최고득점 수학

정답과 해설

정답과 해설

Ⅰ. 수와 식의 계산

1 유리수와 순환소수

1 주제별 유형 불러오기 7~12쪽

유제 1	②	유제 2	3	유제 3	③, ⑤		
유제 4	정십팔각형			유제 5	④	유제 6	147
유제 7	6개	유제 8	③	유제 9	27	유제 10	⑤
유제 11	4	유제 12	57	유제 13	①, ⑤	유제 14	3

유제 1 $\frac{16}{45}=0.3\dot{5}$이므로 $x=5$

즉, $\frac{x}{198}=\frac{5}{198}=0.0\dot{2}\dot{5}$이므로 구하는 순환마디는 25이다.

유제 2 $\frac{100}{333}=0.\dot{3}0\dot{0}$이므로 순환마디를 이루는 숫자의 개수는 3개이다.

따라서 소수점 아래 10번째 자리의 숫자는 $10=3\times3+1$에서 순환마디의 첫 번째 숫자인 3이므로 $a=3$

소수점 아래 20번째 자리의 숫자는 $20=3\times6+2$에서 순환마디의 두 번째 숫자인 0이므로 $b=0$

$\therefore a+b=3+0=3$

유제 3 주어진 분수를 기약분수로 나타낸 후 분모를 소인수분해하면

① $\frac{11}{32}=\frac{11}{2^5}$ (유한소수)

② $\frac{26}{65}=\frac{2}{5}$ (유한소수)

③ $-\frac{17}{51}=-\frac{1}{3}$ (순환소수)

④ $-\frac{32}{50}=-\frac{16}{25}=-\frac{16}{5^2}$ (유한소수)

⑤ $\frac{10}{24}=\frac{5}{12}=\frac{5}{2^2\times3}$ (순환소수)

따라서 순환소수로 나타낼 수 있는 것은 ③, ⑤이다.

유제 4 만든 정다각형의 한 변의 길이는 각각 다음과 같다.

정십이각형: $\frac{30}{12}=\frac{5}{2}(\text{cm})$

정십팔각형: $\frac{30}{18}=\frac{5}{3}(\text{cm})$

정이십사각형: $\frac{30}{24}=\frac{5}{4}=\frac{5}{2^2}(\text{cm})$

정이십오각형: $\frac{30}{25}=\frac{6}{5}(\text{cm})$

따라서 한 변의 길이를 유한소수로 나타낼 수 없는 정다각형은 정십팔각형이다.

유제 5 $\frac{x}{210}=\frac{x}{2\times3\times5\times7}$가 유한소수가 되려면 x는 3과 7의 공배수, 즉 21의 배수이어야 한다.

따라서 x의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는 21이다.

유제 6 $\frac{a}{60}=\frac{a}{2^2\times3\times5}$, $\frac{a}{98}=\frac{a}{2\times7^2}$

이때 $\frac{a}{2^2\times3\times5}$가 유한소수가 되려면 a는 3의 배수이어야 하고, $\frac{a}{2\times7^2}$가 유한소수가 되려면 a는 7^2, 즉 49의 배수이어야 한다.

따라서 a는 3과 49의 공배수, 즉 147의 배수이므로 구하는 가장 작은 자연수는 147이다.

유제 7 $\frac{3}{8\times x}=\frac{3}{2^3\times x}$이므로

x는 2 또는 5로만 이루어진 수이거나 3의 약수이거나 이들의 곱으로 이루어진 수이어야 한다.

따라서 구하는 x는 2, 3, 4, 5, 6, 8의 6개이다.

유제 8 ① $0.\dot{1}0\dot{1}=\frac{101}{999}$ ② $1.\dot{2}\dot{8}=\frac{128-1}{99}$

④ $0.1\dot{5}=\frac{15-1}{90}$ ⑤ $0.\dot{7}2\dot{8}=\frac{728}{999}$

따라서 옳은 것은 ③이다.

유제 9 $\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{10}+\frac{1}{100}+\frac{1}{1000}+\cdots\right)$

$=\frac{1}{3}\times(0.1+0.01+0.001+\cdots)=\frac{1}{3}\times0.111\cdots$

$=\frac{1}{3}\times0.\dot{1}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{9}=\frac{1}{27}$

$\therefore A=27$

유제 10 어떤 수를 x라 하면 $0.\dot{2}\dot{1}\times x=1.\dot{9}\dot{0}$

이때 $0.\dot{2}\dot{1}=\frac{21}{99}$, $1.\dot{9}\dot{0}=\frac{190-1}{99}=\frac{189}{99}$이므로

$\frac{21}{99}\times x=\frac{189}{99}$ $\therefore x=\frac{189}{99}\times\frac{99}{21}=9$

따라서 어떤 수는 9이다.

유제 11 $\frac{1}{3}<0.\dot{x}<\frac{1}{2}$에서 $0.\dot{x}=\frac{x}{9}$이므로

$\frac{1}{3}<\frac{x}{9}<\frac{1}{2}$, 즉 $\frac{6}{18}<\frac{2x}{18}<\frac{9}{18}$

따라서 $6<2x<9$이므로 구하는 한 자리의 자연수 x의 값은 4이다.

[다른 풀이]

$\frac{1}{3}=0.333\cdots$, $0.\dot{x}=0.xxx\cdots$, $\frac{1}{2}=0.5$이므로

$\frac{1}{3}<0.\dot{x}<\frac{1}{2}$에서 $0.333\cdots<0.xxx\cdots<0.5$

이때 x는 한 자리의 자연수이므로 $x=4$

유제 12 $2.0\dot{8}=\dfrac{208-20}{90}=\dfrac{188}{90}=\dfrac{94}{45}$, $0.\dot{6}=\dfrac{6}{9}=\dfrac{2}{3}$이므로

$2.0\dot{8}\times\dfrac{n}{m}=(0.\dot{6})^2$에서 $\dfrac{94}{45}\times\dfrac{n}{m}=\left(\dfrac{2}{3}\right)^2$

$\dfrac{94}{45}\times\dfrac{n}{m}=\dfrac{4}{9}\qquad\therefore\ \dfrac{n}{m}=\dfrac{4}{9}\times\dfrac{45}{94}=\dfrac{10}{47}$

이때 m, n은 서로소이므로 $m=47$, $n=10$

$\therefore\ m+n=47+10=57$

유제 13 ② 정수가 아닌 유리수를 소수로 나타내면 유한소수 또는 순환소수가 된다.
③ 무한소수 중 순환소수는 유리수이다.
④ 유리수 중 순환소수는 무한소수이다.
따라서 옳은 것은 ①, ⑤이다.

유제 14 $\dfrac{19}{57}=\dfrac{1}{3}=0.333\cdots$으로 무한소수이므로 $19\bullet57=2$

$\dfrac{18}{25}=\dfrac{72}{100}=0.72$로 유한소수이므로 $18\bullet25=1$

$\therefore\ (19\bullet57)+(18\bullet25)=2+1=3$

2 최고 유형 탐험하기 13~14쪽

1 ②	2 ④	3 ③	4 ②
5 ④	6 ③	7 ②	8 ②, ③

1 $\dfrac{5}{13}=0.\dot{3}8461\dot{5}$이므로 순환마디를 이루는 숫자의 개수는 6개이다. 이때 $30=6\times5$이므로 소수점 아래 첫째 자리부터 소수점 아래 30번째 자리까지 순환마디가 5번 반복된다.
따라서 구하는 숫자의 합은
$(3+8+4+6+1+5)\times5=27\times5=135$

2 ㈐에서 $\dfrac{x}{700}=\dfrac{x}{2^2\times5^2\times7}$가 유한소수가 되려면 x는 7의 배수이어야 한다.
그런데 ㈎에서 x는 11의 배수이므로 x는 7과 11의 공배수, 즉 77의 배수이다.
이때 ㈏에서 x는 세 자리의 자연수이므로 x의 최솟값은
$77\times2=154$

3 $\dfrac{a}{60}=\dfrac{a}{2^2\times3\times5}$가 유한소수가 되려면 a는 3의 배수이어야 한다. 이때 $10<a<20$이므로 $a=12, 15, 18$

(i) $a=12$일 때, $\dfrac{12}{60}=\dfrac{1}{5}$ (ii) $a=15$일 때, $\dfrac{15}{60}=\dfrac{1}{4}$

(iii) $a=18$일 때, $\dfrac{18}{60}=\dfrac{3}{10}$

(i)~(iii)에 의해 $a=18$, $b=10$

$\therefore\ 2b-a=2\times10-18=2$

4 $\dfrac{1}{4}\times(0.8+0.04+0.008+0.0004+\cdots)$

$=\dfrac{1}{4}\times0.8484\cdots$

$=\dfrac{1}{4}\times0.\dot{8}\dot{4}=\dfrac{1}{4}\times\dfrac{84}{99}=\dfrac{7}{33}$

이때 a, b는 서로소인 자연수이므로 $a=33$, $b=7$

$\therefore\ a+b=33+7=40$

5 $\dfrac{39}{110}=a+0.0\dot{5}$에서 $\dfrac{39}{110}=a+\dfrac{5}{90}$

$\therefore\ a=\dfrac{39}{110}-\dfrac{5}{90}=\dfrac{296}{990}=0.2\dot{9}\dot{8}$

따라서 순환소수 a의 순환마디는 98이므로 순환마디를 이루는 모든 숫자의 합은 $9+8=17$

6 $1.\dot{2}=1.222\cdots>1.2$이므로

$1.\dot{2}a-1.2a=0.\dot{1}$에서 $\dfrac{11}{9}a-\dfrac{12}{10}a=\dfrac{1}{9}$

$110a-108a=10$, $2a=10\qquad\therefore\ a=5$

7 $<1, 6>=0.\dot{1}+0.0\dot{6}=\dfrac{1}{9}+\dfrac{6}{90}=\dfrac{16}{90}$이므로

$16\times A=\dfrac{16}{90}$에서 $A=\dfrac{1}{90}$

$<1, 8>=0.\dot{1}+0.0\dot{8}=\dfrac{1}{9}+\dfrac{8}{90}=\dfrac{18}{90}$이므로

$18\times B=\dfrac{18}{90}$에서 $B=\dfrac{1}{90}$

$\therefore\ A+B=\dfrac{1}{90}+\dfrac{1}{90}=\dfrac{2}{90}=0.0\dot{2}$

8 ① 순환소수가 아닌 무한소수는 유리수가 아니다.
④ 유리수 중에는 유한소수로 나타낼 수 없는 수도 있다.
⑤ 분자, 분모 ((분모)$\neq$0)가 모두 정수인 분수를 소수로 나타내면 유한소수 또는 순환소수가 된다.
따라서 옳은 것은 ②, ③이다.

3 최고 유형 정복하기 15~16쪽

01 4	02 57	03 11개	04 2, 9
05 24개	06 1	07 6	
08 (1) $a=2$, $b=5$ (2) $\dfrac{3}{11}$		09 ㄴ, ㄷ	

01 $x=0.2\dot{3}4\dot{5}=\dfrac{2345-2}{9990}=\dfrac{2343}{9990}=\dfrac{781}{3330}$이므로

$1-x=1-\dfrac{781}{3330}=\dfrac{2549}{3330}=0.7\dot{6}5\dot{4}$

이때 $0.7\dot{6}5\dot{4}$는 소수점 아래 둘째 자리부터 순환되고, 순환마디를 이루는 숫자의 개수는 3개이다.
따라서 소수점 아래 22번째 자리의 숫자는 $22-1=3\times7$에서 순환마디의 맨 끝의 숫자인 4이다.

02 $\dfrac{41}{111}=\dfrac{x_1}{10}+\dfrac{x_2}{100}+\dfrac{x_3}{1000}+\dfrac{x_4}{10000}+\cdots$

$=0.x_1+0.0x_2+0.00x_3+0.000x_4+\cdots$

$=0.x_1x_2x_3x_4\cdots$

따라서 $x_1+x_2+x_3+\cdots+x_{10}$은 소수점 아래 첫째 자리의 숫자부터 소수점 아래 10번째 자리의 숫자까지의 합이다.

$\dfrac{41}{111}=0.\dot{3}6\dot{9}$이므로 순환마디를 이루는 숫자의 개수는 3개이다.

이때 $10=3\times3+1$이므로 소수점 아래 첫째 자리부터 10번째 자리까지는 순환마디가 3번 반복되고, 그 이후에 3이 나온다.

$\therefore x_1+x_2+x_3+\cdots+x_{10}=(3+6+9)\times3+3$

$=18\times3+3=57$

03 $\dfrac{13\times A}{176}=\dfrac{13\times A}{2^4\times11}$, $\dfrac{17\times A}{140}=\dfrac{17\times A}{2^2\times5\times7}$

이 두 분수가 모두 유한소수가 되려면 A는 7과 11의 공배수, 즉 77의 배수이어야 한다.

77의 배수 중 세 자리의 자연수는

$77\times2=154$, $77\times3=231$, $\cdots$, $77\times12=924$

이므로 구하는 자연수 A의 개수는

$12-1=11$(개)

04 $56x-5=15a$에서 $56x=15a+5$

$\therefore x=\dfrac{15a+5}{56}=\dfrac{5(3a+1)}{2^3\times7}$

이때 x가 유한소수가 되려면 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이어야 하므로 $3a+1$은 7의 배수이어야 한다.

즉, $3a+1=7, 14, 21, 28, 35, \cdots$이므로

$a=2, \dfrac{13}{3}, \dfrac{20}{3}, 9, \dfrac{34}{3}, \cdots$

그런데 a는 한 자리의 자연수이므로

$a=2, 9$

05 $\dfrac{19}{30}\le\dfrac{x}{30}\le\dfrac{100}{30}$인 $\dfrac{x}{30}=\dfrac{x}{2\times3\times5}$가 정수가 아닌 유한소수가 되려면 x는 3의 배수이면서 30의 배수는 아니어야 한다.

이때 $19\le x\le100$에서 3의 배수인 x는

$3\times7=21$, $3\times8=24$, $\cdots$, $3\times33=99$의 $33-6=27$(개)이고,

이 중 $\dfrac{x}{30}$를 정수로 만드는 x는 30, 60, 90의 3개이다.

따라서 주어진 분수 중에서 정수가 아닌 유한소수가 되는 것은

$27-3=24$(개)

06 $x=\dfrac{1}{3}=\dfrac{30}{90}$과 $y=0.2\dot{9}=\dfrac{27}{90}$에서 $x\ge y$이므로

$x◉y=1$

$z=0.0\dot{0}\dot{1}=\dfrac{1}{990}$, $w=\dfrac{1}{900}$에서 $z<w$이므로 $z◉w=0$

$\therefore (x◉y)◉(z◉w)=1◉0=1$ ($\because 1\ge0$)

07 $1-\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{x}}=1-\dfrac{1}{\dfrac{x+1}{x}}=1-\dfrac{x}{x+1}$

$=\dfrac{(x+1)-x}{x+1}=\dfrac{1}{x+1}$

이때 $0.\dot{2}\dot{7}=\dfrac{27}{99}=\dfrac{3}{11}$이므로 $\dfrac{1}{x+1}=\dfrac{3}{11}$

$x+1=\dfrac{11}{3}$ $\quad\therefore x=\dfrac{8}{3}$

따라서 $x=\dfrac{8}{3}=2.\dot{6}$이므로 $a=6$

08 (1) $0.\dot{a}\dot{b}+0.\dot{b}\dot{a}=0.\dot{7}$에서 $\dfrac{10a+b}{99}+\dfrac{10b+a}{99}=\dfrac{7}{9}$

$11a+11b=77$ $\quad\therefore a+b=7$

이때 a, b는 $0<a<b<8$인 소수이므로

$a=2$, $b=5$

(2) $0.\dot{b}\dot{a}-0.\dot{a}\dot{b}=0.\dot{5}\dot{2}-0.\dot{2}\dot{5}=\dfrac{52}{99}-\dfrac{25}{99}=\dfrac{27}{99}=\dfrac{3}{11}$

09 ㄱ. 서로 다른 두 유리수 사이의 순환소수는 무수히 많으므로 1보다 크고 2보다 작은 순환소수는 무수히 많다.

ㄴ. 0보다 크고 1보다 작은 유한소수는 무수히 많으므로 유한소수의 개수는 셀 수 없다.

ㄷ. $0.3\times0.\dot{3}=\dfrac{3}{10}\times\dfrac{3}{9}=\dfrac{1}{10}=0.1$과 같이 유한소수와 순환소수의 곱이 항상 순환소수가 되는 것은 아니다.

따라서 옳지 않은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

2 식의 계산

1 주제별 유형 불러오기

18~25쪽

유제 1	③, ⑤	유제 2	2	유제 3	②	유제 4	2
유제 5	$x=7, y=2$			유제 6	③	유제 7	$\dfrac{31}{5}$
유제 8	⑤	유제 9	17	유제 10	②		
유제 11	$-\dfrac{8b}{27a^7}$			유제 12	④	유제 13	14
유제 14	③	유제 15	$-x^2+5$			유제 16	②
유제 17	-2						

유제 1 ① $(a^2\times a)^2\times a^3=(a^3)^2\times a^3=a^6\times a^3=a^9$

② $a^7\div(a^4)^3\times a^5=a^7\times\dfrac{1}{a^{12}}\times a^5=1$

③ $a^6\div\dfrac{1}{a^3}\times a^3=a^6\times a^3\times a^3=a^{12}$

④ $\left(-\dfrac{1}{a^3}\right)^2\times a^{10}\div a=\dfrac{1}{a^6}\times a^{10}\times\dfrac{1}{a}=a^3$

⑤ $a^8\times a^4\div\left(-\dfrac{1}{a^3}\right)^3=a^8\times a^4\times(-a^9)=-a^{21}$

따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다.

유제 2 $(x^4)^7 \div \{(x^2)^6 \times (x^3)^5\} = x^{28} \div (x^{12} \times x^{15})$
$= x^{28} \div x^{27} = x$
따라서 $a=1$, $b=1$이므로 $a+b=1+1=2$

유제 3 $5^5+5^5+5^5+5^5+5^5=5\times5^5=5^6$

유제 4 밑이 3으로 같으므로 지수가 같아야 등식이 성립한다.
따라서 $2x+1=3x-1$이므로 $x=2$

유제 5 $2^{x+1}+2^x=2\times2^x+2^x=3\times2^x$이므로 $3\times2^x=384$
이 식의 양변을 3으로 나누면
$2^x=128$, $2^x=2^7$ $\quad\therefore x=7$
$5^{y-1}+5^y=\dfrac{5^y}{5}+5^y=\dfrac{6}{5}\times5^y$이므로 $\dfrac{6}{5}\times5^y=30$
이 식의 양변에 $\dfrac{5}{6}$를 곱하면
$5^y=25$, $5^y=5^2$ $\quad\therefore y=2$

유제 6 $a=3^{x-2}=\dfrac{3^x}{9}$에서 $3^x=9a$
$b=5^{x+1}=5\times5^x$에서 $5^x=\dfrac{b}{5}$
$\therefore 15^x=(3\times5)^x=3^x\times5^x=9a\times\dfrac{b}{5}=\dfrac{9ab}{5}$

유제 7 $5^{39}=\dfrac{5^{40}}{5}=\dfrac{x}{5}$, $5^{41}=5\times5^{40}=5x$이므로
$5^{39}+5^{40}+5^{41}=\dfrac{x}{5}+x+5x=\dfrac{31}{5}x$
$\therefore a=\dfrac{31}{5}$

유제 8 $20^{10}=(2^2\times5)^{10}=2^{20}\times5^{10}$
$=2^{10}\times2^{10}\times5^{10}=2^{10}\times(2\times5)^{10}$
$=1024\times10^{10}$
따라서 20^{10}은 $4+10=14$(자리)의 자연수이다.

유제 9 $20^3\times10^5=(2^2\times5)^3\times(2\times5)^5$
$=2^6\times5^3\times2^5\times5^5=2^{11}\times5^8$
$=2^3\times2^8\times5^8=2^3\times(2\times5)^8$
$=8\times10^8$
따라서 $20^3\times10^5$은 $1+8=9$(자리)의 자연수이고, 각 자리의 숫자의 합은 8이므로 $n=9$, $a=8$
$\therefore a+n=8+9=17$

유제 10 (주어진 식)$=-\dfrac{a^3b^9}{11^3}\times\dfrac{11}{9ab^3}\times9a^2b^2$
$=-\dfrac{a^4b^8}{11^2}=-\dfrac{(a^2b^4)^2}{11^2}$
$=-\dfrac{\left(\dfrac{11}{2}\right)^2}{11^2}=-\dfrac{11^2}{4}\div11^2=-\dfrac{1}{4}$

유제 11 $A=\dfrac{4b^2}{9a^2}\times\left(-\dfrac{a^4b}{4}\right)=-\dfrac{a^2b^3}{9}$
$B=\dfrac{9a^4b^2}{16}\times\left(-\dfrac{a^6b^3}{8}\right)\times\left(-\dfrac{16}{3ab^3}\right)=\dfrac{3a^9b^2}{8}$
$\therefore \dfrac{A}{B}=A\div B=-\dfrac{a^2b^3}{9}\div\dfrac{3a^9b^2}{8}$
$=-\dfrac{a^2b^3}{9}\times\dfrac{8}{3a^9b^2}=-\dfrac{8b}{27a^7}$

유제 12 $6xy^2\times\square\div2x^2y^3=(-3x^2y)^2$에서
$\square=(-3x^2y)^2\div6xy^2\times2x^2y^3$
$=9x^4y^2\times\dfrac{1}{6xy^2}\times2x^2y^3=3x^5y^3$

유제 13 $A\div8x^5y^7=\dfrac{2x^3y^5}{A}$에서
$A^2=2x^3y^5\times8x^5y^7=16x^8y^{12}=(4x^4y^6)^2=(-4x^4y^6)^2$
이때 $P>0$이므로 $A=4x^4y^6$
따라서 $P=4$, $Q=4$, $R=6$이므로
$P+Q+R=4+4+6=14$

유제 14 $Q-3P=(2a-3b+1)-3(-a+5b)$
$=2a-3b+1+3a-15b$
$=5a-18b+1$
따라서 $l=5$, $m=-18$, $n=1$이므로
$l+m+n=5+(-18)+1=-12$

유제 15 $A+(2x^2+3x-5)=3x^2+2x+1$이므로
$A=3x^2+2x+1-(2x^2+3x-5)$
$=3x^2+2x+1-2x^2-3x+5=x^2-x+6$
$B-(x^2-7x-9)=x^2+6x+10$이므로
$B=x^2+6x+10+(x^2-7x-9)=2x^2-x+1$
$\therefore A-B=(x^2-x+6)-(2x^2-x+1)$
$=x^2-x+6-2x^2+x-1$
$=-x^2+5$

유제 16 $A=\dfrac{-x^2y^3+4x^3y^3-6x^2y^4}{x^2y^2}=-y+4xy-6y^2$
$B=4xy-4xy^2+6y-6y^2$
$\therefore B-A$
$=(4xy-4xy^2+6y-6y^2)-(-y+4xy-6y^2)$
$=4xy-4xy^2+6y-6y^2+y-4xy+6y^2$
$=-4xy^2+7y$

유제 17 $A=-2x$, $B=(2x^2-4x^3)\times\dfrac{3}{2x}=3x-6x^2$
$\therefore A\times B\div(-3x)=(-2x)\times(3x-6x^2)\div(-3x)$
$=(-6x^2+12x^3)\div(-3x)$
$=\dfrac{-6x^2+12x^3}{-3x}=2x-4x^2$
따라서 $a=-4$, $b=2$이므로
$a+b=-4+2=-2$

2 최고 유형 탐험하기 26~28쪽

1 ⑤	2 ③	3 ④	4 ⑤
5 ①, ④	6 ③	7 ③	8 ④
9 ②	10 ②	11 ②	12 ④

1 $10\times12\times14\times16\times18\times20$
$=(2\times5)\times(2^2\times3)\times(2\times7)\times2^4\times(2\times3^2)\times(2^2\times5)$
$=2^{11}\times3^3\times5^2\times7$
따라서 $2^{11}\times3^3\times5^2\times7=2^a\times3^b\times5^c\times7^d$이므로
$a=11,\ b=3,\ c=2,\ d=1$
$\therefore\ a+b+c+d=11+3+2+1=17$

2 $\dfrac{4^{2a-1}}{2^{a+2}}=\dfrac{(2^2)^{2a-1}}{2^{a+2}}=\dfrac{2^{4a-2}}{2^{a+2}}=2^{4a-2-(a+2)}=2^{3a-4}$
즉, $2^{3a-4}=32$에서 $2^{3a-4}=2^5$이므로
$3a-4=5\qquad\therefore\ a=3$
$\dfrac{9^{2b}}{3^{b+1}}=\dfrac{(3^2)^{2b}}{3^{b+1}}=\dfrac{3^{4b}}{3^{b+1}}=3^{4b-(b+1)}=3^{3b-1}$
즉, $3^{3b-1}=243$에서 $3^{3b-1}=3^5$이므로
$3b-1=5\qquad\therefore\ b=2$
$\therefore\ a+b=3+2=5$

3 $2^8-(2^4+2^5+2^6+2^7)$
$=2^8-2^7-2^6-2^5-2^4=2\times2^7-2^7-2^6-2^5-2^4$
$=2^7-2^6-2^5-2^4=2\times2^6-2^6-2^5-2^4$
$=2^6-2^5-2^4=2\times2^5-2^5-2^4$
$=2^5-2^4=2\times2^4-2^4$
$=2^4$

4 $a=2^{2x-1}=\dfrac{2^{2x}}{2}$이므로 $2^{2x}=2a$
$\therefore\ 64^x=(2^6)^x=2^{6x}=(2^{2x})^3=(2a)^3=8a^3$

5 ① $(-1)^{2n}\times(-1)^{n+1}\times(-1)^{n+2}=(-1)^{4n+3}$
이때 $4n+3$은 홀수이므로 $(-1)^{4n+3}=-1$
$\therefore\ (-1)^{2n}\times(-1)^{n+1}\times(-1)^{n+2}=-1$
② $3^7\div3^x=\dfrac{1}{81}$에서 $\dfrac{1}{3^{x-7}}=\dfrac{1}{3^4}$이므로
$x-7=4\qquad\therefore\ x=11$
③ $16^6=(2^4)^6=2^{24}=(2^3)^8$에서 $2^3=A$이므로 $16^6=A^8$
④ $2^3\times9^x=72^y$에서 $2^3\times(3^2)^x=(2^3\times3^2)^y$
$\therefore\ 2^3\times3^{2x}=2^{3y}\times3^{2y}$
$2^3=2^{3y}$에서 $3=3y$이므로 $y=1$
$3^{2x}=3^{2y}$에서 $2x=2y$이므로 $x=1$
$\therefore\ x+y=1+1=2$
⑤ $3^{55}=(3^5)^{11}$, $5^{33}=(5^3)^{11}$에서 $3^5>5^3$이므로 $3^{55}>5^{33}$
따라서 옳은 것은 ①, ④이다.
[참고] 자연수 a, b, n에 대하여 $a<b$이면 $a^n<b^n$
⇨ 지수가 같을 때, 밑이 클수록 큰 수이다.

6 $\dfrac{2^{15}\times15^4}{12^4}=\dfrac{2^{15}\times(3\times5)^4}{(2^2\times3)^4}=\dfrac{2^{15}\times3^4\times5^4}{2^8\times3^4}=2^7\times5^4$
$=2^3\times2^4\times5^4=2^3\times(2\times5)^4$
$=8\times10^4$
따라서 $\dfrac{2^{15}\times15^4}{12^4}$은 $1+4=5$(자리)의 자연수이다.

7 (주어진 식)$=-9x^3y^5\div\left(-\dfrac{x^6y^3}{64}\right)\times\dfrac{x^6y^4}{36}$
$=-9x^3y^5\times\left(-\dfrac{64}{x^6y^3}\right)\times\dfrac{x^6y^4}{36}$
$=16x^3y^6=16(xy^2)^3$
따라서 $16(xy^2)^3=a(x^by^c)^3$이므로
$a=16,\ b=1,\ c=2$
$\therefore\ a+b+c=16+1+2=19$

8 $3xy^2\div(\square\times y^3)\div\dfrac{1}{3x^2y}=-6x^2$에서
$3xy^2\times\dfrac{1}{\square\times y^3}\times3x^2y=-6x^2$
$\therefore\ \square=3xy^2\times\dfrac{1}{y^3}\times3x^2y\div(-6x^2)$
$=3xy^2\times\dfrac{1}{y^3}\times3x^2y\times\left(-\dfrac{1}{6x^2}\right)=-\dfrac{3x}{2}$

9 △AOB를 $\overline{\text{AO}}$를 축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 반지름의 길이가 $3a$, 높이가 $\dfrac{9}{2}a$인 원뿔이므로
$v_1=\dfrac{1}{3}\times\{\pi\times(3a)^2\}\times\dfrac{9}{2}a$
$=\dfrac{1}{3}\times9\pi a^2\times\dfrac{9}{2}a=\dfrac{27}{2}\pi a^3$
△AOB를 $\overline{\text{BO}}$를 축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 반지름의 길이가 $\dfrac{9}{2}a$, 높이가 $3a$인 원뿔이므로
$v_2=\dfrac{1}{3}\times\left\{\pi\times\left(\dfrac{9}{2}a\right)^2\right\}\times3a$
$=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{81}{4}\pi a^2\times3a=\dfrac{81}{4}\pi a^3$
$\therefore\ \dfrac{v_1}{v_2}=v_1\div v_2$
$=\dfrac{27}{2}\pi a^3\div\dfrac{81}{4}\pi a^3$
$=\dfrac{27}{2}\pi a^3\times\dfrac{4}{81\pi a^3}=\dfrac{2}{3}$

10 어떤 다항식을 A라 하면
$A\times3xy=3x^3y^2-18x^2y$
$\therefore\ A=\dfrac{3x^3y^2-18x^2y}{3xy}=x^2y-6x$
즉, 어떤 다항식은 x^2y-6x이다.
따라서 바르게 계산하면
$(x^2y-6x)\div3xy=\dfrac{x^2y-6x}{3xy}=\dfrac{x}{3}-\dfrac{2}{y}$

11 $(3x^2y^2-6xy^2)\times\dfrac{2}{3xy}-(x^3y^2-x^3y)\div\left(-\dfrac{1}{4}x^2y\right)$

$=(3x^2y^2-6xy^2)\times\dfrac{2}{3xy}-(x^3y^2-x^3y)\times\left(-\dfrac{4}{x^2y}\right)$

$=2xy-4y-(-4xy+4x)$

$=2xy-4y+4xy-4x$

$=6xy-4(x+y)$

따라서 이 식에 $x+y=-\dfrac{1}{4}$, $xy=-\dfrac{1}{2}$을 대입하면

$6xy-4(x+y)=6\times\left(-\dfrac{1}{2}\right)-4\times\left(-\dfrac{1}{4}\right)$

$=-3+1=-2$

12 $a+b+c=0$에서

$a+b=-c$, $b+c=-a$, $a+c=-b$이므로

$\dfrac{a+b-3c}{a+b}+\dfrac{3a+b+c}{b+c}+\dfrac{a-3b+c}{c+a}$

$=\dfrac{-c-3c}{-c}+\dfrac{3a-a}{-a}+\dfrac{-b-3b}{-b}$

$=4+(-2)+4=6$

3 최고 유형 정복하기

29~30쪽

01 3 **02** 8 **03** 10 **04** 12

05 $\dfrac{9A^6B^2}{64}$ **06** $\dfrac{25}{64}$ **07** $3a^2+3ab-3b^2$

08 $\dfrac{17}{4}ab$

01 $(a^xb^yc^z)^m=a^{xm}b^{ym}c^{zm}=a^{18}b^{45}c^{57}$이므로

$xm=18$에서 x, m은 각각 18의 약수,

$ym=45$에서 y, m은 각각 45의 약수,

$zm=57$에서 z, m은 각각 57의 약수이다.

따라서 m은 18, 45, 57의 공약수이므로 m의 최댓값은 18, 45, 57의 최대공약수인 3이다.

02 $\dfrac{3^2+9^4}{3^4+9^5}=\dfrac{3^2+(3^2)^4}{3^4+(3^2)^5}=\dfrac{3^2+3^8}{3^4+3^{10}}$

$=\dfrac{3^2+3^8}{3^2(3^2+3^8)}=\dfrac{1}{3^2}=\left(\dfrac{1}{3}\right)^2$

따라서 $\left(\dfrac{1}{3}\right)^2=\left(\dfrac{1}{a}\right)^b$이므로 $a=3$, $b=2$

$\therefore b^a=2^3=8$

03 $3^1=3$, $3^2=9$, $3^3=27$, $3^4=81$, $3^5=243$, $3^6=729$, $\cdots$이므로 3의 거듭제곱에서 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1이 이 순서로 반복된다.

따라서 $3^{110}=3^{4\times27+2}$이므로 3^{110}의 일의 자리의 숫자는 9,

$3^{24}=3^{4\times6}$이므로 3^{24}의 일의 자리의 숫자는 1이다.

$\therefore <3^{110}>+<3^{24}>=9+1=10$

04 $5^{x+1}(2^{x+2}+2^{x+4})=5^{x+1}(2^{x+2}+2^2\times2^{x+2})$

$=5^{x+1}(5\times2^{x+2})=5^{x+2}\times2^{x+2}$

$=(5\times2)^{x+2}=10^{x+2}$

따라서 $10^{x+2}=a^{x+b}$이므로 $a=10$, $b=2$

$\therefore a+b=10+2=12$

05 $2^{x+1}=A$에서 $2\times2^x=A$ $\qquad\therefore 2^x=\dfrac{A}{2}$

$3^{2x-1}=B$에서 $\dfrac{3^{2x}}{3}=B$ $\qquad\therefore 3^{2x}=3B$

$\therefore 4^{2x}\times27^x\times12^x=(2^2)^{2x}\times(3^3)^x\times(2^2\times3)^x$

$=2^{4x}\times3^{3x}\times2^{2x}\times3^x$

$=2^{6x}\times3^{4x}=(2^x)^6\times(3^{2x})^2$

$=\left(\dfrac{A}{2}\right)^6\times(3B)^2=\dfrac{A^6}{64}\times9B^2=\dfrac{9A^6B^2}{64}$

06 $3x-2y=2x-4y$에서 $x=-2y$ $\qquad\cdots$ ㉠

$\therefore$ (주어진 식)$=4x^2y\times25x^2y^{10}\times\dfrac{1}{64x^6y^9}$

$=\dfrac{25y^2}{16x^2}=\dfrac{25y^2}{16\times(-2y)^2}$ ($\because$ ㉠)

$=\dfrac{25y^2}{16\times4y^2}=\dfrac{25}{64}$ ($\because y\neq0$)

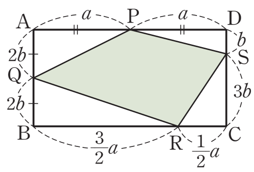
07 $(A+B)+2(A-B)=A+B+2A-2B=3A-B$

$\therefore 3A-B=(a^2+ab+b^2)+2(a^2+ab-2b^2)$

$=a^2+ab+b^2+2a^2+2ab-4b^2$

$=3a^2+3ab-3b^2$

08 오른쪽 그림에서 두 점 P, Q가 각각 $\overline{AD}$, $\overline{AB}$의 중점이므로



$\overline{AP}=\overline{PD}=a$, $\overline{AQ}=\overline{QB}=2b$

또 $\overline{BR}=3\overline{CR}$이므로

$\overline{BR}=2a\times\dfrac{3}{4}=\dfrac{3}{2}a$,

$\overline{CR}=2a\times\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{2}a$

$\overline{DS}=\dfrac{1}{3}\overline{CS}$이므로 $\overline{CS}=4b\times\dfrac{3}{4}=3b$, $\overline{DS}=4b\times\dfrac{1}{4}=b$

$\therefore \triangle AQP=\dfrac{1}{2}\times a\times2b=ab$,

$\triangle BRQ=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{3}{2}a\times2b=\dfrac{3}{2}ab$,

$\triangle CSR=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}a\times3b=\dfrac{3}{4}ab$,

$\triangle DPS=\dfrac{1}{2}\times a\times b=\dfrac{1}{2}ab$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$=$(직사각형 ABCD의 넓이)

$-(\triangle AQP+\triangle BRQ+\triangle CSR+\triangle DPS)$

$=2a\times4b-\left(ab+\dfrac{3}{2}ab+\dfrac{3}{4}ab+\dfrac{1}{2}ab\right)$

$=8ab-\dfrac{15}{4}ab=\dfrac{17}{4}ab$

대단원 마무리하기 31~34쪽

01 ⑤	02 ⑤	03 $3.\dot{2}\dot{6}$	04 ③
05 $\frac{1}{2}$	06 ④	07 2	08 ④
09 $3x^3y^3$	10 C	11 -5	12 $60xy+4x$
13 ②, ③	14 $1.\dot{4}$	15 ③, ⑤	16 -6
17 A	18 $-a$	19 x^4y^4개	20 $90x^6y^4$
21 $4ab-5b^2+8bc$			

서술형 문제 〈과정은 풀이 참조〉

22 6개	23 $0.\dot{0}\dot{9}$, $0.\dot{2}\dot{7}$	24 $\frac{1}{144}$
25 $-6x^2+6xy+10y^2$		

01 $\frac{2}{7}=0.\dot{2}8571\dot{4}$이므로 순환마디를 이루는 숫자의 개수는 6개이다.
이때 $100=6\times16+4$이므로 소수점 아래 첫째 자리부터 소수점 아래 100번째 자리까지는 순환마디가 16번 반복되고, 그 이후에 2, 8, 5, 7이 나온다.
$\therefore x_1+x_2+x_3+\cdots+x_{100}$
$=(2+8+5+7+1+4)\times16+(2+8+5+7)$
$=27\times16+22=454$

02 $\frac{7}{2\times5^2}=\frac{7\times2}{2\times5^2\times2}=\frac{14}{2^2\times5^2}=\frac{14}{100}=0.14$
따라서 $a=2$, $b=100$, $c=0.14$이므로
$bc-a=100\times0.14-2=14-2=12$

03 민이는 분자를 잘못 보았으므로 $3.\dot{1}\dot{7}=\frac{317-3}{99}=\frac{314}{99}$에서 처음 기약분수의 분모는 99이다.
지연이는 분모를 잘못 보았으므로 $0.35\dot{8}=\frac{358-35}{900}=\frac{323}{900}$에서 처음 기약분수의 분자는 323이다.
따라서 처음 기약분수는 $\frac{323}{99}$이므로 $\frac{323}{99}=3.\dot{2}\dot{6}$

04 $0.\dot{4}x+1.\dot{9}=3.\dot{3}$에서 $\frac{4}{9}x+\frac{18}{9}=\frac{30}{9}$
$4x=12$ $\quad\therefore x=3$
즉, $0.0\dot{x}\le\frac{y}{9}\le\frac{1}{x}$에서 $0.0\dot{3}\le\frac{y}{9}\le\frac{1}{3}$이므로
$\frac{3}{90}\le\frac{10y}{90}\le\frac{30}{90}$, $3\le10y\le30$ $\quad\therefore \frac{3}{10}\le y\le3$
따라서 자연수 y의 값은 1, 2, 3이므로 구하는 합은
$1+2+3=6$

05 $\left\{\left(-\frac{x^2}{2}\right)^2\right\}^2=\left(\frac{x^4}{4}\right)^2=\frac{x^8}{16}$
따라서 $a=\frac{1}{16}$, $m=8$이므로
$am=\frac{1}{16}\times8=\frac{1}{2}$

06 $\{(a^5b^x)^2\div(ab^3)^y\}^3=\left(\frac{a^{10}b^{2x}}{a^yb^{3y}}\right)^3=\frac{a^{30}b^{6x}}{a^{3y}b^{9y}}$
이때 $\frac{a^{30}b^{6x}}{a^{3y}b^{9y}}=\frac{a^{21}}{b^3}$이므로
$a^{30-3y}=a^{21}$에서 $30-3y=21$
$3y=9$ $\quad\therefore y=3$
$b^{9y-6x}=b^3$에서 $9y-6x=3$
이 식에 $y=3$을 대입하면
$27-6x=3$, $6x=24$ $\quad\therefore x=4$
$\therefore xy=4\times3=12$

07 $8^x:4^{x+1}=64^x:16^{2x-1}$에서
$(2^3)^x:(2^2)^{x+1}=(2^6)^x:(2^4)^{2x-1}$
$2^{3x}:2^{2x+2}=2^{6x}:2^{8x-4}$
$2^{2x+2}\times2^{6x}=2^{3x}\times2^{8x-4}$
따라서 $2^{8x+2}=2^{11x-4}$에서 $8x+2=11x-4$이므로
$3x=6$ $\quad\therefore x=2$
[참고] 비례식에서 내항의 곱과 외항의 곱은 같다.

08 $a=2^{x+1}$에서 $a=2\times2^x$이므로 $2^x=\frac{a}{2}$
$b=3^{x+1}$에서 $b=3\times3^x$이므로 $3^x=\frac{b}{3}$
$\therefore 36^x=(2^2\times3^2)^x=2^{2x}\times3^{2x}=(2^x)^2\times(3^x)^2$
$=\left(\frac{a}{2}\right)^2\times\left(\frac{b}{3}\right)^2=\frac{a^2}{4}\times\frac{b^2}{9}=\frac{a^2b^2}{36}$

09 $(-3x^6y^3)\div A=A^2\div(-9x^3y^6)$에서
$\frac{-3x^6y^3}{A}=\frac{A^2}{-9x^3y^6}$이므로
$A^3=-3x^6y^3\times(-9x^3y^6)=27x^9y^9=(3x^3y^3)^3$
$\therefore A=3x^3y^3$

10 A의 계산 결과는
$(-3x)\times(-y)\times(-2x)\times(-x)=6x^3y$
B의 계산 결과는
$6x^2\times2xy\div x\times(-4y)=6x^2\times2xy\times\frac{1}{x}\times(-4y)$
$=-48x^2y^2$
C의 계산 결과는
$(x+2y)\times2x-3xy=2x^2+4xy-3xy$
$=2x^2+xy$
D의 계산 결과는
$xy\div(-y)+y+2x=xy\times\left(-\frac{1}{y}\right)+y+2x$
$=-x+y+2x$
$=x+y$
따라서 도착점의 칸에 $2x^2+xy$를 적는 학생은 C이다.

11 $x^2-3x+5+\frac{1}{2}A=3x^2-2x+4$에서
$\frac{1}{2}A=3x^2-2x+4-(x^2-3x+5)$
$=3x^2-2x+4-x^2+3x-5=2x^2+x-1$
$\therefore A=2(2x^2+x-1)=4x^2+2x-2$

따라서 바르게 계산하면

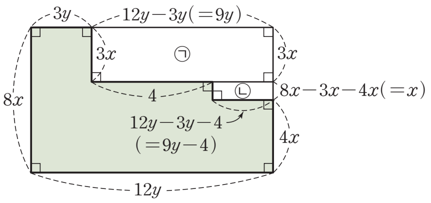
$$x^2-3x+5-2(4x^2+2x-2)=x^2-3x+5-8x^2-4x+4$$
$$=-7x^2-7x+9$$

즉, $-7x^2-7x+9=ax^2+bx+c$이므로

$a=-7$, $b=-7$, $c=9$

$\therefore a+b+c=-7+(-7)+9=-5$

12



주어진 도형의 넓이는 위의 그림과 같이 큰 직사각형의 넓이에서 직사각형 ㉠, ㉡의 넓이를 뺀 것과 같으므로

(구하는 도형의 넓이)=(큰 직사각형의 넓이)

$-$(직사각형 ㉠의 넓이)

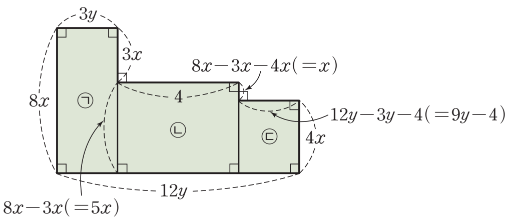
$-$(직사각형 ㉡의 넓이)

$=12y\times8x-9y\times3x-(9y-4)\times x$

$=96xy-27xy-9xy+4x$

$=60xy+4x$

[다른 풀이]



주어진 도형의 넓이는 위의 그림과 같이 직사각형 ㉠, ㉡, ㉢의 넓이를 더한 것과 같으므로

(구하는 도형의 넓이)

=(직사각형 ㉠의 넓이)+(직사각형 ㉡의 넓이)

+(직사각형 ㉢의 넓이)

$=3y\times8x+4\times5x+(9y-4)\times4x$

$=24xy+20x+36xy-16x$

$=60xy+4x$

13 ① 무한소수 중 순환소수는 유리수이다.

④, ⑤ 기약분수로 나타내었을 때, 분모의 소인수가 2 또는 5 뿐이면 유한소수로 나타낼 수 있다.

따라서 옳은 것은 ②, ③이다.

14 $\dfrac{21}{2a}=\dfrac{3\times7}{2a}$이 순환소수가 되려면 기약분수로 나타내었을 때, 분모에 2 또는 5 이외의 소인수가 있어야 한다.

이때 a는 15보다 작은 자연수이므로 $a=9$, 11, 13

따라서 a의 최댓값은 13, 최솟값은 9이므로

$M=13$, $m=9$ $\quad\therefore \dfrac{M}{m}=\dfrac{13}{9}=1.\dot{4}$

15 $\dfrac{x}{56}=\dfrac{x}{2^3\times7}$가 유한소수가 되려면 x는 7의 배수이어야 한다.

또 $\dfrac{x}{56}=\dfrac{3}{y}$에서 56과 3은 서로소이므로 x는 3의 배수이어야 한다.

따라서 x는 3과 7의 공배수, 즉 21의 배수이어야 한다.

이때 $1\le x\le100$이므로 $x=21$, 42, 63, 84

(i) $x=21$일 때, $\dfrac{21}{56}=\dfrac{3}{8}$

(ii) $x=42$일 때, $\dfrac{42}{56}=\dfrac{3}{4}$

(iii) $x=63$일 때, $\dfrac{63}{56}=\dfrac{9}{8}$

(iv) $x=84$일 때, $\dfrac{84}{56}=\dfrac{3}{2}$

(i)~(iv)에 의해 $x=21$, $y=8$ 또는 $x=42$, $y=4$ 또는 $x=84$, $y=2$

$\therefore x+y=29$, 46, 86

따라서 $x+y$의 값이 될 수 없는 것은 ③, ⑤이다.

16 주어진 식의 분모, 분자에 각각 a를 곱하면

$$\frac{a^3+a^5}{a-a^3}=\frac{(a^3+a^5)\times a}{(a-a^3)\times a}=\frac{a^4+a^6}{a^2-a^4}=\frac{(a^2)^2+(a^2)^3}{a^2-(a^2)^2}$$
$$=\frac{2^2+2^3}{2-2^2}=\frac{4+8}{2-4}=\frac{12}{-2}=-6$$

17 두 신문지 A, B의 두께를 $a\ (a>0)$라 하자.

A는 절반씩 한 번 접을 때마다 그 두께가 2배씩 두꺼워진다.

즉, A를 한 번, 두 번, 세 번, ⋯ 접으면 그 두께는

$a\times2$, $a\times2^2$, $a\times2^3$, ⋯이므로 40번 접으면 그 두께는 $a\times2^{40}$이다.

B는 삼등분씩 한 번 접을 때마다 그 두께가 3배씩 두꺼워진다.

즉, B를 한 번, 두 번, 세 번, ⋯ 접으면 그 두께는

$a\times3$, $a\times3^2$, $a\times3^3$, ⋯이므로 20번 접으면 그 두께는 $a\times3^{20}$이다.

이때 $2^{40}=(2^2)^{20}=4^{20}$이므로 $4^{20}>3^{20}$에서 $2^{40}>3^{20}$

즉, $a\times2^{40}>a\times3^{20}$

따라서 신문지 A를 접은 것이 더 두껍다.

18 n이 짝수이면 $n+1$은 홀수, $n+2$는 짝수이므로

$$(-1)^{n+1}a^{2n+1}\div(-1)^{n+2}a^{2n}=-a^{2n+1}\div a^{2n}$$
$$=-\frac{a^{2n+1}}{a^{2n}}=-a$$

19 만들 수 있는 가능한 한 작은 정육면체의 한 모서리의 길이는 x^3y^2, x^2y^4, y^5의 최소공배수이다.

이때 x, y는 서로소이므로 x^3y^2, x^2y^4, y^5의 최소공배수는 x^3y^5이다.

따라서 필요한 직육면체 모양의 블록의 개수는

$(x^3y^5\div x^3y^2)\times(x^3y^5\div x^2y^4)\times(x^3y^5\div y^5)$

$=y^3\times xy\times x^3$

$=x^4y^4$(개)

20 $A\triangle 2x=A\times(2x)^2=A\times 4x^2$이므로
$A\times 4x^2=20x^4y$에서
$A=\dfrac{20x^4y}{4x^2}=5x^2y$
$2y\nabla B=(2y)^2\times B=4y^2\times B$이므로
$4y^2\times B=24xy^3$에서
$B=\dfrac{24xy^3}{4y^2}=6xy$
$\therefore \dfrac{A^2}{2}\div\dfrac{5}{B^2}=\dfrac{(5x^2y)^2}{2}\div\dfrac{5}{(6xy)^2}$
$=\dfrac{25x^4y^2}{2}\times\dfrac{36x^2y^2}{5}=90x^6y^4$

21 △EDB와 △ECB에서
$\overline{BE}$는 공통, ∠EBD=∠EBC, ∠DEB=∠CEB
∴ △EDB≡△ECB (ASA 합동)
따라서 ∠BDE=∠BCE=90°, $\overline{ED}=\overline{EC}=2b$이므로
$\triangle ABE=\dfrac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{ED}$
$=\dfrac{1}{2}\times(4a-5b+8c)\times 2b$
$=4ab-5b^2+8bc$

22 $\dfrac{7}{2^2\times 5\times a}$이 유한소수가 되려면
a는 소인수가 2이거나 5로만 이루어진 수이거나 7의 약수이거나 이들의 곱으로 이루어진 수이어야 한다. … ⅰ
따라서 a의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수는
1, 2, 4, 5, 7, 8이므로 … ⅱ
6개이다. … ⅲ

채점 요소	비율
ⅰ a에 대한 조건 설명하기	50 %
ⅱ a의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수 구하기	30 %
ⅲ a의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수의 개수 구하기	20 %

23 $0.\dot{a}\dot{b}=\dfrac{10a+b}{99}$, $0.\dot{b}\dot{a}=\dfrac{10b+a}{99}$
이때 두 순환소수의 합이 $1-0.\dot{4}=1-\dfrac{4}{9}=\dfrac{5}{9}$이므로 … ⅰ
$0.\dot{a}\dot{b}+0.\dot{b}\dot{a}=1-0.\dot{4}$에서 $\dfrac{10a+b}{99}+\dfrac{10b+a}{99}=\dfrac{5}{9}$
$11a+11b=55$ $\quad\therefore a+b=5$
그런데 $a>b$이므로 $a=3$, $b=2$ 또는 $a=4$, $b=1$ … ⅱ
(가) $a=3$, $b=2$일 때
$0.\dot{3}\dot{2}-0.\dot{2}\dot{3}=\dfrac{32}{99}-\dfrac{23}{99}=\dfrac{9}{99}=0.\dot{0}\dot{9}$
(나) $a=4$, $b=1$일 때
$0.\dot{4}\dot{1}-0.\dot{1}\dot{4}=\dfrac{41}{99}-\dfrac{14}{99}=\dfrac{27}{99}=0.\dot{2}\dot{7}$
(가), (나)에 의해 두 순환소수의 차는
$0.\dot{0}\dot{9}$ 또는 $0.\dot{2}\dot{7}$이다. … ⅲ

채점 요소	비율
ⅰ 순환소수를 분수로 나타내기	20 %
ⅱ a, b의 값 구하기	40 %
ⅲ 두 순환소수의 차를 순환소수로 나타내기	40 %

24 $\dfrac{a^6+a^6+a^6}{(2b)^6+(2b)^6}\times\dfrac{b^8+b^8+b^8+b^8}{a^{12}}$
$=\dfrac{3a^6}{2(2b)^6}\times\dfrac{4b^8}{a^{12}}$
$=\dfrac{3a^6}{128b^6}\times\dfrac{4b^8}{a^{12}}$
$=\dfrac{3b^2}{32a^6}$ … ⅰ
이때 $a^2=3$, $b^2=2$이므로
$\dfrac{3b^2}{32a^6}=\dfrac{3b^2}{32(a^2)^3}=\dfrac{3\times 2}{32\times 3^3}=\dfrac{1}{144}$ … ⅱ

채점 요소	비율
ⅰ 주어진 식을 간단히 하기	50 %
ⅱ 주어진 식의 값 구하기	50 %

25 정육면체의 마주 보는 면에 적힌 두 다항식의 합을 구하면
$A+F=(x^2-3xy+5y^2)+(-2x^2+7xy-y^2)$
$=-x^2+4xy+4y^2$ … ⅰ
즉, $C+E=-x^2+4xy+4y^2$이므로
$C+(4x^2+8xy-2y^2)=-x^2+4xy+4y^2$에서
$C=-x^2+4xy+4y^2-(4x^2+8xy-2y^2)$
$=-x^2+4xy+4y^2-4x^2-8xy+2y^2$
$=-5x^2-4xy+6y^2$ … ⅱ
또 $B+D=-x^2+4xy+4y^2$이므로
$-6xy+D=-x^2+4xy+4y^2$에서
$D=-x^2+4xy+4y^2+6xy$
$=-x^2+10xy+4y^2$ … ⅲ
$\therefore C+D=(-5x^2-4xy+6y^2)+(-x^2+10xy+4y^2)$
$=-6x^2+6xy+10y^2$ … ⅳ

채점 요소	비율
ⅰ 정육면체의 마주 보는 면에 적힌 두 다항식의 합 구하기	20 %
ⅱ 다항식 C 구하기	30 %
ⅲ 다항식 D 구하기	30 %
ⅳ $C+D$를 간단히 하기	20 %

Ⅱ. 부등식

1 일차부등식

1 주제별 유형 불러오기 37~41쪽

유제 1 ②, ⑤

유제 2 (1) $-11<3x-5\le 4$ (2) $-13\le -5x+2<12$

유제 3 ③ 유제 4 $x\ge\frac{15}{4}$ 유제 5 ①, ③

유제 6 풀이 참조 유제 7 ③ 유제 8 2

유제 9 ③ 유제 10 -3

유제 1 ② $a>b$에서 $5a>5b$이므로 $5a-c>5b-c$
⑤ $a=2$, $b=-5$이면 $a>b$이지만 $-a^2>-b^2$

유제 2 (1) $-2<x\le 3$의 각 변에 3을 곱하면
$-6<3x\le 9$
이 식의 각 변에서 5를 빼면
$-11<3x-5\le 4$
(2) $-2<x\le 3$의 각 변에 -5를 곱하면
$-15\le -5x<10$
이 식의 각 변에 2를 더하면
$-13\le -5x+2<12$

유제 3 주어진 부등식의 양변에 10을 곱하면
$-3\left(x-\frac{9}{2}\right)>2(x-3)$
$-3x+\frac{27}{2}>2x-6$
$-5x>-\frac{39}{2}$ $\therefore x<\frac{39}{10}(=3.9)$
따라서 주어진 부등식의 자연수인 해는 1, 2, 3의 3개이다.

유제 4 주어진 부등식의 양변에 100을 곱하면
$12(x+5)-20(2x-1)\le -20x+50$
$12x+60-40x+20\le -20x+50$
$-8x\le -30$ $\therefore x\ge\frac{15}{4}$

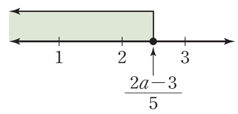
유제 5 ① $ax-2\ge b(x+1)$에서 $(a-b)x\ge b+2$
③, ⑤ $a=b$이면 $b+2\le 0$인 경우 해가 무수히 많고,
$b+2>0$인 경우 해가 없다.
따라서 옳지 않은 것은 ①, ③이다.

유제 6 $ax-3>3(x+1)-2$에서 $(a-3)x>4$
(i) $a>3$일 때, $a-3>0$이므로 $x>\frac{4}{a-3}$
(ii) $a<3$일 때, $a-3<0$이므로 $x<\frac{4}{a-3}$
(iii) $a=3$일 때, $a-3=0$이므로
$0\times x>4$의 꼴이 되어 해가 없다.

유제 7 $ax-2(x-1)>2a-1$에서 $(a-2)x>2a-3$
이때 주어진 부등식의 해가 $x<3$이므로
$a-2>0$
따라서 $x>\frac{2a-3}{a-2}$에서 $\frac{2a-3}{a-2}=3$이므로
$2a-3=3a-6$ $\therefore a=3$

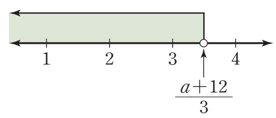
유제 8 $4a-3x\le 7-ax$에서 $(a-3)x\le 7-4a$
이때 주어진 부등식의 해가 $x\ge 1$이므로
$a-3<0$
따라서 $x\ge\frac{7-4a}{a-3}$에서 $\frac{7-4a}{a-3}=1$이므로
$7-4a=a-3$, $-5a=-10$ $\therefore a=2$

유제 9 주어진 부등식의 양변에 2를 곱하면
$4(x-a)-(x-3)\le -2(x+a)$
$4x-4a-x+3\le -2x-2a$
$5x\le 2a-3$ $\therefore x\le\frac{2a-3}{5}$ ⋯ ㉠
㉠을 만족시키는 양의 정수 x가 2개이려면 오른쪽 그림에서



$2\le\frac{2a-3}{5}<3$
$10\le 2a-3<15$
$13\le 2a<18$ $\therefore \frac{13}{2}\le a<9$
따라서 자연수 a는 7, 8의 2개이다.

유제 10 주어진 부등식의 양변에 10을 곱하면
$2(3x-1)-a<3x+10$
$6x-2-a<3x+10$
$3x<a+12$ $\therefore x<\frac{a+12}{3}$ ⋯ ㉠
㉠을 만족시키는 자연수 x가 3개이려면 오른쪽 그림에서



$3<\frac{a+12}{3}\le 4$, $9<a+12\le 12$
$\therefore -3<a\le 0$
따라서 정수 a의 값은 -2, -1, 0이므로 구하는 합은
$-2+(-1)+0=-3$

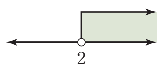
2 최고 유형 탐험하기 42~43쪽

1 ③, ⑤ 2 ① 3 ④ 4 ②
5 ① 6 ④ 7 ④ 8 ③

1 ①, ② $a-b>0$이면 $a>b$
$a>b$이고 $ab<0$이므로 $a>0$, $b<0$
③ $b<0$이고 $bc>0$이므로 $c<0$
④ $a>b$이므로 $a-c>b-c$
이때 $b<0$이므로 $\frac{a-c}{b}<\frac{b-c}{b}$
⑤ $a>b$이고 $c<0$이므로
$\frac{a}{c}<\frac{b}{c}$, $-\frac{a}{c}>-\frac{b}{c}$ $\quad\therefore 1-\frac{a}{c}>1-\frac{b}{c}$
따라서 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다.

2 $A-B=(3x+5)-(5x-1)$
$=3x+5-5x+1$
$=-2x+6$
따라서 $-8<-2x+6\le 5$이므로
$-14<-2x\le -1$
$\therefore \frac{1}{2}\le x<7$

3 주어진 부등식의 양변에 30을 곱하면
$5(x-3)-6(2-x)-10(x-4)>15$
$5x-15-12+6x-10x+40>15$
$\therefore x>2$
따라서 주어진 부등식의 해를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



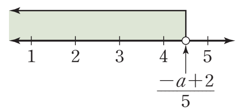
4 $0.5=\frac{1}{2}$, $0.1\dot{6}=\frac{16-1}{90}=\frac{1}{6}$이므로
$0.5x-\frac{4}{3}\le 0.1\dot{6}-\frac{3x-4}{4}$에서
$\frac{1}{2}x-\frac{4}{3}\le\frac{1}{6}-\frac{3x-4}{4}$
이 식의 양변에 12를 곱하면
$6x-16\le 2-3(3x-4)$
$6x-16\le -9x+14$
$15x\le 30$ $\quad\therefore x\le 2$
따라서 주어진 부등식의 자연수인 해는 1, 2의 2개이다.

5 $a(x-1)+2<bx+3$에서 $(a-b)x<a+1$
이때 $a<b$이면 $a-b<0$이므로
$x>\frac{a+1}{a-b}$

6 $ax+b<cx+d$를 정리하면
$(a-c)x<\boxed{d-b}$
(i) $a>c$일 때, $a-c>0$이므로 $\boxed{x<\frac{d-b}{a-c}}$
(ii) $a<c$일 때, $a-c<0$이므로 $\boxed{x>\frac{d-b}{a-c}}$
(iii) $a=c$일 때, $a-c=0$이므로 $0\times x<d-b$의 꼴이 되어
$d-b\le 0$, 즉 $\boxed{d\le b}$이면 해가 없다.
또 $d-b>0$, 즉 $\boxed{d>b}$이면 해가 무수히 많다.
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

7 주어진 부등식의 양변에 12를 곱하면
$4x+16\le 3(ax+3)$에서 $(4-3a)x\le -7$
이때 주어진 부등식의 해가 $x\le -1$이므로
$4-3a>0$
따라서 $x\le\frac{-7}{4-3a}$에서 $\frac{-7}{4-3a}=-1$이므로
$-7=3a-4$, $3a=-3$ $\quad\therefore a=-1$

8 $2(x-1)+3(x+a)<2a$에서
$2x-2+3x+3a<2a$
$5x<-a+2$ $\quad\therefore x<\frac{-a+2}{5}$ $\quad\cdots$ ㉠
㉠을 만족시키는 자연수 x가 1, 2, 3, 4뿐이려면 오른쪽 그림에서



$4<\frac{-a+2}{5}\le 5$
$20<-a+2\le 25$
$18<-a\le 23$ $\quad\therefore -23\le a<-18$

3 최고 유형 정복하기 44~45쪽

01 ㄱ, ㄹ **02** $4<a\le\frac{13}{3}$ **03** $x<2$ **04** $a=2$, $b=1$
05 $x<-11$ **06** $-6\le k<-\frac{14}{3}$ **07** 2
08 $14<a\le 17$

01 주어진 수직선에서 $a<b<0<c<d$이다.
ㄱ. $b-a$와 $d-c$가 같은지는 알 수 없다.
ㄴ. $a<b$이므로 $a-b<0$
$c<d$이므로 $d-c>0$
$\therefore a-b<d-c$
ㄷ. $ab>0$, $bc<0$이므로 $ab>bc$
ㄹ. $a<b$이므로 $-b<-a$에서 $d-b<d-a$
이때 $c>0$이므로 $\frac{d-b}{c}<\frac{d-a}{c}$
ㅁ. $ad<0$, $bc<0$이고, $|ad|>|bc|$이므로
$ad<bc$
ㅂ. $a+b<0$, $c+d>0$이므로 $a+b<c+d$
이때 $a<0$이므로 $a(a+b)>a(c+d)$
따라서 옳지 않은 것은 ㄱ, ㄹ이다.

02 주어진 방정식의 양변에 12를 곱하면
$6(x-2)-4(x-1)=3(x-a)$
$6x-12-4x+4=3x-3a$
$-x=-3a+8$ $\quad\therefore x=3a-8$
따라서 $4<3a-8\le 5$이므로
$12<3a\le 13$ $\quad\therefore 4<a\le\frac{13}{3}$

03 $\frac{1}{2}-\frac{a}{3}>\frac{1}{6}-\frac{a}{4}$에서 $6-4a>2-3a$

$-a>-4$ $\quad\therefore a<4$ $\quad\cdots$ ㉠

$ax-2a>5(x-2)$에서 $ax-2a>5x-10$

$(a-5)x>2a-10$

이때 ㉠에서 $a-5<0$

따라서 $x<\frac{2a-10}{a-5}$이므로 $x<\frac{2(a-5)}{a-5}$

$\therefore x<2$

04 $5x-8\leq 2(x-1)-3$에서 $5x-8\leq 2x-5$

$3x\leq 3$ $\quad\therefore x\leq 1$

$bx-3\geq a(x-2)$에서 $bx-3\geq ax-2a$

$(b-a)x\geq 3-2a$

이 부등식의 해가 $x\leq 1$이므로 $b-a<0$

따라서 $x\leq\frac{3-2a}{b-a}$에서 $\frac{3-2a}{b-a}=1$이므로

$3-2a=b-a$ $\quad\therefore a+b=3$

이때 a, b는 자연수이고 $b-a<0$에서 $b<a$이므로

$a=2$, $b=1$

05 $ax-2b(x-1)>a-2b$에서

$ax-2bx+2b>a-2b$

$(a-2b)x>a-4b$

이 부등식의 해가 $x<\frac{1}{3}$이므로

$a-2b<0$ $\quad\cdots$ ㉠

따라서 $x<\frac{a-4b}{a-2b}$에서 $\frac{a-4b}{a-2b}=\frac{1}{3}$이므로

$3a-12b=a-2b$

$2a=10b$ $\quad\therefore a=5b$ $\quad\cdots$ ㉡

㉡을 $(a-4b)x+2a+b>0$에 대입하면

$(5b-4b)x+10b+b>0$

$bx+11b>0$

$\therefore bx>-11b$

이때 ㉡을 ㉠에 대입하면

$5b-2b=3b<0$

즉, $b<0$이므로 $bx>-11b$에서 $x<-11$

06 $x+3y=2$에서 $3y=2-x$

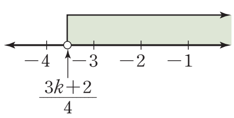
$\therefore y=\frac{2-x}{3}$

이것을 $y<x-k$에 대입하면

$\frac{2-x}{3}<x-k$, $2-x<3x-3k$

$-4x<-3k-2$ $\quad\therefore x>\frac{3k+2}{4}$ $\quad\cdots$ ㉠

㉠을 만족시키는 음의 정수 x가 3개이려면 오른쪽 그림에서



$-4\leq\frac{3k+2}{4}<-3$

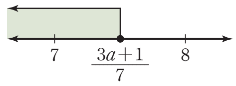
$-16\leq 3k+2<-12$

$-18\leq 3k<-14$ $\quad\therefore -6\leq k<-\frac{14}{3}$

07 $x-a\leq\frac{1-4x}{3}$에서 $3x-3a\leq 1-4x$

$7x\leq 3a+1$ $\quad\therefore x\leq\frac{3a+1}{7}$ $\quad\cdots$ ㉠

㉠을 만족시키는 x의 값 중에서 15와 서로소인 자연수가 1, 2, 4, 7의 4개이려면 오른쪽 그림에서



$7\leq\frac{3a+1}{7}<8$, $49\leq 3a+1<56$

$48\leq 3a<55$ $\quad\therefore 16\leq a<\frac{55}{3}$

따라서 $A=18$, $B=16$이므로

$A-B=18-16=2$

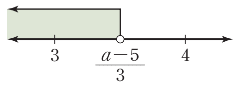
08 $(2x-1)◎(5x+2)>2◎a$에서

$(2x-1)-(5x+2)+2>2-a+2$

$2x-1-5x-2+2>4-a$

$-3x>5-a$ $\quad\therefore x<\frac{a-5}{3}$ $\quad\cdots$ ㉠

㉠을 만족시키는 정수 x의 최댓값이 3이려면 오른쪽 그림에서



$3<\frac{a-5}{3}\leq 4$, $9<a-5\leq 12$

$\therefore 14<a\leq 17$

2 일차부등식의 활용

1 주제별 유형 불러오기 47~51쪽

유제 1	②	유제 2	14	유제 3	8.5점	유제 4	②
유제 5	520원	유제 6	④	유제 7	9명	유제 8	④
유제 9	1200 m			유제 10	①	유제 11	15 g

유제 1 차가 4인 두 자연수를 x, $x+4$라 하면

$x+(x+4)\leq 20$

$2x\leq 16$ $\quad\therefore x\leq 8$

따라서 두 자연수 중에서 작은 수의 최댓값은 8이다.

유제 2 연속하는 두 짝수를 x, $x+2$라 하면

$5x-4>3(x+2)$

$5x-4>3x+6$

$2x>10$ $\quad\therefore x>5$

따라서 가장 작은 두 짝수는 6, 8이므로 구하는 합은

$6+8=14$

유제 3 10번째 사격에서 x점을 얻는다고 하면

$\frac{9.5\times9+x}{10}\ge9.4$, $85.5+x\ge94$ $\therefore x\ge8.5$

따라서 10번째 사격에서 8.5점 이상을 얻어야 한다.

유제 4 물건의 정가를 x원이라 하면

(정가의 20%를 할인한 가격)$-$(원가)$\ge$(원가)$\times\frac{15}{100}$

이므로

$x\times\left(1-\frac{20}{100}\right)-8000\ge8000\times\frac{15}{100}$

$\frac{80}{100}x-8000\ge1200$

$\frac{4}{5}x\ge9200$ $\therefore x\ge11500$

따라서 정가를 11500원 이상으로 정해야 한다.

유제 5 사과 한 개의 가격을 x원이라 하면

(사과 25개의 판매 가격)$-$(한 상자의 원가)

$\ge$(한 상자의 원가)$\times\frac{30}{100}$

이므로

$25x-10000\ge10000\times\frac{30}{100}$

$25x-10000\ge3000$

$25x\ge13000$ $\therefore x\ge520$

따라서 사과 한 개의 가격을 520원 이상으로 정해야 한다.

유제 6 연필을 x자루 산다고 하면 동네 문방구에서 살 때는 $200x$원, 문구 할인점에서 살 때는 $(140x+1500)$원이므로

$200x>140x+1500$

$60x>1500$ $\therefore x>25$

따라서 연필을 최소 26자루 살 때, 문구 할인점으로 가는 것이 더 유리하다.

유제 7 여자 친구의 친구들을 x명, 장미 한 송이의 가격을 a원이라 하면

(10% 할인을 받은 $(200+x)$송이의 장미의 금액)

$>$(25% 할인을 받은 250송이의 장미의 금액)

이므로

$(200+x)\times a\times\left(1-\frac{10}{100}\right)>250\times a\times\left(1-\frac{25}{100}\right)$

$(200+x)\times\frac{90}{100}a>250\times\frac{75}{100}a$

$200+x>\frac{625}{3}$ $\therefore x>\frac{25}{3}(=8.3\cdots)$

따라서 여자 친구의 친구들이 9명 이상일 때, 250송이를 사는 것이 더 유리하다.

유제 8 $x$km 떨어진 곳까지 갔다 온다고 하면

$\frac{x}{3}+\frac{x}{2}\le2\frac{3}{4}$, $4x+6x\le33$

$10x\le33$ $\therefore x\le\frac{33}{10}(=3.3)$

따라서 최대 3.3km 떨어진 곳까지 갔다 올 수 있다.

유제 9 뛰어간 거리를 xm라 하면 걸어간 거리는 $(2000-x)$m이므로

$\frac{2000-x}{40}+\frac{x}{100}\le32$

$10000-5x+2x\le6400$

$-3x\le-3600$

$\therefore x\ge1200$

따라서 최소 1200m를 뛰어야 한다.

유제 10 농도가 13%인 소금물을 xg 넣는다고 하면 농도가 5%인 소금물은 $(400-x)$g이므로

$\frac{5}{100}\times(400-x)+\frac{13}{100}\times x\ge\frac{9}{100}\times400$

$2000-5x+13x\ge3600$

$8x\ge1600$

$\therefore x\ge200$

따라서 농도가 13%인 소금물을 200g 이상 넣어야 하므로 가능하지 않은 것은 ①이다.

유제 11 증발시킨 물의 양을 xg이라 하면 더 넣은 설탕의 양도 xg이므로

$\frac{4}{100}\times500+x\ge\frac{7}{100}\times500$

$20+x\ge35$

$\therefore x\ge15$

따라서 15g 이상의 물을 증발시켜야 한다.

2 최고 유형 탐험하기

52~53쪽

1 ②	**2** ③	**3** ⑤	**4** ④
5 ④	**6** ③		

1 연속하는 세 개의 3의 배수를 x, $x+3$, $x+6$이라 하면

$x+(x+3)+(x+6)<80$

$3x<71$ $\therefore x<\frac{71}{3}(=23.6\cdots)$

따라서 세 개의 3의 배수 중 가장 작은 수의 최댓값은 21이다.

2 이번 달에 판 초콜릿의 개수를 x개라 하면 이번 달에 팔고 남은 초콜릿의 개수는 $(100-x)$개이므로

$1000x+1000\times\left(1-\frac{50}{100}\right)\times(100-x)-700\times100\ge17500$

$1000x+50000-500x-70000\ge17500$

$500x\ge37500$

$\therefore x\ge75$

따라서 이번 달에 팔아야 하는 초콜릿은 최소 75개이다.

$\therefore a=75$

3 단체의 인원수를 x명이라 하고, 1인당 입장료를 a원이라 하면 최소 인원이 40명 이상이므로
(10 % 할인을 받은 x명의 입장료)
>(20 % 할인을 받은 80명의 입장료)
에서 $x\times a\times\left(1-\frac{10}{100}\right)>80\times a\times\left(1-\frac{20}{100}\right)$
$x\times\frac{90}{100}a>80\times\frac{80}{100}a$
$\frac{9}{10}x>64\qquad\therefore x>\frac{640}{9}(=71.1\cdots)$
따라서 72명 이상이면 80명의 단체 입장권을 구입하는 것이 더 유리하다.

4 집에서 첫 번째 문화재까지의 거리를 $x$km라 하면 집에서 두 번째 문화재까지의 거리는 $3x$km이므로
$\frac{x}{4}\times2+2+\frac{1}{2}+\frac{3x}{4}\times2+2\le8$
$2x+\frac{9}{2}\le8,\ 2x\le\frac{7}{2}\qquad\therefore x\le\frac{7}{4}$
따라서 두 번째 문화재는 집에서 최대 $3\times\frac{7}{4}=\frac{21}{4}$(km) 떨어져 있다.

5 소금물을 x분 동안 끓인다고 하면 x분 후 남아 있는 소금물의 양은 $(600-20x)$g이므로
$\frac{10}{100}\times600\ge\frac{20}{100}\times(600-20x)$
$60\ge120-4x,\ 4x\ge60\qquad\therefore x\ge15$
따라서 소금물의 농도가 20 % 이상이 되게 하려면 15분 이상 끓여야 한다.

6 색종이를 x장 이어 붙여서 만든 직사각형 모양의 띠의 가로의 길이는 $4x-(x-1)=3x+1$(cm), 세로의 길이는 4 cm이다.
이때 직사각형 모양의 띠의 둘레의 길이는
$2\{(3x+1)+4\}=6x+10$(cm)이므로
$6x+10\ge82,\ 6x\ge72\qquad\therefore x\ge12$
따라서 필요한 색종이는 최소 12장이다.
[참고] 색종이를 1장, 2장, 3장, ⋯ 이어 붙일 때, 직사각형 모양의 띠의 가로의 길이는 각각 4 cm, $4\times2-1$(cm), $4\times3-2$(cm), ⋯
따라서 색종이를 x장 이어 붙일 때, 직사각형 모양의 띠의 가로의 길이는 $4\times x-(x-1)=3x+1$(cm)

3 최고 유형 정복하기

54~55쪽

01 39	**02** 50 %	**03** 4.3 km	**04** $\frac{3}{2}$ km
05 11 g	**06** 52개		

01 처음 수의 십의 자리의 숫자를 x라 하면 일의 자리의 숫자는 $12-x$이므로
$10(12-x)+x>2\{10x+(12-x)\}$
$120-9x>18x+24,\ -27x>-96\qquad\therefore x<\frac{32}{9}(=3.5\cdots)$
이때 x, $12-x$는 각각 한 자리의 자연수이므로
$x=3$
따라서 처음 수는 39이다.

02 물건의 원가를 a원이라 하고, 정가는 원가에 x%의 이익을 붙여서 정한다고 하면 (정가)$=a\left(1+\frac{x}{100}\right)$(원)
(정가의 30 %를 할인한 가격)$-$(원가)$\ge$(원가)$\times\frac{5}{100}$이므로
$a\left(1+\frac{x}{100}\right)\times\left(1-\frac{30}{100}\right)-a\ge a\times\frac{5}{100}$
$\left(1+\frac{x}{100}\right)\times\frac{70}{100}-1\ge\frac{5}{100}$
$700+7x-1000\ge50$
$7x\ge350\qquad\therefore x\ge50$
따라서 정가는 원가에 50 % 이상의 이익을 붙여서 정해야 한다.

03 성준이와 친구들이 간 거리를 xm라 하면 택시 요금은 200 m당 100원씩 추가되므로 1 m당 0.5원씩 추가된다.
성준이와 친구들이 택시와 버스를 탔을 때의 요금은 각각
(택시 요금)$=3000+0.5(x-1500)$(원),
(버스 요금)$=1100\times4=4400$(원)이므로
$3000+0.5(x-1500)<4400$
$0.5x<2150\qquad\therefore x<4300$
따라서 4300 m, 즉 4.3 km 미만을 가는 경우 택시를 타는 것이 더 유리하다.

04 집에서 학교까지의 거리를 $x$km라 하면
$\frac{2}{3}x\times\frac{1}{4}+\frac{2}{3}x\times\frac{1}{5}+\frac{x}{5}\le\frac{3}{4}$
$30x\le45\qquad\therefore x\le\frac{3}{2}$
따라서 학교는 집으로부터 $\frac{3}{2}$km 이내에 있다.

05 제거해야 하는 금속의 양을 xg이라 하면
$\frac{58.5}{100}\times50\ge\frac{75}{100}\times(50-x)$
$2925\ge3750-75x$
$75x\ge825\qquad\therefore x\ge11$
따라서 제거해야 하는 금속의 양은 11 g 이상이다.

06 처음 원기둥의 겉넓이는
$(\pi\times18^2)\times2+(2\pi\times18)\times5=828\pi(\mathrm{cm}^2)$
원기둥에 구멍을 한 개 뚫을 때마다 증가하는 겉넓이는
$(2\pi\times1)\times5-(\pi\times1^2)\times2=8\pi(\mathrm{cm}^2)$
구멍을 x개 뚫어 만든 새로운 입체도형의 겉넓이는
$828\pi+8\pi\times x=828\pi+8\pi x(\mathrm{cm}^2)$
즉, $828\pi+8\pi x\ge828\pi\times1.5$이어야 하므로
$8\pi x\ge414\pi$
$\therefore x\ge\frac{207}{4}(=51.75)$
따라서 구멍을 최소 52개 뚫어야 한다.

대단원 마무리하기

56~58쪽

01 ②, ③	02 ④	03 -5	04 ①
05 4, 5, 6, 7	06 625 m	07 5 g	08 ①
09 ③	10 1	11 1	12 38명
13 시속 24 km			

서술형 문제 〈과정은 풀이 참조〉

14 풀이 참조	15 $x<-4$	16 37.5 %	17 4개

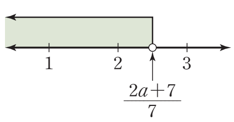
01 ① $c>b$이므로 $-c<-b$ $\quad\therefore a-c<a-b$
② $b<c$이므로 $b-a<c-a$, 즉 $-a+b<c-a$
③ $b<c$이고 $a<0$이므로 $\dfrac{b}{a}>\dfrac{c}{a}$
④ $0<b<c$이므로 $\dfrac{1}{b}>\dfrac{1}{c}$ $\quad\therefore \dfrac{1}{b}-2>\dfrac{1}{c}-2$
⑤ $a<b$이고 $ab<0$이므로 $a\times ab>b\times ab$, 즉 $a^2b>ab^2$
따라서 옳지 않은 것은 ②, ③이다.

02 소수점 아래 첫째 자리에서 반올림하면 4가 되므로
$3.5\le\dfrac{x+5}{2}<4.5$에서
$7\le x+5<9$ $\quad\therefore 2\le x<4$

03 $\dfrac{4}{3}x-4\left(x+\dfrac{1}{3}\right)\ge x$에서 $4x-12x-4\ge 3x$
$-11x\ge 4$ $\quad\therefore x\le-\dfrac{4}{11}(=-0.3\cdots)$
즉, $x\le-\dfrac{4}{11}$를 만족시키는 가장 큰 정수는 -1이므로
$a=-1$
$-\dfrac{3x-1}{2}<5+\dfrac{1-x}{3}$에서 $-9x+3<30+2-2x$
$-7x<29$ $\quad\therefore x>-\dfrac{29}{7}(=-4.1\cdots)$
즉, $x>-\dfrac{29}{7}$를 만족시키는 가장 작은 정수는 -4이므로
$b=-4$
$\therefore a+b=-1+(-4)=-5$

04 $(a-1)x-3\ge 5$에서 $(a-1)x\ge 8$
이때 주어진 부등식의 해가 $x\le-2$이므로 $a-1<0$
따라서 $x\le\dfrac{8}{a-1}$에서 $\dfrac{8}{a-1}=-2$이므로
$8=-2a+2$, $2a=-6$ $\quad\therefore a=-3$

05 $3(2x-1)-\dfrac{5x+1}{2}<a$에서 $6(2x-1)-(5x+1)<2a$
$7x<2a+7$ $\quad\therefore x<\dfrac{2a+7}{7}$ $\quad\cdots$ ㉠
㉠을 만족시키는 자연수 x가 1, 2뿐이려면 오른쪽 그림에서



$2<\dfrac{2a+7}{7}\le 3$, $14<2a+7\le 21$
$7<2a\le 14$ $\quad\therefore \dfrac{7}{2}<a\le 7$
따라서 a는 정수이므로 $a=4, 5, 6, 7$

06 정류장에서 상점까지의 거리를 x km라 하면
$\dfrac{x}{3}+\dfrac{1}{12}+\dfrac{x}{3}\le\dfrac{1}{2}$
$8x+1\le 6$, $8x\le 5$ $\quad\therefore x\le\dfrac{5}{8}$
따라서 $\dfrac{5}{8}$ km, 즉 625 m 이내의 상점에 다녀올 수 있다.

07 설탕을 x g 더 넣는다고 하면
$\dfrac{5.5}{100}\times 100+x\le\dfrac{10}{100}\times(100+x)$
$550+100x\le 1000+10x$
$90x\le 450$ $\quad\therefore x\le 5$
따라서 더 넣을 수 있는 설탕의 양은 5 g 이하이다.

08 삼각형의 가장 긴 변의 길이는 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 하므로
$x+8<(x+1)+(x+3)$
$x+8<2x+4$ $\quad\therefore x>4$
따라서 x의 값이 될 수 없는 것은 ①이다.

09 (사다리꼴 ABCD의 넓이)$=\dfrac{1}{2}\times(20+80)\times 50=2500(\text{cm}^2)$
$\overline{BP}=x$ cm라 하면 $\overline{AP}=(50-x)$ cm이므로
(삼각형 DPC의 넓이)
=(사다리꼴 ABCD의 넓이)−(삼각형 APD의 넓이)
−(삼각형 PBC의 넓이)
$=2500-\dfrac{1}{2}\times 20\times(50-x)-\dfrac{1}{2}\times 80\times x$
$=2000-30x(\text{cm}^2)$
삼각형 DPC의 넓이가 사다리꼴 ABCD의 넓이의 $\dfrac{1}{2}$ 이상이므로 $2000-30x\ge\dfrac{1}{2}\times 2500$
$-30x\ge-750$ $\quad\therefore x\le 25$
따라서 $\overline{BP}$의 길이의 최댓값은 25 cm이다.

10 $|3x-1|\le 8$에서 $-8\le 3x-1\le 8$
$-7\le 3x\le 9$ $\quad\therefore -\dfrac{7}{3}\le x\le 3$
$-\dfrac{7}{3}\le x\le 3$에서 $-\dfrac{13}{3}\le x-2\le 1$
$\therefore -\dfrac{13}{9}\le\dfrac{x-2}{3}\le\dfrac{1}{3}$
즉, $\dfrac{x-2}{3}$의 값은 -1, 0이므로
$\dfrac{x-2}{3}=-1$일 때, $x-2=-3$ $\quad\therefore x=-1$
$\dfrac{x-2}{3}=0$일 때, $x-2=0$ $\quad\therefore x=2$
따라서 정수 x의 값은 -1, 2이므로 구하는 합은
$-1+2=1$

11 $a(2x+1)-5(a-b)>b(x+3)$에서
$(2a-b)x>4a-2b$
이때 $2a<b$에서 $2a-b<0$
$(2a-b)x>4a-2b$에서 $x<\frac{4a-2b}{2a-b}$이므로
$x<\frac{2(2a-b)}{2a-b}$ $\quad\therefore x<2$
따라서 x는 자연수이므로 $x=1$

12 단체의 인원수를 x명, 1인당 입장료를 a원이라 하면 최소 인원이 30명 이상이므로
(15 %를 할인받은 x명의 입장료)
>(20 %를 할인받은 40명의 입장료)
에서
$x\times a\times\left(1-\frac{15}{100}\right)>40\times a\times\left(1-\frac{20}{100}\right)$
$x\times\frac{85}{100}a>40\times\frac{80}{100}a$
$85x>3200$ $\quad\therefore x>\frac{640}{17}(=37.6\cdots)$
따라서 38명 이상이면 40명의 단체권을 구입하는 것이 더 유리하다.

13 강을 따라 내려갈 때 걸린 시간은
$\frac{120}{26+4}=4$(시간)
즉, 강을 거슬러 올라갈 때 걸린 시간이 $10-4=6$(시간) 이내이어야 하므로 강을 거슬러 올라갈 때의 배 자체의 속력을 시속 x km라 하면
$6(x-4)\geq 120$
$6x-24\geq 120$
$6x\geq 144$ $\quad\therefore x\geq 24$
따라서 강을 거슬러 올라갈 때의 배 자체의 속력은 시속 24 km 이상이어야 한다.
[참고] ① 강을 거슬러 올라갈 때의 배의 속력
⇨ (배 자체의 속력)−(강물의 속력)
② 강을 따라 내려갈 때의 배의 속력
⇨ (배 자체의 속력)+(강물의 속력)

14 $ax-b\geq b(x-2)+a$에서 $(a-b)x\geq a-b$ … ⅰ
(가) $a>b$일 때, $a-b>0$이므로
$x\geq\frac{a-b}{a-b}$ $\quad\therefore x\geq 1$ … ⅱ
(나) $a<b$일 때, $a-b<0$이므로
$x\leq\frac{a-b}{a-b}$ $\quad\therefore x\leq 1$ … ⅲ
(다) $a=b$일 때, $a-b=0$이므로
$0\times x\geq 0$의 꼴이 되어 해가 무수히 많다. … ⅳ

채점 요소	비율
ⅰ 주어진 부등식을 정리하기	10 %
ⅱ $a>b$일 때, 부등식의 해 구하기	30 %
ⅲ $a<b$일 때, 부등식의 해 구하기	30 %
ⅳ $a=b$일 때, 부등식의 해 구하기	30 %

15 $\frac{2x-1}{3}>\frac{1}{5}(x-a)$에서 $5(2x-1)>3(x-a)$
$10x-5>3x-3a$, $7x>5-3a$
$\therefore x>\frac{5-3a}{7}$ … ⅰ
이때 주어진 부등식의 해가 $x>2$이므로
$\frac{5-3a}{7}=2$에서 $5-3a=14$
$-3a=9$ $\quad\therefore a=-3$ … ⅱ
$a=-3$을 $ax+2>14$에 대입하면
$-3x+2>14$, $-3x>12$
$\therefore x<-4$ … ⅲ

채점 요소	비율
ⅰ $\frac{2x-1}{3}>\frac{1}{5}(x-a)$의 해를 a를 사용하여 나타내기	30 %
ⅱ a의 값 구하기	40 %
ⅲ $ax+2>14$의 해 구하기	30 %

16 원가에 x %의 이익을 붙인다고 하고, 손해를 보지 않으려면
(판매 가격)≥(원가)+(운송비)이어야 하므로
$10000\times\left(1+\frac{x}{100}\right)\times\left(1-\frac{20}{100}\right)\geq 10000+10000\times\frac{10}{100}$ … ⅰ
$8000\left(1+\frac{x}{100}\right)\geq 11000$
$80x\geq 3000$
$\therefore x\geq 37.5$ … ⅱ
따라서 정가는 원가에 37.5 % 이상의 이익을 붙여서 정해야 한다. … ⅲ

채점 요소	비율
ⅰ 일차부등식 세우기	40 %
ⅱ 일차부등식의 해 구하기	40 %
ⅲ 정가는 원가에 몇 % 이상의 이익을 붙여서 정해야 하는지 구하기	20 %

17 라면을 x개 산다고 하고, 대형 마트에 가는 것이 더 유리하려면
(대형 마트에서 구입한 금액)+(왕복 교통비)
<(슈퍼마켓에서 구입한 금액)
이어야 하므로
$x\times 900\times\left(1-\frac{35}{100}\right)+1100<900x$ … ⅰ
$585x+1100<900x$
$-315x<-1100$
$\therefore x>\frac{220}{63}(=3.4\cdots)$ … ⅱ
따라서 라면을 4개 이상 사는 경우 대형 마트에 가는 것이 더 유리하다. … ⅲ

채점 요소	비율
ⅰ 일차부등식 세우기	40 %
ⅱ 일차부등식의 해 구하기	40 %
ⅲ 라면을 몇 개 이상 사는 경우 대형 마트에 가는 것이 더 유리한지 구하기	20 %

Ⅲ. 연립방정식

1 연립일차방정식

1 주제별 유형 불러오기 61~66쪽

유제 1	⑤	유제 2	$\frac{13}{3}$	유제 3	②
유제 4	$x=-\frac{7}{3}$, $y=\frac{2}{3}$			유제 5	⑤
유제 6	$x=4$, $y=4$			유제 7	②
유제 8	$x=\frac{15}{7}$, $y=\frac{9}{7}$			유제 9	①
유제 10	-2				
유제 11	④	유제 12	7		

유제 1 $\begin{cases} ax-6y=4 & \cdots ㉠ \\ 5x+by=2 & \cdots ㉡ \end{cases}$

$x=-2$, $y=2$를 ㉠, ㉡에 각각 대입하면

㉠에서 $-2a-12=4$, $-2a=16$ $\quad\therefore a=-8$

㉡에서 $-10+2b=2$, $2b=12$ $\quad\therefore b=6$

$\therefore b-a=6-(-8)=14$

유제 2 $\begin{cases} -x+3y=8 & \cdots ㉠ \\ -3x+2y=3 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times3-$㉡을 하면 $7y=21$ $\quad\therefore y=3$

$y=3$을 ㉠에 대입하면 $-x+9=8$ $\quad\therefore x=1$

따라서 $a=1$, $b=3$이므로

$a+b+\frac{1}{ab}=1+3+\frac{1}{3}=\frac{13}{3}$

유제 3 $\begin{cases} 2x+y-1=x+5y+2 \\ 2x+y-1=3x-y+4 \end{cases}$에서

$\begin{cases} x-4y=3 & \cdots ㉠ \\ -x+2y=5 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$+$㉡을 하면 $-2y=8$ $\quad\therefore y=-4$

$y=-4$를 ㉠에 대입하면

$x+16=3$ $\quad\therefore x=-13$

유제 4 주어진 방정식의 각 변에 12를 곱하면

$4(x+1)-6(y-1)=3(x-1)+4(y+1)=2(x+y)$

즉, $4x-6y+10=3x+4y+1=2x+2y$

$\begin{cases} 4x-6y+10=2x+2y \\ 3x+4y+1=2x+2y \end{cases}$에서 $\begin{cases} x-4y=-5 & \cdots ㉠ \\ x+2y=-1 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡을 하면 $-6y=-4$ $\quad\therefore y=\frac{2}{3}$

$y=\frac{2}{3}$를 ㉡에 대입하면

$x+\frac{4}{3}=-1$ $\quad\therefore x=-\frac{7}{3}$

유제 5 $\frac{1}{x}=X$, $\frac{1}{y}=Y$로 놓으면

$\begin{cases} 2X+3Y=-2 & \cdots ㉠ \\ X-4Y=10 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡$\times2$를 하면 $11Y=-22$ $\quad\therefore Y=-2$

$Y=-2$를 ㉡에 대입하면

$X+8=10$ $\quad\therefore X=2$

따라서 $\frac{1}{x}=2$, $\frac{1}{y}=-2$이므로 $x=\frac{1}{2}$, $y=-\frac{1}{2}$

$\therefore \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

유제 6 $\begin{cases} 3^x+2^{y+2}=145 \\ 3^{x+1}-2^y=227 \end{cases}$에서 $\begin{cases} 3^x+4\times2^y=145 \\ 3\times3^x-2^y=227 \end{cases}$

$3^x=X$, $2^y=Y$로 놓으면

$\begin{cases} X+4Y=145 & \cdots ㉠ \\ 3X-Y=227 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times3-$㉡을 하면 $13Y=208$ $\quad\therefore Y=16$

$Y=16$을 ㉡에 대입하면

$3X-16=227$

$3X=243$ $\quad\therefore X=81$

따라서 $3^x=81=3^4$, $2^y=16=2^4$이므로

$x=4$, $y=4$

유제 7 주어진 연립방정식에서 x와 y를 서로 바꾸면

$\begin{cases} 3y+4x=2 & \cdots ㉠ \\ y-3x=b & \cdots ㉡ \end{cases}$

$x=a$, $y=0$을 ㉠, ㉡에 각각 대입하면

㉠에서 $4a=2$ $\quad\therefore a=\frac{1}{2}$

㉡에서 $-3a=b$이므로

$b=-3\times\frac{1}{2}=-\frac{3}{2}$

$\therefore a+b=\frac{1}{2}+\left(-\frac{3}{2}\right)=-1$

유제 8 주어진 연립방정식에서 m과 n을 서로 바꾸면

$\begin{cases} 3x+2y=n \\ 2x-y=m \end{cases}$

이 연립방정식의 해가 $x=3$, $y=-3$이므로

$9-6=n$, $6+3=m$

$\therefore m=9$, $n=3$

따라서 $m=9$, $n=3$을 처음 연립방정식에 대입하면

$\begin{cases} 3x+2y=9 & \cdots ㉠ \\ 2x-y=3 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$+$㉡$\times2$를 하면 $7x=15$ $\quad\therefore x=\frac{15}{7}$

$x=\frac{15}{7}$를 ㉡에 대입하면

$\frac{30}{7}-y=3$ $\quad\therefore y=\frac{9}{7}$

유제 9 x의 값과 y의 값의 합의 4배는 y의 값의 8배보다 4만큼 작으므로

$4(x+y)=8y-4$에서 $4x-4y=-4$

즉, $x-y=-1$이므로

$\begin{cases} y=3x-2 & \cdots ㉠ \\ x-y=-1 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 ㉡에 대입하면

$x-(3x-2)=-1,\ -2x=-3 \qquad \therefore x=\frac{3}{2}$

$x=\frac{3}{2}$을 ㉠에 대입하면

$y=\frac{9}{2}-2=\frac{5}{2}$

따라서 $x=\frac{3}{2}$, $y=\frac{5}{2}$를 $x+2y=a+8$에 대입하면

$\frac{3}{2}+5=a+8 \qquad \therefore a=-\frac{3}{2}$

[다른 풀이]

$\begin{cases} y=3x-2 & \cdots ㉠ \\ x+2y=a+8 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 ㉡에 대입하면

$x+2(3x-2)=a+8,\ 7x-4=a+8$

$7x=a+12 \qquad \therefore x=\frac{a+12}{7}$

$x=\frac{a+12}{7}$를 ㉠에 대입하면

$y=3\times\frac{a+12}{7}-2=\frac{3a+22}{7}$

이때 x의 값과 y의 값의 합의 4배는 y의 값의 8배보다 4만큼 작으므로

$4\left(\frac{a+12}{7}+\frac{3a+22}{7}\right)=8\times\frac{3a+22}{7}-4$

$a+12+3a+22=2(3a+22)-7$

$4a+34=6a+37$

$-2a=3 \qquad \therefore a=-\frac{3}{2}$

유제 10 세 일차방정식의 공통인 해가 존재하므로

$\begin{cases} 2x+y=3 & \cdots ㉠ \\ 5x-y=4 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡을 하면 $7x=7 \qquad \therefore x=1$

$x=1$을 ㉠에 대입하면

$2+y=3 \qquad \therefore y=1$

따라서 $x=1$, $y=1$을 $x-my=3$에 대입하면

$1-m=3 \qquad \therefore m=-2$

유제 11 $\begin{cases} 2x-4y=b & \cdots ㉠ \\ ax-2y=3 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉡×2를 하면 $2ax-4y=6 \quad \cdots ㉢$

해가 없으려면 ㉠과 ㉢의 x, y의 계수는 각각 같고 상수항은 달라야 하므로

$2=2a$, $b\neq6$

$\therefore a=1,\ b\neq6$

유제 12 $\begin{cases} x+4y=-2 \\ 5x+3ay=y-10 \end{cases}$에서

$\begin{cases} x+4y=-2 & \cdots ㉠ \\ 5x+(3a-1)y=-10 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×5를 하면 $5x+20y=-10 \quad \cdots ㉢$

해가 무수히 많으려면 ㉡과 ㉢이 일치해야 하므로

$3a-1=20,\ 3a=21 \qquad \therefore a=7$

2 최고 유형 탐험하기

67~69쪽

1 ③	**2** ④	**3** ①	**4** ③
5 ④	**6** ⑤	**7** ④	**8** ⑤
9 ③	**10** ②	**11** ②	**12** ②

1 $2(ax-3y)+y+b=3x-4(x+by)+5$에서

$(2a+1)x+(-5+4b)y+b-5=0$

이 식이 x, y에 대한 일차방정식이 되려면 $2a+1\neq0$, $-5+4b\neq0$이어야 한다.

$\therefore a\neq-\frac{1}{2},\ b\neq\frac{5}{4}$

2 $x=a$, $y=a$를 $7x-4y+1=5a-3$에 대입하면

$7a-4a+1=5a-3$

$-2a=-4 \qquad \therefore a=2$

$a=2$를 $7x-4y+1=5a-3$에 대입하면

$7x-4y+1=10-3$

즉, $7x-4y-6=0$

①, ②, ③, ⑤ 주어진 x, y의 값을 $7x-4y-6=0$에 대입하면 등식이 성립한다.

④ $x=4$, $y=5$를 $7x-4y-6=0$에 대입하면

$7\times4-4\times5-6\neq0$

따라서 방정식의 해가 아닌 것은 ④이다.

3 $3a^2-3a(x-2)+6x-y=0$에서

$(-3a+6)x-y+3a^2+6a=0 \quad \cdots ㉠$

$x=a$, $y=12$를 ㉠에 대입하면

$(-3a+6)a-12+3a^2+6a=0$

$12a-12=0 \qquad \therefore a=1$

따라서 $a=1$을 ㉠에 대입하면

$3x-y+9=0 \quad \cdots ㉡$

$x=3$, $y=b$를 ㉡에 대입하면

$9-b+9=0 \qquad \therefore b=18$

$\therefore a+b=1+18=19$

4 $x=-3$, $y=1$을 $\begin{cases} ax-by=-2 \\ bx-ay=1 \end{cases}$에 대입하면

$\begin{cases} -3a-b=-2 & \cdots ㉠ \\ -3b-a=1 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡$\times 3$을 하면 $8b=-5$ $\quad \therefore b=-\frac{5}{8}$

$b=-\frac{5}{8}$를 ㉡에 대입하면

$\frac{15}{8}-a=1$ $\quad \therefore a=\frac{7}{8}$

$\therefore a+b=\frac{7}{8}+\left(-\frac{5}{8}\right)=\frac{1}{4}$

5 $\begin{cases} \frac{1-x}{2}-\frac{y}{3}=2 \\ 0.\dot{1}x+0.\dot{4}y=-0.\dot{3} \end{cases}$에서

$\begin{cases} \frac{1-x}{2}-\frac{y}{3}=2 \\ \frac{1}{9}x+\frac{4}{9}y=-\frac{3}{9} \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} -3x-2y=9 & \cdots ㉠ \\ x+4y=-3 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$+$㉡$\times 3$을 하면 $10y=0$ $\quad \therefore y=0$

$y=0$을 ㉡에 대입하면 $x=-3$

따라서 $a=-3$, $b=0$이므로

$a^2+b^2=(-3)^2+0=9$

6 $\frac{x-2y+3}{2}=\frac{2x+y-4}{3}=y+2$에서

$\begin{cases} \frac{x-2y+3}{2}=y+2 \\ \frac{2x+y-4}{3}=y+2 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x-4y=1 & \cdots ㉠ \\ x-y=5 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡을 하면 $-3y=-4$ $\quad \therefore y=\frac{4}{3}$

$y=\frac{4}{3}$를 ㉡에 대입하면

$x-\frac{4}{3}=5$ $\quad \therefore x=\frac{19}{3}$

따라서 $a=\frac{19}{3}$, $b=\frac{4}{3}$이므로

$\frac{a}{b}=a\div b=\frac{19}{3}\div\frac{4}{3}=\frac{19}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{19}{4}$

7 $\frac{1}{x-y}=A$, $\frac{1}{x+y}=B$로 놓으면

$\begin{cases} 2A-2B=5 & \cdots ㉠ \\ 2A+3B=15 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡을 하면 $-5B=-10$ $\quad \therefore B=2$

$B=2$를 ㉠에 대입하면

$2A-4=5$, $2A=9$ $\quad \therefore A=\frac{9}{2}$

즉, $\begin{cases} \frac{1}{x-y}=\frac{9}{2} \\ \frac{1}{x+y}=2 \end{cases}$에서 $\begin{cases} x-y=\frac{2}{9} & \cdots ㉢ \\ x+y=\frac{1}{2} & \cdots ㉣ \end{cases}$

㉢$+$㉣을 하면 $2x=\frac{13}{18}$ $\quad \therefore x=\frac{13}{36}$

$x=\frac{13}{36}$을 ㉣에 대입하면

$\frac{13}{36}+y=\frac{1}{2}$ $\quad \therefore y=\frac{5}{36}$

$\therefore \left(\frac{13}{36}, \frac{5}{36}\right)$

8 잘못 보고 푼 연립방정식의 두 일차방정식의 상수항을 각각 a, $10-a$라 하면

$\begin{cases} x-y=a & \cdots ㉠ \\ 2x+3y=10-a & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 2-$㉡을 하면 $-5y=3a-10$

$\therefore y=\frac{3a-10}{-5}$

즉, $\frac{3a-10}{-5}=5$이므로 $3a-10=-25$

$3a=-15$ $\quad \therefore a=-5$

따라서 잘못 본 두 상수항은 각각 -5, 15이므로 그 차는

$15-(-5)=20$

9 주어진 두 연립방정식의 네 일차방정식이 모두 같은 해를 가지므로

$\begin{cases} x+3y=3 & \cdots ㉠ \\ 4x-3y=3 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$+$㉡을 하면 $5x=6$ $\quad \therefore x=\frac{6}{5}$

$x=\frac{6}{5}$을 ㉠에 대입하면

$\frac{6}{5}+3y=3$, $3y=\frac{9}{5}$ $\quad \therefore y=\frac{3}{5}$

$x=\frac{6}{5}$, $y=\frac{3}{5}$을 $5ax-10by=2$에 대입하면

$6a-6b=2$ $\quad \therefore 3a-3b=1$ $\quad \cdots ㉢$

$x=\frac{6}{5}$, $y=\frac{3}{5}$을 $10ax-5by=-1$에 대입하면

$12a-3b=-1$ $\quad \cdots ㉣$

㉢$-$㉣을 하면 $-9a=2$ $\quad \therefore a=-\frac{2}{9}$

$a=-\frac{2}{9}$를 ㉢에 대입하면

$-\frac{2}{3}-3b=1$, $-3b=\frac{5}{3}$ $\quad \therefore b=-\frac{5}{9}$

$\therefore a-b=-\frac{2}{9}-\left(-\frac{5}{9}\right)=\frac{1}{3}$

10 $\begin{cases} x-4y=a & \cdots ㉠ \\ 4x-y=5-a & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$+$㉡을 하면 $5x-5y=5$

$\therefore x-y=1$ $\quad \cdots ㉢$

x의 값과 y의 값의 합이 7이므로

$x+y=7$ $\quad \cdots ㉣$

㉢$+$㉣을 하면 $2x=8$ $\quad \therefore x=4$

$x=4$를 ㉣에 대입하면 $4+y=7$ $\quad \therefore y=3$

따라서 $x=4$, $y=3$을 ㉠에 대입하면

$4-12=a$ $\quad \therefore a=-8$

11 $\begin{cases}(a-4)x+3y-6=0\\6x-2y-3=0\end{cases}$에서

$\begin{cases}(a-4)x+3y=6 & \cdots ㉠\\6x-2y=3 & \cdots ㉡\end{cases}$

㉠$\times 2$를 하면 $2(a-4)x+6y=12$ $\cdots$ ㉢

㉡$\times(-3)$을 하면 $-18x+6y=-9$ $\cdots$ ㉣

해가 없으려면 ㉢과 ㉣의 x, y의 계수는 각각 같고 상수항은 달라야 하므로

$2(a-4)=-18$

$2a=-10$ $\therefore a=-5$

12 $\begin{cases}2x-3ky=0 & \cdots ㉠\\3x+(1-4k)y=0 & \cdots ㉡\end{cases}$

㉠$\times 3$을 하면 $6x-9ky=0$ $\cdots$ ㉢

㉡$\times 2$를 하면 $6x+2(1-4k)y=0$ $\cdots$ ㉣

해가 무수히 많으려면 ㉢과 ㉣이 일치해야 하므로

$-9k=2(1-4k)$ $\therefore k=-2$

3 최고 유형 정복하기

70~72쪽

01 2 **02** -63 **03** $a=30$, $b=80$, $k=10$
04 $a=1$, $b=1$ **05** $x=0$, $y=1$
06 $x=-\frac{15}{2}$, $y=8$ **07** -4 **08** 5
09 -26 **10** -2

01 $x=5$, $y=-3$을 $\frac{a}{10}x-y-\frac{3}{2}=0$에 대입하면

$\frac{a}{2}+3-\frac{3}{2}=0$, $\frac{a}{2}=-\frac{3}{2}$ $\therefore a=-3$

즉, $-\frac{3}{10}x-y-\frac{3}{2}=0$

따라서 $x=b-\frac{1}{3}$, $y=-b$를 $-\frac{3}{10}x-y-\frac{3}{2}=0$에 대입하면

$-\frac{3}{10}\left(b-\frac{1}{3}\right)+b-\frac{3}{2}=0$

$\frac{7}{10}b=\frac{14}{10}$ $\therefore b=2$

02 $x=2p$, $y=3p$를 $3x-5y=-27$에 대입하면

$6p-15p=-27$, $-9p=-27$ $\therefore p=3$

$\therefore x=6$, $y=9$

따라서 $x=6$, $y=9$를 $10x-9y-a=0$에 대입하면

$60-81-a=0$ $\therefore a=-21$

$\therefore ap=-21\times 3=-63$

03 $\begin{cases}9x-2y=11k & \cdots ㉠\\6x+4y=50k & \cdots ㉡\end{cases}$

㉠$\times 2+$㉡을 하면 $24x=72k$ $\therefore x=3k$

$x=3k$를 ㉠에 대입하면

$27k-2y=11k$, $-2y=-16k$ $\therefore y=8k$

세 자연수 $3k$, $8k$, k의 최소공배수가 240이므로

$k\times 3\times 8=240$에서 $k=10$

$\therefore a=30$, $b=80$, $k=10$

04 $(a+1)$▣$(b+1)=18$에서

$4(a+1)+5(b+1)=18$ $\therefore 4a+5b=9$ $\cdots$ ㉠

$2a$▣$(b-1)=8$에서

$4\times 2a+5(b-1)=8$ $\therefore 8a+5b=13$ $\cdots$ ㉡

㉠$-$㉡을 하면 $-4a=-4$ $\therefore a=1$

$a=1$을 ㉠에 대입하면

$4+5b=9$, $5b=5$ $\therefore b=1$

05 (i) $x\ge 1$일 때, $x-1\ge 0$에서 $|x-1|=x-1$이므로

$\begin{cases}y=x+1 & \cdots ㉠\\y=3x+x-1=4x-1 & \cdots ㉡\end{cases}$

㉠을 ㉡에 대입하면

$x+1=4x-1$, $-3x=-2$ $\therefore x=\frac{2}{3}$

이때 $\frac{2}{3}<1$이므로 $x=\frac{2}{3}$는 주어진 연립방정식의 해가 아니다.

(ii) $x<1$일 때, $x-1<0$에서 $|x-1|=-x+1$이므로

$\begin{cases}y=x+1 & \cdots ㉢\\y=3x-x+1=2x+1 & \cdots ㉣\end{cases}$

㉢을 ㉣에 대입하면

$x+1=2x+1$ $\therefore x=0$

이때 $0<1$이므로 $x=0$은 주어진 연립방정식의 해이다.

$x=0$을 ㉢에 대입하면 $y=1$

(i), (ii)에 의해 주어진 연립방정식의 해는

$x=0$, $y=1$

06 (i) $x>y$일 때, $x\triangle y=x$, $x\triangledown y=y$이므로

$\begin{cases}x=2x+3y-1\\y=-x-y-7\end{cases}$에서 $\begin{cases}x+3y=1 & \cdots ㉠\\x+2y=-7 & \cdots ㉡\end{cases}$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=-23$, $y=8$

이때 $-23<8$이므로 $x=-23$, $y=8$은 주어진 연립방정식의 해가 아니다.

(ii) $x<y$일 때, $x\triangle y=y$, $x\triangledown y=x$이므로

$\begin{cases}y=2x+3y-1\\x=-x-y-7\end{cases}$에서 $\begin{cases}2x+2y=1 & \cdots ㉢\\2x+y=-7 & \cdots ㉣\end{cases}$

㉢, ㉣을 연립하여 풀면 $x=-\frac{15}{2}$, $y=8$

이때 $-\frac{15}{2}<8$이므로 $x=-\frac{15}{2}$, $y=8$은 주어진 연립방정식의 해이다.

(i), (ii)에 의해 주어진 연립방정식의 해는

$x=-\frac{15}{2}$, $y=8$

07 주어진 방정식의 각 변에 12를 곱하면
$3(-4x+y+2)=4(x-y-a)=2(x+8)$
즉, $-12x+3y+6=4x-4y-4a=2x+16$
$\begin{cases} -12x+3y+6=2x+16 \\ 4x-4y-4a=2x+16 \end{cases}$에서
$\begin{cases} 14x-3y=-10 & \cdots ㉠ \\ x-2y=8+2a & \cdots ㉡ \end{cases}$
$y=-\frac{2}{5}$를 ㉠에 대입하면
$14x+\frac{6}{5}=-10,\ 14x=-\frac{56}{5} \qquad \therefore x=-\frac{4}{5}$
따라서 $x=-\frac{4}{5},\ y=-\frac{2}{5}$를 ㉡에 대입하면
$-\frac{4}{5}+\frac{4}{5}=8+2a,\ 2a=-8 \qquad \therefore a=-4$

08 성범이는 바르게 풀었으므로
$x=2,\ y=3$을 $\begin{cases} ax+by=2 \\ bx+ay=1 \end{cases}$에 대입하면
$\begin{cases} 2a+3b=2 & \cdots ㉠ \\ 2b+3a=1 & \cdots ㉡ \end{cases}$
㉠$\times 2-$㉡$\times 3$을 하면 $-5a=1 \qquad \therefore a=-\frac{1}{5}$
$a=-\frac{1}{5}$을 ㉠에 대입하면
$-\frac{2}{5}+3b=2,\ 3b=\frac{12}{5} \qquad \therefore b=\frac{4}{5}$
혜연이는 상수 a와 b를 서로 바꾸어 놓고 풀었으므로
$a=-\frac{1}{5},\ b=\frac{4}{5}$를 $\begin{cases} bx+ay=2 \\ ax+by=1 \end{cases}$에 대입하면
$\begin{cases} \frac{4}{5}x-\frac{1}{5}y=2 \\ -\frac{1}{5}x+\frac{4}{5}y=1 \end{cases}$에서 $\begin{cases} 4x-y=10 & \cdots ㉢ \\ -x+4y=5 & \cdots ㉣ \end{cases}$
㉢$+$㉣$\times 4$를 하면 $15y=30 \qquad \therefore y=2$
$y=2$를 ㉢에 대입하면
$4x-2=10,\ 4x=12 \qquad \therefore x=3$
따라서 $p=3,\ q=2$이므로
$p+q=3+2=5$

09 $\frac{1}{x+2y}=X,\ \frac{1}{x-2y}=Y$로 놓으면
$\begin{cases} X-3Y=2 & \cdots ㉠ \\ X+2Y=3 & \cdots ㉡ \end{cases}$
㉠$-$㉡을 하면 $-5Y=-1 \qquad \therefore Y=\frac{1}{5}$
$Y=\frac{1}{5}$을 ㉠에 대입하면 $X-\frac{3}{5}=2 \qquad \therefore X=\frac{13}{5}$
즉, $\begin{cases} \frac{1}{x+2y}=\frac{13}{5} \\ \frac{1}{x-2y}=\frac{1}{5} \end{cases}$에서 $\begin{cases} x+2y=\frac{5}{13} & \cdots ㉢ \\ x-2y=5 & \cdots ㉣ \end{cases}$
㉢$-$㉣을 하면 $4y=-\frac{60}{13} \qquad \therefore y=-\frac{15}{13}$
$y=-\frac{15}{13}$를 ㉢에 대입하면 $x-\frac{30}{13}=\frac{5}{13} \qquad \therefore x=\frac{35}{13}$
따라서 $x=\frac{35}{13},\ y=-\frac{15}{13}$를 $13x-my=5$에 대입하면
$35+\frac{15}{13}m=5,\ \frac{15}{13}m=-30 \qquad \therefore m=-26$

10 $\begin{cases} 2x+4y=4a & \cdots ㉠ \\ x+ay=4 & \cdots ㉡ \end{cases}$
㉡$\times 2$를 하면 $2x+2ay=8 \quad \cdots ㉢$
해가 무수히 많으려면 ㉠과 ㉢이 일치해야 하므로
$4=2a,\ 4a=8 \qquad \therefore a=2$
이때 $(b-a+4)x+b-5=0$, 즉 $(b-a+4)x=5-b$가 해를 갖지 않으려면
$b-a+4=0,\ 5-b\neq 0$이어야 한다.
따라서 $a=2$를 $b-a+4=0$에 대입하면
$b-2+4=0 \qquad \therefore b=-2$

2 연립방정식의 활용

1 주제별 유형 불러오기 74~80쪽

유제 1	③	유제 2	남학생: 10명, 여학생: 30명		
유제 3	②	유제 4	728원	유제 5	⑤
유제 6	11500원	유제 7	③	유제 8	5시간
유제 9	④	유제 10	분속 210 m	유제 11	②
유제 12	시속 8 km	유제 13	③	유제 14	425 g

유제 1 백의 자리의 숫자를 x, 일의 자리의 숫자를 y라 하면
$\begin{cases} x+1+y=10 \\ 100y+10+x=100x+10+y-99 \end{cases}$에서
$\begin{cases} x+y=9 & \cdots ㉠ \\ x-y=1 & \cdots ㉡ \end{cases}$
㉠$+$㉡을 하면 $2x=10 \qquad \therefore x=5$
$x=5$를 ㉠에 대입하면 $5+y=9 \qquad \therefore y=4$
따라서 처음 수의 백의 자리의 숫자는 5이다.

유제 2 남학생 수를 x명, 여학생 수를 y명이라 하면
$\begin{cases} x+y=40 \\ \frac{72x+84y}{40}=81 \end{cases}$에서 $\begin{cases} x+y=40 & \cdots ㉠ \\ 6x+7y=270 & \cdots ㉡ \end{cases}$
㉠$\times 6-$㉡을 하면 $-y=-30 \qquad \therefore y=30$
$y=30$을 ㉠에 대입하면 $x+30=40 \qquad \therefore x=10$
따라서 남학생은 10명, 여학생은 30명이다.

유제 3 작년의 여자 사원 수를 x명, 남자 사원 수를 y명이라 하면

$$\begin{cases} x+y=1000 \\ \frac{5}{100}x-\frac{2}{100}y=22 \end{cases}$$ 에서

$$\begin{cases} x+y=1000 & \cdots ㉠ \\ 5x-2y=2200 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠$\times 2+$㉡을 하면 $7x=4200$ $\quad \therefore x=600$

$x=600$을 ㉠에 대입하면

$600+y=1000$ $\quad \therefore y=400$

따라서 올해의 남자 사원 수는

$400-\frac{2}{100}\times 400=392$(명)

유제 4 지난해의 이체 수수료 한 건당 시스템 확충비를 x원, 인건비를 y원이라 하면

$$\begin{cases} x+y=900 \\ \frac{6}{100}x+\frac{4}{100}y=40 \end{cases}$$ 에서

$$\begin{cases} x+y=900 & \cdots ㉠ \\ 3x+2y=2000 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠$\times 2-$㉡을 하면 $-x=-200$ $\quad \therefore x=200$

$x=200$을 ㉠에 대입하면

$200+y=900$ $\quad \therefore y=700$

따라서 올해의 이체 수수료 한 건당 인건비는

$700+\frac{4}{100}\times 700=728$(원)

유제 5 제품 A를 x개, 제품 B를 y개 팔았다고 하면

$$\begin{cases} x+y=40 \\ 200\times\frac{50}{100}\times x+600\times\frac{80}{100}\times y=13500 \end{cases}$$ 에서

$$\begin{cases} x+y=40 & \cdots ㉠ \\ 100x+480y=13500 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠$\times 100-$㉡을 하면 $-380y=-9500$ $\quad \therefore y=25$

$y=25$를 ㉠에 대입하면

$x+25=40$ $\quad \therefore x=15$

따라서 제품 A는 15개를 팔았다.

유제 6 두 화장품의 원가를 각각 x원, y원$(x>y)$이라 하면

$$\begin{cases} \left(1+\frac{15}{100}\right)x+\left(1+\frac{15}{100}\right)y=25300 \\ x-y=2000 \end{cases}$$ 에서

$$\begin{cases} x+y=22000 & \cdots ㉠ \\ x-y=2000 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠$+$㉡을 하면 $2x=24000$ $\quad \therefore x=12000$

$x=12000$을 ㉠에 대입하면

$12000+y=22000$ $\quad \therefore y=10000$

따라서 더 싼 화장품의 원가가 10000원이므로 정가는

$\left(1+\frac{15}{100}\right)\times 10000=11500$(원)

유제 7 전체 일의 양을 1이라 하고, 윤희와 건형이가 하루에 할 수 있는 일의 양을 각각 x, y라 하면

$$\begin{cases} 2x+8y=1 & \cdots ㉠ \\ 3x+6y=1 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠$\times 3-$㉡$\times 2$를 하면 $12y=1$ $\quad \therefore y=\frac{1}{12}$

$y=\frac{1}{12}$을 ㉡에 대입하면

$3x+\frac{1}{2}=1$, $3x=\frac{1}{2}$ $\quad \therefore x=\frac{1}{6}$

따라서 이 일을 윤희가 혼자 하면 6일이 걸린다.

유제 8 물통에 물을 가득 채웠을 때의 물의 양을 1이라 하면 A호스로 1시간 동안 채울 수 있는 물의 양은 $\frac{1}{12}$, B호스로 1시간 동안 채울 수 있는 물의 양은 $\frac{1}{16}$이다.

이때 A호스로만 물을 넣은 시간을 x시간, A, B 두 호스를 같이 사용하여 물을 넣은 시간을 y시간이라 하면

$$\begin{cases} x+y=9 \\ \frac{1}{12}x+\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{16}\right)y=1 \end{cases}$$ 에서

$$\begin{cases} x+y=9 & \cdots ㉠ \\ 4x+7y=48 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠$\times 4-$㉡을 하면 $-3y=-12$ $\quad \therefore y=4$

$y=4$를 ㉠에 대입하면 $x+4=9$ $\quad \therefore x=5$

따라서 A호스로만 5시간 동안 물을 넣었다.

유제 9 A코스의 길이를 $x$km, B코스의 길이를 $y$km라 하면

$$\begin{cases} x-y=5 \\ \frac{x}{3}+\frac{y}{2}=3 \end{cases}$$ 에서 $$\begin{cases} x-y=5 & \cdots ㉠ \\ 2x+3y=18 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠$\times 3+$㉡을 하면 $5x=33$ $\quad \therefore x=\frac{33}{5}$

$x=\frac{33}{5}$을 ㉠에 대입하면 $\frac{33}{5}-y=5$ $\quad \therefore y=\frac{8}{5}$

따라서 A, B 두 코스의 길이의 합은

$\frac{33}{5}+\frac{8}{5}=\frac{41}{5}$(km)

유제 10 형의 속력을 분속 xm, 동생의 속력을 분속 ym라 하면

$$\begin{cases} 10x-10y=1200 \\ 4x+4y=1200 \end{cases}$$ 에서 $$\begin{cases} x-y=120 & \cdots ㉠ \\ x+y=300 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠$+$㉡을 하면 $2x=420$ $\quad \therefore x=210$

$x=210$을 ㉡에 대입하면 $210+y=300$ $\quad \therefore y=90$

따라서 형의 속력은 분속 210m이다.

유제 11 열차의 길이를 xm, 열차의 속력을 초속 ym라 하면

$$\begin{cases} 660+x=24y & \cdots ㉠ \\ 300-x=8y & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠$+$㉡을 하면 $960=32y$ $\quad \therefore y=30$

$y=30$을 ㉡에 대입하면 $300-x=240$ $\quad \therefore x=60$

따라서 열차의 길이는 60m이다.

유제 12 흐르지 않는 물에서의 배의 속력을 시속 x km, 강물의 속력을 시속 y km라 하면

$\begin{cases} 5(x-y)=30 \\ 3(x+y)=30 \end{cases}$에서 $\begin{cases} x-y=6 & \cdots ㉠ \\ x+y=10 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡을 하면 $2x=16$ $\quad\therefore x=8$

$x=8$을 ㉡에 대입하면 $8+y=10$ $\quad\therefore y=2$

따라서 흐르지 않는 물에서의 배의 속력은 시속 8 km이다.

유제 13 소금물 A의 농도를 x %, 소금물 B의 농도를 y %라 하면

$\begin{cases} \frac{x}{100}\times100+\frac{y}{100}\times300=\frac{8}{100}\times400 \\ \frac{x}{100}\times300+\frac{y}{100}\times100=\frac{6}{100}\times400 \end{cases}$에서

$\begin{cases} x+3y=32 & \cdots ㉠ \\ 3x+y=24 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡$\times3$을 하면 $-8x=-40$ $\quad\therefore x=5$

$x=5$를 ㉠에 대입하면

$5+3y=32$, $3y=27$ $\quad\therefore y=9$

따라서 소금물 A의 농도는 5 %, 소금물 B의 농도는 9 %이다.

유제 14 필요한 합금 A, B의 양을 각각 x g, y g이라 하면

$\begin{cases} \frac{30}{100}x+\frac{40}{100}y=200 \\ \frac{50}{100}x+\frac{20}{100}y=135 \end{cases}$에서 $\begin{cases} 3x+4y=2000 & \cdots ㉠ \\ 5x+2y=1350 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡$\times2$를 하면 $-7x=-700$ $\quad\therefore x=100$

$x=100$을 ㉠에 대입하면

$300+4y=2000$, $4y=1700$ $\quad\therefore y=425$

따라서 필요한 합금 B의 양은 425 g이다.

2 최고 유형 탐험하기

81~83쪽

1 ③	2 ④	3 ④	4 ①
5 ③	6 ③	7 ②	8 ④
9 ②	10 ②		

1 처음 두 자리의 자연수의 십의 자리의 숫자를 x, 일의 자리의 숫자를 y라 하면

$\begin{cases} 10y+x=10x+y-9 \\ 100x+40+y=14(10x+y)-53 \end{cases}$에서

$\begin{cases} x-y=1 & \cdots ㉠ \\ 40x+13y=93 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times13+$㉡을 하면 $53x=106$ $\quad\therefore x=2$

$x=2$를 ㉠에 대입하면 $2-y=1$ $\quad\therefore y=1$

따라서 처음 수는 21이다.

2 A가 이긴 횟수를 x회, 진 횟수를 y회라 하면 B가 이긴 횟수는 y회, 진 횟수는 x회이므로

$\begin{cases} 3x-2y=14 & \cdots ㉠ \\ 3y-2x=9 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times3+$㉡$\times2$를 하면 $5x=60$ $\quad\therefore x=12$

$x=12$를 ㉡에 대입하면

$3y-24=9$, $3y=33$ $\quad\therefore y=11$

따라서 A와 B가 가위바위보를 한 총 횟수는

$12+11=23$(회)

3 A은행에 예금한 금액을 x원, B은행에 예금한 금액을 y원이라 하면

$\begin{cases} x+y=42000 \\ \frac{9}{100}x+\frac{7}{100}y=3540 \end{cases}$에서

$\begin{cases} x+y=42000 & \cdots ㉠ \\ 9x+7y=354000 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times9-$㉡을 하면 $2y=24000$ $\quad\therefore y=12000$

$y=12000$을 ㉠에 대입하면

$x+12000=42000$ $\quad\therefore x=30000$

따라서 A은행에 예금한 금액은 30000원이다.

4 지난해의 남학생 수를 x명, 여학생 수를 y명이라 하면

$\begin{cases} \left(1-\frac{10}{100}\right)(x+y)=450 \\ -\frac{6}{100}x-32=-\frac{10}{100}(x+y) \end{cases}$에서

$\begin{cases} x+y=500 & \cdots ㉠ \\ 2x+5y=1600 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times2-$㉡을 하면 $-3y=-600$ $\quad\therefore y=200$

$y=200$을 ㉠에 대입하면 $x+200=500$ $\quad\therefore x=300$

따라서 올해의 여학생 수는 $200-32=168$(명)

5 상품 A의 개수를 x개, 상품 B의 개수를 y개라 하면

$\begin{cases} 800\times\frac{5}{100}\times x=1000\times\frac{3}{100}\times y \\ 3\left(800\times\frac{3}{100}\times x\right)-800=1000\times\frac{5}{100}\times y \end{cases}$에서

$\begin{cases} 4x-3y=0 & \cdots ㉠ \\ 36x-25y=400 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times9-$㉡을 하면 $-2y=-400$ $\quad\therefore y=200$

$y=200$을 ㉠에 대입하면

$4x-600=0$, $4x=600$ $\quad\therefore x=150$

따라서 상품 A의 개수는 150개이다.

6 A, B호스로 1분 동안 채울 수 있는 물의 양을 각각 x L, y L라 하면

$\begin{cases} 4x+2y=60\times\frac{2}{5} \\ 2x+4y=60\times\frac{1}{2} \end{cases}$에서 $\begin{cases} 2x+y=12 & \cdots ㉠ \\ x+2y=15 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×2−㉡을 하면 $3x=9$ $\quad\therefore x=3$

$x=3$을 ㉠에 대입하면 $6+y=12$ $\quad\therefore y=6$

따라서 A, B 두 호스로 동시에 1분 동안 물을 채우면 전체의 $\frac{3+6}{60}$, 즉 $\frac{3}{20}$만큼 채워진다.

7 희영이의 속력을 분속 xm, 문섭이의 속력을 분속 ym라 하면

$\begin{cases} x:y=250:100 \\ 20x+20y=4200 \end{cases}$에서 $\begin{cases} y=\frac{2}{5}x & \cdots ㉠ \\ x+y=210 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 ㉡에 대입하면 $x+\frac{2}{5}x=210$ $\quad\therefore x=150$

$x=150$을 ㉠에 대입하면 $y=60$

따라서 문섭이의 속력은 분속 60 m이므로 1분 동안 걸은 거리는 60 m이다.

8 집과 할머니 댁 사이의 거리를 $x$km, 예상 소요 시간을 y시간이라 하면

$\begin{cases} \frac{x}{10}=y-\frac{1}{6} \\ \frac{x}{6}=y+\frac{5}{6} \end{cases}$에서 $\begin{cases} 3x-30y=-5 & \cdots ㉠ \\ x-6y=5 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡×3을 하면 $-12y=-20$ $\quad\therefore y=\frac{5}{3}$

$y=\frac{5}{3}$를 ㉡에 대입하면

$x-10=5$ $\quad\therefore x=15$

따라서 집과 할머니 댁 사이의 거리는 15 km이다.

9 터널의 길이를 xm, A기차의 속력을 초속 ym라 하면 철교의 길이는 $0.4x$m이고 B기차의 속력은 초속 $0.7y$m이므로

$\begin{cases} 200+x=45y \\ 140+0.4x=30\times0.7y \end{cases}$에서

$\begin{cases} 200+x=45y & \cdots ㉠ \\ 1400+4x=210y & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×4−㉡을 하면 $-600=-30y$ $\quad\therefore y=20$

$y=20$을 ㉠에 대입하면

$200+x=900$ $\quad\therefore x=700$

따라서 철교의 길이는 $700\times0.4=280$(m)

10 더 부은 물의 양을 xg, 5 %의 소금물의 양을 yg이라 하면 3 %의 소금물의 양은 $5x$g이므로

$\begin{cases} 5x+y+x=900 \\ \frac{3}{100}\times5x+\frac{5}{100}\times y=\frac{4}{100}\times900 \end{cases}$에서

$\begin{cases} 6x+y=900 & \cdots ㉠ \\ 3x+y=720 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡을 하면 $3x=180$ $\quad\therefore x=60$

$x=60$을 ㉡에 대입하면

$180+y=720$ $\quad\therefore y=540$

따라서 더 부은 물의 양은 60 g이다.

3 최고 유형 정복하기

84~86쪽

01 1881 **02** 210명 **03** 90점
04 A: 500원, B: 2500원 **05** 3분 20초
06 500 m **07** $\frac{4}{3}$배
08 철교: 120 m, 화물 열차: 120 m
09 A: 5 %, B: $\frac{25}{2}$ %

01 네 자리의 자연수의 천의 자리의 숫자를 x, 백의 자리의 숫자를 y라 하면 십의 자리의 숫자는 y, 일의 자리의 숫자는 x이므로

$x+y+y+x=10x+y$

$\therefore y=8x$ $\quad\cdots ㉠$

이때 y는 한 자리의 자연수이므로 $x=1$

$x=1$을 ㉠에 대입하면 $y=8$

따라서 구하는 네 자리의 자연수는 1881이다.

02 합격자 중 남자는 $\frac{3}{3+2}\times150=90$(명),

여자는 $\frac{2}{3+2}\times150=60$(명)이다.

입사 지원자 중 남자의 수를 x명, 여자의 수를 y명이라 하면

$\begin{cases} x:y=4:3 \\ (x-90):(y-60)=1:1 \end{cases}$에서

$\begin{cases} 3x-4y=0 & \cdots ㉠ \\ x-y=30 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡×3을 하면 $-y=-90$ $\quad\therefore y=90$

$y=90$을 ㉡에 대입하면

$x-90=30$ $\quad\therefore x=120$

따라서 입사 지원자의 수는 $120+90=210$(명)

03 합격한 응시생 성적의 평균을 x점, 불합격한 응시생 성적의 평균을 y점이라 하면

$\begin{cases} \frac{30x+20y}{50}+1=x-5 \\ 4y=3x+35 \end{cases}$에서 $\begin{cases} -x+y=-15 & \cdots ㉠ \\ -3x+4y=35 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×3−㉡을 하면 $-y=-80$ $\quad\therefore y=80$

$y=80$을 ㉠에 대입하면

$-x+80=-15$ $\quad\therefore x=95$

따라서 최저 합격 점수는 $95-5=90$(점)

04 상품 A의 원가를 x원, 상품 B의 원가를 y원이라 하면

(상품 A의 정가)$=\left(1+\frac{20}{100}\right)x=\frac{120}{100}x=\frac{6}{5}x$(원),

(상품 B의 정가)$=\left(1+\frac{20}{100}\right)y=\frac{120}{100}y=\frac{6}{5}y$(원)이므로

(상품 A의 이익)$=\frac{6}{5}x\left(1-\frac{20}{100}\right)-x=-\frac{1}{25}x$(원),

(상품 B의 이익)$=\frac{6}{5}y\left(1-\frac{10}{100}\right)-y=\frac{2}{25}y$(원)

이때 두 상품의 원가의 합이 3000원, 이익의 합이 180원이므로

$\begin{cases} x+y=3000 \\ -\frac{1}{25}x+\frac{2}{25}y=180 \end{cases}$에서 $\begin{cases} x+y=3000 & \cdots ㉠ \\ -x+2y=4500 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡을 하면 $3y=7500$ $\quad\therefore y=2500$

$y=2500$을 ㉠에 대입하면

$x+2500=3000$ $\quad\therefore x=500$

따라서 상품 A의 원가는 500원, 상품 B의 원가는 2500원이다.

05 A, B기계가 1분 동안 만들 수 있는 물건의 개수를 각각 x개, y개라 하면

$\begin{cases} (3x+2y)\times 4=100 \\ (4x+y)\times 5=100 \end{cases}$에서 $\begin{cases} 3x+2y=25 & \cdots ㉠ \\ 4x+y=20 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡×2를 하면 $-5x=-15$ $\quad\therefore x=3$

$x=3$을 ㉡에 대입하면 $12+y=20$ $\quad\therefore y=8$

이때 A기계 2대와 B기계 3대를 동시에 사용하여 물건 100개를 만드는 데 걸리는 시간을 a분이라 하면

$(2\times 3+3\times 8)\times a=100$

$30a=100$ $\quad\therefore a=\frac{10}{3}$

따라서 물건 100개를 만드는 데 걸리는 시간은

$\frac{10}{3}$분, 즉 3분 20초이다.

06 B의 속력을 분속 x m라 하면 A의 속력은 분속 $3x$ m이다.

이때 운동장의 둘레의 길이를 y m라 하면

$\begin{cases} 150x-50x=y \\ 45x+15x=y-200 \end{cases}$에서 $\begin{cases} 100x=y & \cdots ㉠ \\ 60x=y-200 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 ㉡에 대입하면

$60x=100x-200,\ -40x=-200$ $\quad\therefore x=5$

$x=5$를 ㉠에 대입하면 $y=500$

따라서 운동장의 둘레의 길이는 500 m이다.

07 평소의 흐르지 않는 물에서의 배의 속력을 시속 x km, 강물의 속력을 시속 y km라 하면

$\begin{cases} \frac{9}{2}(x-y)=36 \\ \frac{9}{4}(x+y)=36 \end{cases}$에서 $\begin{cases} x-y=8 & \cdots ㉠ \\ x+y=16 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡을 하면 $2x=24$ $\quad\therefore x=12$

$x=12$를 ㉠에 대입하면 $12-y=8$ $\quad\therefore y=4$

이때 장마철의 강물의 속력은 평소의 2배이므로 시속 8 km이고, 장마철의 흐르지 않는 물에서의 배의 속력을 시속 z km라 하면

$\frac{270}{60}(z-8)=36,\ z-8=8$ $\quad\therefore z=16$

따라서 같은 거리를 거슬러 올라가는 데 걸리는 시간이 변하지 않으려면 배의 속력은 시속 16 km가 되어야 하므로 배의 속력은 평소의 $\frac{16}{12}=\frac{4}{3}$(배)가 되어야 한다.

08 철교의 길이를 x m, 화물 열차의 길이를 y m라 하면

여객 열차의 속력은 초속 $\frac{80+x}{8}$ m,

화물 열차의 속력은 초속 $\frac{x+y}{16}$ m

이때 화물 열차는 길이가 300 m인 터널을 지날 때 12초 동안 보이지 않으므로

$\frac{x+y}{16}=\frac{300-y}{12}$ $\quad\cdots ㉠$

또 두 열차가 서로 반대 방향으로 마주 보며 달려서 만난 후 완전히 지나치려면

(두 열차의 길이의 합)=(두 열차가 달린 거리의 합)이므로

$80+y=\frac{80+x}{8}\times 5+\frac{x+y}{16}\times 5$ $\quad\cdots ㉡$

㉠, ㉡에서

$\begin{cases} 3x+7y=1200 & \cdots ㉢ \\ 15x-11y=480 & \cdots ㉣ \end{cases}$

㉢×5−㉣을 하면 $46y=5520$ $\quad\therefore y=120$

$y=120$을 ㉢에 대입하면

$3x+840=1200,\ 3x=360$ $\quad\therefore x=120$

따라서 철교의 길이는 120 m, 화물 열차의 길이는 120 m이다.

09 소금물 A의 처음 농도를 x %, 소금물 B의 처음 농도를 y %라 하면

(i) A의 반을 B에 넣고 섞었을 때

A: 소금물의 양: 300 g
   소금의 양: $\frac{x}{100}\times 300=3x$(g)

B: 소금물의 양: $600+300=900$(g)
   소금의 양: $3x+\frac{y}{100}\times 600=3x+6y$(g)

(ii) 다시 B의 반을 A에 넣고 섞었을 때

A: 소금물의 양: $300+450=750$(g)
   소금의 양: $3x+\frac{3x+6y}{2}=\frac{9x+6y}{2}$(g)

B: 소금물의 양: 450 g
   소금의 양: $\frac{3x+6y}{2}$ g

A의 농도가 8 %가 되었으므로

$\frac{9x+6y}{2}=\frac{8}{100}\times 750$

$\therefore 3x+2y=40$ $\quad\cdots ㉠$

B의 농도가 10 %가 되었으므로

$\frac{3x+6y}{2}=\frac{10}{100}\times 450$

$\therefore x+2y=30$ $\quad\cdots ㉡$

㉠−㉡을 하면 $2x=10$ $\quad\therefore x=5$

$x=5$를 ㉡에 대입하면

$5+2y=30,\ 2y=25$ $\quad\therefore y=\frac{25}{2}$

따라서 소금물 A의 처음 농도는 5 %, 소금물 B의 처음 농도는 $\frac{25}{2}$ %이다.

대단원 마무리하기

87~90쪽

01 ④ 02 $x=\frac{17}{5}$, $y=\frac{48}{5}$
03 $x=\frac{11}{5}$, $y=-\frac{2}{5}$ 04 ③ 05 -3
06 ② 07 13세 08 A: 6 m, B: 9 m
09 160 cm^2 10 ② 11 ③ 12 ③
13 우유: 150 g, 빵: 25 g 14 ②, ⑤
15 $x=1$, $y=\frac{1}{2}$ 16 ③ 17 8
18 100만 원 19 24분

서술형 문제 〈과정은 풀이 참조〉

20 -5 21 -1
22 80점 이상: 20명, 80점 미만: 24명
23 A: 1030원, B: 2120원

01 $\begin{cases} 0.5x-2y=2.1 \\ \frac{1}{2}x+\frac{3}{10}y=-2.5 \end{cases}$ 에서 $\begin{cases} 5x-20y=21 & \cdots ㉠ \\ 5x+3y=-25 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡을 하면 $-23y=46$ $\therefore y=-2$
$y=-2$를 ㉠에 대입하면
$5x+40=21$, $5x=-19$ $\therefore x=-\frac{19}{5}$
따라서 $a=-\frac{19}{5}$, $b=-2$이므로 a와 b의 차는
$-2-\left(-\frac{19}{5}\right)=\frac{9}{5}$

02 주어진 방정식의 각 변에 6을 곱하면
$3x-2y=2(x+2)-3(y-3)=-9$
즉, $3x-2y=2x-3y+13=-9$
$\begin{cases} 3x-2y=-9 \\ 2x-3y+13=-9 \end{cases}$ 에서 $\begin{cases} 3x-2y=-9 & \cdots ㉠ \\ 2x-3y=-22 & \cdots ㉡ \end{cases}$
㉠$\times 2-$㉡$\times 3$을 하면 $5y=48$ $\therefore y=\frac{48}{5}$
$y=\frac{48}{5}$을 ㉠에 대입하면
$3x-\frac{96}{5}=-9$, $3x=\frac{51}{5}$ $\therefore x=\frac{17}{5}$

03 주어진 연립방정식의 a와 b를 서로 바꾸면
$\begin{cases} bx-ay=3 \\ ax+by=9 \end{cases}$
이 연립방정식의 해가 $x=1$, $y=2$이므로
$\begin{cases} b-2a=3 & \cdots ㉠ \\ a+2b=9 & \cdots ㉡ \end{cases}$
㉠$+$㉡$\times 2$를 하면 $5b=21$ $\therefore b=\frac{21}{5}$
$b=\frac{21}{5}$을 ㉡에 대입하면 $a+\frac{42}{5}=9$ $\therefore a=\frac{3}{5}$
따라서 $a=\frac{3}{5}$, $b=\frac{21}{5}$을 처음 연립방정식에 대입하면
$\begin{cases} \frac{3}{5}x-\frac{21}{5}y=3 \\ \frac{21}{5}x+\frac{3}{5}y=9 \end{cases}$ 에서 $\begin{cases} x-7y=5 & \cdots ㉢ \\ 7x+y=15 & \cdots ㉣ \end{cases}$
㉢$+$㉣$\times 7$을 하면 $50x=110$ $\therefore x=\frac{11}{5}$
$x=\frac{11}{5}$을 ㉣에 대입하면 $\frac{77}{5}+y=15$ $\therefore y=-\frac{2}{5}$
따라서 처음 연립방정식의 해는 $x=\frac{11}{5}$, $y=-\frac{2}{5}$

04 주어진 두 연립방정식의 네 일차방정식이 모두 같은 해를 가지므로
$\begin{cases} 2x+y=12 & \cdots ㉠ \\ x-y=3 & \cdots ㉡ \end{cases}$
㉠$+$㉡을 하면 $3x=15$ $\therefore x=5$
$x=5$를 ㉡에 대입하면 $5-y=3$ $\therefore y=2$
$x=5$, $y=2$를 $px+2y=14$에 대입하면
$5p+4=14$, $5p=10$ $\therefore p=2$
$x=5$, $y=2$를 $x-2y=q$에 대입하면
$5-4=q$ $\therefore q=1$
$\therefore p^2+q^2=2^2+1^2=5$

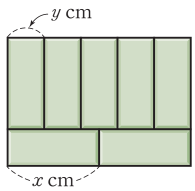
05 $\begin{cases} 3x+2y+a=0 \\ ax-2y+3=0 \end{cases}$ 에서 $\begin{cases} 3x+2y=-a & \cdots ㉠ \\ ax-2y=-3 & \cdots ㉡ \end{cases}$
㉡$\times(-1)$을 하면 $-ax+2y=3$ $\cdots ㉢$
해가 무수히 많으려면 ㉠과 ㉢이 일치해야 하므로
$-a=3$ $\therefore a=-3$

06 $\begin{cases} 2x-5y=-3 & \cdots ㉠ \\ -x+(2k+1)y=4 & \cdots ㉡ \end{cases}$
㉡$\times(-2)$를 하면 $2x-2(2k+1)y=-8$ $\cdots ㉢$
해가 없으려면 ㉠과 ㉢의 x, y의 계수는 각각 같고 상수항은 달라야 하므로
$-5=-2(2k+1)$, $4k=3$ $\therefore k=\frac{3}{4}$

07 내 아들의 현재 나이를 x세, 나의 현재 나이를 y세라 하면 아버지와 나의 현재 나이의 합이 100세이고, 나와 내 아들의 나이의 차는 시간이 지나도 변하지 않으므로
$\begin{cases} 5x+y=100 \\ y-x=5x-(y+8) \end{cases}$ 에서 $\begin{cases} 5x+y=100 & \cdots ㉠ \\ -3x+y=-4 & \cdots ㉡ \end{cases}$
㉠$-$㉡을 하면 $8x=104$ $\therefore x=13$
$x=13$을 ㉠에 대입하면 $65+y=100$ $\therefore y=35$
따라서 내 아들의 현재 나이는 13세이다.

08 A도화지를 x m, B도화지를 y m 샀다고 하면
$\begin{cases} 4x+3y=51 \\ 1500x+1200y=19800 \end{cases}$ 에서 $\begin{cases} 4x+3y=51 & \cdots ㉠ \\ 5x+4y=66 & \cdots ㉡ \end{cases}$
㉠$\times 5-$㉡$\times 4$를 하면 $-y=-9$ $\therefore y=9$
$y=9$를 ㉠에 대입하면
$4x+27=51$, $4x=24$ $\therefore x=6$
따라서 A도화지는 6 m, B도화지는 9 m 샀다.

09 타일 한 장의 가로의 길이를 $x$cm, 세로의 길이를 $y$cm라 하면



$\begin{cases} 2x=5y & \cdots ㉠ \\ 4x+7y=136 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 ㉡에 대입하면 $10y+7y=136$

$17y=136 \qquad \therefore y=8$

$y=8$을 ㉠에 대입하면 $2x=40 \qquad \therefore x=20$

따라서 직사각형 모양의 타일 한 장의 넓이는

$20\times8=160(\text{cm}^2)$

10 전체 일의 양을 1이라 하고, 수진이와 주민이가 하루에 할 수 있는 일의 양을 각각 x, y라 하면

$\begin{cases} 3(x+y)=1 \\ 2x+6y=1 \end{cases}$에서 $\begin{cases} 3x+3y=1 & \cdots ㉠ \\ 2x+6y=1 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times2-$㉡을 하면 $4x=1 \qquad \therefore x=\frac{1}{4}$

$x=\frac{1}{4}$을 ㉡에 대입하면

$\frac{1}{2}+6y=1,\ 6y=\frac{1}{2} \qquad \therefore y=\frac{1}{12}$

따라서 수진이가 일을 혼자서 하면 4일이 걸린다.

11 처음 레일의 길이를 xm, 처음 장난감 기차의 속력을 분속 ym라 하면 나중의 레일의 길이는 $(x+3)$m, 나중의 장난감 기차의 속력은 분속 $2y$m이므로

$\begin{cases} \frac{30}{60}\times y=x \\ \frac{24}{60}\times 2y=x+3 \end{cases}$에서 $\begin{cases} y=2x & \cdots ㉠ \\ \frac{4}{5}y=x+3 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 ㉡에 대입하면 $\frac{8}{5}x=x+3,\ \frac{3}{5}x=3 \qquad \therefore x=5$

$x=5$를 ㉠에 대입하면 $y=10$

따라서 처음 레일의 길이는 5m이다.

12 윤정이가 걸은 거리를 xm, 지선이가 걸은 거리를 ym라 하면

$\begin{cases} x+y=2000 \\ \frac{x}{80}=\frac{y}{120}+10 \end{cases}$에서 $\begin{cases} x+y=2000 & \cdots ㉠ \\ 3x-2y=2400 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times2+$㉡을 하면 $5x=6400 \qquad \therefore x=1280$

$x=1280$를 ㉠에 대입하면 $1280+y=2000 \qquad \therefore y=720$

따라서 윤정이가 걸은 시간은 $\frac{1280}{80}=16$(분)이므로 윤정이와 지선이가 만나는 시각은 오후 3시 16분이다.

13 한 끼에 먹어야 하는 우유의 양을 xg, 빵의 양을 yg이라 하면

$\begin{cases} \frac{20}{10}x+\frac{40}{10}y=400 \\ \frac{1.2}{10}x+\frac{0.8}{10}y=20 \end{cases}$에서 $\begin{cases} x+2y=200 & \cdots ㉠ \\ 3x+2y=500 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡을 하면 $-2x=-300 \qquad \therefore x=150$

$x=150$을 ㉠에 대입하면

$150+2y=200,\ 2y=50 \qquad \therefore y=25$

따라서 한 끼에 우유는 150g, 빵은 25g을 먹어야 한다.

14 (i) $x\ge0$일 때

$\begin{cases} x+y=5 & \cdots ㉠ \\ x-3y=2 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡을 하면 $4y=3 \qquad \therefore y=\frac{3}{4}$

$y=\frac{3}{4}$을 ㉠에 대입하면 $x+\frac{3}{4}=5 \qquad \therefore x=\frac{17}{4}$

(ii) $x<0$일 때

$\begin{cases} -x+y=5 & \cdots ㉢ \\ x-3y=2 & \cdots ㉣ \end{cases}$

㉢$+$㉣을 하면 $-2y=7 \qquad \therefore y=-\frac{7}{2}$

$y=-\frac{7}{2}$을 ㉢에 대입하면

$-x-\frac{7}{2}=5 \qquad \therefore x=-\frac{17}{2}$

(i), (ii)에 의해 구하는 x의 값은 $-\frac{17}{2}$, $\frac{17}{4}$

15 $\frac{1}{x-y}=A$, $\frac{1}{x+y}=B$로 놓으면

$\begin{cases} A+3B=4 & \cdots ㉠ \\ 5A-6B=6 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times2+$㉡을 하면 $7A=14 \qquad \therefore A=2$

$A=2$를 ㉠에 대입하면

$2+3B=4,\ 3B=2 \qquad \therefore B=\frac{2}{3}$

즉, $\begin{cases} \frac{1}{x-y}=2 \\ \frac{1}{x+y}=\frac{2}{3} \end{cases}$에서 $\begin{cases} x-y=\frac{1}{2} & \cdots ㉢ \\ x+y=\frac{3}{2} & \cdots ㉣ \end{cases}$

㉢$+$㉣을 하면 $2x=2 \qquad \therefore x=1$

$x=1$을 ㉣에 대입하면

$1+y=\frac{3}{2} \qquad \therefore y=\frac{1}{2}$

16 $\begin{cases} 4x-ay=9 & \cdots ㉠ \\ 2x+y=12 & \cdots ㉡ \end{cases}$

$x:y=3:2$이므로 $2x=3y \quad \cdots ㉢$

㉢을 ㉡에 대입하면

$3y+y=12,\ 4y=12 \qquad \therefore y=3$

$y=3$을 ㉢에 대입하면 $2x=9 \qquad \therefore x=\frac{9}{2}$

따라서 $x=\frac{9}{2}$, $y=3$을 ㉠에 대입하면

$18-3a=9,\ -3a=-9 \qquad \therefore a=3$

17 $\begin{cases} 3x+y=ax \\ x+3y=2ax \end{cases}$에서 $\begin{cases} (3-a)x+y=0 & \cdots ㉠ \\ (1-2a)x+3y=0 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times3$을 하면 $3(3-a)x+3y=0 \quad \cdots ㉢$

$x=0$, $y=0$ 이외의 해를 가지려면, 즉 해가 무수히 많으려면 ㉡과 ㉢이 일치해야 하므로

$1-2a=3(3-a) \qquad \therefore a=8$

[참고] 연립방정식이 $x=0$, $y=0$ 이외의 해를 갖는다는 것은 해가 2개 이상이라는 것과 같으므로 해가 무수히 많은 것을 의미한다.

18 제품 A를 x kg, 제품 B를 y kg 만들었다고 하면

$\begin{cases} 4x+2y=40 & \cdots ㉠ \\ 3x+5y=58 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×5−㉡×2를 하면 $14x=84$ $\quad \therefore x=6$

$x=6$을 ㉠에 대입하면

$24+2y=40$, $2y=16$ $\quad \therefore y=8$

따라서 제품 A는 6 kg, 제품 B는 8 kg을 만들었으므로 총 이익은 $6\times6+8\times8=100$(만 원)

19 물통에 가득 차 있는 물의 양을 1이라 하고, A호스로 1분 동안 빼는 물의 양을 x, B호스로 1분 동안 빼는 물의 양을 y라 하면

$\begin{cases} 12(x+y)=1 \\ 4(x+y)+16y=1 \end{cases}$에서 $\begin{cases} 12x+12y=1 & \cdots ㉠ \\ 4x+20y=1 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡×3을 하면 $-48y=-2$ $\quad \therefore y=\frac{1}{24}$

$y=\frac{1}{24}$을 ㉠에 대입하면

$12x+\frac{1}{2}=1$, $12x=\frac{1}{2}$ $\quad \therefore x=\frac{1}{24}$

따라서 B호스로만 물을 빼면 24분이 걸린다.

20 $\begin{cases} 2x+ay=8 \\ x-3y-4(2x-y)=10 \end{cases}$에서

$\begin{cases} 2x+ay=8 & \cdots ㉠ \\ -7x+y=10 & \cdots ㉡ \end{cases}$ ⋯ ⅰ

$x=b$, $y=b-2$를 ㉡에 대입하면

$-7b+b-2=10$, $-6b=12$ $\quad \therefore b=-2$ ⋯ ⅱ

따라서 $x=-2$, $y=-4$를 ㉠에 대입하면

$-4-4a=8$, $-4a=12$ $\quad \therefore a=-3$ ⋯ ⅲ

$\therefore a+b=-3+(-2)=-5$ ⋯ ⅳ

채점 요소	비율
ⅰ 주어진 연립방정식을 정리하기	20 %
ⅱ b의 값 구하기	30 %
ⅲ a의 값 구하기	30 %
ⅳ $a+b$의 값 구하기	20 %

21 연립방정식 $\begin{cases} -x+ay=-10 & \cdots ㉠ \\ x-2y=b & \cdots ㉡ \end{cases}$에서

희영이는 a를 잘못 보고 풀어서 $x=3$, $y=-1$이 나왔으므로 이를 ㉡에 대입하면

$3+2=b$ $\quad \therefore b=5$ ⋯ ⅰ

민선이는 b를 잘못 보고 풀어서 $x=5$, $y=-\frac{5}{4}$가 나왔으므로 이를 ㉠에 대입하면

$-5-\frac{5}{4}a=-10$, $\frac{5}{4}a=5$ $\quad \therefore a=4$ ⋯ ⅱ

$\therefore a-b=4-5=-1$ ⋯ ⅲ

채점 요소	비율
ⅰ b의 값 구하기	40 %
ⅱ a의 값 구하기	40 %
ⅲ $a-b$의 값 구하기	20 %

22 중간고사에서 수학 성적이 80점 이상인 학생 수를 x명, 80점 미만인 학생 수를 y명이라 하면 기말고사에서 수학 성적이 80점 이상인 학생과 80점 미만인 학생이 모두 22명이므로

$\begin{cases} \frac{80}{100}x+\frac{25}{100}y=22 \\ \frac{20}{100}x+\frac{75}{100}y=22 \end{cases}$에서

$\begin{cases} 16x+5y=440 & \cdots ㉠ \\ 4x+15y=440 & \cdots ㉡ \end{cases}$ ⋯ ⅰ

㉠×3−㉡을 하면 $44x=880$ $\quad \therefore x=20$

$x=20$을 ㉠에 대입하면

$320+5y=440$, $5y=120$ $\quad \therefore y=24$ ⋯ ⅱ

따라서 중간고사에서 수학 성적이 80점 이상인 학생 수는 20명, 80점 미만인 학생 수는 24명이다. ⋯ ⅲ

채점 요소	비율
ⅰ 연립방정식 세우기	50 %
ⅱ 연립방정식의 해 구하기	40 %
ⅲ 중간고사에서 수학 성적이 80점 이상인 학생 수, 80점 미만인 학생 수 구하기	10 %

23 지난해 A의 가격을 x원, B의 가격을 y원이라 하면

$\begin{cases} \left(1+\frac{5}{100}\right)(x+y)=3150 \\ \frac{3}{100}x+\frac{6}{100}y=\frac{5}{100}(x+y) \end{cases}$에서

$\begin{cases} x+y=3000 & \cdots ㉠ \\ 2x-y=0 & \cdots ㉡ \end{cases}$ ⋯ ⅰ

㉠+㉡을 하면 $3x=3000$ $\quad \therefore x=1000$

$x=1000$을 ㉠에 대입하면

$1000+y=3000$ $\quad \therefore y=2000$ ⋯ ⅱ

따라서 올해 A의 가격은 $1000+\frac{3}{100}\times1000=1030$(원),

B의 가격은 $2000+\frac{6}{100}\times2000=2120$(원) ⋯ ⅲ

채점 요소	비율
ⅰ 연립방정식 세우기	40 %
ⅱ 연립방정식의 해 구하기	40 %
ⅲ 올해 A, B의 가격 구하기	20 %

Ⅳ. 일차함수

1 일차함수와 그 그래프

1 주제별 유형 불러오기 93~102쪽

유제 1	①	유제 2	③	유제 3	1	유제 4	②
유제 5	$a=0,\ b\neq 4$			유제 6	③		
유제 7	$\left(-\frac{1}{8},\ -\frac{1}{8}\right)$			유제 8	③	유제 9	-4
유제 10	③	유제 11	11	유제 12	②		
유제 13	제3사분면			유제 14	⑤	유제 15	$\frac{3}{5}$
유제 16	③	유제 17	$y=x+3$				
유제 18	$y=-\frac{1}{2}x+\frac{11}{2}$			유제 19	②		
유제 20	(1) $y=48-8x$ (2) 2초 후						

유제 1 ① 자연수 x의 배수는 무수히 많으므로 y의 값이 하나로 정해지지 않는다. (함수가 아니다.)
② 자연수 x보다 작은 소수의 개수 y개는 하나로 정해진다. (함수이다.)
③ $y=2\pi x$ (함수이다.)
④ 10초당 통화 요금이 30원이므로 1초당 통화 요금은 3원이다. 즉, $y=3x$ (함수이다.)
⑤ $y=\frac{140}{x}$ (함수이다.)
따라서 y가 x의 함수가 아닌 것은 ①이다.

유제 2 $f(1)=a+1=3 \quad \therefore a=2$
따라서 $f(x)=\frac{3}{x}$이므로 $f(b)=\frac{3}{b}=2 \quad \therefore b=\frac{3}{2}$
$\therefore ab=2\times\frac{3}{2}=3$

유제 3 13 미만의 소수는 2, 3, 5, 7, 11의 5개이므로
$f(13)=5$
$\frac{29}{4}$ 미만의 소수는 2, 3, 5, 7의 4개이므로
$f\left(\frac{29}{4}\right)=4$
$\therefore f(13)-f\left(\frac{29}{4}\right)=5-4=1$

유제 4 $y=\frac{5}{6}x+3$의 그래프를 y축의 방향으로 -4만큼 평행이동하면 $y=\frac{5}{6}x+3-4$
$\therefore y=\frac{5}{6}x-1$
따라서 (기울기)>0, (y절편)<0이므로 제2사분면을 지나지 않는다.

유제 5 $y=2x(4ax-2)+bx+3$에서
$y=8ax^2+(b-4)x+3$
이 함수가 x에 대한 일차함수가 되려면
$8a=0,\ b-4\neq 0$
$\therefore a=0,\ b\neq 4$

유제 6 $y=-\frac{5}{4}x-1$의 그래프를 y축의 방향으로 -2만큼 평행이동하면 $y=-\frac{5}{4}x-1-2$
$\therefore y=-\frac{5}{4}x-3$
이 일차함수의 그래프가 점 $(-8,\ a)$를 지나므로
$a=10-3=7$

유제 7 $y=-5x+b$의 그래프가 점 $(b,\ 3)$을 지나므로
$3=-5b+b,\ -4b=3 \quad \therefore b=-\frac{3}{4}$
따라서 $y=-5x-\frac{3}{4}$의 그래프 위의 점 중 x좌표와 y좌표가 같은 점의 좌표를 $(a,\ a)$라 하면
$a=-5a-\frac{3}{4},\ 6a=-\frac{3}{4} \quad \therefore a=-\frac{1}{8}$
따라서 구하는 점의 좌표는 $\left(-\frac{1}{8},\ -\frac{1}{8}\right)$이다.

유제 8 $y=\frac{3}{5}x-3$에 $y=0$을 대입하면
$0=\frac{3}{5}x-3 \quad \therefore x=5$
$y=\frac{3}{5}x-3$에 $x=0$을 대입하면
$y=-3$
즉, $a=5,\ b=-3$이므로 $y=5x-3$에 $y=0$을 대입하면
$0=5x-3 \quad \therefore x=\frac{3}{5}$
따라서 구하는 x절편은 $\frac{3}{5}$이다.

유제 9 $y=x+1$에 $y=0$을 대입하면
$0=x+1 \quad \therefore x=-1$
즉, $y=x+1$의 그래프의 x절편은 -1이다.
이때 두 그래프가 x축 위에서 만나므로 $y=2x-k-2$의 그래프의 x절편도 -1이다.
따라서 $y=2x-k-2$에 $x=-1,\ y=0$을 대입하면
$0=-2-k-2 \quad \therefore k=-4$

유제 10 $f(x)=\frac{1}{5}x+\frac{a}{35}$의 그래프의 기울기는 $\frac{1}{5}$이므로

$$\frac{f(3)-f(-3)}{6}=\frac{f(3)-f(-3)}{3-(-3)}=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}=\frac{1}{5}$$

유제 11 세 점이 한 직선 위에 있으므로 세 점 중 어떤 두 점을 택해도 기울기는 모두 같다.

즉, $\dfrac{a-5}{-2-2}=\dfrac{-1-a}{6-(-2)}$에서 $\dfrac{a-5}{-4}=\dfrac{-1-a}{8}$

$8a-40=4+4a,\ 4a=44 \qquad \therefore a=11$

유제 12 $y=-\dfrac{a}{b}x-b$의 그래프가 오른쪽 위로 향하는 직선이므로

(기울기)$=-\dfrac{a}{b}>0$

y축과 양의 부분에서 만나므로

(y절편)$=-b>0$

즉, $\dfrac{a}{b}<0$이므로 a, b의 부호가 다르고, $b<0$이므로 $a>0$

$\therefore a>0,\ b<0$

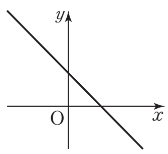
유제 13 $ab>0$에서 a, b의 부호는 같고, $ac<0$에서 a, c의 부호는 다르므로

$a>0,\ b>0,\ c<0$ 또는 $a<0,\ b<0,\ c>0$

즉, $-\dfrac{b}{a}<0,\ -\dfrac{c}{b}>0$이므로 $y=-\dfrac{b}{a}x-\dfrac{c}{b}$에서

(기울기)$=-\dfrac{b}{a}<0$, (y절편)$=-\dfrac{c}{b}>0$

따라서 $y=-\dfrac{b}{a}x-\dfrac{c}{b}$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제3사분면을 지나지 않는다.



유제 14 두 그래프가 일치하므로 $\dfrac{a}{2}=-\dfrac{5}{6},\ -\dfrac{b}{5}=2$

$\therefore a=-\dfrac{5}{3},\ b=-10$

$\therefore \dfrac{b}{a}=-10\div\left(-\dfrac{5}{3}\right)=-10\times\left(-\dfrac{3}{5}\right)=6$

유제 15 $y=ax+b$의 그래프가 두 점 $(0,\ -3)$, $(5,\ 0)$을 지나므로

(기울기)$=\dfrac{0-(-3)}{5-0}=\dfrac{3}{5}$

이때 y절편은 -3이므로 $y=\dfrac{3}{5}x-3$

따라서 $y=mx-4$의 그래프가 $y=\dfrac{3}{5}x-3$의 그래프와 평행하므로 $m=\dfrac{3}{5}$

유제 16 (기울기)$=\dfrac{-5}{4}=-\dfrac{5}{4}$

따라서 구하는 일차함수의 식을 $y=-\dfrac{5}{4}x+b$로 놓고,

이 식에 $x=4$, $y=5$를 대입하면

$5=-5+b \qquad \therefore b=10$

$\therefore y=-\dfrac{5}{4}x+10$

유제 17 두 점 $(-3,\ 0)$, $(0,\ 3)$을 지나므로

(기울기)$=\dfrac{3-0}{0-(-3)}=1$

따라서 기울기가 1, y절편이 3이므로 구하는 일차함수의 식은

$y=x+3$

유제 18 $f(x)=ax+b$라 하면

$f(-1)=6$에서 $-a+b=6 \quad \cdots ㉠$

$f(5)=3$에서 $5a+b=3 \quad \cdots ㉡$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-\dfrac{1}{2},\ b=\dfrac{11}{2}$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{11}{2}$

유제 19 $y=ax+b$라 하면

$-39\,℃$일 때, $0\,\mathrm{H}$이므로

$0=-39a+b \quad \cdots ㉠$

$357\,℃$일 때, $100\,\mathrm{H}$이므로

$100=357a+b \quad \cdots ㉡$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=\dfrac{25}{99},\ b=\dfrac{325}{33}$

$\therefore y=\dfrac{25}{99}x+\dfrac{325}{33}$

이 식에 $x=27$을 대입하면

$y=\dfrac{25}{99}\times27+\dfrac{325}{33}=\dfrac{50}{3}$

따라서 $27\,℃$는 $\dfrac{50}{3}\,\mathrm{H}$이다.

유제 20 (1) x초 후에 $\overline{\mathrm{BP}}=2x\,\mathrm{cm}$이므로

$\overline{\mathrm{PC}}=\overline{\mathrm{BC}}-\overline{\mathrm{BP}}=6-2x(\mathrm{cm})$

따라서 $y=\dfrac{1}{2}\times\{6+(6-2x)\}\times8$이므로

$y=48-8x$

(2) (1)의 식에 $y=32$를 대입하면

$32=48-8x,\ 8x=16 \qquad \therefore x=2$

따라서 사각형 APCD의 넓이가 $32\,\mathrm{cm}^2$가 되는 것은 점 P가 움직이기 시작한 지 2초 후이다.

2 최고 유형 탐험하기

103~105쪽

1 ①, ④	**2** ④	**3** ②	**4** ②
5 ②	**6** ①	**7** ②	**8** ②
9 ③	**10** ⑤	**11** ③	

1 ①, ④ x의 값 1개에 y의 값이 오직 하나씩 대응되므로 y가 x의 함수이다.

②, ③, ⑤ x의 값 1개에 y의 값이 2개 이상 대응되므로 y가 x의 함수가 아니다.

따라서 y가 x의 함수인 것은 ①, ④이다.

2 $f(1)=-\frac{1}{5}$, $f(a+b)=-\frac{1}{5}(a+b)$이므로

$f(1)=-f(a+b)$에서 $-\frac{1}{5}=\frac{1}{5}(a+b)$

$\therefore a+b=-1$

$\therefore f(a)+f(b)=-\frac{1}{5}a-\frac{1}{5}b$

$=-\frac{1}{5}(a+b)=-\frac{1}{5}\times(-1)=\frac{1}{5}$

3 $y=(a-b-1)x+5$가 일차함수가 되지 않으려면

$a-b-1=0$ $\cdots$ ㉠

$y=(a+b-3)x-1$이 일차함수가 되지 않으려면

$a+b-3=0$ $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2$, $b=1$

4 $y=4x-b$의 그래프를 y축의 방향으로 -3만큼 평행이동하면

$y=4x-b-3$

이 그래프의 x절편이 a이므로

$0=4a-b-3$ $\quad\therefore 4a-b=3$ $\quad\cdots$ ㉠

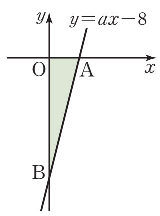
이 그래프의 y절편이 $a-4$이므로

$a-4=0-b-3$ $\quad\therefore a+b=1$ $\quad\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=\frac{4}{5}$, $b=\frac{1}{5}$

$\therefore a-b=\frac{4}{5}-\frac{1}{5}=\frac{3}{5}$

5 $y=ax-8$의 그래프의 y절편은 -8이고, $a>0$이므로 그 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



이때 △AOB의 넓이가 8이므로

$\frac{1}{2}\times\overline{OA}\times8=8$ $\quad\therefore \overline{OA}=2$

따라서 $y=ax-8$의 그래프가

점 A$(2, 0)$을 지나므로

$0=2a-8$, $2a=8$ $\quad\therefore a=4$

[다른 풀이]

$y=ax-8$의 그래프의 x절편은 $\frac{8}{a}$, y절편은 -8이다.

이때 $a>0$이고, 그래프와 x축, y축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 8이므로

$\frac{1}{2}\times\frac{8}{a}\times|-8|=8$, $\frac{32}{a}=8$ $\quad\therefore a=4$

6 $f(x)=\frac{5}{2}x+4$의 그래프의 기울기는 $\frac{5}{2}$이고

$$\frac{f(a)-f(2a)}{a}=\frac{f(a)-f(2a)}{2a-a}$$
$$=-\frac{f(2a)-f(a)}{2a-a}$$
$$=-\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}$$
$$=-\frac{5}{2}$$

7 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형이 만들어지지 않으려면 이 세 점은 한 직선 위에 있어야 한다.

이때 세 점이 한 직선 위에 있으면 어떤 두 점을 택해도 기울기는 모두 같으므로

$\frac{-a+1-2}{-1-1}=\frac{a+3-2}{2-1}$에서 $\frac{-a-1}{-2}=a+1$

$-a-1=-2a-2$ $\quad\therefore a=-1$

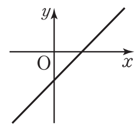
8 $y=ax-b\ (b\neq0)$의 그래프가 제4사분면을 지나지 않으므로 오른쪽 위로 향하고 y축과 양의 부분에서 만난다.

즉, (기울기)>0, (y절편)>0에서

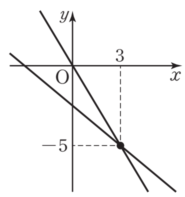
$a>0$, $-b>0$ $\quad\therefore a>0$, $b<0$

따라서 $y=-\frac{b}{a}x+ab$의 그래프는

(기울기)$=-\frac{b}{a}>0$, (y절편)$=ab<0$이므로 오른쪽 그림과 같이 제2사분면을 지나지 않는다.



9 점 $(3, -5)$를 지나는 일차함수의 그래프가 제1사분면을 지나지 않으려면 오른쪽 그림과 같이 (기울기)<0, (y절편)≤0이어야 한다.



이때 기울기가 최소이려면 그래프는 원점을 지나야 한다.

따라서 $y=ax$의 그래프가 점 $(3, -5)$를 지나므로

$-5=3a$ $\quad\therefore a=-\frac{5}{3}$

10 두 점 A$(0, 6)$, B$(8, 0)$을 지나는 직선은

(기울기)$=\frac{0-6}{8-0}=-\frac{3}{4}$, ($y$절편)$=6$이므로

$y=-\frac{3}{4}x+6$

이때 $\overline{PQ}=4$이므로 점 P의 y좌표는 4이다.

$y=-\frac{3}{4}x+6$에 $y=4$를 대입하면

$4=-\frac{3}{4}x+6$ $\quad\therefore x=\frac{8}{3}$

즉, 점 P의 좌표는 P$\left(\frac{8}{3}, 4\right)$이다.

$\therefore$ (사다리꼴 AOQP의 넓이)$=\frac{1}{2}\times(6+4)\times\frac{8}{3}$

$=\frac{40}{3}$

11 기온이 x°C일 때의 소리의 속력을 초속 y m라 하면

$y=331+0.6x$

이 식에 $x=20$을 대입하면

$y=331+0.6\times20=343$

즉, 기온이 20°C일 때의 소리의 속력은 초속 343 m이다.

이때 소리를 지르면 4초 후에 메아리 소리를 들을 수 있으므로

소리가 산 정상에서 절벽까지 가는 데 $\frac{4}{2}=2$(초)가 걸렸다.

따라서 산 정상과 절벽 사이의 거리는

$343\times2=686$(m)

3 최고 유형 정복하기

106~108쪽

01 ㄴ, ㅁ **02** -5 **03** $-\frac{1}{3}$

04 $a<-\frac{3}{2}$ 또는 $a>1$

05 (1) $\frac{1}{5}\le a\le 2$ (2) $-4\le b\le 1$ **06** ㄱ, ㄷ, ㅂ

07 제1, 4사분면 **08** $y=-x-2$

09 $\mathrm{M}\left(\frac{7}{2},\ 0\right)$

01 ㄱ. $f(8)=0,\ f(24)=0$ $\therefore f(8)=f(24)$

ㄴ. $f(13)=1,\ f(106)=2$ $\therefore f(13)\neq f(106)$

ㄷ. 자연수 n에 대하여 $8n$은 4의 배수이므로 $f(8n)=0$

ㄹ. 자연수 n에 대하여 $4n$은 4의 배수이므로 $f(4n)=0$

또 $16n$은 4의 배수이므로 $f(16n)=0$

$\therefore f(4n)=f(16n)$

ㅁ. $f(51)=3,\ f(52)=0,\ f(53)=1$

$\therefore f(51)+f(52)+f(53)=3+0=1=4$

따라서 옳지 않은 것은 ㄴ, ㅁ이다.

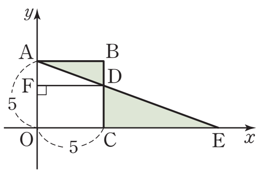
02 $\frac{-2x+5}{3}=2$에서 $-2x+5=6$

$-2x=1$ $\therefore x=-\frac{1}{2}$

따라서 $f\left(\frac{-2x+5}{3}\right)=4x-3$에 $x=-\frac{1}{2}$을 대입하면

$f(2)=-2-3=-5$

03 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 y축에 내린 수선의 발을 F라 하면 삼각형 ADB의 넓이와 삼각형 AFD의 넓이가 같으므로 사각형 FOCD의 넓이와 삼각형 DCE의 넓이가 같다.



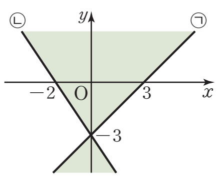
$\overline{\mathrm{OC}}\times\overline{\mathrm{CD}}=\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{CE}}\times\overline{\mathrm{CD}}$

$\therefore \overline{\mathrm{CE}}=2\overline{\mathrm{OC}}=2\times5=10$

따라서 $\mathrm{A}(0,\ 5),\ \mathrm{E}(15,\ 0)$이므로 직선 AD의 기울기는

$\frac{0-5}{15-0}=-\frac{1}{3}$

04 직선 $y=ax-3$의 y절편은 -3이므로 이 직선의 x절편인 m의 값의 범위가 $-2<m<3$일 때, 이 직선은 오른쪽 그림의 직선 ㉠과 직선 ㉡ 사이에 있다.



직선 ㉠의 기울기는 $\frac{0-(-3)}{3-0}=1$이고,

직선 ㉡의 기울기는 $\frac{0-(-3)}{-2-0}=-\frac{3}{2}$이므로

(ⅰ) $a>0$일 때

직선 $y=ax-3$의 기울기는 직선 ㉠의 기울기보다 크다.

$\therefore a>1$

(ⅱ) $a<0$일 때

직선 $y=ax-3$의 기울기는 직선 ㉡의 기울기보다 작다.

$\therefore a<-\frac{3}{2}$

(ⅰ), (ⅱ)에 의해 $a<-\frac{3}{2}$ 또는 $a>1$

05 (1) 직선 $y=ax$가

(ⅰ) 점 $\mathrm{A}(3,\ 4)$를 지날 때

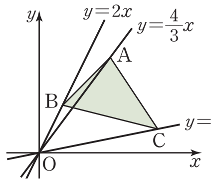
$4=3a$ $\therefore a=\frac{4}{3}$

(ⅱ) 점 $\mathrm{B}(1,\ 2)$를 지날 때

$a=2$

(ⅲ) 점 $\mathrm{C}(5,\ 1)$을 지날 때

$1=5a$ $\therefore a=\frac{1}{5}$



(ⅰ)~(ⅲ)에 의해 $\frac{1}{5}\le a\le 2$

(2) 직선 $y=x+b$가

(ⅰ) 점 $\mathrm{A}(3,\ 4)$를 지날 때

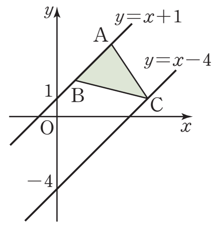
$4=3+b$ $\therefore b=1$

(ⅱ) 점 $\mathrm{B}(1,\ 2)$를 지날 때

$2=1+b$ $\therefore b=1$

(ⅲ) 점 $\mathrm{C}(5,\ 1)$을 지날 때,

$1=5+b$ $\therefore b=-4$



(ⅰ)~(ⅲ)에 의해 $-4\le b\le 1$

06 ㄱ. $y=ax+b-1$의 그래프가 오른쪽 위로 향하는 직선이므로 (기울기)$=a>0$

y축과 음의 부분에서 만나므로 (y절편)$=b-1<0$

$\therefore b<1$

ㄷ. $x=1$일 때, y의 값은 음수이므로 $a+b-1<0$

$\therefore a+b<1$

ㅂ. $x=2$일 때, y의 값은 양수이므로 $2a+b-1>0$

$\therefore 2a+b>1$

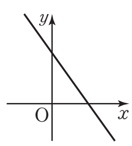
07 $a^2bc>0$에서 $(ab)\times(ac)>0$

(ⅰ) $ab>0,\ ac>0$인 경우: $-\frac{b}{a}<0,\ \frac{a}{c}>0$

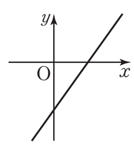
(ⅱ) $ab<0,\ ac<0$인 경우: $-\frac{b}{a}>0,\ \frac{a}{c}<0$

즉, (ⅰ), (ⅱ)의 경우에 대한 $y=-\frac{b}{a}x+\frac{a}{c}$의 그래프는 다음 그림과 같다.

(ⅰ)



(ⅱ)



따라서 주어진 일차함수의 그래프가 반드시 지나는 사분면은 제1, 4사분면이다.

08 점 A의 y좌표는 4이므로 $y=-\frac{1}{2}x+1$에 $y=4$를 대입하면

$4=-\frac{1}{2}x+1$에서 $x=-6$ $\quad\therefore$ A$(-6,\ 4)$

직선 $y=-\frac{1}{2}x+1$의 x절편은 2이므로 D$(2,\ 0)$

또 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$, $\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로 사각형 ABCD는 평행사변형이다.

즉, $\overline{CD}=\overline{AB}=4$ $\quad\therefore$ C$(2,\ -4)$

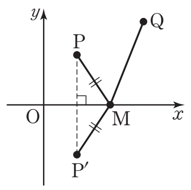
따라서 두 점 A$(-6,\ 4)$, C$(2,\ -4)$를 지나는 직선은

(기울기)$=\frac{-4-4}{2-(-6)}=-1$이므로 $y=-x+b$로 놓고,

$x=2$, $y=-4$를 대입하면 $-4=-2+b$ $\quad\therefore b=-2$

$\therefore y=-x-2$

09 오른쪽 그림과 같이 점 P$(2,\ 3)$을 x축에 대하여 대칭이동한 점을 P$'(2,\ -3)$이라 하자.



$\overline{PM}=\overline{P'M}$이므로 $\overline{PM}+\overline{QM}$의 값이 최소일 때, $\overline{P'M}+\overline{QM}$의 값도 최소이다.

이때 $\overline{P'M}$, $\overline{QM}$이 일직선을 이룰 때, $\overline{P'M}+\overline{QM}$의 값이 최소이므로 두 점 P$'(2,\ -3)$, Q$(6,\ 5)$를 지나는 직선이 x축과 만나는 점이 M이다.

두 점 P$'(2,\ -3)$, Q$(6,\ 5)$를 지나는 직선은

(기울기)$=\frac{5-(-3)}{6-2}=2$이므로 $y=2x+b$로 놓고,

이 식에 $x=2$, $y=-3$을 대입하면

$-3=4+b$ $\quad\therefore b=-7$

$\therefore y=2x-7$

따라서 $y=2x-7$에 $y=0$을 대입하면

$0=2x-7$ $\quad\therefore x=\frac{7}{2}$

$\therefore$ M$\left(\frac{7}{2},\ 0\right)$

2 일차함수와 일차방정식

1 주제별 유형 불러오기 110~112쪽

유제 1 ②

유제 2 $a>0$, $b>0$, $c<0$ 또는 $a<0$, $b<0$, $c>0$

유제 3 ② 유제 4 25 유제 5 ③ 유제 6 $\frac{27}{4}$

유제 1 $3x-2ay-10=0$에서 $2ay=3x-10$

$\therefore y=\frac{3}{2a}x-\frac{5}{a}$

x절편이 -4, y절편이 8인 직선은 두 점 $(-4,\ 0)$, $(0,\ 8)$을 지나므로

(기울기)$=\frac{8-0}{0-(-4)}=2$

이때 두 그래프가 평행하면 기울기가 같으므로

$\frac{3}{2a}=2$, $4a=3$ $\quad\therefore a=\frac{3}{4}$

유제 2 $ax+by+c=0$에서 $by=-ax-c$

$\therefore y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$

주어진 그래프는 오른쪽 아래로 향하고 y축과 양의 부분에서 만나므로

(기울기)<0, (y절편)>0

즉, $-\frac{a}{b}<0$, $-\frac{c}{b}>0$이므로 $\frac{a}{b}>0$, $\frac{c}{b}<0$

따라서 a, b는 같은 부호, b, c는 다른 부호이어야 하므로

$a>0$, $b>0$, $c<0$ 또는 $a<0$, $b<0$, $c>0$

유제 3 $3x+6y+18=0$의 그래프가 x축과 만나는 점의 y좌표는 0이므로 $3x+6y+18=0$에 $y=0$을 대입하면

$3x+18=0$ $\quad\therefore x=-6$

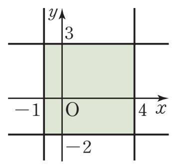
따라서 점 $(-6,\ 0)$을 지나고, y축에 평행하므로 구하는 직선의 방정식은 $x=-6$

유제 4 $2x-8=0$에서 $x=4$

$x+1=0$에서 $x=-1$

$y-3=0$에서 $y=3$

즉, 네 직선 $x=4$, $y=-2$, $x=-1$, $y=3$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



따라서 구하는 도형의 넓이는

$\{4-(-1)\}\times\{3-(-2)\}=25$

유제 5 두 그래프의 교점의 좌표 $(a,\ b)$는 주어진 연립방정식의 해이다.

따라서 주어진 연립방정식에 $x=a$, $y=b$를 대입하면

$\begin{cases} a+2b=6b \\ 2a-b=14 \end{cases}$에서 $\begin{cases} a-4b=0 \\ 2a-b=14 \end{cases}$

$\therefore a=8$, $b=2$

$\therefore a+b=8+2=10$

유제 6 $ay=2x+6$에서 $y=\frac{2}{a}x+\frac{6}{a}$

$2y-3x=b$에서 $y=\frac{3}{2}x+\frac{b}{2}$

연립방정식의 해가 무수히 많으려면 두 일차방정식의 그래프가 일치해야 하므로

$\frac{2}{a}=\frac{3}{2}$, $\frac{6}{a}=\frac{b}{2}$ $\quad\therefore a=\frac{4}{3}$, $b=9$

즉, 두 직선 $y=\frac{4}{3}x+9$, $9x-ky=9$가 서로 평행하다.

이때 $9x-ky=9$에서 $y=\frac{9}{k}x-\frac{9}{k}$이므로

$\frac{4}{3}=\frac{9}{k}$, $4k=27$ $\quad\therefore k=\frac{27}{4}$

[다른 풀이]

$\begin{cases} ay=2x+6 \\ 2y-3x=b \end{cases}$에서 $\begin{cases} 2x-ay+6=0 \\ 3x-2y+b=0 \end{cases}$이므로

$\frac{2}{3}=\frac{-a}{-2}=\frac{6}{b}$ $\quad\therefore a=\frac{4}{3}$, $b=9$

따라서 $\begin{cases} y=\frac{4}{3}x+9 \\ 9x-ky=9 \end{cases}$에서 $\begin{cases} 4x-3y+27=0 \\ 9x-ky-9=0 \end{cases}$이므로

$\frac{4}{9}=\frac{-3}{-k}\neq\frac{27}{-9}$ $\quad\therefore k=\frac{27}{4}$

2 최고 유형 탐험하기

113~114쪽

1 ②	2 ③	3 ①	4 ②
5 ④	6 ④	7 ②	

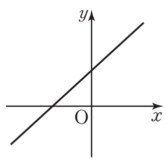
1 ㄱ, ㄷ. $a\neq0$, $b\neq0$일 때 y가 x에 대한 일차함수의 그래프이다.
ㄴ. c는 기울기에 영향을 주지 않는다.
ㄹ. $ax+by+c=0$에서

$y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$

이때 $ab<0$에서 (기울기)$=-\frac{a}{b}>0$,

$bc<0$에서 (y절편)$=-\frac{c}{b}>0$

이므로 제4사분면을 지나지 않는다.



따라서 옳은 것은 ㄹ이다.

2 $y=ax+b$의 그래프가 두 점 $(-4, 0)$, $(0, 3)$을 지나므로

(기울기)$=\frac{3-0}{0-(-4)}=\frac{3}{4}$

즉, 기울기가 $\frac{3}{4}$, y절편이 3이므로 $y=\frac{3}{4}x+3$

$\therefore a=\frac{3}{4}$, $b=3$

즉, $y=\frac{3}{4}x+3$의 그래프가 $4mx-2y-3=0$의 그래프와 평행하다.

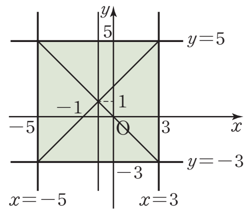
이때 $4mx-2y-3=0$에서 $y=2mx-\frac{3}{2}$이므로

$\frac{3}{4}=2m$ $\quad\therefore m=\frac{3}{8}$

따라서 $\frac{3}{8}x-y-3=0$, 즉 $y=\frac{3}{8}x-3$의 그래프는

(기울기)>0, (y절편)<0이므로 제2사분면을 지나지 않는다.

3 네 직선 $x=3$, $x=-5$, $y=5$, $y=-3$으로 둘러싸인 사각형은 오른쪽 그림과 같은 직사각형이다.



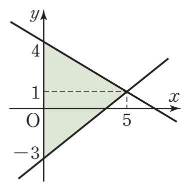
이 직사각형의 넓이를 이등분하는 직선은 두 대각선의 교점인 $(-1, 1)$을 지나야 하므로 사각형의 넓이를 이등분하면서 x축에 수직인 직선의 방정식은 $x=-1$

4 연립방정식 $\begin{cases} 3x+5y=20 \\ 4x-5y=15 \end{cases}$를 풀면 $x=5$, $y=1$이므로

$3x+5y=20$의 그래프와 $4x-5y=15$의 그래프의 교점의 좌표는 $(5, 1)$이다.

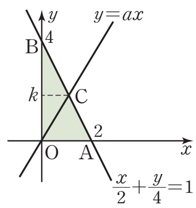
또 이 두 그래프의 y절편은 각각 4, -3이다.

따라서 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 도형의 넓이는



$\frac{1}{2}\times\{4-(-3)\}\times5=\frac{35}{2}$

5 오른쪽 그림과 같이 직선 $\frac{x}{2}+\frac{y}{4}=1$이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하면 A$(2, 0)$, B$(0, 4)$이므로



$\triangle BOA=\frac{1}{2}\times2\times4=4$

또 두 직선 $y=ax$와 $\frac{x}{2}+\frac{y}{4}=1$의 교점을 C라 하고, 점 C의 y좌표를 k라 하면

$\triangle COA=\frac{1}{2}\triangle BOA$이므로

$\frac{1}{2}\times2\times k=\frac{1}{2}\times4$ $\quad\therefore k=2$

이때 $\frac{x}{2}+\frac{y}{4}=1$에 $y=2$를 대입하면

$\frac{x}{2}+\frac{1}{2}=1$ $\quad\therefore x=1$

따라서 직선 $y=ax$가 점 C$(1, 2)$를 지나므로

$a=2$

6 두 직선 $4x-3y+1=0$, $ax-6y+b=0$의 교점이 없으므로 이 두 직선은 서로 평행하다.

이때 $4x-3y+1=0$에서 $y=\frac{4}{3}x+\frac{1}{3}$,

$ax-6y+b=0$에서 $y=\frac{a}{6}x+\frac{b}{6}$이므로

$\frac{4}{3}=\frac{a}{6}$, $\frac{1}{3}\neq\frac{b}{6}$ $\quad\therefore a=8$, $b\neq2$

따라서 $8x-5y+b=0$의 그래프가 점 $(3, 2)$를 지나므로

$24-10+b=0$

$\therefore b=-14$

$\therefore 2a+b=2\times8+(-14)=2$

[다른 풀이]

$\frac{4}{a}=\frac{-3}{-6}\neq\frac{1}{b}$ $\quad\therefore a=8,\ b\neq2$

따라서 $8x-5y+b=0$의 그래프가 점 $(3,\ 2)$를 지나므로

$24-10+b=0 \quad \therefore b=-14$

$\therefore 2a+b=2\times8+(-14)=2$

7 주어진 세 직선의 기울기가 모두 다르므로 세 직선이 한 점에서 만날 때 삼각형이 만들어지지 않는다.

연립방정식 $\begin{cases}3x+2y+2=0\\2x-y+6=0\end{cases}$을 풀면 $x=-2,\ y=2$

따라서 직선 $4x-5y-a=0$이 점 $(-2,\ 2)$를 지나야 하므로

$-8-10-a=0 \quad \therefore a=-18$

3 최고 유형 정복하기

115~116쪽

01 2 **02** $-15,\ 9$ **03** $\frac{2}{9}$

04 $k=-1$, 길이: 4 **05** -6

06 $a=4,\ b=-2$ **07** $-\frac{7}{4},\ 1,\ \frac{17}{11}$

01 직선 $2ax-(b-3)y+4=0$이 직선 $x=-4$와 평행하려면 $2ax-(b-3)y+4=0$은 $x=k$의 꼴이어야 하므로

$b-3=0 \quad \therefore b=3$

즉, 직선 $2ax+4=0$이 점 $(-3,\ 5)$를 지나므로

$-6a+4=0 \quad \therefore a=\frac{2}{3}$

$\therefore ab=\frac{2}{3}\times3=2$

02 $2x-y-3=0$에서 $y=2x-3$

$ax-y+b=0$에서 $y=ax+b$

$y=2x-3$의 그래프와 $y=ax+b$의 그래프가 서로 평행하므로

$a=2$

$y=2x-3$에 $y=0$을 대입하면

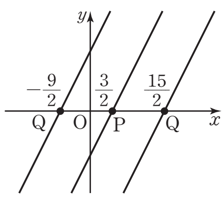
$0=2x-3 \quad \therefore x=\frac{3}{2}$

$\therefore \mathrm{P}\left(\frac{3}{2},\ 0\right)$

이때 $\overline{\mathrm{PQ}}=6$이므로 점 Q의 좌표는

$\mathrm{Q}\left(\frac{15}{2},\ 0\right)$ 또는 $\mathrm{Q}\left(-\frac{9}{2},\ 0\right)$

따라서 $y=2x+b$의 그래프가



(i) 점 $\mathrm{Q}\left(\frac{15}{2},\ 0\right)$을 지나는 경우

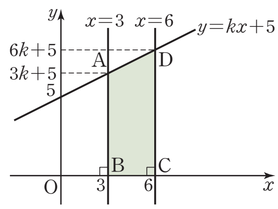
$0=15+b \quad \therefore b=-15$

(ii) 점 $\mathrm{Q}\left(-\frac{9}{2},\ 0\right)$을 지나는 경우

$0=-9+b \quad \therefore b=9$

(i), (ii)에 의해 b의 값은 $-15,\ 9$

03



위의 그림과 같이 두 직선 $x=3,\ x=6$이 x축과 만나는 점을 각각 B, C, 직선 $y=kx+5$와 두 직선 $x=3,\ x=6$의 교점을 각각 A, D라 하자.

$y=kx+5$에 $x=3$을 대입하면 $y=3k+5$

$\therefore \overline{\mathrm{AB}}=3k+5$

$y=kx+5$에 $x=6$을 대입하면 $y=6k+5$

$\therefore \overline{\mathrm{CD}}=6k+5$

따라서 사각형 ABCD의 넓이가 18이므로

(사각형 ABCD의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times(\overline{\mathrm{AB}}+\overline{\mathrm{CD}})\times\overline{\mathrm{BC}}$

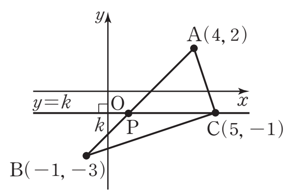
$=\frac{1}{2}\times\{(3k+5)+(6k+5)\}\times(6-3)$

$=18$

$\frac{3}{2}(9k+10)=18$

$\frac{27}{2}k=3 \quad \therefore k=\frac{2}{9}$

04 직선 $y=k$가 점 C를 지날 때 △ABC와 겹치는 부분의 길이가 가장 길다.



점 C의 y좌표가 -1이므로

$k=-1$

직선 AB의 방정식을

$y=ax+b$라 하면

$a=\frac{-3-2}{-1-4}=1 \quad \therefore y=x+b$

이 직선이 점 $\mathrm{B}(-1,\ -3)$을 지나므로

$-3=-1+b \quad \therefore b=-2$

$\therefore y=x-2$

직선 $y=-1$과 직선 $y=x-2$가 만나는 점을 P라 하면 점 P의 y좌표는 -1이므로

$y=x-2$에 $y=-1$을 대입하면

$-1=x-2 \quad \therefore x=1$

따라서 직선 $y=-1$이 △ABC와 겹치는 부분의 길이는

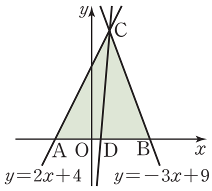
$5-1=4$

05 연립방정식 $\begin{cases}y=2x+4\\y=-3x+9\end{cases}$를 풀면 $x=1,\ y=6$이므로 두 직선의 교점 C의 좌표는 $\mathrm{C}(1,\ 6)$이다.

또 두 직선 $y=2x+4,\ y=-3x+9$의 x절편은 각각 $-2,\ 3$이므로

$\mathrm{A}(-2,\ 0),\ \mathrm{B}(3,\ 0)$

이때 오른쪽 그림과 같이 점 C를 지나는 직선이 x축과 만나는 점을 D라 하면 직선 CD는 △ABC의 넓이를 이등분하므로 점 D는 $\overline{AB}$의 중점이다.



$\therefore D\left(\frac{-2+3}{2}, 0\right)$, 즉 $D\left(\frac{1}{2}, 0\right)$

따라서 두 점 $C(1, 6)$, $D\left(\frac{1}{2}, 0\right)$을 지나므로

$$(\text{기울기})=\frac{0-6}{\frac{1}{2}-1}=-6\div\left(-\frac{1}{2}\right)$$
$$=-6\times(-2)=12$$

즉, $y=12x+b$로 놓고, 이 식에 $x=1$, $y=6$을 대입하면

$6=12+b \qquad \therefore b=-6$

따라서 $y=12x-6$이므로 구하는 직선의 y절편은 -6이다.

06 연립방정식의 해가 2개 이상이면 두 일차방정식의 그래프는 일치한다.

이때 $ax-y=3a$에서 $y=ax-3a$,

$-4x+y=6b$에서 $y=4x+6b$이므로

$a=4$, $-3a=6b \qquad \therefore a=4,\ b=-2$

[다른 풀이]

$\frac{a}{-4}=\frac{-1}{1}=\frac{3a}{6b} \qquad \therefore a=4,\ b=-2$

07 서로 다른 세 직선에 의해 좌표평면이 6개의 부분으로 나누어지려면 세 직선 중 어느 두 직선이 평행하거나 세 직선이 한 점에서 만나야 한다.

(i) 세 직선 중 어느 두 직선이 평행한 경우

$x+2y=-4$에서 $y=-\frac{1}{2}x-2 \qquad \cdots ㉠$

$3x-5y=21$에서 $y=\frac{3}{5}x-\frac{21}{5} \qquad \cdots ㉡$

$(a-2)x+(1-3a)y=10$에서

$y=\frac{-a+2}{1-3a}x+\frac{10}{1-3a} \qquad \cdots ㉢$

두 직선 ㉠, ㉢이 서로 평행할 때,

$\frac{-a+2}{1-3a}=-\frac{1}{2}$, $2a-4=1-3a \qquad \therefore a=1$

두 직선 ㉡, ㉢이 서로 평행할 때,

$\frac{-a+2}{1-3a}=\frac{3}{5}$, $-5a+10=3-9a \qquad \therefore a=-\frac{7}{4}$

(ii) 세 직선이 한 점에서 만나는 경우

연립방정식 $\begin{cases} x+2y=-4 \\ 3x-5y=21 \end{cases}$을 풀면 $x=2$, $y=-3$

즉, 직선 $(a-2)x+(1-3a)y=10$이 점 $(2, -3)$을 지나므로

$2(a-2)-3(1-3a)=10$

$11a-7=10 \qquad \therefore a=\frac{17}{11}$

(i), (ii)에 의해 a의 값은 $-\frac{7}{4}$, 1, $\frac{17}{11}$

대단원 마무리하기

117~120쪽

01 ②, ⑤	**02** ②	**03** ②	**04** ③
05 ②	**06** ④	**07** ④	**08** 3 km
09 ②	**10** ①, ④	**11** $-\frac{4}{5}$	**12** $\frac{5}{2}$
13 제2사분면	**14** C(6, 9)	**15** 4개	**16** ⑤
17 ③	**18** $\frac{27}{7}$	**19** $-\frac{16}{15}$, $-\frac{2}{3}$, $-\frac{2}{5}$	

서술형 문제 〈과정은 풀이 참조〉

20 46	**21** 3초 후	**22** -5, 3	**23** 9

01 ① $y=10x$ (함수이다.)

② $x=1.5$일 때, $y=1$, 2이므로 y의 값이 하나로 정해지지 않는다. (함수가 아니다.)

③ 자연수 x와 3의 최소공배수 y는 하나로 정해진다. (함수이다.)

④ $y=\frac{x}{100}\times100 \qquad \therefore y=x$ (함수이다.)

⑤ $x=1$일 때, $y=-1$, 1이므로 y는 하나로 정해지지 않는다. (함수가 아니다.)

따라서 y가 x의 함수가 아닌 것은 ②, ⑤이다.

02 $f(2)=3\times2+2=8$

$\therefore a=8$

$\therefore g(a)=g(8)=\frac{1}{4}\times8+6=8$

03 $y=x+3$의 그래프를 y축의 방향으로 -5만큼 평행이동하면

$y=x+3-5 \qquad \therefore y=x-2$

이 식에 $y=0$을 대입하면

$0=x-2 \qquad \therefore x=2$

즉, x절편은 2이다.

① $y=-x+3$에서 $0=-x+3 \qquad \therefore x=3$

② $y=2x-4$에서 $0=2x-4 \qquad \therefore x=2$

③ $y=\frac{1}{5}x-1$에서 $0=\frac{1}{5}x-1 \qquad \therefore x=5$

④ $y=2x-2$에서 $0=2x-2 \qquad \therefore x=1$

⑤ $y=-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}x$에서 $0=-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}x \qquad \therefore x=-2$

따라서 x절편이 같은 것은 ②이다.

04 직선 $y=-\frac{2}{3}x-9$의 기울기는 $-\frac{2}{3}$, y절편은 -9이므로

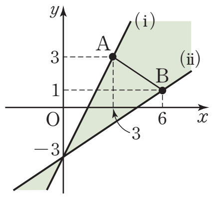
$a=-\frac{2}{3}$, $b=-9$

따라서 직선 $y=abx+3a-b$, 즉 $y=6x+7$을 y축의 방향으로 -4만큼 평행이동하면

$y=6x+7-4$

$\therefore y=6x+3$

05 $y=ax-3$의 그래프의 y절편이 -3이므로 a의 값에 관계없이 항상 점 $(0,\ -3)$을 지난다.



(ⅰ) $y=ax-3$의 그래프가 점 $A(3,\ 3)$을 지날 때

$3=3a-3,\ 3a=6 \qquad \therefore a=2$

(ⅱ) $y=ax-3$의 그래프가 점 $B(6,\ 1)$을 지날 때

$1=6a-3,\ 6a=4 \qquad \therefore a=\dfrac{2}{3}$

(ⅰ), (ⅱ)에 의해 a의 값의 범위는 $\dfrac{2}{3}\le a\le 2$

06 $\dfrac{f(2m)-f(n)}{2m-n}=\dfrac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}=4$에서

기울기는 4이므로 $y=4x+b$로 놓고,

이 식에 $x=3,\ y=-2$를 대입하면

$-2=12+b \qquad \therefore b=-14$

따라서 구하는 일차함수의 식은

$y=4x-14$

07 직선 ㉠은 두 점 $(3,\ 0),\ (0,\ 2)$를 지나므로

$(\text{기울기})=\dfrac{2-0}{0-3}=-\dfrac{2}{3}$

즉, 기울기가 $-\dfrac{2}{3}$, y절편이 2이므로

$y=-\dfrac{2}{3}x+2$

직선 ㉠은 b의 값을 제대로 보고 그렸으므로 $b=2$

이때 $y=-\dfrac{2}{3}x+2$에 $x=-3$을 대입하면

$y=2+2=4$

즉, 직선 ㉡은 두 점 $(-3,\ 4),\ \left(-\dfrac{10}{3},\ 0\right)$을 지나므로

$(\text{기울기})=\dfrac{0-4}{-\dfrac{10}{3}-(-3)}=-4\div\left(-\dfrac{1}{3}\right)$

$=-4\times(-3)=12$

직선 ㉡은 a의 값을 제대로 보고 그렸으므로 $a=12$

따라서 처음 일차함수의 식은 $y=12x+2$

08 높이가 100 m 높아질 때마다 기온이 0.6 ℃씩 내려가므로 높이가 1 km 높아질 때마다 기온이 6 ℃씩 내려간다.

즉, 지면으로부터의 높이가 x km인 지점의 기온을 y ℃라 하면

$y=13-6x$

이 식에 $y=-5$를 대입하면

$-5=13-6x,\ 6x=18 \qquad \therefore x=3$

따라서 기온이 -5 ℃인 지점의 지면으로부터의 높이는 3 km이다.

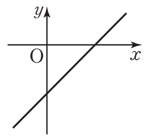
09 $ax+by+c=0$에서 $y=-\dfrac{a}{b}x-\dfrac{c}{b}$

$bc>0$에서 $b,\ c$의 부호는 같고 $ac<0$에서 $a,\ c$의 부호는 다르므로 $a<0,\ b>0,\ c>0$ 또는 $a>0,\ b<0,\ c<0$

즉, $-\dfrac{a}{b}>0,\ -\dfrac{c}{b}<0$이므로 $y=-\dfrac{a}{b}x-\dfrac{c}{b}$에서

$(\text{기울기})=-\dfrac{a}{b}>0,\ (y\text{절편})=-\dfrac{c}{b}<0$

따라서 직선 $ax+by+c=0$은 오른쪽 그림과 같이 제2사분면을 지나지 않는다.



10 주어진 직선은 점 $A(-3,\ 4)$를 지나고 x축에 수직이므로 직선의 방정식은 $x=-3$

① x축에 수직인 직선은 y축에 평행하다.

② 직선 $x=-3$을 왼쪽으로 3만큼 평행이동하면 $x=-6$이다.

⑤ 점 $(4,\ 0)$을 지나지 않는다.

따라서 옳은 것은 ①, ④이다.

11 연립방정식 $\begin{cases} x-y=a \\ x+2y=2-a \end{cases}$를 풀면

$x=\dfrac{a+2}{3},\ y=\dfrac{-2a+2}{3}$이므로

두 직선의 교점의 좌표는 $\left(\dfrac{a+2}{3},\ \dfrac{-2a+2}{3}\right)$이다.

이 점이 직선 $y=3x$ 위에 있으므로

$\dfrac{-2a+2}{3}=3\times\dfrac{a+2}{3}$

$-2a+2=3a+6$

$-5a=4 \qquad \therefore a=-\dfrac{4}{5}$

[다른 풀이]

두 직선 $x-y=a,\ x+2y=2-a$의 교점이 직선 $y=3x$ 위의 점이므로 교점의 좌표를 $(k,\ 3k)$라 하면

$\begin{cases} k-3k=a \\ k+6k=2-a \end{cases}$에서 $\begin{cases} -2k=a \\ 7k=2-a \end{cases}$

$\therefore k=\dfrac{2}{5},\ a=-\dfrac{4}{5}$

12 연립방정식 $\begin{cases} 2x+y-6=0 \\ x-y+3=0 \end{cases}$을 풀면 $x=1,\ y=4$이므로

두 직선의 교점은 $(1,\ 4)$이다.

이때 구하는 직선의 기울기는 $\dfrac{2}{3}$이므로 $y=\dfrac{2}{3}x+b$로 놓고,

이 식에 $x=1,\ y=4$를 대입하면

$4=\dfrac{2}{3}+b \qquad \therefore b=\dfrac{10}{3}$

따라서 직선 $y=\dfrac{2}{3}x+\dfrac{10}{3}$이 점 $(k,\ 2k)$를 지나므로

$2k=\dfrac{2}{3}k+\dfrac{10}{3},\ \dfrac{4}{3}k=\dfrac{10}{3} \qquad \therefore k=\dfrac{5}{2}$

13 주어진 연립방정식이 $x=0$, $y=0$ 이외의 해를 가지므로 해가 무수히 많다.

$mx-3y=2x$에서 $y=\frac{m-2}{3}x$

$x-2y+3=mx+3$에서 $y=\frac{1-m}{2}x$

해가 무수히 많으려면 두 일차방정식의 그래프가 일치해야 하므로

$\frac{m-2}{3}=\frac{1-m}{2}$

$2m-4=3-3m$, $5m=7$　　$\therefore m=\frac{7}{5}$

따라서 일차함수 $y=mx+1-2m$, 즉 $y=\frac{7}{5}x-\frac{9}{5}$의 그래프는 (기울기)$>0$, ($y$절편)$<0$이므로 제2사분면을 지나지 않는다.

[다른 풀이]

연립방정식 $\begin{cases}(m-2)-3y=0\\(1-m)x-2y=0\end{cases}$의 해가 무수히 많으므로

$\frac{m-2}{1-m}=\frac{-3}{-2}$　　$\therefore m=\frac{7}{5}$

따라서 일차함수 $y=mx+1-2m$, 즉 $y=\frac{7}{5}x-\frac{9}{5}$의 그래프는 (기울기)$>0$, ($y$절편)$<0$이므로 제2사분면을 지나지 않는다.

14 점 C의 좌표를 $C(a, b)$라 하면

$\overline{AO}\,/\!/\,\overline{CB}$이므로 $\overline{AO}$와 $\overline{CB}$의 기울기는 같다.

즉, $\frac{6-0}{1-0}=\frac{b-3}{a-5}$이므로

$6a-b=27$　　$\cdots$ ㉠

$\overline{AC}\,/\!/\,\overline{OB}$이므로 $\overline{AC}$와 $\overline{OB}$의 기울기는 같다.

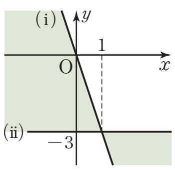
즉, $\frac{b-6}{a-1}=\frac{3-0}{5-0}$이므로

$3a-5b=-27$　　$\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=6$, $b=9$

따라서 점 C의 좌표는 $C(6, 9)$이다.

15 $ax-y+b=0$에서 $y=ax+b$



(i) $y=ax+b$의 그래프가 원점을 지날 때

$b=0$

즉, 직선 $y=ax$가 점 $(1, -3)$을 지나므로

$a=-3$

(ii) $y=ax+b$의 그래프가 x축에 평행할 때

$a=0$

(i), (ii)에 의해 $-3\le a\le 0$이므로 정수 a는 -3, -2, -1, 0의 4개이다.

16 $f(x)=5x+b$라 하면

$f(-2)=-10+b=6$　　$\therefore b=16$

$g(x)=ax-3$이라 하면 $g(2)=2a-3=4$

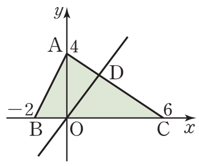
$2a=7$　　$\therefore a=\frac{7}{2}$

따라서 $f(x)=5x+16$, $g(x)=\frac{7}{2}x-3$이므로

$f\left(-\frac{1}{5}\right)+g(4)=(-1+16)+(14-3)$

$=26$

17 오른쪽 그림과 같이 △ABC의 넓이를 이등분하는 원점을 지나는 직선이 $\overline{AC}$와 만나는 점을 D라 하면



$\triangle OCD=\frac{1}{2}\triangle ABC$

$=\frac{1}{2}\times\left[\frac{1}{2}\times\{6-(-2)\}\times 4\right]$

$=8$

이때 점 D의 좌표를 $D(p, q)$라 하면

$\triangle OCD=\frac{1}{2}\times 6\times q=8$

$3q=8$　　$\therefore q=\frac{8}{3}$

두 점 $A(0, 4)$, $C(6, 0)$을 지나는 직선의 기울기는

$\frac{0-4}{6-0}=-\frac{2}{3}$, y절편은 4이므로

$y=-\frac{2}{3}x+4$

이 직선이 점 $D\left(p, \frac{8}{3}\right)$을 지나므로

$\frac{8}{3}=-\frac{2}{3}p+4$, $\frac{2}{3}p=\frac{4}{3}$　　$\therefore p=2$

따라서 원점과 점 $D\left(2, \frac{8}{3}\right)$을 지나는 직선을 $y=mx$라 하면

$\frac{8}{3}=2m$　　$\therefore m=\frac{4}{3}$

즉, $y=\frac{4}{3}x$에서 $4x-3y=0$이므로 $a=4$, $b=3$

$\therefore a-b=4-3=1$

18 두 점 $A(0, 5)$, $B(2, 0)$을 지나는 직선의 기울기는 $\frac{0-5}{2-0}=-\frac{5}{2}$, y절편은 5이므로

$y=-\frac{5}{2}x+5$　　$\cdots$ ㉠

두 점 $C(0, 3)$, $D(4, 0)$을 지나는 직선의 기울기는 $\frac{0-3}{4-0}=-\frac{3}{4}$, y절편은 3이므로

$y=-\frac{3}{4}x+3$　　$\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=\frac{8}{7}$, $y=\frac{15}{7}$

즉, 점 E의 좌표는 $E\left(\frac{8}{7}, \frac{15}{7}\right)$이다.

$\therefore$ (사각형 COBE의 넓이)$=\triangle AOB-\triangle ACE$

$=\frac{1}{2}\times 2\times 5-\frac{1}{2}\times(5-3)\times\frac{8}{7}$

$=5-\frac{8}{7}=\frac{27}{7}$

19 (i) 세 직선 중 어느 두 직선이 평행한 경우

두 직선 $y=-\frac{2}{3}x+\frac{1}{5}$, $y=ax$가 서로 평행할 때,

$a=-\frac{2}{3}$

두 직선 $y=-\frac{2}{5}x+\frac{1}{3}$, $y=ax$가 서로 평행할 때,

$a=-\frac{2}{5}$

(ii) 세 직선이 한 점에서 만나는 경우

연립방정식 $\begin{cases} y=-\frac{2}{3}x+\frac{1}{5} \\ y=-\frac{2}{5}x+\frac{1}{3} \end{cases}$을 풀면 $x=-\frac{1}{2}$, $y=\frac{8}{15}$

직선 $y=ax$가 점 $\left(-\frac{1}{2}, \frac{8}{15}\right)$을 지나므로

$\frac{8}{15}=-\frac{1}{2}a \qquad \therefore a=-\frac{16}{15}$

(i), (ii)에 의해 세 직선이 삼각형을 이루지 않도록 하는 a의 값은 $-\frac{16}{15}$, $-\frac{2}{3}$, $-\frac{2}{5}$

20 $f(x)=(x$보다 작은 수 중에서 가장 큰 소수$)$이므로

$f(5)=(5$보다 작은 수 중에서 가장 큰 소수$)=3$

$f(11)=(11$보다 작은 수 중에서 가장 큰 소수$)=7$

$f(19)=(19$보다 작은 수 중에서 가장 큰 소수$)=17$

$f(23)=(23$보다 작은 수 중에서 가장 큰 소수$)=19$ ··· i

$\therefore f(5)+f(11)+f(19)+f(23)=3+7+17+19$

$=46$ ··· ii

채점 요소	비율
i $f(5)$, $f(11)$, $f(19)$, $f(23)$의 값 구하기	80 %
ii $f(5)+f(11)+f(19)+f(23)$의 값 구하기	20 %

21 주어진 그래프가 두 점 (0, 840), (7, 0)을 지나므로

(기울기)$=\frac{0-840}{7-0}=-120$

즉, 기울기가 -120, y절편이 840이므로

$y=-120x+840$ ··· i

이 식에 $y=480$을 대입하면 $480=-120x+840$

$120x=360 \qquad \therefore x=3$

따라서 남은 파일의 용량이 480 MB일 때는 파일을 내려받기 시작한 지 3초 후이다. ··· ii

채점 요소	비율
i 일차함수의 식 구하기	60 %
ii 남은 파일의 용량이 480 MB일 때는 파일을 내려받기 시작한 지 몇 초 후인지 구하기	40 %

22 $2x-y+1=0$에서 $y=2x+1$

$ax+y-b=0$에서 $y=-ax+b$

두 직선이 서로 평행하므로

$2=-a \qquad \therefore a=-2$ ··· i

직선 $2x-y+1=0$이 y축과 만나는 점의 좌표는

(0, 1)

직선 $ax+y-b=0$이 y축과 만나는 점의 좌표는

(0, b)

이때 두 직선이 각각 y축과 만나는 두 점 사이의 거리는 4이므로

$|b-1|=4$, 즉

(가) $b-1=4$일 때, $b=5$

(나) $b-1=-4$일 때, $b=-3$ ··· ii

따라서 $a=-2$, $b=-3$일 때 $a+b=-5$이고,

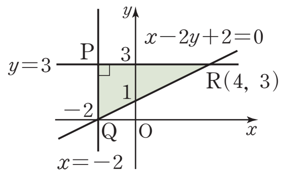
$a=-2$, $b=5$일 때 $a+b=3$이다. ··· iii

채점 요소	비율
i a의 값 구하기	30 %
ii b의 값 구하기	40 %
iii $a+b$의 값 구하기	30 %

23 $x+2=0$에서 $x=-2$

$2y-6=0$에서 $2y=6$

$\therefore y=3$



즉, 세 직선 $x=-2$, $y=3$, $x-2y+2=0$을 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다. ··· i

두 직선 $x=-2$, $y=3$의 교점을 P라 하면 P$(-2, 3)$

두 직선 $x=-2$, $x-2y+2=0$의 교점을 Q라 하면

Q$(-2, 0)$

두 직선 $y=3$, $x-2y+2=0$의 교점을 R라 하면 R$(4, 3)$ ··· ii

따라서 구하는 도형의 넓이는 △PQR의 넓이와 같고, $\overline{PQ}$와 $\overline{PR}$는 서로 수직이므로

$\triangle PQR=\frac{1}{2}\times\overline{PQ}\times\overline{PR}$

$=\frac{1}{2}\times 3\times\{4-(-2)\}=9$ ··· iii

채점 요소	비율
i 세 직선을 좌표평면 위에 나타내기	30 %
ii 두 직선의 교점의 좌표 구하기	40 %
iii 세 직선으로 둘러싸인 도형의 넓이 구하기	30 %