정답 및 풀이

1 제곱근의 뜻과 성질

개념 Check

본책 10~13쪽

01-1 답 (1) 9, 9, 3, -3　(2) 36, 36, 6, -6

01-2 (3) 제곱하여 음수가 되는 수는 없으므로 음수의 제곱근은 없다.

(4) $0.2^2=0.04$, $(-0.2)^2=0.04$이므로 0.04의 제곱근은 0.2, -0.2이다.

(5) $8^2=64$이므로 8^2의 제곱근은 8, -8이다.

(6) $(-6)^2=36$이므로 $(-6)^2$의 제곱근은 6, -6이다.

답 (1) 7, -7　(2) 0　(3) 없다.　(4) 0.2, -0.2　(5) 8, -8　(6) 6, -6

02-1 (1) 7의 제곱근은 제곱하여 7이 되는 수이므로 $\pm\sqrt{7}$이다.

(2) 11의 양의 제곱근은 제곱하여 11이 되는 수 중에서 양수이므로 $\sqrt{11}$이다.

(3) 0.5의 음의 제곱근은 제곱하여 0.5가 되는 수 중에서 음수이므로 $-\sqrt{0.5}$이다.

(4) 제곱근 $\frac{1}{3}$은 $\frac{1}{3}$의 제곱근 중 양의 제곱근이므로 $\sqrt{\frac{1}{3}}$이다.

답 (1) $\pm\sqrt{7}$　(2) $\sqrt{11}$　(3) $-\sqrt{0.5}$　(4) $\sqrt{\frac{1}{3}}$

02-2 (1) $6^2=(-6)^2=36$이므로　$\sqrt{36}=6$

(2) $0.7^2=(-0.7)^2=0.49$이므로　$\sqrt{0.49}=0.7$

(3) $11^2=(-11)^2=121$이므로　$\pm\sqrt{121}=\pm11$

(4) $\left(\frac{2}{3}\right)^2=\left(-\frac{2}{3}\right)^2=\frac{4}{9}$이므로　$-\sqrt{\frac{4}{9}}=-\frac{2}{3}$

답 (1) 6　(2) 0.7　(3) ±11　(4) $-\frac{2}{3}$

03-1 답 (1) 5　(2) 0.3　(3) 7　(4) 6　(5) -2　(6) -1

03-2 (1) $a>0$에서 $5a>0$이므로　$\sqrt{(5a)^2}=5a$

(2) $a<0$에서 $2a<0$이므로　$\sqrt{(2a)^2}=-2a$

(3) $a>0$에서 $-4a<0$이므로

$\sqrt{(-4a)^2}=-(-4a)=4a$

(4) $a<0$에서 $-3a>0$이므로　$\sqrt{(-3a)^2}=-3a$

답 (1) $5a$　(2) $-2a$　(3) $4a$　(4) $-3a$

04-1 (2) $27x=3^3\times x$이므로　$x=3$

(4) $\frac{135}{x}=\frac{3^3\times5}{x}$이므로　$x=3\times5=15$

답 (1) 5　(2) 3　(3) 3　(4) 15

04-2 (1) $7+x>7$이므로 $7+x$의 값이 될 수 있는 수는

9, 16, 25, ⋯

x가 가장 작은 자연수이므로

$7+x=9$　$\therefore x=2$

(2) $15+x>15$이므로 $15+x$의 값이 될 수 있는 수는

16, 25, 36, ⋯

x가 가장 작은 자연수이므로

$15+x=16$　$\therefore x=1$

(3) $20-x<20$이므로 $20-x$의 값이 될 수 있는 수는

16, 9, 4, 1

x가 가장 작은 자연수이므로

$20-x=16$　$\therefore x=4$

(4) $100-x<100$이므로 $100-x$의 값이 될 수 있는 수는

81, 64, 49, ⋯

x가 가장 작은 자연수이므로

$100-x=81$　$\therefore x=19$

답 (1) 2　(2) 1　(3) 4　(4) 19

유제

본책 14~18쪽

001-1 (ㄱ) $7^2=49$, $(-7)^2=49$이므로 49의 제곱근은 7, -7이다.

$\therefore 7+(-7)=0$

(ㄴ) -4의 제곱근은 없고 4의 제곱근은 2, -2이다.

(ㄷ) $(-2)^2=4$이므로 $(-2)^2$의 양의 제곱근은 2이다.

(ㄹ) 0의 제곱근은 0이다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다.　답 ②

002-1 9의 음의 제곱근은 -3이므로　$a=-3$

$(-5)^2=25$의 양의 제곱근은 5이므로　$b=5$

$\therefore a-b=(-3)-5=-8$　답 -8

003-1 (ㄱ) $\sqrt{1.96}=1.4$　(ㄹ) $\sqrt{144}=12$

이상에서 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 것은 (ㄱ), (ㄹ)이다.

답 ②

004-1 ① $(\sqrt{7})^2=7$　② $(-\sqrt{3})^2=3$

③ $\sqrt{(-5)^2}=5$

④ $(\sqrt{6})^2=6$이므로　$-(\sqrt{6})^2=-6$

⑤ $\sqrt{16}=\sqrt{4^2}=4$

따라서 가장 큰 수는 ①이다.　답 ①

005-1 (1) $\sqrt{36}=\sqrt{6^2}=6$, $\sqrt{(-5)^2}=5$, $(\sqrt{7})^2=7$이므로
$\sqrt{36}+\sqrt{(-5)^2}-(\sqrt{7})^2=6+5-7=4$
(2) $\sqrt{64}=\sqrt{8^2}=8$, $(-\sqrt{2})^2=2$, $(\sqrt{3})^2=3$이므로
$\sqrt{64}\div(-\sqrt{2})^2\times(\sqrt{3})^2=8\div2\times3=12$
답 (1) 4 (2) 12

006-1 (ㄱ) $a<0$이므로 $\sqrt{a^2}=-a$
(ㄴ) $-a>0$이므로 $-\sqrt{(-a)^2}=-(-a)=a$
(ㄷ) $-6a>0$이므로 $\sqrt{(-6a)^2}=-6a$
(ㄹ) $\sqrt{\dfrac{a^2}{100}}=\sqrt{\left(\dfrac{a}{10}\right)^2}$ 이고 $\dfrac{a}{10}<0$이므로
$\sqrt{\dfrac{a^2}{100}}=-\dfrac{a}{10}$
(ㅁ) $-\sqrt{4a^2}=-\sqrt{(2a)^2}$이고 $2a<0$이므로
$-\sqrt{4a^2}=-(-2a)=2a$
이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㅁ)의 2개이다. 답 ②

007-1 $a<0$, $b>0$이므로 $3a<0$, $-2b<0$
$\therefore \sqrt{(3a)^2}+6\sqrt{b^2}-\sqrt{(-2b)^2}$
$=-3a+6b-\{-(-2b)\}$
$=-3a+4b$
답 ②

008-1 $0<a<b$에서 $-a<0<b-a$이므로
$\sqrt{(-a)^2}=-(-a)=a$, $\sqrt{(b-a)^2}=b-a$
$\therefore \sqrt{(-a)^2}-\sqrt{(b-a)^2}+\sqrt{a^2}=a-(b-a)+a$
$=3a-b$
답 $3a-b$

009-1 $\dfrac{28n}{5}=\dfrac{2^2\times7\times n}{5}$ 이므로 가장 작은 자연수 n은
$n=5\times7=35$ 답 35

010-1 $13-n$이 13보다 작은 제곱수 또는 0이어야 하므로
$13-n=0,\ 1,\ 4,\ 9$
$\therefore n=13,\ 12,\ 9,\ 4$
따라서 모든 자연수 n의 값의 합은
$13+12+9+4=38$ 답 38

REMARK $\sqrt{A-x}$ (A는 자연수)가 정수가 되려면
⇒ 0을 포함한 A보다 작은 제곱수를 찾는다.

개념 Check 본책 19쪽

05-1 답 (1) < (2) < (3) > (4) > (5) < (6) <

05-2 (1) $2=\sqrt{4}$이고 $4<5$이므로 $2<\sqrt{5}$
(2) $3=\sqrt{9}$이고 $9>6$이므로 $3>\sqrt{6}$
(3) $\dfrac{1}{2}=\sqrt{\dfrac{1}{4}}$이고 $\dfrac{1}{6}<\dfrac{1}{4}$이므로 $\sqrt{\dfrac{1}{6}}<\dfrac{1}{2}$
(4) $2=\sqrt{4}$이고 $7>4$이므로 $\sqrt{7}>2$
$\therefore -\sqrt{7}<-2$
(5) $4=\sqrt{16}$이고 $16<20$이므로 $4<\sqrt{20}$
$\therefore -4>-\sqrt{20}$
(6) $\dfrac{1}{2}=\sqrt{\dfrac{1}{4}}$이고 $\dfrac{1}{2}>\dfrac{1}{4}$이므로 $\sqrt{\dfrac{1}{2}}>\dfrac{1}{2}$
$\therefore -\sqrt{\dfrac{1}{2}}<-\dfrac{1}{2}$
답 (1) < (2) > (3) < (4) < (5) > (6) <

유제

본책 20~21쪽

011-1 양수끼리 대소를 비교하면 $\sqrt{5}<\sqrt{7}$
음수끼리 대소를 비교하면 $-\sqrt{3}>-\sqrt{15}$
주어진 수를 크기가 작은 것부터 차례대로 나열하면
$-\sqrt{15},\ -\sqrt{3},\ 0,\ \sqrt{5},\ \sqrt{7}$
답 $-\sqrt{15},\ -\sqrt{3},\ 0,\ \sqrt{5},\ \sqrt{7}$

012-1 $3=\sqrt{9}$, $4=\sqrt{16}$에서 $\sqrt{14}>3$, $\sqrt{14}<4$이므로
$\sqrt{14}-3>0$, $\sqrt{14}-4<0$
$\therefore \sqrt{(\sqrt{14}-3)^2}+\sqrt{(\sqrt{14}-4)^2}$
$=\sqrt{14}-3+\{-(\sqrt{14}-4)\}$
$=1$ 답 1

013-1 $3=\sqrt{9}$, $4=\sqrt{16}$이므로 $3<\sqrt{n-1}<4$에서
$\sqrt{9}<\sqrt{n-1}<\sqrt{16}$, $9<n-1<16$
$\therefore 10<n<17$
따라서 $a=16$, $b=11$이므로
$a-b=5$ 답 ③

014-1 $\sqrt{1}=1$, $\sqrt{4}=2$, $\sqrt{9}=3$, $\sqrt{16}=4$이므로
$N(1)=0$
$N(2)=N(3)=N(4)=1$
$N(5)=N(6)=N(7)=N(8)=N(9)=2$
$N(10)=N(11)=N(12)=3$
$\therefore$ (주어진 식)$=0+1\times3+2\times5+3\times3$
$=22$ 답 22

단원 마무리

본책 22~24쪽

01 ②	02 ①, ④	03 ④	04 ①	05 ④
06 ①	07 3 cm	08 ④	09 2	10 ③
11 ②, ③	12 0	13 ④	14 20	15 ①
16 20	17 ④	18 a^2, a, $\sqrt{a}$, $\sqrt{\frac{1}{a}}$, $\frac{1}{a}$		
19 $x=10$, $y=1$				

01 해결 Guide $a(a\geq 0)$의 제곱근 ➡ 제곱하여 a가 되는 수

x가 양수 a의 제곱근이므로 $x^2=a$ 답 ②

REMARK $x=\pm\sqrt{a}$로 나타낼 수도 있다.

02 해결 Guide $a>0$일 때, a의 제곱근 ➡ $\pm\sqrt{a}$, 제곱근 a ➡ $\sqrt{a}$

② 제곱근 3은 3의 양의 제곱근이므로 $\sqrt{3}$이다.

③ $(-7)^2=49$의 제곱근은 ± 7이다.

⑤ $\sqrt{(-5)^2}=5$ 답 ①, ④

03 해결 Guide $a>0$일 때, $(\sqrt{a})^2=(-\sqrt{a})^2=\sqrt{a^2}=\sqrt{(-a)^2}=a$

① $\sqrt{6^2}+\sqrt{(-7)^2}=6+7=13$

② $\sqrt{(-11)^2}-(-\sqrt{3})^2=11-3=8$

③ $-(-\sqrt{2})^2\times\sqrt{4}=-2\times 2=-4$

④ $-\sqrt{49}\div\sqrt{\left(-\frac{1}{7}\right)^2}=-7\div\frac{1}{7}=-49$

⑤ $\sqrt{8^2}\times\left(-\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^2=8\times\frac{3}{2}=12$

따라서 가장 작은 것은 ④이다. 답 ④

04 해결 Guide $\sqrt{a^2}=\begin{cases} a\ (a\geq 0) \\ -a\ (a<0)\end{cases}$

$\sqrt{121a^2}=\sqrt{(11a)^2}$이고 $11a<0$이므로

$\sqrt{121a^2}=-11a$ 답 ①

05 해결 Guide $a>0$, $b>0$일 때, $a<b$ ➡ $\sqrt{a}<\sqrt{b}$

① $5<6$이므로 $\sqrt{5}<\sqrt{6}$ $\therefore -\sqrt{5}>-\sqrt{6}$

② $\frac{1}{4}<\frac{2}{5}$이므로 $\sqrt{\frac{1}{4}}<\sqrt{\frac{2}{5}}$

③ $5=\sqrt{25}$이고 $24<25$이므로 $\sqrt{24}<5$

④ $0.2=\sqrt{0.04}$이고 $0.2>0.04$이므로 $\sqrt{0.2}>0.2$

⑤ $3=\sqrt{9}$이고 $9>7$이므로 $3>\sqrt{7}$ $\therefore -3<-\sqrt{7}$

답 ④

06 해결 Guide $a>0$, $b>0$일 때, $a<\sqrt{x}<b$ ➡ $a^2<x<b^2$

$6=\sqrt{36}$, $9=\sqrt{81}$이므로 $6<\sqrt{9x}<9$에서

$\sqrt{36}<\sqrt{9x}<\sqrt{81}$, $36<9x<81$

$\therefore 4<x<9$

따라서 x의 값이 될 수 없는 것은 ①이다. 답 ①

07 해결 Guide 넓이가 $a(a>0)$인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{a}$이다.

두 정사각형의 넓이의 비가 1 : 9이므로

작은 정사각형의 넓이는 $90\times\frac{1}{1+9}=9(\text{cm}^2)$ … 50%

따라서 작은 정사각형의 한 변의 길이는 3 cm이다. … 50%

답 3 cm

채점 기준	배점
작은 정사각형의 넓이 구하기	50%
작은 정사각형의 한 변의 길이 구하기	50%

REMARK 큰 정사각형의 넓이는

$$90\times\frac{9}{1+9}=81(\text{cm}^2)$$

이므로 큰 정사각형의 한 변의 길이는 9 cm이다.

08 해결 Guide $a\ (a\geq 0)$의 제곱근 ➡ 제곱하여 a가 되는 수

① $\sqrt{(-4)^2}=4$의 제곱근은 ± 2이다.

② 음수의 제곱근은 없다.

③ 0.9의 제곱근은 $\pm\sqrt{0.9}$이다.

④ $(-9)^2=81$의 제곱근은 ± 9이므로 그 합은 0이다.

⑤ 0의 제곱근은 1개이다. 답 ④

09 해결 Guide $a>0$일 때,
제곱근 a ➡ $\sqrt{a}$, a의 음의 제곱근 ➡ $-\sqrt{a}$

제곱근 $\left(-\frac{4}{3}\right)^2$은 $\sqrt{\left(-\frac{4}{3}\right)^2}=\frac{4}{3}$이므로 $a=\frac{4}{3}$

$0.\dot{4}=\frac{4}{9}$에서 $\frac{4}{9}$의 음의 제곱근은 $-\frac{2}{3}$이므로 $b=-\frac{2}{3}$

$\therefore a-b=\frac{4}{3}-\left(-\frac{2}{3}\right)=2$ 답 2

10 해결 Guide $a>0$일 때, $\sqrt{a^2}=\sqrt{(-a)^2}=(-\sqrt{a})^2=a$

$\sqrt{144}=\sqrt{12^2}=12$, $\sqrt{0.09}=\sqrt{0.3^2}=0.3$, $\sqrt{(-6)^2}=6$,
$(-\sqrt{2})^2=2$이므로

(주어진 식) $=12\div 0.3-6\times 2$

$=40-12=28$ 답 ③

11 해결 Guide $\sqrt{a^2}=-a \Rightarrow a<0$

$\sqrt{a^2}=-a$이므로 $a<0$

① $\sqrt{(4a)^2}=-4a$ ④ $16\sqrt{a^2}=-16a$

⑤ $\sqrt{25a^2}=\sqrt{(5a)^2}=-5a$

답 ②, ③

12 해결 Guide $\sqrt{a^2}=\begin{cases} a & (a\ge 0) \\ -a & (a<0) \end{cases}$

$a>0$에서 $-6a<0$, $-a<0$, $3a>0$이므로 … 30%

$\sqrt{(-6a)^2}=-(-6a)=6a$

$9\sqrt{(-a)^2}=9\{-(-a)\}=9a$

$\sqrt{(3a)^2}=3a$

$\therefore$ (주어진 식)$=6a-9a+3a$

$=0$ … 70%

답 0

채점 기준	배점
근호 안의 식의 부호 구하기	30%
주어진 식 간단히 하기	70%

13 해결 Guide $\sqrt{(a-b)^2}=\begin{cases} a-b & (a\ge b) \\ -(a-b) & (a<b) \end{cases}$

$-3<a<1$에서 $0<a+3<4$이므로

$\sqrt{(a+3)^2}=a+3$

$-3<a<1$에서 $-4<a-1<0$이므로

$\sqrt{(a-1)^2}=-(a-1)=-a+1$

$\therefore$ (주어진 식)$=a+3-(-a+1)$

$=2a+2$

답 ④

14 해결 Guide **근호 안의 수를 소인수분해하여 소인수의 지수가 모두 짝수가 되도록 하는 자연수 a의 값을 찾는다.**

80을 소인수분해하면 $80=2^4\times 5$ … 20%

$\sqrt{80a}=\sqrt{2^4\times 5\times a}$가 자연수가 되려면 $a=5\times$(자연수)^2 꼴이어야 한다. … 40%

$\therefore a=5\times 1^2,\ 5\times 2^2,\ 5\times 3^2,\ \cdots$

따라서 가장 작은 두 자리 자연수 a는

$a=5\times 2^2=20$ … 40%

답 20

채점 기준	배점
80을 소인수분해하기	20%
$a=5\times$(자연수)^2 꼴임을 알기	40%
a의 값 구하기	40%

15 해결 Guide $\sqrt{(A-B)^2}$ **꼴을 간단히 하려면 먼저 두 수 A, B의 대소를 비교한다.**

① $3=\sqrt{9}$이므로 $3<\sqrt{10}$ $\therefore 3-\sqrt{10}<0$

$\therefore \sqrt{(3-\sqrt{10})^2}=-(3-\sqrt{10})=-3+\sqrt{10}$

답 ①

16 해결 Guide **$a>0$, $b>0$일 때, $\sqrt{a}<\sqrt{x}<\sqrt{b} \Rightarrow a<x<b$**

$-4<-\sqrt{2x+3}<-\sqrt{5}$에서 $\sqrt{5}<\sqrt{2x+3}<\sqrt{16}$이므로

$5<2x+3<16$ $\therefore 1<x<\frac{13}{2}$

따라서 자연수 x는 2, 3, 4, 5, 6이므로 구하는 합은

$2+3+4+5+6=20$

답 20

17 해결 Guide **x와 가장 가까운 제곱수 2개를 찾아 $\sqrt{x}$의 값의 범위를 나타낸다.**

$\sqrt{100}=10$이므로 $N(100)=10$

$25<33<36$이므로 $5<\sqrt{33}<6$

$\therefore N(33)=5$

$\therefore N(100)-N(33)=5$

답 ④

18 해결 Guide **$0<a<1$을 만족시키는 a의 값을 대입하여 크기를 비교한다.**

주어진 식에 $a=\frac{1}{4}$을 대입하면

$a=\frac{1}{4}$, $\frac{1}{a}=4$, $\sqrt{a}=\frac{1}{2}$, $\sqrt{\frac{1}{a}}=\sqrt{4}=2$, $a^2=\frac{1}{16}$

$\therefore a^2<a<\sqrt{a}<\sqrt{\frac{1}{a}}<\frac{1}{a}$

답 a^2, a, $\sqrt{a}$, $\sqrt{\frac{1}{a}}$, $\frac{1}{a}$

REMARK a가 어떤 수의 제곱일 때, $\sqrt{a}$, $\sqrt{\frac{1}{a}}$은 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있으므로 $a=\frac{1}{4}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{16}$, …과 같은 수를 대입하는 것이 편리하다.

19 해결 Guide **$m-n$의 값은 m의 값이 클수록, n의 값이 작을수록 크다.**

$\sqrt{131-x}$가 가장 큰 자연수가 되어야 하므로 $131-x$는 131보다 작은 제곱수 중 가장 큰 수인 121이다.

즉 $131-x=121$이므로 $x=10$ … 50%

또 $\sqrt{y+63}$은 가장 작은 자연수가 되어야 하므로 $y+63$은 63보다 큰 제곱수 중 가장 작은 수인 64이다.

즉 $y+63=64$이므로 $y=1$ … 50%

답 $x=10$, $y=1$

채점 기준	배점
x의 값 구하기	50%
y의 값 구하기	50%

2 무리수와 실수

개념 Check ◎ 본책 28~30쪽

06-1 (4) $\sqrt{36}=6$이므로 유리수이다.

(6) $\sqrt{0.\dot{1}}=\sqrt{\frac{1}{9}}=\frac{1}{3}$이므로 유리수이다.

답 (1) 무 (2) 유 (3) 무
(4) 유 (5) 유 (6) 유

06-2 $-\sqrt{4}=-2$, $\sqrt{1.\dot{7}}=\sqrt{\frac{16}{9}}=\frac{4}{3}$

답 (1) 11 (2) $-\sqrt{4}$, 11
(3) $-\sqrt{4}$, $\sqrt{1.\dot{7}}$, 11, -0.5
(4) 2π, $\sqrt{3}-1$
(5) $-\sqrt{4}$, 2π, $\sqrt{3}-1$, $\sqrt{1.\dot{7}}$, 11, -0.5

07-1 (1) $\sqrt{5.64}$의 어림한 값은 5.6의 가로줄과 4의 세로줄이 만나는 곳의 값이므로 2.375이다.
(2) $\sqrt{5.73}$의 어림한 값은 5.7의 가로줄과 3의 세로줄이 만나는 곳의 값이므로 2.394이다.
(3) $\sqrt{5.87}$의 어림한 값은 5.8의 가로줄과 7의 세로줄이 만나는 곳의 값이므로 2.423이다.
(4) $\sqrt{5.96}$의 어림한 값은 5.9의 가로줄과 6의 세로줄이 만나는 곳의 값이므로 2.441이다.

답 (1) 2.375 (2) 2.394 (3) 2.423 (4) 2.441

08-1 답 (1) 25, 4, 4, $\sqrt{22}-4$ (2) 3, 6, 6, $\sqrt{6}-2$

08-2 (1) $\sqrt{9}<\sqrt{11}<\sqrt{16}$이므로 $3<\sqrt{11}<4$
따라서 $\sqrt{11}$의 정수 부분은 3, 소수 부분은 $\sqrt{11}-3$이다.
(2) $\sqrt{25}<\sqrt{32}<\sqrt{36}$이므로 $5<\sqrt{32}<6$
따라서 $\sqrt{32}$의 정수 부분은 5, 소수 부분은 $\sqrt{32}-5$이다.
(3) $1<\sqrt{3}<2$이므로 $4<3+\sqrt{3}<5$
따라서 $3+\sqrt{3}$의 정수 부분은 4, 소수 부분은
$3+\sqrt{3}-4=\sqrt{3}-1$
(4) $-2<-\sqrt{2}<-1$이므로 $3<5-\sqrt{2}<4$
따라서 $5-\sqrt{2}$의 정수 부분은 3, 소수 부분은
$5-\sqrt{2}-3=2-\sqrt{2}$

답 (1) 3, $\sqrt{11}-3$ (2) 5, $\sqrt{32}-5$
(3) 4, $\sqrt{3}-1$ (4) 3, $2-\sqrt{2}$

REMARK m, n이 자연수일 때, $m+\sqrt{n}$의 소수 부분과 $\sqrt{n}$의 소수 부분은 같다.

유제 ◎ 본책 31~32쪽

015-1 순환하지 않는 무한소수로 나타내어지는 수는 무리수이다.

$\sqrt{1}=1$, $2.\dot{4}=\frac{22}{9}$, $\sqrt{(-2)^2}=2$, $\frac{\sqrt{16}}{3}=\frac{4}{3}$

따라서 무리수인 것은 π, $-\sqrt{0.9}$이다. 답 π, $-\sqrt{0.9}$

016-1 ⑤ 소수로 나타내면 순환하지 않는 무한소수이다.

답 ⑤

REMARK 무리수는 $\frac{(\text{정수})}{(0\text{이 아닌 정수})}$ 꼴로 나타낼 수 없다.

017-1 (1) $\sqrt{21.2}$의 어림한 값은 21의 가로줄과 2의 세로줄이 만나는 곳의 값이므로 4.604이다.
또 $\sqrt{24.7}$의 어림한 값은 24의 가로줄과 7의 세로줄이 만나는 곳의 값이므로 4.970이다.
(2) 주어진 제곱근표에서
$\sqrt{23.4}$의 어림한 값이 4.837이므로
$x=23.4$
$\sqrt{20.5}$의 어림한 값이 4.528이므로
$y=20.5$
$\therefore x-y=23.4-20.5=2.9$

답 (1) 4.604, 4.970 (2) 2.9

018-1 $\sqrt{4}<\sqrt{7}<\sqrt{9}$에서 $2<\sqrt{7}<3$이므로
$5<3+\sqrt{7}<6$
즉 $3+\sqrt{7}$의 정수 부분이 5이므로
$a=5$, $b=(3+\sqrt{7})-5=\sqrt{7}-2$ 답 $a=5$, $b=\sqrt{7}-2$

개념 Check ◎ 본책 33~34쪽

09-1 (1) $\square PQRS=2\times2-4\times\left(\frac{1}{2}\times1\times1\right)=2$이므로
$\overline{PA}=\overline{PQ}=\sqrt{2}$
따라서 점 A가 나타내는 수는
$1+\sqrt{2}$
(2) $\overline{PB}=\overline{PS}=\overline{PQ}=\sqrt{2}$이므로 점 B가 나타내는 수는
$1-\sqrt{2}$ 답 (1) $1+\sqrt{2}$ (2) $1-\sqrt{2}$

09-2 (1) 2와 3 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
(2) 1과 $\sqrt{2}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

답 (1) × (2) × (3) ○ (4) ○

10-1 답 $1-\sqrt{5}$, $<$, $<$, $<$

10-2 답 (1) $>$ (2) $>$ (3) $<$ (4) $<$ (5) $<$ (6) $>$

유제

◎ 본책 35~37쪽

019-1 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$이므로 각 점의 좌표는

$$A(-\sqrt{2}),\ B(-2+\sqrt{2}),\ C(1-\sqrt{2}),\ D(-1+\sqrt{2})$$

답 풀이 참조

020-1 ① $\sqrt{2}$와 $\sqrt{3}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
③ 0과 가장 가까운 무리수는 알 수 없다.
⑤ 유리수와 무리수, 즉 실수를 나타내는 점들 전체로 수직선을 완전히 메울 수 있다.

답 ②, ④

021-1 ① $\sqrt{6}+3-(\sqrt{6}+\sqrt{7})=3-\sqrt{7}=\sqrt{9}-\sqrt{7}>0$

$\therefore \sqrt{6}+3>\sqrt{6}+\sqrt{7}$

② $5-\sqrt{5}-\sqrt{2^2}=3-\sqrt{5}=\sqrt{9}-\sqrt{5}>0$

$\therefore 5-\sqrt{5}>\sqrt{2^2}$

③ $\sqrt{10}+1-4=\sqrt{10}-3=\sqrt{10}-\sqrt{9}>0$

$\therefore \sqrt{10}+1>4$

④ $\sqrt{2}-\sqrt{15}-(-\sqrt{15}+1)=\sqrt{2}-1=\sqrt{2}-\sqrt{1}>0$

$\therefore \sqrt{2}-\sqrt{15}>-\sqrt{15}+1$

⑤ $\sqrt{\frac{1}{8}}-2-\left(\sqrt{\frac{1}{5}}-2\right)=\sqrt{\frac{1}{8}}-\sqrt{\frac{1}{5}}<0$

$\therefore \sqrt{\frac{1}{8}}-2<\sqrt{\frac{1}{5}}-2$

답 ⑤

022-1 $a-b=(\sqrt{2}-1)-1=\sqrt{2}-2=\sqrt{2}-\sqrt{4}<0$

$\therefore a<b$

$b-c=1-(\sqrt{3}-1)=2-\sqrt{3}=\sqrt{4}-\sqrt{3}>0$

$\therefore b>c$

$a-c=(\sqrt{2}-1)-(\sqrt{3}-1)=\sqrt{2}-\sqrt{3}<0$

$\therefore a<c$

따라서 $a<c<b$이다.

답 $a<c<b$

023-1 $\sqrt{9}<\sqrt{12}<\sqrt{16}$에서 $3<\sqrt{12}<4$이므로

$3+1<\sqrt{12}+1<4+1$

$\therefore 4<\sqrt{12}+1<5$

따라서 $\sqrt{12}+1$을 나타내는 점은 구간 D에 있다.

답 ④

024-1 $1<\sqrt{3}<2$이므로

$-4<\sqrt{3}-5<-3$

또 $-2<-\sqrt{3}<-1$이므로

$3<5-\sqrt{3}<4$

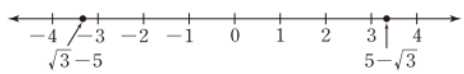
따라서 두 수 $\sqrt{3}-5$와 $5-\sqrt{3}$ 사이에 있는 정수는

$-3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3$

의 7개이다.

답 ④

REMARK $\sqrt{3}-5$와 $5-\sqrt{3}$을 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



단원 마무리

◎ 본책 38~40쪽

01 ③, ④ **02** 0.04 **03** $P(-1-\sqrt{2})$, $Q(1+\sqrt{2})$
04 ② **05** $a<b<c$ **06** 구간 C
07 ⑤ **08** ③ **09** $1+\sqrt{10}$
10 $P(-1-\sqrt{2})$, $Q(-1+\sqrt{2})$ **11** ④ **12** ⑤
13 ④, ⑤ **14** ④ **15** $2-\sqrt{3}$ **16** ③
17 $3+\sqrt{10}$ **18** $2+\pi$

01 해결 Guide 무리수 ➡ 순환하지 않는 무한소수

② $\sqrt{9}=3$

⑤ $\sqrt{2.\dot{7}}=\sqrt{\frac{25}{9}}=\frac{5}{3}$

답 ③, ④

02 해결 Guide 처음 두 자리 수의 가로줄과 끝자리 수의 세로줄이 만나는 곳의 수를 읽는다.

$a=3.153$, $b=3.113$이므로

$a-b=0.04$

답 0.04

03 해결 Guide 넓이가 a인 정사각형의 한 변의 길이 ➡ $\sqrt{a}$

$\square ABCD=2\times2-4\times\left(\frac{1}{2}\times1\times1\right)=2$이므로

$\overline{CP}=\overline{CB}=\sqrt{2}$

점 P는 점 C에서 왼쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 떨어진 점이므로 점 P의 좌표는

$-1-\sqrt{2}$

넓이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$이므로

$\overline{FQ}=\overline{FH}=\sqrt{2}$

점 Q는 점 F에서 오른쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 떨어진 점이므로
점 Q의 좌표는

$1+\sqrt{2}$

답 $\mathrm{P}(-1-\sqrt{2})$, $\mathrm{Q}(1+\sqrt{2})$

04 해결 Guide **두 실수 a, b에 대하여**
$a-b>0 \Rightarrow a>b$, $\quad a-b<0 \Rightarrow a<b$

① $(\sqrt{5}-2)-(\sqrt{3}-2)=\sqrt{5}-\sqrt{3}>0$
$\therefore \sqrt{5}-2>\sqrt{3}-2$

② $(6-\sqrt{3})-4=2-\sqrt{3}=\sqrt{4}-\sqrt{3}>0$
$\therefore 6-\sqrt{3}>4$

③ $(\sqrt{7}+3)-6=\sqrt{7}-3=\sqrt{7}-\sqrt{9}<0$
$\therefore \sqrt{7}+3<6$

④ $(8-\sqrt{5})-(8-\sqrt{6})=-\sqrt{5}+\sqrt{6}>0$
$\therefore 8-\sqrt{5}>8-\sqrt{6}$

⑤ $(-2-\sqrt{3})-(-2-\sqrt{5})=-\sqrt{3}+\sqrt{5}>0$
$\therefore -2-\sqrt{3}>-2-\sqrt{5}$

답 ②

05 해결 Guide **세 실수 a, b, c에 대하여 $a<b$이고 $b<c$ $\Rightarrow a<b<c$**

$a-b=(\sqrt{6}-1)-2=\sqrt{6}-3=\sqrt{6}-\sqrt{9}<0$이므로
$a<b$ … 40%

$b-c=2-(1+\sqrt{2})=1-\sqrt{2}=\sqrt{1}-\sqrt{2}<0$이므로
$b<c$ … 40%

$\therefore a<b<c$ … 20%

답 $a<b<c$

채점 기준	배점
a, b의 대소 비교하기	40%
b, c의 대소 비교하기	40%
a, b, c의 대소 관계 나타내기	20%

06 해결 Guide **$\sqrt{a}$를 나타내는 점 찾기 $\Rightarrow n<\sqrt{a}<n+1$인 정수 n을 찾는다.**

$\sqrt{4}<\sqrt{7}<\sqrt{9}$에서 $2<\sqrt{7}<3$이므로
$2-3<\sqrt{7}-3<3-3 \qquad \therefore -1<\sqrt{7}-3<0$
따라서 $\sqrt{7}-3$을 나타내는 점은 구간 C에 있다. 답 구간 C

07 해결 Guide **a가 무리수 $\Rightarrow -a$, $a\pm$(유리수)는 무리수이다.**

① $(\sqrt{2})^2=2$ ② $\sqrt{2\times(\sqrt{2})^2}=\sqrt{2^2}=2$
③ $\sqrt{2}\times\sqrt{2}-1=1$ ④ $-2\times(\sqrt{2})^2=-4$
⑤ $\sqrt{2}+2$
따라서 순환하지 않는 무한소수, 즉 무리수는 ⑤이다. 답 ⑤

08 해결 Guide **무리수는 순환하지 않는 무한소수이므로 기약분수로 나타낼 수 없다.**

③ 무리수는 기약분수로 나타낼 수 없다.
④, ⑤ $3<\sqrt{10}<4$이므로 $\sqrt{10}$의 정수 부분은 3, 소수 부분은 $\sqrt{10}-3$이다. 답 ③

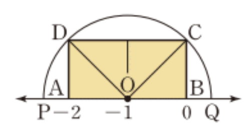
09 해결 Guide **넓이가 a인 정사각형의 한 변의 길이 $\Rightarrow \sqrt{a}$**

$\square\mathrm{ABCD}=4\times4-4\times\left(\frac{1}{2}\times3\times1\right)=10$이므로
$\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{10}$ … 50%
점 P는 점 A에서 오른쪽으로 $\sqrt{10}$만큼 떨어진 점이므로
점 P가 나타내는 수는 $1+\sqrt{10}$이다. … 50%

답 $1+\sqrt{10}$

채점 기준	배점
$\overline{\mathrm{AP}}$의 길이 구하기	50%
점 P가 나타내는 수 구하기	50%

10 해결 Guide **한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$이다.**



한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$이므로
$\overline{\mathrm{OP}}=\overline{\mathrm{OD}}=\sqrt{2}$
$\overline{\mathrm{OQ}}=\overline{\mathrm{OC}}=\sqrt{2}$
$\therefore \mathrm{P}(-1-\sqrt{2})$, $\mathrm{Q}(-1+\sqrt{2})$

답 $\mathrm{P}(-1-\sqrt{2})$, $\mathrm{Q}(-1+\sqrt{2})$

11 해결 Guide **모든 실수는 각각 수직선 위의 한 점으로 나타낼 수 있다.**

④ 수직선은 실수를 나타내는 직선이다. 답 ④

12 해결 Guide **세 실수 a, b, c에 대하여 $a<b$이고 $b<c$ $\Rightarrow a<b<c$**

$a-b=-1+\sqrt{6}-(\sqrt{6}-\sqrt{3})=-1+\sqrt{3}=-\sqrt{1}+\sqrt{3}>0$
$\therefore a>b$
$b-c=\sqrt{6}-\sqrt{3}-(2-\sqrt{3})=\sqrt{6}-2=\sqrt{6}-\sqrt{4}>0$
$\therefore b>c$
$\therefore c<b<a$

답 ⑤

13 해결 Guide **$-\sqrt{2}<x<\sqrt{2}$를 만족시키는 무리수 x를 찾는다.**

$-\sqrt{2}-1<-\sqrt{3}<-\sqrt{2}<-1<1-\sqrt{2}<\sqrt{2}-1<\sqrt{2}$이므로
주어진 조건을 만족시키는 수는 ④, ⑤이다. 답 ④, ⑤

14 해결 Guide x가 $\sqrt{5}$와 3 사이의 수 ➡ $\sqrt{5}<x<3$

④ $1+\sqrt{5}-3=\sqrt{5}-2=\sqrt{5}-\sqrt{4}>0$이므로

$1+\sqrt{5}>3$

따라서 $1+\sqrt{5}$는 $\sqrt{5}$와 3 사이의 수가 아니다.

⑤ $\dfrac{\sqrt{5}+3}{2}$은 두 수 $\sqrt{5}$, 3의 평균이므로 $\sqrt{5}$와 3 사이의 수이다.

답 ④

15 해결 Guide 음수는 음수끼리, 양수는 양수끼리 대소를 비교한다.

음수는 $1-\sqrt{6}$, $1-\sqrt{5}$이므로

$1-\sqrt{6}-(1-\sqrt{5})=-\sqrt{6}+\sqrt{5}<0$

$\therefore 1-\sqrt{6}<1-\sqrt{5}$ ⋯ 30%

양수는 $3-\sqrt{3}$, $2-\sqrt{3}$이므로

$3-\sqrt{3}-(2-\sqrt{3})=1>0$

$\therefore 3-\sqrt{3}>2-\sqrt{3}$ ⋯ 30%

따라서 주어진 수를 작은 것부터 차례대로 나열하면

$1-\sqrt{6}<1-\sqrt{5}<0<2-\sqrt{3}<3-\sqrt{3}$ ⋯ 30%

이므로 수직선 위에 나타낼 때, 왼쪽에서 네 번째에 오는 수는 $2-\sqrt{3}$이다. ⋯ 10%

답 $2-\sqrt{3}$

채점 기준	배점
음수끼리 대소 비교하기	30%
양수끼리 대소 비교하기	30%
작은 것부터 차례대로 나열하기	30%
왼쪽에서 네 번째에 오는 수 구하기	10%

16 해결 Guide 먼저 $m<\sqrt{5}<m+1$, $n<\sqrt{20}<n+1$을 만족시키는 정수 m, n을 찾는다.

(ㄱ) $2<\sqrt{5}<3$이고 $4<\sqrt{20}<5$이므로 두 수 사이의 정수는 3, 4의 2개이다.

(ㄴ) $2<\sqrt{5}$이므로 $5<\sqrt{5}+3$

이때 $\sqrt{20}<5$이므로 $\sqrt{20}<\sqrt{5}+3$

따라서 $\sqrt{5}+3$은 두 수 사이에 없다.

이상에서 옳은 것은 (ㄷ), (ㄹ)이다. 답 ③

17 해결 Guide 무리수 $\sqrt{a}$의 정수 부분이 n

➡ (소수 부분)$=\sqrt{a}-n$

$6<\sqrt{40}<7$이므로 $[40]=6$

$3<\sqrt{10}<4$이므로 $<10>=\sqrt{10}-3$

$\therefore [40]+<10>=6+\sqrt{10}-3$

$=3+\sqrt{10}$

답 $3+\sqrt{10}$

18 해결 Guide 지름의 길이가 a인 원의 둘레의 길이 ➡ πa

지름의 길이가 0.5이므로 원의 둘레의 길이는 0.5π

따라서 점 A가 나타내는 수는

$2+0.5\pi\times 2=2+\pi$

답 $2+\pi$

3 근호를 포함한 식의 계산 (1)

개념 Check ⊙ 본책 44~47쪽

11-1 (1) $\sqrt{5}\sqrt{13}=\sqrt{5\times13}=\sqrt{65}$

(2) $\sqrt{2}\sqrt{3}\sqrt{5}=\sqrt{2\times3\times5}=\sqrt{30}$

(3) $-\sqrt{\frac{14}{3}}\times\sqrt{\frac{9}{7}}=-\sqrt{\frac{14}{3}\times\frac{9}{7}}=-\sqrt{6}$

(4) $2\sqrt{15}\times4\sqrt{\frac{1}{3}}=2\times4\times\sqrt{15\times\frac{1}{3}}=8\sqrt{5}$

답 (1) $\sqrt{65}$ (2) $\sqrt{30}$ (3) $-\sqrt{6}$ (4) $8\sqrt{5}$

11-2 (1) $\frac{\sqrt{45}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{45}{3}}=\sqrt{15}$

(2) $3\sqrt{21}\div\sqrt{7}=\frac{3\sqrt{21}}{\sqrt{7}}=3\sqrt{\frac{21}{7}}=3\sqrt{3}$

(3) $4\sqrt{6}\div(-\sqrt{3})=-\frac{4\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=-4\sqrt{\frac{6}{3}}=-4\sqrt{2}$

(4) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\div\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{30}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{30}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{2}{5}\times\frac{30}{2}}=\sqrt{6}$

답 (1) $\sqrt{15}$ (2) $3\sqrt{3}$ (3) $-4\sqrt{2}$ (4) $\sqrt{6}$

12-1 (1) $\sqrt{24}=\sqrt{2^2\times6}=2\sqrt{6}$

(2) $-\sqrt{45}=-\sqrt{3^2\times5}=-3\sqrt{5}$

(3) $\sqrt{\frac{5}{4}}=\sqrt{\frac{5}{2^2}}=\frac{\sqrt{5}}{2}$

(4) $\sqrt{0.07}=\sqrt{\frac{7}{100}}=\sqrt{\frac{7}{10^2}}=\frac{\sqrt{7}}{10}$

답 (1) $2\sqrt{6}$ (2) $-3\sqrt{5}$ (3) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (4) $\frac{\sqrt{7}}{10}$

12-2 (1) $2\sqrt{7}=\sqrt{2^2\times7}=\sqrt{28}$

(2) $-5\sqrt{2}=-\sqrt{5^2\times2}=-\sqrt{50}$

(3) $-\frac{\sqrt{3}}{2}=-\sqrt{\frac{3}{2^2}}=-\sqrt{\frac{3}{4}}$

(4) $\frac{\sqrt{5}}{10}=\sqrt{\frac{5}{10^2}}=\sqrt{\frac{1}{20}}$

답 (1) $\sqrt{28}$ (2) $-\sqrt{50}$ (3) $-\sqrt{\frac{3}{4}}$ (4) $\sqrt{\frac{1}{20}}$

13-1 답 (1) 100, 10, 17.32 (2) 100, 10, 0.5477

13-2 (1) $\sqrt{712}=\sqrt{7.12\times100}=10\sqrt{7.12}$이므로 어림한 값은

$10\times2.668=26.68$

(2) $\sqrt{7120}=\sqrt{71.2\times100}=10\sqrt{71.2}$이므로 어림한 값은

$10\times8.438=84.38$

(3) $\sqrt{0.712}=\sqrt{\frac{71.2}{100}}=\frac{\sqrt{71.2}}{10}$이므로 어림한 값은

$\frac{8.438}{10}=0.8438$

(4) $\sqrt{0.0712}=\sqrt{\frac{7.12}{100}}=\frac{\sqrt{7.12}}{10}$이므로 어림한 값은

$\frac{2.668}{10}=0.2668$

답 (1) 26.68 (2) 84.38 (3) 0.8438 (4) 0.2668

14-1 답 2, $\sqrt{5}$, $\sqrt{5}$, $\frac{\sqrt{5}}{5}$

14-2 (1) $\frac{1}{\sqrt{11}}=\frac{1\times\sqrt{11}}{\sqrt{11}\times\sqrt{11}}=\frac{\sqrt{11}}{11}$

(2) $\frac{5}{\sqrt{6}}=\frac{5\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\frac{5\sqrt{6}}{6}$

(3) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{5}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{15}}{3}$

(4) $\frac{3}{\sqrt{28}}=\frac{3}{\sqrt{2^2\times7}}=\frac{3}{2\sqrt{7}}=\frac{3\times\sqrt{7}}{2\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\frac{3\sqrt{7}}{14}$

답 (1) $\frac{\sqrt{11}}{11}$ (2) $\frac{5\sqrt{6}}{6}$ (3) $\frac{\sqrt{15}}{3}$ (4) $\frac{3\sqrt{7}}{14}$

유제 ⊙ 본책 48~52쪽

025-1 (ㄱ) $\sqrt{3}\times\sqrt{7}=\sqrt{3\times7}=\sqrt{21}$

(ㄴ) $-\sqrt{2}\times\sqrt{32}=-\sqrt{2\times32}=-\sqrt{64}=-\sqrt{8^2}=-8$

(ㄷ) $5\sqrt{3}\times2\sqrt{2}=5\times2\times\sqrt{3\times2}=10\sqrt{6}$

(ㄹ) $\sqrt{\frac{6}{5}}\times\sqrt{\frac{10}{3}}=\sqrt{\frac{6}{5}\times\frac{10}{3}}=\sqrt{4}=\sqrt{2^2}=2$

이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄷ)이다. 답 (ㄴ), (ㄷ)

026-1 ① $\frac{\sqrt{42}}{\sqrt{6}}=\sqrt{\frac{42}{6}}=\sqrt{7}$

② $\sqrt{20}\div\sqrt{2}=\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{20}{2}}=\sqrt{10}$

③ $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}\div\frac{1}{\sqrt{15}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}\times\sqrt{15}=\sqrt{\frac{3}{5}}\times\sqrt{15}$

$=\sqrt{\frac{3}{5}\times15}=\sqrt{9}=\sqrt{3^2}=3$

④ $\frac{1}{\sqrt{2}}\div\frac{1}{\sqrt{30}}=\frac{1}{\sqrt{2}}\times\sqrt{30}=\frac{\sqrt{30}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{30}{2}}=\sqrt{15}$

⑤ $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{4}}\div\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{11}}=\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{4}}\times\frac{\sqrt{11}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{12}{4}}\times\sqrt{\frac{11}{3}}$

$=\sqrt{\frac{12}{4}\times\frac{11}{3}}=\sqrt{11}$

$\sqrt{15}>\sqrt{11}>\sqrt{10}>3>\sqrt{7}$이므로 가장 큰 것은 ④ $\sqrt{15}$이다.

답 ④

027-1 $\sqrt{18}\times\sqrt{8}\times\sqrt{12}=\sqrt{18\times8\times12}$

$$=\sqrt{3^2\times2\times2^3\times2^2\times3}$$
$$=\sqrt{2^6\times3^2\times3}$$
$$=\sqrt{(2^3\times3)^2\times3}$$
$$=24\sqrt{3}$$

$\therefore a=24$

답 ⑤

다른 풀이 $\sqrt{18}\times\sqrt{8}\times\sqrt{12}=3\sqrt{2}\times2\sqrt{2}\times2\sqrt{3}$

$$=3\times2\times2\times(\sqrt{2})^2\times\sqrt{3}$$
$$=24\sqrt{3}$$

028-1 $\dfrac{\sqrt{6}}{5}=\sqrt{\dfrac{6}{25}}$이므로 $0.04+k=\dfrac{6}{25}$

$\dfrac{1}{25}+k=\dfrac{6}{25}$ $\therefore k=\dfrac{5}{25}=\dfrac{1}{5}$

답 ②

029-1 $\sqrt{150}=\sqrt{2\times3\times5^2}$

$$=5\sqrt{2}\sqrt{3}=5ab$$

답 ②

030-1 ① $\sqrt{462}=\sqrt{4.62\times100}=10\sqrt{4.62}$이므로 어림한 값은 $10\times2.149=21.49$

② $\sqrt{4700}=\sqrt{47\times100}=10\sqrt{47}$이므로 $\sqrt{47}$의 어림한 값이 주어져야 한다.

③ $\sqrt{49400}=\sqrt{4.94\times10000}=100\sqrt{4.94}$이므로 어림한 값은 $100\times2.223=222.3$

④ $\sqrt{0.048}=\sqrt{\dfrac{4.8}{100}}=\dfrac{\sqrt{4.8}}{10}$이므로 어림한 값은

$\dfrac{2.191}{10}=0.2191$

⑤ $\sqrt{0.00046}=\sqrt{\dfrac{4.6}{10000}}=\dfrac{\sqrt{4.6}}{100}$이므로 어림한 값은

$\dfrac{2.145}{100}=0.02145$

따라서 주어진 제곱근표를 이용하여 그 어림한 값을 구할 수 없는 것은 ②이다.

답 ②

REMARK $\sqrt{a}$의 어림한 값으로 구할 수 있는 값

➡ $\sqrt{100a},\ \sqrt{\dfrac{a}{100}},\ \sqrt{10000a},\ \sqrt{\dfrac{a}{10000}},\ \cdots$

➡ $\sqrt{10^{2n}a}$ 또는 $\sqrt{\dfrac{a}{10^{2n}}}$ (n은 자연수)

031-1 $\dfrac{3\sqrt{a}}{7\sqrt{6}}=\dfrac{3\sqrt{a}\times\sqrt{6}}{7\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\dfrac{3\sqrt{6a}}{42}=\dfrac{\sqrt{6a}}{14}$

이때 $\dfrac{\sqrt{6a}}{14}=\dfrac{\sqrt{30}}{14}$이므로 $6a=30$

$\therefore a=5$

답 5

032-1 $\dfrac{14}{\sqrt{8}}\times\dfrac{\sqrt{12}}{7}\div\sqrt{48}=\dfrac{14}{2\sqrt{2}}\times\dfrac{2\sqrt{3}}{7}\div4\sqrt{3}$

$$=\frac{7}{\sqrt{2}}\times\frac{2\sqrt{3}}{7}\times\frac{1}{4\sqrt{3}}$$
$$=7\times\frac{2}{7}\times\frac{1}{4}\times\sqrt{\frac{1}{2}\times3\times\frac{1}{3}}$$
$$=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{1}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{4}$$

$\therefore a=\dfrac{1}{4}$

답 $\dfrac{1}{4}$

033-1 (직사각형의 넓이)$=2\sqrt{5}\times3\sqrt{2}=6\sqrt{10}$

삼각형의 높이를 x라 하면

(삼각형의 넓이)$=\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times x=2\sqrt{2}x$

따라서 $2\sqrt{2}x=6\sqrt{10}$이므로

$x=\dfrac{6\sqrt{10}}{2\sqrt{2}}=\dfrac{6}{2}\times\sqrt{\dfrac{10}{2}}=3\sqrt{5}$

답 ③

033-2 원뿔의 높이를 x cm라 하면

$\dfrac{1}{3}\times\pi\times(2\sqrt{3})^2\times x=8\sqrt{5}\pi,\quad 4x=8\sqrt{5}$

$\therefore x=2\sqrt{5}$

답 ②

단원 마무리

본책 53~55쪽

01 ②	**02** $a=125,\ b=3$	**03** ③	**04** ③
05 ⑤	**06** $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$	**07** ⑤	**08** ③
09 $2\sqrt{5}<\sqrt{22}<5<4\sqrt{2}$		**10** 4	**11** ④
12 17.32, 27.385	**13** ①	**14** ①	
15 $2\sqrt{10}$ cm	**16** 12 cm^2	**17** ②	**18** 10

01 해결 Guide $a>0,\ b>0$일 때, $\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab},\ \dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$

② $\dfrac{\sqrt{14}}{2}\times6\sqrt{\dfrac{1}{7}}=3\times\sqrt{14\times\dfrac{1}{7}}=3\sqrt{2}$

답 ②

3 식의 계산 (1) 근호를 포함한

02 해결 Guide $a>0,\ b>0$일 때, $a\sqrt{b}=\sqrt{a^2b}$

$5\sqrt{5}=\sqrt{5^2\times5}=\sqrt{125}$ $\quad\therefore a=125$ ··· 50%

$\sqrt{108}=\sqrt{6^2\times3}=6\sqrt{3}$ $\quad\therefore b=3$ ··· 50%

답 $a=125,\ b=3$

채점 기준	배점
a의 값 구하기	50%
b의 값 구하기	50%

03 해결 Guide 근호 안의 제곱인 인수 빼내기 ➡ 주어진 문자로 나타내기

$\sqrt{27}-\sqrt{80}=\sqrt{3^2\times3}-\sqrt{4^2\times5}=3\sqrt{3}-4\sqrt{5}$

$=3x-4y$

답 ③

04 해결 Guide 근호 안의 수의 소수점의 위치를 두 자리씩 이동시켜 본다.

① $\sqrt{0.5}=\sqrt{\dfrac{50}{100}}=\dfrac{\sqrt{50}}{10}$이므로 어림한 값은

$\dfrac{7.071}{10}=0.7071$

② $\sqrt{0.05}=\sqrt{\dfrac{5}{100}}=\dfrac{\sqrt{5}}{10}$이므로 어림한 값은

$\dfrac{2.236}{10}=0.2236$

③ $\sqrt{0.0005}=\sqrt{\dfrac{5}{10000}}=\dfrac{\sqrt{5}}{100}$이므로 어림한 값은

$\dfrac{2.236}{100}=0.02236$

④ $\sqrt{500}=\sqrt{5\times100}=10\sqrt{5}$이므로 어림한 값은

$10\times2.236=22.36$

⑤ $\sqrt{5000}=\sqrt{50\times100}=10\sqrt{50}$이므로 어림한 값은

$10\times7.071=70.71$

따라서 어림한 값을 구한 것으로 옳은 것은 ③이다. 답 ③

05 해결 Guide $b>0$일 때, $\dfrac{a}{\sqrt{b}}=\dfrac{a\sqrt{b}}{b}$

① $2\sqrt{2}$

② $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

③ $\dfrac{4}{\sqrt{2}}=\dfrac{4\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{4\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}$

④ $\dfrac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{6}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{18}}{3}=\dfrac{6\sqrt{2}}{3}=2\sqrt{2}$

⑤ $\dfrac{6}{\sqrt{2}\sqrt{3}}=\dfrac{6\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}}=\dfrac{6\sqrt{6}}{6}=\sqrt{6}$

따라서 나머지 넷과 다른 하나는 ⑤이다. 답 ⑤

06 해결 Guide 나눗셈을 역수의 곱셈으로 고친 후 앞에서부터 순서대로 계산한다.

$\sqrt{6}\div\sqrt{5}\times\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\sqrt{6}\times\dfrac{1}{\sqrt{5}}\times\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\sqrt{6\times\dfrac{1}{5}\times\dfrac{2}{3}}$

$=\dfrac{2}{\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

답 $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

07 해결 Guide $a>0,\ b>0,\ c>0$일 때, $\sqrt{a}\sqrt{b}\sqrt{c}=\sqrt{abc}$

$\sqrt{10}\times\sqrt{\dfrac{3}{5}}\times\sqrt{a}=\sqrt{10\times\dfrac{3}{5}\times a}=\sqrt{6\times a}$

$\sqrt{\dfrac{6}{7}}\times\sqrt{35}=\sqrt{\dfrac{6}{7}\times35}=\sqrt{30}$

즉 $6\times a=30$이므로 $\quad a=5$

답 ⑤

08 해결 Guide $a>0,\ b>0,\ c>0$일 때,

$\sqrt{a}\div\sqrt{b}\div\sqrt{c}=\sqrt{a\times\dfrac{1}{b}\times\dfrac{1}{c}}$

$\dfrac{2\sqrt{7}}{\sqrt{3}}\div\sqrt{\dfrac{14}{9}}\div(-\sqrt{2})=\dfrac{2\sqrt{7}}{\sqrt{3}}\times\dfrac{3}{\sqrt{14}}\times\left(-\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$

$=-2\times3\times\sqrt{\dfrac{7}{3}\times\dfrac{1}{14}\times\dfrac{1}{2}}$

$=-6\sqrt{\dfrac{1}{12}}=-\dfrac{6}{\sqrt{12}}=-\dfrac{6}{2\sqrt{3}}$

$=-\dfrac{3}{\sqrt{3}}=-\sqrt{3}$

답 ③

09 해결 Guide $a>0,\ b>0$일 때, $a\sqrt{b}=\sqrt{a^2b}$임을 이용하여 근호 안의 수끼리 대소를 비교한다.

$5=\sqrt{25},\ 4\sqrt{2}=\sqrt{32},\ 2\sqrt{5}=\sqrt{20}$이므로

$2\sqrt{5}<\sqrt{22}<5<4\sqrt{2}$

답 $2\sqrt{5}<\sqrt{22}<5<4\sqrt{2}$

10 해결 Guide $a>0,\ b>0$일 때, $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b},\ \sqrt{\dfrac{b}{a^2}}=\dfrac{\sqrt{b}}{a}$

$\sqrt{0.48}=\sqrt{\dfrac{48}{100}}=\sqrt{\dfrac{12}{25}}=\sqrt{\dfrac{2^2\times3}{5^2}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{5}$

$\therefore a=\dfrac{2}{5}$

$\sqrt{128}=\sqrt{8^2\times2}=8\sqrt{2}$

$\therefore b=8$

$\therefore \sqrt{5ab}=\sqrt{5\times\dfrac{2}{5}\times8}=\sqrt{16}=4$

답 4

11 해결 Guide 먼저 근호 안의 수를 기약분수로 나타낸다.

$$\sqrt{0.72}=\sqrt{\frac{72}{100}}=\sqrt{\frac{18}{25}}=\sqrt{\frac{2\times3^2}{5^2}}$$
$$=\frac{3\sqrt{2}}{(\sqrt{5})^2}=\frac{3a}{b^2}$$

답 ④

12 해결 Guide $a>0,\ b>0$일 때, $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$

$\sqrt{300}=\sqrt{3\times10^2}=10\sqrt{3}$이므로 어림한 값은

$10\times1.732=17.32$ …50%

$\sqrt{750}=\sqrt{30\times5^2}=5\sqrt{30}$이므로 어림한 값은

$5\times5.477=27.385$ …50%

답 17.32, 27.385

채점 기준	배점
$\sqrt{300}$의 어림한 값 구하기	50%
$\sqrt{750}$의 어림한 값 구하기	50%

13 해결 Guide $a>0$일 때, $\frac{b}{\sqrt{a}}=\frac{b\sqrt{a}}{a}$

$\frac{5}{\sqrt{40}}=\frac{5}{2\sqrt{10}}=\frac{5\sqrt{10}}{20}=\frac{\sqrt{10}}{4}$이므로

$a=\frac{1}{4}$

$\frac{b}{3\sqrt{5}}=\frac{b\times\sqrt{5}}{3\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{b\sqrt{5}}{15}$이므로

$\frac{b}{15}=\frac{4}{3}\qquad\therefore b=20$

$\therefore 4a-b=4\times\frac{1}{4}-20=-19$

답 ①

14 해결 Guide 나눗셈을 역수의 곱셈으로 고친 후 앞에서부터 순서대로 계산한다.

$$-4\sqrt{20}\times\sqrt{\frac{18}{5}}\div\frac{\sqrt{54}}{3}=-8\sqrt{5}\times\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\div\frac{3\sqrt{6}}{3}$$
$$=-8\sqrt{5}\times\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\times\frac{1}{\sqrt{6}}$$
$$=-8\times3\times\sqrt{5\times\frac{2}{5}\times\frac{1}{6}}$$
$$=-24\sqrt{\frac{1}{3}}=-\frac{24}{\sqrt{3}}=-8\sqrt{3}$$

답 ①

15 해결 Guide 세로의 길이를 x cm로 놓고 식을 세운다.

사진의 세로의 길이를 x cm라 하면

$\sqrt{120}:x=\sqrt{3}:1$

$\sqrt{3}x=\sqrt{120}$

$\therefore x=\frac{\sqrt{120}}{\sqrt{3}}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$

답 $2\sqrt{10}$ cm

16 해결 Guide 넓이가 a인 정사각형의 한 변의 길이 ➡ $\sqrt{a}$

$\overline{AB}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$ (cm) …40%

$\overline{BC}=\sqrt{6}$ (cm) …40%

이므로 $\square ABCD=2\sqrt{6}\times\sqrt{6}=12\ (cm^2)$ …20%

답 $12\ cm^2$

채점 기준	배점
$\overline{AB}$의 길이 구하기	40%
$\overline{BC}$의 길이 구하기	40%
$\square ABCD$의 넓이 구하기	20%

17 해결 Guide $m>0$일 때, $m^2=a$ ➡ $m=\sqrt{a}$

m, n은 각각 3.5와 35의 양의 제곱근이므로

$m=\sqrt{3.5},\ n=\sqrt{35}$

$$\therefore \sqrt{350}+\sqrt{0.0035}=\sqrt{3.5\times100}+\sqrt{\frac{35}{10000}}$$
$$=10\sqrt{3.5}+\frac{\sqrt{35}}{100}$$
$$=10m+\frac{n}{100}$$

답 ②

18 해결 Guide $x>0,\ y>0$일 때, $x\sqrt{y}=\sqrt{x^2y}$

$$a\sqrt{\frac{b}{a}}+b\sqrt{\frac{a}{b}}=\sqrt{\frac{a^2b}{a}}+\sqrt{\frac{ab^2}{b}}$$
$$=\sqrt{ab}+\sqrt{ab}$$
$$=\sqrt{25}+\sqrt{25}$$
$$=5+5=10$$

답 10

3 근호를 포함한 식의 계산 (1)

4 근호를 포함한 식의 계산 (2)

개념 Check

본책 58~59쪽

15-1 (1) $3\sqrt{5}+2\sqrt{5}=(3+2)\sqrt{5}=5\sqrt{5}$

(2) $\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{3\sqrt{2}}{2}=\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\right)\sqrt{2}=2\sqrt{2}$

(3) $2\sqrt{3}-7\sqrt{3}+4\sqrt{3}=(2-7+4)\sqrt{3}=-\sqrt{3}$

(4) $4\sqrt{6}+2\sqrt{3}-9\sqrt{6}-6\sqrt{3}=(4-9)\sqrt{6}+(2-6)\sqrt{3}$
$=-5\sqrt{6}-4\sqrt{3}$

답 (1) $5\sqrt{5}$ (2) $2\sqrt{2}$ (3) $-\sqrt{3}$ (4) $-5\sqrt{6}-4\sqrt{3}$

15-2 (1) $\sqrt{54}+\sqrt{24}=3\sqrt{6}+2\sqrt{6}=5\sqrt{6}$

(2) $\sqrt{75}-\sqrt{48}=5\sqrt{3}-4\sqrt{3}=\sqrt{3}$

(3) $\sqrt{27}-6\sqrt{3}+\sqrt{3}=3\sqrt{3}-6\sqrt{3}+\sqrt{3}=-2\sqrt{3}$

(4) $\sqrt{7}+\sqrt{18}-\sqrt{63}-2\sqrt{2}=\sqrt{7}+3\sqrt{2}-3\sqrt{7}-2\sqrt{2}$
$=-2\sqrt{7}+\sqrt{2}$

(5) $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}}-\sqrt{8}=\sqrt{2}-2\sqrt{2}=-\sqrt{2}$

(6) $\frac{3}{\sqrt{24}}-2\sqrt{6}+\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{3}{2\sqrt{6}}-2\sqrt{6}+\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$
$=\frac{\sqrt{6}}{4}-2\sqrt{6}+\frac{\sqrt{6}}{2}$
$=-\frac{5\sqrt{6}}{4}$

답 (1) $5\sqrt{6}$ (2) $\sqrt{3}$ (3) $-2\sqrt{3}$ (4) $-2\sqrt{7}+\sqrt{2}$ (5) $-\sqrt{2}$ (6) $-\frac{5\sqrt{6}}{4}$

16-1 (2) $(\sqrt{6}+2\sqrt{3})\times\sqrt{2}=\sqrt{12}+2\sqrt{6}=2\sqrt{3}+2\sqrt{6}$

(3) $(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2=(\sqrt{5})^2-2\times\sqrt{5}\times\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2$
$=5-2\sqrt{15}+3$
$=8-2\sqrt{15}$

(4) $(2+\sqrt{6})(2-\sqrt{6})=2^2-(\sqrt{6})^2=4-6=-2$

답 (1) $\sqrt{10}+\sqrt{6}$ (2) $2\sqrt{3}+2\sqrt{6}$ (3) $8-2\sqrt{15}$ (4) -2

16-2 (1) $\frac{1}{\sqrt{2}+1}=\frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}$
$=\sqrt{2}-1$

(2) $\frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\frac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}$
$=\frac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{2}$
$=\sqrt{5}-\sqrt{3}$

(3) $\frac{\sqrt{2}}{2-\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{2}(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}$
$=2\sqrt{2}+\sqrt{6}$

(4) $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}$
$=3+2\sqrt{6}+2$
$=5+2\sqrt{6}$

답 (1) $\sqrt{2}-1$ (2) $\sqrt{5}-\sqrt{3}$ (3) $2\sqrt{2}+\sqrt{6}$ (4) $5+2\sqrt{6}$

유제

본책 60~65쪽

034-1 $A=4\sqrt{3}-6\sqrt{3}+5\sqrt{3}=(4-6+5)\sqrt{3}=3\sqrt{3}$
$B=\sqrt{3}-5\sqrt{2}+7\sqrt{2}=\sqrt{3}+(-5+7)\sqrt{2}=\sqrt{3}+2\sqrt{2}$
$\therefore A+B=3\sqrt{3}+(\sqrt{3}+2\sqrt{2})=4\sqrt{3}+2\sqrt{2}$

답 $4\sqrt{3}+2\sqrt{2}$

035-1 $\frac{10}{\sqrt{2}}+a\sqrt{2}-\sqrt{18}=5\sqrt{2}+a\sqrt{2}-3\sqrt{2}$
$=(2+a)\sqrt{2}$

따라서 $2+a=6$이므로 $a=4$

답 4

036-1 $\sqrt{2}a+\sqrt{5}b=\sqrt{2}(\sqrt{2}+3\sqrt{5})+\sqrt{5}(2\sqrt{2}-\sqrt{5})$
$=2+3\sqrt{10}+2\sqrt{10}-5$
$=-3+5\sqrt{10}$

답 $-3+5\sqrt{10}$

037-1 $\frac{\sqrt{8}-4}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{20}+2\sqrt{10}}{\sqrt{5}}$
$=\frac{(2\sqrt{2}-4)\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}+\frac{(2\sqrt{5}+2\sqrt{10})\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}$
$=\frac{4-4\sqrt{2}}{2}+\frac{10+10\sqrt{2}}{5}$
$=2-2\sqrt{2}+2+2\sqrt{2}=4$

답 ④

038-1 $\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}+(2\sqrt{2}-3\sqrt{3})\times\sqrt{2}$
$=\frac{3\sqrt{6}-3}{3}+4-3\sqrt{6}$
$=\sqrt{6}-1+4-3\sqrt{6}$
$=3-2\sqrt{6}$

답 $3-2\sqrt{6}$

039-1 $A=(\sqrt{2}-1)^2=(\sqrt{2})^2-2\times\sqrt{2}\times1+1^2$
$=3-2\sqrt{2}$
$B=(3\sqrt{2}-4)(\sqrt{2}+2)=3\times(\sqrt{2})^2+(6-4)\sqrt{2}-8$
$=-2+2\sqrt{2}$
$\therefore B-A=-2+2\sqrt{2}-(3-2\sqrt{2})$
$=-2+2\sqrt{2}-3+2\sqrt{2}$
$=-5+4\sqrt{2}$

답 $-5+4\sqrt{2}$

040-1 $2\sqrt{5}\left(\frac{1}{\sqrt{10}}-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)+\sqrt{2}(2\sqrt{2}-3a)$

$=\sqrt{2}-2+4-3a\sqrt{2}$

$=2+(1-3a)\sqrt{2}$

따라서 $1-3a=0$이므로 $a=\frac{1}{3}$ 답 $\frac{1}{3}$

041-1 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합은

$4(\sqrt{27}+\sqrt{48}+\sqrt{75})=4(3\sqrt{3}+4\sqrt{3}+5\sqrt{3})$

$=4\times12\sqrt{3}$

$=48\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$ 답 $48\sqrt{3}$ cm

042-1 $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1}+\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1}$

$=\frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}+\frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}$

$=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$

$=\sqrt{6}$ 답 ③

043-1 $x=\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}=\sqrt{3}+\sqrt{2}$,

$y=\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$이므로

$x+y=(\sqrt{3}+\sqrt{2})+(\sqrt{3}-\sqrt{2})=2\sqrt{3}$

$xy=(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})=1$

$\therefore x^2+3xy+y^2=(x+y)^2+xy$

$=(2\sqrt{3})^2+1$

$=13$ 답 13

REMARK 곱셈 공식의 변형

① $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$

② $a^2+b^2=(a-b)^2+2ab$

③ $(a+b)^2=(a-b)^2+4ab$

④ $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab$

044-1 $x=\frac{2}{\sqrt{3}-1}=\frac{2(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}=\sqrt{3}+1$

이므로

$x^2-2x+5=(\sqrt{3}+1)^2-2(\sqrt{3}+1)+5$

$=3+2\sqrt{3}+1-2\sqrt{3}-2+5$

$=7$ 답 7

다른 풀이 $x=\sqrt{3}+1$에서 $x-1=\sqrt{3}$이므로

$(x-1)^2=3$, $x^2-2x+1=3$

$x^2-2x=2$

$\therefore x^2-2x+5=2+5=7$

045-1 $1<\sqrt{2}<2$이므로

$-2<-\sqrt{2}<-1$ $\therefore 2<4-\sqrt{2}<3$

$\therefore x=(4-\sqrt{2})-2=2-\sqrt{2}$

$\therefore x^2-4x-2=(2-\sqrt{2})^2-4(2-\sqrt{2})-2$

$=4-4\sqrt{2}+2-8+4\sqrt{2}-2$

$=-4$ 답 -4

다른 풀이 $x=2-\sqrt{2}$에서 $x-2=-\sqrt{2}$이므로

$(x-2)^2=2$, $x^2-4x+4=2$, $x^2-4x=-2$

$\therefore x^2-4x-2=-2-2=-4$

단원 마무리

본책 66~69쪽

01 3	02 ②	03 $6-\frac{10\sqrt{6}}{3}$		04 ⑤
05 ④	06 ④	07 ③	08 3	09 18
10 $-3\sqrt{2}$	11 ③	12 ②	13 ①	14 $\sqrt{3}$
15 ③	16 ②	17 $6\sqrt{6}-11$		18 2
19 $-2-\sqrt{2}$		20 ③	21 ⑤	
22 $18\sqrt{6}$ cm		23 ②	24 0	

01 해결 Guide $\sqrt{a^2b}$ 꼴을 $a\sqrt{b}$ 꼴로 고친 후 계산한다.

$2\sqrt{3}-\sqrt{75}+3\sqrt{12}=2\sqrt{3}-5\sqrt{3}+6\sqrt{3}=3\sqrt{3}$

$\therefore a=3$ 답 3

02 해결 Guide $a>0$, $b>0$, $c>0$일 때,
$\sqrt{a}(\sqrt{b}+\sqrt{c})=\sqrt{ab}+\sqrt{ac}$

$\sqrt{7}A-\sqrt{3}B=\sqrt{7}(\sqrt{7}-3\sqrt{3})-\sqrt{3}(2\sqrt{3}-2\sqrt{7})$

$=7-3\sqrt{21}-6+2\sqrt{21}$

$=1-\sqrt{21}$ 답 ②

03 해결 Guide 분배법칙을 이용하여 먼저 괄호를 푼다.

$(\text{주어진 식})=\frac{4}{\sqrt{3}}\times\sqrt{12}-\frac{4}{\sqrt{3}}\times\sqrt{18}-\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{6}}+\frac{4}{\sqrt{6}}$

$=8-4\sqrt{6}-2+\frac{2\sqrt{6}}{3}$

$=6-\frac{10\sqrt{6}}{3}$ 답 $6-\frac{10\sqrt{6}}{3}$

4 근호를 포함한 식의 계산(2)

04 해결 Guide 곱셈 공식을 이용하여 식을 계산한다.

$(\sqrt{6}+\sqrt{2})^2+(\sqrt{15}-\sqrt{5})^2$
$=(6+4\sqrt{3}+2)+(15-10\sqrt{3}+5)$
$=28-6\sqrt{3}$ 답 ⑤

05 해결 Guide (직사각형의 둘레의 길이)
=2×{(가로의 길이)+(세로의 길이)}

직사각형의 둘레의 길이는

$2\{(\sqrt{24}-\sqrt{2})+(\sqrt{18}-\sqrt{6})\}$
$=2\{(2\sqrt{6}-\sqrt{2})+(3\sqrt{2}-\sqrt{6})\}$
$=2(2\sqrt{2}+\sqrt{6})$
$=4\sqrt{2}+2\sqrt{6}\,(\text{cm})$ 답 ④

06 해결 Guide 곱셈 공식 $(x+y)(x-y)=x^2-y^2$을 이용하여 분모를 유리화한다.

$$\frac{\sqrt{10}+3}{\sqrt{10}-3}+\frac{\sqrt{10}-3}{\sqrt{10}+3}$$
$$=\frac{(\sqrt{10}+3)^2}{(\sqrt{10}-3)(\sqrt{10}+3)}+\frac{(\sqrt{10}-3)^2}{(\sqrt{10}+3)(\sqrt{10}-3)}$$
$$=(10+6\sqrt{10}+9)+(10-6\sqrt{10}+9)$$
$$=38$$
답 ④

07 해결 Guide $x+y$, xy의 값을 이용하여 식의 값을 구한다.

$x+y=(2+\sqrt{3})+(2-\sqrt{3})=4$
$xy=(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})=1$
$\therefore \dfrac{3}{x}+\dfrac{3}{y}=\dfrac{3(x+y)}{xy}=12$ 답 ③

08 해결 Guide $\sqrt{a}$의 정수 부분이 n ➡ (소수 부분)$=\sqrt{a}-n$

$2<\sqrt{7}<3$에서 $5<3+\sqrt{7}<6$이므로

$a=(3+\sqrt{7})-5=\sqrt{7}-2$
$\therefore a^2+4a=(\sqrt{7}-2)^2+4(\sqrt{7}-2)$
$=7-4\sqrt{7}+4+4\sqrt{7}-8$
$=3$ 답 3

다른 풀이 $a=\sqrt{7}-2$에서 $a+2=\sqrt{7}$이므로
$(a+2)^2=7$, $a^2+4a+4=7$ $\therefore a^2+4a=3$

09 해결 Guide 분모가 근호를 포함한 식인 경우 먼저 분모를 유리화한 후 계산한다.

(가) $\sqrt{32}+11\sqrt{2}=4\sqrt{2}+11\sqrt{2}=\boxed{15}\sqrt{2}$
(나) $\sqrt{20}+\sqrt{45}=2\sqrt{5}+3\sqrt{5}=5\sqrt{\boxed{5}}$
(다) $\sqrt{27}-\sqrt{108}+\dfrac{3}{\sqrt{3}}=3\sqrt{3}-6\sqrt{3}+\sqrt{3}=\boxed{-2}\sqrt{3}$

따라서 세 유리수의 합은 $15+5+(-2)=18$ 답 18

10 해결 Guide $a+b$와 $a-b$의 값을 먼저 구한다.

$a+b=\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{6}}{2}+\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{6}}{2}=\dfrac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$ …40%

$a-b=\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{6}}{2}-\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{6}}{2}=\dfrac{-2\sqrt{6}}{2}=-\sqrt{6}$ …40%

$\therefore (a+b)(a-b)=\sqrt{3}\times(-\sqrt{6})=-3\sqrt{2}$ …20%

답 $-3\sqrt{2}$

채점 기준	배점
$a+b$의 값 구하기	40%
$a-b$의 값 구하기	40%
$(a+b)(a-b)$의 값 구하기	20%

11 해결 Guide 두 실수 a, b의 대소 관계
➡ $a-b$의 부호를 조사한다.

① $2+\sqrt{5}-2\sqrt{5}=2-\sqrt{5}<0$
$\therefore 2+\sqrt{5}<2\sqrt{5}$

② $-\sqrt{18}-(1-4\sqrt{2})=-3\sqrt{2}-1+4\sqrt{2}=\sqrt{2}-1>0$
$\therefore -\sqrt{18}>1-4\sqrt{2}$

③ $\sqrt{5}+2\sqrt{6}-(\sqrt{20}+\sqrt{6})=\sqrt{5}+2\sqrt{6}-2\sqrt{5}-\sqrt{6}$
$=\sqrt{6}-\sqrt{5}>0$
$\therefore \sqrt{5}+2\sqrt{6}>\sqrt{20}+\sqrt{6}$

④ $3\sqrt{3}-\sqrt{8}-(4\sqrt{2}-\sqrt{12})=3\sqrt{3}-2\sqrt{2}-4\sqrt{2}+2\sqrt{3}$
$=5\sqrt{3}-6\sqrt{2}$
$=\sqrt{75}-\sqrt{72}>0$
$\therefore 3\sqrt{3}-\sqrt{8}>4\sqrt{2}-\sqrt{12}$

⑤ $\sqrt{2}-\sqrt{3}-(\sqrt{8}-2\sqrt{3})=\sqrt{2}-\sqrt{3}-2\sqrt{2}+2\sqrt{3}$
$=-\sqrt{2}+\sqrt{3}>0$
$\therefore \sqrt{2}-\sqrt{3}>\sqrt{8}-2\sqrt{3}$

따라서 대소 관계를 바르게 나타낸 것은 ③이다. 답 ③

12 해결 Guide 먼저 분배법칙을 이용하여 괄호를 푼다.

(주어진 식)$=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\times5-\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\times\sqrt{10}+4\sqrt{2}\times\sqrt{5}-\dfrac{\sqrt{32}}{\sqrt{10}}\times\sqrt{5}$
$=\sqrt{10}-2+4\sqrt{10}-4$
$=5\sqrt{10}-6$

따라서 $a=-6$, $b=5$이므로 $a+b=-1$ 답 ②

13 해결 Guide $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$임을 이용한다.

(주어진 식)$=(4\sqrt{2}+3\sqrt{3})(3\sqrt{3}-4\sqrt{2})$
$=(3\sqrt{3}+4\sqrt{2})(3\sqrt{3}-4\sqrt{2})$
$=(3\sqrt{3})^2-(4\sqrt{2})^2$
$=27-32=-5$ 답 ①

14 해결 Guide 제곱근을 문자로 생각하고 곱셈 공식을 이용한다.

$A=(\sqrt{3}-1)^2=3-2\sqrt{3}+1$

$=4-2\sqrt{3}$ … 30%

$B=(2\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-2)$

$=2\times(\sqrt{3})^2+(-4+1)\sqrt{3}-2$

$=4-3\sqrt{3}$ … 30%

$\therefore A-B=(4-2\sqrt{3})-(4-3\sqrt{3})$

$=\sqrt{3}$ … 40%

답 $\sqrt{3}$

채점 기준	배점
A의 값 구하기	30%
B의 값 구하기	30%
$A-B$의 값 구하기	40%

15 해결 Guide p, q가 유리수이고 $\sqrt{m}$이 무리수일 때, $p+q\sqrt{m}$이 유리수가 될 조건 ➡ $q=0$

$b=\sqrt{3}(2a-\sqrt{3})+\sqrt{8}(2\sqrt{6}-\sqrt{18})$

$=\sqrt{3}(2a-\sqrt{3})+2\sqrt{2}(2\sqrt{6}-3\sqrt{2})$

$=2a\sqrt{3}-3+8\sqrt{3}-12$

$=(2a+8)\sqrt{3}-15$

b가 유리수이므로 $2a+8=0$

$\therefore a=-4,\ b=-15$

$\therefore a-b=11$

답 ③

16 해결 Guide (직사각형의 둘레의 길이)

=2×{(가로의 길이)+(세로의 길이)}

(연못의 세로의 길이)$=80\div4\sqrt{2}=\dfrac{80}{4\sqrt{2}}$

$=\dfrac{20}{\sqrt{2}}=10\sqrt{2}$(m)

∴ (연못의 둘레의 길이)$=2(4\sqrt{2}+10\sqrt{2})$

$=28\sqrt{2}$(m)

답 ②

17 해결 Guide (삼각형의 넓이)$=\dfrac{1}{2}\times$(밑변의 길이)×(높이)

$\dfrac{1}{2}\times(\sqrt{50}-\sqrt{12})\times(\sqrt{12}-\sqrt{2})$

$=\dfrac{1}{2}\times(5\sqrt{2}-2\sqrt{3})\times(2\sqrt{3}-\sqrt{2})$

$=\dfrac{1}{2}\times(10\sqrt{6}-10-12+2\sqrt{6})$

$=\dfrac{1}{2}\times(12\sqrt{6}-22)=6\sqrt{6}-11$

답 $6\sqrt{6}-11$

18 해결 Guide $a>0$, $b>0$일 때,

$\dfrac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\dfrac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})}=\dfrac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b}$

$\dfrac{2}{1+\sqrt{3}}+\dfrac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}+\dfrac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{7}}+\dfrac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{9}}$

$=\dfrac{2(1-\sqrt{3})}{(1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})}+\dfrac{2(\sqrt{3}-\sqrt{5})}{(\sqrt{3}+\sqrt{5})(\sqrt{3}-\sqrt{5})}$

$+\dfrac{2(\sqrt{5}-\sqrt{7})}{(\sqrt{5}+\sqrt{7})(\sqrt{5}-\sqrt{7})}+\dfrac{2(\sqrt{7}-\sqrt{9})}{(\sqrt{7}+\sqrt{9})(\sqrt{7}-\sqrt{9})}$

$=-(1-\sqrt{3})-(\sqrt{3}-\sqrt{5})-(\sqrt{5}-\sqrt{7})-(\sqrt{7}-\sqrt{9})$

$=-1+\sqrt{3}-\sqrt{3}+\sqrt{5}-\sqrt{5}+\sqrt{7}-\sqrt{7}+\sqrt{9}$

$=-1+\sqrt{9}$

$=-1+3$

$=2$

답 2

19 해결 Guide 넓이가 a인 정사각형의 한 변의 길이 ➡ $\sqrt{a}$

$\overline{BC}$, $\overline{AD}$를 각각 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는

$2\times2-4\times\left(\dfrac{1}{2}\times1\times1\right)=4-2=2$

$\overline{BP}=\overline{BC}=\sqrt{2}$이므로

$a=1-\sqrt{2}$

$\overline{AQ}=\overline{AD}=\sqrt{2}$이므로

$b=\sqrt{2}$

$\therefore \dfrac{b}{a}=\dfrac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}$

$=\dfrac{\sqrt{2}(1+\sqrt{2})}{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})}$

$=-2-\sqrt{2}$

답 $-2-\sqrt{2}$

20 해결 Guide x의 값을 대입하여 식의 값을 구한다.

$x^2-4x+7=(\sqrt{6}+2)^2-4(\sqrt{6}+2)+7$

$=6+4\sqrt{6}+4-4\sqrt{6}-8+7$

$=9$

$\therefore \sqrt{x^2-4x+7}=\sqrt{9}=3$

답 ③

다른 풀이 $x=\sqrt{6}+2$에서 $x-2=\sqrt{6}$이므로

$(x-2)^2=6$

$x^2-4x+4=6$

$x^2-4x=2$

$\therefore \sqrt{x^2-4x+7}=\sqrt{2+7}=\sqrt{9}=3$

21 해결 Guide 먼저 $n+\sqrt{2}$의 정수 부분을 구한다.

$1<\sqrt{2}<2$에서 $n+1<n+\sqrt{2}<n+2$이므로 $n+\sqrt{2}$의 정수 부분은 $n+1$이다.

$\therefore a=(n+\sqrt{2})-(n+1)=\sqrt{2}-1$

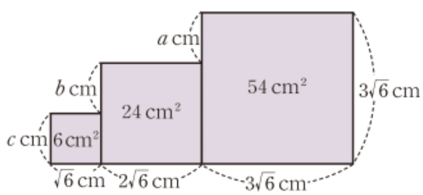
$$\begin{aligned}\therefore \frac{1}{a}+\frac{1}{a+2}&=\frac{1}{\sqrt{2}-1}+\frac{1}{\sqrt{2}+1}\\&=\frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}+\frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}\\&=\sqrt{2}+1+\sqrt{2}-1\\&=2\sqrt{2}\end{aligned}$$

답 ⑤

22 해결 Guide 넓이가 a인 정사각형의 한 변의 길이 ➡ $\sqrt{a}$

넓이가 6 cm², 24 cm², 54 cm²인 정사각형의 한 변의 길이는 각각

$\sqrt{6}$ cm, $\sqrt{24}$ cm, $\sqrt{54}$ cm, 즉 $\sqrt{6}$ cm, $2\sqrt{6}$ cm, $3\sqrt{6}$ cm



위의 그림에서 $a+b+c=3\sqrt{6}$ (cm)

따라서 색종이로 이루어진 도형의 둘레의 길이는

$$\begin{aligned}&(a+b+c)+2\times\sqrt{6}+2\times2\sqrt{6}+3\times3\sqrt{6}\\&=3\sqrt{6}+2\sqrt{6}+4\sqrt{6}+9\sqrt{6}\\&=18\sqrt{6}\,(\text{cm})\end{aligned}$$

답 $18\sqrt{6}$ cm

23 해결 Guide 분모를 유리화한 후 주어진 식을 계산한다.

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{6}}\\&=\frac{\sqrt{1}-\sqrt{2}}{(\sqrt{1}+\sqrt{2})(\sqrt{1}-\sqrt{2})}+\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})}\\&\quad+\cdots+\frac{\sqrt{5}-\sqrt{6}}{(\sqrt{5}+\sqrt{6})(\sqrt{5}-\sqrt{6})}\\&=-\{(\sqrt{1}-\sqrt{2})+(\sqrt{2}-\sqrt{3})+\cdots+(\sqrt{5}-\sqrt{6})\}\\&=-(\sqrt{1}-\sqrt{2}+\sqrt{2}-\sqrt{3}+\cdots+\sqrt{5}-\sqrt{6})\\&=-(\sqrt{1}-\sqrt{6})=-1+\sqrt{6}\end{aligned}$$

답 ②

24 해결 Guide (소수 부분) = (무리수) − (정수 부분)

$8<\sqrt{80}<9$이므로

$f(80)=\sqrt{80}-8=4\sqrt{5}-8$ … 25%

$6<\sqrt{45}<7$이므로

$f(45)=\sqrt{45}-6=3\sqrt{5}-6$ … 25%

$4<\sqrt{20}<5$이므로

$f(20)=\sqrt{20}-4=2\sqrt{5}-4$ … 25%

$\therefore f(80)-2f(45)+f(20)$

$=(4\sqrt{5}-8)-2(3\sqrt{5}-6)+(2\sqrt{5}-4)$

$=4\sqrt{5}-8-6\sqrt{5}+12+2\sqrt{5}-4=0$ … 25%

답 0

채점 기준	배점
$f(80)$의 값 구하기	25%
$f(45)$의 값 구하기	25%
$f(20)$의 값 구하기	25%
$f(80)-2f(45)+f(20)$의 값 구하기	25%

1 인수분해 공식

개념 Check

본책 74~77쪽

17-1 답 (1) x^2+2x　(2) a^2+3a+2　(3) x^2-x-12　(4) a^2-9

17-2 답 (1) $x,\ x(a+b)$　(2) $a,\ a(1-b)$　(3) $x,\ x(x+2)$　(4) $xy,\ xy(x+y)$　(5) $x+2,\ (x+2)(x-3)$　(6) $x-y,\ (x-y)(a+b)$

18-1 (1) $a^2-4a+4=a^2-2\times a\times 2+2^2$
$=(a-2)^2$

(2) $x^2+6xy+9y^2=x^2+2\times x\times 3y+(3y)^2$
$=(x+3y)^2$

(3) $4x^2+4x+1=(2x)^2+2\times 2x\times 1+1^2$
$=(2x+1)^2$

(4) $9a^2-24ab+16b^2=(3a)^2-2\times 3a\times 4b+(4b)^2$
$=(3a-4b)^2$

답 (1) $(a-2)^2$　(2) $(x+3y)^2$　(3) $(2x+1)^2$　(4) $(3a-4b)^2$

18-2 (1) $a^2-1=a^2-1^2=(a+1)(a-1)$

(2) $-x^2+16=16-x^2=4^2-x^2=(4+x)(4-x)$

(3) $4a^2-b^2=(2a)^2-b^2=(2a+b)(2a-b)$

(4) $16x^2-25y^2=(4x)^2-(5y)^2=(4x+5y)(4x-5y)$

답 (1) $(a+1)(a-1)$　(2) $(4+x)(4-x)$　(3) $(2a+b)(2a-b)$　(4) $(4x+5y)(4x-5y)$

19-1 답 (1) 3, 4　(2) $-4,\ -2$　(3) $-2,\ 7$　(4) $-20,\ 2$

19-2 (1) x^2+5x+6

곱이 -6인 두 정수	합
1, 6	7
-1, -6	-7
2, 3	5
-2, -3	-5

➡ $x^2+5x+6=(\boxed{x+2})(\boxed{x+3})$

(2) x^2-3x-4

곱이 -4인 두 정수	합
1, -4	-3
-1, 4	3
2, -2	0

➡ $x^2-3x-4=(\boxed{x+1})(\boxed{x-4})$　답 풀이 참조

20-1 (1) $4x^2+8x+3$

$$\begin{array}{ccccc} 2 & \times & \boxed{1} & \rightarrow & \boxed{2} \\ \boxed{2} & & \boxed{3} & \rightarrow & \boxed{6}\ (+ \\ & & & & \boxed{8} \end{array}$$

➡ $4x^2+8x+3=(\boxed{2x+1})(\boxed{2x+3})$

(2) $2x^2+7x-15$

$$\begin{array}{ccccc} 2 & \times & \boxed{-3} & \rightarrow & \boxed{-3} \\ \boxed{1} & & \boxed{5} & \rightarrow & \boxed{10}\ (+ \\ & & & & \boxed{7} \end{array}$$

➡ $2x^2+7x-15=(\boxed{2x-3})(\boxed{x+5})$

(3) $6x^2+x-2$

$$\begin{array}{ccccc} 2 & \times & \boxed{-1} & \rightarrow & \boxed{-3} \\ \boxed{3} & & \boxed{2} & \rightarrow & \boxed{4}\ (+ \\ & & & & \boxed{1} \end{array}$$

➡ $6x^2+x-2=(\boxed{2x-1})(\boxed{3x+2})$

(4) $3x^2-x-10$

$$\begin{array}{ccccc} 3 & \times & \boxed{5} & \rightarrow & \boxed{5} \\ \boxed{1} & & \boxed{-2} & \rightarrow & \boxed{-6}\ (+ \\ & & & & \boxed{-1} \end{array}$$

➡ $3x^2-x-10=(\boxed{3x+5})(\boxed{x-2})$

답 풀이 참조

유제

본책 78~86쪽

046-1 답 (ㄱ), (ㄴ), (ㅁ)

047-1 ① $2x^2+6x=2x(x+3)$

② $2a^3+a^2=a^2(2a+1)$

③ $ax^2y+bxy=xy(ax+b)$

④ $x(2x+y)+xy=x(2x+y+y)$
$=x(2x+2y)$
$=2x(x+y)$

⑤ $(a-b)^2-(a-b)=(a-b)(a-b-1)$　답 ⑤

048-1 ① $a^2-6a+9=a^2-2\times a\times 3+3^2=(a-3)^2$

② $x^2+\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}=x^2+2\times x\times\frac{1}{3}+\left(\frac{1}{3}\right)^2=\left(x+\frac{1}{3}\right)^2$

③ $x^2-10x+25=x^2-2\times x\times 5+5^2=(x-5)^2$

④ $9x^2+15x+25=(3x)^2+3x\times 5+5^2$이므로 완전제곱식으로 인수분해할 수 없다.

⑤ $4x^2-12xy+9y^2=(2x)^2-2\times 2x\times 3y+(3y)^2$
$=(2x-3y)^2$　답 ②

048-2 ㈀ $x^2+8x+8=x^2+2\times x\times 4+8$이므로 완전제곱식으로 인수분해할 수 없다.

㈁ $x^2-12x+36=x^2-2\times x\times 6+6^2$

$=(x-6)^2$

㈂ $x^2-10x+100=x^2-2\times x\times 5+10^2$이므로 완전제곱식으로 인수분해할 수 없다.

㈃ $2x^2+2x+1=2x^2+2\times x\times 1+1^2$이므로 완전제곱식으로 인수분해할 수 없다.

㈄ $x^2+\frac{1}{10}x+\frac{1}{25}=x^2+2\times x\times\frac{1}{20}+\left(\frac{1}{5}\right)^2$이므로 완전제곱식으로 인수분해할 수 없다.

㈅ $\frac{1}{9}x^2+\frac{2}{3}x+1=\left(\frac{1}{3}x\right)^2+2\times\frac{1}{3}x\times 1+1^2$

$=\left(\frac{1}{3}x+1\right)^2$

이상에서 완전제곱식으로 인수분해할 수 없는 것은 ㈀, ㈂, ㈃, ㈄이다. 답 ③

049-1 $4x^2+ax+9=(2x)^2+ax+3^2$은 $(2x\pm3)^2$으로 인수분해될 수 있다.

이때 a는 양수이므로 $a=2\times2\times3=12$

또

$(x-2)(x-6)+b=x^2-8x+12+b$

$=x^2-2\times x\times 4+12+b$

는 $(x-4)^2$으로 인수분해될 수 있다.

이때 $12+b=16$에서 $b=4$

$\therefore a-b=12-4=8$ 답 8

050-1 $0<x<\frac{1}{2}$이므로

$x+\frac{1}{2}>0,\ x-1<0,\ x-\frac{1}{2}<0$

$\therefore$ (주어진 식)$=\sqrt{\left(x+\frac{1}{2}\right)^2}+\sqrt{(x-1)^2}-\sqrt{\left(x-\frac{1}{2}\right)^2}$

$=\left(x+\frac{1}{2}\right)+\{-(x-1)\}-\left\{-\left(x-\frac{1}{2}\right)\right\}$

$=x+\frac{1}{2}-x+1+x-\frac{1}{2}$

$=x+1$ 답 $x+1$

051-1 ㈀ $4-9x^2=2^2-(3x)^2$

$=(2+3x)(2-3x)$

㈁ $x^2-\frac{1}{16}=x^2-\left(\frac{1}{4}\right)^2=\left(x+\frac{1}{4}\right)\left(x-\frac{1}{4}\right)$

㈂ $4a^2-36b^2=4(a^2-9b^2)$

$=4\{a^2-(3b)^2\}$

$=4(a+3b)(a-3b)$

㈃ $9a^2-\frac{1}{9}b^2=(3a)^2-\left(\frac{1}{3}b\right)^2$

$=\left(3a+\frac{1}{3}b\right)\left(3a-\frac{1}{3}b\right)$

이상에서 인수분해가 바르게 된 것은 ㈁, ㈂이다. 답 ②

051-2 $a^4-81=(a^2)^2-9^2=(a^2+9)(a^2-9)$

$=(a^2+9)(a^2-3^2)$

$=(a^2+9)(a+3)(a-3)$

따라서 ③ a^2+3은 a^4-81의 인수가 아니다. 답 ③

052-1 ㈀ 곱이 -6, 합이 1인 두 정수는 -2, 3이므로

$x^2+x-6=(x-2)(x+3)$

㈁ 곱이 -6, 합이 -1인 두 정수는 -3, 2이므로

$x^2-x-6=(x-3)(x+2)$

㈂ 곱이 12, 합이 -7인 두 정수는 -4, -3이므로

$x^2-7x+12=(x-4)(x-3)$

㈃ 곱이 6, 합이 5인 두 정수는 2, 3이므로

$x^2+5x+6=(x+2)(x+3)$

㈄ 곱이 -21, 합이 -4인 두 정수는 -7, 3이므로

$x^2-4x-21=(x-7)(x+3)$

㈅ $2x^2-8x+6=2(x^2-4x+3)$이고 곱이 3, 합이 -4인 두 정수는 -3, -1이므로

$2x^2-8x+6=2(x-3)(x-1)$

이상에서 $x-3$을 인수로 갖는 다항식은 ㈁, ㈂, ㈅이다.

답 ④

052-2 곱이 -18, 합이 -3인 두 정수는 -6, 3이므로

$x^2-3x-18=(x-6)(x+3)$

따라서 x의 계수가 1인 두 일차식은 $x-6,\ x+3$

$\therefore (x-6)+(x+3)=2x-3$ 답 ③

053-1 $6x^2-11x-2=(x-2)(6x+1)$이므로

$a=-2,\ b=6,\ c=1$

$\therefore a+b+c=(-2)+6+1=5$ 답 ③

053-2 $2x^2+5x-12=(2x-3)(x+4)$

$3x^2+11x-4=(3x-1)(x+4)$

따라서 두 다항식에 공통으로 들어 있는 인수는 $x+4$이다.

답 $x+4$

054-1 ⑤ $8x^2-14xy-15y^2=(4x+3y)(2x-5y)$ 답 ⑤

054-2 ①, ②, ③, ⑤ 2 ④ 4 답 ④

055-1 $x+1$이 x^2+8x+k의 인수이므로

$x^2+8x+k=(x+1)(x+m)$ (m은 상수)

으로 놓으면

$x^2+8x+k=x^2+(m+1)x+m$

$\therefore 8=m+1,\ k=m$

이때 $m=7$이므로 $k=7$

답 ④

056-1 구하는 이차식을 ax^2+bx+c라 하자.

상훈이는 x^2의 계수만 잘못 보았으므로 x의 계수와 상수항은 바르게 보았다.

즉 $(x-3)(4x+5)=4x^2-7x-15$에서

$b=-7,\ c=-15$

또 도영이는 상수항만 잘못 보았으므로 x^2의 계수와 x의 계수는 바르게 보았다.

즉 $(x-2)(2x-3)=2x^2-7x+6$에서

$a=2,\ b=-7$

따라서 처음 이차식은 $2x^2-7x-15$이므로 바르게 인수분해하면 $2x^2-7x-15=(x-5)(2x+3)$

답 $(x-5)(2x+3)$

057-1 주어진 도형의 넓이는

$(x+1)^2-4^2=x^2+2x-15$

이 식을 인수분해하면

$x^2+2x-15=(x+5)(x-3)$

따라서 새로운 직사각형의 세로의 길이가 $x-3$이므로 가로의 길이는 $x+5$이다.

답 ④

057-2 $\frac{1}{2}\times\{(x-2)+(x+4)\}\times(\text{높이})=2x^2-x-3$이므로

$(x+1)\times(\text{높이})=(x+1)(2x-3)$

$\therefore (\text{높이})=2x-3$

답 $2x-3$

단원 마무리

◉ 본책 87~90쪽

01 ④	**02** $\left(\frac{1}{4}x+\frac{2}{3}y\right)^2$		**03** 1	**04** ③
05 ②	**06** ④	**07** 2	**08** $32x$	**09** ③, ⑤
10 ⑤	**11** ⑤	**12** ⑤	**13** 7	**14** ④
15 ⑤	**16** $10x-5$		**17** ⑤	**18** -2
19 5	**20** $(x+2)(x-6)$		**21** ④	**22** ①
23 ③	**24** 17			

01 해결 Guide 인수 ➡ 다항식의 곱의 꼴에서 각각의 식

$x^2y-2x^2=x^2(y-2)$이므로 x^2y-2x^2의 인수는

$1,\ x,\ x^2,\ y-2,\ x(y-2),\ x^2(y-2)$

이다.

따라서 x^2y-2x^2의 인수가 아닌 것은 ④이다.

답 ④

02 해결 Guide $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2,\ a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

$$\frac{1}{16}x^2+\frac{1}{3}xy+\frac{4}{9}y^2=\left(\frac{1}{4}x\right)^2+2\times\frac{1}{4}x\times\frac{2}{3}y+\left(\frac{2}{3}y\right)^2$$
$$=\left(\frac{1}{4}x+\frac{2}{3}y\right)^2$$

답 $\left(\frac{1}{4}x+\frac{2}{3}y\right)^2$

03 해결 Guide $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

$25x^2-36y^2=(5x)^2-(6y)^2$

$=(5x+6y)(5x-6y)$ …60%

따라서 $A=5,\ B=6$이므로

$B-A=1$ …40%

답 1

채점 기준	배점
$25x^2-36y^2$ 인수분해하기	60%
$B-A$의 값 구하기	40%

04 해결 Guide $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

$(x-3)(x+b)=x^2+(-3+b)x-3b$이므로

$a=-3+b,\ -15=-3b$ $\therefore a=2,\ b=5$

$\therefore a+b=7$

답 ③

다른 풀이 $-3b=-15$에서 $b=5$이므로

$x^2+ax-15=(x-3)(x+5)$

$=x^2+2x-15$

$\therefore a=2$

05 해결 Guide 두 다항식을 인수분해하여 공통으로 들어 있는 인수를 찾는다.

$2x^2+11x-6=(2x-1)(x+6)$

$6x^2+7x-5=(2x-1)(3x+5)$

따라서 두 다항식에 공통으로 들어 있는 인수는 $2x-1$이다.

답 ②

06 해결 Guide 인수분해 공식을 이용한다.

④ $6x^2-11x-10=(2x-5)(3x+2)$

답 ④

07 해결 Guide $3x^2+ax-8$이 $x+2$를 인수로 가진다.
➡ $3x^2+ax-8=(x+2)(3x+\square)$로 인수분해된다.

$x+2$가 $3x^2+ax-8$의 인수이므로

$$3x^2+ax-8=(x+2)(3x+b)\ (b\text{는 상수})$$

로 놓으면

$$3x^2+ax-8=3x^2+(6+b)x+2b$$

$$\therefore a=6+b,\ -8=2b$$

이때 $b=-4$이므로 $\quad a=2$

답 2

08 해결 Guide (직사각형의 넓이)=(가로의 길이)×(세로의 길이)

$64x^2-49=(8x+7)(8x-7)$ …50%

따라서 세로의 길이는 $8x-7$이므로 둘레의 길이는

$2\{(8x+7)+(8x-7)\}=32x$ …50%

답 $32x$

채점 기준	배점
$64x^2-49$ 인수분해하기	50%
사진의 둘레의 길이 구하기	50%

09 해결 Guide $ma+mb \underset{\text{전개}}{\overset{\text{인수분해}}{\rightleftarrows}} m(a+b)$

① 좌변의 식을 우변의 식으로 나타내는 것을 인수분해한다고 한다.

② 우변의 식을 좌변의 식으로 나타내는 것을 전개한다고 한다.

④ a^2b와 $-4ab^2$의 공통인수는 ab이다.

답 ③, ⑤

10 해결 Guide 완전제곱식 ➡ 다항식을 제곱한 식 또는 이 식에 상수를 곱한 식

① $(x+8)^2$ ② $(2x-3)^2$ ③ $(3x-5y)^2$ ④ $\left(a+\frac{1}{5}\right)^2$

답 ⑤

11 해결 Guide x^2+ax+b^2이 완전제곱식 ➡ $a=\pm 2b$,
x^2+ax+b가 완전제곱식 ➡ $b=\left(\frac{a}{2}\right)^2$

$\square$ 안에 들어갈 수 있는 양수는

① $x^2+\square x+25$에서 $\quad \square=2\times1\times5=10$

② $4x^2+\square x+1$에서 $\quad \square=2\times2\times1=4$

③ $9x^2+\square x+4$에서 $\quad \square=2\times3\times2=12$

④ $x^2+\frac{1}{2}x+\square=x^2+2\times x\times\frac{1}{4}+\square$에서

$$\square=\left(\frac{1}{4}\right)^2=\frac{1}{16}$$

⑤ $9x^2+x+\square=9x^2+2\times3x\times\frac{1}{6}+\square$에서

$$\square=\left(\frac{1}{6}\right)^2=\frac{1}{36}$$

따라서 가장 작은 양수는 ⑤이다.

답 ⑤

12 해결 Guide $\sqrt{a^2}=\begin{cases} a & (a\ge 0) \\ -a & (a<0)\end{cases}$

$-1<x<1$이므로 $\quad x+2>0,\ 2x-3<0$

$$\begin{aligned}\therefore (\text{주어진 식})&=\sqrt{(x+2)^2}-\sqrt{(2x-3)^2}\\&=(x+2)-\{-(2x-3)\}\\&=x+2+2x-3\\&=3x-1\end{aligned}$$

답 ⑤

13 해결 Guide $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

$$\begin{aligned}-32x^2+50y^2&=-2(16x^2-25y^2)\\&=-2(4x+5y)(4x-5y)\end{aligned}$$

따라서 $a=-2,\ b=4,\ c=5$이므로

$$a+b+c=7$$

답 7

14 해결 Guide 주어진 식을 정리한 후 인수분해한다.

$$\begin{aligned}(x+2)(x+3)-2&=x^2+5x+6-2\\&=x^2+5x+4\\&=(x+1)(x+4)\end{aligned}$$

답 ④

15 해결 Guide $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

① $x^2-15x+36=(x-12)(x-3)$

② $x^2-12x+36=(x-6)^2$

③ $x^2+13x+36=(x+4)(x+9)$

④ $x^2+20x+36=(x+2)(x+18)$

답 ⑤

REMARK $x^2+kx+36$에서 상수항이 양수이므로 a, b의 부호가 같다. 이때 $36=1\times36=2\times18=3\times12=4\times9=6\times6$이므로 k의 값이 될 수 있는 수는

$-37,\ -20,\ -15,\ -13,\ -12,$
$37,\ 20,\ 15,\ 13,\ 12$

16 해결 Guide $acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$

$9x^2+11x-14=(9x-7)(x+2)$

$\therefore (9x-7)+(x+2)=10x-5$

답 $10x-5$

17 해결 Guide 인수분해 공식을 이용한다.

① $2x^2+2x=2x(x+1)$

② $x^2+2x+1=(x+1)^2$

③ $x^2-1=(x+1)(x-1)$

④ $x^2+3x+2=(x+1)(x+2)$

⑤ $2x^2-x-1=(2x+1)(x-1)$ 답 ⑤

18 해결 Guide 먼저 좌변의 식을 인수분해한다.

$x^2-2xy-3y^2=(x+y)(x-3y)$

이때 $x^2-2xy-3y^2=-6$, $x+y=3$이므로

$-6=3(x-3y)$ $\quad\therefore x-3y=-2$ 답 -2

19 해결 Guide $mx+n$이 이차식 ax^2+bx+c의 인수

➡ $ax^2+bx+c=(mx+n)(px+q)$ (p, q는 상수)

$2x^2+7x-15=(2x-3)(x+5)$

이므로 $2x^2+ax-12$는 $2x-3$ 또는 $x+5$를 인수로 갖는다.

(i) $2x-3$을 인수로 가질 때

$2x^2+ax-12=(2x-3)(x+m)$ (m은 상수)으로 놓으면

$2x^2+ax-12=2x^2+(2m-3)x-3m$

$\therefore a=2m-3$, $-12=-3m$

이때 $m=4$이므로 $\quad a=5$

(ii) $x+5$를 인수로 가질 때

$2x^2+ax-12=(x+5)(2x+n)$ (n은 상수)으로 놓으면

$2x^2+ax-12=2x^2+(n+10)x+5n$

$\therefore a=n+10$, $-12=5n$

이때 $n=-\frac{12}{5}$이므로 $\quad a=\frac{38}{5}$

(i), (ii)에서 a는 정수이므로 $\quad a=5$ 답 5

20 해결 Guide 은영이와 지원이가 제대로 본 것을 구한다.

은영이는 x의 계수를 제대로 보았으므로

$(x-5)(x+1)=x^2-4x-5$

에서 처음 이차식의 x의 계수는 -4이다. …30%

지원이는 상수항을 제대로 보았으므로

$(x+3)(x-4)=x^2-x-12$

에서 처음 이차식의 상수항은 -12이다. …30%

따라서 처음 이차식은 $x^2-4x-12$이므로 바르게 인수분해하면

$x^2-4x-12=(x+2)(x-6)$ …40%

답 $(x+2)(x-6)$

채점 기준	배점
처음 이차식의 x의 계수 구하기	30%
처음 이차식의 상수항 구하기	30%
처음 이차식 인수분해하기	40%

21 해결 Guide (직사각형의 넓이)$=$(가로의 길이)$\times$(세로의 길이)

놀부네 밭의 넓이는

$(2x-3)(x+7)-6(x-3)$

$=2x^2+11x-21-6x+18$

$=2x^2+5x-3$

이 식을 인수분해하면

$2x^2+5x-3=(2x-1)(x+3)$

따라서 흥부네 밭의 세로의 길이가 $x+3$이므로 가로의 길이는 $2x-1$이다. 답 ④

22 해결 Guide 근호 안의 다항식을 완전제곱식으로 나타낸다.

$0<x<1$이므로 $\quad 0<x<\frac{1}{x}$

즉 $x-\frac{1}{x}<0$, $x+\frac{1}{x}>0$이므로

$$(\text{주어진 식})=\sqrt{\left(x-\frac{1}{x}\right)^2}-\sqrt{\left(x+\frac{1}{x}\right)^2}$$
$$=-\left(x-\frac{1}{x}\right)-\left(x+\frac{1}{x}\right)$$
$$=-2x$$

답 ①

23 해결 Guide 인수분해 공식을 이용하여 $f(x)$를 변형한다.

$$f(x)=1-\frac{1}{x^2}$$
$$=\left(1-\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{1}{x}\right)$$
$$=\frac{x-1}{x}\times\frac{x+1}{x}$$

$\therefore$ (주어진 식)

$$=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{4}{3}\times\cdots\times\frac{18}{19}\times\frac{20}{19}\times\frac{19}{20}\times\frac{21}{20}$$
$$=\frac{1}{2}\times\frac{21}{20}=\frac{21}{40}$$

답 ③

24 해결 Guide 소수 ➡ 1과 자기 자신만을 약수로 갖는다.

$n^2+8n-48=(n+12)(n-4)$ …30%

소수의 인수는 1과 자기 자신이고

$n+12>n-4$이므로

$n-4=1$ $\quad\therefore n=5$ …40%

$\therefore n^2+8n-48=(n+12)(n-4)$

$=17$ …30%

답 17

채점 기준	배점
$n^2+8n-48$ 인수분해하기	30%
n의 값 구하기	40%
$n^2+8n-48$의 값 구하기	30%

2 인수분해 공식의 활용

개념 Check

⊙ 본책 94~96쪽

21-1 (1) $a^3-ab^2=a(a^2-b^2)=a(a+b)(a-b)$

(2) $x+3=A$라 하면

$$\begin{aligned}(x+3)^2-4(x+3)+4&=A^2-4A+4\\&=(A-2)^2\\&=\{(x+3)-2\}^2\\&=(x+1)^2\end{aligned}$$

답 (1) $a(a+b)(a-b)$ (2) $(x+1)^2$

21-2 답 (1) $x+2$ (2) $x+3$

22-1 (1) $x^2+xy+5x+2y+6$

$$\begin{aligned}&=(x+2)y+(x^2+5x+6)\\&=(x+2)y+(x+2)(x+3)\\&=(x+2)(x+y+3)\end{aligned}$$

(2) $(x+1)(x+2)(x+5)(x+6)-12$

$$\begin{aligned}&=\{(x+1)(x+6)\}\{(x+2)(x+5)\}-12\\&=(x^2+7x+6)(x^2+7x+10)-12\end{aligned}$$

$x^2+7x=A$라 하면

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=(A+6)(A+10)-12\\&=A^2+16A+48=(A+4)(A+12)\\&=(x^2+7x+4)(x^2+7x+12)\\&=(x+3)(x+4)(x^2+7x+4)\end{aligned}$$

답 (1) $(x+2)(x+y+3)$
(2) $(x+3)(x+4)(x^2+7x+4)$

23-1 (1) $17\times8+17\times2=17\times(8+2)$
$=17\times10=170$

(2) $18^2+2\times18\times12+12^2=(18+12)^2$
$=30^2=900$

(3) $13^2-2\times13\times3+3^2=(13-3)^2$
$=10^2=100$

(4) $107^2-7^2=(107+7)(107-7)$
$=114\times100=11400$

답 (1) 170 (2) 900 (3) 100 (4) 11400

23-2 (1) $x^2+4x+4=(x+2)^2=\{(\sqrt{5}-2)+2\}^2$
$=(\sqrt{5})^2=5$

(2) $x^2-2xy+y^2=(x-y)^2=\{(1+\sqrt{5})-(1-\sqrt{5})\}^2$
$=(2\sqrt{5})^2=20$

답 (1) 5 (2) 20

유제

⊙ 본책 97~101쪽

058-1 $a^3-2a^2b+ab^2=a(a^2-2ab+b^2)=a(a-b)^2$

$a^2b-b^3=b(a^2-b^2)=b(a+b)(a-b)$

따라서 두 다항식에 공통으로 들어 있는 인수는 ④ $a-b$이다.

답 ④

059-1 $x-2y=A$라 하면

$$\begin{aligned}(x-2y)^2-10(x-2y-2)+5&=A^2-10(A-2)+5\\&=A^2-10A+25\\&=(A-5)^2\\&=(x-2y-5)^2\end{aligned}$$

따라서 $a=1,\ b=-5$이므로 $2a-b=7$

답 7

060-1 $x+2=A,\ y-1=B$라 하면

$$\begin{aligned}&(x+2)^2+(x+2)(y-1)-20(y-1)^2\\&=A^2+AB-20B^2\\&=(A+5B)(A-4B)\\&=\{(x+2)+5(y-1)\}\{(x+2)-4(y-1)\}\\&=(x+5y-3)(x-4y+6)\end{aligned}$$

따라서 $a=5,\ b=-4,\ c=6$이므로

$a+b+c=7$

답 7

061-1 $x^3-x^2y+16y-16x=(x^3-x^2y)+(16y-16x)$

$$\begin{aligned}&=x^2(x-y)-16(x-y)\\&=(x-y)(x^2-16)\\&=(x-y)(x+4)(x-4)\end{aligned}$$

따라서 인수인 것은 ⑤ x^2-16이다.

답 ⑤

062-1 $16x^2-9-y^2+6y=16x^2-(9+y^2-6y)$

$$\begin{aligned}&=16x^2-(y^2-6y+9)\\&=(4x)^2-(y-3)^2\\&=(4x+y-3)(4x-y+3)\end{aligned}$$

$\therefore A=4x+y-3$

답 $4x+y-3$

063-1 차수가 낮은 y에 대하여 내림차순으로 정리하고 인수분해하면

$$\begin{aligned}x^2-xy-x+3y-6&=-y(x-3)+(x^2-x-6)\\&=-y(x-3)+(x+2)(x-3)\\&=(x-3)(x-y+2)\end{aligned}$$

$\therefore (x-3)+(x-y+2)=2x-y-1$

답 $2x-y-1$

064-1 $(x+1)(x+3)(x-3)(x-5)+36$

$=\{(x+1)(x-3)\}\{(x+3)(x-5)\}+36$

$=(x^2-2x-3)(x^2-2x-15)+36$

$x^2-2x=A$라 하면

(주어진 식)$=(A-3)(A-15)+36$

$=A^2-18A+81$

$=(A-9)^2$

$=(x^2-2x-9)^2$

즉 $(x^2+ax+b)^2=(x^2-2x-9)^2$이므로

$a=-2,\ b=-9$

$\therefore a+b=(-2)+(-9)=-11$

답 -11

065-1 $15^2-13^2+11^2-9^2+7^2-5^2$

$=(15^2-13^2)+(11^2-9^2)+(7^2-5^2)$

$=(15+13)(15-13)+(11+9)(11-9)$

$+(7+5)(7-5)$

$=28\times2+20\times2+12\times2$

$=(28+20+12)\times2$

$=60\times2$

$=120$

답 ④

066-1 $a=\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}=\dfrac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}=2-\sqrt{3}$,

$b=\dfrac{1}{2-\sqrt{3}}=\dfrac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}=2+\sqrt{3}$이므로

$a^2+b^2-2ab-3=(a^2-2ab+b^2)-3$

$=(a-b)^2-3$

$=\{(2-\sqrt{3})-(2+\sqrt{3})\}^2-3$

$=(-2\sqrt{3})^2-3$

$=12-3$

$=9$

답 9

067-1 $a^3+a^2b-4a-4b=a^2(a+b)-4(a+b)$

$=(a+b)(a^2-4)$

$=(a+b)(a+2)(a-2)$

따라서 직육면체의 높이는 $a-2$이므로 겉넓이는

$2\{(a+b)(a+2)+(a+b)(a-2)+(a+2)(a-2)\}$

$=2(3a^2+2ab-4)$

$=6a^2+4ab-8$

답 $6a^2+4ab-8$

단원 마무리

본책 102~104쪽

01 ② **02** -8 **03** ⑤ **04** ①, ⑤ **05** 25

06 ② **07** ③ **08** ① **09** 풀이 참조

10 $3x-2$ **11** ③, ⑤ **12** ① **13** ④ **14** ③

15 11 **16** $a(a+b)\pi$

17 $(0,\ 6)$, $(-2,\ -8)$, $(6,\ 0)$, $(-8,\ -2)$

18 15, 17

01 해결 Guide 공통인수를 묶어 낸 후 인수분해 공식을 이용한다.

(주어진 식)$=4x^2(x+2)-(x+2)$

$=(x+2)(4x^2-1)$

$=(x+2)(2x+1)(2x-1)$

답 ②

02 해결 Guide 공통부분을 찾아 치환하여 인수분해한다.

$3x-2=A$라 하면

$(3x-2)^2-4(3x-2)-5$

$=A^2-4A-5$

$=(A+1)(A-5)$

$=\{(3x-2)+1\}\{(3x-2)-5\}$

$=(3x-1)(3x-7)$ …70%

$\therefore a+b=(-1)+(-7)=-8$ …30%

답 -8

채점 기준	배점
주어진 식의 좌변 인수분해하기	70%
$a+b$의 값 구하기	30%

03 해결 Guide 먼저 공통인수를 묶어 낸다.

① $2x^3-8x^2y+8xy^2=2x(x^2-4xy+4y^2)=2x(x-2y)^2$

② $x^2y+3xy+2y=y(x^2+3x+2)=y(x+1)(x+2)$

③ $xy-3x-2y+6=x(y-3)-2(y-3)$

$=(x-2)(y-3)$

④ $x^2(y+2)-4y-8=x^2(y+2)-4(y+2)$

$=(y+2)(x^2-4)$

$=(y+2)(x+2)(x-2)$

⑤ $x^2-y^2+4x+4=(x^2+4x+4)-y^2$

$=(x+2)^2-y^2$

$=(x+2+y)(x+2-y)$

$=(x+y+2)(x-y+2)$

답 ⑤

04 해결 Guide **차수가 다른 문자가 여러 개 ➡ 차수가 가장 낮은 문자에 대하여 내림차순으로 정리하고 인수분해한다.**

차수가 낮은 y에 대하여 내림차순으로 정리하고 인수분해하면

$$\begin{aligned} x^2+xy-2x-3y-3 &= y(x-3)+x^2-2x-3 \\ &= y(x-3)+(x-3)(x+1) \\ &= (x-3)(x+y+1) \end{aligned}$$

따라서 주어진 식의 인수인 것은 ①, ⑤이다. 답 ①, ⑤

05 해결 Guide **수를 문자로 생각하고 인수분해 공식을 이용한다.**

주어진 분수의 분자에서

$$\begin{aligned} 104^2-2\times104\times4+4^2 &= (104-4)^2 \\ &= 100^2=10000 \end{aligned}$$

또 분모에서

$$\begin{aligned} 101^2-99^2 &= (101+99)(101-99) \\ &= 200\times2=400 \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{104^2-2\times104\times4+4^2}{101^2-99^2}=\frac{10000}{400}=25$$ 답 25

06 해결 Guide **주어진 식을 인수분해한 후 문자의 값을 대입한다.**

$x=\sqrt{3}+\sqrt{2}$이고

$$y=\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$$

이므로

$$\begin{aligned} x^2+y^2-2xy &= (x-y)^2 \\ &= \{(\sqrt{3}+\sqrt{2})-(\sqrt{3}-\sqrt{2})\}^2 \\ &= (2\sqrt{2})^2=8 \end{aligned}$$ 답 ②

07 해결 Guide **공통인수를 묶어 낸 후 인수분해 공식을 이용한다.**

$$\begin{aligned} (\text{주어진 식}) &= 10a^2(a-b)+3ab(a-b)-b^2(a-b) \\ &= (a-b)(10a^2+3ab-b^2) \\ &= (a-b)(2a+b)(5a-b) \end{aligned}$$ 답 ③

08 해결 Guide **공통부분을 찾아 치환하여 인수분해한다.**

$2(x^2+x)^2-5x^2-5x+2=2(x^2+x)^2-5(x^2+x)+2$

$x^2+x=A$라 하면

$$\begin{aligned} (\text{주어진 식}) &= 2A^2-5A+2 \\ &= (2A-1)(A-2) \\ &= \{2(x^2+x)-1\}\{(x^2+x)-2\} \\ &= (2x^2+2x-1)(x^2+x-2) \\ &= (2x^2+2x-1)(x+2)(x-1) \end{aligned}$$

따라서 주어진 식의 인수가 아닌 것은 ① $x-2$이다. 답 ①

09 해결 Guide $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

$A^2+AB-6B^2=(A+3)(A-2)$가 잘못되어 답도 틀렸다.

바르게 인수분해하면

$$\begin{aligned} &(3x+2)^2+(3x+2)(x+1)-6(x+1)^2 \\ &= A^2+AB-6B^2 \\ &= (A+3B)(A-2B) \\ &= \{(3x+2)+3(x+1)\}\{(3x+2)-2(x+1)\} \\ &= x(6x+5) \end{aligned}$$ 답 풀이 참조

10 해결 Guide **공통부분을 묶어 낸 후 인수분해한다.**

$$\begin{aligned} x^5-2x^4-x+2 &= x^4(x-2)-(x-2) \\ &= (x^4-1)(x-2) \\ &= (x^2+1)(x^2-1)(x-2) \\ &= (x^2+1)(x+1)(x-1)(x-2) \end{aligned}$$ …50%

이때 x의 계수가 1인 일차식인 인수는

$x+1,\ x-1,\ x-2$ …30%

따라서 구하는 합은

$(x+1)+(x-1)+(x-2)=3x-2$ …20%

답 $3x-2$

채점 기준	배점
x^5-2x^4-x+2 인수분해하기	50%
일차식인 인수 찾기	30%
인수들의 합 구하기	20%

11 해결 Guide **3개의 항으로 완전제곱식을 만든다.**

$$\begin{aligned} (\text{주어진 식}) &= 64-(x^2+2xy+y^2) \\ &= 8^2-(x+y)^2 \\ &= (8+x+y)(8-x-y) \end{aligned}$$

따라서 주어진 식의 인수는 ③, ⑤이다. 답 ③, ⑤

12 해결 Guide **차수가 가장 낮은 문자에 대하여 내림차순으로 정리한다.**

차수가 낮은 z에 대하여 내림차순으로 정리하고 인수분해하면

$$\begin{aligned} (\text{주어진 식}) &= z(x-y)-(x^2+2xy-3y^2) \\ &= z(x-y)-(x-y)(x+3y) \\ &= (x-y)(-x-3y+z) \end{aligned}$$ 답 ①

13 해결 Guide **$(\quad)(\quad)(\quad)(\quad)+k$ 꼴 ➡ 공통부분이 생기도록 2개씩 묶어 전개한다.**

$$\begin{aligned} &(x-4)(x-2)(x+1)(x+3)+24 \\ &= \{(x-4)(x+3)\}\{(x-2)(x+1)\}+24 \\ &= (x^2-x-12)(x^2-x-2)+24 \end{aligned}$$

$x^2-x=A$라 하면

(주어진 식) $=(A-12)(A-2)+24$

$=A^2-14A+48$

$=(A-6)(A-8)$

$=(x^2-x-6)(x^2-x-8)$

$=(x+2)(x-3)(x^2-x-8)$ 답 ④

14 해결 Guide 수를 문자로 생각하고 인수분해 공식을 이용한다.

$\sqrt{1.21\times50.5^2-1.21\times49.5^2}$

$=\sqrt{1.21\times(50.5^2-49.5^2)}$

$=\sqrt{1.21\times(50.5+49.5)(50.5-49.5)}$

$=\sqrt{1.21\times100\times1}$

$=\sqrt{121}$

$=11$ 답 ③

15 해결 Guide 먼저 주어진 식을 인수분해한다.

$a^2-b^2+4b-4=a^2-(b^2-4b+4)$

$=a^2-(b-2)^2$

$=(a+b-2)(a-b+2)$ …40%

$=(2\sqrt{3}+1-2)(2\sqrt{3}-1+2)$ …20%

$=(2\sqrt{3}-1)(2\sqrt{3}+1)$

$=12-1$

$=11$ …40%

답 11

채점 기준	배점
a^2-b^2+4b-4 인수분해하기	40%
조건을 대입하기	20%
식의 값 구하기	40%

16 해결 Guide 반지름의 길이가 r인 원의 넓이 ➡ πr^2

(색칠한 부분의 넓이) $=\frac{1}{2}\pi(a+b)^2+\frac{1}{2}\pi a^2-\frac{1}{2}\pi b^2$

$=\frac{1}{2}\pi\{(a+b)^2+a^2-b^2\}$

$=\frac{1}{2}\pi\{(a+b)^2+(a+b)(a-b)\}$

$=\frac{1}{2}\pi(a+b)(a+b+a-b)$

$=\frac{1}{2}\pi\times2a(a+b)$

$=a(a+b)\pi$ 답 $a(a+b)\pi$

17 해결 Guide 좌변을 인수분해하여 그 곱이 7이 되는 두 정수를 구한다.

$xy+x+y+1=x(y+1)+(y+1)=(x+1)(y+1)$

$\therefore (x+1)(y+1)=7$

(i) $x+1=1$, $y+1=7$일 때

$x=0$, $y=6$ $\quad\therefore (0,\ 6)$

(ii) $x+1=-1$, $y+1=-7$일 때

$x=-2$, $y=-8$ $\quad\therefore (-2,\ -8)$

(iii) $x+1=7$, $y+1=1$일 때

$x=6$, $y=0$ $\quad\therefore (6,\ 0)$

(iv) $x+1=-7$, $y+1=-1$일 때

$x=-8$, $y=-2$ $\quad\therefore (-8,\ -2)$

이상에서 구하는 순서쌍은

$(0,\ 6)$, $(-2,\ -8)$, $(6,\ 0)$, $(-8,\ -2)$

답 $(0,\ 6)$, $(-2,\ -8)$, $(6,\ 0)$, $(-8,\ -2)$

18 해결 Guide 인수분해 공식을 이용하여 인수를 찾는다.

$2^{16}-1=(2^8+1)(2^8-1)$

$=(2^8+1)(2^4+1)(2^4-1)$

$=257\times17\times15$

따라서 구하는 두 자연수는 15와 17이다. 답 15, 17

1 이차방정식의 풀이 (1)

개념 Check

◉ 본책 108쪽

24-1 (1) $x^2=3(x+1)$에서 $x^2=3x+3$

$\therefore x^2-3x-3=0$ ➡ 이차방정식

(2) $x^2+x=4-x$에서

$x^2+2x-4=0$ ➡ 이차방정식

(3) $(x-2)(x+6)=0$에서

$x^2+4x-12=0$ ➡ 이차방정식

(4) $x(x+3)=x^2-x+9$에서 $x^2+3x=x^2-x+9$

$\therefore 4x-9=0$ ➡ 이차방정식이 아니다.

답 (1) ○ (2) ○ (3) ○ (4) ×

24-2 (1) $(-1)^2-1=0$

(2) $2\times(-1)^2+3\times(-1)=-1\neq0$

(3) $5\times(-1)^2+6\times(-1)+1=0$

(4) $(-1)^2-4\times(-1)-3=2\neq0$

이상에서 $x=-1$이 해인 것은 (1), (3)이다. 답 (1), (3)

유제

◉ 본책 109~111쪽

068-1 ① $3x^2=0$ ➡ 이차방정식

② $x^2+1=3x-12$에서 $x^2-3x+13=0$ ➡ 이차방정식

③ $x(x^2+4)=x^3-x^2+2$에서 $x^3+4x=x^3-x^2+2$

$\therefore x^2+4x-2=0$ ➡ 이차방정식

④ $5(x-1)^2=5x^2-3x+2$에서

$5x^2-10x+5=5x^2-3x+2$

$\therefore -7x+3=0$ ➡ 일차방정식

⑤ $(x-3)(x+3)=1-x^2$에서 $x^2-9=1-x^2$

$\therefore 2x^2-10=0$ ➡ 이차방정식

답 ④

069-1 $3x^2+1=a(x-2)^2$에서

$3x^2+1=ax^2-4ax+4a$

우변의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하면

$(3-a)x^2+4ax+1-4a=0$

이 방정식이 x에 대한 이차방정식이 되려면

$3-a\neq0$ $\therefore a\neq3$ 답 ⑤

070-1 $x=3$을 각 방정식에 대입하면

① $3^2+2\times3-3=12\neq0$ ② $3^2=9\neq3$

③ $3^2-5\times3+6=0$ ④ $3^2+4\times3=21\neq5$

⑤ $3(3-2)(3+1)=12\neq0$

따라서 $x=3$을 근으로 갖는 것은 ③이다. 답 ③

070-2 x가 -1 초과 3 이하인 정수이므로

$x=0,\ 1,\ 2,\ 3$

이차방정식 $x^2-4x+3=0$의 x에 0, 1, 2, 3을 차례대로 대입하면

$x=0$일 때, $0^2-4\times0+3=3\neq0$

$x=1$일 때, $1^2-4\times1+3=0$

$x=2$일 때, $2^2-4\times2+3=-1\neq0$

$x=3$일 때, $3^2-4\times3+3=0$

따라서 주어진 이차방정식의 해는

$x=1$ 또는 $x=3$ 답 $x=1$ 또는 $x=3$

071-1 $x=2$를 $x^2+3x-a=0$에 대입하면

$2^2+3\times2-a=0$ $\therefore a=10$

$x=2$를 $2x^2+bx-9=0$에 대입하면

$2\times2^2+2b-9=0$ $\therefore b=\frac{1}{2}$

답 $a=10,\ b=\frac{1}{2}$

072-1 $x=a$를 $2x^2-x-2=0$에 대입하면

$2a^2-a-2=0$ $\therefore 2a^2-a=2$

$x=b$를 $x^2-3x+2=0$에 대입하면

$b^2-3b+2=0$ $\therefore b^2-3b=-2$

$\therefore 2a^2-b^2-a+3b=2a^2-a-(b^2-3b)$

$=2-(-2)=4$ 답 4

개념 Check

◉ 본책 112~115쪽

25-1 (1) $x(x-1)=0$에서 $x=0$ 또는 $x-1=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=1$

(2) $(x+5)(x-2)=0$에서 $x+5=0$ 또는 $x-2=0$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=2$

(3) $(x+4)(2x-1)=0$에서 $x+4=0$ 또는 $2x-1=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

(4) $(3x+1)(5x-2)=0$에서 $3x+1=0$ 또는 $5x-2=0$

$\therefore x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=\frac{2}{5}$

답 (1) $x=0$ 또는 $x=1$ (2) $x=-5$ 또는 $x=2$

(3) $x=-4$ 또는 $x=\frac{1}{2}$ (4) $x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=\frac{2}{5}$

25-2 (1) $x^2+4x=0$에서 $x(x+4)=0$

$x=0$ 또는 $x+4=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=-4$

(2) $x^2-6x+5=0$에서 $(x-1)(x-5)=0$

$x-1=0$ 또는 $x-5=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=5$

(3) $2x^2+3x-2=0$에서 $(x+2)(2x-1)=0$

$x+2=0$ 또는 $2x-1=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

(4) $x^2+12=-7x$에서 $x^2+7x+12=0$

$(x+4)(x+3)=0$

$x+4=0$ 또는 $x+3=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=-3$

(5) $3x^2+2x=1$에서 $3x^2+2x-1=0$

$(3x-1)(x+1)=0$

$3x-1=0$ 또는 $x+1=0$

$\therefore x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=-1$

(6) $x^2-2x+7=3x+1$에서 $x^2-5x+6=0$

$(x-2)(x-3)=0$

$x-2=0$ 또는 $x-3=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=3$

답 (1) $x=0$ 또는 $x=-4$ (2) $x=1$ 또는 $x=5$ (3) $x=-2$ 또는 $x=\frac{1}{2}$ (4) $x=-4$ 또는 $x=-3$ (5) $x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=-1$ (6) $x=2$ 또는 $x=3$

26-1 (1) $x^2-2x+1=0$에서 $(x-1)^2=0$

$\therefore x=1$ (중근)

(2) $x^2+4x+4=0$에서 $(x+2)^2=0$

$\therefore x=-2$ (중근)

(3) $x^2-10x+25=0$에서 $(x-5)^2=0$

$\therefore x=5$(중근)

(4) $x^2-8x+16=0$에서 $(x-4)^2=0$

$\therefore x=4$(중근)

(5) $4x^2-4x=-1$에서 $4x^2-4x+1=0$

$(2x-1)^2=0$ $\therefore x=\frac{1}{2}$(중근)

(6) $9x^2=12x-4$에서 $9x^2-12x+4=0$

$(3x-2)^2=0$ $\therefore x=\frac{2}{3}$(중근)

답 (1) $x=1$(중근) (2) $x=-2$(중근) (3) $x=5$(중근) (4) $x=4$(중근) (5) $x=\frac{1}{2}$(중근) (6) $x=\frac{2}{3}$(중근)

26-2 (1) $a=\left(\frac{6}{2}\right)^2=9$

$x^2+6x+9=0$에서 $(x+3)^2=0$

$\therefore x=-3$(중근)

(2) $a=\left(\frac{-14}{2}\right)^2=49$

$x^2-14x+49=0$에서 $(x-7)^2=0$

$\therefore x=7$(중근)

(3) $-1+a=\left(\frac{-4}{2}\right)^2=4$이므로 $a=5$

$x^2-4x+4=0$에서 $(x-2)^2=0$

$\therefore x=2$(중근)

(4) $5+a=\left(\frac{8}{2}\right)^2=16$이므로 $a=11$

$x^2+8x+16=0$에서 $(x+4)^2=0$

$\therefore x=-4$(중근)

답 (1) 9, $x=-3$(중근) (2) 49, $x=7$(중근) (3) 5, $x=2$(중근) (4) 11, $x=-4$(중근)

27-1 (1) $x^2=7$에서 $x=\pm\sqrt{7}$

(2) $x^2=12$에서 $x=\pm\sqrt{12}=\pm2\sqrt{3}$

(3) $3x^2-15=0$에서 $3x^2=15$

$x^2=5$ $\therefore x=\pm\sqrt{5}$

(4) $4x^2-9=0$에서 $4x^2=9$

$x^2=\frac{9}{4}$ $\therefore x=\pm\sqrt{\frac{9}{4}}=\pm\frac{3}{2}$

(5) $2x^2-5=0$에서 $2x^2=5$

$x^2=\frac{5}{2}$ $\therefore x=\pm\sqrt{\frac{5}{2}}=\pm\frac{\sqrt{10}}{2}$

(6) $2x^2+1=13$에서 $2x^2=12$

$x^2=6$ $\therefore x=\pm\sqrt{6}$

답 (1) $x=\pm\sqrt{7}$ (2) $x=\pm2\sqrt{3}$ (3) $x=\pm\sqrt{5}$ (4) $x=\pm\frac{3}{2}$ (5) $x=\pm\frac{\sqrt{10}}{2}$ (6) $x=\pm\sqrt{6}$

27-2 (1) $(x-1)^2=2$에서 $x-1=\pm\sqrt{2}$

$\therefore x=1\pm\sqrt{2}$

(2) $(x-4)^2=6$에서 $x-4=\pm\sqrt{6}$

$\therefore x=4\pm\sqrt{6}$

(3) $(x+1)^2-27=0$에서 $(x+1)^2=27$

$x+1=\pm3\sqrt{3}$ $\therefore x=-1\pm3\sqrt{3}$

(4) $(x+2)^2-10=0$에서 $(x+2)^2=10$

$x+2=\pm\sqrt{10}$ $\therefore x=-2\pm\sqrt{10}$

(5) $(2x+3)^2=5$에서 $2x+3=\pm\sqrt{5}$

$2x=-3\pm\sqrt{5}$ $\therefore x=\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$

(6) $(3x-1)^2-8=0$에서 $(3x-1)^2=8$

$3x-1=\pm2\sqrt{2}$, $3x=1\pm2\sqrt{2}$

$\therefore x=\frac{1\pm2\sqrt{2}}{3}$

답 (1) $x=1\pm\sqrt{2}$ (2) $x=4\pm\sqrt{6}$
(3) $x=-1\pm3\sqrt{3}$ (4) $x=-2\pm\sqrt{10}$
(5) $x=\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$ (6) $x=\frac{1\pm2\sqrt{2}}{3}$

28-1 답 $\frac{9}{4}$, $\frac{9}{4}$, $\frac{9}{4}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{3}{2}$, $\pm\frac{\sqrt{5}}{2}$, $\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$

유제

⊙ 본책 116~121쪽

073-1 ① $(x-4)(2x+1)=0$에서

$x-4=0$ 또는 $2x+1=0$

$\therefore x=4$ 또는 $x=-\frac{1}{2}$

② $(x-4)(2x-1)=0$에서 $x-4=0$ 또는 $2x-1=0$

$\therefore x=4$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

③ $(x+4)(2x+1)=0$에서 $x+4=0$ 또는 $2x+1=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=-\frac{1}{2}$

④ $(x+4)(2x-1)=0$에서 $x+4=0$ 또는 $2x-1=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

⑤ $-3(x-4)(2x-1)=0$에서

$x-4=0$ 또는 $2x-1=0$ $\therefore x=4$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

답 ④

074-1 $3x^2-10x+8=0$에서 $(3x-4)(x-2)=0$

$\therefore x=\frac{4}{3}$ 또는 $x=2$

$a>b$이므로 $a=2$, $b=\frac{4}{3}$

$\therefore a-b=2-\frac{4}{3}=\frac{2}{3}$ 답 $\frac{2}{3}$

075-1 $x=-4$를 $2x^2+5x+a=0$에 대입하면

$2\times(-4)^2+5\times(-4)+a=0$ $\therefore a=-12$

즉 $2x^2+5x-12=0$이므로 $(x+4)(2x-3)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

따라서 $b=\frac{3}{2}$이므로 $ab=-12\times\frac{3}{2}=-18$ 답 ①

076-1 $3x^2-11x-4=0$에서 $(3x+1)(x-4)=0$

$\therefore x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=4$

따라서 $x^2+(a-3)x+8=0$의 한 근이 $x=4$이므로

$4^2+4(a-3)+8=0$ $\therefore a=-3$ 답 -3

077-1 $x=-1$을 $x^2-6x+a=0$에 대입하면

$(-1)^2-6\times(-1)+a=0$ $\therefore a=-7$

$x^2-6x-7=0$에서 $(x+1)(x-7)=0$

$\therefore$ $x=-1$ 또는 $x=7$

$x=-1$을 $5x^2+bx-1=0$에 대입하면

$5\times(-1)^2+b\times(-1)-1=0$ $\therefore b=4$

$5x^2+4x-1=0$에서 $(x+1)(5x-1)=0$

$\therefore$ $x=-1$ 또는 $x=\frac{1}{5}$

$p>q$이므로 $p=7$, $q=\frac{1}{5}$ 답 $p=7$, $q=\frac{1}{5}$

078-1 (ㄱ) $-2x^2=0$에서 $x=0$(중근)

(ㄴ) $x^2-1=0$에서 $(x+1)(x-1)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=1$

(ㄷ) $2x^2=12x-18$에서 $2x^2-12x+18=0$

$2(x-3)^2=0$ $\therefore x=3$(중근)

(ㄹ) $x^2+4x+3=0$에서 $(x+3)(x+1)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=-1$

(ㅁ) $(x+4)(x-2)=-9$에서 $x^2+2x+1=0$

$(x+1)^2=0$ $\therefore x=-1$(중근)

(ㅂ) $x(x-1)=-\frac{1}{4}$에서 $x^2-x+\frac{1}{4}=0$

$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=0$ $\therefore x=\frac{1}{2}$(중근)

이상에서 중근을 갖는 이차방정식은 (ㄱ), (ㄷ), (ㅁ), (ㅂ)이다.

답 (ㄱ), (ㄷ), (ㅁ), (ㅂ)

079-1 $5-a=\left(\frac{-4}{2}\right)^2=4$이므로 $-a=-1$

$\therefore a=1$

즉 $x^2-4x+4=0$에서 $(x-2)^2=0$ $\therefore x=2$(중근)

따라서 $b=2$이므로 $a+b=3$ 답 3

080-1 ① $-x^2=-24$에서 $x^2=24$ $\therefore$ $x=\pm2\sqrt{6}$

② $2x^2=100$에서 $x^2=50$ $\therefore$ $x=\pm5\sqrt{2}$

③ $3x^2-1=0$에서 $3x^2=1$, $x^2=\frac{1}{3}$ $\therefore$ $x=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$

④ $2x^2-18=0$에서 $2x^2=18$, $x^2=9$ $\therefore x=\pm3$

⑤ $5x^2=9$에서 $x^2=\frac{9}{5}$ $\therefore x=\pm\frac{3\sqrt{5}}{5}$

따라서 근이 잘못 짝지어진 것은 ⑤이다. 답 ⑤

081-1 $-2(x+a)^2+14=0$에서

$-2(x+a)^2=-14$, $(x+a)^2=7$

$x+a=\pm\sqrt{7}$ $\therefore x=-a\pm\sqrt{7}$

따라서 $-a=5$, $b=7$이므로 $a=-5$

$\therefore b-a=7-(-5)=12$ 답 ⑤

082-1 어떤 수의 제곱은 양수 또는 0이므로 $b\geq0$일 때 주어진 방정식이 근을 갖는다. 답 ③

083-1 $3x^2-12x+1=0$의 양변을 x^2의 계수인 3으로 나누면

$x^2-4x+\frac{1}{3}=0$, $x^2-4x=-\frac{1}{3}$

양변에 $\left(\frac{-4}{2}\right)^2$, 즉 4를 더하면

$x^2-4x+4=-\frac{1}{3}+4$ $\therefore (x-2)^2=\frac{11}{3}$

따라서 $p=2$, $q=\frac{11}{3}$이므로 $p+q=\frac{17}{3}$ 답 $\frac{17}{3}$

084-1 $x^2-6x+k=0$에서 $x^2-6x=-k$

양변에 $\left(\frac{-6}{2}\right)^2$, 즉 9를 더하면

$x^2-6x+9=9-k$, $(x-3)^2=9-k$

$x-3=\pm\sqrt{9-k}$ $\therefore x=3\pm\sqrt{9-k}$

따라서 $9-k=2$이므로 $k=7$ 답 7

단원 마무리

◉ 본책 122~125쪽

01 ②, ⑤	**02** $x=1$	**03** -2	**04** ②	**05** -5
06 $x=\frac{1}{5}$ (중근)		**07** 2	**08** 5	**09** ④
10 ③	**11** 15	**12** ⑤	**13** 1	**14** 10
15 -10	**16** ③	**17** $\begin{cases} a=40\text{일 때, } x=-5\ (\text{중근}) \\ a=-40\text{일 때, } x=5\ (\text{중근}) \end{cases}$		
18 ②	**19** ①	**20** $p=\frac{5}{4}$, $q=\frac{57}{16}$		**21** 1
22 ④	**23** ⑤	**24** 2		

01 **해결 Guide** x에 대한 이차방정식
➡ (x에 대한 이차식)$=0$

① $x^2=x^2+2$에서 $0=2$ ➡ 성립하지 않는 등식

② $4x(x-1)=x^2+4x$에서 $4x^2-4x=x^2+4x$

$\therefore 3x^2-8x=0$ ➡ 이차방정식

③ $(x-3)^2=x^2+4$에서 $x^2-6x+9=x^2+4$

$\therefore -6x+5=0$ ➡ 일차방정식

④ $x^2-2x+1=x^2$에서

$-2x+1=0$ ➡ 일차방정식

⑤ $x(x^2+1)=x^3-x^2+6$에서 $x^3+x=x^3-x^2+6$

$\therefore x^2+x-6=0$ ➡ 이차방정식

답 ②, ⑤

02 **해결 Guide** 방정식의 해 ➡ 방정식에 대입하면 등식이 성립

x는 절댓값이 3보다 작은 정수이므로

$x=-2, -1, 0, 1, 2$

이차방정식 $x^2+7x-8=0$의 x에 $-2, -1, 0, 1, 2$를 차례대로 대입하면

$x=-2$일 때, $(-2)^2+7\times(-2)-8=-18\neq0$

$x=-1$일 때, $(-1)^2+7\times(-1)-8=-14\neq0$

$x=0$일 때, $0^2+7\times0-8=-8\neq0$

$x=1$일 때, $1^2+7\times1-8=0$

$x=2$일 때, $2^2+7\times2-8=10\neq0$

따라서 이차방정식 $x^2+7x-8=0$의 해는 $x=1$

답 $x=1$

03 **해결 Guide** 주어진 해를 방정식에 대입하여 미정계수의 값을 구한다.

$x=-1$을 $x^2+(a+5)x-a=0$에 대입하면

$(-1)^2+(a+5)\times(-1)-a=0$

$-2a-4=0$ $\therefore a=-2$ 답 -2

04 **해결 Guide** 좌변을 인수분해한 후 $AB=0$의 성질을 이용한다.

$x^2+3x-10=0$에서 $(x+5)(x-2)=0$

$x+5=0$ 또는 $x-2=0$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=2$ 답 ②

05 **해결 Guide** 각 이차방정식을 푼 후 공통인 근을 찾는다.

$x^2+x-20=0$에서 $(x+5)(x-4)=0$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=4$ … 40%

$2x^2+9x-5=0$에서 $(x+5)(2x-1)=0$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=\frac{1}{2}$ … 40%

따라서 공통인 근은 $x=-5$이므로

$m=-5$ ···20%

답 -5

채점 기준	배점
$x^2+x-20=0$의 해 구하기	40%
$2x^2+9x-5=0$의 해 구하기	40%
m의 값 구하기	20%

06 해결 Guide 주어진 식을 (이차식)$=0$ 꼴로 정리한 후 인수분해를 이용하여 해를 구한다.

$(5x+1)(5x-3)=-4$에서 $25x^2-10x-3=-4$

$25x^2-10x+1=0,\quad (5x-1)^2=0$

$\therefore x=\frac{1}{5}$(중근) 답 $x=\frac{1}{5}$(중근)

07 해결 Guide $(x-p)^2=q\ (q\ge 0) \Rightarrow x=p\pm\sqrt{q}$

$4(x+3)^2=20$에서 $(x+3)^2=5$

$x+3=\pm\sqrt{5}\quad \therefore x=-3\pm\sqrt{5}$

따라서 $a=-3$, $b=5$이므로 $a+b=2$ 답 2

08 해결 Guide 완전제곱식을 이용한 이차방정식의 풀이 ➡ (완전제곱식)$=$(양수) 꼴로 변형한다.

$3x^2-12x+3=0$의 양변을 x^2의 계수인 3으로 나누면

$x^2-4x+1=0,\quad x^2-4x=-1$

양변에 $\left(\frac{-4}{2}\right)^2$, 즉 4를 더하면

$x^2-4x+4=-1+4$

좌변을 완전제곱식으로 고치고 우변을 계산하면

$(x-2)^2=3\quad \therefore x=2\pm\sqrt{3}$

따라서 $A=4$, $B=2$, $C=3$이므로

$A-B+C=5$ 답 5

REMARK 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$에서 좌변이 인수분해되지 않을 때는 완전제곱식을 이용하여 해를 구할 수 있다.

09 해결 Guide $ax^2+bx+c=0$이 x에 대한 이차방정식이 되기 위한 조건 ➡ $a\neq 0$

$(ax-2)(4x+3)=x^2-x$에서

$4ax^2+3ax-8x-6=x^2-x$

$(4a-1)x^2+(3a-7)x-6=0$

이 방정식이 x에 대한 이차방정식이 되려면

$4a-1\neq 0\quad \therefore a\neq\frac{1}{4}$ 답 ④

10 해결 Guide $x=a$가 $ax^2+bx+c=0$의 근이면 $a\alpha^2+b\alpha+c=0$임을 이용한다.

$x=a$를 주어진 방정식에 대입하면

$a^2+2a+3=5a+2,\quad a^2-3a+1=0$

$a\neq 0$이므로 양변을 a로 나누면

$a-3+\frac{1}{a}=0\quad \therefore a+\frac{1}{a}=3$

$\therefore a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2=3^2-2=7$ 답 ③

11 해결 Guide 주어진 식을 (이차식)$=0$ 꼴로 정리한 후 인수분해를 이용하여 근을 구한다.

$(x+4)(2x-3)=13$에서 $2x^2+5x-25=0$

$(x+5)(2x-5)=0$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=\frac{5}{2}$ ···60%

따라서 $a=\frac{5}{2}$, $b=-5$이므로

$4a-b=4\times\frac{5}{2}-(-5)=15$ ···40%

답 15

채점 기준	배점
이차방정식의 해 구하기	60%
$4a-b$의 값 구하기	40%

12 해결 Guide 이차방정식의 한 근이 $x=\alpha$ ➡ 이차방정식에 x 대신 α를 대입하면 등식이 성립한다.

$x=-4$를 $x^2+ax+9a-1=0$에 대입하면

$(-4)^2+a\times(-4)+9a-1=0$

$5a=-15\quad \therefore a=-3$

즉 $x^2-3x-28=0$에서 $(x+4)(x-7)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=7$

따라서 다른 한 근은 $x=7$이다. 답 ⑤

13 해결 Guide $x(2x-5)=-2$의 근을 구하여 작은 근을 $2x^2-(2k+5)x+3k=0$에 대입하면 등식이 성립한다.

$x(2x-5)=-2$에서 $2x^2-5x+2=0$

$(2x-1)(x-2)=0\quad \therefore x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=2$

따라서 두 근 중 작은 근은 $x=\frac{1}{2}$

$x=\frac{1}{2}$을 $2x^2-(2k+5)x+3k=0$에 대입하면

$2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2-(2k+5)\times\frac{1}{2}+3k=0, \quad 2k=2$

$\therefore k=1$

답 1

14 해결 Guide 두 이차방정식의 공통인 근을 구한 후, 미정계수를 포함한 이차방정식에 대입하여 미정계수의 값을 구한다.

$x^2+5=7(x-1)$에서 $\quad x^2-7x+12=0$

$(x-3)(x-4)=0 \quad \therefore x=3$ 또는 $x=4$

$x^2-4x=-3$에서 $\quad x^2-4x+3=0$

$(x-1)(x-3)=0 \quad \therefore x=1$ 또는 $x=3$ … 40%

따라서 공통인 근은 $\quad x=3$ … 20%

$x=3$을 $2x^2-mx+(m+2)=0$에 대입하면

$2\times3^2-m\times3+(m+2)=0, \quad -2m=-20$

$\therefore m=10$ … 40%

답 10

채점 기준	배점
각 이차방정식의 해 구하기	40%
공통인 근 구하기	20%
m의 값 구하기	40%

15 해결 Guide 두 이차방정식의 해가 같으므로 $x=-3$을 $x^2+ax=15$에 대입하면 등식이 성립한다.

$(x+3)(x-b)=0$에서 $\quad x=-3$ 또는 $x=b$

$x=-3$을 $x^2+ax=15$에 대입하면

$9-3a=15 \quad \therefore a=-2$

즉 $x^2-2x-15=0$에서 $\quad (x+3)(x-5)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=5$

주어진 두 이차방정식의 해가 서로 같으므로

$b=5$

$\therefore ab=-10$

답 -10

다른 풀이 $x^2+ax=15$에서 $\quad x^2+ax-15=0$

$(x+3)(x-b)=0$에서 $\quad x^2+(3-b)x-3b=0$

두 이차방정식이 서로 같으므로

$a=3-b,\ 3b=15 \quad \therefore b=5,\ a=-2$

$\therefore ab=-10$

16 해결 Guide 이차방정식이 중근을 갖는다.

➡ (완전제곱식)$=0$ 꼴

(ㄱ) $x^2-2x-3=0$에서 $\quad (x+1)(x-3)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=3$

(ㄴ) $x^2=3x-\frac{9}{4}$에서 $\quad x^2-3x+\frac{9}{4}=0$

$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=0 \quad \therefore x=\frac{3}{2}$ (중근)

(ㄷ) $x^2+10x+25=0$에서 $\quad (x+5)^2=0$

$\therefore x=-5$ (중근)

(ㄹ) $4x^2+4x-1=0$에서 $\quad x^2+x=\frac{1}{4}$

$x^2+x+\frac{1}{4}=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}, \quad \left(x+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{2}$

$\therefore x=\frac{-1\pm\sqrt{2}}{2}$

(ㅁ) $4x^2-2x+\frac{1}{4}=0$에서 $\quad \left(2x-\frac{1}{2}\right)^2=0$

$\therefore x=\frac{1}{4}$ (중근)

이상에서 중근을 갖는 것은 (ㄴ), (ㄷ), (ㅁ)의 3개이다.

답 ③

17 해결 Guide 이차방정식 $x^2+ax+b=0$이 중근을 갖는다.

➡ $b=\left(\frac{a}{2}\right)^2$

$4x^2+ax+100=0$의 양변을 4로 나누면

$x^2+\frac{a}{4}x+25=0$

$25=\left(\frac{a}{8}\right)^2$이므로 $\quad a^2=1600 \quad \therefore a=\pm40$

(i) $a=40$일 때, $4x^2+40x+100=0$에서

$4(x+5)^2=0 \quad \therefore x=-5$ (중근)

(ii) $a=-40$일 때, $4x^2-40x+100=0$에서

$4(x-5)^2=0 \quad \therefore x=5$ (중근)

답 $a=40$일 때, $x=-5$ (중근)
$a=-40$일 때, $x=5$ (중근)

18 해결 Guide $(x-p)^2=q\ (q\ge0)$의 해 ➡ $x=p\pm\sqrt{q}$

$(x+2)^2-6=0$에서 $\quad (x+2)^2=6$

$x+2=\pm\sqrt{6} \quad \therefore x=-2\pm\sqrt{6}$

따라서 두 근의 곱은

$(-2-\sqrt{6})\times(-2+\sqrt{6})=(-2)^2-(\sqrt{6})^2=-2$

답 ②

19 해결 Guide 이차방정식 $(x-p)^2=q$가 근을 가질 조건

➡ $q\ge0$

$9(x-2)^2\ge0$이므로 이차방정식 $9(x-2)^2=k+5$가 근을 가질 조건은 $\quad k+5\ge0 \quad \therefore k\ge-5$

따라서 상수 k의 값으로 적당하지 않은 것은 ①이다.

답 ①

REMARK 이차방정식 $(x-p)^2=q$의 해

① $q>0$일 때, $x=p\pm\sqrt{q}$
② $q=0$일 때, $x=p$ (중근)
③ $q<0$일 때, 해는 없다.

➡ $(x-p)^2=q$의 $\begin{cases}\text{해가 존재할 조건}: q\ge0 \\ \text{해가 존재하지 않을 조건}: q<0\end{cases}$

20 해결 Guide **이차방정식을 $x^2+bx+c=0$ 꼴로 정리한 후 $(x-p)^2=q$ 꼴로 나타낸다.**

$(x-4)(x-1)=3x^2$에서 $\quad x^2-5x+4=3x^2$

$\therefore 2x^2+5x-4=0$

양변을 2로 나누면 $\quad x^2+\frac{5}{2}x-2=0$ ··· 40%

$x^2+\frac{5}{2}x=2, \quad x^2+\frac{5}{2}x+\left(\frac{5}{4}\right)^2=2+\left(\frac{5}{4}\right)^2$

$\left(x+\frac{5}{4}\right)^2=\frac{57}{16}$ ··· 40%

$\therefore p=\frac{5}{4},\ q=\frac{57}{16}$ ··· 20%

답 $p=\frac{5}{4},\ q=\frac{57}{16}$

채점 기준	배점
이차방정식을 $x^2+bx+c=0$ 꼴로 정리하기	40%
$(x-p)^2=q$ 꼴로 나타내기	40%
p, q의 값 구하기	20%

21 해결 Guide **$(x-p)^2=q\ (q\ge0)$의 해 ➡ $x=p\pm\sqrt{q}$**

$2x^2-4ax+b=0$의 양변을 2로 나누면

$x^2-2ax+\frac{b}{2}=0, \quad x^2-2ax=-\frac{b}{2}$

양변에 $\left(\frac{-2a}{2}\right)^2=a^2$을 더하면

$x^2-2ax+a^2=-\frac{b}{2}+a^2$

$(x-a)^2=a^2-\frac{b}{2}$

$x-a=\pm\sqrt{a^2-\frac{b}{2}}$

$\therefore x=a\pm\sqrt{a^2-\frac{b}{2}}$

따라서 $a=-3$, $a^2-\frac{b}{2}=7$이므로 $\quad b=4$

$\therefore a+b=1$

답 1

다른 풀이 $x=-3\pm\sqrt{7}$에서 $\quad x+3=\pm\sqrt{7}$

양변을 제곱하면 $\quad (x+3)^2=(\pm\sqrt{7})^2$

$x^2+6x+9=7, \quad x^2+6x+2=0$

양변에 2를 곱하면 $\quad 2x^2+12x+4=0$

이 이차방정식이 $2x^2-4ax+b=0$과 같으므로

$-4a=12,\ b=4$

$\therefore a=-3,\ b=4 \quad \therefore a+b=1$

22 해결 Guide **x^2의 계수가 1인 이차방정식의 근이 정수 ➡ $(x-m)(x-n)=0$ 꼴 (단, m, n은 정수)**

이차방정식 $x^2-ax-12=0$의 근이 모두 정수이므로

$x^2-ax-12=(x-m)(x-n)$

(단, m, n은 정수, $mn=-12$)

두 정수의 곱이 -12가 되는 경우는 다음과 같다.

$1\times(-12),\ -1\times12,\ 2\times(-6),\ -2\times6,$
$3\times(-4),\ -3\times4$

이때 $a=m+n$의 값은 각각 $-11,\ 11,\ -4,\ 4,\ -1,\ 1$이므로 상수 a의 최댓값은 11이다.

답 ④

23 해결 Guide **주어진 이차방정식에 $x=-3$을 대입하여 등식을 성립하게 하는 상수 a의 값을 구한다.**

$x=-3$을 주어진 방정식에 대입하면

$(a+1)\times(-3)^2+2(a+2)\times(-3)+a^2-4a+1=0$

$a^2-a-2=0, \quad (a-2)(a+1)=0$

$\therefore a=2$ 또는 $a=-1$

그런데 $a+1\ne0$, 즉 $a\ne-1$이어야 하므로

$a=2$

답 ⑤

REMARK $a=-1$이면 주어진 방정식은 이차방정식이 아니므로 $a\ne-1$이다.

24 해결 Guide **$[x]=A$로 치환하여 방정식을 푼다.**

$[x]=A$라 하면

$A^2-9A+14=0, \quad (A-2)(A-7)=0$

$\therefore A=2$ 또는 $A=7$

즉 $[x]=2$ 또는 $[x]=7$이므로

$2\le x<3$ 또는 $7\le x<8$

따라서 x의 최솟값은 2이다.

답 2

REMARK

$[x]=n$ (n은 정수) ➡ $n\le x<n+1$

(단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수)

2 이차방정식의 풀이 (2)

개념 Check

본책 128~130쪽

29-1 답 (1) 1, -1, -3, $\frac{1\pm\sqrt{13}}{2}$ (2) 3, 3, $\frac{3\pm\sqrt{3}}{2}$

30-1 답 (1) $x^2-22x+13$, $11\pm6\sqrt{3}$

(2) 10, $x^2-10x+24$, 6

(3) 10, $5x^2+3x-2$, $\frac{2}{5}$

30-2 (1) 괄호를 풀면 $x^2-4x+3=3$

$x^2-4x=0$, $x(x-4)=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=4$

(2) 양변에 8을 곱하면

$2x^2+8x-5=0$

$\therefore x=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-2\times(-5)}}{2}=\frac{-4\pm\sqrt{26}}{2}$

(3) 양변에 100을 곱하면

$x^2-10x+25=0$, $(x-5)^2=0$

$\therefore x=5$ (중근)

답 (1) $x=0$ 또는 $x=4$ (2) $x=\frac{-4\pm\sqrt{26}}{2}$

(3) $x=5$ (중근)

31-1 답 $x+\frac{1}{3}$, $2A-3$, $\frac{3}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{7}{6}$

31-2 (1) $(x-2)^2+4(x-2)-12=0$에서 $x-2=A$라 하면

$A^2+4A-12=0$, $(A+6)(A-2)=0$

$\therefore A=-6$ 또는 $A=2$

즉 $x-2=-6$ 또는 $x-2=2$이므로

$x=-4$ 또는 $x=4$

(2) $3\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(x-\frac{1}{2}\right)=4$에서 $x-\frac{1}{2}=A$라 하면

$3A^2+A=4$, $3A^2+A-4=0$

$(3A+4)(A-1)=0$ $\therefore A=-\frac{4}{3}$ 또는 $A=1$

즉 $x-\frac{1}{2}=-\frac{4}{3}$ 또는 $x-\frac{1}{2}=1$이므로

$x=-\frac{5}{6}$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

(3) $\frac{(2x-1)^2}{3}-\frac{2x-1}{6}-1=0$에서 $2x-1=A$라 하면

$\frac{A^2}{3}-\frac{A}{6}-1=0$, $2A^2-A-6=0$

$(2A+3)(A-2)=0$ $\therefore A=-\frac{3}{2}$ 또는 $A=2$

즉 $2x-1=-\frac{3}{2}$ 또는 $2x-1=2$이므로

$x=-\frac{1}{4}$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

답 (1) $x=-4$ 또는 $x=4$ (2) $x=-\frac{5}{6}$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

(3) $x=-\frac{1}{4}$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

유제

본책 131~133쪽

085-1 (1) 근의 공식에서 $a=1$, $b=-7$, $c=3$인 경우이므로

$x=\frac{-(-7)\pm\sqrt{(-7)^2-4\times1\times3}}{2\times1}=\frac{7\pm\sqrt{37}}{2}$

(2) 근의 공식에서 $a=2$, $b=5$, $c=1$인 경우이므로

$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times2\times1}}{2\times2}=\frac{-5\pm\sqrt{17}}{4}$

(3) 근의 공식에서 $a=3$, $b'=-2$, $c=-2$인 경우이므로

$x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-3\times(-2)}}{3}=\frac{2\pm\sqrt{10}}{3}$

(4) 근의 공식에서 $a=5$, $b'=2$, $c=-3$인 경우이므로

$x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-5\times(-3)}}{5}=\frac{-2\pm\sqrt{19}}{5}$

답 (1) $\frac{7\pm\sqrt{37}}{2}$ (2) $x=\frac{-5\pm\sqrt{17}}{4}$

(3) $\frac{2\pm\sqrt{10}}{3}$ (4) $x=\frac{-2\pm\sqrt{19}}{5}$

085-2 $3x^2-9x+5=0$에서

$x=\frac{-(-9)\pm\sqrt{(-9)^2-4\times3\times5}}{2\times3}=\frac{9\pm\sqrt{21}}{6}$

따라서 $p=\frac{9+\sqrt{21}}{6}$, $q=\frac{9-\sqrt{21}}{6}$이므로

$p-q=\frac{9+\sqrt{21}}{6}-\frac{9-\sqrt{21}}{6}=\frac{\sqrt{21}}{3}$ 답 $\frac{\sqrt{21}}{3}$

086-1 $3x^2-Ax+1=0$에서

$x=\frac{-(-A)\pm\sqrt{(-A)^2-4\times3\times1}}{2\times3}$

$=\frac{A\pm\sqrt{A^2-12}}{6}=\frac{5\pm\sqrt{B}}{6}$

따라서 $A=5$, $B=A^2-12=13$이므로

$A+B=18$ 답 18

087-1 괄호를 풀면

$6x^2-3+4x=8x^2-8$, $2x^2-4x-5=0$

$\therefore x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-2\times(-5)}}{2}=\frac{2\pm\sqrt{14}}{2}$

따라서 $\alpha=\frac{2+\sqrt{14}}{2}$이므로

$2\alpha-2=2\times\frac{2+\sqrt{14}}{2}-2=\sqrt{14}$

답 $\sqrt{14}$

088-1 양변에 30을 곱하면 $10x^2-9=20x+6$

$10x^2-20x-15=0,\quad 2x^2-4x-3=0$

$\therefore x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-2\times(-3)}}{2}$

$=\frac{2\pm\sqrt{10}}{2}$

답 ④

089-1 $\frac{1}{3}x+2=A$라 하면

$3A^2-8A-3=0,\quad (3A+1)(A-3)=0$

$\therefore A=-\frac{1}{3}$ 또는 $A=3$

즉 $\frac{1}{3}x+2=-\frac{1}{3}$ 또는 $\frac{1}{3}x+2=3$이므로

$x=-7$ 또는 $x=3$

따라서 두 근의 차는

$3-(-7)=10$

답 ⑤

개념 Check

본책 134쪽

32-1 (1) $x^2-2x-6=0$에서

$(-2)^2-4\times1\times(-6)=28>0$

이므로 서로 다른 두 근을 갖는다. $\therefore$ 2개

(2) $2x^2-5x+9=0$에서

$(-5)^2-4\times2\times9=-47<0$

이므로 근이 없다. $\therefore$ 0개

(3) $8x^2+x-7=0$에서

$1^2-4\times8\times(-7)=225>0$

이므로 서로 다른 두 근을 갖는다. $\therefore$ 2개

(4) $-x^2+8x-16=0$에서

$8^2-4\times(-1)\times(-16)=0$

이므로 중근을 갖는다. $\therefore$ 1개

답 (1) 2개 (2) 0개 (3) 2개 (4) 1개

32-2 (1) $x^2+2x=0$에서

(두 근의 합)$=-\frac{2}{1}=-2$

(두 근의 곱)$=\frac{0}{1}=0$

(2) $x^2-6x-2=0$에서

(두 근의 합)$=-\frac{-6}{1}=6$

(두 근의 곱)$=\frac{-2}{1}=-2$

(3) $4x^2-x-3=0$에서

(두 근의 합)$=-\frac{-1}{4}=\frac{1}{4}$

(두 근의 곱)$=\frac{-3}{4}=-\frac{3}{4}$

(4) $2x^2+5x+1=0$에서

(두 근의 합)$=-\frac{5}{2}$

(두 근의 곱)$=\frac{1}{2}$

답 풀이 참조

유제

본책 135~138쪽

090-1 ① $(-4)^2-4\times2\times1=8>0$

➡ 서로 다른 두 근을 갖는다.

② $1^2-4\times3\times(-4)=49>0$

➡ 서로 다른 두 근을 갖는다.

③ $4x^2+5x-2=0$이므로

$5^2-4\times4\times(-2)=57>0$

➡ 서로 다른 두 근을 갖는다.

④ $(-17)^2-4\times3\times1=277>0$

➡ 서로 다른 두 근을 갖는다.

⑤ $9x^2-12x+4=0$이므로

$(-12)^2-4\times9\times4=0$

➡ 한 근(중근)을 갖는다.

따라서 서로 다른 근의 개수가 나머지 넷과 다른 하나는 ⑤이다.

답 ⑤

091-1 $(-20)^2-4\times4\times5p=0$에서

$400-80p=0\quad \therefore p=5$

$\{-(p+3)\}^2-4\times1\times2q=0$에서 $p=5$이므로

$64-8q=0\quad \therefore q=8$

$\therefore p+q=13$

답 13

092-1 $2x^2-8x+k-7=0$에서

$(-8)^2-4\times2\times(k-7)\ge0$

$-8k+120\ge0\quad \therefore k\le15$

따라서 주어진 방정식이 해를 갖도록 하는 가장 큰 정수 k의 값은 15이다.

답 15

093-1 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$-\frac{(a-1)}{2}=3,\ \frac{b}{2}=\frac{3}{2}$$

따라서 $a=-5,\ b=3$이므로

$ab=-15$ 답 -15

094-1 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha+\beta=-\frac{-8}{4}=2,\qquad \alpha\beta=\frac{-32}{4}=-8$$

① $2(\alpha+\beta)=2\times2=4$

② $\frac{1}{4}\alpha\beta=\frac{1}{4}\times(-8)=-2$

③ $\alpha^2-\alpha\beta+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-3\alpha\beta$
$=2^2-3\times(-8)=28$

④ $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{2}{-8}=-\frac{1}{4}$

⑤ $\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta}{\alpha}=\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}=\frac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta}{\alpha\beta}$
$=\frac{2^2-2\times(-8)}{-8}=-\frac{5}{2}$

따라서 옳은 것은 ④이다. 답 ④

095-1 이차방정식 $x^2+ax+b=0$에서 근과 계수의 관계에 의하여

$-a=-5+1=-4\qquad \therefore a=4$

$b=-5\times1=-5$

따라서 이차방정식 $bx^2+ax+1=0$, 즉 $-5x^2+4x+1=0$에서

$5x^2-4x-1=0,\qquad (5x+1)(x-1)=0$

$\therefore x=-\frac{1}{5}$ 또는 $x=1$ 답 $x=-\frac{1}{5}$ 또는 $x=1$

096-1 두 근을 $\alpha,\ \alpha+2$로 놓으면 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+(\alpha+2)=-\frac{-12}{3}=4\qquad \cdots\cdots$ ㉠

$\alpha(\alpha+2)=\frac{k-1}{3}\qquad \cdots\cdots$ ㉡

㉠에서 $2\alpha+2=4\qquad \therefore \alpha=1$

$\alpha=1$을 ㉡에 대입하면 $1\times(1+2)=\frac{k-1}{3}$

$k-1=9\qquad \therefore k=10$ 답 ⑤

097-1 두 근을 α, 3α로 놓으면 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+3\alpha=4k\qquad \cdots\cdots$ ㉠

$\alpha\times3\alpha=12\qquad \cdots\cdots$ ㉡

㉡에서 $3\alpha^2=12,\quad \alpha^2=4\quad \therefore \alpha=\pm2$

㉠에서 $4\alpha=4k,\quad \alpha=k\quad \therefore k=2\ (\because k>0)$ 답 2

단원 마무리

◉ 본책 139~141쪽

01 ⑤ **02** ④ **03** 8 **04** (ㄱ), (ㄷ) **05** ①
06 -1 **07** ① **08** $\sqrt{17}$ **09** $\sqrt{33}$ **10** ③
11 $x=4,\ y=1$ 또는 $x=3,\ y=2$ **12** 3
13 ⑤ **14** ①, ④ **15** ③ **16** 2 **17** ⑤
18 5, 8, 9 **19** $\sqrt{19}$

01 해결 Guide $ax^2+2b'x+c=0\ (a\neq0)$
➡ $x=\frac{-b'\pm\sqrt{b'^2-ac}}{a}$를 이용한다.

$x=-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-1\times17}$
$=5\pm2\sqrt{2}$ 답 ⑤

02 해결 Guide 근의 공식을 이용하여 이차방정식의 근을 구한 후 주어진 근과 비교한다.

$3x^2-6x+k-2=0$에서

$$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-3\times(k-2)}}{3}$$
$$=\frac{3\pm\sqrt{15-3k}}{3}$$
$$=\frac{3\pm2\sqrt{3}}{3}=\frac{3\pm\sqrt{12}}{3}$$

이므로 $15-3k=12\qquad \therefore k=1$ 답 ④

다른 풀이 $x=\frac{3\pm2\sqrt{3}}{3}$에서 $3x-3=\pm2\sqrt{3}$

$(3x-3)^2=12,\qquad 9x^2-18x-3=0$

$\therefore 3x^2-6x-1=0$

따라서 $k-2=-1$이므로 $k=1$

03 해결 Guide 계수가 분수 또는 소수인 이차방정식 ➡ 양변에 적당한 수를 곱하여 계수를 정수로 고친다.

주어진 이차방정식의 양변에 10을 곱하면

$2x^2-5(x-2)(x+1)=3x+8$

$3x^2-2x-2=0$ ⋯40%

$$\therefore x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-3\times(-2)}}{3}$$
$$=\frac{1\pm\sqrt{7}}{3}$$ ⋯40%

따라서 $A=1,\ B=7$이므로

$A+B=8$ ⋯20%

답 8

채점 기준	배점
이차방정식을 간단히 정리하기	40%
이차방정식의 근 구하기	40%
$A+B$의 값 구하기	20%

04 해결 Guide **이차방정식 $ax^2+bx+c=0$에서**
$b^2-4ac>0$ ➡ **서로 다른 두 근을 갖는다.**
$b^2-4ac=0$ ➡ **한 근 (중근)을 갖는다.**
$b^2-4ac<0$ ➡ **근이 없다.**

(ㄱ) $5^2-4\times1\times(-1)=29>0$
➡ 서로 다른 두 근을 갖는다.
(ㄴ) $(-1)^2-4\times2\times7=-55<0$
➡ 근이 없다.
(ㄷ) $6^2-4\times(-1)\times5=56>0$
➡ 서로 다른 두 근을 갖는다.
(ㄹ) $8^2-4\times8\times2=0$
➡ 한 근(중근)을 갖는다.
이상에서 서로 다른 두 근을 갖는 이차방정식은 (ㄱ), (ㄷ)이다.

답 (ㄱ), (ㄷ)

05 해결 Guide **이차방정식 $ax^2+bx+c=0$이 중근을 가질 조건**
➡ $b^2-4ac=0$

$2x^2-6x-m=0$에서
$(-6)^2-4\times2\times(-m)=0$
$36+8m=0$ $\therefore m=-\frac{9}{2}$

답 ①

06 해결 Guide **이차방정식 $ax^2+bx+c=0$**
➡ **(두 근의 합)$=-\frac{b}{a}$, (두 근의 곱)$=\frac{c}{a}$**

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여
$m=-\frac{-4}{3}=\frac{4}{3}$
$\therefore 3m-5=3\times\frac{4}{3}-5=-1$

답 -1

07 해결 Guide **두 근의 비가 2 : 3 ➡ 두 근을 2α, 3α로 놓는다.**
두 근을 2α, 3α로 놓으면 근과 계수의 관계에 의하여
$2\alpha+3\alpha=-\frac{-15}{3}=5$ ……㉠
$2\alpha\times3\alpha=-\frac{2k}{3}$ ……㉡
㉠에서 $5\alpha=5$ $\therefore \alpha=1$
$\alpha=1$을 ㉡에 대입하면
$2\times3=-\frac{2k}{3}$ $\therefore k=-9$

답 ①

08 해결 Guide $ax^2+bx+c=0$ $(a\neq0)$
➡ $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ **를 이용한다.**

$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times2\times1}}{2\times2}=\frac{5\pm\sqrt{17}}{4}$이므로
$k=\frac{5+\sqrt{17}}{4}$
$\therefore 4k-5=4\times\frac{5+\sqrt{17}}{4}-5=\sqrt{17}$

답 $\sqrt{17}$

09 해결 Guide **양변에 적당한 수를 곱하여 모든 계수를 정수로 고친다.**
주어진 이차방정식의 양변에 6을 곱하면
$3(x+2)(x-1)=2x^2$, $x^2+3x-6=0$
$\therefore x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times1\times(-6)}}{2}=\frac{-3\pm\sqrt{33}}{2}$
따라서 $\alpha=\frac{-3+\sqrt{33}}{2}$, $\beta=\frac{-3-\sqrt{33}}{2}$이므로
$\alpha-\beta=\frac{-3+\sqrt{33}}{2}-\frac{-3-\sqrt{33}}{2}$
$=\sqrt{33}$

답 $\sqrt{33}$

10 해결 Guide **근의 공식을 이용하여 근을 구한 후 주어진 근과 비교한다.**
이차방정식의 양변에 4를 곱하면
$3x^2+4x+4a=0$
$\therefore x=\frac{-2\pm\sqrt{4-12a}}{3}=\frac{b\pm\sqrt{10}}{3}$
따라서 $4-12a=10$, $-2=b$이므로
$a=-\frac{1}{2}$, $b=-2$
$\therefore ab=\left(-\frac{1}{2}\right)\times(-2)=1$

답 ③

11 해결 Guide **공통부분을 치환하여 방정식을 푼다.**
$x+y=A$라 하면
$A(A-3)=10$
$A^2-3A-10=0$
$(A+2)(A-5)=0$
$\therefore A=-2$ 또는 $A=5$
x, y는 자연수이므로 $x+y=5$
이때 $x>y$이므로
$x=4$, $y=1$ 또는 $x=3$, $y=2$

답 $x=4$, $y=1$ 또는 $x=3$, $y=2$

12 해결 Guide 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$이 근을 가질 조건 ➡ $b^2-4ac\geq0$

$3^2-4\times1\times(5-k)\geq0$이므로

$-11+4k\geq0,\quad 4k\geq11$

$\therefore k\geq\frac{11}{4}$ …70%

따라서 주어진 방정식이 근을 갖도록 하는 상수 k의 값 중 가장 작은 자연수는 3이다. …30%

답 3

채점 기준	배점
k의 값의 범위 구하기	70%
가장 작은 자연수 구하기	30%

13 해결 Guide 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$이 서로 다른 두 근을 가질 조건 ➡ $b^2-4ac>0$

$4^2-4\times(a-2)\times(-1)>0$이므로

$16+4a-8>0,\quad 4a>-8$

$\therefore a>-2$

$a\neq2$이므로 $\quad -2<a<2$ 또는 $a>2$ 답 ⑤

REMARK $a=2$이면 주어진 방정식은

$4x-1=0$

이 되므로 이차방정식이 아니다.

$\therefore a\neq2$

14 해결 Guide 이차방정식의 근과 계수의 관계를 이용하여 두 근의 합과 곱을 구한다.

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

(두 근의 합)$=-(a+4)$

(두 근의 곱)$=a(a-6)$

두 근의 합과 곱이 같으므로

$-(a+4)=a(a-6),\quad a^2-5a+4=0$

$(a-1)(a-4)=0\quad \therefore a=1$ 또는 $a=4$

답 ①, ④

15 해결 Guide 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근이 α, β ➡ $\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$, $\alpha\beta=\frac{c}{a}$

$x=-1$이 $x^2-px-3=0$의 근이므로

$1+p-3=0\quad \therefore p=2$

$x^2+ax+b=0$의 두 근이 $x=p$ 또는 $x=3$, 즉 $x=2$ 또는 $x=3$이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$-a=2+3,\ b=2\times3\quad \therefore a=-5,\ b=6$

$\therefore a+b+p=3$ 답 ③

16 해결 Guide 두 근의 합과 곱을 각각 구한 후 곱셈 공식의 변형을 이용한다.

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=12,\ \alpha\beta=8$

$$\therefore \frac{1}{\alpha^2}+\frac{1}{\beta^2}=\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha^2\beta^2}=\frac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta}{(\alpha\beta)^2}$$

$$=\frac{12^2-2\times8}{8^2}=2$$

답 2

17 해결 Guide 두 근의 차가 5 ➡ 두 근을 α, $\alpha+5$로 놓는다.

두 근을 α, $\alpha+5$로 놓으면 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+(\alpha+5)=-(1-2k)=2k-1$ …… ㉠

$\alpha(\alpha+5)=4k$ …… ㉡

㉠에서 $\quad 2\alpha+5=2k-1\quad \therefore \alpha=k-3$

$\alpha=k-3$을 ㉡에 대입하면

$(k-3)(k+2)=4k,\quad k^2-5k-6=0$

$(k+1)(k-6)=0\quad \therefore k=-1\ (\because k<0)$ 답 ⑤

18 해결 Guide $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$의 해가 유리수 ➡ $b^2-4ac=$(유리수)^2

$x^2+6x+k=0$에서 $\quad x=-3\pm\sqrt{9-k}$

x가 유리수이어야 하므로 $9-k$는 (유리수)^2 꼴이어야 한다.

이때 k는 자연수이므로 $9-k$는 0 또는 9보다 작은 제곱수이다.

즉 $9-k=0$ 또는 $9-k=1$ 또는 $9-k=4$이므로

$k=9$ 또는 $k=8$ 또는 $k=5$ 답 5, 8, 9

19 해결 Guide 두 근의 합과 곱을 구한 후 곱셈 공식의 변형을 이용한다.

$(x-1)^2=1-(x+1)(x-5)$에서

$x^2-2x+1=1-x^2+4x+5$

$2x^2-6x-5=0$ …20%

이 이차방정식의 두 근이 α, β이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=3,\ \alpha\beta=-\frac{5}{2}$ …40%

$$\therefore (\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta=3^2-4\times\left(-\frac{5}{2}\right)=19$$

따라서 $\alpha-\beta=\pm\sqrt{19}$이므로 $\quad |\alpha-\beta|=\sqrt{19}$ …40%

답 $\sqrt{19}$

채점 기준	배점
이차방정식을 간단히 정리하기	20%
두 근의 합과 곱 구하기	40%
$\|\alpha-\beta\|$의 값 구하기	40%

3 이차방정식의 활용

개념 Check ⊙ 본책 144~145쪽

33-1 (1) $-(x+1)(x-4)=0, \quad -(x^2-3x-4)=0$

$\therefore -x^2+3x+4=0$

(2) $2(x-3)^2=0, \quad 2(x^2-6x+9)=0$

$\therefore 2x^2-12x+18=0$

(3) 두 근의 합 : $(2-\sqrt{3})+(2+\sqrt{3})=4$

두 근의 곱 : $(2-\sqrt{3})\times(2+\sqrt{3})=1$

$\therefore x^2-4x+1=0$

답 (1) $-x^2+3x+4=0$
(2) $2x^2-12x+18=0$
(3) $x^2-4x+1=0$

REMARK 이차방정식의 근과 계수의 관계

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근을 α, β라 하면

$\alpha+\beta=-\frac{b}{a}, \ \alpha\beta=\frac{c}{a}$

33-2 (1) 다른 한 근이 $2+\sqrt{2}$이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$k=(2-\sqrt{2})\times(2+\sqrt{2})=2$

(2) 다른 한 근이 $-1-\sqrt{3}$이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$-k=(-1+\sqrt{3})\times(-1-\sqrt{3})=-2$

$\therefore k=2$

(3) 다른 한 근이 $-2-\sqrt{5}$이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$k=(-2+\sqrt{5})+(-2-\sqrt{5})=-4$

(4) 다른 한 근이 $4+\sqrt{11}$이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$-k=(4-\sqrt{11})+(4+\sqrt{11})=8$

$\therefore k=-8$

답 (1) 2 (2) 2 (3) -4 (4) -8

34-1 답 x^2-48, x^2, 48, 6, 8, -6, 8, 8, 8

유제 ⊙ 본책 146~150쪽

098-1 중근이 $-\frac{5}{3}$이고 x^2의 계수가 9인 이차방정식은

$9\left(x+\frac{5}{3}\right)^2=0$

$9\left(x^2+\frac{10}{3}x+\frac{25}{9}\right)=0$

$\therefore 9x^2+30x+25=0$

따라서 $a=30$, $b=25$이므로

$a+b=55$

답 ⑤

099-1 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=3, \ \alpha\beta=\frac{1}{2}$

이때 $(\alpha+1)+(\beta+1)=\alpha+\beta+2=3+2=5$

$(\alpha+1)(\beta+1)=\alpha\beta+\alpha+\beta+1=\frac{1}{2}+3+1=\frac{9}{2}$

이므로 $\alpha+1$, $\beta+1$을 두 근으로 하고 x^2의 계수가 2인 이차방정식은

$2\left(x^2-5x+\frac{9}{2}\right)=0$

$\therefore 2x^2-10x+9=0$

답 $2x^2-10x+9=0$

100-1 $2x^2+ax+b=0$의 다른 한 근은 $3-\sqrt{2}$이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$-\frac{a}{2}=(3+\sqrt{2})+(3-\sqrt{2})=6$

$\therefore a=-12$

$\frac{b}{2}=(3+\sqrt{2})\times(3-\sqrt{2})=7$

$\therefore b=14$

답 $a=-12$, $b=14$

101-1 자연수 1부터 n까지의 합을 190이라 하면

$\frac{n(n+1)}{2}=190$

$n(n+1)=380$

$n^2+n-380=0$

$(n+20)(n-19)=0$

$\therefore n=19$ ($\because n$은 자연수)

따라서 1부터 19까지 더해야 한다. 답 19

102-1 $(x, -3)◎(3x, x)=1$에서

$x\times3x-(-3)\times x=1$

$3x^2+3x-1=0$

따라서 주어진 식을 만족시키는 모든 실수 x의 값의 합은 근과 계수의 관계에 의하여

$-\frac{3}{3}=-1$ 답 ②

REMARK 이차방정식 $3x^2+3x-1=0$에서

$3^2-4\times3\times(-1)=9+12=21>0$

이므로 이차방정식은 서로 다른 2개의 근을 갖고 이 두 근은 실수이다.

103-1 연속하는 두 짝수를 x, $x+2$라 하면

$x^2+(x+2)^2=340$

$2x^2+4x-336=0$

$x^2+2x-168=0$

$(x+14)(x-12)=0$

$\therefore x=12\ (\because x$는 자연수$)$

따라서 구하는 두 짝수는 12, 14이다.

답 12, 14

104-1 펼친 두 면 중 왼쪽 면의 쪽수를 x라 하면 오른쪽 면의 쪽수는 $x+1$이다.

두 면의 쪽수를 곱하면 1056이므로

$x(x+1)=1056$

$x^2+x-1056=0$

$(x+33)(x-32)=0$

$\therefore x=32\ (\because x$는 자연수$)$

따라서 경화가 펼친 두 면의 쪽수는 32, 33이다.

답 32, 33

105-1 높이가 125 m이므로 $h=125$를 $h=50t-5t^2$에 대입하면

$125=50t-5t^2$

$5t^2-50t+125=0$

$t^2-10t+25=0$

$(t-5)^2=0$

$\therefore t=5$ (중근)

따라서 물체의 높이가 125 m가 되는 것은 5초 후이다.

답 5초

106-1 처음 원의 반지름의 길이를 x cm라 하면 처음 원의 넓이는 πx^2 cm^{2}이고 반지름의 길이를 3 cm만큼 줄인 원의 넓이는 $\pi(x-3)^2$ cm^{2}이므로

$\pi(x-3)^2=\frac{1}{4}\pi x^2$

$x^2-6x+9=\frac{1}{4}x^2$

$4x^2-24x+36=x^2$

$3x^2-24x+36=0$

$x^2-8x+12=0$

$(x-2)(x-6)=0$

$\therefore x=6\ (\because x>3)$

따라서 처음 원의 반지름의 길이는 6 cm이다.

답 6 cm

107-1 산책로의 폭을 x m라 하면 산책로와 꽃밭의 넓이의 합은 $(10+2x)(8+2x)$ m^{2}이고 꽃밭의 넓이는 80 m^{2}이므로

$(10+2x)(8+2x)-80=88$

$4x^2+36x-88=0$

$x^2+9x-22=0$

$(x+11)(x-2)=0$

$\therefore x=2\ (\because x>0)$

따라서 산책로의 폭은 2 m이다.

답 2 m

단원 마무리

본책 151~153쪽

01 $x=1$ (중근)	**02** ③	**03** ④	**04** 7
05 ③	**06** 5 cm	**07** $x^2-x-2=0$	**08** ②
09 $x=-3$ 또는 $x=2$		**10** $a=5$, $b=-2$	
11 ②	**12** $\frac{3\pm\sqrt{29}}{2}$	**13** ③	**14** ③
15 4 cm	**16** $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ cm	**17** ②, ⑤	**18** 10

01 해결 Guide **두 근이 α, β이고 x^2의 계수가 a인 이차방정식**
➡ $a(x-\alpha)(x-\beta)=0$

두 근이 $-\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$이고 x^2의 계수가 6인 이차방정식은

$6\left(x+\frac{2}{3}\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)=0$

$6\left(x^2+\frac{1}{6}x-\frac{1}{3}\right)=0$

$6x^2+x-2=0$

$\therefore a=1,\ b=-2$

따라서 $x^2+bx+a=0$은 $x^2-2x+1=0$이므로

$(x-1)^2=0\qquad \therefore x=1$ (중근)

답 $x=1$ (중근)

다른 풀이 $6x^2+ax+b=0$의 두 근이 $-\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$-\frac{a}{6}=-\frac{2}{3}+\frac{1}{2}=-\frac{1}{6}\qquad \therefore a=1$

$\frac{b}{6}=-\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=-\frac{1}{3}\qquad \therefore b=-2$

따라서 $x^2+bx+a=0$은 $x^2-2x+1=0$이므로

$(x-1)^2=0\qquad \therefore x=1$ (중근)

02 해결 Guide 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$(a, b, c는 유리수)의 한 근이 $p+q\sqrt{m}$ ➡ 다른 한 근은 $p-q\sqrt{m}$ (단, p, q는 유리수, $\sqrt{m}$은 무리수)

$x^2-(k-2)x-1=0$의 다른 한 근은 $1-\sqrt{2}$이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$k-2=(1+\sqrt{2})+(1-\sqrt{2})=2$

$\therefore k=4$

답 ③

03 해결 Guide 회원 수를 n명으로 놓고 식을 세운다.

회원 수를 n명이라 하면

$\frac{n(n-1)}{2}=210$

$n^2-n-420=0$

$(n-21)(n+20)=0$

$\therefore n=21$ ($\because n>2$)

따라서 동호회의 회원은 21명이다.

답 ④

04 해결 Guide 연속하는 세 자연수 ➡ $x-1$, x, $x+1$로 놓는다. (단, $x\geq 2$)

연속하는 세 자연수를 $x-1$, x, $x+1$ ($x\geq 2$)이라 하면

$(x+1)^2=2x(x-1)-11$ …40%

$x^2+2x+1=2x^2-2x-11$

$x^2-4x-12=0$

$(x-6)(x+2)=0$

$\therefore x=6$ ($\because x\geq 2$) …40%

따라서 구하는 가장 큰 자연수는 7이다. …20%

답 7

채점 기준	배점
방정식 세우기	40%
방정식 풀기	40%
가장 큰 자연수 구하기	20%

REMARK $x=6$이므로 연속하는 세 자연수는 5, 6, 7이다.

05 해결 Guide 지면에 떨어질 때의 높이는 0 m이다.

공이 지면에 떨어지는 것은 (높이)$=0$일 때이므로

$-5t^2+30t+80=0$

$t^2-6t-16=0$

$(t-8)(t+2)=0$

$\therefore t=8$ ($\because t>0$)

따라서 공이 지면에 떨어지는 것은 쏘아 올린 지 8초 후이다.

답 ③

06 해결 Guide 작은 정사각형의 한 변의 길이를 x cm로 놓고 전체 넓이에 대한 식을 세운다.

작은 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $(13-x)$cm이므로

$x^2+(13-x)^2=89$

$2x^2-26x+80=0$

$x^2-13x+40=0$

$(x-5)(x-8)=0$

$\therefore x=5$ $\left(\because 0<x<\frac{13}{2}\right)$

따라서 작은 정사각형의 한 변의 길이는 5 cm이다.

답 5 cm

07 해결 Guide 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$이 중근을 가질 조건 ➡ $b^2-4ac=0$

$2x^2-4x+m=0$이 중근을 가지므로

$(-4)^2-4\times 2\times m=0$ $\qquad\therefore m=2$

따라서 두 근이 2, -1이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x-2)(x+1)=0$

$\therefore x^2-x-2=0$

답 $x^2-x-2=0$

08 해결 Guide 두 근의 합이 m, 곱이 n이고 x^2의 계수가 a인 이차방정식 ➡ $a(x^2-mx+n)=0$

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=-6$, $\alpha\beta=-2$

$\therefore \frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{-6}{-2}=3$,

$\frac{1}{\alpha}\times\frac{1}{\beta}=\frac{1}{\alpha\beta}=\frac{1}{-2}=-\frac{1}{2}$

따라서 구하는 이차방정식은

$2\left(x^2-3x-\frac{1}{2}\right)=0$

$\therefore 2x^2-6x-1=0$

답 ②

09 해결 Guide 혜수는 상수항을 바르게 보았고 동건이는 x의 계수를 바르게 보았다.

혜수가 푼 이차방정식은

$(x+1)(x-6)=0$ $\qquad\therefore x^2-5x-6=0$

혜수는 상수항을 바르게 보았으므로 원래의 이차방정식의 상수항은 -6이다.

동건이가 푼 이차방정식은

$(x+4)(x-3)=0 \qquad \therefore x^2+x-12=0$

동건이는 x의 계수를 바르게 보았으므로 원래의 이차방정식의 x의 계수는 1이다.

따라서 원래의 이차방정식은 $x^2+x-6=0$이므로

$(x+3)(x-2)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=2$ 답 $x=-3$ 또는 $x=2$

10 해결 Guide **이차방정식 $ax^2+bx+c=0$(a, b, c는 유리수)의 한 근이 $p+q\sqrt{m}$ ➡ 다른 한 근은 $p-q\sqrt{m}$ (단, p, q는 유리수, $\sqrt{m}$은 무리수)**

이차방정식 $ax^2+bx-1=0$의 다른 한 근은

$\frac{1+\sqrt{6}}{5}$ …40%

근과 계수의 관계에 의하여

$\frac{-1}{a}=\frac{1-\sqrt{6}}{5}\times\frac{1+\sqrt{6}}{5}=-\frac{1}{5}$

$\therefore a=5$ …30%

$-\frac{b}{5}=\frac{1-\sqrt{6}}{5}+\frac{1+\sqrt{6}}{5}=\frac{2}{5}$

$\therefore b=-2$ …30%

답 $a=5$, $b=-2$

채점 기준	배점
다른 한 근 구하기	40%
a의 값 구하기	30%
b의 값 구하기	30%

11 해결 Guide **(대각선에 있는 수의 합)=(세로에 있는 수의 합)임을 이용하여 식을 세운다.**

$(x^2-3x)+(x+1)+6=8+1+6$이므로

$x^2-2x-8=0$

$(x-4)(x+2)=0$

$\therefore x=4$ ($\because$ x는 자연수) 답 ②

REMARK 1부터 9까지의 자연수의 합은

$1+2+3+\cdots+9=45$

가로, 세로, 대각선에 있는 수의 합이 모두 같으므로 그 합은

$\frac{45}{3}=15$

따라서 표를 완성하면 오른쪽과 같다.

4	3	8
9	5	1
2	7	6

12 해결 Guide **주어진 연산에 맞게 방정식을 세운다.**

$<3, x>=-2$에서

$3\times x+3-x^2=-2$

$-x^2+3x+3=-2$

$x^2-3x-5=0$

$\therefore x=\frac{3\pm\sqrt{29}}{2}$ 답 $\frac{3\pm\sqrt{29}}{2}$

13 해결 Guide **어떤 양수를 x라 하면**
➡ 3만큼 작은 수는 $x-3$, 3만큼 큰 수는 $x+3$

어떤 양수를 x라 하면

$x(x+3)=154$

$x^2+3x-154=0$

$(x+14)(x-11)=0$

$\therefore x=11$ ($\because$ $x>0$)

따라서 원래의 두 수는 11, 8이므로 두 수의 곱은

$11\times 8=88$ 답 ③

14 해결 Guide **7월 x일의 일주일 후 ➡ 7월 $(x+7)$일**

민경이의 생일을 7월 x일이라 하면 혜정이의 생일은 7월 $(x+7)$일이므로

$x(x+7)=228$

$x^2+7x-228=0$

$(x+19)(x-12)=0$

$\therefore x=12$ ($\because$ x는 자연수)

따라서 민경이의 생일은 7월 12일이다. 답 ③

15 해결 Guide **색칠한 부분의 넓이에 대한 방정식을 세운다.**

가장 작은 반원의 반지름의 길이를 x cm라 하면 가장 큰 반원의 반지름의 길이는 5 cm, 중간 크기의 반원의 반지름의 길이는 $(5-x)$cm이다.

색칠한 부분의 넓이가 6π cm^2이므로

$\frac{25\pi}{2}-\frac{\pi x^2}{2}-\frac{\pi(5-x)^2}{2}=6\pi$ …40%

$2x^2-10x+12=0$

$x^2-5x+6=0$

$(x-3)(x-2)=0$

$\therefore x=2$ $\left(\because 0<x<\frac{5}{2}\right)$ …40%

따라서 가장 작은 반원의 반지름의 길이는 2 cm이므로 지름의 길이는 4 cm이다. …20%

답 4 cm

채점 기준	배점
방정식 세우기	40%
방정식 풀기	40%
가장 작은 반원의 지름의 길이 구하기	20%

16 해결 Guide $\overline{\mathrm{AB}}=x\text{ cm}$라 하고 서로 닮음인 두 도형에서 대응변의 길이의 비는 일정함을 이용하여 식을 세운다.

$\overline{\mathrm{AB}}=x\text{ cm}$라 하면 □ABCD∽□BCFE이므로

$\overline{\mathrm{AB}}:\overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{AD}}:\overline{\mathrm{BE}}$

$x:1=1:(x-1)$

$x(x-1)=1$

$x^2-x-1=0$

$\therefore x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}\ (\because x>0)$

따라서 $\overline{\mathrm{AB}}$의 길이는 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}\text{ cm}$

답 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}\text{ cm}$

REMARK 비례식에서 외항의 곱과 내항의 곱은 같다.
즉 $a:b=c:d$이면 $ad=bc$이다.

17 해결 Guide △PBQ의 넓이에 대한 방정식을 세운다.

출발한 지 x초 후 $\overline{\mathrm{PB}}=(18-2x)\text{cm}$, $\overline{\mathrm{BQ}}=3x\text{ cm}$이므로

$\triangle\mathrm{PBQ}=\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{PB}}\times\overline{\mathrm{BQ}}$

$=\frac{1}{2}\times(18-2x)\times 3x$

$=-3x^2+27x$

즉 $-3x^2+27x=54$에서

$3x^2-27x+54=0$

$x^2-9x+18=0$

$(x-3)(x-6)=0$

$\therefore x=3$ 또는 $x=6$

따라서 △PBQ의 넓이가 54 cm^2가 되는 것은 3초 후 또는 6초 후이다.

답 ②, ⑤

18 해결 Guide 원가에 a %의 이익을 붙이면
➡ (정가)=(원가)$\times\left(1+\frac{a}{100}\right)$

원가를 a원이라 하면

(정가)$=a\left(1+\frac{x}{100}\right)$(원)

(할인가)=(정가)$\times\left(1-\frac{x}{100}\right)$

$=a\left(1+\frac{x}{100}\right)\left(1-\frac{x}{100}\right)$(원)

할인가로 판매하여 원가의 1 %의 손해를 보았으므로

$a\left(1+\frac{x}{100}\right)\left(1-\frac{x}{100}\right)=a\left(1-\frac{1}{100}\right)$

$(100+x)(100-x)=9900$

$10000-x^2=9900$

$x^2=100\qquad\therefore x=10\ (\because x>0)$

답 10

1 이차함수의 그래프 (1)

개념 Check

본책 158~161쪽

35-1 답 (1) ○ (2) × (3) ○ (4) ×

35-2 답 (1) $y=3x$, 이차함수가 아니다.
(2) $y=4\pi x^2$, 이차함수이다.
(3) $y=200x$, 이차함수가 아니다.

35-3 답 (1) -7 (2) $-\frac{25}{4}$

36-1 답 (1) 위 (2) 0 (3) 감소

37-1 답 (1) y, 0, 0 (2) 아래 (3) x축

37-2 답 (1) 0, 0 (2) $x=0$ (3) 위

38-1 답 (1) (ㄴ), (ㅁ), (ㅂ) (2) (ㄱ) (3) (ㄹ)

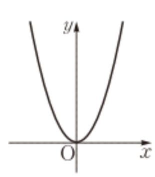
유제

본책 162~166쪽

108-1 ① $y=\frac{1}{2}\times x\times 2=x$ ➡ 일차함수
② $y=2\pi\times x\times\frac{180}{360}=\pi x$ ➡ 일차함수
③ $y=x\times x=x^2$ ➡ 이차함수
④ $y=60\times x=60x$ ➡ 일차함수
⑤ $y=\pi x^2$ ➡ 이차함수 답 ③, ⑤

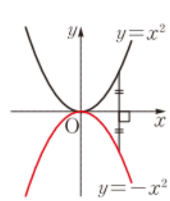
109-1 $f(-1)=2\times(-1)^2-3\times(-1)+a=5+a$이므로
$5+a=7$ $\therefore a=2$ 답 2

110-1 이차함수 $y=x^2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



② 축의 방정식은 $x=0$이다.
④ $x>0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가하고, $x<0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.
따라서 옳지 않은 것은 ②, ④이다. 답 ②, ④

110-2 이차함수 $y=-x^2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 $y=x^2$의 그래프와 x축에 대칭이다.



① 위로 볼록한 포물선이다.
③ 제 3, 4사분면을 지난다.
④ 이차함수 $y=-x^2$의 그래프에서 꼭짓점 이외의 부분은 모두 x축보다 아래에 있으므로 $y\le 0$이다.
따라서 옳은 것은 ②, ⑤이다. 답 ②, ⑤

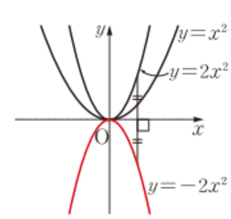
111-1 $y=ax^2$의 그래프가 점 $(-2, 2)$를 지나므로
$2=a\times(-2)^2$ $\therefore a=\frac{1}{2}$ $\therefore y=\frac{1}{2}x^2$
$y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프가 점 $(3, b)$를 지나므로
$b=\frac{1}{2}\times 3^2=\frac{9}{2}$
$\therefore a+b=\frac{1}{2}+\frac{9}{2}=5$ 답 5

112-1 위로 볼록한 이차함수의 그래프는 x^2의 계수가 음수인 ①, ②, ③이고, 이 중에서 폭이 가장 넓은 것은 x^2의 계수의 절댓값이 가장 작은 ③이다. 답 ③

113-1 이차함수 $y=-\frac{1}{3}x^2$의 그래프와 x축에 대칭인 그래프의 식은
$y=\frac{1}{3}x^2$
이 그래프가 점 $(-3, a)$를 지나므로
$a=\frac{1}{3}\times(-3)^2=3$ 답 3

114-1 그래프가 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2$으로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(2, -6)$을 지나므로
$-6=a\times 2^2$ $\therefore a=-\frac{3}{2}$
따라서 구하는 이차함수의 식은
$y=-\frac{3}{2}x^2$
이 그래프가 점 $(k, -24)$를 지나므로
$-24=-\frac{3}{2}k^2$, $k^2=16$
$\therefore k=4\ (\because k>0)$ 답 4

115-1 이차함수 $y=-2x^2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



① 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$이다.
② 위로 볼록한 포물선이다.
③ 축의 방정식은 $x=0$이다.
④ $y=x^2$의 그래프보다 폭이 좁다.
따라서 옳은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

115-2 ④ a의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.

답 ④

개념 Check

◎ 본책 167~169쪽

39-1 답 (1) $y=5x^2-2$ (2) $y=-\frac{1}{3}x^2+3$

39-2 답 (1) $(0,\ 3)$ (2) $x=0$

40-1 답 (1) $y=(x-3)^2$ (2) $y=-\frac{1}{4}(x+1)^2$

40-2 답 (1) $(5,\ 0)$ (2) $x=5$

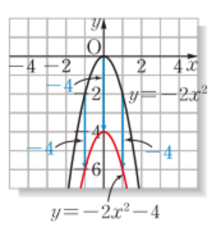
41-1 답 $y=-2\left(x+\frac{1}{3}\right)^2+6$

41-2 답 (1) $(1,\ -4)$ (2) $x=1$

유제

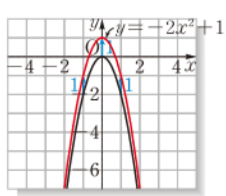
◎ 본책 170~177쪽

116-1 (1) $y=-2x^2-4$의 그래프는 $y=-2x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 것이므로 오른쪽 그림과 같다.



따라서 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ -4)$, 축의 방정식은 $x=0$이다.

(2) $y=-2x^2+1$의 그래프는 $y=-2x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이므로 오른쪽 그림과 같다.



따라서 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ 1)$, 축의 방정식은 $x=0$이다.

답 풀이 참조

117-1 (1) $y=3x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은

$y=3x^2-3$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ -3)$, 축의 방정식은 $x=0$이다.

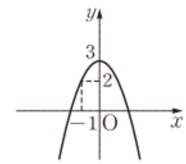
(2) $y=-x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은

$y=-x^2+4$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ 4)$, 축의 방정식은 $x=0$이다.

답 풀이 참조

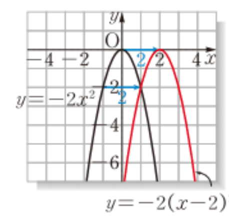
118-1 이차함수 $y=-x^2+3$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



⑤ $y=-x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.

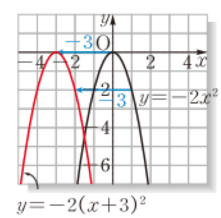
답 ⑤

119-1 (1) $y=-2(x-2)^2$의 그래프는 $y=-2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이므로 오른쪽 그림과 같다.



따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ 0)$, 축의 방정식은 $x=2$이다.

(2) $y=-2(x+3)^2$의 그래프는 $y=-2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 것이므로 오른쪽 그림과 같다.



따라서 꼭짓점의 좌표는 $(-3,\ 0)$, 축의 방정식은 $x=-3$이다.

답 풀이 참조

120-1 (1) $y=\frac{2}{3}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은

$y=\frac{2}{3}(x+1)^2$

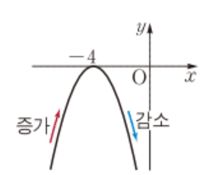
따라서 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ 0)$, 축의 방정식은 $x=-1$이다.

(2) $y=-4x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은 $y=-4(x-4)^2$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(4,\ 0)$, 축의 방정식은 $x=4$이다.

답 풀이 참조

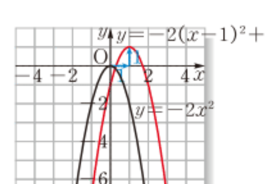
121-1 이차함수 $y=-2(x+4)^2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



④ $x>-4$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

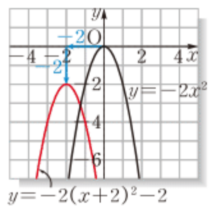
답 ④

122-1 (1) $y=-2(x-1)^2+1$의 그래프는 $y=-2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이므로 오른쪽 그림과 같다.



따라서 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ 1)$, 축의 방정식은 $x=1$이다.

(2) $y=-2(x+2)^2-2$의 그래프는 $y=-2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이므로 오른쪽 그림과 같다.



따라서 꼭짓점의 좌표는 $(-2,\ -2)$, 축의 방정식은 $x=-2$이다. 답 풀이 참조

123-1 (1) $y=\frac{2}{5}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 $\frac{1}{2}$만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은

$$y=\frac{2}{5}(x+1)^2+\frac{1}{2}$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $\left(-1,\ \frac{1}{2}\right)$, 축의 방정식은 $x=-1$이다.

(2) $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 -7만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은

$$y=-\frac{1}{2}(x-1)^2-7$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ -7)$, 축의 방정식은 $x=1$이다. 답 풀이 참조

124-1 이차함수 $y=-2(x+3)^2+1$에서 x 대신에 $x-m$, y 대신에 $y-n$을 대입하면

$y-n=-2\{(x-m)+3\}^2+1$

$\therefore y=-2(x-m+3)^2+1+n$

이 식이 $y=-2(x-2)^2+3$과 일치하므로

$-m+3=-2,\ 1+n=3$

$\therefore m=5,\ n=2$

$\therefore m+n=7$ 답 7

다른 풀이 이차함수 $y=-2(x+3)^2+1$의 그래프의 꼭짓점 $(-3,\ 1)$을 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동하면

$(-3+m,\ 1+n)$

이차함수 $y=-2(x-2)^2+3$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$(2,\ 3)$

따라서 $-3+m=2,\ 1+n=3$이므로

$m=5,\ n=2$

$\therefore m+n=7$

125-1 이차함수 $y=4(x-p)^2+3p^2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(p,\ 3p^2)$

점 $(p,\ 3p^2)$이 직선 $y=-2x+1$ 위에 있으므로

$3p^2=-2p+1,\quad 3p^2+2p-1=0$

$(3p-1)(p+1)=0$

$\therefore p=\frac{1}{3}\ (\because p>0)$ 답 ①

126-1 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(3,\ -2)$이므로

$p=3,\ q=-2$

$\therefore y=a(x-3)^2-2$

$y=a(x-3)^2-2$의 그래프가 점 $(1,\ 2)$를 지나므로

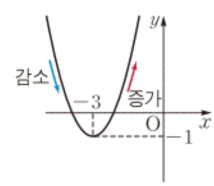
$2=4a-2 \qquad \therefore a=1$

$\therefore a+p+q=1+3+(-2)=2$ 답 ①

127-1 이차함수 $y=2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은

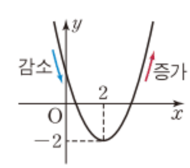
$y=2(x+3)^2-1$

이 그래프는 아래로 볼록하고 축이 직선 $x=-3$이므로, $x>-3$일 때 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.



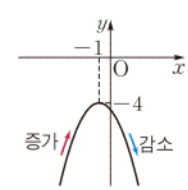
답 $x>-3$

128-1 이차함수 $y=(x-2)^2-2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



⑤ $x=3$일 때, $y=-1$이다. 답 ⑤

128-2 이차함수 $y=-\frac{2}{3}(x+1)^2-4$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



① 제 3, 4 사분면을 지난다.

② $x=0$일 때,

$$y=-\frac{2}{3}(0+1)^2-4=-\frac{14}{3}$$

이므로 y축과 만나는 점의 좌표는 $\left(0,\ -\frac{14}{3}\right)$이다.

③ 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ -4)$이다.

⑤ $x>-1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

따라서 옳은 것은 ④이다. 답 ④

129-1 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$

꼭짓점 $(p,\ q)$가 제 4 사분면 위에 있으므로 $p>0,\ q<0$

(ㄱ) $a>0$, $p>0$이므로 $\quad a+p>0$

(ㄴ) $p>0$, $q<0$이므로 $\quad pq<0$

(ㄷ) $p>0$, $q<0$이므로 $\quad p-q>0$

(ㄹ) $a>0$, $q<0$이므로 $\quad aq<0$

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ)이다. 답 (ㄱ), (ㄴ)

REMARK 점 $(p,\ q)$가

① 제 1 사분면 위에 있으면

⇒ $p>0$, $q>0$

② 제 2 사분면 위에 있으면

⇒ $p<0$, $q>0$

③ 제 3 사분면 위에 있으면

⇒ $p<0$, $q<0$

④ 제 4 사분면 위에 있으면

⇒ $p>0$, $q<0$

130-1 이차함수 $y=3(x-1)^2$의 그래프를 y축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은 x 대신에 $-x$를 대입하면 되므로

$y=3(-x-1)^2 \qquad \therefore y=3(x+1)^2$

이 그래프를 다시 y축의 방향으로 m만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=3(x+1)^2+m$

이 그래프가 점 $(-2,\ 5)$를 지나므로

$5=3+m \qquad \therefore m=2$ 답 ②

REMARK 대칭이동

① x축에 대하여 대칭이동 ⇒ y 대신 $-y$를 대입

② y축에 대하여 대칭이동 ⇒ x 대신 $-x$를 대입

③ 원점에 대하여 대칭이동 ⇒ x 대신 $-x$, y 대신 $-y$를 대입

단원 마무리

본책 178~181쪽

01 ②	02 ⑤	03 ①	04 ①	05 $(0,\ 1)$
06 ①	07 ③	08 ③	09 $a>0$, $p<0$, $q>0$	
10 ⑤	11 (ㄱ) ①, (ㄴ) ④, (ㄷ) ②, (ㄹ) ③			12 ①, ⑤
13 -3	14 0	15 ③, ⑤	16 ②	17 ①
18 ③	19 $a=1$, $p=-2$	20 $\frac{7}{3}$	21 ⑤	
22 ①, ⑤	23 ③	24 6	25 2	

01 해결 Guide **$y=ax^2+bx+c$가 이차함수가 되려면 ⇒ $a\neq0$**

① $y=x(x-3)$

$=x^2-3x$ ⇒ 이차함수

② $y=2(x-3)^2-2x^2+5$

$=2x^2-12x+18-2x^2+5$

$=-12x+23$ ⇒ 일차함수

③ $y=(2x-1)^2+6x$

$=4x^2-4x+1+6x$

$=4x^2+2x+1$ ⇒ 이차함수

④ $y=(x+1)^2-2x^2$

$=x^2+2x+1-2x^2$

$=-x^2+2x+1$ ⇒ 이차함수

⑤ $y=(x-1)^2+2x-1$

$=x^2-2x+1+2x-1$

$=x^2$ ⇒ 이차함수

따라서 이차함수가 아닌 것은 ②이다. 답 ②

02 해결 Guide **$f(1)=2$를 이용하여 a의 값을 먼저 구하고, $f(-1)=b$를 이용하여 b의 값을 구한다.**

$f(1)=1-a+5=6-a$이므로

$6-a=2 \qquad \therefore a=4$

$f(-1)=1+a+5=6+a$이므로

$6+a=6+4=b \qquad \therefore b=10$

$\therefore a+b=4+10=14$ 답 ⑤

03 해결 Guide **$y=ax^2$의 그래프 ⇒ a의 절댓값이 클수록 y축에 가깝다.**

x^2의 계수의 절댓값이 클수록 폭이 좁아지므로 y축에 가장 가까운 그래프는 ①이다. 답 ①

04 해결 Guide **$y=ax^2$의 그래프와 x축에 대칭인 그래프 ⇒ $y=-ax^2$**

이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프와 x축에 대칭인 그래프를 나타내는 이차함수의 식은

$y=-\frac{1}{2}x^2$

이 그래프가 점 $(2,\ a)$를 지나므로

$a=-\frac{1}{2}\times2^2=-2$ 답 ①

05 해결 Guide **$y=ax^2$의 그래프를 y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프의 식 ⇒ $y=ax^2+q$**

이차함수 $y=2x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은

$y=2x^2+q$ …30%

이 그래프가 점 $(-1,\ 3)$을 지나므로

$3=2\times(-1)^2+q \qquad \therefore q=1$ ···40%

따라서 $y=2x^2+1$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$(0,\ 1)$ ···30%

답 $(0,\ 1)$

채점 기준	배점
평행이동한 그래프의 식 구하기	30%
q의 값 구하기	40%
꼭짓점의 좌표 구하기	30%

06 해결 Guide **이차함수 $y=a(x-p)^2$의 그래프 ➡ $x=p$를 기준으로 증가, 감소의 범위가 결정된다.**

$y=-2(x+3)^2$의 그래프는 위로 볼록한 포물선이고 축의 방정식이 $x=-3$이므로 $x<-3$일 때 x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다. 답 ①

REMARK $x>-3$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

07 해결 Guide **$y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프의 식 ➡ $y=a(x-p)^2+q$**

$y=-2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은

$y=-2(x-3)^2-4$ 답 ③

08 해결 Guide **$y=a(x-p)^2+q$의 그래프에서 꼭짓점의 좌표 ➡ $(p,\ q)$**

주어진 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하면 다음과 같다.

① $(0,\ 4)$ ➡ y축
② $(1,\ 0)$ ➡ x축
③ $(-2,\ -3)$ ➡ 제 3 사분면
④ $(-2,\ 4)$ ➡ 제 2 사분면
⑤ $(3,\ 3)$ ➡ 제 1 사분면

따라서 꼭짓점이 제 3 사분면에 있는 것은 ③이다. 답 ③

09 해결 Guide **a의 부호는 그래프의 모양을 보고 결정하고, p, q의 부호는 꼭짓점의 위치로 결정한다.**

그래프가 아래로 볼록하므로 $\quad a>0$

꼭짓점 $(p,\ q)$가 제 2 사분면 위에 있으므로

$p<0,\ q>0$

답 $a>0,\ p<0,\ q>0$

10 해결 Guide **y가 x에 대한 이차함수 ➡ $y=ax^2+bx+c\,(a\neq0)$**

$y=(ax-1)(2x+3)+4x-5x^2$
$=2ax^2+3ax-2x-3+4x-5x^2$
$=(2a-5)x^2+(3a+2)x-3$

따라서 $2a-5\neq0$이므로 $\quad a\neq\dfrac{5}{2}$ 답 ⑤

11 해결 Guide **$y=ax^2$의 그래프의 모양, 폭 ➡ a의 값이 결정**

아래로 볼록한 그래프는 ①, ②이고 $3>1>\dfrac{1}{3}$이므로

(ㄱ) ①, (ㄷ) ②

위로 볼록한 그래프는 ③, ④이고 $|-3|>|-1|>\left|-\dfrac{1}{3}\right|$이므로

(ㄴ) ④, (ㄹ) ③

답 (ㄱ) ①, (ㄴ) ④, (ㄷ) ②, (ㄹ) ③

REMARK **이차함수 $y=ax^2$의 그래프**
① a의 부호 ─ $a>0$: 아래로 볼록 / $a<0$: 위로 볼록
② a의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

12 해결 Guide **이차함수 $y=ax^2$의 그래프 ➡ a의 부호 : 그래프의 모양, a의 절댓값 : 그래프의 폭**

② $y=\dfrac{2}{3}x^2$, $y=4x^2$의 그래프는 아래로 볼록하다.

③ x^2의 계수의 절댓값이 클수록 폭이 좁으므로 폭이 가장 좁은 것은 $y=4x^2$의 그래프이다.

④ $y=-3x^2$, $y=-\dfrac{1}{4}x^2$의 그래프는 원점을 제외한 부분이 x축보다 아래쪽에 있다.

따라서 옳은 것은 ①, ⑤이다. 답 ①, ⑤

13 해결 Guide **그래프가 지나는 두 점의 좌표를 찾아 식에 대입한다.**

$y=ax^2+q$의 그래프가 두 점 $(2,\ 4)$, $(-4,\ -2)$를 지나므로

$4=4a+q,\ -2=16a+q$ ···40%

두 식을 연립하여 풀면

$a=-\dfrac{1}{2},\ q=6$ ···40%

$\therefore aq=\left(-\dfrac{1}{2}\right)\times6=-3$ ···20%

답 -3

채점 기준	배점
지나는 두 점을 이용하여 연립방정식 세우기	40%
a, q의 값 구하기	40%
aq의 값 구하기	20%

1 이차함수의 그래프 (1)

14 해결 Guide $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼 평행이동한 그래프의 식 ➡ $y=a(x-p)^2$

주어진 그래프의 식은 $f(x)=\frac{3}{2}(x-4)^2$이므로

$$f(2)=\frac{3}{2}(2-4)^2=6$$

$$f(6)=\frac{3}{2}(6-4)^2=6$$

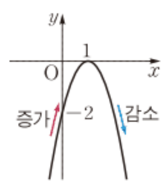
$$\therefore f(2)-f(6)=0$$

답 0

15 해결 Guide 평행이동한 그래프의 식을 구한 후, 그래프를 그려 본다.

이차함수 $y=-2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식은 $y=-2(x-1)^2$

따라서 $y=-2(x-1)^2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



① 위로 볼록한 포물선이다.

② 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ 0)$이다.

④ $x=0$일 때, $y=-2$이므로 y축과 만나는 점의 좌표는 $(0,\ -2)$이다.

따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다.

답 ③, ⑤

16 해결 Guide $y=ax^2$의 그래프를 평행이동한 그래프의 식은 $y=a(x-p)^2+q$, $y=ax^2$의 그래프와 x축에 대칭인 그래프의 식은 $y=-ax^2$이다.

① $y=-\frac{1}{2}x^2$, ④ $y=-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}$, ⑤ $y=-\frac{1}{2}\left(x-\frac{1}{2}\right)^2$의 그래프는 $y=-\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}$과 x^2의 계수가 같으므로 평행이동하여 얻을 수 있다.

③ $y=\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}$의 그래프는 $y=-\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}$의 그래프와 x축에 대칭인 그래프이다.

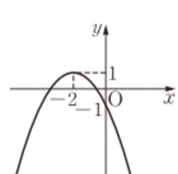
따라서 x축에 대칭이거나 평행이동하여 얻을 수 없는 것은 ②이다.

답 ②

REMARK 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 평행이동하여도 x^2의 계수 a는 변하지 않는다.

17 해결 Guide 꼭짓점, y축과의 교점을 이용하여 그래프를 그려 본다.

이차함수 $y=-\frac{1}{2}(x+2)^2+1$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제1사분면을 지나지 않는다.



답 ①

18 해결 Guide 이차함수 $y=a(x-b)^2+c$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프의 식 ➡ x 대신에 $x-p$, y 대신에 $y-q$를 대입하여 구한다.

이차함수 $y=4(x+3)^2+5$에서 x 대신에 $x-2$, y 대신에 $y+2$를 대입하면

$$y+2=4\{(x-2)+3\}^2+5$$

$$\therefore y=4(x+1)^2+3$$

이 그래프가 점 $(m,\ 19)$를 지나므로

$$19=4(m+1)^2+3$$

$$(m+1)^2=4, \qquad m+1=\pm2$$

$$\therefore m=1 \text{ 또는 } m=-3$$

그런데 $m>0$이므로

$$m=1$$

답 ③

19 해결 Guide 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프에서 축의 방정식 ➡ $x=p$

이차함수 $y=a(x-p)^2-4$의 그래프에서 축은 직선 $x=p$이므로 $p=-2$ …50%

$y=a(x+2)^2-4$의 그래프가 점 $(1,\ 5)$를 지나므로

$$5=9a-4 \qquad \therefore a=1$$ …50%

답 $a=1,\ p=-2$

채점 기준	배점
p의 값 구하기	50%
a의 값 구하기	50%

20 해결 Guide 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프에서 꼭짓점의 좌표 ➡ $(p,\ q)$

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프에서 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 1)$이므로

$$p=2,\ q=1$$

$$\therefore y=a(x-2)^2+1$$

$y=a(x-2)^2+1$의 그래프가 점 $(-1,\ 4)$를 지나므로

$$4=a(-1-2)^2+1 \qquad \therefore a=\frac{1}{3}$$

$$\therefore y=\frac{1}{3}(x-2)^2+1$$

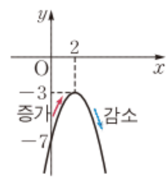
$y=\frac{1}{3}(x-2)^2+1$의 그래프가 점 $(4,\ k)$를 지나므로

$$k=\frac{1}{3}(4-2)^2+1=\frac{7}{3}$$

답 $\frac{7}{3}$

21 해결 Guide 이차함수 $y=-(x-2)^2-3$의 그래프를 그린 후 그래프의 성질을 알아본다.

이차함수 $y=-(x-2)^2-3$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



① $y=-x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 것이다.

② 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ -3)$이다.

③ 직선 $x=2$를 축으로 하는 포물선이다.

④ $x=0$일 때, $y=-7$이므로 y축과 만나는 점의 좌표는 $(0,\ -7)$이다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

22 해결 Guide **이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(p,\ q)$이고, $a>0$일 때 아래로 볼록, $a<0$일 때 위로 볼록한 포물선이다.**

① 아래로 볼록한 포물선은 (ㄴ), (ㄷ), (ㅁ)의 3개이다.

②, ③ 각 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하면

(ㄱ) $(0,\ 0)$ (ㄴ) $(0,\ -2)$ (ㄷ) $(3,\ 0)$

(ㄹ) $(-1,\ -5)$ (ㅁ) $\left(\frac{1}{2},\ 1\right)$

이므로 꼭짓점이 x축 위에 있는 것은 (ㄱ), (ㄷ)이고 제 3 사분면 위에 있는 것은 (ㄹ)이다.

④ 제 2 사분면을 지나지 않는 그래프는 (ㄱ), (ㄹ)의 2개이다.

⑤ 그래프가 x축과 만나지 않는 것은 (ㄹ), (ㅁ)의 2개이다.

답 ①, ⑤

23 해결 Guide **a의 부호는 그래프의 모양을 보고 결정하고, p, q의 부호는 꼭짓점의 위치로 결정한다.**

그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$

꼭짓점의 좌표가 $(p,\ q)$이고, 꼭짓점이 제 4 사분면에 있으므로

$p>0,\ q<0$

$y=p(x+q)^2-a$의 그래프는 $p>0$이므로 아래로 볼록하다.

또 꼭짓점의 좌표는 $(-q,\ -a)$이고 $-q>0,\ -a<0$이므로 꼭짓점은 제 4 사분면에 있다.

따라서 구하는 그래프는 ③이다. 답 ③

24 해결 Guide **이차함수의 그래프는 축을 기준으로 하는 선대칭도형이다.**

$\overline{AB}=\overline{BC}$이므로 $\overline{CD}=\overline{DE}$

따라서 점 D의 x좌표를 k라 하면 점 E의 x좌표는 $2k$이다.

(점 D의 y좌표)$=$(점 E의 y좌표)이므로

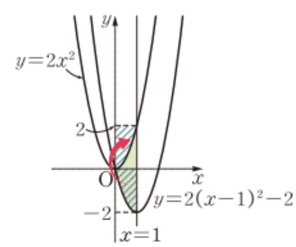
$a\times k^2=\frac{3}{2}\times(2k)^2,\quad ak^2=6k^2$

이때 $k\neq0$이므로 양변을 k^2으로 나누면

$a=6$ 답 6

25 해결 Guide **그래프에서 넓이가 같은 부분을 찾아 이를 이용한다.**

$y=2(x-1)^2-2$의 그래프는 $y=2x^2$의 그래프를 평행이동한 것이다. 또 이차함수 $y=2x^2$, $y=2(x-1)^2-2$의 그래프는 각각 y축, 직선 $x=1$에 대칭이다. 따라서 그 그래프는 오른쪽 그림과 같고 빗금친 부분의 넓이가 같다.



즉 색칠한 부분의 넓이는 가로의 길이가 1, 세로의 길이가 2인 직사각형의 넓이와 같으므로

$1\times2=2$ 답 2

REMARK $y=ax^2$의 그래프를 평행이동하면 위치가 변할 뿐 모양은 변하지 않는다.

2 이차함수의 그래프 (2)

개념 Check

본책 184~185쪽

42-1 답 (1) 16, 16, 4, 16, 4, 19

(2) 2, 2, 1, 1, 1, 3, 1, 2

43-1 (1) 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

(2) 축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $b>0$

(3) y축과 원점의 위쪽에서 만나므로 $c>0$

(4) $x=1$일 때, $y>0$이므로

$a+b+c>0$

답 (1) $a<0$ (2) $b>0$ (3) $c>0$ (4) $a+b+c>0$

유제

본책 186~191쪽

131-1 $y=-3x^2-6x-4=-3\{(x^2+2x+1)-1\}-4$

$=-3(x+1)^2-1$

따라서 $p=1$, $q=-1$이므로

$p+q=0$ 답 0

132-1 $y=3x^2-12x+a=3\{(x^2-4x+4)-4\}+a$

$=3(x-2)^2-12+a$

따라서 꼭짓점의 좌표가 $(2, -12+a)$이므로

$2=b$, $-12+a=-7$ $\therefore a=5$, $b=2$

$\therefore a+b=7$ 답 ⑤

다른 풀이 이차함수 $y=3x^2-12x+a$의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(b, -7)$이므로

$y=3x^2-12x+a=3(x-b)^2-7=3x^2-6bx+3b^2-7$

따라서 $-12=-6b$, $a=3b^2-7$이므로

$b=2$, $a=5$ $\therefore a+b=7$

133-1 $y=-2x^2+12x-18=-2(x-3)^2$

이므로 이 그래프를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-2(x-a-3)^2+4$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(1, b)$이므로

$a+3=1$, $4=b$ $\therefore a=-2$, $b=4$

$\therefore a+b=2$ 답 2

134-1 x^2의 계수가 양수이고 절댓값이 가장 큰 것을 찾으면 ⑤이다. 답 ⑤

135-1 $y=-2x^2+ax-5$

$=-2\left\{\left(x^2-\frac{a}{2}x+\frac{a^2}{16}\right)-\frac{a^2}{16}\right\}-5$

$=-2\left(x-\frac{a}{4}\right)^2+\frac{a^2}{8}-5$

이 그래프는 위로 볼록하고 축의 방정식이 $x=\frac{a}{4}$이므로

$x<\frac{a}{4}$이면 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가하고, $x>\frac{a}{4}$이면 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소한다.

따라서 $\frac{a}{4}=1$이므로 $a=4$ 답 4

136-1 $y=x^2-3x+2$에 $y=0$을 대입하면

$x^2-3x+2=0$, $(x-1)(x-2)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=2$ $\therefore \mathrm{B}(1, 0)$, $\mathrm{D}(2, 0)$

$y=x^2-3x+2$에 $x=0$을 대입하면

$y=2$ $\therefore \mathrm{A}(0, 2)$

$y=x^2-3x+2$에 $y=2$를 대입하면

$x^2-3x+2=2$

$x^2-3x=0$, $x(x-3)=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=3$ $\therefore \mathrm{E}(3, 2)$

$y=x^2-3x+2=\left\{\left(x^2-3x+\frac{9}{4}\right)-\frac{9}{4}\right\}+2$

$=\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{1}{4}$

이므로 $\mathrm{C}\left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{4}\right)$

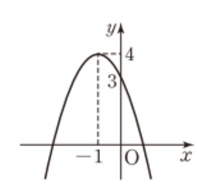
따라서 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

137-1 ⑤ $y=-x^2-2x+3$

$=-\{(x^2+2x+1)-1\}+3$

$=-(x+1)^2+4$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 4)$, y축과의 교점의 좌표는 $(0, 3)$이고 위로 볼록하다. 따라서 $y=-x^2-2x+3$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 모든 사분면을 지난다. 답 ⑤



REMARK 각 이차함수의 그래프가 지나는 사분면은 다음과 같다.

① $y=x^2+3$ ➡ 제1, 2사분면

② $y=2x^2+4x+1=2(x+1)^2-1$

➡ 제1, 2, 3사분면

③ $y=5x^2+10x+2=5(x+1)^2-3$

➡ 제1, 2, 3사분면

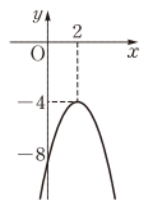
④ $y=-2x^2+8x-9=-2(x-2)^2-1$

➡ 제3, 4사분면

138-1 $y=-x^2+4x-8=-\{(x^2-4x+4)-4\}-8$

$=-(x-2)^2-4$

이므로 그 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



① 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ -4)$이다.

③ 그래프는 제 3, 4 사분면을 지난다.

④ x축과 만나지 않는다.

⑤ $x>2$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

따라서 옳은 것은 ②이다. 답 ②

139-1 두 점 A, B는 $y=-x^2+2x+3$의 그래프와 x축과의 교점이므로 $y=-x^2+2x+3$에 $y=0$을 대입하면

$-x^2+2x+3=0,\quad x^2-2x-3=0$

$(x+1)(x-3)=0\qquad \therefore x=-1$ 또는 $x=3$

$\therefore$ A$(-1,\ 0)$, B$(3,\ 0)$

$y=-x^2+2x+3=-\{(x^2-2x+1)-1\}+3$

$=-(x-1)^2+4$

이므로 C$(1,\ 4)$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\times4=8$ 답 8

139-2 두 점 A, B는 $y=(x+2)(x-4)$의 그래프와 x축과의 교점이므로 $y=(x+2)(x-4)$에 $y=0$을 대입하면

$(x+2)(x-4)=0\qquad \therefore x=-2$ 또는 $x=4$

$\therefore$ A$(-2,\ 0)$, B$(4,\ 0)$

$y=(x+2)(x-4)=x^2-2x-8$

$=\{(x^2-2x+1)-1\}-8=(x-1)^2-9$

이므로 C$(1,\ -9)$

$\therefore \triangle ACB=\frac{1}{2}\times6\times9=27$ 답 ③

139-3 $y=-x^2+bx+c=-\left(x-\frac{b}{2}\right)^2+\frac{b^2}{4}+c$의 그래프의 축의 방정식이 $x=-2$이므로

$\frac{b}{2}=-2\qquad \therefore b=-4$

$y=-x^2+bx+c$의 그래프가 원점 O를 지나므로

$c=0$

따라서 $y=-x^2-4x=-(x+2)^2+4$이므로

A$(-2,\ 4)$

$y=-x^2-4x$에 $y=0$을 대입하면

$-x^2-4x=0,\quad x^2+4x=0,\quad x(x+4)=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=-4$

$\therefore$ B$(-4,\ 0)$

$\therefore \triangle ABO=\frac{1}{2}\times4\times4=8$ 답 ③

140-1 ① 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

② 축이 y축의 왼쪽에 있으므로 $b<0$

③ y축과 원점의 위쪽에서 만나므로 $c>0$

④ $x=1$일 때, $y<0$이므로

$a+b+c<0$

⑤ $x=-2$일 때, $y>0$이므로

$4a-2b+c>0$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

140-2 $y=ax+b$의 그래프는 오른쪽 위로 향하는 직선이므로 $a>0$

y절편이 양수이므로 $b>0$

따라서 $y=ax^2+bx$의 그래프는

(i) $a>0$이므로 아래로 볼록하다.

(ii) a, b의 부호가 같으므로 축은 y축의 왼쪽에 있다.

(iii) $x=0$일 때, $y=0$이므로 원점을 지난다.

이상에서 $y=ax^2+bx$의 그래프의 모양으로 알맞은 것은 ④이다. 답 ④

단원 마무리

◉ 본책 192~194쪽

01 ③	**02** ②	**03** $(1,\ 3)$	**04** ⑤	**05** $\frac{9}{2}$
06 $a<0,\ b>0,\ c>0$			**07** ①	**08** -3
09 ③	**10** $\left(\frac{3}{2},\ \frac{25}{8}\right)$		**11** $(-2,\ 0),\ (6,\ 0)$	
12 ⑤	**13** ⑤	**14** ④	**15** 27	**16** ⑤
17 $\frac{4}{25}\le a\le\frac{4}{9}$		**18** 12		

01 해결 Guide $y=ax^2+bx+c$

➡ $y=$(완전제곱식)$+$(상수) 꼴로 변형

$y=4x^2-16x+9$

$=4\{(x^2-4x+4)-4\}+9$

$=4(x-2)^2-7$

따라서 $a=4,\ p=2,\ q=-7$이므로

$a-p-q=4-2-(-7)=9$ 답 ③

02 해결 Guide $y=x^2+2ax+3$에 $x=-2,\ y=-1$을 대입하여 a의 값을 구한 후, $y=(x-p)^2+q$ 꼴로 변형한다.

$y=x^2+2ax+3$의 그래프가 점 $(-2,\ -1)$을 지나므로

$-1=4-4a+3\qquad \therefore a=2$

따라서

$$y=x^2+4x+3=\{(x^2+4x+4)-4\}+3$$
$$=(x+2)^2-1$$

이므로 축의 방정식은

$x=-2$ 답 ②

03 해결 Guide **$y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 변형한 후 평행이동한 그래프의 식을 구한다.**

$$y=\frac{1}{3}x^2-2x-1=\frac{1}{3}\{(x^2-6x+9)-9\}-1$$
$$=\frac{1}{3}(x-3)^2-4$$ …50%

이 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 7만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y-7=\frac{1}{3}(x+2-3)^2-4$$
$$\therefore y=\frac{1}{3}(x-1)^2+3$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ 3)$이다. …50%

답 $(1,\ 3)$

채점 기준	배점
$y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 변형하기	50%
평행이동한 그래프의 꼭짓점의 좌표 구하기	50%

REMARK 평행이동에 의해 꼭짓점은 꼭짓점으로 옮겨지므로 그래프의 꼭짓점을 옮기는 것으로 생각해도 된다.
⇨ $y=\frac{1}{3}x^2-2x-1$의 그래프의 꼭짓점 $(3,\ -4)$는 평행이동에 의해 점 $(3-2,\ -4+7)$, 즉 점 $(1,\ 3)$으로 옮겨진다.

04 해결 Guide **x^2의 계수가 같으면 평행이동으로 두 이차함수의 그래프를 완전히 포갤 수 있다.**

⑤ $y=-2(x+1)^2-4x=-2x^2-8x-2$
$\quad=-2(x+2)^2+6$

따라서 $y=-2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 6만큼 평행이동하면 두 그래프가 완전히 포개어진다. 답 ⑤

05 해결 Guide **x축과의 교점 ⇨ $y=0$을 대입**

$y=2x^2-7x-4$에 $y=0$을 대입하면

$2x^2-7x-4=0,\qquad (2x+1)(x-4)=0$

$\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=4$

$\therefore \mathrm{A}\left(-\frac{1}{2},\ 0\right)$, $\mathrm{B}(4,\ 0)$ 또는 $\mathrm{A}(4,\ 0)$, $\mathrm{B}\left(-\frac{1}{2},\ 0\right)$

따라서 선분 AB의 길이는

$4-\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{9}{2}$ 답 $\frac{9}{2}$

06 해결 Guide **a의 부호는 그래프의 모양으로, b의 부호는 축의 위치로, c의 부호는 y축과 만나는 점의 위치로 결정한다.**

$y=ax^2-bx+c$에서

그래프가 위로 볼록하므로 $\quad a<0$

축이 y축의 왼쪽에 있으므로 $\quad -b<0 \quad \therefore b>0$

y축과 원점의 위쪽에서 만나므로 $\quad c>0$

답 $a<0,\ b>0,\ c>0$

07 해결 Guide **그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(p,\ q)$인 이차함수의 식 ⇨ $y=a(x-p)^2+q$**

꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ b)$이므로

$y=-x^2+ax-5=-(x+2)^2+b$

즉 $y=-x^2+ax-5=-x^2-4x-4+b$이므로

$a=-4,\ -5=-4+b \qquad \therefore a=-4,\ b=-1$

$\therefore a-b=-3$ 답 ①

08 해결 Guide **이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프의 식 ⇨ x 대신에 $x-m$, y 대신에 $y-n$을 대입한다.**

$y=x^2-6x+1=(x-3)^2-8$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 8만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y-8=(x-m-3)^2-8$

$\therefore y=(x-m-3)^2$

이때 $y=x^2+2x+k=(x+1)^2+k-1$이므로

$-m-3=1,\ k-1=0$

$\therefore m=-4,\ k=1$

$\therefore m+k=-3$ 답 -3

다른 풀이 $y=x^2-6x+1=(x-3)^2-8$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $\quad(3,\ -8)$

$y=x^2+2x+k=(x+1)^2+k-1$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$(-1,\ k-1)$

이때 점 $(3,\ -8)$을 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 8만큼 평행이동한 점의 좌표는

$(3+m,\ -8+8)$

따라서 $(3+m,\ 0)$이 $(-1,\ k-1)$과 일치하므로

$3+m=-1,\ 0=k-1 \qquad \therefore m=-4,\ k=1$

$\therefore m+k=-3$

09 해결 Guide 이차함수의 그래프의 증가, 감소
➡ 축의 좌우에서 바뀐다.

$y=-4x^2-8x+3=-4(x+1)^2+7$의 그래프를 x축의 방향으로 k만큼 평행이동하면

$y=-4(x-k+1)^2+7$

따라서 축의 방정식이 $x=k-1$이므로

$k-1=2$ $\therefore k=3$

답 ③

10 해결 Guide 그래프가 지나는 점의 좌표를 그래프의 식에 대입한다.

$y=-\frac{1}{2}x^2+ax+b$의 그래프가 점 $(0,\ 2)$를 지나므로

$b=2$ …30%

$y=-\frac{1}{2}x^2+ax+2$의 그래프가 점 $(4,\ 0)$을 지나므로

$0=-8+4a+2$ $\therefore a=\frac{3}{2}$ …30%

따라서 $y=-\frac{1}{2}x^2+\frac{3}{2}x+2=-\frac{1}{2}\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{25}{8}$이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{3}{2},\ \frac{25}{8}\right)$ …40%

답 $\left(\frac{3}{2},\ \frac{25}{8}\right)$

채점 기준	배점
b의 값 구하기	30%
a의 값 구하기	30%
꼭짓점의 좌표 구하기	40%

11 해결 Guide 주어진 이차함수를 $y=-\frac{1}{4}(x-p)^2+q$ 꼴로 변형한다.

$y=-\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}ax+a+1=-\frac{1}{4}(x-a)^2+\frac{1}{4}a^2+a+1$

그래프의 축의 방정식이 $x=a$이므로 $a=2$

$\therefore y=-\frac{1}{4}x^2+x+3$

$y=0$을 $y=-\frac{1}{4}x^2+x+3$에 대입하면

$-\frac{1}{4}x^2+x+3=0,$ $x^2-4x-12=0$

$(x+2)(x-6)=0$ $\therefore x=-2$ 또는 $x=6$

따라서 x축과 만나는 점의 좌표는 $(-2,\ 0)$, $(6,\ 0)$이다.

답 $(-2,\ 0)$, $(6,\ 0)$

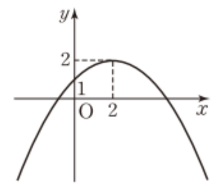
12 해결 Guide 이차함수의 그래프는 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 고친 후 그린다.

⑤ $y=-\frac{1}{4}x^2+x+1$

$=-\frac{1}{4}\{(x^2-4x+4)-4\}+1$

$=-\frac{1}{4}(x-2)^2+2$

이므로 그 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



답 ⑤

13 해결 Guide 아래로 볼록한 이차함수의 그래프가 x축과 서로 다른 두 점에서 만나려면 ➡ (꼭짓점의 y좌표)<0

$y=x^2+4x-3k+7=(x+2)^2-3k+3$의 그래프가 x축과 서로 다른 두 점에서 만나기 위해서는

$-3k+3<0$ $\therefore k>1$

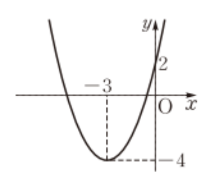
답 ⑤

14 해결 Guide $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 고친 후 그래프를 그려 본다.

$y=\frac{2}{3}x^2+4x+2=\frac{2}{3}\{(x^2+6x+9)-9\}+2$

$=\frac{2}{3}(x+3)^2-4$

이므로 $y=\frac{2}{3}x^2+4x+2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



① 꼭짓점의 좌표는 $(-3,\ -4)$이다.

② 그래프는 제1, 2, 3사분면을 지난다.

③ 축의 방정식은 $x=-3$이다.

⑤ $y=\frac{2}{3}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 것이다.

따라서 옳은 것은 ④이다.

답 ④

15 해결 Guide 이차함수의 그래프는 축을 기준으로 하는 선대칭도형이다.

$y=-x^2+2x+c=-(x-1)^2+c+1$의 그래프에서 꼭짓점은

$C(1,\ c+1)$

$\overline{AB}=6$이므로

$A(1-3,\ 0)$, $B(1+3,\ 0)$

$\therefore A(-2,\ 0)$, $B(4,\ 0)$

$y=-x^2+2x+c$의 그래프가 점 $B(4,\ 0)$을 지나므로

$0=-16+8+c$ $\therefore c=8$

따라서 $C(1,\ 9)$이므로

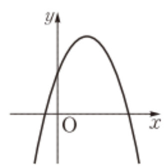
$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\times9=27$

답 27

16 해결 Guide 이차함수 $y=ax^2+bx+c$에서

⇒ a의 부호 : 그래프의 모양으로 판정
b의 부호 : 축의 위치로 판정
c의 부호 : y축과 만나는 점의 위치로 판정

$y=ax^2+bx+c$에서
그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$
축이 y축의 왼쪽에 있으므로 $b>0$
y축과 원점의 아래쪽에서 만나므로 $c<0$
따라서 $y=cx^2+bx+a$의 그래프는
(i) $c<0$이므로 위로 볼록하다.
(ii) b, c의 부호가 다르므로 축은 y축의 오른쪽에 있다.
(iii) $a>0$이므로 y축과 원점의 위쪽에서 만난다.

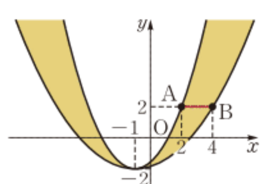


이상에서 $y=cx^2+bx+a$의 그래프는 위의 그림과 같으므로 모든 사분면을 지난다.

답 ⑤

17 해결 Guide 이차함수 $y=ax^2+bx+c$를 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 고쳐서 꼭짓점의 좌표를 구한다.

$y=ax^2+2ax+a-2=a(x^2+2x)+a-2$
$=a\{(x^2+2x+1)-1\}+a-2=a(x+1)^2-2$
에서 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ -2)$ …20%
주어진 포물선이 $\overline{AB}$와 만나려면 오른쪽 그림의 색칠한 부분(경계선 포함)에 포물선이 그려져야 한다.



포물선 $y=a(x+1)^2-2$가 점 A$(2,\ 2)$를 지날 때
$2=9a-2$
$\therefore a=\frac{4}{9}$ …30%

포물선 $y=a(x+1)^2-2$가 점 B$(4,\ 2)$를 지날 때
$2=25a-2$
$\therefore a=\frac{4}{25}$ …30%

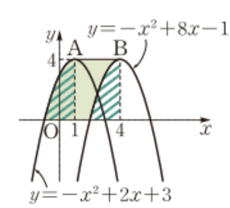
따라서 구하는 a의 값의 범위는
$\frac{4}{25}\le a\le\frac{4}{9}$ …20%

답 $\frac{4}{25}\le a\le\frac{4}{9}$

채점 기준	배점
꼭짓점의 좌표 구하기	20%
점 A를 지날 때 a의 값 구하기	30%
점 B를 지날 때 a의 값 구하기	30%
a의 값의 범위 구하기	20%

18 해결 Guide 평행이동한 그래프는 그 모양이 같다.

$y=-x^2+2x+3=-(x-1)^2+4$
$y=-x^2+8x-12=-(x-4)^2+4$
즉 두 그래프는 모두 $y=-x^2$의 그래프를 평행이동하여 얻을 수 있다.
따라서 오른쪽 그림에서 빗금 친 두 부분의 모양과 크기가 같으므로 구하는 넓이는 직사각형의 넓이와 같다.
이때 A$(1,\ 4)$, B$(4,\ 4)$이므로
(구하는 넓이)$=3\times4$
$=12$



답 12

3 이차함수의 활용

개념 Check

본책 198~199쪽

44-1 (1) 꼭짓점의 좌표가 (3, 1)이므로 이차함수의 식을

$y=a(x-3)^2+1$

로 놓으면 그 그래프가 점 (4, 3)을 지나므로

$3=a+1 \qquad \therefore a=2$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$y=2(x-3)^2+1=2x^2-12x+19$

(2) 꼭짓점의 좌표가 (−1, 2)이므로 이차함수의 식을

$y=a(x+1)^2+2$

로 놓으면 그 그래프가 점 (−2, 5)를 지나므로

$5=a+2 \qquad \therefore a=3$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$y=3(x+1)^2+2=3x^2+6x+5$

답 (1) $y=2x^2-12x+19$ (2) $y=3x^2+6x+5$

44-2 (1) 축의 방정식이 $x=-1$이므로 이차함수의 식을

$y=a(x+1)^2+q$

로 놓으면 그 그래프가 점 (−3, 1)을 지나므로

$1=4a+q$ ······ ㉠

또 그 그래프가 점 (2, −4)를 지나므로

$-4=9a+q$ ······ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-1, q=5$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$y=-(x+1)^2+5=-x^2-2x+4$

(2) 축의 방정식이 $x=5$이므로 이차함수의 식을

$y=a(x-5)^2+q$

로 놓으면 그 그래프가 점 (4, 3)을 지나므로

$3=a+q$ ······ ㉠

또 그 그래프가 점 (7, 6)을 지나므로

$6=4a+q$ ······ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=1, q=2$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$y=(x-5)^2+2=x^2-10x+27$

답 (1) $y=-x^2-2x+4$ (2) $y=x^2-10x+27$

45-1 (1) 구하는 이차함수의 식을

$y=ax^2+bx+c$

로 놓으면 그 그래프가 점 (0, −3)을 지나므로

$c=-3$

$\therefore y=ax^2+bx-3$ ······ ㉠

㉠의 그래프가 점 (−1, −1)을 지나므로

$-1=a-b-3 \qquad \therefore a-b=2$ ······ ㉡

㉠의 그래프가 점 (4, 9)를 지나므로

$9=16a+4b-3 \qquad \therefore 4a+b=3$ ······ ㉢

㉡, ㉢을 연립하여 풀면 $a=1, b=-1$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=x^2-x-3$

(2) 구하는 이차함수의 식을

$y=ax^2+bx+c$

로 놓으면 그 그래프가 점 (0, 6)을 지나므로

$c=6$

$\therefore y=ax^2+bx+6$ ······ ㉠

㉠의 그래프가 점 (−1, 10)을 지나므로

$10=a-b+6 \qquad \therefore a-b=4$ ······ ㉡

㉠의 그래프가 점 (2, 4)를 지나므로

$4=4a+2b+6 \qquad \therefore 2a+b=-1$ ······ ㉢

㉡, ㉢을 연립하여 풀면 $a=1, b=-3$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=x^2-3x+6$

답 (1) $y=x^2-x-3$ (2) $y=x^2-3x+6$

45-2 (1) x축과 두 점 (−2, 0), (4, 0)에서 만나므로 구하는 이차함수의 식을

$y=a(x+2)(x-4)$

로 놓자.

이때 그 그래프가 점 (5, −7)을 지나므로

$-7=7a \qquad \therefore a=-1$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$y=-(x+2)(x-4)=-x^2+2x+8$

(2) x축과 두 점 (2, 0), (−1, 0)에서 만나므로 구하는 이차함수의 식을

$y=a(x-2)(x+1)$

로 놓자.

이때 그 그래프가 점 (3, −4)를 지나므로

$-4=4a \qquad \therefore a=-1$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$y=-(x-2)(x+1)=-x^2+x+2$

답 (1) $y=-x^2+2x+8$ (2) $y=-x^2+x+2$

유제

본책 200~201쪽

141-1 꼭짓점의 좌표가 (2, 1)이므로 이차함수의 식을

$y=a(x-2)^2+1$

로 놓자.

그래프가 점 (1, 3)을 지나므로

$3=a+1 \qquad \therefore a=2$

따라서 이차함수의 식은

$y=2(x-2)^2+1=2x^2-8x+9$

이므로 $a=2,\ b=-8,\ c=9$

$\therefore a-b+c=19$ 답 19

142-1 축의 방정식이 $x=-2$이므로 이차함수의 식을

$y=a(x+2)^2+q$

로 놓자.

그래프가 점 $(-3,\ 0)$을 지나므로

$0=a(-3+2)^2+q \quad \therefore a+q=0$ ……㉠

그래프가 점 $(0,\ 6)$을 지나므로

$6=a(0+2)^2+q \quad \therefore 4a+q=6$ ……㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=2,\ q=-2$

따라서 이차함수의 식은

$y=2(x+2)^2-2=2x^2+8x+6$

이므로 $a=2,\ b=8,\ c=6$

$\therefore a+b+c=16$ 답 ⑤

143-1 구하는 이차함수의 식을

$y=ax^2+bx+c$

로 놓자.

그래프가 점 $(0,\ 3)$을 지나므로 $c=3$

$\therefore y=ax^2+bx+3$ ……㉠

㉠의 그래프가 점 $(1,\ 0)$을 지나므로

$0=a+b+3 \quad \therefore a+b=-3$ ……㉡

㉠의 그래프가 점 $(2,\ -1)$을 지나므로

$-1=4a+2b+3 \quad \therefore 2a+b=-2$ ……㉢

㉡, ㉢을 연립하여 풀면

$a=1,\ b=-4$

따라서 이차함수의 식이

$y=x^2-4x+3=(x-2)^2-1$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ -1)$이다. 답 $(2,\ -1)$

144-1 x축과 두 점 $(-1,\ 0)$, $(2,\ 0)$에서 만나므로 이차함수의 식을

$y=a(x+1)(x-2)$

로 놓자.

그래프가 점 $(3,\ 4)$를 지나므로

$4=4a \quad \therefore a=1$

따라서 이차함수의 식이

$y=(x+1)(x-2)=x^2-x-2$

이므로 y축과 만나는 점의 y좌표는 -2이다. 답 -2

개념 Check

◉ 본책 202~203쪽

46-1 답 (1) 아래, 3, 2, 3, 솟, 2

(2) 위, -2, -4, -2, 댓, -4

47-1 답 $x(x-4)$, $x(x-4)$, $4x$, 2, 4, 2, -4, 2, -2, -4

유제

◉ 본책 204~209쪽

145-1 $y=-5x^2+10x+15=-5(x-1)^2+20$의 그래프는 위로 볼록하고, 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ 20)$이다.

따라서 $x=1$일 때 최댓값 20을 가지므로

$M=20$

$y=\frac{1}{2}x^2-4x+3=\frac{1}{2}(x-4)^2-5$의 그래프는 아래로 볼록하고, 꼭짓점의 좌표는 $(4,\ -5)$이다.

따라서 $x=4$일 때 최솟값 -5를 가지므로

$m=-5$

$\therefore M+m=15$ 답 ③

146-1 평행이동한 그래프의 식은

$y=-3(x-3)^2+5-4=-3(x-3)^2+1$

따라서 $x=3$일 때 최댓값 1을 갖는다. 답 1

147-1 $y=-2x^2+2ax=-2\left(x-\frac{a}{2}\right)^2+\frac{a^2}{2}$

이므로 $x=\frac{a}{2}$일 때 최댓값 $\frac{a^2}{2}$을 갖는다.

따라서 $\frac{a^2}{2}=8$이므로

$a^2=16 \quad \therefore a=4\ (\because a>0)$ 답 ①

148-1 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2+mx+n$이 $x=-2$일 때 최솟값 1을 가지므로

$y=\frac{1}{2}(x+2)^2+1=\frac{1}{2}x^2+2x+3$

따라서 $m=2,\ n=3$이므로

$m+n=5$ 답 5

149-1 조건 (가)에서 $x=-2$에서 최댓값을 갖고, 조건 (나)에서 그래프가 x축과 한 점에서 만나므로 이차함수의 식을

$y=a(x+2)^2$

으로 놓자.

조건 ㈐에서 그래프가 점 $(2,\ -8)$을 지나므로

$$-8=16a \qquad \therefore a=-\frac{1}{2}$$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$$y=-\frac{1}{2}(x+2)^2$$
$$=-\frac{1}{2}x^2-2x-2$$

답 $y=-\frac{1}{2}x^2-2x-2$

150-1 $y=-x^2+2kx+k=-(x-k)^2+k^2+k$이므로

$$M=k^2+k=\left(k+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}$$

따라서 M은 $k=-\frac{1}{2}$일 때 최솟값 $-\frac{1}{4}$을 갖는다.

답 최솟값 : $-\frac{1}{4}$, $k=-\frac{1}{2}$

151-1 두 수 중 큰 수를 x, 두 수의 곱을 y라 하면 다른 한 수는 $x-16$이므로

$$y=x(x-16)$$
$$=x^2-16x$$
$$=(x-8)^2-64$$

따라서 $x=8$일 때, 최솟값 -64를 가지므로 곱이 최소가 되는 두 수는 8, -8이고, 이 중에서 작은 수는 -8이다.

답 -8

다른 풀이 두 수 중 작은 수를 x, 두 수의 곱을 y라 하면 다른 한 수는 $x+16$이므로

$$y=x(x+16)$$
$$=x^2+16x$$
$$=(x+8)^2-64$$

따라서 $x=-8$일 때 최솟값 -64를 가지므로 곱이 최소가 되는 두 수는 -8, 8이고, 이 중에서 작은 수는 -8이다.

152-1 $y=-5t^2+20t+15=-5(t-2)^2+35$

이므로 $t=2$일 때 최댓값 35를 갖는다.

따라서 공이 가장 높이 올라가는 데 걸리는 시간은 2초이다.

답 ②

153-1 직사각형의 둘레의 길이가 40 cm이므로

2{(가로의 길이)+(세로의 길이)}=40(cm)

∴ (가로의 길이)+(세로의 길이)=20(cm)

이때 가로의 길이를 x cm, 직사각형의 넓이를 y cm^{2}라 하면 세로의 길이는 $(20-x)$cm이므로

$$y=x(20-x)$$
$$=-x^2+20x$$
$$=-(x-10)^2+100$$

따라서 $x=10$일 때 넓이가 최대가 되므로 이때의 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이는 각각 10 cm, 10 cm이다.

답 10 cm, 10 cm

154-1 출발한 지 t초 후 두 점 P, Q가 이동한 거리는 각각 $\overline{AP}=t$ cm, $\overline{QB}=2t$ cm이므로

$$\overline{AQ}=(10-2t)\text{cm}$$

$$\therefore \triangle AQP=\frac{1}{2}\times\overline{AP}\times\overline{AQ}$$
$$=\frac{1}{2}\times t\times(10-2t)$$
$$=-t^2+5t$$
$$=-\left(t-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{25}{4}$$

즉 $t=\frac{5}{2}$일 때 최댓값은 $\frac{25}{4}$이다.

따라서 출발한 지 $\frac{5}{2}$초 후 △AQP의 넓이는 최대가 된다.

답 $\frac{5}{2}$초

155-1 점 P의 좌표를 $(x,\ -x+6)$, △PRQ의 넓이를 y라 하면

$$y=\frac{1}{2}\times\overline{PR}\times\overline{PQ}$$
$$=\frac{1}{2}x(-x+6)$$
$$=-\frac{1}{2}x^2+3x$$
$$=-\frac{1}{2}(x-3)^2+\frac{9}{2}$$

이므로 $x=3$일 때 최댓값은 $\frac{9}{2}$이다.

따라서 △PRQ의 넓이의 최댓값은 $\frac{9}{2}$이다. 답 ⑤

155-2 △ABC가 직각이등변삼각형이므로 △BED와 △FCG도 직각이등변삼각형이다.

따라서 $\overline{DE}=\overline{FG}=x$ cm라 하면

$$\overline{BE}=\overline{FC}=x\text{ cm}$$
$$\therefore \overline{EF}=(16-2x)\text{cm}$$

직사각형 DEFG의 넓이를 y cm^{2}라 하면

$$y=x(16-2x)$$
$$=-2x^2+16x$$
$$=-2(x-4)^2+32$$

이므로 $x=4$일 때 최댓값은 32이다.

따라서 직사각형 DEFG의 넓이의 최댓값은 32 cm^{2}이다.

답 ②

단원 마무리

본책 210~213쪽

01 ⑤	**02** 9	**03** ⑤	**04** ②	**05** ③
06 $y=x^2+4x+1$		**07** 18	**08** ②	**09** ②
10 $a=2,\ b=-12,\ c=14$			**11** ⑤	**12** ②
13 -15	**14** 1	**15** ④	**16** $-\frac{4}{9}<a<0$	
17 300원	**18** 3초			
19 반지름의 길이 : 3 cm, 넓이 : 9 cm^2				**20** 98 cm^2
21 ④	**22** -3	**23** ⑤	**24** 16	

01 해결 Guide **꼭짓점의 좌표와 다른 한 점을 알 때의 포물선의 식 ➡ $y=a(x-p)^2+q$**

꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 3)$이므로 이차함수의 식을

$y=a(x-2)^2+3$

으로 놓자.

그래프가 점 $(0,\ -1)$을 지나므로

$-1=4a+3 \qquad \therefore a=-1$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$y=-(x-2)^2+3=-x^2+4x-1$ 답 ⑤

02 해결 Guide **축의 방정식이 $x=m$인 포물선의 식 ➡ $y=a(x-m)^2+q$**

축의 방정식이 $x=3$이므로 이차함수의 식을

$y=a(x-3)^2+q$

로 놓자.

그래프가 점 $(-1,\ 23)$을 지나므로

$23=a(-1-3)^2+q \qquad \therefore 16a+q=23 \qquad \cdots\cdots ㉠$

그래프가 점 $(4,\ -7)$을 지나므로

$-7=a(4-3)^2+q \qquad \therefore a+q=-7 \qquad \cdots\cdots ㉡$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=2,\ q=-9$

따라서 이차함수의 식은

$y=2(x-3)^2-9=2x^2-12x+9$

이므로 그래프가 y축과 만나는 점의 y좌표는 9이다. 답 9

03 해결 Guide **c의 값을 먼저 구한다.**

그래프가 점 $(0,\ 6)$을 지나므로

$c=6 \qquad \therefore y=ax^2+bx+6 \qquad \cdots\cdots ㉠$

㉠의 그래프가 점 $(1,\ -1)$을 지나므로

$a+b+6=-1 \qquad \therefore a+b=-7 \qquad \cdots\cdots ㉡$

㉠의 그래프가 점 $(3,\ -9)$를 지나므로

$9a+3b+6=-9 \qquad \therefore 3a+b=-5 \qquad \cdots\cdots ㉢$

㉡, ㉢을 연립하여 풀면 $\qquad a=1,\ b=-8$

$\therefore a-b+c=15$ 답 ⑤

04 해결 Guide **이차함수의 식을 $y=m(x-p)^2+q$ 꼴로 고친다.**

$y=3x^2+6x+5=3(x+1)^2+2$

따라서 $x=-1$일 때 최솟값 2를 가지므로

$a=-1,\ b=2$

$\therefore ab=-2$ 답 ②

05 해결 Guide **주어진 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 고쳐서 각각 최댓값을 구해 본다.**

① 최댓값은 -3이다.

② $y=-\frac{1}{2}x^2-2x-2=-\frac{1}{2}(x+2)^2$이므로 최댓값은 0이다.

③ $y=-\frac{1}{4}x^2-4x=-\frac{1}{4}(x+8)^2+16$이므로 최댓값은 16이다.

④ $y=-2x^2+4x-7=-2(x-1)^2-5$이므로 최댓값은 -5이다.

⑤ $y=-3x^2+6x-1=-3(x-1)^2+2$이므로 최댓값은 2이다.

따라서 최댓값이 가장 큰 것은 ③이다. 답 ③

06 해결 Guide **$x=p$에서 최솟값 q를 갖는 이차함수의 식 ➡ $y=a(x-p)^2+q\ (a>0)$**

$x=-2$에서 최솟값 -3을 가지므로 이차함수의 식을

$y=a(x+2)^2-3$

으로 놓자.

그래프가 점 $(1,\ 6)$을 지나므로

$6=9a-3 \qquad \therefore a=1$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$y=(x+2)^2-3=x^2+4x+1$ 답 $y=x^2+4x+1$

07 해결 Guide **$y=-2x+12$를 xy에 대입하여 x에 대한 이차식으로 나타낸다.**

$2x+y=12$에서 $\qquad y=-2x+12$

$\therefore xy=x(-2x+12)$

$=-2x^2+12x$

$=-2(x-3)^2+18$

따라서 $x=3$일 때 xy의 최댓값은 18이다. 답 18

08 해결 Guide (삼각형의 넓이)$=\frac{1}{2}\times$(밑변의 길이)$\times$(높이)

삼각형의 밑변의 길이를 x cm, 넓이를 y cm^{2}라 하면 높이는 $(40-x)$ cm이므로

$$y=\frac{1}{2}x(40-x)$$
$$=-\frac{1}{2}x^2+20x$$
$$=-\frac{1}{2}(x-20)^2+200$$

따라서 삼각형의 최대 넓이는 200 cm^{2}이다. 답 ②

09 해결 Guide 새로운 직사각형의 넓이를 y cm^{2}로 놓은 후 x, y에 대한 식을 세운다.

새로운 직사각형의 가로의 길이는 $(8+2x)$ cm, 세로의 길이는 $(8-x)$ cm이므로 넓이를 y cm^{2}라 하면

$$y=(8+2x)(8-x)$$
$$=-2x^2+8x+64$$
$$=-2(x-2)^2+72$$

따라서 $x=2$일 때 최댓값은 72이다. 답 ②

10 해결 Guide 먼저 축의 방정식과 이차함수의 최솟값을 이용하여 꼭짓점의 좌표를 구한다.

조건 (가), (다)에서 꼭짓점의 좌표는

$(3,\ -4)$ ···30%

따라서 이차함수의 식을

$y=a(x-3)^2-4$

로 놓으면 조건 (나)에서 그래프가 점 $(2,\ -2)$를 지나므로

$-2=a-4 \qquad \therefore a=2$ ···30%

그러므로 구하는 이차함수의 식은

$y=2(x-3)^2-4=2x^2-12x+14$

$\therefore b=-12,\ c=14$ ···40%

답 $a=2,\ b=-12,\ c=14$

채점 기준	배점
꼭짓점의 좌표 구하기	30%
a의 값 구하기	30%
b, c의 값 구하기	40%

11 해결 Guide x축과 만나는 한 점에서 포물선의 축까지의 거리
➡ (x축과 만나는 두 점 사이의 거리)$\times\frac{1}{2}$

$y=x^2+ax+b$의 그래프가 x축과 만나는 두 점 사이의 거리가 8이므로 x축과의 교점의 좌표는

$(-4,\ 0),\ (4,\ 0)$

따라서 이차함수의 식은

$y=(x+4)(x-4)=x^2-16$

즉 $a=0,\ b=-16$이므로

$a-b=16$ 답 ⑤

12 해결 Guide 이차함수의 식을 $y=m(x-p)^2+q$ 꼴로 고친다.

$y=ax^2+4ax-9=a(x+2)^2-4a-9$

이므로 $a<0$이고 $x=-2$일 때 최댓값 $-4a-9$를 갖는다.

따라서 $-4a-9=3$이므로 $\qquad a=-3$ 답 ②

13 해결 Guide 꼭짓점의 좌표를 구한 후 $y=3x-6$에 대입한다.

$y=-2x^2-12x+4p-13=-2(x+3)^2+4p+5$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-3,\ 4p+5)$이므로 최댓값은 $4p+5$이다.

점 $(-3,\ 4p+5)$가 직선 $y=3x-6$ 위에 있으므로

$4p+5=-15$

따라서 $x=-3$일 때, 최댓값은 -15이다.

답 -15

14 해결 Guide 이차함수가 $x=p$에서 최솟값 q를 가지면 꼭짓점의 좌표는 $(p,\ q)$이다.

$y=a\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+4$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 m만큼 평행이동하면

$$y=a\left(x+2-\frac{1}{2}\right)^2+4+m$$
$$=a\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+4+m$$
$$=ax^2+3ax+\frac{9}{4}a+4+m$$

따라서 $a=2,\ 3a=n,\ \frac{9}{4}a+4+m=\frac{7}{2}$이므로

$m=-5,\ n=6$

$\therefore m+n=1$ 답 1

15 해결 Guide 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 고친다.

$y=\frac{1}{2}x^2-mx+5m=\frac{1}{2}(x-m)^2-\frac{1}{2}m^2+5m$이므로

$$f(m)=-\frac{1}{2}m^2+5m$$
$$=-\frac{1}{2}(m-5)^2+\frac{25}{2}$$

따라서 $m=5$일 때 $f(m)$의 최댓값은 $\frac{25}{2}$이다.

답 ④

3 이차함수의 활용

16 해결 Guide **이차함수 $y=ax^2+bx+c$가 $x=p$일 때 최댓값 q를 가지면 $a<0$이고 꼭짓점의 좌표는 $(p,\ q)$이다.**

$y=ax^2+bx+c$가 최댓값을 가지므로

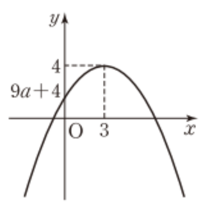
$a<0$ ······㉠ ···20%

$x=3$일 때 최댓값이 4이므로 이차함수의 식은

$y=a(x-3)^2+4$

$=ax^2-6ax+9a+4$ ···30%

이 이차함수의 그래프가 모든 사분면을 지나려면 오른쪽 그림과 같이 y축과의 교점의 y좌표가 0보다 커야 하므로



$9a+4>0$

$\therefore a>-\frac{4}{9}$ ······㉡

㉠, ㉡에서 $-\frac{4}{9}<a<0$ ···50%

답 $-\frac{4}{9}<a<0$

채점 기준	배점
a의 부호 구하기	20%
최댓값을 이용하여 이차함수의 식 구하기	30%
a의 값의 범위 구하기	50%

17 해결 Guide **(총 판매 금액)=(상품의 가격)×(총 판매량)**

총 판매 금액을 y원이라 하면 상품의 가격을 x원 올렸을 때 상품의 가격은 $(200+x)$원, 총 판매량은 $(800-2x)$개이므로

$y=(200+x)(800-2x)$

$=-2x^2+400x+160000$

$=-2(x-100)^2+180000$

따라서 $x=100$일 때 총 판매 금액이 최대이므로 한 개당 판매 가격은

$200+100=300$(원) 답 300원

18 해결 Guide **$y=-5t^2+10t+40$을 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 변형한다.**

$y=-5t^2+10t+40$

$=-5(t-1)^2+45$

이므로 $t=1$일 때 최댓값은 45이다.

따라서 1초 후에 최고 높이에 도달한다. ···40%

t초 후에 지면에 도달한다고 하면 이때 $y=0$이므로

$-5t^2+10t+40=0$

$t^2-2t-8=0$

$(t+2)(t-4)=0$

$\therefore t=4\ (\because t>0)$ ···40%

따라서 최고 높이에 도달한 지 $4-1=3$(초) 후 지면에 도달한다. ···20%

답 3초

채점 기준	배점
최고 높이에 도달하는 데 걸리는 시간 구하기	40%
지면에 도달하는 데 걸리는 시간 구하기	40%
최고 높이에서 지면에 도달하는 데 걸리는 시간 구하기	20%

19 해결 Guide **부채꼴의 반지름의 길이를 r, 호의 길이를 l이라 할 때, 부채꼴의 넓이 S는 $S=\frac{1}{2}rl$임을 이용한다.**

부채꼴의 반지름의 길이를 x cm라 하면 부채꼴의 호의 길이는 $(12-2x)$ cm이다.

부채꼴의 넓이를 $y\ \text{cm}^2$라 하면

$y=\frac{1}{2}x(12-2x)$

$=-x^2+6x$

$=-(x-3)^2+9$

따라서 부채꼴의 반지름의 길이가 3 cm일 때 넓이는 $9\ \text{cm}^2$로 최대가 된다.

답 반지름의 길이 : 3 cm, 넓이 : $9\ \text{cm}^2$

20 해결 Guide **$\overline{AP}=x$ cm ➡ $\overline{BP}=(14-x)$ cm**

$\overline{AP}=x$ cm라 하면 $\overline{BP}=(14-x)$ cm

두 도형의 넓이의 합을 $y\ \text{cm}^2$라 하면

$y=x^2+(14-x)^2$

$=2x^2-28x+196$

$=2(x-7)^2+98$

따라서 $\overline{AP}=7$ cm일 때 두 도형의 넓이의 합의 최솟값은 $98\ \text{cm}^2$이다. 답 $98\ \text{cm}^2$

21 해결 Guide **점 P의 좌표를 $\left(x,\ -\frac{3}{2}x+6\right)$으로 놓고 △POA의 넓이를 구한다.**

점 P의 좌표를 $\left(x,\ -\frac{3}{2}x+6\right)$, △POA의 넓이를 y라 하면

$y=\frac{1}{2}x\left(-\frac{3}{2}x+6\right)$

$=-\frac{3}{4}x^2+3x$

$=-\frac{3}{4}(x-2)^2+3$

이므로 $x=2$일 때 최댓값은 3이다.

따라서 △POA의 넓이의 최댓값은 3이다. 답 ④

22 해결 Guide **이차방정식의 근과 계수의 관계를 이용한다.**

$y=\frac{1}{2}x^2+ax+b$의 그래프가 점 $(3,\ 5)$를 지나므로

$$5=\frac{9}{2}+3a+b \qquad \therefore 3a+b=\frac{1}{2} \qquad \cdots\cdots ㉠$$

$y=\frac{1}{2}x^2+ax+b$에 $y=-1$을 대입하면

$$\frac{1}{2}x^2+ax+b=-1$$

$$\therefore \frac{1}{2}x^2+ax+b+1=0$$

이 이차방정식의 두 근의 합이 -2이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$-2a=-2 \qquad \therefore a=1$$

$a=1$을 ㉠에 대입하면 $\quad b=-\frac{5}{2}$

따라서 $y=\frac{1}{2}x^2+x-\frac{5}{2}=\frac{1}{2}(x+1)^2-3$의 최솟값은 -3이다.

답 -3

23 해결 Guide **이차함수 $y=f(x)$에서 $f(a)=f(b)$**

➡ **(꼭짓점의 x좌표)** $=\frac{a+b}{2}$

이차함수의 그래프는 축에 대하여 선대칭도형이고 $f(36)=f(38)$이므로 축의 방정식은

$$x=\frac{36+38}{2}=37$$

즉 $f(x)=ax^2+bx+c=a(x-37)^2+q$로 놓으면 $f(36)=1$이므로

$$a+q=1 \qquad \therefore q=1-a$$

따라서 $f(x)$의 최솟값은 $1-a$이다.

답 ⑤

24 해결 Guide **꼭짓점의 좌표를 이용하여 정사각형의 한 변의 길이를 구한다.**

$y=x^2-6x+3$의 그래프와 x축에 대칭인 그래프의 식은

$$-y=x^2-6x+3$$

$$\therefore y=-x^2+6x-3$$

$$=-(x-3)^2+6$$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $\quad(3,\ 6)$

이때 점 D의 x좌표를 $3+k$라 하면 점 A의 x좌표는 $3-k$이므로

$$A(3-k,\ -k^2+6),\ D(3+k,\ -k^2+6)$$

□ABCD가 정사각형이므로 $\overline{AD}=2k$에서

$$\overline{DC}=\overline{AD}=2k$$

즉 $k=$(점 D의 y좌표)이므로

$$k=-k^2+6, \qquad k^2+k-6=0$$

$$(k+3)(k-2)=0$$

$$\therefore k=-3 \text{ 또는 } k=2$$

그런데 $k>0$이므로 $\quad k=2$

따라서 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 4이므로 그 넓이는 16이다.

답 16

3 이차함수의 활용