정답 및 풀이

I 제곱근과 실수

II 다항식의 곱셈과 인수분해

III 이차방정식

IV 이차함수

* 정답을 확인하려 할 때에는 「빠른 정답 찾기」를 이용하면 편리합니다.

01 제곱근의 뜻과 성질

개념 정리

본책 6쪽

❶ a ❷ 없다 ❸ $-\sqrt{a}$ ❹ $\pm\sqrt{a}$ ❺ $\sqrt{a}$
❻ a ❼ $-a$

쎈B 유형 뽀개기

본책 7쪽

01 x가 10의 제곱근이므로
$x^2=10$ 또는 $x=\pm\sqrt{10}$ 답 ④

02 음수의 제곱근은 없으므로 제곱근이 없는 수는 ②, ⑤이다. 답 ②, ⑤

03 x가 k의 제곱근이므로
$x^2=k$ 또는 $x=\pm\sqrt{k}$
이상에서 옳은 것은 ㈀, ㈂이다. 답 ②

04 $a^2=20$, $b^2=14$이므로 $a^2-b^2=6$ 답 6

05 ① 16의 제곱근은 ± 4의 2개이다.
② 0의 제곱근은 0의 1개이다.
④ 음수의 제곱근은 없다.
⑤ 제곱근 3은 $\sqrt{3}$이고, 3의 제곱근은 $\pm\sqrt{3}$이므로 같지 않다.
답 ③

06 ①, ②, ③, ④ ± 3 ⑤ 3 답 ⑤

07 ① 11의 제곱근은 $\pm\sqrt{11}$이므로 $-\sqrt{11}$은 11의 제곱근이다.
② $\sqrt{\frac{49}{4}}=\frac{7}{2}$
③ 제곱하여 0.2가 되는 수는 $\pm\sqrt{0.2}$의 2개이다.
④ $8^2=64$의 제곱근은 ± 8이다.
⑤ 0.01의 제곱근은 ± 0.1의 2개이고, $0.1+(-0.1)=0$이다.
답 ③

08 ㈀, ㈂ 0의 제곱근은 0의 1개이고, 음수의 제곱근은 없다.
㈁ $\sqrt{36}=6$이므로 제곱근 $\sqrt{36}$, 즉 제곱근 6은 $\sqrt{6}$이다.
㈃ $0.\dot{1}=\frac{1}{9}$의 제곱근은 $\pm\frac{1}{3}$이다.
이상에서 옳은 것은 ㈁, ㈂, ㈃이다. 답 ⑤

쎈B 특강

순환소수를 분수로 나타내기

① $0.\dot{a}=\frac{a}{9}$ ② $0.\dot{a}\dot{b}=\frac{ab}{99}$
③ $0.a\dot{b}=\frac{ab-a}{90}$ ④ $0.a\dot{b}\dot{c}=\frac{abc-ab}{900}$

09 $\left(-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$의 양의 제곱근은 $\frac{1}{2}$이므로
$A=\frac{1}{2}$
$\sqrt{16}=4$의 음의 제곱근은 -2이므로 $B=-2$
$\therefore AB=-1$ 답 -1

10 ② $(-10)^2=100$의 제곱근 ➡ ± 10
③ $\sqrt{25}=5$의 제곱근 ➡ $\pm\sqrt{5}$
④ $\left(\frac{1}{4}\right)^2=\frac{1}{16}$의 양의 제곱근 ➡ $\frac{1}{4}$
⑤ $\sqrt{0.64}=0.8$의 음의 제곱근 ➡ $-\sqrt{0.8}$
답 ③, ④

11 $5.\dot{4}=\frac{54-5}{9}=\frac{49}{9}$이므로 제곱근 $5.\dot{4}$는
$\sqrt{\frac{49}{9}}=\frac{7}{3}$ 답 ①

12 $\sqrt{256}=16$이므로 제곱근 $\sqrt{256}$, 즉 제곱근 16은 4이다.
$\therefore A=4$ ··· ❶
$(-6)^2=36$의 양의 제곱근은 6이므로
$B=6$ ··· ❷
$\therefore A+B=10$ ··· ❸
답 10

채점 기준	비율
❶ A의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ B의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $A+B$의 값을 구할 수 있다.	20 %

13 $a>b$이므로
$a=11$, $b=-11$ ··· ❶
$\therefore 3a-b+5=3\times 11-(-11)+5$
$=49$ ··· ❷
따라서 49의 음의 제곱근은 -7이다. ··· ❸
답 -7

채점 기준	비율
❶ a, b의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ $3a-b+5$의 값을 구할 수 있다.	30 %
❸ $3a-b+5$의 음의 제곱근을 구할 수 있다.	30 %

14 (삼각형의 넓이)$=\frac{1}{2}\times 11\times 6=33$
따라서 한 변의 길이가 x인 정사각형의 넓이가 33이므로
$x^2=33$ $\therefore x=\sqrt{33}$ ($\because \underline{x>0}$) 답 $\sqrt{33}$
변의 길이이므로 양수이다.

15 (평행사변형의 넓이)$=9\times 5=45$
넓이가 45인 정사각형의 한 변의 길이를 x라 하면
$x^2=45$ $\therefore x=\sqrt{45}$ ($\because x>0$)
따라서 구하는 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{45}$이다. 답 ④

16 새로 만들어진 정사각형의 넓이는

$3^2+8^2=73\ (\mathrm{cm}^2)$ ← 한 변의 길이가 각각 3 cm, 8 cm인 정사각형 모양의 두 색종이의 넓이의 합과 같다. ··· ❶

넓이가 73 cm^2인 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면

$x^2=73 \quad \therefore x=\sqrt{73}\ (\because x>0)$

따라서 구하는 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{73}$ cm이다. ··· ❷

답 $\sqrt{73}$ cm

채점 기준	비율
❶ 새로 만들어진 정사각형의 넓이를 구할 수 있다.	40 %
❷ 새로 만들어진 정사각형의 한 변의 길이를 구할 수 있다.	60 %

17 B의 넓이는 A의 넓이의 $\frac{5}{2}$배이므로

$(B\text{의 넓이})=\frac{5}{2}\times4=10\ (\mathrm{cm}^2)$

C의 넓이는 B의 넓이의 3배이므로

$(C\text{의 넓이})=3\times10=30\ (\mathrm{cm}^2)$

정사각형 C의 한 변의 길이를 x cm라 하면

$x^2=30 \quad \therefore x=\sqrt{30}\ (\because x>0)$

따라서 정사각형 C의 한 변의 길이는 $\sqrt{30}$ cm이다.

답 $\sqrt{30}$ cm

18 △ADC에서 $\overline{\mathrm{AD}}=\sqrt{10^2-8^2}=6\ (\mathrm{cm})$

△ABD에서 $\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{6^2+5^2}=\sqrt{61}\ (\mathrm{cm})$ 답 ①

19 △ABC에서

$\overline{\mathrm{BC}}=\sqrt{7^2+5^2}=\sqrt{74}\ (\mathrm{cm})$ 답 $\sqrt{74}$ cm

20 △ABC에서 $\overline{\mathrm{AC}}=\sqrt{2^2+2^2}=\sqrt{8}\ (\mathrm{cm})$

△ACD에서 $\overline{\mathrm{AD}}=\sqrt{(\sqrt{8})^2+2^2}=\sqrt{12}\ (\mathrm{cm})$

답 $\sqrt{12}$ cm

21 정사각형 ABCD의 넓이가 25 cm^2이므로

$\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{BC}}=\sqrt{25}=5\ (\mathrm{cm})$

정사각형 ECFG의 넓이가 9 cm^2이므로

$\overline{\mathrm{CF}}=\sqrt{9}=3\ (\mathrm{cm})$ ··· ❶

$\overline{\mathrm{BF}}=\overline{\mathrm{BC}}+\overline{\mathrm{CF}}=5+3=8\ (\mathrm{cm})$이므로 △ABF에서

$\overline{\mathrm{AF}}=\sqrt{8^2+5^2}=\sqrt{89}\ (\mathrm{cm})$ ··· ❷

답 $\sqrt{89}$ cm

채점 기준	비율
❶ $\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{BC}}$, $\overline{\mathrm{CF}}$의 길이를 구할 수 있다.	60 %
❷ $\overline{\mathrm{AF}}$의 길이를 구할 수 있다.	40 %

22 ① 19의 제곱근은 $\pm\sqrt{19}$이다.

② 27의 제곱근은 $\pm\sqrt{27}$이다.

③ $\frac{2}{25}$의 제곱근은 $\pm\sqrt{\frac{2}{25}}$이다.

④ 8.1의 제곱근은 $\pm\sqrt{8.1}$이다.

⑤ $0.\dot{4}=\frac{4}{9}$의 제곱근은 $\pm\sqrt{\frac{4}{9}}=\pm\frac{2}{3}$이다. 답 ⑤

23 ④ $\sqrt{2.89}=1.7$ 답 ④

24 주어진 수의 제곱근을 각각 구하면

$\sqrt{256}=16 \Rightarrow \pm\sqrt{16}=\pm4$

$\sqrt{0.64}=0.8 \Rightarrow \pm\sqrt{0.8}$

$\sqrt{(-9)^2}=9 \Rightarrow \pm\sqrt{9}=\pm3$

$\sqrt{\frac{25}{144}}=\frac{5}{12} \Rightarrow \pm\sqrt{\frac{5}{12}}$

$2.\dot{7}=\frac{25}{9} \Rightarrow \pm\sqrt{\frac{25}{9}}=\pm\frac{5}{3}$

따라서 제곱근을 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 수는 $\sqrt{256}$, $\sqrt{(-9)^2}$, $2.\dot{7}$의 3개이다. 답 3

25 ① $\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$

② $\sqrt{7^2+4^2}=\sqrt{65}$

③ 정사각형의 한 변의 길이를 x라 하면

$x^2=\frac{25}{8} \quad \therefore x=\sqrt{\frac{25}{8}}\ (\because x>0)$

④ 원의 반지름의 길이를 r라 하면

$\pi r^2=49\pi,\quad r^2=49 \quad \therefore r=7\ (\because r>0)$

⑤ 정육면체의 한 모서리의 길이를 x라 하면

$6x^2=60,\quad x^2=10 \quad \therefore x=\sqrt{10}\ (\because x>0)$

답 ④

26 ①, ②, ④, ⑤ 5 ③ -5 답 ③

27 ④ $\sqrt{\left(-\frac{3}{8}\right)^2}=\frac{3}{8}$ 답 ④

28 주어진 수를 간단히 하면 다음과 같다.

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

따라서 가장 큰 수는 ③이다. ← $\frac{1}{9}<\frac{1}{6}<\frac{1}{5}<\frac{1}{4}<\frac{1}{2}$ 답 ③

29 (ㄷ) $-\sqrt{8^2}=-8$

(ㄹ) $-\sqrt{(-19)^2}=-19$

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ)이다. 답 ①

30 $(\sqrt{49})^2=49$의 음의 제곱근은 -7이므로

$A=-7$ ··· ❶

$\sqrt{(-4)^2}=4$의 양의 제곱근은 2이므로

$B=2$ ··· ❷

$\therefore A+B=-5$ ··· ❸

답 -5

채점 기준	비율
❶ A의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ B의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $A+B$의 값을 구할 수 있다.	20 %

31 ① (좌변)$=2+6=8$

② (좌변)$=9-12=-3$

③ (좌변)$=48\times\frac{1}{8}-10=-4$

④ (좌변)$=4+6\div0.6=14$

⑤ (좌변)$=0.1\times20\div\frac{2}{3}=3$ 답 ⑤

32 (주어진 식)$=5-7+30-11=17$ 답 17

33 $A=13+8-3=18$ ··· ❶

$B=\frac{1}{2}\times14-5\div5=6$ ··· ❷

$\therefore \frac{A}{B}=\frac{18}{6}=3$ ··· ❸

답 3

채점 기준	비율
❶ A의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ B의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $\frac{A}{B}$의 값을 구할 수 있다.	20 %

34 $A=0.7\div0.1\times10-6=64$

따라서 제곱근 64는 $\sqrt{64}=8$이다. 답 8

35 (주어진 식)$=9\times(-\sqrt{3})^2-5\times(\sqrt{6})^2-\sqrt{(-5)^2}$

$=9\times3-5\times6-5$

$=27-30-5=-8$ 답 ②

36 ① $a<0$이므로 $\sqrt{a^2}=-a$

② $-5a>0$이므로 $\sqrt{(-5a)^2}=-5a$

③ $\sqrt{9a^2}=\sqrt{(3a)^2}$이고, $3a<0$이므로

$\sqrt{9a^2}=-3a$

④ $-7a>0$이므로 $-\sqrt{(-7a)^2}=-(-7a)=7a$

⑤ $-\sqrt{64a^2}=-\sqrt{(8a)^2}$이고, $8a<0$이므로

$-\sqrt{64a^2}=-(-8a)=8a$

답 ⑤

37 $\sqrt{81a^2}=\sqrt{(9a)^2}$이고, $9a<0$이므로

$\sqrt{81a^2}=-9a$ 답 ②

38 ① $a>0$이므로 $\sqrt{a^2}=a$

② $a>0$이므로 $(\sqrt{a})^2=a$

③ $a>0$이므로 $(-\sqrt{a})^2=a$

④ $a>0$이므로 $-\sqrt{a^2}=-a$

⑤ $-a<0$이므로 $\sqrt{(-a)^2}=-(-a)=a$

답 ④

39 ① $\sqrt{4a^2}=\sqrt{(2a)^2}$이고, $2a>0$이므로

$\sqrt{4a^2}=2a$

② $\sqrt{\frac{9}{4}a^2}=\sqrt{\left(\frac{3}{2}a\right)^2}$이고, $\frac{3}{2}a>0$이므로

$\sqrt{\frac{9}{4}a^2}=\frac{3}{2}a$

③ $\sqrt{\frac{25}{9}a^2}=\sqrt{\left(\frac{5}{3}a\right)^2}$이고, $\frac{5}{3}a>0$이므로 $\sqrt{\frac{25}{9}a^2}=\frac{5}{3}a$

④ $-2a<0$이므로

$-\sqrt{(-2a)^2}=-\{-(-2a)\}=-2a$

⑤ $-3a<0$이므로 $\sqrt{(-3a)^2}=-(-3a)=3a$

따라서 그 값이 두 번째로 큰 것은 ①이다. 답 ①

참고 $a>0$이므로

$-2a<\frac{3}{2}a<\frac{5}{3}a<2a<3a$

40 (i) $\underbrace{4a-1\geq0}_{a\geq\frac{1}{4}}$일 때,

$\sqrt{(4a-1)^2}=4a-1$이므로

$4a-1=9,\quad 4a=10$

$\therefore a=\frac{5}{2}$ ··· ❶

(ii) $\underbrace{4a-1<0}_{a<\frac{1}{4}}$일 때,

$\sqrt{(4a-1)^2}=-(4a-1)$이므로

$-(4a-1)=9,\quad -4a+1=9$

$-4a=8\quad \therefore a=-2$ ··· ❷

(i), (ii)에서 $a=\frac{5}{2}$ 또는 $a=-2$이므로 구하는 곱은

$\frac{5}{2}\times(-2)=-5$ ··· ❸

답 -5

채점 기준	비율
❶ $4a-1\geq0$일 때, a의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ $4a-1<0$일 때, a의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ 모든 a의 값의 곱을 구할 수 있다.	20 %

41 $a>0$이므로 $3a>0$

$b<0$이므로 $-2b>0$

$\therefore$ (주어진 식)$=3a-b-(-2b)$

$=3a+b$ 답 ④

42 (주어진 식)$=\sqrt{(4a)^2}-\sqrt{a^2}+\sqrt{(-8a)^2}$

$=-4a-(-a)+(-8a)$

$=-11a$ 답 $-11a$

43 (주어진 식)$=\sqrt{(-2a)^2}\times\sqrt{\left(\frac{5}{2}a\right)^2}+\sqrt{\left(-\frac{1}{2}a\right)^2}\times\sqrt{(6a)^2}$

$=-(-2a)\times\frac{5}{2}a-\left(-\frac{1}{2}a\right)\times6a$

$=5a^2+3a^2$

$=8a^2$ 답 $8a^2$

44 $a<b$, $ab<0$이므로

$a<0$, $b>0$ ⋯ ❶

$\therefore$ (주어진 식) $=\sqrt{a^2}-\sqrt{(8a)^2}+\sqrt{(-7b)^2}-\sqrt{b^2}$
$=-a-(-8a)-(-7b)-b$
$=7a+6b$ ⋯ ❷

답 $7a+6b$

채점 기준	비율
❶ a, b의 부호를 구할 수 있다.	40 %
❷ 주어진 식을 간단히 할 수 있다.	60 %

45 $a<0$, $ab>0$에서 $b<0$

$\sqrt{1.\dot{7}a^2}=\sqrt{\frac{16}{9}a^2}=\sqrt{\left(\frac{4}{3}a\right)^2}$, $\sqrt{9b^2}=\sqrt{(3b)^2}$이므로

(주어진 식) $=-a\times(-4b)-\left(-\frac{4}{3}a\right)\times(-3b)$
$=4ab-4ab=0$

답 0

46 $x+1>0$, $x-4<0$이므로

(주어진 식) $=(x+1)-(x-4)$
$=x+1-x+4=5$

답 ④

47 $a-3<0$, $3-a>0$이므로

(주어진 식) $=-(a-3)+(3-a)$
$=-a+3+3-a$
$=-2a+6$

답 ①

48 $2-x<0$, $1-x<0$이므로 ⋯ ❶

$\sqrt{(2-x)^2}+\sqrt{(1-x)^2}=-(2-x)-(1-x)$
$=-2+x-1+x$
$=2x-3$ ⋯ ❷

즉 $2x-3=5$이므로 $2x=8$

$\therefore x=4$ ⋯ ❸

답 4

채점 기준	비율
❶ $2-x$, $1-x$의 부호를 구할 수 있다.	30 %
❷ 주어진 등식의 좌변을 간단히 할 수 있다.	40 %
❸ x의 값을 구할 수 있다.	30 %

49 $a-b<0$, $b-c<0$, $c-a>0$이므로

(주어진 식) $=-(a-b)-\{-(b-c)\}+(c-a)$
$=-a+b+b-c+c-a$
$=-2a+2b$

답 $-2a+2b$

50 $-1<a<0$에서 $\frac{1}{a}<-1$이므로 $a>\frac{1}{a}$

따라서 $a-\frac{1}{a}>0$, $a+\frac{1}{a}<0$이므로

(주어진 식) $=a-\frac{1}{a}-\left\{-\left(a+\frac{1}{a}\right)\right\}$
$=a-\frac{1}{a}+a+\frac{1}{a}$
$=2a$

답 $2a$

51 (ㄱ) $x<-5$이면 $5+x<0$, $5-x>0$

$\therefore A=-(5+x)-(5-x)$
$=-5-x-5+x$
$=-10$

(ㄴ) $-5<x<5$이면 $5+x>0$, $5-x>0$

$\therefore A=(5+x)-(5-x)=2x$

(ㄷ) $x>5$이면 $5+x>0$, $5-x<0$

$\therefore A=(5+x)-\{-(5-x)\}$
$=5+x+5-x$
$=10$

이상에서 (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ) 모두 옳다.

답 ⑤

52 $504x=2^3\times3^2\times7\times x$이므로 $x=2\times7\times$(자연수)^2 꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수 x는

$2\times7=14$

답 14

참고 $x=2\times7$이면

$504x=2^4\times3^2\times7^2=(2^2\times3\times7)^2=84^2$

$\therefore \sqrt{504x}=\sqrt{84^2}=84$

53 $x=3\times$(자연수)^2 꼴이어야 한다.

① $3=3\times1^2$ ② $15=3\times5$ ③ $30=3\times10$
④ $45=3\times15$ ⑤ $75=3\times5^2$

답 ①, ⑤

54 $\frac{50}{3}x=\frac{2\times5^2}{3}\times x$이므로 $x=2\times3\times$(자연수)^2 꼴이어야 한다.

따라서 두 번째로 작은 자연수 x는

$6\times2^2=24$

답 ③

55 $28n=2^2\times7\times n$이므로 $n=7\times$(자연수)^2 꼴이어야 한다.

따라서 100 이하의 자연수 n은

$\underbrace{7\times1^2,\ 7\times2^2,\ 7\times3^2}_{7,\ 28,\ 63}$

의 3개이다.

답 3

56 $\frac{45}{2}a=\frac{3^2\times5}{2}\times a$이므로 $a=2\times5\times$(자연수)^2 꼴이어야 한다.

a의 값이 가장 작을 때, $a+b$의 값도 가장 작으므로

$a=2\times5=10$ ⋯ ❶

$a=10$일 때,

$b=\sqrt{\frac{3^2\times5}{2}\times10}=\sqrt{3^2\times5^2}=\sqrt{(3\times5)^2}=15$ ⋯ ❷

$\therefore a+b=25$ ⋯ ❸

답 25

채점 기준	비율
❶ 가장 작은 a의 값을 구할 수 있다.	50 %
❷ a의 값이 가장 작을 때의 b의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $a+b$의 값 중 가장 작은 값을 구할 수 있다.	10 %

57 $\frac{336}{x}=\frac{2^4\times3\times7}{x}$이므로 x는 336의 약수이면서 $3\times7\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.
따라서 가장 작은 자연수 x는
$3\times7=21$ 답 21

쎈B 특강

x는 $336=2^4\times3\times7$의 약수이면서 $3\times7\times(\text{자연수})^2$ 꼴이므로 x의 값으로 가능한 수는
$3\times7\times1^2=21$, $3\times7\times2^2=84$, $3\times7\times\underbrace{2^4}_{(2^2)^2=4^2}=336$

58 $\frac{600}{x}=\frac{2^3\times3\times5^2}{x}$이므로 x는 $\underbrace{\text{600보다 작은}}_{x=600\text{이면 }\sqrt{\frac{600}{x}}=1}$ 600의 약수이면서 $2\times3\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.
따라서 가장 큰 자연수 x는
$2\times3\times5^2=150$ 답 150

59 a는 $2^6\times7$의 약수이면서 $7\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.
① $7=7\times1^2$ ② $28=7\times2^2$ ③ $56=7\times2^3$
④ $112=7\times\underbrace{2^4}_{(2^2)^2=4^2}$ ⑤ $448=7\times\underbrace{2^6}_{(2^3)^2=8^2}$ 답 ③

60 $\frac{160}{m}=\frac{2^5\times5}{m}$이므로 m은 160의 약수이면서 $2\times5\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.
따라서 자연수 m은 2×5, $2\times5\times2^2$, $2\times5\times2^4$이므로
(i) $m=2\times5=10$일 때, $n=\sqrt{\frac{160}{10}}=\sqrt{16}=4$
(ii) $m=2\times5\times2^2=40$일 때, $n=\sqrt{\frac{160}{40}}=\sqrt{4}=2$
(iii) $m=2\times5\times2^4=160$일 때, $n=\sqrt{\frac{160}{160}}=1$
이상에서 구하는 순서쌍 (m, n)은
$(10, 4)$, $(40, 2)$, $(160, 1)$
답 $(10, 4)$, $(40, 2)$, $(160, 1)$

61 $\frac{1008}{n}=\frac{2^4\times3^2\times7}{n}$이므로 n은 1008의 약수이면서 $7\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.
따라서 자연수 n은
7×1^2, 7×2^2, 7×2^4, 7×3^2,
$7\times2^2\times3^2$, $7\times2^4\times3^2$
의 6개이다. 답 6

다른 풀이 $\frac{1008}{n}=\frac{2^4\times3^2\times7}{n}=\frac{7\times12^2}{n}$이므로
$n=7\times a^2$ (a는 12의 약수) 꼴이어야 한다.
$12=2^2\times3$이므로 12의 약수의 개수는
$(2+1)\times(1+1)=6$
따라서 자연수 n의 개수는 6이다.

쎈B 특강

자연수 A가 $a^m\times b^n$ (a, b는 서로 다른 소수, m, n은 자연수)으로 소인수분해될 때, A의 약수의 개수는 $(m+1)\times(n+1)$이다.

62 $41+x$가 41보다 큰 $(\text{자연수})^2$ 꼴인 수이어야 하므로
$41+x=49, 64, 81, \cdots$
이때 x가 가장 작은 자연수이므로
$41+x=49 \quad \therefore x=8$ 답 ⑤

63 $23+x$가 23보다 큰 $(\text{자연수})^2$ 꼴인 수이어야 하므로
$23+x=25, 36, 49, 64, 81, \cdots$
$\therefore x=2, 13, 26, 41, 58, \cdots$
따라서 x의 값이 아닌 것은 ④이다. 답 ④

64 $58+x$가 58보다 크고 $\underbrace{\text{100보다 작은}}_{\sqrt{100}=10\text{이므로 두 자리 자연수이다.}}$ $(\text{자연수})^2$ 꼴인 수이어야 하므로
$58+x=64, 81$
$\therefore x=6, 23$
따라서 구하는 합은
$6+23=29$ 답 29

65 $87+a$가 87보다 큰 $(\text{자연수})^2$ 꼴인 수이어야 하므로
$87+a=100, 121, 144, \cdots$
이때 a가 가장 작은 자연수이므로
$87+a=100 \quad \therefore a=13$
따라서 $b=\sqrt{87+13}=\sqrt{100}=10$이므로
$b-a=-3$ 답 ②

66 $39-x$가 0 또는 39보다 작은 $(\text{자연수})^2$ 꼴인 수이어야 하므로
$39-x=0, 1, 4, 9, 16, 25, 36$
$\therefore x=39, 38, 35, 30, 23, 14, 3$
따라서 자연수 x의 개수는 7이다. 답 ④

67 $11-x$가 11보다 작은 $(\text{자연수})^2$ 꼴인 수이어야 하므로
$11-x=1, 4, 9$
$\therefore x=10, 7, 2$ ⋯ ❶
따라서 모든 자연수 x의 값의 곱은
$10\times7\times2=140$ ⋯ ❷
답 140

채점 기준	비율
❶ x의 값을 구할 수 있다.	70 %
❷ 모든 자연수 x의 값의 곱을 구할 수 있다.	30 %

68 $28-x$가 0 또는 28보다 작은 (자연수)^2 꼴인 수이어야 하므로

$28-x=0,\ 1,\ 4,\ 9,\ 16,\ 25$

$28-x=0$에서 $x=28$

$28-x=25$에서 $x=3$

따라서 $M=28$, $m=3$이므로

$M+m=31$

답 31

69 A 색종이의 한 변의 길이는 $\sqrt{47-x}$이므로

$47-x=1,\ 4,\ 9,\ 16,\ 25,\ 36$

$\therefore x=46,\ 43,\ 38,\ 31,\ 22,\ 11$ …… ㉠

B 색종이의 한 변의 길이는 $\sqrt{70+x}$이므로

$70+x=81,\ 100,\ 121,\ \cdots$

$\therefore x=11,\ 30,\ 51,\ \cdots$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $x=11$

답 11

70 ① $8=\sqrt{64}$이고 $\sqrt{65}>\sqrt{64}$이므로

$\sqrt{65}>8$

② $0.2=\sqrt{0.04}$이고 $\sqrt{0.04}<\sqrt{0.2}$이므로

$0.2<\sqrt{0.2}$

③ $\sqrt{10}>\sqrt{7}$이므로 $-\sqrt{10}<-\sqrt{7}$

④ $4=\sqrt{16}$이고 $\sqrt{16}>\sqrt{15}$이므로

$-\sqrt{16}<-\sqrt{15}$ $\therefore -4<-\sqrt{15}$

⑤ $\frac{1}{2}=\sqrt{\frac{1}{4}}$이고 $\sqrt{\frac{1}{5}}<\sqrt{\frac{1}{4}}$이므로

$-\sqrt{\frac{1}{5}}>-\sqrt{\frac{1}{4}}$ $\therefore -\sqrt{\frac{1}{5}}>-\frac{1}{2}$

답 ④

71 $6=\sqrt{36}$, $\sqrt{\frac{63}{2}}=\sqrt{31.5}$이고 $12.5<19<30<31.5<36$이므로

$\sqrt{12.5}<\sqrt{19}<\sqrt{30}<\sqrt{\frac{63}{2}}<6$

따라서 세 번째로 큰 수는 ⑤이다.

답 ⑤

72 $\sqrt{\frac{27}{4}}=\sqrt{6.75}$, $4=\sqrt{16}$이고 $5<6.75<8.3<13<16$이므로

$\sqrt{5}<\sqrt{\frac{27}{4}}<\sqrt{8.3}<\sqrt{13}<4$

$\therefore -4<-\sqrt{13}<-\sqrt{8.3}<-\sqrt{\frac{27}{4}}<-\sqrt{5}$ ⋯ ❶

따라서 $a=-4$, $b=-\sqrt{5}$이므로 ⋯ ❷

$b^2-a^2=(-\sqrt{5})^2-(-4)^2=5-16=-11$ ⋯ ❸

답 -11

채점 기준	비율
❶ 주어진 수의 대소를 비교할 수 있다.	60 %
❷ a, b의 값을 구할 수 있다.	20 %
❸ b^2-a^2의 값을 구할 수 있다.	20 %

73 (ㄱ) $7=\sqrt{49}$이고 $\sqrt{50}>\sqrt{49}$이므로 $\sqrt{50}>7$

(ㄴ) $\frac{1}{3}=\sqrt{\frac{1}{9}}$이고 $\sqrt{\frac{1}{9}}<\sqrt{\frac{1}{3}}$이므로 $\frac{1}{3}<\sqrt{\frac{1}{3}}$

(ㄷ) $4=\sqrt{16}$이고 $\sqrt{16}<\sqrt{20}$이므로 $4<\sqrt{20}$

$\therefore 4-\sqrt{20}<0$

(ㄹ) $5=\sqrt{25}$이고 $\sqrt{28}>\sqrt{25}$이므로 $\sqrt{28}>5$

$\therefore \sqrt{28}-5>0$

이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄹ)이다.

답 (ㄴ), (ㄹ)

74 ① $0<a<1$ ② $0<\sqrt{a}<1$ ③ $0<a^2<1$

④ $\frac{1}{a}>1$ ⑤ $\sqrt{\frac{1}{a}}>1$

이때 $a^2<a<\sqrt{a}$이므로 a^2의 값이 가장 작다.

답 ③

쎈B 특강

주어진 범위에 속하는 적절한 수를 대입하여 대소 관계를 확인할 수도 있다.

예를 들어 $a=\frac{1}{4}$이라 하면

$\sqrt{a}=\frac{1}{2},\ a^2=\frac{1}{16},\ \frac{1}{a}=4,\ \sqrt{\frac{1}{a}}=2$

이므로 $a^2<a<\sqrt{a}<\sqrt{\frac{1}{a}}<\frac{1}{a}$임을 알 수 있다.

75 $\sqrt{16}>\sqrt{13}$이므로 $4>\sqrt{13}$

따라서 $4-\sqrt{13}>0$, $\sqrt{13}-4<0$이므로

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=(4-\sqrt{13})-\{-(\sqrt{13}-4)\}\\&=4-\sqrt{13}+\sqrt{13}-4\\&=0\end{aligned}$$

답 ③

76 $\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{9}$이므로 $2<\sqrt{5}<3$

따라서 $2-\sqrt{5}<0$, $3-\sqrt{5}>0$이므로

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=-(2-\sqrt{5})+(3-\sqrt{5})\\&=-2+\sqrt{5}+3-\sqrt{5}\\&=1\end{aligned}$$

답 ④

77 $\sqrt{9}<\sqrt{10}$이므로 $3<\sqrt{10}$

따라서 $3-\sqrt{10}<0$, $\sqrt{10}-3>0$이므로

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=-(3-\sqrt{10})-(\sqrt{10}-3)+6-2\\&=-3+\sqrt{10}-\sqrt{10}+3+6-2\\&=4\end{aligned}$$

답 ①

78 $4<\sqrt{2n}<5$에서 $4^2<(\sqrt{2n})^2<5^2$

$16<2n<25$ $\therefore 8<n<\frac{25}{2}$

따라서 자연수 n은 9, 10, 11, 12의 4개이다.

답 ③

79 $2<\sqrt{x}<4$에서 $2^2<(\sqrt{x})^2<4^2$

$\therefore 4<x<16$

따라서 자연수 x는 5, 6, 7, ⋯, 15의 11개이다.

답 11

80 $-6<-\sqrt{5x+2}<-\sqrt{10}$에서

$\sqrt{10}<\sqrt{5x+2}<6$, $(\sqrt{10})^2<(\sqrt{5x+2})^2<6^2$

$10<5x+2<36$ $\therefore \frac{8}{5}<x<\frac{34}{5}$ ⋯ ❶

따라서 자연수 x는 2, 3, 4, 5, 6이므로 구하는 합은

$2+3+4+5+6=20$ ⋯ ❷

답 20

채점 기준	비율
❶ x의 값의 범위를 구할 수 있다.	70 %
❷ 모든 자연수 x의 값의 합을 구할 수 있다.	30 %

81 $\sqrt{6}<x<\sqrt{50}$에서 $(\sqrt{6})^2<x^2<(\sqrt{50})^2$

$\therefore \underline{6<x^2<50}$

$x^2=9, 16, 25, 36, 49$

따라서 자연수 x는 3, 4, 5, 6, 7이므로 가장 큰 수와 가장 작은 수의 곱은

$7\times3=21$

답 ④

82 (i) $2<\sqrt{x}<3$에서 $2^2<(\sqrt{x})^2<3^2$

$\therefore 4<x<9$

따라서 자연수 x는 5, 6, 7, 8이다.

(ii) $\sqrt{27}<x<\sqrt{63}$에서 $(\sqrt{27})^2<x^2<(\sqrt{63})^2$

$\therefore \underline{27<x^2<63}$

$x^2=36, 49$

따라서 자연수 x는 6, 7이다.

(i), (ii)에서 두 부등식을 동시에 만족시키는 자연수 x는 6, 7이므로 구하는 합은

$6+7=13$

답 ②

83 $\sqrt{7}\le\sqrt{n}<5$에서 $(\sqrt{7})^2\le(\sqrt{n})^2<5^2$

$\therefore 7\le n<25$ ⋯ ❶

n이 자연수이므로

$n=7, 8, 9, \cdots, 24$

$\therefore a=24, b=7$ ⋯ ❷

$\sqrt{\frac{a}{b}\times c}=\sqrt{\frac{24}{7}\times c}=\sqrt{\frac{2^3\times3}{7}\times c}$이므로

$c=2\times3\times7\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수 c는

$2\times3\times7=42$ ⋯ ❸

답 42

채점 기준	비율
❶ n의 값의 범위를 구할 수 있다.	30 %
❷ a, b의 값을 구할 수 있다.	30 %
❸ 가장 작은 자연수 c의 값을 구할 수 있다.	40 %

84 $\sqrt{1}=1$, $\sqrt{4}=2$, $\sqrt{9}=3$, $\sqrt{16}=4$이므로

(i) $1\le x<4$일 때, $1\le\sqrt{x}<2$

$\therefore f(1)=f(2)=f(3)=1$

(ii) $4\le x<9$일 때, $2\le\sqrt{x}<3$

$\therefore f(4)=f(5)=f(6)=f(7)=f(8)=2$

(iii) $9\le x<16$일 때, $3\le\sqrt{x}<4$

$\therefore f(9)=f(10)=\cdots=f(15)=3$

이상에서

(주어진 식)$=1\times3+2\times5+3\times7=34$

답 ⑤

85 $\sqrt{16}<\sqrt{17}<\sqrt{25}$이므로

$\underline{4<\sqrt{17}<5}$ $\therefore a=4$

$\sqrt{17}$보다 작은 자연수는 1, 2, 3, 4

또 $\sqrt{36}<\sqrt{45}<\sqrt{49}$이므로

$\underline{6<\sqrt{45}<7}$ $\therefore b=6$

$\sqrt{45}$보다 작은 자연수는 1, 2, 3, 4, 5, 6

$\therefore a+b=10$

답 ③

86 $\sqrt{64}<\sqrt{75}<\sqrt{81}$이므로

$8<\sqrt{75}<9$ $\therefore ≪75≫=8$ ⋯ ❶

$\sqrt{25}<\sqrt{30}<\sqrt{36}$이므로

$5<\sqrt{30}<6$ $\therefore ≪30≫=5$ ⋯ ❷

$\therefore ≪75≫-≪30≫=3$ ⋯ ❸

답 3

채점 기준	비율
❶ ≪75≫의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ ≪30≫의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ ≪75≫−≪30≫의 값을 구할 수 있다.	20 %

87 $\sqrt{x}$ 이하의 자연수의 개수가 4이려면

$4\le\sqrt{x}<5$ $\therefore 16\le x<25$

따라서 자연수 x는 16, 17, 18, ⋯, 24의 9개이다.

답 ②

88 $\sqrt{1}=1$, $\sqrt{4}=2$, $\sqrt{9}=3$, $\sqrt{16}=4$, $\sqrt{25}=5$, ⋯이므로

$f(1)=0$,

$f(2)=f(3)=f(4)=1$,

$f(5)=f(6)=f(7)=f(8)=f(9)=2$,

$f(10)=f(11)=f(12)=\cdots=f(16)=3$,

$f(17)=f(18)=f(19)=\cdots=f(25)=4$

이때 $0+1\times3+2\times5+3\times7+4\times5=54$이므로 구하는 n의 값은 $f(x)=4$를 만족시키는 x의 값 중 다섯 번째로 작은 값이다.

$\therefore n=21$

답 21

02 무리수와 실수

I. 제곱근과 실수

개념 정리

본책 20쪽

❶ 무리수 ❷ 유리수 ❸ 실수 ❹ 음의 실수
❺ 크다 ❻ 작다

쎈B 유형 뽀개기

본책 21쪽

01 $\sqrt{121}=11$, $-\sqrt{\frac{1}{49}}=-\frac{1}{7}$, $\sqrt{(-10)^2}=10$이므로 $\sqrt{121}$, $-\sqrt{\frac{1}{49}}$, $\sqrt{(-10)^2}$은 유리수이고, 무리수는 π, $\sqrt{0.9}$, $\sqrt{5}-2$의 3개이다.

답 3

02 각 원의 반지름의 길이를 구해 보면 다음과 같다.
① $\sqrt{3}$ ② $\sqrt{10}$ ③ $\sqrt{18}$
④ $\sqrt{27}$ ⑤ $\sqrt{36}=6$

답 ⑤

03 ① $\pm\sqrt{81}=\pm9$
② $\sqrt{\frac{64}{225}}=\frac{8}{15}$
④ $\sqrt{0.\dot{1}}=\sqrt{\frac{1}{9}}=\frac{1}{3}$
⑤ $\sqrt{100}+\sqrt{0.04}=10+0.2=10.2$

답 ③

04 ① (무리수)+(유리수)=(무리수)이므로 $a+2$는 무리수이다.
② $a=\sqrt{3}$이면 $a-\sqrt{3}=\sqrt{3}-\sqrt{3}=\underbrace{0}_{\text{유리수}}$
③ $a=\sqrt{2}$이면 $a^2=(\sqrt{2})^2=\underbrace{2}_{\text{유리수}}$
④ (0이 아닌 유리수)×(무리수)=(무리수)이므로 $5a$는 무리수이다.
⑤ $a=\sqrt{6}$이면 $\sqrt{6}a=(\sqrt{6})^2=\underbrace{6}_{\text{유리수}}$

답 ①, ④

05 50 이하의 두 자리 자연수는
10, 11, 12, ⋯, 50의 41개 ⋯ ❶
이 중에서 (자연수)^2 꼴인 수는
$\underbrace{4^2,\ 5^2,\ 6^2,\ 7^2}_{16,\ 25,\ 36,\ 49}$의 4개 ⋯ ❷
따라서 $\sqrt{x}$가 무리수가 되도록 하는 x의 개수는
$41-4=37$ ⋯ ❸

답 37

채점 기준	비율
❶ 50 이하의 두 자리 자연수의 개수를 구할 수 있다.	20 %
❷ 50 이하의 두 자리 자연수 중에서 (자연수)^2 꼴인 수의 개수를 구할 수 있다.	40 %
❸ x의 개수를 구할 수 있다.	40 %

쎈B 특강

무리수는 유리수가 아닌 수이므로 구하는 x의 개수는 50 이하의 두 자리 자연수의 개수에서 $\sqrt{x}$가 유리수가 되는 x의 개수를 빼면 된다. 이때 $\sqrt{x}$가 유리수이려면 x는 (자연수)^2 꼴이어야 한다.

06 ⑤ 순환소수는 무한소수이지만 유리수이다.

답 ⑤

07 ① 순환소수는 모두 유리수이다.
③ $\sqrt{25}=5$와 같이 근호 안의 수가 (유리수)^2 꼴이면 유리수이다.
⑤ 무리수는 $\frac{(\text{정수})}{(0\text{이 아닌 정수})}$ 꼴로 나타낼 수 없다.

답 ②, ④

08 (ㄱ) 무리수이다.
(ㄴ) 무리수는 기약분수로 나타낼 수 없다.
분자와 분모가 서로소인 정수로 이루어진 분수
이상에서 옳은 것은 (ㄷ), (ㄹ)이다.

답 (ㄷ), (ㄹ)

09 □ 안에 알맞은 것은 순환소수가 아닌 무한소수이다.
무리수
② 근호 안의 수가 (유리수)^2 꼴이면 유리수이다.
④ 무리수는 유한소수로 나타낼 수 없다.

답 ③

10 ④ $\frac{1}{2}$은 정수가 아닌 실수이지만 유리수이다.
⑤ 순환소수가 아닌 무한소수는 무리수이므로 실수이다.

답 ②, ③

11 □ 안에 알맞은 것은 무리수이다.
① $\sqrt{1.44}=1.2$
② $\sqrt{\frac{9}{49}}=\frac{3}{7}$
③ $-1+\sqrt{9}=-1+3=2$
⑤ $\sqrt{1.\dot{7}}=\sqrt{\frac{16}{9}}=\frac{4}{3}$

답 ④

12 ⑤ 무리수는 순환소수로 나타낼 수 없다.

답 ⑤

13 $\sqrt{8.34}=2.888$이므로 $a=2.888$
$\sqrt{8.52}=2.919$이므로 $b=8.52$
$\therefore 1000a+100b=2888+852=3740$

답 ④

14 $a=6.745$, $b=6.885$이므로
$100(b-a)=100\times0.14=14$

답 14

15 $\sqrt{72.0}=8.485$이므로 $a=72$ ⋯ ❶
$\sqrt{70.4}=8.390$이므로 $b=70.4$ ⋯ ❷
$\frac{a+b}{2}=71.2$이므로 $\sqrt{\frac{a+b}{2}}=\sqrt{71.2}=8.438$ ⋯ ❸

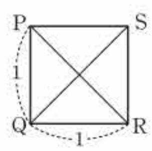
답 8.438

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	30 %
❷ b의 값을 구할 수 있다.	30 %
❸ $\sqrt{\frac{a+b}{2}}$의 값을 구할 수 있다.	40 %

16 (ㄱ) $\overline{AC}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$이므로 $\quad\overline{AQ}=\overline{AC}=\sqrt{5}$
(ㄴ) $\overline{AP}=\overline{AC}=\sqrt{5}$이므로 $\quad$P$(1+\sqrt{5})$
(ㄷ) $\overline{AQ}=\sqrt{5}$이므로 $\quad$Q$(1-\sqrt{5})$
(ㄹ) $\overline{BQ}=\overline{AQ}-\overline{AB}=\sqrt{5}-2$
이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ), (ㄹ)이다. 답 (ㄱ), (ㄴ), (ㄹ)

17 ① 정사각형 ABCD의 넓이가 6이므로
$\overline{AD}=\sqrt{6}\quad\therefore\ \overline{AP}=\overline{AD}=\sqrt{6}$
② 정사각형 EFGH의 넓이가 13이므로
$\overline{EF}=\sqrt{13}\quad\therefore\ \overline{ES}=\overline{EF}=\sqrt{13}$
③ $\overline{AQ}=\overline{AB}=\overline{AD}=\sqrt{6}$이므로 $\quad$Q$(-3+\sqrt{6})$
④ $\overline{ER}=\overline{EH}=\overline{EF}=\sqrt{13}$이므로 $\quad$R$(4-\sqrt{13})$
⑤ $\overline{ES}=\sqrt{13}$이므로 $\quad$S$(4+\sqrt{13})$ 답 ⑤

18 오른쪽 그림과 같은 정사각형 PQRS의 대각선의 길이는 △PQR에서

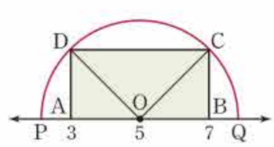


$\overline{PR}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$
즉 세 정사각형의 대각선의 길이가 모두 $\sqrt{2}$이므로 각 점의 좌표를 구하면 다음과 같다.
A$(-2-\sqrt{2})$, B$(-3+\sqrt{2})$, C$(-\sqrt{2})$,
D$(-1+\sqrt{2})$, E$(\sqrt{2})$
따라서 $-1+\sqrt{2}$에 대응하는 점은 D이다. 답 점 D

19 (1) $\overline{AC}=\sqrt{1^2+4^2}=\sqrt{17}$ ··· ❶
(2) $\overline{AP}=\overline{AC}=\sqrt{17}$이므로 점 A에 대응하는 수는
$-2+\sqrt{17}-\sqrt{17}=-2$ ··· ❷
(3) $\overline{AQ}=\overline{AC}=\sqrt{17}$이므로 점 Q에 대응하는 수는
$-2-\sqrt{17}$ ··· ❸
답 (1) $\sqrt{17}$ (2) -2 (3) $-2-\sqrt{17}$

채점 기준	비율
❶ $\overline{AC}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %
❷ 점 A에 대응하는 수를 구할 수 있다.	40 %
❸ 점 Q에 대응하는 수를 구할 수 있다.	30 %

20 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$, $\overline{OC}$를 그으면 △ODA에서



$\overline{OD}=\sqrt{2^2+2^2}=\sqrt{8}$
△OCB에서
$\overline{OC}=\sqrt{2^2+2^2}=\sqrt{8}$
$\overline{OP}=\overline{OD}=\sqrt{8}$이므로 $\quad$P$(5-\sqrt{8})$
$\overline{OQ}=\overline{OC}=\sqrt{8}$이므로 $\quad$Q$(5+\sqrt{8})$
답 P$(5-\sqrt{8})$, Q$(5+\sqrt{8})$

21 ③ 정수 0과 1 사이에는 정수가 없다.
④ 수직선은 유리수와 무리수, 즉 실수에 대응하는 점들로 완전히 메울 수 있다.
유리수에 대응하는 점만으로는 수직선을 완전히 메울 수 없다.
답 ③, ④

22 ① 0에 가장 가까운 유리수는 찾을 수 없다.
② $\frac{1}{7}$과 $\frac{6}{7}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
④ 서로 다른 두 유리수 사이에는 무수히 많은 무리수도 있다.
⑤ 모든 무리수는 각각 수직선 위의 한 점에 대응한다.
답 ③

23 지성: $\sqrt{3}$과 $\sqrt{5}$ 사이에는 정수 $\underbrace{2}_{2=\sqrt{4}}$가 있다.
수빈: 1에 가장 가까운 무리수는 찾을 수 없다.
따라서 옳은 설명을 한 학생은 은유, 래원이다.
답 은유, 래원

24 $1<\sqrt{3}<\sqrt{4}$, 즉 $1<\sqrt{3}<2$이므로
(ㄱ) x는 1의 1개 $\qquad$ (ㄴ) x는 -2, -1, 0, 1의 4개
이상에서 x의 값이 무수히 많은 것은 (ㄷ), (ㄹ), (ㅁ)이다.
답 (ㄷ), (ㄹ), (ㅁ)

25 $\sqrt{9}<\sqrt{11}<\sqrt{16}$, 즉 $3<\sqrt{11}<4$이므로
$0<\sqrt{11}-3<1$
따라서 $\sqrt{11}-3$에 대응하는 점은 C이다. 답 ③

26 $\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{9}$, 즉 $2<\sqrt{5}<3$이므로
$-3<-\sqrt{5}<-2\quad\therefore\ 5<8-\sqrt{5}<6$
따라서 $8-\sqrt{5}$에 대응하는 점은 구간 D에 있다. 답 ④

27 (i) $1<\sqrt{3}<\sqrt{4}$, 즉 $1<\sqrt{3}<2$이므로
$2<1+\sqrt{3}<3$
따라서 $1+\sqrt{3}$에 대응하는 점은 구간 F에 있다. ··· ❶
(ii) $\sqrt{4}<\sqrt{7}<\sqrt{9}$, 즉 $2<\sqrt{7}<3$이므로
$-3<-\sqrt{7}<-2$
따라서 $-\sqrt{7}$에 대응하는 점은 구간 A에 있다. ··· ❷
(iii) $\sqrt{9}<\sqrt{10}<\sqrt{16}$, 즉 $3<\sqrt{10}<4$이므로
$-4<-\sqrt{10}<-3\quad\therefore\ 1<5-\sqrt{10}<2$
따라서 $5-\sqrt{10}$에 대응하는 점은 구간 E에 있다. ··· ❸
답 구간 F, 구간 A, 구간 E

채점 기준	비율
❶ $1+\sqrt{3}$에 대응하는 점이 있는 구간을 찾을 수 있다.	30 %
❷ $-\sqrt{7}$에 대응하는 점이 있는 구간을 찾을 수 있다.	30 %
❸ $5-\sqrt{10}$에 대응하는 점이 있는 구간을 찾을 수 있다.	40 %

28 $1<\sqrt{3}<\sqrt{4}$, 즉 $1<\sqrt{3}<2$이므로
$-2<-\sqrt{3}<-1$

따라서 점 B에 대응하는 수는 $-\sqrt{3}$이므로

$a=-\sqrt{3}$

$\sqrt{9}<\sqrt{13}<\sqrt{16}$, 즉 $3<\sqrt{13}<4$이므로 점 D에 대응하는 수는 $\sqrt{13}$이다.

$\therefore b=\sqrt{13}$

$\therefore b^2-a^2=(\sqrt{13})^2-(-\sqrt{3})^2=13-3=10$ 답 10

참고 $-3<\sqrt{6}-5<-2$, $2<1+\sqrt{2}<3$이므로 $\sqrt{6}-5$, $1+\sqrt{2}$는 각각 점 A, 점 C에 대응하는 수이다.

29 $\sqrt{57}+\sqrt{169}=\sqrt{57}+13$

이때 $\sqrt{49}<\sqrt{57}<\sqrt{64}$, 즉 $7<\sqrt{57}<8$이므로

$20<\sqrt{57}+13<21$

따라서 수직선에서 $\sqrt{57}+\sqrt{169}$에 대응하는 점은 두 정수 20, 21에 각각 대응하는 두 점 사이에 있으므로

$a=20$ $\quad\therefore 5a=100$ 답 100

30 ① $2=\sqrt{4}$이므로 $\quad 2<\sqrt{5}$

따라서 2는 $\sqrt{5}$와 $\sqrt{17}$ 사이에 있는 수가 아니다.

답 ①

31 $3=\sqrt{9}$, $4=\sqrt{16}$이므로 3과 4 사이에 있는 수는

$\underbrace{\sqrt{\frac{19}{2}}}_{\sqrt{9.5}}$, $\sqrt{15.8}$, $\sqrt{13}$

의 3개이다. 답 3

32 $\sqrt{16}<\sqrt{21}<\sqrt{25}$, 즉 $4<\sqrt{21}<5$이고 $6=\sqrt{36}$이다.

① $4<\sqrt{21}<5$이므로 $\quad 5<\sqrt{21}+1<6$

② $\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{9}$, 즉 $2<\sqrt{5}<3$이므로

$5<\sqrt{5}+3<6$

③ $\sqrt{\frac{53}{2}}=\sqrt{26.5}$

④ $\sqrt{9}<\sqrt{10}<\sqrt{16}$, 즉 $3<\sqrt{10}<4$이므로

$5<\sqrt{10}+2<6$

⑤ $\sqrt{16}<\sqrt{17}<\sqrt{25}$, 즉 $4<\sqrt{17}<5$이므로

$6<\sqrt{17}+2<7$

따라서 $\sqrt{21}$과 6 사이에 있는 무리수가 아닌 것은 ⑤이다.

답 ⑤

33 $\sqrt{4}<\sqrt{7}<\sqrt{9}$, 즉 $2<\sqrt{7}<3$이므로

$1<\sqrt{7}-1<2$ ··· ❶

$\sqrt{9}<\sqrt{10}<\sqrt{16}$, 즉 $3<\sqrt{10}<4$이므로

$-4<-\sqrt{10}<-3$ $\quad\therefore 4<8-\sqrt{10}<5$ ··· ❷

따라서 $\sqrt{7}-1$과 $8-\sqrt{10}$ 사이에 있는 정수는 2, 3, 4이므로 구하는 곱은

$2\times3\times4=24$ ··· ❸

답 24

채점 기준	비율
❶ $\sqrt{7}-1$이 어떤 연속한 두 정수 사이에 있는지 구할 수 있다.	30 %
❷ $8-\sqrt{10}$이 어떤 연속한 두 정수 사이에 있는지 구할 수 있다.	30 %
❸ $\sqrt{7}-1$과 $8-\sqrt{10}$ 사이에 있는 모든 정수의 곱을 구할 수 있다.	40 %

34 $1<\sqrt{2}<\sqrt{4}$, 즉 $1<\sqrt{2}<2$이므로 $\quad -2<-\sqrt{2}<-1$

$\sqrt{9}<\sqrt{11}<\sqrt{16}$이므로 $\quad 3<\sqrt{11}<4$

① 자연수는 1, 2, 3의 3개이다.

② 정수는 -1, 0, 1, 2, 3의 5개이다.

④ 무리수는 무수히 많다. 답 ④

35 $1<\sqrt{3}<\sqrt{4}$, 즉 $1<\sqrt{3}<2$이므로

$-2<-\sqrt{3}<-1$ $\quad\therefore -1<1-\sqrt{3}<0$

$\sqrt{4}<\sqrt{6}<\sqrt{9}$, 즉 $2<\sqrt{6}<3$이므로

$3<\sqrt{6}+1<4$

$\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{9}$, 즉 $2<\sqrt{5}<3$이므로

$-2<-4+\sqrt{5}<-1$

$\sqrt{16}<\sqrt{20}<\sqrt{25}$이므로 $\quad 4<\sqrt{20}<5$

따라서 네 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 각각

$-4+\sqrt{5}$, $1-\sqrt{3}$, $\sqrt{6}+1$, $\sqrt{20}$

이고, 주어진 네 수의 대소를 비교하면

$-4+\sqrt{5}<1-\sqrt{3}<\sqrt{6}+1<\sqrt{20}$ 답 풀이 참조

36 $\sqrt{4}<\sqrt{7}<\sqrt{9}$, 즉 $2<\sqrt{7}<3$이므로

$-1<\sqrt{7}-3<0$

$\sqrt{9}<\sqrt{12}<\sqrt{16}$, 즉 $3<\sqrt{12}<4$이므로

$-4<-\sqrt{12}<-3$

$1<\sqrt{3}<\sqrt{4}$, 즉 $1<\sqrt{3}<2$이므로

$-3<-4+\sqrt{3}<-2$

따라서 세 점 A, B, C에 대응하는 수는 각각

$-\sqrt{12}$, $-4+\sqrt{3}$, $\sqrt{7}-3$

이고, 주어진 세 수의 대소를 비교하면

$-\sqrt{12}<-4+\sqrt{3}<\sqrt{7}-3$ 답 풀이 참조

37 $\sqrt{9}<\sqrt{13}<\sqrt{16}$, 즉 $3<\sqrt{13}<4$이므로

$1<\sqrt{13}-2<2$

$1<\sqrt{2}<\sqrt{4}$, 즉 $1<\sqrt{2}<2$이므로

$-2<-\sqrt{2}<-1$ $\quad\therefore 2<4-\sqrt{2}<3$

$\sqrt{4}<\sqrt{6}<\sqrt{9}$, 즉 $2<\sqrt{6}<3$이므로

$-3<-\sqrt{6}<-2$ $\quad\therefore -2<1-\sqrt{6}<-1$

$\sqrt{4}<\sqrt{8}<\sqrt{9}$, 즉 $2<\sqrt{8}<3$이므로

$-3<-5+\sqrt{8}<-2$

따라서 네 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 각각

$-5+\sqrt{8}$, $1-\sqrt{6}$, $\sqrt{13}-2$, $4-\sqrt{2}$

이므로 가장 큰 수는 $4-\sqrt{2}$, 가장 작은 수는 $-5+\sqrt{8}$이다.

답 $4-\sqrt{2}$, $-5+\sqrt{8}$

03 근호를 포함한 식의 곱셈과 나눗셈

개념 정리

본책 28쪽

❶ ab ❷ $\frac{a}{b}$ ❸ a ❹ $\frac{a}{b^2}$ ❺ 유리화

쎈 B 유형 뽀개기

본책 29쪽

01 $(-4\sqrt{2})\times3\sqrt{10}\times\left(-\sqrt{\frac{3}{10}}\right)=12\sqrt{2\times10\times\frac{3}{10}}$
$=12\sqrt{6}$

답 $12\sqrt{6}$

02 ② $(-2\sqrt{5})\times4\sqrt{3}=-8\sqrt{15}$

③ $(-\sqrt{3})\times(-\sqrt{12})=\sqrt{36}=6$

④ $\sqrt{\frac{7}{3}}\times\sqrt{\frac{6}{7}}=\sqrt{\frac{7}{3}\times\frac{6}{7}}=\sqrt{2}$

⑤ $3\sqrt{\frac{5}{4}}\times2\sqrt{\frac{12}{5}}=6\sqrt{\frac{5}{4}\times\frac{12}{5}}=6\sqrt{3}$

답 ①, ⑤

03 $\sqrt{\frac{10}{7}}\times\sqrt{\frac{14}{5}}=\sqrt{\frac{10}{7}\times\frac{14}{5}}=\sqrt{4}=2$이므로

$a=2$

$2\sqrt{0.5}\times\sqrt{50}=2\sqrt{0.5\times50}=2\sqrt{25}=10$이므로

$b=10$

$\therefore a+b=12$

답 12

04 $3\times\sqrt{5}\times\sqrt{k}=3\sqrt{5k}$, $\sqrt{3}\times\sqrt{75}=\sqrt{225}=15$이므로

$3\sqrt{5k}=15$, $\sqrt{5k}=5$, $5k=25$

$\therefore k=5$

답 5

05 $\sqrt{a}\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{2a}\times\sqrt{12}=\sqrt{a\times2\times3\times2a\times12}$
$=\sqrt{12^2\times a^2}$
$=\sqrt{(12a)^2}$
$=12a\ (\because a>0)$ ⋯ ❶

따라서 $12a=72$이므로 $a=6$ ⋯ ❷

답 6

채점 기준	비율
❶ 주어진 등식의 좌변을 간단히 할 수 있다.	80 %
❷ a의 값을 구할 수 있다.	20 %

06 ① $2\sqrt{21}\div\sqrt{7}=\frac{2\sqrt{21}}{\sqrt{7}}=2\sqrt{\frac{21}{7}}=2\sqrt{3}$

② $10\sqrt{15}\div5\sqrt{5}=\frac{10\sqrt{15}}{5\sqrt{5}}=2\sqrt{\frac{15}{5}}=2\sqrt{3}$

③ $6\div\frac{3}{\sqrt{2}}=6\times\frac{\sqrt{2}}{3}=2\sqrt{2}$

④ $\sqrt{\frac{13}{2}}\div\frac{\sqrt{13}}{2\sqrt{6}}=\sqrt{\frac{13}{2}}\times\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{13}}=2\sqrt{\frac{13}{2}\times\frac{6}{13}}=2\sqrt{3}$

⑤ $\frac{8}{\sqrt{10}}\div\frac{4}{\sqrt{30}}=\frac{8}{\sqrt{10}}\times\frac{\sqrt{30}}{4}=2\sqrt{\frac{30}{10}}=2\sqrt{3}$

답 ③

07 $\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{6}}\div\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{42}}=\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{6}}\times\frac{\sqrt{42}}{\sqrt{10}}=\sqrt{\frac{20}{6}\times\frac{42}{10}}=\sqrt{14}$

$\therefore a=14$

답 14

08 $8\sqrt{5}\div\frac{3}{\sqrt{22}}\div\frac{\sqrt{11}}{6}=8\sqrt{5}\times\frac{\sqrt{22}}{3}\times\frac{6}{\sqrt{11}}$
$=16\sqrt{5\times22\times\frac{1}{11}}$
$=16\sqrt{10}$

$\therefore n=10$

답 ⑤

09 $\sqrt{a}=\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{6}}=\sqrt{\frac{72}{6}}=\sqrt{12}$ ⋯ ❶

$\sqrt{b}=\sqrt{\frac{17}{5}}\div\sqrt{\frac{17}{15}}=\sqrt{\frac{17}{5}}\times\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{17}}$
$=\sqrt{\frac{17}{5}\times\frac{15}{17}}=\sqrt{3}$ ⋯ ❷

$\therefore \sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{12}\times\sqrt{3}=\sqrt{36}=6$ ⋯ ❸

답 6

채점 기준	비율
❶ $\sqrt{a}$의 값을 구할 수 있다.	30 %
❷ $\sqrt{b}$의 값을 구할 수 있다.	50 %
❸ $\sqrt{a}\sqrt{b}$의 값을 구할 수 있다.	20 %

10 $\underline{\sqrt{54}\div\frac{\sqrt{6}}{3}}=\sqrt{54}\times\frac{3}{\sqrt{6}}=3\sqrt{54\times\frac{1}{6}}$
$=3\sqrt{9}=9$ $\sqrt{54}=\frac{\sqrt{6}}{3}A$이므로 $A=\sqrt{54}\div\frac{\sqrt{6}}{3}$

따라서 $\sqrt{54}$는 $\frac{\sqrt{6}}{3}$의 9배이므로 $A=9$

$B=\frac{\sqrt{0.4}}{\sqrt{10}}=\sqrt{\frac{4}{10}\times\frac{1}{10}}=\sqrt{\frac{1}{25}}=\frac{1}{5}$이므로

$A\div B=9\div\frac{1}{5}=9\times5=45$

답 45

11 $\sqrt{80}=\sqrt{4^2\times5}=4\sqrt{5}$이므로 $a=4$

$3\sqrt{7}=\sqrt{3^2\times7}=\sqrt{63}$이므로 $b=63$

$\therefore b-a=59$

답 59

12 (ㄴ) $-7\sqrt{2}=-\sqrt{7^2\times2}=-\sqrt{98}$

(ㄹ) $\sqrt{120}=\sqrt{2^2\times30}=2\sqrt{30}$

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다.

답 ②

13 ① $\sqrt{32}=\sqrt{4^2\times2}=4\sqrt{2}$ $\therefore \square=4$

② $\sqrt{45}=\sqrt{3^2\times5}=3\sqrt{5}$ $\therefore \square=5$

③ $\sqrt{52}=\sqrt{2^2\times13}=2\sqrt{13}$ $\therefore \square=2$

④ $\sqrt{75}=\sqrt{5^2\times3}=5\sqrt{3}$ $\quad\therefore \square=3$

⑤ $\sqrt{112}=\sqrt{4^2\times7}=4\sqrt{7}$ $\quad\therefore \square=7$

따라서 □ 안에 알맞은 수가 가장 작은 것은 ③이다.
$2<3<4<5<7$

답 ③

14 $3\sqrt{11}=\sqrt{3^2\times11}=\sqrt{99}$이므로

$5x-1=99,\quad 5x=100\quad \therefore x=20$

답 ③

15 $\sqrt{6}\times\sqrt{15}\times\sqrt{30}=\sqrt{2\times3\times3\times5\times2\times3\times5}$
$=\sqrt{(2\times3\times5)^2\times3}$
$=30\sqrt{3}$

$\therefore a=30$

$\sqrt{35}\div\sqrt{\frac{10}{9}}\div\sqrt{\frac{3}{14}}=\sqrt{35}\times\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{10}}\times\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{3}}$
$=\sqrt{35\times\frac{9}{10}\times\frac{14}{3}}$
$=\sqrt{7^2\times3}$
$=7\sqrt{3}$

$\therefore b=7$

$\therefore a-b=23$

답 23

16 $a\sqrt{\frac{9b}{a}}-b\sqrt{\frac{16a}{b}}=\sqrt{a^2\times\frac{9b}{a}}-\sqrt{b^2\times\frac{16a}{b}}$
$=\sqrt{9ab}-\sqrt{16ab}$
$=3\sqrt{ab}-4\sqrt{ab}$

$ab=49$를 위의 식에 대입하면

(주어진 식)$=3\sqrt{49}-4\sqrt{49}$
$=21-28=-7$

답 -7

다른 풀이 $ab=49$에서 $a=\frac{49}{b}$, $b=\frac{49}{a}$이므로

$a\sqrt{\frac{9b}{a}}-b\sqrt{\frac{16a}{b}}=a\sqrt{\frac{9}{a}\times\frac{49}{a}}-b\sqrt{\frac{16}{b}\times\frac{49}{b}}$
$=a\times\frac{3\times7}{a}-b\times\frac{4\times7}{b}$
$=21-28=-7$

17 ① $\sqrt{\frac{5}{16}}=\sqrt{\frac{5}{4^2}}=\frac{\sqrt{5}}{4}$

② $\sqrt{\frac{10}{45}}=\sqrt{\frac{2}{9}}=\sqrt{\frac{2}{3^2}}=\frac{\sqrt{2}}{3}$

③ $-\sqrt{\frac{18}{49}}=-\sqrt{\frac{3^2\times2}{7^2}}=-\frac{3\sqrt{2}}{7}$

④ $\sqrt{0.07}=\sqrt{\frac{7}{100}}=\sqrt{\frac{7}{10^2}}=\frac{\sqrt{7}}{10}$

⑤ $\sqrt{0.48}=\sqrt{\frac{48}{100}}=\sqrt{\frac{4^2\times3}{10^2}}=\frac{4\sqrt{3}}{10}=\frac{2\sqrt{3}}{5}$

답 ⑤

18 $\sqrt{\frac{10}{162}}=\sqrt{\frac{5}{81}}=\sqrt{\frac{5}{9^2}}=\frac{\sqrt{5}}{9}$

따라서 $a=9$, $b=5$이므로 $\quad a+b=14$

답 14

19 $\sqrt{0.6}=\sqrt{\frac{60}{100}}=\sqrt{\frac{2^2\times15}{10^2}}=\frac{2\sqrt{15}}{10}=\frac{\sqrt{15}}{5}$

$\therefore k=\frac{1}{5}$

답 ②

20 $\sqrt{0.08}=\sqrt{\frac{8}{100}}=\sqrt{\frac{2}{25}}=\sqrt{\frac{2}{5^2}}=\frac{\sqrt{2}}{5}$,

$\sqrt{\frac{2}{81}}=\sqrt{\frac{2}{9^2}}=\frac{\sqrt{2}}{9}$이므로

$\frac{\sqrt{2}}{9}<\frac{\sqrt{2}}{8}<\frac{\sqrt{2}}{5}$, 즉 $\sqrt{\frac{2}{81}}<\frac{\sqrt{2}}{8}<\sqrt{0.08}$

답 $\sqrt{\frac{2}{81}}$, $\frac{\sqrt{2}}{8}$, $\sqrt{0.08}$

21 $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{2^2\times3}}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{6}}=\sqrt{\frac{12}{6}}=\sqrt{2}$이므로

$a=2$

$\frac{2}{3\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2^2}}{\sqrt{3^2\times2}}=\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{18}}=\sqrt{\frac{4}{18}}=\sqrt{\frac{2}{9}}$이므로

$b=\frac{2}{9}$

$\therefore \frac{a}{b}=a\times\frac{1}{b}=2\times\frac{9}{2}=9$

답 ④

22 $\sqrt{\frac{75}{4}}=\sqrt{\frac{5^2\times3}{2^2}}=\frac{5\sqrt{3}}{2}$이므로

$a=\frac{5}{2}$ ··· ❶

$\sqrt{0.015}=\sqrt{\frac{150}{10000}}=\sqrt{\frac{5^2\times6}{100^2}}=\frac{5\sqrt{6}}{100}=\frac{\sqrt{6}}{20}$이므로

$b=\frac{1}{20}$ ··· ❷

$\therefore 8ab=8\times\frac{5}{2}\times\frac{1}{20}=1$ ··· ❸

답 1

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ b의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $8ab$의 값을 구할 수 있다.	20 %

23 ① $\sqrt{562}=\sqrt{5.62\times100}=10\sqrt{5.62}$
$=10\times2.371=23.71$

② $\sqrt{5620}=\sqrt{56.2\times100}=10\sqrt{56.2}$
$=10\times7.497=74.97$

③ $\sqrt{56200}=\sqrt{5.62\times10000}=100\sqrt{5.62}$
$=100\times2.371=237.1$

④ $\sqrt{0.562}=\sqrt{\frac{56.2}{100}}=\frac{\sqrt{56.2}}{10}=\frac{7.497}{10}=0.7497$

⑤ $\sqrt{0.0562}=\sqrt{\frac{5.62}{100}}=\frac{\sqrt{5.62}}{10}=\frac{2.371}{10}=0.2371$

답 ③

24 ① $\sqrt{0.0006}=\sqrt{\dfrac{6}{10000}}=\dfrac{\sqrt{6}}{100}=\dfrac{2.449}{100}=0.02449$

② $\sqrt{0.06}=\sqrt{\dfrac{6}{100}}=\dfrac{\sqrt{6}}{10}=\dfrac{2.449}{10}=0.2449$

④ $\sqrt{600}=\sqrt{6\times100}=10\sqrt{6}=10\times2.449=24.49$

⑤ $\sqrt{6000}=\sqrt{60\times100}=10\sqrt{60}$이므로 $\sqrt{60}$의 값을 알아야 한다.

답 ③, ⑤

25 $\sqrt{3400}=\sqrt{34\times100}=10\sqrt{34}$

$=10\times5.831=58.31$ ··· ❶

따라서 $\sqrt{3400}$과 가장 가까운 정수는 58이다. ··· ❷

답 58

채점 기준	비율
❶ $\sqrt{3400}$의 값을 구할 수 있다.	70 %
❷ $\sqrt{3400}$과 가장 가까운 정수를 구할 수 있다.	30 %

26 $28.81=2.881\times10$이므로

$\sqrt{a}=\sqrt{8.3}\times10=\sqrt{8.3\times10^2}=\sqrt{830}$

$\therefore a=830$

답 830

27 ① $\sqrt{251}=\sqrt{2.51\times100}=10\sqrt{2.51}$

$=10\times1.584=15.84$

② $\sqrt{27400}=\sqrt{2.74\times10000}=100\sqrt{2.74}$

$=100\times1.655=165.5$

③ $\sqrt{0.0234}=\sqrt{\dfrac{2.34}{100}}=\dfrac{\sqrt{2.34}}{10}=\dfrac{1.530}{10}=0.153$

④ $\sqrt{0.00253}=\sqrt{\dfrac{25.3}{10000}}=\dfrac{\sqrt{25.3}}{100}$이므로 $\sqrt{25.3}$의 값을 알아야 한다.

⑤ $\sqrt{23000}-10=\sqrt{2.3\times10000}-10=100\sqrt{2.3}-10$

$=100\times1.517-10=151.7-10$

$=141.7$

답 ④

28 $\dfrac{1}{\sqrt{200}}=\sqrt{\dfrac{1}{200}}=\sqrt{\dfrac{50}{10000}}=\dfrac{\sqrt{50}}{100}$

$=\dfrac{7.071}{100}=0.07071$

답 0.07071

29 $\sqrt{300}=\sqrt{2^2\times3\times5^2}=(\sqrt{2})^2\times\sqrt{3}\times5=5a^2b$

답 ①

30 ① $\sqrt{18}=\sqrt{2\times3^2}=3\sqrt{2}=3x$

② $\sqrt{50}=\sqrt{2\times5^2}=\sqrt{2}\times(\sqrt{5})^2=xy^2$

③ $\sqrt{\dfrac{8}{25}}=\sqrt{\dfrac{2^3}{5^2}}=\dfrac{(\sqrt{2})^3}{(\sqrt{5})^2}=\dfrac{x^3}{y^2}$

④ $\sqrt{1.\dot{1}}=\sqrt{\dfrac{10}{9}}=\dfrac{\sqrt{2\times5}}{3}=\dfrac{\sqrt{2}\times\sqrt{5}}{3}=\dfrac{xy}{3}$

⑤ $\sqrt{98}-\sqrt{45}=\sqrt{2\times7^2}-\sqrt{3^2\times5}=7\sqrt{2}-3\sqrt{5}=7x-3y$

답 ⑤

31 (ㄱ) $\sqrt{0.0007}=\sqrt{\dfrac{7}{100^2}}=\dfrac{\sqrt{7}}{100}=\dfrac{a}{100}$

(ㄴ) $\sqrt{0.7}=\sqrt{\dfrac{70}{10^2}}=\dfrac{\sqrt{70}}{10}=\dfrac{b}{10}$

(ㄷ) $\sqrt{7000}=\sqrt{70\times10^2}=10\sqrt{70}=10b$

(ㄹ) $\sqrt{70000}=\sqrt{7\times100^2}=100\sqrt{7}=100a$

이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄹ)이다.

답 ④

32 $\sqrt{192}=\sqrt{8^2\times3}=8\sqrt{3}=8x$ ··· ❶

$\sqrt{60}=\sqrt{2^2\times3\times5}=2\times\sqrt{3}\times\sqrt{5}=2xy$ ··· ❷

따라서 $\sqrt{192}+\sqrt{60}=8x+2xy$이므로

$a=8,\ b=2$ ··· ❸

$\therefore a-b=6$ ··· ❹

답 6

채점 기준	비율
❶ $\sqrt{192}$를 x를 이용하여 나타낼 수 있다.	30 %
❷ $\sqrt{60}$을 x, y를 이용하여 나타낼 수 있다.	30 %
❸ a, b의 값을 구할 수 있다.	30 %
❹ $a-b$의 값을 구할 수 있다.	10 %

33 $\sqrt{ab}=\sqrt{100k\times1000k}=\sqrt{100^2\times k^2\times10}$

$=100k\sqrt{10}$

답 ⑤

34 $10=3+7=(\sqrt{3})^2+(\sqrt{7})^2=a^2+b^2$이므로

$\sqrt{10}=\sqrt{a^2+b^2}$

답 ④

35 $\dfrac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\dfrac{4\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{4\sqrt{6}}{3}$이므로 $a=\dfrac{4}{3}$

$\dfrac{2}{\sqrt{32}}=\dfrac{2}{4\sqrt{2}}=\dfrac{1}{2\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$이므로

$b=\dfrac{1}{4}$

$\therefore \sqrt{ab}=\sqrt{\dfrac{4}{3}\times\dfrac{1}{4}}=\sqrt{\dfrac{1}{3}}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

답 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

36 ③ $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{20}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{3}\times\sqrt{5}}{2\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{15}}{10}$

④ $\dfrac{9}{2\sqrt{6}}=\dfrac{9\sqrt{6}}{2\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\dfrac{9\sqrt{6}}{12}=\dfrac{3\sqrt{6}}{4}$

⑤ $\dfrac{3\sqrt{5}}{\sqrt{2}\sqrt{3}}=\dfrac{3\sqrt{5}\times\sqrt{2}\sqrt{3}}{\sqrt{2}\sqrt{3}\times\sqrt{2}\sqrt{3}}=\dfrac{3\sqrt{30}}{6}=\dfrac{\sqrt{30}}{2}$

답 ⑤

37 $\sqrt{7}=\dfrac{7\sqrt{7}}{7}=\dfrac{\sqrt{343}}{7}$, $\dfrac{5}{7}=\dfrac{\sqrt{25}}{7}$, $\dfrac{5}{\sqrt{7}}=\dfrac{5\sqrt{7}}{7}=\dfrac{\sqrt{175}}{7}$,

$\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}=\dfrac{\sqrt{35}}{7}$이므로

$$\frac{\sqrt{343}}{7}>\frac{\sqrt{175}}{7}>\frac{\sqrt{35}}{7}>\frac{\sqrt{25}}{7}>\frac{\sqrt{5}}{7}$$

$$\therefore \sqrt{7}>\frac{5}{\sqrt{7}}>\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}>\frac{5}{7}>\frac{\sqrt{5}}{7}$$

따라서 두 번째에 오는 수는 $\frac{5}{\sqrt{7}}$이다. 답 $\frac{5}{\sqrt{7}}$

38 ① $\frac{y}{\sqrt{y}}=\frac{y\sqrt{y}}{\sqrt{y}\sqrt{y}}=\frac{y\sqrt{y}}{y}=\sqrt{y}$

③ $\sqrt{\frac{x}{y}}=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}=\frac{\sqrt{x}\sqrt{y}}{\sqrt{y}\sqrt{y}}=\frac{\sqrt{xy}}{y}$

④ $\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}=\frac{\sqrt{y}\sqrt{x}}{\sqrt{x}\sqrt{x}}=\frac{\sqrt{xy}}{x}$

답 ②, ⑤

39 $\sqrt{\frac{8}{45}}=\frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{2}\times\sqrt{5}}{3\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{10}}{15}$ ··· ❶

따라서 $a=3$, $b=2$, $c=\frac{2}{15}$이므로 ··· ❷

$\frac{ab}{c}=ab\times\frac{1}{c}=3\times2\times\frac{15}{2}=45$ ··· ❸

답 45

채점 기준	비율
❶ $\sqrt{\frac{8}{45}}$의 분모를 유리화할 수 있다.	50 %
❷ a, b, c의 값을 구할 수 있다.	30 %
❸ $\frac{ab}{c}$의 값을 구할 수 있다.	20 %

40 $\frac{2\sqrt{a}}{5\sqrt{6}}=\frac{2\sqrt{a}\times\sqrt{6}}{5\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6a}}{15}$이므로

$\frac{\sqrt{6a}}{15}=\frac{\sqrt{42}}{15}$

따라서 $6a=42$이므로

$a=7$ 답 7

41 $\frac{\sqrt{11}}{2\sqrt{5}}\times\sqrt{\frac{12}{11}}\div\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{11}}{2\sqrt{5}}\times\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{11}}\times\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{3}}$

$=\sqrt{2}$ 답 ②

42 ① $\sqrt{14}\times\sqrt{3}\div\sqrt{6}=\sqrt{14}\times\sqrt{3}\times\frac{1}{\sqrt{6}}=\sqrt{7}$

② $3\sqrt{5}\div2\sqrt{10}\times\sqrt{8}=3\sqrt{5}\times\frac{1}{2\sqrt{10}}\times2\sqrt{2}=3$

③ $\frac{6}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}\div\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{15}}=\frac{6}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{15}}{3\sqrt{2}}=2\sqrt{3}$

④ $\sqrt{\frac{27}{5}}\div\sqrt{\frac{9}{10}}\times\frac{\sqrt{6}}{4}=\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{10}}{3}\times\frac{\sqrt{6}}{4}=\frac{3}{2}$

⑤ $\sqrt{60}\div\frac{1}{\sqrt{2}}\times\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{10}}=2\sqrt{15}\times\sqrt{2}\times\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{10}}=6\sqrt{6}$

답 ⑤

43 $\sqrt{200}\div\sqrt{72}\times\sqrt{54}=10\sqrt{2}\times\frac{1}{6\sqrt{2}}\times3\sqrt{6}=5\sqrt{6}$

$\therefore a=5$ 답 5

44 $A=\frac{\sqrt{128}}{3}\div\left(-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\right)\times(-\sqrt{45})$

$=\frac{8\sqrt{2}}{3}\times\left(-\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}\right)\times(-3\sqrt{5})=40$

$B=\sqrt{\frac{56}{9}}\times\sqrt{\frac{21}{10}}\div\sqrt{\frac{4}{15}}$

$=\frac{2\sqrt{14}}{3}\times\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{10}}\times\frac{\sqrt{15}}{2}=7$

$\therefore A-B=33$ 답 33

45 (주어진 식)$=\frac{2\sqrt{y}}{\sqrt{5x}}\times\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{6y}}\times\frac{\sqrt{10y}}{\sqrt{3x}}\times\frac{\sqrt{3x}}{\sqrt{2y}}$

$=\frac{2}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$ 답 ④

쎈B 특강

근호를 포함한 식의 계산에서 계산 결과의 분모가 근호를 포함한 무리수이면 유리화하여 나타낸다. 또 $\sqrt{a^2b}$ 꼴이면 $a\sqrt{b}$ 꼴로 나타낸다. 이때 b는 가장 작은 자연수가 되도록 한다.

46 $\frac{5}{\sqrt{34}}\div A\times\sqrt{\frac{17}{5}}=2\sqrt{3}$에서

$\frac{5}{\sqrt{34}}\times\frac{1}{A}\times\frac{\sqrt{17}}{\sqrt{5}}=2\sqrt{3}$, $\quad\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}\times\frac{1}{A}=2\sqrt{3}$

$\therefore A=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}\times\frac{1}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{30}}{12}$ 답 ③

47 $\overline{AD}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이가 50이므로

$\overline{AD}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

$\overline{DC}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이가 12이므로

$\overline{DC}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

$\therefore \square ABCD=5\sqrt{2}\times2\sqrt{3}=10\sqrt{6}$ 답 ⑤

48 주어진 두 원의 넓이의 합은

$\pi\times(3\sqrt{3})^2+\pi\times(3\sqrt{7})^2=27\pi+63\pi=90\pi\,(\text{cm}^2)$

넓이가 $90\pi\text{ cm}^2$인 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\pi r^2=90\pi$, $\quad r^2=90$

$\therefore r=3\sqrt{10}$ ($\because r>0$)

따라서 구하는 원의 둘레의 길이는

$2\pi\times3\sqrt{10}=6\sqrt{10}\pi\,(\text{cm})$ 답 $6\sqrt{10}\pi$ cm

49 (평행사변형의 넓이)$=x\times\sqrt{12}=2\sqrt{3}x$ ··· ❶

(직각삼각형의 넓이)$=\frac{1}{2}\times\sqrt{54}\times\sqrt{24}$

$=\frac{1}{2}\times3\sqrt{6}\times2\sqrt{6}=18$ ··· ❷

03 근호를 포함한 식의 곱셈과 나눗셈

따라서 $2\sqrt{3}x=18$이므로

$$x=\frac{18}{2\sqrt{3}}=3\sqrt{3}$$ ⋯ ❸

답 $3\sqrt{3}$

채점 기준	비율
❶ 평행사변형의 넓이를 구할 수 있다.	30 %
❷ 직각삼각형의 넓이를 구할 수 있다.	30 %
❸ x의 값을 구할 수 있다.	40 %

50 직육면체의 높이를 x cm라 하면

$4\sqrt{3}\times3\sqrt{2}\times x=48\sqrt{15}$, $\quad 12\sqrt{6}x=48\sqrt{15}$

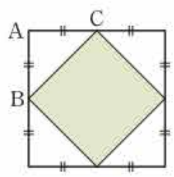
$\therefore x=\frac{48\sqrt{15}}{12\sqrt{6}}=\frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{2}}=2\sqrt{10}$

따라서 직육면체의 높이는 $2\sqrt{10}$ cm이다. 답 ②

51 큰 정사각형의 한 변의 길이를 a cm라 하면

$a^2=300 \quad \therefore a=10\sqrt{3}\ (\because a>0)$

따라서 오른쪽 그림에서



$\overline{AB}=\overline{AC}=\frac{1}{2}\times10\sqrt{3}=5\sqrt{3}$ (cm)

이므로 △ABC에서

$\overline{BC}=\sqrt{(5\sqrt{3})^2+(5\sqrt{3})^2}$

$=\sqrt{150}=5\sqrt{6}$ (cm)

즉 색칠한 정사각형의 한 변의 길이는 $5\sqrt{6}$ cm이다. 답 ⑤

다른 풀이 색칠한 정사각형의 넓이는 큰 정사각형의 넓이의 $\frac{1}{2}$이므로

$300\times\frac{1}{2}=150$ (cm^2)

색칠한 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면

$x^2=150 \quad \therefore x=5\sqrt{6}\ (\because x>0)$

52 밑면인 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi r=4\sqrt{7}\pi$ — 원기둥의 전개도에서 직사각형의 가로의 길이는 밑면인 원의 둘레의 길이와 같다.

$\therefore r=2\sqrt{7}$ ⋯ ❶

따라서 원기둥의 부피는

$\pi\times(2\sqrt{7})^2\times7\sqrt{2}=196\sqrt{2}\pi$ (cm^3) ⋯ ❷

답 $196\sqrt{2}\pi$ cm^3

채점 기준	비율
❶ 밑면인 원의 반지름의 길이를 구할 수 있다.	50 %
❷ 원기둥의 부피를 구할 수 있다.	50 %

53 △BCD에서

$\overline{CD}=\sqrt{(3\sqrt{13})^2-(6\sqrt{2})^2}=3\sqrt{5}$ (cm) 답 $3\sqrt{5}$ cm

54 정사각형 ABCD의 한 변의 길이를 x cm라 하면 △ABC에서

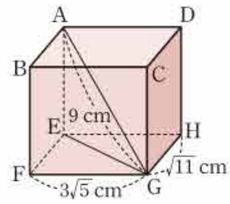
$x^2+x^2=8^2$, $\quad 2x^2=64$

$x^2=32 \quad \therefore x=4\sqrt{2}\ (\because x>0)$

따라서 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $4\sqrt{2}$ cm이므로 둘레의 길이는

$4\times4\sqrt{2}=16\sqrt{2}$ (cm) 답 $16\sqrt{2}$ cm

55 오른쪽 그림과 같이 $\overline{EG}$를 그으면 △EFG에서



$\overline{EG}=\sqrt{(3\sqrt{5})^2+(\sqrt{11})^2}$

$=2\sqrt{14}$ (cm) ⋯ ❶

따라서 △AEG에서

$\overline{AE}=\sqrt{9^2-(2\sqrt{14})^2}=5$ (cm) ⋯ ❷

답 5 cm

채점 기준	비율
❶ $\overline{EG}$의 길이를 구할 수 있다.	50 %
❷ $\overline{AE}$의 길이를 구할 수 있다.	50 %

56 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 $\overline{BC}=x$ cm, $\overline{CD}=2x$ cm이므로 △BCD에서

$x^2+(2x)^2=(10\sqrt{2})^2$, $\quad 5x^2=200$

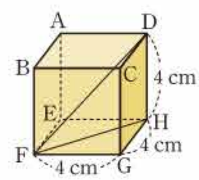
$x^2=40 \quad \therefore x=2\sqrt{10}\ (\because x>0)$

$\therefore \square ABCD=2\sqrt{10}\times4\sqrt{10}=80$ (cm^2) 답 80 cm^2

57 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm라 하면

$a^3=64=4^3 \quad \therefore a=4$

오른쪽 그림과 같이 한 모서리의 길이가 4 cm인 정육면체에서 $\overline{FD}$, $\overline{FH}$를 그으면 △FGH에서



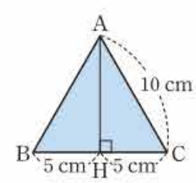
$\overline{FH}=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$ (cm)

△FHD에서

$\overline{FD}=\sqrt{(4\sqrt{2})^2+4^2}=4\sqrt{3}$ (cm)

따라서 구하는 대각선의 길이는 $4\sqrt{3}$ cm이다. 답 ④

58 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{HC}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times10=5$ (cm)

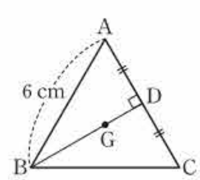
△AHC에서

$\overline{AH}=\sqrt{10^2-5^2}=5\sqrt{3}$ (cm)

$\therefore$ △ABC$=\frac{1}{2}\times10\times5\sqrt{3}=25\sqrt{3}$ (cm^2) 답 ③

다른 풀이 △ABC$=\frac{\sqrt{3}}{4}\times10^2=\frac{\sqrt{3}}{4}\times100=25\sqrt{3}$ (cm^2)

59 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BG}$의 연장선과 $\overline{AC}$의 교점을 D라 하면



$\overline{AC}\perp\overline{BD}$

$\overline{AD}=\overline{CD}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times6=3$ (cm)이므로 △ABD에서

$\overline{BD}=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}$ (cm)

$\therefore\ \overline{BG}=\frac{2}{3}\overline{BD}=\frac{2}{3}\times3\sqrt{3}=2\sqrt{3}$ (cm)　　답 ②

다른 풀이 $\overline{BD}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times6=3\sqrt{3}$ (cm)이므로

$\overline{BG}=\frac{2}{3}\overline{BD}=\frac{2}{3}\times3\sqrt{3}=2\sqrt{3}$ (cm)

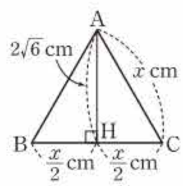
쎈B 특강

삼각형의 무게중심

① 삼각형의 세 중선은 한 점(무게중심)에서 만난다.

② 삼각형의 무게중심은 세 중선의 길이를 각 꼭짓점으로부터 각각 2 : 1로 나눈다.

60 (1) 오른쪽 그림과 같은 정삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=2\sqrt{6}$ cm

$\overline{AC}=x$ cm라 하면

$\overline{HC}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{x}{2}$ (cm)

이므로 △AHC에서

$(2\sqrt{6})^2+\left(\frac{x}{2}\right)^2=x^2,\qquad 24+\frac{x^2}{4}=x^2$

$x^2=32\qquad \therefore\ x=4\sqrt{2}\ (\because x>0)$

따라서 정삼각형의 한 변의 길이는 $4\sqrt{2}$ cm이다.　　⋯ ❶

(2) 정삼각형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times2\sqrt{6}=8\sqrt{3}$ (cm²)　　⋯ ❷

답 (1) $4\sqrt{2}$ cm　(2) $8\sqrt{3}$ cm²

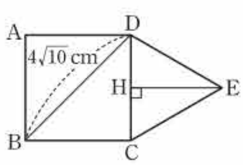
채점 기준	비율
❶ 정삼각형의 한 변의 길이를 구할 수 있다.	70 %
❷ 정삼각형의 넓이를 구할 수 있다.	30 %

61 $\overline{CD}=a$ cm라 하면 △BCD에서

$a^2+a^2=(4\sqrt{10})^2,\qquad a^2=80$

$\therefore\ a=4\sqrt{5}\ (\because a>0)$

오른쪽 그림과 같이 점 E에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{CH}=\overline{DH}=\frac{1}{2}\overline{CD}$

$=\frac{1}{2}\times4\sqrt{5}$

$=2\sqrt{5}$ (cm)

따라서 △CEH에서

$\overline{EH}=\sqrt{(4\sqrt{5})^2-(2\sqrt{5})^2}=2\sqrt{15}$ (cm)

즉 구하는 높이는 $2\sqrt{15}$ cm이다.　　답 ②

Ⅰ. 제곱근과 실수

04 근호를 포함한 식의 덧셈과 뺄셈

개념 정리

본책 38쪽

❶ $m+n$　❷ $m-n$　❸ $\sqrt{c}$　❹ $a\sqrt{b}$　❺ $>$　❻ $<$

쎈B 유형 뽀개기

본책 39쪽

01 $A=(8+1-5)\sqrt{2}=4\sqrt{2}$, $B=(4-9+2)\sqrt{3}=-3\sqrt{3}$이므로

$AB=4\sqrt{2}\times(-3\sqrt{3})=-12\sqrt{6}$　　답 $-12\sqrt{6}$

02 ⑤ $\frac{\sqrt{7}}{2}-\frac{5\sqrt{7}}{6}+\frac{4\sqrt{7}}{3}=\left(\frac{3}{6}-\frac{5}{6}+\frac{8}{6}\right)\sqrt{7}=\sqrt{7}$

답 ⑤

03 $\frac{\sqrt{5}}{2}-\frac{2\sqrt{7}}{7}-\frac{\sqrt{5}}{10}+\frac{4\sqrt{7}}{5}$

$=\left(\frac{5}{10}-\frac{1}{10}\right)\sqrt{5}+\left(-\frac{10}{35}+\frac{28}{35}\right)\sqrt{7}$

$=\frac{2\sqrt{5}}{5}+\frac{18\sqrt{7}}{35}$

따라서 $a=\frac{2}{5}$, $b=\frac{18}{35}$이므로

$\frac{a}{b}=a\times\frac{1}{b}=\frac{2}{5}\times\frac{35}{18}=\frac{7}{9}$　　답 ⑤

04 $\frac{\sqrt{a}}{3}-\frac{\sqrt{a}}{5}=\frac{2\sqrt{a}}{15}=1$에서　$\sqrt{a}=\frac{15}{2}$

$\therefore\ a=\frac{225}{4}$　　답 ④

05 $x+y=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{2}=\frac{2\sqrt{6}}{2}=\sqrt{6}$

$x-y=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{2}=\frac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

$\therefore\ (x+y)(x-y)=\sqrt{6}\times\sqrt{3}=3\sqrt{2}$　　답 $3\sqrt{2}$

06 $\sqrt{10}-3=\sqrt{10}-\sqrt{9}>0$

$2\sqrt{10}-7=\sqrt{40}-\sqrt{49}<0$　　⋯ ❶

$\therefore$ (주어진 식)$=(\sqrt{10}-3)-\{\underline{-(2\sqrt{10}-7)}\}$　└ $a<0$이면 $\sqrt{a^2}=-a$

$=\sqrt{10}-3+2\sqrt{10}-7$

$=-10+3\sqrt{10}$　　⋯ ❷

답 $-10+3\sqrt{10}$

채점 기준	비율
❶ 괄호 안의 수의 부호를 구할 수 있다.	50 %
❷ 주어진 식을 계산할 수 있다.	50 %

07 $2\sqrt{27}+\sqrt{96}-3\sqrt{24}+\sqrt{75}=6\sqrt{3}+4\sqrt{6}-6\sqrt{6}+5\sqrt{3}$
$=11\sqrt{3}-2\sqrt{6}$
따라서 $a=11$, $b=-2$이므로 $a+b=9$ 답 ②

08 $\sqrt{80}+2\sqrt{45}-6\sqrt{20}=4\sqrt{5}+6\sqrt{5}-12\sqrt{5}$
$=-2\sqrt{5}$ 답 ②

09 $\sqrt{18}-\sqrt{50}+4\sqrt{a}=\sqrt{72}$에서
$3\sqrt{2}-5\sqrt{2}+4\sqrt{a}=6\sqrt{2}$
$4\sqrt{a}=8\sqrt{2}$, $\sqrt{a}=2\sqrt{2}$ ··· ❶
$\therefore a=8$ ··· ❷
답 8

채점 기준	비율
❶ 주어진 등식을 간단히 할 수 있다.	80 %
❷ a의 값을 구할 수 있다.	20 %

10 $\dfrac{\sqrt{112}}{8}-\dfrac{\sqrt{63}}{6}+\dfrac{\sqrt{28}}{4}-\dfrac{7\sqrt{7}}{2}$
$=\dfrac{4\sqrt{7}}{8}-\dfrac{3\sqrt{7}}{6}+\dfrac{2\sqrt{7}}{4}-\dfrac{7\sqrt{7}}{2}$
$=\dfrac{\sqrt{7}}{2}-\dfrac{\sqrt{7}}{2}+\dfrac{\sqrt{7}}{2}-\dfrac{7\sqrt{7}}{2}$
$=-3\sqrt{7}$
$\therefore k=-3$ 답 -3

11 $(5-2\sqrt{40})+6+(4-\sqrt{10})=(2-\sqrt{160})+6+x$이므로
$15-5\sqrt{10}=8-4\sqrt{10}+x$
$\therefore x=15-5\sqrt{10}-(8-4\sqrt{10})$
$=15-5\sqrt{10}-8+4\sqrt{10}$
$=7-\sqrt{10}$ 답 ②

12 두 눈금 0과 12 사이의 거리는 $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$
두 눈금 3과 x 사이의 거리는 $\sqrt{x}-\sqrt{3}$
두 눈금 0, 12 사이의 거리와 두 눈금 3, x 사이의 거리가 같으므로
$2\sqrt{3}=\sqrt{x}-\sqrt{3}$, $\sqrt{x}=3\sqrt{3}$
$\therefore x=27$ 답 27

13 $\sqrt{2}(\sqrt{18}-2)-\sqrt{6}(3\sqrt{6}-\sqrt{12})=6-2\sqrt{2}-18+6\sqrt{2}$
$=-12+4\sqrt{2}$
따라서 $a=-12$, $b=4$이므로 $b-a=16$ 답 ⑤

14 $\sqrt{5}(3\sqrt{2}-\sqrt{8})+\sqrt{90}=3\sqrt{10}-2\sqrt{10}+3\sqrt{10}$
$=4\sqrt{10}$ 답 ④

15 $\sqrt{7}x+\sqrt{2}y=\sqrt{7}(\sqrt{7}-\sqrt{2})+\sqrt{2}(\sqrt{7}+\sqrt{2})$
$=7-\sqrt{14}+\sqrt{14}+2$
$=9$ 답 9

16 $\sqrt{3}(\sqrt{15}+\sqrt{24})-\sqrt{6}(\sqrt{3}+\sqrt{30})$
$=3\sqrt{5}+6\sqrt{2}-3\sqrt{2}-6\sqrt{5}$
$=3\sqrt{2}-3\sqrt{5}$
$=3a-3b$ 답 ③

17 $\sqrt{3}(\sqrt{21}+4)-(\sqrt{112}-\sqrt{147})$
$=3\sqrt{7}+4\sqrt{3}-4\sqrt{7}+7\sqrt{3}$
$=11\sqrt{3}-\sqrt{7}$ ··· ❶
따라서 $m=11$, $n=-1$이므로 ··· ❷
$m+n=10$ ··· ❸
답 10

채점 기준	비율
❶ 주어진 등식의 좌변을 계산할 수 있다.	60 %
❷ m, n의 값을 구할 수 있다.	20 %
❸ $m+n$의 값을 구할 수 있다.	20 %

18 $\sqrt{200}+\dfrac{10}{\sqrt{10}}+\dfrac{8}{\sqrt{2}}-\sqrt{250}$
$=10\sqrt{2}+\sqrt{10}+4\sqrt{2}-5\sqrt{10}$
$=14\sqrt{2}-4\sqrt{10}$
따라서 $a=14$, $b=-4$이므로
$ab=-56$ 답 -56

19 $\sqrt{54}-\dfrac{12}{\sqrt{6}}-\dfrac{4\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=3\sqrt{6}-2\sqrt{6}-2\sqrt{6}$
$=-\sqrt{6}$ 답 $-\sqrt{6}$

20 $x=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$이므로
$y=\dfrac{1}{2\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{6}$
따라서 $x-y=2\sqrt{3}-\dfrac{\sqrt{3}}{6}=\dfrac{11\sqrt{3}}{6}$이므로
$k=\dfrac{11}{6}$ 답 $\dfrac{11}{6}$

21 (ㄱ) $\sqrt{20}+\dfrac{5}{\sqrt{5}}=2\sqrt{5}+\sqrt{5}=3\sqrt{5}$
(ㄴ) $\dfrac{3}{\sqrt{12}}-\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{3}{2\sqrt{3}}-\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{6}$
(ㄷ) $\sqrt{8}-\sqrt{98}+\dfrac{10}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}-7\sqrt{2}+5\sqrt{2}=0$
(ㄹ) $\dfrac{3}{\sqrt{10}}+\dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}-\dfrac{\sqrt{10}}{5}=\dfrac{3\sqrt{10}}{10}+\dfrac{2\sqrt{10}}{5}-\dfrac{\sqrt{10}}{5}=\dfrac{\sqrt{10}}{2}$
이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄹ)이다. 답 ③

22 $b=a+\dfrac{1}{a}=\sqrt{6}+\dfrac{1}{\sqrt{6}}=\sqrt{6}+\dfrac{\sqrt{6}}{6}=\dfrac{7\sqrt{6}}{6}=\dfrac{7}{6}a$
따라서 b는 a의 $\dfrac{7}{6}$배이다. 답 ①

23 $\frac{b}{a}-\frac{a}{b}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{15}}{3}-\frac{\sqrt{15}}{5}=\frac{2\sqrt{15}}{15}$

답 ②

다른 풀이 $\frac{b}{a}-\frac{a}{b}=\frac{b^2-a^2}{ab}=\frac{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2}{\sqrt{3}\times\sqrt{5}}$
$=\frac{2}{\sqrt{15}}=\frac{2\sqrt{15}}{15}$

24 $\frac{\sqrt{160}-12}{2\sqrt{2}}=\frac{4\sqrt{10}-12}{2\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{10}-6}{\sqrt{2}}$
$=\frac{(2\sqrt{10}-6)\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{4\sqrt{5}-6\sqrt{2}}{2}$
$=-3\sqrt{2}+2\sqrt{5}$

따라서 $a=-3$, $b=2$이므로 $a+b=-1$

답 ③

25 $\frac{15}{\sqrt{5}}+\frac{9-\sqrt{135}}{\sqrt{3}}=\frac{15}{\sqrt{5}}+\frac{9-3\sqrt{15}}{\sqrt{3}}$
$=3\sqrt{5}+\frac{(9-3\sqrt{15})\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$
$=3\sqrt{5}+\frac{9\sqrt{3}-9\sqrt{5}}{3}$
$=3\sqrt{5}+3\sqrt{3}-3\sqrt{5}$
$=3\sqrt{3}$

답 $3\sqrt{3}$

26 $x=\frac{6+\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{(6+\sqrt{3})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{6\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$

$y=\frac{\sqrt{3}-3}{\sqrt{6}}=\frac{(\sqrt{3}-3)\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\frac{3\sqrt{2}-3\sqrt{6}}{6}=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2}$

$\therefore \sqrt{2}(x+y)=\sqrt{2}\left(\frac{6\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}+\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2}\right)$
$=\sqrt{2}\times\frac{7\sqrt{2}}{2}=7$

답 ②

다른 풀이 $\sqrt{2}(x+y)=\sqrt{2}x+\sqrt{2}y$이고

$\sqrt{2}x=\sqrt{2}\times\frac{6+\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=6+\sqrt{3}$,

$\sqrt{2}y=\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{3}-3}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{3}-3}{\sqrt{3}}=\frac{(\sqrt{3}-3)\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$
$=\frac{3-3\sqrt{3}}{3}=1-\sqrt{3}$

$\therefore \sqrt{2}(x+y)=6+\sqrt{3}+1-\sqrt{3}=7$

27 $x=\frac{\sqrt{3}-3\sqrt{7}}{\sqrt{3}}=\frac{(\sqrt{3}-3\sqrt{7})\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$
$=\frac{3-3\sqrt{21}}{3}=1-\sqrt{21}$ ··· ❶

$y=\frac{\sqrt{7}+7\sqrt{3}}{\sqrt{7}}=\frac{(\sqrt{7}+7\sqrt{3})\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}$
$=\frac{7+7\sqrt{21}}{7}=1+\sqrt{21}$ ··· ❷

따라서 $x+y=2$, $x-y=-2\sqrt{21}$이므로 ··· ❸

$\frac{x-y}{x+y}=\frac{-2\sqrt{21}}{2}=-\sqrt{21}$ ··· ❹

답 $-\sqrt{21}$

채점 기준	비율
❶ x의 분모를 유리화할 수 있다.	30 %
❷ y의 분모를 유리화할 수 있다.	30 %
❸ $x+y$, $x-y$의 값을 구할 수 있다.	20 %
❹ $\frac{x-y}{x+y}$의 값을 구할 수 있다.	20 %

28 $\sqrt{3}(\sqrt{8}-4\sqrt{5})+\frac{6\sqrt{2}-3\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$
$=2\sqrt{6}-4\sqrt{15}+2\sqrt{6}-\sqrt{15}$
$=4\sqrt{6}-5\sqrt{15}$

따라서 $a=4$, $b=-5$이므로
$a-b=9$

답 ⑤

29 $2\sqrt{5}(1+\sqrt{2})-\frac{10}{\sqrt{5}}+3\sqrt{10}$
$=2\sqrt{5}+2\sqrt{10}-2\sqrt{5}+3\sqrt{10}$
$=5\sqrt{10}$

답 ④

30 $\frac{35}{\sqrt{7}}-\sqrt{7}(2-\sqrt{3})+\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}=5\sqrt{7}-2\sqrt{7}+\sqrt{21}+\frac{\sqrt{21}}{3}$
$=3\sqrt{7}+\frac{4\sqrt{21}}{3}$

따라서 $a=3$, $b=\frac{4}{3}$이므로 $ab=4$

답 4

31 $\sqrt{2}A-\sqrt{3}B=\sqrt{2}\left(2\sqrt{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)-\sqrt{3}\left(\sqrt{3}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$
$=4-\frac{\sqrt{6}}{2}-3-\frac{\sqrt{6}}{2}$
$=1-\sqrt{6}$

답 $1-\sqrt{6}$

32 $\frac{\sqrt{3}}{2}(1-\sqrt{15})-\frac{2\sqrt{60}-3}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{3\sqrt{5}}{2}-\frac{20\sqrt{3}-3\sqrt{5}}{5}$
$=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{3\sqrt{5}}{2}-4\sqrt{3}+\frac{3\sqrt{5}}{5}$
$=-\frac{7\sqrt{3}}{2}-\frac{9\sqrt{5}}{10}$ ··· ❶

따라서 $m=-\frac{7}{2}$, $n=-\frac{9}{10}$이므로 ··· ❷

$\sqrt{mn}=\sqrt{\frac{63}{20}}=\frac{3\sqrt{7}}{2\sqrt{5}}=\frac{3\sqrt{35}}{10}$ ··· ❸

답 $\frac{3\sqrt{35}}{10}$

채점 기준	비율
❶ 주어진 등식의 좌변을 계산할 수 있다.	60 %
❷ m, n의 값을 구할 수 있다.	20 %
❸ $\sqrt{mn}$의 값을 구할 수 있다.	20 %

33 $a=\sqrt{3}(\sqrt{6}-\sqrt{2})-\frac{1}{\sqrt{2}}(\sqrt{12}+4)$
$=3\sqrt{2}-\sqrt{6}-\sqrt{6}-2\sqrt{2}$
$=\sqrt{2}-2\sqrt{6}$

$b=\frac{1}{\sqrt{3}}(6\sqrt{2}+\sqrt{24})-\frac{18}{\sqrt{6}}-\frac{2}{\sqrt{2}}$
$=2\sqrt{6}+2\sqrt{2}-3\sqrt{6}-\sqrt{2}$
$=\sqrt{2}-\sqrt{6}$
$\therefore a-b=(\sqrt{2}-2\sqrt{6})-(\sqrt{2}-\sqrt{6})=-\sqrt{6}$ 답 ②

34 $2a-9\sqrt{5}+3(2-a\sqrt{5})=2a-9\sqrt{5}+6-3a\sqrt{5}$
$=(2a+6)+(-9-3a)\sqrt{5}$
유리수가 되려면 $-9-3a=0$이어야 하므로
$a=-3$ 답 ①

35 $3\sqrt{10}-a\sqrt{10}+\sqrt{40}+\frac{10}{\sqrt{10}}=3\sqrt{10}-a\sqrt{10}+2\sqrt{10}+\sqrt{10}$
$=(6-a)\sqrt{10}$
유리수가 되려면 $6-a=0$이어야 하므로
$a=6$ 답 ④

36 $\frac{1}{\sqrt{3}}(18+\sqrt{27})+\frac{a}{\sqrt{2}}(\sqrt{54}-\sqrt{8})$
$=6\sqrt{3}+3+3a\sqrt{3}-2a$
$=(3-2a)+(6+3a)\sqrt{3}$
유리수가 되려면 $6+3a=0$이어야 하므로
$a=-2$ 답 ①

37 $\sqrt{7}(a-2\sqrt{7})-b(\sqrt{63}-2)$
$=a\sqrt{7}-14-3b\sqrt{7}+2b$
$=(2b-14)+(a-3b)\sqrt{7}$
유리수가 되려면 $a-3b=0$ 답 ③

38 $a\sqrt{6}+1-2(a+4\sqrt{6})=a\sqrt{6}+1-2a-8\sqrt{6}$
$=(1-2a)+(a-8)\sqrt{6}$
$\frac{b}{\sqrt{5}}(\sqrt{20}+4\sqrt{10})+\sqrt{24}(\sqrt{3}-b\sqrt{6})$
$=2b+4b\sqrt{2}+6\sqrt{2}-12b$
$=-10b+(4b+6)\sqrt{2}$
두 식의 계산 결과가 각각 유리수가 되려면
$a-8=0,\ 4b+6=0$
이어야 하므로 $a=8,\ b=-\frac{3}{2}$
$\therefore ab=-12$ 답 ④

39 (1) $A=2k(3-\sqrt{10})+\frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{2}}-k-8$
$=6k-2k\sqrt{10}+2\sqrt{10}-k-8$
$=(5k-8)+(-2k+2)\sqrt{10}$ ··· ❶
A가 유리수이므로 $-2k+2=0$
$\therefore k=1$ ··· ❷
(2) $k=1$이므로 $A=5\times1-8=-3$ ··· ❸
답 (1) 1 (2) -3

채점 기준	비율
❶ A를 간단히 할 수 있다.	40 %
❷ k의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ A의 값을 구할 수 있다.	20 %

40 $\sqrt{4}<\sqrt{7}<\sqrt{9}$, 즉 $2<\sqrt{7}<3$에서 $3<\sqrt{7}+1<4$이므로
$a=3,\ b=(\sqrt{7}+1)-3=\sqrt{7}-2$
$\therefore a-b=3-(\sqrt{7}-2)=5-\sqrt{7}$ 답 ③

41 $\sqrt{9}<\sqrt{10}<\sqrt{16}$, 즉 $3<\sqrt{10}<4$이므로
$a=\sqrt{10}-3$ ··· ❶
$\sqrt{1}<\sqrt{3}<\sqrt{4}$, 즉 $1<\sqrt{3}<2$에서 $1<3-\sqrt{3}<2$이므로
$-2<-\sqrt{3}<-1$이므로 $1<3-\sqrt{3}<2$
$b=(3-\sqrt{3})-1=2-\sqrt{3}$ ··· ❷
$\therefore \sqrt{10}a+\sqrt{3}b-\frac{6}{\sqrt{3}}$
$=\sqrt{10}(\sqrt{10}-3)+\sqrt{3}(2-\sqrt{3})-2\sqrt{3}$
$=10-3\sqrt{10}+2\sqrt{3}-3-2\sqrt{3}$
$=7-3\sqrt{10}$ ··· ❸
답 $7-3\sqrt{10}$

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	30 %
❷ b의 값을 구할 수 있다.	30 %
❸ $\sqrt{10}a+\sqrt{3}b-\frac{6}{\sqrt{3}}$의 값을 구할 수 있다.	40 %

42 $\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{9}$, 즉 $2<\sqrt{5}<3$이므로
$k=\sqrt{5}-2$
$\therefore \sqrt{5}=k+2$
이때 $\sqrt{169}<\sqrt{180}<\sqrt{196}$, 즉 $13<\sqrt{180}<14$이므로 $\sqrt{180}$의 소수 부분은
$\sqrt{180}-13=6\sqrt{5}-13=6(k+2)-13=6k-1$ 답 ②

43 $\sqrt{64}<\sqrt{75}<\sqrt{81}$, 즉 $8<\sqrt{75}<9$이므로
$f(75)=\sqrt{75}-8=5\sqrt{3}-8$
$\sqrt{25}<\sqrt{27}<\sqrt{36}$, 즉 $5<\sqrt{27}<6$이므로
$f(27)=\sqrt{27}-5=3\sqrt{3}-5$
$\therefore f(75)-f(27)=(5\sqrt{3}-8)-(3\sqrt{3}-5)$
$=5\sqrt{3}-8-3\sqrt{3}+5$
$=2\sqrt{3}-3$ 답 ②

44 $\sqrt{49}<\sqrt{55}<\sqrt{64}$, 즉 $7<\sqrt{55}<8$에서 $6<\sqrt{55}-1<7$이므로
$f(\sqrt{55}-1)=6$
$2\sqrt{2}=\sqrt{8}$이고 $\sqrt{4}<\sqrt{8}<\sqrt{9}$, 즉 $2<\sqrt{8}<3$에서
$5<\sqrt{8}+3<6$이므로
$g(2\sqrt{2}+3)=(2\sqrt{2}+3)-5=2\sqrt{2}-2$

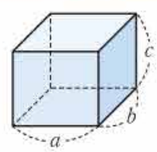
$$\therefore \frac{12}{f(\sqrt{55}-1)+3g(2\sqrt{2}+3)}=\frac{12}{6+3(2\sqrt{2}-2)}$$
$$=\frac{12}{6+6\sqrt{2}-6}$$
$$=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$$
답 ④

45 $\square ABCD=\frac{1}{2}\times(\sqrt{63}+\sqrt{175})\times\sqrt{98}$
$$=\frac{1}{2}\times(3\sqrt{7}+5\sqrt{7})\times7\sqrt{2}$$
$$=\frac{1}{2}\times8\sqrt{7}\times7\sqrt{2}$$
$$=28\sqrt{14}\,(\mathrm{cm}^2)$$
답 ③

46 직육면체의 높이를 x cm라 하면
$$\sqrt{20}\times\sqrt{5}\times x=40\sqrt{5}$$
$$10x=40\sqrt{5}\qquad\therefore x=4\sqrt{5}$$
따라서 이 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합은
$$4(\underbrace{\sqrt{20}}_{\sqrt{20}=2\sqrt{5}}+\sqrt{5}+4\sqrt{5})=28\sqrt{5}\,(\mathrm{cm})$$
답 $28\sqrt{5}$ cm

쎈B 특강

오른쪽 그림과 같이 직육면체의 밑면의 가로, 세로의 길이와 높이가 각각 a, b, c일 때
① (겉넓이)$=2(ab+bc+ca)$
② (부피)$=abc$
③ (모든 모서리의 길이의 합)$=4(a+b+c)$



47 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\overline{AC}^2=4\,(\mathrm{cm}^2)$에서
$$\overline{AC}^2=8\qquad\therefore \overline{AC}=2\sqrt{2}\,(\mathrm{cm})$$
$\triangle CDE=\frac{1}{2}\overline{CD}^2=9\,(\mathrm{cm}^2)$에서
$$\overline{CD}^2=18\qquad\therefore \overline{CD}=3\sqrt{2}\,(\mathrm{cm})$$
$\triangle EFG=\frac{1}{2}\overline{EG}^2=25\,(\mathrm{cm}^2)$에서
$$\overline{EG}^2=50\qquad\therefore \overline{EG}=5\sqrt{2}\,(\mathrm{cm})$$
$$\therefore \overline{AD}+\overline{DG}=(\overline{AC}+\overline{CD})+(\overline{DE}+\overline{EG})$$
$$=(2\sqrt{2}+3\sqrt{2})+(\underbrace{3\sqrt{2}}_{\overline{DE}=\overline{CD}}+5\sqrt{2})$$
$$=13\sqrt{2}\,(\mathrm{cm})$$
답 $13\sqrt{2}$ cm

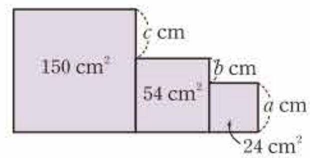
48 (밑면의 가로의 길이)$=\sqrt{147}-2\sqrt{3}$
$$=7\sqrt{3}-2\sqrt{3}$$
$$=5\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$$
(밑면의 세로의 길이)$=\sqrt{75}-2\sqrt{3}$
$$=5\sqrt{3}-2\sqrt{3}$$
$$=3\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$$
(높이)$=\sqrt{3}$ cm ··· ❶

따라서 상자의 부피는
$$5\sqrt{3}\times3\sqrt{3}\times\sqrt{3}=45\sqrt{3}\,(\mathrm{cm}^3)$$
··· ❷

답 $45\sqrt{3}$ cm^3

채점 기준	비율
❶ 상자의 밑면의 가로, 세로의 길이와 높이를 구할 수 있다.	60 %
❷ 상자의 부피를 구할 수 있다.	40 %

49 세 정사각형의 한 변의 길이는 각각
$$\sqrt{150}=5\sqrt{6}\,(\mathrm{cm}),\ \sqrt{54}=3\sqrt{6}\,(\mathrm{cm}),\ \sqrt{24}=2\sqrt{6}\,(\mathrm{cm})$$
오른쪽 그림에서 구하는 둘레의 길이는



$$(5\sqrt{6}+3\sqrt{6}+2\sqrt{6})\times2$$
$$+5\sqrt{6}+(\underbrace{a+b+c}_{5\sqrt{6}})$$
$$=20\sqrt{6}+5\sqrt{6}+5\sqrt{6}$$
$$=30\sqrt{6}\,(\mathrm{cm})$$
답 $30\sqrt{6}$ cm

50 땅 F는 넓이가 32이고 정사각형 모양이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{32}=4\sqrt{2}$이다.
따라서 땅 C의 세로의 길이가 $4\sqrt{2}$이고 넓이가 24이므로 가로의 길이는
$$24\div4\sqrt{2}=\frac{24}{4\sqrt{2}}=3\sqrt{2}$$
한편 넓이가 128인 정사각형 모양의 땅의 한 변의 길이는 $\sqrt{128}=8\sqrt{2}$이므로
$$3\sqrt{2}+x+4\sqrt{2}=8\sqrt{2}\qquad\therefore x=\sqrt{2}$$
답 $\sqrt{2}$

51 $\overline{PB}=\overline{AB}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $2-\sqrt{10}$
$\overline{QF}=\overline{DF}=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$이므로 점 Q에 대응하는 수는 $8+\sqrt{10}$
$$\therefore \overline{PQ}=8+\sqrt{10}-(2-\sqrt{10})$$
$$=8+\sqrt{10}-2+\sqrt{10}$$
$$=6+2\sqrt{10}$$
답 $6+2\sqrt{10}$

52 정사각형 ABCD의 넓이가 3이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{3}$이다.
따라서 $\overline{CP}=\overline{CD}=\sqrt{3}$, $\overline{CQ}=\overline{CB}=\sqrt{3}$이므로
$$p=-5+\sqrt{3},\ q=-5-\sqrt{3}$$
$$\therefore p-2q=-5+\sqrt{3}-2(-5-\sqrt{3})$$
$$=-5+\sqrt{3}+10+2\sqrt{3}$$
$$=5+3\sqrt{3}$$
답 $5+3\sqrt{3}$

53 $\overline{PA}=\overline{PQ}=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$이므로 점 A에 대응하는 수는 $-4+4\sqrt{2}$ ··· ❶
$\overline{RB}=\overline{RS}=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$이므로 점 B에 대응하는 수는 $5-3\sqrt{2}$ ··· ❷

$\therefore \overline{AB}=-4+4\sqrt{2}-(5-3\sqrt{2})$
$=-4+4\sqrt{2}-5+3\sqrt{2}$
$=-9+7\sqrt{2}$ ⋯ ❸

답 $-9+7\sqrt{2}$

채점 기준	비율
❶ 점 A에 대응하는 수를 구할 수 있다.	40 %
❷ 점 B에 대응하는 수를 구할 수 있다.	40 %
❸ $\overline{AB}$의 길이를 구할 수 있다.	20 %

54 $\overline{AB}=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$이므로
$a=4-\sqrt{13}$, $b=4+\sqrt{13}$
$\therefore \sqrt{2}(b-a)=\sqrt{2}\{4+\sqrt{13}-(4-\sqrt{13})\}$
$=\sqrt{2}\times 2\sqrt{13}$
$=2\sqrt{26}$

답 ③

55 P, Q, R는 모두 직각이등변삼각형이므로
$\frac{1}{2}\overline{OA}^2=6$, $\frac{1}{2}\overline{AB}^2=16$, $\frac{1}{2}\overline{BC}^2=54$
$\overline{OA}^2=12$, $\overline{AB}^2=32$, $\overline{BC}^2=108$
$\therefore \overline{OA}=2\sqrt{3}$, $\overline{AB}=4\sqrt{2}$, $\overline{BC}=6\sqrt{3}$ $\quad 2\sqrt{3}+4\sqrt{2}+6\sqrt{3}$
$\quad =4\sqrt{2}+8\sqrt{3}$
따라서 $a=2\sqrt{3}$, $b=4\sqrt{2}+2\sqrt{3}$, $c=4\sqrt{2}+8\sqrt{3}$이므로
$a+b-c=2\sqrt{3}+(4\sqrt{2}+2\sqrt{3})-(4\sqrt{2}+8\sqrt{3})$
$=-4\sqrt{3}$

답 ①

56 ① $(\sqrt{6}+2)-5=\sqrt{6}-3=\sqrt{6}-\sqrt{9}<0$
$\therefore \sqrt{6}+2<5$
② $(\sqrt{19}-2)-(-2+\sqrt{17})=\sqrt{19}-\sqrt{17}>0$
$\therefore \sqrt{19}-2>-2+\sqrt{17}$
③ $(8-3\sqrt{5})-(\sqrt{5}-1)=9-4\sqrt{5}=\sqrt{81}-\sqrt{80}>0$
$\therefore 8-3\sqrt{5}>\sqrt{5}-1$
④ $(4-\sqrt{10})-(\sqrt{10}-2)=6-2\sqrt{10}=\sqrt{36}-\sqrt{40}<0$
$\therefore 4-\sqrt{10}<\sqrt{10}-2$
⑤ $\left(3-\sqrt{\frac{1}{3}}\right)-\left(3-\sqrt{\frac{1}{2}}\right)=-\sqrt{\frac{1}{3}}+\sqrt{\frac{1}{2}}>0$
$\therefore 3-\sqrt{\frac{1}{3}}>3-\sqrt{\frac{1}{2}}$

답 ⑤

57 ① $\sqrt{2}-(3\sqrt{2}-2)=-2\sqrt{2}+2=-\sqrt{8}+\sqrt{4}<0$
$\therefore \sqrt{2}\ \boxed{<}\ 3\sqrt{2}-2$
② $4-(\sqrt{10}+1)=3-\sqrt{10}=\sqrt{9}-\sqrt{10}<0$
$\therefore 4\ \boxed{<}\ \sqrt{10}+1$
③ $(5+\sqrt{7})-(\sqrt{30}+\sqrt{7})=5-\sqrt{30}=\sqrt{25}-\sqrt{30}<0$
$\therefore 5+\sqrt{7}\ \boxed{<}\ \sqrt{30}+\sqrt{7}$
④ $(3+\sqrt{5})-(7-\sqrt{5})=-4+2\sqrt{5}=-\sqrt{16}+\sqrt{20}>0$
$\therefore 3+\sqrt{5}\ \boxed{>}\ 7-\sqrt{5}$
⑤ $(-4+\sqrt{6})-(\sqrt{6}-\sqrt{14})=-4+\sqrt{14}=-\sqrt{16}+\sqrt{14}<0$
$\therefore -4+\sqrt{6}\ \boxed{<}\ \sqrt{6}-\sqrt{14}$

답 ④

58 ① $(4+\sqrt{2})-(2+\sqrt{8})=4+\sqrt{2}-2-2\sqrt{2}$
$=2-\sqrt{2}$
$=\sqrt{4}-\sqrt{2}>0$
$\therefore 4+\sqrt{2}>2+\sqrt{8}$
② $(\sqrt{80}-\sqrt{10})-(2\sqrt{15}-\sqrt{10})=\sqrt{80}-\sqrt{10}-2\sqrt{15}+\sqrt{10}$
$=\sqrt{80}-\sqrt{60}>0$
$\therefore \sqrt{80}-\sqrt{10}>2\sqrt{15}-\sqrt{10}$
③ $(2\sqrt{11}-\sqrt{5})-(3\sqrt{11}-2\sqrt{5})=-\sqrt{11}+\sqrt{5}<0$
$\therefore 2\sqrt{11}-\sqrt{5}<3\sqrt{11}-2\sqrt{5}$
④ $(\sqrt{6}+\sqrt{27})-(\sqrt{24}+\sqrt{3})=\sqrt{6}+3\sqrt{3}-2\sqrt{6}-\sqrt{3}$
$=-\sqrt{6}+2\sqrt{3}$
$=-\sqrt{6}+\sqrt{12}>0$
$\therefore \sqrt{6}+\sqrt{27}>\sqrt{24}+\sqrt{3}$
⑤ $(\sqrt{20}+\sqrt{32})-(\sqrt{125}-\sqrt{2})=2\sqrt{5}+4\sqrt{2}-5\sqrt{5}+\sqrt{2}$
$=-3\sqrt{5}+5\sqrt{2}$
$=-\sqrt{45}+\sqrt{50}>0$
$\therefore \sqrt{20}+\sqrt{32}>\sqrt{125}-\sqrt{2}$

답 ①, ⑤

59 (ㄱ) $(2+\sqrt{3})-(6-\sqrt{3})=-4+2\sqrt{3}=-\sqrt{16}+\sqrt{12}<0$
$\therefore 2+\sqrt{3}<6-\sqrt{3}$
(ㄴ) $(1-\sqrt{5})-(\sqrt{2}-\sqrt{5})=1-\sqrt{2}<0$
$\therefore 1-\sqrt{5}<\sqrt{2}-\sqrt{5}$
(ㄷ) $(3\sqrt{10}+\sqrt{7})-(4\sqrt{5}+\sqrt{7})=3\sqrt{10}-4\sqrt{5}$
$=\sqrt{90}-\sqrt{80}>0$
$\therefore 3\sqrt{10}+\sqrt{7}>4\sqrt{5}+\sqrt{7}$
(ㄹ) $(\sqrt{54}-\sqrt{27})-(2\sqrt{6}-2\sqrt{3})=3\sqrt{6}-3\sqrt{3}-2\sqrt{6}+2\sqrt{3}$
$=\sqrt{6}-\sqrt{3}>0$
$\therefore \sqrt{54}-\sqrt{27}>2\sqrt{6}-2\sqrt{3}$
이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄷ)이다.

답 ③

60 $a-b=(4+\sqrt{5})-6=\sqrt{5}-2=\sqrt{5}-\sqrt{4}>0$이므로
$a>b$
$b-c=6-(7-\sqrt{2})=-1+\sqrt{2}>0$이므로
$b>c$
$\therefore c<b<a$

답 ⑤

쎈B 특강

60번에서 $a-b$, $a-c$의 부호를 조사하면
$a-b>0$, $a-c>0$
이므로 $a>b$, $a>c$이다. 이때 b와 c의 대소 관계를 알 수 없으므로 $b-c$의 부호를 조사해야 한다.

61 $a-c=\sqrt{12}-(\sqrt{3}+\sqrt{6})=2\sqrt{3}-\sqrt{3}-\sqrt{6}$
$=\sqrt{3}-\sqrt{6}<0$
이므로 $a<c$
$b-c=(4\sqrt{3}-\sqrt{6})-(\sqrt{3}+\sqrt{6})=3\sqrt{3}-2\sqrt{6}$
$=\sqrt{27}-\sqrt{24}>0$
이므로 $b>c$
$\therefore a<c<b$ 답 $a<c<b$

62 정사각형의 넓이는 한 변의 길이의 제곱이므로 정사각형의 넓이가 가장 크려면 한 변의 길이가 가장 길어야 한다.
$7-(10-2\sqrt{2})=-3+2\sqrt{2}=-\sqrt{9}+\sqrt{8}<0$이므로
$7<10-2\sqrt{2}$
$(10-2\sqrt{2})-(10-\sqrt{7})=-2\sqrt{2}+\sqrt{7}=-\sqrt{8}+\sqrt{7}<0$이므로
$10-2\sqrt{2}<10-\sqrt{7}$
$\therefore 7<10-2\sqrt{2}<10-\sqrt{7}$
따라서 C의 넓이가 가장 크다. 답 C

63 (1) $A-B=(2\sqrt{10}-2)-(7-\sqrt{10})=3\sqrt{10}-9$
$=\sqrt{90}-\sqrt{81}>0$
이므로 $A>B$ ⋯ ❶
(2) $A-C=(2\sqrt{10}-2)-(3\sqrt{5}-2)=2\sqrt{10}-3\sqrt{5}$
$=\sqrt{40}-\sqrt{45}<0$
이므로 $A<C$ ⋯ ❷
(3) $B<A$, $A<C$이므로 $B<A<C$ ⋯ ❸
답 (1) $A>B$ (2) $A<C$ (3) $B<A<C$

채점 기준	비율
❶ A, B의 대소 관계를 부등호를 사용하여 나타낼 수 있다.	40 %
❷ A, C의 대소 관계를 부등호를 사용하여 나타낼 수 있다.	40 %
❸ A, B, C의 대소 관계를 부등호를 사용하여 나타낼 수 있다.	20 %

64 $-3-\sqrt{3}$은 음수이고, $3+\sqrt{3}$, 5, $\sqrt{3}+\sqrt{8}$은 양수이다.
$(3+\sqrt{3})-5=\sqrt{3}-2=\sqrt{3}-\sqrt{4}<0$이므로
$3+\sqrt{3}<5$
$(3+\sqrt{3})-(\sqrt{3}+\sqrt{8})=3-\sqrt{8}=\sqrt{9}-\sqrt{8}>0$이므로
$3+\sqrt{3}>\sqrt{3}+\sqrt{8}$
$\therefore -3-\sqrt{3}<\sqrt{3}+\sqrt{8}<3+\sqrt{3}<5$
따라서 세 번째에 오는 수는 $3+\sqrt{3}$이다. 답 $3+\sqrt{3}$

05 다항식의 곱셈

Ⅱ. 다항식의 곱셈과 인수분해

개념 정리

본책 50쪽

❶ 분배 ❷ a^2-b^2 ❸ $ad+bc$ ❹ $-$ ❺ $4ab$

쎈B 유형 뽀개기

본책 51쪽

01 $(2x+7)(y-3)=2xy-6x+7y-21$이므로
$a=-6$, $b=7$, $c=-21$ $\therefore a+b-c=22$ 답 ④

02 큰 직사각형의 가로의 길이가 $3a+2$, 세로의 길이가 $a+2b+2$이므로 구하는 넓이는
$(3a+2)(a+2b+2)=3a^2+6ab+6a+2a+4b+4$
$=3a^2+6ab+8a+4b+4$
답 $3a^2+6ab+8a+4b+4$

03 $(x+Ay)(4x-y)=4x^2-xy+4Axy-Ay^2$
$=4x^2+(4A-1)xy-Ay^2$ ⋯ ❶
따라서 $4A-1=B$, $-A=2$이므로
$A=-2$, $B=-9$ ⋯ ❷
$\therefore AB=18$ ⋯ ❸
답 18

채점 기준	비율
❶ 주어진 식을 전개할 수 있다.	60 %
❷ A, B의 값을 구할 수 있다.	30 %
❸ AB의 값을 구할 수 있다.	10 %

04 $(a-b)(5a-b)-(a+b-2)(2a+b)$
$=5a^2-ab-5ab+b^2-(2a^2+ab+2ab+b^2-4a-2b)$
$=5a^2-ab-5ab+b^2-2a^2-ab-2ab-b^2+4a+2b$
$=3a^2-9ab+4a+2b$
답 $3a^2-9ab+4a+2b$

05 조건 (가)에서 $a=7p+5$ (p는 음이 아닌 정수)
조건 (나)에서 $b=7q+3$ (q는 음이 아닌 정수)
$\therefore ab=(7p+5)(7q+3)$
$=49pq+21p+35q+\underline{15}$ $15=7\times2+1$
$=7(7pq+3p+5q+2)+1$
따라서 ab를 7로 나누었을 때의 나머지는 1이다. 답 1

쎈B 특강
A를 B로 나누었을 때의 몫이 Q이고, 나머지가 R이다.
➡ $A=BQ+R$

06 주어진 식을 전개한 식에서 x항은

$3x\times(-5)-2\times2x=-15x-4x=-19x$

이므로 x의 계수는 $\quad -19$

상수항은 $\quad (-2)\times(-5)=10$

따라서 구하는 합은

$-19+10=-9$

답 ①

07 주어진 식을 전개한 식에서 xy항은

$4x\times(-y)+y\times x=-4xy+xy=-3xy$

이므로 xy의 계수는 -3이다.

답 ②

08 주어진 식을 전개한 식에서 x^2항은

$kx\times6x=6kx^2$ ⋯ ❶

x항은 $\quad kx\times1+5\times6x=(k+30)x$ ⋯ ❷

따라서 $6k=k+30$이므로

$5k=30 \quad \therefore k=6$ ⋯ ❸

답 6

채점 기준	비율
❶ x^2항을 구할 수 있다.	30 %
❷ x항을 구할 수 있다.	30 %
❸ k의 값을 구할 수 있다.	40 %

09 주어진 식을 전개한 식에서 x항은

$ax\times b-1\times(-3x)=(ab+3)x$

이므로 $\quad ab+3=18 \quad \therefore ab=15$

이때 a, b는 한 자리 자연수이므로

$a=3$, $b=5$ 또는 $a=5$, $b=3$

$\therefore a+b=8$

답 ④

10 $(x^2-x+1)^2=(x^2-x+1)(x^2-x+1)$

이 식을 전개한 식에서 x^3항은

$x^2\times(-x)-x\times x^2=-2x^3$

x^2항은 $\quad x^2\times1-x\times(-x)+1\times x^2=3x^2$

따라서 x^3의 계수는 -2, x^2의 계수는 3이므로 구하는 곱은

$(-2)\times3=-6$

답 -6

11 $(5x+3y)^2=25x^2+30xy+9y^2$이므로

$a=25$, $b=30$, $c=9$

$\therefore a-b-c=-14$

답 -14

12 $\left(-\frac{1}{2}x-y\right)^2=\left\{-\frac{1}{2}(x+2y)\right\}^2=\frac{1}{4}(x+2y)^2$

답 ④

13 $(Ax+7)^2=A^2x^2+14Ax+49$이므로

$A^2=4$, $14A=B$

$A^2=4$에서 $\quad A=-2$ 또는 $A=2$

$A=-2$일 때, $\quad B=14\times(-2)=-28$

$A=2$일 때, $\quad B=14\times2=28$

$\therefore A=-2$, $B=-28$ 또는 $A=2$, $B=28$

답 ②, ⑤

14 $(ax+3b)^2=a^2x^2+6abx+9b^2$이므로

$a^2=\frac{1}{9}$, $9b^2=36$, 즉 $a^2=\frac{1}{9}$, $b^2=4$

이때 a, b는 양수이므로 $\quad a=\frac{1}{3}$, $b=2$

따라서 x의 계수는 $\quad 6ab=4$

답 4

15 $(2x-A)^2=4x^2-4Ax+A^2$이므로

$-4A=-4$, $A^2=B$

따라서 $A=1$, $B=1$이므로

$A-B=0$

답 0

16 ⑤ $(-a-4b)^2=a^2+8ab+16b^2$

답 ⑤

17 (ㄱ), (ㄹ) $(a+b)^2=(-a-b)^2=a^2+2ab+b^2$

(ㄴ) $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

(ㄷ) $-(a+b)^2=-a^2-2ab-b^2$

(ㅁ), (ㅂ) $-(a-b)^2=-(b-a)^2=-a^2+2ab-b^2$

이상에서 식을 전개한 결과가 같은 것끼리 짝 지은 것은 (ㄱ), (ㄹ)과 (ㅁ), (ㅂ)이다.

답 ②, ⑤

18 한 변의 길이가 $x-5y$인 정사각형의 넓이는

$(x-5y)^2=x^2-10xy+25y^2$ ⋯ ❶

한 변의 길이가 $2x-3y$인 정사각형의 넓이는

$(2x-3y)^2=4x^2-12xy+9y^2$ ⋯ ❷

따라서 구하는 넓이의 합은

$(x^2-10xy+25y^2)+(4x^2-12xy+9y^2)$

$=5x^2-22xy+34y^2$ ⋯ ❸

답 $5x^2-22xy+34y^2$

채점 기준	비율
❶ 한 변의 길이가 $x-5y$인 정사각형의 넓이를 구할 수 있다.	40 %
❷ 한 변의 길이가 $2x-3y$인 정사각형의 넓이를 구할 수 있다.	40 %
❸ 넓이의 합을 구할 수 있다.	20 %

19 $(Ax-9)^2=A^2x^2-18Ax+81$이므로

$A^2=16$, $B=-18A$, $C=81$

이때 $A>0$이므로

$A=4$, $B=-72$, $C=81$

$\therefore A+B+C=13$

답 13

20 ② $(x-2)(-x-2)=-x^2+4$

③ $(3a+4)(-3a+4)=-9a^2+16$

⑤ $\left(\frac{1}{2}a-b\right)\left(b+\frac{1}{2}a\right)=\frac{1}{4}a^2-b^2$

답 ①, ④

21 $(ax+8)(-8+ax)=a^2x^2-64$이므로

$a^2=\frac{1}{25}$　　$\therefore a=\frac{1}{5}$ ($\because a>0$)　　답 $\frac{1}{5}$

22 $(x-2)(x+2)(x^2+4)=(x^2-4)(x^2+4)$

$=x^4-16$　　답 x^4-16

23 $(3x+y)(3x-y)-(-x+4y)(-x-4y)$

$=9x^2-y^2-(x^2-16y^2)$

$=9x^2-y^2-x^2+16y^2$

$=8x^2+15y^2$

따라서 $a=8$, $b=15$이므로

$b-a=7$　　답 ③

24 $(1-x)(1+x)(1+x^2)(1+x^4)$

$=(1-x^2)(1+x^2)(1+x^4)$

$=(1-x^4)(1+x^4)$

$=1-x^8$　　⋯ ❶

따라서 $a=1$, $b=8$이므로　　⋯ ❷

$a+b=9$　　⋯ ❸

답 9

채점 기준	비율
❶ 주어진 등식의 좌변을 전개할 수 있다.	70 %
❷ a, b의 값을 구할 수 있다.	20 %
❸ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	10 %

25 $(x-7)(x+a)=x^2+(a-7)x-7a$이므로

$a-7=b$, $-7a=28$

따라서 $a=-4$, $b=-11$이므로

$a+b=-15$　　답 -15

26 $\left(x-\frac{1}{3}y\right)\left(x-\frac{1}{5}y\right)$

$=x^2+\left(-\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)xy+\left(-\frac{1}{3}\right)\times\left(-\frac{1}{5}\right)y^2$

$=x^2-\frac{8}{15}xy+\frac{1}{15}y^2$

따라서 $a=-\frac{8}{15}$, $b=\frac{1}{15}$이므로

$\frac{a}{b}=a\times\frac{1}{b}=\left(-\frac{8}{15}\right)\times 15=-8$　　답 ①

27 ① 7　② 4　③ 8　④ 6　⑤ 3

따라서 □ 안에 알맞은 수가 가장 큰 것은 ③이다.　　답 ③

28 $(x-5)(x+a)=x^2+(a-5)x-5a$이므로

$a-5=b$, $-5a=-35$

$\therefore a=7$, $b=2$　　⋯ ❶

즉 주어진 직각삼각형의 빗변의 길이가

$a+2b=7+2\times 2=11$

이고 높이가

$a-b=7-2=5$

이므로 피타고라스 정리에 의하여 밑변의 길이는

$\sqrt{11^2-5^2}=4\sqrt{6}$　　⋯ ❷

따라서 주어진 직각삼각형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times 4\sqrt{6}\times 5=10\sqrt{6}$　　⋯ ❸

답 $10\sqrt{6}$

채점 기준	비율
❶ a, b의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ 직각삼각형의 밑변의 길이를 구할 수 있다.	40 %
❸ 직각삼각형의 넓이를 구할 수 있다.	20 %

29 $(x+a)\left(x+\frac{1}{2}\right)=x^2+\left(a+\frac{1}{2}\right)x+\frac{1}{2}a$이므로

$\underbrace{a+\frac{1}{2}}_{x\text{의 계수}}=3\times\underbrace{\frac{1}{2}a}_{\text{상수항}}$,　　$a+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}a$

$\frac{1}{2}a=\frac{1}{2}$　　$\therefore a=1$　　답 1

30 잘못 보고 전개한 식은

$(x-0.\dot{6})(x+a)=\left(x-\frac{2}{3}\right)(x+a)$

$=x^2+\left(a-\frac{2}{3}\right)x-\frac{2}{3}a$

바르게 보고 전개한 식은

$(x-0.6)(x+a)=\left(x-\frac{3}{5}\right)(x+a)$

$=x^2+\left(a-\frac{3}{5}\right)x-\frac{3}{5}a$

이때 $-\frac{2}{3}a$가 $-\frac{3}{5}a$보다 $\frac{1}{3}$만큼 크므로

$\underbrace{-\frac{2}{3}a=-\frac{3}{5}a+\frac{1}{3}}_{\text{양변에 15를 곱한다.}}$,　　$-10a=-9a+5$

$\therefore a=-5$　　답 ②

31 $(6x-5)(2x-1)=12x^2-16x+5$이므로

$a=12$, $b=-16$, $c=5$

$\therefore a+b-c=-9$　　답 ①

32 $(3x+a)(7x+2)=21x^2+(6+7a)x+2a$이므로

$\underbrace{6+7a}_{x\text{의 계수}}=\underbrace{2a}_{\text{상수항}}-4$,　　$5a=-10$

$\therefore a=-2$　　답 ②

33 $A=(4x-7)(3x-1)=12x^2-25x+7$　　⋯ ❶

$B=(x+1)(4x-7)=4x^2-3x-7$　　⋯ ❷

$\therefore A-B=(12x^2-25x+7)-(4x^2-3x-7)$

$=12x^2-25x+7-4x^2+3x+7$

$=8x^2-22x+14$　　⋯ ❸

답 $8x^2-22x+14$

05 다항식의 곱셈

채점 기준	비율
❶ A를 구할 수 있다.	40 %
❷ B를 구할 수 있다.	40 %
❸ $A-B$를 계산할 수 있다.	20 %

34 $(4x+a)(3x-2)=12x^2+(-8+3a)x-2a$이므로

$-8+3a=7,\ -2a=-10$

$\therefore a=5$

따라서 바르게 계산하면

$(4x+5)(2x-3)=8x^2-2x-15$

답 $8x^2-2x-15$

35 ⑤ $(5x-8)(2x-1)=10x^2-21x+8$ 답 ⑤

36 ①, ②, ③, ⑤ 4 ④ 3 답 ④

37 $P+Q=x^2-1^2,\ Q+R=(x+1)(x-1)$

이때 $P=R$이므로 $P+Q=Q+R$

$\therefore (x+1)(x-1)=x^2-1^2$ 답 ③

38 $A+B+C$

$=(x-6)(x-3)+(2+3x)(2-3x)+(4x+5)(5x-1)$

$=(x^2-9x+18)+(4-9x^2)+(20x^2+21x-5)$

$=12x^2+12x+17$ 답 $12x^2+12x+17$

39 $(4x-3)^2-(7x+a)(x+1)$

$=16x^2-24x+9-\{7x^2+(7+a)x+a\}$

$=9x^2+(-31-a)x+9-a$ ··· ❶

x의 계수가 -25이므로

$-31-a=-25 \quad \therefore a=-6$ ··· ❷

따라서 상수항은

$9-a=9-(-6)=15$ ··· ❸

답 15

채점 기준	비율
❶ 주어진 식을 계산할 수 있다.	40 %
❷ a의 값을 구할 수 있다.	30 %
❸ 상수항을 구할 수 있다.	30 %

40 $(8x+3)(5x-2)=40x^2-x-6$ 답 ③

41 색칠한 직사각형의 가로의 길이는

$4a+1-(3a-2)=a+3$

색칠한 직사각형의 세로의 길이는

$3a-2-(a+3)=2a-5$

따라서 색칠한 직사각형의 넓이는

$(a+3)(2a-5)=2a^2+a-15$ 답 $2a^2+a-15$

42 $2\{(2x-1)(x-3)+(x-3)(x+4)+(2x-1)(x+4)\}$

$=2\{(2x^2-7x+3)+(x^2+x-12)+(2x^2+7x-4)\}$

$=2(5x^2+x-13)$

$=10x^2+2x-26$ 답 $10x^2+2x-26$

43 가장 큰 원의 지름의 길이는 $4a+6b$이므로 가장 큰 원의 반지름의 길이는 $2a+3b$이다.

따라서 구하는 넓이는

$\pi\times(2a+3b)^2-\pi\times(2a)^2-\pi\times(3b)^2$

$=\pi(4a^2+12ab+9b^2)-4\pi a^2-9\pi b^2$

$=4\pi a^2+12\pi ab+9\pi b^2-4\pi a^2-9\pi b^2$

$=12\pi ab$ 답 ④

44 $\overline{AD}$의 중점이 B이므로

$\overline{AB}=\overline{BD}=\dfrac{1}{2}\overline{AD}=\dfrac{x+y}{2}$

$\therefore \overline{BC}=x-\dfrac{x+y}{2}=\dfrac{x-y}{2}$ ··· ❶

└ $\overline{BC}=\dfrac{x+y}{2}-y=\dfrac{x-y}{2}$와 같이 구할 수도 있다.

$S_1+S_2=25$이므로

$\left(\dfrac{x+y}{2}\right)^2+\left(\dfrac{x-y}{2}\right)^2=25$

$\dfrac{x^2+2xy+y^2}{4}+\dfrac{x^2-2xy+y^2}{4}=25$

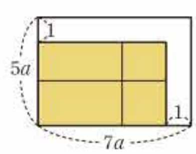
$\dfrac{x^2+y^2}{2}=25$

$\therefore x^2+y^2=50$ ··· ❷

답 50

채점 기준	비율
❶ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 길이를 x, y에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	40 %
❷ x^2+y^2의 값을 구할 수 있다.	60 %

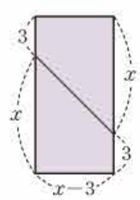
45 오른쪽 그림에서 색칠한 부분의 넓이는



$(7a-1)(5a-1)=35a^2-12a+1$

답 ④

46 주어진 그림에서 두 사다리꼴을 대각선을 따라 이동하면 오른쪽 그림과 같으므로 넓이는

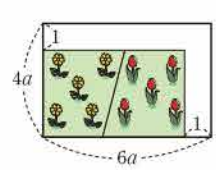


$(x-3)(x+3)=x^2-3^2$

따라서 필요한 곱셈 공식은 (ㄷ)이다.

답 (ㄷ)

47 오른쪽 그림에서 화단의 넓이는



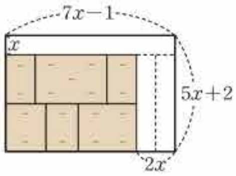
$(6a-1)(4a-1)$

$=24a^2-10a+1$

따라서 $p=24,\ q=-10,\ r=1$이므로

$p+q+r=15$ 답 15

48 오른쪽 그림에서 밭의 가로의 길이는 $7x-1-2x=5x-1$, 세로의 길이는 $5x+2-x=4x+2$이므로 구하는 넓이는



$(5x-1)(4x+2)$
$=20x^2+6x-2$

답 ②

49 $3x-5=A$로 놓으면

$(주어진 식)=(A+y)(A-y)=A^2-y^2$ ← A에 $3x-5$를 대입한다.
$=(3x-5)^2-y^2$
$=9x^2-y^2-30x+25$

답 $9x^2-y^2-30x+25$

참고 공통부분을 치환하지 않고 전개하면 다음과 같다.
$(3x+y-5)(3x-y-5)$
$=9x^2-3xy-15x+3xy-y^2-5y-15x+5y+25$
$=9x^2-y^2-30x+25$

50 $x-2y=A$로 놓으면

$(주어진 식)=(A+7)(A-4)=A^2+3A-28$
$=(x-2y)^2+3(x-2y)-28$
$=x^2-4xy+4y^2+3x-6y-28$ ··· ❶

따라서 상수항을 포함한 모든 항의 계수의 합은
$1+(-4)+4+3+(-6)+(-28)=-30$ ··· ❷

답 -30

채점 기준	비율
❶ 주어진 식을 전개할 수 있다.	70 %
❷ 상수항을 포함한 모든 항의 계수의 합을 구할 수 있다.	30 %

쎈B 특강

다항식에서 상수항을 포함한 모든 항의 계수의 합은 다항식의 모든 문자에 1을 대입한 값과 같다.
따라서 $(x-2y+7)(x-2y-4)$를 전개한 식에서 상수항을 포함한 모든 항의 계수의 합은
$(1-2+7)(1-2-4)=-30$
과 같이 구할 수도 있다.

51 $4x+y=A$로 놓으면

$(4x+y-1)^2=(A-1)^2=A^2-2A+1$
$=(4x+y)^2-2(4x+y)+1$
$=16x^2+8xy+y^2-8x-2y+1$

답 ②

52 $x^2+4=A$로 놓으면

$(x^2+2x+4)(x^2-2x+4)=(A+2x)(A-2x)$
$=A^2-4x^2$
$=(x^2+4)^2-4x^2$
$=x^4+8x^2+16-4x^2$
$=x^4+4x^2+16$

따라서 주어진 식은 $(x^4+4x^2+16)(x^4-4x^2+16)$이므로 $x^4+16=B$로 놓으면

$(주어진 식)=(B+4x^2)(B-4x^2)=B^2-(4x^2)^2$
$=(x^4+16)^2-(4x^2)^2$
$=x^8+32x^4+256-16x^4$
$=x^8+16x^4+256$

답 x^8+16x^4+256

53 $a+d=A$, $b+c=B$로 놓으면

$(a+b+c+d)(a-b-c+d)$
$=\{(a+d)+(b+c)\}\{(a+d)-(b+c)\}$
$=(A+B)(A-B)$
$=A^2-B^2$
$=(a+d)^2-(b+c)^2$
$=a^2+2ad+d^2-(b^2+2bc+c^2)$
$=a^2-b^2-c^2+d^2+2ad-2bc$

답 $a^2-b^2-c^2+d^2+2ad-2bc$

54 $(주어진 식)=(x-2)(x+5)(x-1)(x+4)$
$=(x^2+3x-10)(x^2+3x-4)$

$x^2+3x=A$로 놓으면

$(A-10)(A-4)=A^2-14A+40$
$=(x^2+3x)^2-14(x^2+3x)+40$
$=x^4+6x^3+9x^2-14x^2-42x+40$
$=x^4+6x^3-5x^2-42x+40$

따라서 x^3의 계수는 6, x의 계수는 -42이므로 구하는 합은
$6+(-42)=-36$

답 ①

55 $(x+1)(x+6)(x-1)(x-6)$
$=(x+1)(x-1)(x+6)(x-6)$
$=(x^2-1)(x^2-36)$
$=x^4-37x^2+36$ ··· ❶

따라서 $a=0$, $b=-37$, $c=0$, $d=36$이므로 ··· ❷
$a+b-c+d=-1$ ··· ❸

답 -1

채점 기준	비율
❶ 주어진 등식의 좌변을 전개할 수 있다.	70 %
❷ a, b, c, d의 값을 구할 수 있다.	20 %
❸ $a+b-c+d$의 값을 구할 수 있다.	10 %

56 $(주어진 식)=(x-1)(x-5)(x-2)(x-4)$
$=(x^2-6x+5)(x^2-6x+8)$

이때 $x^2-6x+2=0$에서 $x^2-6x=-2$이므로 위의 식에 대입하면
$(-2+5)(-2+8)=18$

답 18

57 $3.9\times4.1=(4-0.1)(4+0.1)$이므로
$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
을 이용하는 것이 가장 편리하다.

답 ③

58 (1) $(\text{주어진 식})=\dfrac{(A+3)^2-9}{A}$

$=\dfrac{A^2+6A+9-9}{A}$

$=\dfrac{A^2+6A}{A}$

$=A+6$ ⋯ ❶

(2) $\dfrac{5017^2-9}{5014}=5014+6=5020$ ⋯ ❷

답 (1) $A+6$ (2) 5020

채점 기준	비율
❶ 주어진 식을 A로 나타내고 간단히 할 수 있다.	70 %
❷ 주어진 식을 계산할 수 있다.	30 %

59 $81\times79-78^2=(80+1)(80-1)-(80-2)^2$

$=80^2-1^2-(80^2-2\times80\times2+2^2)$

$=80^2-1^2-80^2+2\times80\times2-2^2$

$=-1+320-4=315$ 답 315

60 $3000=A$라 하면

$2999^2+5999=(3000-1)^2+2\times3000-1$

$=(A-1)^2+2A-1$

$=A^2-2A+1+2A-1$

$=A^2=3000^2$

$=(3\times10^3)^2$

$=9\times10^6$

따라서 $a=9$, $b=6$이므로 $a-b=3$ 답 3

쎈B 특강

곱셈 공식을 이용하여 수를 계산할 때, 다음을 고려하면 계산이 간단해진다.

① 분모나 분자의 상수항이 소거되어 간단해지도록 식을 변형한다.

② 거듭제곱이나 곱의 계산이 간편하도록 일의 자리의 숫자가 0인 수를 A로 놓는다.

61 $2(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)$

$=(3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)$

$=(3^2-1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1)$

$=(3^4-1)(3^4+1)(3^8+1)$

$=(3^8-1)(3^8+1)$

$=3^{16}-1$

$\therefore a=16$ 답 ④

62 $(\sqrt{5}-2\sqrt{2})(\sqrt{5}+4\sqrt{2})$

$=(\sqrt{5})^2+(-2+4)\sqrt{10}-8\times(\sqrt{2})^2$

$=5+2\sqrt{10}-16$

$=-11+2\sqrt{10}$

따라서 $a=-11$, $b=2$이므로

$a+b=-9$ 답 -9

63 $A=(\sqrt{6}-3)^2=6-6\sqrt{6}+9=15-6\sqrt{6}$ ⋯ ❶

$B=(1+3\sqrt{6})^2=1+6\sqrt{6}+54=55+6\sqrt{6}$ ⋯ ❷

$\therefore A+B=(15-6\sqrt{6})+(55+6\sqrt{6})=70$ ⋯ ❸

답 70

채점 기준	비율
❶ A의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ B의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $A+B$의 값을 구할 수 있다.	20 %

64 구하는 도형의 넓이는

$(\sqrt{2}+\sqrt{7})^2+(\sqrt{18}+\sqrt{2}+\sqrt{7})(\sqrt{32}-\sqrt{7})$

$=(\sqrt{2}+\sqrt{7})^2+(3\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{7})(4\sqrt{2}-\sqrt{7})$

$=(\sqrt{2}+\sqrt{7})^2+(4\sqrt{2}+\sqrt{7})(4\sqrt{2}-\sqrt{7})$

$=2+2\sqrt{14}+7+32-7$

$=34+2\sqrt{14}$ 답 $34+2\sqrt{14}$

다른 풀이 구하는 도형의 넓이는

$(\sqrt{18}+\sqrt{2}+\sqrt{7})(\sqrt{32}-\sqrt{7}+\sqrt{2}+\sqrt{7})-\sqrt{18}(\sqrt{2}+\sqrt{7})$

$=(3\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{7})(4\sqrt{2}-\sqrt{7}+\sqrt{2}+\sqrt{7})-3\sqrt{2}(\sqrt{2}+\sqrt{7})$

$=(4\sqrt{2}+\sqrt{7})\times5\sqrt{2}-3\sqrt{2}(\sqrt{2}+\sqrt{7})$

$=40+5\sqrt{14}-6-3\sqrt{14}=34+2\sqrt{14}$

65 $(2\sqrt{3}+4)(a\sqrt{3}-6)=6a+(-12+4a)\sqrt{3}-24$

유리수가 되려면 $-12+4a=0$이어야 하므로

$a=3$ 답 ④

66 $(2\sqrt{6}-5)^{1111}(2\sqrt{6}+5)^{1111}$

$=\{(2\sqrt{6}-5)(2\sqrt{6}+5)\}^{1111}$

$=(24-25)^{1111}=(-1)^{1111}=-1$ 답 -1

쎈B 특강

m이 자연수일 때

① $(ab)^m=a^mb^m$ ② $\left(\dfrac{a}{b}\right)^m=\dfrac{a^m}{b^m}$ (단, $b\neq0$)

67 $A=7\sqrt{10}-(2a-\sqrt{10})(3-\sqrt{10})$

$=7\sqrt{10}-(6a-2a\sqrt{10}-3\sqrt{10}+10)$

$=-6a-10+(10+2a)\sqrt{10}$

A가 유리수이므로

$10+2a=0$ $\therefore a=-5$

$\therefore A=-6a-10=-6\times(-5)-10=20$ 답 ③

68 $\dfrac{3+\sqrt{7}}{3-\sqrt{7}}+\dfrac{3-\sqrt{7}}{3+\sqrt{7}}$

$=\dfrac{(3+\sqrt{7})^2}{(3-\sqrt{7})(3+\sqrt{7})}+\dfrac{(3-\sqrt{7})^2}{(3+\sqrt{7})(3-\sqrt{7})}$

$=\dfrac{9+6\sqrt{7}+7}{9-7}+\dfrac{9-6\sqrt{7}+7}{9-7}=\dfrac{16+6\sqrt{7}}{2}+\dfrac{16-6\sqrt{7}}{2}$

$=8+3\sqrt{7}+8-3\sqrt{7}=16$ 답 ⑤

69 $\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\dfrac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}$

$=\dfrac{5-2\sqrt{15}+3}{5-3}=\dfrac{8-2\sqrt{15}}{2}$

$=4-\sqrt{15}$ 답 $4-\sqrt{15}$

70 $\dfrac{4}{\sqrt{10}+\sqrt{6}}-\dfrac{8}{\sqrt{10}-\sqrt{6}}$

$=\dfrac{4(\sqrt{10}-\sqrt{6})}{(\sqrt{10}+\sqrt{6})(\sqrt{10}-\sqrt{6})}-\dfrac{8(\sqrt{10}+\sqrt{6})}{(\sqrt{10}-\sqrt{6})(\sqrt{10}+\sqrt{6})}$

$=\dfrac{4(\sqrt{10}-\sqrt{6})}{10-6}-\dfrac{8(\sqrt{10}+\sqrt{6})}{10-6}$

$=\sqrt{10}-\sqrt{6}-2\sqrt{10}-2\sqrt{6}$

$=-3\sqrt{6}-\sqrt{10}$ ⋯ ❶

따라서 $a=-3$, $b=-1$이므로 ⋯ ❷

$ab=3$ ⋯ ❸

답 3

채점 기준	비율
❶ 주어진 등식의 좌변을 간단히 할 수 있다.	70 %
❷ a, b의 값을 구할 수 있다.	20 %
❸ ab의 값을 구할 수 있다.	10 %

71 $\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\cdots+\dfrac{1}{\sqrt{48}+\sqrt{49}}$

$=\dfrac{1-\sqrt{2}}{(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})}+\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})}$

$+\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{4}}{(\sqrt{3}+\sqrt{4})(\sqrt{3}-\sqrt{4})}$

$+\cdots+\dfrac{\sqrt{48}-\sqrt{49}}{(\sqrt{48}+\sqrt{49})(\sqrt{48}-\sqrt{49})}$

$=-(1-\sqrt{2})-(\sqrt{2}-\sqrt{3})-(\sqrt{3}-\sqrt{4})$

$-\cdots-(\sqrt{48}-\sqrt{49})$

$=-1+\sqrt{2}-\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{3}+\sqrt{4}-\cdots-\sqrt{48}+\overbrace{\sqrt{49}}^{\sqrt{49}=7}$

$=-1+7=6$ 답 6

72 $\dfrac{a+b\sqrt{13}}{4+\sqrt{13}}=\dfrac{(a+b\sqrt{13})(4-\sqrt{13})}{(4+\sqrt{13})(4-\sqrt{13})}$

$=\dfrac{4a+(-a+4b)\sqrt{13}-13b}{16-13}$

$=\dfrac{4a-13b+(-a+4b)\sqrt{13}}{3}$

유리수가 되려면 $-a+4b=0$이어야 하므로

$a=4b$

$\therefore \dfrac{2b-3a}{a+b}=\dfrac{2b-3\times 4b}{4b+b}=\dfrac{-10b}{5b}=-2$ 답 ②

73 $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=(2\sqrt{3})^2-2\times(-9)=30$

답 ④

74 (1) $a^2+b^2=(a-b)^2+2ab=3^2+2\times 10=29$ ⋯ ❶

(2) $(a+b)^2=(a-b)^2+4ab=3^2+4\times 10=49$ ⋯ ❷

답 (1) 29 (2) 49

채점 기준	비율
❶ a^2+b^2의 값을 구할 수 있다.	50 %
❷ $(a+b)^2$의 값을 구할 수 있다.	50 %

다른 풀이 (2) $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2=29+2\times 10=49$

75 $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$이므로

$13=(-1)^2-2ab \quad \therefore ab=-6$

$\therefore (a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

$=13-2\times(-6)=25$ 답 25

76 $(x+7)(y-7)=xy-7x+7y-49$

$=xy-7(x-y)-49$

$=6-7(x-y)-49$

$=-7(x-y)-43$

따라서 $-7(x-y)-43=-29$이므로

$-7(x-y)=14 \quad \therefore x-y=-2$

$\therefore x^2-4xy+y^2=(x-y)^2-2xy$

$=(-2)^2-2\times 6=-8$ 답 ③

77 $a^2+\dfrac{1}{a^2}=\left(a+\dfrac{1}{a}\right)^2-2=4^2-2=14$ 답 ③

78 $x^2+\dfrac{1}{x^2}=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2+2$

$=(2-\sqrt{3})^2+2$

$=4-4\sqrt{3}+3+2$

$=9-4\sqrt{3}$ 답 ④

79 $\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2+4=1^2+4=5$

$\left(y-\dfrac{1}{y}\right)^2=\left(y+\dfrac{1}{y}\right)^2-4=7^2-4=45$

$\therefore \left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2\left(y-\dfrac{1}{y}\right)^2=5\times 45=225$ 답 225

80 $a^2+\dfrac{1}{a^2}=\left(a+\dfrac{1}{a}\right)^2-2=3^2-2=7$이므로

$a^4+\dfrac{1}{a^4}=\left(a^2+\dfrac{1}{a^2}\right)^2-2=7^2-2=47$ 답 47

81 $x^2+5x+1=0$의 양변을 x로 나누면

$x+5+\dfrac{1}{x}=0 \quad \therefore x+\dfrac{1}{x}=-5$

$\therefore x^2+\dfrac{1}{x^2}=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2-2=(-5)^2-2=23$ 답 ③

참고 $x=0$이면 $x^2+5x+1=1\neq 0$
따라서 $x\neq 0$이므로 $x^2+5x+1=0$의 양변을 x로 나눌 수 있다.

82 $x^2-2x-1=0$의 양변을 x로 나누면

$$x-2-\frac{1}{x}=0 \qquad \therefore x-\frac{1}{x}=2$$

$$\therefore x^2-10+\frac{1}{x^2}=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2-8=2^2-8=-4$$

답 ②

83 $x^2-6x+1=0$의 양변을 x로 나누면

$$x-6+\frac{1}{x}=0 \qquad \therefore x+\frac{1}{x}=6$$

$$\therefore \left(x-\frac{1}{x}\right)^2=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-4=6^2-4=32$$

이때 $x>1$에서 $\underbrace{x-\frac{1}{x}>0}_{x>1\text{에서 } x>\frac{1}{x}\text{이므로 } x-\frac{1}{x}>0}$이므로

$$x-\frac{1}{x}=4\sqrt{2}$$

답 $4\sqrt{2}$

84 $x^2+7x-1=0$의 양변을 x로 나누면

$$x+7-\frac{1}{x}=0 \qquad \therefore x-\frac{1}{x}=-7 \quad \cdots ❶$$

$$\begin{aligned}\therefore x^2+2x-\frac{2}{x}+\frac{1}{x^2}&=x^2+\frac{1}{x^2}+2x-\frac{2}{x}\\&=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2+2\left(x-\frac{1}{x}\right) \quad \cdots ❷\\&=(-7)^2+2+2\times(-7)\\&=37 \quad \cdots ❸\end{aligned}$$

답 37

채점 기준	비율
❶ $x-\frac{1}{x}$의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ 주어진 식을 변형할 수 있다.	40 %
❸ 주어진 식의 값을 구할 수 있다.	20 %

85 $x^2-x-1=0$의 양변을 x로 나누면

$$x-1-\frac{1}{x}=0 \qquad \therefore x-\frac{1}{x}=1$$

이때

$$x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2=1^2+2=3,$$

$$x^4+\frac{1}{x^4}=\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2-2=3^2-2=7$$

이므로

$$x^8+\frac{1}{x^8}+3=\left(x^4+\frac{1}{x^4}\right)^2+1=7^2+1=50$$

답 ③

86 $$\begin{aligned}(x+y)^2-(x-y)^2&=(x^2+2xy+y^2)-(x^2-2xy+y^2)\\&=4xy=4\times\sqrt{5}\times(4-\sqrt{2})\\&=16\sqrt{5}-4\sqrt{10}\end{aligned}$$

답 ④

87 $$\begin{aligned}(x+y)(x-y)&=x^2-y^2\\&=(\sqrt{3}+\sqrt{5})^2-(1+\sqrt{15})^2\\&=(8+2\sqrt{15})-(16+2\sqrt{15})\\&=-8\end{aligned}$$

답 ②

88 $$a=\frac{1}{2+\sqrt{3}}=\frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}=2-\sqrt{3}$$

$$b=\frac{1}{2-\sqrt{3}}=\frac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}=2+\sqrt{3} \quad \cdots ❶$$

따라서

$$a+b=(2-\sqrt{3})+(2+\sqrt{3})=4,$$

$$ab=(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})=1 \quad \cdots ❷$$

이므로

$$\begin{aligned}a^2+b^2-ab&=(a+b)^2-3ab\\&=4^2-3\times1=13 \quad \cdots ❸\end{aligned}$$

답 13

채점 기준	비율
❶ a, b의 분모를 유리화할 수 있다.	30 %
❷ $a+b$, ab의 값을 구할 수 있다.	30 %
❸ a^2+b^2-ab의 값을 구할 수 있다.	40 %

89 $$x=\frac{1}{\sqrt{2}-1}=\frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}=\sqrt{2}+1$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{x+1}{x-1}-\frac{x-1}{x+1}&=\frac{\sqrt{2}+2}{\sqrt{2}}-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+2}\\&=\frac{(\sqrt{2}+2)^2-2}{\sqrt{2}(\sqrt{2}+2)}\\&=\frac{4+4\sqrt{2}}{2+2\sqrt{2}}\\&=\frac{4(1+\sqrt{2})}{2(1+\sqrt{2})}\\&=2\end{aligned}$$

답 2

90 $x+2=\sqrt{6}$이므로 $\quad (x+2)^2=6$

$x^2+4x+4=6, \quad x^2+4x=2$

$\therefore x^2+4x-7=2-7=-5$

답 ①

다른 풀이 $$\begin{aligned}x^2+4x-7&=(\sqrt{6}-2)^2+4(\sqrt{6}-2)-7\\&=10-4\sqrt{6}+4\sqrt{6}-8-7=-5\end{aligned}$$

91 $x-5=2\sqrt{7}$이므로 $\quad (x-5)^2=28$

$x^2-10x+25=28, \quad x^2-10x=3$

$\therefore \sqrt{x^2-10x+1}=\sqrt{3+1}=\sqrt{4}=2$

답 2

92 $$x=\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}=4-\sqrt{15} \quad \cdots ❶$$

$x-4=-\sqrt{15}$이므로 $\quad (x-4)^2=15$

$x^2-8x+16=15, \quad x^2-8x=-1 \quad \cdots ❷$

$\therefore x^2-8x-2=-1-2=-3 \quad \cdots ❸$

답 -3

채점 기준	비율
❶ x의 분모를 유리화할 수 있다.	30 %
❷ x^2-8x의 값을 구할 수 있다.	50 %
❸ x^2-8x-2의 값을 구할 수 있다.	20 %

Ⅱ. 다항식의 곱셈과 인수분해

06 다항식의 인수분해

개념 정리

본책 64쪽

❶ $(a+b)^2$ ❷ $(a-b)^2$ ❸ 완전제곱식 ❹ $x+a$
❺ $cx+d$

쎈 B 유형 뽀개기

본책 65쪽

01 답 ④

02 ③ $(x+5)-5=x$이므로 $x+5$를 인수로 갖지 않는다.

답 ③

03 답 (ㄱ), (ㄹ), (ㅂ)

04 $3a^2x-12ay=3a(ax-4y)$ 답 ①, ⑤

05 ⑤ y^2은 $10x^2y+15xy^2$의 인수가 아니다. 답 ⑤

06 $a(x-3)+b(3-x)=a(x-3)-b(x-3)$
$=(a-b)(x-3)$ 답 ④

07 (ㄱ) $-2a^2+6a=-2a(a-3)$
(ㄹ) $x^2y^2-5x^2y-3xy^2=xy(xy-5x-3y)$
이상에서 바르게 인수분해한 것은 (ㄴ), (ㄷ)이다. 답 ③

08 $ab(3x+y)-ab(x-2y)=ab(3x+y-x+2y)$
$=ab(2x+3y)$
따라서 인수가 아닌 것은 ②, ④이다. 답 ②, ④

09 $(x+4)(x-1)-2(x+4)=(x+4)(x-3)$ ··· ❶
따라서 두 일차식은 $x+4$, $x-3$이므로 두 일차식의 합은
$(x+4)+(x-3)=2x+1$ ··· ❷
답 $2x+1$

채점 기준	비율
❶ 주어진 식을 인수분해할 수 있다.	70 %
❷ 두 일차식의 합을 구할 수 있다.	30 %

10 ⑤ $-2x^2+24x-72=-2(x^2-12x+36)$
$=-2(x-6)^2$ 답 ⑤

11 $9x^2-30x+25=(3x-5)^2$ 답 ②

12 ① $(x+9)^2$ ② $3(a-1)^2$
④ $(2a-7b)^2$ ⑤ $5(x+2y)^2$
답 ③

13 $16x^2+4x+\boxed{\frac{1}{4}}=\left(\boxed{4}x+\frac{1}{2}\right)^2$
$49y^2-\boxed{42}y+9=(7y-\boxed{3})^2$
따라서 구하는 곱은
$\frac{1}{4}\times4\times42\times3=126$ 답 ⑤

14 $x(x+a)+64=x^2+ax+64=(x+b)^2$
$64=b^2$이므로 $b=\pm8$
$ax=2\times x\times b$이므로 $a=2b$
이때 $a>0$이므로 $a=16$, $b=8$
$\therefore a-b=8$ 답 ④

15 $ax^2=(2x)^2=4x^2$이므로 $a=4$ ··· ❶
$36x=2\times2x\times c$이므로 $c=9$ ··· ❷
$\therefore b=c^2=9^2=81$ ··· ❸
$\therefore a+b+c=94$ ··· ❹
답 94

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	30 %
❷ c의 값을 구할 수 있다.	30 %
❸ b의 값을 구할 수 있다.	30 %
❹ $a+b+c$의 값을 구할 수 있다.	10 %

16 $x^2+12x+a$에서 $a=\left(\frac{12}{2}\right)^2=36$
$9x^2-bx+16=(3x)^2-bx+4^2$이므로
$b=2\times3\times4=24$ ($\because b>0$)
$\therefore a+b=60$ 답 60

17 $ax^2+20x+4=ax^2+2\times5x\times2+2^2$이므로
$ax^2=(5x)^2=25x^2$
$\therefore a=25$ 답 ④

18 ① $A=\left(\frac{4}{2}\right)^2=4$
② $A=\left(\frac{-2}{2}\right)^2=1$
③ $A=2\sqrt{\frac{9}{4}}=3$
④ $\frac{1}{9}x^2-Ax+9=\left(\frac{1}{3}x\right)^2-Ax+3^2$이므로
$A=2\times\frac{1}{3}\times3=2$ ($\because A>0$)
⑤ $16x^2+Ax+1=(4x)^2+Ax+1^2$이므로
$A=2\times4\times1=8$ ($\because A>0$)
따라서 A의 값이 가장 큰 것은 ⑤이다. 답 ⑤

19 $\underbrace{(x-1)(x+7)}_{(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab}+k=x^2+6x-7+k$에서
$-7+k=\left(\frac{6}{2}\right)^2$
$-7+k=9$ $\therefore k=16$ 답 ④

20 $x^2+(2a-6)xy+81y^2$

$=x^2+2\times x\times(a-3)y+(\pm 9y)^2$

이므로

$a-3=\pm 9 \quad \therefore a=-6 \ (\because a<0)$ 답 -6

21 $5x^2-12x+A=5\left(x^2-\frac{12}{5}x+\frac{A}{5}\right)$이므로

$\frac{A}{5}=\left\{\frac{1}{2}\times\left(-\frac{12}{5}\right)\right\}^2=\frac{36}{25}$

$\therefore A=\frac{36}{5}$ 답 $\frac{36}{5}$

22 $(\text{주어진 식})=\sqrt{(x+5)^2}+\sqrt{(x-5)^2}$

이때 $-5<x<5$에서 $\quad x+5>0,\ x-5<0$

$\therefore (\text{주어진 식})=(x+5)-(x-5)$

$=x+5-x+5$

$=10$ 답 ④

23 $(\text{주어진 식})=\sqrt{(a+2)^2}-\sqrt{\left(a-\frac{1}{2}\right)^2}$

이때 $-2<a<\frac{1}{2}$에서 $\quad a+2>0,\ a-\frac{1}{2}<0$

$\therefore (\text{주어진 식})=(a+2)-\left\{-\left(a-\frac{1}{2}\right)\right\}$

$=a+2+a-\frac{1}{2}$

$=2a+\frac{3}{2}$ 답 $2a+\frac{3}{2}$

24 $(\text{주어진 식})=\sqrt{(x+y)^2}-\sqrt{x^2}+\sqrt{y^2}$

이때 $x<0,\ y<0$에서 $\quad x+y<0$

$\therefore (\text{주어진 식})=-(x+y)-(-x)-y$

$=-x-y+x-y$

$=-2y$ 답 $-2y$

25 $(\text{주어진 식})=\sqrt{(a-b)^2}+\sqrt{(a-3)^2}-\sqrt{(a+b)^2}$ ⋯ ❶

이때 $0<a<b<3$에서

$a-b<0,\ a-3<0,\ a+b>0$ ⋯ ❷

$\therefore (\text{주어진 식})=-(a-b)-(a-3)-(a+b)$

$=-a+b-a+3-a-b$

$=-3a+3$ ⋯ ❸

답 $-3a+3$

채점 기준	비율
❶ 근호 안의 식을 인수분해할 수 있다.	30 %
❷ $a-b,\ a-3,\ a+b$의 부호를 구할 수 있다.	30 %
❸ 주어진 식을 간단히 할 수 있다.	40 %

26 $(\text{주어진 식})=\sqrt{x^2-8x+16}-\sqrt{x^2+8x+16}$

$=\sqrt{(x-4)^2}-\sqrt{(x+4)^2}$

이때 $-4<x<4$에서 $\quad x-4<0,\ x+4>0$

$\therefore (\text{주어진 식})=-(x-4)-(x+4)$

$=-x+4-x-4$

$=-2x$ 답 ②

27 $a^3-9a=a(a^2-9)=a(a+3)(a-3)$ 답 ⑤

28 $4x^2-25y^2=(2x+5y)(2x-5y)$

따라서 $A=2,\ B=5$이므로

$AB=10$ 답 10

29 ② $-a^2+16=-(a^2-16)$

$=-(a+4)(a-4)$

③ $\frac{1}{4}a^2-9b^2=\left(\frac{1}{2}a+3b\right)\left(\frac{1}{2}a-3b\right)$

④ $-80x^2+45y^2=-5(16x^2-9y^2)$

$=-5(4x+3y)(4x-3y)$

⑤ $ax^2-49a=a(x^2-49)$

$=a(x+7)(x-7)$

답 ①, ④

쎈B 특강

다항식을 인수분해할 때에는 먼저 공통인수로 묶어 낸 후 유리수의 범위에서 더 이상 인수분해할 수 없을 때까지 계속한다.

30 $(2x-3)(1-6x)-20x+6$

$=2x-12x^2-3+18x-20x+6$

$=-12x^2+3$

$=-3(4x^2-1)$

$=-3(2x+1)(2x-1)$ ⋯ ❶

따라서 $a=-3,\ b=2,\ c=1$이므로

$a-b+c=-4$ ⋯ ❷

답 -4

채점 기준	비율
❶ 주어진 식을 인수분해할 수 있다.	70 %
❷ $a-b+c$의 값을 구할 수 있다.	30 %

31 $(2x-y)a^2+(y-2x)b^2=(2x-y)a^2-(2x-y)b^2$

$=(2x-y)(a^2-b^2)$

$=(2x-y)(a+b)(a-b)$

답 ③

32 $x^{16}-1=(x^8+1)(x^8-1)$

$=(x^8+1)(x^4+1)(x^4-1)$

$=(x^8+1)(x^4+1)(x^2+1)(x^2-1)$

$=(x^8+1)(x^4+1)(x^2+1)(x+1)(x-1)$

이상에서 주어진 다항식의 인수는 ㈀, ㈁, ㈃, ㈅이다. 답 ④

33 $x^2+ax-15=(x+b)(x-5)$
$=x^2+(b-5)x-5b$
이므로
$a=b-5,\ -15=-5b$
따라서 $a=-2,\ b=3$이므로
$a+b=1$ 답 1

34 답 ②

35 (ㄱ) $x^2+2x-3=(x+3)(x-1)$
(ㄴ) $x^2-5x+6=(x-2)(x-3)$
(ㄷ) $x^2+4x-21=(x+7)(x-3)$
(ㄹ) $x^2-3x-18=(x+3)(x-6)$
이상에서 $x+3$을 인수로 갖는 다항식은 (ㄱ), (ㄹ)이다. 답 ③

36 $(x+6)(x-4)+3x=x^2+2x-24+3x$
$=x^2+5x-24$
$=(x+8)(x-3)$ ··· ❶
따라서 두 일차식은 $x+8$, $x-3$이므로 두 일차식의 합은
$(x+8)+(x-3)=2x+5$ ··· ❷
답 $2x+5$

채점 기준	비율
❶ 주어진 식을 인수분해할 수 있다.	70 %
❷ 두 일차식의 합을 구할 수 있다.	30 %

37 $x^2+9x+k=(x+a)(x+b)$
$=x^2+(a+b)x+ab$
이므로 $a+b=9,\ ab=k$
합이 9인 두 자연수는
1, 8 또는 2, 7 또는 3, 6 또는 4, 5
이므로 k의 값이 될 수 있는 가장 큰 수는
$1\times8=8,\ 2\times7=14,\ 3\times6=18,\ 4\times5=20$
$4\times5=20$ 답 20

38 $x^2+Ax-18=(x+a)(x+b)$
$=x^2+(a+b)x+ab$
이므로 $a+b=A,\ ab=-18$
곱이 -18인 두 정수는
1, -18 또는 2, -9 또는 3, -6
또는 6, -3 또는 9, -2 또는 18, -1
이므로 A의 값이 될 수 있는 것은
$-17,\ -7,\ -3,\ 3,\ 7,\ 17$
따라서 A의 값이 될 수 없는 것은 ③이다. 답 ③

39 $15x^2-11x+2=(3x-1)(5x-2)$
따라서 $a=-1,\ b=-2$이므로
$b-a=-1$ 답 -1

40 $8x^2+6x-5=(2x-1)(4x+5)$ 답 ①, ⑤

41 $6x^2-5xy-21y^2=(2x+3y)(3x-7y)$이므로 ··· ❶
$a=2,\ b=3,\ c=3,\ d=-7$
또는 $a=3,\ b=-7,\ c=2,\ d=3$ ··· ❷
$\therefore\ a+b+c+d=1$ ··· ❸
답 1

채점 기준	비율
❶ 주어진 등식의 좌변을 인수분해할 수 있다.	50 %
❷ $a,\ b,\ c,\ d$의 값을 구할 수 있다.	30 %
❸ $a+b+c+d$의 값을 구할 수 있다.	20 %

42 $3x^2+(1-4a)x+10=(x+5)(3x+b)$
$=3x^2+(b+15)x+5b$
이므로
$1-4a=b+15,\ 10=5b$
따라서 $a=-4,\ b=2$이므로 $ab=-8$ 답 -8

43 $(2x+3)(5x-2)-4x=10x^2+11x-6-4x$
$=10x^2+7x-6$
$=(5x+6)(2x-1)$
따라서 두 일차식은 $5x+6$, $2x-1$이므로 구하는 합은
$(5x+6)+(2x-1)=7x+5$ 답 $7x+5$

44 ④ $x^2+3x-40=(x+8)(x-5)$ 답 ④

45 ① 4 ② 5 ③ 2 ④ 3 ⑤ 1 답 ⑤

46 $x^2-100=(x+10)(x-10)$이므로
$a=10$ ··· ❶
$x^2-x-20=(x+4)(x-5)$이므로
$b=-5$ ··· ❷
$9x^2+6x-8=(3x+4)(3x-2)$이므로
$c=4$ ··· ❸
$\therefore\ a+2b+c=4$ ··· ❹
답 4

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	30 %
❷ b의 값을 구할 수 있다.	30 %
❸ c의 값을 구할 수 있다.	30 %
❹ $a+2b+c$의 값을 구할 수 있다.	10 %

47 ① $x^2+4x+4=(x+2)^2$
② $2x^2-8=2(x^2-4)=2(x+2)(x-2)$
③ $x^2+5x-14=(x+7)(x-2)$
④ $3x^2-10x+8=(3x-4)(x-2)$
⑤ $6x^2+11x-2=(x+2)(6x-1)$
답 ①, ⑤

06 다항식의 인수분해

48 $27x^2-3=3(9x^2-1)=3(3x+1)\underline{(3x-1)}$

$3x^2+17x-6=(x+6)\underline{(3x-1)}$ 답 ④

49 $5a^2-10ab=5a\underline{(a-2b)}$

$-ab+2b^2=-b\underline{(a-2b)}$ 답 ③

50 ① $x^2-36=\underline{(x+6)}(x-6)$

② $x^2+12x+36=\underline{(x+6)}^2$

③ $x^2+4x-12=\underline{(x+6)}(x-2)$

④ $2x^2+9x-18=\underline{(x+6)}(2x-3)$

⑤ $4x^2-25x+6=(4x-1)(x-6)$

답 ⑤

51 $15x^2+ax-4=(3x+2)(5x+m)$ (m은 상수)으로 놓으면

$15x^2+ax-4=15x^2+(3m+10)x+2m$

따라서 $3m+10=a$, $2m=-4$이므로

$m=-2$, $a=4$ 답 ①

쎈B 특강

51번에서 $15x^2+ax-4$가 $3x+2$를 인수로 가지므로 $15x^2=3x\times 5x$임을 이용하여

$15x^2+ax-4=(3x+2)(5x+m)$ (m은 상수)

으로 놓을 수 있다. 이와 같이 이차식이 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때 한 인수가 주어지면 이차식과 인수의 계수를 이용하여 나머지 인수를 어떤 꼴로 놓아야 하는지 알 수 있다.

52 $4x^2-19xy+ky^2=(x-5y)(4x+my)$ (m은 상수)로 놓으면

$4x^2-19xy+ky^2=4x^2+(m-20)xy-5my^2$

따라서 $m-20=-19$, $-5m=k$이므로

$m=1$, $k=-5$

$\therefore 4x^2-19xy-5y^2=(x-5y)(4x+y)$ 답 ④

53 $x^2+3x+a=(x+1)(x+b)$이므로

$x^2+3x+a=x^2+(b+1)x+b$

따라서 $b+1=3$, $b=a$이므로

$a=2$, $b=2$

또 $5x^2+cx-8=(x+2)(5x+d)$이므로

$5x^2+cx-8=5x^2+(d+10)x+2d$

따라서 $d+10=c$, $2d=-8$이므로

$c=6$, $d=-4$

$\therefore a-b+c-d=10$ 답 10

54 $x^2+ax-30=(x-3)(x+m)$ (m은 상수)으로 놓으면

$x^2+ax-30=x^2+(m-3)x-3m$

따라서 $m-3=a$, $-3m=-30$이므로

$m=10$, $a=7$ ··· ❶

또 $2x^2-13x+b=(x-3)(2x+n)$ (n은 상수)으로 놓으면

$2x^2-13x+b=2x^2+(n-6)x-3n$

따라서 $n-6=-13$, $-3n=b$이므로

$n=-7$, $b=21$ ··· ❷

$\therefore a+b=28$ ··· ❸

답 28

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ b의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	20 %

55 $8x^2-6x-5=(2x+1)(4x-5)$,

$12x^2+8x+1=(2x+1)(6x+1)$

이므로 $6x^2+ax-10$은 $2x+1$을 인수로 갖는다.

$6x^2+ax-10=(2x+1)(3x+m)$ (m은 상수)으로 놓으면

$6x^2+ax-10=6x^2+(2m+3)x+m$

따라서 $2m+3=a$, $m=-10$이므로

$a=-17$ 답 ①

56 수현이는 상수항을 제대로 보았으므로

$(x+3)(x-2)=x^2+x-6$

에서 처음 이차식의 상수항은 -6이다.

주원이는 x의 계수를 제대로 보았으므로

$(x+2)(x+3)=x^2+5x+6$

에서 처음 이차식의 x의 계수는 5이다.

따라서 처음 이차식을 바르게 인수분해하면

$x^2+5x-6=(x+6)(x-1)$ 답 ③

57 (1) 은지는 상수항을 제대로 보았으므로

$(x-3)(x-4)=x^2-7x+12$

에서 처음 이차식의 상수항은 12이다.

민규는 x의 계수를 제대로 보았으므로

$(x+9)(x-1)=x^2+8x-9$

에서 처음 이차식의 x의 계수는 8이다.

따라서 처음 이차식은 $x^2+8x+12$ ··· ❶

(2) $x^2+8x+12=(x+2)(x+6)$ ··· ❷

답 (1) $x^2+8x+12$ (2) $(x+2)(x+6)$

채점 기준	비율
❶ 처음 이차식을 구할 수 있다.	70 %
❷ 처음 이차식을 바르게 인수분해할 수 있다.	30 %

58 유경이는 상수항을 제대로 보았으므로

$5(x+1)(x+4)=5x^2+25x+20$

에서 처음 이차식의 상수항은 20이다.

준호는 x의 계수를 제대로 보았으므로

$5(x-2)(x-3)=5x^2-25x+30$

에서 처음 이차식의 x의 계수는 -25이다.
따라서 처음 이차식을 바르게 인수분해하면

$5x^2-25x+20=5(x-1)(x-4)$

이므로 $a=-1$, $b=-4$ ($\because a>b$)

$\therefore a-b=3$

답 3

59 재현이는 x의 계수와 상수항을 제대로 보았으므로

$(3x+2)(x-3)=3x^2-7x-6$

에서 처음 이차식의 x의 계수는 -7, 상수항은 -6이다.
세완이는 x^2의 계수와 상수항을 제대로 보았으므로

$(5x+1)(x-6)=5x^2-29x-6$

에서 처음 이차식의 x^2의 계수는 5, 상수항은 -6이다.
따라서 처음 이차식을 바르게 인수분해하면

$5x^2-7x-6=(5x+3)(x-2)$

답 ⑤

60 (새로운 직사각형의 넓이)$=x^2+5x+6$

$=(x+2)(x+3)$

따라서 새로운 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이는 각각 $x+2$, $x+3$ 또는 $x+3$, $x+2$이므로 구하는 합은

$(x+2)+(x+3)=2x+5$

답 ④

61 (새로운 정사각형의 넓이)$=x^2+4x+4=(x+2)^2$
따라서 구하는 정사각형의 한 변의 길이는 $x+2$이다.

답 ②

62 [그림 1]의 도형의 넓이는 x^2-16
[그림 2]의 도형은 가로의 길이가 $x+4$, 세로의 길이가 $x-4$인 직사각형이므로 그 넓이는

$(x+4)(x-4)$

이때 두 도형의 넓이가 같으므로

$x^2-16=(x+4)(x-4)$

답 ③

63 (벽의 넓이)$=2x^2+15xy+7y^2$

$=(2x+y)(x+7y)$ ··· ❶

따라서 직사각형 모양의 벽의 가로, 세로의 길이는 각각 $2x+y$, $x+7y$ 또는 $x+7y$, $2x+y$이므로 구하는 둘레의 길이는

$2\{(2x+y)+(x+7y)\}=6x+16y$ ··· ❷

답 $6x+16y$

채점 기준	비율
❶ 벽의 넓이를 인수분해할 수 있다.	50 %
❷ 벽의 둘레의 길이를 구할 수 있다.	50 %

64 $25x^2-20x+4=(5x-2)^2$
따라서 정사각형의 한 변의 길이는 $5x-2$이므로 둘레의 길이는

$4(5x-2)=20x-8$

답 $20x-8$

65 $6x^2-54=6(x+3)(x-3)$
따라서 직육면체의 밑면의 세로의 길이는 $(x-3)$ cm이다.
$x+3$은 $x-3$보다 6만큼 크다.

답 ①

참고 이 직육면체의 밑면의 가로의 길이는 $(x+3)$ cm이다.

66 사다리꼴의 넓이가 $2a^2+9a+4$이므로

$\frac{1}{2}\times\{(a+3)+(3a-1)\}\times(\text{높이})=2a^2+9a+4$ ··· ❶

$(2a+1)\times(\text{높이})=(2a+1)(a+4)$ ··· ❷

따라서 사다리꼴의 높이는 $a+4$이다. ··· ❸

답 $a+4$

채점 기준	비율
❶ 식을 세울 수 있다.	30 %
❷ 사다리꼴의 넓이를 인수분해할 수 있다.	50 %
❸ 사다리꼴의 높이를 구할 수 있다.	20 %

67 주어진 도형의 넓이는

$(2x+7)^2-4^2=4x^2+28x+33$

$=(2x+3)(2x+11)$

따라서 주어진 도형과 넓이가 같은 직사각형의 가로의 길이는 $2x+11$이다.

답 $2x+11$

68 잘라 낸 작은 원의 지름의 길이는

$25r-2\times6r=13r$ (cm)

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$\pi\left(\frac{25}{2}r\right)^2-\pi\left(\frac{13}{2}r\right)^2=\pi\left\{\left(\frac{25}{2}r\right)^2-\left(\frac{13}{2}r\right)^2\right\}$$
$$=\pi\left(\frac{25}{2}r+\frac{13}{2}r\right)\left(\frac{25}{2}r-\frac{13}{2}r\right)$$
$$=\pi\times19r\times6r$$
$$=114\pi r^2\,(\text{cm}^2)$$

답 ⑤

69 $x^2+8x+a=\underbrace{(x+3)(x+b)}_{x^2+(3+b)x+3b}$ (b는 상수)로 놓으면

$3+b=8$, $3b=a$

즉 $a=15$, $b=5$이므로 도형 A의 가로의 길이는 $x+5$이다. ··· ❶

도형 A의 둘레의 길이는

$2\{(x+3)+(x+5)\}=4x+16$

$=4(x+4)$ ··· ❷

따라서 도형 B는 한 변의 길이가 $x+4$인 정사각형이므로 구하는 넓이는

$(x+4)^2=x^2+8x+16$ ··· ❸

답 $x^2+8x+16$

채점 기준	비율
❶ 도형 A의 가로의 길이를 구할 수 있다.	40 %
❷ 도형 A의 둘레의 길이를 구할 수 있다.	30 %
❸ 도형 B의 넓이를 구할 수 있다.	30 %

06 다항식의 인수분해

07 인수분해 공식의 활용

개념 정리

본책 76쪽

❶ $a+b$ ❷ $a-b$

쎈B 유형 뽀개기

본책 77쪽

01 (주어진 식)$=x^2(x+1)-4(x+1)$
$=(x+1)(x^2-4)$
$=(x+1)(x+2)(x-2)$
답 ②

02 (주어진 식)$=x^2(y-2)-9(y-2)$
$=(y-2)(x^2-9)$
$=(x+3)(x-3)(y-2)$ ⋯ ❶
따라서 $a=3$, $b=-3$, $c=-2$ 또는 $a=-3$, $b=3$, $c=-2$ 이므로
$abc=18$ ⋯ ❷
답 18

채점 기준	비율
❶ 주어진 식을 인수분해할 수 있다.	70 %
❷ abc의 값을 구할 수 있다.	30 %

03 (주어진 식)$=4x^2(x-2y)-3xy(x-2y)-y^2(x-2y)$
$=(x-2y)(4x^2-3xy-y^2)$
$=(x-2y)(x-y)(4x+y)$
답 ③, ④

04 $A=a(a+b)-b(a+b)+(a+b)$
$=(a+b)(a-b+1)$
$B=(a-5)(a^2-b^2)$
$=(a-5)(a+b)(a-b)$
따라서 두 다항식의 공통인수는 $a+b$이다.
답 ④

05 $3x-1=A$로 놓으면
(주어진 식)$=A^2-7A+12$
$=(A-3)(A-4)$
$=(3x-1-3)(3x-1-4)$
$=(3x-4)(3x-5)$
따라서 $a=-4$, $b=-5$ 또는 $a=-5$, $b=-4$이므로
$a+b=-9$
답 ①

06 $2x+5=A$로 놓으면
(주어진 식)$=A^2-12A+36=(A-6)^2$
$=(2x+5-6)^2=(2x-1)^2$
$\therefore a=-1$
답 -1

07 $x-6=A$로 놓으면
(주어진 식)$=A^2+5A-14$
$=(A+7)(A-2)$
$=(x-6+7)(x-6-2)$
$=(x+1)(x-8)$ ⋯ ❶
따라서 두 일차식의 합은
$(x+1)+(x-8)=2x-7$ ⋯ ❷
답 $2x-7$

채점 기준	비율
❶ 주어진 식을 인수분해할 수 있다.	70 %
❷ 두 일차식의 합을 구할 수 있다.	30 %

08 $a-b=A$로 놓으면
(주어진 식)$=A^2+6Ac+5c^2$
$=(A+c)(A+5c)$
$=(a-b+c)(a-b+5c)$
답 ④

09 $x+4y=A$로 놓으면
(주어진 식)$=3(x+4y)^2-(x+4y)-2$
$=3A^2-A-2$
$=(3A+2)(A-1)$
$=\{3(x+4y)+2\}(x+4y-1)$
$=(3x+12y+2)(x+4y-1)$
따라서 $a=12$, $b=2$, $c=4$, $d=-1$이므로
$a+b+c+d=17$
답 17

10 $x^2+x=A$로 놓으면
(주어진 식)$=4A^2-7A+3$
$=(4A-3)(A-1)$
$=\{4(x^2+x)-3\}(x^2+x-1)$
$=(4x^2+4x-3)(x^2+x-1)$
$=(2x+3)(2x-1)(x^2+x-1)$
따라서 주어진 다항식의 인수인 것은 (ㄴ), (ㄹ), (ㅁ)이다.
답 (ㄴ), (ㄹ), (ㅁ)

11 $x-y=A$로 놓으면
(주어진 식)$=3A(A-4)-15$
$=3A^2-12A-15$
$=3(A^2-4A-5)$
$=3(A+1)(A-5)$
$=3(x-y+1)(x-y-5)$
답 ②

12 $5a+2b=A$로 놓으면
(주어진 식)$=A^2+14(A+3)+7$
$=A^2+14A+49$
$=(A+7)^2$
$=(5a+2b+7)^2$
답 ②

13 $x+7=A$로 놓으면

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=(A+y)(A-y)-8y^2\\&=A^2-9y^2\\&=(A+3y)(A-3y)\\&=(x+3y+7)(x-3y+7)\end{aligned}$$

따라서 두 일차식의 합은

$(x+3y+7)+(x-3y+7)=2x+14$ 답 $2x+14$

14 $x^2-2x=A$로 놓으면

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=A(A-18)+45\\&=A^2-18A+45\\&=(A-3)(A-15)\\&=(x^2-2x-3)(x^2-2x-15)\\&=(x+1)(x-3)(x+3)(x-5)\end{aligned}$$

답 ③

15 $a+3=A$, $b-4=B$로 놓으면

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=A^2-B^2\\&=(A+B)(A-B)\\&=\{(a+3)+(b-4)\}\{(a+3)-(b-4)\}\\&=(a+b-1)(a-b+7)\end{aligned}$$

답 ②, ③

16 $x-1=A$, $x+2=B$로 놓으면

(주어진 식)

$$\begin{aligned}&=16A^2-9B^2\\&=(4A+3B)(4A-3B)\\&=\{4(x-1)+3(x+2)\}\{4(x-1)-3(x+2)\}\\&=(7x+2)(x-10)\end{aligned}$$

답 $(7x+2)(x-10)$

17 $3x-y=A$, $x+2y=B$로 놓으면

(주어진 식)

$$\begin{aligned}&=A^2+AB-2B^2\\&=(A+2B)(A-B)\\&=\{(3x-y)+2(x+2y)\}\{(3x-y)-(x+2y)\}\\&=(5x+3y)(2x-3y)\end{aligned}$$

따라서 처음으로 잘못된 부분은 ㉡이고, 바르게 인수분해하면 $(5x+3y)(2x-3y)$이다. 답 ㉡, $(5x+3y)(2x-3y)$

18 $x-3=A$, $x+1=B$로 놓으면

(주어진 식)

$$\begin{aligned}&=6A^2-7AB+2B^2\\&=(2A-B)(3A-2B)\\&=\{2(x-3)-(x+1)\}\{3(x-3)-2(x+1)\}\\&=(x-7)(x-11)\end{aligned}$$

따라서 $a=1$, $b=-7$, $c=-11$ 또는 $a=1$, $b=-11$, $c=-7$이므로

$abc=77$ 답 ④

19 $$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=\{x(x-4)\}\{(x+2)(x-6)\}-28\\&=(x^2-4x)(x^2-4x-12)-28\end{aligned}$$

$x^2-4x=A$로 놓으면

$$\begin{aligned}&(x^2-4x)(x^2-4x-12)-28\\&=A(A-12)-28\\&=A^2-12A-28\\&=(A+2)(A-14)\\&=(x^2-4x+2)(x^2-4x-14)\end{aligned}$$

답 $(x^2-4x+2)(x^2-4x-14)$

20 $$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=\{(a-1)(a+1)\}\{(a-3)(a+3)\}+15\\&=(a^2-1)(a^2-9)+15\end{aligned}$$

$a^2=A$로 놓으면

$$\begin{aligned}(a^2-1)(a^2-9)+15&=(A-1)(A-9)+15\\&=A^2-10A+24\\&=(A-4)(A-6)\\&=(a^2-4)(a^2-6)\\&=(a+2)(a-2)(a^2-6)\end{aligned}$$

답 ④

21 $$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=\{(a-1)(a+4)\}\{(a-2)(a+5)\}+9\\&=(a^2+3a-4)(a^2+3a-10)+9\end{aligned}$$

$a^2+3a=A$로 놓으면

$$\begin{aligned}&(a^2+3a-4)(a^2+3a-10)+9\\&=(A-4)(A-10)+9\\&=A^2-14A+49\\&=(A-7)^2\\&=(a^2+3a-7)^2\end{aligned}$$

따라서 $m=3$, $n=-7$이므로

$m-n=10$ 답 10

22 $$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=a^2(a-b)-16(a-b)\\&=(a-b)(a^2-16)\\&=(a-b)(a+4)(a-4)\end{aligned}$$

답 ②, ⑤

다른 풀이 $$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=a^3-16a-a^2b+16b\\&=a(a^2-16)-b(a^2-16)\\&=(a-b)(a^2-16)\\&=(a-b)(a+4)(a-4)\end{aligned}$$

23 $$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=(a+b)(a-b)-c(a+b)\\&=(a+b)(a-b-c)\end{aligned}$$

답 ③

24 $$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=x^2(x+5)-4(x+5)\\&=(x+5)(x^2-4)\\&=(x+5)(x+2)(x-2)\end{aligned}$$

따라서 세 일차식의 합은

$(x+5)+(x+2)+(x-2)=3x+5$ 답 ⑤

다른 풀이 (주어진 식)$=x^3-4x+5x^2-20$
$=x(x^2-4)+5(x^2-4)$
$=(x+5)(x^2-4)$
$=(x+5)(x+2)(x-2)$

25 $x^2y^2-9x^2-y^2+9=x^2(y^2-9)-(y^2-9)$
$=(x^2-1)(y^2-9)$
$=(x+1)(x-1)(y+3)(y-3)$
$xy-3x+y^2-3y=x(y-3)+y(y-3)=(y-3)(x+y)$
따라서 두 다항식의 공통인수는 $y-3$이다. 답 ③

다른 풀이 $x^2y^2-9x^2-y^2+9=x^2y^2-y^2-9x^2+9$
$=y^2(x^2-1)-9(x^2-1)$
$=(x^2-1)(y^2-9)$
$=(x+1)(x-1)(y+3)(y-3)$
$xy-3x+y^2-3y=xy+y^2-3x-3y$
$=y(x+y)-3(x+y)$
$=(y-3)(x+y)$

26 $xy-4x-3y+12=8$에서
$x(y-4)-3(y-4)=8$
$\therefore (x-3)(y-4)=8$ ··· ❶
x, y가 자연수이므로

$x-3$	1	2	4	8
$y-4$	8	4	2	1

→

x	4	5	7	11
y	12	8	6	5

따라서 자연수 x, y의 순서쌍 (x, y)는
$(4, 12)$, $(5, 8)$, $(7, 6)$, $(11, 5)$의 4개 ··· ❷
답 4

채점 기준	비율
❶ 주어진 등식의 좌변을 인수분해할 수 있다.	50 %
❷ 자연수 x, y의 순서쌍 (x, y)의 개수를 구할 수 있다.	50 %

27 (주어진 식)$=a^2-18a+81-b^2$
$=(a-9)^2-b^2$
$=(a+b-9)(a-b-9)$ 답 ⑤

28 (주어진 식)$=(x+2y)^2-3^2$
$=(x+2y+3)(x+2y-3)$ 답 ③

29 (주어진 식)$=x^2-(y^2+10y+25)$
$=x^2-(y+5)^2$
$=(x+y+5)(x-y-5)$
따라서 두 일차식의 합은
$(x+y+5)+(x-y-5)=2x$ 답 $2x$

30 (주어진 식)$=16a^2-(b^2-2bc+c^2)$
$=(4a)^2-(b-c)^2$
$=(4a+b-c)(4a-b+c)$ 답 ④

31 (주어진 식)$=49x^2-28xy+4y^2-1$
$=(7x-2y)^2-1$
$=(7x-2y+1)(7x-2y-1)$ ··· ❶
따라서 $a=7$, $b=-2$, $c=-1$이므로 ··· ❷
$a+b+c=4$ ··· ❸
답 4

채점 기준	비율
❶ 주어진 식을 인수분해할 수 있다.	60 %
❷ a, b, c의 값을 구할 수 있다.	30 %
❸ $a+b+c$의 값을 구할 수 있다.	10 %

32 (주어진 식)$=\underline{xy-3y}+x^2-5x+6$ 차수가 낮은 y에 대하여 내림차순으로 정리한다.
$=(x-3)y+x^2-5x+6$
$=(x-3)y+(x-2)(x-3)$
$=(x-3)(x+y-2)$ 답 ③

33 (좌변)$=x^2-2x-(y^2-8y+15)$
$=x^2-2x-(y-3)(y-5)$
$=\{x-(y-3)\}\{x+(y-5)\}$
$=(x-y+3)(x+y-5)$
$\therefore A=x-y+3$ 답 $x-y+3$

34 (주어진 식)$=-6xy-2y+3x^2+4x+1$
$=-2y(3x+1)+3x^2+4x+1$
$=-2y(3x+1)+(3x+1)(x+1)$
$=(3x+1)(x-2y+1)$
따라서 $a=1$, $b=-2$, $c=1$이므로
$abc=-2$ 답 -2

35 (주어진 식)$=x^2+2xy-x-3y^2+5y-2$
$=x^2+(2y-1)x-(3y^2-5y+2)$
$=x^2+(2y-1)x-(3y-2)(y-1)$
$=\{x-(y-1)\}\{x+(3y-2)\}$
$=(x-y+1)(x+3y-2)$
따라서 두 일차식의 합은
$(x-y+1)+(x+3y-2)=2x+2y-1$
답 $2x+2y-1$

36 (주어진 식)$=abc-ab-ac+a-bc+b+c-1$
$=(bc-b-c+1)a-(bc-b-c+1)$
$=(a-1)(bc-b-c+1)$
$=(a-1)\{b(c-1)-(c-1)\}$
$=(a-1)(b-1)(c-1)$
답 ④

37 (주어진 식)$=(5.5^2-4.5^2)\times 35.8$
$=(5.5+4.5)\times(5.5-4.5)\times 35.8$
$=10\times 1\times 35.8$
$=358$

답 358

38 $A=2\times(31^2-2\times 31+1^2)$
$=2\times(31-1)^2$
$=2\times 30^2$
$=1800$ ⋯ ❶

$B=\sqrt{(68+32)(68-32)}$
$=\sqrt{100\times 36}$
$=\sqrt{3600}$
$=60$ ⋯ ❷

$\therefore \dfrac{A}{B}=\dfrac{1800}{60}=30$ ⋯ ❸

답 30

채점 기준	비율
❶ A의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ B의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $\frac{A}{B}$의 값을 구할 수 있다.	20 %

39 (주어진 식)$=(3+4)(3-4)+(5+6)(5-6)$
$+(7+8)(7-8)+(9+10)(9-10)$
$=-7+(-11)+(-15)+(-19)$
$=-52$

답 ③

40 $15=x$로 놓으면
$15\times 17\times 19\times 21+16$
$=x(x+2)(x+4)(x+6)+16$
$=\{x(x+6)\}\{(x+2)(x+4)\}+16$
$=(x^2+6x)(x^2+6x+8)+16$

$x^2+6x=A$로 놓으면
$(x^2+6x)(x^2+6x+8)+16=A(A+8)+16$
$=A^2+8A+16$
$=(A+4)^2$
$=(x^2+6x+4)^2$
$=(15^2+6\times 15+4)^2$
$=319^2$

$\therefore N=319$

답 319

41 $2^{16}-1=(2^8+1)(2^8-1)$
$=(2^8+1)(2^4+1)(2^4-1)$
$=(2^8+1)(2^4+1)(2^2+1)(2^2-1)$
$=257\times 17\times 5\times 3$

따라서 자연수 a의 값이 될 수 있는 것은 ③, ⑤이다.

답 ③, ⑤

쎈B 특강

두 자연수 A, B에 대하여 A가 B로 나누어떨어진다.
➡ A는 B의 배수이다.
➡ $A=kB$ (단, k는 자연수)

42 (주어진 식)

$=\dfrac{(2-1)(2+1)}{2\times 2}\times\dfrac{(3-1)(3+1)}{3\times 3}\times\dfrac{(4-1)(4+1)}{4\times 4}$
$\times\cdots\times\dfrac{(50-1)(50+1)}{50\times 50}$

$=\dfrac{1\times\cancel{3}}{2\times\cancel{2}}\times\dfrac{\cancel{2}\times\cancel{4}}{\cancel{3}\times\cancel{3}}\times\dfrac{\cancel{3}\times\cancel{5}}{\cancel{4}\times\cancel{4}}\times\cdots\times\dfrac{\cancel{49}\times 51}{\cancel{50}\times 50}$

$=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{51}{50}=\dfrac{51}{100}$

답 ④

43 $x=\dfrac{\sqrt{10}+3}{(\sqrt{10}-3)(\sqrt{10}+3)}=\sqrt{10}+3$,

$y=\dfrac{\sqrt{10}-3}{(\sqrt{10}+3)(\sqrt{10}-3)}=\sqrt{10}-3$

$\therefore$ (주어진 식)
$=xy(x^2-y^2)$
$=xy(x+y)(x-y)$
$=(\sqrt{10}+3)(\sqrt{10}-3)\{(\sqrt{10}+3)+(\sqrt{10}-3)\}$
$\times\{(\sqrt{10}+3)-(\sqrt{10}-3)\}$
$=1\times 2\sqrt{10}\times 6$
$=12\sqrt{10}$

답 ④

44 (주어진 식)$=3(x^2-2xy-3y^2)$
$=3(x+y)(x-3y)$
$=3(4.75+0.25)(4.75-3\times 0.25)$
$=3\times 5\times 4=60$

답 ⑤

45 (주어진 식)$=\dfrac{x(x^2-4x)+20}{2x+5}$
$=\dfrac{8x+20}{2x+5}$
$=\dfrac{4(2x+5)}{2x+5}=4$

답 ③

46 (주어진 식)$=\sqrt{(x-1)^2}-\sqrt{(3x+2)^2}$

$x=\dfrac{1}{2}$에서 $x-1<0$, $3x+2>0$이므로 위의 식은
$-(x-1)-(3x+2)=-x+1-3x-2$
$=-4x-1$
$=-4\times\dfrac{1}{2}-1$
$=-3$

답 ②

47 $\overline{AP}=\overline{AB}=\sqrt{7}$, $\overline{AQ}=\overline{AD}=\sqrt{7}$이므로
$a=4+\sqrt{7}$, $b=4-\sqrt{7}$ ⋯ ❶

$\therefore$ (주어진 식)

$=a^2(a+b)-b^2(a+b)=(a+b)(\underbrace{a^2-b^2}_{(a+b)(a-b)})$

$=(a+b)^2(a-b)$ ⋯ ❷

$=\{(4+\sqrt{7})+(4-\sqrt{7})\}^2\{(4+\sqrt{7})-(4-\sqrt{7})\}$

$=8^2\times2\sqrt{7}=128\sqrt{7}$ ⋯ ❸

답 $128\sqrt{7}$

채점 기준	비율
❶ a, b의 값을 구할 수 있다.	20 %
❷ 주어진 식을 인수분해할 수 있다.	50 %
❸ 주어진 식의 값을 구할 수 있다.	30 %

48 $2<\sqrt{5}<3$에서 $5<3+\sqrt{5}<6$이므로

$a=5$, $b=(3+\sqrt{5})-5=\sqrt{5}-2$

$\therefore$ (주어진 식)$=a^2-(b^2+4b+4)$

$=a^2-(b+2)^2$

$=(a+b+2)(a-b-2)$

$=(5+\sqrt{5}-2+2)(5-\sqrt{5}+2-2)$

$=(5+\sqrt{5})(5-\sqrt{5})$

$=5^2-(\sqrt{5})^2$

$=20$

답 ⑤

49 (주어진 식)$=a^2-(b^2-2b+1)$

$=a^2-(b-1)^2$

$=(a+b-1)(a-b+1)$

$=(\sqrt{6}+2-1)(\sqrt{6}-2+1)$

$=(\sqrt{6}+1)(\sqrt{6}-1)$

$=(\sqrt{6})^2-1^2$

$=5$

답 ④

50 $x^2-9y^2=(x+3y)(x-3y)$

$=-2\sqrt{2}\times4\sqrt{2}=-16$

답 ①

51 (주어진 식)$=a(b-c)-b(b-c)$

$=(a-b)(b-c)$

$=(-3)\times7=-21$

답 -21

52 $a(a+1)-b(b+1)=a^2+a-b^2-b$

$=a^2-b^2+a-b$

$=(a+b)(a-b)+(a-b)$

$=(a-b)(a+b+1)$

이때 $a-b=-5$이므로

$-5(a+b+1)=-50$, $a+b+1=10$

$\therefore a+b=9$

답 ⑤

53 $x+y=\dfrac{3+2\sqrt{2}}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}=3+2\sqrt{2}$,

$x-y=\dfrac{3-2\sqrt{2}}{(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})}=3-2\sqrt{2}$ ⋯ ❶

$\therefore$ (주어진 식)$=x^2-y^2-3x+3y$

$=(x+y)(x-y)-3(x-y)$

$=(x-y)(x+y-3)$ ⋯ ❷

$=(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2}-3)$

$=6\sqrt{2}-8$ ⋯ ❸

답 $6\sqrt{2}-8$

채점 기준	비율
❶ $x+y$, $x-y$의 분모를 유리화할 수 있다.	20 %
❷ 주어진 식을 인수분해할 수 있다.	50 %
❸ 주어진 식의 값을 구할 수 있다.	30 %

54 $(4a+3b)^2-(3a+4b)^2$

$=(4a+3b+3a+4b)(4a+3b-3a-4b)$

$=(7a+7b)(a-b)$

$=7(a+b)(a-b)$

한편 $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab=4^2-4\times1=12$이므로

$a-b=2\sqrt{3}$ ($\because a>b$)

$\therefore$ (주어진 식)$=7\times4\times2\sqrt{3}=56\sqrt{3}$

답 $56\sqrt{3}$

55 도형 A의 넓이는

$(2x+5)^2-(x-1)^2=(2x+5+x-1)(2x+5-x+1)$

$=(3x+4)(x+6)$

따라서 도형 B의 세로의 길이는 $x+6$이다.

답 ③

56 (색칠한 부분의 넓이)

=(큰 부채꼴의 넓이)−(작은 부채꼴의 넓이)

$=\pi\times12.5^2\times\dfrac{80}{360}-\pi\times5.5^2\times\dfrac{80}{360}$

$=\dfrac{2}{9}\pi(12.5^2-5.5^2)$

$=\dfrac{2}{9}\pi(12.5+5.5)(12.5-5.5)$

$=\dfrac{2}{9}\pi\times18\times7$

$=28\pi\,(\text{cm}^2)$

답 $28\pi\ \text{cm}^2$

쎈B 특강

반지름의 길이가 r, 중심각의 크기가 $x°$인 부채꼴의 호의 길이를 l, 넓이를 S라 하면

① $l=2\pi r\times\dfrac{x}{360}$ ② $S=\pi r^2\times\dfrac{x}{360}$

57 (구하는 입체도형의 부피)

=(큰 원기둥의 부피)−(작은 원기둥의 부피)

$=\pi\times(4+\sqrt{6})^2\times4\sqrt{6}-\pi\times(4-\sqrt{6})^2\times4\sqrt{6}$

$=4\sqrt{6}\pi\{(4+\sqrt{6})^2-(4-\sqrt{6})^2\}$

$=4\sqrt{6}\pi\{(4+\sqrt{6})+(4-\sqrt{6})\}\{(4+\sqrt{6})-(4-\sqrt{6})\}$

$=4\sqrt{6}\pi\times8\times2\sqrt{6}$

$=384\pi$

답 384π

58 $x^3-x^2y-25x+25y=x^2(x-y)-25(x-y)$

$=(x-y)(x^2-25)$

$=(x-y)(x+5)(x-5)$ ··· ❶

따라서 직육면체의 높이는 $x-y$이므로 겉넓이는

$2\{(x+5)(x-5)+(x+5)(x-y)+(x-5)(x-y)\}$

$=2\{(x^2-25)+(x^2-xy+5x-5y)+(x^2-xy-5x+5y)\}$

$=2(3x^2-2xy-25)$

$=6x^2-4xy-50$ ··· ❷

답 $6x^2-4xy-50$

채점 기준	비율
❶ 부피를 나타내는 식을 인수분해할 수 있다.	50 %
❷ 겉넓이를 구할 수 있다.	50 %

59 $\frac{1}{2}\pi\times(2a)^2+\frac{1}{2}\pi(2a+b)^2-\frac{1}{2}\pi b^2$

$=\frac{1}{2}\pi\{4a^2+(2a+b)^2-b^2\}$

$=\frac{1}{2}\pi\{(4a^2-b^2)+(2a+b)^2\}$

$=\frac{1}{2}\pi\{(2a+b)(2a-b)+(2a+b)^2\}$

$=\frac{1}{2}\pi(2a+b)(2a-b+2a+b)$

$=\frac{1}{2}\pi(2a+b)\times 4a$

$=2a(2a+b)\pi$

답 ③

60 길의 한가운데를 지나는 원의 반지름의 길이를 r m라 하면

$2\pi r=18\pi \quad \therefore r=9$ ··· ❶

길의 넓이가 108π m^2이므로

$\pi(9+x)^2-\pi(9-x)^2=108\pi$ ··· ❷

$(9+x+9-x)(9+x-9+x)=108$

$36x=108 \quad \therefore x=3$ ··· ❸

답 3

채점 기준	비율
❶ 길의 한가운데를 지나는 원의 반지름의 길이를 구할 수 있다.	20 %
❷ 길의 넓이를 구하는 식을 세울 수 있다.	40 %
❸ x의 값을 구할 수 있다.	40 %

Ⅲ. 이차방정식

08 이차방정식의 풀이 (1)

개념 정리

본책 88쪽

❶ 이차방정식 ❷ 중근

쎈B 유형 뽀개기

본책 89쪽

01 ② $2x^2+5x-1=0$ ③ $8x+5=0$

④ $3x^2-2x-5=0$ ⑤ $5x-3=0$

답 ②, ④

쎈B 특강

주어진 식이 x에 대한 이차방정식인지 확인하려면 먼저 등식인지 살핀 후 등식의 우변에 있는 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리했을 때 (x에 대한 이차식)$=0$ 꼴로 나타나는지 확인한다.

02 ④ $4x^2-4x+1=4x^2+3 \quad \therefore -4x-2=0$

답 ④

03 $(x-2)^2=(x+1)(3-2x)$에서

$x^2-4x+4=-2x^2+x+3$

$\therefore 3x^2-5x+1=0$ ··· ❶

따라서 $a=-5$, $b=1$이므로

$a+b=-4$ ··· ❷

답 -4

채점 기준	비율
❶ 이차방정식을 $3x^2+ax+b=0$ 꼴로 나타낼 수 있다.	60 %
❷ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	40 %

04 $ax^2-x=x(4x-3)+5$에서

$(a-4)x^2+2x-5=0$

이 방정식이 x에 대한 이차방정식이 되려면

$a-4\neq 0 \quad \therefore a\neq 4$

답 ⑤

05 ① $0^2-6\times 0=0$

② $(-2+2)\times(-2-1)=0$

③ $1^2-5\times 1+4=0$

④ $2\times(-3)^2+3\times(-3)-9=0$

⑤ $4^2+4\neq 4\times(2\times 4-1)$

답 ⑤

06 ① $x=-1$일 때, $(-1)^2+4\times(-1)+3=0$

$x=3$일 때, $3^2+4\times 3+3\neq 0$

② $x=-1$일 때, $(-1)^2-(-1)-6\neq 0$

$x=3$일 때, $3^2-3-6=0$

③ $x=-1$일 때, $(-1+1)\times(-1-3)\neq-1$

$x=3$일 때, $(3+1)\times(3-3)\neq3$

④ $x=-1$일 때, $(-1-1)^2=4$

$x=3$일 때, $(3-1)^2=4$

⑤ $x=-1$일 때, $-1\times(-1-4)=2\times(-1)+7$

$x=3$일 때, $3\times(3-4)\neq2\times3+7$

답 ④

07 x의 값이 -2, -1, 0, 1이므로

$x=-2$일 때, $4\times(-2)^2+(-2)-3\neq0$

$x=-1$일 때, $4\times(-1)^2+(-1)-3=0$

$x=0$일 때, $4\times0^2+0-3\neq0$

$x=1$일 때, $4\times1^2+1-3\neq0$

따라서 해는 $x=-1$이다. 답 $x=-1$

08 $2x+7\geq5x-2$에서

$-3x\geq-9$ $\quad\therefore x\leq3$ ··· ❶

이때 x는 자연수이므로 $x=1, 2, 3$ ··· ❷

$x=1$일 때, $1^2-7\times1+12\neq0$

$x=2$일 때, $2^2-7\times2+12\neq0$

$x=3$일 때, $3^2-7\times3+12=0$

따라서 해는 $x=3$이다. ··· ❸

답 $x=3$

채점 기준	비율
❶ 부등식의 해를 구할 수 있다.	30 %
❷ 부등식을 만족시키는 자연수 x를 구할 수 있다.	20 %
❸ 이차방정식의 해를 구할 수 있다.	50 %

09 $x=2$를 $x^2-3ax+a-9=0$에 대입하면

$2^2-3a\times2+a-9=0$

$-5a=5$ $\quad\therefore a=-1$

답 ②

10 $x=-1$을 $5x^2+2x+a=0$에 대입하면

$5\times(-1)^2+2\times(-1)+a=0$

$\therefore a=-3$

$x=-1$을 $3x^2-10x-b=0$에 대입하면

$3\times(-1)^2-10\times(-1)-b=0$ $\quad\therefore b=13$

답 $a=-3$, $b=13$

11 $x=-3$을 $x^2-2ax-3=0$에 대입하면

$(-3)^2-2a\times(-3)-3=0$

$6a=-6$ $\quad\therefore a=-1$

$x=\frac{1}{2}$을 $4x^2+bx+3a-2=0$에 대입하면

$4\times\left(\frac{1}{2}\right)^2+b\times\frac{1}{2}-3-2=0$

$\frac{1}{2}b=4$ $\quad\therefore b=8$

$\therefore b-a=9$

답 9

12 $x=-2$를 $(a-1)x^2+(b+6)x+2a+b-1=0$에 대입하면

$(a-1)\times(-2)^2+(b+6)\times(-2)+2a+b-1=0$

$\therefore 6a-b=17$ ······ ㉠

$x=1$을 $(a-1)x^2+(b+6)x+2a+b-1=0$에 대입하면

$a-1+b+6+2a+b-1=0$

$\therefore 3a+2b=-4$ ······ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2$, $b=-5$

$\therefore ab=-10$ 답 -10

13 ① $x=a$를 $x^2-6x-2=0$에 대입하면

$a^2-6a-2=0$ ······ ㉠

② ㉠에서 $a^2-6a=2$

$\therefore 3a^2-18a=3(a^2-6a)=3\times2=6$

③ ㉠에서 $6a-a^2=-2$

$\therefore 3+6a-a^2=3+(-2)=1$

④ $2a^2-12a+1=2(a^2-6a)+1=2\times2+1=5$

⑤ $a\neq0$이므로 ㉠의 양변을 a로 나누면

$a=0$일 때, $0^2-6\times0-2\neq0$ 이므로 $a\neq0$

$a-6-\frac{2}{a}=0$ $\quad\therefore a-\frac{2}{a}=6$

답 ③

14 $x=a$를 $x^2+3x-7=0$에 대입하면

$a^2+3a-7=0$ $\quad\therefore a^2+3a=7$

$x=b$를 $3x^2-4x-1=0$에 대입하면

$3b^2-4b-1=0$ $\quad\therefore 3b^2-4b=1$

$\therefore a^2-3b^2+3a+4b-8=a^2+3a-(3b^2-4b)-8$

$=7-1-8=-2$ 답 -2

15 $x=a$를 $x^2-4x+1=0$에 대입하면

$a^2-4a+1=0$ $\quad\therefore a^2+1=4a$, $4a-1=a^2$

$\therefore \frac{4a}{a^2+1}+\frac{2a^2}{4a-1}=\frac{4a}{4a}+\frac{2a^2}{a^2}=1+2=3$ 답 ④

16 $x^2+x-2=6x-3$에서

$x^2-5x+1=0$

$x=a$를 $x^2-5x+1=0$에 대입하면

$a^2-5a+1=0$

$a\neq0$이므로 양변을 a로 나누면

$a-5+\frac{1}{a}=0$ $\quad\therefore a+\frac{1}{a}=5$ ··· ❶

$\therefore a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2=5^2-2=23$ ··· ❷

답 23

채점 기준	비율
❶ $a+\frac{1}{a}$의 값을 구할 수 있다.	70 %
❷ $a^2+\frac{1}{a^2}$의 값을 구할 수 있다.	30 %

17 $x=\alpha$를 $3x^2-(k-7)x-3=0$에 대입하면

$3\alpha^2-(k-7)\alpha-3=0$

$3\alpha\neq0$이므로 양변을 3α로 나누면

$\alpha-\frac{k-7}{3}-\frac{1}{\alpha}=0 \qquad \therefore \alpha-\frac{1}{\alpha}=\frac{k-7}{3}$

이때 $\alpha-\frac{1}{\alpha}=k+1$이므로 $\qquad \frac{k-7}{3}=k+1$

$k-7=3k+3, \qquad -2k=10$

$\therefore k=-5$

답 -5

18 ① $x=-3$ 또는 $x=0$

② $x=-3$ 또는 $x=-\frac{1}{2}$

③ $x=-3$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

④ $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=3$

⑤ $x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=3$

답 ③

19 $(x+5)(x-2)=0$에서

$x=-5$ 또는 $x=2$

따라서 $\alpha=-5$, $\beta=2$ 또는 $\alpha=2$, $\beta=-5$이므로

$\alpha^2+\beta^2=(-5)^2+2^2=29$

답 29

20 ① $x=0$ 또는 $x=-5$이므로 두 근의 합은

$0+(-5)=-5$

② $x=2$ 또는 $x=3$이므로 두 근의 합은

$2+3=5$

③ $x=-4$ 또는 $x=-1$이므로 두 근의 합은

$-4+(-1)=-5$

④ $x=-1$ 또는 $x=6$이므로 두 근의 합은

$-1+6=5$

⑤ $x=-2$ 또는 $x=8$이므로 두 근의 합은

$-2+8=6$

답 ②, ④

21 $(x+2)(x-4)=0$에서

$x=-2$ 또는 $x=4$

$(4x-1)(x-4)=0$에서

$x=\frac{1}{4}$ 또는 $x=4$ ⋯ ❶

따라서 $\alpha=4$, $\beta=-2$이므로 ⋯ ❷

$\alpha-\beta=6$ ⋯ ❸

답 6

채점 기준	비율
❶ 두 이차방정식의 근을 구할 수 있다.	60 %
❷ α, β의 값을 구할 수 있다.	20 %
❸ $\alpha-\beta$의 값을 구할 수 있다.	20 %

22 $4x^2+4x-3=0$에서 $\qquad (2x+3)(2x-1)=0$

$\therefore x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

$a>b$이므로 $\qquad a=\frac{1}{2}, b=-\frac{3}{2}$

$\therefore a-b=2$

답 ③

23 $(x-1)(3x+4)=2x^2-5x-9$에서

$3x^2+x-4=2x^2-5x-9$

$x^2+6x+5=0, \qquad (x+5)(x+1)=0$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=-1$

답 ①

24 $(x+2)(x-5)=2-7x$에서

$x^2-3x-10=2-7x, \qquad x^2+4x-12=0$

$(x+6)(x-2)=0 \qquad \therefore x=-6$ 또는 $x=2$

$a>b$이므로 $\qquad a=2, b=-6$ ⋯ ❶

따라서 $5x^2-3ax-a+b=0$, 즉 $5x^2-6x-8=0$에서

$(5x+4)(x-2)=0 \qquad \therefore x=-\frac{4}{5}$ 또는 $x=2$ ⋯ ❷

답 $x=-\frac{4}{5}$ 또는 $x=2$

채점 기준	비율
❶ a, b의 값을 구할 수 있다.	50 %
❷ $5x^2-3ax-a+b=0$의 두 근을 구할 수 있다.	50 %

25 $x=1$을 $(a+3)x^2+a(3a-1)x-2a^2+4a=0$에 대입하면

$a+3+a(3a-1)-2a^2+4a=0$

$a^2+4a+3=0, \qquad (a+3)(a+1)=0$

$\therefore a=-3$ 또는 $a=-1$

그런데 $a+3\neq0$, 즉 $a\neq-3$이어야 하므로

$a+3=0$이면 주어진 방정식은 x에 대한 이차방정식이 아니다.

$a=-1$

답 -1

26 $x^2-998x-999=0$에서

$(x+1)(x-999)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=999$

$\therefore a=999$

$999^2x^2+998\times1000x-1=0$에서

$998\times1000=(999-1)\times(999+1)=999^2-1$

$(x+1)(999^2x-1)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=\frac{1}{999^2}$

$\therefore b=-1$

따라서 구하는 값은 $\qquad a+b=998$

답 ③

27 $A+B=0$에서

$(x^2-2x-15)+(x^2+2x-3)=0$

$2x^2-18=0, \qquad x^2-9=0$

$(x+3)(x-3)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=3$ $\cdots\cdots$ ㉠

이때 $AB\neq0$에서 $A\neq0$이고 $B\neq0$이어야 하므로

(i) $A\neq0$일 때,

$x^2-2x-15\neq0$, $(x+3)(x-5)\neq0$

$\therefore x\neq-3$이고 $x\neq5$

(ii) $B\neq0$일 때,

$x^2+2x-3\neq0$, $(x+3)(x-1)\neq0$

$\therefore x\neq-3$이고 $x\neq1$

(i), (ii)에서 $x\neq-3$이고 $x\neq1$이고 $x\neq5$

따라서 ㉠에서 조건을 만족시키는 x의 값은 3이다. 답 3

28 $x=-3$을 $x^2-(a-1)x-7a+2=0$에 대입하면

$9+3(a-1)-7a+2=0$

$-4a=-8$ $\therefore a=2$

즉 주어진 방정식은 $x^2-x-12=0$이므로

$(x+3)(x-4)=0$ $\therefore x=-3$ 또는 $x=4$

따라서 $b=4$이므로 $ab=8$ 답 8

29 $x=-5$를 $x^2+ax+10=0$에 대입하면

$25-5a+10=0$

$-5a=-35$ $\therefore a=7$

따라서 $x^2+ax+10=0$, 즉 $x^2+7x+10=0$에서

$(x+5)(x+2)=0$ $\therefore x=-5$ 또는 $x=-2$

$b=-2$이므로 $(a+2)x^2-9x-b=0$, 즉 $9x^2-9x+2=0$에서

$(3x-1)(3x-2)=0$ $\therefore x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=\frac{2}{3}$

따라서 구하는 합은 $\frac{1}{3}+\frac{2}{3}=1$ 답 ③

30 (1) $x=2$를 $x^2-(a+3)x+a^2+2=0$에 대입하면

$4-2(a+3)+a^2+2=0$

$a^2-2a=0$, $a(a-2)=0$

$\therefore a=2\ (\because a>0)$ ··· ❶

(2) 주어진 이차방정식은 $x^2-5x+6=0$이므로

$(x-2)(x-3)=0$ $\therefore x=2$ 또는 $x=3$

$\therefore b=3$ ··· ❷

$\underline{3, 3^2, 3^3, 3^4, \cdots}$의 일의 자리의 숫자는

└ 3, 9, 27, 81, ⋯

3, 9, 7, 1

이 이 순서대로 반복된다.

이때 $1023=4\times255+3$이므로 3^{1023}의 일의 자리의 숫자는 3^3의 일의 자리의 숫자와 같은 7이다. ··· ❸

답 (1) 2 (2) 7

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ b의 값을 구할 수 있다.	30 %
❸ b^{1023}의 일의 자리의 숫자를 구할 수 있다.	30 %

쎈B 특강

자연수 a에 대하여 $a, a^2, a^3, \cdots$의 일의 자리의 숫자를 구할 때, 일의 자리의 숫자만 계산하여 규칙을 찾을 수도 있다. 예를 들어 $3, 3^2, 3^3, 3^4, \cdots$의 일의 자리의 숫자를 구하면 다음과 같다.

3의 일의 자리의 숫자 ➡ 3

3^2의 일의 자리의 숫자 ➡ $3\times3=9$에서 9

3^3의 일의 자리의 숫자 ➡ $9\times3=27$에서 7

3^4의 일의 자리의 숫자 ➡ $7\times3=21$에서 1

3^5의 일의 자리의 숫자 ➡ $1\times3=3$에서 3

⋮

31 $x=1$을 $(a+1)x^2+(a^2+1)x-2(a+2)=0$에 대입하면

$a+1+a^2+1-2(a+2)=0$

$a^2-a-2=0$, $(a+1)(a-2)=0$

$\therefore a=-1$ 또는 $a=2$

그런데 $a+1\neq0$, 즉 $a\neq-1$이어야 하므로

$a=2$

즉 주어진 방정식은 $3x^2+5x-8=0$이므로

$(3x+8)(x-1)=0$ $\therefore x=-\frac{8}{3}$ 또는 $x=1$

따라서 $b=-\frac{8}{3}$이므로 $3ab=-16$ 답 ①

32 $x^2+6x+8=0$에서 $(x+4)(x+2)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=-2$

따라서 $2x^2+7x-a=0$의 한 근이 $x=-4$이므로

$32-28-a=0$ $\therefore a=4$ 답 4

33 $x^2-3x-18=0$에서 $(x+3)(x-6)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=6$

따라서 $x^2+ax-a+4=0$의 한 근이 $x=6$이므로

$36+6a-a+4=0$

$5a=-40$ $\therefore a=-8$ 답 -8

34 $x(x+2)=15$에서 $x^2+2x-15=0$

$(x+5)(x-3)=0$ $\therefore x=-5$ 또는 $x=3$ ··· ❶

따라서 $4x^2+(k-1)x+5k-1=0$의 한 근이 $x=3$이므로

$36+3(k-1)+5k-1=0$

$8k=-32$ $\therefore k=-4$ ··· ❷

답 -4

채점 기준	비율
❶ $x(x+2)=15$의 해를 구할 수 있다.	50 %
❷ k의 값을 구할 수 있다.	50 %

35 $(x+1)(x-b)=0$에서

$x=-1$ 또는 $x=b$

즉 $x^2+ax-3=0$의 한 해가 $x=-1$이므로

$1-a-3=0$ $\therefore a=-2$

따라서 $x^2+ax-3=0$, 즉 $x^2-2x-3=0$에서

$\underline{(x+1)(x-3)=0}$ $\quad\therefore b=3$

$\therefore b-a=5$ $\quad$ └ $(x+1)(x-b)=0$과 일치 $\quad$ 답 ④

다른 풀이 $(x+1)(x-b)=0$에서

$x^2+(1-b)x-b=0$

이 이차방정식과 $x^2+ax-3=0$의 해가 서로 같으므로

$1-b=a$, $-b=-3$ $\quad\therefore a=-2$, $b=3$

$\therefore b-a=5$

36 ① $2(x+7)^2=0$에서 $\quad x=-7$

② $x^2+81=-18x$에서 $\quad x^2+18x+81=0$

$(x+9)^2=0$ $\quad\therefore x=-9$

③ $x(x-6)=-9$에서 $\quad x^2-6x+9=0$

$(x-3)^2=0$ $\quad\therefore x=3$

④ $4x^2=20x-25$에서 $\quad 4x^2-20x+25=0$

$(2x-5)^2=0$ $\quad\therefore x=\dfrac{5}{2}$

⑤ $5(x-1)^2=20$에서 $\quad x^2-2x-3=0$

$(x+1)(x-3)=0$ $\quad\therefore x=-1$ 또는 $x=3$

답 ⑤

37 (ㄱ) $x^2+25=-10x$에서 $\quad x^2+10x+25=0$

$(x+5)^2=0$ $\quad\therefore x=-5$

(ㄴ) $x(x+4)=-3$에서 $\quad x^2+4x+3=0$

$(x+3)(x+1)=0$ $\quad\therefore x=-3$ 또는 $x=-1$

(ㄷ) $2x^2-x=x^2+x-1$에서 $\quad x^2-2x+1=0$

$(x-1)^2=0$ $\quad\therefore x=1$

(ㄹ) $(x-2)^2=13-4x$에서 $\quad x^2-9=0$

$(x+3)(x-3)=0$ $\quad\therefore x=-3$ 또는 $x=3$

이상에서 중근을 갖는 이차방정식은 (ㄱ), (ㄷ)이다. $\quad$ 답 ②

38 $x^2-16x+64=0$에서 $\quad (x-8)^2=0$

이 이차방정식은 $x=8$을 중근으로 가지므로

$a=8$

$16x^2+8x+1=0$에서 $\quad (4x+1)^2=0$

이 이차방정식은 $x=-\dfrac{1}{4}$을 중근으로 가지므로

$b=-\dfrac{1}{4}$

$\therefore ab=-2$ $\quad$ 답 -2

39 $7-k=\left(\dfrac{4}{2}\right)^2=4$이므로 $\quad k=3$ $\quad$ 답 3

40 <u>주어진 이차방정식의 양변을 3으로 나누면</u>

└ x^2의 계수가 3이므로 양변을 3으로 나눈다.

$x^2-\dfrac{a}{3}x+1=0$

이 이차방정식이 중근을 가지므로

$1=\left(-\dfrac{a}{6}\right)^2$, $\quad a^2-36=0$

$(a+6)(a-6)=0$ $\quad\therefore a=-6$ 또는 $a=6$

따라서 모든 a의 값의 곱은 -36이다. $\quad$ 답 -36

41 $x^2+2ax-5a+14=0$이 중근을 가지므로

$-5a+14=\left(\dfrac{2a}{2}\right)^2$, $\quad a^2+5a-14=0$

$(a+7)(a-2)=0$ $\quad\therefore a=-7$ 또는 $a=2$

답 ①, ③

42 $x^2+12x+a=0$이 중근을 가지므로

$a=\left(\dfrac{12}{2}\right)^2=36$

즉 $x^2+12x+36=0$이므로 $\quad (x+6)^2=0$

이 이차방정식은 $x=-6$을 중근으로 가지므로

$p=-6$ $\quad$ ··· ❶

$9x^2-12x+b=0$의 양변을 9로 나누면

$x^2-\dfrac{4}{3}x+\dfrac{b}{9}=0$

이 이차방정식이 중근을 가지므로

$\dfrac{b}{9}=\left(-\dfrac{2}{3}\right)^2$ $\quad\therefore b=4$

즉 $x^2-\dfrac{4}{3}x+\dfrac{4}{9}=0$이므로 $\quad \left(x-\dfrac{2}{3}\right)^2=0$

이 이차방정식은 $x=\dfrac{2}{3}$를 중근으로 가지므로

$q=\dfrac{2}{3}$ $\quad$ ··· ❷

$\therefore aq+bp=0$ $\quad$ ··· ❸

답 0

채점 기준	비율
❶ a, p의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ b, q의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $aq+bp$의 값을 구할 수 있다.	20 %

43 $x^2+2ax+6a-5=0$이 중근을 가지므로

$6a-5=\left(\dfrac{2a}{2}\right)^2$, $\quad a^2-6a+5=0$

$(a-1)(a-5)=0$ $\quad\therefore a=1$ 또는 $a=5$

(i) $a=1$일 때,

주어진 방정식은 $x^2+2x+1=0$이므로

$(x+1)^2=0$ $\quad\therefore x=-1$

따라서 $b=-1$이므로 $\quad a-b=2$

(ii) $a=5$일 때,

주어진 방정식은 $x^2+10x+25=0$이므로

$(x+5)^2=0$ $\quad\therefore x=-5$

따라서 $b=-5$이므로 $\quad a-b=10$

(i), (ii)에서 $a-b$의 값 중 가장 작은 값은 2이다. $\quad$ 답 2

다른 풀이 x^2의 계수가 1이고 $x=b$를 중근으로 갖는 이차방정식은

$(x-b)^2=0 \quad \therefore x^2-2bx+b^2=0$

이것이 $x^2+2ax+6a-5=0$과 일치하므로

$2a=-2b,\ 6a-5=b^2$

$2a=-2b$에서 $a=-b$이므로 이것을 $6a-5=b^2$에 대입하면

$-6b-5=b^2, \quad b^2+6b+5=0$

$(b+5)(b+1)=0 \quad \therefore b=-5$ 또는 $b=-1$

따라서 $a=5,\ b=-5$ 또는 $a=1,\ b=-1$이므로 $a-b$의 값 중 가장 작은 값은

$1-(-1)=2$

44 $x^2+ax+9b=0$이 중근을 가지므로

$9b=\left(\dfrac{a}{2}\right)^2 \quad \therefore a^2=36b=6^2b$

즉 b는 (자연수)^2 꼴이어야 하고, b의 값이 가장 클 때 a의 값도 가장 크다.

이때 b는 두 자리 자연수이므로

$b=81$

$b=81$일 때, $\quad a^2=\underbrace{6^2\times81=(6\times9)^2}_{6^2\times81=6^2\times9^2=(6\times9)^2}=54^2$

$\therefore a=54$

답 ④

45 $x^2+x-20=0$에서 $\quad (x+5)(x-4)=0$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=4$

$2x^2-9x+4=0$에서 $\quad (2x-1)(x-4)=0$

$\therefore x=\dfrac{1}{2}$ 또는 $x=4$

따라서 공통인 근은 $x=4$이다.

답 $x=4$

46 두 이차방정식의 공통인 근이 $x=-2$이므로 $x=-2$를 $x^2-3x+a=0$에 대입하면

$4+6+a=0 \quad \therefore a=-10$

$x=-2$를 $x^2-bx-3b=0$에 대입하면

$4+2b-3b=0 \quad \therefore b=4$

$\therefore a+b=-6$

답 ②

47 $x^2-2x-15=0$에서 $\quad (x+3)(x-5)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=5$

$x^2+9x+18=0$에서 $\quad (x+6)(x+3)=0$

$\therefore x=-6$ 또는 $x=-3$

따라서 $3x^2+ax-a-7=0$의 한 근이 $x=-3$이므로

$27-3a-a-7=0$

$-4a=-20 \quad \therefore a=5$

답 5

48 두 이차방정식의 공통인 근이 $x=1$이므로 $x=1$을 $x^2+ax-6=0$에 대입하면

$1+a-6=0 \quad \therefore a=5$

$x=1$을 $3x^2-x+b=0$에 대입하면

$3-1+b=0 \quad \therefore b=-2$ ··· ❶

$x^2+ax-6=0$, 즉 $x^2+5x-6=0$에서

$(x+6)(x-1)=0$

$\therefore x=-6$ 또는 $x=1$

$3x^2-x+b=0$, 즉 $3x^2-x-2=0$에서

$(3x+2)(x-1)=0$

$\therefore x=-\dfrac{2}{3}$ 또는 $x=1$ ··· ❷

따라서 두 이차방정식에서 공통이 아닌 근은 각각 $x=-6$, $x=-\dfrac{2}{3}$이므로

$pq=4$ ··· ❸

답 4

채점 기준	비율
❶ a, b의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ 두 이차방정식의 근을 구할 수 있다.	40 %
❸ pq의 값을 구할 수 있다.	20 %

49 $x^2-8x+m=0$이 중근을 가지므로

$m=\left(\dfrac{-8}{2}\right)^2=16$

따라서 $2x^2-15x+m-9=0$, 즉 $2x^2-15x+7=0$에서

$(2x-1)(x-7)=0$

$\therefore x=\dfrac{1}{2}$ 또는 $x=7$

또 $6x^2+(m-3)x-8=0$, 즉 $6x^2+13x-8=0$에서

$(3x+8)(2x-1)=0$

$\therefore x=-\dfrac{8}{3}$ 또는 $x=\dfrac{1}{2}$

따라서 공통인 근은 $x=\dfrac{1}{2}$이다.

답 ③

Ⅲ. 이차방정식

09 이차방정식의 풀이 (2)

개념 정리

본책 96쪽

❶ $-p\pm\sqrt{q}$ ❷ 근의 공식 ❸ b^2-4ac ❹ b'^2-ac

쎈 B 유형 뽀개기

본책 97쪽

01 $2(x+3)^2=14$에서 $(x+3)^2=7$

$x+3=\pm\sqrt{7}$ $\therefore x=-3\pm\sqrt{7}$

따라서 $a=-3$, $b=7$이므로 $a+b=4$

답 ②

02 ① $(x+1)^2=3$에서 $x+1=\pm\sqrt{3}$

$\therefore x=-1\pm\sqrt{3}$

② $(x+1)^2=4$에서 $x+1=\pm2$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=1$

③ $(x-1)^2=2$에서 $x-1=\pm\sqrt{2}$

$\therefore x=1\pm\sqrt{2}$

④ $(x-1)^2=3$에서 $x-1=\pm\sqrt{3}$

$\therefore x=1\pm\sqrt{3}$

⑤ $(x-1)^2=4$에서 $x-1=\pm2$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=3$

답 ④

다른 풀이 해가 $x=1\pm\sqrt{3}$이므로 $x-1=\pm\sqrt{3}$

양변을 제곱하면 $(x-1)^2=3$

03 $(x+a)^2=\dfrac{b}{3}$이므로 $x+a=\pm\sqrt{\dfrac{b}{3}}$

$\therefore x=-a\pm\sqrt{\dfrac{b}{3}}$ ··· ❶

따라서 $-a=2$, $\dfrac{b}{3}=5$이므로

$a=-2$, $b=15$ ··· ❷

$\therefore b-a=17$ ··· ❸

답 17

채점 기준	비율
❶ 이차방정식의 해를 a, b로 나타낼 수 있다.	50 %
❷ a, b의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $b-a$의 값을 구할 수 있다.	10 %

04 $(x-5)^2=\dfrac{a}{4}$이므로 $x-5=\pm\dfrac{\sqrt{a}}{2}$

$\therefore x=5\pm\dfrac{\sqrt{a}}{2}$

두 근의 차가 6이므로

$\left(5+\dfrac{\sqrt{a}}{2}\right)-\left(5-\dfrac{\sqrt{a}}{2}\right)=6$

$\sqrt{a}=6$ $\therefore a=36$

답 36

05 $(x+1)^2=8k$에서 $x+1=\pm\sqrt{8k}$

$\therefore x=-1\pm\sqrt{8k}$

이때 서로 다른 두 근이 모두 정수가 되려면 $\sqrt{8k}$가 자연수이어야 하므로

$\sqrt{8k}=1, 2, 3, 4, 5, \cdots$

$8k=1, 4, 9, 16, 25, \cdots$

$\therefore k=\dfrac{1}{8}, \dfrac{1}{2}, \dfrac{9}{8}, 2, \dfrac{25}{8}, \cdots$

따라서 가장 작은 자연수 k의 값은 2이다.

답 2

06 (ㄱ) $q<0$이면 해가 존재하지 않는다.

이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄷ)이다.

답 ④

07 해를 가질 조건은

$k-1\geq0$ $\therefore k\geq1$

답 ④

08 중근을 가지므로

$k+2=0$ $\therefore k=-2$

따라서 주어진 이차방정식은 $(x-4)^2=0$이므로

$x=4$ $\therefore a=4$

$\therefore k+a=2$

답 2

09 $5(x+2)^2=4-a$에서

$(x+2)^2=\dfrac{4-a}{5}$

이 이차방정식이 서로 다른 두 근을 가지려면

$\dfrac{4-a}{5}>0$ $\therefore a<4$

따라서 가장 큰 정수 a의 값은 3이다.

답 ③

10 $x^2-5x=-3$이므로 $x^2-5x+\dfrac{25}{4}=-3+\dfrac{25}{4}$

$\left(x-\dfrac{5}{2}\right)^2=\dfrac{13}{4}$, $x-\dfrac{5}{2}=\pm\sqrt{\dfrac{13}{4}}$

$\therefore x=\dfrac{5}{2}\pm\sqrt{\dfrac{13}{4}}$

따라서 $A=\dfrac{25}{4}$, $B=\dfrac{5}{2}$, $C=\dfrac{13}{4}$이므로

$A+B+C=12$

답 ⑤

11 $x^2+4x=k$에서 $x^2+4x+4=k+4$

$(x+2)^2=k+4$, $x+2=\pm\sqrt{k+4}$

$\therefore x=-2\pm\sqrt{k+4}$

따라서 $k+4=3$이므로 $k=-1$

답 ②

12 $2x^2+4x=(x-1)^2+2$에서

$2x^2+4x=x^2-2x+3$, $x^2+6x=3$

$x^2+6x+9=3+9$ $\therefore (x+3)^2=12$ ··· ❶

따라서 $p=3$, $q=12$이므로 $pq=36$ ··· ❷

답 36

채점 기준	비율
❶ 이차방정식을 $(x+p)^2=q$ 꼴로 나타낼 수 있다.	70 %
❷ pq의 값을 구할 수 있다.	30 %

13 $x^2-12x+30=0$에서

$x^2-12x+36=-30+36$

$(x-6)^2=6 \qquad \therefore a=6,\ b=6$

$(x-6)^2=6$에서 $\qquad x-6=\pm\sqrt{6}$

$\therefore x=6\pm\sqrt{6}$

$c>d$이므로 $\qquad c=6+\sqrt{6},\ d=6-\sqrt{6}$

$\therefore ad+bc=6(6-\sqrt{6})+6(6+\sqrt{6})=72$

답 ⑤

14 $x^2-10x+3a-2=0$에서

$x^2-10x+25=-3a+2+25$

$(x-5)^2=27-3a, \qquad x-5=\pm\sqrt{27-3a}$

$\therefore x=5\pm\sqrt{27-3a}$

이때 서로 다른 두 근이 모두 자연수가 되려면 $\sqrt{27-3a}$가 5보다 작은 자연수이어야 하므로

$\sqrt{27-3a}=1,\ 2,\ 3,\ 4$

$27-3a=1,\ 4,\ 9,\ 16$

$\therefore a=\dfrac{26}{3},\ \dfrac{23}{3},\ 6,\ \dfrac{11}{3}$

그런데 a는 자연수이므로 $\qquad a=6$

답 6

15 $3x^2-6x=2x+1$에서 $\qquad 3x^2-8x-1=0$

$\therefore x=\dfrac{4\pm\sqrt{19}}{3}$

따라서 $A=4,\ B=19$이므로

$B-A=15$

답 ③

16 $4x^2+7x+2=0$에서 $\qquad x=\dfrac{-7\pm\sqrt{17}}{8}$

따라서 $m=\dfrac{-7-\sqrt{17}}{8}+\dfrac{-7+\sqrt{17}}{8}=-\dfrac{7}{4}$이므로

$8m+5=8\times\left(-\dfrac{7}{4}\right)+5=-9$

답 -9

17 $x^2-4x-6=0$에서 $\qquad x=2\pm\sqrt{10}$ $\qquad\cdots\cdots$ ㉠

$5x-8<12$에서 $\qquad 5x<20$

$\therefore x<4$ $\qquad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\qquad p=2-\sqrt{10}$

$\therefore p-2=-\sqrt{10}$

답 ②

참고 $9<10<16$이므로 $\qquad 3<\sqrt{10}<4$

$\therefore 5<2+\sqrt{10}<6$

또 $-4<-\sqrt{10}<-3$이므로 $\qquad -2<2-\sqrt{10}<-1$

18 $x^2+3x-10=0$에서 $\qquad (x+5)(x-2)=0$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=2$

$a=-5$이므로 $2x^2+(a-3)x+a+10=0$, 즉

$2x^2-8x+5=0$에서

$x=\dfrac{4\pm\sqrt{6}}{2}$

따라서 구하는 합은

$\dfrac{4-\sqrt{6}}{2}+\dfrac{4+\sqrt{6}}{2}=4$

답 ④

쎈B 특강

이차방정식을 푸는 여러 가지 방법 중에서 어떠한 방법을 택하여 풀어도 그 결과는 모두 같다. 또 모든 이차방정식은 근의 공식을 이용하여 해를 구할 수 있지만 경우에 따라 인수분해를 이용하거나 완전제곱식을 이용하여 해를 구하는 것이 더 편리할 때가 있다. 따라서 주어진 이차방정식에 따라 여러 가지 방법 중 가장 효율적인 방법을 택하여 사용하도록 한다.

19 $x^2+2x-6=0$에서 $\qquad x=-1\pm\sqrt{7}$

이때 $4<7<9$이므로 $\qquad 2<\sqrt{7}<3$

$\therefore 1<-1+\sqrt{7}<2$

또 $-3<-\sqrt{7}<-2$이므로

$-4<-1-\sqrt{7}<-3$

따라서 두 근 사이에 있는 정수는 $-3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1$의 5개이다.

답 5

20 $\dfrac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{a}=-6$이므로

$\dfrac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=-3$ $\qquad\cdots$ ❶

$\dfrac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{a}=8$이므로

$\dfrac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=4$ $\qquad\cdots$ ❷

따라서 이차방정식의 두 근은 $-3,\ 4$이므로 두 근의 곱은

$-3\times4=-12$ $\qquad\cdots$ ❸

답 -12

채점 기준	비율
❶ 이차방정식의 한 근을 구할 수 있다.	40 %
❷ 이차방정식의 다른 한 근을 구할 수 있다.	40 %
❸ 이차방정식의 두 근의 곱을 구할 수 있다.	20 %

21 $2x^2-4x+A=0$에서

$x=\dfrac{2\pm\sqrt{4-2A}}{2}=1\pm\dfrac{\sqrt{4-2A}}{2}$

이므로 $\qquad B=1,\ \sqrt{4-2A}=3\sqrt{2}$ $\quad 3\sqrt{2}=\sqrt{18}$

즉 $4-2A=18$이므로 $\qquad A=-7$

$\therefore A+B=-6$

답 ②

22 $ax^2+5x-1=0$에서

$x=\dfrac{-5\pm\sqrt{25+4a}}{2a}$ $\qquad\cdots$ ❶

따라서 $2a=8$, $25+4a=b$이므로

$a=4$, $b=41$ ··· ❷

$\therefore b-a=37$ ··· ❸

답 37

채점 기준	비율
❶ 이차방정식의 해를 a로 나타낼 수 있다.	50 %
❷ a, b의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $b-a$의 값을 구할 수 있다.	10 %

23 $x^2-ax-3=0$에서

$x=\dfrac{a\pm\sqrt{a^2+12}}{2}$

이므로 $\dfrac{a}{2}=5$, $\dfrac{\sqrt{a^2+12}}{2}=2\sqrt{b}$

즉 $a=10$이므로 $\dfrac{\sqrt{a^2+12}}{2}=\dfrac{4\sqrt{7}}{2}=2\sqrt{7}=2\sqrt{b}$

$\therefore b=7$

$\therefore ab=70$

답 70

24 $x^2+2ax+b=0$에서

$x=-a\pm\sqrt{a^2-b}$

이므로 $-a=-4$, $a^2-b=13$

따라서 $a=4$, $b=3$이므로 $a+b=7$

답 ④

25 주어진 방정식의 양변에 12를 곱하면

$6x^2=4x+3$, $6x^2-4x-3=0$

$\therefore x=\dfrac{2\pm\sqrt{22}}{6}$

따라서 $p=2$, $3q+1=22$이므로 $p=2$, $q=7$

$\therefore q-p=5$

답 ③

26 $(3x+1)(x+4)=3x-2$에서

$3x^2+13x+4=3x-2$

$3x^2+10x+6=0$ $\therefore x=\dfrac{-5\pm\sqrt{7}}{3}$

따라서 $\alpha=\dfrac{-5-\sqrt{7}}{3}$, $\beta=\dfrac{-5+\sqrt{7}}{3}$

또는 $\alpha=\dfrac{-5+\sqrt{7}}{3}$, $\beta=\dfrac{-5-\sqrt{7}}{3}$이므로

$\alpha\beta=2$

답 ④

27 주어진 방정식의 양변에 10을 곱하면

$4x^2+8x-5=0$, $(2x+5)(2x-1)=0$

$\therefore x=-\dfrac{5}{2}$ 또는 $x=\dfrac{1}{2}$

따라서 두 근의 차는

(큰 수)−(작은 수)

$\dfrac{1}{2}-\left(-\dfrac{5}{2}\right)=3$

답 ⑤

28 주어진 방정식의 양변에 20을 곱하면

$5x^2-16x+20A=0$

$\therefore x=\dfrac{8\pm\sqrt{64-100A}}{5}$ ··· ❶

따라서 $B=8$, $64-100A=14$이므로

$A=\dfrac{1}{2}$, $B=8$ ··· ❷

$\therefore 2AB=8$ ··· ❸

답 8

채점 기준	비율
❶ 이차방정식의 해를 A로 나타낼 수 있다.	50 %
❷ A, B의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $2AB$의 값을 구할 수 있다.	10 %

29 $x^2-ax+0.\dot{2}=0$에서 $x^2-ax+\dfrac{2}{9}=0$

$x=0.\dot{6}$, 즉 $x=\dfrac{2}{3}$를 $x^2-ax+\dfrac{2}{9}=0$에 대입하면

$\left(\dfrac{2}{3}\right)^2-\dfrac{2}{3}a+\dfrac{2}{9}=0$

$\dfrac{2}{3}a=\dfrac{2}{3}$ $\therefore a=1$

즉 주어진 이차방정식은 $x^2-x+\dfrac{2}{9}=0$이므로 양변에 9를 곱하면

$9x^2-9x+2=0$, $(3x-1)(3x-2)=0$

$\therefore x=\dfrac{1}{3}$ 또는 $x=\dfrac{2}{3}$

따라서 $b=\dfrac{1}{3}$이므로 $a+3b=2$

답 2

30 주어진 방정식의 양변에 4를 곱하면

$(x+1)(x-6)=2x-12$

$x^2-7x+6=0$, $(x-1)(x-6)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=6$

따라서 두 근 사이에 있는 자연수는 2, 3, 4, 5이므로 구하는 합은

$2+3+4+5=14$

답 14

31 $x-\dfrac{1}{3}=A$로 놓으면 $3A^2=12A-10$

$3A^2-12A+10=0$ $\therefore A=\dfrac{6\pm\sqrt{6}}{3}$

즉 $x-\dfrac{1}{3}=\dfrac{6\pm\sqrt{6}}{3}$이므로 $x=\dfrac{7\pm\sqrt{6}}{3}$

답 ③

쎈B 특강

공통부분을 A로 놓고 이차방정식을 푼 경우에 A의 값을 이차방정식의 해로 착각하지 않도록 주의한다.

32 $5x-y=A$로 놓으면

$(A+2)(A+4)+1=0$ ··· ❶

$A^2+6A+9=0$, $(A+3)^2=0$

$\therefore A=-3$ ··· ❷

즉 $5x-y=-3$이므로

$2y-10x=-2(5x-y)=-2\times(-3)=6$ ⋯ ❸

답 6

채점 기준	비율
❶ 공통부분을 A로 놓고 주어진 식을 A에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	30 %
❷ A의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $2y-10x$의 값을 구할 수 있다.	30 %

33 $\frac{x}{2}+1=A$로 놓으면

$\frac{1}{6}A^2-\frac{3}{4}A+\frac{1}{3}=0$

위의 식의 양변에 12를 곱하면

$2A^2-9A+4=0,\quad (2A-1)(A-4)=0$

$\therefore A=\frac{1}{2}$ 또는 $A=4$

즉 $\frac{x}{2}+1=\frac{1}{2}$ 또는 $\frac{x}{2}+1=4$이므로

$x=-1$ 또는 $x=6$

따라서 $4x^2+3ax+a^2-2=0$의 한 근이 $x=-1$이므로

$4-3a+a^2-2=0,\quad a^2-3a+2=0$

$(a-1)(a-2)=0\quad \therefore a=1$ 또는 $a=2$

즉 모든 a의 값의 곱은 2이다. 답 2

34 $x^2+4xy+4y^2-5=3y^2+6xy-4x+4y$이므로

$x^2-2xy+y^2+4x-4y-5=0$

$(x-y)^2+4(x-y)-5=0$

$x-y=A$로 놓으면

$A^2+4A-5=0,\quad (A+5)(A-1)=0$

$\therefore A=-5$ 또는 $A=1$

$\therefore x-y=-5\ (\because x<y)$ 답 ①

35 $x^2+3x=A$로 놓으면 $A^2-2A-8=0$

$(A+2)(A-4)=0\quad \therefore A=-2$ 또는 $A=4$

(i) $A=-2$, 즉 $x^2+3x=-2$일 때,

$x^2+3x+2=0,\quad (x+2)(x+1)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=-1$

(ii) $A=4$, 즉 $x^2+3x=4$일 때,

$x^2+3x-4=0,\quad (x+4)(x-1)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=1$

(i), (ii)에서 주어진 방정식의 해는

$x=-4$ 또는 $x=-2$ 또는 $x=-1$ 또는 $x=1$

이므로 구하는 합은

$-4+(-2)+(-1)+1=-6$ 답 -6

10 이차방정식의 활용

개념 정리

본책 102쪽

❶ $>$ ❷ 1 ❸ $<$ ❹ $\alpha+\beta$ ❺ $p-q\sqrt{m}$

쎈 B 유형 뽀개기

본책 103쪽

01 (ㄱ) $5^2-4\times2\times1=17>0$ → 2개

(ㄴ) $5x^2-4x+2=0$이므로

$(-4)^2-4\times5\times2=-24<0$ → 0개

(ㄷ) $x^2-8x+16=0$이므로

$(-8)^2-4\times1\times16=0$ → 1개

(ㄹ) $\frac{1}{3}x^2-x-\frac{1}{2}=0$이므로

$(-1)^2-4\times\frac{1}{3}\times\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{5}{3}>0$ → 2개

이상에서 서로 다른 두 근을 갖는 이차방정식은 (ㄱ), (ㄹ)이다.

답 ③

02 ① $3^2-4\times1\times(-2)=17>0$ → 2개

② $0^2-4\times9\times(-1)=36>0$ → 2개

③ $(-1)^2-4\times2\times(-1)=9>0$ → 2개

④ $4^2-4\times4\times1=0$ → 1개

⑤ $8^2-4\times3\times4=16>0$ → 2개

답 ④

03 ① $(-6)^2-4\times1\times6=12>0$ → 2개

② $4x^2-12x+9=0$이므로

$(-12)^2-4\times4\times9=0$ → 1개

③ $\left(\frac{1}{2}\right)^2-4\times\frac{3}{4}\times(-1)=\frac{13}{4}>0$ → 2개

④ $(x+4)^2=2x+7$에서 $x^2+8x+16=2x+7$

따라서 $x^2+6x+9=0$이므로

$6^2-4\times1\times9=0$ → 1개

⑤ $(2x+1)(2x-1)=3x-2$에서 $4x^2-1=3x-2$

따라서 $4x^2-3x+1=0$이므로

$(-3)^2-4\times4\times1=-7<0$ → 0개

답 ⑤

04 ① $(-5)^2-4\times1\times7=-3<0$이므로 근이 없다.

② $8^2-4\times1\times0=64>0$이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.

③ $(-2)^2-4\times1\times4=-12<0$이므로 근이 없다.

④ $A=2$, $B=1$이면 $2^2-4\times1\times1=0$이므로 중근을 갖는다.

⑤ $B<0$이면 $A^2-4B>0$이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.

답 ③, ⑤

05 $a=b-c$에서 $\quad b=a+c$

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$에서

$$\begin{aligned} b^2-4ac &= (a+c)^2-4ac \\ &= a^2+2ac+c^2-4ac \\ &= a^2-2ac+c^2 \\ &= (a-c)^2 \end{aligned}$$

이때 $\underline{a\neq c}$이므로 $\quad (a-c)^2>0$

a, b, c는 서로 다른 세 실수이다.

$\therefore b^2-4ac>0$

따라서 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$은 서로 다른 두 근을 갖는다. 답 2

06 $(-6)^2-4(2k-1)\geq 0$이므로

$40-8k\geq 0 \quad \therefore k\leq 5$

따라서 자연수 k는 1, 2, 3, 4, 5의 5개이다. 답 5

07 $(2k)^2-4(-3k+10)=0$이므로

$k^2+3k-10=0, \quad (k+5)(k-2)=0$

$\therefore k=-5$ 또는 $k=2$

따라서 구하는 곱은 $\quad -5\times 2=-10$ 답 ②

08 $(-3)^2-4(7-k)>0$이므로

$-19+4k>0 \quad \therefore k>\dfrac{19}{4}$ ··· ❶

따라서 가장 작은 정수 k의 값은 5이다. ··· ❷

답 5

채점 기준	비율
❶ k의 값의 범위를 구할 수 있다.	70 %
❷ 가장 작은 정수 k의 값을 구할 수 있다.	30 %

09 $x(x+1)=A$에서 $\quad x^2+x-A=0$

$1^2-4\times(-A)=0$이므로

$1+4A=0 \quad \therefore A=-\dfrac{1}{4}$

따라서 주어진 이차방정식은 $x^2+x+\dfrac{1}{4}=0$이므로

$\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2=0 \quad \therefore x=-\dfrac{1}{2}$

즉 $B=-\dfrac{1}{2}$이므로

$8AB=1$ 답 ④

10 $\{-(4k-1)\}^2-4\times k\times(4k+1)<0$이므로

$-12k+1<0 \quad \therefore k>\dfrac{1}{12}$

따라서 k의 값이 될 수 없는 것은 ①이다. 답 ①

11 $4^2-4\times(m-1)\times(-1)>0$이므로

$4m+12>0 \quad \therefore m>-3$

이때 $\underline{m-1\neq 0}$, 즉 $m\neq 1$이므로

이차방정식이므로 (x^2의 계수)$\neq 0$

$-3<m<1$ 또는 $m>1$ 답 ⑤

12 두 근이 -4, 1이고 x^2의 계수가 3인 이차방정식은

$3(x+4)(x-1)=0 \quad \therefore 3x^2+9x-12=0$

따라서 $a=9$, $b=-12$이므로

$a-b=21$ 답 ②

13 x^2의 계수가 5이고 -3을 중근으로 갖는 이차방정식은

$5(x+3)^2=0 \quad \therefore 5x^2+30x+45=0$ ··· ❶

이 방정식이 $5x^2+2Ax+9B=0$과 일치하므로

$2A=30$, $9B=45$

따라서 $A=15$, $B=5$이므로 ··· ❷

$A+B=20$ ··· ❸

답 20

채점 기준	비율
❶ x^2의 계수가 5이고 -3을 중근으로 갖는 이차방정식을 구할 수 있다.	50 %
❷ A, B의 값을 구할 수 있다.	30 %
❸ $A+B$의 값을 구할 수 있다.	20 %

14 $(-12)^2-4\times 4\times m=0$이므로

$144-16m=0 \quad \therefore m=9$

따라서 두 근이 9, $\underline{3}$이고 x^2의 계수가 2인 이차방정식은

$m-6=9-6=3$

$2(x-3)(x-9)=0$

$\therefore 2x^2-24x+54=0$ 답 ①

15 $2<\sqrt{5}<3$이므로 $\sqrt{5}$의 소수 부분은

$\sqrt{5}-2$

$5<\sqrt{30}<6$에서 $4<\sqrt{30}-1<5$이므로 $\sqrt{30}-1$의 정수 부분은

4

두 근이 $\sqrt{5}-2$, 4이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x-\sqrt{5}+2)(x-4)=0$

$\therefore x^2-(2+\sqrt{5})x+4(\sqrt{5}-2)=0$

따라서 $a=-(2+\sqrt{5})$, $b=4(\sqrt{5}-2)$이므로

$$\begin{aligned} ab &= -(2+\sqrt{5})\times 4(\sqrt{5}-2) \\ &= -4(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)=-4 \end{aligned}$$

답 ③

16 $y=ax+b$의 그래프에서

$\underline{a=-\dfrac{5}{3},\ b=-5}$ ··· ❶

$a=$(기울기), $b=$(y절편)

따라서 $-\dfrac{5}{3}$, -5를 두 근으로 하고 x^2의 계수가 3인 이차방정식은

$3\left(x+\dfrac{5}{3}\right)(x+5)=0$

$\therefore 3x^2+20x+25=0$ ··· ❷

답 $3x^2+20x+25=0$

채점 기준	비율
❶ a, b의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ 이차방정식을 구할 수 있다.	60 %

17 주어진 이차방정식의 두 근을 α, $\alpha+4$라 하면 α, $\alpha+4$를 두 근으로 하고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x-\alpha)(x-\alpha-4)=0$

$\therefore x^2-2(\alpha+2)x+\alpha(\alpha+4)=0$

이 방정식이 $x^2+10x+k=0$과 일치하므로

$-2(\alpha+2)=10$, $\alpha(\alpha+4)=k$

$-2(\alpha+2)=10$에서 $\alpha=-7$이므로

$k=\alpha(\alpha+4)=-7\times(-3)=21$

$\alpha+2=-5$이므로 $\alpha=-7$

답 ④

18 주어진 이차방정식의 두 근을 α, 2α $(\alpha\neq0)$라 하면 α, 2α를 두 근으로 하고 x^2의 계수가 3인 이차방정식은

$3(x-\alpha)(x-2\alpha)=0$

$\therefore 3x^2-9\alpha x+6\alpha^2=0$

이 방정식이 $3x^2-27x+k=0$과 일치하므로

$-9\alpha=-27$, $6\alpha^2=k$

$-9\alpha=-27$에서 $\alpha=3$이므로

$k=6\alpha^2=6\times9=54$

답 54

19 주어진 이차방정식의 두 근을 2α, 3α $(\alpha\neq0)$라 하면 2α, 3α를 두 근으로 하고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x-2\alpha)(x-3\alpha)=0$

$\therefore x^2-5\alpha x+6\alpha^2=0$ ⋯ ❶

이 방정식이 $x^2-(k+6)x+6k=0$과 일치하므로

$-5\alpha=-(k+6)$, $6\alpha^2=6k$

즉 $\alpha=\dfrac{k+6}{5}$이므로 이것을 $6\alpha^2=6k$에 대입하면

$6\left(\dfrac{k+6}{5}\right)^2=6k$, $\quad k^2+12k+36=25k$

$k^2-13k+36=0$, $\quad (k-4)(k-9)=0$

$\therefore k=4$ 또는 $k=9$ ⋯ ❷

따라서 구하는 합은 $\quad 4+9=13$ ⋯ ❸

답 13

채점 기준	비율
❶ 두 근의 비가 2 : 3인 이차방정식을 세울 수 있다.	30 %
❷ k의 값을 구할 수 있다.	50 %
❸ 모든 k의 값의 합을 구할 수 있다.	20 %

다른 풀이 $x^2-(k+6)x+6k=0$에서

$(x-k)(x-6)=0$ $\quad \therefore x=k$ 또는 $x=6$

(i) $k<6$인 경우

$k:6=2:3$이므로 $\quad k=4$

(ii) $k>6$인 경우

$6:k=2:3$이므로 $\quad k=9$

(i), (ii)에서 구하는 합은 $\quad 4+9=13$

20 주어진 이차방정식의 두 근을 α, $\alpha+3$이라 하면 α, $\alpha+3$을 두 근으로 하고 x^2의 계수가 2인 이차방정식은

$2(x-\alpha)(x-\alpha-3)=0$

$\therefore 2x^2-2(2\alpha+3)x+2\alpha(\alpha+3)=0$

이 방정식이 $2x^2+2x-m^2+3m=0$과 일치하므로

$-2(2\alpha+3)=2$, $2\alpha(\alpha+3)=-m^2+3m$

$-2(2\alpha+3)=2$에서 $\alpha=-2$이므로

$2\times(-2)\times1=-m^2+3m$

$2\alpha+3=-1$이므로 $2\alpha=-4$ $\therefore \alpha=-2$

$m^2-3m-4=0$, $\quad (m+1)(m-4)=0$

$\therefore m=4$ ($\because m>0$)

답 4

21 -6과 2를 두 근으로 하고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x+6)(x-2)=0$ $\quad \therefore x^2+4x-12=0$

민준이는 상수항을 바르게 보았으므로 $\quad b=-12$

5를 중근으로 갖고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x-5)^2=0$ $\quad \therefore x^2-10x+25=0$

지현이는 x의 계수를 바르게 보았으므로 $\quad a=-10$

$\therefore a-b=2$

답 ⑤

22 $x^2-5ax+4a=0$에서 x의 계수와 상수항을 바꾸면

$x^2+4ax-5a=0$

$x=-5$를 위의 식에 대입하면

$(-5)^2+4a\times(-5)-5a=0$, $\quad 25-25a=0$

$\therefore a=1$ ⋯ ❶

따라서 처음 이차방정식은 $x^2-5x+4=0$이므로

$(x-1)(x-4)=0$ $\quad \therefore x=1$ 또는 $x=4$ ⋯ ❷

답 $x=1$ 또는 $x=4$

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	50 %
❷ 처음 이차방정식의 해를 구할 수 있다.	50 %

23 -1과 8을 두 근으로 하고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x+1)(x-8)=0$ $\quad \therefore x^2-7x-8=0$

성진이는 상수항을 바르게 보았으므로 처음에 주어진 이차방정식의 상수항은 -8이다.

$1\pm\sqrt{2}$를 두 근으로 하고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x-1+\sqrt{2})(x-1-\sqrt{2})=0$ $\quad \therefore x^2-2x-1=0$

우정이는 x의 계수를 바르게 보았으므로 처음에 주어진 이차방정식의 x의 계수는 -2이다.

따라서 처음에 주어진 이차방정식은 $x^2-2x-8=0$이다.

답 $x^2-2x-8=0$

참고 $1\pm\sqrt{2}$를 두 근으로 하고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은 다음과 같이 구할 수도 있다.

$x=1\pm\sqrt{2}$에서 $\quad x-1=\pm\sqrt{2}$

양변을 제곱하면 $\quad (x-1)^2=2$

$x^2-2x+1=2$ $\quad \therefore x^2-2x-1=0$

24 $\dfrac{1}{2+\sqrt{5}}=\dfrac{2-\sqrt{5}}{(2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5})}=-2+\sqrt{5}$

이므로 다른 한 근은 $-2-\sqrt{5}$이다. 답 ①

25 $1<\sqrt{2}<2$이므로 $5<7-\sqrt{2}<6$

따라서 $7-\sqrt{2}$의 소수 부분은

$(7-\sqrt{2})-5=2-\sqrt{2}$

이므로 다른 한 근은 $2+\sqrt{2}$이다. 답 $2+\sqrt{2}$

26 다른 한 근은 $3-\sqrt{10}$이므로

$m=(3-\sqrt{10})+(3+\sqrt{10})=6$,

$n=(3-\sqrt{10})(3+\sqrt{10})=-1$

$\therefore m-n=7$ 답 7

27 $\dfrac{n(n-3)}{2}=54$이므로 $n^2-3n-108=0$

$(n+9)(n-12)=0$ $\therefore n=12$ ($\because n$은 자연수)

따라서 구하는 다각형은 십이각형이다. 답 ⑤

28 $\dfrac{n(n+1)}{2}=36$이므로 $n^2+n-72=0$

$(n+9)(n-8)=0$ $\therefore n=8$ ($\because n$은 자연수)

따라서 36개의 점을 찍는 것은 여덟 번째이다. 답 ③

29 $\dfrac{n(n-1)}{2}=45$이므로 $n^2-n-90=0$

$(n+9)(n-10)=0$ $\therefore n=10$ ($\because n$은 자연수)

따라서 이 모임에 참석한 학생은 10명이다. 답 10명

30 어떤 수를 x라 하면 $x^2-63=2x$

$x^2-2x-63=0$, $(x+7)(x-9)=0$

$\therefore x=-7$ 또는 $x=9$ 답 -7, 9

31 어떤 수를 x라 하면 $x+x^2=110$

$x^2+x-110=0$, $(x+11)(x-10)=0$

$\therefore x=-11$ 또는 $x=10$

따라서 구하는 값은

$-11+10=-1$ 답 ②

32 두 자연수를 x, $x+5$라 하면

$x(x+5)=84$, $x^2+5x-84=0$

$(x+12)(x-7)=0$ $\therefore x=7$ ($\because x$는 자연수)

따라서 두 자연수는 7, 12이므로 구하는 합은

$7+12=19$ 답 ③

33 어떤 양수를 x라 하면

$x(x+2)=143$, $x^2+2x-143=0$

$(x+13)(x-11)=0$ $\therefore x=11$ ($\because x>0$)

따라서 구하는 곱은

$11\times9=99$ 답 99

34 조건 (가)에서 십의 자리의 숫자를 x라 하면 일의 자리의 숫자는

$14-x$

조건 (나)에서

십의 자리의 숫자가 a, 일의 자리의 숫자가 b인 두 자리 자연수는 $10a+b$

$x(14-x)=(10x+14-x)-20$ ··· ❶

$x^2-5x-6=0$, $(x+1)(x-6)=0$

$\therefore x=6$ ($\because x$는 자연수) ··· ❷

따라서 구하는 수는 68이다. ··· ❸

$14-6=8$이므로 일의 자리의 숫자는 8이다.

답 68

채점 기준	비율
❶ 이차방정식을 세울 수 있다.	40 %
❷ 이차방정식을 풀 수 있다.	40 %
❸ 두 자리 자연수를 구할 수 있다.	20 %

35 연속하는 세 자연수를 $x-1$, x, $x+1$이라 하면

$7\{(x+1)+(x-1)\}-13=x^2$

$x^2-14x+13=0$, $(x-1)(x-13)=0$

$\therefore x=13$ ($\because x>1$)

따라서 가장 큰 수는 14이다. 답 ③

참고 세 자연수는 12, 13, 14이다.

쎈B 특강

35번에서 연속하는 세 자연수를 x, $x+1$, $x+2$ 또는 $x-2$, $x-1$, x로 놓고 방정식을 세워도 동일한 답을 구할 수 있다.
방정식을 세우는 과정에서 무엇을 미지수로 정하느냐에 따라 방정식은 서로 다를 수 있지만 구하는 결과는 같다. 따라서 주어진 조건에 따라 계산이 간편해지도록 적절히 미지수를 정한다.

36 연속하는 두 짝수를 x, $x+2$라 하면

$x^2+(x+2)^2=244$ ··· ❶

$x^2+2x-120=0$, $(x+12)(x-10)=0$

$\therefore x=10$ ($\because x$는 자연수) ··· ❷

따라서 두 짝수는 10, 12이므로 구하는 곱은

$10\times12=120$ ··· ❸

답 120

채점 기준	비율
❶ 이차방정식을 세울 수 있다.	40 %
❷ 이차방정식을 풀 수 있다.	40 %
❸ 두 수의 곱을 구할 수 있다.	20 %

37 연속하는 세 홀수를 $x-2$, x, $x+2$라 하면

$(x+2)^2=3x(x-2)-24$

$x^2-5x-14=0$, $(x+2)(x-7)=0$

$\therefore x=7$ ($\because x>2$)

따라서 세 홀수는 5, 7, 9이므로 구하는 합은

$5+7+9=21$ 답 21

38 연속하는 세 짝수를 $x-2$, x, $x+2$라 하면

$(x-2)^2+x^2+(x+2)^2=200$

$3x^2+8=200$, $\quad x^2-64=0$

$(x+8)(x-8)=0 \quad \therefore x=8\ (\because x>2)$

즉 연속하는 세 짝수는 6, 8, 10이다.

이때 $6^2+8^2=10^2$이므로 6, 8, 10을 세 변의 길이로 하는 삼각형은 빗변의 길이가 10인 직각삼각형이다.

따라서 구하는 삼각형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times6\times8=24$ 답 24

쎈B 특강

세 변의 길이가 a, b, c인 $\triangle ABC$에서 c가 가장 긴 변의 길이일 때
① $a^2+b^2>c^2$ ➡ $\triangle ABC$는 예각삼각형
② $a^2+b^2=c^2$ ➡ $\triangle ABC$는 직각삼각형
③ $a^2+b^2<c^2$ ➡ $\triangle ABC$는 둔각삼각형

39 수현이의 나이를 x살이라 하면 언니의 나이는 $(x+4)$살이므로

$(x+4)^2=2x^2+7$, $\quad x^2-8x-9=0$

$(x+1)(x-9)=0 \quad \therefore x=9\ (\because x$는 자연수$)$

따라서 수현이의 나이는 9살이다. 답 ①

40 왼쪽 면의 쪽수를 x라 하면 오른쪽 면의 쪽수는 $x+1$이므로

$x(x+1)=210$, $\quad x^2+x-210=0$

$(x+15)(x-14)=0 \quad \therefore x=14\ (\because x$는 자연수$)$

따라서 두 면의 쪽수는 14, 15이므로 구하는 합은

$14+15=29$ 답 29

41 여름 휴가의 날짜를 7월 $(x-1)$일, x일, $(x+1)$일이라 하면

$(x-1)^2+x^2+(x+1)^2=365$

$3x^2+2=365$, $\quad x^2-121=0$

$(x+11)(x-11)=0 \quad \therefore x=11\ (\because x>1)$

따라서 출발 날짜는 7월 10일이다. 답 ③

42 미경이의 생일을 10월 x일이라 하면 준수의 생일은 10월 $(x-5)$일이므로

$x(x-5)=176$, $\quad x^2-5x-176=0$

$(x+11)(x-16)=0 \quad \therefore x=16\ (\because x>5)$

따라서 미경이의 생일은 10월 16일이다. 답 10월 16일

43 인상하기 전 상품의 가격을 A원, 이때의 판매량을 B개라 하면 가격 인상 전후의 매출액이 같으므로

$AB=A\left(1+\frac{8x}{100}\right)B\left(1-\frac{5x}{100}\right)$

$1=1+\frac{3}{100}x-\frac{1}{250}x^2$

$2x^2-15x=0$, $\quad x(2x-15)=0$

$\therefore x=\frac{15}{2}\ (\because x>0)$ 답 ④

44 처음 동아리 학생 수를 x라 하면 새로 온 학생이 받은 관람권의 수는 x이므로 다른 학생 1명이 갖고 있는 관람권의 수는 $x-6$이다. 즉 처음에 학생 1명이 받은 관람권의 수가 $x-5$이므로

$x(x-5)=126$, $\quad x^2-5x-126=0$

$(x+9)(x-14)=0 \quad \therefore x=14\ (\because x$는 자연수$)$

따라서 처음 동아리 학생 수는 14이다. 답 14

45 $2+3t-5t^2=0$이므로

$5t^2-3t-2=0$, $\quad (5t+2)(t-1)=0$

$\therefore t=1\ (\because t>0)$

따라서 1초 후에 공이 지면에 떨어진다. 답 ①

46 $-5t^2+30t+80=120$이므로

$t^2-6t+8=0$, $\quad (t-2)(t-4)=0$

$\therefore t=2$ 또는 $t=4$

따라서 2초 후에 터지도록 해야 한다. 답 2초

47 (1) $-5\times3^2+40\times3=75\,(\text{m})$ ··· ❶

(2) $-5t^2+40t=75$이므로

$t^2-8t+15=0$, $\quad (t-3)(t-5)=0$

$\therefore t=3$ 또는 $t=5$ ··· ❷

따라서 5초 후에 (1)의 높이, 즉 75 m인 지점을 다시 지난다. ··· ❸

답 (1) 75 m (2) 5초

채점 기준	비율
❶ 3초 후의 공의 높이를 구할 수 있다.	30 %
❷ 방정식 $-5t^2+40t=75$를 풀 수 있다.	50 %
❸ 몇 초 후에 (1)의 높이인 지점을 다시 지나는지 구할 수 있다.	20 %

48 $45t-5t^2=70$이므로

$t^2-9t+14=0$, $\quad (t-2)(t-7)=0$

$\therefore t=2$ 또는 $t=7$

따라서 높이가 70 m 이상인 지점을 지나는 시간은 2초 후부터 7초 후까지이므로 5초 동안이다. 답 5초

49 둘레의 길이가 42 cm이므로 가로의 길이와 세로의 길이의 합은 $\frac{42}{2}=21\,(\text{cm})$

따라서 세로의 길이를 x cm라 하면 가로의 길이는 $(21-x)$ cm이므로

$x(21-x)=108$, $\quad x^2-21x+108=0$

$(x-9)(x-12)=0 \quad \therefore x=9$ 또는 $x=12$

이때 가로의 길이가 세로의 길이보다 더 길어야 하므로

$x=9$ └ $x=12$이면 가로의 길이는 9 cm, 세로의 길이는 12 cm이므로 세로의 길이가 더 길다.

따라서 세로의 길이는 9 cm이다. 답 9 cm

50 $\overline{AP}=x$ cm라 하면 $\overline{PB}=(7-x)$ cm, $\overline{BQ}=(9-x)$ cm 이므로
└ $\overline{AP}=\overline{CQ}$이므로 $\overline{BQ}=\overline{BC}-\overline{AP}$

$\frac{1}{2}(7-x)(9-x)=12$

$x^2-16x+39=0$, $(x-3)(x-13)=0$

$\therefore x=3$ ($\because 0<x<7$) └ 점 P는 두 점 A, B를 제외한 $\overline{AB}$ 위의 점이다.

따라서 $\overline{AP}$의 길이는 3 cm이다. 답 ③

51 $\overline{CD}=x$ cm라 하면 $\overline{AF}=\overline{FE}=x$ (cm)이고, $\overline{AC}=\overline{BC}=12$ (cm)이므로

$\overline{FC}=12-x$ (cm)

□CDEF의 넓이가 20 cm^{2}이므로

$x(12-x)=20$, $x^2-12x+20=0$

$(x-2)(x-10)=0$ $\therefore x=2$ 또는 $x=10$

이때 $\overline{CD}<\overline{DE}$이므로

$x<12-x$ $\therefore x<6$

$\therefore x=2$

따라서 $\overline{CD}=2$ cm이므로 처음 직사각형 모양의 종이의 가로의 길이는

$12+2=14$ (cm) 답 ②

다른 풀이 처음 직사각형 모양의 종이의 가로의 길이를 x cm라 하면 직사각형 CDEF의 넓이는

$12\times x-12\times 12-(x-12)^2=20$

$x^2-36x+308=0$, $(x-14)(x-22)=0$

$\therefore x=14$ 또는 $x=22$

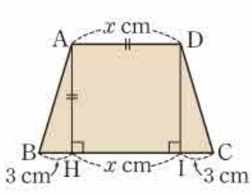
그런데 $\overline{CD}<\overline{DE}$이므로

$x-12<12-(x-12)$ $\therefore x<18$

$\therefore x=14$

따라서 처음 직사각형 모양의 종이의 가로의 길이는 14 cm이다.

52 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 I라 하고 $\overline{AD}=x$ cm라 하면



$\overline{HI}=\overline{AD}=x$ (cm)

또 △ABH≡△DCI (RHA 합동) 이므로
└ □ABCD가 등변사다리꼴이므로 ∠B=∠C

$\overline{CI}=\overline{BH}=3$ (cm)

따라서 $\overline{BC}=(x+6)$ cm이므로

$\frac{1}{2}\times\{x+(x+6)\}\times x=130$ ⋯ ❶
└ $\overline{AH}=\overline{AD}=x$ (cm)

$x^2+3x-130=0$, $(x+13)(x-10)=0$

$\therefore x=10$ ($\because x>0$) ⋯ ❷

$\therefore \overline{BC}=10+6=16$ (cm) ⋯ ❸

답 16 cm

채점 기준	비율
❶ 이차방정식을 세울 수 있다.	40 %
❷ 이차방정식을 풀 수 있다.	40 %
❸ $\overline{BC}$의 길이를 구할 수 있다.	20 %

53 $\overline{AE}=x$ cm라 하면 $\overline{AH}=(10-x)$ cm이므로 △AEH에서 $x^2+(10-x)^2=8^2$

$x^2-10x+18=0$ $\therefore x=5\pm\sqrt{7}$

이때 $\overline{AE}<\overline{AH}$이므로

$x<10-x$ $\therefore x<5$

$\therefore x=5-\sqrt{7}$

따라서 $\overline{AE}$의 길이는 $(5-\sqrt{7})$ cm이다. 답 ③

다른 풀이 △AEH≡△BFE≡△CGF≡△DHG이므로

□ABCD=□EFGH+4△AEH

$\overline{AE}=x$ cm라 하면 $\overline{AH}=(10-x)$ cm이므로

$10^2=8^2+4\times\frac{1}{2}x(10-x)$

$x^2-10x+18=0$ $\therefore x=5\pm\sqrt{7}$

이때 $\overline{AE}<\overline{AH}$이므로 $x=5-\sqrt{7}$

54 작은 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $(13-x)$ cm이므로

$x^2+(13-x)^2=89$, $x^2-13x+40=0$

$(x-5)(x-8)=0$ $\therefore x=5$ 또는 $x=8$

이때 작은 정사각형의 한 변의 길이는 큰 정사각형의 한 변의 길이보다 짧아야 하므로

$x=5$

따라서 작은 정사각형의 한 변의 길이는 5 cm이다. 답 5 cm

55 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 큰 정사각형의 둘레의 길이는 $4x$ cm이므로 작은 정사각형의 둘레의 길이는 $(24-4x)$ cm이다.

따라서 작은 정사각형의 한 변의 길이는

$\frac{24-4x}{4}=6-x$ (cm)

두 정사각형의 넓이의 비가 3 : 2이므로

$x^2:(6-x)^2=3:2$, $3(6-x)^2=2x^2$

$x^2-36x+108=0$ $\therefore x=18-6\sqrt{6}$ ($\because 3<x<6$)

따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $(18-6\sqrt{6})$ cm이다.

답 $(18-6\sqrt{6})$ cm

참고 $x>6-x$, $6-x>0$이어야 하므로 $3<x<6$

56 $\overline{AP}=x$ cm라 하면 $\overline{BP}=(18-x)$ cm이므로

$\frac{1}{2}x^2+(18-x)^2=108$ ⋯ ❶

$x^2-24x+144=0$, $(x-12)^2=0$

$\therefore x=12$ ⋯ ❷

따라서 직각이등변삼각형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times12\times12=72\,(\text{cm}^2)$ ⋯ ❸

답 72 cm^2

채점 기준	비율
❶ 이차방정식을 세울 수 있다.	40 %
❷ 이차방정식을 풀 수 있다.	40 %
❸ 직각이등변삼각형의 넓이를 구할 수 있다.	20 %

57 $\overline{CG}=x$ cm라 하면 $\overline{BC}=(10-x)$ cm이므로

$\overline{AB}:\overline{CG}=\overline{BC}:\overline{GF}$에서

$8:x=(10-x):3,\quad x(10-x)=24$

$x^2-10x+24=0,\quad (x-4)(x-6)=0$

$\therefore x=4$ 또는 $x=6$

이때 $\overline{BC}>\overline{CG}$이므로

$10-x>x\quad \therefore x<5$

$\therefore x=4$

따라서 $\overline{CG}=4$ cm이므로

$\square\text{CGFE}=4\times3=12\,(\text{cm}^2)$

답 ②

쎈B 특강

평면도형에서 닮음의 성질

닮은 두 평면도형에서

① 대응변의 길이의 비는 일정하다.

② 대응각의 크기는 각각 같다.

58 $\overline{PO}=x$ cm라 하면 $\overline{AO}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times16=8\,(\text{cm})$

$\overline{AP}=(8-x)$ cm, $\overline{PB}=(8+x)$ cm

이므로

$(8+x)^2=4(8-x)^2+21,\quad 3x^2-80x+213=0$

$(x-3)(3x-71)=0\quad \therefore x=3\ (\because 0<x<8)$

따라서 $\overline{PO}$의 길이는 3 cm이다.

답 3 cm

59 타일 1장의 짧은 변의 길이를 a cm, 긴 변의 길이를 b cm라 하면

$4a=3b+3\quad \therefore b=\frac{4}{3}a-1$ ⋯⋯ ㉠

이때 판의 넓이가 312 cm^2이므로

$4a(a+b)=312$

㉠을 위의 식에 대입하면

$4a\left(a+\frac{4}{3}a-1\right)=312,\quad \frac{7}{3}a^2-a=78$

$7a^2-3a-234=0,\quad (7a+39)(a-6)=0$

$\therefore a=6\ (\because a>0)$

따라서 $b=\frac{4}{3}\times6-1=7$이므로 타일 1장의 둘레의 길이는

$2\times(6+7)=26\,(\text{cm})$

답 26 cm

60 가장 작은 반원의 반지름의 길이를 x cm라 하면 두 번째로 큰 반원의 반지름의 길이는 $(12-x)$ cm이므로

$\frac{1}{2}\pi\times12^2-\frac{1}{2}\pi x^2-\frac{1}{2}\pi(12-x)^2=35\pi$

$x^2-12x+35=0,\quad (x-5)(x-7)=0$

$\therefore x=5$ 또는 $x=7$

이때 가장 작은 반원의 반지름의 길이는 두 번째로 큰 반원의 반지름의 길이보다 짧아야 하므로

$x<12-x\quad \therefore x<6$

$\therefore x=5$

따라서 가장 작은 반원의 반지름의 길이는 5 cm이다. 답 ⑤

61 $\pi\times(8+x)^2-\pi\times8^2=80\pi$이므로

$x^2+16x-80=0,\quad (x+20)(x-4)=0$

$\therefore x=4\ (\because x>0)$

답 4

62 연못의 반지름의 길이를 x m라 하면

$\pi\times(x+2)^2-\pi\times x^2=\frac{1}{3}\pi\times(x+2)^2$ ⋯ ❶

$x^2-8x-8=0\quad \therefore x=4+2\sqrt{6}\ (\because x>0)$ ⋯ ❷

따라서 연못의 둘레의 길이는

$2\pi\times(4+2\sqrt{6})=(8+4\sqrt{6})\pi\,(\text{m})$ ⋯ ❸

답 $(8+4\sqrt{6})\pi$ m

채점 기준	비율
❶ 이차방정식을 세울 수 있다.	40 %
❷ 이차방정식을 풀 수 있다.	40 %
❸ 연못의 둘레의 길이를 구할 수 있다.	20 %

63 늘어난 길이를 x m라 하면

$(x+10)(x+6)=10\times6+57$

$x^2+16x-57=0,\quad (x+19)(x-3)=0$

$\therefore x=3\ (\because x>0)$

따라서 가로, 세로의 길이는 처음보다 3 m씩 늘어났다.

답 ③

64 x초 후에 처음 직사각형의 넓이와 같아진다고 하면

$(8+2x)(12-x)=8\times12$

$x^2-8x=0,\quad x(x-8)=0$

$\therefore x=8\ (\because 0<x<12)$

따라서 8초 후에 처음 직사각형의 넓이와 같아진다.

답 8초

65 처음 삼각형의 밑변의 길이를 x cm라 하면

$\frac{1}{2}(x+4)(x+2)=3\times\left(\frac{1}{2}\times x\times x\right)$ 처음 삼각형의 높이도 x cm이다. ⋯ ❶

$x^2-3x-4=0,\quad (x+1)(x-4)=0$

$\therefore x=4\ (\because x>0)$ ⋯ ❷

따라서 처음 삼각형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times4\times4=8\,(\mathrm{cm}^2)$ ···❸

답 $8\ \mathrm{cm}^2$

채점 기준	비율
❶ 이차방정식을 세울 수 있다.	40 %
❷ 이차방정식을 풀 수 있다.	40 %
❸ 처음 삼각형의 넓이를 구할 수 있다.	20 %

66 처음 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이를 x cm라 하면 상자의 밑면은 한 변의 길이가 $(x-6)$ cm인 정사각형이므로

$(x-6)^2\times3=147,\quad (x-6)^2=49$

$x-6=\pm7\quad \therefore x=13\ (\because x>6)$

따라서 처음 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이는 13 cm이다.

답 13 cm

67 잘라 내는 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 상자의 밑면은 가로의 길이가 $(11-2x)$ cm, 세로의 길이가 $(9-2x)$ cm인 직사각형이므로

$(11-2x)(9-2x)=35,\quad x^2-10x+16=0$

$(x-2)(x-8)=0\quad \therefore x=2$ 또는 $x=8$

이때 $9-2x>0$이어야 하므로 $\quad x<\frac{9}{2}$

$\therefore x=2$

따라서 잘라 내는 정사각형의 한 변의 길이는 2 cm이다.

답 2 cm

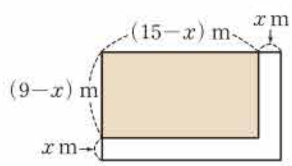
68 물받이의 높이를 x cm라 하면 빗금 친 부분은 가로의 길이가 $(38-2x)$ cm, 세로의 길이가 x cm인 직사각형 모양이므로

$x(38-2x)=180,\quad x^2-19x+90=0$

$(x-9)(x-10)=0\quad \therefore x=9$ 또는 $x=10$

따라서 물받이의 높이는 9 cm 또는 10 cm이다. 답 ④, ⑤

69 도로의 폭을 x m라 하면 도로를 제외한 땅의 넓이는 가로의 길이가 $(15-x)$ m, 세로의 길이가 $(9-x)$ m인 직사각형의 넓이와 같으므로



$(15-x)(9-x)=91,\quad x^2-24x+44=0$

$(x-2)(x-22)=0\quad \therefore x=2\ (\because 0<x<9)$

따라서 도로의 폭은 2 m이다. 답 2 m

70 길의 폭을 x m라 하면

$(18-x)^2=196,\quad 18-x=\pm14$

$\therefore x=4\ (\because 0<x<18)$

따라서 길의 폭은 4 m이다. 답 ③

71 산책로의 폭을 x m라 하면

$(16+2x)(7+2x)-16\times7=140$

$2x^2+23x-70=0,\quad (x+14)(2x-5)=0$

$\therefore x=\frac{5}{2}\ (\because x>0)$

따라서 산책로의 폭은 $\frac{5}{2}$ m이다. 답 ④

72 길의 폭을 x m라 하면 길을 제외한 땅은 가로의 길이가 $(20-x)$ m, 세로의 길이가 $(14-2x)$ m인 직사각형 모양이므로

$(20-x)(14-2x)=136$

$x^2-27x+72=0,\quad (x-3)(x-24)=0$

$\therefore x=3$ 또는 $x=24$

이때 $14-2x>0$이어야 하므로 $\quad x<7$

$\therefore x=3$

따라서 길의 폭은 3 m이다. 답 3 m

73 길의 폭을 x m라 하면 길을 제외한 공연장의 넓이는 가로의 길이가 $(30-2x)$ m, 세로의 길이가 $(40-x)$ m인 직사각형의 넓이와 같으므로

$(30-2x)(40-x)=700$ ···❶

$x^2-55x+250=0,\quad (x-5)(x-50)=0$

$\therefore x=5$ 또는 $x=50$

이때 $30-2x>0$이어야 하므로 $\quad x<15$

$\therefore x=5$ ···❷

따라서 길의 폭은 5 m이다. ···❸

답 5 m

채점 기준	비율
❶ 이차방정식을 세울 수 있다.	40 %
❷ 이차방정식을 풀 수 있다.	50 %
❸ 길의 폭을 구할 수 있다.	10 %

11 이차함수의 그래프 (1)

개념 정리 본책 116쪽

❶ 이차함수 ❷ 감소 ❸ 증가 ❹ 아래
❺ 위 ❻ 꼭짓점 ❼ $(0,\ q)$ ❽ $x=p$
❾ p ❿ q

쎈B 유형 뽀개기

본책 117쪽

01 ② $y=x^2-5x$
③ $y=3x-x^2+x^2=3x$
⑤ $y=4x^2-(4x^2-4x+1)=4x-1$

답 ②, ④

02 ① $y=x^2$
② $y=x^2+8x+16$
④ $y=6x^2-2x-6x^2=-2x$
⑤ $y=x^2-1$

답 ④

03 ㈀ $y=2\pi x$ ㈁ $y=x(x+3)=x^2+3x$
㈂ $y=6x^2$ ㈃ $y=8\pi x^2$
이상에서 이차함수인 것은 ㈁, ㈂, ㈃이다.

답 ㈁, ㈂, ㈃

04 (1) 새로운 직사각형의 가로, 세로의 길이는 각각 $(x+7)$ cm, $(x+4)$ cm이므로
$y=(x+7)(x+4)=x^2+11x+28$
(2) (1)에서 구한 식이 $y=ax^2+bx+c\ (a\neq0)$ 꼴이므로 y는 x에 대한 이차함수이다.

답 (1) $y=x^2+11x+28$ (2) 이차함수이다.

05 $\underbrace{y=(2a-1)x^2+3x-4x^2-1=(2a-5)x^2+3x-1}_{y=px^2+qx+r\text{ 꼴로 정리한다.}}$
이 함수가 이차함수이려면
$2a-5\neq0 \qquad \therefore a\neq\dfrac{5}{2}$

답 ⑤

06 $y=ax^2-x+2(x^2-1)=(a+2)x^2-x-2$ ··· ❶
이 함수가 이차함수이려면
$a+2\neq0 \qquad \therefore a\neq-2$ ··· ❷

답 $a\neq-2$

채점 기준	비율
❶ $y=px^2+qx+r$ 꼴로 정리할 수 있다.	60 %
❷ a의 조건을 구할 수 있다.	40 %

07 $y=k(k+3)x^2+6x-4x^2=(k^2+3k-4)x^2+6x$
이 함수가 이차함수이려면
$k^2+3k-4\neq0, \qquad (k+4)(k-1)\neq0$
$\therefore k\neq-4$이고 $k\neq1$

답 ①, ④

08 $f(-1)=(-1)^2-5\times(-1)+1=7$,
$f(2)=2^2-5\times2+1=-5$이므로
$f(-1)+f(2)=2$

답 2

09 $f(a)=-a^2+9a-a=16$이므로
$a^2-8a+16=0, \qquad (a-4)^2=0$
$\therefore a=4$

답 ④

10 $f(-4)=2\times(-4)^2+a\times(-4)-7=9$이므로
$-4a+25=9, \qquad -4a=-16 \qquad \therefore a=4$ ··· ❶
따라서 $f(x)=2x^2+4x-7$이므로
$b=f(3)=2\times3^2+4\times3-7=23$ ··· ❷
$\therefore b-a=19$ ··· ❸

답 19

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ b의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $b-a$의 값을 구할 수 있다.	20 %

11 $f(-1)=(-1)^2+a\times(-1)+b=-1$이므로
$a-b=2$ ······ ㉠
$f(2)=2^2+a\times2+b=14$이므로
$2a+b=10$ ······ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면
$a=4,\ b=2$
따라서 $f(x)=x^2+4x+2$이므로
$f(-5)=(-5)^2+4\times(-5)+2=7$

답 7

12 주어진 그래프에서
$\dfrac{3}{4}<a<2$
따라서 실수 a의 값이 될 수 없는 것은 ①이다.

답 ①

13 주어진 이차함수의 그래프는 모두 $y=ax^2$ 꼴이다.
㉠, ㉡의 그래프는 아래로 볼록하므로 $a>0$이고, ㉠의 그래프가 ㉡의 그래프보다 폭이 좁으므로
㉠-(1), ㉡-(3)
㉢, ㉣의 그래프는 위로 볼록하므로 $a<0$이고, ㉣의 그래프가 ㉢의 그래프보다 폭이 좁으므로
㉢-(2), ㉣-(4)

답 (1) ㉠ (2) ㉢ (3) ㉡ (4) ㉣

14 $-4<2a<0$이므로 $\qquad -2<a<0$

답 $-2<a<0$

15 주어진 이차함수는 모두 $y=ax^2$ 꼴이므로 그래프가 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁으려면 $a<0$이면서 a의 절댓값이 가장 커야 한다.
이때 $a<0$인 것은 ③, ④, ⑤이고,

$$|-1|<\left|-\frac{3}{2}\right|<\left|-\frac{7}{4}\right| \quad -\frac{6}{4}$$

이므로 구하는 것은 ⑤이다. 답 ⑤

16 이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 색칠한 부분을 지나려면

$$-2<a<0 \text{ 또는 } 0<a<\frac{2}{3}$$

따라서 색칠한 부분을 지나지 않는 것은 ①, ⑤이다.
답 ①, ⑤

17 $y=ax^2$의 그래프가 $y=6x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이므로

$$a=-6$$

$y=bx^2$의 그래프가 $y=-\frac{1}{3}x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이므로 $\quad b=\frac{1}{3}$

$$\therefore ab=-2$$ 답 -2

18 두 이차함수의 그래프가 x축에 대하여 대칭이면 x^2의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이므로 (ㄱ)과 (ㅂ), (ㄴ)과 (ㅁ)의 그래프가 각각 x축에 대하여 대칭이다. 답 ②, ④

19 ① $y=ax^2$과 $y=dx^2$, $y=bx^2$과 $y=cx^2$의 그래프가 각각 x축에 대하여 대칭이므로

$$d=-a,\ c=-b$$
$$\therefore a+b+c+d=a+b+(-b)+(-a)=0$$

② $y=ax^2$의 그래프가 $y=cx^2$의 그래프보다 폭이 좁으므로

$$|a|>|c|$$

③ $y=bx^2$의 그래프가 $y=dx^2$의 그래프보다 폭이 넓으므로

$$|b|<|d|$$

④, ⑤ $a>0,\ b>0,\ c<0,\ d<0$이고 $y=bx^2$의 그래프가 $y=ax^2$의 그래프보다 폭이 넓고 $y=cx^2$의 그래프가 $y=dx^2$의 그래프보다 폭이 넓으므로

$$|b|<|a|,\ |c|<|d|$$
$$\therefore a>b>\underline{c>d}$$ 음수끼리는 절댓값이 큰 수가 작다.

따라서 $a,\ b,\ c,\ d$ 중 가장 큰 값은 a, 가장 작은 값은 d이다.

답 ⑤

20 ④ $|a|>\left|\frac{1}{2}a\right|$이므로 $y=\frac{1}{2}ax^2$의 그래프보다 폭이 좁다.
⑤ $y=-ax^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이다.
답 ⑤

21 ② 모든 실수 x에 대하여 $y\geq 0$이다.
④ $x>0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.
⑤ $y=x^2$의 그래프보다 폭이 넓다.
답 ①, ③

22 (ㄱ) $y=2x^2$의 그래프는 제1사분면과 제2사분면을 지난다.
(ㄹ) $y=2x^2$의 그래프는 $x<0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.
이상에서 두 이차함수의 그래프의 공통점은 (ㄴ), (ㄷ)이다.
답 (ㄴ), (ㄷ)

23 ⑤ (ㄱ)과 (ㄷ)의 그래프의 폭은 같고, (ㄴ)의 그래프의 폭이 가장 넓다. 답 ⑤

24 $y=-3x^2$의 그래프가 점 $(a,\ 2a)$를 지나므로

$$2a=-3a^2, \qquad 3a^2+2a=0$$
$$a(3a+2)=0 \qquad \therefore a=-\frac{2}{3}\ (\because a\neq 0)$$ 답 $-\frac{2}{3}$

25 $y=ax^2$의 그래프가 점 $(2,\ 8)$을 지나므로

$$8=a\times 2^2, \qquad 4a=8 \qquad \therefore a=2$$

$y=2x^2$의 그래프가 점 $(-3,\ b)$를 지나므로

$$b=2\times(-3)^2=18$$
$$\therefore b-a=16$$ 답 16

26 $y=ax^2$의 그래프가 $y=-\frac{3}{2}x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이므로

$$a=\frac{3}{2}$$ ··· ❶

$y=\frac{3}{2}x^2$의 그래프가 점 $(-4,\ b)$를 지나므로

$$b=\frac{3}{2}\times(-4)^2=24$$ ··· ❷

$$\therefore ab=36$$ ··· ❸

답 36

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ b의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ ab의 값을 구할 수 있다.	20 %

27 아래로 볼록한 그래프의 식은

$$y=x^2,\ y=\frac{1}{4}x^2$$

이때 포물선 ㉠은 두 그래프 중에서 폭이 더 넓은 것이므로 포물선 ㉠을 나타내는 이차함수의 식은

$$y=\frac{1}{4}x^2$$

이 그래프가 점 $(10,\ a)$를 지나므로

$$a=\frac{1}{4}\times 10^2=25$$ 답 25

28 점 D의 x좌표를 $a\,(a>0)$라 하면

$\mathrm{D}(a,\ a^2)$

두 점 A, D는 y축에 대하여 대칭이므로

$\mathrm{A}(-a,\ a^2)$

따라서 $\overline{\mathrm{AD}}=a-(-a)=2a$, $\overline{\mathrm{CD}}=a^2$이고 □ABCD는 정사각형이므로

$\underline{2a=a^2}$, $\quad a^2-2a=0$

└ 정사각형의 네 변의 길이는 모두 같다.

$a(a-2)=0 \qquad \therefore a=2\ (\because a>0)$

□ABCD의 한 변의 길이는 $\underline{2a=4}$이므로 구하는 넓이는

└ $a^2=4$로 구해도 된다.

$4\times4=16$ 답 ⑤

29 점 D의 x좌표를 $k\,(k>0)$라 하면 $y=-2x^2$의 그래프가 점 $\mathrm{D}(k,\ -4)$를 지나므로

$-4=-2k^2, \qquad k^2=2 \qquad \therefore k=\sqrt{2}\ (\because k>0)$

$\therefore \mathrm{D}(\sqrt{2},\ -4)$ ··· ❶

따라서 $\mathrm{C}(0,\ -4)$에서 $\overline{\mathrm{CD}}=\sqrt{2}$이고 $\overline{\mathrm{DE}}=\overline{\mathrm{CD}}=\sqrt{2}$이므로

$\mathrm{E}(2\sqrt{2},\ -4)$ ··· ❷

$y=ax^2$의 그래프가 점 $\mathrm{E}(2\sqrt{2},\ -4)$를 지나므로

$-4=a\times(2\sqrt{2})^2, \qquad 8a=-4$

$\therefore a=-\dfrac{1}{2}$ ··· ❸

답 $-\dfrac{1}{2}$

채점 기준	비율
❶ 점 D의 좌표를 구할 수 있다.	30 %
❷ 점 E의 좌표를 구할 수 있다.	30 %
❸ a의 값을 구할 수 있다.	40 %

참고 점 D, 점 E 대신 점 B, 점 A의 좌표를 이용하여 같은 방법으로 a의 값을 구할 수도 있다.

30 이차함수의 식을 $y=ax^2$이라 하면 이 그래프가 점 $(3,\ -3)$을 지나므로

$-3=a\times3^2, \qquad 9a=-3 \qquad \therefore a=-\dfrac{1}{3}$

$\therefore y=-\dfrac{1}{3}x^2$ 답 ③

31 $f(x)=ax^2$이라 하면 $y=f(x)$의 그래프가 점 $(-2,\ 5)$를 지나므로

$f(-2)=4a=5 \qquad \therefore a=\dfrac{5}{4}$

따라서 $f(x)=\dfrac{5}{4}x^2$이므로 ··· ❶

$f(4)=\dfrac{5}{4}\times4^2=20$ ··· ❷

답 20

채점 기준	비율
❶ $f(x)$를 구할 수 있다.	60 %
❷ $f(4)$의 값을 구할 수 있다.	40 %

32 이차함수의 식을 $y=ax^2$이라 하면 이 그래프가 점 $(2,\ -12)$를 지나므로

$-12=a\times2^2, \qquad 4a=-12 \qquad \therefore a=-3$

따라서 $y=-3x^2$의 그래프가 점 $(k,\ -21)$을 지나므로

$-21=-3k^2, \qquad k^2=7$

$\therefore k=\sqrt{7}\ (\because k>0)$ 답 ②

33 포물선의 식을 $y=ax^2$이라 하면 이 그래프가 점 $(-4,\ 8)$을 지나므로

$8=a\times(-4)^2, \qquad 16a=8 \qquad \therefore a=\dfrac{1}{2}$

$y=\dfrac{1}{2}x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 포물선의 식은

$y=-\dfrac{1}{2}x^2$ ······ ㉠

① $-36\neq-\dfrac{1}{2}\times(-8)^2$ ② $-2=-\dfrac{1}{2}\times(-2)^2$

③ $\dfrac{1}{2}\neq-\dfrac{1}{2}\times(-1)^2$ ④ $8\neq-\dfrac{1}{2}\times4^2$

⑤ $-18=-\dfrac{1}{2}\times6^2$

따라서 포물선 ㉠이 지나는 점은 ②, ⑤이다. 답 ②, ⑤

34 평행이동한 그래프의 식은

$y=5x^2-7$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ -7)$이고, 축의 방정식은 $x=0$이므로

$p=0,\ q=-7,\ m=0$

$\therefore p-q+m=7$ 답 ⑤

35 평행이동한 그래프의 식은

$y=ax^2+4$

이 그래프가 점 $(6,\ -2)$를 지나므로

$-2=a\times6^2+4, \qquad 36a=-6$

$\therefore a=-\dfrac{1}{6}$ 답 $-\dfrac{1}{6}$

36 주어진 그래프는 $y=2x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이므로

$f(x)=2x^2-1$

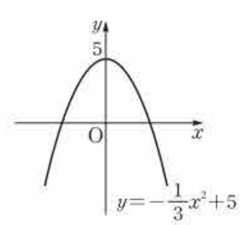
따라서 $f(-3)=2\times(-3)^2-1=17$, $f(1)=2\times1^2-1=1$이므로

$f(-3)-f(1)=16$ 답 16

37 $y=-\dfrac{1}{3}x^2+5$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

④ y의 값의 범위는 $y\leq5$이다.

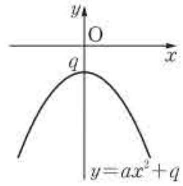
답 ④



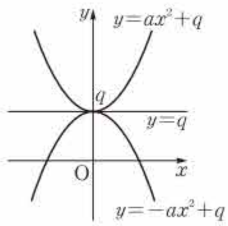
38 ② $y=ax^2$의 그래프를 y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 것이다.

③ $a>0$일 때, 모든 y의 값은 q보다 크거나 같다.

④ $a<0$, $q<0$일 때, $y=ax^2+q$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제3사분면과 제4사분면을 지난다.



⑤ $a>0$, $q>0$일 때, 두 이차함수 $y=ax^2+q$, $y=-ax^2+q$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 직선 $y=q$에 대하여 대칭이다.



답 ①, ④

참고 이차함수 $y=ax^2+q$의 그래프는 $y=-ax^2-q$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이다.

39 ③ $y=-\frac{3}{2}x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 1만큼 평행이동하면 $y=-\frac{3}{2}x^2+1$의 그래프와 완전히 포개진다.

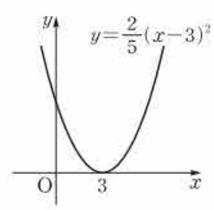
⑤ $y=-\frac{3}{2}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼 평행이동하면 $y=-\frac{3}{2}(x-4)^2$의 그래프와 완전히 포개진다.

답 ③, ⑤

40 평행이동한 그래프의 식은

$y=\frac{2}{5}(x-3)^2$

이 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 $x>3$이면 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가한다. 답 ⑤



41 $y=4(x+2)^2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$(-2,\ 0)$

따라서 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2$으로 놓으면 이 그래프가 점 $(-6,\ -8)$을 지나므로

$-8=a\times(-6+2)^2,\qquad 16a=-8\qquad \therefore a=-\frac{1}{2}$

$\therefore y=-\frac{1}{2}(x+2)^2$ ··· ❶

이 식에 $x=0$을 대입하면 (y절편은 x의 값이 0일 때의 y의 값이다.)

$y=-\frac{1}{2}\times 2^2=-2$

이므로 구하는 y절편은 -2이다. ··· ❷

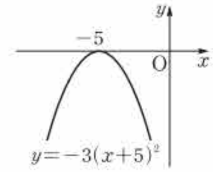
답 -2

채점 기준	비율
❶ 이차함수의 식을 구할 수 있다.	60 %
❷ y절편을 구할 수 있다.	40 %

42 평행이동한 그래프의 식은

$y=-3(x+5)^2$

이 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



(ㄷ) $x<-5$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ), (ㄹ)이다. 답 ④

43 평행이동한 그래프의 식은

$y=2(x+6)^2+1$

이 그래프가 점 $(-3,\ k)$를 지나므로

$k=2\times(-3+6)^2+1=19$ 답 19

44 축의 방정식을 각각 구하면 다음과 같다.

① $x=0$ ② $x=0$ ③ $x=3$
④ $x=-1$ ⑤ $x=5$

따라서 축이 가장 오른쪽에 있는 것은 ⑤이다. 답 ⑤
($x=p$에서 p의 값이 가장 큰 것)

45 $y=-(x-3)^2+5$의 그래프가 점 $(a,\ -4)$를 지나므로

$-4=-(a-3)^2+5,\qquad (a-3)^2=9$

$a-3=\pm3\qquad \therefore a=6\ (\because a>0)$ ··· ❶

$y=-(x-3)^2+5$의 그래프가 점 $(5,\ b)$를 지나므로

$b=-(5-3)^2+5=1$ ··· ❷

$\therefore a-b=5$ ··· ❸

답 5

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ b의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $a-b$의 값을 구할 수 있다.	20 %

46 주어진 함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$(p,\ 3p^2)$

이 점이 직선 $y=x+4$ 위에 있으므로

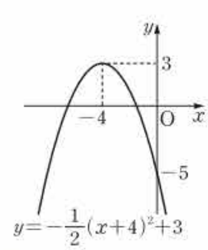
$3p^2=p+4,\qquad 3p^2-p-4=0$

$(p+1)(3p-4)=0$

$\therefore p=-1\ (\because p$는 정수$)$ 답 -1

47 $y=-\frac{1}{2}(x+4)^2+3$의 그래프는 $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -4만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.

또 $x=0$일 때 $y=-5$이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다. ($y=-\frac{1}{2}\times(0+4)^2+3=-5$)

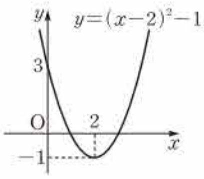


따라서 그래프가 지나지 않는 사분면은 제1사분면이다.

답 제1사분면

48 ③ $|1|=|-1|$이므로 $y=(x-2)^2-1$의 그래프와 $y=-x^2+1$의 그래프의 폭은 같다.

④ $y=(x-2)^2-1$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제3사분면을 지나지 않는다.



⑤ $y=(x-2)^2-1$의 그래프는 $y=x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이므로 $y=(x-2)^2-1$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동하면 $y=x^2$의 그래프와 포개진다.

답 ④

쎈B 특강

① 두 이차함수의 그래프가 평행이동하여 완전히 포개진다.
➡ 두 이차함수의 식의 x^2의 계수가 같다.
② 두 이차함수의 그래프의 폭이 같다.
➡ 두 이차함수의 식의 x^2의 계수의 절댓값이 같다.

49 평행이동한 그래프의 식은

$y=-3(x-p+1)^2-8+q$

이 그래프와 $y=-3x^2$의 그래프가 일치하므로

$-p+1=0,\ -8+q=0$

따라서 $p=1,\ q=8$이므로 $p+q=9$

답 ⑤

50 $y=5(x+2-1)^2+3+6$, 즉 $y=5(x+1)^2+9$ 답 ④

51 평행이동한 그래프의 식은

$y=a(x-5)^2-4$ ··· ❶

이 그래프가 점 $(1,\ -12)$를 지나므로

$-12=a\times(1-5)^2-4,\quad -16a=8$

$\therefore a=-\dfrac{1}{2}$ ··· ❷

답 $-\dfrac{1}{2}$

채점 기준	비율
❶ 평행이동한 그래프의 식을 구할 수 있다.	50 %
❷ a의 값을 구할 수 있다.	50 %

52 평행이동한 그래프의 식은

$y=(x-k+4)^2-2+2k$

이 그래프가 점 $(2,\ 9)$를 지나므로

$9=(2-k+4)^2-2+2k,\quad k^2-10k+25=0$

$(k-5)^2=0\quad \therefore k=5$

답 5

53 평행이동한 그래프의 식은

$y=-2(x-3+b)^2+c-4$

이 그래프와 $y=a(x-2)^2+3$의 그래프가 일치하므로

$a=-2,\ -3+b=-2,\ c-4=3$

따라서 $a=-2,\ b=1,\ c=7$이므로

$a+b+c=6$

답 ③

54 주어진 조건을 만족시키는 이차함수의 식은

$y=\dfrac{1}{3}(x-7)^2-3$

따라서 $a=\dfrac{1}{3},\ p=-7,\ q=-3$이므로

$apq=7$

답 7

55 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(3,\ 2)$이므로

$p=3,\ q=2$

$y=a(x-3)^2+2$의 그래프가 점 $(0,\ -7)$을 지나므로

$-7=a\times(-3)^2+2,\quad 9a=-9\quad \therefore a=-1$

$\therefore a+p-q=0$

답 ③

56 축의 방정식이 $x=-2$이므로

$p=2$

$y=a(x+2)^2+q$의 그래프가 점 $(1,\ -11)$을 지나므로

$-11=a\times(1+2)^2+q$

$\therefore 9a+q=-11$ ······ ㉠

또 점 $(-3,\ 5)$를 지나므로

$5=a\times(-3+2)^2+q$

$\therefore a+q=5$ ······ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-2,\ q=7$

$\therefore ap+q=3$

답 3

57 $y=(a-1)(x+3)^2+a^2-6a+6$의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-3,\ 1)$이므로

$a^2-6a+6=1,\quad a^2-6a+5=0$

$(a-1)(a-5)=0\quad \therefore a=1$ 또는 $a=5$

이때 $a=1$이면 주어진 함수는

$y=(1-1)\times(x+3)^2+1=1$

이므로 이차함수가 아니다.

$\therefore a=5$

답 5

참고 $a=5$이면 주어진 함수는
$y=(5-1)\times(x+3)^2+1=4(x+3)^2+1$

58 평행이동한 그래프의 식은

$y=a(x-b-5)^2-1+c$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(4,\ 2)$이므로

$b+5=4,\ -1+c=2$

$\therefore b=-1,\ c=3$ ··· ❶

따라서 $y=a(x-4)^2+2$의 그래프가 점 $(2,\ 14)$를 지나므로

$14=a\times(2-4)^2+2,\quad 4a=12\quad \therefore a=3$ ··· ❷

$\therefore a+b+c=5$ ··· ❸

답 5

채점 기준	비율
❶ b, c의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ a의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $a+b+c$의 값을 구할 수 있다.	20 %

59 그래프가 위로 볼록하므로

$a<0$

꼭짓점 (p, q)가 제2사분면 위에 있으므로

$p<0$, $q>0$ 답 ②

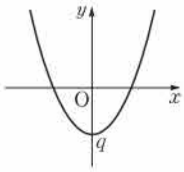
60 그래프가 아래로 볼록하므로

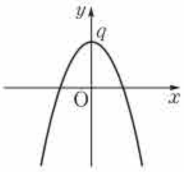
$a>0$

꼭짓점 $(p, 0)$이 y축의 오른쪽에 있으므로

$p>0$ 답 ①

61 이차함수 $y=ax^2+q$의 그래프가 모든 사분면을 지나는 경우는 다음과 같다.





즉 $a>0$, $q<0$ 또는 $a<0$, $q>0$이어야 한다.

$\therefore aq<0$, $\frac{q}{a}<0$ 답 ②

62 주어진 그래프에서 $a>0$, $p>0$, $q<0$

따라서 $q<0$에서 $y=q(x-a)^2-p$의 그래프는 위로 볼록하고, $a>0$, $-p<0$에서 꼭짓점 $(a, -p)$는 제4사분면 위에 있으므로 $y=q(x-a)^2-p$의 그래프의 개형으로 알맞은 것은 ③이다. 답 ③

63 주어진 일차함수의 그래프의 기울기는 양수이고, y절편은 음수이므로

$a>0$, $b<0$

따라서 $y=b(x-a)^2$의 그래프의 개형으로 알맞은 것은 ④이다.

답 ④

쎈B 특강

일차함수 $y=ax+b$의 그래프에서

(1) a의 부호: 직선의 방향으로 결정된다.

① 직선이 오른쪽 위로 향한다. ➡ $a>0$

② 직선이 오른쪽 아래로 향한다. ➡ $a<0$

(2) b의 부호: y축과의 교점의 위치로 결정된다.

① y축과의 교점이 원점의 위쪽에 위치 ➡ $b>0$

② y축과의 교점이 원점과 일치 ➡ $b=0$

③ y축과의 교점이 원점의 아래쪽에 위치 ➡ $b<0$

12 이차함수의 그래프 (2)

Ⅳ. 이차함수

개념 정리

본책 128쪽

❶ $-\frac{b}{2a}$ ❷ c ❸ 0 ❹ y축 ❺ p
❻ q ❼ p ❽ k

쎈B 유형 뽀개기

본책 129쪽

01 $y=3x^2+12x-1=3(x+2)^2-13$

따라서 $a=3$, $p=-2$, $q=-13$이므로

$a-p+q=-8$ 답 ②

02 $y=-\frac{1}{2}x^2+3x-\frac{5}{2}$

$=-\frac{1}{2}(x-3)^2+2$ ··· ❶

따라서 $p=3$, $q=2$이므로 ··· ❷

$p+q=5$ ··· ❸

답 5

채점 기준	비율
❶ $y=-\frac{1}{2}x^2+3x-\frac{5}{2}$를 $y=a(x-b)^2+c$ 꼴로 변형할 수 있다.	50 %
❷ p, q의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $p+q$의 값을 구할 수 있다.	10 %

다른 풀이 $y=-\frac{1}{2}(x-p)^2+q$

$=-\frac{1}{2}x^2+px-\frac{1}{2}p^2+q$

이 식이 $y=-\frac{1}{2}x^2+3x-\frac{5}{2}$와 일치하므로

$p=3$, $-\frac{1}{2}p^2+q=-\frac{5}{2}$

따라서 $p=3$, $q=2$이므로

$p+q=5$

03 $y=5x^2-10x+3=5(x-1)^2-2$

따라서 $y=5x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이므로

$p=1$, $q=-2$

$\therefore p-q=3$ 답 3

04 $y=-x^2-2px+q=-(x+p)^2+p^2+q$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$(-p, p^2+q)$

또 $y=2x^2+8x+1=2(x+2)^2-7$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$(-2, -7)$

두 그래프의 꼭짓점이 일치하므로

$-p=-2,\ p^2+q=-7$

따라서 $p=2,\ q=-11$이므로

$p+q=-9$ 답 -9

05 그래프의 축의 방정식은 다음과 같다.

① $x=0$

② $x=-4$

③ $x=1$

④ $y=(x-3)^2-12$이므로 $x=3$

⑤ $y=-\frac{1}{3}(x+3)^2+3$이므로 $x=-3$

따라서 그래프의 축이 가장 오른쪽에 있는 것은 ④이다.

답 ④

06 ① $y=-4(x+1)^2-1$이므로 $(-1,\ -1)$

② $y=-(x+2)^2+5$이므로 $(-2,\ 5)$

③ $y=-\frac{1}{2}(x-2)^2-7$이므로 $(2,\ -7)$

④ $y=2(x-3)^2+1$이므로 $(3,\ 1)$

⑤ $y=3(x+1)^2+2$이므로 $(-1,\ 2)$

따라서 꼭짓점이 제4사분면 위에 있는 것은 ③이다. 답 ③

(x좌표)>0, (y좌표)<0

07 $y=\frac{1}{3}x^2-2kx-1=\frac{1}{3}(x-3k)^2-3k^2-1$

따라서 그래프의 축의 방정식은 $x=3k$이므로

$3k=6 \quad \therefore k=2$ 답 2

08 $y=-4x^2+16x+a=-4(x-2)^2+a+16$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$(2,\ a+16)$ ··· ❶

이 점이 직선 $y=3x+b$ 위에 있으므로

$a+16=6+b$

$\therefore a-b=-10$ ··· ❷

답 -10

채점 기준	비율
❶ 꼭짓점의 좌표를 구할 수 있다.	50 %
❷ $a-b$의 값을 구할 수 있다.	50 %

09 주어진 일차함수의 그래프가 두 점 $(4,\ 0)$, $(0,\ 2)$를 지나므로 $y=ax+b$에 각각 대입하면

$0=4a+b,\ 2=b$

따라서 $a=-\frac{1}{2},\ b=2$이므로

$y=-\frac{1}{2}x^2-2x+3=-\frac{1}{2}(x+2)^2+5$

즉 이 그래프의 축의 방정식은

$x=-2$ 답 $x=-2$

10 $y=x^2-x-6$에 $y=0$을 대입하면

$x^2-x-6=0, \quad (x+2)(x-3)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=3$

$y=x^2-x-6$에 $x=0$을 대입하면

$y=-6$

따라서 $p=-2,\ q=3,\ r=-6$ 또는 $p=3,\ q=-2,\ r=-6$ 이므로

$p+q+r=-5$ 답 -5

11 $y=-x^2-2x+3=-(x+1)^2+4$이므로

$\text{A}(-1,\ 4)$

$y=-x^2-2x+3$에 $y=0$을 대입하면

$0=-x^2-2x+3, \quad x^2+2x-3=0$

$(x+3)(x-1)=0 \quad \therefore x=-3$ 또는 $x=1$

$\therefore \text{B}(-3,\ 0),\ \text{C}(1,\ 0)$

$y=-x^2-2x+3$에 $x=0$을 대입하면

$y=3 \quad \therefore \text{D}(0,\ 3)$

$\overline{\text{DE}}$가 x축에 평행하면 두 점 D, E의 y좌표가 같으므로 점 E의 y좌표는 3이다.

따라서 $y=-x^2-2x+3$에 $y=3$을 대입하면

$3=-x^2-2x+3, \quad x^2+2x=0$

$x(x+2)=0 \quad \therefore x=-2$ 또는 $x=0$

$\therefore \text{E}(-2,\ 3)$ 답 ⑤

12 $y=3x^2+6x-24$에 $y=0$을 대입하면

$0=3x^2+6x-24, \quad x^2+2x-8=0$

$(x+4)(x-2)=0 \quad \therefore x=-4$ 또는 $x=2$

따라서 $\text{A}(-4,\ 0)$, $\text{B}(2,\ 0)$ 또는 $\text{A}(2,\ 0)$, $\text{B}(-4,\ 0)$이므로

$\overline{\text{AB}}=2-(-4)=6$ 답 ④

13 $y=ax^2+2x+16$의 그래프가 점 $(-4,\ 0)$을 지나므로

$0=16a-8+16, \quad 16a=-8$

$\therefore a=-\frac{1}{2}$ ··· ❶

즉 $y=-\frac{1}{2}x^2+2x+16$에 $y=0$을 대입하면

$0=-\frac{1}{2}x^2+2x+16, \quad x^2-4x-32=0$

$(x+4)(x-8)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=8$ ··· ❷

따라서 다른 한 점의 좌표는

$(8,\ 0)$ ··· ❸

답 $(8,\ 0)$

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	30 %
❷ x축과의 교점의 x좌표를 구할 수 있다.	50 %
❸ 다른 한 점의 좌표를 구할 수 있다.	20 %

14 $y=\frac{1}{3}x^2-2x+3=\frac{1}{3}(x-3)^2$의 그래프의 꼭짓점 A의 좌표는 $(3,\ 0)$

$y=\frac{1}{3}x^2-2x+3$에 $x=0$을 대입하면 $\quad y=3$

$\therefore$ B$(0,\ 3)$

따라서 $\overline{OA}=3$, $\overline{OB}=3$이므로 직각삼각형 OAB에서

$\overline{AB}=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$

이때 $\overline{AC}=\overline{AB}=3\sqrt{2}$이므로

C$(3-3\sqrt{2},\ 0)$

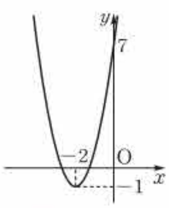
답 $(3-3\sqrt{2},\ 0)$

15 $y=-\frac{1}{4}x^2-2x+2=-\frac{1}{4}(x+4)^2+6$의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-4,\ 6)$이고, y축과의 교점의 좌표가 $(0,\ 2)$이므로 그 그래프는 ②와 같다.

답 ②

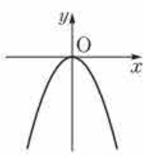
16 $y=2x^2+8x+7=2(x+2)^2-1$

따라서 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ -1)$이고, y축과의 교점의 좌표가 $(0,\ 7)$이므로 주어진 이차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 제4사분면을 지나지 않는다.

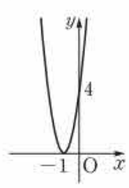


답 제4사분면

17 ① $y=-3x^2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 제1사분면, 제2사분면을 지나지 않는다.

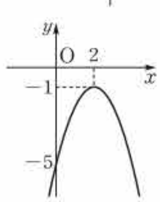


② $y=4(x+1)^2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 제3사분면, 제4사분면을 지나지 않는다.



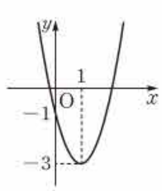
③ $y=-x^2+4x-5=-(x-2)^2-1$

따라서 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ -1)$이고, y축과의 교점의 좌표가 $(0,\ -5)$이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같이 제1사분면, 제2사분면을 지나지 않는다.



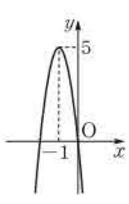
④ $y=2x^2-4x-1=2(x-1)^2-3$

따라서 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ -3)$이고, y축과의 교점의 좌표가 $(0,\ -1)$이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같이 모든 사분면을 지난다.



⑤ $y=-5x^2-10x=-5(x+1)^2+5$

따라서 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ 5)$이고, 원점을 지나므로 그래프는 오른쪽 그림과 같이 제1사분면을 지나지 않는다.

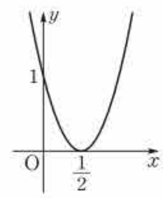


답 ④

18 ① $y=4x^2-4x+1=4\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$

이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

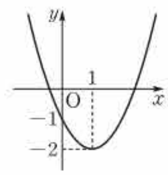
따라서 이 그래프는 x축과 한 점에서 만난다.



② $y=x^2-2x-1=(x-1)^2-2$

이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 이 그래프는 x축과 서로 다른 두 점에서 만난다.

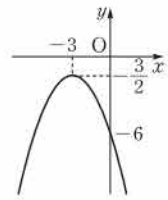


③ $y=-\frac{1}{2}x^2-3x-6$

$=-\frac{1}{2}(x+3)^2-\frac{3}{2}$

이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

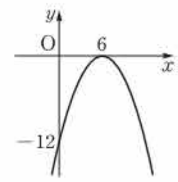
따라서 이 그래프는 x축과 만나지 않는다.



④ $y=-\frac{1}{3}x^2+4x-12=-\frac{1}{3}(x-6)^2$

이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

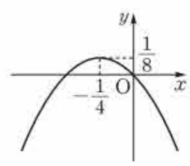
따라서 이 그래프는 x축과 한 점에서 만난다.



⑤ $y=-2x^2-x=-2\left(x+\frac{1}{4}\right)^2+\frac{1}{8}$

이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 이 그래프는 x축과 서로 다른 두 점에서 만난다.



이상에서 그래프가 x축과 만나지 않는 것은 ③이다.

답 ③

다른 풀이 주어진 함수의 그래프와 x축의 교점의 x좌표를 이용하면 다음과 같다.

① $4x^2-4x+1=0$에서 $\quad (2x-1)^2=0$

$\therefore x=\frac{1}{2}$

따라서 x축과 한 점에서 만난다.

② $x^2-2x-1=0$에서 $\quad x=1\pm\sqrt{2}$

따라서 x축과 서로 다른 두 점에서 만난다.

③ $-\frac{1}{2}x^2-3x-6=0$에서 $\quad x^2+6x+12=0$

$6^2-4\times1\times12=-12<0$이므로 이차방정식의 근이 존재하지 않는다.

따라서 x축과 만나지 않는다.

④ $-\frac{1}{3}x^2+4x-12=0$에서 $\quad x^2-12x+36=0$

$(x-6)^2=0 \quad \therefore x=6$

따라서 x축과 한 점에서 만난다.

⑤ $-2x^2-x=0$에서 $\quad x(2x+1)=0$

$\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=0$

따라서 x축과 서로 다른 두 점에서 만난다.

쎈B 특강

이차방정식의 근의 개수

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 서로 다른 근의 개수는 b^2-4ac의 부호에 따라 결정된다.

① $b^2-4ac>0$ ➡ 2개
② $b^2-4ac=0$ ➡ 1개
$b^2-4ac\ge 0$이면 근이 존재한다.
③ $b^2-4ac<0$ ➡ 0개 — 근이 없다.

19 $y=x^2-2x+3=(x-1)^2+2$의 그래프를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=(x-a-1)^2+2+b$

이 그래프가 $y=x^2+6x-1=(x+3)^2-10$의 그래프와 일치하므로

$-a-1=3,\ 2+b=-10$

따라서 $a=-4,\ b=-12$이므로

$a-b=8$ 답 ⑤

20 $y=-x^2+8x+2=-(x-4)^2+18$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-(x-1-4)^2+18-5=-(x-5)^2+13$

따라서 이 그래프의 축의 방정식은

$x=5$ 답 ④

21 $y=3x^2-12x-1=3(x-2)^2-13$의 그래프를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 8만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=3(x-a-2)^2-13+8=3(x-a-2)^2-5$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ b)$이므로

$a+2=-1,\ -5=b$

따라서 $a=-3,\ b=-5$이므로

$ab=15$ 답 15

22 $y=-\frac{1}{4}x^2-x+5=-\frac{1}{4}(x+2)^2+6$ ··· ❶

이 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-\frac{1}{4}(x+2+2)^2+6$

$=-\frac{1}{4}(x+4)^2+6$ ··· ❷

이 그래프가 점 $(-6,\ m)$을 지나므로

$m=-\frac{1}{4}\times(-2)^2+6=5$ ··· ❸

답 5

채점 기준	비율
❶ $y=-\frac{1}{4}x^2-x+5$를 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 변형할 수 있다.	30 %
❷ 평행이동한 그래프의 식을 구할 수 있다.	40 %
❸ m의 값을 구할 수 있다.	30 %

23 $y=-x^2+10x-k=-(x-5)^2+25-k$의 그래프를 y축의 방향으로 -9만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-(x-5)^2+25-k-9=-(x-5)^2+16-k$

이 그래프는 위로 볼록하고 꼭짓점의 좌표가 $(5,\ 16-k)$이므로 그래프가 x축과 만나려면

$16-k\ge 0 \qquad \therefore k\le 16$ 답 $k\le 16$

24 $y=x^2-2x-2=(x-1)^2-3$이므로

$B(1,\ -3)$

$y=x^2-8x+13=(x-4)^2-3$이므로

$C(4,\ -3)$

즉 $y=x^2-8x+13$의 그래프는 $y=x^2-2x-2$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이므로 □ABCD는 평행사변형이다.

$\therefore$ □ABCD$=\overset{\overline{BC}\text{의 길이}}{3}\times\underset{\text{점 B와 }\overline{AD}\text{ 사이의 거리}}{3}=9$ 답 ③

참고 점 D는 점 A를 x축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이므로 $\overline{AD}=3$

25 $y=2x^2+8x-1=2(x+2)^2-9$이므로 $x<-2$에서 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소한다. 답 ②

26 $y=-\frac{1}{4}x^2+ax+3=-\frac{1}{4}(x-2a)^2+a^2+3$

이므로 축의 방정식이 $x=2a$이다.

이때 $x=4$를 기준으로 y의 값의 증가·감소가 바뀌므로 주어진 이차함수의 그래프의 축의 방정식은 $x=4$이다.

따라서 $2a=4$이므로 $\qquad a=2$ 답 2

27 $y=x^2-6x+4=(x-3)^2-5$의 그래프를 x축의 방향으로 k만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=(x-k-3)^2-5$

이므로 축의 방정식이 $x=k+3$이다.

이때 $x=-1$을 기준으로 y의 값의 증가·감소가 바뀌므로 이 이차함수의 그래프의 축의 방정식은 $x=-1$이다.

따라서 $k+3=-1$이므로 $\qquad k=-4$ 답 ②

28 $y=-3x^2+kx-8$의 그래프가 점 $(2,\ -8)$을 지나므로

$-8=-12+2k-8, \qquad 2k=12$

$\therefore k=6$

따라서 $y=-3x^2+6x-8=-3(x-1)^2-5$이므로 $x<1$에서 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가한다. 답 ②

29 $y=\frac{1}{5}x^2+2mx+m-3$

$=\frac{1}{5}(x+5m)^2-5m^2+m-3$ ··· ❶

이므로 축의 방정식이 $x=-5m$이다.

이때 $x=5$를 기준으로 y의 값의 증가·감소가 바뀌므로 주어진 이차함수의 그래프의 축의 방정식은 $x=5$이다.

즉 $-5m=5$이므로　　$m=-1$ ··· ❷

따라서 $-5m^2+m-3=-5-1-3=-9$이므로 구하는 꼭짓점의 좌표는

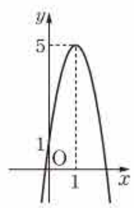
$(5,\ -9)$ ··· ❸

답 $(5,\ -9)$

채점 기준	비율
❶ 주어진 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 변형할 수 있다.	40 %
❷ m의 값을 구할 수 있다.	30 %
❸ 꼭짓점의 좌표를 구할 수 있다.	30 %

30 $y=-4x^2+8x+1$
$=-4(x-1)^2+5$

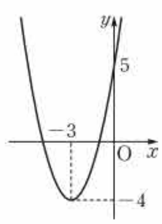
이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



⑤ 모든 사분면을 지난다.

답 ⑤

31 $y=x^2+6x+5=(x+3)^2-4$이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



② 축의 방정식은 $x=-3$이다.

③ 함숫값의 범위는 $y\geq-4$이다.

④ $x<-3$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

⑤ $x^2+6x+5=0$에서

$(x+5)(x+1)=0$　　$\therefore x=-5$ 또는 $x=-1$

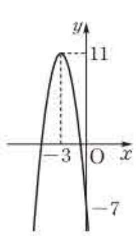
따라서 x축과의 교점의 좌표는 $(-5,\ 0)$, $(-1,\ 0)$이다.

답 ①, ⑤

32 $y=-2x^2-8x=-2(x+2)^2+8$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-2(x+1+2)^2+8+3$
$=-2(x+3)^2+11$

이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



(ㄴ) $x=0$일 때, $y=-7$이므로 원점을 지나지 않는다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ), (ㄹ)이다.

답 (ㄱ), (ㄷ), (ㄹ)

33 ② $y=ax^2+bx+c=a\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2-\dfrac{b^2-4ac}{4a}$이므로 축의 방정식은 $x=-\dfrac{b}{2a}$이다.

④ x축과 만나는지는 알 수 없다.

답 ④

34 $y=x^2+2x-8=(x+1)^2-9$이므로

$A(-1,\ -9)$

$y=x^2+2x-8$에 $y=0$을 대입하면

$x^2+2x-8=0$,　　$(x+4)(x-2)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=2$

따라서 $B(-4,\ 0)$, $C(2,\ 0)$이므로

$\overline{BC}=6$

$\therefore \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times6\times9=27$

답 ④

35 $y=-\dfrac{1}{3}x^2+2x+4=-\dfrac{1}{3}(x-3)^2+7$이므로

$A(3,\ 7)$ ··· ❶

$y=-\dfrac{1}{3}x^2+2x+4$에 $x=0$을 대입하면

$y=4$　　$\therefore B(0,\ 4)$ ··· ❷

$\therefore \triangle OAB=\dfrac{1}{2}\times4\times3=6$ ··· ❸

답 6

채점 기준	비율
❶ 점 A의 좌표를 구할 수 있다.	40 %
❷ 점 B의 좌표를 구할 수 있다.	40 %
❸ $\triangle OAB$의 넓이를 구할 수 있다.	20 %

쎈B 특강

$\triangle OAB$에서 $\overline{OB}$를 밑변으로 생각할 때, 높이는 점 A와 y축 사이의 거리이다. 즉 점 A의 y좌표가 아니라 x좌표의 절댓값이 높이임에 주의한다.

36 $y=x^2-8x+9=(x-4)^2-7$이므로

$A(4,\ -7)$

$y=x^2-8x+9$에 $x=0$을 대입하면

$y=9$　　$\therefore B(0,\ 9)$

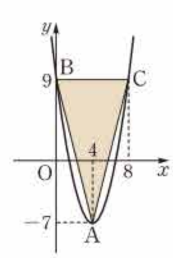
$\overline{BC}$가 x축에 평행하면 두 점 B, C의 y좌표가 같으므로 점 C의 y좌표는 9이다.

따라서 $y=x^2-8x+9$에 $y=9$를 대입하면

$9=x^2-8x+9$,　　$x(x-8)=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=8$

즉 $C(8,\ 9)$이므로



$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times(8-0)\times\{9-(-7)\}$
$=\dfrac{1}{2}\times8\times16$
$=64$

답 64

37 $y=-x^2-4x+5=-(x+2)^2+9$이므로

$C(-2,\ 9)$

$y=-x^2-4x+5$에 $x=0$을 대입하면

$y=5$　　$\therefore D(0,\ 5)$

12 이차함수의 그래프 (2)

두 삼각형 ABC, ABD의 밑변이 $\overline{AB}$로 같으므로 두 삼각형의 넓이의 비는 높이의 비와 같다.

$\therefore \triangle ABC : \triangle ABD = 9 : 5$ 답 ⑤

38 $y=-x^2-2x+3=-(x+1)^2+4$이므로

$A(-1, 4)$ ··· ❶

$y=-x^2-2x+3$에 $y=0$을 대입하면

$0=-x^2-2x+3, \quad x^2+2x-3=0$

$(x+3)(x-1)=0 \quad \therefore x=-3$ 또는 $x=1$

$\therefore B(-3, 0)$ ··· ❷

$y=-x^2-2x+3$에 $x=0$을 대입하면 $\quad y=3$

$\therefore C(0, 3)$ ··· ❸

$\therefore \square ABOC=\triangle ABO+\triangle AOC$

$=\frac{1}{2}\times3\times4+\frac{1}{2}\times3\times1$

$=\frac{15}{2}$ ··· ❹

답 $\frac{15}{2}$

채점 기준	비율
❶ 점 A의 좌표를 구할 수 있다.	20 %
❷ 점 B의 좌표를 구할 수 있다.	20 %
❸ 점 C의 좌표를 구할 수 있다.	20 %
❹ □ABOC의 넓이를 구할 수 있다.	40 %

39 $y=x^2+ax-12$의 그래프가 점 $A(-6, 0)$을 지나므로

$0=36-6a-12, \quad 6a=24$

$\therefore a=4$

$y=x^2+4x-12=(x+2)^2-16$이므로

$B(-2, -16)$

$y=x^2+4x-12$에 $x=0$을 대입하면 $\quad y=-12$

$\therefore C(0, -12)$

$\therefore \triangle ABC=\square OABC-\triangle OAC$

$=\triangle OAB+\triangle OBC-\triangle OAC$

$=\frac{1}{2}\times6\times16+\frac{1}{2}\times12\times2-\frac{1}{2}\times6\times12$

$=24$ 답 24

40 그래프가 위로 볼록하므로 $\quad a<0$

축이 y축의 왼쪽에 있으므로 $\quad ab>0$

이때 $a<0$이므로 $\quad b<0$

y축과의 교점이 원점의 위쪽에 있으므로 $\quad c>0$

② $a<0, c>0$이므로 $\quad ac<0$

③ $b<0, c>0$이므로 $\quad \frac{c}{b}<0$

④ $x=1$일 때, $\quad y=a+b+c$

주어진 그래프에서 $x=1$일 때의 함숫값이 음수이므로

$a+b+c<0$

⑤ $x=-2$일 때, $\quad y=4a-2b+c$

주어진 그래프에서 $x=-2$일 때의 함숫값이 양수이므로

$4a-2b+c>0$

답 ④

쎈B 특강

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 축의 방정식이 $x=-\frac{b}{2a}$이므로 축의 위치에 따라 ab의 부호가 정해진다.

① 축이 y축의 왼쪽에 위치한다.

➡ $-\frac{b}{2a}<0$이므로 $\quad \frac{b}{2a}>0 \quad \therefore ab>0$

② 축이 y축의 오른쪽에 위치한다.

➡ $-\frac{b}{2a}>0$이므로 $\quad \frac{b}{2a}<0 \quad \therefore ab<0$

41 $y=ax^2+bx+c$의 그래프에서

(i) $a>0$이므로 아래로 볼록

(ii) $ab<0$이므로 축은 y축의 오른쪽에 위치

(iii) $c<0$이므로 y축과의 교점이 원점의 아래쪽에 위치

이상에서 $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 개형은 ②와 같다.

답 ②

42 주어진 일차함수의 그래프의 기울기는 양수, y절편은 음수이므로

$-a>0, b<0 \quad \therefore a<0, b<0$

$y=ax^2-bx+ab$의 그래프에서

(i) $a<0$이므로 위로 볼록

(ii) $-ab<0$이므로 축은 y축의 오른쪽에 위치

(iii) $ab>0$이므로 y축과의 교점이 원점의 위쪽에 위치

이상에서 $y=ax^2-bx+ab$의 그래프의 개형은 ⑤와 같다.

답 ⑤

43 그래프가 아래로 볼록하므로 $\quad a>0$

축이 y축의 왼쪽에 있으므로 $\quad ab>0$

이때 $a>0$이므로 $\quad b>0$

y축과의 교점이 원점의 위쪽에 있으므로 $\quad c>0$

한편 그래프의 꼭짓점 (p, q)가 제3사분면 위에 있으므로

$p<0, q<0$

(ㄱ) $a>0, b>0, c>0$이므로 $\quad abc>0$

(ㄴ) $a>0, p<0$이므로 $\quad a-p>0$

(ㄷ) $b>0, pq>0$이므로 $\quad b+pq>0$

(ㄹ) $ac-pq$의 부호는 알 수 없다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다. 답 (ㄱ), (ㄷ)

44 $a\neq0, b\neq0, c\neq0$이고 $\sqrt{a^2}=a, \sqrt{b^2}=-b, \sqrt{c^2}=c$이므로

$a>0, b<0, c>0$ ··· ❶

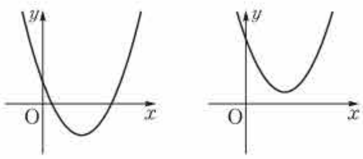
$y=ax^2+bx+c$의 그래프에서

(i) $a>0$이므로 아래로 볼록

(ii) $ab<0$이므로 축은 y축의 오른쪽에 위치

(iii) $c>0$이므로 y축과의 교점이 원점의 위쪽에 위치

이상에서 $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 개형은 다음 그림과 같으므로 그래프가 항상 지나지 않는 사분면은 제3사분면이다. ⋯ ❷



답 제3사분면

채점 기준	비율
❶ a, b, c의 부호를 구할 수 있다.	30 %
❷ $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 항상 지나지 않는 사분면을 구할 수 있다.	70 %

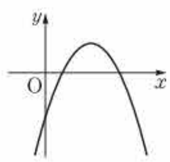
쎈B 특강

$\sqrt{a^2}$의 성질

① $a\geq 0$이면 $\sqrt{a^2}=a$

② $a<0$이면 $\sqrt{a^2}=-a$

45 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 제2사분면만을 지나지 않으므로 오른쪽 그림과 같다.



$\therefore a<0,\ b>0,\ c\leq 0$

이때 $y=cx^2+ax+b$가 이차함수이므로

$c\neq 0$

$\therefore a<0,\ b>0,\ c<0$

$y=cx^2+ax+b$의 그래프에서

(i) $c<0$이므로 위로 볼록

(ii) $ac>0$이므로 축은 y축의 왼쪽에 위치

(iii) $b>0$이므로 y축과의 교점이 원점의 위쪽에 위치

이상에서 $y=cx^2+ax+b$의 그래프의 개형은 ③과 같다.

답 ③

46 꼭짓점의 좌표가 $(3,\ -8)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-3)^2-8$로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(0,\ 10)$을 지나므로

$10=9a-8 \qquad \therefore a=2$

따라서 $y=2(x-3)^2-8=2x^2-12x+10$이므로

$b=-12,\ c=10$

$\therefore a+b-c=-20$

답 ①

47 꼭짓점의 좌표가 $(-4,\ -1)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+4)^2-1$로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(-1,\ 8)$을 지나므로

$8=9a-1 \qquad \therefore a=1$

따라서 $y=(x+4)^2-1$이므로 $x=0$을 대입하면

$y=16-1=15$

즉 이 그래프가 y축과 만나는 점의 좌표는 $(0,\ 15)$이다.

└ x좌표가 0이다.

답 $(0,\ 15)$

48 꼭짓점의 좌표가 $(0,\ 8)$이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2+8$로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(4,\ 0)$을 지나므로

$0=16a+8 \qquad \therefore a=-\frac{1}{2}$

따라서 $y=-\frac{1}{2}x^2+8$의 그래프가 점 $(-2,\ k)$를 지나므로

$k=-\frac{1}{2}\times(-2)^2+8=6$

답 ④

49 $y=-x^2+2x-7=-(x-1)^2-6$의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ -6)$이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-1)^2-6$으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 $y=5x^2-x-8$의 그래프와 y축에서 만나므로 점 $(0,\ -8)$을 지난다.

└ $x=0$을 대입하면 $y=-8$

따라서 $-8=a-6$이므로

$a=-2$

$\therefore y=-2(x-1)^2-6$

$=-2x^2+4x-8$

답 ③

50 주어진 그래프에서 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 1)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2+1$로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(0,\ 3)$을 지나므로

$3=4a+1 \qquad \therefore a=\frac{1}{2}$ ⋯ ❶

따라서 $y=\frac{1}{2}(x-2)^2+1=\frac{1}{2}x^2-2x+3$이므로

$b=-2,\ c=3$ ⋯ ❷

$\therefore abc=-3$ ⋯ ❸

답 -3

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	50 %
❷ b, c의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ abc의 값을 구할 수 있다.	10 %

51 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ -6)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2-6$으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(0,\ -2)$를 지나므로

$-2=4a-6 \qquad \therefore a=1$

즉 $y=(x+2)^2-6=x^2+4x-2$이므로 $y=0$을 대입하면

$x^2+4x-2=0 \qquad \therefore x=-2\pm\sqrt{6}$

따라서 $B(-2-\sqrt{6},\ 0)$, $C(-2+\sqrt{6},\ 0)$이므로

$\overline{BC}=(-2+\sqrt{6})-(-2-\sqrt{6})=2\sqrt{6}$

$\therefore\ \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{6}\times 6=6\sqrt{6}$ 답 ②

52 축의 방정식이 $x=1$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-1)^2+q$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(0,\ -5)$를 지나므로

$-5=a+q$ ⋯⋯ ㉠

또 점 $(3,\ 4)$를 지나므로

$4=4a+q$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=3,\ q=-8$

$\therefore\ y=3(x-1)^2-8=3x^2-6x-5$ 답 ④

53 $y=x^2+ax+b$의 그래프의 축의 방정식이 $x=-4$이므로 $y=(x+4)^2+q$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(-1,\ 6)$을 지나므로

$6=9+q\quad \therefore\ q=-3$

따라서 $y=(x+4)^2-3=x^2+8x+13$이므로

$a=8,\ b=13$

$\therefore\ a+b=21$ 답 ②

54 축의 방정식이 $x=-2$이고, 평행이동하면 $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프와 완전히 포개지므로 이차함수의 식을 $y=-\frac{1}{2}(x+2)^2+q$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(0,\ 2)$를 지나므로

$2=-2+q\quad \therefore\ q=4$

따라서 $y=-\frac{1}{2}(x+2)^2+4$이므로 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-2,\ 4)$이다. 답 $(-2,\ 4)$

55 축의 방정식이 $x=5$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-5)^2+q$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(2,\ 9)$를 지나므로

$9=9a+q$ ⋯⋯ ㉠

또 점 $(4,\ -7)$을 지나므로

$-7=a+q$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=2,\ q=-9$

따라서 $y=2(x-5)^2-9$의 그래프가 점 $(7,\ k)$를 지나므로

$k=2\times(7-5)^2-9=-1$ 답 -1

56 y절편이 -1이므로 $\quad c=-1$
$y=ax^2+bx-1$의 그래프가 점 $(-3,\ -13)$을 지나므로

$-13=9a-3b-1\quad \therefore\ 3a-b=-4$ ⋯⋯ ㉠

또 점 $(6,\ 5)$를 지나므로

$5=36a+6b-1\quad \therefore\ 6a+b=1$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=-\frac{1}{3},\ b=3$

$\therefore\ abc=1$ 답 1

57 y절편이 3이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+3$으로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(-1,\ 6)$을 지나므로

$6=a-b+3\quad \therefore\ a-b=3$ ⋯⋯ ㉠

또 점 $(2,\ -9)$를 지나므로

$-9=4a+2b+3\quad \therefore\ 2a+b=-6$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=-1,\ b=-4$

따라서 $y=-x^2-4x+3=-(x+2)^2+7$이므로 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-2,\ 7)$이다. 답 ②

58 y절편이 8이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+8$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(1,\ 3)$을 지나므로

$3=a+b+8\quad \therefore\ a+b=-5$ ⋯⋯ ㉠

또 점 $(4,\ 0)$을 지나므로

$0=16a+4b+8\quad \therefore\ 4a+b=-2$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=1,\ b=-6$

$\therefore\ y=x^2-6x+8$ ⋯ ❶

따라서 $y=x^2-6x+8$의 그래프가 점 $(-1,\ k)$를 지나므로

$k=(-1)^2-6\times(-1)+8=15$ ⋯ ❷

답 15

채점 기준	비율
❶ 이차함수의 식을 구할 수 있다.	60 %
❷ k의 값을 구할 수 있다.	40 %

59 y절편이 -6이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx-6$으로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(-1,\ -12)$를 지나므로

$-12=a-b-6\quad \therefore\ a-b=-6$ ⋯⋯ ㉠

또 점 $(4,\ -2)$를 지나므로

$-2=16a+4b-6\quad \therefore\ 4a+b=1$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=-1,\ b=5$

즉 $y=-x^2+5x-6$이므로 $y=0$을 대입하면

$-x^2+5x-6=0,\quad x^2-5x+6=0$

$(x-2)(x-3)=0\quad \therefore\ x=2$ 또는 $x=3$

따라서 A$(2, 0)$, B$(3, 0)$ 또는 A$(3, 0)$, B$(2, 0)$이므로

$\overline{AB}=3-2=1$ 답 1

60 x축과 두 점 $(-1, 0)$, $(5, 0)$에서 만나므로 이차함수의 식을 $y=a(x+1)(x-5)$로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(0, 10)$을 지나므로

$10=-5a \qquad \therefore a=-2$

$\therefore y=-2(x+1)(x-5)$

$=-2x^2+8x+10$

$=-2(x-2)^2+18$

따라서 $p=2$, $q=18$이므로

$a+p+q=18$ 답 18

61 $y=\frac{1}{3}(x+3)(x-6)=\frac{1}{3}x^2-x-6$ 답 ②

62 x축과 두 점 $(-4, 0)$, $(2, 0)$에서 만나므로 이차함수의 식을 $y=a(x+4)(x-2)$로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(-3, -5)$를 지나므로

$-5=-5a \qquad \therefore a=1$

따라서 $y=(x+4)(x-2)$이므로 $x=0$을 대입하면

$y=4\times(-2)=-8$

즉 그래프가 y축과 만나는 점의 y좌표는 -8이다. 답 ③

63 $y=\frac{1}{2}x-3$에 $y=0$을 대입하면

$\frac{1}{2}x-3=0 \qquad \therefore x=6$

$\therefore$ A$(6, 0)$

$y=\frac{1}{2}x-3$에 $x=0$을 대입하면 $\qquad y=-3$

$\therefore$ B$(0, -3)$

이때 이차함수의 그래프는 x축과 두 점 A$(6, 0)$, C$(2, 0)$에서 만나므로 이차함수의 식을 $y=a(x-2)(x-6)$으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 B$(0, -3)$을 지나므로

$-3=12a \qquad \therefore a=-\frac{1}{4}$

$\therefore y=-\frac{1}{4}(x-2)(x-6)$

$=-\frac{1}{4}(x^2-8x+12)$

$=-\frac{1}{4}(x-4)^2+1$

따라서 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(4, 1)$이다. 답 ③

64 $y=x^2+ax+b$의 그래프는 y축을 축으로 하므로 y축에 대하여 대칭이다.

즉 x축과 만나는 두 점도 y축에 대하여 대칭이므로 두 점 사이의 거리가 10이면 두 점의 좌표는 각각 $(-5, 0)$, $(5, 0)$이다.

따라서 $y=(x+5)(x-5)=x^2-25$이므로

$a=0$, $b=-25$

$\therefore a-b=25$ 답 25

MEMO