짧지만 개념에 강한 **짤강 고등수학 (상)**

정답과 해설

01 다항식의 연산

기초 개념 피드백 & TEST

본문 | 009쪽

1-1 (1) $\boldsymbol{2x}$ (2) $\boldsymbol{+,\ -10x^2}$

1-2 (1) $(-2x^2-5x-1)+(-3x^2+x)$
$=-2x^2-5x-1-3x^2+x$
$=\boldsymbol{-5x^2-4x-1}$

(2) $(4x^2-3x-6)-(2x^2-8x)$
$=4x^2-3x-6-2x^2+8x$
$=\boldsymbol{2x^2+5x-6}$

2-1 (1) $\boldsymbol{5a^2}$ (2) $\boldsymbol{4a,\ 2a}$

2-2 (1) $4x(x+y)-2x(3x-2y)$
$=4x^2+4xy-6x^2+4xy=\boldsymbol{-2x^2+8xy}$

(2) $(9x^3y^2-3xy^3)\div\frac{1}{3}xy=\boldsymbol{27x^2y-9y^2}$

3-1 (1) $\boldsymbol{4a}$ (2) $\boldsymbol{4}$ (3) $\boldsymbol{x}$ (4) $\boldsymbol{2}$

3-2 (1) $(2a-1)^2=(2a)^2-2\times2a\times1+1^2$
$=\boldsymbol{4a^2-4a+1}$

(2) $\left(a+\frac{1}{2}\right)\left(a-\frac{1}{2}\right)=a^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2=\boldsymbol{a^2-\frac{1}{4}}$

(3) $(x-2)(x-5)$
$=x^2+(-2-5)x+(-2)\times(-5)$
$=\boldsymbol{x^2-7x+10}$

(4) $(2x+5)(x+3)$
$=(2\times1)x^2+(2\times3+5\times1)x+5\times3$
$=\boldsymbol{2x^2+11x+15}$

본문 | 010~015쪽

1-1 $\boldsymbol{3x^2,\ 2}$

1-2 (1) 내림차순으로 정리하면 $\boldsymbol{3x^3+2x^2+x-4}$
오름차순으로 정리하면 $\boldsymbol{-4+x+2x^2+3x^3}$

(2) 내림차순으로 정리하면 $\boldsymbol{x^2-xy^2+y+3}$
오름차순으로 정리하면 $\boldsymbol{y+3-xy^2+x^2}$

2-1 $\boldsymbol{-3,\ 4}$

2-2 (1) $A+B=(x^3-3x^2+1)+(2x^3+x^2-x+4)$
$=x^3-3x^2+1+2x^3+x^2-x+4$
$=(1+2)x^3+(-3+1)x^2-x+(1+4)$
$=\boldsymbol{3x^3-2x^2-x+5}$

(2) $A-B=(x^3-3x^2+1)-(2x^3+x^2-x+4)$
$=x^3-3x^2+1-2x^3-x^2+x-4$
$=(1-2)x^3+(-3-1)x^2+x+(1-4)$
$=\boldsymbol{-x^3-4x^2+x-3}$

(3) $A+2B=(x^3-3x^2+1)+2(2x^3+x^2-x+4)$
$=x^3-3x^2+1+4x^3+2x^2-2x+8$
$=(1+4)x^3+(-3+2)x^2-2x+(1+8)$
$=\boldsymbol{5x^3-x^2-2x+9}$

(4) $A-2B=(x^3-3x^2+1)-2(2x^3+x^2-x+4)$
$=x^3-3x^2+1-4x^3-2x^2+2x-8$
$=(1-4)x^3+(-3-2)x^2+2x+(1-8)$
$=\boldsymbol{-3x^3-5x^2+2x-7}$

3-1 $\boldsymbol{x}$

3-2 (1) $(x^2+4x-1)(x-2)$
$=x^2(x-2)+4x(x-2)-(x-2)$
$=x^3-2x^2+4x^2-8x-x+2$
$=\boldsymbol{x^3+2x^2-9x+2}$

(2) $(3x+2y)(x^2-xy+5y^2)$
$=3x(x^2-xy+5y^2)+2y(x^2-xy+5y^2)$
$=3x^3-3x^2y+15xy^2+2x^2y-2xy^2+10y^3$
$=\boldsymbol{3x^3-x^2y+13xy^2+10y^3}$

4-1 (1) $\boldsymbol{4,\ 6}$ (2) $\boldsymbol{6,\ 12}$ (3) $\boldsymbol{2x,\ 8x^3}$

4-2 (1) $(x-2y-z)^2$
$=x^2+(-2y)^2+(-z)^2+2x(-2y)+2(-2y)(-z)+2(-z)x$
$=\boldsymbol{x^2+4y^2+z^2-4xy+4yz-2zx}$

(2) $(x-2)^3$
$=x^3-3x^2\times2+3x\times2^2-2^3$
$=\boldsymbol{x^3-6x^2+12x-8}$

(3) $(2x+1)(4x^2-2x+1)=(2x)^3+1^3=\boldsymbol{8x^3+1}$

5-1 (1) $\boldsymbol{2,\ 6}$ (2) $\boldsymbol{4,\ 8}$ (3) $\boldsymbol{6,\ 14}$

5-2 (1) $x^2+y^2=(x-y)^2+2xy$
$=(-3)^2+2\times4=\boldsymbol{17}$

(2) $(x+y)^2=(x-y)^2+4xy$
$=(-3)^2+4\times4=\boldsymbol{25}$

(3) $x^3-y^3=(x-y)^3+3xy(x-y)$
$=(-3)^3+3\times4\times(-3)=\boldsymbol{-63}$

6-1 (1) $\boldsymbol{3,\ 7}$ (2) $\boldsymbol{3,\ 5}$ (3) $\boldsymbol{9,\ 18}$

6-2 (1) $a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+2=2^2+2=\boldsymbol{6}$

(2) $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2=\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+4=2^2+4=\boldsymbol{8}$

(3) $a^3-\frac{1}{a^3}=\left(a-\frac{1}{a}\right)^3+3\left(a-\frac{1}{a}\right)=2^3+3\times2=\boldsymbol{14}$

7-1 $\boldsymbol{-3,\ 2x,\ -4x}$

7-2 (1)
$$\begin{array}{r} x-1 \\ 2x-1\,\overline{)\,2x^2-3x+5} \\ 2x^2-x \\ \hline -2x+5 \\ -2x+1 \\ \hline 4 \end{array}$$

∴ 몫 : $\boldsymbol{x-1}$, 나머지 : **4**

(2)
$$\begin{array}{r} 3x-4 \\ x^2+x+1\,\overline{)\,3x^3-\ x^2+5x+3} \\ 3x^3+3x^2+3x \\ \hline -4x^2+2x+3 \\ -4x^2-4x-4 \\ \hline 6x+7 \end{array}$$

∴ 몫 : $\boldsymbol{3x-4}$, 나머지 : $\boldsymbol{6x+7}$

(3)
$$\begin{array}{r} 2x-1 \\ x^2-2x+2\,\overline{)\,2x^3-5x^2\qquad+3} \\ 2x^3-4x^2+4x \\ \hline -\ x^2-4x+3 \\ -\ x^2+2x-2 \\ \hline -6x+5 \end{array}$$

∴ 몫 : $\boldsymbol{2x-1}$, 나머지 : $\boldsymbol{-6x+5}$

8-1 $\boldsymbol{3x,\ 5x^2}$

8-2 (1) $A=(x^2-x+2)(x-1)-x+3$
$=x^2(x-1)-x(x-1)+2(x-1)-x+3$
$=x^3-x^2-x^2+x+2x-2-x+3$
$=\boldsymbol{x^3-2x^2+2x+1}$

(2) $A=(x-1)(x^2+x+1)+3$
$=(x^3-1)+3$
$=\boldsymbol{x^3+2}$

9-1 $\boldsymbol{-2,\ 2}$

9-2 (1)
$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 2 & 3 & -1 & 1 \\ & & 4 & 14 & 26 \\ \hline & 2 & 7 & 13 & \boxed{27} \end{array}$$

∴ 몫 : $\boldsymbol{2x^2+7x+13}$, 나머지 : **27**

(2)
$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 3 & -1 & -5 & 2 \\ & & -3 & 4 & 1 \\ \hline & 3 & -4 & -1 & \boxed{3} \end{array}$$

∴ 몫 : $\boldsymbol{3x^2-4x-1}$, 나머지 : **3**

10-1 $\boldsymbol{1,\ x^2,\ 0}$

10-2 (1)
$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 2 & -1 & 0 & -10 \\ & & 4 & 6 & 12 \\ \hline & 2 & 3 & 6 & \boxed{2} \end{array}$$

∴ 몫 : $\boldsymbol{2x^2+3x+6}$, 나머지 : **2**

(2)
$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & 0 & -1 & 3 \\ & & -1 & 1 & 0 \\ \hline & 1 & -1 & 0 & \boxed{3} \end{array}$$

∴ 몫 : $\boldsymbol{x^2-x}$, 나머지 : **3**

11-1 $\boldsymbol{-\frac{1}{2},\ x,\ 2}$

11-2 (1)
$$\begin{array}{r|rrrr} -\frac{3}{2} & 2 & 1 & -5 & -4 \\ & & -3 & 3 & 3 \\ \hline & 2 & -2 & -2 & \boxed{-1} \end{array}$$

$2x^3+x^2-5x-4$
$=\left(x+\frac{3}{2}\right)(2x^2-2x-2)-1$
$=2\left(x+\frac{3}{2}\right)(x^2-x-1)-1$
$=(2x+3)(x^2-x-1)-1$
∴ 몫 : $\boldsymbol{x^2-x-1}$, 나머지 : $\boldsymbol{-1}$

(2)
$$\begin{array}{r|rrrr} \frac{1}{3} & 3 & 5 & 1 & 2 \\ & & 1 & 2 & 1 \\ \hline & 3 & 6 & 3 & \boxed{3} \end{array}$$

$3x^3+5x^2+x+2$
$=\left(x-\frac{1}{3}\right)(3x^2+6x+3)+3$
$=3\left(x-\frac{1}{3}\right)(x^2+2x+1)+3$
$=(3x-1)(x^2+2x+1)+3$
∴ 몫 : $\boldsymbol{x^2+2x+1}$, 나머지 : **3**

(3)
$$\begin{array}{r|rrrr} -\frac{1}{3} & 3 & 4 & 4 & -6 \\ & & -1 & -1 & -1 \\ \hline & 3 & 3 & 3 & \boxed{-7} \end{array}$$

$3x^3+4x^2+4x-6$
$=\left(x+\frac{1}{3}\right)(3x^2+3x+3)-7$
$=3\left(x+\frac{1}{3}\right)(x^2+x+1)-7$
$=(3x+1)(x^2+x+1)-7$
∴ 몫 : $\boldsymbol{x^2+x+1}$, 나머지 : $\boldsymbol{-7}$

(4)
$$\begin{array}{r|rrrr} \frac{2}{3} & 3 & 1 & -8 & 0 \\ & & 2 & 2 & -4 \\ \hline & 3 & 3 & -6 & \boxed{-4} \end{array}$$

$3x^3+x^2-8x$
$=\left(x-\frac{2}{3}\right)(3x^2+3x-6)-4$
$=3\left(x-\frac{2}{3}\right)(x^2+x-2)-4$
$=(3x-2)(x^2+x-2)-4$
∴ 몫 : $\boldsymbol{x^2+x-2}$, 나머지 : $\boldsymbol{-4}$

집중 연습

본문 | 016, 017쪽

1 (1) $(2x+3)^2=\mathbf{4x^2+12x+9}$

(2) $\left(x+\frac{1}{2}y\right)^2=\mathbf{x^2+xy+\frac{1}{4}y^2}$

(3) $(3x-5)^2=\mathbf{9x^2-30x+25}$

(4) $(2x-3y)^2=\mathbf{4x^2-12xy+9y^2}$

(5) $(x+2y)(x-2y)=\mathbf{x^2-4y^2}$

(6) $\left(3x+\frac{y}{2}\right)\left(3x-\frac{y}{2}\right)=\mathbf{9x^2-\frac{y^2}{4}}$

(7) $(x+4)(x+8)=\mathbf{x^2+12x+32}$

(8) $(x+2)(x-6)=\mathbf{x^2-4x-12}$

(9) $(2x+1)(3x-7)=\mathbf{6x^2-11x-7}$

(10) $(x+y)(x-4y)=\mathbf{x^2-3xy-4y^2}$

(11) $(x-2y)(x-5y)=\mathbf{x^2-7xy+10y^2}$

(12) $(3x-2y)(4x+y)=\mathbf{12x^2-5xy-2y^2}$

2 (1) $(a+2b+3c)^2=\mathbf{a^2+4b^2+9c^2+4ab+12bc+6ca}$

(2) $(2a+b-3c)^2=\mathbf{4a^2+b^2+9c^2+4ab-6bc-12ca}$

(3) $(3x-y+2z)^2=\mathbf{9x^2+y^2+4z^2-6xy-4yz+12zx}$

(4) $(4x-3y-z)^2=\mathbf{16x^2+9y^2+z^2-24xy+6yz-8zx}$

(5) $(2a+3)^3=\mathbf{8a^3+36a^2+54a+27}$

(6) $(3a+2b)^3=\mathbf{27a^3+54a^2b+36ab^2+8b^3}$

(7) $(3x-2)^3=\mathbf{27x^3-54x^2+36x-8}$

(8) $(x-2y)^3=\mathbf{x^3-6x^2y+12xy^2-8y^3}$

(9) $(2x+1)(4x^2-2x+1)=\mathbf{8x^3+1}$

(10) $(3x+y)(9x^2-3xy+y^2)=\mathbf{27x^3+y^3}$

(11) $(3x-2)(9x^2+6x+4)=\mathbf{27x^3-8}$

(12) $(a-2b)(a^2+2ab+4b^2)=\mathbf{a^3-8b^3}$

기초 개념 평가

본문 | 018, 019쪽

01 교환	02 결합
03 $\mathbf{2ca}$	04 $\mathbf{3ab^2}$, $-$
05 $\mathbf{ab}$, $-$	06 $\mathbf{2}$, $\mathbf{2}$
07 $\mathbf{3}$, $-$	08 작다
09 $\mathbf{R=0}$	10 일차식
11 계수	12 $\mathbf{\frac{1}{a}Q(x)}$, $\mathbf{R}$

기초 문제 평가

본문 | 020, 021쪽

1 (1) $\mathbf{2x^2-(5y+2)x+3y^2+y-4}$

(2) $\mathbf{3y^2-(5x-1)y+2x^2-2x-4}$

2 (1) $3A+2(A-B)=3A+2A-2B$

$=5A-2B$

$=5(3x^2-2x-1)-2(2x^2+x-5)$

$=15x^2-10x-5-4x^2-2x+10$

$=\mathbf{11x^2-12x+5}$

(2) $2B-3(-A+2B)=2B+3A-6B$

$=3A-4B$

$=3(3x^2-2x-1)-4(2x^2+x-5)$

$=9x^2-6x-3-8x^2-4x+20$

$=\mathbf{x^2-10x+17}$

3 (1) $X=-A+B$

$=-(x^2+2xy-3y^2)+(2x^2-xy+y^2)$

$=-x^2-2xy+3y^2+2x^2-xy+y^2$

$=\mathbf{x^2-3xy+4y^2}$

(2) $X=3A+2B$

$=3(x^2+2xy-3y^2)+2(2x^2-xy+y^2)$

$=3x^2+6xy-9y^2+4x^2-2xy+2y^2$

$=\mathbf{7x^2+4xy-7y^2}$

4 (1) 주어진 식에서 x^2 항이 나오는 항들만 전개하면

$x\times3x+(-2)\times x^2=3x^2-2x^2=x^2$

따라서 x^2의 계수는 **1**이다.

(2) 주어진 식에서 x^2 항이 나오는 항들만 전개하면

$2x^2\times4+(-x)\times(-x)+1\times x^2=8x^2+x^2+x^2=10x^2$

따라서 x^2의 계수는 **10**이다.

(3) 주어진 식에서 x^2 항이 나오는 항들만 전개하면

$-3x^2\times(-1)+8\times2x^2=3x^2+16x^2=19x^2$

따라서 x^2의 계수는 **19**이다.

5 (1) $\left(a+\frac{1}{a}\right)^3=a^3+3a^2\times\frac{1}{a}+3a\times\left(\frac{1}{a}\right)^2+\frac{1}{a^3}$

$=\mathbf{a^3+3a+\frac{3}{a}+\frac{1}{a^3}}$

(2) $\left(3a-\frac{1}{3}\right)^3=(3a)^3-3(3a)^2\times\frac{1}{3}+3(3a)\times\left(\frac{1}{3}\right)^2-\left(\frac{1}{3}\right)^3$

$=\mathbf{27a^3-9a^2+a-\frac{1}{27}}$

(3) $(x-y)(x+y)(x^2+y^2)$

$=(x^2-y^2)(x^2+y^2)$

$=\mathbf{x^4-y^4}$

(4) $(x+1)(x^2-x+1)(x-1)(x^2+x+1)$

$=(x^3+1)(x^3-1)$

$=\mathbf{x^6-1}$

6 (1) $a+b=\sqrt{2}+1+\sqrt{2}-1=2\sqrt{2}$,

$ab=(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)=2-1=1$이므로

$$\begin{aligned} a^3+b^3&=(a+b)^3-3ab(a+b)\\ &=(2\sqrt{2})^3-3\times1\times2\sqrt{2}=16\sqrt{2}-6\sqrt{2}\\ &=\mathbf{10\sqrt{2}} \end{aligned}$$

(2) $a-b=\sqrt{2}+1-(\sqrt{2}-1)=2$, $ab=1$이므로

$$\begin{aligned} a^3-b^3&=(a-b)^3+3ab(a-b)\\ &=2^3+3\times1\times2=8+6\\ &=\mathbf{14} \end{aligned}$$

7 $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$에서 $x+y=3$, $x^2+y^2=7$이므로

$7=3^2-2xy$, $2xy=2$ $\quad\therefore xy=1$

$$\begin{aligned} \therefore x^3+y^3&=(x+y)^3-3xy(x+y)\\ &=3^3-3\times1\times3=\mathbf{18} \end{aligned}$$

8 (1)

$$\begin{array}{r l} & x^2-3x+3 \\ \cline{2-2} x+1 \big) & x^3-2x^2\qquad+3 \\ & x^3+\ x^2 \\ \cline{2-2} & -3x^2\qquad+3 \\ & -3x^2-3x \\ \cline{2-2} & 3x+3 \\ & 3x+3 \\ \cline{2-2} & 0 \end{array}$$

$\therefore$ 몫 : $\mathbf{x^2-3x+3}$, 나머지 : $\mathbf{0}$

(2)

$$\begin{array}{r l} & 3x \\ \cline{2-2} x^2-2 \big) & 3x^3\qquad+2x-1 \\ & 3x^3\qquad-6x \\ \cline{2-2} & 8x-1 \end{array}$$

$\therefore$ 몫 : $\mathbf{3x}$, 나머지 : $\mathbf{8x-1}$

(3)

$$\begin{array}{r l} & x-2 \\ \cline{2-2} 2x^2+1 \big) & 2x^3-4x^2-2x+8 \\ & 2x^3\qquad+\ x \\ \cline{2-2} & -4x^2-3x+8 \\ & -4x^2\qquad-2 \\ \cline{2-2} & -3x+10 \end{array}$$

$\therefore$ 몫 : $\mathbf{x-2}$, 나머지 : $\mathbf{-3x+10}$

9

$$\begin{aligned} A&=(x-3)(2x+1)+2\\ &=(2x^2-5x-3)+2\\ &=2x^2-5x-1 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r l} & 2x-3 \\ \cline{2-2} x-1 \big) & 2x^2-5x-1 \\ & 2x^2-2x \\ \cline{2-2} & -3x-1 \\ & -3x+3 \\ \cline{2-2} & -4 \end{array}$$

따라서 구하는 나머지는 $\mathbf{-4}$이다.

10 (1) $x^3-x^2-x+5=A(x-2)+2x+3$이므로

$x^3-x^2-3x+2=A(x-2)$

$$\begin{array}{r l} & x^2+\ x-\ 1 \\ \cline{2-2} x-2 \big) & x^3-\ x^2-3x+2 \\ & x^3-2x^2 \\ \cline{2-2} & x^2-3x+2 \\ & x^2-2x \\ \cline{2-2} & -\ x+2 \\ & -\ x+2 \\ \cline{2-2} & 0 \end{array}$$

$\therefore \mathbf{A=x^2+x-1}$

(2) $2x^3-7x^2-13x+3=A(2x+3)$

$$\begin{array}{r l} & x^2-\ 5x+\ \ 1 \\ \cline{2-2} 2x+3 \big) & 2x^3-7x^2-13x+3 \\ & 2x^3+3x^2 \\ \cline{2-2} & -10x^2-13x+3 \\ & -10x^2-15x \\ \cline{2-2} & 2x+3 \\ & 2x+3 \\ \cline{2-2} & 0 \end{array}$$

$\therefore \mathbf{A=x^2-5x+1}$

11 (1)

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & -2 & 1 & -1 \\ & & 2 & 0 & 2 \\ \hline & 1 & 0 & 1 & \boxed{1} \end{array}$$

$\therefore$ 몫 : $\mathbf{x^2+1}$, 나머지 : $\mathbf{1}$

(2)

$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & 1 & 0 & -1 & 3 \\ & & -2 & 4 & -6 \\ \hline & 1 & -2 & 3 & \boxed{-3} \end{array}$$

$\therefore$ 몫 : $\mathbf{x^2-2x+3}$, 나머지 : $\mathbf{-3}$

(3)

$$\begin{array}{r|rrrr} -\frac{2}{3} & -9 & 3 & 9 & -2 \\ & & 6 & -6 & -2 \\ \hline & -9 & 9 & 3 & \boxed{-4} \end{array}$$

$$\begin{aligned} &-9x^3+3x^2+9x-2\\ &=\left(x+\frac{2}{3}\right)(-9x^2+9x+3)-4\\ &=(3x+2)(-3x^2+3x+1)-4 \end{aligned}$$

$\therefore$ 몫 : $\mathbf{-3x^2+3x+1}$, 나머지 : $\mathbf{-4}$

02 항등식과 나머지정리

본문 | 022~025쪽

1-1 **3, 항등식**

1-2 (1) 주어진 식의 우변을 전개하여 정리하면

$2(x+2)-1=2x+3$

문자 x에 어떤 값을 대입해도 항상 성립한다.

따라서 $2x+3=2(x+2)-1$은 x에 대한 항등식이다. (○)

(2) $3x-4=5x$에서 $-2x=4$이므로 $x=-2$일 때만 성립한다.

따라서 $3(x-1)-1=5x$는 x에 대한 항등식이 아니다. (×)

2-1 (1) **2, 1** (2) **4, 3, −2**

2-2 (1) $a=-1$, $-3=b-5$

$\therefore$ $\boldsymbol{a=-1, b=2}$

(2) $a+2=0$, $b=0$, $c=0$

$\therefore$ $\boldsymbol{a=-2, b=0, c=0}$

(3) $a-1=2$, $b+3=0$, $c-2=1$

$\therefore$ $\boldsymbol{a=3, b=-3, c=3}$

3-1 **8, 3**

3-2 (1) 주어진 등식의 좌변을 전개한 다음 x에 대한 내림차순으로 정리하면

$2x^2+3x+2ax+3a=bx^2+x+c$

즉, $2x^2+(3+2a)x+3a=bx^2+x+c$가 항등식이므로 양변의 계수를 비교하면

$2=b$, $3+2a=1$, $3a=c$

$\therefore$ $\boldsymbol{a=-1, b=2, c=-3}$

(2) 주어진 등식의 좌변을 전개한 다음 x에 대한 내림차순으로 정리하면

$a(x^2+2x+1)+bx-b+c=x^2-x+2$

즉, $ax^2+(2a+b)x+a-b+c=x^2-x+2$가 항등식이므로 양변의 계수를 비교하면

$a=1$, $2a+b=-1$, $a-b+c=2$

$\therefore$ $\boldsymbol{a=1, b=-3, c=-2}$

4-1 **3, 9$\boldsymbol{a}$**

4-2 (1) 주어진 등식의 양변에

$x=0$을 대입하면

$a+b-1=1$ $\quad\therefore a+b=2$ ……㉠

$x=-2$를 대입하면

$a-b-1=3$ $\quad\therefore a-b=4$ ……㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $\boldsymbol{a=3, b=-1}$

(2) 주어진 등식의 양변에

$x=0$을 대입하면 $-b=-2$ $\quad\therefore$ $\boldsymbol{b=2}$

$x=1$을 대입하면 $2a=2$ $\quad\therefore$ $\boldsymbol{a=1}$

$x=-1$을 대입하면 $2c=0$ $\quad\therefore$ $\boldsymbol{c=0}$

5-1 **3, 1**

5-2 (1) 나머지정리에 의하여 $P(-1)=1$

이때 $P(-1)=-1+a-2-3=a-6$이므로

$a-6=1$ $\quad\therefore$ $\boldsymbol{a=7}$

(2) 나머지정리에 의하여 $P(2)=-4$

이때 $P(2)=16-4a-2+2=-4a+16$이므로

$-4a+16=-4$ $\quad\therefore$ $\boldsymbol{a=5}$

6-1 $\boldsymbol{-2, 1, -2x+1}$

6-2 $P(x)$를 x^2-x-6으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ (a, b는 상수)라 하면

$P(x)=(x^2-x-6)Q(x)+ax+b$

$\quad\;\;=(x-3)(x+2)Q(x)+ax+b$

이때 나머지정리에 의하여

$P(3)=4$, $P(-2)=-1$

$P(3)=4$에서 $3a+b=4$ ……㉠

$P(-2)=-1$에서 $-2a+b=-1$ ……㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=1$, $b=1$

따라서 $P(x)$를 x^2-x-6으로 나누었을 때의 나머지는 $\boldsymbol{x+1}$이다.

참고 다항식을 이차식으로 나누었을 때의 나머지는 일차식이거나 상수이므로 $ax+b$ (a, b는 상수) 꼴로 나타낼 수 있다.

7-1 $\boldsymbol{0, -12, x-2}$

7-2 $P(1)=1-2-5+6=0$

$P(-1)=-1-2+5+6=8$

$P(2)=8-8-10+6=-4$

$P(-2)=-8-8+10+6=0$

$P(3)=27-18-15+6=0$

$P(-3)=-27-18+15+6=-24$

따라서 인수인 것은 $\boldsymbol{x-1, x+2, x-3}$이다.

8-1 **0, −2**

8-2 (1) 인수정리에 의하여 $P(1)=0$

이때 $P(1)=a-2+1-1=a-2$이므로

$a-2=0$ $\quad\therefore$ $\boldsymbol{a=2}$

(2) 인수정리에 의하여 $P(-2)=0$

이때 $P(-2)=-24+4a+4-8=4a-28$이므로

$4a-28=0$ $\quad\therefore$ $\boldsymbol{a=7}$

기초 개념 평가

본문 | 026, 027쪽

01 항등식
02 방정식
03 $a=0$
04 $b=b'$
05 $b=0$
06 $a=a'$
07 계수비교법
08 수치대입법
09 $1,\ 0$
10 $1,\ -2$
11 $P(\alpha)$
12 $P\left(-\frac{b}{a}\right)$
13 $0,\ x-\alpha$
14 α

기초 문제 평가

본문 | 028, 029쪽

1 (1) 주어진 식의 우변을 전개하여 정리하면
$(x+1)^2-(5x+1)=x^2-3x$이므로 문자 x에 어떤 값을 대입해도 항상 성립한다.
따라서 $x^2-3x=(x+1)^2-(5x+1)$은 x에 대한 항등식이다. (○)

(2) 주어진 식의 좌변을 전개하면 $x^3-1=x^3-x$에서 $x=1$일 때만 성립한다.
따라서 $(x-1)(x^2+x+1)=x^3-x$는 x에 대한 항등식이 아니다. (×)

2 (1) $a-2=0,\ b+1=0,\ c=0$
$\therefore$ $\boldsymbol{a=2,\ b=-1,\ c=0}$

(2) 주어진 등식의 우변을 전개한 다음 x에 대한 내림차순으로 정리하면
$x^3+ax^2+bx+3=x^3+2x^2+c$가 항등식이므로
양변의 계수를 비교하면
$\boldsymbol{a=2,\ b=0,\ c=3}$

(3) 주어진 등식의 양변에
$x=0$을 대입하면 $2a=-4$ $\quad\therefore$ $\boldsymbol{a=-2}$
$x=-1$을 대입하면 $-c=-5$ $\quad\therefore$ $\boldsymbol{c=5}$
$x=-2$를 대입하면 $2b=-6$ $\quad\therefore$ $\boldsymbol{b=-3}$

다른 풀이 주어진 등식의 좌변을 전개한 다음 x에 대한 내림차순으로 정리하면
$a(x^2+3x+2)+bx^2+bx+cx^2+2cx=x-4$
즉, $(a+b+c)x^2+(3a+b+2c)x+2a=x-4$가 항등식이므로 양변의 계수를 비교하면
$a+b+c=0,\ 3a+b+2c=1,\ 2a=-4$
$\therefore$ $a=-2,\ b=-3,\ c=5$

(4) 주어진 등식의 양변에
$x=2$를 대입하면
$12+2a-4=0,\ 2a=-8$ $\quad\therefore$ $a=-4$ ······㉠
$x=3$을 대입하면
$27+3a-4=b+c$ $\quad\therefore$ $11=b+c$ ······㉡
$x=1$을 대입하면
$3+a-4=b-c$ $\quad\therefore$ $-5=b-c$ ······㉢
㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면 $\boldsymbol{a=-4,\ b=3,\ c=8}$

다른 풀이 주어진 등식의 우변을 전개한 다음 x에 대한 내림차순으로 정리하면
$3x^2+ax-4=bx^2-4bx+4b+cx-2c$
즉, $3x^2+ax-4=bx^2+(-4b+c)x+4b-2c$가 항등식이므로 양변의 계수를 비교하면
$3=b,\ a=-4b+c,\ -4=4b-2c$
$\therefore$ $a=-4,\ b=3,\ c=8$

3 주어진 등식이 $x,\ y$에 대한 항등식이므로
$a+2b=2,\ 2a+b=1$
두 식을 연립하여 풀면 $\boldsymbol{a=0,\ b=1}$

4 등식의 좌변을 k에 대하여 정리하면
$(x-1)k+xy+y-4=0$
이 등식이 k에 대한 항등식이므로
$x-1=0,\ xy+y-4=0$
두 식을 연립하여 풀면 $\boldsymbol{x=1,\ y=2}$

5 (1) 다항식 $2x^3+ax+b$를 $x-1$로 나누었을 때의 몫이 $2x^2+2x+1$이고 나머지가 5이므로
$2x^3+ax+b=(x-1)(2x^2+2x+1)+5$
우변을 전개하여 정리하면
$2x^3+ax+b=2x^3-x+4$
이 등식은 x에 대한 항등식이므로 양변의 계수를 비교하면
$\boldsymbol{a=-1,\ b=4}$

(2) 두 다항식 $x^3+ax^2+b,\ x^2-x+1$의 최고차항의 계수가 모두 1이므로 x^3+ax^2+b를 x^2-x+1로 나누었을 때의 몫을 $x+c$ (c는 상수)로 놓는다.
이때 나머지가 $x+1$이므로
$$\begin{aligned}x^3+ax^2+b&=(x^2-x+1)(x+c)+x+1\\&=x^3+(c-1)x^2+(-c+2)x+c+1\end{aligned}$$
이 등식은 x에 대한 항등식이므로 양변의 계수를 비교하면
$a=c-1,\ 0=-c+2,\ b=c+1$
$c=2$이므로 $\boldsymbol{a=1,\ b=3}$

(3) 두 다항식 $3x^3+ax+b,\ 3x^2-6x+2$의 최고차항의 계수가 모두 3이므로 $3x^3+ax+b$를 $3x^2-6x+2$로 나누었을 때의 몫을 $x+c$ (c는 상수)로 놓는다.
이때 나머지가 0이므로
$$\begin{aligned}3x^3+ax+b&=(3x^2-6x+2)(x+c)\\&=3x^3+(3c-6)x^2+(-6c+2)x+2c\end{aligned}$$
이 등식은 x에 대한 항등식이므로 양변의 계수를 비교하면
$0=3c-6,\ a=-6c+2,\ b=2c$
$c=2$이므로 $\boldsymbol{a=-10,\ b=4}$

6 (1) 나머지정리에 의하여 $P(1)=-1$, $P(2)=-2$

$P(1)=-1$에서

$1+a+b=-1 \quad \therefore a+b=-2 \quad \cdots\cdots ㉠$

$P(2)=-2$에서

$4+2a+b=-2 \quad \therefore 2a+b=-6 \quad \cdots\cdots ㉡$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $\boldsymbol{a=-4,\ b=2}$

(2) 나머지정리, 인수정리에 의하여 $P(-1)=0$, $P(1)=4$

$P(-1)=0$에서

$-1+a-b-1=0 \quad \therefore a-b=2 \quad \cdots\cdots ㉠$

$P(1)=4$에서

$1+a+b-1=4 \quad \therefore a+b=4 \quad \cdots\cdots ㉡$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $\boldsymbol{a=3,\ b=1}$

(3) 인수정리에 의하여 $P(2)=0$, $P(-1)=0$

$P(2)=0$에서

$8+4a-4+b=0 \quad \therefore 4a+b=-4 \quad \cdots\cdots ㉠$

$P(-1)=0$에서

$-1+a+2+b=0 \quad \therefore a+b=-1 \quad \cdots\cdots ㉡$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $\boldsymbol{a=-1,\ b=0}$

(4) 몫을 $Q(x)$라 하면

$$\begin{aligned} x^3+ax^2+bx-4 &= (x^2+x-2)Q(x) \\ &= (x+2)(x-1)Q(x) \end{aligned}$$

이 식의 양변에 $x=-2$를 대입하면

$-8+4a-2b-4=0 \quad \therefore 2a-b=6 \quad \cdots\cdots ㉠$

이 식의 양변에 $x=1$을 대입하면

$1+a+b-4=0 \quad \therefore a+b=3 \quad \cdots\cdots ㉡$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $\boldsymbol{a=3,\ b=0}$

다른 풀이 두 다항식 x^3+ax^2+bx-4, x^2+x-2의 최고차항의 계수가 모두 1이므로

x^3+ax^2+bx-4를 x^2+x-2로 나누었을 때의 몫을 $x+c$ (c는 상수)로 놓는다.

이때 나머지가 0이므로

$$\begin{aligned} x^3+ax^2+bx-4 &= (x^2+x-2)(x+c) \\ &= x^3+(c+1)x^2+(c-2)x-2c \end{aligned}$$

이 등식은 x에 대한 항등식이므로 양변의 계수를 비교하면

$a=c+1$, $b=c-2$, $-4=-2c$

$c=2$이므로 $a=3$, $b=0$

참고 $P(\alpha)=0$임을 나타내는 표현

- $P(x)$를 $x-\alpha$로 나누었을 때의 나머지가 0이다.
- $P(x)$는 $x-\alpha$로 나누어떨어진다.
- $P(x)$는 $x-\alpha$를 인수로 가진다.
- $P(x)=(x-\alpha)Q(x)$

7 $P(x)=ax^2+4x-2$에서 나머지정리에 의하여

$P(1)=4$이므로

$a+4-2=4 \quad \therefore a=2$

따라서 $P(x)=2x^2+4x-2$를 $x-2$로 나누었을 때의 나머지는 나머지정리에 의하여

$P(2)=8+8-2=\mathbf{14}$

8 $P(x)=3x^3-x^2+ax-2$에서 나머지정리에 의하여

$P(-1)=-10$이므로

$-3-1-a-2=-10 \quad \therefore a=4$

따라서 $P(x)=3x^3-x^2+4x-2$를 $3x-1$로 나누었을 때의 나머지는 나머지정리에 의하여

$P\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{9}-\frac{1}{9}+\frac{4}{3}-2=\boldsymbol{-\frac{2}{3}}$

9 $P(x)=2x^3+ax-4$에서 인수정리에 의하여

$P(1)=0$이므로

$2+a-4=0 \quad \therefore a=2$

따라서 $P(x)=2x^3+2x-4$를 $x+2$로 나누었을 때의 나머지는 나머지정리에 의하여

$P(-2)=-16-4-4=\mathbf{-24}$

10 $P(x)=ax^3-2x^2+x+10$에서 인수정리에 의하여

$P(-2)=0$이므로

$-8a-8-2+10=0 \quad \therefore a=0$

따라서 $P(x)=-2x^2+x+10$을 $x-1$로 나누었을 때의 나머지는 나머지정리에 의하여

$P(1)=-2+1+10=\mathbf{9}$

11 $P(x)$를 x^2-2x-3으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ (a, b는 상수)라 하면

$$\begin{aligned} P(x) &= (x^2-2x-3)Q(x)+ax+b \\ &= (x-3)(x+1)Q(x)+ax+b \end{aligned}$$

이때 나머지정리, 인수정리에 의하여

$P(-1)=-2$, $P(3)=0$

$P(-1)=-2$에서 $-a+b=-2 \quad \cdots\cdots ㉠$

$P(3)=0$에서 $3a+b=0 \quad \cdots\cdots ㉡$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=\frac{1}{2}$, $b=-\frac{3}{2}$

따라서 $P(x)$를 x^2-2x-3으로 나누었을 때의 나머지는

$\boldsymbol{\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}}$이다.

03 인수분해

기초 개념 피드백 & TEST

본문 | 031쪽

1-1 (1) $\boldsymbol{xy}$　(2) $\mathbf{3}\boldsymbol{b}$　(3) $\boldsymbol{x+y}$

1-2 (1) $3x^2+6x=3x\times x+3x\times 2$
$=\mathbf{3x(x+2)}$

(2) $2x^2y-6xy+2x$
$=2x\times xy-2x\times 3y+2x\times 1$
$=\mathbf{2x(xy-3y+1)}$

(3) $(x+y)^2+2(x+y)$
$=(x+y)\times(x+y)+(x+y)\times 2$
$=\mathbf{(x+y)(x+y+2)}$

2-1 (1) $\mathbf{2a,\ 1}$　(2) $\boldsymbol{x},\ \mathbf{\frac{1}{2}}$　(3) $\mathbf{3y,\ -}$

2-2 (1) $x^2+8xy+16y^2=x^2+2\times x\times 4y+(4y)^2$
$=\mathbf{(x+4y)^2}$

(2) $4x^2-20x+25=(2x)^2-2\times 2x\times 5+5^2$
$=\mathbf{(2x-5)^2}$

(3) $16x^2-y^2=(4x)^2-y^2$
$=\mathbf{(4x+y)(4x-y)}$

3-1 (1) $\mathbf{x,\ 6x}$　(2) $\mathbf{2x,\ -2x}$

3-2 (1) $x^2\underline{-10x}+21=\mathbf{(x-3)(x-7)}$

$$\begin{array}{ccccc} x & \times & -3 & \rightarrow & -3x \\ x & & -7 & \rightarrow & \underline{-7x}\ (+ \\ & & & & -10x \end{array}$$

(2) $x^2\underline{+xy}-56y^2=\mathbf{(x-7y)(x+8y)}$

$$\begin{array}{ccccc} x & \times & -7y & \rightarrow & -7xy \\ x & & 8y & \rightarrow & \underline{8xy}\ (+ \\ & & & & xy \end{array}$$

(3) $4x^2\underline{+7x}-2=\mathbf{(4x-1)(x+2)}$

$$\begin{array}{ccccc} 4x & \times & -1 & \rightarrow & -x \\ x & & 2 & \rightarrow & \underline{8x}\ (+ \\ & & & & 7x \end{array}$$

(4) $4x^2\underline{+13xy}+9y^2=\mathbf{(4x+9y)(x+y)}$

$$\begin{array}{ccccc} 4x & \times & 9y & \rightarrow & 9xy \\ x & & y & \rightarrow & \underline{4xy}\ (+ \\ & & & & 13xy \end{array}$$

본문 | 032~035쪽

1-1 $\mathbf{-1,\ x}$

1-2 (1) $x^2+y^2+4z^2+2xy+4yz+4zx$
$=x^2+y^2+(2z)^2+2\times x\times y+2\times y\times 2z+2\times 2z\times x$
$=\mathbf{(x+y+2z)^2}$

(2) $a^2+4b^2+4ab-2a-4b+1$
$=a^2+(2b)^2+(-1)^2+2\times a\times 2b$
$+2\times 2b\times(-1)+2\times(-1)\times a$
$=\mathbf{(a+2b-1)^2}$

2-1 $\mathbf{a^2,\ 1}$

2-2 (1) $8a^3+36a^2b+54ab^2+27b^3$
$=(2a)^3+3\times(2a)^2\times 3b+3\times 2a\times(3b)^2+(3b)^3$
$=\mathbf{(2a+3b)^3}$

(2) $a^3-9a^2+27a-27$
$=a^3-3\times a^2\times 3+3\times a\times 3^2-3^3$
$=\mathbf{(a-3)^3}$

3-1 (1) $\mathbf{1,\ a^2}$　(2) $\mathbf{2,\ 2}$

3-2 (1) $a^3+64b^3=a^3+(4b)^3=\mathbf{(a+4b)(a^2-4ab+16b^2)}$

(2) $8a^3-27b^3=(2a)^3-(3b)^3$
$=\mathbf{(2a-3b)(4a^2+6ab+9b^2)}$

4-1 $\mathbf{6,\ 2,\ 2}$

4-2 (1) $x+y=X$로 치환하면
$X^2-X-2=(X-2)(X+1)$　$X=x+y$ 대입
$=\mathbf{(x+y-2)(x+y+1)}$

(2) $x^2+x=X$로 치환하면
$(X-1)(X+3)-5=X^2+2X-8$
$=(X-2)(X+4)$　$X=x^2+x$ 대입
$=(x^2+x-2)(x^2+x+4)$
$=\mathbf{(x-1)(x+2)(x^2+x+4)}$

(3) $x^2+3x=X$로 치환하면
$X^2-3X-4=(X-4)(X+1)$　$X=x^2+3x$ 대입
$=(x^2+3x-4)(x^2+3x+1)$
$=\mathbf{(x-1)(x+4)(x^2+3x+1)}$

5-1 (1) $\mathbf{4X,\ 5,\ 1}$　(2) $\mathbf{x^2,\ x^2,\ x,\ x}$

5-2 (1) $x^2=X$로 치환하면
$X^2-2X-3=(X-3)(X+1)$　$X=x^2$ 대입
$=\mathbf{(x^2-3)(x^2+1)}$

(2) $x^2=X$로 치환하면
$2X^2+5X+2=(2X+1)(X+2)$　$X=x^2$ 대입
$=\mathbf{(2x^2+1)(x^2+2)}$

(3) $x^4+x^2+1=(x^4+2x^2+1)-x^2$
$=(x^2+1)^2-x^2$
$=(x^2+1+x)(x^2+1-x)$
$=\mathbf{(x^2+x+1)(x^2-x+1)}$

(4) $x^4+4=x^4+4x^2+4-4x^2$
$=(x^2+2)^2-(2x)^2$
$=(x^2+2+2x)(x^2+2-2x)$
$=\mathbf{(x^2+2x+2)(x^2-2x+2)}$

6-1 $\boldsymbol{a, 2, 1, 2a}$

6-2 (1) 차수가 낮은 문자 c에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$\begin{aligned} & a^2+ac-b^2+bc \\ &= ac+bc+a^2-b^2 \\ &= (a+b)c+(a+b)(a-b) \\ &= (a+b)(c+a-b) \\ &= \boldsymbol{(a+b)(a-b+c)} \end{aligned}$$

(2) 차수가 낮은 문자 y에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$\begin{aligned} & x^2y+xy+x-2y+2 \\ &= x^2y+xy-2y+x+2 \\ &= (x^2+x-2)y+x+2 \\ &= (x+2)(x-1)y+x+2 \\ &= \boldsymbol{(x+2)(xy-y+1)} \end{aligned}$$

7-1 $\boldsymbol{2, 2, 2, 2}$

7-2 (1) $2x^2+(4y-1)x+2y^2-y-1$

$=2x^2+(4y-1)x+(2y+1)(y-1)$

$$\begin{array}{lcll} 2x & \diagdown\!\!\!\diagup & 2y+1 & \to\ (2y+1)x \\ x & & y-1 & \to\ \underline{2(y-1)x} \ + \\ & & & \quad\ (4y-1)x \end{array}$$

$=\boldsymbol{(2x+2y+1)(x+y-1)}$

(2) $ab(b-a)+bc(c-b)+ca(a-c)$

$$\begin{aligned} &= ab^2-a^2b+bc^2-b^2c+ca^2-c^2a \\ &= (a-c)b^2-(a^2-c^2)b+ca(a-c) \\ &= (a-c)b^2-(a-c)(a+c)b+ca(a-c) \\ &= (a-c)\{b^2-(a+c)b+ca\} \\ &= (a-c)(b-c)(b-a) \\ &= \boldsymbol{(a-b)(b-c)(c-a)} \end{aligned}$$

8-1 $\boldsymbol{x-1, 3x, 3x}$

8-2 (1) $P(x)=x^3-4x^2+5x-2$로 놓으면

$P(1)=1-4+5-2=0$이므로 $x-1$은 $P(x)$의 인수이다.

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -4 & 5 & -2 \\ & & 1 & -3 & 2 \\ \hline & 1 & -3 & 2 & \boxed{0} \end{array}$$

조립제법을 이용하여 $P(x)$를 $x-1$로 나누었을 때의 몫을 구하면 x^2-3x+2이므로

$$\begin{aligned} x^3-4x^2+5x-2 &= (x-1)(x^2-3x+2) \\ &= \boldsymbol{(x-1)^2(x-2)} \end{aligned}$$

(2) $P(x)=2x^3+3x^2-9x-10$으로 놓으면

$P(-1)=-2+3+9-10=0$이므로 $x+1$은 $P(x)$의 인수이다.

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 2 & 3 & -9 & -10 \\ & & -2 & -1 & 10 \\ \hline & 2 & 1 & -10 & \boxed{0} \end{array}$$

조립제법을 이용하여 $P(x)$를 $x+1$로 나누었을 때의 몫을 구하면 $2x^2+x-10$이므로

$$\begin{aligned} 2x^3+3x^2-9x-10 &= (x+1)(2x^2+x-10) \\ &= \boldsymbol{(x+1)(2x+5)(x-2)} \end{aligned}$$

9-1 $\boldsymbol{x+1, 2x, x+1, 2x}$

9-2 (1) $P(x)=x^4+2x^3-2x^2-2x+1$로 놓으면

$P(1)=0$, $P(-1)=0$이므로 $x-1$, $x+1$은 $P(x)$의 인수이다.

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & 2 & -2 & -2 & 1 \\ & & 1 & 3 & 1 & -1 \\ \hline -1 & 1 & 3 & 1 & -1 & \boxed{0} \\ & & -1 & -2 & 1 & \\ \hline & 1 & 2 & -1 & \boxed{0} & \end{array}$$

조립제법을 이용하여 $P(x)$를 $x-1$로 나누었을 때의 몫을 구하면 x^3+3x^2+x-1이고 다시 이 몫을 $x+1$로 나누었을 때의 몫을 구하면 x^2+2x-1이므로

$$\begin{aligned} x^4+2x^3-2x^2-2x+1 &= (x-1)(x^3+3x^2+x-1) \\ &= \boldsymbol{(x-1)(x+1)(x^2+2x-1)} \end{aligned}$$

(2) $P(x)=x^4+x^3-x^2+x-2$로 놓으면

$P(1)=0$, $P(-2)=0$이므로 $x-1$, $x+2$는 $P(x)$의 인수이다.

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -2 \\ & & 1 & 2 & 1 & 2 \\ \hline -2 & 1 & 2 & 1 & 2 & \boxed{0} \\ & & -2 & 0 & -2 & \\ \hline & 1 & 0 & 1 & \boxed{0} & \end{array}$$

조립제법을 이용하여 $P(x)$를 $x-1$로 나누었을 때의 몫을 구하면 x^3+2x^2+x+2이고 다시 이 몫을 $x+2$로 나누었을 때의 몫을 구하면 x^2+1이므로

$$\begin{aligned} x^4+x^3-x^2+x-2 &= (x-1)(x^3+2x^2+x+2) \\ &= \boldsymbol{(x-1)(x+2)(x^2+1)} \end{aligned}$$

집중 연습

본문 | 036, 037쪽

1 (1) $9x^2+30x+25=\boldsymbol{(3x+5)^2}$

(2) $x^2-xy+\frac{1}{4}y^2=\boldsymbol{\left(x-\frac{1}{2}y\right)^2}$

(3) $4x^2-y^2=(2x)^2-y^2=\boldsymbol{(2x+y)(2x-y)}$

(4) $x^2-25y^2=x^2-(5y)^2=\boldsymbol{(x+5y)(x-5y)}$

(5) $x^2+4x-12=\boldsymbol{(x+6)(x-2)}$

(6) $x^2-3xy-10y^2=\boldsymbol{(x-5y)(x+2y)}$

(7) $6x^2+17x+7=\boldsymbol{(2x+1)(3x+7)}$

(8) $12x^2+5xy-2y^2=\boldsymbol{(4x-y)(3x+2y)}$

2 (1) $4a^2+b^2+9c^2+4ab+6bc+12ca$

$=\boldsymbol{(2a+b+3c)^2}$

(2) $4x^2+9y^2+z^2-12xy-6yz+4zx$

$=\boldsymbol{(2x-3y+z)^2}$

(3) $x^3+9x^2+27x+27$
$=x^3+3\times x^2\times 3+3\times x\times 3^2+3^3$
$=\mathbf{(x+3)^3}$

(4) $x^3+6x^2y+12xy^2+8y^3$
$=x^3+3\times x^2\times 2y+3\times x\times(2y)^2+(2y)^3$
$=\mathbf{(x+2y)^3}$

(5) $8a^3-36a^2+54a-27$
$=(2a)^3-3\times(2a)^2\times 3+3\times 2a\times 3^2-3^3$
$=\mathbf{(2a-3)^3}$

(6) $27a^3-54a^2b+36ab^2-8b^3$
$=(3a)^3-3\times(3a)^2\times 2b+3\times 3a\times(2b)^2-(2b)^3$
$=\mathbf{(3a-2b)^3}$

(7) $a^3+8b^3=a^3+(2b)^3$
$=\mathbf{(a+2b)(a^2-2ab+4b^2)}$

(8) $27x^3-y^3=(3x)^3-y^3$
$=\mathbf{(3x-y)(9x^2+3xy+y^2)}$

3 (1) $a+b=X$로 치환하면
$X^2-2X+1=(X-1)^2$ $X=a+b$ 대입
$=\mathbf{(a+b-1)^2}$

(2) $x+y=X$로 치환하면
$X^2+X-20=(X+5)(X-4)$ $X=x+y$ 대입
$=\mathbf{(x+y+5)(x+y-4)}$

(3) $x-2=X$로 치환하면
$X^2-5X+4=(X-1)(X-4)$ $X=x-2$ 대입
$=(x-2-1)(x-2-4)$
$=\mathbf{(x-3)(x-6)}$

(4) $a^2-a=X$로 치환하면
$X^2-4X+4=(X-2)^2$ $X=a^2-a$ 대입
$=(a^2-a-2)^2$
$=\{(a-2)(a+1)\}^2$
$=\mathbf{(a-2)^2(a+1)^2}$

(5) $x^2-x=X$로 치환하면
$X(X-8)+12=X^2-8X+12$
$=(X-2)(X-6)$ $X=x^2-x$ 대입
$=(x^2-x-2)(x^2-x-6)$
$=\mathbf{(x-2)(x+1)(x+2)(x-3)}$

(6) $a^2+a=X$로 치환하면
$(X+1)(X-2)-4=X^2-X-6$
$=(X-3)(X+2)$ $X=a^2+a$ 대입
$=\mathbf{(a^2+a-3)(a^2+a+2)}$

(7) $x-y=X$로 치환하면
$(X+1)^2+(X-2)^2-9=2X^2-2X-4$
$=2(X^2-X-2)$
$=2(X-2)(X+1)$ $X=x-y$ 대입
$=\mathbf{2(x-y-2)(x-y+1)}$

(8) $x^2+x=X$로 치환하면
$(X+1)^2+(X+2)^2-5=2X^2+6X$
$=2X(X+3)$ $X=x^2+x$ 대입
$=2(x^2+x)(x^2+x+3)$
$=\mathbf{2x(x+1)(x^2+x+3)}$

4 (1) $x^2=X$로 치환하면
$X^2+2X-3=(X+3)(X-1)$ $X=x^2$ 대입
$=(x^2+3)(x^2-1)$
$=\mathbf{(x^2+3)(x+1)(x-1)}$

(2) $x^2=X$로 치환하면
$X^2-3X-4=(X-4)(X+1)$ $X=x^2$ 대입
$=(x^2-4)(x^2+1)$
$=\mathbf{(x+2)(x-2)(x^2+1)}$

(3) $a^2=X$로 치환하면
$3X^2+X-4=(3X+4)(X-1)$ $X=a^2$ 대입
$=(3a^2+4)(a^2-1)$
$=\mathbf{(3a^2+4)(a+1)(a-1)}$

(4) $a^2=X$로 치환하면
$4X^2-11X-3=(4X+1)(X-3)$ $X=a^2$ 대입
$=\mathbf{(4a^2+1)(a^2-3)}$

5 (1) $a^4+a^2+25=a^4+10a^2+25-9a^2$
$=(a^2+5)^2-(3a)^2$
$=(a^2+5+3a)(a^2+5-3a)$
$=\mathbf{(a^2+3a+5)(a^2-3a+5)}$

(2) $x^4-8x^2+4=x^4-4x^2+4-4x^2$
$=(x^2-2)^2-(2x)^2$
$=(x^2-2+2x)(x^2-2-2x)$
$=\mathbf{(x^2+2x-2)(x^2-2x-2)}$

(3) $x^4-9x^2+16=x^4-8x^2+16-x^2$
$=(x^2-4)^2-x^2$
$=(x^2-4+x)(x^2-4-x)$
$=\mathbf{(x^2+x-4)(x^2-x-4)}$

(4) $a^4+a^2b^2+b^4=a^4+2a^2b^2+b^4-a^2b^2$
$=(a^2+b^2)^2-(ab)^2$
$=(a^2+b^2+ab)(a^2+b^2-ab)$
$=\mathbf{(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)}$

기초 개념 평가

본문 | 038, 039쪽

01 곱
02 인수
03 $\mathbf{(a+b-c)^2}$
04 $\mathbf{(a-1)^3}$
05 $\mathbf{(a-1)(a^2+a+1)}$
06 공통부분, 인수분해, $\mathbf{X}$
07 $\mathbf{X^2+aX+b,\ ax^2}$
08 **3, 2,** $\mathbf{y}$
09 **2, 2, 2**
10 조립제법, **0,** $\mathbf{x-\alpha}$
11 상수, 최고차

기초 문제 평가

본문 | 040, 041쪽

1 (1) $(2a+b)^2+4a+2b=(2a+b)^2+2(2a+b)$

$=\mathbf{(2a+b)(2a+b+2)}$

(2) $(a-b)^2-5(b-a)=(a-b)^2+5(a-b)$

$=\mathbf{(a-b)(a-b+5)}$

(3) $xy+x+y+1=x(y+1)+(y+1)$

$=\mathbf{(x+1)(y+1)}$

(4) $xy-y^2-xz+yz=y(x-y)-z(x-y)$

$=\mathbf{(x-y)(y-z)}$

(5) $ab-ac-cd+bd=a(b-c)+d(b-c)$

$=\mathbf{(a+d)(b-c)}$

2 (1) $x^3y-xy^3=xy(x^2-y^2)$

$=\mathbf{xy(x+y)(x-y)}$

(2) $x^4-y^4=(x^2)^2-(y^2)^2$

$=(x^2+y^2)(x^2-y^2)$

$=\mathbf{(x^2+y^2)(x+y)(x-y)}$

(3) $x^2-(y-z)^2=\{x+(y-z)\}\{x-(y-z)\}$

$=\mathbf{(x+y-z)(x-y+z)}$

(4) $x^2+2xy+y^2-9=(x+y)^2-3^2$

$=\mathbf{(x+y+3)(x+y-3)}$

(5) $x^2-4y^2+2x+1=x^2+2x+1-4y^2$

$=(x+1)^2-(2y)^2$

$=(x+1+2y)(x+1-2y)$

$=\mathbf{(x+2y+1)(x-2y+1)}$

3 (1) $x^6-y^6=(x^3)^2-(y^3)^2$

$=(x^3+y^3)(x^3-y^3)$

$=\mathbf{(x+y)(x^2-xy+y^2)(x-y)(x^2+xy+y^2)}$

(2) $8x^4y+27xy^4=xy(8x^3+27y^3)$

$=xy\{(2x)^3+(3y)^3\}$

$=\mathbf{xy(2x+3y)(4x^2-6xy+9y^2)}$

(3) $x^4-8x=x(x^3-8)$

$=x(x^3-2^3)$

$=\mathbf{x(x-2)(x^2+2x+4)}$

(4) $3x+4=X$로 치환하면

$(3x+4)^3-64$

$=X^3-64$

$=X^3-4^3$

$=(X-4)(X^2+4X+16)$ — $X=3x+4$ 대입

$=\{(3x+4)-4\}\{(3x+4)^2+4(3x+4)+16\}$

$=3x(9x^2+24x+16+12x+16+16)$

$=3x(9x^2+36x+48)$

$=\mathbf{9x(3x^2+12x+16)}$

(5) $x+y=A$, $x-y=B$로 치환하면

$(x+y)^3+(x-y)^3$

$=A^3+B^3$

$=(A+B)(A^2-AB+B^2)$ — $A=x+y$, $B=x-y$ 대입

$=\{(x+y)+(x-y)\}$

$\cdot\{(x+y)^2-(x+y)(x-y)+(x-y)^2\}$

$=2x\{(x^2+2xy+y^2)-(x^2-y^2)+(x^2-2xy+y^2)\}$

$=\mathbf{2x(x^2+3y^2)}$

4 $x^2-x=X$로 치환하면

$(x^2-x-5)(x^2-x-3)-3$

$=(X-5)(X-3)-3$

$=X^2-8X+15-3$

$=X^2-8X+12$

$=(X-2)(X-6)$ — $X=x^2-x$ 대입

$=(x^2-x-2)(x^2-x-6)$

$=(x-2)(x+1)(x+2)(x-3)$

따라서 $(x^2-x-5)(x^2-x-3)-3$의 인수가 아닌 것은

① $\mathbf{x-1}$이다.

5 $x^2+x=X$로 치환하면

$(x^2+x)(x^2+x-2)+1=X(X-2)+1$

$=X^2-2X+1$

$=(X-1)^2$ — $X=x^2+x$ 대입

$=(x^2+x-1)^2$

$\therefore$ $\mathbf{a=1,\ b=-1}$

6 공통부분이 생기도록 두 일차식의 상수항의 합이 같게 짝을 지어 전개하면

$\{(x-1)(x+5)\}\{(x+1)(x+3)\}+16$

$=(x^2+4x-5)(x^2+4x+3)+16$

$x^2+4x=X$로 치환하면

$(X-5)(X+3)+16=X^2-2X+1$

$=(X-1)^2$

$=(x^2+4x-1)^2$

$\therefore$ $\mathbf{a=4,\ b=1}$

7 $x^2=X$로 치환하면

$2X^2-7X-4=(2X+1)(X-4)$ — $X=x^2$ 대입

$=(2x^2+1)(x^2-4)$

$=(2x^2+1)(x+2)(x-2)$

$\therefore$ $\mathbf{a=2,\ b=1,\ c=2}$

8 $x^4+4y^4=x^4+4x^2y^2+4y^4-4x^2y^2$

$=(x^2+2y^2)^2-(2xy)^2$

$=(x^2+2y^2+2xy)(x^2+2y^2-2xy)$

$=(x^2+2xy+2y^2)(x^2-2xy+2y^2)$

$\therefore$ $\mathbf{a=2,\ b=-2,\ c=2}$

9 $x^2-xy-2y^2+5x-y+6$
$=x^2-xy+5x-2y^2-y+6$
$=x^2-(y-5)x-(2y^2+y-6)$
$=x^2-(y-5)x-(2y-3)(y+2)$
$=\{x+(y+2)\}\{x-(2y-3)\}$
$=(x+y+2)(x-2y+3)$
$\therefore$ $\boldsymbol{a=1, b=-2, c=3}$

10 $P(x)$가 $x-1$을 인수로 가지므로
$P(1)=2+a-8+3=0$
$\therefore a=3$
따라서 $P(x)=2x^3+3x^2-8x+3$이므로 조립제법을 이용하여 $P(x)$를 인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 2 & 3 & -8 & 3 \\ & & 2 & 5 & -3 \\ \hline & 2 & 5 & -3 & \boxed{0} \end{array}$$

$P(x)=(x-1)(2x^2+5x-3)=\boldsymbol{(x-1)(x+3)(2x-1)}$

11 $P(x)=x^4+2x^3-2x^2-2x+a$라 하면
$P(x)$가 $x-1$, $x+1$을 인수로 가지므로
$P(1)=0$, $P(-1)=0$
$P(1)=0$에서 $1+2-2-2+a=0$ $\therefore a=1$
따라서 $P(x)=x^4+2x^3-2x^2-2x+1$이므로 조립제법을 이용하여 $P(x)$를 인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & 2 & -2 & -2 & 1 \\ & & 1 & 3 & 1 & -1 \\ \hline -1 & 1 & 3 & 1 & -1 & \boxed{0} \\ & & -1 & -2 & 1 & \\ \hline & 1 & 2 & -1 & \boxed{0} & \end{array}$$

$P(x)=(x-1)(x+1)(x^2+2x-1)$이므로
$f(x)=x^2+2x-1$
$\therefore f(-1)=1-2-1=\boldsymbol{-2}$

12 $129=x$로 치환하면
$$\frac{129^3-1}{129\times130+1}=\frac{x^3-1}{x(x+1)+1}$$
$$=\frac{(x-1)\cancel{(x^2+x+1)}}{\cancel{x^2+x+1}}$$
$=x-1$
$=129-1=\boldsymbol{128}$

04 복소수

본문 | 044~049쪽

1-1 (1) $\boldsymbol{\sqrt{2}}$ (2) $\boldsymbol{0}$ (3) $\boldsymbol{0}$

1-2 (1) $5i-1=-1+5i$이므로 **실수부분은 $\boldsymbol{-1}$, 허수부분은 $\boldsymbol{5}$**
(2) $\sqrt{2}-3i$의 **실수부분은 $\boldsymbol{\sqrt{2}}$, 허수부분은 $\boldsymbol{-3}$**
(3) $2i=0+2i$이므로 **실수부분은 $\boldsymbol{0}$, 허수부분은 $\boldsymbol{2}$**
(4) $-8=-8+0i$이므로 **실수부분은 $\boldsymbol{-8}$, 허수부분은 $\boldsymbol{0}$**

2-1 (1) $\boldsymbol{-5}$ (2) $\boldsymbol{-8i}$ (3) $\boldsymbol{\sqrt{3}+i}$

2-2 (1) 허수단위 i가 없는 것을 찾으면
$\boldsymbol{0}$, $\boldsymbol{-8i^2}=8$, $\boldsymbol{i^2-1}=-1-1=-2$
(2) 허수단위 i가 있는 것을 찾으면
$\boldsymbol{i-\sqrt{5}, \sqrt{3}i, -10i, 3+2i}$
(3) 실수부분이 0이고 허수부분이 0이 아닌 것을 찾으면
$\boldsymbol{\sqrt{3}i, -10i}$
(4) $a+bi$ $(a\neq0,\ b\neq0)$ 꼴을 찾으면 $\boldsymbol{i-\sqrt{5}, 3+2i}$

참고 복소수가 실수 또는 순허수가 되기 위한 조건
❶ 복소수 $a+bi$ (a, b는 실수)에 대하여
① $a+bi$가 실수 ⇨ $b=0$
② $a+bi$가 순허수 ⇨ $a=0$, $b\neq0$
❷ 복소수 $z=a+bi$ (a, b는 실수)에 대하여
① z^2이 실수 ⇨ z가 실수 또는 순허수
② z^2이 음의 실수 ⇨ z가 순허수

3-1 $\boldsymbol{1, -1}$

3-2 (1) $(x+y)-2i=-3+(y-1)i$에서
$x+y=-3$, $-2=y-1$
$\therefore$ $\boldsymbol{x=-2, y=-1}$
(2) $(x-5)+(4y-1)i=0$에서
$x-5=0$, $4y-1=0$
$\therefore$ $\boldsymbol{x=5, y=\frac{1}{4}}$

4-1 (1) $\boldsymbol{-9}$ (2) $\boldsymbol{2i}$

4-2 (1) 허수부분의 부호를 바꾸면 $\boldsymbol{1+4i}$
(2) $3=3+0i$이므로 허수부분의 부호를 바꾸면 $\boldsymbol{3}$
(3) $-\sqrt{2}i=0-\sqrt{2}i$이므로
허수부분의 부호를 바꾸면 $\boldsymbol{\sqrt{2}i}$
(4) $-2i+8=8-2i$이므로
허수부분의 부호를 바꾸면 $\boldsymbol{8+2i}$

5-1 $\boldsymbol{5, 3, 1}$

5-2 (1) $\overline{2+3i}=2-3i$이므로
$x+(x-y)i=2-3i$
$x=2$, $x-y=-3$에서
$\boldsymbol{x=2, y=5}$

(2) $\overline{3-5i}=3+5i$이므로
$(x+y)+(2x+y)i=3+5i$
$x+y=3,\ 2x+y=5$를 연립하여 풀면
$\boldsymbol{x=2,\ y=1}$

6-1 (1) $\mathbf{2,\ 6-i}$ (2) $\mathbf{3,\ 6i}$ (3) $\mathbf{3i,\ 8+i}$ (4) $\mathbf{10i,\ -1+2i}$

6-2 (1) $2(1-2i)+(3+2i)=2-4i+3+2i$
$=(2+3)+(-4+2)i$
$=\mathbf{5-2i}$

(2) $(3+4i)-2(1-i)=3+4i-2+2i$
$=(3-2)+(4+2)i$
$=\mathbf{1+6i}$

(3) $(2+i)(1-3i)=2-6i+i-3i^2=\mathbf{5-5i}$

(4) $\dfrac{1+3i}{1+i}=\dfrac{(1+3i)(1-i)}{(1+i)(1-i)}=\dfrac{1-i+3i-3i^2}{1-i^2}$
$=\dfrac{4+2i}{2}=\mathbf{2+i}$

7-1 (1) $\mathbf{0,\ -2}$ (2) $\mathbf{1}$

7-2 $z=(1+i)x^2+(1+2i)x-6-3i$
$=(x^2+x-6)+(x^2+2x-3)i$
$=(x+3)(x-2)+(x+3)(x-1)i$

(1) (허수부분)$=0$이므로 $(x+3)(x-1)=0$
$\therefore$ $\boldsymbol{x=-3}$ **또는** $\boldsymbol{x=1}$

(2) (실수부분)$=0$, (허수부분)$\neq0$
$(x+3)(x-2)=0,\ (x+3)(x-1)\neq0$
$\therefore$ $\boldsymbol{x=2}$

8-1 (1) $\mathbf{5,\ 2,\ 1}$ (2) $\mathbf{2,\ 7,\ 3}$

8-2 (1) 주어진 등식의 좌변을 정리하면
$(x+2y)+(2x-y)i=5+5i$
$x+2y=5,\ 2x-y=5$를 연립하여 풀면
$\boldsymbol{x=3,\ y=1}$

(2) 주어진 등식의 좌변을 정리하면
$(2x+2)-(x-4)i=y-3i$
$2x+2=y,\ x-4=3$을 연립하여 풀면
$\boldsymbol{x=7,\ y=16}$

(3) 주어진 등식의 좌변을 정리하면

$$\frac{x}{2-i}+\frac{y}{2+i}=\frac{x(2+i)+y(2-i)}{(2-i)(2+i)}$$
$$=\frac{(2x+2y)+(x-y)i}{5}$$
$$=\frac{2x+2y}{5}+\frac{x-y}{5}i$$

즉, $\dfrac{2x+2y}{5}+\dfrac{x-y}{5}i=2+i$이므로
$\dfrac{2x+2y}{5}=2,\ \dfrac{x-y}{5}=1$
$x+y=5,\ x-y=5$를 연립하여 풀면
$\boldsymbol{x=5,\ y=0}$

9-1 $\mathbf{-1,\ -3,\ -3+2i}$

9-2 (1) $z=a+bi$ (a, b는 실수)로 놓으면 $\bar{z}=a-bi$
이므로 주어진 등식의 좌변은
$(2-i)(a-bi)+3i(a+bi)$
$=2a-2bi-ai+bi^2+3ai+3bi^2$
$=2a-2bi-ai-b+3ai-3b$
$=(2a-4b)+(2a-2b)i$
즉, $(2a-4b)+(2a-2b)i=1-2i$이므로
$2a-4b=1,\ 2a-2b=-2$를 연립하여 풀면
$a=-\dfrac{5}{2},\ b=-\dfrac{3}{2}$
$\therefore$ $\boldsymbol{z=-\dfrac{5}{2}-\dfrac{3}{2}i}$

(2) $z=a+bi$ (a, b는 실수)로 놓으면 $\bar{z}=a-bi$
이므로 $z+\bar{z}=6,\ z\bar{z}=13$에서
$(a+bi)+(a-bi)=2a=6$
$(a+bi)(a-bi)=a^2-b^2i^2=a^2+b^2=13$
따라서 $a=3,\ b=\pm2$이므로 $\boldsymbol{z=3\pm2i}$

10-1 (1) $\boldsymbol{i}$ (2) $\mathbf{1}$ (3) $\boldsymbol{i}$ (4) $\mathbf{-1}$

10-2 (1) $i^{11}=(i^4)^2\times i^3=i^3=\boldsymbol{-i}$
(2) $i^{88}=(i^4)^{22}=\mathbf{1}$
(3) $(-2i)^7=-2^7\times i^4\times i^3=-128i^3=\mathbf{128i}$
(4) $\left(-\dfrac{1}{i}\right)^{61}=i^{61}=(i^4)^{15}\times i=\boldsymbol{i}$

11-1 $\mathbf{2,\ i}$

11-2 (1) $i+i^2+i^3+i^4=0$이므로
$i+i^2+i^3+i^4+\cdots+i^{20}$
$=(i+i^2+i^3+i^4)+\cdots+(i^{17}+i^{18}+i^{19}+i^{20})$
$=(i+i^2+i^3+i^4)+\cdots+i^{16}(i+i^2+i^3+i^4)$
$=\mathbf{0}$

(2) $\dfrac{1}{i}+\dfrac{1}{i^2}+\dfrac{1}{i^3}+\dfrac{1}{i^4}+\dfrac{1}{i^5}=\left(\dfrac{1}{i}-1-\dfrac{1}{i}+1\right)+\dfrac{1}{i}$
$=\dfrac{1}{i}=\boldsymbol{-i}$

12-1 $\mathbf{3i,\ -4+3i}$

12-2 (1) $\sqrt{-2}\sqrt{18}+\dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{-3}}$
$=\sqrt{2}i\times3\sqrt{2}+\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}i}$
$=6i+\dfrac{2}{i}=6i+\dfrac{2i}{i^2}$
$=6i-2i=\mathbf{4i}$

(2) $\sqrt{-3}\sqrt{-12}+\dfrac{\sqrt{32}}{\sqrt{-2}}+\dfrac{\sqrt{-45}}{\sqrt{-5}}$
$=\sqrt{3}i\times2\sqrt{3}i+\dfrac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}i}+\dfrac{3\sqrt{5}i}{\sqrt{5}i}$
$=6i^2+\dfrac{4}{i}+3=\mathbf{-3-4i}$

13-1 (1) $\boldsymbol{b, -2a}$　(2) $\boldsymbol{b, 2a}$

13-2 (1) $a<0$, $b<0$이므로

$$|a|+|b|-\sqrt{(a+b)^2}=|a|+|b|-\underbrace{|a+b|}_{a<0,\ b<0\text{이므로 } a+b<0}$$

$$=-a-b+a+b=\mathbf{0}$$

(2) $a>0$, $b<0$이므로

$$-\sqrt{a^2}+\sqrt{b^2}+|b-a|=-|a|+|b|+\underbrace{|b-a|}_{a>0,\ b<0\text{이므로 } b-a<0}$$

$$=-a-b-b+a=\mathbf{-2b}$$

집중 연습

본문 | 050, 051쪽

1 (1) $2(3-2i)+(1-4i)=6-4i+1-4i=\mathbf{7-8i}$

(2) $2+3i-3(1+i)=2+3i-3-3i=\mathbf{-1}$

(3) $5-(1-4i)+4(3-i)=5-1+4i+12-4i=\mathbf{16}$

2 (1) $(2-i)(3+2i)=6+4i-3i-2i^2=\mathbf{8+i}$

(2) $\dfrac{1+3i}{1-i}=\dfrac{(1+3i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}=\dfrac{1+i+3i+3i^2}{1-i^2}$

$=\dfrac{-2+4i}{2}=\mathbf{-1+2i}$

(3) $\dfrac{2}{1+i}+\dfrac{2}{1-i}=\dfrac{2(1-i)+2(1+i)}{(1+i)(1-i)}$

$=\dfrac{2-2i+2+2i}{1-i^2}=\dfrac{4}{2}=\mathbf{2}$

3 (1) $(1+3i)x+(2-i)y=3+2i$에서

$(x+2y)+(3x-y)i=3+2i$

$x+2y=3$, $3x-y=2$를 연립하여 풀면

$\boldsymbol{x=1, y=1}$

(2) $(2+3i)x-(1-i)y=\overline{5-5i}$에서

$(2x-y)+(3x+y)i=5+5i$

$2x-y=5$, $3x+y=5$를 연립하여 풀면

$\boldsymbol{x=2, y=-1}$

(3) $(3+2i)(x+yi)=13$에서

$3x+3yi+2xi+2yi^2=13$

$(3x-2y)+(2x+3y)i=13$

$3x-2y=13$, $2x+3y=0$을 연립하여 풀면

$\boldsymbol{x=3, y=-2}$

(4) $(x-2i)(1+i)=-1+yi$에서

$x+xi-2i-2i^2=-1+yi$

$(x+2)+(x-2)i=-1+yi$

$x+2=-1$, $x-2=y$를 연립하여 풀면

$\boldsymbol{x=-3, y=-5}$

(5) 주어진 등식의 좌변을 정리하면

$\dfrac{x}{1-2i}+\dfrac{y}{1+2i}=\dfrac{x(1+2i)+y(1-2i)}{(1-2i)(1+2i)}$

$=\dfrac{x+2xi+y-2yi}{1-4i^2}$

$=\dfrac{(x+y)+(2x-2y)i}{5}$

$=\dfrac{x+y}{5}+\dfrac{2x-2y}{5}i$

주어진 등식의 우변을 정리하면

$\dfrac{2}{1-3i}=\dfrac{2(1+3i)}{(1-3i)(1+3i)}=\dfrac{2+6i}{1-9i^2}$

$=\dfrac{2+6i}{10}=\dfrac{1+3i}{5}=\dfrac{1}{5}+\dfrac{3}{5}i$

즉, $\dfrac{x+y}{5}+\dfrac{2x-2y}{5}i=\dfrac{1}{5}+\dfrac{3}{5}i$이므로

$x+y=1$, $2x-2y=3$을 연립하여 풀면

$\boldsymbol{x=\dfrac{5}{4}, y=-\dfrac{1}{4}}$

4 (1) $i^{20}=(i^4)^5=\mathbf{1}$

(2) $i^{25}=(i^4)^6\times i=\boldsymbol{i}$

(3) $i^{99}=(i^4)^{24}\times i^3=i^3=\boldsymbol{-i}$

(4) $(-i)^6=i^6=i^4\times i^2=i^2=\mathbf{-1}$

(5) $(-i)^{13}=-i^{13}=-(i^4)^3\times i=\boldsymbol{-i}$

(6) $i^{100}+i^{102}=(i^4)^{25}+(i^4)^{25}\times i^2=1+i^2=\mathbf{0}$

(7) $\dfrac{1}{i}-\dfrac{1}{i^2}=\dfrac{i}{i^2}+1=-i+1=\boldsymbol{1-i}$

(8) $\left(\dfrac{1}{i}\right)^3=(-i)^3=-i^3=\boldsymbol{i}$

(9) $\left(\dfrac{1}{i}\right)^5+\left(\dfrac{1}{i}\right)^{15}=(-i)^5+(-i)^{15}=-i^5-i^{15}$

$=-i^4\times i-(i^4)^3\times i^3=-i-i^3$

$=-i+i=\mathbf{0}$

(10) $\dfrac{1}{i}+i^3+\dfrac{1}{i^3}-i^4=\dfrac{1}{i}-i-\dfrac{1}{i}-1=\boldsymbol{-1-i}$

5 (1) $i+i^2+i^3+i^4=0$이므로

$i+i^2+i^3+i^4+\cdots+i^{15}$

$=(i+i^2+i^3+i^4)+i^4(i+i^2+i^3+i^4)$

$+i^8(i+i^2+i^3+i^4)+i^{13}+i^{14}+i^{15}$

$=i^{13}+i^{14}+i^{15}=(i^4)^3\times i+(i^4)^3\times i^2+(i^4)^3\times i^3$

$=i+i^2+i^3=i-1-i$

$=\mathbf{-1}$

(2) $1+i+i^2+i^3=0$이므로

$1+i+i^2+i^3+\cdots+i^{100}$

$=(1+i+i^2+i^3)+\cdots+(i^{96}+i^{97}+i^{98}+i^{99})+i^{100}$

$=(1+i+i^2+i^3)+\cdots+i^{96}(1+i+i^2+i^3)+(i^4)^{25}$

$=(i^4)^{25}=\mathbf{1}$

(3) $\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\frac{1}{i^4}=\frac{1}{i}-1-\frac{1}{i}+1=0$이므로

$\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\frac{1}{i^4}+\cdots+\frac{1}{i^{13}}$

$=\left(\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\frac{1}{i^4}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{i^9}+\frac{1}{i^{10}}+\frac{1}{i^{11}}+\frac{1}{i^{12}}\right)+\frac{1}{i^{13}}$

$=\frac{1}{i^{13}}=\frac{1}{(i^4)^3\times i}=\frac{1}{i}=\boldsymbol{-i}$

(4) $\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\frac{1}{i^4}=0$이므로

$\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\frac{1}{i^4}+\cdots+\frac{1}{i^{26}}$

$=\left(\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\frac{1}{i^4}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{i^{21}}+\frac{1}{i^{22}}+\frac{1}{i^{23}}+\frac{1}{i^{24}}\right)$

$+\frac{1}{i^{25}}+\frac{1}{i^{26}}$

$=\frac{1}{i^{25}}+\frac{1}{i^{26}}=\frac{1}{(i^4)^6\times i}+\frac{1}{(i^4)^6\times i^2}$

$=\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}=\frac{1}{i}-1=\boldsymbol{-1-i}$

기초 개념 평가

본문 | 052, 053쪽

01 **-1, 허수단위**	02 **실수부분, 허수부분**
03 $\boldsymbol{b=0}$	04 **허수**
05 **실수**	06 $\boldsymbol{b\neq 0}$
07 $\boldsymbol{c,\ d}$	08 $\boldsymbol{0,\ 0}$
09 **허수**	10 $\boldsymbol{a+c}$
11 $\boldsymbol{b-d}$	12 $\boldsymbol{bc}$
13 $\boldsymbol{ac+bd}$	14 $\boldsymbol{-1,\ 1}$
15 $\boldsymbol{i}$	16 $\boldsymbol{a<0,\ b<0}$
17 $\boldsymbol{a>0,\ b<0}$	

기초 문제 평가

본문 | 054, 055쪽

1 $\sqrt{-16}=\sqrt{16}i=4i$, $2i^2=-2$이므로
허수단위 i가 있는 것을 찾으면
$\boldsymbol{\sqrt{-16},\ i-1,\ \sqrt{3}-2i,\ -\sqrt{3}i,\ 1+3i}$

2 (1) $2(3-2i)+(3+\sqrt{2}i)(3-\sqrt{2}i)$
$=6-4i+9-2i^2=\boldsymbol{17-4i}$

(2) $(1-\sqrt{5}i)^2=1^2-2\times1\times\sqrt{5}i+(\sqrt{5}i)^2$
$=1-2\sqrt{5}i+5i^2=\boldsymbol{-4-2\sqrt{5}i}$

(3) $(1+i)^2-(1-i)^2=1+2i+i^2-(1-2i+i^2)=\boldsymbol{4i}$

(4) $\frac{1+2i}{1-i}-\frac{2-i}{1+i}$

$=\frac{(1+2i)(1+i)-(2-i)(1-i)}{(1-i)(1+i)}$

$=\frac{1+i+2i+2i^2-(2-2i-i+i^2)}{1-i^2}$

$=\frac{-1+3i-(1-3i)}{2}=\frac{-2+6i}{2}=\boldsymbol{-1+3i}$

3 $(1+ai)(1+3i)=1+3i+ai+3ai^2$
$=(1-3a)+(3+a)i$
이 복소수가 실수가 되려면 (허수부분)$=0$이므로
$3+a=0$에서 $a=-3$ $\quad\therefore\ \boldsymbol{x=-3}$
이 복소수가 순허수가 되려면
(실수부분)$=0$, (허수부분)$\neq0$이므로
$1-3a=0$, $3+a\neq0$에서 $a=\frac{1}{3}$ $\quad\therefore\ \boldsymbol{y=\frac{1}{3}}$

4 $(1+i)(4-3i)-i(2-i)^2$
$=4-3i+4i-3i^2-i(4-4i+i^2)$
$=7+i-i(3-4i)$
$=7+i-3i+4i^2=3-2i$
$\therefore\ \boldsymbol{a=3,\ b=-2}$

5 $z-3+2i=zi$에서 $(1-i)z=3-2i$

$\therefore\ z=\frac{3-2i}{1-i}=\frac{(3-2i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}$

$=\frac{3+3i-2i-2i^2}{1-i^2}$

$=\frac{5+i}{2}=\boldsymbol{\frac{5}{2}+\frac{1}{2}i}$

6 제곱하여 음의 실수가 되려면 순허수이어야 하므로
$z=(x^2-4x+3)+(x^2+2x-3)i$에서
(실수부분)$=0$, (허수부분)$\neq0$
$x^2-4x+3=0$, 즉 $(x-1)(x-3)=0$에서 $x=1$ 또는 $x=3$
$x^2+2x-3\neq0$, 즉 $(x+3)(x-1)\neq0$에서
$x\neq-3$ 그리고 $x\neq1$
$\therefore\ \boldsymbol{x=3}$

7 주어진 등식의 좌변을 정리하면

$\frac{x}{1+i}+\frac{y}{1-i}=\frac{x(1-i)+y(1+i)}{(1+i)(1-i)}$

$=\frac{x-xi+y+yi}{1-i^2}=\frac{(x+y)+(-x+y)i}{2}$

$=\frac{x+y}{2}+\frac{-x+y}{2}i$

또 $\overline{1-2i}=1+2i$이므로

$\frac{x+y}{2}+\frac{-x+y}{2}i=1+2i$에서 $\frac{x+y}{2}=1$, $\frac{-x+y}{2}=2$

즉, $x+y=2$, $-x+y=4$를 연립하여 풀면
$\boldsymbol{x=-1,\ y=3}$

8 $z-\bar{z}=(1-i)-(1+i)=-2i$

$z\bar{z}=(1-i)(1+i)=1-i^2=1+1=2$

(1) $\dfrac{z\bar{z}}{z-\bar{z}}=\dfrac{2}{-2i}=-\dfrac{1}{i}=-\dfrac{i}{i^2}=\boldsymbol{i}$

(2) $\dfrac{z-1}{z}-\dfrac{\bar{z}-1}{\bar{z}}=\dfrac{(z-1)\bar{z}-z(\bar{z}-1)}{z\bar{z}}$

$=\dfrac{z\bar{z}-\bar{z}-z\bar{z}+z}{z\bar{z}}=\dfrac{z-\bar{z}}{z\bar{z}}$

$=\dfrac{-2i}{2}=\boldsymbol{-i}$

9 $z=a+bi$ (a, b는 실수)로 놓으면 $\bar{z}=a-bi$이므로

주어진 등식의 좌변은

$2(a+bi)-i(a-bi)=2a+2bi-ai+bi^2$

$=(2a-b)-(a-2b)i$

즉, $(2a-b)-(a-2b)i=4-5i$이므로

$2a-b=4$, $a-2b=5$를 연립하여 풀면

$a=1$, $b=-2$ $\quad\therefore\ \boldsymbol{z=1-2i}$

10 (1) $i+2i^2+3i^3+4i^4=i-2-3i+4=\boldsymbol{2-2i}$

(2) $i+i^2+i^3+i^4=0$이므로

$i+i^2+i^3+i^4+\cdots+i^{26}$

$=(i+i^2+i^3+i^4)+\cdots+(i^{21}+i^{22}+i^{23}+i^{24})+i^{25}+i^{26}$

$=i^{25}+i^{26}=i+i^2=\boldsymbol{i-1}$

(3) $\dfrac{1}{i}+\dfrac{1}{i^2}+\dfrac{1}{i^3}+\dfrac{1}{i^4}=\dfrac{1}{i}-1-\dfrac{1}{i}+1=0$이므로

$\dfrac{1}{i}+\dfrac{1}{i^2}+\dfrac{1}{i^3}+\dfrac{1}{i^4}+\cdots+\dfrac{1}{i^{15}}$

$=\left(\dfrac{1}{i}+\dfrac{1}{i^2}+\dfrac{1}{i^3}+\dfrac{1}{i^4}\right)+\left(\dfrac{1}{i^5}+\dfrac{1}{i^6}+\dfrac{1}{i^7}+\dfrac{1}{i^8}\right)$

$+\left(\dfrac{1}{i^9}+\dfrac{1}{i^{10}}+\dfrac{1}{i^{11}}+\dfrac{1}{i^{12}}\right)+\dfrac{1}{i^{13}}+\dfrac{1}{i^{14}}+\dfrac{1}{i^{15}}$

$=\dfrac{1}{i^{13}}+\dfrac{1}{i^{14}}+\dfrac{1}{i^{15}}=\dfrac{1}{i}+\dfrac{1}{i^2}+\dfrac{1}{i^3}=\dfrac{1}{i}-1-\dfrac{1}{i}=\boldsymbol{-1}$

11 (1) $\sqrt{-3}\sqrt{-12}+\dfrac{\sqrt{-20}}{\sqrt{5}}$

$=\sqrt{3}i\times2\sqrt{3}i+\dfrac{2\sqrt{5}i}{\sqrt{5}}$

$=6i^2+2i=\boldsymbol{-6+2i}$

(2) $(3+\sqrt{-2})(3-\sqrt{-2})+\sqrt{-3}\sqrt{-27}$

$=(3+\sqrt{2}i)(3-\sqrt{2}i)+\sqrt{3}i\times3\sqrt{3}i$

$=9-2i^2+9i^2=9+2-9=\boldsymbol{2}$

(3) $(\sqrt{-13})^2+\sqrt{-20}\sqrt{5}+\dfrac{\sqrt{27}}{\sqrt{-3}}$

$=(\sqrt{13}i)^2+2\sqrt{5}i\sqrt{5}+\dfrac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}i}$

$=13i^2+10i+\dfrac{3}{i}=-13+10i-3i$

$=\boldsymbol{-13+7i}$

05 이차방정식

기초 개념 피드백 & TEST

본문 | 057쪽

1-1 (1) **2, −2** (2) $\boldsymbol{4,\ -\dfrac{4}{3}}$

1-2 (1) 좌변을 인수분해하면 $x(x+2)=0$

$x=0$ 또는 $x+2=0$

$\therefore$ $\boldsymbol{x=0}$ **또는** $\boldsymbol{x=-2}$

(2) 좌변을 인수분해하면 $(x-3)^2=0$

$x-3=0$ $\quad\therefore$ $\boldsymbol{x=3}$ **(중근)**

(3) 좌변을 인수분해하면 $(2x+5)(2x-5)=0$

$2x+5=0$ 또는 $2x-5=0$

$\therefore$ $\boldsymbol{x=-\dfrac{5}{2}}$ **또는** $\boldsymbol{x=\dfrac{5}{2}}$

(4) 좌변을 인수분해하면 $(2x+1)(x-2)=0$

$2x+1=0$ 또는 $x-2=0$

$\therefore$ $\boldsymbol{x=-\dfrac{1}{2}}$ **또는** $\boldsymbol{x=2}$

2-1 (1) **−7, 2** (2) **5, 1**

2-2 (1) $x=\pm\sqrt{8}$ $\quad\therefore\ \boldsymbol{x=\pm2\sqrt{2}}$

(2) -10을 우변으로 이항하면 $9x^2=10$

양변을 9로 나누면 $x^2=\dfrac{10}{9}$

$x=\pm\sqrt{\dfrac{10}{9}}$ $\quad\therefore\ \boldsymbol{x=\pm\dfrac{\sqrt{10}}{3}}$

(3) $x+2=\pm\sqrt{12}$ $\quad\therefore\ \boldsymbol{x=-2\pm2\sqrt{3}}$

(4) -25를 우변으로 이항하면 $5(x-3)^2=25$

양변을 5로 나누면 $(x-3)^2=5$

$x-3=\pm\sqrt{5}$ $\quad\therefore\ \boldsymbol{x=3\pm\sqrt{5}}$

3-1 (1) $\boldsymbol{-2,\ \sqrt{17}}$ (2) $\boldsymbol{-2,\ 2,\ \sqrt{2}}$

3-2 (1) 근의 공식에 $a=1$, $b=-3$, $c=1$을 대입하면

$x=\dfrac{3\pm\sqrt{(-3)^2-4\times1\times1}}{2\times1}=\boldsymbol{\dfrac{3\pm\sqrt{5}}{2}}$

(2) 근의 공식에 $a=2$, $b=-1$, $c=-5$를 대입하면

$x=\dfrac{1\pm\sqrt{(-1)^2-4\times2\times(-5)}}{2\times2}=\boldsymbol{\dfrac{1\pm\sqrt{41}}{4}}$

(3) 근의 공식에 $a=1$, $b'=-1$, $c=-4$를 대입하면

$x=\dfrac{1\pm\sqrt{(-1)^2-1\times(-4)}}{1}=\boldsymbol{1\pm\sqrt{5}}$

(4) 근의 공식에 $a=2$, $b'=1$, $c=-3$을 대입하면

$x=\dfrac{-1\pm\sqrt{1^2-2\times(-3)}}{2}=\boldsymbol{\dfrac{-1\pm\sqrt{7}}{2}}$

1-1 (1) $\mathbf{3, \sqrt{13}}$, **실근** (2) $\mathbf{-1, 9, 2\sqrt{2}}$, **허근**

1-2 (1) 근의 공식에 $a=3$, $b=-5$, $c=1$을 대입하면

$$x=\frac{5\pm\sqrt{(-5)^2-4\times3\times1}}{2\times3}=\mathbf{\frac{5\pm\sqrt{13}}{6}}$$

따라서 주어진 이차방정식의 근은 **실근**이다.

(2) 근의 공식에 $a=1$, $b'=5$, $c=5$를 대입하면

$$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-1\times5}}{1}=\mathbf{-5\pm2\sqrt{5}}$$

따라서 주어진 이차방정식의 근은 **실근**이다.

(3) 근의 공식에 $a=1$, $b=-3$, $c=4$를 대입하면

$$x=\frac{3\pm\sqrt{(-3)^2-4\times1\times4}}{2\times1}=\mathbf{\frac{3\pm\sqrt{7}i}{2}}$$

따라서 주어진 이차방정식의 근은 **허근**이다.

(4) 근의 공식에 $a=2$, $b'=1$, $c=3$을 대입하면

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-2\times3}}{2}=\mathbf{\frac{-1\pm\sqrt{5}i}{2}}$$

따라서 주어진 이차방정식의 근은 **허근**이다.

2-1 **1, 3, 3**

2-2 (1) 이차방정식 $x^2-(m+2)x+3m+2=0$에 $x=-2$를 대입하면

$4+2m+4+3m+2=0$, $5m=-10$

$\therefore m=-2$

$m=-2$를 주어진 방정식에 대입하면

$x^2-4=0$, $(x+2)(x-2)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=2$

따라서 나머지 한 근은 **2**이다.

(2) 이차방정식 $x^2-ax-a^2-5=0$에 $x=-3$을 대입하면

$9+3a-a^2-5=0$, $a^2-3a-4=0$

$(a+1)(a-4)=0$

$\therefore a=4$ ($\because a>0$)

$a=4$를 주어진 방정식에 대입하면

$x^2-4x-21=0$, $(x+3)(x-7)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=7$

따라서 나머지 한 근은 **7**이다.

3-1 (1) $>$, **실근** (2) $<$, **허근**

3-2 주어진 이차방정식의 판별식을 D라 하면

(1) $D=(-1)^2-4\times2\times(-4)=33>0$이므로

서로 다른 두 실근을 갖는다.

(2) $\dfrac{D}{4}=(-5)^2-1\times25=0$이므로

중근을 갖는다.

(3) $\dfrac{D}{4}=2^2-3\times2=-2<0$이므로

서로 다른 두 허근을 갖는다.

4-1 (1) $>$, **2** (2) $<$, **2**

4-2 주어진 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$\dfrac{D}{4}=(k+1)^2-(k^2-3)=2k+4$

(1) $\dfrac{D}{4}\ge0$이어야 하므로 $2k+4\ge0$ $\qquad\therefore \mathbf{k\ge-2}$

(2) $\dfrac{D}{4}=0$이어야 하므로 $2k+4=0$ $\qquad\therefore \mathbf{k=-2}$

(3) $\dfrac{D}{4}<0$이어야 하므로 $2k+4<0$ $\qquad\therefore \mathbf{k<-2}$

5-1 (1) **5, −6** (2) **5, −16**

5-2 $\alpha+\beta=-\dfrac{6}{1}=-6$, $\alpha\beta=\dfrac{2}{1}=2$이므로

(1) $\dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{\beta}=\dfrac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\dfrac{-6}{2}=\mathbf{-3}$

(2) $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$

$=(-6)^2-2\times2=\mathbf{32}$

(3) $(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$

$=(-6)^2-4\times2=\mathbf{28}$

(4) $\alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)$

$=(-6)^3-3\times2\times(-6)=\mathbf{-180}$

6-1 (1) **3, 18** (2) **4, 20**

6-2 (1) 두 근의 비가 $1:2$이므로 두 근을 α, $2\alpha(\alpha\neq0)$로 놓으면

(두 근의 합)$=\alpha+2\alpha=k$ ……㉠

(두 근의 곱)$=\alpha\times2\alpha=6$, $\alpha^2=3$

$\therefore \alpha=\pm\sqrt{3}$

이것을 ㉠에 대입하면

$k=3\alpha=3\times(\pm\sqrt{3})=\mathbf{\pm3\sqrt{3}}$

(2) 두 근의 차가 2이므로 두 근을 α, $\alpha+2$로 놓으면

(두 근의 합)$=\alpha+(\alpha+2)=-k$

$\therefore k=-2\alpha-2$ ……㉠

(두 근의 곱)$=\alpha(\alpha+2)=3$, $\alpha^2+2\alpha-3=0$

$(\alpha+3)(\alpha-1)=0$ $\qquad\therefore \alpha=-3$ 또는 $\alpha=1$

이것을 ㉠에 대입하면 $\mathbf{k=4}$ **또는** $\mathbf{k=-4}$

7-1 (1) **3, 4** (2) **2, 5**

7-2 (1) (두 근의 합)$=2+5=7$,

(두 근의 곱)$=2\times5=10$이므로

$\mathbf{x^2-7x+10=0}$

(2) (두 근의 합)$=(1+\sqrt{3})+(1-\sqrt{3})=2$,

(두 근의 곱)$=(1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})=-2$이므로

$\mathbf{x^2-2x-2=0}$

(3) (두 근의 합)$=(-2+i)+(-2-i)=-4$,

(두 근의 곱)$=(-2+i)(-2-i)=5$이므로

$\mathbf{x^2+4x+5=0}$

8-1 $\mathbf{5, 6}$

8-2 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=-5,\ \alpha\beta=2$

(1) (두 근의 합)$=\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$

$=(-5)^2-2\times2=21$

(두 근의 곱)$=\alpha^2\beta^2=(\alpha\beta)^2=2^2=4$

따라서 구하는 이차방정식은 $\boldsymbol{x^2-21x+4=0}$

(2) (두 근의 합)$=(\alpha-1)+(\beta-1)=\alpha+\beta-2$

$=-5-2=-7$

(두 근의 곱)$=(\alpha-1)(\beta-1)=\alpha\beta-(\alpha+\beta)+1$

$=2-(-5)+1=8$

따라서 구하는 이차방정식은 $\boldsymbol{x^2+7x+8=0}$

9-1 $\mathbf{1-\sqrt{2},\ -2,\ -1}$

9-2 (1) 계수가 유리수이고 한 근이 $2+\sqrt{3}$이므로 다른 한 근은 $2-\sqrt{3}$이다.

따라서 근과 계수의 관계에 의하여

(두 근의 합)$=-a$에서

$(2+\sqrt{3})+(2-\sqrt{3})=-a$

(두 근의 곱)$=b$에서

$(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})=b$

$\therefore\ \boldsymbol{a=-4,\ b=1}$

(2) 계수가 유리수이고 한 근이 $2\sqrt{2}-1$, 즉 $-1+2\sqrt{2}$이므로 다른 한 근은 $-1-2\sqrt{2}$이다.

따라서 근과 계수의 관계에 의하여

(두 근의 합)$=-a$에서

$(-1+2\sqrt{2})+(-1-2\sqrt{2})=-a$

(두 근의 곱)$=b$에서

$(-1+2\sqrt{2})(-1-2\sqrt{2})=b$

$\therefore\ \boldsymbol{a=2,\ b=-7}$

10-1 $\mathbf{-6, 10}$

10-2 (1) 계수가 실수이고 한 근이 $1+\sqrt{2}i$이므로 다른 한 근은 $1-\sqrt{2}i$이다.

따라서 근과 계수의 관계에 의하여

(두 근의 합)$=-a$에서

$(1+\sqrt{2}i)+(1-\sqrt{2}i)=-a$

(두 근의 곱)$=b$에서

$(1+\sqrt{2}i)(1-\sqrt{2}i)=b$

$\therefore\ \boldsymbol{a=-2,\ b=3}$

(2) 계수가 실수이고 한 근이 $2i-3$, 즉 $-3+2i$이므로 다른 한 근은 $-3-2i$이다.

따라서 근과 계수의 관계에 의하여

(두 근의 합)$=-a$에서

$(-3+2i)+(-3-2i)=-a$

(두 근의 곱)$=b$에서

$(-3+2i)(-3-2i)=b$

$\therefore\ \boldsymbol{a=6,\ b=13}$

집중 연습

본문 | 063~065쪽

1 (1) 좌변을 인수분해하면 $(x+2)(x-1)=0$

$x+2=0$ 또는 $x-1=0$

$\therefore\ \boldsymbol{x=-2}$ **또는** $\boldsymbol{x=1}$

(2) 좌변을 인수분해하면 $(x+3)(3x-2)=0$

$x+3=0$ 또는 $3x-2=0$

$\therefore\ \boldsymbol{x=-3}$ **또는** $\boldsymbol{x=\frac{2}{3}}$

(3) 좌변을 인수분해하면 $(2x+3)(x-1)=0$

$2x+3=0$ 또는 $x-1=0$

$\therefore\ \boldsymbol{x=-\frac{3}{2}}$ **또는** $\boldsymbol{x=1}$

(4) 괄호를 풀고 정리하면 $x^2+x-20=0$

좌변을 인수분해하면 $(x+5)(x-4)=0$

$x+5=0$ 또는 $x-4=0$

$\therefore\ \boldsymbol{x=-5}$ **또는** $\boldsymbol{x=4}$

(5) 괄호를 풀고 정리하면 $6x^2-7x-3=0$

좌변을 인수분해하면 $(3x+1)(2x-3)=0$

$3x+1=0$ 또는 $2x-3=0$

$\therefore\ \boldsymbol{x=-\frac{1}{3}}$ **또는** $\boldsymbol{x=\frac{3}{2}}$

(6) 괄호를 풀고 정리하면 $6x^2-13x+6=0$

좌변을 인수분해하면 $(3x-2)(2x-3)=0$

$3x-2=0$ 또는 $2x-3=0$

$\therefore\ \boldsymbol{x=\frac{2}{3}}$ **또는** $\boldsymbol{x=\frac{3}{2}}$

2 (1) 근의 공식에 $a=1,\ b=-1,\ c=-1$을 대입하면

$$x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times1\times(-1)}}{2\times1}=\boldsymbol{\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}}$$

(2) 근의 공식에 $a=1,\ b'=1,\ c=-1$을 대입하면

$$x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-1\times(-1)}}{1}=\boldsymbol{-1\pm\sqrt{2}}$$

(3) 근의 공식에 $a=2,\ b=-3,\ c=-1$을 대입하면

$$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times2\times(-1)}}{2\times2}=\boldsymbol{\frac{3\pm\sqrt{17}}{4}}$$

(4) 근의 공식에 $a=3,\ b'=-1,\ c=1$을 대입하면

$$x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-3\times1}}{3}=\boldsymbol{\frac{1\pm\sqrt{2}i}{3}}$$

(5) 근의 공식에 $a=1,\ b=-3,\ c=-3$을 대입하면

$$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times1\times(-3)}}{2\times1}=\boldsymbol{\frac{3\pm\sqrt{21}}{2}}$$

(6) 근의 공식에 $a=3,\ b'=2,\ c=2$를 대입하면

$$x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-3\times2}}{3}=\boldsymbol{\frac{-2\pm\sqrt{2}i}{3}}$$

3 (1) $\alpha+\beta=-\dfrac{2}{1}=\mathbf{-2}$

(2) $\alpha\beta=\dfrac{-1}{1}=\mathbf{-1}$

(3) $\dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{\beta}=\dfrac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\dfrac{-2}{-1}=\mathbf{2}$

(4) $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$
$=(-2)^2-2\times(-1)=\mathbf{6}$

(5) $(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$
$=(-2)^2-4\times(-1)=\mathbf{8}$

(6) $\alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)$
$=(-2)^3-3\times(-1)\times(-2)=\mathbf{-14}$

(7) $\dfrac{\beta^2}{\alpha}+\dfrac{\alpha^2}{\beta}=\dfrac{\alpha^3+\beta^3}{\alpha\beta}=\dfrac{-14}{-1}=\mathbf{14}$

4 (1) $\alpha+\beta=-\dfrac{-5}{1}=\mathbf{5}$

(2) $\alpha\beta=\dfrac{3}{1}=\mathbf{3}$

(3) $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$
$=5^2-2\times3=\mathbf{19}$

(4) $\dfrac{\beta}{\alpha}+\dfrac{\alpha}{\beta}=\dfrac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}=\mathbf{\dfrac{19}{3}}$

(5) $(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$
$=5^2-4\times3=\mathbf{13}$
$\therefore\ \alpha-\beta=\sqrt{13}\ (\because\ \alpha>\beta)$

(6) $\alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)$
$=5^3-3\times3\times5=\mathbf{80}$

(7) $\dfrac{\beta^2}{\alpha}+\dfrac{\alpha^2}{\beta}=\dfrac{\alpha^3+\beta^3}{\alpha\beta}=\mathbf{\dfrac{80}{3}}$

5 (1) (두 근의 합)$=9$, (두 근의 곱)$=18$
$\therefore\ \boldsymbol{x^2-9x+18=0}$

(2) (두 근의 합)$=2$, (두 근의 곱)$=-1$
$\therefore\ \boldsymbol{x^2-2x-1=0}$

(3) (두 근의 합)$=2$, (두 근의 곱)$=1-i^2=2$
$\therefore\ \boldsymbol{x^2-2x+2=0}$

6 (1) (두 근의 합)$=-3$, (두 근의 곱)$=2$
x^2의 계수가 2이므로 구하는 이차방정식은
$2\{x^2-(-3)x+2\}=0$
$\therefore\ \boldsymbol{2x^2+6x+4=0}$

(2) (두 근의 합)$=4$, (두 근의 곱)$=1$
x^2의 계수가 2이므로 구하는 이차방정식은
$2(x^2-4x+1)=0$
$\therefore\ \boldsymbol{2x^2-8x+2=0}$

(3) (두 근의 합)$=-4$, (두 근의 곱)$=4-9i^2=13$
x^2의 계수가 2이므로 구하는 이차방정식은
$2\{x^2-(-4)x+13\}=0$
$\therefore\ \boldsymbol{2x^2+8x+26=0}$

7 (1) 근과 계수의 관계에 의하여
$\alpha+\beta=2,\ \alpha\beta=-1$
(두 근의 합)$=\alpha+\beta+\alpha\beta=1$
(두 근의 곱)$=(\alpha+\beta)\alpha\beta=-2$
$\therefore\ \boldsymbol{x^2-x-2=0}$

(2) 근과 계수의 관계에 의하여
$\alpha+\beta=-1,\ \alpha\beta=-4$
(두 근의 합)$=\alpha+\beta+\alpha\beta=-5$
(두 근의 곱)$=(\alpha+\beta)\alpha\beta=4$
$\therefore\ \boldsymbol{x^2+5x+4=0}$

(3) 근과 계수의 관계에 의하여
$\alpha+\beta=-2,\ \alpha\beta=-5$
(두 근의 합)$=\alpha+\beta+\alpha\beta=-7$
(두 근의 곱)$=(\alpha+\beta)\alpha\beta=10$
$\therefore\ \boldsymbol{x^2+7x+10=0}$

8 근과 계수의 관계에 의하여
$\alpha+\beta=3,\ \alpha\beta=1$

(1) (두 근의 합)$=\alpha+1+\beta+1=5$
(두 근의 곱)$=(\alpha+1)(\beta+1)$
$=\alpha\beta+\alpha+\beta+1=5$
$\therefore\ \boldsymbol{x^2-5x+5=0}$

(2) (두 근의 합)$=\alpha^2-1+\beta^2-1=\alpha^2+\beta^2-2$
$=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta-2=5$
(두 근의 곱)$=(\alpha^2-1)(\beta^2-1)$
$=\alpha^2\beta^2-(\alpha^2+\beta^2)+1$
$=(\alpha\beta)^2-\{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta\}+1=-5$
$\therefore\ \boldsymbol{x^2-5x-5=0}$

(3) (두 근의 합)$=\dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{\beta}=\dfrac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=3$
(두 근의 곱)$=\dfrac{1}{\alpha\beta}=1$
$\therefore\ \boldsymbol{x^2-3x+1=0}$

기초 개념 평가

본문 | 066, 067쪽

01 실수, 실수
02 허수, 허수
03 복소수
04 실근, 허근
05 부호, 허근
06 판별식, D
07 $D>0$
08 $D=0$
09 $D<0$
10 3, 4
11 $2,\ -\dfrac{1}{2}$
12 $-$, $+$
13 $-$, $+$
14 유리수
15 실수

기초 문제 평가

본문 | 068, 069쪽

1 (1) 좌변을 인수분해하면 $(x-1)(x-2)=0$

$x-1=0$ 또는 $x-2=0$

$\therefore$ **$x=1$ 또는 $x=2$**

(2) 좌변을 인수분해하면 $(4x+3)(x-1)=0$

$4x+3=0$ 또는 $x-1=0$

$\therefore$ **$x=-\frac{3}{4}$ 또는 $x=1$**

(3) 근의 공식에 $a=1,\ b=3,\ c=1$을 대입하면

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times1\times1}}{2\times1}=\boldsymbol{\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2}}$$

(4) 근의 공식에 $a=1,\ b'=-1,\ c=-2$를 대입하면

$$x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-1\times(-2)}}{1}=\boldsymbol{1\pm\sqrt{3}}$$

(5) 근의 공식에 $a=3,\ b'=-2,\ c=3$을 대입하면

$$x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-3\times3}}{3}=\boldsymbol{\frac{2\pm\sqrt{5}i}{3}}$$

(6) 근의 공식에 $a=1,\ b'=-\sqrt{2},\ c=6$을 대입하면

$$x=\frac{-(-\sqrt{2})\pm\sqrt{(-\sqrt{2})^2-1\times6}}{1}=\boldsymbol{\sqrt{2}\pm2i}$$

2 이차방정식 $x^2-kx+k-1=0$에 $x=4$를 대입하면

$16-4k+k-1=0,\ 3k=15\qquad\therefore k=5$

$k=5$를 주어진 방정식에 대입하면

$x^2-5x+4=0,\ (x-1)(x-4)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=4$

따라서 $\alpha=1$이므로

$k+\alpha=5+1=\mathbf{6}$

다른 풀이 근과 계수의 관계에 의하여 $4+\alpha=k,\ 4\alpha=k-1$

$4\alpha=4+\alpha-1$에서 $3\alpha=3\qquad\therefore \alpha=1$

$\alpha=1$을 $k=4+\alpha$에 대입하면 $k=5$

$\therefore k+\alpha=5+1=6$

3 이차방정식 $x^2+2x+k-3=0$의 판별식을 D라 하면 실근을 가지려면 $D\ge0$이어야 하므로

$\frac{D}{4}=1^2-(k-3)=4-k\ge0$

$\therefore$ **$k\le4$**

4 이차방정식 $x^2-3x+1-k=0$의 판별식을 D라 하면 서로 다른 두 허근을 가지려면 $D<0$이어야 하므로

$D=(-3)^2-4\times1\times(1-k)=4k+5<0$

$\therefore$ **$k<-\frac{5}{4}$**

5 이차방정식 $x^2-(k+2)x+4=0$의 판별식을 D라 하면 중근을 가지려면 $D=0$이어야 하므로

$D=(k+2)^2-4\times1\times4=k^2+4k-12=0$

$(k+6)(k-2)=0\qquad\therefore k=2\ (\because k>0)$

$k=2$이므로 주어진 이차방정식은

$x^2-4x+4=0,\ (x-2)^2=0$

즉, $x=2$이므로 $m=2$

$\therefore k+m=2+2=\mathbf{4}$

6 이차방정식 $x^2+(2k+1)x+k^2-1=0$의 판별식을 D라 하면 이차식이 완전제곱식이 되려면 $D=0$이어야 하므로

$D=(2k+1)^2-4\times1\times(k^2-1)=4k+5=0$

$\therefore$ **$k=-\frac{5}{4}$**

7 $\alpha+\beta=-\frac{3}{1}=-3,\ \alpha\beta=\frac{-5}{1}=-5$이므로

(1) $\left(\alpha+\frac{1}{\beta}\right)\left(\beta+\frac{1}{\alpha}\right)$

$=\alpha\beta+\alpha\times\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\times\beta+\frac{1}{\alpha\beta}$

$=\alpha\beta+2+\frac{1}{\alpha\beta}=-5+2-\frac{1}{5}=\boldsymbol{-\frac{16}{5}}$

(2) $(\alpha^2+4\alpha)(\beta^2+4\beta)$

$=\alpha^2\beta^2+4\alpha^2\beta+4\alpha\beta^2+16\alpha\beta$

$=(\alpha\beta)^2+4\alpha\beta(\alpha+\beta)+16\alpha\beta$

$=(-5)^2+4\times(-5)\times(-3)+16\times(-5)=\mathbf{5}$

다른 풀이 $x^2+3x-5=0$의 두 근이 $\alpha,\ \beta$이므로

$\alpha^2+3\alpha-5=0$에서 $\alpha^2+3\alpha=5$

$\therefore \alpha^2+4\alpha=\alpha+5$

같은 방법으로 $\beta^2+4\beta=\beta+5$

$\therefore (\alpha^2+4\alpha)(\beta^2+4\beta)=(\alpha+5)(\beta+5)$

$=\alpha\beta+5(\alpha+\beta)+25$

$=-5+5\times(-3)+25$

$=5$

(3) $\frac{1}{1+\alpha}+\frac{1}{1+\beta}=\frac{1+\beta+1+\alpha}{(1+\alpha)(1+\beta)}=\frac{(\alpha+\beta)+2}{1+(\alpha+\beta)+\alpha\beta}$

$=\frac{-3+2}{1-3-5}=\boldsymbol{\frac{1}{7}}$

8 이차방정식 $x^2-ax-2=0$의 두 근이 $\alpha,\ \beta$이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=a,\ \alpha\beta=-2$

또, 이차방정식 $x^2+4x+b=0$의 두 근이 $\frac{1}{\alpha},\ \frac{1}{\beta}$이므로

근과 계수의 관계에 의하여

$\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{a}{-2}=-4\qquad\therefore$ **$a=8$**

$\frac{1}{\alpha}\times\frac{1}{\beta}=\frac{1}{\alpha\beta}=\frac{1}{-2}=b\qquad\therefore$ **$b=-\frac{1}{2}$**

9 이차방정식 $x^2-(k-2)x+k=0$의 한 근이 다른 한 근의 2배이므로 두 근을 α, 2α $(\alpha\neq0)$로 놓으면
(두 근의 합)$=\alpha+2\alpha=k-2$ $\quad\therefore k=3\alpha+2$
(두 근의 곱)$=\alpha\times2\alpha=k$ $\quad\therefore k=2\alpha^2$
이때 $3\alpha+2=2\alpha^2$이므로 $2\alpha^2-3\alpha-2=0$
$(2\alpha+1)(\alpha-2)=0$
$\therefore \alpha=-\frac{1}{2}$ 또는 $\alpha=2$
$\alpha=-\frac{1}{2}$일 때, $k=3\alpha+2=3\times\left(-\frac{1}{2}\right)+2=\frac{1}{2}$
$\alpha=2$일 때, $k=3\alpha+2=3\times2+2=8$
따라서 구하는 실수 k의 값은 $\boldsymbol{\frac{1}{2}}$ 또는 **8**이다.

10 이차방정식 $x^2+3x+k^2-2k=0$의 두 근의 차가 3이므로 두 근을 α, $\alpha+3$으로 놓으면
(두 근의 합)$=\alpha+(\alpha+3)=-3$에서 $\alpha=-3$
(두 근의 곱)$=\alpha(\alpha+3)=k^2-2k$에서
$k^2-2k=0$, $k(k-2)=0$ $\quad\therefore k=0$ 또는 $k=2$
따라서 모든 실수 k의 값의 합은 **2**이다.

11 이차방정식 $x^2-2x-4=0$의 두 근이 α, β이므로 근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha+\beta=2$, $\alpha\beta=-4$
(두 근의 합)$=\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}$
$=\frac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta}{\alpha\beta}=\frac{2^2-2\times(-4)}{-4}=-3$
(두 근의 곱)$=\frac{\beta}{\alpha}\times\frac{\alpha}{\beta}=1$
따라서 구하는 이차방정식은 $\boldsymbol{x^2+3x+1=0}$

12 계수가 유리수인 이차방정식 $x^2-4x+a=0$의 한 근이 $\sqrt{2}+b=b+\sqrt{2}$이므로 다른 한 근은 $b-\sqrt{2}$이다.
따라서 근과 계수의 관계에 의하여
(두 근의 합)$=(b+\sqrt{2})+(b-\sqrt{2})=4$에서
$2b=4$ $\quad\therefore b=2$
(두 근의 곱)$=(b+\sqrt{2})(b-\sqrt{2})=a$에서
$a=b^2-2=2^2-2=2$
$\therefore \boldsymbol{a=2,\ b=2}$

13 계수가 실수인 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 한 근이 $\frac{2}{1+i}=\frac{2(1-i)}{(1+i)(1-i)}=1-i$이므로 다른 한 근은 $1+i$이다.
따라서 근과 계수의 관계에 의하여
(두 근의 합)$=(1-i)+(1+i)=-a$에서
$\boldsymbol{a=-2}$
(두 근의 곱)$=(1-i)(1+i)=b$에서
$\boldsymbol{b=2}$

06 이차방정식과 이차함수

기초 개념 피드백 & TEST

본문 | 071쪽

1-1 (1) > (2) 절댓값

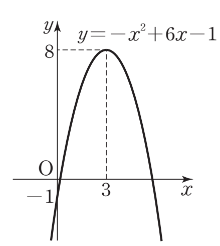
1-2 (1) $y=ax^2$에서 $a<0$인 것을 찾으면 ㄱ, ㄷ, ㅁ
(2) $y=ax^2$에서 a의 절댓값이 가장 작은 것을 찾으면 ㄷ
(3) ㄱ. $\boldsymbol{y=-4x^2}$, ㄴ. $\boldsymbol{y=4x^2}$의 그래프는 x축에 대하여 대칭이다.

2-1 **1, −2**

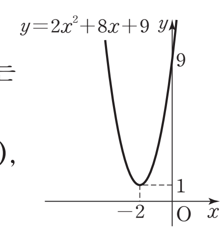
2-2 (1) 이차함수 $y=-x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프의 식은 $\boldsymbol{y=-(x-3)^2-2}$이므로
꼭짓점의 좌표는 (3, −2),
축의 방정식은 $\boldsymbol{x=3}$
(2) 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 그래프의 식은 $\boldsymbol{y=\frac{1}{2}(x+1)^2-5}$이므로
꼭짓점의 좌표는 (−1, −5),
축의 방정식은 $\boldsymbol{x=-1}$

3-1 **1, 2**

3-2 (1) $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 고치면
$y=-x^2+6x-1$
$=-(x^2-6x+9-9)-1$
$=-(x-3)^2+8$
따라서 이차함수 $y=-x^2+6x-1$의 그래프는 오른쪽 그림과 같고 **꼭짓점의 좌표는 (3, 8),** 점 $(0, -1)$을 지나므로 **$\boldsymbol{y}$절편은 −1**이다.



(2) $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 고치면
$y=2x^2+8x+9$
$=2(x^2+4x+4-4)+9$
$=2(x+2)^2+1$
따라서 이차함수 $y=2x^2+8x+9$의 그래프는 오른쪽 그림과 같고 **꼭짓점의 좌표는 (−2, 1),** 점 $(0, 9)$를 지나므로 **$\boldsymbol{y}$절편은 9**이다.



1-1 **2, 2**

1-2 (1) 이차방정식 $x^2-6x+8=0$에서
$(x-2)(x-4)=0 \qquad \therefore x=2$ 또는 $x=4$
따라서 교점의 x좌표는 **2, 4**이다.
(2) 이차방정식 $2x^2+5x-3=0$에서
$(x+3)(2x-1)=0 \qquad \therefore x=-3$ 또는 $x=\frac{1}{2}$
따라서 교점의 x좌표는 $\mathbf{-3, \frac{1}{2}}$이다.

2-1 **2, −12**

2-2 이차방정식 $-x^2+ax+b=0$의 두 근이 -1, 2이므로
이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여
$-1+2=-\frac{a}{-1}$, $-1\times2=\frac{b}{-1}$
$\therefore \mathbf{a=1, b=2}$

3-1 (1) >, **2** (2) <, **0**

3-2 (1) 이차방정식 $2x^2-x-2=0$의 판별식을 D라 하면
$D=(-1)^2-4\times2\times(-2)=17>0$이므로 교점의 개수는 **2**이다.
(2) 이차방정식 $4x^2+4x+1=0$의 판별식을 D라 하면
$\frac{D}{4}=2^2-4\times1=0$이므로 교점의 개수는 **1**이다.
(3) 이차방정식 $x^2+2x+9=0$의 판별식을 D라 하면
$\frac{D}{4}=1^2-1\times9=-8<0$이므로 교점의 개수는 **0**이다.

4-1 **>, 1**

4-2 이차방정식 $x^2+2ax+a^2-2a+3=0$의 판별식을 D라 하면
$\frac{D}{4}=a^2-1\times(a^2-2a+3)=2a-3$
(1) $D>0$이어야 하므로 $2a-3>0 \qquad \therefore \mathbf{a>\frac{3}{2}}$
(2) $D=0$이어야 하므로 $2a-3=0 \qquad \therefore \mathbf{a=\frac{3}{2}}$
(3) $D<0$이어야 하므로 $2a-3<0 \qquad \therefore \mathbf{a<\frac{3}{2}}$

5-1 >

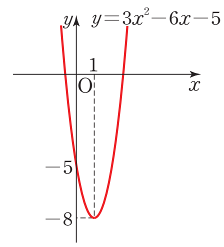
5-2 (1) 이차방정식 $-x^2+x+3=2x+1$, 즉
$x^2+x-2=0$의 판별식을 D라 하면
$D=1^2-4\times1\times(-2)=9>0$이므로
서로 다른 두 점에서 만난다.
(2) 이차방정식 $-x^2+x+3=-x+4$, 즉
$x^2-2x+1=0$의 판별식을 D라 하면
$\frac{D}{4}=(-1)^2-1\times1=0$이므로
한 점에서 만난다.(접한다.)
(3) 이차방정식 $-x^2+x+3=3x+5$, 즉
$x^2+2x+2=0$의 판별식을 D라 하면
$\frac{D}{4}=1^2-1\times2=-1<0$이므로
만나지 않는다.

6-1 **=, 0, 3**

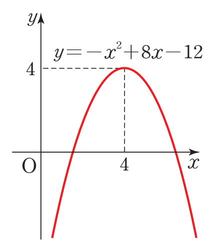
6-2 이차방정식 $x^2+3x-2=x+k$, 즉
$x^2+2x-2-k=0$의 판별식을 D라 하면
$\frac{D}{4}=1^2-1\times(-2-k)=k+3$
(1) $D>0$이어야 하므로 $k+3>0 \qquad \therefore \mathbf{k>-3}$
(2) $D=0$이어야 하므로 $k+3=0 \qquad \therefore \mathbf{k=-3}$
(3) $D<0$이어야 하므로 $k+3<0 \qquad \therefore \mathbf{k<-3}$

7-1 **−1, 3**

7-2 (1) $y=3x^2-6x-5$
$=3(x-1)^2-8$
따라서 **최솟값은** $x=1$일 때
−8이고, 최댓값은 없다.

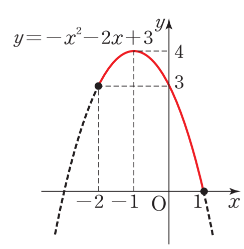


(2) $y=-x^2+8x-12$
$=-(x-4)^2+4$
따라서 **최댓값은** $x=4$일 때
4이고, 최솟값은 없다.

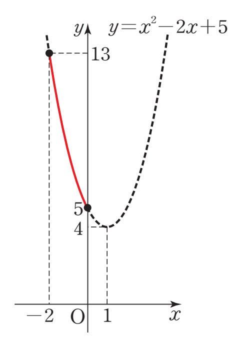


8-1 **0, −2**

8-2 (1) $y=-x^2-2x+3$
$=-(x+1)^2+4$
이때 꼭짓점의 좌표는
$(-1,\ 4)$이고, 꼭짓점의 x좌표는 주어진 x의 값의 범위에 포함된다. 따라서
최댓값은 $x=-1$일 때 **4**이고,
최솟값은 $x=1$일 때 **0**이다.



(2) $y=x^2-2x+5=(x-1)^2+4$
이때 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ 4)$이고, 꼭짓점의 x좌표는 주어진 x의 값의 범위에 포함되지 않는다. 따라서
최댓값은 $x=-2$일 때 **13**이고,
최솟값은 $x=0$일 때 **5**이다.



집중 연습

본문 | 076, 077쪽

1 이차방정식 $x^2+4x+k-1=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=2^2-1\times(k-1)=-k+5$

(1) $D>0$이어야 하므로 $-k+5>0$ $\quad\therefore$ $\boldsymbol{k<5}$

(2) $D=0$이어야 하므로 $-k+5=0$ $\quad\therefore$ $\boldsymbol{k=5}$

(3) $D<0$이어야 하므로 $-k+5<0$ $\quad\therefore$ $\boldsymbol{k>5}$

2 이차방정식 $x^2+2(k-1)x+k^2=0$의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(k-1)^2-1\times k^2=-2k+1$

(1) $D>0$이어야 하므로 $-2k+1>0$ $\quad\therefore$ $\boldsymbol{k<\frac{1}{2}}$

(2) $D=0$이어야 하므로 $-2k+1=0$ $\quad\therefore$ $\boldsymbol{k=\frac{1}{2}}$

(3) $D<0$이어야 하므로 $-2k+1<0$ $\quad\therefore$ $\boldsymbol{k>\frac{1}{2}}$

3 이차방정식 $x^2+k=x+1$, 즉 $x^2-x+k-1=0$의 판별식을 D라 하면 $D=(-1)^2-4\times1\times(k-1)=-4k+5$

(1) $D>0$이어야 하므로 $-4k+5>0$ $\quad\therefore$ $\boldsymbol{k<\frac{5}{4}}$

(2) $D=0$이어야 하므로 $-4k+5=0$ $\quad\therefore$ $\boldsymbol{k=\frac{5}{4}}$

(3) $D<0$이어야 하므로 $-4k+5<0$ $\quad\therefore$ $\boldsymbol{k>\frac{5}{4}}$

4 이차방정식 $x^2+x+k=2x$, 즉 $x^2-x+k=0$의 판별식을 D라 하면 $D=(-1)^2-4\times1\times k=-4k+1$

(1) $D>0$이어야 하므로 $-4k+1>0$ $\quad\therefore$ $\boldsymbol{k<\frac{1}{4}}$

(2) $D=0$이어야 하므로 $-4k+1=0$ $\quad\therefore$ $\boldsymbol{k=\frac{1}{4}}$

(3) $D<0$이어야 하므로 $-4k+1<0$ $\quad\therefore$ $\boldsymbol{k>\frac{1}{4}}$

5 (1) $y=x^2+6x+6=(x+3)^2-3$

최솟값 : $\boldsymbol{x=-3}$일 때 $\boldsymbol{-3}$, 최댓값 : 없다.

(2) $y=x^2-2x-2=(x-1)^2-3$

최솟값 : $\boldsymbol{x=1}$일 때 $\boldsymbol{-3}$, 최댓값 : 없다.

(3) $y=2x^2+8x+3=2(x+2)^2-5$

최솟값 : $\boldsymbol{x=-2}$일 때 $\boldsymbol{-5}$, 최댓값 : 없다.

(4) $y=-x^2-6x+1=-(x+3)^2+10$

최댓값 : $\boldsymbol{x=-3}$일 때 $\boldsymbol{10}$, 최솟값 : 없다.

(5) $y=-\frac{1}{2}x^2+x+1=-\frac{1}{2}(x-1)^2+\frac{3}{2}$

최댓값 : $\boldsymbol{x=1}$일 때 $\boldsymbol{\frac{3}{2}}$, 최솟값 : 없다.

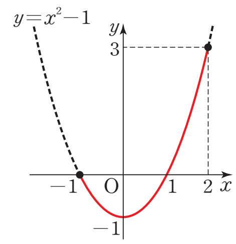
(6) $y=-\frac{1}{3}x^2-2x+1=-\frac{1}{3}(x+3)^2+4$

최댓값 : $\boldsymbol{x=-3}$일 때 $\boldsymbol{4}$, 최솟값 : 없다.

6 (1) $y=x^2-1$의 꼭짓점의 좌표는 $(0, -1)$이고, 꼭짓점의 x좌표는 주어진 x의 값의 범위에 포함된다.

최댓값 : $x=2$일 때 $\boldsymbol{3}$,

최솟값 : $x=0$일 때 $\boldsymbol{-1}$

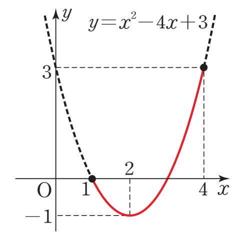


(2) $y=x^2-4x+3=(x-2)^2-1$

이때 꼭짓점의 좌표는 $(2, -1)$이고, 꼭짓점의 x좌표는 주어진 x의 값의 범위에 포함된다.

최댓값 : $x=4$일 때 $\boldsymbol{3}$,

최솟값 : $x=2$일 때 $\boldsymbol{-1}$

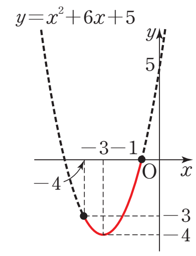


(3) $y=x^2+6x+5=(x+3)^2-4$

이때 꼭짓점의 좌표는 $(-3, -4)$이고, 꼭짓점의 x좌표는 주어진 x의 값의 범위에 포함된다.

최댓값 : $x=-1$일 때 $\boldsymbol{0}$,

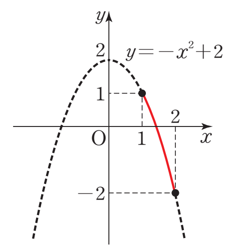
최솟값 : $x=-3$일 때 $\boldsymbol{-4}$



(4) $y=-x^2+2$의 꼭짓점의 좌표는 $(0, 2)$이고, 꼭짓점의 x좌표는 주어진 x의 값의 범위에 포함되지 않는다.

최댓값 : $x=1$일 때 $\boldsymbol{1}$,

최솟값 : $x=2$일 때 $\boldsymbol{-2}$

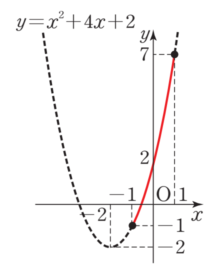


(5) $y=x^2+4x+2=(x+2)^2-2$

이때 꼭짓점의 좌표는 $(-2, -2)$이고, 꼭짓점의 x좌표는 주어진 x의 값의 범위에 포함되지 않는다.

최댓값 : $x=1$일 때 $\boldsymbol{7}$,

최솟값 : $x=-1$일 때 $\boldsymbol{-1}$

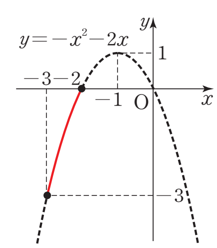


(6) $y=-x^2-2x=-(x+1)^2+1$

이때 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 1)$이고, 꼭짓점의 x좌표는 주어진 x의 값의 범위에 포함되지 않는다.

최댓값 : $x=-2$일 때 $\boldsymbol{0}$,

최솟값 : $x=-3$일 때 $\boldsymbol{-3}$



기초 개념 평가

본문 | 078, 079쪽

01 **x축, x좌표**	02 **$y=0$, 0**
03 **실근**	04 **부호**
05 **$D>0$**	06 **$D=0$**
07 **$D<0$**	08 **x, 실근**

09 $D>0$ 10 $D=0$
11 $D<0$ 12 $f(p)$
13 $f(\beta)$

기초 문제 평가

본문 | 080, 081쪽

1 이차함수 $y=x^2-2x-8$의 그래프와 x축이 만나는 점의 x좌표는 이차방정식 $x^2-2x-8=0$의 실근과 같다.
이때 교점의 x좌표가 α, β이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여
$\alpha+\beta=-\frac{-2}{1}=\mathbf{2}$

2 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 두 근은 -2, 1이므로
이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여
$-2+1=-\frac{a}{1}$, $-2\times1=\frac{b}{1}$
$\therefore$ $\boldsymbol{a=1}$, $\boldsymbol{b=-2}$

3 이차방정식 $x^2-2x+a=0$의 두 근은 -1, b이므로
이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여
$-1+b=-\frac{-2}{1}$, $-1\times b=\frac{a}{1}$
$\therefore$ $\boldsymbol{a=-3}$, $\boldsymbol{b=3}$

4 이차방정식 $kx^2+12x+9=0\,(k\neq0)$의 판별식을 D라 할 때, x축과 적어도 한 점에서 만나려면 $D\geq0$이어야 하므로
$\frac{D}{4}=6^2-k\times9=-9k+36\geq0$ $\therefore$ $k\leq4$
$k\neq0$이므로 $\boldsymbol{k<0}$ **또는** $\boldsymbol{0<k\leq4}$

5 이차방정식 $x^2+4x+a-1=0$의 판별식을 D라 할 때, x축과 한 점에서 만나려면 $D=0$이어야 하므로
$\frac{D}{4}=2^2-1\times(a-1)=-a+5=0$
$\therefore$ $\boldsymbol{a=5}$

6 이차함수 $y=x^2+ax+b$의 그래프와 직선 $y=x+2$의 교점의 x좌표는 이차방정식 $x^2+ax+b=x+2$, 즉 $x^2+(a-1)x+b-2=0$의 실근과 같다.
이때 교점의 x좌표가 -1, 3이므로
이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여
$-1+3=-\frac{a-1}{1}$, $-1\times3=\frac{b-2}{1}$
$\therefore$ $\boldsymbol{a=-1}$, $\boldsymbol{b=-1}$

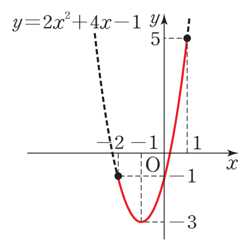
7 이차방정식 $x^2+3x+k=x+5$, 즉 $x^2+2x+k-5=0$의 판별식을 D라 할 때, 이차함수 $y=x^2+3x+k$의 그래프가 직선 $y=x+5$에 접하면
$\frac{D}{4}=1^2-1\times(k-5)=-k+6=0$
$\therefore$ $\boldsymbol{k=6}$

8 이차방정식 $x^2+5x+k=2x$, 즉 $x^2+3x+k=0$의 판별식을 D라 할 때, 이차함수 $y=x^2+5x+k$의 그래프와 직선 $y=2x$가 만나면
$D=3^2-4\times1\times k=-4k+9\geq0$
$\therefore$ $\boldsymbol{k\leq\frac{9}{4}}$

9 이차함수 $y=x^2-4x+m=(x-2)^2+m-4$는 $x=2$일 때 최솟값은 $m-4$이다.
이때 최솟값이 1이므로
$m-4=1$ $\therefore$ $\boldsymbol{m=5}$

10 이차함수 $y=-2x^2+4x+k=-2(x-1)^2+k+2$는 $x=1$일 때 최댓값은 $k+2$이다.
이때 최댓값이 8이므로
$k+2=8$ $\therefore$ $\boldsymbol{k=6}$

11 $y=2x^2+4x-1=2(x+1)^2-3$
이때 꼭짓점의 좌표는 $(-1, -3)$이고, 꼭짓점의 x좌표는 주어진 x의 값의 범위에 포함된다.



따라서 최댓값은 $x=1$일 때 $M=5$이고, 최솟값은 $x=-1$일 때 $m=-3$이다.
$\therefore$ $\boldsymbol{M-m=5-(-3)=8}$

12 $y=2x^2-x+k=2\left(x-\frac{1}{4}\right)^2+k-\frac{1}{8}$
이때 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{1}{4}, k-\frac{1}{8}\right)$이고, 꼭짓점의 x좌표는 주어진 x의 값의 범위에 포함되므로
최솟값은 $x=\frac{1}{4}$일 때 $k-\frac{1}{8}$이다.
최솟값이 0이므로 $k-\frac{1}{8}=0$ $\therefore$ $\boldsymbol{k=\frac{1}{8}}$

13 $y=-x^2+4x+a=-(x-2)^2+a+4$
이때 꼭짓점의 좌표는 $(2, a+4)$이고 꼭짓점의 x좌표가 주어진 x의 값의 범위에 포함되므로 최댓값은 $x=2$일 때, $a+4$이다.
최댓값이 -1이므로 $a+4=-1$ $\therefore$ $\boldsymbol{a=-5}$

07 여러 가지 방정식

기초 개념 피드백 & TEST

본문 | 083쪽

1-1 $\mathbf{1, 2}$

1-2 (1) ㉠+㉡에서 $3x=9$ $\quad\therefore \boldsymbol{x=3}$

$x=3$을 ㉡에 대입하면 $6+y=8$ $\quad\therefore \boldsymbol{y=2}$

(2) ㉠+㉡×3에서 $7x=7$ $\quad\therefore \boldsymbol{x=1}$

$x=1$을 ㉡에 대입하면 $2-y=1$ $\quad\therefore \boldsymbol{y=1}$

2-1 $\mathbf{1, 2}$

2-2 (1) ㉠을 ㉡에 대입하면 $x+2(3x-3)=1$

$7x-6=1,\ 7x=7$ $\quad\therefore \boldsymbol{x=1}$

$x=1$을 ㉠에 대입하면 $\boldsymbol{y=0}$

(2) ㉡을 ㉠에 대입하면 $2x-3(3-x)=-4$

$5x-9=-4,\ 5x=5$ $\quad\therefore \boldsymbol{x=1}$

$x=1$을 ㉡에 대입하면 $\boldsymbol{y=2}$

3-1 $\mathbf{4, 5}$

3-2 (1) ㉠의 양변에 분모의 최소공배수 6을 곱하고, ㉡의 양변에 10을 곱하여 정리하면

$$\begin{cases} 2x+3y=7 & \cdots\cdots㉢ \\ 2x-3y=13 & \cdots\cdots㉣ \end{cases}$$

㉢+㉣에서 $4x=20$ $\quad\therefore \boldsymbol{x=5}$

$x=5$를 ㉢에 대입하면 $10+3y=7$

$3y=-3$ $\quad\therefore \boldsymbol{y=-1}$

(2) ㉠의 양변에 분모의 최소공배수 6을 곱하고, ㉡의 양변에 10을 곱하여 정리하면

$$\begin{cases} 3x+2y=12 & \cdots\cdots㉢ \\ 3x-2y=12 & \cdots\cdots㉣ \end{cases}$$

㉢+㉣에서 $6x=24$ $\quad\therefore \boldsymbol{x=4}$

$x=4$를 ㉢에 대입하면 $12+2y=12$ $\quad\therefore \boldsymbol{y=0}$

본문 | 084~087쪽

1-1 $\mathbf{2,\ \sqrt{3}i}$

1-2 (1) $x^3+1=0$의 좌변을 인수분해하면

$x^3+1^3=0$에서 $(x+1)(x^2-x+1)=0$이므로

$x+1=0$ 또는 $x^2-x+1=0$

따라서 주어진 방정식의 근은

$\boldsymbol{x=-1}$ **또는** $\boldsymbol{x=\dfrac{1\pm\sqrt{3}i}{2}}$

(2) $x^3-x^2-2x=0$의 좌변을 인수분해하면

$x(x^2-x-2)=0,\ x(x+1)(x-2)=0$

$x=0$ 또는 $x+1=0$ 또는 $x-2=0$

따라서 주어진 방정식의 근은

$\boldsymbol{x=0}$ **또는** $\boldsymbol{x=-1}$ **또는** $\boldsymbol{x=2}$

2-1 $\boldsymbol{\pm 2i}$

2-2 (1) $x^4-81=0$의 좌변을 인수분해하면

$(x^2+9)(x^2-9)=0,\ (x^2+9)(x+3)(x-3)=0$이므로

$x^2+9=0$ 또는 $x+3=0$ 또는 $x-3=0$

따라서 주어진 방정식의 근은

$\boldsymbol{x=\pm 3i}$ **또는** $\boldsymbol{x=-3}$ **또는** $\boldsymbol{x=3}$

(2) $x^4+x^3-2x^2=0$의 좌변을 인수분해하면

$x^2(x^2+x-2)=0,\ x^2(x+2)(x-1)=0$

따라서 주어진 방정식의 근은

$\boldsymbol{x=0}$**(중근) 또는** $\boldsymbol{x=-2}$ **또는** $\boldsymbol{x=1}$

3-1 $\boldsymbol{\pm 1,\ \pm\sqrt{2}i}$

3-2 (1) $(x^2-x)^2-8(x^2-x)+12=0$에서

$x^2-x=X$로 놓으면

$X^2-8X+12=0,\ (X-2)(X-6)=0$

$\therefore X=2$ 또는 $X=6$

(i) $X=2$일 때, $x^2-x=2$

$x^2-x-2=0,\ (x+1)(x-2)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=2$

(ii) $X=6$일 때, $x^2-x=6$

$x^2-x-6=0,\ (x+2)(x-3)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=3$

(i), (ii)에서

$\boldsymbol{x=-2}$ **또는** $\boldsymbol{x=-1}$ **또는** $\boldsymbol{x=2}$ **또는** $\boldsymbol{x=3}$

(2) 공통부분이 생기도록 좌변을 전개하면

$\{(x+1)(x-3)\}\{(x+2)(x-4)\}-36=0$에서

$(x^2-2x-3)(x^2-2x-8)-36=0$

$x^2-2x=X$로 놓으면

$(X-3)(X-8)-36=0,\ X^2-11X-12=0$

$(X+1)(X-12)=0$

$\therefore X=-1$ 또는 $X=12$

(i) $X=-1$일 때, $x^2-2x=-1$

$x^2-2x+1=0,\ (x-1)^2=0$

$\therefore x=1$(중근)

(ii) $X=12$일 때, $x^2-2x=12$

$x^2-2x-12=0$

$\therefore x=1\pm\sqrt{13}$

(i), (ii)에서

$\boldsymbol{x=1}$**(중근) 또는** $\boldsymbol{x=1\pm\sqrt{13}}$

4-1 $\boldsymbol{3,\ \pm\sqrt{3}}$

4-2 (1) $x^4-4x^2-12=0$에서 $x^2=X$로 놓으면

$X^2-4X-12=0,\ (X+2)(X-6)=0$

$\therefore X=-2$ 또는 $X=6$

(i) $X=-2$일 때 $x^2=-2$ $\quad\therefore x=\pm\sqrt{2}i$

(ii) $X=6$일 때 $x^2=6$ $\quad\therefore x=\pm\sqrt{6}$

(i), (ii)에서

$\boldsymbol{x=\pm\sqrt{2}i}$ **또는** $\boldsymbol{x=\pm\sqrt{6}}$

(2) $x^4-8x^2+4=0$을 $A^2-B^2=0$ 꼴로 변형하면

$(x^4-4x^2+4)-4x^2=0$, $(x^2-2)^2-(2x)^2=0$

$(x^2-2+2x)(x^2-2-2x)=0$

$x^2+2x-2=0$ 또는 $x^2-2x-2=0$

$\therefore$ $\boldsymbol{x=-1\pm\sqrt{3}}$ **또는** $\boldsymbol{x=1\pm\sqrt{3}}$

5-1 **2, 2**

5-2 (1) $P(x)=x^3-4x^2+2x+1$로 놓으면 $P(1)=0$

$P(x)$는 $x-1$을 인수로 가지므로 조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -4 & 2 & 1 \\ & & 1 & -3 & -1 \\ \hline & 1 & -3 & -1 & \boxed{0} \end{array}$$

$P(x)=(x-1)(x^2-3x-1)$

따라서 방정식 $(x-1)(x^2-3x-1)=0$의 근은

$\boldsymbol{x=1}$ **또는** $\boldsymbol{x=\dfrac{3\pm\sqrt{13}}{2}}$

(2) $P(x)=x^4-4x+3$으로 놓으면 $P(1)=0$

$P(x)$는 $x-1$을 인수로 가지므로 조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & 0 & 0 & -4 & 3 \\ & & 1 & 1 & 1 & -3 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & -3 & \boxed{0} \\ & & 1 & 2 & 3 & \\ \hline & 1 & 2 & 3 & \boxed{0} & \end{array}$$

$P(x)$

$=(x-1)^2(x^2+2x+3)$

따라서 방정식 $(x-1)^2(x^2+2x+3)=0$의 근은

$\boldsymbol{x=1}$**(중근) 또는** $\boldsymbol{x=-1\pm\sqrt{2}i}$

6-1 $\boldsymbol{-1,\ x-1,\ -2}$

6-2 주어진 방정식에 $x=-1$을 대입하면

$-2-3-a-3=0$ $\quad\therefore a=-8$

$P(x)=2x^3-3x^2-8x-3$으로 놓으면 $P(x)$는 $x+1$을 인수로 가지므로 조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 2 & -3 & -8 & -3 \\ & & -2 & 5 & 3 \\ \hline & 2 & -5 & -3 & \boxed{0} \end{array}$$

$P(x)=(x+1)(2x^2-5x-3)$

$\quad\;\;=(x+1)(2x+1)(x-3)$

따라서 방정식 $(x+1)(2x+1)(x-3)=0$의 근은

$x=-1$ 또는 $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=3$이므로 나머지 두 근은

$\boldsymbol{x=-\frac{1}{2}}$ **또는** $\boldsymbol{x=3}$

7-1 **3, −1**

7-2 (1) $\begin{cases} x+y=-1 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2-y^2=3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ 에서

㉠을 y에 대하여 정리하면 $y=-x-1$ $\cdots\cdots$㉢

㉢을 ㉡에 대입하면 $x^2-(-x-1)^2=3$

$-2x-1=3$ $\quad\therefore x=-2$ $\cdots\cdots$㉣

㉣을 ㉢에 대입하여 해를 구하면

$\boldsymbol{x=-2,\ y=1}$

(2) $\begin{cases} x-2y=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2+2xy-3y^2=20 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ 에서

㉠을 x에 대하여 정리하면 $x=2y$ $\cdots\cdots$㉢

㉢을 ㉡에 대입하면 $4y^2+4y^2-3y^2=20$

$5y^2=20$, $y^2=4$ $\quad\therefore y=\pm2$ $\cdots\cdots$㉣

㉣을 ㉢에 대입하여 해를 구하면

$y=2$일 때 $x=4$, $y=-2$일 때 $x=-4$

$\therefore$ $\boldsymbol{\begin{cases} x=4 \\ y=2 \end{cases}}$ **또는** $\boldsymbol{\begin{cases} x=-4 \\ y=-2 \end{cases}}$

8-1 $\boldsymbol{3y,\ -3,\ \sqrt{3}}$

8-2 (1) $\begin{cases} x^2-xy-2y^2=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2+y^2=5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ 에서

㉠의 좌변을 인수분해하면 $(x+y)(x-2y)=0$

$\therefore$ $x=-y$ 또는 $x=2y$

(i) $x=-y$를 ㉡에 대입하면

$y^2+y^2=5$, $2y^2=5$, $y^2=\frac{5}{2}$ $\qquad\therefore y=\pm\frac{\sqrt{10}}{2}$

$y=\frac{\sqrt{10}}{2}$일 때 $x=-\frac{\sqrt{10}}{2}$,

$y=-\frac{\sqrt{10}}{2}$일 때 $x=\frac{\sqrt{10}}{2}$

(ii) $x=2y$를 ㉡에 대입하면

$4y^2+y^2=5$, $5y^2=5$, $y^2=1$ $\qquad\therefore y=\pm1$

$y=1$일 때 $x=2$, $y=-1$일 때 $x=-2$

(i), (ii)에서 구하는 연립방정식의 해는

$\boldsymbol{\begin{cases} x=\frac{\sqrt{10}}{2} \\ y=-\frac{\sqrt{10}}{2} \end{cases}}$ **또는** $\boldsymbol{\begin{cases} x=-\frac{\sqrt{10}}{2} \\ y=\frac{\sqrt{10}}{2} \end{cases}}$

또는 $\boldsymbol{\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}}$ **또는** $\boldsymbol{\begin{cases} x=-2 \\ y=-1 \end{cases}}$

(2) $\begin{cases} 4x^2+4xy-3y^2=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2+xy+y^2=7 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ 에서

㉠의 좌변을 인수분해하면 $(2x+3y)(2x-y)=0$

$\therefore$ $y=-\frac{2}{3}x$ 또는 $y=2x$

(i) $y=-\frac{2}{3}x$를 ㉡에 대입하면

$x^2-\frac{2}{3}x^2+\frac{4}{9}x^2=7$, $\frac{7}{9}x^2=7$, $x^2=9$

$\therefore$ $x=\pm3$

$x=3$일 때 $y=-2$, $x=-3$일 때 $y=2$

(ii) $y=2x$를 ㉡에 대입하면

$x^2+2x^2+4x^2=7$, $7x^2=7$, $x^2=1$

$\therefore$ $x=\pm1$

$x=1$일 때 $y=2$, $x=-1$일 때 $y=-2$

(i), (ii)에서 구하는 연립방정식의 해는

$\boldsymbol{\begin{cases} x=3 \\ y=-2 \end{cases}}$ **또는** $\boldsymbol{\begin{cases} x=-3 \\ y=2 \end{cases}}$ **또는** $\boldsymbol{\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}}$ **또는** $\boldsymbol{\begin{cases} x=-1 \\ y=-2 \end{cases}}$

집중 연습

본문 | 088, 089쪽

1 (1) $x^3-1=0$의 좌변을 인수분해하면

$(x-1)(x^2+x+1)=0$

$\therefore$ $\boldsymbol{x=1}$ **또는** $\boldsymbol{x=\dfrac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}}$

(2) $x^3+27=0$의 좌변을 인수분해하면

$(x+3)(x^2-3x+9)=0$

$\therefore$ $\boldsymbol{x=-3}$ **또는** $\boldsymbol{x=\dfrac{3\pm3\sqrt{3}i}{2}}$

(3) $x^3-4x=0$의 좌변을 인수분해하면

$x(x^2-4)=0$, $x(x+2)(x-2)=0$

$\therefore$ $\boldsymbol{x=0}$ **또는** $\boldsymbol{x=-2}$ **또는** $\boldsymbol{x=2}$

(4) $x^3+x^2-2x=0$의 좌변을 인수분해하면

$x(x^2+x-2)=0$, $x(x+2)(x-1)=0$

$\therefore$ $\boldsymbol{x=0}$ **또는** $\boldsymbol{x=-2}$ **또는** $\boldsymbol{x=1}$

(5) $x^4-64=0$의 좌변을 인수분해하면

$(x^2+8)(x^2-8)=0$이므로 $x^2+8=0$ 또는 $x^2-8=0$

$\therefore$ $\boldsymbol{x=\pm2\sqrt{2}i}$ **또는** $\boldsymbol{x=\pm2\sqrt{2}}$

(6) $x^4+x^3-6x^2=0$의 좌변을 인수분해하면

$x^2(x^2+x-6)=0$, $x^2(x+3)(x-2)=0$

$\therefore$ $\boldsymbol{x=0}$**(중근) 또는** $\boldsymbol{x=-3}$ **또는** $\boldsymbol{x=2}$

2 (1) $P(x)=x^3-2x^2-5x+6$으로 놓으면 $P(1)=0$

$P(x)$는 $x-1$을 인수로 가지므로 조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -2 & -5 & 6 \\ & & 1 & -1 & -6 \\ \hline & 1 & -1 & -6 & \boxed{0} \end{array}$$

$P(x)=(x-1)(x^2-x-6)$

$\quad=(x-1)(x+2)(x-3)$

따라서 주어진 방정식 $(x-1)(x+2)(x-3)=0$의 근은

$\boldsymbol{x=1}$ **또는** $\boldsymbol{x=-2}$ **또는** $\boldsymbol{x=3}$

(2) $P(x)=x^3-4x+3$으로 놓으면 $P(1)=0$

$P(x)$는 $x-1$을 인수로 가지므로 조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 0 & -4 & 3 \\ & & 1 & 1 & -3 \\ \hline & 1 & 1 & -3 & \boxed{0} \end{array}$$

$P(x)=(x-1)(x^2+x-3)$

따라서 주어진 방정식 $(x-1)(x^2+x-3)=0$의 근은

$\boldsymbol{x=1}$ **또는** $\boldsymbol{x=\dfrac{-1\pm\sqrt{13}}{2}}$

(3) $P(x)=2x^3+5x^2-4$로 놓으면 $P(-2)=0$

$P(x)$는 $x+2$를 인수로 가지므로 조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -2 & 2 & 5 & 0 & -4 \\ & & -4 & -2 & 4 \\ \hline & 2 & 1 & -2 & \boxed{0} \end{array}$$

$P(x)=(x+2)(2x^2+x-2)$

따라서 주어진 방정식 $(x+2)(2x^2+x-2)=0$의 근은

$\boldsymbol{x=-2}$ **또는** $\boldsymbol{x=\dfrac{-1\pm\sqrt{17}}{4}}$

(4) $P(x)=x^4+x^3-3x^2-x+2$로 놓으면

$P(1)=0$, $P(-2)=0$

$P(x)$는 $x-1$, $x+2$를 인수로 가지므로 조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & 1 & -3 & -1 & 2 \\ & & 1 & 2 & -1 & -2 \\ \hline -2 & 1 & 2 & -1 & -2 & \boxed{0} \\ & & -2 & 0 & 2 & \\ \hline & 1 & 0 & -1 & \boxed{0} & \end{array}$$

$P(x)=(x-1)(x+2)(x^2-1)$

$\quad=(x-1)(x+2)(x+1)(x-1)$

$\quad=(x-1)^2(x+2)(x+1)$

따라서 주어진 방정식 $(x-1)^2(x+2)(x+1)=0$의 근은

$\boldsymbol{x=1}$**(중근) 또는** $\boldsymbol{x=-2}$ **또는** $\boldsymbol{x=-1}$

(5) $P(x)=x^4-15x^2-10x+24$로 놓으면

$P(1)=0$, $P(-2)=0$

$P(x)$는 $x-1$, $x+2$를 인수로 가지므로 조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 1 & 0 & -15 & -10 & 24 \\ & & 1 & 1 & -14 & -24 \\ \hline -2 & 1 & 1 & -14 & -24 & \boxed{0} \\ & & -2 & 2 & 24 & \\ \hline & 1 & -1 & -12 & \boxed{0} & \end{array}$$

$P(x)=(x-1)(x+2)(x^2-x-12)$

$\quad=(x-1)(x+2)(x+3)(x-4)$

따라서 주어진 방정식 $(x-1)(x+2)(x+3)(x-4)=0$의 근은

$\boldsymbol{x=1}$ **또는** $\boldsymbol{x=-2}$ **또는** $\boldsymbol{x=-3}$ **또는** $\boldsymbol{x=4}$

(6) $P(x)=2x^4-3x^3-12x^2+7x+6$으로 놓으면

$P(1)=0$, $P(-2)=0$

$P(x)$는 $x-1$, $x+2$를 인수로 가지므로 조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrrr} 1 & 2 & -3 & -12 & 7 & 6 \\ & & 2 & -1 & -13 & -6 \\ \hline -2 & 2 & -1 & -13 & -6 & \boxed{0} \\ & & -4 & 10 & 6 & \\ \hline & 2 & -5 & -3 & \boxed{0} & \end{array}$$

$P(x)=(x-1)(x+2)(2x^2-5x-3)$

$\quad=(x-1)(x+2)(2x+1)(x-3)$

따라서 주어진 방정식

$(x-1)(x+2)(2x+1)(x-3)=0$의 근은

$\boldsymbol{x=1}$ **또는** $\boldsymbol{x=-2}$ **또는** $\boldsymbol{x=-\dfrac{1}{2}}$ **또는** $\boldsymbol{x=3}$

3 (1) $\begin{cases} 2x+y=4 & \cdots\cdots ㉠ \\ (x-2)^2+y^2=20 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 y에 대하여 정리하면 $y=-2x+4$ $\quad\cdots\cdots ㉢$

㉢을 ㉡에 대입하면 $(x-2)^2+(-2x+4)^2=20$

$5x^2-20x=0$, $5x(x-4)=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=4$ ······㉣

㉣을 ㉢에 대입하여 해를 구하면

$\begin{cases} \boldsymbol{x=0} \\ \boldsymbol{y=4} \end{cases}$ **또는** $\begin{cases} \boldsymbol{x=4} \\ \boldsymbol{y=-4} \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x+y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2+xy-3y^2=-1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 y에 대하여 정리하면 $y=-x+1$ ······㉢

㉢을 ㉡에 대입하면 $x^2+x(-x+1)-3(-x+1)^2=-1$

$3x^2-7x+2=0$, $(3x-1)(x-2)=0$

$\therefore x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=2$ ······㉣

㉣을 ㉢에 대입하여 해를 구하면

$\begin{cases} \boldsymbol{x=\frac{1}{3}} \\ \boldsymbol{y=\frac{2}{3}} \end{cases}$ **또는** $\begin{cases} \boldsymbol{x=2} \\ \boldsymbol{y=-1} \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x+y=2 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2-xy-y^2=-1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 y에 대하여 정리하면 $y=-x+2$ ······㉢

㉢을 ㉡에 대입하면 $x^2-x(-x+2)-(-x+2)^2=-1$

$x^2+2x-3=0$, $(x+3)(x-1)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=1$ ······㉣

㉣을 ㉢에 대입하여 해를 구하면

$\begin{cases} \boldsymbol{x=-3} \\ \boldsymbol{y=5} \end{cases}$ **또는** $\begin{cases} \boldsymbol{x=1} \\ \boldsymbol{y=1} \end{cases}$

(4) $\begin{cases} 2x+y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x^2+xy+y^2=2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 y에 대하여 정리하면 $y=-2x+1$ ······㉢

㉢을 ㉡에 대입하면

$2x^2+x(-2x+1)+(-2x+1)^2=2$

$4x^2-3x-1=0$, $(4x+1)(x-1)=0$

$\therefore x=-\frac{1}{4}$ 또는 $x=1$ ······㉣

㉣을 ㉢에 대입하여 해를 구하면

$\begin{cases} \boldsymbol{x=-\frac{1}{4}} \\ \boldsymbol{y=\frac{3}{2}} \end{cases}$ **또는** $\begin{cases} \boldsymbol{x=1} \\ \boldsymbol{y=-1} \end{cases}$

(5) $\begin{cases} x+y=3 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x^2+3xy-y^2=4 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 y에 대하여 정리하면 $y=-x+3$ ······㉢

㉢을 ㉡에 대입하면

$2x^2+3x(-x+3)-(-x+3)^2=4$

$2x^2-15x+13=0$, $(2x-13)(x-1)=0$

$\therefore x=\frac{13}{2}$ 또는 $x=1$ ······㉣

㉣을 ㉢에 대입하여 해를 구하면

$\begin{cases} \boldsymbol{x=\frac{13}{2}} \\ \boldsymbol{y=-\frac{7}{2}} \end{cases}$ **또는** $\begin{cases} \boldsymbol{x=1} \\ \boldsymbol{y=2} \end{cases}$

4 (1) $\begin{cases} (x+2y)(x-y)=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2+xy+y^2=3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $x=-2y$ 또는 $x=y$

(i) $x=-2y$를 ㉡에 대입하면

$4y^2-2y^2+y^2=3$, $3y^2=3$, $y^2=1$

$\therefore y=\pm1$

$y=1$일 때 $x=-2$, $y=-1$일 때 $x=2$

(ii) $x=y$를 ㉡에 대입하면

$y^2+y^2+y^2=3$, $3y^2=3$, $y^2=1$

$\therefore y=\pm1$

$y=1$일 때 $x=1$, $y=-1$일 때 $x=-1$

(i), (ii)에서 구하는 연립방정식의 해는

$\begin{cases} \boldsymbol{x=-2} \\ \boldsymbol{y=1} \end{cases}$ **또는** $\begin{cases} \boldsymbol{x=2} \\ \boldsymbol{y=-1} \end{cases}$

또는 $\begin{cases} \boldsymbol{x=1} \\ \boldsymbol{y=1} \end{cases}$ **또는** $\begin{cases} \boldsymbol{x=-1} \\ \boldsymbol{y=-1} \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x^2-xy=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2+y^2=2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠의 좌변을 인수분해하면 $x(x-y)=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=y$

(i) $x=0$을 ㉡에 대입하면

$y^2=2$ $\quad\therefore y=\pm\sqrt{2}$

$x=0$일 때 $y=\pm\sqrt{2}$

(ii) $x=y$를 ㉡에 대입하면

$y^2+y^2=2$, $2y^2=2$, $y^2=1$

$\therefore y=\pm1$

$y=1$일 때 $x=1$, $y=-1$일 때 $x=-1$

(i), (ii)에서 구하는 연립방정식의 해는

$\begin{cases} \boldsymbol{x=0} \\ \boldsymbol{y=\sqrt{2}} \end{cases}$ **또는** $\begin{cases} \boldsymbol{x=0} \\ \boldsymbol{y=-\sqrt{2}} \end{cases}$ **또는** $\begin{cases} \boldsymbol{x=1} \\ \boldsymbol{y=1} \end{cases}$ **또는** $\begin{cases} \boldsymbol{x=-1} \\ \boldsymbol{y=-1} \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x^2-y^2=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x^2-xy+y^2=4 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠의 좌변을 인수분해하면 $(x+y)(x-y)=0$

$\therefore x=-y$ 또는 $x=y$

(i) $x=-y$를 ㉡에 대입하면

$2y^2+y^2+y^2=4$, $4y^2=4$, $y^2=1$

$\therefore y=\pm1$

$y=1$일 때 $x=-1$, $y=-1$일 때 $x=1$

(ii) $x=y$를 ㉡에 대입하면

$2y^2-y^2+y^2=4$, $2y^2=4$, $y^2=2$

$\therefore y=\pm\sqrt{2}$

$y=\sqrt{2}$일 때 $x=\sqrt{2}$, $y=-\sqrt{2}$일 때 $x=-\sqrt{2}$

(i), (ii)에서 구하는 연립방정식의 해는

$\begin{cases} \boldsymbol{x=-1} \\ \boldsymbol{y=1} \end{cases}$ **또는** $\begin{cases} \boldsymbol{x=1} \\ \boldsymbol{y=-1} \end{cases}$

또는 $\begin{cases} \boldsymbol{x=\sqrt{2}} \\ \boldsymbol{y=\sqrt{2}} \end{cases}$ **또는** $\begin{cases} \boldsymbol{x=-\sqrt{2}} \\ \boldsymbol{y=-\sqrt{2}} \end{cases}$

(4) $\begin{cases} 2x^2+xy-y^2=0 & \cdots\cdots㉠ \\ x^2+y^2=10 & \cdots\cdots㉡ \end{cases}$

㉠의 좌변을 인수분해하면 $(2x-y)(x+y)=0$

$\therefore y=2x$ 또는 $y=-x$

(i) $y=2x$를 ㉡에 대입하면

$x^2+4x^2=10,\ 5x^2=10,\ x^2=2$

$\therefore x=\pm\sqrt{2}$

$x=\sqrt{2}$일 때 $y=2\sqrt{2}$, $x=-\sqrt{2}$일 때 $y=-2\sqrt{2}$

(ii) $y=-x$를 ㉡에 대입하면

$x^2+x^2=10,\ 2x^2=10,\ x^2=5$

$\therefore x=\pm\sqrt{5}$

$x=\sqrt{5}$일 때 $y=-\sqrt{5}$, $x=-\sqrt{5}$일 때 $y=\sqrt{5}$

(i), (ii)에서 구하는 연립방정식의 해는

$\begin{cases} \boldsymbol{x=\sqrt{2}} \\ \boldsymbol{y=2\sqrt{2}} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} \boldsymbol{x=-\sqrt{2}} \\ \boldsymbol{y=-2\sqrt{2}} \end{cases}$

또는 $\begin{cases} \boldsymbol{x=\sqrt{5}} \\ \boldsymbol{y=-\sqrt{5}} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} \boldsymbol{x=-\sqrt{5}} \\ \boldsymbol{y=\sqrt{5}} \end{cases}$

(5) $\begin{cases} 2x^2+xy-y^2=0 & \cdots\cdots㉠ \\ x^2+xy+y^2=7 & \cdots\cdots㉡ \end{cases}$

㉠의 좌변을 인수분해하면 $(2x-y)(x+y)=0$

$\therefore y=2x$ 또는 $y=-x$

(i) $y=2x$를 ㉡에 대입하면

$x^2+2x^2+4x^2=7,\ 7x^2=7,\ x^2=1$

$\therefore x=\pm1$

$x=1$일 때 $y=2$, $x=-1$일 때 $y=-2$

(ii) $y=-x$를 ㉡에 대입하면

$x^2-x^2+x^2=7,\ x^2=7$

$\therefore x=\pm\sqrt{7}$

$x=\sqrt{7}$일 때 $y=-\sqrt{7}$, $x=-\sqrt{7}$일 때 $y=\sqrt{7}$

(i), (ii)에서 구하는 연립방정식의 해는

$\begin{cases} \boldsymbol{x=1} \\ \boldsymbol{y=2} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} \boldsymbol{x=-1} \\ \boldsymbol{y=-2} \end{cases}$

또는 $\begin{cases} \boldsymbol{x=\sqrt{7}} \\ \boldsymbol{y=-\sqrt{7}} \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} \boldsymbol{x=-\sqrt{7}} \\ \boldsymbol{y=\sqrt{7}} \end{cases}$

기초 개념 평가

본문 | 090, 091쪽

01 삼차방정식

02 사차방정식

03 $\boldsymbol{B=0}$

04 $\boldsymbol{D=0}$

05 $\boldsymbol{x^2-1,\ X}$

06 $\boldsymbol{x^2+2x}$

07 $\boldsymbol{x^2=X}$

08 $\boldsymbol{ax^2}$

09 $\boldsymbol{x-\alpha}$

10 상수항

11 $\boldsymbol{x}$

12 $\boldsymbol{x^2-y^2=0,\ x^2+xy+2y^2=12}$

기초 문제 평가

본문 | 092, 093쪽

1 $P(x)=x^3-2x^2-4x-1$로 놓으면 $P(-1)=0$

$P(x)$는 $x+1$을 인수로 가지므로 조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & -2 & -4 & -1 \\ & & -1 & 3 & 1 \\ \hline & 1 & -3 & -1 & \boxed{0} \end{array}$$

$P(x)=(x+1)(x^2-3x-1)$

주어진 방정식은 $(x+1)(x^2-3x-1)=0$이고, 정수가 아닌 두 근은 이차방정식 $x^2-3x-1=0$의 두 근이므로

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

(두 근의 합)$=\boldsymbol{3}$

2 $P(x)=x^3+3x^2+5x+3$으로 놓으면 $P(-1)=0$

$P(x)$는 $x+1$을 인수로 가지므로 조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & 3 & 5 & 3 \\ & & -1 & -2 & -3 \\ \hline & 1 & 2 & 3 & \boxed{0} \end{array}$$

$P(x)=(x+1)(x^2+2x+3)$

주어진 방정식은 $(x+1)(x^2+2x+3)=0$이고, 두 허근은 이차방정식 $x^2+2x+3=0$의 두 근이므로

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

(두 근의 곱)$=\boldsymbol{3}$

3 $P(x)=x^3-6x^2+11x-6$으로 놓으면 $P(1)=0$

$P(x)$는 $x-1$을 인수로 가지므로 조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -6 & 11 & -6 \\ & & 1 & -5 & 6 \\ \hline & 1 & -5 & 6 & \boxed{0} \end{array}$$

$P(x)=(x-1)(x^2-5x+6)$

$\quad=(x-1)(x-2)(x-3)$

주어진 방정식은 $(x-1)(x-2)(x-3)=0$이므로 방정식의 근은

$x=1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=3$

따라서 가장 큰 근과 가장 작은 근의 합은 $3+1=\boldsymbol{4}$

4 $P(x)=x^3-2x-4$로 놓으면 $P(2)=0$

$P(x)$는 $x-2$를 인수로 가지므로 조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & 0 & -2 & -4 \\ & & 2 & 4 & 4 \\ \hline & 1 & 2 & 2 & \boxed{0} \end{array}$$

$P(x)=(x-2)(x^2+2x+2)$

주어진 방정식 $(x-2)(x^2+2x+2)=0$에서 실근은 $\alpha=2$, 두 허근 $\beta,\ \gamma$는 이차방정식 $x^2+2x+2=0$의 두 근이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여 $\beta\gamma=2$

$\therefore \alpha+\beta\gamma=2+2=\boldsymbol{4}$

5 $P(x)=x^4-2x^2-3x-2$로 놓으면

$P(-1)=0,\ P(2)=0$

$P(x)$는 $x+1,\ x-2$를 인수로 가지므로 조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrrr} -1 & 1 & 0 & -2 & -3 & -2 \\ & & -1 & 1 & 1 & 2 \\ \hline 2 & 1 & -1 & -1 & -2 & \boxed{0} \\ & & 2 & 2 & 2 & \\ \hline & 1 & 1 & 1 & \boxed{0} & \end{array}$$

$P(x)=(x+1)(x-2)(x^2+x+1)$

주어진 방정식 $(x+1)(x-2)(x^2+x+1)=0$의 근은

$x=-1$ 또는 $x=2$ 또는 $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}$

따라서 모든 실근의 합은 $-1+2=\mathbf{1}$

6 사차방정식 $x^4+2x^3+ax-16=0$의 한 실근이 2이므로 $x=2$를 대입하면

$16+16+2a-16=0 \qquad \therefore a=-8$

$P(x)=x^4+2x^3-8x-16$으로 놓으면

$P(2)=0$, $P(-2)=0$이므로 조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrrr} 2 & 1 & 2 & 0 & -8 & -16 \\ & & 2 & 8 & 16 & 16 \\ \hline -2 & 1 & 4 & 8 & 8 & \boxed{0} \\ & & -2 & -4 & -8 & \\ \hline & 1 & 2 & 4 & \boxed{0} & \end{array}$$

$P(x)=(x-2)(x+2)(x^2+2x+4)$

주어진 방정식 $(x-2)(x+2)(x^2+2x+4)=0$에서 두 허근 α, β는 이차방정식 $x^2+2x+4=0$의 두 근이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=-2$

$\therefore a+\alpha+\beta=(-8)+(-2)=\mathbf{-10}$

7 $(x^2+x)^2-(x^2+x)-2=0$에서

$x^2+x=X$로 놓으면

$X^2-X-2=0$, $(X+1)(X-2)=0$

$\therefore X=-1$ 또는 $X=2$

(i) $X=-1$일 때, $x^2+x=-1$

$x^2+x+1=0 \qquad \therefore x=\dfrac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}$

(ii) $X=2$일 때, $x^2+x=2$

$x^2+x-2=0$, $(x+2)(x-1)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=1$

(i), (ii)에서 모든 허근의 합은

$\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}+\dfrac{-1-\sqrt{3}i}{2}=\mathbf{-1}$

8 $(x^2+x+2)^2-12(x^2+x)+8=0$에서

$x^2+x=X$로 놓고 인수분해하면

$(X+2)^2-12X+8=0$, $X^2-8X+12=0$

$(X-2)(X-6)=0 \qquad \therefore X=2$ 또는 $X=6$

(i) $X=2$일 때, $x^2+x=2$

$x^2+x-2=0$, $(x+2)(x-1)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=1$

(ii) $X=6$일 때, $x^2+x=6$

$x^2+x-6=0$, $(x+3)(x-2)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=2$

(i), (ii)에서 방정식의 해는

$x=-3$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=1$ 또는 $x=2$

따라서 양수인 두 근의 합은 $1+2=\mathbf{3}$

9 $(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+15=0$에서 공통부분이 생기도록 좌변을 전개하면

$\{(x+1)(x+7)\}\{(x+3)(x+5)\}+15=0$에서

$(x^2+8x+7)(x^2+8x+15)+15=0$

$x^2+8x=X$로 놓으면

$(X+7)(X+15)+15=0$, $X^2+22X+120=0$

$(X+10)(X+12)=0$

$\therefore X=-10$ 또는 $X=-12$

(i) $X=-10$일 때, $x^2+8x=-10$, $x^2+8x+10=0$

$\therefore x=-4\pm\sqrt{6}$

(ii) $X=-12$일 때, $x^2+8x=-12$

$x^2+8x+12=0$, $(x+6)(x+2)=0$

$\therefore x=-6$ 또는 $x=-2$

(i), (ii)에서 방정식의 해는

$x=-6$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=-4\pm\sqrt{6}$

따라서 정수인 두 근 α, β는 -6, -2이므로

$\alpha^2+\beta^2=36+4=\mathbf{40}$

10 $x^4-3x^2-4=0$에서 $x^2=X$로 놓으면

$X^2-3X-4=0$, $(X+1)(X-4)=0$

$\therefore X=-1$ 또는 $X=4$

(i) $X=-1$일 때, $x^2=-1 \qquad \therefore x=\pm i$

(ii) $X=4$일 때, $x^2=4 \qquad \therefore x=\pm 2$

(i), (ii)에서 방정식의 해는

$x=\pm i$ 또는 $x=\pm 2$

따라서 두 실근의 차는 $2-(-2)=\mathbf{4}$

11 $x^4-4x^2-12=0$에서 $x^2=X$로 놓으면

$X^2-4X-12=0$, $(X+2)(X-6)=0$

$\therefore X=-2$ 또는 $X=6$

(i) $X=-2$일 때, $x^2=-2 \qquad \therefore x=\pm\sqrt{2}i$

(ii) $X=6$일 때, $x^2=6 \qquad \therefore x=\pm\sqrt{6}$

(i), (ii)에서 방정식의 해는

$x=\pm\sqrt{2}i$ 또는 $x=\pm\sqrt{6}$

따라서 두 허근의 곱은

$\sqrt{2}i\times(-\sqrt{2}i)=\mathbf{2}$

12 $x^4-13x^2+36=0$을 $A^2-B^2=0$ 꼴로 변형하면
$(x^4-12x^2+36)-x^2=0$, $(x^2-6)^2-x^2=0$
$(x^2-6+x)(x^2-6-x)=0$, $(x^2+x-6)(x^2-x-6)=0$
$\therefore\ x^2+x-6=0$ 또는 $x^2-x-6=0$
(i) $x^2+x-6=0$일 때, $(x+3)(x-2)=0$
$\therefore\ x=-3$ 또는 $x=2$
(ii) $x^2-x-6=0$일 때, $(x+2)(x-3)=0$
$\therefore\ x=-2$ 또는 $x=3$
(i), (ii)에서 방정식의 해는
$x=-3$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=2$ 또는 $x=3$
따라서 가장 큰 근은 $\alpha=3$, 가장 작은 근은 $\beta=-3$이므로
$\alpha-\beta=3-(-3)=\mathbf{6}$

13 $\begin{cases} x-y=-1 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2+y^2=5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠을 y에 대하여 정리하면 $y=x+1$ ······㉢
㉢을 ㉡에 대입하면 $x^2+(x+1)^2=5$
$2x^2+2x-4=0$, $x^2+x-2=0$
$(x+2)(x-1)=0$
$\therefore\ x=-2$ 또는 $x=1$ ······㉣
㉣을 ㉢에 대입하여 해를 구하면
$\begin{cases} x=-2 \\ y=-1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$
$\therefore\ \alpha^2+\beta^2=4+1=1+4=\mathbf{5}$

14 $\begin{cases} 2x^2-3xy+y^2=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ 5x^2-y^2=4 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠의 좌변을 인수분해하면 $(2x-y)(x-y)=0$
$\therefore\ y=2x$ 또는 $y=x$
(i) $y=2x$를 ㉡에 대입하면
$5x^2-4x^2=4$, $x^2=4$ $\quad\therefore\ x=\pm2$
$x=2$일 때 $y=4$, $x=-2$일 때 $y=-4$
(ii) $y=x$를 ㉡에 대입하면
$5x^2-x^2=4$, $4x^2=4$, $x^2=1$ $\quad\therefore\ x=\pm1$
$x=1$일 때 $y=1$, $x=-1$일 때 $y=-1$
(i), (ii)에서 연립방정식의 해는
$\begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-2 \\ y=-4 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} x=-1 \\ y=-1 \end{cases}$
따라서 $x+y$의 최댓값은 **6**이다.

08 여러 가지 부등식

기초 개념 피드백 & TEST

본문 | 095쪽

1-1 (1) $\mathbf{\frac{1}{2}}$, $<$ (2) $>$, $>$

1-2 (1) $a<b$의 양변에 같은 음수 -5를 곱하면
부등호의 방향이 바뀌므로 $-5a\ \boxed{>}\ -5b$
(2) $a<b$의 양변에 같은 양수 $\frac{3}{2}$을 곱하면
부등호의 방향이 바뀌지 않으므로 $\frac{3}{2}a<\frac{3}{2}b$
또, 양변에서 같은 수 2를 빼어도 부등호의 방향이
바뀌지 않으므로 $\frac{3}{2}a-2\ \boxed{<}\ \frac{3}{2}b-2$
(3) $a<b$의 양변에 같은 음수 a를 더하면
부등호의 방향이 바뀌지 않으므로 $2a\ \boxed{<}\ a+b$
(4) $a<b$의 양변에 같은 음수 a를 곱하면
부등호의 방향이 바뀌므로 $a^2\ \boxed{>}\ ab$

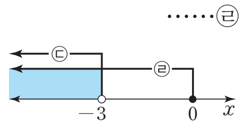
2-1 (1) **4** (2) $\mathbf{-10}$ (3) $\mathbf{10,\ -3}$ (4) $\mathbf{6,\ 1}$

2-2 (1) $5x-8>2x+1$에서 $5x-2x>1+8$
$3x>9$ $\quad\therefore\ \boldsymbol{x>3}$
(2) $2(x-4)\le-3x-3$에서 괄호를 풀면
$2x-8\le-3x-3$, $2x+3x\le-3+8$
$5x\le5$ $\quad\therefore\ \boldsymbol{x\le1}$
(3) $0.1x-0.3(x+1)\ge1$의 양변에 10을 곱하면
$x-3(x+1)\ge10$, $x-3x-3\ge10$
$-2x\ge13$ $\quad\therefore\ \boldsymbol{x\le-\frac{13}{2}}$
(4) $\frac{3}{4}x+\frac{5}{12}<\frac{x}{2}-\frac{5}{6}$의 양변에 분모의 최소공배수
12를 곱하면 $9x+5<6x-10$
$9x-6x<-10-5$
$3x<-15$ $\quad\therefore\ \boldsymbol{x<-5}$

본문 | 096~103쪽

1-1 $\mathbf{-3,\ -2}$

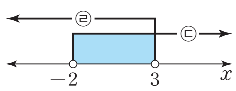
1-2 (1) 부등식 ㉠을 풀면 $2x<-6$
$\therefore\ x<-3$ ······㉢
부등식 ㉡을 풀면 $4x+4\le x+4$
$3x\le0$ $\quad\therefore\ x\le0$ ······㉣
㉢, ㉣을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{x<-3}$
(2) $-x-6<2x<x+3$에서
$\begin{cases} -x-6<2x & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x<x+3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
부등식 ㉠을 풀면 $-3x<6$ $\quad\therefore\ x>-2$ ······㉢

부등식 ㉡을 풀면 $x<3$ ……㉣

㉢, ㉣을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



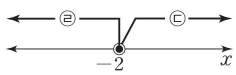
따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{-2<x<3}$

2-1 $\boldsymbol{2,\ -1}$

2-2 (1) 부등식 ㉠을 풀면 $3x>-6$ $\quad\therefore x>-2$ ……㉢

부등식 ㉡을 풀면 $2x\le-4$ $\quad\therefore x\le-2$ ……㉣

㉢, ㉣을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



따라서 주어진 연립부등식의 해는 **없다.**

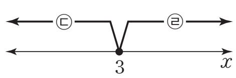
(2) $x\le6-x\le2x-3$에서

$\begin{cases} x\le6-x & \cdots\cdots ㉠ \\ 6-x\le2x-3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

부등식 ㉠을 풀면 $2x\le6$ $\quad\therefore x\le3$ ……㉢

부등식 ㉡을 풀면 $-3x\le-9$ $\quad\therefore x\ge3$ ……㉣

㉢, ㉣을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{x=3}$

3-1 $\boldsymbol{-3,\ 2}$

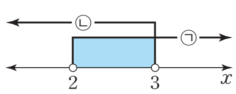
3-2 (1) $|2x-5|<1$에서 $-1<2x-5<1$

부등식 $-1<2x-5$를 풀면 $-2x<-4$

$\therefore x>2$ ……㉠

부등식 $2x-5<1$을 풀면 $2x<6$ $\quad\therefore x<3$ ……㉡

㉠, ㉡을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



따라서 구하는 해는

$\boldsymbol{2<x<3}$

(2) $|6-x|\ge2$에서 $6-x\le-2$ 또는 $6-x\ge2$

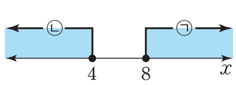
부등식 $6-x\le-2$를 풀면 $-x\le-8$

$\therefore x\ge8$ ……㉠

부등식 $6-x\ge2$를 풀면 $-x\ge-4$

$\therefore x\le4$ ……㉡

㉠, ㉡을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



따라서 구하는 해는

$\boldsymbol{x\le4}$ **또는** $\boldsymbol{x\ge8}$

4-1 $\boldsymbol{-1,\ 3,\ 3}$

4-2 (1) (i) $x<0$일 때

$|x|+|x-2|=-x-x+2=-2x+2$이므로

$-2x+2\le8$에서 $-2x\le6$ $\quad\therefore x\ge-3$

그런데 $x<0$이므로 $-3\le x<0$ ……㉠

(ii) $0\le x<2$일 때

$|x|+|x-2|=x-x+2=2$이므로

$2\le8$은 항상 성립한다.

$\therefore 0\le x<2$ ……㉡

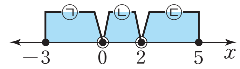
(iii) $x\ge2$일 때

$|x|+|x-2|=x+x-2=2x-2$이므로

$2x-2\le8$에서 $2x\le10$ $\quad\therefore x\le5$

그런데 $x\ge2$이므로 $2\le x\le5$ ……㉢

㉠, ㉡, ㉢을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{-3\le x\le5}$

(2) (i) $x<-1$일 때

$|x+1|+|x-2|=-x-1-x+2=-2x+1$이므로

$-2x+1>5$에서 $-2x>4$ $\quad\therefore x<-2$

그런데 $x<-1$이므로 $x<-2$ ……㉠

(ii) $-1\le x<2$일 때

$|x+1|+|x-2|=x+1-x+2=3$이므로

$3>5$는 항상 성립하지 않는다.

따라서 해는 없다.

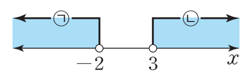
(iii) $x\ge2$일 때

$|x+1|+|x-2|=x+1+x-2=2x-1$이므로

$2x-1>5$에서 $2x>6$ $\quad\therefore x>3$

그런데 $x\ge2$이므로 $x>3$ ……㉡

㉠, ㉡을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{x<-2}$ **또는** $\boldsymbol{x>3}$

5-1 (1) **4** (2) **1** (3) **1** (4) **1**

5-2 (1) 이차함수 $y=-x^2-x+6$의 그래프에서 x축보다 위쪽에 있는 부분의 x의 값의 범위는

$\boldsymbol{-3<x<2}$

(2) 이차함수 $y=-x^2-x+6$의 그래프에서 x축보다 위쪽에 있거나 x축과 만나는 부분의 x의 값의 범위는

$\boldsymbol{-3\le x\le2}$

(3) 이차함수 $y=-x^2-x+6$의 그래프에서 x축보다 아래쪽에 있는 부분의 x의 값의 범위는

$\boldsymbol{x<-3}$ **또는** $\boldsymbol{x>2}$

(4) 이차함수 $y=-x^2-x+6$의 그래프에서 x축보다 아래쪽에 있거나 x축과 만나는 부분의 x의 값의 범위는

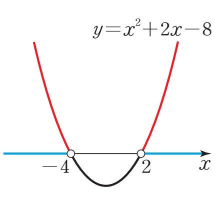
$\boldsymbol{x\le-3}$ **또는** $\boldsymbol{x\ge2}$

6-1 (1) $\boldsymbol{-2,\ 2}$ (2) $\boldsymbol{-2,\ 3}$

6-2 (1) $y=x^2+2x-8$이라 하면

$y=x^2+2x-8=(x+4)(x-2)$이므로

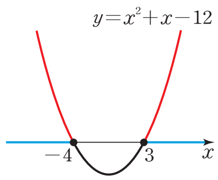
이차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 x축과 두 점 $(-4,\ 0)$, $(2,\ 0)$에서 만난다.



이때 주어진 부등식의 해는 이차함수 $y=x^2+2x-8$의 그래프에서 $y>0$인 x의 값의 범위이므로

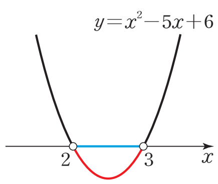
$\boldsymbol{x<-4}$ **또는** $\boldsymbol{x>2}$

(2) $-x^2-x+12\le0$의 양변에 -1을 곱하면
$x^2+x-12\ge0$
$y=x^2+x-12$라 하면
$y=x^2+x-12=(x+4)(x-3)$이므로
이차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 x축과 두 점 $(-4, 0)$, $(3, 0)$에서 만난다.



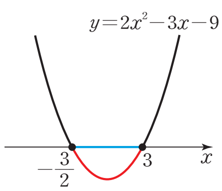
이때 주어진 부등식의 해는 이차함수 $y=x^2+x-12$의 그래프에서 $y\ge0$인 x의 값의 범위이므로
$\boldsymbol{x\le-4}$ **또는** $\boldsymbol{x\ge3}$

(3) $-x^2+5x-6>0$의 양변에 -1을 곱하면
$x^2-5x+6<0$
$y=x^2-5x+6$이라 하면
$y=x^2-5x+6=(x-2)(x-3)$이므로
이차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 x축과 두 점 $(2, 0)$, $(3, 0)$에서 만난다.



이때 주어진 부등식의 해는 이차함수 $y=x^2-5x+6$의 그래프에서 $y<0$인 x의 값의 범위이므로
$\boldsymbol{2<x<3}$

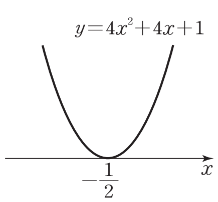
(4) $y=2x^2-3x-9$라 하면
$y=2x^2-3x-9=(2x+3)(x-3)$이므로
이차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 x축과 두 점 $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$, $(3, 0)$에서 만난다.



이때 주어진 부등식의 해는 이차함수 $y=2x^2-3x-9$의 그래프에서 $y\le0$인 x의 값의 범위이므로
$\boldsymbol{-\frac{3}{2}\le x\le3}$

7-1 (1) **1** (2) **모든** (3) **없다** (4) **1**

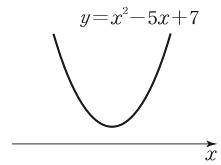
7-2 $y=4x^2+4x+1$이라 하면
$y=4x^2+4x+1=(2x+1)^2$
이므로 이차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 x축과 한 점 $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$에서 만난다.



(1) 주어진 부등식의 해는 이차함수 $y=4x^2+4x+1$의 그래프에서 $y>0$인 x의 값의 범위이므로 해는
$\boldsymbol{x\neq-\frac{1}{2}}$**인 모든 실수**
(2) 주어진 부등식의 해는 이차함수 $y=4x^2+4x+1$의 그래프에서 $y\ge0$인 x의 값의 범위이므로 해는 **모든 실수**
(3) 주어진 부등식의 해는 이차함수 $y=4x^2+4x+1$의 그래프에서 $y<0$인 x의 값의 범위이므로 **해는 없다.**
(4) 주어진 부등식의 해는 이차함수 $y=4x^2+4x+1$의 그래프에서 $y\le0$인 x의 값의 범위이므로 해는 $\boldsymbol{x=-\frac{1}{2}}$

8-1 (1) **모든** (2) **실수** (3) **없다** (4) **없다**

8-2 $y=x^2-5x+7$이라 하면 이차방정식 $x^2-5x+7=0$의 판별식 D는
$D=(-5)^2-4\times1\times7=-3<0$
이므로 이차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 x축과 만나지 않는다.



(1) 주어진 부등식의 해는 이차함수 $y=x^2-5x+7$의 그래프에서 $y>0$인 x의 값의 범위이므로 해는 **모든 실수**
(2) 주어진 부등식의 해는 이차함수 $y=x^2-5x+7$의 그래프에서 $y\ge0$인 x의 값의 범위이므로 해는 **모든 실수**
(3) 주어진 부등식의 해는 이차함수 $y=x^2-5x+7$의 그래프에서 $y<0$인 x의 값의 범위이므로 **해는 없다.**
(4) 주어진 부등식의 해는 이차함수 $y=x^2-5x+7$의 그래프에서 $y\le0$인 x의 값의 범위이므로 **해는 없다.**

9-1 (1) **4** (2) $\boldsymbol{x}$

9-2 (1) $(x+4)(x-1)>0$에서 $\boldsymbol{x^2+3x-4>0}$
(2) $(x-2)(x-5)\ge0$에서 $\boldsymbol{x^2-7x+10\ge0}$
(3) $(x+5)(x+2)<0$에서 $\boldsymbol{x^2+7x+10<0}$
(4) $(x+3)(x-2)\le0$에서 $\boldsymbol{x^2+x-6\le0}$

10-1 $<$, $<$, **12**

10-2 (1) 해가 $1\le x\le3$이고 x^2의 계수가 1인 이차부등식은
$(x-1)(x-3)\le0$ $\therefore x^2-4x+3\le0$
이 부등식이 $x^2+ax+b\le0$과 같으므로
$\boldsymbol{a=-4, b=3}$
(2) 해가 $-2<x<3$이고 x^2의 계수가 1인 이차부등식은
$(x+2)(x-3)<0$ $\therefore x^2-x-6<0$ ······㉠
부등식 $ax^2+bx+6>0$과 부등식 ㉠의 부등호의 방향이 다르므로 $a<0$
㉠의 양변에 a를 곱하면 $ax^2-ax-6a>0$
이 부등식이 $ax^2+bx+6>0$과 같으므로
$-a=b$, $-6a=6$
$\therefore \boldsymbol{a=-1, b=1}$

11-1 (1) $\boldsymbol{-4, 4}$ (2) $\boldsymbol{-2, 2}$

11-2 (1) 이차방정식 $x^2-2(k-2)x+k=0$의 판별식을 D라 하면 $D\le0$이어야 하므로
$\frac{D}{4}=(k-2)^2-k\le0$, $k^2-5k+4\le0$
$(k-1)(k-4)\le0$ $\therefore \boldsymbol{1\le k\le4}$

(2) 이차방정식 $-x^2+2kx+k-2=0$의 판별식을 D라 하면 $D<0$이어야 하므로

$\frac{D}{4}=k^2+k-2<0$, $(k+2)(k-1)<0$

$\therefore$ $\mathbf{-2<k<1}$

12-1 $>$, $\leq$

12-2 (1) (i) $k=0$일 때

$-4<0$이므로 모든 실수 x에 대하여 성립한다.

(ii) $k\neq0$일 때

부등식 $kx^2+kx-4<0$이 모든 실수 x에 대하여 성립하려면 $k<0$이고 이차방정식 $kx^2+kx-4=0$의 판별식을 D라 하면 $D<0$이어야 하므로

$D=k^2+16k<0$, $k(k+16)<0$

$\therefore$ $-16<k<0$

(i), (ii)에서 $\mathbf{-16<k\leq0}$

(2) (i) $k=0$일 때

$3\geq0$이므로 모든 실수 x에 대하여 성립한다.

(ii) $k\neq0$일 때

부등식 $kx^2-kx+3\geq0$이 모든 실수 x에 대하여 성립하려면 $k>0$이고 이차방정식 $kx^2-kx+3=0$의 판별식을 D라 하면 $D\leq0$이어야 하므로

$D=k^2-12k\leq0$, $k(k-12)\leq0$

$\therefore$ $0<k\leq12$

(i), (ii)에서 $\mathbf{0\leq k\leq12}$

13-1 **2, 1**

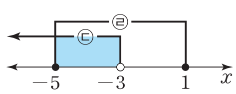
13-2 (1) 부등식 ㉠을 풀면 $3x<-9$

$\therefore$ $x<-3$ ······㉢

부등식 ㉡을 풀면 $(x+5)(x-1)\leq0$

$\therefore$ $-5\leq x\leq1$ ······㉣

㉢, ㉣을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



따라서 구하는 해는

$\mathbf{-5\leq x<-3}$

(2) $\begin{cases} 3(x-1)-x^2\leq x-3 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-3<4x & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

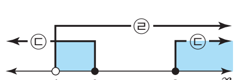
부등식 ㉠을 풀면 $x^2-2x\geq0$, $x(x-2)\geq0$

$\therefore$ $x\leq0$ 또는 $x\geq2$ ······㉢

부등식 ㉡을 풀면 $-3x<3$

$\therefore$ $x>-1$ ······㉣

㉢, ㉣을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



따라서 구하는 해는

$\mathbf{-1<x\leq0}$ **또는** $\mathbf{x\geq2}$

14-1 **2, 3**

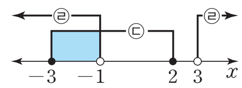
14-2 (1) 부등식 ㉠을 풀면 $(x+3)(x-2)\leq0$

$\therefore$ $-3\leq x\leq2$ ······㉢

부등식 ㉡을 풀면 $(x+1)(x-3)>0$

$\therefore$ $x<-1$ 또는 $x>3$ ······㉣

㉢, ㉣을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



따라서 구하는 해는

$\mathbf{-3\leq x<-1}$

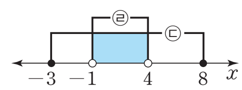
(2) 부등식 ㉠을 풀면 $(x+3)(x-8)\leq0$

$\therefore$ $-3\leq x\leq8$ ······㉢

부등식 ㉡을 풀면 $(x+1)(x-4)<0$

$\therefore$ $-1<x<4$ ······㉣

㉢, ㉣을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



따라서 구하는 해는

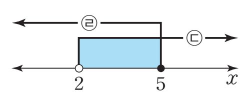
$\mathbf{-1<x<4}$

집중 연습

본문 | 104, 105쪽

1 (1) 부등식 ㉠을 풀면 $x>2$ ······㉢

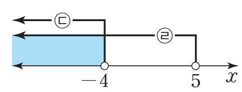
부등식 ㉡을 풀면 $x\leq5$ ······㉣



따라서 구하는 해는 $\mathbf{2<x\leq5}$

(2) 부등식 ㉠을 풀면 $x-4>4x+8$

$\therefore$ $x<-4$ ······㉢



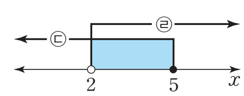
부등식 ㉡을 풀면 $7x-7<5x+3$

$\therefore$ $x<5$ ······㉣

따라서 구하는 해는 $\mathbf{x<-4}$

(3) 부등식 ㉠을 풀면 $2x-4\leq6$

$\therefore$ $x\leq5$ ······㉢



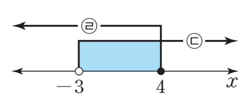
부등식 ㉡을 풀면 $11-3x-3<x$

$\therefore$ $x>2$ ······㉣

따라서 구하는 해는 $\mathbf{2<x\leq5}$

(4) 부등식 ㉠을 풀면 $2x>-6$

$\therefore$ $x>-3$ ······㉢



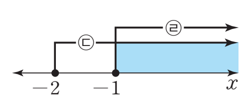
부등식 ㉡을 풀면 $-2x\geq-8$

$\therefore$ $x\leq4$ ······㉣

따라서 구하는 해는 $\mathbf{-3<x\leq4}$

(5) 부등식 ㉠의 양변에 10을 곱하면

$4x-2\leq5x$, $-x\leq2$



$\therefore$ $x\geq-2$ ······㉢

부등식 ㉡의 양변에 10을 곱하면

$x+10\geq-2x+7$

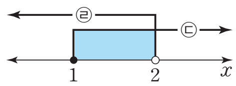
$\therefore x \ge -1$ ······㉣

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{x \ge -1}$

2 (1) $\begin{cases} x \le 2x-1 & \cdots\cdots \text{㉠} \\ 2x-1 < 5-x & \cdots\cdots \text{㉡} \end{cases}$

부등식 ㉠을 풀면 $-x \le -1$

$\therefore x \ge 1$ ······㉢



부등식 ㉡을 풀면 $3x < 6$

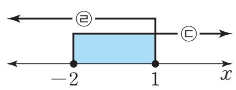
$\therefore x < 2$ ······㉣

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{1 \le x < 2}$

(2) $\begin{cases} -2x+3 \le x+9 & \cdots\cdots \text{㉠} \\ x+9 \le -x+11 & \cdots\cdots \text{㉡} \end{cases}$

부등식 ㉠을 풀면 $-3x \le 6$

$\therefore x \ge -2$ ······㉢



부등식 ㉡을 풀면 $2x \le 2$

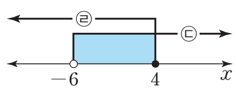
$\therefore x \le 1$ ······㉣

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{-2 \le x \le 1}$

(3) $\begin{cases} 2x-7 < 3x-1 & \cdots\cdots \text{㉠} \\ 3x-1 \le x+7 & \cdots\cdots \text{㉡} \end{cases}$

부등식 ㉠을 풀면 $-x < 6$

$\therefore x > -6$ ······㉢



부등식 ㉡을 풀면 $2x \le 8$

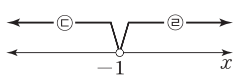
$\therefore x \le 4$ ······㉣

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{-6 < x \le 4}$

(4) $\begin{cases} 3x+1 < x-1 & \cdots\cdots \text{㉠} \\ x-1 < 2x & \cdots\cdots \text{㉡} \end{cases}$

부등식 ㉠을 풀면 $2x < -2$

$\therefore x < -1$ ······㉢



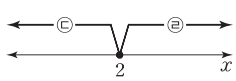
부등식 ㉡을 풀면 $-x < 1$

$\therefore x > -1$ ······㉣

따라서 구하는 **해는 없다.**

(5) $\begin{cases} 3x+1 \le 2x+3 & \cdots\cdots \text{㉠} \\ 2x+3 \le 4x-1 & \cdots\cdots \text{㉡} \end{cases}$

부등식 ㉠을 풀면 $x \le 2$ ······㉢



부등식 ㉡을 풀면 $-2x \le -4$

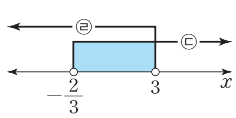
$\therefore x \ge 2$ ······㉣

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{x=2}$

(6) $\begin{cases} -\frac{1}{2}x+2 < x+3 & \cdots\cdots \text{㉠} \\ x+3 < 2(6-x) & \cdots\cdots \text{㉡} \end{cases}$

부등식 ㉠의 양변에 2를 곱하면

$-x+4 < 2x+6$, $-3x < 2$



$\therefore x > -\frac{2}{3}$ ······㉢

부등식 ㉡의 괄호를 풀면

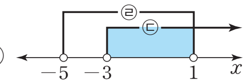
$x+3 < 12-2x$, $3x < 9$

$\therefore x < 3$ ······㉣

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{-\frac{2}{3} < x < 3}$

3 (1) 부등식 ㉠을 풀면

$x > -3$ ······㉢



부등식 ㉡을 풀면

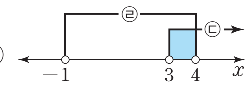
$(x+5)(x-1) < 0$

$\therefore -5 < x < 1$ ······㉣

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{-3 < x < 1}$

(2) 부등식 ㉠을 풀면 $-x < -3$

$\therefore x > 3$ ······㉢



부등식 ㉡을 풀면

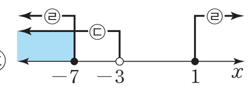
$(x+1)(x-4) < 0$

$\therefore -1 < x < 4$ ······㉣

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{3 < x < 4}$

(3) 부등식 ㉠을 풀면 $2x < -6$

$\therefore x < -3$ ······㉢



부등식 ㉡을 풀면

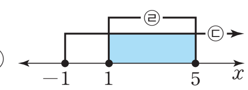
$(x+7)(x-1) \ge 0$

$\therefore x \le -7$ 또는 $x \ge 1$ ······㉣

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{x \le -7}$

(4) 부등식 ㉠을 풀면 $2x \ge -2$

$\therefore x \ge -1$ ······㉢



부등식 ㉡을 풀면

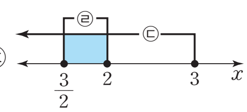
$(x-1)(x-5) \le 0$

$\therefore 1 \le x \le 5$ ······㉣

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{1 \le x \le 5}$

(5) 부등식 ㉠을 풀면 $-x \ge -3$

$\therefore x \le 3$ ······㉢



부등식 ㉡을 풀면

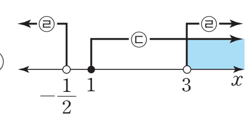
$(2x-3)(x-2) \le 0$

$\therefore \frac{3}{2} \le x \le 2$ ······㉣

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{\frac{3}{2} \le x \le 2}$

(6) 부등식 ㉠을 풀면 $-x \le -1$

$\therefore x \ge 1$ ······㉢



부등식 ㉡을 풀면

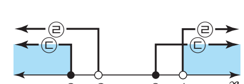
$(2x+1)(x-3) > 0$

$\therefore x < -\frac{1}{2}$ 또는 $x > 3$ ······㉣

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{x > 3}$

4 (1) 부등식 ㉠을 풀면

$(x+3)(x-3) \ge 0$



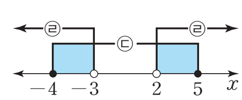
$\therefore x \le -3$ 또는 $x \ge 3$ ······㉢

부등식 ㉡을 풀면 $(x+2)(x-4) > 0$

$\therefore x < -2$ 또는 $x > 4$ ······㉣

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{x \le -3}$ **또는** $\boldsymbol{x > 4}$

(2) 부등식 ㉠을 풀면 $x^2-x-20 \le 0$



$(x+4)(x-5) \le 0$

$\therefore -4 \le x \le 5$ ······㉢

부등식 ㉡을 풀면 $x^2+x-6>0$

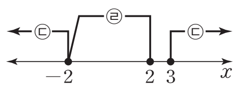
$(x+3)(x-2)>0$

$\therefore x<-3$ 또는 $x>2$ ……㉣

따라서 구하는 해는

$-4\le x<-3$ 또는 $2<x\le 5$

(3) 부등식 ㉠을 풀면



$(x+2)(x-3)\ge 0$

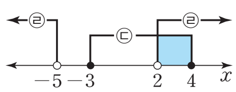
$\therefore x\le -2$ 또는 $x\ge 3$ ……㉢

부등식 ㉡을 풀면 $(x+2)(x-2)\le 0$

$\therefore -2\le x\le 2$ ……㉣

따라서 구하는 해는 **$x=-2$**

(4) 부등식 ㉠을 풀면



$(x+3)(x-4)\le 0$

$\therefore -3\le x\le 4$ ……㉢

부등식 ㉡을 풀면 $(x+5)(x-2)>0$

$\therefore x<-5$ 또는 $x>2$ ……㉣

따라서 구하는 해는 **$2<x\le 4$**

(5) 부등식 ㉠을 풀면 $(x+3)^2\le 0$

$\therefore x=-3$

부등식 ㉡을 풀면 $(x+3)(x-1)\ge 0$

$\therefore x\le -3$ 또는 $x\ge 1$

따라서 구하는 해는 **$x=-3$**

(6) $\begin{cases} 2x<15-x^2 & \cdots\cdots ㉠ \\ 15-x^2\le 2x+7 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

부등식 ㉠을 풀면 $x^2+2x-15<0$

$(x+5)(x-3)<0$

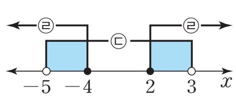
$\therefore -5<x<3$ ……㉢

부등식 ㉡을 풀면 $x^2+2x-8\ge 0$

$(x+4)(x-2)\ge 0$

$\therefore x\le -4$ 또는 $x\ge 2$ ……㉣

따라서 구하는 해는



$-5<x\le -4$ 또는 $2\le x<3$

기초 개념 평가

본문 | 106, 107쪽

01 연립부등식

02 **$B<C$**

03 **$x>a$**

04 **$-x$**

05 이차식

06 위쪽

07 아래쪽

08 **$x<\alpha$ 또는 $x>\beta$**

09 $\alpha<x<\beta$

10 **$(x-\alpha)(x-\beta)>0$**

11 **$(x-\alpha)(x-\beta)<0$**

12 **$D<0$**

13 **$a<0$**

14 이차부등식

15 공통부분

기초 문제 평가

본문 | 108, 109쪽

1 부등식 ㉠을 풀면 $-5x<15$ $\therefore x>-3$

부등식 ㉡을 풀면 $2x<-2$ $\therefore x<-1$

따라서 해는 $-3<x<-1$이므로 구하는 정수 x의 값은 **-2**이다.

2 $\begin{cases} 2(x-3)<x-5 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-5\le 3x-5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

부등식 ㉠을 풀면 $2x-6<x-5$ $\therefore x<1$

부등식 ㉡을 풀면 $-2x\le 0$ $\therefore x\ge 0$

따라서 해는 $0\le x<1$이므로 $a=0$, $b=1$

$\therefore$ **$a+b=1$**

3 ㄱ. 부등식 ㉠을 풀면 $3x\ge 6$ $\therefore x\ge 2$

부등식 ㉡을 풀면 $5x\le 5$ $\therefore x\le 1$

따라서 구하는 해는 없다.

ㄴ. 부등식 ㉠을 풀면 $4x\ge 6-2x$, $6x\ge 6$ $\therefore x\ge 1$

부등식 ㉡을 풀면 $2x\le 2$ $\therefore x\le 1$

따라서 구하는 해는 $x=1$

ㄷ. 부등식 ㉠을 풀면 $-5x>-10$ $\therefore x<2$

부등식 ㉡을 풀면 $4x\ge 8$ $\therefore x\ge 2$

따라서 구하는 해는 없다.

ㄹ. 부등식 ㉠을 풀면 $-2x\le 2$ $\therefore x\ge -1$

부등식 ㉡을 풀면 $-2x\ge -4$ $\therefore x\le 2$

따라서 구하는 해는 $-1\le x\le 2$

따라서 해가 존재하지 않는 것은 **ㄱ, ㄷ**이다.

4 $|4x-a|>3$에서 $4x-a>3$ 또는 $4x-a<-3$

부등식 $4x-a>3$을 풀면 $4x>a+3$ $\therefore x>\frac{a+3}{4}$

부등식 $4x-a<-3$을 풀면 $4x<a-3$ $\therefore x<\frac{a-3}{4}$

이때 해가 $x<2$ 또는 $x>b$이므로 $\frac{a-3}{4}=2$, $\frac{a+3}{4}=b$

$\therefore$ **$a=11$, $b=\frac{7}{2}$**

5 (i) $x<-3$일 때

$|x|+|x+3|=-x-x-3=-2x-3$이므로

$-2x-3<5$에서 $-2x<8$

$\therefore x>-4$

그런데 $x<-3$이므로 $-4<x<-3$ ……㉠

(ii) $-3\le x<0$일 때

$|x|+|x+3|=-x+x+3=3$이므로 $3<5$는 항상 성립한다.

$\therefore -3\le x<0$ ……㉡

(iii) $x\ge 0$일 때

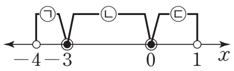
$|x|+|x+3|=x+x+3=2x+3$이므로

$2x+3<5$에서 $2x<2$

$\therefore x<1$

그런데 $x\geq 0$이므로 $0\leq x<1$ ······㉢

㉠, ㉡, ㉢을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



따라서 해는 $-4<x<1$이므로 정수 x의 개수는 -3, -2, -1, 0의 **4**이다.

6 (1) $x^2+8x\leq -15$에서 $x^2+8x+15\leq 0$

$(x+5)(x+3)\leq 0$ $\quad\therefore \boldsymbol{-5\leq x\leq -3}$

(2) $-x^2+3x-2<0$에서 $x^2-3x+2>0$

$(x-1)(x-2)>0$ $\quad\therefore$ $\boldsymbol{x<1}$ **또는** $\boldsymbol{x>2}$

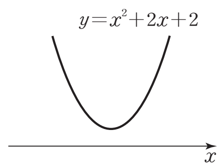
(3) $x(x-3)\leq 3x-9$에서 $x^2-6x+9\leq 0$

$(x-3)^2\leq 0$ $\quad\therefore \boldsymbol{x=3}$

7 ㄱ. $y=x^2+2x+2$라 하면 이차방정식 $x^2+2x+2=0$의 판별식 D는

$\frac{D}{4}=1^2-1\times 2=-1<0$

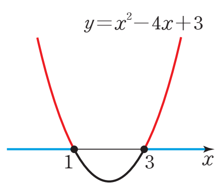
이므로 이 이차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 x축과 만나지 않는다.



따라서 $y<0$인 x의 값의 범위이므로 해는 없다.

ㄴ. $y=x^2-4x+3$이라 하면

$y=(x-1)(x-3)$이므로 이 이차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 x축과 두 점에서 만난다.

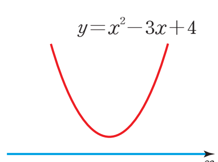


이때 주어진 부등식의 해는 이차함수 $y=x^2-4x+3$의 그래프에서 $y\geq 0$인 x의 값의 범위이므로 해는 $x\leq 1$ 또는 $x\geq 3$

ㄷ. $y=x^2-3x+4$라 하면 이차방정식 $x^2-3x+4=0$의 판별식 D는

$D=(-3)^2-4\times 1\times 4=-7<0$

이므로 이차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 x축과 만나지 않는다.

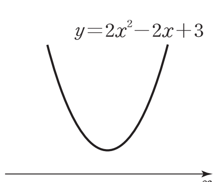


따라서 $y>0$인 x의 값의 범위이므로 해는 모든 실수

ㄹ. $y=2x^2-2x+3$이라 하면 이차방정식 $2x^2-2x+3=0$의 판별식 D는

$\frac{D}{4}=(-1)^2-2\times 3=-5<0$

이므로 이차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 x축과 만나지 않는다.



따라서 $y\leq 0$인 x의 값의 범위이므로 해는 없다.

따라서 해가 존재하지 않는 것은 ㄱ, ㄹ이다.

8 이차방정식 $x^2-(k+3)x+k^2=0$의 판별식 D는

$D=(k+3)^2-4k^2=-3k^2+6k+9$

이때 서로 다른 두 허근을 가지므로 $D<0$에서

$-3k^2+6k+9<0$, $k^2-2k-3>0$

$(k+1)(k-3)>0$

$\therefore$ $\boldsymbol{k<-1}$ **또는** $\boldsymbol{k>3}$

9 해가 $x\leq 1$ 또는 $x\geq 5$이고 x^2의 계수가 1인 이차부등식은

$(x-1)(x-5)\geq 0$ $\quad\therefore x^2-6x+5\geq 0$

이 부등식이 $x^2+ax+b\geq 0$과 같으므로 $a=-6$, $b=5$

$\therefore b-a=5-(-6)=\mathbf{11}$

10 해가 $-1<x<2$이고 x^2의 계수가 1인 이차부등식은

$(x+1)(x-2)<0$ $\quad\therefore x^2-x-2<0$

이 부등식이 $x^2-ax+b<0$과 같으므로 $a=1$, $b=-2$

즉, $ax^2+bx-8\leq 0$에서 $x^2-2x-8\leq 0$

$(x+2)(x-4)\leq 0$

$\therefore \boldsymbol{-2\leq x\leq 4}$

11 주어진 이차부등식이 x의 값에 관계없이 항상 성립하려면 이차방정식 $x^2+2x+k=0$의 판별식을 D라 하면 $D<0$이어야 하므로

$\frac{D}{4}=1-k<0$에서 $k>1$

따라서 구하는 정수 k의 최솟값은 **2**이다.

12 (i) $k=0$일 때

$-3<0$이므로 모든 실수 x에 대하여 성립한다.

(ii) $k\neq 0$일 때

부등식 $kx^2+2kx-3<0$이 모든 실수 x에 대하여 성립하려면 $k<0$이고 이차방정식 $kx^2+2kx-3=0$의 판별식을 D라 하면 $D<0$이어야 하므로

$\frac{D}{4}=k^2+3k<0$, $k(k+3)<0$ $\quad\therefore -3<k<0$

(i), (ii)에서 $-3<k\leq 0$

따라서 구하는 정수 k의 개수는 -2, -1, 0의 **3**이다.

13 $\begin{cases} 2x+3<x^2 & \cdots\cdots ㉠ \\ x^2<9x-20 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

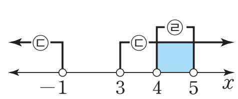
부등식 ㉠을 풀면 $x^2-2x-3>0$

$(x+1)(x-3)>0$ $\quad\therefore x<-1$ 또는 $x>3$ ······㉢

부등식 ㉡을 풀면 $x^2-9x+20<0$

$(x-4)(x-5)<0$ $\quad\therefore 4<x<5$ ······㉣

㉢, ㉣을 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



따라서 연립부등식의 해는

$4<x<5$이므로 $a=4$, $b=5$

$\therefore \boldsymbol{a+b=9}$

09 평면좌표

본문 | 112~116쪽

1-1 (1) **5** (2) **169, 13**

1-2 (1) $\overline{AB}=|-8-3|=\mathbf{11}$

(2) $\overline{AB}=|-1-(-5)|=\mathbf{4}$

(3) $\overline{AB}=\sqrt{\{1-(-2)\}^2+(5-1)^2}=\sqrt{25}=\mathbf{5}$

(4) $\overline{AB}=\sqrt{(3-0)^2+(2-0)^2}=\boldsymbol{\sqrt{13}}$

2-1 **10, 100, 2**

2-2 (1) 두 점 $A(2)$, $B(a)$ 사이의 거리는 $\overline{AB}=|a-2|$

$|a-2|=3$에서 $a-2=3$ 또는 $a-2=-3$

$\therefore$ $\boldsymbol{a=5}$ **또는** $\boldsymbol{a=-1}$

(2) 두 점 $A(-1, 2)$, $B(3, a)$ 사이의 거리는

$\overline{AB}=\sqrt{\{3-(-1)\}^2+(a-2)^2}=\sqrt{16+(a-2)^2}$

$\overline{AB}=5$에서 $\sqrt{16+(a-2)^2}=5$

양변을 제곱하여 정리하면

$16+(a-2)^2=25$, $a^2-4a-5=0$, $(a+1)(a-5)=0$

$\therefore$ $\boldsymbol{a=-1}$ **또는** $\boldsymbol{a=5}$

3-1 **13, 1**

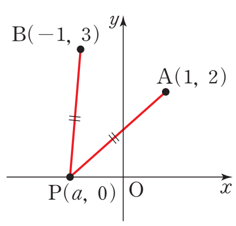
3-2 (1) 점 P의 좌표를 $(a, 0)$이라 하면

$\overline{AP}=\sqrt{(a-1)^2+(-2)^2}$

$=\sqrt{a^2-2a+5}$

$\overline{BP}=\sqrt{(a+1)^2+(-3)^2}$

$=\sqrt{a^2+2a+10}$



$\overline{AP}=\overline{BP}$에서

$\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$이므로

$a^2-2a+5=a^2+2a+10$

$-4a=5$ $\quad\therefore a=-\dfrac{5}{4}$

따라서 구하는 점 P의 좌표는 $\mathbf{P}\left(\boldsymbol{-\dfrac{5}{4}}, \mathbf{0}\right)$

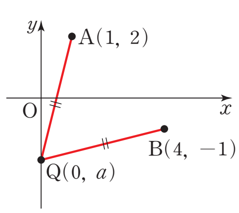
(2) 점 Q의 좌표를 $(0, a)$라 하면

$\overline{AQ}=\sqrt{(-1)^2+(a-2)^2}$

$=\sqrt{a^2-4a+5}$

$\overline{BQ}=\sqrt{(-4)^2+(a+1)^2}$

$=\sqrt{a^2+2a+17}$



$\overline{AQ}=\overline{BQ}$에서

$\overline{AQ}^2=\overline{BQ}^2$이므로

$a^2-4a+5=a^2+2a+17$

$-6a=12$ $\quad\therefore a=-2$

따라서 구하는 점 Q의 좌표는 $\mathbf{Q(0, -2)}$

4-1 **5,** $\overline{\mathbf{CA}}$**, A**

4-2 (1) 세 변 AB, BC, CA의 길이를 각각 구하면

$\overline{AB}=\sqrt{\{1-(-2)\}^2+(\sqrt{3})^2}=2\sqrt{3}$

$\overline{BC}=\sqrt{(1-1)^2+(-\sqrt{3}-\sqrt{3})^2}=2\sqrt{3}$

$\overline{CA}=\sqrt{(-2-1)^2+\{0-(-\sqrt{3})\}^2}=2\sqrt{3}$

따라서 삼각형 ABC는 **정삼각형**이다.

(2) 세 변 AB, BC, CA의 길이를 각각 구하면

$\overline{AB}=\sqrt{(-1-1)^2+\{2-(-2)\}^2}=2\sqrt{5}$

$\overline{BC}=\sqrt{\{6-(-1)\}^2+(3-2)^2}=5\sqrt{2}$

$\overline{CA}=\sqrt{(1-6)^2+(-2-3)^2}=5\sqrt{2}$

따라서 삼각형 ABC는 $\mathbf{\overline{BC}=\overline{CA}}$**인 이등변삼각형**이다.

5-1 (1) **1** (2) **2**

5-2 (1) 점 P의 좌표를 $P(x)$라 하면

$x=\dfrac{1\times5+2\times(-1)}{1+2}=1$ $\qquad\therefore \mathbf{P(1)}$

(2) 점 Q의 좌표를 $Q(x)$라 하면

$x=\dfrac{2\times5-3\times(-1)}{2-3}=-13$ $\qquad\therefore \mathbf{Q(-13)}$

(3) 점 M의 좌표를 $M(x)$라 하면

$x=\dfrac{-1+5}{2}=2$ $\qquad\therefore \mathbf{M(2)}$

6-1 $\mathbf{-5, -9}$

6-2 (1) 선분 AB를 $2:3$으로 내분하는 점 P의 좌표는

$\dfrac{2\times x+3\times(-3)}{2+3}=\dfrac{2x-9}{5}$

$P(5)$이므로 $\dfrac{2x-9}{5}=5$, $2x-9=25$

$2x=34$ $\qquad\therefore \boldsymbol{x=17}$

(2) 선분 AB를 $2:1$로 외분하는 점 Q의 좌표는

$\dfrac{2\times x-1\times(-3)}{2-1}=2x+3$

$Q(-1)$이므로 $2x+3=-1$

$2x=-4$ $\qquad\therefore \boldsymbol{x=-2}$

7-1 (1) **4, 7** (2) **2, 7**

7-2 (1) 점 P의 좌표를 $P(x, y)$라 하면

$x=\dfrac{3\times(-1)+1\times3}{3+1}=0$,

$y=\dfrac{3\times6+1\times(-2)}{3+1}=4$

따라서 점 P의 좌표는 $\mathbf{P(0, 4)}$

(2) 점 Q의 좌표를 $Q(x, y)$라 하면

$x=\dfrac{5\times(-1)-3\times3}{5-3}=-7$,

$y=\dfrac{5\times6-3\times(-2)}{5-3}=18$

따라서 점 Q의 좌표는 $\mathbf{Q(-7, 18)}$

(3) 점 M의 좌표를 $M(x, y)$라 하면

$x=\dfrac{3+(-1)}{2}=1$, $y=\dfrac{(-2)+6}{2}=2$

따라서 점 M의 좌표는 $\mathbf{M(1, 2)}$

7-3 선분 AB를 2 : 1로 내분하는 점 P의 좌표는

$P\left(\frac{2\times5+1\times2}{2+1}, \frac{2\times8+1\times2}{2+1}\right)$, 즉 $P(4, 6)$

선분 AB를 2 : 1로 외분하는 점 Q의 좌표는

$Q\left(\frac{2\times5-1\times2}{2-1}, \frac{2\times8-1\times2}{2-1}\right)$, 즉 $Q(8, 14)$

따라서 선분 PQ의 중점 M의 좌표는

$M\left(\frac{4+8}{2}, \frac{6+14}{2}\right)$ $\quad\therefore$ **M(6, 10)**

8-1 **4, −7**

8-2 (1) 무게중심 G의 좌표는

$G\left(\frac{5+(-3)+1}{3}, \frac{1+6+(-1)}{3}\right)$

$\therefore$ **G(1, 2)**

(2) 무게중심 G의 좌표는

$G\left(\frac{-2+4+(-5)}{3}, \frac{-3+2+7}{3}\right)$

$\therefore$ **G(−1, 2)**

9-1 **1, −1**

9-2 (1) 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표는

$\left(\frac{-2+a+3}{3}, \frac{1+3+b}{3}\right)$, 즉 $\left(\frac{a+1}{3}, \frac{b+4}{3}\right)$

무게중심의 좌표가 $(1, 3)$이므로

$\frac{a+1}{3}=1, \frac{b+4}{3}=3$ $\quad\therefore \boldsymbol{a=2, b=5}$

(2) 꼭짓점 C의 좌표를 (a, b)라 하면 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표는

$\left(\frac{2+(-3)+a}{3}, \frac{0+2+b}{3}\right)$, 즉 $\left(\frac{a-1}{3}, \frac{b+2}{3}\right)$

무게중심이 원점이므로

$\frac{a-1}{3}=0, \frac{b+2}{3}=0$ $\quad\therefore a=1, b=-2$

따라서 꼭짓점 C의 좌표는 **C(1, −2)**

집중 연습

본문 | 117~119쪽

1 (1) $\overline{AB}=|4-2|=\mathbf{2}$

(2) $\overline{AB}=|6-(-1)|=\mathbf{7}$

(3) $\overline{AB}=|-1-3|=\mathbf{4}$

(4) $\overline{AB}=|0-7|=\mathbf{7}$

(5) $\overline{AB}=|-3-(-6)|=\mathbf{3}$

(6) $\overline{AB}=|-2\sqrt{2}-\sqrt{2}|=\mathbf{3\sqrt{2}}$

2 (1) $\overline{AB}=\sqrt{(3-0)^2+(0-4)^2}=\sqrt{25}=\mathbf{5}$

(2) $\overline{AB}=\sqrt{\{-2-(-2)\}^2+(4-7)^2}=\sqrt{9}=\mathbf{3}$

(3) $\overline{AB}=\sqrt{(-1-6)^2+(2-2)^2}=\sqrt{49}=\mathbf{7}$

(4) $\overline{AB}=\sqrt{(3-5)^2+\{-1-(-4)\}^2}=\mathbf{\sqrt{13}}$

(5) $\overline{AB}=\sqrt{(-2-1)^2+(6-2)^2}=\sqrt{25}=\mathbf{5}$

(6) $\overline{AB}=\sqrt{(5-0)^2+(-11-1)^2}=\sqrt{169}=\mathbf{13}$

3 (1) 점 P의 좌표를 $P(x)$라 하면

$x=\frac{2\times8+1\times(-1)}{2+1}=5$ $\quad\therefore$ **P(5)**

(2) 점 Q의 좌표를 $Q(x)$라 하면

$x=\frac{2\times8-1\times(-1)}{2-1}=17$ $\quad\therefore$ **Q(17)**

(3) 점 M의 좌표를 $M(x)$라 하면

$x=\frac{-1+8}{2}=\frac{7}{2}$ $\quad\therefore \mathbf{M\left(\frac{7}{2}\right)}$

4 (1) 점 P의 좌표를 $P(x)$라 하면

$x=\frac{2\times5+3\times0}{2+3}=2$ $\quad\therefore$ **P(2)**

(2) 점 Q의 좌표를 $Q(x)$라 하면

$x=\frac{2\times5-3\times0}{2-3}=-10$ $\quad\therefore$ **Q(−10)**

(3) 점 M의 좌표를 $M(x)$라 하면

$x=\frac{0+5}{2}=\frac{5}{2}$ $\quad\therefore \mathbf{M\left(\frac{5}{2}\right)}$

5 (1) 점 P의 좌표를 $P(x)$라 하면

$x=\frac{1\times(-4)+2\times6}{1+2}=\frac{8}{3}$ $\quad\therefore \mathbf{P\left(\frac{8}{3}\right)}$

(2) 점 Q의 좌표를 $Q(x)$라 하면

$x=\frac{1\times(-4)-2\times6}{1-2}=16$ $\quad\therefore$ **Q(16)**

(3) 점 M의 좌표를 $M(x)$라 하면

$x=\frac{6+(-4)}{2}=1$ $\quad\therefore$ **M(1)**

6 (1) 점 P의 좌표를 $P(x)$라 하면

$x=\frac{3\times(-8)+2\times(-3)}{3+2}=-6$ $\quad\therefore$ **P(−6)**

(2) 점 Q의 좌표를 $Q(x)$라 하면

$x=\frac{3\times(-8)-2\times(-3)}{3-2}=-18$ $\quad\therefore$ **Q(−18)**

(3) 점 M의 좌표를 $M(x)$라 하면

$x=\frac{-3-8}{2}=-\frac{11}{2}$ $\quad\therefore \mathbf{M\left(-\frac{11}{2}\right)}$

7 (1) 점 P의 좌표를 $P(x, y)$라 하면

$x=\frac{1\times3+3\times(-1)}{1+3}=0,$

$y=\frac{1\times6+3\times(-2)}{1+3}=0$

따라서 점 P의 좌표는 **P(0, 0)**

(2) 점 Q의 좌표를 $Q(x, y)$라 하면

$x=\frac{1\times3-3\times(-1)}{1-3}=-3$,

$y=\frac{1\times6-3\times(-2)}{1-3}=-6$

따라서 점 Q의 좌표는 $\mathbf{Q(-3, -6)}$

(3) 점 M의 좌표를 $M(x, y)$라 하면

$x=\frac{-1+3}{2}=1$, $y=\frac{-2+6}{2}=2$

따라서 점 M의 좌표는 $\mathbf{M(1, 2)}$

8 (1) 점 P의 좌표를 $P(x, y)$라 하면

$x=\frac{2\times1+1\times2}{2+1}=\frac{4}{3}$,

$y=\frac{2\times(-4)+1\times(-1)}{2+1}=-3$

따라서 점 P의 좌표는 $\mathbf{P\left(\frac{4}{3}, -3\right)}$

(2) 점 Q의 좌표를 $Q(x, y)$라 하면

$x=\frac{2\times1-1\times2}{2-1}=0$,

$y=\frac{2\times(-4)-1\times(-1)}{2-1}=-7$

따라서 점 Q의 좌표는 $\mathbf{Q(0, -7)}$

(3) 점 M의 좌표를 $M(x, y)$라 하면

$x=\frac{2+1}{2}=\frac{3}{2}$, $y=\frac{-1-4}{2}=-\frac{5}{2}$

따라서 점 M의 좌표는 $\mathbf{M\left(\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}\right)}$

9 (1) 점 P의 좌표를 $P(x, y)$라 하면

$x=\frac{2\times8+3\times(-2)}{2+3}=2$,

$y=\frac{2\times1+3\times1}{2+3}=1$

따라서 점 P의 좌표는 $\mathbf{P(2, 1)}$

(2) 점 Q의 좌표를 $Q(x, y)$라 하면

$x=\frac{2\times8-3\times(-2)}{2-3}=-22$,

$y=\frac{2\times1-3\times1}{2-3}=1$

따라서 점 Q의 좌표는 $\mathbf{Q(-22, 1)}$

(3) 점 M의 좌표를 $M(x, y)$라 하면

$x=\frac{-2+8}{2}=3$, $y=\frac{1+1}{2}=1$

따라서 점 M의 좌표는 $\mathbf{M(3, 1)}$

10 (1) 점 P의 좌표를 $P(x, y)$라 하면

$x=\frac{3\times3+2\times(-2)}{3+2}=1$,

$y=\frac{3\times2+2\times1}{3+2}=\frac{8}{5}$

따라서 점 P의 좌표는 $\mathbf{P\left(1, \frac{8}{5}\right)}$

(2) 점 Q의 좌표를 $Q(x, y)$라 하면

$x=\frac{3\times3-2\times(-2)}{3-2}=13$,

$y=\frac{3\times2-2\times1}{3-2}=4$

따라서 점 Q의 좌표는 $\mathbf{Q(13, 4)}$

(3) 점 M의 좌표를 $M(x, y)$라 하면

$x=\frac{-2+3}{2}=\frac{1}{2}$, $y=\frac{1+2}{2}=\frac{3}{2}$

따라서 점 M의 좌표는 $\mathbf{M\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)}$

기초 개념 평가

본문 | 120, 121쪽

01 $|x_2-x_1|$

02 $|x|$

03 y_2-y_1

04 x_1^2

05 $m:n$, 내분, 내분점

06 $m:n$, 외분, 외분점

07 nx_1

08 my_2, $m\neq n$

09 $m=n$

10 $2:1$

11 3, 3

기초 문제 평가

본문 | 122, 123쪽

1 두 점 $A(2, 0)$, $B(a, -4)$ 사이의 거리는

$\overline{AB}=\sqrt{(a-2)^2+(-4-0)^2}=\sqrt{(a-2)^2+16}$

$\overline{AB}=5$에서 $\sqrt{(a-2)^2+16}=5$

양변을 제곱하여 정리하면

$(a-2)^2+16=25$, $a^2-4a-5=0$

$(a+1)(a-5)=0$ $\quad\therefore a=-1$ 또는 $a=5$

그런데 a는 양수이므로 $\boldsymbol{a=5}$

2 점 P의 좌표를 $P(a, 0)$이라 하면

$\overline{AP}=\sqrt{(a-4)^2+(-2)^2}=\sqrt{a^2-8a+20}$

$\overline{BP}=\sqrt{(a-1)^2+1^2}=\sqrt{a^2-2a+2}$

$\overline{AP}=\overline{BP}$에서 $\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$이므로

$a^2-8a+20=a^2-2a+2$

$-6a=-18$ $\quad\therefore a=3$

따라서 점 P의 좌표는 $P(3, 0)$이다.

점 Q의 좌표를 Q$(0, b)$라 하면

$\overline{AQ}=\sqrt{(-4)^2+(b-2)^2}=\sqrt{b^2-4b+20}$

$\overline{BQ}=\sqrt{(-1)^2+(b+1)^2}=\sqrt{b^2+2b+2}$

$\overline{AQ}=\overline{BQ}$에서 $\overline{AQ}^2=\overline{BQ}^2$이므로

$b^2-4b+20=b^2+2b+2$

$-6b=-18 \qquad \therefore b=3$

따라서 점 Q의 좌표는 Q$(0, 3)$이다.

P$(3, 0)$, Q$(0, 3)$에서

$\overline{PQ}=\sqrt{(-3)^2+3^2}=\mathbf{3\sqrt{2}}$

3 점 P는 직선 $y=2x$ 위의 점이므로 P$(a, 2a)$라 하면

$\overline{AP}=\sqrt{(a-1)^2+(2a+1)^2}=\sqrt{5a^2+2a+2}$

$\overline{BP}=\sqrt{(a-3)^2+(2a-1)^2}=\sqrt{5a^2-10a+10}$

$\overline{AP}=\overline{BP}$에서 $\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$이므로

$5a^2+2a+2=5a^2-10a+10$

$12a=8 \qquad \therefore a=\frac{2}{3}$

따라서 점 P의 좌표는 $\mathbf{P\left(\frac{2}{3}, \frac{4}{3}\right)}$

4 $\overline{AB}=\sqrt{(3+2)^2+(5-a)^2}=\sqrt{a^2-10a+50}$

$\overline{AC}=\sqrt{(3+2)^2+(-1-a)^2}=\sqrt{a^2+2a+26}$

$\overline{AB}=\overline{AC}$에서 $\overline{AB}^2=\overline{AC}^2$이므로

$a^2-10a+50=a^2+2a+26$

$-12a=-24 \qquad \therefore \boldsymbol{a=2}$

5 점 P의 좌표를 P$(a, 0)$이라 하면

$\overline{AP}=\sqrt{(a-2)^2+(-4)^2}=\sqrt{a^2-4a+20}$

$\overline{BP}=\sqrt{(a-4)^2+(-2)^2}=\sqrt{a^2-8a+20}$

$\overline{AP}^2+\overline{BP}^2=(a^2-4a+20)+(a^2-8a+20)$

$=2a^2-12a+40$

$=2(a-3)^2+22$

따라서 $a=3$일 때, $\overline{AP}^2+\overline{BP}^2$의 최솟값은 **22**이다.

6 세 변 AB, BC, CA의 길이를 각각 구하면

$\overline{AB}=\sqrt{(7-3)^2+(1-5)^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$

$\overline{BC}=\sqrt{(0-7)^2+(2-1)^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

$\overline{CA}=\sqrt{(3-0)^2+(5-2)^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

따라서 $\overline{AB}^2+\overline{CA}^2=\overline{BC}^2$이므로 삼각형 ABC는 $\boldsymbol{\angle A=90^\circ}$ **인 직각삼각형**이다.

7 선분 AB를 $3:1$로 외분하는 점 Q의 좌표는

$\frac{3\times x-1\times 5}{3-1}=\frac{3x-5}{2}$

Q(4)이므로 $\frac{3x-5}{2}=4$

$3x-5=8 \qquad \therefore \boldsymbol{x=\frac{13}{3}}$

8 점 P의 좌표를 P(x)라 하면

$x=\frac{1\times 8+2\times 2}{1+2}=4 \qquad \therefore$ P(4)

점 Q의 좌표를 Q(x)라 하면

$x=\frac{1\times 8-2\times 2}{1-2}=-4 \qquad \therefore$ Q(-4)

$\therefore \overline{PQ}=|-4-4|=\mathbf{8}$

9 $\frac{2+a}{2}=4$, $\frac{5+b}{2}=-3$에서

$a=6$, $b=-11 \qquad \therefore \boldsymbol{a+b=-5}$

10 $\frac{2\times b+1\times 3}{2+1}=-3$에서

$2b+3=-9 \qquad \therefore \boldsymbol{b=-6}$

$\frac{2\times(-2)+1\times a}{2+1}=1$에서

$a-4=3 \qquad \therefore \boldsymbol{a=7}$

11 $\overline{AC}=2\overline{BC}$에서 $\overline{AC}:\overline{BC}=2:1$이므로 점 C는 선분 AB를 $2:1$로 외분하는 점이다.

따라서 구하는 점 C의 좌표는

$C\left(\frac{2\times 5-1\times 4}{2-1}, \frac{2\times(-5)-1\times 1}{2-1}\right)$

$\therefore$ **C(6, −11)**

다른 풀이 $\overline{AC}=2\overline{BC}$에서 점 B는 선분 AC를 $1:1$로 내분하는 점, 즉 선분 AC의 중점이다.

C(a, b)라 하면

$\frac{4+a}{2}=5$에서 $4+a=10 \qquad \therefore a=6$

$\frac{1+b}{2}=-5$에서 $1+b=-10 \qquad \therefore b=-11$

$\therefore$ C$(6, -11)$

12 $\frac{-3+a+1}{3}=0$에서

$a-2=0 \qquad \therefore a=2$

$\frac{5+b+2}{3}=0$에서

$b+7=0 \qquad \therefore b=-7$

$\therefore \boldsymbol{a-b=9}$

13 $\frac{a+b+5}{3}=3$에서

$a+b+5=9 \qquad \therefore a+b=4$

$\frac{3+1+ab}{3}=2$에서

$ab+4=6 \qquad \therefore ab=2$

$\therefore a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=4^2-2\times 2=\mathbf{12}$

14 변 AB를 $2:1$로 내분하는 점의 좌표는

$$\frac{2\times5+1\times(-1)}{2+1}=3,\ \frac{2\times(-2)+1\times1}{2+1}=-1$$

변 BC를 $2:1$로 내분하는 점의 좌표는

$$\frac{2\times2+1\times5}{2+1}=3,\ \frac{2\times5+1\times(-2)}{2+1}=\frac{8}{3}$$

변 CA를 $2:1$로 내분하는 점의 좌표는

$$\frac{2\times(-1)+1\times2}{2+1}=0,\ \frac{2\times1+1\times5}{2+1}=\frac{7}{3}$$

$\therefore \mathrm{P}(3, -1), \mathrm{Q}\left(3, \frac{8}{3}\right), \mathrm{R}\left(0, \frac{7}{3}\right)$

따라서 삼각형 PQR의 무게중심의 좌표는

$$\left(\frac{3+3+0}{3}, \frac{-1+\frac{8}{3}+\frac{7}{3}}{3}\right), \text{ 즉 } \left(\mathbf{2}, \mathbf{\frac{4}{3}}\right)$$

다른 풀이 삼각형 ABC의 세 변을 각각 $m:n$으로 내분하는 점을 P, Q, R라 할 때, 삼각형 ABC의 무게중심과 삼각형 PQR의 무게중심은 일치하므로 삼각형 ABC의 세 변 AB, BC, CA를 $2:1$로 내분하는 점을 각각 P, Q, R라 할 때, 삼각형 PQR의 무게중심의 좌표는 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표와 같다.

$$\left(\frac{-1+5+2}{3}, \frac{1+(-2)+5}{3}\right), \text{ 즉 } \left(2, \frac{4}{3}\right)$$

10 직선의 방정식

기초 개념 피드백 & TEST

본문 | 125쪽

1-1 (1) **3, −3** (2) **1, 5**

1-2 (1) $y=-x-2$에 $y=0$을 대입하면 $x=-2$

따라서 x절편은 $\mathbf{-2}$

$y=-x-2$에 $x=0$을 대입하면 $y=-2$

따라서 y절편은 $\mathbf{-2}$

(2) $y=2x+6$에 $y=0$을 대입하면 $x=-3$

따라서 x절편은 $\mathbf{-3}$

$y=2x+6$에 $x=0$을 대입하면 $y=6$

따라서 y절편은 $\mathbf{6}$

(3) $y=\frac{1}{2}x-3$에 $y=0$을 대입하면 $x=6$

따라서 x절편은 $\mathbf{6}$

$y=\frac{1}{2}x-3$에 $x=0$을 대입하면 $y=-3$

따라서 y절편은 $\mathbf{-3}$

2-1 (1) $\mathbf{-3}$ (2) $\mathbf{-\frac{3}{2}}$

2-2 (1) (기울기)$=\frac{-2-4}{1-(-5)}=\frac{-6}{6}=\mathbf{-1}$

(2) (기울기)$=\frac{1-(-4)}{10-8}=\mathbf{\frac{5}{2}}$

(3) (기울기)$=\frac{6-15}{1-7}=\frac{-9}{-6}=\mathbf{\frac{3}{2}}$

3-1 (1) $\mathbf{\frac{1}{2}}$ (2) $\mathbf{\frac{8}{3}}$

3-2 (1) $8x-2y+14=0$을 y에 대하여 풀면

$2y=8x+14 \qquad \therefore \boldsymbol{y=4x+7}$

(2) $x+4y-6=0$을 y에 대하여 풀면

$4y=-x+6 \qquad \therefore \boldsymbol{y=-\frac{1}{4}x+\frac{3}{2}}$

(3) $3x-2y-10=0$을 y에 대하여 풀면

$2y=3x-10 \qquad \therefore \boldsymbol{y=\frac{3}{2}x-5}$

본문 | 126~129쪽

1-1 (1) **1, 5** (2) **0, 15**

1-2 (1) 점 $(0, 2)$를 지나고 기울기가 3인 직선의 방정식은

$y-2=3(x-0) \qquad \therefore \boldsymbol{y=3x+2}$

(2) 점 $(2, -1)$을 지나고 기울기가 $\frac{1}{2}$인 직선의 방정식은

$y-(-1)=\frac{1}{2}(x-2) \qquad \therefore \boldsymbol{y=\frac{1}{2}x-2}$

(3) x절편이 5이므로 점 $(5, 0)$을 지나고 기울기가 -2인 직선의 방정식은

$y-0=-2(x-5) \qquad \therefore \boldsymbol{y=-2x+10}$

2-1 (1) **3, 4** (2) **3**

2-2 (1) 두 점 $(3, 8)$, $(2, 5)$를 지나는 직선의 방정식은

$y-8=\frac{5-8}{2-3}(x-3)$ $\therefore$ $\boldsymbol{y=3x-1}$

(2) 두 점 $(-1, -2)$, $(2, 4)$를 지나는 직선의 방정식은

$y-4=\frac{4-(-2)}{2-(-1)}(x-2)$ $\therefore$ $\boldsymbol{y=2x}$

참고 $y-(-2)=\frac{4-(-2)}{2-(-1)}\{x-(-1)\}$로 구해도 된다.

(3) 두 점 $(2, 0)$, $(0, 4)$를 지나는 직선의 방정식은

$y-0=\frac{4-0}{0-2}(x-2)$, $y=-2(x-2)$

$\therefore$ $\boldsymbol{y=-2x+4}$

다른 풀이 x절편이 2, y절편이 4이므로 구하는 직선의 방정식은

$\frac{x}{2}+\frac{y}{4}=1$, $2x+y=4$

$\therefore$ $y=-2x+4$

(4) 두 점 $(-1, -5)$, $(-1, 8)$을 지나는 직선의 방정식은 두 점의 x좌표가 같으므로 $\boldsymbol{x=-1}$

3-1 **1, 4**

3-2 (1) x절편이 5, y절편이 1인 직선의 방정식은

$\frac{x}{5}+\frac{y}{1}=1$, $\frac{x}{5}+y=1$

$\therefore$ $\boldsymbol{y=-\frac{1}{5}x+1}$

(2) x절편이 1, y절편이 2인 직선의 방정식은

$\frac{x}{1}+\frac{y}{2}=1$, $2x+y=2$

$\therefore$ $\boldsymbol{y=-2x+2}$

(3) x절편이 -3, y절편이 6인 직선의 방정식은

$\frac{x}{-3}+\frac{y}{6}=1$, $-2x+y=6$

$\therefore$ $\boldsymbol{y=2x+6}$

4-1 (1) **5** (2) $\boldsymbol{x}$**, 2**

4-2 (1) y축에 평행하므로 구하는 직선의 방정식은

$\boldsymbol{x=1}$

(2) x축에 수직인 직선은 y축에 평행하므로 구하는 직선의 방정식은 $\boldsymbol{x=-5}$

5-1 **4, 4, 4**

5-2 (1) 두 점 $(1, 1)$, $(-1, 3)$을 지나는 직선의 방정식은

$y-1=\frac{3-1}{-1-1}(x-1)$, $y-1=-(x-1)$

$\therefore$ $y=-x+2$

이 직선이 점 $(k, 5)$를 지나므로

$5=-k+2$ $\therefore$ $\boldsymbol{k=-3}$

(2) x절편이 1, y절편이 k인 직선의 방정식은

$\frac{x}{1}+\frac{y}{k}=1$, $kx+y=k$

$\therefore$ $y=-kx+k$

이 직선이 점 $(2, -3)$을 지나므로

$-3=-2k+k$ $\therefore$ $\boldsymbol{k=3}$

6-1 **3, 3**

6-2 (1) 직선 $y=4x-2$에 평행한 직선의 기울기는 4이고, 이 직선이 점 $(-1, -1)$을 지나므로 구하는 직선의 방정식은

$y-(-1)=4\{x-(-1)\}$, $y+1=4(x+1)$

$\therefore$ $\boldsymbol{y=4x+3}$

(2) 직선 $2x+y-1=0$, 즉 $y=-2x+1$에 평행한 직선의 기울기는 -2이고, 이 직선이 점 $(2, -1)$을 지나므로 구하는 직선의 방정식은

$y-(-1)=-2(x-2)$, $y+1=-2(x-2)$

$\therefore$ $\boldsymbol{y=-2x+3}$

7-1 $\boldsymbol{-1, \frac{1}{2}, 2}$

7-2 (1) 구하는 직선의 기울기를 m이라 하면

직선 $y=\frac{1}{3}x+4$의 기울기가 $\frac{1}{3}$이므로

$\frac{1}{3}m=-1$에서 $m=-3$

따라서 원점을 지나고 기울기가 -3인 직선의 방정식은

$\boldsymbol{y=-3x}$

(2) 구하는 직선의 기울기를 m이라 하면

직선 $3x-6y+1=0$, 즉 $y=\frac{1}{2}x+\frac{1}{6}$의 기울기가 $\frac{1}{2}$이므로

$\frac{1}{2}m=-1$에서 $m=-2$

따라서 점 $(-1, 2)$를 지나고 기울기가 -2인 직선의 방정식은

$y-2=-2\{x-(-1)\}$ $\therefore$ $\boldsymbol{y=-2x}$

8-1 **1, 1**

8-2 (1) 점 $(-2, 1)$과 직선 $3x-4y+5=0$ 사이의 거리는

$\frac{|3\times(-2)-4\times1+5|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=\frac{5}{\sqrt{25}}=\boldsymbol{1}$

(2) 원점 $(0, 0)$과 직선 $5x+12y-26=0$ 사이의 거리는

$\frac{|5\times0+12\times0-26|}{\sqrt{5^2+12^2}}=\frac{26}{\sqrt{169}}=\frac{26}{13}=\boldsymbol{2}$

9-1 **3, 10, 10**

9-2 (1) 기울기가 -2인 직선의 방정식을 $y=-2x+c$, 즉 $2x+y-c=0$으로 놓으면 원점에서의 거리가 $\sqrt{5}$이므로

$\frac{|-c|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\sqrt{5}$, $|-c|=5$ $\therefore$ $c=\pm5$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$\boldsymbol{2x+y-5=0}$ **또는** $\boldsymbol{2x+y+5=0}$

(2) 직선 $x+2y+5=0$, 즉 $y=-\frac{1}{2}x-\frac{5}{2}$에 수직이므로
구하는 직선의 기울기를 m이라 하면
$-\frac{1}{2}m=-1$에서 $m=2$
구하는 직선의 방정식을 $y=2x+c$, 즉 $2x-y+c=0$으로 놓을 수 있다.
원점과 직선 $2x-y+c=0$ 사이의 거리가 2이므로
$\frac{|c|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=2$, $|c|=2\sqrt{5}$ $\quad\therefore c=\pm2\sqrt{5}$
따라서 구하는 직선의 방정식은
$\mathbf{2x-y+2\sqrt{5}=0}$ **또는** $\mathbf{2x-y-2\sqrt{5}=0}$

(3) 원점을 지나는 직선의 방정식을
$y=ax$, 즉 $ax-y=0$으로 놓으면
점 $(1, 2)$에서의 거리가 1이므로
$\frac{|a-2|}{\sqrt{a^2+(-1)^2}}=1$, $|a-2|=\sqrt{a^2+1}$
양변을 제곱하면 $a^2-4a+4=a^2+1$
$-4a=-3$ $\quad\therefore a=\frac{3}{4}$
따라서 구하는 직선의 방정식은
$y=\frac{3}{4}x$, 즉 $\mathbf{3x-4y=0}$

(4) y축에 수직인 직선은 x축에 평행하므로 구하는 직선의 방정식은 $\mathbf{y=5}$

(5) 두 점 $(2, -1)$, $(1, -3)$을 지나는 직선의 방정식은
$y-(-1)=\frac{-3-(-1)}{1-2}(x-2)$, $y+1=2(x-2)$
$\therefore \mathbf{y=2x-5}$

(6) 두 점 $(3, 2)$, $(3, 6)$을 지나는 직선의 방정식은 두 점의 x좌표가 같으므로 $\mathbf{x=3}$

(7) 두 점 $(2, 0)$, $(0, -6)$을 지나는 직선의 방정식은
$y-0=\frac{-6-0}{0-2}(x-2)$, $y=3(x-2)$
$\therefore \mathbf{y=3x-6}$
다른 풀이 x절편이 2, y절편이 -6이므로 구하는 직선의 방정식은
$\frac{x}{2}+\frac{y}{-6}=1$, $-3x+y=-6$ $\quad\therefore y=3x-6$

2 두 점 $(1, -3)$, $(-3, 1)$을 이은 선분의 중점의 좌표는
$\left(\frac{1+(-3)}{2}, \frac{-3+1}{2}\right)$, 즉 $(-1, -1)$
따라서 점 $(-1, -1)$을 지나고 기울기가 3인 직선의 방정식은
$y-(-1)=3\{x-(-1)\}$, $y+1=3(x+1)$
$\therefore \mathbf{y=3x+2}$

3 점 $(1, -2)$를 지나고 기울기가 -3인 직선의 방정식은
$y-(-2)=-3(x-1)$ $\quad\therefore y=-3x+1$
① $x=-2$일 때, $y=7$
② $x=-1$일 때, $y=4$
③ $x=0$일 때, $y=1$
④ $x=3$일 때, $y=-8$
⑤ $x=4$일 때, $y=-11$
따라서 직선 위의 점은 ④ $\mathbf{(3, -8)}$

4 x절편이 -1, y절편이 k인 직선의 방정식은
$\frac{x}{-1}+\frac{y}{k}=1$, $-kx+y=k$
$\therefore y=kx+k$
이 직선이 점 $(3, 8)$을 지나므로
$8=3k+k$, $4k=8$ $\quad\therefore \mathbf{k=2}$

5 $x-y+3=0$ $\quad\cdots\cdots$㉠
$x+2y+6=0$ $\quad\cdots\cdots$㉡
㉠$-$㉡을 하면 $-3y-3=0$ $\quad\therefore y=-1$
$y=-1$을 ㉠에 대입하면
$x+1+3=0$ $\quad\therefore x=-4$
따라서 두 점 $(-4, -1)$, $(2, 1)$을 지나는 직선의 방정식은
$y-1=\frac{1-(-1)}{2-(-4)}(x-2)$, $y-1=\frac{1}{3}(x-2)$
$y=\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}$, 즉 $\mathbf{x-3y+1=0}$

기초 개념 평가

본문 | 130, 131쪽

01 $\boldsymbol{n}$
02 $\boldsymbol{m}$
03 $\boldsymbol{y_2-y_1}$
04 **1**
05 $\boldsymbol{m=m', n\neq n'}$
06 **평행하다**
07 $\boldsymbol{m=m', n=n'}$
08 $\boldsymbol{mm'=-1}$
09 **수직이다**
10 $\boldsymbol{|ax_1+by_1+c|}$
11 $\boldsymbol{|c|}$
12 **수직인**
13 $\boldsymbol{l'}$

기초 문제 평가

본문 | 132, 133쪽

1 (1) 점 $(-1, 5)$를 지나고 기울기가 -1인 직선의 방정식은
$y-5=-1\times\{x-(-1)\}$, $y-5=-(x+1)$
$\therefore \mathbf{y=-x+4}$

(2) x절편이 4이므로 점 $(4, 0)$을 지나고 기울기가 1인 직선의 방정식은
$y-0=1\times(x-4)$
$\therefore \mathbf{y=x-4}$

(3) x축에 수직인 직선은 y축에 평행하므로 구하는 직선의 방정식은 $\mathbf{x=-4}$

6 두 점 $(-3, 1)$, $(2, -1)$을 지나는 직선의 기울기는

$\dfrac{-1-1}{2-(-3)}=-\dfrac{2}{5}$이므로 점 $(1, 0)$을 지나고 기울기가 $-\dfrac{2}{5}$인 직선의 방정식은

$y-0=-\dfrac{2}{5}(x-1)$

$y=-\dfrac{2}{5}x+\dfrac{2}{5}$, 즉 $\boldsymbol{2x+5y-2=0}$

7 직선 $y=2x$에 수직인 직선의 기울기를 m이라 하면 직선 $y=2x$의 기울기가 2이므로

$2m=-1$에서 $m=-\dfrac{1}{2}$

점 $(2, 4)$를 지나고 기울기가 $-\dfrac{1}{2}$인 직선의 방정식은

$y-4=-\dfrac{1}{2}(x-2)\qquad \therefore y=-\dfrac{1}{2}x+5$

$y=0$일 때, $0=-\dfrac{1}{2}x+5$, $\dfrac{1}{2}x=5\qquad \therefore x=10$

따라서 구하는 x절편은 **10**이다.

참고 x절편 ⇨ $y=f(x)$에 $y=0$을 대입한 x의 값

y절편 ⇨ $y=f(x)$에 $x=0$을 대입한 y의 값

8 세 점 A, B, C가 한 직선 위에 있으면 직선 AB와 직선 AC의 기울기가 같으므로

$\dfrac{a-1}{1-(-1)}=\dfrac{5-1}{a-(-1)}$, $(a-1)(a+1)=8$

$a^2-1=8$, $a^2=9\qquad \therefore a=\pm 3$

따라서 양수 a의 값은 **3**이다.

9 (i) 직선 $x+ay+1=0$과 직선 $x+y+1=0$이 수직일 때

직선 $x+ay+1=0$의 기울기는 $-\dfrac{1}{a}$,

직선 $x+y+1=0$의 기울기는 -1이므로

$-\dfrac{1}{a}\times(-1)=-1\qquad \therefore a=-1$

(ii) 직선 $x+ay+1=0$과 직선 $x+by-1=0$이 평행할 때

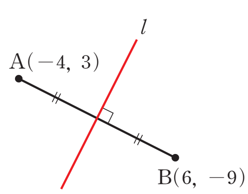
직선 $x+ay+1=0$의 기울기는 $-\dfrac{1}{a}$,

직선 $x+by-1=0$의 기울기는 $-\dfrac{1}{b}$이므로

$-\dfrac{1}{a}=-\dfrac{1}{b}\qquad \therefore a=b$

(i), (ii)에서 $\boldsymbol{a=-1}$, $\boldsymbol{b=-1}$

10 (i) 두 점 $\mathrm{A}(-4, 3)$, $\mathrm{B}(6, -9)$를 지나는 직선의 기울기는



$\dfrac{-9-3}{6-(-4)}=-\dfrac{6}{5}$

선분 AB의 수직이등분선을 직선 l이라 하면 선분 AB와 직선 l은 서로 수직이므로 직선 l의 기울기를 m이라 하면

$-\dfrac{6}{5}m=-1$에서 $m=\dfrac{5}{6}$

(ii) 선분 AB의 중점의 좌표는

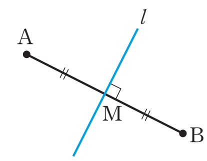
$\left(\dfrac{-4+6}{2}, \dfrac{3-9}{2}\right)$, 즉 $(1, -3)$

(i), (ii)에서 직선 l은 점 $(1, -3)$을 지나고 기울기가 $\dfrac{5}{6}$인 직선이므로 구하는 직선의 방정식은

$y-(-3)=\dfrac{5}{6}(x-1)$, $y+3=\dfrac{5}{6}x-\dfrac{5}{6}$

$y=\dfrac{5}{6}x-\dfrac{23}{6}$, 즉 $\boldsymbol{5x-6y-23=0}$

참고 선분 AB를 수직이등분하는 직선 l은 다음 두 조건을 모두 만족시킨다.



(i) 수직 조건

(직선 l의 기울기) $\times$ (직선 AB의 기울기) $=-1$

(ii) 이등분 조건

직선 l이 선분 AB의 중점 M을 지난다.

11 점 $(2, a)$와 직선 $2x-y+2=0$ 사이의 거리가 $\sqrt{5}$이므로

$\dfrac{|2\times 2-a+2|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\sqrt{5}$, $|6-a|=5$

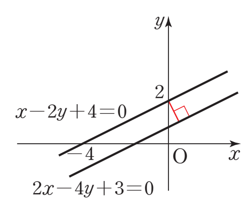
$6-a=5$ 또는 $6-a=-5$

$\therefore$ $\boldsymbol{a=1}$ **또는** $\boldsymbol{a=11}$

12 평행한 두 직선

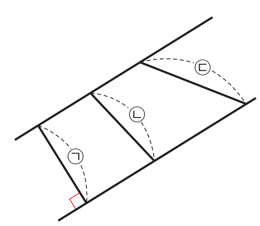
$x-2y+4=0$, $2x-4y+3=0$

사이의 거리는 직선 $x-2y+4=0$ 위의 한 점 $(0, 2)$와 직선 $2x-4y+3=0$ 사이의 거리와 같으므로



$\dfrac{|2\times 0-4\times 2+3|}{\sqrt{2^2+(-4)^2}}=\dfrac{5}{2\sqrt{5}}=\boldsymbol{\dfrac{\sqrt{5}}{2}}$

참고 오른쪽 그림에서 두 직선이 평행할 때, 두 직선 사이의 거리는 ㉠이다.



11 원의 방정식

본문 | 134~137쪽

1-1 (1) $\mathbf{2,\ 2}$ (2) $\mathbf{3,\ 25}$

1-2 (1) $\{x-(-2)\}^2+(y-3)^2=2^2$이므로

$\boldsymbol{(x+2)^2+(y-3)^2=4}$

(2) $\boldsymbol{x^2+y^2=1}$

(3) 반지름의 길이를 r라 하면 원의 방정식은 $x^2+y^2=r^2$

이 원이 점 $(1, \sqrt{3})$을 지나므로

$1^2+(\sqrt{3})^2=r^2 \qquad \therefore r^2=4$

따라서 구하는 원의 방정식은 $\boldsymbol{x^2+y^2=4}$

(4) 반지름의 길이를 r라 하면 원의 방정식은

$(x+3)^2+(y-2)^2=r^2$

이 원이 점 $(-2, 0)$을 지나므로

$(-2+3)^2+(0-2)^2=r^2 \qquad \therefore r^2=5$

따라서 구하는 원의 방정식은

$\boldsymbol{(x+3)^2+(y-2)^2=5}$

2-1 $\boldsymbol{\sqrt{5},\ 1}$

2-2 (1) 구하는 원의 중심을 $\mathrm{C}(a, b)$라 하면 점 C는 선분 AB의 중점이므로 $a=\dfrac{1+9}{2}=5,\ b=\dfrac{-2+4}{2}=1$

따라서 원의 중심은 $\mathrm{C}(5, 1)$이고 반지름의 길이는

$\overline{\mathrm{AC}}=\sqrt{(5-1)^2+\{1-(-2)\}^2}=5$

이므로 구하는 원의 방정식은

$\boldsymbol{(x-5)^2+(y-1)^2=25}$

(2) 구하는 원의 중심을 $\mathrm{C}(a, b)$라 하면 점 C는 선분 AB의 중점이므로 $a=\dfrac{5-3}{2}=1,\ b=\dfrac{3+7}{2}=5$

따라서 원의 중심은 $\mathrm{C}(1, 5)$이고 반지름의 길이는

$\overline{\mathrm{AC}}=\sqrt{(1-5)^2+(5-3)^2}=2\sqrt{5}$

이므로 구하는 원의 방정식은

$\boldsymbol{(x-1)^2+(y-5)^2=20}$

3-1 $\mathbf{4,\ 1}$

3-2 (1) 주어진 방정식을 변형하면

$(x^2-4x+4)+(y^2+2y+1)=16$

즉, $(x-2)^2+(y+1)^2=16$

따라서 주어진 방정식이 나타내는 원의 중심과 반지름의 길이를 구하면

중심 : $\boldsymbol{(2,\ -1)}$, 반지름의 길이 : $\mathbf{4}$

(2) 주어진 방정식을 변형하면

$(x^2+8x+16)+(y^2-4y+4)=20$

즉, $(x+4)^2+(y-2)^2=20$

따라서 주어진 방정식이 나타내는 원의 중심과 반지름의 길이를 구하면

중심 : $\boldsymbol{(-4,\ 2)}$, 반지름의 길이 : $\boldsymbol{2\sqrt{5}}$

4-1 $\mathbf{8,\ 32,\ 2}$

4-2 (1) 구하는 원의 방정식을

$x^2+y^2+Ax+By+C=0$이라 하면

세 점 $(0, 0)$, $(4, 0)$, $(1, 1)$을 지나므로

$$\begin{cases} C=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ 16+4A+C=0 & \cdots\cdots ㉡ \\ 2+A+B+C=0 & \cdots\cdots ㉢ \end{cases}$$

$C=0$을 ㉡에 대입하면

$16+4A=0 \qquad \therefore A=-4$

$A=-4,\ C=0$을 ㉢에 대입하면

$2-4+B=0 \qquad \therefore B=2$

따라서 구하는 원의 방정식은

$\boldsymbol{x^2+y^2-4x+2y=0}$

(2) 구하는 원의 방정식을

$x^2+y^2+Ax+By+C=0$이라 하면

세 점 $(0, 0)$, $(0, 4)$, $(3, 3)$을 지나므로

$$\begin{cases} C=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ 16+4B+C=0 & \cdots\cdots ㉡ \\ 18+3A+3B+C=0 & \cdots\cdots ㉢ \end{cases}$$

$C=0$을 ㉡에 대입하면

$16+4B=0 \qquad \therefore B=-4$

$B=-4,\ C=0$을 ㉢에 대입하면

$18+3A-12=0 \qquad \therefore A=-2$

따라서 구하는 원의 방정식은

$\boldsymbol{x^2+y^2-2x-4y=0}$

5-1 $\mathbf{3,\ 7}$

5-2 (1) $y=x+1$을 $x^2+y^2=1$에 대입하면

$x^2+(x+1)^2=1,\ 2x^2+2x=0,\ x^2+x=0$

이 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$D=1^2-4\times1\times0=1>0$

따라서 원 $x^2+y^2=1$과 직선 $y=x+1$은 **서로 다른 두 점에서 만난다.**

(2) $y=x-\sqrt{2}$를 $x^2+y^2=1$에 대입하면

$x^2+(x-\sqrt{2})^2=1,\ 2x^2-2\sqrt{2}x+1=0$

이 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$\dfrac{D}{4}=(-\sqrt{2})^2-2\times1=0$

따라서 원 $x^2+y^2=1$과 직선 $y=x-\sqrt{2}$는 **한 점에서 만난다. (접한다.)**

(3) $y=x-4$를 $x^2+y^2=1$에 대입하면

$x^2+(x-4)^2=1,\ 2x^2-8x+15=0$

이 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$\dfrac{D}{4}=(-4)^2-2\times15=-14<0$

따라서 원 $x^2+y^2=1$과 직선 $y=x-4$는 **만나지 않는다.**

6-1 $\boldsymbol{k^2}$, $\mathbf{-4, 4}$

6-2 $y=2x+k$를 $x^2+y^2=4$에 대입하면

$x^2+(2x+k)^2=4$, $5x^2+4kx+k^2-4=0$ ……㉠

이차방정식 ㉠의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=(2k)^2-5(k^2-4)=-k^2+20$

(1) 서로 다른 두 점에서 만나므로 $D>0$에서

$-k^2+20>0$, $k^2-20<0$, $(k+2\sqrt{5})(k-2\sqrt{5})<0$

$\therefore$ $\boldsymbol{-2\sqrt{5}<k<2\sqrt{5}}$

(2) 한 점에서 만나므로 $D=0$에서

$-k^2+20=0$, $k^2-20=0$, $(k+2\sqrt{5})(k-2\sqrt{5})=0$

$\therefore$ $\boldsymbol{k=-2\sqrt{5}}$ **또는** $\boldsymbol{k=2\sqrt{5}}$

(3) 만나지 않으므로 $D<0$에서

$-k^2+20<0$, $k^2-20>0$, $(k+2\sqrt{5})(k-2\sqrt{5})>0$

$\therefore$ $\boldsymbol{k<-2\sqrt{5}}$ **또는** $\boldsymbol{k>2\sqrt{5}}$

7-1 (1) **3** (2) **13**

7-2 (1) $y=mx\pm r\sqrt{m^2+1}$에서 $m=3$, $r=\sqrt{10}$이므로

$y=3x\pm\sqrt{10}\sqrt{3^2+1}$ $\therefore$ $\boldsymbol{y=3x\pm10}$

(2) $x_1x+y_1y=r^2$에서 $x_1=-2$, $y_1=1$, $r^2=5$이므로

$-2x+y=5$ $\therefore$ $\boldsymbol{y=2x+5}$

8-1 $\mathbf{1, \pm1}$

8-2 (1) 접점을 $\mathrm{P}(x_1, y_1)$이라 하면 점 P에서의 접선의 방정식은

$x_1x+y_1y=3$

이 접선이 점 $(0, 3)$을 지나므로 $3y_1=3$ $\therefore$ $y_1=1$

점 $\mathrm{P}(x_1, y_1)$은 원 위의 점이므로

${x_1}^2+{y_1}^2=3$ ……㉠

$y_1=1$을 ㉠에 대입하면 ${x_1}^2=2$ $\therefore$ $x_1=\pm\sqrt{2}$

따라서 구하는 접선의 방정식은

$\sqrt{2}x+y=3$ 또는 $-\sqrt{2}x+y=3$

$\therefore$ $\boldsymbol{\sqrt{2}x+y=3}$ **또는** $\boldsymbol{\sqrt{2}x-y=-3}$

(2) 접점을 $\mathrm{P}(x_1, y_1)$이라 하면 점 P에서의 접선의 방정식은

$x_1x+y_1y=1$

이 접선이 점 $(2, 1)$을 지나므로

$2x_1+y_1=1$ $\therefore$ $y_1=-2x_1+1$ ……㉠

점 $\mathrm{P}(x_1, y_1)$은 원 위의 점이므로

${x_1}^2+{y_1}^2=1$ ……㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

${x_1}^2+(-2x_1+1)^2=1$, $5{x_1}^2-4x_1=0$

$x_1(5x_1-4)=0$ $\therefore$ $x_1=0$ 또는 $x_1=\frac{4}{5}$

$x_1=0$일 때, $y_1=1$, $x_1=\frac{4}{5}$일 때, $y_1=-\frac{3}{5}$

따라서 구하는 접선의 방정식은

$y=1$ 또는 $\frac{4}{5}x-\frac{3}{5}y=1$

$\therefore$ $\boldsymbol{y=1}$ **또는** $\boldsymbol{4x-3y=5}$

집중 연습

본문 | 138, 139쪽

1 (1) $\{x-(-1)\}^2+(y-3)^2=4^2$이므로

$\boldsymbol{(x+1)^2+(y-3)^2=16}$

(2) $(x-1)^2+(y-0)^2=(\sqrt{2})^2$이므로

$\boldsymbol{(x-1)^2+y^2=2}$

(3) 반지름의 길이를 r라 하면 원의 방정식은

$x^2+y^2=r^2$

이 원이 점 $(3, 1)$을 지나므로

$3^2+1^2=r^2$ $\therefore$ $r^2=10$

따라서 구하는 원의 방정식은

$\boldsymbol{x^2+y^2=10}$

(4) 반지름의 길이를 r라 하면 원의 방정식은

$(x+1)^2+(y+2)^2=r^2$

이 원이 점 $(2, 2)$를 지나므로

$(2+1)^2+(2+2)^2=r^2$ $\therefore$ $r^2=25$

따라서 구하는 원의 방정식은

$\boldsymbol{(x+1)^2+(y+2)^2=25}$

(5) 구하는 원의 중심을 $\mathrm{C}(a, b)$라 하면 점 C는 선분 AB의 중점이므로

$a=\frac{-2+4}{2}=1$, $b=\frac{5-1}{2}=2$

따라서 원의 중심은 $\mathrm{C}(1, 2)$이고 반지름의 길이는

$\overline{\mathrm{AC}}=\sqrt{\{1-(-2)\}^2+(2-5)^2}=3\sqrt{2}$

이므로 구하는 원의 방정식은

$\boldsymbol{(x-1)^2+(y-2)^2=18}$

(6) 구하는 원의 중심을 $\mathrm{C}(a, b)$라 하면 점 C는 선분 AB의 중점이므로

$a=\frac{2-4}{2}=-1$, $b=\frac{1+5}{2}=3$

따라서 원의 중심은 $\mathrm{C}(-1, 3)$이고 반지름의 길이는

$\overline{\mathrm{AC}}=\sqrt{(-1-2)^2+(3-1)^2}=\sqrt{13}$

이므로 구하는 원의 방정식은

$\boldsymbol{(x+1)^2+(y-3)^2=13}$

2 (1) 주어진 방정식을 변형하면

$(x^2-2x+1)+y^2=9$

즉, $(x-1)^2+y^2=9$

따라서 주어진 방정식이 나타내는 원의 중심과 반지름의 길이를 구하면

중심 : $\mathbf{(1, 0)}$, 반지름의 길이 : 3

(2) 주어진 방정식을 변형하면

$(x^2-2x+1)+(y^2-8y+16)=1$

즉, $(x-1)^2+(y-4)^2=1$

따라서 주어진 방정식이 나타내는 원의 중심과 반지름의 길이를 구하면

중심 : $\mathbf{(1, 4)}$, 반지름의 길이 : 1

(3) 주어진 방정식을 변형하면

$x^2+(y^2+4y+4)=1$

즉, $x^2+(y+2)^2=1$

따라서 주어진 방정식이 나타내는 원의 중심과 반지름의 길이를 구하면

중심 : $(0,\ -2)$, 반지름의 길이 : 1

3 (1) 구하는 원의 방정식을

$x^2+y^2+Ax+By+C=0$이라 하면

세 점 $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(2, 1)$을 지나므로

$$\begin{cases} C=0 & \cdots\cdots㉠ \\ 1+A+C=0 & \cdots\cdots㉡ \\ 5+2A+B+C=0 & \cdots\cdots㉢ \end{cases}$$

$C=0$을 ㉡에 대입하면

$1+A=0 \qquad \therefore A=-1$

$A=-1$, $C=0$을 ㉢에 대입하면

$5-2+B=0 \qquad \therefore B=-3$

따라서 구하는 원의 방정식은

$\boldsymbol{x^2+y^2-x-3y=0}$

(2) 구하는 원의 방정식을

$x^2+y^2+Ax+By+C=0$이라 하면

세 점 $(0, 0)$, $(1, 1)$, $(2, 4)$를 지나므로

$$\begin{cases} C=0 & \cdots\cdots㉠ \\ 2+A+B+C=0 & \cdots\cdots㉡ \\ 20+2A+4B+C=0 & \cdots\cdots㉢ \end{cases}$$

$C=0$을 ㉡, ㉢에 각각 대입하면

$A+B=-2 \qquad \cdots\cdots㉣$

$A+2B=-10 \qquad \cdots\cdots㉤$

㉣, ㉤을 연립하여 풀면 $A=6$, $B=-8$

따라서 구하는 원의 방정식은

$\boldsymbol{x^2+y^2+6x-8y=0}$

(3) 구하는 원의 방정식을

$x^2+y^2+Ax+By+C=0$이라 하면

세 점 $(1, 0)$, $(0, 1)$, $(-1, 4)$를 지나므로

$$\begin{cases} 1+A+C=0 & \cdots\cdots㉠ \\ 1+B+C=0 & \cdots\cdots㉡ \\ 17-A+4B+C=0 & \cdots\cdots㉢ \end{cases}$$

㉠, ㉡에서 $A=-C-1$, $B=-C-1$을 ㉢에 대입하면

$17-(-C-1)+4(-C-1)+C=0$

$14-2C=0 \qquad \therefore C=7$

$C=7$에서 $A=B=-8$

따라서 구하는 원의 방정식은

$\boldsymbol{x^2+y^2-8x-8y+7=0}$

4 $y=mx\pm r\sqrt{m^2+1}$에서

(1) $m=1$, $r=1$이므로

$y=x\pm1\times\sqrt{1^2+1} \qquad \therefore \boldsymbol{y=x\pm\sqrt{2}}$

(2) $m=\sqrt{3}$, $r=2$이므로

$y=\sqrt{3}x\pm2\sqrt{(\sqrt{3})^2+1} \qquad \therefore \boldsymbol{y=\sqrt{3}x\pm4}$

(3) $m=-1$, $r=\sqrt{2}$이므로

$y=-x\pm\sqrt{2}\sqrt{(-1)^2+1} \qquad \therefore \boldsymbol{y=-x\pm2}$

(4) $m=-2$, $r=3$이므로

$y=-2x\pm3\sqrt{(-2)^2+1} \qquad \therefore \boldsymbol{y=-2x\pm3\sqrt{5}}$

(5) 평행한 두 직선의 기울기는 같다.

즉, $m=2$, $r=1$이므로

$y=2x\pm1\times\sqrt{2^2+1} \qquad \therefore \boldsymbol{y=2x\pm\sqrt{5}}$

(6) $y=-2\sqrt{2}x+5$에서 $m=-2\sqrt{2}$, $r=\sqrt{5}$이므로

$y=-2\sqrt{2}x\pm\sqrt{5}\times\sqrt{(-2\sqrt{2})^2+1}$

$\therefore \boldsymbol{y=-2\sqrt{2}x\pm3\sqrt{5}}$

(7) $x+\sqrt{3}y+1=0$에서 $\sqrt{3}y=-x-1$

$\therefore y=-\frac{1}{\sqrt{3}}x-\frac{1}{\sqrt{3}}$

직선 $x+\sqrt{3}y+1=0$의 기울기는 $-\frac{1}{\sqrt{3}}$이므로 이 직선과 수직인 직선의 기울기를 m이라 하면

$-\frac{1}{\sqrt{3}}m=-1 \qquad \therefore m=\sqrt{3}$

즉, $m=\sqrt{3}$, $r=\sqrt{3}$이므로

$y=\sqrt{3}x\pm\sqrt{3}\times\sqrt{(\sqrt{3})^2+1}$

$\therefore \boldsymbol{y=\sqrt{3}x\pm2\sqrt{3}}$

5 $x_1x+y_1y=r^2$에서

(1) $x_1=1$, $y_1=-1$, $r^2=2$이므로 $\boldsymbol{x-y=2}$

(2) $x_1=\sqrt{2}$, $y_1=1$, $r^2=3$이므로 $\boldsymbol{\sqrt{2}x+y=3}$

(3) $x_1=-1$, $y_1=\sqrt{3}$, $r^2=4$이므로

$-x+\sqrt{3}y=4 \qquad \therefore \boldsymbol{x-\sqrt{3}y=-4}$

(4) $x_1=2$, $y_1=1$, $r^2=5$이므로 $\boldsymbol{2x+y=5}$

(5) $x_1=-2$, $y_1=-\sqrt{2}$, $r^2=6$이므로

$-2x-\sqrt{2}y=6 \qquad \therefore \boldsymbol{\sqrt{2}x+y=-3\sqrt{2}}$

(6) $x_1=2$, $y_1=-2$, $r^2=8$이므로

$2x-2y=8 \qquad \therefore \boldsymbol{x-y=4}$

(7) $x_1=-3$, $y_1=1$, $r^2=10$이므로

$-3x+y=10 \qquad \therefore \boldsymbol{3x-y=-10}$

기초 개념 평가

본문 | 140, 141쪽

01 $\boldsymbol{(x-a)^2+(y-b)^2}$
02 $\boldsymbol{x^2+y^2}$
03 $\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{AC}}$
04 **4**
05 $>$, **2**
06 $\boldsymbol{D>0}$
07 $\boldsymbol{D=0}$
08 $\boldsymbol{D\geq0}$
09 $\boldsymbol{D<0}$
10 $\boldsymbol{d<r}$
11 $\boldsymbol{d=r}$
12 $\boldsymbol{d\leq r}$
13 $\boldsymbol{d>r}$
14 $\boldsymbol{m^2+1}$
15 $\boldsymbol{r^2}$

기초 문제 평가

본문 | 142, 143쪽

1 중심이 $(-1, a)$이고 반지름의 길이가 2인 원의 방정식은
$\{x-(-1)\}^2+(y-a)^2=2^2$, 즉 $(x+1)^2+(y-a)^2=4$
이 식이 $(x+b)^2+(y-3)^2=c$와 일치해야 하므로
$a=3, b=1, c=4$ $\quad\therefore$ $\boldsymbol{a+b+c=8}$

2 중심이 $(1, 3)$이고 반지름의 길이가 r인 원의 방정식은
$(x-1)^2+(y-3)^2=r^2$
이 원이 점 $(4, -1)$을 지나므로
$(4-1)^2+(-1-3)^2=r^2$, $r^2=25$
원 $(x-1)^2+(y-3)^2=25$가 점 $(a, 0)$을 지나므로
$(a-1)^2+(0-3)^2=25$, $(a-1)^2=16$
$a-1=4$ 또는 $a-1=-4$
$\therefore$ $\boldsymbol{a=5}$ **또는** $\boldsymbol{a=-3}$

3 구하는 원의 중심을 $\mathrm{C}(a, 0)$, 반지름의 길이를 r라 하면 원의 방정식은
$(x-a)^2+y^2=r^2$
이 원이 두 점 $\mathrm{A}(2, -3)$, $\mathrm{B}(3, 4)$를 지나므로
$(2-a)^2+(-3)^2=r^2$
$\therefore$ $a^2-4a+13=r^2$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠
$(3-a)^2+4^2=r^2$
$\therefore$ $a^2-6a+25=r^2$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡
㉠$-$㉡을 하면 $2a-12=0$ $\quad\therefore$ $a=6$
$a=6$을 ㉠에 대입하면 $36-24+13=r^2$, $r^2=25$
따라서 구하는 원의 넓이는 $\pi\times r^2=\boldsymbol{25\pi}$

4 중심이 직선 $y=x$ 위에 있으므로 구하는 원의 중심을 $\mathrm{C}(a, a)$, 반지름의 길이를 r라 하면 원의 방정식은
$(x-a)^2+(y-a)^2=r^2$
이 원이 두 점 $(1, -1)$, $(3, 1)$을 지나므로
$(1-a)^2+(-1-a)^2=r^2$
$\therefore$ $2a^2+2=r^2$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠
$(3-a)^2+(1-a)^2=r^2$
$\therefore$ $2a^2-8a+10=r^2$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡
㉠$-$㉡을 하면 $8a-8=0$ $\quad\therefore$ $a=1$
$a=1$을 ㉠에 대입하면 $r^2=4$
따라서 구하는 원의 방정식은
$\boldsymbol{(x-1)^2+(y-1)^2=4}$

5 구하는 원의 중심을 $\mathrm{C}(a, b)$라 하면 점 C는 선분 AB의 중점이므로
$a=\dfrac{1+3}{2}=2$, $b=\dfrac{0+2}{2}=1$
원의 중심은 $\mathrm{C}(2, 1)$이고 반지름의 길이 r는
$r=\overline{\mathrm{AC}}=\sqrt{(2-1)^2+(1-0)^2}=\sqrt{2}$
$\therefore$ $a+b+r^2=2+1+2=\mathbf{5}$

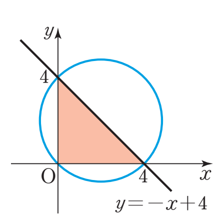
6 주어진 방정식을 변형하면
$(x^2-6x+9)+(y^2+2y+1)=10$
즉, $(x-3)^2+(y+1)^2=10$
이 원과 중심이 같으므로 중심이 $(3, -1)$이고 반지름의 길이가 r인 원의 방정식은
$(x-3)^2+(y+1)^2=r^2$
이 원이 점 $(2, 1)$을 지나므로
$(2-3)^2+(1+1)^2=r^2$ $\quad\therefore$ $r^2=5$
따라서 구하는 원의 방정식은
$\boldsymbol{(x-3)^2+(y+1)^2=5}$

7 주어진 방정식을 변형하면
$(x^2+4x+4)+(y^2-2y+1)=k+5$
즉, $(x+2)^2+(y-1)^2=k+5$
주어진 방정식이 원을 나타내려면 $k+5>0$이어야 하므로
$\boldsymbol{k>-5}$

8 $x^2+y^2-6x+2y+2=0$을 변형하면
$(x^2-6x+9)+(y^2+2y+1)=8$
즉, $(x-3)^2+(y+1)^2=8$
직선 $y=3x+k$가 원의 넓이를 이등분하려면 이 직선이 원의 중심 $(3, -1)$을 지나야 하므로
$-1=9+k$ $\quad\therefore$ $\boldsymbol{k=-10}$

9 구하는 원의 방정식을
$x^2+y^2+Ax+By+C=0$이라 하면
세 점 $(-1, 0)$, $(0, 2)$, $(1, 2)$를 지나므로
$$\begin{cases} 1-A+C=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4+2B+C=0 & \cdots\cdots ㉡ \\ 5+A+2B+C=0 & \cdots\cdots ㉢ \end{cases}$$
㉠, ㉡에서 $A=C+1$, $2B=-C-4$를 ㉢에 대입하면
$5+C+1-C-4+C=0$
$\therefore$ $C=-2$
$C=-2$에서 $A=-1$, $B=-1$
원의 방정식은 $x^2+y^2-x-y-2=0$
이 방정식을 변형하면
$\left(x^2-x+\dfrac{1}{4}\right)+\left(y^2-y+\dfrac{1}{4}\right)=\dfrac{5}{2}$
$\therefore$ $\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(y-\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{5}{2}$
따라서 구하는 원의 중심은 $\boldsymbol{\left(\dfrac{1}{2}, \dfrac{1}{2}\right)}$

10 구하는 원의 방정식을
$x^2+y^2+Ax+By+C=0$이라 하면 세 점 $(0, 0)$, $(4, 0)$, $(0, 4)$를 지나므로



$$\begin{cases} C=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ 16+4A+C=0 & \cdots\cdots ㉡ \\ 16+4B+C=0 & \cdots\cdots ㉢ \end{cases}$$

$C=0$을 ㉡에 대입하면 $16+4A=0$ $\quad \therefore A=-4$

$C=0$을 ㉢에 대입하면 $16+4B=0$ $\quad \therefore B=-4$

따라서 구하는 원의 방정식은 $\boldsymbol{x^2+y^2-4x-4y=0}$

다른 풀이 직각삼각형의 외접원의 중심은 빗변의 중점과 같으므로 구하는 원의 중심은

$\left(\frac{4+0}{2}, \frac{0+4}{2}\right)$, 즉 $(2, 2)$

원의 반지름의 길이는 두 점 $(2, 2)$, $(4, 0)$ 사이의 거리와 같으므로

$\sqrt{(4-2)^2+(0-2)^2}=2\sqrt{2}$

따라서 구하는 원의 방정식은

$(x-2)^2+(y-2)^2=8$

$\therefore x^2+y^2-4x-4y=0$

11 $y=x+k$를 $x^2+y^2=2$에 대입하면

$x^2+(x+k)^2=2$, $2x^2+2kx+k^2-2=0$

이 이차방정식의 판별식을 D라 하면

$\frac{D}{4}=k^2-2(k^2-2)\geq 0$이므로 $-k^2+4\geq 0$

$k^2-4\leq 0$, $(k+2)(k-2)\leq 0$

$\therefore \boldsymbol{-2\leq k\leq 2}$

다른 풀이 원 $x^2+y^2=2$의 중심 $(0, 0)$과 직선 $y=x+k$, 즉 $x-y+k=0$ 사이의 거리 d가 반지름의 길이 $\sqrt{2}$보다 작거나 같아야 하므로

$d=\frac{|k|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}\leq\sqrt{2}$, $|k|\leq 2$

$\therefore -2\leq k\leq 2$

12 원 $(x+3)^2+(y-1)^2=5$의 중심 $(-3, 1)$과 직선 $2x+y+k=0$ 사이의 거리가 반지름의 길이 $\sqrt{5}$와 같으므로

$\frac{|2\times(-3)+1\times1+k|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\sqrt{5}$, $|k-5|=5$

$k-5=5$ 또는 $k-5=-5$

$\therefore k=10$ 또는 $k=0$

따라서 자연수 k의 값은 **10**이다.

13 두 점 $(1, -5)$, $(3, -2)$를 지나는 직선의 방정식은

$y-(-5)=\frac{-2-(-5)}{3-1}(x-1)$, $y+5=\frac{3}{2}(x-1)$

$\therefore 3x-2y-13=0$

원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나므로 원의 중심 $(0, 0)$과 직선 $3x-2y-13=0$ 사이의 거리가 반지름의 길이보다 작아야 한다.

$\frac{|-13|}{\sqrt{3^2+(-2)^2}}<r$ $\quad \therefore \boldsymbol{r>\sqrt{13}}$

14 $x+4y-2=0$에서 $4y=-x+2$

$\therefore y=-\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}$

이 직선과 수직인 직선의 기울기를 m이라 하면

$-\frac{1}{4}m=-1$ $\quad \therefore m=4$

원 $x^2+y^2=4$에 접하고 기울기가 4인 접선의 방정식은

$y=4x\pm2\sqrt{4^2+1}$ $\quad \therefore y=4x\pm2\sqrt{17}$

이 접선이 $ax-y+b=0$, 즉 $y=ax+b$와 일치하므로

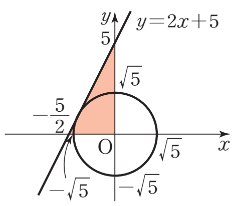
$a=4$, $b=\pm2\sqrt{17}$

$\therefore a^2+b^2=16+68=\boldsymbol{84}$

15 원 $x^2+y^2=5$ 위의 점 $(-2, 1)$에서의 접선의 방정식은

$-2x+y=5$ $\quad \therefore y=2x+5$

오른쪽 그림에서 구하는 삼각형의 넓이는



$\frac{1}{2}\times\frac{5}{2}\times5=\boldsymbol{\frac{25}{4}}$

16 원 $x^2+y^2=13$ 위의 점 $(3, -2)$에서의 접선의 방정식은

$3x-2y=13$ $\quad \therefore 3x-2y-13=0$ $\quad \cdots\cdots ㉠$

이 직선이 원과 접하므로

$x^2+y^2-12x+8y+k=0$을 변형하면

$(x^2-12x+36)+(y^2+8y+16)=52-k$

$(x-6)^2+(y+4)^2=52-k$ $\quad \cdots\cdots ㉡$

직선 ㉠이 원 ㉡에 접하므로 원의 중심 $(6, -4)$와 직선 사이의 거리는 반지름의 길이와 같다.

$\frac{|3\times6-2\times(-4)-13|}{\sqrt{3^2+(-2)^2}}=\sqrt{52-k}$, $\sqrt{13}=\sqrt{52-k}$

양변을 제곱하면

$13=52-k$ $\quad \therefore \boldsymbol{k=39}$

12 도형의 이동

본문 | 144~147쪽

1-1 (1) $\mathbf{3, 3}$ (2) $\mathbf{2, 1}$

1-2 점 (x, y)를 점 $(x+2, y-5)$로 옮기는 평행이동은 점 (x, y)를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 것이다.

(1) $(0+2, 0-5)$, 즉 $\mathbf{(2, -5)}$

(2) $(1+2, 2-5)$, 즉 $\mathbf{(3, -3)}$

(3) $(-2+2, 3-5)$, 즉 $\mathbf{(0, -2)}$

(4) $(-1+2, -4-5)$, 즉 $\mathbf{(1, -9)}$

2-1 $\mathbf{1, -5}$

2-2 (1) 점 $(-7, 2)$를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 점의 좌표는 $(-7+a, 2+b)$이다.
이때 평행이동한 점의 좌표가 $(3, 1)$이므로
$-7+a=3, 2+b=1$
$\therefore \boldsymbol{a=10, b=-1}$

(2) 점 P의 좌표를 (x, y)라 하면 점 P를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 점의 좌표는 $(x+2, y-1)$이다.
이때 평행이동한 점의 좌표가 $(5, 2)$이므로
$x+2=5, y-1=2$
$\therefore x=3, y=3$
따라서 구하는 점 P의 좌표는 $\mathbf{P(3, 3)}$

3-1 (1) $\boldsymbol{x-2, 7}$ (2) $\mathbf{2, 5}$

3-2 x 대신 $x-(-3)=x+3$, y 대신 $y-4$를 대입한다.

(1) $x-y+1=0$에서 $(x+3)-(y-4)+1=0$
$\therefore \boldsymbol{x-y+8=0}$

(2) $y=x^2+2x$에서 $y-4=(x+3)^2+2(x+3)$
$\therefore \boldsymbol{y=x^2+8x+19}$

(3) $x^2+y^2=3$에서 $\boldsymbol{(x+3)^2+(y-4)^2=3}$

(4) $x^2+y^2+4x-1=0$을 변형하면
$(x^2+4x+4)+y^2=5$, 즉 $(x+2)^2+y^2=5$에서
$(x+3+2)^2+(y-4)^2=5$
$\therefore \boldsymbol{(x+5)^2+(y-4)^2=5}$

4-1 $\mathbf{7, 1}$

4-2 $x^2+y^2-4x-2y+1=0$을 변형하면
$(x^2-4x+4)+(y^2-2y+1)=4$
즉, $(x-2)^2+(y-1)^2=4$
x 대신 $x-a$, y 대신 $y-b$를 대입하면
$(x-a-2)^2+(y-b-1)^2=4$ ……㉠
한편 $x^2+y^2+2x+2y-2=0$을 변형하면
$(x^2+2x+1)+(y^2+2y+1)=4$
즉, $(x+1)^2+(y+1)^2=4$ ……㉡
㉠, ㉡이 일치해야 하므로
$-a-2=1, -b-1=1$
$\therefore \boldsymbol{a=-3, b=-2}$

5-1 (1) $\mathbf{-1}$ (2) $\mathbf{-2}$ (3) $\mathbf{-1}$ (4) $\mathbf{1}$

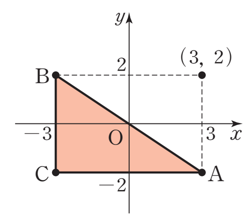
5-2

	x축	y축	원점	$y=x$
(1) $(4, 2)$	$\mathbf{(4, -2)}$	$\mathbf{(-4, 2)}$	$\mathbf{(-4, -2)}$	$\mathbf{(2, 4)}$
(2) $(-2, 5)$	$\mathbf{(-2, -5)}$	$\mathbf{(2, 5)}$	$\mathbf{(2, -5)}$	$\mathbf{(5, -2)}$
(3) $(3, -1)$	$\mathbf{(3, 1)}$	$\mathbf{(-3, -1)}$	$\mathbf{(-3, 1)}$	$\mathbf{(-1, 3)}$
(4) $(-3, -2)$	$\mathbf{(-3, 2)}$	$\mathbf{(3, -2)}$	$\mathbf{(3, 2)}$	$\mathbf{(-2, -3)}$

참고 $(x, y) \xrightarrow{x\text{축에 대한 대칭이동}} (x, -y)$
$(x, y) \xrightarrow{y\text{축에 대한 대칭이동}} (-x, y)$
$(x, y) \xrightarrow{\text{원점에 대한 대칭이동}} (-x, -y)$
$(x, y) \xrightarrow{\text{직선 } y=x\text{에 대한 대칭이동}} (y, x)$

6-1 $\mathbf{3, 10}$

6-2 $A(3, -2)$, $B(-3, 2)$, $C(-3, -2)$이므로 오른쪽 그림에서 삼각형 ABC의 넓이는



$\frac{1}{2}\times\overline{CA}\times\overline{BC}$
$=\frac{1}{2}\times 6\times 4=\mathbf{12}$

7-1 (1) $\mathbf{1}$ (2) $\boldsymbol{-x}$ (3) $\boldsymbol{-y}$ (4) $\mathbf{1}$

7-2 (1) $\boldsymbol{x}$**축** : $-y=3x-1$ $\therefore \boldsymbol{y=-3x+1}$
$\boldsymbol{y}$**축** : $y=3(-x)-1$ $\therefore \boldsymbol{y=-3x-1}$
원점 : $-y=3(-x)-1$ $\therefore \boldsymbol{y=3x+1}$
직선 $\boldsymbol{y=x}$: $x=3y-1$ $\therefore \boldsymbol{y=\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}}$

(2) $\boldsymbol{x}$**축** : $2x+3(-y)-4=0$ $\therefore \boldsymbol{2x-3y-4=0}$
$\boldsymbol{y}$**축** : $2(-x)+3y-4=0$ $\therefore \boldsymbol{2x-3y+4=0}$
원점 : $2(-x)+3(-y)-4=0$ $\therefore \boldsymbol{2x+3y+4=0}$
직선 $\boldsymbol{y=x}$: $2y+3x-4=0$ $\therefore \boldsymbol{3x+2y-4=0}$

(3) $\boldsymbol{x}$**축** : $-y=x^2-2x-1$ $\therefore \boldsymbol{y=-x^2+2x+1}$
$\boldsymbol{y}$**축** : $y=(-x)^2-2(-x)-1$ $\therefore \boldsymbol{y=x^2+2x-1}$
원점 : $-y=(-x)^2-2(-x)-1$
$\therefore \boldsymbol{y=-x^2-2x+1}$
직선 $\boldsymbol{y=x}$: $\boldsymbol{x=y^2-2y-1}$

(4) $\boldsymbol{x}$**축** : $(x+2)^2+(-y-5)^2=2$
$\therefore \boldsymbol{(x+2)^2+(y+5)^2=2}$
$\boldsymbol{y}$**축** : $(-x+2)^2+(y-5)^2=2$
$\therefore \boldsymbol{(x-2)^2+(y-5)^2=2}$
원점 : $(-x+2)^2+(-y-5)^2=2$
$\therefore \boldsymbol{(x-2)^2+(y+5)^2=2}$
직선 $\boldsymbol{y=x}$: $(y+2)^2+(x-5)^2=2$
$\therefore \boldsymbol{(x-5)^2+(y+2)^2=2}$

8-1 $9, 9x$

8-2 원 $(x+1)^2+(y-1)^2=4$를 y축에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은

$(-x+1)^2+(y-1)^2=4$, 즉 $(x-1)^2+(y-1)^2=4$

이 도형을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은

$(y-1)^2+(x-1)^2=4$

$\therefore$ $\mathbf{(x-1)^2+(y-1)^2=4}$

기초 개념 평가

본문 | 148, 149쪽

01 **평행이동**
02 $\boldsymbol{a,\ b}$
03 $\boldsymbol{f(x'-a,\ y'-b),\ f(x-a,\ y-b)}$
04 $\boldsymbol{f(x-a,\ y-b)}$
05 **대칭이동**
06 $\boldsymbol{(x,\ -y)}$
07 $\boldsymbol{(-x,\ y)}$
08 $\boldsymbol{(-x,\ -y)}$
09 $\boldsymbol{(y,\ x)}$
10 $\boldsymbol{x}$**축**
11 $\boldsymbol{y}$**축**
12 **원점**
13 **직선** $\boldsymbol{y=x}$

기초 문제 평가

본문 | 150, 151쪽

1 점 $(1, 4)$를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 점을 $(2, 2)$라 하면

$1+a=2, 4+b=2$ $\quad\therefore a=1, b=-2$

따라서 점 $(-1, 5)$가 옮겨지는 점의 좌표는

$(-1+1, 5-2)$, 즉 $\mathbf{(0, 3)}$

2 점 $(3, -1)$을 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 점의 좌표는

$(3-2, -1+2)$, 즉 $(1, 1)$

이 점이 원 $(x+2)^2+(y-5)^2=r^2$ 위에 있으므로

$(1+2)^2+(1-5)^2=r^2$, $r^2=25$

$\therefore$ $\boldsymbol{r=5}$ $(\because r>0)$

3 x 대신 $x+2$, y 대신 $y-1$을 대입하면

구하는 도형의 방정식은

$(x+2)-2(y-1)-3=0$

$\therefore$ $\boldsymbol{x-2y+1=0}$

4 직선 $y=2x+1$에 x 대신 $x-a$, y 대신 $y+2a$를 대입하면

$y+2a=2(x-a)+1$ $\quad\therefore y=2x-4a+1$

이 직선이 직선 $y=2x-3$과 일치해야 하므로

$-4a+1=-3$ $\quad\therefore$ $\boldsymbol{a=1}$

5 포물선 $y=(x+1)^2-3$에 x 대신 $x-3$, y 대신 $y+2$를 대입하면

$y+2=(x-3+1)^2-3$ $\quad\therefore y=(x-2)^2-5$

$f(x)=(x-2)^2-5$이므로 $f(3)=(3-2)^2-5=\mathbf{-4}$

6 점 $(-1, 2)$를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 점을 $(0, 0)$이라 하면

$-1+a=0, 2+b=0$ $\quad\therefore a=1, b=-2$

평행이동 $f : (x, y) \longrightarrow (x+1, y-2)$에 의하여 원 $x^2+y^2-4x+2y=0$, 즉 $(x-2)^2+(y+1)^2=5$가 옮겨지는 도형의 방정식은 x 대신 $x-1$, y 대신 $y+2$를 대입하면

$\{(x-1)-2\}^2+\{(y+2)+1\}^2=5$

$\therefore$ $\mathbf{(x-3)^2+(y+3)^2=5}$

다른 풀이 원 $x^2+y^2-4x+2y=0$을 변형하면

$(x-2)^2+(y+1)^2=5$

원의 중심 $(2, -1)$이 평행이동

$f : (x, y) \longrightarrow (x+1, y-2)$에 의하여 옮겨지는 점의 좌표는 $(2+1, -1-2)$, 즉 $(3, -3)$

이때 원의 반지름의 길이는 변하지 않으므로 구하는 도형의 방정식은

$(x-3)^2+(y+3)^2=5$

7 평행이동에 의하여 원이 옮겨지는 도형의 반지름의 길이는 변하지 않는다.

원 $x^2+y^2+2x-6y+1=0$을 변형하면

$(x+1)^2+(y-3)^2=9$

이므로 반지름의 길이가 3인 원이다.

ㄱ. $(x-1)^2+(y-5)^2=9$
에서 반지름의 길이가 3인 원이다.

ㄴ. $(x+1)^2+(y-2)^2=3$
에서 반지름의 길이가 $\sqrt{3}$인 원이다.

ㄷ. 원 $x^2+y^2-2x-8=0$을 변형하면
$(x-1)^2+y^2=9$
에서 반지름의 길이가 3인 원이다.

따라서 보기의 원 중 주어진 원을 평행이동하여 겹쳐질 수 있는 원은 **③ ㄱ, ㄷ**이다.

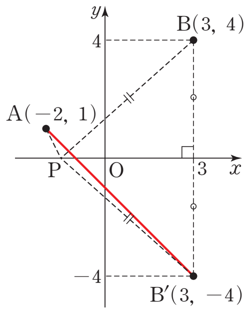
8 점 $(-1, 6)$을 원점에 대하여 대칭이동한 점은 $(1, -6)$

이 점을 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 점은 $(1+a, -6+b)$

이 점이 $(3, 0)$과 일치하므로 $1+a=3$, $-6+b=0$에서

$a=2, b=6$ $\quad\therefore$ $\boldsymbol{a+b=8}$

9 점 B(3, 4)와 x축에 대하여 대칭인 점을 B′이라 하면 B′(3, −4)
오른쪽 그림에서 x축 위의 점 P에 대하여 $\overline{\mathrm{BP}}=\overline{\mathrm{B'P}}$이므로



$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$
$=\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{B'P}}\geq\overline{\mathrm{AB'}}$
$=\sqrt{(3+2)^2+(-4-1)^2}$
$=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

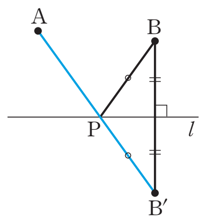
따라서 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$의 최솟값은 $\mathbf{5\sqrt{2}}$이다.

참고 대칭이동을 이용한 길이의 최솟값

두 점 A, B와 직선 l 위의 점 P에 대하여 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$의 최솟값 구하기

1 점 B를 직선 l에 대하여 대칭이동한 점 B′의 좌표를 구한다.

2 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}\geq\overline{\mathrm{AB'}}$이므로 $\overline{\mathrm{AB'}}$의 길이가 최솟값이다.



10 원 $(x-1)^2+(y+2)^2=3$을 원점에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은
$(-x-1)^2+(-y+2)^2=3$, 즉 $(x+1)^2+(y-2)^2=3$
이 원의 중심 $(-1, 2)$가 직선 $y=4x+k$ 위에 있으므로
$2=-4+k \qquad \therefore \boldsymbol{k=6}$

다른 풀이 원 $(x-1)^2+(y+2)^2=3$의 중심 $(1, -2)$를 원점에 대하여 대칭이동하면 $(-1, 2)$
이 점이 직선 $y=4x+k$ 위에 있으므로
$2=-4+k \qquad \therefore k=6$

11 원 $x^2+y^2+8x+2y+1=0$을 변형하면
$(x+4)^2+(y+1)^2=16$
이므로 원의 중심은 $(-4, -1)$이다.
한편 원 $(x+4)^2+(y+1)^2=16$을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은
$(y+4)^2+(x+1)^2=16$, 즉 $(x+1)^2+(y+4)^2=16$
이므로 원의 중심은 $(-1, -4)$이다.
따라서 두 점 $(-4, -1)$, $(-1, -4)$ 사이의 거리는
$\sqrt{(-1+4)^2+(-4+1)^2}=\sqrt{18}=\mathbf{3\sqrt{2}}$

다른 풀이 원 $x^2+y^2+8x+2y+1=0$의 중심은 $(-4, -1)$이고 이 점을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는 $(-1, -4)$이므로 두 점 사이의 거리는
$\sqrt{(-1+4)^2+(-4+1)^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

12 원 $(x+2)^2+(y+1)^2=2$를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 −3만큼 평행이동한 도형의 방정식은 x 대신 $x-2$, y 대신 $y+3$을 대입하면
$(x-2+2)^2+(y+3+1)^2=2$
$\therefore x^2+(y+4)^2=2$ ……㉠
따라서 원 ㉠을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은
$y^2+(x+4)^2=2 \qquad \therefore \boldsymbol{(x+4)^2+y^2=2}$

13 직선 $y=mx+3$을 y축에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은
$y=-mx+3$ ……㉠
직선 ㉠이 원 $(x+1)^2+(y-5)^2=1$의 넓이를 이등분하므로 직선이 원의 중심 $(-1, 5)$를 지나야 한다.
$5=m+3 \qquad \therefore \boldsymbol{m=2}$

14 원 $(x-2)^2+(y+3)^2=4$를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식은
$(y-2)^2+(x+3)^2=4$
$\therefore (x+3)^2+(y-2)^2=4$ ……㉠
원 $(x-2)^2+(y+3)^2=4$를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 도형의 방정식은 x 대신 $x-a$, y 대신 $y-b$를 대입하면
$(x-a-2)^2+(y-b+3)^2=4$ ……㉡
㉠, ㉡이 서로 일치하므로
$3=-a-2$, $-2=-b+3$
$\therefore \boldsymbol{a=-5, b=5}$

memo

memo

짧지만 개념에 강한 짤강!