrt{2},\ \sqrt{3},\ \sqrt{5},\ \sqrt{6},\ \sqrt{7},\ \sqrt{8}$의 6개이다.

03 150 이하의 자연수 중에서 제곱수 $1^2=1,\ 2^2=4,\ 3^2=9,\ 4^2=16,\ \cdots,\ 12^2=144$의 양의 제곱근이 자연수이므로 순환하지 않는 무한소수, 즉 무리수가 아니다.
따라서 150 이하의 자연수 x에 대하여 무리수인 $\sqrt{x}$의 개수는 $150-12=138$(개)

04 ① 순환하는 무한소수, 즉 순환소수는 분수로 나타낼 수 있다.
② 무한소수 중 순환소수는 유리수이다.
⑤ 모든 무리수는 분모, 분자가 정수인 분수로 나타낼 수 없다.

05 ⑤ 무리수는 분모, 분자가 정수인 분수로 나타낼 수 없다.

06 (가)는 무리수를 나타낸다.
① 0의 제곱근은 0
② $\sqrt{625}=25$의 제곱근은 $\pm\sqrt{25}=\pm5$
③ 121의 제곱근은 $\pm\sqrt{121}=\pm11$
④ $0.\dot{4}=\frac{4}{9}$의 제곱근은 $\pm\sqrt{\frac{4}{9}}=\pm\frac{2}{3}$
⑤ 10의 제곱근은 $\pm\sqrt{10}$
따라서 무리수인 것은 ⑤이다.

07 (가)는 순환하지 않는 무한소수, 즉 무리수를 나타낸다.
① -0.3은 유리수
② $\sqrt{16}=4$는 유리수
③ $\frac{3}{5},\ \sqrt{\frac{9}{64}}=\frac{3}{8}$은 유리수
⑤ $-1,\ \sqrt{0.01}=0.1$은 유리수

08 $3-\sqrt{(-5)^2}=3-5=-2,\ \sqrt{0.\dot{4}}=\sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{2}{3}$
① 정수는 $3-\sqrt{(-5)^2}$의 1개이다.
② 유리수는 $3-\sqrt{(-5)^2},\ \sqrt{0.\dot{4}}$의 2개이다.
③ 자연수는 없다.
④ 정수가 아닌 유리수는 $\sqrt{0.\dot{4}}$의 1개이다.
⑤ 순환하지 않는 무한소수, 즉 무리수는 $\sqrt{7}-1,\ \frac{\pi}{5},\ \sqrt{3.6}$의 3개이다.

04 실수와 수직선 본문 8~9쪽

01 $-3+\sqrt{2}$　02 (1) $6-\sqrt{2}$ (2) $\sqrt{2}+1$
03 ④　04 $\mathrm{P}(-3-\sqrt{2}),\ \mathrm{Q}(-3+\sqrt{2})$　05 ④
06 P : $4-\sqrt{5}$, Q : $4+\sqrt{5}$　07 풀이 참조　08 ③
09 ⑤　10 ④　11 (1) □ABCD$=10$, □DEFG$=17$
(2) $\overline{\mathrm{BP}}=\sqrt{10},\ \overline{\mathrm{EQ}}=\sqrt{17}$ (3) B : -3, E : 0 (4) $\sqrt{17}$　12 ③
13 ⑤　14 ①, ④

01 $\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{AC}}=\sqrt{2}$이고 점 P는 점 A$(-3)$의 오른쪽에 있으므로 점 P에 대응하는 수는 $-3+\sqrt{2}$이다.

02 (1) $\overline{\mathrm{BP}}=\overline{\mathrm{BD}}=\sqrt{2}$이고 점 P는 점 B$(6)$의 왼쪽에 있으므로 점 P에 대응하는 수는 $6-\sqrt{2}$이다.
(2) $\overline{\mathrm{PQ}}=\overline{\mathrm{PB}}+\overline{\mathrm{BQ}}=\sqrt{2}+1$

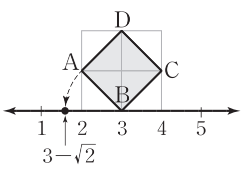
03 $\overline{\mathrm{BP}}=\overline{\mathrm{BD}}=\sqrt{2}$이므로 점 B에 대응하는 수는 5
$\overline{\mathrm{AB}}=1$이므로 점 A에 대응하는 수는 $5-1=4$

04 그림에서 $\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OB}}=\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{BC}}=1$이므로 $\overline{\mathrm{OC}},\ \overline{\mathrm{OD}}$는 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이와 같다.
$\therefore \overline{\mathrm{OP}}=\overline{\mathrm{OD}}=\overline{\mathrm{OC}}=\overline{\mathrm{OQ}}=\sqrt{2}$
점 P는 점 O(-3)의 왼쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 이동한 점이고, 점 Q는 점 O(-3)의 오른쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 이동한 점이므로
$\mathrm{P}(-3-\sqrt{2}),\ \mathrm{Q}(-3+\sqrt{2})$

05 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$이다.
④ 점 D는 -1에서 오른쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 이동한 점이므로 점 D의 좌표는 $\mathrm{D}(-1+\sqrt{2})$

06 □ABCD$=3\times3-4\times\left(\frac{1}{2}\times2\times1\right)=9-4=5$
이므로 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$이다.
$\overline{\mathrm{BP}}=\overline{\mathrm{BA}}=\sqrt{5}$이고 점 P는 점 B$(4)$의 왼쪽에 있으므로 점 P에 대응하는 수는 $4-\sqrt{5}$이다.
$\overline{\mathrm{BQ}}=\overline{\mathrm{BC}}=\sqrt{5}$이고 점 Q는 점 B$(4)$의 오른쪽에 있으므로 점 Q에 대응하는 수는 $4+\sqrt{5}$이다.

07 점 B를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\sqrt{2}$인 원을 그렸을 때, 수직선과 왼쪽에서 만나는 점에 대응하는 수가 $3-\sqrt{2}$이다.



08 □ABCD$=4\times4-4\times\left(\frac{1}{2}\times3\times1\right)=16-6=10$
이므로 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $\sqrt{10}$이다.
$\overline{\mathrm{BP}}=\overline{\mathrm{BA}}=\sqrt{10}$이고 점 P는 점 B$(2)$의 왼쪽에 있으므로 점 P에 대응하는 수는 $2-\sqrt{10}$이다.

09 ① □ABCD$=4\times4-4\times\left(\frac{1}{2}\times3\times1\right)=16-6=10$
⑤ $\overline{\mathrm{EQ}}=\overline{\mathrm{AE}}+\overline{\mathrm{AQ}}=1+\sqrt{10}$

10 $\sqrt{9}<\sqrt{10}<\sqrt{16}$에서 $3<\sqrt{10}<4$

$\therefore 1<\sqrt{10}-2<2$

따라서 $\sqrt{10}-2$에 대응하는 점은 점 D이다.

11 (1) $\square\text{ABCD}=4\times4-4\times\left(\frac{1}{2}\times3\times1\right)=16-6=10$

$\square\text{DEFG}=5\times5-4\times\left(\frac{1}{2}\times4\times1\right)=25-8=17$ ······ ❶

(2) 두 정사각형 ABCD, DEFG의 한 변의 길이는 각각 $\sqrt{10}$, $\sqrt{17}$이므로

$\overline{\text{BP}}=\overline{\text{BA}}=\sqrt{10}$, $\overline{\text{EQ}}=\overline{\text{EF}}=\sqrt{17}$ ······ ❷

(3) 점 P에 대응하는 수가 $-3-\sqrt{10}$이고 $\overline{\text{BP}}=\sqrt{10}$이므로 점 B에 대응하는 수는 -3이다.

점 E는 점 B에서 오른쪽이므로 3만큼 이동한 점이므로 점 E에 대응하는 수는 $-3+3=0$이다. ······ ❸

(4) $\overline{\text{EQ}}=\sqrt{17}$이고, 점 Q는 점 E(0)의 오른쪽에 있으므로 점 Q에 대응하는 수는 $\sqrt{17}$이다. ······ ❹

단계	채점 기준	비율
❶	두 정사각형 ABCD, DEFG의 넓이 구하기	30 %
❷	$\overline{\text{BP}}$, $\overline{\text{EQ}}$의 길이 구하기	20 %
❸	두 점 B, E에 대응하는 수 구하기	30 %
❹	점 Q에 대응하는 수 구하기	20 %

12 ③ $\sqrt{3}$과 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

13 ① 3에 가장 가까운 무리수는 알 수 없다.

② 유리수에 대응하는 점만으로는 수직선을 완전히 메울 수 없다.

③ 예를 들어, 1과 2 사이에는 자연수가 없다.

④ 2와 3 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

14 서로 다른 실수 사이에 있는 유리수, 무리수, 실수는 무한개이지만 자연수, 정수는 유한개이다.

05 실수의 대소 관계

본문 10쪽

01 ②	02 ③	03 ④	04 ⑤	05 $a<c<b$
06 $\sqrt{6}+1$	07 ④	08 ⑤	09 ①, ⑤	

01 ① $-\sqrt{3}>-\sqrt{9}$ ③ $\sqrt{\frac{1}{4}}<\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{5}<\sqrt{16}$

⑤ $\sqrt{2}>1$이므로 $-1+\sqrt{2}>0$

02 ① $4-(\sqrt{8}+2)=2-\sqrt{8}=\sqrt{4}-\sqrt{8}<0$이므로 $4<\sqrt{8}+2$

② $(\sqrt{11}+2)-5=\sqrt{11}-3=\sqrt{11}-\sqrt{9}>0$이므로

$\sqrt{11}+2>5$

③ $(3+\sqrt{7})-6=\sqrt{7}-3=\sqrt{7}-\sqrt{9}<0$이므로 $3+\sqrt{7}<6$

④ $\sqrt{3}+5-(\sqrt{2}+5)=\sqrt{3}-\sqrt{2}>0$이므로

$\sqrt{3}+5>\sqrt{2}+5$

⑤ $\sqrt{5}-3-(\sqrt{5}-\sqrt{10})=\sqrt{5}-3-\sqrt{5}+\sqrt{10}=-3+\sqrt{10}$

$=-\sqrt{9}+\sqrt{10}>0$

이므로 $\sqrt{5}-3>\sqrt{5}-\sqrt{10}$

03 ① $(\sqrt{2}-7)-(\sqrt{3}-7)=\sqrt{2}-\sqrt{3}<0$이므로

$\sqrt{2}-7\ \boxed{<}\ \sqrt{3}-7$

② $(\sqrt{13}+3)-(\sqrt{15}+3)=\sqrt{13}-\sqrt{15}<0$이므로

$\sqrt{13}+3\ \boxed{<}\ \sqrt{15}+3$

③ $5-(\sqrt{10}+2)=5-\sqrt{10}-2=3-\sqrt{10}=\sqrt{9}-\sqrt{10}<0$

이므로 $5\ \boxed{<}\ \sqrt{10}+2$

④ $(7-\sqrt{2})-\sqrt{(-5)^2}=7-\sqrt{2}-5=2-\sqrt{2}$

$=\sqrt{4}-\sqrt{2}>0$

이므로 $7-\sqrt{2}\ \boxed{>}\ \sqrt{(-5)^2}$

⑤ $(\sqrt{18}-\sqrt{20})-(-\sqrt{20}+5)=\sqrt{18}-\sqrt{20}+\sqrt{20}-5$

$=\sqrt{18}-5$

$=\sqrt{18}-\sqrt{25}<0$

이므로 $\sqrt{18}-\sqrt{20}\ \boxed{<}\ -\sqrt{20}+5$

따라서 부등호의 방향이 나머지 넷과 다른 것은 ④이다.

04 $a-b=(2+\sqrt{2})-(\sqrt{2}+\sqrt{3})=2-\sqrt{3}=\sqrt{4}-\sqrt{3}>0$

이므로 $a>b$

$b-c=(\sqrt{2}+\sqrt{3})-(\sqrt{3}+1)=\sqrt{2}-1>0$이므로 $b>c$

$\therefore a>b>c$

05 $a-b=(\sqrt{11}+\sqrt{3})-(\sqrt{5}+\sqrt{11})=\sqrt{3}-\sqrt{5}<0$이므로

$a<b$ ······ ❶

$b-c=(\sqrt{5}+\sqrt{11})-(\sqrt{11}+2)=\sqrt{5}-2=\sqrt{5}-\sqrt{4}>0$이므로 $b>c$ ······ ❷

$a-c=(\sqrt{11}+\sqrt{3})-(\sqrt{11}+2)=\sqrt{3}-2=\sqrt{3}-\sqrt{4}<0$이므로 $a<c$ ······ ❸

$\therefore a<c<b$ ······ ❹

단계	채점 기준	비율
❶	a, b의 대소 판별하기	30 %
❷	b, c의 대소 판별하기	30 %
❸	a, c의 대소 판별하기	30 %
❹	a, b, c의 대소 관계를 부등호를 써서 나타내기	10 %

06 $(\sqrt{6}+1)-(\sqrt{3}+\sqrt{6})=1-\sqrt{3}<0$이므로

$\sqrt{6}+1<\sqrt{3}+\sqrt{6}$

$1<\sqrt{3}<2$, $2<\sqrt{6}<3$이므로

$3<\sqrt{3}+\sqrt{6}<5$ $\quad\therefore \sqrt{3}+\sqrt{6}<6$

따라서 주어진 수들을 작은 수부터 쓰면 $-1-\sqrt{6}$, $\sqrt{6}+1$, $\sqrt{3}+\sqrt{6}$, 6이므로 수직선 위에 나타낼 때, 왼쪽에서 두 번째에 오는 수는 $\sqrt{6}+1$이다.

07 $\sqrt{3}$과 $\sqrt{5}$의 평균 (③), $\sqrt{3}$과 $\sqrt{5}$의 차 0.504보다 작은 수를 $\sqrt{3}$에 더한 수(①, ②)나 $\sqrt{5}$에서 뺀 수(⑤)는 $\sqrt{3}$과 $\sqrt{5}$ 사이의 무리수이다.

④ $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}$은 약 $\frac{2.236-1.732}{2}=0.252$이므로 $\sqrt{3}$보다 작다.

08 ① $\sqrt{3}$과 $\sqrt{8}$ 사이의 정수는 $\sqrt{4}=2$의 1개이다.
④ $\sqrt{8}-1$은 약 $2.828-1=1.828$이므로 $\sqrt{3}$과 $\sqrt{8}$ 사이에 있다.
⑤ $\sqrt{3}+2$는 약 $1.732+2=3.732$이므로 $\sqrt{8}$보다 크다.

09 조건을 만족시키는 수는 3과 $\sqrt{11}$ 사이의 무리수이다.
② $\sqrt{11}-0.5$는 약 $3.317-0.5=2.817$이므로 3보다 작다.
③ $\sqrt{10.24}=3.2$이므로 유리수이다.
④ $\frac{\sqrt{11}-3}{2}$은 약 $\frac{3.317-3}{2}=0.1585$이므로 3보다 작다.

학교시험 미리보기

본문 11~12쪽

01 ③	02 ②	03 ①	04 ⑤	05 ④	06 ⑤
07 ①	08 ③	09 ②	10 ④	11 ④	12 ②
13 ④	14 x	15 141개			

01 ① 15의 제곱근은 $\pm\sqrt{15}$이다.
② 음의 정수의 제곱근은 없고, 0의 제곱근은 1개이다.
③ 제곱근 $(-3)^2$은 $\sqrt{(-3)^2}=3$이다.
④ 0의 제곱근은 0의 1개이다.
⑤ -10의 제곱근은 없다.

02 $\frac{16}{9}$의 음의 제곱근은 $-\sqrt{\frac{16}{9}}=-\frac{4}{3}$이므로 $a=-\frac{4}{3}$
$\sqrt{(-81)^2}=81$의 양의 제곱근은 $\sqrt{81}=9$이므로 $b=9$
$\therefore \frac{1}{3}ab=\frac{1}{3}\times\left(-\frac{4}{3}\right)\times 9=-4$

03 $\sqrt{\frac{16}{25}}\div\sqrt{(-4)^2}+\sqrt{0.09}\times(-\sqrt{10})^2$
$=\frac{4}{5}\div 4+0.3\times 10=\frac{4}{5}\times\frac{1}{4}+3$
$=\frac{1}{5}+3=\frac{16}{5}$

04 $\sqrt{16b^2}=\sqrt{(4b)^2}$이고, $a>0$, $b<0$이므로 $3a>0$, $-2a<0$, $4b<0$
$\therefore \sqrt{(3a)^2}+\sqrt{(-2a)^2}-\sqrt{16b^2}$
$=\sqrt{(3a)^2}+\sqrt{(-2a)^2}-\sqrt{(4b)^2}$
$=3a+\{-(-2a)\}-(-4b)$
$=3a+2a+4b=5a+4b$

05 $\sqrt{\frac{18a}{5}}=\sqrt{\frac{2\times 3^2\times a}{5}}$가 자연수가 되려면 a는 $2\times 5\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.
따라서 가장 작은 정수 a의 값은 $2\times 5=10$이다.

06 $5<\sqrt{\frac{x-1}{2}}<6$에서 $25<\frac{x-1}{2}<36$
$50<x-1<72$ $\quad\therefore 51<x<73$
따라서 자연수 x의 값은 52, 53, $\cdots$, 72의 21개이다.

07 $f(3)=f(4)=1$, $f(5)=f(6)=\cdots=f(9)=2$,
$f(10)=f(11)=\cdots=f(15)=3$이므로
$f(3)+f(4)+\cdots+f(15)=1\times 2+2\times 5+3\times 6$
$=2+10+18=30$

08 $\sqrt{90+a}$가 자연수가 되려면 $90+a$가 90보다 큰 제곱수이어야 하므로 $90+a$의 값은
$10^2=100$, $11^2=121$, $12^2=144$, $\cdots$
따라서 a의 값은 10, 31, 54, $\cdots$이므로 가장 작은 자연수 a는 10이다.

09 $\sqrt{9}-2=3-2=1$, $\sqrt{\left(-\frac{2}{3}\right)^2}=\frac{2}{3}$
따라서 순환하지 않는 무한소수, 즉 무리수인 것은 $-\sqrt{102}$, $2-\pi$, $\sqrt{10}-3$이다.

10 ㄱ. 무한소수 중에서 순환소수는 유리수이다.
ㄷ. $2<\sqrt{5}<3$, $2<\sqrt{8}<3$이므로 $\sqrt{5}$와 $\sqrt{8}$ 사이에는 자연수가 없다.

11 $1<\sqrt{2}<2$, $1<\sqrt{3}<2$이므로
$-2<-\sqrt{2}<-1$, $-2<-\sqrt{3}<-1$
① $-5<-3-\sqrt{2}<-4$ ② $-3<-4+\sqrt{3}<-2$
③ $-5<-3-\sqrt{3}<-4$ ④ $-4<-2-\sqrt{2}<-3$
⑤ $-6<-4-\sqrt{2}<-5$
따라서 -4와 -3 사이에 있는 수는 ④이다.

12 ① $(\sqrt{5}+2)-(2+\sqrt{7})=\sqrt{5}-\sqrt{7}<0$이므로
$\sqrt{5}+2<2+\sqrt{7}$
② $(\sqrt{3}+4)-5=\sqrt{3}-1>0$이므로 $\sqrt{3}+4>5$
③ $\sqrt{0.04}=0.2$이므로 $\sqrt{0.04}<0.5$
④ $(\sqrt{3}+\sqrt{5})-(\sqrt{3}+2)=\sqrt{5}-2=\sqrt{5}-\sqrt{4}>0$이므로
$\sqrt{3}+\sqrt{5}>\sqrt{3}+2$
⑤ $(4-\sqrt{7})-(4-\sqrt{5})=-\sqrt{7}+\sqrt{5}<0$이므로
$4-\sqrt{7}<4-\sqrt{5}$

13 ① $\square ABCD=2\times 2-4\times\left(\frac{1}{2}\times 1\times 1\right)=4-2=2$
$\square CEFG=3\times 3-4\times\left(\frac{1}{2}\times 2\times 1\right)=9-4=5$
④ $\overline{PE}=\overline{PB}+\overline{BE}=\sqrt{2}+3$,
$\overline{BQ}=\overline{BE}+\overline{EQ}=3+\sqrt{5}$

14 $xy<0$에서 x와 y의 부호는 서로 반대이고, $x-y>0$에서 $x>y$이므로 $x>0$, $y<0$이다. ······ ❶
따라서 $2x>0$, $y-x<0$이므로 ······ ❷
$\sqrt{(2x)^2}+\sqrt{y^2}-\sqrt{(y-x)^2}$
$=2x+(-y)-\{-(y-x)\}$
$=2x-y+y-x$
$=x$ ······ ❸

단계	채점 기준	비율
❶	x, y의 부호 판별하기	30 %
❷	$2x$, $y-x$의 부호 판별하기	20 %
❸	근호를 없애고 식을 식 간단히 하기	50 %

15 $\sqrt{5n}$이 유리수가 되려면 n은 $5\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 하므로 150 이하의 자연수 n의 값은 $5\times1^2=5$, $5\times2^2=20$, $5\times3^2=45$, $5\times4^2=80$, $5\times5^2=125$이다. ……… ❶
$\sqrt{7n}$이 유리수가 되려면 n은 $7\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 하므로 150 이하의 자연수 n의 값은 $7\times1^2=7$, $7\times2^2=28$, $7\times3^2=63$, $7\times4^2=112$이다. ……… ❷
따라서 $\sqrt{5n}$ 또는 $\sqrt{7n}$이 유리수가 되도록 하는 자연수 n의 값이 9개이므로 ……… ❸
$\sqrt{5n}$, $\sqrt{7n}$이 모두 무리수가 되도록 하는 자연수 n의 값의 개수는 $150-9=141$(개)이다. ……… ❹

단계	채점 기준	비율
❶	$\sqrt{5n}$이 유리수가 되는 n의 값 구하기	20 %
❷	$\sqrt{7n}$이 유리수가 되는 n의 값 구하기	20 %
❸	$\sqrt{5n}$ 또는 $\sqrt{7n}$이 유리수가 되도록 하는 자연수 n의 값의 개수 구하기	30 %
❹	$\sqrt{5n}$, $\sqrt{7n}$이 모두 무리수가 되도록 하는 자연수 n의 값의 개수 구하기	30 %

Ⅰ-2 | 근호를 포함한 식의 계산

1 근호를 포함한 식의 곱셈과 나눗셈

06 근호를 포함한 식의 곱셈과 나눗셈 본문 13~14쪽

01 ④	02 ⑤	03 ①	04 ④	05 ②	06 ②
07 ①	08 ②	09 $3\sqrt{2}<\sqrt{20}<2\sqrt{6}<5$			10 ②
11 ⑤	12 ⑤	13 $\frac{3}{5}$			

01 ② $-\sqrt{3}\times\sqrt{12}=-\sqrt{3\times12}=-\sqrt{36}=-6$
③ $2\sqrt{5}\times4\sqrt{2}=8\sqrt{5\times2}=8\sqrt{10}$
④ $\sqrt{\frac{12}{5}}\times\sqrt{\frac{20}{3}}=\sqrt{\frac{12}{5}\times\frac{20}{3}}=\sqrt{16}=4$
⑤ $-2\sqrt{\frac{15}{7}}\times\sqrt{\frac{14}{45}}=-2\sqrt{\frac{15}{7}\times\frac{14}{45}}=-2\sqrt{\frac{2}{3}}$

02 $\left(-\sqrt{\frac{5}{6}}\right)\times4\sqrt{6}\times(-2\sqrt{3})=8\sqrt{\frac{5}{6}\times6\times3}=8\sqrt{15}$

03 $2\sqrt{\frac{6}{5}}\times\sqrt{\frac{40}{3}}=2\sqrt{\frac{6}{5}\times\frac{40}{3}}=2\sqrt{16}=2\times4=8$
$\therefore a=8$
$\sqrt{7}\times2\sqrt{2}\times(-\sqrt{14})=-2\sqrt{7\times2\times14}$
$=-2\times14=-28$
$\therefore b=-28$
$\therefore a+b=8+(-28)=-20$

04 $2\times\sqrt{5}\times\sqrt{k}=\sqrt{2}\times\sqrt{8}$에서
$2\sqrt{5k}=\sqrt{16}$, $2\sqrt{5k}=4$, $\sqrt{5k}=2$
따라서 $5k=4$이므로 $k=\frac{4}{5}$

05 ① $\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}}=\sqrt{\frac{20}{5}}=\sqrt{4}=2$
② $-\frac{\sqrt{81}}{\sqrt{9}}=-\sqrt{\frac{81}{9}}=-\sqrt{9}=-3$
③ $4\sqrt{18}\div2\sqrt{6}=2\sqrt{\frac{18}{6}}=2\sqrt{3}$
④ $3\sqrt{12}\div6\sqrt{6}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{12}{6}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$
⑤ $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{8}}\div\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{24}}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{8}}\times\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{15}}=\sqrt{\frac{5}{8}\times\frac{24}{15}}=1$

06 ① $\sqrt{6}\div3\sqrt{3}=\frac{1}{3}\sqrt{\frac{6}{3}}=\frac{\sqrt{2}}{3}$
② $\sqrt{24}\div2\sqrt{8}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{24}{8}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$
③ $\sqrt{12}\div3\sqrt{6}=\frac{1}{3}\sqrt{\frac{12}{6}}=\frac{\sqrt{2}}{3}$
④ $\frac{\sqrt{16}}{3\sqrt{3}}\div\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{16}}{3\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}}=\frac{1}{3}\sqrt{\frac{16}{3}\times\frac{3}{8}}=\frac{\sqrt{2}}{3}$
⑤ $\frac{\sqrt{10}}{6}\div\frac{\sqrt{5}}{2}=\frac{\sqrt{10}}{6}\times\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{1}{3}\sqrt{\frac{10}{5}}=\frac{\sqrt{2}}{3}$
따라서 계산 결과가 다른 것은 ②이다.

07 $\frac{\sqrt{30}}{\sqrt{12}}\div\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{6}}\div\frac{\sqrt{15}}{2\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{30}}{\sqrt{12}}\times\frac{\sqrt{6}}{3\sqrt{3}}\times\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{15}}$
$=\frac{2}{3}\sqrt{\frac{30}{12}\times\frac{6}{3}\times\frac{6}{15}}$
$=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

08 $\sqrt{75}=\sqrt{5^2\times3}=5\sqrt{3}$ $\quad\therefore k=5$

09 $3\sqrt{2}=\sqrt{18}$, $5=\sqrt{25}$, $2\sqrt{6}=\sqrt{24}$이므로
$\sqrt{18}<\sqrt{20}<\sqrt{24}<\sqrt{25}$
$\therefore 3\sqrt{2}<\sqrt{20}<2\sqrt{6}<5$

10 ① $\sqrt{30}\div\sqrt{5}=\sqrt{\frac{30}{5}}=\sqrt{6}$
② $\frac{3\sqrt{14}}{\sqrt{18}}=3\sqrt{\frac{14}{18}}=3\sqrt{\frac{7}{9}}=\sqrt{7}$
③ $\frac{\sqrt{40}}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{20}}{2}=\frac{2\sqrt{5}}{2}=\sqrt{5}$
④ $\sqrt{90}\div\sqrt{45}=\sqrt{\frac{90}{45}}=\sqrt{2}$
⑤ $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{6}}=\sqrt{3}$
따라서 그 값이 가장 큰 것은 ②이다.

11 ① $3\sqrt{10}=\sqrt{90}$이므로 $3\sqrt{10}>\sqrt{89}$
② $8\sqrt{2}=\sqrt{128}$, $2\sqrt{30}=\sqrt{120}$이므로 $-8\sqrt{2}<-2\sqrt{30}$
③ $3\sqrt{2}=\sqrt{18}$, $5=\sqrt{25}$이므로 $3\sqrt{2}<\sqrt{5}$
④ $\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{\frac{3}{4}}$, $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{18}}=\sqrt{\frac{6}{18}}=\sqrt{\frac{1}{3}}$이므로 $\frac{\sqrt{3}}{2}>\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{18}}$
⑤ $2\sqrt{3}=\sqrt{12}$, $3\sqrt{2}=\sqrt{18}$이므로 $-2\sqrt{3}>-3\sqrt{2}$

12 $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{5}} \div \frac{1}{5\sqrt{2}} \div \frac{2}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{5}} \times 5\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{10}}{2}$

$= \frac{5}{2}\sqrt{\frac{8}{5} \times 2 \times 10}$

$= \frac{5}{2} \times 4\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$

$\therefore k=10$

13 $\sqrt{0.48}=\sqrt{\frac{48}{100}}=\sqrt{\frac{12}{25}}=\frac{2\sqrt{3}}{5}$ 이므로 $a=\frac{2}{5}$

$\sqrt{\frac{12}{50}}=\sqrt{\frac{6}{25}}=\frac{\sqrt{6}}{5}$ 이므로 $b=\frac{1}{5}$

$\therefore a+b=\frac{2}{5}+\frac{1}{5}=\frac{3}{5}$

07 분모의 유리화와 곱셈, 나눗셈의 혼합 계산 본문 14~15쪽

01 ② 02 ③ 03 ④ 04 (1) $2\sqrt{7}$ (2) $6\sqrt{2}$ (3) $\frac{\sqrt{14}}{6}$

05 ④ 06 ⑤ 07 ② 08 $\frac{\sqrt{30}}{15}$ 09 ③ 10 ③

11 $12\sqrt{15}\pi$ 12 $\frac{\sqrt{2}}{4}$

01 ① $\frac{6}{\sqrt{3}}=\frac{6\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{6\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}$

② $\frac{3}{\sqrt{6}}=\frac{3\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\frac{3\sqrt{6}}{6}=\frac{\sqrt{6}}{2}$

③ $\frac{8}{\sqrt{2}}=\frac{8\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{8\sqrt{2}}{2}=4\sqrt{2}$

④ $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{11}}=\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{11}}{\sqrt{11}\times\sqrt{11}}=\frac{\sqrt{22}}{11}$

⑤ $\frac{\sqrt{2}}{4\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{7}}{4\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{14}}{28}$

02 $\frac{3}{\sqrt{12}}=\frac{3}{2\sqrt{3}}=\frac{3\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{3}}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ 이므로 $a=\frac{1}{2}$

$\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{3}\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{15}}{5}$ 이므로 $b=\frac{2}{5}$

$\therefore 5ab=5\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{5}=1$

03 ② $\frac{12}{\sqrt{12}}=\frac{12}{2\sqrt{3}}=\frac{12\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{12\sqrt{3}}{6}=2\sqrt{3}$

③ $\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{6}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{12}}{2}=2\sqrt{3}$

④ $\frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{6}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{18}}{3}=3\sqrt{2}$

⑤ $\frac{6}{\sqrt{3}}=\frac{6\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{6\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}$

따라서 그 값이 나머지 넷과 다른 것은 ④이다.

04 (1) $a=\frac{14}{\sqrt{7}}=\frac{14\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\frac{14\sqrt{7}}{7}=2\sqrt{7}$ ⋯⋯ ❶

(2) $b=\frac{24}{\sqrt{8}}=\frac{24}{2\sqrt{2}}=\frac{12}{\sqrt{2}}=\frac{12\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{12\sqrt{2}}{2}=6\sqrt{2}$

⋯⋯ ❷

(3) $\frac{a}{b}=\frac{2\sqrt{7}}{6\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{7}\times\sqrt{2}}{6\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{14}}{12}=\frac{\sqrt{14}}{6}$ ⋯⋯ ❸

단계	채점 기준	비율
❶	a의 분모를 유리화하기	30 %
❷	b의 분모를 유리화하기	30 %
❸	$\frac{a}{b}$의 값 구하기	40 %

05 $3\sqrt{6}\times2\sqrt{2}\div\sqrt{6}=3\sqrt{6}\times2\sqrt{2}\times\frac{1}{\sqrt{6}}$

$=6\sqrt{2}$

06 $\frac{\sqrt{32}}{3}\div(-4\sqrt{3})\times\sqrt{50}=\frac{4\sqrt{2}}{3}\times\left(-\frac{1}{4\sqrt{3}}\right)\times5\sqrt{2}$

$=-\frac{10}{3\sqrt{3}}=-\frac{10\sqrt{3}}{9}$

07 $\frac{6}{\sqrt{3}}\div\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{8}}\times\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}=\frac{6}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{15}}\times\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}$

$=6\sqrt{\frac{8\times5}{3\times15\times6}}=6\sqrt{\frac{4}{27}}$

$=6\times\frac{2}{3\sqrt{3}}=\frac{4}{\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$

$\therefore a=\frac{4}{3}$

08 $x=4\sqrt{3}\times\sqrt{2}\div\sqrt{\frac{6}{5}}=4\sqrt{3}\times\sqrt{2}\times\sqrt{\frac{5}{6}}=4\sqrt{5}$ ⋯⋯ ❶

$y=2\sqrt{5}\times\sqrt{8}\div\sqrt{15}=2\sqrt{5}\times\sqrt{8}\times\frac{1}{\sqrt{15}}=2\sqrt{\frac{8}{3}}$

$=\frac{2\sqrt{24}}{3}=\frac{4\sqrt{6}}{3}$ ⋯⋯ ❷

$\therefore \frac{y}{x}=\frac{4\sqrt{6}}{3}\div4\sqrt{5}=\frac{4\sqrt{6}}{3}\times\frac{1}{4\sqrt{5}}$

$=\frac{\sqrt{6}}{3\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{30}}{15}$ ⋯⋯ ❸

단계	채점 기준	비율
❶	x의 값 구하기	30 %
❷	y의 값 구하기	30 %
❸	$\frac{y}{x}$의 값 구하기	40 %

09 직사각형의 가로의 길이는 $\sqrt{600}=10\sqrt{6}$, 세로의 길이는 $2\sqrt{6}$이므로 넓이는

$10\sqrt{6}\times2\sqrt{6}=120$

따라서 넓이가 120인 정사각형의 한 변의 길이는

$\sqrt{120}=2\sqrt{30}$

10 직육면체의 부피가 $60\sqrt{3}\text{ cm}^3$이므로

(직육면체의 높이)$=60\sqrt{3}\div(3\sqrt{2}\times6\sqrt{3})$

$=60\sqrt{3}\div18\sqrt{6}$

$=\frac{60\sqrt{3}}{18\sqrt{6}}=\frac{10}{3\sqrt{2}}$

$=\frac{5\sqrt{2}}{3}$ (cm)

워크북

11 밑면인 원의 반지름의 길이를 r라고 하면

$2\pi r=4\sqrt{3}\pi$에서 $r=2\sqrt{3}$ …… ❶

$\therefore$ (원기둥의 부피)$=\pi\times(2\sqrt{3})^2\times\sqrt{15}$

$=\pi\times12\times\sqrt{15}$

$=12\sqrt{15}\pi$ …… ❷

단계	채점 기준	비율
❶	밑면인 원의 반지름의 길이 구하기	40 %
❷	원기둥의 부피 구하기	60 %

12 정사각형 A, B, C, D의 넓이를 각각 a, b, c, d라고 하면

$b=2a$, $c=2b$, $d=2c$이고 $d=1$이므로

$c=\frac{1}{2}d=\frac{1}{2}$, $b=\frac{1}{2}c=\frac{1}{4}$, $a=\frac{1}{2}b=\frac{1}{8}$

따라서 정사각형 A의 넓이는 $\frac{1}{8}$이므로 한 변의 길이는

$\sqrt{\frac{1}{8}}=\frac{1}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{4}$

2 근호를 포함한 식의 덧셈과 뺄셈

08 근호를 포함한 식의 덧셈과 뺄셈

본문 16~17쪽

01 $-2\sqrt{6}+2\sqrt{10}$	02 ③	03 ⑤	04 ⑤	05 ⑤
06 ①	07 $-2a+5b$	08 ②	09 ①	10 ③
11 ⑤	12 ②			

01 $2\sqrt{6}-\sqrt{10}-4\sqrt{6}+3\sqrt{10}=(2-4)\sqrt{6}+(-1+3)\sqrt{10}$

$=-2\sqrt{6}+2\sqrt{10}$

02 $\frac{3\sqrt{2}}{4}-\frac{\sqrt{5}}{3}-\frac{\sqrt{2}}{12}+\sqrt{5}=\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{12}\right)\sqrt{2}+\left(-\frac{1}{3}+1\right)\sqrt{5}$

$=\frac{2\sqrt{2}}{3}+\frac{2\sqrt{5}}{3}$

따라서 $a=\frac{2}{3}$, $b=\frac{2}{3}$이므로 $a-b=0$

03 $\frac{\sqrt{a}}{3}-\frac{\sqrt{a}}{7}=\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{7}\right)\sqrt{a}=\frac{4\sqrt{a}}{21}$이므로

$\frac{4\sqrt{a}}{21}=\frac{2}{7}$, $\sqrt{a}=\frac{2}{7}\times\frac{21}{4}=\frac{3}{2}$

$\therefore a=\frac{9}{4}$

04 $\sqrt{48}-\sqrt{12}+\sqrt{75}-\sqrt{27}=4\sqrt{3}-2\sqrt{3}+5\sqrt{3}-3\sqrt{3}$

$=4\sqrt{3}$

05 $\sqrt{20}-\sqrt{45}+\sqrt{80}=2\sqrt{5}-3\sqrt{5}+4\sqrt{5}$

$=3\sqrt{5}$

$\therefore m=3$

06 $4\sqrt{12}+\sqrt{54}-(2\sqrt{27}+\sqrt{24})=8\sqrt{3}+3\sqrt{6}-6\sqrt{3}-2\sqrt{6}$

$=2\sqrt{3}+\sqrt{6}$

따라서 $a=2$, $b=1$이므로 $a-b=2-1=1$

07 $\sqrt{8}+\sqrt{63}-\sqrt{32}+\sqrt{28}$

$=2\sqrt{2}+3\sqrt{7}-4\sqrt{2}+2\sqrt{7}$ …… ❶

$=-2\sqrt{2}+5\sqrt{7}$ …… ❷

$=-2a+5b$ …… ❸

단계	채점 기준	비율
❶	근호 안의 수를 가장 작은 자연수로 만들기	40 %
❷	제곱근의 덧셈과 뺄셈하기	40 %
❸	a, b를 사용하여 나타내기	20 %

08 ㄱ. $(2\sqrt{7}+\sqrt{5})-(-2\sqrt{5}+3\sqrt{7})$

$=2\sqrt{7}+\sqrt{5}+2\sqrt{5}-3\sqrt{7}$

$=3\sqrt{5}-\sqrt{7}$

$=\sqrt{45}-\sqrt{7}>0$

$\therefore 2\sqrt{7}+\sqrt{5}>-2\sqrt{5}+3\sqrt{7}$

ㄴ. $(3\sqrt{3}-4\sqrt{2})-(-\sqrt{12}+\sqrt{8})$

$=3\sqrt{3}-4\sqrt{2}+2\sqrt{3}-2\sqrt{2}$

$=5\sqrt{3}-6\sqrt{2}=\sqrt{75}-\sqrt{72}>0$

$\therefore 3\sqrt{3}-4\sqrt{2}>-\sqrt{12}+\sqrt{8}$

ㄷ. $(2\sqrt{5}+1)-(8-\sqrt{5})=2\sqrt{5}+1-8+\sqrt{5}$

$=3\sqrt{5}-7$

$=\sqrt{45}-\sqrt{49}<0$

$\therefore 2\sqrt{5}+1<8-\sqrt{5}$

ㄹ. $(5\sqrt{3}-\sqrt{18})-(\sqrt{12}+\sqrt{2})=5\sqrt{3}-3\sqrt{2}-2\sqrt{3}-\sqrt{2}$

$=3\sqrt{3}-4\sqrt{2}$

$=\sqrt{27}-\sqrt{32}<0$

$\therefore 5\sqrt{3}-\sqrt{18}<\sqrt{12}+\sqrt{2}$

09 $\sqrt{12}-\frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{2}}\times2-\sqrt{27}=2\sqrt{3}-6\sqrt{3}-3\sqrt{3}$

$=-7\sqrt{3}$

10 $b=a+\frac{1}{a}=\sqrt{7}+\frac{1}{\sqrt{7}}=\sqrt{7}+\frac{\sqrt{7}}{7}=\frac{8\sqrt{7}}{7}$

따라서 b는 a의 $\frac{8}{7}$배이다.

11 $\sqrt{98}+k\sqrt{2}-\frac{16}{\sqrt{2}}=3\sqrt{2}$에서

$7\sqrt{2}+k\sqrt{2}-8\sqrt{2}=3\sqrt{2}$

$(k-1)\sqrt{2}=3\sqrt{2}$

따라서 $k-1=3$이므로 $k=4$

12 $3\sqrt{a}+\sqrt{18}-\sqrt{128}=\frac{14\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$에서

$3\sqrt{a}+3\sqrt{2}-8\sqrt{2}=7\sqrt{2}$

$3\sqrt{a}=12\sqrt{2}$

$\sqrt{a}=4\sqrt{2}=\sqrt{32}$

$\therefore a=32$

09 근호를 포함한 복잡한 식의 계산

본문 17~19쪽

01 ③	02 ④	03 7	04 $6+2\sqrt{3}$		
05 (1) $6+2\sqrt{5}$ (2) $8-2\sqrt{7}$ (3) 1 (4) $-8-7\sqrt{2}$					
06 ①	07 ⑤	08 ①	09 ①	10 ①	11 ①
12 -36	13 ④	14 ⑤	15 2	16 ①	17 ⑤
18 ⑤	19 $6\sqrt{2}$	20 14	21 14		

01 $\sqrt{(-5)^2}-\sqrt{5}(5-\sqrt{5})+\sqrt{80}=5-5\sqrt{5}+5+4\sqrt{5}$
$=10-\sqrt{5}$

02 $\dfrac{3}{\sqrt{2}}+\dfrac{2}{\sqrt{3}}-\dfrac{\sqrt{2}-3\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$
$=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}+\dfrac{2\sqrt{3}}{3}-\dfrac{2\sqrt{3}-9\sqrt{2}}{6}$
$=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}+\dfrac{2\sqrt{3}}{3}-\dfrac{\sqrt{3}}{3}+\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$
$=3\sqrt{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

03 $\dfrac{8}{2\sqrt{2}}+\dfrac{12}{\sqrt{3}}-\sqrt{2}(5-3\sqrt{6})=2\sqrt{2}+4\sqrt{3}-5\sqrt{2}+6\sqrt{3}$
$=-3\sqrt{2}+10\sqrt{3}$ ············ ❶
따라서 $a=-3$, $b=10$이므로 ············ ❷
$a+b=(-3)+10=7$ ············ ❸

단계	채점 기준	비율
❶	주어진 식의 좌변을 간단히 하기	60 %
❷	a, b의 값 구하기	20 %
❸	$a+b$의 값 구하기	20 %

04 (사다리꼴 ABCD의 넓이)
$=\dfrac{1}{2}\times(\sqrt{24}-2+2\sqrt{2}+2)\times\sqrt{6}$
$=\dfrac{1}{2}\times(2\sqrt{6}+2\sqrt{2})\times\sqrt{6}$
$=(\sqrt{6}+\sqrt{2})\times\sqrt{6}$
$=6+2\sqrt{3}$

05 (1) $(\sqrt{5}+1)^2=5+2\sqrt{5}+1=6+2\sqrt{5}$
(2) $(1-\sqrt{7})^2=1-2\sqrt{7}+7=8-2\sqrt{7}$
(3) $(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})=(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2=3-2=1$
(4) $(3\sqrt{2}+4)(2\sqrt{2}-5)=12+(-15+8)\sqrt{2}-20$
$=-8-7\sqrt{2}$

06 $(2\sqrt{3}-5)(\sqrt{3}+1)=6+(2-5)\sqrt{3}-5=1-3\sqrt{3}$
따라서 $a=1$, $b=-3$이므로
$a+b=1+(-3)=-2$

07 $(\sqrt{6}+3)^2-(\sqrt{6}+1)(\sqrt{6}-3)$
$=6+6\sqrt{6}+9-(6-2\sqrt{6}-3)$
$=15+6\sqrt{6}-3+2\sqrt{6}$
$=12+8\sqrt{6}$

08 $(x+y)^2-(x-y)^2=x^2+2xy+y^2-(x^2-2xy+y^2)$
$=4xy=4\times3\sqrt{2}\times(-\sqrt{3})$
$=-12\sqrt{6}$

09 $\dfrac{4}{3-2\sqrt{2}}=\dfrac{4(3+2\sqrt{2})}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}=12+8\sqrt{2}$

10 $\dfrac{\sqrt{20}-\sqrt{15}}{\sqrt{5}}-\dfrac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$
$=\dfrac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}}-\dfrac{\sqrt{15}}{\sqrt{5}}-\dfrac{(2+\sqrt{3})^2}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}$
$=\sqrt{4}-\sqrt{3}-(4+4\sqrt{3}+3)$
$=2-\sqrt{3}-7-4\sqrt{3}$
$=-5-5\sqrt{3}$

11 $\dfrac{4}{\sqrt{11}+\sqrt{7}}-\dfrac{8}{\sqrt{11}-\sqrt{7}}$
$=\dfrac{4(\sqrt{11}-\sqrt{7})}{(\sqrt{11}+\sqrt{7})(\sqrt{11}-\sqrt{7})}-\dfrac{8(\sqrt{11}+\sqrt{7})}{(\sqrt{11}-\sqrt{7})(\sqrt{11}+\sqrt{7})}$
$=\dfrac{4(\sqrt{11}-\sqrt{7})}{11-7}-\dfrac{8(\sqrt{11}+\sqrt{7})}{11-7}$
$=\sqrt{11}-\sqrt{7}-2(\sqrt{11}+\sqrt{7})$
$=-\sqrt{11}-3\sqrt{7}$
따라서 $a=-3$, $b=-1$이므로
$a+b=(-3)+(-1)=-4$

12 $\dfrac{\sqrt{10}+3}{\sqrt{10}-3}-\dfrac{\sqrt{10}-3}{\sqrt{10}+3}$
$=\dfrac{(\sqrt{10}+3)^2}{(\sqrt{10}-3)(\sqrt{10}+3)}-\dfrac{(\sqrt{10}-3)^2}{(\sqrt{10}+3)(\sqrt{10}-3)}$
$=\dfrac{10+6\sqrt{10}+9}{10-9}-\dfrac{10-6\sqrt{10}+9}{10-9}$
$=19+6\sqrt{10}-(19-6\sqrt{10})$
$=12\sqrt{10}$ ············ ❶
따라서 $a=0$, $b=12$이므로 ············ ❷
$2a-3b=2\times0-3\times12=-36$ ············ ❸

단계	채점 기준	비율
❶	좌변의 식 간단히 하기	60 %
❷	a, b의 값 구하기	20 %
❸	$2a-3b$의 값 구하기	20 %

13 $5\sqrt{10}-7k+2-2k\sqrt{10}=(-7k+2)+(5-2k)\sqrt{10}$이 유리수이므로
$5-2k=0$, $2k=5$ $\quad\therefore k=\dfrac{5}{2}$

14 $(3+2\sqrt{3})(a-4\sqrt{3})=(3a-24)+(-12+2a)\sqrt{3}$이 유리수이므로
$-12+2a=0$, $2a=12$ $\quad\therefore a=6$

15 $(\sqrt{7}-3)^2-a(4-3\sqrt{7})=7-6\sqrt{7}+9-4a+3a\sqrt{7}$
$=(16-4a)+(-6+3a)\sqrt{7}$
이것이 유리수이므로
$-6+3a=0$, $3a=6$ $\quad\therefore a=2$

16 $x=\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\dfrac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{6}+3}{3}$,

$y=\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\dfrac{(\sqrt{2}-\sqrt{3})\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{6}-3}{3}$이므로

$x-y=\dfrac{\sqrt{6}+3-(\sqrt{6}-3)}{3}=\dfrac{6}{3}=2$,

$xy=\dfrac{\sqrt{6}+3}{3}\times\dfrac{\sqrt{6}-3}{3}=\dfrac{6-9}{9}=-\dfrac{1}{3}$

$\therefore \dfrac{x-y}{xy}=2\div\left(-\dfrac{1}{3}\right)=2\times(-3)=-6$

17 $x=\sqrt{2}-1$, $y=\sqrt{2}+1$이므로

$x+y=\sqrt{2}-1+\sqrt{2}+1=2\sqrt{2}$,

$xy=(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)=2-1=1$

$\therefore \dfrac{3}{x}+\dfrac{3}{y}=\dfrac{3(x+y)}{xy}=\dfrac{3\times2\sqrt{2}}{1}=6\sqrt{2}$

18 $a=3-\sqrt{7}$, $b=3+\sqrt{7}$이므로

$a+b=3-\sqrt{7}+3+\sqrt{7}=6$,

$ab=(3-\sqrt{7})(3+\sqrt{7})=9-7=2$

$\therefore \left(a+\dfrac{1}{b}\right)+\left(b+\dfrac{1}{a}\right)=a+b+\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}$

$=a+b+\dfrac{a+b}{ab}$

$=6+\dfrac{6}{2}$

$=6+3=9$

19 $x=\dfrac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}=\dfrac{3(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{(\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{2})}=\sqrt{5}+\sqrt{2}$,

$y=\dfrac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}=\dfrac{3(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})}=\sqrt{5}-\sqrt{2}$이므로

.... ❶

$x(y+3)-y(x+3)=xy+3x-xy-3y$

$=3(x-y)$ .... ❷

$=3(\sqrt{5}+\sqrt{2}-\sqrt{5}+\sqrt{2})$

$=3\times2\sqrt{2}=6\sqrt{2}$ .... ❸

단계	채점 기준	비율
❶	x, y의 분모를 유리화하기	60%
❷	주어진 식을 간단히 하기	30%
❸	식의 값 구하기	10%

20 $a=\dfrac{1}{2-\sqrt{3}}=\dfrac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}=2+\sqrt{3}$,

$b=\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}=\dfrac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}=2-\sqrt{3}$이므로

$a+b=2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3}=4$,

$ab=(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})=4-3=1$

$\therefore \dfrac{b}{a}+\dfrac{a}{b}=\dfrac{b^2+a^2}{ab}$

$=\dfrac{(a+b)^2-2ab}{ab}$

$=\dfrac{16-2}{1}=14$

21 $a=\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\dfrac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}$

$=3+2\sqrt{6}+2=5+2\sqrt{6}$

$a-5=2\sqrt{6}$의 양변을 제곱하면

$(a-5)^2=(2\sqrt{6})^2$, $a^2-10a+25=24$

$\therefore a^2-10a=-1$

$\therefore a^2-10a+15=(-1)+15=14$

3 제곱근의 값

10 제곱근표 본문 20쪽

01 ③ 02 4.436 03 1 04 ④

01 ③ $\sqrt{4.82}=2.195$

02 $\sqrt{4.91}=2.216=a$, $\sqrt{4.93}=2.220=b$

$\therefore a+b=2.216+2.220=4.436$

03 $\sqrt{30.3}=5.505$이므로 $x=30.3$

$\sqrt{31.3}=5.595$이므로 $y=31.3$

$\therefore y-x=31.3-30.3=1$

04 $\sqrt{31.1}=5.577$이므로 $x=31.1$

$\sqrt{32.1}=5.666$이므로 $y=5.666$

$\therefore x+10y=31.1+56.66=87.76$

11 제곱근의 값 본문 20~21쪽

01 ③ 02 ④ 03 ② 04 ⑤ 05 ④, ⑤
06 4.576 07 ③ 08 ④ 09 ② 10 ②
11 $-3+\sqrt{10}$ 12 $-2+\sqrt{5}$ 13 $\sqrt{3}+1$
14 $39-6\sqrt{5}$

01 $\sqrt{3700}=10\sqrt{37}=10\times6.083=60.83$

02 $a\sqrt{70}$의 꼴로 나타낼 수 없는 것을 찾는다.

① $\sqrt{7000}=\sqrt{70\times100}=10\sqrt{70}$

② $\sqrt{0.7}=\sqrt{\dfrac{70}{100}}=\dfrac{\sqrt{70}}{10}$

③ $\sqrt{280}=\sqrt{4\times70}=2\sqrt{70}$

④ $\sqrt{70000}=\sqrt{7\times10000}=100\sqrt{7}$

⑤ $\sqrt{0.007}=\sqrt{\dfrac{70}{10000}}=\dfrac{\sqrt{70}}{100}$

따라서 $\sqrt{70}=8.367$임을 이용하여 구할 수 없는 제곱근의 값은 ④이다.

03 $10\sqrt{8.29}=28.79$이므로

$\sqrt{a}=10\sqrt{8.29}=\sqrt{100\times8.29}=\sqrt{829}$

$\therefore a=829$

04 $\sqrt{11000}=\sqrt{1.1\times10000}=100\sqrt{1.1}=104.9$

05 $\sqrt{2.13}=a$, $\sqrt{21.3}=b$이므로

① $\sqrt{0.213}=\sqrt{\dfrac{21.3}{100}}=\dfrac{\sqrt{21.3}}{10}=0.1b$

② $\sqrt{0.0213}=\sqrt{\dfrac{2.13}{100}}=\dfrac{\sqrt{2.13}}{10}=0.1a$

③ $\sqrt{2130}=\sqrt{21.3\times100}=10\sqrt{21.3}=10b$

④ $\sqrt{21300}=\sqrt{2.13\times10000}=100\sqrt{2.13}=100a$

⑤ $\sqrt{852}=\sqrt{4\times213}=2\sqrt{2.13\times100}=20\sqrt{2.13}=20a$

06 $\dfrac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}}+\sqrt{10}=\sqrt{2}+\sqrt{10}$

$=1.414+3.162=4.576$

07 $\dfrac{4}{\sqrt{2}}+\sqrt{32}=2\sqrt{2}+4\sqrt{2}=6\sqrt{2}$

$=6\times1.414=8.484$

08 $\sqrt{0.48}+\dfrac{3}{\sqrt{3}}+\sqrt{1.08}=\dfrac{\sqrt{48}}{10}+\sqrt{3}+\dfrac{\sqrt{108}}{10}$

$=\dfrac{4\sqrt{3}}{10}+\sqrt{3}+\dfrac{6\sqrt{3}}{10}$

$=2\sqrt{3}=2\times1.732=3.464$

09 $100\sqrt{0.32}-\dfrac{1}{10}\sqrt{320}$

$=100\sqrt{\dfrac{32}{100}}-\dfrac{1}{10}\sqrt{100\times3.2}$

$=\dfrac{100\sqrt{32}}{10}-\dfrac{10\sqrt{3.2}}{10}$

$=10\sqrt{32}-\sqrt{3.2}$

$=10\times5.657-1.789$

$=56.57-1.789=54.781$

10 $2<\sqrt{6}<3$이므로 $\sqrt{6}$의 정수 부분은 $a=2$, 소수 부분은 $b=\sqrt{6}-2$이다.

$\therefore 3a-b=3\times2-(\sqrt{6}-2)=8-\sqrt{6}$

11 $3<\sqrt{10}<4$이므로 $\sqrt{10}$의 정수 부분은 $a=3$, 소수 부분은 $b=\sqrt{10}-3$이다.

$\therefore \dfrac{1}{2a+b}=\dfrac{1}{6+\sqrt{10}-3}=\dfrac{1}{3+\sqrt{10}}$

$=\dfrac{3-\sqrt{10}}{(3+\sqrt{10})(3-\sqrt{10})}=-3+\sqrt{10}$

12 $2<\sqrt{5}<3$이므로 $-3<-\sqrt{5}<-2$

$\therefore 1<4-\sqrt{5}<2$

따라서 $4-\sqrt{5}$의 정수 부분은 $a=1$ ········· ❶

$4-\sqrt{5}$의 소수 부분은 $b=(4-\sqrt{5})-1=3-\sqrt{5}$ ········· ❷

$\therefore a-b=1-(3-\sqrt{5})=-2+\sqrt{5}$ ········· ❸

단계	채점 기준	비율
❶	a의 값 구하기	40 %
❷	b의 값 구하기	30 %
❸	$a-b$의 값 구하기	30 %

13 $1<\sqrt{3}<2$이므로 $2<1+\sqrt{3}<3$

$1+\sqrt{3}$의 정수 부분은 $a=2$, 소수 부분은

$b=1+\sqrt{3}-2=\sqrt{3}-1$이므로

$(a+b)^2-(a-b)^2=a^2+2ab+b^2-(a^2-2ab+b^2)$

$=4ab=4\times2\times(\sqrt{3}-1)$

$=8(\sqrt{3}-1)$

$\therefore \dfrac{16}{(a+b)^2-(a-b)^2}=\dfrac{16}{8(\sqrt{3}-1)}=\dfrac{2}{\sqrt{3}-1}$

$=\dfrac{2(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}$

$=\sqrt{3}+1$

14 $\dfrac{4}{3-\sqrt{5}}=\dfrac{4(3+\sqrt{5})}{(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})}=3+\sqrt{5}$이고,

$2<\sqrt{5}<3$이므로 $5<3+\sqrt{5}<6$

따라서 $3+\sqrt{5}$의 정수 부분은 $a=5$이다.

또, $\dfrac{4}{3+\sqrt{5}}=\dfrac{4(3-\sqrt{5})}{(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})}=3-\sqrt{5}$이고,

$2<\sqrt{5}<3$이므로 $-3<-\sqrt{5}<-2$

$\therefore 0<3-\sqrt{5}<1$

따라서 $3-\sqrt{5}$의 소수 부분은 $b=3-\sqrt{5}$이다.

$\therefore a^2+b^2=5^2+(3-\sqrt{5})^2$

$=25+9-6\sqrt{5}+5=39-6\sqrt{5}$

학교시험 미리보기

본문 22~23쪽

01 ①	02 ①	03 ④	04 ④	05 ②	06 ④
07 ②	08 ②	09 ②	10 ⑤	11 ⑤	12 ①
13 ①	14 $\dfrac{\sqrt{6}}{2}+2$		15 $8+8\sqrt{3}$		

01 $\sqrt{50}=\sqrt{5^2\times2}=5\sqrt{2}$ $\quad\therefore a=5$

$4\sqrt{3}=\sqrt{4^2\times3}=\sqrt{48}$ $\quad\therefore b=48$

$\therefore 10a-b=50-48=2$

02 $\sqrt{3}=a$, $\sqrt{5}=b$이므로

$\sqrt{0.6}=\sqrt{\dfrac{6}{10}}=\sqrt{\dfrac{3}{5}}=\dfrac{\sqrt{3}\times\sqrt{5}}{5}=\dfrac{ab}{5}$

03 ① $\sqrt{3}\sqrt{24}=\sqrt{3\times24}=6\sqrt{2}$

② $\sqrt{\dfrac{45}{18}}\div\sqrt{\dfrac{24}{9}}=\sqrt{\dfrac{45}{18}}\times\sqrt{\dfrac{9}{24}}$

$=\sqrt{\dfrac{45\times9}{18\times24}}=\sqrt{\dfrac{15}{16}}=\dfrac{\sqrt{15}}{4}$

③ $\sqrt{20}-\sqrt{45}=2\sqrt{5}-3\sqrt{5}=-\sqrt{5}$

④ $\sqrt{27}-\dfrac{2\sqrt{6}}{\sqrt{2}}=3\sqrt{3}-2\sqrt{3}=\sqrt{3}$

⑤ $\dfrac{2}{\sqrt{3}}\div\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{2}{\sqrt{3}}\times\dfrac{2}{\sqrt{2}}=\dfrac{4}{\sqrt{6}}=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$

04 ① $(3\sqrt{3}-1)-(2\sqrt{7}-1)=3\sqrt{3}-1-2\sqrt{7}+1$

$=3\sqrt{3}-2\sqrt{7}=\sqrt{27}-\sqrt{28}<0$

$\therefore 3\sqrt{3}-1<2\sqrt{7}-1$

② $(4\sqrt{2}-\sqrt{3})-(2\sqrt{2}+2\sqrt{3})=4\sqrt{2}-\sqrt{3}-2\sqrt{2}-2\sqrt{3}$
$=2\sqrt{2}-3\sqrt{3}$
$=\sqrt{8}-\sqrt{27}<0$
$\therefore 4\sqrt{2}-3<2\sqrt{2}+2\sqrt{3}$

③ $(2-4\sqrt{3})-(-2\sqrt{5}+2)=2-4\sqrt{3}+2\sqrt{5}-2$
$=-4\sqrt{3}+2\sqrt{5}$
$=-\sqrt{48}+\sqrt{20}<0$
$\therefore 2-4\sqrt{3}<-2\sqrt{5}+2$

④ $(6\sqrt{3}-2)-(2+4\sqrt{3})=6\sqrt{3}-2-2-4\sqrt{3}$
$=2\sqrt{3}-4=\sqrt{12}-\sqrt{16}<0$
$\therefore 6\sqrt{3}-2<2+4\sqrt{3}$

⑤ $(5\sqrt{2}+3)-(8+2\sqrt{2})=5\sqrt{2}+3-8-2\sqrt{2}$
$=3\sqrt{2}-5=\sqrt{18}-\sqrt{25}<0$
$\therefore 5\sqrt{2}+3<8+2\sqrt{2}$

05 $-12\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)+4\sqrt{3}-\frac{18}{\sqrt{3}}$
$=-12\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)+4\sqrt{3}-6\sqrt{3}$
$=-6\sqrt{3}+4\sqrt{3}+4\sqrt{3}-6\sqrt{3}$
$=-4\sqrt{3}$

06 $(2\sqrt{5}-3)(a\sqrt{5}+4)=10a+(8-3a)\sqrt{5}-12$
$=(10a-12)+(8-3a)\sqrt{5}$
이것이 유리수가 되려면
$8-3a=0$, $3a=8$
$\therefore a=\frac{8}{3}$

07 $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{\sqrt{6}+\sqrt{5}}-\frac{\sqrt{6}+\sqrt{5}}{\sqrt{6}-\sqrt{5}}=\frac{(\sqrt{6}-\sqrt{5})^2-(\sqrt{6}+\sqrt{5})^2}{(\sqrt{6}+\sqrt{5})(\sqrt{6}-\sqrt{5})}$
$=(11-2\sqrt{30})-(11+2\sqrt{30})$
$=11-2\sqrt{30}-11-2\sqrt{30}$
$=-4\sqrt{30}$
$\therefore a=-4$

08 $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}$
$=\frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}}{(\sqrt{x+1}+\sqrt{x})(\sqrt{x+1}-\sqrt{x})}$
$=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$
$\therefore f(5)+f(6)+\cdots+f(12)$
$=(\sqrt{6}-\sqrt{5})+(\sqrt{7}-\sqrt{6})+\cdots+(\sqrt{12}-\sqrt{11})$
$+(\sqrt{13}-\sqrt{12})$
$=-\sqrt{5}+\sqrt{13}$

09 $a=\sqrt{5}-2$, $b=\sqrt{5}+2$이므로
$a+b=\sqrt{5}-2+\sqrt{5}+2=2\sqrt{5}$,
$ab=(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)=5-4=1$
$\therefore a^2+3ab+b^2=(a+b)^2+ab$
$=(2\sqrt{5})^2+1$
$=20+1=21$

10 $a=\frac{1}{2\sqrt{2}+3}=\frac{3-2\sqrt{2}}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}=3-2\sqrt{2}$
$a-3=-2\sqrt{2}$이므로 $(a-3)^2=(-2\sqrt{2})^2$
$a^2-6a+9=8$ $\therefore a^2-6a=-1$
$\therefore a^2-6a+12=(-1)+12=11$

11 ① $\sqrt{5000}=10\sqrt{50}=10\times7.071=70.71$
② $\sqrt{50000}=100\sqrt{5}=100\times2.236=223.6$
③ $\sqrt{80}=4\sqrt{5}=4\times2.236=8.944$
④ $\sqrt{200}=2\sqrt{50}=2\times7.071=14.142$
⑤ $\sqrt{0.0005}=\frac{\sqrt{5}}{100}=\frac{2.236}{100}=0.02236$

12 $\frac{2+\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}=\frac{(2+\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}$
$=6+(-4+3)\sqrt{2}-4=2-\sqrt{2}$
$1<\sqrt{2}<2$이므로 $-2<-\sqrt{2}<-1$
$\therefore 0<2-\sqrt{2}<1$
따라서 $\frac{2+\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}}$의 정수 부분은 $a=0$,
소수 부분은 $b=2-\sqrt{2}$이므로
$\sqrt{2}a-b=-(2-\sqrt{2})=-2+\sqrt{2}$

13 $f(n)=4$는 $\sqrt{n}$의 정수 부분이 4인 것이므로
$4\le\sqrt{n}<5$ $\therefore 16\le n<25$
따라서 자연수 n의 값은 16, 17, ⋯, 24의 9개이다.

14 $\frac{1}{a}\sqrt{\frac{12a}{b}}+\frac{1}{b}\sqrt{\frac{32b}{a}}=\sqrt{\frac{12}{ab}}+\sqrt{\frac{32}{ab}}$ ❶
$=\sqrt{\frac{12}{8}}+\sqrt{\frac{32}{8}}$
$=\sqrt{\frac{3}{2}}+\sqrt{4}$
$=\frac{\sqrt{6}}{2}+2$ ❷

단계	채점 기준	비율
❶	주어진 식을 ab에 대한 식으로 정리하기	50 %
❷	ab의 값을 대입하여 식의 값 구하기	50 %

15 정사각형 (가)는 한 변의 길이가 2이므로 그 넓이는
$2\times2=4$ ❶
정사각형 (나), (다), (라)의 넓이는 각각
$4\times3=12$, $12\times3=36$, $36\times3=108$ ❷
따라서 정사각형 (가), (나), (다), (라)의 한 변의 길이는 각각
2, $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$, $\sqrt{36}=6$, $\sqrt{108}=6\sqrt{3}$ ❸
$\therefore \overline{PQ}=2+2\sqrt{3}+6+6\sqrt{3}=8+8\sqrt{3}$ ❹

단계	채점 기준	비율
❶	정사각형 (가)의 넓이 구하기	10 %
❷	정사각형 (나), (다), (라)의 넓이 구하기	30 %
❸	정사각형 (나), (다), (라)의 한 변의 길이 구하기	40 %
❹	$\overline{PQ}$의 길이 구하기	20 %

Ⅱ 식의 계산

Ⅱ-1 | 인수분해

1 여러 가지 인수분해 공식

12 인수분해의 뜻 본문 24쪽

01 ④	02 ①, ⑤	03 ③	04 ①

01 주어진 다항식의 인수는 $1, y, 2x+y, y(2x+y)$이다.

02 주어진 다항식의 인수는
$1, b, a-3b, a+2b, b(a-3b), b(a+2b),$
$(a-3b)(a+2b), b(a-3b)(a+2b)$
이다.

03 ③ $-2a^2b^3+4a^2b-8a^2b^2=-2a^2b(b^2-2+4b)$

04 $2a^2b+4a^2b^2=2a^2b(1+2b),$
$-3ab^3-6ab^4=-3ab^3(1+2b)$
따라서 두 다항식의 공통인수인 것은 ①이다.

13 인수분해 공식 (1) 본문 24~25쪽

01 ③	02 ⑤	03 ③	04 ②	05 12	06 ③
07 4	08 ⑤	09 ④	10 8	11 ⑤	12 ④
13 ⑤	14 ①	15 $(y^8+1)(y^4+1)(y^2+1)(y+1)(y-1)$			

01 ① $x^2+4x+4=(x+2)^2$
② $9x^2-18x+9=9(x^2-2x+1)=9(x-1)^2$
④ $4b^2+8b+4=4(b^2+2b+1)=4(b+1)^2$
⑤ $x^2-14x+49=(x-7)^2$

02 ⑤ $(2a-3b)^2=4a^2-12ab+9b^2$

03 $\frac{1}{9}ax^2+\frac{1}{2}axy+\frac{9}{16}ay^2=a\left(\frac{1}{9}x^2+\frac{1}{2}xy+\frac{9}{16}y^2\right)$
$=a\left(\frac{1}{3}x+\frac{3}{4}y\right)^2$

04 $x^2-ax+\frac{9}{16}=\left(x\pm\frac{3}{4}\right)^2$이어야 하므로
$-ax=\pm2\times x\times\frac{3}{4}=\pm\frac{3}{2}x$
이때 a가 양수이므로 $a=\frac{3}{2}$

05 $(x+b)^2=x^2+2bx+b^2$이므로
$x^2+ax+16=x^2+2bx+b^2$
$\therefore a=2b,\ 16=b^2$
$b^2=16$에서 $b=\pm4$
$a=2b$이고 $a>0$이므로 $a=8,\ b=4$
$\therefore 2a-b=2\times8-4=12$

06 $(2x-b)^2=4x^2-4bx+b^2$이므로
$4x^2-ax+36=4x^2-4bx+b^2$
$\therefore a=4b,\ 36=b^2$
이때 $a>0, b>0$이므로
$b=6, a=4\times6=24$
$\therefore a+b=24+6=30$

07 $(4x+c)^2=16x^2+8cx+c^2$이므로
$ax^2+32x+b=16x^2+8cx+c^2$
$\therefore a=16, 32=8c, b=c^2$ ········ ❶
따라서 $a=16, c=4, b=16$이므로 ········ ❷
$a-b+c=16-16+4=4$ ········ ❸

단계	채점 기준	비율
❶	$(4x+c)^2$을 전개하여 a, b, c에 대한 등식 세우기	50 %
❷	a, b, c의 값 구하기	30 %
❸	$a-b+c$의 값 구하기	20 %

08 $(x+7)(x-5)+k=x^2+2x-35+k$
$=(x+1)^2$
따라서 $-35+k=1$이므로
$k=36$

09 $ax^2+40x+25=ax^2+2\times4x\times5+5^2$이므로
$a=4^2=16$

10 $x^2+(3a-6)xy+81y^2=(x\pm9y)^2$이어야 하므로
$3a-6=\pm18$
$3a-6=18$에서 $3a=24$ $\therefore a=8$
$3a-6=-18$에서 $3a=-12$ $\therefore a=-4$
이때 a가 양수이므로 $a=8$

11 $16x^2-81=(4x)^2-9^2$
$=(4x+9)(4x-9)$
$=(ax+b)(ax-b)$
따라서 $a=4, b=9$이므로
$ab=4\times9=36$

12 ④ $a^4-1=(a^2+1)(a^2-1)$
$=(a^2+1)(a+1)(a-1)$

13 $b^4-b^2=b^2(b^2-1)$
$=b^2(b+1)(b-1)$
따라서 b^4-b^2의 인수가 아닌 것은 ⑤ b^2+1이다.

14 $(a-2b)x^2+(2b-a)y^2=(a-2b)x^2-(a-2b)y^2$
$=(a-2b)(x^2-y^2)$
$=(a-2b)(x+y)(x-y)$

15 $y^{16}-1=(y^8+1)(y^8-1)$
$=(y^8+1)(y^4+1)(y^4-1)$
$=(y^8+1)(y^4+1)(y^2+1)(y^2-1)$
$=(y^8+1)(y^4+1)(y^2+1)(y+1)(y-1)$

14 인수분해 공식 (2)

본문 26~27쪽

01 ③	02 ④	03 ①	04 ②	05 $2x+17$	
06 ⑤	07 ②	08 ③	09 $4x+6y$		10 -5
11 ①	12 ④	13 ②	14 -2	15 ③	16 ③
17 ④	18 ③				
19 세로의 길이 : $3x-4$, 둘레의 길이 : $10x-2$					20 $68a^2$

01 $x^2-7xy+10y^2=(x-2y)(x-5y)$

02 $x^2+5x-24=(x+8)(x-3)$이므로 두 일차식의 합은
$x+8+x-3=2x+5$

03 $x^2+ax-35=(x+7)(x+b)$에서
$7b=-35 \quad \therefore b=-5$
$a=7+b=7+(-5)=2$
$\therefore ab=2\times(-5)=-10$

04 $x^2+3x+2=(x+2)(x+1)$, $x^2-2x-8=(x-4)(x+2)$
따라서 두 다항식의 공통인수는 $x+2$이다.

05 $(x+5)(x+6)+6x=x^2+11x+30+6x$
$=x^2+17x+30$
$=(x+15)(x+2)$ ··········· ❶
따라서 두 일차식은 $x+15$, $x+2$이므로 두 일차식의 합은
$x+15+x+2=2x+17$ ··········· ❷

단계	채점 기준	비율
❶	주어진 다항식을 인수분해하기	60 %
❷	두 일차식의 합 구하기	40 %

06 $6x^2+7x-3=(2x+3)(3x-1)$

07 $15x^2+17x-4=(3x+4)(5x-1)$
$=(3x+a)(5x+b)$
이므로 $a=4$, $b=-1$
$\therefore a+b=4+(-1)=3$

08 $ax^2+bx-12=(2x+3)(3x+c)$에서
$ax^2+bx-12=6x^2+(2c+9)x+3c$
따라서 $a=6$, $b=2c+9$, $-12=3c$이므로
$c=-4$, $b=2\times(-4)+9=1$
$\therefore a+b+c=6+1+(-4)=3$

09 $3x^2+14xy+8y^2=(x+4y)(3x+2y)$
따라서 두 일차식은 $x+4y$, $3x+2y$이므로 두 일차식의 합은
$x+4y+3x+2y=4x+6y$

10 $10x^2+(3a-1)x-14=(2x-7)(5x+b)$에서
$10x^2+(3a-1)x-14=10x^2+(2b-35)x-7b$
따라서 $3a-1=2b-35$, $-14=-7b$이므로 ··········· ❶
$b=2$
$3a-1=2\times2-35=-31$이므로
$3a=-30 \quad \therefore a=-10$ ··········· ❷
$\therefore \frac{a}{b}=\frac{-10}{2}=-5$ ··········· ❸

단계	채점 기준	비율
❶	두 다항식의 계수를 비교하여 a, b에 대한 관계식 세우기	40 %
❷	a, b의 값 구하기	40 %
❸	$\frac{a}{b}$의 값 구하기	20 %

11 $x^2+ax-4=(x-1)(x+m)$으로 놓으면
$x^2+ax-4=x^2+(m-1)x-m$
$a=m-1$, $-4=-m$
$\therefore m=4$, $a=4-1=3$

12 $x^2-6x+k=(x-2)(x+m)$으로 놓으면
$x^2-6x+k=x^2+(m-2)x-2m$
$-6=m-2$, $k=-2m$
$\therefore m=-4$, $k=-2\times(-4)=8$

13 $8x^2-ax-5=(4x-1)(2x+m)$으로 놓으면
$8x^2-ax-5=8x^2+(4m-2)x-m$
$-a=4m-2$, $-5=-m$
$\therefore m=5$, $a=-4m+2=-20+2=-18$

14 $x^2+ax+30$이 $x+3$을 인수로 가지므로
$x^2+ax+30=(x+3)(x+m)$으로 놓으면
$x^2+ax+30=x^2+(m+3)x+3m$
$a=m+3$, $30=3m$
$\therefore m=10$, $a=10+3=13$ ··········· ❶
또, $4x^2+7x+b$가 $x+3$을 인수로 가지므로
$4x^2+7x+b=(x+3)(4x+n)$으로 놓으면
$4x^2+7x+b=4x^2+(n+12)x+3n$
$7=n+12$, $b=3n$
$\therefore n=-5$, $b=-15$ ··········· ❷
$\therefore a+b=13+(-15)=-2$ ··········· ❸

단계	채점 기준	비율
❶	a의 값 구하기	40 %
❷	b의 값 구하기	40 %
❸	$a+b$의 값 구하기	20 %

15 $x^2+3x+2=(x+1)(x+2)$이므로
x^2+ax-7은 $x+1$ 또는 $x+2$를 인수로 갖는다.
(i) x^2+ax-7이 $x+1$을 인수로 가질 때,
$x^2+ax-7=(x+1)(x+m)$으로 놓으면
$$x^2+ax-7=x^2+(m+1)x+m$$
$$a=m+1,\ -7=m$$
$$\therefore a=(-7)+1=-6$$
(ii) x^2+ax-7이 $x+2$를 인수로 가질 때,
$x^2+ax-7=(x+2)(x+n)$으로 놓으면
$$x^2+ax-7=x^2+(n+2)x+2n$$
$$a=n+2,\ -7=2n$$
$$\therefore n=-\frac{7}{2},\ a=\left(-\frac{7}{2}\right)+2=-\frac{3}{2}$$
그런데 이것은 a가 정수라는 조건에 맞지 않는다.
(i), (ii)에서 $a=-6$

16 $x^2+6x+9=(x+3)^2$

17 $4x^2+20x+25=(2x+5)^2$이고 $x>0$이므로 구하는 정사각형의 한 변의 길이는 $2x+5$이다.

18 (밭의 넓이)$=100a^2-25b^2=(10a)^2-(5b)^2$
$=(10a+5b)(10a-5b)$
이고, 밭의 가로의 길이가 $10a-5b$이므로 세로의 길이는 $10a+5b$이다.
따라서 밭의 둘레의 길이는
2×{(가로의 길이)+(세로의 길이)}
$=2\times\{(10a-5b)+(10a+5b)\}$
$=2\times 20a=40a$

19 (직사각형의 넓이)$=6x^2+x-12=(2x+3)(3x-4)$
이고, 가로의 길이가 $2x+3$이므로 세로의 길이는 $3x-4$이다. ······ ❶
따라서 직사각형의 둘레의 길이는
2×{(가로의 길이)+(세로의 길이)}
$=2\times\{(2x+3)+(3x-4)\}$
$=2\times(5x-1)=10x-2$ ······ ❷

단계	채점 기준	비율
❶	직사각형의 세로의 길이 구하기	50 %
❷	직사각형의 둘레의 길이 구하기	50 %

20 색칠한 부분은 한 변의 길이가 $\frac{21}{2}a$인 정사각형의 넓이에서 한 변의 길이가 $\frac{21}{2}a-4a=\frac{13}{2}a$인 정사각형의 넓이를 뺀 것과 같다.
$$\therefore \text{(색칠한 부분의 넓이)}=\left(\frac{21}{2}a\right)^2-\left(\frac{13}{2}a\right)^2$$
$$=\left(\frac{21}{2}a+\frac{13}{2}a\right)\left(\frac{21}{2}a-\frac{13}{2}a\right)$$
$$=17a\times 4a=68a^2$$

2 인수분해 공식의 활용

15 복잡한 식의 인수분해

본문 28~29쪽

01 ③, ⑤ **02** $x-2$ **03** ① **04** ④ **05** ①
06 $2x-2y+3$ **07** ② **08** $-18a(3a+2b)$ **09** ②
10 6 **11** ①, ③ **12** $(3xy+z-5)(3xy-z-5)$ **13** ③
14 $2x-3y$

01 $a^2(a-b)-3ab(a-b)-10b^2(a-b)$
$=(a-b)(a^2-3ab-10b^2)$
$=(a-b)(a-5b)(a+2b)$

02 $3x^2-12=3(x^2-4)=3(x+2)(x-2)$,
$x(x-1)(x+3)-2(x+3)=(x+3)(x^2-x-2)$
$=(x+3)(x-2)(x+1)$
따라서 두 다항식의 공통인수는 $x-2$이다.

03 $3x-1=A$로 치환하면
$(3x-1)^2-10(3x-1)+24$
$=A^2-10A+24$
$=(A-4)(A-6)$
$=(3x-1-4)(3x-1-6)$
$=(3x-5)(3x-7)$
따라서 $a=-5$, $b=-7$이므로
$a+b=(-5)+(-7)=-12$

04 $x^2-x=A$로 치환하면
$(x^2-x)^2-8(x^2-x)+12$
$=A^2-8A+12$
$=(A-6)(A-2)$
$=(x^2-x-6)(x^2-x-2)$
$=(x-3)(x+2)(x-2)(x+1)$

05 $a+2b=A$로 치환하면
$2(a+2b)(a+2b+1)-24$
$=2A(A+1)-24$
$=2A^2+2A-24$
$=2(A^2+A-12)$
$=2(A+4)(A-3)$
$=2(a+2b+4)(a+2b-3)$

06 $x-y=A$로 치환하면
$(x-y)(x-y+3)-10=A(A+3)-10$
$=A^2+3A-10$
$=(A+5)(A-2)$
$=(x-y+5)(x-y-2)$ ······ ❶
따라서 두 일차식은 $x-y+5$, $x-y-2$이므로 그 합은
$x-y+5+x-y-2=2x-2y+3$ ······ ❷

단계	채점 기준	비율
❶	주어진 다항식을 인수분해하기	60 %
❷	두 일차식의 합 구하기	40 %

07 $5x-3y=A$, $4x-y=B$로 치환하면

$$\begin{aligned}&(5x-3y)^2-(4x-y)^2\\&=A^2-B^2\\&=(A+B)(A-B)\\&=\{(5x-3y)+(4x-y)\}\{(5x-3y)-(4x-y)\}\\&=(9x-4y)(x-2y)\end{aligned}$$

08 $a-b=A$, $2a+b=B$로 치환하면

$$\begin{aligned}&2(a-b)^2-8(a-b)(2a+b)-10(2a+b)^2\\&=2A^2-8AB-10B^2\\&=2(A^2-4AB-5B^2)\\&=2(A-5B)(A+B)\\&=2\{(a-b)-5(2a+b)\}\{(a-b)+(2a+b)\}\\&=2(a-b-10a-5b)(a-b+2a+b)\\&=2(-9a-6b)3a\\&=-18a(3a+2b)\end{aligned}$$

09 $4x^3-8x^2-9x+18=(4x^3-8x^2)-(9x-18)$

$$\begin{aligned}&=4x^2(x-2)-9(x-2)\\&=(x-2)(4x^2-9)\\&=(x-2)(2x+3)(2x-3)\end{aligned}$$

10 $x^2+6x+12y-4y^2=x^2-4y^2+6x+12y$

$$\begin{aligned}&=(x+2y)(x-2y)+6(x+2y)\\&=(x+2y)(x-2y+6)\end{aligned}$$

따라서 $a=2$, $b=-2$, $c=6$이므로

$a+b+c=2+(-2)+6=6$

11 $36-a^2-4b^2-4ab=36-(a^2+4ab+4b^2)$

$$\begin{aligned}&=6^2-(a+2b)^2\\&=(6+a+2b)(6-a-2b)\\&=(a+2b+6)(-a-2b+6)\end{aligned}$$

12 $9x^2y^2-z^2-30xy+25=(9x^2y^2-30xy+25)-z^2$

$$\begin{aligned}&=(3xy-5)^2-z^2\\&=(3xy+z-5)(3xy-z-5)\end{aligned}$$

13 $-bc-b^2+2c^2+ab-ca=(b-c)a-(b^2+bc-2c^2)$

$$\begin{aligned}&=(b-c)a-(b+2c)(b-c)\\&=(b-c)(a-b-2c)\end{aligned}$$

14 $2x^2-xy-3y^2-9y+6x$

$=2x^2+(-y+6)x-3y^2-9y$

$=2x^2+(-y+6)x-3y(y+3)$

$=(2x-3y)(x+y+3)$ ……… ❶

$\therefore A=2x-3y$ ……… ❷

단계	채점 기준	비율
❶	주어진 다항식을 인수분해하기	80 %
❷	일차식 A 구하기	20 %

16 인수분해 공식의 활용

본문 29~30쪽

01 ②	02 ④	03 ③	04 1402	05 ⑤	06 ①
07 ②	08 ③	09 ④	10 4	11 $12-6\sqrt{3}$	
12 ⑤	13 $6a^2+8ab-2$				

01 $75^2-55^2=(75+55)(75-55)=130\times20=2600$

02 $97^2-3^2+101^2-2\times101+1$

$$\begin{aligned}&=(97+3)(97-3)+(101-1)^2\\&=100\times94+100^2\\&=9400+10000=19400\end{aligned}$$

03 $$\frac{12.5^2-12.5+0.5^2}{5^2-1}=\frac{12.5^2-2\times12.5\times0.5+0.5^2}{5^2-1}=\frac{(12.5-0.5)^2}{(5+1)(5-1)}=\frac{12^2}{6\times4}=6$$

04 $40=x$로 놓으면

$\sqrt{40\times39\times36\times35+4}$

$=\sqrt{x(x-1)(x-4)(x-5)+4}$ ……… ❶

$=\sqrt{x(x-5)(x-1)(x-4)+4}$

$=\sqrt{(x^2-5x)(x^2-5x+4)+4}$

다시 $x^2-5x=A$로 치환하면

(주어진 식)$=\sqrt{A(A+4)+4}$

$=\sqrt{A^2+4A+4}$

$=\sqrt{(A+2)^2}$

$=\sqrt{(x^2-5x+2)^2}$ ……… ❷

$=\sqrt{(40^2-5\times40+2)^2}$

$=\sqrt{(1600-200+2)^2}$

$=1402$ ……… ❸

단계	채점 기준	비율
❶	$40=x$로 놓고 주어진 식을 x에 대한 식으로 나타내기	20 %
❷	근호 안의 식을 인수분해하기	50 %
❸	식의 값 구하기	30 %

05 $3x^2-6xy+3y^2=3(x^2-2xy+y^2)$

$$\begin{aligned}&=3(x-y)^2\\&=3(4.25-2.25)^2\\&=3\times2^2=12\end{aligned}$$

06 $x=2\sqrt{2}-\sqrt{7}$, $y=2\sqrt{2}+\sqrt{7}$이므로

$x+y=2\sqrt{2}-\sqrt{7}+2\sqrt{2}+\sqrt{7}=4\sqrt{2}$,

$x-y=2\sqrt{2}-\sqrt{7}-2\sqrt{2}-\sqrt{7}=-2\sqrt{7}$

$\therefore x^2-y^2=(x+y)(x-y)$

$=4\sqrt{2}\times(-2\sqrt{7})$

$=-8\sqrt{14}$

07 $x=\dfrac{3}{\sqrt{2}-1}=\dfrac{3(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}=3\sqrt{2}+3$

$x-1=A$로 치환하면

$$(x-1)^2-4(x-1)+4=A^2-4A+4=(A-2)^2$$
$$=(x-1-2)^2=(x-3)^2$$
$$=(3\sqrt{2})^2=18$$

08 $x^2+6x+9-y^2=(x+3)^2-y^2$

$$=(x+y+3)(x-y+3)$$
$$=(3+3)(1+3)$$
$$=6\times4=24$$

09 $4x^2+y^2+4x+2y-3+4xy$

$$=4x^2+(4+4y)x+(y^2+2y-3)$$
$$=4x^2+(4+4y)x+(y+3)(y-1)$$
$$=(2x+y+3)(2x+y-1)$$
$$=(17+3)(17-1)$$
$$=20\times16=320$$

10 $x^2y+xy^2-6x-6y-4xy+24$

$=yx^2+(y^2-4y-6)x-6y+24$

$=yx^2+(y^2-4y-6)x-6(y-4)$

$=(xy-6)(x+y-4)$ ········· ❶

$=(8-6)\times(6-4)=4$ ········· ❷

단계	채점 기준	비율
❶	주어진 식을 인수분해하기	70 %
❷	식의 값 구하기	30 %

11 $1<\sqrt{3}<2$이므로 $\sqrt{3}$의 정수 부분은 1이므로 소수 부분은

$a=\sqrt{3}-1$

$2<\sqrt{7}<3$이므로 $\sqrt{7}$의 정수 부분은 $b=2$ ········· ❶

$$\therefore \frac{a^3+b^3-a^2b-ab^2}{a+b}=\frac{a^3-a^2b+b^3-ab^2}{a+b}$$
$$=\frac{a^2(a-b)-b^2(a-b)}{a+b}$$
$$=\frac{(a-b)(a^2-b^2)}{a+b}$$
$$=\frac{(a-b)(a-b)(a+b)}{a+b}$$

$=(a-b)^2$ ········· ❷

$=(\sqrt{3}-1-2)^2$

$=(\sqrt{3}-3)^2$

$=12-6\sqrt{3}$ ········· ❸

단계	채점 기준	비율
❶	a, b의 값 구하기	30 %
❷	주어진 식 인수분해하기	50 %
❸	식의 값 구하기	20 %

12 도형 (가)의 넓이는

$$(5x+4y)^2-(3y)^2=(5x+4y+3y)(5x+4y-3y)$$
$$=(5x+7y)(5x+y)$$

따라서 도형 (나)의 가로의 길이는 $5x+7y$이다.

13 $a^3+2a^2b-a-2b=a^2(a+2b)-(a+2b)$

$$=(a+2b)(a^2-1)$$
$$=(a+2b)(a+1)(a-1)$$

이므로 직육면체의 높이는 $a-1$이다. ········· ❶

따라서 직육면체의 겉넓이는

$2\times\{(a+2b)(a+1)+(a+1)(a-1)+(a+2b)(a-1)\}$

········· ❷

$=2\times(a^2+a+2ab+2b+a^2-1+a^2-a+2ab-2b)$

$=6a^2+8ab-2$ ········· ❸

단계	채점 기준	비율
❶	직육면체의 높이 구하기	50 %
❷	직육면체의 겉넓이를 구하는 식 세우기	20 %
❸	직육면체의 겉넓이 구하기	30 %

학교시험 미리보기

본문 31~32쪽

01 ②, ④ 02 ② 03 ⑤ 04 ① 05 ⑤ 06 ②
07 ③ 08 ① 09 ④ 10 $\frac{8}{15}$ 11 ⑤ 12 ③
13 ① 14 $16a+6b$ 15 3

01 $a^3b^2-3a^2b=a^2b(ab-3)$

02 $4x^2+(a+4)xy+25y^2=(2x\pm5y)^2$이어야 하므로

$(a+4)xy=\pm2\times2x\times5y=\pm20xy$

$a+4=20$ 또는 $a+4=-20$

$\therefore a=16$ 또는 $a=-24$

03 $36xy^2-16xz^2=4x(9y^2-4z^2)$

$$=4x(3y+2z)(3y-2z)$$

04 재훈이는 상수항은 제대로 보았으므로

$(x-3)(x+6)=x^2+3x-18$에서 상수항은 -18이다.

또, 재호는 x의 계수는 제대로 보았으므로

$(x-7)(x+4)=x^2-3x-28$에서 x의 계수는 -3이다.

따라서 어떤 이차식은 $x^2-3x-18$이므로 바르게 인수분해하면 $x^2-3x-18=(x-6)(x+3)$

05 $3x^2+mx+12=(3x+a)(x+b)$

$m=a+3b$, $12=ab$이고 a, b는 자연수이므로 순서쌍 $(a,\ b)$는

$(1,\ 12)$, $(2,\ 6)$, $(3,\ 4)$, $(4,\ 3)$, $(6,\ 2)$, $(12,\ 1)$

$a=1$, $b=12$일 때, $m=1+3\times12=37$

$a=2$, $b=6$일 때, $m=2+3\times6=20$

$a=3$, $b=4$일 때, $m=3+3\times4=15$

$a=4$, $b=3$일 때, $m=4+3\times3=13$

$a=6$, $b=2$일 때, $m=6+3\times2=12$

$a=12$, $b=1$일 때, $m=12+3\times1=15$

따라서 m의 값은 12, 13, 15, 20, 37이다.

06 $12x^2+ax-5=(2x-1)(6x+m)$으로 놓으면
$a=2m-6,\ -5=-m$이므로
$m=5,\ a=10-6=4$
또, $2x^2-7x+b=(2x-1)(x+n)$으로 놓으면
$-7=2n-1,\ b=-n$이므로
$n=-3,\ b=3$
$\therefore a-b=4-3=1$

07 $a^2+4b^2-1-4a^2b^2$
$=(a^2-1)+(4b^2-4a^2b^2)$
$=(a^2-1)-4b^2(a^2-1)$
$=-(a^2-1)(4b^2-1)$
$=-(a+1)(a-1)(2b+1)(2b-1)$

08 $$\frac{24\times62-24\times58}{502^2-2\times502\times498+498^2}=\frac{24\times(62-58)}{(502-498)^2}=\frac{24\times4}{4^2}=6$$

09 $\sqrt{x-y}=\sqrt{110\times99.1^2-110\times98.9^2}$
$=\sqrt{110\times(99.1^2-98.9^2)}$
$=\sqrt{110\times(99.1+98.9)(99.1-98.9)}$
$=\sqrt{110\times198\times0.2}$
$=\sqrt{2^2\times3^2\times11^2}$
$=66$

10 $$\frac{2^2-1}{2^2}\times\frac{3^2-1}{3^2}\times\frac{4^2-1}{4^2}\times\cdots\times\frac{14^2-1}{14^2}\times\frac{15^2-1}{15^2}$$
$$=\frac{(2+1)(2-1)}{2^2}\times\frac{(3+1)(3-1)}{3^2}\times\frac{(4+1)(4-1)}{4^2}\times\cdots\times\frac{(14+1)(14-1)}{14^2}\times\frac{(15+1)(15-1)}{15^2}$$
$$=\frac{\cancel{3}\times1}{2^2}\times\frac{\cancel{4}\times\cancel{2}}{\cancel{3^2}}\times\frac{\cancel{5}\times\cancel{3}}{\cancel{4^2}}\times\cdots\times\frac{\cancel{15}\times\cancel{13}}{\cancel{14^2}}\times\frac{16\times\cancel{14}}{15^2}$$
$$=\frac{1}{2}\times\frac{16}{15}=\frac{8}{15}$$

11 $13^4-1=(13^2+1)(13^2-1)$
$=(13^2+1)(13+1)(13-1)$
$=170\times14\times12$
$=2^4\times3\times5\times7\times17$
따라서 13^4-1을 나누어떨어지게 하는 수가 아닌 것은 ⑤ 18이다.

12 $3x-2y=A$로 치환하면
$(3x-2y+2)(3x-2y-6)-20$
$=(A+2)(A-6)-20$
$=A^2-4A-32$
$=(A-8)(A+4)$
$=(3x-2y-8)(3x-2y+4)$

13 $$\frac{x^3-4x-3x^2+12}{x^2-x-6}=\frac{x^3-3x^2-4x+12}{x^2-x-6}=\frac{x^2(x-3)-4(x-3)}{(x-3)(x+2)}=\frac{(x-3)(x^2-4)}{(x-3)(x+2)}=\frac{(x-3)(x+2)(x-2)}{(x-3)(x+2)}$$
$=x-2$
$=2+\sqrt{5}-2$
$=\sqrt{5}$

14 도형 (가)의 넓이는
$(5a+3b)(3a+2b)-2b(5a+3b-2a-b)$
$=(5a+3b)(3a+2b)-2b(3a+2b)$
$=(3a+2b)(5a+3b-2b)$
$=(3a+2b)(5a+b)$ ······ ❶
도형 (나)의 넓이는 도형 (가)의 넓이와 같고 세로의 길이가 $5a+b$이므로 가로의 길이는 $3a+2b$이다. ······ ❷
따라서 도형 (나)의 둘레의 길이는
$2\times\{(5a+b)+(3a+2b)\}=2\times(8a+3b)$
$=16a+6b$ ······ ❸

단계	채점 기준	비율
❶	도형 (가)의 넓이 구하기	50%
❷	도형 (나)의 가로의 길이 구하기	20%
❸	도형 (나)의 둘레의 길이 구하기	30%

15 큰 원의 반지름이 길이는 $2x+3y$이고 작은 원의 반지름의 길이는 $\frac{3}{2}y$이므로
(색칠한 부분의 넓이)
$=\pi(2x+3y)^2-\pi\left(\frac{3}{2}y\right)^2$ ······ ❶
$=\pi\left(2x+3y+\frac{3}{2}y\right)\left(2x+3y-\frac{3}{2}y\right)$
$=\pi\left(2x+\frac{9}{2}y\right)\left(2x+\frac{3}{2}y\right)$ ······ ❷
이때 $a>b$이므로
$a=\frac{9}{2},\ b=\frac{3}{2}$ ······ ❸
$\therefore \frac{a}{b}=\frac{9}{2}\div\frac{3}{2}=\frac{9}{2}\times\frac{2}{3}=3$ ······ ❹

단계	채점 기준	비율
❶	색칠한 부분의 넓이를 구하는 식 세우기	20%
❷	넓이를 나타낸 식을 인수분해하기	40%
❸	a, b의 값 구하기	20%
❹	$\frac{a}{b}$의 값 구하기	20%

Ⅲ 이차방정식

Ⅲ-1 | 이차방정식

1 이차방정식의 뜻과 그 해

17 이차방정식의 뜻과 그 해 본문 33~34쪽

01 ②, ④	02 ③	03 -8	04 $a\neq-3$	05 ④
06 ③	07 ㄷ, ㄹ	08 ⑤	09 $x=2$	10 ①
11 ①	12 ④	13 54	14 0	15 ③
16 ③				

01 ① 이차식
② $5x^2-3=0$ (이차방정식)
③ $x^2+4x=x^2-2x+1$, $6x-1=0$ (일차방정식)
④ $-x^2-4x=0$ (이차방정식)
⑤ $5x=0$ (일차방정식)
따라서 이차방정식인 것은 ②, ④이다.

02 ㄱ. 이차식
ㄴ. $-x+2=0$ (일차방정식)
ㄷ. $-x^2+2=0$ (이차방정식)
ㄹ. $x^2-9x+8=0$ (이차방정식)
ㅁ. $2x-7=0$ (일차방정식)
ㅂ. $-x^2+2x+7=0$ (이차방정식)
따라서 이차방정식이 아닌 것은 ㄱ, ㄴ, ㅁ이다.

03 $(x+1)^2-4x=7-4x^2$에서 $5x^2-2x-6=0$
따라서 $a=-2$, $b=-6$이므로
$a+b=(-2)+(-6)=-8$

04 $3(x-3)^2-x=5-ax^2$에서 $(a+3)x^2-19x+22=0$
$a+3\neq0$이어야 하므로 $a\neq-3$

05 $(ax+1)(2x-3)=x^2+1$에서
$(2a-1)x^2+(2-3a)x-4=0$
$2a-1\neq0$이어야 하므로 $a\neq\frac{1}{2}$
따라서 a의 값으로 적당하지 않은 것은 ④ $\frac{1}{2}$이다.

06 ① $4+2=6\neq0$
② $4-2=2\neq0$
③ $4-4=0$
④ $8-2+1=7\neq0$
⑤ $16-16-1=-1\neq0$
따라서 $x=2$를 해로 갖는 것은 ③이다.

07 ㄱ. $\frac{1}{4}-2=-\frac{7}{4}\neq0$　　ㄴ. $\left(-\frac{3}{2}\right)\times2=-3\neq0$
ㄷ. $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-1=0$　　ㄹ. $1-2+1=0$
따라서 $x=\frac{1}{2}$을 해로 갖는 것은 ㄷ, ㄹ이다.

08 ① $4-4=0$
② $-2(2-2)=0$
③ $1+2-3=0$
④ $5-1-4=0$
⑤ $(-4+3)(-4-4)=8\neq0$
따라서 [ ] 안의 수가 해가 아닌 것은 ⑤이다.

09

x	0	1	2	3	4
$4x^2-5x-6$	-6	-7	0	15	38

따라서 주어진 이차방정식의 해는 $x=2$이다.

10 x의 값이 -2, -1, 0, 1, 2이므로

x	-2	-1	0	1	2
x^2-x-6	0	-4	-6	-6	-4

따라서 주어진 이차방정식의 해는 $x=-2$이다.

11 $x=-2$를 $x^2-(a+1)x+6=0$에 대입하면
$2a=-12$　　$\therefore a=-6$

12 $x=-1$을 $x^2+(3-2k)x+k-1=0$에 대입하면
$3k=3$　　$\therefore k=1$

13 $x=2$를 $x^2+4x+a=0$에 대입하면
$4+8+a=0$　　$\therefore a=-12$ ··· ❶
또, $x=2$를 $2x^2+bx+1=0$에 대입하면
$8+2b+1=0$　　$\therefore b=-\frac{9}{2}$ ··· ❷
$\therefore ab=(-12)\times\left(-\frac{9}{2}\right)=54$ ··· ❸

단계	채점 기준	비율
❶	a의 값 구하기	40 %
❷	b의 값 구하기	40 %
❸	ab의 값 구하기	20 %

14 $x=1$을 $x^2-2x+a-1=0$에 대입하면
$1-2+a-1=0$　　$\therefore a=2$
$x=1$을 $x^2+x+b=0$에 대입하면
$1+1+b=0$　　$\therefore b=-2$
$\therefore a+b=2+(-2)=0$

15 $x=m$을 $x^2+5x+3=0$에 대입하면 $m^2+5m+3=0$
$\therefore m^2+5m=-3$　　$\therefore m^2+5m-1=-3-1=-4$

16 $x=a$를 $x^2+4x-1=0$에 대입하면 $a^2+4a-1=0$
① $a^2+4a=1$
② $1+4a+a^2=1+(a^2+4a)=1+1=2$
③ $2-4a-a^2=2-(a^2+4a)=2-1=1$
④ $2a^2+8a+3=2(a^2+4a)+3=2\times1+3=5$
⑤ $a^2+4a-1=0$의 양변을 $a\,(a\neq0)$로 나누면
$a+4-\frac{1}{a}=0$　　$\therefore a-\frac{1}{a}=-4$
따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

2 이차방정식의 풀이

18 인수분해를 이용한 이차방정식의 풀이 본문 35~36쪽

01 $x=-\frac{5}{2}$ 또는 $x=\frac{2}{3}$ 02 ② 03 ② 04 ⑤
05 ② 06 $x=7$ 07 9개 08 ④ 09 $k=-56$, $x=-7$
10 ② 11 ⑤ 12 $\frac{1}{2}$

01 $2x+5=0$ 또는 $3x-2=0$ $\therefore x=-\frac{5}{2}$ 또는 $x=\frac{2}{3}$

02 ① $x-5=0$ 또는 $4x+3=0$ $\therefore x=5$ 또는 $x=-\frac{3}{4}$
② $x+5=0$ 또는 $4x-3=0$ $\therefore x=-5$ 또는 $x=\frac{3}{4}$
③ $x-5=0$ 또는 $3x+4=0$ $\therefore x=5$ 또는 $x=-\frac{4}{3}$
④ $x+5=0$ 또는 $3x-4=0$ $\therefore x=-5$ 또는 $x=\frac{4}{3}$
⑤ $x-5=0$ 또는 $4x-3=0$ $\therefore x=5$ 또는 $x=\frac{3}{4}$
따라서 구하는 이차방정식은 ②이다.

03 ①, ③, ④, ⑤ $x=-\frac{1}{6}$ 또는 $x=\frac{1}{3}$
② $x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=\frac{1}{6}$

04 ① $(x+2)(x-1)=0$ $\therefore x=-2$ 또는 $x=1$
② $(x-1)(x-5)=0$ $\therefore x=1$ 또는 $x=5$
③ $(3x+5)(x-5)=0$ $\therefore x=-\frac{5}{3}$ 또는 $x=5$
④ $(4x-1)(2x-3)=0$ $\therefore x=\frac{1}{4}$ 또는 $x=\frac{3}{2}$
⑤ $(3x+1)(2x-3)=0$ $\therefore x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

05 $3x(x-5)=2x-10$에서
$3x^2-15x=2x-10$, $3x^2-17x+10=0$
$(3x-2)(x-5)=0$
$\therefore x=\frac{2}{3}$ 또는 $x=5$
그런데 $\alpha>\beta$이므로 $\alpha=5$, $\beta=\frac{2}{3}$
$\therefore 2\alpha+3\beta=2\times5+3\times\frac{2}{3}=12$

06 $x^2-6x-7=0$에서 $(x+1)(x-7)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=7$
$x^2-9x+14=0$에서 $(x-2)(x-7)=0$
$\therefore x=2$ 또는 $x=7$
따라서 공통인 해는 $x=7$이다.

07 $(x+6)(2x-7)=0$이므로 $x=-6$ 또는 $x=\frac{7}{2}$
따라서 -6과 $\frac{7}{2}$ 사이에 있는 정수는 -5, -4, -3, $\cdots$, 2, 3의 9개이다.

08 $x^2+x-12=0$에서 $(x+4)(x-3)=0$
$\therefore x=-4$ 또는 $x=3$
$x=-4$가 $4x^2-5ax+a-1=0$의 근이므로
$64+20a+a-1=0$ $\therefore a=-3$

09 $x=8$을 $x^2-x+k=0$에 대입하면
$64-8+k=0$ $\therefore k=-56$
$x^2-x-56=0$이므로 $(x+7)(x-8)=0$
$\therefore x=-7$ 또는 $x=8$
따라서 다른 한 근은 $x=-7$이다.

10 $x=2$를 $x^2+(k-1)x+k+4=0$에 대입하면
$4+2k-2+k+4=0$ $\therefore k=-2$
즉, $x^2-3x+2=0$에서 $(x-1)(x-2)=0$
$\therefore x=1$ 또는 $x=2$
따라서 $m=1$이므로
$k+m=(-2)+1=-1$

11 이차방정식 $x^2-ax-27=0$의 한 근이 $x=9$이므로
$81-9a-27=0$ $\therefore a=6$
즉, $x^2-6x-27=0$이므로
$(x+3)(x-9)=0$
$\therefore b=3$
$\therefore ab=6\times3=18$

12 $x=-2$를 주어진 이차방정식에 대입하면
$4m-4+2m^2-4m+4-2=0$, $m^2=1$
$\therefore m=-1$ 또는 $m=1$
그런데 $m\neq1$이므로 $m=-1$ ❶
$m=-1$을 주어진 이차방정식에 대입하면
$2x^2+5x+2=0$
$(2x+1)(x+2)=0$ $\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=-2$
따라서 이차방정식의 다른 한 근은 $-\frac{1}{2}$이다. ❷
$\therefore (-1)\times\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}$ ❸

단계	채점 기준	비율
❶	m의 값 구하기	50 %
❷	이차방정식의 다른 한 근 구하기	40 %
❸	m의 값과 다른 한 근의 곱 구하기	10 %

19 이차방정식의 중근 본문 36~37쪽

01 ④ 02 ④ 03 ㄴ, ㄹ 04 (1) 45 (2) $x=6$
05 $a=-16$, $b=32$ 06 $k=24$일 때 $x=-\frac{4}{3}$, $k=-24$일 때 $x=\frac{4}{3}$
07 0, -12 08 ② 09 324

01 ①, ②, ③, ⑤ $x=-3$ 또는 $x=3$
④ $x=3$ (중근)
따라서 해가 나머지 넷과 다른 것은 ④이다.

02 ① $x(x+1)=0$ $\quad\therefore x=0$ 또는 $x=-1$
② $x=-4$ 또는 $x=4$
③ $(x+6)(x-3)=0$ $\quad\therefore x=-6$ 또는 $x=3$
④ $(3x+1)^2=0$ $\quad\therefore x=-\frac{1}{3}$ (중근)
⑤ $(4x+9)(x+1)=0$ $\quad\therefore x=-\frac{9}{4}$ 또는 $x=-1$
따라서 중근을 갖는 것은 ④이다.

03 ㄱ. $x^2=0$ $\quad\therefore x=0$ (중근)
ㄴ. $x^2=1$ $\quad\therefore x=-1$ 또는 $x=1$
ㄷ. $x^2-14x+49=0$, $(x-7)^2=0$ $\quad\therefore x=7$ (중근)
ㄹ. $x^2-x=0$, $x(x-1)=0$ $\quad\therefore x=0$ 또는 $x=1$
ㅁ. $(2x-5)^2=0$ $\quad\therefore x=\frac{5}{2}$ (중근)
ㅂ. $x^2-6x+9=0$, $(x-3)^2=0$ $\quad\therefore x=3$ (중근)
따라서 중근을 갖지 않는 것은 ㄴ, ㄹ이다.

04 (1) $k-9=(-6)^2$이므로 $k=45$
(2) $(x-6)^2=0$이므로 $x=6$ (중근)

05 $(x-8)^2=0$이므로 $x^2-16x+64=0$에서
$a=-16$, $2b=64$ $\quad\therefore b=32$

06 $(3x\pm4)^2=0$이므로 $k=\pm24$
(i) $k=24$일 때, $(3x+4)^2=0$이므로 $x=-\frac{4}{3}$ (중근)
(ii) $k=-24$일 때, $(3x-4)^2=0$이므로 $x=\frac{4}{3}$ (중근)
따라서 $k=24$일 때 $x=-\frac{4}{3}$ (중근),
$k=-24$일 때 $x=\frac{4}{3}$ (중근)이다.

07 $-3m=\left(-\frac{m}{2}\right)^2$이므로 $-3m=\frac{m^2}{4}$
$m^2+12m=0$, $m(m+12)=0$
$\therefore m=0$ 또는 $m=-12$

08 이차방정식 $x^2+2kx=k-6$이 중근을 가지므로
$x^2+2kx-k+6=0$에서
$-k+6=\left(\frac{2k}{2}\right)^2$, $k^2+k-6=0$
$(k+3)(k-2)=0$
$\therefore k=-3$ 또는 $k=2$
이때 k는 양수이므로 $k=2$

09 $x^2+8x+a=0$에서
$a=\left(\frac{8}{2}\right)^2=16$ ······ ❶
$a=16$을 $x^2+(a-7)x+b=0$에 대입하면
$x^2+9x+b=0$이므로 $b=\left(\frac{9}{2}\right)^2=\frac{81}{4}$ ······ ❷
$\therefore ab=16\times\frac{81}{4}=324$ ······ ❸

단계	채점 기준	비율
❶	a의 값 구하기	40 %
❷	b의 값 구하기	40 %
❸	ab의 값 구하기	20 %

20 완전제곱식을 이용한 이차방정식의 풀이 본문 37~38쪽

01 ③, ④	**02** ④	**03** 9	**04** 8	**05** ③
06 $p=3$, $q=6$		**07** 4	**08** ①	**09** ①, ③
10 ④	**11** 6			

01 ① $x=\pm\sqrt{5}$ (무리수)
② $x^2=7$ $\quad\therefore x=\pm\sqrt{7}$ (무리수)
③ $x^2=9$ $\quad\therefore x=\pm3$ (유리수)
④ $x-2=\pm2$ $\quad\therefore x=4$ 또는 $x=0$ (유리수)
⑤ $(x-1)^2=5$, $x-1=\pm\sqrt{5}$ $\quad\therefore x=1\pm\sqrt{5}$ (무리수)

02 $(x-5)^2=3$에서 $x-5=\pm\sqrt{3}$ $\quad\therefore x=5\pm\sqrt{3}$
따라서 $a=5$, $b=3$이므로 $ab=5\times3=15$

03 $(x+a)^2-b=0$에서 $(x+a)^2=b$
$x+a=\pm\sqrt{b}$ $\quad\therefore x=-a\pm\sqrt{b}$
이것이 $x=3\pm2\sqrt{3}=3\pm\sqrt{12}$이므로 $a=-3$, $b=12$
$\therefore a+b=(-3)+12=9$

04 $2x+a=\pm2\sqrt{2}$이므로 $2x=-a\pm2\sqrt{2}$
$\therefore x=-\frac{a}{2}\pm\sqrt{2}$ ······ ❶
따라서 $-\frac{a}{2}=-2$, $b=2$이므로 $a=4$, $b=2$ ······ ❷
$\therefore ab=4\times2=8$ ······ ❸

단계	채점 기준	비율
❶	제곱근을 이용하여 이차방정식의 해 구하기	60 %
❷	a, b의 값 구하기	30 %
❸	ab의 값 구하기	10 %

05 ① $(x+3)^2=4$이므로 $x+3=\pm2$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=-5$ (정수)
② $(x+3)^2=2$이므로 $x+3=\pm\sqrt{2}$
$\therefore x=-3\pm\sqrt{2}$ (무리수)
③ $(x+3)^2=\frac{1}{2}$이므로 $x+3=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\therefore x=-3\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$ (무리수)
④ $(x+3)^2=0$이므로 $x=-3$ (중근)
⑤ $(x+3)^2=-2<0$이므로 근은 없다.
따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

06 $x^2+6x+3=0$에서 $x^2+6x=-3$

$x^2+6x+9=-3+9$, $(x+3)^2=6$

$\therefore p=3,\ q=6$

07 $-2x^2+4x+8=0$의 양변을 -2로 나누면

$x^2-2x-4=0$, $x^2-2x=4$, $x^2-2x+1=4+1$

$(x-1)^2=5$

따라서 $a=-1$, $b=5$이므로 $a+b=(-1)+5=4$

08 $3x^2-9x+1=0$에서 $x^2-3x=-\frac{1}{3}$

$x^2-3x+\frac{9}{4}=-\frac{1}{3}+\frac{9}{4}$, $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{23}{12}$

따라서 $a=-\frac{3}{2}$, $b=\frac{23}{12}$이므로

$a+b=\left(-\frac{3}{2}\right)+\frac{23}{12}=\frac{5}{12}$

09 $2x^2-8x+1=0$의 양변을 2로 나누면

$x^2-4x+\frac{1}{2}=0$, $x^2-4x=\boxed{-\frac{1}{2}}$

$x^2-4x+\boxed{4}=\boxed{-\frac{1}{2}}+\boxed{4}$, $(x-\boxed{2})^2=\boxed{\frac{7}{2}}$

$x-2=\pm\sqrt{\frac{7}{2}}$

$\therefore x=2\pm\frac{\sqrt{14}}{2}=\boxed{\frac{4\pm\sqrt{14}}{2}}$

따라서 ①~⑤의 수로 알맞지 않은 것은 ①, ③이다.

10 $x^2-6x-4=0$에서 $x^2-6x=4$

$x^2-6x+9=4+9$, $(x-3)^2=13$

$x-3=\pm\sqrt{13}$ $\quad\therefore x=3\pm\sqrt{13}$

따라서 $A=9$, $B=-3$, $C=13$이므로

$A+B+C=9+(-3)+13=19$

11 $x^2+8x+k=0$에서 $x^2+8x=-k$

$x^2+8x+16=-k+16$, $(x+4)^2=-k+16$

$x+4=\pm\sqrt{-k+16}$

$\therefore x=-4\pm\sqrt{-k+16}$ ······ ❶

따라서 $-k+16=6$, $m=-4$이므로

$k=10$, $m=-4$ ······ ❷

$\therefore k+m=10+(-4)=6$ ······ ❸

단계	채점 기준	비율
❶	완전제곱식을 이용하여 이차방정식의 해 구하기	60 %
❷	k, m의 값 구하기	30 %
❸	$k+m$의 값 구하기	10 %

학교시험 미리보기

본문 39~40쪽

01 ②, ⑤	02 ④	03 ③, ④	04 ①	05 ⑤	06 ④
07 ⑤	08 ③	09 -2	10 ④, ⑤	11 ④	12 ⑤
13 1	14 ⑤	15 -24	16 10		

01 ① 이차식

② $2x^2-x=0$ (이차방정식)

③ $-3x-10=0$ (일차방정식)

⑤ $x^2-3x-1=0$ (이차방정식)

따라서 이차방정식은 ②, ⑤이다.

02 ④ $x=1$을 $(x-1)(3x+1)=0$에 대입하면

$(1-1)(3+1)=0$ (참)

03 ① $1-1+1=1\neq0$ ② $2+1+3=6\neq0$

③ $\frac{1}{9}-\frac{1}{9}=0$ ④ $4\times\frac{9}{4}-9=0$

⑤ $9+3-6=6\neq0$

따라서 [ ] 안의 수가 해인 것은 ③, ④이다.

04 $x=-2$를 $ax^2+ax+8=0$에 대입하면

$4a-2a+8=0$, $2a=-8$ $\quad\therefore a=-4$

05 $x=\alpha$를 $4x^2-2x-1=0$에 대입하면

$4\alpha^2-2\alpha-1=0$ $\quad\therefore 4\alpha^2-2\alpha=1$

$x=\beta$를 $4x^2-2x-1=0$에 대입하면

$4\beta^2-2\beta-1=0$, $4\beta^2-2\beta=1$

$\therefore 2\beta^2-\beta=\frac{1}{2}$

$\therefore 4\alpha^2-2\alpha+2\beta^2-\beta=1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

06 ① $x(x-4)=0$에서 $x=0$ 또는 $x-4=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=4$ $\quad\therefore$ (두 근의 합)$=4$

② $(x+2)(x-3)=0$에서 $x+2=0$ 또는 $x-3=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=3$ $\quad\therefore$ (두 근의 합)$=1$

③ $2x(x+2)=0$에서 $x=0$ 또는 $x+2=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=-2$ $\quad\therefore$ (두 근의 합)$=-2$

④ $(x-1)(x+4)=0$에서 $x-1=0$ 또는 $x+4=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=-4$ $\quad\therefore$ (두 근의 합)$=-3$

⑤ $(x+1)(x+5)=0$에서 $x+1=0$ 또는 $x+5=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=-5$ $\quad\therefore$ (두 근의 합)$=-6$

07 $(x+1)(x-2)=1+x$에서 $x^2-2x-3=0$

$(x+1)(x-3)=0$ $\quad\therefore x=-1$ 또는 $x=3$

$\alpha>\beta$이므로 $\alpha=3$, $\beta=-1$

$\therefore \alpha^2-\beta^2=3^2-(-1)^2=8$

08 $x=-3$을 $x^2-8x+a=0$에 대입하면

$9+24+a=0$ $\quad\therefore a=-33$

$x^2-8x-33=0$이므로 $(x+3)(x-11)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=11$

따라서 다른 한 근은 $x=11$

09 $2x^2+3x-9=0$에서

$(x+3)(2x-3)=0$

$x=-3$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

-3과 $\frac{3}{2}$ 사이에 있는 정수는 -2, -1, 0, 1이므로 구하는 합은 $(-2)+(-1)+0+1=-2$

10 ① $x(x-9)=0$　　∴ $x=0$ 또는 $x=9$
② $x^2=4$　　∴ $x=-2$ 또는 $x=2$
③ $x(x+2)=0$　　∴ $x=0$ 또는 $x=-2$
④ $(x+3)^2=0$　　∴ $x=-3$ (중근)
⑤ $(4x-1)^2=0$　　∴ $x=\frac{1}{4}$ (중근)
따라서 중근을 갖는 것은 ④, ⑤이다.

11 $(x-2)^2=2$에서 $x-2=\pm\sqrt{2}$　　∴ $x=2\pm\sqrt{2}$
따라서 두 근의 차는
$(2+\sqrt{2})-(2-\sqrt{2})=2\sqrt{2}$

12 ⑤ $2x+1=\pm\sqrt{3}$, $2x=-1\pm\sqrt{3}$
∴ $x=\frac{-1\pm\sqrt{3}}{2}$

13 $x^2-8x+11=0$에서 $x^2-8x=-11$
$x^2-8x+16=-11+16$, $(x-4)^2=5$
따라서 $a=-4$, $b=5$이므로 $a+b=(-4)+5=1$

14 $3x^2-9x+2=0$의 양변을 3으로 나누면
$x^2-3x+\frac{2}{3}=0$, $x^2-\boxed{3}x=\boxed{-\frac{2}{3}}$
$x^2-3x+\frac{9}{4}=-\frac{2}{3}+\frac{9}{4}$
$\left(x-\boxed{\frac{3}{2}}\right)^2=\boxed{\frac{19}{12}}$, $x-\frac{3}{2}=\pm\frac{\sqrt{19}}{2\sqrt{3}}=\pm\frac{\sqrt{57}}{6}$
∴ $x=\frac{3}{2}\pm\frac{\sqrt{57}}{6}=\boxed{\frac{9\pm\sqrt{57}}{6}}$

15 $x=k$를 $x^2+5x-8k=0$에 대입하면
$k^2+5k-8k=0$, $k^2-3k=0$, $k(k-3)=0$
$k\neq0$이므로 $k=3$ ········· ❶
즉, $x^2+5x-24=0$에서 $(x+8)(x-3)=0$
∴ $x=-8$ 또는 $x=3$ ········· ❷
따라서 두 근의 곱은 $(-8)\times3=-24$ ········· ❸

단계	채점 기준	비율
❶	k의 값 구하기	40 %
❷	이차방정식의 근 구하기	40 %
❸	두 근의 곱 구하기	20 %

16 $2x^2+12x+a+5=0$에서 양변을 2로 나누면
$x^2+6x+\frac{a+5}{2}=0$
$\frac{a+5}{2}=\left(\frac{6}{2}\right)^2=9$, $a+5=18$
∴ $a=13$ ········· ❶
따라서 $x^2+6x+9=0$이므로
$(x+3)^2=0$　　∴ $x=-3$ (중근)
즉, $m=-3$ ········· ❷
∴ $a+m=13+(-3)=10$ ········· ❸

단계	채점 기준	비율
❶	a의 값 구하기	50 %
❷	m의 값 구하기	30 %
❸	$a+m$의 값 구하기	20 %

Ⅲ-2 | 이차방정식의 활용

1 근의 공식

21 근의 공식

본문 41~42쪽

01 (1) $x=\frac{5\pm\sqrt{13}}{2}$　(2) $x=2\pm\sqrt{10}$　(3) $x=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{4}$
(4) $x=\frac{-3\pm\sqrt{15}}{3}$　**02** ⑤　**03** ②　**04** ⑤　**05** $\sqrt{57}$
06 ③　**07** ③　**08** ②　**09** ②　**10** 10
11 $a=3$, $b=\frac{1}{4}$

01 (1) $x^2-5x+3=0$에서 $x=\frac{5\pm\sqrt{25-12}}{2}=\frac{5\pm\sqrt{13}}{2}$
(2) $x^2-4x-6=0$에서 $x=2\pm\sqrt{4+6}=2\pm\sqrt{10}$
(3) $4x^2+2x-1=0$에서 $x=\frac{-1\pm\sqrt{1+4}}{4}=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{4}$
(4) $3x^2+6x-2=0$에서 $x=\frac{-3\pm\sqrt{9+6}}{3}=\frac{-3\pm\sqrt{15}}{3}$

02 ⑤ $4x^2-3x-2=0$에서 $x=\frac{3\pm\sqrt{9+32}}{8}=\frac{3\pm\sqrt{41}}{8}$

03 $x^2-8x+5=0$에서 $x=4\pm\sqrt{16-5}=4\pm\sqrt{11}$
따라서 $p=4$, $q=11$이므로
$pq=4\times11=44$

04 $3x^2-5x-1=0$에서 $x=\frac{5\pm\sqrt{25+12}}{6}=\frac{5\pm\sqrt{37}}{6}$
따라서 $a=5$, $b=37$이므로
$a+b=5+37=42$

05 $3x^2-2x-2=x+2$에서 $3x^2-3x-4=0$
∴ $x=\frac{3\pm\sqrt{9+48}}{6}=\frac{3\pm\sqrt{57}}{6}$
따라서 $p=\frac{3+\sqrt{57}}{6}$이므로
$6p-3=6\times\frac{3+\sqrt{57}}{6}-3=\sqrt{57}$

06 $3x^2+2x-3=0$에서 $x=\frac{-1\pm\sqrt{1+9}}{3}=\frac{-1\pm\sqrt{10}}{3}$
따라서 $k=\frac{-1+\sqrt{10}}{3}$이므로

$$\frac{3}{k}-1=\frac{9}{-1+\sqrt{10}}-1$$
$$=\frac{9(-1-\sqrt{10})}{(-1+\sqrt{10})(-1-\sqrt{10})}-1$$
$$=\frac{9(-1-\sqrt{10})}{1-10}-1$$
$$=1+\sqrt{10}-1=\sqrt{10}$$

07 $x^2+x-k=0$에서 $x=\frac{-1\pm\sqrt{1+4k}}{2}=\frac{-1\pm\sqrt{2}}{2}$

따라서 $1+4k=2$이므로 $k=\frac{1}{4}$

08 $x^2-4x+m=0$에서 $x=2\pm\sqrt{4-m}=2\pm\sqrt{7}$
따라서 $4-m=7$이므로 $m=-3$

09 $x^2-bx-2=0$에서 $x=\frac{b\pm\sqrt{b^2+8}}{2}=\frac{-3\pm\sqrt{k}}{2}$
$\therefore b=-3$
또, $b^2+8=k$이므로 $k=9+8=17$
$\therefore b+k=(-3)+17=14$

10 $3x^2-4x+a=0$에서 $x=\frac{2\pm\sqrt{4-3a}}{3}=\frac{b\pm2\sqrt{7}}{3}$
$\therefore b=2$ ········· ❶
또, $2\sqrt{7}=\sqrt{28}$이므로 $28=4-3a$, $3a=-24$
$\therefore a=-8$ ········· ❷
$\therefore b-a=2-(-8)=2+8=10$ ········· ❸

단계	채점 기준	비율
❶	b의 값 구하기	30 %
❷	a의 값 구하기	50 %
❸	$b-a$의 값 구하기	20 %

11 $x^2+ax+b=0$에서 $x=\frac{-a\pm\sqrt{a^2-4b}}{2}$
$x=\frac{-3\pm2\sqrt{2}}{2}=\frac{-3\pm\sqrt{8}}{2}$에서 $a=3$
또, $a^2-4b=8$이므로 $9-4b=8$
$-4b=-1$ $\therefore b=\frac{1}{4}$

22 복잡한 이차방정식의 풀이 본문 42~43쪽

01 37 02 ② 03 ④ 04 $x=\frac{1}{2}$ 05 $x=-1\pm\sqrt{7}$
06 ⑤ 07 ③ 08 ⑤ 09 ②
10 $x=\frac{5}{4}$ 또는 $x=\frac{3}{2}$ 11 -4 12 -6

01 양변에 12를 곱하면 $2x^2-8x-3=0$
$\therefore x=\frac{4\pm\sqrt{16+6}}{2}=\frac{4\pm\sqrt{22}}{2}$
따라서 $A=8$, $B=3$, $C=4$, $D=22$이므로
$A+B+C+D=8+3+4+22=37$

02 양변에 10을 곱하면 $2x^2-7x+3=0$
$(2x-1)(x-3)=0$ $\therefore x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=3$
따라서 두 근의 차는 $3-\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$

03 양변에 10을 곱하면 $5x^2-4x-10=0$
$\therefore x=\frac{2\pm\sqrt{4+50}}{5}=\frac{2\pm3\sqrt{6}}{5}$
따라서 $A=2$, $B=6$이므로 $A+B=2+6=8$

04 $\frac{2}{3}x^2=0.6x-\frac{2}{15}$에서 $\frac{2}{3}x^2=\frac{3}{5}x-\frac{2}{15}$
양변에 15를 곱하면 $10x^2-9x+2=0$
$(2x-1)(5x-2)=0$ $\therefore x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{2}{5}$
$0.6x^2+0.1x-0.2=0$에서
양변에 10을 곱하면 $6x^2+x-2=0$
$(3x+2)(2x-1)=0$ $\therefore x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$
따라서 두 이차방정식의 공통인 근은 $x=\frac{1}{2}$이다.

05 괄호를 풀면 $x^2-7x+12=3x^2-3x$
$2x^2+4x-12=0$, $x^2+2x-6=0$
$\therefore x=-1\pm\sqrt{1+6}=-1\pm\sqrt{7}$

06 $(x+3)^2=2(x+5)$에서
$x^2+6x+9=2x+10$, $x^2+4x-1=0$
$\therefore x=-2\pm\sqrt{4+1}=-2\pm\sqrt{5}$
따라서 $\alpha=-2+\sqrt{5}$, $\beta=-2-\sqrt{5}$이므로
$\alpha-\beta=(-2+\sqrt{5})-(-2-\sqrt{5})=2\sqrt{5}$

07 양변에 6을 곱하면 $2(x-1)^2=3(x+2)(x-2)$
$2x^2-4x+2=3x^2-12$, $x^2+4x-14=0$
$\therefore x=-2\pm\sqrt{4+14}=-2\pm\sqrt{18}=-2\pm3\sqrt{2}$
따라서 $k=-2+3\sqrt{2}$이므로
$(k+2)^2=(3\sqrt{2})^2=18$

08 양변에 6을 곱하면 $2(x^2+1)+6=3x(x-1)$
$2x^2+8=3x^2-3x$, $x^2-3x-8=0$
$\therefore x=\frac{3\pm\sqrt{9+32}}{2}=\frac{3\pm\sqrt{41}}{2}$
따라서 $a=3$, $b=41$이므로 $a+b=3+41=44$

09 $x-3=A$로 놓으면 $A^2-5A-24=0$
$(A+3)(A-8)=0$ $\therefore A=-3$ 또는 $A=8$
즉, $x-3=-3$ 또는 $x-3=8$
$\therefore x=0$ 또는 $x=11$
따라서 $\alpha=11$, $\beta=0$이므로 $\alpha-\beta=11-0=11$

10 $2x-1=A$로 놓으면 $2A^2-7A+6=0$
$(2A-3)(A-2)=0$ $\therefore A=\frac{3}{2}$ 또는 $A=2$
즉, $2x-1=\frac{3}{2}$ 또는 $2x-1=2$

$2x=\frac{5}{2}$ 또는 $2x=3$ $\quad\therefore x=\frac{5}{4}$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

11 양변에 6을 곱하면 $3(x+2)^2-2(x+2)=5$
$x+2=A$로 놓으면 $3A^2-2A-5=0$
$(A+1)(3A-5)=0$
$\therefore A=-1$ 또는 $A=\frac{5}{3}$ ······ ❶
즉, $x+2=-1$ 또는 $x+2=\frac{5}{3}$
$\therefore x=-3$ 또는 $x=-\frac{1}{3}$
따라서 $\alpha=-\frac{1}{3}$, $\beta=-3$이므로 ······ ❷
$3\alpha+\beta=3\times\left(-\frac{1}{3}\right)+(-3)=-4$ ······ ❸

단계	채점 기준	비율
❶	$x+2=A$로 놓고 A에 대한 이차방정식 풀기	50 %
❷	α, β의 값 구하기	30 %
❸	$3\alpha+\beta$의 값 구하기	20 %

12 $x-y=A$로 놓으면 주어진 식은 $A^2-2A-48=0$
$(A+6)(A-8)=0$ $\quad\therefore A=-6$ 또는 $A=8$
즉, $x-y=-6$ 또는 $x-y=8$
그런데 $x<y$이므로 $x-y<0$
$\therefore x-y=-6$

2 근과 계수의 관계

23 근과 계수의 관계 본문 44~45쪽

01 ①	02 ③	03 $k\geq4$	04 ④	05 ③	06 ②
07 -4, 20		08 -3, 3		09 -2	10 $\frac{13}{16}$
11 -20	12 ⑤	13 3			

01 ① $(-1)^2-4\times1\times(-1)>0$ (서로 다른 두 근)
② $3^2-4\times2\times2<0$ (근이 없다.)
③ $0^2-4\times1\times16<0$ (근이 없다.)
④ $(-2)^2-4\times3\times1<0$ (근이 없다.)
⑤ $\left(\frac{1}{2}\right)^2-4\times1\times\frac{1}{16}=0$ (중근)
따라서 서로 다른 두 근을 갖는 것은 ①이다.

02 ① $0^2-4\times1\times(-15)>0$ (서로 다른 두 근)
② $(-6)^2-4\times9\times1=0$ (중근)
③ $(-3)^2-4\times3\times1<0$ (근이 없다.)
④ $2x^2-x-1=0$에서
$(-1)^2-4\times2\times(-1)>0$ (서로 다른 두 근)
⑤ $2^2-4\times6\times(-1)>0$ (서로 다른 두 근)
따라서 근이 없는 것은 ③이다.

03 $2^2-4\times1\times(5-k)\geq0$이므로
$4-20+4k\geq0$, $4k\geq16$ $\quad\therefore k\geq4$

04 $6^2-4\times1\times(3a-2)<0$이므로 $36-12a+8<0$
$-12a<-44$ $\quad\therefore a>\frac{11}{3}$
따라서 자연수 a의 값 중 가장 작은 수는 4이다.

05 $4^2-4\times1\times(k-1)>0$이므로 $16-4k+4>0$
$-4k>-20$ $\quad\therefore k<5$
따라서 구하는 k의 값은 -2, 0, 2의 3개이다.

06 $(-1)^2-4\times a\times1=0$이므로
$1-4a=0$ $\quad\therefore a=\frac{1}{4}$

07 $m^2-4\times4\times(m+5)=0$이므로
$m^2-16m-80=0$, $(m+4)(m-20)=0$
$\therefore m=-4$ 또는 $m=20$

08 $(-k)^2-4\times1\times4=0$이므로
$k^2=16$ $\quad\therefore k=\pm4$ ······ ❶
(i) $k=4$일 때, $x=4$를 $x^2+bx-4=0$에 대입하면
$16+4b-4=0$, $4b=-12$ $\quad\therefore b=-3$
(ii) $k=-4$일 때, $x=-4$를 $x^2+bx-4=0$에 대입하면
$16-4b-4=0$, $-4b=-12$ $\quad\therefore b=3$
따라서 모든 b의 값은 -3, 3이다. ······ ❷

단계	채점 기준	비율
❶	k의 값 구하기	40 %
❷	b의 값 구하기	60 %

09 $\alpha+\beta=\frac{5}{4}$, $\alpha\beta=-\frac{1}{2}$이므로
$(\alpha+\beta)^2-(\alpha-\beta)^2=\alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2-(\alpha^2-2\alpha\beta+\beta^2)$
$=4\alpha\beta=4\times\left(-\frac{1}{2}\right)=-2$

10 $\alpha+\beta=\frac{1}{4}$, $\alpha\beta=-\frac{3}{4}$이므로
$\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-\alpha\beta=\left(\frac{1}{4}\right)^2-\left(-\frac{3}{4}\right)=\frac{13}{16}$

11 $\alpha+\beta=6$, $\alpha\beta=-2$이므로
$\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}=\frac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta}{\alpha\beta}$
$=\frac{6^2-2\times(-2)}{-2}=-20$

12 ㄱ. 두 근의 합은 $\alpha+\beta=4$
ㄴ. 두 근의 곱은 $\alpha\beta=-3$
ㄷ. $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=4^2-2\times(-3)=22$
ㄹ. $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{4}{-3}=-\frac{4}{3}$
ㅁ. $(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta=4^2-4\times(-3)=28$
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ, ㅁ이다.

13 두 근을 α, $\alpha+3$이라고 하면
두 근의 합은 $\alpha+(\alpha+3)=7$, $2\alpha=4$ $\quad\therefore \alpha=2$

두 근의 곱은 $a(a+3)=2a+4$
이 식에 $a=2$를 대입하면
$2\times5=2a+4 \quad \therefore a=3$

24 이차방정식 구하기 본문 45~46쪽

01 (1) $x^2+5x-6=0$ (2) $2x^2-8x+8=0$ 02 -9 03 ①
04 $x=\frac{1}{4}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$ 05 ④ 06 $3x^2+x-1=0$
07 ③ 08 $x^2+4x+1=0$ 09 $x=2-\sqrt{5}$, $a=-1$
10 ④ 11 ④ 12 -1

01 (1) $(x-1)(x+6)=0 \quad \therefore x^2+5x-6=0$
(2) $2(x-2)^2=0 \quad \therefore 2x^2-8x+8=0$

02 $(x-2)(x+7)=0$이므로 $x^2+5x-14=0$
$\therefore m=5, n=-14$
$\therefore m+n=5+(-14)=-9$

03 $2(x-2)\left(x+\frac{3}{2}\right)=0$이므로 $2x^2-x-6=0$
따라서 $a=-1$, $b=-6$이므로
$a+b=(-1)+(-6)=-7$

04 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근이 2, 4이므로
$a(x-2)(x-4)=0$, $ax^2-6ax+8a=0$ ······ ❶
$\therefore b=-6a, c=8a$ ······ ❷
따라서 $cx^2+bx+a=0$은 $8ax^2-6ax+a=0$이므로 양변을 a로 나누면 $8x^2-6x+1=0$
$(4x-1)(2x-1)=0$
$\therefore x=\frac{1}{4}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$ ······ ❸

단계	채점 기준	비율
❶	두 근이 2, 4인 이차방정식 구하기	30 %
❷	b, c를 a에 대한 식으로 나타내기	20 %
❸	이차방정식 $cx^2+bx+a=0$의 근 구하기	50 %

05 $\alpha+\beta=6$, $\alpha\beta=1$이므로 6, 1을 두 근으로 하고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은
$(x-6)(x-1)=0 \quad \therefore x^2-7x+6=0$

06 $\alpha+\beta=1$, $\alpha\beta=-3$이므로
$$\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{1}{-3}=-\frac{1}{3},$$
$$\frac{1}{\alpha}\times\frac{1}{\beta}=\frac{1}{\alpha\beta}=\frac{1}{-3}=-\frac{1}{3}$$
따라서 구하는 이차방정식은 $3\left(x^2+\frac{1}{3}x-\frac{1}{3}\right)=0$
$\therefore 3x^2+x-1=0$

07 $m+n=-3$, $mn=-2$이므로
$(m+1)+(n+1)=m+n+2=(-3)+2=-1$,
$(m+1)(n+1)=mn+m+n+1$
$=(-2)+(-3)+1=-4$
따라서 구하는 이차방정식은 $x^2+x-4=0$

08 $x^2+2x-2=0$에서 $\alpha+\beta=-2$, $\alpha\beta=-2$
$$\therefore \frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}=\frac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta}{\alpha\beta}=\frac{(-2)^2-2\times(-2)}{-2}=-4,$$
$$\frac{\beta}{\alpha}\times\frac{\alpha}{\beta}=1$$
따라서 구하는 이차방정식은 $x^2+4x+1=0$

09 다른 한 근이 $2-\sqrt{5}$이므로
$a=(2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5})=-1$

10 다른 한 근이 $2+\sqrt{2}$이므로
$k+2=(2-\sqrt{2})+(2+\sqrt{2})=4$
$\therefore k=2$

11 다른 한 근이 $-4-\sqrt{6}$이므로
두 근의 합은 $(-4+\sqrt{6})+(-4-\sqrt{6})=-2p$
$-2p=-8 \quad \therefore p=4$
두 근의 곱은 $(-4+\sqrt{6})(-4-\sqrt{6})=4q-2$
$4q=12 \quad \therefore q=3$
$\therefore p+q=4+3=7$

12 $\frac{1}{3+\sqrt{10}}=\frac{3-\sqrt{10}}{(3+\sqrt{10})(3-\sqrt{10})}=-3+\sqrt{10}$
즉, 다른 한 근은 $-3-\sqrt{10}$이므로 ······ ❶
두 근의 합은
$(-3+\sqrt{10})+(-3-\sqrt{10})=-\frac{6}{a}$
$-\frac{6}{a}=-6 \quad \therefore a=1$ ······ ❷
두 근의 곱은 $(-3+\sqrt{10})(-3-\sqrt{10})=\frac{b}{a}$
$\therefore b=-1$ ······ ❸
$\therefore ab=1\times(-1)=-1$ ······ ❹

단계	채점 기준	비율
❶	다른 한 근 구하기	30 %
❷	a의 값 구하기	30 %
❸	b의 값 구하기	30 %
❹	ab의 값 구하기	10 %

3 이차방정식의 활용

25 이차방정식의 활용 (1) 본문 47쪽

01 ⑤ 02 6, 8, 10 03 36 04 ② 05 ⑤
06 ① 07 ① 08 10학급

01 연속하는 두 자연수를 x, $x+1$로 놓으면

$x(x+1)=506$, $x^2+x-506=0$

$(x+23)(x-22)=0$

$\therefore x=-23$ 또는 $x=22$

그런데 x는 자연수이므로 $x=22$

따라서 구하는 두 자연수는 22, 23이므로 이 두 자연수의 제곱의 차는 $23^2-22^2=(23+22)(23-22)=45$

02 연속하는 세 짝수를 $x-2$, x, $x+2$로 놓으면

$(x-2)^2+x^2+(x+2)^2=200$

$x^2-4x+4+x^2+x^2+4x+4=200$, $3x^2=192$

$x^2=64$ $\quad \therefore x=\pm 8$

그런데 $x>2$이므로 $x=8$

따라서 구하는 세 짝수는 6, 8, 10이다.

03 십의 자리의 숫자를 x라고 하면 일의 자리의 숫자는 $2x$이므로 $x\times 2x=\frac{1}{2}(10x+2x)$, $2x^2-6x=0$

$x(x-3)=0$ $\quad \therefore x=0$ 또는 $x=3$

그런데 x는 자연수이므로 $x=3$

따라서 구하는 원래의 수는 36이다.

04 $(x^2+2)+(x-1)+8=8+5+2$이므로 $x^2+x-6=0$

$(x+3)(x-2)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=2$

x는 자연수이므로 $x=2$

05 어떤 양수를 x라고 하면 $x^2=9x+70$

$x^2-9x-70=0$, $(x-14)(x+5)=0$

$\therefore x=14$ 또는 $x=-5$

x는 양수이므로 $x=14$

06 언니가 x살이라고 하면 동생은 $(x-3)$살이므로

$6x=(x-3)^2+2$, $6x=x^2-6x+9+2$

$x^2-12x+11=0$, $(x-1)(x-11)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=11$

그런데 $x>3$이므로 $x=11$

따라서 언니의 나이는 11살이다.

07 여학생 수를 x명이라고 하면 여학생 한 명이 받은 사탕의 개수는 $(x-2)$개이므로

$x(x-2)=168$, $x^2-2x-168=0$

$(x+12)(x-14)=0$

$\therefore x=-12$ 또는 $x=14$

x는 자연수이므로 $x=14$

따라서 여학생 수는 14명이다.

08 $\frac{n(n-1)}{2}=45$이므로 $n(n-1)=90$ ········· ❶

$n^2-n-90=0$, $(n+9)(n-10)=0$

$\therefore n=-9$ 또는 $n=10$ ········· ❷

n은 자연수이므로 $n=10$

따라서 모두 10학급이 참가하면 된다. ········· ❸

단계	채점 기준	비율
❶	이차방정식 세우기	40 %
❷	이차방정식 풀기	30 %
❸	학급 수 구하기	30 %

26 이차방정식의 활용 (2)

본문 48~49쪽

01 13초 후	**02** 2초 후 또는 6초 후	**03** 2초	**04** 6 cm	
05 15 cm	**06** 2 cm	**07** ②	**08** 2 m	**09** ⑤
10 ②	**11** $\frac{5}{2}$	**12** ①	**13** 5초 후	**14** 4 cm

01 $65t-5t^2=0$이므로 $t^2-13t=0$

$t(t-13)=0$ $\quad \therefore t=0$ 또는 $t=13$

그런데 $t>0$이므로 $t=13$

따라서 던지고 13초 후이다.

02 $-5t^2+40t=60$이므로 $t^2-8t+12=0$

$(t-2)(t-6)=0$ $\quad \therefore t=2$ 또는 $t=6$

따라서 던져 올리고 2초 후 또는 6초 후이다.

03 $-5t^2+30t+70=110$에서 $t^2-6t+8=0$

$(t-2)(t-4)=0$ $\quad \therefore t=2$ 또는 $t=4$

따라서 높이가 110 m 이상인 지점을 지나는 시간은 2초에서 4초까지이므로 $4-2=2$(초)

04 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라고 하면 작은 정사각형의 한 변의 길이는 $(10-x)$ cm이다.

두 정사각형의 넓이의 합이 52 cm^2이므로

$x^2+(10-x)^2=52$, $2x^2-20x+48=0$

$x^2-10x+24=0$, $(x-4)(x-6)=0$

$\therefore x=4$ 또는 $x=6$

$5<x<10$이므로 $x=6$

따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 6 cm이다.

05 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라고 하면 직사각형의 가로의 길이는 $(x+5)$ cm, 세로의 길이는 $(x-4)$ cm이다.

직사각형의 넓이가 220 cm^2이므로

$(x+5)(x-4)=220$, $x^2+x-20=220$

$x^2+x-240=0$, $(x+16)(x-15)=0$

$\therefore x=-16$ 또는 $x=15$

그런데 $x>0$이므로 $x=15$

따라서 처음 정사각형의 한 변의 길이는 15 cm이다.

06 늘인 길이를 x cm라고 하면 바뀐 직사각형의 가로의 길이는 $(8+x)$ cm, 세로의 길이는 $(5+x)$ cm이므로

$(8+x)(5+x)=2\times 8\times 5-10$, $x^2+13x-30=0$

$(x+15)(x-2)=0$ $\quad \therefore x=-15$ 또는 $x=2$

그런데 $x>0$이므로 $x=2$

따라서 늘인 길이는 2 cm이다.

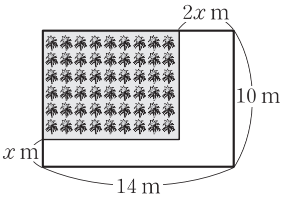
07 가로의 길이를 x cm라고 하면 세로의 길이는 $(14-x)$cm 이므로

$x(14-x)=48$, $x^2-14x+48=0$

$(x-6)(x-8)=0$ $\quad \therefore x=6$ 또는 $x=8$

따라서 가로의 길이가 6 cm일 때 세로의 길이는 8 cm이고, 가로의 길이가 8 cm일 때 세로의 길이는 6 cm이므로 가로의 길이와 세로의 길이의 차는 $8-6=2$(cm)

08 길의 폭을 x m라고 하면 길을 제외하고 남은 부분의 넓이는 오른쪽 그림과 같이 가로의 길이가 $(14-2x)$ m, 세로의 길이가 $(10-x)$ m인 직사각형의 넓이와 같으므로



$(14-2x)(10-x)=80$

$2x^2-34x+60=0$, $x^2-17x+30=0$

$(x-2)(x-15)=0$ $\quad \therefore x=2$ 또는 $x=15$

그런데 $x<7$이므로 $x=2$

따라서 길의 폭은 2 m이다.

09 도로의 폭을 x m라고 하면 도로를 제외하고 남은 부분의 넓이는 가로의 길이가 $(20-x)$m, 세로의 길이가 $(14-x)$m인 직사각형의 넓이와 같으므로

$(20-x)(14-x)=160$, $x^2-34x+120=0$

$(x-30)(x-4)=0$ $\quad \therefore x=30$ 또는 $x=4$

$x<14$이므로 $x=4$

따라서 도로의 폭은 4 m이다.

10 사다리꼴의 윗변의 길이를 x cm라고 하면 아랫변의 길이는 $(x+5)$ cm, 높이는 $(x-4)$ cm이므로

$\frac{1}{2}\times\{x+(x+5)\}\times(x-4)=75$

$2x^2-3x-20=150$, $2x^2-3x-170=0$

$(2x+17)(x-10)=0$ $\quad \therefore x=-\frac{17}{2}$ 또는 $x=10$

그런데 $x>0$이므로 $x=10$

따라서 사다리꼴의 윗변의 길이가 10 cm이므로 높이는

$10-4=6$(cm)

11 상자의 밑면의 가로의 길이는 $(40-2x)$ cm, 세로의 길이는 $(25-2x)$ cm이므로

$(40-2x)(25-2x)=700$, $4x^2-130x+1000=700$

$2x^2-65x+150=0$, $(x-30)(2x-5)=0$

$\therefore x=30$ 또는 $x=\frac{5}{2}$

그런데 $x<\frac{25}{2}$이므로 $x=\frac{5}{2}$

12 $\pi(8+x)^2-\pi\times8^2=36\pi$, $x^2+16x-36=0$

$(x+18)(x-2)=0$ $\quad \therefore x=-18$ 또는 $x=2$

$x>0$이므로 $x=2$

13 출발한 지 x초 후에 $\overline{AP}=x$ cm이므로 $\overline{BP}=(10-x)$ cm 이고, $\overline{BQ}=2x$ cm이다.

$\therefore \triangle PBQ=\frac{1}{2}\times2x\times(10-x)=25$

$x(10-x)=25$, $x^2-10x+25=0$

$(x-5)^2=0$ $\quad \therefore x=5$

따라서 $\triangle$PBQ의 넓이가 25 cm^{2}가 되는 것은 출발한 지 5초 후이다.

14 $\overline{AC}=x$ cm로 놓으면 $\overline{CB}=(6-x)$ cm ······ ❶

색칠한 부분의 넓이가 4π cm^{2}이므로

$\pi\times\left(\frac{6}{2}\right)^2-\pi\times\left(\frac{x}{2}\right)^2-\pi\times\left(\frac{6-x}{2}\right)^2=4\pi$ ······ ❷

$9\pi-\frac{x^2}{4}\pi-\frac{36-12x+x^2}{4}\pi=4\pi$

$36-x^2-36+12x-x^2=16$, $2x^2-12x+16=0$

$x^2-6x+8=0$, $(x-2)(x-4)=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=4$ ······ ❸

그런데 $3<x<6$이므로 $x=4$ $\quad \therefore \overline{AC}=4$ cm ······ ❹

단계	채점 기준	비율
❶	$\overline{AC}$, $\overline{CB}$의 길이를 x에 대한 식으로 나타내기	20 %
❷	이차방정식 세우기	30 %
❸	이차방정식 풀기	30 %
❹	$\overline{AC}$의 길이 구하기	20 %

학교시험 미리보기

본문 50~51쪽

01 ① **02** ④ **03** ③ **04** -2, 4 **05** -1
06 ②, ④ **07** ⑤ **08** ② **09** ②
10 $2x^2-2x-7=0$ **11** $x=3$ 또는 $x=10$ **12** ④
13 ① **14** 5초 후 또는 10초 후 **15** ④ **16** $\frac{1}{9}$
17 $(4, 12)$ 또는 $(6, 8)$

01 $x^2-x-11=0$에서

$x=\frac{1\pm\sqrt{1+44}}{2}=\frac{1\pm\sqrt{45}}{2}=\frac{1\pm3\sqrt{5}}{2}$

따라서 $a=1$, $b=5$이므로 $a+b=1+5=6$

02 $(x-1)(x+2)=-1$에서

$x^2+x-2=-1$, $x^2+x-1=0$

$\therefore x=\frac{-1\pm\sqrt{1+4}}{2}=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$

03 양변에 10을 곱하면 $5x^2-2x=1$, $5x^2-2x-1=0$

$\therefore x=\frac{1\pm\sqrt{1+5}}{5}=\frac{1\pm\sqrt{6}}{5}$

따라서 $a=\frac{1+\sqrt{6}}{5}$이므로

$5a-1=5\times\frac{1+\sqrt{6}}{5}-1=\sqrt{6}$

04 $x+2y=A$로 놓으면 $(A+1)(A-3)-5=0$

$A^2-2A-8=0$, $(A+2)(A-4)=0$

$\therefore A=-2$ 또는 $A=4$

$\therefore x+2y=-2$ 또는 $x+2y=4$

05 $6x^2-2x+2k+1=0$이 서로 다른 두 근을 가지므로

$(-2)^2-4\times6\times(2k+1)>0$

$-48k>20 \quad \therefore k<-\frac{5}{12}$ ……㉠

$x^2-2kx+2k+3=0$이 중근을 가지므로

$(-2k)^2-4\times1\times(2k+3)=0$

$4k^2-8k-12=0,\ k^2-2k-3=0$

$(k+1)(k-3)=0 \quad \therefore k=-1$ 또는 $k=3$ ……㉡

㉠, ㉡에서 $k=-1$

06 ① 두 근의 합은 $\alpha+\beta=-2$

② 두 근의 곱은 $\alpha\beta=-2$

③ $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=(-2)^2-2\times(-2)=8$

④ $(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta=(-2)^2-4\times(-2)=12$

⑤ $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{-2}{-2}=1$

따라서 옳은 것은 ②, ④이다.

07 두 근을 α, 3α라고 하면 두 근의 합은

$\alpha+3\alpha=8,\ 4\alpha=8 \quad \therefore \alpha=2$

즉, 두 근이 2, 6이므로 두 근의 곱은

$2\times6=k+3 \quad \therefore k=9$

08 두 근의 합은 $(-1+\sqrt{6})+(-1-\sqrt{6})=-2$

두 근의 곱은 $(-1+\sqrt{6})(-1-\sqrt{6})=1-6=-5$

따라서 $-\frac{b}{a}=-2,\ \frac{10}{a}=-5$이므로

$-5a=10 \quad \therefore a=-2$

$\therefore b=2a=2\times(-2)=-4$

09 $2x^2+ax+b=0$은 $2\left(x-\frac{1}{2}\right)(x+3)=0$이므로

$(2x-1)(x+3)=0$

$2x^2+5x-3=0 \quad \therefore a=5,\ b=-3$

따라서 이차방정식 $x^2-3x-5=0$의 근은

$x=\frac{3\pm\sqrt{9+20}}{2}=\frac{3\pm\sqrt{29}}{2}$

10 $\alpha+\beta=3,\ \alpha\beta=-\frac{3}{2}$이므로

$(\alpha-1)+(\beta-1)=\alpha+\beta-2=3-2=1,$

$(\alpha-1)(\beta-1)=\alpha\beta-(\alpha+\beta)+1$

$=-\frac{3}{2}-3+1=-\frac{7}{2}$

따라서 구하는 이차방정식은

$2\left(x^2-x-\frac{7}{2}\right)=0 \quad \therefore 2x^2-2x-7=0$

11 두 근이 -2, 15이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x+2)(x-15)=0,\ x^2-13x-30=0$

즉, 처음 이차방정식의 x의 계수는 -13이다.

두 근이 1, 30이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x-1)(x-30)=0,\ x^2-31x+30=0$

즉, 처음 이차방정식의 상수항은 30이다.

따라서 처음 이차방정식은 $x^2-13x+30=0$이므로

$(x-3)(x-10)=0 \quad \therefore x=3$ 또는 $x=10$

12 $\frac{n(n-3)}{2}=20$이므로 $n(n-3)=40$

$n^2-3n-40=0,\ (n+5)(n-8)=0$

$\therefore n=-5$ 또는 $n=8$

그런데 n은 $n\geq3$인 자연수이므로 $n=8$

따라서 구하는 다각형은 팔각형이다.

13 합이 20인 두 자연수 중 하나를 x라고 하면 다른 하나는 $20-x$이므로

$x(20-x)=96,\ x^2-20x+96=0$

$(x-8)(x-12)=0 \quad \therefore x=8$ 또는 $x=12$

따라서 두 자연수 중 작은 수는 8이다.

14 $-5t^2+75t=250$이므로 $t^2-15t+50=0$

$(t-5)(t-10)=0 \quad \therefore t=5$ 또는 $t=10$

따라서 던져 올리고 5초 후 또는 10초 후이다.

15 세로의 길이를 x cm라고 하면 가로의 길이는 $(x+5)$ cm이므로

$x(x+5)=500,\ x^2+5x-500=0$

$(x+25)(x-20)=0 \quad \therefore x=-25$ 또는 $x=20$

그런데 $x>0$이므로 $x=20$

따라서 세로의 길이는 20 cm, 가로의 길이는 25 cm이므로 직사각형의 둘레의 길이는 $2(20+25)=90$(cm)

16 두 근의 합은 $\alpha+\beta=-3$

두 근의 곱은 $\alpha\beta=-7$ ……❶

$\therefore \frac{1}{\alpha+1}+\frac{1}{\beta+1}=\frac{\alpha+\beta+2}{\alpha\beta+\alpha+\beta+1}$

$=\frac{-3+2}{-7-3+1}=\frac{-1}{-9}=\frac{1}{9}$

……❷

단계	채점 기준	비율
❶	$\alpha+\beta$, $\alpha\beta$의 값 구하기	40 %
❷	$\frac{1}{\alpha+1}+\frac{1}{\beta+1}$의 값 구하기	60 %

17 점 P의 좌표를 P$(k,\ -2k+20)$이라고 하면 ……❶

$k(-2k+20)=48,\ k^2-10k+24=0$ ……❷

$(k-4)(k-6)=0 \quad \therefore k=4$ 또는 $k=6$ ……❸

(i) $k=4$일 때, 점 P의 y좌표는 $-2\times4+20=12$

(ii) $k=6$일 때, 점 P의 y좌표는 $-2\times6+20=8$

따라서 점 P의 좌표는

(4, 12) 또는 (6, 8) ……❹

단계	채점 기준	비율
❶	점 P의 좌표를 미지수로 나타내기	20 %
❷	이차방정식 세우기	30 %
❸	이차방정식 풀기	20 %
❹	점 P의 좌표 구하기	30 %

Ⅳ 이차함수

Ⅳ-1 | 이차함수와 그래프

1 이차함수 $y=ax^2$의 그래프

27 이차함수의 뜻과 $y=x^2$의 그래프 본문 52쪽

01 ㄴ, ㄷ	02 ①	03 ①	04 ④	05 3	06 -6
07 ②	08 0				

01 ㄱ. $y=x(x^2+2)-x=x^3+x$이므로 이차함수가 아니다.
ㄴ. $y=(x+3)(x-2)=x^2+x-6$이므로 이차함수이다.
ㄷ. $y=(x-3)^2+1=x^2-6x+10$이므로 이차함수이다.
ㄹ. $y=x^2-(x+1)(x-1)=1$이므로 이차함수가 아니다.

02 ① $y=\dfrac{x(x-3)}{2}=\dfrac{1}{2}x^2-\dfrac{3}{2}x$이므로 이차함수이다.
② $y=500x$이므로 일차함수이다.
③ $y=\dfrac{100}{x}$이므로 이차함수가 아니다.
④ $y=x$이므로 일차함수이다.
⑤ $y=8x$이므로 일차함수이다.

03 $y=(2x^2+1)+x(ax-1)=(a+2)x^2-x+1$
$a+2\neq0$이어야 하므로 $a\neq-2$
따라서 a의 값이 될 수 없는 것은 ① -2이다.

04 $f(-1)=(-1)^2-2\times(-1)-3=0$,
$f(1)=1^2-2\times1-3=-4$
$\therefore f(-1)-f(1)=0-(-4)=4$

05 $f(a)=-2a^2+3a+7=-2$에서
$2a^2-3a-9=0$, $(2a+3)(a-3)=0$
이때 a는 정수이므로 $a=3$

06 $f(-2)=-(-2)^2+3\times(-2)+a$
$=-4-6+a=a-10$
즉, $a-10=-12$이므로 $a=-2$ ······ ❶
따라서 $f(x)=-x^2+3x-2$이므로
$f(4)=-4^2+3\times4-2=-6$ ······ ❷

단계	채점 기준	비율
❶	상수 a의 값 구하기	50%
❷	$f(4)$의 값 구하기	50%

07 ① 아래로 볼록한 포물선이다.
② $4=(-2)^2$이므로 점 $(-2, 4)$를 지난다.
③ 축의 방정식은 $x=0$이다.
④ 제1, 2사분면을 지난다.
⑤ 이차함수 $y=-x^2$의 그래프와 폭이 같다.

08 $y=-x^2$의 그래프가
점 $(-2, a)$를 지나므로 $a=-(-2)^2=-4$
점 $(2, b)$를 지나므로 $b=-2^2=-4$
$\therefore a-b=(-4)-(-4)=0$

28 이차함수 $y=ax^2$의 그래프 본문 53~54쪽

01 ④	02 ④	03 ④	04 ②	05 ③
06 ㉠ : $y=3x^2$, ㉡ : $y=x^2$, ㉢ : $y=-2x^2$, ㉣ : $y=-\frac{1}{4}x^2$				
07 ㉣	08 ⑤	09 ⑤		
10 가장 큰 것 : ㉠, 가장 작은 것 : ㉣			11 ①	12 ③
13 $y=\frac{1}{2}x^2$		14 $y=-\frac{2}{9}x^2$		15 6

01 이차함수 $y=\dfrac{4}{3}x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 것은
④ $y=-\dfrac{4}{3}x^2$의 그래프이다.

02 ① $-3\neq\dfrac{1}{3}\times(-3)^2=3$이므로 점 $(-3, -3)$을 지나지 않는다.
② y축을 축으로 하는 포물선이다.
③ 아래로 볼록한 포물선이다.
⑤ 이차함수 $y=-\dfrac{1}{3}x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이다.

03 ④ 서로 x축에 대하여 대칭인 것은 ㄴ과 ㅂ이다.

04 ㄴ. $a<0$일 때, 위로 볼록하다.
ㄹ. 축의 방정식은 $x=0$이다.

05 x^2의 계수가 음수이고 이 중 절댓값이 가장 작은 것은 ③이다.

06 아래로 볼록한 포물선 중에서 이차함수 $y=x^2$의 그래프는 이차함수 $y=3x^2$의 그래프보다 폭이 넓으므로
㉠ : $y=3x^2$, ㉡ : $y=x^2$
위로 볼록한 포물선 중에서 이차함수 $y=-\dfrac{1}{4}x^2$의 그래프는 이차함수 $y=-2x^2$의 그래프보다 폭이 넓으므로
㉢ : $y=-2x^2$, ㉣ : $y=-\dfrac{1}{4}x^2$

07 $y=ax^2$에서 a의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 넓어진다. $-1<a<0$에서 a는 음수이고 a의 절댓값이 1보다 작으므로 $y=ax^2$의 그래프는 위로 볼록하면서 $y=x^2$의 그래프보다 폭이 넓다.
따라서 이차함수 $y=ax^2$의 그래프로 알맞은 것은 ㉣이다.

08 위로 볼록하므로 $a<0$
이차함수 $y=-2x^2$의 그래프보다 폭이 넓으므로 $|a|<2$
$\therefore -2<a<0$
따라서 a의 값이 될 수 없는 것은 ⑤ -3이다.

09 그래프가 색칠한 부분을 지나는 이차함수의 식을 $y=ax^2$이라고 하면 $-3<a<0$ 또는 $0<a<\frac{1}{2}$이어야 한다.
따라서 그래프가 색칠한 부분을 지나지 않는 것은 ⑤ $y=x^2$이다.

10 a의 값이 가장 큰 것은 양수이면서 절댓값이 가장 큰 것이므로 그래프가 아래로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것이다. 즉, ㉠이다.
a의 값이 가장 작은 것은 음수이면서 절댓값이 가장 큰 것이므로 그래프가 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것이다. 즉, ㉣이다.

11 $y=ax^2$에 $x=-2$, $y=-2$를 대입하면

$$-2=a\times(-2)^2 \qquad \therefore a=-\frac{1}{2}$$

즉, $y=-\frac{1}{2}x^2$에 $x=3$, $y=b$를 대입하면

$$b=\left(-\frac{1}{2}\right)\times 3^2=-\frac{9}{2}$$

$$\therefore a+b=\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{9}{2}\right)=-5$$

12 $y=4x^2$에 $x=-2$, $y=a$를 대입하면

$$a=4\times(-2)^2=16$$

$y=4x^2$의 그래프가 $y=bx^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이므로 $b=-4$

$$\therefore a+b=16+(-4)=12$$

13 이차함수의 식을 $y=ax^2$으로 놓으면 그래프가 점 $(-2,\ 2)$를 지나므로

$$2=a\times(-2)^2 \qquad \therefore a=\frac{1}{2}$$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=\frac{1}{2}x^2$

14 이차함수의 식을 $y=ax^2$으로 놓으면 그래프가 점 $(3,\ -2)$를 지나므로

$$-2=a\times 3^2 \qquad \therefore a=-\frac{2}{9}$$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=-\frac{2}{9}x^2$

15 $x=2$를 $y=\frac{1}{2}x^2$에 대입하면 $y=\frac{1}{2}\times 2^2=2$이므로

$\mathrm{A}(2,\ 2)$ ············ ❶

$x=2$를 $y=-x^2$에 대입하면 $y=-2^2=-4$이므로

$\mathrm{B}(2,\ -4)$ ············ ❷

$\therefore \overline{\mathrm{AB}}=2-(-4)=6$ ············ ❸

단계	채점 기준	비율
❶	점 A의 좌표 구하기	40%
❷	점 B의 좌표 구하기	40%
❸	$\overline{\mathrm{AB}}$의 길이 구하기	20%

2 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프

29 이차함수 $y=ax^2+q$, $y=a(x-p)^2$의 그래프 본문 55~56쪽

01 $y=\frac{1}{2}x^2-5$ **02** $y=-(x-3)^2$ **03** 12 **04** 2
05 5 **06** ⑤ **07** ③ **08** $y=x^2-2$ **09** ②, ③
10 ④ **11** 4 **12** $y=\frac{1}{2}(x+4)^2$ **13** ③
14 $y=\frac{3}{2}(x+2)^2$ **15** 6 **16** 1

03 이차함수 $y=-x^2+k$의 그래프가 점 $(2,\ 8)$을 지나므로

$$8=-2^2+k \qquad \therefore k=12$$

04 이차함수 $y=2(x+4)^2$의 그래프가 점 $(-3,\ k)$를 지나므로 $k=2\times(-3+4)^2=2$

05 이차함수 $y=2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼 평행이동하면 꼭짓점의 좌표가 $(3,\ 0)$이므로

$$y=2(x-3)^2$$

이 그래프가 점 $(m,\ 8)$을 지나므로

$$8=2(m-3)^2,\ (m-3)^2=4$$

$$m-3=\pm 2$$

$$\therefore m=5 \text{ 또는 } m=1$$

그런데 $m>3$이므로 $m=5$

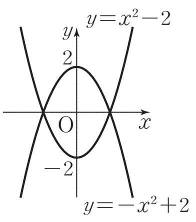
06 ⑤ y축의 방향으로 -2만큼 평행이동하면 이차함수

$y=-\frac{1}{3}x^2-1$의 그래프와 완전히 포개어진다.

07 ① 이차함수의 식은 $y=2x^2-2$이다.
② 모든 사분면을 지난다.
④ 아래로 볼록한 포물선이다.
⑤ $x>0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

08 이차함수 $y=-x^2+2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 포물선의 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ -2)$이다. 또, 아래로 볼록하고 이차함수 $y=-x^2+2$의 그래프와 폭이 같으므로 x^2의 계수는 1이다.

$$\therefore y=x^2-2$$



09 ① x^2의 계수가 음수이므로 위로 볼록한 포물선이다.
④ $x>-4$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.
⑤ 이차함수 $y=-3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 것이다.

10 ①, ③, ⑤ 제1, 2사분면을 지난다.
② 모든 사분면을 지난다.
④ 제3, 4사분면을 지난다.
따라서 제1사분면을 지나지 않는 것은 ④이다.

11 이차함수 $y=x^2-4$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$\mathrm{A}(0,\ -4)$ ·································· ❶

이차함수 $y=-(x+2)^2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$\mathrm{B}(-2,\ 0)$ ·································· ❷

$\therefore \triangle\mathrm{AOB}=\frac{1}{2}\times2\times4=4$ ······················ ❸

단계	채점 기준	비율
❶	꼭짓점 A의 좌표 구하기	30%
❷	꼭짓점 B의 좌표 구하기	30%
❸	△AOB의 넓이 구하기	40%

12 꼭짓점의 좌표가 $(-4,\ 0)$이므로 x축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 것이다.

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=\frac{1}{2}(x+4)^2$

13 꼭짓점의 좌표가 $(0,\ -2)$이므로 $y=ax^2-2$로 놓으면

그래프가 점 $(2,\ 0)$을 지나므로 $0=4a-2$ $\quad\therefore a=\frac{1}{2}$

$\therefore y=\frac{1}{2}x^2-2$

14 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 0)$이므로 $y=a(x+2)^2$으로 놓으면

그래프가 점 $(0,\ 6)$을 지나므로 $6=a(0+2)^2$ $\quad\therefore a=\frac{3}{2}$

$\therefore y=\frac{3}{2}(x+2)^2$

15 이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2+q$의 그래프가 점 $\mathrm{C}(2,\ 1)$을 지나므로

$1=-\frac{1}{2}\times2^2+q$ $\quad\therefore q=3$

따라서 $y=-\frac{1}{2}x^2+3$이므로 $\mathrm{A}(0,\ 3)$

점 B는 점 C와 y축에 대하여 대칭이므로 $\mathrm{B}(-2,\ 1)$

△ABO와 △AOC의 넓이가 같으므로

$\square\mathrm{ABOC}=2\times\left(\frac{1}{2}\times3\times2\right)=6$

16 $\overline{\mathrm{AB}}=6$이므로 주어진 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 x좌표는 3이다.

$\therefore p=3$

따라서 $y=a(x-3)^2$의 그래프가 점 $\mathrm{A}(0,\ 3)$을 지나므로

$3=9a$ $\quad\therefore a=\frac{1}{3}$

$\therefore ap=\frac{1}{3}\times3=1$

30 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프 본문 57~58쪽

01 ② **02** ① **03** ⑤ **04** ⑤ **05** 5 **06** $q>32$
07 $a=1,\ p=1,\ q=-9$ **08** $a<0,\ p<0,\ q>0$
09 제3, 4사분면 **10** ② **11** -10 **12** $-\frac{1}{2}$ **13** ③
14 $(0,\ 0)$ **15** 8

01 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 3)$이고, 위로 볼록하며 $x=0$일 때, $y=-(0+2)^2+3=-1<0$이므로 y축과 x축보다 아래쪽에서 만난다.

따라서 이차함수 $y=-(x+2)^2+3$의 그래프는 ②이다.

02 $y=2(x-1)^2-8$에 $y=0$을 대입하면 $0=2(x-1)^2-8$

$(x-1)^2=4,\ x-1=\pm2$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=3$

$y=2(x-1)^2-8$에 $x=0$을 대입하면

$y=2\times(0-1)^2-8=-6$

$\therefore a+b+c=(-1)+3+(-6)=-4$

03 ① 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ 2)$이므로 제1사분면 위에 있다.
② 꼭짓점의 좌표가 $(4,\ 0)$이므로 x축 위에 있다.
③ 꼭짓점의 좌표가 $(-3,\ 5)$이므로 제2사분면 위에 있다.
④ 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ -1)$이므로 제4사분면 위에 있다.
⑤ 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ -6)$이므로 제3사분면 위에 있다.

04 ⑤ $y=2(x-1)^2$의 그래프를 y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 것이다.

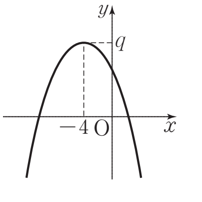
05 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 5)$이므로

$y=a(x-2)^2+5$ $\quad\therefore p=2,\ q=5$

점 $(0,\ -3)$을 지나므로 $-3=a\times(0-2)^2+5$ $\quad\therefore a=-2$

$\therefore a+p+q=(-2)+2+5=5$

06 이차함수 $y=-2(x+4)^2+q$의 그래프는 위로 볼록하고, 꼭짓점의 좌표가 $(-4,\ q)$이다.



꼭짓점 $(-4,\ q)$가 제2사분면 위에 있어야 하므로 $q>0$ ······ ㉠

또, y축과 만나는 점이 x축보다 위쪽에 있어야 하므로 $x=0$일 때, $y=-2\times(0+4)^2+q>0$

$\therefore q>32$ ······ ㉡

㉠, ㉡에서 $q>32$

07 두 점 $(-2,\ 0)$, $(4,\ 0)$이 직선 $x=1$에 대하여 대칭이므로

$y=a(x-1)^2+q$ $\quad\therefore p=1$

두 점 $(4,\ 0)$, $(0,\ -8)$을 지나므로

$9a+q=0,\ a+q=-8$

두 식을 연립하여 풀면 $a=1,\ q=-9$

08 위로 볼록하므로 $a<0$

꼭짓점 $(p,\ q)$가 제2사분면 위에 있으므로

$p<0,\ q>0$

09 $a>0$이므로 아래로 볼록하다. 또, 꼭짓점의 좌표가 $(p,\ q)$이고 $p<0,\ q>0$이므로 꼭짓점은 제2사분면 위에 있다.

따라서 제3, 4사분면을 지나지 않는다.

10 일차함수 $y=ax+b$의 그래프에서 $a<0,\ b>0$

따라서 이차함수 $y=ax^2+b$의 그래프는 위로 볼록하고, 꼭짓점이 x축보다 위쪽인 y축 위에 있으므로 ②이다.

11 이차함수 $y=-2(x+3)^2-5$의 그래프는 이차함수 $y=-2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 것이므로 $a=-2$, $b=-3$, $c=-5$

$\therefore a+b+c=(-2)+(-3)+(-5)=-10$

12 이차함수 $y=\frac{1}{2}(x-2)^2-1$의 그래프가 점 $(3,\ k)$를 지나므로 $k=\frac{1}{2}\times(3-2)^2-1=-\frac{1}{2}$

13 이차함수 $y=2(x-2)^2+3$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동하면

$y=-2(x-2)^2-3$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ -3)$이다.

14 이차함수 $y=-3(x+4)^2-7$의 그래프를 x축의 방향으로 5만큼, y축의 방향으로 10만큼 평행이동하면

$y=-3(x-1)^2+3$

$x=0$을 대입하면 $y=-3\times(0-1)^2+3=0$

따라서 이 그래프가 y축과 만나는 점의 좌표는 $(0,\ 0)$이다.

15 이차함수 $y=a(x-2)^2+1$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동하면 $y=a(x-2)^2+1+b$ ······ ❶

이 그래프를 x축에 대하여 대칭이동하면

$y=-a(x-2)^2-1-b$ ······ ❷

이 그래프와 $y=-(x-p)^2-5$의 그래프가 일치하므로

$a=1$, $b=4$, $p=2$ ······ ❸

$\therefore abp=1\times2\times4=8$ ······ ❹

단계	채점 기준	비율
❶	평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식 구하기	30 %
❷	대칭이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식 구하기	30 %
❸	a, b, p의 값 구하기	30 %
❹	abp의 값 구하기	10 %

학교시험 미리보기

본문 59~60쪽

01 ②, ⑤	02 ⑤	03 ④	04 ②	05 5	06 ④
07 ④	08 -2	09 ④	10 ③	11 ④	12 ⑤
13 ②	14 $a=1$, $p=3$	15 제1, 2사분면			

01 ① 일차함수

② 이차함수

③ 정리하면 $y=-6x+3$이므로 일차함수이다.

④ 정리하면 $y=-2x-1$이므로 일차함수이다.

⑤ 정리하면 $y=2x^2-2x+1$이므로 이차함수이다.

02 ① $y=1000x$이므로 일차함수이다.

② $y=80x$이므로 일차함수이다.

③ $y=3x$이므로 일차함수이다.

④ $y=2\pi x$이므로 일차함수이다.

⑤ $y=\left(\frac{x}{4}\right)^2=\frac{x^2}{16}$이므로 이차함수이다.

03 $y=ax^2$이라고 하면 $a>0$이고 $\frac{1}{2}<a<1$이어야 하므로

④ $y=\frac{3}{4}x^2$이다.

04 ㈎, ㈏, ㈐에서 $y=ax^2\ (a<0)$의 꼴이다.

㈑에서 점 $(-1,\ -2)$를 지나므로

$-2=a\times(-1)^2 \qquad \therefore a=-2$

$\therefore y=-2x^2$

05 이차함수 $y=-3x^2+k$의 그래프가 점 $(1,\ 2)$를 지나므로

$2=-3\times1^2+k \qquad \therefore k=5$

06 축의 방정식은 각각 다음과 같다.

①, ② $x=0$　③ $x=-3$　④ $x=3$　⑤ $x=1$

07 꼭짓점의 좌표가 $(-3,\ 0)$이므로 $y=a(x+3)^2$

점 $(0,\ 3)$을 지나므로 $3=a\times(0+3)^2 \qquad \therefore a=\frac{1}{3}$

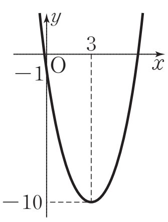
따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=\frac{1}{3}(x+3)^2$

08 이차함수 $y=2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 -7만큼 평행이동하면 이차함수 $y=2(x-3)^2-7$의 그래프와 완전히 포개어지므로 $a=2$, $b=3$, $c=-7$

$\therefore a+b+c=2+3+(-7)=-2$

09 주어진 이차함수의 그래프는 위로 볼록하므로 $x>-1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

10 ③ 아래로 볼록하고 꼭짓점의 좌표가 $(3,\ -10)$이다. 또 $x=0$일 때, $y=-1$이므로 y축과 x축보다 아래쪽에서 만나다. 따라서 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 모든 사분면을 지난다.



11 ① 아래로 볼록한 포물선이다.

② 점 $(0,\ 5)$를 지난다.

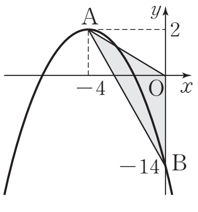
③ 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ 2)$이다.

⑤ 이차함수 $y=3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

12 꼭짓점 A의 좌표는 $A(-4,\ 2)$

$x=0$일 때, $y=-14$이므로 y축과의 교점 B의 좌표는 $B(0,\ -14)$

따라서 $\triangle OAB$는 오른쪽 그림과 같이 밑변의 길이가 14, 높이가 4인 삼각형이므로



$\triangle OAB=\frac{1}{2}\times14\times4=28$

13 아래로 볼록하므로 $a>0$

꼭짓점 $(p,\ q)$가 제4사분면 위에 있으므로

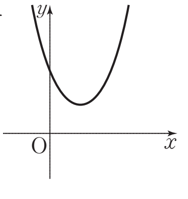
$p>0,\ q<0$

워크북

14 이차함수 $y=a(x-p)^2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는
$(p,\ 0)$ ❶
이차함수 $y=-x^2+9$의 그래프가 점 $(p,\ 0)$을 지나므로
$0=-p^2+9,\ p^2=9$
이때 $p>0$이므로 $p=3$ ❷
이차함수 $y=-x^2+9$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는
$(0,\ 9)$ ❸
이차함수 $y=a(x-p)^2$, 즉 $y=a(x-3)^2$의 그래프가 점 $(0,\ 9)$를 지나므로
$9=9a \quad \therefore a=1$ ❹

단계	채점 기준	비율
❶	이차함수 $y=a(x-p)^2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표 구하기	20 %
❷	p의 값 구하기	30 %
❸	이차함수 $y=-x^2+9$의 그래프의 꼭짓점의 좌표 구하기	20 %
❹	a의 값 구하기	30 %

15 일차함수 $y=ax+b$의 그래프에서 기울기가 양수, y절편이 양수이므로 $a>0,\ b>0$ ❶
이차함수 $y=a(x-b)^2+ab$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(b,\ ab)$이고, $b>0,\ ab>0$이므로 꼭짓점은 제1사분면 위에 있다. ❷
또, $a>0$이므로 그래프는 아래로 볼록하다. ❸
따라서 이차함수 $y=a(x-b)^2+ab$의 그래프의 개형은 오른쪽 그림과 같으므로 제1, 2사분면을 지난다. ❹



단계	채점 기준	비율
❶	$a,\ b$의 부호 정하기	40 %
❷	꼭짓점의 위치 알기	20 %
❸	그래프의 모양 알기	20 %
❹	그래프가 지나는 사분면 구하기	20 %

Ⅳ-2 | 이차함수의 그래프의 성질

1 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프

31 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프 본문 61~62쪽

01 꼭짓점의 좌표 : $(4,\ -8)$, 축의 방정식 : $x=4$ 02 ⑤
03 $a=-4,\ b=-1$ 04 $x=-1$ 05 2 06 7
07 2 08 4 09 -5 10 ② 11 ⑤ 12 ⑤
13 ② 14 ②

01 $y=3x^2-24x+40=3(x-4)^2-8$
따라서 꼭짓점의 좌표는 $(4,\ -8)$이고, 축의 방정식은 $x=4$이다.

02 ① $y=x^2-4$의 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ -4)$ ➔ y축
② $y=(x+2)^2-4$의 꼭짓점의 좌표는 $(-2,\ -4)$
➔ 제3사분면
③ $y=-(x-1)^2+4$의 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ 4)$
➔ 제1사분면
④ $y=(x+1)^2$의 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ 0)$ ➔ x축
⑤ $y=-2(x+1)^2+5$의 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ 5)$
➔ 제2사분면

03 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 3)$이므로
$y=-(x+2)^2+3=-x^2-4x-1$
$\therefore a=-4,\ b=-1$

04 점 $(2,\ -1)$을 지나므로 $-1=-2^2+2a+7$
$2a=-4 \quad \therefore a=-2$
따라서 $y=-x^2-2x+7=-(x+1)^2+8$이므로
축의 방정식은 $x=-1$

05 $y=\frac{1}{2}x^2-2x+7=\frac{1}{2}(x-2)^2+5$이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ 5)$이다.
점 $(2,\ 5)$가 일차함수 $y=mx+1$의 그래프 위에 있으므로
$5=2m+1 \quad \therefore m=2$

06 $y=-\frac{1}{3}x^2+2x+1=-\frac{1}{3}(x-3)^2+4$이므로 꼭짓점의 좌표는 $(3,\ 4)$이다. ❶
이차함수 $y=2x^2-mx+7$의 그래프가 점 $(3,\ 4)$를 지나므로
$4=2\times3^2-m\times3+7,\ 3m=21$
$\therefore m=7$ ❷

단계	채점 기준	비율
❶	이차함수 $y=-\frac{1}{3}x^2+2x+1$의 그래프의 꼭짓점의 좌표 구하기	50%
❷	m의 값 구하기	50%

07 $y=-\frac{1}{2}x^2-x+3=-\frac{1}{2}(x+1)^2+\frac{7}{2}$이므로 이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 $\frac{7}{2}$만큼 평행이동한 것과 같다.
따라서 $a=-\frac{1}{2},\ m=-1,\ n=\frac{7}{2}$이므로
$a+m+n=\left(-\frac{1}{2}\right)+(-1)+\frac{7}{2}=2$

08 $y=\frac{1}{3}x^2-2x+4=\frac{1}{3}(x-3)^2+1$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼 평행이동하면 $y=\frac{1}{3}(x-1)^2+1$
이 그래프가 점 $(-2,\ k)$를 지나므로
$k=\frac{1}{3}\times(-2-1)^2+1=4$

09 $y=2x^2-8x+5=2(x-2)^2-3$

$y=2x^2+4x-3=2(x+1)^2-5$
꼭짓점의 좌표가 $(2,\ -3)$에서 $(-1,\ -5)$로 바뀌었으므로 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이다.
따라서 $m=-3$, $n=-2$이므로
$m+n=(-3)+(-2)=-5$

10 $y=3x^2+6x+4=3(x+1)^2+1$의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼 평행이동하면
$y=3(x-4+1)^2+1=3(x-3)^2+1$
다시 x축에 대하여 대칭이동하면 $-y=3(x-3)^2+1$
$\therefore y=-3(x-3)^2-1=-3x^2+18x-28$
따라서 $a=-3$, $b=18$, $c=-28$이므로
$a+b+c=(-3)+18+(-28)=-13$

11 $y=x^2-4x+5=(x-2)^2+1$
⑤ 직선 $x=2$를 축으로 하는 아래로 볼록한 포물선이다.

12 $y=-2x^2-4x+1=-2(x+1)^2+3$
① 직선 $x=-1$을 축으로 하는 포물선이다.
② 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ 3)$이다.
③ y축과 만나는 점의 y좌표는 1이다.
④ $y=-2x^2-4x+1$의 그래프와 y축에 대하여 대칭인 그래프는
$y=-2\times(-x)^2-4\times(-x)+1=-2x^2+4x+1$

13 $y=-x^2-8x+5=-(x+4)^2+21$
② 꼭짓점의 좌표는 $(-4,\ 21)$이다.

14 $y=\frac{1}{2}x^2-2x-6=\frac{1}{2}(x-2)^2-8$
ㄱ. $\frac{1}{2}x^2-2x-6=0$에서 $x^2-4x-12=0$
$(x+2)(x-6)=0 \qquad \therefore x=-2$ 또는 $x=6$
따라서 x축과의 교점의 좌표는 $(-2,\ 0)$, $(6,\ 0)$이다.
ㄴ. 제3사분면을 지난다.
ㄷ. 이차함수 $y=\frac{1}{2}(x-2)^2$의 그래프를 y축의 방향으로 -8만큼 평행이동한 것이다.
ㄹ. 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2-2x-6$과 x축에 대하여 대칭인 그래프는 $-y=\frac{1}{2}x^2-2x-6$, 즉 $y=-\frac{1}{2}x^2+2x+6$

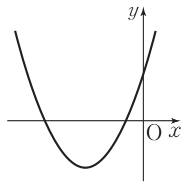
32 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프에서 a, b, c의 부호 본문 63~64쪽

01 $ab<0$	02 ③	03 $a>0$, $b>0$, $c>0$		04 ⑤
05 ④	06 ③	07 오른쪽	08 ㄱ	09 ③
10 ①	11 제3사분면		12 제4사분면	

01 축이 y축의 오른쪽에 있으므로 a, b의 부호가 다르다.
$\therefore ab<0$

02 아래로 볼록하므로 $a>0$
축이 y축의 오른쪽에 있으므로 a, b의 부호가 다르다.
$\therefore b<0$
y축과의 교점이 x축보다 아래쪽에 있으므로 $c<0$

03 아래로 볼록하므로 $a>0$ ······ ❶
축이 y축의 왼쪽에 있으므로 a, b의 부호가 같다. $\therefore b>0$ ······ ❷
제1, 2, 3사분면만을 지나고, $c\neq0$이므로 오른쪽 그림과 같이 y축과의 교점이 x축보다 위쪽에 있다. $\therefore c>0$ ······ ❸



단계	채점 기준	비율
❶	a의 부호 정하기	30 %
❷	b의 부호 정하기	30 %
❸	c의 부호 정하기	40 %

04 아래로 볼록하므로 $a>0$, 축이 y축의 왼쪽에 있으므로 $b>0$
원점 $(0,\ 0)$을 지나므로 $c=0$
① $a+b>0$ ② $x=1$일 때, $a+b+c>0$
③ $abc=0$ ④ $x=-1$일 때, $a-b+c<0$
⑤ $ac-b=-b<0$

05 아래로 볼록하므로 $a>0$
축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $b<0$
y축과의 교점이 x축보다 아래쪽에 있으므로 $c<0$
① $ab<0$ ② $ac<0$ ③ $abc>0$
④ $x=1$일 때, $a+b+c<0$
⑤ $x=-1$일 때, $a-b+c>0$

06 $a>0$이므로 아래로 볼록하고, $-b<0$이므로 축이 y축의 오른쪽에 있다.
또, $c<0$이므로 y축과의 교점이 x축보다 아래쪽에 있으므로 그래프로 알맞은 것은 ③이다.

07 $ax-by+c=0$에서 $y=\frac{a}{b}x+\frac{c}{b}$이므로 주어진 그래프에서
$\frac{a}{b}<0$, $\frac{c}{b}<0$
따라서 a, b는 다른 부호이므로 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 축은 y축의 오른쪽에 있다.

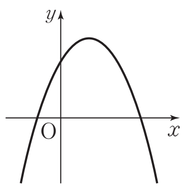
08 ㄱ. $a>0$이므로 아래로 볼록하다.
ㄴ. $-b<0$이므로 축은 y축의 오른쪽에 있다.
ㄷ. $-c<0$이므로 y축과 만나는 점의 위치는 x축의 아래쪽이다.

09 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프는 위로 볼록하므로 $a<0$
축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $b>0$
y축과의 교점이 x축보다 위쪽에 있으므로 $c>0$
즉, 이차함수 $y=cx^2+bx+c$의 그래프는 $c>0$이므로 아래로 볼록하고, $b>0$이므로 축이 y축의 왼쪽에 있다.
또, $c>0$이므로 y축과의 교점이 x축보다 위쪽에 있다.
따라서 그래프로 알맞은 것은 ③이다.

10 이차함수 $y=x^2+ax+b$의 그래프에서 축이 y축의 왼쪽에 있으므로 $a>0$

y축과의 교점이 x축보다 위쪽에 있으므로 $b>0$

즉, 이차함수 $y=-x^2+bx+a$의 그래프는 위로 볼록하고, 축이 y축의 오른쪽에 있으며, y축과의 교점이 x축보다 위쪽에 있으므로 그 개형은 오른쪽 그림과 같다.



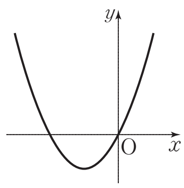
따라서 꼭짓점은 제1사분면 위에 있다.

11 일차함수 $y=ax+b$의 그래프에서 기울기가 양수이므로

$a>0$

y절편이 양수이므로 $b>0$

즉, 이차함수 $y=ax^2+bx$의 그래프는 아래로 볼록하고, 축이 y축의 왼쪽에 있으며, y축과 원점에서 만나므로 그 개형은 오른쪽 그림과 같다.

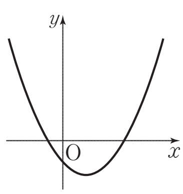


따라서 꼭짓점은 제3사분면 위에 있다.

12 이차함수 $y=-x^2+ax+b$ $(b\neq0)$의 그래프가 제2사분면을 지나지 않으므로 축은 y축의 오른쪽에 있고, y축과의 교점이 x축보다 아래쪽에 있다.

$\therefore a>0,\ b<0$

즉, 일차함수 $y=x^2+bx-a$의 그래프는 아래로 볼록하고, 축이 y축의 오른쪽에 있으며, y축과의 교점이 x축보다 아래쪽에 있으므로 그 개형은 오른쪽 그림과 같다.



따라서 꼭짓점은 제4사분면 위에 있다.

2 이차함수의 식과 최댓값, 최솟값

33 이차함수의 식 구하기

본문 65~66쪽

01 ③	02 $y=-2x^2-4x+2$	03 ①	04 6
05 $y=2x^2-4x-4$	06 5	07 ④	08 16
09 $y=-x^2+4x+1$	10 -2	11 ②	12 $y=2x^2-x+1$
13 ③	14 12	15 $y=-x^2+4x-3$	16 1

01 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ -3)$이므로 $y=a(x+1)^2-3$

점 $(1,\ 5)$를 지나므로

$5=a\times(1+1)^2-3\qquad\therefore a=2$

$\therefore y=2(x+1)^2-3=2x^2+4x-1$

따라서 y축과 만나는 점의 y좌표는 -1이다.

02 이차함수 $y=2(x+1)^2+4$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ 4)$이므로 $y=a(x+1)^2+4$ ❶

점 $(-2,\ 2)$를 지나므로

$2=a\times(-2+1)^2+4\qquad\therefore a=-2$ ❷

$\therefore y=-2(x+1)^2+4=-2x^2-4x+2$ ❸

단계	채점 기준	비율
❶	구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 놓기	30 %
❷	a의 값 구하기	50 %
❸	이차함수의 식 구하기	20 %

03 꼭짓점의 좌표가 $(-3,\ 0)$이므로 $y=a(x+3)^2$

점 $(0,\ 9)$를 지나므로 $9=a\times(0+3)^2\qquad\therefore a=1$

따라서 $y=(x+3)^2$의 그래프가 점 $(-2,\ k)$를 지나므로

$k=(-2+3)^2=1$

04 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 9)$이므로 $y=a(x-2)^2+9$

점 $(0,\ 5)$를 지나므로

$5=a\times(0-2)^2+9\qquad\therefore a=-1$

$\therefore y=-(x-2)^2+9$

$y=0$일 때, $-(x-2)^2+9=0$에서 $(x-2)^2=9$

$x-2=\pm3\qquad\therefore x=-1$ 또는 $x=5$

따라서 x축과 만나는 두 점의 좌표는 $(-1,\ 0)$, $(5,\ 0)$이므로 $\overline{AB}=5-(-1)=6$

05 직선 $x=1$이 축이므로 $y=a(x-1)^2+q$로 놓으면

점 $(-1,\ 2)$를 지나므로 $4a+q=2$

점 $(2,\ -4)$를 지나므로 $a+q=-4$

두 식을 연립하여 풀면 $a=2,\ q=-6$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=2(x-1)^2-6$이므로

$y=2x^2-4x-4$

06 직선 $x=-2$가 축이므로 $y=\frac{1}{2}(x+2)^2+q$로 놓으면

점 $(0,\ 3)$을 지나므로 $3=\frac{1}{2}\times2^2+q\qquad\therefore q=1$

$\therefore y=\frac{1}{2}(x+2)^2+1=\frac{1}{2}x^2+2x+3$

따라서 $a=2,\ b=3$이므로 $a+b=2+3=5$

07 직선 $x=-1$이 축이므로 $y=a(x+1)^2+q$로 놓으면

점 $(0,\ 4)$를 지나므로 $a+q=4$

점 $(2,\ 0)$을 지나므로 $9a+q=0$

두 식을 연립하여 풀면 $a=-\frac{1}{2},\ q=\frac{9}{2}$

$\therefore y=-\frac{1}{2}(x+1)^2+\frac{9}{2}=-\frac{1}{2}x^2-x+4$

따라서 $a=-\frac{1}{2},\ b=-1,\ c=4$이므로

$abc=\left(-\frac{1}{2}\right)\times(-1)\times4=2$

08 직선 $x=-3$이 축이므로 $y=a(x+3)^2+q$로 놓으면

점 $(1,\ 6)$을 지나므로 $16a+q=6$

점 $(-1,\ 0)$을 지나므로 $4a+q=0$

두 식을 연립하여 풀면 $a=\frac{1}{2},\ q=-2$

따라서 이차함수 $y=\frac{1}{2}(x+3)^2-2$의 그래프가 점 $(3,\ k)$를

지나므로 $k=\frac{1}{2}\times(3+3)^2-2=16$

09 구하는 이차함수를 $y=-x^2+ax+b$로 놓으면 이 그래프가
점 $(1,\ 4)$를 지나므로 $4=-1+a+b$
점 $(4,\ 1)$을 지나므로 $1=-16+4a+b$
두 식을 연립하여 풀면 $a=4,\ b=1$
$\therefore y=-x^2+4x+1$

10 점 $(0,\ 6)$을 지나므로 $b=6$
$\therefore y=-\frac{1}{2}x^2+ax+6$
점 $(6,\ 0)$을 지나므로 $0=-18+6a+6$ $\therefore a=2$
$\therefore y=-\frac{1}{2}x^2+2x+6$
$y=0$을 대입하면 $-\frac{1}{2}x^2+2x+6=0$
$x^2-4x-12=0,\ (x+2)(x-6)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=6$
따라서 x축과 두 점 $(-2,\ 0),\ (6,\ 0)$에서 만나므로
$k=-2$

11 점 $(0,\ 4)$를 지나므로 $c=4$
두 점 $(-1,\ 3),\ (1,\ 7)$을 지나므로
$a-b+4=3,\ a+b+4=7$
두 식을 연립하여 풀면 $a=1,\ b=2$
$\therefore abc=1\times2\times4=8$

12 구하는 이차함수를 $y=ax^2+bx+c$로 놓으면 이 그래프가
점 $(0,\ 1)$을 지나므로 $c=1$
두 점 $(-1,\ 4),\ (1,\ 2)$를 지나므로
$a-b+1=4,\ a+b+1=2$
두 식을 연립하여 풀면 $a=2,\ b=-1$
$\therefore y=2x^2-x+1$

13 점 $(0,\ 6)$을 지나므로 $c=6$
두 점 $(-4,\ 6),\ (-1,\ 3)$을 지나므로
$16a-4b+6=6,\ a-b+6=3$
두 식을 연립하여 풀면 $a=1,\ b=4$
$\therefore a+b-c=1+4-6=-1$

14 이차함수 $y=-2x^2$의 그래프와 x^2의 계수가 같고, 두 점 $(-2,\ 0),\ (3,\ 0)$을 지나므로
$y=-2(x+2)(x-3)=-2x^2+2x+12$
따라서 y축과 만나는 점의 y좌표는 12이다.

15 두 점 $(1,\ 0),\ (3,\ 0)$을 지나므로 $y=a(x-1)(x-3)$로 놓으면 점 $(0,\ -3)$을 지나므로 $-3=3a$ $\therefore a=-1$
따라서 $y=-(x-1)(x-3)$이므로
$y=-x^2+4x-3$

16 이차함수 $y=x^2+ax+b$의 그래프가 두 점 $(2,\ 0),\ (4,\ 0)$을 지나므로
$y=(x-2)(x-4)=x^2-6x+8$
$\therefore a=-6,\ b=8$ ······ ❶
또, 점 $(3,\ k)$를 지나므로
$k=9-18+8=-1$ ······ ❷
$\therefore a+b+k=(-6)+8+(-1)=1$ ······ ❸

단계	채점 기준	비율
❶	$a,\ b$의 값 구하기	50 %
❷	k의 값 구하기	30 %
❸	$a+b+k$의 값 구하기	20 %

워크북

34 이차함수의 최댓값과 최솟값

본문 67~68쪽

01 ②	02 ⑤	03 0	04 -6	05 ①	06 6
07 $-\frac{9}{4}$	08 17	09 -1	10 ④	11 ③	12 -1
13 $a=\frac{2}{9},\ b=\frac{4}{3},\ c=4$			14 ③	15 14	16 6

01 아래로 볼록하고, 꼭짓점의 y좌표가 -2인 것은 ②이다.

02 $y=\frac{1}{4}(x+2)^2-5$는 $x=-2$일 때, 최솟값 -5를 갖는다.

03 $y=-2x^2+12x=-2(x-3)^2+18$ $\therefore M=18$
$y=\frac{1}{2}x^2+4x-10=\frac{1}{2}(x+4)^2-18$ $\therefore m=-18$
$\therefore M+m=18+(-18)=0$

04 $y=-\frac{1}{2}x^2+x-4=-\frac{1}{2}(x-1)^2-\frac{7}{2}$
따라서 $x=1$일 때, 최댓값이 $-\frac{7}{2}$이므로
$k=1,\ M=-\frac{7}{2}$
$\therefore k+2M=1+2\times\left(-\frac{7}{2}\right)=-6$

05 $y=2(x-2-1)^2+\frac{1}{2}-3=2(x-3)^2-\frac{5}{2}$
따라서 최솟값은 $-\frac{5}{2}$이다.

06 점 $(2,\ -3)$을 지나므로 $-3=-4+2a+5$
$\therefore a=-2$
따라서 $y=-x^2-2x+5=-(x+1)^2+6$이므로 $x=-1$일 때, 최댓값은 6이다.

07 점 $(0,\ -2)$를 지나므로 $b=-2$
$\therefore y=x^2+ax-2$
점 $(1,\ 0)$을 지나므로 $0=1+a-2$ $\therefore a=1$
따라서 $y=x^2+x-2=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{9}{4}$이므로 $x=-\frac{1}{2}$일 때, 최솟값은 $-\frac{9}{4}$이다.

08 $y=2x^2+4kx+12k-1=2(x+k)^2-2k^2+12k-1$
$\therefore m=-2k^2+12k-1=-2(k-3)^2+17$

따라서 $k=3$일 때, m의 최댓값은 17이다.

09 $y=-x^2+4x+a=-(x-2)^2+a+4$
따라서 최댓값이 3이므로 $a+4=3$ $\therefore a=-1$

10 $y=ax^2-2ax+5=a(x-1)^2-a+5$
따라서 최솟값이 4이므로 $-a+5=4$ $\therefore a=1$

11 $y=x^2-6x+a+1=(x-3)^2+a-8$
최솟값이 양수이어야 하므로 $a-8>0$ $\therefore a>8$
따라서 정수 a의 최솟값은 9이다.

12 $y=\frac{1}{2}(x-1)^2-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}x^2-x$
따라서 $a=-1$, $b=0$이므로 $a+b=-1$

13 $x=-3$일 때, 최솟값이 2이므로 $y=a(x+3)^2+2$
점 $(0,\ 4)$를 지나므로 $4=9a+2$ $\therefore a=\frac{2}{9}$
따라서 $y=\frac{2}{9}(x+3)^2+2=\frac{2}{9}x^2+\frac{4}{3}x+4$이므로
$b=\frac{4}{3}$, $c=4$

14 축의 방정식이 $x=-1$이고, 최댓값이 8이므로
$y=a(x+1)^2+8$
점 $(3,\ 0)$을 지나므로 $0=a\times4^2+8$ $\therefore a=-\frac{1}{2}$
따라서 $y=-\frac{1}{2}(x+1)^2+8=-\frac{1}{2}x^2-x+\frac{15}{2}$이므로
$b=-1$, $c=\frac{15}{2}$
$\therefore a+b+c=\left(-\frac{1}{2}\right)+(-1)+\frac{15}{2}=6$

15 $y=-3x^2+2x+a=-3\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+a+\frac{1}{3}$
따라서 $p=\frac{1}{3}$이고 $a+\frac{1}{3}=5$이므로 $a=\frac{14}{3}$
$\therefore \frac{a}{p}=\frac{14}{3}\times3=14$

16 두 점 $(0,\ 0)$, $(4,\ 0)$을 지나므로 축의 방정식은
$x=2$ ❶
최댓값이 8이므로 $y=a(x-2)^2+8$ ❷
점 $(0,\ 0)$을 지나므로 $0=4a+8$ $\therefore a=-2$ ❸
따라서 $y=-2(x-2)^2+8=-2x^2+8x$이므로
$b=8$, $c=0$ ❹
$\therefore a+b+c=(-2)+8+0=6$ ❺

단계	채점 기준	비율
❶	축의 방정식 구하기	30 %
❷	$y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 나타내기	20 %
❸	a의 값 구하기	20 %
❹	b, c의 값 구하기	20 %
❺	$a+b+c$의 값 구하기	10 %

3 이차함수의 활용

35 이차함수의 활용

본문 69~70쪽

01 36 **02** 32 **03** 150원 **04** 3 **05** 6 cm, 6 cm
06 ⑤ **07** 10 cm, 10 cm
08 가로의 길이 : 10 cm, 세로의 길이 : 5 cm, 넓이 : 50 cm^2
09 ⑤ **10** 2초 **11** ③ **12** ⑤ **13** 27 **14** 64

01 두 수를 x, $12-x$로 놓고 두 수의 곱을 y라고 하면
$y=x(12-x)=-x^2+12x=-(x-6)^2+36$
따라서 두 수가 각각 6, 6일 때, 두 수의 곱의 최댓값은 36이다.

02 두 수를 x, $x+8$로 놓고 두 수의 제곱의 합을 y라고 하면
$y=x^2+(x+8)^2=2x^2+16x+64=2(x+4)^2+32$
따라서 두 수가 각각 -4, 4일 때, 두 수의 제곱의 합의 최솟값은 32이다.

03 총 판매 금액을 y원이라고 하면 가격을 x원 올렸을 때의 가격은 $(100+x)$원, 이때의 판매량은 $(400-2x)$개이므로
$y=(100+x)(400-2x)$ ❶
$=-2x^2+200x+40000$
$=-2(x-50)^2+45000$ ❷
따라서 $x=50$일 때, 총 판매 금액이 최대이고 이때의 상품 한 개의 가격은 $100+50=150$(원)이다. ❸

단계	채점 기준	비율
❶	총 판매 금액을 y원으로 놓고, x와 y 사이의 관계식 구하기	40 %
❷	$y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 나타내기	30 %
❸	상품 한 개의 가격 구하기	30 %

04 새롭게 만든 직사각형의 넓이를 y cm^{2}라고 하면
$y=(12+2x)(12-x)=-2x^2+12x+144$
$=-2(x-3)^2+162$
따라서 $x=3$일 때, 직사각형의 넓이가 최대이다.

05 직각삼각형의 넓이를 y cm^{2}라고 하면
$y=\frac{1}{2}x(12-x)=-\frac{1}{2}x^2+6x=-\frac{1}{2}(x-6)^2+18$
따라서 $x=6$일 때, 최댓값이 18이므로 넓이가 최대일 때의 두 변의 길이는 각각 6 cm, 6 cm이다.

06 돼지우리의 세로의 길이를 x m라고 하면 가로의 길이는 $(24-2x)$ m이다.
돼지우리의 넓이를 y m^{2}라고 하면
$y=x(24-2x)=24x-2x^2=-2(x-6)^2+72$
따라서 $x=6$일 때, 돼지우리의 최대 넓이는 72 m^{2}이다.

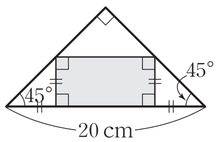
07 한 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라고 하면 다른 정사각형의 한 변의 길이는 $(20-x)$ cm이다.
두 정사각형의 넓이의 합을 y cm^{2}라고 하면

$y=x^2+(20-x)^2=2x^2-40x+400$

$=2(x-10)^2+200$

따라서 두 정사각형의 한 변의 길이가 각각 10 cm, 10 cm일 때, 넓이의 합이 최소가 된다.

08 직사각형의 세로의 길이를 x cm라고 하면 가로의 길이는 $(20-2x)$ cm이다.



직사각형의 넓이를 y cm^{2}라고 하면

$y=x(20-2x)=-2x^2+20x$

$=-2(x-5)^2+50$

따라서 가로의 길이가 $20-2\times5=10$(cm), 세로의 길이가 5 cm일 때, 최대 넓이는 50 cm^{2}이다.

09 $y=-3x^2+30x=-3(x-5)^2+75$

따라서 폭죽의 최고 높이는 75 m이다.

10 $y=-5x^2+20x+10=-5(x-2)^2+30$

따라서 $x=2$, 즉 2초 후에 최고 높이에 도달한다.

11 $y=-5x^2+ax+b$의 꼭짓점의 좌표가 $(4,\ 80)$이므로

$y=-5(x-4)^2+80=-5x^2+40x$

따라서 $a=40$, $b=0$이므로 $a+b=40+0=40$

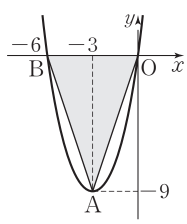
12 $y=-x^2+4x+5=-(x-2)^2+9$

$\therefore$ A$(2,\ 9)$, B$(0,\ 5)$

$\therefore \triangle$ABO$=\frac{1}{2}\times5\times2=5$

13 직선 $x=-3$이 축이므로 B$(-6,\ 0)$

이차함수 $y=x^2+ax$의 그래프가 점 B$(-6,\ 0)$을 지나므로



$0=(-6)^2+a\times(-6)$ $\quad\therefore a=6$

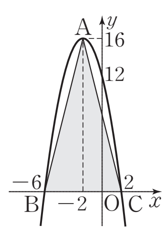
따라서 $y=x^2+6x=(x+3)^2-9$이므로

A$(-3,\ -9)$

$\therefore \triangle$ABO$=\frac{1}{2}\times6\times9=27$

14 $y=-x^2-4x+12=-(x+2)^2+16$

꼭짓점의 좌표는 A$(-2,\ 16)$



$y=0$을 대입하면 $-x^2-4x+12=0$

$x^2+4x-12=0$

$(x-2)(x+6)=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=-6$

따라서 B$(-6,\ 0)$, C$(2,\ 0)$이므로

$\triangle$ABC$=\frac{1}{2}\times8\times16=64$

학교시험 미리보기 본문 71~72쪽

01 ④	02 ②	03 ③	04 ③, ④	05 ④	06 ⑤
07 −14	08 ④	09 ①	10 ②	11 ②	
12 P(1, 3)		13 ③	14 2	15 5 : 9	

01 ① $y=x^2-2x=(x-1)^2-1$

② $y=-x^2+4x+1=-(x-2)^2+5$

③ $y=\frac{1}{2}x^2+x-1=\frac{1}{2}(x+1)^2-\frac{3}{2}$

④ $y=\frac{1}{2}x^2+2x-3=\frac{1}{2}(x+2)^2-5$

⑤ $y=-2x^2+4x-3=-2(x-1)^2-1$

따라서 축의 방정식이 $x=-2$인 것은 ④이다.

02 $y=-x^2+4ax+4=-(x-2a)^2+4a^2+4$의 그래프의 꼭짓점 $(2a,\ 4a^2+4)$가 일차함수 $y=2x+3$의 그래프 위에 있으므로

$4a^2+4=2\times2a+3$, $4a^2-4a+1=0$

$(2a-1)^2=0$ $\qquad\therefore a=\frac{1}{2}$

03 이차함수 $y=x^2-2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ -2)$

이차함수 $y=x^2+4x+5=(x+2)^2+1$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-2,\ 1)$

따라서 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이므로

$m=-2$, $n=3$

$\therefore m+n=(-2)+3=1$

04 $y=2x^2-8x+4=2(x-2)^2-4$

① 축의 방정식은 $x=2$이다.

② 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ -4)$이므로 제4사분면 위에 있다.

⑤ x 대신 $-x$를 대입하면 $y=2x^2+8x+4$

즉, $y=2x^2+8x+4$의 그래프와 y축에 대하여 대칭이다.

05 ① 위로 볼록하므로 $a<0$

② 축이 y축의 왼쪽에 있으므로 a, b의 부호가 같다.

$\therefore b<0$

③ y축과의 교점이 x축보다 위쪽에 있으므로 $c>0$

$\therefore abc>0$

④ $a<0$, $b<0$, $c>0$이므로 $a+b-c<0$

⑤ $ab>0$, $c>0$이므로 $ab+c>0$

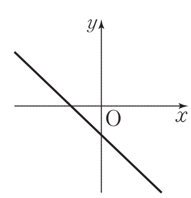
06 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프에서

위로 볼록하므로 $a<0$

축이 y축 위에 있으므로 $b=0$

y축과의 교점이 x축보다 아래쪽에 있으므로 $c<0$

함수 $y=bx^2+cx+a$, 즉 $y=cx+a$의 그래프는 기울기가 음수이고 y절편이 음수이므로 그 개형은 오른쪽 그림과 같다.



따라서 함수 $y=bx^2+cx+a$의 그래프는 제2, 3, 4사분면을 지난다.

07 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 4)$이므로 $y=a(x+2)^2+4$로 놓으면 점 $(-1,\ 2)$를 지나므로 $2=a\times(-1+2)^2+4$

$\therefore a=-2$

$\therefore y=-2(x+2)^2+4=-2x^2-8x-4$

따라서 $b=-8$, $c=-4$이므로

$$a+b+c=(-2)+(-8)+(-4)=-14$$

08 조건 (가), (나)에서 $y=2(x+1)^2+q$로 놓으면

조건 (다)에서 점 $(0,\ 3)$을 지나므로

$$3=2\times(0+1)^2+q \qquad \therefore q=1$$

따라서 $y=2(x+1)^2+1$의 그래프가 점 $(-1,\ k)$를 지나므로

$$k=2\times(-1+1)^2+1=1$$

09 $y=ax^2+bx+c$로 놓으면 점 $(0,\ 6)$을 지나므로 $c=6$

점 $(1,\ 3)$을 지나므로 $a+b+6=3$, 즉 $a+b=-3$

점 $(4,\ 6)$을 지나므로 $16a+4b+6=6$, 즉 $4a+b=0$

두 식을 연립하여 풀면 $a=1$, $b=-4$

$$\therefore y=x^2-4x+6$$

10 $y=x^2-2kx-k^2=(x-k)^2-2k^2$의 최솟값이 -8이므로

$$-2k^2=-8,\ k^2=4$$

$$\therefore k=\pm 2$$

이때 $k>0$이므로 $k=2$

11 $x=3$일 때, 최댓값 2를 가지므로 $y=a(x-3)^2+2$로 놓으면

점 $(0,\ -1)$을 지나므로

$$-1=a\times(0-3)^2+2 \qquad \therefore a=-\frac{1}{3}$$

따라서 $y=-\frac{1}{3}(x-3)^2+2=-\frac{1}{3}x^2+2x-1$이므로

$$b=2,\ c=-1$$

$$\therefore a+b+c=\left(-\frac{1}{3}\right)+2+(-1)=\frac{2}{3}$$

12 점 P의 좌표를 $\mathrm{P}(x,\ -3x+6)$으로 놓고 □OAPB의 넓이를 y라고 하면

$$y=x(-3x+6)=-3x^2+6x=-3(x-1)^2+3$$

따라서 $x=1$, 즉 점 P의 좌표가 $\mathrm{P}(1,\ 3)$일 때, □OAPB의 넓이가 최대이다.

13 직사각형의 가로의 길이를 x cm라고 하면 세로의 길이는 $(10-x)$ cm이다.

직사각형의 넓이를 $y\ \mathrm{cm}^2$라고 하면

$$y=x(10-x)=-x^2+10x=-(x-5)^2+25$$

따라서 $x=5$, 즉 직사각형의 가로의 길이가 5 cm일 때, 직사각형의 넓이가 최대이다.

14 $y=-x^2+2kx-2k+3$

$$=-(x-k)^2+k^2-2k+3$$

최댓값이 k^2-2k+3이므로

$m=k^2-2k+3$ ········· ❶

$\quad=(k-1)^2+2$

따라서 m의 최솟값은 2이다. ········· ❷

단계	채점 기준	비율
❶	m을 k에 대한 식으로 나타내기	50%
❷	m의 최솟값 구하기	50%

15 $x=0$일 때 $y=5$이므로 점 C의 좌표는 $\mathrm{C}(0,\ 5)$ ········· ❶

$$y=-x^2+4x+5=-(x-2)^2+9$$

이므로 점 P의 좌표는 $\mathrm{P}(2,\ 9)$ ········· ❷

$-x^2+4x+5=0$에서 $x^2-4x-5=0$

$(x+1)(x-5)=0 \qquad \therefore x=-1$ 또는 $x=5$

즉, $\mathrm{A}(-1,\ 0)$, $\mathrm{B}(5,\ 0)$ ········· ❸

$$\therefore \triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\times6\times5=15,$$

$$\triangle\mathrm{ABP}=\frac{1}{2}\times6\times9=27$$

$\therefore \triangle\mathrm{ABC} : \triangle\mathrm{ABP}=15 : 27=5 : 9$ ········· ❹

단계	채점 기준	비율
❶	점 C의 좌표 구하기	15 %
❷	꼭짓점 P의 좌표 구하기	25 %
❸	두 점 A, B의 좌표 구하기	30 %
❹	△ABC와 △ABP의 넓이의 비 구하기	30 %