우리들의 공부 비법

우공비

수학 3 (하)

Check Up 풀이집

本 Step Up 기본서

別 Point Up 문제집

Ⅴ-1. 대푯값과 산포도

1. 대푯값

37 | 대푯값 기본서 8~10쪽

익히기 1 (1) $(\text{평균})=\frac{10+12+13+13+13+15+15}{7}$

$=\frac{91}{7}=13$

(중앙값)$=13$

(최빈값)$=13$

(2) 자료의 변량을 작은 값부터 순서대로 나열하면

5, 8, 8, 9, 15, 15

$(\text{평균})=\frac{5+8+8+9+15+15}{6}$

$=\frac{60}{6}=10$

$(\text{중앙값})=\frac{8+9}{2}=8.5$

(최빈값)$=8, 15$

(3) 자료의 변량을 작은 값부터 순서대로 나열하면

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 20

$(\text{평균})=\frac{1+2+3+4+5+6+7+20}{8}$

$=\frac{48}{8}=6$

$(\text{중앙값})=\frac{4+5}{2}=4.5$

최빈값은 없다.

답 (1) 평균: 13, 중앙값: 13, 최빈값: 13
(2) 평균: 10, 중앙값: 8.5, 최빈값: 8, 15
(3) 평균: 6, 중앙값: 4.5, 최빈값: 없다.

유제 ❶ $(\text{평균})=\frac{22+16+22+18+20+25}{6}$

$=\frac{123}{6}=20.5(\text{개})$ 답 20.5개

유제 ❷ 자료의 변량이 12개이므로 자료의 6번째와 7번째 값의 평균이 중앙값이다.

$\therefore (\text{중앙값})=\frac{22+23}{2}=22.5(\text{회})$ 답 22.5회

유제 ❸ 주어진 표에서 도수가 가장 큰 것은 축구이므로 최빈값은 ② 축구이다.

답 ②

우공비 BOX

변량의 개수가 홀수이므로 중앙에 있는 값이 중앙값이다.

• 중앙값, 최빈값을 구할 때는 먼저 주어진 자료의 변량을 작은 값부터 순서대로 나열해야 편리하다.

변량의 개수가 짝수이므로 중앙에 있는 두 값의 평균이 중앙값이다.

• 8과 15의 도수가 모두 2로 가장 크다.

• 중앙값은 주어진 변량 중에 없을 수도 있다.

유제 ❹-1 중앙값이 9이므로

$\frac{x+10}{2}=9, \quad x+10=18$

$\therefore x=8$ 답 8

유제 ❹-2 14와 16이 각각 2개씩 있으므로 최빈값이 16이려면

$a=16$

자료의 변량을 작은 값부터 순서대로 나열하면

12, 14, 14, 15, 16, 16, 16, 18, 19

따라서 중앙값은 16이다. 답 ③

소단원 성취도 진단 기본서 11~12쪽

01 ③	02 ⑤	03 댄스	04 ②	05 ①
06 180 cm		07 4.5	08 88점	09 ③
10 14	11 ②	12 3		

01 전략 $(\text{평균})=\frac{(\text{변량})\text{의 총합}}{(\text{변량})\text{의 개수}}$

풀이 $(\text{평균})=\frac{5+7+6+4+5+8+7}{7}$

$=\frac{42}{7}=6(\text{개})$ 답 ③

02 전략 변량의 개수가 짝수일 때 중앙값
◯ 중앙에 있는 두 값의 평균

풀이 자료의 변량을 작은 값부터 순서대로 나열하면

6, 8, 10, 12, 15, 18

이므로 중앙값은

$\frac{10+12}{2}=11(\text{권})$ 답 ⑤

03 전략 최빈값 ◯ 변량 중에서 도수가 가장 큰 값

풀이 주어진 표에서 도수가 가장 큰 것은 댄스이므로 최빈값은 댄스이다. 답 댄스

04 전략 5회의 점수를 x점으로 놓고 평균에 대한 식을 세운다.

풀이 5회의 점수를 x점이라 하면

$\frac{85+90+92+86+x}{5}=90$

$353+x=450 \quad \therefore x=97$ 답 ②

05 전략 a, b, c의 평균을 이용하여 a, b, c의 총합을 구한다.

풀이 a, b, c의 평균이 4이므로

$$\frac{a+b+c}{3}=4 \qquad \therefore a+b+c=12$$

따라서 3, a, b, c, 10의 평균은

$$\frac{3+a+b+c+10}{5}=\frac{3+12+10}{5}=\frac{25}{5}=5$$

답 ①

06

채점 기준	배점
식 세우기	50%
팀을 탈퇴한 선수의 키 구하기	50%

풀이 팀을 탈퇴한 선수의 키를 x cm라 하면

$$\frac{16\times171-x}{15}=170.4$$ ▶ 50%

$2736-x=2556 \qquad \therefore x=180$

따라서 팀을 탈퇴한 선수의 키는 180 cm이다. ▶ 50%

답 180 cm

선수 16명 중에서 한 명이 탈퇴하였으므로 남은 선수는 15명이고 15명의 키의 총합은 $(16\times171-x)$cm이다.

07

채점 기준	배점
a의 값 구하기	40%
b의 값 구하기	40%
$a+b$의 값 구하기	20%

풀이 자료의 변량을 작은 값부터 순서대로 나열할 때, 중앙값은 10번째와 11번째 값의 평균이므로

$$a=\frac{2+3}{2}=2.5$$ ▶ 40%

또 도수가 가장 큰 것은 2회이므로

$b=2$ ▶ 40%

$\therefore a+b=4.5$ ▶ 20%

답 4.5

1회: 4명, 2회: 6명, 3회: 5명이므로 10번째 변량은 2회, 11번째 변량은 3회이다.

08 전략 중앙값을 이용하여 4번째 변량을 구한다.

풀이 학생 6명의 점수를 낮은 것부터 순서대로 나열할 때, 중앙값은 3번째와 4번째 점수의 평균이므로 4번째 점수를 x점이라 하면

$$\frac{82+x}{2}=85$$

$82+x=170 \qquad \therefore x=88$

이때 수학 점수가 90점인 학생이 들어와도 4번째 값은 그대로 88점이므로 중앙값은 88점이다. 답 88점

90점인 학생의 점수는 5번째 이상에 위치한다.

09 전략 학생 C의 점수를 x점으로 놓고 평균을 이용하여 식을 세운다.

풀이 학생 C의 점수를 x점이라 하면 x를 제외한 변량의 도수는 모두 1이므로 x는 4개의 변량 중 하나와 같다. 따라서 최빈값은 x점이다.

이때 평균과 최빈값이 같으므로

$$\frac{76+90+x+80+82}{5}=x$$

$328+x=5x, \qquad 4x=328$

$\therefore x=82$

답 ③

10

채점 기준	배점
$x+y+z$의 값 구하기	30%
$2x+4$, $2y+4$, $2z+4$의 평균을 식으로 나타내기	40%
$x+y+z$의 값을 대입하여 평균 구하기	30%

풀이 x, y, z의 평균이 5이므로

$$\frac{x+y+z}{3}=5$$

$\therefore x+y+z=15$ ▶ 30%

따라서 $2x+4$, $2y+4$, $2z+4$의 평균은

$$\frac{(2x+4)+(2y+4)+(2z+4)}{3}$$ ▶ 40%

$$=\frac{2(x+y+z)+12}{3}$$

$$=\frac{2\times15+12}{3}$$

$$=\frac{42}{3}=14$$ ▶ 30%

답 14

보충 학습

x, y, z의 평균이 m일 때, (단, a, b는 상수)
① ax, ay, az의 평균은 am
② $x+b$, $y+b$, $z+b$의 평균은 $m+b$
③ $ax+b$, $ay+b$, $az+b$의 평균은 $am+b$

11 전략 중앙값 ➡ 변량을 작은 값부터 순서대로 나열할 때 중앙에 오는 값

풀이 자료 A의 중앙값이 12이므로 $10<a<15$

$a\le8$이면 중앙값은 $\frac{8+10}{2}=9$
$8<a<10$이면 중앙값은 $9<\frac{a+10}{2}<10$
$a\ge15$이면 중앙값은 $\frac{10+15}{2}=12.5$

자료 A의 변량을 작은 값부터 순서대로 나열하면

8, 10, a, 15

이고 중앙값이 12이므로

$$\frac{10+a}{2}=12, \qquad 10+a=24$$

$\therefore a=14$

그러므로

A: 8, 10, 15, 14

B: 10, 6, 9, 12

$a-2=14-2=12$

이므로 두 자료 A, B를 섞은 전체 자료의 변량을 작은 값부터 순서대로 나열하면

6, 8, 9, 10, 10, 12, 14, 15

따라서 중앙값은 $\frac{10+10}{2}=10$

답 ②

우공비 BOX

12

채점 기준	배점
평균을 이용하여 $a+b$의 값 구하기	30%
a, b의 값 구하기	60%
$a-b$의 값 구하기	10%

풀이 7개 자료의 평균이 1이므로

$$\frac{(-4)+6+2+(-3)+1+a+b}{7}=1$$

$2+a+b=7$ $\therefore a+b=5$ ▶ 30%

이때 최빈값이 1이므로 a, b의 값 중 하나는 1이고

$a>b$이므로 $a=4$, $b=1$ ▶ 60%

$\therefore a-b=4-1=3$ ▶ 10%

답 3

• a, b를 제외한 변량의 도수는 모두 1이므로 a, b의 값 중 하나는 1이다.

2. 산포도

38 | 분산과 표준편차 기본서 13~15쪽

표준편차를 구할 때는 평균 → 편차 → 분산 → 표준편차의 순서로 구한다.

익히기 1 (편차)=(변량)−(평균)이고 평균이 5이므로 각 변량에 대한 편차는 다음과 같다.

변량	3	4	5	8	9	1
편차	-2	-1	0	3	4	-4

답 풀이 참조

익히기 2 (1) $(\text{평균})=\frac{50+48+54+51+47}{5}$

$=\frac{250}{5}=50(\text{g})$

(2) 각 변량의 편차는

$0,\ -2,\ 4,\ 1,\ -3$

따라서 분산은

$$\frac{0^2+(-2)^2+4^2+1^2+(-3)^2}{5}=\frac{30}{5}=6$$

$(\text{분산})=\frac{(\text{편차})^2\text{의 총합}}{(\text{변량})\text{의 개수}}$

(3) 분산이 6이므로 표준편차는

$\sqrt{6}(\text{g})$

답 (1) 50 g (2) 6 (3) $\sqrt{6}$ g

유제 1 (1) 편차의 총합은 0이므로

$(-8)+3+(-6)+x=0$ $\therefore x=11$

(2) 학생 D의 점수는 $80+11=91$(점)

• (편차)=(변량)−(평균)이므로 (변량)=(평균)+(편차)

답 (1) 11 (2) 91점

유제 2-1 편차의 총합은 0이므로

$(-1)+3+x+0=0$ $\therefore x=-2$

따라서 분산은

$$\frac{(-1)^2+3^2+(-2)^2+0^2}{4}=\frac{14}{4}=3.5$$

답 3.5

유제 2-2 주어진 자료의 평균이 7이므로

$$\frac{10+8+3+x+8}{5}=7$$

$29+x=35$ $\therefore x=6$

각 변량의 편차는

$3,\ 1,\ -4,\ -1,\ 1$

이므로 분산은

$$\frac{3^2+1^2+(-4)^2+(-1)^2+1^2}{5}=\frac{28}{5}=5.6$$

따라서 표준편차는 $\sqrt{5.6}$

답 $\sqrt{5.6}$

유제 3 변량 1, 3, a, b의 평균이 4이므로

$\frac{1+3+a+b}{4}=4$, $4+a+b=16$

$\therefore a+b=12$ ……㉠

또 분산이 5이므로

$$\frac{(1-4)^2+(3-4)^2+(a-4)^2+(b-4)^2}{4}=5$$

$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

$9+1+(a-4)^2+(b-4)^2=20$

$a^2+b^2-8(a+b)+22=0$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$a^2+b^2-8\times12+22=0$

$\therefore a^2+b^2=74$ ……㉡

따라서 $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$에 ㉠, ㉡을 대입하면

$12^2=74+2ab$, $2ab=70$

$\therefore ab=35$

답 ③

유제 4 성적이 고를수록 표준편차가 작으므로 성적의 표준편차가 가장 작은 사람은 ④ 수진이다.

답 ④

39 | 도수분포표에서의 평균과 분산, 표준편차 기본서 16~17쪽

익히기 3

계급값(kg)	도수	(계급값)×(도수)	편차	(편차)^2×(도수)
1	6	6	-4	96
3	12	36	f	48
a	6	c	0	0
7	8	56	2	32
9	b	d	4	g
합계	40	e		h

$(\text{계급값})=\dfrac{(\text{계급의 양 끝값의 합})}{2}$이므로

$a=\dfrac{4+6}{2}=5$

도수의 총합은 40이므로

$b=40-(6+12+6+8)=8$

$c=a\times6=5\times6=30$

$d=9\times b=9\times8=72$

$e=6+36+30+56+72=200$

$(\text{평균})=\dfrac{200}{40}=5(\text{kg})$

이고 (편차)=(계급값)−(평균)이므로

$f=3-5=-2$

$g=4^2\times b=16\times8=128$

$h=96+48+0+32+128=304$

$\therefore (\text{분산})=\dfrac{304}{40}=7.6,\ (\text{표준편차})=\sqrt{7.6}(\text{kg})$

답 풀이 참조

유제 5

계급값(회)	도수(명)	(계급값)×(도수)	편차	(편차)^2×(도수)
2	1	2	−10	100
6	2	12	−6	72
10	6	60	−2	24
14	8	112	2	32
18	3	54	6	108
합계	20	240		336

위의 표에서 평균은 $\dfrac{240}{20}=12(\text{회})$

따라서 분산은 $\dfrac{336}{20}=16.8$

이므로 표준편차는 $\sqrt{16.8}(\text{회})$

답 $\sqrt{16.8}$회

유제 6 학생 20명의 윗몸일으키기 기록의 평균은

계급값(회)	도수(명)
32	2
36	4
40	8
44	4
48	2
합계	20

$\dfrac{1}{20}\{32\times2+36\times4+40\times8+44\times4+48\times2\}$

$=\dfrac{800}{20}=40(\text{회})$

따라서 분산은

$\dfrac{1}{20}\{(32-40)^2\times2+(36-40)^2\times4+(40-40)^2\times8+(44-40)^2\times4+(48-40)^2\times2\}$

$=\dfrac{384}{20}=19.2$

이므로 표준편차는

$\sqrt{19.2}=\sqrt{\dfrac{192}{10}}=\dfrac{4\sqrt{30}}{5}(\text{회})$

$\therefore a=\dfrac{4}{5}$

답 $\dfrac{4}{5}$

우공비 BOX

도수분포표에서의 평균

$\dfrac{\{(\text{계급값})\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$

편차가 음수이므로 연수의 키는 평균보다 작다.

표준편차에는 변량과 같은 단위를 붙인다.

소단원 성취도 진단

기본서 18~19쪽

01 ⑤	02 159 cm		03 ④	04 $\sqrt{2}$권
05 ⑤	06 ②	07 10	08 ①	09 ④
10 ④	11 13	12 6.4	13 20.6	

01 전략 편차의 총합 ⇨ 0

풀이 편차의 총합은 0이므로

$4+(-2)+x+1+(-3)+(-2)=0$

$\therefore x=2$

답 ⑤

02 전략 (편차)=(변량)−(평균)

풀이 연수의 키를 x cm라 하면 평균이 162 cm이고 연수의 키의 편차가 −3 cm이므로

$x-162=-3\qquad \therefore x=159$

따라서 연수의 키는 159 cm이다.

답 159 cm

03 전략 $(\text{분산})=\dfrac{(\text{편차})^2\text{의 총합}}{(\text{변량})\text{의 개수}}$

풀이 분산은

$\dfrac{(-2)^2+3^2+(-2)^2+1^2}{4}=\dfrac{18}{4}=4.5$

답 ④

04

채점 기준	배점
평균 구하기	30%
분산 구하기	40%
표준편차 구하기	30%

풀이 주어진 변량의 평균은

$\dfrac{3+2+4+6+5}{5}=\dfrac{20}{5}=4(\text{권})$ ▶ 30%

이므로 각 변량의 편차는

$-1,\ -2,\ 0,\ 2,\ 1$

따라서 분산은

$\dfrac{(-1)^2+(-2)^2+0^2+2^2+1^2}{5}=\dfrac{10}{5}=2$ ▶ 40%

이므로 표준편차는 $\sqrt{2}(\text{권})$ ▶ 30%

답 $\sqrt{2}$권

서술형 답안 작성 Tip

평균과 표준편차에는 변량과 같은 단위를 붙인다.

05 전략 (편차)=(변량)−(평균)

풀이 ① 편차의 총합은 0이므로

$(-3)+3+1+(-6)+y=0\qquad \therefore y=5$

② (편차)=(변량)−(평균)이므로 국어 성적에서

$-3=85-(\text{평균})\qquad \therefore (\text{평균})=88(\text{점})$

③ $x-88=1\qquad \therefore x=89$

④ 평균보다 높은 성적을 받은 과목은 영어, 수학, 과학의 3개이다.

⑤ (분산)$=\dfrac{(-3)^2+3^2+1^2+(-6)^2+5^2}{5}=16$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{16}=4$(점) 답 ⑤

우공비 BOX

(편차)=(변량)−(평균)이므로 평균보다 높은 성적을 받은 과목의 편차는 양수이다.

06 전략 평균을 이용하여 x의 값을 구한다.

풀이 8, 6, 9, 12, 8, x의 평균이 9이므로

$$\frac{8+6+9+12+8+x}{6}=9$$

$43+x=54 \quad \therefore x=11$

각 변량의 편차는 $-1, -3, 0, 3, -1, 2$

이므로 분산은

$$\frac{(-1)^2+(-3)^2+0^2+3^2+(-1)^2+2^2}{6}=\frac{24}{6}=4$$

답 ②

07

채점 기준	배점
$x+y$의 값 구하기	30%
x^2+y^2의 값 구하기	30%
xy의 값 구하기	40%

풀이 편차의 총합은 0이므로

$6+x+(-3)+y+4=0$

$\therefore x+y=-7$ ······㉠ ▶ 30%

또 표준편차가 $3\sqrt{2}$이므로

$$\frac{6^2+x^2+(-3)^2+y^2+4^2}{5}=(3\sqrt{2})^2$$

$x^2+y^2+61=90$

$\therefore x^2+y^2=29$ ······㉡ ▶ 30%

$(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$에 ㉠, ㉡을 대입하면

$(-7)^2=29+2xy \quad \therefore xy=10$ ▶ 40%

답 10

08 전략 표준편차가 크다. ➡ 변량들이 평균에서 멀리 떨어져 있다.

풀이 표준편차는 자료가 평균을 중심으로 흩어진 정도를 나타내므로 주어진 자료들 중에서 표준편차가 가장 큰 것은 ①이다. 답 ①

다른 풀이 각 자료의 표준편차는 다음과 같다.

① 2 ② $\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$ ③ 1 ④ $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ ⑤ 0

모든 변량의 값이 같을 때, 표준편차는 0이다.

+ 보충 학습

① 표준편차가 크다. ➡ 자료들이 평균으로부터 멀리 떨어져 있다.
② 표준편차가 작다. ➡ 자료들이 평균 근처에 모여 있다.
③ 표준편차가 0이다. ➡ 모든 자료의 값이 평균과 같다.

09 전략 표준편차가 작을수록 자료가 평균 주위에 몰려 있고, 분포가 고르다.

풀이 (ㄱ) A의 성적이 B의 성적보다 항상 우수하였는지 알 수 없다.

(ㄴ) B의 표준편차가 0이므로 (편차)^{2}의 평균이 0이다. 따라서 B는 4년 동안 성적의 변화가 없었다.

(ㄷ) B의 표준편차가 A의 표준편차보다 작으므로 B의 성적이 A의 성적보다 고르다.

이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄷ)이다.

답 ④

10 전략 주어진 도수분포표에서 계급값과 도수를 이용하여 평균을 구한 후 편차를 이용하여 표준편차를 구한다.

풀이 학생 10명의 수학 성적의 평균은

$$\frac{65\times1+75\times4+85\times3+95\times2}{10}$$

$$=\frac{810}{10}=81(\text{점})$$

각 계급의 계급값은 65, 75, 85, 95

따라서 분산은

$$\frac{1}{10}\{(65-81)^2\times1+(75-81)^2\times4+(85-81)^2\times3+(95-81)^2\times2\}$$

$$=\frac{840}{10}=84$$

256+144+48+392=840

이므로 표준편차는 $\sqrt{84}=2\sqrt{21}$(점)

답 ④

11

채점 기준	배점
$a+b+c+d+e$의 값 구하기	15%
a, b, c, d, e의 분산을 식으로 나타내기	15%
$a+3, b+3, c+3, d+3, e+3$의 평균 구하기	30%
$a+3, b+3, c+3, d+3, e+3$의 분산 구하기	30%
$m+n$의 값 구하기	10%

풀이 a, b, c, d, e의 평균이 6이므로

$$\frac{a+b+c+d+e}{5}=6$$

$\therefore a+b+c+d+e=30$ ······㉠ ▶ 15%

a, b, c, d, e의 분산이 4이므로

$\dfrac{1}{5}\{(a-6)^2+(b-6)^2+(c-6)^2+(d-6)^2+(e-6)^2\}=4$ ······㉡ ▶ 15%

따라서 $a+3, b+3, c+3, d+3, e+3$의 평균은

$$\frac{a+b+c+d+e+15}{5}$$

$=\dfrac{30+15}{5}=\dfrac{45}{5}=9$ ($\because$ ㉠) ▶ 30%

a, b, c, d, e의 평균이 m이면 $a+3, b+3, c+3, d+3, e+3$의 평균은 $m+3$이다.

또 $a+3$, $b+3$, $c+3$, $d+3$, $e+3$의 분산은

$$\frac{1}{5}\{(a+3-9)^2+(b+3-9)^2+(c+3-9)^2+(d+3-9)^2+(e+3-9)^2\}$$
$$=\frac{1}{5}\{(a-6)^2+(b-6)^2+(c-6)^2+(d-6)^2+(e-6)^2\}=4\ (\because ㉡)$$ ▶ 30%

a, b, c, d, e의 분산이 s^2이면 $a+3$, $b+3$, $c+3$, $d+3$, $e+3$의 분산도 s^2이다.

즉 $m=9$, $n=4$이므로

$m+n=13$ ▶ 10%

답 13

12 전략 두 모둠의 평균이 7회로 같으므로 두 모둠 전체의 평균도 7회이다.

풀이 A, B 두 모둠의 (편차)^{2}의 총합은 각각

$6\times2^2=24$, $4\times(\sqrt{10})^2=40$

따라서 전체 학생의 (편차)^{2}의 총합은

$24+40=64$

$\therefore$ (분산)$=\frac{64}{10}=6.4$

답 6.4

보충 학습

평균이 같은 두 집단 A, B의 도수가 각각 a, b이고 분산이 각각 s^2, t^2일 때, 두 집단 전체의 분산

→ $\frac{as^2+bt^2}{a+b}$

13

채점 기준	배점
48 kg 이상 52 kg 미만인 계급의 도수 구하기	20%
평균 구하기	40%
분산 구하기	40%

풀이 몸무게가 48 kg 이상 52 kg 미만인 계급의 도수를 x명이라 하면 도수의 총합은 20이므로

$3+5+x+2+2=20$ $\quad\therefore x=8$ ▶ 20%

이때 주어진 히스토그램을 이용하여 도수분포표를 만들면 오른쪽과 같다.

계급값(kg)	도수(명)
42	3
46	5
50	8
54	2
58	2
합계	20

이 자료의 평균은

$$\frac{1}{20}\{42\times3+46\times5+50\times8+54\times2+58\times2\}$$
$$=\frac{980}{20}=49(\text{kg})$$ ▶ 40%

따라서 분산은

$$\frac{1}{20}\{(42-49)^2\times3+(46-49)^2\times5+(50-49)^2\times8+(54-49)^2\times2+(58-49)^2\times2\}$$
$$=\frac{412}{20}=20.6$$ ▶ 40%

답 20.6

중단원 마무리 평가

기본서 20~23쪽

01 ②	02 ③	03 ②	04 ③	05 ③
06 ⑤	07 ③	08 ④	09 ③	10 ②
11 ④	12 ②	13 ④	14 ②	15 ⑤
16 ⑤	17 26	18 4.4	19 $5\sqrt{6}$시간	
20 25	21 92점	22 6마리	23 4	24 210
25 $\frac{175}{3}$				

01 전략 (평균)$=\frac{(\text{변량})\text{의 총합}}{(\text{변량})\text{의 개수}}$

풀이 (평균)$=\frac{5+7+2+6+11+8+5+8+3+5}{10}$

$=\frac{60}{10}=6$(개)

답 ②

02 전략 (변량의 총합)$=$(평균)$\times$(변량의 개수)

풀이 30명의 회원의 나이의 총합은

$20\times8+15\times12+17\times10=510$(세)

전체 회원 수는 $8+12+10=30$(명)

이므로 평균은 $\frac{510}{30}=17$(세)

답 ③

03 전략 변량의 개수가 짝수일 때의 중앙값

○ 중앙에 있는 두 값의 평균

풀이 자료의 변량을 작은 값부터 순서대로 나열하면

6, 7, 7, 7, 8, 8, 9, 9

이므로 중앙값은 $\frac{7+8}{2}=7.5$(시간)

답 ②

04 전략 최빈값 ○ 변량 중에서 도수가 가장 큰 값

풀이 주어진 표에서 도수가 가장 큰 것은 장미이므로 최빈값은 ③ 장미이다.

답 ③

05 전략 최빈값에 따라 경우를 나누어 생각한다.

풀이 x를 제외한 변량을 작은 값부터 순서대로 나열하면

8, 9, 9, 10, 10, 11, 11, 13, 15

중앙값, 최빈값을 구할 때는 먼저 주어진 자료의 변량을 작은 값부터 순서대로 나열해야 편리하다.

주어진 자료에서 9, 10, 11의 도수가 2로 모두 같으므로 세 값 중 하나가 최빈값이다.

(i) $x=9$일 때

(최빈값)$=9$, (중앙값)$=10$

(ii) $x=10$일 때

(최빈값)$=10$, (중앙값)$=10$

(iii) $x=11$일 때

(최빈값)$=11$, (중앙값)$=10.5$

따라서 중앙값과 최빈값이 같을 때의 x의 값은 10이다.

답 ③

Step Up

Ⅴ. 통계

우공비 BOX

06 전략 분산이 크다. ◎ 변량들이 평균에서 멀리 떨어져 있다.

풀이 ⑤ 분산이 클수록 변량들이 평균에서 멀리 떨어져 있고, 분산이 작을수록 변량들이 평균 주위에 많이 모여 있다.

답 ⑤

07 전략 (편차)=(변량)−(평균)

풀이 편차의 총합은 0이므로

$0+a+(-1)+1+2=0 \qquad \therefore a=-2$

이때 무게가 6 kg인 수박의 무게의 편차가 0이므로 평균은 6 kg이다.

또 무게가 b kg인 수박의 무게의 편차는 2이므로

$b-6=2 \qquad \therefore b=8$

$\therefore a+b=-2+8=6$

답 ③

편차가 0이면 (변량)=(평균)이다.

08 전략 $(\text{분산})=\dfrac{(\text{편차})^2\text{의 총합}}{(\text{변량})\text{의 개수}}$

표준편차를 구할 때는
① 평균
② 편차
③ 분산
④ 표준편차
의 순서로 구한다.

풀이 평균은 $\dfrac{2+9+6+8+6+11}{6}=\dfrac{42}{6}=7$

따라서 분산은

$\dfrac{(-5)^2+2^2+(-1)^2+1^2+(-1)^2+4^2}{6}=\dfrac{48}{6}=8$

이므로 표준편차는 $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

답 ④

09 전략 평균을 이용하여 먼저 x의 값을 구한다.

풀이 주어진 자료의 평균이 8이므로

$\dfrac{5+8+9+x+7}{5}=8$

$x+29=40 \qquad \therefore x=11$

각 변량의 편차가

$-3,\ 0,\ 1,\ 3,\ -1$

이므로 분산은

$\dfrac{(-3)^2+0^2+1^2+3^2+(-1)^2}{5}=\dfrac{20}{5}=4$

답 ③

10 전략 먼저 세 변량의 평균을 구한다.

풀이 $(\text{평균})=\dfrac{(-2)+(x-2)+(2x-2)}{3}=x-2$

분산이 6이므로

$\dfrac{(-x)^2+0^2+x^2}{3}=6$

$x^2=9 \qquad \therefore x=3\ (\because x>0)$

답 ②

각 변량의 편차는 $-2-(x-2)=-x$, $x-2-(x-2)=0$, $2x-2-(x-2)=x$ 이다.

11 전략 평균과 표준편차를 각각 식으로 나타낸다.

풀이 $a,\ b,\ c,\ d$의 평균이 5이므로

$\dfrac{a+b+c+d}{4}=5$

$\therefore a+b+c+d=20 \qquad \cdots\cdots ㉠$

또 $a,\ b,\ c,\ d$의 표준편차가 3이므로 분산은 9이다. 즉

$\dfrac{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2}{4}=9$

$(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2=36$

$\therefore a^2+b^2+c^2+d^2-10(a+b+c+d)+64=0$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$a^2+b^2+c^2+d^2-10\times20+64=0$

$\therefore a^2+b^2+c^2+d^2=136$

따라서 $a^2,\ b^2,\ c^2,\ d^2$의 평균은

$\dfrac{a^2+b^2+c^2+d^2}{4}=\dfrac{136}{4}$

$=34$

답 ④

12 전략 편차의 총합은 0이고 $(\text{분산})=\dfrac{(\text{편차})^2\text{의 총합}}{(\text{변량})\text{의 개수}}$임을 이용한다.

풀이 편차의 총합은 0이므로

$-4+(-3)+a+2+3+b=0$

$\therefore a+b=2 \qquad \cdots\cdots ㉠$

또 표준편차가 $2\sqrt{2}$이므로 분산은 8이다. 즉

$\dfrac{(-4)^2+(-3)^2+a^2+2^2+3^2+b^2}{6}=8$

$a^2+b^2+38=48$

$\therefore a^2+b^2=10 \qquad \cdots\cdots ㉡$

$(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$에 ㉠, ㉡을 대입하면

$2^2=10+2ab$

$2ab=-6 \qquad \therefore ab=-3$

답 ②

13 전략 분산이 작을수록 자료의 분포 상태가 고르다.

풀이 A조의 평균은

$\dfrac{4\times1+5\times3+6\times1}{5}=\dfrac{25}{5}=5(\text{회})$

이므로 분산은

$\dfrac{(4-5)^2\times1+(5-5)^2\times3+(6-5)^2\times1}{5}$

$=\dfrac{2}{5}$

B조의 평균은

$\dfrac{3+4+5+6+7}{5}=\dfrac{25}{5}=5(\text{회})$

이므로 분산은

$$\frac{(3-5)^2+(4-5)^2+(5-5)^2+(6-5)^2+(7-5)^2}{5}$$

$$=\frac{10}{5}=2$$

따라서 A조와 B조의 평균은 같고, A조의 분산이 B조의 분산보다 작으므로 A조가 B조보다 분포 상태가 더 고르다고 할 수 있다.

답 ④

14 전략 표준편차를 각각 구하여 대소 관계를 나타낸다.

풀이 A에서 1, 2, 3, 4, 5의 평균은

$$\frac{1+2+3+4+5}{5}=\frac{15}{5}=3$$

이므로 분산은

$$\frac{(1-3)^2+(2-3)^2+(3-3)^2+(4-3)^2+(5-3)^2}{5}$$

$$=\frac{10}{5}=2$$

$\therefore a=(\text{표준편차})=\sqrt{2}$

B에서 6, 7, 8, 9, 10의 평균은

$$\frac{6+7+8+9+10}{5}=\frac{40}{5}=8$$

이므로 분산은

$$\frac{(6-8)^2+(7-8)^2+(8-8)^2+(9-8)^2+(10-8)^2}{5}$$

$$=\frac{10}{5}=2$$

$\therefore b=(\text{표준편차})=\sqrt{2}$

C에서 2, 4, 6, 8, 10의 평균은

$$\frac{2+4+6+8+10}{5}=\frac{30}{5}=6$$

이므로 분산은

$$\frac{(2-6)^2+(4-6)^2+(6-6)^2+(8-6)^2+(10-6)^2}{5}$$

$$=\frac{40}{5}=8$$

$\therefore c=(\text{표준편차})=2\sqrt{2}$

$\therefore a=b<c$

답 ②

15 전략 x, y, z의 평균과 분산을 각각 m, s^2으로 놓은 후 보기의 변량의 평균과 분산을 m, s^2으로 나타낸다.

풀이 x, y, z의 평균을 m, 분산을 s^2이라 하면

$$m=\frac{x+y+z}{3}$$

$$s^2=\frac{(x-m)^2+(y-m)^2+(z-m)^2}{3}$$

우공비 BOX

x, y, z의 평균이 m이면 $x+2$, $y+2$, $z+2$의 평균은 $m+2$이다.

• 변량들이 평균 주위에 밀집되어 있을수록 분포 상태가 고르다.

표준편차를 구하려면 평균을 알아야 하므로 세 자료의 평균을 각각 구한다.

x, y, z의 분산이 s^2이면 $x+2$, $y+2$, $z+2$의 분산도 s^2이다.

➜ 자료가 흩어져 있는 정도가 변하지 않으므로 분산은 같다.

(ㄱ) $x+2$, $y+2$, $z+2$의 평균은

$$\frac{(x+2)+(y+2)+(z+2)}{3}$$

$$=\frac{x+y+z}{3}+2$$

$$=m+2$$

따라서 $x+2$, $y+2$, $z+2$의 평균은 x, y, z의 평균보다 2만큼 크다.

(ㄴ) $x+2$, $y+2$, $z+2$의 분산은

$$\frac{(x+2-m-2)^2+(y+2-m-2)^2+(z+2-m-2)^2}{3}$$

$$=\frac{(x-m)^2+(y-m)^2+(z-m)^2}{3}$$

$$=s^2$$

따라서 $x+2$, $y+2$, $z+2$의 분산은 x, y, z의 분산과 같다.

(ㄷ) $2x$, $2y$, $2z$의 평균은

$$\frac{2x+2y+2z}{3}=2\times\frac{x+y+z}{3}=2m$$

이므로 $2x$, $2y$, $2z$의 분산은

$$\frac{(2x-2m)^2+(2y-2m)^2+(2z-2m)^2}{3}$$

$$=4\times\frac{(x-m)^2+(y-m)^2+(z-m)^2}{3}=4s^2$$

따라서 $2x$, $2y$, $2z$의 분산은 x, y, z의 분산의 4배이다.

이상에서 (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ) 모두 옳다.

답 ⑤

16 전략 도수의 총합을 이용하여 먼저 x의 값을 구한다.

풀이 도수의 총합은 10이므로

$1+2+x+2+1=10 \qquad \therefore x=4$

평균은

$$\frac{4\times1+6\times2+8\times4+10\times2+12\times1}{10}$$

$$=\frac{80}{10}=8(\text{회})$$

분산은

$$\frac{1}{10}\{(4-8)^2\times1+(6-8)^2\times2+(8-8)^2\times4+(10-8)^2\times2+(12-8)^2\times1\}$$

$$=\frac{48}{10}=4.8$$

답 ⑤

17 전략 중앙값을 구한 후 평균을 이용하여 x에 대한 식을 세운다.

풀이 자료의 중앙값은 $\frac{19+21}{2}=\frac{40}{2}=20$

자료의 평균과 중앙값이 같으므로

$$\frac{15+17+19+21+22+x}{6}=20, \quad \frac{94+x}{6}=20$$

$94+x=120 \qquad \therefore x=26$

답 26

18 전략 분산 ◎ $(\text{편차})^2$의 평균

풀이 편차의 총합은 0이므로

$(-2)+x+4+(-1)+(-1)=0$

$\therefore x=0$

따라서 분산은

$$\frac{(-2)^2+0^2+4^2+(-1)^2+(-1)^2}{5}=4.4$$

답 4.4

19 전략 표준편차가 크다. ◎ 변량들이 평균에서 멀리 떨어져 있다.

풀이 변량들이 평균에서 멀리 떨어져 있을수록 표준편차가 크므로 표준편차가 가장 큰 학급은 A학급이다.

A학급의 평균은 30시간이므로 분산은

$$\frac{1}{32}\{(15-30)^2\times10+(25-30)^2\times6+(35-30)^2\times6+(45-30)^2\times10\}$$

$$=\frac{4800}{32}=150$$

따라서 표준편차는

$\sqrt{150}=5\sqrt{6}$(시간)

답 $5\sqrt{6}$시간

20 전략 (변량)=(평균)이면 (편차)=0임을 이용한다.

풀이 A, B, C, D, E 5명의 몸무게의 총합은

$60\times5=300(\text{kg})$

이므로 A, C, D, E 4명의 몸무게의 평균은

$$\frac{300-60}{4}=60(\text{kg})$$

5명의 몸무게의 분산이 20이므로 편차의 제곱의 총합은

$20\times5=100$

한편 B의 편차는 0이므로 A, C, D, E 4명의 몸무게의 분산은

$$\frac{100-0}{4}=25$$

답 25

21

채점 기준	배점
잘못 본 평균과 실제 평균을 이용하여 등식 세우기	3점
잘못 본 점수 구하기	1점

풀이 80점을 받은 과목을 제외한 11개 과목의 총점을 A점이라 하고 80점을 x점으로 잘못 보았다고 하자.

성적을 잘못 보아 평균이 1점 높게 나왔으므로

$$\frac{A+80}{12}+1=\frac{A+x}{12}$$ ▶ 3점

$A+80+12=A+x$

$\therefore x=92$

따라서 80점을 92점으로 잘못 보았다. ▶ 1점

답 92점

22

채점 기준	배점
4명의 회원이 잡은 물고기의 수 구하기	2점
가장 많이 잡은 회원의 물고기의 수 구하기	3점

풀이 조건 ㈎, ㈏, ㈐에 의하여 4명의 회원이 잡은 물고기의 수는 각각 3마리, 4마리, 5마리, 5마리이다. ▶ 2점

나머지 한 회원이 잡은 물고기의 수를 x마리라 하면 조건 ㈑에 의하여

$$\frac{3+4+5+5+x}{5}=4.6$$

$17+x=23$

$\therefore x=6$

따라서 가장 많이 잡은 회원의 물고기의 수는 6마리이다. ▶ 3점

답 6마리

23

채점 기준	배점
평균 구하기	1점
분산 구하기	2점
표준편차 구하기	2점

풀이 a, b, c, d, e의 평균은

$$\frac{a+b+c+d+e}{5}=\frac{5}{5}=1$$ ▶ 1점

따라서 분산은

$$\frac{(a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2+(d-1)^2+(e-1)^2}{5}$$

$$=\frac{a^2+b^2+c^2+d^2+e^2-2(a+b+c+d+e)+5}{5}$$

$$=\frac{85-2\times5+5}{5}$$

$=16$ ▶ 2점

이므로 표준편차는 $\sqrt{16}=4$ ▶ 2점

답 4

24

채점 기준	배점
a^2+b^2의 값 구하기	2점
ab의 값 구하기	2점
직육면체의 겉넓이 구하기	1점

우공비 BOX

제대로 구한 12개 과목의 성적의 평균은 $\frac{A+80}{12}$이고 잘못 구한 성적의 평균은 $\frac{A+x}{12}$이다.

(표준편차)$=\sqrt{(\text{분산})}$

(B의 변량)=(평균)

풀이 세 모서리의 길이 a, b, 8의 평균이 6이므로

$\dfrac{a+b+8}{3}=6$ $\quad\therefore a+b=10$ $\quad\cdots\cdots$㉠

또 분산이 2이므로

$\dfrac{(a-6)^2+(b-6)^2+(8-6)^2}{3}=2$

$(a-6)^2+(b-6)^2+4=6$

$\therefore a^2+b^2-12(a+b)+70=0$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$a^2+b^2-12\times10+70=0$

$\therefore a^2+b^2=50$ $\quad\cdots\cdots$㉡ ▶ 2점

$(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$에 ㉠, ㉡을 대입하면

$10^2=50+2ab,\quad 2ab=50$

$\therefore ab=25$ ▶ 2점

따라서 직육면체의 겉넓이는

$2(ab+8b+8a)=2ab+16(a+b)$

$=2\times25+16\times10=210$ ▶ 1점

답 210

25

채점 기준	배점
x, y의 값 구하기	2점
분산 구하기	3점

풀이 도수의 총합이 30이므로

$x+11+14+y=30$

$\therefore x+y=5$ $\quad\cdots\cdots$㉠

또 평균이 80 g이므로

$\dfrac{65\times x+75\times11+85\times14+95\times y}{30}=80$

$65x+95y=385$

$\therefore 13x+19y=77$ $\quad\cdots\cdots$㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$x=3,\ y=2$ ▶ 2점

따라서 분산은

$\dfrac{1}{30}\{(65-80)^2\times3+(75-80)^2\times11$

$+(85-80)^2\times14+(95-80)^2\times2\}$

$=\dfrac{1750}{30}=\dfrac{175}{3}$ ▶ 3점

답 $\dfrac{175}{3}$

삼각형의 변의 길이는 항상 양수이다.

㉡$-$㉠$\times$13을 하면

$6y=12\quad\therefore y=2$

$y=2$를 ㉠에 대입하면

$x=3$

Ⅵ-1. 피타고라스 정리

1. 피타고라스 정리

40 | 피타고라스 정리 기본서 26~27쪽

익히기 1 (1) $x^2=4^2+3^2=25$ $\quad\therefore x=5\ (\because x>0)$

(2) $x^2=3^2+5^2=34$ $\quad\therefore x=\sqrt{34}\ (\because x>0)$

(3) $17^2=8^2+x^2$이므로 $\quad x^2=225$

$\therefore x=15\ (\because x>0)$

(4) $(\sqrt{6})^2=x^2+(\sqrt{3})^2$이므로 $\quad x^2=3$

$\therefore x=\sqrt{3}\ (\because x>0)$

답 (1) 5 (2) $\sqrt{34}$ (3) 15 (4) $\sqrt{3}$

유제 ❶ $\triangle ABC$에서 $\quad\overline{BC}=\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{64}=8$

$\therefore \overline{BD}=\dfrac{1}{2}\overline{BC}=4$

따라서 $\triangle ABD$에서 $\quad\overline{AD}=\sqrt{6^2+4^2}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$

답 $2\sqrt{13}$

유제 ❷ $\overline{BE}=\overline{BD}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+(\sqrt{2})^2}=2$

$\overline{BG}=\overline{BF}=\sqrt{2^2+(\sqrt{2})^2}=\sqrt{6}$

$\therefore \overline{BI}=\overline{BH}=\sqrt{(\sqrt{6})^2+(\sqrt{2})^2}=2\sqrt{2}$

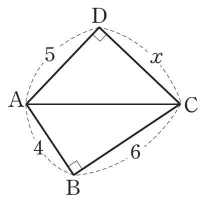
답 $2\sqrt{2}$

유제 ❸ 오른쪽 그림과 같이 선분 AC를 그으면 $\triangle ABC$에서

$\overline{AC}=\sqrt{4^2+6^2}=2\sqrt{13}$

따라서 $\triangle DAC$에서

$x=\sqrt{(2\sqrt{13})^2-5^2}=3\sqrt{3}$



답 ④

41 | 피타고라스 정리 확인하기 기본서 28~30쪽

익히기 2 직각삼각형 AEH에서

$\overline{EH}=\sqrt{2^2+\boxed{4}^2}=\boxed{2\sqrt{5}}$

즉 □EFGH는 한 변의 길이가 $\boxed{2\sqrt{5}}$ 인 정사각형이므로

□EFGH$=\boxed{20}$

답 4, $2\sqrt{5}$, $2\sqrt{5}$, 20

유제 ❹-1 □BFGC$=$□ADEB$+$□ACHI이므로

$56=35+$□ACHI

$\therefore$ □ACHI$=21(\text{cm}^2)$

답 21 cm^2

Step Up

Ⅵ. 피타고라스 정리

우공비 BOX

유제 ❹-2 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{4^2+(4\sqrt{3})^2}=8$

$\square ADEB=\square BFML$이므로 $4^2=8\times\overline{BL}$

$\therefore \overline{BL}=2$

답 2

유제 ❺ $\frac{1}{2}\times 5\times\overline{AH}=30$이므로 $\overline{AH}=12$

$\triangle AEH$에서

$\overline{EH}=\sqrt{5^2+12^2}=13$

따라서 $\square EFGH$는 한 변의 길이가 13인 정사각형이므로 둘레의 길이는 $13\times 4=52$

답 52

유제 ❻ ① $\overline{AB}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$

② $\triangle GDE\equiv\triangle CAB$이므로 $\overline{GD}=\overline{CA}=2$

③ $\overline{GF}=\overline{DF}-\overline{GD}=4-2=2$

④ $\triangle AHE=\triangle BCA=\frac{1}{2}\times 4\times 2=4$

⑤ $\square ABDE=(2\sqrt{5})^2=20$

$\square FGHC=2^2=4$

$\therefore \square ABDE : \square FGHC=20:4=5:1$

답 ④

$\square FGHC$는 한 변의 길이가 2인 정사각형이다.

유제 ❼ $\triangle ABC\equiv\triangle CDE$이므로

$\overline{AC}=\overline{CE}$, $\angle ACE=90°$

즉 $\triangle ACE$는 직각이등변삼각형이므로

$\frac{1}{2}\overline{CE}^2=30$, $\overline{CE}^2=60$

$\therefore \overline{CE}=2\sqrt{15}$ (cm) ($\because \overline{CE}>0$)

$\triangle CDE$에서 $\overline{DE}=\sqrt{(2\sqrt{15})^2-(2\sqrt{6})^2}=6$ (cm)

$\therefore \triangle CDE=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{6}\times 6=6\sqrt{6}$ (cm^2)

답 $6\sqrt{6}$ cm^2

42 | 피타고라스 정리의 역 기본서 31~32쪽

익히기 3 (1) $(\sqrt{34})^2=3^2+5^2$

(2) $10^2\neq 5^2+6^2$

(3) $8^2\neq 5^2+(5\sqrt{2})^2$

(4) $(\sqrt{58})^2=3^2+7^2$

답 (1) ○ (2) × (3) × (4) ○

직각삼각형인지 알아보기
① 길이가 가장 긴 변을 찾는다.
② 가장 긴 변의 길이의 제곱과 나머지 두 변의 길이의 제곱의 합을 비교한다.

유제 ❽ $7^2=(2\sqrt{6})^2+5^2$이므로 주어진 삼각형은 빗변의 길이가 7인 직각삼각형이다.

따라서 삼각형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times 2\sqrt{6}\times 5=5\sqrt{6}$

답 $5\sqrt{6}$

유제 ❾ $(x+2)^2=x^2+4^2$이어야 하므로

$x^2+4x+4=x^2+16$

$4x=12$ $\therefore x=3$

답 ①

$x+2$가 가장 긴 변의 길이이다.

유제 ❿ (i) x가 가장 긴 변일 때

$x^2=6^2+8^2$이어야 하므로 $x^2=100$

$\therefore x=10$ ($\because x>0$)

(ii) 8이 가장 긴 변일 때

$8^2=6^2+x^2$이어야 하므로 $x^2=28$

$\therefore x=2\sqrt{7}$ ($\because x>0$)

답 ①, ③

소단원 성취도 진단 기본서 33~35쪽

01 $3\sqrt{2}$ cm 02 ③ 03 24 04 ④
05 ④ 06 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ cm 07 3 08 ②
09 80 10 ④ 11 ② 12 $2\sqrt{10}$ cm
13 풀이 참조 14 ①, ④ 15 ② 16 ④
17 ① 18 5 cm

01 전략 $\triangle ABC$가 $\angle B=90°$인 직각삼각형
➡ $\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$

풀이 $\overline{AB}=\overline{BC}=x$ cm라 하면

$6^2=x^2+x^2$, $2x^2=36$

$x^2=18$ $\therefore x=3\sqrt{2}$ ($\because x>0$)

답 $3\sqrt{2}$ cm

02 전략 피타고라스 정리를 연속적으로 이용한다.

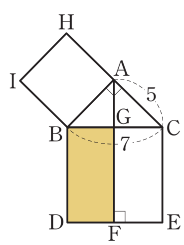
풀이 $\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$

$\triangle ACD$에서 $x=\sqrt{(2\sqrt{5})^2+2^2}=2\sqrt{6}$

답 ③

03 전략 $\square BDFG$와 넓이가 같은 정사각형을 그린다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$를 한 변으로 하는 정사각형 AHIB를 그리면



$\square BDFG=\square AHIB$

이때 $\triangle ABC$에서

$\overline{AB}=\sqrt{7^2-5^2}=2\sqrt{6}$

$\therefore \square BDFG=\square AHIB$

$=\overline{AB}^2=24$

답 24

04 전략 (가장 긴 변의 길이의 제곱)=(나머지 두 변의 길이의 제곱의 합) ➡ 직각삼각형

풀이 ① $(3\sqrt{3})^2\neq 1^2+5^2$

② $4^2\neq 2^2+3^2$

③ $5^2\neq 3^2+(2\sqrt{3})^2$

④ $(\sqrt{10})^2=1^2+3^2$

⑤ $16^2\neq 9^2+10^2$

답 ④

우공비 BOX

05 전략 마름모 ◎ 두 대각선은 서로를 수직이등분한다.

풀이 마름모의 두 대각선은 서로를 수직이등분하므로

$\overline{AO}=8$ cm, $\overline{BO}=15$ cm, $\angle AOB=90^\circ$

따라서 △ABO에서

$\overline{AB}=\sqrt{8^2+15^2}=17$ (cm) 답 ④

$\overline{AO}=\frac{1}{2}\overline{AC}=8$(cm)

$\overline{BO}=\frac{1}{2}\overline{BD}=15$(cm)

06

채점 기준	배점
$\overline{AC}$의 길이 구하기	50%
$\overline{OB}$의 길이 구하기	50%

풀이 △ABC에서

$\overline{AC}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+(\sqrt{10})^2}=3\sqrt{2}$ (cm) ▶ 50%

점 O가 △ABC의 외심이므로

$\overline{OB}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (cm) ▶ 50%

답 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ cm

삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같다.

07

채점 기준	배점
$\overline{AM}$의 길이 구하기	30%
$\overline{BC}$의 길이 구하기	30%
$\overline{AC}$의 길이 구하기	40%

풀이 $\overline{AM}:\overline{AG}=3:2$이므로 $\overline{AM}=3$ ▶ 30%

$\therefore \overline{BC}=2\overline{AM}=6$ ▶ 30%

따라서 △ABC에서 $\overline{AC}=\sqrt{6^2-(3\sqrt{3})^2}=3$ ▶ 40%

답 3

삼각형의 무게중심은 세 중선의 길이를 각 꼭짓점으로부터 각각 2 : 1로 나눈다.

08 전략 피타고라스 정리를 연속적으로 이용한다.

풀이 $\overline{AB}=x$라 하면

$\overline{AC}^2=x^2+x^2=2x^2$, $\overline{AD}^2=2x^2+x^2=3x^2$

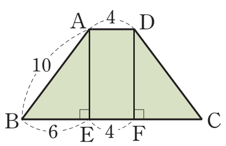
$\overline{AE}^2=3x^2+x^2=4x^2$, $\overline{AF}^2=4x^2+x^2=5x^2=15$

따라서 $x^2=3$이므로 $x=\sqrt{3}$ ($\because x>0$) 답 ②

09

채점 기준	배점
등변사다리꼴의 높이 구하기	60%
□ABCD의 넓이 구하기	40%

풀이 오른쪽 그림과 같이 두 점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하면



$\overline{EF}=\overline{AD}=4$

이므로 $\overline{BE}=\frac{1}{2}\times(16-4)=6$

△ABE에서 $\overline{AE}=\sqrt{10^2-6^2}=8$ ▶ 60%

따라서 사다리꼴 ABCD의 넓이는

$\frac{1}{2}\times(4+16)\times8=80$ ▶ 40%

답 80

$\overline{BE}=\overline{FC}$
$=\frac{1}{2}(\overline{BC}-\overline{EF})$

세 변의 길이가 각각 a, b, c인 삼각형에서 $c^2=a^2+b^2$이면 이 삼각형은 빗변의 길이가 c인 직각삼각형이다.

10 전략 밑변의 길이와 높이가 각각 같은 삼각형, 합동인 삼각형은 넓이가 각각 같다.

풀이 $\overline{AE}/\!/\overline{BD}$이므로 △ACE=△ABE

△ABE와 △AFC에서

$\overline{AB}=\overline{AF}$, $\overline{AE}=\overline{AC}$, ∠EAB=∠CAF

이므로 △ABE≡△AFC (SAS 합동)

$\overline{AF}/\!/\overline{CM}$이므로 △AFC=△AFL

∴ △CDE=△ACE=△ABE=△AFC
=△AFL=△LFM

답 ④

11 전략 △AFE≡△BGF≡△CHG≡△DEH (SAS 합동)

풀이 △AFE≡△BGF≡△CHG≡△DEH (SAS 합동)이므로 □EFGH는 정사각형이다.

△AFE에서 $\overline{EF}=\sqrt{5^2+8^2}=\sqrt{89}$

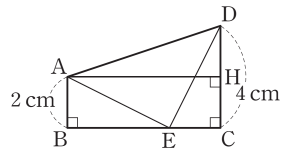
∴ □EFGH$=(\sqrt{89})^2=89$

답 ②

$\overline{AE}=\overline{AD}-\overline{ED}$
$=13-5=8$

12 전략 $\overline{BE}=\overline{CD}=4$ cm, $\overline{EC}=\overline{AB}=2$ cm

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{DC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=\overline{BC}=4+2$
$=6$(cm)

$\overline{DH}=4-2=2$(cm)

따라서 △DAH에서

$\overline{AD}=\sqrt{6^2+2^2}=2\sqrt{10}$ (cm) 답 $2\sqrt{10}$ cm

$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{EC}$
$=\overline{CD}+\overline{AB}$

13

채점 기준	배점
세 변의 길이의 제곱 구하기	60%
△ABC가 직각삼각형임을 설명하기	40%

풀이 △ABC에서

$\overline{AB}^2=4^2+2^2=20$

$\overline{BC}^2=2^2+1^2=5$

$\overline{AC}^2=4^2+3^2=25$ ▶ 60%

따라서 $\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$이므로 △ABC는 ∠B=90°인 직각삼각형이다. ▶ 40%

답 풀이 참조

14 전략 가장 긴 변의 길이를 기준으로 경우를 나누어 생각한다.

풀이 필요한 막대의 길이를 x cm라 하면

(i) 9 cm가 가장 긴 변일 때

$9^2=7^2+x^2$이어야 하므로 $x^2=32$

$\therefore x=4\sqrt{2}$ ($\because x>0$)

(ii) x cm가 가장 긴 변일 때

$x^2=7^2+9^2$이어야 하므로 $\qquad x^2=130$

$\therefore x=\sqrt{130}\ (\because x>0)$

답 ①, ④

15 전략 $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$

풀이 $\triangle ABC$에서 $\qquad \overline{BC}=\sqrt{10^2-6^2}=8(\text{cm})$

이때 $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$이므로

$\overline{BD}:\overline{CD}=10:6=5:3$

$\therefore \overline{CD}=8\times\frac{3}{8}=3(\text{cm})$

따라서 $\triangle ADC$에서 $\qquad \overline{AD}=\sqrt{3^2+6^2}=3\sqrt{5}(\text{cm})$

답 ②

16 전략 $\triangle ABC\equiv\triangle BDF\equiv\triangle DEG\equiv\triangle EAH$

풀이 ④ $\triangle ABC=\frac{1}{2}ab$, $\square CFGH=(a-b)^2$이므로

□CFGH는 한 변의 길이가 $a-b$인 정사각형이다.

$\triangle ABC=\square CFGH$이려면

$\frac{1}{2}ab=(a-b)^2$, $\qquad 2a^2-5ab+2b^2=0$

$(2a-b)(a-2b)=0$

이때 $a>b$이므로 $\qquad a=2b$

따라서 $a=2b$일 때만 $\triangle ABC=\square CFGH$이다.

답 ④

17 전략 연속한 세 자연수 ➡ x, $x+1$, $x+2$로 놓는다.

풀이 직각삼각형의 세 변의 길이를 x, $x+1$, $x+2$라 하면

$(x+2)^2=x^2+(x+1)^2$

$x^2+4x+4=x^2+x^2+2x+1$

$x^2-2x-3=0$, $\qquad (x+1)(x-3)=0$

$\therefore x=3\ (\because x\geq1)$

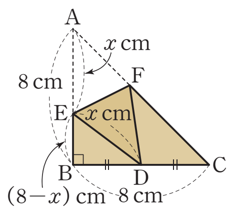
따라서 세 변의 길이는 3, 4, 5이므로 가장 긴 변의 길이는 5이다.

답 ①

18

채점 기준	배점
$\overline{DE}$의 길이에 대한 식 세우기	60%
$\overline{DE}$의 길이 구하기	40%

풀이 오른쪽 그림과 같이



$\overline{DE}=\overline{AE}=x$ cm라 하면

$\overline{EB}=(8-x)$cm

$\overline{BD}=\overline{CD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=4(\text{cm})$

이므로 $\triangle EBD$에서

$x^2=(8-x)^2+4^2$ ▶ 60%

$16x=80 \qquad \therefore x=5$ ▶ 40%

답 5 cm

우공비 BOX

2. 삼각형의 변과 각 사이의 관계

43 | 삼각형의 변과 각 사이의 관계 기본서 36~37쪽

$7-5<x<7+5$

익히기 1 삼각형이 되려면 $\qquad 2<x<\boxed{12}$ ⋯⋯ ㉠

$\angle B<90^\circ$이므로 $\qquad x^2<5^2+\boxed{7}^2$

$\therefore 0<x<\boxed{\sqrt{74}}$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡에서 $\qquad \boxed{2}<x<\boxed{\sqrt{74}}$

답 12, 7, $\sqrt{74}$, 2, $\sqrt{74}$

익히기 2 (1) $8^2>3^2+6^2$ $\qquad\therefore$ 둔각삼각형

(2) $12^2>6^2+10^2$ $\qquad\therefore$ 둔각삼각형

(3) $17^2=8^2+15^2$ $\qquad\therefore$ 직각삼각형

(4) $15^2<10^2+13^2$ $\qquad\therefore$ 예각삼각형

답 (1) 둔각삼각형 (2) 둔각삼각형 (3) 직각삼각형 (4) 예각삼각형

유제 1-1 삼각형이 되려면

$12-6<x<6+12$ $\qquad \therefore 6<x<18$

삼각형의 한 변의 길이는 나머지 두 변의 길이의 차보다 크고 두 변의 길이의 합보다 작다.

$x>12$이므로 $\qquad 12<x<18$ ⋯⋯ ㉠

또 $\angle A<90^\circ$이려면

$x^2<6^2+12^2$, $\qquad x^2<180$

$\therefore 0<x<6\sqrt{5}\ (\because x>0)$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡에서 $\qquad 12<x<6\sqrt{5}$ $\qquad$ 답 $12<x<6\sqrt{5}$

+ 보충 학습

삼각형의 변의 길이의 범위 구하기

① 삼각형이 되기 위한 조건에서 범위를 구한다.

② 삼각형의 변과 각 사이의 관계에서 범위를 구한다.

③ ①, ②의 공통 범위를 구한다.

유제 1-2 삼각형이 되려면

$8-5<a<5+8$ $\qquad \therefore 3<a<13$

$a>8$이므로 $\qquad 8<a<13$ ⋯⋯ ㉠

또 둔각삼각형이 되려면

$a^2>5^2+8^2$, $\qquad a^2>89$

$\therefore a>\sqrt{89}\ (\because a>0)$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡에서 $\qquad \sqrt{89}<a<13$

따라서 자연수 a는 10, 11, 12의 3개이다. $\qquad$ 답 3개

유제 2-1 ① $8^2>4^2+6^2$이므로 둔각삼각형이다.

② $6^2>(2\sqrt{2})^2+4^2$이므로 둔각삼각형이다.

③ $8^2<6^2+7^2$이므로 예각삼각형이다.

④ $12^2<7^2+10^2$이므로 예각삼각형이다.

⑤ $10^2=(2\sqrt{5})^2+(4\sqrt{5})^2$이므로 직각삼각형이다.

답 ③, ④

유제 ❷-2 (ㄱ) $4^2<2^2+4^2$이므로 예각삼각형이다.
(ㄴ) $6^2>3^2+5^2$이므로 둔각삼각형이다.
(ㄷ) $10^2>5^2+7^2$이므로 둔각삼각형이다.
(ㄹ) $10^2=6^2+8^2$이므로 직각삼각형이다.
(ㅁ) $16^2<7^2+15^2$이므로 예각삼각형이다.
(ㅂ) $12^2<8^2+11^2$이므로 예각삼각형이다.
따라서 둔각삼각형은 (ㄴ), (ㄷ)의 2개이다. 답 2개

소단원 성취도 진단

기본서 38쪽

01 ③	02 $4<x<5$	03 ①	04 17
05 ⑤	06 ①	07 72	

01 전략 가장 긴 변의 길이의 제곱과 나머지 두 변의 길이의 제곱의 합을 비교한다.

풀이 $8^2>5^2+6^2$이므로 $\triangle ABC$는 $\angle B>90°$인 둔각삼각형이다. 답 ③

02 전략 예각삼각형
➡ (가장 긴 변의 길이의 제곱)
<(나머지 두 변의 길이의 제곱의 합)

풀이 삼각형이 되려면 $2<x<8$ ($5-3<x<5+3$)
$x<5$이므로 $2<x<5$ …… ㉠
또 예각삼각형이 되려면 $5^2<x^2+3^2$, $x^2>16$
$\therefore x>4$ ($\because x>0$) …… ㉡
㉠, ㉡에서 $4<x<5$ 답 $4<x<5$

03 전략 $\angle A$가 예각 ➡ $x^2<4^2+7^2$

풀이 삼각형이 되려면 $3<x<11$ ($7-4<x<7+4$)
$x>7$이므로 $7<x<11$ …… ㉠
또 예각삼각형이 되려면 $x^2<4^2+7^2$, $x^2<65$
$\therefore 0<x<\sqrt{65}$ ($\because x>0$) …… ㉡
㉠, ㉡에서 $7<x<\sqrt{65}$
따라서 자연수 x는 8의 1개이다. 답 ①

04

채점 기준	배점
삼각형이 되기 위한 x의 값의 범위 구하기	30%
둔각삼각형이 되기 위한 x의 값의 범위 구하기	40%
자연수 x의 최댓값 구하기	30%

풀이 삼각형이 되려면 $10<x<30$ ($20-10<x<20+10$)
$x<20$이므로 $10<x<20$ …… ㉠ ▶ 30%
또 둔각삼각형이 되려면 $20^2>x^2+10^2$, $x^2<300$
$\therefore 0<x<10\sqrt{3}$ ($\because x>0$) …… ㉡
㉠, ㉡에서 $10<x<10\sqrt{3}$ ▶ 40%
따라서 자연수 x의 최댓값은 17이다. ▶ 30%
답 17

05 전략 가장 긴 변의 길이의 제곱과 나머지 두 변의 길이의 제곱의 합을 비교한다.

풀이 ① $4^2>2^2+3^2$이므로 둔각삼각형이다.
② $6^2>(\sqrt{10})^2+4^2$이므로 둔각삼각형이다.
③ $10^2>5^2+6^2$이므로 둔각삼각형이다.
④ $6^2=(\sqrt{11})^2+5^2$이므로 직각삼각형이다.
⑤ $(4\sqrt{2})^2>(\sqrt{15})^2+4^2$이므로 둔각삼각형이다. 답 ⑤

06 전략 세 변의 길이의 비가 $a:b:c$
➡ 세 변의 길이를 ak, bk, $ck(k>0)$로 놓는다.

풀이 ① 세 변의 길이를 k, $3k$, $3k(k>0)$라 하면
$(3k)^2<k^2+(3k)^2$ $\therefore$ 예각삼각형
② 세 변의 길이를 $2k$, $4k$, $5k(k>0)$라 하면
$(5k)^2>(2k)^2+(4k)^2$ $\therefore$ 둔각삼각형
③ 세 변의 길이를 $2k$, $5k$, $6k(k>0)$라 하면
$(6k)^2>(2k)^2+(5k)^2$ $\therefore$ 둔각삼각형
④ 세 변의 길이를 $3k$, $4k$, $5k(k>0)$라 하면
$(5k)^2=(3k)^2+(4k)^2$ $\therefore$ 직각삼각형
⑤ 세 변의 길이를 $3k$, $4k$, $6k(k>0)$라 하면
$(6k)^2>(3k)^2+(4k)^2$ $\therefore$ 둔각삼각형
답 ①

07

채점 기준	배점
삼각형이 되기 위한 x의 값의 범위 구하기	20%
$x>12$일 때, x의 값의 범위 구하기	30%
$x<12$일 때, x의 값의 범위 구하기	30%
자연수 x의 값의 합 구하기	20%

풀이 삼각형이 되려면
$12-5<x<5+12$
$\therefore 7<x<17$ …… ㉠ ▶ 20%
(i) 가장 긴 변의 길이가 x, 즉 $x>12$일 때,
$x^2>5^2+12^2$, $x^2>169$
$\therefore x>13$ ($\because x>0$) …… ㉡
㉠, ㉡에서 $13<x<17$ ▶ 30%
(ii) 가장 긴 변의 길이가 12, 즉 $x<12$일 때,
$12^2>5^2+x^2$, $x^2<119$
$\therefore 0<x<\sqrt{119}$ ($\because x>0$) …… ㉢
㉠, ㉢에서 $7<x<\sqrt{119}$ ▶ 30%
(i), (ii)에서 $13<x<17$ 또는 $7<x<\sqrt{119}$ ($10<\sqrt{119}<11$)
따라서 자연수 x의 값은
8, 9, 10, 14, 15, 16
이므로 그 합은
$8+9+10+14+15+16=72$ ▶ 20%
답 72

우공비 BOX

3. 피타고라스 정리와 도형

44 피타고라스 정리를 이용한 성질; 직각삼각형
기본서 39~40쪽

익히기 1 (1) $\overline{AD}^2=\overline{BD}\times\overline{CD}$이므로

$6^2=\overline{BD}\times 4$ $\quad\therefore \overline{BD}=9\ (\text{cm})$

(2) $\overline{AB}^2=\overline{BD}\times\overline{BC}$이므로

$\overline{AB}^2=9\times(9+4)=117$

$\therefore \overline{AB}=3\sqrt{13}\ (\text{cm})\ (\because \overline{AB}>0)$

답 (1) 9 cm (2) $3\sqrt{13}$ cm

익히기 2 (1) $\overline{BE}^2+\overline{CD}^2=\overline{DE}^2+\overline{BC}^2$이므로

$8^2+6^2=x^2+9^2$, $\quad x^2=19$

$\therefore x=\sqrt{19}\ (\because x>0)$

(2) $\overline{AD}^2+\overline{BE}^2=\overline{AB}^2+\overline{DE}^2$이므로

$x^2+10^2=(6\sqrt{5})^2+8^2$, $\quad x^2=144$

$\therefore x=12\ (\because x>0)$

답 (1) $\sqrt{19}$ (2) 12

유제 ❶ 직각삼각형 ABC에서

$\overline{BC}=\sqrt{12^2+9^2}=15\ (\text{cm})$

$\overline{AB}^2=\overline{BH}\times\overline{BC}$이므로 $\quad 12^2=\overline{BH}\times 15$

$\therefore \overline{BH}=\dfrac{48}{5}\ (\text{cm})$

답 ③

다른 풀이 $\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{BC}\times\overline{AH}$에서

$12\times 9=15\times\overline{AH}$ $\quad\therefore \overline{AH}=\dfrac{36}{5}\ (\text{cm})$

따라서 △ABH에서

$\overline{BH}=\sqrt{12^2-\left(\dfrac{36}{5}\right)^2}=\dfrac{48}{5}\ (\text{cm})$

유제 ❷ $(3\sqrt{5})^2=5^2+(2\sqrt{5})^2$이므로 △ABC는 ∠A=90°인 직각삼각형이다.

따라서 $\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{BC}\times\overline{AH}$이므로

$5\times 2\sqrt{5}=3\sqrt{5}\times\overline{AH}$ $\quad\therefore \overline{AH}=\dfrac{10}{3}$

답 ②

먼저 피타고라스 정리의 역을 이용하여 △ABC가 직각삼각형임을 보인다.

유제 ❸ 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의하여 $\quad \overline{DE}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}=3$

$\therefore \overline{AE}^2+\overline{BD}^2=6^2+3^2=45$

답 45

$\overline{AE}^2+\overline{BD}^2=\overline{AB}^2+\overline{DE}^2$

45 피타고라스 정리를 이용한 성질; 사각형
기본서 41~42쪽

익히기 3 (1) $x^2+5^2=6^2+4^2$이므로

$x^2=27$ $\quad\therefore x=3\sqrt{3}\ (\because x>0)$

(2) $7^2+6^2=x^2+5^2$이므로 $\quad x^2=60$

$\therefore x=2\sqrt{15}\ (\because x>0)$

(3) $4^2+5^2=x^2+(4\sqrt{2})^2$이므로 $\quad x^2=9$

$\therefore x=3\ (\because x>0)$

(4) $x^2+6^2=(3\sqrt{3})^2+5^2$이므로 $\quad x^2=16$

$\therefore x=4\ (\because x>0)$

답 (1) $3\sqrt{3}$ (2) $2\sqrt{15}$ (3) 3 (4) 4

유제 ❹-1 직각삼각형 AOD에서

$\overline{AD}=\sqrt{(\sqrt{5})^2+(2\sqrt{5})^2}=5$

$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{BC}^2+\overline{DA}^2$이므로

$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=10^2+5^2=125$

답 ②

두 대각선이 직교하는 사각형에서 마주 보는 두 변의 길이의 제곱의 합은 같다.

유제 ❹-2 $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{BC}^2+\overline{DA}^2$이므로

$x^2+6^2=3^2+y^2$

$\therefore y^2-x^2=6^2-3^2=27$

답 27

유제 ❺-1 $\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2=(2\sqrt{3})^2+2^2=16$

답 16

유제 ❺-2 $\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$이므로

$(\sqrt{10})^2+(2x)^2=5^2+x^2$, $\quad x^2=5$

$\therefore x=\sqrt{5}\ (\because x>0)$

답 $\sqrt{5}$

46 피타고라스 정리를 이용한 성질; 원
기본서 43~44쪽

익히기 4 (1) $10+13=23$

(2) $45-20=25$

(3) $8\pi+5\pi=13\pi$

(4) $\dfrac{1}{2}\times 6\times 5=15$

답 (1) 23 (2) 25 (3) 13π (4) 15

유제 ❻-1 $P+R=Q$이므로 $\quad P+16\pi=34\pi$

$\therefore P=18\pi\ (\text{cm}^2)$

따라서 $\dfrac{1}{2}\times\pi\times\left(\dfrac{\overline{AB}}{2}\right)^2=18\pi$이므로

$\overline{AB}^2=144$ $\quad\therefore \overline{AB}=12\ (\text{cm})\ (\because \overline{AB}>0)$

답 12 cm

직각삼각형의 세 변을 지름으로 하는 반원을 각각 그리면 작은 두 반원의 넓이의 합은 큰 반원의 넓이와 같다.

유제 ❻-2 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{AC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3이라 하면

$S_1=\dfrac{1}{2}\times\pi\times(2\sqrt{3})^2=6\pi\ (\text{cm}^2)$

$S_2=4\pi\ \text{cm}^2$

$S_3=S_1+S_2$이므로 $\quad S_3=6\pi+4\pi=10\pi\ (\text{cm}^2)$

답 $10\pi\ \text{cm}^2$

다른 풀이 $4\pi=\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{\overline{BC}}{2}\right)^2$이므로 $\overline{BC}^2=32$

$\therefore \overline{BC}=4\sqrt{2}\ (\text{cm})\ (\because \overline{BC}>0)$

$\triangle ABC$에서

$\overline{AC}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2+(4\sqrt{2})^2}=4\sqrt{5}\ (\text{cm})$

따라서 구하는 반원의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\pi\times(2\sqrt{5})^2=10\pi\ (\text{cm}^2)$

유제 7 $\triangle ABC$를 제외한 색칠한 부분의 넓이를 각각 S_1, S_2라 하고 $\triangle ABC$의 넓이를 S_3이라 하면

$S_1+S_2=S_3$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이) $=S_1+S_2+S_3$

$=2S_3$

$=2\times\left(\frac{1}{2}\times8\times5\right)$

$=40\ (\text{cm}^2)$ 답 $40\ \text{cm}^2$

소단원 성취도 진단

기본서 45~47쪽

01 ②	02 $\sqrt{13}$	03 ③	04 ④	
05 $110\ \text{cm}^2$		06 $3\sqrt{13}$	07 ②	08 $4\sqrt{2}$
09 29	10 ①	11 6	12 ③	13 ③
14 ⑤	15 2	16 $2\sqrt{5}$ cm		
17 $32\sqrt{10}\ \text{cm}^2$		18 ③		

01 전략 $\overline{AB}^2=\overline{BH}\times\overline{BC}$

풀이 직각삼각형 ABH에서

$\overline{BH}=\sqrt{(4\sqrt{5})^2-4^2}=8$

$\overline{AB}^2=\overline{BH}\times\overline{BC}$이므로

$(4\sqrt{5})^2=8\times\overline{BC}$ $\therefore \overline{BC}=10$ 답 ②

02 전략 $\overline{BE}^2+\overline{CD}^2=\overline{DE}^2+\overline{BC}^2$

풀이 $\overline{BE}^2+\overline{CD}^2=\overline{DE}^2+\overline{BC}^2$이므로

$\overline{BE}^2+3^2=2^2+(3\sqrt{2})^2$, $\overline{BE}^2=13$

$\therefore \overline{BE}=\sqrt{13}\ (\because \overline{BE}>0)$ 답 $\sqrt{13}$

03 전략 $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$

풀이 $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$

$=(\sqrt{23})^2+11^2=144$

이때 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 $2\overline{AB}^2=144$

$\overline{AB}^2=72$ $\therefore \overline{AB}=6\sqrt{2}\ (\because \overline{AB}>0)$

답 ③

우공비 BOX

히포크라테스의 원의 넓이
직각삼각형의 세 변을 지름으로 하는 반원을 그렸을 때, 두 개의 초승달 모양의 넓이의 합은 직각삼각형의 넓이와 같다.

등변사다리꼴의 성질
① 평행하지 않은 한 쌍의 대변의 길이가 같다.
② 두 대각선의 길이가 같다.

04 전략 $\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$

풀이 $\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$이므로

$10^2+12^2=\overline{BP}^2+13^2$, $\overline{BP}^2=75$

$\therefore \overline{BP}=5\sqrt{3}\ (\because \overline{BP}>0)$ 답 ④

05 전략 (색칠한 부분의 넓이) $=\triangle ABC$

풀이 (색칠한 부분의 넓이) $=\triangle ABC$

$=\frac{1}{2}\times11\times20$

$=110\ (\text{cm}^2)$ 답 $110\ \text{cm}^2$

06

채점 기준	배점
$\overline{BH}$의 길이 구하기	50%
$\overline{AC}$의 길이 구하기	50%

풀이 $\overline{BH}=x$라 하면 $\overline{AB}^2=\overline{BH}\times\overline{BC}$이므로

$(2\sqrt{13})^2=x(x+9)$

$x^2+9x-52=0$, $(x+13)(x-4)=0$

$\therefore x=4\ (\because x>0)$ ▶ 50%

따라서 직각삼각형 ABC에서

$\overline{AC}=\sqrt{13^2-(2\sqrt{13})^2}=3\sqrt{13}$ ▶ 50%

답 $3\sqrt{13}$

07 전략 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AH}$

풀이 직각삼각형 AHC에서

$\overline{AH}=\sqrt{10^2-5^2}=5\sqrt{3}\ (\text{cm})$

$\overline{AC}^2=\overline{CH}\times\overline{BC}$이므로 $10^2=5\times\overline{BC}$

$\therefore \overline{BC}=20\ (\text{cm})$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AH}$

$=\frac{1}{2}\times20\times5\sqrt{3}=50\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$ 답 ②

08 전략 $\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{BC}\times\overline{AH}$

풀이 직각삼각형 ABC에서

$\overline{BC}=\sqrt{(4\sqrt{6})^2+(4\sqrt{3})^2}=12$

$\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{BC}\times\overline{AH}$이므로 $4\sqrt{6}\times4\sqrt{3}=12\times\overline{AH}$

$\therefore \overline{AH}=4\sqrt{2}$ 답 $4\sqrt{2}$

09

채점 기준	배점
$\overline{AB}$의 길이 구하기	50%
$\overline{AE}^2+\overline{BD}^2$의 값 구하기	50%

풀이 직각삼각형 ABC에서

$\overline{AB}=\sqrt{4^2+3^2}=5$ ▶ 50%

$\therefore \overline{AE}^2+\overline{BD}^2=\overline{AB}^2+\overline{DE}^2$

$=5^2+2^2=29$ ▶ 50%

답 29

우공비 BOX

10 전략 $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$

풀이 $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$이므로

$4^2+(\sqrt{22})^2=\overline{AD}^2+5^2,\qquad \overline{AD}^2=13$

$\therefore\ \overline{AD}=\sqrt{13}\ (\because\ \overline{AD}>0)$

직각삼각형 AOD에서

$x^2+3^2=(\sqrt{13})^2,\qquad x^2=4$

$\therefore\ x=2\ (\because\ x>0)$

답 ①

11

채점 기준	배점
$\overline{AD}$에 대한 식 세우기	40%
$\overline{AD}$의 길이 구하기	20%
$\overline{AO}$의 길이 구하기	20%
△AOD의 넓이 구하기	20%

풀이 □ABCD의 두 대각선이 직교하므로

$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$

$5^2+8^2=\overline{AD}^2+7^2$ ▶ 40%

$\overline{AD}^2=40\qquad \therefore\ \overline{AD}=2\sqrt{10}\ (\because\ \overline{AD}>0)$ ▶ 20%

직각삼각형 AOD에서

$\overline{AO}=\sqrt{(2\sqrt{10})^2-6^2}=2$ ▶ 20%

$\therefore\ \triangle AOD=\frac{1}{2}\times6\times2=6$ ▶ 20%

답 6

두 대각선이 직교하는 사각형에서 마주 보는 두 변의 길이의 제곱의 합은 같다.

12 전략 $\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$

풀이 $\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$이므로

$4^2+(x+1)^2=(3\sqrt{3})^2+x^2$

$16+x^2+2x+1=27+x^2$

$2x=10\qquad \therefore\ x=5$

답 ③

13 전략 직각삼각형의 각 변을 지름으로 하는 세 반원

➡ (가장 큰 반원의 넓이)＝(다른 두 반원의 넓이의 합)

풀이 △ABC가 ∠A＝90°인 직각삼각형이므로

($\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이)

＝($\overline{AB}$를 지름으로 하는 반원의 넓이)

＋($\overline{AC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이)

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=\frac{1}{2}\times\pi\times4^2=8\pi\,(\text{cm}^2)$

답 ③

14 전략 (색칠한 부분의 넓이)＝△ABC

풀이 색칠한 부분의 넓이는 △ABC의 넓이와 같으므로

$4=\frac{1}{2}\times2\times\overline{AC}\qquad \therefore\ \overline{AC}=4\,(\text{cm})$

△ABC에서 $\quad\overline{BC}=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}\,(\text{cm})$

답 ⑤

15 전략 $\overline{AD}^2=\overline{BD}\times\overline{CD}$

풀이 $\overline{BD}=x$라 하면 $\qquad\overline{DC}=4-x$

$\overline{AD}^2=\overline{BD}\times\overline{CD}$이므로 $\qquad(\sqrt{3})^2=x(4-x)$

$x^2-4x+3=0,\qquad (x-1)(x-3)=0$

$\therefore\ x=1$ 또는 $x=3$

그런데 $\overline{BD}<\overline{DC}$이므로 $\qquad x=1$

따라서 △ABD에서

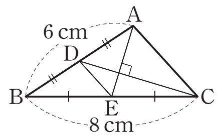
$\overline{AB}=\sqrt{1^2+(\sqrt{3})^2}=2$

답 2

(i) $x=1$일 때, $\overline{BD}=1,\ \overline{DC}=3$
(ii) $x=3$일 때, $\overline{BD}=3,\ \overline{DC}=1$
따라서 $\overline{BD}<\overline{DC}$인 경우는 $x=1$일 때이다.

16 전략 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용한다.

풀이 두 점 D, E는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 중점이므로



$\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{AC}$

즉 $\overline{AC}=x$ cm라 하면 $\qquad\overline{DE}=\frac{1}{2}x$ cm

□ADEC에서 $\qquad\left(\frac{1}{2}x\right)^2+x^2=3^2+4^2$

$\frac{5}{4}x^2=25,\qquad x^2=20\qquad \therefore\ x=2\sqrt{5}\ (\because\ x>0)$

답 $2\sqrt{5}$ cm

$\overline{DE}^2+\overline{AC}^2$
$=\overline{AD}^2+\overline{EC}^2$

17 전략 직각삼각형의 각 변을 지름으로 하는 세 반원

➡ (가장 큰 반원의 넓이)＝(다른 두 반원의 넓이의 합)

풀이 $S_1=\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{\overline{AB}}{2}\right)^2=20\pi$에서

$\overline{AB}^2=160\qquad \therefore\ \overline{AB}=4\sqrt{10}\,(\text{cm})\ (\because\ \overline{AB}>0)$

$S_2=\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{\overline{AC}}{2}\right)^2=52\pi-20\pi=32\pi$에서

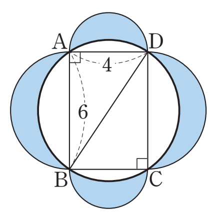
$\overline{AC}^2=256\qquad \therefore\ \overline{AC}=16\ (\text{cm})\ (\because\ \overline{AC}>0)$

$\therefore\ \triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\sqrt{10}\times16=32\sqrt{10}\ (\text{cm}^2)$

답 $32\sqrt{10}\ \text{cm}^2$

18 전략 선분 BD를 그으면 ➡ △ABD, △BCD가 각각 직각삼각형이다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 선분 BD를 그으면 △ABD, △BCD는 각각 직각삼각형이므로 색칠한 부분의 넓이는



△ABD＋△BCD

＝□ABCD

＝4×6＝24

답 ③

다른풀이 (색칠한 부분의 넓이)

＝(전체의 넓이)－(가운데 큰 원의 넓이)

$=(\pi\times3^2+\pi\times2^2+6\times4)-\pi\times(\sqrt{13})^2=24$

△ABD에서 $\overline{BD}=\sqrt{6^2+4^2}=2\sqrt{13}$이므로 가운데 큰 원의 반지름의 길이는 $\sqrt{13}$이다.

중단원 마무리 평가

기본서 48~51쪽

01 ⑤	02 ④	03 ①	04 ②	05 ③
06 ④	07 ③	08 ①	09 ①, ⑤	10 ②
11 ②	12 ②	13 ⑤	14 ②	15 ⑤
16 ①	17 15 cm	18 4 cm	19 $5<x<5\sqrt{5}$	
20 49 cm^2		21 6	22 20	23 $\frac{5}{3}$ cm
24 27	25 $8\sqrt{2}$ cm			

01 전략 $\triangle ABD$가 $\angle D=90°$인 직각삼각형

○ $\overline{AD}=\sqrt{\overline{AB}^2-\overline{BD}^2}$

풀이 $\triangle ABD$에서 $\quad \overline{AD}=\sqrt{13^2-5^2}=12$

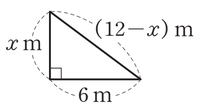
$\therefore \overline{DC}=\overline{AD}=12$

$\triangle ADC$에서 $\quad x=\sqrt{12^2+12^2}=12\sqrt{2}$

답 ⑤

02 전략 삼각형의 변의 길이를 미지수로 나타내고, 피타고라스 정리를 이용한다.

풀이 지면으로부터 부러진 부분까지의 높이를 xm라 하면 부러진 부분의 길이가 $(12-x)$m이므로 오른쪽 그림에서



$x^2+6^2=(12-x)^2$

$24x=108 \qquad \therefore x=\frac{9}{2}$

따라서 구하는 높이는 $\frac{9}{2}$m이다.

답 ④

03 전략 피타고라스 정리를 연속적으로 이용한다.

풀이 $\overline{AC}=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$,

$\overline{AD}=\sqrt{3^2+(3\sqrt{2})^2}=3\sqrt{3}$,

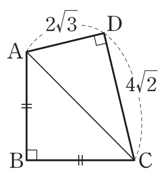
$\overline{AE}=\sqrt{3^2+(3\sqrt{3})^2}=6$

$\therefore \triangle AEF=\frac{1}{2}\times 3\times 6=9$

답 ①

04 전략 보조선을 그어 직각삼각형을 만든다.

풀이 $\triangle ACD$에서



$\overline{AC}^2=(2\sqrt{3})^2+(4\sqrt{2})^2$

$=44$

$\overline{AB}=\overline{BC}=x$라 하면 $\triangle ABC$에서

$x^2+x^2=44, \qquad x^2=22$

$\therefore x=\sqrt{22}\ (\because x>0)$

우공비 BOX: $\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=\overline{AC}^2$

답 ②

05 전략 접은 각과 엇각의 크기가 각각 같음을 이용한다.

풀이 $\angle DBC=\angle PBD$(접은 각),

$\angle DBC=\angle PDB$ (엇각)

이므로 $\quad \angle PBD=\angle PDB$

즉 $\triangle PBD$는 $\overline{PB}=\overline{PD}$인 이등변삼각형이다.

$\triangle ABP\equiv\triangle QDP$ (RHS 합동)이므로

$\overline{PB}=\overline{PD}=x$ cm라 하면

$\overline{PQ}=(5-x)$ cm, $\overline{DQ}=3$ cm

우공비 BOX: $\overline{PQ}=\overline{BQ}-\overline{BP}$ $=5-x$(cm), $\overline{DQ}=\overline{DC}=3$ cm

따라서 직각삼각형 QDP에서

$x^2=(5-x)^2+3^2, \qquad 10x=34 \qquad \therefore x=\frac{17}{5}$

답 ③

06 전략 $\triangle ABF\equiv\triangle EBC$, $\triangle EBC=\triangle EBA=\frac{1}{2}\square EBAD$

풀이 ① $\overline{BC}=\overline{CG}=5$ cm이므로 $\triangle ABC$에서

$\overline{AB}=\sqrt{5^2-3^2}=4$ (cm)

$\therefore \triangle EBC=\triangle EBA=\frac{1}{2}\square EBAD$

$=\frac{1}{2}\times 4^2=8(\text{cm}^2)$

② $\triangle LBF=\triangle ABF=\triangle EBC=8\ (\text{cm}^2)$

③ $\triangle ABF$와 $\triangle EBC$에서

$\overline{AB}=\overline{EB}$, $\overline{BF}=\overline{BC}$, $\angle ABF=\angle EBC$

우공비 BOX: $90°+\angle ABC$

이므로

$\triangle ABF\equiv\triangle EBC$(SAS 합동)

④ $\triangle EBC=8\ \text{cm}^2$, $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 4\times 3=6(\text{cm}^2)$이므로 $\quad \triangle EBC\neq\triangle ABC$

⑤ $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=\overline{BC}^2$이므로

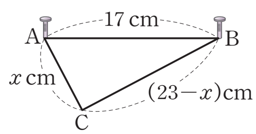
$\square EBAD+\square ACHI=\square BFGC$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

답 ④

07 전략 피타고라스 정리의 역을 이용한다.

풀이 $\overline{AC}=x$ cm라 하면



$\overline{BC}=(23-x)$cm

우공비 BOX: $\overline{AB}=17$ cm이고 $\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$ $=40$ cm 이므로 $\overline{AC}+\overline{BC}=23$ (cm)

$x^2+(23-x)^2=17^2$이어야 하므로

$2x^2-46x+240=0$

$x^2-23x+120=0, \qquad (x-8)(x-15)=0$

$\therefore x=8$ 또는 $x=15$

$\overline{AC}<\overline{BC}$이므로 $\qquad \overline{AC}=8$ cm

답 ③

08 전략 $x>8$이므로 가장 긴 변의 길이는 x이다.

풀이 삼각형이 되려면 $\qquad 3<x<13$

$x>8$이므로 $\qquad 8<x<13 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

또 예각삼각형이 되려면 $\qquad x^2<5^2+8^2$

$x^2<89 \qquad \therefore 0<x<\sqrt{89}\ (\because x>0) \qquad \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\qquad 8<x<\sqrt{89}$

따라서 자연수 x의 값은 9이다.

답 ①

09 전략 $\overline{AB}^2+\overline{AC}^2$과 $\overline{BC}^2$의 값을 비교하여 $\triangle ABC$의 종류를 판별한다.

풀이 $\triangle ABD$에서 $\overline{AD}=\sqrt{5^2-3^2}=4$

$\triangle ADC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$

따라서 $\triangle ABC$에서 $11^2>5^2+(4\sqrt{5})^2$이므로 $\triangle ABC$는 $\angle A>90°$인 둔각삼각형이다. 답 ①, ⑤

10 전략 $\overline{AB}^2=\overline{BH}\times\overline{BC}$

풀이 $\overline{AB}^2=\overline{BH}\times\overline{BC}$이므로 $4^2=x(x+6)$

$x^2+6x-16=0$, $(x+8)(x-2)=0$

$\therefore x=2$ ($\because x>0$)

$\triangle ABH$에서 $y=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$

$\therefore \frac{y}{x}=\frac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$ 답 ②

11 전략 $\overline{AB}\times\overline{BC}=\overline{AC}\times\overline{BD}$

풀이 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=\sqrt{10^2-8^2}=6$

$\overline{AB}\times\overline{BC}=\overline{AC}\times\overline{BD}$이므로 $6\times8=10\times\overline{BD}$

$\therefore \overline{BD}=\frac{24}{5}$

$\therefore \overline{AB}-\overline{BD}=6-\frac{24}{5}=\frac{6}{5}$ 답 ②

12 전략 $\overline{BE}^2+\overline{CD}^2=\overline{DE}^2+\overline{BC}^2$

풀이 $\overline{BE}^2+\overline{CD}^2=\overline{DE}^2+\overline{BC}^2$이므로

$8^2+7^2=\overline{DE}^2+9^2$, $\overline{DE}^2=32$

$\therefore \overline{DE}=4\sqrt{2}$ ($\because \overline{DE}>0$) 답 ②

13 전략 $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$

풀이 $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$이므로

$8^2+(6\sqrt{2})^2=\overline{AD}^2+10^2$, $\overline{AD}^2=36$

$\therefore \overline{AD}=6$ ($\because \overline{AD}>0$)

직각삼각형 AOD에서 $\overline{OD}=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}$

$\therefore \triangle AOD=\frac{1}{2}\times4\times2\sqrt{5}=4\sqrt{5}$ 답 ⑤

14 전략 $\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$

풀이 $\triangle BCD$에서 $\overline{BD}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+(2\sqrt{2})^2}=4$

$\overline{BP}=x$라 하면 $\overline{DP}=4-x$

$\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$이므로

$(\sqrt{5})^2+(\sqrt{5})^2=x^2+(4-x)^2$

$10=x^2+x^2-8x+16$

$x^2-4x+3=0$, $(x-1)(x-3)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=3$

따라서 $\overline{BP}=1$, $\overline{DP}=3$ 또는 $\overline{BP}=3$, $\overline{DP}=1$이므로

$\overline{BP}\times\overline{DP}=3$ 답 ②

직각삼각형의 세 변을 지름으로 하는 반원을 각각 그리면 작은 두 반원의 넓이의 합은 큰 반원의 넓이와 같다.

□BEDC는 직사각형이다.

15 전략 (반원의 넓이)$=\frac{1}{2}\times\pi\times$(반지름의 길이)^2

풀이 $S_1=\frac{1}{2}\times\pi\times(\sqrt{2})^2=\pi$,

$S_2=\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{8}\pi$이므로

$S_3=S_1+S_2=\pi+\frac{1}{8}\pi=\frac{9}{8}\pi$

$\therefore S_1:S_2:S_3=\pi:\frac{1}{8}\pi:\frac{9}{8}\pi=8:1:9$ 답 ⑤

다른 풀이 $\overline{BC}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+1^2}=3$이므로

$S_3=\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{8}\pi$

16 전략 (색칠한 부분의 넓이)$=\triangle ABC$

풀이 색칠한 부분의 넓이는 $\triangle ABC$의 넓이와 같으므로

$\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times4\sqrt{5}=20$ $\therefore \overline{AB}=2\sqrt{5}$ (cm)

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{(4\sqrt{5})^2+(2\sqrt{5})^2}=10$ (cm)

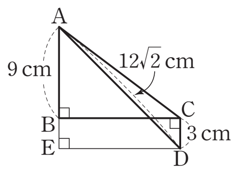
$\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{AH}\times\overline{BC}$이므로

$2\sqrt{5}\times4\sqrt{5}=\overline{AH}\times10$

$\therefore \overline{AH}=4$ (cm) 답 ①

17 전략 보조선을 그은 후 피타고라스 정리를 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 D를 지나면서 $\overline{BC}$와 평행한 직선이 $\overline{AB}$의 연장선과 만나는 점을 E라 하면



$\overline{BE}=\overline{CD}=3$(cm)

$\triangle AED$에서 $\overline{ED}=\sqrt{(12\sqrt{2})^2-12^2}=12$(cm)

$\overline{BC}=\overline{ED}=12$ cm이므로 $\triangle ABC$에서

$\overline{AC}=\sqrt{9^2+12^2}=15$(cm) 답 15 cm

18 전략 $\overline{PD}=\overline{AD}$, $\overline{PQ}=\overline{AQ}$임을 이용한다.

풀이 $\overline{PD}=\overline{AD}=15$ cm이므로 $\triangle PCD$에서

$\overline{PC}=\sqrt{15^2-9^2}=12$ (cm)

$\overline{BQ}=x$ cm라 하면

$\overline{PQ}=\overline{AQ}=\overline{AB}-\overline{BQ}=9-x$ (cm),

$\overline{BP}=\overline{BC}-\overline{PC}=15-12=3$ (cm)

이므로 $\triangle BPQ$에서

$(9-x)^2=x^2+3^2$

$18x=72$ $\therefore x=4$ 답 4 cm

+ 보충 학습

직사각형 모양의 종이 접기

① 구하고자 하는 길이를 x로 놓고 x를 포함하는 직각삼각형을 찾는다.

② 직각삼각형의 세 변의 길이를 찾아 피타고라스 정리를 이용한다.

우공비 BOX

19 전략 둔각삼각형 ➡ $15^2>x^2+10^2$

풀이 삼각형이 되려면

$5<x<25$

$15-10<x<15+10$

$x<15$이므로 $5<x<15$ …… ㉠

또 둔각삼각형이 되려면

$15^2>x^2+10^2$, $x^2<125$

$\therefore 0<x<5\sqrt{5}$ ($\because x>0$) …… ㉡

㉠, ㉡에서 $5<x<5\sqrt{5}$

답 $5<x<5\sqrt{5}$

20 전략 (색칠한 부분의 넓이)$=\triangle ABC$

풀이 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=14^2$

$2\overline{AB}^2=196$, $\overline{AB}^2=98$

$\therefore \overline{AB}=7\sqrt{2}$ (cm) ($\because \overline{AB}>0$)

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=\triangle ABC$

$=\frac{1}{2}\times7\sqrt{2}\times7\sqrt{2}$

$=49$ (cm^2)

답 49 cm^2

21

채점 기준	배점
$\triangle ADC$, $\triangle ABC$에서 피타고라스 정리 이용하기	각 2점
$\overline{CD}$의 길이 구하기	1점

풀이 $\overline{CD}=x$라 하면 $\triangle ADC$에서

$\overline{AC}^2=10^2-x^2=100-x^2$ …… ㉠ ▶ 2점

$\triangle ABC$에서

$\overline{AC}^2=17^2-(9+x)^2$

$=208-18x-x^2$ …… ㉡ ▶ 2점

㉠, ㉡에서

$100-x^2=208-18x-x^2$

$18x=108$ $\therefore x=6$ ▶ 1점

답 6

서술형 답안 작성 Tip

주어진 도형에 2개 이상의 직각삼각형이 있는 경우 어떤 삼각형에서 피타고라스 정리를 이용하였는지 밝혀 준다.

22

채점 기준	배점
$\overline{EH}$의 길이 구하기	3점
$\square EFGH$의 넓이 구하기	1점

풀이 $\square ABCD$는 정사각형이므로

$\overline{AD}^2=36$ $\therefore \overline{AD}=6$ ($\because \overline{AD}>0$)

$\therefore \overline{AH}=6-2=4$

$\triangle AEH$에서 $\overline{EH}=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$ ▶ 3점

$\therefore \square EFGH=(2\sqrt{5})^2=20$ ▶ 1점

답 20

23

채점 기준	배점
$\overline{AM}$의 길이 구하기	1점
$\overline{AD}$의 길이 구하기	2점
$\overline{AQ}$의 길이 구하기	2점

풀이 점 M은 직각삼각형 ABC의 외심이므로

$\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}=\frac{1}{2}\times(5+1)=3$(cm) ▶ 1점

$\overline{MD}=3-1=2$(cm)이므로 $\triangle AMD$에서

$\overline{AD}=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$ (cm) ▶ 2점

$\overline{AD}^2=\overline{AQ}\times\overline{AM}$이므로

$(\sqrt{5})^2=\overline{AQ}\times3$ $\therefore \overline{AQ}=\frac{5}{3}$(cm) ▶ 2점

답 $\frac{5}{3}$ cm

24

채점 기준	배점
$\overline{DE}$, $\overline{CD}$의 길이 구하기	각 1점
$\overline{BC}^2-\overline{BE}^2$의 값 구하기	3점

풀이 $\triangle ADE$에서 $\overline{DE}=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$ ▶ 1점

$\triangle ADC$에서 $\overline{CD}=\sqrt{2^2+6^2}=2\sqrt{10}$ ▶ 1점

$\overline{DE}^2+\overline{BC}^2=\overline{BE}^2+\overline{CD}^2$이므로

$(\sqrt{13})^2+\overline{BC}^2=\overline{BE}^2+(2\sqrt{10})^2$

$\therefore \overline{BC}^2-\overline{BE}^2=40-13=27$ ▶ 3점

답 27

25

채점 기준	배점
S_3의 값 구하기	1점
$\overline{BC}$의 길이 구하기	3점

풀이 $S_1+S_2=S_3$이므로

$S_3=11\pi+5\pi=16\pi$ (cm^2) ▶ 1점

한편 $S_3=\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{\overline{BC}}{2}\right)^2$이므로

$\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이

$\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{\overline{BC}}{2}\right)^2=16\pi$, $\overline{BC}^2=128$

$\therefore \overline{BC}=8\sqrt{2}$ (cm) ($\because \overline{BC}>0$) ▶ 3점

답 $8\sqrt{2}$ cm

Ⅵ-2. 피타고라스 정리의 활용

1. 평면도형에의 활용(1)

47 | 직사각형의 대각선의 길이 기본서 52~53쪽

익히기 1 (1) $x=\sqrt{(2\sqrt{5})^2+4^2}=6$

(2) $x=\sqrt{13^2-5^2}=12$

(3) $x=\sqrt{2\times5}=5\sqrt{2}$

(4) $\sqrt{2}x=4$이므로 $x=2\sqrt{2}$

답 (1) 6 (2) 12 (3) $5\sqrt{2}$ (4) $2\sqrt{2}$

> 한 변의 길이가 a인 정사각형의 대각선의 길이
> ➔ $\sqrt{2}a$

유제 1 직사각형의 가로, 세로의 길이를 각각 $2k$, k $(k>0)$라 하면

$\sqrt{(2k)^2+k^2}=5$, $\sqrt{5}k=5$ $\therefore k=\sqrt{5}$

따라서 직사각형의 가로, 세로의 길이는 각각 $2\sqrt{5}$, $\sqrt{5}$이므로 둘레의 길이는

$2(2\sqrt{5}+\sqrt{5})=6\sqrt{5}$

답 ④

유제 2 정사각형의 한 변의 길이를 x라 하면

$x^2=98$ $\therefore x=7\sqrt{2}$ $(\because x>0)$

따라서 정사각형의 대각선의 길이는

$\sqrt{2}\times7\sqrt{2}=14$

답 ③

유제 3 $\triangle ABD$에서

$\overline{BD}=\sqrt{9^2+12^2}=15(\text{cm})$

$\overline{AB}\times\overline{AD}=\overline{BD}\times\overline{AH}$이므로

$9\times12=15\times x$ $\therefore x=\frac{36}{5}$

또 $\overline{AD}^2=\overline{DH}\times\overline{DB}$이므로

$12^2=y\times15$ $\therefore y=\frac{48}{5}$

$\therefore x+y=\frac{36}{5}+\frac{48}{5}=\frac{84}{5}$

답 $\frac{84}{5}$

다른 풀이 $\triangle AHD$에서

$y=\sqrt{12^2-\left(\frac{36}{5}\right)^2}=\frac{48}{5}$

48 | 정삼각형의 높이와 넓이 기본서 54~55쪽

익히기 2 (1) $(\text{높이})=\frac{\sqrt{3}}{2}\times6=3\sqrt{3}(\text{cm})$

$(\text{넓이})=\frac{\sqrt{3}}{4}\times6^2=9\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

> 한 변의 길이가 a인 정삼각형에서
> ➔ $(\text{높이})=\frac{\sqrt{3}}{2}a$
> $(\text{넓이})=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

(2) $(\text{높이})=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{2}=\frac{\sqrt{6}}{2}(\text{cm})$

$(\text{넓이})=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(\sqrt{2})^2=\frac{\sqrt{3}}{2}(\text{cm}^2)$

답 (1) $3\sqrt{3}$ cm, $9\sqrt{3}$ cm^2 (2) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ cm, $\frac{\sqrt{3}}{2}$ cm^2

익히기 3 (1) 정삼각형의 한 변의 길이를 a cm라 하면

$\frac{\sqrt{3}}{2}a=4\sqrt{3}$ $\therefore a=8$

(2) 정삼각형의 한 변의 길이를 a cm라 하면

$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=3\sqrt{3}$, $a^2=12$

$\therefore a=2\sqrt{3}$ $(\because a>0)$

답 (1) 8 cm (2) $2\sqrt{3}$ cm

유제 4 $\overline{AD}$는 정삼각형 ABC의 높이이므로

$\overline{AD}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times2\sqrt{3}=3$ (cm)

$\therefore \overline{GD}=\frac{1}{3}\overline{AD}=\frac{1}{3}\times3=1$ (cm)

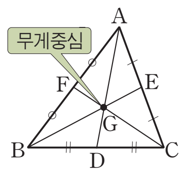
답 ①

+ 보충 학습

삼각형의 무게중심의 성질

삼각형의 무게중심은 세 중선의 길이를 각 꼭짓점으로부터 $2:1$로 나눈다. 즉

$\overline{AG}:\overline{GD}=\overline{BG}:\overline{GE}$
$=\overline{CG}:\overline{GF}$
$=2:1$



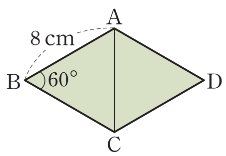
유제 5 $\overline{AD}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{6}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$이므로

$\triangle ADE=\frac{\sqrt{3}}{4}\times\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2=\frac{9\sqrt{3}}{8}$

답 $\frac{9\sqrt{3}}{8}$

유제 6 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{BC}$이고 $\angle B=60°$이므로 $\triangle ABC$는 한 변의 길이가 8 cm인 정삼각형이다.

> $\triangle ABC \equiv \triangle ADC$



$\therefore \square ABCD=2\triangle ABC$

$=2\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times8^2$

$=32\sqrt{3}$ (cm^2)

답 $32\sqrt{3}$ cm^2

49 | 일반 삼각형의 높이와 넓이 기본서 56~57쪽

익히기 4 (1) $\overline{BH}=\frac{1}{2}\times4=2$

(2) $\overline{AH}=\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}$

(3) $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\times4\sqrt{2}=8\sqrt{2}$

답 (1) 2 (2) $4\sqrt{2}$ (3) $8\sqrt{2}$

익히기 5 (1) $\overline{BH}=x$라 하면 $\overline{CH}=8-x$

$\triangle ABH$에서 $\overline{AH}^2=7^2-x^2$

$\triangle AHC$에서 $\overline{AH}^2=9^2-(8-x)^2$

즉 $7^2-x^2=9^2-(8-x)^2$이므로

$16x=32$ $\therefore x=2$

(2) $\overline{AH}=\sqrt{7^2-2^2}=3\sqrt{5}$

(3) $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times8\times3\sqrt{5}=12\sqrt{5}$

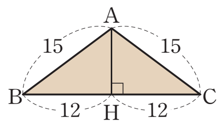
답 (1) 2 (2) $3\sqrt{5}$ (3) $12\sqrt{5}$

유제 7-1 $\triangle ABD$에서 $\overline{BD}=\sqrt{10^2-8^2}=6\,(cm)$이므로 $\overline{BC}=2\overline{BD}=2\times6=12\,(cm)$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times12\times8=48\,(cm^2)$ 답 $48\ cm^2$

이등변삼각형의 꼭지각의 꼭짓점에서 밑변에 내린 수선은 밑변을 이등분한다.

유제 7-2 오른쪽 그림과 같이 $\triangle ABC$의 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{BH}=12$이므로 직각삼각형 ABH에서



$\overline{AH}=\sqrt{15^2-12^2}=9$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times24\times9=108$ 답 ④

$\overline{BH}=\frac{1}{2}\overline{BC}=12$

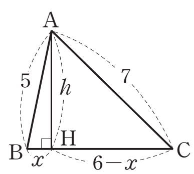
+ 보충 학습

이등변삼각형의 성질

① 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같다.

② 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.

유제 8 $\overline{BH}=x$라 하면 $\overline{CH}=6-x$



$\triangle ABH$에서 $h^2=5^2-x^2$

$\triangle AHC$에서 $h^2=7^2-(6-x)^2$

즉 $5^2-x^2=7^2-(6-x)^2$이므로

$12x=12$ $\therefore x=1$

$\therefore h=\sqrt{5^2-1^2}=2\sqrt{6}$ 답 ⑤

우공비 BOX

반지름의 길이가 r인 원의 넓이 ➔ πr^2

닮은 두 평면도형의 닮음비가 $m:n$일 때 넓이의 비 ➔ $m^2:n^2$

소단원 성취도 진단 기본서 58~60쪽

01 ② 02 $\frac{25}{2}\pi$ 03 ② 04 ⑤

05 $(5+3\sqrt{5})$cm 06 ⑤ 07 $\frac{12\sqrt{5}}{5}$ cm

08 4 cm 09 ① 10 4 cm 11 ③

12 $18\sqrt{5}\ cm^2$ 13 ③ 14 84

15 $\frac{84}{25}\ cm^2$ 16 ③ 17 ② 18 $\sqrt{5}$

01 전략 가로, 세로의 길이가 각각 a, b인 직사각형의 대각선의 길이 ➔ $\sqrt{a^2+b^2}$

풀이 직사각형의 세로의 길이를 x cm라 하면

$6^2+x^2=12^2$, $x^2=144-36=108$

$\therefore x=6\sqrt{3}$ ($\because x>0$) 답 ②

02

채점 기준	배점
원의 반지름의 길이 구하기	60%
원의 넓이 구하기	40%

풀이 원의 반지름의 길이를 r라 하면 정사각형의 한 변의 길이는 $2r$이므로

$\sqrt{2}\times2r=10$ $\therefore r=\frac{5\sqrt{2}}{2}$ ▶ 60%

따라서 원의 넓이는

$\pi\times\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2=\frac{25}{2}\pi$ ▶ 40%

답 $\frac{25}{2}\pi$

03 전략 한 변의 길이가 각각 a cm, b cm인 두 정삼각형의 넓이의 비 ➔ $a^2:b^2$

풀이 $\overline{AD}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times8=4\sqrt{3}\,(cm)$이므로

$\triangle ABC:\triangle ADE=8^2:(4\sqrt{3})^2=4:3$ 답 ②

04 전략 한 변의 길이가 a인 정삼각형

➔ (높이)$=\frac{\sqrt{3}}{2}a$, (넓이)$=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

풀이 정삼각형의 한 변의 길이를 a cm라 하면

$\frac{\sqrt{3}}{2}a=9$ $\therefore a=6\sqrt{3}$

따라서 정삼각형의 넓이는

$\frac{\sqrt{3}}{4}\times(6\sqrt{3})^2=27\sqrt{3}\,(cm^2)$ 답 ⑤

05

채점 기준	배점
직사각형의 대각선의 길이 구하기	40%
$\overline{OB}$, $\overline{OC}$의 길이 구하기	40%
$\triangle OBC$의 둘레의 길이 구하기	20%

Step Up

Ⅵ. 피타고라스 정리

우공비 BOX

풀이 직사각형의 두 대각선의 길이는 같으므로

$\overline{AC}=\overline{BD}=\sqrt{(2\sqrt{5})^2+5^2}=3\sqrt{5}(\text{cm})$ ▶ 40%

두 대각선은 서로를 이등분하므로

$\overline{OB}=\overline{OC}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times3\sqrt{5}=\frac{3\sqrt{5}}{2}(\text{cm})$ ▶ 40%

따라서 △OBC의 둘레의 길이는

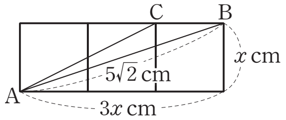
$\overline{OB}+\overline{BC}+\overline{OC}=\frac{3\sqrt{5}}{2}+5+\frac{3\sqrt{5}}{2}$

$=5+3\sqrt{5}\ (\text{cm})$ ▶ 20%

답 $(5+3\sqrt{5})$ cm

06 전략 가로, 세로의 길이가 각각 a, b인 직사각형의 대각선의 길이 ➲ $\sqrt{a^2+b^2}$

풀이 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면



$\sqrt{(3x)^2+x^2}=5\sqrt{2}$

$\sqrt{10}x=5\sqrt{2}$

$\therefore x=\sqrt{5}$

$\therefore \overline{AC}=\sqrt{(2x)^2+x^2}=\sqrt{5}x=\sqrt{5}\times\sqrt{5}=5\ (\text{cm})$

답 ⑤

07

채점 기준	배점
$\overline{BD}$의 길이 구하기	20%
$\overline{BP}$의 길이 구하기	30%
$\overline{DQ}$의 길이 구하기	30%
$\overline{PQ}$의 길이 구하기	20%

풀이 △ABD에서 $\overline{BD}=\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}\ (\text{cm})$ ▶ 20%

$\overline{AB}^2=\overline{BP}\times\overline{BD}$이므로 $4^2=\overline{BP}\times4\sqrt{5}$

$\therefore \overline{BP}=\frac{4\sqrt{5}}{5}(\text{cm})$ ▶ 30%

같은 방법으로 $\overline{DQ}=\frac{4\sqrt{5}}{5}(\text{cm})$ ▶ 30%

$\overline{CD}^2=\overline{DQ}\times\overline{DB}$이므로
$4^2=\overline{DQ}\times4\sqrt{5}$
$\therefore \overline{DQ}=\frac{4\sqrt{5}}{5}(\text{cm})$

$\therefore \overline{PQ}=4\sqrt{5}-2\times\frac{4\sqrt{5}}{5}=\frac{12\sqrt{5}}{5}(\text{cm})$ ▶ 20%

답 $\frac{12\sqrt{5}}{5}$ cm

08 전략 한 변의 길이가 a인 정삼각형
➲ (높이)$=\frac{\sqrt{3}}{2}a$, (넓이)$=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

풀이 $\frac{\sqrt{3}}{4}\times\overline{AF}^2=\frac{9\sqrt{3}}{4}$이므로 $\overline{AF}^2=9$

$\therefore \overline{AF}=3(\text{cm})\ (\because \overline{AF}>0)$

또 $\frac{\sqrt{3}}{2}\times\overline{AD}=3$이므로 $\overline{AD}=2\sqrt{3}(\text{cm})$

따라서 $\frac{\sqrt{3}}{2}\times\overline{AB}=2\sqrt{3}$이므로

$\overline{AB}=4(\text{cm})$

답 4 cm

09 전략 △GEC는 정삼각형이다.

풀이 $\overline{BE}=\overline{EC}=\overline{CF}=4$ cm이고

∠GEC=∠GCE=60°이므로 △GEC는 한 변의 길이가 4 cm인 정삼각형이다.

따라서 색칠한 부분의 넓이는

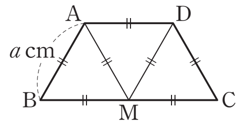
$2\triangle ABC-\triangle GEC=2\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times8^2-\frac{\sqrt{3}}{4}\times4^2$

$=28\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$

답 ①

10 전략 보조선을 그어 정삼각형의 넓이를 이용한다.

풀이 $\overline{BC}$의 중점을 M이라 하면 △ABM, △AMD, △DMC는 모두 합동인 정삼각형이다.



□ABMD, □AMCD는 평행사변형이므로
$\overline{DM}=\overline{AB}$,
$\overline{AM}=\overline{DC}$

$\overline{AB}=a$ cm라 하면 □ABCD=3△ABM이므로

$12\sqrt{3}=3\times\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$, $a^2=16$

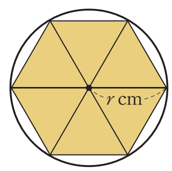
$\therefore a=4\ (\because a>0)$

답 4 cm

11 전략 보조선을 그어 정삼각형을 만든다.

반지름의 길이가 r인 원에 내접하는 정육각형의 넓이는 한 변의 길이가 r인 정삼각형 6개의 넓이의 합과 같다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\pi r^2=100\pi$

$\therefore r=10(\because r>0)$

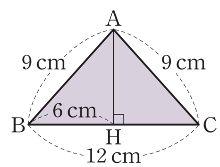
따라서 주어진 정육각형은 한 변의 길이가 10 cm인 정삼각형 6개로 이루어져 있으므로 구하는 넓이는 $6\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times10^2=150\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$

답 ③

12

채점 기준	배점
이등변삼각형의 높이 구하기	70%
이등변삼각형의 넓이 구하기	30%

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 △ABH에서



$\overline{AH}=\sqrt{9^2-6^2}$

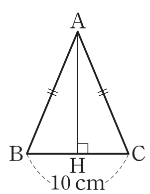
$=3\sqrt{5}\ (\text{cm})$ ▶ 70%

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times12\times3\sqrt{5}=18\sqrt{5}\ (\text{cm}^2)$ ▶ 30%

답 $18\sqrt{5}$ cm²

13 전략 먼저 이등변삼각형의 높이를 구한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\frac{1}{2}\times10\times\overline{AH}=60$이므로

$\overline{AH}=12(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=\sqrt{5^2+12^2}=13(\text{cm})$

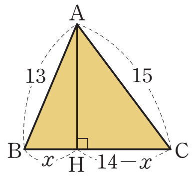
따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는

$13+10+13=36(\text{cm})$ 답 ③

14

채점 기준	배점
$\overline{BH}$ 또는 $\overline{CH}$의 길이 구하기	40%
$\triangle ABC$의 높이 구하기	40%
$\triangle ABC$의 넓이 구하기	20%

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{BH}=x$라 하면



$\overline{CH}=14-x$

$\triangle ABH$에서 $\overline{AH}^2=13^2-x^2$

$\triangle AHC$에서 $\overline{AH}^2=15^2-(14-x)^2$

즉 $13^2-x^2=15^2-(14-x)^2$이므로

$28x=140$ $\therefore x=5$ ▶ 40%

따라서 $\overline{AH}=\sqrt{13^2-5^2}=12$이므로 ▶ 40%

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times14\times12=84$ ▶ 20%

답 84

15

전략 $\overline{AB}\times\overline{AD}=\overline{BD}\times\overline{AE}$, $\overline{AB}^2=\overline{BE}\times\overline{BD}$

풀이 $\triangle ABD$에서 $\overline{BD}=\sqrt{4^2+3^2}=5\ (\text{cm})$

$\overline{AB}\times\overline{AD}=\overline{BD}\times\overline{AE}$이므로 $3\times4=5\times\overline{AE}$

$\therefore \overline{AE}=\frac{12}{5}\ (\text{cm})$

또 $\overline{AB}^2=\overline{BE}\times\overline{BD}$이므로 $3^2=\overline{BE}\times5$

$\therefore \overline{BE}=\frac{9}{5}\ (\text{cm})$

같은 방법으로 $\overline{FD}=\frac{9}{5}\ (\text{cm})$이므로

$\overline{EF}=5-2\times\frac{9}{5}=\frac{7}{5}\ (\text{cm})$

$\therefore \square AECF=2\times\triangle AEF$

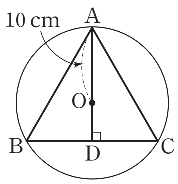
$=2\times\left(\frac{1}{2}\times\frac{7}{5}\times\frac{12}{5}\right)=\frac{84}{25}\ (\text{cm}^2)$

답 $\frac{84}{25}\ \text{cm}^2$

16

전략 점 O는 $\triangle ABC$의 무게중심이다.

풀이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 D라 하면 점 O는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로 오른쪽 그림에서



$\overline{AO}:\overline{AD}=2:3$

$10:\overline{AD}=2:3$

$\therefore \overline{AD}=15\ (\text{cm})$

$\triangle ABC$의 한 변의 길이를 a cm라 하면

$\frac{\sqrt{3}}{2}a=15$ $\therefore a=10\sqrt{3}$ 답 ③

우공비 BOX

$\triangle ABP$에서 $\overline{AB}$를 밑변으로 생각하면 높이는 $\overline{PD}$, $\triangle BCP$에서 $\overline{BC}$를 밑변으로 생각하면 높이는 $\overline{PE}$, $\triangle CAP$에서 $\overline{CA}$를 밑변으로 생각하면 높이는 $\overline{PF}$이다.

$\overline{CD}^2=\overline{FD}\times\overline{BD}$

세 내각의 크기가 45°, 45°, 90°인 삼각형의 세 변의 길이의 비
➜ $1:1:\sqrt{2}$
세 내각의 크기가 30°, 60°, 90°인 삼각형의 세 변의 길이의 비
➜ $1:\sqrt{3}:2$

17

전략 $\triangle ABC=\triangle ABP+\triangle BCP+\triangle CAP$

풀이 $\triangle ABC=\triangle ABP+\triangle BCP+\triangle CAP$

$=\frac{1}{2}\times4\times\overline{PD}+\frac{1}{2}\times4\times\overline{PE}+\frac{1}{2}\times4\times\overline{PF}$

$=2(\overline{PD}+\overline{PE}+\overline{PF})$

이때 $\triangle ABC=\frac{\sqrt{3}}{4}\times4^2=4\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$이므로

$2(\overline{PD}+\overline{PE}+\overline{PF})=4\sqrt{3}$

$\therefore \overline{PD}+\overline{PE}+\overline{PF}=2\sqrt{3}(\text{cm})$ 답 ②

18

전략 $\triangle EBD$는 $\overline{EB}=\overline{ED}$인 이등변삼각형이다.

풀이 $\triangle DBC$에서 $\overline{BD}=\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$

$\angle EBD=\angle CBD$ (접은 각), $\angle EDB=\angle CBD$ (엇각)이므로

$\angle EBD=\angle EDB$

즉 $\triangle EBD$는 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{BH}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times4\sqrt{5}=2\sqrt{5}$

$\overline{EB}=x$라 하면 $\overline{ED}=x$, $\overline{AE}=8-x$이므로 $\triangle ABE$에서

$x^2=4^2+(8-x)^2$, $16x=80$ $\therefore x=5$

$\triangle EBH$에서 $\overline{EH}=\sqrt{5^2-(2\sqrt{5})^2}=\sqrt{5}$

답 $\sqrt{5}$

2. 평면도형에의 활용(2)

50 특수한 직각삼각형의 세 변의 길이의 비

기본서 61~62쪽

익히기 1 (1) $x:4=1:\sqrt{2}$이므로 $\sqrt{2}x=4$

$\therefore x=2\sqrt{2}$

$2\sqrt{2}:y=1:1$이므로 $y=2\sqrt{2}$

(2) $x:6=1:2$이므로 $2x=6$ $\therefore x=3$

$6:y=2:\sqrt{3}$이므로 $y=3\sqrt{3}$

답 (1) $x=2\sqrt{2}$, $y=2\sqrt{2}$
(2) $x=3$, $y=3\sqrt{3}$

유제 ❶ $\triangle ABC$에서

$6:\overline{BC}=1:\sqrt{3}$ $\therefore \overline{BC}=6\sqrt{3}\ (\text{cm})$

$\triangle DBC$에서

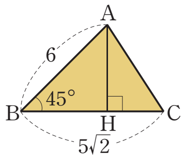
$\overline{BD}:6\sqrt{3}=1:\sqrt{2}$ $\therefore \overline{BD}=3\sqrt{6}(\text{cm})$

$\overline{DC}=\overline{BD}=3\sqrt{6}\ (\text{cm})$이므로

$\triangle DBC=\frac{1}{2}\times3\sqrt{6}\times3\sqrt{6}=27(\text{cm}^2)$

답 ③

유제 ❷ 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 △ABH는 세 내각의 크기가 45°, 45°, 90°인 직각삼각형이므로



$\overline{AB}:\overline{AH}=\sqrt{2}:1$

$6:\overline{AH}=\sqrt{2}:1$

$\therefore \overline{AH}=3\sqrt{2}$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 5\sqrt{2}\times 3\sqrt{2}=15$ 답 15

51 좌표평면 위의 두 점 사이의 거리

기본서 63~64쪽

익히기 2 (1) $\sqrt{3^2+5^2}=\sqrt{34}$

(2) $\sqrt{(-4)^2+(-8)^2}=4\sqrt{5}$

(3) $\sqrt{(4-1)^2+(6-2)^2}=5$

(4) $\sqrt{(-1-2)^2+\{2-(-1)\}^2}=3\sqrt{2}$

답 (1) $\sqrt{34}$ (2) $4\sqrt{5}$ (3) 5 (4) $3\sqrt{2}$

> 좌표평면 위의 두 점 (a, b), (c, d) 사이의 거리
> ➔ $\sqrt{(c-a)^2+(d-b)^2}$

유제 ❸ 구하는 점의 좌표를 $(a, 0)$이라 하면

$\sqrt{\{a-(-4)\}^2+(0-1)^2}=\sqrt{(a-2)^2+(0-5)^2}$

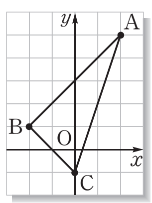
$a^2+8a+16+1=a^2-4a+4+25$

$12a=12 \quad \therefore a=1$

따라서 구하는 점의 좌표는 $(1, 0)$이다. 답 $(1, 0)$

> 삼각형의 모양을 조사할 때는 각 변의 길이를 구해 본다.

유제 ❹ $\overline{AB}=\sqrt{(-2-2)^2+(1-5)^2}$
$=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$



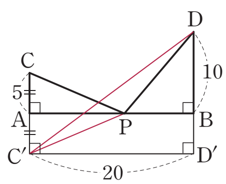
$\overline{BC}=\sqrt{\{0-(-2)\}^2+(-1-1)^2}$
$=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

$\overline{AC}=\sqrt{(0-2)^2+(-1-5)^2}$
$=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$

따라서 $\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$이므로 △ABC는 ∠B=90°인 직각삼각형이다.

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{2}\times 2\sqrt{2}=8$ 답 ①

유제 ❺ 오른쪽 그림과 같이 점 C와 $\overline{AB}$에 대하여 대칭인 점을 C′이라 하면



$\overline{CP}+\overline{PD}=\overline{C'P}+\overline{PD}$
$\geq \overline{C'D}$

따라서 점 C′을 지나고 $\overline{AB}$와 평행한 직선이 $\overline{DB}$의 연장선과 만나는 점을 D′이라 하면 △DC′D′에서

$\overline{C'D}=\sqrt{(10+5)^2+20^2}=25$

이므로 구하는 최솟값은 25이다. 답 ⑤

> △DC′D′은 빗변의 길이가 $\overline{C'D}$이고 직각을 낀 두 변의 길이가 각각 15, 20인 직각삼각형이다.

우공비 BOX

소단원 성취도 진단

기본서 65~66쪽

01 ① 02 ② 03 2 04 ③ 05 1 cm
06 $8\sqrt{3}+6$ 07 ② 08 5π 09 $2\sqrt{17}$
10 10 11 $2(\sqrt{3}+1)$ 12 $(72-24\sqrt{3})\text{cm}^2$
13 $90\sqrt{2}$ m

01 전략 △ABM은 세 내각의 크기가 30°, 60°, 90°인 직각삼각형이다.

풀이 $\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{BC}=3$이고 △ABM에서

$\overline{AB}:\overline{BM}=\sqrt{3}:1$이므로

$\overline{AB}:3=\sqrt{3}:1 \quad \therefore \overline{AB}=3\sqrt{3}$

따라서 △ABC에서

$\overline{AC}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+6^2}=3\sqrt{7}$ 답 ①

02 전략 두 점 (x_1, y_1), (x_2, y_2) 사이의 거리
➔ $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

풀이 두 점 사이의 거리를 각각 구해 보면

① $\sqrt{\{2-(-1)\}^2+(3-5)^2}=\sqrt{13}$

② $\sqrt{\{1-(-1)\}^2+(-2-2)^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

③ $\sqrt{(-1-0)^2+(2-5)^2}=\sqrt{10}$

④ $\sqrt{(2-5)^2+(0-2)^2}=\sqrt{13}$

⑤ $\sqrt{\{-2-(-2)\}^2+\{-5-(-7)\}^2}=\sqrt{4}=2$

따라서 두 점 사이의 거리가 가장 먼 것은 ②이다.

답 ②

03 전략 두 점 (x_1, y_1), (x_2, y_2) 사이의 거리
➔ $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

풀이 $\sqrt{(6-a)^2+(2a+1-3)^2}=2\sqrt{5}$이므로

$(6-a)^2+(2a-2)^2=20$

$36-12a+a^2+4a^2-8a+4=20$

$5a^2-20a+20=0, \quad a^2-4a+4=0$

$(a-2)^2=0 \quad \therefore a=2$ 답 2

04 전략 특수한 직각삼각형의 세 변의 길이의 비를 이용한다.

풀이 △ABC에서 $\overline{AC}:\overline{AB}=1:\sqrt{2}$

$\overline{AC}:3\sqrt{6}=1:\sqrt{2} \quad \therefore \overline{AC}=3\sqrt{3}$

△ACD에서 $\overline{CD}:\overline{AC}=2:\sqrt{3}$

$\overline{CD}:3\sqrt{3}=2:\sqrt{3} \quad \therefore \overline{CD}=6$ 답 ③

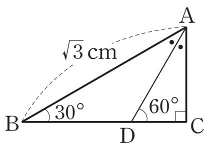
05

채점 기준	배점
$\overline{AC}$의 길이 구하기	50%
$\overline{AD}$의 길이 구하기	50%

풀이 $\triangle ABC$에서 $\overline{AC}:\overline{AB}=1:2$

$\overline{AC}:\sqrt{3}=1:2$ $\therefore \overline{AC}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\,(\text{cm})$ ▶ 50%

$\angle DAC=\dfrac{1}{2}\angle BAC=30°$이므로



$\angle ADC=60°$

따라서 $\triangle ADC$에서

$\overline{AD}:\overline{AC}=2:\sqrt{3}$이므로

$\overline{AD}:\dfrac{\sqrt{3}}{2}=2:\sqrt{3}$

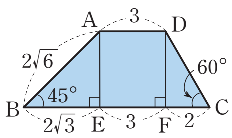
$\therefore \overline{AD}=1\,(\text{cm})$ ▶ 50%

답 1 cm

06

채점 기준	배점
사다리꼴 ABCD의 높이 구하기	40%
$\overline{BC}$의 길이 구하기	40%
사다리꼴 ABCD의 넓이 구하기	20%

풀이 오른쪽 그림과 같이 두 점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하면 $\triangle ABE$에서



$\overline{AB}:\overline{BE}=\sqrt{2}:1$

$2\sqrt{6}:\overline{BE}=\sqrt{2}:1$ $\therefore \overline{BE}=2\sqrt{3}$

$\therefore \overline{AE}=\overline{BE}=2\sqrt{3}$ ▶ 40%

$\triangle DFC$에서 $\overline{DF}:\overline{FC}=\sqrt{3}:1$

$2\sqrt{3}:\overline{FC}=\sqrt{3}:1$ $\therefore \overline{FC}=2$

$\therefore \overline{BC}=2\sqrt{3}+3+2=2\sqrt{3}+5$ ▶ 40%

따라서 사다리꼴 ABCD의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times\{3+(2\sqrt{3}+5)\}\times 2\sqrt{3}=8\sqrt{3}+6$ ▶ 20%

답 $8\sqrt{3}+6$

$\overline{DF}=\overline{AE}=2\sqrt{3}$

(사다리꼴의 넓이)
$=\dfrac{1}{2}\times\{$(윗변의 길이)
+(아랫변의 길이)$\}$
×(높이)

07

전략 원점과 점 $P(x_1,\ y_1)$ 사이의 거리 ➡ $\sqrt{x_1^2+y_1^2}$

풀이 $y=x^2-2x+4=(x^2-2x+1)+3$
$=(x-1)^2+3$

따라서 $P(1,\ 3)$이므로

$\overline{OP}=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$

답 ②

08

전략 두 점 A, B가 지름의 양 끝 점인 원
➡ (반지름의 길이)$=\dfrac{\overline{AB}}{2}$

풀이 $\overline{AB}=\sqrt{\{3-(-1)\}^2+(6-4)^2}=2\sqrt{5}$

따라서 원의 반지름의 길이가 $\sqrt{5}$이므로 구하는 원의 넓이는

$\pi\times(\sqrt{5})^2=5\pi$

답 5π

09

채점 기준	배점
a의 값 구하기	20%
b의 값 구하기	20%
두 점 A, B 사이의 거리 구하기	60%

풀이 두 점 $A(a,\ -3)$, $B(1,\ b)$가 직선 $y=4x+1$ 위의 점이므로 두 점의 좌표를 각각 대입하면

$-3=4a+1,\quad 4a=-4$

$\therefore a=-1$ ▶ 20%

$b=4\times1+1=5$ ▶ 20%

따라서 두 점 $A(-1,\ -3)$, $B(1,\ 5)$ 사이의 거리는

$\overline{AB}=\sqrt{\{1-(-1)\}^2+\{5-(-3)\}^2}=2\sqrt{17}$ ▶ 60%

답 $2\sqrt{17}$

10

전략 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ➡ 각 변의 길이를 구하여 비교한다.

풀이 $\overline{AB}=\sqrt{\{2-(-3)\}^2+(5-0)^2}=5\sqrt{2}$

$\overline{BC}=\sqrt{(3-2)^2+(2-5)^2}=\sqrt{10}$

$\overline{AC}=\sqrt{\{3-(-3)\}^2+(2-0)^2}=2\sqrt{10}$

이때 $\overline{AB}^2=\overline{BC}^2+\overline{AC}^2$이므로 $\triangle ABC$는 $\angle C=90°$인 직각삼각형이다.

따라서 $\triangle ABC$의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times\sqrt{10}\times2\sqrt{10}=10$

답 10

11

전략 특수한 직각삼각형의 세 변의 길이의 비를 이용한다.

풀이 $\overline{AC}=x$라 하면 $\triangle ADC$에서

$\overline{CD}:x=1:1$ $\therefore \overline{CD}=x$

$\triangle ABC$에서

$(4+x):x=\sqrt{3}:1,\quad \sqrt{3}x=4+x$

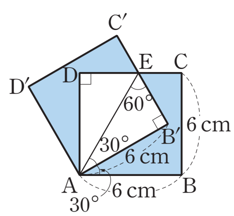
$(\sqrt{3}-1)x=4$ $\therefore x=\dfrac{4}{\sqrt{3}-1}=2(\sqrt{3}+1)$

답 $2(\sqrt{3}+1)$

12

채점 기준	배점
$\triangle AB'E$와 $\triangle ADE$가 합동임을 보이기	30%
$\overline{B'E}$의 길이 구하기	40%
색칠한 부분의 넓이 구하기	30%

풀이 $\triangle AB'E$와 $\triangle ADE$에서



$\angle AB'E=\angle ADE$
$=90°$,

$\overline{AE}$는 공통, $\overline{AB'}=\overline{AD}$

$\therefore \triangle AB'E\equiv\triangle ADE$
(RHS 합동) ▶ 30%

$\triangle AB'E$에서 $\overline{AB'}:\overline{B'E}=\sqrt{3}:1$이므로

$6:\overline{B'E}=\sqrt{3}:1$

$\therefore \overline{B'E}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$ ▶ 40%

따라서 □AB′ED의 넓이는

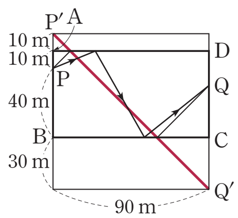
$$2\times\left(\frac{1}{2}\times6\times2\sqrt{3}\right)=12\sqrt{3}\ (\mathrm{cm}^2)$$

이므로 색칠한 부분의 넓이는

$$2\times(6\times6-12\sqrt{3})=72-24\sqrt{3}\ (\mathrm{cm}^2)$$ ▶ 30%

답 $(72-24\sqrt{3})\ \mathrm{cm}^2$

13 전략 평면도형에서의 최단 거리 ◎ 대칭인 점을 이용한다.



풀이 오른쪽 그림과 같이 점 P와 $\overline{AD}$에 대하여 대칭인 점을 P′, 점 Q와 $\overline{BC}$에 대하여 대칭인 점을 Q′이라 하자.

석현이가 산책할 수 있는 최단 거리는 $\overline{P'Q'}$의 길이와 같으므로

$$\overline{P'Q'}=\sqrt{90^2+90^2}=90\sqrt{2}\ (\mathrm{m})$$

답 $90\sqrt{2}$ m

3. 입체도형에의 활용

52 | 직육면체의 대각선의 길이 기본서 67~68쪽

익히기 1 (1) $x=\sqrt{3^2+4^2+5^2}=5\sqrt{2}$

(2) $\sqrt{8^2+x^2+5^2}=5\sqrt{5}$이므로 $x^2=36$

$\therefore x=6\,(\because x>0)$

(3) $x=\sqrt{3}\times2=2\sqrt{3}$

(4) $\sqrt{3}x=\sqrt{6}$이므로 $x=\sqrt{2}$

답 (1) $5\sqrt{2}$ (2) 6 (3) $2\sqrt{3}$ (4) $\sqrt{2}$

한 모서리의 길이가 a인 정육면체의 대각선의 길이 ➔ $\sqrt{3}a$

유제 ❶ 직육면체의 세 모서리의 길이를 각각 k, $2k$, $3k$ $(k>0)$라 하면

$\sqrt{k^2+(2k)^2+(3k)^2}=2\sqrt{7}$, $14k^2=28$

$k^2=2$ $\therefore k=\sqrt{2}\,(\because k>0)$

따라서 세 모서리의 길이가 각각 $\sqrt{2}$, $2\sqrt{2}$, $3\sqrt{2}$이므로 직육면체의 부피는

$\sqrt{2}\times2\sqrt{2}\times3\sqrt{2}=12\sqrt{2}$

답 ④

유제 ❷ 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm라 하면

$6a^2=120$, $a^2=20$ $\therefore a=2\sqrt{5}\,(\because a>0)$

따라서 정육면체의 대각선의 길이는

$\sqrt{3}\times2\sqrt{5}=2\sqrt{15}\ (\mathrm{cm})$

답 ④

유제 ❸ $\overline{AF}=\sqrt{2}\times5=5\sqrt{2}\ (\mathrm{cm})$,

정사각형 ABFE의 대각선의 길이

$\overline{DF}=\sqrt{3}\times5=5\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$

△AFD에서 $\overline{AD}\times\overline{AF}=\overline{DF}\times\overline{AI}$이므로

$5\times5\sqrt{2}=5\sqrt{3}\times\overline{AI}$ $\therefore \overline{AI}=\frac{5\sqrt{6}}{3}\ (\mathrm{cm})$

답 $\frac{5\sqrt{6}}{3}$ cm

53 | 원뿔의 높이와 부피 기본서 69~70쪽

익히기 2 (1) (높이)$=\sqrt{13^2-5^2}=12\ (\mathrm{cm})$

$\overline{AO}$의 길이

(2) (부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times5^2\times12=100\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

답 (1) 12 cm (2) $100\pi\ \mathrm{cm}^3$

익히기 3 밑면의 반지름의 길이는

$\sqrt{15^2-12^2}=9\,(\mathrm{cm})$

$\therefore$ (부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times9^2\times12=324\pi\,(\mathrm{cm}^3)$

답 $324\pi\ \mathrm{cm}^3$

유제 ❹ 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

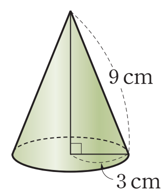
$\pi r^2=48\pi$ $\therefore r=4\sqrt{3}\,(\because r>0)$

따라서 원뿔의 높이는

$\sqrt{9^2-(4\sqrt{3})^2}=\sqrt{33}\ (\mathrm{cm})$

답 $\sqrt{33}$ cm

유제 ❺ 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$2\pi r=2\pi\times9\times\frac{120}{360}$ $\therefore r=3$

원뿔의 전개도에서 옆면인 부채꼴의 호의 길이와 밑면의 둘레의 길이는 같다.

$\therefore$ (높이)$=\sqrt{9^2-3^2}$

$=6\sqrt{2}\,(\mathrm{cm})$

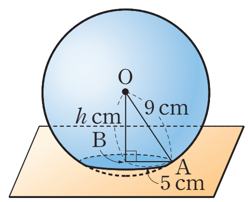
답 $6\sqrt{2}$ cm

유제 ❻ 구의 중심과 평면 사이의 거리를 h cm라 하면 △OBA에서

$h=\sqrt{9^2-5^2}$

$=2\sqrt{14}$

답 ④



54 | 정사각뿔, 정사면체의 높이와 부피 기본서 71~72쪽

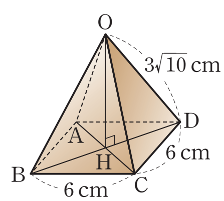
익히기 4 (1) $\overline{BD}=\sqrt{2}\times6$

$=6\sqrt{2}\ (\mathrm{cm})$

이므로 $\overline{DH}=\frac{1}{2}\overline{BD}$

$=\frac{1}{2}\times6\sqrt{2}$

$=3\sqrt{2}\ (\mathrm{cm})$



$\therefore$ (높이)
$=\sqrt{(3\sqrt{10})^2-(3\sqrt{2})^2}$
$=6\sqrt{2}$ (cm)

(2) (부피)$=\dfrac{1}{3}\times 6^2\times 6\sqrt{2}=72\sqrt{2}$ (cm^3)

답 (1) $6\sqrt{2}$ cm (2) $72\sqrt{2}$ cm^3

우공비 BOX: $\overline{OH}$의 길이

익히기 5 (1) (높이)$=\dfrac{\sqrt{6}}{3}\times 6=2\sqrt{6}$ (cm)

(2) (부피)$=\dfrac{\sqrt{2}}{12}\times 6^3=18\sqrt{2}$ (cm^3)

답 (1) $2\sqrt{6}$ cm (2) $18\sqrt{2}$ cm^3

유제 7-1 △BCD에서

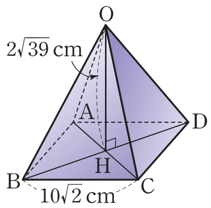
$\overline{BD}=\sqrt{2}\times 10\sqrt{2}$
$=20$ (cm)

이므로

$\overline{BH}=\dfrac{1}{2}\times 20=10$ (cm)

△OBH에서

$\overline{OB}=\sqrt{10^2+(2\sqrt{39})^2}$
$=\sqrt{256}=16$ (cm)



답 16 cm

유제 7-2 △ABC에서

$\overline{AC}=\sqrt{2}\times 2\sqrt{2}=4$

이므로 $\overline{HC}=\dfrac{1}{2}\times 4=2$

△OHC에서 $\overline{OH}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-2^2}=2\sqrt{2}$

$\therefore$ △OAC$=\dfrac{1}{2}\times 4\times 2\sqrt{2}=4\sqrt{2}$

답 $4\sqrt{2}$

유제 8-1 한 모서리의 길이를 a라 하면

$\dfrac{\sqrt{2}}{12}a^3=\dfrac{16\sqrt{2}}{3}$, $a^3=64=4^3$

$\therefore a=4$

답 4

우공비 BOX: 한 모서리의 길이가 a인 정사면체의 부피 ➜ $\dfrac{\sqrt{2}}{12}a^3$

유제 8-2 $\overline{OH}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}\times 3=\sqrt{6}$

△ABC에서 $\overline{CD}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 3=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

이므로 $\overline{CH}=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{3\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

△OHC에서 $\overline{OH}\times\overline{HC}=\overline{OC}\times\overline{HE}$이므로

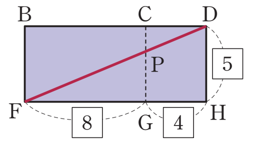
$\sqrt{6}\times\sqrt{3}=3\times\overline{HE}$ $\therefore \overline{HE}=\sqrt{2}$

답 $\sqrt{2}$

55 | 입체도형에서의 최단 거리

기본서 73~74쪽

익히기 6



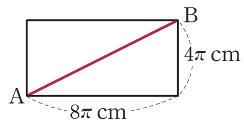
$\therefore$ (최단 거리)$=\overline{FD}=\sqrt{\boxed{12}^2+5^2}=\boxed{13}$

답 풀이 참조

유제 9 밑면의 둘레의 길이는

$2\pi\times 4=8\pi$ (cm)

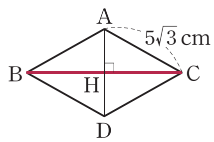
따라서 오른쪽 그림과 같은 옆면의 전개도에서 구하는 최단 거리는 $\overline{AB}$의 길이이므로



$\overline{AB}=\sqrt{(8\pi)^2+(4\pi)^2}$
$=4\sqrt{5}\pi$ (cm)

답 $4\sqrt{5}\pi$ cm

유제 10 오른쪽 그림은 주어진 정사면체의 전개도의 일부이다. 구하는 최단 거리는 $\overline{BC}$의 길이이고 □ABDC는 마름모이므로 $\overline{AD}\perp\overline{BC}$



$\therefore \overline{BC}=2\overline{BH}=2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 5\sqrt{3}=15$ (cm)

답 ③

우공비 BOX: $\overline{AB}=\overline{BD}=\overline{DC}=\overline{CA}$이므로 □ABDC는 마름모이다.

우공비 BOX: 한 변의 길이가 $5\sqrt{3}$ cm인 정삼각형의 높이

소단원 성취도 진단

기본서 75~77쪽

01 $10+5\sqrt{2}$		02 ③	03 $4\sqrt{5}\pi$ cm	
04 ③	05 ④	06 $8\sqrt{6}$ cm^2		07 ④
08 $\dfrac{125\sqrt{3}}{3}\pi$ cm^3		09 120°	10 16π cm^3	
11 ②	12 ⑤	13 ①	14 ③	
15 $2\sqrt{3}$ cm		16 ④	17 $\sqrt{11}$	18 4

01 전략 세 모서리의 길이가 각각 a, b, c인 직육면체의 대각선의 길이 ➜ $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

$\overline{FH}=\sqrt{4^2+3^2}=5$

$\overline{BH}=\sqrt{4^2+3^2+5^2}=5\sqrt{2}$

따라서 △BFH의 둘레의 길이는

$5+5+5\sqrt{2}=10+5\sqrt{2}$

답 $10+5\sqrt{2}$

02 전략 한 모서리의 길이가 a인 정육면체의 대각선의 길이 ➜ $\sqrt{3}a$

풀이 정육면체의 한 모서리의 길이를 a라 하면

$\sqrt{3}a=12 \quad \therefore a=4\sqrt{3}$

따라서 정육면체의 부피는

$4\sqrt{3}\times4\sqrt{3}\times4\sqrt{3}=192\sqrt{3}$ 답 ③

03

채점 기준	배점
원의 반지름의 길이 구하기	60%
원의 둘레의 길이 구하기	40%

풀이 단면인 원의 반지름의 길이는

$\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}$ (cm) ▶ 60%

따라서 원의 둘레의 길이는

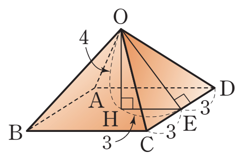
$2\pi\times2\sqrt{5}=4\sqrt{5}\pi$ (cm) ▶ 40%

답 $4\sqrt{5}\pi$ cm

우공비 BOX: 반지름의 길이가 r인 원의 둘레의 길이 ➔ $2\pi r$

04 전략 정사각뿔 ➔ 밑면은 정사각형, 옆면은 합동인 이등변삼각형

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 O에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 E라 하면 $\triangle$OHE에서



$\overline{OE}=\sqrt{4^2+3^2}=5$

따라서 구하는 겉넓이는

$6\times6+4\times\frac{1}{2}\times6\times5=96$ 답 ③

05 전략 세 모서리의 길이가 각각 a, b, c인 직육면체의 대각선의 길이 ➔ $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

풀이 $\overline{DH}=a$ cm라 하면

$\sqrt{3^2+7^2+a^2}=\sqrt{87}, \quad a^2+58=87$

$a^2=29 \quad \therefore a=\sqrt{29}\ (\because a>0)$

$\overline{FH}=\sqrt{3^2+7^2}=\sqrt{58}$ (cm)이므로

$\square BFHD=\sqrt{29}\times\sqrt{58}$

$=29\sqrt{2}$ (cm^2) 답 ④

06

채점 기준	배점
□MFND는 마름모임을 알기	30%
$\overline{MN}$, $\overline{FD}$의 길이 구하기	40%
□MFND의 넓이 구하기	30%

풀이 □MFND는 $\overline{DM}=\overline{MF}=\overline{FN}=\overline{ND}$이므로 마름모이다. ▶ 30%

$\overline{MN}=\overline{AC}=\sqrt{2}\times4=4\sqrt{2}$ (cm)

$\overline{FD}=\sqrt{3}\times4=4\sqrt{3}$ (cm) ▶ 40%

$\therefore \square MFND=\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times4\sqrt{3}$

$=8\sqrt{6}$ (cm^2) ▶ 30%

답 $8\sqrt{6}$ cm^2

우공비 BOX: (마름모의 넓이) $=\frac{1}{2}\times$(두 대각선의 길이의 곱)

07 전략 $\overline{AE}\times\overline{EG}=\overline{AG}\times\overline{EP}$

풀이 $\overline{AG}=\sqrt{5^2+5^2+10^2}=5\sqrt{6}$

$\overline{EG}=\sqrt{2}\times5=5\sqrt{2}$

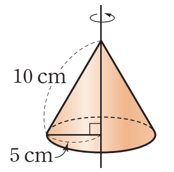
$\triangle$AEG에서 $\overline{AE}\times\overline{EG}=\overline{AG}\times\overline{EP}$이므로

$10\times5\sqrt{2}=5\sqrt{6}\times\overline{EP}$

$\therefore \overline{EP}=\frac{10\sqrt{3}}{3}$ 답 ④

08 전략 직각삼각형을 빗변이 아닌 변을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체 ➔ 원뿔

풀이 회전체는 오른쪽 그림과 같은 원뿔이므로



(높이)$=\sqrt{10^2-5^2}$

$=5\sqrt{3}$(cm)

따라서 원뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times5^2\times5\sqrt{3}=\frac{125\sqrt{3}}{3}\pi$(cm^3)

답 $\frac{125\sqrt{3}}{3}\pi$ cm^3

우공비 BOX: (원뿔의 부피) $=\frac{1}{3}\times$(밑넓이)$\times$(높이)

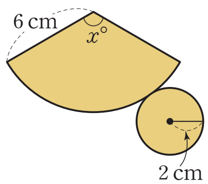
09

채점 기준	배점
원뿔의 모선의 길이 구하기	40%
부채꼴의 중심각의 크기 구하기	60%

풀이 원뿔의 모선의 길이를 l cm라 하면

$l=\sqrt{2^2+(4\sqrt{2})^2}=6$(cm) ▶ 40%

오른쪽 전개도에서 부채꼴의 중심각의 크기를 $x°$라 하면 부채꼴의 호의 길이는 밑면인 원의 둘레의 길이와 같으므로



$2\pi\times6\times\frac{x}{360}=2\pi\times2$

$\therefore x=120$

따라서 부채꼴의 중심각의 크기는 $120°$이다. ▶ 60%

답 $120°$

보충 학습

부채꼴의 호의 길이와 넓이

반지름의 길이가 r, 중심각의 크기가 $x°$인 부채꼴의 호의 길이를 l, 넓이를 S라 하면

$l=2\pi r\times\frac{x}{360}, \ S=\pi r^2\times\frac{x}{360}$

10 전략 부채꼴의 호의 길이와 밑면인 원의 둘레의 길이가 같다.

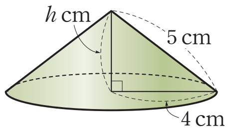
풀이 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi r=8\pi \quad \therefore r=4$

모선의 길이를 l cm라 하면

$\frac{1}{2}\times l\times 8\pi=20\pi \qquad \therefore l=5$

따라서 주어진 전개도로 원뿔을 만들면 오른쪽 그림과 같다.



원뿔의 높이를 h cm라 하면

$h=\sqrt{5^2-4^2}=3$

이므로 원뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times 4^2\times 3=16\pi\,(\text{cm}^3)$

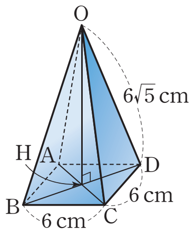
답 $16\pi\,\text{cm}^3$

우공비 BOX

반지름의 길이가 r, 호의 길이가 l인 부채꼴의 넓이
➜ $\frac{1}{2}rl$

11 전략 뿔의 부피 ➜ $\frac{1}{3}\times$(밑넓이)$\times$(높이)

풀이 주어진 전개도로 만들어지는 정사각뿔은 오른쪽 그림과 같다.



$\overline{BD}=\sqrt{2}\times 6=6\sqrt{2}\,(\text{cm})$이므로

$\overline{DH}=\frac{1}{2}\overline{BD}=3\sqrt{2}\,(\text{cm})$

$\triangle OHD$에서

$\overline{OH}=\sqrt{(6\sqrt{5})^2-(3\sqrt{2})^2}=9\sqrt{2}\,(\text{cm})$

따라서 정사각뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\times 6^2\times 9\sqrt{2}=108\sqrt{2}\,(\text{cm}^3)$

답 ②

12 전략 한 모서리의 길이가 a인 정사면체

➜ (높이)$=\frac{\sqrt{6}}{3}a$, (부피)$=\frac{\sqrt{2}}{12}a^3$

풀이 ① $\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{BC}=6\,(\text{cm})$

② $\overline{DM}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 12=6\sqrt{3}\,(\text{cm})$

③ $\overline{DH}=\frac{2}{3}\overline{DM}=\frac{2}{3}\times 6\sqrt{3}=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$

④ (높이)$=\frac{\sqrt{6}}{3}\times 12=4\sqrt{6}\,(\text{cm})$

⑤ (부피)$=\frac{\sqrt{2}}{12}\times 12^3=144\sqrt{2}\,(\text{cm}^3)$

답 ⑤

• 점 H는 $\triangle BCD$의 무게중심이므로 $\overline{DH}:\overline{HM}=2:1$

13 전략 삼각형의 무게중심은 중선을 꼭짓점으로부터 $2:1$로 나눈다.

풀이 $\overline{DM}=3\overline{MH}=3\times\frac{\sqrt{6}}{3}=\sqrt{6}\,(\text{cm})$

정사면체의 한 모서리의 길이를 a cm라 하면

$\frac{\sqrt{3}}{2}a=\sqrt{6} \qquad \therefore a=2\sqrt{2}$

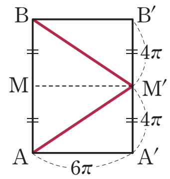
따라서 정사면체의 부피는

$\frac{\sqrt{2}}{12}\times(2\sqrt{2})^3=\frac{8}{3}\,(\text{cm}^3)$

답 ①

14 전략 점 A에서 옆면을 따라 점 M에 이르는 최단 거리를 생각한다.

풀이 오른쪽 전개도에서



$\overline{AA'}=2\pi\times 3=6\pi$

$\therefore \overline{AM'}=\sqrt{(4\pi)^2+(6\pi)^2}$
$=2\sqrt{13}\pi$

따라서 구하는 최단 거리는

$\overline{AM'}+\overline{M'B}=2\overline{AM'}$
$=4\sqrt{13}\pi$

답 ③

15

채점 기준	배점
삼각뿔 F-ABC의 부피 구하기	30%
$\triangle AFC$의 넓이 구하기	30%
$\overline{BI}$의 길이 구하기	40%

풀이 삼각뿔 F-ABC의 부피는

$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times 6\times 6\right)\times 6=36\,(\text{cm}^3)$ ▶ 30%

$\triangle AFC$는 한 변의 길이가 $6\sqrt{2}$ cm인 정삼각형이므로

$\triangle AFC=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(6\sqrt{2})^2=18\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$ ▶ 30%

삼각뿔 B−AFC의 부피는 삼각뿔 F−ABC의 부피와 같으므로

$\frac{1}{3}\times 18\sqrt{3}\times\overline{BI}=36$

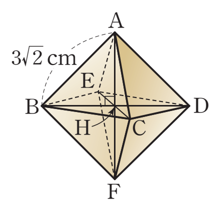
$\therefore \overline{BI}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$ ▶ 40%

답 $2\sqrt{3}$ cm

한 변의 길이가 a인 정삼각형의 넓이
➜ $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

16 전략 정팔면체는 모든 모서리의 길이가 같은 정사각뿔 2개를 붙여 놓은 것이다.

풀이 주어진 정팔면체는 모든 모서리의 길이가 $3\sqrt{2}$ cm인 정사각뿔 2개를 붙여 놓은 것과 같다.



꼭짓점 A에서 □BCDE에 내린 수선의 발을 H라 하면

□BCDE는 한 변의 길이가 $3\sqrt{2}$ cm인 정사각형이므로

$\overline{BD}=\sqrt{2}\times 3\sqrt{2}=6\,(\text{cm})$

따라서 $\overline{BH}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times 6=3\,(\text{cm})$이므로

$\overline{AH}=\sqrt{(3\sqrt{2})^2-3^2}=3\,(\text{cm})$

따라서 정팔면체의 부피는

$2\times\left\{\frac{1}{3}\times(3\sqrt{2})^2\times 3\right\}=36\,(\text{cm}^3)$

답 ④

17

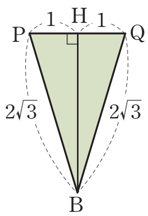
채점 기준	배점
$\overline{BP}$의 길이 구하기	20%
$\overline{PQ}$의 길이 구하기	20%
$\triangle PBQ$의 높이 구하기	40%
$\triangle PBQ$의 넓이 구하기	20%

풀이 $\overline{BP}=\overline{BQ}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 4=2\sqrt{3}$ ▶ 20%

$\triangle OAC$에서 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의하여

$\overline{PQ}=\dfrac{1}{2}\overline{AC}=\dfrac{1}{2}\times 4=2$ ▶ 20%

$\triangle PBQ$는 오른쪽 그림과 같은 이등변삼각형이므로 점 B에서 $\overline{PQ}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{BH}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-1^2}$

$=\sqrt{11}$ ▶ 40%

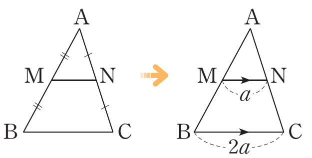
$\therefore \triangle PBQ=\dfrac{1}{2}\times 2\times\sqrt{11}$

$=\sqrt{11}$ ▶ 20%

답 $\sqrt{11}$

+ 보충 학습

삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질



삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분은 나머지 한 변과 평행하고, 그 길이는 나머지 한 변의 길이의 $\frac{1}{2}$이다.

➜ $\triangle ABC$에서 $\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{AN}=\overline{NC}$이면

$\overline{MN}/\!/\overline{BC}$, $\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{BC}$

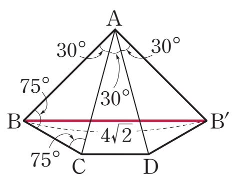
18

전략 최단 거리 ➜ 선이 지나는 면의 전개도를 그려 본다.

풀이 $\triangle ABC\equiv\triangle ACD$

$\equiv\triangle ADB'$

(SSS 합동)



이고

$\angle ABC=\angle ACB=75°$

이므로

$\angle BAC=30°$

$\therefore \angle BAB'=90°$

위의 전개도에서 최단 거리는 $\overline{BB'}$의 길이이므로 $\overline{AB}=x$라 하면

$\sqrt{x^2+x^2}=4\sqrt{2}$, $\sqrt{2}x=4\sqrt{2}$

$\therefore x=4$

답 4

• 점 B에서 $\overline{PQ}$에 내린 수선은 $\overline{PQ}$의 길이를 이등분하므로 $\overline{PH}=\overline{QH}=1$

가로, 세로의 길이가 각각 a, b인 직사각형의 대각선의 길이
➜ $\sqrt{a^2+b^2}$

• $\triangle ABB'$에서
$\overline{AB}:\overline{BB'}=1:\sqrt{2}$
이므로
$\overline{AB}:4\sqrt{2}=1:\sqrt{2}$
$\therefore \overline{AB}=4$

중단원 마무리 평가

기본서 78~81쪽

01 ⑤	02 ④	03 ④	04 ③	05 ②
06 ⑤	07 ⑤	08 ①	09 ⑤	10 ④
11 ②	12 ③	13 ②	14 ③	15 ②
16 ⑤	17 $\sqrt{57}$	18 $\sqrt{7}$	19 $3\sqrt{10}$	
20 $72\sqrt{3}\text{ cm}^2$		21 $4\sqrt{6}\text{ cm}$		
22 $10\sqrt{3}\text{ cm}^2$		23 $9\sqrt{3}\pi\text{ cm}^3$		
24 $8\sqrt{2}\text{ cm}^2$		25 $6\sqrt{3}\text{ cm}$		

01

전략 한 변의 길이가 a인 정사각형의 대각선의 길이 ➜ $\sqrt{2}a$

풀이 한 변의 길이를 a cm라 하면

$\sqrt{2}a=2\sqrt{5}$ $\therefore a=\sqrt{10}$

따라서 정사각형의 둘레의 길이는

$4\times\sqrt{10}=4\sqrt{10}(\text{cm})$

답 ⑤

02

전략 $\overline{AB}\times\overline{AD}=\overline{BD}\times\overline{AH}$

풀이 $\overline{BD}=\sqrt{4^2+3^2}=5(\text{cm})$

$\triangle ABD$에서 $\overline{AB}\times\overline{AD}=\overline{BD}\times\overline{AH}$이므로

$3\times 4=5\times\overline{AH}$ $\therefore \overline{AH}=\dfrac{12}{5}(\text{cm})$

또 $\triangle ABH$에서

$\overline{BH}=\sqrt{3^2-\left(\dfrac{12}{5}\right)^2}=\dfrac{9}{5}(\text{cm})$

$\therefore \overline{AH}+\overline{BH}=\dfrac{12}{5}+\dfrac{9}{5}=\dfrac{21}{5}(\text{cm})$

답 ④

03

전략 한 변의 길이가 a인 정삼각형의 넓이 ➜ $\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2$

풀이 큰 정삼각형의 한 변의 길이는

$3\times 2\sqrt{2}=6\sqrt{2}$

따라서 구하는 넓이는

$\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times(6\sqrt{2})^2=18\sqrt{3}$

답 ④

04

전략 피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{BH}$의 길이를 먼저 구한다.

풀이 $\overline{BH}=x$라 하면 $\overline{CH}=21-x$

$\triangle ABH$에서 $\overline{AH}^2=13^2-x^2$

$\triangle AHC$에서 $\overline{AH}^2=20^2-(21-x)^2$

즉 $13^2-x^2=20^2-(21-x)^2$이므로

$42x=210$ $\therefore x=5$

따라서 $\overline{AH}=\sqrt{13^2-5^2}=12$이므로

$\triangle ABH=\dfrac{1}{2}\times 5\times 12=30$

답 ③

우공비 BOX

05 전략 특수한 직각삼각형의 세 변의 길이의 비를 이용한다.

풀이 $\triangle$ADC에서 $\overline{AD}:\overline{AC}=1:\sqrt{2}$

$\overline{AD}:2\sqrt{2}=1:\sqrt{2}$ $\quad\therefore \overline{AD}=2$

$\therefore \overline{CD}=\overline{AD}=2$

$\triangle$ABD에서 $\overline{AD}:\overline{BD}=1:\sqrt{3}$

$2:\overline{BD}=1:\sqrt{3}$ $\quad\therefore \overline{BD}=2\sqrt{3}$

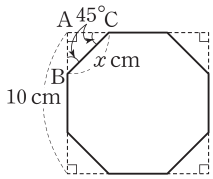
$\therefore \overline{BC}=\overline{BD}+\overline{CD}=2\sqrt{3}+2=2(1+\sqrt{3})$ 답 ②

세 내각의 크기가 45°, 45°, 90°인 직각삼각형의 세 변의 길이의 비
➜ $1:1:\sqrt{2}$

세 내각의 크기가 30°, 60°, 90°인 직각삼각형의 세 변의 길이의 비
➜ $1:\sqrt{3}:2$

06 전략 직각이등변삼각형의 세 변의 길이의 비
➲ $1:1:\sqrt{2}$

풀이 정팔각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 오른쪽 그림의 $\triangle$ABC에서



$\overline{AC}:\overline{BC}=1:\sqrt{2}$

$\overline{AC}:x=1:\sqrt{2}$

$\therefore \overline{AC}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}x$(cm)

정사각형의 한 변의 길이가 10 cm이므로

$\dfrac{\sqrt{2}}{2}x+x+\dfrac{\sqrt{2}}{2}x=10,\qquad (\sqrt{2}+1)x=10$

$\therefore x=\dfrac{10}{\sqrt{2}+1}=\dfrac{10(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}$

$=10(\sqrt{2}-1)$ 답 ⑤

• 분자, 분모에 $\sqrt{2}-1$을 곱하여 분모를 유리화한다.

07 전략 두 점 (x_1, y_1), (x_2, y_2) 사이의 거리
➲ $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

풀이 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\sqrt{(-6-2)^2+(5-7)^2}=\sqrt{(4-2)^2+(a-7)^2}$

$64+4=4+a^2-14a+49$

$a^2-14a-15=0,\qquad (a-15)(a+1)=0$

$\therefore a=15\,(\because a>0)$ 답 ⑤

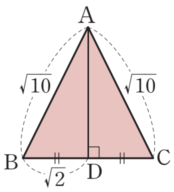
08 전략 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{AC}$의 길이를 구하여 $\triangle$ABC의 모양을 알아본다.

풀이 $\overline{AB}=\sqrt{\{-1-(-2)\}^2+\{-1-(-4)\}^2}=\sqrt{10}$

$\overline{BC}=\sqrt{\{1-(-1)\}^2+\{-3-(-1)\}^2}=2\sqrt{2}$

$\overline{AC}=\sqrt{\{1-(-2)\}^2+\{-3-(-4)\}^2}=\sqrt{10}$

따라서 $\triangle$ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 D라 하면



$\overline{AD}=\sqrt{(\sqrt{10})^2-(\sqrt{2})^2}=2\sqrt{2}$

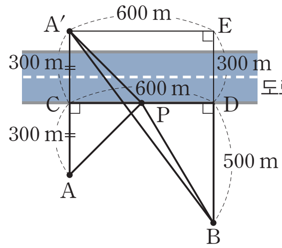
$\therefore \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times 2\sqrt{2}$

$=4$ 답 ①

(마름모의 넓이)
$=\dfrac{1}{2}\times$(두 대각선의 길이의 곱)

09 전략 평면도형에서의 최단 거리 ➲ 대칭인 점을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 A와 $\overline{CD}$에 대하여 대칭인 점을 A′이라 하면



$\overline{AP}+\overline{BP}$

$=\overline{A'P}+\overline{BP}$

$\geq \overline{A'B}$

따라서 $\triangle$A′BE에서

$\overline{A'B}=\sqrt{600^2+800^2}$

$=\sqrt{1000000}=1000$(m)

즉 $\overline{AP}+\overline{BP}\geq 1000$이므로 구하는 최솟값은 1000 m이다.

답 ⑤

10 전략 세 모서리의 길이가 각각 a, b, c인 직육면체의 대각선의 길이 ➲ $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

풀이 한 직육면체의 가로의 길이를 x라 하면

$\overline{AB}=\overline{AC}=\sqrt{x^2+3^2+4^2}=\sqrt{x^2+25}$

$\overline{BC}=x+x=2x$

이때 $\angle$BAC$=90°$이므로 $\triangle$ABC에서 피타고라스 정리에 의하여

$(x^2+25)+(x^2+25)=(2x)^2$

$2x^2+50=4x^2$

$x^2=25\qquad \therefore x=5\,(\because x>0)$

$\therefore \overline{BC}=2x=10$

답 ④

11 전략 □AMGN은 마름모이다.

풀이 $\overline{AM}=\overline{MG}=\overline{GN}=\overline{NA}$이므로 □AMGN은 마름모이다.

정육면체의 한 모서리의 길이를 x cm라 하면

$\overline{AG}=\sqrt{3}x$, $\overline{MN}=\overline{BD}=\sqrt{2}x$

□AMGN$=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{3}x\times\sqrt{2}x=18\sqrt{6}$이므로

$x^2=36\qquad \therefore x=6\,(\because x>0)$

따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는 6 cm이다.

답 ②

12 전략 먼저 밑면의 반지름의 길이를 구한다.

풀이 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi r=8\pi\qquad \therefore r=4$

$\therefore$ (높이)$=\sqrt{(2\sqrt{7})^2-4^2}=2\sqrt{3}$ (cm)

답 ③

우공비 BOX

13 전략 평면으로 구를 자른 단면 ◯ 반지름의 길이가 $\overline{AH}$인 원

풀이 잘린 단면의 넓이가 $225\pi\,\text{cm}^2$이므로

$\pi\times\overline{AH}^2=225\pi$

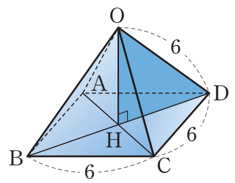
$\therefore \overline{AH}=15\,(\text{cm})\,(\because \overline{AH}>0)$

따라서 △OHA에서 구의 반지름의 길이는

$\overline{OA}=\sqrt{15^2+8^2}=17\,(\text{cm})$ 답 ②

14 전략 정사각뿔의 부피 ◯ $\frac{1}{3}\times(\text{밑넓이})\times(\text{높이})$

풀이 △BCD에서



$\overline{BD}=\sqrt{2}\times6=6\sqrt{2}$

꼭짓점 O에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{HD}=\frac{1}{2}\overline{BD}=3\sqrt{2}$

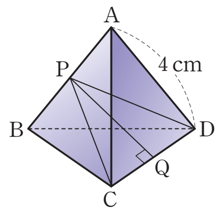
점 H는 밑면인 정사각형의 대각선의 교점이다.

△OHD에서 $\overline{OH}=\sqrt{6^2-(3\sqrt{2})^2}=3\sqrt{2}$

$\therefore (\text{부피})=\frac{1}{3}\times6^2\times3\sqrt{2}=36\sqrt{2}$ 답 ③

15 전략 한 변의 길이가 a인 정삼각형의 높이 ◯ $\frac{\sqrt{3}}{2}a$

풀이 △ABC에서



$\overline{PC}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times4=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\overline{PC}=\overline{PD}=2\sqrt{3}\,\text{cm}$이므로

△PCD는 이등변삼각형이다.

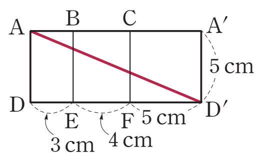
$\overline{CQ}=\overline{DQ}=2\,(\text{cm})$이므로

$\overline{PQ}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-2^2}=2\sqrt{2}\,(\text{cm})$ 답 ②

$\overline{PC}$ → △ABC의 높이
$\overline{PD}$ → △ABD의 높이

16 전략 최단 거리 ◯ 선이 지나는 면의 전개도를 그려 본다.

풀이 △ABC에서



$\overline{AC}=\sqrt{4^2+3^2}$

$=5\,(\text{cm})$

이고 오른쪽 전개도에서 구하는 최단 거리는 $\overline{AD'}$의 길이이다.

$\therefore \overline{AD'}=\sqrt{(3+4+5)^2+5^2}$

$=\sqrt{12^2+5^2}=13\,(\text{cm})$ 답 ⑤

17 전략 △DEC와 △DBC에서 피타고라스 정리를 이용한다.

풀이 $\overline{EC}=6-4=2$이므로 △DEC에서

$\overline{DC}=\sqrt{5^2-2^2}=\sqrt{21}$

따라서 △DBC에서 $\overline{BD}=\sqrt{6^2+(\sqrt{21})^2}=\sqrt{57}$

답 $\sqrt{57}$

18 전략 이등변삼각형의 꼭지각의 꼭짓점에서 밑변에 내린 수선은 밑변을 이등분한다.

풀이 $\overline{BH}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times6=3$

따라서 △ABH에서 $\overline{AH}=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}$ 답 $\sqrt{7}$

19 전략 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프의 꼭짓점의 좌표 ◯ $(p,\ q)$

풀이 $y=-x^2+6x-5=-(x^2-6x+9-9)-5$

$=-(x-3)^2+4$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(3,\ 4)$이고 y절편은 -5이므로 두 점 $(3,\ 4)$, $(0,\ -5)$ 사이의 거리는

$x=0$일 때, $y=-5$

$\sqrt{(0-3)^2+(-5-4)^2}=3\sqrt{10}$ 답 $3\sqrt{10}$

＋ 보충 학습

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프의 성질

① 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 것이다.

② 꼭짓점의 좌표 : $(p,\ q)$

③ 축의 방정식 : $x=p$

20 전략 △BGD는 정삼각형임을 이용한다.

풀이 $\overline{BG}=\overline{GD}=\overline{DB}=\sqrt{2}\times12=12\sqrt{2}\,(\text{cm})$

따라서 △BGD는 정삼각형이므로

한 변의 길이가 a인 정삼각형의 넓이 → $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

$\triangle BGD=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(12\sqrt{2})^2=72\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

답 $72\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

21

채점 기준	배점
$\overline{AD}$의 길이 구하기	2점
$\overline{AB}$의 길이 구하기	1점

풀이 $\frac{\sqrt{3}}{4}\times\overline{AD}^2=18\sqrt{3}$이므로 $\overline{AD}^2=72$

$\therefore \overline{AD}=6\sqrt{2}\,(\text{cm})\ (\because \overline{AD}>0)$ ▶ 2점

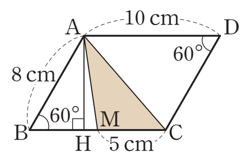
$\frac{\sqrt{3}}{2}\times\overline{AB}=6\sqrt{2}$이므로 $\overline{AB}=4\sqrt{6}\,(\text{cm})$ ▶ 1점

답 $4\sqrt{6}\,\text{cm}$

22

채점 기준	배점
$\overline{AH}$의 길이 구하기	3점
△AMC의 넓이 구하기	1점

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 △ABH에서



$\overline{AB}:\overline{AH}=2:\sqrt{3}$

$8:\overline{AH}=2:\sqrt{3}$

$\therefore \overline{AH}=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$ ▶ 3점

따라서 $\triangle$AMC의 넓이는

$\frac{1}{2}\times 5\times 4\sqrt{3}=10\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$ ▶ 1점

답 $10\sqrt{3}\ \text{cm}^2$

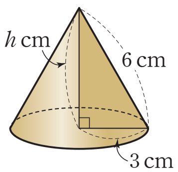
23

채점 기준	배점
밑면의 반지름의 길이 구하기	1점
원뿔의 높이 구하기	2점
원뿔의 부피 구하기	1점

풀이 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi\times 6\times\frac{1}{2}=2\pi\times r\quad \therefore r=3$ ▶ 1점

따라서 주어진 전개도로 원뿔을 만들면 오른쪽 그림과 같으므로 원뿔의 높이를 h cm라 하면



$h=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}$ ▶ 2점

$\therefore$ (부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times 3^2\times 3\sqrt{3}$

$=9\sqrt{3}\pi\,(\text{cm}^3)$ ▶ 1점

답 $9\sqrt{3}\pi\ \text{cm}^3$

24

채점 기준	배점
$\overline{\text{DH}}$의 길이 구하기	2점
$\overline{\text{AH}}$의 길이 구하기	1점
$\triangle$AHD의 넓이 구하기	1점

풀이 $\overline{\text{DE}}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 4\sqrt{3}=6\,(\text{cm})$이므로

$\overline{\text{DH}}=\frac{2}{3}\overline{\text{DE}}=\frac{2}{3}\times 6=4\,(\text{cm})$ ▶ 2점

$\overline{\text{AH}}=\frac{\sqrt{6}}{3}\times 4\sqrt{3}=4\sqrt{2}\,(\text{cm})$이므로 ▶ 1점

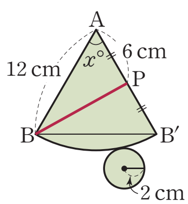
$\triangle\text{AHD}=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{2}\times 4=8\sqrt{2}\,(\text{cm}^2)$ ▶ 1점

답 $8\sqrt{2}\ \text{cm}^2$

25

채점 기준	배점
전개도에서 부채꼴의 중심각의 크기 구하기	3점
최단 거리 구하기	2점

풀이 원뿔의 전개도에서 부채꼴의 중심각의 크기를 $x°$라 하면



$2\pi\times 12\times\frac{x}{360}=2\pi\times 2$

$\therefore x=60$ ▶ 3점

따라서 $\overline{\text{BP}}$는 정삼각형 ABB′의 높이이므로

$\overline{\text{BP}}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 12=6\sqrt{3}\,(\text{cm})$ ▶ 2점

답 $6\sqrt{3}$ cm

$\overline{\text{MC}}=\overline{\text{BM}}=5\,(\text{cm})$

직각삼각형에서 사인, 코사인, 탄젠트 중 하나의 값을 알면 피타고라스 정리를 이용하여 변의 길이를 구한 후 나머지 두 삼각비의 값도 알 수 있다.

한 변의 길이가 a인 정삼각형의 높이
➜ $\frac{\sqrt{3}}{2}a$

한 모서리의 길이가 a인 정사면체의 높이
➜ $\frac{\sqrt{6}}{3}a$

$x-y+2=0$에서 $y=x+2$이므로 $\tan a$의 값은 직선의 기울기와 같다.

$\overline{\text{AB}}=\overline{\text{AB'}}$이고 $\angle\text{A}=60°$이므로 $\triangle$ABB′은 정삼각형이다.

Ⅶ-1. 삼각비

1. 삼각비

56 | 삼각비 기본서 84~87쪽

익히기 1 답 (1) $\overline{\text{AC}}$, 5 (2) $\overline{\text{AB}}$, 3 (3) $\overline{\text{AB}}$, 3
(4) $\overline{\text{AC}}$, 5 (5) $\overline{\text{BC}}$, 4 (6) $\overline{\text{AB}}$, 3

유제 1 $\overline{\text{AC}}=\sqrt{10^2-8^2}=6$이므로

$\cos A=\frac{\overline{\text{AC}}}{\overline{\text{AB}}}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5},\ \tan A=\frac{\overline{\text{BC}}}{\overline{\text{AC}}}=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}$

$\therefore \cos A+\tan A=\frac{3}{5}+\frac{4}{3}=\frac{29}{15}$ 답 $\frac{29}{15}$

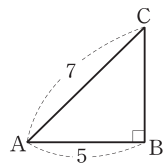
유제 2 $\tan C=\frac{\overline{\text{AB}}}{\overline{\text{BC}}}=\frac{\overline{\text{AB}}}{6}=\frac{\sqrt{7}}{3}$이므로

$\overline{\text{AB}}=\frac{\sqrt{7}}{3}\times 6=2\sqrt{7}$

$\overline{\text{AC}}=\sqrt{(2\sqrt{7})^2+6^2}=8$이므로

$\cos C=\frac{\overline{\text{BC}}}{\overline{\text{AC}}}=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$ 답 $\frac{3}{4}$

유제 3 $\cos A=\frac{5}{7}$이므로 오른쪽 그림과 같이



$\angle\text{B}=90°,\ \overline{\text{AC}}=7,\ \overline{\text{AB}}=5$

인 직각삼각형 ABC를 생각하면

$\overline{\text{BC}}=\sqrt{7^2-5^2}=2\sqrt{6}$

따라서 $\sin A=\frac{\overline{\text{BC}}}{\overline{\text{AC}}}=\frac{2\sqrt{6}}{7},\ \tan A=\frac{\overline{\text{BC}}}{\overline{\text{AB}}}=\frac{2\sqrt{6}}{5}$

이므로

$\sin A+\tan A=\frac{2\sqrt{6}}{7}+\frac{2\sqrt{6}}{5}=\frac{24\sqrt{6}}{35}$ 답 ④

유제 4 $x-y+2=0$에 $x=0,\ y=0$을 각각 대입하면

A$(-2,\ 0)$, B$(0,\ 2)$

따라서 $\triangle$AOB에서

$\overline{\text{AO}}=2,\ \overline{\text{BO}}=2,\ \overline{\text{AB}}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$

이므로

$\sin a=\frac{\overline{\text{BO}}}{\overline{\text{AB}}}=\frac{2}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\cos a=\frac{\overline{\text{AO}}}{\overline{\text{AB}}}=\frac{2}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\tan a=\frac{\overline{\text{BO}}}{\overline{\text{AO}}}=\frac{2}{2}=1$

$\therefore \sin a-\cos a+\tan a=\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}+1=1$

답 ④

유제 ⑤ $\triangle ABC$와 $\triangle DEC$에서

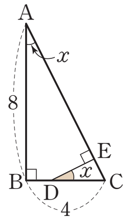
$\angle ABC=\angle DEC=90°$,

$\angle C$는 공통

이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle DEC$ (AA 닮음)

$\therefore \angle A=\angle CDE=x$



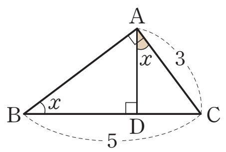
$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5}$이므로

$\sin x=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\dfrac{4}{4\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$ 답 ⑤

유제 ⑥-1 $\triangle ABC$와 $\triangle DAC$에서

$\angle BAC=\angle ADC=90°$,

$\angle C$는 공통



이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle DAC$ (AA 닮음)

$\therefore \angle B=\angle CAD=x$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\sqrt{5^2-3^2}=4$이므로

$\cos x=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\dfrac{4}{5}$ 답 $\dfrac{4}{5}$

다른풀이 $\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{BC}\times\overline{AD}$이므로

$4\times3=5\times\overline{AD}$ $\therefore \overline{AD}=\dfrac{12}{5}$

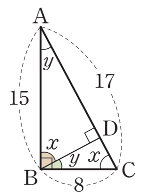
$\triangle ACD$에서

$\cos x=\dfrac{\overline{AD}}{\overline{AC}}=\dfrac{12}{5}\div3=\dfrac{12}{5}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{4}{5}$

유제 ⑥-2 $\triangle ABC$와 $\triangle ADB$에서

$\angle ABC=\angle ADB=90°$,

$\angle A$는 공통



이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle ADB$ (AA 닮음)

$\therefore \angle C=\angle ABD=x$

$\triangle ABC$와 $\triangle BDC$에서

$\angle ABC=\angle BDC=90°$, $\angle C$는 공통

이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle BDC$ (AA 닮음)

$\therefore \angle A=\angle CBD=y$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{15^2+8^2}=17$이므로

$\sin x=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\dfrac{15}{17}$,

$\tan y=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\dfrac{8}{15}$

$\therefore \sin x\times\tan y=\dfrac{15}{17}\times\dfrac{8}{15}=\dfrac{8}{17}$ 답 $\dfrac{8}{17}$

우공비 BOX

한 변의 길이가 a인 정사각형의 대각선의 길이
➜ $\sqrt{2}a$

한 모서리의 길이가 a인 정육면체의 대각선의 길이
➜ $\sqrt{3}a$

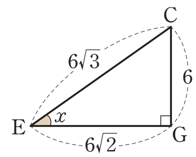
$\sin x=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$

유제 ⑦ $\triangle CEG$에서

$\angle CGE=90°$이고

$\overline{EG}=\sqrt{2}\times6=6\sqrt{2}$,

$\overline{CE}=\sqrt{3}\times6=6\sqrt{3}$



이므로

$\sin x=\dfrac{\overline{CG}}{\overline{CE}}=\dfrac{6}{6\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$,

$\tan x=\dfrac{\overline{CG}}{\overline{EG}}=\dfrac{6}{6\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore \sin x\times\tan x=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{\sqrt{6}}{6}$

답 $\dfrac{\sqrt{6}}{6}$

소단원 성취도 진단

기본서 88~90쪽

01 ①	02 ⑤	03 18	04 $\dfrac{5\sqrt{11}}{11}$	05 $\dfrac{1}{15}$
06 ③	07 $\dfrac{8}{15}$	08 ②	09 $\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$	10 $\dfrac{2}{5}$
11 ③	12 ③	13 ③	14 $\dfrac{1}{2}$	15 $\dfrac{\sqrt{7}}{4}$
16 ②	17 ④	18 $2\sqrt{2}$		

01 전략 $\sin A=\dfrac{(\angle A\text{의 대변의 길이})}{(\text{빗변의 길이})}$

풀이 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$

$\therefore \sin x=\dfrac{2}{\sqrt{13}}=\dfrac{2\sqrt{13}}{13}$

답 ①

02 전략 먼저 $\overline{AC}$의 길이를 구한 후 삼각비를 구한다.

풀이 $\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{5^2+12^2}=13$

⑤ $\cos A=\dfrac{5}{13}$

답 ⑤

03

채점 기준	배점
x의 값 구하기	40%
y의 값 구하기	40%
$x+y$의 값 구하기	20%

풀이 $\tan B=\dfrac{6}{x}=\dfrac{3}{4}$이므로 $x=8$ ▶ 40%

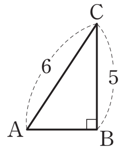
$\triangle ABC$에서 $y=\sqrt{8^2+6^2}=10$ ▶ 40%

$\therefore x+y=18$ ▶ 20%

답 18

04 전략 주어진 삼각비의 값을 갖는 직각삼각형을 그려 본다.

풀이 $\sin A=\frac{5}{6}$이므로 오른쪽 그림과 같이



$\angle B=90^\circ$, $\overline{AC}=6$, $\overline{BC}=5$

인 직각삼각형 ABC를 생각하면

$\overline{AB}=\sqrt{6^2-5^2}=\sqrt{11}$

$\therefore \tan A=\frac{5}{\sqrt{11}}=\frac{5\sqrt{11}}{11}$

답 $\frac{5\sqrt{11}}{11}$

05

채점 기준	배점
$\overline{AC}$의 길이 구하기	20%
$\sin C$, $\cos C$, $\tan C$의 값 구하기	60%
$\sin C+\cos C-\tan C$의 값 구하기	20%

풀이 $\overline{AC}=\sqrt{4^2+3^2}=5$이므로 ▶ 20%

$\sin C=\frac{4}{5}$, $\cos C=\frac{3}{5}$, $\tan C=\frac{4}{3}$ ▶ 60%

$\therefore \sin C+\cos C-\tan C=\frac{4}{5}+\frac{3}{5}-\frac{4}{3}$

$=\frac{1}{15}$ ▶ 20%

답 $\frac{1}{15}$

직각삼각형의 두 변의 길이를 알면 피타고라스 정리를 이용하여 나머지 한 변의 길이를 구할 수 있다.

06 전략 $\cos A=\frac{(\text{빗변이 아닌 } \angle A\text{의 이웃변의 길이})}{(\text{빗변의 길이})}$

풀이 $b=2a$이므로

$c=\sqrt{b^2-a^2}=\sqrt{(2a)^2-a^2}=\sqrt{3}a$

$\therefore \cos A=\frac{c}{b}=\frac{\sqrt{3}a}{2a}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

답 ③

07

채점 기준	배점
$\overline{AC}$의 길이 구하기	30%
$\overline{BC}$의 길이 구하기	30%
$\tan x$의 값 구하기	40%

풀이 △ADC에서 $\overline{AC}=\sqrt{10^2-6^2}=8$ ▶ 30%

△ABC에서 $\overline{BC}=\sqrt{17^2-8^2}=15$ ▶ 30%

$\therefore \tan x=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{8}{15}$ ▶ 40%

답 $\frac{8}{15}$

08 전략 $\sin A=\frac{(\angle A\text{의 대변의 길이})}{(\text{빗변의 길이})}$

풀이 $\sin A=\frac{10}{\overline{AC}}=\frac{5}{6}$이므로 $\overline{AC}=12$

△ABC에서 $\overline{AB}=\sqrt{12^2-10^2}=2\sqrt{11}$

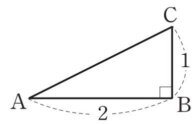
$\therefore \sin C=\frac{2\sqrt{11}}{12}=\frac{\sqrt{11}}{6}$

답 ②

09 전략 주어진 삼각비의 값을 갖는 직각삼각형을 그려 본다.

풀이 $2\tan A-1=0$에서

$\tan A=\frac{1}{2}$이므로 오른쪽 그림과 같이



$\angle B=90^\circ$, $\overline{AB}=2$, $\overline{BC}=1$

인 직각삼각형 ABC를 생각하면

$\overline{AC}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$

따라서 $\sin A=\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$, $\cos A=\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$이므로

$\sin A+\cos A=\frac{\sqrt{5}}{5}+\frac{2\sqrt{5}}{5}=\frac{3\sqrt{5}}{5}$

답 $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

10 전략 일차함수 $y=2x+4$의 그래프

x절편: -2, y절편: 4

풀이 $y=2x+4$에 $x=0$, $y=0$을 각각 대입하면

A$(-2, 0)$, B$(0, 4)$

따라서 △AOB에서

$\overline{AO}=2$, $\overline{BO}=4$, $\overline{AB}=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$

이므로

$\sin a=\frac{4}{2\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$, $\cos a=\frac{2}{2\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$

$\therefore \sin a\times\cos a=\frac{2\sqrt{5}}{5}\times\frac{\sqrt{5}}{5}=\frac{2}{5}$

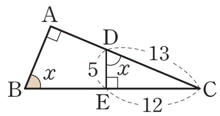
답 $\frac{2}{5}$

$y=2x+4$에 $y=0$, $x=0$을 각각 대입하면 $x=-2$, $y=4$이므로 x절편은 -2, y절편은 4이다.

11 전략 닮은 직각삼각형에서 대응각에 대한 삼각비의 값은 일정하다.

풀이 △ABC∽△EDC

(AA 닮음)이므로



$\angle EDC=\angle B=x$

△DEC에서

$\overline{CD}=\sqrt{5^2+12^2}=13$

이므로 $\sin x=\frac{12}{13}$, $\cos x=\frac{5}{13}$

$\therefore \sin x-\cos x=\frac{12}{13}-\frac{5}{13}=\frac{7}{13}$

답 ③

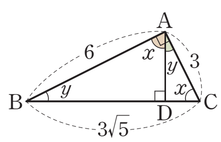
△ABC와 △EDC에서
$\angle A=\angle DEC=90^\circ$,
$\angle C$는 공통이므로
△ABC∽△EDC
(AA 닮음)

12 전략 $\angle C=\angle BAD=x$, $\angle B=\angle CAD=y$

풀이 $\angle B=90^\circ-x=y$,

$\angle C=90^\circ-y=x$

△ABC에서



$\overline{BC}=\sqrt{6^2+3^2}=3\sqrt{5}$

이므로

$\cos x=\frac{3}{3\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$, $\cos y=\frac{6}{3\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

$\therefore \cos x+\cos y=\frac{\sqrt{5}}{5}+\frac{2\sqrt{5}}{5}=\frac{3\sqrt{5}}{5}$

답 ③

우공비 BOX

13 전략 $\overline{BD}$를 빗변으로 하고 $\triangle ABE$와 닮은 직각삼각형을 찾는다.

풀이 $\triangle ABD \backsim \triangle EBA$ (AA 닮음)이므로

$\angle BDA = \angle BAE = x$

$\triangle ABD$에서 $\overline{BD} = \sqrt{8^2+6^2} = 10$이므로

$\sin x = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

답 ③

다른 풀이 $\overline{AB}^2 = \overline{BE} \times \overline{BD}$이므로

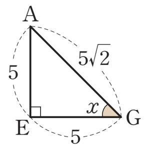
$6^2 = \overline{BE} \times 10$

$\therefore \overline{BE} = \frac{36}{10} = \frac{18}{5}$

$\therefore \sin x = \frac{18}{5} \div 6 = \frac{18}{5} \times \frac{1}{6} = \frac{3}{5}$

• $\triangle ABD$와 $\triangle EBA$에서
$\angle BAD = \angle BEA = 90°$,
$\angle ABD$는 공통이므로
$\triangle ABD \backsim \triangle EBA$
(AA 닮음)

14 전략 $\triangle AEG$는 $\angle AEG = 90°$인 직각삼각형이다.



풀이 $\triangle AEG$에서 $\angle AEG = 90°$이고

$\overline{EG} = \sqrt{3^2+4^2} = 5$,

$\overline{AG} = \sqrt{3^2+4^2+5^2} = 5\sqrt{2}$

이므로

$\sin x = \frac{5}{5\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$,

$\cos x = \frac{5}{5\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

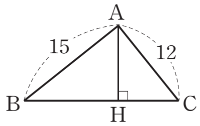
$\therefore \sin x \times \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2}$

답 $\frac{1}{2}$

세 모서리의 길이가 각각 a, b, c인 직육면체의 대각선의 길이
➜ $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

15

채점 기준	배점
$\overline{AH}$의 길이 구하기	50%
$\cos C$의 값 구하기	50%



풀이 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\sin B = \frac{\overline{AH}}{15} = \frac{3}{5}$

$\therefore \overline{AH} = \frac{3}{5} \times 15 = 9$ ▶ 50%

따라서 $\triangle AHC$에서 $\overline{CH} = \sqrt{12^2-9^2} = 3\sqrt{7}$이므로

$\cos C = \frac{3\sqrt{7}}{12} = \frac{\sqrt{7}}{4}$ ▶ 50%

답 $\frac{\sqrt{7}}{4}$

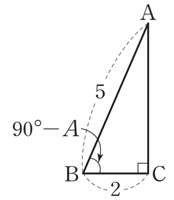
서술형 답안 작성 Tip

보조선을 그어 $\angle B$를 한 내각으로 갖는 직각삼각형을 찾는다.

한 변의 길이가 a인 정삼각형의 높이
➜ $\frac{\sqrt{3}}{2}a$

한 모서리의 길이가 a인 정사면체의 높이
➜ $\frac{\sqrt{6}}{3}a$

16 전략 주어진 삼각비를 갖는 직각삼각형을 그려 본다.



풀이 $\cos(90°-A) = \frac{2}{5}$이므로

오른쪽 그림과 같이

$\angle C = 90$, $\overline{AB} = 5$, $\overline{BC} = 2$

인 직각삼각형 ABC를 생각하면

$\overline{AC} = \sqrt{5^2-2^2} = \sqrt{21}$

$\therefore \tan A = \frac{2}{\sqrt{21}} = \frac{2\sqrt{21}}{21}$

답 ②

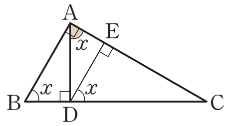
17 전략 $\angle B = \angle EDC = \angle DAC = x$

풀이 $\triangle ABC \backsim \triangle DAC$ (AA 닮음)이므로

$\angle B = \angle DAC = x$

$\triangle ABC \backsim \triangle EDC$ (AA 닮음)이므로

$\angle EDC = \angle B = x$



① $\triangle ADE$에서

$\tan x = \frac{\overline{DE}}{\overline{AE}}$

② $\triangle CDE$에서

$\tan x = \frac{\overline{CE}}{\overline{DE}}$

③ $\triangle ADC$에서 $\tan x = \frac{\overline{CD}}{\overline{AD}}$

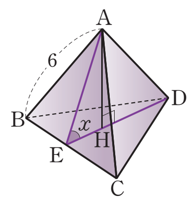
④ $\triangle ABD$에서 $\tan x = \frac{\overline{AD}}{\overline{BD}}$

⑤ $\triangle ABC$에서 $\tan x = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$

답 ④

18

채점 기준	배점
$\overline{AE}$, $\overline{DE}$의 길이 구하기	30%
$\overline{EH}$의 길이 구하기	30%
$\overline{AH}$의 길이 구하기	30%
$\tan x$의 값 구하기	10%



풀이 두 정삼각형 ABC, BCD에서

$\overline{AE} = \overline{DE}$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$ ▶ 30%

꼭짓점 A에서 $\overline{DE}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{EH} = \frac{1}{3}\overline{DE} = \frac{1}{3} \times 3\sqrt{3} = \sqrt{3}$ ▶ 30%

$\overline{AH} = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 6 = 2\sqrt{6}$이므로 ▶ 30%

$\tan x = \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{2}$ ▶ 10%

답 $2\sqrt{2}$

2. 특수한 각의 삼각비의 값

57 | 30°, 45°, 60°의 삼각비의 값 기본서 91~93쪽

익히기 1 (1) $\sin 45° - \cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$

(2) $\tan 45° + \cos 60° = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

(3) $\sin 60° \times \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{4}$

(4) $\tan 60° \div \sin 60° = \sqrt{3} \div \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 2$

답 (1) 0 (2) $\frac{3}{2}$ (3) $\frac{3}{4}$ (4) 2

유제 1 ① $\sin 45° \div \cos 45° \times \tan 60°$

$= \frac{\sqrt{2}}{2} \div \frac{\sqrt{2}}{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{3}$

② $\cos 30° \times \tan 60° + \cos 60°$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3} + \frac{1}{2} = 2$

③ $\sin 60° \times \sin 30° \div \tan 30°$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} \div \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{3}{4}$

④ $\tan 45° \times \sin^2 60° - \sin^2 45° \times \cos 60°$

$= 1 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \times \frac{1}{2}$

$= \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

⑤ $\tan 30°(\cos 30° + \tan 60°) - \sin 30°$

$= \frac{\sqrt{3}}{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3}\right) - \frac{1}{2}$

$= \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} = 1$

답 ④

유제 2 $\cos 60° = \frac{1}{2}$이므로 $3x + 15° = 60°$

$3x = 45°$ $\therefore x = 15°$

$\therefore \tan(x + 30°) = \tan 45° = 1$

답 1

유제 3 △ABD에서

$\sin 45° = \frac{\overline{AD}}{5\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\therefore \overline{AD} = 5$

△ADC에서

$\sin 60° = \frac{5}{\overline{AC}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\therefore \overline{AC} = \frac{10\sqrt{3}}{3}$

답 $\frac{10\sqrt{3}}{3}$

우공비 BOX

기울기가 a, y절편이 b인 직선의 방정식
➔ $y = ax + b$

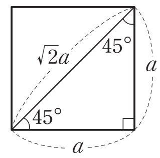
• $\sin^2 A = (\sin A)^2$
$\neq \sin A^2$

$\sin 30° = \cos 60°$
$\sin 45° = \cos 45°$
$\sin 60° = \cos 30°$
$\tan 30° = \frac{1}{\tan 60°}$

+ 보충 학습

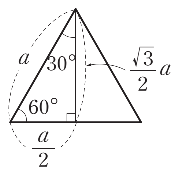
특수한 직각삼각형의 세 변의 길이의 비

①



$1 : 1 : \sqrt{2}$
45° 대변 90° 대변

②



$1 : \sqrt{3} : 2$
30° 대변 60° 대변 90° 대변

유제 4-1 $x - y + 3 = 0$에서 $y = x + 3$이므로 직선의 기울기는 1이다. 직선이 x축과 이루는 예각의 크기를 a라 하면 $\tan a = 1$ $\therefore a = 45°$

답 ③

유제 4-2 직선이 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 30°이므로

(직선의 기울기) $= \tan 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$

직선의 y절편이 2이므로 구하는 직선의 방정식은

$y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$

답 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$

소단원 성취도 진단 기본서 94~95쪽

01 ④	02 ③	03 $5\sqrt{2}$	04 ⑤	05 $\frac{\sqrt{3}}{3}$
06 $9\sqrt{2}$	07 $6(\sqrt{3}-1)$		08 $\sqrt{3}$	09 ①
10 ②	11 $2-\sqrt{3}$	12 ②		

01 전략 특수한 각(30°, 45°, 60°)의 삼각비의 값을 이용한다.

풀이 ① $\sin 45° = \cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$

② $\sin 30° = \cos 60° = \frac{1}{2}$

③ $\tan 30° = \frac{1}{\tan 60°} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

④ $\sin 30° + \sin 60° = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$

⑤ $\sin^2 60° + \cos^2 30° = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3}{2}$

답 ④

02 전략 특수한 각의 삼각비의 값을 이용하여 각의 크기를 구한다.

풀이 $\sin 30° = \frac{1}{2}$이므로

$x - 40° = 30°$ $\therefore x = 70°$

답 ③

우공비 BOX

03 전략 직각이등변삼각형에서 직각을 제외한 두 각의 크기 45°

풀이 △ABC가 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 직각이등변삼각형이므로

$\angle B=\angle C=45^\circ$

따라서 $\cos C=\cos 45^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{10}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$이므로

$\overline{AC}=5\sqrt{2}$ 　　답 $5\sqrt{2}$

다른 풀이 직각이등변삼각형의 세 변의 길이의 비는 $1:1:\sqrt{2}$이므로

$\overline{AC}:\overline{BC}=1:\sqrt{2}$, 　$\overline{AC}:10=1:\sqrt{2}$

$\sqrt{2}\,\overline{AC}=10$ 　　$\therefore \overline{AC}=5\sqrt{2}$

04 전략 특수한 각의 삼각비의 값을 이용하여 A, B의 값을 구한다.

풀이 $A=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$B=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\div\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\dfrac{3}{2}$

$\therefore A^2+B^2=\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\dfrac{3}{2}\right)^2=3$ 　　답 ⑤

05

채점 기준	배점
x의 크기 구하기	60%
$\tan 3x$의 값 구하기	40%

풀이 $\sin(2x+40^\circ)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$이므로

$\cos 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$2x+40^\circ=60^\circ$, 　$2x=20^\circ$ 　$\therefore x=10^\circ$ ▶ 60%

$\therefore \tan 3x=\tan 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ ▶ 40%

답 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

06 전략 60°와 45°의 삼각비의 값을 이용하여 $\overline{AD}$의 길이를 구한다.

풀이 △ABC에서

$\tan 60^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{6\sqrt{3}}=\sqrt{3}$ 　　$\therefore \overline{AC}=18$

△ACD에서

$\cos 45^\circ=\dfrac{\overline{AD}}{18}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 　　$\therefore \overline{AD}=9\sqrt{2}$ 　　답 $9\sqrt{2}$

다른 풀이 △ABC에서 $\overline{AB}:\overline{AC}=1:\sqrt{3}$이므로

$6\sqrt{3}:\overline{AC}=1:\sqrt{3}$ 　　$\therefore \overline{AC}=18$

△ACD에서 $\overline{AD}:\overline{AC}=1:\sqrt{2}$이므로

$\overline{AD}:18=1:\sqrt{2}$ 　　$\therefore \overline{AD}=9\sqrt{2}$

07

채점 기준	배점
$\overline{BC}$의 길이 구하기	40%
$\overline{BD}$의 길이 구하기	40%
$\overline{DC}$의 길이 구하기	20%

풀이 △ABC에서

$\tan 30^\circ=\dfrac{6}{\overline{BC}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ 　　$\therefore \overline{BC}=6\sqrt{3}$ ▶ 40%

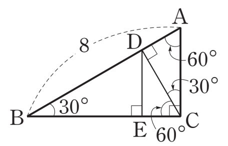
△ABD에서

$\tan 45^\circ=\dfrac{6}{\overline{BD}}=1$ 　　$\therefore \overline{BD}=6$ ▶ 40%

$\therefore \overline{DC}=\overline{BC}-\overline{BD}=6\sqrt{3}-6=6(\sqrt{3}-1)$ ▶ 20%

답 $6(\sqrt{3}-1)$

08 전략 특수한 각의 삼각비의 값을 이용하여 변의 길이를 구한다.



풀이 △ABC에서

$\sin 30^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{8}=\dfrac{1}{2}$

$\therefore \overline{AC}=4$

△ADC에서 $\angle ACD=30^\circ$이므로

$\angle ACD=90^\circ-\angle A$
$=\angle B=30^\circ$

$\cos 30^\circ=\dfrac{\overline{CD}}{4}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 　　$\therefore \overline{CD}=2\sqrt{3}$

△DEC에서 $\angle DCE=60^\circ$이므로

$\angle DCE$
$=90^\circ-\angle ACD$
$=90^\circ-30^\circ$
$=60^\circ$

$\cos 60^\circ=\dfrac{\overline{EC}}{2\sqrt{3}}=\dfrac{1}{2}$ 　　$\therefore \overline{EC}=\sqrt{3}$ 　　답 $\sqrt{3}$

09 전략 x절편과 $\tan 30^\circ$의 값을 이용하여 직선의 방정식을 구한다.

풀이 $a=\tan 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

직선 $y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+b$가 점 $(-3,\ 0)$을 지나므로

$0=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\times(-3)+b$ 　　$\therefore b=\sqrt{3}$

$\therefore a+b=\dfrac{\sqrt{3}}{3}+\sqrt{3}=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$ 　　답 ①

10 전략 tan 60°의 값을 이용하여 변의 길이의 비를 구한다.

풀이 원 O의 반지름의 길이를 a라 하면

$\overline{AO}=\overline{CO}=a$

△CPO에서 $\tan 60^\circ=\dfrac{a}{\overline{PO}}=\sqrt{3}$이므로

$\overline{PO}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}a$

$\therefore \overline{AO}:\overline{PO}=a:\dfrac{1}{\sqrt{3}}a=\sqrt{3}:1$ 　　답 ②

다른 풀이 $\overline{CO}:\overline{PO}=\sqrt{3}:1$이고 $\overline{CO}=\overline{AO}$이므로

$\overline{AO}:\overline{PO}=\sqrt{3}:1$

11

채점 기준	배점
$\overline{AB}$의 길이 구하기	30%
$\overline{BC}$의 길이 구하기	30%
$\overline{DC}$의 길이 구하기	20%
$\tan D$의 값 구하기	20%

풀이 $\triangle ABC$에서

$\sin 30° = \dfrac{3}{\overline{AB}} = \dfrac{1}{2}$ $\quad \therefore \overline{AB}=6$ ▶ 30%

또 $\tan 30° = \dfrac{3}{\overline{BC}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$이므로 $\quad \overline{BC}=3\sqrt{3}$ ▶ 30%

$\overline{DB}=\overline{AB}=6$이므로

$\overline{DC}=\overline{DB}+\overline{BC}=6+3\sqrt{3}$ ▶ 20%

$\therefore \tan D = \dfrac{3}{6+3\sqrt{3}} = 2-\sqrt{3}$ ▶ 20%

답 $2-\sqrt{3}$

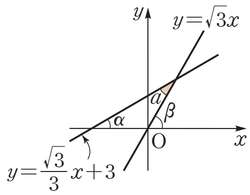
$\dfrac{3}{6+3\sqrt{3}}$
$=\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}$
$=\dfrac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}$
$=\dfrac{2-\sqrt{3}}{4-3}=2-\sqrt{3}$

서술형 답안 작성 Tip

직각삼각형이 2개 이상 주어진 경우 삼각비의 값을 구할 때 어떤 선분이 빗변, 밑변, 높이인지 잘 살펴 본다.

12 전략 기울기가 양수인 직선 $y=mx+n$이 x축과 이루는 예각의 크기를 a라 할 때 ➡ $m=\tan a$

풀이 두 직선이 x축과 이루는 예각의 크기를 각각 α, β라 하면



$\tan \alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$,

$\tan \beta = \sqrt{3}$

이므로 $\quad \alpha=30°$, $\beta=60°$

따라서 $a=\beta-\alpha=30°$이므로

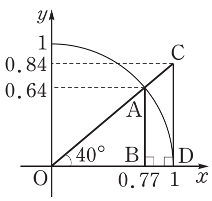
$\sin a = \sin 30° = \dfrac{1}{2}$ 답 ②

$\beta=a+\alpha$이므로
$a=\beta-\alpha$

3. 예각의 삼각비의 값

58 | 예각의 삼각비의 값 기본서 96~97쪽

익히기 1 오른쪽 그림에서



(1) $\sin 40° = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \dfrac{\overline{AB}}{1}$
$=\overline{AB}=0.64$

(2) $\cos 40° = \dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \dfrac{\overline{OB}}{1}$
$=\overline{OB}=0.77$

(3) $\tan 40° = \dfrac{\overline{CD}}{\overline{OD}} = \dfrac{\overline{CD}}{1} = \overline{CD}=0.84$

답 (1) 0.64 (2) 0.77 (3) 0.84

익히기 2 (1) $\sin 90° + \cos 90° = 1+0=1$

(2) $\cos 0° \times \tan 0° = 1\times 0 = 0$

답 (1) 1 (2) 0

반지름의 길이가 1인 사분원을 이용하면 한 예각의 sin, cos, tan의 값을 선분의 길이로 나타낼 수 있다.

유제 1 $\tan a = \dfrac{\overline{BE}}{\overline{OB}} = \dfrac{\overline{BE}}{1} = \overline{BE}$ 답 ⑤

유제 2 ① $\sin 0° \times \cos 60° - \cos 0°$
$=0\times \dfrac{1}{2} - 1 = -1$

② $\sin 90° \times \cos 0° + \cos 90° \times \tan 0°$
$=1\times 1 + 0\times 0 = 1$

③ $(1+\tan 45°)(1-\tan 0°)$
$=(1+1)(1-0)=2$

④ $(\sin 30° + \cos 90°) \div \tan 30°$
$=\left(\dfrac{1}{2}+0\right) \div \dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

⑤ $\cos^2 0° \times \sin^2 90° - \sin^2 0° \times \tan^2 0°$
$=1^2\times 1^2 - 0^2 \times 0^2 = 1$

답 ④

실수 a에 대하여
$\sqrt{a^2}=|a|$
$=\begin{cases} a \ (a\geq 0) \\ -a \ (a<0) \end{cases}$

유제 3 $45° < x < 90°$일 때, $\tan x > \sin x > 0$, $\tan x > \cos x > 0$이므로

$\sin x - \tan x < 0$, $\tan x - \cos x > 0$

$\therefore \sqrt{(\sin x - \tan x)^2} - \sqrt{(\tan x - \cos x)^2}$
$=|\sin x - \tan x| - |\tan x - \cos x|$
$=-(\sin x - \tan x) - (\tan x - \cos x)$
$=-\sin x + \tan x - \tan x + \cos x$
$=-\sin x + \cos x$ 답 $-\sin x + \cos x$

59 | 삼각비의 표 기본서 98~99쪽

익히기 3 답 (1) 0.9455 (2) 0.2756 (3) 3.7321

익히기 4 (1) $\sin 75° = 0.9659$이므로 $\quad x=75°$

(2) $\cos 73° = 0.2924$이므로 $\quad x=73°$

(3) $\tan 72° = 3.0777$이므로 $\quad x=72°$

답 (1) 75° (2) 73° (3) 72°

유제 4 (1) $\sin 21° + \cos 25° = 0.3584 + 0.9063$
$=1.2647$

(2) $\cos 23° - \tan 21° = 0.9205 - 0.3839 = 0.5366$

(3) $\tan 24° + \sin 21° - \cos 22°$
$=0.4452+0.3584-0.9272=-0.1236$

답 (1) 1.2647 (2) 0.5366 (3) −0.1236

유제 ⑤ $\sin 81° = 0.9877$이므로 $x = 81°$

$\cos 80° = 0.1736$이므로 $y = 80°$

$\tan 79° = 5.1446$이므로 $z = 79°$

$\therefore x - y + z = 81° - 80° + 79° = 80°$ 답 ③

유제 ⑥ (1) $\tan 25° = \frac{x}{5} = 0.4663$

$\therefore x = 2.3315$

(2) $\angle A = 90° - \angle B = 90° - 64° = 26°$이므로

$\sin 26° = \frac{x}{20} = 0.4384$

$\therefore x = 8.768$ 답 (1) 2.3315 (2) 8.768

소단원 성취도 진단

기본서 100~101쪽

01 ①, ⑤	02 ④, ⑤	03 0.647	04 ④	05 ⑤
06 ③	07 ③	08 2	09 47°	10 $\frac{3\sqrt{3}}{8}$
11 $\sqrt{3}$	12 1.1159			

01 전략 분모가 되는 변의 길이가 1인 직각삼각형을 찾는다.

풀이 ① $\sin x = \frac{\overline{CD}}{\overline{OC}} = \frac{\overline{CD}}{1} = \overline{CD}$

⑤ $\cos y = \frac{\overline{CD}}{\overline{OC}} = \frac{\overline{CD}}{1} = \overline{CD}$

답 ①, ⑤

02 전략 $\sin 0° = \cos 90° = \tan 0° = 0$, $\sin 90° = \cos 0° = 1$

풀이 ① $\sin 0° = \tan 0° = 0$, $\cos 0° = 1$

② $\sin 30° = \cos 60° = \frac{1}{2}$, $\tan 90°$의 값은 정할 수 없다.

③ $\sin 45° = \cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan 45° = 1$

④ $\sin 0° = \cos 90° = \tan 0° = 0$

⑤ $\sin 90° = \cos 0° = \tan 45° = 1$

답 ④, ⑤

03 전략 삼각비의 값 ➲ 삼각비의 표에서 가로줄과 세로줄이 만나는 곳의 수

풀이 $\cos 38° = 0.7880$, $\sin 34° = 0.5592$, $\tan 35° = 0.7002$이므로

$\cos 38° + \sin 34° - \tan 35°$

$= 0.7880 + 0.5592 - 0.7002$

$= 0.647$ 답 0.647

우공비 BOX

삼각비의 표에서 삼각비의 값을 찾아 왼쪽의 각의 크기를 읽는다.

$\overline{AB} \mathbin{/\!/} \overline{CD}$이므로 $\angle OAB = \angle OCD$ (동위각)

$\sin 65° < \sin 90°$, $\tan 45° < \tan 55°$

04 전략 $\overline{OC}$의 길이를 삼각비의 값으로 나타낸 후 $\overline{CB} = \overline{OB} - \overline{OC}$임을 이용한다.

풀이 $\cos 50° = \frac{\overline{OC}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OC}}{1} = \overline{OC}$

$\therefore \overline{CB} = \overline{OB} - \overline{OC} = 1 - \cos 50°$ 답 ④

05 전략 $\angle OAB = 90° - 52° = 38°$

풀이 ① $\sin 52° = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \frac{0.79}{1} = 0.79$

② $\cos 52° = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{0.62}{1} = 0.62$

③ $\tan 52° = \frac{\overline{CD}}{\overline{OD}} = \frac{1.28}{1} = 1.28$

④ $\cos 38° = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \frac{0.79}{1} = 0.79$

⑤ $\tan 38° = \frac{\overline{OD}}{\overline{CD}} = \frac{1}{1.28} = 0.78125$ 답 ⑤

06 전략 $0° \le x < 90°$일 때, x의 값이 증가할수록

➲ $\sin x$, $\tan x$의 값은 증가, $\cos x$의 값은 감소

풀이 ① $0° \le x < 45°$일 때, $\sin x < \cos x$이므로

$\sin 20° < \cos 20°$

② $45° < x \le 90°$일 때, $\sin x > \cos x$이므로

$\sin 80° > \cos 80°$

③ $0° \le x \le 90°$일 때, x의 값이 증가하면 $\sin x$의 값도 증가하므로

$\sin 10° < \sin 30°$

④ $0° \le x \le 90°$일 때, x의 값이 증가하면 $\cos x$의 값은 감소하므로

$\cos 20° > \cos 40°$

⑤ $0° \le x < 90°$일 때, x의 값이 증가하면 $\tan x$의 값도 증가하므로

$\tan 25° < \tan 55°$ 답 ③

07 전략 $0° \le x < 90°$일 때 x의 값이 증가할수록

➲ $\sin x$, $\tan x$의 값은 증가

풀이 $0° \le x < 90°$일 때, x의 값이 증가하면 $\sin x$, $\tan x$의 값도 증가하므로

$\sin 45° < \sin 65°$, $\tan 55° < \tan 70°$

또 $\sin 90° = 1$, $\cos 0° = 1$, $\tan 45° = 1$이므로

$\sin 45° < \sin 65° < \cos 0° < \tan 55° < \tan 70°$

따라서 그 크기가 작은 것부터 차례로 나열하면

(ㄴ)—(ㄷ)—(ㄱ)—(ㄹ)—(ㅁ) 답 ③

Step Up

08

채점 기준	배점
$1-\sin x$, $1+\sin x$의 부호 정하기	50%
식의 값 구하기	50%

풀이 $0°<x<90°$일 때, $0<\sin x<1$이므로

$1-\sin x>0$, $1+\sin x>0$ ▶ 50%

$\therefore \sqrt{(1-\sin x)^2}+\sqrt{(1+\sin x)^2}$

$=|1-\sin x|+|1+\sin x|$

$=1-\sin x+1+\sin x=2$ ▶ 50%

답 2

09 전략 빗변의 길이와 높이가 주어져 있으므로 $\sin B$의 값을 먼저 구한다.

풀이 $\sin B=\dfrac{73.14}{100}=0.7314$

이고 주어진 삼각비의 표에서 $\sin 47°=0.7314$이므로

$\angle B=47°$ 답 $47°$

$\sin B=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$

10

채점 기준	배점
$\overline{CD}$, $\overline{BE}$의 길이 구하기	40%
$\overline{DB}$의 길이 구하기	30%
색칠한 부분의 넓이 구하기	30%

풀이 $\overline{OB}=\overline{OC}=1$이므로

$\sin 60°=\dfrac{\overline{CD}}{\overline{OC}}=\overline{CD}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$,

$\tan 60°=\dfrac{\overline{BE}}{\overline{OB}}=\overline{BE}=\sqrt{3}$ ▶ 40%

또 $\cos 60°=\dfrac{\overline{OD}}{\overline{OC}}=\overline{OD}=\dfrac{1}{2}$이므로

$\overline{DB}=\overline{OB}-\overline{OD}=1-\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}$ ▶ 30%

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\sqrt{3}\right)\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{3\sqrt{3}}{8}$ ▶ 30%

답 $\dfrac{3\sqrt{3}}{8}$

(사다리꼴의 넓이)
$=\dfrac{1}{2}\times\{$(윗변의 길이)
$+$(아랫변의 길이)$\}$
$\times$(높이)

11 전략 $45°<x<90°$일 때, $0<\cos x<\sin x$

풀이 $45°<x<90°$일 때, $0<\cos x<\sin x$이므로

$\sin x+\cos x>0$, $\sin x-\cos x>0$

$\therefore \sqrt{(\sin x+\cos x)^2}-\sqrt{(\sin x-\cos x)^2}$

$=|\sin x+\cos x|-|\sin x-\cos x|$

$=\sin x+\cos x-(\sin x-\cos x)$

$=\sin x+\cos x-\sin x+\cos x$

$=2\cos x$

따라서 $2\cos x=1$, 즉 $\cos x=\dfrac{1}{2}$이므로

$x=60°$

$\therefore \tan x=\tan 60°=\sqrt{3}$ 답 $\sqrt{3}$

12 전략 $\overline{OD}$의 길이를 구한 후 삼각비의 표를 이용하여 $\angle COD$의 크기를 구한다.

풀이 $\overline{DB}=0.1428$이므로 $\overline{OD}=1-0.1428=0.8572$

$\angle COD=x$라 하면

$\cos x=\dfrac{\overline{OD}}{\overline{OC}}=\overline{OD}=0.8572$ $\therefore x=31°$

$\sin 31°=\dfrac{\overline{CD}}{\overline{OC}}=\overline{CD}$에서 $\overline{CD}=0.5150$

$\tan 31°=\dfrac{\overline{EB}}{\overline{OB}}=\overline{EB}$에서 $\overline{EB}=0.6009$

$\therefore \overline{CD}+\overline{EB}=0.5150+0.6009=1.1159$

답 1.1159

중단원 마무리 평가

기본서 102~105쪽

01 ③	02 ③	03 ⑤	04 ①	05 ①
06 ④	07 ⑤	08 ②	09 ⑤	10 ⑤
11 ④	12 ②	13 ④	14 ④	15 ⑤
16 $\dfrac{5\sqrt{13}}{13}$	17 $\dfrac{5\sqrt{5}}{6}$	18 $\dfrac{\sqrt{3}-3}{2}$		
19 $2(\sqrt{3}-1)$		20 $\dfrac{1}{2}$	21 $\dfrac{7}{5}$	22 0
23 $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$	24 $12\sqrt{3}$	25 0		

01 전략 먼저 $\overline{BC}$의 길이를 구한 후 삼각비를 이용한다.

풀이 $\overline{BC}=\sqrt{3^2-1^2}=2\sqrt{2}$

③ $\cos B=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

답 ③

$\overline{AB}^2=\overline{BC}^2+\overline{AC}^2$에서
$\overline{BC}^2=\overline{AB}^2-\overline{AC}^2$

02 전략 $\sin B$, $\sin C$의 값을 $\overline{AH}$에 대한 식으로 나타낸다.

풀이 $\overline{AH}=x$라 하면

$\sin B=\dfrac{x}{c}$, $\sin C=\dfrac{x}{b}$

이므로

$\dfrac{\sin C}{\sin B}=\dfrac{x}{b}\div\dfrac{x}{c}=\dfrac{x}{b}\times\dfrac{c}{x}=\dfrac{c}{b}$

답 ③

03 전략 $\sin B$의 값을 이용하여 $\overline{AC}$의 길이를 구한다.

풀이 $\sin B=\dfrac{\overline{AC}}{9}=\dfrac{2}{3}$이므로 $\overline{AC}=6$

$\therefore \overline{BC}=\sqrt{9^2-6^2}=3\sqrt{5}$

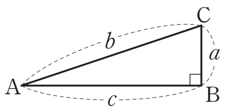
$\therefore \tan A=\dfrac{3\sqrt{5}}{6}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

답 ⑤

우공비 BOX

04 전략 $\tan A=\dfrac{(\angle A\text{의 대변의 길이})}{(\text{빗변이 아닌 }\angle A\text{의 이웃변의 길이})}$

풀이 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서



$\sin A=\dfrac{a}{b}$, $\cos A=\dfrac{c}{b}$

$\sin A : \cos A=1 : 3$이므로

$\dfrac{a}{b} : \dfrac{c}{b}=1 : 3$, 즉 $a : c=1 : 3$

$\therefore c=3a$

$\therefore \tan A=\dfrac{a}{c}=\dfrac{a}{3a}=\dfrac{1}{3}$

답 ①

05 전략 먼저 직선의 방정식을 구한다.

풀이 직선의 기울기가 2이므로 직선의 방정식을 $y=2x+b$라 하면 직선이 점 $(-1,\ 4)$를 지나므로

$4=-2+b$　　$\therefore b=6$

$\therefore y=2x+6$

직선의 방정식에 $x=-1$, $y=4$를 대입하면 성립한다.

$y=2x+6$에 $x=0$을 대입하면 $y=6$이므로

$A(0,\ 6)$

$y=0$을 대입하면 $x=-3$이므로

$B(-3,\ 0)$

$\triangle ABO$에서 $\overline{AB}=\sqrt{3^2+6^2}=3\sqrt{5}$이므로

$\sin x=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{AB}}=\dfrac{3}{3\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$,

$\cos x=\dfrac{\overline{OA}}{\overline{AB}}=\dfrac{6}{3\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$,

$\tan x=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2}$

$\therefore \sin x\times\cos x+\tan x=\dfrac{\sqrt{5}}{5}\times\dfrac{2\sqrt{5}}{5}+\dfrac{1}{2}$

$=\dfrac{9}{10}$

답 ①

06 전략 닮은 두 삼각형에서 대응각에 대한 삼각비의 값은 같다.

풀이 $\triangle ABC$와 $\triangle DEC$에서

$\angle B=\angle DEC=90°$, $\angle C$는 공통

이므로　$\triangle ABC\backsim\triangle DEC$ (AA 닮음)

$\therefore \angle A=\angle EDC=x$

$\triangle ABC$에서

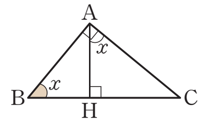
$\overline{AB}=\sqrt{17^2-15^2}=8$

이므로　$\tan x=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\dfrac{15}{8}$

답 ④

07 전략 $\triangle ABC$와 닮음인 직각삼각형을 찾는다.

풀이 오른쪽 그림에서



$\angle CAH=\angle B=x$

이므로

$\triangle ABC$와 $\triangle HAC$에서 $\angle BAC=\angle AHC=90°$, $\angle C$는 공통이므로 $\triangle ABC\backsim\triangle HAC$ (AA 닮음)

$\sin x=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\dfrac{\overline{AH}}{\overline{AB}}=\dfrac{\overline{CH}}{\overline{AC}}$

$\cos x=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\dfrac{\overline{BH}}{\overline{AB}}=\dfrac{\overline{AH}}{\overline{AC}}$

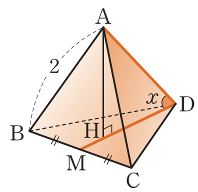
$\tan x=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\dfrac{\overline{AH}}{\overline{BH}}=\dfrac{\overline{CH}}{\overline{AH}}$

⑤ $\overline{AH}=\overline{AB}\sin x=\overline{AC}\cos x=\overline{BH}\tan x$

답 ⑤

08 전략 꼭짓점 A에서 $\triangle BCD$에 내린 수선의 발
⇨ $\triangle BCD$의 무게중심

풀이 꼭짓점 A에서 $\triangle BCD$에 내린 수선의 발을 H라 하면 점 H는 $\triangle BCD$의 무게중심이므로



$\overline{DH} : \overline{HM}=2 : 1$

이때 $\triangle BCD$에서

한 변의 길이가 a인 정삼각형의 높이 ➜ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$

$\overline{DM}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times2=\sqrt{3}$이므로

$\overline{DH}=\dfrac{2}{3}\overline{DM}=\dfrac{2}{3}\times\sqrt{3}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

한 모서리의 길이가 a인 정사면체의 높이 ➜ $\dfrac{\sqrt{6}}{3}a$

또 $\overline{AH}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}\times2=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$이므로

$\tan x=\dfrac{\overline{AH}}{\overline{DH}}=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}\div\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

$=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}\times\dfrac{3}{2\sqrt{3}}=\sqrt{2}$

답 ②

09 전략 특수한 각의 삼각비의 값을 이용하여 각의 크기를 구한다.

풀이 $\tan 45°=1$이므로　$x+15°=45°$　　$\therefore x=30°$

$\therefore \sin 2x+\cos x=\sin 60°+\cos 30°$

$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

답 ⑤

10 전략 먼저 $\triangle ABC$에서 $\overline{AC}$의 길이를 구한다.

풀이 $\angle BAC=90°-30°=60°$이므로

$\angle BAD=\angle DAC=\dfrac{1}{2}\times60°=30°$

$\triangle ABC$에서

$\sin 30°=\dfrac{\overline{AC}}{6\sqrt{3}}=\dfrac{1}{2}$　　$\therefore \overline{AC}=3\sqrt{3}$

$\triangle ADC$에서

$\cos 30°=\dfrac{3\sqrt{3}}{\overline{AD}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　$\therefore \overline{AD}=6$

답 ⑤

11 전략 두 직각삼각형의 한 변이 공통일 때 ➡ 먼저 공통인 변의 길이를 구한다.

풀이 $\triangle ABC$에서

$$\tan 30° = \frac{6}{\overline{BC}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$\therefore \overline{BC} = 6\sqrt{3}$

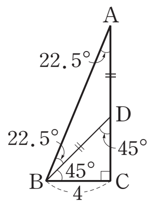
$\triangle DBC$에서

$$\cos 45° = \frac{\overline{CD}}{6\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\therefore \overline{CD} = 3\sqrt{6}$

답 ④

12 전략 $45°$의 삼각비의 값을 이용하여 먼저 $\overline{BD}$, $\overline{CD}$의 길이를 구한다.



풀이 $\triangle DBC$에서

$$\cos 45° = \frac{4}{\overline{BD}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\therefore \overline{BD} = 4\sqrt{2}$

이때 $\overline{AD} = \overline{BD}$이므로

$\overline{AD} = 4\sqrt{2}$

또 $\angle BDC = \angle DBC = 45°$이므로

$\overline{CD} = \overline{BC} = 4$

삼각형의 외각의 성질에 의하여

$$\angle ABD = \angle BAD = \frac{1}{2} \times 45° = 22.5°$$

$\angle ABD + \angle BAD = \angle BDC$

따라서 $\triangle ABC$에서

$$\tan 22.5° = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{4}{4+4\sqrt{2}}$$

$$= \frac{1}{1+\sqrt{2}} = \frac{1-\sqrt{2}}{(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})}$$

$$= \sqrt{2}-1$$

답 ②

+ 보충 학습

삼각형의 외각의 크기

삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

13 전략 $\angle AOB = x$ ➡ $\angle OAB = \angle ODC = 90° - x$

풀이 ① $\sin x = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \dfrac{\overline{AB}}{1} = \overline{AB}$

② $\cos x = \dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \dfrac{\overline{OB}}{1} = \overline{OB}$

③ $\tan x = \dfrac{\overline{CD}}{\overline{OC}} = \dfrac{\overline{CD}}{1} = \overline{CD}$

④ $\sin(90° - x) = \dfrac{\overline{OC}}{\overline{OD}} = \dfrac{1}{\overline{OD}}$

$\triangle OAB$에서

$\sin(90° - x) = \dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}}$

$= \dfrac{\overline{OB}}{1}$

$= \overline{OB}$

⑤ $\cos(90° - x) = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \dfrac{\overline{AB}}{1} = \overline{AB}$

답 ④

14 전략 특수한 각$(0°,\ 30°,\ 45°,\ 60°,\ 90°)$의 삼각비의 값을 이용한다.

풀이 ① $\sqrt{3}\sin 60° + \sin 30° + \tan 0°$

$= \sqrt{3} \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{1}{2} + 0$

$= \dfrac{3}{2} + \dfrac{1}{2} = 2$

② $\tan 60° \times \tan 30° = \sqrt{3} \times \dfrac{\sqrt{3}}{3} = 1$

③ $\cos 45° \times \sin 90° = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \times 1 = \dfrac{\sqrt{2}}{2} = \sin 45°$

④ $\tan 60° \times \sin 30° = \sqrt{3} \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \neq \cos 60°$

$\cos 60° = \dfrac{1}{2}$

⑤ $\sin 60° - \cos 30° + \cos 0° = \dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{\sqrt{3}}{2} + 1 = 1$

답 ④

15 전략 삼각비의 값 ➡ 삼각비의 표의 가로줄과 세로줄이 만나는 곳의 수

풀이 $\sin 83° = 0.9925$이므로 $\quad x = 83°$

$\cos 82° = 0.1392$이므로 $\quad y = 82°$

$\tan 80° = 5.6713$이므로 $\quad z = 80°$

$\therefore x - y + z = 83° - 82° + 80° = 81°$

답 ⑤

16 전략 먼저 $\overline{BD}$의 길이를 구한다.

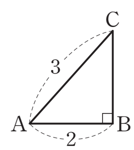
풀이 $\triangle BCD$에서 $\overline{BD} = \sqrt{12^2 + 8^2} = 4\sqrt{13}$이므로

$$\sin x = \frac{12}{4\sqrt{13}} = \frac{3\sqrt{13}}{13},\ \cos x = \frac{8}{4\sqrt{13}} = \frac{2\sqrt{13}}{13}$$

$$\therefore \sin x + \cos x = \frac{3\sqrt{13}}{13} + \frac{2\sqrt{13}}{13} = \frac{5\sqrt{13}}{13}$$

답 $\dfrac{5\sqrt{13}}{13}$

17 전략 주어진 삼각비를 갖는 직각삼각형을 그려 본다.



풀이 $3\cos A - 2 = 0$에서

$\cos A = \dfrac{2}{3}$이므로 오른쪽 그림과 같이

$\angle B = 90°,\ \overline{AC} = 3,\ \overline{AB} = 2$

인 직각삼각형 ABC를 생각하면

$\overline{BC} = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$

따라서 $\sin A = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$, $\tan A = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$이므로

$$\sin A + \tan A = \frac{\sqrt{5}}{3} + \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{5\sqrt{5}}{6}$$

답 $\dfrac{5\sqrt{5}}{6}$

우공비 BOX

18 전략 $\triangle ABC$에서 $\angle A : \angle B : \angle C = a : b : c$

➡ $\angle A = 180^\circ \times \dfrac{a}{a+b+c}$

풀이 $\angle A = 180^\circ \times \dfrac{1}{1+2+3} = 30^\circ$이므로

$$(\sin A - \cos A) \div \tan A$$
$$= (\sin 30^\circ - \cos 30^\circ) \div \tan 30^\circ$$
$$= \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \div \frac{\sqrt{3}}{3}$$
$$= \frac{\sqrt{3}-3}{2}$$

답 $\dfrac{\sqrt{3}-3}{2}$

19 전략 $\triangle ABC = \triangle OAB + \triangle OBC + \triangle OCA$

풀이 $\cos 30^\circ = \dfrac{4\sqrt{3}}{\overline{AB}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$이므로

$\overline{AB} = 8$

$\sin 30^\circ = \dfrac{\overline{AC}}{8} = \dfrac{1}{2}$이므로

$\overline{AC} = 4$

따라서 $\triangle ABC = \dfrac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 4 = 8\sqrt{3}$이고 원 O의 반지름의 길이를 r라 하면

$$\triangle ABC = \triangle OAB + \triangle OBC + \triangle OCA$$
$$= \frac{1}{2} \times 8 \times r + \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times r + \frac{1}{2} \times 4 \times r$$
$$= r(6+2\sqrt{3})$$

$\triangle OAB = \dfrac{1}{2} \times \overline{AB} \times r$

$\triangle OBC = \dfrac{1}{2} \times \overline{BC} \times r$

$\triangle OCA = \dfrac{1}{2} \times \overline{AC} \times r$

이므로 $r(6+2\sqrt{3}) = 8\sqrt{3}$

$$\therefore r = \frac{8\sqrt{3}}{6+2\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}$$
$$= \frac{4\sqrt{3}(3-\sqrt{3})}{(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})}$$
$$= 2(\sqrt{3}-1)$$

답 $2(\sqrt{3}-1)$

+ 보충 학습

내심을 이용한 삼각형의 넓이

삼각형 ABC의 내접원의 반지름의 길이를 r라 하면

$$\triangle ABC = \frac{1}{2}r(\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA})$$

20 전략 주어진 일차함수의 그래프를 좌표평면 위에 나타내어 본다.

풀이 $\sin 30^\circ = \dfrac{1}{2}$, $\cos 30^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$이므로

$$\frac{\sqrt{3}}{2}x + \frac{1}{2}y = \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \therefore y = -\sqrt{3}x + \sqrt{3}$$

$y = -\sqrt{3}x + \sqrt{3}$의 그래프가 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하면

$A(1,\ 0)$, $B(0,\ \sqrt{3})$

$y = -\sqrt{3}x + \sqrt{3}$에 $x = 0$을 대입하면 $y = \sqrt{3}$

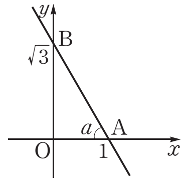
$y = 0$을 대입하면 $x = 1$

기울기가 음수인 직선 $y = mx + n$이 x축과 이루는 예각의 크기를 a라 하면

$m = (\text{직선의 기울기})$

$= -\tan a$

오른쪽 그림에서



$$\tan a = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \sqrt{3}$$

이므로 $a = 60^\circ$

$$\therefore \sin\frac{a}{2} = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

답 $\dfrac{1}{2}$

21

채점 기준	배점
점 A, B의 좌표 구하기	1점
$\sin a$, $\cos a$의 값 구하기	2점
$\sin a + \cos a$의 값 구하기	1점

풀이 $y = \dfrac{4}{3}x + 4$에 $x = 0$, $y = 0$을 각각 대입하면

$A(-3,\ 0)$, $B(0,\ 4)$ ▶ 1점

$\triangle AOB$에서 $\overline{AO} = 3$, $\overline{BO} = 4$, $\overline{AB} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$이므로

$\sin a = \dfrac{4}{5}$, $\cos a = \dfrac{3}{5}$ ▶ 2점

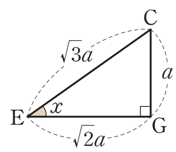
$\therefore \sin a + \cos a = \dfrac{4}{5} + \dfrac{3}{5} = \dfrac{7}{5}$ ▶ 1점

답 $\dfrac{7}{5}$

22

채점 기준	배점
$\sin x$, $\cos x$, $\tan x$의 값 구하기	3점
$\sin x - \cos x \times \tan x$의 값 구하기	1점

풀이 $\triangle CEG$에서 $\angle CGE = 90^\circ$이고



$\overline{CE} = \sqrt{3} \times a = \sqrt{3}a$,

$\overline{EG} = \sqrt{2} \times a = \sqrt{2}a$

이므로

$$\sin x = \frac{a}{\sqrt{3}a} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\cos x = \frac{\sqrt{2}a}{\sqrt{3}a} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\tan x = \frac{a}{\sqrt{2}a} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$ ▶ 3점

$$\therefore \sin x - \cos x \times \tan x = \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{6}}{3} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$= 0$$ ▶ 1점

답 0

23

채점 기준	배점
주어진 이차방정식의 해 구하기	2점
a의 크기 구하기	2점
$\cos a - \tan a$의 값 구하기	1점

풀이 $4x^2 - 12x + 5 = 0$에서 $(2x-1)(2x-5) = 0$

$\therefore x = \dfrac{1}{2}$ 또는 $x = \dfrac{5}{2}$ ▶ 2점

$0<\sin a<1$이므로 $\quad \sin a=\frac{1}{2} \quad \therefore a=30°$ ▶ 2점

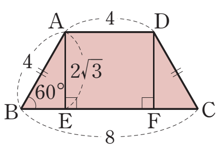
$\therefore \cos 30°-\tan 30°=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{\sqrt{3}}{6}$ ▶ 1점

답 $\frac{\sqrt{3}}{6}$

24

채점 기준	배점
$\overline{AE}$, $\overline{BE}$의 길이 구하기	2점
$\overline{AD}$의 길이 구하기	1점
□ABCD의 넓이 구하기	1점

풀이 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A, D에서 변 BC에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하자.



△ABE에서

$\sin 60°=\frac{\overline{AE}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \therefore \overline{AE}=2\sqrt{3}$

$\cos 60°=\frac{\overline{BE}}{4}=\frac{1}{2} \quad \therefore \overline{BE}=2$ ▶ 2점

$\overline{BE}=\overline{CF}=2$이므로

$\overline{AD}=\overline{EF}=8-2\times 2=4$ ▶ 1점

$\therefore \square ABCD=\frac{1}{2}\times(4+8)\times 2\sqrt{3}$

$=12\sqrt{3}$ ▶ 1점

답 $12\sqrt{3}$

25

채점 기준	배점
$0°<x<45°$일 때, $\tan x$의 값의 범위 구하기	2점
주어진 식 간단히 하기	3점

풀이 $0°<x<45°$일 때, $\quad 0<\tan x<1$ ▶ 2점

$\therefore \sqrt{(2\cos 60°-\tan x)^2}-\sqrt{(\tan x-\tan 45°)^2}$

$=\left|2\times\frac{1}{2}-\tan x\right|-|\tan x-1|$

$=(1-\tan x)+(\tan x-1)$

$=0$ ▶ 3점

답 0

△ABE≡△DCF (RHA 합동)이므로 $\overline{BE}=\overline{CF}$

세 내각의 크기가 30°, 60°, 90°인 삼각형

세 내각의 크기가 45°, 45°, 90°인 삼각형

Ⅶ-2. 삼각비의 활용

1. 길이 구하기

60 | 직각삼각형의 변의 길이 기본서 106~107쪽

익히기 1 (1) $\cos 30°=\frac{4\sqrt{3}}{\overline{AB}}$이므로

$\overline{AB}=\boxed{4\sqrt{3}}\div\cos 30°=\boxed{8}$

(2) $\tan 30°=\frac{\overline{AC}}{4\sqrt{3}}$이므로

$\overline{AC}=\boxed{4\sqrt{3}}\times\tan 30°=\boxed{4}$

답 (1) $4\sqrt{3}$, 8 (2) $4\sqrt{3}$, 4

익히기 2 (1) $\sin 62°=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{AC}}{8}$이므로

$\overline{AC}=8\sin 62°=8\times 0.88=7.04$

(2) $\cos 62°=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{BC}}{8}$이므로

$\overline{BC}=8\cos 62°=8\times 0.47=3.76$

답 (1) 7.04 (2) 3.76

유제 ❶ △ABC에서

$\angle C=180°-(35°+90°)=55°$

$\cos 55°=\frac{x}{20}$이므로

$x=20\cos 55°=20\times 0.57=11.4$

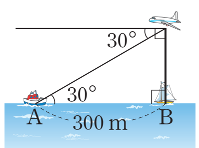
$\sin 55°=\frac{y}{20}$이므로

$y=20\sin 55°=20\times 0.82=16.4$

$\therefore x+y=11.4+16.4=27.8$

답 27.8

유제 ❷-1 오른쪽 그림에서 비행기와 배 B 사이의 거리는



$300\tan 30°=300\times\frac{\sqrt{3}}{3}$

$=100\sqrt{3}\,(\text{m})$

답 $100\sqrt{3}$ m

유제 ❷-2 △ABH에서

$\overline{AH}=100\sin 60°=100\times\frac{\sqrt{3}}{2}=50\sqrt{3}\,(\text{m})$

△CAH에서

$\overline{CH}=50\sqrt{3}\tan 45°=50\sqrt{3}\times 1=50\sqrt{3}\,(\text{m})$

답 $50\sqrt{3}$ m

우공비 BOX

61 | 일반 삼각형의 변의 길이 기본서 108~109쪽

익히기 3 (1) △AHC에서

$$\overline{AH}=6\sin 60^\circ=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$$

$$\overline{CH}=6\cos 60^\circ=6\times\frac{1}{2}=3$$

이때 $\overline{BH}=\overline{BC}-\overline{CH}=8-3=5$이므로

△ABH에서

$$\overline{AB}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+5^2}=2\sqrt{13}$$

$\overline{AB}^2=\overline{AH}^2+\overline{BH}^2$

(2) △AHC에서

$$\overline{AH}=12\sqrt{2}\sin 45^\circ=12\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=12$$

$\angle B=180^\circ-(75^\circ+45^\circ)=60^\circ$이므로

△ABH에서

$$\overline{AB}=\frac{12}{\sin 60^\circ}=12\times\frac{2}{\sqrt{3}}=8\sqrt{3}$$

(3) △BHC에서

$$\overline{BH}=10\sin 30^\circ=10\times\frac{1}{2}=5$$

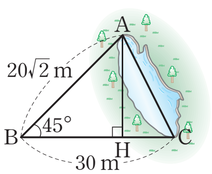
$\angle A=180^\circ-(105^\circ+30^\circ)=45^\circ$이므로

△ABH에서

$$\overline{AB}=\frac{5}{\sin 45^\circ}=5\times\sqrt{2}=5\sqrt{2}$$

답 (1) $2\sqrt{13}$ (2) $8\sqrt{3}$ (3) $5\sqrt{2}$

유제 ❸ 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 △ABH에서



$$\overline{AH}=20\sqrt{2}\sin 45^\circ$$
$$=20\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=20\text{ m}$$

△ABH에서 $\angle BAH=\angle ABH=45^\circ$이므로

$\overline{BH}=\overline{AH}=20$ (m)

이때 $\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=30-20=10$ (m)이므로

△AHC에서

$\overline{AC}=\sqrt{20^2+10^2}=10\sqrt{5}$ (m)

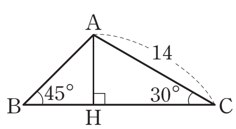
답 $10\sqrt{5}$ m

특수한 각의 삼각비를 이용할 수 있도록 수선을 긋는다.

유제 ❹ △ABC에서

$\angle B=180^\circ-(105^\circ+30^\circ)=45^\circ$

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



△AHC에서

$$\overline{AH}=14\sin 30^\circ=14\times\frac{1}{2}=7$$

따라서 △ABH에서

$$\overline{AB}=\frac{7}{\sin 45^\circ}=7\times\sqrt{2}=7\sqrt{2}$$

답 ②

62 | 삼각형의 높이 기본서 110~111쪽

익히기 4 $\overline{AH}=h$라 하면

△ABH에서 $\angle BAH=\boxed{45}^\circ$이므로

$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=\boxed{1}\times h$

△AHC에서 $\angle CAH=\boxed{60}^\circ$이므로

$\overline{CH}=h\tan 60^\circ=\boxed{\sqrt{3}}\times h$

이때 $\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로

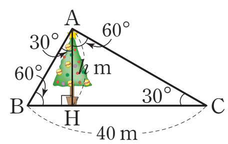
$10=h(1+\sqrt{3})$

$$\therefore h=\frac{10}{1+\sqrt{3}}=\boxed{5(\sqrt{3}-1)}$$

$$h=\frac{10}{1+\sqrt{3}}=\frac{10(1-\sqrt{3})}{(1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})}=\frac{10(\sqrt{3}-1)}{2}=5(\sqrt{3}-1)$$

답 (가) 45 (나) 1 (다) 60 (라) $\sqrt{3}$ (마) $5(\sqrt{3}-1)$

유제 ❺ 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발 H에 대하여 $\overline{AH}=h$ m라 하면



△ABH에서 $\angle BAH=30^\circ$이므로

$$\overline{BH}=h\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}h$$

△AHC에서 $\angle CAH=60^\circ$이므로

$\overline{CH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h$

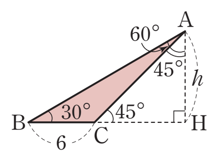
이때 $\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로

$$40=\frac{\sqrt{3}}{3}h+\sqrt{3}h,\qquad \frac{4\sqrt{3}}{3}h=40$$

$$\therefore h=40\times\frac{3}{4\sqrt{3}}=10\sqrt{3}$$

답 ③

유제 ❻ $\overline{AH}=h$라 하자.



△ABH에서

$\angle BAH=60^\circ$이므로

$\overline{BH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h$

△ACH에서

$\angle CAH=45^\circ$이므로

$\overline{CH}=h\tan 45^\circ=h$

이때 $\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로

$6=\sqrt{3}h-h,\qquad (\sqrt{3}-1)h=6$

$$\therefore h=\frac{6}{\sqrt{3}-1}=3(\sqrt{3}+1)$$

$$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 6\times 3(\sqrt{3}+1)=9(\sqrt{3}+1)$$

답 ②

우공비 BOX

소단원 성취도 진단

기본서 112~113쪽

01 ⑤	02 10.2 cm	03 ③	04 ⑤
05 ②	06 $150(1+\sqrt{3})$cm	07 ③	
08 $4(\sqrt{3}+1)$	09 $25(3-\sqrt{3})\text{cm}^2$		
10 $100(\sqrt{3}+1)$m	11 ④	12 ④	13 $2\sqrt{61}$

01 전략 삼각비를 이용하여 변의 길이를 식으로 나타낸다.

풀이 $\tan 53° = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \dfrac{4}{\overline{AC}}$이므로

$\overline{AC} = \dfrac{4}{\tan 53°}$ 답 ⑤

02 전략 주어진 그림에서 직각삼각형을 찾은 후 삼각비를 이용하여 변의 길이를 구한다.

풀이 $\sin 43° = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{AC}}{15}$이므로

$\overline{AC} = 15 \sin 43° = 15 \times 0.68 = 10.2\ (\text{cm})$

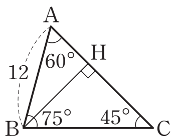
답 10.2 cm

03 전략 구하는 변이 직각삼각형의 빗변이 되도록 수선을 긋는다.

풀이 $\triangle ABC$에서

$\angle C = 180° - (60° + 75°)$

$= 45°$



오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle ABH$에서

$\overline{BH} = 12 \sin 60° = 12 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$

따라서 $\triangle BCH$에서

$\overline{BC} = \dfrac{6\sqrt{3}}{\sin 45°} = 6\sqrt{3} \times \sqrt{2} = 6\sqrt{6}$ 답 ③

04 전략 $\angle A = 90°$인 직각삼각형 ABC ⇨ $\cos B = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}}$

풀이 $\cos B = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \dfrac{\overline{AB}}{20}$이므로

$\overline{AB} = 20 \cos B = 20 \times \dfrac{3}{5} = 12(\text{cm})$

$\therefore \overline{AC} = \sqrt{20^2 - 12^2} = 16(\text{cm})$ 답 ⑤

직각삼각형에서 두 변의 길이를 알면 피타고라스 정리를 이용하여 나머지 한 변의 길이를 알 수 있다.

05 전략 $\triangle ABH$에서 원뿔의 높이와 밑면의 반지름의 길이를 구한다.

풀이 $\triangle ABH$에서

$\overline{BH} = 6 \cos 60° = 6 \times \dfrac{1}{2} = 3\ (\text{cm})$

$\overline{AH} = 6 \sin 60° = 6 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}\ (\text{cm})$

따라서 원뿔의 부피는

$\dfrac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}\pi\ (\text{cm}^3)$ 답 ②

밑면의 반지름의 길이가 r, 높이가 h인 원뿔의 부피 ➔ $\dfrac{1}{3}\pi r^2 h$

06

채점 기준	배점
$\overline{DH}$의 길이 구하기	40%
$\overline{CH}$의 길이 구하기	40%
건물의 높이 구하기	20%

풀이 점 A에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle ADH$에서 $\angle ADH = \angle DAH = 45°$이므로

$\overline{DH} = \overline{AH} = 150$ cm ▶ 40%

$\overline{AH} = \overline{BD} = 150$ cm

$\triangle AHC$에서

$\overline{CH} = 150 \tan 60° = 150\sqrt{3}(\text{cm})$ ▶ 40%

따라서 건물의 높이는

$\overline{CD} = \overline{DH} + \overline{CH} = 150(1+\sqrt{3})(\text{cm})$ ▶ 20%

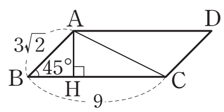
답 $150(1+\sqrt{3})$ cm

07 전략 $\overline{AC}$를 빗변으로 하는 직각삼각형을 만든 후 삼각비를 이용한다.

풀이 $\angle B = 180° - 135°$

$= 45°$

평행사변형에서 이웃하는 두 내각의 크기의 합은 180°이다.



오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle ABH$에서

$\overline{AH} = 3\sqrt{2} \sin 45° = 3\sqrt{2} \times \dfrac{\sqrt{2}}{2} = 3$

$\overline{BH} = 3\sqrt{2} \cos 45° = 3\sqrt{2} \times \dfrac{\sqrt{2}}{2} = 3$

이때 $\overline{CH} = \overline{BC} - \overline{BH} = 9 - 3 = 6$이므로 $\triangle AHC$에서

$\overline{AC} = \sqrt{3^2 + 6^2} = 3\sqrt{5}$ 답 ③

08

채점 기준	배점
$\angle A$의 크기 구하기	10%
$\overline{BH}$의 길이 구하기	40%
$\overline{AH}$의 길이 구하기	40%
$\overline{AB}$의 길이 구하기	10%

풀이 $\triangle ABC$에서

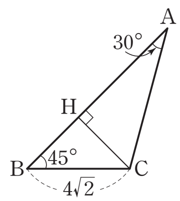
$\angle A = 180° - (45° + 105°) = 30°$ ▶ 10%

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle BCH$에서

$\overline{BH} = \overline{CH} = 4\sqrt{2} \sin 45°$

$= 4\sqrt{2} \times \dfrac{\sqrt{2}}{2} = 4$ ▶ 40%



△AHC에서

$\overline{AH}=\dfrac{4}{\tan 30°}=4\times\sqrt{3}=4\sqrt{3}$ ▶ 40%

$\therefore\ \overline{AB}=\overline{BH}+\overline{AH}$

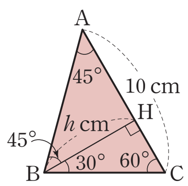
$=4+4\sqrt{3}$

$=4(\sqrt{3}+1)$ ▶ 10%

답 $4(\sqrt{3}+1)$

09 전략 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 수선을 그어 직각삼각형을 만든 후 삼각비를 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발 H에 대하여 $\overline{BH}=h$ cm라 하면



△ABH에서 ∠ABH=45°이므로

$\overline{AH}=h\tan 45°=h$

△BCH에서 ∠CBH=30°이므로

$\overline{CH}=h\tan 30°=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h$

이때 $\overline{AC}=\overline{AH}+\overline{CH}$이므로

$10=h+\dfrac{\sqrt{3}}{3}h,\quad \dfrac{3+\sqrt{3}}{3}h=10$

$\therefore\ h=\dfrac{30}{3+\sqrt{3}}=5(3-\sqrt{3})$

$h=\dfrac{30}{3+\sqrt{3}}$
$=\dfrac{30}{(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})}$
$=\dfrac{30(3-\sqrt{3})}{6}$
$=5(3-\sqrt{3})$

$\therefore\ \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BH}$

$=\dfrac{1}{2}\times10\times5(3-\sqrt{3})$

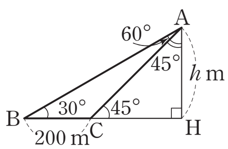
$=25(3-\sqrt{3})\ (\text{cm}^2)$

답 $25(3-\sqrt{3})\ \text{cm}^2$

10

채점 기준	배점
$\overline{BH}$의 길이를 h로 나타내기	30%
$\overline{CH}$의 길이를 h로 나타내기	30%
산의 높이 구하기	40%

풀이 $\overline{AH}=h$ m라 하면



△ABH에서

∠BAH=60°이므로

$\overline{BH}=h\tan 60°$

$=\sqrt{3}h$ ▶ 30%

△ACH에서 ∠CAH=45°이므로

$\overline{CH}=h\tan 45°=h$ ▶ 30%

이때 $\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로

$200=\sqrt{3}h-h,\quad (\sqrt{3}-1)h=200$

$\therefore\ h=\dfrac{200}{\sqrt{3}-1}=100(\sqrt{3}+1)$

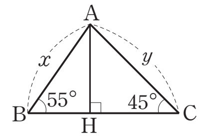
따라서 산의 높이는 $100(\sqrt{3}+1)$ m이다. ▶ 40%

답 $100(\sqrt{3}+1)$ m

$(\text{속력})=\dfrac{(\text{거리})}{(\text{시간})}$

11 전략 수선을 그어 직각삼각형을 만든 후 삼각비를 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



△AHC에서

$\overline{AH}=y\sin 45°=\dfrac{\sqrt{2}}{2}y$

△ABH에서

$x=\dfrac{\overline{AH}}{\sin 55°}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}y\times\dfrac{1}{0.8}=\dfrac{5\sqrt{2}}{8}y$

$\therefore\ k=\dfrac{5\sqrt{2}}{8}$

답 ④

12 전략 직각삼각형을 찾아 삼각비를 이용하여 $\overline{BC}$의 길이를 구한다.

풀이 △ABD에서

∠BAD=90°−30°=60°

이므로

$\overline{BD}=9\tan 60°=9\times\sqrt{3}=9\sqrt{3}$ (m)

△ACD에서

∠CAD=90°−60°=30°

이므로

$\overline{CD}=9\tan 30°=9\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=3\sqrt{3}$ (m)

$\therefore\ \overline{BC}=\overline{BD}-\overline{CD}$

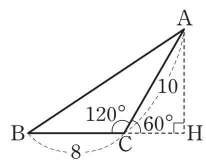
$=9\sqrt{3}-3\sqrt{3}=6\sqrt{3}$ (m)

$\overline{BC}$의 길이는 배가 2분 동안 이동한 거리이므로 배의 속력은 분속 $3\sqrt{3}$ m이다.

답 ④

13 전략 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$의 연장선에 수선을 그어 직각삼각형을 만든 후 삼각비를 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면



∠ACH=180°−120°=60°

△ACH에서

$\overline{AH}=10\sin 60°=10\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=5\sqrt{3}$

$\overline{CH}=10\cos 60°=10\times\dfrac{1}{2}=5$

이때 $\overline{BH}=\overline{BC}+\overline{CH}=8+5=13$이므로

△ABH에서

$\overline{AB}=\sqrt{13^2+(5\sqrt{3})^2}=2\sqrt{61}$

답 $2\sqrt{61}$

2. 넓이 구하기

63 | 삼각형의 넓이 기본서 114~115쪽

익히기 1 (1) $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times5\times8\times\sin 30^\circ$

$=\frac{1}{2}\times5\times8\times\frac{1}{2}=10\ (cm^2)$

(2) $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\times10\times\sin 45^\circ$

$=\frac{1}{2}\times6\times10\times\frac{\sqrt{2}}{2}=15\sqrt{2}\ (cm^2)$

(3) $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times12\times16\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times12\times16\times\sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times12\times16\times\frac{\sqrt{3}}{2}=48\sqrt{3}\ (cm^2)$

답 (1) $10\ cm^2$ (2) $15\sqrt{2}\ cm^2$ (3) $48\sqrt{3}\ cm^2$

유제 1 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\sqrt{2}\times x\times\sin 45^\circ$

$=\frac{1}{2}\times6\sqrt{2}\times x\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=3x$

즉 $3x=36$이므로 $x=12$ 답 ③

유제 2 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AC}\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times5\times\overline{AC}\times\sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times5\times\overline{AC}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{5\sqrt{3}}{4}\overline{AC}$

따라서 $\frac{5\sqrt{3}}{4}\overline{AC}=15\sqrt{3}$이므로

$\overline{AC}=15\sqrt{3}\times\frac{4}{5\sqrt{3}}=12\ (cm)$ 답 12 cm

64 | 사각형의 넓이 기본서 116~117쪽

익히기 2 (1) $\angle A=360^\circ-(45^\circ+135^\circ+45^\circ)=135^\circ$이므로 $\square ABCD$는 평행사변형이다.

$\therefore \square ABCD=8\times11\times\sin 45^\circ$

$=8\times11\times\frac{\sqrt{2}}{2}=44\sqrt{2}\ (cm^2)$

(2) $\square ABCD=\frac{1}{2}\times12\times15\times\sin 45^\circ$

$=\frac{1}{2}\times12\times15\times\frac{\sqrt{2}}{2}=45\sqrt{2}\ (cm^2)$

답 (1) $44\sqrt{2}\ cm^2$ (2) $45\sqrt{2}\ cm^2$

우공비 BOX

삼각형 ABC의 두 변의 길이 a, c와 그 끼인 각 ∠B의 크기를 알 때, 넓이 S는
① ∠B<90°이면 $S=\frac{1}{2}ac\sin B$
② ∠B>90°이면 $S=\frac{1}{2}ac\times\sin(180^\circ-B)$

마름모는 네 변의 길이가 모두 같은 사각형이므로 한 변의 길이가 x cm인 마름모의 둘레의 길이는 $4x$ cm이다.

두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.

$\triangle BMD$
$=\frac{1}{2}\triangle BCD$
$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\square ABCD$
$=\frac{1}{4}\square ABCD$

유제 3-1 $\square ABCD=3\sqrt{2}\times3\times\sin 45^\circ$

$=3\sqrt{2}\times3\times\frac{\sqrt{2}}{2}=9\ (cm^2)$

답 $9\ cm^2$

유제 3-2 마름모 ABCD의 한 변의 길이를 x cm라 하면

$\square ABCD=x\times x\times\sin 30^\circ=\frac{x^2}{2}$

즉 $\frac{x^2}{2}=16$이므로 $x^2=32$ $\therefore x=4\sqrt{2}\ (\because x>0)$

따라서 마름모 ABCD의 둘레의 길이는

$4\times4\sqrt{2}=16\sqrt{2}\ (cm)$ 답 $16\sqrt{2}$ cm

유제 4-1 $\square ABCD=\frac{1}{2}\times14\times20\times\sin 90^\circ$

$=\frac{1}{2}\times14\times20\times1=140\ (cm^2)$

답 $140\ cm^2$

유제 4-2 두 대각선이 이루는 예각의 크기를 x라 하면

$\square ABCD=\frac{1}{2}\times7\times4\times\sin x=14\sin x$

즉 $14\sin x=7\sqrt{2}$이므로 $\sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}$

따라서 구하는 예각의 크기는 45°이다. 답 45°

소단원 성취도 진단 기본서 118~119쪽

01 $60\sqrt{3}\ cm^2$ 02 ② 03 ⑤ 04 45°
05 ② 06 $72+36\sqrt{3}$ 07 $56\sqrt{3}\ cm^2$
08 ④ 09 $150\ cm^2$ 10 12 cm 11 $\frac{12}{5}$
12 $18\sqrt{3}$

01 전략 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{BC}\times\sin B$

풀이 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times15\times16\times\sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times15\times16\times\frac{\sqrt{3}}{2}=60\sqrt{3}\ (cm^2)$

답 $60\sqrt{3}\ cm^2$

02 전략 $\triangle BMD=\frac{1}{2}\triangle BCD=\frac{1}{4}\square ABCD$

풀이 $\triangle BMD=\frac{1}{4}\square ABCD$

$=\frac{1}{4}\times(12\times15\times\sin 45^\circ)$

$=\frac{1}{4}\times\left(12\times15\times\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\frac{45\sqrt{2}}{2}$ 답 ②

03 전략 마름모 ⇨ 네 변의 길이가 모두 같은 평행사변형

풀이 $\square ABCD=10\times10\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=10\times10\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=50\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$

답 ⑤

04

채점 기준	배점
$\sin A$의 값 구하기	50%
$\angle A$의 크기 구하기	50%

풀이 $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times5\times8\times\sin A=10\sqrt{2}$에서

$\sin A=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ ▶ 50%

$\therefore \angle A=45^\circ$ ▶ 50%

답 45°

05 전략 $\triangle GBC=\dfrac{1}{3}\triangle ABC$

삼각형의 무게중심과 세 꼭짓점을 이어서 생기는 세 삼각형의 넓이는 같다.

풀이 $\triangle GBC=\dfrac{1}{3}\triangle ABC$

$=\dfrac{1}{3}\times\left(\dfrac{1}{2}\times6\times8\times\sin 60^\circ\right)$

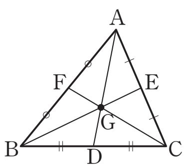
$=\dfrac{1}{3}\times\left(\dfrac{1}{2}\times6\times8\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)=4\sqrt{3}$

답 ②

+ 보충 학습

삼각형의 무게중심과 넓이

오른쪽 그림의 $\triangle ABC$에서 점 G가 무게중심일 때,



(1) $\triangle AFG=\triangle BFG=\triangle BDG$
$=\triangle CDG=\triangle CEG$
$=\triangle AEG=\dfrac{1}{6}\triangle ABC$

(2) $\triangle ABG=\triangle BCG=\triangle CAG=\dfrac{1}{3}\triangle ABC$

06

채점 기준	배점
$\overline{BC}$, $\overline{AC}$의 길이 구하기	40%
$\square ABCD$의 넓이 구하기	60%

풀이 $\triangle ABC$에서 $\angle BAC=\angle BCA=45^\circ$이므로

$\overline{BC}=\overline{AB}=12$,

$\overline{AC}=\dfrac{12}{\sin 45^\circ}=12\times\sqrt{2}=12\sqrt{2}$ ▶ 40%

$\therefore \square ABCD$

$=\triangle ABC+\triangle ACD$

$=\dfrac{1}{2}\times12\times12+\dfrac{1}{2}\times12\sqrt{2}\times6\sqrt{2}\times\sin 60^\circ$

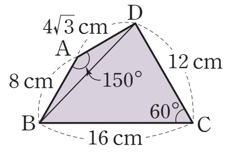
$\sin(180^\circ-120^\circ)=\sin 60^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=72+36\sqrt{3}$ ▶ 60%

답 $72+36\sqrt{3}$

07 전략 보조선을 그어 두 개의 삼각형으로 나눈다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 대각선 BD를 그으면



$\square ABCD$

$=\triangle ABD+\triangle BCD$

$=\dfrac{1}{2}\times8\times4\sqrt{3}\times\sin(180^\circ-150^\circ)$

$+\dfrac{1}{2}\times16\times12\times\sin 60^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times8\times4\sqrt{3}\times\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\times16\times12\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

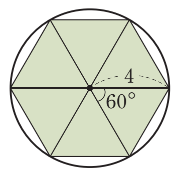
$=8\sqrt{3}+48\sqrt{3}$

$=56\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$

답 $56\sqrt{3}\ \text{cm}^2$

08 전략 보조선을 그어 여러 개의 정삼각형으로 나눈 후 삼각형의 넓이의 합을 구한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 정육각형은 6개의 합동인 정삼각형으로 나누어진다.



따라서 구하는 넓이는

$6\times\left(\dfrac{1}{2}\times4\times4\times\sin 60^\circ\right)$

$=6\times\left(\dfrac{1}{2}\times4\times4\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$=24\sqrt{3}$

답 ④

09 전략 평행사변형의 넓이 ⇨ 두 대각선에 의하여 사등분된다.

풀이 $\triangle APD=\dfrac{1}{4}\square ABCD$

$\triangle ABP=\triangle BCP$
$=\triangle CDP=\triangle DAP$

$=\dfrac{1}{4}\times(20\times20\sqrt{3}\times\sin 60^\circ)$

$=\dfrac{1}{4}\times\left(20\times20\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$

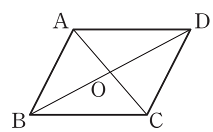
$=150\ (\text{cm}^2)$

답 $150\ \text{cm}^2$

+ 보충 학습

평행사변형과 넓이

평행사변형 ABCD에서



(1) $\triangle ABC=\triangle BCD=\triangle CDA$
$=\triangle DAB$
$=\dfrac{1}{2}\square ABCD$

(2) $\triangle ABO=\triangle BCO=\triangle CDO=\triangle DAO$
$=\dfrac{1}{4}\square ABCD$

10 전략 두 대각선의 길이가 a, b이고 대각선이 이루는 예각의 크기가 x인 사각형의 넓이 ⇨ $\dfrac{1}{2}ab\sin x$

우공비 BOX

풀이 $\square ABCD=\frac{1}{2}\times 10\times \overline{BD}\times \sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 10\times \overline{BD}\times \frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{5\sqrt{3}}{2}\overline{BD}$

즉 $\frac{5\sqrt{3}}{2}\overline{BD}=30\sqrt{3}$이므로 $\overline{BD}=12(\text{cm})$

답 12 cm

- 두 대각선이 이루는 각의 크기가 120°이므로 예각의 크기는 $180^\circ-120^\circ=60^\circ$

11

채점 기준	배점
$\triangle ABC$의 넓이 구하기	30%
$\triangle ABD$의 넓이를 $\overline{AD}$에 대한 식으로 나타내기	20%
$\triangle ADC$의 넓이를 $\overline{AD}$에 대한 식으로 나타내기	20%
$\overline{AD}$의 길이 구하기	30%

풀이 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 6\times 4\times \sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 6\times 4\times \frac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}$ ▶ 30%

$\triangle ABD=\frac{1}{2}\times 6\times \overline{AD}\times \sin 60^\circ=\frac{3\sqrt{3}}{2}\overline{AD}$ ▶ 20%

$\triangle ADC=\frac{1}{2}\times \overline{AD}\times 4\times \sin 60^\circ=\sqrt{3}\,\overline{AD}$ ▶ 20%

$\triangle ABC=\triangle ABD+\triangle ADC$이므로

$6\sqrt{3}=\frac{3\sqrt{3}}{2}\overline{AD}+\sqrt{3}\,\overline{AD}=\frac{5\sqrt{3}}{2}\overline{AD}$

$\therefore \overline{AD}=\frac{12}{5}$ ▶ 30%

답 $\frac{12}{5}$

- $\angle A+2\angle A=90^\circ$
  $3\angle A=90^\circ$
  $\therefore \angle A=30^\circ$
  $\angle B=2\angle A$이므로
  $\angle B=2\times 30^\circ=60^\circ$

12 전략 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 길이를 한 문자를 사용하여 나타낸다.

풀이 $\overline{AB}:\overline{BC}=4:5$이므로

$\overline{AB}=4x$, $\overline{BC}=5x\ (x>0)$라 하면

$\square ABCD=4x\times 5x\times \sin 45^\circ$

$=4x\times 5x\times \frac{\sqrt{2}}{2}=10\sqrt{2}x^2$

즉 $10\sqrt{2}x^2=30\sqrt{2}$에서 $x^2=3$ $\therefore x=\sqrt{3}\ (\because x>0)$

따라서 $\square ABCD$의 둘레의 길이는

$2(4\sqrt{3}+5\sqrt{3})=2\times 9\sqrt{3}=18\sqrt{3}$

답 $18\sqrt{3}$

- $\angle AOB=\frac{360^\circ}{6}=60^\circ$

- 반지름의 길이가 r인 원의 넓이 ➜ πr^2

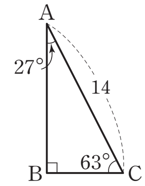
- $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$

중단원 마무리 평가 기본서 120~123쪽

01 ①, ⑤	02 ③	03 ②	04 ③	05 ④
06 ③	07 ④	08 ⑤	09 ④	10 ②
11 ③	12 ②	13 ④	14 ②	15 ③
16 $3\sqrt{2}$ cm		17 117 m	18 96	
19 $6\sqrt{15}+48$		20 120°	21 $8\sqrt{3}\text{ cm}^2$	
22 $4\sqrt{7}$	23 $48\sqrt{3}\text{ cm}^2$			
24 (1) 1 (2) $\sqrt{3}+1$ (3) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$				25 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

01 전략 삼각비를 이용하여 변의 길이를 식으로 나타낸다.

풀이 오른쪽 그림에서



$\sin 63^\circ=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$이므로

$\overline{AB}=\overline{AC}\sin 63^\circ=14\sin 63^\circ$

또 $\angle A=180^\circ-(90^\circ+63^\circ)=27^\circ$이고

$\cos 27^\circ=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$이므로

$\overline{AB}=\overline{AC}\cos 27^\circ=14\cos 27^\circ$

답 ①, ⑤

02 전략 삼각비를 이용하여 변의 길이를 구한다.

풀이 $\angle A+\angle B=90^\circ$이므로 $\angle A=30^\circ$, $\angle B=60^\circ$

따라서

$\overline{AC}=8\sin 60^\circ=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$,

$\overline{BC}=8\cos 60^\circ=8\times\frac{1}{2}=4$

이므로

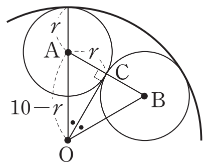
$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 4\times 4\sqrt{3}=8\sqrt{3}$

답 ③

03 전략 색칠한 부분의 넓이

➡ (반지름의 길이가 10인 원의 넓이) −(원에 내접한 6개의 원의 넓이)

풀이 오른쪽 그림과 같이 접하고 있는 작은 원의 반지름의 길이를 r라 하면 $\angle AOB=60^\circ$이므로 $\triangle AOC$에서



$r=(10-r)\times\sin 30^\circ$

$=5-\frac{r}{2}$

$\frac{3}{2}r=5$ $\therefore r=\frac{10}{3}$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=\pi\times 10^2-6\times\left\{\pi\times\left(\frac{10}{3}\right)^2\right\}$

$=100\pi-\frac{200}{3}\pi$

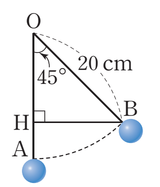
$=\frac{100}{3}\pi$

답 ②

04 전략 점 B에서 $\overline{OA}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

➡ $\overline{AH}=\overline{OA}-\overline{OH}$

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{OA}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle OHB$에서



$\overline{OH}=20\cos 45^\circ$

$=20\times\frac{\sqrt{2}}{2}=10\sqrt{2}\ (\text{cm})$

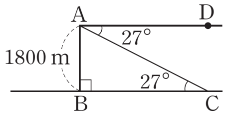
$\therefore \overline{AH}=\overline{OA}-\overline{OH}$

$=20-10\sqrt{2}=10(2-\sqrt{2})\ (\text{cm})$

답 ③

우공비 BOX

05 전략 주어진 그림에서 직각삼각형을 찾은 후 삼각비를 이용하여 $\overline{AC}$의 길이를 구한다.



풀이 $\angle ACB=\angle DAC$

$=27°$(엇각)

이므로 △ABC에서

$$\sin 27° = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{1800}{\overline{AC}}$$

$$\therefore \overline{AC} = \frac{1800}{\sin 27°} = \frac{1800}{0.45} = 4000\ (\text{m})$$

따라서 비행기가 착륙하는 데 걸리는 시간은

$$\frac{4000}{100} = 40(\text{초})$$

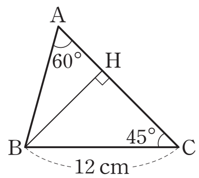
답 ④

$(\text{시간})=\frac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$

06 전략 수선을 그어 특수한 직각삼각형을 만든 후 삼각비를 이용하여 변의 길이를 구한다.

풀이 △ABC에서 $\angle A = 180° - (75° + 45°) = 60°$

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



△BCH에서

$\overline{BH} = 12 \sin 45°$

$= 12 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2}\ (\text{cm})$

따라서 △ABH에서

$$\overline{AB} = \frac{6\sqrt{2}}{\sin 60°} = 6\sqrt{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{6}\ (\text{cm})$$

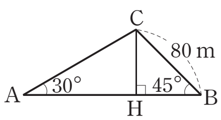
답 ③

두 변의 길이가 a, b이고 끼인 각의 크기 x가 예각인 삼각형의 넓이

→ $\frac{1}{2}ab\sin x$

07 전략 수선을 그어 특수한 직각삼각형을 만든 후 삼각비를 이용하여 변의 길이를 구한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



△BCH에서

$$\overline{BH} = 80 \cos 45° = 80 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 40\sqrt{2}\ (\text{m})$$

△ACH에서

$$\overline{AH} = \frac{40\sqrt{2}}{\tan 30°} = 40\sqrt{2} \times \sqrt{3} = 40\sqrt{6}\ (\text{m})$$

$\therefore \overline{AB} = \overline{BH} + \overline{AH} = 40\sqrt{2} + 40\sqrt{6}$

$= 40(\sqrt{2}+\sqrt{6})(\text{m})$

답 ④

$\overline{CH}=\overline{BH}=40\sqrt{2}\,\text{m}$

08 전략 $\overline{BH}$, $\overline{CH}$를 h에 대한 식으로 나타낸 후 $\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$임을 이용한다.

풀이 △ABH에서 $\overline{BH} = \frac{h}{\tan 27°}(\text{m})$

△ACH에서 $\overline{CH} = \frac{h}{\tan 53°}(\text{m})$

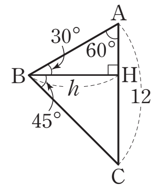
이때 $\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로

$$\frac{h}{\tan 27°} - \frac{h}{\tan 53°} = 60$$

답 ⑤

09 전략 $\overline{AC}=\overline{AH}+\overline{CH}$임을 이용한다.

풀이 $\overline{BH}=h$라 하자.



△ABH에서 $\angle ABH = 30°$이므로

$\overline{AH} = h \tan 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}h$

△BCH에서

$\overline{CH} = h \tan 45° = h$

이때 $\overline{AC}=\overline{AH}+\overline{CH}$이므로

$12 = \frac{\sqrt{3}}{3}h + h,\quad \frac{\sqrt{3}+3}{3}h = 12$

$\therefore h = \frac{36}{\sqrt{3}+3} = 6(3-\sqrt{3})$

답 ④

+ 보충 학습

분모의 유리화

분모가 2개의 항으로 된 무리수일 때, 곱셈 공식 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$을 이용하여 분모를 유리화한다.

① $\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})} = \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b}$ (단, $a \neq b$)

② $\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})} = \frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2}{a-b}$

10 전략 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BC} \times \sin C$

풀이 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 12 \times 10\sqrt{2} \times \sin 30°$

$= \frac{1}{2} \times 12 \times 10\sqrt{2} \times \frac{1}{2}$

$= 30\sqrt{2}$

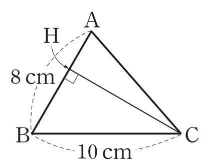
답 ②

11 전략 먼저 △ABC의 넓이를 이용하여 $\sin B$의 값을 구한다.

풀이 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 10 \times 8 \times \sin B = 32$이므로

$\sin B = \frac{4}{5}$

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 △BCH에서



$\overline{CH} = 10 \sin B = 10 \times \frac{4}{5}$

$= 8\ (\text{cm})$

$\overline{BH} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6\ (\text{cm})$이므로

$\overline{AH} = \overline{AB} - \overline{BH} = 8 - 6 = 2\ (\text{cm})$

따라서 △AHC에서

$$\tan A = \frac{\overline{CH}}{\overline{AH}} = \frac{8}{2} = 4$$

답 ③

12 전략 $\square ABED=\triangle ABE+\triangle AED$

풀이 $\overline{AE}\,/\!/\,\overline{DC}$이므로

$\triangle AED=\triangle AEC$

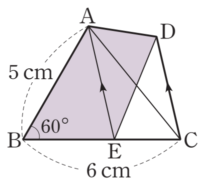
$\therefore \square ABED$

$=\triangle ABC$

$=\dfrac{1}{2}\times 5\times 6\times \sin 60°$

$=\dfrac{1}{2}\times 5\times 6\times \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=\dfrac{15\sqrt{3}}{2}\ (\text{cm}^2)$



답 ②

13 전략 $\square ABCD=\triangle ABD+\triangle DBC$

풀이 $\triangle ABD$에서

$\overline{BD}=\dfrac{6}{\sin 45°}=6\times\sqrt{2}=6\sqrt{2}$

$\therefore \square ABCD$

$=\triangle ABD+\triangle DBC$

$=\dfrac{1}{2}\times 6\times 6\sqrt{2}\times \sin 45°+\dfrac{1}{2}\times 6\sqrt{2}\times 5\sqrt{2}\times \sin 30°$

$=\dfrac{1}{2}\times 6\times 6\sqrt{2}\times \dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{1}{2}\times 6\sqrt{2}\times 5\sqrt{2}\times \dfrac{1}{2}$

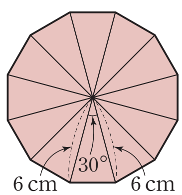
$=33$

답 ④

14 전략 보조선을 그어 여러 개의 이등변삼각형으로 나눈다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 정십이각형은 12개의 합동인 이등변삼각형으로 나누어진다.

따라서 구하는 넓이는



$12\times\left(\dfrac{1}{2}\times 6\times 6\times \sin 30°\right)$

$=12\times\left(\dfrac{1}{2}\times 6\times 6\times \dfrac{1}{2}\right)$

$=108(\text{cm}^2)$

답 ②

15 전략 $\square ABCD$에서 두 대각선이 이루는 각 x가 둔각일 때

➡ $\square ABCD=\dfrac{1}{2}\times \overline{AC}\times \overline{BD}\times \sin(180°-x)$

풀이 $\overline{AC}=\overline{BD}=x$ cm라 하면

$\square ABCD=\dfrac{1}{2}\times x\times x\times \sin(180°-135°)$

$=\dfrac{1}{2}\times x\times x\times \dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{\sqrt{2}}{4}x^2$

즉 $\dfrac{\sqrt{2}}{4}x^2=40\sqrt{2}$에서 $x^2=160$

$\therefore x=4\sqrt{10}\ (\because x>0)$

따라서 $\overline{AC}$의 길이는 $4\sqrt{10}$ cm이다.

답 ③

우공비 BOX

점 H는 정사각형 ABCD의 두 대각선의 교점이고 두 대각선은 서로를 이등분한다.

$\square ABED$
$=\triangle ABE+\triangle AED$
$=\triangle ABE+\triangle AEC$
$=\triangle ABC$

$\dfrac{360°}{12}=30°$

등변사다리꼴의 두 대각선의 길이는 같다.

16 전략 $\triangle OBH$에서 삼각비를 이용하여 변의 길이를 구한다.

풀이 $\overline{BD}=\sqrt{2}\times 6=6\sqrt{2}\ (\text{cm})$이므로

$\overline{BH}=\overline{DH}=3\sqrt{2}\ (\text{cm})$

따라서 $\triangle OBH$에서

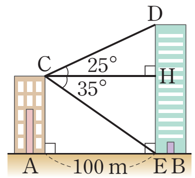
$\overline{OH}=3\sqrt{2}\tan 45°$

$=3\sqrt{2}\times 1=3\sqrt{2}\ (\text{cm})$

답 $3\sqrt{2}$ cm

17 전략 $\overline{DH}$와 $\overline{EH}$의 길이를 각각 구하여 더한다.

풀이 점 C에서 $\overline{DE}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{CH}=100$ m이므로 $\triangle DCH$에서



$\overline{DH}=100\tan 25°$

$=100\times 0.47$

$=47\ (\text{m})$

$\triangle CHE$에서

$\overline{EH}=100\tan 35°=100\times 0.70=70\ (\text{m})$

따라서 B건물의 높이는

$\overline{DE}=\overline{DH}+\overline{EH}$

$=47+70=117\ (\text{m})$

답 117 m

18 전략 $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{BC}\times\sin B$

풀이 $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{BC}\times\sin B=100$

이때 $\overline{AB}$는 20 % 줄이고 $\overline{BC}$는 20 % 늘였으므로

$\overline{A'B}=0.8\overline{AB},\ \overline{BC'}=1.2\overline{BC}$

$\therefore \triangle A'BC'=\dfrac{1}{2}\times\overline{A'B}\times\overline{BC'}\times\sin B$

$=\dfrac{1}{2}\times 0.8\overline{AB}\times 1.2\overline{BC}\times\sin B$

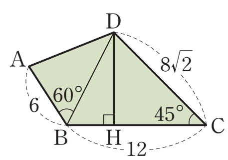
$=0.8\times 1.2\times\dfrac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{BC}\times\sin B$

$=0.8\times 1.2\times 100=96$

답 96

19 전략 $\square ABCD=\triangle ABD+\triangle BCD$

풀이 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle DHC$에서

$\overline{CH}=\overline{DH}=8\sqrt{2}\sin 45°$

$=8\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=8$

$\therefore \overline{BH}=\overline{BC}-\overline{CH}=12-8=4$

$\triangle DBH$에서 $\overline{BD}=\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5}$

$\therefore \square ABCD$

$=\triangle ABD+\triangle DBC$

$=\frac{1}{2}\times 6\times 4\sqrt{5}\times \sin 60^\circ+\frac{1}{2}\times 12\times 8$

$=6\sqrt{15}+48$ 　　답 $6\sqrt{15}+48$

우공비 BOX: $\frac{1}{2}\times \overline{BC}\times \overline{DH}$

20 전략 평행사변형 ABCD에서 ∠B가 둔각일 때

$\square ABCD=\overline{AB}\times\overline{BC}\times \sin(180^\circ-B)$

풀이 $\square ABCD=10\times 14\times \sin(180^\circ-B)=70\sqrt{3}$이므로

$140\sin(180^\circ-B)=70\sqrt{3}$

즉 $\sin(180^\circ-B)=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로

$180^\circ-\angle B=60^\circ$

$\therefore \angle B=120^\circ$ 　　답 120°

21

채점 기준	배점
∠A의 크기 구하기	2점
$\overline{AC}$의 길이 구하기	2점
△ABC의 넓이 구하기	1점

풀이 $\angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A=105^\circ$이므로

$\angle A=30^\circ$ ▶ 2점

따라서 △ABC에서

$\overline{AC}=\frac{4}{\tan 30^\circ}=4\times\sqrt{3}=4\sqrt{3}\,(cm)$ ▶ 2점

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 4\times 4\sqrt{3}=8\sqrt{3}\,(cm^2)$ ▶ 1점

답 $8\sqrt{3}\,cm^2$

+ 보충 학습

삼각형의 내심의 활용

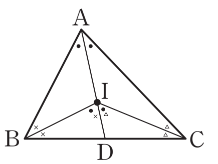
점 I가 △ABC의 내심일 때

$\angle BIC=\angle BID+\angle CID$

$=(\bullet+\times)+(\bullet+\triangle)$

$=(\bullet+\times+\triangle)+\bullet$

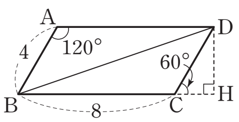
$=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A$



22

채점 기준	배점
$\overline{DH}$, $\overline{CH}$의 길이 구하기	2점
$\overline{BD}$의 길이 구하기	2점

풀이 점 D에서 $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면



∠BCD=∠BAD=120°

이므로

∠DCH=180°−120°=60°

우공비 BOX: 평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같다.

△DCH에서

$\overline{DH}=4\sin 60^\circ=4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$

$\overline{CH}=4\cos 60^\circ=4\times\frac{1}{2}=2$ ▶ 2점

이때 $\overline{BH}=\overline{BC}+\overline{CH}=8+2=10$이므로 △DBH에서

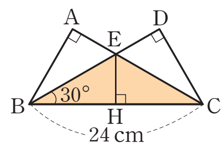
$\overline{BD}=\sqrt{10^2+(2\sqrt{3})^2}=4\sqrt{7}$ ▶ 2점

답 $4\sqrt{7}$

23

채점 기준	배점
$\overline{BE}$의 길이 구하기	2점
△EBC의 넓이 구하기	2점

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$의 교점을 E, 점 E에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 △ABC≡△DCB이므로 ∠ACB=∠DBC=30°



즉 △EBC는 $\overline{EB}=\overline{EC}$인 이등변삼각형이므로

우공비 BOX: 이등변삼각형의 성질
① 두 밑각의 크기가 같다.
② 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.

$\overline{BH}=\overline{CH}=\frac{1}{2}\overline{BC}=12\,(cm)$

△EBH에서

$\overline{BE}=\frac{12}{\cos 30^\circ}=12\times\frac{2}{\sqrt{3}}=8\sqrt{3}\,(cm)$ ▶ 2점

따라서 겹치는 부분인 △EBC의 넓이는

$\frac{1}{2}\times 8\sqrt{3}\times 24\times \sin 30^\circ=\frac{1}{2}\times 8\sqrt{3}\times 24\times\frac{1}{2}$

$=48\sqrt{3}\,(cm^2)$ ▶ 2점

답 $48\sqrt{3}\,cm^2$

다른 풀이 △EBH에서

$\overline{EH}=12\tan 30^\circ=12\times\frac{\sqrt{3}}{3}=4\sqrt{3}\,(cm)$

따라서 겹치는 부분인 △EBC의 넓이는

$\frac{1}{2}\times 24\times 4\sqrt{3}=48\sqrt{3}\,(cm^2)$

24

채점 기준	배점
△AEC의 넓이 구하기	1점
△ABE의 넓이 구하기	2점
sin 75°의 값 구하기	2점

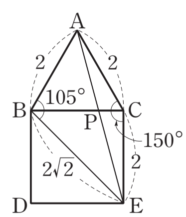
풀이 (1) △AEC에서

$\overline{AC}=\overline{CE}=2$이고

∠ACE=60°+90°=150°

우공비 BOX: ∠ACE=∠ACB+∠BCE=60°+90°=150°

이므로



△AEC

$=\frac{1}{2}\times 2\times 2\times \sin 30^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 2\times 2\times\frac{1}{2}=1$ ▶ 1점

(2) $\triangle ABE=\triangle ABC+\triangle BEC-\triangle AEC$

$=\frac{1}{2}\times2\times2\times\sin 60^\circ+\frac{1}{2}\times2\times2-1$

$=\frac{1}{2}\times2\times2\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\times2\times2-1$

$=\sqrt{3}+1$ ▶ 2점

(3) $\triangle ABE=\frac{1}{2}\times2\times2\sqrt{2}\times\sin(180^\circ-105^\circ)$

$=\sqrt{3}+1$

이므로 $2\sqrt{2}\sin 75^\circ=\sqrt{3}+1$

$\therefore \sin 75^\circ=\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ ▶ 2점

답 (1) 1 (2) $\sqrt{3}+1$ (3) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

우공비 BOX

$\overline{BE}=\sqrt{2}\times2=2\sqrt{2}$

25

채점 기준	배점
∠D의 크기 구하기	2점
△OCD의 넓이 구하기	2점

풀이 $\angle A+\angle D=180^\circ$이고 $\angle A:\angle D=3:1$이므로

$\angle D=180^\circ\times\frac{1}{3+1}=45^\circ$ ▶ 2점

이때 $\square ABCD=4\times3\times\sin 45^\circ=6\sqrt{2}$이므로

$\triangle OCD=\frac{1}{4}\square ABCD=\frac{1}{4}\times6\sqrt{2}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ▶ 2점

답 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

평행사변형에서 이웃하는 두 내각의 크기의 합은 180°이다.

Ⅷ-1. 원과 직선

1. 원의 현

65 | 원의 중심과 현의 수직이등분선 기본서 126~127쪽

익히기 1 답 3, $\overline{OM}$, 3, 5

익히기 2 (1) $\overline{OM}\perp\overline{AB}$이므로

$\overline{BM}=\overline{AM}=6$ cm

$\therefore x=6$

(2) $\overline{AM}=\overline{BM}$이므로

$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=6$ (cm)

직각삼각형 OAM에서

$\overline{OM}=\sqrt{10^2-6^2}=8$ (cm)

$\therefore x=8$

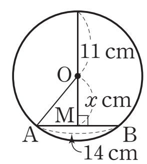
(3) 직각삼각형 OMB에서

$\overline{BM}=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}$ (cm)

$\overline{AM}=\overline{BM}$이므로 $x=4\sqrt{3}$

답 (1) 6 (2) 8 (3) $4\sqrt{3}$

유제 1 (1) $\overline{AM}=\overline{BM}$이므로



$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=7$ (cm)

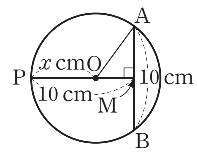
$\overline{OA}=11$ cm이므로

직각삼각형 OAM에서

$\overline{OM}=\sqrt{11^2-7^2}=6\sqrt{2}$ (cm)

$\therefore x=6\sqrt{2}$

(2) $\overline{AM}=\overline{BM}$이므로



$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=5$ (cm)

$\overline{OA}=x$ cm이고

$\overline{OM}=10-x$ (cm)이므로

직각삼각형 AOM에서

$x^2=(10-x)^2+5^2$

$x^2=100-20x+x^2+25$

$20x=125 \quad \therefore x=\frac{25}{4}$

답 (1) $6\sqrt{2}$ (2) $\frac{25}{4}$

△AOM은 $\angle AMO=90^\circ$인 직각삼각형이므로 피타고라스 정리가 성립한다.

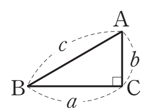
+ 보충 학습

피타고라스 정리

오른쪽 그림과 같은 직각삼각형에서

$c^2=a^2+b^2$

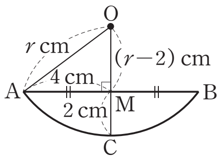
이 성립한다.



Step Up

Ⅷ. 원의 성질

유제 ❷ $\overline{CM}$이 현 AB의 수직이등분선이므로 원의 중심을 O라 하면 $\overline{CM}$의 연장선은 원의 중심 O를 지난다.



원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면 $\overline{OM}=r-2$ (cm)이므로 직각삼각형 OAM에서

$r^2=(r-2)^2+4^2$, $r^2=r^2-4r+4+16$

$4r=20$ $\therefore r=5$

따라서 원의 둘레의 길이는

$2\pi\times5=10\pi$ (cm)

답 ③

유제 ❸ $\overline{OA}=2\overline{OM}=2\times5=10$ (cm)

이므로 직각삼각형 OAM에서

$\overline{AM}=\sqrt{10^2-5^2}=5\sqrt{3}$ (cm)

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=10\sqrt{3}$ (cm)

답 $10\sqrt{3}$ cm

66 | 원의 중심과 현의 길이 기본서 128~129쪽

익히기 3 (1) 중심으로부터 같은 거리에 있는 두 현의 길이는 같으므로 $x=8$

(2) 길이가 같은 두 현은 원의 중심으로부터 같은 거리에 있으므로 $x=5$

(3) 원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분하므로 주어진 두 현의 길이는 모두 10 cm이다.
따라서 길이가 같은 두 현은 원의 중심으로부터 같은 거리에 있으므로 $x=3$

답 (1) 8 (2) 5 (3) 3

유제 ❹ 원의 중심으로부터 같은 거리에 있는 두 현의 길이는 같으므로

$\overline{CD}=\overline{AB}=2\overline{BM}=2\times3=6$ (cm)

답 6 cm

유제 ❺ $\overline{AB}=2\overline{AM}=4\sqrt{13}$ 이므로

$\overline{CD}=\overline{AB}=4\sqrt{13}$

직각삼각형 AMO에서

$\overline{OM}=\sqrt{8^2-(2\sqrt{13})^2}=2\sqrt{3}$

따라서 $\overline{ON}=\overline{OM}=2\sqrt{3}$이므로

$\triangle OCD=\frac{1}{2}\times4\sqrt{13}\times2\sqrt{3}=4\sqrt{39}$

답 $4\sqrt{39}$

우공비 BOX

사각형의 내각의 크기의 합은 360°이다.

이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같다.

$\overline{AB}\perp\overline{OM}$이므로 $\overline{AM}=\overline{BM}$

반지름의 길이가 r인 원의 넓이 ➔ πr^2

유제 ❻ □AMON에서

$\angle A=360°-(90°+110°+90°)=70°$

$\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$

따라서 △ABC는 이등변삼각형이므로

$\angle x=\frac{1}{2}\times(180°-70°)=55°$

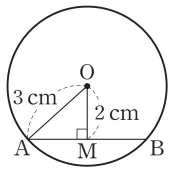
답 ②

소단원 성취도 진단 기본서 130~131쪽

01 ③	02 49π cm^2	03 ⑤	04 36 cm
05 ②	06 $16\sqrt{3}$ cm	07 68 cm	08 ①
09 12 cm	10 ④	11 128°	12 $\sqrt{65}$ cm
13 ②	14 ②	15 $16\sqrt{3}\pi$ cm	

01 전략 원의 중심에서 현에 내린 수선
➡ 현을 이등분한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 현 AB에 내린 수선의 발을 M이라 하면 직각삼각형 OAM에서



$\overline{AM}=\sqrt{3^2-2^2}$
$=\sqrt{5}$ (cm)

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=2\sqrt{5}$ (cm)

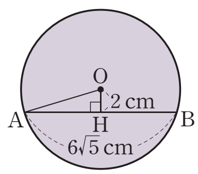
답 ③

02

채점 기준	배점
원 O의 반지름의 길이 구하기	50%
원 O의 넓이 구하기	50%

풀이 $\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=3\sqrt{5}$ (cm)

이므로 직각삼각형 OAH에서



$\overline{OA}=\sqrt{(3\sqrt{5})^2+2^2}$
$=7$ (cm) ▶ 50%

따라서 원 O의 넓이는

$\pi\times7^2=49\pi$ (cm^2) ▶ 50%

답 49π cm^2

03 전략 길이가 같은 두 현
➡ 원의 중심으로부터 같은 거리에 있다.

풀이 ① $\overline{AB}\perp\overline{OM}$에서 $\overline{AB}=2\overline{BM}$

$\overline{CD}\perp\overline{ON}$에서 $\overline{CD}=2\overline{DN}$

이때 $\overline{BM}=\overline{DN}$이므로 $\overline{AB}=\overline{CD}$

② $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로　　$\overline{OM}=\overline{ON}$

③ $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로　　$\angle AOB=\angle COD$

원에서 길이가 같은 현에 대한 중심각의 크기는 같다.

④ $\triangle AOB=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{OM}$

$=\frac{1}{2}\times\overline{CD}\times\overline{ON}=\triangle COD$

⑤ $\angle AOC\neq\angle BOD$이므로　　$\widehat{AC}\neq\widehat{BD}$

답 ⑤

04 전략 세 변의 길이가 같은 삼각형 ◎ 정삼각형

풀이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$가 같은 거리에 있으므로　　$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$

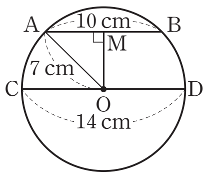
따라서 △ABC의 둘레의 길이는

$3\times12=36\,(\text{cm})$

답 36 cm

05 전략 원의 중심에서 현에 내린 수선

◎ 현을 이등분한다.



풀이 직각삼각형 OAM에서

$\overline{OA}=\frac{1}{2}\overline{CD}=7\,(\text{cm})$,

$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=5\,(\text{cm})$

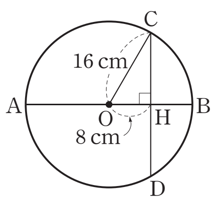
이므로

$\overline{OM}=\sqrt{7^2-5^2}=2\sqrt{6}\,(\text{cm})$

답 ②

피타고라스 정리에 의하여
$\overline{OA}^2=\overline{AM}^2+\overline{OM}^2$

06 전략 직각삼각형 OHC에서 $\overline{CH}$의 길이를 먼저 구한다.



풀이 직각삼각형 OHC에서

$\overline{OC}=16\text{ cm}$,

$\overline{OH}=\overline{OB}-\overline{HB}$

$=16-8=8\,(\text{cm})$

이므로

$\overline{CH}=\sqrt{16^2-8^2}$

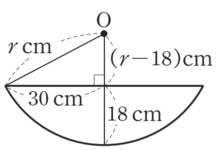
$=8\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{CD}=2\overline{CH}=2\times8\sqrt{3}=16\sqrt{3}\,(\text{cm})$

답 $16\sqrt{3}$ cm

원의 지름인 $\overline{AB}$의 길이가 32 cm이므로
$\overline{OC}=\frac{1}{2}\overline{AB}$
$=16\,(\text{cm})$

07 전략 현의 수직이등분선 ◎ 원의 중심을 지난다.



풀이 수레바퀴가 원 모양이므로 수레바퀴의 중심을 O라 하고 반지름의 길이를 r cm라 하면 오른쪽 그림에서

$r^2=(r-18)^2+30^2$

$r^2=r^2-36r+324+900$,　　$36r=1224$

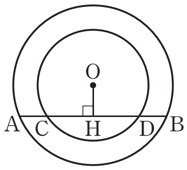
$\therefore\ r=34$

따라서 수레바퀴의 지름의 길이는 68 cm이다.

답 68 cm

08 전략 원의 중심에서 현에 내린 수선

◎ 현을 이등분한다.



풀이 점 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=8\,(\text{cm})$,

$\overline{CH}=\frac{1}{2}\overline{CD}=5\,(\text{cm})$

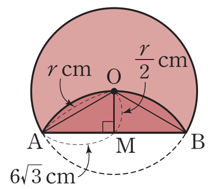
$\therefore\ \overline{AC}=\overline{AH}-\overline{CH}$

$=8-5=3\,(\text{cm})$

답 ①

09 전략 원의 중심에서 접은 선에 이르는 거리

◎ $\frac{1}{2}\times$(반지름의 길이)



풀이 오른쪽 그림과 같이 점 O에서 현 AB에 내린 수선의 발을 M이라 하면

$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=6\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\overline{OA}=r$ cm라 하면

$\overline{OM}=\frac{r}{2}$ cm이므로 직각삼각형 OAM에서

$r^2=(6\sqrt{3})^2+\left(\frac{r}{2}\right)^2$,　　$\frac{3}{4}r^2=108$

$r^2=144$　　$\therefore\ r=12\ (\because r>0)$

답 12 cm

10 전략 원의 중심으로부터 같은 거리에 있는 현

◎ 길이가 같다.

풀이 직각삼각형 OAM에서

$\overline{AM}=\sqrt{10^2-6^2}=8\,(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{CD}=\overline{AB}=2\overline{AM}=16\,(\text{cm})$

답 ④

11

채점 기준	배점
∠BAC의 크기 구하기	50%
∠x의 크기 구하기	50%

풀이 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로　　$\overline{AB}=\overline{AC}$

즉 △ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BAC=180^\circ-2\times64^\circ=52^\circ$　▶ 50%

따라서 □AMON에서

$\angle x=360^\circ-(52^\circ+90^\circ+90^\circ)=128^\circ$　▶ 50%

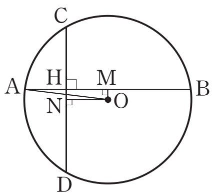
답 128°

12

채점 기준	배점
$\overline{AM}$의 길이 구하기	20%
$\overline{OM}$의 길이 구하기	30%
원 O의 반지름의 길이 구하기	50%

우공비 BOX

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 O에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라 하면



$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}$

$=\frac{1}{2}\times(4+12)$

$=8\ (cm)$ ▶ 20%

원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분한다.

$\overline{OM}=\overline{NH}=\overline{CN}-\overline{CH}$

$=\frac{1}{2}\overline{CD}-\overline{CH}$

$=\frac{1}{2}\times(6+8)-6=1\ (cm)$ ▶ 30%

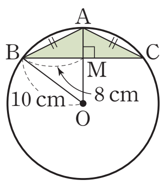
따라서 직각삼각형 AOM에서

$\overline{OA}=\sqrt{8^2+1^2}=\sqrt{65}\ (cm)$ ▶ 50%

답 $\sqrt{65}$ cm

13 전략 현의 수직이등분선 ➡ 원의 중심을 지난다.

풀이 이등변삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면



$\overline{BM}=\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{BC}=8(cm)$

따라서 $\overline{AM}$은 $\overline{BC}$의 수직이등분선이므로 $\overline{AM}$의 연장선은 원의 중심 O를 지난다.

직각삼각형 OMB에서

$\overline{OM}=\sqrt{10^2-8^2}=6\ (cm)$

따라서 $\overline{AM}=\overline{OA}-\overline{OM}=10-6=4\ (cm)$이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times16\times4=32\ (cm^2)$

답 ②

14 전략 원의 중심으로부터 같은 거리에 있는 현 ➡ 길이가 같다.

풀이 $\overline{OL}=\overline{OM}$이므로

$\overline{AC}=\overline{AB}=2\times2=4$

이때 $\angle BAC=60°$이므로

$\angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180°-60°)=60°$

즉 $\triangle ABC$는 정삼각형이므로

$\triangle ABC=\frac{\sqrt{3}}{4}\times4^2=4\sqrt{3}$ 답 ②

한 변의 길이가 a인 정삼각형의 넓이 ➡ $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

15

채점 기준	배점
$\overline{ND}$의 길이 구하기	40%
$\overline{OD}$의 길이 구하기	40%
원 O의 둘레의 길이 구하기	20%

풀이 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{CD}=\overline{AB}=24$ cm

$\therefore \overline{ND}=\frac{1}{2}\overline{CD}=12\ (cm)$ ▶ 40%

$\triangle OND$에서

$\overline{OD}=\frac{\overline{ND}}{\cos 30°}=12\times\frac{2}{\sqrt{3}}=8\sqrt{3}\ (cm)$ ▶ 40%

따라서 원 O의 둘레의 길이는

$2\pi\times8\sqrt{3}=16\sqrt{3}\pi\ (cm)$ ▶ 20%

답 $16\sqrt{3}\pi$ cm

2. 원의 접선

67 | 원의 접선의 길이 기본서 132~133쪽

익히기 1 (1) $\angle OAP=\angle OBP=90°$이므로 $\square AOBP$에서

두 직선 PA, PB가 원 O의 접선이므로 $\overline{OA}\perp\overline{PA}$, $\overline{OB}\perp\overline{PB}$

$\angle P=360°-(90°+115°+90°)=65°$

$\therefore x=65$

(2) $\angle OAP=90°$이고 $\overline{OP}=8+2=10\ (cm)$이므로 직각삼각형 AOP에서

$8^2+x^2=10^2$, $x^2=36$

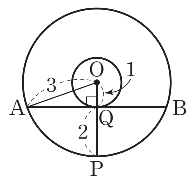
$\therefore x=6\ (\because x>0)$

(3) 원 밖의 한 점 P에서 원에 그은 두 접선의 길이는 같으므로

$\overline{PB}=\overline{PA}=12$ cm $\therefore x=12$

답 (1) 65 (2) 6 (3) 12

유제 ❶ 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면 $\triangle OAQ$는 $\angle OQA=90°$인 직각삼각형이므로



$\overline{AQ}=\sqrt{3^2-1^2}=2\sqrt{2}$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AQ}=2\times2\sqrt{2}$

$=4\sqrt{2}$ 답 $4\sqrt{2}$

유제 ❷ (1) $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $\triangle PAB$는 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle PAB=\angle PBA=\frac{1}{2}\times(180°-40°)=70°$

$\therefore x=70$

(2) $\overline{PB}=\overline{PA}=x$ cm, $\overline{OP}=6+4=10\ (cm)$이고

반지름의 길이

$\angle OBP=90°$이므로 $\triangle OPB$에서

$x^2+6^2=10^2$, $x^2=64$

$\therefore x=8\ (\because x>0)$ 답 (1) 70 (2) 8

68 | 삼각형의 내접원
기본서 134~135쪽

익히기 2 (1) $\overline{BD}=\overline{BE}=9$ cm이므로

$\overline{AF}=\overline{AD}=17-9=8$ (cm)

$\overline{CF}=\overline{CE}=10$ cm이므로

$\overline{AC}=\overline{AF}+\overline{CF}=8+10=18$ (cm)

$\therefore x=18$

(2) $\overline{BE}=\overline{BD}=5$ cm이므로

$\overline{CF}=\overline{CE}=8-5=3$ (cm)

$\therefore \overline{AD}=\overline{AF}=9-3=6$ (cm)

$\therefore x=6$

(3) $\overline{AF}=\overline{AD}=5$ cm이므로

$\overline{CE}=\overline{CF}=10-5=5$ (cm)

$\overline{AD}=5$ cm이므로

$\overline{BE}=\overline{BD}=11-5=6$ (cm)

$\therefore \overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}=6+5=11$ (cm)

$\therefore x=11$

답 (1) 18 (2) 6 (3) 11

> 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

유제 3 $\overline{BE}=\overline{BD}=9-5=4$ (cm)

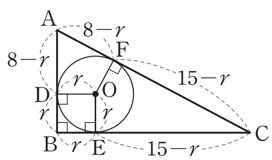
$\overline{AF}=\overline{AD}=5$ cm이므로

$\overline{CE}=\overline{CF}=8-5=3$ (cm)

$\therefore \overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}=4+3=7$ (cm)

답 ③

유제 4 오른쪽 그림과 같이 원 O와 △ABC의 세 변의 접점을 각각 D, E, F라 하고 원 O의 반지름의 길이를 r라 하면



□DBEO는 한 변의 길이가 r인 정사각형이다.

$\angle B=90°$이므로 $\overline{BC}=\sqrt{17^2-8^2}=15$

$\overline{BD}=\overline{BE}=r$이므로

$\overline{AF}=\overline{AD}=8-r$, $\overline{CF}=\overline{CE}=15-r$

따라서 $\overline{AC}=\overline{AF}+\overline{CF}$이므로

$(8-r)+(15-r)=17$, $2r=6$

$\therefore r=3$

답 3

다른 풀이 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times15\times8=60$

또 $\triangle ABC=\triangle OAB+\triangle OBC+\triangle OCA$

$=\frac{1}{2}\times8\times r+\frac{1}{2}\times15\times r+\frac{1}{2}\times17\times r$

$=20r$

이므로

$20r=60$ $\therefore r=3$

> $\overline{AB}\perp\overline{OD}$ → $\overline{OD}=r$
> $\overline{BC}\perp\overline{OE}$ → $\overline{OE}=r$
> $\overline{AC}\perp\overline{OF}$ → $\overline{OF}=r$

69 | 원에 외접하는 사각형
기본서 136~137쪽

익히기 3 (1) $5+x=4+10$ $\therefore x=9$

(2) $6+10=x+(4+9)$ $\therefore x=3$

(3) $(3+x)+(2+4)=5+9$ $\therefore x=5$

답 (1) 9 (2) 3 (3) 5

> 사각형 ABCD가 원에 외접하면 대변의 길이의 합은 같다.
> → $\overline{AB}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{BC}$

유제 5-1 사각형 ABCD가 원 O에 외접하므로

$\overline{AB}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{BC}=\frac{1}{2}\times46=23$ (cm)

즉 $\overline{AD}+12=23$ (cm)이므로

$\overline{AD}=11$ (cm)

답 11 cm

유제 5-2 $\overline{AH}=\overline{AE}=\overline{EB}=\overline{BF}=\overline{OF}=2$이고

$\overline{AB}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$4+5=3+(2+\overline{CF})$

$\therefore \overline{CF}=4$

답 4

> $\overline{AB}=\overline{AE}+\overline{BE}$
> $=2+2=4$

유제 6 $\overline{AL}=\overline{BL}=\frac{1}{2}\overline{AB}=5$ (cm)이므로

$\overline{AP}=\overline{AL}=5$ cm, $\overline{BM}=\overline{BL}=5$ cm

$\therefore \overline{CM}=\overline{PD}=14-5=9$ (cm)

$\overline{ME}=x$ cm라 하면

$\overline{DE}=\overline{DN}+\overline{NE}=\overline{PD}+\overline{ME}=9+x$ (cm)

$\overline{CE}=\overline{CM}-\overline{ME}=9-x$ (cm)

$\overline{CD}=\overline{AB}=10$ cm

이므로 직각삼각형 DEC에서

$(9+x)^2=10^2+(9-x)^2$

$x^2+18x+81=100+x^2-18x+81$

$36x=100$ $\therefore x=\frac{25}{9}$

답 $\frac{25}{9}$ cm

소단원 성취도 진단
기본서 138~139쪽

01 32π	02 ④	03 12 cm	04 ②	05 ③
06 24 cm	07 ③	08 18	09 ③	10 6
11 $5\sqrt{3}$ cm		12 15	13 13	14 ③

01 전략 원의 접선 ➡ 접점을 지나는 반지름과 수직이다.

풀이 직선 PA는 원 O의 접선이므로

$\angle OAP=90°$

직각삼각형 OAP에서

$\overline{OA}=\sqrt{9^2-7^2}=4\sqrt{2}$

따라서 원 O의 넓이는

$\pi\times(4\sqrt{2})^2=32\pi$

답 32π

02 전략 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$가 원 O의 접선

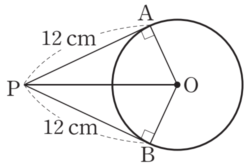
◯ $\overline{OA}\perp\overline{PA}$, $\overline{OB}\perp\overline{PB}$

풀이 오른쪽 그림에서

$\angle PAO=\angle PBO=90°$,

$\overline{PO}$는 공통,

$\overline{OA}=\overline{OB}$ (반지름)



이므로

$\triangle OAP\equiv\triangle OBP$ (RHS 합동)

$\therefore \overline{PB}=\overline{PA}=12$ cm

또 $\triangle OAP$에서

$90°+\angle APO+\angle POA=180°$

$\therefore \angle APO+\angle POA=90°$

그런데 주어진 조건만으로 $\overline{OA}$의 길이는 알 수 없으므로 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

03 전략 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

풀이 $\overline{AF}=\overline{AD}=4$ cm이므로

$\overline{CE}=\overline{CF}=8-4=4$ (cm)

따라서 $\overline{BD}=\overline{BE}=12-4=8$ (cm)이므로

$\overline{AB}=4+8=12$(cm) 답 12 cm

04 전략 원에 외접하는 사각형 ◯ 대변의 길이의 합이 같다.

풀이 $\overline{BE}=\overline{BF}=5$ cm이므로

$\overline{AB}=1+5=6$ (cm)

$\overline{AB}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로 □ABCD의 둘레의 길이는

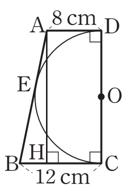
$2(\overline{AB}+\overline{DC})=2\times(6+10)=32$ (cm) 답 ②

05 전략 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

풀이 $\overline{AB}$와 반원 O의 접점을 E라 하면

$\overline{AE}=\overline{AD}=8$ cm,

$\overline{BE}=\overline{BC}=12$ cm



점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 직각삼각형 ABH에서

$\overline{AB}=8+12=20$(cm),

$\overline{BH}=12-8=4$(cm)

$\overline{CH}=\overline{AD}=8$ cm

이므로

$\overline{AH}=\sqrt{20^2-4^2}=8\sqrt{6}$ (cm)

$\therefore \overline{CD}=\overline{AH}=8\sqrt{6}$ cm 답 ③

06

채점 기준	배점
$\overline{PA}$의 길이 구하기	40%
$\triangle PDC$의 둘레의 길이 구하기	60%

풀이 $\triangle PAO$는 $\angle PAO=90°$인 직각삼각형이므로

$\overline{PA}=\sqrt{13^2-5^2}=12$ (cm) ▶ 40%

$\overline{CA}=\overline{CE}$, $\overline{DB}=\overline{DE}$이므로

($\triangle PDC$의 둘레의 길이)

$=\overline{PC}+\overline{CD}+\overline{PD}$

$=\overline{PC}+(\overline{CE}+\overline{DE})+\overline{PD}$

$=(\overline{PC}+\overline{CA})+(\overline{DB}+\overline{PD})$

$\overline{CE}=\overline{CA}$, $\overline{DE}=\overline{DB}$

$=\overline{PA}+\overline{PB}=2\overline{PA}$

$=2\times12$

$=24$ (cm) ▶ 60%

답 24 cm

07 전략 $\overline{AD}=\overline{AF}$, $\overline{BD}=\overline{BE}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$

풀이 $\overline{BE}=\overline{BD}=9$ cm, $\overline{CE}=\overline{CF}=11$ cm

$\overline{AD}=x$ cm라 하면

$\overline{AF}=\overline{AD}=x$ cm

$\triangle ABC$의 둘레의 길이가 48 cm이므로

$2(x+9+11)=48$

$\therefore x=4$ 답 ③

08

채점 기준	배점
$\overline{AB}$를 x, y로 나타내기	20%
$\overline{BC}$를 y, z로 나타내기	20%
$\overline{CA}$를 z, x로 나타내기	20%
$x+y+z$의 값 구하기	40%

풀이 $\overline{AF}=\overline{AD}=x$, $\overline{BD}=\overline{BE}=y$, $\overline{CE}=\overline{CF}=z$이므로

$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}=x+y$ ······ ㉠ ▶ 20%

$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}=y+z$ ······ ㉡ ▶ 20%

$\overline{CA}=\overline{CF}+\overline{AF}=z+x$ ······ ㉢ ▶ 20%

㉠+㉡+㉢을 하면

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=2(x+y+z)$

$\therefore x+y+z=\frac{1}{2}(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})$

$=\frac{1}{2}\times(10+12+14)$

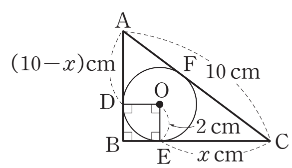
$=18$ ▶ 40%

답 18

09 전략 원 O가 $\triangle ABC$의 내접원

◯ 길이가 같은 선분을 찾는다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 원 O와 $\triangle ABC$의 세 변의 접점을 D, E, F라 하고 $\overline{CE}=x$ cm라 하면



□DBEO는 한 변의 길이가 2 cm인 정사각형이다.

$\overline{AB}=(10-x)+2=12-x$ (cm)

$\overline{BC}=2+x$ (cm)

직각삼각형 ABC에서

$(12-x)^2+(x+2)^2=10^2$

$2x^2-20x+48=0$

$x^2-10x+24=0$

$(x-4)(x-6)=0$

$\therefore x=4$ 또는 $x=6$ …… ㉠

그런데 $\overline{BC}>\overline{AB}$이므로

$x+2>12-x \quad \therefore x>5$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $x=6$

$\therefore \overline{BC}=2+6=8\ (\text{cm})$

$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}$

답 ③

10 전략 등변사다리꼴

평행하지 않은 두 대변의 길이가 같다.

풀이 $\overline{AB}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$\overline{AB}+\overline{DC}=5+7=12$

$\therefore \overline{AB}=\frac{1}{2}\times 12=6$

답 6

11 전략 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$가 원 O의 접선

$\overline{OA}\perp\overline{PA}$, $\overline{OB}\perp\overline{PB}$

$\triangle OAP\equiv\triangle OBP$ (RHS 합동)

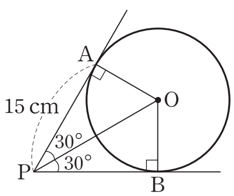
풀이 $\triangle OAP$와 $\triangle OBP$에서

$\angle OAP=\angle OBP=90^\circ$,

$\overline{OP}$는 공통,

$\overline{OA}=\overline{OB}$ (반지름)

이므로



$\triangle OAP\equiv\triangle OBP$ (RHS 합동)

$\therefore \angle OPA=\angle OPB=\frac{1}{2}\angle P=30^\circ$

따라서 직각삼각형 OAP에서

$\overline{OA}=\overline{PA}\tan 30^\circ=15\tan 30^\circ$

$=15\times\frac{\sqrt{3}}{3}=5\sqrt{3}\ (\text{cm})$

$\tan 30^\circ=\frac{\overline{OA}}{\overline{PA}}$

답 $5\sqrt{3}$ cm

보충 학습

직각삼각형의 합동 조건

① 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같을 때
➜ RHA 합동

② 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같을 때
➜ RHS 합동

12

채점 기준	배점
$\overline{BF}$, $\overline{BH}$의 길이 구하기	40%
$\triangle ABC$의 둘레의 길이를 이용한 식 세우기	30%
$\overline{AC}$의 길이 구하기	30%

풀이 $\overline{DG}=x$라 하면 $\overline{GE}=6-x$

$\overline{DF}=\overline{DG}=x$, $\overline{EH}=\overline{GE}=6-x$

$\overline{BF}=\overline{BH}$에서 $8+x=6+(6-x)$

$2x=4 \quad \therefore x=2$

$\therefore \overline{BF}=\overline{BH}=10$ ▶ 40%

$\triangle ABC$의 둘레의 길이가 50이므로

$\overline{AF}+10+10+\overline{CH}+\overline{CI}+\overline{AI}=50$

$\overline{AF}+\overline{CH}+\overline{CI}+\overline{AI}=30$ ▶ 30%

이때 $\overline{AF}=\overline{AI}$, $\overline{CH}=\overline{CI}$이므로

$2(\overline{AI}+\overline{CI})=30, \quad \overline{AI}+\overline{CI}=15$

$\therefore \overline{AC}=15$ ▶ 30%

답 15

13 전략 $\overline{DI}=x$로 놓고 원에 외접하는 사각형의 성질을 이용한다.

풀이 $\overline{DI}=x$라 하면 □ABID가 원 O에 외접하므로

$\overline{AB}+\overline{DI}=\overline{AD}+\overline{BI}$

즉 $12+x=15+\overline{BI}$이므로 $\overline{BI}=x-3$

따라서 $\overline{IC}=15-(x-3)=18-x$이므로

직각삼각형 DIC에서

$x^2=(18-x)^2+12^2$

$x^2=324-36x+x^2+144$

$36x=468 \quad \therefore x=13$

답 13

다른 풀이 $\overline{BG}=\overline{BF}=6$, $\overline{AE}=\overline{AF}=6$이므로

$\overline{DH}=\overline{DE}=15-6=9$

$\overline{GI}=\overline{HI}=x$라 하면 $\overline{DI}=9+x$, $\overline{IC}=9-x$

직각삼각형 DIC에서

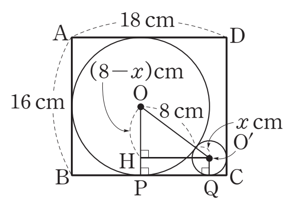
$(9+x)^2=(9-x)^2+12^2$

$36x=144 \quad \therefore x=4$

$\therefore \overline{DI}=9+4=13$

14 전략 $\overline{OO'}$을 빗변으로 하는 직각삼각형을 그려 피타고라스 정리를 이용한다.

풀이 원 O′의 반지름의 길이를 x cm라 하자. 오른쪽 그림과 같이 점 O′에서 $\overline{OP}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{OO'}=8+x\ (\text{cm})$,

$\overline{OH}=8-x\ (\text{cm})$,

$\overline{O'H}=18-(8+x)=10-x\ (\text{cm})$

원 O의 지름의 길이와 같은 $\overline{AB}$의 길이가 16 cm이므로 원 O의 반지름의 길이는 8 cm이다.

$\triangle OHO'$은 직각삼각형이므로

$(8-x)^2+(10-x)^2=(8+x)^2$

$x^2-52x+100=0$

$(x-2)(x-50)=0$

$8-x>0$에서 $x<8$이므로 $x=2$

답 ③

우공비 BOX

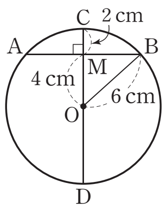
중단원 마무리 평가

기본서 140~143쪽

01 ④	02 ②	03 ⑤	04 ③	05 ③
06 ②	07 ④	08 ③	09 ④	10 ④
11 ②	12 ②	13 ⑤	14 ④	15 ②
16 24	17 1 cm	18 38 cm	19 4π cm^2	
20 36	21 $8\sqrt{2}$cm^2		22 68°	23 $2\sqrt{3}$
24 $\frac{25}{2}$	25 42 cm^2			

01 전략 원의 중심에서 현에 내린 수선 ➡ 현을 이등분한다.

풀이 오른쪽 그림에서 $\overline{OB}$를 그으면



$$\overline{OB}=\overline{OC}=\frac{1}{2}\times12=6\,(\text{cm})$$

이므로 $\overline{OM}=6-2=4\,(\text{cm})$

따라서 직각삼각형 OBM에서

$$\overline{BM}=\sqrt{6^2-4^2}$$
$$=2\sqrt{5}\,(\text{cm})$$

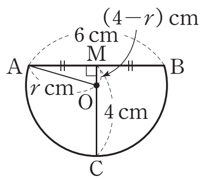
이므로

$$\overline{AB}=2\overline{BM}=4\sqrt{5}\,(\text{cm})$$

답 ④

02 전략 현의 수직이등분선 ➡ 원의 중심을 지난다.

풀이 오른쪽 그림에서 $\overline{CM}$은 $\overline{AB}$의 수직이등분선이므로 원의 중심을 O라 하면 $\overline{CM}$은 점 O를 지난다.



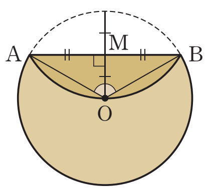
원의 반지름의 길이를 r cm라 하면 △OAM에서

$$r^2=(4-r)^2+3^2$$
$$r^2=16-8r+r^2+9$$
$$8r=25 \qquad \therefore r=\frac{25}{8}$$

답 ②

03 전략 원의 중심에서 접은 선에 이르는 거리 ➡ $\frac{1}{2}\times$(반지름의 길이)

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면 $\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OA}$이므로 직각삼각형 OAM에서



$$\sin A=\frac{\overline{OM}}{\overline{OA}}=\frac{1}{2}$$
$$\therefore \angle A=30°$$

$\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

$$\angle AOB=180°-2\times30°=120°$$

답 ⑤

• $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로
$\angle OBA=\angle OAB$
$=30°$

04 전략 중심으로부터 같은 거리에 있는 두 현 ➡ 길이가 같다.

풀이 $\overline{OD}=\overline{OE}$이므로 두 현 AB, AC의 길이가 같다.
따라서 △ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$$\angle BAC=180°-2\times75°=30°$$

답 ③

05 전략 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$가 원 O의 접선 ➡ $\angle PAO=\angle PBO=90°$

풀이 $\angle PAO=\angle PBO=90°$이므로 □APBO에서

$$\angle AOB=360°-(90°+45°+90°)=135°$$

따라서 색칠한 부채꼴의 중심각의 크기는
$360°-135°=225°$이므로

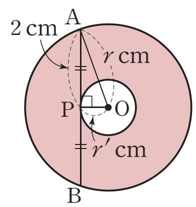
$$(\text{넓이})=\pi\times(2\sqrt{2})^2\times\frac{225}{360}=5\pi\,(\text{cm}^2)$$

답 ③

반지름의 길이가 r, 중심각의 크기가 $x°$인 부채꼴의 넓이
➡ $\pi r^2\times\frac{x}{360}$

06 전략 원의 접선 ➡ 접점을 지나는 반지름과 수직이다.

풀이 오른쪽 그림에서
$\angle APO=90°$이므로



$$\overline{AP}=\frac{1}{2}\overline{AB}=2\,(\text{cm})$$

원의 중심에서 현에 내린 수선은 현을 이등분한다.

큰 원과 작은 원의 반지름의 길이를 각각 r cm, r' cm라 하면
직각삼각형 OAP에서

$$r^2=r'^2+2^2 \qquad \therefore r^2-r'^2=4$$

따라서 구하는 넓이는

$$\pi r^2-\pi r'^2=\pi(r^2-r'^2)=4\pi\,(\text{cm}^2)$$

답 ②

07 전략 원 밖의 한 점에서 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

풀이 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로

$$\angle PAB=\angle PBA=\frac{1}{2}\times(180°-60°)=60°$$

따라서 △APB는 정삼각형이므로 그 둘레의 길이는

$$3\times6=18\,(\text{cm})$$

답 ④

08 전략 원의 접선 ➡ 접점을 지나는 반지름과 수직이다.

풀이 직선 PA가 원 O의 접선이므로

$$\angle PAC=90°$$
$$\therefore \angle PAB=90°-20°=70°$$

이때 $\overline{PA}=\overline{PB}$에서 △APB는 이등변삼각형이므로

$$\angle P=180°-2\times70°=40°$$

답 ③

09 전략 $\overline{DA}=\overline{DP}$, $\overline{CP}=\overline{CB}$임을 이용하여 먼저 $\overline{CD}$의 길이를 구한다.

풀이 (ㄱ) $\overline{DP}=\overline{DA}=6$, $\overline{CP}=\overline{CB}=9$

$$\therefore \overline{CD}=6+9=15$$

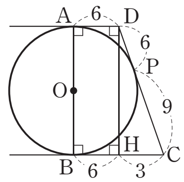
(ㄴ) 원의 접선은 그 접점을 지나는 반지름과 수직이다.

$$\therefore \angle OBC=90°$$

(ㄷ) $\angle DOP=\angle DOA$, $\angle COP=\angle COB$이고

$\angle AOB=180°$이므로 $\angle DOC=90°$

(ㄹ) 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{CH}=9-6=3$

따라서 $\triangle DHC$에서

$\overline{DH}=\sqrt{15^2-3^2}=6\sqrt{6}$

$\overline{AB}=\overline{DH}=6\sqrt{6}$이므로

$\overline{OA}=\frac{1}{2}\overline{AB}=3\sqrt{6}$

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ)이다. 답 ④

우공비 BOX

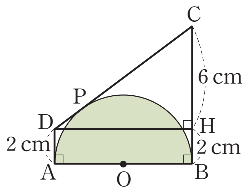
$\angle DOC$
$=\angle DOP+\angle COP$
$=\angle DOA+\angle COB$
$=\frac{1}{2}\times180°=90°$

10 전략 반원에서의 접선

보조선을 그어 직각삼각형을 만든다.

풀이 $\overline{DP}=\overline{AD}=2\,\text{cm}$,

$\overline{CP}=\overline{CB}=8\,\text{cm}$이므로



$\overline{CD}=\overline{CP}+\overline{DP}$

$=8+2$

$=10\ (\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{CH}=8-2=6\ (\text{cm})$

이므로 직각삼각형 CDH에서

$\overline{DH}=\sqrt{10^2-6^2}=8\ (\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=\overline{DH}=8\,\text{cm}$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

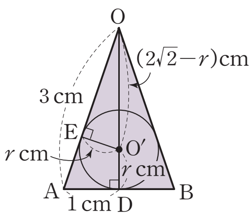
$\frac{1}{2}\times\pi\times4^2=8\pi\ (\text{cm}^2)$ 답 ④

$\overline{AB}=x+1$
$=(4+\sqrt{7})+1$
$=5+\sqrt{7}\ (\text{cm})$
$\overline{BC}=9-x$
$=9-(4+\sqrt{7})$
$=5-\sqrt{7}\ (\text{cm})$

반원 O의 반지름의 길이는 4 cm이다.

11 전략 삼각형의 닮음을 이용한다.

풀이 구와 원뿔을 평면 OAB로 자른 단면은 오른쪽 그림과 같다. 점 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 D라 하면 $\triangle OAD$에서



$\overline{OD}=\sqrt{3^2-1^2}$

$=2\sqrt{2}\ (\text{cm})$

원 O′과 $\overline{OA}$의 접점을 E라 하면

$\triangle OO'E \backsim \triangle OAD$ (AA 닮음)

이므로 원 O′의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{OO'}:\overline{OA}=\overline{O'E}:\overline{AD}$

$(2\sqrt{2}-r):3=r:1$

$3r=2\sqrt{2}-r$

$4r=2\sqrt{2}$ $\therefore r=\frac{\sqrt{2}}{2}$

따라서 구의 반지름의 길이는 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ cm이다.

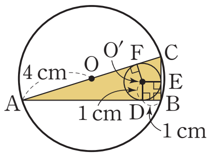
답 ②

$\angle EOO'$은 공통,
$\angle OEO'=\angle ODA$
$=90°$

$\overline{CE}=\overline{CB}-\overline{EB}$
$=6-(2+x)$
$=4-x\ (\text{cm})$

12 전략 원 밖의 한 점에서 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

풀이 원 O′과 $\triangle ABC$의 세 변의 접점을 D, E, F라 하자.



$\overline{AF}=x$ cm라 하면

$\overline{FC}=8-x\ (\text{cm})$,

$\overline{AB}=x+1\ (\text{cm})$,

$\overline{BC}=\overline{CE}+\overline{BE}=\overline{CF}+\overline{BD}$

$=(8-x)+1=9-x\ (\text{cm})$

직각삼각형 ABC에서

$(x+1)^2+(9-x)^2=64$

$x^2-8x+9=0$

$\therefore x=4\pm\sqrt{7}$

그런데 $x>4$이므로 $x=4+\sqrt{7}$

따라서 $\overline{AB}=5+\sqrt{7}\ (\text{cm})$, $\overline{BC}=5-\sqrt{7}\ (\text{cm})$이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times(5+\sqrt{7})\times(5-\sqrt{7})$

$=9\ (\text{cm}^2)$ 답 ②

13 전략 원에 외접하는 사각형

대변의 길이의 합이 같다.

풀이 ⑤ 원에 외접하는 사각형은 대변의 길이의 합이 같다.

답 ⑤

14 전략 □ABCD가 원 O에 외접할 때

$\overline{AB}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{BC}$

풀이 사각형 ABCD가 원 O에 외접하므로

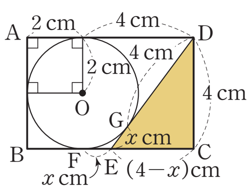
$(x+7)+(x+4)=x+(2x+3)$

$2x+11=3x+3$

$\therefore x=8$ 답 ④

15 전략 $\overline{EF}=\overline{EG}=x$ cm로 놓고 $\overline{CE}$, $\overline{DE}$의 길이를 x로 나타낸다.

풀이 원 O의 반지름의 길이는 2 cm이므로 $\overline{BC}$, $\overline{DE}$와 원 O의 접점을 각각 F, G라 하고



$\overline{EF}=\overline{EG}=x$ cm라 하면

$\overline{CE}=4-x\ (\text{cm})$,

$\overline{DE}=4+x\ (\text{cm})$

직각삼각형 CDE에서

$(4+x)^2=(4-x)^2+4^2$

$16+8x+x^2=16-8x+x^2+16$

$16x=16$ $\therefore x=1$

$\therefore \triangle CDE=\frac{1}{2}\times3\times4=6\ (\text{cm}^2)$ 답 ②

우공비 BOX

16

전략 원의 중심에서 현에 내린 수선 ➡ 현을 이등분한다.

풀이 $\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=6,\ \overline{AN}=\frac{1}{2}\overline{AC}=4$이므로

$\square AMON=6\times4=24$

답 24

17

전략 원 밖의 한 점에서 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

풀이 $\overline{AC}=x$ cm라 하면

$\overline{EC}=x$ cm, $\overline{BD}=\overline{ED}=4-x$ (cm)

$\overline{PA}=\overline{PB}$이므로

$7+x=5+(4-x),\quad 2x=2$

$\therefore x=1$

답 1 cm

다른 풀이 $\overline{AC}=\overline{CE},\ \overline{BD}=\overline{ED}$이므로

$\overline{PA}+\overline{PB}=\overline{PC}+\overline{CD}+\overline{PD}$

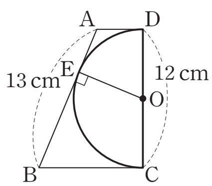
$=7+4+5=16$ (cm)

$\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $\quad\overline{PA}=8$(cm)

$\therefore \overline{AC}=\overline{PA}-\overline{PC}=8-7=1$ (cm)

18

전략 원의 접선의 길이의 성질을 이용하여 길이가 같은 선분을 찾는다.



풀이 $\overline{AB}$와 반원 O의 접점을 E라 하면

$\overline{AD}=\overline{AE},\ \overline{BE}=\overline{BC}$

이므로 $\square ABCD$의 둘레의 길이는

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DA}$

$=\overline{AB}+(\overline{BC}+\overline{AD})+\overline{CD}$

$=\overline{AB}+(\overline{BE}+\overline{AE})+\overline{CD}$

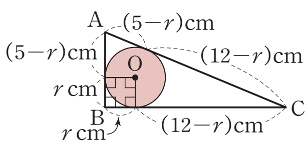
$=\overline{AB}+\overline{AB}+\overline{CD}$

$=13+13+12=38$ (cm)

답 38 cm

19

전략 내접원의 중심에서 세 변에 이르는 거리 ➡ 내접원의 반지름의 길이



풀이 $5^2+12^2=13^2$

이므로 △ABC는

$\angle B=90°$인 직각삼각형이다.

원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$(5-r)+(12-r)=13$

$2r=4 \qquad \therefore r=2$

따라서 원 O의 넓이는

$\pi\times2^2=4\pi$ (cm²)

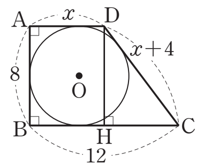
답 4π cm²

세 변의 길이가 각각 $a,\ b,\ c$인 △ABC에서 $a^2+b^2=c^2$ 이 성립하면 △ABC는 빗변의 길이가 c인 직각삼각형이다.

반지름의 길이가 r인 원의 넓이 ➡ πr^2

20

전략 보조선을 그어 직각삼각형을 만든다.



풀이 $\overline{AD}=x$라 하면

$\square ABCD$가 원 O에 외접하므로

$\overline{AB}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{BC}$

$8+\overline{DC}=x+12$

$\therefore \overline{DC}=x+4$

점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=12-x$

이므로 △DHC에서

$(x+4)^2=(12-x)^2+8^2$

$32x=192 \qquad \therefore x=6$

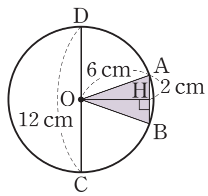
따라서 $\square ABCD$의 둘레의 길이는

$2(\overline{AD}+\overline{BC})=2\times(6+12)=36$

답 36

21

채점 기준	배점
△OAB의 높이 구하기	3점
△OAB의 넓이 구하기	1점



풀이 $\overline{OA}=6$ cm이고 점 O에서 현 AB에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times4$

$=2$ (cm)

직각삼각형 OAH에서

$\overline{OH}=\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}$ (cm) ▶ 3점

$\therefore$ △OAB$=\frac{1}{2}\times4\times4\sqrt{2}$

$=8\sqrt{2}$ (cm²) ▶ 1점

답 $8\sqrt{2}$ cm²

22

채점 기준	배점
∠ABC의 크기 구하기	2점
∠BAC의 크기 구하기	2점

풀이 $\square DBEO$에서

$\angle ABC=360°-(90°+124°+90°)$

$=56°$ ▶ 2점

$\overline{OD}=\overline{OF}$이므로 $\quad\overline{AB}=\overline{AC}$

즉 △ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

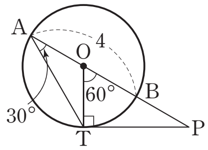
$\angle BAC=180°-2\times56°=68°$ ▶ 2점

답 68°

23

채점 기준	배점
∠TOP의 크기 구하기	2점
$\overline{PT}$의 길이 구하기	3점

풀이 $\overline{OT}$를 그으면 오른쪽 그림에서



$\overline{OT}=2$, $\angle OTP=90°$

$\overline{OA}=\overline{OT}$이므로 $\triangle OAT$에서

$\angle TOP=30°+30°$

$=60°$ ▶ 2점

따라서 $\triangle OTP$에서

$\overline{PT}=\overline{OT}\tan 60°=2\tan 60°=2\sqrt{3}$ ▶ 3점

답 $2\sqrt{3}$

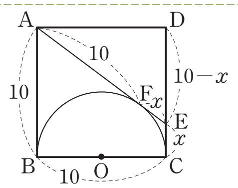
24

채점 기준	배점
$\overline{AE}$, $\overline{DE}$의 길이를 미지수로 나타내기	2점
식 세우기	2점
$\overline{AE}$의 길이 구하기	1점

풀이 $\overline{CE}=\overline{EF}=x$라 하면

$\overline{AE}=10+x$,

$\overline{DE}=10-x$ ▶ 2점



$\overline{AE}=\overline{AF}+\overline{EF}$

$\overline{DE}=\overline{DC}-\overline{CE}$

직각삼각형 AED에서

$(10+x)^2$

$=(10-x)^2+10^2$ ▶ 2점

$100+20x+x^2=100-20x+x^2+100$

$40x=100 \quad \therefore x=\frac{5}{2}$

$\therefore \overline{AE}=10+\frac{5}{2}=\frac{25}{2}$ ▶ 1점

답 $\frac{25}{2}$

25

채점 기준	배점
$\overline{AD}+\overline{BC}$의 길이 구하기	2점
□ABCD의 넓이 구하기	2점

풀이 □ABCD가 원 O에 외접하므로

$\overline{AD}+\overline{BC}=\overline{AB}+\overline{DC}=6+8=14\,(\text{cm})$ ▶ 2점

$\therefore$ □ABCD$=\triangle OAB+\triangle OBC+\triangle OCD+\triangle ODA$

$=\frac{1}{2}\times 3\times(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DA})$

$=\frac{1}{2}\times 3\times 2\times 14=42\,(\text{cm}^2)$ ▶ 2점

답 42 cm^2

Ⅷ-2. 원주각(1)

1. 원주각의 성질

70 | 원주각의 성질

기본서 144~146쪽

중심각의 크기는 원주각의 크기의 2배이다.

익히기 1 (1) $\angle x=2\angle APB=2\times 60°=120°$

(2) $\angle x=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times 110°=55°$

(3) $\angle x=\angle APB=35°$

(4) $\angle x=\frac{1}{2}\times 180°=90°$

답 (1) 120° (2) 55° (3) 35° (4) 90°

유제 ❶ (1) $\angle x=2\angle APB=2\times 50°=100°$

$\angle y=\frac{1}{2}\times(360°-100°)=130°$

(2) $\angle x=\frac{1}{2}\times(360°-150°)=105°$

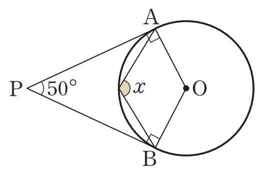
□ABOC에서

$\angle y=360°-(150°+105°+65°)=40°$

답 (1) $\angle x=100°$, $\angle y=130°$

(2) $\angle x=105°$, $\angle y=40°$

유제 ❷ 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면



$\angle PAO=\angle PBO$

$=90°$

이므로

$\angle AOB=180°-50°=130°$

$\therefore \angle x=\frac{1}{2}\times(360°-130°)=115°$

중심각의 크기

답 115°

유제 ❸ (1) $\angle x=\angle ACD=50°$

$\angle y=\angle BAC=20°$

(2) $\angle x=\angle CED=45°$

$\angle y=2\angle BAD=2\times(35°+45°)=160°$

답 (1) $\angle x=50°$, $\angle y=20°$

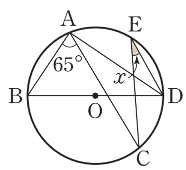
(2) $\angle x=45°$, $\angle y=160°$

유제 ❹ (1) $\angle APC=90°$이므로

반원에 대한 원주각의 크기는 90°이다.

$\angle x=90°-25°=65°$

(2) 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면 $\angle BAD=90°$이므로



$\angle CAD=90°-65°$

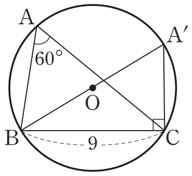
$=25°$

$\therefore \angle x=\angle CAD=25°$

답 (1) 65° (2) 25°

우공비 BOX

유제 ❺ 오른쪽 그림과 같이 원 O의 지름 $\overline{A'B}$를 그으면 $\overset{\frown}{BC}$에 대한 원주각의 크기는 같으므로



$\angle BA'C=\angle BAC=60°$

반원에 대한 원주각의 크기는 90°이므로

$\triangle A'BC$에서 $\overline{A'B}=\dfrac{9}{\sin 60°}=9\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=6\sqrt{3}$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $3\sqrt{3}$이다.

답 ②

71 | 원주각의 크기와 호의 길이 기본서 147~148쪽

익히기 2 (1) $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$이므로

$\angle APB=\angle BQC=30°$

$\therefore x=30$

(2) $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$이므로

$\angle ADB=\angle DAC=42°$

$\therefore x=42$

(3) $\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BC}=\angle APB:\angle BPC$이므로

$5:x=25°:50°=1:2$

$\therefore x=10$ 답 (1) 30 (2) 42 (3) 10

익히기 3 (ㄱ) $\angle BAC\neq\angle BDC$

(ㄴ) $\angle BAC=\angle BDC=90°$

(ㄷ) $\angle ADB=\angle ACB=35°$

(ㄹ) $\angle BAC$와 $\angle BDC$ 또는 $\angle ABD$와 $\angle ACD$가 서로 같은지 알 수 없다.

이상에서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있는 것은 (ㄴ), (ㄷ)이다. 답 (ㄴ), (ㄷ)

네 점이 한 원 위에 있는지 알아보려면 한 직선에 대하여 같은 쪽에 있는 두 각의 크기가 같은지 확인한다.

유제 ❻ $\angle BAC:\angle ABD=\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{AD}$

$=2\overset{\frown}{AD}:\overset{\frown}{AD}$

$=2:1$

이므로 $\angle BAC:\angle x=2:1$

$\therefore \angle BAC=2\angle x$

$\triangle PAB$에서 $\angle BPC$는 $\angle APB$의 외각이므로

$\angle x+2\angle x=72°$

$3\angle x=72°$ $\therefore \angle x=24°$ 답 ②

유제 ❼ 한 원에서 $\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{BC}$, $\overset{\frown}{CA}$에 대한 중심각의 크기의 합은 360°이므로 $\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{BC}$, $\overset{\frown}{CA}$에 대한 원주각의 크기의 합은 $\dfrac{1}{2}\times360°=180°$이다.

$\angle ACB:\angle BAC:\angle ABC$

$=\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{CA}=3:5:2$이므로

$\angle ACB=180°\times\dfrac{3}{10}=54°$ 답 54°

$3+5+2=10$

다른풀이 $\overline{BC}$는 원 O의 지름이므로 $\angle BAC=90°$

$\therefore \angle ABC+\angle ACB=90°$

$\angle ABC:\angle ACB=\overset{\frown}{AC}:\overset{\frown}{AB}=2:3$이므로

$\angle ACB=90°\times\dfrac{3}{5}=54°$

유제 ❽ 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로

$\angle ADB=\angle ACB=30°$

$\therefore \angle y=30°$

따라서 $\triangle DPB$에서

$\angle DBC=40°+30°=70°$

이므로 $\angle x=70°$ 답 $\angle x=70°$, $\angle y=30°$

소단원 성취도 진단 기본서 149~150쪽

01 ②	02 ④	03 130°	04 ③	
05 $\angle x=70°$, $\angle y=140°$			06 ④	07 110°
08 54°	09 ③	10 ④	11 45°	12 ③
13 $2\sqrt{13}\pi$	14 60°	15 ③		

01 전략 (원주각의 크기) ○ $\dfrac{1}{2}\times$(중심각의 크기)

풀이 $\triangle OBC$는 $\overline{OB}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OCB=\angle OBC=45°$

$\triangle OBC$에서 $\angle BOC=180°-2\times45°=90°$

$\therefore \angle BAC=\dfrac{1}{2}\angle BOC=\dfrac{1}{2}\times90°=45°$ 답 ②

02 전략 반원에 대한 원주각의 크기 ○ 90°

풀이 $\overline{BC}$가 원 O의 지름이므로

$\angle BAC=90°$

따라서 $\overline{BC}=4$ cm, $\overline{AC}=\sqrt{2}$ cm이므로 직각삼각형 ABC에서

$\overline{AB}=\sqrt{4^2-(\sqrt{2})^2}=\sqrt{14}$ (cm) 답 ④

03

채점 기준	배점
$\angle ACB$의 크기 구하기	50%
$\angle BAC$의 크기 구하기	50%

풀이 $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AC}$이므로

$\angle ACB=\angle ABC=25°$ ▶ 50%

따라서 $\triangle ABC$에서

$\angle BAC=180°-2\times25°=130°$ ▶ 50%

답 130°

한 원에서 길이가 같은 호에 대한 원주각의 크기는 같다.

04 전략 두 점 A, D가 직선 BC에 대하여 같은 쪽에 있고 $\angle BAC = \angle BDC$ ➲ 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

풀이 $\triangle ABP$에서 $\angle BAP = 75° - 25° = 50°$

네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으려면

$\angle x = \angle BAC = 50°$

답 ③

05 전략 (원주각의 크기) ➲ $\frac{1}{2} \times$(중심각의 크기)

풀이 $\angle y = 360° - 2 \times 110° = 140°$이므로

$\angle x = \frac{1}{2}\angle y = \frac{1}{2} \times 140° = 70°$

답 $\angle x = 70°$, $\angle y = 140°$

$\overset{\frown}{BAD}$에 대한 중심각의 크기

06 전략 반지름의 길이가 r, 중심각의 크기가 $x°$인 부채꼴의 넓이 ➲ $\pi r^2 \times \frac{x}{360}$

풀이 $\angle AOC = \angle x$ $(180° < \angle x < 360°)$라 하면

$\angle x = 2\angle ABC = 2 \times 120° = 240°$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\pi \times 6^2 \times \frac{240}{360} = 24\pi$ (cm^2)

답 ④

반지름의 길이가 6 cm, 중심각의 크기가 240°인 부채꼴

07

채점 기준	배점
$\angle ADC$의 크기 구하기	40%
$\angle BAD$의 크기 구하기	30%
$\angle BQD$의 크기 구하기	30%

풀이 $\angle ADC = \angle ABC = 30°$ ▶ 40%

$\triangle APD$에서

$\angle BAD = 50° + 30° = 80°$ ▶ 30%

$\triangle AQB$에서

$\angle BQD = 80° + 30° = 110°$ ▶ 30%

답 110°

08 전략 먼저 $\angle ADB$와 $\angle ACD$의 크기를 각각 구한다.

풀이 $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC}$이므로

$\angle ADB = \angle BDC = 33°$

또 $\angle ACD = \angle ABD = 60°$이므로 $\triangle ACD$에서

$\angle x = 180° - (60° + 33° + 33°)$

$= 54°$

답 54°

09 전략 한 원에서 호의 길이가 같으면 ➲ 원주각의 크기도 같다.

풀이 $\overline{AD}$가 원 O의 지름이므로 $\angle APD = 90°$

$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{CD}$이므로

$\angle APB = \angle BPC = \angle CPD$

$\therefore \angle x = \frac{1}{3}\angle APD = \frac{1}{3} \times 90° = 30°$

답 ③

10 전략 원주각의 크기와 호의 길이 ➲ 정비례

풀이 $\triangle PAB$에서 $\angle BAP = 70° - 25° = 45°$이므로

$\overset{\frown}{BC}$: (원 O의 둘레의 길이) $= \angle BAC : 180°$

$= 45° : 180°$

$= 1 : 4$

한 원에서 원주각의 크기의 합은 180°이다.

따라서 원 O의 둘레의 길이는

$4\overset{\frown}{BC} = 4 \times 6 = 24$ (cm)

답 ④

11

채점 기준	배점
$\angle ADB$의 크기 구하기	40%
$\angle BAD$의 크기 구하기	40%
$\angle x$의 크기 구하기	20%

풀이 $\angle BAC = \angle BDC$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

$\therefore \angle ADB = \angle ACB = 35°$ ▶ 40%

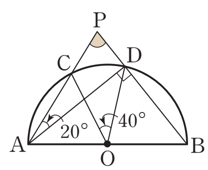
$\triangle ABD$는 $\overline{AB} = \overline{AD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BAD = 180° - 2 \times 35° = 110°$ ▶ 40%

$\therefore \angle x = 110° - 65° = 45°$ ▶ 20%

답 45°

12 전략 반원에 대한 원주각의 크기 ➲ 90°



풀이 오른쪽 그림과 같이 선분 AD를 그으면 선분 AB는 반원 O의 지름이므로

$\angle ADB = 90°$

또 $\angle CAD = \frac{1}{2}\angle COD = \frac{1}{2} \times 40° = 20°$이므로

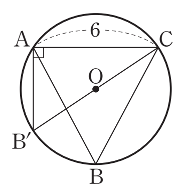
$\triangle PAD$에서

$\angle P = 90° - 20° = 70°$

답 ③

$\angle CAD$는 $\overset{\frown}{CD}$에 대한 원주각이고 $\angle COD$는 $\overset{\frown}{CD}$에 대한 중심각이다.

13 전략 지름을 그어 직각삼각형을 그린다.



풀이 오른쪽 그림과 같이 원의 지름 $\overline{B'C}$를 그으면 $\angle B'AC = 90°$이므로

$\tan B = \tan B' = \frac{6}{\overline{AB'}} = \frac{3}{2}$

$\therefore \overline{AB'} = 4$

직각삼각형 $AB'C$에서 $\overline{B'C} = \sqrt{4^2 + 6^2} = 2\sqrt{13}$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $\sqrt{13}$이므로 원 O의 둘레의 길이는

$2\pi \times \sqrt{13} = 2\sqrt{13}\pi$

답 $2\sqrt{13}\pi$

$\overset{\frown}{AC}$에 대한 원주각
➔ $\angle ABC = \angle AB'C$
➔ $\tan B = \tan B'$

14

채점 기준	배점
$\angle ACB$의 크기 구하기	30%
$\angle DBC$의 크기 구하기	30%
$\angle x$의 크기 구하기	40%

풀이 오른쪽 그림과 같이 선분 BC를 그으면 선분 AB가 반원 O의 지름이므로

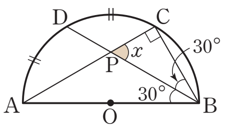
$\angle ACB=90^\circ$ ▶ 30%

또 $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{DC}$이므로

$\angle DBC=\angle ABD=30^\circ$ ▶ 30%

따라서 $\triangle CPB$에서

$\angle x=90^\circ-30^\circ=60^\circ$ ▶ 40%



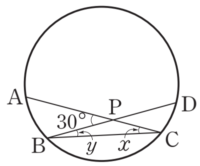
답 60°

15 전략 두 호에 대한 원주각의 크기의 합이 a°
➡ 중심각의 크기의 합은 $2a^\circ$

풀이 $\angle ACB=\angle x$,
$\angle CBD=\angle y$라 하면 $\triangle PBC$에서

$\angle x+\angle y=30^\circ$

따라서 $\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{CD}$에 대한 중심각의 크기의 합은 60°이므로



$$\overset{\frown}{AB}+\overset{\frown}{CD}=2\pi\times6\times\frac{60}{360}$$
$$=2\pi\ (\text{cm})$$

답 ③

+ 보충 학습

$\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{CD}$에 대한 중심각의 크기는 각각 $2\angle x$, $2\angle y$이므로

$\overset{\frown}{AB}=2\pi\times6\times\dfrac{2\angle x}{360^\circ}$ (cm),

$\overset{\frown}{CD}=2\pi\times6\times\dfrac{2\angle y}{360^\circ}$ (cm)

$\therefore\ \overset{\frown}{AB}+\overset{\frown}{CD}=2\pi\times6\times\dfrac{2(\angle x+\angle y)}{360^\circ}$

$=2\pi\times6\times\dfrac{2\times30^\circ}{360^\circ}$

$=2\pi$ (cm)

2. 원과 사각형

72 | 원과 사각형 기본서 151~153쪽

익히기 1 (1) $\angle x=180^\circ-95^\circ=85^\circ$

□ABCD가 원에 내접하므로 $\angle A+\angle C=180^\circ$

(2) $\triangle BCD$에서

$\angle BCD=180^\circ-(35^\circ+40^\circ)=105^\circ$

$\therefore\ \angle x=180^\circ-105^\circ=75^\circ$

(3) $78^\circ+\angle BAD=180^\circ$이므로

$\angle BAD=102^\circ$

$\therefore\ \angle x=\angle BAD=102^\circ$

답 (1) 85° (2) 75° (3) 102°

익히기 2 (1) $\angle B+\angle D=190^\circ\neq180^\circ$이므로
□ABCD는 원에 내접하지 않는다.

우공비 BOX

한 외각의 크기가 그 내대각의 크기와 같은 사각형은 원에 내접한다.

(2) $\angle A=\angle DCE=100^\circ$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.

(3) $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle D=\angle BCE=65^\circ$(동위각)
따라서 $\angle B+\angle D=170^\circ\neq180^\circ$이므로 □ABCD는 원에 내접하지 않는다.

답 풀이 참조

유제 ① □ABDE는 원에 내접하므로

$\angle x=180^\circ-105^\circ=75^\circ$

한 호에 대한 원주각의 크기는 같으므로

$\angle BAC=\angle BDC=20^\circ$

$\therefore\ \angle y=\angle x+\angle BAC$

$=75^\circ+20^\circ=95^\circ$

답 $\angle x=75^\circ$, $\angle y=95^\circ$

유제 ② □ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle ADC=120^\circ$

$\therefore\ \angle x=120^\circ-90^\circ=30^\circ$

$\overline{BC}$가 원 O의 지름이므로 $\angle BDC=90^\circ$

한 호에 대한 원주각의 크기는 같으므로

$\angle y=\angle DAC=20^\circ$

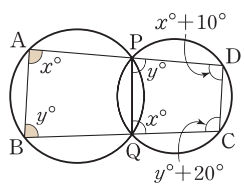
$\therefore\ \angle x+\angle y=30^\circ+20^\circ=50^\circ$

답 ③

유제 ③ 오른쪽 그림에서
□ABQP는 원에 내접하므로

$\angle PQC=\angle PAB=x^\circ$,

$\angle QPD=\angle ABQ=y^\circ$



□PQCD는 원에 내접하므로

$x+(x+10)=180$, $y+(y+20)=180$

따라서 $x=85$, $y=80$이므로

$x-y=85-80=5$

답 5

유제 ④ 오른쪽 그림에서
□ABCD가 원에 내접하므로

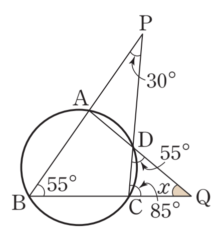
$\angle CDQ=\angle ABC=55^\circ$

$\triangle PBC$에서

$\angle PCQ=30^\circ+55^\circ=85^\circ$

$\triangle DCQ$에서

$\angle x=180^\circ-(55^\circ+85^\circ)=40^\circ$



답 40°

유제 ⑤ 한 호에 대한 원주각의 크기는 같아야 하므로

$\angle BAC=\angle BDC=32^\circ$

$\triangle APC$에서 $\angle ACD=30^\circ+32^\circ=62^\circ$

□ABCD에서 $\angle BCD+\angle BAD=180^\circ$이어야 하므로

$(\angle x+62^\circ)+(32^\circ+40^\circ)=180^\circ$

$\therefore\ \angle x=46^\circ$

답 ③

우공비 BOX

소단원 성취도 진단

기본서 154~155쪽

01 ③	02 $60°$	03 ④	04 $55°$	05 $135°$
06 $85°$	07 ②	08 ①	09 ③	10 ②, ④
11 ④	12 $111°$	13 ⑤	14 $128°$	

01 전략 원에 내접하는 사각형

➲ 한 쌍의 대각의 크기의 합이 $180°$

풀이 $\square$ABCD는 원에 내접하므로

$\angle ABC=180°-65°=115°$

$\triangle$ABC에서

$\angle x=180°-(115°+30°)=35°$ 답 ③

02

채점 기준	배점
$\angle$ADC의 크기 구하기	50%
$\angle$FCD의 크기 구하기	50%

풀이 $\square$ABCD가 원에 내접하므로

$\angle ADC=180°-105°=75°$ ▶ 50%

$\triangle$FCD에서

$\angle FCD+75°=135°$ $\therefore \angle FCD=60°$ ▶ 50%

답 $60°$

03 전략 원에 내접하는 사각형

➲ 한 외각의 크기와 그 내대각의 크기가 같다.

풀이 ③ $\angle BCD=180°-60°=120°$

④ $\angle DCE=\angle BAD=60°$ 답 ④

04 전략 $\triangle$ABP에서 $\angle$B의 크기를 먼저 구한다.

풀이 $\triangle$ABP에서

$\angle B=180°-(95°+30°)=55°$

$\square$ABCD가 원에 내접하므로

$\angle PDC=\angle B=55°$ 답 $55°$

다른 풀이 $\square$ABCD가 원에 내접하므로

$\angle BCD=180°-95°=85°$

$\triangle$DCP에서 $\angle PDC=85°-30°=55°$

05

채점 기준	배점
$\angle$ABD의 크기 구하기	30%
$\angle$BAD의 크기 구하기	30%
$\angle$BCD의 크기 구하기	40%

풀이 $\angle ABD=90°$이므로 ▶ 30%

$\angle BAD=180°-(90°+45°)=45°$ ▶ 30%

$\square$ABCD는 원 O에 내접하므로

$\angle BCD=180°-45°=135°$ ▶ 40%

답 $135°$

06 전략 원주각의 크기 ➲ $\frac{1}{2}\times$(중심각의 크기)

풀이 $\angle ABC=\frac{1}{2}\angle AOC=\frac{1}{2}\times170°=85°$

$\square$ABCD는 원 O에 내접하므로

$\angle CDE=\angle ABC=85°$ 답 $85°$

07 전략 원에 내접하는 사각형

➲ 한 외각의 크기와 그 내대각의 크기가 같다.

풀이 $\square$ABCD는 원 O에 내접하므로

$\angle ADC=\angle ABP=70°$

$\therefore \angle BDC=70°-30°=40°$

이때 한 호에 대한 원주각의 크기가 같으므로

$\angle BAC=\angle BDC=40°$

$\overset{\frown}{BC}$에 대한 원주각

$\angle BAD=90°$이므로

$\angle x=90°-40°=50°$ 답 ②

08 전략 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

풀이 $\square$ABCD가 원에 내접하므로

$\angle ADC=180°-\angle x$

$\triangle$PCD에서

$\angle PCQ=30°+(180°-\angle x)=210°-\angle x$

$\angle PCQ$
$=\angle P+\angle ADC$

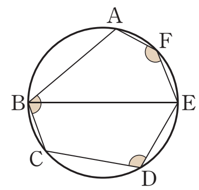
$\triangle$BQC에서

$\angle x=26°+(210°-\angle x)$

$\angle ABC$
$=\angle Q+\angle PCQ$

$2\angle x=236°$ $\therefore \angle x=118°$ 답 ①

09 전략 육각형을 두 개의 사각형으로 나누어 생각한다.



풀이 $\square$ABEF와 $\square$BCDE가 원에 내접하므로

$\angle ABE+\angle F=180°$,

$\angle EBC+\angle D=180°$

$\therefore \angle B+\angle D+\angle F$

$=(\angle ABE+\angle EBC)$

$+\angle D+\angle F$

$=180°+180°=360°$ 답 ③

10 전략 한 쌍의 대각의 크기의 합이 $180°$이거나 한 외각의 크기가 그 내대각의 크기와 같은 사각형은 원에 내접한다.

풀이 ① $\angle ABC+\angle ADC=175°\neq180°$

② $\angle BAD=\angle DCE$

③ $\angle BAD=180°-70°=110°$

$\therefore \angle BAD\neq\angle DCF$

④ $\triangle$ACD에서

$\angle ADC=180°-(30°+50°)=100°$

$\therefore \angle ABC+\angle ADC=80°+100°=180°$

우공비 BOX

⑤ $\angle BAD = 180° - 65° = 115°$

$\therefore \angle BAD \neq \angle BCF$

이상에서 □ABCD가 원에 내접하는 것은 ②, ④이다.

답 ②, ④

11 전략 한 외각의 크기가 그 내대각의 크기와 같은 사각형은 원에 내접한다.

풀이 $\angle BCD = 60°$이므로

$\angle BCA = 60° - 25° = 35°$

$\therefore \angle x = \angle BCA = 35°$

한 외각과 그 내대각의 크기가 같아야 하므로

$\angle DAB = 120°$

$\therefore \angle y = 120° - 50° = 70°$

$\therefore \angle x + \angle y = 35° + 70° = 105°$

답 ④

$\overline{AB}$에 대하여 같은 쪽에 있는 각의 크기가 같아야 한다.

12

채점 기준	배점
$\angle x$의 크기 구하기	40%
$\angle y$의 크기 구하기	40%
$\angle x + \angle y$의 크기 구하기	20%

풀이 $\overset{\frown}{CDA}$의 길이가 원주의 $\frac{5}{12}$이므로

$\angle ABC = 180° \times \frac{5}{12} = 75°$

$\therefore \angle x = \angle ABC = 75°$ ▶ 40%

$\overset{\frown}{BAD}$의 길이가 원주의 $\frac{4}{5}$이므로

$\angle BCD = 180° \times \frac{4}{5} = 144°$

$\therefore \angle y = 180° - 144° = 36°$ ▶ 40%

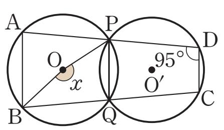
$\therefore \angle x + \angle y = 75° + 36° = 111°$ ▶ 20%

답 $111°$

원의 둘레에 대한 원주각의 크기

원에 내접하는 사각형의 한 쌍의 대각의 크기의 합은 $180°$이다.

13 전략 원에 내접하는 사각형의 성질과 원주각과 중심각의 크기 사이의 관계를 이용한다.



풀이 □PQCD가 원 O′에 내접하므로

$\angle PQC = 180° - 95° = 85°$

□ABQP가 원 O에 내접하므로

$\angle BAP = \angle PQC = 85°$

$\therefore \angle x = 2\angle BAP$

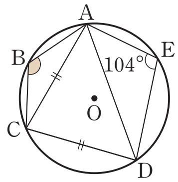
$= 2 \times 85° = 170°$

답 ⑤

14

채점 기준	배점
$\angle ACD$의 크기 구하기	30%
$\angle CDA$의 크기 구하기	40%
$\angle ABC$의 크기 구하기	30%

삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.



풀이 □ACDE가 원 O에 내접하므로

$\angle ACD = 180° - 104° = 76°$ ▶ 30%

$\triangle CAD$는 $\overline{CA} = \overline{CD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle CDA = \angle CAD$

$= \frac{1}{2} \times (180° - 76°) = 52°$ ▶ 40%

□ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle ABC = 180° - 52° = 128°$ ▶ 30%

답 $128°$

중단원 마무리 평가

기본서 156~159쪽

01 ⑤	02 ④	03 ①	04 ①	05 ②
06 ①	07 ②	08 ④	09 ③	10 ⑤
11 ①	12 ④	13 ②	14 ①	15 ②
16 $35°$	17 $50°$	18 $\frac{4}{9}$	19 $75°$	20 $105°$
21 32 m	22 $25°$	23 $75°$	24 $27°$	25 $141°$

01 전략 (중심각의 크기) ➡ 2×(원주각의 크기)

풀이 $\angle ACB = 50°$이므로

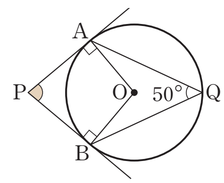
$\angle AOB = 2 \times 50° = 100°$

$\triangle OAB$는 $\overline{OA} = \overline{OB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OBA = \frac{1}{2} \times (180° - 100°) = 40°$

답 ⑤

02 전략 원의 접선 ➡ 접점을 지나는 반지름과 수직이다.



풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면

$\angle AOB = 2\angle AQB = 100°$

이때 $\angle PAO = \angle PBO = 90°$이므로

$\angle P = 180° - 100° = 80°$

답 ④

03 전략 한 원에서 한 호에 대한 원주각의 크기는 모두 같다.

풀이 $\angle BAC$와 $\angle BDC$는 모두 $\overset{\frown}{BC}$에 대한 원주각이므로 $\angle x = 60°$

$\angle ABD$와 $\angle ACD$는 모두 $\overset{\frown}{AD}$에 대한 원주각이므로

$\angle y = 25°$

따라서 $\triangle ABE$에서

$\angle z = 60° + 25° = 85°$

$\therefore \angle x-\angle y+\angle z=60°-25°+85°$

$=120°$ 답 ①

04 전략 한 호에 대한 원주각의 크기와 삼각형의 외각의 성질을 이용한다.

풀이 $\angle ADB=\angle a$라 하면

$\triangle DPB$에서 $\angle a+28°=\angle x$ …… ㉠

$\angle DAC=\angle DBC=\angle x$이므로 $\triangle AED$에서

$\angle x+\angle a=72°$ …… ㉡

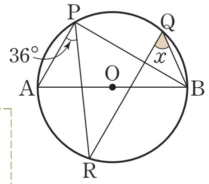
㉠−㉡을 하면

$28°-\angle x=\angle x-72°$

$2\angle x=100°$ $\therefore \angle x=50°$ 답 ①

05 전략 반원에 대한 원주각의 크기 ➡ 90°

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PB}$를 그으면



$\angle APB=90°$

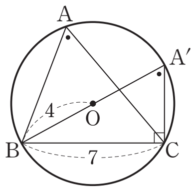
$\therefore \angle RPB=90°-36°=54°$

$\therefore \angle x=\angle RPB=54°$ 답 ②

$\overline{AB}$는 원 O의 지름이다.

06 전략 보조선을 그어 직각삼각형을 만든다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 A′이라 하면



$\angle A=\angle A'$

또 $\angle A'CB=90°$, $\overline{A'B}=8$이므로 직각삼각형 A′BC에서

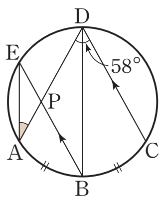
$\overline{A'C}=\sqrt{8^2-7^2}=\sqrt{15}$

$\therefore \cos A=\cos A'=\dfrac{\overline{A'C}}{\overline{A'B}}=\dfrac{\sqrt{15}}{8}$ 답 ①

$\overset{\frown}{BC}$에 대한 원주각

07 전략 평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때 동위각의 크기는 같다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



$\angle ADB=\angle BDC$

$=\dfrac{1}{2}\angle ADC$

$=29°$

$\therefore \angle AEB=\angle ADB=29°$

$\overline{BE}/\!/\overline{CD}$이므로

$\angle APB=\angle ADC=58°$

$\triangle EAP$에서

$\angle EAD+29°=58°$ $\therefore \angle EAD=29°$ 답 ②

$\overset{\frown}{AB}$에 대한 원주각

원에 내접하는 사각형의 한 외각의 크기는 그 내대각의 크기와 같다.

08 전략 원주각의 크기와 호의 길이 ➡ 정비례

풀이 $\angle ABD:\angle BAC=\overset{\frown}{AD}:\overset{\frown}{BC}$이므로

$\angle ABD:\angle x=6:12=1:2$

따라서 $\angle ABD=\dfrac{1}{2}\angle x$이므로 $\triangle ABP$에서

$\angle x+\dfrac{1}{2}\angle x=72°$, $\dfrac{3}{2}\angle x=72°$

$\therefore \angle x=48°$ 답 ④

09 전략 한 직선에 대하여 같은 쪽에 있는 두 각의 크기가 같다. ➡ 네 점이 한 원 위에 있다.

풀이 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으려면

$\angle ABD=\angle ACD=35°$

$\therefore \angle A=180°-(35°+75°)=70°$ 답 ③

10 전략 원에 내접하는 사각형

➡ 한 쌍의 대각의 크기의 합이 180°

풀이 $\overline{BC}$가 원 O의 지름이므로

$\angle BDC=90°$

$\therefore \angle DCB=\angle DBC=\dfrac{1}{2}\times(180°-90°)=45°$

$\square ABCD$가 원 O에 내접하므로

$\angle BAD=180°-45°=135°$ 답 ⑤

11 전략 원에 내접하는 사각형

➡ 한 외각의 크기와 그 내대각의 크기가 같다.

풀이 한 호에 대한 원주각의 크기는 같으므로

$\angle BDC=\angle BAC=50°$

$\therefore \angle ABE=\angle ADC=\angle ADB+\angle BDC$

$=55°+50°=105°$ 답 ①

다른 풀이 $\angle ACB=\angle ADB=55°$이므로 $\triangle ABC$에서

$\angle ABE=50°+55°=105°$

12 전략 삼각형의 한 외각의 크기

➡ 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

풀이 $\angle ADC=\angle x$라 하면 $\triangle AQD$에서

$\angle QAP=\angle x+39°$

$\triangle PCD$에서

$\angle PCD=180°-(25°+\angle x)$

$=155°-\angle x$

$\square ABCD$가 원 O에 내접하므로

$\angle QAP=\angle PCD$

$\angle x+39°=155°-\angle x$

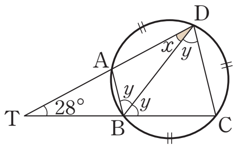
$2\angle x=116°$

$\therefore \angle x=58°$ 답 ④

우공비 BOX

13 전략 한 원에서 길이가 같은 호에 대한 원주각의 크기는 같다.

풀이 $\widehat{AD}=\widehat{BC}=\widehat{CD}$이므로



$\angle ABD=\angle BDC$

$=\angle DBC$

$=\angle y$

라 하면 $\triangle DTB$에서

$\angle y=\angle x+28^\circ$ …… ㉠

□ABCD는 원에 내접하므로 $\angle B+\angle D=180^\circ$에서

$2\angle y+(\angle x+\angle y)=180^\circ$

$\therefore\ \angle x+3\angle y=180^\circ$ …… ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$\angle x+3(\angle x+28^\circ)=180^\circ$

$4\angle x=96^\circ \qquad \therefore\ \angle x=24^\circ$

답 ②

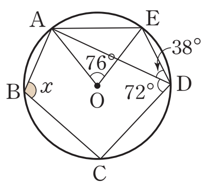
> 반원에 대한 원주각의 크기는 90°이다.

> 원에 내접하는 사각형의 한 쌍의 대각의 크기의 합은 180°이다.

14 전략 원에 내접하는 사각형

➡ 한 쌍의 대각의 크기의 합이 180°

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면 $\widehat{AE}$에 대한 중심각의 크기가 76°이므로



$\angle ADE=\frac{1}{2}\times 76^\circ=38^\circ$

$\therefore\ \angle ADC=110^\circ-38^\circ=72^\circ$

□ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle x+\angle ADC=180^\circ$

$\therefore\ \angle x=180^\circ-72^\circ=108^\circ$

답 ①

15 전략 한 쌍의 대각의 크기의 합이 180°인 사각형

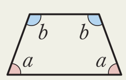
➡ 원에 내접한다.

풀이 (ㄱ), (ㄴ) 정사각형과 직사각형은 네 내각의 크기가 모두 90°이므로 한 쌍의 대각의 크기의 합이 180°이다.

(ㅂ) 등변사다리꼴은 아랫변의 양 끝 각의 크기가 같고 윗변의 양 끝 각의 크기도 같으므로 대각의 크기의 합이 180°이다.

따라서 항상 원에 내접하는 사각형은 (ㄱ), (ㄴ), (ㅂ)이다.

답 ②



> 위의 그림과 같은 등변사다리꼴에서
> $2(\angle a+\angle b)=360^\circ$
> $\therefore\ \angle a+\angle b=180^\circ$

16 전략 (원주각의 크기)$=\frac{1}{2}\times$(중심각의 크기)

풀이 $\angle ABC=\frac{1}{2}\angle AOC=\frac{1}{2}\times 100^\circ=50^\circ$

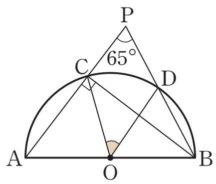
따라서 $\triangle APB$에서

$\angle x+15^\circ=50^\circ \qquad \therefore\ \angle x=35^\circ$

답 35°

17 전략 (중심각의 크기)$=2\times$(원주각의 크기)

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



$\angle ACB=90^\circ$

이므로 $\triangle PCB$에서

$\angle CBP=90^\circ-65^\circ=25^\circ$

$\therefore\ \angle COD=2\times 25^\circ=50^\circ$

답 50°

18 전략 반원에 대한 원주각의 크기 ➡ 90°

풀이 $\triangle ABC$에서 $\angle C=90^\circ$이고 $\overline{AB}=12$이므로

$\overline{AC}=\sqrt{12^2-8^2}=4\sqrt{5}$

$\sin A=\frac{8}{12}=\frac{2}{3},\ \cos A=\frac{4\sqrt{5}}{12}=\frac{\sqrt{5}}{3},$

$\tan A=\frac{8}{4\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$이므로

$\sin A\times\cos A\times\tan A=\frac{2}{3}\times\frac{\sqrt{5}}{3}\times\frac{2\sqrt{5}}{5}=\frac{4}{9}$

답 $\frac{4}{9}$

다른 풀이 $\sin A\times\cos A\times\tan A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}\times\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}\times\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$

$=\frac{\overline{BC}^2}{\overline{AB}^2}=\frac{8^2}{12^2}=\frac{4}{9}$

19 전략 원주각의 크기와 호의 길이 ➡ 정비례

풀이 $\angle ABC:\angle BCD=2:5$이므로 $\angle ABC=2a^\circ$, $\angle BCD=5a^\circ$라 하자.

> $\angle ABC:\angle BCD$
> $=\widehat{AC}:\widehat{BD}$

$\triangle PCB$에서 $\angle BCD=\angle BPC+\angle PBC$이므로

$5a^\circ=45^\circ+2a^\circ$

즉 $3a^\circ=45^\circ$이므로 $\qquad a^\circ=15^\circ$

따라서 $\triangle AQB$에서

$\angle AQB=180^\circ-(\angle BAD+\angle ABQ)$

$=180^\circ-(\angle BCD+\angle ABQ)$

$=180^\circ-(5a^\circ+2a^\circ)$

$=180^\circ-7a^\circ$

$=180^\circ-7\times 15^\circ$

$=75^\circ$

답 75°

> $\widehat{BD}$에 대한 원주각이므로
> $\angle BAD=\angle BCD$
> $=5a^\circ$

20 전략 원의 중심으로부터 같은 거리에 있는 두 현의 길이는 같다.

풀이 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \angle ABC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-30^\circ)=75^\circ$

□ABCD가 원 O에 내접하므로

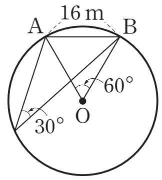
$\angle ADC=180^\circ-75^\circ=105^\circ$

답 105°

21

채점 기준	배점
중심각의 크기 구하기	2점
지름의 길이 구하기	2점

풀이 오른쪽 그림에서 $\widehat{AB}$에 대한 원주각의 크기가 $30°$이므로 중심각의 크기는 $60°$이다. ▶ 2점



즉 $\triangle OAB$는 정삼각형이고

$\overline{OA}=16\text{ m}$이므로 구하는 지름의 길이는 32 m이다. ▶ 2점

$\overline{OA}=\overline{AB}=16\text{m}$

답 32 m

22

채점 기준	배점
$\angle CAB$의 크기 구하기	2점
$\angle DAB$의 크기 구하기	2점
$\angle x$의 크기 구하기	1점

풀이 $\angle ACB=90°$이므로

$\angle CAB=90°-40°=50°$ ▶ 2점

이때 $\widehat{DB}=\widehat{CD}$이므로

$\angle DAB=\angle CAD=\frac{1}{2}\times50°=25°$ ▶ 2점

한 호에 대한 원주각의 크기는 같으므로

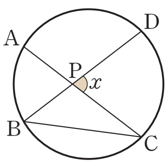
$\angle x=\angle DAB=25°$ ▶ 1점

답 $25°$

23

채점 기준	배점
$\angle ACB$의 크기 구하기	2점
$\angle DBC$의 크기 구하기	2점
$\angle x$의 크기 구하기	1점

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면 $\widehat{AB}$의 길이는 원주의 $\frac{1}{6}$이므로



$\angle ACB=\frac{1}{6}\times180°$

$=30°$ ▶ 2점

$\angle ACB : \angle DBC=\widehat{AB} : \widehat{CD}$이므로

$30° : \angle DBC=2 : 3$

$2\angle DBC=90°$ $\quad\therefore \angle DBC=45°$ ▶ 2점

$\triangle PBC$에서

$\angle x=45°+30°=75°$ ▶ 1점

삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

답 $75°$

24

채점 기준	배점
$\angle SQR$의 크기 구하기	2점
$\angle QSR$의 크기 구하기	2점

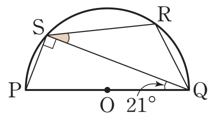
풀이 $\widehat{SR}=2\widehat{SP}$에서

$\angle SQR=2\angle SQP$

$=42°$ ▶ 2점

원주각의 크기는 호의 길이에 정비례한다.

오른쪽 그림에서 $\overline{SP}$를 그으면



$\angle PSQ=90°$이고

$\square SPQR$가 원 O에 내접하므로

$\angle RQP+\angle RSP=180°$

$(42°+21°)+(90°+\angle QSR)=180°$

$\therefore \angle QSR=27°$ ▶ 2점

답 $27°$

25

채점 기준	배점
$\angle DAB$의 크기 구하기	1점
$\angle ABD$의 크기 구하기	1점
$\angle AED$의 크기 구하기	2점

풀이 $\square ABCD$가 원에 내접하려면

$\angle DAB=180°-78°=102°$ ▶ 1점

$\triangle ABD$에서

$\angle ABD=180°-(102°+39°)=39°$ ▶ 1점

$\square ABDE$가 원에 내접하려면

$\angle AED=180°-39°=141°$ ▶ 2점

답 $141°$

Ⅷ-3. 원주각(2)

1. 접선과 현이 이루는 각

73 | 접선과 현이 이루는 각
기본서 160~162쪽

익히기 1 (1) $\angle x=\angle BAT=80°$
$\angle y=\angle CBA=50°$
(2) $\angle x=\angle BAT=30°$, $\angle y=\angle CAT'=35°$
(3) $\angle x=\angle BAT=60°$
$\angle CAT'=180°-(45°+60°)=75°$이므로
$\angle y=\angle CAT'=75°$
답 (1) $\angle x=80°$, $\angle y=50°$ (2) $\angle x=30°$, $\angle y=35°$
(3) $\angle x=60°$, $\angle y=75°$

익히기 2 (1) $\angle BAC=90°$이므로
$\angle BCA=90°-30°=60°$
$\therefore \angle x=\angle BCA=60°$
(2) $\angle BCA=\angle BAT=55°$이고 $\angle BAC=90°$이므로
$\angle x=90°-55°=35°$
(3) $\angle BAC=90°$이고 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로
$\angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180°-90°)=45°$
$\therefore \angle x=\angle ABC=45°$
답 (1) 60° (2) 35° (3) 45°

유제 1 (1) □ABCD가 원 O에 내접하므로
$\angle DAB=180°-85°=95°$
△ABD에서 $\angle ABD=180°-(45°+95°)=40°$
$\therefore \angle x=\angle ABD=40°$, $\angle y=\angle ADB=45°$
(2) $\angle x=\angle CAT=56°$
이때 $\overline{BC}=\overline{BA}$이므로
$\angle BCA=\angle BAC=\frac{1}{2}\times(180°-56°)=62°$
$\therefore \angle y=\angle BCA=62°$
답 (1) $\angle x=40°$, $\angle y=45°$ (2) $\angle x=56°$, $\angle y=62°$

유제 2 $\overline{AC}$는 원 O의 지름이므로
$\angle ABC=90°$
한 원에서 원주각의 크기는 호의 길이에 정비례하므로
$\angle CBT=\angle CAB=90°\times\frac{2}{3}=60°$ 답 60°

유제 3 두 직선 PA, PB가 원 O의 접선이므로
$\overline{PA}=\overline{PB}$
또 $\angle P=60°$이므로 △APB는 정삼각형이다.
$\therefore \angle x=\angle ABP=60°$ 답 60°

우공비 BOX

평각의 크기는 180°이다.

반원에 대한 원주각의 크기는 90°이다.

꼭지각의 크기가 60°인 이등변삼각형은 두 밑각의 크기도 60°이므로 정삼각형이다.

다른 풀이 두 직선 PA, PB가 원 O의 접선이므로
$\angle PAO=\angle PBO=90°$
$\therefore \angle AOB=360°-(60°+90°+90°)$
$=120°$
$\therefore \angle x=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times120°=60°$

유제 4-1 원 O에서 $\angle BTQ=\angle BAT=45°$
원 O′에서 $\angle CTQ=\angle CDT=70°$
$\therefore \angle y=180°-(45°+70°)=65°$
한편 $\angle ATB=\angle CTD=65°$ (맞꼭지각)이므로
△ABT에서
$\angle x=180°-(45°+65°)=70°$
답 $\angle x=70°$, $\angle y=65°$

유제 4-2 $\angle TCD=\angle BTQ=\angle TAB=70°$이므로
△CDT에서
$\angle TCD+\angle x=70°+\angle x=130°$
$\therefore \angle x=60°$ 답 60°

다른 풀이 $\angle CDT=180°-130°=50°$이고
$\angle DCT=\angle DTQ=\angle BAT=70°$이므로 △CDT에서
$\angle x=180°-(70°+50°)=60°$

소단원 성취도 진단
기본서 163쪽

01 $\angle x=76°$, $\angle y=152°$			02 35°	03 ②
04 ②	05 ③	06 70°	07 ④	08 $12\sqrt{3}$

01

채점 기준	배점
$\angle x$의 크기 구하기	50%
$\angle y$의 크기 구하기	50%

풀이 $\angle x=\angle BAT=76°$ ▶ 50%
$\therefore \angle y=2\angle x=152°$ ▶ 50%
답 $\angle x=76°$, $\angle y=152°$

02 **전략** 평행한 두 직선이 한 직선과 만날 때
➲ 엇각의 크기가 같다.
풀이 $\angle TCB=\angle CAB=35°$
이때 $\overline{BD}$ // $\overline{CT}$이므로
$\angle CBD=\angle TCB=35°$ 답 35°

03 **전략** 원의 접선과 현이 이루는 각의 크기는 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같다.

풀이 $\overline{BT}$를 그으면

$\angle PTB=\angle BAT=25°$

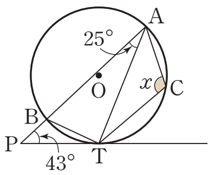
이므로 $\triangle BPT$에서

$\angle ABT=43°+25°=68°$

□ABTC는 원 O에 내접하므로

$\angle ABT+\angle x=180°$

$\therefore \angle x=180°-68°=112°$



답 ②

삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

다른 풀이 $\triangle APT$에서

$\angle ATP=180°-(25°+43°)=112°$

$\therefore \angle x=\angle ATP=112°$

04 전략 반원에 대한 원주각의 크기 ⊙ 90°

풀이 $\overline{AT}$를 그으면 $\angle ATB=90°$ 이므로

$\angle ATP=180°-(90°+68°)$

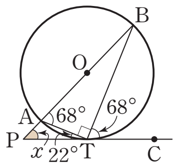
$=22°$

또 $\angle BAT=\angle BTC=68°$이므로

$\triangle APT$에서

$\angle x+\angle ATP=68°$

$\therefore \angle x=68°-22°=46°$



답 ②

05 전략 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

풀이 $\overline{PT}=\overline{PT'}$이므로 $\triangle TPT'$에서

$\angle PTT'=\angle PT'T$

$=\frac{1}{2}\times(180°-40°)=70°$

$\therefore \angle TAT'=\angle PTT'=70°$

이때 $\widehat{AT}=\widehat{AT'}$이므로

$\angle ATT'=\angle AT'T$

$=\frac{1}{2}\times(180°-70°)=55°$

$\therefore \angle x=\angle ATT'=55°$

$\triangle ATT'$은 $\overline{AT}=\overline{AT'}$인 이등변 삼각형이다.

답 ③

06 전략 원에 내접하는 사각형 ⊙ 한 외각과 그 내대각의 크기가 같다.

풀이 $\overline{AB}$를 그으면

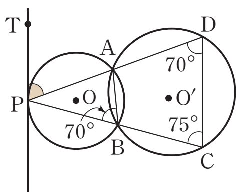
□ABCD는 원 O′에 내접하므로

$\angle PBA=\angle ADC$

$=70°$

따라서 원 O에서

$\angle TPA=\angle PBA=70°$



답 70°

07 전략 원에서 한 호에 대한 원주각의 크기는 모두 같다.

풀이 $\overline{CT}$를 그으면 $\angle ATC=90°$이고 $\angle ACT=\angle ABT=55°$이므로

$\widehat{AT}$에 대한 원주각

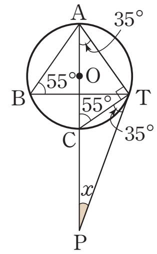
$\triangle ACT$에서

$\angle TAC=90°-55°=35°$

이때 $\angle CTP=\angle TAC=35°$이므로

$\triangle TCP$에서 $\angle x+35°=55°$

$\therefore \angle x=20°$



답 ④

08

채점 기준	배점
$\angle APT$의 크기 구하기	40%
$\overline{PT}$의 길이 구하기	20%
$\triangle BPT$의 넓이 구하기	40%

풀이 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로

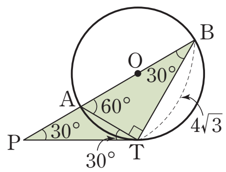
$\angle ATB=90°$

$\angle ATP=\angle ABT=30°$이고

$\angle BAT=60°$이므로

$\angle APT=30°$ ▶ 40%

따라서 $\overline{PT}=\overline{BT}=4\sqrt{3}$이므로 ▶ 20%



두 변의 길이가 a, c이고 그 끼인 각의 크기가 B(둔각)인 삼각형의 넓이 ➔ $\frac{1}{2}ac\sin(180°-B)$

$\triangle BPT=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times4\sqrt{3}\times\sin(180°-120°)$

$=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times4\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=12\sqrt{3}$ ▶ 40%

답 $12\sqrt{3}$

2. 원에서의 비례 관계

74 | 원에서의 비례 관계 기본서 164~165쪽

익히기 1 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로

(1) $4\times x=8\times6$ $\therefore x=12$

(2) $x\times5=4\times(14-4)$ $\therefore x=8$

(3) $x\times10=5\times12$ $\therefore x=6$

(4) $4\times(4+2)=3\times(3+x)$이므로

$3+x=8$ $\therefore x=5$

답 (1) 12 (2) 8 (3) 6 (4) 5

유제 ❶ $\overline{PA}=2x$라 하면 $\overline{PB}=3x$이므로

$2x\times3x=6\times16$, $6x^2=96$

$x^2=16$ $\therefore x=4\ (\because x>0)$

$\therefore \overline{AB}=5\times4=20$

답 20

유제 ❷ $\overline{PC}=\overline{CD}=x$라 하면

$3\times(3+11)=x\times2x$, $2x^2=42$

$x^2=21$ $\therefore x=\sqrt{21}\ (\because x>0)$

$\therefore \overline{PD}=2\times\sqrt{21}=2\sqrt{21}$

답 $2\sqrt{21}$

우공비 BOX

유제 ❸ ① $2\times6=3\times4$
② $5\times5\neq4\times6$
③ $6\times(6+2)=4\times(4+8)$
④ $7\times(7+4)\neq6\times(6+8)$
⑤ $3\times(3+10)\neq2\times(2+15)$
따라서 □ABCD가 원에 내접하는 것은 ①, ③이다.
답 ①, ③

75 | 원에서의 비례 관계의 응용 기본서 166~167쪽

익히기 2 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$에서
(1) $\overline{OP}=\overline{OA}-\overline{AP}=6-2=4\,(\text{cm})$이므로
$\overline{PB}=\overline{OP}+\overline{OB}=4+6=10\,(\text{cm})$
또 $\overline{AB}$는 $\overline{CD}$의 수직이등분선이므로
$\overline{PD}=\overline{PC}=x\text{ cm}$
따라서 $2\times10=x\times x$이므로 $x^2=20$
$\therefore x=2\sqrt{5}\,(\because x>0)$
(2) $\overline{PC}=\overline{OC}-\overline{OP}=8-x\,(\text{cm})$
$\overline{PD}=\overline{OP}+\overline{OD}=x+8\,(\text{cm})$
따라서 $6\times8=(8-x)\times(8+x)$이므로
$48=64-x^2$, $x^2=16$
$\therefore x=4\,(\because x>0)$
(3) $\overline{PC}=\overline{OP}-\overline{OC}=7-x\,(\text{cm})$
$\overline{PD}=\overline{OP}+\overline{OD}=7+x\,(\text{cm})$
따라서 $3\times8=(7-x)\times(7+x)$이므로
$24=49-x^2$, $x^2=25$
$\therefore x=5\,(\because x>0)$
답 (1) $2\sqrt{5}$ (2) 4 (3) 5

원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분한다.

유제 ❹ 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면
(1) $\overline{PA}=r+8\,(\text{cm})$, $\overline{PB}=r-8\,(\text{cm})$이므로
$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$에서
$(r+8)(r-8)=8\times10$, $r^2=144$
$\therefore r=12\,(\because r>0)$
(2) $\overline{PA}=r-2\,(\text{cm})$, $\overline{PB}=r+2\,(\text{cm})$이므로
$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$에서
$(r-2)(r+2)=4\times3$, $r^2=16$
$\therefore r=4\,(\because r>0)$
답 (1) 12 cm (2) 4 cm

유제 ❺ $\overline{PA}=\overline{PO}-\overline{OA}=8-6=2\,(\text{cm})$
$\overline{PB}=\overline{PO}+\overline{OB}=8+6=14\,(\text{cm})$
$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로
$2\times14=3\times(3+x)$, $28=9+3x$
$\therefore x=\frac{19}{3}$
답 $\frac{19}{3}$

유제 ❻ 원 O에서
$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PE}\times\overline{PF}$
원 O′에서
$\overline{PC}\times\overline{PD}=\overline{PE}\times\overline{PF}$
따라서 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로 $\overline{PC}=x$ cm라 하면
$2\times(2+16)=x\times(x+5)$
$x^2+5x-36=0$, $(x+9)(x-4)=0$
$\therefore x=4\,(\because x>0)$
답 4 cm

76 | 원의 할선과 접선 사이의 관계 기본서 168~169쪽

익히기 3 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로
(1) $x^2=4\times9=36$ $\therefore x=6\,(\because x>0)$
(2) $8^2=x\times16$ $\therefore x=4$
(3) $6^2=3\times(3+x)$, $3x=27$
$\therefore x=9$
답 (1) 6 (2) 4 (3) 9

유제 ❼ $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로
$10^2=x\times(x+15)$, $x^2+15x-100=0$
$(x-5)(x+20)=0$
$\therefore x=5\,(\because x>0)$
답 5

유제 ❽ $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}=3\times(3+9)=36$에서
$\overline{PT}=6\,(\because \overline{PT}>0)$
△PAT와 △PTB에서
∠P는 공통, ∠PTA=∠PBT
이므로 △PAT∽△PTB (AA 닮음)
따라서 $\overline{PT}:\overline{PB}=\overline{AT}:\overline{TB}$에서
$6:12=5:\overline{TB}$, $6\overline{TB}=60$
$\therefore \overline{TB}=10$
답 10

원의 접선과 현이 이루는 각의 크기는 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같다.

+ 보충 학습

삼각형의 닮음조건
(1) 세 쌍의 대응변의 길이의 비가 같다. (SSS 닮음)
(2) 두 쌍의 대응변의 길이의 비가 같고 그 끼인 각의 크기가 같다. (SAS 닮음)
(3) 두 쌍의 대응각의 크기가 각각 같다. (AA 닮음)

유제 ❾ 원 O에서 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$
원 O′에서 $\overline{PT}^2=\overline{PC}\times\overline{PD}$
따라서 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PT}^2$이므로 $\overline{AB}=x$ cm라 하면
$4\times(4+x)=6^2$, $16+4x=36$
$\therefore x=5$
답 5 cm

우공비 BOX

소단원 성취도 진단

기본서 170~171쪽

01 $8\sqrt{2}$ cm	02 8	03 14π cm^2		
04 ④	05 8 cm	06 6	07 ③	08 ②
09 $\frac{16}{3}$	10 ③	11 ①	12 $\frac{33}{2}$ cm	
13 ②	14 $\frac{28}{5}$ cm	15 $\frac{27\sqrt{10}}{2}$ cm^2		
16 ④				

01 전략 두 현 AB, CD의 교점을 P라 하면 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$

풀이 $\overline{PA}=\overline{PB}=x$ cm라 하면
$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로

$x\times x=4\times8,\quad x^2=32$

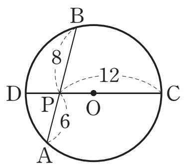
$\therefore x=4\sqrt{2}\ (\because x>0)$

$\therefore \overline{AB}=2\times4\sqrt{2}=8\sqrt{2}$ (cm)

답 $8\sqrt{2}$ cm

02 전략 $\overline{PC}$의 연장선을 그어 원에서의 비례 관계를 이용한다.

풀이 오른쪽 그림에서 $\overline{PC}$의 연장선과 원 O가 만나는 점을 D라 하면 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로



$6\times8=12\times\overline{PD}\quad\therefore \overline{PD}=4$

$\therefore \overline{CD}=4+12=16$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 8이다.

답 8

$\overline{CD}$는 원 O의 지름이다.

03

채점 기준	배점
원 O의 반지름의 길이에 대한 식 세우기	40%
원 O의 반지름의 길이 구하기	30%
원 O의 넓이 구하기	30%

풀이 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{PA}=r+\sqrt{6}$ (cm), $\overline{PB}=r-\sqrt{6}$ (cm)

이므로

$(r+\sqrt{6})\times(r-\sqrt{6})=(2\sqrt{2})^2$ ▶ 40%

$r^2=14\quad\therefore r=\sqrt{14}\ (\because r>0)$ ▶ 30%

따라서 원 O의 넓이는

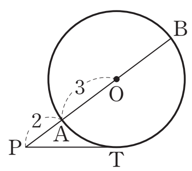
$\pi\times(\sqrt{14})^2=14\pi$ (cm^2) ▶ 30%

답 14π cm^2

반지름의 길이가 r인 원의 넓이 ➜ πr^2

04 전략 $\overline{PO}$의 연장선을 그어 원의 할선과 접선 사이의 관계를 이용한다.

풀이 오른쪽 그림에서 $\overline{PO}$의 연장선과 원 O가 만나는 점을 B라 하면 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로



$\overline{PT}^2=2\times(2+6)=16$

$\therefore \overline{PT}=4\ (\because \overline{PT}>0)$

답 ④

$\overline{OB}=\overline{OA}=3$이므로 $\overline{AB}=6$

05 전략 두 현 AB, CD의 연장선의 교점을 P라 하면 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$

풀이 $\overline{AP}=x$ cm라 하면 $\overline{AB}=2x$ cm이므로

$x\times(x+2x)=3\times(3+13)$

$3x^2=48,\quad x^2=16$

$\therefore x=4\ (\because x>0)$

$\therefore \overline{AB}=2\times4=8$ (cm)

답 8 cm

06 전략 한 외각의 크기가 그 내대각의 크기와 같은 사각형은 원에 내접한다.

풀이 $\angle A=\angle PCD$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.
따라서 $\overline{PD}\times\overline{PA}=\overline{PC}\times\overline{PB}$이므로

$8\times(8+12)=10\times(10+x)$

$160=100+10x\quad\therefore x=6$

답 6

07 전략 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PE}\times\overline{PF}=\overline{PC}\times\overline{PD}$

풀이 원 O에서 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PE}\times\overline{PF}$
원 O′에서 $\overline{PC}\times\overline{PD}=\overline{PE}\times\overline{PF}$
따라서 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로 $\overline{BD}=x$ cm라 하면

$(8+2)\times3=2\times(3+x),\quad 30=6+2x$

$\therefore x=12$

답 ③

08 전략 $\overline{EA}\times\overline{EB}=\overline{EC}\times\overline{ED}$임을 이용하여 $\overline{EA}$의 길이를 먼저 구한다.

풀이 $\overline{EA}\times\overline{EB}=\overline{EC}\times\overline{ED}$이므로

$\overline{EA}\times4=2\times6$

$\therefore \overline{EA}=3$ (cm)

$\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로 $\overline{PA}=x$ cm라 하면

$(3\sqrt{2})^2=x\times(x+7)$

$x^2+7x-18=0,\quad (x+9)(x-2)=0$

$\therefore x=2\ (\because x>0)$

답 ②

09 전략 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

풀이 $\overline{PQ}=\overline{PT}=8$ cm이므로

$\overline{PB}=8+4=12$ (cm)

$\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

$8^2=x\times12,\quad 64=12x$

$\therefore x=\frac{16}{3}$

답 $\frac{16}{3}$

10 전략 접선과 현이 이루는 각을 이용하여 $\overline{AP}$의 길이를 구한다.

풀이 $\overline{PT}$가 원의 접선이므로

$\angle ATP = \angle ABT$

즉 $\angle APT = \angle ATP$이므로 $\triangle APT$는 $\overline{AP} = \overline{AT}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{AP} = \overline{AT} = 4$

따라서 $\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} = 4 \times (4+5) = 36$이므로

$\overline{PT} = 6$ ($\because \overline{PT} > 0$) 답 ③

11 전략 $\angle PTA = \angle PBT$임을 이용하여 닮은 두 삼각형을 찾는다.

풀이 $\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} = 2 \times (2+6) = 16$

$\therefore \overline{PT} = 4$ ($\because \overline{PT} > 0$)

$\triangle PAT \backsim \triangle PTB$(AA 닮음)이므로

$\overline{AT} : \overline{TB} = \overline{PA} : \overline{PT} = 2 : 4 = 1 : 2$ 답 ①

△PAT와 △PTB에서
∠P는 공통,
∠PTA=∠PBT
이므로
△PAT∽△PTB
(AA 닮음)

12

채점 기준	배점
$\overline{PT}$의 길이 구하기	60%
$\overline{AB}$의 길이 구하기	40%

풀이 원 O에서 $\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$

원 O′에서 $\overline{PT'}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$

따라서 $\overline{PT}^2 = \overline{PT'}^2$이므로

$\overline{PT} = \overline{PT'} = 14$ (cm) ▶ 60%

$\overline{PT} > 0$, $\overline{PT'} > 0$

따라서 원 O에서 $14^2 = 8 \times (8 + \overline{AB})$이므로

$196 = 64 + 8\overline{AB}$

$\therefore \overline{AB} = \frac{33}{2}$ (cm) ▶ 40%

답 $\frac{33}{2}$ cm

13 전략 $\overline{BD} \times \overline{BA} = \overline{BC} \times \overline{BE}$
➡ 네 점 A, D, C, E는 한 원 위에 있다.

풀이 $8 \times (8+1) = 6 \times (6+6)$, 즉

$\overline{BD} \times \overline{BA} = \overline{BC} \times \overline{BE}$이므로 네 점 A, D, C, E는 한 원 위에 있다.

따라서 $\angle ACE = \angle ADE = 118° - 40° = 78°$이므로

$\widehat{AE}$에 대한 원주각

$\angle FCB = 180° - 78° = 102°$ 답 ②

14

채점 기준	배점
$\overline{PB}$의 길이 구하기	30%
$\overline{PD}$의 길이 구하기	20%
$\overline{PA}$의 길이 구하기	50%

풀이 $\overline{PO} = 4 + 12 = 16$ (cm)이므로 직각삼각형 BPO에서

$\overline{PB} = \sqrt{16^2 + 12^2} = 20$ (cm) ▶ 30%

우공비 BOX

$\overline{PD} = \overline{PC} + \overline{CO} + \overline{OD}$

$\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$

또 $\overline{PD} = 4 + 12 + 12 = 28$ (cm)이므로 ▶ 20%

$\overline{PA} \times 20 = 4 \times 28$ $\therefore \overline{PA} = \frac{28}{5}$ (cm) ▶ 50%

답 $\frac{28}{5}$ cm

15

채점 기준	배점
$\overline{PB}$의 길이 구하기	40%
$\triangle APB$의 넓이 구하기	60%

풀이 $\overline{PB}^2 = \overline{PA} \times \overline{PC}$이므로

$\overline{PB}^2 = 9 \times (9+11) = 180$

$\therefore \overline{PB} = 6\sqrt{5}$ (cm) ($\because \overline{PB} > 0$) ▶ 40%

$\therefore \triangle APB = \frac{1}{2} \times 9 \times 6\sqrt{5} \times \sin 45°$

$= \frac{1}{2} \times 9 \times 6\sqrt{5} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$

$= \frac{27\sqrt{10}}{2}$ (cm^2) ▶ 60%

답 $\frac{27\sqrt{10}}{2}$ cm^2

16 전략 $\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$임을 이용하여 $\overline{PB}$의 길이를 먼저 구한다.

풀이 $\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$이므로

$10^2 = 5 \times \overline{PB}$ $\therefore \overline{PB} = 20$

$\therefore \overline{HB} = 20 - (5 + x) = 15 - x$

원 O에서 $\overline{AH} \times \overline{BH} = \overline{TH}^2$이므로

$x \times (15 - x) = \overline{TH}^2$ …… ㉠

직각삼각형 PTH에서

$10^2 - (5+x)^2 = \overline{TH}^2$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $x(15 - x) = 10^2 - (5+x)^2$

$25x = 75$ $\therefore x = 3$ 답 ④

중단원 마무리 평가

기본서 172~175쪽

01 ⑤	02 ①	03 ②	04 ②	05 ⑤
06 ③	07 ④	08 ①	09 ②	10 ③
11 ①	12 ④	13 ②	14 ③	15 ③
16 65°	17 60°	18 18	19 $96\sqrt{3}\text{cm}^2$	
20 $\frac{20}{3}$cm	21 104°	22 62°	23 $\frac{20}{3}$cm	
24 $\frac{55\sqrt{3}}{2}$	25 $\frac{54}{25}\text{cm}^2$			

01 전략 접선과 현이 이루는 각의 크기는 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같다.

풀이 $\angle DAT = \angle ABD = 65°$이므로

$\widehat{AD}$에 대한 원주각

$\angle BAT = 2 \times 65° = 130°$

$\widehat{BDA}$에 대한 원주각

$\therefore \angle x = \angle BAT = 130°$ 답 ⑤

다른풀이 $\angle BAD=\angle DAT=65°$이므로 $\triangle ABD$에서

$\angle ADB=180°-(65°+65°)=50°$

□ADBC는 원 O에 내접하므로

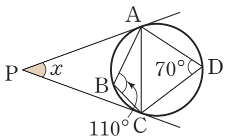
$\angle ADB+\angle x=180°$

$\therefore \angle x=180°-50°=130°$

원에 내접하는 사각형의 한 쌍의 대각의 크기의 합은 180°이다.

02 전략 원 위의 점 D를 잡아 원에 내접하는 사각형 ABCD를 그려 본다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 원 위의 점 D를 잡으면



□ABCD는 원에 내접하므로

$\angle CDA=180°-\angle ABC$

$=180°-110°$

$=70°$

$\angle PCA=\angle CDA=70°$이고 $\overline{PA}=\overline{PC}$이므로 $\triangle APC$에서

$\angle x=180°-2\times70°=40°$ 답 ①

다른풀이 원의 중심을 O라 하면

$\angle AOC=360°-2\angle ABC$

$=360°-2\times110°$

$=140°$

$\widehat{ADC}$에 대한 중심각

□APCO에서 $\angle PAO=\angle PCO=90°$이므로

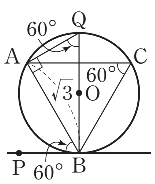
$\angle x=360°-(90°+90°+140°)$

$=40°$

원의 접선은 그 접점을 지나는 반지름과 수직이다.

03 전략 특수한 각의 삼각비의 값과 반원에 대한 원주각의 크기는 90°임을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림에서



$\angle ACB=\angle ABP=60°$

원의 중심 O를 지나는 현 BQ를 그으면

$\angle QAB=90°$

이때 $\angle AQB=\angle ACB=60°$이므로

직각삼각형 QAB에서

$$\overline{QB}=\frac{\sqrt{3}}{\sin 60°}=\sqrt{3}\times\frac{2}{\sqrt{3}}=2$$

$\therefore \overline{OB}=\frac{1}{2}\overline{QB}=1$

따라서 원 O의 둘레의 길이는

$2\pi\times1=2\pi$ 답 ②

04 전략 두 원에서 접선과 현이 이루는 각의 성질을 각각 이용한다.

풀이 $\angle CPT'=\angle CAP=63°$이므로

$\angle BPT'=180°-(63°+55°)=62°$

$\therefore \angle x=\angle BPT'=62°$ 답 ②

05 전략 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$

풀이 $\overline{PA}:\overline{PB}=2:1$이므로 $\overline{PA}=2x$, $\overline{PB}=x$라 하면

$2x\times x=3\times8$, $2x^2=24$

$x^2=12$ $\therefore x=2\sqrt{3}$ ($\because x>0$)

$\therefore \overline{AB}=3\times2\sqrt{3}=6\sqrt{3}$ 답 ⑤

06 전략 $\angle ADB=\angle AEB$ ➡ 네 점 A, B, E, D는 한 원 위에 있다.

풀이 $\angle ADB=\angle AEB=90°$이므로 네 점 A, B, E, D는 한 원 위에 있다.

따라서 $\overline{CD}=x$ cm라 하면

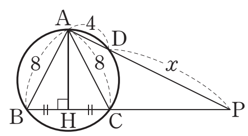
$x\times(x+3)=4\times(4+6)$

$x^2+3x-40=0$, $(x+8)(x-5)=0$

$\therefore x=5$ ($\because x>0$) 답 ③

07 전략 이등변삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선은 $\overline{BC}$를 수직이등분한다.

풀이 오른쪽 그림에서



$\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로 $\overline{AH}$는 $\overline{BC}$를 수직이등분한다.

$\overline{DP}=x$라 하면

$\triangle AHP$에서 $\overline{AH}^2=(x+4)^2-\overline{PH}^2$ …… ㉠

$\triangle AHC$에서 $\overline{AH}^2=8^2-\overline{CH}^2$ …… ㉡

㉠, ㉡에서

$\overline{PH}^2-\overline{CH}^2=(x+4)^2-8^2$ …… ㉢

또 $\overline{PD}\times\overline{PA}=\overline{PC}\times\overline{PB}$이므로

$x\times(x+4)=(\overline{PH}-\overline{CH})(\overline{PH}+\overline{CH})$

$=\overline{PH}^2-\overline{CH}^2$ …… ㉣

$\overline{BH}=\overline{CH}$이므로
$\overline{PB}=\overline{PH}+\overline{BH}$
$=\overline{PH}+\overline{CH}$

㉢, ㉣에서

$x\times(x+4)=(x+4)^2-8^2$

$x^2+4x=x^2+8x-48$

$4x=48$ $\therefore x=12$ 답 ④

08 전략 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으려면 ➡ $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$가 성립해야 한다.

풀이 $\overline{AP}=x$ cm라 하면 $\overline{PB}=20-x$ (cm)이므로 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으려면

$x\times(20-x)=8\times8$, $x^2-20x+64=0$

$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$

$(x-16)(x-4)=0$ $\therefore x=16$ 또는 $x=4$

그런데 $\overline{AP}>\overline{PB}$이므로 $x=16$ 답 ①

09 전략 $\overline{PT}$는 원 O의 지름이고 $\overline{AB}$는 원 O의 접선이므로 $\overline{AB}\perp\overline{PT}$이다.

풀이 두 원 O, O′의 반지름의 길이를 각각 a, b라 하면 $\overline{PT}=2a$, $\overline{QT}=2b$이다.

Step Up

Ⅷ. 원의 성질

우공비 BOX

이때 $\overline{TP}\times\overline{TQ}=\overline{TA}^2$이므로

$2a\times 2b=6^2$, $4ab=36$

$\therefore ab=9$ 답 ②

$\overline{TA}=\overline{TB}$

10 전략 두 현 AB, CD의 교점을 P라 하면

$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$

풀이 $\overline{OP}=\overline{PB}=x\,\text{cm}$라 하면 $\overline{AP}=3x\,\text{cm}$이므로

$3x\times x=17\times 6$, $3x^2=102$, $x^2=34$

$\therefore x=\sqrt{34}$ ($\because x>0$)

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $2\sqrt{34}\,\text{cm}$이므로 그 넓이는

$\pi\times(2\sqrt{34})^2=136\pi\ (\text{cm}^2)$ 답 ③

$\overline{OA}=\overline{OB}=2x\,\text{cm}$이므로

$\overline{AP}=\overline{OA}+\overline{OP}$
$=2x+x$
$=3x(\text{cm})$

11 전략 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$

풀이 $\overline{PT}^2=8\times(8+12)=160$이므로

$\overline{PT}=4\sqrt{10}$ ($\because \overline{PT}>0$) 답 ①

원의 접선은 그 접점을 지나는 반지름과 수직이다.

12 전략 $\overline{PT}^2=\overline{PB}\times\overline{PA}$

풀이 $\angle OHA=90^\circ$이므로 $\triangle OAH$에서

$\overline{AH}=\sqrt{10^2-8^2}=6\ (\text{cm})$

$\overline{OH}$가 $\overline{AB}$를 수직이등분하므로

$\overline{AB}=2\overline{AH}=12\ (\text{cm})$

$\overline{PT}^2=\overline{PB}\times\overline{PA}=4\times 16=64$이므로

$\overline{PT}=8\ (\text{cm})$ ($\because \overline{PT}>0$) 답 ④

$\overline{PA}=4+12$
$=16\,(\text{cm})$

13 전략 $\angle PTA=\angle PBT$임을 이용하여 닮은 두 삼각형을 찾는다.

풀이 $\overline{PA}=x$라 하면 $8^2=x\times(x+12)$

$x^2+12x-64=0$, $(x+16)(x-4)=0$

$\therefore x=4$ ($\because x>0$)

$\triangle PAT$와 $\triangle PTB$에서

$\angle PTA=\angle PBT$, $\angle P$는 공통

이므로 $\triangle PAT\backsim\triangle PTB$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AT}:\overline{TB}=\overline{PA}:\overline{PT}$이므로

$\overline{AT}:11=4:8$ $\therefore \overline{AT}=\frac{11}{2}$ 답 ②

14 전략 닮은 두 직각삼각형을 찾아 $\overline{BT}$의 길이를 먼저 구한다.

풀이 $\triangle BAT$와 $\triangle BTP$에서

$\angle BAT=\angle BTP$,

$\angle ATB=\angle TPB=90^\circ$

이므로 $\triangle BAT\backsim\triangle BTP$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{BA}:\overline{BT}=\overline{BT}:\overline{BP}$이므로

$8:\overline{BT}=\overline{BT}:6$

$\overline{BT}^2=48$ $\therefore \overline{BT}=4\sqrt{3}$ ($\because \overline{BT}>0$)

$\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로

$\angle ATB=90^\circ$

$\triangle BTP$에서

$\overline{PT}^2=(4\sqrt{3})^2-6^2=12$

이때 $\overline{PT}^2=\overline{PC}\times\overline{PB}$이므로

$12=\overline{PC}\times 6$ $\therefore \overline{PC}=2$ 답 ③

15 전략 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PT'}^2$

풀이 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로 $6^2=3\times(3+x)$

$36=9+3x$ $\therefore x=9$

또 $\overline{PT'}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로 $\overline{PT}^2=\overline{PT'}^2$

즉 $\overline{PT}=\overline{PT'}$이므로 $y=6$

$\therefore x+y=9+6=15$ 답 ③

$\overline{PT}>0$, $\overline{PT'}>0$

16 전략 접선과 현이 이루는 각의 크기는 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같다.

풀이 $\angle ABC=\angle CAD=40^\circ$이고 $\angle BAD=90^\circ$이므로

$\triangle ABD$에서

$\angle ADB=90^\circ-40^\circ=50^\circ$

따라서 $\angle EDB=\frac{1}{2}\times 50^\circ=25^\circ$이므로

$\angle AED=40^\circ+25^\circ=65^\circ$ 답 65°

17 전략 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

풀이 $\triangle DEF$에서

$\angle DEF=180^\circ-(55^\circ+65^\circ)=60^\circ$

$\therefore \angle ADF=\angle DEF=60^\circ$

이때 $\overline{AD}=\overline{AF}$이므로

$\angle x=180^\circ-2\times 60^\circ=60^\circ$ 답 60°

18 전략 평행한 두 직선이 한 직선과 만날 때 생기는 엇각의 크기는 같다.

풀이 $\overline{AC}\,/\!/\,\overline{DB}$이므로

$\angle PAC=\angle PBD$(엇각), $\angle PCA=\angle PDB$(엇각)

$\therefore \triangle PAC\backsim\triangle PBD$ (AA 닮음)

$\overline{PA}:\overline{PB}=\overline{AC}:\overline{BD}=8:4=2:1$이므로

$\overline{PB}=\frac{1}{2}\overline{PA}=3$

$\therefore \overline{PC}\times\overline{PD}=\overline{PA}\times\overline{PB}=6\times 3=18$ 답 18

19 전략 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$

풀이 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

$24^2=8\sqrt{3}\times\overline{PB}$ $\therefore \overline{PB}=24\sqrt{3}\ (\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=\overline{PB}-\overline{PA}=24\sqrt{3}-8\sqrt{3}=16\sqrt{3}\ (\text{cm})$

또 $\angle ABT=\angle ATP=30°$이고 $\angle ATB=90°$이므로
$\angle BAT=90°-30°=60°$
$\triangle APT$에서 $\angle APT+\angle ATP=\angle BAT$
$\angle APT+30°=60°$
$\therefore \angle APT=30°$
즉 $\triangle APT$는 이등변삼각형이므로
$\overline{AT}=\overline{PA}=8\sqrt{3}$ cm
직각삼각형 ATB에서
$\overline{BT}=\overline{AB}\cos 30°=16\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=24$ (cm)
$\therefore \triangle ATB=\frac{1}{2}\times 8\sqrt{3}\times 24=96\sqrt{3}$ (cm^2)

답 $96\sqrt{3}$ cm^2

삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

20 전략 $\triangle PTA\backsim\triangle PBT$임을 이용한다.

풀이 $\overline{AB}=\overline{BT}=x$ cm라 하면 $12^2=8\times(8+x)$
$144=64+8x$ $\therefore x=10$
$\triangle PTA$와 $\triangle PBT$에서
$\angle PTA=\angle PBT$, $\angle P$는 공통
이므로 $\triangle PTA\backsim\triangle PBT$ (AA 닮음)
따라서 $\overline{PA}:\overline{PT}=\overline{TA}:\overline{BT}$이므로
$8:12=\overline{TA}:10$, $12\overline{AT}=80$
$\therefore \overline{AT}=\frac{20}{3}$ (cm)

답 $\frac{20}{3}$ cm

21

채점 기준	배점
$\angle x$의 크기 구하기	1점
$\angle y$의 크기 구하기	1점
$\angle x+\angle y$의 크기 구하기	1점

풀이 직선 TA는 접선이므로
$\angle x=\angle DAT=32°$ ▶ 1점
$\angle DAB=180°-(32°+40°)=108°$이고 □ABCD는 원에 내접하므로
$\angle y+108°=180°$ $\therefore \angle y=72°$ ▶ 1점
$\therefore \angle x+\angle y=32°+72°=104°$ ▶ 1점

답 $104°$

22

채점 기준	배점
$\angle AEB=\angle ECB$임을 알기	2점
$\angle EBC$의 크기 구하기	3점

풀이 $\angle BEC=90°$이므로
$\angle ECB=180°-(90°+\angle EBC)=90°-\angle EBC$
$\overline{AD}$가 원 O′의 접선이므로
$\angle AEB=\angle ECB=90°-\angle EBC$ ▶ 2점
$\triangle ABE$에서 $34°+(90°-\angle EBC)=\angle EBC$
$\therefore \angle EBC=62°$ ▶ 3점

답 $62°$

반원에 대한 원주각의 크기는 $90°$이다.

23

채점 기준	배점
$\overline{AP}$의 길이 구하기	1점
$\overline{PC}$의 길이 구하기	1점
$\overline{PB}$의 길이 구하기	2점

풀이 $\triangle APD$에서 $\overline{AP}=\sqrt{13^2-12^2}=5$ (cm) ▶ 1점
$\triangle PCD$에서 $\overline{PC}=\sqrt{20^2-12^2}=16$ (cm) ▶ 1점
이때 $\overline{PA}\times\overline{PC}=\overline{PB}\times\overline{PD}$이므로
$5\times16=\overline{PB}\times12$
$\therefore \overline{PB}=\frac{20}{3}$ (cm) ▶ 2점

답 $\frac{20}{3}$ cm

24

채점 기준	배점
$\overline{PD}$의 길이 구하기	2점
□ABCD의 넓이 구하기	3점

풀이 $\overline{PA}\times\overline{PC}=\overline{PB}\times\overline{PD}$이므로
$6\times4=8\times\overline{PD}$ $\therefore \overline{PD}=3$ ▶ 2점
$\therefore$ □ABCD$=\frac{1}{2}\times10\times11\times\sin 60°$
$=\frac{1}{2}\times10\times11\times\frac{\sqrt{3}}{2}$
$=\frac{55\sqrt{3}}{2}$ ▶ 3점

답 $\frac{55\sqrt{3}}{2}$

두 대각선의 길이가 a, b이고 두 대각선이 이루는 각의 크기가 x(예각)인 사각형의 넓이
➔ $\frac{1}{2}ab\sin x$

25

채점 기준	배점
$\overline{PT}$의 길이 구하기	2점
$\triangle OHT$와 $\triangle OTP$의 닮음비 구하기	1점
$\triangle THO$의 넓이 구하기	2점

풀이 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로
$\overline{PT}^2=2\times8=16$
$\therefore \overline{PT}=4$ (cm) ($\because \overline{PT}>0$) ▶ 2점
$\angle OTP=90°$이므로 $\triangle OHT$와 $\triangle OTP$에서
$\angle O$는 공통,
$\angle OHT=\angle OTP=90°$
$\therefore \triangle OHT\backsim\triangle OTP$ (AA 닮음)
이때 닮음비는 $\overline{OT}:\overline{OP}=3:5$ ▶ 1점
$\triangle PTO=\frac{1}{2}\times\overline{PT}\times\overline{OT}=\frac{1}{2}\times4\times3=6$ (cm^2)이므로
$\triangle THO:6=3^2:5^2$
$\therefore \triangle THO=\frac{54}{25}$ (cm^2) ▶ 2점

답 $\frac{54}{25}$ cm^2

+ 보충 학습

닮은 두 도형의 닮음비가 $m:n$일 때,
(1) 둘레의 길이의 비 ➔ $m:n$
(2) 넓이의 비 ➔ $m^2:n^2$

Point Up 문제집

중단원별 실전 TEST

01회 Ⅴ-1. 대푯값과 산포도 | 문제집 17~18쪽

01 ④	02 ⑤	03 ④	04 ④
05 ①	06 ②	07 ⑤	08 ③
09 4	10 2 mm	11 민우, $\sqrt{2.4}$점	
12 30	13 23.2		

01 전략 중앙값 ◎ 자료의 변량을 작은 값부터 순서대로 나열할 때 중앙에 오는 값

풀이 ① 자료 전체의 특징을 대표적으로 나타내는 값을 대푯값이라 한다.
② 대푯값에는 평균, 중앙값, 최빈값 등이 있다.
③ 전체 변량의 총합을 변량의 개수로 나눈 값을 평균이라 한다.
⑤ 최빈값은 존재하지 않을 수도 있고, 2개 이상일 수도 있다.
따라서 옳은 것은 ④이다. 답 ④

우공비 BOX: 변량의 도수가 모두 같으면 최빈값은 존재하지 않고, 가장 큰 도수의 값이 2개 이상이면 그 값이 모두 최빈값이다.

02 전략 학생 E의 점수를 x점이라 놓고 평균을 이용하여 식을 세운다.

풀이 학생 E의 점수를 x점이라 하면

$$\frac{71+88+79+81+x}{5}=80$$

$319+x=400 \qquad \therefore x=81$ 답 ⑤

03 전략 변량 $x_1, x_2, \cdots, x_n$의 평균이 m일 때, x_1+k, $x_2+k, \cdots, x_n+k$ (k는 상수)의 평균 ◎ $m+k$

풀이 모든 학생들의 점수를 4점씩 올려주면 평균은 4점이 오른다. 답 ④

+ 보충 학습

변량 $x_1, x_2, \cdots, x_n$의 평균이 m이면

$$\frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}=m$$

따라서 변량 $x_1+k, x_2+k, \cdots, x_n+k$의 평균은

$$\frac{(x_1+k)+(x_2+k)+\cdots+(x_n+k)}{n}$$
$$=\frac{x_1+x_2+\cdots+x_n+kn}{n}$$
$$=\frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}+k$$
$$=m+k$$

우공비 BOX

중앙값을 구하려면 먼저 변량을 작은 값부터 순서대로 나열해야 한다.

변량의 개수 n이 홀수이면 $\frac{n+1}{2}$번째 자료의 값이 중앙값이다.

평균보다 큰 변량에 대한 편차는 양수이다.

04 전략 자료의 변량을 작은 값부터 순서대로 나열하여 중앙에 오는 값을 찾는다.

풀이 자료의 변량을 작은 값부터 순서대로 나열하면

65, 85, 86, 88, 90, 93, 95

따라서 중앙값은 88점이다. 답 ④

05 전략 최빈값 ◎ 변량 중에서 도수가 가장 큰 값

풀이 변량 중에서 도수가 가장 큰 값은 2.2이므로 최빈값은 2.2이다. 답 ①

06 전략 (편차)=(변량)−(평균)

풀이 (ㄴ) 분산은 $(\text{편차})^2$의 평균이다.
(ㄷ) (편차)=(변량)−(평균)이므로 평균보다 작은 변량에 대한 편차는 음수이다.
이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄹ)이다. 답 ②

07 전략 편차의 총합은 0임을 이용한다.

풀이 편차의 총합은 0이므로

$2+(-4)+3+a=0 \qquad \therefore a=-1$

따라서 분산은

$$\frac{2^2+(-4)^2+3^2+(-1)^2}{4}=\frac{30}{4}=7.5$$ 답 ⑤

08 전략 도수의 총합을 이용하여 a의 값을 구한 후 표준편차를 구한다.

풀이 도수의 총합은 20이므로

$3+4+a+4+3=20 \qquad \therefore a=6$

이때 주어진 자료의 평균은

$$\frac{6\times3+7\times4+8\times6+9\times4+10\times3}{20}=\frac{160}{20}=8$$

따라서 분산은

$$\frac{1}{20}\{(6-8)^2\times3+(7-8)^2\times4+(8-8)^2\times6$$
$$+(9-8)^2\times4+(10-8)^2\times3\}$$
$$=\frac{32}{20}=1.6$$

이므로 표준편차는 $\sqrt{1.6}$(점) 답 ③

09 전략 $a+b+c+d$의 값을 구한다.

풀이 $2a+1$, $2b+1$, $2c+1$, $2d+1$의 평균이 9이므로

$$\frac{(2a+1)+(2b+1)+(2c+1)+(2d+1)}{4}=9$$

$2(a+b+c+d)+4=36$

$\therefore a+b+c+d=16$

따라서 a, b, c, d의 평균은

$$\frac{a+b+c+d}{4}=\frac{16}{4}=4$$ 답 4

10 전략 평균을 이용하여 x의 값을 구하고 표준편차를 구한다.

풀이 평균 강수량이 10 mm이므로

$$\frac{13+x+11+10+7}{5}=10$$

$41+x=50$ ∴ $x=9$

따라서 분산은

$$\frac{3^2+(-1)^2+1^2+0^2+(-3)^2}{5}=\frac{20}{5}=4$$

이므로 표준편차는 $\sqrt{4}=2$ (mm) 답 2 mm

표준편차를 구할 때는
① 평균
② 편차
③ 분산
④ 표준편차
의 순서로 구한다.

• 표준편차는 변량과 같은 단위를 붙인다.

11 전략 변량들이 평균에 밀집되어 있을수록 표준편차가 작다.

풀이 변량들이 평균에 밀집되어 있을수록 표준편차가 작으므로 표준편차가 작은 학생은 민우이다.

민우의 성적의 평균은

$$\frac{4\times3+6\times4+8\times3}{10}=\frac{60}{10}=6(\text{점})$$

따라서 분산은

$$\frac{(4-6)^2\times3+(6-6)^2\times4+(8-6)^2\times3}{10}$$

$$=\frac{24}{10}=2.4$$

이므로 표준편차는 $\sqrt{2.4}$ (점) 답 민우, $\sqrt{2.4}$ 점

12

채점 기준	배점
평균을 이용하여 $x+y$의 값 구하기	2점
분산을 이용하여 x^2+y^2의 값 구하기	2점
곱셈 공식을 이용하여 xy의 값 구하기	2점

풀이 4, 10, x, y, 5의 평균이 6이므로

$$\frac{4+10+x+y+5}{5}=6,\quad 19+x+y=30$$

∴ $x+y=11$ …… ㉠ ▶ 2점

또 분산이 4.4이므로

$$\frac{(4-6)^2+(10-6)^2+(x-6)^2+(y-6)^2+(5-6)^2}{5}=4.4$$

$4+16+(x-6)^2+(y-6)^2+1=22$

$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

$x^2+y^2-12(x+y)+71=0$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2-12\times11+71=0$

∴ $x^2+y^2=61$ …… ㉡ ▶ 2점

따라서 $(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$에 ㉠, ㉡을 대입하면

$11^2=61+2xy$, $2xy=60$

∴ $xy=30$ ▶ 2점

답 30

13

채점 기준	배점
평균 구하기	3점
분산 구하기	3점

풀이 주어진 자료의 평균은

$$\frac{2\times4+6\times8+10\times4+14\times2+18\times2}{20}$$

$$=\frac{160}{20}=8(\text{권})$$ ▶ 3점

따라서 분산은

$$\frac{1}{20}\{(2-8)^2\times4+(6-8)^2\times8+(10-8)^2\times4$$
$$+(14-8)^2\times2+(18-8)^2\times2\}$$

$$=\frac{464}{20}=23.2$$ ▶ 3점

답 23.2

02회 V-1. 대푯값과 산포도 | 문제집 19~20쪽

01 ④	02 ③	03 ②	04 ③
05 ④	06 ④	07 ⑤	08 20명
09 13개	10 B선수	11 175 cm	12 9점

01 전략 (평균) ➡ $\dfrac{(\text{변량})\text{의 총합}}{(\text{변량})\text{의 개수}}$

풀이 국어 선생님의 나이를 x세라 하면

$$\frac{x+28+35+30+44}{5}=36$$

$137+x=180$ ∴ $x=43$ 답 ④

02 전략 평균, 중앙값, 최빈값을 각각 구해 본다.

풀이 (ㄱ) (평균)$=\dfrac{9+9+8+5+6+11}{6}=\dfrac{48}{6}=8$

(ㄴ), (ㄷ) 자료의 변량을 작은 값부터 순서대로 나열하면

5, 6, 8, 9, 9, 11

이므로

(중앙값)$=\dfrac{8+9}{2}=8.5$, (최빈값)$=9$

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다. 답 ③

03 전략 평균을 이용하여 먼저 x의 값을 구한다.

풀이 컴퓨터 이용 시간의 평균이 55분이므로

$$\frac{51+56+40+x+46+70+50}{7}=55$$

$313+x=385$ ∴ $x=72$

자료의 변량을 작은 값부터 순서대로 나열하면

40, 46, 50, 51, 56, 70, 72

이므로 중앙값은 $y=51$

∴ $x-y=72-51=21$ 답 ②

우공비 BOX

04 전략 표준편차가 클수록 자료의 분포가 고르지 않다.

풀이 표준편차가 클수록 자료의 값이 고르지 않으므로 수면 시간이 가장 불규칙한 학생은 C이다. 답 ③

보충 학습

① 표준편차가 작다.
⇒ 자료의 분포 상태가 고르다.
② 표준편차가 크다.
⇒ 자료의 분포 상태가 고르지 않다.
③ 표준편차가 0이다.
⇒ 모든 자료의 값이 같다.

05 전략 평균과 분산을 각각 식으로 나타낸다.

풀이 a, b, c의 평균이 6이므로

$$\frac{a+b+c}{3}=6$$

$\therefore a+b+c=18$ ······㉠

또 a, b, c의 분산이 25이므로

$$\frac{(a-6)^2+(b-6)^2+(c-6)^2}{3}=25 \quad \cdots\cdots ㉡$$

$2a$, $2b$, $2c$의 평균은

$$\frac{2a+2b+2c}{3}=\frac{2(a+b+c)}{3}=\frac{2\times18}{3}=12\ (\because ㉠)$$

이므로 $2a$, $2b$, $2c$의 분산은

$$\frac{(2a-12)^2+(2b-12)^2+(2c-12)^2}{3}$$
$$=\frac{4(a-6)^2+4(b-6)^2+4(c-6)^2}{3}$$
$$=4\times\frac{(a-6)^2+(b-6)^2+(c-6)^2}{3}$$
$$=4\times25=100\ (\because ㉡)$$

답 ④

06 전략 평균과 분산을 각각 구해 본다.

풀이 7, 9, 12, a, b의 평균이 9이므로

$$\frac{7+9+12+a+b}{5}=9,\qquad 28+a+b=45$$

$\therefore a+b=17$ ······㉠

또 분산이 5.2이므로

$$\frac{(7-9)^2+(9-9)^2+(12-9)^2+(a-9)^2+(b-9)^2}{5}=5.2$$

$4+9+(a-9)^2+(b-9)^2=26$

$a^2+b^2-18(a+b)+149=0$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$a^2+b^2-18\times17+149=0$

$\therefore a^2+b^2=157$ 답 ④

07 전략 계급값을 이용하여 먼저 평균을 구한다.

도수분포표에서의 평균
$\dfrac{\{(\text{계급값})\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$

풀이 평균은

$$\frac{10\times3+20\times6+30\times3+40\times4+50\times4}{20}$$
$$=\frac{600}{20}=30(\text{분})$$

따라서 분산은

$$\frac{1}{20}\{(10-30)^2\times3+(20-30)^2\times6+(30-30)^2\times3+(40-30)^2\times4+(50-30)^2\times4\}$$
$$=\frac{3800}{20}=190$$

이므로 표준편차는 $\sqrt{190}$ (분) 답 ⑤

08 전략 (전체 평균) ⇒ $\dfrac{(\text{남학생의 총점})+(\text{여학생의 총점})}{(\text{남학생 수})+(\text{여학생 수})}$

풀이 여학생 수를 x명이라 하면 전체 학생의 영어 점수의 총합은

$70\times30+75\times x=2100+75x$(점)

전체 학생 수는

$(30+x)$명

이때 전체 학생의 영어 성적의 평균이 72점이므로

$$\frac{2100+75x}{30+x}=72,\qquad 2100+75x=2160+72x$$

$3x=60 \qquad \therefore x=20$ 답 20명

09 전략 편차의 총합이 0임을 이용하여 먼저 x의 값을 구한다.

(편차)
=(변량)−(평균)
⇒ (변량)
=(평균)+(편차)

풀이 편차의 총합은 0이므로

$-4+6+(-2)+(-5)+(-1)+x=0$

$\therefore x=6$

따라서 6회의 턱걸이 개수는 $7+6=13$(개)

평균이 7개이고 6회의 턱걸이 개수의 편차는 6개이다.

답 13개

10 전략 분산이 작을수록 자료의 분포 상태가 고르다.

풀이 A선수의 평균은

$$\frac{4+5+8+3}{4}=\frac{20}{4}=5(\text{점})$$

A선수의 편차는 각각 −1, 0, 3, −2이므로 분산은

$$\frac{(-1)^2+0^2+3^2+(-2)^2}{4}=\frac{14}{4}=3.5$$

B선수의 평균은

$$\frac{4+6+6+4}{4}=\frac{20}{4}=5(\text{점})$$

B선수의 편차는 각각 -1, 1, 1, -1이므로 분산은

$$\frac{(-1)^2+1^2+1^2+(-1)^2}{4}=\frac{4}{4}=1$$

따라서 B선수의 분산이 A선수의 분산보다 작으므로 B선수의 기록이 A선수보다 고르다.

답 B선수

11

채점 기준	배점
제대로 기록되어 있는 4명의 키의 총합 구하기	2점
실제 평균 구하는 식 구하기	2점
잘못 기록되어 있는 학생의 실제 키 구하기	2점

풀이 나머지 4명의 키를 x_1 cm, x_2 cm, x_3 cm, x_4 cm라 하면

$$\frac{x_1+x_2+x_3+x_4+75}{5}=150$$

$\therefore x_1+x_2+x_3+x_4=675$ ▶ 2점

키가 잘못 기록된 학생의 실제 키를 x_5 cm라 하면

$$\frac{x_1+x_2+x_3+x_4+x_5}{5}=170$$ ▶ 2점

$\frac{675+x_5}{5}=170$, $675+x_5=850$

$\therefore x_5=175$ ▶ 2점

답 175 cm

12

채점 기준	배점
$x+y$의 값 구하기	2점
x^2+y^2의 값 구하기	2점
x, y의 값 구하기	2점
영어 점수 구하기	2점

풀이 편차의 총합은 0이므로

$3+(-1)+x+0+y=0$

$\therefore x+y=-2$ …… ㉠ ▶ 2점

또 분산이 8.8이므로

$$\frac{3^2+(-1)^2+x^2+0^2+y^2}{5}=8.8$$

$\therefore x^2+y^2=34$ …… ㉡ ▶ 2점

㉠에서 $y=-x-2$를 ㉡에 대입하면

$x^2+(-x-2)^2=34$, $x^2+2x-15=0$

$(x+5)(x-3)=0$ $\therefore x=-5$ 또는 $x=3$

즉 $x=-5$, $y=3$ 또는 $x=3$, $y=-5$

이때 영어 점수가 과학 점수보다 높으므로 $x>y$

$\therefore x=3$, $y=-5$ ▶ 2점

따라서 영어 점수는 $6+3=9$(점) ▶ 2점

답 9점

03회 Ⅵ-1. 피타고라스 정리 | 문제집 21~22쪽

01 ②	02 ④	03 ③	04 ③
05 ②	06 ⑤	07 ⑤	08 ④
09 ③	10 10	11 8	12 $2\sqrt{15}$ cm^2
13 30	14 12 cm^2		

01 전략 $\triangle$ABD, $\triangle$ADC는 모두 직각삼각형이다.

풀이 $\triangle$ABD에서

$\overline{BD}=\sqrt{5^2-3^2}=4$ (cm)

$\therefore \overline{CD}=\overline{BC}-\overline{BD}=6-4=2$ (cm)

$\triangle$ADC에서

$\overline{AC}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$ (cm)

답 ②

02 전략 직각삼각형의 빗변의 중점 ➡ 외심

풀이 $\triangle$ABC에서

$\overline{BC}=\sqrt{8^2+(4\sqrt{5})^2}=12$

점 M은 $\triangle$ABC의 외심이므로

$\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 12=6$

이때 점 G는 $\triangle$ABC의 무게중심이므로

$\overline{GM}=\frac{1}{3}\overline{AM}=\frac{1}{3}\times 6=2$

답 ④

점 G가 $\triangle$ABC의 무게중심이므로 $\overline{AM}$은 중선이고 점 M은 $\overline{BC}$의 중점이다. 직각삼각형의 빗변의 중점은 외심이다.

삼각형의 무게중심은 중선의 길이를 꼭짓점으로부터 2:1로 나눈다.

03 전략 피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{PB}$, $\overline{PC}$, $\overline{PD}$, $\overline{PE}$, $\overline{PF}$의 길이를 차례로 구한다.

풀이 $\triangle$PBA에서 $\overline{PB}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$

$\triangle$PCB에서 $\overline{PC}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+1^2}=\sqrt{3}$

$\triangle$PDC에서 $\overline{PD}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}=2$

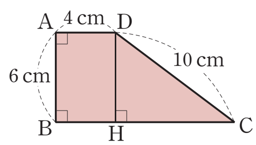
$\triangle$PED에서 $\overline{PE}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$

$\triangle$PFE에서 $\overline{PF}=\sqrt{(\sqrt{5})^2+1^2}=\sqrt{6}$

답 ③

04 전략 보조선을 그어 직각삼각형을 만든다.

풀이 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{DH}=\overline{AB}=6$cm,

$\overline{BH}=\overline{AD}=4$cm

$\triangle$DHC에서 $\overline{HC}=\sqrt{10^2-6^2}=8$(cm)

$\therefore \square ABCD=\frac{1}{2}\times(4+12)\times 6=48$(cm^2)

답 ③

05 전략 두 삼각형의 밑변의 길이와 높이가 각각 같으면 두 삼각형의 넓이는 같다.

풀이 $\overline{EB}\,/\!/\,\overline{DC}$이므로

$\triangle EBA=\triangle EBC$ …… ㉠

$\triangle$EBA와 $\triangle$EBC는 밑변의 길이와 높이가 각각 같으므로 넓이가 같다.

$\triangle$EBC와 $\triangle$ABF에서

$\overline{EB}=\overline{AB}$, $\overline{BC}=\overline{BF}$, $\angle EBC=\angle ABF$

이므로

$\triangle EBC \equiv \triangle ABF$ (SAS 합동) ...... ㉡

$\overline{BF} /\!/ \overline{AK}$이므로

$\triangle ABF=\triangle BFJ$ ...... ㉢

㉠, ㉡, ㉢에서

$\triangle EBA=\triangle EBC=\triangle ABF=\triangle BFJ=\triangle JFK$

따라서 넓이가 다른 하나는 ②이다. 답 ②

06 전략 피타고라스 정리를 이용한다.

풀이 ① $\triangle$ASD에서 $\overline{AS}=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$

② $\overline{PQ}=\overline{PB}-\overline{BQ}=\sqrt{3}-1$

③ $\triangle ABP=\frac{1}{2}\times\overline{AP}\times\overline{BP}=\frac{1}{2}\times1\times\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

④ $\square PQRS=(\sqrt{3}-1)^2=4-2\sqrt{3}$

⑤ $\square ABCD=4\neq5\square PQRS$ 답 ⑤

07 전략 예각삼각형 ➡ (가장 긴 변의 길이의 제곱)<(나머지 두 변의 길이의 제곱의 합)

풀이 삼각형이 되려면 $2<x<32$

$x<15$이므로 $2<x<15$ ...... ㉠

또 예각삼각형이 되려면

$17^2<x^2+15^2$, $x^2>64$

$\therefore x>8$ ($\because x>0$) ...... ㉡

㉠, ㉡에서 $8<x<15$ 답 ⑤

08 전략 $\overline{AB}^2=\overline{BD}\times\overline{BC}$

풀이 $\overline{AB}^2=\overline{BD}\times\overline{BC}=6\times8=48$

$\therefore \overline{AB}=4\sqrt{3}$ (cm) ($\because \overline{AB}>0$) 답 ④

+ 보충 학습

직각삼각형의 닮음을 이용한 성질

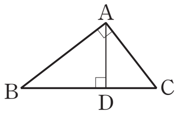
$\triangle ABC \backsim \triangle DBA \backsim \triangle DAC$

① $\overline{AB}^2=\overline{BD}\times\overline{BC}$

② $\overline{AC}^2=\overline{CD}\times\overline{CB}$

③ $\overline{AD}^2=\overline{BD}\times\overline{CD}$

④ $\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{BC}\times\overline{AD}$



09 전략 $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$

풀이 $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$이므로

$7^2+6^2=\overline{AD}^2+8^2$, $\overline{AD}^2=21$

$\therefore \overline{AD}=\sqrt{21}$ ($\because \overline{AD}>0$)

$\triangle$AOD에서 $\overline{OA}=\sqrt{(\sqrt{21})^2-3^2}=2\sqrt{3}$ 답 ③

10 전략 가장 긴 변의 길이를 찾은 후 피타고라스 정리를 이용한다.

우공비 BOX

$\square$PQRS는 한 변의 길이가 $\sqrt{3}-1$인 정사각형이다.

$\angle BFE=\angle DFE$, (접은 각)

$\angle DEF=\angle BFE$ (엇각)

이므로

$\angle DFE=\angle DEF$

따라서 $\triangle$DEF는 $\overline{DE}=\overline{DF}$인 이등변삼각형이다.

풀이 $(x+3)^2=(x-5)^2+(x+2)^2$이므로

$x^2+6x+9=x^2-10x+25+x^2+4x+4$

$x^2-12x+20=0$, $(x-2)(x-10)=0$

$x>5$이므로 $x=10$ 답 10

11 전략 $\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{BC}\times\overline{AH}$

풀이 $\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{BC}\times\overline{AH}$이므로

$xy=8z$ $\therefore \frac{xy}{z}=8$ 답 8

12

채점 기준	배점
$\overline{AC}$의 길이 구하기	1점
$\overline{AD}$의 길이 구하기	1점
$\overline{AE}$의 길이 구하기	1점
$\triangle$AFE의 넓이 구하기	1점

풀이 $\triangle$ACB에서

$\overline{AC}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$ (cm) ▶ 1점

$\triangle$ADC에서

$\overline{AD}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+2^2}=\sqrt{6}$ (cm) ▶ 1점

$\triangle$AED에서

$\overline{AE}=\sqrt{(\sqrt{6})^2+3^2}=\sqrt{15}$ (cm) ▶ 1점

$\therefore \triangle AFE=\frac{1}{2}\times\sqrt{15}\times4=2\sqrt{15}$ (cm²) ▶ 1점

답 $2\sqrt{15}$ cm²

13

채점 기준	배점
$\overline{CF}$, $\overline{DF}$의 길이 구하기	4점
$\triangle$DEF의 넓이 구하기	1점

풀이 $\overline{CF}=x$라 하면 $\overline{DF}=\overline{BF}=18-x$

$\triangle$CDF에서 $\overline{CF}^2+\overline{CD}^2=\overline{DF}^2$이므로

$x^2+6^2=(18-x)^2$, $x^2+36=324-36x+x^2$

$36x=288$ $\therefore x=8$

$\therefore \overline{CF}=8$, $\overline{DF}=\overline{BF}=10$ ▶ 4점

$\triangle$DEF에서 $\overline{DE}=\overline{DF}=10$이므로

$\triangle DEF=\frac{1}{2}\times10\times6=30$ ▶ 1점

답 30

서술형 답안 작성 Tip

$\overline{BF}=x$라 하고 풀어도 된다.

+ 보충 학습

사각형, 삼각형 모양의 종이 접기

❶ 구하고자 하는 길이를 x로 놓는다.

❷ x가 포함된 직각삼각형을 찾는다.

❸ 직각삼각형의 세 변의 길이를 조건을 이용하여 x로 나타낸다.

❹ 피타고라스 정리를 이용하여 x의 값을 구한다.

14

채점 기준	배점
△ABC의 넓이 구하기	2점
△ABC와 넓이가 같은 부분 이해하기	2점
어두운 부분의 넓이 구하기	1점

풀이 △ABC에서

$\overline{AC}=\sqrt{5^2-4^2}=3\ (\text{cm})$

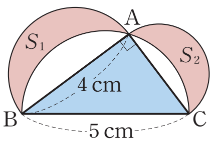
$\therefore\ \triangle ABC=\frac{1}{2}\times3\times4=6\ (\text{cm}^2)$ ▶ 2점

오른쪽 그림에서

$S_1+S_2=\triangle ABC$ ▶ 2점

따라서 구하는 부분의 넓이는

$2\times6=12\ (\text{cm}^2)$ ▶ 1점



답 $12\ \text{cm}^2$

우공비 BOX

히포크라테스의 원의 넓이
왼쪽 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 세 변을 지름으로 하는 반원에서
$S_1+S_2=\triangle ABC$

04회 Ⅵ-1. 피타고라스 정리 | 문제집 23~24쪽

01 ⑤	02 ①	03 ①	04 ②
05 ①	06 ②	07 ④	08 ④
09 ③	10 21	11 $\frac{9}{2}$ cm	12 6 m
13 ∠A=90°인 직각삼각형			14 16 : 9 : 25

01 전략 △ADC, △ABC가 직각삼각형
➡ 피타고라스 정리를 이용한다.

풀이 △ADC에서

$\overline{AC}=\sqrt{17^2-8^2}=15$

△ABC에서

$\overline{AB}=\sqrt{20^2+15^2}=25$

답 ⑤

02 전략 △ABC, △BDC가 직각삼각형
➡ 피타고라스 정리를 이용한다.

풀이 △ABC에서

$\overline{BC}=\sqrt{13^2-5^2}=12\ (\text{cm})$

△BDC에서 $\overline{BD}=\overline{CD}=x$ cm라 하면

$x^2+x^2=12^2,\quad 2x^2=144,\quad x^2=72$

$\therefore\ x=6\sqrt{2}\ (\because\ x>0)$

답 ①

03 전략 밑변의 길이와 높이가 각각 같은 삼각형, 합동인 삼각형은 넓이가 각각 같다.

풀이 △ABC에서

$\overline{AB}=\sqrt{10^2-6^2}=8\ (\text{cm})$

$\therefore\ \square ADEB=\overline{AB}^2=8^2=64\ (\text{cm}^2)$

$\triangle EBA=\frac{1}{2}\square ADEB$이고

$\overline{EB}\,/\!/\,\overline{DC}$이므로

$\triangle EBA=\triangle EBC$

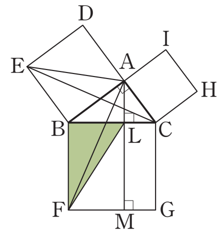
또 $\triangle EBC\equiv\triangle ABF$이고,

$\overline{BF}\,/\!/\,\overline{AM}$에서

$\triangle ABF=\triangle BFL$이므로

$\triangle BFL=\frac{1}{2}\square ADEB=\frac{1}{2}\times64=32\ (\text{cm}^2)$

답 ①



$\overline{EB}=\overline{AB},\ \overline{BC}=\overline{BF},$
$\angle EBC=\angle ABF$
이므로
$\triangle EBC\equiv\triangle ABF$
(SAS 합동)

04 전략 □EFGH는 정사각형이다.

풀이 $\overline{AB}=7$ cm이므로

$\overline{BE}=7-5=2\ (\text{cm})$

$\overline{BF}=5$ cm이므로 △EBF에서

$\overline{EF}=\sqrt{2^2+5^2}=\sqrt{29}\ (\text{cm})$

$\therefore\ \square EFGH=\overline{EF}^2=(\sqrt{29})^2=29\ (\text{cm}^2)$

답 ②

$\triangle AEH\equiv\triangle BFE$
$\equiv\triangle CGF$
$\equiv\triangle DHG$
이므로 □EFGH는 정사각형이다.

05 전략 피타고라스 정리의 역을 이용한다.

풀이 $\overline{AB}^2=\overline{BC}^2+\overline{AC}^2$이어야 하므로

$(x+3)^2=x^2+9^2$

$x^2+6x+9=x^2+81,\quad 6x=72$

$\therefore\ x=12$

답 ①

06 전략 $\overline{AB}^2>\overline{BC}^2+\overline{AC}^2$이면 ➡ $\angle C>90°$

풀이 삼각형이 되려면

$2<x<12$ …… ㉠

∠C가 둔각이 되려면

$x^2+5^2<7^2,\quad x^2<24$

$\therefore\ 0<x<2\sqrt{6}\ (\because\ x>0)$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $2<x<2\sqrt{6}$

따라서 자연수 x는 3, 4의 2개이다.

답 ②

+ 보충 학습

삼각형의 변의 길이에 따른 각의 크기

△ABC에서 $\overline{BC}=a,\ \overline{AC}=b,\ \overline{AB}=c$라 하면 (단, c는 가장 긴 변의 길이)

① $c^2<a^2+b^2$ ➡ $\angle C<90°$인 예각삼각형

② $c^2=a^2+b^2$ ➡ $\angle C=90°$인 직각삼각형

③ $c^2>a^2+b^2$ ➡ $\angle C>90°$인 둔각삼각형

07 전략 $\overline{BE}^2+\overline{CD}^2=\overline{DE}^2+\overline{BC}^2$

풀이 $\overline{BE}^2+\overline{CD}^2=\overline{DE}^2+\overline{BC}^2$이므로

$8^2+6^2=4^2+\overline{BC}^2,\quad \overline{BC}^2=84$

$\therefore\ \overline{BC}=\sqrt{84}=2\sqrt{21}\ (\text{cm})\ (\because\ \overline{BC}>0)$

답 ④

08 전략 $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{BC}^2+\overline{AD}^2$

풀이 $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{BC}^2+\overline{AD}^2$이므로

$x^2+6^2=y^2+8^2$

$\therefore x^2-y^2=8^2-6^2=28$ 답 ④

> 두 대각선이 직교하는 사각형에서 마주 보는 두 변의 길이의 제곱의 합은 같다.

09 전략 $\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$

풀이 $\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$이므로

$4^2+\overline{CP}^2=3^2+6^2$, $\quad \overline{CP}^2=29$

$\therefore \overline{CP}=\sqrt{29}\ (\because \overline{CP}>0)$ 답 ③

10 전략 △ABH, △AHC가 직각삼각형

➡ 피타고라스 정리를 이용한다.

풀이 △ABH에서

$\overline{AH}=\sqrt{20^2-16^2}=12$

$\therefore x=12$

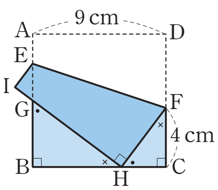
△AHC에서

$\overline{CH}=\sqrt{15^2-12^2}=9$

$\therefore y=9$

$\therefore x+y=12+9=21$ 답 21

11 전략 종이를 접으면 닮은 도형이 생긴다.



풀이 $\angle FHC+\angle HFC=90°$ ⋯⋯ ㉠

$\angle BHC=180°$이므로

$\angle BHG+\angle FHC=90°$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡에서

$\angle HFC=\angle BHG$

또 $\angle B=\angle C=90°$이므로

△HGB∽△FHC (AA 닮음)

△FHC에서 $\overline{HF}=\overline{DF}=9-4=5\,(cm)$이므로

$\overline{CH}=\sqrt{5^2-4^2}=3\ (cm)$

따라서 $\overline{BH}:\overline{CF}=\overline{BG}:\overline{CH}$이므로

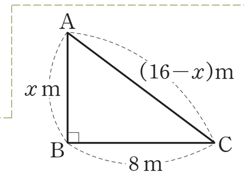
$6:4=\overline{BG}:3 \qquad \therefore \overline{BG}=\frac{9}{2}\ (cm)$ 답 $\frac{9}{2}$ cm

12

채점 기준	배점
피타고라스 정리를 이용하여 식 세우기	3점
높이 구하기	2점

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=x$ m로 놓으면

$\overline{AC}=(16-x)$ m



> (전봇대의 높이) $=\overline{AB}+\overline{AC}$
> 즉 $16=\overline{AB}+\overline{AC}$이므로 $\overline{AB}=x$ m라 하면 $\overline{AC}=(16-x)$ m

△ABC에서

$(16-x)^2=x^2+8^2$ ▶ 3점

$256-32x+x^2=x^2+64, \qquad 32x=192$

$\therefore x=6$

따라서 지면으로부터 부러진 부분까지의 높이는 6 m이다. ▶ 2점

답 6 m

13

채점 기준	배점
이차방정식이 중근을 가질 조건 구하기	3점
a, b, c 사이의 관계식 구하기	1점
△ABC의 모양 말하기	1점

> 이차방정식 $ax^2+2b'x+c=0$이 중근을 가질 조건
> ➡ $b'^2-ac=0$

풀이 $(a-c)x^2+2bx+a+c=0$이 중근을 가지므로

$b^2-(a-c)(a+c)=0$ ▶ 3점

$b^2-a^2+c^2=0 \qquad \therefore b^2+c^2=a^2$ ▶ 1점

따라서 △ABC는 $\angle A=90°$인 직각삼각형이다. ▶ 1점

답 $\angle A=90°$인 직각삼각형

서술형 답안 작성 Tip

위의 풀이 과정은 이차방정식이 중근을 가질 조건에서 x의 계수가 짝수인 경우를 이용한 것이다. $(2b)^2-4(a-c)(a+c)=0$임을 이용해도 된다.

14

채점 기준	배점
$\overline{AC}$의 길이 구하기	1점
S_1, S_2, S_3의 값 구하기	3점
$S_1:S_2:S_3$ 구하기	1점

풀이 △ABC에서

$\overline{AC}=\sqrt{5^2-4^2}=3$ ▶ 1점

이므로

$S_1=\frac{1}{2}\times\pi\times2^2=2\pi$

$S_2=\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{8}\pi$

$S_3=\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{5}{2}\right)^2=\frac{25}{8}\pi$ ▶ 3점

> $S_3=S_1+S_2$
> $=2\pi+\frac{9}{8}\pi$
> $=\frac{25}{8}\pi$

$\therefore S_1:S_2:S_3=2\pi:\frac{9}{8}\pi:\frac{25}{8}\pi$

$=16:9:25$ ▶ 1점

답 16 : 9 : 25

05회 Ⅵ-2. 피타고라스 정리의 활용 | 문제집 25~26쪽

01 ②	02 ③	03 ②	04 ②
05 ①	06 ②	07 ④	08 ⑤
09 ④	10 ①	11 $50(\sqrt{3}-1)$	
12 $8\sqrt{6}$ cm²	13 $4\sqrt{3}$	14 $2\sqrt{7}$ cm	

우공비 BOX

01 전략 가로, 세로의 길이가 각각 a, b인 직사각형의 대각선의 길이 ➡ $\sqrt{a^2+b^2}$

풀이 $(a+5)^2+(a+1)^2=(4\sqrt{13})^2$이므로

$2a^2+12a+26=208$, $a^2+6a-91=0$

$(a+13)(a-7)=0$ $\therefore a=7$ ($\because a>-1$) 답 ②

02 전략 $\overline{AB}\times\overline{AD}=\overline{BD}\times\overline{AE}$

풀이 △ABD에서 $\overline{BD}=\sqrt{3^2+4^2}=5$ (cm)

$\overline{AB}\times\overline{AD}=\overline{BD}\times\overline{AE}$이므로

$3\times4=5\times\overline{AE}$ $\therefore \overline{AE}=\frac{12}{5}$ (cm)

△ABE에서 $\overline{BE}=\sqrt{3^2-\left(\frac{12}{5}\right)^2}=\frac{9}{5}$ (cm)

△ABE≡△CDF이므로 $\overline{DF}=\overline{BE}=\frac{9}{5}$ (cm)

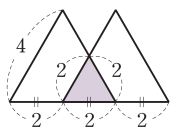
$\therefore \overline{EF}=\overline{BD}-2\overline{BE}=5-2\times\frac{9}{5}=\frac{7}{5}$ (cm) 답 ③

∠AEB=∠CFD=90°, $\overline{AB}=\overline{CD}$, ∠ABE=∠CDF (엇각) 이므로 △ABE≡△CDF (RHA 합동)

03 전략 한 변의 길이가 a인 정삼각형의 넓이 ➡ $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

풀이 색칠한 부분은 한 변의 길이가 2인 정삼각형이므로 넓이는

$\frac{\sqrt{3}}{4}\times2^2=\sqrt{3}$



답 ②

04 전략 특수한 직각삼각형의 세 변의 길이의 비를 이용한다.

풀이 △ACD에서 $4:\overline{AC}=2:\sqrt{3}$

$\therefore \overline{AC}=2\sqrt{3}$ (cm)

△ABC에서 $\overline{AB}:2\sqrt{3}=1:\sqrt{2}$

$\therefore \overline{AB}=\sqrt{6}$ (cm) 답 ②

$\overline{AD}:\overline{AC}=2:\sqrt{3}$

$\overline{AB}:\overline{AC}=1:\sqrt{2}$

05 전략 직각이등변삼각형의 세 변의 길이의 비 ➡ $1:1:\sqrt{2}$

풀이 △APB에서 $\overline{AP}=\overline{BP}$이고 ∠APB=90°이므로 △APB는 직각이등변삼각형이다.

이때 $\overline{AB}=\sqrt{\{1-(-2)\}^2+(1-4)^2}=3\sqrt{2}$이고

$\overline{AP}:\overline{BP}:\overline{AB}=1:1:\sqrt{2}$

이므로 $\overline{AP}=\overline{BP}=x$라 하면

$x:3\sqrt{2}=1:\sqrt{2}$ $\therefore x=3$

따라서 △APB의 둘레의 길이는

$3+3+3\sqrt{2}=6+3\sqrt{2}$ 답 ①

06 전략 세 꼭짓점의 좌표가 주어진 삼각형 ➡ 각 변의 길이를 구하여 비교한다.

풀이 $\overline{AB}=\sqrt{(2-0)^2+(2-1)^2}=\sqrt{5}$

$\overline{BC}=\sqrt{(-1-2)^2+(8-2)^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$

$\overline{CA}=\sqrt{(-1-0)^2+(8-1)^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

따라서 $\overline{CA}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$이므로 △ABC는 ∠B=90°인 직각삼각형이다. 답 ②

07 전략 세 모서리의 길이가 각각 a, b, c인 직육면체의 대각선의 길이 ➡ $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

풀이 $\sqrt{x^2+3^2+2^2}=7$이므로 $x^2+13=49$

$x^2=36$ $\therefore x=6$ ($\because x>0$) 답 ④

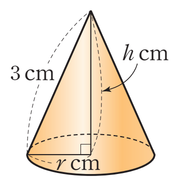
08 전략 원뿔의 전개도 ➡ 부채꼴의 호의 길이와 밑면인 원의 둘레의 길이는 같다.

풀이 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 r cm, 높이를 h cm라 하면

$2\pi\times3\times\frac{120}{360}=2\pi r$

$\therefore r=1$

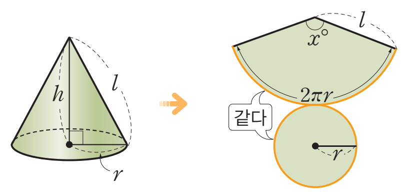
$\therefore h=\sqrt{3^2-1^2}=2\sqrt{2}$



답 ⑤

+ 보충 학습

원뿔의 전개도



$l^2=h^2+r^2$ $2\pi l\times\frac{x}{360}=2\pi r$

09 전략 한 모서리의 길이가 a인 정사면체 ➡ (높이)$=\frac{\sqrt{6}}{3}a$, (부피)$=\frac{\sqrt{2}}{12}a^3$

풀이 ① $\overline{DM}$은 정삼각형 BCD의 높이이므로

$\overline{DM}=\frac{\sqrt{3}}{2}\overline{BD}$

② 점 H는 △BCD의 무게중심이므로

$\overline{DH}:\overline{HM}=2:1$

③ $\overline{DH}=\frac{2}{3}\overline{DM}=\frac{2}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times6=2\sqrt{3}$ (cm)

④ $\overline{AH}=\frac{\sqrt{6}}{3}\times6=2\sqrt{6}$ (cm)

⑤ (부피)$=\frac{\sqrt{2}}{12}\times6^3=18\sqrt{2}$ (cm^3) 답 ④

입체도형에서의 최단 거리 구하기

❶ 선이 지나는 부분의 전개도를 그린다.

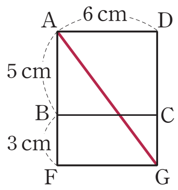
❷ 선이 지나는 시작점과 끝점을 찾아 선분으로 잇는다.

❸ 두 점을 잇는 선분의 길이를 구한다.

10 전략 최단 거리 ➡ 선이 지나는 면의 전개도를 그려 본다.

우공비 BOX

풀이 오른쪽 그림과 같이 선이 지나는 면의 전개도를 그려 보면 구하는 최단 거리는 $\overline{AG}$의 길이이다.



$\therefore \overline{AG}=\sqrt{(5+3)^2+6^2}$
$=10(\text{cm})$

답 ①

11

전략 특수한 직각삼각형의 세 변의 길이의 비를 이용한다.

풀이 $\triangle ADC$에서 $\overline{AC}:\overline{DC}=1:1$

$\overline{AC}:10=1:1$ $\therefore \overline{AC}=10$

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}:\overline{AC}=\sqrt{3}:1$

$\overline{BC}:10=\sqrt{3}:1$ $\therefore \overline{BC}=10\sqrt{3}$

따라서 $\overline{BD}=10\sqrt{3}-10$이므로

$$\triangle ABD=\frac{1}{2}\times(10\sqrt{3}-10)\times10=50(\sqrt{3}-1)$$

답 $50(\sqrt{3}-1)$

> $\triangle ADC$는 직각이등변삼각형이므로
> $\overline{AD}:\overline{DC}:\overline{AC}$
> $=\sqrt{2}:1:1$
> $\triangle ABC$의 세 내각의 크기가 $30°$, $60°$, $90°$이므로
> $\overline{AB}:\overline{BC}:\overline{CA}$
> $=2:\sqrt{3}:1$

12

전략 네 변의 길이가 같은 사각형 ➡ 마름모

풀이 □AMGN은 $\overline{AM}=\overline{MG}=\overline{GN}=\overline{NA}$인 마름모이다.

$\overline{MN}=\overline{BD}=\sqrt{2}\times4=4\sqrt{2}$ (cm),

$\overline{AG}=\sqrt{3}\times4=4\sqrt{3}$ (cm)

이므로

$$\square AMGN=\frac{1}{2}\times\overline{MN}\times\overline{AG}$$
$$=\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times4\sqrt{3}=8\sqrt{6}\ (\text{cm}^2)$$

답 $8\sqrt{6}\text{ cm}^2$

> 한 변의 길이가 a인 정사각형의 대각선의 길이
> ➡ $\sqrt{2}a$

> 한 모서리의 길이가 a인 정육면체의 대각선의 길이
> ➡ $\sqrt{3}a$

> (마름모의 넓이)
> $=\frac{1}{2}\times$(두 대각선의 길이의 곱)

13

채점 기준	배점
정팔면체의 한 모서리의 길이 구하기	2점
정팔면체의 한 면의 넓이 구하기	2점
정팔면체의 겉넓이 구하기	1점

풀이 $\overline{BF}$의 중점을 M이라 하면 $\triangle SRM$에서

$\overline{SR}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$ ▶ 2점

따라서 정팔면체의 각 면은 한 변의 길이가 $\sqrt{2}$인 정삼각형이므로 한 면의 넓이는

$\frac{\sqrt{3}}{4}\times(\sqrt{2})^2=\frac{\sqrt{3}}{2}$ ▶ 2점

따라서 정팔면체의 겉넓이는

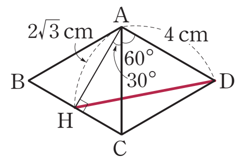
$\frac{\sqrt{3}}{2}\times8=4\sqrt{3}$ ▶ 1점

답 $4\sqrt{3}$

14

채점 기준	배점
전개도에서 최단 거리가 $\overline{HD}$의 길이임을 알기	2점
$\overline{AH}$의 길이 구하기	1점
$\overline{HD}$의 길이 구하기	2점

풀이 오른쪽 그림에서 구하는 최단 거리는 $\overline{HD}$의 길이이다. ▶ 2점



$\triangle ABC$는 한 변의 길이가 4 cm인 정삼각형이므로

$\overline{AH}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times4=2\sqrt{3}$ (cm) ▶ 1점

$\triangle AHD$에서 $\angle HAD=30°+60°=90°$이므로

$\overline{HD}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+4^2}=2\sqrt{7}$ (cm) ▶ 2점

답 $2\sqrt{7}$ cm

06회 Ⅵ-2. 피타고라스 정리의 활용 | 문제집 27~28쪽

01 ⑤	02 ⑤	03 ③	04 ③
05 ①	06 ⑤	07 ②	08 ⑤
09 ④	10 ③	11 $9\sqrt{3}\text{ cm}^2$	12 $\sqrt{5}$
13 $9\sqrt{3}\pi$	14 24 cm^2		

01

전략 가로, 세로의 길이가 각각 a, b인 직사각형의 대각선의 길이 ➡ $\sqrt{a^2+b^2}$

풀이 직사각형의 가로의 길이를 x cm라 하면

$\sqrt{(2\sqrt{6})^2+x^2}=8$

$x^2+24=64$, $x^2=40$

$\therefore x=2\sqrt{10}$ ($\because x>0$)

따라서 직사각형의 넓이는

$2\sqrt{10}\times2\sqrt{6}=8\sqrt{15}$ (cm²)

답 ⑤

02

전략 $\overline{AB}\times\overline{AD}=\overline{BD}\times\overline{AH}$

풀이 $\triangle ABD$에서

$\overline{BD}=\sqrt{3^2+(3\sqrt{3})^2}=6$ (cm)

$\overline{AB}\times\overline{AD}=\overline{BD}\times\overline{AH}$이므로

$3\times3\sqrt{3}=6\times\overline{AH}$

$\therefore \overline{AH}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$ (cm)

답 ⑤

03

전략 세 내각의 크기가 $30°$, $60°$, $90°$인 삼각형의 세 변의 길이의 비 ➡ $1:\sqrt{3}:2$

풀이 $\triangle AMC$에서

$\overline{AC}:\overline{CM}=\sqrt{3}:1$

$2\sqrt{3}:\overline{CM}=\sqrt{3}:1$ $\therefore \overline{CM}=2$ (cm)

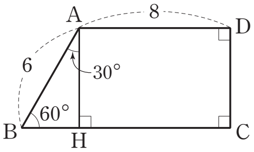
따라서 $\overline{BC}=2\overline{CM}=4$ (cm)이므로 $\triangle ABC$에서

$\overline{AB}=\sqrt{4^2+(2\sqrt{3})^2}=2\sqrt{7}$ (cm)

답 ③

04 전략 꼭짓점 A에서 수선을 그어 사다리꼴의 높이를 구한다.

풀이 $\triangle ABH$에서



$6 : \overline{AH} = 2 : \sqrt{3}$

$\therefore \overline{AH} = 3\sqrt{3}$

또 $6 : \overline{BH} = 2 : 1$이므로

$\overline{BH} = 3$

따라서 사다리꼴 ABCD의 둘레의 길이는

$6 + (3+8) + 3\sqrt{3} + 8 = 25 + 3\sqrt{3}$ 답 ③

05 전략 두 점 (x_1, y_1), (x_2, y_2) 사이의 거리 ➡ $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

풀이 $\overline{AB} = 2\sqrt{5}$이므로 $\sqrt{(p+1)^2+(3-5)^2} = 2\sqrt{5}$

$(p+1)^2+(3-5)^2 = 20$, $p^2+2p-15=0$

$(p+5)(p-3)=0$ $\therefore p=-5$ 또는 $p=3$

그런데 $p<0$이므로 $p=-5$ 답 ①

06 전략 $\triangle AFC$는 정삼각형이다.

풀이 $\overline{AC} = \overline{AF} = \overline{CF} = \sqrt{2} \times 6 = 6\sqrt{2}$ (cm)이므로

$\triangle AFC$는 한 변의 길이가 $6\sqrt{2}$ cm인 정삼각형이고 $\overline{FM}$은 $\triangle AFC$의 높이이다.

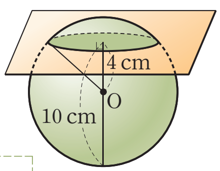
$\therefore \overline{FM} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6\sqrt{2} = 3\sqrt{6}$ (cm) 답 ⑤

입체도형의 한 꼭짓점에서 옆면을 따라 다른 꼭짓점에 이르는 최단 거리
➡ 선이 지나는 면의 전개도를 그려 두 꼭짓점 사이의 직선 거리를 찾는다.

07 전략 직각삼각형을 이용하여 단면인 원의 반지름의 길이를 구한다.

구를 평면으로 자른 단면은 원이다.

풀이 구의 반지름의 길이는



$10-4=6$ (cm)이므로

(원의 반지름의 길이)

$= \sqrt{6^2-4^2} = 2\sqrt{5}$ (cm)

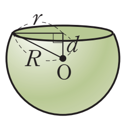
$\therefore$ (넓이) $= \pi \times (2\sqrt{5})^2$

$= 20\pi$ (cm²) 답 ②

직각삼각형에서 두 변의 길이가 주어지면 피타고라스 정리를 이용하여 나머지 한 변의 길이를 구할 수 있다.

+ 보충 학습

반지름의 길이가 R인 구의 중심 O로부터 d만큼 떨어진 지점에서 평면으로 잘라 생기는 단면은 원이다.



① 단면인 원의 반지름의 길이

: $r = \sqrt{R^2-d^2}$

② 단면의 원의 넓이: πr^2

08 전략 정사각뿔의 높이 ➡ $\overline{OH}$의 길이

풀이 $\triangle BCD$에서

$\overline{BD} = \sqrt{2} \times 4 = 4\sqrt{2}$ (cm)

$\therefore \overline{DH} = \frac{1}{2}\overline{BD} = 2\sqrt{2}$ (cm)

점 H는 정사각형 ABCD의 두 대각선의 교점이고, 두 대각선은 서로를 이등분한다.

$\triangle OHD$에서

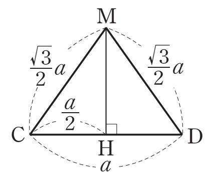
$\overline{OH} = \sqrt{6^2-(2\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{7}$ (cm) 답 ⑤

09 전략 $\overline{CM}$ ➡ 정삼각형 ABC의 높이

풀이 정사면체의 한 모서리의 길이를 a cm라 하면

$\overline{CM} = \overline{DM} = \frac{\sqrt{3}}{2}a$

점 M에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle MCH$에서



$\overline{MH} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}a\right)^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2}$

$= \sqrt{\frac{1}{2}a^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}a$

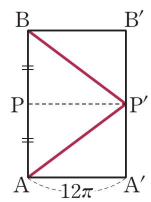
따라서 $\triangle MCD = \frac{1}{2} \times \overline{CD} \times \overline{MH}$이므로

$9\sqrt{2} = \frac{1}{2} \times a \times \frac{\sqrt{2}}{2}a$, $\frac{a^2}{4} = 9$

$a^2 = 36$ $\therefore a = 6$ ($\because a>0$) 답 ④

10 전략 최단 거리 ➡ 선이 지나는 면의 전개도를 그려 본다.

풀이 $\overline{AP'} = \frac{1}{2} \times 30\pi = 15\pi$이므로



$\overline{AP}$

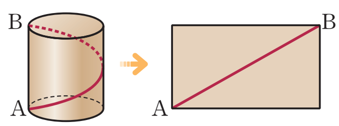
$= \sqrt{(15\pi)^2-(12\pi)^2} = 9\pi$

$\therefore \overline{AB} = 2 \times 9\pi = 18\pi$ 답 ③

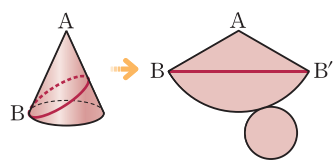
+ 보충 학습

원기둥과 원뿔에서의 최단 거리

(1) 원기둥에서의 최단 거리



(2) 원뿔에서의 최단 거리



11 전략 한 변의 길이가 a인 정삼각형

➡ (높이) $= \frac{\sqrt{3}}{2}a$, (넓이) $= \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

풀이 $\triangle ABC$의 넓이가 $16\sqrt{3}$ cm²이므로

$\frac{\sqrt{3}}{4}\overline{AB}^2 = 16\sqrt{3}$, $\overline{AB}^2 = 64$

$\therefore \overline{AB} = 8$ (cm) ($\because \overline{AB}>0$)

△ABC에서 $\overline{AD}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 8=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$

△ADE에서 $\overline{AF}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 4\sqrt{3}=6\,(\text{cm})$

$\therefore$ △AFG$=\frac{\sqrt{3}}{4}\times 6^2=9\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$ 답 $9\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

12 전략 두 점 (x_1, y_1), (x_2, y_2) 사이의 거리 $\Rightarrow \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

풀이 $y=x^2-6x+7=(x-3)^2-2$이므로

$P(3, -2)$

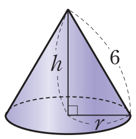
따라서 점 P와 점 A 사이의 거리는

$\overline{PA}=\sqrt{(5-3)^2+\{-1-(-2)\}^2}=\sqrt{5}$ 답 $\sqrt{5}$

13

채점 기준	배점
밑면의 반지름의 길이 구하기	2점
높이 구하기	1점
부피 구하기	1점

풀이 밑면인 원의 반지름의 길이를 r, 원뿔의 높이를 h라 하면



$2\pi\times 6\times\frac{180}{360}=2\pi r$

$\therefore r=3$ ▶ 2점

$\therefore h=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}$ ▶ 1점

따라서 원뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times 3^2\times 3\sqrt{3}=9\sqrt{3}\,\pi$ ▶ 1점

답 $9\sqrt{3}\,\pi$

(뿔의 부피) $=\frac{1}{3}\times$(밑넓이)$\times$(높이)

14

채점 기준	배점
$\overline{BM}$, $\overline{MN}$의 길이 구하기	2점
△BMN의 높이 구하기	2점
△BMN의 넓이 구하기	1점

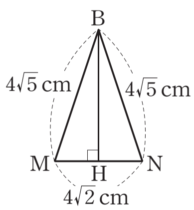
풀이 △BMC에서

$\overline{BM}=\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5}\,(\text{cm})$

△CMN에서

$\overline{MN}=\sqrt{2}\times 4=4\sqrt{2}\,(\text{cm})$ ▶ 2점

오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{MN}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{BH}=\sqrt{(4\sqrt{5})^2-(2\sqrt{2})^2}$

$=6\sqrt{2}\,(\text{cm})$ ▶ 2점

$\therefore$ △BMN$=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{2}\times 6\sqrt{2}=24\,(\text{cm}^2)$ ▶ 1점

답 $24\,\text{cm}^2$

$\overline{MH}=\overline{HN}$
$=\frac{1}{2}\overline{MN}$
$=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{2}$
$=2\sqrt{2}\,(\text{cm})$

삼각비 \ A	$30°$	$45°$	$60°$
$\sin A$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos A$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan A$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

우공비 BOX

07회 Ⅶ-1. 삼각비 | 문제집 29~30쪽

01 ③	02 ③	03 ②	04 ⑤
05 ③	06 ④	07 ③	08 ③
09 ④	10 $\frac{4}{5}$	11 3	12 $6\sqrt{3}$
13 $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{3}$	14 0		

01 전략 먼저 $\overline{AB}$의 길이를 구한 후 삼각비를 이용한다.

풀이 $\overline{AB}=\sqrt{5^2+12^2}=13$

① $\sin A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{5}{13}$ ② $\cos A=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{12}{13}$

③ $\tan A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{5}{12}$ ④ $\sin B=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{12}{13}$

⑤ $\tan B=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{12}{5}$

따라서 옳은 것은 ③이다. 답 ③

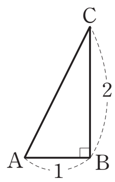
02 전략 $\cos C=\frac{(\text{빗변이 아닌 } \angle C\text{의 이웃변의 길이})}{(\text{빗변의 길이})}$

풀이 $\cos C=\frac{\overline{BC}}{6}=\frac{\sqrt{3}}{3}$이므로 $\overline{BC}=2\sqrt{3}$

$\therefore \overline{AB}=\sqrt{6^2-(2\sqrt{3})^2}=2\sqrt{6}$ 답 ③

03 전략 주어진 삼각비의 값을 갖는 직각삼각형을 그려 본다.

풀이 $\tan A=2$이므로 오른쪽 그림과 같이



$\angle B=90°$, $\overline{AB}=1$, $\overline{BC}=2$

인 직각삼각형 ABC를 생각하면

$\overline{AC}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$

따라서

$\sin A=\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$, $\cos A=\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$

이므로

$\sin A\times\cos A=\frac{2\sqrt{5}}{5}\times\frac{\sqrt{5}}{5}=\frac{2}{5}$

답 ②

04 전략 특수한 각$(30°, 45°, 60°)$의 삼각비의 값은 꼭 외워 둔다.

풀이 $\sin^2 30°+\tan 30°\times\tan 60°+\sin^2 60°$

$=\left(\frac{1}{2}\right)^2+\frac{\sqrt{3}}{3}\times\sqrt{3}+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$

$=\frac{1}{4}+1+\frac{3}{4}=2$ 답 ⑤

05 전략 특수한 각의 삼각비를 이용하여 각의 크기를 구한다.

풀이 $\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$이므로

$2x+20^\circ=60^\circ,\quad 2x=40^\circ$

$\therefore x=20^\circ$ 답 ③

06 전략 $\triangle ACD$에서 $\overline{AD}$의 길이를 구한 후 $\triangle ABD$에서 특수한 각의 삼각비를 이용하여 $\overline{AB}$, $\overline{BD}$의 길이를 구한다.

풀이 $\triangle ACD$에서 $\angle DAC=60^\circ-30^\circ=30^\circ$이므로

$\overline{AD}=\overline{CD}=4\sqrt{3}$ cm

$\triangle ABD$에서

$\sin 60^\circ=\frac{\overline{AB}}{4\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2}\quad \therefore \overline{AB}=6\,(\text{cm})$

$\cos 60^\circ=\frac{\overline{BD}}{4\sqrt{3}}=\frac{1}{2}\quad \therefore \overline{BD}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{3}\times 6=18\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$ 답 ④

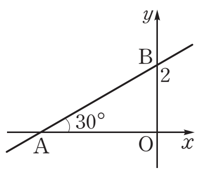
우공비 BOX

이등변삼각형이 되는 조건
➜ 두 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

$\overline{BC}=\overline{BD}+\overline{CD}$
$=2\sqrt{3}+4\sqrt{3}$
$=6\sqrt{3}(\text{cm})$

07 전략 (직선의 기울기)$=\tan 30^\circ$

풀이 오른쪽 그림과 같이 직선이 x축 및 y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하면 $\triangle AOB$에서



(직선의 기울기)

$=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}$

$=\frac{\overline{BO}}{\overline{AO}}=\tan 30^\circ$

$=\frac{\sqrt{3}}{3}$

또 주어진 직선의 y절편이 2이므로 구하는 직선의 방정식은

$y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+2$ 답 ③

+ 보충 학습

직선의 방정식
기울기가 a이고 y절편이 b인 직선의 방정식은
$y=ax+b$

08 전략 $0^\circ\le A\le 90^\circ$에서 $\angle A$의 크기가 커지면 $\sin A$, $\tan A$의 값은 증가하고, $\cos A$의 값은 감소한다.

풀이 ③ $\sin 90^\circ=1$, $\tan 60^\circ=\sqrt{3}$이므로

$\sin 90^\circ<\tan 60^\circ$ 답 ③

09 전략 삼각비의 표를 이용하여 $\angle x$의 크기를 구한다.

풀이 $\cos x=\frac{\overline{OD}}{\overline{OC}}=\overline{OD}=0.59$이므로

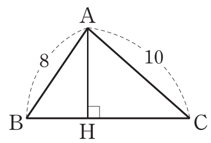
$x=54^\circ$

$\tan 54^\circ=\frac{\overline{BE}}{\overline{OB}}=\overline{BE}$에서 $\quad\overline{BE}=1.38$

답 ④

10 전략 점 A에서 $\overline{BC}$에 수선을 그어 직각삼각형을 만든다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle ABH$에서

$\sin B=\frac{\overline{AH}}{8}=\frac{3}{4}$

$\therefore \overline{AH}=6$

$\triangle AHC$에서

$\overline{CH}=\sqrt{10^2-6^2}=8$

$\therefore \cos C=\frac{\overline{CH}}{\overline{AC}}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$ 답 $\frac{4}{5}$

11 전략 닮은 직각삼각형에서 대응각에 대한 삼각비의 값은 일정하다.

풀이 $\triangle ABD\backsim\triangle HAD$(AA 닮음)이므로

$\angle DBA=\angle DAH=x$

$\triangle ABD$에서 $\overline{BD}=\sqrt{9^2+12^2}=15$이므로

$\cos x=\frac{\overline{AB}}{\overline{BD}}=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$

$\therefore 5\cos x=3$ 답 3

$\triangle ABD$와 $\triangle HAD$에서
$\angle BAD=\angle AHD$
$=90^\circ$,
$\angle ADB$는 공통이므로
$\triangle ABD\backsim\triangle HAD$
(AA 닮음)

12 전략 특수한 각의 삼각비를 이용하여 $\overline{AD}$, $\overline{CD}$의 길이를 먼저 구한다.

풀이 $\triangle ABC$에서

$\angle B=90^\circ-30^\circ=60^\circ$

$\triangle ABD$에서

$\sin 60^\circ=\frac{\overline{AD}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}\quad \therefore \overline{AD}=2\sqrt{3}$

$\triangle ADC$에서

$\tan 30^\circ=\frac{2\sqrt{3}}{\overline{CD}}=\frac{\sqrt{3}}{3}\quad \therefore \overline{CD}=6$

$\therefore \triangle ADC=\frac{1}{2}\times 6\times 2\sqrt{3}=6\sqrt{3}$ 답 $6\sqrt{3}$

13

채점 기준	배점
정육면체의 한 모서리의 길이 구하기	1점
$\overline{EG}$, $\overline{EC}$의 길이 구하기	2점
$\cos x-\sin x$의 값 구하기	2점

풀이 정육면체의 부피가 64이므로 한 모서리의 길이는 4이다. ▶ 1점

$\triangle CEG$에서 $\angle CGE=90^\circ$이고

$\overline{EG}=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$

$\overline{EC}=\sqrt{4^2+4^2+4^2}=4\sqrt{3}$ ▶ 2점

이므로

한 모서리의 길이가 x인 정육면체의 부피는 x^3이므로 $x^3=64$에서 $x=4$이다.

$$\cos x=\frac{\overline{EG}}{\overline{EC}}=\frac{4\sqrt{2}}{4\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\sin x=\frac{\overline{CG}}{\overline{EC}}=\frac{4}{4\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\therefore \cos x-\sin x=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{3}$$ ▶ 2점

답 $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{3}$

14

채점 기준	배점
$\cos A-\sin A$, $\sin A-\cos A$의 부호 구하기	2점
주어진 식의 값 구하기	2점

풀이 $45^\circ<A<90^\circ$일 때, $\sin A>\cos A$이므로

$\cos A-\sin A<0$, $\sin A-\cos A>0$ ▶ 2점

$\therefore \sqrt{(\cos A-\sin A)^2}-\sqrt{(\sin A-\cos A)^2}$

$=-(\cos A-\sin A)-(\sin A-\cos A)$

$=-\cos A+\sin A-\sin A+\cos A$

$=0$ ▶ 2점

답 0

$$\sqrt{A^2}=\begin{cases} A\,(A\ge 0) \\ -A\,(A<0)\end{cases}$$

08 회 Ⅶ-1. 삼각비 | 문제집 31~32쪽

01 ③	02 ④	03 ③	04 ④
05 ⑤	06 ④	07 ⑤	08 ①
09 $\frac{27}{20}$	10 $\frac{3}{5}$	11 1	12 $2\sqrt{2}$
13 $2\sqrt{3}$			

01 전략 먼저 $\overline{AC}$의 길이를 구한다.

풀이 $\overline{AC}=\sqrt{12^2-6^2}=6\sqrt{3}$이므로

$$\cos A=\frac{6\sqrt{3}}{12}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan B=\frac{6\sqrt{3}}{6}=\sqrt{3}$$

$$\therefore \cos A+\tan B=\frac{\sqrt{3}}{2}+\sqrt{3}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$$ 답 ③

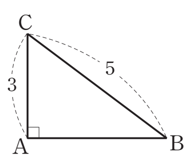
02 전략 $\angle A=90^\circ$인 $\triangle ABC$ ➡ $90^\circ-\angle B=\angle C$

풀이 $\angle A=90^\circ$, $\sin B=\frac{3}{5}$

이므로 오른쪽 그림과 같이

$\overline{AC}=3$, $\overline{BC}=5$

인 직각삼각형 ABC를 생각하면



$\overline{AB}=\sqrt{5^2-3^2}=4$

이때 $\angle B+\angle C=90^\circ$이므로

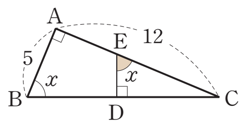
$$\tan(90^\circ-B)=\tan C=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{4}{3}$$ 답 ④

03 전략 닮은 직각삼각형에서 대응각에 대한 삼각비의 값은 같다.

풀이 $\triangle ABC$와 $\triangle DEC$에서

$\angle A=\angle EDC=90^\circ$,

$\angle C$는 공통



이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle DEC$ (AA 닮음)

$\therefore \angle B=\angle CED=x$

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{5^2+12^2}=13$이므로

$$\sin x=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{12}{13}$$ 답 ③

04 전략 특수한 각(30°, 45°, 60°)의 삼각비의 값은 꼭 외워 둔다.

풀이 ① $\sin 30^\circ\times\cos 60^\circ\div\tan 45^\circ$

$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\div 1=\frac{1}{4}$

② $\tan 30^\circ=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{1}{\tan 60^\circ}$

③ $\cos 30^\circ\times\tan 60^\circ\div\sin 45^\circ$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{3}\div\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{2}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$

④ $2\sin 60^\circ-\sqrt{2}\cos 45^\circ-\tan 60^\circ$

$=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}-\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}-\sqrt{3}=\sqrt{3}-1-\sqrt{3}=-1$

⑤ $\sin^2 45^\circ+\cos^2 45^\circ+\tan^2 45^\circ$

$=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+1^2=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+1=2$

답 ④

05 전략 $\triangle ABC$에서 $\angle A:\angle B:\angle C=a:b:c$

➡ $\angle A=180^\circ\times\frac{a}{a+b+c}$

삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이다.

풀이 $\angle A=180^\circ\times\frac{1}{1+2+3}=30^\circ$이므로

$\sin A:\cos A:\tan A$

$=\sin 30^\circ:\cos 30^\circ:\tan 30^\circ$

$=\frac{1}{2}:\frac{\sqrt{3}}{2}:\frac{\sqrt{3}}{3}$

$=3:3\sqrt{3}:2\sqrt{3}$ 답 ⑤

06 전략 주어진 이차방정식의 해를 구한다.

풀이 $x^2-x+\frac{1}{4}=0$에서

$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=0$ $\therefore x=\frac{1}{2}$(중근)

이차방정식 $(x+p)^2=q\,(q\ge 0)$의 해
➡ $x=-p\pm\sqrt{q}$

따라서 $\cos\alpha=\frac{1}{2}$이므로 $\alpha=60^\circ$ 답 ④

07 전략 두 변의 길이의 비에서 분모가 되는 변의 길이가 1인 직각삼각형을 찾는다.

우공비 BOX

풀이 ① $\sin x=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\overline{AB}$

② $\cos x=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\overline{OB}$

③ $\tan x=\dfrac{\overline{CD}}{\overline{OC}}=\overline{CD}$

④ $y=\angle OAB$이므로 $\sin y=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\overline{OB}$

⑤ $\tan y=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{AB}}=\dfrac{\overline{OC}}{\overline{CD}}$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

$\triangle AOB \backsim \triangle DOC$ (AA 닮음) 이므로 대응하는 각의 크기가 같다.

08 전략 $45^\circ<A<90^\circ$일 때
➡ $\sin A>\cos A$, $\tan A>1$

풀이 $\sin 45^\circ=\cos 45^\circ=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan 45^\circ=1$이고

$45^\circ<A<90^\circ$이므로

$\dfrac{\sqrt{2}}{2}<\sin A<1$, $0<\cos A<\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan A>1$

$\therefore \cos A<\sin A<\tan A$ 답 ①

① $0^\circ<x<45^\circ$일 때
➡ $\sin x<\cos x$
② $45^\circ<x<90^\circ$일 때
➡ $\cos x<\sin x<\tan x$

09 전략 $\angle B=\angle CAD=y$, $\angle C=\angle BAD=x$

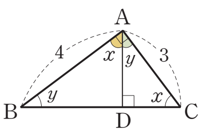
풀이 $\angle B=90^\circ-x=y$,

$\angle C=90^\circ-y=x$

$\triangle ABC$에서

$\overline{BC}=\sqrt{4^2+3^2}=5$

이므로



$\cos x=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\dfrac{3}{5}$, $\tan y=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\dfrac{3}{4}$

$\therefore \cos x+\tan y=\dfrac{3}{5}+\dfrac{3}{4}=\dfrac{27}{20}$ 답 $\dfrac{27}{20}$

다른 풀이 $\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{BC}\times\overline{AD}$이므로

$4\times3=5\times\overline{AD}$ $\therefore \overline{AD}=\dfrac{12}{5}$

$\triangle ABD$에서

$\cos x=\dfrac{\overline{AD}}{\overline{AB}}=\dfrac{12}{5}\div4=\dfrac{12}{5}\times\dfrac{1}{4}=\dfrac{3}{5}$

$\triangle ADC$에서 $\overline{CD}=\sqrt{3^2-\left(\dfrac{12}{5}\right)^2}=\dfrac{9}{5}$이므로

$\tan y=\dfrac{\overline{CD}}{\overline{AD}}=\dfrac{9}{5}\div\dfrac{12}{5}=\dfrac{9}{5}\times\dfrac{5}{12}=\dfrac{3}{4}$

$\therefore \cos x+\tan y=\dfrac{3}{5}+\dfrac{3}{4}=\dfrac{27}{20}$

10 전략 x절편, y절편을 먼저 구한다.

풀이 $2y-x-6=0$에 $x=0$, $y=0$을 각각 대입하면

$A(-6,\ 0)$, $B(0,\ 3)$

따라서 $\triangle AOB$에서

$\overline{AO}=6$, $\overline{BO}=3$, $\overline{AB}=\sqrt{6^2+3^2}=3\sqrt{5}$

이므로

$\cos a=\dfrac{6}{3\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$, $\sin a=\dfrac{3}{3\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

$\therefore \cos^2 a-\sin^2 a=\left(\dfrac{2\sqrt{5}}{5}\right)^2-\left(\dfrac{\sqrt{5}}{5}\right)^2=\dfrac{3}{5}$

답 $\dfrac{3}{5}$

11 전략 $\sin x=\cos x$ ➡ $x=45^\circ$

풀이 $\sin 45^\circ=\cos 45^\circ=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$이므로 $x=45^\circ$

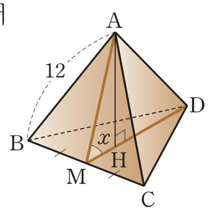
$\therefore \tan x=\tan 45^\circ=1$ 답 1

12

채점 기준	배점
x를 포함한 직각삼각형의 세 변의 길이 구하기	3점
$\sin x$, $\cos x$의 값 구하기	2점
$\sin x\div\cos x$의 값 구하기	1점

풀이 두 정삼각형 ABC, BCD에서

$\overline{AM}=\overline{DM}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times12=6\sqrt{3}$



한 변의 길이가 a인 정삼각형의 높이
➡ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$

꼭짓점 A에서 $\triangle BCD$에 내린 수선의 발을 H라 하면 점 H는 $\triangle BCD$의 무게중심이므로

$\overline{MH}=\dfrac{1}{3}\overline{DM}=\dfrac{1}{3}\times6\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

삼각형의 무게중심은 세 중선의 교점이고 세 중선의 길이를 꼭짓점부터 2:1로 나눈다.

$\triangle AMH$에서

$\overline{AH}=\sqrt{(6\sqrt{3})^2-(2\sqrt{3})^2}=4\sqrt{6}$ ▶ 3점

이므로

$\sin x=\dfrac{\overline{AH}}{\overline{AM}}=\dfrac{4\sqrt{6}}{6\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

$\cos x=\dfrac{\overline{MH}}{\overline{AM}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{6\sqrt{3}}=\dfrac{1}{3}$ ▶ 2점

$\therefore \sin x\div\cos x=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\div\dfrac{1}{3}=2\sqrt{2}$ ▶ 1점

답 $2\sqrt{2}$

13

채점 기준	배점
$\overline{BC}$의 길이 구하기	2점
$\overline{BD}$의 길이 구하기	2점

풀이 $\triangle ABC$에서

$\tan 60^\circ=\dfrac{\overline{BC}}{\sqrt{2}}=\sqrt{3}$ $\therefore \overline{BC}=\sqrt{6}$ ▶ 2점

$\triangle BCD$에서

$\sin 45^\circ=\dfrac{\sqrt{6}}{\overline{BD}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\therefore \overline{BD}=2\sqrt{3}$ ▶ 2점

답 $2\sqrt{3}$

우공비 BOX

09회 Ⅶ-2. 삼각비의 활용 | 문제집 33~34쪽

01 ⑤	02 ①	03 ④	04 ⑤
05 ③	06 ④	07 ④	08 ②
09 $250\sqrt{6}$ m	10 50 m	11 4500 m	
12 $(16\pi-12\sqrt{3})\text{cm}^2$		13 $5\sqrt{3}\text{ cm}^2$	

01 전략 삼각비를 이용하여 변의 길이를 식으로 나타낸다.

풀이 $\angle A=90°-35°=55°$

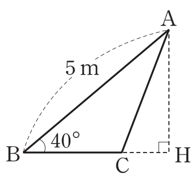
$\tan 55°=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\dfrac{10}{\overline{AC}}$이므로 $\quad \overline{AC}=\dfrac{10}{\tan 55°}$

답 ⑤

참고 $\tan 35°=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\dfrac{\overline{AC}}{10}$에서 $\overline{AC}=10\tan 35°$로도 나타낼 수 있다.

02 전략 주어진 그림에서 직각삼각형을 그린 후 삼각비를 이용하여 변의 길이를 구한다.

풀이 사다리를 선분 AB로 나타내고 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 밑변의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면 축대의 높이는 $\overline{AH}$이다.

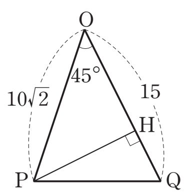


$\therefore\ \overline{AH}=5\sin 40°=5\times 0.64=3.2\ (\text{m})$

답 ①

03 전략 수선을 그어 특수한 직각삼각형을 만든 후 삼각비를 이용하여 변의 길이를 구한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 P에서 $\overline{OQ}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle$OPH에서

$\overline{PH}=10\sqrt{2}\sin 45°$

$=10\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=10$

$\overline{OH}=10\sqrt{2}\cos 45°=10\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=10$

이때 $\overline{HQ}=\overline{OQ}-\overline{OH}=15-10=5$이므로

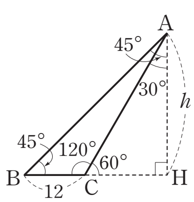
$\triangle$PQH에서

$\overline{PQ}=\sqrt{5^2+10^2}=5\sqrt{5}$

답 ④

04 전략 두 직각삼각형에서 $\overline{BH}$, $\overline{CH}$의 길이를 $\overline{AH}$에 대한 식으로 나타낸다.

풀이 $\overline{AH}=h$라 하자.



$\triangle$ABH에서

$\angle BAH=45°$이므로

$\overline{BH}=h\tan 45°=h$

$\triangle$ACH에서

$\angle CAH=30°$이므로

$\overline{CH}=h\tan 30°=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h$

이때 $\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로

$12=h-\dfrac{\sqrt{3}}{3}h,\qquad \dfrac{3-\sqrt{3}}{3}h=12$

$\therefore\ h=\dfrac{36}{3-\sqrt{3}}=6(3+\sqrt{3})$

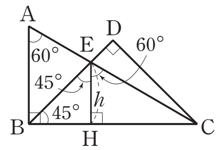
답 ⑤

$h=\dfrac{36}{3-\sqrt{3}}$
$=\dfrac{36(3+\sqrt{3})}{(3-\sqrt{3})(3+\sqrt{3})}$
$=\dfrac{36(3+\sqrt{3})}{6}$
$=6(3+\sqrt{3})$

05 전략 점 E에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

➡ $\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 E에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{EH}=h$라 하면



$\triangle$EBH에서 $\angle BEH=45°$이므로

$\overline{BH}=h\tan 45°=h$

$\triangle$CEH에서 $\angle CEH=60°$이므로

$\overline{CH}=h\tan 60°=\sqrt{3}h$

이때 $\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로

$4=h+\sqrt{3}h,\qquad (\sqrt{3}+1)h=4$

$\therefore\ h=\dfrac{4}{\sqrt{3}+1}=2(\sqrt{3}-1)(\text{cm})$

$\therefore\ \triangle BCE=\dfrac{1}{2}\times 4\times 2(\sqrt{3}-1)$

$=4(\sqrt{3}-1)(\text{cm}^2)$

답 ③

06 전략 두 변의 길이가 a, c이고 그 끼인 각의 크기가 B인 삼각형의 넓이(단, $0°<B<90°$) ➡ $\dfrac{1}{2}ac\sin B$

풀이 $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 5\times 8\times\sin B=20\sin B$

즉 $20\sin B=10\sqrt{3}$이므로 $\quad \sin B=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

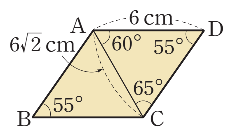
$\therefore\ \angle B=60°$

답 ④

07 전략 □ABCD$=\triangle ABC+\triangle CDA=2\triangle CDA$

풀이 $\angle D=\angle B=55°$이므로

평행사변형에서 대각의 크기는 같다.



$\angle CAD$

$=180°-(55°+65°)$

$=60°$

$\therefore$ □ABCD$=\triangle ABC+\triangle CDA=2\triangle CDA$

$\triangle$ABC와 $\triangle$CDA에서 $\overline{AB}=\overline{CD}$, $\overline{BC}=\overline{DA}$, $\angle B=\angle D$이므로 $\triangle ABC\equiv\triangle CDA$ (SAS 합동)

$=2\times\left(\dfrac{1}{2}\times 6\times 6\sqrt{2}\times\sin 60°\right)$

$=2\times\left(\dfrac{1}{2}\times 6\times 6\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$=18\sqrt{6}\ (\text{cm}^2)$

답 ④

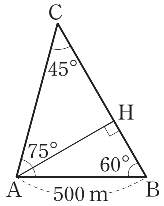
08 전략 두 대각선의 길이가 각각 a, b이고 두 대각선이 이루는 예각의 크기가 x인 사각형의 넓이 ➡ $\dfrac{1}{2}ab\sin x$

풀이 $\square\text{ABCD}=\frac{1}{2}\times16\times12\times\sin 45^\circ$

$=\frac{1}{2}\times16\times12\times\frac{\sqrt{2}}{2}=48\sqrt{2}\ (\text{cm}^2)$

답 ②

09 전략 수선을 그어 특수한 직각삼각형을 만든 후 삼각비를 이용하여 변의 길이를 구한다.



풀이 $\triangle\text{ABC}$에서

$\angle\text{C}=180^\circ-(75^\circ+60^\circ)=45^\circ$

점 A에서 $\overline{\text{BC}}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle\text{ABH}$에서

$\overline{\text{AH}}=500\sin 60^\circ=500\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=250\sqrt{3}\ (\text{m})$

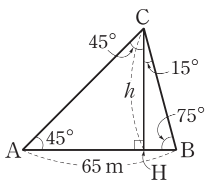
따라서 $\triangle\text{ACH}$에서

$\overline{\text{AC}}=\frac{250\sqrt{3}}{\sin 45^\circ}=250\sqrt{3}\times\sqrt{2}=250\sqrt{6}\ (\text{m})$

답 $250\sqrt{6}$ m

10 전략 기구의 높이 ⊙ $\overline{\text{CH}}$

특수한 각의 삼각비의 값과 주어진 삼각비의 값을 이용한다.



풀이 $\overline{\text{CH}}=h$라 하자.

$\triangle\text{AHC}$에서

$\angle\text{ACH}=45^\circ$이므로

$\overline{\text{AH}}=h\tan 45^\circ=h$

$\triangle\text{BCH}$에서

$\angle\text{BCH}=15^\circ$이므로 $\overline{\text{BH}}=h\tan 15^\circ=0.3h$

이때 $\overline{\text{AB}}=\overline{\text{AH}}+\overline{\text{BH}}$이므로

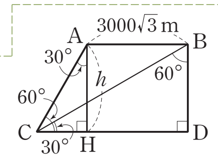
$65=h+0.3h,\quad 1.3h=65$

$\therefore h=\frac{65}{1.3}=50\ (\text{m})$

답 50 m

11

채점 기준	배점
$\overline{\text{CH}}$의 길이를 h로 나타내기	2점
$\overline{\text{CD}}$의 길이를 h로 나타내기	2점
$\overline{\text{AH}}$의 길이 구하기	2점



풀이 비행기가 10초 동안 날아간 거리는

(거리)=(속력)×(시간)

$300\sqrt{3}\times10=3000\sqrt{3}\ (\text{m})$

이므로 $\overline{\text{AB}}=3000\sqrt{3}\ (\text{m})$

점 A에서 선분 CD에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{\text{AH}}=h$라 하자.

$\triangle\text{ACH}$에서 $\angle\text{CAH}=30^\circ$이므로

$\overline{\text{CH}}=h\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}h$ ▶ 2점

$\triangle\text{BCD}$에서 $\angle\text{CBD}=60^\circ$이므로

$\overline{\text{CD}}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h$ ▶ 2점

이때 $\overline{\text{HD}}=\overline{\text{CD}}-\overline{\text{CH}}$이므로

$3000\sqrt{3}=\sqrt{3}h-\frac{\sqrt{3}}{3}h,\quad \frac{2\sqrt{3}}{3}h=3000\sqrt{3}$

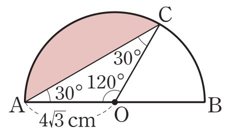
$\therefore h=3000\sqrt{3}\times\frac{3}{2\sqrt{3}}=4500\ (\text{m})$

따라서 비행기는 지면으로부터 4500 m 높이를 날고 있다. ▶ 2점

답 4500 m

12

채점 기준	배점
부채꼴 AOC의 넓이 구하기	2점
$\triangle$AOC의 넓이 구하기	2점
어두운 부분의 넓이 구하기	1점



풀이 $\overline{\text{OC}}$를 그으면

$\triangle\text{AOC}$에서

$\angle\text{OCA}=\angle\text{OAC}=30^\circ$이므로

$\angle\text{AOC}$

$=180^\circ-(30^\circ+30^\circ)$

$=120^\circ$

부채꼴 AOC의 넓이는

$\pi\times(4\sqrt{3})^2\times\frac{120}{360}=16\pi(\text{cm}^2)$ ▶ 2점

$\triangle\text{AOC}$의 넓이는

$\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times4\sqrt{3}\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times4\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=12\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ ▶ 2점

따라서 어두운 부분의 넓이는

$16\pi-12\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ ▶ 1점

답 $(16\pi-12\sqrt{3})\text{cm}^2$

13

채점 기준	배점
$\square$ABCD의 넓이 구하기	2점
$\triangle$BED의 넓이 구하기	2점

풀이 $\square\text{ABCD}=5\times8\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=5\times8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=20\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$ ▶ 2점

$\therefore \triangle\text{BED}=\frac{1}{4}\square\text{ABCD}$

$\triangle\text{BED}$
$=\frac{1}{2}\triangle\text{BCD}$
$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\square\text{ABCD}$
$=\frac{1}{4}\square\text{ABCD}$

$=\frac{1}{4}\times20\sqrt{3}$

$=5\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$ ▶ 2점

답 $5\sqrt{3}$ cm²

보충 학습

평행사변형의 성질

① 이웃하는 두 내각의 크기의 합이 180°이다.

② 평행사변형의 넓이는 한 대각선에 의하여 이등분된다.

우공비 BOX

10회 Ⅶ-2. 삼각비의 활용 | 문제집 35~36쪽

01 ③	02 ④	03 ②	04 ④
05 ④	06 ②	07 ③	08 ③
09 96.8 m	10 $50\sqrt{2}\,\text{cm}^2$		11 $45°$
12 $25(\sqrt{3}-1)$ m		13 $6\,\text{cm}^2$	

01 전략 주어진 그림에서 직각삼각형을 찾은 후 삼각비를 이용한다.

풀이 $\triangle ABD$에서

$\overline{AD}=5\tan 60°=5\times\sqrt{3}=5\sqrt{3}$

$\therefore$ (직육면체의 부피) $=5\times 5\sqrt{3}\times 4=100\sqrt{3}$

답 ③

(직육면체의 부피) =(가로의 길이)×(세로의 길이)×(높이)

02 전략 국기 게양대의 높이 ➡ $\overline{BD}-\overline{BC}$

풀이 $\triangle ABC$에서

$\overline{BC}=10\tan 45°=10\times 1=10$ (m)

$\triangle ABD$에서 $\angle DAB=45°+15°=60°$이므로

$\overline{BD}=10\tan 60°=10\times\sqrt{3}=10\sqrt{3}$ (m)

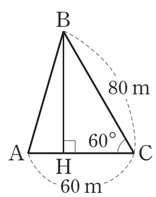
따라서 국기 게양대의 높이는

$\overline{CD}=\overline{BD}-\overline{BC}=10\sqrt{3}-10=10(\sqrt{3}-1)$ (m)

답 ④

03 전략 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 수선을 내려 직각삼각형을 만든 후 삼각비를 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle BHC$에서

$\overline{BH}=80\sin 60°=80\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=40\sqrt{3}$ (m)

$\overline{CH}=80\cos 60°=80\times\frac{1}{2}=40$ (m)

이때 $\overline{AH}=\overline{AC}-\overline{CH}=60-40=20$ (m)이므로

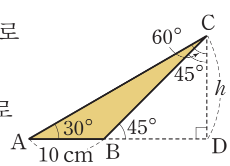
$\triangle ABH$에서

$\overline{AB}=\sqrt{20^2+(40\sqrt{3})^2}=20\sqrt{13}$ (m)

답 ②

04 전략 먼저 $\triangle ABC$의 높이를 구한 후 넓이를 구한다.

풀이 $\overline{CD}=h$라 하자.



$\triangle ACD$에서 $\angle ACD=60°$이므로

$\overline{AD}=h\tan 60°=\sqrt{3}\,h$

$\triangle BCD$에서 $\angle BCD=45°$이므로

$\overline{BD}=h\tan 45°=h$

이때 $\overline{AB}=\overline{AD}-\overline{BD}$이므로

$10=\sqrt{3}\,h-h$, $\quad(\sqrt{3}-1)h=10$

$\therefore h=\frac{10}{\sqrt{3}-1}=5(\sqrt{3}+1)$ (cm)

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 10\times 5(\sqrt{3}+1)$

$=25(\sqrt{3}+1)$ (cm^2)

답 ④

05 전략 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BC}\times\sin C$

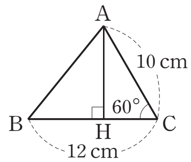
풀이 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times 12\times\sin 60°$

$=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times 12\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=3\sqrt{3}\,\overline{AC}$

즉 $3\sqrt{3}\,\overline{AC}=30\sqrt{3}$이므로 $\quad\overline{AC}=10$ (cm)

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle AHC$에서

$\overline{AH}=10\sin 60°$

$=10\times\frac{\sqrt{3}}{2}=5\sqrt{3}$ (cm)

$\overline{CH}=10\cos 60°$

$=10\times\frac{1}{2}=5$ (cm)

이때 $\overline{BH}=\overline{BC}-\overline{CH}=12-5=7$ (cm)이므로

$\triangle ABH$에서

$\overline{AB}=\sqrt{7^2+(5\sqrt{3})^2}=2\sqrt{31}$ (cm)

답 ④

06 전략 점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심

➡ $\triangle GBD=\frac{1}{6}\triangle ABC$

$\triangle ABC$의 세 중선으로 나누어진 6개의 삼각형의 넓이는 모두 같다.

풀이 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 12\times 16\times\sin 60°$

$=\frac{1}{2}\times 12\times 16\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=48\sqrt{3}$ (cm^2)

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\triangle GBD=\frac{1}{6}\triangle ABC$

$=\frac{1}{6}\times 48\sqrt{3}$

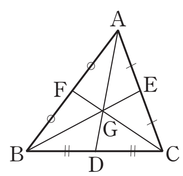
$=8\sqrt{3}$ (cm^2)

답 ②

+ 보충 학습

삼각형의 무게중심과 넓이

삼각형의 세 중선에 의하여 삼각형의 넓이는 6등분된다.



$\triangle AFG=\triangle BFG=\triangle BDG$

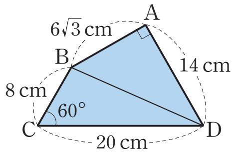
$=\triangle CDG=\triangle CEG$

$=\triangle AEG$

$=\frac{1}{6}\triangle ABC$

07 전략 $\square ABCD=\triangle ABD+\triangle BCD$임을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



$\square ABCD$

$=\triangle ABD+\triangle BCD$

$=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{3}\times 14$

$+\frac{1}{2}\times 8\times 20\times \sin 60°$

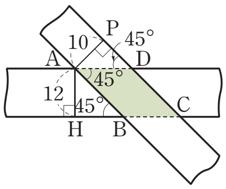
$=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{3}\times 14+\frac{1}{2}\times 8\times 20\times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$=42\sqrt{3}+40\sqrt{3}=82\sqrt{3}\ (cm^2)$

답 ③

08 전략 보조선을 그어 평행사변형의 넓이를 구한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 겹쳐진 부분을 $\square ABCD$라 하면 $\triangle ABH$에서



$\overline{AB}=\frac{12}{\sin 45°}$

$=12\times\sqrt{2}=12\sqrt{2}$

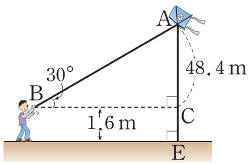
$\square ABCD$는 평행사변형이므로

$\square ABCD=\overline{AB}\times\overline{AP}=12\sqrt{2}\times 10=120\sqrt{2}$

답 ③

09 전략 $\overline{AC}=\overline{AE}-\overline{CE}$

풀이 오른쪽 그림에서



$\overline{AC}=\overline{AE}-\overline{CE}$

$=50-1.6$

$=48.4\ (m)$

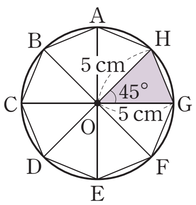
$\triangle ABC$에서

$\overline{AB}=\frac{48.4}{\sin 30°}=48.4\times 2=96.8\ (m)$

답 96.8 m

10 전략 보조선을 그어 여러 개의 이등변삼각형으로 나눈 후 삼각형의 넓이의 합을 구한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 정팔각형은 8개의 합동인 이등변삼각형으로 나누어진다.



따라서 구하는 넓이는

$8\times\left(\frac{1}{2}\times 5\times 5\times \sin 45°\right)$

$=8\times\left(\frac{1}{2}\times 5\times 5\times \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$=50\sqrt{2}\ (cm^2)$

답 $50\sqrt{2}\ cm^2$

11 전략 두 대각선의 길이가 각각 a, b이고 두 대각선이 이루는 예각의 크기가 x인 사각형의 넓이 ➡ $\frac{1}{2}ab\sin x$

꼭지각의 크기가 $\frac{360°}{8}=45°$인 이등변삼각형 8개로 나누어진다.

$h=\frac{50}{\sqrt{3}+1}$

$=\frac{50(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}$

$=\frac{50(\sqrt{3}-1)}{2}$

$=25(\sqrt{3}-1)$

풀이 $\square ABCD=\frac{1}{2}\times 12\times 5\times \sin x=30\sin x$

즉 $30\sin x=15\sqrt{2}$이므로 $\sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}$

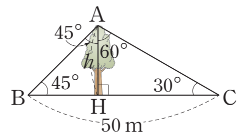
$\therefore x=45°$

답 45°

12

채점 기준	배점
$\overline{BH}$의 길이를 h로 나타내기	2점
$\overline{CH}$의 길이를 h로 나타내기	2점
나무의 높이 구하기	1점

풀이 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{AH}=h$라 하자.



$\triangle ABH$에서 $\angle BAH=45°$이므로

$\overline{BH}=h\tan 45°=h$ ▶ 2점

$\triangle AHC$에서 $\angle CAH=60°$이므로

$\overline{CH}=h\tan 60°=\sqrt{3}h$ ▶ 2점

이때 $\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로

$50=h+\sqrt{3}h$, $(\sqrt{3}+1)h=50$

$\therefore h=\frac{50}{\sqrt{3}+1}=25(\sqrt{3}-1)\ (m)$ ▶ 1점

답 $25(\sqrt{3}-1)$ m

13

채점 기준	배점
$\overline{AE}$의 길이 구하기	2점
$\triangle ABE$의 넓이 구하기	2점

풀이 $\square ABCD$는 한 변의 길이가 4 cm인 정사각형이므로 $\overline{AD}=4$ cm

$\triangle ADE$에서

$\overline{AE}=4\sin 60°=4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}\ (cm)$ ▶ 2점

$\triangle ABE$에서

$\angle EAB=\angle EAD+90°=30°+90°=120°$

이므로

$\triangle ABE=\frac{1}{2}\times 4\times 2\sqrt{3}\times\sin(180°-120°)$

$=\frac{1}{2}\times 4\times 2\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=6\ (cm^2)$ ▶ 2점

답 $6\ cm^2$

11회 Ⅶ-1. 원과 직선 | 문제집 37~38쪽

01 ③	02 ③	03 ①	04 ③
05 ⑤	06 ②	07 ①	08 ①
09 $4\sqrt{13}$ cm	10 $25\pi\ cm^2$	11 $\frac{5}{2}$	12 $4\sqrt{3}\ cm^2$
13 6 cm			

우공비 BOX

01 전략 원의 중심에서 현에 내린 수선 ➡ 현을 이등분한다.

풀이 $\overline{OM}=\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{OB}=4\ (cm)$

직각삼각형 OMB에서

$\overline{BM}=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}\,(cm)$

$\therefore\ \overline{AB}=2\overline{BM}=8\sqrt{3}\,(cm)$ 답 ③

02 전략 원의 중심으로부터 같은 거리에 있는 두 현의 길이는 같다.

풀이 $\overline{AM}=\overline{BM}$이므로 $x=4$

$\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{CD}=\overline{AB}=2\overline{AM}=8\,(cm)$

> $\overline{AB}\perp\overline{OM}$이므로
> $\overline{AM}=\overline{BM}$

$\therefore\ y=8$

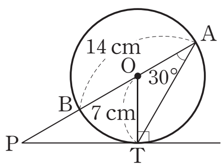
$\therefore\ x+y=4+8=12$ 답 ③

03 전략 길이가 같은 두 현은 원의 중심으로부터 같은 거리에 있다.

풀이 길이가 같은 두 현은 원의 중심으로부터 같은 거리에 있으므로 △OAB의 높이는 2 cm이다.

$\therefore\ \triangle OAB=\frac{1}{2}\times7\times2=7\ (cm^2)$ 답 ①

04 전략 원의 접선 ➡ 그 접점을 지나는 반지름과 수직이다.



풀이 $\overline{OT}$를 그으면

$\angle OTP=90°$

△OAT에서

$\overline{OT}=\overline{OA}=\frac{1}{2}\overline{AB}$

$=7\ (cm)$

이므로 $\angle OTA=\angle OAT=30°$

$\therefore\ \angle TOP=30°+30°=60°$

> 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

직각삼각형 OTP에서

$\overline{PT}=7\tan60°=7\sqrt{3}\,(cm)$ 답 ③

05 전략 원의 접선 ➡ 그 접점을 지나는 원의 반지름과 수직이다.

풀이 $\overline{AP}$는 원 O의 접선이므로 $\angle APO=90°$

$\triangle OAP\equiv\triangle OAQ$이므로

> △OAP와 △OAQ에서
> $\overline{OA}$는 공통,
> $\angle OPA=\angle OQA=90°$,
> $\overline{OP}=\overline{OQ}$
> $\therefore\ \triangle OAP\equiv\triangle OAQ$ (RHS 합동)

$\angle OAP=\angle OAQ=\frac{1}{2}\times60°=30°$

직각삼각형 OAP에서

$\overline{AP}=20\cos30°=20\times\frac{\sqrt{3}}{2}=10\sqrt{3}\,(cm)$

$\therefore$ (△ABC의 둘레의 길이)

$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}$

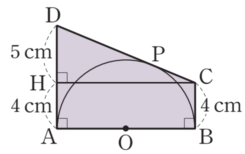
$=\overline{AB}+(\overline{BR}+\overline{RC})+\overline{AC}$

$=\overline{AB}+\overline{BP}+\overline{QC}+\overline{AC}$

$=\overline{AP}+\overline{AQ}$

$=2\overline{AP}=20\sqrt{3}\,(cm)$ 답 ⑤

06 전략 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.



풀이 $\angle DAB=\angle ABC=90°$이므로 □ABCD는 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$인 사다리꼴이다.

점 C에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{CD}$와 반원의 접점을 P라 하면

$\overline{DH}=\overline{DA}-\overline{HA}=9-4=5\ (cm)$,

$\overline{DC}=\overline{DP}+\overline{CP}=\overline{DA}+\overline{CB}=9+4=13\ (cm)$

> 원 밖의 한 점에서 원에 그은 두 접선의 길이는 같으므로
> $\overline{DP}=\overline{DA},\ \overline{CP}=\overline{CB}$

이므로 직각삼각형 DHC에서

$\overline{CH}=\sqrt{\overline{DC}^2-\overline{DH}^2}=\sqrt{13^2-5^2}=12\ (cm)$

따라서 사다리꼴 ABCD의 넓이는

$\frac{1}{2}\times(\overline{AD}+\overline{BC})\times\overline{CH}=\frac{1}{2}\times(9+4)\times12$

$=\frac{1}{2}\times13\times12$

$=78\ (cm^2)$ 답 ②

07 전략 □APOR는 정사각형 ➡ $\overline{AP}$, $\overline{AR}$의 길이는 내접원의 반지름의 길이와 같다.

풀이 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면 □APOR는 한 변의 길이가 r cm인 정사각형이므로

$\overline{AP}=\overline{AR}=r$ cm

또 $\overline{BP}=\overline{BQ}$, $\overline{CR}=\overline{CQ}$이므로

$\overline{AB}=\overline{AP}+\overline{BP}=\overline{AP}+\overline{BQ}=r+9\ (cm)$,

$\overline{AC}=\overline{AR}+\overline{CR}=\overline{AR}+\overline{CQ}=r+6\ (cm)$

따라서 직각삼각형 ABC에서

$(r+9)^2+(r+6)^2=15^2$

$r^2+15r-54=0,\quad (r-3)(r+18)=0$

$\therefore\ r=3\ (\because\ r>0)$ 답 ①

08 전략 원에 외접하는 사각형 ➡ 대변의 길이의 합이 같다.

풀이 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$에서

$12+9=(x+4)+(9+y)$

$\therefore\ x+y=8$ 답 ①

다른 풀이 $\overline{BE}=\overline{BF}=9$ cm이므로

$\overline{AE}=12-9=3\ (cm)\qquad\therefore\ x=3$

$\overline{DG}=\overline{DH}=4$ cm이므로

$\overline{GC}=9-4=5\ (cm)\qquad\therefore\ y=5$

$\therefore\ x+y=8$

09 전략 원의 중심에서 현에 내린 수선 ➡ 현을 이등분한다.

풀이 △BOM에서 $\overline{BM}=\sqrt{13^2-5^2}=12\ (cm)$

$\therefore\ \overline{AM}=\overline{BM}=12$ cm

$\overline{OC}=\overline{OB}=13\text{ cm}$이므로

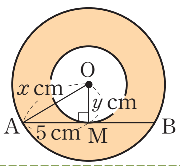
$\overline{MC}=\overline{OC}-\overline{OM}=13-5=8\ (\text{cm})$

따라서 $\triangle ACM$에서

$\overline{AC}=\sqrt{12^2+8^2}=4\sqrt{13}\ (\text{cm})$ 답 $4\sqrt{13}\text{ cm}$

10 전략 $\overline{AB}$는 작은 원의 접선이고 큰 원의 현이다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 현 AB에 내린 수선의 발을 M이라 하면



$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=5\ (\text{cm})$

우공비 BOX: 원의 중심에서 현에 내린 수선은 현을 이등분한다.

큰 원의 반지름의 길이를 x cm, 작은 원의 반지름의 길이를 y cm라 하면 $\triangle OAM$에서

$x^2=5^2+y^2 \quad \therefore x^2-y^2=25$

따라서 구하는 넓이는

$\pi x^2-\pi y^2=\pi(x^2-y^2)=25\pi\ (\text{cm}^2)$ 답 $25\pi\text{ cm}^2$

11 전략 원 밖의 한 점에서 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

풀이 $\overline{EF}=\overline{BE}=x$라 하면 $\overline{CE}=10-x$

$\overline{DF}=\overline{AD}=10$이므로 $\overline{DE}=\overline{DF}+\overline{EF}=10+x$

$\triangle DEC$에서 $(10+x)^2=(10-x)^2+10^2$

$40x=100 \quad \therefore x=\frac{5}{2}$ 답 $\frac{5}{2}$

12

채점 기준	배점
$\triangle APB$가 정삼각형임을 알기	3점
$\triangle APB$의 넓이 구하기	2점

풀이 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$가 원 O의 접선이므로

$\overline{PA}=\overline{PB}$

$\therefore \angle PAB=\angle PBA=\frac{1}{2}\times(180°-60°)=60°$

즉 $\triangle APB$는 한 변의 길이가 4 cm인 정삼각형이므로 ▶ 3점

$\triangle APB=\frac{\sqrt{3}}{4}\times 4^2=4\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$ ▶ 2점

답 $4\sqrt{3}\text{ cm}^2$

우공비 BOX: 한 변의 길이가 a인 정삼각형의
(높이)$=\frac{\sqrt{3}}{2}a$,
(넓이)$=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

13

채점 기준	배점
$\overline{AD}$의 길이 구하기	2점
$\overline{AO}$의 길이 구하기	2점
$\overline{AG}$의 길이 구하기	1점

풀이 $\overline{BD}=\overline{BE}=18\text{ cm}$이므로

$\overline{AD}=\overline{AB}-\overline{BD}=30-18=12\ (\text{cm})$ ▶ 2점

$\triangle ADO$에서 $\angle ADO=90°$이므로

우공비 BOX: 원의 접선은 그 접점을 지나는 반지름과 수직이다.

$\overline{AO}=\sqrt{\overline{AD}^2+\overline{OD}^2}=\sqrt{12^2+9^2}$

$=\sqrt{225}=15\ (\text{cm})$ ▶ 2점

$\therefore \overline{AG}=\overline{AO}-\overline{GO}=15-9=6\ (\text{cm})$ ▶ 1점

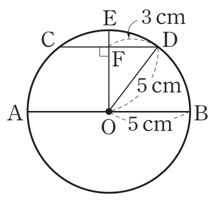
답 6 cm

12회 Ⅷ-1. 원과 직선 | 문제집 39~40쪽

01 ⑤	02 ④	03 ④	04 ②
05 ②	06 ④	07 ①	08 ③
09 $6\sqrt{3}$ cm	10 144°	11 6	12 $\pi\text{ cm}^2$
13 (1) 60° (2) $8\sqrt{3}$ (3) $8\sqrt{3}$			

01 전략 원의 중심에서 현에 내린 수선 ⇨ 현을 이등분한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$를 그으면



$\overline{DF}=\frac{1}{2}\overline{CD}=3\ (\text{cm})$

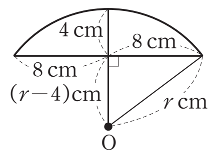
$\overline{OD}=\overline{OB}=\frac{1}{2}\overline{AB}=5\ (\text{cm})$

따라서 직각삼각형 ODF에서

$\overline{OF}=\sqrt{5^2-3^2}=4\ (\text{cm})$ 답 ⑤

02 전략 원에서 현의 수직이등분선은 그 원의 중심을 지난다.

풀이 도자기의 중심을 O, 반지름의 길이를 r cm라 하면 오른쪽 그림에서



$r^2=(r-4)^2+8^2$

$8r=80 \quad \therefore r=10$

따라서 도자기의 지름의 길이는 20 cm이다. 답 ④

03 전략 원의 중심에서 같은 거리에 있는 두 현의 길이는 같다.

풀이 직각삼각형 OAM에서

$\overline{AM}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-3^2}=\sqrt{3}\ (\text{cm})$

원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분하므로

$\overline{AB}=2\overline{AM}=2\sqrt{3}\ (\text{cm})$

원의 중심에서 같은 거리에 있는 두 현의 길이는 같으므로

$\overline{CD}=\overline{AB}=2\sqrt{3}\text{ cm}$ 답 ④

04 전략 $\overline{PA}$가 원 O의 접선 ⇨ $\overline{PA}\perp\overline{OA}$

풀이 $\overline{PA}$가 원 O의 접선이므로 $\angle PAO=90°$

따라서 직각삼각형 PAO에서

$\overline{PA}=\sqrt{(\sqrt{65})^2-5^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}\ (\text{cm})$

우공비 BOX: $\triangle PAO=\frac{1}{2}\times\overline{PA}\times\overline{OA}=\frac{1}{2}\times\overline{PB}\times\overline{OB}=\triangle PBO$

$\therefore \square OAPB=2\times\triangle PAO$

$=2\times\left(\frac{1}{2}\times 2\sqrt{10}\times 5\right)$

$=10\sqrt{10}\ (\text{cm}^2)$ 답 ②

05 전략 원 밖의 한 점에서 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

풀이 $\overline{PA}=\overline{PB}$, $\overline{PB}=\overline{PC}$이므로

$\overline{PA}=\overline{PC}$

$2x+5=x+15$

$\therefore x=10$ 답 ②

06

전략 $\overline{PX}=\overline{PY}$, $\overline{AX}=\overline{AC}$, $\overline{BY}=\overline{BC}$임을 이용한다.

풀이 $\overline{PY}=\overline{PX}=8$ cm이므로

$\overline{BY}=\overline{PY}-\overline{PB}=8-7=1$ (cm)

$\therefore \overline{BC}=\overline{BY}=1$ cm

또 $\overline{AX}=\overline{PX}-\overline{PA}=8-5=3$ (cm)이므로

$\overline{AC}=\overline{AX}=3$ cm

$\therefore \overline{AB}=\overline{AC}+\overline{BC}=3+1=4$ (cm) 답 ④

07

전략 $\overline{AP}$, $\overline{BP}$의 길이를 x로 나타낸다.

풀이 $\overline{CR}=\overline{CQ}=x$ cm이므로

$\overline{AR}=12-x$ (cm)

$\therefore \overline{AP}=\overline{AR}=12-x$ (cm)

$\overline{BQ}=11-x$ (cm)이므로

$\overline{BP}=11-x$ (cm)

$\overline{AB}=13$ cm에서

$(12-x)+(11-x)=13$

$2x=10$ $\therefore x=5$ 답 ①

08

전략 원에 외접하는 사각형 ➡ 대변의 길이의 합이 같다.

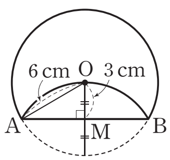
풀이 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$에서

$\overline{AB}+8=6+14$ $\therefore \overline{AB}=12$ 답 ③

09

전략 원의 중심에서 현에 내린 수선 ➡ 현을 이등분한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면



$\overline{AM}=\overline{BM}$

$\triangle OAM$에서 $\angle OMA=90°$이고,

$\overline{OM}=\frac{1}{2}\times 6=3$(cm)이므로

$\overline{AM}=\sqrt{6^2-3^2}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}$ (cm)

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=6\sqrt{3}$ (cm) 답 $6\sqrt{3}$ cm

10

전략 원의 중심에서 같은 거리에 있는 두 현의 길이는 같다.

풀이 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로

$\overline{AB}=\overline{AC}$

즉 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ACB=\angle ABC=72°$

$\therefore \angle BAC=180°-2\times 72°=36°$

□AMON의 내각의 크기의 합은 360°이므로

$\angle x=360°-(90°+36°+90°)=144°$ 답 144°

우공비 **BOX**

11

전략 $\triangle ABC$에서 피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{AB}$의 길이를 먼저 구한다.

풀이 $\triangle ABC$에서

$\overline{AB}=\sqrt{17^2-15^2}=8$

□ABCD가 원 O에 외접하므로

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$

$8+13=\overline{AD}+15$

$\therefore \overline{AD}=6$ 답 6

12

채점 기준	배점
$\overline{BC}$의 길이 구하기	2점
원 O의 반지름의 길이 구하기	2점
원의 넓이 구하기	1점

풀이 $\overline{BC}=\sqrt{\overline{AB}^2-\overline{AC}^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$ (cm) ▶ 2점

□OECF는 정사각형이므로 내접원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{OE}\perp\overline{BC}$, $\overline{OF}\perp\overline{AC}$이고, $\overline{CE}=\overline{CF}$이므로 □OECF는 정사각형이다.

$\overline{CE}=\overline{CF}=\overline{OE}=\overline{OF}=r$ cm

$\overline{AD}=\overline{AF}=3-r$ (cm)

$\overline{BD}=\overline{BE}=4-r$ (cm)

$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}$이므로

$(3-r)+(4-r)=5$

$\therefore r=1$ ▶ 2점

따라서 원 O의 넓이는 $\pi\times 1^2=\pi$ (cm²) ▶ 1점

답 π cm²

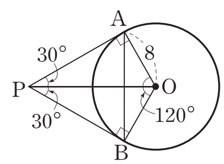
13

채점 기준	배점
∠P의 크기 구하기	1점
$\overline{AP}$의 길이 구하기	2점
$\overline{AB}$의 길이 구하기	2점

풀이 (1) $\angle OAP=\angle OBP=90°$이므로

$\angle P=360°-(90°+120°+90°)=60°$ ▶ 1점

(2) 직각삼각형 OAP에서



$\angle OPA=30°$이므로

$\triangle OPA\equiv\triangle OPB$ (RHS 합동)이므로 $\angle OPA=\angle OPB=\frac{1}{2}\times 60°=30°$

$\overline{AP}=\frac{8}{\tan 30°}$

$=8\times\sqrt{3}$

$=8\sqrt{3}$ ▶ 2점

(3) $\triangle APB$에서 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로

$\angle PAB=\angle PBA$

$=\frac{1}{2}\times(180°-60°)$

$=60°$

따라서 $\triangle APB$는 정삼각형이므로

$\overline{AB}=\overline{AP}=8\sqrt{3}$ ▶ 2점

답 (1) 60° (2) $8\sqrt{3}$ (3) $8\sqrt{3}$

13회 Ⅷ-2. 원주각(1) | 문제집 41~42쪽

01 ②	02 ③	03 ②	04 ④
05 ①	06 ②	07 ④	08 ⑤
09 60°	10 6 cm	11 115°	12 70°
13 172°			

01 전략 (원주각의 크기) ➡ $\frac{1}{2}\times$(중심각의 크기)

풀이 $\angle APB=\angle AQB=50^\circ$이므로

$\angle y=50^\circ$

이때 $\angle AOB$는 호 AB에 대한 중심각이므로

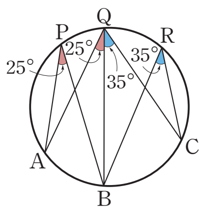
$\angle x=2\angle AQB=2\times 50^\circ=100^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=100^\circ+50^\circ=150^\circ$ 답 ②

$\overset{\frown}{AB}$에 대한 원주각

02 전략 원에서 한 호에 대한 원주각의 크기는 모두 같다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BQ}$를 그으면 한 호에 대한 원주각의 크기는 같으므로



$\angle AQB=\angle APB=25^\circ$,

$\angle BQC=\angle BRC=35^\circ$

$\therefore \angle x=\angle AQB+\angle BQC$

$=25^\circ+35^\circ=60^\circ$ 답 ③

03 전략 반원에 대한 원주각의 크기 ➡ 90°

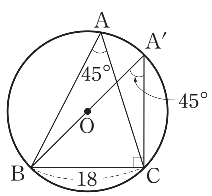
풀이 $\angle ECD=\angle EBD=28^\circ$이고, $\angle EDC=90^\circ$이므로

$\angle CED=180^\circ-(28^\circ+90^\circ)=62^\circ$

$\therefore \angle CAD=\angle CED=62^\circ$ 답 ②

04 전략 지름을 그어 원에 내접하는 직각삼각형을 그린다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 A′이라 하면



$\angle BA'C=\angle BAC$

$=45^\circ$

$\angle BCA'=90^\circ$이므로 $\triangle A'BC$에서

$\overline{A'B}=\dfrac{18}{\sin 45^\circ}=18\times\dfrac{2}{\sqrt{2}}=18\sqrt{2}$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $9\sqrt{2}$이다. 답 ④

05 전략 네 점이 한 원 위에 있기 위한 $\angle ACD$의 크기를 먼저 구한다.

풀이 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으려면

$\angle ACD=\angle ABD=38^\circ$이어야 하므로

$\triangle DEC$에서

$\angle x=180^\circ-(65^\circ+38^\circ)=77^\circ$ 답 ①

두 점 C, D가 직선 AB에 대하여 같은 쪽에 있을 때,

$\angle ACB=\angle ADB$

이면 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

06 전략 원주각의 크기와 호의 길이 ➡ 정비례

풀이 원의 중심에서 같은 거리에 있는 현의 길이는 같으므로

$\overline{AB}=\overline{AC}$

즉 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로

$\angle ACB=\angle ABC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$

한 원에서 호의 길이는 원주각의 크기에 정비례하므로

$21:\overset{\frown}{BC}=70^\circ:40^\circ$

$\therefore \overset{\frown}{BC}=12\ (\mathrm{cm})$ 답 ②

07 전략 $\overset{\frown}{CD}:\overset{\frown}{AB}=5:2$이므로 $\angle DAC:\angle BCA=5:2$이다.

풀이 $\angle BCA=\angle a$라 하면 원주각의 크기는 호의 길이에 정비례하므로 $\angle DAC=\frac{5}{2}\angle a$

$\triangle APC$에서

삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

$\angle a+42^\circ=\frac{5}{2}\angle a$

$\frac{3}{2}\angle a=42^\circ \quad \therefore \angle a=28^\circ$

$\therefore \angle DAC=\frac{5}{2}\times 28^\circ=70^\circ$ 답 ④

08 전략 원에 내접하는 사각형 ➡ 한 외각의 크기는 그 내대각의 크기와 같다.

풀이 $\angle ABC=\angle x$라 하면

$\triangle ABQ$에서

$\angle PAQ=\angle x+30^\circ$

또 □ABCD는 원 O에 내접하므로

$\angle PDA=\angle ABC=\angle x$

$\triangle PAD$에서 삼각형의 내각의 크기의 합이 180°이므로

$46^\circ+\angle PDA+\angle PAD=180^\circ$

$46^\circ+\angle x+(\angle x+30^\circ)=180^\circ$

$2\angle x=104^\circ$

$\therefore \angle x=52^\circ$ 답 ⑤

09 전략 (원주각의 크기)$=\frac{1}{2}\times$(중심각의 크기)

풀이 $\angle ACB=\frac{1}{2}\times(360^\circ-150^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 210^\circ=105^\circ$

이므로 □AOBC에서

$\angle x=360^\circ-(105^\circ+45^\circ+150^\circ)=60^\circ$ 답 60°

□AOBC의 내각의 크기의 합은 360°이므로

$45^\circ+150^\circ+\angle x+105^\circ=360^\circ$

10 전략 삼각형의 한 외각의 크기

➡ 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

풀이 $\triangle ACP$에서 $\angle APD$는 $\angle APC$의 외각이므로

$60° = 20° + \angle ACP$

$\therefore \angle ACP = 40°$

호의 길이는 원주각의 크기에 정비례하므로

$3 : \overset{\frown}{AD} = 20° : 40°$

$\therefore \overset{\frown}{AD} = 6\ (cm)$

답 6 cm

11 전략 $\angle AED = 90°$임을 이용하여 $\angle AEB$의 크기를 먼저 구한다.

풀이 $\angle AED = 90°$이므로

$\angle AEB = 90° - 75° = 15°$

$\therefore \angle BCA = \angle AEB = 15°$

따라서 $\triangle BCP$에서

$\angle CBP = 80° - 15° = 65°$

□BCDE는 원 O에 내접하므로

$\angle CDE = 180° - 65° = 115°$

답 115°

12

채점 기준	배점
$\angle x$의 크기 구하기	2점
$\angle y$의 크기 구하기	2점
$\angle x - \angle y$의 크기 구하기	1점

풀이 $\overline{BC}$가 반원 O의 지름이므로

$\angle BDC = \angle BEC = 90°$

□ADFE에서

$\angle ADF = \angle AEF = 90°$이므로

$\angle DFE = 360° - (70° + 90° + 90°) = 110°$

$\therefore \angle x = \angle DFE = 110°$ (맞꼭지각) ▶ 2점

또 $\triangle ABE$에서

$\angle ABE = 180° - (70° + 90°) = 20°$

이므로

$\angle y = 2\angle DBE = 2 \times 20° = 40°$ ▶ 2점

$\therefore \angle x - \angle y = 110° - 40° = 70°$ ▶ 1점

답 70°

13

채점 기준	배점
$\angle PQB$의 크기 구하기	2점
$\angle BAP$의 크기 구하기	2점
$\angle x$의 크기 구하기	1점

풀이 □PQCD가 원 O′에 내접하므로

$\angle PQB = \angle PDC = 94°$ ▶ 2점

또 □ABQP가 원 O에 내접하므로

$\angle BAP + \angle PQB = 180°$

즉 $\angle BAP + 94° = 180°$이므로

$\angle BAP = 180° - 94° = 86°$ ▶ 2점

$\therefore \angle x = 2\angle BAP = 2 \times 86° = 172°$ ▶ 1점

답 172°

우공비 BOX

반원에 대한 원주각의 크기

(중심각의 크기) $= 2 \times$ (원주각의 크기)

원에 내접하는 사각형에서 한 쌍의 대각의 크기의 합은 180°이다.

14회 Ⅷ-2. 원주각(1) | 문제집 43~44쪽

01 ④	02 ②	03 ④	04 ①
05 ④	06 ③	07 ②	08 ④
09 21°	10 $\frac{4}{5}$	11 30°	
12 $\angle x = 20°$, $\angle y = 110°$	13 96°		

01 전략 (원주각의 크기) $= \frac{1}{2} \times$ (중심각의 크기)

풀이 $\triangle ABO$에서

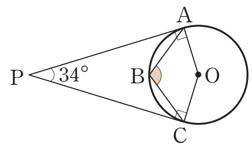
$\angle BOC = 18° + 40° = 58°$

$\therefore \angle BDC = \frac{1}{2}\angle BOC = 29°$

답 ④

02 전략 원의 접선 ⇨ 그 접점을 지나는 반지름과 수직이다.

풀이 오른쪽 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PC}$는 원 O의 접선이므로



$\angle PAO = \angle PCO = 90°$

따라서 □APCO에서

$\angle AOC = 360° - (90° + 90° + 34°) = 146°$

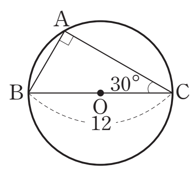
$\therefore \angle ABC = \frac{1}{2} \times (360° - 146°)$

$= \frac{1}{2} \times 214° = 107°$

답 ②

03 전략 특수한 각의 삼각비의 값을 이용하여 $\overline{AB}$의 길이를 구한다.

풀이 반원에 대한 원주각의 크기는 90°이므로



$\angle BAC = 90°$

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC} = 12$이므로

$\overline{AB} = 12 \sin 30° = 12 \times \frac{1}{2} = 6$

답 ④

04 전략 원주각의 크기는 호의 길이에 정비례한다.

풀이 $\triangle PBC$에서

$\angle PBC = 72° - 45° = 27°$

$\overset{\frown}{AC} : \overset{\frown}{BD} = \angle ABC : \angle BCD$이므로

$\overset{\frown}{AC} : 16 = 27° : 72°$

$\therefore \overset{\frown}{AC} = 6$

답 ①

05 전략 원에 내접하는 사각형

⇨ 한 쌍의 대각의 크기의 합은 180°이다.

풀이 □ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle ABC + \angle ADC = 180°$

$\therefore \angle ABC = 180° - 110° = 70°$

이때 $\overline{AC} = \overline{BC}$이므로 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이다.

즉 $\angle BAC=\angle ABC=70^\circ$이므로

$\angle ACB=180^\circ-2\times70^\circ=40^\circ$ 답 ④

06 전략 원에 내접하는 사각형

➲ 한 외각의 크기는 그 내대각의 크기와 같다.

풀이 □ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle DAB+\angle BCD=180^\circ$

즉 $(\angle x+55^\circ)+95^\circ=180^\circ$에서 $\angle x=30^\circ$

$\angle BDC=\angle BAC=30^\circ$이므로

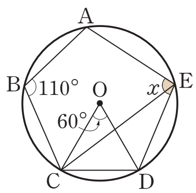
$\angle y=\angle ADC=50^\circ+30^\circ=80^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=30^\circ+80^\circ=110^\circ$ 답 ③

$\widehat{BC}$에 대한 원주각

07 전략 보조선을 그어 원에 내접하는 사각형과 원주각의 성질을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CE}$를 그으면 □ABCE가 원에 내접하므로



$\angle ABC+\angle AEC=180^\circ$

$\therefore \angle AEC=180^\circ-110^\circ$

$=70^\circ$

또 $\angle CED=\frac{1}{2}\angle COD=\frac{1}{2}\times60^\circ=30^\circ$이므로

(원주각의 크기)
$=\frac{1}{2}\times$(중심각의 크기)

$\angle x=\angle AEC+\angle CED$

$=70^\circ+30^\circ=100^\circ$

답 ②

08 전략 사각형이 원에 내접하기 위한 조건을 생각한다.

풀이 ④ $\angle BAC=\angle BDC$이면 원에 내접한다. 답 ④

09 전략 원에서 한 호에 대한 원주각의 크기는 모두 같다.

풀이 $\angle BDC=\angle x$라 하면

$\angle BAC=\angle BDC=\angle x$

$\widehat{BC}$에 대한 원주각

△AQC에서 ∠ACD는 ∠QCA의 외각이므로

$\angle ACD=\angle AQC+\angle QAC=30^\circ+\angle x$

또 △PCD에서 ∠APD는 ∠CPD의 외각이므로

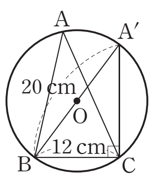
$\angle APD=\angle PCD+\angle PDC$

따라서 $72^\circ=(30^\circ+\angle x)+\angle x$이므로

$2\angle x=42^\circ$ $\therefore \angle x=21^\circ$ 답 21°

10 전략 지름 A′B를 그으면 ➲ $\angle A'CB=90^\circ$

풀이 원 O의 지름 A′B를 그으면



$\angle A'CB=90^\circ$,

$\angle BAC=\angle BA'C$

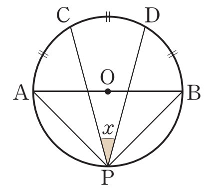
△A′BC에서

$\overline{A'C}=\sqrt{20^2-12^2}=16$ (cm)

$\therefore \cos A=\cos A'=\frac{16}{20}=\frac{4}{5}$ 답 $\frac{4}{5}$

11 전략 반원에 대한 원주각의 크기는 90°임을 이용한다.

풀이 $\overline{AB}$는 원 O의 지름이므로



$\angle APB=90^\circ$

$\widehat{AC}=\widehat{CD}=\widehat{DB}$이므로

$\angle APC=\angle CPD$

$=\angle DPB$

$\therefore \angle x=\frac{1}{3}\angle APB=30^\circ$

답 30°

12

채점 기준	배점
∠OBC, ∠OCB의 크기 구하기	1점
∠x의 크기 구하기	2점
∠y의 크기 구하기	2점

풀이 $\angle BOC=2\angle BDC=100^\circ$이고 △OBC는

$\overline{OB}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{OB}$, $\overline{OC}$는 모두 원 O의 반지름이므로
$\overline{OB}=\overline{OC}$

$\angle OBC=\angle OCB$

$=\frac{1}{2}\times(180^\circ-100^\circ)=40^\circ$ ▶ 1점

또 △DBC에서

$\angle DBC=180^\circ-(50^\circ+30^\circ+40^\circ)=60^\circ$

$\therefore \angle x=\angle DBC-\angle OBC$

$=60^\circ-40^\circ=20^\circ$ ▶ 2점

한편 □ABCD는 원 O에 내접하므로

$\angle DAB+\angle BCD=180^\circ$

$\angle y+70^\circ=180^\circ$

$\angle BCD$
$=\angle OCB+\angle OCD$
$=40^\circ+30^\circ=70^\circ$

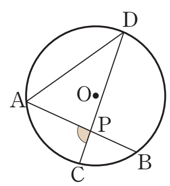
$\therefore \angle y=110^\circ$ ▶ 2점

답 $\angle x=20^\circ$, $\angle y=110^\circ$

13

채점 기준	배점
∠DAB의 크기 구하기	2점
∠ADC의 크기 구하기	2점
∠APC의 크기 구하기	1점

풀이 오른쪽 그림에서



원에서 모든 호에 대한 원주각의 크기의 합은 180°이다.

$\angle DAB=\frac{1}{3}\times180^\circ$

$=60^\circ$ ▶ 2점

$\angle ADC=\frac{1}{5}\times180^\circ$

$=36^\circ$ ▶ 2점

따라서 △APD에서 ∠APC는 ∠APD의 외각이므로

$\angle APC=\angle ADP+\angle DAP$

$=36^\circ+60^\circ=96^\circ$ ▶ 1점

답 96°

Point Up

중단원별 실전 TEST

우공비 BOX

15회 Ⅷ-3. 원주각(2) | 문제집 45~46쪽

01 ②	02 ②	03 ④	04 ④
05 ②	06 ③	07 ③	08 ②
09 $6\sqrt{7}$	10 23	11 $\frac{45}{2}\pi$	12 7
13 $(2\sqrt{5}-2)$ cm			

01 전략 현과 접선이 이루는 각의 크기
◯ 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같다.

풀이 $\angle CTP=\angle CAT=30^\circ$이고 $\angle ABT$는 $\angle PCT$의 내대각이므로

$\angle PCT=\angle ABT=130^\circ$

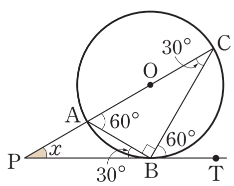
$\triangle CPT$에서

$\angle P=180^\circ-(30^\circ+130^\circ)=20^\circ$

답 ②

02 전략 반원에 대한 원주각의 크기 ◯ 90°

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$를 그으면 $\angle ABC=90^\circ$이므로



$\angle ABP$

$=180^\circ-(90^\circ+60^\circ)$

$=30^\circ$

평각의 크기는 180°이다.

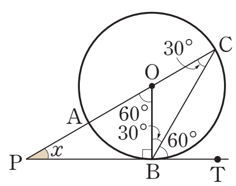
$\angle BAC=\angle CBT=60^\circ$이므로 $\triangle APB$에서

$\angle x+\angle ABP=\angle CAB$

$\therefore \angle x=60^\circ-30^\circ=30^\circ$

답 ②

다른 풀이 직선 PT는 원 O의 접선이고 점 B는 접점이므로



$\angle OBP=90^\circ$

$\therefore \angle OBC=90^\circ-60^\circ$

$=30^\circ$

이때 $\overline{OB}$, $\overline{OC}$는 원의 반지름이므로 $\triangle OBC$는 이등변삼각형이고, $\angle POB$는 $\angle COB$의 외각이므로

$\angle POB=30^\circ+30^\circ=60^\circ$

$\triangle OPB$에서

$\angle x=180^\circ-(90^\circ+60^\circ)=30^\circ$

03 전략 사각형이 원에 내접할 조건
◯ 원주각, 대각의 크기의 합, 외각과 내대각, 원에서의 비례 관계를 이용한다.

풀이 ① $\angle BAC=\angle BDC$($\widehat{BC}$에 대한 원주각)

② $\angle A+\angle C=120^\circ+60^\circ=180^\circ$

한 쌍의 대각의 크기의 합이 180°인 사각형은 원에 내접한다.

③ $2\times3=1\times6$

④ $3\times(3+6)\neq2\times(2+9)$

⑤ $5\times(5+3)=4\times(4+6)$

$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PD}\times\overline{PC}$

따라서 □ABCD가 원에 내접하지 않는 것은 ④이다.

답 ④

04 전략 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}^2$

풀이 $\overline{PC}=x$ cm라 하면 $\overline{PC}=\overline{PD}$이므로

원의 중심에서 현에 내린 수선은 현을 이등분한다.

$4\times9=x\times x,\quad x^2=36$

$\therefore x=6\ (\because x>0)$

답 ④

05 전략 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$

풀이 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

$\overline{PT}^2=4\times(4+12)=64$

$\therefore \overline{PT}=8\ (\because \overline{PT}>0)$

$\triangle BPT$는 직각삼각형이므로

$\overline{BT}$가 지름이므로 $\angle BTP=90^\circ$

$\overline{BT}=\sqrt{16^2-8^2}=\sqrt{192}=8\sqrt{3}$

$\therefore \triangle BPT=\frac{1}{2}\times8\times8\sqrt{3}=32\sqrt{3}$

답 ②

06 전략 $\triangle PAT\backsim\triangle PTB$임을 이용한다.

풀이 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

$\overline{PT}^2=4\times(4+5)=36$

$\therefore \overline{PT}=6$(cm) $(\because \overline{PT}>0)$

$\triangle PAT\backsim\triangle PTB$(AA 닮음)이므로

$\angle PTA=\angle PBT$, $\angle P$는 공통

$\overline{PA}:\overline{PT}=\overline{AT}:\overline{TB}$

$4:6=3:\overline{TB}\qquad \therefore \overline{TB}=\frac{9}{2}$ (cm)

답 ③

07 전략 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PT'}^2$

풀이 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

$\overline{PT}^2=4\times(4+5)=36$

$\therefore \overline{PT}=6\ (\because \overline{PT}>0)$

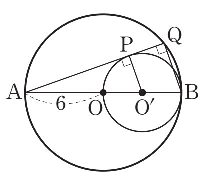
$\overline{PT'}=\overline{PT}=6$이므로 $\quad\overline{TT'}=12$

원 O에서
$\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$ ⋯ ㉠
원 O′에서
$\overline{PT'}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡에서 $\overline{PT}=\overline{PT'}$
$(\because \overline{PT}>0,\ \overline{PT'}>0)$

답 ③

08 전략 $\overline{AP}\perp\overline{PO'}$, $\overline{AQ}\perp\overline{QB}$

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{O'P}$, $\overline{BQ}$를 그으면 $\overline{AP}$는 원 O′의 접선이므로



$\overline{AP}^2=\overline{AO}\times\overline{AB}$

$=6\times(6+6)=72$

$\therefore \overline{AP}=6\sqrt{2}\ (\because \overline{AP}>0)$

$\triangle APO'$과 $\triangle AQB$에서

$\angle A$는 공통, $\angle APO'=\angle AQB=90^\circ$

이므로 $\quad\triangle APO'\backsim\triangle AQB$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AP}:\overline{AQ}=\overline{AO'}:\overline{AB}$이므로

$6\sqrt{2}:\overline{AQ}=9:12,\qquad 9\overline{AQ}=72\sqrt{2}$

$\therefore \overline{AQ}=8\sqrt{2}$

답 ②

다른풀이 $\overline{AO'}=9$, $\overline{AB}=12$, $\overline{PO'}=3$이고
$\triangle APO' \backsim \triangle AQB$(AA 닮음)이므로
$\overline{AO'}:\overline{AB}=\overline{PO'}:\overline{QB}$에서
$9:12=3:\overline{QB}$ $\therefore \overline{QB}=4$
직각삼각형 AQB에서
$\overline{AQ}=\sqrt{12^2-4^2}=\sqrt{128}=8\sqrt{2}$

09 전략 $\overline{PC}:\overline{PD}=1:2$임을 이용한다.

풀이 $\overline{PC}=x$라 하면 $\overline{PD}=2x$이므로
$\overline{PC}\times\overline{PD}=\overline{PA}\times\overline{PB}$에서
$x\times 2x=14\times 4$, $x^2=28$
$\therefore x=2\sqrt{7}\ (\because x>0)$
$\therefore \overline{CD}=3\times 2\sqrt{7}=6\sqrt{7}$

답 $6\sqrt{7}$

10 전략 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$ 또는 그 연장선이 점 P에서 만날 때 □ABCD가 원에 내접하면 ➡ $\overline{PA}\times\overline{PC}=\overline{PB}\times\overline{PD}$

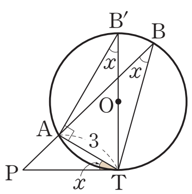
풀이 □ABCD가 원에 내접하므로
$\overline{PA}\times\overline{PC}=\overline{PB}\times\overline{PD}$에서
$4\times 7=x\times 2$ $\therefore x=14$
또 □A′B′C′D′이 원에 내접하므로
$\overline{P'A'}\times\overline{P'D'}=\overline{P'B'}\times\overline{P'C'}$에서
$4\times(4+5)=3\times(3+y)$
$36=9+3y$ $\therefore y=9$
$\therefore x+y=14+9=23$

답 23

11

채점 기준	배점
$\angle x$와 크기가 같은 각 찾기	1점
$\overline{B'T}$의 길이 구하기	2점
원 O의 넓이 구하기	1점

풀이 $\angle ABT=\angle ATP=\angle x$이고,
$\overline{TO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 B′이라 하면
$\angle AB'T=\angle ABT=\angle x$
($\widehat{AT}$에 대한 원주각) ▶ 1점



$\angle B'AT=90°$이므로
$\tan x=\dfrac{3}{\overline{AB'}}=\dfrac{1}{3}$, $\overline{AB'}=9$
$\therefore \overline{B'T}=\sqrt{3^2+9^2}=3\sqrt{10}$ ▶ 2점
따라서 원 O의 반지름의 길이는 $\dfrac{3\sqrt{10}}{2}$이므로 원 O의 넓이는
$\pi\times\left(\dfrac{3\sqrt{10}}{2}\right)^2=\dfrac{45}{2}\pi$ ▶ 1점

답 $\dfrac{45}{2}\pi$

우공비 BOX

원에 내접하는 사각형의 한 외각의 크기는 그 내대각의 크기와 같다.

접선과 현이 이루는 각의 크기는 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같다.

12

채점 기준	배점
x의 값 구하기	2점
y의 값 구하기	2점
$x+y$의 값 구하기	1점

풀이 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로
$x\times(x+3)=4\times(4+6)$
$x^2+3x-40=0$, $(x-5)(x+8)=0$
$\therefore x=5\ (\because x>0)$ ▶ 2점
$\triangle PAC$와 $\triangle PDB$에서
$\angle P$는 공통, $\angle PAC=\angle PDB$이므로
$\triangle PAC \backsim \triangle PDB$ (AA 닮음)
따라서 $\overline{AC}:\overline{DB}=\overline{PC}:\overline{PB}$이므로
$y:4=4:(5+3)$ $\therefore y=2$ ▶ 2점
$\therefore x+y=5+2=7$ ▶ 1점

답 7

13

채점 기준	배점
$\overline{PA}$의 길이 구하기	2점
$\triangle PTA$가 이등변삼각형임을 알기	2점
$\overline{AT}$의 길이 구하기	1점

풀이 $\overline{PA}=x$ cm라 하면
$\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로
$4^2=x\times(x+4)$, $x^2+4x-16=0$
$\therefore x=-2\pm\sqrt{2^2+16}=-2\pm 2\sqrt{5}$
$\therefore \overline{PA}=2\sqrt{5}-2$ (cm) $(\because \overline{PA}>0)$ ▶ 2점
$\triangle PTB$가 $\overline{PT}=\overline{BT}$인 이등변삼각형이므로
$\angle APT=\angle ABT$이고 $\angle ATP=\angle ABT$이므로
$\angle APT=\angle ATP$
즉 $\triangle PTA$는 $\overline{AP}=\overline{AT}$인 이등변삼각형이다. ▶ 2점
$\therefore \overline{AT}=\overline{AP}=2\sqrt{5}-2$ (cm) ▶ 1점

답 $(2\sqrt{5}-2)$ cm

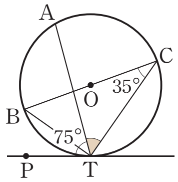
16회 Ⅷ-3. 원주각(2) | 문제집 47~48쪽

01 ④	02 ②	03 ③	04 ③
05 ②	06 ④	07 ②	08 ④
09 35°	10 5	11 10 cm	
12 $x=9$, $y=3.5$			
13 (1) 30° (2) 2 cm (3) 2 cm			

우공비 BOX

01 전략 반원에 대한 원주각의 크기 ➡ $90°$

풀이 $\overline{BT}$를 그으면



$\angle BTP=\angle BCT=35°$

$\therefore \angle BTA=75°-35°$

$=40°$

$\angle BTC=90°$이므로

$\angle ATC=90°-40°=50°$

답 ④

02 전략 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

풀이 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로

$\angle ABP=\frac{1}{2}\times(180°-48°)=66°$

$\therefore \angle ACB=\angle ABP=66°$

이때 $\overline{AC}/\!/\overline{PB}$이므로

$\angle CAB=\angle ABP=66°$

$\therefore \angle ABC=180°-(66°+66°)=48°$

답 ②

03 전략 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 또는 그 연장선이 점 P에서 만날 때 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으려면

➡ $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$

풀이 ① $3\times10\neq5\times5$

② $10\times10\neq12\times8$

③ $2\times(2+7)=3\times(3+3)$

④ $2\times(2+6)\neq4\times(4+2)$

⑤ $4\times(4+4)\neq2\times(2+8)$

답 ③

04 전략 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$

풀이 $\overline{AB}=x$ cm라 하면

$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로

$3\times(x+3)=4\times(4+8)$

$3x+9=48 \qquad \therefore x=13$

답 ③

$\overline{PB}=\overline{PA}+\overline{AB}$
$=x+3$ (cm)

05 전략 $\overline{OP}=x$ cm라 하고 식을 세운다.

풀이 $\overline{OP}=x$ cm라 하면

$\overline{AP}=4-x$ (cm), $\overline{BP}=4+x$ (cm)

$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$에서

$(4-x)\times(4+x)=5\times2$

$16-x^2=10, \qquad x^2=6$

$\therefore x=\sqrt{6}$ ($\because x>0$)

답 ②

06 전략 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$

풀이 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

$\overline{PT}^2=7\times(7+5)=84$

$\therefore \overline{PT}=2\sqrt{21}$ ($\because \overline{PT}>0$)

답 ④

07 전략 $\overline{AQ}\times\overline{BQ}=\overline{CQ}\times\overline{TQ}$

풀이 $\overline{AQ}\times\overline{BQ}=\overline{CQ}\times\overline{TQ}$에서

$y\times6=3\times4 \qquad \therefore y=2$

또 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

$(2\sqrt{21})^2=x\times(x+8)$

$x^2+8x-84=0, \qquad (x+14)(x-6)=0$

$\therefore x=6$ ($\because x>0$)

$\therefore x+y=6+2=8$

답 ②

08 전략 $\overline{PD}$가 $\angle BPT$의 이등분선

➡ $\overline{PB}:\overline{PT}=\overline{BD}:\overline{TD}$

풀이 $\overline{PB}:\overline{PT}=\overline{BD}:\overline{TD}$이므로

$\overline{PB}:4=4:2 \qquad \therefore \overline{PB}=8$

$\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

$4^2=\overline{PA}\times8 \qquad \therefore \overline{PA}=2$

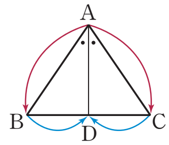
$\therefore \overline{AB}=\overline{PB}-\overline{PA}=8-2=6$

답 ④

+ 보충 학습

$\triangle ABC$에서 $\angle A$의 이등분선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 D라 하면

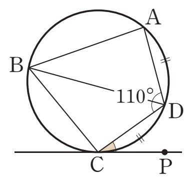
$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$



09 전략 원에 내접하는 사각형

➡ 한 쌍의 대각의 크기의 합이 $180°$

풀이 □ABCD는 원에 내접하므로



$\angle ABC=180°-110°=70°$

오른쪽 그림에서 $\overline{BD}$를 그으면

$\angle DBC=\angle ABD$

$=\frac{1}{2}\angle ABC$

$=35°$

$\therefore \angle DCP=\angle DBC=35°$

답 $35°$

$\widehat{DC}=\widehat{AD}$이므로
$\angle DBC=\angle ABD$

10 전략 두 점 E, D가 직선 BC에 대하여 같은 쪽에 있고, $\angle BEC=\angle BDC$이면 네 점 E, B, C, D는 한 원 위에 있다.

풀이 $\angle BEC=\angle BDC=90°$이므로 네 점 E, B, C, D는 한 원 위에 있다.

$\overline{AE}\times\overline{AB}=\overline{AD}\times\overline{AC}$이므로

$2\times(2+10)=3\times(3+x)$

$3x+9=24 \qquad \therefore x=5$

답 5

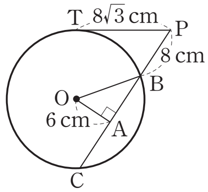
11 전략 원의 중심에서 현에 내린 수선 ➡ 현을 이등분한다.

풀이 $\overline{PT}^2=\overline{PB}\times\overline{PC}$이므로

$(8\sqrt{3})^2=8\times(8+\overline{BC})$

$192=64+8\,\overline{BC}$

$\therefore\ \overline{BC}=16\ (cm)$



$\overline{AB}=\frac{1}{2}\overline{BC}=8\ (cm)$이므로

직각삼각형 OAB에서

$\overline{OB}=\sqrt{6^2+8^2}=10\ (cm)$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 10 cm이다.

답 10 cm

원의 중심에서 현에 내린 수선은 현을 이등분한다.

12

채점 기준	배점
x의 값 구하기	2점
y의 값 구하기	2점

풀이 원 O에서 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PE}\times\overline{PF}$이므로

$3\times(3+x)=4\times(4+5)$

$9+3x=36\qquad\therefore\ x=9$ ▶ 2점

또 원 O′에서 $\overline{PC}\times\overline{PD}=\overline{PE}\times\overline{PF}$이므로

$4.5\times(4.5+y)=4\times(4+5)$

$\frac{81}{4}+\frac{9}{2}y=36\qquad\therefore\ y=3.5$ ▶ 2점

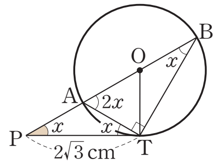
답 $x=9,\ y=3.5$

반원에 대한 원주각

13

채점 기준	배점
$\angle P$의 크기 구하기	2점
원 O의 반지름의 길이 구하기	2점
$\overline{PA}$의 길이 구하기	2점

풀이 (1) 오른쪽 그림에서



$\angle ATP=\angle ABT$이고,

$\angle ATB=90°$이므로

$\angle P=\angle x$라 하면

$2\angle x+\angle x=90°$

$\therefore\ \angle x=30°$ ▶ 2점

(2) $\triangle OPT$에서

$\overline{OT}=\overline{PT}\tan 30°$

$=2\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=2\ (cm)$ ▶ 2점

(3) $\overline{PA}=t$ cm라 하면

$t\times(t+4)=(2\sqrt{3})^2,\qquad t^2+4t-12=0$

$(t-2)(t+6)=0$

$\therefore\ t=2\ (\because t>0)$ ▶ 2점

답 (1) 30° (2) 2 cm (3) 2 cm

대단원별 실전 TEST

01회 Ⅴ 통계 | 문제집 49~52쪽

01 ③	02 ④	03 ④	04 ①
05 ③	06 ④	07 ③	08 ②
09 ③	10 ②	11 ②	12 ②
13 ④	14 ⑤	15 ③	16 ①
17 ③	18 ④	19 73점	20 70점
21 B반	22 42	23 7.6	24 10

01 전략 $(\text{평균})=\dfrac{(\text{변량})\text{의 총합}}{(\text{변량})\text{의 개수}}$

풀이 $(\text{평균})=\dfrac{51+49+45+46+44}{5}=\dfrac{235}{5}=47(\text{kg})$

답 ③

02 전략 4회까지의 총점과 5회째 성적을 더한 후 5로 나누어 평균을 구한다.

풀이 4회까지의 평균이 75점이므로 4회까지의 총점은

$75\times4=300(\text{점})$

5회까지의 평균은 75점에서 3점이 오른 78점이므로 5회째의 성적을 x점이라 하면

$\dfrac{300+x}{5}=78,\quad 300+x=390$

$\therefore x=90$

답 ④

03 전략 변량의 개수가 짝수일 때 중앙값 ➡ 중앙에 있는 두 값의 평균

풀이 자료의 변량을 작은 값부터 순서대로 나열하면

69, 70, 75, 75, 76, 77, 78, 79, 79, 80

이므로 중앙값은 $\dfrac{76+77}{2}=76.5(\text{g})$

답 ④

04 전략 평균, 중앙값, 최빈값을 각각 구해 본다.

풀이 $(\text{평균})=\dfrac{4+7+10+11+17+21+23+23+37}{9}$

$=\dfrac{153}{9}=17(\text{회})$

(중앙값)=17회

(최빈값)=23회

∴ (평균)=(중앙값)<(최빈값)

답 ①

우공비 BOX: 변량의 개수가 홀수일 때 중앙값 ➡ 중앙에 위치하는 값

05 전략 평균을 이용하여 식을 세운다.

풀이 x를 제외한 5개의 변량의 도수는 모두 1이므로 x는 5개의 변량 중 하나와 같다. 따라서 최빈값은 x이다.

평균과 최빈값이 같으므로

$\dfrac{14+19+x+18+23+16}{6}=x$

$90+x=6x,\quad 5x=90$

$\therefore x=18$

답 ③

06 전략 중앙값과 최빈값을 구할 때 ➡ 먼저 자료를 작은 값부터 순서대로 나열한다.

풀이 a, b, c를 제외한 자료에서 7의 도수가 2로 가장 크고 10의 도수는 1이므로 최빈값이 10이 되려면 a, b, c 중 적어도 2개는 10이어야 한다. 이때 $a=b=10$이라 하고 c를 제외한 변량을 작은 값부터 순서대로 나열하면

6, 7, 7, 10, 10, 10, 15

중앙값이 9이므로 $7<c<10$

즉 $\dfrac{c+10}{2}=9$이므로

$c+10=18\quad \therefore c=8$

$\therefore a+b+c=10+10+8=28$

답 ④

우공비 BOX:
$c\le7$이면 중앙값은 $\dfrac{7+10}{2}=8.5$
$7<c<10$이면 중앙값은 $8.5<\dfrac{c+10}{2}<10$
$c\ge10$이면 중앙값은 $\dfrac{10+10}{2}=10$

07 전략 (편차)=(변량)−(평균)
➡ (변량)=(평균)+(편차)

풀이 A, B, C, D, E 5명의 학생의 영어 성적을 각각 a점, b점, c점, d점, e점이라 하고 평균을 m점이라 하면

$a-m=3$에서 $a=m+3$

$b-m=-2$에서 $b=m-2$

$c-m=0$에서 $c=m$

$d-m=-3$에서 $d=m-3$

$e-m=2$에서 $e=m+2$

(ㄱ) A와 B의 점수 차는 5점이다.

(ㄴ) C의 점수는 평균 점수와 같다.

(ㄷ) 점수가 가장 낮은 학생은 D이다.

(ㄹ) B의 점수는 $m-2$(점), E의 점수는 $m+2$(점)이다.

이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄷ)이다.

답 ③

우공비 BOX: $(m+3)-(m-2)=5$

08 전략 (편차)=(변량)−(평균)
➡ (변량)=(평균)+(편차)

풀이 5명이 가지고 있는 MP3 파일의 개수의 평균을 m개라 하면 학생 D가 가지고 있는 MP3 파일의 개수가 68개이므로

$68-m=-2\quad \therefore m=70$

또 편차의 총합은 0이므로

$4+x+0+(-2)+(-1)=0\quad \therefore x=-1$

따라서 학생 B가 가지고 있는 MP3 파일의 개수는

$70+(-1)=69(\text{개})$

답 ②

우공비 BOX

09
전략 편차의 총합 ◯ 0

풀이 편차의 총합은 0이므로

$(-2)+0+3+1+x=0 \quad \therefore x=-2$

따라서 분산은

$\dfrac{(-2)^2+0^2+3^2+1^2+(-2)^2}{5}=\dfrac{18}{5}=3.6$

답 ③

$(\text{분산})=\dfrac{(\text{편차})^2\text{의 총합}}{(\text{변량})\text{의 개수}}$

10
전략 평균을 구한 후 각 자료의 편차를 구한다.

풀이 주어진 자료의 평균은

$\dfrac{9+6+7+3+5}{5}=\dfrac{30}{5}=6(\text{회})$

이므로 각 자료의 편차는

$3,\ 0,\ 1,\ -3,\ -1$

따라서 분산은

$\dfrac{3^2+0^2+1^2+(-3)^2+(-1)^2}{5}=\dfrac{20}{5}=4$

이므로 표준편차는 $\sqrt{4}=2(\text{회})$

답 ②

표준편차에는 변량과 같은 단위를 붙인다.

보충 학습

표준편차를 구할 때는
평균 ➡ 편차 ➡ 분산 ➡ 표준편차
의 순서로 구한다.

11
전략 평균을 이용하여 x의 값을 먼저 구한다.

풀이 13, 5, 7, 8, 6, x의 평균이 8이므로

$\dfrac{13+5+7+8+6+x}{6}=8$

$39+x=48 \quad \therefore x=9$

각 변량의 편차는

$5,\ -3,\ -1,\ 0,\ -2,\ 1$

이므로 분산은

$\dfrac{5^2+(-3)^2+(-1)^2+0^2+(-2)^2+1^2}{6}$

$=\dfrac{40}{6}=\dfrac{20}{3}$

답 ②

12
전략 편차의 총합은 항상 0이다.

풀이 편차의 총합은 0이므로

$3+1+x+y+(-2)=0$

$\therefore x+y=-2$ …… ㉠

또 표준편차가 $\sqrt{6}$이므로

$\dfrac{3^2+1^2+x^2+y^2+(-2)^2}{5}=(\sqrt{6})^2$

$x^2+y^2+14=30 \quad \therefore x^2+y^2=16$ …… ㉡

따라서 $(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$에 ㉠, ㉡을 대입하면

$(-2)^2=16+2xy \quad \therefore xy=-6$

답 ②

13
전략 평균과 표준편차를 이용하여 식을 세운다.

풀이 3개의 변량 a, b, c의 평균이 5이므로

$\dfrac{a+b+c}{3}=5 \quad \therefore a+b+c=15$ …… ㉠

또 a, b, c의 표준편차가 2이므로

$\dfrac{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2}{3}=2^2$

$(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2=12$

$\therefore a^2+b^2+c^2-10(a+b+c)+63=0$ …… ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$a^2+b^2+c^2-10\times15+63=0$

$\therefore a^2+b^2+c^2=87$

따라서 a^2, b^2, c^2의 평균은

$\dfrac{a^2+b^2+c^2}{3}=\dfrac{87}{3}=29$

답 ④

14
전략 주어진 도수분포표에서 계급값과 도수를 이용하여 평균을 구한 후 편차를 이용하여 분산을 구한다.

풀이 등교 시간의 평균은

$\dfrac{5\times5+15\times9+25\times12+35\times4}{30}=\dfrac{600}{30}=20(\text{분})$

도수분포표에서의 평균
$\dfrac{\{(\text{계급값})\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$

따라서 분산은

$\dfrac{1}{30}\{(5-20)^2\times5+(15-20)^2\times9$
$+(25-20)^2\times12+(35-20)^2\times4\}$

$=\dfrac{2550}{30}=85$

답 ⑤

15
전략 전체 학생 수를 이용하여 70점 이상 80점 미만인 계급의 도수를 구하고 분산을 구한다.

풀이 전체 학생 수가 10명이므로 성적이 70점 이상 80점 미만인 계급의 도수를 x명이라 하면

$1+2+x+2+1=10 \quad \therefore x=4$

이때 주어진 히스토그램을 이용하여 도수분포표를 만들면 오른쪽과 같다.

계급값(점)	도수(명)
55	1
65	2
75	4
85	2
95	1
합계	10

수학 성적의 평균은

$\dfrac{1}{10}(55\times1+65\times2+75\times4$
$+85\times2+95\times1)$

$=\dfrac{750}{10}=75(\text{점})$

따라서 분산은

$\dfrac{1}{10}\{(55-75)^2\times1+(65-75)^2\times2+(75-75)^2\times4$
$+(85-75)^2\times2+(95-75)^2\times1\}$

$=\dfrac{1200}{10}=120$

이므로 표준편차는 $\sqrt{120}=2\sqrt{30}(\text{점})$

답 ③

16 전략 {(편차)^{2}의 총합}={(변량)의 개수}×(분산)

풀이 남학생과 여학생의 수학 성적의 평균이 같으므로 분산은

$$\frac{20\times6+10\times3}{20+10}=\frac{120+30}{30}=\frac{150}{30}=5$$ 답 ①

17 전략 자료가 평균에 밀집되어 있을수록 표준편차는 작다.

풀이 변량들이 평균에 밀집되어 있을수록 표준편차는 작아지므로 표준편차가 가장 작은 것은 ③이다. 답 ③

18 전략 표준편차가 작을수록 ⇨ 분포 상태가 고르다.

풀이 (ㄱ) 성적이 가장 낮은 학생이 속해 있는 반은 알 수 없다.

(ㄴ) A반이 B반의 평균보다 크므로 A반이 B반보다 성적이 좋다.

(ㄷ) B반이 A반보다 표준편차가 작으므로 B반이 A반보다 분포 상태가 더 고르다.

이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄷ)이다. 답 ④

19 전략 전체 학생의 총점을 구한 후 전체 학생 수로 나누어 평균을 구한다.

풀이 (남학생의 총점)$=67\times20=1340$(점)

(여학생의 총점)$=81\times15=1215$(점)

따라서 전체 학생 35명의 평균은

$$\frac{1340+1215}{20+15}=\frac{2555}{35}=73(\text{점})$$ 답 73점

20 전략 최빈값을 이용하여 x의 값을 구한 후 평균을 구한다.

풀이 최빈값이 80점이므로 $x=80$

이때 4회까지의 평균은

$$\frac{100+80+60+80}{4}=\frac{320}{4}=80(\text{점})$$

5회까지의 평균은 80점에서 2점이 내린 78점이므로 5회의 성적을 a점이라 하면

$$\frac{100+80+60+80+a}{5}=78$$

$320+a=390$ $\therefore a=70$ 답 70점

21 전략 A, B 두 반의 평균을 구하여 평균 주위에 변량이 모여 있는 반을 찾는다.

풀이 A반 학생들의 충치 개수의 평균은

$$\frac{1\times9+2\times6+3\times4+4\times2+5\times5+6\times4}{30}$$
$$=\frac{90}{30}=3(\text{개})$$

B반 학생들의 충치 개수의 평균은

$$\frac{1\times3+2\times6+3\times11+4\times8+5\times2+6\times0}{30}$$
$$=\frac{90}{30}=3(\text{개})$$

두 반의 평균은 모두 3개이고 평균을 중심으로 흩어진 정도가 작은 반은 B반이므로 B반의 표준편차가 A반의 표준편차보다 작다.

답 B반

우공비 BOX

영은이네 반 전체 학생의 평균도 같으므로 편차는 변하지 않는다.

자료들이 평균으로부터 멀리 떨어져 있으면 표준편차가 크고, 평균 주위에 분포되어 있으면 표준편차가 작다.

두 집단의 인원수가 다르므로 35명 전체의 평균을 $\frac{67+81}{2}=74$(점)과 같이 두 집단의 평균을 더하여 2로 나누어 구하지 않도록 주의한다.

자료가 100점, 80점, 60점이면 최빈값은 없다.

22

채점 기준	배점
a, b, c의 평균과 표준편차를 이용하여 식 세우기	4점
m, n의 값 구하기	3점
$m+n$의 값 구하기	1점

풀이 a, b, c의 평균과 표준편차가 각각 10, 4이므로

$$\frac{a+b+c}{3}=10$$
$$\frac{(a-10)^2+(b-10)^2+(c-10)^2}{3}$$
$$=4^2=16$$ ▶ 4점

이때 $3a$, $3b$, $3c$의 평균은

$$m=\frac{3a+3b+3c}{3}=\frac{3(a+b+c)}{3}=3\times10=30$$

$3a$, $3b$, $3c$의 분산은

$$n^2=\frac{(3a-30)^2+(3b-30)^2+(3c-30)^2}{3}=\frac{9\{(a-10)^2+(b-10)^2+(c-10)^2\}}{3}=9\times16=144$$

$\therefore n=\sqrt{144}=12$ ▶ 3점

$\therefore m+n=30+12=42$ ▶ 1점

답 42

보충 학습

변화된 변량의 평균과 분산, 표준편차

변량 x, y, z의 평균이 m, 표준편차가 s일 때, 변량 $ax+b$, $ay+b$, $az+b$에 대하여

(평균)$=am+b$

(분산)$=a^2s^2$

(표준편차)$=|a|s$

23

채점 기준	배점
x의 값 구하기	3점
분산 구하기	3점

풀이 도수의 합이 $16+x$이므로

$$\frac{1\times3+3\times6+5\times3+7\times4+9\times x}{16+x}=5$$

$64+9x=80+5x, \quad 4x=16$

$\therefore x=4$ ▶ 3점

따라서 분산은

$$\frac{1}{20}\{(1-5)^2\times3+(3-5)^2\times6+(5-5)^2\times3+(7-5)^2\times4+(9-5)^2\times4\}$$

$$=\frac{152}{20}=7.6$$ ▶ 3점

답 7.6

(계급값)×(도수)의 합을 이용하여 평균을 구한다.

24

채점 기준	배점
평균 구하기	2점
표준편차 구하기	2점
자연수 n의 값 구하기	2점

풀이 $(\text{평균})=\frac{15\times3+25\times5+35\times7+45\times5}{20}$

$=\frac{640}{20}=32(\text{시간})$ ▶ 2점

$(\text{분산})=\frac{1}{20}\{(15-32)^2\times3+(25-32)^2\times5+(35-32)^2\times7+(45-32)^2\times5\}$

$=\frac{2020}{20}=101$

$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{101}(\text{시간})$ ▶ 2점

그런데 $\sqrt{100}<\sqrt{101}<\sqrt{121}$, 즉 $10<s<11$이므로

$n=10$ ▶ 2점

답 10

(도수의 총합) $=3+5+7+5$ $=20$

02회 Ⅵ 피타고라스 정리 | 문제집 53~56쪽

01 ③	02 ③	03 ④	04 ④
05 ④	06 ③	07 ③	08 ②
09 ②	10 ③	11 ④	12 ②
13 ①	14 ②	15 ②	16 $4\sqrt{13}$
17 96	18 12 cm	19 $\frac{10\sqrt{6}}{3}$ cm	
20 $9\sqrt{5}\text{ cm}^2$	21 $3\sqrt{5}$ cm	22 $2\sqrt{3}$	23 42
24 $5\sqrt{5}$	25 $12\sqrt{5}$ cm		

01 전략 직각삼각형 ➡ 피타고라스 정리 이용

풀이 △AHC에서 $\overline{AH}=\sqrt{5^2-3^2}=4$

따라서 △ABH에서 $\overline{BH}=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}$

답 ③

피타고라스 정리
➡ 직각삼각형에서 빗변의 길이의 제곱은 나머지 두 변의 길이의 제곱의 합과 같다.

02 전략 마름모의 두 대각선은 서로를 수직이등분한다.

풀이 △ABO에서 $\overline{AO}=6$ cm, $\overline{BO}=8$ cm이므로

$\overline{AB}=\sqrt{6^2+8^2}=10$ (cm)

마름모의 네 변의 길이는 모두 같으므로 둘레의 길이는

$4\times10=40$ (cm)

답 ③

03 전략 합동인 삼각형 ➡ 대응변의 길이가 같다.

풀이 △AHD≡△BEA이므로

$\overline{AH}=\overline{BE}=\sqrt{5^2-4^2}=3$

따라서 $\overline{HE}=\overline{AE}-\overline{AH}=4-3=1$이므로

□EFGH$=1\times1=1$

답 ④

□EFGH는 한 변의 길이가 $\overline{HE}$인 정사각형이다.

04 전략 접은 도형에서 변의 길이 구하기

➡ 접은 각의 크기가 같음을 이용한다.

풀이 ∠FBD=∠DBC(접은 각),

∠FDB=∠DBC(엇각)이므로

∠FBD=∠FDB

$\overline{FD}=x$라 하면 $\overline{FB}=x$, $\overline{EF}=8-x$이므로

△EFD에서

$x^2=(8-x)^2+4^2, \quad x^2=64-16x+x^2+16$

$16x=80 \quad \therefore x=5$

답 ④

$\overline{ED}=\overline{CD}=4$

05 전략 ∠B>90°인 둔각삼각형 ➡ $\overline{AC}^2>\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$

풀이 삼각형이 되려면

$4-3<a<4+3 \quad \therefore 1<a<7$ ...... ㉠

또 ∠B>90°이므로

$a^2>4^2+3^2 \quad \therefore a>5\ (\because a>0)$ ...... ㉡

㉠, ㉡에서 $5<a<7$

답 ④

06 전략 $c^2>a^2+b^2\ (c>a,\ c>b)$ ➡ 둔각삼각형

풀이 ① $(\sqrt{5})^2=1^2+2^2$ ∴ 직각삼각형

② $11^2<7^2+9^2$ ∴ 예각삼각형

③ $7^2>4^2+5^2$ ∴ 둔각삼각형

④ $(\sqrt{5})^2<(\sqrt{3})^2+2^2$ ∴ 예각삼각형

⑤ $13^2=5^2+12^2$ ∴ 직각삼각형

답 ③

보충 학습

삼각형의 모양 알아보기

❶ 가장 긴 변을 찾는다.

❷ 가장 긴 변의 길이의 제곱과 나머지 두 변의 길이의 제곱의 합을 비교한다.

07 전략 $\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{BC}\times\overline{AD}$

풀이 △ABC에서

$\overline{BC}=\sqrt{3^2+4^2}=5$

$\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{BC}\times\overline{AD}$이므로

$4\times3=5\times\overline{AD}$

$\therefore \overline{AD}=\frac{12}{5}$

$\therefore \overline{AD}+\overline{BC}=\frac{12}{5}+5=\frac{37}{5}$ 답 ③

08 전략 세 변의 길이가 a, b, c인 삼각형에서 $c^2=a^2+b^2$ ◎ 직각삼각형

풀이 $\overline{OA}^2=\overline{AB}^2+\overline{OB}^2$이므로 △OAB는 ∠B=90°인 직각삼각형이다.

꼭짓점 B에서 $\overline{OA}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{BO}\times\overline{BA}=\overline{OA}\times\overline{BH}$이므로

$6\times8=10\times y$ $\therefore y=\frac{24}{5}$

$\overline{BO}^2=\overline{OH}\times\overline{OA}$이므로

$6^2=x\times10$ $\therefore x=\frac{18}{5}$

$\therefore x+y=\frac{18}{5}+\frac{24}{5}=\frac{42}{5}$ 답 ②

우공비 BOX

$10^2=8^2+6^2$

세 변의 길이가 a, b, c인 삼각형에서 c가 가장 긴 변의 길이일 때
① $c^2<a^2+b^2$ ➜ 예각삼각형
② $c^2=a^2+b^2$ ➜ 직각삼각형
③ $c^2>a^2+b^2$ ➜ 둔각삼각형

09 전략 $\overline{DE}^2+\overline{BC}^2=\overline{BE}^2+\overline{CD}^2$

풀이 $\overline{DE}^2+\overline{BC}^2=\overline{BE}^2+\overline{CD}^2$이므로

$\overline{DE}^2+9^2=8^2+6^2$, $\overline{DE}^2=19$

$\therefore \overline{DE}=\sqrt{19}$ ($\because \overline{DE}>0$) 답 ②

10 전략 두 대각선이 직교하는 사각형 ABCD에서 ◎ $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$

풀이 $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$이므로

$\overline{AB}^2+4^2=2^2+(\sqrt{21})^2$, $\overline{AB}^2=9$

$\therefore \overline{AB}=3$ (cm) ($\because \overline{AB}>0$) 답 ③

11 전략 한 변의 길이가 a인 정사각형의 대각선의 길이 ◎ $\sqrt{2}a$

풀이 원의 반지름의 길이를 r라 하면 정사각형의 한 변의 길이는 $2r$이므로

$\sqrt{2}\times2r=6\sqrt{2}$ $\therefore r=3$

따라서 원의 넓이는

$\pi\times3^2=9\pi$ 답 ④

반지름의 길이가 r인 원의 넓이
➜ πr^2

다른 풀이 △BCD는 직각이등변삼각형이므로

$\overline{BC}:\overline{BD}=1:\sqrt{2}$

$\overline{BC}:6\sqrt{2}=1:\sqrt{2}$ $\therefore \overline{BC}=6$

따라서 지름의 길이가 6인 원의 넓이는

$\pi\times3^2=9\pi$

12 전략 세 내각의 크기가 30°, 60°, 90°인 삼각형의 세 변의 길이의 비 ◎ $1:\sqrt{3}:2$

풀이 △ABC에서 $\overline{AC}:\overline{BC}=1:\sqrt{3}$

$4:\overline{BC}=1:\sqrt{3}$ $\therefore \overline{BC}=4\sqrt{3}$ (cm)

이때 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times4=8\sqrt{3}$ (cm²)이고

△AMC=△MBC이므로

$\triangle AMC=\frac{1}{2}\triangle ABC=\frac{1}{2}\times8\sqrt{3}=4\sqrt{3}$ (cm²)

답 ②

13 전략 삼각형의 모양 ◎ 삼각형의 세 변의 길이를 구하여 비교한다.

풀이 $\overline{AB}=\sqrt{3^2+6^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$

$\overline{AC}=\sqrt{(-8)^2+4^2}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$

$\overline{BC}=\sqrt{(-8-3)^2+(4-6)^2}=\sqrt{125}=5\sqrt{5}$

따라서 $\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{AC}^2$이므로

△ABC는 ∠A=90°인 직각삼각형이다. 답 ①

14 전략 세 모서리의 길이가 각각 a, b, c인 직육면체의 대각선의 길이 ◎ $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

풀이 직육면체의 높이를 h cm라 하면

$\sqrt{9^2+6^2+h^2}=13$, $117+h^2=169$, $h^2=52$

$\therefore h=2\sqrt{13}$ ($\because h>0$)

또 $\overline{FH}=\sqrt{9^2+6^2}=3\sqrt{13}$ (cm)이므로

$\triangle DFH=\frac{1}{2}\times3\sqrt{13}\times2\sqrt{13}=39$ (cm²) 답 ②

15 전략 (옆면인 부채꼴의 호의 길이)
=(밑면인 원의 둘레의 길이)

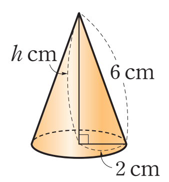
풀이 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi r=2\pi\times6\times\frac{120}{360}$

$\therefore r=2$

원뿔의 높이를 h cm라 하면

$h=\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}$ 답 ②



16 전략 피타고라스 정리를 이용한다.

풀이 △ABD에서 $\overline{BD}=\sqrt{10^2-8^2}=6$

△ABC에서 $\overline{AC}=\sqrt{8^2+12^2}=4\sqrt{13}$ 답 $4\sqrt{13}$

17 전략 직각삼각형 ABC에서 각 변을 지름으로 하는 세 반원의 넓이 사이의 관계를 생각한다.

풀이 △ABC에서 $\overline{AC}=\sqrt{20^2-12^2}=16$

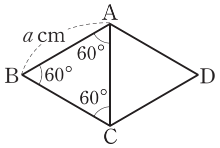
$\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3이라 하면 $S_1+S_2=S_3$이므로 구하는 부분의 넓이는

$$(S_1+S_2+\triangle ABC)-S_3=\triangle ABC$$
$$=\frac{1}{2}\times 12\times 16$$
$$=96$$

답 96

18 전략 $\overline{AC}$를 그으면 ➡ $\triangle ABC$는 정삼각형

풀이 오른쪽 그림과 같이
$\overline{AB}=a$ cm라 하면
$\triangle ABC$는 정삼각형이므로



$$\frac{\sqrt{3}}{4}\times a^2=\frac{1}{2}\times 72\sqrt{3}$$
$$=36\sqrt{3}$$

$a^2=144 \qquad \therefore a=12\ (\because a>0)$

답 12 cm

> 한 변의 길이가 a인 정삼각형의 넓이
> ➡ $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

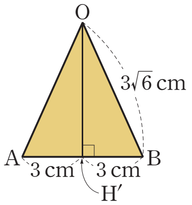
19 전략 특수한 직각삼각형의 세 변의 길이의 비를 이용한다.

풀이 $\overline{AB}:\overline{BC}=1:\sqrt{2}$이므로
$10:\overline{BC}=1:\sqrt{2} \qquad \therefore \overline{BC}=10\sqrt{2}$ (cm)
$\overline{CD}:\overline{BC}=1:\sqrt{3}$이므로
$\overline{CD}:10\sqrt{2}=1:\sqrt{3}$
$\therefore \overline{CD}=\frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{10\sqrt{6}}{3}$ (cm)

답 $\frac{10\sqrt{6}}{3}$ cm

20 전략 $\triangle OAB$는 이등변삼각형이다.

풀이 $\overline{EG}=\overline{FH}=\sqrt{2}\times 6=6\sqrt{2}$ (cm)이므로
$\overline{EO}=\overline{FO}=3\sqrt{2}$ (cm)
$\triangle OAE$에서 $\quad \overline{OA}=\sqrt{6^2+(3\sqrt{2})^2}=3\sqrt{6}$ (cm)
$\triangle OBF$에서 $\quad \overline{OB}=\sqrt{6^2+(3\sqrt{2})^2}=3\sqrt{6}$ (cm)
따라서 $\triangle OAB$는 $\overline{OA}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이므로 점 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H′이라 하면



$$\overline{OH'}=\sqrt{(3\sqrt{6})^2-3^2}$$
$$=3\sqrt{5}\ \text{(cm)}$$
$\therefore \triangle OAB=\frac{1}{2}\times 6\times 3\sqrt{5}=9\sqrt{5}$ (cm²)

답 $9\sqrt{5}$ cm²

21 전략 $\triangle OAH$가 직각삼각형 ➡ 피타고라스 정리 이용

풀이 $\triangle OAH$에서 $\quad \overline{OH}=\sqrt{9^2-6^2}=3\sqrt{5}$ (cm)

답 $3\sqrt{5}$ cm

> 두 점 (x_1, y_1), (x_2, y_2) 사이의 거리
> ➡ $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

> 피타고라스 정리를 연속적으로 이용한다.

22

채점 기준	배점
$\overline{PB}$, $\overline{PC}$, $\overline{PD}$, $\overline{PE}$, $\overline{PF}$의 길이 구하기	각 1점

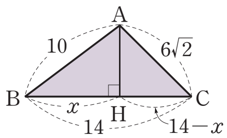
풀이 $\overline{PB}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+(\sqrt{2})^2}=2$ ▶ 1점
$\overline{PC}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+2^2}=\sqrt{6}$ ▶ 1점
$\overline{PD}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+(\sqrt{6})^2}=2\sqrt{2}$ ▶ 1점
$\overline{PE}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+(2\sqrt{2})^2}=\sqrt{10}$ ▶ 1점
$\therefore \overline{PF}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+(\sqrt{10})^2}=2\sqrt{3}$ ▶ 1점

답 $2\sqrt{3}$

23

채점 기준	배점
삼각형의 높이 구하기	4점
삼각형의 넓이 구하기	2점

풀이 오른쪽 그림과 같이
$\overline{AB}=10$, $\overline{BC}=14$,
$\overline{CA}=6\sqrt{2}$인 $\triangle ABC$의 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하자.



$\overline{BH}=x$라 하면 $\quad \overline{CH}=14-x$
$\overline{AH}^2=10^2-x^2=(6\sqrt{2})^2-(14-x)^2$이므로
$100-x^2=72-(196-28x+x^2)$
$28x=224 \qquad \therefore x=8$
따라서 $\overline{AH}=\sqrt{10^2-8^2}=6$이므로 ▶ 4점
$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 14\times 6=42$ ▶ 2점

답 42

> $\triangle ABH$에서
> $\overline{AH}^2=\overline{AB}^2-\overline{BH}^2$
> $\triangle AHC$에서
> $\overline{AH}^2=\overline{AC}^2-\overline{HC}^2$

24

채점 기준	배점
$y=x^2+4x+5$의 그래프의 꼭짓점의 좌표 구하기	1점
$y=x^2-6x$의 그래프의 꼭짓점의 좌표 구하기	1점
꼭짓점 사이의 거리 구하기	2점

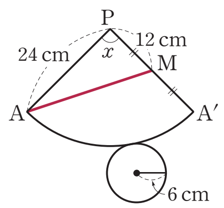
풀이 $y=x^2+4x+5$
$=(x^2+4x+4)+1$
$=(x+2)^2+1$
에서 꼭짓점의 좌표는 $\quad (-2,\ 1)$ ▶ 1점
$y=x^2-6x$
$=(x^2-6x+9)-9$
$=(x-3)^2-9$
에서 꼭짓점의 좌표는 $\quad (3,\ -9)$ ▶ 1점
따라서 두 점 $(-2,\ 1)$, $(3,\ -9)$ 사이의 거리는
$\sqrt{\{3-(-2)\}^2+(-9-1)^2}=5\sqrt{5}$ ▶ 2점

답 $5\sqrt{5}$

25

채점 기준	배점
전개도에서 부채꼴의 중심각의 크기 구하기	3점
최단 거리 구하기	3점

풀이 주어진 원뿔의 전개도는 오른쪽 그림과 같고 부채꼴의 중심각의 크기를 $\angle x$라 하면



$2\pi \times 6 = 2\pi \times 24 \times \dfrac{\angle x}{360^\circ}$

$\therefore \angle x = 90^\circ$ ▶ 3점

따라서 구하는 최단 거리는 두 점 A, M을 잇는 선분의 길이이므로

$\overline{AM} = \sqrt{24^2+12^2} = 12\sqrt{5}$ (cm) ▶ 3점

답 $12\sqrt{5}$ cm

03회 Ⅵ 피타고라스 정리 | 문제집 57~60쪽

01 ③	02 ①	03 ④	04 ③
05 ②	06 ②	07 ③	08 ⑤
09 ⑤	10 ③	11 ⑤	12 ②
13 ①	14 ④	15 ④	16 6
17 3	18 14	19 3π	20 $6\sqrt{2}$
21 10π cm	22 $16\sqrt{2}$ cm	23 $x=12$, $y=6\sqrt{2}$	
24 $\sqrt{6}$ cm	25 $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ cm³		

01 **전략** △ABC, △ACD가 직각삼각형

→ 피타고라스 정리 이용

풀이 △ABC에서

$x = \sqrt{4^2+8^2} = 4\sqrt{5}$

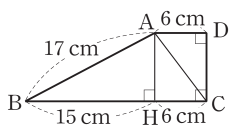
△ACD에서

$y = \sqrt{(4\sqrt{5})^2+10^2} = 6\sqrt{5}$

$\therefore x+y = 10\sqrt{5}$ 답 ③

02 **전략** 보조선을 그어 직각삼각형을 만든다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 직각삼각형 ABH에서



$\overline{AH} = \sqrt{17^2-15^2} = 8$ (cm)

따라서 직각삼각형 AHC에서

$\overline{AC} = \sqrt{8^2+6^2} = 10$ (cm) 답 ①

03 **전략** 피타고라스 정리를 연속적으로 이용한다.

풀이 $\overline{BE} = \overline{BD} = \sqrt{2^2+2^2} = 2\sqrt{2}$

$\overline{BG} = \overline{BF} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2+2^2} = 2\sqrt{3}$

따라서 $\overline{EG} = \overline{BG} - \overline{BE} = 2\sqrt{3} - 2\sqrt{2}$이므로

$\square FEGH = (2\sqrt{3}-2\sqrt{2}) \times 2 = 4\sqrt{3} - 4\sqrt{2}$ 답 ④

우공비 BOX

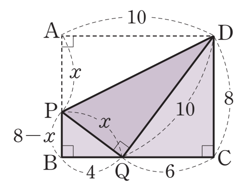
04 **전략** □ADEB+□ACHI=□BFGC

풀이 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$이므로

□ADEB+□ACHI=□BFGC

∴ □ADEB=41−16=25 답 ③

05 **전략** $\overline{AP} = \overline{PQ}$, $\overline{AD} = \overline{DQ}$임을 이용한다.



풀이 △QCD에서

$\overline{QC} = \sqrt{10^2-8^2} = 6$이므로

$\overline{BQ} = 10-6 = 4$

$\overline{PQ} = \overline{AP} = x$라 하면

$\overline{PB} = 8-x$이므로 △PBQ에서

$x^2 = (8-x)^2+4^2$

$x^2 = 64-16x+x^2+16$

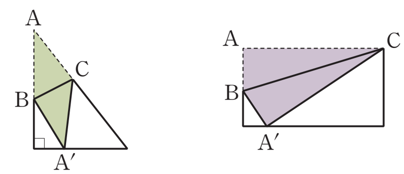
$16x = 80$ $\therefore x = 5$

△PQD에서 $\overline{PD} = \sqrt{10^2+5^2} = 5\sqrt{5}$ 답 ②

△APD를 $\overline{PD}$를 접는 선으로 하여 접은 도형이 △QPD이다.

+ 보충 학습

종이 접기



△ABC≡△A′BC

세 변의 길이가 a, b, c인 삼각형에서 c가 가장 긴 변의 길이일 때

① $c^2 < a^2+b^2$
→ 예각삼각형

② $c^2 = a^2+b^2$
→ 직각삼각형

③ $c^2 > a^2+b^2$
→ 둔각삼각형

06 **전략** △ABC에서 가장 긴 변의 길이를 c라 할 때 $c^2 < a^2+b^2$ → 예각삼각형

풀이 ① $3^2 > 2^2+2^2$ ∴ 둔각삼각형

② $8^2 < 5^2+7^2$ ∴ 예각삼각형

③ $13^2 = 5^2+12^2$ ∴ 직각삼각형

④ $13^2 > 8^2+10^2$ ∴ 둔각삼각형

⑤ $15^2 > 8^2+11^2$ ∴ 둔각삼각형 답 ②

07 **전략** $\overline{AP}^2 + \overline{CP}^2 = \overline{BP}^2 + \overline{DP}^2$

풀이 $\overline{AP}^2 + \overline{CP}^2 = \overline{BP}^2 + \overline{DP}^2$이므로

$3^2+5^2 = \overline{BP}^2 + (3\sqrt{2})^2$

$\overline{BP}^2 = 34-18 = 16$

$\therefore \overline{BP} = 4$ ($\because \overline{BP} > 0$) 답 ③

08 **전략** 한 변의 길이가 a인 정삼각형

→ (높이)$= \dfrac{\sqrt{3}}{2}a$, (넓이)$= \dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2$

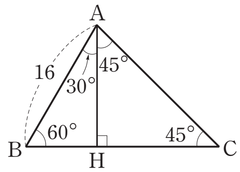
풀이 정삼각형의 한 변의 길이를 a라 하면

$\dfrac{\sqrt{3}}{2}a = 3\sqrt{3}$ $\therefore a = 6$

$\therefore$ (넓이)$= \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3}$ 답 ⑤

09 전략 특수한 직각삼각형의 세 변의 길이의 비를 이용한다.

풀이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



△ABH에서

$\overline{AB} : \overline{AH} = 2 : \sqrt{3}$

$16 : \overline{AH} = 2 : \sqrt{3}$

$\therefore \overline{AH} = 8\sqrt{3}$

△AHC에서

$\overline{AH} : \overline{AC} = 1 : \sqrt{2}$,　　$8\sqrt{3} : \overline{AC} = 1 : \sqrt{2}$

$\therefore \overline{AC} = 8\sqrt{6}$

답 ⑤

10 전략 두 점 (x_1, y_1), (x_2, y_2) 사이의 거리 ➡ $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

풀이 $\sqrt{(x-2)^2+\{-3-(-1)\}^2} = 2\sqrt{5}$ 이므로

$x^2-4x+8=20$,　　$x^2-4x-12=0$

$(x+2)(x-6)=0$　　$\therefore x=-2$ 또는 $x=6$

이때 점 B는 제4사분면 위의 점이므로　　$x=6$

답 ③

점 (x, y)가 제4사분면 위의 점이면 $x>0$, $y<0$

11 전략 삼각형의 모양 결정 ➡ 세 변의 길이를 구해 본다.

풀이 $\overline{AB} = \sqrt{\{1-(-2)\}^2+(3-2)^2} = \sqrt{10}$

$\overline{AC} = \sqrt{\{5-(-2)\}^2+(7-2)^2} = \sqrt{74}$

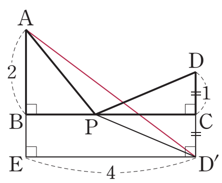
$\overline{BC} = \sqrt{(5-1)^2+(7-3)^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

따라서 $\overline{AC}^2 > \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$이므로 △ABC는 $\angle B > 90°$인 둔각삼각형이다.

답 ⑤

12 전략 최단 거리 ➡ 대칭인 점을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 D와 $\overline{BC}$에 대하여 대칭인 점을 D′이라 하면



$\overline{AP}+\overline{DP}$

$= \overline{AP}+\overline{D'P} \geq \overline{AD'}$

이때 점 D′을 지나고 $\overline{BC}$와 평행한 직선이 $\overline{AB}$의 연장선과 만나는 점을 E라 하면 △AED′에서

$\overline{AD'} = \sqrt{4^2+(2+1)^2} = 5$

따라서 $\overline{AP}+\overline{DP}$의 최솟값은 5이다.

답 ②

13 전략 세 모서리의 길이가 각각 a, b, c인 직육면체의 대각선의 길이 ➡ $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

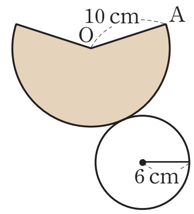
풀이 $\sqrt{2^2+3^2+6^2} = \sqrt{49} = 7$ (cm)

답 ①

14 전략 입체도형의 겉넓이 ➡ 전개도를 그려 본다.

풀이 $\overline{OA} = \sqrt{6^2+8^2} = 10$ (cm)

주어진 원뿔의 전개도는 오른쪽 그림과 같으므로 옆면인 부채꼴의 호의 길이는



$2\pi \times 6 = 12\pi$ (cm)

따라서 원뿔의 옆넓이는

$\frac{1}{2} \times 10 \times 12\pi = 60\pi$ (cm^2)

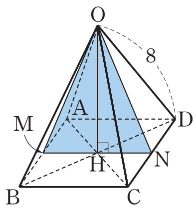
답 ④

반지름의 길이가 r, 호의 길이가 l인 부채꼴의 넓이를 S라 하면

$S = \frac{1}{2}rl$

15 전략 정사각뿔의 꼭짓점 O에서 밑면에 내린 수선의 발 ➡ 밑면의 두 대각선의 교점

풀이 점 O에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{OM} = \overline{ON} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8 = 4\sqrt{3}$

△OMH에서

$\overline{OH} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2-4^2} = 4\sqrt{2}$

$\therefore \triangle OMN = \frac{1}{2} \times 8 \times 4\sqrt{2} = 16\sqrt{2}$

답 ④

16 전략 직각삼각형 ➡ 피타고라스 정리 이용

풀이 $(2x+1)^2 = (x-1)^2 + (2x)^2$이므로

$4x^2+4x+1 = x^2-2x+1+4x^2$,　　$x^2-6x=0$

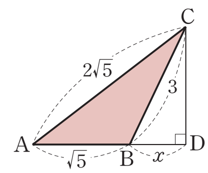
$x(x-6)=0$　　$\therefore x=6$ ($\because x>2$)

답 6

삼각형이 되려면
$2x+1<(x-1)+2x$
$\therefore x>2$

17 전략 보조선을 그은 후 피타고라스 정리를 이용한다.

풀이 점 C에서 변 AB의 연장선에 내린 수선의 발을 D라 하고 $\overline{BD}=x$라 하면



$\overline{CD}^2 = (2\sqrt{5})^2 - (\sqrt{5}+x)^2$

$= 3^2 - x^2$

$20-(5+2\sqrt{5}x+x^2) = 9-x^2$

$2\sqrt{5}x = 6$　　$\therefore x = \frac{3\sqrt{5}}{5}$

따라서 $\overline{CD} = \sqrt{3^2-x^2} = \sqrt{9-\frac{9}{5}} = \frac{6\sqrt{5}}{5}$이므로

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \sqrt{5} \times \frac{6\sqrt{5}}{5} = 3$

답 3

18 전략 △ABC에서 가장 긴 변의 길이를 c라 할 때 $c^2 > a^2+b^2$ ➡ 둔각삼각형

풀이 삼각형이 되려면　　$1<x<15$

$x>8$이므로　　$8<x<15$　　…… ㉠

둔각삼각형이므로

$x^2 > 7^2+8^2$,　　$x^2 > 113$

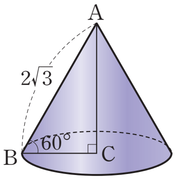
$\therefore x > \sqrt{113}$ ($\because x>0$)　　…… ㉡

㉠, ㉡에서 $\sqrt{113} < x < 15$이므로 자연수 x의 최댓값은 14이다.

답 14

19 전략 주어진 도형을 1회전 시킬 때 생기는 입체도형
◎ 원뿔

풀이 주어진 도형을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같은 원뿔이다.



$2\sqrt{3} : \overline{BC} = 2 : 1$이므로

$2\overline{BC} = 2\sqrt{3}$　　$\therefore \overline{BC} = \sqrt{3}$

$2\sqrt{3} : \overline{AC} = 2 : \sqrt{3}$이므로

$2\overline{AC} = 6$　　$\therefore \overline{AC} = 3$

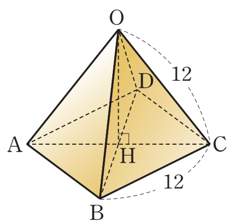
따라서 구하는 부피는

$\frac{1}{3} \times \pi \times (\sqrt{3})^2 \times 3 = 3\pi$

답 3π

20 전략 직각삼각형을 찾아 피타고라스 정리를 이용한다.

풀이 주어진 전개도로 만들어지는 정사각뿔은 오른쪽 그림과 같다.



꼭짓점 O에서 □ABCD에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{CH} = \frac{1}{2}\overline{AC}$

$= \frac{1}{2} \times 12\sqrt{2}$

$= 6\sqrt{2}$

따라서 △OHC에서

$\overline{OH} = \sqrt{12^2 - (6\sqrt{2})^2} = 6\sqrt{2}$

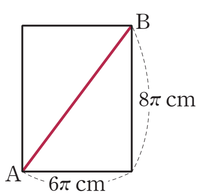
답 $6\sqrt{2}$

21 전략 실의 길이의 최솟값 ◎ 전개도를 그려 본다.

풀이 밑면인 원의 둘레의 길이는

$2\pi \times 3 = 6\pi$ (cm)

따라서 오른쪽 그림과 같은 원기둥의 옆면의 전개도에서 구하는 실의 길이는 $\overline{AB}$의 길이이므로



$\sqrt{(6\pi)^2 + (8\pi)^2} = 10\pi$ (cm)

답 10π cm

22

채점 기준	배점
정사각형의 한 변의 길이 구하기	2점
정사각형의 둘레의 길이 구하기	1점

풀이 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면

$\sqrt{2}x = 8$　　$\therefore x = 4\sqrt{2}$　　▶ 2점

따라서 □ABCD의 둘레의 길이는

$4 \times 4\sqrt{2} = 16\sqrt{2}$ (cm)　　▶ 1점

답 $16\sqrt{2}$ cm

우공비 BOX

세 내각의 크기가 30°, 60°, 90°인 직각삼각형의 세 변의 길이의 비
➜ $1 : \sqrt{3} : 2$

세 내각의 크기가 45°, 45°, 90°인 직각삼각형의 세 변의 길이의 비
➜ $1 : 1 : \sqrt{2}$

(원뿔의 부피)
$= \frac{1}{3} \times$ (밑넓이) $\times$ (높이)

$\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = 6$ (cm)

정사면체 : 각 면이 모두 합동인 정삼각형으로 이루어져 있고, 각 꼭짓점에 모이는 면의 개수가 3개인 다면체

23

채점 기준	배점
x의 값 구하기	2점
y의 값 구하기	2점

풀이 △ABC에서

$\overline{AB} : \overline{AC} = 2 : \sqrt{3}$

$8\sqrt{3} : x = 2 : \sqrt{3}$,　　$2x = 24$

$\therefore x = 12$　　▶ 2점

△ACD에서　$\overline{AC} : \overline{CD} = \sqrt{2} : 1$

$12 : y = \sqrt{2} : 1$,　　$\sqrt{2}y = 12$

$\therefore y = 6\sqrt{2}$　　▶ 2점

답 $x = 12$, $y = 6\sqrt{2}$

24

채점 기준	배점
삼각뿔 C−BDG의 부피 구하기	2점
△BDG의 넓이 구하기	2점
점 C에서 평면 BDG까지의 거리 구하기	2점

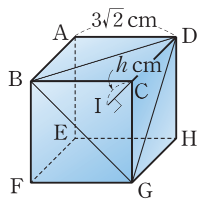
풀이 삼각뿔 C−BDG의 부피는

$\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}\right) \times 3\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$ (cm³)　　▶ 2점

△BDG는 정삼각형이고 한 변의 길이가 6 cm이므로

$\triangle BDG = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3}$ (cm²)　　▶ 2점

따라서 점 C에서 평면 BDG까지의 거리를 h cm라 하면 삼각뿔 C−BDG의 부피가 $9\sqrt{2}$ cm³이므로



$\frac{1}{3} \times 9\sqrt{3} \times h = 9\sqrt{2}$

$\therefore h = \sqrt{6}$　　▶ 2점

답 $\sqrt{6}$ cm

25

채점 기준	배점
정사면체의 한 모서리의 길이 구하기	2점
정사면체의 부피 구하기	3점

풀이 정사면체의 한 모서리의 길이를 a cm라 하면 겉넓이가 $4\sqrt{3}$ cm²이므로

$4 \times \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 4\sqrt{3}$

$\therefore a = 2$ ($\because a > 0$)　　▶ 2점

따라서 구하는 부피는

$\frac{\sqrt{2}}{12} \times 2^3 = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ (cm³)　　▶ 3점

답 $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ cm³

04회 Ⅵ 피타고라스 정리 | 문제집 61~64쪽

01 ⑤	02 ④	03 ③	04 ①
05 ①	06 ③	07 ①	08 ①
09 ⑤	10 ③	11 ③	12 ⑤
13 ④	14 ③	15 ②	16 $3\sqrt{14}$ cm
17 $9+5\sqrt{5}$	18 $\frac{45}{2}$ cm^2	19 11	20 $\frac{1}{4}$
21 $6\sqrt{3}$	22 $\frac{75}{8}$	23 $4+4\sqrt{5}$	
24 $\frac{5\sqrt{17}}{2}$ cm	25 90π cm^3		

01 전략 $\triangle$ABC, $\triangle$ADC가 직각삼각형
◎ 피타고라스 정리 이용

풀이 $\triangle$ADC에서

$\overline{AD}=\sqrt{4^2+3^2}=5$

$\triangle$ABC에서

$\overline{AB}=\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$

따라서 $\triangle$ABD의 둘레의 길이는

$5+5+4\sqrt{5}=10+4\sqrt{5}$

답 ⑤

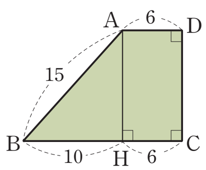
02 전략 보조선을 그어 직사각형과 직각삼각형으로 나눈다.

풀이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{CH}=6$, $\overline{BH}=10$

따라서 $\triangle$ABH에서

$\overline{AH}=\sqrt{15^2-10^2}=5\sqrt{5}$이므로



$\square$ABCD$=\frac{1}{2}\times(6+16)\times5\sqrt{5}=55\sqrt{5}$

답 ④

03 전략 $\triangle$RQD에서 피타고라스 정리를 이용한다.

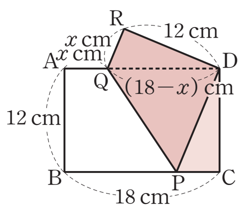
풀이 $\overline{RQ}=\overline{AQ}=x$ cm라 하면

$\overline{QD}=(18-x)$cm

$\triangle$RQD에서

$x^2+12^2=(18-x)^2$

$36x=180 \qquad \therefore x=5$



답 ③

04 전략 세 변의 길이가 각각 a, b, c인 삼각형 ABC에서 $c^2<a^2+b^2$(c는 가장 긴 변의 길이) ◎ 예각삼각형

풀이 $\triangle$ABD에서 $\overline{AD}=\sqrt{10^2-3^2}=\sqrt{91}$

$\triangle$ADC에서 $\overline{AC}=\sqrt{(\sqrt{91})^2+13^2}=2\sqrt{65}$

따라서 $(2\sqrt{65})^2<10^2+(3+13)^2$이므로 $\triangle$ABC는 예각삼각형이다.

답 ①

삼각형의 한 변의 길이는 나머지 두 변의 길이의 차보다 크고 두 변의 길이의 합보다 작다.

$5+3=8$

$\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{\sqrt{10}}{2}$ (cm)

05 전략 예각삼각형 ◎ $c^2<a^2+b^2$ (c는 가장 긴 변의 길이)

풀이 삼각형이 되려면 $\quad 2<x<14$

$x>8$이므로 $\quad 8<x<14 \quad \cdots\cdots$ ㉠

또 예각삼각형이 되려면

$x^2<6^2+8^2, \quad x^2<100$

$\therefore 0<x<10$ ($\because x>0$) $\quad \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\quad 8<x<10$

따라서 자연수 x는 9의 1개이다.

답 ①

06 전략 $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$

풀이 $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$이므로

$2^2+y^2=x^2+3^2 \qquad \therefore y^2-x^2=5$

답 ③

07 전략 S_1+S_2 ◎ $\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이

풀이 S_1+S_2는 $\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이와 같으므로

$S_1+S_2=\frac{1}{2}\times\pi\times4^2=8\pi$ (cm^2)

답 ①

08 전략 $\triangle$ABC$=\triangle$ABP$+\triangle$ACP

풀이 $\triangle$ABC의 높이를 $h$cm라 하면

$h=\sqrt{5^2-\left(\frac{\sqrt{10}}{2}\right)^2}=\frac{3\sqrt{10}}{2}$

이므로

$\triangle$ABC$=\frac{1}{2}\times\sqrt{10}\times\frac{3\sqrt{10}}{2}=\frac{15}{2}$ (cm^2)

따라서

$\triangle$ABC$=\triangle$ABP$+\triangle$ACP

$=\frac{1}{2}\times5\times\overline{PD}+\frac{1}{2}\times5\times\overline{PE}$

$=\frac{5}{2}(\overline{PD}+\overline{PE})=\frac{15}{2}$

이므로

$\overline{PD}+\overline{PE}=\frac{15}{2}\times\frac{2}{5}=3$ (cm)

답 ①

09 전략 특수한 직각삼각형의 세 변의 길이의 비를 이용한다.

풀이 $\triangle$ABD에서 $\overline{BD}:\overline{AD}=\sqrt{2}:1$이므로

$\overline{BD}:3\sqrt{6}=\sqrt{2}:1 \qquad \therefore \overline{BD}=6\sqrt{3}$

$\triangle$BCD에서 $\overline{BC}:\overline{BD}=1:2$이므로

$\overline{BC}:6\sqrt{3}=1:2, \quad 2\overline{BC}=6\sqrt{3}$

$\therefore \overline{BC}=3\sqrt{3}$

답 ⑤

10 전략 직각이등변삼각형의 세 변의 길이의 비
◎ $1:1:\sqrt{2}$

풀이 $\triangle ABH$에서 $\overline{AB} : \overline{AH} = \sqrt{2} : 1$이므로

$3\sqrt{2} : \overline{AH} = \sqrt{2} : 1 \qquad \therefore \overline{AH} = 3\ (\text{cm})$

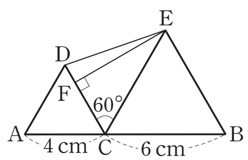
$\triangle AHC$에서

$\overline{CH} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4\ (\text{cm})$

답 ③

11

전략 보조선을 그은 후 세 내각의 크기가 $30°$, $60°$, $90°$인 삼각형의 세 변의 길이의 비를 이용한다.



풀이 점 E에서 $\overline{DC}$에 내린 수선의 발을 F라 하면

$\angle ECF = 60°$이므로

$\triangle CEF$에서

$\overline{CF} : \overline{EC} = 1 : 2$

$\overline{CF} : 6 = 1 : 2, \qquad 2\overline{CF} = 6$

$\therefore \overline{CF} = 3\ (\text{cm})$

또 $\overline{EF} : \overline{EC} = \sqrt{3} : 2$에서 $\qquad \overline{EF} : 6 = \sqrt{3} : 2$

$2\overline{EF} = 6\sqrt{3} \qquad \therefore \overline{EF} = 3\sqrt{3}\ (\text{cm})$

이때 $\overline{DF} = 4 - 3 = 1\ (\text{cm})$이므로 $\triangle DFE$에서

$\overline{DE} = \sqrt{1^2 + (3\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{7}\ (\text{cm})$

답 ③

12

전략 삼각형의 모양 결정

○ 세 변의 길이를 구하여 비교한다.

두 점 (x_1, y_1), (x_2, y_2) 사이의 거리

➔ $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

풀이 $\overline{AB} = \sqrt{(1-0)^2 + \{3-(-2)\}^2} = \sqrt{26}$

$\overline{AC} = \sqrt{(-4-0)^2 + \{5-(-2)\}^2} = \sqrt{65}$

$\overline{BC} = \sqrt{(-4-1)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{29}$

따라서 $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 < \overline{AC}^2$이므로 $\triangle ABC$는 $\angle B > 90°$인 둔각삼각형이다.

답 ⑤

13

전략 세 모서리의 길이가 각각 a, b, c인 직육면체의 대각선의 길이 ○ $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

풀이 $\overline{DF} = \sqrt{8^2 + 6^2 + 10^2} = 10\sqrt{2}\ (\text{cm})$

$\overline{FH} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10\ (\text{cm})$

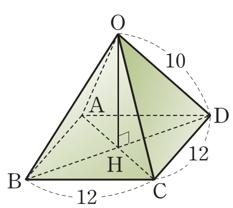
$\therefore \overline{DF} + \overline{FH} = 10\sqrt{2} + 10\ (\text{cm})$

답 ④

14

전략 정사각뿔의 높이 ○ 피타고라스 정리 이용

정사각뿔 : 밑면이 정사각형이고 옆면이 모두 합동인 이등변삼각형인 사각뿔



풀이 점 O에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{BD} = \sqrt{2} \times 12 = 12\sqrt{2}$

이므로

$\overline{HD} = 6\sqrt{2}$

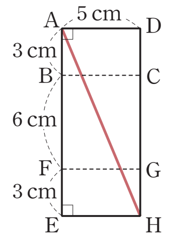
$\triangle OHD$에서

$\overline{OH} = \sqrt{10^2 - (6\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{7}$

답 ③

15

전략 최단 거리 ○ 선이 지나는 면의 전개도를 그려 본다.



풀이 오른쪽 그림과 같이 선이 지나는 면의 전개도를 그려 보면 구하는 최단 거리는 $\overline{AH}$의 길이이므로

$\overline{AH} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13\ (\text{cm})$

답 ②

16

전략 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$

풀이 삼각형의 내각의 이등분선의 성질에 의하여

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD} = 14 : 6 = 7 : 3$

$\overline{AB} = 7x\,\text{cm}$, $\overline{AC} = 3x\,\text{cm}$라 하면

$(7x)^2 = (3x)^2 + 20^2, \qquad 49x^2 = 9x^2 + 400$

$x^2 = 10 \qquad \therefore x = \sqrt{10}\ (\because x > 0)$

이때 $\overline{AC} = 3\sqrt{10}\ (\text{cm})$이므로

$\overline{AD} = \sqrt{(3\sqrt{10})^2 + 6^2} = 3\sqrt{14}\ (\text{cm})$

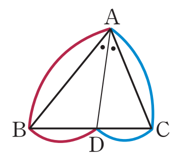
답 $3\sqrt{14}\,\text{cm}$

+ 보충 학습

삼각형의 내각의 이등분선의 성질

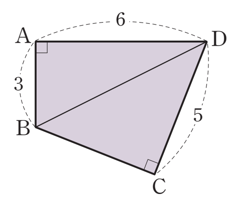
$\triangle ABC$에서 $\angle A$의 이등분선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 D라 하면

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$



17

전략 보조선을 그어 두 개의 직각삼각형으로 나눈다.



풀이 $\overline{BD}$를 그으면

$\overline{AB}^2 + \overline{AD}^2 = \overline{CD}^2 + \overline{BC}^2$이므로

$\triangle ABD$에서 $\overline{AB}^2 + \overline{AD}^2 = \overline{BD}^2$
$\triangle BCD$에서 $\overline{CD}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{BD}^2$

$3^2 + 6^2 = 5^2 + \overline{BC}^2$

$\overline{BC}^2 = 20$

$\therefore \overline{BC} = 2\sqrt{5}\ (\because \overline{BC} > 0)$

$\therefore \square ABCD = \triangle ABD + \triangle BCD$

$= \frac{1}{2} \times 3 \times 6 + \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} \times 5$

$= 9 + 5\sqrt{5}$

답 $9 + 5\sqrt{5}$

18

전략 $\triangle ABE \equiv \triangle ECD$

○ $\triangle AED$는 직각이등변삼각형

풀이 $\overline{AB} = \overline{EC} = 3\,\text{cm}$이므로 $\triangle ABE$에서

$\overline{AE} = \sqrt{3^2 + 6^2} = 3\sqrt{5}\ (\text{cm})$

$\overline{DE} = \overline{AE} = 3\sqrt{5}\,\text{cm}$, $\angle AED = 90°$이므로

$\triangle AED = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{5} \times 3\sqrt{5} = \frac{45}{2}\ (\text{cm}^2)$

답 $\frac{45}{2}\,\text{cm}^2$

19 전략 피타고라스 정리를 이용한다.

풀이 $a+4$가 가장 긴 변의 길이이므로 삼각형이 되려면

$a+4<(a+1)+(a-2)\qquad \therefore a>5$

또 직각삼각형이 되려면

$(a+4)^2=(a+1)^2+(a-2)^2$

$a^2+8a+16=a^2+2a+1+a^2-4a+4$

$a^2-10a-11=0,\qquad (a-11)(a+1)=0$

$\therefore a=11$ 또는 $a=-1$

$a>5$이므로 $\quad a=11$

답 11

20 전략 가장 긴 변의 길이의 제곱과 나머지 두 변의 길이의 제곱의 합을 비교한다.

풀이 (i) 3, 4, 5인 경우

$5^2=3^2+4^2$이므로 직각삼각형이다.

(ii) 3, 4, 6인 경우

$6^2>3^2+4^2$이므로 둔각삼각형이다.

(iii) 3, 5, 6인 경우

$6^2>3^2+5^2$이므로 둔각삼각형이다.

(iv) 4, 5, 6인 경우

$6^2<4^2+5^2$이므로 예각삼각형이다.

이상에서 예각삼각형이 만들어질 확률은 $\dfrac{1}{4}$

답 $\dfrac{1}{4}$

세 변의 길이가 a, b, c인 삼각형에서 c가 가장 긴 변의 길이일 때

① $c^2<a^2+b^2$ → 예각삼각형

② $c^2=a^2+b^2$ → 직각삼각형

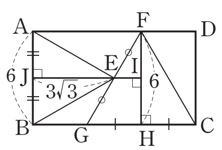
③ $c^2>a^2+b^2$ → 둔각삼각형

+ 보충 학습

$$(\text{확률})=\frac{(\text{그 사건이 일어나는 경우의 수})}{(\text{일어나는 모든 경우의 수})}$$

21 전략 두 점 F, E에서 $\overline{GC}$, $\overline{AB}$에 각각 수선의 발을 내린다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 두 점 F, E에서 $\overline{GC}$, $\overline{AB}$에 각각 내린 수선의 발을 H, J라 하면



$\overline{EJ}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times6=3\sqrt{3}$

한 변의 길이가 a인 정삼각형의 높이 → $\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$

$\triangle$FGC에서 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\overline{FG}=\overline{FH}$이므로

$\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\overline{FG}=6\qquad \therefore \overline{FG}=4\sqrt{3}$

$\overline{JE}$의 연장선이 $\overline{FH}$와 만나는 점을 I라 하면 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의하여

$\overline{EF}=\overline{GE}=2\sqrt{3}$

직육면체의 대각선은 4개이고 그 길이는 모두 같다.

$\overline{EI}=\dfrac{1}{2}\times\overline{GH}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}\times\overline{FG}=\sqrt{3}$

$\triangle$FGH에서 $\overline{FI}=\overline{IH}$, $\overline{EI}\,/\!/\,\overline{GH}$이므로 $\overline{EF}=\overline{GE}$

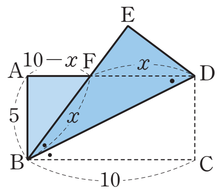
$\therefore \overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=4\sqrt{3}+2\sqrt{3}=6\sqrt{3}$

답 $6\sqrt{3}$

22

채점 기준	배점
$\triangle$BDF가 이등변삼각형임을 알기	1점
$\triangle$ABF에서 식 세우기	2점
$\overline{AF}$의 길이 구하기	2점
$\triangle$ABF의 넓이 구하기	1점

풀이 오른쪽 그림에서



$\angle$FBD$=\angle$CBD(접은 각),

$\angle$CBD$=\angle$FDB (엇각)이므로 $\triangle$BDF는 이등변삼각형이다. ▶ 1점

$\overline{FB}=\overline{FD}=x$라 하면 $\triangle$ABF에서

$x^2=(10-x)^2+5^2$ ▶ 2점

$x^2=100-20x+x^2+25$

$20x=125\qquad \therefore x=\dfrac{25}{4}$

따라서 $\overline{AF}=10-\dfrac{25}{4}=\dfrac{15}{4}$이므로 ▶ 2점

$\triangle\text{ABF}=\dfrac{1}{2}\times5\times\dfrac{15}{4}=\dfrac{75}{8}$ ▶ 1점

답 $\dfrac{75}{8}$

23

채점 기준	배점
세 점 A, B, C의 좌표 구하기	2점
$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$의 길이 구하기	3점
$\triangle$ABC의 둘레의 길이 구하기	1점

풀이 $y=-x^2-8x-12=-(x+4)^2+4$이므로 그래프의 꼭짓점 A의 좌표는 $\quad$A$(-4,\ 4)$

$y=-x^2-8x-12=-(x+2)(x+6)$이므로 x축과의 교점 B, C의 좌표는

B$(-6,\ 0)$, C$(-2,\ 0)$ ▶ 2점

따라서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$의 길이는

$\overline{AB}=\sqrt{\{-6-(-4)\}^2+(0-4)^2}=2\sqrt{5}$

$\overline{BC}=4$

$\overline{CA}=\sqrt{\{-4-(-2)\}^2+(4-0)^2}=2\sqrt{5}$ ▶ 3점

이므로 $\triangle$ABC의 둘레의 길이는

$2\sqrt{5}+4+2\sqrt{5}=4+4\sqrt{5}$ ▶ 1점

답 $4+4\sqrt{5}$

24

채점 기준	배점
$\overline{OH}$의 길이 구하기	2점
$\overline{DO}$의 길이 구하기	2점

풀이 $\overline{FH}=\sqrt{3^2+4^2}=5\ (\text{cm})$이므로

$\overline{OH}=\dfrac{1}{2}\times5=\dfrac{5}{2}\ (\text{cm})$ ▶ 2점

$\therefore \overline{DO}=\sqrt{\left(\dfrac{5}{2}\right)^2+10^2}=\dfrac{5\sqrt{17}}{2}\ (\text{cm})$ ▶ 2점

답 $\dfrac{5\sqrt{17}}{2}$ cm

25

채점 기준	배점
$\overline{AH}$의 길이 구하기	2점
원뿔의 부피 구하기	2점

풀이 $\triangle OAH$에서

$\overline{AH}=\sqrt{9^2-6^2}=3\sqrt{5}\ (cm)$ ▶ 2점

$\therefore$ (부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times(3\sqrt{5})^2\times6$

$=90\pi\ (cm^3)$ ▶ 2점

답 $90\pi\ cm^3$

05회 Ⅶ 삼각비 | 문제집 65~68쪽

01 ⑤	02 ③	03 ①	04 ④
05 ④	06 ⑤	07 ②	08 ④
09 ④	10 ②	11 ⑤	12 ③
13 ⑤	14 ③	15 ②	16 $\frac{7}{2}$
17 $3\sqrt{3}$	18 $117°$	19 14.98 m	20 $2\sqrt{13}$
21 $10(3-\sqrt{3})$		22 6	23 $\frac{7}{13}$
24 $2\sqrt{6}+\frac{1}{2}$		25 $8\sqrt{2}\ cm^2$	

01

전략 먼저 $\overline{BC}$의 길이를 구한다.

풀이 $\overline{BC}=\sqrt{(4\sqrt{5})^2-4^2}=8$

① $\sin A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{8}{4\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

② $\cos A=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{4}{4\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$

③ $\sin B=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{4}{4\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$

④ $\cos B=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{8}{4\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

⑤ $\tan B=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

답 ⑤

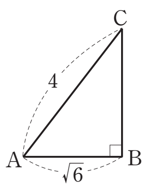
02

전략 주어진 삼각비의 값을 갖는 직각삼각형을 그려 본다.

풀이 $\cos A=\frac{\sqrt{6}}{4}$이므로 오른쪽 그림과 같이

$\angle B=90°$, $\overline{AB}=\sqrt{6}$, $\overline{AC}=4$

인 직각삼각형 ABC를 생각하면



$\overline{BC}=\sqrt{4^2-(\sqrt{6})^2}=\sqrt{10}$

따라서

$\sin A=\frac{\sqrt{10}}{4}$, $\tan A=\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{15}}{3}$

이므로

$\sin A\times\tan A=\frac{\sqrt{10}}{4}\times\frac{\sqrt{15}}{3}=\frac{5\sqrt{6}}{12}$

답 ③

우공비 BOX

한 변의 길이가 a인 정사각형의 대각선의 길이
➜ $\sqrt{2}a$

정사각형의 두 대각선은 길이가 같고 서로를 수직이등분한다.

$\overline{BC}=\sqrt{\overline{AC}^2-\overline{AB}^2}$

03

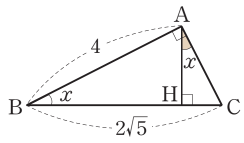
전략 닮은 직각삼각형에서 대응각에 대한 삼각비의 값은 일정하다.

풀이 $\triangle ABC$와 $\triangle HAC$에서

$\angle BAC=\angle AHC=90°$,

$\angle C$는 공통

이므로



$\triangle ABC\backsim\triangle HAC$ (AA 닮음)

$\therefore \angle B=\angle CAH=x$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{(2\sqrt{5})^2-4^2}=2$이므로

$\tan x=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

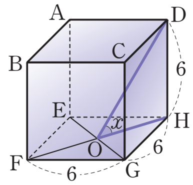
답 ①

04

전략 x를 한 내각으로 갖는 직각삼각형을 찾는다.

풀이 $\overline{FH}=\sqrt{2}\times6=6\sqrt{2}$이므로

$\overline{OH}=\frac{1}{2}\times6\sqrt{2}=3\sqrt{2}$



$\triangle DOH$에서

$\angle DHO=90°$이므로

$\overline{OD}=\sqrt{6^2+(3\sqrt{2})^2}$

$=3\sqrt{6}$

$\therefore \cos x=\frac{\overline{OH}}{\overline{OD}}=\frac{3\sqrt{2}}{3\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

답 ④

05

전략 $\triangle ABC$에서 삼각비를 이용하여 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 길이를 구한다.

풀이 $\triangle ABC$에서

$\sin 30°=\frac{\overline{AB}}{8}=\frac{1}{2}$ $\therefore \overline{AB}=4\ (cm)$

$\cos 30°=\frac{\overline{BC}}{8}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\therefore \overline{BC}=4\sqrt{3}\ (cm)$

이때 $\overline{BD}=\overline{DC}$이므로 $\overline{BD}=\overline{DC}=2\sqrt{3}\ (cm)$

따라서 $\triangle ABD$에서

$\overline{AD}=\sqrt{4^2+(2\sqrt{3})^2}=2\sqrt{7}\ (cm)$

답 ④

06

전략 삼각비의 값을 이용하여 변의 길이를 구한다.

풀이 $\triangle ACD$에서

$\tan 30°=\frac{\overline{AD}}{6}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ $\therefore \overline{AD}=2\sqrt{3}\ (cm)$

$\cos 30°=\frac{6}{\overline{AC}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\therefore \overline{AC}=4\sqrt{3}\ (cm)$

$\therefore \square ABCD=\triangle ABC+\triangle ACD$

$=\frac{1}{2}\times4\times4\sqrt{3}+\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times6$

$=8\sqrt{3}+6\sqrt{3}$

$=14\sqrt{3}\ (cm^2)$

답 ⑤

07 전략 $\cos A=\dfrac{(\text{빗변이 아닌 } \angle A\text{의 이웃변의 길이})}{(\text{빗변의 길이})}$

풀이 $\cos 50^\circ=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\overline{OB}=0.64$ 답 ②

사분원에서 삼각비의 값을 구할 때, 분모가 되는 변의 길이가 1인 직각삼각형을 찾는다.

08 전략 특수한 각의 삼각비의 값을 이용하여 계산한다.

풀이 ① $(1+\tan 30^\circ)(1-\tan 30^\circ)$

$=1-\tan^2 30^\circ=1-\left(\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)^2=1-\dfrac{1}{3}=\dfrac{2}{3}$

② $\sin 90^\circ+\cos 0^\circ=1+1=2$

③ $\sin 60^\circ\times\cos 45^\circ\times\tan 60^\circ$

$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}\times\sqrt{3}=\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$

④ $\sin^2 30^\circ+\cos^2 60^\circ=\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{1}{2}$

⑤ $\dfrac{1}{2}\cos 90^\circ+\sqrt{3}\cos 30^\circ-3\sqrt{2}\sin 45^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times 0+\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}-3\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$=\dfrac{3}{2}-3=-\dfrac{3}{2}$ 답 ④

09 전략 $0^\circ\le A\le 90^\circ$ ➲ A의 값이 증가하면 $\sin A$, $\tan A$의 값은 증가, $\cos A$의 값은 감소

풀이 ④ $\tan 74^\circ>\tan 64^\circ>\tan 54^\circ$ 답 ④

$\angle x$의 크기가 0°에서 90°로 증가할 때
① $\sin x$: 0에서 1로 증가
② $\cos x$: 1에서 0으로 감소
③ $\tan x$: 0에서 무한히 증가

10 전략 삼각비를 이용하여 $\overline{BE}$, $\overline{DE}$의 길이를 구한다.

풀이 $\triangle CBE$에서

$\overline{BE}=60\tan 45^\circ=60\times 1=60\ (\text{m})$

$\triangle CDE$에서

$\overline{DE}=60\tan 30^\circ=60\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=20\sqrt{3}\ (\text{m})$

따라서 B건물의 높이는

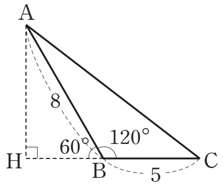
$\overline{BD}=\overline{BE}+\overline{DE}=60+20\sqrt{3}=20(3+\sqrt{3})\ (\text{m})$ 답 ②

+ 보충 학습

직각삼각형에서 변의 길이 구하기

기준각에 대하여 다음 두 변의 길이 중 하나는 알고 다른 하나를 모를 때
① 빗변과 높이 ➜ sin 이용
② 빗변과 밑변 ➜ cos 이용
③ 밑변과 높이 ➜ tan 이용

11 전략 점 A에서 $\overline{BC}$의 연장선에 수선을 그어 직각삼각형을 만든 후 삼각비를 이용한다.



풀이 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\angle ABH=180^\circ-120^\circ$
$=60^\circ$

$\triangle AHB$에서

$\overline{BH}=8\cos 60^\circ=8\times\dfrac{1}{2}=4$

$\overline{AH}=8\sin 60^\circ=8\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$

$\overline{CH}=\overline{BH}+\overline{BC}=4+5=9$이므로 $\triangle AHC$에서

$\overline{AC}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2+9^2}=\sqrt{129}$ 답 ⑤

12 전략 $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{BC}\times\sin 60^\circ$

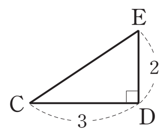
풀이 $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times\overline{AB}\times 4\times\sin 60^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times\overline{AB}\times 4\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}\,\overline{AB}$

즉 $\sqrt{3}\,\overline{AB}=6\sqrt{3}$이므로 $\overline{AB}=6$ 답 ③

두 변의 길이가 a, b이고 그 끼인 각의 크기 x가 예각인 삼각형의 넓이
➜ $\dfrac{1}{2}ab\sin x$

13 전략 먼저 $\tan C$의 값을 이용하여 $\sin C$의 값을 구한다.



풀이 $\tan C=\dfrac{2}{3}$ 이므로 오른쪽 그림과 같이

$\angle D=90^\circ$, $\overline{CD}=3$, $\overline{DE}=2$

인 직각삼각형 CDE를 생각하면

$\overline{CE}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$이므로

$\sin C=\dfrac{2}{\sqrt{13}}=\dfrac{2\sqrt{13}}{13}$

$\therefore\ \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 5\times\sqrt{13}\times\dfrac{2\sqrt{13}}{13}=5$ 답 ⑤

14 전략 $\square ABCD=\overline{AB}\times\overline{BC}\times\sin B$

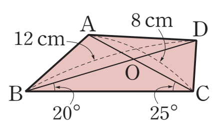
풀이 $\square ABCD=3\times 6\times\sin 60^\circ$

$=3\times 6\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=9\sqrt{3}$ 답 ③

이웃하는 두 변의 길이가 a, b이고 그 끼인 각의 크기 x가 예각인 평행사변형의 넓이
➜ $ab\sin x$

15 전략 두 대각선의 길이가 각각 a, b이고 대각선이 이루는 각의 크기 x가 둔각인 사각형의 넓이

➲ $\dfrac{1}{2}ab\sin(180^\circ-x)$



풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 O라 하면

$\angle BOC$
$=180^\circ-(20^\circ+25^\circ)$
$=135^\circ$

$\therefore\ \square ABCD=\dfrac{1}{2}\times 8\times 12\times\sin(180^\circ-135^\circ)$

$=\dfrac{1}{2}\times 8\times 12\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$=24\sqrt{2}\ (\text{cm}^2)$ 답 ②

16 전략 삼각형의 세 내각의 크기의 합이 $180°$임을 이용하여 $\angle B$의 크기를 구한다.

풀이 $\angle A : \angle B : \angle C = 2 : 3 : 4$이므로

$$\angle B = 180° \times \frac{3}{2+3+4} = 60°$$

$$\therefore \cos B + \sqrt{3}\tan B = \cos 60° + \sqrt{3}\tan 60°$$
$$= \frac{1}{2} + \sqrt{3} \times \sqrt{3}$$
$$= \frac{1}{2} + 3 = \frac{7}{2}$$

답 $\frac{7}{2}$

17 전략 x절편과 $\tan 60°$의 값을 이용하여 직선의 방정식을 구한다.

풀이 $a = \tan 60° = \sqrt{3}$

한편 직선 $y = \sqrt{3}x + b$가 점 $(-2,\ 0)$을 지나므로

$0 = \sqrt{3} \times (-2) + b \qquad \therefore b = 2\sqrt{3}$

$\therefore a + b = \sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

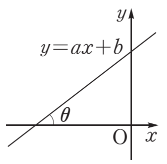
답 $3\sqrt{3}$

+ 보충 학습

삼각비와 직선의 기울기

직선 $y = ax + b$와 x축이 이루는 예각의 크기를 θ라 하면

$\tan\theta = (\text{직선의 기울기}) = a$



18 전략 삼각비의 표에서 주어진 삼각비의 값을 찾아 왼쪽의 각도를 구한다.

풀이 $\cos 58° = 0.5299$이므로 $\qquad x = 58°$

$\tan y - 1 = 0.6643$에서 $\qquad \tan y = 1.6643$

$\tan 59° = 1.6643$이므로 $\qquad y = 59°$

$\therefore x + y = 58° + 59° = 117°$

답 $117°$

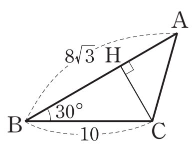
19 전략 $\tan 65° = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$

풀이 $\overline{AC} = 7\tan 65° = 7 \times 2.14 = 14.98\ (\text{m})$

답 14.98 m

20 전략 구하는 변이 직각삼각형의 빗변이 되도록 수선을 그어 특수한 각의 삼각비를 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle BCH$에서

$$\overline{BH} = 10\cos 30° = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$= 5\sqrt{3}$$

$$\overline{CH} = 10\sin 30° = 10 \times \frac{1}{2} = 5$$

이때 $\overline{AH} = 8\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$이므로

우공비 BOX: $\overline{AH} = \overline{AB} - \overline{BH}$

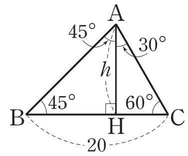
$\triangle ACH$에서

$$\overline{AC} = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 + 5^2} = 2\sqrt{13}$$

답 $2\sqrt{13}$

21 전략 $\overline{BH}$, $\overline{CH}$를 $\overline{AH}$에 대한 식으로 나타낸 후 $\overline{BC} = \overline{BH} + \overline{CH}$임을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AH} = h$라 하면



$\triangle ABH$에서 $\angle BAH = 45°$이므로

$\overline{BH} = h\tan 45° = h$

$\triangle AHC$에서 $\angle CAH = 30°$이므로

$\overline{CH} = h\tan 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}h$

이때 $\overline{BC} = \overline{BH} + \overline{CH}$이므로

$20 = h + \frac{\sqrt{3}}{3}h, \qquad \frac{3+\sqrt{3}}{3}h = 20$

$\therefore h = \frac{60}{3+\sqrt{3}} = 10(3-\sqrt{3})$

우공비 BOX:
$$h = \frac{60}{3+\sqrt{3}}$$
$$= \frac{60(3-\sqrt{3})}{(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})}$$
$$= \frac{60(3-\sqrt{3})}{6}$$
$$= 10(3-\sqrt{3})$$

답 $10(3-\sqrt{3})$

22 전략 $\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle ACD$임을 이용한다.

풀이 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 3\sqrt{3} \times \sin 60°$

$$= \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 3\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{27\sqrt{3}}{2}$$

$\triangle ABD = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times \overline{AD} \times \sin 30°$

$$= \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times \overline{AD} \times \frac{1}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}\overline{AD}$$

$\triangle ACD = \frac{1}{2} \times \overline{AD} \times 3\sqrt{3} \times \sin 30°$

$$= \frac{1}{2} \times \overline{AD} \times 3\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{4}\overline{AD}$$

이때 $\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle ACD$이므로

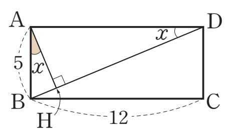
$\frac{27\sqrt{3}}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{4}\overline{AD} \qquad \therefore \overline{AD} = 6$

답 6

23

채점 기준	배점
$\angle ADB = x$임을 보이기	2점
$\overline{BD}$의 길이 구하기	1점
$\sin x$, $\cos x$의 값 구하기	2점
$\cos x - \sin x$의 값 구하기	1점

풀이 $\triangle ABD \backsim \triangle HBA$ (AA 닮음)이므로



우공비 BOX: $\triangle ABD$와 $\triangle HBA$에서 $\angle BAD = \angle BHA = 90°$, $\angle B$는 공통이므로 $\triangle ABD \backsim \triangle HBA$ (AA 닮음)

$\angle ADB = \angle HAB = x$

▶ 2점

$\triangle ABD$에서 $\overline{BD} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$이므로 ▶ 1점

$\sin x = \frac{\overline{AB}}{\overline{BD}} = \frac{5}{13}$, $\cos x = \frac{\overline{AD}}{\overline{BD}} = \frac{12}{13}$ ▶ 2점

$\therefore \cos x - \sin x = \frac{12}{13} - \frac{5}{13} = \frac{7}{13}$ ▶ 1점

답 $\frac{7}{13}$

24

채점 기준	배점
이차방정식 풀기	2점
$\sin A$의 값 구하기	1점
$5\cos A+\sqrt{6}\tan A$의 값 구하기	3점

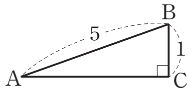
풀이 $5x^2+9x-2=0$에서 $(x+2)(5x-1)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=\frac{1}{5}$ ▶ 2점

그런데 $0°<A<90°$에서 $0<\sin A<1$이므로

$\sin A=\frac{1}{5}$ ▶ 1점

따라서 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=5$, $\overline{BC}=1$, $\angle C=90°$인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



$\overline{AC}=\sqrt{5^2-1^2}=2\sqrt{6}$이므로

$\cos A=\frac{2\sqrt{6}}{5}$,

$\tan A=\frac{1}{2\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}}{12}$

$\therefore 5\cos A+\sqrt{6}\tan A$

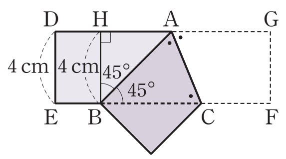
$=5\times\frac{2\sqrt{6}}{5}+\sqrt{6}\times\frac{\sqrt{6}}{12}=2\sqrt{6}+\frac{1}{2}$ ▶ 3점

답 $2\sqrt{6}+\frac{1}{2}$

25

채점 기준	배점
$\overline{AB}$의 길이 구하기	2점
$\angle BAC=\angle BCA$임을 알기	2점
$\triangle ABC$의 넓이 구하기	2점

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{DG}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{BH}=\overline{DE}=4\text{cm}$

$\triangle ABH$에서

$\overline{AB}=\frac{4}{\cos 45°}=4\times\sqrt{2}=4\sqrt{2}(\text{cm})$ ▶ 2점

이때 $\angle BAC=\angle GAC$(접은 각),

$\angle GAC=\angle BCA$(엇각)이므로

$\overline{DG}/\!/\overline{EF}$이므로 $\angle GAC=\angle BCA$

$\angle BAC=\angle BCA$ ▶ 2점

즉 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로

$\overline{BC}=\overline{AB}=4\sqrt{2}(\text{cm})$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times4\sqrt{2}\times\sin 45°$

$=\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times4\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=8\sqrt{2}(\text{cm}^2)$ ▶ 2점

답 $8\sqrt{2}\text{ cm}^2$

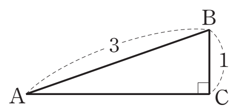
06회 Ⅶ 삼각비 | 문제집 69~72쪽

01 ②	02 ④	03 ⑤	04 ⑤
05 ②	06 ④	07 ③	08 ⑤
09 ⑤	10 ③	11 ①	12 ③
13 ②	14 ②	15 ③	16 $\frac{6\sqrt{7}}{7}$
17 $\frac{2\sqrt{10}}{5}$	18 -1	19 $2(\sin A-\cos A)$	
20 $18\sqrt{3}$	21 $24\sqrt{3}\text{ m}$	22 $16\sqrt{3}$	23 $\frac{5}{6}$
24 $\frac{\sqrt{7}}{3}$	25 5.4 m		

01

전략 주어진 삼각비를 갖는 직각삼각형을 그려 본다.

풀이 $\sin A=\frac{1}{3}$이므로 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=3$, $\overline{BC}=1$, $\angle C=90°$인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



이때 $\overline{AC}=\sqrt{3^2-1^2}=2\sqrt{2}$이므로

$\sin A=\frac{1}{3}$, $\cos A=\frac{2\sqrt{2}}{3}$, $\tan A=\frac{1}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{4}$

$\sin B=\frac{2\sqrt{2}}{3}$, $\cos B=\frac{1}{3}$, $\tan B=2\sqrt{2}$

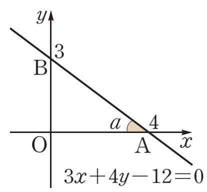
따라서 옳은 것은 ② $\sin B=\cos A$이다.

답 ②

02

전략 x절편, y절편을 먼저 구한다.

풀이 $3x+4y-12=0$에 $x=0$, $y=0$을 각각 대입하면



A $(4,\ 0)$, B $(0,\ 3)$

따라서 $\triangle AOB$에서

$\overline{AB}=\sqrt{3^2+4^2}=5$

이므로

$\sin a=\frac{\overline{BO}}{\overline{AB}}=\frac{3}{5}$, $\cos a=\frac{\overline{AO}}{\overline{AB}}=\frac{4}{5}$

$\therefore \sin a+\cos a=\frac{3}{5}+\frac{4}{5}=\frac{7}{5}$

답 ④

03

전략 $\angle A=\angle BCD=y$, $\angle B=\angle ACD=x$

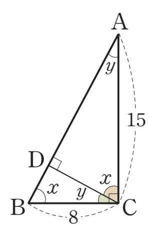
풀이 $\angle A=90°-x=y$,

$\angle B=90°-y=x$

$\triangle ABC$에서

$\overline{AB}=\sqrt{8^2+15^2}=17$

이므로



$$\cos x=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{8}{17}$$

$$\cos y=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{15}{17}$$

$$\therefore \cos x+\cos y=\frac{8}{17}+\frac{15}{17}=\frac{23}{17}$$

답 ⑤

04 전략 특수한 각의 삼각비의 값을 이용하여 계산한다.

풀이 $\tan 60^\circ\times\cos 30^\circ+\tan 45^\circ\times\sin 30^\circ$

$$=\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}+1\times\frac{1}{2}=\frac{3}{2}+\frac{1}{2}=2$$

답 ⑤

05 전략 $\angle A=60^\circ$이므로 $\angle BAD=\angle DAC=30^\circ$

풀이 $\angle BAC=90^\circ-30^\circ=60^\circ$이므로

$$\angle BAD=\angle DAC=\frac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$$

$\triangle ABC$에서

$$\sin 30^\circ=\frac{\overline{AC}}{2}=\frac{1}{2}\qquad \therefore \overline{AC}=1$$

$\triangle ADC$에서

$$\cos 30^\circ=\frac{1}{\overline{AD}}=\frac{\sqrt{3}}{2}\qquad \therefore \overline{AD}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$\angle B=\angle BAD=30^\circ$이므로

$$\overline{BD}=\overline{AD}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

답 ②

06 전략 분모가 되는 변의 길이가 1인 직각삼각형을 찾는다.

풀이 ① $\sin x=\frac{\overline{CD}}{\overline{OC}}=\overline{CD}$

② $\cos y=\frac{\overline{CD}}{\overline{OC}}=\overline{CD}$

③ $\sin z=\sin y=\frac{\overline{OD}}{\overline{OC}}=\overline{OD}$

④ $\cos x=\frac{\overline{OD}}{\overline{OC}}=\overline{OD}$

⑤ $\tan x=\frac{\overline{BE}}{\overline{OB}}=\overline{BE}$

답 ④

07 전략 특수한 각의 삼각비의 값을 생각해 본다.

풀이 ① $\cos 90^\circ=0$　② $\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$

③ $\sin 90^\circ=1$　④ $\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$

⑤ $\tan 0^\circ=0$

답 ③

08 전략 $0^\circ\le A\le 90^\circ$ ◐ A의 값이 증가하면 $\sin A$, $\tan A$의 값은 증가, $\cos A$의 값은 감소

우공비 BOX

$0^\circ\le A\le 90^\circ$에서 $\tan A$의 값은 0에서 무한히 증가한다.

x / 삼각비	30°	45°	60°
$\sin x$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos x$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan x$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

이등변삼각형이 되는 조건
➔ 삼각형의 두 내각의 크기가 같으면 이등변삼각형이다.

$\overline{CD}\,/\!/\,\overline{BE}$이므로 $z=y$(동위각)

$\triangle ABC$와 $\triangle CHD$에서
$\angle ABC=\angle CHD=90^\circ$
$\angle ACB=\angle CDH$ (동위각)
$\therefore \triangle ABC\backsim\triangle CHD$ (AA 닮음)

풀이 ⑤ $\tan A$의 최솟값은 0이지만 최댓값은 정할 수 없다.

답 ⑤

09 전략 삼각비의 값 ◐ 삼각비의 표의 가로줄과 세로줄이 만나는 곳의 수

풀이 $\cos 33^\circ=0.8387$, $\tan 35^\circ=0.7002$이므로

$$\cos 33^\circ-\tan 35^\circ=0.8387-0.7002=0.1385$$

답 ⑤

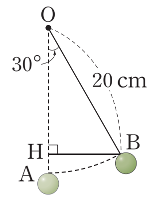
10 전략 삼각비를 이용하여 변의 길이를 식으로 나타낸다.

풀이 $\sin 48^\circ=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{5}{\overline{AB}}$이므로

$$\overline{AB}=\frac{5}{\sin 48^\circ}$$

답 ③

11 전략 점 B에서 $\overline{OA}$에 수선을 그어 직각삼각형을 만든다.



풀이 점 B에서 $\overline{OA}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle OHB$에서

$$\overline{OH}=20\cos 30^\circ=20\times\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$=10\sqrt{3}\ (\text{cm})$$

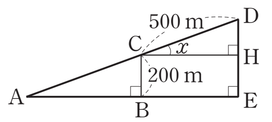
$$\therefore \overline{AH}=\overline{OA}-\overline{OH}$$

$$=20-10\sqrt{3}$$

$$=10(2-\sqrt{3})\ (\text{cm})$$

답 ①

12 전략 점 C에서 $\overline{DE}$에 수선의 발을 내려 직각삼각형을 만든다.



풀이 도로 AD의 경사도가 20 %이므로

$20=\tan A\times 100$에서

$$\tan A=\frac{1}{5}$$

$\triangle ABC$에서

$$\overline{AB}=\frac{\overline{BC}}{\tan A}=200\div\frac{1}{5}=1000\ (\text{m})$$

$$\therefore \overline{AC}=\sqrt{1000^2+200^2}=200\sqrt{26}\ (\text{m})$$

점 C에서 $\overline{DE}$에 내린 수선의 발을 H, $\angle DCH=x$라 하면

$\triangle ABC\backsim\triangle CHD$ (AA 닮음)이므로 $\angle A=x$

$$\therefore \overline{DH}=500\sin x=500\sin A$$

$$=500\times\frac{200}{200\sqrt{26}}$$

$$=500\times\frac{200}{200\times 5}=100\ (\text{m})$$

따라서 구하는 높이는

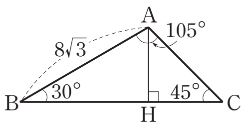
$$\overline{DH}+\overline{EH}=100+200=300\ (\text{m})$$

답 ③

13 전략 점 A에서 $\overline{BC}$에 수선을 내려 직각삼각형을 만든다.

풀이 $\triangle ABC$에서

$\angle B$
$=180^\circ-(105^\circ+45^\circ)$
$=30^\circ$



오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle ABH$에서

$$\overline{AH}=8\sqrt{3}\sin 30^\circ=8\sqrt{3}\times\frac{1}{2}=4\sqrt{3}$$

따라서 $\triangle AHC$에서

$$\overline{AC}=\frac{4\sqrt{3}}{\sin 45^\circ}=4\sqrt{3}\times\sqrt{2}=4\sqrt{6}$$

답 ②

14 전략 두 변의 길이가 a, b이고 그 끼인 각의 크기 x가 예각인 삼각형의 넓이 ➡ $\frac{1}{2}ab\sin x$

풀이 $\angle BAD=\angle CAD=x$라 하면

$$\triangle ABD=\frac{1}{2}\times 20\times\overline{AD}\times\sin x=10\,\overline{AD}\sin x$$

즉 $10\,\overline{AD}\sin x=30$이므로 $\overline{AD}\sin x=3$

$$\therefore \triangle ADC=\frac{1}{2}\times 14\times\overline{AD}\times\sin x$$

$$=\frac{1}{2}\times 14\times 3=21\ (\text{cm}^2)$$

답 ②

다른 풀이 $\triangle ABD:\triangle ADC=20:14=10:7$이므로

$30:\triangle ADC=10:7$, $10\triangle ADC=210$

$\therefore \triangle ADC=21\ (\text{cm}^2)$

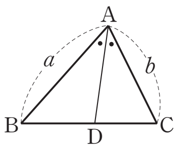
$\triangle ABD$와 $\triangle ADC$는 높이가 같으므로 넓이의 비가 밑변의 길이의 비와 같다.

+ 보충 학습

삼각형의 내각의 이등분선과 삼각형의 넓이

오른쪽 그림에서 $\overline{AD}$가 $\angle A$의 이등분선일 때,

$\triangle ABD:\triangle ACD=\overline{BD}:\overline{CD}$
$=a:b$



15 전략 이웃하는 두 변의 길이가 a, b이고 그 끼인 각 x가 둔각인 평행사변형의 넓이 ➡ $ab\sin(180^\circ-x)$

풀이 $\square ABCD=10\times\overline{CD}\times\sin(180^\circ-135^\circ)$

$$=10\times\overline{CD}\times\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$=5\sqrt{2}\,\overline{CD}$$

즉 $5\sqrt{2}\,\overline{CD}=20\sqrt{5}$ 이므로 $\overline{CD}=2\sqrt{10}$

답 ③

16 전략 $\overline{AC}=\sqrt{7}x$, $\overline{AB}=x(x>0)$라 놓고 $\overline{BC}$의 길이를 x에 대한 식으로 나타낸다.

풀이 $\overline{AC}:\overline{AB}=\sqrt{7}:1$이므로

$\overline{AC}=\sqrt{7}x$, $\overline{AB}=x(x>0)$라 하면

$$\overline{BC}=\sqrt{(\sqrt{7}x)^2-x^2}=\sqrt{6}x$$

따라서

$$\tan A=\frac{\sqrt{6}x}{x}=\sqrt{6},$$

$$\cos C=\frac{\sqrt{6}x}{\sqrt{7}x}=\frac{\sqrt{42}}{7}$$

이므로

$$\tan A\times\cos C=\sqrt{6}\times\frac{\sqrt{42}}{7}=\frac{6\sqrt{7}}{7}$$

답 $\frac{6\sqrt{7}}{7}$

17 전략 $\triangle ABC\backsim\triangle AED$ (AA 닮음) ➡ $x=y$

풀이 $\triangle ABC$와 $\triangle AED$에서

$\angle C=\angle ADE=90^\circ$, $\angle A$는 공통

이므로

$\triangle ABC\backsim\triangle AED$ (AA 닮음)

따라서 $\angle B=\angle AED$이므로 $x=y$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\sqrt{2^2+6^2}=2\sqrt{10}$이므로

$$\sin x=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{6}{2\sqrt{10}}=\frac{3\sqrt{10}}{10}$$

$$\cos y=\cos x=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{2}{2\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{10}$$

$$\therefore \sin x+\cos y=\frac{3\sqrt{10}}{10}+\frac{\sqrt{10}}{10}=\frac{4\sqrt{10}}{10}=\frac{2\sqrt{10}}{5}$$

답 $\frac{2\sqrt{10}}{5}$

18 전략 특수한 각의 삼각비를 이용하여 각의 크기를 구한다.

풀이 $\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$이므로 $4a-6^\circ=30^\circ$

$4a=36^\circ$ $\therefore a=9^\circ$

$\therefore \cos 10a-\tan 5a=\cos 90^\circ-\tan 45^\circ$
$=0-1=-1$

답 -1

19 전략 $45^\circ<A<90^\circ$ ➡ $\sin A>\cos A$

풀이 $45^\circ<A<90^\circ$일 때, $\sin A>\cos A$이므로

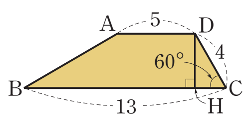
$\cos 45^\circ=\sin 45^\circ$
$=\frac{\sqrt{2}}{2}$
이고 $45^\circ<A<90^\circ$일 때, A의 값이 증가하면 $\sin A$의 값은 증가하고, $\cos A$의 값은 감소한다.

$$\sqrt{(\cos A-\sin A)^2}+\sqrt{(\sin A-\cos A)^2}$$
$=|\cos A-\sin A|+|\sin A-\cos A|$
$=-(\cos A-\sin A)+\sin A-\cos A$
$=-\cos A+\sin A+\sin A-\cos A$
$=2(\sin A-\cos A)$

답 $2(\sin A-\cos A)$

20 전략 점 D에서 $\overline{BC}$에 수선을 그어 사다리꼴의 높이를 구한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle DHC$에서

우공비 BOX

$\overline{DH}=4\sin 60^\circ$

$=4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$

$\therefore \square ABCD=\frac{1}{2}\times(5+13)\times 2\sqrt{3}=18\sqrt{3}$

답 $18\sqrt{3}$

21 전략 삼각비를 이용하여 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$의 길이를 구한다.

풀이 $\overline{AB}=24\tan 30^\circ=24\times\frac{\sqrt{3}}{3}=8\sqrt{3}\ (\mathrm{m})$

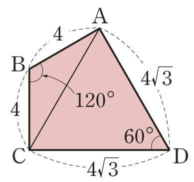
$\overline{AC}=\frac{24}{\cos 30^\circ}=24\times\frac{2}{\sqrt{3}}=16\sqrt{3}\ (\mathrm{m})$

따라서 부러지기 전의 나무의 높이는

$\overline{AB}+\overline{AC}=8\sqrt{3}+16\sqrt{3}=24\sqrt{3}\ (\mathrm{m})$ 답 $24\sqrt{3}$ m

22 전략 $\square ABCD=\triangle ABC+\triangle ACD$임을 이용한다.

풀이 $\overline{AC}$를 그으면



$\square ABCD$

$=\triangle ABC+\triangle ACD$

$=\frac{1}{2}\times4\times4\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$+\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times4\sqrt{3}\times\sin 60^\circ$

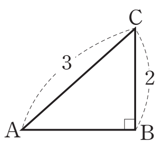
$=\frac{1}{2}\times4\times4\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times4\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=4\sqrt{3}+12\sqrt{3}=16\sqrt{3}$ 답 $16\sqrt{3}$

23

채점 기준	배점
$\cos A$, $\tan A$의 값 구하기	3점
$\frac{\cos A}{\tan A}$의 값 구하기	1점

풀이 $\sin A=\frac{2}{3}$이므로 오른쪽 그림과 같은 $\triangle ABC$에서



$\overline{AB}=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$이므로

$\cos A=\frac{\sqrt{5}}{3}$,

$\tan A=\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ▶ 3점

$\therefore \frac{\cos A}{\tan A}=\frac{\sqrt{5}}{3}\div\frac{2\sqrt{5}}{5}$

$=\frac{\sqrt{5}}{3}\times\frac{5}{2\sqrt{5}}=\frac{5}{6}$ ▶ 1점

답 $\frac{5}{6}$

$\cos A=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$,

$\tan A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$

24

채점 기준	배점
$\overline{OA}$의 길이 구하기	2점
$\overline{VO}$의 길이 구하기	2점
$\sin x$의 값 구하기	2점

풀이 $\overline{AC}=\sqrt{2}\times6=6\sqrt{2}$ 이므로

$\overline{OA}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times6\sqrt{2}=3\sqrt{2}$ ▶ 2점

$\triangle VAO$에서 $\angle VOA=90^\circ$이므로

$\overline{VO}=\sqrt{9^2-(3\sqrt{2})^2}=3\sqrt{7}$ ▶ 2점

$\therefore \sin x=\frac{\overline{VO}}{\overline{VA}}=\frac{3\sqrt{7}}{9}=\frac{\sqrt{7}}{3}$ ▶ 2점

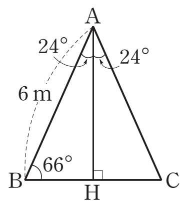
답 $\frac{\sqrt{7}}{3}$

이등변삼각형의 성질
① 두 밑각의 크기가 같다.
② 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.

25

채점 기준	배점
$\angle B$의 크기 구하기	3점
$\overline{AH}$의 길이 구하기	2점

풀이 $\triangle ABC$에서



$\angle BAC=48^\circ$이므로

$\angle BAH=\angle CAH$

$=\frac{1}{2}\times48^\circ=24^\circ$

따라서 $\triangle ABH$에서

$\angle B=90^\circ-24^\circ=66^\circ$이므로 ▶ 3점

$\overline{AH}=6\sin 66^\circ=6\times0.9=5.4\ (\mathrm{m})$ ▶ 2점

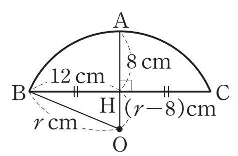
답 5.4 m

07회 Ⅶ 원의 성질 | 문제집 73~76쪽

01 ④	02 ④	03 ②	04 ②
05 ③	06 ③	07 ①	08 ④
09 ③	10 ⑤	11 ③, ④	12 ④
13 ②	14 ③	15 ④	16 $2\sqrt{5}$
17 20°	18 95°	19 125°	20 $\frac{15}{2}$
21 4	22 $2\sqrt{55}$	23 $20-4\sqrt{21}$	
24 8	25 46°		

01 전략 현의 수직이등분선 ⇨ 원의 중심을 지난다.

풀이 원의 중심을 O라 하면 $\overline{AH}$의 연장선은 점 O를 지난다.



원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면 직각삼각형 BOH에서

$r^2=(r-8)^2+12^2$, $16r=208$

$\therefore r=13$

답 ④

02 전략 원의 중심에서 같은 거리에 있는 두 현의 길이는 같다.

풀이 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\quad \overline{AB}=\overline{AC}$

따라서 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로

$\angle x=180^\circ-2\times72^\circ=36^\circ$ 답 ④

03 전략 원의 접선 ➡ 접점을 지나는 반지름과 수직

풀이 $\angle OAP=\angle OBP=90^\circ$이므로 □APBO에서

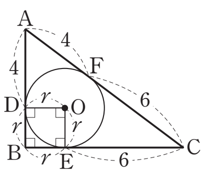
$\angle AOB=360^\circ-(90^\circ+30^\circ+90^\circ)=150^\circ$

$\therefore \widehat{AB}=2\pi\times8\times\dfrac{150}{360}=\dfrac{20}{3}\pi$ 답 ②

반지름의 길이가 r, 중심각의 크기가 x°인 부채꼴의 호의 길이
➡ $2\pi r\times\dfrac{x}{360}$

04 전략 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

풀이 □ODBE는 정사각형이므로 원 O의 반지름의 길이를 r라 하면 $\triangle ABC$에서



$(r+4)^2+(r+6)^2=10^2$

$2r^2+20r-48=0$

$r^2+10r-24=0$

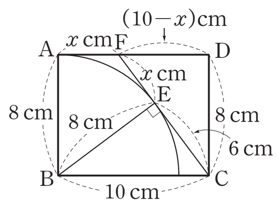
$(r+12)(r-2)=0$

$\therefore r=2\ (\because r>0)$

따라서 원 O의 지름의 길이는 4이다. 답 ②

05 전략 원의 접선 ➡ 접점을 지나는 반지름과 수직

풀이 $\angle BEC=90^\circ$이므로 $\triangle BCE$에서



$\overline{CE}=\sqrt{10^2-8^2}$

$=6\ (\text{cm})$

$\overline{AF}=x\,\text{cm}$라 하면

$\triangle CDF$에서

$(6+x)^2=(10-x)^2+8^2$

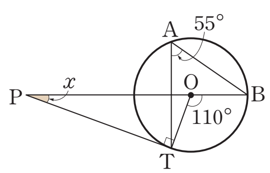
$32x=128 \qquad \therefore x=4$ 답 ③

06 전략 (중심각의 크기)$=2\times$(원주각의 크기)

풀이 $\angle OTP=90^\circ$이고

$\angle BOT=2\angle BAT=110^\circ$

이므로 $\triangle POT$에서



$\angle x+90^\circ=110^\circ$

$\therefore \angle x=20^\circ$ 답 ③

07 전략 반원에 대한 원주각의 크기 ➡ 90°

풀이 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\qquad \angle ACB=90^\circ$

$\overline{AB}=2\overline{OB}=4\sqrt{5}$

따라서 $\overline{BC}=\sqrt{(4\sqrt{5})^2-(4\sqrt{3})^2}=4\sqrt{2}$이므로

$\tan B=\dfrac{4\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$ 답 ①

08 전략 호의 길이 ➡ 원주각의 크기에 정비례

풀이 $\angle DAB : \angle ADC=\widehat{DB} : \widehat{AC}=10 : 6$이므로

$\angle DAB : 30^\circ=10 : 6$

$\therefore \angle DAB=50^\circ$

따라서 $\triangle ADP$에서 $\qquad \angle x=50^\circ+30^\circ=80^\circ$

답 ④

09 전략 한 호에 대한 원주각의 크기는 같다.

풀이 $\angle ACB=\angle ADB=52^\circ$이므로 $\triangle ABC$에서

$\angle ABE=65^\circ+52^\circ=117^\circ$ 답 ③

다른 풀이 $\angle BDC=\angle BAC=65^\circ$이므로

$\angle ABE=\angle ADC=52^\circ+65^\circ=117^\circ$

원에 내접하는 사각형의 한 외각의 크기는 그 내대각의 크기와 같다.

10 전략 네 점이 한 원 위에 있다.

➡ 한 호에 대한 원주각의 크기가 같다.

풀이 ① $\angle AFH=\angle AEH=90^\circ$이므로 □AFHE는 $\overline{AH}$를 지름으로 하는 원에 내접한다.

$\overline{AH}$를 지름으로 하는 반원에 대한 원주각

② $\angle BEC=90^\circ$이므로 $\overline{BC}$는 $\triangle BCE$의 외접원의 지름이다.

$\triangle BCE$는 $\overline{BC}$를 지름으로 하는 원에 내접한다.

③ $\angle BDA=\angle BEA=90^\circ$이므로 □ABDE는 원에 내접한다.

$\therefore \overline{BH}\times\overline{HE}=\overline{AH}\times\overline{HD}$

두 현 BE, AD가 원의 내부에 있는 점 H에서 만난다.

④ $\triangle ADC$와 $\triangle BEC$에서

$\angle C$는 공통, $\angle ADC=\angle BEC$

이므로 $\qquad \triangle ADC \backsim \triangle BEC$(AA 닮음)

$\therefore \angle CAD=\angle CBE$ 답 ⑤

11 전략 원에 내접하는 사각형 ➡ 대각의 크기의 합이 180°

풀이 ③, ④ 정사각형과 등변사다리꼴은 대각의 크기의 합이 180°이므로 항상 원에 내접한다. 답 ③, ④

12 전략 원의 접선과 현이 이루는 각의 크기는 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같다.

풀이 $\triangle BPT$는 $\overline{PT}=\overline{TB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle PBT=\angle BPT=37^\circ$

이때 $\angle ATP=\angle ABT=37^\circ$이므로 $\triangle APT$에서

$\angle BAT=37^\circ+37^\circ=74^\circ$

$\triangle ABT$에서 $\angle x+74^\circ+37^\circ=180^\circ$이므로

$\angle x=69^\circ$ 답 ④

13 전략 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$

풀이 $\overline{PC}=3x$, $\overline{PD}=x$라 하면

$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로

$4\times9=3x\times x$, $\quad x^2=12$

$\therefore x=2\sqrt{3}\ (\because x>0)$ 답 ②

14 전략 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으려면

$\overline{PD}\times\overline{PA}=\overline{PC}\times\overline{PB}$

풀이 $\overline{PC}=x$ cm라 하면

$\overline{PD}\times\overline{PA}=\overline{PC}\times\overline{PB}$이어야 하므로

$3\times(3+5)=x\times(x+10)$

$x^2+10x-24=0$, $\quad (x+12)(x-2)=0$

$\therefore x=2\ (\because x>0)$ 답 ③

15 전략 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PC}$

풀이 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PC}$에서

$10^2=5\times(15+\overline{BC})$, $\quad 100=75+5\overline{BC}$

$\therefore \overline{BC}=5$

원 O의 반지름의 길이를 r,

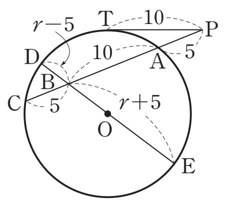
$\overline{DO}$의 연장선과 원 O의 교점을 E라 하면

$\overline{BA}\times\overline{BC}=\overline{BD}\times\overline{BE}$이므로

$10\times5=(r-5)\times(r+5)$

$r^2=75$

$\therefore r=5\sqrt{3}\ (\because r>0)$ 답 ④



16 전략 보조선을 그어 직각삼각형을 만든다.

풀이 $\overline{DE}=\overline{AD}=2$, $\overline{CE}=\overline{BC}=10$

점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

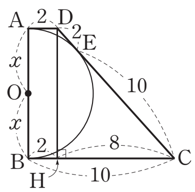
$\overline{CH}=10-2=8$,

$\overline{CD}=2+10=12$

$\overline{OA}=x$라 하면 직각삼각형 CDH에서

$(2x)^2+8^2=12^2$, $\quad 4x^2=80$, $\quad x^2=20$

$\therefore x=2\sqrt{5}\ (\because x>0)$ 답 $2\sqrt{5}$



17 전략 (원주각의 크기)$=\frac{1}{2}\times$(중심각의 크기)

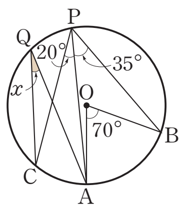
풀이 $\angle APB=\frac{1}{2}\times70^\circ=35^\circ$

이므로

$\angle APC=55^\circ-35^\circ=20^\circ$

$\therefore \angle x=\angle APC=20^\circ$

답 20°



원에 내접하는 사각형의 한 쌍의 대각의 크기의 합은 180°이다.

$\overline{PD}=\overline{OD}+\overline{OP}$

$=x+(x-3)$

$=2x-3$

$\overline{DH}=\overline{AB}=2x$

$\overset{\frown}{AC}$에 대한 원주각

18 전략 네 점이 한 원 위에 있다.

한 호에 대한 원주각의 크기가 같다.

풀이 $\angle ADB=\angle ACB=55^\circ$이므로 $\triangle DAB$에서

$\angle DAB=180^\circ-(55^\circ+30^\circ)=95^\circ$ 답 95°

19 전략 육각형을 두 개의 사각형으로 나누어 생각한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면 □ABCD에서

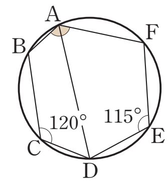
$\angle BAD=180^\circ-120^\circ=60^\circ$

□ADEF에서

$\angle FAD=180^\circ-115^\circ=65^\circ$

$\therefore \angle A=\angle BAD+\angle FAD$

$=60^\circ+65^\circ=125^\circ$ 답 125°



20 전략 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$

풀이 원 O의 반지름의 길이를 x라 하면

$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$에서

$4\times9=3\times(2x-3)$

$36=6x-9$ $\quad\therefore x=\frac{15}{2}$ 답 $\frac{15}{2}$

21 전략 접선과 현이 이루는 각의 크기는 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같다.

풀이 $\triangle TPB$는 이등변삼각형이므로

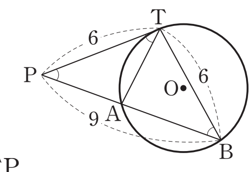
$\angle APT=\angle ABT$

또 $\angle ATP=\angle ABT$이므로

$\triangle PAT$는 $\angle APT=\angle ATP$인 이등변삼각형이다.

즉 $\overline{PA}=\overline{AT}$이므로 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{AT}\times\overline{PB}$에서

$6^2=\overline{AT}\times9$ $\quad\therefore \overline{AT}=4$ 답 4



22

채점 기준	배점
$\overline{AM}$의 길이 구하기	2점
$\overline{CD}$의 길이 구하기	1점

풀이 직각삼각형 OAM에서

$\overline{AM}=\sqrt{8^2-3^2}=\sqrt{55}$ ▶ 2점

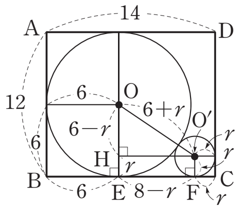
$\therefore \overline{CD}=\overline{AB}=2\overline{AM}=2\sqrt{55}$ ▶ 1점

답 $2\sqrt{55}$

23

채점 기준	배점
식 세우기	3점
원 O′의 반지름의 길이 구하기	3점

풀이 원 O의 반지름의 길이가 6이므로 점 O′에서 $\overline{OE}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 원 O′의 반지름의 길이를 r라 하면



$\overline{OO'}=6+r$,

$\overline{OH}=6-r$,

$\overline{O'H}=\overline{EF}=14-(6+r)=8-r$

△OHO′에서

$(6+r)^2=(6-r)^2+(8-r)^2$ ▶ 3점

$r^2-40r+64=0$ $\therefore r=20\pm4\sqrt{21}$

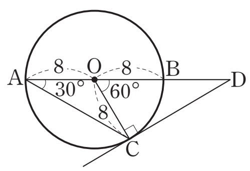
그런데 $r<6$이므로 $r=20-4\sqrt{21}$ ▶ 3점

답 $20-4\sqrt{21}$

24

채점 기준	배점
∠COD의 크기 구하기	2점
$\overline{BD}$의 길이 구하기	4점

풀이 $\overline{OC}$를 그으면



$\angle COD=2\angle BAC$

$=60°$ ▶ 2점

이고 $\angle OCD=90°$이므로

△OCD에서

$\overline{OD}=\dfrac{\overline{OC}}{\cos 60°}=8\times2=16$

$\therefore \overline{BD}=16-8=8$ ▶ 4점

답 8

25

채점 기준	배점
∠BAP의 크기 구하기	2점
∠x의 크기 구하기	2점

풀이 $\overline{AB}$는 원 O의 지름이므로

$\angle APB=90°$

$\overline{PT}$가 원 O의 접선이므로

$\angle ABP=\angle APQ=68°$

△ABP에서

$\angle BAP=90°-68°=22°$ ▶ 2점

△APT에서 $\angle x+22°=68°$

$\therefore \angle x=46°$ ▶ 2점

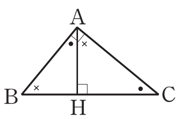
답 46°

$ax^2+2b'x+c=0\ (a\neq0)$

➜ $x=\dfrac{-b'\pm\sqrt{b'^2-ac}}{a}$

① 삼각형의 무게중심은 세 중선의 길이를 각 꼭짓점으로부터 2 : 1로 나눈다.

② 한 변의 길이가 a인 정삼각형의 높이는 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$



△ABC∽△HBA

∽△HAC

(AA 닮음)

이므로

① $\overline{AB}^2=\overline{BH}\times\overline{BC}$

② $\overline{AC}^2=\overline{CH}\times\overline{CB}$

③ $\overline{AH}^2=\overline{BH}\times\overline{CH}$

Point Up

08회 Ⅶ 원의 성질 | 문제집 77~80쪽

01 ③	02 ①	03 ①	04 ④
05 ③	06 ③	07 ⑤	08 ③
09 ⑤	10 ③	11 ④	12 ①
13 ③	14 ①	15 ③	16 5 cm
17 12	18 64°	19 13°	20 $4\sqrt{6}$
21 8	22 $18\sqrt{3}$	23 96°	24 75°
25 $\frac{27}{2}$			

01 전략 원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분한다.

풀이 직각삼각형 OAH에서

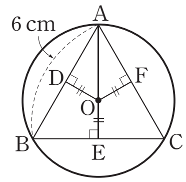
$\overline{AH}=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AH}=2\times3\sqrt{3}=6\sqrt{3}$

답 ③

02 전략 원의 중심에서 같은 거리에 있는 현의 길이는 같다.

풀이 $\overline{OD}=\overline{OE}=\overline{OF}$이므로



$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$

따라서 △ABC는 정삼각형이다.

정삼각형에서 외심과 무게중심은 일치하므로 △ABC의 외심 O는 △ABC의 무게중심이다.

따라서 원 O의 반지름의 길이는

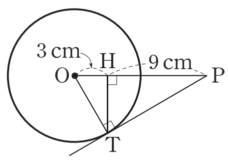
$\overline{AO}=\dfrac{2}{3}\overline{AE}=\dfrac{2}{3}\times\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times6\right)$

$=2\sqrt{3}\ (\text{cm})$

답 ①

03 전략 원의 접선 ⭘ 접점을 지나는 반지름과 수직

풀이 $\overline{OT}\perp\overline{PT}$이므로



△TPO에서

$\overline{PT}^2=\overline{PH}\times\overline{PO}$

$=9\times(9+3)$

$=108$

$\therefore \overline{PT}=6\sqrt{3}\ (\text{cm})\ (\because \overline{PT}>0)$

답 ①

04 전략 $\overline{AD}+\overline{AF}$=(△ABC의 둘레의 길이)

풀이 $\overline{AD}=\overline{AB}+\overline{BD}=\overline{AB}+\overline{BE}$,

$\overline{AF}=\overline{AC}+\overline{CF}=\overline{AC}+\overline{CE}$이므로

$\overline{AD}+\overline{AF}=\overline{AB}+\overline{BE}+\overline{AC}+\overline{CE}$

$=\overline{AB}+(\overline{BE}+\overline{CE})+\overline{AC}$

$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}$

이때 $\overline{AD}$, $\overline{AF}$는 원의 접선이므로

대단원별 실전 TEST

$\overline{AD}=\overline{AF}=\frac{1}{2}(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC})$

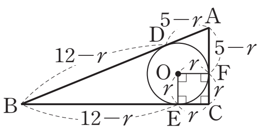
$=\frac{1}{2}\times(4+5+6)=\frac{15}{2}$ (cm)

$\therefore \overline{BD}=\overline{AD}-\overline{AB}=\frac{15}{2}-4=\frac{7}{2}$ (cm) 답 ④

05 전략 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

풀이 직각삼각형 ABC에서

$\overline{BC}=\sqrt{13^2-5^2}=12$



△ABC의 세 변의 접점을 각각 D, E, F라 하고, 원 O의 반지름의 길이를 r라 하면

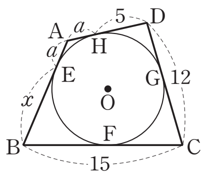
$\overline{AD}=\overline{AF}=5-r$, $\overline{BD}=\overline{BE}=12-r$

$(12-r)+(5-r)=13$이므로

$2r=4 \quad \therefore r=2$ 답 ③

06 전략 □ABCD가 원에 외접한다.
➡ $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$

풀이 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로



$\overline{AE}=\overline{AH}=a$, $\overline{BE}=x$라 하면

$(a+x)+12=(a+5)+15$

$\therefore x=8$

답 ③

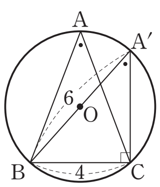
07 전략 원주각의 성질에 대하여 생각해 본다.

풀이 ⑤ 반원에 대한 원주각의 크기는 90°이다.

답 ⑤

08 전략 지름을 그어 원에 내접하는 직각삼각형을 그린다.

풀이 $\overline{BO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 A′이라 하면



$\angle BA'C=\angle BAC$

이때 $\overline{A'B}$는 원 O의 지름이므로

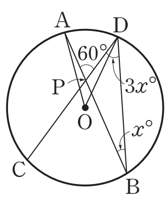
$\angle A'CB=90°$, $\overline{A'B}=6$

△A′BC에서 $\quad \overline{A'C}=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}$

$\therefore \cos A=\cos A'=\frac{\overline{A'C}}{\overline{A'B}}=\frac{2\sqrt{5}}{6}=\frac{\sqrt{5}}{3}$ 답 ③

09 전략 원주각의 크기와 호의 길이 ➡ 정비례한다.

풀이 $\overline{BD}$를 그으면



$\angle ABD : \angle BDC$

$=\overset{\frown}{AD} : \overset{\frown}{BC}$

$=2\pi : 6\pi=1 : 3$

따라서 $\angle ABD=x°$라 하면

$\angle BDC=3x°$

△PBD에서

우공비 BOX

(중심각의 크기)
$=2\times$(원주각의 크기)

$\overset{\frown}{BC}$에 대한 원주각

맞꼭지각의 크기는 같다.

∠A의 크기가 정해지면 삼각비의 값은 일정하다.

$\angle APD=x°+3x°=60°$

$4x°=60° \quad \therefore x°=15°$

$\angle AOD=2\times15°=30°$이므로 원 O의 반지름의 길이를 r라 하면

$\overset{\frown}{AD}=2\pi r\times\frac{30}{360}=2\pi \quad \therefore r=12$ 답 ⑤

10 전략 원에 내접하는 사각형
➡ 한 외각의 크기는 그 내대각의 크기와 같다.

풀이 △APB에서

$\angle PAB=105°-20°=85°$

□ABCD는 원에 내접하므로

$\angle x=\angle PAB=85°$ 답 ③

11 전략 네 점이 한 원 위에 있을 조건을 생각해 본다.

풀이 ① $\angle BAC\neq\angle BDC$

② $\angle B+\angle D\neq180°$

③ $\angle A\neq\angle DCE$

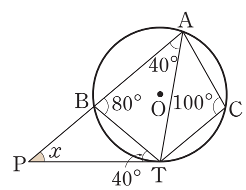
④ $3\times8=6\times4$

⑤ $4\times(4+6)\neq3\times(3+8)$

따라서 □ABCD가 원에 내접하는 것은 ④이다. 답 ④

12 전략 접선과 현이 이루는 각의 크기는 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같다.

풀이 □ABTC가 원 O에 내접하므로



$\angle ABT=180°-100°$

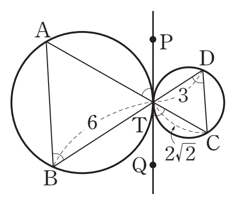
$=80°$

이때 $\angle PTB=\angle BAT=40°$이므로 △BPT에서

$\angle x+40°=80° \quad \therefore \angle x=40°$ 답 ①

13 전략 닮은 두 삼각형을 찾아 대응변의 길이의 비를 이용한다.

풀이 $\angle ATP=\angle CTQ$이고



$\angle ATP=\angle ABT$,

$\angle CTQ=\angle CDT$이므로

$\angle ABT=\angle CDT$

또 $\angle ATB=\angle CTD$이므로

△ABT∽△CDT (AA 닮음)

따라서 $\overline{AT} : \overline{CT}=\overline{BT} : \overline{DT}$이므로

$\overline{AT} : 2\sqrt{2}=6 : 3, \quad 3\overline{AT}=12\sqrt{2}$

$\therefore \overline{AT}=4\sqrt{2}$ 답 ③

14 전략 $\overline{PB}\times\overline{PA}=\overline{PD}\times\overline{PC}$

우공비 BOX

풀이 원 O의 반지름의 길이를 r라 하면

$\overline{PB}\times\overline{PA}=\overline{PD}\times\overline{PC}$이므로

$5\times(5+2r)=7\times(7+8)$

$10r=80 \qquad \therefore r=8$ 답 ①

$\overline{PA}=\overline{PB}+\overline{BA}$
$=5+2r$

15 전략 접선과 할선 사이의 관계를 이용하여 닮은 두 삼각형을 찾는다.

풀이 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$에서

$\overline{PT}^2=5\times(5+15)=100$

$\therefore \overline{PT}=10\ (\mathrm{cm})\ (\because \overline{PT}>0)$

$\triangle APT$와 $\triangle TPB$에서

$\angle PTA=\angle PBT$, $\angle P$는 공통

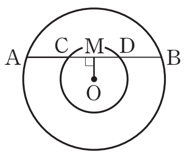
이므로 $\triangle APT \backsim \triangle TPB$(AA 닮음)

$\therefore \overline{AT}:\overline{TB}=\overline{PA}:\overline{PT}=5:10=1:2$ 답 ③

16 전략 원의 중심에서 현에 수선을 긋고 현의 수직이등분선의 성질을 이용한다.

원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분한다.

풀이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면



$\overline{CM}=\overline{DM}=\frac{1}{2}\overline{CD}=3(\mathrm{cm})$

$\overline{AM}=\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=8(\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{AC}=8-3=5\ (\mathrm{cm})$ 답 5 cm

17 전략 원 밖의 한 점에서 그은 두 접선의 길이는 같다.

풀이 $\overline{OP}=5+8=13$이고 $\angle OAP=90°$이므로 직각삼각형 OPA에서

원의 접선은 그 접점을 지나는 반지름과 수직이다.

$\overline{PA}=\sqrt{13^2-5^2}=12$

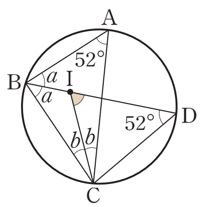
$\therefore \overline{PB}=\overline{PA}=12$ 답 12

18 전략 한 원에서 한 호에 대한 원주각의 크기는 같다.

풀이 $\angle BAC=\angle BDC=52°$

$\widehat{BC}$에 대한 원주각

점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로



$\angle ABI=\angle IBC=\angle a$,

$\angle BCI=\angle ICA=\angle b$

삼각형의 세 내각의 이등분선은 한 점(내심)에서 만난다.

라 하면 $\triangle ABC$에서

$52°+2\angle a+2\angle b=180°$

$2(\angle a+\angle b)=128°$

$\therefore \angle a+\angle b=64°$

$\triangle IBC$에서

$\angle CID=\angle a+\angle b=64°$ 답 64°

19 전략 원에 내접하는 사각형

한 외각의 크기와 그 내대각의 크기가 같다.

풀이 □BEFC에서

$\angle BED=\angle BCF=95°$

$\angle ABE=\angle CFE=82°$

□ADEB에서

$\angle x=180°-95°=85°$

$\angle y=180°-82°=98°$

$\therefore \angle y-\angle x=98°-85°=13°$ 답 13°

20 전략 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}^2$

풀이 $\overline{PC}=\overline{PD}=x$라 하면

$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$에서

$(7+5)\times(7-5)=x^2$

$x^2=24 \qquad \therefore x=2\sqrt{6}\ (\because x>0)$

$\therefore \overline{CD}=2\overline{PC}=4\sqrt{6}$

답 $4\sqrt{6}$

21 전략 직선 AB에 대하여 두 점 C, D가 같은 쪽에 있을 때, $\angle ACB=\angle ADB$이면 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

풀이 $\angle ADC=\angle AEC$이므로 네 점 A, D, E, C는 한 원 위에 있다.

$\overline{BE}\times\overline{BC}=\overline{BD}\times\overline{BA}$에서

$3\times(3+13)=4\times(4+x)$

$48=16+4x \qquad \therefore x=8$ 답 8

22

채점 기준	배점
$\triangle APB$가 정삼각형임을 보이기	2점
$\overline{PA}$의 길이 구하기	2점
$\triangle APB$의 둘레의 길이 구하기	1점

풀이 $\angle OAP=\angle OBP=90°$이므로 □APBO에서

$\angle APB=360°-(90°+120°+90°)=60°$

이때 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로

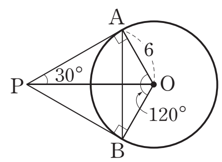
$\angle PAB=\angle PBA=\frac{1}{2}\times(180°-60°)=60°$

따라서 $\triangle APB$는 정삼각형이다. ▶ 2점

이때 $\triangle OAP\equiv\triangle OBP$이므로

RHS 합동

$\angle OPA=\frac{1}{2}\angle APB=30°$



$\triangle OAP$에서

$\overline{PA}=\frac{\overline{OA}}{\tan 30°}=6\times\frac{3}{\sqrt{3}}$

$=6\sqrt{3}$ ▶ 2점

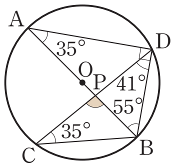
따라서 $\triangle APB$의 둘레의 길이는

$3\times6\sqrt{3}=18\sqrt{3}$ ▶ 1점

답 $18\sqrt{3}$

23

채점 기준	배점
∠BAD의 크기 구하기	1점
∠ABD의 크기 구하기	1점
∠CPB의 크기 구하기	2점



풀이 $\overline{AB}$는 원 O의 지름이므로

$\angle ADB=90^\circ$

한 호에 대한 원주각의 크기는 같으므로

$\angle BAD=\angle BCD=35^\circ$ ▶ 1점

$\triangle ABD$에서

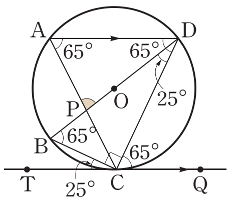
$\angle ABD=180^\circ-(35^\circ+90^\circ)=55^\circ$ ▶ 1점

$\therefore \angle CPB=41^\circ+55^\circ=96^\circ$ ▶ 2점

답 96°

24

채점 기준	배점
∠CAD의 크기 구하기	2점
∠ADB의 크기 구하기	2점
∠APD의 크기 구하기	1점



풀이 $\overline{DC}$를 그으면

$\overline{BD}$가 원 O의 지름이므로

$\angle BCD=90^\circ$

직선 CT가 원 O의 접선이므로

$\angle BDC=\angle BCT=25^\circ$

$\triangle BCD$에서

$\angle DBC=180^\circ-(25^\circ+90^\circ)=65^\circ$

$\therefore \angle CAD=\angle DBC=65^\circ$ ▶ 2점

평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때 생기는 엇각의 크기는 같다.

또 $\angle DCQ=\angle CAD=65^\circ$이고 $\overline{AD}/\!/\overline{CT}$이므로

$\angle ADC=\angle DCQ=65^\circ$

$\therefore \angle ADB=65^\circ-25^\circ=40^\circ$ ▶ 2점

$\triangle APD$에서

$\angle APD=180^\circ-(65^\circ+40^\circ)=75^\circ$ ▶ 1점

답 75°

25

채점 기준	배점
$\overline{PC}$의 길이 구하기	2점
△PBC, △PAC의 넓이 구하기	2점
△ABC의 넓이 구하기	1점

풀이 $\overline{PC}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}=3\times(3+9)=36$이므로

$\overline{PC}=6\ (\because \overline{PC}>0)$ ▶ 2점

따라서

삼각형 ABC에서 두 변의 길이가 a, b이고 그 끼인 각의 크기가 x(예각)일 때

$\triangle ABC=\frac{1}{2}ab\sin x$

$\triangle PBC=\frac{1}{2}\times12\times6\times\sin 30^\circ$

$=\frac{1}{2}\times12\times6\times\frac{1}{2}=18$

$\triangle PAC=\frac{1}{2}\times3\times6\times\sin 30^\circ$

$=\frac{1}{2}\times3\times6\times\frac{1}{2}=\frac{9}{2}$ ▶ 2점

이므로

$\triangle ABC=\triangle PBC-\triangle PAC$

$=18-\frac{9}{2}=\frac{27}{2}$ ▶ 1점

답 $\frac{27}{2}$