9-가발전(렉쳐)해설 I (01~13) 2014.9.3 8:2 PM 페이지1 SinsagoHitec

우공비 Q 중등 수학❸ (상) 발전편

SOLUTION

LECTURE BOOK

WORK BOOK

Ⅰ 제곱근과 실수

1. 제곱근과 실수 2
2. 근호를 포함한 식의 계산 7

Ⅱ 이차방정식

1. 인수분해 14
2. 이차방정식과 그 풀이 20
3. 이차방정식의 활용 26

Ⅲ 이차함수

1. 이차함수와 그 그래프 34
2. 이차함수의 활용 40

Ⅰ 제곱근과 실수

1. 제곱근과 실수 50
2. 근호를 포함한 식의 계산 54

Ⅱ 이차방정식

1. 인수분해 59
2. 이차방정식과 그 풀이 65
3. 이차방정식의 활용 70

Ⅲ 이차함수

1. 이차함수와 그 그래프 75
2. 이차함수의 활용 81

SINSAGO

LECTURE BOOK

Q BOX

I 제곱근과 실수

1 제곱근과 실수

필수유형 다지기 ▸9쪽

01 ㉮ ④

01-1 $a^2=13$, $b^2=15$이므로 $a^2+b^2=13+15=28$
㉮ 28

02 ① 0의 제곱근은 0이다.
② 양수의 제곱근은 양수와 음수 2개이다.
③, ⑤ 음수의 제곱근은 없다. ㉮ ④

02-1 ③ 음수의 제곱근은 없다. ㉮ ③

03 $\sqrt{16}=4$의 양의 제곱근은 2이므로 $a=2$
$(-5)^2=25$의 음의 제곱근은 -5이므로
$b=-5$
$\therefore a+b=2+(-5)=-3$ ㉮ -3

16의 양의 제곱근은 4이므로 $\sqrt{16}=4$

03-1 $a=\sqrt{36}=6$, $\left(-\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$의 음의 제곱근은 $-\frac{1}{3}$이므로 $b=-\frac{1}{3}$
$\therefore ab=6\times\left(-\frac{1}{3}\right)=-2$ ㉮ -2

$a>0$일 때
a의 제곱근 : $\pm\sqrt{a}$
제곱근 a : $\sqrt{a}$

04 ① 7 ② 10 ④ 0.4 ⑤ $\frac{2}{3}$ ㉮ ③

04-1 ③ $\pm\frac{5}{4}$ ⑤ ±0.1 ㉮ ③, ⑤

필수유형 다지기 ▸11~13쪽

01 ⑤ $-\sqrt{(-5)^2}=-5$ ㉮ ⑤

$-\sqrt{(-5)^2}=-\sqrt{25}$
$=-5$

01-1 ① $-\sqrt{7^2}=-7$
② $-(\sqrt{7})^2=-7$
③ $(-\sqrt{7})^2=(\sqrt{7})^2=7$
④ $-(-\sqrt{7})^2=-(\sqrt{7})^2=-7$
⑤ $-\sqrt{(-7)^2}=-\sqrt{7^2}=-7$ ㉮ ③

$a>0$일 때
$(\sqrt{a})^2=(-\sqrt{a})^2=a$
$\sqrt{a^2}=\sqrt{(-a)^2}=a$

02 (주어진 식)$=8\div2-5-3$
$=4-5-3=-4$ ㉮ ②

02-1 (주어진 식)$=6\times\frac{1}{3}+7\div\frac{1}{2}$
$=2+14=16$ ㉮ 16

$\sqrt{a^2}=|a|$
$=\begin{cases} a & (a\geq0) \\ -a & (a<0) \end{cases}$

03 ① $\sqrt{a^2}=-a$ ② $(\sqrt{-a})^2=-a$
⑤ $-\sqrt{9a^2}=-\sqrt{(3a)^2}=-(-3a)=3a$
㉮ ③, ④

03-1 $a>0$이므로 $2a>0$, $-a<0$
$b<0$이므로 $3b<0$
$\therefore$ (주어진 식)$=\sqrt{(2a)^2}+\sqrt{(-a)^2}-\sqrt{(3b)^2}$
$=2a-(-a)-(-3b)$
$=3a+3b$ ㉮ ④

04 $-1<a<1$이므로 $a-1<0$, $a+1>0$
$\therefore$ (주어진 식)$=-(a-1)+(a+1)$
$=-a+1+a+1=2$ ㉮ ③

04-1 $a-b>0$, $ab<0$이므로 $a>0$, $b<0$
$\therefore$ (주어진 식)$=a-(-b)-(b-a)$
$=a+b-b+a=2a$ ㉮ $2a$

05 $126x=2\times3^2\times7\times x$이므로 제곱수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x는
$x=2\times7=14$ ㉮ ④

근호 안의 수가 제곱수이면 근호를 없애고 자연수로 나타낼 수 있다.

05-1 $\frac{360}{x}=\frac{2^3\times3^2\times5}{x}$이고, $\sqrt{\frac{360}{x}}$이 가장 큰 자연수가 되려면 x는 가장 작은 자연수이어야 하므로
$x=2\times5=10$ ㉮ 10

06 $45+a$의 값이 45보다 큰 제곱수 중에서 가장 작아야 하므로
$45+a=49$ $\therefore a=4$
이때 $b=\sqrt{45+4}=7$
$\therefore a+b=11$ ㉮ ④

06-1 $38-x$의 값이 38보다 작은 제곱수이어야 하므로
$38-x=1, 4, 9, 16, 25, 36$
$\therefore x=37, 34, 29, 22, 13, 2$
따라서 구하는 자연수 x의 개수는 6개이다.
㉮ ④

07 ③ $\frac{1}{2}=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{1}{4}}$이고 $\frac{1}{4}>\frac{1}{6}$이므로
$\frac{1}{2}>\sqrt{\frac{1}{6}}$ ㉮ ③

Q BOX

07-1 $-3=-\sqrt{9}$, $\left(-\sqrt{\frac{3}{4}}\right)^2=\frac{3}{4}=\sqrt{\frac{9}{16}}$이고,
(음수)<0<(양수)이므로 작은 것부터 순서대로 나열하면
$-\sqrt{12}$, -3, $\sqrt{\frac{1}{2}}$, $\left(-\sqrt{\frac{3}{4}}\right)^2$, 1 답 $\sqrt{\frac{1}{2}}$

08 $\sqrt{5}-2>0$, $\sqrt{5}-3<0$이므로
(주어진 식)$=\sqrt{5}-2-(\sqrt{5}-3)$
$=\sqrt{5}-2-\sqrt{5}+3=1$ 답 ③

$\sqrt{5}>\sqrt{4}$이므로
$\sqrt{5}-2>0$
$\sqrt{5}<\sqrt{9}$이므로
$\sqrt{5}-3<0$

08-1 $4-\sqrt{15}>0$, $\sqrt{15}-4<0$이므로
(주어진 식)$=4-\sqrt{15}-\{-(\sqrt{15}-4)\}-4+15$
$=4-\sqrt{15}+\sqrt{15}-4-4+15=11$
답 11

$\sqrt{16}>\sqrt{15}$이므로
$4-\sqrt{15}>0$, $\sqrt{15}-4<0$

09 $3<\sqrt{2n}\le4$의 각 변을 제곱하면
$9<2n\le16$ $\therefore \frac{9}{2}<n\le8$
따라서 이를 만족하는 자연수 n은 5, 6, 7, 8이므로 구하는 합은 $5+6+7+8=26$ 답 ③

09-1 $4<\sqrt{3x-1}<\sqrt{30}$의 각 변을 제곱하면
$16<3x-1<30$, $17<3x<31$
$\therefore \frac{17}{3}<x<\frac{31}{3}$
따라서 이를 만족시키는 자연수 x는 6, 7, 8, 9, 10의 5개이다. 답 5개

두 실수 a, b에 대하여
$a-b>0 \Rightarrow a>b$
$a-b=0 \Rightarrow a=b$
$a-b<0 \Rightarrow a<b$

$a>0$, $b>0$일 때
$a<\sqrt{x}<b$
$\Rightarrow a^2<x<b^2$

필수유형 다지기 ▸15~16쪽

01 무리수는 $\frac{\pi}{2}$, $\sqrt{3}+1$, $1.010010001\cdots$의 3개이다.
답 ③

01-1 ① 순환소수는 유리수이다.
② 유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다.
④ 유리수이면서 무리수인 수는 없다.
⑤ 근호를 없앨 수 있는 수는 유리수이다.
답 ③

근호를 포함한 수라도 근호 안의 수가 (유리수)^{2}의 꼴이면 근호를 없애고 나타낼 수 있으므로 유리수이다.

02 정사각형의 넓이는 $3\times3-4\times\left(\frac{1}{2}\times2\times1\right)=5$
이므로 $\overline{AB}=\sqrt{5}$
따라서 점 P가 나타내는 수는 $2+\sqrt{5}$이다.
답 $2+\sqrt{5}$

정사각형의 한 변의 길이는 넓이의 양의 제곱근과 같다.

점 P는 2에서 오른쪽으로 $\sqrt{5}$만큼 떨어진 점이다.

02-1 ① -1에서 왼쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 떨어진 점이므로 A$(-1-\sqrt{2})$이다. 답 ①

03 ⑤ 유리수와 무리수, 즉 실수를 나타내는 점으로 수직선을 완전히 메울 수 있다. 답 ⑤

03-1 ② 2와 3 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
③ $\sqrt{3}$과 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
④ 모든 실수는 수직선 위의 한 점으로 나타낼 수 있다.
⑤ 유리수를 나타내는 점만으로 수직선을 완전히 메울 수 없다. 답 ①

04 ⑤ $\sqrt{6}-\sqrt{5}-(3-\sqrt{5})=\sqrt{6}-3<0$
$\therefore \sqrt{6}-\sqrt{5}<3-\sqrt{5}$ 답 ⑤

04-1 ② $3-\sqrt{5}-(3-\sqrt{7})=\sqrt{7}-\sqrt{5}>0$
$\therefore 3-\sqrt{5}>3-\sqrt{7}$
③ $5-(\sqrt{10}+2)=3-\sqrt{10}<0$
$\therefore 5<\sqrt{10}+2$
⑤ $\sqrt{8}-4-(\sqrt{10}-4)=\sqrt{8}-\sqrt{10}<0$
$\therefore \sqrt{8}-4<\sqrt{10}-4$ 답 ①, ④

05 $a-b=3-\sqrt{10}-(-\sqrt{8}+3)=-\sqrt{10}+\sqrt{8}<0$
$\therefore a<b$ …㉠
$a-c=3-\sqrt{10}-(-1)=4-\sqrt{10}>0$
$\therefore a>c$ …㉡
㉠, ㉡에서 $c<a<b$ 답 $c<a<b$

05-1 $a-b=5-(3+\sqrt{3})=2-\sqrt{3}>0$
$\therefore a>b$ …㉠
$b-c=3+\sqrt{3}-(\sqrt{3}+\sqrt{7})=3-\sqrt{7}>0$
$\therefore b>c$ …㉡
㉠, ㉡에서 $c<b<a$ 답 ⑤

06 $\sqrt{4}<\sqrt{8}<\sqrt{9}$에서 $2<\sqrt{8}<3$
$2-2<\sqrt{8}-2<3-2$
$\therefore 0<\sqrt{8}-2<1$ 답 ②

06-1 $\sqrt{4}<\sqrt{7}<\sqrt{9}$에서 $2<\sqrt{7}<3$
$-3<-\sqrt{7}<-2$, $2-3<2-\sqrt{7}<2-2$
$\therefore -1<2-\sqrt{7}<0$ 답 점 A

07 ④ $1<\sqrt{3}<2$, $2<\sqrt{5}<3$이므로
$\frac{2}{3}<\frac{\sqrt{5}}{3}<1$ $\therefore \frac{\sqrt{5}}{3}<\sqrt{3}$ 답 ④

LECTURE BOOK

Q BOX

07-1 $9<\frac{19}{2}<10$이므로 $\sqrt{9}<\sqrt{\frac{19}{2}}<\sqrt{10}$

즉 $3<\sqrt{\frac{19}{2}}<\sqrt{10}$

두 수의 평균 $\frac{3+\sqrt{10}}{2}$은 두 수 사이의 수이다.

답 $\sqrt{\frac{19}{2}}$, $\frac{3+\sqrt{10}}{2}$

두 수의 평균은 두 실수 사이에 존재한다.

발전유형 익히기 ▸17~19쪽

01 (B의 넓이)$=2\times5=10(\text{cm}^2)$

(A의 넓이)$=3\times10=30(\text{cm}^2)$

따라서 정사각형 A의 한 변의 길이는 $\sqrt{30}$ cm이다. 답 $\sqrt{30}$ cm

01-1 주어진 두 꽃밭의 넓이의 합은 $2^2+5^2=29(\text{m}^2)$

따라서 $x^2=29$이므로 $x=\sqrt{29}$ ($\because x>0$)

답 $\sqrt{29}$

01-2 정사각형 P의 넓이가 $16\,\text{cm}^2$이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{16}=4(\text{cm})$

$\therefore \overline{AC}=4\,\text{cm}$

정사각형 Q의 넓이가 $9\,\text{cm}^2$이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{9}=3(\text{cm})$

$\therefore \overline{BC}=3\,\text{cm}$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AC}=\frac{1}{2}\times3\times4$

$=6(\text{cm}^2)$ 답 $6\,\text{cm}^2$

02 $0<a<1$일 때, $a-\frac{1}{a}<0$, $a+\frac{1}{a}>0$이므로

(주어진 식)$=-\left(a-\frac{1}{a}\right)+\left(a+\frac{1}{a}\right)$

$=-a+\frac{1}{a}+a+\frac{1}{a}$

$=\frac{2}{a}$ 답 ④

$0<a<1$에서 $\frac{1}{a}>1$이므로 $a-\frac{1}{a}<0$

02-1 $-1<a<0$일 때, $a-\frac{1}{a}>0$, $\frac{1}{a}-a<0$, $2a<0$이므로

(주어진 식)$=a-\frac{1}{a}-\left\{-\left(\frac{1}{a}-a\right)\right\}-(-2a)$

$=a-\frac{1}{a}+\frac{1}{a}-a+2a$

$=2a$ 답 $2a$

$-1<a<0$에서 $\frac{1}{a}<-1$이므로

$a-\frac{1}{a}>0$, $\frac{1}{a}-a<0$

$0<a<1$이므로 a에 범위 안의 수를 대입한다.

03 $\sqrt{2n}$이 자연수가 되려면 $n=2k^2$ (k는 자연수)의 꼴이어야 한다.

$20<2k^2<100$, $10<k^2<50$

$\therefore k^2=16, 25, 36, 49$

따라서 자연수 n은 32, 50, 72, 98의 4개이다.

답 ④

$\sqrt{A}$가 자연수이려면 A가 제곱수이어야 한다.

03-1 $\sqrt{5n}$이 자연수가 되려면 $n=5k^2$ (k는 자연수)의 꼴이어야 한다.

$50<5k^2<150$, $10<k^2<30$

$\therefore k^2=16, 25$

따라서 $n=5\times16=80$, $n=5\times25=125$이므로 모든 자연수 n의 값의 합은

$80+125=205$ 답 ⑤

03-2 $504=2^3\times3^2\times7$이므로 $\sqrt{504x}$가 자연수가 되려면 $x=14k^2$ (k는 자연수)의 꼴이어야 한다.

$10<14k^2<100$, $\frac{5}{7}<k^2<\frac{50}{7}$ $\therefore k^2=1, 4$

따라서 $x=14\times1=14$, $x=14\times4=56$

답 14, 56

04 $\sqrt{200-x}-\sqrt{55+y}$가 가장 큰 정수가 되려면 $\sqrt{200-x}$는 가장 큰 자연수, $\sqrt{55+y}$는 가장 작은 자연수가 되어야 한다.

$\sqrt{200-x}$가 가장 큰 자연수가 되어야 하므로

$200-x=196$ $\therefore x=4$

$\sqrt{55+y}$가 가장 작은 자연수가 되어야 하므로

$55+y=64$ $\therefore y=9$

$\therefore x+y=13$ 답 13

$\sqrt{A}-\sqrt{B}$가 가장 큰 정수 ➡ $\sqrt{A}$는 가장 큰 자연수, $\sqrt{B}$는 0 또는 가장 작은 자연수

04-1 $\sqrt{78+x}-\sqrt{152-y}$가 가장 작은 정수가 되려면 $\sqrt{78+x}$는 가장 작은 자연수, $\sqrt{152-y}$는 가장 큰 자연수가 되어야 한다.

$\sqrt{78+x}$가 가장 작은 자연수가 되어야 하므로

$78+x=81$ $\therefore x=3$

$\sqrt{152-y}$가 가장 큰 자연수가 되어야 하므로

$152-y=144$ $\therefore y=8$

$\therefore y-x=5$ 답 5

05 $a=\frac{1}{2}$이라 하면

① $\frac{1}{a}=2=\sqrt{4}$ ② $\sqrt{\frac{1}{a}}=\sqrt{2}$

③ $\sqrt{a}=\sqrt{\frac{1}{2}}$ ④ $a=\frac{1}{2}=\sqrt{\frac{1}{4}}$

⑤ $a^2=\frac{1}{4}=\sqrt{\frac{1}{16}}$

따라서 값이 가장 작은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

Q BOX

05-1 $a=-\frac{1}{2}$이라 하면

$A=-\frac{1}{2}+1=\frac{1}{2}=\sqrt{\frac{1}{4}}$

$B=\sqrt{-\frac{1}{2}+1}=\sqrt{\frac{1}{2}}$

$C=\frac{1}{2}\times\left(-\frac{1}{2}\right)+1=\frac{3}{4}=\sqrt{\frac{9}{16}}$

$\therefore A<B<C$ 답 ①

06 $\sqrt{84xy}=\sqrt{2^2\times3\times7\times xy}$이므로 최소의 자연수가 되도록 하는 xy의 값은 $3\times7=21$

따라서 $xy=21$을 만족시키는 순서쌍 (x, y)는 $(1, 21), (3, 7), (7, 3), (21, 1)$의 4개이다. 답 ③

$a>0$일 때
a의 제곱근 : $\pm\sqrt{a}$
제곱근 a : $\sqrt{a}$

06-1 $\sqrt{280ab}=\sqrt{2^3\times5\times7\times ab}$ 이므로 최소의 자연수가 되도록 하는 ab의 값은 $2\times5\times7=70$

따라서 $ab=70$을 만족시키는 순서쌍 (a, b)는 $(1, 70), (2, 35), (5, 14), (7, 10)$ 답 ③

$0<a<b$

06-2 $\sqrt{108xy}=\sqrt{2^2\times3^3\times xy}$이고 x, y는 주사위의 눈의 수이므로 $xy=3$, $3\times2^2=12$

(i) $xy=3$인 경우 : $(1, 3), (3, 1)$의 2가지

(ii) $xy=12$인 경우 : $(2, 6), (3, 4), (4, 3), (6, 2)$의 4가지

(i), (ii)에서 경우의 수는 6이므로 구하는 확률은 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$ 답 $\frac{1}{6}$

(사건 A의 확률) $=\frac{(A\text{가 일어나는 경우의 수})}{(\text{모든 경우의 수})}$

07 $5<\sqrt{28}<6$이므로 $f(28)=5$

$6<\sqrt{45}<7$이므로 $f(45)=6$

$8<\sqrt{66}<9$이므로 $f(66)=8$

$\therefore f(28)+f(45)-f(66)=5+6-8=3$ 답 ①

$5=\sqrt{25}$, $6=\sqrt{36}$이므로 $5<\sqrt{28}<6$

07-1 $9<\sqrt{90}<10$이므로 $M(90)=9$

$5<\sqrt{30}<6$이므로 $M(30)=5$

$\therefore M(90)-M(30)=9-5=4$ 답 ③

$9=\sqrt{81}$, $10=\sqrt{100}$이므로 $9<\sqrt{90}<10$

07-2 $1<\sqrt{3}<2$이므로

$N(1)=N(2)=N(3)=1$

$2<\sqrt{8}<3$이므로

$N(4)=N(5)=\cdots=N(8)=2$

$3<\sqrt{15}<4$이므로

$N(9)=N(10)=\cdots=N(15)=3$

$\therefore$ (주어진 식) $=1\times3+2\times5+3\times7=34$

답 34

중단원 마무리 ▸ 20~23쪽

01 ②	**02** ②	**03** ①	**04** $\sqrt{35}$ cm
05 ③	**06** ④	**07** ②	**08** ③
09 ①	**10** ④	**11** ③	**12** 8
13 ③, ⑤	**14** ④	**15** ③	**16** ③
17 9	**18** (1) 10 (2) $\sqrt{10}$ (3) $1+\sqrt{10}$		
19 $C<A<B$	**20** 0	**21** 104	
22 ③	**23** 6	**24** (1) 189 (2) 5 (3) 194	
25 3			

01 ①, ③, ④, ⑤ ±8

② $\sqrt{64}=8$ 답 ②

02 $7.\dot{1}=\frac{64}{9}$의 음의 제곱근은 $-\frac{8}{3}$이다. 답 ②

03 ② 음수의 제곱근은 없다.

③ 제곱하여 0.3이 되는 수는 $\pm\sqrt{0.3}$이다.

④ 제곱근 16, 즉 $\sqrt{16}=4$의 제곱근은 ±2이다.

⑤ 제곱근 6은 $\sqrt{6}$이고, 6의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$이다.

답 ①

04 직사각형의 넓이는 $5\times7=35(\text{cm}^2)$

따라서 넓이가 35 cm^2인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{35}$ cm이다. 답 $\sqrt{35}$ cm

05 ① ±8 ② $\pm\frac{4}{11}$

③ $\pm\sqrt{0.4}$ ④ ±0.5

⑤ ±20 답 ③

06 ① $\sqrt{2^2}=2$ ② $\sqrt{(-2)^2}=\sqrt{2^2}=2$

③ $-(\sqrt{2})^2=-2$ ⑤ $-(-\sqrt{2})^2=-2$

답 ④

07 (주어진 식) $=6\times\frac{1}{3}-4\times\frac{5}{2}=2-10=-8$

답 ②

08 $a<0$이므로 $-4a>0$, $6a<0$

$\therefore$ (주어진 식) $=\sqrt{a^2}-\sqrt{(-4a)^2}+\sqrt{(6a)^2}$

$=-a-(-4a)-6a$

$=-3a$ 답 ③

09 $6<x<y$이므로 $6-x<0$, $y-6>0$, $x-y<0$

$\therefore$ (주어진 식) $=-(6-x)-(y-6)-(x-y)$

$=-6+x-y+6-x+y=0$

답 ①

LECTURE BOOK

Q BOX

10 $\sqrt{20-x}$가 자연수가 되려면 $20-x$의 값이 20보다 작은 제곱수이어야 하므로

$20-x=1, 4, 9, 16$ $\therefore x=19, 16, 11, 4$

따라서 $a=19$, $b=4$이므로

$a+b=19+4=23$ 답 ④

Q BOX: $\sqrt{A-x}$ (A, x는 자연수)가 자연수가 되려면 $A-x$는 A보다 작은 제곱수이어야 한다.

11 ② $0.5=\frac{1}{2}=\sqrt{\frac{1}{4}}$ ③ $\sqrt{0.\dot{1}}=\sqrt{\frac{1}{9}}$

④ $\sqrt{0.5}=\sqrt{\frac{1}{2}}$ ⑤ $\left(-\sqrt{\frac{1}{5}}\right)^2=\frac{1}{5}=\sqrt{\frac{1}{25}}$

따라서 $\left(-\sqrt{\frac{1}{5}}\right)^2<\sqrt{0.\dot{1}}<0.5<\sqrt{\frac{1}{3}}<\sqrt{0.5}$이므로 두 번째에 오는 수는 ③이다. 답 ③

12 각 변에 -1을 곱하면 $1\le\sqrt{x+1}\le3$

각 변을 제곱하면 $1\le x+1\le9$

$\therefore 0\le x\le8$

따라서 가장 큰 정수는 8이다. 답 8

음수를 곱했으므로 부등호의 방향이 바뀐다.

13 ① $-\sqrt{36}=-6$ ② $0.\dot{2}=\frac{2}{9}$ ④ $\sqrt{0.25}=0.5$

답 ③, ⑤

14 ① $\sqrt{2}$와 $\sqrt{3}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

② $\frac{1}{2}$과 $\frac{1}{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

③ $1<\sqrt{3}<2$이므로 $-\frac{5}{2}$와 $\sqrt{3}$ 사이에는 -2, -1, 0, 1의 4개의 정수가 있다.

⑤ 모든 무리수는 각각 수직선 위의 한 점으로 나타낼 수 있다. 답 ④

15 ① $3-(\sqrt{3}+1)=2-\sqrt{3}>0$

$\therefore 3>\sqrt{3}+1$

② $\sqrt{3}+1-(\sqrt{2}+1)=\sqrt{3}-\sqrt{2}>0$

$\therefore \sqrt{3}+1>\sqrt{2}+1$

④ $\sqrt{5}+1-(\sqrt{5}-1)=2>0$

$\therefore \sqrt{5}+1>\sqrt{5}-1$

⑤ $3+\sqrt{5}-(3+\sqrt{3})=\sqrt{5}-\sqrt{3}>0$

$\therefore 3+\sqrt{5}>3+\sqrt{3}$ 답 ③

Q BOX: 두 실수 a, b에 대하여
$a-b>0 \Rightarrow a>b$
$a-b=0 \Rightarrow a=b$
$a-b<0 \Rightarrow a<b$

16 $3=\sqrt{9}$이므로 $3>\sqrt{5}$ 답 ③

17

채점 기준	점수
a의 값 구하기	2
b의 값 구하기	2
$a-b$의 값 구하기	2

$(-7)^2=49$의 양의 제곱근은 7이므로

$a=7$ • 2점

$\sqrt{(-4)^2}=4$의 음의 제곱근은 -2이므로

$b=-2$ • 2점

$\therefore a-b=7-(-2)=9$ • 2점

답 9

18

채점 기준	점수
□ABCD의 넓이 구하기	2
$\overline{AB}$의 길이 구하기	2
점 P가 나타내는 수 구하기	2

(1) $\square ABCD=4\times4-4\times\left(\frac{1}{2}\times3\times1\right)=10$ • 2점

(2) $\square ABCD=10$이므로 $\overline{AB}^2=10$

$\therefore \overline{AB}=\sqrt{10}$ • 2점

(3) $\overline{AP}=\overline{AB}=\sqrt{10}$이므로

점 P가 나타내는 수는 $1+\sqrt{10}$ • 2점

답 (1) 10 (2) $\sqrt{10}$ (3) $1+\sqrt{10}$

19

채점 기준	점수
A와 B의 크기 비교하기	2
A와 C의 크기 비교하기	2
A, B, C의 대소 관계 나타내기	2

$A-B=\sqrt{30}+4-(\sqrt{30}+\sqrt{17})=4-\sqrt{17}<0$

$\therefore A<B$ • 2점

$A-C=\sqrt{30}+4-(\sqrt{17}+4)=\sqrt{30}-\sqrt{17}>0$

$\therefore A>C$ • 2점

$\therefore C<A<B$ • 2점

답 $C<A<B$

20 $0<a<1$일 때,

$a-\frac{1}{a}<0$, $a+\frac{1}{a}>0$, $2a>0$이므로

(주어진 식)$=-\left(a-\frac{1}{a}\right)-\left(a+\frac{1}{a}\right)+2a$

$=-a+\frac{1}{a}-a-\frac{1}{a}+2a$

$=0$ 답 0

21 A의 한 변의 길이는

$\sqrt{45n}=\sqrt{3^2\times5\times n}$

$\therefore n=5, 5\times2^2, 5\times3^2, \cdots$

B의 한 변의 길이는 $\sqrt{36-n}$

$\therefore n=11, 20, 27, 32, 35$

$\sqrt{A}$가 자연수이면 A는 제곱수임을 이용한다.

$36-n=25, 16, 9, 4, 1$

따라서 $n=20$이므로 직사각형 C의
가로의 길이는 $\sqrt{16}=4$,
세로의 길이는 $\sqrt{45\times20}-\sqrt{16}=26$이다.
$\therefore$ (C의 넓이)$=4\times26=104$ 답 104

$\sqrt{900}-\sqrt{16}=30-4=26$

22 점 P와 점 Q 사이의 거리는 원의 둘레의 길이와 같으므로 $2\pi\times\frac{1}{2}=\pi$
따라서 점 Q가 나타내는 수는 $\pi+2$ 답 ③

23

채점 기준	점수
$x\geq3$일 때, x의 값 구하기	2
$x<3$일 때, x의 값 구하기	2
모든 x의 값의 합 구하기	2

(i) $x-3\geq0$, 즉 $x\geq3$일 때, $x-3=7$
$\therefore x=10$ • 2점
(ii) $x-3<0$, 즉 $x<3$일 때, $-x+3=7$
$\therefore x=-4$ • 2점
(i), (ii)에서 모든 x의 값의 합은
$10+(-4)=6$ • 2점
답 6

$\frac{5}{3}\sqrt{\frac{27}{3}}=\frac{5}{3}\times3=5$

24

채점 기준	점수
A의 값 구하기	3
B의 값 구하기	2
$A+B$의 값 구하기	1

(1) $84x=2^2\times3\times7\times x$이므로 $\sqrt{84x}$가 자연수가 되려면
$x=21,\ 21\times2^2,\ 21\times3^2,\ \cdots$
A는 가장 작은 세 자리 자연수이므로
$A=21\times3^2=189$ • 3점
(2) $\frac{45}{y}=\frac{3^2\times5}{y}$이므로 $\sqrt{\frac{45}{y}}$가 자연수가 되려면
$y=5,\ 5\times3^2$
B는 가장 작은 자연수이므로 $B=5$ • 2점
(3) $A+B=189+5=194$ • 1점
답 (1) 189 (2) 5 (3) 194

25

채점 기준	점수
$N(198)$의 값 구하기	2
$N(135)$의 값 구하기	2
$N(198)-N(135)$의 값 구하기	2

$14<\sqrt{198}<15$이므로 $N(198)=14$ • 2점
$11<\sqrt{135}<12$이므로 $N(135)=11$ • 2점
$\therefore N(198)-N(135)=14-11=3$ • 2점
답 3

$14=\sqrt{196},\ 15=\sqrt{225}$
이므로 $14<\sqrt{198}<15$

$11=\sqrt{121},\ 12=\sqrt{144}$
이므로 $11<\sqrt{135}<12$

Q BOX

$a>0,\ b>0$일 때
$\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$

$a>0,\ b>0$일 때
$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$

$a>0,\ b>0$일 때
$\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$

$a>0,\ b>0$일 때
$\sqrt{\frac{a}{b^2}}=\frac{\sqrt{a}}{b}$

근호 안의 수를 밖으로 꺼내기 위하여 분모, 분자에 10을 곱하여 거듭제곱의 꼴로 만든다.

2 근호를 포함한 식의 계산

필수유형 다지기 ▸ 25~26쪽

01 (주어진 식)$=-3\sqrt{\frac{3}{5}\times15\times\frac{2}{9}}$
$=-3\sqrt{2}$ 답 ②

01-1 $\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{a}=\sqrt{2\times3\times a}=\sqrt{6a}$이므로
$\sqrt{6a}=12,\ 6a=144$ $\therefore a=24$ 답 24

02 ① $\sqrt{20}\div\sqrt{5}=\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}}=\sqrt{4}=2$
② $2\sqrt{6}\div\sqrt{2}=\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{2}}=2\sqrt{3}$
④ $5\sqrt{27}\div3\sqrt{3}=\frac{5\sqrt{27}}{3\sqrt{3}}=5$ 답 ③, ⑤

02-1 (주어진 식)$=2\sqrt{30}\times\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{15}}\times\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{12}}$
$=2\sqrt{30\times\frac{6}{15}\times\frac{10}{12}}$
$=2\sqrt{10}$ 답 ④

03 $\sqrt{45}=\sqrt{3^2\times5}=3\sqrt{5}$ $\therefore x=3$
$\sqrt{72}=\sqrt{6^2\times2}=6\sqrt{2}$ $\therefore y=6$
$\therefore\sqrt{xy}=\sqrt{3\times6}=\sqrt{3^2\times2}=3\sqrt{2}$ 답 ②

03-1 ③ $3\sqrt{7}=\sqrt{3^2\times7}=\sqrt{63}$ 답 ③

04 $\sqrt{0.2}=\sqrt{\frac{2}{10}}=\sqrt{\frac{20}{100}}=\sqrt{\frac{2^2\times5}{10^2}}$
$=\frac{2\sqrt{5}}{10}=\frac{\sqrt{5}}{5}$
$\therefore k=\frac{1}{5}$ 답 $\frac{1}{5}$

04-1 $\sqrt{\frac{10}{72}}=\sqrt{\frac{5}{36}}=\frac{\sqrt{5}}{6}$이므로 $a=\frac{1}{6}$
$\sqrt{0.016}=\sqrt{\frac{16}{1000}}=\sqrt{\frac{160}{10000}}=\sqrt{\frac{4^2\times10}{100^2}}$
$=\frac{4\sqrt{10}}{100}=\frac{\sqrt{10}}{25}$
이므로 $b=\frac{1}{25}$
$\therefore\frac{1}{b}-\frac{1}{a}=25-6=19$ 답 19

05 $\sqrt{252}=\sqrt{2^2\times3^2\times7}$
$=2\times(\sqrt{3})^2\times\sqrt{7}=2x^2y$ 답 ④

LECTURE BOOK

Q BOX

$\frac{\sqrt{6}}{5}=\frac{\sqrt{2}\sqrt{3}}{5}=\frac{ab}{5}$

05-1 $\sqrt{0.24}=\sqrt{\frac{24}{100}}=\frac{2\sqrt{6}}{10}=\frac{\sqrt{6}}{5}=\frac{ab}{5}$ 답 ④

$a>0$, $b>0$일 때
$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}=\frac{\sqrt{b}\times\sqrt{a}}{\sqrt{a}\times\sqrt{a}}=\frac{\sqrt{ab}}{a}$

06 $\frac{3}{2\sqrt{15}}=\frac{3\times\sqrt{15}}{2\sqrt{15}\times\sqrt{15}}=\frac{3\sqrt{15}}{2\times15}=\frac{\sqrt{15}}{10}$

$\therefore a=\frac{1}{10}$

$\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{5\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{5\sqrt{6}}{3}$ $\therefore b=\frac{5}{3}$

$\therefore ab=\frac{1}{10}\times\frac{5}{3}=\frac{1}{6}$ 답 $\frac{1}{6}$

제곱근의 덧셈과 뺄셈은 근호 안의 수가 같은 것끼리 묶어서 계산한다.

06-1 ① $\sqrt{48}=\sqrt{4^2\times3}=4\sqrt{3}$

② $\frac{4}{\sqrt{3}}=\frac{4\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$

③ $\frac{12}{\sqrt{3}}=\frac{12\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=4\sqrt{3}$

④ $\frac{24}{\sqrt{12}}=\frac{24}{2\sqrt{3}}=\frac{24\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=4\sqrt{3}$

⑤ $\frac{4\sqrt{6}}{\sqrt{2}}=4\sqrt{\frac{6}{2}}=4\sqrt{3}$ 답 ②

근호 안에 제곱인 인수가 있으면 먼저 제곱인 인수를 근호 밖으로 꺼낸 후 계산한다.

07 (주어진 식) $=\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{30}}\times\frac{\sqrt{6}}{4\sqrt{7}}\times\frac{4\sqrt{3}}{3\sqrt{6}}$

$=\frac{1}{3}\sqrt{\frac{14}{30}\times\frac{6}{7}\times\frac{3}{6}}$

$=\frac{1}{3\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{15}$ 답 ①

① 분모의 근호 안에 제곱인 인수가 있으면 $a\sqrt{b}$의 꼴로 고친다.
② 유리수는 유리수끼리, 무리수는 무리수끼리 곱한다.

07-1 $\frac{3}{4\sqrt{6}}\times(-8\sqrt{10})\div\sqrt{\frac{5}{18}}$

$=\frac{3}{4\sqrt{6}}\times(-8\sqrt{10})\times\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

$=-18\sqrt{\frac{1}{6}\times10\times\frac{2}{5}}$

$=-18\sqrt{\frac{2}{3}}=-6\sqrt{6}$

$\therefore a=-6$ 답 -6

(원뿔의 부피)
$=\frac{1}{3}\times$(밑넓이)$\times$(높이)

08 원뿔의 높이를 x cm라 하면

$\frac{1}{3}\times\pi\times(2\sqrt{6})^2\times x=36\sqrt{12}\pi$

$\therefore x=\frac{72\sqrt{3}}{8}=9\sqrt{3}$ 답 $9\sqrt{3}$ cm

08-1 (삼각형의 넓이) $=\frac{1}{2}\times\sqrt{35}\times x=\frac{\sqrt{35}}{2}x$

(직사각형의 넓이) $=\sqrt{56}\times\sqrt{24}=2\sqrt{14}\times2\sqrt{6}$
$=8\sqrt{21}$

$\frac{\sqrt{35}}{2}x=8\sqrt{21}$이므로

$x=8\sqrt{21}\times\frac{2}{\sqrt{35}}=\frac{16\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\frac{16\sqrt{15}}{5}$

답 $\frac{16\sqrt{15}}{5}$

필수유형 다지기 ▸28~30쪽

01 ⑤ $\frac{\sqrt{5}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{6}-\frac{\sqrt{5}}{4}+\frac{\sqrt{2}}{3}$

$=\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)\sqrt{5}+\left(-\frac{1}{6}+\frac{1}{3}\right)\sqrt{2}$

$=\frac{\sqrt{5}}{4}+\frac{\sqrt{2}}{6}=\frac{3\sqrt{5}+2\sqrt{2}}{12}$ 답 ⑤

01-1 $a+b=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{2}+\frac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{2}=\frac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

$a-b=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{2}-\frac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{2}=\frac{2\sqrt{5}}{2}=\sqrt{5}$

$\therefore (a+b)(a-b)=\sqrt{3}\times\sqrt{5}=\sqrt{15}$ 답 ②

02 $6\sqrt{5}+\frac{9}{\sqrt{3}}-\sqrt{48}+\sqrt{80}$

$=6\sqrt{5}+3\sqrt{3}-4\sqrt{3}+4\sqrt{5}=-\sqrt{3}+10\sqrt{5}$

따라서 $a=-1$, $b=10$이므로

$b-a=11$ 답 ⑤

02-1 $\sqrt{72}-\sqrt{A}-\sqrt{18}=6\sqrt{2}-\sqrt{A}-3\sqrt{2}=\sqrt{2}$이므로

$3\sqrt{2}-\sqrt{A}=\sqrt{2}$, $\sqrt{A}=2\sqrt{2}=\sqrt{8}$

$\therefore A=8$ 답 8

$\sqrt{A}=3\sqrt{2}-\sqrt{2}=2\sqrt{2}$

03 $\sqrt{3}(\sqrt{2}+\sqrt{6})+\sqrt{2}(1-2\sqrt{3})$

$=\sqrt{6}+3\sqrt{2}+\sqrt{2}-2\sqrt{6}$

$=4\sqrt{2}-\sqrt{6}$ 답 ③

03-1 $\sqrt{3}(\sqrt{2}+\sqrt{12})-\sqrt{8}(\sqrt{50}-\sqrt{27})$

$=\sqrt{3}(\sqrt{2}+2\sqrt{3})-2\sqrt{2}(5\sqrt{2}-3\sqrt{3})$

$=\sqrt{6}+6-20+6\sqrt{6}=-14+7\sqrt{6}$

이므로 $a=-14$, $b=7$

$\therefore a+b=-7$ 답 -7

$a>0$, $b>0$, $c>0$일 때
$\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{c}}=\frac{\sqrt{ac}-\sqrt{bc}}{c}$

04 $\frac{3-2\sqrt{15}}{\sqrt{3}}=\frac{(3-2\sqrt{15})\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$

$=\frac{3\sqrt{3}-6\sqrt{5}}{3}=\sqrt{3}-2\sqrt{5}$

이므로 $a=1$, $b=-2$ $\therefore a-b=3$ 답 3

04-1 (주어진 식)

$=\frac{6-3\sqrt{6}}{\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{15}+2\sqrt{10}}{\sqrt{5}}$

$=\frac{(6-3\sqrt{6})\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}+\frac{(\sqrt{15}+2\sqrt{10})\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}$

$=\frac{6\sqrt{3}-9\sqrt{2}}{3}+\frac{5\sqrt{3}+10\sqrt{2}}{5}$

$=2\sqrt{3}-3\sqrt{2}+\sqrt{3}+2\sqrt{2}$

$=3\sqrt{3}-\sqrt{2}$ 답 ④

05 $\sqrt{32}\left(\sqrt{3}-\frac{3}{\sqrt{6}}\right)+(\sqrt{18}+2)\div\sqrt{3}$

$=4\sqrt{2}\left(\sqrt{3}-\frac{3}{\sqrt{6}}\right)+(3\sqrt{2}+2)\times\frac{1}{\sqrt{3}}$

$=4\sqrt{6}-4\sqrt{3}+\sqrt{6}+\frac{2}{3}\sqrt{3}=-\frac{10\sqrt{3}}{3}+5\sqrt{6}$

이므로 $a=-\frac{10}{3}$, $b=5$

$\therefore \frac{a}{b}=-\frac{10}{3}\times\frac{1}{5}=-\frac{2}{3}$ 답 $-\frac{2}{3}$

Q BOX

괄호가 있으면 분배법칙을 이용하여 괄호를 푼다.
$\sqrt{a}(\sqrt{b}\pm\sqrt{c})=\sqrt{ab}\pm\sqrt{ac}$ (복호동순)

05-1 $(2-\sqrt{3})^2-(4\sqrt{2}+1)(4\sqrt{2}-1)$

$=(4-4\sqrt{3}+3)-\{(4\sqrt{2})^2-1\}$

$=7-4\sqrt{3}-31=-24-4\sqrt{3}$ 답 ①

제곱근을 문자로 생각하여 곱셈 공식을 이용한다.
$(a\pm b)^2=a^2\pm2ab+b^2$
$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

06 (주어진 식)$=3a+8+(2a+4)\sqrt{3}$

이므로 $2a+4=0$ $\therefore a=-2$ 답 ②

06-1 (주어진 식)$=2\sqrt{6}-2-2+2a\sqrt{6}$

$=-4+(2+2a)\sqrt{6}$

이므로 $2+2a=0$ $\therefore a=-1$ 답 -1

계산 결과가 유리수이면 (무리수 부분)$=0$임을 이용한다.

07 (직사각형의 넓이)$=(\sqrt{3}+\sqrt{10})\times(\sqrt{15}+\sqrt{2})$

$=3\sqrt{5}+\sqrt{6}+5\sqrt{6}+2\sqrt{5}$

$=5\sqrt{5}+6\sqrt{6}$ 답 ③

07-1 $4(\sqrt{12}+\sqrt{8}+\sqrt{2}+\sqrt{3})$

$=4(2\sqrt{3}+2\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{3})$

$=12\sqrt{2}+12\sqrt{3}$ 답 $12\sqrt{2}+12\sqrt{3}$

밑면의 가로, 세로의 길이와 높이가 각각 a, b, c인 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합
➡ $4(a+b+c)$

08 $\frac{1-\sqrt{2}}{3-2\sqrt{2}}=\frac{(1-\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}=-1-\sqrt{2}$

이므로 $a=-1$, $b=-1$

$\therefore a+b=-2$ 답 ②

곱셈 공식
$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
을 이용하여 분모를 유리화한다.

08-1 (주어진 식)

$=\frac{(\sqrt{10}+3)^2}{(\sqrt{10}-3)(\sqrt{10}+3)}+\frac{(\sqrt{10}-3)^2}{(\sqrt{10}+3)(\sqrt{10}-3)}$

$=10+6\sqrt{10}+9+10-6\sqrt{10}+9=38$ 답 ⑤

09 $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=(3\sqrt{2})^2-2\times(-2)$

$=18+4=22$ 답 22

09-1 $x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2=(\sqrt{5})^2+2=7$ 답 ③

10 $x+y=2\sqrt{5}$, $xy=1$이므로

$\frac{y}{x}+\frac{x}{y}=\frac{x^2+y^2}{xy}=\frac{(x+y)^2-2xy}{xy}$

$=\frac{(2\sqrt{5})^2-2\times1}{1}=18$ 답 ④

$3-\sqrt{3}$의 정수 부분은 1이므로
(소수 부분)$=(3-\sqrt{3})-1$

10-1 $x=2+\sqrt{3}$, $y=2-\sqrt{3}$이므로

$x+y=4$, $xy=1$

$\therefore x^2-xy+y^2=(x+y)^2-3xy$

$=4^2-3\times1=13$ 답 ①

11 $x=3-\sqrt{5}$이므로 $x-3=-\sqrt{5}$

$(x-3)^2=(-\sqrt{5})^2$, $x^2-6x+9=5$

$\therefore x^2-6x=-4$

$\therefore x^2-6x+7=-4+7=3$ 답 ②

11-1 $x=\frac{2}{2+\sqrt{6}}=\frac{2(2-\sqrt{6})}{(2+\sqrt{6})(2-\sqrt{6})}=-2+\sqrt{6}$

이므로 $x+2=\sqrt{6}$

$(x+2)^2=(\sqrt{6})^2$, $x^2+4x+4=6$

$\therefore x^2+4x=2$

$\therefore x^2+4x-2=2-2=0$ 답 0

필수유형 다지기 ▸32쪽

01 $a=7.842$, $b=7.975$이므로

$b-a=0.133$ 답 0.133

01-1 $a=2.193$, $b=4.73$이므로

$1000a-100b=2193-473=1720$ 답 1720

02 ⑤ $\sqrt{5000}=\sqrt{100\times50}=10\sqrt{50}$

이므로 $\sqrt{5000}$의 어림한 값은

$10\times7.071=70.71$ 답 ⑤

02-1 ① $\frac{\sqrt{7}}{10}$ ② $2\sqrt{7}$ ③ $10\sqrt{7}$

④ $\frac{\sqrt{70}}{100}$ ⑤ $100\sqrt{7}$ 답 ④

03 $2<\sqrt{5}<3$에서 $6<4+\sqrt{5}<7$이므로

$a=6$, $b=4+\sqrt{5}-6=\sqrt{5}-2$

$\therefore \frac{5a}{b+2}=\frac{30}{\sqrt{5}}=6\sqrt{5}$ 답 $6\sqrt{5}$

03-1 $1<\sqrt{3}<2$이므로

$-2<-\sqrt{3}<-1$, $1<3-\sqrt{3}<2$

$\therefore a=(3-\sqrt{3})-1=2-\sqrt{3}$

$\therefore a(2+\sqrt{3})=(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})$

$=4-3=1$ 답 1

LECTURE BOOK

발전유형 익히기 ▸ 33~35쪽

01 $5=(\sqrt{2})^2+(\sqrt{3})^2=a^2+b^2$이므로
$\sqrt{5}=\sqrt{a^2+b^2}$ 답 ④

01-1 $2=(\sqrt{7})^2-(\sqrt{5})^2=b^2-a^2$이므로
$\sqrt{2}=\sqrt{b^2-a^2}$ 답 ⑤

02 $(\sqrt{5}+\sqrt{2})^4(\sqrt{5}-\sqrt{2})^4$
$=\{(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})\}^4$
$=\{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{2})^2\}^4=3^4=81$ 답 ⑤

02-1 $(\sqrt{10}+3)^8(\sqrt{10}-3)^9$
$=(\sqrt{10}+3)^8(\sqrt{10}-3)^8(\sqrt{10}-3)$
$=\{(\sqrt{10}+3)(\sqrt{10}-3)\}^8(\sqrt{10}-3)$
$=\{(\sqrt{10})^2-3^2\}^8(\sqrt{10}-3)=\sqrt{10}-3$
따라서 $x=-3$, $y=1$이므로 $y-x=4$ 답 4

03 $\sqrt{3}+\sqrt{5}=A$로 놓으면
(주어진 식)$=(2+A)(2-A)=2^2-A^2$
$=2^2-(\sqrt{3}+\sqrt{5})^2=-4-2\sqrt{15}$
이므로 $a=-4$, $b=-2$
$\therefore a^2+b^2=(-4)^2+(-2)^2=16+4=20$
답 20

03-1 $\sqrt{2}-2=A$로 놓으면
(주어진 식)$=(\sqrt{3}-A)(\sqrt{3}+A)=(\sqrt{3})^2-A^2$
$=(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2}-2)^2$
$=-3+4\sqrt{2}$ 답 $-3+4\sqrt{2}$

04 $\overline{AB}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$(cm), $\overline{BC}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$(cm)
$\therefore \overline{AC}=\overline{AB}+\overline{BC}=5\sqrt{2}+3\sqrt{2}=8\sqrt{2}$(cm)
답 ②

04-1 $\overline{HF}=\overline{EF}=\sqrt{5}$(cm)이므로
$\overline{FI}=\sqrt{15}-\sqrt{5}$(cm), $\overline{FG}=2\sqrt{5}-\sqrt{5}=\sqrt{5}$(cm)
$\therefore \square FGCI=\overline{FI}\times\overline{FG}=(\sqrt{15}-\sqrt{5})\times\sqrt{5}$
$=5\sqrt{3}-5$(cm^2) 답 $(5\sqrt{3}-5)$cm^2

05 (주어진 식)$=\sqrt{a^2\times\frac{8b}{a}}+\sqrt{b^2\times\frac{8a}{b}}$
$=\sqrt{8ab}+\sqrt{8ab}=2\sqrt{2ab}+2\sqrt{2ab}$
$=4\sqrt{2ab}$
이 식에 $ab=25$를 대입하면
$4\sqrt{2ab}=4\sqrt{2\times25}=4\sqrt{2\times5^2}=20\sqrt{2}$ 답 ④

05-1 (주어진 식)$=\frac{4ab-2ab}{\sqrt{ab}}=\frac{2ab}{\sqrt{ab}}=2\sqrt{ab}$
$=2\times6=12$ 답 12

Q BOX

a는 네 자리 자연수이다.

$(\sqrt{a}+\sqrt{b})^n(\sqrt{a}-\sqrt{b})^n$ 꼴의 계산
➡ 합 · 차 공식을 이용할 수 있도록 식을 변형한다.

공통으로 들어 있는 항을 묶어 한 문자로 치환한 후 전개한다.

(무리수의 소수 부분)
=(무리수)−(정수 부분)

$A>0$, $B>0$일 때
$A\sqrt{B}=\sqrt{A^2B}$

06 $1000\le a<10000$ $\therefore \sqrt{1000}\le\sqrt{a}<\sqrt{10000}$
이때 $\sqrt{1000}=10\sqrt{10}>10$, $\sqrt{10000}=100$이므로
$\sqrt{a}$의 정수 부분은 두 자리의 수이다. 답 ②

06-1 $10\le\sqrt{a}<100$이므로 $\sqrt{100}\le\sqrt{a}<\sqrt{10000}$
$\therefore 100\le a<10000$ 답 $100\le a<10000$

07 $\frac{1}{f(x)}=\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{x+1}}$
$=\frac{\sqrt{x}-\sqrt{x+1}}{(\sqrt{x}+\sqrt{x+1})(\sqrt{x}-\sqrt{x+1})}$
$=\frac{\sqrt{x}-\sqrt{x+1}}{x-(x+1)}=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$
$\therefore$ (주어진 식)$=(\sqrt{2}-\sqrt{1})+(\sqrt{3}-\sqrt{2})$
$+(\sqrt{4}-\sqrt{3})+\cdots+(\sqrt{25}-\sqrt{24})$
$=-\sqrt{1}+\sqrt{25}$
$=-1+5=4$ 답 4

07-1 $\frac{1}{f(x)}=\frac{1}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x}}$
$=\frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{x}}{(\sqrt{x+2}+\sqrt{x})(\sqrt{x+2}-\sqrt{x})}$
$=\frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{x}}{x+2-x}=\frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{x}}{2}$
$\therefore$ (주어진 식)$=\left(\frac{\sqrt{3}-\sqrt{1}}{2}\right)+\left(\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}\right)$
$+\left(\frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2}\right)+\left(\frac{\sqrt{9}-\sqrt{7}}{2}\right)$
$=-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=1$ 답 ①

07-2 $F(x)=\frac{1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$
$\therefore$ (주어진 식)$=(\sqrt{2}-\sqrt{1})+(\sqrt{3}-\sqrt{2})$
$+(\sqrt{4}-\sqrt{3})+\cdots+(\sqrt{36}-\sqrt{35})$
$=-\sqrt{1}+\sqrt{36}$
$=-1+6=5$ 답 5

08 $6<\sqrt{45}<7$이므로 $f(45)=\sqrt{45}-6=3\sqrt{5}-6$
$4<\sqrt{20}<5$이므로 $f(20)=\sqrt{20}-4=2\sqrt{5}-4$
$\therefore f(45)-f(20)=\sqrt{5}-2$ 답 ②

08-1 $5<\sqrt{32}<6$이므로 $[32]=5$
$2<\sqrt{8}<3$이므로 $\langle 8\rangle=\sqrt{8}-2=2\sqrt{2}-2$
$\therefore [32]-2\times\langle 8\rangle=5-2(2\sqrt{2}-2)$
$=9-4\sqrt{2}$ 답 $9-4\sqrt{2}$

08-2 $F(x)=7$이려면 $7<\sqrt{x}<8$이어야 한다.
$\sqrt{49}<\sqrt{x}<\sqrt{64}$ $\therefore 49<x<64$
따라서 자연수 x의 개수는 14개이다.
답 14개

중단원 마무리 ▸ 36~39쪽

01 ⑤	02 $10\sqrt{2}$	03 ③	04 ⑤
05 ①	06 4	07 ④	08 ⑤
09 ③	10 ②	11 ②	12 $4-2\sqrt{2}$
13 ③	14 ①	15 ②	16 ③
17 $2\sqrt{3}$	18 $k=2$, $A=-3$	19 23	
20 ④	21 ①	22 6	23 30
24 13	25 (1)6 (2)$2\sqrt{3}-3$ (3)$3\sqrt{3}$		

01 ⑤ $2\sqrt{3}\div\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}\div\frac{1}{\sqrt{30}}=2\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}\times\sqrt{30}$

$=2\sqrt{3\times\frac{6}{5}\times30}=12\sqrt{3}$

답 ⑤

02 작은 정사각형의 넓이는 $\frac{1}{2}\times400=200$이므로

한 변의 길이는 $\sqrt{200}=\sqrt{2\times10^2}=10\sqrt{2}$

답 $10\sqrt{2}$

03 $\sqrt{0.005}=\sqrt{\frac{5}{1000}}=\sqrt{\frac{50}{10000}}=\frac{5\sqrt{2}}{100}=0.05k$

답 ③

근호 안의 수를 밖으로 꺼내기 위하여 분모, 분자에 10을 곱하여 지수가 짝수인 거듭제곱의 꼴로 만든다.

04 ① $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ ② $\frac{4}{\sqrt{2}}=\frac{4\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$

③ $\frac{8}{\sqrt{8}}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ ④ $\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=2\sqrt{2}$

⑤ $\frac{6\sqrt{4}}{\sqrt{8}}=\frac{6}{\sqrt{2}}=3\sqrt{2}$

답 ⑤

05 $4\sqrt{32}-3\sqrt{8}-\sqrt{50}=16\sqrt{2}-6\sqrt{2}-5\sqrt{2}=5\sqrt{2}$

$\therefore a=5$

답 ①

06 $\sqrt{75}+\frac{3}{\sqrt{3}}-\sqrt{6}\times\sqrt{2}=5\sqrt{3}+\sqrt{3}-2\sqrt{3}=4\sqrt{3}$

$\therefore p=4$

답 4

07 ① $2\sqrt{5}+\sqrt{2}-\sqrt{45}=2\sqrt{5}+\sqrt{2}-3\sqrt{5}$

$=\sqrt{2}-\sqrt{5}<0$

$\therefore 2\sqrt{5}+\sqrt{2}<\sqrt{45}$

② $4\sqrt{3}-1-(3\sqrt{5}-1)=4\sqrt{3}-3\sqrt{5}$

$=\sqrt{48}-\sqrt{45}>0$

$\therefore 4\sqrt{3}-1>3\sqrt{5}-1$

③ $6-\sqrt{2}-(2+2\sqrt{2})=4-3\sqrt{2}$

$=\sqrt{16}-\sqrt{18}<0$

$\therefore 6-\sqrt{2}<2+2\sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{12}-\sqrt{5}-(3\sqrt{3}-2\sqrt{5})$

$=2\sqrt{3}-\sqrt{5}-3\sqrt{3}+2\sqrt{5}=\sqrt{5}-\sqrt{3}>0$

$\therefore \sqrt{12}-\sqrt{5}>3\sqrt{3}-\sqrt{5}$

답 ④

두 실수 a, b에 대하여
$a-b>0$ ➡ $a>b$
$a-b<0$ ➡ $a<b$

08 $a+b=2\sqrt{2}$, $a-b=2$이므로

(주어진 식)$=\frac{2}{2\sqrt{2}}+\frac{2}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}+1=\frac{2+\sqrt{2}}{2}$

답 ⑤

09 $\sqrt{2}(4\sqrt{3}+3\sqrt{2})-(2\sqrt{3}-\sqrt{2})\sqrt{3}$

$=4\sqrt{6}+6-6+\sqrt{6}$

$=5\sqrt{6}=5\sqrt{2\times3}$

$=5\sqrt{2}\sqrt{3}=5ab$

답 ③

분배법칙을 이용하여 괄호를 푼다.

10 $\frac{\sqrt{108}-12}{\sqrt{18}}=\frac{6\sqrt{3}-12}{3\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{3}-4}{\sqrt{2}}$

$=\frac{2\sqrt{6}-4\sqrt{2}}{2}=\sqrt{6}-2\sqrt{2}$

이므로 $a=-2$, $b=1$

$\therefore a+b=-1$

답 ②

근호 안에 제곱인 인수가 있으면 제곱인 인수를 근호 밖으로 꺼낸 후 분모를 유리화한다.

11 (주어진 식)

$=\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}-2+\sqrt{2}-\frac{3\sqrt{10}}{5}+\sqrt{4}-\frac{2}{\sqrt{2}}$

$=\frac{2\sqrt{10}}{5}-2+\sqrt{2}-\frac{3\sqrt{10}}{5}+2-\sqrt{2}$

$=-\frac{\sqrt{10}}{5}$

답 ②

12 $\overline{AC}=\sqrt{2}$이고, 점 C가 나타내는 수를 a라 하면

$a-\sqrt{2}=4-3\sqrt{2}$

$\therefore a=4-2\sqrt{2}$

답 $4-2\sqrt{2}$

a에서 왼쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 떨어진 점이 나타내는 수

13 $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}-\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$

$=\frac{(\sqrt{5}-\sqrt{2})^2-(\sqrt{5}+\sqrt{2})^2}{(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})}=-\frac{4\sqrt{10}}{3}$

이므로 $a=0$, $b=-\frac{4}{3}$

$\therefore a+b=-\frac{4}{3}$

답 ③

a, b, c, d가 유리수일 때 $a+b\sqrt{10}=c+d\sqrt{10}$이면 $a=c$, $b=d$이다.

14 $x+3=\sqrt{2}$에서 $(x+3)^2=(\sqrt{2})^2$

$x^2+6x+9=2$ $\therefore x^2+6x=-7$

$\therefore x^2+6x-1=-7-1=-8$

답 ①

15 (ㄱ) $\sqrt{391}=\sqrt{3.91\times100}=10\sqrt{3.91}$

(ㄴ) $\sqrt{391000}=\sqrt{39.1\times10000}=100\sqrt{39.1}$

(ㄷ) $\sqrt{0.391}=\sqrt{\frac{39.1}{100}}=\frac{\sqrt{39.1}}{10}$

(ㄹ) $\sqrt{0.0391}=\sqrt{\frac{3.91}{100}}=\frac{\sqrt{3.91}}{10}$

따라서 $\sqrt{3.91}$의 어림한 값 1.977을 이용하여 그 어림한 값을 구할 수 있는 것은 (ㄱ), (ㄹ)이다.

답 ②

LECTURE BOOK

9-가발전(렉쳐)해설 I (01~13) 2014.9.3 8:3 PM 페이지12 SinsagoHitec

16 $2<\sqrt{6}<3$에서 $4<\sqrt{6}+2<5$이므로

$a=4,\ b=\sqrt{6}+2-4=\sqrt{6}-2$

$\therefore \dfrac{a}{b+2}=\dfrac{4}{\sqrt{6}-2+2}=\dfrac{4}{\sqrt{6}}=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$ 답 ③

17

채점 기준	점수
a의 값 구하기	2
b의 값 구하기	2
$\sqrt{ab}$의 값 구하기	2

$\sqrt{15}\times\sqrt{\dfrac{6}{5}}=\sqrt{15\times\dfrac{6}{5}}=3\sqrt{2}$

$\therefore a=2$ • 2점

$\sqrt{54}\div\sqrt{\dfrac{3}{10}}=\sqrt{54}\times\sqrt{\dfrac{10}{3}}=\sqrt{54\times\dfrac{10}{3}}=6\sqrt{5}$

$\therefore b=6$ • 2점

$\therefore \sqrt{ab}=\sqrt{2\times6}=2\sqrt{3}$ • 2점

답 $2\sqrt{3}$

18

채점 기준	점수
식 간단히 하기	2
k의 값 구하기	2
A의 값 구하기	2

$A=2\sqrt{3}-4k-4\sqrt{3}+k\sqrt{3}+5$

$=-4k+5+(k-2)\sqrt{3}$ • 2점

$k-2=0 \quad \therefore k=2$ • 2점

$\therefore A=-4\times2+5=-3$ • 2점

답 $k=2,\ A=-3$

19

채점 기준	점수
$x,\ y$의 분모를 유리화하기	2
$x+y,\ xy$의 값 구하기	2
$x^2+5xy+y^2$의 값 구하기	2

$x=\dfrac{1}{\sqrt{5}-2}=\dfrac{\sqrt{5}+2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}=\sqrt{5}+2$

$y=\dfrac{1}{\sqrt{5}+2}=\dfrac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}=\sqrt{5}-2$ • 2점

이므로

$x+y=(\sqrt{5}+2)+(\sqrt{5}-2)=2\sqrt{5}$ • 1점

$xy=(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)=(\sqrt{5})^2-2^2=1$ • 1점

$\therefore x^2+5xy+y^2=(x+y)^2+3xy$

$=(2\sqrt{5})^2+3\times1=23$ • 2점

답 23

20 $7=(\sqrt{2})^2+(\sqrt{5})^2=x^2+y^2$이므로

$\sqrt{7}=\sqrt{x^2+y^2}$ 답 ④

21 (주어진 식)$=\dfrac{\sqrt{ab}}{ab}+\dfrac{\sqrt{ab}}{ab}=\dfrac{2\sqrt{ab}}{ab}=\dfrac{2\sqrt{4}}{4}=1$

답 ①

Q BOX

사각형에 보조선을 그어 2개의 삼각형의 넓이의 합을 구한다.

$a+b\sqrt{m}$($a,\ b$는 유리수이고 $\sqrt{m}$은 무리수)이 유리수가 될 조건
➡ $b=0$

$\sqrt{x},\ \sqrt{y}$를 문자로 생각하고 연립방정식을 푼다.

$36<48<49$이므로 $6<\sqrt{48}<7$

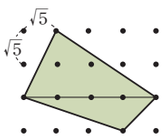
$\sqrt{12}$의 정수 부분이 3이므로 소수 부분은 $\sqrt{12}-3$이다.

22 $\dfrac{1}{f(x)}=\dfrac{1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$

$\therefore$ (주어진 식)$=(\sqrt{2}-\sqrt{1})+(\sqrt{3}-\sqrt{2})$
$+(\sqrt{4}-\sqrt{3})+\cdots$
$+(\sqrt{49}-\sqrt{48})$
$=-\sqrt{1}+\sqrt{49}$
$=-1+7=6$ 답 6

23

채점 기준	점수
식 세우기	4
넓이 구하기	2



(사각형의 넓이)

$=\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{5}\times2\sqrt{5}+\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{5}\times\sqrt{5}$ • 4점

$=20+10=30$ • 2점

답 30

24

채점 기준	점수
$\sqrt{x}$의 값 구하기	2
$\sqrt{y}$의 값 구하기	2
$x+y$의 값 구하기	2

$\sqrt{x}-\sqrt{y}=-1$ …㉠

$\sqrt{4x}+\sqrt{\dfrac{y}{9}}=5$에서 $2\sqrt{x}+\dfrac{\sqrt{y}}{3}=5$

양변에 3을 곱하면 $6\sqrt{x}+\sqrt{y}=15$ …㉡

㉠+㉡을 하면

$7\sqrt{x}=14 \quad \therefore \sqrt{x}=2$ • 2점

$\sqrt{x}=2$를 ㉠에 대입하면

$\sqrt{y}=2+1=3$ • 2점

따라서 $x=4,\ y=9$이므로

$x+y=13$ • 2점

답 13

25

채점 기준	점수
[48]의 값 구하기	2
〈12〉의 값 구하기	2
[48]−〈12〉×$\sqrt{3}$의 값 구하기	2

(1) $6<\sqrt{48}<7$이므로

$[48]=6$ • 2점

(2) $3<\sqrt{12}<4$이므로

$\langle12\rangle=\sqrt{12}-3=2\sqrt{3}-3$ • 2점

(3) $[48]-\langle12\rangle\times\sqrt{3}=6-(2\sqrt{3}-3)\times\sqrt{3}$

$=6-6+3\sqrt{3}=3\sqrt{3}$ • 2점

답 (1) 6 (2) $2\sqrt{3}-3$ (3) $3\sqrt{3}$

최고수준 정복하기 ▸ 40~41쪽

01 125 **02** 176개 **03** $\frac{1}{4}$ **04** $12+2\sqrt{2}$

05 $2\sqrt{10}$ **06** 17 **07** $\frac{30+5\sqrt{3}}{11}$

08 3개

01 $1\le x<4$일 때, $[\sqrt{x}\,]=1$이므로
$[\sqrt{1}\,]=[\sqrt{2}\,]=[\sqrt{3}\,]=1$
$4\le x<9$일 때, $[\sqrt{x}\,]=2$이므로
$[\sqrt{4}\,]=[\sqrt{5}\,]=\cdots=[\sqrt{8}\,]=2$
$9\le x<16$일 때, $[\sqrt{x}\,]=3$이므로
$[\sqrt{9}\,]=[\sqrt{10}\,]=\cdots=[\sqrt{15}\,]=3$
$16\le x<25$일 때, $[\sqrt{x}\,]=4$이므로
$[\sqrt{16}\,]=[\sqrt{17}\,]=\cdots=[\sqrt{24}\,]=4$
$25\le x<36$일 때, $[\sqrt{x}\,]=5$이므로
$[\sqrt{25}\,]=[\sqrt{26}\,]=\cdots=[\sqrt{35}\,]=5$
$\therefore [\sqrt{1}\,]+[\sqrt{2}\,]+[\sqrt{3}\,]+\cdots+[\sqrt{35}\,]$
$=1\times3+2\times5+3\times7+4\times9+5\times11=125$
답 125

02 (i) $n=m^2$(m은 자연수)으로 나타낼 수 없으면 $\sqrt{n}$은 무리수이다.
$n=m^2$으로 나타내어지는 n은 1^2, 2^2, 3^2, …, 14^2의 14개
(ii) $n=2k^2$(k는 자연수)으로 나타낼 수 없으면 $\sqrt{2n}$은 무리수이다.
$n=2k^2$으로 나타내어지는 n은 2×1^2, 2×2^2, 2×3^2, …, 2×10^2의 10개
(i), (ii)에서 $\sqrt{n}$, $\sqrt{2n}$이 무리수가 되도록 하는 자연수 n의 개수는
$200-(14+10)=176$(개) 답 176개

03 $\sqrt{a}+b<4$이므로 $\sqrt{a}<4-b$
(i) $a=1$일 때, 순서쌍 (a, b)는 $(1, 1)$, $(1, 2)$의 2가지
(ii) $a=2$일 때, 순서쌍 (a, b)는 $(2, 1)$, $(2, 2)$의 2가지
(iii) $a=3$일 때, 순서쌍 (a, b)는 $(3, 1)$, $(3, 2)$의 2가지
(iv) $a=4$일 때, 순서쌍 (a, b)는 $(4, 1)$의 1가지
(v) $a=5$일 때, 순서쌍 (a, b)는 $(5, 1)$의 1가지
(vi) $a=6$일 때, 순서쌍 (a, b)는 $(6, 1)$의 1가지
이상에서 $\sqrt{a}+b<4$인 경우의 수는 9이므로 그 확률은 $\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$ 답 $\frac{1}{4}$

Q BOX

$x<0$이면 $\sqrt{x^2}=-x$이므로 $x=-\sqrt{x^2}$

$a:b:c=x:y:z$ ➡ $a=xk$, $b=yk$, $c=zk$(k는 상수)로 놓는다.

$\sqrt{n}$이 무리수 ➡ n은 제곱수가 아니다.

a, b, c, d가 유리수일 때 $a+b\sqrt{2}=c+d\sqrt{2}$이면 $a=c$, $b=d$

$\frac{\frac{C}{B}}{\frac{A}{B}}=C\div\frac{B}{A}=C\times\frac{A}{B}=\frac{AC}{B}$

연속하는 세 자연수 ➡ $n-1$, n, $n+1$로 놓는다.

서로 다른 두 개의 주사위를 던질 때 나오는 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

04 $x<0$, $y<0$이므로 $x=-\sqrt{x^2}$, $y=-\sqrt{y^2}$
$\therefore \sqrt{2xy}-x\sqrt{\frac{4y}{x}}-y\sqrt{\frac{16x}{y}}$
$=\sqrt{2xy}+\sqrt{x^2\times\frac{4y}{x}}+\sqrt{y^2\times\frac{16x}{y}}$
$=\sqrt{2xy}+\sqrt{4xy}+\sqrt{16xy}$
$=\sqrt{8}+\sqrt{16}+\sqrt{64}$
$=12+2\sqrt{2}$ 답 $12+2\sqrt{2}$

05 $a:b:c=(\sqrt{7}+\sqrt{2}):(\sqrt{5}-\sqrt{2}):(\sqrt{7}-\sqrt{5})$이므로 $a=(\sqrt{7}+\sqrt{2})k$, $b=(\sqrt{5}-\sqrt{2})k$, $c=(\sqrt{7}-\sqrt{5})k$ (k는 상수)라 하자.
$a+b+c=2\sqrt{14}$이므로
$(\sqrt{7}+\sqrt{2})k+(\sqrt{5}-\sqrt{2})k+(\sqrt{7}-\sqrt{5})k=2\sqrt{14}$
$2\sqrt{7}k=2\sqrt{14}$ $\therefore k=\sqrt{2}$
따라서 $a=(\sqrt{7}+\sqrt{2})\sqrt{2}=\sqrt{14}+2$,
$b=(\sqrt{5}-\sqrt{2})\sqrt{2}=\sqrt{10}-2$,
$c=(\sqrt{7}-\sqrt{5})\sqrt{2}=\sqrt{14}-\sqrt{10}$이므로
$a+b-c=\sqrt{14}+2+\sqrt{10}-2-(\sqrt{14}-\sqrt{10})$
$=2\sqrt{10}$ 답 $2\sqrt{10}$

06 $x=2-\sqrt{2}$, $y=2+\sqrt{2}$를 $y^2=px^2-qx$에 대입하면
$(2+\sqrt{2})^2=p(2-\sqrt{2})^2-q(2-\sqrt{2})$
$6+4\sqrt{2}=6p-2q+(-4p+q)\sqrt{2}$
$6p-2q$, $-4p+q$가 유리수이므로
$6p-2q=6$, $-4p+q=4$
두 식을 연립하여 풀면 $p=-7$, $q=-24$
$\therefore p-q=17$ 답 17

07 $b^2=a=3$이므로 $b=\sqrt{3}$ ($\because b>0$)
$\therefore a+\frac{b}{a+\frac{b}{a+b}}=3+\frac{\sqrt{3}}{3+\frac{\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}}$
$=3+\frac{\sqrt{3}}{3+\frac{\sqrt{3}-1}{2}}=3+\frac{\sqrt{3}}{\frac{5+\sqrt{3}}{2}}$
$=3+\frac{2\sqrt{3}}{5+\sqrt{3}}=3+\frac{5\sqrt{3}-3}{11}=\frac{30+5\sqrt{3}}{11}$
답 $\frac{30+5\sqrt{3}}{11}$

08 x, y, z가 연속하는 세 자연수이므로
$x=y-1$, $z=y+1$
이때 $\sqrt{x+y+z}=\sqrt{3y}$의 정수 부분이 5이므로
$5<\sqrt{3y}<6$, $25<3y<36$ $\therefore \frac{25}{3}<y<12$
$\therefore y=9, 10, 11$
따라서 순서쌍 (x, y, z)는 $(8, 9, 10)$, $(9, 10, 11)$, $(10, 11, 12)$의 3개이다. 답 3개

LECTURE BOOK

Ⅱ 이차방정식

1 인수분해

필수유형 다지기 ▸45~46쪽

01 $2x^2y-2xy^2=2xy(x-y)$ 답 ④

01-1 (주어진 식)$=(2x-3y)(ab-2b)$
$=b(2x-3y)(a-2)$
답 $b(2x-3y)(a-2)$

02 ① $(a+7)^2$ ③ $(3a-b)^2$
④ $(2x+1)^2$ ⑤ $(x-6)^2$ 답 ②

02-1 $x^2y-10xy+25y=y(x^2-10x+25)$
$=y(x-5)^2$
따라서 보기에서 인수인 것은 $x-5$, $y(x-5)$, $(x-5)^2$의 3개이다. 답 ③

03 $x^2+12x+a=x^2+2\times x\times 6+a$
$\therefore a=6^2=36$
$\frac{1}{16}x^2+bx+1=\left(\frac{1}{4}x\right)^2+bx+(\pm 1)^2$
$\therefore b=2\times\frac{1}{4}\times 1=\frac{1}{2}\ (\because b>0)$
$\therefore ab=18$ 답 ④

03-1 $(x-2)(x-4)+m=x^2-6x+8+m$에서
$8+m=\left(\frac{-6}{2}\right)^2=9$ $\therefore m=1$ 답 1

04 $-1<x<1$이므로 $x+1>0$, $x-1<0$
$\therefore \sqrt{x^2+2x+1}+\sqrt{x^2-2x+1}$
$=\sqrt{(x+1)^2}+\sqrt{(x-1)^2}$
$=x+1-(x-1)=2$ 답 ④

04-1 $x+2>0$, $x-3<0$
(주어진 식)$=\sqrt{(x+2)^2}-\sqrt{(x-3)^2}$
$=x+2-\{-(x-3)\}$
$=2x-1$ 답 $2x-1$

05 $9x^2-49y^2=(3x)^2-(7y)^2$
$=(3x+7y)(3x-7y)$
이므로 $A=3$, $B=7$
$\therefore A+B=3+7=10$ 답 ③

05-1 $27x^2-48y^2=3(9x^2-16y^2)$
$=3(3x+4y)(3x-4y)$
답 $3(3x+4y)(3x-4y)$

06 $x^4-1=(x^2+1)(x^2-1)$
$=(x^2+1)(x+1)(x-1)$ 답 ⑤

06-1 $x^8-y^8=(x^4+y^4)(x^4-y^4)$
$=(x^4+y^4)(x^2+y^2)(x^2-y^2)$
$=(x^4+y^4)(x^2+y^2)(x+y)(x-y)$
답 $(x^4+y^4)(x^2+y^2)(x+y)(x-y)$

필수유형 다지기 ▸48~50쪽

01 ⑤ $x^2-6x-16=(x+2)(x-8)$ 답 ⑤

01-1 $x^2+2x-24=(x-4)(x+6)$이므로 두 일차식의 합은
$(x-4)+(x+6)=2x+2$ 답 $2x+2$

02 $8x^2-10xy+3y^2=(2x-y)(4x-3y)$
$\therefore abcd=2\times(-1)\times 4\times(-3)=24$ 답 ⑤

02-1 ㉠ $(x+4)(2x-5)$ ㉡ $(x-2)(2x-1)$
㉢ $(x-4)(3x+2)$ ㉣ $(x+4)(3x-1)$
답 ②

03 $x^2-x-12=(x+3)(x-4)$
$2x^2+5x-3=(x+3)(2x-1)$
따라서 공통인 인수는 $x+3$이다. 답 ⑤

03-1 ① $x^2-4=(x+2)(x-2)$
② $x^2+x-6=(x+3)(x-2)$
③ $2x^2-3x-2=(2x+1)(x-2)$
④ $3x^2+8x+4=(x+2)(3x+2)$
⑤ $6x^2-13x+2=(6x-1)(x-2)$ 답 ④

04 $x^2+mx-8=(x+a)(x+b)$
$=x^2+(a+b)x+ab$
에서 $a+b=m$, $ab=-8$
즉 m은 곱이 -8인 두 정수의 합이다.
곱이 -8인 두 정수는 1, -8 또는 -1, 8 또는 2, -4 또는 -2, 4
따라서 m의 값이 될 수 있는 수는 -7, 7, -2, 2이다. 답 ④

Q BOX

완전제곱식 : 다항식의 제곱으로 된 식 또는 이 식에 상수를 곱한 식

x^2+Ax+B가 완전제곱식이 되려면
➡ $B=\left(\frac{A}{2}\right)^2$, $A=\pm 2\sqrt{B}$

$a=2$, $b=-1$, $c=4$, $d=-3$ 또는 $a=4$, $b=-3$, $c=2$, $d=-1$

$\sqrt{A^2}=|A|=\begin{cases} A & (A\geq 0) \\ -A & (A<0) \end{cases}$

근호 안의 식을 완전제곱식으로 변형한 다음, 부호에 주의하면서 근호를 없앤다.

$x^2+mx+n=(x+a)(x+b)$
➡ $m=a+b$, $n=ab$

Q BOX

04-1 $x^2+kx+24=(x+a)(x+b)$
$=x^2+(a+b)x+ab$
에서 $a+b=k$, $ab=24$
즉 k는 곱이 24인 두 정수의 합이다.
곱이 24인 두 정수는 1, 24 또는 −1, −24 또는 2, 12 또는 −2, −12 또는 3, 8 또는 −3, −8 또는 4, 6 또는 −4, −6
따라서 k의 값이 될 수 있는 수는 25, −25, 14, −14, 11, −11, 10, −10이다. 답 ①

05 $2x^2+ax+7=(x-1)(2x+b)$
$=2x^2+(b-2)x-b$
이므로 $a=b-2$, $7=-b$
$\therefore a=-9$, $b=-7$
$\therefore a-b=-2$ 답 ③

두 일차식의 곱이 $2x^2+ax+7$이 됨을 이용한다.

05-1 $10x^2+Ax-2=(2x-1)(5x+B)$
$=10x^2+(2B-5)x-B$
이므로 $A=2B-5$, $-2=-B$
$\therefore A=-1$, $B=2$
$\therefore A+B=1$ 답 1

06 $x^2+ax-30=(x-5)(x+A)$로 놓으면
$(x-5)(x+A)=x^2+(A-5)x-5A$
이므로 $A-5=a$, $-5A=-30$
$\therefore A=6$, $a=1$ 답 ③

x^2의 계수가 1이므로 다른 인수를 $x+A$로 놓을 수 있다.

06-1 $2x^2+px+3=(x+3)(2x+q)$로 놓으면
$(x+3)(2x+q)=2x^2+(q+6)x+3q$
이므로 $q+6=p$, $3q=3$
$\therefore q=1$, $p=7$ 답 7

x^2의 계수가 2이고 한 인수가 $x+3$이므로 다른 인수를 $2x+q$로 놓을 수 있다.

07 $x^2-4=(x+2)(x-2)$
$x^2+3x-10=(x-2)(x+5)$
따라서 두 다항식의 공통인 인수는 $x-2$이므로
$3x^2+ax-2$는 $x-2$를 인수로 가진다.
$3x^2+ax-2=(x-2)(3x+q)$로 놓으면
$(x-2)(3x+q)=3x^2+(q-6)x-2q$
이므로 $q-6=a$, $-2q=-2$
$\therefore q=1$, $a=-5$ 답 ①

x^2의 계수가 3이고 한 인수가 $x-2$이므로 다른 인수를 $3x+q$로 놓을 수 있다.

07-1 $3x^2+6x+3=3(x^2+2x+1)=3(x+1)^2$
$2x^2-7x-9=(x+1)(2x-9)$
따라서 두 다항식의 공통인 인수는 $x+1$이므로
x^2+5x+k는 $x+1$을 인수로 가진다.
$x^2+5x+k=(x+1)(x+a)$로 놓으면
$(x+1)(x+a)=x^2+(a+1)x+a$
이므로 $a+1=5$, $a=k$ $\therefore a=4$, $k=4$
답 4

공통 부분이 있으면 한 문자로 치환한다.

08 넓이가 x^2인 정사각형 1개, 넓이가 x인 직사각형 3개, 넓이가 1인 정사각형 2개의 넓이의 합은
$x^2+3x+2=(x+1)(x+2)$
따라서 가로의 길이와 세로의 길이의 합은
$(x+1)+(x+2)=2x+3$ 답 ④

(직사각형의 넓이)
=(가로의 길이)
×(세로의 길이)

08-1 넓이가 x^2인 정사각형 2개, 넓이가 x인 직사각형 5개, 넓이가 1인 정사각형 3개의 넓이의 합은
$2x^2+5x+3=(2x+3)(x+1)$
답 $(2x+3)(x+1)$

09 $5a^2+14a-3=(5a-1)(a+3)$
따라서 가로의 길이가 $5a-1$이므로 세로의 길이는 $a+3$이다. 답 $a+3$

09-1 $4x^2-4x-3=(2x+1)(2x-3)$
따라서 가로의 길이가 $2x+1$이므로 세로의 길이는 $2x-3$이다.
$\therefore$ (둘레의 길이)$=2\{(2x+1)+(2x-3)\}$
$=2(4x-2)=8x-4$
답 $8x-4$

LECTURE BOOK

필수유형 다지기 ▸52~54쪽

01 $x^2(x+3)-y^2(x+3)=(x+3)(x^2-y^2)$
$=(x+3)(x+y)(x-y)$
답 ②

01-1 (주어진 식)$=x^3(x-2)-x(x-2)$
$=(x-2)(x^3-x)$
$=x(x-2)(x^2-1)$
$=x(x-2)(x+1)(x-1)$
$\therefore a+b+c=(-2)+1+(-1)=-2$ 답 −2

02 $x+y=A$로 놓으면
(주어진 식)$=A^2-6A+9=(A-3)^2$
$=(x+y-3)^2$
따라서 $a=1$, $b=-3$이므로
$a-b=4$ 답 4

02-1 $x+3=A$로 놓으면
(주어진 식)$=A^2-2A-8=(A-4)(A+2)$
$=(x+3-4)(x+3+2)$
$=(x-1)(x+5)$
답 $(x-1)(x+5)$

Q BOX

문자가 여러 개 있을 때는 차수가 낮은 문자에 대하여 내림차순으로 정리한 다음 인수분해한다.

공통 부분이 2개이면 서로 다른 문자로 치환한다.

x, y, z 중 z의 차수가 가장 낮으므로 z에 대하여 내림차순으로 정리한다.

$a=9.3$, $b=0.7$로 보면 $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$을 이용할 수 있다.

공통 부분이 생기도록 두 항씩 묶어서 인수분해한다.

$a+b$, $a-b$의 값을 이용할 수 있도록 주어진 식을 인수분해하여 간단히 한다.

항을 적당히 묶으면 A^2-B^2의 꼴이 된다.

03 $x-2y=A$로 놓으면

(주어진 식)$=A(A-3)-10$

$=A^2-3A-10=(A-5)(A+2)$

$=(x-2y-5)(x-2y+2)$ 답 ②

03-1 $3x+y=A$로 놓으면

(주어진 식)$=A^2+4(A-1)-8$

$=A^2+4A-12=(A+6)(A-2)$

$=(3x+y+6)(3x+y-2)$

따라서 두 일차식의 합은

$(3x+y+6)+(3x+y-2)=6x+2y+4$

답 $6x+2y+4$

04 $x+1=A$, $y-1=B$로 놓으면

(주어진 식)

$=2A^2+3AB-2B^2$

$=(A+2B)(2A-B)$

$=\{(x+1)+2(y-1)\}\{2(x+1)-(y-1)\}$

$=(x+2y-1)(2x-y+3)$

이므로 $a=2$, $b=-1$, $c=2$

$\therefore a+bc=0$ 답 0

04-1 $3x-2=A$, $x-1=B$로 놓으면

$(3x-2)^2-(x-1)^2$

$=A^2-B^2=(A+B)(A-B)$

$=\{(3x-2)+(x-1)\}\{(3x-2)-(x-1)\}$

$=(4x-3)(2x-1)$

이므로 $a=2$, $b=-1$

$\therefore a-b=3$ 답 3

05 $x^3-4x^2-4x+16=x^2(x-4)-4(x-4)$

$=(x-4)(x^2-4)$

$=(x-4)(x+2)(x-2)$

$\therefore (x-4)+(x+2)+(x-2)=3x-4$ 답 ③

05-1 $a^2-ab-a+b=a(a-b)-(a-b)$

$=(a-b)(a-1)$

$ab+a-b-1=a(b+1)-(b+1)$

$=(b+1)(a-1)$

따라서 공통인 인수는 $a-1$이다. 답 $a-1$

06 (주어진 식)$=(x^2+4x+4)-y^2=(x+2)^2-y^2$

$=(x+y+2)(x-y+2)$ 답 ②

06-1 (주어진 식)$=(a^2-6ab+9b^2)-c^2$

$=(a-3b)^2-c^2$

$=(a-3b+c)(a-3b-c)$

답 $(a-3b+c)(a-3b-c)$

07 주어진 식을 y에 대하여 내림차순으로 정리하면

(주어진 식)$=(x-2)y+(x^2-5x+6)$

$=(x-2)y+(x-2)(x-3)$

$=(x-2)(x+y-3)$

이므로 $a=-2$, $b=1$, $c=-3$

$\therefore a+b-c=2$ 답 ⑤

다른 풀이

주어진 식을 x에 대하여 내림차순으로 정리하면

(주어진 식)$=x^2+(y-5)x-2(y-3)$

$=(x-2)(x+y-3)$

07-1 주어진 식을 z에 대하여 내림차순으로 정리하면

(주어진 식)$=(x+y)z+(x^2-xy-2y^2)$

$=(x+y)z+(x+y)(x-2y)$

$=(x+y)(x-2y+z)$

답 $(x+y)(x-2y+z)$

08 $197^2-196^2=(197+196)(197-196)$

$=197+196$ 답 ③

08-1 $9.3^2+2\times0.7\times9.3+0.7^2$

$=(9.3+0.7)^2=10^2=100$ 답 100

09 $x+2=A$로 놓으면

(주어진 식)$=A^2-10A+25=(A-5)^2$

$=(x+2-5)^2=(x-3)^2$

$x=\dfrac{1}{\sqrt{10}-3}=\sqrt{10}+3$이므로

(주어진 식)$=(x-3)^2=(\sqrt{10}+3-3)^2$

$=(\sqrt{10})^2=10$ 답 10

09-1 $x+y=2\sqrt{3}$, $x-y=2$

$\therefore$ (주어진 식)$=(x^2-2x+1)-y^2$

$=(x-1)^2-y^2$

$=(x+y-1)(x-y-1)$

$=(2\sqrt{3}-1)(2-1)$

$=2\sqrt{3}-1$ 답 ②

10 (주어진 식)$=(a^2-b^2)-3(a+b)$

$=(a+b)(a-b)-3(a+b)$

$=(a+b)(a-b-3)$

$=3\times(-2-3)=-15$ 답 ①

10-1 (주어진 식)$=(x+y)(x^2-y^2)$

$=(x+y)^2(x-y)$

$=\{(x-y)^2+4xy\}(x-y)$

$=\{(\sqrt{2})^2+4\times4\}\times\sqrt{2}$

$=18\sqrt{2}$ 답 ④

Q BOX

11 $4x-4y=12$ $\therefore x-y=3$
$x^2-y^2=45$, $(x+y)(x-y)=45$
$\therefore x+y=15$ 답 15

11-1 $\pi\times21.9^2\times\frac{120}{360}-\pi\times8.1^2\times\frac{120}{360}$
$=\frac{1}{3}\pi(21.9^2-8.1^2)$
$=\frac{1}{3}\pi(21.9+8.1)(21.9-8.1)$
$=\frac{1}{3}\pi\times30\times13.8$
$=138\pi(\text{cm}^2)$ 답 138π cm^2

반지름의 길이가 r, 중심각의 크기가 $x°$인 부채꼴의 넓이
➡ $\pi r^2\times\frac{x}{360}$

제곱의 합 · 차의 꼴이 여러 개 있을 때는 두 항씩 묶어 인수분해한다.

발전유형 익히기 ▸55~57쪽

01 $x^2+7x+A=(x+a)(x+b)$
$=x^2+(a+b)x+ab$
에서 $a+b=7$, $ab=A$
즉 A는 합이 7인 두 자연수의 곱이다.
합이 7인 두 자연수는 1, 6 또는 2, 5 또는 3, 4
따라서 A의 최댓값은 12이다. 답 ③

x^2+mx+n
$=(x+a)(x+b)$
➡ $m=a+b$, $n=ab$

$a+b=7$

01-1 $3x^2+14x+k=(x+a)(3x+b)$
$=3x^2+(3a+b)x+ab$
에서 $3a+b=14$, $ab=k$
$3a+b=14$를 만족시키는 자연수 a, b의 순서쌍 (a, b)는 $(1, 11)$, $(2, 8)$, $(3, 5)$, $(4, 2)$
따라서 k의 최댓값은 16, 최솟값은 8이므로 그 차는 $16-8=8$ 답 8

02 $(x+4)(x-7)=x^2-3x-28$에서
x의 계수는 -3
$(x+2)(x-9)=x^2-7x-18$에서
상수항은 -18
$\therefore x^2-3x-18=(x+3)(x-6)$ 답 ④

상미는 x의 계수를 바르게 보았고, 승주는 상수항을 바르게 보았다.

02-1 $(x-2)(x+16)=x^2+14x-32$에서
상수항은 -32
$(x-6)(x+2)=x^2-4x-12$에서
x의 계수는 -4
$\therefore x^2-4x-32=(x+4)(x-8)$
답 $(x+4)(x-8)$

은영이는 상수항을 바르게 보았고, 진우는 x의 계수를 바르게 보았다.

03 x에 대하여 내림차순으로 정리하면
(주어진 식)$=x^2+5x-(y^2-y-6)$
$=x^2+5x-(y+2)(y-3)$
$=\{x+(y+2)\}\{x-(y-3)\}$
$=(x+y+2)(x-y+3)$ 답 ②

03-1 x에 대하여 내림차순으로 정리하면
(주어진 식)$=x^2+(y+3)x-(2y^2-3y-2)$
$=x^2+(y+3)x-(2y+1)(y-2)$
$=\{x+(2y+1)\}\{x-(y-2)\}$
$=(x+2y+1)(x-y+2)$
답 $(x+2y+1)(x-y+2)$

04 (주어진 식)
$=(1-2)(1+2)+(3-4)(3+4)$
$+(5-6)(5+6)+(7-8)(7+8)$
$+(9-10)(9+10)$
$=-(1+2+3+4+5+6+7+8+9+10)$
$=-55$ 답 ①

04-1 (주어진 식)
$=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)$
$\times\cdots\times\left(1-\frac{1}{7}\right)\left(1+\frac{1}{7}\right)$
$=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{4}{3}\times\cdots\times\frac{6}{7}\times\frac{8}{7}$
$=\frac{1}{2}\times\frac{8}{7}=\frac{4}{7}$ 답 $\frac{4}{7}$

05 $a(a+1)-b(b-1)=a^2+a-b^2+b$
$=a^2-b^2+a+b$
$=(a+b)(a-b)+(a+b)$
$=(a+b)(a-b+1)$
따라서 $(a+b)(-5+1)=-8$이므로
$a+b=2$ 답 ④

05-1 $x^2y+xy^2-2(x+y)=xy(x+y)-2(x+y)$
$=(x+y)(xy-2)$
따라서 $(x+y)(4-2)=16$이므로 $x+y=8$
$\therefore x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$
$=8^2-2\times4=56$ 답 56

06 $<2x, y>-<-x, y>+<x, 3y>$
$=(2x+y)(2x-y)-(-x+y)(-x-y)$
$+(x+3y)(x-3y)$
$=4x^2-y^2-(x^2-y^2)+x^2-9y^2$
$=4x^2-9y^2$
$=(2x+3y)(2x-3y)$
답 $(2x+3y)(2x-3y)$

LECTURE BOOK

06-1 $\begin{vmatrix} 2x & y-3x \\ -5y & 2x-3y \end{vmatrix}$

$=2x(2x-3y)-(y-3x)\times(-5y)$

$=4x^2-6xy+5y^2-15xy$

$=4x^2-21xy+5y^2$

$=(4x-y)(x-5y)$ 답 $(4x-y)(x-5y)$

07 (주어진 식)

$=\{x(x+3)\}\{(x+1)(x+2)\}-3$

$=(x^2+3x)(x^2+3x+2)-3$ $\leftarrow x^2+3x=A$

$=A(A+2)-3$

$=A^2+2A-3=(A-1)(A+3)$

$=(x^2+3x-1)(x^2+3x+3)$ 답 ①

전개했을 때, 일차항의 계수가 같아지도록 둘씩 짝을 짓는다.

07-1 (주어진 식)

$=\{(x+1)(x-4)\}\{(x+2)(x-5)\}+9$

$=(x^2-3x-4)(x^2-3x-10)+9$ $\leftarrow x^2-3x=A$

$=(A-4)(A-10)+9$

$=A^2-14A+49=(A-7)^2$

$=(x^2-3x-7)^2$

따라서 $a=-3$, $b=-7$이므로

$a+b=-10$ 답 ①

07-2 (주어진 식)

$=\{x(x+1)\}\{(x-1)(x+2)\}+k$

$=(x^2+x)(x^2+x-2)+k$ $\leftarrow x^2+x=A$

$=A(A-2)+k$

$=A^2-2A+k$

$\therefore k=1$ 답 1

A^2-2A+k가 완전제곱식이면

$k=\left(\frac{-2}{2}\right)^2=1$

08 $2^{40}-1=(2^{20}+1)(2^{20}-1)$

$=(2^{20}+1)(2^{10}+1)(2^{10}-1)$

$=(2^{20}+1)(2^{10}+1)(2^5+1)(2^5-1)$

따라서 두 자연수는 $2^5+1=33$, $2^5-1=31$이므로 $33+31=64$ 답 ①

$x^2-y^2=(x+y)(x-y)$임을 이용하여 a^n-1을 인수분해한다.

08-1 $3^{12}-1=(3^6+1)(3^6-1)$

$=(3^6+1)(3^3+1)(3^3-1)$

따라서 두 자연수는 $3^3+1=28$, $3^3-1=26$

답 26, 28

08-2 $2^{16}-1=(2^8+1)(2^8-1)$

$=(2^8+1)(2^4+1)(2^4-1)$

$=(2^8+1)(2^4+1)(2^2+1)(2^2-1)$

$=(2^8+1)(2^4+1)(2^2+1)(2+1)(2-1)$

$=3\times5\times17\times257$

따라서 구하는 약수의 개수는

$2\times2\times2\times2=16$(개) 답 16개

$a^m\times b^n$(a, b는 서로 다른 소수, m, n은 자연수)의 약수의 개수 ➡ $(m+1)(n+1)$개

중단원 마무리 ▸58~61쪽

01 ①, ④ **02** ③ **03** 14 **04** ③

05 ⑤ **06** ④ **07** 2 **08** ⑤

09 ② **10** $(a+1)$cm **11** ⑤

12 ① **13** ② **14** ② **15** ②

16 36π cm^2 **17** $2a$

18 $(x-3)(x+8)$ **19** $2x+3$ **20** ③

21 $\frac{13}{15}$ **22** ③ **23** -12

24 $2x^2+6x-14$ **25** 8

01 $(x+3)y-5(x+3)=(x+3)(y-5)$

답 ①, ④

02 $x^2-16xy+64y^2=(x-8y)^2$

$\therefore A=-8y$ 답 ③

03 $25x^2+(m-7)x+81=(5x)^2+(m-7)x+9^2$

이므로 완전제곱식이 되려면

$m-7=2\times5\times9$ 또는 $m-7=-2\times5\times9$

$\therefore m=97$ 또는 $m=-83$

따라서 모든 상수 m의 값의 합은

$97-83=14$ 답 14

04 $54x^2-24y^2=6(9x^2-4y^2)$

$=6(3x+2y)(3x-2y)$ 답 ③

05 ① $(x-1)(x+3)$ ② $(x+3)(x-6)$

③ $(2x+1)(x+3)$ ④ $(3x-4)(x+3)$

⑤ $(5x+2)(x-3)$ 답 ⑤

06 ① $4x^2-28x+49=(2x)^2-2\times2x\times7+7^2$

$=(2x-7)^2$

② $9a^2-25b^2=(3a)^2-(5b)^2$

$=(3a+5b)(3a-5b)$

③ $x^2+4x-21=(x-3)(x+7)$

⑤ $xy^2+6xy+9x=x(y^2+6y+9)$

$=x(y+3)^2$ 답 ④

07 $2x^2+(2a-3)x-15=(x+5)(2x+b)$

$=2x^2+(b+10)x+5b$

이므로 $b+10=2a-3$, $5b=-15$

$\therefore b=-3$, $a=5$

$\therefore a+b=2$ 답 2

우변의 식을 전개하여 정리한 다음 좌변의 식과 비교한다.

08 $x^2-5x-14=(x+2)(x-7)$

$3x^2+4x-4=(x+2)(3x-2)$

따라서 공통인 인수는 $x+2$이다. 답 ⑤

Q BOX

$\sqrt{A^2}=|A|=\begin{cases} A & (A\geq 0) \\ -A & (A<0) \end{cases}$

다항식이 $x-3$으로 나누어떨어지면 $x-3$을 인수로 가진다.

공통 부분이 2개이면 서로 다른 문자로 치환한다.

적당한 항끼리 짝지어 공통인수로 묶어 낸다.

x 또는 y에 대하여 내림차순으로 정리한 다음 인수분해한다.

(큰 피자 한 조각의 넓이)−(작은 피자 한 조각의 넓이)

09 $3x^2-8x+a=(x-3)(3x+b)$로 놓으면
$(x-3)(3x+b)=3x^2+(b-9)x-3b$
이므로 $b-9=-8$, $-3b=a$
$\therefore b=1$, $a=-3$ 답 ②

10 $a^4-1=(a^2+1)(a^2-1)$
$=(a^2+1)(a+1)(a-1)$
따라서 높이는 $(a+1)$cm이다. 답 $(a+1)$cm

11 $x+y=A$, $x-2y=B$로 놓으면
(주어진 식)
$=2A^2-5AB-3B^2$
$=(2A+B)(A-3B)$
$=\{2(x+y)+x-2y\}\{x+y-3(x-2y)\}$
$=3x(-2x+7y)$ 답 ⑤

12 $x^2y+x^2-y-1=x^2(y+1)-(y+1)$
$=(y+1)(x^2-1)$
$=(y+1)(x+1)(x-1)$
따라서 보기에서 인수는 ㉠, ㉡, ㉢이다. 답 ①

13 (주어진 식)
$=(x-2y)^2-2(x-2y)-8$ ($x-2y=A$로 치환)
$=A^2-2A-8$
$=(A-4)(A+2)$
$=(x-2y-4)(x-2y+2)$
이므로 $a=-2$, $b=-4$, $c=-2$
$\therefore a+b+c=-8$ 답 ②

14 $2\times 31^2-2\times 62+2$
$=2(31^2-62+1)$ ← $ma+mb=m(a+b)$
$=2(31^2-2\times 31\times 1+1^2)$
$=2(31-1)^2$ ← $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$
$=2\times 30^2$ 답 ②

15 $x=2-\sqrt{3}$, $y=2+\sqrt{3}$이므로
$x+y=4$, $x-y=-2\sqrt{3}$, $xy=1$
$\therefore x^3y-xy^3=xy(x^2-y^2)=xy(x+y)(x-y)$
$=1\times 4\times(-2\sqrt{3})$
$=-8\sqrt{3}$ 답 ②

16 $\frac{1}{8}\times\pi\times 23.6^2-\frac{1}{8}\times\pi\times 16.4^2$
$=\frac{\pi}{8}(23.6^2-16.4^2)$
$=\frac{\pi}{8}(23.6+16.4)(23.6-16.4)$
$=\frac{\pi}{8}\times 40\times 7.2=36\pi(\text{cm}^2)$ 답 36π cm^2

17

채점 기준	점수
$a+5$, $a-5$의 부호 판별하기	2
근호 안의 식 인수분해하기	2
식 간단히 하기	2

$a+5>0$, $a-5<0$이므로 • 2점
$\sqrt{a^2+10a+25}-\sqrt{a^2-10a+25}$
$=\sqrt{(a+5)^2}-\sqrt{(a-5)^2}$ • 2점
$=a+5-\{-(a-5)\}=2a$ • 2점
답 $2a$

18

채점 기준	점수
a의 값 구하기	2
b의 값 구하기	2
처음 이차식 인수분해하기	2

$(x+6)(x-1)=x^2+5x-6$에서
$a=5$ • 2점
$(x+4)(x-6)=x^2-2x-24$에서
$b=-24$ • 2점
$\therefore x^2+5x-24=(x-3)(x+8)$ • 2점
답 $(x-3)(x+8)$

19

채점 기준	점수
㈎의 넓이를 x에 대한 식으로 나타내기	1
인수분해하기	3
㈏의 세로의 길이 구하기	2

㈎의 넓이는 $(2x+5)^2-2^2$이므로 • 1점
$(2x+5)^2-2^2=(2x+5+2)(2x+5-2)$
$=(2x+7)(2x+3)$ • 3점
㈏의 가로의 길이가 $2x+7$이므로 세로의 길이는
$2x+3$이다. • 2점
답 $2x+3$

20 x에 대하여 내림차순으로 정리하면
(주어진 식)$=x^2-2x-(y^2-6y+8)$
$=x^2-2x-(y-4)(y-2)$
$=\{x+(y-4)\}\{x-(y-2)\}$
$=(x+y-4)(x-y+2)$ 답 ③

21 (주어진 식)$=\left(1-\frac{1}{6}\right)\left(1+\frac{1}{6}\right)\left(1-\frac{1}{7}\right)\left(1+\frac{1}{7}\right)$
$\times\cdots\times\left(1-\frac{1}{25}\right)\left(1+\frac{1}{25}\right)$
$=\frac{5}{6}\times\frac{7}{6}\times\frac{6}{7}\times\frac{8}{7}\times\cdots\times\frac{24}{25}\times\frac{26}{25}$
$=\frac{5}{6}\times\frac{26}{25}=\frac{13}{15}$ 답 $\frac{13}{15}$

22 $2^{12}-1=(2^6+1)(2^6-1)$
$=(2^6+1)(2^3+1)(2^3-1)$
$=65\times 9\times 7=3^2\times 5\times 7\times 13$
따라서 약수가 아닌 것은 ③ 27이다. 답 ③

LECTURE BOOK

9-가발전(렉쳐)해설Ⅱ(14~33) 2014.9.3 8:6 PM 페이지20 SinsagoHitec

23

채점 기준	점수
$3(x+1)^2-10(x+1)-8$을 인수분해하기	2
각 경우의 a의 값 구하기	2
a의 모든 값의 합 구하기	2

$3(x+1)^2-10(x+1)-8$에서 $x+1=A$로 놓으면

$3A^2-10A-8=(A-4)(3A+2)$

$=(x-3)(3x+5)$ • 2점

(i) 공통인 인수가 $x-3$일 때

$3x^2+ax-30=(x-3)(3x+10)$

$=3x^2+x-30$

$\therefore a=1$ • 1점

(ii) 공통인 인수가 $3x+5$일 때

$3x^2+ax-30=(3x+5)(x-6)$

$=3x^2-13x-30$

$\therefore a=-13$ • 1점

(i), (ii)에서 a의 모든 값의 합은

$1-13=-12$ • 2점

답 -12

24

채점 기준	점수
주어진 식 인수분해하기	4
두 이차식의 합 구하기	2

(주어진 식)

$=\{(x-2)(x+5)\}\{(x-1)(x+4)\}+8$

$=(x^2+3x-10)(x^2+3x-4)+8$ ($x^2+3x=A$로 치환)

$=(A-10)(A-4)+8$

$=A^2-14A+48=(A-6)(A-8)$

$=(x^2+3x-6)(x^2+3x-8)$ • 4점

$\therefore (x^2+3x-6)+(x^2+3x-8)$

$=2x^2+6x-14$ • 2점

답 $2x^2+6x-14$

25

채점 기준	점수
주어진 식 인수분해하기	2
$x+y$의 값 구하기	2
xy의 값 구하기	2

$x(x+1)-y(y+1)$

$=x^2+x-y^2-y=x^2-y^2+x-y$

$=(x+y)(x-y)+(x-y)$

$=(x-y)(x+y+1)$ • 2점

따라서 $-2(x+y+1)=10$이므로

$x+y=-6$ • 2점

$\therefore xy=\dfrac{(x+y)^2-(x-y)^2}{4}$

$=\dfrac{(-6)^2-(-2)^2}{4}=8$ • 2점

답 8

Q BOX

이차방정식을 찾는 방법
① 괄호를 푼다.
② 우변의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한다.
③ 좌변이 이차식인지 확인한다.

$x=1$이 주어진 등식을 만족시키지 않으므로 해가 아니다.

$x=p$가 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 근이다.
➡ $ap^2+bp+c=0$

전개했을 때, 일차항의 계수가 같도록 둘씩 짝을 짓는다.

$AB=0$
➡ $A=0$ 또는 $B=0$

2 이차방정식과 그 풀이

필수유형 다지기 ▸ 63쪽

01 ③ $x^2-2x-2=0$
④ $-x^2-5x-4=0$
⑤ $-5x-2=0$
답 ⑤

01-1 ① 이차식 ② $-3x+4=0$
③ $2x-3=0$ ④ $2x^2=0$
⑤ $-1=0$
답 ④

02 ① $0^2-3\times0=0$
② $(-1)^2-1=0$
③ $1^2+2\times1-3=0$
④ $(-1+1)(-1-2)=0$
⑤ $1^2-4\times1-5=-8\neq0$
답 ⑤

02-1 ① $(-4)^2-2\times(-4)-8=16\neq0$
② $(-2)^2-2\times(-2)-8=0$
③ $(-1)^2-2\times(-1)-8=-5\neq0$
④ $2^2-2\times2-8=-8\neq0$
⑤ $4^2-2\times4-8=0$
답 ②, ⑤

03 $a\times(-5)^2-(a-9)\times(-5)+a-17=0$이므로
$31a=62$ $\therefore a=2$
답 ③

03-1 $2^2+a\times2-18=0$이므로 $a=7$
$2\times\left(\dfrac{3}{2}\right)^2-5\times\dfrac{3}{2}+b=0$이므로 $b=3$
$\therefore ab=21$
답 21

04 $p^2+5p-2=0$이므로 $p^2+5p=2$
$q^2+5q-2=0$이므로 $q^2+5q=2$
$\therefore (p^2+5p)(q^2+5q+1)=2\times(2+1)=6$
답 6

04-1 $2k^2-8k+1=0$의 양변을 2로 나누면
$k^2-4k+\dfrac{1}{2}=0$ $\therefore 4k-k^2=\dfrac{1}{2}$
답 $\dfrac{1}{2}$

필수유형 다지기 ▸ 65~67쪽

01 $x+3=0$ 또는 $4x-3=0$
$\therefore x=-3$ 또는 $x=\dfrac{3}{4}$
답 ②

Q BOX

01-1 ① $x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=2$ ② $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=2$
③ $x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=-2$ ④ $x=1$ 또는 $x=-2$
⑤ $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=-2$ 답 ③

02 $6x^2-7x-3=2x^2-6$이므로
$4x^2-7x+3=0$, $(4x-3)(x-1)=0$
$\therefore x=\frac{3}{4}$ 또는 $x=1$ 답 ④

주어진 식을 정리하여 $ax^2+bx+c=0$의 꼴로 나타낸 후 인수분해한다.

02-1 $x^2+4x-12=33$이므로 $x^2+4x-45=0$
$(x+9)(x-5)=0$ $\therefore x=-9$ 또는 $x=5$
따라서 $a=5$, $b=-9$ ($\because a>b$)이므로
$2a-b=19$ 답 ⑤

03 $k^2-2k+k=6$이므로 $k^2-k-6=0$
$(k+2)(k-3)=0$ $\therefore k=-2$ 또는 $k=3$
$k>0$이므로 $k=3$ 답 3

03-1 $(a+1)\times(-1)^2+2a^2\times(-1)+2=0$이므로
$2a^2-a-3=0$, $(a+1)(2a-3)=0$
$\therefore a=-1$ 또는 $a=\frac{3}{2}$
그런데 $a=-1$이면 x에 대한 이차방정식이 아니므로 $a=\frac{3}{2}$ 답 $\frac{3}{2}$

$a=-1$이면 주어진 방정식은 $0\cdot x^2+2x+2=0$이 되어 이차방정식이 아니다.

04 $x=1$을 $x^2+ax+4=0$에 대입하면
$1+a+4=0$ $\therefore a=-5$
즉 $x^2-5x+4=0$이므로 $(x-1)(x-4)=0$
$\therefore x=1$ 또는 $x=4$ $\therefore b=4$
$\therefore a+b=-1$ 답 ③

04-1 $x=4$가 $x^2-2x+a=0$의 해이므로
$16-8+a=0$ $\therefore a=-8$
즉 $x^2-2x-8=0$이므로
$(x+2)(x-4)=0$ $\therefore b=2$
$\therefore a-b=-10$ 답 -10

05 $x^2-x-12=0$에서 $(x+3)(x-4)=0$
$\therefore x=-3$ 또는 $x=4$
$3x^2-10x-8=0$에서 $(3x+2)(x-4)=0$
$\therefore x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=4$
따라서 공통인 근은 $x=4$이다. 답 $x=4$

중근을 갖는 이차방정식은 (완전제곱식)=0의 꼴로 변형된다.

05-1 $2x^2+3x-2=0$에서 $(x+2)(2x-1)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=\frac{1}{2}$
$x^2-4x-12=0$에서 $(x+2)(x-6)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=6$
따라서 공통인 근은 $x=-2$이므로
$x^2+ax+4=0$에 $x=-2$를 대입하면
$4-2a+4=0$, $2a=8$ $\therefore a=4$ 답 ⑤

06 ① $(x+6)(x-6)=0$ ② $(x-2)(x-4)=0$
③ $(3x-2)^2=0$ ⑤ $x^2-12x+31=0$
답 ③

06-1 ㉠ $4(x+1)(x-1)=0$
㉡ $(x-1)^2=0$
㉢ $(x-2)(x-6)=0$
㉣ $(x+3)^2=0$
㉤ $(x+2)^2=0$
㉥ $x^2=0$
따라서 중근을 갖는 것은 ㉡, ㉣, ㉤, ㉥의 4개이다.
답 ④

이차방정식이 중근 $x=m$을 갖는다.
➡ $k(x-m)^2=0$ (단, $k\neq0$)

07 $x^2+8x+16=0$에서 $(x+4)^2=0$
$\therefore x=-4$ (중근)
$4x^2-24x+36=0$에서 $x^2-6x+9=0$
$(x-3)^2=0$ $\therefore x=3$ (중근)
따라서 $a=-4$, $b=3$이므로
$a+b=-1$ 답 ②

07-1 $x^2+2x+1=5x-\frac{5}{4}$에서
$x^2-3x+\frac{9}{4}=0$, $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=0$
$\therefore x=\frac{3}{2}$ (중근) 답 $x=\frac{3}{2}$ (중근)

이차방정식 $x^2+ax+b=0$이 중근을 가질 조건
➡ $b=\left(\frac{a}{2}\right)^2$

08 $k-3=\left(\frac{-10}{2}\right)^2=25$ $\therefore k=28$
즉 $x^2-10x+25=0$에서 $(x-5)^2=0$이므로
$x=5$ (중근) $\therefore a=5$
$\therefore k-a=23$ 답 23

08-1 $x^2+8x-m+11=0$에서
$-m+11=\left(\frac{8}{2}\right)^2=16$ $\therefore m=-5$
즉 $x^2+8x+16=0$에서 $(x+4)^2=0$이므로
$x=-4$ (중근) $\therefore n=-4$
$\therefore mn=(-5)\times(-4)=20$ 답 ⑤

9-가발전(렉쳐)해설Ⅱ(14~33) 2014.9.5 4:36 PM 페이지22 Sinsago Hitec

09 $9=\left(\frac{-6a}{2}\right)^2=9a^2$이므로 $a^2=1$

$\therefore a=\pm1$ 답 ②, ③

09-1 $2k+3=\left(\frac{2k}{2}\right)^2=k^2$이므로

$k^2-2k-3=0$, $(k+1)(k-3)=0$

$\therefore k=-1$ 또는 $k=3$ 답 -1, 3

10 $x^2-3x-28=0$에서 $(x+4)(x-7)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=7$

따라서 $x=-4$가 $x^2+ax-4=0$의 근이므로

$16-4a-4=0$ $\therefore a=3$ 답 ④

음수인 근

10-1 $x^2-4x+4=0$에서 $(x-2)^2=0$

$\therefore x=2$(중근)

따라서 $x=1$이 $3x^2-kx-5=0$의 근이므로

$3-k-5=0$ $\therefore k=-2$

즉 $3x^2+2x-5=0$이므로 $(3x+5)(x-1)=0$

$\therefore x=-\frac{5}{3}$ 또는 $x=1$ 답 ①

$\frac{1}{2}$배인 근

필수유형 다지기 ▸69~70쪽

01 $2x^2=16$이므로 $x^2=8$ $\therefore x=\pm2\sqrt{2}$ 답 ③

01-1 $-4x^2+8x=8x-3$이므로 $-4x^2=-3$

$x^2=\frac{3}{4}$ $\therefore x=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

따라서 두 근의 곱은 $-\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=-\frac{3}{4}$

답 ④

02 $(x-a)^2=7$이므로 $x-a=\pm\sqrt{7}$

$\therefore x=a\pm\sqrt{7}$

따라서 $a=4$, $b=7$이므로 $b-a=3$ 답 ③

02-1 $(x+4)^2=k$이므로 $x+4=\pm\sqrt{k}$

$\therefore x=-4\pm\sqrt{k}$

따라서 두 근의 합은

$(-4+\sqrt{k})+(-4-\sqrt{k})=-8$ 답 ①

03 답 ⑤

$(x+p)^2=q$에서

① $q\geq0$이면 해를 갖는다.

② $q<0$이면 해를 갖지 않는다.

03-1 $\frac{a+1}{4}\geq0$에서 $a+1\geq0$ $\therefore a\geq-1$ 답 ①

04 $x^2-6x+9=-7+9$에서 $(x-3)^2=2$

따라서 $p=-3$, $q=2$이므로

$p+q=-1$ 답 ②

04-1 $(x-2)(2x+1)=4-x$에서

$2x^2-3x-2=4-x$

$2x^2-2x-6=0$, $x^2-x-3=0$

$x^2-x+\frac{1}{4}=3+\frac{1}{4}$, $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{13}{4}$

따라서 $A=-\frac{1}{2}$, $B=\frac{13}{4}$이므로

$A+2B=6$ 답 6

05 $2x^2+8x-6=0$의 양변을 2로 나누면

$x^2+4x-3=0$, $x^2+4x=\boxed{3}$

$x^2+4x+\boxed{4}=3+\boxed{4}$

$(x+\boxed{2})^2=\boxed{7}$, $x+2=\pm\sqrt{7}$

$\therefore x=\boxed{-2\pm\sqrt{7}}$ 답 ⑤

05-1 $x^2+3x=-1$에서 $x^2+3x+\frac{9}{4}=-1+\frac{9}{4}$

$\left(x+\frac{3}{2}\right)^2=\frac{5}{4}$, $x+\frac{3}{2}=\pm\frac{\sqrt{5}}{2}$

$\therefore x=\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$

따라서 $a=-3$, $b=5$이므로

$a-b=-8$ 답 ①

발전유형 익히기 ▸71~73쪽

01 $ax^2-4x=2x^2+7x-4$

즉 $(a-2)x^2-11x+4=0$이 이차방정식이 되려면 $a\neq2$ 답 ④

이차항의 계수가 0이 아니다.

01-1 $(a^2+2a-3)x^2+(a+1)x+3=0$이 이차방정식이 되려면 $a^2+2a-3\neq0$, $(a+3)(a-1)\neq0$

$\therefore a\neq-3$이고 $a\neq1$ 답 ④

$AB\neq0$ ➡ $A\neq0$이고 $B\neq0$

02 $x^2-2x-1=0$에 $x=a$를 대입하면

$a^2-2a-1=0$

$a\neq0$이므로 양변을 a로 나누면

$a-2-\frac{1}{a}=0$, $a-\frac{1}{a}=2$

$\therefore a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+2$

$=2^2+2=6$ 답 ⑤

$x=a$가 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 근이다. ➡ $aa^2+ba+c=0$

02-1 $x^2-3x+2=0$에 $x=a$를 대입하면

$a^2-3a+2=0$

$a\neq0$이므로 양변을 a로 나누면

$a-3+\frac{2}{a}=0$, $a+\frac{2}{a}=3$

$\therefore a^2+\frac{4}{a^2}=\left(a+\frac{2}{a}\right)^2-4$

$=3^2-4=5$ 답 5

Q BOX

03 $a^2-6ab+9b^2=0$에서
$(a-3b)^2=0$ $\therefore a=3b$
$\therefore \dfrac{2a^2-3b^2}{ab}=\dfrac{18b^2-3b^2}{3b^2}$
$=\dfrac{15b^2}{3b^2}=5$ 답 ②

$a-3b=0$에서 $a=3b$

03-1 $2x^2+3xy-2y^2=0$에서
$(x+2y)(2x-y)=0$
$\therefore x=-2y$ 또는 $x=\dfrac{1}{2}y$
그런데 $xy<0$이므로 $x=-2y$
$\therefore \dfrac{y}{x}+\dfrac{x}{y}=\dfrac{y}{-2y}+\dfrac{-2y}{y}$
$=-\dfrac{1}{2}-2=-\dfrac{5}{2}$ 답 $-\dfrac{5}{2}$

04 $x=5$가 $x^2-2ax+a+2=0$의 근이므로
$25-10a+a+2=0$
$-9a=-27$ $\therefore a=3$
따라서 처음 이차방정식은 $x^2+5x-6=0$이므로
$(x+6)(x-1)=0$
$\therefore x=-6$ 또는 $x=1$ 답 ①

04-1 $x=12$가 $x^2+(k-7)x-2k=0$의 근이므로
$144+12k-84-2k=0$
$10k=-60$ $\therefore k=-6$
따라서 처음 이차방정식은 $x^2+12x-13=0$이므로
$(x+13)(x-1)=0$
$\therefore x=-13$ 또는 $x=1$
따라서 두 근의 합은 $-13+1=-12$ 답 ②

04-2 공통인 근을 $x=\alpha$라 하면
$\alpha^2+a\alpha+b=0$ …㉠
$\alpha^2+b\alpha+a=0$ …㉡
㉠−㉡을 하면 $(a-b)\alpha-(a-b)=0$
$(a-b)(\alpha-1)=0$
그런데 $a\neq b$이므로 $\alpha=1$
따라서 공통인 근은 $x=1$ 답 $x=1$

일차항의 계수와 상수항을 바꾸어 놓은 식 $x^2+bx+a=0$에 $x=\alpha$를 대입한다.

05 $(2x-5)^2-x^2=4(x-5)$이므로
$4x^2-20x+25-x^2=4x-20$
$3x^2-24x+45=0$, $x^2-8x+15=0$
$(x-3)(x-5)=0$ $\therefore x=3$ 또는 $x=5$
따라서 모든 실수 x의 값의 곱은 $3\times5=15$
답 ⑤

05-1 $(5x-1)(2x-1)-(3x+1)^2=0$이므로
$10x^2-7x+1-(9x^2+6x+1)=0$
$x^2-13x=0$, $x(x-13)=0$
$\therefore x=0$ 또는 $x=13$ 답 ③, ④

05-2 $(x-2)(2x-3)-(x-2)+(2x-3)^2$
$=4x+5$이므로
$2x^2-7x+6-x+2+4x^2-12x+9=4x+5$
$6x^2-24x+12=0$, $x^2-4x+2=0$
$x^2-4x+4=-2+4$, $(x-2)^2=2$
$\therefore x=2\pm\sqrt{2}$ 답 $2\pm\sqrt{2}$

06 $x^2-3x-10\neq0$에서 $(x+2)(x-5)\neq0$
$\therefore x\neq-2$이고 $x\neq5$
$3(x^2-3x-10)=2(x^2-2x-8)$에서
$x^2-5x-14=0$, $(x+2)(x-7)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=7$
그런데 $x\neq-2$이므로 $x=7$ 답 ⑤

$3A=2B$

06-1 $2(x+1)^2-5\neq3$에서 $x^2+2x-3\neq0$
$(x+3)(x-1)\neq0$ $\therefore x\neq-3$이고 $x\neq1$
$2x^2-7x+5=0$에서 $(x-1)(2x-5)=0$
$\therefore x=1$ 또는 $x=\dfrac{5}{2}$
그런데 $x\neq1$이므로 $x=\dfrac{5}{2}$ 답 $\dfrac{5}{2}$

x^2+ax+b
$=(x+m)(x+n)$
➡ $a=m+n$, $b=mn$

07 a는 곱이 -18인 두 정수의 합이다. 곱이 -18인 두 정수를 순서쌍으로 나타내면
$(1, -18)$, $(2, -9)$, $(3, -6)$, $(6, -3)$, $(9, -2)$, $(18, -1)$
따라서 a의 값은 -17, -7, -3, 3, 7, 17의 6개이다. 답 ⑤

주어진 이차방정식을 완전제곱식의 꼴로 변형하여 해를 구한다.

07-1 $x^2-6x+9=9-k$에서 $(x-3)^2=9-k$
$\therefore x=3\pm\sqrt{9-k}$
해가 정수이려면 $9-k$가 0 또는 제곱수이어야 하므로
$9-k=0, 1, 4, 9, \cdots$
$\therefore k=9, 8, 5, 0, \cdots$
그런데 k는 자연수이므로 $k=5, 8, 9$
답 5, 8, 9

LECTURE BOOK

Q BOX

$|A|=\begin{cases} A & (A\geq 0) \\ -A & (A<0) \end{cases}$

08 (i) $x\geq 0$일 때
$x^2-3x-3=x+2$에서
$x^2-4x-5=0$, $(x+1)(x-5)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=5$
그런데 $x\geq 0$이므로 $x=5$
(ii) $x<0$일 때
$x^2-3x-3=-x+2$에서
$x^2-2x-5=0$, $(x-1)^2=6$
$\therefore x=1\pm\sqrt{6}$
그런데 $x<0$이므로 $x=1-\sqrt{6}$
(i), (ii)에서 $x=5$ 또는 $x=1-\sqrt{6}$
답 $x=5$ 또는 $x=1-\sqrt{6}$

$AB=0$
➡ $A=0$ 또는 $B=0$

절댓값 기호 안이 0이 되는 수를 기준으로 나누어 방정식의 해를 구한다.

08-1 (i) $x\geq 2$일 때
$x^2-2x=x-2$에서
$x^2-3x+2=0$, $(x-1)(x-2)=0$
$\therefore x=1$ 또는 $x=2$
그런데 $x\geq 2$이므로 $x=2$
(ii) $x<2$일 때
$x^2-2x=-x+2$에서
$x^2-x-2=0$, $(x+1)(x-2)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=2$
그런데 $x<2$이므로 $x=-1$
(i), (ii)에서 $x=2$ 또는 $x=-1$
따라서 두 근의 합은 1이다. 답 1

중단원 마무리 ▸74~77쪽

01 ⑤ **02** ④ **03** ⑤ **04** ④
05 ③ **06** ① **07** $x=2$
08 $x=-2$ 또는 $x=3$ **09** ⑤ **10** ④
11 ①, ⑤ **12** ③ **13** ② **14** 2
15 ③ **16** ① **17** -10
18 (1) -3 (2) $x=2$ **19** $\frac{1}{2}$ **20** ⑤
21 28 **22** 2 **23** $x=3$ **24** -10
25 $\frac{1\pm\sqrt{17}}{4}$

01 ⑤ $5x+4=0$ 답 ⑤

02 ④ $2\times 2^2+2-10=0$ 답 ④

03 $3x^2+ax-2a=0$에 $x=-4$를 대입하면
$48-4a-2a=0$ $\therefore a=8$ 답 ⑤

04 $4p^2+2p-1=0$이므로 $2p^2+p=\frac{1}{2}$
$q^2-3q-4=0$이므로 $q^2-3q=4$
$\therefore (2p^2+p+1)(q^2-3q-2)$
$=\left(\frac{1}{2}+1\right)(4-2)=\frac{3}{2}\times 2=3$ 답 ④

05 ①, ②, ④, ⑤ $x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$
③ $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{3}$ 답 ③

06 $2(x+1)^2=7-5x$에서 $2x^2+4x+2=7-5x$
$2x^2+9x-5=0$, $(2x-1)(x+5)=0$
$\therefore x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=-5$ 답 ①

07 $x^2-7x+10=0$에서 $(x-2)(x-5)=0$
$\therefore x=2$ 또는 $x=5$
$x^2+6x-16=0$에서 $(x+8)(x-2)=0$
$\therefore x=-8$ 또는 $x=2$
따라서 공통인 근은 $x=2$이다. 답 $x=2$

08 $x^2-2x-8=3x-2$에서 $x^2-5x-6=0$
$(x+1)(x-6)=0$ $\therefore x=-1$ 또는 $x=6$
$a<b$이므로 $a=-1$, $b=6$
따라서 $x^2-x-6=0$의 해를 구하면
$(x+2)(x-3)=0$ $\therefore x=-2$ 또는 $x=3$
답 $x=-2$ 또는 $x=3$

$2(x+a)^2=b$에 $x=-1$, $x=-5$를 각각 대입한다.

09 $2(-1+a)^2=b$, $2(-5+a)^2=b$이므로
$(-1+a)^2=(-5+a)^2$
$a^2-2a+1=a^2-10a+25$
$8a=24$ $\therefore a=3$
$\therefore b=2\times 2^2=8$
$\therefore a+b=11$ 답 ⑤

이차방정식 $x^2+ax+b=0$이 중근을 갖는다.
➡ $b=\left(\frac{a}{2}\right)^2$

10 $2a=\left(\frac{-3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$이므로 $a=\frac{9}{8}$
따라서 $x^2-3x+\frac{9}{4}=0$이므로 $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=0$
$\therefore x=\frac{3}{2}$ (중근) 답 ④

11 $2a+6=\left(\frac{4a}{2}\right)^2$이므로 $4a^2-2a-6=0$
$2a^2-a-3=0$, $(a+1)(2a-3)=0$
$\therefore a=-1$ 또는 $a=\frac{3}{2}$ 답 ①, ⑤

Q BOX

12 $x-5=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$ $\therefore x=\frac{15\pm\sqrt{3}}{3}$

따라서 $m=15$, $n=3$이므로

$m-n=12$ 답 ③

$(x-5)^2=\frac{1}{3}$에서 제곱근을 이용하면 $x-5=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$

13 $4(x+a)^2=b$에서 $(x+a)^2=\frac{b}{4}$

$x+a=\pm\sqrt{\frac{b}{4}}$ $\therefore x=-a\pm\sqrt{\frac{b}{4}}$

따라서 $-a=3$, $\frac{b}{4}=2$이므로 $a=-3$, $b=8$

$\therefore ab=-24$ 답 ②

14 $\frac{1}{3}x^2-4x+b=0$에서 $x^2-12x+3b=0$

$x^2-12x+36=-3b+36$, $(x-6)^2=-3b+36$

즉 $\frac{1}{3}(x-6)^2=-b+12$이므로

$a=-6$, $4=-b+12$에서 $b=8$

$\therefore a+b=2$ 답 2

좌변이 완전제곱식이 되도록 양변에 $\left(\frac{-12}{2}\right)^2$을 더한다.

15 $x^2+4x+4+4x+6=0$에서 $x^2+8x+10=0$

$x^2+8x+16=-10+16$, $(x+4)^2=6$

$x+4=\pm\sqrt{6}$ $\therefore x=-4\pm\sqrt{6}$

$\therefore a=6$ 답 ③

16 $x^2+\frac{1}{2}x-k=0$에서

$x^2+\frac{1}{2}x+\left(\frac{1}{4}\right)^2=k+\left(\frac{1}{4}\right)^2$

$\left(x+\frac{1}{4}\right)^2=k+\frac{1}{16}$, $x+\frac{1}{4}=\pm\frac{\sqrt{16k+1}}{4}$

따라서 $x=\frac{-1\pm\sqrt{16k+1}}{4}$이므로

$16k+1=17$ $\therefore k=1$ 답 ①

제곱근을 이용하면 $x+\frac{1}{4}=\pm\sqrt{k+\frac{1}{16}}=\pm\frac{\sqrt{16k+1}}{4}$

17

채점 기준	점수
a의 값 구하기	2
b의 값 구하기	2
$a+b$의 값 구하기	2

$x=-3$을 $x^2-2x+a=0$에 대입하면

$9+6+a=0$

$\therefore a=-15$ • 2점

즉 $x^2-2x-15=0$이므로 $(x+3)(x-5)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=5$

$\therefore b=5$ • 2점

$\therefore a+b=-10$ • 2점

답 -10

$a=0$이면 $0^2-5\times0+1\neq0$이므로 방정식을 만족시키지 않는다.

18

채점 기준	점수
$x^2-3x-4=0$의 해 구하기	2
a의 값 구하기	2
다른 한 근 구하기	2

(1) $x^2-3x-4=0$에서 $(x+1)(x-4)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=4$ • 2점

$x=4$를 $x^2+2ax-a+5=0$에 대입하면

$16+8a-a+5=0$, $7a=-21$

$\therefore a=-3$ • 2점

(2) $x^2-6x+8=0$에서 $(x-2)(x-4)=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=4$

따라서 다른 한 근은 $x=2$ • 2점

답 (1) -3 (2) $x=2$

19

채점 기준	점수
k의 값 구하기	2
a, b의 값 구하기	2
$a-b$의 값 구하기	2

$4x^2+4x-k=0$에서 $(2x)^2+2\times2x\times1-k=0$

$-k=1^2$ $\therefore k=-1$ • 2점

$k=-1$을 $(k-1)x^2+3x-1=0$에 대입하면

$-2x^2+3x-1=0$, $2x^2-3x+1=0$

$(2x-1)(x-1)=0$ $\therefore x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=1$

따라서 $a=1$, $b=\frac{1}{2}$ ($\because a>b$)이므로 • 2점

$a-b=\frac{1}{2}$ • 2점

답 $\frac{1}{2}$

20 $a^2x^2-5x+a=4(a+3)x^2+x-9$에서

$(a^2-4a-12)x^2-6x+a+9=0$

x에 대한 이차방정식이 되려면

$a^2-4a-12\neq0$, $(a+2)(a-6)\neq0$

$\therefore a\neq-2$이고 $a\neq6$ 답 ⑤

21 $x=a$를 $x^2-5x+1=0$에 대입하면

$a^2-5a+1=0$

$a\neq0$이므로 양변을 a로 나누면

$a-5+\frac{1}{a}=0$ $\therefore a+\frac{1}{a}=5$

$\therefore a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2=5^2-2=23$

$\therefore a^2+a+\frac{1}{a}+\frac{1}{a^2}=\left(a+\frac{1}{a}\right)+\left(a^2+\frac{1}{a^2}\right)$

$=5+23=28$

답 28

LECTURE BOOK

9-가발전(렉쳐)해설Ⅱ(14~33) 2014.9.3 8:6 PM 페이지26 SinsagoHitec

22 (세로의 합)$=4x+1+5+1=4x+7$
(대각선의 합)$=x^2+3x+5$
$4x+7=x^2+3x+5$이므로 $x^2-x-2=0$
$(x+1)(x-2)=0$ $\therefore x=-1$ 또는 $x=2$
이때 x는 자연수이므로 $x=2$ 답 2

23

채점 기준	점수
a에 대한 이차방정식 풀기	2
a의 값 구하기	2
다른 한 근 구하기	2

$x=2$를 대입하면
$4(a-1)-2(a^2+1)+2(a+1)=0$
$a^2-3a+2=0$, $(a-1)(a-2)=0$
$\therefore a=1$ 또는 $a=2$ • 2점
이때 $a=1$이면 이차방정식이 아니므로 $a=2$이다. • 2점
즉 $x^2-5x+6=0$이므로 $(x-2)(x-3)=0$
$\therefore x=2$ 또는 $x=3$
따라서 다른 한 근은 $x=3$이다. • 2점
답 $x=3$

24

채점 기준	점수
k의 값 구하기	3
처음 이차방정식 풀기	2
두 근의 곱 구하기	1

$x=9$가 $x^2-(4k-2)x+3k=0$의 근이므로
$81-36k+18+3k=0$, $-33k=-99$
$\therefore k=3$ • 3점
즉 $x^2+9x-10=0$이므로 $(x+10)(x-1)=0$
$\therefore x=-10$ 또는 $x=1$ • 2점
$\therefore (-10)\times 1=-10$ • 1점
답 -10

25

채점 기준	점수
이차방정식으로 나타내기	3
x의 값 구하기	3

$3(x^2+2x+4)$
$=(9+3x+x^2)+(4x^2+2x+1)$ • 3점
$2x^2-x-2=0$, $x^2-\frac{1}{2}x=1$
$x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{16}=1+\frac{1}{16}$, $\left(x-\frac{1}{4}\right)^2=\frac{17}{16}$
$\therefore x=\frac{1\pm\sqrt{17}}{4}$ • 3점
답 $\frac{1\pm\sqrt{17}}{4}$

Q BOX

$a=1$이면 주어진 방정식은 $0\cdot x^2-2x+4=0$이므로 이차방정식이 아니다.

$a=3$, $b'=-4$, $c=m$으로 생각하고, 일차항의 계수가 짝수일 때의 근의 공식을 이용한다.

계수가 분수이면 양변에 분모의 최소공배수를 곱하여 계수를 정수로 고친다.

인수분해가 되지 않으면 완전제곱식을 이용하여 해를 구한다.

3 이차방정식의 활용

필수유형 다지기 ▸ 79~80쪽

01 ① $x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times1\times(-1)}}{2\times1}=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$
② $x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-1\times(-2)}}{1}=-1\pm\sqrt{3}$
③ $x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times1\times(-5)}}{2\times1}$
$=\frac{3\pm\sqrt{29}}{2}$
④ $x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-2\times1}}{2}$
$=\frac{2\pm\sqrt{2}}{2}$
⑤ $x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times3\times1}}{2\times3}=\frac{-5\pm\sqrt{13}}{6}$
답 ②

01-1 $x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-5\times(-3)}}{5}=\frac{-2\pm\sqrt{19}}{5}$
이때 $4<\sqrt{19}<5$이므로
$\frac{-2-\sqrt{19}}{5}<-1$, $-1<\frac{-2+\sqrt{19}}{5}<1$
$\therefore x=\frac{-2+\sqrt{19}}{5}$ 답 $x=\frac{-2+\sqrt{19}}{5}$

02 $x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times A\times(-1)}}{2\times A}$
$=\frac{-3\pm\sqrt{9+4A}}{2A}$
이므로 $2A=4$, $9+4A=B$
$\therefore A=2$, $B=17$
$\therefore A+B=19$ 답 ⑤

02-1 $x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-3\times m}}{3}$
$=\frac{4\pm\sqrt{16-3m}}{3}$
이므로 $4=n$, $16-3m=13$ $\therefore m=1$, $n=4$
$\therefore 9m-n=9-4=5$ 답 5

03 양변에 15를 곱하면 $3x^2-9x+5=0$
$\therefore x=\frac{-(-9)\pm\sqrt{(-9)^2-4\times3\times5}}{2\times3}$
$=\frac{9\pm\sqrt{21}}{6}$
이므로 $A=9$, $B=21$
$\therefore B-A=12$ 답 ③

Q BOX

계수가 소수이면 양변에 10의 거듭제곱을 곱하여 계수를 정수로 고친다.

03-1 양변에 10을 곱하면 $2x(x+1)=7x+3$

$2x^2-5x-3=0$, $(2x+1)(x-3)=0$

$\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=3$

답 $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=3$

04 양변에 6을 곱하면

$6(x^2+x-2)-x^2-1=18x-18$

$5x^2-12x+5=0$

$\therefore x=\frac{-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-5\times5}}{5}=\frac{6\pm\sqrt{11}}{5}$

$\alpha=\frac{6-\sqrt{11}}{5}$ 이므로

$6-5\alpha=6-(6-\sqrt{11})=\sqrt{11}$ 답 ④

04-1 양변에 4를 곱하면

$x^2-2(x+1)^2+4=0$

$x^2-2x^2-4x-2+4=0$, $x^2+4x-2=0$

$\therefore x=-2\pm\sqrt{2^2-1\times(-2)}=-2\pm\sqrt{6}$

따라서 $A=-2$, $B=6$이므로

$A+B=4$ 답 4

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$에서

(두 근의 합) $=-\frac{b}{a}$

(두 근의 곱) $=\frac{c}{a}$

공통 부분이 있으면 한 문자로 치환한다.

05 $x-3=A$로 놓으면

$A^2-3A-18=0$, $(A+3)(A-6)=0$

$\therefore A=-3$ 또는 $A=6$

$\therefore x=0$ 또는 $x=9$ 답 $x=0$ 또는 $x=9$

$x-3=-3$에서 $x=0$

$x-3=6$에서 $x=9$

05-1 $2x+y=A$로 놓으면

$A(A-8)+16=0$, $A^2-8A+16=0$

$(A-4)^2=0$ $\therefore A=4$ (중근)

$\therefore 2x+y=4$ 답 ③

$x=k$가 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 근이면

➡ $ak^2+bk+c=0$

필수유형 다지기 ▸82~84쪽

01 ① $(-2)^2-4\times1\times(-1)=8>0$

② $6^2-4\times1\times9=0$

③ $(-1)^2-4\times2\times3=-23<0$

④ $5^2-4\times2\times1=17>0$

⑤ $2^2-4\times3\times(-4)=52>0$

답 ③

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$에서

$b^2-4ac>0$ ➡ 서로 다른 두 근

$b^2-4ac=0$ ➡ 중근

$b^2-4ac<0$ ➡ 근이 없다.

01-1 $(-6)^2-4\times1\times10=-4<0$이므로 $a=0$

$(-4)^2-4\times3\times1=4>0$이므로 $b=2$

$\therefore a-b=-2$ 답 -2

02 $(k+3)^2-4\times2\times\frac{1}{2}=0$이므로

$k^2+6k+5=0$, $(k+5)(k+1)=0$

$\therefore k=-1$ ($\because k>-2$) 답 -1

02-1 $(m-4)^2-4\times3\times(-m+1)=0$이므로

$m^2-8m+16+12m-12=0$

$m^2+4m+4=0$, $(m+2)^2=0$

$\therefore m=-2$ (중근)

이때 $3x^2-6x+3=0$이므로

$3(x^2-2x+1)=0$, $3(x-1)^2=0$

$\therefore x=1$ (중근) 답 $m=-2$, $x=1$ (중근)

03 $(-3)^2-4\times1\times\frac{k-1}{4}<0$이므로

$k>10$ 답 ④

03-1 $(-4)^2-4\times3\times(k+2)>0$이므로

$-8-12k>0$ $\therefore k<-\frac{2}{3}$ 답 ⑤

04 근과 계수의 관계에 의하여 $m=5$, $n=6$이므로

$m-n=-1$ 답 ②

04-1 근과 계수의 관계에 의하여 $x^2-2x-2=0$의 두 근의 곱은 -2이다.

$x=-2$가 $x^2-4x+m=0$의 근이므로

$(-2)^2-4\times(-2)+m=0$

$\therefore m=-12$ 답 -12

05 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=-4$, $\alpha\beta=-2$

② $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{-4}{-2}=2$

③ $\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}=\frac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta}{\alpha\beta}$

$=\frac{(-4)^2-2\times(-2)}{-2}=-10$

④ $(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$

$=(-4)^2-4\times(-2)=24$

⑤ $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$

$=(-4)^2-2\times(-2)=20$ 답 ③

05-1 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=2$, $\alpha\beta=-\frac{1}{3}$

$\therefore \alpha^2-\alpha\beta+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-3\alpha\beta$

$=2^2-3\times\left(-\frac{1}{3}\right)=5$ 답 5

LECTURE BOOK

Q BOX

① 두 근의 차가 m이면
➡ 두 근은 α, $\alpha+m$
② 두 근의 비가 $m:n$이면
➡ 두 근은 $m\alpha$, $n\alpha$ $(\alpha\neq0)$
③ 한 근이 다른 근의 k배이면
➡ 두 근은 α, αk $(\alpha\neq0)$

06 두 근을 α, $\alpha+1$이라 하면 근과 계수의 관계에 의하여
$\alpha+(\alpha+1)=5$ $\therefore \alpha=2$
따라서 두 근이 2, 3이므로 $2m=2\times3$
$\therefore m=3$ 답 3

06-1 두 근을 3α, $4\alpha(\alpha\neq0)$라 하면 근과 계수의 관계에 의하여
$3\alpha+4\alpha=14$ $\therefore \alpha=2$
따라서 두 근이 6, 8이므로
$7\alpha-1=6\times8$ $\therefore \alpha=7$ 답 ④

07 $2\left(x-\frac{1}{2}\right)(x+2)=0$, $2\left(x^2+\frac{3}{2}x-1\right)=0$
$\therefore 2x^2+3x-2=0$ 답 $2x^2+3x-2=0$

다른 풀이
두 근의 합 : $\frac{1}{2}+(-2)=-\frac{3}{2}$
두 근의 곱 : $\frac{1}{2}\times(-2)=-1$
$2\left\{x^2-\left(-\frac{3}{2}\right)x-1\right\}=0$ $\therefore 2x^2+3x-2=0$

07-1 x^2의 계수가 3이고 중근 $x=-4$를 갖는 이차방정식은
$3(x+4)^2=0$ $\therefore 3x^2+24x+48=0$
따라서 $A=24$, $B=8$이므로 $A-B=16$
$6B=48$이므로 $B=8$
답 ④

08 $3\left(x^2-4x+\frac{2}{3}\right)=0$ $\therefore 3x^2-12x+2=0$
답 ④

두 근의 합이 m, 두 근의 곱이 n이고, x^2의 계수가 a인 이차방정식
➡ $a(x^2-mx+n)=0$

08-1 근과 계수의 관계에 의하여
$a+b=5$, $ab=3$이므로
$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{a+b}{ab}=\frac{5}{3}$, $\frac{1}{a}\times\frac{1}{b}=\frac{1}{ab}=\frac{1}{3}$
따라서 구하는 이차방정식은
$k\left(x^2-\frac{5}{3}x+\frac{1}{3}\right)=0$,
즉 $k(3x^2-5x+1)=0\,(k\neq0)$의 꼴이다.
구하는 이차방정식의
(두 근의 합)$=\frac{5}{3}$,
(두 근의 곱)$=\frac{1}{3}$
답 ④

09 다른 한 근은 $-1-\sqrt{2}$이므로
근과 계수의 관계에 의하여
$(-1+\sqrt{2})+(-1-\sqrt{2})=a$
$(-1+\sqrt{2})(-1-\sqrt{2})=b$
$\therefore a=-2$, $b=-1$
$\therefore a-b=-1$ 답 -1

09-1 다른 한 근은 $\frac{2+\sqrt{14}}{2}$이므로 두 근의 곱은
$\frac{k}{2}=\left(\frac{2+\sqrt{14}}{2}\right)\left(\frac{2-\sqrt{14}}{2}\right)=-\frac{5}{2}$
$\therefore k=-5$ 답 ①
$\frac{4-14}{4}=-\frac{10}{4}=-\frac{5}{2}$

필수유형 다지기 ▸86~87쪽

01 $\frac{n(n-3)}{2}=27$, $n^2-3n-54=0$
$(n+6)(n-9)=0$ $\therefore n=9$ ($\because n>3$)
$n-3>0$이므로 $n>3$
답 ②

01-1 $\frac{n(n+1)}{2}=190$, $n^2+n-380=0$
$(n+20)(n-19)=0$ $\therefore n=19$ ($\because n>0$)
답 19

02 연속하는 두 홀수를 x, $x-2$라 하면
$x(x-2)=255$, $x^2-2x-255=0$
$(x+15)(x-17)=0$
$\therefore x=17$ ($\because x$는 자연수) 답 ③

02-1 연속하는 세 자연수를 $x-1$, x, $x+1$이라 하면
$(x-1)^2+x^2+(x+1)^2=245$
$3x^2+2=245$, $x^2=81$ $\therefore x=9$ ($\because x>1$)
따라서 세 자연수는 8, 9, 10이므로
$8+9+10=27$ 답 ④

03 $60x-5x^2=0$, $x^2-12x=0$
$x(x-12)=0$ $\therefore x=12$ ($\because x>0$)
따라서 물체가 지면에 떨어지는 것은 12초 후이다.
물체가 지면에 떨어지면 물체의 높이가 0이다.
답 ②

03-1 $10+30t-5t^2=50$, $t^2-6t+8=0$
$(t-2)(t-4)=0$ $\therefore t=2$ 또는 $t=4$
따라서 공의 높이가 50 m가 되는 것은 2초 후 또는 4초 후이다.
답 2초 또는 4초
높이가 h m가 될 때는 두 번 존재한다.
(단, 가장 높이 올라간 경우는 한 번 존재한다.)

04 색칠한 원의 반지름의 길이를 x cm라 하면
$\pi(x+3)^2=4\pi x^2$, $x^2+6x+9=4x^2$

$x^2-2x-3=0$, $(x+1)(x-3)=0$
$\therefore x=3$ ($\because x>0$)
따라서 색칠한 원의 반지름의 길이는 3 cm이다.
답 3 cm

04-1 늘인 길이를 $x$cm라 하면
$(x+3)(x+9)=27+13$, $x^2+12x-13=0$
$(x+13)(x-1)=0$ $\therefore x=1$ ($\because x>0$)
따라서 늘인 길이는 1 cm이다. 답 ①

05 길의 폭을 xm라 하면
$(40-x)(30-x)=875$
$x^2-70x+325=0$
$(x-5)(x-65)=0$
$\therefore x=5$ ($\because 0<x<30$)
따라서 길의 폭은 5 m이다. 답 5 m

05-1 길의 폭을 xm라 하면
$(15-x)(12-x)=130$
$x^2-27x+50=0$, $(x-2)(x-25)=0$
$\therefore x=2$ ($\because 0<x<12$)
따라서 길의 폭은 2 m이다. 답 ①

06 처음 종이의 한 변의 길이를 $x$cm라 하면
상자의 밑면은 한 변의 길이가 $(x-4)$cm인 정사각형이므로
$2(x-4)^2=50$, $(x-4)^2=25$, $x-4=\pm5$
$\therefore x=9$ ($\because x>4$)
따라서 처음 종이의 한 변의 길이는 9 cm이다.
답 9 cm

06-1 물받이의 높이를 $x$cm라 하면
$x(30-2x)=100$, $x^2-15x+50=0$
$(x-5)(x-10)=0$ $\therefore x=5$ 또는 $x=10$
따라서 물받이의 높이는 5 cm 또는 10 cm이다.
답 5 cm 또는 10 cm

발전유형 익히기 ▸88~89쪽

01 $a-b=A$로 놓으면 $A^2-6A-16=0$
$(A+2)(A-8)=0$ $\therefore A=-2$ 또는 $A=8$
$\therefore a-b=-2$ ($\because a<b$)
$\therefore a^2+b^2=(a-b)^2+2ab$
$=(-2)^2+2\times10=24$ 답 ④

01-1 $(x+y)^2-8(x+y)-20=0$에서
$x+y=A$로 놓으면
$A^2-8A-20=0$, $(A+2)(A-10)=0$
$\therefore A=-2$ 또는 $A=10$
$\therefore x+y=10$ ($\because x>y>0$) 답 10

02 $x^2-3x+2-k=0$에서
$(-3)^2-4\times1\times(2-k)>0$, $1+4k>0$
$\therefore k>-\frac{1}{4}$ … ㉠
$x^2+(2k-1)x+k^2-1=0$에서
$(2k-1)^2-4\times1\times(k^2-1)>0$, $-4k+5>0$
$\therefore k<\frac{5}{4}$ … ㉡
㉠, ㉡에서 $-\frac{1}{4}<k<\frac{5}{4}$ 답 $-\frac{1}{4}<k<\frac{5}{4}$

02-1 $x^2+(2k+1)x+k^2=0$에서
$(2k+1)^2-4\times1\times k^2<0$, $4k+1<0$
$\therefore k<-\frac{1}{4}$ … ㉠
$x^2-(k-2)x+4=0$에서
$(k-2)^2-4\times1\times4=0$, $k^2-4k-12=0$
$(k+2)(k-6)=0$
$\therefore k=-2$ 또는 $k=6$ … ㉡
㉠, ㉡에서 $k=-2$ 답 ②

03 근과 계수의 관계에 의하여
$\alpha+\beta=-5$, $\alpha\beta=-3$이므로
$(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$
$=(-5)^2-4\times(-3)=37$
$\therefore \alpha-\beta=\sqrt{37}$ ($\because \alpha>\beta$)
$\therefore \alpha^2-\beta^2=(\alpha+\beta)(\alpha-\beta)$
$=(-5)\times\sqrt{37}$
$=-5\sqrt{37}$ 답 ②

03-1 근과 계수의 관계에 의하여
$\alpha+\beta=6$, $\alpha\beta=2$이므로
$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=6^2-2\times2=32$
$\therefore \frac{\beta}{\alpha+1}+\frac{\alpha}{\beta+1}=\frac{\beta(\beta+1)+\alpha(\alpha+1)}{(\alpha+1)(\beta+1)}$
$=\frac{\alpha^2+\beta^2+\alpha+\beta}{\alpha\beta+\alpha+\beta+1}$
$=\frac{32+6}{2+6+1}=\frac{38}{9}$ 답 $\frac{38}{9}$

04 $(x+7)(x-3)=0$, $x^2+4x-21=0$에서
상수항을 바르게 보았으므로 $b=-21$
$(x+2)(x-6)=0$, $x^2-4x-12=0$에서
x의 계수를 바르게 보았으므로 $a=-4$

Q BOX

직사각형 모양의 땅에 폭이 일정한 길을 만들면 길을 제외한 부분은 직사각형이 된다.

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$이 근을 갖지 않는다.
➡ $b^2-4ac<0$

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$이 중근을 갖는다.
➡ $b^2-4ac=0$

이차항의 계수가 1이고 두 근이 α, β인 이차방정식은
① $(x-\alpha)(x-\beta)=0$
② $x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta=0$

x의 계수를 잘못 보고 풀었으므로
$a<b$이므로 $a-b<0$
상수항을 잘못 보고 풀었으므로

LECTURE BOOK

따라서 처음 이차방정식은 $x^2-4x-21=0$이므로
$(x+3)(x-7)=0$ $\therefore x=-3$ 또는 $x=7$
답 $x=-3$ 또는 $x=7$

04-1 $(x+3)(x-8)=0$, $x^2-5x-24=0$에서
상수항을 바르게 보았으므로 상수항은 -24이다.
$x=-1\pm\sqrt{2}$의 두 근의 합은 -2, 곱은 -1이므로 $x^2+2x-1=0$
이때 x의 계수를 바르게 보았으므로 x의 계수는 2이다.
따라서 처음 이차방정식은 $x^2+2x-24=0$이므로
$(x+6)(x-4)=0$ $\therefore x=-6$ 또는 $x=4$
답 $x=-6$ 또는 $x=4$

Q BOX: 두 근이 무리수일 때는 두 근의 합과 곱을 이용하여 이차방정식을 구한다.

05 t초 후에 $\overline{AP}=2t$ $(0<t<8)$이므로
$\overline{BP}=16-2t$, $\overline{BQ}=3t$
$\triangle PBQ=\frac{1}{2}\times\overline{BP}\times\overline{BQ}$
$=\frac{1}{2}\times(16-2t)\times3t=36$
$t^2-8t+12=0$, $(t-2)(t-6)=0$
$\therefore t=2$ 또는 $t=6$
따라서 넓이가 36 cm^{2}가 되는 것은 2초 후 또는 6초 후이다. 답 2초 또는 6초

Q BOX: (거리)=(속력)×(시간)

05-1 $\overline{AC}=x$ cm라 하면 $\overline{BC}=(9-x)$cm이므로
$\frac{1}{2}x^2+(9-x)^2=27$, $x^2-12x+36=0$
$(x-6)^2=0$ $\therefore x=6$
$\therefore \overline{AC}=6$ cm 답 6 cm

Q BOX: 계수가 분수 또는 소수인 이차방정식은 양변에 적당한 수를 곱하여 계수를 정수로 고쳐서 푼다.

06 □ABCD∽□DEFC이므로
$\overline{AB}:\overline{DE}=\overline{AD}:\overline{DC}$
$\overline{AD}=x$라 하면 $\overline{DE}=\overline{AD}-\overline{AE}=x-2$
$2:(x-2)=x:2$, $4=x(x-2)$
$x^2-2x-4=0$ $\therefore x=1+\sqrt{5}$ $(\because x>2)$
$\therefore \overline{AD}=1+\sqrt{5}$ 답 $1+\sqrt{5}$

Q BOX: 닮은 도형에서 대응변의 길이의 비는 모두 같다.

06-1 $\overline{QC}=x$ cm라 하면 $\overline{BQ}=(12-x)$ cm
$\triangle ABC\backsim\triangle PBQ$ (AA 닮음)이므로
$\overline{BQ}=\overline{PQ}=\overline{RC}=(12-x)$ cm
따라서 $\frac{1}{2}(12-x)^2=x(12-x)$이므로
$x^2-16x+48=0$, $(x-4)(x-12)=0$
$\therefore x=4$ 또는 $x=12$
이때 $0<x<12$이므로 $x=4$
$\therefore \overline{QC}=4$ cm 답 4 cm

Q BOX: ∠B는 공통, ∠C=∠PQB=90°

중단원 마무리 ▸90~93쪽

01 ③ **02** ② **03** $x=6\pm\sqrt{21}$
04 5 **05** ③ **06** $k<\frac{1}{24}$ **07** ①
08 ④ **09** ① **10** ④ **11** ⑤
12 $4x^2+4x-15=0$ **13** ② **14** 6, 8, 10
15 ④ **16** ④ **17** 4
18 $x^2+5x+4=0$ **19** 2 cm **20** 6개
21 ④ **22** ③ **23** $x=-2\pm\sqrt{19}$
24 3 **25** 8 cm

01 ① $(3x+1)(3x-1)=0$ $\therefore x=\pm\frac{1}{3}$
② $(x+2)(x-1)=0$ $\therefore x=-2$ 또는 $x=1$
③ $x=-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-1\times1}=2\pm\sqrt{3}$
④ $(x+3)^2=0$ $\therefore x=-3$ (중근)
⑤ $(x-2)(x-3)=0$ $\therefore x=2$ 또는 $x=3$
따라서 이차방정식의 해가 유리수가 아닌 것은 ③이다. 답 ③

02 $x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times2\times a}}{2\times2}$
$=\frac{1\pm\sqrt{1-8a}}{4}$
이므로 $1-8a=41$, $1=b$ $\therefore a=-5$, $b=1$
$\therefore a+b=-4$ 답 ②

03 양변에 20을 곱하면
$4x(x+8)=5(x+1)(x+3)$
$4x^2+32x=5x^2+20x+15$, $x^2-12x+15=0$
$\therefore x=-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-1\times15}$
$=6\pm\sqrt{21}$ 답 $x=6\pm\sqrt{21}$

04 $a-b=A$로 놓으면 $A(A-3)-10=0$
$A^2-3A-10=0$, $(A+2)(A-5)=0$
$\therefore A=-2$ 또는 $A=5$
$a>b$이므로 $a-b=5$ 답 5

$a>b$이므로 $a-b>0$

05 $2x^2-2x+k-1=0$에서
$(-2)^2-4\times2\times(k-1)=0$이므로
$-8k+12=0$ $\therefore k=\frac{3}{2}$ 답 ③

06 $(4k-3)^2-4\times2\times(2k^2+1)>0$에서
$-24k+1>0$ $\therefore k<\frac{1}{24}$ 답 $k<\frac{1}{24}$

07 ① $a=1$이면 $x^2-x+2=0$에서
$(-1)^2-4\times1\times2=-7<0$
이므로 근이 없다.

② $a=-1$이면 $x^2+x-2=0$에서
$1^2-4\times1\times(-2)=9>0$
이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.
③ $a=-1$이면 두 근의 합은 -1이다.
④ $a=-2$이면 $x^2+2x-4=0$이므로 두 근의 곱은 -4이다.
⑤ $a=-2$이면
$x=-1\pm\sqrt{1^2-1\times(-4)}=-1\pm\sqrt{5}$이다.
답 ①

08 근과 계수의 관계에 의하여 $x^2+2x-5=0$의 두 근의 합은 -2
$x=-2$가 $x^2-4x+k=0$의 한 근이므로
$(-2)^2-4\times(-2)+k=0$ $\therefore k=-12$
답 ④

09 근과 계수의 관계에 의하여
$\alpha+\beta=5$, $\alpha\beta=-1$
$\therefore \dfrac{\beta}{\alpha}+\dfrac{\alpha}{\beta}=\dfrac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}=\dfrac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta}{\alpha\beta}$
$=\dfrac{5^2-2\times(-1)}{-1}=-27$ 답 ①

10 두 근을 α, $4\alpha(\alpha\neq0)$라 하면 $3\alpha=6$ $\therefore \alpha=2$
따라서 두 근은 2, 8이므로 근과 계수의 관계에 의하여
$m=-(2+8)=-10$, $n=2\times8=16$
$\therefore m+n=6$ 답 ④

11 $(x+5)(x-7)=0$, $x^2-2x-35=0$
$\therefore p=2$, $q=35$
$\therefore p+q=37$ 답 ⑤

12 근과 계수의 관계에 의하여
$\alpha+\beta=-\dfrac{5}{2}$, $\alpha\beta=\dfrac{3}{2}$이므로
$\alpha+\beta+\alpha\beta=-\dfrac{5}{2}+\dfrac{3}{2}=-1$,
$(\alpha+\beta)\times\alpha\beta=-\dfrac{5}{2}\times\dfrac{3}{2}=-\dfrac{15}{4}$
따라서 $4\left(x^2+x-\dfrac{15}{4}\right)=0$이므로
$4x^2+4x-15=0$ 답 $4x^2+4x-15=0$

13 다른 한 근은 $3-\sqrt{5}$이므로
$(3+\sqrt{5})+(3-\sqrt{5})=\dfrac{3a}{2}$ $\therefore a=4$
$(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})=\dfrac{b-1}{2}$ $\therefore b=9$
$\therefore a-b=-5$ 답 ②

Q BOX

x팀이 모두 한 번씩 경기를 치를 때, 총 경기 수
➡ $\dfrac{x(x-1)}{2}$

두 근의 차가 6
➡ $4\alpha-\alpha=6$

이차항의 계수가 1이고 -5, 7을 두 근으로 갖는 이차방정식이다.

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ (a, b, c는 유리수)의 한 근이 $p+q\sqrt{m}$이면 다른 한 근은 $p-q\sqrt{m}$이다.
(단, p, q는 유리수, $\sqrt{m}$은 무리수이다.)

14 세 짝수를 $x-2$, x, $x+2$라 하면
$(x-2)^2+x^2=(x+2)^2$, $x^2-8x=0$
$x(x-8)=0$ $\therefore x=8$ ($\because x$는 자연수)
따라서 세 짝수는 6, 8, 10이다. 답 6, 8, 10

15 경기에 참가한 팀이 x팀이라 하면
총 경기 수는 $\dfrac{x(x-1)}{2}=45$
$x^2-x-90=0$, $(x+9)(x-10)=0$
$\therefore x=10$ ($\because x>0$)
따라서 이 대회에 참가한 팀은 10팀이다. 답 ④

16 $-4t^2+40t+96=0$, $t^2-10t-24=0$
$(t+2)(t-12)=0$ $\therefore t=-2$ 또는 $t=12$
이때 $t>0$이므로 $t=12$
따라서 물체가 지면에 떨어지는 것은 12초 후이다.
답 ④

17

채점 기준	점수
$x^2+6x+8=0$의 해 구하기	2
$mx^2+nx-3=0$의 해 구하기	1
m, n의 값 구하기	2
mn의 값 구하기	1

$x^2+6x+8=0$, 즉 $(x+2)(x+4)=0$의 두 근이 -2, -4이므로 • 2점
$mx^2+nx-3=0$의 두 근은 -1, -3 • 1점
$mx^2+nx-3=m(x+1)(x+3)$
$=mx^2+4mx+3m$
이므로 $n=4m$, $-3=3m$
$\therefore m=-1$, $n=-4$ • 2점
$\therefore mn=4$ • 1점
답 4

다른 풀이
$x^2+6x+8=0$의 두 근을 α, β라 하면
$\alpha+\beta=-6$, $\alpha\beta=8$
$mx^2+nx-3=0$의 두 근은 $\alpha+1$, $\beta+1$이므로
$-\dfrac{n}{m}=(\alpha+1)+(\beta+1)=\alpha+\beta+2=-4$
$\dfrac{-3}{m}=(\alpha+1)(\beta+1)=\alpha\beta+\alpha+\beta+1=3$
$\therefore m=-1$, $n=-4$ $\therefore mn=4$

18

채점 기준	점수
주어진 이차방정식의 다른 한 근 구하기	1
a, b의 값 구하기	2
이차방정식 구하기	3

LECTURE BOOK

다른 한 근은 $\frac{1-\sqrt{2}}{2}$이므로 • 1점

근과 계수의 관계에 의하여

$-\frac{a}{4}=\left(\frac{1+\sqrt{2}}{2}\right)+\left(\frac{1-\sqrt{2}}{2}\right)=1$

$\frac{b}{4}=\left(\frac{1+\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{1-\sqrt{2}}{2}\right)=-\frac{1}{4}$

이므로 $a=-4$, $b=-1$ • 2점

따라서 구하는 이차방정식은

$(x+4)(x+1)=0$이므로

$x^2+5x+4=0$ • 3점

답 $x^2+5x+4=0$

19

채점 기준	점수
이차방정식 세우기	2
이차방정식의 해 구하기	2
한 변의 길이 구하기	2

잘라 내는 정사각형의 한 변의 길이를

x cm $(0<x<6)$라 하면

$(12-2x)^2=64$ • 2점

$x^2-12x+20=0$, $(x-2)(x-10)=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=10$ • 2점

이때 $0<x<6$이므로 $x=2$

따라서 잘라 내는 정사각형의 한 변의 길이는

2cm이다. • 2점

답 2cm

20 $x=1$이 $15x^2-8(a+b)x+(a+b)^2=0$의 근이므로

$15-8(a+b)+(a+b)^2=0$

$a+b=X$라 하면 $X^2-8X+15=0$

$(X-3)(X-5)=0$ $\therefore X=3$ 또는 $X=5$

$a+b=3$을 만족시키는 순서쌍 (a, b)는

$(1, 2)$, $(2, 1)$

$a+b=5$를 만족시키는 순서쌍 (a, b)는

$(1, 4)$, $(2, 3)$, $(3, 2)$, $(4, 1)$

따라서 순서쌍 (a, b)의 개수는 6개이다.

답 6개

21 근과 계수의 관계에 의하여

$m+n=-k+1$, $mn=-k+3$이므로

$\frac{1}{m}+\frac{1}{n}=\frac{m+n}{mn}=\frac{-k+1}{-k+3}=3$

즉 $-k+1=-3k+9$이므로

$2k=8$ $\therefore k=4$

답 ④

Q BOX

$x>4$, $8-x>0$이므로 $4<x<8$

$m=1$이면 $0\cdot x^2-4x+16=0$이 되어 이차방정식이 아니다.

□ADEF가 평행사변형이므로 $\overline{AD}=\overline{EF}$이고 △FEC가 직각이등변삼각형이므로 $\overline{EF}=\overline{CE}$이다.

22 큰 정사각형의 한 변의 길이를 $x$cm라 하면

$x^2+(8-x)^2=40$, $2x^2-16x+24=0$

$x^2-8x+12=0$, $(x-2)(x-6)=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=6$

이때 $4<x<8$이므로 $x=6$

따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 6cm이다.

답 ③

23

채점 기준	점수
a, b의 값 구하기	4
이차방정식 구하기	1
처음 이차방정식의 해 구하기	1

$(x+3)(x-5)=0$, $x^2-2x-15=0$

$\therefore b=-15$ • 2점

$(x-1)(x+5)=0$, $x^2+4x-5=0$

$\therefore a=4$ • 2점

따라서 $x^2+4x-15=0$이므로 • 1점

$x=-2\pm\sqrt{2^2-1\times(-15)}=-2\pm\sqrt{19}$ • 1점

답 $x=-2\pm\sqrt{19}$

24

채점 기준	점수
k의 값의 범위 구하기	2
정수 k의 최댓값 구하기	1
m의 값 구하기	3

$36-8k>0$ $\therefore k<\frac{9}{2}$ • 2점

따라서 정수 k의 최댓값은 4이다. • 1점

$x=4$가 $(m-1)x^2-(m^2+3)x+16=0$의 근이므로 $(m-1)\times4^2-(m^2+3)\times4+16=0$

$m^2-4m+3=0$, $(m-1)(m-3)=0$

$\therefore m=1$ 또는 $m=3$

그런데 $m\neq1$이므로 $m=3$ • 3점

답 3

25

채점 기준	점수
이차방정식 세우기	2
이차방정식의 해 구하기	2
$\overline{CE}$의 길이 구하기	2

$\overline{AD}=\overline{EF}=\overline{CE}=x$cm라 하면

$\overline{BE}=(14-x)$cm

□ADEF$=48$ cm^{2}이므로

$x(14-x)=48$ • 2점

$x^2-14x+48=0$, $(x-6)(x-8)=0$

$\therefore x=6$ 또는 $x=8$ • 2점

이때 $\overline{CE}>\overline{BE}$이므로 $\overline{CE}=8$cm • 2점

답 8cm

9-가발전(렉쳐)해설Ⅱ(14~33) 2014.9.5 4:38 PM 페이지33 Sinsago Hitec

최고수준 정복하기 ▸94~95쪽

01 11 **02** $(a-b)(a-c)(b-c)$
03 $-2\le x<-1$ 또는 $5\le x<6$
04 $a=0,\ b=2$ 또는 $a=-2,\ b=4$ **05** 정삼각형
06 $\frac{1}{3}$ **07** $x^2-2\sqrt{6}x+2=0$ **08** $40\,\text{cm}^2$

01 $n^2-2n-24=(n+4)(n-6)$이 소수가 되려면
$n+4=1$ 또는 $n-6=1$
(i) $n+4=1$일 때, $n=-3$
n은 자연수이므로 성립하지 않는다.
(ii) $n-6=1$일 때, $n=7,\ n+4=11$
$\therefore n^2-2n-24=(n+4)(n-6)$
$=11\times1=11$
답 11

소수는 1과 자기 자신만을 약수로 갖는다.

02 $<a,\ b,\ c>+<b,\ c,\ a>+<c,\ a,\ b>$
$=a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)$
$=a^2b-a^2c+b^2c-ab^2+ac^2-bc^2$
$=(b-c)a^2-(b^2-c^2)a+b^2c-bc^2$
$=(b-c)a^2-(b-c)(b+c)a+bc(b-c)$
$=(b-c)\{a^2-(b+c)a+bc\}$
$=(b-c)(a-b)(a-c)$
답 $(a-b)(a-c)(b-c)$

03 $[x]=A$로 놓으면
$A^2-3A-10=0,\ (A+2)(A-5)=0$
$\therefore A=-2$ 또는 $A=5$
즉 $[x]=-2$ 또는 $[x]=5$
$[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수를 나타내므로
(i) $[x]=-2$일 때, $-2\le x<-1$
(ii) $[x]=5$일 때, $5\le x<6$
(i), (ii)에 의하여 $-2\le x<-1$ 또는 $5\le x<6$
답 $-2\le x<-1$ 또는 $5\le x<6$

$[x]=a$(a는 정수)이면 $a\le x<a+1$

04 $x^2+a(b-3)x+b-3=0$에 $x=1$을 대입하면
$1+a(b-3)+b-3=0$
$a(b-3)+(b-3)=-1$
$(a+1)(b-3)=-1$
이때 $a,\ b$는 정수이므로 $a+1,\ b-3$도 정수이다.
즉 $a+1=1,\ b-3=-1$
또는 $a+1=-1,\ b-3=1$
$\therefore a=0,\ b=2$ 또는 $a=-2,\ b=4$
답 $a=0,\ b=2$ 또는 $a=-2,\ b=4$

05 $x^2-(a+b)x+ab+x^2-(b+c)x+bc$
$+x^2-(a+c)x+ca=0$
$3x^2-2(a+b+c)x+ab+bc+ca=0$
$x^2-\frac{2}{3}(a+b+c)x+\frac{ab+bc+ca}{3}=0$
이 이차방정식이 중근을 가지므로
$\left(-\frac{a+b+c}{3}\right)^2=\frac{ab+bc+ca}{3}$
$(a+b+c)^2=3(ab+bc+ca)$
$a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca=3ab+3bc+3ca$
$a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0$
$2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ca=0$
$a^2-2ab+b^2+b^2-2bc+c^2+c^2-2ca+a^2=0$
$(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2=0$
즉 $a=b,\ b=c,\ c=a$이므로 $a=b=c$
따라서 세 변의 길이가 같으므로 정삼각형이다.
답 정삼각형

$x^2+px+q=0$이 중근을 갖는다.
➡ $q=\left(\frac{p}{2}\right)^2$

$(a-b)^2\ge0,\ (b-c)^2\ge0,\ (c-a)^2\ge0$이므로
$a-b=0,\ b-c=0,\ c-a=0$

06 $(-4a)^2-4\times1\times8b=16a^2-32b<0$이어야 하므로 $a^2<2b$
이를 만족시키는 순서쌍 $(a,\ b)$는
$(1,\ 1),\ (1,\ 2),\ (1,\ 3),\ (1,\ 4),\ (1,\ 5),$
$(1,\ 6),\ (2,\ 3),\ (2,\ 4),\ (2,\ 5),\ (2,\ 6),$
$(3,\ 5),\ (3,\ 6)$의 12가지
따라서 구하는 확률은 $\frac{12}{36}=\frac{1}{3}$
답 $\frac{1}{3}$

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$이 근을 갖지 않는다.
➡ $b^2-4ac<0$

한 개의 주사위를 두 번 던질 때 모든 경우의 수는 36이다.

07 근과 계수의 관계에 의하여
$\alpha+\beta=4,\ \alpha\beta=-2$이므로
$(|\alpha|+|\beta|)^2=|\alpha|^2+2|\alpha|\cdot|\beta|+|\beta|^2$
$=\alpha^2+\beta^2+2|\alpha\beta|$
$=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta+2|\alpha\beta|$
$=16+4+4=24$
$\therefore\ |\alpha|+|\beta|=2\sqrt{6}\ (\because\ |\alpha|+|\beta|>0)$
$|\alpha|\cdot|\beta|=|\alpha\beta|=2$
따라서 구하는 이차방정식은 $x^2-2\sqrt{6}x+2=0$
답 $x^2-2\sqrt{6}x+2=0$

두 근의 합이 m, 곱이 n이고, x^2의 계수가 a인 이차방정식은 $a(x^2-mx+n)=0$

08 직사각형 모양의 타일의 짧은 변의 길이를 x cm, 긴 변의 길이를 y cm라 하면
$2y+4=4x$에서 $y=2x-2$ … ㉠
$6xy+4x=260$에서 $3xy+2x=130$ … ㉡
㉠을 ㉡에 대입하면
$3x(2x-2)+2x=130,\ 3x^2-2x-65=0$
$(3x+13)(x-5)=0$ $\therefore x=5\ (\because x>0)$
$x=5$를 ㉠에 대입하면 $y=8$
따라서 타일 한 개의 넓이는 $40\,\text{cm}^2$이다.
답 $40\,\text{cm}^2$

가장 큰 직사각형의 넓이가 $260\,\text{cm}^2$이므로

LECTURE BOOK

Ⅲ 이차함수

1 이차함수와 그 그래프

필수유형 다지기 ▸ 99~100쪽

01 ③ $y=1$ ④ $y=x^2+x$ 답 ④

01-1 ① $y=x^3+2x$ ② $y=x^2$
④ $y=x^2+2x+1$ 답 ②, ④

02 ① $y=\pi x^2$ ② $y=x^2$
③ $y=2x$ ④ $y=\frac{1}{2}x^2+x$
⑤ $y=5\pi x^2$ 답 ③

02-1 $y=\pi x^2-\pi\times2^2=\pi x^2-4\pi$ 답 $y=\pi x^2-4\pi$

03 $f(2)=4\times2^2-2\times2-6=6$
$f(-1)=4\times(-1)^2-2\times(-1)-6=0$
$\therefore f(2)+f(-1)=6+0=6$ 답 ④

03-1 $f(1)=-2\times1^2+1+5=4$
$f(-2)=-2\times(-2)^2+(-2)+5=-5$
$\therefore 3f(1)-f(-2)=3\times4-(-5)=17$ 답 17

04 $f(-2)=10$에서 $3\times(-2)^2+a\times(-2)-6=10$
$6-2a=10$ $\therefore a=-2$
즉 $f(x)=3x^2-2x-6$이므로
$f(1)=3-2-6=-5$ $\therefore b=-5$
$\therefore a+b=-2+(-5)=-7$ 답 −7

04-1 $f(3)=5$에서 $a\times3^2-12\times3+5=5$
$9a-31=5$ $\therefore a=4$
즉 $f(x)=4x^2-12x+5$이므로
$f(b)=4b^2-12b+5=-4$에서
$4b^2-12b+9=0$, $(2b-3)^2=0$ $\therefore b=\frac{3}{2}$
$\therefore 2ab=2\times4\times\frac{3}{2}=12$ 답 ②

05 $y=ax^2-2ax-6$의 그래프가 점 $(-2, -2)$를 지나므로 $-2=4a+4a-6$
$8a=4$ $\therefore a=\frac{1}{2}$ 답 ③

05-1 $y=ax^2$의 그래프가 점 $(2, -6)$을 지나므로
$-6=4a$ $\therefore a=-\frac{3}{2}$

즉 $y=-\frac{3}{2}x^2$의 그래프가 점 $\left(\frac{1}{3}, b\right)$를 지나므로
$b=-\frac{3}{2}\times\left(\frac{1}{3}\right)^2=-\frac{1}{6}$
$\therefore b-a=-\frac{1}{6}-\left(-\frac{3}{2}\right)=\frac{4}{3}$ 답 ③

06 ① y축에 대칭이다.
② 아래로 볼록한 포물선이다.
④ 점 $(-1, 1)$을 지난다.
⑤ $x<0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다. 답 ③

06-1 (ㄴ) 위로 볼록한 포물선이다.
(ㄹ) $x<0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.
$x>0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다. 답 ②

필수유형 다지기 ▸ 102~103쪽

01 (ㄱ) ⓒ (ㄴ) ⓑ (ㄷ) ⓔ (ㄹ) ⓐ (ㅁ) ⓓ 답 ③

01-1 주어진 이차함수의 그래프 중 위로 볼록한 것은
③ $y=-x^2$, ④ $y=-2x^2$, ⑤ $y=-\frac{1}{3}x^2$이고
$|-2|>|-1|>\left|-\frac{1}{3}\right|$
이므로 폭이 가장 좁은 것은 ④ $y=-2x^2$이다. 답 ④

01-2 $y=ax^2$의 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$
$y=-\frac{1}{4}x^2$의 그래프보다 폭이 좁으므로
$a>\left|-\frac{1}{4}\right|$ $\therefore a>\frac{1}{4}$
또 $y=2x^2$의 그래프보다 폭이 넓으므로 $a<2$
$\therefore \frac{1}{4}<a<2$ 답 $\frac{1}{4}<a<2$

02 이차함수 $y=-\frac{3}{5}x^2$의 그래프와 x축에 대칭인 것은 $y=\frac{3}{5}x^2$의 그래프이다. 답 ③

02-1 (ㄱ) $y=\frac{4}{3}x^2$과 (ㅂ) $y=-\frac{4}{3}x^2$의 그래프,
(ㄴ) $y=-\frac{3}{4}x^2$과 (ㄹ) $y=\frac{3}{4}x^2$의 그래프는
각각 x축에 서로 대칭이다. 답 ②, ③

Q BOX

이차함수
➡ $y=$(x에 대한 이차식)

(큰 원의 넓이)
−(작은 원의 넓이)

$y=ax^2$의 그래프에서 a의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁다.

$y=ax^2$의 그래프와 $y=-ax^2$의 그래프는 x축에 서로 대칭이다.

점 (a, b)가 그래프 위의 점이다.
➡ 함수의 식에 $x=a$, $y=b$를 대입하면 등식이 성립한다.

Q BOX

03 ① y축에 대칭이다. 답 ①

03-1 ① 위로 볼록한 포물선이다.
② 점 $(-4, -8)$을 지난다.
③ $y=-x^2$의 그래프보다 폭이 넓다. 답 ④, ⑤

원점을 꼭짓점으로 하는 포물선의 식은 $y=ax^2$ $(a\neq0)$의 꼴이다.

04 $y=ax^2$의 그래프가 점 $(2, -2)$를 지나므로
$-2=a\times2^2$ $\therefore a=-\frac{1}{2}$
$\therefore y=-\frac{1}{2}x^2$ 답 ②

04-1 $y=ax^2$의 그래프가 점 $(3, -3)$을 지나므로
$-3=a\times3^2$ $\therefore a=-\frac{1}{3}$
즉 $y=-\frac{1}{3}x^2$의 그래프가 점 $(-6, k)$를 지나므로 $k=-\frac{1}{3}\times(-6)^2=-12$ 답 ②

04-2 $y=ax^2$의 그래프가 점 $(-2, 3)$을 지나므로
$3=a\times(-2)^2$ $\therefore a=\frac{3}{4}$
즉 $y=\frac{3}{4}x^2$의 그래프가 점 $(m, 27)$을 지나므로
$27=\frac{3}{4}m^2$, $m^2=36$
$\therefore m=-6$ 또는 $m=6$ 답 -6, 6

필수유형 다지기 ▸105~106쪽

$y=ax^2$의 그래프를 y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=ax^2+q$이다.

01 $y=-3x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 7만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=-3x^2+7$
따라서 꼭짓점의 좌표는 $(0, 7)$이다. 답 ④

01-1 $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=\frac{1}{2}x^2-5$
이 그래프가 점 $(-4, k)$를 지나므로
$k=\frac{1}{2}\times(-4)^2-5=3$ 답 3

02 ① $y=-2x^2$의 그래프를 평행이동한 것이다.
③ 축의 방정식은 $x=0$이다.
④ 위로 볼록한 포물선이다.
⑤ $x>0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다. 답 ②

02-1 (ㄱ) 꼭짓점의 좌표는 $(0, -4)$이다.
(ㄹ) $y=\frac{3}{2}x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 것이다. 답 (ㄴ), (ㄷ)

03 꼭짓점의 좌표가 $(0, -3)$이므로 $q=-3$
$y=ax^2-3$의 그래프가 점 $(-1, 0)$을 지나므로
$0=a-3$ $\therefore a=3$
$\therefore aq=-9$ 답 -9

03-1 꼭짓점의 좌표가 $(0, -6)$이므로 $q=-6$
$y=ax^2-6$의 그래프가 점 $(4, 2)$를 지나므로
$2=16a-6$, $16a=8$ $\therefore a=\frac{1}{2}$
즉 $y=\frac{1}{2}x^2-6$의 그래프가 점 $(k, -4)$를 지나므로 $-4=\frac{1}{2}k^2-6$, $k^2=4$
$\therefore k=2$ ($\because k>0$) 답 2

$y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=a(x-p)^2$이다.

04 $y=-4x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=-4(x+3)^2$ 답 ②

04-1 $y=\frac{2}{3}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=\frac{2}{3}(x-p)^2$
이 그래프가 점 $(2, 6)$을 지나므로
$6=\frac{2}{3}(2-p)^2$, $(2-p)^2=9$, $2-p=\pm3$
$\therefore p=-1$ 또는 $p=5$ 답 -1, 5

05 ⑤ $x>1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다. 답 ⑤

05-1 그래프가 위로 볼록한 포물선이고, 꼭짓점의 좌표가 $(-3, 0)$인 것은 ③이다. 답 ③

06 $y=a(x-p)^2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 0)$이므로 $p=-1$
즉 $y=a(x+1)^2$의 그래프가 점 $(1, -2)$를 지나므로 $-2=4a$
$\therefore a=-\frac{1}{2}$ 답 $a=-\frac{1}{2}$, $p=-1$

06-1 축의 방정식이 $x=-3$이므로 $p=3$
즉 $y=a(x+3)^2$의 그래프가 점 $(-2, 2)$를 지나므로
$2=a(-2+3)^2$ $\therefore a=2$
$\therefore a-p=2-3=-1$ 답 -1

LECTURE BOOK

필수유형 다지기 ▸ 108~110쪽

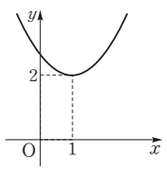
01 $y=-4x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=-4(x-p)^2+q$이므로
$a=-4,\ p=-1,\ q=-5$
$\therefore a+p-q=0$ 답 ⑤

01-1 $y=-2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=-2(x-3)^2-4$
이 그래프가 점 $(1,\ k)$를 지나므로
$k=-2\times(1-3)^2-4=-12$ 답 -12

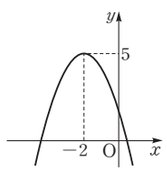
02 $y=-2(x+3)^2+1$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-3,\ 1)$, 축의 방정식은 $x=-3$이므로
$p=-3,\ q=1,\ k=-3$
$\therefore p+q+k=-5$ 답 ②

02-1 축의 방정식은
① $x=0$ ② $x=0$ ③ $x=-3$
④ $x=4$ ⑤ $x=-2$
이므로 축이 가장 왼쪽에 있는 것은 ③이다. 답 ③

03 $y=\frac{1}{3}(x-1)^2+2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 $x>1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다. 답 ⑤

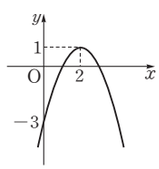


03-1 $y=-(x+2)^2+5$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 $x>-2$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다. 답 ④



04 ① 축의 방정식은 $x=-5$이다.
③ 점 $(-2,\ 1)$을 지난다.
⑤ y의 값의 범위는 $y\geq-2$이다. 답 ②, ④

04-1 ④ $y=-x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.
⑤ $x=0$일 때 $y=-3$이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.
즉 제2사분면을 지나지 않는다. 답 ④



05 주어진 이차함수의 그래프가 위로 볼록하므로
$a<0$
꼭짓점이 제1사분면 위에 있으므로
$p>0,\ q>0$ 답 ③

05-1 주어진 이차함수의 그래프가 아래로 볼록하므로
$a>0$
꼭짓점이 x축의 음의 방향 위에 있으므로
$-p<0,\ q=0$ $\therefore p>0$
답 $a>0,\ p>0,\ q=0$

05-2 $a<0$이므로 위로 볼록한 포물선이고, $p<0$, $q<0$이므로 꼭짓점이 제3사분면 위에 있다. 답 ⑤

06 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ -3)$이므로
$p=-1,\ q=-3$
$y=a(x+1)^2-3$의 그래프가 점 $(0,\ -2)$를 지나므로
$-2=a\times1^2-3$ $\therefore a=1$
$\therefore a+p+q=-3$ 답 ①

06-1 꼭짓점의 좌표가 $(3,\ 4)$이므로
$p=3,\ q=4$
$y=a(x-3)^2+4$의 그래프가 점 $(0,\ -5)$를 지나므로
$-5=a\times(-3)^2+4$ $\therefore a=-1$
$\therefore 2a+p+q=5$ 답 5

07 평행이동한 그래프의 식은
$y=2(x-2-3)^2+2-3$
$\therefore y=2(x-5)^2-1$ 답 ③

07-1 평행이동한 그래프의 식은
$y=-(x-p+1)^2+4+q$이므로
꼭짓점의 좌표는 $(p-1,\ 4+q)$
따라서 $p-1=2,\ 4+q=1$에서
$p=3,\ q=-3$
$\therefore pq=-9$ 답 -9

08 x축에 대칭인 그래프의 식은
$-y=-4(x-1)^2+3$
$\therefore y=4(x-1)^2-3$ 답 ②

08-1 y축에 대칭인 그래프의 식은
$y=a(-x+5)^2-1$ $\therefore y=a(x-5)^2-1$
이 그래프가 점 $(4,\ 2)$를 지나므로
$2=a(4-5)^2-1$ $\therefore a=3$ 답 3

Q BOX

$y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프의 식
➡ $y=a(x-p)^2+q$

x축 위에 있는 점의 y좌표는 0이다.

$y=a(x-p)^2+q$의 그래프
① 꼭짓점의 좌표
➡ $(p,\ q)$
② 축의 방정식
➡ $x=p$

그래프가 x축에 대칭
➡ y 대신 $-y$를 대입

그래프가 y축에 대칭
➡ x 대신 $-x$를 대입

발전유형 익히기 ▸111~113쪽

01 $y=(a^2+3a+2)x^2-x$에서 $a^2+3a+2\neq0$이어야 하므로
$(a+2)(a+1)\neq0$
$\therefore a\neq-2$이고 $a\neq-1$ 답 ②, ③

> Q BOX: y가 x에 대한 이차함수 ➡ (x^2의 계수)$\neq0$

01-1 $y=k(k-1)x^3+(k^2+k-2)x^2-1$에서
(i) $k(k-1)=0$이어야 하므로 $k=0$ 또는 $k=1$
(ii) $k^2+k-2\neq0$이어야 하므로
$(k+2)(k-1)\neq0$
$\therefore k\neq-2$이고 $k\neq1$
(i), (ii)에서 $k=0$ 답 0

> Q BOX: $x=0$, $y=0$을 대입한다. / (x^3의 계수)$=0$이어야 한다. / (x^2의 계수)$\neq0$이어야 한다.

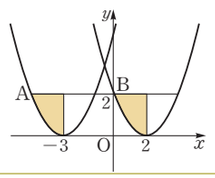
02 $y=(x-2)^2$의 그래프는 $y=(x+1)^2$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이므로
$\overline{AB}=3$ 답 3

> Q BOX: $y=(x-3+1)^2$ 즉 $y=(x-2)^2$

02-1 $y=-\frac{2}{3}x^2+3$의 그래프는 $y=-\frac{2}{3}x^2-1$의 그래프를 y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 것이므로 $\overline{AB}=4$ 답 4

> Q BOX: $y=-\frac{2}{3}x^2-1+4$ 즉 $y=-\frac{2}{3}x^2+3$

02-2 $y=\frac{1}{2}(x-2)^2$에서 $x=0$일 때 $y=\frac{1}{2}(0-2)^2=2$
이므로 점 B의 좌표는 $(0, 2)$이다.
오른쪽 그림의 색칠한 두 부분의 넓이가 서로 같으므로 구하는 넓이는 $5\times2=10$
답 10



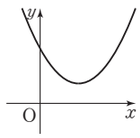
> Q BOX: 가로의 길이가 5, 세로의 길이가 2인 직사각형의 넓이와 같다.

03 이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2+k$의 그래프는 y축에 대칭이므로 점 A와 점 B의 x좌표의 절댓값은 같다.
이때 $\overline{AB}=4$이므로
$A(-2, 0)$, $B(2, 0)$
$y=-\frac{1}{2}x^2+k$에 $x=2$, $y=0$을 대입하면
$0=-\frac{1}{2}\times2^2+k$ $\therefore k=2$ 답 2

03-1 $\overline{AD}=\overline{BC}=6$이고 $y=ax^2$의 그래프는 y축에 대칭이므로 점 D의 x좌표는 3이다.
즉 점 D의 좌표는 $(3, 6)$이므로
$6=a\times3^2$ $\therefore a=\frac{2}{3}$ 답 $\frac{2}{3}$

03-2 $y=a(x+p)^2+q$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $A(-p, q)$
이 그래프는 직선 $x=-p$에 대칭이고, $\overline{OB}=6$이므로 $-p=\frac{1}{2}\times6=3$ $\therefore p=-3$
또 $\triangle AOB=\frac{1}{2}\times6\times q=9$ $\therefore q=3$
즉 $y=a(x-3)^2+3$의 그래프가 원점을 지나므로
$0=a(0-3)^2+3$ $\therefore a=-\frac{1}{3}$
$\therefore apq=3$ 답 3

04 $y=ax+b$의 그래프에서 $a<0$, $b>0$
따라서 $y=(x+a)^2+b$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제1, 2사분면을 지난다. 답 ①



04-1 $y=ax+b$의 그래프에서 $a>0$, $b<0$
따라서 $y=ax^2+b$의 그래프는 아래로 볼록하고 꼭짓점이 원점의 아래쪽에 있다. 답 ②

05 $y=3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=3(x+2)^2+3$
이 그래프를 x축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은 $-y=3(x+2)^2+3$
$\therefore y=-3(x+2)^2-3$ 답 ④

> Q BOX: y 대신 $-y$를 대입

05-1 $y=-2(x+1)^2$의 그래프와 y축에 대칭인 그래프의 식은
$y=-2(-x+1)^2$, 즉 $y=-2(x-1)^2$
$y=-2(x-1)^2$의 그래프를 y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=-2(x-1)^2+q$
$\therefore a=-2$, $p=1$, $q=3$
$\therefore a+p+q=2$ 답 2

> Q BOX: x 대신 $-x$를 대입

06 $A(1, 2)$, $B(1, a)$, $C(1, 0)$이므로
$2-a=a$, $2a=2$ $\therefore a=1$ 답 1

> Q BOX: 직선 $x=1$ 위의 점이므로 세 점의 x좌표는 모두 1이다. / $\overline{AB}=\overline{BC}$

06-1 점 R의 y좌표가 4이므로 $4=x^2$
$\therefore x=2$ ($\because x>0$) $\therefore R(2, 4)$
$\overline{PQ}=\overline{QR}$이므로 $Q(1, 4)$
$y=ax^2$의 그래프가 점 $Q(1, 4)$를 지나므로
$4=a\times1^2$ $\therefore a=4$ 답 4

LECTURE BOOK

06-2 점 P의 x좌표를 a라 하면

$P(a,\ 2(a+3)^2),\ Q(a,\ -a^2-3)$

$\overline{PQ}=2(a+3)^2-(-a^2-3)$

$=3a^2+12a+21=57$이므로

$3a^2+12a-36=0,\ a^2+4a-12=0$

$(a+6)(a-2)=0 \quad \therefore a=-6$ 또는 $a=2$

그런데 점 P는 제1사분면 위의 점이므로 $a=2$

$\therefore P(2,\ 50)$ 답 $(2,\ 50)$

두 점 P, Q의 x좌표는 같다.

07 점 D의 좌표를 $(a,\ a^2)$이라 하면 $A(-a,\ a^2)$,

$C\left(a,\ -\frac{1}{2}a^2\right)$

이때 $\overline{AD}=a-(-a)=2a$,

$\overline{CD}=a^2-\left(-\frac{1}{2}a^2\right)=\frac{3}{2}a^2$이고,

$\overline{AD}=\overline{CD}$이므로 $2a=\frac{3}{2}a^2,\ 3a^2-4a=0$

$a(3a-4)=0 \quad \therefore a=\frac{4}{3}\ (\because a\neq 0)$ 답 $\frac{4}{3}$

점 A는 점 D와 y축에 대칭인 점이므로 점 D와 y좌표는 같고 x좌표는 부호가 반대이다.

07-1 점 C의 좌표를 $(a,\ a^2)$이라 하면

$B(a,\ 9a^2),\ A(3a,\ 9a^2),\ D(3a,\ a^2)$

이때 $\overline{BC}=9a^2-a^2=8a^2,\ \overline{CD}=3a-a=2a$이고,

$\overline{BC}=\overline{CD}$이므로 $8a^2=2a,\ 2a(4a-1)=0$

$\therefore a=\frac{1}{4}\ (\because a>0)$

$\therefore \square ABCD=\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$ 답 $\frac{1}{4}$

점 B는 점 C와 x좌표가 같고, 점 A는 점 B와 y좌표가 같고, 점 D는 점 A와 x좌표가 같다.

중단원 마무리 ▸114~117쪽

01 ③, ④	**02** $-2,\ 1$	**03** ②	**04** ①
05 ②	**06** $(0,\ -2)$	**07** ④	**08** ④
09 ③	**10** ②	**11** ④	**12** ④
13 ②	**14** 6	**15** ②	**16** ⑤
17 (1) $\frac{4}{3}$ (2) 14		**18** -1	
19 (1) $(1,\ -1),\ (0,\ 1)$ (2) 제3사분면			
20 $\frac{2}{3}$	**21** ③	**22** ②	**23** 12
24 2	**25** 6		

01 ① $y=\frac{1}{3}\pi\times x^2\times 3x=\pi x^3$

② $y=\frac{4}{3}\pi x^3$

③ $y=\pi\times x^2\times\frac{60}{360}=\frac{1}{6}\pi x^2$

④ $y=(5-x)\times x=-x^2+5x$

⑤ $y=\frac{x}{60}$ 답 ③, ④

반지름의 길이가 r, 중심각의 크기가 $x°$인 부채꼴의 넓이

➡ $\pi r^2\times\frac{x}{360}$

02 $y=k(k+1)x^2+3x-2x^2$

$=(k^2+k-2)x^2+3x$

에서 $k^2+k-2\neq 0$이므로 $(k+2)(k-1)\neq 0$

$\therefore k\neq -2$이고 $k\neq 1$ 답 $-2,\ 1$

03 $f(1)=-2\times 1^2+a\times 1+3=-1$

$\therefore a=-2$ 답 ②

$y=ax^2$의 그래프에서 a의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.

04 $y=ax^2$의 그래프는 아래로 볼록한 포물선이므로 $a>0$

또 $y=ax^2$의 그래프는 $y=2x^2$의 그래프보다 폭이 넓으므로 $a<2$

$\therefore 0<a<2$ 답 ①

05 $y=ax^2$의 그래프가 점 $(-2,\ 7)$을 지나므로

$7=4a \quad \therefore a=\frac{7}{4}$

즉 $y=\frac{7}{4}x^2$의 그래프가 점 $(k,\ 28)$을 지나므로

$28=\frac{7}{4}k^2,\ k^2=16$

$\therefore k=4\ (\because k>0)$ 답 ②

06 $y=2x^2+q$의 그래프가 점 $(-1,\ 0)$을 지나므로

$0=2+q \quad \therefore q=-2$

따라서 $y=2x^2-2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$(0,\ -2)$ 답 $(0,\ -2)$

07 $y=(x-p)^2$의 그래프가 점 $(3,\ 16)$을 지나므로

$16=(3-p)^2,\ 3-p=\pm 4$

$\therefore p=-1\ (\because p<0)$

따라서 $y=(x+1)^2$의 그래프의 축의 방정식은

$x=-1$ 답 ④

$y=a(x-p)^2$의 그래프의 축의 방정식은 ➡ $x=p$

08 ㄱ. 둘 다 이차항의 계수가 음수이므로 위로 볼록한 포물선이다.

ㄴ. 꼭짓점의 좌표는 각각 $(0,\ 2),\ (-2,\ 0)$이다.

ㄷ. 축의 방정식은 각각 $x=0,\ x=-2$이다.

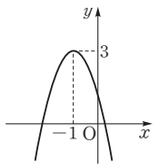
ㄹ. 이차항의 계수의 절댓값이 같으므로 두 그래프의 폭이 같다.

ㅁ. $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 $y=-\frac{1}{2}x^2+2$의 그래프는 y축의 방향으로 2만큼, $y=-\frac{1}{2}(x+2)^2$의 그래프는 x축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이다. 답 ④

09 그래프가 아래로 볼록하고, 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ -1)$인 것은 ③이다. 답 ③

Q BOX

10 $y=-2(x+1)^2+3$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 $x<-1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다. 답 ②



이차함수의 그래프의 증가, 감소
➡ 축을 기준으로 바뀐다.

11 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$
꼭짓점 $(-p,\ -q)$가 제2사분면 위에 있으므로
$-p<0,\ -q>0$ $\therefore\ p>0,\ q<0$ 답 ④

점 $(a,\ b)$가 제 2사분면 위의 점이다.
➡ $a<0,\ b>0$

12 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 3)$이므로
$p=-2,\ q=3$
즉 $y=a(x+2)^2+3$의 그래프가 점 $(0,\ 1)$을 지나므로 $1=a(0+2)^2+3$ $\therefore\ a=-\frac{1}{2}$
$\therefore\ apq=-\frac{1}{2}\times(-2)\times3=3$ 답 ④

이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=a(x-p)^2+q$
① 꼭짓점의 좌표
➡ $(p,\ q)$
② 축의 방정식
➡ $x=p$

13 그래프가 제1, 2사분면을 지나지 않으려면 $a<0$
또 꼭짓점 $(1,\ q)$가 x축 또는 제4사분면 위에 있어야 하므로 $q\le0$ 답 ②

축 위의 점은 어느 사분면에도 속하지 않는다.

14 $y=-3(x-k+2)^2-4+2$의 그래프의 축의 방정식이 $x=4$이므로
$k-2=4$ $\therefore\ k=6$ 답 6

x축에 대칭
➡ y 대신 $-y$를 대입

15 x축에 대칭인 그래프의 식은
$-y=3(x-1)^2-6$ $\therefore\ y=-3(x-1)^2+6$
② $x=-1$일 때, $y=-3\times(-2)^2+6=-6$
답 ②

16 ⑤ ㈀과 ㈁은 이차항의 계수가 다르므로 그래프의 모양이 다르다. 즉 평행이동하여 완전히 겹쳐지지 않는다. ㈀을 평행이동하여 완전히 겹쳐지는 것은 ㈃이다. 답 ⑤

17

채점 기준	점수
k의 값 구하기	3
$f(-1)+f(0)+f(1)$의 값 구하기	3

(1) $y=3x^2+2k$에 $x=k,\ y=8$을 대입하면
$8=3k^2+2k,\ 3k^2+2k-8=0$
$(k+2)(3k-4)=0$
$\therefore\ k=\frac{4}{3}$ $(\because\ k>0)$ • 3점

(2) $f(x)=3x^2+\frac{8}{3}$이므로
$f(-1)+f(0)+f(1)$
$=\left(3+\frac{8}{3}\right)+\frac{8}{3}+\left(3+\frac{8}{3}\right)=14$ • 3점

답 (1) $\frac{4}{3}$ (2) 14

18

채점 기준	점수
$p,\ q$의 값 구하기	2
a의 값 구하기	2
$a+p+q$의 값 구하기	2

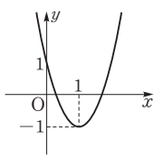
꼭짓점의 좌표는 $(-2,\ -1)$이므로
$p=-2,\ q=-1$ • 2점
$y=\frac{1}{3}(x+2)^2-1$의 그래프가 점 $(1,\ a)$를 지나므로 $a=\frac{1}{3}(1+2)^2-1=2$ • 2점
$\therefore\ a+p+q=-1$ • 2점
답 -1

19

채점 기준	점수
꼭짓점의 좌표 구하기	1
y축과 만나는 점의 좌표 구하기	1
그래프 그리기	2
그래프가 지나지 않는 사분면 구하기	2

(1) 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ -1)$ • 1점
$x=0$일 때, $y=2(0-1)^2-1=1$이므로
y축과 만나는 점의 좌표는 $(0,\ 1)$ • 1점

(2) $y=2(x-1)^2-1$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다. • 2점
따라서 제3사분면을 지나지 않는다. • 2점



답 (1) $(1,\ -1)$, $(0,\ 1)$ (2) 제 3 사분면

20 $y=ax^2$의 그래프는 y축에 대칭이므로
B$(-3,\ 0)$
점 C와 점 D의 x좌표가 같으므로 D$(3,\ 9a)$
이때 $\overline{BC}=\overline{CD}$이므로 $6=9a$
$\therefore\ a=\frac{2}{3}$ 답 $\frac{2}{3}$

21 $y=\frac{3}{2}(x-2)^2$에 $x=0$을 대입하면
$y=\frac{3}{2}\times(-2)^2=6$ $\therefore$ A$(0,\ 6)$
$\overline{OA}:\overline{OB}=3:2$이므로 B$(0,\ -4)$
$y=a(x-2)^2$에 $x=0,\ y=-4$를 대입하면
$-4=4a$ $\therefore\ a=-1$ 답 ③

그래프가 y축과 만나는 점의 x좌표는 0이다.

$6:\overline{OB}=3:2$이므로 $\overline{OB}=4$

22 평행이동한 그래프의 식은
$y=-2(x-k+1-2)^2+1+k$
$=-2(x-k-1)^2+k+1$
이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(k+1,\ k+1)$
점 $(k+1,\ k+1)$이 직선 $y=4x+3$ 위에 있으므로
$k+1=4(k+1)+3,\ 3k=-6$
$\therefore\ k=-2$ 답 ②

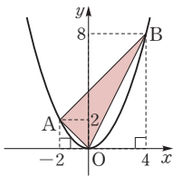
LECTURE BOOK

Q BOX

23

채점 기준	점수
점 A의 좌표 구하기	1
점 B의 좌표 구하기	1
△AOB의 넓이 구하기	4

$y=\frac{1}{2}x^2$에 $x=-2$를 대입하면 $y=2$이므로
$A(-2,\ 2)$ • 1점



$y=\frac{1}{2}x^2$에 $y=8$을 대입하면 $x=\pm4$이므로
$B(4,\ 8)$ • 1점

점 B는 제1사분면 위의 점이다.

$\therefore \triangle AOB=\frac{1}{2}\times(2+8)\times6-\frac{1}{2}\times2\times2-\frac{1}{2}\times4\times8$
$=12$ • 4점

사다리꼴의 넓이에서 두 삼각형의 넓이를 빼서 구한다.

답 12

24

채점 기준	점수
p의 값 구하기	2
a의 값 구하기	2
$a+p$의 값 구하기	2

$y=a(x-p)^2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(3,\ 0)$이므로 $p=3$ • 2점

꼭짓점의 좌표는 $(p,\ 0)$

$y=a(x-3)^2$의 그래프가 점 $(0,\ -9)$를 지나므로
$-9=a\times(-3)^2$ $\therefore a=-1$ • 2점
$\therefore a+p=2$ • 2점

답 2

25

채점 기준	점수
p, q의 값 구하기	2
a의 값 구하기	1
점 A, B의 x좌표 구하기	2
$\overline{AB}$의 길이 구하기	1

꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 9)$이므로
$p=-2$, $q=9$ • 2점
즉 $y=a(x+2)^2+9$의 그래프가 점 $(0,\ 5)$를 지나므로
$5=4a+9$ $\therefore a=-1$ • 1점
$y=-(x+2)^2+9$에 $y=0$을 대입하면
$0=-(x+2)^2+9$, $x^2+4x-5=0$
$(x+5)(x-1)=0$
$\therefore x=-5$ 또는 $x=1$ • 2점
따라서 $A(-5,\ 0)$, $B(1,\ 0)$이므로
$\overline{AB}=1-(-5)=6$ • 1점

답 6

$y=ax^2+bx+c$를 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 변형한다.

x축과 만나는 점 ➡ y좌표가 0이다.

y축과 만나는 점 ➡ x좌표가 0이다.

2 이차함수의 활용

필수유형 다지기 ▸119~121쪽

01 $y=2x^2-4x+7=2(x-1)^2+5$이므로
$a=2$, $p=1$, $q=5$
$\therefore a+p-q=-2$

답 ③

01-1 $y=-\frac{1}{3}x^2+2x-5=-\frac{1}{3}(x-3)^2-2$이므로
$a=-\frac{1}{3}$, $p=3$, $q=-2$
$\therefore apq=\left(-\frac{1}{3}\right)\times3\times(-2)=2$

답 2

02 $y=\frac{1}{2}x^2+ax+5$
$=\frac{1}{2}(x^2+2ax+a^2)-\frac{1}{2}a^2+5$
$=\frac{1}{2}(x+a)^2-\frac{1}{2}a^2+5$
의 그래프의 축의 방정식은 $x=-a$이므로
$-a=4$ $\therefore a=-4$

답 -4

02-1 $y=-2x^2+ax-4$의 그래프가 점 $(1,\ 2)$를 지나므로
$2=-2+a-4$ $\therefore a=8$
즉 $y=-2x^2+8x-4=-2(x-2)^2+4$
따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ 4)$이다.

답 ⑤

03 $y=x^2-3x+2$에 $y=0$을 대입하면
$0=x^2-3x+2$, $(x-1)(x-2)=0$
$\therefore x=1$ 또는 $x=2$ $\therefore p+q=3$
$y=x^2-3x+2$에 $x=0$을 대입하면
$y=2$ $\therefore r=2$
$\therefore p+q+r=5$

답 5

03-1 $y=-2x^2+x+k$에 $x=-2$, $y=0$을 대입하면
$0=-8-2+k$ $\therefore k=10$
즉 $y=-2x^2+x+10$에 $y=0$을 대입하면
$0=-2x^2+x+10$, $2x^2-x-10=0$
$(x+2)(2x-5)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=\frac{5}{2}$
따라서 다른 한 점의 좌표는 $\left(\frac{5}{2},\ 0\right)$이다.

답 $\left(\frac{5}{2},\ 0\right)$

Q BOX

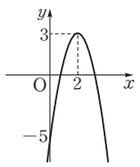
이차함수의 증가, 감소
➡ 축을 기준으로 바뀐다.

04 $y=-3x^2-12x-5=-3(x+2)^2+7$
따라서 $x<-2$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다. 답 ④

04-1 $y=x^2+2ax-7=(x+a)^2-a^2-7$의 그래프의 축의 방정식은 $x=-a$
즉 $-a=-5$이므로 $a=5$ 답 5

05 $y=\frac{1}{3}x^2+2x+8=\frac{1}{3}(x+3)^2+5$
따라서 꼭짓점의 좌표가 $(-3, 5)$이고 y절편이 8인 그래프는 ④이다. 답 ④

05-1 $y=-2x^2+8x-5$
$=-2(x-2)^2+3$
꼭짓점의 좌표는 $(2, 3)$이고 y절편은 -5이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.
따라서 제2 사분면을 지나지 않는다. 답 ②



이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프가 x축과 한 점에서 만난다.
➡ $q=0$

06 $y=-x^2-4x+k=-(x+2)^2+k+4$
이 그래프가 x축과 한 점에서 만나려면 꼭짓점의 y좌표가 0이어야 하므로
$k+4=0$ ∴ $k=-4$ 답 ①

06-1 $y=3x^2-6x+k=3(x-1)^2+k-3$
이 그래프는 아래로 볼록하므로 x축과 서로 다른 두 점에서 만나려면 꼭짓점이 x축의 아래쪽에 있어야 한다.
즉 $k-3<0$이므로 $k<3$ 답 $k<3$

07 $y=x^2+4kx+4k^2-3k-5=(x+2k)^2-3k-5$
꼭짓점의 좌표는 $(-2k, -3k-5)$이고, 제4사분면 위에 있으므로 $-2k>0$, $-3k-5<0$
∴ $-\frac{5}{3}<k<0$ 답 ⑤

$-2k>0$에서 $k<0$
$-3k-5<0$에서
$-3k<5$ ∴ $k>-\frac{5}{3}$

07-1 $y=-2x^2+4kx-2k^2+k+3$
$=-2(x^2-2kx+k^2)+k+3$
$=-2(x-k)^2+k+3$
꼭짓점의 좌표는 $(k, k+3)$이고, 제2사분면 위에 있으므로
$k<0$이고 $k+3>0$에서 $k>-3$
∴ $-3<k<0$ 답 $-3<k<0$

08 $y=2x^2-12x+9=2(x-3)^2-9$
④ $x<3$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다. 답 ④

08-1 $y=-\frac{1}{2}x^2+2x+4=-\frac{1}{2}(x-2)^2+6$
① 축의 방정식은 $x=2$이다.
② 위로 볼록한 포물선이다.
③ 꼭짓점의 좌표는 $(2, 6)$이다.
④ 꼭짓점의 좌표가 $(2, 6)$이고 위로 볼록한 포물선이므로 x축과 두 점에서 만난다.
답 ⑤

09 $\frac{1}{2}x^2-2x-6=0$에서 $x^2-4x-12=0$
$(x+2)(x-6)=0$ ∴ $x=-2$ 또는 $x=6$
따라서 A$(-2, 0)$, B$(6, 0)$이므로 $\overline{AB}=8$

$6-(-2)=8$

$y=\frac{1}{2}x^2-2x-6=\frac{1}{2}(x-2)^2-8$이므로
C$(2, -8)$
∴ $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 8\times 8=32$ 답 ④

09-1 $-x^2+4x+5=0$에서 $x^2-4x-5=0$
$(x+1)(x-5)=0$ ∴ $x=-1$ 또는 $x=5$
따라서 A$(-1, 0)$, B$(5, 0)$이므로 $\overline{AB}=6$

$5-(-1)=6$

$x=0$일 때, $y=5$이므로 C$(0, 5)$
∴ $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 6\times 5=15$ 답 15

$\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{CO}$

10 $y=3x^2+12x+6=3(x+2)^2-6$의 그래프는 $y=3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 -6만큼 평행이동한 것이다.
따라서 $p=-2$, $q=-6$이므로
$pq=12$ 답 ④

10-1 $y=-x^2+2x+4=-(x-1)^2+5$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동하면 $y=-(x-m-1)^2+5+n$
한편 $y=-x^2-8x-13=-(x+4)^2+3$이므로
$-m-1=4$, $5+n=3$ ∴ $m=-5$, $n=-2$
∴ $m+n=-7$ 답 -7

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프에서
① a의 부호
➡ 그래프의 모양
② b의 부호
➡ 축의 위치
③ c의 부호
➡ y축과의 교점의 위치

필수유형 다지기 ▸123쪽

01 아래로 볼록하므로 $a>0$
축이 y축의 왼쪽에 있으므로 $ab>0$ ∴ $b>0$
y축과 만나는 점이 원점의 아래쪽에 위치하므로 $c<0$ 답 ②

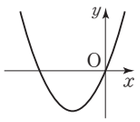
01-1 ㉡ $c=0$ ㉢ $b=0$, $c=0$ ㉣ $b=0$ 답 ㉠

LECTURE BOOK

02 $a<0$, $b<0$, $c>0$이므로
① $ab>0$ ② $ac<0$ ③ $bc<0$
④ $x=1$일 때, $y=a+b+c=0$
⑤ $x=-1$일 때, $y=a-b+c>0$
답 ⑤

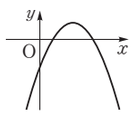
02-1 $a>0$, $b<0$, $c>0$이므로
① $ab<0$ ② $bc<0$
③ $x=1$일 때, $y=a+b+c=0$
④ $x=-1$일 때, $y=a-b+c>0$
⑤ $x=2$일 때, $y=4a+2b+c<0$
답 ④

03 $a>0$, $b>0$, $c=0$일 때,
$y=ax^2+bx+c$의 그래프는
오른쪽 그림과 같으므로
제4사분면을 지나지 않는다.



답 ④

03-1 x축과 두 점에서 만나고
$a<0$, $b>0$, $c<0$이므로
$y=ax^2+bx+c$의 그래프는
오른쪽 그림과 같다.
따라서 제2사분면을 지나지 않는다.



답 제2사분면

필수유형 다지기 ▸ 125쪽

01 꼭짓점의 좌표가 $(2, 0)$이므로 $y=a(x-2)^2$으로 놓으면 점 $(0, 4)$를 지나므로
$4=a(0-2)^2$ $\therefore a=1$
따라서 $y=(x-2)^2=x^2-4x+4$이므로
$a=1$, $b=-4$, $c=4$
$\therefore a+b+c=1$
답 1

01-1 $y=a(x+2)^2+3$으로 놓으면 점 $(2, -5)$를 지나므로
$-5=a(2+2)^2+3$ $\therefore a=-\frac{1}{2}$
따라서 $y=-\frac{1}{2}(x+2)^2+3=-\frac{1}{2}x^2-2x+1$의 그래프가 y축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 1)$이다.
답 ③

02 $y=a(x-3)^2+q$로 놓으면 두 점 $(2, -4)$, $(5, -1)$을 지나므로
$-4=a+q$, $-1=4a+q$ $\therefore a=1$, $q=-5$
따라서 $y=(x-3)^2-5=x^2-6x+4$이므로
$a=1$, $b=-6$, $c=4$
$\therefore ac-b=10$
답 10

Q BOX

$y=ax^2+bx+c$ $(a\neq0)$의 그래프에서
① $a+b+c$
➡ $x=1$일 때 y의 값
② $a-b+c$
➡ $x=-1$일 때 y의 값

아래로 볼록,
축이 y축의 왼쪽,
y축과의 교점이 원점

위로 볼록,
축이 y축의 오른쪽,
y축과의 교점이 원점의 아래쪽

x축과의 교점이 $(\alpha, 0)$, $(\beta, 0)$인 이차함수의 그래프의 식
➡ $y=a(x-\alpha)(x-\beta)$로 놓는다.

꼭짓점의 좌표가 (p, q)인 이차함수의 그래프의 식
➡ $y=a(x-p)^2+q$로 놓는다.

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 최댓값, 최솟값
➡ $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 변형하여 구한다.

$y=-\frac{1}{2}x^2-2x+1$에 $x=0$을 대입하면 $y=1$

축의 방정식이 $x=p$인 이차함수의 그래프의 식
➡ $y=a(x-p)^2+q$로 놓는다.

02-1 $y=a(x-1)^2+q$로 놓으면 두 점 $(3, 0)$, $(0, 9)$를 지나므로
$0=4a+q$, $9=a+q$ $\therefore a=-3$, $q=12$
즉 $y=-3(x-1)^2+12=-3x^2+6x+9$이므로
$a=-3$, $b=6$, $c=9$
$\therefore \frac{ab}{c}=-2$
답 -2

03 $y=ax^2+bx+c$로 놓으면 세 점 $(0, 1)$, $(1, 3)$, $(3, -5)$를 지나므로
$1=c$, $3=a+b+c$, $-5=9a+3b+c$
$\therefore a=-2$, $b=4$, $c=1$
따라서 이차함수의 식은 $y=-2x^2+4x+1$
답 $y=-2x^2+4x+1$

03-1 $y=ax^2+bx+c$로 놓으면 세 점 $(-1, 9)$, $(0, 5)$, $(2, 3)$을 지나므로
$9=a-b+c$, $5=c$, $3=4a+2b+c$
$\therefore a=1$, $b=-3$, $c=5$
따라서 $y=x^2-3x+5$의 그래프가 점 $(1, k)$를 지나므로 $k=1-3+5=3$
답 3

04 $y=a(x+1)(x-2)$로 놓으면 점 $(0, -4)$를 지나므로
$-4=a(0+1)(0-2)$ $\therefore a=2$
따라서 $y=2(x+1)(x-2)=2x^2-2x-4$이므로 $a=2$, $b=-2$, $c=-4$
$\therefore ab-c=0$
답 ③

04-1 $y=a(x+4)(x-2)$로 놓으면 점 $(0, -8)$을 지나므로
$-8=a(0+4)(0-2)$ $\therefore a=1$
따라서 $y=(x+4)(x-2)$
$=x^2+2x-8=(x+1)^2-9$
이므로 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-1, -9)$
답 $(-1, -9)$

필수유형 다지기 ▸ 127~128쪽

01 ① $y=-x^2-5$: 최댓값 -5
② $y=-(x+1)^2-5$: 최댓값 -5
③ $y=(x-1)^2-6$: 최솟값 -6
④ $y=2(x-2)^2-5$: 최솟값 -5
⑤ $y=3(x+1)^2+2$: 최솟값 2
답 ④

Q BOX

01-1 $y=-x^2-8x-6=-(x+4)^2+10$이므로
$M=10$
$y=\frac{1}{3}x^2+2x-4=\frac{1}{3}(x+3)^2-7$이므로
$m=-7$
$\therefore M+m=3$ 답 3

02 $y=-\frac{1}{3}x^2+2x+a$
$=-\frac{1}{3}(x-3)^2+a+3$
따라서 $a+3=2$이므로 $a=-1$ 답 ②

02-1 $y=4x^2-8x+k$
$=4(x-1)^2+k-4$
따라서 $k-4=6$이므로 $k=10$ 답 10

03 $y=-x^2+ax+b$가 $x=3$에서 최댓값 7을 가지므로
$y=-(x-3)^2+7=-x^2+6x-2$
따라서 $a=6$, $b=-2$이므로
$ab=-12$ 답 ②

03-1 $y=\frac{1}{2}x^2-kx+3$이 $x=4$에서 최솟값 m을 가지므로
$y=\frac{1}{2}(x-4)^2+m=\frac{1}{2}x^2-4x+m+8$
따라서 $-k=-4$, $3=m+8$이므로
$k=4$, $m=-5$
$\therefore k-m=9$ 답 9

04 $x=5$에서 최댓값 1을 가지므로
$y=a(x-5)^2+1$로 놓으면 이 그래프가 점 $(3, -1)$을 지나므로
$-1=a(3-5)^2+1$ $\therefore a=-\frac{1}{2}$
따라서 이차함수의 식은 $y=-\frac{1}{2}(x-5)^2+1$
답 ④

04-1 이차항의 계수가 3이고, $x=-1$에서 최솟값 -2를 가지므로
$y=3(x+1)^2-2=3x^2+6x+1$
$x=0$일 때, $y=1$이므로 y절편은 1이다. 답 1

05 $y=-x^2+2kx+6k$
$=-(x-k)^2+k^2+6k$
$\therefore M=k^2+6k=(k+3)^2-9$
따라서 M의 최솟값은 -9이다. 답 ①

$x=a$일 때, 최솟값 $-2a^2+8a-3$을 갖는다.

차가 a인 두 수 ➡ x, $x+a$로 놓는다.

두 수는 -8, 8이다.

꼭짓점의 좌표 : $(3, 7)$

꼭짓점의 좌표 : $(4, m)$

가로, 세로의 길이가 각각 a, b인 직사각형의 둘레의 길이 ➡ $2(a+b)$

$x=p$일 때 최댓값(또는 최솟값) q ➡ 꼭짓점의 좌표가 (p, q)

$x=k$일 때, 최댓값 k^2+6k를 갖는다.

05-1 $y=2x^2-4ax+8a-3$
$=2(x-a)^2-2a^2+8a-3$
$\therefore m=-2a^2+8a-3=-2(a-2)^2+5$
따라서 $a=2$일 때 m의 값이 최대이다. 답 ④

필수유형 다지기 ▸ 130쪽

01 두 수를 x, $x+16$이라 하고, 두 수의 곱을 y라 하면
$y=x(x+16)=x^2+16x$
$=(x+8)^2-64$
따라서 두 수의 곱의 최솟값은 -64이다.
답 -64

01-1 $y=24-3x$이므로
$xy=x(24-3x)=-3x^2+24x$
$=-3(x-4)^2+48$
따라서 xy는 $x=4$일 때 최댓값 48을 갖는다.
답 ④

02 가로의 길이를 $x$cm, 넓이를 $y$cm^{2}라 하면
세로의 길이는 $(20-x)$cm이므로
$y=x(20-x)=-x^2+20x$
$=-(x-10)^2+100$
따라서 가로와 세로의 길이가 각각 10 cm, 10 cm일 때, 직사각형의 넓이가 최대가 된다.
답 가로 : 10 cm, 세로 : 10 cm

02-1 닭장의 세로의 길이를 xm, 넓이를 ym^{2}라 하면
가로의 길이는 $(28-2x)$m이므로
$y=x(28-2x)=-2x^2+28x$
$=-2(x-7)^2+98$
따라서 닭장의 최대 넓이는 98m^{2}이다.
답 98m^2

03 새로운 삼각형의 넓이를 $y$cm^{2}라 하면 밑변의 길이는 $(14-x)$cm, 높이는 $(10+x)$cm이므로
$y=\frac{1}{2}(14-x)(10+x)$
$=\frac{1}{2}(-x^2+4x+140)$
$=-\frac{1}{2}(x-2)^2+72$
따라서 $x=2$일 때 삼각형의 넓이가 최대가 된다.
답 2

LECTURE BOOK

03-1 x초 후의 직사각형의 넓이를 $y\,\text{cm}^2$라 하면

$y=(16-x)(12+3x)$

$=-3x^2+36x+192$

$=-3(x-6)^2+300$

따라서 직사각형의 넓이가 최대가 되는 것은 6초 후이다. 답 6초

04 $y=-5x^2+10x=-5(x-1)^2+5$

따라서 이 물체가 가장 높이 올라갔을 때 지면으로부터의 높이는 5m이다. 답 ③

04-1 $y=-4x^2+24x=-4(x-3)^2+36$

따라서 야구공은 3초 후에 최고 높이에 도달한다. 답 3초

발전유형 익히기 ▸131~133쪽

01 $y=x^2+6x+2m+8=(x+3)^2+2m-1$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-3,\ 2m-1)$

이 점이 $y=2x+3$의 그래프 위에 있으므로

$2m-1=2\times(-3)+3,\ 2m=-2$

$\therefore\ m=-1$ 답 -1

01-1 $y=-x^2+2ax-a^2-2a+1$

$=-(x-a)^2-2a+1$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(a,\ -2a+1)$

이 점이 직선 $3x+y-4=0$ 위에 있으므로

$3a-2a+1-4=0 \quad \therefore\ a=3$ 답 ④

02 $y=-2x^2+4x+k=-2(x-1)^2+k+2$

축의 방정식이 $x=1$이므로

$A(-1,\ 0),\ B(3,\ 0)$

$y=-2x^2+4x+k$에 $x=-1,\ y=0$을 대입하면

$0=-2-4+k \quad \therefore\ k=6$

따라서 꼭짓점은 $C(1,\ 8)$

$\therefore\ \triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\times8=16$ 답 16

02-1 $y=\frac{1}{2}x^2-2x+a=\frac{1}{2}(x-2)^2+a-2$

축의 방정식이 $x=2$이므로

$A(-2,\ 0),\ B(6,\ 0)$

$y=\frac{1}{2}x^2-2x+a$에 $x=-2,\ y=0$을 대입하면

$0=2+4+a \quad \therefore\ a=-6$

따라서 꼭짓점은 $C(2,\ -8)$

$\therefore\ \triangle ABC=\frac{1}{2}\times8\times8=32$ 답 32

Q BOX

x축과의 교점
➡ y좌표는 0이다.

꼭짓점 $(p,\ q)$가 직선 $y=ax+b$ 위의 점이면
➡ $q=a\times p+b$

두 점 A, B는 축에 대하여 대칭이므로 축에서 같은 거리만큼 떨어져 있다.
점 A의 x좌표
➡ $1-4\times\frac{1}{2}=-1$
점 B의 x좌표
➡ $1+4\times\frac{1}{2}=3$

점 A의 x좌표
➡ $2-8\times\frac{1}{2}=-2$
점 B의 x좌표
➡ $2+8\times\frac{1}{2}=6$

03 $y=-x^2-2x+3=-(x+1)^2+4$이므로

$A(-1,\ 4)$

$-x^2-2x+3=0$에서

$x^2+2x-3=0,\ (x+3)(x-1)=0$

$\therefore\ x=-3$ 또는 $x=1 \quad \therefore\ B(-3,\ 0)$

$x=0$일 때 $y=3$이므로 $C(0,\ 3)$

$\therefore\ \triangle ABC=\triangle ABO+\triangle AOC-\triangle BOC$

$=\frac{1}{2}\times3\times4+\frac{1}{2}\times3\times1-\frac{1}{2}\times3\times3$

$=3$ 답 ①

다른 풀이

점 A에서 x축과 평행한 선분을 그어 y축과 만나는 점을 D라 하면

$\triangle ABC=\square ABOD-\triangle ACD-\triangle BOC$

$=\frac{1}{2}\times(1+3)\times4-\frac{1}{2}\times1\times1$

$-\frac{1}{2}\times3\times3$

$=3$

03-1 $x=0$일 때 $y=6$이므로 $A(0,\ 6)$

$y=\frac{1}{2}x^2-4x+6=\frac{1}{2}(x-4)^2-2$이므로

$B(4,\ -2)$

$\frac{1}{2}x^2-4x+6=0$에서 $x^2-8x+12=0$

$(x-2)(x-6)=0 \quad \therefore\ x=2$ 또는 $x=6$

$\therefore C(6,\ 0)$

$\therefore\ \triangle ABC=\triangle AOC+\triangle OBC-\triangle AOB$

$=\frac{1}{2}\times6\times6+\frac{1}{2}\times6\times2-\frac{1}{2}\times6\times4$

$=12$ 답 12

다른 풀이

점 B에서 x축과 평행한 선분을 그어 y축과 만나는 점을 D라 하면

$\triangle ABC=\triangle AOC+\square ODBC-\triangle ADB$

$=\frac{1}{2}\times6\times6+\frac{1}{2}\times(4+6)\times2$

$-\frac{1}{2}\times8\times4$

$=12$

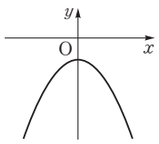
04 주어진 이차함수의 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$

축이 y축의 왼쪽에 있으므로 $-ab>0 \quad \therefore\ b<0$

y축과의 교점이 원점의 아래쪽에 있으므로 $c<0$

따라서 $y=cx^2+ab$의 그래프는 $c<0$이므로 위로 볼록하고, $ab<0$이므로 y축과의 교점이 원점의 아래쪽에 있다.

즉 $y=cx^2+ab$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제 3, 4 사분면을 지난다.



답 제3사분면, 제4사분면

04-1 주어진 이차함수의 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

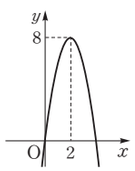
축의 방정식이 $x=0$이므로 $b=0$

y축과의 교점이 원점의 위쪽에 있으므로 $c>0$

따라서 $y=cx^2-ax+b$의 그래프는 $c>0$이므로 아래로 볼록하고, $-ac>0$이므로 축이 y축의 왼쪽에 있으며 $b=0$이므로 y절편이 0이다.

따라서 그래프로 적당한 것은 ③이다. 답 ③

05 $y=a(x-2)^2+8$로 놓으면 $a<0$이고, 그 그래프는 오른쪽 그림과 같이 (y절편)≤ 0이어야 한다.



$y=a(x-2)^2+8$에 $x=0$을 대입하면

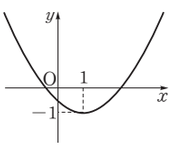
$4a+8\le 0$ $\therefore a\le -2$

답 ①

05-1 $y=ax^2-2ax+a-1$

$=a(x-1)^2-1$

의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(1, -1)$이고, 이 그래프가 모든 사분면을 지나려면 위의 그림과 같이 $a>0$, (y절편)<0이어야 한다.



$y=ax^2-2ax+a-1$에 $x=0$을 대입하면

$a-1<0$ $\therefore a<1$

$\therefore 0<a<1$

답 $0<a<1$

06 점 A의 좌표를 $(a, -a^2-3)$이라 하면

$B(a^2+4, -a^2-3)$

$\therefore \overline{AB}=(a^2+4)-a=\left(a-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{15}{4}$

따라서 $\overline{AB}$의 길이의 최솟값은 $\frac{15}{4}$이다.

답 $\frac{15}{4}$

06-1 점 P의 좌표를 (a, a^2-5a+8)이라 하면

$Q(a^2-5a+11, a^2-5a+8)$

$\overline{PQ}=(a^2-5a+11)-a=a^2-6a+11$

$=(a-3)^2+2$

이므로 $\overline{PQ}$의 길이는 $a=3$일 때 최소가 된다.

$a=3$일 때, $a^2-5a+8=2$이므로 점 P의 좌표는 $(3, 2)$이다.

답 $(3, 2)$

07 점 P의 좌표를 $(x, -2x+8)$이라 하고, □OQPR의 넓이를 y라 하면

$y=x(-2x+8)=-2x^2+8x$

$=-2(x-2)^2+8$

따라서 □OQPR의 최대 넓이는 8이다. 답 ③

07-1 직선 l의 방정식은 $y=-\frac{1}{2}x+3$이므로 점 P의 좌표를 $\left(x, -\frac{1}{2}x+3\right)$이라 하고, △POA의 넓이를 y라 하면

$y=\frac{1}{2}x\left(-\frac{1}{2}x+3\right)=-\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{2}x$

$=-\frac{1}{4}(x-3)^2+\frac{9}{4}$

따라서 $x=3$일 때 △POA의 넓이는 최대가 되므로 점 P의 좌표는 $\left(3, \frac{3}{2}\right)$이다.

답 $\left(3, \frac{3}{2}\right)$

07-2 점 C의 좌표를 $(x, -x^2+6)$이라 하고, □ABCD의 둘레의 길이를 y라 하면

$y=2\{2x+(-x^2+6)\}=-2x^2+4x+12$

$=-2(x-1)^2+14$

따라서 □ABCD의 둘레의 길이의 최댓값은 14이다. 답 14

08 하루 판매 금액을 y원이라 하면

$y=(1200+x)\left(500-\frac{1}{4}x\right)$

$=-\frac{1}{4}x^2+200x+600000$

$=-\frac{1}{4}(x-400)^2+640000$

따라서 $x=400$일 때 최댓값이 640000이므로 1개당 가격이 1600원일 때 판매 금액이 최대가 된다. 답 1600원

08-1 입장료를 $200x$원 내리면 입장객은 $10x$명 늘어나므로 하루 수입을 y원이라 하면

$y=(6000-200x)(100+10x)$

$=-2000x^2+40000x+600000$

$=-2000(x-10)^2+800000$

따라서 $x=10$일 때 최댓값이 800000이므로 1인당 입장료가 4000원일 때 수입이 최대가 된다.

답 4000원

Q BOX

일차항의 계수가 0 ➡ y축을 축으로 한다.

점 P의 좌표가 $(2, 4)$일 때 □OQPR의 넓이가 최대가 된다.

그래프가 원점을 지나도 제 2 사분면을 지나지 않는다.

$\overline{AB}=2x$, $\overline{BC}=-x^2+6$

그래프가 원점을 지나면 제 4 사분면을 지나지 않는다.

두 점 A, B의 y좌표가 같으므로 $y=-a^2-3$을 $y=-x+1$에 대입하여 점 B의 x좌표를 구한다.

$1200+400=1600$(원)

$6000-200\times 10=4000$(원)

LECTURE BOOK

중단원 마무리

▸ 134~137쪽

01 ②	**02** ③	**03** ④	**04** ②
05 ⑤	**06** 6	**07** ⑤	**08** ④
09 ③	**10** ③	**11** ②	**12** ①
13 ①	**14** ②	**15** ③	**16** 300개
17 $x<-1$	**18** $(-3,\ 4)$	**19** 0	**20** ①
21 12	**22** ④	**23** 12	**24** $a\geq\frac{3}{4}$

25 (1) $98\,\text{cm}^2$ (2) 14 cm, 7 cm

01 $y=x^2-6x+k=(x-3)^2-9+k$의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(3,\ -9+k)$이므로

$p=3,\ -5=-9+k$에서 $k=4$

$\therefore p-k=-1$ 답 ②

02 $y=-x^2+2x+b=-(x-1)^2+b+1$의 그래프의 축의 방정식은 $x=1$

따라서 x축과 만나는 두 점의 좌표는

$(-1,\ 0),\ (3,\ 0)$

$y=-x^2+2x+b$의 그래프가 점 $(-1,\ 0)$을 지나므로

$0=-(-1)^2+2\times(-1)+b \quad \therefore b=3$

답 ③

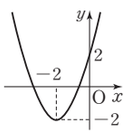
03 $y=x^2+4x-1+a$에 $x=0,\ y=2$를 대입하면

$2=-1+a \quad \therefore a=3$

즉 $y=x^2+4x+2$

$=(x+2)^2-2$

의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제4사분면을 지나지 않는다.



답 ④

04 $y=-2x^2-4x+a=-2(x+1)^2+a+2$

이 그래프는 위로 볼록하므로 x축과 만나지 않으려면 꼭짓점이 x축의 아래쪽에 있어야 한다.

따라서 $a+2<0$이므로 $a<-2$ 답 ②

05 $y=-\frac{1}{3}x^2+2x=-\frac{1}{3}(x-3)^2+3$

① 꼭짓점의 좌표는 $(3,\ 3)$이다.

② 축의 방정식은 $x=3$이다.

③ 위로 볼록한 포물선이다.

④ 이차항의 계수의 절댓값이 같고 부호가 다르므로 두 그래프는 대칭이동한 후 평행이동하면 겹쳐진다.

답 ⑤

Q BOX

꼭짓점의 좌표가 $(p,\ q)$인 이차함수의 그래프의 식
➡ $y=a(x-p)^2+q$

x축과 만나는 두 점 사이의 거리가 4이므로 두 점에서 축과의 거리는 각각 2이다.

두 점 $(\alpha,\ 0),\ (\beta,\ 0)$을 지나는 이차함수의 그래프의 식
➡ $y=a(x-\alpha)(x-\beta)$로 놓는다.

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 최댓값, 최솟값
➡ $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 변형한다.

06 $y=3x^2-6x-4=3(x-1)^2-7$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동하면

$y=3(x-p-1)^2-7+q$

따라서 $-p-1=0,\ -7+q=0$이므로

$p=-1,\ q=7$

$\therefore p+q=6$ 답 6

07 아래로 볼록하므로 $a>0$

축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $b<0$

y축과의 교점이 원점의 아래쪽에 있으므로 $c<0$

④ $x=1$일 때, $y=a+b+c<0$

⑤ $x=-1$일 때, $y=a-b+c>0$ 답 ⑤

08 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ -1)$이고, 점 $(0,\ 2)$를 지나므로 $y=a(x-2)^2-1$에 $x=0,\ y=2$를 대입하면 $2=a(0-2)^2-1 \quad \therefore a=\frac{3}{4}$

즉 $y=\frac{3}{4}(x-2)^2-1=\frac{3}{4}x^2-3x+2$이므로

$b=-3,\ c=2$

$\therefore 4a+b+c=3-3+2=2$ 답 ④

09 $y=a(x-3)^2+q$에 두 점 $(-1,\ -9),\ (2,\ 6)$의 좌표를 각각 대입하면

$-9=16a+q,\ 6=a+q \quad \therefore a=-1,\ q=7$

즉 $y=-(x-3)^2+7$에 $x=0$을 대입하면

$y=-(0-3)^2+7=-2$ 답 ③

10 $y=a(x+3)(x-2)$라 하면 $x=0$일 때 $y=6$이므로 $6=-6a \quad \therefore a=-1$

따라서 $y=-(x+3)(x-2)=-x^2-x+6$이므로

$a=-1,\ b=-1,\ c=6$

$\therefore a+b+c=4$ 답 ③

11 $y=-\frac{1}{2}x^2-4x+2=-\frac{1}{2}(x+4)^2+10$

따라서 $x=-4$에서 최댓값 10을 가지므로

$p=-4,\ q=10$

$\therefore p+q=6$ 답 ②

12 $y=x^2-2ax-2a=(x-a)^2-a^2-2a$이므로

$-a^2-2a=-3,\ a^2+2a-3=0$

$(a+3)(a-1)=0 \quad \therefore a=1\ (\because\ a>0)$

답 ①

13 $y=-2x^2+4mx+8m+10$

$=-2(x-m)^2+2m^2+8m+10$

이므로 $M=2m^2+8m+10=2(m+2)^2+2$

따라서 M의 최솟값은 2이다. 답 ①

14 두 수를 x, $30-x$라 하고, 두 수의 곱을 y라 하면

$y=x(30-x)=-x^2+30x=-(x-15)^2+225$

따라서 두 수의 곱의 최댓값은 225이다.

답 ②

15 한 원의 반지름의 길이를 $x$cm, 두 원의 넓이의 합을 $y$cm^{2}라 하면 다른 원의 반지름의 길이는 $(6-x)$cm이므로

$y=\pi x^2+\pi(6-x)^2=\pi(2x^2-12x+36)$

$=2\pi(x-3)^2+18\pi$

따라서 두 원의 넓이의 합의 최솟값은 18π cm^{2}이다.

답 ③

16 이익을 y만 원이라 하면

$y=-\frac{1}{10}x^2+60x-2000$

$=-\frac{1}{10}(x-300)^2+7000$

따라서 하루에 제품 300개를 생산했을 때 이익이 최대가 된다.

답 300개

17

채점 기준	점수
$y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 나타내기	2
평행이동한 그래프의 식 구하기	2
x의 값의 범위 구하기	2

$y=\frac{1}{2}x^2+4x+1=\frac{1}{2}(x+4)^2-7$ • 2점

이 그래프를 x축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=\frac{1}{2}(x-3+4)^2-7=\frac{1}{2}(x+1)^2-7$ • 2점

따라서 $x<-1$일 때, x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소한다. • 2점

답 $x<-1$

18

채점 기준	점수
이차함수의 식 구하기	2
표준형으로 변형하기	2
꼭짓점의 좌표 구하기	2

$y=ax^2+bx+c$로 놓으면 세 점 $(-1, 0)$, $(0, -5)$, $(-2, 3)$을 지나므로

$0=a-b+c$, $-5=c$, $3=4a-2b+c$

$\therefore a=-1$, $b=-6$, $c=-5$

따라서 $y=-x^2-6x-5$ • 2점

$=-(x+3)^2+4$ • 2점

이므로 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-3, 4)$이다. • 2점

답 $(-3, 4)$

Q BOX

꼭짓점의 좌표가 $(-1, 2)$이다.

$\frac{12-2x}{2}=6-x$

$b=2a-2$이므로 $-a^2+b=-a^2+2a-2$

M을 원점, y축을 축으로 하는 포물선을 그린다.

19

채점 기준	점수
$y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 나타내기	2
a, b, c의 값 구하기	3
$a+b-c$의 값 구하기	1

$x=-1$에서 최솟값 2를 가지므로

$y=a(x+1)^2+2$ • 2점

그래프가 점 $(-2, 3)$을 지나므로

$3=a+2$ $\therefore a=1$

즉 $y=(x+1)^2+2=x^2+2x+3$이므로

$b=2$, $c=3$ • 3점

$\therefore a+b-c=0$ • 1점

답 0

20 $y=x^2+2ax+b$의 그래프가 점 $(-1, -1)$을 지나므로

$-1=1-2a+b$ $\therefore b=2a-2$

$y=x^2+2ax+b=(x+a)^2-a^2+b$이므로

꼭짓점의 좌표는 $(-a, -a^2+2a-2)$

이 점이 $y=4x+7$의 그래프 위에 있으므로

$-a^2+2a-2=-4a+7$, $a^2-6a+9=0$

$(a-3)^2=0$ $\therefore a=3$

$\therefore b=2\times3-2=4$

$\therefore ab=12$

답 ①

21 $y=-x^2-4x=-(x+2)^2+4$

$\therefore$ A$(-2, 4)$

$y=-x^2+2x+3=-(x-1)^2+4$

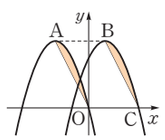
$\therefore$ B$(1, 4)$

$y=-(x-1)^2+4$의 그래프는 $y=-(x+2)^2+4$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이므로

$\overline{OC}=\overline{AB}=3$

오른쪽 그림에서 색칠한 부분의 넓이는 서로 같다. 즉 구하는 넓이는 평행사변형 AOCB의 넓이와 같으므로

$3\times4=12$



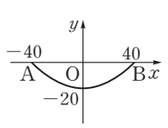
답 12

22 오른쪽 그림에서 포물선의 식은 $y=ax^2-20$

점 B의 좌표는 $(40, 0)$이므로

$0=a\times40^2-20$ $\therefore a=\frac{1}{80}$

$\therefore y=\frac{1}{80}x^2-20$



LECTURE BOOK

9-가발전(렉쳐)해설Ⅲ(34~49) 2014.9.3 8:12 PM 페이지48 Sinsago Hitec

따라서 $x=20$일 때 $y=\frac{1}{80}\times20^2-20=-15$이므로 M에서 20 m 떨어진 곳의 수심은 15 m이다.

답 ④

23

채점 기준	점수
세 점 A, B, C의 좌표 구하기	3
△ABC의 넓이 구하기	3

$x=0$일 때 $y=6$이므로

A(0, 6) • 1점

$y=0$일 때

$0=-\frac{1}{2}x^2+2x+6$에서

$x^2-4x-12=0$

$(x+2)(x-6)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=6$

$\therefore$ B(6, 0) • 1점

또 $y=-\frac{1}{2}x^2+2x+6=-\frac{1}{2}(x-2)^2+8$이므로

C(2, 8) • 1점

$\therefore$ △ABC=□DOBC−△AOB−△ACD

$=\frac{1}{2}\times(2+6)\times8-\frac{1}{2}\times6\times6$

$-\frac{1}{2}\times2\times2$

$=12$ • 3점

답 12

24

채점 기준	점수
$y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 나타내기	2
제3사분면을 지나지 않을 조건 구하기	2
a의 값의 범위 구하기	2

$x=2$에서 최솟값 −3을 가지므로

$y=a(x-2)^2-3(a>0)$ • 2점

그 그래프가 제 3 사분면을 지나지 않으려면 오른쪽 그림과 같이 (y절편) ≥0이어야 한다. • 2점

따라서 $x=0$일 때

$y=a(0-2)^2-3\geq0$이므로 $a\geq\frac{3}{4}$ • 2점

답 $a\geq\frac{3}{4}$

25

채점 기준	점수
넓이에 대한 식 구하기	2
직사각형의 최대 넓이 구하기	2
가로, 세로의 길이 구하기	2

(1) 직사각형의 세로의 길이를 x cm, 넓이를 y cm^{2}라 하면 가로의 길이는 $(28-2x)$ cm이므로

$y=x(28-2x)=-2x^2+28x$

$=-2(x-7)^2+98$ • 2점

따라서 직사각형의 최대 넓이는 98 cm^{2}이다. • 2점

(2) $x=7$일 때 넓이가 최대이므로 이때의 세로의 길이는 7 cm, 가로의 길이는

$28-2\times7=14$(cm)이다. • 2점

답 (1) 98 cm^2 (2) 14 cm, 7 cm

Q BOX

C(0, $-a$)

D(0, a)

(마름모의 넓이) $=\frac{1}{2}\times$(두 대각선의 길이의 곱)

꼭짓점의 좌표가 (2, −3)

두 점 A, B의 y좌표가 같다.

a, b 모두 자연수이므로 ab도 자연수이다.

Ⅲ. 이차함수

최고수준 정복하기 ▸138~139쪽

01 4 **02** $\frac{7}{36}$ **03** 10 **04** 4

05 $f(1)$, $f(8)$, $f(4)$ **06** 12 **07** $-\frac{1}{4k}$

08 3

01 $y=x^2-a$의 그래프와 x축에 대칭인 그래프의 식은 $-y=x^2-a$

$\therefore y=-x^2+a$

두 그래프의 교점 A, B의 x좌표는

$x^2-a=-x^2+a$에서 $x^2=a$ $\therefore x=\pm\sqrt{a}$

$\therefore$ A($-\sqrt{a}$, 0), B($\sqrt{a}$, 0)

$\overline{AB}=2\sqrt{a}$, $\overline{CD}=2a$이므로

□ACBD$=\frac{1}{2}\times2\sqrt{a}\times2a=16$

$a\sqrt{a}=8$, $a^3=64$ $\therefore a=4$

답 4

02 $y=(x-2)^2$에 $x=0$을 대입하면

$y=(-2)^2=4$이므로 A(0, 4)

그래프가 직선 $x=2$에 대칭이므로 B(4, 4)

직선 $y=\frac{1}{2}x+ab$가 선분 AB와 만나므로

(i) 직선 $y=\frac{1}{2}x+ab$가 점 A(0, 4)를 지날 때

$4=0+ab$ $\therefore ab=4$

(ii) 직선 $y=\frac{1}{2}x+ab$가 점 B(4, 4)를 지날 때

$4=2+ab$ $\therefore ab=2$

(i), (ii)에서 $2\leq ab\leq4$ $\therefore ab=2$, 3, 4

따라서 이를 만족시키는 순서쌍 (a, b)는

(1, 2), (2, 1), (1, 3), (3, 1),

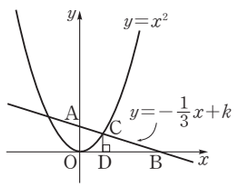
(1, 4), (4, 1), (2, 2)

의 7가지이므로 구하는 확률은 $\frac{7}{36}$이다.

답 $\frac{7}{36}$

Q BOX

03 $y=-\frac{1}{3}x+k$의 그래프의 y절편은 k, x절편은 $3k$이므로 $A(0,\ k)$, $B(3k,\ 0)$



$C(a,\ a^2)(a>0)$이라 하고, 점 C에서 x축에 내린 수선의 발을 D라 하면 $D(a,\ 0)$

점 C는 제1사분면 위의 점이므로 $a>0$

$\triangle AOB\backsim\triangle CDB$ (AA 닮음)이므로

$\angle AOB=\angle CDB=90^\circ$, $\angle B$는 공통

$\overline{AC}:\overline{CB}=\overline{OD}:\overline{DB}$

$1:9=a:(3k-a)$, $9a=3k-a$

$\therefore k=\frac{10}{3}a$ … ㉠

또 점 $C(a,\ a^2)$은 $y=-\frac{1}{3}x+k$의 그래프 위의 점이므로 $a^2=-\frac{1}{3}a+k$ … ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$a^2=-\frac{1}{3}a+\frac{10}{3}a$, $a(a-3)=0$

$\therefore a=3$ ($\because a>0$)

$\therefore k=\frac{10}{3}\times3=10$ 답 10

04 점 C의 x좌표를 a라 하면

$C\left(a,\ \frac{1}{2}a^2\right)$, $B\left(-a,\ \frac{1}{2}a^2\right)$

$D\left(a,\ 2a^2+\frac{1}{2}\right)$, $A\left(-a,\ 2a^2+\frac{1}{2}\right)$

$\overline{AD}=2a$, $\overline{AB}=2a^2+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}a^2=\frac{3}{2}a^2+\frac{1}{2}$

$\overline{AD}=\overline{AB}$이므로 $2a=\frac{3}{2}a^2+\frac{1}{2}$

□ABCD는 정사각형이다.

$3a^2-4a+1=0$, $(3a-1)(a-1)=0$

$\therefore a=\frac{1}{3}$ 또는 $a=1$

한 변의 길이가 $2a$인 정사각형이다.

따라서 □ABCD의 최대 넓이는

$(2a)^2=2^2=4$ 답 4

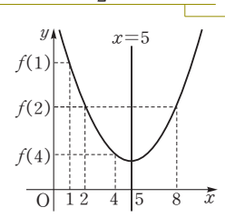
05 $f(5-x)=f(5+x)$에서 $\frac{(5-x)+(5+x)}{2}=5$

이차함수의 그래프는 축에 대칭이다.

이므로 $y=f(x)$의 그래프의 축의 방정식은 $x=5$이다.

점 $(8,\ f(8))$의 $x=5$에 대한 대칭점은 점 $(2,\ f(2))$이므로

$f(8)=f(2)$



한편 $y=f(x)$의 그래프는 아래로 볼록하므로 $x<5$에서 x의 값이 증가할 때, y의 값은 감소한다.

$\therefore f(1)>f(2)>f(4)$, 즉 $f(1)>f(8)>f(4)$

답 $f(1)$, $f(8)$, $f(4)$

06 $y=\frac{1}{2}x^2-kx+4k$를 k에 대하여 정리하면

$(4-x)k+\frac{1}{2}x^2-y=0$

$ax+b=0$이 x의 값에 관계없이 항상 성립 ➡ $a=0$, $b=0$

이 식이 k의 값에 관계없이 항상 성립하므로

$4-x=0$, $\frac{1}{2}x^2-y=0$ $\therefore x=4$, $y=8$

따라서 $y=\frac{1}{2}x^2-kx+4k$의 그래프는 k의 값에 관계없이 항상 점 $(4,\ 8)$을 지난다.

$\therefore a+b=12$ 답 12

07 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로 $B(-k,\ 0)$

$y=ax^2+bx+c$의 그래프가 두 점 $A(0,\ k)$, $B(-k,\ 0)$을 지나므로

$k=c$, $0=a(-k)^2+b(-k)+c$에서

$ak^2-bk+k=0$, $bk=ak^2+k$

$c\neq0$에서 $k\neq0$이므로 양변을 k로 나눌 수 있다.

$\therefore b=ak+1$ ($\because k\neq0$)

$\therefore ab=a(ak+1)=ka^2+a$

$=k\left(a^2+\frac{1}{k}a+\frac{1}{4k^2}\right)-\frac{1}{4k}$

$=k\left(a+\frac{1}{2k}\right)^2-\frac{1}{4k}$

$k<0$이므로 ab의 최댓값은 $-\frac{1}{4k}$ 답 $-\frac{1}{4k}$

점 $A(0,\ k)$가 원점의 아래쪽에 있으므로 $k<0$

08 $y=x^2-6x-a=(x-3)^2-a-9$

$y=-x^2+6x+a=-(x-3)^2+a+9$

즉 두 그래프의 축의 방정식은 $x=3$이므로 직사각형은 직선 $x=3$에 대칭이다.

직선 $x=3$에서 $\overline{AB}$까지의 거리를 t($0<t<3$)라 하면

직사각형의 가로의 길이는 $2t$

점 A와 점 D는 직선 $x=3$에 대칭이므로 $\overline{AD}=2t$

세로의 길이는

$2\{-(3-t)^2+6(3-t)+a\}=-2t^2+2a+18$

점 A와 점 B는 x축에 대칭이므로 $\overline{AB}=2\times$(점 A의 y좌표)

직사각형 ABCD의 둘레의 길이는

$2\{2t+(-2t^2+2a+18)\}$

$=-4t^2+4t+4a+36$

$=-4\left(t-\frac{1}{2}\right)^2+4a+37$

따라서 $t=\frac{1}{2}$일 때 둘레의 길이의 최댓값은 $4a+37$이므로

$4a+37=49$, $4a=12$ $\therefore a=3$ 답 3

LECTURE BOOK

WORK BOOK

Q BOX

Ⅰ 제곱근과 실수

1 제곱근과 실수

▸2~14쪽

001 x는 7의 제곱근이므로 $x^2=7$ 답 ④

002 $a^2=12$, $b^2=\frac{3}{4}$이므로 $a^2b^2=12\times\frac{3}{4}=9$ 답 ②

003 $a^2=0$, $b^2=14$, $c^2=(-11)^2=121$이므로
$a^2-b^2+c^2=0-14+121=107$ 답 107

004 ㉠ $(-3)^2=9$이므로 -3은 9의 제곱근이다.
㉡, ㉢ 양수의 제곱근은 2개이다.
㉣ 음수의 제곱근은 없다. 답 ㉠, ㉢

005 ④ $\sqrt{36}=6$의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$이다. 답 ④

006 ① $\sqrt{64}=8$의 제곱근은 $\pm\sqrt{8}$이다.
② 음수의 제곱근은 없다.
③ $\sqrt{\frac{1}{16}}=\frac{1}{4}$의 음의 제곱근은 $-\sqrt{\frac{1}{4}}=-\frac{1}{2}$이다.
④ $\sqrt{81}=9$의 양의 제곱근은 $\sqrt{9}=3$이다.
⑤ 제곱근 5는 $\sqrt{5}$이고, 5의 제곱근은 $\pm\sqrt{5}$이므로 서로 다르다. 답 ④

007 $(-5)^2=25$의 양의 제곱근은 5이므로 $a=5$
$\sqrt{16}=4$의 음의 제곱근은 -2이므로 $b=-2$
$\therefore a-b=5-(-2)=7$ 답 ⑤

008 $a=\sqrt{144}=12$
$\frac{16}{9}$의 음의 제곱근은 $-\frac{4}{3}$이므로 $b=-\frac{4}{3}$
$\therefore ab=12\times\left(-\frac{4}{3}\right)=-16$ 답 -16

009 $5.\dot{4}=\frac{54-5}{9}=\frac{49}{9}$의 양의 제곱근은 $\frac{7}{3}$이므로
$a=3$, $b=7$
$\therefore a+b=3+7=10$ 답 ③

010 ② $\frac{2}{9}$ ⑤ -11 답 ②, ⑤

011 ① $\pm\sqrt{9}=\pm3$ ② $\pm\sqrt{0.16}=\pm0.4$
③ $\pm\sqrt{\frac{25}{4}}=\pm\frac{5}{2}$ ⑤ $\pm\sqrt{169}=\pm13$
답 ④

012 ㉢ $\pm\sqrt{0.09}=\pm0.3$
㉤ $\pm\sqrt{0.\dot{4}}=\pm\sqrt{\frac{4}{9}}=\pm\frac{2}{3}$ 답 ④

013 ① $\sqrt{(-5)^2}=5$ ② $-\sqrt{7^2}=-7$
④ $-(-\sqrt{10})^2=-10$ 답 ③, ⑤

014 ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{9}$ ④ $\frac{1}{16}$ ⑤ $\frac{1}{2}$
따라서 두 번째로 큰 수는 ②이다. 답 ②

양수 a에 대하여 a의 값이 작을수록 $\frac{1}{a}$의 값은 커진다.

015 $\left(-\sqrt{\frac{1}{16}}\right)^2=\frac{1}{16}$이므로 $a=-\frac{1}{4}$
$\sqrt{(2.8)^2}=2.8$이므로 $b=\sqrt{2.8}$
$\therefore ab^2=-\frac{1}{4}\times(\sqrt{2.8})^2=-\frac{1}{4}\times2.8=-0.7$
답 -0.7

016 ④ $\sqrt{0.36}\div(\sqrt{0.1})^2=0.6\div0.1=6$ 답 ④

017 (주어진 식)$=0.4\times\frac{5}{2}+11\div11=1+1=2$
답 ⑤

018 $A=\frac{3}{4}\times16-5+2=12-5+2=9$
$\therefore\sqrt{A}=\sqrt{9}=3$ 답 3

$a(a\ge0)$의 제곱근
➡ 제곱하여 a가 되는 수
➡ $x^2=a$를 만족시키는 x

$\sqrt{a^2}=\begin{cases}a & (a\ge0)\\ -a & (a<0)\end{cases}$

019 ⑤ $-\sqrt{a^2}\times\sqrt{a^2}=-a\times a=-a^2$ 답 ⑤

020 $a<0$, $b>0$이므로 $-a>0$, $-2b<0$
$\therefore$ (주어진 식)$=-a-(-2b)-(-a)$
$=-a+2b+a=2b$ 답 ③

021 $a>0$, $b<0$이므로 $-a<0$, $3b<0$, $4a>0$
$\therefore$ (주어진 식)$=\sqrt{(-a)^2}-\sqrt{(3b)^2}+\sqrt{(4a)^2}$
$=-(-a)-(-3b)+4a$
$=a+3b+4a$
$=5a+3b$ 답 $5a+3b$

022 ㉠ $x<-2$이면 $2-x>0$, $x+2<0$이므로
$A=2-x-(x+2)=-2x$
㉡ $-2<x<2$이면 $2-x>0$, $x+2>0$이므로
$A=2-x+x+2=4$
㉢ $x>2$이면 $2-x<0$, $x+2>0$이므로
$A=-(2-x)+x+2=2x$
따라서 옳은 것은 ㉡, ㉢이다. 답 ④

023 $a<b<c$이므로
$a-b<0$, $b-a>0$, $c-a>0$
$\therefore$ (주어진 식)$=-(a-b)-(b-a)-(c-a)$
$=-a+b-b+a-c+a$
$=a-c$ 답 ②

근호 안이 (유리수)^{2}의 꼴이면 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있다.

024 $a-b<0$, $ab<0$이므로 $a<0$, $b>0$
$\therefore$ (주어진 식)$=\sqrt{(3a)^2}+\sqrt{b^2}-\sqrt{(3a-b)^2}$
$=-3a+b-\{-(3a-b)\}$
$=-3a+b+3a-b$
$=0$ 답 0

$3a<0$, $-b<0$이므로 $3a-b<0$

Q BOX

025 $135x=3^3\times5\times x$이므로 제곱수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x는
$x=3\times5=15$ 답 ④

제곱수는 지수가 모두 짝수이다.

026 $\frac{96}{x}=\frac{2^5\times3}{x}$이므로 제곱수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x는
$x=2\times3=6$ 답 6

027 $168x=2^3\times3\times7\times x$이므로 제곱수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x는
$x=2\times3\times7=42$
이때 $y=\sqrt{2^4\times3^2\times7^2}=2^2\times3\times7=84$
따라서 구하는 최솟값은
$x+y=42+84=126$ 답 ③

028 ① $\sqrt{16}=4$ ② $\sqrt{25}=5$ ③ $\sqrt{36}=6$
④ $\sqrt{48}$ ⑤ $\sqrt{64}=8$ 답 ④

029 $\sqrt{27-n}$이 정수가 되려면 근호 안의 값이 0 또는 제곱수이어야 하므로
$27-n=0,\ 1,\ 4,\ 9,\ 16,\ 25$
$\therefore\ n=27,\ 26,\ 23,\ 18,\ 11,\ 2$
따라서 $a=27,\ b=2$이므로
$a+b=29$ 답 29

030 $41-x^2$의 값이 41보다 작은 제곱수이어야 하므로
$41-x^2=36,\ 25,\ 16,\ \cdots$
$x^2=5,\ 16,\ 25,\ \cdots$
x가 자연수이므로 x^2은 제곱수 중에서 가장 작은 수이다.
$\therefore\ x^2=16,\ x=4$ 답 4

$a>0,\ b>0$일 때 $a<\sqrt{x}<\sqrt{b}$이면 $a^2<x<b$

부등식의 각 변에 -1을 곱하면 부등호의 방향이 바뀐다.

순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.

$0<a<b$이면 $\sqrt{a}<\sqrt{b}$

031 ④ $2=\sqrt{2^2}=\sqrt{4}$이고 $5>4$이므로 $\sqrt{5}>2$
$\therefore\ -\sqrt{5}<-2$ 답 ④

(음수)<0<(양수)이므로 음수끼리 비교한다.

032 ③ $-\left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2=-\frac{1}{2}=-\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2}=-\sqrt{\frac{1}{4}}$
④ $-\sqrt{(-2)^2}=-\sqrt{4}$
⑤ $-0.2=-\frac{1}{5}=-\sqrt{\left(\frac{1}{5}\right)^2}=-\sqrt{\frac{1}{25}}$
$\therefore\ -\sqrt{(-2)^2}<-\sqrt{3}<-\left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2<-0.2<\sqrt{\frac{1}{5}}$
답 ④

033 $3=\sqrt{3^2}=\sqrt{9},\ -5=-\sqrt{5^2}=-\sqrt{25}$
$\therefore\ -5<-\sqrt{0.5}<\sqrt{\frac{17}{3}}<3<\sqrt{11}$
따라서 $a=\sqrt{11},\ b=-5$이므로
$a^2-b^2=(\sqrt{11})^2-(-5)^2=11-25=-14$
답 -14

034 $2-\sqrt{3}>0,\ \sqrt{3}-2<0$이므로
(주어진 식)$=2-\sqrt{3}-\{-(\sqrt{3}-2)\}$
$=2-\sqrt{3}+\sqrt{3}-2=0$ 답 ③

035 $\sqrt{10}-3>0,\ \sqrt{10}-5<0$이므로
(주어진 식)$=\sqrt{10}-3-(\sqrt{10}-5)$
$=\sqrt{10}-3-\sqrt{10}+5=2$ 답 2

$\sqrt{10}-3=\sqrt{10}-\sqrt{9}>0$
$\sqrt{10}-5=\sqrt{10}-\sqrt{25}<0$

036 $3<\sqrt{5n}<\sqrt{26}$의 각 변을 제곱하면
$9<5n<26$ $\therefore\ \frac{9}{5}<n<\frac{26}{5}$
따라서 이를 만족시키는 자연수 n은 2, 3, 4, 5의 4개이다. 답 ②

037 $2<\sqrt{2x}\le4$의 각 변을 제곱하면
$4<2x\le16$ $\therefore\ 2<x\le8$
따라서 $M=8,\ m=3$이므로
$M-m=5$ 답 ④

038 $5\le\sqrt{2x-3}<6$의 각 변을 제곱하면
$25\le2x-3<36,\ 28\le2x<39$
$\therefore\ 14\le x<\frac{39}{2}$
따라서 이를 만족시키는 자연수 x는 14, 15, 16, 17, 18, 19의 6개이다. 답 6개

039 $-5<-\sqrt{3x+1}<-4$에서 $4<\sqrt{3x+1}<5$
부등식의 각 변을 제곱하면
$16<3x+1<25,\ 15<3x<24$ $\therefore\ 5<x<8$
따라서 이를 만족시키는 자연수 x는 6, 7이므로 구하는 합은 $6+7=13$ 답 ①

040 ① -13 ③ 0.4 ④ 7 답 ②, ⑤

041 ④ 무리수는 기약분수로 나타낼 수 없다. 답 ④

042 ㈀ 유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다.
㈁ 무리수는 $\frac{(\text{정수})}{(0\text{이 아닌 정수})}$의 꼴로 나타낼 수 없다. 답 ②

043 $\overline{AP}=\overline{AC}=\sqrt{2}$이므로 점 P는 점 A에서 $\sqrt{2}$만큼 이동한 점이다.
따라서 점 A가 나타내는 수는 3이고, $\overline{AB}=1$이므로 점 B가 나타내는 수는 4이다. 답 ⑤

044 $\square ABCD=3\times3-4\times\left(\frac{1}{2}\times2\times1\right)=5$이므로
$\overline{AD}=\overline{AP}=\sqrt{5},\ \overline{AB}=\overline{AQ}=\sqrt{5}$
$\therefore\ P(-1-\sqrt{5}),\ Q(-1+\sqrt{5})$
답 $P(-1-\sqrt{5}),\ Q(-1+\sqrt{5})$

넓이가 a인 정사각형의 한 변의 길이 ➡ $\sqrt{a}$

WORK BOOK

045 ⑤ $\overline{PE}=\overline{PA}+\overline{AE}=\sqrt{2}+2$ 답 ⑤

046 ① $\sqrt{5}$와 $\sqrt{6}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
② 2와 $\sqrt{5}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
⑤ 무리수를 나타내는 점만으로 수직선을 완전히 메울 수 없다. 답 ③, ④

047 ② $\sqrt{2}$와 $\sqrt{3}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다. 답 ②

048 ㈀ 수직선은 실수를 나타내는 직선이다.
㈁ 유리수와 무리수를 동시에 나타내는 점은 없다.
답 ㈂, ㈃

049 ① $\sqrt{6}+3-5=\sqrt{6}-2>0$
$\therefore \sqrt{6}+3>5$
② $5-\sqrt{3}-3=2-\sqrt{3}>0$
$\therefore 5-\sqrt{3}>3$
③ $\sqrt{5}-1-(\sqrt{3}-1)=\sqrt{5}-\sqrt{3}>0$
$\therefore \sqrt{5}-1>\sqrt{3}-1$
⑤ $-2-\sqrt{5}-(-2-\sqrt{7})=-\sqrt{5}+\sqrt{7}>0$
$\therefore -2-\sqrt{5}>-2-\sqrt{7}$ 답 ④

050 ② $\sqrt{2}+\sqrt{7}-(3+\sqrt{2})=\sqrt{7}-3<0$
$\therefore \sqrt{2}+\sqrt{7}<3+\sqrt{2}$
⑤ $\sqrt{8}-\sqrt{6}-(2-\sqrt{6})=\sqrt{8}-2>0$
$\therefore \sqrt{8}-\sqrt{6}>2-\sqrt{6}$ 답 ②, ⑤

051 ㈀ $\sqrt{8}-2-1=\sqrt{8}-3<0$
$\therefore \sqrt{8}-2<1$
㈂ $5-\sqrt{10}-(\sqrt{20}-\sqrt{10})=5-\sqrt{20}>0$
$\therefore 5-\sqrt{10}>\sqrt{20}-\sqrt{10}$
따라서 옳은 것은 ㈁, ㈄, ㈅이다. 답 ④

052 $A-B=\sqrt{3}+\sqrt{5}-(\sqrt{3}+2)=\sqrt{5}-2>0$
$\therefore A>B$
$A-C=\sqrt{3}+\sqrt{5}-(\sqrt{5}+2)=\sqrt{3}-2<0$
$\therefore A<C$
$\therefore B<A<C$ 답 ③

053 $a-b=6-\sqrt{3}-5=1-\sqrt{3}<0$
$\therefore a<b$
$b-c=5-(4+\sqrt{2})=1-\sqrt{2}<0$
$\therefore b<c$
$\therefore a<b<c$ 답 ①

Q BOX

$\overline{PA}=\overline{AD}=\sqrt{2}$

두 실수 a, b에 대하여
① $a-b>0$ ➡ $a>b$
② $a-b<0$ ➡ $a<b$

$-3<-\sqrt{8}<-2$의 각 변에 4를 더하면 $1<4-\sqrt{8}<2$

(D의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times$(C의 넓이)
(C의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times$(B의 넓이)
(B의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times$(A의 넓이)

닮음비가 1 : 3이면 대응변의 길이의 비도 1 : 3이다.

054 $a-b=\sqrt{10}+4-(\sqrt{15}+\sqrt{10})=4-\sqrt{15}>0$
$\therefore a>b$
$b-c=\sqrt{15}+\sqrt{10}-(\sqrt{15}+3)=\sqrt{10}-3>0$
$\therefore b>c$
$\therefore c<b<a$
따라서 가장 큰 수는 a이다. 답 a

055 $\sqrt{9}<\sqrt{15}<\sqrt{16}$에서 $3<\sqrt{15}<4$
$3-3<\sqrt{15}-3<4-3$
$\therefore 0<\sqrt{15}-3<1$ 답 ③

056 $1-\sqrt{3}<\sqrt{6}-\sqrt{3}<\sqrt{6}$이므로
A$(1-\sqrt{3})$, B$(\sqrt{6}-\sqrt{3})$, C$(\sqrt{6})$
답 A : $1-\sqrt{3}$, B : $\sqrt{6}-\sqrt{3}$, C : $\sqrt{6}$

057 $2-\sqrt{5}<0$
$3-\sqrt{5}-(\sqrt{10}-\sqrt{5})=3-\sqrt{10}<0$이므로
$3-\sqrt{5}<\sqrt{10}-\sqrt{5}$
$\therefore 2-\sqrt{5}<0<3-\sqrt{5}<\sqrt{10}-\sqrt{5}<\sqrt{10}$
따라서 오른쪽에서 세 번째에 오는 수는 $3-\sqrt{5}$이다. 답 ②

058 ① $4=\sqrt{16}$이므로 $\sqrt{15}<4$ 답 ①

059 ③ $\sqrt{5}$와 $\sqrt{7}$의 평균 $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{7}}{2}$은 두 수 사이의 수이다. 답 ③

060 $2<\sqrt{8}<3$, $4=\sqrt{16}$이므로
㈁ $1<4-\sqrt{8}<2$ $\therefore 4-\sqrt{8}<\sqrt{8}$
㈂ $\sqrt{16.1}>4$ ㈃ $\sqrt{\frac{83}{5}}>4$
㈄ $3<\sqrt{8}+1<4$ $\therefore \sqrt{8}<\sqrt{8}+1<4$
따라서 $\sqrt{8}$과 4 사이에 있는 수는 ㈀, ㈅, ㈄의 3개이다. 답 ③

061 (D의 넓이)$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times$(A의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times 16$
$=2(\text{cm}^2)$
따라서 정사각형 D의 한 변의 길이는 $\sqrt{2}$cm이다.
답 $\sqrt{2}$cm

062 정사각형 P의 한 변의 길이를 $x$cm라 하면 정사각형 Q의 한 변의 길이는 $3x$cm이므로
$x^2+(3x)^2=100$, $10x^2=100$, $x^2=10$
$\therefore x=\sqrt{10}$ ($\because x>0$)
따라서 정사각형 P의 한 변의 길이는 $\sqrt{10}$cm이다. 답 $\sqrt{10}$cm

Q BOX

$\sqrt{a^2}=\begin{cases} a & (a\geq 0) \\ -a & (a<0) \end{cases}$

063 $0<a<1$일 때, $a-\frac{1}{a}<0$, $\frac{1}{a}-a>0$, $a-1<0$이므로

(주어진 식)$=-\left(a-\frac{1}{a}\right)-\left(\frac{1}{a}-a\right)-\{-(a-1)\}$

$=-a+\frac{1}{a}-\frac{1}{a}+a+a-1$

$=a-1$ 답 ④

064 $-1<a<0$일 때, $a+\frac{1}{a}<0$, $a-\frac{1}{a}>0$, $-2a>0$이므로

(주어진 식)$=-\left(a+\frac{1}{a}\right)-\left(a-\frac{1}{a}\right)-(-2a)$

$=-a-\frac{1}{a}-a+\frac{1}{a}+2a=0$ 답 0

$-1<a<0$일 때 $\frac{1}{a}<-1$이므로 $a-\frac{1}{a}>0$

065 $\sqrt{3n}$이 자연수가 되려면 $n=3k^2$ (k는 자연수)의 꼴이어야 하므로

$10<3k^2<100$, $\frac{10}{3}<k^2<\frac{100}{3}$

$\therefore k^2=4, 9, 16, 25$

따라서 자연수 n은 12, 27, 48, 75의 4개이다.

답 ④

$\sqrt{3n}$이 자연수가 된다. ➡ $3n$이 제곱수가 되어야 한다.

066 $63=3^2\times 7$이므로 $\sqrt{63a}$가 자연수가 되려면 $a=7k^2$ (k는 자연수)의 꼴이어야 한다.

$100<7k^2<200$, $\frac{100}{7}<k^2<\frac{200}{7}$

$\therefore k^2=16, 25$

따라서 $a=7\times 16=112$, $a=7\times 25=175$이므로 모든 자연수 a의 값의 합은 $112+175=287$

답 287

067 $\sqrt{175-x}-\sqrt{95+y}$가 가장 큰 자연수가 되려면 $\sqrt{175-x}$는 가장 큰 자연수, $\sqrt{95+y}$는 가장 작은 자연수가 되어야 한다.

$\sqrt{175-x}$가 가장 큰 자연수가 되어야 하므로

$175-x=169$ $\therefore x=6$

$\sqrt{95+y}$가 가장 작은 자연수가 되어야 하므로

$95+y=100$ $\therefore y=5$

$\therefore x-y=1$ 답 1

$\sqrt{A}-\sqrt{B}$가 가장 큰 자연수 ➡ $\sqrt{A}$는 가장 큰 자연수, $\sqrt{B}$는 0 또는 가장 작은 자연수

068 $\sqrt{117+x}-\sqrt{231-y}$가 가장 작은 정수가 되려면 $\sqrt{117+x}$는 가장 작은 자연수, $\sqrt{231-y}$는 가장 큰 자연수가 되어야 한다.

$\sqrt{117+x}$가 가장 작은 자연수가 되어야 하므로

$117+x=121$ $\therefore x=4$

$\sqrt{231-y}$가 가장 큰 자연수가 되어야 하므로

$231-y=225$ $\therefore y=6$

$\therefore xy=24$ 답 24

069 $a=-\frac{1}{2}$이라 하면

① $\sqrt{a+1}=\sqrt{\frac{1}{2}}$ ② $a+1=\frac{1}{2}=\sqrt{\frac{1}{4}}$

③ $(a+1)^2=\frac{1}{4}=\sqrt{\frac{1}{16}}$ ④ $\sqrt{\frac{1}{a+1}}=\sqrt{2}$

⑤ $\frac{1}{a+1}=2=\sqrt{4}$

$\therefore (a+1)^2<a+1<\sqrt{a+1}<\sqrt{\frac{1}{a+1}}<\frac{1}{a+1}$

따라서 값이 두 번째로 큰 것은 ④이다.

답 ④

070 $a=\frac{1}{4}$이라 하면

$\frac{1}{\sqrt{a}}=2$, $\frac{1}{a^2}=16$, $\sqrt{a}=\frac{1}{2}$, $\frac{1}{a}=4$

$\therefore a<\sqrt{a}<\frac{1}{\sqrt{a}}<\frac{1}{a}<\frac{1}{a^2}$

답 $\frac{1}{a^2}$, $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{\sqrt{a}}$, $\sqrt{a}$, a

071 $120xy=2^3\times 3\times 5\times xy$이므로 최소의 자연수가 되도록 하는 xy의 값은

$2\times 3\times 5=30$

따라서 $xy=30$을 만족시키는 순서쌍 (x, y)는 $(1, 30)$, $(2, 15)$, $(3, 10)$, $(5, 6)$의 4개이다.

답 4개

072 $18ab=2\times 3^2\times ab$이고 a, b는 주사위의 눈의 수이므로

$ab=2$, $2\times 2^2=8$, $2\times 3^2=18$

(i) $ab=2$인 경우 : $(1, 2)$, $(2, 1)$의 2가지

(ii) $ab=8$인 경우 : $(2, 4)$, $(4, 2)$의 2가지

(iii) $ab=18$인 경우 : $(3, 6)$, $(6, 3)$의 2가지

이상에서 경우의 수는 6이므로 구하는 확률은

$\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$ 답 $\frac{1}{6}$

모든 경우의 수가 n, 어떤 사건이 일어나는 경우의 수가 a이면 (어떤 사건이 일어날 확률) $=\frac{a}{n}$

073 $15<\sqrt{250}<16$이므로 $f(250)=7$

$12<\sqrt{150}<13$이므로 $f(150)=6$

$\therefore f(250)-f(150)=7-6=1$ 답 ①

074 $1<\sqrt{3}<2$이므로 $N(1)=N(2)=N(3)=1$

$2<\sqrt{8}<3$이므로

$N(4)=N(5)=\cdots=N(8)=2$ 8−4+1=5(개)

$3<\sqrt{15}<4$이므로

$N(9)=N(10)=\cdots=N(15)=3$ 15−9+1=7(개)

$4<\sqrt{20}<5$이므로

$N(16)=N(17)=\cdots=N(20)=4$ 20−16+1=5(개)

$\therefore$ (주어진 식)$=1\times 3+2\times 5+3\times 7+4\times 5$

$=54$ 답 54

WORK BOOK

2 근호를 포함한 식의 계산 ▸15~29쪽

075 ① $\sqrt{2}\sqrt{6}=\sqrt{2\times6}=\sqrt{12}$

③ $4\sqrt{3}\times5\sqrt{7}=20\sqrt{3\times7}=20\sqrt{21}$

⑤ $2\sqrt{\frac{5}{3}}\times3\sqrt{\frac{6}{5}}=6\sqrt{\frac{5}{3}\times\frac{6}{5}}=6\sqrt{2}$ 답 ②, ④

076 (주어진 식)$=6\sqrt{15\times\frac{2}{35}\times7}=6\sqrt{6}$ 답 ③

077 $\sqrt{3}\times\sqrt{a}\times\sqrt{6}\times\sqrt{2a}=\sqrt{3\times a\times6\times2a}=\sqrt{(6a)^2}$

$\sqrt{(6a)^2}=24$이므로 $6a=24$

$\therefore a=4$ 답 4

078 ① $\frac{\sqrt{42}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{42}{2}}=\sqrt{21}$

② $\frac{\sqrt{30}}{\sqrt{6}}=\sqrt{\frac{30}{6}}=\sqrt{5}$

③ $\frac{\sqrt{70}}{\sqrt{10}}=\sqrt{\frac{70}{10}}=\sqrt{7}$

④ $\sqrt{75}\div\sqrt{5}=\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{5}}=\sqrt{\frac{75}{5}}=\sqrt{15}$

⑤ $\sqrt{60}\div\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{4}}=\sqrt{60}\times\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{12}}=\sqrt{60\times\frac{4}{12}}$

$=\sqrt{20}$ 답 ①

079 (주어진 식)$=\sqrt{45}\times2\sqrt{18}\times\frac{1}{6\sqrt{10}}$

$=\frac{1}{3}\sqrt{45\times18\times\frac{1}{10}}$

$=\frac{1}{3}\sqrt{9^2}=3$ 답 3

080 (ㄱ) $\sqrt{15}\div\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\sqrt{15}\times\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}=\sqrt{15\times\frac{5}{3}}=5$

$\therefore x=5$

(ㄴ) $\sqrt{\frac{8}{3}}\div\sqrt{\frac{2}{3}}=\sqrt{\frac{8}{3}}\times\sqrt{\frac{3}{2}}=\sqrt{\frac{8}{3}\times\frac{3}{2}}=2$

$\therefore y=2$

$\therefore xy=5\times2=10$ 답 10

081 $\sqrt{108}=\sqrt{6^2\times3}=6\sqrt{3}$이므로 $a=6$

$\sqrt{60}=\sqrt{2^2\times15}=2\sqrt{15}$이므로 $b=2$

$\therefore a+b=8$ 답 ④

082 $\sqrt{48}=\sqrt{4^2\times3}=4\sqrt{3}$, $5\sqrt{5}=\sqrt{125}$, $7\sqrt{2}=\sqrt{98}$

이므로 $a=4$, $b=125$, $c=98$

$\therefore \sqrt{a(b-c)}=\sqrt{4\times(125-98)}$

$=\sqrt{4\times27}=6\sqrt{3}$ 답 ③

083 $\sqrt{\frac{35}{3}}\times6\sqrt{15}=6\sqrt{\frac{35}{3}\times15}=6\sqrt{5^2\times7}=30\sqrt{7}$

이므로 $a=30$, $b=7$

$\therefore a-b=23$ 답 23

Q BOX

$a>0$, $b>0$일 때 $\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$

$a>0$, $b>0$일 때 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$

$a>0$, $b>0$, $c>0$일 때 $\sqrt{abc}=\sqrt{a}\sqrt{b}\sqrt{c}$

$a>0$, $b>0$일 때 $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$

$\frac{5\sqrt{2k}}{3}=\frac{5\sqrt{10}}{3}$이므로 $2k=10$

---

084 $\sqrt{0.008}=\sqrt{\frac{8}{1000}}=\sqrt{\frac{80}{10000}}$

$=\sqrt{\frac{4^2\times5}{100^2}}=\frac{4\sqrt{5}}{100}=\frac{\sqrt{5}}{25}$ 답 ①

085 $\sqrt{\frac{75}{36}}=\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{36}}=\frac{5\sqrt{3}}{6}$이므로 $a=\frac{5}{6}$

$\sqrt{0.12}=\sqrt{\frac{12}{100}}=\frac{2\sqrt{3}}{10}=\frac{\sqrt{3}}{5}$이므로 $b=\frac{1}{5}$

$\therefore ab=\frac{5}{6}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{6}$ 답 $\frac{1}{6}$

086 $\frac{\sqrt{2}}{5}=\sqrt{\frac{2}{25}}$, $\sqrt{\frac{1}{5}}=\sqrt{\frac{5}{25}}$, $\frac{1}{5}=\sqrt{\frac{1}{25}}$,

$\sqrt{0.12}=\sqrt{\frac{12}{100}}=\sqrt{\frac{3}{25}}$

$\therefore \frac{1}{5}<\frac{\sqrt{2}}{5}<\sqrt{0.12}<\sqrt{\frac{1}{5}}$

따라서 두 번째에 오는 수는 $\frac{\sqrt{2}}{5}$이다. 답 $\frac{\sqrt{2}}{5}$

087 $\sqrt{180}=\sqrt{2^2\times3^2\times5}=2\times(\sqrt{3})^2\times\sqrt{5}=2a^2b$

답 ②

088 $\sqrt{72}=\sqrt{2^3\times3^2}=(\sqrt{2})^3\times3=3x^3$

$\sqrt{80}=\sqrt{2^4\times5}=(\sqrt{2})^4\times\sqrt{5}=x^4y$

$\therefore \sqrt{72}-\sqrt{80}=3x^3-x^4y$ 답 ③

089 $\sqrt{1.76}=\sqrt{\frac{176}{100}}=\frac{4\sqrt{11}}{10}=\frac{2\sqrt{11}}{5}=\frac{2}{5}A$

답 ③

090 $\frac{18}{\sqrt{6}}=\frac{18\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\frac{18\sqrt{6}}{6}=3\sqrt{6}$이므로 $a=3$

$\frac{12}{\sqrt{8}}=\frac{12}{2\sqrt{2}}=\frac{6}{\sqrt{2}}=\frac{6\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{6\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{2}$

이므로 $b=3$

$\therefore a+b=6$ 답 ③

091 ④ $\frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\frac{5\sqrt{3}\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{5\sqrt{15}}{5}=\sqrt{15}$ 답 ④

092 $\frac{10\sqrt{k}}{3\sqrt{2}}=\frac{10\sqrt{k}\times\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{10\sqrt{2k}}{6}=\frac{5\sqrt{2k}}{3}$이므로

$2k=10$ $\therefore k=5$ 답 5

093 ④ $\sqrt{8}\times\sqrt{2}\div\sqrt{27}=2\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\frac{1}{3\sqrt{3}}$

$=\frac{4}{3\sqrt{3}}$

$=\frac{4\sqrt{3}}{9}$ 답 ④

094 $4\sqrt{3}\div\sqrt{24}\times\sqrt{45}=4\sqrt{3}\times\frac{1}{2\sqrt{6}}\times3\sqrt{5}$

$=\frac{6\sqrt{5}}{\sqrt{2}}=3\sqrt{10}$

$\therefore\ a=3$ 답 ④

095 (주어진 식)$=\frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{30}}\times\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{7}}\times\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{3}}$

$=4\sqrt{\frac{7}{30}\times\frac{3}{7}\times\frac{10}{3}}$

$=\frac{4}{\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$ 답 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

096 (사각기둥의 부피)$=\sqrt{30}\times4\times2\sqrt{5}=40\sqrt{6}$

(사각뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times6\times4\sqrt{3}\times x=8x\sqrt{3}$

$40\sqrt{6}=8x\sqrt{3}$이므로

$x=\frac{40\sqrt{6}}{8\sqrt{3}}=5\sqrt{2}$ 답 $5\sqrt{2}$

(기둥의 부피) = (밑넓이) × (높이)
(뿔의 부피) = $\frac{1}{3}$ × (밑넓이) × (높이)

097 $\overline{AB}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$, $\overline{BC}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$이므로

$\square ABCD=\overline{AB}\times\overline{BC}=2\sqrt{3}\times5\sqrt{2}=10\sqrt{6}$

답 $10\sqrt{6}$

넓이가 a인 정사각형의 한 변의 길이 ➡ $\sqrt{a}$

098 구하는 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\pi\times(4\sqrt{5})^2+\pi\times(2\sqrt{10})^2=\pi r^2$

$\pi r^2=120\pi$, $r^2=120$

$\therefore\ r=2\sqrt{30}\ (\because r>0)$ 답 ①

099 ① $\sqrt{7}+\sqrt{3}\neq\sqrt{10}$

② $8\sqrt{7}-3\sqrt{7}=(8-3)\sqrt{7}=5\sqrt{7}$

③ $3\sqrt{2}+2\sqrt{5}-\sqrt{2}=(3-1)\sqrt{2}+2\sqrt{5}$

$=2\sqrt{2}+2\sqrt{5}$

④ $\sqrt{3}+\sqrt{9}-2\sqrt{3}=(1-2)\sqrt{3}+\sqrt{3^2}=3-\sqrt{3}$

⑤ $2\sqrt{7}-5\sqrt{7}+3\sqrt{7}=(2-5+3)\sqrt{7}=0$ 답 ⑤

근호 안의 수가 다르면 더 이상 간단히 할 수 없다.

100 $\frac{2\sqrt{2}}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{4\sqrt{2}}{3}-\frac{3\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{2}-\sqrt{3}$

이므로 $a=2$, $b=-1$

$\therefore\ a-b=3$ 답 ⑤

101 $A=5\sqrt{2}-3\sqrt{3}+2\sqrt{2}=7\sqrt{2}-3\sqrt{3}$

$B=2\sqrt{3}+3\sqrt{2}+6\sqrt{3}=3\sqrt{2}+8\sqrt{3}$

$\therefore\ A-B=7\sqrt{2}-3\sqrt{3}-(3\sqrt{2}+8\sqrt{3})$

$=4\sqrt{2}-11\sqrt{3}$ 답 $4\sqrt{2}-11\sqrt{3}$

102 $\frac{14}{\sqrt{2}}-\sqrt{54}+\frac{24}{\sqrt{6}}-\sqrt{32}$

$=7\sqrt{2}-3\sqrt{6}+4\sqrt{6}-4\sqrt{2}$

$=3\sqrt{2}+\sqrt{6}$

이므로 $a=3$, $b=1$

$\therefore\ a+b=4$ 답 4

103 $\sqrt{125}-\sqrt{80}+a\sqrt{5}=5\sqrt{5}-4\sqrt{5}+a\sqrt{5}$

$=(1+a)\sqrt{5}$

$(1+a)\sqrt{5}=-3\sqrt{5}$이므로 $1+a=-3$

$\therefore\ a=-4$ 답 ①

104 $\frac{15}{\sqrt{75}}+\sqrt{48}-\frac{12}{\sqrt{12}}=\frac{15}{5\sqrt{3}}+4\sqrt{3}-\frac{12}{2\sqrt{3}}$

$=\sqrt{3}+4\sqrt{3}-2\sqrt{3}$

$=3\sqrt{3}$ 답 $3\sqrt{3}$

105 $\sqrt{3}(\sqrt{2}+3\sqrt{6})+\sqrt{2}(2\sqrt{3}-7)$

$=\sqrt{6}+9\sqrt{2}+2\sqrt{6}-7\sqrt{2}$

$=2\sqrt{2}+3\sqrt{6}$ 답 $2\sqrt{2}+3\sqrt{6}$

106 $\sqrt{6}(\sqrt{8}+\sqrt{6})-\sqrt{2}(\sqrt{2}-\sqrt{54})$

$=\sqrt{6}(2\sqrt{2}+\sqrt{6})-\sqrt{2}(\sqrt{2}-3\sqrt{6})$

$=4\sqrt{3}+6-2+6\sqrt{3}=4+10\sqrt{3}$

이므로 $a=4$, $b=10$

$\therefore\ a+b=14$ 답 ⑤

107 $\sqrt{5}a-\sqrt{7}b=\sqrt{5}(\sqrt{5}+\sqrt{7})-\sqrt{7}(\sqrt{5}-\sqrt{7})$

$=5+\sqrt{35}-\sqrt{35}+7$

$=12$ 답 12

108 $\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{6}}{\sqrt{3}}-\frac{4\sqrt{3}-2}{\sqrt{2}}$

$=\frac{(3\sqrt{2}-\sqrt{6})\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}-\frac{(4\sqrt{3}-2)\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$

$=\frac{3\sqrt{6}-3\sqrt{2}}{3}-\frac{4\sqrt{6}-2\sqrt{2}}{2}$

$=\sqrt{6}-\sqrt{2}-2\sqrt{6}+\sqrt{2}=-\sqrt{6}$ 답 ①

109 $\sqrt{50}+\frac{16-\sqrt{24}}{\sqrt{8}}$

$=5\sqrt{2}+\frac{16-2\sqrt{6}}{2\sqrt{2}}=5\sqrt{2}+\frac{8-\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$

$=5\sqrt{2}+\frac{(8-\sqrt{6})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=5\sqrt{2}+\frac{8\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{2}$

$=5\sqrt{2}+4\sqrt{2}-\sqrt{3}=9\sqrt{2}-\sqrt{3}$

따라서 $a=9$, $b=-1$이므로

$ab=-9$ 답 ②

110 $x=\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}=\frac{(\sqrt{3}+1)\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$

$y=\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}=\frac{(\sqrt{3}-1)\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$

이므로 $x+y=\sqrt{6}$, $x-y=\sqrt{2}$

$\therefore\ \frac{x+y}{x-y}=\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}=\sqrt{3}$ 답 $\sqrt{3}$

$\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{6}{2}}=\sqrt{3}$

WORK BOOK

111 $\sqrt{5}\left(\sqrt{3}-\frac{2}{\sqrt{5}}\right)+\frac{\sqrt{20}-\sqrt{48}}{\sqrt{3}}$

$=\sqrt{15}-2+\frac{2\sqrt{15}-12}{3}$

$=\sqrt{15}-2+\frac{2\sqrt{15}}{3}-4$

$=-6+\frac{5\sqrt{15}}{3}$

이므로 $a=-6,\ b=\frac{5}{3}$

$\therefore ab=-10$ 답 ②

112 (주어진 식)

$=12\sqrt{2}-6+20-5\sqrt{2}-(8-4\sqrt{2}+1)$

$=5+11\sqrt{2}$ 답 $5+11\sqrt{2}$

곱셈 공식 $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$을 이용한다.

113 $A=(2\sqrt{10}-5\sqrt{2})\div\frac{\sqrt{10}}{2}$

$=(2\sqrt{10}-5\sqrt{2})\times\frac{2}{\sqrt{10}}$

$=4-\frac{10}{\sqrt{5}}=4-2\sqrt{5}$

$B=(\sqrt{5}+1)(2\sqrt{5}-1)$

$=10-\sqrt{5}+2\sqrt{5}-1$

$=9+\sqrt{5}$

$\therefore B-A=9+\sqrt{5}-(4-2\sqrt{5})$

$=5+3\sqrt{5}$ 답 $5+3\sqrt{5}$

114 (주어진 식)$=4a+18+(-12-2a)\sqrt{3}$이므로

$-12-2a=0$ $\therefore a=-6$ 답 ①

$a=-6$을 주어진 식에 대입하면 식의 값은 -6이므로 유리수이다.

115 (주어진 식)$=\sqrt{3}+2-2a\sqrt{3}-2$

$=(1-2a)\sqrt{3}$

이므로 $1-2a=0$ $\therefore a=\frac{1}{2}$ 답 ③

116 $A=8\sqrt{3}-6-2a\sqrt{3}+2a=2a-6+(8-2a)\sqrt{3}$

이므로 $8-2a=0$ $\therefore a=4$

$\therefore A=2\times4-6=2$ 답 $a=4,\ A=2$

117 $\frac{1}{2}\times(\sqrt{12}+\sqrt{8}+\sqrt{48})\times\sqrt{24}$

$=\frac{1}{2}\times(2\sqrt{3}+2\sqrt{2}+4\sqrt{3})\times2\sqrt{6}$

$=\frac{1}{2}\times(2\sqrt{2}+6\sqrt{3})\times2\sqrt{6}$

$=4\sqrt{3}+18\sqrt{2}$ 답 ②

(사다리꼴의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times\{$(윗변의 길이)
$+$(아랫변의 길이)$\}$
$\times$(높이)

118 $\frac{1}{3}\pi\times(2\sqrt{3})^2\times2\sqrt{10}-\frac{1}{3}\pi\times(\sqrt{3})^2\times\sqrt{10}$

$=\frac{1}{3}\pi\times24\sqrt{10}-\frac{1}{3}\pi\times3\sqrt{10}$

$=7\sqrt{10}\pi(\text{cm}^3)$ 답 $7\sqrt{10}\pi\ \text{cm}^3$

(원뿔대의 부피)
$=$(큰 원뿔의 부피)
$-$(작은 원뿔의 부피)

119 $\overline{PC}=\overline{AC}=\sqrt{2}$, $\overline{BQ}=\overline{BD}=\sqrt{2}$이므로 점 P, Q가 나타내는 수는 각각 $4-\sqrt{2}$, $3+\sqrt{2}$이다.

$\therefore \overline{PQ}=3+\sqrt{2}-(4-\sqrt{2})$

$=-1+2\sqrt{2}$ 답 $-1+2\sqrt{2}$

120 (주어진 식)$=\frac{(2+\sqrt{3})^2}{4-3}-\frac{(2-\sqrt{3})^2}{4-3}$

$=4+4\sqrt{3}+3-(4-4\sqrt{3}+3)$

$=8\sqrt{3}$ 답 ⑤

분모를 각각 유리화한 후 식을 계산한다.

121 $\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}(2\sqrt{3}+3\sqrt{2})}{(2\sqrt{3}-3\sqrt{2})(2\sqrt{3}+3\sqrt{2})}$

$=\frac{2\sqrt{6}+6}{12-18}=-1-\frac{\sqrt{6}}{3}$

이므로 $a=-1,\ b=-\frac{1}{3}$

$\therefore \frac{a}{b}=-1\times(-3)=3$ 답 3

$a+b\sqrt{m}=c+d\sqrt{m}$
$(a,\ b,\ c,\ d$는 유리수, $\sqrt{m}$은 무리수)
➡ $a=c,\ b=d$

122 $x+\frac{1}{x}=\frac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}+\frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}$

$=\frac{(1+\sqrt{2})^2}{1-2}+\frac{(1-\sqrt{2})^2}{1-2}$

$=-(1+2\sqrt{2}+2)-(1-2\sqrt{2}+2)$

$=-6$ 답 -6

123 $\frac{y}{x}+\frac{x}{y}=\frac{x^2+y^2}{xy}=\frac{(x-y)^2+2xy}{xy}$

$=\frac{(\sqrt{6})^2+2\times2}{2}=\frac{10}{2}=5$ 답 ②

124 $x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2=(2\sqrt{3})^2-2$

$=12-2=10$ 답 10

125 $\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}=\frac{(\sqrt{x}+\sqrt{y})^2}{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})}$

$=\frac{x+y+2\sqrt{xy}}{x-y}$

이때 $(x-y)^2=(x+y)^2-4xy=5^2-4\times4=9$

이므로 $x-y=3$ ($\because x>y$)

$\therefore \frac{x+y+2\sqrt{xy}}{x-y}=\frac{5+2\times\sqrt{4}}{3}$

$=\frac{5+4}{3}=3$ 답 ①

126 $x=\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}=\frac{(\sqrt{3}-1)^2}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}=2-\sqrt{3}$

$y=\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}=\frac{(\sqrt{3}+1)^2}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}=2+\sqrt{3}$

이므로 $x+y=4,\ xy=1$

$\therefore x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$

$=4^2-2\times1=14$ 답 ③

Q BOX

127 $x+y=2\sqrt{10}$, $xy=1$이므로

$$\frac{y}{x}+\frac{x}{y}=\frac{x^2+y^2}{xy}=\frac{(x+y)^2-2xy}{xy}$$

$$=\frac{(2\sqrt{10})^2-2\times1}{1}=38$$

답 ⑤

$(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$
➡ $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$

128 $x=\frac{1}{2-\sqrt{5}}=\frac{2+\sqrt{5}}{(2-\sqrt{5})(2+\sqrt{5})}=-2-\sqrt{5}$

$y=\frac{1}{2+\sqrt{5}}=\frac{2-\sqrt{5}}{(2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5})}=-2+\sqrt{5}$

이므로 $x+y=-4$, $xy=-1$

$$\therefore \frac{3xy}{x^2+y^2}=\frac{3xy}{(x+y)^2-2xy}$$

$$=\frac{3\times(-1)}{(-4)^2-2\times(-1)}$$

$$=-\frac{1}{6}$$

답 $-\frac{1}{6}$

129 $x=2+\sqrt{3}$이므로 $x-2=\sqrt{3}$

$(x-2)^2=(\sqrt{3})^2$, $x^2-4x+4=3$

$\therefore x^2-4x=-1$

$\therefore \sqrt{x^2-4x+10}=\sqrt{-1+10}=\sqrt{9}=3$

답 3

130 $x=\frac{1}{\sqrt{2}+1}=\frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}=\sqrt{2}-1$

이므로 $x+1=\sqrt{2}$

$(x+1)^2=(\sqrt{2})^2$, $x^2+2x+1=2$

$\therefore x^2+2x=1$

$\therefore \sqrt{x^2+2x}=1$

답 1

131 $x=\frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2}=\frac{(\sqrt{5}+2)^2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}$

$=\frac{5+4\sqrt{5}+4}{5-4}=9+4\sqrt{5}$

이므로 $x-9=4\sqrt{5}$

$(x-9)^2=(4\sqrt{5})^2$, $x^2-18x+81=80$

$\therefore x^2-18x=-1$

$\therefore x^2-18x+9=-1+9=8$

답 ④

132 $a=3.041$, $b=3.089$이므로

$a+b=6.130$

답 ②

133 $x=22.1$, $y=24.4$이므로

$y-x=2.3$

답 ⑤

134 $a=3.701$, $b=12.9$이므로

$1000a+10b=3701+129=3830$

답 3830

135 ① $\sqrt{371}=\sqrt{100\times3.71}=10\sqrt{3.71}$

이므로 어림한 값은 $10\times1.926=19.26$

② $\sqrt{3710}=\sqrt{100\times37.1}=10\sqrt{37.1}$

이므로 어림한 값은 $10\times6.091=60.91$

④ $\sqrt{0.0371}=\sqrt{\frac{3.71}{100}}=\frac{\sqrt{3.71}}{10}$

이므로 어림한 값은 $\frac{1.926}{10}=0.1926$

⑤ $\sqrt{0.371}=\sqrt{\frac{37.1}{100}}=\frac{\sqrt{37.1}}{10}$

이므로 어림한 값은 $\frac{6.091}{10}=0.6091$

답 ③

136 ② $\sqrt{712}=\sqrt{100\times7.12}=10\sqrt{7.12}$이므로 어림한 값은 $10\times2.668=26.68$

⑤ $\sqrt{0.0743}=\sqrt{\frac{7.43}{100}}=\frac{\sqrt{7.43}}{10}$이므로 어림한 값은 $\frac{2.726}{10}=0.2726$

답 ②, ⑤

137 $463.7=4.637\times100$이고

$\sqrt{21.5\times100}=\sqrt{21.5\times10000}=\sqrt{215000}$이므로

$x=215000$

답 ⑤

(무리수의 소수 부분)
=(무리수)−(정수 부분)

138 $2<\sqrt{5}<3$이므로 $3<1+\sqrt{5}<4$ $\therefore a=3$

$1<\sqrt{2}<2$이므로 $-2<-\sqrt{2}<-1$

$1<3-\sqrt{2}<2$

$\therefore b=(3-\sqrt{2})-1=2-\sqrt{2}$

$\therefore a-b=3-(2-\sqrt{2})=1+\sqrt{2}$

답 ③

부등식의 각 변에 음수를 곱하면 부등호의 방향이 바뀐다.

139 $2<\sqrt{6}<3$이므로 $-3<-\sqrt{6}<-2$

$2<5-\sqrt{6}<3$

따라서 $a=2$, $b=(5-\sqrt{6})-2=3-\sqrt{6}$이므로

$$\frac{a}{3a-2b}=\frac{2}{6-2(3-\sqrt{6})}$$

$$=\frac{1}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}}{6}$$

답 $\frac{\sqrt{6}}{6}$

140 $\frac{1}{\sqrt{10}-3}=\frac{\sqrt{10}+3}{(\sqrt{10}-3)(\sqrt{10}+3)}=\sqrt{10}+3$

$3<\sqrt{10}<4$이므로 $6<\sqrt{10}+3<7$

따라서 $a=6$, $b=\sqrt{10}+3-6=\sqrt{10}-3$이므로

$$\frac{1}{a+b}-\frac{1}{b}=\frac{1}{\sqrt{10}+3}-\frac{1}{\sqrt{10}-3}$$

$$=\frac{\sqrt{10}-3-(\sqrt{10}+3)}{10-9}$$

$$=-6$$

답 −6

$3<\sqrt{10}<4$에서 각 변에 3을 더한다.
➡ $6<\sqrt{10}+3<7$

141 $10=(\sqrt{13})^2-(\sqrt{3})^2=b^2-a^2$이므로

$\sqrt{10}=\sqrt{b^2-a^2}$

답 ⑤

142 $11=(\sqrt{5})^2+(\sqrt{6})^2=x^2+y^2$이므로

$\sqrt{11}=\sqrt{x^2+y^2}$

답 ④

WORK BOOK

WORK BOOK

143 $(\sqrt{7}-\sqrt{5})^6(\sqrt{7}+\sqrt{5})^6$
$=\{(\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}+\sqrt{5})\}^6$
$=\{(\sqrt{7})^2-(\sqrt{5})^2\}^6=2^6=64$ 답 ③

144 $(3+2\sqrt{2})^{18}(3-2\sqrt{2})^{20}$
$=(3+2\sqrt{2})^{18}(3-2\sqrt{2})^{18}(3-2\sqrt{2})^2$
$=\{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})\}^{18}(3-2\sqrt{2})^2$
$=\{3^2-(2\sqrt{2})^2\}^{18}(9-12\sqrt{2}+8)$
$=17-12\sqrt{2}$
따라서 $a=17$, $b=-12$이므로
$a+b=5$ 답 5

145 $\sqrt{2}-3=A$로 놓으면
(주어진 식)$=(\sqrt{6}-A)(\sqrt{6}+A)=(\sqrt{6})^2-A^2$
$=(\sqrt{6})^2-(\sqrt{2}-3)^2=-5+6\sqrt{2}$
따라서 $a=-5$, $b=6$이므로
$ab=-30$ 답 -30

146 $\sqrt{2}-\sqrt{3}=A$로 놓으면
(주어진 식)
$=\dfrac{1}{1+A}+\dfrac{1}{1-A}$
$=\dfrac{1-A}{(1+A)(1-A)}+\dfrac{1+A}{(1-A)(1+A)}$
$=\dfrac{2}{1-A^2}=\dfrac{2}{1-(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2}$
$=\dfrac{2}{1-5+2\sqrt{6}}=\dfrac{1}{\sqrt{6}-2}$
$=\dfrac{\sqrt{6}+2}{(\sqrt{6}-2)(\sqrt{6}+2)}=\dfrac{\sqrt{6}+2}{2}$ 답 $\dfrac{\sqrt{6}+2}{2}$

147 정사각형의 한 변의 길이는 각각
$\sqrt{3}$cm, $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$(cm), $\sqrt{27}=3\sqrt{3}$(cm)
∴ (둘레의 길이)
$=(\sqrt{3}+2\sqrt{3}+3\sqrt{3})\times2+3\sqrt{3}\times2$
$=18\sqrt{3}$(cm) 답 $18\sqrt{3}$ cm

148 □ABGE$=32$이므로 $\overline{EG}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$
□FGCH$=18$이므로 $\overline{FG}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$
∴ $\overline{EF}=4\sqrt{2}-3\sqrt{2}=\sqrt{2}$
∴ □EFHD$=\overline{EF}\times\overline{FH}=\sqrt{2}\times3\sqrt{2}=6$ 답 6

149 (주어진 식)$=\sqrt{a^2\times\dfrac{4b}{a}}+\sqrt{b^2\times\dfrac{9a}{b}}$
$=\sqrt{4ab}+\sqrt{9ab}=2\sqrt{ab}+3\sqrt{ab}$
$=5\sqrt{ab}$
이 식에 $ab=36$을 대입하면
$5\sqrt{ab}=5\times6=30$ 답 ⑤

Q BOX

$a>0$, $b>0$일 때
$(\sqrt{a}+\sqrt{b})^n(\sqrt{a}-\sqrt{b})^n$
$=\{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})\}^n$
$=(a-b)^n$

$a>0$, $b>0$, $c>0$일 때
$a<b<c$이면
➡ $\sqrt{a}<\sqrt{b}<\sqrt{c}$

공통으로 들어 있는 항을 묶어 한 문자로 치환한 후 전개한다.

두 자연수 a, b $(a<b)$에 대하여 다음을 만족시키는 자연수 x의 개수는
① $a\le x<b$
➡ $b-a$(개)
② $a\le x\le b$
➡ $b-a+1$(개)
③ $a<x<b$
➡ $b-a-1$(개)

$\sqrt{18}$의 정수 부분이 4이므로
$\langle18\rangle=\sqrt{18}-4=3\sqrt{2}-4$

$7-6+4\sqrt{2}=1+4\sqrt{2}$

150 (주어진 식)$=\dfrac{9\sqrt{a}}{\sqrt{a^2b}}-\dfrac{4\sqrt{b}}{\sqrt{ab^2}}$
$=\dfrac{9\sqrt{ab}-4\sqrt{ab}}{\sqrt{a^2b^2}}$
$=\dfrac{5\sqrt{ab}}{ab}=\dfrac{5\sqrt{5}}{5}=\sqrt{5}$ 답 $\sqrt{5}$

151 $10000\le n<100000$
∴ $\sqrt{10000}\le\sqrt{n}<\sqrt{100000}$
이때 $\sqrt{10000}=100$, $\sqrt{100000}=100\sqrt{10}<1000$
이므로 $\sqrt{n}$의 정수 부분은 세 자리의 수이다.
답 ③

152 $1\le\sqrt{a}<10$이므로 $\sqrt{1}\le\sqrt{a}<\sqrt{100}$
∴ $1\le a<100$
따라서 자연수 a의 개수는 $100-1=99$(개)
답 99개

153 $\dfrac{1}{F(x)}=\dfrac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{x+1}}$
$=\dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{x+1}}{(\sqrt{x}+\sqrt{x+1})(\sqrt{x}-\sqrt{x+1})}$
$=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$
∴ (주어진 식)
$=(\sqrt{2}-\sqrt{1})+(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(\sqrt{4}-\sqrt{3})$
$+\cdots+(\sqrt{81}-\sqrt{80})$
$=-\sqrt{1}+\sqrt{81}$
$=-1+9=8$ 답 8

154 $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}$
$=\dfrac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}}{(\sqrt{x+1}+\sqrt{x})(\sqrt{x+1}-\sqrt{x})}$
$=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$
∴ (주어진 식)
$=(\sqrt{2}-\sqrt{1})+(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(\sqrt{4}-\sqrt{3})$
$+\cdots+(\sqrt{100}-\sqrt{99})$
$=-\sqrt{1}+\sqrt{100}$
$=-1+10=9$ 답 9

155 $7<\sqrt{50}<8$이므로 $[50]=7$
$4<\sqrt{18}<5$이므로 $\langle18\rangle=3\sqrt{2}-4$
∴ $[50]-\sqrt{2}\times\langle18\rangle=7-\sqrt{2}(3\sqrt{2}-4)$
$=1+4\sqrt{2}$ 답 $1+4\sqrt{2}$

156 $f(x)=10$이려면 $10<\sqrt{x}<11$이어야 한다.
$\sqrt{100}<\sqrt{x}<\sqrt{121}$ ∴ $100<x<121$
따라서 자연수 x의 개수는 20개이다. 답 20개

Ⅱ 이차방정식

1 인수분해

▸30~46쪽

157 $4x^2+12xy=4x(x+3y)$ 답 ⑤

158 답 $(x-y)(2a-b+1)$

159 $mn(4m+3n)-mn(2m+n)$
$=mn(2m+2n)$
$=2mn(m+n)$ 답 ②

160 $25x^2-30xy+9y^2=(5x-3y)^2$ 답 ①

161 ⑤ $\frac{1}{4}x^2-6xy+36y^2=\left(\frac{1}{2}x-6y\right)^2$ 답 ⑤

162 $64x^2-4x+\frac{1}{16}=\left(8x-\frac{1}{4}\right)^2$
따라서 $a=8$, $b=-\frac{1}{4}$이므로
$a+4b=8+4\times\left(-\frac{1}{4}\right)=7$ 답 7

163 $k=\left(-\frac{3}{2}\times\frac{1}{2}\right)^2=\frac{9}{16}$ 답 ③

> x^2+ax+b가 완전제곱식이 될 조건
> ➡ $b=\left(\frac{a}{2}\right)^2$

164 $x^2-10x+A=x^2-2\times x\times 5+A$
$\therefore A=5^2=25$
$Bx^2+8x+1=Bx^2+2\times 4x\times 1+1^2$
$\therefore B=4^2=16$
$\therefore A-B=25-16=9$ 답 9

165 $3x^2-2x+k=3\left(x^2-\frac{2}{3}x+\frac{k}{3}\right)$
$\frac{k}{3}=\left(-\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{9}$ $\therefore k=\frac{1}{3}$ 답 ③

> $\sqrt{A^2}=|A|$
> $=\begin{cases} A & (A\geq 0) \\ -A & (A<0) \end{cases}$

166 $x+3>0$, $x-3<0$
$\therefore$ (주어진 식)$=\sqrt{(x-3)^2}+\sqrt{(x+3)^2}$
$=-(x-3)+x+3$
$=6$ 답 ③

167 $0<a<b$이므로 $a+b>0$, $a-b<0$
$\therefore \sqrt{a^2+2ab+b^2}-\sqrt{a^2-2ab+b^2}$
$=\sqrt{(a+b)^2}-\sqrt{(a-b)^2}$
$=(a+b)-\{-(a-b)\}$
$=a+b+a-b=2a$ 답 ③

168 $0<2a<1$에서 $0<a<\frac{1}{2}$이므로
$a-\frac{1}{2}<0$, $a+\frac{1}{2}>0$
$\therefore$ (주어진 식)$=3\sqrt{\left(a-\frac{1}{2}\right)^2}-\sqrt{\left(a+\frac{1}{2}\right)^2}$
$=-3\left(a-\frac{1}{2}\right)-\left(a+\frac{1}{2}\right)$
$=-4a+1$ 답 ①

> $0<2a<1$의 각 변을 2로 나누어도 부등호의 방향은 바뀌지 않는다.

169 $36x^2-y^2=(6x+y)(6x-y)$
이므로 $A=6$, $B=1$
$\therefore A-B=6-1=5$ 답 5

170 ① $a^2-4=(a+2)(a-2)$
② $8x^2-2=2(4x^2-1)=2(2x+1)(2x-1)$
③ $4a^2-25b^2=(2a+5b)(2a-5b)$
④ $64x^2-49y^2=(8x+7y)(8x-7y)$ 답 ⑤

171 $-4x^2+100=-4(x^2-25)$
$=-4(x+5)(x-5)$ 답 ④

> 공통인수로 묶어 낸 후 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$를 이용한다.

172 $a^4-16b^4=(a^2+4b^2)(a^2-4b^2)$
$=(a^2+4b^2)(a+2b)(a-2b)$ 답 ③

173 $a^8-1=(a^4+1)(a^4-1)$
$=(a^4+1)(a^2+1)(a^2-1)$
$=(a^4+1)(a^2+1)(a+1)(a-1)$
답 $(a^4+1)(a^2+1)(a+1)(a-1)$

174 $x^{16}-1=(x^8+1)(x^8-1)$
$=(x^8+1)(x^4+1)(x^4-1)$
$=(x^8+1)(x^4+1)(x^2+1)(x^2-1)$
$=(x^8+1)(x^4+1)(x^2+1)(x+1)(x-1)$
따라서 보기에서 인수인 것은 ㄷ, ㄹ, ㅂ이다.
답 ④

> $x^2+(a+b)x+ab$
> $=(x+a)(x+b)$

175 $x^2-x-20=(x-5)(x+4)$ 답 ①, ④

176 $x^2+5x-14=(x-2)(x+7)$
이때 $a>b$이므로 $a=7$, $b=-2$
$\therefore a-b=9$ 답 ⑤

177 (주어진 식)$=x^2-x-2-4$
$=x^2-x-6$
$=(x+2)(x-3)$
답 $(x+2)(x-3)$

178 $4x^2+7x-15=(4x-5)(x+3)$
이므로 두 일차식의 합은
$(4x-5)+(x+3)=5x-2$ 답 $5x-2$

> $acx^2+(ad+bc)x+bd$
> $=(ax+b)(cx+d)$

Q BOX

WORK BOOK

179 ① $(x-2)(2x+3)$ ② $2(x-2)^2$
③ $(x-2)(3x+5)$ ④ $(x+2)(3x-4)$
⑤ $(x-2)(3x+2)$
따라서 $x-2$를 인수로 갖지 않는 것은 ④이다.
답 ④

180 (주어진 식)$=6x^2+x-1-1=6x^2+x-2$
$=(2x-1)(3x+2)$
답 $(2x-1)(3x+2)$

181 $x^2-2x-3=(x+1)(x-3)$
$2x^2+5x+3=(x+1)(2x+3)$
따라서 공통인 인수는 $x+1$이다. 답 ③

182 $2x^2-9x-5=(x-5)(2x+1)$
$6x^2+5x+1=(2x+1)(3x+1)$
따라서 공통인 인수는 $2x+1$이다. 답 $2x+1$

183 $3a^2+5a-2=(a+2)(3a-1)$
$6a^2+a-1=(2a+1)(3a-1)$
따라서 공통인 인수는 $3a-1$이므로
$m=3,\ n=-1$
$\therefore mn=3\times(-1)=-3$ 답 -3

184 A는 곱이 -18인 두 정수의 합이다.
곱이 -18인 두 정수는 $1,\ -18$ 또는 $-1,\ 18$
또는 $2,\ -9$ 또는 $-2,\ 9$ 또는 $3,\ -6$ 또는 $-3,\ 6$
따라서 A의 값이 될 수 있는 수는
$-17,\ 17,\ -7,\ 7,\ -3,\ 3$이다. 답 ②

185 m은 곱이 9인 두 정수의 합이다.
곱이 9인 두 정수는 $1,\ 9$ 또는 $-1,\ -9$ 또는 $3,\ 3$
또는 $-3,\ -3$
따라서 m은 $10,\ -10,\ 6,\ -6$의 4개이다.
답 4개

186 k는 곱이 -15인 두 정수의 합이다.
곱이 -15인 두 정수는 $1,\ -15$ 또는 $-1,\ 15$
또는 $3,\ -5$ 또는 $-3,\ 5$
따라서 k의 최댓값은 14이다. 답 14

187 $x^2+Axy-4y^2=(x-y)(x+By)$
$=x^2+(B-1)xy-By^2$
이므로 $A=B-1,\ -4=-B$
$\therefore A=3,\ B=4$ $\therefore AB=12$ 답 ③

Q BOX

두 일차식의 곱으로 인수분해된다는 것은 두 일차식의 곱을 전개한 식이 ax^2-2x+b가 됨을 의미한다.

다른 인수를 $x+B$로 놓고 $(x-2)(x+B)$를 전개하여 $x^2+Ax-24$와 비교한다.

$x-3$으로 나누어떨어진다.
➡ $x-3$을 인수로 가진다.

x^2의 계수가 2이고 한 인수가 $x+3$이므로 다른 인수를 $2x+a$로 놓을 수 있다.

x^2+mx+n
$=(x+a)(x+b)$
➡ $m=a+b,\ n=ab$

x^2의 계수가 3이고 한 인수가 $x+3$이므로 다른 인수를 $3x+b$로 놓을 수 있다.

188 $ax^2-2x+b=(2x-3)(4x+5)$
$=8x^2-2x-15$
이므로 $a=8,\ b=-15$
$\therefore a+b=-7$ 답 -7

189 $12x^2+(3a-2)x-5=(3x+1)(4x+b)$
$=12x^2+(3b+4)x+b$
이므로 $3a-2=3b+4,\ -5=b$
$\therefore a=-3,\ b=-5$
$\therefore a-b=2$ 답 ④

190 $x^2+Ax-24=(x-2)(x+B)$로 놓으면
$(x-2)(x+B)=x^2+(B-2)x-2B$
이므로 $B-2=A,\ -2B=-24$
$\therefore A=10,\ B=12$ 답 ⑤

191 $3x^2-11x+k=(x-3)(3x+a)$로 놓으면
$(x-3)(3x+a)=3x^2+(a-9)x-3a$
이므로 $a-9=-11,\ -3a=k$
$\therefore a=-2,\ k=6$ 답 ⑤

192 $2x^2+Ax-15=(x+3)(2x+a)$로 놓으면
$(x+3)(2x+a)=2x^2+(a+6)x+3a$
이므로 $a+6=A,\ 3a=-15$
$\therefore a=-5,\ A=1$
$3x^2+7x+B=(x+3)(3x+b)$로 놓으면
$(x+3)(3x+b)=3x^2+(b+9)x+3b$
이므로 $b+9=7,\ 3b=B$
$\therefore b=-2,\ B=-6$
$\therefore A+B=-5$ 답 -5

193 $x^2-9=(x+3)(x-3)$
$3x^2+8x-3=(x+3)(3x-1)$
따라서 두 다항식의 공통인 인수는 $x+3$이므로
$2x^2+12x+a$는 $x+3$을 인수로 가진다.
$2x^2+12x+a=(x+3)(2x+k)$로 놓으면
$(x+3)(2x+k)=2x^2+(k+6)x+3k$
이므로 $k+6=12,\ 3k=a$
$\therefore k=6,\ a=18$ 답 18

194 $2x^2-2y^2=2(x^2-y^2)=2(x+y)(x-y)$
$2x^2+xy-3y^2=(x-y)(2x+3y)$
따라서 두 다항식의 공통인 인수는 $x-y$이므로
$x^2-kxy+5y^2$은 $x-y$를 인수로 가진다.
$x^2-kxy+5y^2=(x-y)(x+ay)$로 놓으면
$(x-y)(x+ay)=x^2+(a-1)xy-ay^2$
이므로 $a-1=-k,\ -a=5$
$\therefore a=-5,\ k=6$ 답 ⑤

Q BOX

195 $2x^2+x-6=(x+2)(2x-3)$
$4x^2-9=(2x+3)(2x-3)$
따라서 두 다항식의 공통인 인수는 $2x-3$이므로
$a=2,\ b=-3$
$6x^2+cx-3$은 $2x-3$을 인수로 가지므로
$6x^2+cx-3=(2x-3)(3x+k)$로 놓으면
$(2x-3)(3x+k)=6x^2+(2k-9)x-3k$
이므로 $2k-9=c,\ -3k=-3$
$\therefore k=1,\ c=-7$
$\therefore a+b-c=2-3-(-7)=6$ 답 6

196 $x^2+5x+6=(x+2)(x+3)$
따라서 큰 직사각형의 한 변의 길이가 될 수 있는 것은 $x+2,\ x+3$이다. 답 ②, ③

197 $2x^2+5x+2=(2x+1)(x+2)$
$\therefore$ (둘레의 길이)$=2\{(2x+1)+(x+2)\}$
$=6x+6$ 답 $6x+6$

(직사각형의 둘레의 길이)
$=2\{$(가로의 길이)
$+$(세로의 길이)$\}$

198 넓이가 1인 정사각형이 a개 더 필요하고, 큰 직사각형의 가로의 길이를 $(x+b)$라 하면
$x^2+6x+1+a=(x+2)(x+b)$
$=x^2+(2+b)x+2b$
이므로 $2+b=6,\ 2b=1+a$
$\therefore b=4,\ a=7$
따라서 넓이가 1인 정사각형이 7개 더 필요하다.
답 7개

넓이에 대한 다항식을 인수분해하여 가로, 세로의 길이를 구한다.

199 $8x^2+10x-3=(2x+3)(4x-1)$
따라서 가로의 길이가 $2x+3$이므로 세로의 길이는 $4x-1$이다. 답 ④

200 사다리꼴의 높이를 h라 하면
$\frac{1}{2}\times\{(a+6)+(3a+4)\}\times h=6a^2+11a-10$
$(2a+5)h=(2a+5)(3a-2)$
$\therefore h=3a-2$ 답 $3a-2$

(사다리꼴의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times\{$(윗변의 길이)
$+$(아랫변의 길이)$\}$
$\times$(높이)

201 $12x^2+19x+5=(4x+5)(3x+1)$
따라서 목장의 둘레의 길이는
$2\{(4x+5)+(3x+1)\}$
$=2(7x+6)=14x+12$ 답 $14x+12$

공통인수로 묶어 낸 다음 인수분해한다.

202 (주어진 식)$=(x-y)a^2-(x-y)b^2$
$=(x-y)(a^2-b^2)$
$=(x-y)(a+b)(a-b)$ 답 ④

203 (주어진 식)$=(a+b)(x^2-5x+6)$
$=(a+b)(x-2)(x-3)$
답 $(a+b)(x-2)(x-3)$

204 (주어진 식)$=(x-1)(2x^2+1)-3x(x-1)$
$=(x-1)(2x^2-3x+1)$
$=(x-1)(2x-1)(x-1)$
$=(x-1)^2(2x-1)$ 답 ①, ③

205 $x-3=A$로 놓으면
(주어진 식)$=A^2+4A-12$
$=(A-2)(A+6)$
$=(x-3-2)(x-3+6)$
$=(x-5)(x+3)$
$\therefore a+b=-2$ 답 ③

$x-3$을 한 문자로 치환한 다음 인수분해하고 다시 $x-3$을 대입하여 정리한다.

206 $x-1=A$로 놓으면
(주어진 식)$=A^2+A-20$
$=(A+5)(A-4)$
$=(x-1+5)(x-1-4)$
$=(x+4)(x-5)$ 답 ④

207 $x+2=A$로 놓으면
(주어진 식)$=3A^2+A-10$
$=(3A-5)(A+2)$
$=\{3(x+2)-5\}\{(x+2)+2\}$
$=(3x+1)(x+4)$
따라서 두 일차식의 합은
$(3x+1)+(x+4)=4x+5$ 답 $4x+5$

208 $x-y=A$로 놓으면
(주어진 식)$=A(A-8)+12$
$=A^2-8A+12$
$=(A-6)(A-2)$
$=(x-y-6)(x-y-2)$ 답 ①, ③

209 $x+4y=A$로 놓으면
(주어진 식)$=(A-3)(A+6)-10$
$=A^2+3A-28$
$=(A-4)(A+7)$
$=(x+4y-4)(x+4y+7)$
답 $(x+4y-4)(x+4y+7)$

210 $(x+1)(x+3)(x^2+4x-1)-5$
$=(x^2+4x+3)(x^2+4x-1)-5$
$x^2+4x=A$로 놓으면
(주어진 식)$=(A+3)(A-1)-5$
$=A^2+2A-8=(A+4)(A-2)$
$=(x^2+4x+4)(x^2+4x-2)$
$=(x+2)^2(x^2+4x-2)$

WORK BOOK

따라서 $P=x+2$, $Q=x^2+4x-2$이므로
$Q-P=x^2+4x-2-(x+2)=x^2+3x-4$
답 x^2+3x-4

211 $4x-3y=A$, $x+2y=B$로 놓으면
(주어진 식)
$=A^2-B^2$
$=(A+B)(A-B)$
$=(4x-3y+x+2y)(4x-3y-x-2y)$
$=(5x-y)(3x-5y)$
따라서 $a=5$, $b=-1$이므로
$ab=-5$ 답 ②

212 $a-3=A$, $a+1=B$로 놓으면
(주어진 식)
$=A^2-2AB-8B^2$
$=(A-4B)(A+2B)$
$=\{a-3-4(a+1)\}\{a-3+2(a+1)\}$
$=(-3a-7)(3a-1)$
$=-(3a+7)(3a-1)$ 답 ③

213 $x+2=A$, $y-2=B$로 놓으면
(주어진 식)
$=2A^2-AB-6B^2$
$=(2A+3B)(A-2B)$
$=\{2(x+2)+3(y-2)\}\{(x+2)-2(y-2)\}$
$=(2x+3y-2)(x-2y+6)$
이므로 $a=2$, $b=3$, $c=-2$
$\therefore a+b+c=3$ 답 3

214 (주어진 식)$=x^2-y^2-4x-4y$
$=(x+y)(x-y)-4(x+y)$
$=(x+y)(x-y-4)$
이므로 $a=1$, $b=-1$, $c=-4$
$\therefore a-b+c=-2$ 답 ①

215 $xy-3x+y-3=x(y-3)+(y-3)$
$=(x+1)(y-3)$
$x^2+x-xy-y=x(x+1)-y(x+1)$
$=(x+1)(x-y)$
따라서 공통인 인수는 $x+1$이다. 답 ②

216 (주어진 식)$=(x-2y)^2-3(x-2y)$
$=(x-2y)(x-2y-3)$
답 $(x-2y)(x-2y-3)$

Q BOX

항을 적당히 묶어 A^2-B^2의 꼴로 변형한 후 인수분해한다.

공통 부분이 2개이면 서로 다른 문자로 치환한다.

차수가 낮은 y에 대하여 내림차순으로 정리한 다음 인수분해한다.

공통 부분이 생기도록 두 항씩 묶어 인수분해한다.

공통인수 51.2로 묶어 낸 후 $a=7.5$, $b=2.5$로 보면 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$를 이용할 수 있다.

$a=105$, $b=5$로 보면 $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$을 이용할 수 있다.

217 (주어진 식)$=a^2-(b^2-12b+36)$
$=a^2-(b-6)^2$
$=(a+b-6)(a-b+6)$ 답 ④

218 (주어진 식)$=a^2-(b^2+2bc+c^2)$
$=a^2-(b+c)^2$
$=(a+b+c)(a-b-c)$
답 $(a+b+c)(a-b-c)$

219 (주어진 식)$=(4x^2-4xy+y^2)-1$
$=(2x-y)^2-1^2$
$=(2x-y+1)(2x-y-1)$
따라서 두 일차식의 합은
$(2x-y+1)+(2x-y-1)=4x-2y$
답 $4x-2y$

220 주어진 식을 y에 대하여 내림차순으로 정리하면
(주어진 식)$=2y(x-1)+(x^2+3x-4)$
$=2y(x-1)+(x+4)(x-1)$
$=(x-1)(x+2y+4)$
따라서 두 일차식의 합은
$(x-1)+(x+2y+4)=2x+2y+3$ 답 ⑤

다른 풀이
주어진 식을 x에 대하여 내림차순으로 정리하면
(주어진 식)$=x^2+(2y+3)x-(2y+4)$
$=(x-1)(x+2y+4)$

221 주어진 식을 y에 대하여 내림차순으로 정리하면
(주어진 식)$=-y(x+2)+(x^2-x-6)$
$=-y(x+2)+(x+2)(x-3)$
$=(x+2)(x-y-3)$ 답 ③

222 주어진 식을 y에 대하여 내림차순으로 정리하면
(주어진 식)$=3y(x-2)+(x^2-x-2)$
$=3y(x-2)+(x-2)(x+1)$
$=(x-2)(x+3y+1)$ 답 ②

223 $7.5^2\times51.2-2.5^2\times51.2$
$=51.2\times(7.5^2-2.5^2)$
$=51.2\times(7.5+2.5)(7.5-2.5)$
$=51.2\times10\times5=2560$ 답 ④

224 $2\times105^2-20\times105+50$
$=2(105^2-10\times105+25)$
$=2(105^2-2\times105\times5+5^2)$
$=2(105-5)^2=2\times100^2$
$=20000$ 답 20000

Q BOX

225 $\dfrac{2020\times2021+2020}{2021^2-1}$

$=\dfrac{2020(2021+1)}{(2021+1)(2021-1)}$

$=\dfrac{2020\times2022}{2022\times2020}=1$ 답 ③

226 $x=4-2\sqrt{3}$이므로

$x^2-8x+16=(x-4)^2$

$=(-2\sqrt{3})^2=12$ 답 ③

$x=\dfrac{2}{\sqrt{3}+2}$

$=\dfrac{2(\sqrt{3}-2)}{(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)}$

$=4-2\sqrt{3}$

227 $2<\sqrt{7}<3$이므로 $x=\sqrt{7}-2$

$x+8=A$로 놓으면

(주어진 식)$=A^2-12A+27=(A-3)(A-9)$

$=(x+5)(x-1)$

$=(\sqrt{7}+3)(\sqrt{7}-3)$

$=-2$ 답 -2

(무리수의 소수 부분)
=(무리수)−(정수 부분)

228 (주어진 식)$=(x-y+x+y)(x-y-x-y)$

$=2x\times(-2y)=-4xy$

$=-4\times\sqrt{6}\times\sqrt{8}=-16\sqrt{3}$ 답 ①

(가운데가 뚫린 원기둥의 부피)
=(큰 원기둥의 부피)
−(뚫린 원기둥의 부피)

229 $x=\sqrt{5}+2$, $y=\sqrt{5}-2$이므로

$x-y=4$, $xy=1$

∴ (주어진 식)$=xy(x^2-2xy+y^2)$

$=xy(x-y)^2$

$=1\times4^2=16$ 답 16

분모를 유리화하여 x, y의 값을 간단히 한 다음 인수분해한 식에 대입한다.

230 (주어진 식)$=a(x+2y)+b(x+2y)$

$=(x+2y)(a+b)$

$=(-3)\times2=-6$ 답 ①

231 (주어진 식)$=\dfrac{8a^2b^2-3ab(a-b)}{(a-b)^2}$

$=\dfrac{8a^2b^2-3ab\times2ab}{(2ab)^2}$

$=\dfrac{2a^2b^2}{4a^2b^2}=\dfrac{1}{2}$ 답 ③

영주는 x의 계수를 바르게 보았고, 승희는 상수항을 바르게 보았다.

232 (주어진 식)$=x^2(x-y)-y^2(x-y)$

$=(x-y)(x^2-y^2)$

$=(x-y)^2(x+y)$

$=(2\sqrt{2})^2\times2=16$ 답 16

233 $b-c=-5$, $a-b=4$를 변끼리 더하면

$a-c=-1$

∴ (주어진 식)$=c(b-c)-a(b-c)$

$=-(b-c)(a-c)$

$=-(-5)\times(-1)=-5$

답 -5

가은이는 상수항을 바르게 보았고, 민국이는 x의 계수를 바르게 보았다.

234 $4x+4y=28$ ∴ $x+y=7$

$x>y$라 하면 $x^2-y^2=21$

$(x+y)(x-y)=21$ ∴ $x-y=3$

따라서 두 정사각형의 둘레의 길이의 차는

$4x-4y=4(x-y)$

$=4\times3=12$(cm) 답 12 cm

235 $2\pi a+2\pi b=32\pi$ ∴ $a+b=16$

$\pi a^2-\pi b^2=64\pi$, $a^2-b^2=64$

$(a+b)(a-b)=64$

∴ $a-b=4$ 답 4

236 $\pi\times7.5^2\times12-\pi\times2.5^2\times12$

$=12\pi(7.5^2-2.5^2)$

$=12\pi(7.5+2.5)(7.5-2.5)$

$=12\pi\times10\times5=600\pi$(cm^3) 답 600π cm^3

237 $x^2+11x+A=(x+a)(x+b)$

$=x^2+(a+b)x+ab$

에서 $a+b=11$, $ab=A$

즉 A는 합이 11인 두 자연수의 곱이다.

합이 11인 두 자연수는 1, 10 또는 2, 9 또는 3, 8 또는 4, 7 또는 5, 6

따라서 A의 최댓값은 30, 최솟값은 10이므로 그 차는 $30-10=20$ 답 ⑤

238 $2x^2+9x+k=(x+a)(2x+b)$

$=2x^2+(2a+b)x+ab$

에서 $2a+b=9$, $ab=k$

$2a+b=9$를 만족시키는 자연수 a, b의 순서쌍 (a, b)는 (1, 7), (2, 5), (3, 3), (4, 1)

따라서 k의 최솟값은 4이다. 답 4

239 $(x-4)^2=x^2-8x+16$에서

x의 계수는 -8

$(x-3)(x-4)=x^2-7x+12$에서

상수항은 12

∴ $x^2-8x+12=(x-2)(x-6)$

답 $(x-2)(x-6)$

240 $(x+1)(2x-3)=2x^2-x-3$에서

상수항은 -3

$(x+2)(2x+1)=2x^2+5x+2$에서

x의 계수는 5

∴ $2x^2+5x-3=(x+3)(2x-1)$

답 $(x+3)(2x-1)$

WORK BOOK

Q BOX

차수가 같을 때는 한 문자에 대하여 내림차순으로 정리한 다음 인수분해한다.

241 주어진 식을 x에 대하여 내림차순으로 정리하면

$(\text{주어진 식})=x^2-x-(y^2+3y+2)$

$=x^2-x-(y+1)(y+2)$

$=\{x+(y+1)\}\{x-(y+2)\}$

$=(x+y+1)(x-y-2)$

$1 \times (y+1) \rightarrow y+1$

$1 \times -(y+2) \rightarrow -y-2$ (+)

-1

따라서 $a=1$, $b=-1$, $c=-2$이므로

$a+b+c=-2$ 답 -2

242 주어진 식을 x에 대하여 내림차순으로 정리하면

$(\text{주어진 식})=x^2+3yx+(2y^2-y-1)$

$=x^2+3yx+(2y+1)(y-1)$

$=\{x+(2y+1)\}\{x+(y-1)\}$

$=(x+2y+1)(x+y-1)$

따라서 두 일차식의 합은

$(x+2y+1)+(x+y-1)=2x+3y$ 답 ③

243 (주어진 식)

$=(2-4)(2+4)+(6-8)(6+8)$

$+(10-12)(10+12)+(14-16)(14+16)$

$+(18-20)(18+20)$

$=-2(6+14+22+30+38)$

$=-2\times110=-220$ 답 ①

244 $f(x)=1-\frac{1}{x^2}=\left(1-\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{1}{x}\right)$

$\therefore (\text{주어진 식})$

$=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)$

$\times\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)\times\cdots\times\left(1-\frac{1}{10}\right)\left(1+\frac{1}{10}\right)$

$=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{4}{3}\times\frac{3}{4}\times\frac{5}{4}\times\cdots\times\frac{9}{10}\times\frac{11}{10}$

$=\frac{1}{2}\times\frac{11}{10}=\frac{11}{20}$ 답 $\frac{11}{20}$

245 $x^2-y^2+2y-1=x^2-(y^2-2y+1)$

$=x^2-(y-1)^2$

$=(x+y-1)(x-y+1)$

따라서 $(6-1)(x-y+1)=25$이므로

$x-y+1=5 \quad \therefore x-y=4$ 답 4

3개의 항이 완전제곱식으로 인수분해되므로 A^2-B^2을 이용할 수 있도록 식을 변형한다.

246 $(a+1)(b+1)=ab+a+b+1$

따라서 $-1+a+b+1=4$이므로 $a+b=4$

$\therefore (\text{주어진 식})=a^2(a-b)-b^2(a-b)$

$=(a-b)(a^2-b^2)$

$=(a-b)^2(a+b)$

$=\{(a+b)^2-4ab\}(a+b)$

$=(4^2+4)\times4$

$=80$ 답 80

주어진 조건의 식을 정리한 다음 ab의 값을 대입하여 $a+b$의 값을 구한다.

247 $[4x,\ y]-[x,\ -2y]-[x,\ y]$

$=(4x-y)^2-(x+2y)^2-(x-y)^2$

$=\{(4x-y)+(x+2y)\}\{(4x-y)-(x+2y)\}$

$-(x-y)^2$

$=3(5x+y)(x-y)-(x-y)^2$

$=(x-y)\{3(5x+y)-(x-y)\}$

$=(x-y)(14x+4y)$

$=2(x-y)(7x+2y)$

답 $2(x-y)(7x+2y)$

248 $\begin{vmatrix} 3x-4y & -y \\ 9x-2y & 2x \end{vmatrix}$

$=(3x-4y)\times2x-(-y)\times(9x-2y)$

$=6x^2-8xy+9xy-2y^2$

$=6x^2+xy-2y^2$

$=(3x+2y)(2x-y)$

답 $(3x+2y)(2x-y)$

공통 부분이 나오도록 둘씩 짝을 지어 전개한다.

249 (주어진 식)

$=\{x(x-3)\}\{(x-1)(x-2)\}+1$

$=(x^2-3x)(x^2-3x+2)+1$ $x^2-3x=A$

$=A(A+2)+1$

$=A^2+2A+1$

$=(A+1)^2$

$=(x^2-3x+1)^2$ 답 ⑤

250 (주어진 식)

$=\{(x-2)(x+3)\}\{(x-1)(x+2)\}+3$

$=(x^2+x-6)(x^2+x-2)+3$ $x^2+x=A$

$=(A-6)(A-2)+3$

$=A^2-8A+15$

$=(A-5)(A-3)$

$=(x^2+x-5)(x^2+x-3)$

따라서 두 이차식의 합은

$(x^2+x-5)+(x^2+x-3)=2x^2+2x-8$

답 $2x^2+2x-8$

251 $3^{24}-1=(3^{12}+1)(3^{12}-1)$

$=(3^{12}+1)(3^6+1)(3^6-1)$

$=(3^{12}+1)(3^6+1)(3^3+1)(3^3-1)$

따라서 두 자연수는 $3^3+1=28$, $3^3-1=26$이므로 $28+26=54$ 답 54

252 $2^{20}-1=(2^{10}+1)(2^{10}-1)$

$=(2^{10}+1)(2^5+1)(2^5-1)$

$=1025\times33\times31$

$=3\times5^2\times11\times31\times41$

따라서 약수가 아닌 것은 ④ 35이다. 답 ④

2 이차방정식과 그 풀이 ▸47~59쪽

253 ① $2x^2=0$ ② $-4x+3=0$ ④ 이차식
⑤ $2x^2+2x-9=0$ 답 ②, ④

254 $2x^2-x-6=6x^2+3x$이므로 $4x^2+4x+6=0$
따라서 $a=4$, $b=4$이므로
$a-b=0$ 답 ③

255 ㉠ $5x-5=0$ ㉡ $4x^2+3x=0$
㉢ $3x^2-7x-3=0$ ㉣ $6x^2+6x+1=0$
㉤ $x^2-x-3=0$ ㉥ $x+2=0$
따라서 이차방정식인 것은 ㉡, ㉢, ㉣, ㉤의 4개이다. 답 4개

256 ③ $x=-3$을 $x^2+7x+12=0$에 대입하면
$(-3)^2+7\times(-3)+12=0$ 답 ③

257 ① $(-2)^2-2\times(-2)+6=14\neq0$
② $(-4)^2-(-4)-12=8\neq0$
③ $x^2-x-2=0$에서 $1^2-1-2=-2\neq0$
④ $4x^2-10x-6=0$에서 $4\times3^2-10\times3-6=0$
⑤ $x^2+3x+4=0$에서 $2^2+3\times2+4=14\neq0$
답 ④

258 $x=-3$일 때, $(-3)^2+5\times(-3)+4=-2\neq0$
$x=-2$일 때, $(-2)^2+5\times(-2)+4=-2\neq0$
$x=-1$일 때, $(-1)^2+5\times(-1)+4=0$
따라서 해는 $x=-1$이다. 답 $x=-1$

259 $x=5$를 이차방정식에 대입하면
$3\times5^2+3a\times5+a+5=0$, $16a=-80$
$\therefore a=-5$ 답 -5

260 $x=-3$을 $ax^2+7x+a+1=0$에 대입하면
$a\times(-3)^2+7\times(-3)+a+1=0$ $\therefore a=2$
$x=3$을 $2x^2-bx-3b=0$에 대입하면
$2\times3^2-b\times3-3b=0$ $\therefore b=3$
$\therefore ab=6$ 답 ⑤

261 $x=5$를 $x^2-8x+a=0$에 대입하면
$5^2-8\times5+a=0$ $\therefore a=15$
$x=-\frac{1}{2}$을 $2x^2+bx-5=0$에 대입하면
$2\times\left(-\frac{1}{2}\right)^2+b\times\left(-\frac{1}{2}\right)-5=0$, $-\frac{1}{2}b=\frac{9}{2}$
$\therefore b=-9$
$\therefore a+b=6$ 답 ④

262 $m^2+3m-1=0$이므로 $m^2+3m=1$
$2n^2-5n+2=0$이므로 $2n^2-5n=-2$
$\therefore m^2-2n^2+3m+5n$
$=m^2+3m-(2n^2-5n)$
$=1-(-2)=3$ 답 ⑤

263 $a^2+a-1=0$이므로 $a-1=-a^2$, $1-a^2=a$
$\therefore$ (주어진 식)$=\frac{a^2}{-a^2}-\frac{2a}{a}=-1-2=-3$
답 -3

264 $a^2+2a-1=0$이므로 $a^2+2a=1$
$\therefore (a-1)(a-2)(a+3)(a+4)$
$=\{(a-1)(a+3)\}\{(a-2)(a+4)\}$
$=(a^2+2a-3)(a^2+2a-8)$
$=(1-3)\times(1-8)$
$=(-2)\times(-7)=14$ 답 14

265 $x+5=0$ 또는 $3x-1=0$
$\therefore x=-5$ 또는 $x=\frac{1}{3}$ 답 ②

266 $(x-2)(x+4)=0$에서 $x=2$ 또는 $x=-4$
따라서 두 근의 곱은 $2\times(-4)=-8$ 답 -8

267 ① $x=0$ 또는 $x=4$이므로 두 근의 합은 4
② $x=1$ 또는 $x=4$이므로 두 근의 합은 5
③ $x=2$ 또는 $x=-3$이므로 두 근의 합은 -1
④ $x=-2$ 또는 $x=3$이므로 두 근의 합은 1
⑤ $x=-1$ 또는 $x=-4$이므로 두 근의 합은 -5
답 ②

268 $x^2+2x-15=0$이므로 $(x+5)(x-3)=0$
$\therefore x=-5$ 또는 $x=3$ 답 ③

269 $x^2+x+3=4x^2-4x+1$이므로 $3x^2-5x-2=0$
$(3x+1)(x-2)=0$
따라서 $x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=2$이므로
$p=2$, $q=-\frac{1}{3}$ ($\because p>q$)
$\therefore p+3q=2+3\times\left(-\frac{1}{3}\right)=1$ 답 1

270 $6x^2+6x=5x+15$이므로 $6x^2+x-15=0$
$(3x+5)(2x-3)=0$
$\therefore x=-\frac{5}{3}$ 또는 $x=\frac{3}{2}$
따라서 두 근 사이에 있는 정수는 -1, 0, 1의 3개이다. 답 ③

271 $x=a$를 $x^2+3ax-4a=0$에 대입하면
$a^2+3a^2-4a=0$, $4a^2-4a=0$
$4a(a-1)=0$ $\therefore a=0$ 또는 $a=1$
$a\neq0$이므로 $a=1$ 답 1

Q BOX

$AB=0$이면 $A=0$ 또는 $B=0$

[ ] 안의 수를 주어진 이차방정식에 대입하여 참이 되는 것을 찾는다.

$x=k$가 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 근 ➡ $ak^2+bk+c=0$

주어진 식을 정리하여 $ax^2+bx+c=0$의 꼴로 나타낸 후 인수분해한다.

WORK BOOK

272 $x=k$를 $2x^2-x+6k=3$에 대입하면
$2k^2-k+6k=3$, $2k^2+5k-3=0$
$(k+3)(2k-1)=0$
$\therefore k=-3$ 또는 $k=\frac{1}{2}$ 답 ①, ③

273 $x=1$을 $(a-2)x^2+a^2x-4=0$에 대입하면
$a-2+a^2-4=0$, $a^2+a-6=0$
$(a-2)(a+3)=0$ $\therefore a=2$ 또는 $a=-3$
그런데 $a=2$이면 x에 대한 이차방정식이 아니므로 $a=-3$ 답 -3

이차방정식이 (완전제곱식)=0의 꼴이면 중근을 갖는다.

$a=2$이면 주어진 방정식은 $0\cdot x^2+4x-4=0$이 되므로 이차방정식이 아니다.

274 $x=-2$를 $x^2+ax-16=0$에 대입하면
$4-2a-16=0$, $2a=-12$ $\therefore a=-6$
즉 $x^2-6x-16=0$이므로 $(x+2)(x-8)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=8$ 답 ②

275 $x=-5$를 $x^2+(a+1)x-5a=0$에 대입하면
$25-5a-5-5a=0$이므로
$-10a=-20$ $\therefore a=2$
즉 $x^2+3x-10=0$이므로
$(x+5)(x-2)=0$ $\therefore b=2$
$\therefore a-b=0$ 답 0

276 $x=\frac{1}{3}$을 $x^2-2mx+1=0$에 대입하면
$\frac{1}{9}-\frac{2}{3}m+1=0$ $\therefore m=\frac{5}{3}$
즉 $x^2-\frac{10}{3}x+1=0$이므로
$\left(x-\frac{1}{3}\right)(x-3)=0$ $\therefore n=3$
$\therefore mn=5$ 답 ①

$-\frac{2}{3}m+\frac{10}{9}=0$이므로
$-\frac{2}{3}m=-\frac{10}{9}$
$\therefore m=\frac{5}{3}$

277 $x^2+x-12=0$에서 $(x+4)(x-3)=0$
$\therefore x=-4$ 또는 $x=3$
$x^2+5x+4=0$에서 $(x+4)(x+1)=0$
$\therefore x=-4$ 또는 $x=-1$
따라서 두 이차방정식의 공통인 근은 $x=-4$이다. 답 $x=-4$

두 이차방정식의 해를 각각 구하여 공통인 것을 찾는다.

278 $(x+1)(x-4)=0$에서 $x=-1$ 또는 $x=4$
$x^2-2x-3=0$에서 $(x+1)(x-3)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=3$
$x^2-1=0$에서 $(x+1)(x-1)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=1$
따라서 세 이차방정식의 공통인 근은 $x=-1$이다. 답 ②

이차방정식 $x^2+ax+b=0$이 중근을 가질 조건
➡ $b=\left(\frac{a}{2}\right)^2$

279 $5x^2-22x+8=0$에서 $(5x-2)(x-4)=0$
$\therefore x=\frac{2}{5}$ 또는 $x=4$
$3x^2-7x-20=0$에서 $(3x+5)(x-4)=0$
$\therefore x=-\frac{5}{3}$ 또는 $x=4$
따라서 공통인 근은 $x=4$이므로 공통이 아닌 근의 곱은 $\frac{2}{5}\times\left(-\frac{5}{3}\right)=-\frac{2}{3}$ 답 $-\frac{2}{3}$

280 ① $(x-1)(x-4)=0$ ② $(x-2)^2=0$
③ $(x+4)(x-10)=0$ ④ $(3x+1)^2=0$
⑤ $(x+2)(x-2)=0$ 답 ②, ④

281 ① $(x-1)^2=0$ ② $(x-4)^2=0$
③ $x^2=0$ ④ $(2x+1)^2=0$
⑤ $(3x+1)(x-1)=0$ 답 ⑤

282 ㉠ $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=0$ ㉡ $(x+5)(x-5)=0$
㉢ $(x-4)^2=0$ ㉣ $(2x+1)(2x+9)=0$
㉤ $(x-3)^2=0$ ㉥ $(x+5)(x-11)=0$
따라서 중근을 갖는 것은 ㉠, ㉢, ㉤의 3개이다.
답 3개

283 $x^2-6x+9=4x-16$에서
$x^2-10x+25=0$, $(x-5)^2=0$
$\therefore x=5$ (중근) 답 $x=5$ (중근)

284 $4x^2+8x=-4x^2-2$에서 $8x^2+8x+2=0$
$4x^2+4x+1=0$, $(2x+1)^2=0$
$\therefore x=-\frac{1}{2}$ (중근) 답 $x=-\frac{1}{2}$ (중근)

285 $9x^2-24x+16=0$에서 $(3x-4)^2=0$
$\therefore x=\frac{4}{3}$ (중근)
$(x-4)^2=4(x-5)$에서
$x^2-8x+16=4x-20$
$x^2-12x+36=0$, $(x-6)^2=0$
$\therefore x=6$ (중근)
따라서 $a=\frac{4}{3}$, $b=6$이므로 $ab=8$ 답 8

286 $m-1=\left(\frac{-6}{2}\right)^2=9$이므로 $m=10$ 답 ④

287 $k+5=\left(\frac{-8}{2}\right)^2=16$ $\therefore k=11$
즉 $x^2-8x+16=0$에서 $(x-4)^2=0$이므로
$x=4$ (중근) $\therefore a=4$
$\therefore a+k=15$ 답 15

Q BOX

288 $x^2-12x+6a=2x-1$에서 $x^2-14x+6a+1=0$

$6a+1=\left(\frac{-14}{2}\right)^2=49$ $\therefore a=8$

즉 $x^2-14x+49=0$에서 $(x-7)^2=0$이므로

$x=7$ (중근) $\therefore b=7$

$\therefore a-b=1$ 답 ①

289 $4=\left(\frac{2a}{2}\right)^2=a^2$ $\therefore a=\pm2$ 답 ±2

$x^2=k(k\geq0)$의 해 ➡ $x=\pm\sqrt{k}$

290 $1=\left\{\frac{-(m+3)}{2}\right\}^2=\frac{(m+3)^2}{4}$이므로

$m^2+6m+9=4$

$m^2+6m+5=0$, $(m+1)(m+5)=0$

$\therefore m=-1$ 또는 $m=-5$

(i) $m=-1$일 때,

$x^2-2x+1=0$이므로 $(x-1)^2=0$

$\therefore x=1$(중근)

$\therefore n=1$

(ii) $m=-5$일 때,

$x^2+2x+1=0$이므로 $(x+1)^2=0$

$\therefore x=-1$(중근)

$\therefore n=-1$

(i), (ii)에서 $mn=-1$ 또는 $mn=5$ 답 ③

$(m+3)^2=4$이므로

$m+3=\pm2$

$m=-3\pm2$

$\therefore m=-1$ 또는 $m=-5$

$m=-1$, $n=1$일 때, $mn=(-1)\times1=-1$

$m=-5$, $n=-1$일 때, $mn=(-5)\times(-1)=5$

291 $x^2-3kx+8k+4=0$에서

$8k+4=\left(\frac{-3k}{2}\right)^2=\frac{9k^2}{4}$

$9k^2=32k+16$, $9k^2-32k-16=0$

$(9k+4)(k-4)=0$ $\therefore k=-\frac{4}{9}$ 또는 $k=4$

따라서 구하는 곱은 $\left(-\frac{4}{9}\right)\times4=-\frac{16}{9}$

답 $-\frac{16}{9}$

k에 대한 이차방정식이므로 인수분해하여 k의 값을 구한다.

292 $x^2-4x+3=0$에서 $(x-1)(x-3)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=3$

따라서 $x=1$이 $ax^2+3x-2a=0$의 근이므로

$a+3-2a=0$ $\therefore a=3$ 답 ④

293 $4x-17=x^2-2x-8$에서 $x^2-6x+9=0$

$(x-3)^2=0$ $\therefore x=3$ (중근)

따라서 $x=3$이 $x^2+(a-1)x+a+2=0$의 근이므로 $9+3a-3+a+2=0$

$4a+8=0$ $\therefore a=-2$ 답 -2

294 $x=-5$를 $x^2+ax+15=0$에 대입하면

$25-5a+15=0$ $\therefore a=8$

즉 $x^2+8x+15=0$이므로 $(x+5)(x+3)=0$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=-3$

따라서 $x=-3$이 $bx^2+(2b-1)x-b+1=0$의 근이므로 $9b-6b+3-b+1=0$

$2b=-4$ $\therefore b=-2$

$\therefore ab=-16$ 답 -16

295 $-6x^2=-30$이므로 $x^2=5$ $\therefore x=\pm\sqrt{5}$

답 $x=\pm\sqrt{5}$

296 ① $x=\pm\sqrt{2}$

② $x=2$ (중근)

③ $x^2=8$에서 $x=\pm2\sqrt{2}$

④ $x^2+2x-3=0$에서 $(x+3)(x-1)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=1$

⑤ $2x^2+10x=10x+8$에서 $2x^2=8$, $x^2=4$

$\therefore x=\pm2$ 답 ⑤

297 $x^2-3x-18=-3x-10$에서 $x^2=8$

$\therefore x=\pm2\sqrt{2}$

따라서 두 근의 곱은 $(-2\sqrt{2})\times2\sqrt{2}=-8$

답 ③

298 $(x-3)^2=7$이므로 $x-3=\pm\sqrt{7}$

$\therefore x=3\pm\sqrt{7}$

따라서 두 근의 곱은

$(3+\sqrt{7})(3-\sqrt{7})=9-7=2$ 답 ③

299 ① $x=\pm\sqrt{12}=\pm2\sqrt{3}$

② $x^2=20$에서 $x=\pm\sqrt{20}=\pm2\sqrt{5}$

③ $x^2=25$에서 $x=\pm5$

④ $x-1=\pm\sqrt{6}$ $\therefore x=1\pm\sqrt{6}$

⑤ $(x+2)^2=3$에서 $x+2=\pm\sqrt{3}$

$\therefore x=-2\pm\sqrt{3}$ 답 ③

300 $5(x-a)^2=b$에서 $(x-a)^2=\frac{b}{5}$

$x-a=\pm\sqrt{\frac{b}{5}}$ $\therefore x=a\pm\sqrt{\frac{b}{5}}$

따라서 $a=-4$, $\sqrt{\frac{b}{5}}=2\sqrt{5}$이므로

$\frac{b}{5}=20$ $\therefore b=100$

$\therefore a+b=96$ 답 ②

$a(x-p)^2=q$에서

① $a\neq0$, $\frac{q}{a}\geq0$ ➡ 해를 갖는다.

② $a\neq0$, $\frac{q}{a}<0$ ➡ 해를 갖지 않는다.

301 $6-m\geq0$ $\therefore m\leq6$ 답 ④

302 ① $x^2=-\frac{1}{2}$에서 제곱해서 음수가 되는 수는 없으므로 해가 없다.

⑤ $x^2=-\frac{2}{3}$에서 제곱해서 음수가 되는 수는 없으므로 해가 없다. 답 ①, ⑤

WORK BOOK

303 ① $(x+3)^2=1$에서 $x+3=\pm1$
$\therefore x=-4$ 또는 $x=-2$
② $k+1>0$이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.
③ $(x+3)^2=0$이므로 $x=-3$ (중근)
④ $k+1<0$, 즉 $k<-1$이면 근이 없다.
⑤ $(x+3)^2=9$에서 $x+3=\pm3$
$\therefore x=-6$ 또는 $x=0$ 답 ④

304 $x^2-10x+25=-20+25$에서 $(x-5)^2=5$
따라서 $p=5$, $q=5$이므로
$p-q=0$ 답 ①

305 $3x^2+12x-6=0$에서 $x^2+4x-2=0$
$x^2+4x+4=2+4$, $(x+2)^2=6$
따라서 $p=2$, $q=6$이므로
$pq=12$ 답 ④

306 $(x-2)(3x-2)=x+1$에서 $3x^2-8x+4=x+1$
$3x^2-9x+3=0$, $x^2-3x+1=0$
$x^2-3x+\frac{9}{4}=-1+\frac{9}{4}$, $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{5}{4}$
따라서 $a=-\frac{3}{2}$, $b=\frac{5}{4}$이므로
$2a+4b=-3+5=2$ 답 2

307 양변을 2로 나누면 $x^2-\frac{3}{2}x-2=0$
상수항을 우변으로 이항하면 $x^2-\frac{3}{2}x=\boxed{2}$
좌변이 완전제곱식이 되도록 양변에 $\frac{9}{16}$를 더하면 $x^2-\frac{3}{2}x+\boxed{\frac{9}{16}}=2+\boxed{\frac{9}{16}}$
$\left(x-\boxed{\frac{3}{4}}\right)^2=\boxed{\frac{41}{16}}$, $x-\frac{3}{4}=\pm\frac{\sqrt{41}}{4}$
$\therefore x=\frac{\boxed{3\pm\sqrt{41}}}{4}$ 답 ⑤

308 $x^2+10x+25=-a+25$에서
$(x+5)^2=25-a$, $x+5=\pm\sqrt{25-a}$
$\therefore x=-5\pm\sqrt{25-a}$
따라서 $-b=-5$, $3=25-a$이므로
$a=22$, $b=5$ $\therefore a-b=17$ 답 17

309 $3x^2-4x-3=0$에서 $x^2-\frac{4}{3}x-1=0$
$x^2-\frac{4}{3}x+\frac{4}{9}=1+\frac{4}{9}$, $\left(x-\frac{2}{3}\right)^2=\frac{13}{9}$
$x-\frac{2}{3}=\pm\frac{\sqrt{13}}{3}$ $\therefore x=\frac{2\pm\sqrt{13}}{3}$ 답 ④

Q BOX

이차방정식의 이차항의 계수는 0이 아님에 주의한다.

$AB\neq0$
➡ $A\neq0$이고 $B\neq0$

$\left(\frac{4}{2}\right)^2=4$

$\left(a-\frac{2}{a}\right)^2=a^2-4+\frac{4}{a^2}$
이므로
$a^2+\frac{4}{a^2}=\left(a-\frac{2}{a}\right)^2+4$

$m>1$이면 $0<\frac{1}{m}<1$
이므로 $m-\frac{1}{m}>0$

$x^2+(a-1)x-a=0$의 일차항의 계수와 상수항을 바꾸면
$x^2-ax+a-1=0$이 된다.

310 $(a-5)x^2+5ax-7=0$
이차방정식이 되려면 $a\neq5$ 답 ③

311 $(a^2-4a+3)x^2+(a-2)x-1=0$
이차방정식이 되려면 $a^2-4a+3\neq0$
$(a-1)(a-3)\neq0$
$\therefore a\neq1$이고 $a\neq3$ 답 ④

312 $x^2-4x-2=0$에 $x=a$를 대입하면
$a^2-4a-2=0$
$a\neq0$이므로 양변을 a로 나누면
$a-4-\frac{2}{a}=0$ $\therefore a-\frac{2}{a}=4$
$\therefore a^2+\frac{4}{a^2}=\left(a-\frac{2}{a}\right)^2+4=4^2+4=20$
$\therefore a^2+a-\frac{2}{a}+\frac{4}{a^2}=\left(a-\frac{2}{a}\right)+\left(a^2+\frac{4}{a^2}\right)$
$=4+20=24$ 답 24

313 $x^2-6x+1=0$에 $x=m$을 대입하면
$m^2-6m+1=0$
$m\neq0$이므로 양변을 m으로 나누면
$m-6+\frac{1}{m}=0$ $\therefore m+\frac{1}{m}=6$
$\left(m-\frac{1}{m}\right)^2=\left(m+\frac{1}{m}\right)^2-4=6^2-4=32$
$\therefore m-\frac{1}{m}=\pm4\sqrt{2}$
그런데 $m>1$이면 $m-\frac{1}{m}>0$이므로
$m-\frac{1}{m}=4\sqrt{2}$ 답 $4\sqrt{2}$

314 $9a^2-6ab+b^2=0$에서 $(3a-b)^2=0$
$\therefore b=3a$
$\therefore \frac{5a-b}{b}=\frac{5a-3a}{3a}=\frac{2a}{3a}=\frac{2}{3}$ 답 $\frac{2}{3}$

315 $3x^2-4xy-4y^2=0$에서 $(3x+2y)(x-2y)=0$
$\therefore x=-\frac{2}{3}y$ 또는 $x=2y$
그런데 $xy>0$이므로 $x=2y$
$\therefore \frac{2x^2-xy+4y^2}{x^2+y^2}=\frac{2\times4y^2-2y\times y+4y^2}{4y^2+y^2}$
$=\frac{10y^2}{5y^2}=2$ 답 ③

316 $x=4$가 $x^2-ax+a-1=0$의 근이므로
$16-4a+a-1=0$
$-3a=-15$ $\therefore a=5$

따라서 처음 이차방정식은 $x^2+4x-5=0$이므로
$(x+5)(x-1)=0$ $\therefore x=-5$ 또는 $x=1$
답 $x=-5$ 또는 $x=1$

317 $x=-9$가 $x^2+(2k+2)x-3k=0$의 근이므로
$81-18k-18-3k=0$
$-21k=-63$ $\therefore k=3$
따라서 처음 이차방정식은 $x^2-9x+8=0$이므로
$(x-1)(x-8)=0$ $\therefore x=1$ 또는 $x=8$
따라서 두 근의 곱은 $1\times8=8$ 답 8

318 $(x+2)(4x-1)-2(x+2)+(4x-1)$
$=3x^2+3x$이므로
$4x^2+7x-2-2x-4+4x-1=3x^2+3x$
$x^2+6x-7=0$, $(x+7)(x-1)=0$
$\therefore x=-7$ 또는 $x=1$
따라서 모든 실수 x의 값의 합은
$(-7)+1=-6$ 답 -6

319 $\begin{vmatrix} x-2 & 3x+1 \\ -x & 2 \end{vmatrix}$
$=(x-2)\times2-(3x+1)\times(-x)$
$=3x^2+3x-4$
이므로 $3x^2+3x-4=x+4$
$3x^2+2x-8=0$, $(x+2)(3x-4)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=\frac{4}{3}$ 답 -2 또는 $\frac{4}{3}$

320 $(x+2)(x-5)+6\neq0$에서
$x^2-3x-4\neq0$, $(x+1)(x-4)\neq0$
$\therefore x\neq-1$이고 $x\neq4$
$x^2-3x-4=3(x^2-4x-5)$에서
$2x^2-9x-11=0$, $(x+1)(2x-11)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=\frac{11}{2}$
그런데 $x\neq-1$이므로 $x=\frac{11}{2}$ 답 ⑤

321 $(x+2)^2\neq16$에서
$x^2+4x-12\neq0$, $(x+6)(x-2)\neq0$
$\therefore x\neq-6$이고 $x\neq2$
$2(x^2+4x+4)=-(x-2)(x+10)$에서
$2x^2+8x+8=-x^2-8x+20$
$3x^2+16x-12=0$, $(x+6)(3x-2)=0$
$\therefore x=-6$ 또는 $x=\frac{2}{3}$
그런데 $x\neq-6$이므로 $x=\frac{2}{3}$ 답 $\frac{2}{3}$

Q BOX

$x^2+ax+b=(x+m)(x+n)$ ➡ $a=m+n$, $b=mn$

$x^2-3kx+2k+2=0$의 일차항의 계수와 상수항을 바꾸면 $x^2+(2k+2)x-3k=0$이 된다.

근호 안이 어떤 수의 제곱이면 근호를 없앨 수 있다.

절댓값 기호 안이 0이 되는 수를 기준으로 나누어 방정식의 해를 구한다.

$x-3\geq0$이면 $x\geq3$
$x-3<0$이면 $x<3$

322 a는 곱이 -16인 두 정수의 합이다. 곱이 -16인 두 정수를 순서쌍으로 나타내면
$(1, -16)$, $(2, -8)$, $(4, -4)$, $(8, -2)$, $(16, -1)$
따라서 a의 값을 구하면
-15, -6, 0, 6, 15
답 -15, -6, 0, 6, 15

323 $x^2+8x+16=16-m$에서 $(x+4)^2=16-m$
$x+4=\pm\sqrt{16-m}$
$\therefore x=-4\pm\sqrt{16-m}$
정수인 해를 가지려면 $16-m$이 0 또는 제곱수이어야 하므로
$16-m=0, 1, 4, 9, 16, \cdots$
$\therefore m=16, 15, 12, 7, 0, \cdots$
그런데 m은 자연수이므로 $m=16, 15, 12, 7$
따라서 m의 모든 값의 합은
$16+15+12+7=50$ 답 50

324 $x^2-x=|x+1|+7$에서
(i) $x\geq-1$일 때
$x^2-x=x+1+7$
$x^2-2x-8=0$, $(x+2)(x-4)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=4$
그런데 $x\geq-1$이므로 $x=4$
(ii) $x<-1$일 때
$x^2-x=-(x+1)+7$
$x^2=6$ $\therefore x=\pm\sqrt{6}$
그런데 $x<-1$이므로 $x=-\sqrt{6}$
(i), (ii)에서 $x=4$ 또는 $x=-\sqrt{6}$
답 $x=4$ 또는 $x=-\sqrt{6}$

325 $x^2+2x-15=2|x-3|$에서
(i) $x\geq3$일 때
$x^2+2x-15=2(x-3)$
$x^2-9=0$, $(x+3)(x-3)=0$
$\therefore x=-3$ 또는 $x=3$
그런데 $x\geq3$이므로 $x=3$
(ii) $x<3$일 때
$x^2+2x-15=-2(x-3)$
$x^2+4x-21=0$, $(x+7)(x-3)=0$
$\therefore x=-7$ 또는 $x=3$
그런데 $x<3$이므로 $x=-7$
(i), (ii)에서 $x=3$ 또는 $x=-7$
따라서 두 근의 합은 $3-7=-4$ 답 -4

WORK BOOK

3 이차방정식의 활용

▸60~72쪽

326 $2x^2-6x-5=0$에서

$$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-2\times(-5)}}{2}$$

$$=\frac{3\pm\sqrt{19}}{2}$$

답 $x=\frac{3\pm\sqrt{19}}{2}$

327 $x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-1\times3}}{1}=-3\pm\sqrt{6}$

이므로 $m=-3-\sqrt{6}$

$\therefore\ m+\sqrt{6}=-3$

답 ③

328 $2x^2-5x-3=0$에서 $(2x+1)(x-3)=0$

$\therefore\ x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=3$ $\quad\therefore\ k=3$

즉 $3x^2-4x-1=0$에서

$$x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-3\times(-1)}}{3}$$

$$=\frac{2\pm\sqrt{7}}{3}$$

답 ③

329 $x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times3\times A}}{2\times3}$

$$=\frac{5\pm\sqrt{25-12A}}{6}=\frac{B\pm\sqrt{37}}{6}$$

이므로 $5=B$, $25-12A=37$

$\therefore\ A=-1$, $B=5$

$\therefore\ A+B=4$

답 ④

330 $x=\frac{-7\pm\sqrt{7^2-4\times A\times1}}{2\times A}$

$$=\frac{-7\pm\sqrt{49-4A}}{2A}=\frac{-7\pm\sqrt{B}}{4}$$

이므로 $2A=4$, $49-4A=B$

$\therefore\ A=2$, $B=41$

$\therefore\ B-A=39$

답 39

331 $x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-2\times A}}{2}$

$$=\frac{-2\pm\sqrt{4-2A}}{2}=\frac{-2\pm\sqrt{6}}{B}$$

이므로 $4-2A=6$, $2=B$

$\therefore\ A=-1$, $B=2$

$\therefore\ AB=-2$

답 ②

Q BOX

계수가 분수일 때는 분모의 최소공배수를 양변에 곱하여 계수를 정수로 고친다.

계수가 소수일 때는 10의 거듭제곱을 양변에 곱하여 계수를 정수로 고친다.

분모 4와 3의 최소공배수

복잡한 이차방정식의 풀이 방법
① 계수를 정수로 고친다.
② 괄호를 푼다.
③ 인수분해 또는 근의 공식을 이용하여 해를 구한다.

332 양변에 12를 곱하면

$9x^2-6x-10=0$

$$\therefore\ x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-9\times(-10)}}{9}$$

$$=\frac{1\pm\sqrt{11}}{3}$$

답 ③

333 양변에 100을 곱하면

$2x(x-8)+32=0$, $2x^2-16x+32=0$

$x^2-8x+16=0$, $(x-4)^2=0$

$\therefore\ x=4$ (중근)

답 $x=4$ (중근)

334 양변에 10을 곱하면

$2x^2+5=2-8x$, $2x^2+8x+3=0$

$$\therefore\ x=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-2\times3}}{2}=\frac{-4\pm\sqrt{10}}{2}$$

따라서 $A=-4$, $B=10$이므로

$A+B=6$

답 ④

335 $\frac{x^2-2x}{4}-\frac{1}{3}=0$의 양변에 12를 곱하면

$3x^2-6x-4=0$

$$\therefore\ x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-3\times(-4)}}{3}$$

$$=\frac{3\pm\sqrt{21}}{3}$$

$\therefore\ a=21$

$0.5x^2+0.3x-0.1=0$의 양변에 10을 곱하면

$5x^2+3x-1=0$

$$\therefore\ x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times5\times(-1)}}{2\times5}$$

$$=\frac{-3\pm\sqrt{29}}{10}$$

$\therefore\ b=29$

$\therefore\ a-b=21-29=-8$

답 -8

336 양변에 12를 곱하면

$2x(x-2)=3(x+1)(x-3)$, $x^2-2x-9=0$

$$\therefore\ x=-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-1\times(-9)}$$

$=1\pm\sqrt{10}$

답 $x=1\pm\sqrt{10}$

337 양변에 4를 곱하면

$4(x-1)^2-2x(x-1)=3$, $2x^2-6x+1=0$

$$\therefore\ x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-2\times1}}{2}$$

$$=\frac{3\pm\sqrt{7}}{2}$$

따라서 두 근의 차는 $\left(\frac{3+\sqrt{7}}{2}\right)-\left(\frac{3-\sqrt{7}}{2}\right)=\sqrt{7}$

답 $\sqrt{7}$

Q BOX

338 양변에 10을 곱하면
$2(2x+1)(x-1)-4x=(x+1)^2$
$4x^2-2x-2-4x=x^2+2x+1$
$3x^2-8x-3=0$, $(3x+1)(x-3)=0$
$\therefore\ x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=3$
따라서 $a=3$, $b=-\frac{1}{3}$ ($\because\ a>b$)이므로
$a+3b=3+3\times\left(-\frac{1}{3}\right)=2$ 답 ④

339 $\frac{1}{2}x-3=A$로 놓으면
$2A^2-5A+2=0$, $(2A-1)(A-2)=0$
$\therefore\ A=\frac{1}{2}$ 또는 $A=2$
즉 $\frac{1}{2}x-3=\frac{1}{2}$ 또는 $\frac{1}{2}x-3=2$이므로
$x=7$ 또는 $x=10$
따라서 두 근의 합은 $7+10=17$ 답 ⑤

공통 부분이 있을 때는 치환하여 이차방정식을 푼 다음 원래의 식을 대입하여 x의 값을 구한다.

340 $x-3y=A$로 놓으면
$(A-4)(A+2)+9=0$, $A^2-2A+1=0$
$(A-1)^2=0$ $\therefore\ A=1$ (중근)
즉 $x-3y=1$이므로
$6y-2x=-2(x-3y)=-2$ 답 ②

341 $\frac{1}{x}=A$로 놓으면
$2A^2-9A-5=0$, $(2A+1)(A-5)=0$
$\therefore\ A=-\frac{1}{2}$ 또는 $A=5$
즉 $\frac{1}{x}=-\frac{1}{2}$ 또는 $\frac{1}{x}=5$이므로
$x=-2$ 또는 $x=\frac{1}{5}$ 답 $x=-2$ 또는 $x=\frac{1}{5}$

342 ㄱ. $(-5)^2-4\times1\times(-4)=41>0$
ㄴ. $4^2-4\times1\times6=-8<0$
ㄷ. $6^2-4\times3\times2=12>0$
ㄹ. $(-3)^2-4\times2\times\frac{9}{8}=0$
답 ㄱ, ㄷ

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$에서 두 근이 α, β일 때
➡ $\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$
$\alpha\beta=\frac{c}{a}$

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$에서
$b^2-4ac>0$ ➡ 서로 다른 두 근
$b^2-4ac=0$ ➡ 중근
$b^2-4ac<0$ ➡ 근이 없다.

343 $(-8)^2-4\times3\times4=16>0$이므로 $a=2$
$(-5)^2-4\times4\times2=-7<0$이므로 $b=0$
$\therefore\ a+b=2$ 답 ③

344 ㄱ. $x^2+3x+1=0$에서 $3^2-4\times1\times1=5>0$이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.
ㄴ. $x^2+5=0$에서 $x^2=-5$이므로 근이 없다.
ㄷ. $A=2$, $B=1$이면 $(x+1)^2=0$이므로 중근을 갖는다.
ㄹ. $B<0$이면 $A^2-4B>0$이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다. 답 ⑤

345 $8^2-4\times2\times(3k-1)=0$이므로
$3k-1=8$ $\therefore\ k=3$
$\therefore\ 3k+4=13$ 답 ②

346 $(m-4)^2-4\times m\times(-m+4)=0$이므로
$m^2-8m+16+4m^2-16m=0$
$5m^2-24m+16=0$
$(5m-4)(m-4)=0$
$\therefore\ m=4$ ($\because\ m$은 정수) 답 ④

347 $\{-(k+1)\}^2-4\times(k+1)\times2=0$이므로
$k^2-6k-7=0$, $(k+1)(k-7)=0$
$\therefore\ k=-1$ 또는 $k=7$
그런데 $k\neq-1$이므로 $k=7$ 답 7

$k=-1$이면 주어진 방정식은 $0\cdot x^2-0\cdot x+2=0$이므로 이차방정식이 아니다.

348 $(-4)^2-4\times2\times(3k-1)>0$이므로
$24-24k>0$ $\therefore\ k<1$ 답 $k<1$

349 $(1+2k)^2-4\times1\times(k^2+4)<0$이므로
$4k-15<0$ $\therefore\ k<\frac{15}{4}$ 답 ①

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$이 근을 갖는다.
➡ $b^2-4ac\geq0$

350 $(-6)^2-4\times1\times(4-k)\geq0$이므로
$20+4k\geq0$ $\therefore\ k\geq-5$
따라서 정수 k의 최솟값은 -5이다. 답 ②

351 $x^2-2x-3=0$에서 근과 계수의 관계에 의하여
$A=2$, $B=-3$
$\therefore\ A-B=5$ 답 ⑤

352 $x^2-5x+1=0$에서 근과 계수의 관계에 의하여
두 근의 합은 $-\frac{-5}{1}=5$
즉 $x=5$가 $2x^2+kx-5=0$의 근이므로
$2\times5^2+k\times5-5=0$ $\therefore\ k=-9$ 답 -9

353 근과 계수의 관계에 의하여
$-\frac{6}{a}=-3$, $\frac{b}{a}=-\frac{5}{2}$
이므로 $a=2$, $b=-5$
$\therefore\ a+b=-3$ 답 ④

WORK BOOK

354 $3x+6=x^2-2x+1$, $x^2-5x-5=0$
근과 계수의 관계에 의하여
$\alpha+\beta=5$, $\alpha\beta=-5$
$\therefore\ \alpha^2+\alpha\beta+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-\alpha\beta$
$=5^2-(-5)=30$ 답 30

355 근과 계수의 관계에 의하여
$\alpha+\beta=-6$, $\alpha\beta=4$
$\therefore\ \frac{1}{\alpha^2}+\frac{1}{\beta^2}=\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha^2\beta^2}$
$=\frac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta}{(\alpha\beta)^2}$
$=\frac{(-6)^2-2\times4}{4^2}=\frac{7}{4}$ 답 ④

356 근과 계수의 관계에 의하여
$\alpha+\beta=\frac{2}{5}$, $\alpha\beta=-\frac{1}{5}$
$\therefore\ (\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$
$=\left(\frac{2}{5}\right)^2-4\times\left(-\frac{1}{5}\right)=\frac{24}{25}$
$\therefore\ \alpha-\beta=\frac{2\sqrt{6}}{5}\ (\because\ \alpha>\beta)$ 답 ②

357 두 근을 2α, $3\alpha(\alpha\neq0)$라 하면 근과 계수의 관계에 의하여
$2\alpha+3\alpha=\frac{5}{2}$ $\therefore\ \alpha=\frac{1}{2}$
따라서 두 근이 1, $\frac{3}{2}$이므로
$1\times\frac{3}{2}=\frac{a+4}{2}$ $\therefore\ a=-1$ 답 -1

두 근의 비가 $m:n$이면 두 근을 $m\alpha$, $n\alpha(\alpha\neq0)$로 놓고 푼다.

358 두 근을 a, $a+2\sqrt{5}$라 하면
$a+(a+2\sqrt{5})=10$에서 $2a=10-2\sqrt{5}$
$\therefore\ a=5-\sqrt{5}$
$a(a+2\sqrt{5})=23-k$에서
$(5-\sqrt{5})(5-\sqrt{5}+2\sqrt{5})=23-k$
$(5-\sqrt{5})(5+\sqrt{5})=23-k$, $25-5=23-k$
$\therefore\ k=3$ 답 ③

359 두 근을 α, $2\alpha(\alpha\neq0)$라 하면
$2\alpha-\alpha=3$ $\therefore\ \alpha=3$
따라서 두 근이 3, 6이므로
$3+6=-a$에서 $a=-9$
$3\times6=b$에서 $b=18$
$\therefore\ a+b=9$ 답 9

360 x^2의 계수가 2이고 두 근이 -1, 3인 이차방정식은
$2(x+1)(x-3)=0$ $\therefore\ 2x^2-4x-6=0$
따라서 $m=-4$, $n=-6$이므로
$m-n=2$ 답 ④

두 근이 무리수이면 두 근의 합과 곱을 이용하여 이차방정식을 구하는 것이 편리하다.

이차방정식 $ax^2+bx+c=0(a,\ b,\ c$는 유리수)의 한 근이 $p+q\sqrt{m}$이면 다른 한 근은 $p-q\sqrt{m}$이다. (p, q는 유리수, $\sqrt{m}$은 무리수)

이차항의 계수가 a이고 두 근이 α, β인 이차방정식 ➡ $a(x-\alpha)(x-\beta)=0$

361 x^2의 계수가 5이고 두 근이 $\frac{2}{5}$, 2인 이차방정식은
$5\left(x-\frac{2}{5}\right)(x-2)=0$, $5\left(x^2-\frac{12}{5}x+\frac{4}{5}\right)=0$
$\therefore\ 5x^2-12x+4=0$
따라서 $a=-12$, $b=4$이므로
$a+b=-8$ 답 -8

362 x^2의 계수가 6이고 두 근이 $-\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$인 이차방정식은
$6\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{2}{3}\right)=0$, $6\left(x^2-\frac{1}{6}x-\frac{1}{3}\right)=0$
$\therefore\ 6x^2-x-2=0$
따라서 $a=-1$, $b=-2$이므로
$2x^2-2x-1=0$
$\therefore\ x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-2\times(-1)}}{2}$
$=\frac{1\pm\sqrt{3}}{2}$ 답 $x=\frac{1\pm\sqrt{3}}{2}$

363 구하는 이차방정식은
$2\left(x^2-\frac{1}{2}x-4\right)=0$
$2x^2-x-8=0$ $\therefore\ a=-1$, $b=-8$
$\therefore\ a+b=-9$ 답 ③

364 두 근의 합은 $(4+\sqrt{3})+(4-\sqrt{3})=8$
두 근의 곱은 $(4+\sqrt{3})(4-\sqrt{3})=13$
따라서 구하는 이차방정식은
$x^2-8x+13=0$ 답 $x^2-8x+13=0$

365 근과 계수의 관계에 의하여
$\alpha+\beta=-3$, $\alpha\beta=-2$이므로
$(\alpha+1)+(\beta+1)=\alpha+\beta+2=-3+2=-1$
$(\alpha+1)(\beta+1)=\alpha\beta+\alpha+\beta+1$
$=-2-3+1=-4$
따라서 구하는 이차방정식은
$x^2+x-4=0$ 답 ④

366 다른 한 근은 $4-\sqrt{6}$이므로
근과 계수의 관계에 의하여
$k+3=(4+\sqrt{6})(4-\sqrt{6})=10$
$\therefore\ k=7$ 답 7

367 다른 한 근은 $-\sqrt{2}-3$이므로
근과 계수의 관계에 의하여
$-\frac{5k+2}{2}=(\sqrt{2}-3)+(-\sqrt{2}-3)=-6$
$5k+2=12$ $\therefore\ k=2$ 답 ④

Q BOX

368 다른 한 근은 $\frac{2+\sqrt{10}}{6}$이므로

근과 계수의 관계에 의하여

$-\frac{a}{6}=\left(\frac{2-\sqrt{10}}{6}\right)+\left(\frac{2+\sqrt{10}}{6}\right)=\frac{4}{6}$

$\therefore a=-4$

$\frac{b}{6}=\left(\frac{2-\sqrt{10}}{6}\right)\left(\frac{2+\sqrt{10}}{6}\right)=-\frac{1}{6}$

$\therefore b=-1$

$\therefore a+b=-5$ 답 ②

369 $\frac{n(n-3)}{2}=104$, $n^2-3n-208=0$

$(n+13)(n-16)=0$ $\therefore n=16\ (\because n>3)$

답 십육각형

370 $n(n-1)=72$이므로 $n^2-n-72=0$

$(n+8)(n-9)=0$ $\therefore n=9\ (\because n>0)$

답 ⑤

371 n개의 도시를 직접 연결하는 항공로의 수는 n개의 점 중 두 점을 연결하여 만드는 선분의 개수와 같으므로

$\frac{n(n-1)}{2}=45$, $n^2-n-90=0$

$(n+9)(n-10)=0$ $\therefore n=10\ (\because n>1)$

따라서 연결할 도시는 10개이다. 답 ③

372 두 자연수를 x, $x+3$이라 하면

$x^2=7(x+3)+9$, $x^2-7x-30=0$

$(x+3)(x-10)=0$ $\therefore x=10\ (\because x>0)$

따라서 두 자연수는 10, 13이다. 답 10, 13

373 연속하는 세 자연수를 $x-1$, x, $x+1$이라 하면

$(x+1)^2=(x-1)^2+x^2-96$

$x^2-4x-96=0$, $(x+8)(x-12)=0$

$\therefore x=12\ (\because x>1)$

따라서 세 자연수는 11, 12, 13이므로 가장 작은 수는 11이다. 답 ③

374 어떤 양수를 x라 하면

$x(x-1)=272$, $x^2-x-272=0$

$(x+16)(x-17)=0$ $\therefore x=17\ (\because x>0)$

따라서 원래의 두 수는 17, 18이므로 두 수의 곱은 $17\times18=306$ 답 ⑤

올라갈 때와 내려올 때 80 m인 지점을 지난다.

$\frac{4-10}{36}=\frac{-6}{36}=-\frac{1}{6}$

지면에 떨어지면 높이는 0이다.

서로 다른 n장의 카드에서 2장을 뽑아 만들 수 있는 두 자리 자연수의 개수
➡ $n(n-1)$개

순서를 생각하지 않고 n개 중에서 2개를 뽑는 경우의 수와 같다.

반지름의 길이가 r인 원의 넓이
➡ πr^2

(늘어난 부분의 넓이)
=(반지름의 길이를 늘인 원의 넓이)
−(처음 원의 넓이)

375 $-5t^2+25t+50=80$, $t^2-5t+6=0$

$(t-2)(t-3)=0$ $\therefore t=2$ 또는 $t=3$

따라서 물 로켓이 높이가 80 m인 지점을 처음으로 지나는 것은 2초 후이다. 답 ②

376 $60t-5t^2=100$, $t^2-12t+20=0$

$(t-2)(t-10)=0$ $\therefore t=2$ 또는 $t=10$

따라서 공이 높이가 100 m인 지점을 지나는 것은 2초 후 또는 10초 후이다.

답 2초 또는 10초

377 $5+9t-2t^2=0$, $2t^2-9t-5=0$

$(2t+1)(t-5)=0$ $\therefore t=5\ (\because t>0)$

따라서 공이 지면에 떨어지는 것은 5초 후이다.

답 ②

378 처음 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면

$(x+9)(x+6)=2x^2$, $x^2-15x-54=0$

$(x+3)(x-18)=0$ $\therefore x=18\ (\because x>0)$

따라서 처음 정사각형의 한 변의 길이는 18 cm이다. 답 18 cm

379 x초 후에 넓이가 같아진다고 하면 x초 후의 가로의 길이는 $(30-2x)$ cm, 세로의 길이는 $(24+3x)$ cm이므로

$(30-2x)(24+3x)=30\times24$

$x^2-7x=0$, $x(x-7)=0$

$\therefore x=7\ (\because 0<x<15)$

따라서 처음 직사각형의 넓이와 같아지는 데 7초가 걸린다. 답 7초

380 색칠한 원의 반지름의 길이를 x cm라 하면

$\pi(x+1)^2-\pi x^2=\pi(x-1)^2$

$2x+1=x^2-2x+1$

$x^2-4x=0$, $x(x-4)=0$

$\therefore x=4\ (\because x>1)$

따라서 색칠한 원의 넓이는 $\pi\times4^2=16\pi(\text{cm}^2)$

답 ③

381 꽃밭의 세로의 길이를 x m라 하면 가로의 길이는 $2x$ m이므로

$x(2x-2)=60$, $x^2-x-30=0$

$(x+5)(x-6)=0$ $\therefore x=6\ (\because x>1)$

따라서 꽃밭의 가로의 길이는 12 m이다.

답 12 m

WORK BOOK

9-가발전-워크북정답(50~88)-ok 2014.9.3 8:15 PM 페이지74 SinsagoHitec

Q BOX

382 도로의 폭을 x m라 하면
$(30-x)(24-x)=520$, $x^2-54x+200=0$
$(x-4)(x-50)=0$ $\therefore x=4$ ($\because 0<x<24$)
따라서 도로의 폭은 4 m이다. 답 4 m

도로를 제외한 부분은 직사각형이 된다.

383 공원의 가로의 길이를 x m라 하면 세로의 길이는 $(x-12)$ m이고, 공원의 넓이와 산책로의 넓이의 합은 공원의 넓이의 2배이므로
$(x+12)(x-12+12)=2x(x-12)$
$x^2+12x=2x^2-24x$, $x^2-36x=0$
$x(x-36)=0$ $\therefore x=36$ ($\because x>0$)
따라서 공원의 가로의 길이는 36 m이다.
답 36 m

이차방정식 $ax^2+2b'x+c=0$에서
서로 다른 두 근 ➡ $b'^2-ac>0$
중근 ➡ $b'^2-ac=0$
근이 없다. ➡ $b'^2-ac<0$

384 잘라 낸 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 상자의 밑면은 한 변의 길이가 $(10-2x)$ cm인 정사각형이므로
$(10-2x)^2=36$, $10-2x=\pm6$, $2x=10\pm6$
$\therefore x=2$ ($\because 0<x<5$)
따라서 잘라 낸 정사각형의 한 변의 길이는 2 cm이다. 답 2 cm

$2x=4$ 또는 $2x=16$

385 처음 종이의 가로의 길이를 x cm라 하면 세로의 길이는 $(x-6)$ cm이고, 상자의 밑면은 가로, 세로의 길이가 각각 $(x-6)$ cm, $(x-12)$ cm인 직사각형이므로
$3(x-6)(x-12)=336$, $x^2-18x+72=112$
$x^2-18x-40=0$, $(x+2)(x-20)=0$
$\therefore x=20$ ($\because x>12$)
따라서 처음 종이의 가로의 길이는 20 cm이다.
답 20 cm

386 물받이의 높이를 x cm라 하면
$x(40-2x)=168$, $2x^2-40x+168=0$
$x^2-20x+84=0$, $(x-6)(x-14)=0$
$\therefore x=6$ 또는 $x=14$ ($\because 0<x<20$)
따라서 물받이의 높이는 6 cm 또는 14 cm이다.
답 ①, ⑤

387 $2x+y=A$로 놓으면
$A(A-3)-4=0$, $A^2-3A-4=0$
$(A+1)(A-4)=0$ $\therefore A=-1$ 또는 $A=4$
이때 x, y는 양수이므로 $2x+y=4$ 답 ④

388 $(a-2b)^2-3(a-2b)-18=0$에서
$a-2b=A$로 놓으면
$A^2-3A-18=0$, $(A+3)(A-6)=0$
$\therefore A=-3$ 또는 $A=6$
$a>2b$이므로 $a-2b=6$
$\therefore 3a-6b=3(a-2b)=3\times6=18$ 답 18

$a-2b>0$

389 $x^2+2(m-1)x+m^2=0$은 해가 없으므로
$(m-1)^2-m^2<0$, $-2m+1<0$
$\therefore m>\frac{1}{2}$ … ㉠
$2x^2-2x+2m-3=0$은 해를 가지므로
$1-2\times(2m-3)\geq0$, $-4m+7\geq0$
$\therefore m\leq\frac{7}{4}$ … ㉡
㉠, ㉡에 의하여 $\frac{1}{2}<m\leq\frac{7}{4}$ 답 $\frac{1}{2}<m\leq\frac{7}{4}$

390 $2x^2-4x+k=0$이 서로 다른 두 근을 가지므로
$(-4)^2-4\times2\times k>0$
$16-8k>0$ $\therefore k<2$ … ㉠
$3x^2+(4k-3)x+k^2=0$이 중근을 가지므로
$(4k-3)^2-4\times3\times k^2=0$
$4k^2-24k+9=0$
$\therefore k=\frac{-(-12)\pm\sqrt{(-12)^2-4\times9}}{4}$
$=\frac{6\pm3\sqrt{3}}{2}$ … ㉡
㉠, ㉡에 의하여 $k=\frac{6-3\sqrt{3}}{2}$ 답 ③

$\frac{6+3\sqrt{3}}{2}>2$

391 근과 계수의 관계에 의하여
$\alpha+\beta=5$, $\alpha\beta=1$이므로
$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=5^2-2\times1=23$
$\therefore \frac{\beta}{\alpha+2}+\frac{\alpha}{\beta+2}=\frac{\beta(\beta+2)+\alpha(\alpha+2)}{(\alpha+2)(\beta+2)}$
$=\frac{\alpha^2+\beta^2+2(\alpha+\beta)}{\alpha\beta+2(\alpha+\beta)+4}$
$=\frac{33}{15}=\frac{11}{5}$
따라서 $m=5$, $n=11$이므로
$m+n=16$ 답 ③

392 근과 계수의 관계에 의하여
$a+b=8$, $ab=9$이므로
$(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2=a-2\sqrt{ab}+b=8-2\sqrt{9}=2$
$\therefore \sqrt{a}-\sqrt{b}=\sqrt{2}$ ($\because a>b$) 답 $\sqrt{2}$

x^2의 계수가 1이고 두 근이 α, β인 이차방정식 ➡ $(x-\alpha)(x-\beta)=0$

393 $(x+2)(x-16)=0$, $x^2-14x-32=0$에서
상수항을 바르게 보았으므로 $b=-32$
$(x+1)(x-5)=0$, $x^2-4x-5=0$에서
x의 계수를 바르게 보았으므로 $a=-4$

따라서 처음 이차방정식은 $x^2-4x-32=0$이므로
$(x+4)(x-8)=0$ $\therefore x=-4$ 또는 $x=8$
답 $x=-4$ 또는 $x=8$

394 $(x+4)\left(x-\frac{1}{2}\right)=0$, $x^2+\frac{7}{2}x-2=0$에서
상수항을 바르게 보았으므로 상수항은 -2이다.
$x=-2\pm\sqrt{5}$의 두 근의 합은 -4, 곱은 -1이므로 $x^2+4x-1=0$
이때 x의 계수를 바르게 보았으므로 x의 계수는 4이다.
따라서 처음 이차방정식은 $x^2+4x-2=0$
답 $x^2+4x-2=0$

395 t초 후에 $\overline{BP}=t\left(0<t<\frac{15}{2}\right)$이므로
$\overline{PC}=10-t$, $\overline{CQ}=2t$
$\triangle PCQ=\frac{1}{2}\times\overline{PC}\times\overline{CQ}$
$=\frac{1}{2}\times(10-t)\times2t=25$
$t^2-10t+25=0$, $(t-5)^2=0$ $\therefore t=5$(중근)
따라서 5초 후에 $\triangle PCQ$의 넓이가 25 cm^{2}가 된다. 답 ③

396 $\overline{BC}=x$cm라 하면 $\overline{AC}=(11-x)$ cm이므로
$(11-x)^2+x^2=65$, $x^2-11x+28=0$
$(x-4)(x-7)=0$ $\therefore x=4\left(\because x<\frac{11}{2}\right)$
$\therefore \overline{BC}=4$cm 답 4 cm

397 $\overline{PR}=x$cm라 하면
$\overline{QC}=x$cm, $\overline{BQ}=(8-x)$cm이고,
$\triangle ABC\backsim\triangle PBQ$ (AA 닮음)이므로
$\overline{PQ}=\overline{BQ}=(8-x)$cm
직각삼각형 PQR의 넓이가 8 cm^{2}이므로
$\frac{1}{2}\times x\times(8-x)=8$, $x^2-8x+16=0$
$(x-4)^2=0$ $\therefore x=4$ (중근)
$\therefore \overline{PR}=4$cm 답 4 cm

398 $\square ABCD\backsim\square FEBC$이므로
$\overline{AD}=x$라 하면 $\overline{AB}:\overline{FE}=\overline{AD}:\overline{FC}$에서
$3:x=x:(3-x)$, $x^2+3x-9=0$
$\therefore x=\frac{-3+3\sqrt{5}}{2}(\because 0<x<3)$
$\therefore \overline{AD}=\frac{-3+3\sqrt{5}}{2}$ 답 ②

Q BOX

이차함수
➡ $y=$(x에 대한 이차식)

$(-2+\sqrt{5})+(-2-\sqrt{5})=-4$
$(-2+\sqrt{5})(-2-\sqrt{5})=4-5=-1$

둘레의 길이가 x인 정사각형의 한 변의 길이

$y=\frac{x}{100}\times10x=\frac{1}{10}x^2$

∠B는 공통, ∠C=∠PQB=90°

$f(a)$
➡ $y=f(x)$에서 $x=a$일 때의 함숫값

닮은 도형에서 대응변의 길이의 비는 모두 같다.

$\overline{FC}=\overline{DC}-\overline{DF}=3-x$

Ⅲ 이차함수

1 이차함수와 그 그래프 ▸73~87쪽

399 답 ⑤

400 ② $y=2x^2-4x+2$ ③ $y=2x^2-4x+1$
④ $y=-1$ ⑤ $y=x^2+3x-3$
답 ④

401 (ㄱ) $y=\frac{2}{x}$ (ㄴ) $y=x^2+3x$
(ㄷ) $y=-x^3+x^2$ (ㄹ) $y=x^2-4x+4$
(ㅁ) $y=-4x-1$ 답 ②

402 ① $y=4\pi x^2$
② $y=\left(\frac{1}{4}x\right)^2=\frac{1}{16}x^2$
③ $y=\frac{1}{3}\pi\times x^2\times5=\frac{5}{3}\pi x^2$
④ $y=x(x+2)=x^2+2x$
⑤ $y=\frac{1}{2}\{x+(x+3)\}\times6=6x+9$ 답 ⑤

403 (ㄱ) $y=2x$ (ㄴ) $y=4x^2$ (ㄷ) $y=x^3$
(ㄹ) $y=3x$ (ㅁ) $y=\frac{1}{10}x^2$ 답 ④

404 x분 후 직사각형의 가로, 세로의 길이는 각각
$(3+2x)$cm, $(3+x)$cm이므로
$y=(3+2x)(3+x)=9+9x+2x^2$
답 $y=2x^2+9x+9$

405 $f(1)=2\times1^2-3\times1-3=-4$ $\therefore a=-4$
$f(2)=2\times2^2-3\times2-3=-1$ $\therefore b=-1$
$\therefore a+b=-5$ 답 ①

406 $f\left(\frac{1}{2}\right)=-\left(\frac{1}{2}\right)^2-5\times\frac{1}{2}+6=\frac{13}{4}$
$f\left(-\frac{1}{2}\right)=-\left(-\frac{1}{2}\right)^2-5\times\left(-\frac{1}{2}\right)+6=\frac{33}{4}$
$\therefore f\left(\frac{1}{2}\right)-f\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{13}{4}-\frac{33}{4}=-5$ 답 -5

407 $y=-5\times5^2+180=55$
따라서 5초 후의 물체의 높이는 55 m이다.
답 55 m

WORK BOOK

408 $f(-2)=-3\times(-2)^2+a\times(-2)+8=-8$
$-4-2a=-8 \quad \therefore a=2$
즉 $f(x)=-3x^2+2x+8$이므로
$f(3)=-3\times3^2+2\times3+8=-13$
$\therefore b=-13$
$\therefore a+b=-11$ 답 ②

409 $f(a)=3a^2-2a=8$이므로
$3a^2-2a-8=0,\ (3a+4)(a-2)=0$
$\therefore a=-\frac{4}{3}$ 또는 $a=2$
그런데 a는 양수이므로 $a=2$ 답 2

410 $f(-1)=-2\times(-1)^2+a\times(-1)+1=1$
$-1-a=1 \quad \therefore a=-2$
즉 $f(x)=-2x^2-2x+1$이므로
$f(b)=-2b^2-2b+1=-3$
$b^2+b-2=0,\ (b+2)(b-1)=0$
$\therefore b=-2$ 또는 $b=1$
그런데 b는 자연수이므로 $b=1$ 답 1

411 ③ $-3\times0^2=0\neq-2$ 답 ③

412 $y=-\frac{1}{2}x^2-7$의 그래프가 점 $(4,\ k)$를 지나므로
$k=-\frac{1}{2}\times4^2-7=-15$ 답 -15

413 $y=ax^2$의 그래프가 점 $(2,\ -1)$을 지나므로
$-1=a\times2^2 \quad \therefore a=-\frac{1}{4}$
즉 $y=-\frac{1}{4}x^2$의 그래프가 점 $(-1,\ b)$를 지나므로
$b=-\frac{1}{4}\times(-1)^2=-\frac{1}{4}$
$\therefore a-b=-\frac{1}{4}-\left(-\frac{1}{4}\right)=0$ 답 ③

414 ③ 제 3, 4 사분면을 지난다. 답 ③

415 ㄴ 축의 방정식은 $x=0$이다.
ㄹ $y=-x^2$의 그래프는 $x>0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다. 답 ②

416 x^2의 계수가 양수이면서 절댓값이 가장 작은 것은 ③ $y=\frac{2}{5}x^2$이다. 답 ③

417 $\frac{1}{3}<a<2$ 답 ①

Q BOX

$y=ax^2$의 그래프는 a의 절댓값이 클수록 폭이 좁다.

이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 $y=-ax^2$의 그래프와 x축에 대칭이다.

$y=-\frac{1}{2}x^2-7$에 $x=4$, $y=k$를 대입하면 등식이 성립한다.

원점을 꼭짓점으로 하는 포물선의 식은 $y=ax^2\ (a\neq0)$의 꼴이다.

418 $|-3|>\left|\frac{4}{3}\right|>\left|-\frac{3}{4}\right|>\left|-\frac{1}{2}\right|>\left|\frac{1}{4}\right|$ 답 ①

419 a의 값이 큰 것부터 차례로 적으면
①, ②, ⑤, ④, ③ 답 ①

420 $y=\frac{2}{3}x^2$의 그래프와 x축에 대칭인 그래프의 식은 $y=-\frac{2}{3}x^2$이다. 답 ③

421 ㄱ $y=-\frac{1}{3}x^2$과 ㄹ $y=\frac{1}{3}x^2$의 그래프,
ㄴ $y=2x^2$과 ㅂ $y=-2x^2$의 그래프는
각각 서로 x축에 대칭이다. 답 ①, ④

422 $y=\frac{1}{8}x^2$의 그래프가 점 $(4,\ k)$를 지나므로
$k=\frac{1}{8}\times4^2=2$ 답 ③

423 ② 축의 방정식은 $x=0$이다.
④ a의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.
⑤ $y=-ax^2$의 그래프와 x축에 대칭이다.
답 ①, ③

424 ④ $x<0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다. 답 ④

425 ⑤ ㄴ과 ㄹ의 그래프는 폭이 다르고, 둘 다 아래로 볼록한 포물선이다. ㄷ과 ㄹ의 그래프가 x축에 대칭이다. 답 ⑤

426 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2$으로 놓으면 이 그래프가 점 $\left(-\frac{1}{2},\ 1\right)$을 지나므로
$1=a\times\left(-\frac{1}{2}\right)^2 \quad \therefore a=4$
$\therefore y=4x^2$ 답 ⑤

427 $y=ax^2$의 그래프가 점 $(-2,\ -3)$을 지나므로
$-3=a\times(-2)^2 \quad \therefore a=-\frac{3}{4}$
즉 $y=-\frac{3}{4}x^2$의 그래프가 점 $(4,\ k)$를 지나므로
$k=-\frac{3}{4}\times4^2=-12$ 답 ①

Q BOX

428 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이므로 이차함수의 식을 $f(x)=ax^2$으로 놓으면 이 그래프가 점 $(3, -6)$을 지나므로

$-6=a\times3^2$ $\therefore a=-\frac{2}{3}$

즉 $f(x)=-\frac{2}{3}x^2$이므로

$f(-6)=-\frac{2}{3}\times(-6)^2=-24$ 답 -24

429 $y=5x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=5x^2-3$

이 그래프가 점 $(a, 2)$를 지나므로

$5a^2-3=2$, $a^2=1$ $\therefore a=-1(\because a<0)$

이 그래프가 점 $(0, b)$를 지나므로 $b=-3$

$\therefore a+b=-4$ 답 -4

꼭짓점의 좌표가 $(0, 0)$ ➡ $(0, -2)$로 이동하였으므로 그래프가 y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이다.

430 $y=-\frac{2}{3}x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프이므로

$y=-\frac{2}{3}x^2-2$ 답 ③

y축 위의 점의 x좌표는 0이다.

431 $y=\frac{3}{2}x^2+k$의 그래프가 점 $(-2, 3)$을 지나므로

$3=\frac{3}{2}\times(-2)^2+k$ $\therefore k=-3$

따라서 $y=\frac{3}{2}x^2-3$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0, -3)$이다. 답 ②

$y=ax^2+q$의 그래프
① 꼭짓점의 좌표 ➡ $(0, q)$
② 축의 방정식 ➡ $x=0$

432 ④ y의 값의 범위는 $y\le-6$이다. 답 ④

433 ㄴ. 축의 방정식은 $x=0$이다.

ㄷ. $a<0$이고 $q>0$이면 모든 사분면을 지난다.

답 ㄱ, ㄹ

434 그래프가 아래로 볼록한 포물선이고, 꼭짓점의 좌표가 $(0, 2)$인 것은 ①이다. 답 ①

435 꼭짓점의 좌표가 $(0, 4)$이므로 $q=4$

$y=ax^2+4$의 그래프가 점 $(3, 0)$을 지나므로

$0=a\times3^2+4$ $\therefore a=-\frac{4}{9}$

$\therefore \frac{q}{a}=q\times\frac{1}{a}=4\times\left(-\frac{9}{4}\right)=-9$ 답 -9

436 조건을 모두 만족시키는 그래프를 나타내는 이차함수의 식은 ② $y=-x^2+5$이다. 답 ②

437 꼭짓점의 좌표가 $(0, -8)$이므로 $q=-8$

즉 $y=ax^2-8$의 그래프가 점 $(-1, -3)$을 지나므로

$-3=a-8$ $\therefore a=5$

따라서 $y=5x^2-8$의 그래프가 점 $(2, k)$를 지나므로 $k=5\times4-8=12$ 답 12

438 $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=-\frac{1}{2}(x+5)^2$

이 그래프가 점 $(-1, k)$를 지나므로

$k=-\frac{1}{2}\times4^2=-8$ 답 ①

439 평행이동한 그래프의 식은 $y=2(x-p)^2$

이 그래프의 축의 방정식은 $x=p$이므로 $p=-3$

즉 $y=2(x+3)^2$에 $x=0$을 대입하면

$y=2\times3^2=18$

따라서 y축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 18)$이다.

답 $(0, 18)$

440 $y=3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 a만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=3(x-a)^2$

이 그래프가 점 $(1, 3)$을 지나므로

$3=3(1-a)^2$, $1-2a+a^2=1$

$a^2-2a=0$, $a(a-2)=0$

$\therefore a=2$ $(\because a\neq0)$

즉 $y=3(x-2)^2$의 그래프가 점 $(-1, b)$를 지나므로 $b=3(-1-2)^2=27$

$\therefore a+b=29$ 답 29

441 ① 축의 방정식은 $x=-5$이다.

② 아래로 볼록한 포물선이다.

③ $y=\frac{1}{3}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 그래프이다.

⑤ 점 $(-8, 3)$을 지난다. 답 ④

$x=-8$일 때, $y=\frac{1}{3}\times(-8+5)^2=3$

442 ㄱ. 꼭짓점의 좌표는 $(p, 0)$이다.

ㄹ. 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼 평행이동한 것이다. 답 ③

443 $y=-4(x-5)^2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(5, 0)$, 축의 방정식은 $x=5$이므로

$a+b+k=10$ 답 10

WORK BOOK

Q BOX

444 꼭짓점의 좌표가 $(3, 0)$이므로 $p=3$
$y=a(x-3)^2$의 그래프가 점 $(2, -2)$를 지나므로
$-2=a\times(2-3)^2 \quad \therefore a=-2$
$\therefore ap=-6$ 답 -6

445 꼭짓점의 좌표가 $(2, 0)$이므로 $p=2$
$y=a(x-2)^2$의 그래프가 점 $(0, 2)$를 지나므로
$2=a\times(0-2)^2 \quad \therefore a=\frac{1}{2}$
따라서 그래프의 식은 $y=\frac{1}{2}(x-2)^2$
② $x=3$일 때 $y=\frac{1}{2}$이므로 점 $\left(3, \frac{1}{2}\right)$을 지난다.
답 ②

446 꼭짓점의 좌표가 $(-4, 0)$이므로 $p=-4$
$y=a(x+4)^2$의 그래프가 점 $(-1, 9)$를 지나므로
$9=a(-1+4)^2 \quad \therefore a=1$
즉 $y=(x+4)^2$의 그래프가 점 $(k, 1)$을 지나므로 $1=(k+4)^2$, $k+4=\pm1$
$\therefore k=-3$ 또는 $k=-5$ 답 -3, -5

447 $y=\frac{1}{3}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=\frac{1}{3}(x-2)^2-3$ 답 ④

448 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=a(x-m)^2+n$
$\therefore a=-1$, $m=-3$, $n=-10$
$\therefore amn=-30$ 답 -30

449 $y=2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼, y축의 방향으로 k만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=2(x-4)^2+k$
이 그래프가 점 $(2, 3)$을 지나므로
$3=2(2-4)^2+k \quad \therefore k=-5$ 답 ①

450 $y=-\frac{2}{5}(x+3)^2-1$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-3, -1)$이고 축의 방정식은 $x=-3$이므로 $p=-3$, $q=-1$, $k=-3$
$\therefore p+q-k=(-3)+(-1)-(-3)=-1$
답 -1

제3사분면 위의 점의 좌표의 부호 ➡ $(-, -)$

이차함수의 그래프에서 증가, 감소 ➡ 축을 기준으로 바뀐다.

축의 방정식이 $x=-4$이다.

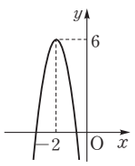
$y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프의 식 ➡ $y=a(x-p)^2+q$

$y=a(x-p)^2+q$의 그래프
① 꼭짓점의 좌표 ➡ (p, q)
② 축의 방정식 ➡ $x=p$

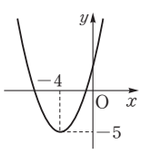
451 $y=2(x-3)^2+1$의 그래프의 축의 방정식은 $x=3$이므로 $a=3$
$y=-3(x+2)^2-1$의 그래프의 축의 방정식은 $x=-2$이므로 $b=-2$
$\therefore a+b=1$ 답 1

452 꼭짓점의 좌표는
① $(0, 0)$ ② $(0, -3)$ ③ $(-1, 0)$
④ $(2, 1)$ ⑤ $(-4, -5)$
이므로 그래프의 꼭짓점이 제3사분면에 있는 것은 ⑤이다. 답 ⑤

453 오른쪽 그림에서 $x<-2$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.
답 ③



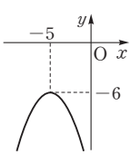
454 오른쪽 그림에서 $x<-4$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.
답 ③



455 ① $x<-3$일 때는 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.
② $-3<x<3$일 때는 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.
③ $x<3$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.
⑤ $0<x<3$일 때는 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다. 답 ④

456 ② 축의 방정식은 $x=1$이다.
③ $x<1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.
⑤ 아래로 볼록한 포물선이다. 답 ①, ④

457 ⑤ 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제 1, 2사분면을 지나지 않는다.
답 ⑤



458 ㄷ 꼭짓점의 좌표는 (p, q)이다.
ㄹ $a>0$일 때, $x>p$이면 x의 값이 증가할 때, y의 값도 증가한다. 답 ①

Q BOX

459 주어진 이차함수의 그래프가 위로 볼록하므로
$a<0$
꼭짓점이 y축의 양의 방향 위에 있으므로
$p=0,\ q>0$ 답 ④

꼭짓점의 좌표 $(p,\ q)$

460 주어진 이차함수의 그래프가 아래로 볼록하므로
$a>0$
꼭짓점이 제4사분면 위에 있으므로
$-p>0,\ q<0$ $\therefore p<0$
답 $a>0,\ p<0,\ q<0$

꼭짓점의 좌표 $(-p,\ q)$

461 $a>0$이므로 아래로 볼록한 포물선이고 $p<0$, $q>0$이므로 꼭짓점이 제2사분면 위에 있다. 답 ③

제2사분면 위의 점의 좌표의 부호 ➡ $(-,\ +)$

y 대신 $-y$를 대입

462 꼭짓점의 좌표가 $(-3,\ -6)$이므로
$p=-3,\ q=-6$
$y=a(x+3)^2-6$의 그래프가 점 $(-2,\ -3)$을 지나므로
$-3=a\times(-2+3)^2-6$ $\therefore a=3$ 답 ⑤

x 대신 $-x$를 대입

463 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 1)$이므로
$p=-2,\ q=1$
$y=a(x+2)^2+1$의 그래프가 점 $(0,\ -9)$를 지나므로
$-9=a\times2^2+1$ $\therefore a=-\frac{5}{2}$
$\therefore apq=\left(-\frac{5}{2}\right)\times(-2)\times1=5$ 답 5

464 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ -3)$이므로 $p=2,\ q=-3$
$y=a(x-2)^2-3$의 그래프가 점 $(0,\ 5)$를 지나므로
$5=a\times(0-2)^2-3$ $\therefore a=2$
즉 $y=2(x-2)^2-3$의 그래프가 점 $(3,\ k)$를 지나므로
$k=2\times(3-2)^2-3=-1$ 답 -1

$AB\neq0$
➡ $A\neq0$이고 $B\neq0$

465 평행이동한 그래프의 식은
$y=2(x+3-1)^2-1+6$
즉 $y=2(x+2)^2+5$이므로
$p=-2,\ q=5,\ m=-2$
$\therefore pqm=20$ 답 20

466 평행이동한 그래프의 식은
$y=-3(x-a+2)^2-4+b$
이므로 꼭짓점의 좌표는 $(a-2,\ -4+b)$
따라서 $a-2=0,\ -4+b=0$이므로
$a=2,\ b=4$ $\therefore a+b=6$ 답 ⑤

467 평행이동한 그래프의 식은
$y=-\frac{1}{2}(x-5-2)^2+1-2$
즉 $y=-\frac{1}{2}(x-7)^2-1$의 그래프가 점 $(5,\ k)$를 지나므로
$k=-\frac{1}{2}(5-7)^2-1=-3$ 답 -3

468 x축에 대칭인 그래프의 식은
$-y=3(x+2)^2+5$
$\therefore y=-3(x+2)^2-5$ 답 ②

y 대신 $-y$를 대입

469 y축에 대칭인 그래프의 식은
$y=-(-x-3)^2+2$
즉 $y=-(x+3)^2+2$이므로
$a=-1,\ p=-3,\ q=2$
$\therefore a+p+q=-2$ 답 -2

x 대신 $-x$를 대입

470 x축에 대칭인 그래프의 식은
$-y=2(x+1)^2-3$
즉 $y=-2(x+1)^2+3$의 그래프가 점 $(-3,\ a)$를 지나므로
$a=-2\times(-3+1)^2+3=-5$ 답 ③

471 $y=(a^2-4a-5)x^2+7x+6$에서
$a^2-4a-5\neq0$이어야 하므로
$(a+1)(a-5)\neq0$
$\therefore a\neq-1$이고 $a\neq5$ 답 ①, ⑤

472 $y=k(k+1)x^3+(k^2-4k+3)x^2-2x^3$
$=(k^2+k-2)x^3+(k^2-4k+3)x^2$
(i) $k^2+k-2=0$이어야 하므로
$(k+2)(k-1)=0$
$\therefore k=-2$ 또는 $k=1$
(ii) $k^2-4k+3\neq0$이어야 하므로
$(k-1)(k-3)\neq0$
$\therefore k\neq1$이고 $k\neq3$
(i), (ii)에서 $k=-2$ 답 ①

(x^3의 계수)$=0$이어야 한다.

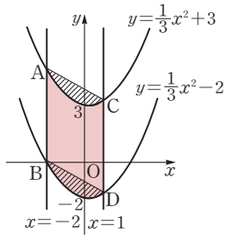
(x^2의 계수)$\neq0$이어야 한다.

473 $y=\frac{1}{2}(x-3)^2$의 그래프는 $y=\frac{1}{2}(x+4)^2$의 그래프를 x축의 방향으로 7만큼 평행이동한 것이므로 $\overline{AB}=7$ 답 7

WORK BOOK

Q BOX

474 오른쪽 그림과 같이 $y=\frac{1}{3}x^2+3$, $y=\frac{1}{3}x^2-2$의 그래프와 직선 $x=-2$와의 교점을 각각 A, B라 하고, 직선 $x=1$과의 교점을 각각 C, D라 하자.



$y=\frac{1}{3}x^2+3$의 그래프는 $y=\frac{1}{3}x^2-2$의 그래프를 y축의 방향으로 5만큼 평행이동한 그래프이므로 빗금 친 부분의 넓이는 같다.

따라서 색칠한 부분의 넓이는 평행사변형 ABDC의 넓이와 같으므로

$5\times3=15$ 답 15

475 $y=-x^2+q$의 그래프는 y축에 대칭이고 $\overline{AB}=6$이므로 A$(-3,\ 0)$, B$(3,\ 0)$

$y=-x^2+q$에 $x=-3$, $y=0$을 대입하면

$0=-9+q$ $\therefore q=9$

즉 $y=-x^2+9$이므로 C$(0,\ 9)$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\times9=27$ 답 27

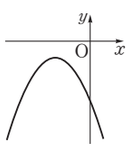
476 점 A$(a,\ 4)$로 놓고 $y=x^2$에 $x=a$, $y=4$를 대입하면 $4=a^2$ $\therefore a=-2(\because\ a<0)$

따라서 $\overline{BC}=\overline{AD}=2$이고 $y=x^2$의 그래프는 y축에 대칭이므로 B$(-1,\ 1)$, C$(1,\ 1)$

$\therefore \square ABCD=2\times3=6$ 답 ⑤

477 $y=ax+b$의 그래프에서 $a>0$, $b<0$

따라서 $y=-(x+a)^2+b$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제3, 4 사분면을 지난다.



답 ②

꼭짓점의 좌표는 $(-a,\ b)$이고, $-a<0$, $b<0$이므로 꼭짓점은 제3사분면 위에 있다.

478 $y=ax-b$의 그래프에서

$a<0$, $-b<0$ $\therefore b>0$

따라서 $y=a(x+b)^2$의 그래프는 위로 볼록하고 꼭짓점 $(-b,\ 0)$이 원점의 왼쪽에 있다. 답 ①

479 $y=5x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -6만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=5(x-2)^2-6$

이 그래프를 y축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은 $y=5(-x-2)^2-6$

$\therefore\ y=5(x+2)^2-6$ 답 ②

x 대신 $-x$를 대입

480 $y=-x^2+2$의 그래프와 x축에 대칭인 그래프의 식은 $-y=-x^2+2$ $\therefore y=x^2-2$

$y=x^2-2$의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=(x+3)^2-2$

$\therefore\ a=1,\ p=-3,\ q=-2$

$\therefore\ ap+q=-5$ 답 -5

481 점 C의 좌표를 $(k,\ 9)(k>0)$라 하면 D$(3k,\ 9)$

$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=2k$

점 D는 $y=x^2$의 그래프 위의 점이므로

$9=9k^2$ $\therefore k=1(\because\ k>0)$

$\therefore$ C$(1,\ 9)$

점 C는 $y=ax^2$의 그래프 위의 점이므로

$a=9$ 답 9

482 A$(k,\ 0)(k\neq0)$이라 하면

B$\left(k,\ \frac{1}{3}k^2\right)$, C$(k,\ ak^2)$

$\overline{AB}=\frac{1}{3}k^2$, $\overline{BC}=ak^2-\frac{1}{3}k^2$

$\overline{AB}:\overline{BC}=1:3$이므로

$\frac{1}{3}k^2:\left(ak^2-\frac{1}{3}k^2\right)=1:3$, $k^2=ak^2-\frac{1}{3}k^2$

$\frac{4}{3}k^2=ak^2$ $\therefore a=\frac{4}{3}$ 답 $\frac{4}{3}$

세 점 A, B, C의 x좌표는 모두 같다.

비례식에서 (외항의 곱)=(내항의 곱)

483 □ABCO가 정사각형이므로

$\overline{AC}=\overline{BO}$, $\overline{AC}\perp\overline{BO}$

점 A의 좌표를 $(a,\ a)(a>0)$라 하면 점 A는 $y=\frac{1}{4}x^2$의 그래프 위의 점이므로

$a=\frac{1}{4}a^2$, $a^2-4a=0$, $a(a-4)=0$

$\therefore a=0$ 또는 $a=4$

그런데 $a>0$이므로 $a=4$

$\therefore \square ABCO=\frac{1}{2}\times8\times8=32$ 답 32

$\overline{AC}=\overline{BO}=8$

484 점 A의 좌표를 $\left(a,\ \frac{1}{3}a^2\right)(a>0)$이라 하면

B$(a,\ a^2)$

$\overline{AB}=\overline{AD}$이므로 $\frac{2}{3}a^2=a$, $2a^2-3a=0$

$a(2a-3)=0$ $\therefore a=\frac{3}{2}\ (\because\ a>0)$

$\therefore$ A$\left(\frac{3}{2},\ \frac{3}{4}\right)$ 답 $\left(\frac{3}{2},\ \frac{3}{4}\right)$

2 이차함수의 활용

▸88~104쪽

485 $y=ax^2+bx+c$

$=a\left(x^2+\boxed{\frac{b}{a}}x\right)+c$

$=a\left(x^2+\boxed{\frac{b}{a}}x+\boxed{\frac{b^2}{4a^2}}-\boxed{\frac{b^2}{4a^2}}\right)+c$

$=a\left(x^2+\boxed{\frac{b}{a}}x+\boxed{\frac{b^2}{4a^2}}\right)-\boxed{\frac{b^2}{4a}}+c$

$=a\left(x+\boxed{\frac{b}{2a}}\right)^2-\boxed{\frac{b^2-4ac}{4a}}$

답 ③

486 $y=-\frac{1}{2}x^2+x-4$

$=-\frac{1}{2}(x^2-2x+1)+\frac{1}{2}-4$

$=-\frac{1}{2}(x-1)^2-\frac{7}{2}$

이므로 $a=-\frac{1}{2}$, $p=1$, $q=-\frac{7}{2}$

$\therefore a+p+q=-3$

답 ④

487 $y=3x^2+12x+a$

$=3(x^2+4x+4)-12+a$

$=3(x+2)^2+a-12$

따라서 $2=-b$, $a-12=-5$이므로

$a=7$, $b=-2$

$\therefore a-b=9$

답 9

488 ① $(0, 7)$

② $y=-(x+3)^2+4$ $\therefore (-3, 4)$

③ $y=2(x-1)^2$ $\therefore (1, 0)$

④ $y=3(x-2)^2-5$ $\therefore (2, -5)$

⑤ $y=4(x+2)^2-9$ $\therefore (-2, -9)$

답 ③

489 $y=-\frac{1}{2}x^2-2ax$

$=-\frac{1}{2}(x^2+4ax+4a^2)+2a^2$

$=-\frac{1}{2}(x+2a)^2+2a^2$

의 그래프의 축의 방정식은 $x=-2a$이므로

$-2a=2$ $\therefore a=-1$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2, 2)$이다. 답 $(2, 2)$

490 $y=-2x^2+4ax-8$

$=-2(x^2-2ax+a^2)+2a^2-8$

$=-2(x-a)^2+2a^2-8$

의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(a, 2a^2-8)$

$y=\frac{1}{3}x^2-2x+b$

$=\frac{1}{3}(x^2-6x+9)-3+b$

$=\frac{1}{3}(x-3)^2-3+b$

의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(3, -3+b)$

따라서 $a=3$, $2a^2-8=-3+b$이므로 $b=13$

$\therefore a-b=-10$

답 -10

491 $y=2x^2+7x-4$에 $y=0$을 대입하면

$0=2x^2+7x-4$, $(x+4)(2x-1)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=\frac{1}{2}$ $\therefore pq=-2$

$y=2x^2+7x-4$에 $x=0$을 대입하면

$y=-4$ $\therefore r=-4$

$\therefore pqr=8$

답 ④

492 $y=-\frac{1}{2}x^2+2x+6$에 $y=0$을 대입하면

$0=-\frac{1}{2}x^2+2x+6$, $x^2-4x-12=0$

$(x+2)(x-6)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=6$

즉 $A(-2, 0)$, $B(6, 0)$ 또는

$A(6, 0)$, $B(-2, 0)$이므로

$\overline{AB}=8$

답 ⑤

493 $y=-x^2+mx+n$에 $x=0$, $y=7$을 대입하면

$7=0+0+n$ $\therefore n=7$

$y=-x^2+mx+7$에 $x=-1$, $y=0$을 대입하면

$0=-1-m+7$ $\therefore m=6$

즉 $y=-x^2+6x+7$에 $y=0$을 대입하면

$0=-x^2+6x+7$, $x^2-6x-7=0$

$(x+1)(x-7)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=7$

따라서 점 A의 x좌표는 7이다.

답 7

494 $y=-x^2-6x+1=-(x+3)^2+10$

따라서 $x>-3$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

답 ③

495 $y=2x^2+kx+3$의 그래프가 점 $(1, -3)$을 지나므로

$-3=2+k+3$ $\therefore k=-8$

따라서 $y=2x^2-8x+3=2(x-2)^2-5$의 그래프는 $x>2$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

답 ④

Q BOX

x축과의 교점 ➡ y좌표는 0이다.

$\overline{AB}=6-(-2)=8$

먼저 $y=ax^2+bx+c$를 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 변형한다.

점 (a, b)를 지난다. ➡ 함수의 식에 $x=a$, $y=b$를 대입하면 등식이 성립한다.

WORK BOOK

Q BOX

496 $y=\frac{1}{4}x^2+ax+5=\frac{1}{4}(x+2a)^2-a^2+5$

의 그래프의 축의 방정식은 $x=-2a$

즉 $-2a=6$이므로 $a=-3$ 답 -3

$y=\frac{1}{4}(x^2+4ax+4a^2)-a^2+5=\frac{1}{4}(x+2a)^2-a^2+5$

497 $y=-2x^2+4x+1=-2(x-1)^2+3$

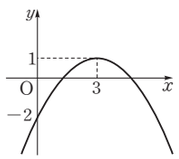
따라서 꼭짓점의 좌표가 $(1, 3)$이고 y절편이 1인 그래프는 ②이다. 답 ②

사분면 위의 점의 좌표의 부호
제1사분면 ➡ $(+, +)$
제2사분면 ➡ $(-, +)$
제3사분면 ➡ $(-, -)$
제4사분면 ➡ $(+, -)$

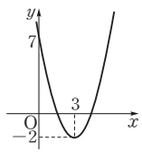
498 $y=-\frac{1}{3}x^2+2x-2=-\frac{1}{3}(x-3)^2+1$

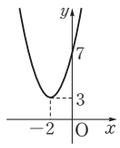
그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(3, 1)$이고 y절편은 -2이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 제2사분면을 지나지 않는다. 답 ②

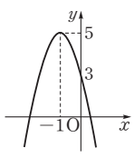


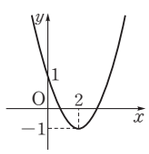
499 ① $y=(x-3)^2-2$ ② $y=(x+2)^2+3$



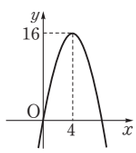


③ $y=-2(x+1)^2+5$ ④ $y=\frac{1}{2}(x-2)^2-1$





⑤ $y=-(x-4)^2+16$



답 ③

500 $y=x^2-6x+5k-1=(x-3)^2+5k-10$

이 그래프가 x축과 한 점에서 만나려면 꼭짓점의 y좌표가 0이어야 하므로

$5k-10=0$ $\therefore k=2$ 답 ④

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프가 x축과 한 점에서 만난다. ➡ $q=0$

501 $y=-2x^2+8x+k-3=-2(x-2)^2+k+5$

이 그래프는 위로 볼록하므로 x축과 만나지 않으려면 꼭짓점이 x축의 아래쪽에 있어야 한다.

즉 $k+5<0$이므로 $k<-5$ 답 ①

502 $y=\frac{1}{2}x^2+x+2a+1=\frac{1}{2}(x+1)^2+2a+\frac{1}{2}$

이 그래프는 아래로 볼록하므로 x축과 서로 다른 두 점에서 만나려면 꼭짓점이 x축의 아래쪽에 있어야 한다.

즉 $2a+\frac{1}{2}<0$이므로 $a<-\frac{1}{4}$ 답 $a<-\frac{1}{4}$

503 $y=-x^2+8kx-16k^2-2k+6$

$=-(x-4k)^2-2k+6$

꼭짓점의 좌표는 $(4k, -2k+6)$이고, 제1사분면 위에 있으므로

$4k>0$, $-2k+6>0$

$4k>0$에서 $k>0$

$-2k+6>0$에서 $k<3$

$\therefore 0<k<3$ 답 ④

504 $y=\frac{1}{2}x^2-ax+\frac{1}{2}a^2-3a-4$

$=\frac{1}{2}(x^2-2ax+a^2)-3a-4$

$=\frac{1}{2}(x-a)^2-3a-4$

꼭짓점의 좌표는 $(a, -3a-4)$이고, 제3사분면 위에 있으므로

$a<0$이고 $-3a-4<0$에서 $a>-\frac{4}{3}$

$\therefore -\frac{4}{3}<a<0$ 답 ①

505 꼭짓점의 좌표는 $(0, -4k+20)$이므로 제3사분면과 제4사분면을 지나지 않으려면

$-4k+20\geq 0$이어야 한다.

$\therefore k\leq 5$ 답 $k\leq 5$

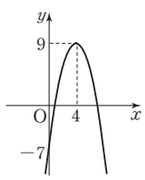
그래프가 원점을 지나도 제3사분면과 제4사분면을 지나지 않는다.

506 $y=-x^2+8x-7=-(x-4)^2+9$

② 꼭짓점의 좌표는 $(4, 9)$이다.

④ 위로 볼록한 포물선이다.

⑤ 그래프가 오른쪽 그림과 같으므로 제1, 3, 4사분면을 지난다.



답 ①, ③

507 $y=2x^2-4x+5=2(x-1)^2+3$

④ 꼭짓점의 y좌표가 양수이고 아래로 볼록한 포물선이므로 주어진 이차함수의 그래프는 x축과 만나지 않는다. 답 ④

508 $y=-\frac{1}{3}x^2+2x-3=-\frac{1}{3}(x-3)^2$

㈏ 꼭짓점의 좌표는 $(3, 0)$이다.

㈐ x축과 만나는 점의 x좌표는 3이다.

㈅ 꼭짓점이 (3, 0)이고 위로 볼록한 포물선이므로 제1, 2사분면을 지나지 않는다.

답 ㈀, ㈄

509 $2x^2-12x+10=0$에서
$x^2-6x+5=0$, $(x-1)(x-5)=0$
$\therefore x=1$ 또는 $x=5$
따라서 A(1, 0), B(5, 0)이므로 $\overline{AB}=4$
$y=2x^2-12x+10=2(x-3)^2-8$이므로
C(3, −8)
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\times8=16$ 답 ③

510 $-x^2+2x+3=0$에서
$x^2-2x-3=0$, $(x+1)(x-3)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=3$
따라서 A(−1, 0), B(3, 0)이므로
$\overline{AB}=4$, $\overline{OB}=3$
$y=-x^2+2x+3=-(x-1)^2+4$이므로
C(1, 4)
또 $x=0$일 때 $y=3$이므로 D(0, 3)
따라서 $\triangle ABD=\frac{1}{2}\times4\times3=6$,
$\triangle OBC=\frac{1}{2}\times3\times4=6$이므로
$\triangle ABD : \triangle OBC=6:6=1:1$ 답 1 : 1

511 그래프가 원점을 지나므로 $c=0$
축의 방정식이 $x=2$이므로 B(4, 0)
$y=-x^2+bx$의 그래프가 점 (4, 0)을 지나므로
$0=-4^2+4b$ $\therefore b=4$
즉 $y=-x^2+4x=-(x-2)^2+4$이므로
A(2, 4)
$\therefore \triangle OAB=\frac{1}{2}\times4\times4=8$ 답 8

512 $y=\frac{1}{2}x^2+4x+3=\frac{1}{2}(x+4)^2-5$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 5만큼 평행이동하면
$y=\frac{1}{2}(x-2+4)^2-5+5=\frac{1}{2}(x+2)^2$
$=\frac{1}{2}x^2+2x+2$ 답 ④

513 $y=3x^2-6x+8=3(x-1)^2+5$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동하면
$y=3(x-p-1)^2+5+q$
한편 $y=3x^2+12x+9=3(x+2)^2-3$이므로
$-p-1=2$, $5+q=-3$
$\therefore p=-3$, $q=-8$
$\therefore p+q=-11$ 답 −11

514 $y=-2x^2-8x-3=-2(x+2)^2+5$의 그래프는 $y=-2x^2+4x+1=-2(x-1)^2+3$의 그래프를 x축의 방향으로 −3만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.
따라서 점 (3, −5)가 평행이동한 점은 점 (0, −3)이다. 답 ③

515 위로 볼록하므로 $a<0$
축이 y축의 왼쪽에 있으므로
$ab>0$ $\therefore b<0$
y축과 만나는 점이 원점의 위쪽에 위치하므로
$c>0$ 답 ⑤

516 $a>0$, $b<0$, $c<0$이므로
$abc>0$ 답 $abc>0$

517 $y=ax+b$의 그래프에서 $a>0$, $b<0$
$y=ax^2+bx$의 그래프는 $a>0$이므로 아래로 볼록하고, $ab<0$이므로 축이 y축의 오른쪽에 있으며, y절편은 0이다.
따라서 $y=ax^2+bx$의 그래프로 적당한 것은 ②이다. 답 ②

518 $a>0$, $b>0$, $c<0$
① $ab>0$ ② $ac<0$ ③ $bc<0$
④ $x=-1$일 때, $y=a-b+c<0$
⑤ $x=1$일 때, $y=a+b+c>0$ 답 ④

519 $a<0$, $b>0$, $c>0$
① $ab<0$
② $x=1$일 때, $y=a+b+c>0$
③ $x=-1$일 때, $y=a-b+c=0$
④ $x=-2$일 때, $y=4a-2b+c<0$
⑤ $x=3$일 때, $y=9a+3b+c=0$ 답 ③

520 $a>0$, $b<0$, $c<0$
㈀ $bc>0$ ㈁ $ac<0$ ㈂ $a-c>0$
㈃ $x=1$일 때, $y=a+b+c<0$
㈄ $x=-1$일 때, $y=a-b+c=0$
㈅ $x=2$일 때, $y=4a+2b+c>0$
답 ㈀, ㈂, ㈅

Q BOX

x절편 ➡ $y=0$일 때, x의 값
y절편 ➡ $x=0$일 때, y의 값

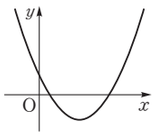
이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프에서
① a의 부호
➡ 그래프의 모양
{ 아래로 볼록 : $a>0$
{ 위로 볼록 : $a<0$
② b의 부호
➡ 축의 위치
{ y축의 왼쪽 : $ab>0$
{ y축의 오른쪽 : $ab<0$
③ c의 부호
➡ y축과의 교점의 위치
{ 원점의 위쪽 : $c>0$
{ 원점의 아래쪽 : $c<0$

이차함수의 그래프는 축에 대칭이므로 2+2=4

$y=a(x-p)^2+q$의 그래프를 x축, y축의 방향으로 각각 m, n만큼 평행이동한 그래프의 식은
➡ $y=a(x-m-p)^2+q+n$

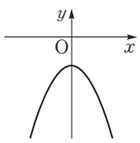
WORK BOOK

521 x축과 두 점에서 만나고 $a>0$, $b<0$, $c>0$이므로 $y=ax^2+bx+c$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



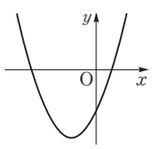
따라서 제3사분면을 지나지 않는다. 답 ③

522 $a<0$, $b=0$, $c<0$이므로 $y=ax^2+bx+c$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다. 따라서 제1사분면과 제2사분면을 지나지 않는다.



답 제1사분면, 제2사분면

523 $a>0$, $b>0$, $c<0$이므로 $y=ax^2+bx+c$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다. 따라서 모든 사분면을 지난다.



답 ⑤

524 $y=a(x-1)^2+2$로 놓으면 점 $(2, 6)$을 지나므로
$6=a(2-1)^2+2$ $\therefore a=4$
따라서 $y=4(x-1)^2+2=4x^2-8x+6$이므로
$a=4$, $b=-8$, $c=6$
$\therefore a-b-c=6$ 답 ②

525 꼭짓점의 좌표가 $(3, 2)$이므로 $y=a(x-3)^2+2$로 놓으면 점 $(0, -1)$을 지나므로
$-1=a(0-3)^2+2$ $\therefore a=-\frac{1}{3}$
따라서 $y=-\frac{1}{3}(x-3)^2+2=-\frac{1}{3}x^2+2x-1$
이므로 $a=-\frac{1}{3}$, $b=2$, $c=-1$
$\therefore abc=\frac{2}{3}$ 답 ②

526 $y=-2x^2-4x+3=-2(x+1)^2+5$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 5)$
$y=a(x+1)^2+5$로 놓으면 점 $(-2, 6)$을 지나므로
$6=a(-2+1)^2+5$ $\therefore a=1$
따라서 이차함수의 식은
$y=(x+1)^2+5=x^2+2x+6$
답 $y=x^2+2x+6$

527 $y=a(x+1)^2+q$로 놓으면
두 점 $(-2, 6)$, $(1, -6)$을 지나므로
$6=a+q$, $-6=4a+q$
$\therefore a=-4$, $q=10$
따라서 이차함수의 식은
$y=-4(x+1)^2+10=-4x^2-8x+6$
답 ④

528 $y=a(x-2)^2+q$로 놓으면
두 점 $(-2, 0)$, $(0, -6)$을 지나므로
$0=16a+q$, $-6=4a+q$
$\therefore a=\frac{1}{2}$, $q=-8$
따라서 $y=\frac{1}{2}(x-2)^2-8=\frac{1}{2}x^2-2x-6$
이므로 $a=\frac{1}{2}$, $b=-2$, $c=-6$
$\therefore abc=6$ 답 ④

529 $y=a(x-3)^2+q$로 놓으면
두 점 $(2, 3)$, $(6, -5)$를 지나므로
$3=a+q$, $-5=9a+q$
$\therefore a=-1$, $q=4$
즉 $y=-(x-3)^2+4=-x^2+6x-5$에 $y=0$을 대입하면
$0=-x^2+6x-5$, $x^2-6x+5=0$
$(x-1)(x-5)=0$ $\therefore x=1$ 또는 $x=5$
$\therefore \overline{AB}=4$ 답 4

530 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 세 점 $(-2, 2)$, $(0, -5)$, $(6, -2)$를 지나므로
$2=4a-2b+c$, $-5=c$, $-2=36a+6b+c$
$\therefore a=\frac{1}{2}$, $b=-\frac{5}{2}$, $c=-5$
$\therefore \frac{bc}{a}=25$ 답 ⑤

531 $y=ax^2+bx+c$로 놓으면
그래프가 세 점 $(1, 0)$, $(2, -7)$, $(0, 3)$을 지나므로
$0=a+b+c$, $-7=4a+2b+c$, $3=c$
$\therefore a=-2$, $b=-1$, $c=3$
따라서 $y=-2x^2-x+3$의 그래프가 점 $(-1, k)$를 지나므로
$k=-2+1+3=2$ 답 2

532 $y=ax^2+bx+c$로 놓으면
그래프가 세 점 $(-2, 9)$, $(0, 1)$, $(1, -6)$을 지나므로
$9=4a-2b+c$, $1=c$, $-6=a+b+c$
$\therefore a=-1$, $b=-6$, $c=1$
따라서 $y=-x^2-6x+1=-(x+3)^2+10$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-3, 10)$이다.
답 ④

Q BOX

위로 볼록 ➡ $a<0$
축이 y축 ➡ $b=0$
y축과 만나는 점이 원점의 아래쪽에 위치 ➡ $c<0$

꼭짓점의 좌표가 (p, q)인 이차함수의 그래프의 식 ➡ $y=a(x-p)^2+q$로 놓는다.

A(1, 0), B(5, 0) 또는 A(5, 0), B(1, 0)

세 점의 좌표가 주어진 이차함수의 그래프의 식 ➡ $y=ax^2+bx+c$로 놓는다.

축의 방정식이 $x=-1$

Q BOX

533 $y=2(x+3)(x-2)=2(x^2+x-6)$
$=2x^2+2x-12$ 답 ④

x축과의 교점이 $(\alpha, 0)$, $(\beta, 0)$인 이차함수의 그래프의 식
➡ $y=a(x-\alpha)(x-\beta)$로 놓는다.

534 그래프가 x축과 두 점 $(-1, 0)$, $(3, 0)$에서 만나므로 $y=a(x+1)(x-3)$으로 놓으면
점 $(0, 3)$을 지나므로
$3=-3a$ $\therefore a=-1$
따라서 $y=-(x+1)(x-3)=-x^2+2x+3$
이므로 $a=-1$, $b=2$, $c=3$
$\therefore ab+c=1$ 답 ②

535 $y=a(x+1)(x-5)$로 놓으면 점 $(3, 4)$를 지나므로 $4=-8a$ $\therefore a=-\frac{1}{2}$

따라서 $y=-\frac{1}{2}(x+1)(x-5)$
$=-\frac{1}{2}x^2+2x+\frac{5}{2}$
$=-\frac{1}{2}(x-2)^2+\frac{9}{2}$

이므로 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $\left(2, \frac{9}{2}\right)$이다.
답 $\left(2, \frac{9}{2}\right)$

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 최댓값, 최솟값
➡ $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 변형하여 구한다.

536 $y=-x^2+10x-13=-(x-5)^2+12$
따라서 $x=5$에서 최댓값 12를 가지므로
$a=5$, $b=12$
$\therefore b-a=7$ 답 ③

537 $y=-4x^2-8x+2=-4(x+1)^2+6$이므로
$M=6$
$y=\frac{1}{2}x^2+4x+5=\frac{1}{2}(x+4)^2-3$이므로
$m=-3$
$\therefore M+m=3$ 답 3

538 $y=2x^2+ax+b$의 그래프가 두 점 $(0, 6)$, $(3, 0)$을 지나므로
$6=b$, $0=18+3a+b$ $\therefore a=-8$
즉 $y=2x^2-8x+6=2(x-2)^2-2$이므로
$x=2$에서 최솟값 -2를 갖는다.
답 -2

x절편이 -4, 2

539 $y=x^2-8x+k=(x-4)^2+k-16$
따라서 $k-16=-5$이므로 $k=11$ 답 ③

$x=4$일 때, 최솟값 $k-16$을 갖는다.

540 $y=-\frac{1}{2}x^2+2x+m=-\frac{1}{2}(x-2)^2+m+2$
따라서 $m+2=7$이므로 $m=5$ 답 ②

$x=2$일 때, 최댓값 $m+2$를 갖는다.

541 $y=-2x^2+12x-a+1=-2(x-3)^2-a+19$
에서 최댓값은 $-a+19$
$y=3x^2-6x+2a-5=3(x-1)^2-8+2a$에서
최솟값은 $-8+2a$
$-a+19=-8+2a$이므로 $3a=27$
$\therefore a=9$ 답 9

542 $y=-x^2+ax-b$가 $x=1$에서 최댓값 3을 가지므로
$y=-(x-1)^2+3=-x^2+2x+2$
따라서 $a=2$, $b=-2$이므로 $a+b=0$ 답 ②

543 $y=3x^2-3ax+b$가 $x=-2$에서 최솟값 -5를 가지므로
$y=3(x+2)^2-5=3x^2+12x+7$
$-3a=12$, $b=7$이므로 $a=-4$, $b=7$
$\therefore b-a=11$ 답 11

544 $y=2x^2+mx+n$이 $x=-1$에서 최솟값 3을 가지므로
$y=2(x+1)^2+3=2x^2+4x+5$
$\therefore m=4$, $n=5$
이 이차함수의 그래프가 점 $(-3, k)$를 지나므로 $k=18-12+5=11$
$\therefore mn-k=20-11=9$ 답 ③

545 $x=-2$에서 최댓값 6을 가지므로
$y=a(x+2)^2+6$
이 그래프가 점 $(0, 2)$를 지나므로
$2=a(0+2)^2+6$ $\therefore a=-1$
따라서 $y=-(x+2)^2+6=-x^2-4x+2$이므로 $a=-1$, $b=-4$, $c=2$
$\therefore a-b+c=5$ 답 ⑤

546 $x=-1$에서 최솟값 -9를 가지므로
$y=a(x+1)^2-9$
이 그래프가 점 $(1, -1)$을 지나므로
$-1=a(1+1)^2-9$ $\therefore a=2$
따라서 $y=2(x+1)^2-9=2x^2+4x-7$이므로
$a=2$, $b=4$, $c=-7$
$\therefore ab+c=1$ 답 1

547 $y=a(x+4)(x-2)$로 놓으면
$y=a(x^2+2x-8)=a(x+1)^2-9a$
최댓값이 27이므로 $-9a=27$ $\therefore a=-3$
따라서 $y=-3(x+1)^2+27=-3x^2-6x+24$
이므로 이 그래프의 y절편은 24이다. 답 24

WORK BOOK

9-가발전-워크북정답(50~88)-ok 2014.9.3 8:15 PM 페이지86 SinsagoHitec

548 $y=-x^2+4ax+8a+2$
$=-(x-2a)^2+4a^2+8a+2$
$\therefore M=4a^2+8a+2=4(a+1)^2-2$
따라서 M은 $a=-1$에서 최솟값 -2를 가지므로
$(-1)+(-2)=-3$ 답 ②

549 $y=x^2+2kx+4k=(x+k)^2-k^2+4k$
$\therefore m=-k^2+4k=-(k-2)^2+4$
따라서 m은 $k=2$에서 최댓값 4를 갖는다.
답 ④

550 $y=-2x^2+2mx-4m-1$
$=-2\left(x-\frac{m}{2}\right)^2+\frac{m^2}{2}-4m-1$
$\therefore f(m)=\frac{m^2}{2}-4m-1$
$=\frac{1}{2}(m-4)^2-9$
따라서 $f(m)$은 $m=4$에서 최솟값 -9를 갖는다.
답 -9

551 두 수를 x, $24-x$라 하고, 두 수의 곱을 y라 하면
$y=x(24-x)=-x^2+24x$
$=-(x-12)^2+144$
따라서 두 수의 곱의 최댓값은 144이다. 답 ④

552 두 수를 x, $x+14$라 하고, 두 수의 곱을 y라 하면
$y=x(x+14)=x^2+14x$
$=(x+7)^2-49$
따라서 두 수의 곱의 최솟값은 -49이다.
답 ③

553 $y=4x-36$이므로
$xy=x(4x-36)=4x^2-36x$
$=4\left(x-\frac{9}{2}\right)^2-81$
따라서 $x=\frac{9}{2}$, $y=-18$일 때 두 수의 곱이 최소가 된다. 답 $x=\frac{9}{2}$, $y=-18$

554 부채꼴의 반지름의 길이를 $x$cm, 넓이를 $y$cm^{2}라 하면 호의 길이는 $(24-2x)$cm이므로
$y=\frac{1}{2}x(24-2x)=-x^2+12x$
$=-(x-6)^2+36$
따라서 반지름의 길이가 6cm일 때 부채꼴의 넓이가 최대가 된다. 답 ⑤

555 $\overline{AP}=x$cm, 두 도형의 넓이의 합을 $y$cm^{2}라 하면 $\overline{BP}=(12-x)$cm이므로
$y=x^2+(12-x)^2=2x^2-24x+144$
$=2(x-6)^2+72$
따라서 $x=6$일 때 넓이의 합의 최솟값은 72cm^{2}이다. 답 72 cm^2

556 물받이의 높이를 $x$cm, 단면의 넓이를 $y$cm^{2}라 하면
$y=x(24-2x)=-2x^2+24x$
$=-2(x-6)^2+72$
따라서 물받이의 높이가 6cm일 때 단면의 넓이가 최대가 된다. 답 6 cm

557 새로운 직사각형의 넓이를 $y$cm^{2}라 하면 이 직사각형의 가로의 길이는 $(6+x)$cm, 세로의 길이는 $(10-x)$cm이므로
$y=(6+x)(10-x)=-x^2+4x+60$
$=-(x-2)^2+64$
따라서 $x=2$일 때 직사각형의 넓이가 최대가 된다.
답 2

558 x초 후의 삼각형의 넓이를 $y$cm^{2}라 하면
$y=\frac{1}{2}(30-2x)(20+4x)$
$=-4x^2+40x+300=-4(x-5)^2+400$
따라서 삼각형의 넓이가 최대가 되는 것은 5초 후이다. 답 ④

559 $\overline{AP}=x$라 하면 점 Q의 속도는 점 P의 속도의 2배이므로 $\overline{BQ}=2x$
$\triangle PBQ$의 넓이를 y라 하면
$y=\frac{1}{2}\times\overline{BQ}\times\overline{PB}$
$=\frac{1}{2}\times 2x\times(10-x)$
$=-x^2+10x$
$=-(x-5)^2+25$
따라서 $\overline{AP}=5$일 때 $\triangle PBQ$의 넓이가 최대가 된다. 답 5

560 $y=-5x^2+30x+5=-5(x-3)^2+50$
따라서 이 물체가 가장 높이 올라갔을 때 지면으로부터의 높이는 50m이다. 답 ②

561 $h=-5t^2+20t=-5(t-2)^2+20$
따라서 이 물체는 2초 후에 최고 높이에 도달한다.
답 2초

Q BOX

$\overline{AP}=\overline{BP}=6$cm일 때 두 정사각형의 넓이의 합이 최소가 된다.

합이 a인 두 수 ➡ x, $a-x$로 놓는다.

두 수는 12, 12이다.

두 수는 -7, 7이다.

$\overline{PB}=\overline{AB}-\overline{AP}$
$=10-x$

$y=4\times\frac{9}{2}-36=-18$

Q BOX

562 $y=-\frac{5}{6}x^2+5x=-\frac{5}{6}(x-3)^2+\frac{15}{2}$

따라서 이 물체는 3초 후에 최고 높이 $\frac{15}{2}$ m에 도달한다. 답 3초, $\frac{15}{2}$ m

563 $y=x^2-4x+3a+5=(x-2)^2+3a+1$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ 3a+1)$

이 점이 $y=-4x+3$의 그래프 위에 있으므로

$3a+1=-5,\ 3a=-6$

$\therefore a=-2$ 답 -2

점 $(a,\ b)$가 그래프 위의 점이다.
➡ 함수의 식에 $x=a$, $y=b$를 대입하면 등식이 성립한다.

564 $y=2x^2-4kx+1=2(x-k)^2-2k^2+1$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(k,\ -2k^2+1)$

이 점이 직선 $y=3x-1$ 위에 있으므로

$-2k^2+1=3k-1,\ 2k^2+3k-2=0$

$(k+2)(2k-1)=0$

$\therefore k=-2\ (\because k$는 정수) 답 ③

565 $y=-\frac{1}{8}x^2+x+k=-\frac{1}{8}(x-4)^2+k+2$

축의 방정식이 $x=4$이므로

A$(-4,\ 0)$, B$(12,\ 0)$

$y=-\frac{1}{8}x^2+x+k$에 $x=-4,\ y=0$을 대입하면

$0=-\frac{1}{8}\times(-4)^2-4+k \quad \therefore k=6$

따라서 꼭짓점은 C$(4,\ 8)$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times16\times8=64$ 답 64

$4-16\times\frac{1}{2}=4-8=-4$

$4+16\times\frac{1}{2}=4+8=12$

꼭짓점의 좌표는 $(4,\ k+2)$이고 $k=6$이므로 $(4,\ 8)$

566 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times16=64$이므로 $\overline{BC}=8$

$\therefore$ C$(5,\ 0)$, A$(1,\ 16)$

$y=a(x+3)(x-5)$에 $x=1,\ y=16$을 대입하면

$16=-16a \quad \therefore a=-1$

즉 $y=-(x+3)(x-5)=-x^2+2x+15$이므로

$b=2,\ c=15$

$\therefore 4ab+c=7$ 답 7

$-3+8=5$

$-3+8\times\frac{1}{2}=1$

567 $x=0$일 때 $y=5$이므로 A$(0,\ 5)$

$y=-x^2-4x+5=-(x+2)^2+9$이므로

B$(-2,\ 9)$

$-x^2-4x+5=0$에서 $x^2+4x-5=0$

$(x+5)(x-1)=0 \quad \therefore x=-5$ 또는 $x=1$

$\therefore$ C$(-5,\ 0)$

$\therefore \triangle ABC=\triangle BCO+\triangle BOA-\triangle ACO$

$=\frac{1}{2}\times5\times9+\frac{1}{2}\times5\times2-\frac{1}{2}\times5\times5$

$=15$ 답 ③

그래프가 원점을 지나도 제4사분면을 지나지 않는다.

568 $\frac{1}{2}x^2-2x-6=0$에서

$x^2-4x-12=0,\ (x+2)(x-6)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=6 \quad \therefore$ A$(6,\ 0)$

$x=0$일 때, $y=-6$이므로 B$(0,\ -6)$

$y=\frac{1}{2}x^2-2x-6=\frac{1}{2}(x-2)^2-8$이므로

C$(2,\ -8)$

$\therefore \triangle ABC=\triangle AOC+\triangle OBC-\triangle AOB$

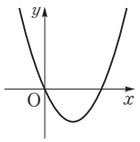
$=\frac{1}{2}\times6\times8+\frac{1}{2}\times6\times2-\frac{1}{2}\times6\times6$

$=12$ 답 12

569 $a>0,\ b<0,\ c>0$

$y=cx^2+bx$의 그래프는 $c>0$이므로 아래로 볼록하고 $bc<0$이므로 축이 y축의 오른쪽에 있으며 원점을 지난다.

즉 $y=cx^2+bx$의 그래프는 위의 그림과 같으므로 제3사분면을 지나지 않는다. 답 ③



570 $a<0,\ b<0,\ c>0$

$y=bx^2+ax+a-c$에서 $b<0$이므로 위로 볼록하고, $ab>0$이므로 축이 y축의 왼쪽에 있으며, $a-c<0$이므로 y축과의 교점이 원점의 아래쪽에 위치한다.

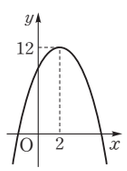
따라서 $y=bx^2+ax+a-c$의 그래프의 개형은 ③과 같다. 답 ③

571 $y=a(x-2)^2+12$로 놓으면 $a<0$이고, 그 그래프는 오른쪽 그림과 같이 (y절편)>0이어야 한다.

$y=a(x-2)^2+12$에 $x=0$을 대입하면

$4a+12>0 \quad \therefore a>-3$

$\therefore -3<a<0$ 답 ⑤



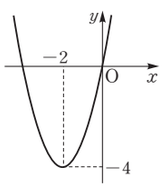
572 $y=ax^2+4ax+4a-4$

$=a(x+2)^2-4$

의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-2,\ -4)$이고, 이 그래프가 제4사분면을 지나지 않으려면 오른쪽 그림과 같이 $a>0$, (y절편) ≥0이어야 한다.

$y=ax^2+4ax+4a-4$에 $x=0$을 대입하면

$4a-4\geq0 \quad \therefore a\geq1$ 답 $a\geq1$



WORK BOOK

573 점 A의 좌표를 $(a,\ a^2+4)$라 하면
$B(a^2+5,\ a^2+4)$
$\therefore \overline{AB}=(a^2+5)-a=\left(a-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{19}{4}$
따라서 $\overline{AB}$의 길이의 최솟값은 $\frac{19}{4}$이다.
답 $\frac{19}{4}$

Q BOX: 두 점 A, B의 y좌표가 같다.

574 점 A의 좌표를 $(a,\ -a^2-3a-4)$라 하면
$B(a^2+3a+6,\ -a^2-3a-4)$이므로
$\overline{AB}=(a^2+3a+6)-a=a^2+2a+6$
$=(a+1)^2+5$
따라서 $a=-1$일 때 $\overline{AB}$의 길이는 최소가 되므로 점 A의 좌표는 $(-1,\ -2)$이다.
답 $(-1,\ -2)$

Q BOX: A$(a,\ -a^2-3a-4)$에 $a=-1$을 대입한다.

575 점 A의 좌표를 $\left(x,\ -\frac{1}{2}x+4\right)$라 하고,
□OBAC의 넓이를 y라 하면
$y=x\left(-\frac{1}{2}x+4\right)=-\frac{1}{2}x^2+4x$
$=-\frac{1}{2}(x-4)^2+8$
따라서 □OBAC의 최대 넓이는 8이다.
답 8

Q BOX: $\overline{OB}=x$, $\overline{AB}=-\frac{1}{2}x+4$

576 $y=-x^2+6x=-(x-3)^2+9$의 그래프의 축의 방정식은 $x=3$
점 C의 x좌표를 k라 하면 $\overline{CD}=-k^2+6k$
또 점 B는 직선 $x=3$에 대하여 점 C와 대칭이므로 $\overline{BC}=2(k-3)$
$\therefore$ (직사각형 ABCD의 둘레의 길이)
$=2\{-k^2+6k+2(k-3)\}$
$=-2k^2+16k-12$
$=-2(k-4)^2+20$
따라서 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값은 20이다.
답 20

577 하루 판매 금액을 y원이라 하면
$y=(2000-x)\left(400+\frac{1}{2}x\right)$
$=-\frac{1}{2}x^2+600x+800000$
$=-\frac{1}{2}(x-600)^2+980000$
따라서 $x=600$일 때 최댓값이 980000이므로 1개당 가격이 1400원일 때 판매 금액이 최대가 된다.
답 1400원

Q BOX: 가격을 600원 내릴 때이므로 $2000-600=1400$(원)

578 늘어난 회원 수를 x명, 총 회비를 y원이라 하면
$y=(30000-1000x)(20+x)$
$=-1000x^2+10000x+600000$
$=-1000(x-5)^2+625000$
따라서 $x=5$일 때 최댓값이 625000이므로 회원 수가 25명일 때 총 회비가 최대가 된다.
답 25명

Q BOX: 회원이 5명 늘어날 때이므로 $20+5=25$(명)