

정답 및 해설

I 집합과 명제

1 집합의 뜻과 표현	10
2 집합의 연산	12
3 명제	17

II 함수

1 함수	25
2 합성함수와 역함수	30
3 유리함수	37
4 무리함수	46

III 경우의 수

1 경우의 수	53
2 순열과 조합	59

빠른 정답

I 집합과 명제

1 집합의 뜻과 표현

8쪽~17쪽

- 001 (1) \times (2) \circ (3) \times (4) \circ (5) \circ
(6) \times (7) \circ
- 002 (1) 1, 2, 3, 4, 5, 6 (2) 2, 3, 5, 7
(3) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 (4) 4, 8, 12, 16, ...
- 003 (1) $\not\subset$ (2) \in (3) \in (4) $\not\subset$
- 004 (1) $A = \{1, 2, 3, 6\}$ (2) $A = \{2, 4, 6, 8\}$
(3) $A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$
(4) $A = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
- 005 (1) $A = \{x | x \text{는 } 9 \text{의 양의 약수}\}$
(2) $A = \{x | x \text{는 } 4 \text{의 배수}\}$
(3) $A = \{x | x \text{는 } 100 \text{보다 작은 } 3 \text{의 배수}\}$
- 006 풀이 참고
- 007 (1) $A = \{x | x \text{는 } 10 \text{의 양의 약수}\}$
(2) $A = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$
(3) $A = \{x | x \text{는 } 20 \text{ 이하의 } 4 \text{의 배수}\}$
- 008 (1) 유 (2) 무 (3) 유 (4) 무
- 009 (1) \times (2) \times (3) \circ (4) \circ
- 010 (1) $n(A) = 6$ (2) $n(B) = 6$ (3) $n(C) = 9$
(4) $n(D) = 1$
- 011 (1) 1 (2) 0 (3) 3 (4) 1
- 012 (1) $A \not\subset B, B \not\subset A$ (2) $B \subset A$ (3) $A \subset B$
(4) $A \not\subset B, B \not\subset A$
- 013 (1) \subset (2) \subset (3) $\not\subset$ (4) $\not\subset$ (5) \subset
- 014 (1) $\emptyset, \{0\}$ (2) $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}$
(3) $\emptyset, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{c, d\},$
 $\{b, c, d\}$
(4) $\emptyset, \{1\}, \{5\}, \{1, 5\}$
(5) $\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{5\}, \{7\}, \{2, 3\}, \{2, 5\}, \{2, 7\},$
 $\{3, 5\}, \{3, 7\}, \{5, 7\}, \{2, 3, 5\}, \{2, 3, 7\},$
 $\{2, 5, 7\}, \{3, 5, 7\}, \{2, 3, 5, 7\}$
- 015 (1) $\not\subset$ (2) \in (3) $\not\subset$ (4) \subset
- 016 (1) \times (2) \times (3) \circ (4) \times (5) \times
- 017 (1) 2 (2) -1 (3) 0
- 018 (1) \neq (2) $=$ (3) $=$ (4) $=$ (5) $=$
(6) \neq (7) \neq
- 019 (1) $a=1, b=3$ (2) $a=8, b=2$ (3) $a=10, b=3$
- 020 (1) 2 (2) 4 (3) 3
- 021 (1) 4 (2) 8 (3) 8 (4) 16 (5) 8

- 022 (1) $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$
(2) $\emptyset, \{a\}, \{\{a, b\}\}$
(3) $\emptyset, \{1\}, \{3\}, \{9\}, \{1, 3\}, \{1, 9\}, \{3, 9\}$
- 023 (1) 3 (2) 15 (3) 7 (4) 63
- 024 (1) 4 (2) 2 (3) 16 (4) 4 (5) 8
- 025 (1) 4 (2) 4 (3) 8 (4) 8 (5) 16
- 026 (1) 16 (2) 8 (3) 4
- 027 (1) 4 (2) 8 (3) 16
- 028 (1) 4 (2) 8 (3) 2
- 029 (1) 8 (2) 4 (3) 2
- 030 ④ 031 ③ 032 ③
- 033 $-3 \leq k \leq -2$ 034 -2 035 16

2 집합의 연산

20쪽~33쪽

- 036 (1) $A \cap B = \{3, 4\}, A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
(2) $A \cap B = \{2, 4\}, A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 7, 8, 9\}$
(3) $A \cap B = \{1, 2\}, A \cup B = \{1, 2, 4, 5, 10\}$
(4) $A \cap B = \{8, 16, 24, 32, \dots\},$
 $A \cup B = \{4, 8, 12, 16, 20, \dots\}$
- 037 $a=5, b=2$
- 038 $\{0, 1, 2, 3\}$
- 039 $\{2, 5\}$
- 040 (1) \times (2) \circ (3) \times (4) \times
- 041 8
- 042 4
- 043 (1) $A^c = \{7, 8\}, B^c = \{1, 2, 3\}$
(2) $A^c = \{5, 6, 7\}, B^c = \{1, 7\}$
- 044 (1) $A^c = \{1, 3, 5, 6, 7\}, B^c = \{2, 3, 5, 7, 8, 9\}$
(2) $A^c = \{1, 4, 6, 8, 9\}, B^c = \{3, 5, 6, 7, 9\}$
- 045 (1) $A - B = \{2, 5, 7\}, B - A = \{6, 9\}$
(2) $A - B = \{1, 5\}, B - A = \{4, 6\}$
- 046 (1) $A - B = \{2, 4\}, B - A = \{6\}$
(2) $A - B = \{9, 18\}, B - A = \{4, 12\}$



- 047 (1) 풀이 참고, A (2) 풀이 참고, A
048 (1) ○ (2) ○ (3) ×
049 (1) ∅ (2) A (3) U (4) ∅
050 (1) 풀이 참고, = (2) 풀이 참고, =, =
051 (1) ○ (2) × (3) ○ (4) ×
052 (1) B^c (2) B^c (3) B^c, B (4) A^c, A^c
053 (1) A (2) B (3) ∅ (4) ∅ (5) ∅
(6) ∅ (7) ∅
054 (1) $A \cup B = B \cup A = \{1, 2, 3\}$
(2) $A \cup B = B \cup A = \{2, 4, 6, 8\}$
(3) $A \cup B = B \cup A = \{1, 2, 3, 4, 8, 9, 27\}$
055 (1) $A \cap B = B \cap A = \{4, 6\}$
(2) $A \cap B = B \cap A = \{3, 5\}$
(3) $A \cap B = B \cap A = \{3\}$
056 (1) 풀이 참고 (2) 풀이 참고 (3) =
057 (1) $\{1, 2, 3, 4, 5, 7, 9\}$
(2) $\{1, 2, 3, 4, 5, 7, 9\}$
(3) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$
058 (1) 풀이 참고 (2) 풀이 참고 (3) =
059 (1) $\{4, 8\}$ (2) $\{4, 8\}$
(3) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$
060 (1) 풀이 참고 (2) 풀이 참고 (3) =
061 (1) $\{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$
(2) $\{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$
(3) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
062 (1) 풀이 참고 (2) 풀이 참고 (3) =
063 (1) $\{4, 8\}$ (2) $\{4, 8\}$
(3) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
064 (1) 풀이 참고 (2) 풀이 참고 (3) =
065 (1) $\{4\}$ (2) $\{4\}$ (3) $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$
066 (1) 풀이 참고 (2) 풀이 참고 (3) =
067 (1) $\{1, 3, 4\}$ (2) $\{1, 3, 4\}$
(3) $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$
068 (1) $A^c \cap B$ (2) $A^c \cup B$ (3) $A \cap B^c$ (4) $A \cup B^c$
(5) $A \cap B$ (6) $A \cup B$
069 (1) $\{7, 8\}$ (2) $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ (3) $\{2\}$
(4) $\{2, 3, 4, 5, 6\}$
070 (1) ⊕, ⊖ (2) ⊕, ⊖ (3) ⊖, ⊖, ⊖ (4) ⊕, ⊕
071 (1) A (2) ∅ (3) $A^c \cup B$ (4) A (5) $A \cap B$
072 (1) $A \subset B$ (2) $A \subset B$ (3) $B \subset A$
073 (1) 4 (2) 9 (3) 4 (4) 8 (5) 23
074 (1) 6 (2) 9 (3) 11 (4) 4

- 075 (1) 15 (2) 22 (3) 4 (4) 33
076 (1) 13 (2) 13 (3) 10 (4) 10
077 (1) 10 (2) 10 (3) 12 (4) 12
078 (1) 24 (2) 27
079 (1) 3 (2) 5
080 17
081 13
082 (1) 24 (2) 6
083 ③ 084 ③ 085 ⑤
086 ④ 087 ③ 088 ③
089 9

3 명제

38쪽~60쪽

- 090 (1) × (2) ○ (3) ○ (4) ○ (5) ○ (6) ○
(7) × (8) ×
091 (1) 명제, 참 (2) 조건 (3) 명제, 거짓 (4) 조건
(5) 명제, 거짓 (6) 명제, 거짓 (7) 조건
(8) 명제, 참
092 (1) 참, 참, 거짓, 거짓, 참, 거짓, 거짓
(2) 1, 2, 3, 6 (3) $P = \{1, 2, 3, 6\}$
093 (1) $P = \{1, 2, 3, 4\}$ (2) $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
(3) $P = \{2, 3, 5, 7\}$ (4) $P = \{4, 8\}$ (5) $P = \{2\}$
(6) $P = \{3\}$ (7) $P = \{1, 5\}$
094 (1) $\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ (2) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$
(3) $\{2, 3, 4, 5, 7\}$
095 (1) $\{3, 4\}$ (2) $\{1, 2\}$ (3) $\{6\}$
096 (1) 2는 소수가 아니다.
(2) 정사각형은 직사각형이 아니다.
(3) $2+3 \neq 5$ (4) $\sqrt{5}$ 는 실수가 아니다.
(5) 4는 2의 배수가 아니다. (6) $2 \notin \{1, 2\}$
(7) $0 \in \emptyset$
097 (1) x는 짝수가 아니다. (2) $x \geq 1$ (3) $x \neq 0$
(4) $x \neq 2$ 그리고 $x \neq 3$ (5) $1 \leq x < 3$
(6) $x = 0$ 또는 $x = 2$ (7) $x \leq 1$ 또는 $x \geq 5$

빠른 정답

- 098** (1) 거짓, 4는 홀수가 아니다., 참
 (2) 참, $\sqrt{2}$ 는 무리수가 아니다., 거짓
 (3) 거짓, 5는 10의 배수가 아니다., 참
 (4) 참, $3+4 \neq 7$, 거짓
 (5) 참, 정삼각형은 이등변삼각형이 아니다., 거짓
 (6) 거짓, $3+12 \leq 15$, 참
- 099** (1) $\{1, 2\}$ (2) $\{-2, -1, 1\}$ (3) $\{-2, -1\}$
 (4) $\{-1, 2\}$
- 100** (1) 가정: x 는 4의 배수이다.,
 결론: x 는 2의 배수이다.
 (2) 가정: $x=2$ 이다., 결론: $x^2=4$ 이다.
 (3) 가정: $a=0$ 또는 $b=0$ 이다., 결론: $ab=0$ 이다.
 (4) 가정: x 가 10 이하의 소수이다.,
 결론: x 는 홀수이다.
 (5) 가정: $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = \angle B$ 이다.,
 결론: $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.
- 101** (1) 참 (2) 거짓 (3) 거짓 (4) 참 (5) 참
- 102** (1) 참 (2) 거짓 (3) 참 (4) 거짓 (5) 참
 (6) 거짓
- 103** (1) 참 (2) 참 (3) 거짓 (4) 거짓 (5) 참
- 104** (1) 참, 참, 거짓, 거짓, 참, 거짓, 거짓, 거짓
 (2) ① 참 ② 거짓 ③ 거짓
 (3) ① 참 ② 참 ③ 거짓
- 105** (1) 거짓 (2) 참 (3) 참 (4) 거짓
- 106** (1) 거짓 (2) 참 (3) 참 (4) 거짓
- 107** (1) 모든 자연수 x 에 대하여 $x \geq 1$ 이다. (참)
 (2) 어떤 실수 x 에 대하여 $3x^2+2 \leq 0$ 이다. (거짓)
 (3) 모든 소수는 짝수가 아니다. (거짓)
 (4) 어떤 실수 x 에 대하여 $x^2+x+1 \leq 0$ 이다. (거짓)
 (5) 모든 실수 x 에 대하여 $-2 < x \leq 1$ 이다. (거짓)
- 108** (1) 역 (2) 대우 (3) 대우 (4) 역 (5) 역 (6) 역
 (7) 대우 (8) 역
- 109** 풀이 참고
- 110** (1) (ㅂ) (2) (ㄴ) (3) (ㅇ) (4) (ㅁ) (5) (ㄹ)
 (6) (ㄷ)
- 111** (1) \times , \bigcirc , \times (2) \bigcirc , \times , \bigcirc (3) \bigcirc , \times , \bigcirc
 (4) \bigcirc , \bigcirc , \times
- 112** (1) 참, 거짓, 충분 (2) 거짓, 참, 필요
 (3) 참, 참, 필요충분 (4) 참, 거짓, 충분
 (5) 참, 거짓, 충분 (6) 참, 참, 필요충분
- 113** (1) ① $\{10, 20, 30, \dots\}$ ② $\{5, 10, 15, \dots\}$
 ③ \subset , 충분

- (2) ① $\{x|0 \leq x \leq 3\}$ ② $\{x|1 \leq x \leq 2\}$ ③ \supset , 필요
 (3) ① $\{-1, 1\}$ ② $\{-1, 1\}$ ③ $=$, 필요충분
 (4) ① $\{2, 3\}$ ② $\{2, 3\}$ ③ $=$, 필요충분
 (5) ① $\{(x, y)|x=y\}$
 ② $\{(x, y)|x=y \text{ 또는 } x=-y\}$
 ③ \subset , 충분
- (6) ① $\{-1, 7\}$ ② $\{-1\}$ ③ \supset , 필요
 (7) ① $\{x|x>2\}$ ② $\{x|2<x \leq 3\}$ ③ \supset , 필요
- 114** (1) 4 (2) -2 (3) -13 (4) 4 (5) 1 (6) 2
- 115** (1) 5 (2) 1 (3) 4 (4) -1 (5) 0 (6) 5 (7) 2
- 116** (1) (가) 홀수 (나) 홀수 (다) $2k-1$ (라) 홀수
 (2) (가) 홀수 (나) 홀수 (다) $2m+1$ (라) 홀수
- 117** (1) (가) 짝수 (나) $2k$ (다) 짝수 (라) 서로소
 (2) (가) 배수 (나) $3k$ (다) 배수 (라) 서로소
- 118** (1) $A \geq B$ (2) $A \geq B$ (3) $A \leq B$
- 119** (1) $A > B$ (2) $A > B$ (3) $A > B$ (4) $A < B$
- 120** (1) \bigcirc (2) \times (3) \bigcirc (4) \times (5) \bigcirc (6) \bigcirc (7) \times
- 121** (1) $\frac{3}{4}b^2$, \geq , \geq , \geq , \geq (2) $2ab$, \geq , \geq
 (3) $2a-b$, \geq , \geq , \geq (4) \geq , \geq , \geq , \geq
 (5) $>$, $>$, $>$, $>$, $>$
- 122** (1) 8 (2) 6 (3) 2
- 123** (1) 4 (2) 18 (3) 9
- 124** (1) 4 (2) 12 (3) 10
- 125** (1) 9 (2) 8 (3) 27
- 126** (1) 15 (2) -5 (3) $2\sqrt{13}$
- 127** ① **128** ④ **129** $\{3, 9\}$
130 ④ **131** ④ **132** 2
133 ③ **134** ② **135** ①
136 ④ **137** ① **138** 4
139 (가) 홀수 (나) 짝수 (다) 홀수 (라) 짝수
140 (가) 유리수 (나) 유리수 (다) 유리수 (라) 무리수
141 ④ **142** ③ **143** ②
144 ②

II 함수

1 함수

64쪽~74쪽

001 풀이 참고

002 (1) \times (2) \circ (3) \circ (4) \times (5) \circ (6) \times

003 (1) 함수이다., 정의역: $\{1, 2, 3\}$, 공역: $\{1, 2\}$,
치역: $\{1, 2\}$

(2) 함수가 아니다.

(3) 함수가 아니다.

(4) 함수이다., 정의역: $\{1, 2, 3\}$, 공역: $\{a, b, c, d\}$,
치역: $\{b, d\}$

004 (1) 정의역: $\{x|x \text{는 모든 실수}\}$,
치역: $\{y|y \text{는 모든 실수}\}$

(2) 정의역: $\{x|x \text{는 모든 실수}\}$,
치역: $\{y|y \geq 0\}$

(3) 정의역: $\{x|x \neq 0 \text{인 실수}\}$,
치역: $\{y|y \neq 0 \text{인 실수}\}$

(4) 정의역: $\{x|x \text{는 모든 실수}\}$,
치역: $\{y|y \text{는 모든 실수}\}$

005 (1) 1 (2) $-3\sqrt{3}$ (3) $-3+3\sqrt{2}$ (4) $6+3\sqrt{3}$

006 (1) 4 (2) 7 (3) 9

007 (1) $f(x)=4x+9$ (2) $f(x)=x^2-4x+3$
(3) $f(x)=3x-2$ (4) $f(x)=9x^2-3x$

008 (1) -1 (2) -2 (3) 45 (4) 4

009 (1) 1 (2) 9 (3) 81

010 (1) 0 (2) 3 (3) 30

011 (1) 서로 같은 함수가 아니다.
(2) 서로 같은 함수가 아니다.
(3) 서로 같은 함수이다.
(4) 서로 같은 함수이다.
(5) 서로 같은 함수이다.

012 (1) $a=3, b=0$ (2) $a=1, b=2$ (3) $a=1, b=1$

013 풀이 참고

014 (1) \circ (2) \times (3) \circ (4) \times (5) \circ

015 (1) 일대일대응이다. (2) 일대일대응이 아니다.
(3) 일대일대응이 아니다. (4) 일대일대응이다.

016 (1) 풀이 참고, \circ (2) 풀이 참고, \times
(3) 풀이 참고, \times

017 (1) $a < 0$ (2) $a < 1$ (3) $a < 1$ (4) $a > -3$

018 (1) -14 (2) 7 (3) -5

019 (1) $a=\frac{7}{3}, b=\frac{1}{3}$ (2) $a=-\frac{7}{3}, b=\frac{8}{3}$

020 (1) $a=2, b=3$ (2) $a=-2, b=1$

021 (1) 항등 (2) 상수 (3) 항등

022 (1) 3 (2) 7

023 (1) 64개 (2) 24개

024 (1) 27개 (2) 6개 (3) 6개

025 (ㄷ), (ㄹ), (ㄱ)

026 9

027 $-\frac{9}{4}$

028 ②

029 ③

030 ③

031 ②

032 $a < 2$

033 ②

034 10

035 ④

2 합성함수와 역함수

77쪽~90쪽

036 (1) ① 7 ② 8 ③ 6 (2) ① 8 ② 7 ③ 6 ④ 5

037 (1) $2x^2+1$ (2) $-6x-1$ (3) $3x+5$
(4) $4x^2-14x+10$ (5) $6x^2+5$ (6) $x^2-10x+23$

038 (1) -3 (2) -5 (3) -9 (4) -4
(5) -3 (6) 0 (7) -3

039 (1) 3 (2) 4

040 (1) 14 (2) 1

041 (1) $2x+1$ (2) $2x+2$ (3) $f \circ g \neq g \circ f$

042 (1) $4x^2-8x+4$ (2) $4x^2-8x+4$
(3) $(h \circ g) \circ f = h \circ (g \circ f)$

043 (1) 2 (2) $\frac{1}{2}$ (3) 0 (4) $-\frac{1}{2}$

044 (1) $h(x)=2x+3$ (2) $h(x)=2x-10$
(3) $h(x)=\frac{3}{2}x+\frac{3}{2}$ (4) $h(x)=3x-1$
(5) $h(x)=2x-4$

045 (1) $h(x)=2x+5$ (2) $h(x)=2x-8$
(3) $h(x)=\frac{3}{2}x+\frac{5}{2}$ (4) $h(x)=3x-5$
(5) $h(x)=2x-11$

046 (1) ① $f^2(1)=2, f^3(1)=1$ ② 1 ③ 2
(2) ① $f^2(2)=3, f^4(2)=2$ ② 2 ③ 4

047 (1) ① $f^2(x)=x+6$ ② $f^3(x)=x+9$
③ $f^n(x)=x+3n$ ④ 65
(2) ① $f^2(x)=2^2x$ ② $f^3(x)=2^3x$
③ $f^n(x)=2^n x$ ④ 2^8

048 (1) 풀이 참고 (2) 3 (3) 4 (4) 1 (5) 2

빠른 정답

049 (1) 1 (2) 2 (3) 1 (4) 3

050 (1) 0 (2) -9

051 (1) 4 (2) -1 (3) $\frac{3}{4}$

052 (1) $a=\frac{1}{2}, b=2$

(2) $a=-1, b=3$

(3) $a=5, b=-2$

053 (1) $\frac{4}{3}$ (2) 34

054 (1) 4 (2) 5 (3) -11

055 (1) $a=2, b=-1$ (2) $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{5}{2}$

056 (1) $a=2, b=-1$ (2) 3 (3) 3 (4) -1

057 (1) 5 (2) 1 (3) $a < 1$

058 (1) $a=2, b=5$ (2) $a=-1, b=7$

(3) $a=-2, b=4$ (4) $a=-4, b=-1$

059 (1) 1 (2) $\frac{7}{2}$

060 (1) $y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$ (2) $y=-2x+4$ (3) $y=-2x+\frac{1}{2}$

(4) $y=\sqrt{3x+3} (x \geq -1)$

061 (1) 1 (2) $\frac{7}{3}$ (3) 4

062 (1) 1 (2) -7 (3) 4 (4) 2

063 (1) a (2) c (3) d (4) e (5) e

064 (1) (2, 2) (2) $(-\frac{9}{2}, -\frac{9}{2})$ (3) (7, 7)

065 (1) $a=-2, b=7$ (2) $a=2, b=-14$

(3) $a=\frac{2}{3}, b=-\frac{1}{3}$

066 12

067 ④

068 ④

069 ③

070 $-\frac{23}{3}$

071 3000

072 ④

073 ②

074 ②

075 ⑤

076 -5

077 16

3 유리함수

93쪽~109쪽

078 (1) 분수 (2) 다항 (3) 다항 (4) 분수

079 (1) $\frac{2xy^2}{5a}$ (2) $\frac{x^2+2x}{x-2}$ (3) $\frac{x-2}{x-4}$

080 (1) $\frac{2a^2y}{3abx^2y^2} \cdot \frac{3bx}{3abx^2y^2}$

(2) $\frac{(x-2)^2}{(x+1)(x-1)(x-2)} \cdot \frac{(x+1)(x-3)}{(x+1)(x-1)(x-2)}$

081 (1) $\frac{2x}{(x-y)(x+y)}$ (2) $\frac{1}{x+y}$ (3) $\frac{-3x-1}{x+1}$

(4) $\frac{x^2+y^2}{(x-y)(x+y)}$ (5) $-\frac{1}{x+1}$

082 (1) $\frac{x}{6}$ (2) $\frac{x}{(x-1)^2}$ (3) $\frac{(x-2)^2}{(x-3)^2}$ (4) $\frac{x-3}{x-1}$

(5) $\frac{x-2}{x(x+1)}$

083 (1) $a=2, b=3$ (2) $a=-3, b=6$

(3) $a=2, b=-1$

084 (1) $\frac{2}{(x+1)(x+3)}$ (2) $\frac{6}{x(x+6)}$

085 (1) $x+1$ (2) $\frac{1}{x}$ (3) $-2x$

086 (1) $\frac{191}{60}$ (2) -8 (3) $\frac{13}{6}$ (4) $\frac{47}{50}$

087 (1) $\frac{7}{3}$ (2) $\frac{12}{13}$ (3) $-\frac{5}{9}$ (4) $\frac{11}{26}$

088 (1) 다항 (2) 분수 (3) 다항 (4) 분수

089 (1) $\{x|x \neq -3 \text{인 실수}\}$

(2) $\{x|x \neq \frac{1}{3} \text{인 실수}\}$

(3) $\{x|x \neq -1, x \neq 1 \text{인 실수}\}$

(4) $\{x|\text{모든 실수}\}$

090 풀이 참고

091 (1) $y=\frac{1}{x-2}+1$ (2) $y=-\frac{2}{x+2}-1$

(3) $y=\frac{3}{x-3}-2$ (4) $y=-\frac{4}{x+1}$

092 (1) $p=0, q=5$ (2) $p=0, q=2$ (3) $p=3, q=0$

(4) $p=-1, q=0$ (5) $p=-1, q=-3$

(6) $p=-5, q=1$

093 (1) ① 풀이 참고 ② $x=0, y=-1$

③ $\{x|x \neq 0 \text{인 실수}\}$ ④ $\{y|y \neq -1 \text{인 실수}\}$

(2) ① 풀이 참고 ② $x=2, y=0$

③ $\{x|x \neq 2 \text{인 실수}\}$ ④ $\{y|y \neq 0 \text{인 실수}\}$

(3) ① 풀이 참고 ② $x=-2, y=-1$

③ $\{x|x \neq -2 \text{인 실수}\}$ ④ $\{y|y \neq -1 \text{인 실수}\}$

(4) ① 풀이 참고 ② $x=1, y=1$

③ $\{x|x \neq 1 \text{인 실수}\}$ ④ $\{y|y \neq 1 \text{인 실수}\}$



- 094 (1) $a=3, b=4$ (2) $a=-2, b=1$
(3) $a=2, b=-3$

- 095 (1) -5 (2) 2

- 096 (1) \bigcirc (2) \times (3) \bigcirc (4) \times (5) \times

- 097 (1) \times (2) \bigcirc (3) \times (4) \bigcirc (5) \bigcirc

- 098 (1) $y = -\frac{7}{x+2} + 2$ (2) $y = \frac{1}{x+1} + 4$

- (3) $y = \frac{7}{x+3} - 2$ (4) $y = \frac{1}{x-2} - 1$

- (5) $y = -\frac{2}{3x+3} + 2$

- 099 (1) ① 풀이 참고 ② $x=2, y=1$
③ $\{x|x \neq 2 \text{인 실수}\}$ ④ $\{y|y \neq 1 \text{인 실수}\}$
(2) ① 풀이 참고 ② $x=-3, y=2$
③ $\{x|x \neq -3 \text{인 실수}\}$ ④ $\{y|y \neq 2 \text{인 실수}\}$
(3) ① 풀이 참고 ② $x=-1, y=3$
③ $\{x|x \neq -1 \text{인 실수}\}$ ④ $\{y|y \neq 3 \text{인 실수}\}$
(4) ① 풀이 참고 ② $x=3, y=2$
③ $\{x|x \neq 3 \text{인 실수}\}$ ④ $\{y|y \neq 2 \text{인 실수}\}$

- 100 (1) \bigcirc (2) \times (3) \times (4) \bigcirc

- 101 (1) \times (2) \bigcirc (3) \times (4) \bigcirc

- 102 (1) $p=3, q=2, k=4$
(2) $p=-2, q=1, k=4$
(3) $p=-2, q=1, k=-2$

- 103 (1) $a=-1, b=0, c=2$
(2) $a=2, b=-10, c=-3$
(3) $a=2, b=-3, c=1$
(4) $a=3, b=-2, c=-1$

- 104 (1) $a=2, b=4, c=3$
(2) $a=1, b=-4, c=-2$
(3) $a=3, b=9, c=5$

- 105 (1) 최댓값 : 1, 최솟값 : -1
(2) 최댓값 : 9, 최솟값 : 5
(3) 최댓값 : $\frac{1}{3}$, 최솟값 : -3
(4) 최댓값 : 5, 최솟값 : $\frac{13}{5}$
(5) 최댓값 : 1, 최솟값 : $-\frac{7}{3}$
(6) 최댓값 : $\frac{1}{3}$, 최솟값 : -1

- 106 (1) $y = \frac{-x-1}{x-2}$
(2) $y = \frac{-2x+3}{x+1}$
(3) $y = \frac{-3x-4}{x-2}$

- 107 (1) $a=-1, b=1, c=-3$ (2) $a=3, b=1, c=2$
(3) $a=6, b=-3, c=1$ (4) $a=-2, b=-1, c=4$

- 108 (1) 1 (2) 2 (3) -3

- 109 (1) 2 (2) $\frac{1}{2}$ (3) $-\frac{1}{3002}$ (4) $\frac{1}{4}$

- 110 ① 111 ④ 112 11

- 113 ② 114 ③ 115 ③

- 116 ③ 117 1 118 5

- 119 ② 120 ③

- 121 $g(x) = \frac{-x+2}{2x-1}$

4 무리함수

112쪽~124쪽

- 122 (1) 무 (2) 유 (3) 유 (4) 무

- 123 (1) $x \geq -2$ (2) $x < 4$ (3) $-2 \leq x \leq 1$ (4) $-2 < x \leq 3$

- 124 (1) $\sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ (2) $-1 - \sqrt{x+1}$ (3) $\sqrt{x+2} + \sqrt{x}$
(4) $\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}$ (5) $\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x}$

- 125 (1) x^2-4 (2) $\frac{2\sqrt{x}}{x-y}$ (3) $2\sqrt{x}$ (4) $2x$ (5) $-x$

- 126 (1) $-4\sqrt{3}$ (2) $2+\sqrt{6}$ (3) $-2-2\sqrt{2}$

- 127 (1) 무 (2) 유 (3) 무 (4) 무

- 128 (1) $\{x|x \geq -2\}$ (2) $\{x|x \text{는 모든 실수}\}$
(3) $\left\{x \left| x \leq \frac{1}{2} \right.\right\}$ (4) $\{x|x \leq -2 \text{ 또는 } x \geq 3\}$

- 129 (1) 풀이 참고, 정의역 : $\{x|x \geq 0\}$, 치역 : $\{y|y \geq 0\}$
(2) 풀이 참고, 정의역 : $\{x|x \leq 0\}$, 치역 : $\{y|y \geq 0\}$
(3) 풀이 참고, 정의역 : $\{x|x \geq 0\}$, 치역 : $\{y|y \leq 0\}$
(4) 풀이 참고, 정의역 : $\{x|x \leq 0\}$, 치역 : $\{y|y \leq 0\}$

- 130 (1) 풀이 참고, $y = -\sqrt{-2x}$ (2) 풀이 참고, $y = \sqrt{2x}$
(3) 풀이 참고, $y = -\sqrt{2x}$

- 131 (1) 풀이 참고, $y = -\sqrt{3x}$ (2) 풀이 참고, $y = \sqrt{-3x}$
(3) 풀이 참고, $y = -\sqrt{-3x}$

- 132 (1) $y = \sqrt{3x+3} + 2$ (2) $y = \sqrt{-2x+2} - 3$
(3) $y = -\sqrt{5x+10} - 1$ (4) $y = -\sqrt{-x+2} + 3$

- 133 (1) $p=0, q=-3$ (2) $p=5, q=0$ (3) $p=2, q=0$
(4) $p=-2, q=1$ (5) $p = -\frac{1}{2}, q=4$

- 134 (1) ① 풀이 참고 ② $\{x|x \leq 2\}$ ③ $\{y|y \geq 0\}$



빠른 정답

- (2) ① 풀이 참고 ② $\{x|x \leq 0\}$ ③ $\{y|y \leq -1\}$
 (3) ① 풀이 참고 ② $\{x|x \geq -2\}$ ③ $\{y|y \leq 1\}$
135 (1) ① 풀이 참고 ② $\{x|x \geq 1\}$ ③ $\{y|y \geq -2\}$
 (2) ① 풀이 참고 ② $\{x|x \geq \frac{1}{2}\}$ ③ $\{y|y \geq -1\}$
 (3) ① 풀이 참고 ② $\{x|x \leq 1\}$ ③ $\{y|y \geq 3\}$
 (4) ① 풀이 참고 ② $\{x|x \geq 3\}$ ③ $\{y|y \leq 2\}$
 (5) ① 풀이 참고 ② $\{x|x \leq 2\}$ ③ $\{y|y \leq 1\}$
 (6) ① 풀이 참고 ② $\{x|x \leq \frac{5}{2}\}$ ③ $\{y|y \geq -2\}$
136 (1) \times (2) \circ (3) \circ (4) \times
137 (1) \times (2) \times (3) \circ (4) \circ
138 (1) $a=-2, b=4, c=-1$
 (2) $a=-\frac{4}{3}, b=\frac{4}{3}, c=2$
 (3) $a=2, b=-5, c=2$
 (4) $a=-1, b=1, c=-2$
 (5) $a=3, b=-2, c=-1$
139 (1) 최댓값 : 5, 최솟값 : 3
 (2) 최댓값 : -1, 최솟값 : -3
140 (1) 13 (2) 1 (3) 7 (4) 2
141 (1) ① $k > -\frac{3}{4}$ ② $k = -\frac{3}{4}$ 또는 $k < -1$
 ③ $-1 \leq k < -\frac{3}{4}$
 (2) ① $k > \frac{5}{4}$ ② $k = \frac{5}{4}$ 또는 $k < 1$
 ③ $1 \leq k < \frac{5}{4}$
142 (1) $y=(x-2)^2+1$, 정의역 : $\{x|x \geq 2\}$
 (2) $y=(x-4)^2+3$, 정의역 : $\{x|x \leq 4\}$
143 (1) $\sqrt{2}$ (2) $2\sqrt{2}$ (3) $3\sqrt{2}$
144 (1) $\frac{8}{5}$ (2) 66 (3) 5
145 ④ **146** $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ **147** ②
148 ③ **149** ⑤ **150** -3
151 ③ **152** $3 \leq k < \frac{7}{2}$ **153** $-\frac{5}{2}$
154 30 **155** (2, 2) **156** ⑤

Ⅲ 경우의 수

1 경우의 수

127쪽~135쪽

- 001** (1) 2 (2) 6 (3) 2 (4) 3 (5) 3
002 (1) 10 (2) 12 (3) 8
003 (1) 9 (2) 13
004 (1) 4 (2) 6 (3) 5
005 (1) 8 (2) 8 (3) 14
006 (1) 15 (2) 10 (3) 6
007 32
008 (1) 21 (2) 20 (3) 6 (4) 24 (5) 60
009 (1) 9 (2) 8
010 (1) 10 (2) 12 (3) 30
011 (1) 8 (2) 8 (3) 18 (4) 24 (5) 6 (6) 12
012 (1) 12 (2) 9 (3) 12 (4) 16
013 (1) 4 (2) 6 (3) 4
014 (1) 4 (2) 4 (3) 8 (4) 12 (5) 18
015 (1) 17 (2) 11 (3) 71
016 (1) 15 (2) 11 (3) 24
017 (1) 4 (2) 6 (3) 8
018 (1) 9 (2) 16 (3) 27
019 16
020 (1) 12 (2) 4
021 (1) 30 (2) 18
022 (1) 8 (2) 9 (3) 17 (4) 289
023 (1) 48 (2) 108 (3) 48
024 ④ **025** ④ **026** ②
027 ⑤ **028** 11 **029** 1280



2 순열과 조합

137쪽~150쪽

- 030 (1) 1 (2) 120 (3) 120 (4) 7 (5) 56
031 (1) 5 (2) 8 (3) 10 (4) 5
032 (1) 2 (2) 2 (3) 6
033 (1) 6 (2) 3 또는 4 (3) 4 (4) 9 (5) 6
034 (1) ${}_5P_2$ (2) ${}_6P_3$ (3) ${}_4P_4$ (4) ${}_{10}P_5$ (5) ${}_{10}P_3$
035 (1) 24 (2) 12 (3) 12
036 (1) 48 (2) 18 (3) 12
037 (1) 720 (2) 576 (3) 288
038 (1) 17280 (2) 8640 (3) 1728
039 (1) 1440 (2) 144
040 (1) 72 (2) 12
041 (1) 20 (2) 20 (3) 4
042 (1) 24 (2) 144
043 52
044 444
045 108
046 36000
047 (1) 23514 (2) 34521
048 (1) 14번째 (2) TAMH
049 (1) 10 (2) 1 (3) 4 (4) 21 (5) 1
050 (1) 5 (2) 6 (3) 11
051 (1) 6 (2) 7 (3) 7
052 (1) 5 (2) 9 (3) 4
053 (1) 6 (2) 5 또는 9 (3) 3 또는 5
054 (1) 4 (2) 5 (3) 8 (4) 5
055 (1) ${}_{10}C_2$ (2) ${}_8C_5$ (3) ${}_5C_3$ (4) ${}_{13}C_2$ (5) ${}_4C_3 \cdot {}_4C_1$
(6) ${}_{10}C_3 \cdot {}_5C_2$
056 (1) 56 (2) 21
057 (1) 330 (2) 120
058 (1) 120 (2) 45 (3) 90
059 (1) 924 (2) 495
060 (1) 185 (2) 175
061 (1) 24 (2) 35
062 (1) 6720 (2) 4200 (3) 960
063 (1) 67200 (2) 5040
064 (1) 2160 (2) 1080 (3) 720
065 (1) 6 (2) 36
066 (1) 35 (2) 90 (3) 209
067 (1) 5 (2) 12 (3) 20
068 (1) 6 (2) 21 (3) 45

- 069 14
070 (1) 20 (2) 56 (3) 165
071 46
072 (1) 60 (2) 90
073 (1) 30 (2) 70
074 ③ 075 1440 076 1440
077 ④ 078 ② 079 54번째
080 7 081 ① 082 8
083 ⑤ 084 180 085 190
086 22

I 집합과 명제

1 집합의 뜻과 표현

8쪽~17쪽

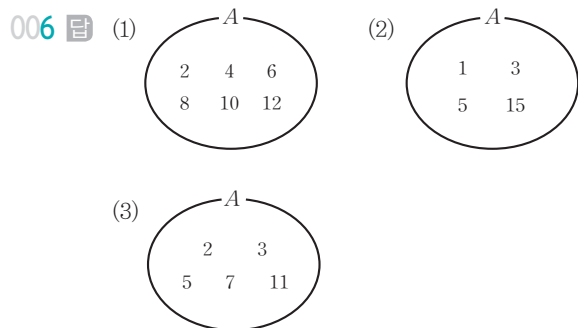
001 답 (1) × (2) ○ (3) × (4) ○ (5) ○ (6) × (7) ○

002 답 (1) 1, 2, 3, 4, 5, 6 (2) 2, 3, 5, 7
(3) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 (4) 4, 8, 12, 16, ...

003 답 (1) \notin (2) \in (3) \in (4) \notin

004 답 (1) $A = \{1, 2, 3, 6\}$ (2) $A = \{2, 4, 6, 8\}$
(3) $A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$
(4) $A = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

005 답 (1) $A = \{x | x \text{는 } 9 \text{의 양의 약수}\}$
(2) $A = \{x | x \text{는 } 4 \text{의 배수}\}$
(3) $A = \{x | x \text{는 } 100 \text{보다 작은 } 3 \text{의 배수}\}$



007 답 (1) $A = \{x | x \text{는 } 10 \text{의 양의 약수}\}$
(2) $A = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$
(3) $A = \{x | x \text{는 } 20 \text{ 이하의 } 4 \text{의 배수}\}$

008 답 (1) 유 (2) 무 (3) 유 (4) 무
(3) $\{2, 4, 6, 8, 10\}$ 이므로 유한집합이다.
(4) $\{1, 3, 5, 7, \dots\}$ 이므로 무한집합이다.

009 답 (1) × (2) × (3) ○ (4) ○
(3) 1보다 크고 3보다 작은 홀수는 없으므로 공집합이다.
(4) 2보다 작은 짝수는 없으므로 공집합이다.

010 답 (1) $n(A) = 6$ (2) $n(B) = 6$ (3) $n(C) = 9$
(4) $n(D) = 1$

(2) $B = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ 이므로 $n(B) = 6$

(3) $C = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ 이므로 $n(C) = 9$

(4) $D = \{2\}$ 이므로 $n(D) = 1$

011 답 (1) 1 (2) 0 (3) 3 (4) 1

(1) 집합 $\{0\}$ 의 원소는 0이므로 $n(\{0\}) = 1$

(3) $n(\{1, 5, 25\}) = 3$

(4) $n(\{2, 3, 4, 7\}) = 4$, $n(\{3, 4, 7\}) = 3$ 이므로
 $n(\{2, 3, 4, 7\}) - n(\{3, 4, 7\}) = 1$

012 답 (1) $A \not\subset B$, $B \not\subset A$ (2) $B \subset A$ (3) $A \subset B$

(4) $A \not\subset B$, $B \not\subset A$

(4) 실수에서 유리수를 제외한 나머지가 무리수이므로
 $A \not\subset B$, $B \not\subset A$

013 답 (1) \subset (2) \subset (3) $\not\subset$ (4) $\not\subset$ (5) \subset

014 답 (1) \emptyset , $\{0\}$ (2) \emptyset , $\{a\}$, $\{b\}$, $\{a, b\}$
(3) \emptyset , $\{b\}$, $\{c\}$, $\{d\}$, $\{b, c\}$, $\{b, d\}$, $\{c, d\}$, $\{b, c, d\}$
(4) \emptyset , $\{1\}$, $\{5\}$, $\{1, 5\}$
(5) \emptyset , $\{2\}$, $\{3\}$, $\{5\}$, $\{7\}$, $\{2, 3\}$, $\{2, 5\}$, $\{2, 7\}$,
 $\{3, 5\}$, $\{3, 7\}$, $\{5, 7\}$, $\{2, 3, 5\}$, $\{2, 3, 7\}$,
 $\{2, 5, 7\}$, $\{3, 5, 7\}$, $\{2, 3, 5, 7\}$
(4) $\{x | x \text{는 } 5 \text{의 양의 약수}\} = \{1, 5\}$ 이므로 부분집합은
 \emptyset , $\{1\}$, $\{5\}$, $\{1, 5\}$
(5) $\{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\} = \{2, 3, 5, 7\}$ 이므로 부분집합은
 \emptyset , $\{2\}$, $\{3\}$, $\{5\}$, $\{7\}$, $\{2, 3\}$, $\{2, 5\}$, $\{2, 7\}$, $\{3, 5\}$,
 $\{3, 7\}$, $\{5, 7\}$, $\{2, 3, 5\}$, $\{2, 3, 7\}$, $\{2, 5, 7\}$, $\{3, 5, 7\}$,
 $\{2, 3, 5, 7\}$

015 답 (1) \notin (2) \in (3) $\not\subset$ (4) \subset

016 답 (1) × (2) × (3) ○ (4) × (5) ×

017 답 (1) 2 (2) -1 (3) 0

(1) $A \subset B$ 가 성립하려면 $1 \in B$ 이어야 하므로

$a - 1 = 1$ 또는 $a - 3 = 1$

(i) $a - 1 = 1$, 즉 $a = 2$ 일 때

$A = \{1, 4\}$, $B = \{-1, 1, 4\}$ 이므로 $A \subset B$

(ii) $a - 3 = 1$, 즉 $a = 4$ 일 때

$A = \{1, 6\}$, $B = \{1, 3, 4\}$ 이므로 $A \not\subset B$

(i), (ii)에서 구하는 a 의 값은 2이다.



(2) $A \subset B$ 가 성립하려면 $1 \in B$ 이어야 하므로

$$-a^2 + 2 = 1 \text{ 또는 } -a + 8 = 1$$

(i) $a = -1$ 일 때, $A = \{1, 3\}$, $B = \{1, 3, 9\}$ 이므로 $A \subset B$

(ii) $a = 1$ 일 때, $A = \{1, 5\}$, $B = \{1, 3, 7\}$ 이므로 $A \not\subset B$

(iii) $a = 7$ 일 때, $A = \{1, 11\}$, $B = \{-47, 1, 3\}$ 이므로 $A \not\subset B$

(i), (ii), (iii)에서 구하는 a 의 값은 -1 이다.

(3) $A \subset B$ 가 성립하려면 $1 \in B$ 이어야 하므로

$$a^2 + 2 = 1 \text{ 또는 } a + 1 = 1$$

(i) $a^2 + 2 = 1$ 일 때

$a^2 = -1$ 을 만족시키는 실수 a 의 값은 존재하지 않는다.

(ii) $a + 1 = 1$, 즉 $a = 0$ 일 때

$$A = \{1, 2\}, B = \{1, 2, 3\} \text{이므로 } A \subset B$$

(i), (ii)에서 구하는 a 의 값은 0 이다.

018 답 (1) \neq (2) $=$ (3) $=$ (4) $=$ (5) $=$ (6) \neq (7) \neq

019 답 (1) $a=1, b=3$ (2) $a=8, b=2$ (3) $a=10, b=3$

(2) $2 \in A$ 에서 $2 \in B$ 이므로 $b=2$

$$6 \in B \text{에서 } 6 \in A \text{이므로 } a-2=6 \quad \therefore a=8$$

(3) $5 \in A$ 에서 $5 \in B$ 이므로 $b+2=5 \quad \therefore b=3$

$$9 \in B \text{에서 } 9 \in A \text{이므로 } a-1=9 \quad \therefore a=10$$

020 답 (1) 2 (2) 4 (3) 3

(2) $4 \in A$ 에서 $4 \in B$ 이므로 $a^2 - 3a = 4$ 에서 $a^2 - 3a - 4 = 0$

$$(a+1)(a-4) = 0 \quad \therefore a = -1 \text{ 또는 } a = 4$$

(i) $a = -1$ 일 때, $A = \{-3, 0, 4\}$, $B = \{2, 4, 5\}$ 이므로

$$A \neq B$$

(ii) $a = 4$ 일 때, $A = \{2, 4, 5\}$, $B = \{2, 4, 5\}$ 이므로 $A = B$

(i), (ii)에서 구하는 a 의 값은 4 이다.

(3) $6 \in A$ 에서 $6 \in B$ 이므로 $a^2 - a = 6$ 에서 $a^2 - a - 6 = 0$

$$(a+2)(a-3) = 0 \quad \therefore a = -2 \text{ 또는 } a = 3$$

(i) $a = -2$ 일 때, $A = \{-5, 3, 6\}$, $B = \{5, 6, 8\}$ 이므로

$$A \neq B$$

(ii) $a = 3$ 일 때, $A = \{5, 6, 8\}$, $B = \{5, 6, 8\}$ 이므로 $A = B$

(i), (ii)에서 구하는 a 의 값은 3 이다.

021 답 (1) 4 (2) 8 (3) 8 (4) 16 (5) 8

(1) 집합 A 의 원소는 $1, 2$ 의 2개이므로 부분집합의 개수는

$$2^2 = 4(\text{개})$$

(2) 집합 A 의 원소는 \emptyset, a, b 의 3개이므로 부분집합의 개수는

$$2^3 = 8(\text{개})$$

(3) $A = \{1, 3, 9\}$ 이므로 부분집합의 개수는 $2^3 = 8(\text{개})$

(4) 집합 A 의 원소는 $\{1\}, 2, 3, 4$ 의 4개이므로 부분집합의 개수

$$\text{는 } 2^4 = 16(\text{개})$$

(5) 집합 A 의 원소는 $1, 2, \{3, 4\}$ 의 3개이므로 부분집합의 개수

$$\text{는 } 2^3 = 8(\text{개})$$

022 답 (1) $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$

$$(2) \emptyset, \{a\}, \{\{a, b\}\}$$

$$(3) \emptyset, \{1\}, \{3\}, \{9\}, \{1, 3\}, \{1, 9\}, \{3, 9\}$$

(3) $\{1, 3, 9\}$ 이므로 진부분집합은

$$\emptyset, \{1\}, \{3\}, \{9\}, \{1, 3\}, \{1, 9\}, \{3, 9\}$$

023 답 (1) 3 (2) 15 (3) 7 (4) 63

$$(1) 2^2 - 1 = 3(\text{개})$$

$$(2) 2^4 - 1 = 15(\text{개})$$

$$(3) 2^3 - 1 = 7(\text{개})$$

$$(4) D = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} \quad \therefore 2^6 - 1 = 63(\text{개})$$

024 답 (1) 4 (2) 2 (3) 16 (4) 4 (5) 8

$$(1) 2^{4-2} = 4(\text{개})$$

$$(2) 2^{2-1} = 2(\text{개})$$

(3) $A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ 이므로

$$\therefore 2^{6-2} = 2^4 = 16(\text{개})$$

$$(4) 2^{4-2} = 2^2 = 4(\text{개})$$

$$(5) 2^{7-4} = 2^3 = 8(\text{개})$$

025 답 (1) 4 (2) 4 (3) 8 (4) 8 (5) 16

$$(1) 2^{4-2} = 2^2 = 4(\text{개})$$

$$(2) 2^{5-3} = 2^2 = 4(\text{개})$$

(3) $A = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$ 이고, 이 중 홀수는 3개이므로

$$\therefore 2^{6-3} = 2^3 = 8(\text{개})$$

$$(4) 2^{4-1} = 2^3 = 8(\text{개})$$

$$(5) 2^{5-1} = 2^4 = 16(\text{개})$$

026 답 (1) 16 (2) 8 (3) 4

(1) 2를 반드시 원소로 포함하는 집합 A 의 부분집합의 개수는

$$2^{5-1} = 2^4 = 16(\text{개})$$

(2) 1, 4를 반드시 원소로 포함하는 집합 A 의 부분집합의 개수는

$$2^{5-2} = 2^3 = 8(\text{개})$$

(3) 3, 4, 5를 반드시 원소로 포함하는 집합 A 의 부분집합의

$$\text{개수는 } 2^{5-3} = 2^2 = 4(\text{개})$$

027 답 (1) 4 (2) 8 (3) 16

- (1) 0, 1을 반드시 원소로 포함하는 집합 $\{0, 1, 5, 9\}$ 의 부분집합의 개수는 $2^{4-2}=2^2=4$ (개)
 (2) 3, 5를 반드시 원소로 포함하는 집합 $\{2, 3, 5, 7, 9\}$ 의 부분집합의 개수는 $2^{5-2}=2^3=8$ (개)
 (3) $\{2, 4\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이므로 2, 4를 반드시 원소로 포함하는 집합 $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 의 부분집합의 개수는 $2^{6-2}=2^4=16$ (개)

028 답 (1) 4 (2) 8 (3) 2

- (1) $2^{6-2-2}=2^2=4$ (개)
 (2) $2^{6-2-1}=2^3=8$ (개)
 (3) 집합 A 의 원소 중 2의 배수는 2, 6, 8이고, 3의 약수는 1, 3이므로 구하는 부분집합의 개수는 $2^{6-3-2}=2^1=2$ (개)

029 답 (1) 8 (2) 4 (3) 2

- (1) 3을 반드시 포함하고, 4를 포함하지 않는 집합 A 의 부분집합 X 의 개수는 $2^{5-1-1}=2^3=8$ (개)
 (2) 1, 3을 반드시 포함하고, 4를 포함하지 않는 집합 A 의 부분집합 X 의 개수는 $2^{5-2-1}=2^2=4$ (개)
 (3) 1, 5를 반드시 포함하고, 2, 3을 포함하지 않는 집합 A 의 부분집합 X 의 개수는 $2^{5-2-2}=2^1=2$ (개)

030 답 ④

- ④ ‘작은’은 기준이 명확하지 않아 그 대상을 분명하게 정할 수 없으므로 집합이 아니다.
 ⑤ 가장 작은 자연수의 모임은 $\{1\}$ 이므로 집합이다.

031 답 ③

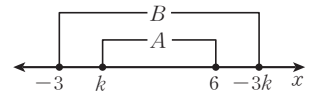
$A = \{2\}$ 이므로 유한집합
 $B = \{\dots, -3, 0, 3, \dots\}$ 이므로 무한집합
 $C = \{1, 3\}$ 이므로 유한집합

032 답 ③

$x^2+4x+4=0$ 에서 $(x+2)^2=0 \quad \therefore x=-2$ (중근)
 $\therefore B = \{-2\}$
 $x^2-4=0$ 에서 $x^2=4 \quad \therefore x=\pm 2$
 $\therefore C = \{-2, 2\}$
 이때, $\{-2\} \subset \{-2, 2\} \subset \{-2, 0, 2\}$ 이므로
 $B \subset C \subset A$

033 답 $-3 \leq k \leq -2$

두 집합 A, B 에 대하여
 $A \subset B$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.
 즉, $-3 \leq k, 6 \leq -3k \quad \therefore -3 \leq k \leq -2$



034 답 -2

$A \subset B, B \subset A$ 이므로 $A=B$
 $7 \in A$ 에서 $7 \in B$ 이므로
 $a^2-2a-1=7, a^2-2a-8=0, (a+2)(a-4)=0$
 $\therefore a=-2$ 또는 $a=4$
 (i) $a=-2$ 일 때, $A=\{-3, 3, 7\}, B=\{-3, 3, 7\}$ 이므로
 $A=B$
 (ii) $a=4$ 일 때, $A=\{3, 7, 9\}, B=\{-3, 3, 7\}$ 이므로 $A \neq B$
 (i), (ii)에서 구하는 a 의 값은 -2 이다.

035 답 16

$A=\{-1, 0, 1\}, B=\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ 이므로
 $A \subset X \subset B$ 에서
 $\{-1, 0, 1\} \subset X \subset \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$
 즉, 집합 X 는 원소 $-1, 0, 1$ 을 포함하는 집합 B 의 부분집합이므로 구하는 집합 X 의 개수는
 $2^{7-3}=2^4=16$ (개)

2 집합의 연산

20쪽~33쪽

036 답 (1) $A \cap B = \{3, 4\}, A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

(2) $A \cap B = \{2, 4\}, A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 7, 8, 9\}$

(3) $A \cap B = \{1, 2\}, A \cup B = \{1, 2, 4, 5, 10\}$

(4) $A \cap B = \{8, 16, 24, 32, \dots\},$
 $A \cup B = \{4, 8, 12, 16, 20, \dots\}$

(3) $A = \{1, 2, 4\}, B = \{1, 2, 5, 10\}$

$\therefore A \cap B = \{1, 2\}, A \cup B = \{1, 2, 4, 5, 10\}$

(4) $A = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, \dots\}, B = \{8, 16, 24, 32, \dots\}$

$\therefore A \cap B = \{8, 16, 24, 32, \dots\},$

$A \cup B = \{4, 8, 12, 16, 20, \dots\}$



037 답 $a=5, b=2$

$A \cap B = \{2, 4\}$ 에서

집합 A 는 원소 4를 포함해야 하므로 $a-1=4$

$\therefore a=5$

집합 B 는 원소 2, 4를 포함해야 하므로

$b, b+2$ 는 2, 4이어야 한다.

그런데 $b+2$ 가 b 보다 큰 수이므로 $b=2$

038 답 $\{0, 1, 2, 3\}$

$A \cap B = \{3\}$ 에서

집합 A 는 원소 3을 포함해야 하므로 $a=3$

이때, $B = \{0, b+2\}$ 이고,

집합 B 도 원소 3을 포함해야 하므로 $b+2=3$

$\therefore b=1$

따라서 $A = \{1, 2, 3\}, B = \{0, 3\}$ 이므로 $A \cup B = \{0, 1, 2, 3\}$

039 답 $\{2, 5\}$

$A \cup B = \{1, 2, 4, 5, 6\}$ 이므로

$a=6$ 또는 $a+1=6 \quad \therefore a=5$ 또는 $a=6$

(i) $a=5$ 일 때,

$A = \{1, 2, 5\}, B = \{2, 4, 5, 6\}$

$\therefore A \cup B = \{1, 2, 4, 5, 6\} \Rightarrow$ 조건을 만족한다.

(ii) $a=6$ 일 때,

$A = \{1, 2, 6\}, B = \{2, 4, 5, 7\}$

$\therefore A \cup B = \{1, 2, 4, 5, 6, 7\} \Rightarrow$ 조건에 맞지 않는다.

(i), (ii)에 의해 $a=5$ 이고, 이때 $A \cap B = \{2, 5\}$

040 답 (1) \times (2) \circ (3) \times (4) \times

(1) $A \cap B = \{4\}$ 이므로 두 집합 A, B 는 서로소가 아니다.

(2) $A \cap B = \emptyset$ 이므로 두 집합 A, B 는 서로소이다.

(3) $A = \{2, 4, 6, 8, \dots\}, B = \{3, 6, 9, 12, \dots\}$ 이므로

$A \cap B = \{6, 12, 18, \dots\}$

따라서 두 집합 A, B 는 서로소가 아니다.

(4) $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{5, 6, 7, 8, \dots\}$ 이므로

$A \cap B = \{5\}$

따라서 두 집합 A, B 는 서로소가 아니다.

041 답 8

집합 A 의 부분집합 중 집합 B 와 서로소인 집합의 개수는 집합

B 의 원소 6, 9를 포함하지 않는 집합 A 의 부분집합의 개수와

같으므로 $2^{5-2} = 2^3 = 8$ (개)

042 답 4

집합 A 의 부분집합 중 집합 B 와 서로소인 집합의 개수는 집합

B 의 원소 3, 4, 5를 포함하지 않는 집합 A 의 부분집합의 개수

와 같으므로 $2^{5-3} = 2^2 = 4$ (개)

043 답 (1) $A^c = \{7, 8\}, B^c = \{1, 2, 3\}$

(2) $A^c = \{5, 6, 7\}, B^c = \{1, 7\}$

044 답 (1) $A^c = \{1, 3, 5, 6, 7\}, B^c = \{2, 3, 5, 7, 8, 9\}$

(2) $A^c = \{1, 4, 6, 8, 9\}, B^c = \{3, 5, 6, 7, 9\}$

(2) $A = \{2, 3, 5, 7\}$ 이므로 $A^c = \{1, 4, 6, 8, 9\}$

$B = \{1, 2, 4, 8\}$ 이므로 $B^c = \{3, 5, 6, 7, 9\}$

045 답 (1) $A - B = \{2, 5, 7\}, B - A = \{6, 9\}$

(2) $A - B = \{1, 5\}, B - A = \{4, 6\}$

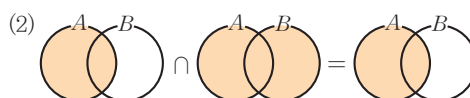
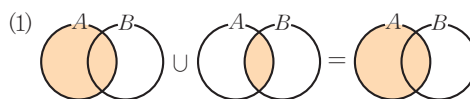
046 답 (1) $A - B = \{2, 4\}, B - A = \{6\}$

(2) $A - B = \{9, 18\}, B - A = \{4, 12\}$

(2) $A = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}, B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

$\therefore A - B = \{9, 18\}, B - A = \{4, 12\}$

047 답 (1) 풀이 참고, A (2) 풀이 참고, A



048 답 (1) \circ (2) \circ (3) \times

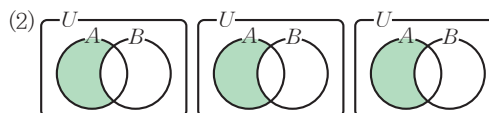
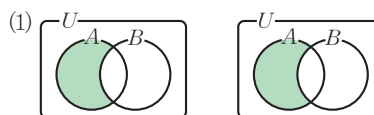
(1) $(A \cap B) \subset A, A \subset (A \cup B)$

(2) $(A \cup \emptyset) \cap A = A \cap A = A$

(3) $(A \cup A) \cap \emptyset = A \cap \emptyset = \emptyset$

049 답 (1) \emptyset (2) A (3) U (4) \emptyset

050 답 (1) 풀이 참고, $=$ (2) 풀이 참고, $=, =$

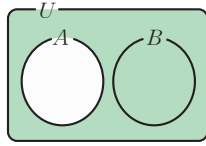


051 답 (1) ○ (2) × (3) ○ (4) ×

(2) $A \cup A^c = U$

(4) $A \cap B = \emptyset$ 일 때, A^c 는 오른쪽 그림에서 색칠한 부분과 같다.

$\therefore B \subset A^c$



052 답 (1) B^c (2) B^c (3) B^c, B (4) A^c, A^c

053 답 (1) A (2) B (3) \emptyset (4) \emptyset (5) \emptyset (6) \emptyset (7) \emptyset

(1) $A \cap B = \{3, 5\} = A$

(2) $A \cup B = \{1, 3, 5, 7\} = B$

(3) $A - (A \cap B) = A - A = \emptyset$

(4) $(A \cup B) - B = B - B = \emptyset$

(5) $A - B = \emptyset$

(6) $A \cap B^c = A - B = \emptyset$

(7) $B^c - A^c = \{2, 4, 6\} - \{1, 2, 4, 6, 7\} = \emptyset$

054 답 (1) $A \cup B = B \cup A = \{1, 2, 3\}$

(2) $A \cup B = B \cup A = \{2, 4, 6, 8\}$

(3) $A \cup B = B \cup A = \{1, 2, 3, 4, 8, 9, 27\}$

(1) $A \cup B = \{1, 2, 3\}$, $B \cup A = \{1, 2, 3\}$ 이므로

$A \cup B = B \cup A$

(2) $A \cup B = \{2, 4, 6, 8\}$, $B \cup A = \{2, 4, 6, 8\}$ 이므로

$A \cup B = B \cup A$

(3) $A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{1, 3, 9, 27\}$ 이므로

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 8, 9, 27\}$,

$B \cup A = \{1, 2, 3, 4, 8, 9, 27\}$

$\therefore A \cup B = B \cup A$

055 답 (1) $A \cap B = B \cap A = \{4, 6\}$

(2) $A \cap B = B \cap A = \{3, 5\}$

(3) $A \cap B = B \cap A = \{3\}$

(1) $A \cap B = \{4, 6\}$, $B \cap A = \{4, 6\}$ 이므로

$A \cap B = B \cap A$

(2) $A \cap B = \{3, 5\}$, $B \cap A = \{3, 5\}$ 이므로

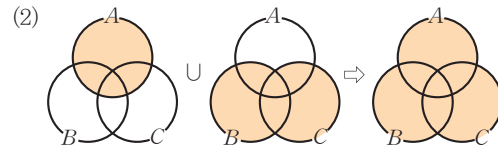
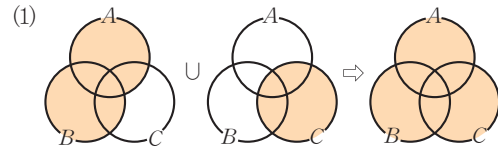
$A \cap B = B \cap A$

(3) $A = \{1, 3, 9, 27\}$, $B = \{2, 3, 5, 7, 11, \dots\}$ 이므로

$A \cap B = \{3\}$, $B \cap A = \{3\}$

$\therefore A \cap B = B \cap A$

056 답 (1) 풀이 참고 (2) 풀이 참고 (3) =



057 답 (1) $\{1, 2, 3, 4, 5, 7, 9\}$

(2) $\{1, 2, 3, 4, 5, 7, 9\}$

(3) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

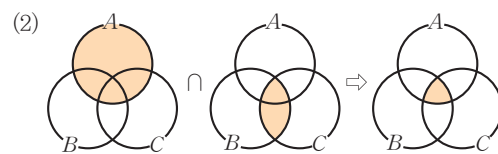
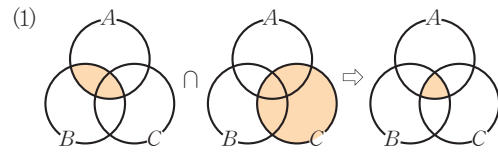
(1) $(A \cup B) \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\} \cup \{2, 3, 7, 9\}$
 $= \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 9\}$

(2) $A \cup (B \cup C) = \{1, 3, 5, 7\} \cup \{2, 3, 4, 5, 7, 9\}$
 $= \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 9\}$

(3) (1), (2)에 의해

$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

058 답 (1) 풀이 참고 (2) 풀이 참고 (3) =



059 답 (1) $\{4, 8\}$ (2) $\{4, 8\}$ (3) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

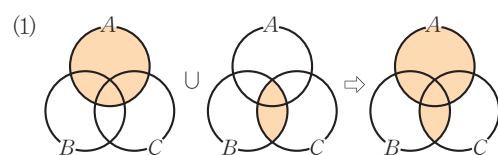
(1) $(A \cap B) \cap C = \{4, 8\} \cap \{1, 4, 8\}$
 $= \{4, 8\}$

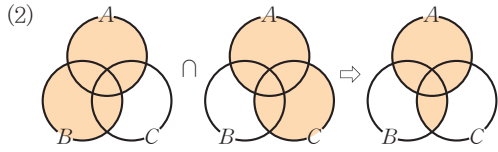
(2) $A \cap (B \cap C) = \{2, 4, 6, 8\} \cap \{4, 8\}$
 $= \{4, 8\}$

(3) (1), (2)에 의해

$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

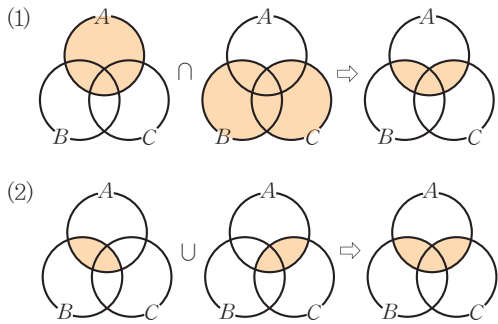
060 답 (1) 풀이 참고 (2) 풀이 참고 (3) =





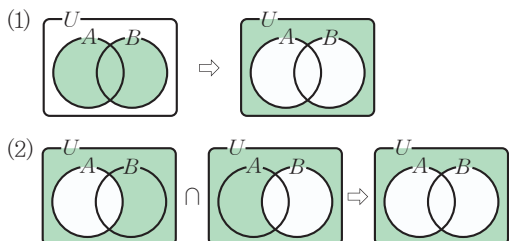
- 061 답 (1) {1, 2, 3, 4, 5, 7}
 (2) {1, 2, 3, 4, 5, 7}
 (3) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
 (1) $A \cup (B \cap C) = \{1, 3, 5, 7\} \cup \{2, 4, 7\}$
 $= \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$
 (2) $(A \cup B) \cap (A \cup C) = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\} \cap \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$
 $= \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$
 (3) (1), (2)에 의해
 $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

- 062 답 (1) 풀이 참고 (2) 풀이 참고 (3) =



- 063 답 (1) {4, 8} (2) {4, 8}
 (3) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
 (1) $A \cap (B \cup C) = \{2, 4, 6, 8\} \cap \{1, 4, 8, 10\}$
 $= \{4, 8\}$
 (2) $(A \cap B) \cup (A \cap C) = \{4, 8\} \cup \{4, 8\}$
 $= \{4, 8\}$
 (3) (1), (2)에 의해
 $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

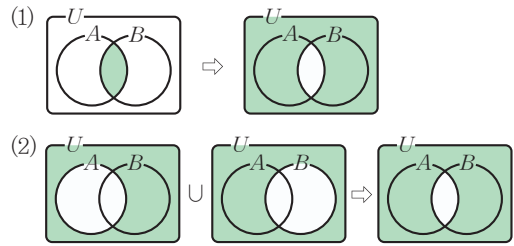
- 064 답 (1) 풀이 참고 (2) 풀이 참고 (3) =



- 065 답 (1) {4} (2) {4} (3) $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

- (1) $A \cup B = \{2, 3, 5\}$ 이므로
 $(A \cup B)^c = \{4\}$
 (2) $A^c \cap B^c = \{4, 5\} \cap \{3, 4\} = \{4\}$
 (3) (1), (2)에 의해
 $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$

- 066 답 (1) 풀이 참고 (2) 풀이 참고 (3) =



- 067 답 (1) {1, 3, 4} (2) {1, 3, 4} (3) $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

- (1) $A \cap B = \{2, 5\}$ 이므로
 $(A \cap B)^c = \{1, 3, 4\}$
 (2) $A^c \cup B^c = \{1, 4\} \cup \{3, 4\} = \{1, 3, 4\}$
 (3) (1), (2)에 의해
 $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

- 068 답 (1) $A^c \cap B$ (2) $A^c \cup B$ (3) $A \cap B^c$ (4) $A \cup B^c$

- (5) $A \cap B$ (6) $A \cup B$
 (1) $(A \cup B^c)^c = A^c \cap (B^c)^c = A^c \cap B$
 (2) $(A \cap B^c)^c = A^c \cup (B^c)^c = A^c \cup B$
 (3) $(A^c \cup B)^c = (A^c)^c \cap B^c = A \cap B^c$
 (4) $(A^c \cap B)^c = (A^c)^c \cup B^c = A \cup B^c$
 (5) $(A^c \cup B^c)^c = (A^c)^c \cap (B^c)^c = A \cap B$
 (6) $(A^c \cap B^c)^c = (A^c)^c \cup (B^c)^c = A \cup B$

- 069 답 (1) {7, 8} (2) {3, 4, 5, 6, 7, 8} (3) {2}

- (4) {2, 3, 4, 5, 6}
 (1) $(A \cup B^c)^c = A^c \cap (B^c)^c = A^c \cap B$
 $= \{3, 5, 7, 8\} \cap \{4, 6, 7, 8\} = \{7, 8\}$
 (2) $(A \cap B^c)^c = A^c \cup (B^c)^c = A^c \cup B$
 $= \{3, 5, 7, 8\} \cup \{4, 6, 7, 8\} = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
 (3) $(A^c \cup B)^c = (A^c)^c \cap B^c = A \cap B^c$
 $= \{2, 4, 6\} \cap \{2, 3, 5\} = \{2\}$
 (4) $(A^c \cap B)^c = (A^c)^c \cup B^c = A \cup B^c$
 $= \{2, 4, 6\} \cup \{2, 3, 5\} = \{2, 3, 4, 5, 6\}$

070 답 (1) ㉠, ㉡ (2) ㉠, ㉢ (3) ㉡, ㉣, ㉤ (4) ㉢, ㉤

071 답 (1) A (2) \emptyset (3) $A^c \cup B$ (4) A (5) $A \cap B$

$$(1) A \cap (B \cup B^c) = A \cap U = A$$

$$(2) A \cap (B \cap A^c) = A \cap (A^c \cap B) \\ = (A \cap A^c) \cap B = \emptyset \cap B = \emptyset$$

$$(3) A^c \cup (A \cap B) = (A^c \cup A) \cap (A^c \cup B) \\ = U \cap (A^c \cup B) = A^c \cup B$$

$$(4) (A \cap B) \cup (A \cap B^c) = A \cap (B \cup B^c) \\ = A \cap U = A$$

$$(5) A \cap (A - B)^c = A \cap (A \cap B^c)^c \\ = A \cap \{A^c \cup (B^c)^c\} \\ = A \cap (A^c \cup B) = (A \cap A^c) \cup (A \cap B) \\ = \emptyset \cup (A \cap B) = A \cap B$$

072 답 (1) $A \subset B$ (2) $A \subset B$ (3) $B \subset A$

$$(1) (A \cup B) \cap B^c = (A \cap B^c) \cup (B \cap B^c)$$

$$= (A \cap B^c) \cup \emptyset$$

$$= A \cap B^c$$

$$= A - B$$

따라서 $A - B = \emptyset$ 이므로 $A \subset B$

$$(2) \{(A^c \cup B^c) \cap (A \cup B^c)\} \cap A = \{(A^c \cap A) \cup B^c\} \cap A \\ = (\emptyset \cup B^c) \cap A = B^c \cap A \\ = A - B$$

따라서 $A - B = \emptyset$ 이므로 $A \subset B$

$$(3) (A \cup B) \cap (A^c \cap B)^c = (A \cup B) \cap (A \cup B^c) \\ = A \cup (B \cap B^c) \\ = A \cup \emptyset = A$$

따라서 $A = A \cup B$ 이므로 $B \subset A$

073 답 (1) 4 (2) 9 (3) 4 (4) 8 (5) 23

$$(1) n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ = 3 + 2 - 1 = 4$$

$$(2) n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ = 5 + 4 - 0 = 9$$

$$(3) n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ = 8 + 6 - 10 = 4$$

$$(4) n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ = 17 + 23 - 32 = 8$$

$$(5) n(B) = n(A \cup B) + n(A \cap B) - n(A) \\ = 48 + 10 - 35 = 23$$

074 답 (1) 6 (2) 9 (3) 11 (4) 4

$$(1) n(A^c) = n(U) - n(A) = 17 - 11 = 6$$

$$(2) n(B^c) = n(U) - n(B) = 17 - 8 = 9$$

$$(3) n((A \cap B)^c) = n(U) - n(A \cap B) = 17 - 6 = 11$$

$$(4) n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ = 11 + 8 - 6 = 13 \\ \therefore n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 17 - 13 = 4$$

075 답 (1) 15 (2) 22 (3) 4 (4) 33

$$(1) n(A^c) = n(U) - n(A) = 40 - 25 = 15$$

$$(2) n(B^c) = n(U) - n(B) = 40 - 18 = 22$$

$$(3) n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c) \\ = n(U) - n(A \cup B) = 40 - 36 = 4$$

$$(4) n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ = 25 + 18 - 36 = 7 \\ \therefore n(A^c \cup B^c) = n((A \cap B)^c) \\ = n(U) - n(A \cap B) = 40 - 7 = 33$$

076 답 (1) 13 (2) 13 (3) 10 (4) 10

$$(1) n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 23 - 10 = 13$$

$$(2) n(A \cap B^c) = n(A - B) = 13$$

$$(3) n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 20 - 10 = 10$$

$$(4) n(B \cap A^c) = n(B - A) = 10$$

077 답 (1) 10 (2) 10 (3) 12 (4) 12

$$(1) n(A - B) = n(A \cup B) - n(B) = 25 - 15 = 10$$

$$(2) n(A \cap B^c) = n(A - B) = 10$$

$$(3) n(B - A) = n(A \cup B) - n(A) = 25 - 13 = 12$$

$$(4) n(B \cap A^c) = n(B - A) = 12$$

078 답 (1) 24 (2) 27

$$(1) n(A \cup B \cup C) \\ = n(A) + n(B) + n(C) \\ - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C) \\ = 20 + 6 + 12 - 3 - 2 - 11 + 2 = 24$$

$$(2) n(A \cup B \cup C) \\ = n(A) + n(B) + n(C) \\ - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C) \\ = 18 + 5 + 10 - 2 - 2 - 4 + 2 = 27$$

079 답 (1) 3 (2) 5



$$\begin{aligned}
 (1) & n(A \cap B \cap C) \\
 &= n(A \cup B \cup C) - n(A) - n(B) - n(C) \\
 &\quad + n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) \\
 &= 26 - 10 - 14 - 13 + 3 + 5 + 6 = 3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) & n(A \cap B \cap C) \\
 &= n(A \cup B \cup C) - n(A) - n(B) - n(C) \\
 &\quad + n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) \\
 &= 23 - 18 - 12 - 13 + 8 + 7 + 10 = 5
 \end{aligned}$$

080 답 17

인성이네 반 학생 중 독서 동아리에 가입한 학생의 집합을 A , 영화 감상 동아리에 가입한 학생의 집합을 B 라고 하면
 $n(A)=13$, $n(B)=9$, $n(A \cap B)=5$
 독서 동아리와 영화 감상 동아리 중 적어도 하나의 동아리에 가입한 학생의 집합은 $A \cup B$ 이므로
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $= 13 + 9 - 5 = 17$
 따라서 독서 동아리와 영화 감상 동아리 중 적어도 하나의 동아리에 가입한 학생은 17명이다.

081 답 13

수학을 좋아하는 학생의 집합을 A , 영어를 좋아하는 학생의 집합을 B 라고 하면 수학과 영어를 모두 좋아하는 학생의 집합은 $A \cap B$ 이다.
 $n(A)=19$, $n(B)=21$, $n(A \cup B)=27$ 이므로
 $n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$
 $= 19 + 21 - 27 = 13$
 따라서 수학과 영어를 모두 좋아하는 학생은 13명이다.

082 답 (1) 24 (2) 6

(1) 영지네 반 학생 전체의 집합을 U , 놀이공원을 좋아하는 학생의 집합을 A , 동물원을 좋아하는 학생의 집합을 B 라고 하면
 $n(A)=15$, $n(B)=17$, $n(A \cap B)=8$ 이므로
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $= 15 + 17 - 8 = 24$
 따라서 놀이공원 또는 동물원을 좋아하는 학생은 24명이다.
 (2) 놀이공원과 동물원 중 어느 곳도 좋아하지 않는 학생 수는
 $n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B)$
 $= 30 - 24 = 6$

083 답 ③

집합 B 는 원소 1, 3, 4를 포함하고 원소 2, 5를 포함하지 않아야 한다.

따라서 집합 B 가 될 수 없는 것은 ③이다.

084 답 ③

$B^c = \{1, 3, 5\}$ 이므로 $A - B^c = \{2, 6\}$
 따라서 집합 $A - B^c$ 의 모든 원소의 합은 8이다.

085 답 ⑤

$A - B = \{3\}$ 에서 $A \cap B = \{1, 5, 2a - b\}$
 즉, $5 \in B$ 이므로 $-a + 2b = 5 \dots \text{㉠}$
 이때 $8 \in A$ 이므로 $2a - b = 8 \dots \text{㉡}$
 ㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a = 7$, $b = 6$
 $\therefore a + b = 13$

086 답 ④

④ $(B^c)^c = B$ 이므로 $A^c - B^c = A^c \cap (B^c)^c = A^c \cap B$

087 답 ③

$(A \cap B) \cup (A^c \cup B)^c = (A \cap B) \cup (A \cap B^c)$
 $= A \cap (B \cup B^c)$
 $= A \cap U = A$

088 답 ③

$n(A \cap B) = n(A) - n(A - B) = 12 - 8 = 4$
 $\therefore n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $= 12 + 7 - 4 = 15$

089 답 9

평영을 할 수 있는 학생의 집합을 A , 접영을 할 수 있는 학생의 집합을 B 라고 하면
 $n(A)=15$, $n(B)=13$, $n(A \cup B)=19$
 평영과 접영을 모두 할 수 있는 학생의 집합은 $A \cap B$ 이므로
 $n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$
 $= 15 + 13 - 19 = 9$
 따라서 구하는 학생 수는 9명이다.

3 명제

38쪽 ~ 60쪽

090 답 (1) × (2) ○ (3) ○ (4) ○ (5) ○ (6) ○
 (7) × (8) ×

(2) $7-x=2-x$ 에서 $7=2$ 이므로 거짓인 명제이다.

(4) 3은 짝수가 아니므로 거짓인 명제이다.

091 답 (1) 명제, 참 (2) 조건 (3) 명제, 거짓 (4) 조건
(5) 명제, 거짓 (6) 명제, 거짓 (7) 조건 (8) 명제, 참

092 답 (1) 참, 참, 거짓, 거짓, 참, 거짓, 거짓
(2) 1, 2, 3, 6 (3) $P=\{1, 2, 3, 6\}$

093 답 (1) $P=\{1, 2, 3, 4\}$ (2) $P=\{1, 2, 3, 4, 5\}$
(3) $P=\{2, 3, 5, 7\}$ (4) $P=\{4, 8\}$ (5) $P=\{2\}$
(6) $P=\{3\}$ (7) $P=\{1, 5\}$
(2) $2x-1 \leq 9$ 에서 $2x \leq 10$, 즉 $x \leq 5$
 $\therefore P=\{1, 2, 3, 4, 5\}$
(5) $x^2=4$ 에서 $x=\pm 2$
이때 $-2 \notin U$ 이므로 $P=\{2\}$
(6) $5x-15=0$ 에서 $x=3$ 이므로
 $P=\{3\}$
(7) $x^2-6x+5=0$ 에서 $(x-1)(x-5)=0$ 이므로
 $x=1$ 또는 $x=5$
 $\therefore P=\{1, 5\}$

094 답 (1) $\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ (2) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$
(3) $\{2, 3, 4, 5, 7\}$
(1) 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라고 하면
 $p: 3 \leq x \leq 7$ 에서 $P=\{3, 4, 5, 6, 7\}$
 $q: 3x-4 \geq 5$ 에서 $x \geq 3$
 $\therefore Q=\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
따라서 조건 ' p 또는 q '의 진리집합은
 $P \cup Q = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
(2) 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라고 하면
 $p: 2x-5=5$ 에서 $x=5$ $\therefore P=\{5\}$
 $q: x-4 < 2$ 에서 $x < 6$ $\therefore Q=\{1, 2, 3, 4, 5\}$
따라서 조건 ' p 또는 q '의 진리집합은
 $P \cup Q = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
(3) 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라고 하면
 $p: x$ 는 소수이므로 $P=\{2, 3, 5, 7\}$
 $q: x^2-7x+12=0$ 에서 $(x-3)(x-4)=0$
 $\therefore x=3$ 또는 $x=4$
 $\therefore Q=\{3, 4\}$
따라서 조건 ' p 또는 q '의 진리집합은
 $P \cup Q = \{2, 3, 4, 5, 7\}$

095 답 (1) $\{3, 4\}$ (2) $\{1, 2\}$ (3) $\{6\}$

(1) 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라고 하면
 $p: x \leq 4$ 에서 $P=\{1, 2, 3, 4\}$
 $q: x^2-9x+14 < 0$ 에서 $(x-2)(x-7) < 0$
 $\therefore 2 < x < 7$
 $\therefore Q=\{3, 4, 5, 6\}$
따라서 조건 ' p 그리고 q '의 진리집합은
 $P \cap Q = \{3, 4\}$
(2) 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라고 하면
 $p: (x-1)(x-2)=0$ 에서 $x=1$ 또는 $x=2$
 $\therefore P=\{1, 2\}$
 $q: x \leq 4$ 에서 $Q=\{1, 2, 3, 4\}$
따라서 조건 ' p 그리고 q '의 진리집합은
 $P \cap Q = \{1, 2\}$
(3) 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라고 하면
 $P=\{3, 6, 9\}, Q=\{2, 4, 6, 8, 10\}$
따라서 조건 ' p 그리고 q '의 진리집합은
 $P \cap Q = \{6\}$

096 답 (1) 2는 소수가 아니다.
(2) 정사각형은 직사각형이 아니다.
(3) $2+3 \neq 5$ (4) $\sqrt{5}$ 는 실수가 아니다.
(5) 4는 2의 배수가 아니다. (6) $2 \notin \{1, 2\}$ (7) $0 \in \emptyset$

097 답 (1) x 는 짝수가 아니다. (2) $x \geq 1$ (3) $x \neq 0$
(4) $x \neq 2$ 그리고 $x \neq 3$ (5) $1 \leq x < 3$
(6) $x=0$ 또는 $x=2$ (7) $x \leq 1$ 또는 $x \geq 5$

098 답 (1) 거짓, 4는 홀수가 아니다., 참
(2) 참, $\sqrt{2}$ 는 무리수가 아니다., 거짓
(3) 거짓, 5는 10의 배수가 아니다., 참
(4) 참, $3+4 \neq 7$, 거짓
(5) 참, 정삼각형은 이등변삼각형이 아니다., 거짓
(6) 거짓, $3+12 \leq 15$, 참

099 답 (1) $\{1, 2\}$ (2) $\{-2, -1, 1\}$ (3) $\{-2, -1\}$
(4) $\{-1, 2\}$
(1) 조건 p 의 진리집합을 P 라고 하면 $P=\{-2, -1, 0\}$
따라서 조건 $\sim p$ 의 진리집합은 $P^c = \{1, 2\}$
(2) 조건 p 의 진리집합을 P 라고 하면 $P=\{0, 2\}$
따라서 조건 $\sim p$ 의 진리집합은 $P^c = \{-2, -1, 1\}$
(3) 조건 p 의 진리집합을 P 라고 하면 $P=\{0, 1, 2\}$



따라서 조건 $\sim p$ 의 진리집합은 $P^C = \{-2, -1\}$
 (4) 조건 p 의 진리집합을 P 라고 하면 $P = \{-2, 0, 1\}$
 따라서 조건 $\sim p$ 의 진리집합은 $P^C = \{-1, 2\}$

- 100** **답** (1) 가정 : x 는 4의 배수이다., 결론 : x 는 2의 배수이다.
 (2) 가정 : $x=2$ 이다., 결론 : $x^2=4$ 이다.
 (3) 가정 : $a=0$ 또는 $b=0$ 이다., 결론 : $ab=0$ 이다.
 (4) 가정 : x 가 10 이하의 소수이다., 결론 : x 는 홀수이다.
 (5) 가정 : $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = \angle B$ 이다.,
 결론 : $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

- 101** **답** (1) 참 (2) 거짓 (3) 거짓 (4) 참 (5) 참
 (1) $x^2=9$ 에서 $x^2-9=0$, $(x+3)(x-3)=0$
 $\therefore x=-3$ 또는 $x=3$
 즉, $P=\{3\}$, $Q=\{-3, 3\}$ 이므로 $P \subset Q$ \therefore 참
 (2) $x^2>1$ 에서 $x^2-1>0$, $(x+1)(x-1)>0$
 $\therefore x<-1$ 또는 $x>1$
 즉, $P=\{x|x<-1 \text{ 또는 } x>1\}$, $Q=\{x|x>1\}$ 이므로
 $P \not\subset Q$ \therefore 거짓
 (3) $P=\{(x, y)|x=0 \text{ 또는 } y=0\}$, $Q=\{(x, y)|x=0, y=0\}$
 이므로
 $P \not\subset Q$ \therefore 거짓
 (4) $P=\{6, 12, 18, \dots\}$, $Q=\{2, 4, 6, \dots\}$ 이므로
 $P \subset Q$ \therefore 참
 (5) $x^2-4x+3=0$ 에서 $(x-1)(x-3)=0$
 $\therefore x=1$ 또는 $x=3$
 즉, $P=\{1, 3\}$, $Q=\{x|0<x<4\}$ 이므로
 $P \subset Q$ \therefore 참

- 102** **답** (1) 참 (2) 거짓 (3) 참 (4) 거짓 (5) 참 (6) 거짓
 (1) $p : x<2$, $q : x<3$ 의 진리집합을 각각 P , Q 라고 하면
 $P=\{x|x<2\}$, $Q=\{x|x<3\}$ 이므로 $P \subset Q$ (참)
 (2) [반례] $x=2$ 일 때 $x^2=4$ 이지만 $x \neq -2$ 이다. (거짓)
 (3) $p : 1<x<2$, $q : 0<x<3$ 의 진리집합을 각각 P , Q 라고
 하면 $P=\{x|1<x<2\}$, $Q=\{x|0<x<3\}$ 이므로
 $P \subset Q$ (참)
 (4) [반례] $x=12$ 이면 x 는 12의 양의 약수이지만 6의 양의 약수
 가 아니다. (거짓)
 (5) $x^2-5x+4=0$ 에서 $(x-1)(x-4)=0$
 $\therefore x=1$ 또는 $x=4$
 $p : x=1$, $q : x^2-5x+4=0$ 의 진리집합을 각각 P , Q 라고
 하면 $P=\{1\}$, $Q=\{1, 4\}$ 이므로 $P \subset Q$ (참)

(6) [반례] 밑변의 길이가 4, 높이가 1인 삼각형과 밑변의 길이가
 2, 높이가 2인 삼각형은 넓이가 2로 같지만 두 삼각형
 은 합동이 아니다. (거짓)

- 103** **답** (1) 참 (2) 참 (3) 거짓 (4) 거짓 (5) 참
 (1) $R \subset P$ 이므로 명제 $r \longrightarrow p$ 는 참
 (2) $R \subset Q$ 이므로 명제 $r \longrightarrow q$ 는 참
 (3) $R^C \not\subset P^C$ 이므로 명제 $\sim r \longrightarrow \sim p$ 는 거짓
 (4) $P^C \not\subset Q^C$ 이므로 명제 $\sim p \longrightarrow \sim q$ 는 거짓
 (5) $Q^C \subset R^C$ 이므로 명제 $\sim q \longrightarrow \sim r$ 는 참

- 104** **답** (1) 참, 참, 거짓, 거짓, 참, 거짓, 거짓, 거짓
 (2) ① 참 ② 거짓 ③ 거짓
 (3) ① 참 ② 참 ③ 거짓

- 105** **답** (1) 거짓 (2) 참 (3) 참 (4) 거짓
 (1) $p : x^2<0$ 이라 하고 조건 p 의 진리집합을 P 라고 하면
 $P=\emptyset$
 따라서 주어진 명제는 거짓이다.
 (2) $p : 2x-3 \leq 1$ 이라 하고 조건 p 의 진리집합을 P 라고 하면
 $2x-3 \leq 1$ 에서 $2x \leq 4$ $\therefore x \leq 2$
 $\therefore P=\{-2, -1, 0, 1, 2\}$
 따라서 $P=U$ 이므로 주어진 명제는 참이다.
 (3) $p : x^2 \leq 1$ 이라 하고 조건 p 의 진리집합을 P 라고 하면
 $x^2 \leq 1$ 에서 $x^2-1 \leq 0$, $-1 \leq x \leq 1$
 $\therefore P=\{-1, 0, 1\}$
 따라서 $P \neq \emptyset$ 이므로 주어진 명제는 참이다.
 (4) $p : x^2+y^2>0$ 이라 하고 조건 p 의 진리집합을 P 라고 하면
 $x=0, y=0$ 일 때 $x^2+y^2=0$ $\therefore P=\{-2, -1, 1, 2\}$
 따라서 $P \neq U$ 이므로 주어진 명제는 거짓이다.

- 106** **답** (1) 거짓 (2) 참 (3) 참 (4) 거짓
 (1) [반례] $x=0$ 일 때, $|x|>0$ 이 성립하지 않으므로 거짓이다.
 (2) 네 변의 길이가 같은 직사각형은 정사각형이다.
 (3) $x^2-2x+1=0$ 에서 $(x-1)^2=0$ $\therefore x=1$
 즉, $x=1$ 이면 $x^2-2x+1=0$ 이므로 주어진 명제는 참이다.
 (4) [반례] $x=-1$ 이면 $x+1>0$ 이 성립하지 않으므로 거짓이
 다.

- 107** **답** (1) 모든 자연수 x 에 대하여 $x \geq 1$ 이다. (참)
 (2) 어떤 실수 x 에 대하여 $3x^2+2 \leq 0$ 이다. (거짓)
 (3) 모든 소수는 짝수가 아니다. (거짓)

- (4) 어떤 실수 x 에 대하여 $x^2+x+1 \leq 0$ 이다. (거짓)
 (5) 모든 실수 x 에 대하여 $-2 < x \leq 1$ 이다. (거짓)
 (1) 부정 : 모든 자연수 x 에 대하여 $x \geq 1$ 이다.
 모든 자연수 x 에 대하여 $x \geq 1$ 이 성립하므로 참이다.
 (2) 부정 : 어떤 실수 x 에 대하여 $3x^2+2 \leq 0$ 이다.
 $3x^2+2 \leq 0$ 을 만족하는 실수 x 는 존재하지 않으므로 주어진 명제의 부정은 거짓이다.
 (3) 부정 : 모든 소수는 짝수가 아니다.
 [반례] 2는 소수이지만 짝수이다.
 따라서 주어진 명제의 부정은 거짓이다.
 (4) 부정 : 어떤 실수 x 에 대하여 $x^2+x+1 \leq 0$ 이다.
 모든 실수 x 에 대하여 $x^2+x+1 = \left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0$ 이므로 주어진 명제의 부정은 거짓이다.
 (5) 부정 : 모든 실수 x 에 대하여 $-2 < x \leq 1$ 이다.
 주어진 명제의 부정은 거짓이다.

108 답 (1) 역 (2) 대우 (3) 대우 (4) 역 (5) 역 (6) 역
 (7) 대우 (8) 역

- 109 답 (1) 참, $x+y=5$ 이면 $x=2$ 이고 $y=3$ 이다., 거짓,
 $x+y \neq 5$ 이면 $x \neq 2$ 또는 $x \neq 3$ 이다., 참
 (2) 참, $x=0$ 이고 $y=0$ 이면 $x^2+y^2=0$ 이다., 참,
 $x \neq 0$ 또는 $y \neq 0$ 이면 $x^2+y^2 \neq 0$ 이다., 참
 (3) 참, $x=0$ 또는 $x=1$ 이면 $x^2=x$ 이다., 참,
 $x \neq 0$ 이고 $x \neq 1$ 이면 $x^2 \neq x$ 이다., 참
 (4) 참, x 가 16의 약수이면 x 는 8의 약수이다., 거짓,
 x 가 16의 약수가 아니면 x 는 8의 약수가 아니다., 참
 (5) 참, 두 삼각형의 넓이가 같으면 두 삼각형은 합동이다.,
 거짓, 두 삼각형의 넓이가 같지 않으면 두 삼각형은 합
 동이 아니다., 참

- 110 답 (1) (ㄴ) (2) (ㄴ) (3) (○) (4) (□) (5) (ㄹ) (6) (ㄱ)
 (1) $p \rightarrow q$ 의 대우는 $\sim q \rightarrow \sim p$ \therefore (ㄴ)
 (2) $\sim p \rightarrow q$ 의 대우는 $\sim q \rightarrow p$ \therefore (ㄴ)
 (3) $\sim p \rightarrow \sim q$ 의 대우는 $q \rightarrow p$ \therefore (○)
 (4) $q \rightarrow p$ 의 대우는 $\sim p \rightarrow \sim q$ \therefore (□)
 (5) $\sim q \rightarrow p$ 의 대우는 $\sim p \rightarrow q$ \therefore (ㄹ)
 (6) $\sim q \rightarrow \sim p$ 의 대우는 $p \rightarrow q$ \therefore (ㄱ)

- 111 답 (1) ×, ○, × (2) ○, ×, ○ (3) ○, ×, ○
 (4) ○, ○, ×

- (1) ② $r \rightarrow \sim q$ 가 참이면 그 대우 $q \rightarrow \sim r$ 가 반드시
 참이다.
 $p \rightarrow q, q \rightarrow \sim r$ 가 참이므로 $p \rightarrow \sim r$ 도 참이다.
 (2) ① $r \rightarrow q$ 가 참이므로 그 대우 $\sim q \rightarrow \sim r$ 가 반드시
 참이다.
 $p \rightarrow \sim q, \sim q \rightarrow \sim r$ 가 참이므로 $p \rightarrow \sim r$ 도
 참이다.
 ③ $p \rightarrow \sim q$ 가 참이므로 그 대우 $q \rightarrow \sim p$ 가 반드시
 참이다.
 $r \rightarrow q, q \rightarrow \sim p$ 가 참이므로 $r \rightarrow \sim p$ 도 참이다.
 (3) ① $\sim p \rightarrow \sim q$ 가 참이면 그 대우 $q \rightarrow p$ 가 반드시
 참이다.
 $r \rightarrow q, q \rightarrow p$ 가 참이므로 $r \rightarrow p$ 도 참이다.
 ③ $r \rightarrow q$ 가 참이면 그 대우 $\sim q \rightarrow \sim r$ 가 반드시
 참이다.
 $\sim p \rightarrow \sim q, \sim q \rightarrow \sim r$ 가 참이므로 $\sim p \rightarrow \sim r$
 도 참이다.
 (4) ① $\sim p \rightarrow q$ 가 참이면 그 대우 $\sim q \rightarrow p$ 가 반드시
 참이다.
 ② $\sim r \rightarrow \sim p, \sim p \rightarrow q$ 가 참이므로 $\sim r \rightarrow q$ 도
 참이다.

- 112 답 (1) 참, 거짓, 충분 (2) 거짓, 참, 필요
 (3) 참, 참, 필요충분 (4) 참, 거짓, 충분
 (5) 참, 거짓, 충분 (6) 참, 참, 필요충분
 (1) ① 명제 $p \rightarrow q$, 즉 ' $x=0$ 이면 $x^2=x$ 이다.'는 참이다.
 ② 명제 $q \rightarrow p$, 즉 ' $x^2=x$ 이면 $x=0$ 이다.'는 거짓이다.
 [반례] $x=1$
 ③ ①, ②에서 $p \Rightarrow q$ 이므로 p 는 q 이기 위한 충분조건이다.
 (2) ① 명제 $p \rightarrow q$, 즉 ' $x>2$ 이면 $x>4$ 이다.'는 거짓이다.
 [반례] $x=3$
 ② 명제 $q \rightarrow p$, 즉 ' $x>4$ 이면 $x>2$ 이다.'는 참이다.
 ③ ①, ②에서 $q \Rightarrow p$ 이므로 p 는 q 이기 위한 필요조건이다.
 (3) ① 명제 $p \rightarrow q$, 즉 ' $x=2$ 이면 $(x-2)^2=0$ 이다.'는 참이다.
 ② 명제 $q \rightarrow p$, 즉 ' $(x-2)^2=0$ 이면 $x=2$ 이다.'는 참이다.
 ③ ①, ②에서 $p \Rightarrow q$ 이고 $q \Rightarrow p$, 즉 $p \Leftrightarrow q$ 이므로
 p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.
 (4) ① 명제 $p \rightarrow q$, 즉 ' $\triangle ABC$ 가 정삼각형이면 $\angle A=60^\circ$ 이
 다.'는 참이다.
 ② 명제 $q \rightarrow p$, 즉 ' $\angle A=60^\circ$ 이면 $\triangle ABC$ 가 정삼각형이
 다.'는 거짓이다.
 [반례] $\angle A=60^\circ, \angle B=30^\circ, \angle C=90^\circ$ 이면 $\triangle ABC$ 는 직

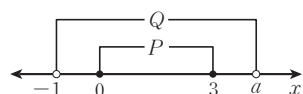


각삼각형이다.

- ③ ①, ②에서 $p \Rightarrow q$ 이므로 p 는 q 이기 위한 충분조건이다.
- (5) ① 명제 $p \rightarrow q$, 즉 'x는 4의 배수이면 x는 2의 배수이다.'는 참이다.
- ② 명제 $q \rightarrow p$, 즉 'x는 2의 배수이면 x는 4의 배수이다.'는 거짓이다. [반례] $x=2$
- ③ ①, ②에서 $p \Rightarrow q$ 이므로 p 는 q 이기 위한 충분조건이다.
- (6) ① 명제 $p \rightarrow q$, 즉 ' $|x|+|y|=0$ 이면 $x=0$ 이고 $y=0$ 이다.'는 참이다.
- ② 명제 $q \rightarrow p$, 즉 ' $x=0$ 이고 $y=0$ 이면 $|x|+|y|=0$ 이다.'는 참이다.
- ③ ①, ②에서 $p \Rightarrow q$ 이고 $q \Rightarrow p$, 즉 $p \Leftrightarrow q$ 이므로 p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.

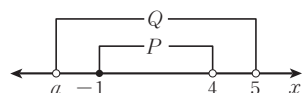
- 113 **답** (1) ① $\{10, 20, 30, \dots\}$ ② $\{5, 10, 15, \dots\}$ ③ \subset , 충분
- (2) ① $\{x|0 \leq x \leq 3\}$ ② $\{x|1 \leq x \leq 2\}$ ③ \supset , 필요
- (3) ① $\{-1, 1\}$ ② $\{-1, 1\}$ ③ $=$, 필요충분
- (4) ① $\{2, 3\}$ ② $\{2, 3\}$ ③ $=$, 필요충분
- (5) ① $\{(x, y)|x=y\}$ ② $\{(x, y)|x=y \text{ 또는 } x=-y\}$
- ③ \subset , 충분
- (6) ① $\{-1, 7\}$ ② $\{-1\}$ ③ \supset , 필요
- (7) ① $\{x|x>2\}$ ② $\{x|2<x\leq 3\}$ ③ \supset , 필요
- (3) ① $x^2=1$ 에서 $x=\pm 1$ $\therefore P=\{-1, 1\}$
- (4) ① $x^2-5x+6=0$ 에서 $(x-2)(x-3)=0$
- $\therefore x=2$ 또는 $x=3$
- $\therefore P=\{2, 3\}$
- (6) ① $x^2-6x-7=0$ 에서 $(x+1)(x-7)=0$
- $\therefore x=-1$ 또는 $x=7$
- $\therefore P=\{-1, 7\}$

- 114 **답** (1) 4 (2) -2 (3) -13 (4) 4 (5) 1 (6) 2
- (1) 두 조건 p, q 의 진리집합을 P, Q 라고 할 때, $P \subset Q$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



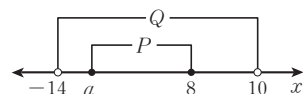
따라서 $a>3$ 이므로 정수 a 의 최솟값은 4이다.

- (2) 두 조건 p, q 의 진리집합을 P, Q 라고 할 때, $P \subset Q$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



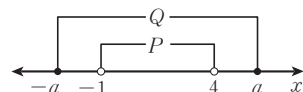
따라서 $a<-1$ 이므로 정수 a 의 최댓값은 -2이다.

- (3) 두 조건 p, q 의 진리집합을 P, Q 라고 할 때, $P \subset Q$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 $-14<a\leq 8$ 이므로 정수 a 의 최솟값은 -13이다.

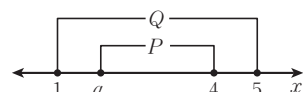
- (4) 두 조건 p, q 의 진리집합을 P, Q 라고 할 때, $P \subset Q$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



$$-a \leq -1, 4 \leq a \quad \therefore a \geq 4$$

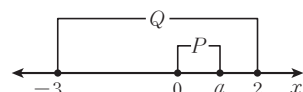
따라서 정수 a 의 최솟값은 4이다.

- (5) 두 조건 p, q 의 진리집합을 P, Q 라고 할 때, $P \subset Q$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 $1 \leq a \leq 4$ 이므로 정수 a 의 최솟값은 1이다.

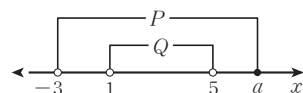
- (6) 두 조건 p, q 의 진리집합을 P, Q 라고 할 때, $P \subset Q$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 $0 \leq a \leq 2$ 이므로 정수 a 의 최댓값은 2이다.

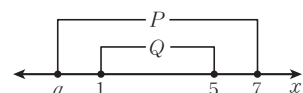
- 115 **답** (1) 5 (2) 1 (3) 4 (4) -1 (5) 0 (6) 5 (7) 2

- (1) 두 조건 p, q 의 진리집합을 P, Q 라고 할 때, $Q \subset P$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



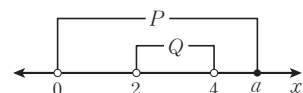
따라서 $a \geq 5$ 이므로 정수 a 의 최솟값은 5이다.

- (2) 두 조건 p, q 의 진리집합을 P, Q 라고 할 때, $Q \subset P$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



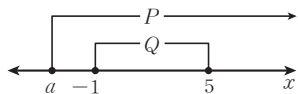
따라서 $a \leq 1$ 이므로 정수 a 의 최댓값은 1이다.

- (3) 두 조건 p, q 의 진리집합을 P, Q 라고 할 때, $Q \subset P$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



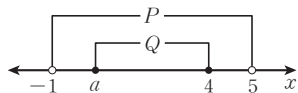
따라서 $a \geq 4$ 이므로 정수 a 의 최솟값은 4이다.

- (4) 두 조건 p, q 의 진리집합을 P, Q 라고 할 때, $Q \subset P$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



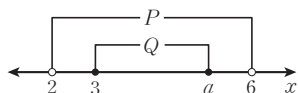
따라서 $a \leq -1$ 이므로 정수 a 의 최댓값은 -1 이다.

- (5) 두 조건 p, q 의 진리집합을 P, Q 라고 할 때, $Q \subset P$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



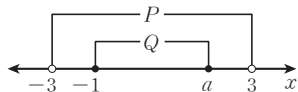
따라서 $-1 < a \leq 4$ 이므로 정수 a 의 최솟값은 0 이다.

- (6) 두 조건 p, q 의 진리집합을 P, Q 라고 할 때, $Q \subset P$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 $3 \leq a < 6$ 이므로 정수 a 의 최댓값은 5 이다.

- (7) 두 조건 p, q 의 진리집합을 P, Q 라고 할 때, $Q \subset P$ 가 되도록 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 $-1 \leq a < 3$ 이므로 정수 a 의 최댓값은 2 이다.

- 116 답 (1) (가) 홀수 (나) 홀수 (다) $2k-1$ (라) 홀수
(2) (가) 홀수 (나) 홀수 (다) $2m+1$ (라) 홀수

- 117 답 (1) (가) 짝수 (나) $2k$ (다) 짝수 (라) 서로소
(2) (가) 배수 (나) $3k$ (다) 배수 (라) 서로소

- 118 답 (1) $A \geq B$ (2) $A \geq B$ (3) $A \leq B$

$$\begin{aligned} (1) A-B &= x^2+x-(5x-4) \\ &= x^2-4x+4 \\ &= (x-2)^2 \geq 0 \end{aligned}$$

$$\therefore A \geq B$$

$$\begin{aligned} (2) A-B &= 3x^2-2y^2-(2x^2-2xy-3y^2) \\ &= x^2+2xy+y^2 \\ &= (x+y)^2 \geq 0 \end{aligned}$$

$$\therefore A \geq B$$

$$\begin{aligned} (3) A-B &= 2x^2+3xy-(3x^2+xy+y^2) \\ &= -x^2+2xy-y^2 \\ &= -(x-y)^2 \leq 0 \end{aligned}$$

$$\therefore A \leq B$$

- 119 답 (1) $A > B$ (2) $A > B$ (3) $A > B$ (4) $A < B$

$$(1) A^2=28, B^2=27 \text{이므로 } A^2 > B^2$$

$$\text{이때 } A > 0, B > 0 \text{이므로 } A > B$$

$$(2) A^2=(\sqrt{7}+\sqrt{8})^2=15+2\sqrt{56}$$

$$B^2=(\sqrt{5}+\sqrt{10})^2=15+2\sqrt{50}$$

$$\sqrt{56} > \sqrt{50} \text{이므로 } A^2 > B^2$$

$$\text{이때 } A > 0, B > 0 \text{이므로 } A > B$$

$$(3) \frac{A}{B} = \frac{3^{30}}{6^{15}} = \left(\frac{3^2}{6}\right)^{15} = \left(\frac{9}{6}\right)^{15} = \left(\frac{3}{2}\right)^{15} > 1$$

$$\text{이때 } A > 0, B > 0 \text{이므로 } A > B$$

$$(4) \frac{A}{B} = \frac{2^{60}}{3^{40}} = \left(\frac{2^3}{3^2}\right)^{20} = \left(\frac{8}{9}\right)^{20} < 1$$

$$\text{이때 } A > 0, B > 0 \text{이므로 } A < B$$

- 120 답 (1) \circ (2) \times (3) \circ (4) \times (5) \circ (6) \circ (7) \times

$$(2) x^2 \leq 4 \text{는 } -2 \leq x \leq 2 \text{일 때만 성립하므로 절대부등식이 아니다.}$$

$$(3) x^2-2x+1=(x-1)^2 \geq 0 \text{은 모든 실수 } x \text{에 대하여 항상 성립하므로 절대부등식이다.}$$

$$(4) x=-1 \text{일 때 } x^2+5x+3 < 0$$

$$(5) (x-2)^2 \geq 0$$

$$(6) x^2+2xy+y^2=(x+y)^2 \geq 0$$

$$(7) x=0 \text{이고 } y=1 \text{일 때 } x^2-y < 0$$

- 121 답 (1) $\frac{3}{4}b^2, \geq, \geq, \geq, \geq$ (2) $2ab, \geq, \geq$

$$(3) 2a-b, \geq, \geq, \geq, \geq$$

$$(5) >, >, >, >, >$$

- 122 답 (1) 8 (2) 6 (3) 2

$$(1) a + \frac{16}{a} \geq 2\sqrt{a \cdot \frac{16}{a}} = 2 \cdot 4 = 8$$

(단, 등호는 $a = \frac{16}{a}$ 일 때 성립)

$$\text{따라서 } a + \frac{16}{a} \text{의 최솟값은 } 8 \text{이다.}$$

$$(2) 3a + \frac{3}{a} \geq 2\sqrt{3a \cdot \frac{3}{a}} = 2 \cdot 3 = 6$$

(단, 등호는 $3a = \frac{3}{a}$ 일 때 성립)

$$\text{따라서 } 3a + \frac{3}{a} \text{의 최솟값은 } 6 \text{이다.}$$

$$(3) \frac{b}{a} + \frac{a}{b} \geq 2\sqrt{\frac{b}{a} \cdot \frac{a}{b}} = 2 \text{ (단, 등호는 } \frac{b}{a} = \frac{a}{b} \text{일 때 성립)}$$

$$\text{따라서 } \frac{b}{a} + \frac{a}{b} \text{의 최솟값은 } 2 \text{이다.}$$

- 123 답 (1) 4 (2) 18 (3) 9

$$(1) a+b \geq 2\sqrt{ab} \text{이므로 } \sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

(단, 등호는 $a=b$ 일 때 성립)

따라서 $ab \leq 4$ 이므로 ab 의 최댓값은 4이다.

$$(2) a+2b \geq 2\sqrt{2ab} \text{이므로 } \sqrt{2ab} \leq \frac{a+2b}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

(단, 등호는 $a=2b$ 일 때 성립)

$$2ab \leq 36 \quad \therefore ab \leq 18$$

따라서 ab 의 최댓값은 18이다.

$$(3) a^2+b^2 \geq 2\sqrt{(ab)^2} = 2ab \text{이므로 } ab \leq \frac{a^2+b^2}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

(단, 등호는 $a^2=b^2$, 즉 $a=b$ 일 때 성립)

따라서 ab 의 최댓값은 9이다.

124 답 (1) 4 (2) 12 (3) 10

$$(1) a+b \geq 2\sqrt{ab} = 2\sqrt{4} = 4 \text{ (단, 등호는 } a=b \text{일 때 성립)}$$

따라서 $a+b$ 의 최솟값은 4이다.

$$(2) 3a+4b \geq 2\sqrt{(3a) \cdot (4b)} = 2\sqrt{12ab} = 2\sqrt{36} = 12$$

(단, 등호는 $3a=4b$ 일 때 성립)

따라서 $3a+4b$ 의 최솟값은 12이다.

$$(3) a^2+b^2 \geq 2\sqrt{(ab)^2} = 2ab = 10$$

(단, 등호는 $a^2=b^2$, 즉 $a=b$ 일 때 성립)

따라서 a^2+b^2 의 최솟값은 10이다.

125 답 (1) 9 (2) 8 (3) 27

$$(1) \left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{4}{a}\right) = ab + 4 + 1 + \frac{4}{ab} = ab + \frac{4}{ab} + 5$$

$$\geq 2\sqrt{ab \cdot \frac{4}{ab}} + 5 = 9$$

(단, 등호는 $ab = \frac{4}{ab}$ 일 때 성립)

따라서 $\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{4}{a}\right)$ 의 최솟값은 9이다.

$$(2) \left(a + \frac{2}{b}\right)\left(b + \frac{2}{a}\right) = ab + 2 + 2 + \frac{4}{ab} = ab + \frac{4}{ab} + 4$$

$$\geq 2\sqrt{ab \cdot \frac{4}{ab}} + 4 = 8$$

(단, 등호는 $ab = \frac{4}{ab}$ 일 때 성립)

따라서 $\left(a + \frac{2}{b}\right)\left(b + \frac{2}{a}\right)$ 의 최솟값은 8이다.

$$(3) (a+3b)\left(\frac{3}{a} + \frac{4}{b}\right) = 3 + \frac{4a}{b} + \frac{9b}{a} + 12 = 15 + \frac{4a}{b} + \frac{9b}{a}$$

$$\geq 15 + 2\sqrt{\frac{4a}{b} \cdot \frac{9b}{a}} = 15 + 12 = 27$$

(단, 등호는 $\frac{4a}{b} = \frac{9b}{a}$ 일 때 성립)

따라서 $(a+3b)\left(\frac{3}{a} + \frac{4}{b}\right)$ 의 최솟값은 27이다.

126 답 (1) 15 (2) -5 (3) $2\sqrt{13}$

(1) a, b, x, y 가 실수이므로 코시-슈바르츠의 부등식에 의해

$$(a^2+b^2)(x^2+y^2) \geq (ax+by)^2$$

$$a^2+b^2=5 \text{이고 } x^2+y^2=45 \text{이므로}$$

$$5 \cdot 45 \geq (ax+by)^2, (ax+by)^2 \leq 15^2$$

$$\therefore -15 \leq ax+by \leq 15 \text{ (단, 등호는 } ay=bx \text{일 때 성립)}$$

따라서 $ax+by$ 의 최댓값은 15이다.

(2) x, y 가 실수이므로 코시-슈바르츠의 부등식에 의해

$$(a^2+b^2)(x^2+y^2) \geq (ax+by)^2$$

$$x^2+y^2=1 \text{이므로 } (3^2+4^2)(x^2+y^2) \geq (3x+4y)^2 \text{에서}$$

$$25 \cdot 1 \geq (3x+4y)^2, (3x+4y)^2 \leq 5^2$$

$$\therefore -5 \leq 3x+4y \leq 5 \text{ (단, 등호는 } 3y=4x \text{일 때 성립)}$$

따라서 $3x+4y$ 의 최솟값은 -5이다.

(3) x, y 가 실수이므로 코시-슈바르츠의 부등식에 의해

$$(a^2+b^2)(x^2+y^2) \geq (ax+by)^2$$

$$x^2+y^2=4 \text{이므로 } (3^2+2^2)(x^2+y^2) \geq (3x+2y)^2 \text{에서}$$

$$13 \cdot 4 \geq (3x+2y)^2, (3x+2y)^2 \leq (2\sqrt{13})^2$$

$$\therefore -2\sqrt{13} \leq 3x+2y \leq 2\sqrt{13} \text{ (단, 등호는 } 3y=2x \text{일 때 성립)}$$

따라서 $3x+2y$ 의 최댓값은 $2\sqrt{13}$ 이다.

127 답 ①

조건 p, q, r, s, t 의 진리집합을 각각 P, Q, R, S, T 라고 하면

$$\textcircled{1} P = \{-2, -1, 0, 1, 2\} \text{이므로 } n(P) = 5$$

$$\textcircled{2} Q = \{4\} \text{이므로 } n(Q) = 1$$

$$\textcircled{3} x-2 = \pm 2 \text{이므로 } R = \{0, 4\} \quad \therefore n(R) = 2$$

$$\textcircled{4} x(x-6) = 0 \text{이므로 } S = \{0, 6\} \quad \therefore n(S) = 2$$

$$\textcircled{5} (x-1)(x-3) \leq 0 \text{이므로 } 1 \leq x \leq 3$$

$$T = \{1, 2, 3\} \quad \therefore n(T) = 3$$

따라서 원소의 개수가 가장 많은 것은 ①이다.

128 답 ④

129 답 $\{3, 9\}$

두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라고 하면

$$P = \{2, 4, 6, 8, 10\}, Q = \{3, 6, 9\}$$

구하는 집합은 $P^c \cap Q$ 이므로

$$P^c \cap Q = \{1, 3, 5, 7, 9\} \cap \{3, 6, 9\} = \{3, 9\}$$

130 답 ④

(\neg) [반례] $a = \sqrt{2}, b = -\sqrt{2}$ 이면 $a+b=0$ 으로 유리수이지만

a, b 는 모두 무리수이다.

$$(ㄷ) x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{16} = \left(x - \frac{1}{4}\right)^2 \geq 0$$

따라서 참인 명제는 (ㄴ), (ㄷ)이다.

131 답 ④

명제 $q \rightarrow \sim p$ 가 참이므로 $Q \subset P^c$ 이다.

따라서 $P^c \cap Q = Q$ 이므로 옳지 않은 것은 ④이다.

132 답 2

두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라고 하면

$$P = \{x \mid -1 < x < 3\}, Q = \{x \mid a \leq x \leq b\}$$

명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되려면 $P \subset Q$ 이어야 한다.

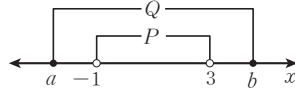
오른쪽 그림에서

$$a \leq -1, b \geq 3$$

이어야 하므로 a 의 최댓값은

$-1, b$ 의 최솟값은 3이다.

$$\therefore -1 + 3 = 2$$



133 답 ③

① [반례] 2는 소수이지만 짝수이다.

② $2x+1=4$ 를 만족하는 자연수 x 는 없으므로 주어진 명제는 거짓이다.

③ $x=-2$ 이면 $x^3+2<0$ 이므로 주어진 명제는 참이다.

④ [반례] $x=\sqrt{3}$ 이면 $\sqrt{3}x$ 는 유리수이다.

⑤ $3x-1=4x+(1-x)$ 를 만족하는 실수 x 는 존재하지 않으므로 거짓인 명제이다.

134 답 ②

① 역 : $a^2=b^2$ 이면 $a=b$ 이다. (거짓)

[반례] $a=-2, b=2$ 이면 $a^2=b^2$ 이지만 $a \neq b$ 이다.

② 역 : $a+c=b+c$ 이면 $a=b$ 이다. (참)

③ 역 : $a+b>0$ 이면 $a>0$ 이고 $b>0$ 이다. (거짓)

[반례] $a=2, b=-1$ 이면 $a+b>0$ 이지만 $a>0$ 이고 $b<0$ 이다.

④ 역 : 두 대각선의 길이가 같은 사각형은 정사각형이다.

(거짓)

[반례] 직사각형은 두 대각선의 길이가 같지만 정사각형은 아니다.

⑤ 역 : a 가 4의 양의 약수이면 a 는 2의 양의 약수이다. (거짓)

[반례] $a=4$ 이면 a 는 4의 양의 약수이지만 2의 양의 약수는 아니다.

135 답 ①

명제 $\sim q \rightarrow r$ 가 참이므로 그 대우 $\sim r \rightarrow q$ 도 참이다.

명제 $p \rightarrow \sim r, \sim r \rightarrow q$ 가 모두 참이므로 명제 $p \rightarrow q$ 도 참이다.

따라서 반드시 참인 명제는 ① $p \rightarrow q$ 이다.

136 답 ④

p 가 q 이기 위한 충분조건이므로 $p \Rightarrow q$

이때 대우인 명제도 참이므로 $\sim q \Rightarrow \sim p$ 이다.

따라서 $\sim p$ 는 $\sim q$ 이기 위한 필요조건이다.

137 답 ①

p 는 $\sim q$ 이기 위한 충분조건이므로 $P \subset Q^c$

따라서 두 집합 P, Q 는 서로소이므로 항상 옳은 것은 ①이다.

138 답 4

p 가 q 이기 위한 충분조건이므로 $p \Rightarrow q$

그 대우도 참이므로 $\sim q \Rightarrow \sim p$

즉, 명제 ' $x-2=0$ 이면 $x^2-ax+4=0$ 이다.'가 참이므로

$x=2$ 이면 $4-2a+4=0$ 이 성립한다.

$$\therefore a=4$$

139 답 (가) 홀수 (나) 짝수 (다) 홀수 (라) 짝수

140 답 (가) 유리수 (나) 유리수 (다) 유리수 (라) 무리수

141 답 ④

①, ③, ⑤ [반례] $a=-1, b=2$

② [반례] $a=1, b=-2$

④ $a^2=|a|^2, b^2=|b|^2$ 이므로 $|a|^2 < |b|^2$

이때 $|a|>0, |b|>0$ 이므로 $|a| < |b|$

따라서 항상 성립하는 것은 ④이다.

142 답 ③

$$a>0, b>0 \text{ 이므로 } a+b \geq 2\sqrt{ab} = 2\sqrt{36} = 12$$

(단, 등호는 $a=b$ 일 때 성립)

따라서 구하는 최솟값은 12이다.

143 답 ②

$$\begin{aligned} a + \frac{1}{a-1} &= a-1 + \frac{1}{a-1} + 1 \\ &\geq 2\sqrt{(a-1) \cdot \frac{1}{a-1}} + 1 \end{aligned}$$

$$=3 \left(\text{단, 등호는 } a-1=\frac{1}{a-1} \text{ 일 때 성립} \right)$$

따라서 $a+\frac{1}{a-1}$ 의 최솟값은 $m=3$ 이고, 그때의 a 의 값은 $n=2$ 이다.

$$\therefore m+n=3+2=5$$

144 답 ②

x, y 가 실수이므로

$$(2^2+1^2)(x^2+y^2) \geq (2x+y)^2$$

$$x^2+y^2=a \text{ 이므로 } 5a \geq (2x+y)^2$$

$$\therefore -\sqrt{5a} \leq 2x+y \leq \sqrt{5a} \quad (\text{단, 등호는 } 2y=x \text{ 일 때 성립})$$

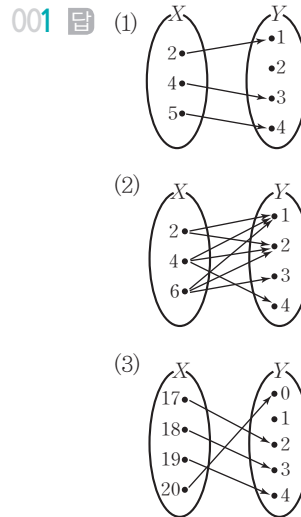
따라서 $2x+y$ 의 최댓값은 $\sqrt{5a}$ 이므로

$$\sqrt{5a}=5 \quad \therefore a=5$$

II 함수

1 함수

64쪽~74쪽



002 답 (1) × (2) ○ (3) ○ (4) × (5) ○ (6) ×

- (1) 집합 X 의 원소 2에 대응하는 집합 Y 의 원소가 없으므로 함수가 아니다.
- (4) 집합 X 의 원소 0에 대응하는 집합 Y 의 원소가 2개이므로 함수가 아니다.
- (6) 집합 X 의 원소 2에 대응하는 집합 Y 의 원소가 2개이고, 집합 X 의 원소 3에 대응하는 집합 Y 의 원소는 없으므로 함수가 아니다.

003 답 (1) 함수이다., 정의역 : $\{1, 2, 3\}$, 공역 : $\{1, 2\}$,

치역 : $\{1, 2\}$

(2) 함수가 아니다. (3) 함수가 아니다.

(4) 함수이다., 정의역 : $\{1, 2, 3\}$, 공역 : $\{a, b, c, d\}$,

치역 : $\{b, d\}$

004 답 (1) 정의역 : $\{x|x \text{는 모든 실수}\}$,

치역 : $\{y|y \text{는 모든 실수}\}$

(2) 정의역 : $\{x|x \text{는 모든 실수}\}$, 치역 : $\{y|y \geq 0\}$

(3) 정의역 : $\{x|x \neq 0 \text{인 실수}\}$, 치역 : $\{y|y \neq 0 \text{인 실수}\}$

(4) 정의역 : $\{x|x \text{는 모든 실수}\}$, 치역 : $\{y|y \text{는 모든 실수}\}$

(1) $y=x+2$ 는 모든 실수에서 정의되므로

정의역은 $\{x|x \text{는 모든 실수}\}$, 치역은 $\{y|y \text{는 모든 실수}\}$

(2) $y=x^2$ 은 모든 실수에서 정의되고, $x^2 \geq 0$ 이므로

정의역은 $\{x|x \text{는 모든 실수}\}$, 치역은 $\{y|y \geq 0\}$

- (3) $y = \frac{2}{x}$ 는 $x \neq 0$ 인 실수에서 정의되고, $\frac{2}{x} \neq 0$ 이므로
 정의역은 $\{x | x \neq 0 \text{인 실수}\}$, 치역은 $\{y | y \neq 0 \text{인 실수}\}$
 (4) $y = 5x$ 는 모든 실수에서 정의되므로
 정의역은 $\{x | x \text{는 모든 실수}\}$, 치역은 $\{y | y \text{는 모든 실수}\}$

- 005 답 (1) 1 (2) $-3\sqrt{3}$ (3) $-3+3\sqrt{2}$ (4) $6+3\sqrt{3}$
 (1) 4는 유리수이므로 $f(4) = 4 - 3 = 1$
 (2) $\sqrt{3}$ 은 무리수이므로 $f(\sqrt{3}) = -3\sqrt{3}$
 (3) $1 - \sqrt{2}$ 가 무리수이므로 $f(1 - \sqrt{2}) = -3(1 - \sqrt{2}) = -3 + 3\sqrt{2}$
 (4) $-2 - \sqrt{3}$ 이 무리수이므로
 $f(-2 - \sqrt{3}) = -3(-2 - \sqrt{3}) = 6 + 3\sqrt{3}$

- 006 답 (1) 4 (2) 7 (3) 9
 (1) $f(3) = 3 + 1 = 4$
 (2) $f(22) = f(22 - 2) = f(20)$
 $= f(20 - 2) = f(18)$
 $= f(18 - 2) = f(16)$
 $= \dots = f(6) = 6 + 1 = 7$
 (3) $f(2) = 2 + 1 = 3$
 $f(19) = f(17) = f(15) = \dots = f(5) = 5 + 1 = 6$
 $\therefore f(2) + f(19) = 3 + 6 = 9$

- 007 답 (1) $f(x) = 4x + 9$ (2) $f(x) = x^2 - 4x + 3$
 (3) $f(x) = 3x - 2$ (4) $f(x) = 9x^2 - 3x$
 (1) $f(x - 2) = 4x + 1$ 에서 $x - 2 = t$ 로 놓으면 $x = t + 2$
 따라서 $f(t) = 4(t + 2) + 1 = 4t + 9$
 $\therefore f(x) = 4x + 9$
 (2) $f(x + 2) = x^2 - 1$ 에서 $x + 2 = t$ 로 놓으면 $x = t - 2$
 따라서 $f(t) = (t - 2)^2 - 1 = t^2 - 4t + 3$
 $\therefore f(x) = x^2 - 4x + 3$
 (3) $f\left(\frac{x+1}{3}\right) = x - 1$ 에서 $\frac{x+1}{3} = t$ 로 놓으면 $x = 3t - 1$
 따라서 $f(t) = (3t - 1) - 1 = 3t - 2$
 $\therefore f(x) = 3x - 2$
 (4) $f\left(\frac{-x+1}{3}\right) = x^2 - x$ 에서 $\frac{-x+1}{3} = t$ 로 놓으면 $x = -3t + 1$
 따라서 $f(t) = (-3t + 1)^2 - (-3t + 1) = 9t^2 - 3t$
 $\therefore f(x) = 9x^2 - 3x$

- 008 답 (1) -1 (2) -2 (3) 45 (4) 4
 (1) $x + 3 = 3$ 에서 $x = 0$
 $f(x + 3) = 4x - 1$ 에 $x = 0$ 을 대입하면
 $f(3) = 4 \cdot 0 - 1 = -1$

- (2) $x + 2 = 3$ 에서 $x = 1$
 $f(x + 2) = x^2 - 3$ 에 $x = 1$ 을 대입하면
 $f(3) = 1^2 - 3 = -2$
 (3) $\frac{x-2}{3} = 3$ 에서 $x = 11$
 $f\left(\frac{x-2}{3}\right) = 4x + 1$ 에 $x = 11$ 을 대입하면
 $f(3) = 4 \cdot 11 + 1 = 45$
 (4) $\frac{x+3}{2} = 3$ 에서 $x = 3$
 $f\left(\frac{x+3}{2}\right) = x^2 - 5$ 에 $x = 3$ 을 대입하면
 $f(3) = 3^2 - 5 = 4$

- 009 답 (1) 1 (2) 9 (3) 81
 (1) $f(x + y) = f(x)f(y)$ 에 $x = 1, y = 0$ 을 대입하면
 $f(1) = f(1)f(0)$ 에서 $3 = 3f(0)$
 $\therefore f(0) = 1$
 (2) $f(x + y) = f(x)f(y)$ 에 $x = 1, y = 1$ 을 대입하면
 $f(2) = f(1)f(1) = 3^2 = 9$
 (3) $f(x + y) = f(x)f(y)$ 에 $x = 2, y = 2$ 를 대입하면
 $f(4) = f(2)f(2) = 9^2 = 81$

- 010 답 (1) 0 (2) 3 (3) 30
 (1) $f(x + y) = f(x) + f(y)$ 에 $x = 0, y = 0$ 을 대입하면
 $f(0) = f(0) + f(0) \quad \therefore f(0) = 0$
 (2) $f(x + y) = f(x) + f(y)$ 에 $x = 1, y = 1$ 을 대입하면
 $f(1 + 1) = f(1) + f(1), f(2) = 2f(1)$
 $6 = 2f(1) \quad \therefore f(1) = 3$
 (3) $f(x + y) = f(x) + f(y)$ 에 $x = 2, y = 2$ 를 대입하면
 $f(4) = f(2) + f(2) = 6 + 6 = 12$
 $x = 4, y = 4$ 를 대입하면
 $f(8) = f(4) + f(4) = 12 + 12 = 24$
 $\therefore f(10) = f(8 + 2) = f(8) + f(2) = 24 + 6 = 30$

- 011 답 (1) 서로 같은 함수가 아니다.
 (2) 서로 같은 함수가 아니다.
 (3) 서로 같은 함수이다.
 (4) 서로 같은 함수이다.
 (5) 서로 같은 함수이다.
 (1) $f(x) = x, g(x) = x^2$ 에서 $f(-1) = -1, g(-1) = 1$
 즉, $f(-1) \neq g(-1)$ 이므로 서로 같은 함수가 아니다.
 (2) $f(x) = x - 1, g(x) = x + 1$ 에서 $f(-1) = -2, g(-1) = 0$
 즉, $f(-1) \neq g(-1)$ 이므로 서로 같은 함수가 아니다.

(3) $f(x)=|x|$, $g(x)=x^2$ 에서

$$f(-1)=g(-1)=1, f(0)=g(0)=0, f(1)=g(1)=1$$

이므로 서로 같은 함수이다.

(4) $f(x)=|-x|$, $g(x)=\sqrt{x^2}$ 에서

$$f(-1)=g(-1)=1, f(0)=g(0)=0, f(1)=g(1)=1$$

이므로 서로 같은 함수이다.

(5) $f(x)=x-2$, $g(x)=\frac{x^2-4}{x+2}$ 에서

$$f(-1)=g(-1)=-3, f(0)=g(0)=-2, f(1)=g(1)=-1$$

이므로 서로 같은 함수이다.

012 답 (1) $a=3, b=0$ (2) $a=1, b=2$ (3) $a=1, b=1$

(1) $f=g$ 가 성립하기 위해서는

$$f(-2)=g(-2)에서$$

$$f(-2)=-2+a, g(-2)=-4-2b+5$$

$$\therefore a+2b=3 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$f(1)=g(1)에서 f(1)=1+a, g(1)=-1+b+5$$

$$\therefore a-b=3 \quad \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $a=3, b=0$

(2) $f=g$ 가 성립하기 위해서는

$$f(-1)=g(-1)에서 f(-1)=-a+b, g(-1)=-1+2a$$

$$\therefore 3a-b=1 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$f(1)=g(1)에서 f(1)=a+b, g(1)=1+2a$$

$$\therefore a-b=-1 \quad \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 을 연립하여 풀면 $a=1, b=2$

(3) $f=g$ 가 성립하기 위해서는

$$f(-1)=g(-1)에서 f(-1)=-a+b, g(-1)=-1+a$$

$$\therefore -2a+b=-1$$

$$f(0)=g(0)에서 f(0)=b, g(0)=a \quad \therefore b=a \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$f(1)=g(1)에서 f(1)=a+b, g(1)=1+a$$

$$\therefore b=1 \quad \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{2}$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $a=1$

013 답 풀이 참고

(1) 함수의 그래프가 아니다.

이유 : 정의역의 원소 3에 대응하는 공역의 원소가 없으므로
함수의 그래프가 아니다.

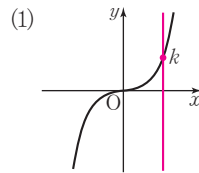
(2) 함수의 그래프이다.

이유 : 정의역의 각 원소에 공역의 원소가 오직 하나씩만 대
응하므로 함수의 그래프이다.

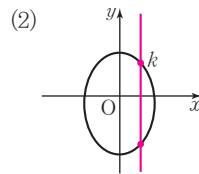
(3) 함수의 그래프가 아니다.

이유 : 정의역의 원소 3에 대응하는 공역의 원소가 두 개이
므로 함수의 그래프가 아니다.

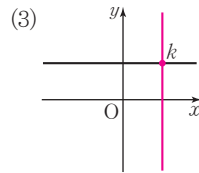
014 답 (1) ○ (2) × (3) ○ (4) × (5) ○



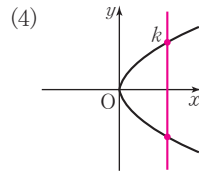
그래프 위에 y 축과 평행한 직선을
그었을 때 교점이 1개이다.



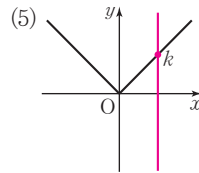
그래프 위에 y 축과 평행한 직선을
그었을 때 교점이 2개이다.



그래프 위에 y 축과 평행한 직선을
그었을 때 교점이 1개이다.



그래프 위에 y 축과 평행한 직선을
그었을 때 교점이 2개이다.



그래프 위에 y 축과 평행한 직선을
그었을 때 교점이 1개이다.

015 답 (1) 일대일대응이다.

(2) 일대일대응이 아니다.

(3) 일대일대응이 아니다.

(4) 일대일대응이다.

(1) 함수 $f(x)=2x+1$ 은 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여

$$f(x_1)=f(x_2)$$

즉, $2x_1+1=2x_2+1$ 이면 $x_1=x_2$ 이다.

또, 치역과 공역이 모두 실수 전체의 집합이다.

따라서 이 함수는 일대일대응이다.

(2) 함수 $f(x)=-3$ 은 $x_1=0, x_2=1$ 일 때,

$$f(x_1)=f(0)=-3, f(x_2)=f(1)=-3$$

즉, $x_1 \neq x_2$ 이지만 $f(x_1)=f(x_2)$ 인 두 실수 x_1, x_2 가
존재한다.

따라서 이 함수는 일대일대응이 아니다.

(3) 함수 $f(x)=-x^2-2$ 는 $x_1=-1, x_2=1$ 일 때,

$$f(x_1)=f(-1)=-3, f(x_2)=f(1)=-3$$

즉, $x_1 \neq x_2$ 이지만 $f(x_1)=f(x_2)$ 인 두 실수 x_1, x_2 가
존재한다.

따라서 이 함수는 일대일대응이 아니다.

(4) 함수 $f(x)=x^3+1$ 은 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여

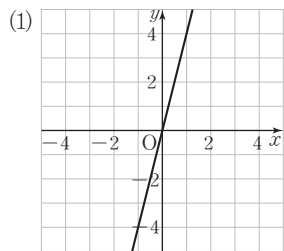
$$f(x_1)=f(x_2)$$

즉, $x_1^3+1=x_2^3+1$ 이면 $x_1=x_2$ 이다.

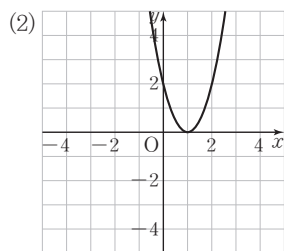
또, 치역과 공역이 모두 실수 전체의 집합이다.

따라서 이 함수는 일대일대응이다.

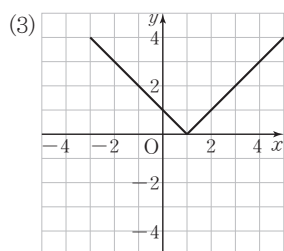
016 답 (1) 풀이 참고, ○ (2) 풀이 참고, × (3) 풀이 참고, ×



x 축에 평행한 직선을 그으면 항상 한 점에서 만나므로 일대일대응이다.



x 축에 평행한 직선 $y=2$ 를 그으면 교점이 2개이므로 일대일대응이 아니다.



x 축에 평행한 직선 $y=1$ 을 그으면 교점이 2개이므로 일대일대응이 아니다.

017 답 (1) $a < 0$ (2) $a < 1$ (3) $a < 1$ (4) $a > -3$

(1) 함수 $f(x)$ 가 일대일대응이 되려면 $x \geq 0$ 에서 x 의 값이 증가할 때 $f(x)$ 의 값이 감소하므로 $x < 0$ 에서도 x 의 값이 증가할 때 $f(x)$ 의 값이 감소하여야 한다.

$$\therefore a < 0$$

(2) 함수 $f(x)$ 가 일대일대응이 되려면 $x \geq 0$ 에서 x 의 값이 증가할 때 $f(x)$ 의 값이 증가하므로 $x < 0$ 에서도 x 의 값이 증가할 때 $f(x)$ 의 값이 증가하여야 한다.

$$1-a > 0 \quad \therefore a < 1$$

(3) 함수 $f(x)$ 가 일대일대응이 되려면 $x < 2$ 에서 x 의 값이 증가할 때 $f(x)$ 의 값이 감소하므로 $x \geq 2$ 에서도 x 의 값이 증가할 때 $f(x)$ 의 값이 감소하여야 한다.

$$a-1 < 0 \quad \therefore a < 1$$

(4) 함수 $f(x)$ 가 일대일대응이 되려면 $x \geq -1$ 에서 x 의 값이 증가할 때 $f(x)$ 의 값이 증가하므로 $x < -1$ 에서도 x 의 값이 증가할 때 $f(x)$ 의 값이 증가하여야 한다.

$$a+3 > 0 \quad \therefore a > -3$$

018 답 (1) -14 (2) 7 (3) -5

$$(1) f(x)=x^2-2x+k=(x-1)^2+k-1 \text{이므로}$$

$x \geq 5$ 일 때, x 의 값이 증가하면 $f(x)$ 의 값도 증가한다.

따라서 함수 $f(x)$ 가 일대일대응이 되려면

$$f(5)=1 \text{이어야 하므로 } 5^2-2 \cdot 5+k=1$$

$$\therefore k=-14$$

$$(2) f(x)=x^2-4x+k=(x-2)^2+k-4 \text{이므로}$$

$x \geq 3$ 일 때, x 의 값이 증가하면 $f(x)$ 의 값도 증가한다.

따라서 함수 $f(x)$ 가 일대일대응이 되려면

$$f(3)=4 \text{이어야 하므로 } 3^2-4 \cdot 3+k=4$$

$$\therefore k=7$$

$$(3) f(x)=x^2+2x+k=(x+1)^2+k-1 \text{이므로}$$

$x \geq 2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 $f(x)$ 의 값도 증가한다.

따라서 함수 $f(x)$ 가 일대일대응이 되려면

$$f(2)=3 \text{이어야 하므로 } 2^2+2 \cdot 2+k=3$$

$$\therefore k=-5$$

019 답 (1) $a=\frac{7}{3}, b=\frac{1}{3}$ (2) $a=-\frac{7}{3}, b=\frac{8}{3}$

(1) $a > 0$ 이므로 함수 $f(x)$ 는 증가함수이고,

이 함수가 일대일대응이 되려면

$$f(-1)=-2 \text{에서 } -a+b=-2 \quad \cdots \text{㉠}$$

$$f(2)=5 \text{에서 } 2a+b=5 \quad \cdots \text{㉡}$$

$$\text{㉠, ㉡을 연립하여 풀면 } a=\frac{7}{3}, b=\frac{1}{3}$$

(2) $a < 0$ 이므로 함수 $f(x)$ 는 감소함수이고,

이 함수가 일대일대응이 되려면

$$f(-1)=5 \text{에서 } -a+b=5 \quad \cdots \text{㉢}$$

$$f(2)=-2 \text{에서 } 2a+b=-2 \quad \cdots \text{㉣}$$

$$\text{㉢, ㉣을 연립하여 풀면 } a=-\frac{7}{3}, b=\frac{8}{3}$$

020 답 (1) $a=2, b=3$ (2) $a=-2, b=1$

(1) $a > 0$ 이므로 함수 $f(x)$ 는 증가함수이고,

이 함수가 일대일대응이 되려면

$$f(-2)=-1 \text{에서 } -2a+b=-1 \quad \cdots \text{㉤}$$

$$f(1)=5 \text{에서 } a+b=5 \quad \cdots \text{㉥}$$

$$\text{㉤, ㉥을 연립하여 풀면 } a=2, b=3$$

(2) $a < 0$ 이므로 함수 $f(x)$ 는 감소함수이고,

이 함수가 일대일대응이 되려면

$$f(-2)=5 \text{에서 } -2a+b=5 \quad \cdots \text{㉦}$$

$$f(1)=-1 \text{에서 } a+b=-1 \quad \cdots \text{㉧}$$

$$\text{㉦, ㉧을 연립하여 풀면 } a=-2, b=1$$



021 답 (1) 항등 (2) 상수 (3) 항등

(1) $f(-1)=-1, f(1)=1$ 이므로 항등함수이다.

(2) $f(-1)=1, f(1)=1$ 이므로 상수함수이다.

(3) $f(-1)=-1, f(1)=1$ 이므로 항등함수이다.

022 답 (1) 3 (2) 7

(1) $g(x)$ 는 항등함수이므로 $g(2)=2$

$f(x)$ 는 상수함수이고 $f(0)=g(2)$ 이므로 $f(x)=2$

$h(x)$ 는 일대일대응이고, $h(1)=2$ 이므로

$2h(2)=h(0)+h(1)$ 을 만족하려면 $h(0)=0, h(2)=1$

$\therefore f(2)+g(1)+h(0)=2+1+0=3$

(2) $g(x)$ 는 항등함수이므로 $g(2)=2$

$f(x)$ 는 상수함수이고, $f(1)=g(2)$ 이므로 $f(x)=2$

$h(x)$ 는 일대일대응이고, $h(3)=2$ 이므로

$h(1)-h(2)=h(3)$ 을 만족하려면 $h(1)=3, h(2)=1$

$\therefore f(3)+g(2)+h(1)=2+2+3=7$

023 답 (1) 64개 (2) 24개

(1) 주어진 함수를 $f: X \rightarrow Y$ 라고 하면

$f(1)$ 의 값이 될 수 있는 것은 a, b, c, d 의 4개

$f(2)$ 의 값이 될 수 있는 것은 a, b, c, d 의 4개

$f(3)$ 의 값이 될 수 있는 것은 a, b, c, d 의 4개

함수의 개수는 $4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^3 = 64$ (개)

(2) 주어진 함수를 $f: X \rightarrow Y$ 라고 하면

$f(1)$ 의 값이 될 수 있는 것은 a, b, c, d 의 4개

$f(2)$ 의 값이 될 수 있는 것은 $f(1)$ 의 값을 제외한 3개

$f(3)$ 의 값이 될 수 있는 것은 $f(1), f(2)$ 의 값을 제외한

2개이므로

일대일함수의 개수는 $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ (개)

024 답 (1) 27개 (2) 6개 (3) 6개

(1) 주어진 함수를 $f: X \rightarrow Y$ 라고 하면

$f(a)$ 의 값이 될 수 있는 것은 1, 2, 3의 3개

$f(b)$ 의 값이 될 수 있는 것은 1, 2, 3의 3개

$f(c)$ 의 값이 될 수 있는 것은 1, 2, 3의 3개

함수의 개수는 $3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^3 = 27$ (개)

(2) 주어진 함수를 $f: X \rightarrow Y$ 라고 하면

$f(a)$ 의 값이 될 수 있는 것은 1, 2, 3의 3개

$f(b)$ 의 값이 될 수 있는 것은 $f(a)$ 의 값을 제외한 2개

$f(c)$ 의 값이 될 수 있는 것은 $f(a), f(b)$ 의 값을 제외한

1개이므로

일대일함수의 개수는 $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ (개)

(3) 주어진 함수를 $f: X \rightarrow Y$ 라고 하면

$f(a)$ 의 값이 될 수 있는 것은 1, 2, 3의 3개

$f(b)$ 의 값이 될 수 있는 것은 $f(a)$ 의 값을 제외한 2개

$f(c)$ 의 값이 될 수 있는 것은 $f(a), f(b)$ 의 값을 제외한

1개이므로

일대일대응의 개수는 $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ (개)

025 답 (ㄷ), (ㄹ), (ㅁ)

(ㄱ), (ㄴ) 집합 X 의 원소 -1 에 대응하는 집합 Y 의 원소가 없

으므로 함수가 아니다.

(ㄷ), (ㄹ), (ㅁ) 집합 X 의 각 원소에 집합 Y 의 원소가 오직 하

나씩 대응하므로 함수이다.

(ㅂ) 집합 X 의 원소 1에 대응하는 집합 Y 의 원소가 2개이므로

함수가 아니다.

따라서 X 에서 Y 로의 함수인 것은 (ㄷ), (ㄹ), (ㅁ)이다.

026 답 9

1의 양의 약수는 1의 1개이므로 $f(1)=1$

$2^2=4$ 의 양의 약수는 1, 2, 4의 3개이므로 $f(2)=3$

$3^2=9$ 의 양의 약수는 1, 3, 9의 3개이므로 $f(3)=3$

$4^2=16$ 의 양의 약수는 1, 2, 4, 8, 16의 5개이므로 $f(4)=5$

$5^2=25$ 의 양의 약수는 1, 5, 25의 3개이므로 $f(5)=3$

따라서 함수 f 의 치역은 $\{1, 3, 5\}$ 이므로

치역의 모든 원소의 합은 $1+3+5=9$

027 답 $-\frac{9}{4}$

함수 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ 의 기울기가 음수이므로

이 함수의 최댓값은 $x = -5$ 일 때이다.

$$y = -\frac{1}{2} \cdot (-5) + 2 = \frac{9}{2}$$

또, 이 함수의 최솟값은 $x = 5$ 일 때이므로

$$y = -\frac{1}{2} \cdot 5 + 2 = -\frac{1}{2}$$

따라서 이 함수의 치역은 $Y = \left\{ y \mid -\frac{1}{2} \leq y \leq \frac{9}{2} \right\}$ 이므로

$$a = -\frac{1}{2}, b = \frac{9}{2}$$

$$\therefore ab = -\frac{9}{4}$$

028 답 ②

$f(x) = x + a, g(x) = x^2 - bx + 1$ 에서

$f(-1) = g(-1)$ 이므로 $-1 + a = 1 + b + 1$

$$\therefore a - b = 3 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$f(1)=g(1)\text{이므로 } 1+a=1-b+1$$

$$\therefore a+b=1 \quad \cdots \textcircled{A}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2, b=-1$

$$\therefore ab=-2$$

029 답 ③

①, ②, ④, ⑤는 y 축에 평행한 직선을 그었을 때, 오직 한 점에
서만 만나므로 함수의 그래프이다.

③은 y 축에 평행한 직선을 그었을 때, 2개의 점에서 만나는 경
우가 있으므로 함수의 그래프가 아니다.

030 답 ③

주어진 두 조건을 모두 만족하는 함수 f 는 일대일대응이다.

③ $-2 \neq 2$ 이지만 $f(-2)=f(2)=-2$ 이므로 일대일대응이 아
니다.

031 답 ②

함수 $f(x)=-2x+b$ 는 감소함수이고,

이 함수가 일대일대응이 되려면

$$f(-1)=7\text{에서 } 2+b=7 \quad \cdots \textcircled{A}$$

$$f(a)=-1\text{에서 } -2a+b=-1 \quad \cdots \textcircled{B}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=3, b=5$

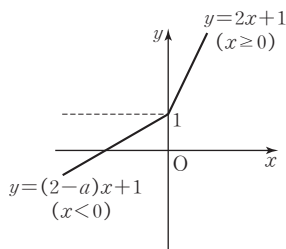
$$\therefore a-b=-2$$

032 답 $a < 2$

함수 $f(x)$ 가 일대일대응이려
면 오른쪽 그림과 같이 각 구
간의 직선의 기울기의 부호가
같아야 한다.

즉, $x < 0$ 일 때의 직선의 기
울기가 양수이어야 하므로

$$2-a > 0 \quad \therefore a < 2$$



033 답 ②

함수 f 는 항등함수이므로 $f(5)=5$

$$\therefore f(5)=g(5)=5$$

한편, 함수 g 는 상수함수이므로 $g(5)=g(7)=5$

$$\therefore f(7)+g(7)=7+5=12$$

034 답 10

(i) 항등함수의 개수는 $f(x)=x$ 로 1개이므로 $a=1$

(ii) $f(x)=k$ (k 는 상수)에서 k 가 될 수 있는 수는

1, 2, 3 중 하나이므로 상수함수의 개수는 3

$$\therefore b=3$$

(iii) $f(1)$ 의 값이 될 수 있는 것은 1, 2, 3의 3개

$f(2)$ 의 값이 될 수 있는 것은 $f(1)$ 의 값을 제외한 2개

$f(3)$ 의 값이 될 수 있는 것은 $f(1), f(2)$ 의 값을 제외한

1개이므로

$$\text{일대일대응의 개수는 } 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6 \quad \therefore c=6$$

$$\therefore a+b+c=1+3+6=10$$

035 답 ④

$$f(a)=1, f(d)=2\text{이므로}$$

정의역의 나머지 두 원소 b, c 에 대하여

(i) b 에 대응할 수 있는 집합 Y 의 원소는 4개

(ii) c 에 대응할 수 있는 집합 Y 의 원소는 4개

(i), (ii)에 의해 함수 f 의 개수는 $4 \cdot 4 = 16$ (개)

2 합성함수와 역함수

77쪽~90쪽

036 답 (1) ① 7 ② 8 ③ 6 (2) ① 8 ② 7 ③ 6 ④ 5

$$(1) \textcircled{1} (g \circ f)(1)=g(f(1))=g(a)=7$$

$$\textcircled{2} (g \circ f)(2)=g(f(2))=g(c)=8$$

$$\textcircled{3} (g \circ f)(3)=g(f(3))=g(b)=6$$

$$(2) \textcircled{1} (g \circ f)(1)=g(f(1))=g(b)=8$$

$$\textcircled{2} (g \circ f)(2)=g(f(2))=g(c)=7$$

$$\textcircled{3} (g \circ f)(3)=g(f(3))=g(a)=6$$

$$\textcircled{4} (g \circ f)(4)=g(f(4))=g(d)=5$$

037 답 (1) $2x^2+1$ (2) $-6x-1$ (3) $3x+5$

$$(4) 4x^2-14x+10 \quad (5) 6x^2+5 \quad (6) x^2-10x+23$$

$$(1) (g \circ f)(x)=g(f(x))=g(x^2)=2x^2+1$$

$$(2) (g \circ f)(x)=g(f(x))=g(3x+2)$$

$$=-2(3x+2)+3=-6x-1$$

$$(3) (g \circ f)(x)=g(f(x))=g(x+1)=3(x+1)+2=3x+5$$

$$(4) (g \circ f)(x)=g(f(x))=g(-2x+2)$$

$$=(-2x+2)^2+3(-2x+2)=4x^2-14x+10$$

$$(5) (g \circ f)(x)=g(f(x))=g(3x^2+1)$$

$$=2(3x^2+1)+3=6x^2+5$$

$$(6) (g \circ f)(x)=g(f(x))=g(-x+5)$$

$$=(-x+5)^2-2=x^2-10x+23$$



038 (1) -3 (2) -5 (3) -9 (4) -4

(5) -3 (6) 0 (7) -3

(1) $f(-1) = -1 - 1 = -2$ 이므로

$$(f \circ f)(-1) = f(f(-1)) = f(-2) = -2 - 1 = -3$$

(2) $g\left(-\frac{1}{2}\right) = 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) - 3 = -4$ 이므로

$$(f \circ g)\left(-\frac{1}{2}\right) = f\left(g\left(-\frac{1}{2}\right)\right) = f(-4) = -4 - 1 = -5$$

(3) $f(-2) = -2 - 1 = -3$ 이므로

$$(g \circ f)(-2) = g(f(-2)) = g(-3) = 2 \cdot (-3) - 3 = -9$$

(4) $h(2) = -2^2 + 1 = -3$ 이므로

$$(f \circ h)(2) = f(h(2)) = f(-3) = -3 - 1 = -4$$

(5) $h(-1) = -(-1)^2 + 1 = 0$ 이므로

$$(g \circ h)(-1) = g(h(-1)) = g(0) = 2 \cdot 0 - 3 = -3$$

(6) $f(2) = 2 - 1 = 1$ 이므로

$$(h \circ f)(2) = h(f(2)) = h(1) = -1^2 + 1 = 0$$

(7) $g\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \cdot \frac{1}{2} - 3 = -2$ 이므로

$$(h \circ g)\left(\frac{1}{2}\right) = h\left(g\left(\frac{1}{2}\right)\right) = h(-2) = -(-2)^2 + 1 = -3$$

039 (1) 3 (2) 4

(1) $(f \circ f)(5) = f(f(5)) = f(6) = 3$

(2) $(f \circ f \circ f)(12) = f(f(f(12))) = f(f(6)) = f(3) = 4$

040 (1) 14 (2) 1

(1) $g(-1) = 4$ 이므로

$$(f \circ g)(-1) = f(g(-1)) = f(4) = 4^2 - 2 = 14$$

(2) $f(2) = 2^2 - 2 = 2$ 이므로

$$(g \circ f)(2) = g(f(2)) = g(2) = -2 + 3 = 1$$

041 (1) $2x+1$ (2) $2x+2$ (3) $f \circ g \neq g \circ f$

(1) $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(2x) = 2x+1$

(2) $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(x+1) = 2(x+1) = 2x+2$

(3) (1), (2)에서 $f \circ g \neq g \circ f$ 이다.

042 (1) $4x^2-8x+4$ (2) $4x^2-8x+4$

(3) $(h \circ g) \circ f = h \circ (g \circ f)$

(1) $(h \circ g)(x) = h(g(x)) = h(-2x) = (-2x)^2 = 4x^2$

$$\therefore ((h \circ g) \circ f)(x) = (h \circ g)(f(x))$$

$$= (h \circ g)(x-1)$$

$$= 4(x-1)^2 = 4x^2 - 8x + 4$$

(2) $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(x-1) = -2(x-1) = -2x+2$

$$\therefore (h \circ (g \circ f))(x) = h((g \circ f)(x))$$

$$= h(-2x+2)$$

$$= (-2x+2)^2 = 4x^2 - 8x + 4$$

(3) (1), (2)에서 $(h \circ g) \circ f = h \circ (g \circ f)$ 이다.

043 (1) 2 (2) $\frac{1}{2}$ (3) 0 (4) $-\frac{1}{2}$

(1) $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(-x-k)$

$$= 2(-x-k) + 1 = -2x - 2k + 1$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(2x+1)$$

$$= -(2x+1) - k = -2x - 1 - k$$

$$f \circ g = g \circ f \text{ 이므로 } -2k + 1 = -1 - k \quad \therefore k = 2$$

(2) $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(2x+k)$

$$= -(2x+k) - 1 = -2x - k - 1$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(-x-1)$$

$$= 2(-x-1) + k = -2x - 2 + k$$

$$f \circ g = g \circ f \text{ 이므로 } -k - 1 = -2 + k \quad \therefore k = \frac{1}{2}$$

(3) $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(2x+3) = 2x+3+k$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(x+k)$$

$$= 2(x+k) + 3 = 2x + 2k + 3$$

$$f \circ g = g \circ f \text{ 이므로 } 3 + k = 2k + 3 \quad \therefore k = 0$$

(4) $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(-x+4)$

$$= k(-x+4) + 3 = -kx + 4k + 3$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(kx+3)$$

$$= -(kx+3) + 4 = -kx + 1$$

$$f \circ g = g \circ f \text{ 이므로 } -kx + 4k + 3 = -kx + 1$$

$$\therefore k = -\frac{1}{2}$$

044 (1) $h(x) = 2x+3$ (2) $h(x) = 2x-10$

(3) $h(x) = \frac{3}{2}x + \frac{3}{2}$ (4) $h(x) = 3x-1$

(5) $h(x) = 2x-4$

(1) $f(h(x)) = g(x)$ 이므로 $h(x) - 2 = 2x + 1$

$$\therefore h(x) = 2x + 3$$

(2) $f(h(x)) = g(x)$ 이므로 $\frac{1}{2}h(x) + 3 = x - 2$

$$\therefore h(x) = 2x - 10$$

(3) $f(h(x)) = g(x)$ 이므로 $2h(x) - 1 = 3x + 2$

$$\therefore h(x) = \frac{3}{2}x + \frac{3}{2}$$

(4) $f(h(x)) = g(x)$ 이므로 $h(x) + 2 = 3x + 1$

$$\therefore h(x) = 3x - 1$$

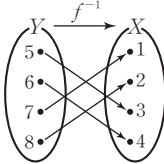
(5) $f(h(x)) = g(x)$ 이므로 $2h(x) + 3 = 4x - 5$

$$\therefore h(x) = 2x - 4$$

- 045 답 (1) $h(x)=2x+5$ (2) $h(x)=2x-8$
 (3) $h(x)=\frac{3}{2}x+\frac{5}{2}$ (4) $h(x)=3x-5$
 (5) $h(x)=2x-11$
- (1) $h(f(x))=g(x)$ 이므로 $h(x-2)=2x+1$
 $x-2=t$ 로 놓으면 $x=t+2$
 $h(t)=2(t+2)+1=2t+5$
 $\therefore h(x)=2x+5$
- (2) $h(f(x))=g(x)$ 이므로 $h(\frac{1}{2}x+3)=x-2$
 $\frac{1}{2}x+3=t$ 로 놓으면 $x=2t-6$
 $h(t)=(2t-6)-2=2t-8$
 $\therefore h(x)=2x-8$
- (3) $h(f(x))=g(x)$ 이므로 $h(2x-1)=3x+1$
 $2x-1=t$ 로 놓으면 $x=\frac{t+1}{2}$
 $h(t)=3 \cdot \frac{t+1}{2} + 1 = \frac{3}{2}t + \frac{5}{2}$
 $\therefore h(x)=\frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$
- (4) $h(f(x))=g(x)$ 이므로 $h(x+2)=3x+1$
 $x+2=t$ 로 놓으면 $x=t-2$
 $h(t)=3(t-2)+1=3t-5$
 $\therefore h(x)=3x-5$
- (5) $h(f(x))=g(x)$ 이므로 $h(2x+3)=4x-5$
 $2x+3=t$ 로 놓으면 $x=\frac{t-3}{2}$
 $h(t)=4 \cdot \frac{t-3}{2} - 5 = 2t - 11$
 $\therefore h(x)=2x-11$

- 046 답 (1) ① $f^2(1)=2, f^3(1)=1$ ② 1 ③ 2
 (2) ① $f^2(2)=3, f^4(2)=2$ ② 2 ③ 4
- (1) ① $f^2(1)=f(f(1))=f(3)=2, f^3(1)=f(f^2(1))=f(2)=1$
 ② $f^1(1)=3, f^2(1)=2, f^3(1)=1,$
 $f^4(1)=3, f^5(1)=2, f^6(1)=1, \dots$ 이므로 $f^{3n}(1)=1$
 ③ $f^{3n+2}(1)=f^2(f^{3n}(1))=f^2(1)=2$
 $\therefore f^{20}(1)=f^{3 \cdot 6 + 2}(1)=2$
- (2) ① $f^2(2)=f(f(2))=f(1)=3$
 $f^4(2)=f(f^3(2))=f^2(f^2(2))=f^2(3)=f(4)=2$
 ② $f^1(2)=1, f^2(2)=3, f^3(2)=4, f^4(2)=2,$
 $f^5(2)=1, f^6(2)=3, f^7(2)=4, f^8(2)=2, \dots$ 이므로
 $f^{4n}(2)=2$
 ③ $f^{4n+3}(2)=f^3(f^{4n}(2))=f^3(2)=4$
 $\therefore f^{31}(2)=f^{4 \cdot 7 + 3}(2)=4$

- 047 답 (1) ① $f^2(x)=x+6$ ② $f^3(x)=x+9$
 ③ $f^n(x)=x+3n$ ④ 65
- (2) ① $f^2(x)=2^2x$ ② $f^3(x)=2^3x$
 ③ $f^n(x)=2^n x$ ④ 2^8
- (1) ① $f^2(x)=f(f(x))=f(x+3)=(x+3)+3=x+6$
 ② $f^3(x)=f(f^2(x))=f(x+6)=(x+6)+3=x+9$
 ③ $f^1(x)=x+3=x+3 \cdot 1,$
 $f^2(x)=x+6=x+3 \cdot 2,$
 $f^3(x)=x+9=x+3 \cdot 3, \dots$ 이므로
 $f^n(x)=x+3n$
 ④ $f^{20}(5)=5+3 \cdot 20=65$
- (2) ① $f^2(x)=f(f(x))=f(2x)=2^2x$
 ② $f^3(x)=f(f^2(x))=f(2^2x)=2^3x$
 ③ $f^1(x)=2x, f^2(x)=2^2x, f^3(x)=2^3x, \dots$ 이므로
 $f^n(x)=2^n x$
 ④ $f^8(1)=2^8 \cdot 1=2^8$

- 048 답 (1) 풀이 참고 (2) 3 (3) 4 (4) 1 (5) 2
- (1)
- 
- (2) $f^{-1}(5)=3$
 (3) $f^{-1}(6)=4$
 (4) $f^{-1}(7)=1$
 (5) $f^{-1}(8)=2$

- 049 답 (1) 1 (2) 2 (3) 1 (4) 3
- (1) $f^{-1}(1)=k$ 이므로 $f(k)=1$
 $4k-3=1, 4k=4 \therefore k=1$
- (2) $f^{-1}(5)=k$ 이므로 $f(k)=5$
 $4k-3=5, 4k=8 \therefore k=2$
- (3) $f^{-1}(k)=1$ 이므로 $f(1)=k$
 $\therefore k=4 \cdot 1 - 3 = 1$
- (4) $f^{-1}(5)=k-1$ 이므로 $f(k-1)=5$
 $4(k-1)-3=5, 4k-7=5 \therefore k=3$

- 050 답 (1) 0 (2) -9
- (1) $g(-2)=f^{-1}(-2), g(8)=f^{-1}(8)$ 이므로
 $f^{-1}(-2)=k$ 로 놓으면 $f(k)=-2$
 $-5k+3=-2, k=1 \therefore g(-2)=1$
 $f^{-1}(8)=l$ 로 놓으면 $f(l)=8$



$$\begin{aligned}
 -5l+3 &= 8, l = -1 \quad \therefore g(8) = -1 \\
 \therefore g(-2) + g(8) &= 1 + (-1) = 0 \\
 (2) g(3) &= f^{-1}(3), g(6) = f^{-1}(6) \text{이므로} \\
 f^{-1}(3) &= k \text{로 놓으면 } f(k) = 3 \\
 \frac{1}{3}k - 1 &= 3, k = 12 \quad \therefore g(3) = 12 \\
 f^{-1}(6) &= l \text{로 놓으면 } f(l) = 6 \\
 \frac{1}{3}l - 1 &= 6, l = 21 \quad \therefore g(6) = 21 \\
 \therefore g(3) - g(6) &= 12 - 21 = -9
 \end{aligned}$$

051 답 (1) 4 (2) -1 (3) $\frac{3}{4}$

$$\begin{aligned}
 (1) f^{-1}(3) &= 2 \text{에서 } f(2) = 3 \text{이므로} \\
 2a - 5 &= 3 \quad \therefore a = 4 \\
 (2) f^{-1}(-6) &= 1 \text{에서 } f(1) = -6 \text{이므로} \\
 a - 5 &= -6 \quad \therefore a = -1 \\
 (3) f^{-1}(-2) &= 4 \text{에서 } f(4) = -2 \text{이므로} \\
 4a - 5 &= -2 \quad \therefore a = \frac{3}{4}
 \end{aligned}$$

052 답 (1) $a = \frac{1}{2}, b = 2$ (2) $a = -1, b = 3$ (3) $a = 5, b = -2$

$$\begin{aligned}
 (1) g(2) &= 0 \text{에서 } f(0) = 2 \text{이므로 } b = 2 \quad \cdots \text{㉠} \\
 g(3) &= 2 \text{에서 } f(2) = 3 \text{이므로 } 2a + b = 3 \quad \cdots \text{㉡} \\
 \text{㉠을 ㉡에 대입하여 풀면 } a &= \frac{1}{2} \\
 (2) g(2) &= 1 \text{에서 } f(1) = 2 \text{이므로 } a + b = 2 \quad \cdots \text{㉢} \\
 g(5) &= -2 \text{에서 } f(-2) = 5 \text{이므로 } -2a + b = 5 \quad \cdots \text{㉣} \\
 \text{㉢, ㉣을 연립하여 풀면 } a &= -1, b = 3 \\
 (3) g(8) &= 2 \text{에서 } f(2) = 8 \text{이므로 } 2a + b = 8 \quad \cdots \text{㉤} \\
 g(-7) &= -1 \text{에서 } f(-1) = -7 \text{이므로 } -a + b = -7 \quad \cdots \text{㉥} \\
 \text{㉤, ㉥을 연립하여 풀면 } a &= 5, b = -2
 \end{aligned}$$

053 답 (1) $\frac{4}{3}$ (2) 34

$$\begin{aligned}
 (1) (f^{-1} \circ g)(4) &= f^{-1}(g(4)) = k \text{로 놓으면} \\
 f(k) &= g(4) \text{이므로} \\
 3k - 2 &= 2 \quad \therefore k = \frac{4}{3} \\
 \text{즉, } (f^{-1} \circ g)(4) &= \frac{4}{3} \\
 (2) g^{-1}(4) &= k \text{로 놓으면 } g(k) = 4 \\
 \frac{1}{4}k + 1 &= 4 \text{이므로 } k = 12 \\
 \therefore (f \circ g^{-1})(4) &= f(g^{-1}(4)) = f(12) = 34
 \end{aligned}$$

054 답 (1) 4 (2) 5 (3) -11

$$\begin{aligned}
 (1) f^{-1}(a) &= k \text{로 놓으면 } f(k) = a \text{이므로} \\
 k + 1 &= a \text{에서 } k = a - 1 \\
 (g \circ f^{-1})(a) &= g(f^{-1}(a)) = g(a - 1) \\
 &= 2(a - 1) - 3 = 2a - 5 \\
 \text{따라서 } 2a - 5 &= 3 \text{이므로 } a = 4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) f^{-1}(a) &= k \text{로 놓으면 } f(k) = a \text{이므로} \\
 k + 1 &= a \text{에서 } k = a - 1 \\
 (g \circ f^{-1})(a) &= g(f^{-1}(a)) = g(a - 1) \\
 &= 2(a - 1) - 3 = 2a - 5 \\
 \text{따라서 } 2a - 5 &= 5 \text{이므로 } a = 5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) g^{-1}(a) &= k \text{로 놓으면 } g(k) = a \text{이므로} \\
 2k - 3 &= a \text{에서 } k = \frac{a+3}{2} \\
 (f \circ g^{-1})(a) &= f(g^{-1}(a)) = f\left(\frac{a+3}{2}\right) \\
 &= \frac{a+3}{2} + 1 = \frac{a+5}{2} \\
 \text{따라서 } \frac{a+5}{2} &= -3 \text{이므로 } a + 5 = -6 \quad \therefore a = -11
 \end{aligned}$$

055 답 (1) $a = 2, b = -1$ (2) $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{5}{2}$

$$\begin{aligned}
 (1) f(g(x)) &= f(2x+2) = a(2x+2) + b \\
 &= 2ax + 2a + b = 4x + 3 \\
 \text{에서 } 2a &= 4, 2a + b = 3 \quad \therefore a = 2, b = -1 \\
 (2) f(x) &= 2x - 1, g(x) = 2x + 2 \text{이므로} \\
 (g^{-1} \circ f)(2) &= g^{-1}(f(2)) = g^{-1}(3) \\
 g^{-1}(3) &= k \text{라 하면 } g(k) = 3 \text{에서} \\
 2k + 2 &= 3 \quad \therefore k = \frac{1}{2} \\
 \text{즉, } (g^{-1} \circ f)(2) &= g^{-1}(3) = \frac{1}{2} \\
 (3) (f^{-1} \circ g)(1) &= f^{-1}(g(1)) = f^{-1}(4) \text{이므로} \\
 f^{-1}(4) &= k \text{라 하면 } f(k) = 4 \text{에서} \\
 2k - 1 &= 4 \quad \therefore k = \frac{5}{2} \\
 \text{즉, } (f^{-1} \circ g)(1) &= f^{-1}(4) = \frac{5}{2}
 \end{aligned}$$

056 답 (1) $a = 2, b = -1$ (2) 3 (3) 3 (4) -1

$$\begin{aligned}
 (1) (g^{-1} \circ f)(x) &= g^{-1}(f(x)) = g^{-1}(ax+b) \text{이므로} \\
 (g^{-1} \circ f)(x) &= 2x - 3 \text{에서 } g^{-1}(ax+b) = 2x - 3 \\
 \text{즉, } g(2x - 3) &= ax + b \text{이고,} \\
 g(2x - 3) &= (2x - 3) + 2 = 2x - 1 \text{이므로} \\
 ax + b &= 2x - 1 \quad \therefore a = 2, b = -1 \\
 (2) f(x) &= 2x - 1 \text{이므로 } f^{-1}(5) = k \text{라 하면} \\
 f(k) &= 5 \text{에서 } 2k - 1 = 5, k = 3 \\
 \therefore f^{-1}(5) &= k = 3
 \end{aligned}$$

(3) $g^{-1}(4)=k$ 로 놓으면 $g(k)=4$ 이므로

$$k+2=4, k=2 \quad \therefore g^{-1}(4)=2$$

$$\text{즉, } (f \circ g^{-1})(4)=f(g^{-1}(4))=f(2)=2 \cdot 2-1=3$$

(4) $(f^{-1} \circ g)(-5)=f^{-1}(g(-5))=f^{-1}(-3)$ 이므로

$$f^{-1}(-3)=k \text{라 하면 } f(k)=-3 \text{에서}$$

$$2k-1=-3 \quad \therefore k=-1$$

$$\text{즉, } (f^{-1} \circ g)(-5)=f^{-1}(-3)=-1$$

057 답 (1) 5 (2) 1 (3) $a < 1$

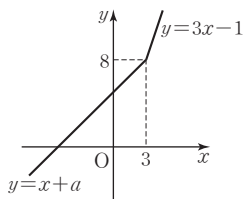
(1) 함수 $f(x)$ 는 일대일대응이어야

하므로 $y=f(x)$ 의 그래프는 오

른쪽 그림과 같아야 한다.

즉, 직선 $y=x+a$ 가 점 $(3, 8)$ 을 지나야 하므로

$$3+a=8 \quad \therefore a=5$$



(2) 함수 $f(x)$ 는 일대일대응이어야

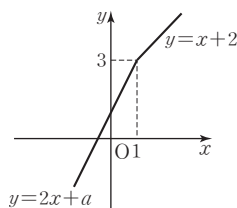
하므로 $y=f(x)$ 의 그래프는 오른쪽

그림과 같아야 한다.

즉, 직선 $y=2x+a$ 가 점 $(1, 3)$

을 지나야 하므로

$$2 \cdot 1 + a = 3 \quad \therefore a = 1$$



(3) 함수 $f(x)$ 는 일대일대응이

어야 하므로 $y=f(x)$ 의 그래프는

오른쪽 그림과 같아야 한다.

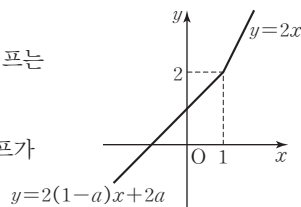
$x \geq 1$ 에서 $f(x)=2x$ 의 그래프가

증가하므로 $x < 1$ 에서의

함수 $y=f(x)$ 의 그래프도 증가해야 한다.

즉, 직선 $y=2(1-a)x+2a$ 의 기울기가 양수이어야 하므로

$$2(1-a) > 0 \quad \therefore a < 1$$



058 답 (1) $a=2, b=5$ (2) $a=-1, b=7$ (3) $a=-2, b=4$

$$(4) a=-4, b=-1$$

(1) 함수 $f(x)$ 는 일대일대응이어야 하므로 치역과 공역이

같아야 한다.

이때, $f(x)$ 가 증가함수이므로

$$f(0)=a \text{에서 } a=3 \cdot 0+2=2$$

$$f(1)=b \text{에서 } b=3 \cdot 1+2=5$$

(2) 함수 $f(x)$ 는 일대일대응이어야 하므로 치역과 공역이

같아야 한다.

이때 $f(x)$ 가 증가함수이므로

$$f(1)=a \text{에서 } a=2 \cdot 1-3=-1$$

$$f(5)=b \text{에서 } b=2 \cdot 5-3=7$$

(3) 함수 $f(x)$ 는 일대일대응이어야 하므로 치역과 공역이

같아야 한다.

이때 $f(x)$ 가 감소함수이므로

$$f(5)=a \text{에서 } a=-1 \cdot 5+3=-2$$

$$f(-1)=b \text{에서 } b=-1 \cdot (-1)+3=4$$

(4) 함수 $f(x)$ 는 일대일대응이어야 하므로 치역과 공역이

같아야 한다.

이때 $f(x)$ 가 감소함수이므로

$$f(a)=10 \text{에서 } -3a-2=10 \quad \therefore a=-4$$

$$f(b)=1 \text{에서 } -3b-2=1 \quad \therefore b=-1$$

059 답 (1) 1 (2) $\frac{7}{2}$

(1) $f(x)=x^2+4x-4=(x+2)^2-8$

$y=f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같

으므로 정의역이 $x \geq -2$ 일 때 함수

$f(x)$ 의 역함수가 존재한다.

$$\therefore k \geq -2$$

또, 함수 $f(x)$ 는 일대일대응이어야 하

므로 공역과 치역이 같아야 한다.

이때 $f(k)=k$ 에서

$$k^2+4k-4=k, k^2+3k-4=0$$

$$(k+4)(k-1)=0 \quad \therefore k=1 (\because k \geq -2)$$

(2) $f(x)=2x^2-8x+7=2(x-2)^2-1$

$y=f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과

같으므로 정의역이 $x \geq 2$ 일 때 함수

$f(x)$ 의 역함수가 존재한다.

$$\therefore k \geq 2$$

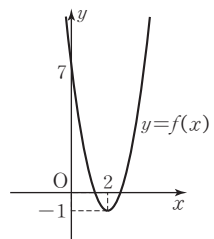
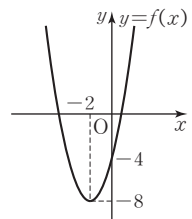
또, 함수 $f(x)$ 는 일대일대응이어야

하므로 공역과 치역이 같아야 한다.

이때 $f(k)=k$ 에서

$$2k^2-8k+7=k, 2k^2-9k+7=0$$

$$(k-1)(2k-7)=0 \quad \therefore k=\frac{7}{2} (\because k \geq 2)$$





x 와 y 를 서로 바꾸면 구하는 역함수는 $y = -2x + 4$

(3) $2x + 4y - 1 = 0$ 을 x 에 대하여 풀면

$$2x = -4y + 1, x = -2y + \frac{1}{2}$$

x 와 y 를 서로 바꾸면 구하는 역함수는 $y = -2x + \frac{1}{2}$

(4) $y = \frac{1}{3}x^2 - 1$ 은 정의역이 $\{x | x \geq 0\}$, 치역이 $\{y | y \geq -1\}$ 인

일대일대응이므로 역함수가 존재한다.

$$y = \frac{1}{3}x^2 - 1 \text{을 } x \text{에 대하여 풀면 } x = \pm \sqrt{3y+3}$$

그런데 $x \geq 0$ 이므로 $x = \sqrt{3y+3}$

x 와 y 를 서로 바꾸면 구하는 역함수는

$$y = \sqrt{3x+3} \quad (x \geq -1)$$

061 답 (1) 1 (2) $\frac{7}{3}$ (3) 4

$$(1) (f \circ (f \circ g)^{-1} \circ f)(1) = (f \circ g^{-1} \circ f^{-1} \circ f)(1)$$

$$= (f \circ g^{-1})(1) = f(g^{-1}(1))$$

$$g^{-1}(1) = k \text{로 놓으면 } g(k) = 1 \text{에서 } k^2 + 1 = 1 \quad \therefore k = 0$$

따라서 구하는 함숫값은 $f(0) = 1$

$$(2) (f \circ (f \circ g)^{-1} \circ f)(2) = (f \circ g^{-1} \circ f^{-1} \circ f)(2)$$

$$= (f \circ g^{-1})(2) = f(g^{-1}(2))$$

$$g^{-1}(2) = k \text{로 놓으면 } g(k) = 2 \text{에서 } 3k - 2 = 2 \quad \therefore k = \frac{4}{3}$$

따라서 구하는 함숫값은 $f\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{7}{3}$

$$(3) (f \circ (g \circ f)^{-1} \circ f)(1) = (f \circ f^{-1} \circ g^{-1} \circ f)(1)$$

$$= (g^{-1} \circ f)(1) = g^{-1}(f(1))$$

$$= g^{-1}(4)$$

$$g^{-1}(4) = k \text{로 놓으면 } g(k) = 4 \text{에서 } 2k - 4 = 4 \quad \therefore k = 4$$

따라서 구하는 함숫값은 4

062 답 (1) 1 (2) -7 (3) 4 (4) 2

(1) $(g \circ f)(x) = x$ 에서 g 는 f 의 역함수, 즉 $g = f^{-1}$ 이므로

$$(f^{-1} \circ g^{-1} \circ f)(3) = (g \circ g^{-1} \circ f)(3)$$

$$= f(3) = 1$$

(2) $(g \circ f)(x) = x$ 에서 g 는 f 의 역함수, 즉 $g = f^{-1}$ 이므로

$$(f^{-1} \circ g^{-1} \circ f)(-1) = (g \circ g^{-1} \circ f)(-1)$$

$$= f(-1) = -7$$

(3) $(g \circ f)(x) = x$ 에서 g 는 f 의 역함수, 즉 $g = f^{-1}$ 이므로

$$(g \circ f^{-1} \circ g^{-1})(3) = (g \circ g \circ g^{-1})(3)$$

$$= g(3)$$

$$g(3) = k, \text{ 즉 } f^{-1}(3) = k \text{로 놓으면}$$

$$f(k) = 3 \text{에서 } 2k - 5 = 3 \quad \therefore k = 4$$

따라서 구하는 함숫값은 4

(4) $(g \circ f)(x) = x$ 에서 g 는 f 의 역함수, 즉 $g = f^{-1}$ 이므로

$$(g \circ f^{-1} \circ g^{-1})(-1) = (g \circ g \circ g^{-1})(-1)$$

$$= g(-1)$$

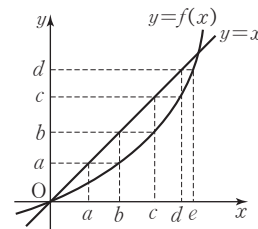
$$g(-1) = k, \text{ 즉 } f^{-1}(-1) = k \text{로 놓으면}$$

$$f(k) = -1 \text{에서 } 2k - 5 = -1 \quad \therefore k = 2$$

따라서 구하는 함숫값은 2

063 답 (1) a (2) c (3) d (4) e (5) e

$$(1) (f \circ f)(c) = f(f(c)) = f(b) = a$$



$$(2) f(c) = b \text{이므로 } f^{-1}(b) = c$$

$$(3) (f^{-1} \circ f^{-1})(b) = f^{-1}(f^{-1}(b))$$

$$= f^{-1}(c) \quad (\because f(c) = b \text{에서 } f^{-1}(b) = c)$$

$$= d \quad (\because f(d) = c \text{에서 } f^{-1}(c) = d)$$

$$(4) (f^{-1} \circ f^{-1})(c) = f^{-1}(f^{-1}(c))$$

$$= f^{-1}(d) \quad (\because f(d) = c \text{에서 } f^{-1}(c) = d)$$

$$= e \quad (\because f(e) = d \text{에서 } f^{-1}(d) = e)$$

$$(5) (f^{-1} \circ f^{-1} \circ f^{-1})(b) = f^{-1}(f^{-1}(f^{-1}(b)))$$

$$= f^{-1}(f^{-1}(c))$$

$$= f^{-1}(d) = e$$

064 답 (1) (2, 2) (2) $\left(-\frac{9}{2}, -\frac{9}{2}\right)$ (3) (7, 7)

(1) 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프의

교점은 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 의 교점과

같으므로

$$-2x + 6 = x, 3x = 6 \quad \therefore x = 2$$

따라서 구하는 교점의 좌표는 (2, 2)이다.

$$(2) \frac{1}{3}x - 3 = x, \frac{2}{3}x = -3 \quad \therefore x = -\frac{9}{2}$$

따라서 구하는 교점의 좌표는 $\left(-\frac{9}{2}, -\frac{9}{2}\right)$ 이다.

$$(3) x^2 - 6x = x \text{에서 } x^2 - 7x = 0$$

$$x(x - 7) = 0 \quad \therefore x = 7 \quad (\because x \geq 3)$$

따라서 구하는 교점의 좌표는 (7, 7)이다.

065 답 (1) $a = -2, b = 7$ (2) $a = 2, b = -14$

$$(3) a = \frac{2}{3}, b = -\frac{1}{3}$$

(1) $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프가 두 점 $P(5, 1)$, $Q(3, 2)$ 를

지나므로 $f^{-1}(5)=1$, $f^{-1}(3)=2$

즉, $f(1)=5$, $f(2)=3$ 이므로

$$a+b=5, 2a+b=3$$

두 식을 연립하여 풀면 $a=-2$, $b=7$

(2) $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프가 두 점 $P(-2, 6)$, $Q(2, 8)$ 을

지나므로 $f^{-1}(-2)=6$, $f^{-1}(2)=8$

즉, $f(6)=-2$, $f(8)=2$ 이므로

$$6a+b=-2, 8a+b=2$$

두 식을 연립하여 풀면 $a=2$, $b=-14$

(3) $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프가 두 점 $P(-3, -4)$, $Q(3, 5)$ 를

지나므로 $f^{-1}(-3)=-4$, $f^{-1}(3)=5$

즉, $f(-4)=-3$, $f(5)=3$ 이므로

$$-4a+b=-3, 5a+b=3$$

두 식을 연립하여 풀면 $a=\frac{2}{3}$, $b=-\frac{1}{3}$

066 답 12

$$(f \circ g)(\sqrt{3})=f(g(\sqrt{3}))=f(2)=4$$

$$(g \circ f)(3)=g(f(3))=g(-3)=8$$

$$\therefore (f \circ g)(\sqrt{3})+(g \circ f)(3)=4+8=12$$

067 답 ④

$$(h \circ (g \circ f))(3)=((h \circ g) \circ f)(3)$$

$$=(h \circ g)(f(3))$$

$$=(h \circ g)(12)=6$$

068 답 ④

$$f(1)=3 \text{이므로 } a+1=3 \quad \therefore a=2$$

$$\therefore f(x)=2x+1$$

한편, $(f \circ g)(x)$ 와 $(g \circ f)(x)$ 를 구하면

$$(f \circ g)(x)=f(g(x))=f(2x+b)$$

$$=2(2x+b)+1=4x+2b+1$$

$$(g \circ f)(x)=g(f(x))=g(2x+1)$$

$$=2(2x+1)+b=4x+b+2$$

이때 $f \circ g = g \circ f$ 이므로 $4x+2b+1=4x+b+2$

따라서 $2b+1=b+2$ 이므로 $b=1$

$$\therefore a-b=2-1=1$$

069 답 ③

$$f(2x-1)=x+3 \text{에서}$$

$$2x-1=t \text{로 놓으면 } x=\frac{t+1}{2} \text{이므로}$$

$$f(t)=\frac{t+1}{2}+3=\frac{1}{2}t+\frac{7}{2}$$

t 대신 $\frac{1}{2}x-1$ 을 대입하면

$$f\left(\frac{1}{2}x-1\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}x-1\right)+\frac{7}{2}=\frac{1}{4}x+3$$

$$\text{따라서 } a=\frac{1}{4}, b=3 \text{이므로 } \frac{b}{a}=12$$

070 답 $-\frac{23}{3}$

$$(h \circ f)(x)=h(f(x))=h(3x+2)$$

$$(h \circ f)(x)=g(x) \text{이므로 } h(3x+2)=2x-5$$

$$\text{이때 } 3x+2=t \text{로 놓으면 } x=\frac{t-2}{3} \text{이므로}$$

$$h(t)=2 \cdot \frac{t-2}{3}-5=\frac{2}{3}t-\frac{19}{3}$$

$$\text{따라서 } h(x)=\frac{2}{3}x-\frac{19}{3} \text{이므로 } h(-2)=-\frac{23}{3}$$

071 답 3000

$$f^1(x)=f(x)=x+4$$

$$f^2(x)=f(f(x))=f(x+4)=x+4+2$$

$$f^3(x)=f(f^2(x))=f(x+4+2)=x+4+3$$

\vdots

$$\text{따라서 } f^n(x)=x+4n \text{이므로}$$

$$f^{1000}(x)=x+4000$$

$$\therefore f^{1000}(-1000)=3000$$

072 답 ④

$$g^{-1}(1)=2 \text{에서 } g(2)=1 \text{이므로 } 2+a=1 \quad \therefore a=-1$$

$$\therefore f(x)=-x+1, g(x)=x-1$$

이때 $f^{-1}(2)=k$ (k 는 상수)라 하면

$$f(k)=2 \text{이므로 } -k+1=2 \quad \therefore k=-1$$

$$\therefore f^{-1}(2)+g(3)=-1+2=1$$

073 답 ②

$$f\left(\frac{x+2}{5}\right)=-x+4 \text{에서 } \frac{x+2}{5}=t \text{로 놓으면 } x=5t-2 \text{이므로}$$

$$f(t)=-(5t-2)+4=-5t+6$$

$$\therefore f(x)=-5x+6$$

이때 $f^{-1}(1)=k$ (k 는 상수)라 하면 $f(k)=1$

$$-5k+6=1, k=1 \quad \therefore f^{-1}(1)=1$$

074 답 ②

역함수가 존재하려면 주어진 함수가 일대일대응이어야 한다.
따라서 역함수가 존재하는 함수의 그래프는 ②이다.

075 답 ⑤

$f(x)=2x+1$ 에서 $y=2x+1$ 로 놓고 x 에 대하여 정리하면

$$2x=y-1 \quad \therefore x=\frac{1}{2}y-\frac{1}{2}$$

x 와 y 를 서로 바꾸면 $f^{-1}(x)=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$

$g\left(\frac{1}{4}x-1\right)=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$ 이고, $\frac{1}{4}x-1=t$ 로 놓으면

$x=4t+4$ 이므로

$$g(t)=\frac{1}{2}(4t+4)-\frac{1}{2}=2t+\frac{3}{2} \quad \therefore g(x)=2x+\frac{3}{2}$$

076 답 -5

$$\begin{aligned} (f \circ (g \circ f)^{-1} \circ f)(x) &= (f \circ f^{-1} \circ g^{-1} \circ f)(x) \\ &= (g^{-1} \circ f)(x) \end{aligned}$$

$g(x)=x+4$ 에서 $y=g(x)$ 로 놓으면

$$y=x+4 \quad \therefore x=y-4$$

x 와 y 를 서로 바꾸면 $y=x-4 \quad \therefore g^{-1}(x)=x-4$

$$\begin{aligned} \therefore (g^{-1} \circ f)(x) &= g^{-1}(f(x)) = g^{-1}(-2x+1) \\ &= (-2x+1)-4 = -2x-3 \end{aligned}$$

따라서 $a=-2$, $b=-3$ 이므로 $a+b=-5$

077 답 16

함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 그 역함수 $y=f^{-1}(x)$ 의 그래프의
교점은 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=x$ 의 교점과
같으므로

$$\frac{1}{2}x+4=x, \quad -\frac{1}{2}x=-4 \quad \therefore x=8$$

따라서 교점의 좌표는 $(8, 8)$ 이므로

$$a=8, \quad b=8 \quad \therefore a+b=16$$

3 유리함수

93쪽~109쪽

078 답 (1) 분수 (2) 다항 (3) 다항 (4) 분수

079 답 (1) $\frac{2xy^2}{5a}$ (2) $\frac{x^2+2x}{x-2}$ (3) $\frac{x-2}{x-4}$

$$(2) \frac{x^3+3x^2+2x}{x^2-x-2} = \frac{x(x+1)(x+2)}{(x+1)(x-2)} = \frac{x^2+2x}{x-2}$$

$$(3) \frac{x^2-5x+6}{x^2-7x+12} = \frac{(x-2)(x-3)}{(x-3)(x-4)} = \frac{x-2}{x-4}$$

080 답 (1) $\frac{2a^2y}{3abx^2y^2}, \frac{3bx}{3abx^2y^2}$

$$(2) \frac{(x-2)^2}{(x+1)(x-1)(x-2)}, \frac{(x+1)(x-3)}{(x+1)(x-1)(x-2)}$$

081 답 (1) $\frac{2x}{(x-y)(x+y)}$ (2) $\frac{1}{x+y}$ (3) $\frac{-3x-1}{x+1}$

$$(4) \frac{x^2+y^2}{(x-y)(x+y)} \quad (5) -\frac{1}{x+1}$$

$$(1) \frac{1}{x-y} + \frac{1}{x+y} = \frac{x+y+(x-y)}{(x-y)(x+y)} = \frac{2x}{(x-y)(x+y)}$$

$$(2) \frac{x}{x^2-y^2} + \frac{y}{y^2-x^2} = \frac{x-y}{x^2-y^2} = \frac{x-y}{(x+y)(x-y)} = \frac{1}{x+y}$$

$$(3) \frac{2}{x+1} - 3 = \frac{2-3(x+1)}{x+1} = \frac{-3x-1}{x+1}$$

$$(4) \frac{x}{x-y} - \frac{y}{x+y} = \frac{x(x+y)-y(x-y)}{(x-y)(x+y)} = \frac{x^2+y^2}{(x-y)(x+y)}$$

$$\begin{aligned} (5) \frac{1}{x-2} - \frac{2x-1}{x^2-x-2} &= \frac{1}{x-2} - \frac{2x-1}{(x+1)(x-2)} \\ &= \frac{x+1-(2x-1)}{(x+1)(x-2)} = \frac{-(x-2)}{(x+1)(x-2)} \\ &= -\frac{1}{x+1} \end{aligned}$$

082 답 (1) $\frac{x}{6}$ (2) $\frac{x}{(x-1)^2}$ (3) $\frac{(x-2)^2}{(x-3)^2}$ (4) $\frac{x-3}{x-1}$

$$(5) \frac{x-2}{x(x+1)}$$

$$(1) \frac{2x}{3x+6} \times \frac{x+2}{4} = \frac{2x}{3(x+2)} \times \frac{x+2}{4} = \frac{x}{6}$$

$$(2) \frac{x}{x^2-1} \times \frac{x+1}{x-1} = \frac{x}{(x+1)(x-1)} \times \frac{x+1}{x-1} = \frac{x}{(x-1)^2}$$

$$\begin{aligned} (3) \frac{x^2-3x+2}{x^2-x-6} \times \frac{x^2-4}{x^2-4x+3} \\ = \frac{(x-1)(x-2)}{(x+2)(x-3)} \times \frac{(x+2)(x-2)}{(x-1)(x-3)} = \frac{(x-2)^2}{(x-3)^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) \frac{x-2}{x} \div \frac{x^2-3x+2}{x^2-3x} &= \frac{x-2}{x} \times \frac{x^2-3x}{x^2-3x+2} \\ &= \frac{x-2}{x} \times \frac{x(x-3)}{(x-1)(x-2)} = \frac{x-3}{x-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (5) \frac{x-1}{x^2+3x+2} \div \frac{x^2-x}{x^2-4} &= \frac{x-1}{x^2+3x+2} \times \frac{x^2-4}{x^2-x} \\
 &= \frac{x-1}{(x+1)(x+2)} \times \frac{(x+2)(x-2)}{x(x-1)} \\
 &= \frac{x-2}{x(x+1)}
 \end{aligned}$$

083 답 (1) $a=2, b=3$ (2) $a=-3, b=6$ (3) $a=2, b=-1$

$$\begin{aligned}
 (1) \frac{1}{x^2+x} + \frac{1}{x^2+4x+3} &= \frac{ax+b}{x^3+4x^2+3x} \text{의 양변에} \\
 x^3+4x^2+3x, \text{ 즉 } x(x+1)(x+3) \text{을 곱하면} \\
 x+3+x &= ax+b \quad \therefore 2x+3=ax+b \\
 \text{이 식이 } x \text{에 대한 항등식이므로 } a &= 2, b=3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x-2} &= \frac{3x}{x^2-3x+2} \text{의 양변에 } x^2-3x+2, \\
 \text{즉 } (x-1)(x-2) \text{를 곱하면 } a(x-2) &+ b(x-1) = 3x \\
 \therefore (a+b)x + (-2a-b) &= 3x \\
 \text{이 식이 } x \text{에 대한 항등식이므로 } a+b &= 3, -2a-b=0 \\
 \therefore a &= -3, b=6
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \frac{a}{x-2} + \frac{x+b}{x^2-2x} &= \frac{3x-1}{x^2-2x} \text{의 양변에 } x^2-2x, \\
 \text{즉 } x(x-2) \text{를 곱하면} \\
 ax+x+b &= 3x-1 \quad \therefore (a+1)x+b=3x-1 \\
 \text{이 식이 } x \text{에 대한 항등식이므로 } a+1 &= 3, b=-1 \\
 \therefore a &= 2, b=-1
 \end{aligned}$$

084 답 (1) $\frac{2}{(x+1)(x+3)}$ (2) $\frac{6}{x(x+6)}$

$$\begin{aligned}
 (1) \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} \\
 &= \frac{1}{(x+2)-(x+1)} \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) \\
 &\quad + \frac{1}{(x+3)-(x+2)} \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} \right) \\
 &= \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+3} \\
 &= \frac{2}{(x+1)(x+3)} \\
 (2) \frac{2}{x(x+2)} + \frac{2}{(x+2)(x+4)} + \frac{2}{(x+4)(x+6)} \\
 &= \frac{2}{(x+2)-x} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right) \\
 &\quad + \frac{2}{(x+4)-(x+2)} \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} \right) \\
 &\quad + \frac{2}{(x+6)-(x+4)} \left(\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+6} \right) \\
 &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} + \frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+6} \\
 &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+6} = \frac{6}{x(x+6)}
 \end{aligned}$$

085 답 (1) $x+1$ (2) $\frac{1}{x}$ (3) $-2x$

$$\begin{aligned}
 (1) \frac{1}{1-\frac{1}{1+\frac{1}{x}}} &= \frac{1}{1-\frac{1}{\frac{x+1}{x}}} = \frac{1}{1-\frac{x}{x+1}} \\
 &= \frac{1}{\frac{(x+1)-x}{x+1}} = x+1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) 1 - \frac{1}{1-\frac{1}{1-x}} &= 1 - \frac{1}{\frac{(1-x)-1}{1-x}} \\
 &= 1 + \frac{1-x}{x} = \frac{x+(1-x)}{x} = \frac{1}{x}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (3) \frac{2}{1-\frac{1}{1-\frac{1}{1+x}}} &= \frac{2}{1-\frac{1}{\frac{(1+x)-1}{1+x}}} = \frac{2}{1-\frac{1+x}{1+x}} \\
 &= \frac{2}{\frac{x-(1+x)}{1+x}} = \frac{2x}{-1} = -2x
 \end{aligned}$$

086 답 (1) $\frac{191}{60}$ (2) -8 (3) $\frac{13}{6}$ (4) $\frac{47}{50}$

(1) $x:y:z=3:4:5$ 에서 $x=3k, y=4k, z=5k (k \neq 0)$
라 하면

$$\frac{y}{x} + \frac{z}{y} + \frac{x}{z} = \frac{4k}{3k} + \frac{5k}{4k} + \frac{3k}{5k} = \frac{4}{3} + \frac{5}{4} + \frac{3}{5} = \frac{191}{60}$$

$$(2) \frac{x+z}{x-y} = \frac{3k+5k}{3k-4k} = \frac{8k}{-k} = -8$$

$$(3) \frac{x+2y+3z}{x+y+z} = \frac{3k+2 \cdot 4k+3 \cdot 5k}{3k+4k+5k} = \frac{26k}{12k} = \frac{13}{6}$$

$$\begin{aligned}
 (4) \frac{xy+yz+zx}{x^2+y^2+z^2} &= \frac{3k \cdot 4k + 4k \cdot 5k + 5k \cdot 3k}{(3k)^2 + (4k)^2 + (5k)^2} \\
 &= \frac{12k^2 + 20k^2 + 15k^2}{50k^2} = \frac{47}{50}
 \end{aligned}$$

087 답 (1) $\frac{7}{3}$ (2) $\frac{12}{13}$ (3) $-\frac{5}{9}$ (4) $\frac{11}{26}$

(1) $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$ 에서 $x=2k, y=3k, z=4k (k \neq 0)$ 라 하면

$$\frac{y}{x} + \frac{z}{y} - \frac{x}{z} = \frac{3k}{2k} + \frac{4k}{3k} - \frac{2k}{4k} = \frac{3}{2} + \frac{4}{3} - \frac{2}{4} = \frac{7}{3}$$

$$(2) \frac{2xy}{x^2+y^2} = \frac{2 \cdot 2k \cdot 3k}{(2k)^2 + (3k)^2} = \frac{12k^2}{13k^2} = \frac{12}{13}$$

$$(3) \frac{x-y-z}{x+y+z} = \frac{2k-3k-4k}{2k+3k+4k} = \frac{-5k}{9k} = -\frac{5}{9}$$

$$(4) \frac{x^2-y^2+z^2}{xy+yz+zx} = \frac{(2k)^2 - (3k)^2 + (4k)^2}{2k \cdot 3k + 3k \cdot 4k + 4k \cdot 2k} = \frac{11k^2}{26k^2} = \frac{11}{26}$$

088 답 (1) 다항 (2) 분수 (3) 다항 (4) 분수

089 답 (1) $\{x | x \neq -3 \text{인 실수}\}$ (2) $\left\{x \mid x \neq \frac{1}{3} \text{인 실수}\right\}$

(3) $\{x | x \neq -1, x \neq 1 \text{인 실수}\}$ (4) $\{x | x \text{는 모든 실수}\}$

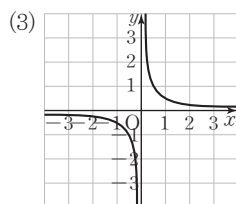
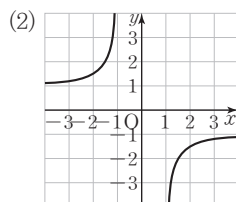
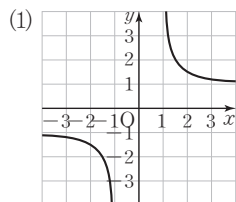
(3) $y = \frac{x-1}{x^2-1}$ 에서 (분모) $= x^2-1 = (x+1)(x-1)$ 이므로

정의역은 $\{x | x \neq -1, x \neq 1 \text{인 실수}\}$

(4) $y = \frac{4x}{x^2+6}$ 에서 모든 실수 x 에 대하여 (분모) $= x^2+6 > 0$

이므로 정의역은 $\{x | x \text{는 모든 실수}\}$

090 답 풀이 참고



091 답 (1) $y = \frac{1}{x-2} + 1$ (2) $y = -\frac{2}{x+2} - 1$

(3) $y = \frac{3}{x-3} - 2$ (4) $y = -\frac{4}{x+1}$

(1) $y-1 = \frac{1}{x-2} \quad \therefore y = \frac{1}{x-2} + 1$

(2) $y+1 = -\frac{2}{x+2} \quad \therefore y = -\frac{2}{x+2} - 1$

(3) $y+2 = \frac{3}{x-3} \quad \therefore y = \frac{3}{x-3} - 2$

(4) $y-0 = -\frac{4}{x+1} \quad \therefore y = -\frac{4}{x+1}$

092 답 (1) $p=0, q=5$ (2) $p=0, q=2$ (3) $p=3, q=0$

(4) $p=-1, q=0$ (5) $p=-1, q=-3$

(6) $p=-5, q=1$

(1) 함수 $y = \frac{1}{x} + 5$ 의 그래프는 함수 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 y 축의

방향으로 5만큼 평행이동한 것이므로

$p=0, q=5$

(2) 함수 $y = 2 - \frac{3}{x}$ 의 그래프는 함수 $y = -\frac{3}{x}$ 의 그래프를 y 축의

방향으로 2만큼 평행이동한 것이므로

$p=0, q=2$

(3) 함수 $y = \frac{1}{x-3}$ 의 그래프는 함수 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축의

방향으로 3만큼 평행이동한 것이므로

$p=3, q=0$

(4) 함수 $y = -\frac{3}{x+1}$ 의 그래프는 함수 $y = -\frac{3}{x}$ 의 그래프를 x 축

의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이므로

$p=-1, q=0$

(5) 함수 $y = \frac{1}{x+1} - 3$ 의 그래프는 함수 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축

의 방향으로 -1만큼, y 축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 것이므로

$p=-1, q=-3$

(6) 함수 $y = 1 - \frac{3}{x+5}$ 의 그래프는 함수 $y = -\frac{3}{x}$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 -5만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이므로

$p=-5, q=1$

093 답 (1) ① 풀이 참고 ② $x=0, y=-1$

③ $\{x | x \neq 0 \text{인 실수}\}$ ④ $\{y | y \neq -1 \text{인 실수}\}$

(2) ① 풀이 참고 ② $x=2, y=0$

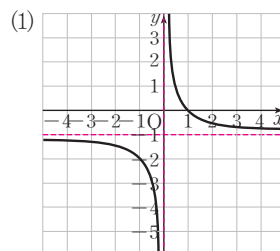
③ $\{x | x \neq 2 \text{인 실수}\}$ ④ $\{y | y \neq 0 \text{인 실수}\}$

(3) ① 풀이 참고 ② $x=-2, y=-1$

③ $\{x | x \neq -2 \text{인 실수}\}$ ④ $\{y | y \neq -1 \text{인 실수}\}$

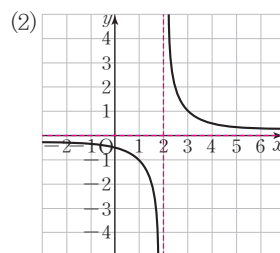
(4) ① 풀이 참고 ② $x=1, y=1$

③ $\{x | x \neq 1 \text{인 실수}\}$ ④ $\{y | y \neq 1 \text{인 실수}\}$



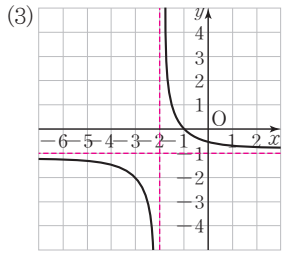
함수 $y = \frac{1}{x} - 1$ 의 그래프는 함수 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 y 축의

방향으로 -1만큼 평행이동한 것이다.

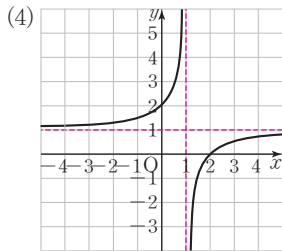


함수 $y = \frac{1}{x-2}$ 의 그래프는 함수 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축의

방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.



함수 $y = \frac{1}{x+2} - 1$ 의 그래프는 함수 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이다.



함수 $y = -\frac{1}{x-1} + 1$ 의 그래프는 함수 $y = -\frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

094 답 (1) $a=3, b=4$ (2) $a=-2, b=1$ (3) $a=2, b=-3$

(1) 함수 $y = \frac{1}{2x-6} + 4 = \frac{1}{2(x-3)} + 4$ 에서 점근선의 방정식이 $x=3, y=4$ 이므로 이 함수의 그래프는 점 $(3, 4)$ 에 대하여 대칭이다.

$\therefore a=3, b=4$

(2) 함수 $y = -\frac{1}{3x+6} + 1 = -\frac{1}{3(x+2)} + 1$ 에서 점근선의 방정식이 $x=-2, y=1$ 이므로 이 함수의 그래프는 점 $(-2, 1)$ 에 대하여 대칭이다.

$\therefore a=-2, b=1$

(3) 함수 $y = -\frac{1}{2x-4} - 3 = -\frac{1}{2(x-2)} - 3$ 에서 점근선의 방정식이 $x=2, y=-3$ 이므로 이 함수의 그래프는 점 $(2, -3)$ 에 대하여 대칭이다.

$\therefore a=2, b=-3$

095 답 (1) -5 (2) 2

(1) 함수 $y = \frac{1}{x-2} - 3$ 의 그래프가 직선 $y=x+k$ 에 대하여 대칭이라면 직선 $y=x+k$ 가 이 그래프의 두 점근선 $x=2, y=-3$ 의 교점 $(2, -3)$ 을 지나야 한다. 즉, $-3=2+k$ 에서 $k=-5$

(2) 함수 $y = \frac{1}{x-1} + 1$ 의 그래프가 직선 $y=-x+k$ 에 대하여

대칭이라면 직선 $y=-x+k$ 가 이 그래프의 두 점근선

$x=1, y=1$ 의 교점 $(1, 1)$ 을 지나야 한다.

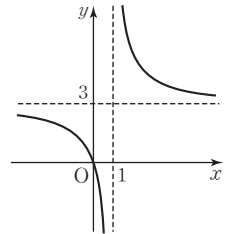
즉, $1=-1+k$ 에서 $k=2$

096 답 (1) ○ (2) × (3) ○ (4) × (5) ×

함수 $y = \frac{3}{x-1} + 3$ 의 그래프는 함수

$y = \frac{3}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1

만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 것이다.

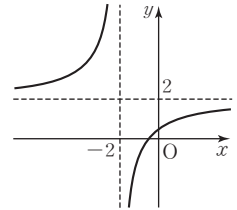


097 답 (1) × (2) ○ (3) × (4) ○ (5) ○

함수 $y = -\frac{3}{x+2} + 2$ 의 그래프는 함수

$y = -\frac{3}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로

-2 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 것이다.



098 답 (1) $y = -\frac{7}{x+2} + 2$ (2) $y = \frac{1}{x+1} + 4$

(3) $y = \frac{7}{x+3} - 2$ (4) $y = \frac{1}{x-2} - 1$

(5) $y = -\frac{2}{3x+3} + 2$

(1) $y = \frac{2x-3}{x+2} = \frac{2(x+2)-7}{x+2} = -\frac{7}{x+2} + 2$

(2) $y = \frac{4x+5}{x+1} = \frac{4(x+1)+1}{x+1} = \frac{1}{x+1} + 4$

(3) $y = \frac{-2x+1}{x+3} = \frac{-2(x+3)+7}{x+3} = \frac{7}{x+3} - 2$

(4) $y = \frac{3-x}{x-2} = \frac{-(x-2)+1}{x-2} = \frac{1}{x-2} - 1$

(5) $y = \frac{6x+4}{3x+3} = \frac{6(x+1)-2}{3(x+1)} = -\frac{2}{3x+3} + 2$

099 답 (1) ① 풀이 참고 ② $x=2, y=1$

③ $\{x|x \neq 2 \text{인 실수}\}$ ④ $\{y|y \neq 1 \text{인 실수}\}$

(2) ① 풀이 참고 ② $x=-3, y=2$

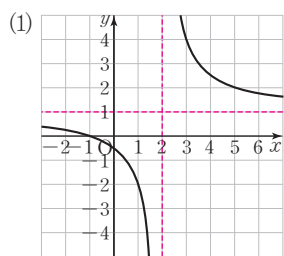
③ $\{x|x \neq -3 \text{인 실수}\}$ ④ $\{y|y \neq 2 \text{인 실수}\}$

(3) ① 풀이 참고 ② $x=-1, y=3$

③ $\{x|x \neq -1 \text{인 실수}\}$ ④ $\{y|y \neq 3 \text{인 실수}\}$

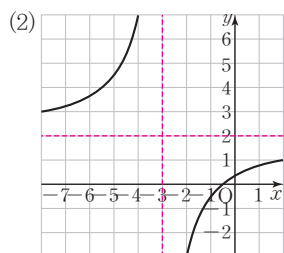
(4) ① 풀이 참고 ② $x=3, y=2$

③ $\{x|x \neq 3 \text{인 실수}\}$ ④ $\{y|y \neq 2 \text{인 실수}\}$



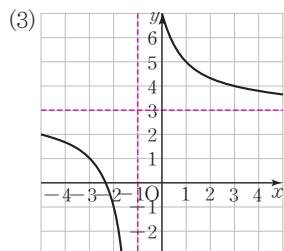
$$y = \frac{x+1}{x-2} = \frac{(x-2)+3}{x-2} = \frac{3}{x-2} + 1$$

즉, 함수 $y = \frac{x+1}{x-2}$ 의 그래프는 함수 $y = \frac{3}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.



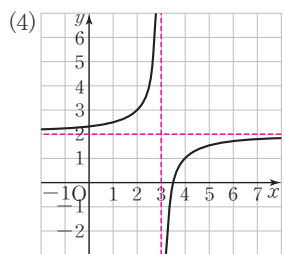
$$y = \frac{2x+1}{x+3} = \frac{2(x+3)-5}{x+3} = -\frac{5}{x+3} + 2$$

즉, 함수 $y = \frac{2x+1}{x+3}$ 의 그래프는 함수 $y = -\frac{5}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.



$$y = \frac{3x+7}{x+1} = \frac{3(x+1)+4}{x+1} = \frac{4}{x+1} + 3$$

즉, 함수 $y = \frac{3x+7}{x+1}$ 의 그래프는 함수 $y = \frac{4}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.



$$y = \frac{2x-7}{x-3} = \frac{2(x-3)-1}{x-3} = -\frac{1}{x-3} + 2$$

즉, 함수 $y = \frac{2x-7}{x-3}$ 의 그래프는 함수 $y = -\frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

100 답 (1) ○ (2) × (3) × (4) ○

$$(1) y = \frac{2x-3}{x-2} = \frac{2(x-2)+1}{x-2} = \frac{1}{x-2} + 2$$

즉, 이 함수의 그래프는 함수 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이므로 평행이동하여 함수 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프와 겹칠 수 있다.

$$(2) y = \frac{1-4x}{x-2} = \frac{-4(x-2)-7}{x-2} = -\frac{7}{x-2} - 4$$

즉, 이 함수의 그래프는 함수 $y = -\frac{7}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 것이므로 평행이동하여 함수 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프와 겹칠 수 없다.

$$(3) y = \frac{-2x+1}{x-3} = \frac{-2(x-3)-5}{x-3} = -\frac{5}{x-3} - 2$$

즉, 이 함수의 그래프는 함수 $y = -\frac{5}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이므로 평행이동하여 함수 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프와 겹칠 수 없다.

$$(4) y = \frac{x+4}{x+3} = \frac{(x+3)+1}{x+3} = \frac{1}{x+3} + 1$$

즉, 이 함수의 그래프는 함수 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이므로 평행이동하여 함수 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프와 겹칠 수 있다.

101 답 (1) × (2) ○ (3) × (4) ○

$$(1) y = \frac{-x-1}{x-1} = \frac{-(x-1)-2}{x-1} = -\frac{2}{x-1} - 1$$

이므로 평행이동하여 $y = -\frac{2}{x}$ 의 그래프와 겹쳐지는 함수의 그래프를 찾으려면 된다.

$$y = \frac{-x-2}{x-1} = \frac{-(x-1)-3}{x-1} = -\frac{3}{x-1} - 1$$

즉, 이 함수의 그래프는 함수 $y = -\frac{3}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이므로 평행이동하여 함수 $y = \frac{-x-1}{x-1}$ 의 그래프와 겹칠 수 없다.

$$(2) y = \frac{2x}{x+1} = \frac{2(x+1)-2}{x+1} = -\frac{2}{x+1} + 2$$

즉, 이 함수의 그래프는 함수 $y = -\frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이므로 평행이동하여 함수 $y = \frac{-x-1}{x-1}$ 의 그래프와 겹칠 수 있다.

$$(3) y = \frac{3x-3}{x-2} = \frac{3(x-2)+3}{x-2} = \frac{3}{x-2} + 3$$

즉, 이 함수의 그래프는 함수 $y = \frac{3}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향

으로 2만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이므로 평

행이동하여 함수 $y = \frac{-x-1}{x-1}$ 의 그래프와 겹칠 수 없다.

$$(4) y = \frac{-x+1}{x-3} = \frac{-(x-3)-2}{x-3} = -\frac{2}{x-3} - 1$$

즉, 이 함수의 그래프는 함수 $y = -\frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방

향으로 3만큼, y 축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이므

로 평행이동하여 함수 $y = \frac{-x-1}{x-1}$ 의 그래프와 겹칠 수 있다.

102 답 (1) $p=3, q=2, k=4$ (2) $p=-2, q=1, k=4$

(3) $p=-2, q=1, k=-2$

(1) 점근선의 방정식이 $x=3, y=2$ 이므로

$$y = \frac{k}{x-3} + 2 \quad \therefore p=3, q=2$$

이 그래프가 점 (1, 0)을 지나므로

$$0 = \frac{k}{1-3} + 2 \quad \therefore k=4$$

(2) 점근선의 방정식이 $x=-2, y=1$ 이므로

$$y = \frac{k}{x+2} + 1 \quad \therefore p=-2, q=1$$

이 그래프가 점 (0, 3)을 지나므로

$$3 = \frac{k}{0+2} + 1 \quad \therefore k=4$$

(3) 점근선의 방정식이 $x=-2, y=1$ 이므로

$$y = \frac{k}{x+2} + 1 \quad \therefore p=-2, q=1$$

이 그래프가 점 (0, 0)을 지나므로

$$0 = \frac{k}{0+2} + 1 \quad \therefore k=-2$$

103 답 (1) $a=-1, b=0, c=2$

(2) $a=2, b=-10, c=-3$

(3) $a=2, b=-3, c=1$

(4) $a=3, b=-2, c=-1$

(1) 점근선의 방정식이 $x=-2, y=-1$ 이므로 $y = \frac{k}{x+2} - 1$

그래프가 점 P(0, 0)을 지나므로

$$0 = \frac{k}{0+2} - 1 \quad \therefore k=2$$

따라서 그래프의 방정식은

$$y = \frac{2}{x+2} - 1 = \frac{2-(x+2)}{x+2} = \frac{-x}{x+2}$$

$\therefore a=-1, b=0, c=2$

(2) 점근선의 방정식이 $x=3, y=2$ 이므로 $y = \frac{k}{x-3} + 2$

그래프가 점 P(2, 6)을 지나므로

$$6 = \frac{k}{2-3} + 2 \quad \therefore k=-4$$

따라서 그래프의 방정식은

$$y = \frac{-4}{x-3} + 2 = \frac{-4+2(x-3)}{x-3} = \frac{2x-10}{x-3}$$

$\therefore a=2, b=-10, c=-3$

(3) 점근선의 방정식이 $x=-1, y=2$ 이므로 $y = \frac{k}{x+1} + 2$

그래프가 점 P(4, 1)을 지나므로

$$1 = \frac{k}{4+1} + 2 \quad \therefore k=-5$$

따라서 그래프의 방정식은

$$y = \frac{-5}{x+1} + 2 = \frac{-5+2(x+1)}{x+1} = \frac{2x-3}{x+1}$$

$\therefore a=2, b=-3, c=1$

(4) 점근선의 방정식이 $x=1, y=3$ 이므로 $y = \frac{k}{x-1} + 3$

그래프가 점 P(0, 2)를 지나므로

$$2 = \frac{k}{0-1} + 3 \quad \therefore k=1$$

따라서 그래프의 방정식은

$$y = \frac{1}{x-1} + 3 = \frac{1+3(x-1)}{x-1} = \frac{3x-2}{x-1}$$

$\therefore a=3, b=-2, c=-1$

104 답 (1) $a=2, b=4, c=3$ (2) $a=1, b=-4, c=-2$

(3) $a=3, b=9, c=5$

(1) 점근선의 방정식이 $x=-3, y=2$ 이므로 $y = \frac{k}{x+3} + 2$

그래프가 점 (-2, 0)을 지나므로

$$0 = \frac{k}{-2+3} + 2 \quad \therefore k=-2$$

즉, 주어진 함수의 그래프는

$$y = \frac{-2}{x+3} + 2 = \frac{-2+2(x+3)}{x+3} = \frac{2x+4}{x+3}$$

$\therefore a=2, b=4, c=3$

(2) 점근선의 방정식이 $x=2, y=1$ 이므로 $y = \frac{k}{x-2} + 1$

그래프가 점 (0, 2)를 지나므로

$$2 = \frac{k}{0-2} + 1 \quad \therefore k=-2$$

즉, 주어진 함수의 그래프는

$$y = \frac{-2}{x-2} + 1 = \frac{-2+x-2}{x-2} = \frac{x-4}{x-2}$$

$\therefore a=1, b=-4, c=-2$

(3) 점근선의 방정식이 $x=-5, y=3$ 이므로 $y = \frac{k}{x+5} + 3$

그래프가 점 (-3, 0)을 지나므로

$$0 = \frac{k}{-3+5} + 3 \quad \therefore k=-6$$

즉, 주어진 함수의 그래프는

$$y = \frac{-6}{x+5} + 3 = \frac{-6+3(x+5)}{x+5} = \frac{3x+9}{x+5}$$

$$\therefore a=3, b=9, c=5$$

105 답 (1) 최댓값 : 1, 최솟값 : -1

(2) 최댓값 : 9, 최솟값 : 5

(3) 최댓값 : $\frac{1}{3}$, 최솟값 : -3

(4) 최댓값 : 5, 최솟값 : $\frac{13}{5}$

(5) 최댓값 : 1, 최솟값 : $-\frac{7}{3}$

(6) 최댓값 : $\frac{1}{3}$, 최솟값 : -1

$$(1) y = \frac{2x+1}{x-1} = \frac{2(x-1)+3}{x-1} = \frac{3}{x-1} + 2$$

즉, 주어진 함수의 그래프는 함수 $y = \frac{3}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

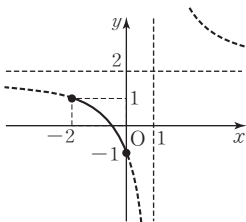
이때 $-2 \leq x \leq 0$ 에서 함수

$y = \frac{2x+1}{x-1}$ 의 그래프가 오른쪽

그림과 같으므로

최댓값은 $x = -2$ 일 때 1,

최솟값은 $x = 0$ 일 때 -1



$$(2) y = \frac{3x+12}{x+2} = \frac{3(x+2)+6}{x+2} = \frac{6}{x+2} + 3$$

즉, 주어진 함수의 그래프는 함수 $y = \frac{6}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.

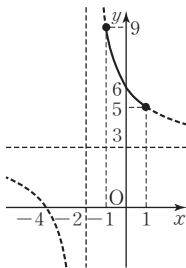
이때 $-1 \leq x \leq 1$ 에서 함수

$y = \frac{3x+12}{x+2}$ 의 그래프가 오른쪽 그림

과 같으므로

최댓값은 $x = -1$ 일 때 9,

최솟값은 $x = 1$ 일 때 5



$$(3) y = \frac{2x-3}{x+1} = \frac{2(x+1)-5}{x+1} = -\frac{5}{x+1} + 2$$

즉, 주어진 함수의 그래프는 함수 $y = -\frac{5}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

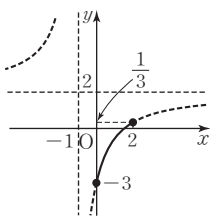
이때 $0 \leq x \leq 2$ 에서 함수

$y = \frac{2x-3}{x+1}$ 의 그래프가 오른쪽 그림

과 같으므로

최댓값은 $x = 2$ 일 때 $\frac{1}{3}$,

최솟값은 $x = 0$ 일 때 -3



$$(4) y = \frac{2x+5}{x+1} = \frac{2(x+1)+3}{x+1} = \frac{3}{x+1} + 2$$

즉, 주어진 함수의 그래프는 함수 $y = \frac{3}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

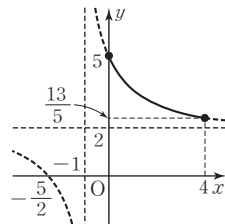
이때 $0 \leq x \leq 4$ 에서 함수

$y = \frac{2x+5}{x+1}$ 의 그래프가

오른쪽 그림과 같으므로

최댓값은 $x = 0$ 일 때 5,

최솟값은 $x = 4$ 일 때 $\frac{13}{5}$



$$(5) y = \frac{4x+1}{1-x} = \frac{4(x-1)+5}{-(x-1)} = -\frac{5}{x-1} - 4$$

즉, 주어진 함수의 그래프는 함수 $y = -\frac{5}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 것이다.

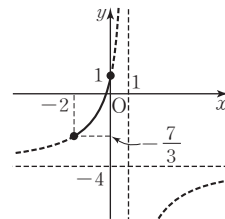
이때 $-2 \leq x \leq 0$ 에서 함수

$y = \frac{4x+1}{1-x}$ 의 그래프가 오른쪽

그림과 같으므로

최댓값은 $x = 0$ 일 때 1,

최솟값은 $x = -2$ 일 때 $-\frac{7}{3}$



$$(6) y = \frac{3x+2}{x-2} = \frac{3(x-2)+8}{x-2} = \frac{8}{x-2} + 3$$

즉, 주어진 함수의 그래프는 함수 $y = \frac{8}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.

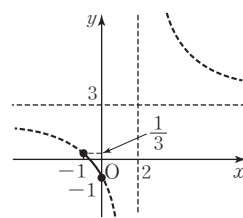
이때 $-1 \leq x \leq 0$ 에서 함수

$y = \frac{3x+2}{x-2}$ 의 그래프가 오른쪽

그림과 같으므로

최댓값은 $x = -1$ 일 때 $\frac{1}{3}$,

최솟값은 $x = 0$ 일 때 -1



106 답 (1) $y = \frac{-x-1}{x-2}$ (2) $y = \frac{-2x+3}{x+1}$ (3) $y = \frac{-3x-4}{x-2}$

$$(1) y = \frac{2x-1}{x+1} \text{ 을 } x \text{에 대하여 풀면}$$

$$y(x+1) = 2x-1, xy+y = 2x-1$$

$$(y-2)x = -y-1 \quad \therefore x = \frac{-y-1}{y-2}$$

$$x \text{와 } y \text{를 바꾸어 역함수를 구하면 } y = \frac{-x-1}{x-2}$$

(2) $y = \frac{-x+3}{x+2}$ 을 x 에 대하여 풀면

$$y(x+2) = -x+3, \quad xy+2y = -x+3$$

$$(y+1)x = -2y+3 \quad \therefore x = \frac{-2y+3}{y+1}$$

x 와 y 를 바꾸어 역함수를 구하면 $y = \frac{-2x+3}{x+1}$

(3) $y = \frac{2x-4}{x+3}$ 를 x 에 대하여 풀면

$$y(x+3) = 2x-4, \quad xy+3y = 2x-4$$

$$(y-2)x = -3y-4 \quad \therefore x = \frac{-3y-4}{y-2}$$

x 와 y 를 바꾸어 역함수를 구하면 $y = \frac{-3x-4}{x-2}$

107 답 (1) $a=-1, b=1, c=-3$ (2) $a=3, b=1, c=2$
(3) $a=6, b=-3, c=1$ (4) $a=-2, b=-1, c=4$

(1) $y = \frac{3x+a}{x+2}$ 를 x 에 대하여 풀면

$$y(x+2) = 3x+a, \quad (y-3)x = -2y+a$$

$$\therefore x = \frac{-2y+a}{y-3}$$

x 와 y 를 바꾸어 역함수를 구하면 $y = \frac{-2x+a}{x-3}$

이 식이 $y = \frac{-2x-1}{bx+c}$ 과 같으므로

$$a=-1, b=1, c=-3$$

(2) $y = \frac{2x-1}{-x+a}$ 을 x 에 대하여 풀면

$$y(-x+a) = 2x-1, \quad (y+2)x = ay+1$$

$$\therefore x = \frac{ay+1}{y+2}$$

x 와 y 를 바꾸어 역함수를 구하면 $y = \frac{ax+1}{x+2}$

이 식이 $y = \frac{3x+1}{bx+c}$ 과 같으므로

$$a=3, b=1, c=2$$

(3) $y = \frac{ax+1}{2x+3}$ 을 x 에 대하여 풀면

$$y(2x+3) = ax+1, \quad (2y-a)x = -3y+1$$

$$\therefore x = \frac{-3y+1}{2y-a}$$

x 와 y 를 바꾸어 역함수를 구하면 $y = \frac{-3x+1}{2x-a}$

이 식이 $y = \frac{bx+c}{2x-6}$ 와 같으므로

$$a=6, b=-3, c=1$$

(4) $y = \frac{ax+4}{x+b}$ 를 x 에 대하여 풀면

$$y(x+b) = ax+4, \quad (y-a)x = -by+4$$

$$\therefore x = \frac{-by+4}{y-a}$$

x 와 y 를 바꾸어 역함수를 구하면 $y = \frac{-bx+4}{x-a}$

이 식이 $y = \frac{x+c}{x+2}$ 와 같으므로

$$a=-2, b=-1, c=4$$

108 답 (1) 1 (2) 2 (3) -3

$$(1) (f \circ f^{-1} \circ f^{-1})(-2) = ((f \circ f^{-1}) \circ f^{-1})(-2) \\ = f^{-1}(-2)$$

이때 $f^{-1}(-2) = k$ 로 놓으면 $f(k) = -2$

따라서 $\frac{3k-1}{k-2} = -2$ 에서 $3k-1 = -2k+4 \quad \therefore k=1$

$$\therefore (f \circ f^{-1} \circ f^{-1})(-2) = f^{-1}(-2) = 1$$

$$(2) (f^{-1} \circ f^{-1} \circ f)(5) = (f^{-1} \circ (f^{-1} \circ f))(5) \\ = f^{-1}(5)$$

이때 $f^{-1}(5) = k$ 로 놓으면 $f(k) = 5$

따라서 $\frac{2k+1}{k-1} = 5$ 에서 $2k+1 = 5k-5 \quad \therefore k=2$

$$\therefore (f^{-1} \circ f^{-1} \circ f)(5) = f^{-1}(5) = 2$$

$$(3) (f^{-1} \circ f \circ f^{-1})\left(\frac{11}{8}\right) = (f^{-1} \circ (f \circ f^{-1}))\left(\frac{11}{8}\right) \\ = f^{-1}\left(\frac{11}{8}\right)$$

이때 $f^{-1}\left(\frac{11}{8}\right) = k$ 로 놓으면 $f(k) = \frac{11}{8}$

따라서 $\frac{3k-2}{3k+1} = \frac{11}{8}$ 에서 $24k-16 = 33k+11 \quad \therefore k=-3$

$$\therefore (f^{-1} \circ f \circ f^{-1})\left(\frac{11}{8}\right) = f^{-1}\left(\frac{11}{8}\right) = -3$$

109 답 (1) 2 (2) $\frac{1}{2}$ (3) $-\frac{1}{3002}$ (4) $\frac{1}{4}$

(1) $f(x) = \frac{1}{1-x}$ 이므로

$$f^2(x) = f(f(x)) = \frac{1}{1-\frac{1}{1-x}} = \frac{1}{\frac{(1-x)-1}{1-x}} \\ = \frac{1}{\frac{-x}{1-x}} = \frac{x-1}{x}$$

$$f^3(x) = f(f^2(x)) = \frac{1}{1-\frac{x-1}{x}} = \frac{1}{\frac{1}{x}} = x$$

따라서 $f^3(x) = f^6(x) = f^9(x) = \dots = f^{3n}(x) = x$ (n 은 자연수)
는 항등함수이다.

$$f^{27}(x) = f^{3 \cdot 9}(x) = f^3(x) = x \text{ 이므로 } f^{27}(2) = 2$$

(2) $f^{20}(x) = f^{3 \cdot 6 + 2}(x) = f^2(x) = \frac{x-1}{x}$ 이므로

$$f^{20}(2) = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2}$$

(3) $f^{1000}(x) = f^{333 \cdot 3 + 1}(x) = f(x) = \frac{1}{1-x}$ 이므로

$$f^{1000}(3003) = -\frac{1}{3002}$$

$$(4) f^{1234}(x) = f^{411 \cdot 3 + 1}(x) = f(x) = \frac{1}{1-x} \text{ 이므로}$$

$$f^{1234}(-3) = \frac{1}{4}$$

110 답 ①

$$\frac{x^2-5x+6}{x^2-16} \times \frac{x^2+5x+4}{x^2-4} \div \frac{x-3}{x-4} \\ = \frac{(x-2)(x-3)}{(x+4)(x-4)} \times \frac{(x+1)(x+4)}{(x+2)(x-2)} \times \frac{x-4}{x-3} = \frac{x+1}{x+2}$$

따라서 $a=2$, $b=1$ 이므로 $a+b=3$

111 답 ④

$$\frac{1}{x+1} + \frac{ax+b}{x^2-x+1} = \frac{3}{x^3+1} \text{의 양변에 } x^3+1,$$

즉 $(x+1)(x^2-x+1)$ 을 곱하면

$$x^2-x+1+(ax+b)(x+1)=3$$

$$\therefore (a+1)x^2+(a+b-1)x+b+1=3$$

이 식이 x 에 대한 항등식이므로

$$a+1=0, a+b-1=0, b+1=3 \quad \therefore a=-1, b=2$$

$$\therefore a+b=1$$

112 답 11

$$\frac{1}{(x+1)(x+3)} + \frac{1}{(x+3)(x+5)} + \frac{1}{(x+5)(x+7)} \\ = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+3} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+5} \right) \\ + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+5} - \frac{1}{x+7} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+7} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{x+7-(x+1)}{(x+1)(x+7)} = \frac{3}{(x+1)(x+7)}$$

따라서 $a=1$, $b=7$, $c=3$ 또는 $a=7$, $b=1$, $c=3$ 이므로

$$a+b+c=11$$

113 답 ②

$$\frac{17}{72} = \frac{1}{\frac{72}{17}} = \frac{1}{4 + \frac{4}{17}} = \frac{1}{4 + \frac{1}{\frac{17}{4}}} = \frac{1}{4 + \frac{1}{4}}$$

$$\therefore a=4, b=4, c=4$$

$$\therefore a+b+c=12$$

114 답 ③

$$(x+y):(y+z):(z+x)=3:5:4 \text{에서}$$

$$x+y=3k \cdots \textcircled{1}, y+z=5k \cdots \textcircled{2}, z+x=4k \cdots \textcircled{3} (k \neq 0)$$

라 하자.

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3} \text{을 하면 } 2(x+y+z)=12k$$

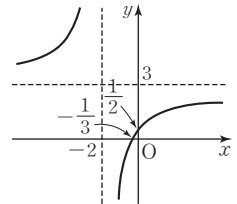
$$\therefore x+y+z=6k \quad \cdots \textcircled{4}$$

$\textcircled{4} - \textcircled{1}$, $\textcircled{4} - \textcircled{2}$, $\textcircled{4} - \textcircled{3}$ 을 하면 $x=k$, $y=2k$, $z=3k$

$$\therefore \frac{(x+y+z)^3}{x^3+y^3+z^3} = \frac{(6k)^3}{k^3+(2k)^3+(3k)^3} = \frac{216k^3}{36k^3} = 6$$

115 답 ③

③ 점 $(0, \frac{1}{2})$ 을 지난다.



116 답 ③

$$y = \frac{2x-4}{x-1} = \frac{2(x-1)-2}{x-1} = -\frac{2}{x-1} + 2$$

따라서 함수 $y = \frac{2x-4}{x-1}$ 의 그래프는

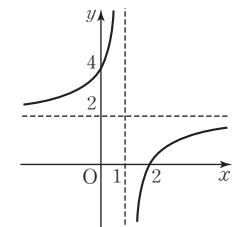
함수 $y = -\frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향

으로 1만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평

행이동한 것이므로 오른쪽 그림과 같

다.

따라서 제3사분면을 지나지 않는다.



117 답 1

$$y = \frac{2x+1}{x+1} = -\frac{1}{x+1} + 2 \text{의 그래프를 } x \text{축의 방향으로 } a \text{만큼,}$$

y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면

$$y = -\frac{1}{x-a+1} + 2+b$$

이 함수의 그래프가

$$\text{함수 } y = \frac{-x+2}{x-3} = -\frac{1}{x-3} - 1 \text{의 그래프와 일치하므로}$$

$$-a+1=-3, 2+b=-1$$

따라서 $a=4$, $b=-3$ 이므로 $a+b=1$

118 답 5

$$y = \frac{3x-1}{x+2} = \frac{3(x+2)-7}{x+2} = -\frac{7}{x+2} + 3$$

함수 $y = \frac{3x-1}{x+2}$ 의 그래프에서 점근선의 방정식은

$$x=-2, y=3$$

즉, 그래프는 두 점근선의 교점 $(-2, 3)$ 에 대하여 대칭이다.

이때 이 그래프가 직선 $y=x+a$ 에 대하여 대칭이므로 이 직선

은 점 $(-2, 3)$ 을 지난다.

$$3 = -2 + a \quad \therefore a = 5$$

119 답 ②

$y = \frac{k}{x-3} - 1$ ($k \neq 0$)이라 하면 이 함수의 그래프가 점 (4, 2)

를 지나므로

$$2 = \frac{k}{4-3} - 1 \quad \therefore k=3$$

따라서 $y = \frac{3}{x-3} - 1 = \frac{-x+6}{x-3}$ 이므로

$$a=-1, b=6, c=-3$$

$$\therefore a+b+c=2$$

120 답 ③

$$y = \frac{2x-1}{x-1} = \frac{2(x-1)+1}{x-1} = \frac{1}{x-1} + 2 \text{ 이므로}$$

$2 \leq x \leq a$ 에서 $x=2$ 일 때 최댓값이 3,

$$x=a \text{일 때 최솟값이 } \frac{2a-1}{a-1} \text{이다.}$$

$$\therefore b=3, \frac{2a-1}{a-1} = \frac{7}{3}$$

따라서 $a=4, b=3$ 이므로 $a+b=7$

121 답 $g(x) = \frac{-x+2}{2x-1}$

$$(f \circ g)(x) = x \text{에서 } f(g(x)) = x \iff g(x) = f^{-1}(x)$$

즉, 함수 g 는 함수 f 의 역함수이다.

$$y = \frac{x+2}{2x+1} \text{를 } x \text{에 대하여 풀면}$$

$$y(2x+1) = x+2, x(2y-1) = -y+2$$

$$\therefore x = \frac{-y+2}{2y-1}$$

$$x \text{와 } y \text{를 서로 바꾸면 } y = \frac{-x+2}{2x-1}$$

$$\therefore g(x) = \frac{-x+2}{2x-1}$$

4 무리함수

112쪽~124쪽

122 답 (1) 무 (2) 유 (3) 유 (4) 무

123 답 (1) $x \geq -2$ (2) $x < 4$ (3) $-2 \leq x \leq 1$ (4) $-2 < x \leq 3$

(1) $x+2 \geq 0$ 이어야 하므로 $x \geq -2$

(2) $4-x > 0$ 이어야 하므로 $x < 4$

(3) $1-x \geq 0$ 이고 $2x+4 \geq 0$ 이어야 하므로 $-2 \leq x \leq 1$

(4) $3-x \geq 0$ 이고 $x+2 > 0$ 이어야 하므로 $-2 < x \leq 3$

124 답 (1) $\sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ (2) $-1 - \sqrt{x+1}$ (3) $\sqrt{x+2} + \sqrt{x}$

(4) $\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}$ (5) $\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x}$

$$(1) \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}}{(\sqrt{x+1} + \sqrt{x})(\sqrt{x+1} - \sqrt{x})} \\ = \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}}{(x+1) - x} = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$$

$$(2) \frac{x}{1 - \sqrt{x+1}} = \frac{x(1 + \sqrt{x+1})}{(1 - \sqrt{x+1})(1 + \sqrt{x+1})} \\ = \frac{x(1 + \sqrt{x+1})}{-x} = -1 - \sqrt{x+1}$$

$$(3) \frac{2}{\sqrt{x+2} - \sqrt{x}} = \frac{2(\sqrt{x+2} + \sqrt{x})}{(\sqrt{x+2} - \sqrt{x})(\sqrt{x+2} + \sqrt{x})} \\ = \frac{2(\sqrt{x+2} + \sqrt{x})}{(x+2) - x} = \sqrt{x+2} + \sqrt{x}$$

$$(4) \frac{2}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}} = \frac{2(\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1})}{(\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1})(\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1})} \\ = \frac{2(\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1})}{(x+1) - (x-1)} = \sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}$$

$$(5) \frac{2x}{\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x}} = \frac{2x(\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x})}{(\sqrt{2+x} - \sqrt{2-x})(\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x})} \\ = \frac{2x(\sqrt{2+x} + \sqrt{2-x})}{(2+x) - (2-x)} = \sqrt{2+x} + \sqrt{2-x}$$

125 답 (1) $x^2 - 4$ (2) $\frac{2\sqrt{x}}{x-y}$ (3) $2\sqrt{x}$ (4) $2x$ (5) $-x$

$$(1) (\sqrt{x+3} + 1)(\sqrt{x+3} - 1)(x-2) \\ = \{(\sqrt{x+3})^2 - 1^2\}(x-2) \\ = (x+2)(x-2) = x^2 - 4$$

$$(2) \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} = \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y}) + (\sqrt{x} + \sqrt{y})}{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y})} \\ = \frac{2\sqrt{x}}{x-y}$$

$$(3) \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x-1}} + \frac{1}{\sqrt{x} - \sqrt{x-1}} \\ = \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{x-1}) + (\sqrt{x} + \sqrt{x-1})}{(\sqrt{x} + \sqrt{x-1})(\sqrt{x} - \sqrt{x-1})} \\ = \frac{2\sqrt{x}}{x - (x-1)} = 2\sqrt{x}$$

$$(4) \frac{1}{x + \sqrt{x^2-1}} + \frac{1}{x - \sqrt{x^2-1}} \\ = \frac{x - \sqrt{x^2-1} + x + \sqrt{x^2-1}}{(x + \sqrt{x^2-1})(x - \sqrt{x^2-1})} \\ = \frac{2x}{x^2 - (x^2-1)} = 2x$$

$$(5) \frac{1}{x + \sqrt{x^2+1}} - \sqrt{x^2+1} \\ = \frac{x - \sqrt{x^2+1}}{(x + \sqrt{x^2+1})(x - \sqrt{x^2+1})} - \sqrt{x^2+1} \\ = \frac{x - \sqrt{x^2+1}}{x^2 - (x^2+1)} - \sqrt{x^2+1} \\ = (-x + \sqrt{x^2+1}) - \sqrt{x^2+1} = -x$$

126 답 (1) $-4\sqrt{3}$ (2) $2 + \sqrt{6}$ (3) $-2 - 2\sqrt{2}$

$$(1) \frac{1}{x + \sqrt{x^2+1}} + \frac{1}{x - \sqrt{x^2+1}} = \frac{(x - \sqrt{x^2+1}) + (x + \sqrt{x^2+1})}{(x + \sqrt{x^2+1})(x - \sqrt{x^2+1})}$$



$$= \frac{2x}{x^2 - (x^2 + 1)} = -2x$$

이때, $x = 2\sqrt{3}$ 이므로
(주어진 식) $= -4\sqrt{3}$

$$(2) \frac{1}{1 - \sqrt{x+1}} + \frac{1}{1 + \sqrt{x+1}} = \frac{(1 + \sqrt{x+1}) + (1 - \sqrt{x+1})}{(1 - \sqrt{x+1})(1 + \sqrt{x+1})}$$

$$= \frac{2}{1 - (x+1)} = -\frac{2}{x}$$

이때 $x = 2 - \sqrt{6}$ 이므로
(주어진 식) $= -\frac{2}{2 - \sqrt{6}} = -\frac{2(2 + \sqrt{6})}{(2 - \sqrt{6})(2 + \sqrt{6})}$

$$= -\frac{4 + 2\sqrt{6}}{4 - 6} = 2 + \sqrt{6}$$

$$(3) \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} = \frac{(\sqrt{x}-1)^2 + (\sqrt{x}+1)^2}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}$$

$$= \frac{(x - 2\sqrt{x} + 1) + (x + 2\sqrt{x} + 1)}{x - 1}$$

$$= \frac{2x + 2}{x - 1}$$

이때 $x = \frac{1}{1 + \sqrt{2}} = \frac{1 - \sqrt{2}}{(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2})} = \sqrt{2} - 1$ 이므로
(주어진 식) $= \frac{2(\sqrt{2} - 1) + 2}{(\sqrt{2} - 1) - 1} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 2}$

$$= \frac{2\sqrt{2}(\sqrt{2} + 2)}{(\sqrt{2} - 2)(\sqrt{2} + 2)} = -2 - 2\sqrt{2}$$

127 답 (1) 무 (2) 유 (3) 무 (4) 무

128 답 (1) $\{x | x \geq -2\}$ (2) $\{x | x \text{는 모든 실수}\}$
(3) $\left\{x \mid x \leq \frac{1}{2}\right\}$ (4) $\{x | x \leq -2 \text{ 또는 } x \geq 3\}$

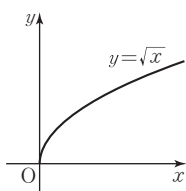
(1) $x + 2 \geq 0$ 에서 정의역은 $\{x | x \geq -2\}$
(2) 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 + 2 > 0$ 이므로 정의역은 $\{x | x \text{는 모든 실수}\}$
(3) $1 - 2x \geq 0$ 에서 정의역은 $\left\{x \mid x \leq \frac{1}{2}\right\}$
(4) $x^2 - x - 6 \geq 0$ 에서 $(x + 2)(x - 3) \geq 0$
 $\therefore x \leq -2 \text{ 또는 } x \geq 3$
따라서 정의역은 $\{x | x \leq -2 \text{ 또는 } x \geq 3\}$

129 답 (1) 풀이 참고, 정의역: $\{x | x \geq 0\}$, 치역: $\{y | y \geq 0\}$
(2) 풀이 참고, 정의역: $\{x | x \leq 0\}$, 치역: $\{y | y \geq 0\}$
(3) 풀이 참고, 정의역: $\{x | x \geq 0\}$, 치역: $\{y | y \leq 0\}$
(4) 풀이 참고, 정의역: $\{x | x \leq 0\}$, 치역: $\{y | y \leq 0\}$

(1) $y = \sqrt{x}$ 의 그래프는 오른쪽 그림과

같고, 정의역: $\{x | x \geq 0\}$,

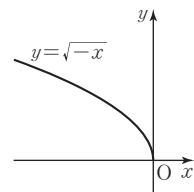
치역: $\{y | y \geq 0\}$ 이다.



(2) $y = \sqrt{-x}$ 의 그래프는 오른쪽 그림과

같고, 정의역: $\{x | x \leq 0\}$,

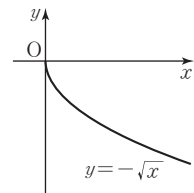
치역: $\{y | y \geq 0\}$ 이다.



(3) $y = -\sqrt{x}$ 의 그래프는 오른쪽 그림과

같고, 정의역: $\{x | x \geq 0\}$,

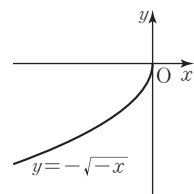
치역: $\{y | y \leq 0\}$ 이다.



(4) $y = -\sqrt{-x}$ 의 그래프는 오른쪽 그림과

같고, 정의역: $\{x | x \leq 0\}$,

치역: $\{y | y \leq 0\}$ 이다.



130 답 (1) 풀이 참고, $y = -\sqrt{-2x}$ (2) 풀이 참고, $y = \sqrt{2x}$

(3) 풀이 참고, $y = -\sqrt{2x}$

(1) y 대신 $-y$ 를 대입하면 $-y = \sqrt{-2x}$

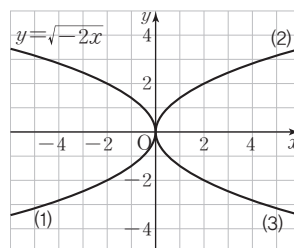
$$\therefore y = -\sqrt{-2x}$$

(2) x 대신 $-x$ 를 대입하면 $y = \sqrt{-2 \cdot (-x)}$

$$\therefore y = \sqrt{2x}$$

(3) x 대신 $-x$, y 대신 $-y$ 를 대입하면

$$-y = \sqrt{-2 \cdot (-x)} \quad \therefore y = -\sqrt{2x}$$



131 답 (1) 풀이 참고, $y = -\sqrt{3x}$ (2) 풀이 참고, $y = \sqrt{-3x}$

(3) 풀이 참고, $y = -\sqrt{-3x}$

(1) y 대신 $-y$ 를 대입하면 $-y = \sqrt{3x}$

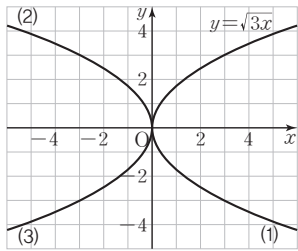
$$\therefore y = -\sqrt{3x}$$

(2) x 대신 $-x$ 를 대입하면 $y = \sqrt{3 \cdot (-x)}$

$$\therefore y = \sqrt{-3x}$$

(3) x 대신 $-x$, y 대신 $-y$ 를 대입하면

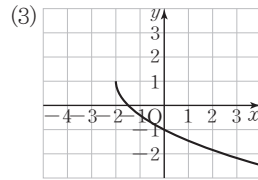
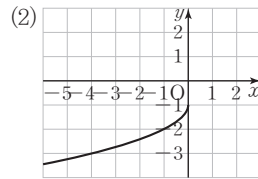
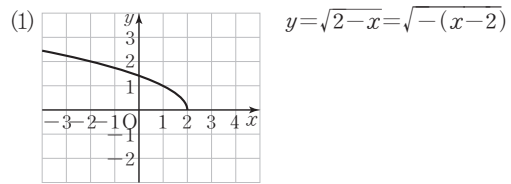
$$-y = \sqrt{3 \cdot (-x)} \quad \therefore y = -\sqrt{-3x}$$



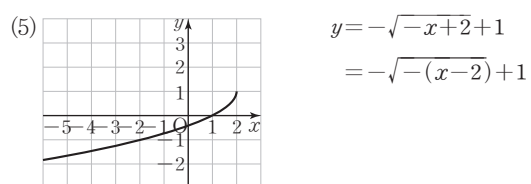
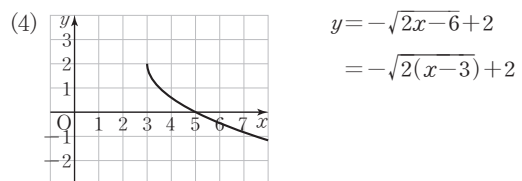
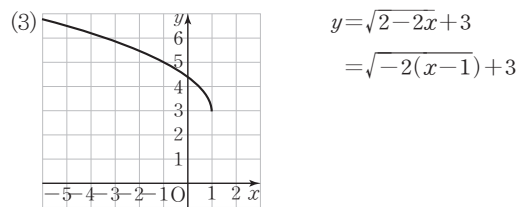
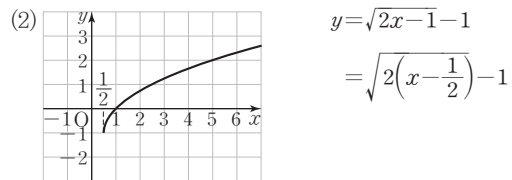
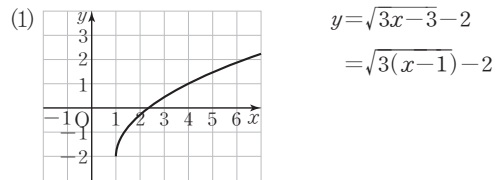
- 132 **답** (1) $y = \sqrt{3x+3}+2$ (2) $y = \sqrt{-2x+2}-3$
 (3) $y = -\sqrt{5x+10}-1$ (4) $y = -\sqrt{-x+2}+3$
 (1) $y = \sqrt{3x}$ 에서 $y-2 = \sqrt{3(x+1)}$
 $\therefore y = \sqrt{3x+3}+2$
 (2) $y = \sqrt{-2x}$ 에서 $y-(-3) = \sqrt{-2(x-1)}$
 $\therefore y = \sqrt{-2x+2}-3$
 (3) $y = -\sqrt{5x}$ 에서 $y-(-1) = -\sqrt{5(x+2)}$
 $\therefore y = -\sqrt{5x+10}-1$
 (4) $y = -\sqrt{-x}$ 에서 $y-3 = -\sqrt{-(x-2)}$
 $\therefore y = -\sqrt{-x+2}+3$

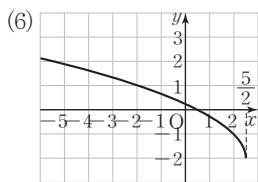
- 133 **답** (1) $p=0, q=-3$ (2) $p=5, q=0$ (3) $p=2, q=0$
 (4) $p=-2, q=1$ (5) $p=-\frac{1}{2}, q=4$
 (1) $y = \sqrt{2x}-3$ 의 그래프는 함수 $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 것이다.
 $\therefore p=0, q=-3$
 (2) $y = \sqrt{x-5}$ 의 그래프는 함수 $y = \sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 5 만큼 평행이동한 것이다.
 $\therefore p=5, q=0$
 (3) $y = \sqrt{-5x+10} = \sqrt{-5(x-2)}$ 의 그래프는 함수 $y = \sqrt{-5x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 것이다.
 $\therefore p=2, q=0$
 (4) $y = -\sqrt{3x+6}+1 = -\sqrt{3(x+2)}+1$ 의 그래프는 함수 $y = -\sqrt{3x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.
 $\therefore p=-2, q=1$
 (5) $y = \sqrt{2x+1}+4 = \sqrt{2(x+\frac{1}{2})}+4$ 의 그래프는 함수 $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-\frac{1}{2}$ 만큼, y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 것이다.
 $\therefore p=-\frac{1}{2}, q=4$

- 134 **답** (1) ① 풀이 참고 ② $\{x|x \leq 2\}$ ③ $\{y|y \geq 0\}$
 (2) ① 풀이 참고 ② $\{x|x \leq 0\}$ ③ $\{y|y \leq -1\}$
 (3) ① 풀이 참고 ② $\{x|x \geq -2\}$ ③ $\{y|y \leq 1\}$



- 135 **답** (1) ① 풀이 참고 ② $\{x|x \geq 1\}$ ③ $\{y|y \geq -2\}$
 (2) ① 풀이 참고 ② $\{x|x \geq \frac{1}{2}\}$ ③ $\{y|y \geq -1\}$
 (3) ① 풀이 참고 ② $\{x|x \leq 1\}$ ③ $\{y|y \geq 3\}$
 (4) ① 풀이 참고 ② $\{x|x \geq 3\}$ ③ $\{y|y \leq 2\}$
 (5) ① 풀이 참고 ② $\{x|x \leq 2\}$ ③ $\{y|y \leq 1\}$
 (6) ① 풀이 참고 ② $\{x|x \leq \frac{5}{2}\}$ ③ $\{y|y \geq -2\}$





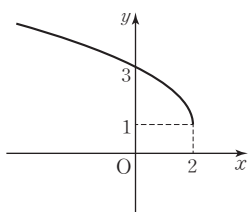
$$y = \sqrt{5-2x} - 2$$

$$= \sqrt{-2\left(x - \frac{5}{2}\right)} - 2$$

136 답 (1) × (2) ○ (3) ○ (4) ×

$$y = \sqrt{4-2x} + 1 = \sqrt{-2(x-2)} + 1 \text{ 이므로}$$

정의역은 $\{x|x \leq 2\}$, 치역은 $\{y|y \geq 1\}$ 이다. 또, 주어진 함수의 그래프는 $y = \sqrt{-2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이므로 아래 그림과 같고, 제1, 2사분면을 지난다.



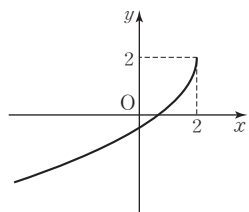
137 답 (1) × (2) × (3) ○ (4) ○

$$y = -\sqrt{6-3x} + 2 = -\sqrt{-3(x-2)} + 2 \text{ 이므로}$$

정의역은 $\{x|x \leq 2\}$, 치역은 $\{y|y \leq 2\}$ 이다. 또, $y=0$ 일 때,

$x = \frac{2}{3}$ 이므로 그래프는 점 $\left(\frac{2}{3}, 0\right)$ 을 지난다.

주어진 함수의 그래프는 아래 그림과 같고, 제2사분면을 지나지 않는다.



138 답 (1) $a = -2, b = 4, c = -1$

$$(2) a = -\frac{4}{3}, b = \frac{4}{3}, c = 2$$

$$(3) a = 2, b = -5, c = 2$$

$$(4) a = -1, b = 1, c = -2$$

$$(5) a = 3, b = -2, c = -1$$

(1) 주어진 무리함수의 그래프는 $y = \sqrt{ax} \ (a < 0)$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한

것이므로 $y = \sqrt{a(x-2)} - 1$

이 그래프가 점 $(0, 1)$ 을 지나므로 $1 = \sqrt{-2a} - 1$

$$-2a = 4 \quad \therefore a = -2$$

따라서 무리함수의 그래프는

$$y = \sqrt{-2(x-2)} - 1 = \sqrt{-2x+4} - 1$$

$$\therefore b = 4, c = -1$$

(2) 주어진 무리함수의 그래프는 $y = -\sqrt{ax} \ (a < 0)$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한

것이므로 $y = -\sqrt{a(x-1)} + 2$

이 그래프가 점 $(-2, 0)$ 을 지나므로

$$0 = -\sqrt{-3a} + 2, \quad -3a = 4 \quad \therefore a = -\frac{4}{3}$$

따라서 무리함수의 그래프는

$$y = -\sqrt{-\frac{4}{3}(x-1)} + 2 = -\sqrt{-\frac{4}{3}x + \frac{4}{3}} + 2$$

$$\therefore b = \frac{4}{3}, c = 2$$

(3) 주어진 무리함수의 그래프는 $y = -\sqrt{ax} \ (a > 0)$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 $\frac{5}{2}$ 만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한

것이므로 $y = -\sqrt{a\left(x - \frac{5}{2}\right)} + 2$

이 그래프가 점 $\left(\frac{9}{2}, 0\right)$ 을 지나므로 $0 = -\sqrt{2a} + 2$

$$2a = 4 \quad \therefore a = 2$$

따라서 무리함수의 그래프는

$$y = -\sqrt{2\left(x - \frac{5}{2}\right)} + 2 = -\sqrt{2x-5} + 2$$

$$\therefore b = -5, c = 2$$

(4) 주어진 무리함수의 그래프는 $y = -\sqrt{ax} \ (a < 0)$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한

것이므로 $y = -\sqrt{a(x-1)} - 2$

이 그래프가 점 $(0, -3)$ 을 지나므로 $-3 = -\sqrt{-a} - 2$

$$-a = 1 \quad \therefore a = -1$$

따라서 무리함수의 그래프는

$$y = -\sqrt{-(x-1)} - 2 = -\sqrt{-x+1} - 2$$

$$\therefore b = 1, c = -2$$

(5) 주어진 무리함수의 그래프는 $y = \sqrt{ax} \ (a > 0)$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 $\frac{2}{3}$ 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동

한 것이므로 $y = \sqrt{a\left(x - \frac{2}{3}\right)} - 1$

이 그래프가 점 $(1, 0)$ 을 지나므로 $0 = \sqrt{\frac{1}{3}a} - 1, \quad \frac{1}{3}a = 1$

$$\therefore a = 3$$

따라서 무리함수의 그래프는

$$y = \sqrt{3\left(x - \frac{2}{3}\right)} - 1 = \sqrt{3x-2} - 1$$

$$\therefore b = -2, c = -1$$

139 답 (1) 최댓값 : 5, 최솟값 : 3

(2) 최댓값 : -1 , 최솟값 : -3

- (1) 함수 $y=\sqrt{3-x}+2=\sqrt{-(x-3)}+2$ 의 그래프는 $y=\sqrt{-x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

정의역 $\{x|-6\leq x\leq 2\}$ 에서

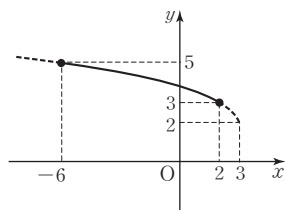
함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로

최댓값은 $x=-6$ 일 때

$$\sqrt{3-(-6)}+2=5$$

최솟값은 $x=2$ 일 때

$$\sqrt{3-2}+2=3$$



- (2) 함수 $y=-\sqrt{2x+4}+1=-\sqrt{2(x+2)}+1$ 의 그래프는 $y=-\sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

정의역 $\{x|0\leq x\leq 6\}$ 에서

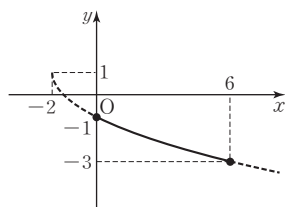
함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로

최댓값은 $x=0$ 일 때

$$-\sqrt{2\cdot 0}+4+1=-1$$

최솟값은 $x=6$ 일 때

$$-\sqrt{2\cdot 6}+4+1=-3$$



140 답 (1) 13 (2) 1 (3) 7 (4) 2

- (1) 함수 $y=\sqrt{k-x}-2=\sqrt{-(x-k)}-2$ 의 그래프는 $y=\sqrt{-x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 k 만큼, y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이고, x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소한다.

따라서 $x=-3$ 일 때 최댓값 2를 갖는다.

$x=-3, y=2$ 를 주어진 함수의 식에 대입하면

$$2=\sqrt{k+3}-2, \sqrt{k+3}=4 \quad \therefore k=13$$

- (2) 함수 $y=\sqrt{3x-9}+2k=\sqrt{3(x-3)}+2k$ 의 그래프는 $y=\sqrt{3x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼, y 축의 방향으로 $2k$ 만큼 평행이동한 것이고, x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가한다.

따라서 $x=6$ 일 때 최댓값 5를 갖는다.

$x=6, y=5$ 를 주어진 함수의 식에 대입하면

$$5=\sqrt{3\cdot 6-9}+2k, 5=3+2k \quad \therefore k=1$$

- (3) 함수 $y=-\sqrt{2x+k}+2=-\sqrt{2\left(x+\frac{k}{2}\right)}+2$ 의 그래프는 $y=-\sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-\frac{k}{2}$ 만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이고, x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소한다.

따라서 $x=-3$ 일 때 최댓값 1을 갖는다.

$x=-3, y=1$ 을 주어진 함수의 식에 대입하면

$$1=-\sqrt{2\cdot(-3)}+k+2, 1=-6+k \quad \therefore k=7$$

- (4) 함수 $y=\sqrt{4-x}+k=\sqrt{-(x-4)}+k$ 의 그래프는

$y=\sqrt{-x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼, y 축의 방향으로 k 만큼 평행이동한 것이고, x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소한다.

따라서 $x=3$ 일 때 최솟값 3을 갖는다.

$x=3, y=3$ 을 주어진 함수의 식에 대입하면

$$3=\sqrt{4-3}+k, 3=1+k \quad \therefore k=2$$

141 답 (1) ① $k>-\frac{3}{4}$ ② $k=-\frac{3}{4}$ 또는 $k<-1$

$$\textcircled{3} -1\leq k<-\frac{3}{4}$$

$$(2) \textcircled{1} k>\frac{5}{4} \quad \textcircled{2} k=\frac{5}{4} \text{ 또는 } k<1$$

$$\textcircled{3} 1\leq k<\frac{5}{4}$$

- (1) 함수 $y=\sqrt{x-1}$ 의 그래프는 함수 $y=\sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이고 직선 $y=x+k$ 는 기울기가 1

이고 y 절편이 k 이다.

(i) 직선 $y=x+k$ 가 점 $(1, 0)$

을 지날 때 $k=-1$

(ii) 함수 $y=\sqrt{x-1}$ 의 그래프와 직선 $y=x+k$ 가 접할 때

$\sqrt{x-1}=x+k$ 의 양변을 제곱하여 정리하면

$$x-1=x^2+2kx+k^2, x^2+(2k-1)x+k^2+1=0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면 $D=0$ 이므로

$$(2k-1)^2-4(k^2+1)=0, -4k-3=0 \quad \therefore k=-\frac{3}{4}$$

$$\textcircled{1} \text{ 만나지 않는다. } \Rightarrow k>-\frac{3}{4}$$

$$\textcircled{2} \text{ 한 점에서 만난다. } \Rightarrow k=-\frac{3}{4} \text{ 또는 } k<-1$$

$$\textcircled{3} \text{ 서로 다른 두 점에서 만난다. } \Rightarrow -1\leq k<-\frac{3}{4}$$

- (2) 함수 $y=\sqrt{1-x}$ 의 그래프는 함수 $y=\sqrt{-x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이고 직선 $y=-x+k$ 는 기울기가 -1이

고 y 절편이 k 이다.

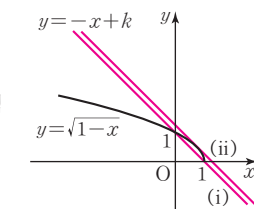
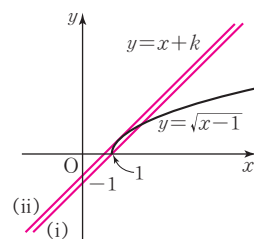
(i) 직선 $y=-x+k$ 가 점 $(1, 0)$

을 지날 때 $k=1$

(ii) 함수 $y=\sqrt{1-x}$ 의 그래프와 직선 $y=-x+k$ 가 접할 때

$\sqrt{1-x}=-x+k$ 의 양변을 제곱하여 정리하면

$$1-x=x^2-2kx+k^2, x^2-(2k-1)x+k^2-1=0$$



이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면 $D=0$ 이므로

$$\{-(2k-1)\}^2 - 4(k^2-1) = 0, -4k+5=0 \quad \therefore k=\frac{5}{4}$$

① 만나지 않는다. $\Rightarrow k > \frac{5}{4}$

② 한 점에서 만난다. $\Rightarrow k = \frac{5}{4}$ 또는 $k < 1$

③ 서로 다른 두 점에서 만난다. $\Rightarrow 1 \leq k < \frac{5}{4}$

142 답 (1) $y=(x-2)^2+1$, 정의역: $\{x|x \geq 2\}$

(2) $y=(x-4)^2+3$, 정의역: $\{x|x \leq 4\}$

(1) $y=\sqrt{x-1}+2$ 를 x 에 대하여 풀면

$$y-2=\sqrt{x-1}, (y-2)^2=x-1 \quad \therefore x=(y-2)^2+1$$

x 와 y 를 서로 바꾸어 역함수를 구하면 $y=(x-2)^2+1$

한편, $y=\sqrt{x-1}+2$ 의 치역이 $\{y|y \geq 2\}$ 이므로

역함수의 정의역은 $\{x|x \geq 2\}$ 이다.

(2) $y=-\sqrt{x-3}+4$ 를 x 에 대하여 풀면

$$4-y=\sqrt{x-3}, (4-y)^2=x-3$$

$$\therefore x=(y-4)^2+3$$

x 와 y 를 서로 바꾸어 역함수를 구하면 $y=(x-4)^2+3$

한편, $y=-\sqrt{x-3}+4$ 의 치역이 $\{y|y \leq 4\}$ 이므로

역함수의 정의역은 $\{x|x \leq 4\}$ 이다.

143 답 (1) $\sqrt{2}$ (2) $2\sqrt{2}$ (3) $3\sqrt{2}$

(1) 함수 $y=\sqrt{x-4}+4$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프의 교점

은 $y=\sqrt{x-4}+4$ 의 그래프와 직선 $y=x$ 의 교점과 같으므로

$$\sqrt{x-4}+4=x, \sqrt{x-4}=x-4$$

양변을 제곱하여 정리하면 $x-4=x^2-8x+16$

$$x^2-9x+20=0, (x-4)(x-5)=0 \quad \therefore x=4 \text{ 또는 } x=5$$

따라서 두 교점이 (4, 4), (5, 5)이므로 두 점 사이의 거리는

$$\sqrt{(5-4)^2+(5-4)^2}=\sqrt{2}$$

(2) 함수 $y=\sqrt{2x-2}+1$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프의 교점

은 $y=\sqrt{2x-2}+1$ 의 그래프와 직선 $y=x$ 의 교점과 같으므로

$$\sqrt{2x-2}+1=x, \sqrt{2x-2}=x-1$$

양변을 제곱하여 정리하면 $2x-2=x^2-2x+1$

$$x^2-4x+3=0, (x-1)(x-3)=0 \quad \therefore x=1 \text{ 또는 } x=3$$

따라서 두 교점이 (1, 1), (3, 3)이므로 두 점 사이의 거리는

$$\sqrt{(3-1)^2+(3-1)^2}=2\sqrt{2}$$

(3) 함수 $y=-\sqrt{9-3x}+3$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프의 교

점은 $y=-\sqrt{9-3x}+3$ 의 그래프와 직선 $y=x$ 의 교점과 같

으므로 $-\sqrt{9-3x}+3=x, -\sqrt{9-3x}=x-3$

양변을 제곱하여 정리하면 $9-3x=x^2-6x+9$

$$x^2-3x=0, x(x-3)=0 \quad \therefore x=0 \text{ 또는 } x=3$$

따라서 두 교점이 (0, 0), (3, 3)이므로 두 점 사이의 거리는

$$\sqrt{(3-0)^2+(3-0)^2}=3\sqrt{2}$$

144 답 (1) $\frac{8}{5}$ (2) 66 (3) 5

$$(1) (g \circ f^{-1})^{-1}(3) = (f \circ g^{-1})(3) = f(g^{-1}(3))$$

이때 $g^{-1}(3)=k$ 로 놓으면 $g(k)=3$ 에서

$$\sqrt{k+2}=3, k+2=9 \quad \therefore k=7$$

따라서 구하는 함숫값은 $f(g^{-1}(3))=f(7)=\frac{8}{5}$

$$(2) (f \circ (g \circ f)^{-1} \circ f)(5) = (f \circ f^{-1} \circ g^{-1} \circ f)(5)$$

$$= (g^{-1} \circ f)(5)$$

$$= g^{-1}(f(5)) = g^{-1}(8)$$

이때 $g^{-1}(8)=k$ 로 놓으면 $g(k)=8$ 에서

$$\sqrt{k-2}=8, k-2=64 \quad \therefore k=66$$

따라서 구하는 함숫값은

$$(f \circ (g \circ f)^{-1} \circ f)(5) = g^{-1}(8) = 66$$

$$(3) (f \circ (g \circ f)^{-1} \circ f)(3) = (f \circ f^{-1} \circ g^{-1} \circ f)(3)$$

$$= (g^{-1} \circ f)(3)$$

$$= g^{-1}(f(3)) = g^{-1}(3)$$

이때 $g^{-1}(3)=k$ 로 놓으면 $g(k)=3$ 에서

$$\sqrt{2k-1}=3, 2k-1=9 \quad \therefore k=5$$

따라서 구하는 함숫값은

$$(f \circ (g \circ f)^{-1} \circ f)(3) = g^{-1}(3) = 5$$

145 답 ④

$$f(n) = \frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}} = \frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{(\sqrt{n+1}+\sqrt{n})(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})}$$

$$= \frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{(n+1)-n} = \sqrt{n+1}-\sqrt{n}$$

$$\therefore f(1)+f(2)+\cdots+f(24)$$

$$= (\sqrt{2}-1) + (\sqrt{3}-\sqrt{2}) + \cdots + (\sqrt{25}-\sqrt{24})$$

$$= \sqrt{25}-1=4$$

146 답 $\sqrt{3}-\sqrt{2}$

$$x+y=2\sqrt{3}, xy=2 \text{ 이므로}$$

$$(x-y)^2 = (x+y)^2 - 4xy = 12 - 8 = 4$$

$$\therefore x-y=2 \quad (\because x>y)$$

$$\therefore \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} = \frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y})}$$

$$= \frac{x+y-2\sqrt{xy}}{x-y} = \frac{2\sqrt{3}-2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{3}-\sqrt{2}$$

147 답 ②

$5-x \geq 0$ 에서 $x \leq 5$ 이므로 주어진 함수의 정의역은

$$\{x|x \leq 5\} \quad \therefore b=5$$

또, 주어진 함수의 치역은 $\{y|y \leq a\}$ 이므로 $a=2$

$$\therefore a+b=7$$

148 답 ③

함수 $y=\sqrt{2x}-3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼,
 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면

$$y=\sqrt{2(x-a)}+b-3 \quad \therefore y=\sqrt{2x-2a}+b-3$$

이 그래프가 $y=\sqrt{2x-4}+1$ 의 그래프와 겹치므로

$$2a=4, b-3=1 \quad \therefore a=2, b=4$$

$$\therefore a+b=6$$

149 답 ⑤

$$y=-\sqrt{2x-4}+1=-\sqrt{2(x-2)}+1$$

이므로 이 함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

① $2x-4 \geq 0$ 에서 $x \geq 2$ 이므로 정의역

은 $\{x|x \geq 2\}$ 이다.

② $-\sqrt{2x-4} \leq 0$ 에서 $y \leq 1$ 이므로 치역은 $\{y|y \leq 1\}$ 이다.

③ $x=\frac{5}{2}$ 를 대입하면 $y=-\sqrt{5-4}+1=0$

따라서 그래프는 점 $(\frac{5}{2}, 0)$ 을 지난다.

④ 그래프는 제1, 4사분면을 지난다.

⑤ $y=-\sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

이상에서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

150 답 -3

$f(x)=-\sqrt{a(x+4)}+3$ ($a>0$)이라 하면 이 함수의 그래프가

점 $(0, -1)$ 을 지나므로 $-1=-\sqrt{4a}+3 \quad \therefore a=4$

따라서 $f(x)=-\sqrt{4(x+4)}+3$ 이므로

$$f(5)=-\sqrt{4 \cdot (5+4)}+3=-3$$

151 답 ③

$y=\sqrt{3x-2}-5=\sqrt{3(x-\frac{2}{3})}-5$ 의 그래프는 $y=\sqrt{3x}$ 의 그래프

를 x 축의 방향으로 $\frac{2}{3}$ 만큼, y 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동한 것이다.

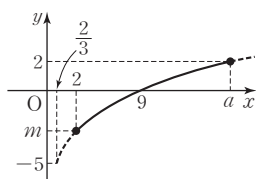
따라서 $2 \leq x \leq a$ 에서

$y=\sqrt{3x-2}-5$ 의 그래프는

오른쪽 그림과 같다.

$x=a$ 일 때 최댓값이 2이므로

$$2=\sqrt{3a-2}-5, 3a-2=49$$



$$\therefore a=17$$

$x=2$ 일 때, 최솟값이 m 이므로 $m=\sqrt{4}-5=-3$

$$\therefore a+m=17+(-3)=14$$

152 답 $3 \leq k < \frac{7}{2}$

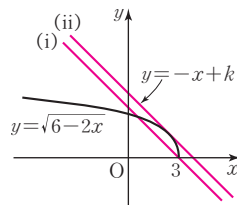
$y=\sqrt{6-2x}=\sqrt{-2(x-3)}$ 의 그래프

는 $y=\sqrt{-2x}$ 의 그래프를 x 축의 방

향으로 3만큼 평행이동한 것이고,

직선 $y=-x+k$ 는 기울기가 -1 이

고 y 절편이 k 이다.



(i) 직선 $y=-x+k$ 가 점 $(3, 0)$ 을 지날 때

$$0=-3+k \quad \therefore k=3$$

(ii) $y=\sqrt{6-2x}$ 의 그래프와 직선 $y=-x+k$ 가 접할 때,

$\sqrt{6-2x}=-x+k$ 의 양변을 제곱하여 정리하면

$$x^2-2(k-1)x+k^2-6=0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4}=(k-1)^2-(k^2-6)=0, -2k+7=0 \quad \therefore k=\frac{7}{2}$$

이상에서 함수의 그래프와 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려

$$\text{면 } 3 \leq k < \frac{7}{2}$$

153 답 $-\frac{5}{2}$

$y=-\sqrt{2x-4}+1$ 의 치역이 $\{y|y \leq 1\}$ 이므로 역함수의

정의역은 $\{x|x \leq 1\}$ 이다.

$y=-\sqrt{2x-4}+1$ 을 x 에 대하여 풀면

$$y-1=-\sqrt{2x-4}, (y-1)^2=2x-4$$

$$\therefore x=\frac{1}{2}(y-1)^2+2$$

x 와 y 를 서로 바꾸어 역함수를 구하면

$$y=\frac{1}{2}(x-1)^2+2=\frac{1}{2}x^2-x+\frac{5}{2} \quad (x \leq 1)$$

$$\therefore a=-1, b=\frac{5}{2}, c=1$$

$$\therefore abc=-\frac{5}{2}$$

154 답 30

$f(1)=4$ 이므로 $\sqrt{a+b}=4$

$$\therefore a+b=16 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$f^{-1}(3)=2$ 에서 $f(2)=3$ 이므로

$$\sqrt{2a+b}=3 \quad \therefore 2a+b=9 \quad \cdots \textcircled{2}$$

①, ②을 연립하여 풀면 $a=-7, b=23$

$$\therefore b-a=23-(-7)=30$$

155 답 $(2, 2)$



함수 $y=\sqrt{2+x}$ 의 그래프와 그 역함
수의 그래프의 교점은 함수

$y=\sqrt{2+x}$ 의 그래프와 직선 $y=x$ 의
교점과 같다.

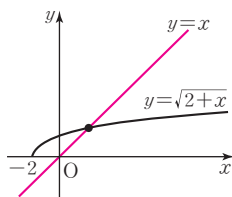
$\sqrt{2+x}=x$ 의 양변을 제곱하여 풀면

$$2+x=x^2, x^2-x-2=0$$

$$(x+1)(x-2)=0 \quad \therefore x=-1 \text{ 또는 } x=2$$

그런데 $x \geq 0$ 이므로 $x=2$

따라서 교점의 좌표는 (2, 2)이다.



156 답 ⑤

$$\begin{aligned} (f \circ (g \circ f)^{-1} \circ f)(3) &= (f \circ f^{-1} \circ g^{-1} \circ f)(3) \\ &= (g^{-1} \circ f)(3) = g^{-1}(f(3)) = g^{-1}(2) \end{aligned}$$

이때 $g^{-1}(2)=k$ 로 놓으면 $g(k)=2$ 에서

$$\sqrt{2k-2}=2, 2k-2=4 \quad \therefore k=3$$

따라서 구하는 함숫값은 $(f \circ (g \circ f)^{-1} \circ f)(3) = g^{-1}(2) = 3$

Ⅲ 경우의 수

1 경우의 수

127쪽~135쪽

001 답 (1) 2 (2) 6 (3) 2 (4) 3 (5) 3

(1) 3의 배수는 3, 6이므로 구하는 경우의 수는 2

(2) 12의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12이므로 경우의 수는 6

(3) (앞, 뒤), (뒤, 앞)이므로 경우의 수는 2

(4) 순서쌍 (태현, 미진)으로 나타내면

태현이가 이기는 경우는 (가위, 보), (바위, 가위), (보, 바위)

이므로 경우의 수는 3

(5) 돈을 지불할 때 사용할 동전의 개수를 순서쌍

(100원짜리, 50원짜리, 10원짜리)로 나타내면 (3, 0, 2),

(2, 2, 2), (1, 4, 2)이므로 방법의 수는 3

002 답 (1) 10 (2) 12 (3) 8

(1) $4+6=10$

(2) $7+5=12$

(3) $3+5=8$

003 답 (1) 9 (2) 13

(1) 4의 배수가 적힌 카드의 집합을 A, 7의 배수가 적힌 카드의
집합을 B라 하면

$$A = \{4, 8, 12, 16, 20, 24\} \Rightarrow n(A) = 6$$

$$B = \{7, 14, 21\} \Rightarrow n(B) = 3$$

이때 $A \cap B = \emptyset$ 이므로 구하는 경우의 수는

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) = 6 + 3 = 9$$

(2) 소수가 적힌 카드의 집합을 A, 6의 배수가 적힌 카드의 집합
을 B라 하면

$$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23\} \Rightarrow n(A) = 9$$

$$B = \{6, 12, 18, 24\} \Rightarrow n(B) = 4$$

이때 $A \cap B = \emptyset$ 이므로 구하는 경우의 수는

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) = 9 + 4 = 13$$

004 답 (1) 4 (2) 6 (3) 5

(1) 두 주사위의 눈의 수를 순서쌍으로 나타내면

(i) 눈의 수의 합이 3인 경우

(1, 2), (2, 1)의 2가지

(ii) 눈의 수의 합이 11인 경우

(5, 6), (6, 5)의 2가지

(i), (ii)는 동시에 일어날 수 없으므로 구하는 경우의 수는

$$2+2=4$$

- (2) 두 주사위의 눈의 수를 순서쌍으로 나타내면
- (i) 눈의 수의 합이 6인 경우
 (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)의 5가지
- (ii) 눈의 수의 합이 12인 경우
 (6, 6)의 1가지
- (i), (ii)는 동시에 일어날 수 없으므로 구하는 경우의 수는
 $5+1=6$
- (3) 두 주사위의 눈의 수를 순서쌍으로 나타내면
- (i) 눈의 수의 곱이 12인 경우
 (2, 6), (3, 4), (4, 3), (6, 2)의 4가지
- (ii) 눈의 수의 곱이 16인 경우
 (4, 4)의 1가지
- (i), (ii)는 동시에 일어날 수 없으므로 구하는 경우의 수는
 $4+1=5$

005 답 (1) 8 (2) 8 (3) 14

- (1) 두 공에 적힌 수를 순서쌍으로 나타내면
- (i) 두 수의 합이 4인 경우
 (1, 3), (2, 2), (3, 1)의 3가지
- (ii) 두 수의 합이 6인 경우
 (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)의 5가지
- (i), (ii)는 동시에 일어날 수 없으므로 구하는 경우의 수는
 $3+5=8$
- (2) 두 공에 적힌 수를 순서쌍으로 나타내면
- (i) 두 수의 곱이 10인 경우
 (1, 10), (2, 5), (5, 2), (10, 1)의 4가지
- (ii) 두 수의 곱이 20인 경우
 (2, 10), (4, 5), (5, 4), (10, 2)의 4가지
- (i), (ii)는 동시에 일어날 수 없으므로 구하는 경우의 수는
 $4+4=8$
- (3) 두 공에 적힌 수를 순서쌍으로 나타내면
- (i) 두 수의 차가 6인 경우
 (1, 7), (2, 8), (3, 9), (4, 10), (7, 1), (8, 2),
 (9, 3), (10, 4)의 8가지
- (ii) 두 수의 차가 7인 경우
 (1, 8), (2, 9), (3, 10), (8, 1), (9, 2), (10, 3)
 의 6가지
- (i), (ii)는 동시에 일어날 수 없으므로 구하는 경우의 수는
 $8+6=14$

006 답 (1) 15 (2) 10 (3) 6

- (1) 3의 배수의 집합을 A , 4의 배수의 집합을 B 라 하면

$$\begin{aligned} A \cap B &\text{는 12의 배수의 집합이고} \\ n(A) &= 10, n(B) = 7, n(A \cap B) = 2 \\ \therefore n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 10 + 7 - 2 = 15 \end{aligned}$$

- (2) 5의 배수의 집합을 A , 6의 배수의 집합을 B 라 하면
 $A \cap B$ 는 30의 배수의 집합이고
 $n(A) = 6, n(B) = 5, n(A \cap B) = 1$
 $\therefore n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $= 6 + 5 - 1 = 10$
- (3) 10의 약수의 집합을 A , 15의 약수의 집합을 B 라 하면
 $A \cap B$ 는 10과 15의 최대공약수인 5의 약수의 집합이고
 $n(A) = 4, n(B) = 4, n(A \cap B) = 2$
 $\therefore n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $= 4 + 4 - 2 = 6$

007 답 32

- 1부터 100까지의 자연수 중에서
- (i) 5로 나누어떨어지는 수, 즉 5의 배수는
 5, 10, 15, ..., 100으로 20개
- (ii) 7로 나누어떨어지는 수, 즉 7의 배수는
 7, 14, 21, ..., 98로 14개
- (iii) 5와 7의 공배수, 즉 최소공배수인 35의 배수는
 35, 70으로 2개
- (i), (ii), (iii)에서 5 또는 7로 나누어떨어지는 자연수의 개수는
 $20 + 14 - 2 = 32$

008 답 (1) 21 (2) 20 (3) 6 (4) 24 (5) 60

- (1) $7 \times 3 = 21$
 (2) $4 \times 5 = 20$
 (3) $3 \times 2 = 6$
 (4) $4 \times 2 \times 3 = 24$
 (5) $4 \times 3 \times 5 = 60$

009 답 (1) 9 (2) 8

- (1) 홀수의 눈이 나오는 경우의 수는 3가지
 소수의 눈이 나오는 경우의 수는 3가지
 따라서 구하는 경우의 수는 $3 \times 3 = 9$
- (2) 3의 배수의 눈이 나오는 경우의 수는 2가지
 6의 약수의 눈이 나오는 경우의 수는 4가지
 따라서 구하는 경우의 수는 $2 \times 4 = 8$

010 답 (1) 10 (2) 12 (3) 30



- (1) 십의 자리의 숫자가 될 수 있는 것은 4, 8의 2개
일의 자리의 숫자가 될 수 있는 것은 1, 3, 5, 7, 9의 5개
따라서 구하는 자연수의 개수는 $2 \times 5 = 10$
- (2) 십의 자리의 숫자가 될 수 있는 것은 3, 6, 9의 3개
일의 자리의 숫자가 될 수 있는 것은 2, 3, 5, 7의 4개
따라서 구하는 자연수의 개수는 $3 \times 4 = 12$
- (3) 십의 자리의 숫자가 될 수 있는 것은 4, 5, 6, 7, 8, 9의 6개
일의 자리의 숫자가 될 수 있는 것은 1, 3, 5, 7, 9의 5개
따라서 구하는 자연수의 개수는 $6 \times 5 = 30$

011 답 (1) 8 (2) 8 (3) 18 (4) 24 (5) 6 (6) 12

- (1) x, y 중 어느 하나를 택하고 그 각각에 대하여 a, b, c, d 의 4가지 중 하나를 선택할 수 있으므로 주어진 다항식의 전개식에서 서로 다른 항의 개수는 곱의 법칙에 의해 $2 \times 4 = 8$
- (2) a, b 각각에 곱해지는 항이 x, y 이고 그것에 다시 p, q 를 곱하여 항이 만들어지므로 서로 다른 항의 개수는 $2 \times 2 \times 2 = 8$
- (3) $3 \times 3 \times 2 = 18$
- (4) $2 \times 4 \times 3 = 24$
- (5) $(a+b)(x+y)^2 = (a+b)(x^2 + 2xy + y^2)$ 이므로 서로 다른 항의 개수는 $2 \times 3 = 6$
- (6) $(a+b)^2(x+y)^3 = (a^2 + 2ab + b^2)(x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3)$ 이므로 서로 다른 항의 개수는 $3 \times 4 = 12$

012 답 (1) 12 (2) 9 (3) 12 (4) 16

- (1) 72를 소인수분해하면 $2^3 \times 3^2$
72의 양의 약수의 개수는 $4 \times 3 = 12$
- (2) 100을 소인수분해하면 $2^2 \times 5^2$
100의 양의 약수의 개수는 $3 \times 3 = 9$
- (3) 108을 소인수분해하면 $2^2 \times 3^3$
108의 양의 약수의 개수는 $3 \times 4 = 12$
- (4) 216을 소인수분해하면 $2^3 \times 3^3$
216의 양의 약수의 개수는 $4 \times 4 = 16$

013 답 (1) 4 (2) 6 (3) 4

- (1) 30을 소인수분해하면 $2 \times 3 \times 5$ 이고,
3의 배수는 3을 소인수로 가지므로 30의 양의 약수 중 3의 배수의 개수는 2×5 의 양의 약수의 개수와 같다.
따라서 30의 양의 약수 중 3의 배수의 개수는 $2 \times 2 = 4$
- (2) 96을 소인수분해하면 $2^5 \times 3$ 이고,
3의 배수는 3을 소인수로 가지므로 96의 양의 약수 중 3의 배수의 개수는 2^5 의 양의 약수의 개수와 같다.
따라서 96의 양의 약수 중 3의 배수의 개수는 6

- (3) 105를 소인수분해하면 $3 \times 5 \times 7$ 이고,
3의 배수는 3을 소인수로 가지므로 105의 양의 약수 중 3의 배수의 개수는 5×7 의 양의 약수의 개수와 같다.
따라서 105의 양의 약수 중 3의 배수의 개수는 $2 \times 2 = 4$

014 답 (1) 4 (2) 4 (3) 8 (4) 12 (5) 18

- (1) 64를 소인수분해하면 2^6
72를 소인수분해하면 $2^3 \times 3^2$
64와 72의 공약수의 개수는 최대공약수 2^3 의 양의 약수의 개수와 같다.
따라서 구하는 공약수의 개수는 4
- (2) 75를 소인수분해하면 3×5^2
90을 소인수분해하면 $2 \times 3^2 \times 5$
75와 90의 공약수의 개수는 최대공약수 3×5 의 양의 약수의 개수와 같다.
따라서 구하는 공약수의 개수는 $2 \times 2 = 4$
- (3) 120을 소인수분해하면 $2^3 \times 3 \times 5$
320을 소인수분해하면 $2^6 \times 5$
120과 320의 공약수의 개수는 최대공약수 $2^3 \times 5$ 의 양의 약수의 개수와 같다.
따라서 구하는 공약수의 개수는 $4 \times 2 = 8$
- (4) 280을 소인수분해하면 $2^3 \times 5 \times 7$
420을 소인수분해하면 $2^2 \times 3 \times 5 \times 7$
280과 420의 공약수의 개수는 최대공약수 $2^2 \times 5 \times 7$ 의 양의 약수의 개수와 같다.
따라서 구하는 공약수의 개수는 $3 \times 2 \times 2 = 12$
- (5) 360을 소인수분해하면 $2^3 \times 3^2 \times 5$
540을 소인수분해하면 $2^2 \times 3^3 \times 5$
360과 540의 공약수의 개수는 최대공약수 $2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 양의 약수의 개수와 같다.
따라서 구하는 공약수의 개수는 $3 \times 3 \times 2 = 18$

015 답 (1) 17 (2) 11 (3) 71

- (1) 500원짜리 동전을 지불하는 방법은 0, 1, 2, 3, 4, 5의 6가지
1000원짜리 지폐를 지불하는 방법은 0, 1, 2의 3가지
이때 0원을 지불하는 경우는 제외해야 하므로
구하는 방법의 수는 $6 \times 3 - 1 = 17$
- (2) 100원짜리 동전을 지불하는 방법은 0, 1, 2의 3가지
1000원짜리 지폐를 지불하는 방법은 0, 1, 2, 3의 4가지
이때 0원을 지불하는 경우는 제외해야 하므로
구하는 방법의 수는 $3 \times 4 - 1 = 11$
- (3) 10원짜리 동전을 지불하는 방법은 0, 1, 2, 3의 4가지

50원짜리 동전을 지불하는 방법은 0, 1, 2, 3, 4, 5의 6가지
 100원짜리 동전을 지불하는 방법은 0, 1, 2의 3가지
 이때 0원을 지불하는 경우는 제외해야 하므로
 구하는 방법의 수는 $4 \times 6 \times 3 - 1 = 71$

016 답 (1) 15 (2) 11 (3) 24

- (1) 100원짜리 동전 5개와 500원짜리 동전 1개로 지불하는 금액이 같으므로 500원짜리 동전 2개를 100원짜리 동전 10개로 바꾸어 지불할 수 있는 금액의 수는 100원짜리 동전 15개로 지불하는 방법의 수와 같다.
 이때 100원짜리 동전 15개로 지불하는 방법은 16가지이고, 0원을 지불하는 경우는 제외해야 하므로
 구하는 방법의 수는 $16 - 1 = 15$
- (2) 50원짜리 동전 2개와 100원짜리 동전 1개로 지불하는 금액이 같으므로 100원짜리 동전 4개를 50원짜리 동전 8개로 바꾸어 지불할 수 있는 금액의 수는 50원짜리 동전 11개로 지불하는 방법의 수와 같다.
 이때 50원짜리 동전 11개로 지불하는 방법은 12가지이고, 0원을 지불하는 경우는 제외해야 하므로
 구하는 방법의 수는 $12 - 1 = 11$
- (3) 500원짜리 동전 2개와 1000원짜리 지폐 1장으로 지불하는 금액이 같으므로 1000원짜리 지폐 1장을 500원짜리 동전 2개로 바꾸면 지불할 수 있는 금액의 수는 100원짜리 동전 4개와 500원짜리 동전 4개로 지불하는 방법의 수와 같다.
 100원짜리 동전 4개로 지불할 수 있는 방법은 0원, 100원, 200원, 300원, 400원의 5가지
 500원짜리 동전 4개로 지불할 수 있는 방법은 0원, 500원, 1000원, 1500원, 2000원의 5가지
 이때 0원을 지불하는 경우는 제외해야 하므로
 구하는 방법의 수는 $5 \times 5 - 1 = 24$

017 답 (1) 4 (2) 6 (3) 8

- (1) $x + 2y + 3z = 10$ 에서 x, y, z 가 자연수이므로
 (i) $z = 1$ 일 때, $x + 2y = 7$ 이므로
 순서쌍 (x, y) 는 (5, 1), (3, 2), (1, 3)의 3개
 (ii) $z = 2$ 일 때, $x + 2y = 4$ 이므로
 순서쌍 (x, y) 는 (2, 1)의 1개
 (iii) $z = 3$ 일 때, $x + 2y = 1$ 이므로
 순서쌍 (x, y) 는 없다.
 따라서 구하는 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는 $3 + 1 = 4$
- (2) $2x + y + z = 7$ 에서 x, y, z 가 자연수이므로
 (i) $x = 1$ 일 때, $y + z = 5$ 이므로

- 순서쌍 (y, z) 는 (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)의 4개
 (ii) $x = 2$ 일 때, $y + z = 3$ 이므로
 순서쌍 (y, z) 는 (1, 2), (2, 1)의 2개
 (iii) $x = 3$ 일 때, $y + z = 1$ 이므로
 순서쌍 (y, z) 는 없다.
 따라서 구하는 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는 $4 + 2 = 6$
- (3) $2x + 3y + z = 13$ 에서 x, y, z 가 자연수이므로
 (i) $y = 1$ 일 때, $2x + z = 10$ 이므로
 순서쌍 (x, z) 는 (1, 8), (2, 6), (3, 4), (4, 2)의 4개
 (ii) $y = 2$ 일 때, $2x + z = 7$ 이므로
 순서쌍 (x, z) 는 (1, 5), (2, 3), (3, 1)의 3개
 (iii) $y = 3$ 일 때, $2x + z = 4$ 이므로
 순서쌍 (x, z) 는 (1, 2)의 1개
 (iv) $y = 4$ 일 때, $2x + z = 1$ 이므로
 순서쌍 (x, z) 는 없다.
 따라서 구하는 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는 $4 + 3 + 1 = 8$

018 답 (1) 9 (2) 16 (3) 27

- (1) $x + 2y + 4z = 9$ 에서 x, y, z 가 음이 아닌 정수이므로
 (i) $z = 0$ 일 때, $x + 2y = 9$ 이므로
 순서쌍 (x, y) 는 (9, 0), (7, 1), (5, 2), (3, 3), (1, 4)의 5개
 (ii) $z = 1$ 일 때, $x + 2y = 5$ 이므로
 순서쌍 (x, y) 는 (5, 0), (3, 1), (1, 2)의 3개
 (iii) $z = 2$ 일 때, $x + 2y = 1$ 이므로
 순서쌍 (x, y) 는 (1, 0)의 1개
 따라서 구하는 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는 $5 + 3 + 1 = 9$
- (2) $x + 2y + 3z = 11$ 에서 x, y, z 가 음이 아닌 정수이므로
 (i) $z = 0$ 일 때, $x + 2y = 11$ 이므로
 순서쌍 (x, y) 는 (11, 0), (9, 1), (7, 2), (5, 3), (3, 4), (1, 5)의 6개
 (ii) $z = 1$ 일 때, $x + 2y = 8$ 이므로
 순서쌍 (x, y) 는 (8, 0), (6, 1), (4, 2), (2, 3), (0, 4)의 5개
 (iii) $z = 2$ 일 때, $x + 2y = 5$ 이므로
 순서쌍 (x, y) 는 (5, 0), (3, 1), (1, 2)의 3개
 (iv) $z = 3$ 일 때, $x + 2y = 2$ 이므로
 순서쌍 (x, y) 는 (2, 0), (0, 1)의 2개
 따라서 구하는 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는 $6 + 5 + 3 + 2 = 16$
- (3) $3x + y + 2z = 15$ 에서 x, y, z 가 음이 아닌 정수이므로
 (i) $x = 0$ 일 때, $y + 2z = 15$ 이므로
 순서쌍 (y, z) 는 (15, 0), (13, 1), (11, 2), (9, 3),



(7, 4), (5, 5), (3, 6), (1, 7)의 8개
(ii) $x=1$ 일 때, $y+2z=12$ 이므로
순서쌍 (y, z) 는 (12, 0), (10, 1), (8, 2), (6, 3),
(4, 4), (2, 5), (0, 6)의 7개
(iii) $x=2$ 일 때, $y+2z=9$ 이므로
순서쌍 (y, z) 는 (9, 0), (7, 1), (5, 2), (3, 3), (1, 4)
의 5개
(iv) $x=3$ 일 때, $y+2z=6$ 이므로
순서쌍 (y, z) 는 (6, 0), (4, 1), (2, 2), (0, 3)의 4개
(v) $x=4$ 일 때, $y+2z=3$ 이므로
순서쌍 (y, z) 는 (3, 0), (1, 1)의 2개
(vi) $x=5$ 일 때, $y+2z=0$ 이므로
순서쌍 (y, z) 는 (0, 0)의 1개
따라서 구하는 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는
 $8+7+5+4+2+1=27$

019 답 16

500원, 1000원, 2000원짜리 과자를 각각 x 개, y 개, z 개 산다고
하면 $500x+1000y+2000z=10000$ 에서 $x+2y+4z=20$
(i) $z=1$ 일 때, $x+2y=16$ 이므로
순서쌍 (x, y) 는 (14, 1), (12, 2), (10, 3), (8, 4),
(6, 5), (4, 6), (2, 7)의 7개
(ii) $z=2$ 일 때, $x+2y=12$ 이므로
순서쌍 (x, y) 는 (10, 1), (8, 2), (6, 3), (4, 4), (2, 5)
의 5개
(iii) $z=3$ 일 때, $x+2y=8$ 이므로
순서쌍 (x, y) 는 (6, 1), (4, 2), (2, 3)의 3개
(iv) $z=4$ 일 때, $x+2y=4$ 이므로 순서쌍 (x, y) 는 (2, 1)의 1개
따라서 구하는 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는 $7+5+3+1=16$

020 답 (1) 12 (2) 4

(1) $3x+y \leq 10$ 에서 x, y 가 자연수이므로
(i) $x=1$ 일 때, $y \leq 7$ 이므로
순서쌍 (x, y) 는 (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4),
(1, 5), (1, 6), (1, 7)의 7개
(ii) $x=2$ 일 때, $y \leq 4$ 이므로
순서쌍 (x, y) 는 (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4)의 4개
(iii) $x=3$ 일 때, $y \leq 1$ 이므로 순서쌍 (x, y) 는 (3, 1)의 1개
따라서 구하는 순서쌍 (x, y) 의 개수는 $7+4+1=12$
(2) $2x+y \leq 5$ 에서 x, y 가 자연수이므로
(i) $x=1$ 일 때, $y \leq 3$ 이므로
순서쌍 (x, y) 는 (1, 1), (1, 2), (1, 3)의 3개

(ii) $x=2$ 일 때, $y \leq 1$ 이므로 순서쌍 (x, y) 는 (2, 1)의 1개
따라서 구하는 순서쌍 (x, y) 의 개수는 $3+1=4$

021 답 (1) 30 (2) 18

(1) $2x+y < 10$ 에서 x, y 가 음이 아닌 정수이므로
(i) $x=0$ 일 때, $y < 10$ 이므로 순서쌍 (x, y) 는 10개
(ii) $x=1$ 일 때, $y < 8$ 이므로 순서쌍 (x, y) 는 8개
(iii) $x=2$ 일 때, $y < 6$ 이므로 순서쌍 (x, y) 는 6개
(iv) $x=3$ 일 때, $y < 4$ 이므로 순서쌍 (x, y) 는 4개
(v) $x=4$ 일 때, $y < 2$ 이므로 순서쌍 (x, y) 는 2개
따라서 구하는 순서쌍 (x, y) 의 개수는
 $10+8+6+4+2=30$
(2) $2x+5y \leq 15$ 에서 x, y 가 음이 아닌 정수이므로
(i) $y=0$ 일 때, $x \leq \frac{15}{2}$ 이므로 순서쌍 (x, y) 는 8개
(ii) $y=1$ 일 때, $x \leq 5$ 이므로 순서쌍 (x, y) 는 6개
(iii) $y=2$ 일 때, $x \leq \frac{5}{2}$ 이므로 순서쌍 (x, y) 는 3개
(iv) $y=3$ 일 때, $x \leq 0$ 이므로 순서쌍 (x, y) 는 1개
따라서 구하는 순서쌍 (x, y) 의 개수는 $8+6+3+1=18$

022 답 (1) 8 (2) 9 (3) 17 (4) 289

(1) A 지점에서 B 지점까지 가는 방법의 수가 4가지,
B 지점에서 C 지점까지 가는 방법의 수가 2가지이므로
 $4 \times 2 = 8$
(2) A 지점에서 D 지점까지 가는 방법의 수가 3가지,
D 지점에서 C 지점까지 가는 방법의 수가 3가지이므로
 $3 \times 3 = 9$
(3) (i) $C \rightarrow B \rightarrow A$ 로 가는 방법의 수는 $2 \times 4 = 8$
(ii) $C \rightarrow D \rightarrow A$ 로 가는 방법의 수는 $3 \times 3 = 9$
따라서 구하는 방법의 수는 $8+9=17$
(4) (i) $A \rightarrow B \rightarrow C$ 로 가는 방법의 수는 $4 \times 2 = 8$
(ii) $A \rightarrow D \rightarrow C$ 로 가는 방법의 수는 $3 \times 3 = 9$ 이므로
A 지점에서 C 지점까지 가는 방법의 수는 $8+9=17$
같은 방법으로
C 지점에서 A 지점으로 돌아오는 방법의 수도 17
따라서 구하는 방법의 수는 $17 \times 17 = 289$

023 답 (1) 48 (2) 108 (3) 48

(1) B에 칠할 수 있는 색은 4가지
A에 칠할 수 있는 색은 B에 칠한 색을 제외한 3가지
C에 칠할 수 있는 색은 A, B에 칠한 색을 제외한 2가지
D에 칠할 수 있는 색은 B, C에 칠한 색을 제외한 2가지이다.

- 따라서 구하는 방법의 수는 $4 \times 3 \times 2 \times 2 = 48$
- (2) A에 칠할 수 있는 색은 4가지
- B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 3가지
- C에 칠할 수 있는 색은 B에 칠한 색을 제외한 3가지
- D에 칠할 수 있는 색은 C에 칠한 색을 제외한 3가지이다.
- 따라서 구하는 방법의 수는 $4 \times 3 \times 3 \times 3 = 108$
- (3) D에 칠할 수 있는 색은 4가지
- A에 칠할 수 있는 색은 D에 칠한 색을 제외한 3가지
- B에 칠할 수 있는 색은 A, D에 칠한 색을 제외한 2가지
- C에 칠할 수 있는 색은 B, D에 칠한 색을 제외한 2가지이다.
- 따라서 구하는 방법의 수는 $4 \times 3 \times 2 \times 2 = 48$

024 답 ④

- 공을 세 번 꺼낼 때, 꺼낸 공에 적힌 세 수의 합은 3 이상 24 이하의 자연수이다.
- 따라서 꺼낸 공에 적힌 세 수의 합이 5 이하인 경우는 세 수의 합이 3 또는 4 또는 5인 경우이다.
- (i) 3인 경우는 (1, 1, 1)의 1가지
- (ii) 4인 경우는 (1, 1, 2), (1, 2, 1), (2, 1, 1)의 3가지
- (iii) 5인 경우는 (1, 1, 3), (1, 3, 1), (3, 1, 1), (1, 2, 2), (2, 1, 2), (2, 2, 1)의 6가지
- (i), (ii), (iii)에 의해 구하는 경우의 수는 $1 + 3 + 6 = 10$

025 답 ④

- (i) 백의 자리의 숫자가 될 수 있는 것은 2, 4, 6, 8의 4개
- (ii) 십의 자리의 숫자가 될 수 있는 것은 1, 3, 5, 7, 9의 5개
- (iii) 일의 자리의 숫자가 될 수 있는 것은 2, 3, 5, 7의 4개
- (i), (ii), (iii)에 의해 구하는 자연수의 개수는
- $$4 \times 5 \times 4 = 80$$

026 답 ②

- 504를 소인수분해하면 $504 = 2^3 \times 3^2 \times 7$ 이므로
- 504의 양의 약수의 개수는 $4 \times 3 \times 2 = 24$
- 이 중에서 홀수인 약수는 $3^2 \times 7$ 의 약수이므로 그 개수는
- $$3 \times 2 = 6$$
- 따라서 구하는 짝수인 양의 약수의 개수는 $24 - 6 = 18$

027 답 ⑤

- (i) 지불할 수 있는 방법의 수
- 1000원짜리 지폐 2장으로 지불할 수 있는 방법은
- 0장, 1장, 2장의 3가지
- 5000원짜리 지폐 2장으로 지불할 수 있는 방법은

- 0장, 1장, 2장의 3가지
- 10000원짜리 지폐 3장으로 지불할 수 있는 방법은
- 0장, 1장, 2장, 3장의 4가지
- 이때 0원을 지불하는 1가지 경우를 빼주어야 하므로 구하는 방법의 수는
- $$a = 3 \times 3 \times 4 - 1 = 35$$

- (ii) 지불할 수 있는 금액의 수
- 5000원짜리 2장으로 지불하는 금액과 10000원짜리 1장으로 지불하는 금액이 같으므로 10000원짜리 지폐 3장을 5000원짜리 지폐 6장으로 바꾸어 생각하면 지불할 수 있는 금액의 수는 1000원짜리 지폐 2장과 5000원짜리 지폐 8장으로 지불할 수 있는 방법의 수와 같다.
- 1000원짜리 지폐 2장으로 지불할 수 있는 방법은 0장, 1장, 2장의 3가지
- 5000원짜리 지폐 8장으로 지불할 수 있는 0장, 1장, ..., 8장의 9가지
- 이때 0원을 지불하는 1가지 경우를 빼주어야 하므로 구하는 금액의 수는 $b = 3 \times 9 - 1 = 26$
- (i), (ii)에서 $a = 35$, $b = 26$ 이므로 $a - b = 9$

028 답 11

- 200원, 300원, 500원짜리 연필을 각각 x 개, y 개, z 개 산다고 하면 그 금액의 합이 3000원이므로
- $$200x + 300y + 500z = 3000 \text{에서 } 2x + 3y + 5z = 30$$
- (i) $z = 1$ 일 때, $2x + 3y = 25$ 이므로
- 순서쌍 (x, y) 는 (2, 7), (5, 5), (8, 3), (11, 1)의 4개
- (ii) $z = 2$ 일 때, $2x + 3y = 20$ 이므로
- 순서쌍 (x, y) 는 (1, 6), (4, 4), (7, 2)의 3개
- (iii) $z = 3$ 일 때, $2x + 3y = 15$ 이므로
- 순서쌍 (x, y) 는 (3, 3), (6, 1)의 2개
- (iv) $z = 4$ 일 때, $2x + 3y = 10$ 이므로
- 순서쌍 (x, y) 는 (2, 2)의 1개
- (v) $z = 5$ 일 때, $2x + 3y = 5$ 이므로 순서쌍 (x, y) 는 (1, 1)의 1개
- (i) ~ (v)에 의해 구하는 방법의 수는 $4 + 3 + 2 + 1 + 1 = 11$

029 답 1280

- A에 칠할 수 있는 색은 5가지
- B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 4가지
- C에 칠할 수 있는 색은 B에 칠한 색을 제외한 4가지
- D에 칠할 수 있는 색은 C에 칠한 색을 제외한 4가지
- E에 칠할 수 있는 색은 D에 칠한 색을 제외한 4가지
- 따라서 구하는 모든 방법의 수는 $5 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 1280$

030 답 (1) 1 (2) 120 (3) 120 (4) 7 (5) 56

(1) ${}_3P_0=1$

(2) ${}_6P_3=6 \cdot 5 \cdot 4=120$

(3) ${}_5P_5=5!=5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1=120$

(4) ${}_7P_1=7$

(5) ${}_8P_2=8 \cdot 7=56$

031 답 (1) 5 (2) 8 (3) 10 (4) 5

(1) ${}_nP_4=n(n-1)(n-2)(n-3)$ 이므로

$$n(n-1)(n-2)(n-3)=120=5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2$$

$$\therefore n=5$$

(2) ${}_nP_3=n(n-1)(n-2)$ 이므로

$$n(n-1)(n-2)=336=8 \cdot 7 \cdot 6$$

$$\therefore n=8$$

(3) ${}_nP_2=n(n-1)$ 이므로

$$n(n-1)=90=10 \cdot 9 \quad \therefore n=10$$

(4) ${}_nP_3=3 \cdot {}_nP_2$ 에서 $n(n-1)(n-2)=3n(n-1)$

${}_nP_3$ 에서 $n \geq 3$ 이므로 양변을 $n(n-1)$ 로 나누면

$$n-2=3 \quad \therefore n=5$$

032 답 (1) 2 (2) 2 (3) 6

(1) ${}_5P_r=20$ 에서 $20=5 \cdot 4$ 이므로

$${}_5P_2=20 \quad \therefore r=2$$

(2) ${}_6P_r=30$ 에서 $30=6 \cdot 5$ 이므로

$${}_6P_2=30 \quad \therefore r=2$$

(3) ${}_rP_r=720$ 에서 ${}_rP_r=r!$, $720=6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1=6!$ 이므로

$$r!=6! \quad \therefore r=6$$

033 답 (1) 6 (2) 3 또는 4 (3) 4 (4) 9 (5) 6

(1) ${}_nP_2=n(n-1)=5n$ 에서 $n \geq 2$ 이므로 양변을 n 으로 나누면

$$n-1=5 \quad \therefore n=6$$

(2) ${}_{n+2}P_3=10 \cdot {}_nP_2$ 에서

$$(n+2)(n+1)n=10n(n-1)$$

$n \geq 2$ 이므로 양변을 n 으로 나누면

$$n^2+3n+2=10n-10, \quad n^2-7n+12=0$$

$$(n-3)(n-4)=0 \quad \therefore n=3 \text{ 또는 } n=4$$

(3) ${}_nP_2+4{}_nP_1=28$ 에서 $n(n-1)+4n=28$, $n^2+3n-28=0$

$$(n+7)(n-4)=0 \quad \therefore n=4 (\because n \geq 2)$$

(4) ${}_{n+1}P_2+{}_nP_2=162$ 에서 $(n+1)n+n(n-1)=162$

$$2n^2-162=0, \quad n^2-81=0$$

$$(n+9)(n-9)=0 \quad \therefore n=9 (\because n \geq 2)$$

(5) ${}_nP_3:{}_nP_2=4:1$, 즉 ${}_nP_3=4{}_nP_2$ 에서

$$n(n-1)(n-2)=4n(n-1)$$

이때 $n \geq 3$, $n \geq 2$ 에서 $n \geq 3$ 이므로

양변을 $n(n-1)$ 로 나누면

$$n-2=4 \quad \therefore n=6$$

034 답 (1) ${}_5P_2$ (2) ${}_6P_3$ (3) ${}_4P_4$ (4) ${}_{10}P_5$ (5) ${}_{10}P_3$ (1) 5명의 학생 중에서 2명을 뽑아 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로 ${}_5P_2$ (2) 6명의 학생 중에서 3명을 뽑아 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로 ${}_6P_3$ (3) 4명의 학생을 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로 ${}_4P_4$ (4) 10명의 선수 중에서 5명을 뽑아 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로 ${}_{10}P_5$ (5) 서로 다른 10개에서 3개를 뽑아 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로 ${}_{10}P_3$

035 답 (1) 24 (2) 12 (3) 12

(1) 백의 자리에 올 수 있는 숫자는 1, 2, 3, 4의 4개,

나머지 자리에는 백의 자리의 숫자를 제외한 3개의 숫자 중에서 2개가 올 수 있으므로 ${}_3P_2=3 \cdot 2=6$ 따라서 구하는 자연수의 개수는 $4 \cdot 6=24$

(2) 짝수이려면 일의 자리 숫자가 짝수이어야 한다.

(i) 일의 자리 숫자가 2인 경우

나머지 자리에는 3개의 숫자 중에서 2개가 올 수

있으므로 ${}_3P_2=3 \cdot 2=6$

(ii) 일의 자리 숫자가 4인 경우

나머지 자리에는 3개의 숫자 중에서 2개가 올 수

있으므로 ${}_3P_2=3 \cdot 2=6$ (i), (ii)에서 구하는 짝수의 개수는 $6+6=12$

(3) 홀수이려면 일의 자리 숫자가 홀수이어야 한다.

(i) 일의 자리 숫자가 1인 경우

나머지 자리에는 3개의 숫자 중에서 2개가 올 수

있으므로 ${}_3P_2=3 \cdot 2=6$

(ii) 일의 자리 숫자가 3인 경우

나머지 자리에는 3개의 숫자 중에서 2개가 올 수

있으므로 ${}_3P_2=3 \cdot 2=6$ (i), (ii)에서 구하는 홀수의 개수는 $6+6=12$

036 답 (1) 48 (2) 18 (3) 12

- (1) 백의 자리에 올 수 있는 숫자는 1, 2, 3, 4의 4개
나머지 자리에는 백의 자리의 숫자를 제외한 4개의 숫자 중
에서 2개가 올 수 있으므로 ${}_4P_2=4\cdot3=12$
따라서 구하는 자연수의 개수는 $4\cdot12=48$
- (2) 홀수이려면 일의 자리 숫자가 홀수이어야 한다.
(i) 일의 자리 숫자가 1인 경우
백의 자리에 올 수 있는 숫자는 0, 1을 제외한 3개,
십의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리 숫자와 일의 자
리 숫자 1을 제외한 3개이므로 $3\cdot3=9$
(ii) 일의 자리 숫자가 3인 경우
일의 자리 숫자가 1인 경우와 마찬가지로 $3\cdot3=9$
(i), (ii)에서 구하는 홀수의 개수는 $9+9=18$
- (3) 5의 배수이려면 일의 자리 숫자가 0이어야 한다.
이때 나머지 자리에는 0을 제외한 4개의 숫자 중에서 2개가
올 수 있으므로
 ${}_4P_2=4\cdot3=12$

037 답 (1) 720 (2) 576 (3) 288

- (1) 여학생 3명을 한 묶음으로 생각하여 5명을 일렬로 세우는 방
법의 수는 $5!=5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=120$
여학생 3명이 자리를 바꾸는 방법의 수는 $3!=3\cdot2\cdot1=6$
따라서 구하는 경우의 수는 $120\cdot6=720$
- (2) 남학생 4명을 한 묶음으로 생각하여 4명을 일렬로 세우는 방
법의 수는 $4!=4\cdot3\cdot2\cdot1=24$
남학생 4명이 자리를 바꾸는 방법의 수는 $4!=4\cdot3\cdot2\cdot1=24$
따라서 구하는 경우의 수는 $24\cdot24=576$
- (3) 여학생 3명, 남학생 4명을 각각 한 묶음으로 생각하여 2명을
일렬로 세우는 방법의 수는 $2!=2\cdot1=2$
여학생 3명이 자리를 바꾸는 방법의 수는 $3!=3\cdot2\cdot1=6$
남학생 4명이 자리를 바꾸는 방법의 수는 $4!=4\cdot3\cdot2\cdot1=24$
따라서 구하는 경우의 수는 $2\cdot6\cdot24=288$



038 답 (1) 17280 (2) 8640 (3) 1728

- (1) 2반 학생 4명을 한 묶음으로 생각하여 6명을 일렬로 세우는
방법의 수는 $6!=6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=720$
2반 학생 4명이 자리를 바꾸는 방법의 수는
 $4!=4\cdot3\cdot2\cdot1=24$
따라서 구하는 경우의 수는 $720\cdot24=17280$
- (2) 1반 학생 3명, 3반 학생 2명을 각각 한 묶음으로 생각하여
6명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $6!=6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1=720$
1반 학생 3명이 자리를 바꾸는 방법의 수는 $3!=3\cdot2\cdot1=6$
3반 학생 2명이 자리를 바꾸는 방법의 수는 $2!=2\cdot1=2$


따라서 구하는 경우의 수는 $720\cdot6\cdot2=8640$

- (3) 1반 학생 3명, 2반 학생 4명, 3반 학생 2명을 각각 한
묶음으로 생각하여 3명을 일렬로 세우는 방법의 수는
 $3!=3\cdot2\cdot1=6$
1반 학생 3명이 자리를 바꾸는 방법의 수는 $3!=3\cdot2\cdot1=6$
2반 학생 4명이 자리를 바꾸는 방법의 수는
 $4!=4\cdot3\cdot2\cdot1=24$
3반 학생 2명이 자리를 바꾸는 방법의 수는 $2!=2\cdot1=2$
따라서 구하는 경우의 수는 $6\cdot6\cdot24\cdot2=1728$

039 답 (1) 1440 (2) 144

- (1) 영어책 4권을 책꽂이에 일렬로 꽂는 방법의 수는
 $4!=4\cdot3\cdot2\cdot1=24$
양 끝과 영어책 사이사이의 5개의 자리 중 3자리를
택하여 수학책을 꽂는 방법의 수는 
 ${}_5P_3=5\cdot4\cdot3=60$
따라서 구하는 경우의 수는 $24\cdot60=1440$
- (2) 수학책 3권을 책꽂이에 일렬로 꽂는 방법의 수는
 $3!=3\cdot2\cdot1=6$
양 끝과 수학책 사이사이의 4개의 자리 중
4자리를 택하여 영어책을 꽂는 방법의 수는 
 ${}_4P_4=4!=4\cdot3\cdot2\cdot1=24$
따라서 구하는 경우의 수는 $6\cdot24=144$

040 답 (1) 72 (2) 12

- (1) 남학생 3명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $3!=3\cdot2\cdot1=6$
남학생 사이사이와 양 끝 4자리 중에서 
2자리에 여학생 2명을 일렬로 세우는 방법의 수는
 ${}_4P_2=4\cdot3=12$
따라서 구하는 경우의 수는 $6\cdot12=72$
- (2) 남학생 3명, 여학생 2명이 교대로 서려면 남학생 3명을 일렬
로 세운 후 남학생 사이사이에 여학생 2명을 세우면 된다.
남학생 3명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $3!=3\cdot2\cdot1=6$
여학생 2명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $2!=2\cdot1=2$
따라서 구하는 경우의 수는 $6\cdot2=12$

041 답 (1) 20 (2) 20 (3) 4

- (1) B를 회장으로 뽑고, 남은 5명 중에서 2명을 뽑아 일렬로 나
열하는 것과 같으므로 구하는 방법의 수는
 ${}_5P_2=5\cdot4=20$
- (2) D를 부회장으로 뽑고, 남은 5명 중에서 2명을 뽑아 일렬로
나열하는 것과 같으므로 구하는 방법의 수는



$${}_5P_2 = 5 \cdot 4 = 20$$

(3) A를 회장으로, C를 부회장으로 뽑고, 남은 4명 중에서 1명을 뽑는 것과 같으므로 구하는 방법의 수는

$${}_4P_1 = 4$$

042 답 (1) 24 (2) 144

(1) A로 시작하여 G로 끝나는 경우는 A와 G를 제외한 나머지 4개의 문자를 A와 G 사이에 일렬로 나열하는 경우와 같으므로 구하는 경우의 수는 $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

(2) R와 E를 제외한 나머지 4개의 문자 중 2개를 선택하여 R와 E 사이에 일렬로 나열하는 방법의 수는 ${}_4P_2 = 4 \cdot 3 = 12$
R□□E를 한 문자로 생각하고 3개의 문자를 일렬로 나열하는 방법의 수는 $3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$

R와 E를 서로 자리를 바꾸는 방법의 수는 $2! = 2 \cdot 1 = 2$

따라서 구하는 경우의 수는 $12 \cdot 6 \cdot 2 = 144$

043 답 52

9명의 학생 중에서 회장 1명, 부회장 1명을 뽑는 방법의 수는

$${}_9P_2 = 9 \cdot 8 = 72$$

회장, 부회장을 모두 남학생으로 뽑는 방법의 수는

$${}_5P_2 = 5 \cdot 4 = 20$$

따라서 구하는 경우의 수는 $72 - 20 = 52$

044 답 444

9장의 카드에서 3장을 택하여 일렬로 나열하는 방법의 수는

$${}_9P_3 = 9 \cdot 8 \cdot 7 = 504$$

2의 배수 2, 4, 6, 8이 적힌 카드를 제외한 5장의 카드에서 3장을 택하여 일렬로 나열하는 방법의 수는

$${}_5P_3 = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$$

따라서 구하는 경우의 수는 $504 - 60 = 444$

045 답 108

5개의 숫자를 일렬로 나열하는 방법의 수는 $5! = 120$

1, 2, 3의 3개의 숫자 중에서 어느 2개도 이웃하지 않도록 나열하는 방법의 수를 구하면

1, 2, 3을 일렬로 나열하는 방법의 수는 $3! = 6$

1, 2, 3의 사이사이에 4, 5가 오도록 나열하는 방법의 수는 $2! = 2$ 이므로 $6 \cdot 2 = 12$

따라서 구하는 경우의 수는 $120 - 12 = 108$

046 답 36000

8개의 문자를 일렬로 나열하는 방법의 수는 $8! = 40320$

양 끝에 모음인 I, A, E의 3개의 문자 중에서 2개를 나열하는 방법의 수는 ${}_3P_2 = 3 \cdot 2 = 6$

가운데에 나머지 6개의 문자를 일렬로 나열하는 방법의 수는

$6! = 720$ 이므로 양 끝에 모두 모음이 오는 경우의 수는

$$6 \cdot 720 = 4320$$

따라서 구하는 경우의 수는 $40320 - 4320 = 36000$

047 답 (1) 23514 (2) 34521

(1) 1□□□□ 풀인 자연수의 개수는 $4! = 24$

21□□□ 풀인 자연수의 개수는 $3! = 6$

231□□ 풀인 자연수의 개수는 $2! = 2$

234□□ 풀인 자연수의 개수는 $2! = 2$

235□□ 풀인 자연수는 작은 순서대로 23514이고

$$24 + 6 + 2 + 2 + 1 = 35$$

따라서 35번째로 작은 수는 23514이다.

(2) 5□□□□ 풀인 자연수의 개수는 $4! = 24$

4□□□□ 풀인 자연수의 개수는 $4! = 24$

35□□□ 풀인 자연수의 개수는 $3! = 6$

345□□ 풀인 자연수는 큰 순서대로 34521이고

$$24 + 24 + 6 + 1 = 55$$

따라서 55번째로 큰 수는 34521이다.

048 답 (1) 14번째 (2) TAMH

(1) A□□□ 풀인 단어의 개수는 $3! = 6$

H□□□ 풀인 단어의 개수는 $3! = 6$

MA□□ 풀인 단어는 순서대로 MAHT, MATH이고,

$$6 + 6 + 2 = 14$$

따라서 MATH는 14번째에 배열된다.

(2) A□□□ 풀인 단어의 개수는 $3! = 6$

H□□□ 풀인 단어의 개수는 $3! = 6$

M□□□ 풀인 단어의 개수는 $3! = 6$

TA□□ 풀인 단어는 순서대로 TAHM, TAMH이고,

$$6 + 6 + 6 + 2 = 20$$

따라서 20번째에 배열되는 단어는 TAMH이다.

049 답 (1) 10 (2) 1 (3) 4 (4) 21 (5) 1

$$(1) {}_5C_2 = \frac{{}_5P_2}{2!} = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} = 10$$

$$(2) {}_3C_0 = 1$$

$$(3) {}_4C_1 = \frac{{}_4P_1}{1!} = \frac{4}{1} = 4$$

$$(4) {}_7C_2 = \frac{{}_7P_2}{2!} = \frac{7 \cdot 6}{2 \cdot 1} = 21$$

(5) ${}_6C_6=1$

050 답 (1) 5 (2) 6 (3) 11

(1) ${}_nC_3=10$ 에서 $\frac{n(n-1)(n-2)}{3 \cdot 2 \cdot 1}=10$

$n(n-1)(n-2)=60=5 \cdot 4 \cdot 3 \quad \therefore n=5$

(2) ${}_nC_4=15$ 에서 $\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}=15$

$n(n-1)(n-2)(n-3)=360=6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \quad \therefore n=6$

(3) ${}_nC_3=165$ 에서 $\frac{n(n-1)(n-2)}{3 \cdot 2 \cdot 1}=165$

$n(n-1)(n-2)=990=11 \cdot 10 \cdot 9 \quad \therefore n=11$

051 답 (1) 6 (2) 7 (3) 7

(1) ${}_{n+1}C_2+{}_{n+1}C_3=56$ 에서 $\frac{(n+1)n}{2 \cdot 1}+\frac{(n+1)n(n-1)}{3 \cdot 2 \cdot 1}=56$

$3(n+1)n+(n+1)n(n-1)=336$

$(n+1)n\{3+(n-1)\}=336$

$n(n+1)(n+2)=336=6 \cdot 7 \cdot 8 \quad \therefore n=6$

(2) ${}_nC_2+{}_{n-1}C_2={}_{n+2}C_2$ 에서

$\frac{n(n-1)}{2 \cdot 1}+\frac{(n-1)(n-2)}{2 \cdot 1}=\frac{(n+2)(n+1)}{2 \cdot 1}$

$n(n-1)+(n-1)(n-2)=(n+2)(n+1)$

$n^2-7n=0, n(n-7)=0 \quad \therefore n=7$

(3) ${}_nC_2+{}_nC_3=4{}_{2n}C_1$ 에서 $\frac{n(n-1)}{2 \cdot 1}+\frac{n(n-1)(n-2)}{3 \cdot 2 \cdot 1}=4 \cdot 2n$

$3(n-1)+(n-1)(n-2)=48$

$n^2=49 \quad \therefore n=7 (\because n \geq 3)$

052 답 (1) 5 (2) 9 (3) 4

(1) ${}_nC_3={}_nC_2$ 에서 ${}_nC_3={}_nC_{n-3}$ 이므로

${}_nC_{n-3}={}_nC_2$

$n-3=2 \quad \therefore n=5$

(2) ${}_nC_5={}_nC_4$ 에서 ${}_nC_5={}_nC_{n-5}$ 이므로

${}_nC_{n-5}={}_nC_4$

$n-5=4 \quad \therefore n=9$

(3) ${}_{n+2}C_n=15$ 에서 ${}_{n+2}C_n={}_{n+2}C_{(n+2)-n}={}_{n+2}C_2$ 이므로

${}_{n+2}C_2=15, \frac{(n+2)(n+1)}{2 \cdot 1}=15$

$(n+2)(n+1)=30=6 \cdot 5 \quad \therefore n=4$

053 답 (1) 6 (2) 5 또는 9 (3) 3 또는 5

(1) (i) ${}_{10}C_r={}_{10}C_{r-2}$ 에서 $r=r-2$

이 식을 만족시키는 r 의 값은 존재하지 않는다.

(ii) ${}_{10}C_r={}_{10}C_{10-r}$ 이므로 ${}_{10}C_{10-r}={}_{10}C_{r-2}$ 에서

$10-r=r-2 \quad \therefore r=6$

(i), (ii)에서 $r=6$

(2) ${}_nC_r={}_{n-1}C_r+{}_{n-1}C_{r-1}$ 이므로

${}_{13}C_3+{}_{13}C_4={}_{14}C_5={}_{14}C_9$

$\therefore r=5$ 또는 $r=9$

(3) (i) ${}_{16}C_{r+2}={}_{16}C_{2r-1}$ 에서 $r+2=2r-1$

$\therefore r=3$

(ii) ${}_{16}C_{r+2}={}_{16}C_{16-(r+2)}={}_{16}C_{14-r}$ 이므로

${}_{16}C_{14-r}={}_{16}C_{2r-1}$ 에서 $14-r=2r-1$

$\therefore r=5$

(i), (ii)에서 $r=3$ 또는 $r=5$

054 답 (1) 4 (2) 5 (3) 8 (4) 5

(1) ${}_nP_2+{}_nC_2=18$ 에서

$n(n-1)+\frac{n(n-1)}{2 \cdot 1}=18$

$2n(n-1)+n(n-1)=36$

$3n(n-1)=36$

$n(n-1)=12=4 \cdot 3 \quad \therefore n=4$

(2) ${}_nP_2+4{}_nC_2=60$ 에서 $n(n-1)+4 \cdot \frac{n(n-1)}{2 \cdot 1}=60$

$n(n-1)+2n(n-1)=60, n(n-1)=20$

$n^2-n-20=0, (n+4)(n-5)=0$

$\therefore n=5 (\because n \geq 2)$

(3) ${}_nC_2+{}_{n+1}C_3=2{}_nP_2$ 에서

$\frac{n(n-1)}{2 \cdot 1}+\frac{(n+1)n(n-1)}{3 \cdot 2 \cdot 1}=2n(n-1)$

$n \geq 2$ 이므로 양변에 $\frac{6}{n(n-1)}$ 을 곱하면

$3+(n+1)=12 \quad \therefore n=8$

(4) ${}_nP_2+4{}_nC_3={}_nP_3$ 에서

$n(n-1)+4 \cdot \frac{n(n-1)(n-2)}{3 \cdot 2 \cdot 1}=n(n-1)(n-2)$

$n \geq 3$ 이므로 양변을 $n(n-1)$ 로 나누면

$1+\frac{2(n-2)}{3}=n-2, 3+2n-4=3n-6$

$\therefore n=5$

055 답 (1) ${}_{10}C_2$ (2) ${}_8C_5$ (3) ${}_5C_3$ (4) ${}_{13}C_2$ (5) ${}_4C_3 \cdot {}_4C_1$

(6) ${}_{10}C_3 \cdot {}_5C_2$

(1) 10명의 학생 중에서 순서를 생각하지 않고 대표 2명을 뽑는 방법의 수는 ${}_{10}C_2$

(2) 8가지의 반찬 중에서 순서를 생각하지 않고 5가지를 뽑는 방법의 수는 ${}_8C_5$

(3) 5개의 토핑 중에서 순서를 생각하지 않고 3개를 선택하는



방법의 수는 ${}_5C_3$

- (4) 동호회 회원 13명 중에서 순서를 생각하지 않고 2명을 선택

하면 되므로 구하는 횟수는 ${}_{13}C_2$

- (5) 남자 4명 중에서 3명의 대표를 뽑는 방법의 수는 ${}_4C_3$

여자 4명 중에서 1명의 대표를 뽑는 방법의 수는 ${}_4C_1$

따라서 구하는 방법의 수는 ${}_4C_3 \cdot {}_4C_1$

- (6) 10종류의 빵 중에서 3종류의 빵을 선택하는 방법의 수는

${}_{10}C_3$

5종류의 음료수 중에서 2종류의 음료수를 선택하는 방법의

수는 ${}_5C_2$

따라서 구하는 방법의 수는 ${}_{10}C_3 \cdot {}_5C_2$

056 답 (1) 56 (2) 21

- (1) A를 뽑고 남은 8명의 학생 중에서 3명을 뽑으면 되므로 구

하는 경우의 수는 ${}_8C_3 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 56$

- (2) A, B를 뽑고 남은 7명의 학생 중에서 2명을 뽑으면 되므로

구하는 경우의 수는 ${}_7C_2 = \frac{7 \cdot 6}{2 \cdot 1} = 21$

057 답 (1) 330 (2) 120

- (1) 야구 선수 12명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는

${}_{12}C_2 = \frac{12 \cdot 11}{2 \cdot 1} = 66$

농구 선수 5명 중에서 1명을 뽑는 경우의 수는 ${}_5C_1 = 5$

따라서 구하는 경우의 수는 $66 \cdot 5 = 330$

- (2) 특정한 1명을 제외하고 나머지 16명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수와 같으므로

${}_{16}C_2 = \frac{16 \cdot 15}{2 \cdot 1} = 120$

058 답 (1) 120 (2) 45 (3) 90

- (1) A, B를 제외한 남은 10명의 학생 중에서 대표 3명을 뽑으면 되므로 구하는 경우의 수는

${}_{10}C_3 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 120$

- (2) A를 뽑고 B를 제외한 남은 10명의 학생 중에서 대표 2명을 뽑으면 되므로 구하는 경우의 수는

${}_{10}C_2 = \frac{10 \cdot 9}{2 \cdot 1} = 45$

- (3)(i) A를 뽑고 B를 제외한 남은 10명의 학생 중에서 대표 2명을 뽑는 경우의 수는

${}_{10}C_2 = \frac{10 \cdot 9}{2 \cdot 1} = 45$

- (ii) B를 뽑고 A를 제외한 남은 10명의 학생 중에서 대표 2명

을 뽑는 경우의 수는

${}_{10}C_2 = \frac{10 \cdot 9}{2 \cdot 1} = 45$

- (i), (ii)에서 A, B 중 한 명만 뽑히는 경우의 수는 $45 + 45 = 90$

059 답 (1) 924 (2) 495

- (1) A, B, C를 제외한 남은 12명의 학생 중에서 6명을 뽑으면

되므로 구하는 경우의 수는

${}_{12}C_6 = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 924$

- (2) C를 제외한 14명의 학생 중에서 A, B를 먼저 선발한 다음

남은 12명의 학생 중에서 4명을 선발하면 되므로

구하는 방법의 수는 ${}_{12}C_4 = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 495$

060 답 (1) 185 (2) 175

- (1) 전체 12명 중에서 대표 3명을 뽑는 방법의 수는

${}_{12}C_3 = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 220$

남학생 7명 중에서 대표 3명을 뽑는 방법의 수는

${}_7C_3 = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 35$

따라서 구하는 방법의 수는 $220 - 35 = 185$

- (2) 전체 12명 중에서 대표 3명을 뽑는 방법의 수는

${}_{12}C_3 = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 220$

남학생 7명 중에서 대표 3명을 뽑는 방법의 수는

${}_7C_3 = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 35$

여학생 5명 중에서 대표 3명을 뽑는 방법의 수는

${}_5C_3 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 10$

따라서 구하는 방법의 수는 $220 - 35 - 10 = 175$

061 답 (1) 24 (2) 35

- (1) 10장의 카드 중에서 두 장을 뽑는 방법의 수는

${}_{10}C_2 = \frac{10 \cdot 9}{2 \cdot 1} = 45$

3보다 큰 수가 적혀 있는 7장의 카드 중에서 두 장을 뽑는 방

법의 수는 ${}_7C_2 = \frac{7 \cdot 6}{2 \cdot 1} = 21$

따라서 구하는 방법의 수는 $45 - 21 = 24$

- (2) 적어도 한 장은 짝수이어야 하므로 전체 경우의 수에서 모두 홀수인 경우의 수를 빼면 된다.

10장의 카드 중에서 두 장을 뽑는 방법의 수는

${}_{10}C_2 = \frac{10 \cdot 9}{2 \cdot 1} = 45$

홀수가 적혀 있는 5장의 카드 중에서 두 장을 뽑는 방법의

$$\text{수는 } {}_5C_2 = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} = 10$$

따라서 구하는 방법의 수는 $45 - 10 = 35$

062 답 (1) 6720 (2) 4200 (3) 960

(1) 학생 8명 중에서 5명을 뽑는 방법의 수는

$${}_8C_5 = {}_8C_3 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 56$$

5명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $5! = 120$

따라서 구하는 경우의 수는 $56 \cdot 120 = 6720$

(2) A를 뽑고 남은 7명의 학생 중에서 4명을 뽑는 방법의 수는

$${}_7C_4 = {}_7C_3 = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 35$$

5명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $5! = 120$

따라서 구하는 경우의 수는 $35 \cdot 120 = 4200$

(3) A, B를 뽑고 남은 6명의 학생 중에서 3명을 뽑는 방법의 수

$$\text{는 } {}_6C_3 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 20$$

A, B를 한 사람으로 생각하고 4명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $4! = 24$

A, B가 순서를 바꾸는 방법의 수는 $2! = 2$

따라서 구하는 경우의 수는 $20 \cdot 24 \cdot 2 = 960$

063 답 (1) 67200 (2) 5040

(1) 남학생 8명 중에서 3명을 뽑는 방법의 수는

$${}_8C_3 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 56$$

여학생 5명 중에서 2명을 뽑는 방법의 수는 ${}_5C_2 = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} = 10$

뽑힌 5명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $5! = 120$

따라서 구하는 경우의 수는 $56 \cdot 10 \cdot 120 = 67200$

(2) 특정한 남학생 1명을 뽑고, 나머지 남학생 7명 중에서 1명을

뽑는 방법의 수는 ${}_7C_1 = 7$

특정한 여학생 1명을 뽑고, 나머지 여학생 4명 중에서 2명을

$$\text{뽑는 방법의 수는 } {}_4C_2 = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} = 6$$

뽑힌 5명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $5! = 120$

따라서 구하는 경우의 수는 $7 \cdot 6 \cdot 120 = 5040$

064 답 (1) 2160 (2) 1080 (3) 720

(1) 1반 학생 6명 중에서 2명을 뽑는 방법의 수는

$${}_6C_2 = \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 15$$

2반 학생 4명 중에서 2명을 뽑는 방법의 수는 ${}_4C_2 = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} = 6$

4명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $4! = 24$

따라서 구하는 경우의 수는 $15 \cdot 6 \cdot 24 = 2160$

(2) 2반 학생 2명을 한 묶음으로 생각하고 3명을 일렬로 세우는

방법의 수는 $3! = 6$

2반 학생 2명이 자리를 바꾸는 방법의 수는 $2! = 2$

따라서 구하는 경우의 수는 $15 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 2 = 1080$

(3) 1반 학생 2명과 2반 학생 2명을 각각 한 묶음으로 생각하고

2명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $2! = 2$

1반 학생 2명이 자리를 바꾸는 방법의 수는 $2! = 2$

2반 학생 2명이 자리를 바꾸는 방법의 수는 $2! = 2$

따라서 구하는 경우의 수는 $15 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 720$

065 답 (1) 6 (2) 36

(1) 홀수 3개 중에서 3개를 뽑는 방법의 수는 ${}_3C_3 = 1$

3개의 숫자를 일렬로 나열하는 방법의 수는 $3! = 6$

따라서 구하는 경우의 수는 $1 \cdot 6 = 6$

(2) 5, 6을 제외한 4개의 숫자 중에서 2개를 뽑는 방법의 수는

$${}_4C_2 = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} = 6$$

3개의 숫자를 일렬로 나열하는 방법의 수는 $3! = 6$

따라서 구하는 경우의 수는 $6 \cdot 6 = 36$

066 답 (1) 35 (2) 90 (3) 209

(1) 구하는 대각선의 개수는 10개의 꼭짓점 중에서 2개를 택하는 경우의 수에서 변의 개수인 10을 뺀 값과 같으므로

$${}_{10}C_2 - 10 = \frac{10 \cdot 9}{2 \cdot 1} - 10 = 45 - 10 = 35$$

(2) 구하는 대각선의 개수는 15개의 꼭짓점 중에서 2개를 택하는 경우의 수에서 변의 개수인 15를 뺀 값과 같으므로

$${}_{15}C_2 - 15 = \frac{15 \cdot 14}{2 \cdot 1} - 15 = 105 - 15 = 90$$

(3) 구하는 대각선의 개수는 22개의 꼭짓점 중에서 2개를 택하는 경우의 수에서 변의 개수인 22를 뺀 값과 같으므로

$${}_{22}C_2 - 22 = \frac{22 \cdot 21}{2 \cdot 1} - 22 = 231 - 22 = 209$$

067 답 (1) 5 (2) 12 (3) 20

(1) 구하는 볼록다각형을 n 각형이라 하면

$${}_nC_2 - n = 5, \frac{n(n-1)}{2} - n = 5$$

$$n^2 - 3n - 10 = 0, (n+2)(n-5) = 0$$

$$\therefore n = 5 (\because n \geq 3)$$

(2) 구하는 볼록다각형을 n 각형이라 하면

$${}_nC_2 - n = 54, \frac{n(n-1)}{2} - n = 54$$



$$n^2 - 3n - 108 = 0, (n+9)(n-12) = 0$$

$$\therefore n = 12 (\because n \geq 3)$$

(3) 구하는 볼록다각형을 n 각형이라 하면

$${}_nC_2 - n = 170, \frac{n(n-1)}{2} - n = 170$$

$$n^2 - 3n - 340 = 0, (n+17)(n-20) = 0$$

$$\therefore n = 20 (\because n \geq 3)$$

068 답 (1) 6 (2) 21 (3) 45

(1) 4개의 점 중에서 어느 세 점도 일직선 위에 있지 않으므로

$$\text{구하는 직선의 개수는 } {}_4C_2 = \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} = 6$$

(2) 7개의 점 중에서 어느 세 점도 일직선 위에 있지 않으므로

$$\text{구하는 직선의 개수는 } {}_7C_2 = \frac{7 \cdot 6}{2 \cdot 1} = 21$$

(3) 10개의 점 중에서 어느 세 점도 일직선 위에 있지 않으므로

$$\text{구하는 직선의 개수는 } {}_{10}C_2 = \frac{10 \cdot 9}{2 \cdot 1} = 45$$

069 답 14

7개의 점 중에서 2개를 택하여 만들 수 있는 직선의 개수는

$${}_7C_2 = 21$$

일직선 위에 있는 3개의 점 중에서 2개를 택하는 방법의 수는

$${}_3C_2 = 3$$

일직선 위에 있는 4개의 점 중에서 2개를 택하는 방법의 수는

$${}_4C_2 = 6$$

그런데 일직선 위에 있는 점들을 연결하여 만들 수 있는 직선은

1개뿐이므로 구하는 직선의 개수는

$$21 - 3 - 6 + 1 + 1 = 14$$

070 답 (1) 20 (2) 56 (3) 165

(1) 6개의 점 중에서 어느 세 점도 일직선 위에 있지 않으므로

구하는 삼각형의 개수는

$${}_6C_3 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 20$$

(2) 8개의 점 중에서 어느 세 점도 일직선 위에 있지 않으므로

$$\text{구하는 삼각형의 개수는 } {}_8C_3 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 56$$

(3) 11개의 점 중에서 어느 세 점도 일직선 위에 있지 않으므로

$$\text{구하는 삼각형의 개수는 } {}_{11}C_3 = \frac{11 \cdot 10 \cdot 9}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 165$$

071 답 46

반원 위의 8개의 점 중에서 3개를 택하는 방법의 수는

$${}_8C_3 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 56$$

일직선 위에 있는 5개의 점 중에서 3개를 택하는 방법의 수는

$${}_5C_3 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 10$$

그런데 일직선 위에 있는 5개의 점으로는 삼각형을 만들 수 없

으므로 구하는 삼각형의 개수는 $56 - 10 = 46$

072 답 (1) 60 (2) 90

(1) 가로로 놓인 평행선 중에서 2개, 세로로 놓인 평행선 중에서

2개를 택하면 한 개의 평행사변형이 결정되므로

$${}_5C_2 \cdot {}_4C_2 = 10 \cdot 6 = 60$$

(2) 가로로 놓인 평행선 중에서 2개, 세로로 놓인 평행선 중에서

2개를 택하면 한 개의 평행사변형이 결정되므로

$${}_4C_2 \cdot {}_6C_2 = 6 \cdot 15 = 90$$

073 답 (1) 30 (2) 70

(1) 가로줄과 세로줄의 간격을 1이라 할 때

한 변의 길이가 1인 정사각형의 개수는 $4 \cdot 4 = 16$

한 변의 길이가 2인 정사각형의 개수는 $3 \cdot 3 = 9$

한 변의 길이가 3인 정사각형의 개수는 $2 \cdot 2 = 4$

한 변의 길이가 4인 정사각형의 개수는 1

따라서 정사각형의 개수는 $16 + 9 + 4 + 1 = 30$

(2) 가로줄 5개 중 2개, 세로줄 5개 중 2개를 택하면 하나의 직

사각형이 결정되므로 직사각형의 개수는

$${}_5C_2 \cdot {}_5C_2 = 10 \cdot 10 = 100$$

따라서 정사각형이 아닌 직사각형의 개수는 $100 - 30 = 70$

074 답 ③

${}_5P_r \cdot 4! = 1440$ 에서 양변을 $4! = 24$ 로 나누면

$${}_5P_r = 60 = 5 \cdot 4 \cdot 3 \quad \therefore r = 3$$

075 답 1440

T와 D를 한 묶음으로 생각하여 6개의 문자를 일렬로 나열하는

방법의 수는 $6! = 720$

T와 D의 자리를 바꾸는 방법의 수는 $2! = 2$

따라서 구하는 방법의 수는 $720 \cdot 2 = 1440$

076 답 1440

4개의 문자 d, e, f, g 를 일렬로 배열하는 방법의 수는 $4! = 24$

그 사이사이와 양 끝의 5개의 자리 중

3개의 자리에 a, b, c 를 배열하는 방법의

수는 ${}_5P_3 = 60$

따라서 구하는 방법의 수는 $4! \cdot {}_5P_3 = 24 \cdot 60 = 1440$

077 답 ④

남자 4명 중 2명을 뽑아 앞에서 두 번째와 네 번째에 세우는 방법의 수는 ${}_4P_2=12$

남은 4개의 자리에 나머지 4명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $4!=24$

따라서 구하는 방법의 수는 $12 \cdot 24=288$

078 답 ②

5개의 숫자를 일렬로 배열하는 전체 방법의 수는 $5!=120$

1, 2, 3의 3개의 숫자 중에서 어느 2개도 이웃하지 않도록 배열하는 방법의 수를 구하면

1, 2, 3을 일렬로 배열하는 방법의 수는 $3!=6$ 이고,

1, 2, 3의 사이사이에 4, 5가 오도록 배열하는 방법의 수는 $2!=2$ 이므로 $6 \cdot 2=12$

따라서 구하는 방법의 수는 $120-12=108$

079 답 54번째

ㄱ□□□□ 풀인 문자열의 개수는 $4!=24$

ㄴ□□□□ 풀인 문자열의 개수는 $4!=24$

ㄷㄱㄴ□□ 풀인 문자열의 개수는 $2!=2$

ㄷㄱㄴ□□ 풀인 문자열의 개수는 $2!=2$

ㄷㄱㄴ□□ 풀인 문자열에서 순서대로 ㄷㄱㄴㄴㄴ, ㄷㄱㄴㄴㄴ

따라서 ㄷㄱㄴㄴㄴ이 나타나는 순서는 $24+24+2+2+2=54$ (번째)이다.

080 답 7

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$$-4+2=-\frac{nC_r}{5}, (-4) \cdot 2=-\frac{2nP_r}{5}$$

$$\therefore {}_nC_r=10, {}_nP_r=20$$

$$\text{이때 } {}_nC_r=10 \text{에서 } {}_nC_r=\frac{n!}{r!}=\frac{20}{r!}=10 \text{이므로}$$

$$r!=2 \quad \therefore r=2$$

$$\text{또, } {}_nP_2=20 \text{에서 } n(n-1)=20=5 \cdot 4 \text{이므로 } n=5$$

$$\therefore n+r=5+2=7$$

081 답 ①

모임에 참석한 봉사활동 동아리의 회원을 n 명이라 할 때, n 명의 회원들끼리 한 번씩만 악수를 하는 경우의 수는 ${}_nC_2$ 이므로

$${}_nC_2=78$$

$$\frac{n(n-1)}{2 \cdot 1}=78, n^2-n-156=0, (n+12)(n-13)=0$$

$$\therefore n=13 (\because n \geq 2)$$

따라서 봉사활동 동아리 회원은 13명이다.

082 답 8

n 자루의 볼펜 중 빨간색 볼펜을 이미 택했다고 생각하면 구하는 경우의 수는 남은 $(n-1)$ 자루의 볼펜 중 3자루의 볼펜을 택하는 경우의 수와 같으므로

$${}_{n-1}C_3=\frac{(n-1)(n-2)(n-3)}{3 \cdot 2 \cdot 1}=35$$

$$(n-1)(n-2)(n-3)=210=7 \cdot 6 \cdot 5$$

$$\therefore n=8$$

083 답 ⑤

1학년 학생 6명과 2학년 학생 4명 중 3명을 뽑는 전체 경우의

$$\text{수는 } {}_{10}C_3=\frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1}=120$$

$$1 \text{학년 학생만 3명을 뽑는 경우의 수는 } {}_6C_3=\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1}=20$$

$$2 \text{학년 학생만 3명을 뽑는 경우의 수는 } {}_4C_3=\frac{4 \cdot 3 \cdot 2}{3 \cdot 2 \cdot 1}=4$$

$$\text{따라서 구하는 경우의 수는 } 120-(20+4)=96$$

084 답 180

헤림이와 미선이를 이미 뽑았다고 생각하면 2명을 제외한 6명 중에서 2명을 뽑는 방법의 수는

$${}_6C_2=\frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1}=15$$

헤림이와 미선이를 한 묶음으로 생각하여 3명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $3!=6$

헤림이와 미선이가 자리를 바꾸는 방법의 수는 $2!=2$ 이므로 4명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $6 \cdot 2=12$

$$\text{따라서 구하는 방법의 수는 } {}_6C_2 \cdot 3! \cdot 2!=15 \cdot 12=180$$

085 답 190

12개의 점 중에서 3개를 택하는 경우의 수는

$${}_{12}C_3=\frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{3 \cdot 2 \cdot 1}=220$$

이 중 한 직선 위에 있는 5개의 점 중에서 3개를 택하는 경우에는 삼각형을 만들지 못하고, 삼각형을 만들지 못하는 직선이 3개 있으므로

$$3 \cdot {}_5C_3=3 \cdot \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3 \cdot 2 \cdot 1}=30$$

따라서 구하는 삼각형의 개수는

$${}_{12}C_3-3 \cdot {}_5C_3=220-30=190$$

086 답 22



- (i) 가로 방향으로 놓인 선 4개 중 2개, 세로 방향으로 놓인 선 4개 중 2개를 택하면 직사각형이 만들어지므로 직사각형의 개수는 ${}_4C_2 \cdot {}_4C_2 = 6 \cdot 6 = 36$
- (ii) 작은 정사각형의 한 변의 길이를 a 라 하면 정사각형의 개수는 한 변의 길이가 a 인 것이 9개, $2a$ 인 것이 4개, $3a$ 인 것이 1개이므로 $9 + 4 + 1 = 14$
- (i), (ii)에 의해 정사각형이 아닌 직사각형의 개수는 $36 - 14 = 22$



MEMO

