



수학 ③(상)

정답 및 풀이

■ 빠른 정답 찾기

2~5

I	제곱근과 실수	01 제곱근과 실수	6
		02 근호를 포함한 식의 계산 (1)	11
		03 근호를 포함한 식의 계산 (2)	14
		내신 만점 정복하기	20
		교과서 속 창의유형	25
II	인수분해	04 인수분해	25
		내신 만점 정복하기	31
		교과서 속 창의유형	33
III	이차방정식	05 이차방정식과 그 풀이 (1)	34
		06 이차방정식과 그 풀이 (2)	38
		내신 만점 정복하기	45
		교과서 속 창의유형	50
IV	이차함수	07 이차함수와 그 그래프	51
		08 이차함수의 활용	58
		내신 만점 정복하기	65
		교과서 속 창의유형	71



I 제곱근과 실수

01 제곱근과 실수

▶ 개념 & 기출유형 ----- * 본책 8~11쪽

- 001 ②, ④ 002 -4 003 6 004 ⑤ 005 ②
 006 ④ 007 ③ 008 ③ 009 13 010 ④
 011 50 012 3 013 ⑤ 014 ②, ④ 015 2,835
 016 2,3 017 -3667 018 $-1-\sqrt{2}, -2+\sqrt{2}$ 019 $\sqrt{5}+2$
 020 ④ 021 ③ 022 ⑤ 023 $\sqrt{24}-3$

▶ 내신 만점 도전하기 ----- * 본책 12~14쪽

- 024 ② 025 $\pm\sqrt{7}$ 026 $\sqrt{35}$ 027 ② 028 ④
 029 $-3ab$ 030 21 031 3 032 ② 033 ④
 034 60 035 ⑤ 036 ② 037 -9 038 43
 039 ② 040 3 041 1371 042 ②, ⑤ 043 $A(-2)$
 044 ② 045 ④ 046 6 047 ⑤

▶ 내신 만점 굳히기 ----- * 본책 15쪽

- 048 18 049 ⑤ 050 $2a+\frac{2}{a}$ 051 ② 052 $\frac{1}{6}$
 053 39

02 근호를 포함한 식의 계산 (1)

▶ 개념 & 기출유형 ----- * 본책 16~17쪽

- 054 ④ 055 2 056 ③ 057 ⑤ 058 $\frac{5}{6}$
 059 ③ 060 ① 061 2 062 $2\sqrt{10}\text{cm}$
 063 ⑤ 064 0,4806 065 ②

▶ 내신 만점 도전하기 ----- * 본책 18~19쪽

- 066 $\frac{1}{2}$ 067 ③ 068 ③ 069 $\frac{16}{3}$ 070 $\frac{1}{2}$
 071 ① 072 ② 073 7 074 9번 075 23
 076 ② 077 ⑤ 078 ①

▶ 내신 만점 굳히기 ----- * 본책 20쪽

- 079 ② 080 $\sqrt{5}$ 081 $\frac{1}{2}$ 082 5 083 ②
 084 ④

03 근호를 포함한 식의 계산 (2)

▶ 개념 & 기출유형 ----- * 본책 21~23쪽

- 085 ⑤ 086 ②, ⑤ 087 3 088 ① 089 ⑤
 090 3 091 -6 092 ③ 093 ④ 094 ③
 095 $5\sqrt{14}$ 096 10 097 ⑤ 098 ④ 099 ①
 100 30 101 ③ 102 ③

▶ 내신 만점 도전하기 ----- * 본책 24~26쪽

- 103 ① 104 4 105 $2\sqrt{2}\text{cm}$ 106 ③ 107 13
 108 ① 109 ② 110 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ 111 ① 112 $\sqrt{2}-1$
 113 ① 114 $3+3\sqrt{2}$ 115 ⑤ 116 183
 117 $-4-2\sqrt{6}$ 118 ④ 119 $9-4\sqrt{5}$ 120 ④
 121 $11-4\sqrt{7}$ 122 ① 123 $\sqrt{6}$ 124 ②
 125 ② 126 $\sqrt{5}$

▶ 내신 만점 굳히기 ----- * 본책 27쪽

- 127 ⑤ 128 0 129 -16 130 ① 131 2
 132 -3 133 ⑤ 134 33

▶ 내신 만점 정복하기 ----- * 본책 28~34쪽

- 135 ④ 136 ⑤ 137 -1 138 ①, ④ 139 $-10m$
 140 ② 141 0 142 ① 143 2 144 ②
 145 ④ 146 2,498 147 ⑤ 148 $1+2\pi$ 149 0
 150 165 151 5 152 15 153 $-\sqrt{5}, \sqrt{3}+\sqrt{6}$
 154 $2\sqrt{15}$ 155 ④ 156 $\frac{2}{7}$ 157 $\frac{3}{10}$
 158 $60\sqrt{2}\pi\text{cm}^3$ 159 ③ 160 ②, ⑤ 161 1
 162 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ 163 9,222 164 ② 165 ③ 166 ①

- 167 ② 168 ③ 169 ② 170 $3\sqrt{5}-6$
 171 $-6+2\sqrt{15}$ 172 ① 173 $30-12\sqrt{5}$
 174 1 175 ④ 176 ② 177 -18 178 $1-\sqrt{7}$
 179 3 180 $2\sqrt{3}+2\sqrt{2}$ 181 $-5+4\sqrt{3}$
 182 -6

▶ 교과서 속 창의유형 ----- * 본책 35~36쪽

- 183 50, 51 184 풀이 25쪽
 185 $(16+8\sqrt{2})\text{cm}$

II 인수분해

04 인수분해

▶ 개념 & 기출유형 ----- * 본책 38~41쪽

- 186 ⑤ 187 ② 188 ③ 189 5 190 -35
 191 ④ 192 -4 193 ⑤ 194 -6 195 ③, ④
 196 $(x+y)(x-y)(x+2y)(x-2y)$ 197 ① 198 ②
 199 4 200 ④ 201 ③ 202 $2a+2b$ 203 ①
 204 ③ 205 $A=12, B=4$ 206 ① 207 ②
 208 $-\frac{4}{3}$ 209 ③

▶ 내신 만점 도전하기 ----- * 본책 42~44쪽

- 210 4 211 ④ 212 $-2x$ 213 6 214 ②
 215 $(3x+4)(x-3)$ 216 $2x+8$ 217 7, 17 218 ③
 219 26 220 $6x$ 221 $(xy-x+1)(xy-y+1)$
 222 4 223 ① 224 ⑤ 225 -2 226 2015
 227 ③ 228 -200 229 ⑤ 230 81 231 ③
 232 ⑤ 233 $\sqrt{2}-2$

▶ 내신 만점 굳히기 ----- * 본책 45쪽

- 234 5 235 ③ 236 ⑤ 237 $(x-1)(x^2-2)$
 238 461 239 $3xyz(x-y)(y-z)(z-x)$

▶ 내신 만점 정복하기 ----- * 본책 46~48쪽

- 240 ④ 241 $-2x+5$ 242 -16 243 6
 244 ③ 245 ① 246 ④ 247 ⑤ 248 -3
 249 ④ 250 ④ 251 $(x-y)(y-z)(x-z)$ 252 ④
 253 ⑤ 254 ④ 255 117 256 $x+3$
 257 $(x-1)(3x-5)$ 258 1 259 4 260 62500
 261 $17-4\sqrt{5}$

▶ 교과서 속 창의유형 ----- * 본책 49쪽

- 262 풀이 33쪽 263 (337, -312)

III 이차방정식

05 이차방정식과 그 풀이 (1)

▶ 개념 & 기출유형 ----- * 본책 52~53쪽

- 264 ④ 265 $x=2$ 266 ⑤ 267 ④ 268 1
 269 ③ 270 -12 271 ① 272 $\frac{8}{3}$ 273 -11
 274 1

▶ 내신 만점 도전하기 ----- * 본책 54~55쪽

- 275 $x=2$ 276 10 277 -1 278 6 279 -3
 280 4 281 ⑤ 282 3 283 ③
 284 $x=-2, a=-4$ 285 ② 286 ③ 287 -1
 288 ⑤ 289 ③

▶ 내신 만점 굳히기 ----- * 본책 56쪽

- 290 0 291 1 292 ③ 293 ③ 294 $p+q=1$
 295 ④ 296 $-13 \leq b < 9$



06 이차방정식과 그 풀이 (2)

▶ 개념 & 기출유형 ----- * 본책 57~60쪽

- 297 ⑤ 298 ③ 299 -3 300 11
- 301 $x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$ 302 ② 303 ①, ④ 304 ④
- 305 4 306 ③ 307 $-\frac{4}{3}$ 308 2 309 ④
- 310 ③ 311 ② 312 ① 313 $x^2 - 2x - 6 = 0$
- 314 ④ 315 ② 316 4년 317 3 318 6초
- 319 3 320 2m

▶ 내신 만점 도전하기 ----- * 본책 61~64쪽

- 321 -1 322 ③ 323 $3 + 2\sqrt{2}$ 324 63
- 325 $x = -4 \pm \sqrt{5}$ 326 $x = \frac{-15 \pm \sqrt{129}}{6}$ 또는 $x = \frac{-5 \pm \sqrt{37}}{2}$
- 327 ① 328 $x = \pm 5$ 329 ⑤ 330 2 331 10
- 332 ⑤ 333 ④ 334 ④ 335 $x = -\frac{5}{3}$ 또는 $x = 2$
- 336 2 337 ⑤ 338 1 339 -4 340 ⑤
- 341 ④ 342 $12 + 5\sqrt{29}$ 343 6 344 ④
- 345 143 346 1초 347 7cm 348 ③

▶ 내신 만점 굳히기 ----- * 본책 65쪽

- 349 ④ 350 $x^2 + 4x - 15 = 0$ 351 50 352 80분
- 353 ② 354 $\frac{6}{7}$

▶ 내신 만점 정복하기 ----- * 본책 66~70쪽

- 355 $a \neq 6$ 356 ① 357 $-1, \frac{1}{5}$ 358 ③ 359 ②
- 360 ③ 361 $x = -1$ 또는 $x = \frac{2}{3}$ 362 ③
- 363 $x = \frac{1}{2}$ 또는 $x = 1$ 364 $-\frac{7}{2}$ 365 -1 366 ④
- 367 ⑤ 368 정삼각형 369 ③ 370 ② 371 ②
- 372 -4, 0, 12, 16 373 ④ 374 $4x^2 - 7x + 1 = 0$
- 375 ① 376 $1 - \sqrt{5}$ 377 ① 378 ③ 379 2m
- 380 ② 381 0, 5 382 0 383 2 384 0
- 385 28cm^2 386 $2 + 2\sqrt{7}$ 387 (15, 4)

▶ 교과서 속 창의유형 ----- * 본책 71~72쪽

- 388 풀이 50쪽 389 5cm
- 390 (1) $n(n+2)$ (2) [10단계] 391 250보

IV 이차함수

07 이차함수와 그 그래프

▶ 개념 & 기출유형 ----- * 본책 74~77쪽

- 392 ② 393 (㉠), (㉡) 394 3 395 -9 396 ④
- 397 ⑤ 398 4 399 ③ 400 ② 401 ③
- 402 ① 403 -3 404 13 405 $y = -x^2 + 2x + 1$
- 406 15 407 4 : 3 408 5 409 ⑤ 410 ④
- 411 12

▶ 내신 만점 도전하기 ----- * 본책 78~81쪽

- 412 ④ 413 ① 414 3 415 ① 416 8
- 417 ① 418 4 419 8 420 ②, ④ 421 ⑤
- 422 0 423 ② 424 (-1, -1) 425 ②
- 426 ④ 427 1 428 $n > 23$ 429 $(-2, -\frac{4}{3}), (3, -3)$
- 430 12 431 $y = 8x + 8$ 432 4 433 ⑤
- 434 ③ 435 ①

▶ 내신 만점 굳히기 ----- * 본책 82쪽

- 436 108 437 ⑤ 438 10301 439 15 440 ②
- 441 2

08 이차함수의 활용

▶ 개념 & 기출유형 ----- * 본책 83~86쪽

- 442 ① 443 2 444 ② 445 ⑤ 446 $-\frac{5}{2}$
- 447 -9 448 2 449 ② 450 10 451 ④
- 452 -144 453 $y = -5x^2 + 10x + 2$
- 454 (1) $m = -\frac{1}{2}a^2 - 2a + 3$ (2) 5 455 ② 456 ③
- 457 ④ 458 -4, 4 459 150명 460 $\frac{144}{5}\text{m}$ 461 ①
- 462 5초 463 450m^2 464 1 465 8

▶ 내신 만점 도전하기 ----- * 본책 87~90쪽

- 466 ② 467 $y=x^2-2x-2$ 468 ⑤
- 469 $y=(x-2)^2$ 또는 $y=\frac{1}{9}(x+2)^2$ 470 $(\frac{5}{4}, \frac{15}{8})$
- 471 $y=x^2+4x-1$ 또는 $y=-x^2+4x+1$ 472 ⑤
- 473 ③ 474 3 475 ① 476 $\frac{3}{4}$ 477 ②
- 478 ① 479 $y=-3x^2-30x-65$ 480 0 481 ①
- 482 ① 483 -6 484 ② 485 $x=3, y=6$
- 486 $x=2, y=-2$ 487 ③ 488 5 489 ③
- 490 72 cm^2 491 $\frac{18}{\pi}\text{ cm}^2$ 492 16 493 52

▶ 내신 만점 굳히기 ----- * 본책 91쪽

- 494 $y=\frac{1}{9}x^2+\frac{8}{9}x+\frac{25}{9}$ 또는 $y=x^2+1$ 495 ③
- 496 ④ 497 141 498 ④ 499 -3

▶ 내신 만점 정복하기 ----- * 본책 92~98쪽

- 500 ② 501 ③ 502 $(5, \frac{25}{2})$ 503 ② 504 ⑤
- 505 -2 506 ② 507 -3 508 ② 509 $2pq$
- 510 $k<0$ 511 ② 512 ③ 513 ⑤ 514 24
- 515 $\frac{25}{27}$ 516 $\frac{1}{9}$ 517 $-4<k<-1$ 518 -26
- 519 6 520 2 521 ③ 522 ⑤ 523 ③
- 524 ③ 525 ① 526 $y=-\frac{3}{2}x^2-15x-\frac{75}{2}$
- 527 ① 528 $a\geq\frac{4}{9}$ 529 최댓값: 7, $a=-\frac{1}{2}$ 530 ①
- 531 10초 532 1 533 (4, -4) 534 ② 535 $y=2x$
- 536 $y=3x^2-11x+9$ 537 6 538 3 539 -10
- 540 8 cm^2 541 $\frac{27}{8}$

▶ 교과서 속 창의유형 ----- * 본책 99쪽

- 542 (1) $y=-\frac{1}{128}x^2$ (2) 112.5m 543 1750원

I 제곱근과 실수

01 | 제곱근과 실수

개념&기출유형

본책 8~11쪽

001 ② -9의 제곱근은 없다.

④ 제곱근 15는 $\sqrt{15}$ 이다.

답 ②, ④

002 $(-6)^2=36$ 의 양의 제곱근은 6이므로
 $a=6$

$\sqrt{\frac{16}{81}}=\frac{4}{9}$ 의 음의 제곱근은 $-\frac{2}{3}$ 이므로

$$b=-\frac{2}{3}$$

$$\therefore ab=-4$$

답 -4

003 $\sqrt{\left(-\frac{3}{2}\right)^2} \times \sqrt{6^2} + (-\sqrt{12})^2 \div \{-\sqrt{(-4)^2}\}$

$$=\frac{3}{2} \times 6 + 12 \div (-4)$$

$$=9 + (-3) = 6$$

답 6

$$\sqrt{(-4)^2}=4 \text{이므로} \\ -\sqrt{(-4)^2}=-4$$

$16-x=16$ 이면 $x=0$
 이므로 x 는 자연수가 아니다.

004 (㉠) $\sqrt{(-a)^2}=a$ (㉡) $-\sqrt{a^2}=-a$

(㉢) $(-\sqrt{a})^2=a$ (㉣) $(\sqrt{a})^2=a$

이상에서 그 값이 a 인 것은 (㉠), (㉢), (㉣)이다.

답 ⑤

005 $1-x>0$, $-x-2<0$ 이므로

$$\sqrt{(1-x)^2} - \sqrt{(-x-2)^2}$$

$$=(1-x) - \{-(-x-2)\}$$

$$=1-x-x-2$$

$$=-2x-1$$

답 ②

$$-2<x<0 \text{이므로} \\ -x-2<0$$

006 ① $\sqrt{6}>\sqrt{4}$ 이므로 $-\sqrt{6}<-\sqrt{4}$
 $\therefore -\sqrt{6}<-2$

② $\sqrt{26}>\sqrt{25}$ 이므로 $\sqrt{26}>5$

③ $\sqrt{0.01}<\sqrt{0.1}$ 이므로 $0.1<\sqrt{0.1}$

④ $\sqrt{\frac{1}{4}}<\sqrt{\frac{1}{3}}$ 이므로 $\frac{1}{2}<\sqrt{\frac{1}{3}}$

⑤ $\sqrt{48}<\sqrt{49}$ 이므로 $-\sqrt{48}>-\sqrt{49}$
 $\therefore -\sqrt{48}>-7$

답 ④

007 $\sqrt{16}>\sqrt{15}$ 이므로 $4>\sqrt{15}$

즉 $4-\sqrt{15}>0$, $\sqrt{15}-4<0$ 이므로

$$\sqrt{(4-\sqrt{15})^2} - \sqrt{(\sqrt{15}-4)^2}$$

$$=(4-\sqrt{15}) - \{-(\sqrt{15}-4)\}$$

$$=4-\sqrt{15}+\sqrt{15}-4=0$$

답 ③

근호 안이 어떤 수의 제곱이므로 근호를 없앨 수 있다.

만점비법

$\sqrt{(A-B)^2}$ 꼴을 간단히 할 때는 먼저 두 수 A, B 의 대소를 비교한다.

① $A \geq B$ 이면 $\sqrt{(A-B)^2}=A-B$

② $A < B$ 이면 $\sqrt{(A-B)^2}=-(A-B)$

008 $4 < \sqrt{2a} < 5$ 에서 $4^2 < (\sqrt{2a})^2 < 5^2$

$$16 < 2a < 25 \quad \therefore 8 < a < \frac{25}{2}$$

따라서 자연수 a 는 9, 10, 11, 12의 4개이다.

답 ③

009 $252a=2^2 \times 3^2 \times 7 \times a$ 이므로 $a=7$

$$\frac{216}{b} = \frac{2^3 \times 3^3}{b} \text{이므로} \quad b=2 \times 3=6$$

$$\therefore a+b=13$$

답 13

010 $24+x$ 가 24보다 큰 제곱수이어야 하므로

$$24+x=25, 36, 49, 64, \dots$$

$$\therefore x=1, 12, 25, 40, \dots$$

따라서 자연수 x 의 값이 아닌 것은 ④이다.

답 ④

011 $16-x$ 가 0 또는 16보다 작은 제곱수이어야 하므로

$$16-x=0, 1, 4, 9$$

$$\therefore x=16, 15, 12, 7$$

따라서 모든 자연수 x 의 값의 합은

$$16+15+12+7=50$$

답 50

012 $-0.\dot{5}=-\frac{5}{9}$, 3.14 , $\sqrt{0.\dot{1}}=\sqrt{\frac{1}{9}}=\frac{1}{3}$ 은 유리수이다.

따라서 무리수는

$$-\pi, 0.1223334444\dots, -\sqrt{1000}$$

의 3개이다.

답 3

013 ② $\sqrt{(-2)^2}=2$ 의 양의 제곱근이다.

⑤ 무리수는 순환하지 않는 무한소수이다.

답 ⑤

014 ① 실수 중 무리수가 아닌 수는 유리수이다.

③ 유리수이면서 무리수인 수는 없다.

⑤ 자연수는 유리수이다.

답 ②, ④

015 $a=1.386$, $b=1.449$ 이므로

$$a+b=2.835$$

답 2.835

016 $a=90.1$, $b=92.4$ 이므로

$$b-a=2.3$$

답 2.3

017 $x=11.5$, $y=3.782$ 이므로

$$10x-1000y=115-3782=-3667$$

답 -3667

018 정사각형 ABCD의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$ 이므로

$$\overline{CP}=\overline{CA}=\sqrt{2}, \overline{BQ}=\overline{BD}=\sqrt{2}$$

따라서 점 P에 대응하는 수는 $-1-\sqrt{2}$ 이고 점 Q에 대응하는 수는 $-2+\sqrt{2}$ 이다.

$$\text{답 } -1-\sqrt{2}, -2+\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} 019 \quad \square ABCD &= 3 \times 3 - 4 \times \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 1\right) \\ &= 9 - 4 = 5 \end{aligned}$$

이므로 $\square ABCD$ 는 한 변의 길이가 $\sqrt{5}$ 인 정사각형이다.

$$\therefore \overline{PQ} = \overline{AP} + \overline{AQ} = \sqrt{5} + 2$$

$$\text{답 } \sqrt{5} + 2$$

020 ④ 2와 3 사이에는 정수가 없다.

$$\text{답 } ④$$

$$021 \quad (\neg) 3 - (\sqrt{3} + 1) = 2 - \sqrt{3} = \sqrt{4} - \sqrt{3} > 0$$

$$\therefore 3 > \sqrt{3} + 1$$

$$(\neg) (2 - \sqrt{8}) - (-1) = 3 - \sqrt{8} = \sqrt{9} - \sqrt{8} > 0$$

$$\therefore 2 - \sqrt{8} > -1$$

$$(\neg) (4 - \sqrt{2}) - (4 - \sqrt{3}) = -\sqrt{2} + \sqrt{3} > 0$$

$$\therefore 4 - \sqrt{2} > 4 - \sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} (\neg) (\sqrt{10} - \sqrt{5}) - (\sqrt{10} - 2) &= -\sqrt{5} + 2 \\ &= -\sqrt{5} + \sqrt{4} < 0 \end{aligned}$$

$$\therefore \sqrt{10} - \sqrt{5} < \sqrt{10} - 2$$

$$(\neg) (\sqrt{6} - \sqrt{12}) - (\sqrt{6} - \sqrt{11}) = -\sqrt{12} + \sqrt{11} < 0$$

$$\therefore \sqrt{6} - \sqrt{12} < \sqrt{6} - \sqrt{11}$$

이상에서 옳은 것은 (나), (다)이다.

$$\text{답 } ③$$

$$\text{다른풀이 } (\neg) \sqrt{2} < \sqrt{3} \text{이므로 } -\sqrt{2} > -\sqrt{3}$$

$$\therefore 4 - \sqrt{2} > 4 - \sqrt{3}$$

$$(\neg) \sqrt{5} > \sqrt{4} \text{이므로 } \sqrt{5} > 2, \quad -\sqrt{5} < -2$$

$$\therefore \sqrt{10} - \sqrt{5} < \sqrt{10} - 2$$

$$(\neg) \sqrt{12} > \sqrt{11} \text{이므로 } -\sqrt{12} < -\sqrt{11}$$

$$\therefore \sqrt{6} - \sqrt{12} < \sqrt{6} - \sqrt{11}$$

$$022 \quad a - b = (3 + \sqrt{2}) - 4 = -1 + \sqrt{2} > 0 \text{이므로}$$

$$a > b$$

$$b - c = 4 - (\sqrt{35} - 2) = 6 - \sqrt{35} = \sqrt{36} - \sqrt{35} > 0 \text{이므로}$$

$$b > c$$

$$\therefore c < b < a$$

$$\text{답 } ⑤$$

$$023 \quad -\sqrt{16} < 0, \quad -\sqrt{5} - 2 < 0 \text{이고}$$

$$\begin{aligned} -\sqrt{16} - (-\sqrt{5} - 2) &= -2 + \sqrt{5} = -\sqrt{4} + \sqrt{5} > 0 \text{이므로} \\ -\sqrt{5} - 2 &< -\sqrt{16} < 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\sqrt{10} - 1) - 2 &= \sqrt{10} - 3 = \sqrt{10} - \sqrt{9} > 0 \text{이므로} \\ \sqrt{10} - 1 &> 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\sqrt{24} - 3) - 2 &= \sqrt{24} - 5 = \sqrt{24} - \sqrt{25} < 0 \text{이므로} \\ \sqrt{24} - 3 &< 2 \end{aligned}$$

따라서 작은 것부터 차례대로 나열하면

$$-\sqrt{5} - 2, \quad -\sqrt{16}, \quad \sqrt{24} - 3, \quad 2, \quad \sqrt{10} - 1$$

이므로 세 번째에 오는 수는 $\sqrt{24} - 3$ 이다.

$$\text{답 } \sqrt{24} - 3$$

넓이가 a 인 정사각형의 한 변의 길이는 \sqrt{a} 이다.

두 실수 a, b 에 대하여
① $a - b > 0$ 이면 $a > b$
② $a - b = 0$ 이면 $a = b$
③ $a - b < 0$ 이면 $a < b$

참고 $-\sqrt{16} < 0, -\sqrt{5} - 2 < 0$ 이고, 세 번째로 작은 수를 찾아야 하므로 $-\sqrt{16}$ 과 $-\sqrt{5} - 2$ 의 대소는 비교하지 않아도 된다. 즉 양수 $\sqrt{10} - 1, 2, \sqrt{24} - 3$ 중에서 가장 작은 수를 찾으면 된다.



내신 만점 도전하기

본책 12~14쪽

$$024 \quad \text{전략} \quad \text{제곱근 } a \text{ } \odot \sqrt{a}$$

$$\text{풀이} \quad \text{제곱근 } a^2 \text{이 } 9 \text{이므로} \quad \sqrt{a^2} = 9$$

$$a^2 = 9^2 = 81$$

$$\therefore a = \pm \sqrt{81} = \pm 9$$

$$\text{답 } ②$$

$$025 \quad \text{전략} \quad \text{양수 } a \text{의 제곱근 } \odot \pm \sqrt{a}$$

$$\text{풀이} \quad a > b \text{이므로} \quad a = 12, b = -12$$

$$\begin{aligned} \therefore \sqrt{a - 3b + 1} &= \sqrt{12 - 3 \times (-12) + 1} \\ &= \sqrt{49} = 7 \end{aligned}$$

따라서 7의 제곱근은 $\pm \sqrt{7}$ 이다.

$$\text{답 } \pm \sqrt{7}$$

026 해결 과정 주어진 삼각형의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 10 \times 7 = 35$$

• 70% 배점

답 구하기 따라서 이 삼각형과 넓이가 같은 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{35}$ 이다.

• 30% 배점

$$\text{답 } \sqrt{35}$$

027 전략 $2a + 1 \geq 0$ 인 경우와 $2a + 1 < 0$ 인 경우로 나누어 생각한다.

$$\text{풀이} \quad \sqrt{(2a + 1)^2} = 5 \text{에서}$$

(i) $2a + 1 \geq 0$ 일 때,

$$2a + 1 = 5 \text{이므로} \quad 2a = 4 \quad \therefore a = 2$$

(ii) $2a + 1 < 0$ 일 때,

$$-(2a + 1) = 5 \text{이므로} \quad -2a = 6 \quad \therefore a = -3$$

(i), (ii)에서 모든 a 의 값의 합은

$$2 + (-3) = -1$$

$$\text{답 } ②$$

$$028 \quad \text{전략} \quad \sqrt{a^2} = \begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

$$\text{풀이} \quad A = 6 - 3 - 10 + 11 = 4$$

따라서 A 의 음의 제곱근은 -2 이다.

$$\text{답 } ④$$

$$029 \quad \text{전략} \quad \sqrt{a^2} = \begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

$$\text{풀이} \quad a > 0, b < 0 \text{이므로}$$

$$-a < 0, 4b < 0, -ab > 0$$

$$\therefore \sqrt{(-a)^2} \times \sqrt{(4b)^2} - \sqrt{(-ab)^2}$$

$$= [-(-a)] \times (-4b) - (-ab)$$

$$= -4ab + ab$$

$$= -3ab$$

$$\text{답 } -3ab$$

030 전략 음수끼리, 양수끼리 각각 비교한다.

풀이 (i) 음수: $2=\sqrt{4}$ 이고, $\sqrt{1.2}<\sqrt{4}<\sqrt{6}$ 이므로
 $-\sqrt{1.2}>-2>-\sqrt{6}$
 $\therefore a=-\sqrt{6}$

(ii) 양수: $\sqrt{(-3)^2}=\sqrt{9}$ 이고, $\sqrt{\frac{7}{2}}<\sqrt{9}<\sqrt{15}$ 이므로
 $\sqrt{\frac{7}{2}}<\sqrt{(-3)^2}<\sqrt{15}$
 $\therefore b=\sqrt{15}$

(i), (ii)에서
 $a^2+b^2=(-\sqrt{6})^2+(\sqrt{15})^2=21$ **답 21**

031 해결 과정 ① 주어진 조건을 만족시키는 기약분

수를 $\frac{x}{15}$ (x 는 자연수)라 하면

$$\frac{\sqrt{27}}{15} < \frac{x}{15} < \frac{\sqrt{125}}{15}$$

$$\therefore \sqrt{27} < x < \sqrt{125}$$

• 40% 배점

해결 과정 ② $5<\sqrt{27}<6$, $11<\sqrt{125}<12$ 이므로 위의 부등식을 만족시키는 자연수 x 는

6, 7, 8, 9, 10, 11 • 30% 배점

답 구하기 이때 $\frac{x}{15}$ 가 기약분수이므로 x 가 될 수 있는 수는

7, 8, 11

따라서 구하는 기약분수의 개수는 3이다. • 30% 배점
답 3

032 전략 $a>0$, $b>0$ 일 때, $a<\sqrt{x}<b$ 이면

○ $a^2<x<b^2$

풀이 $n+\frac{1}{2}<\sqrt{x}<n+2$ 에서

$$\left(n+\frac{1}{2}\right)^2 < x < (n+2)^2$$

$$\therefore n^2+n+\frac{1}{4} < x < n^2+4n+4$$

따라서 자연수 x 는 n^2+n+1 , n^2+n+2 , ..., n^2+4n+3 의 18개이므로

$$n^2+4n+3-(n^2+n+1)+1=18$$

$$3n+3=18 \quad \therefore n=5$$

답 ②

만점비법

a , b 가 정수일 때, 각 부등식을 만족시키는 정수 x 의 개수는 다음과 같다.

- ① $a \leq x \leq b \rightarrow b-a+1$
- ② $a \leq x < b \rightarrow b-a$
- ③ $a < x \leq b \rightarrow b-a$
- ④ $a < x < b \rightarrow b-a-1$

033 전략 $n \leq \sqrt{x} < n+1$ (n 는 자연수)이면 $f(x)=n$ 임을 이용한다.

풀이 $\sqrt{9}=3$, $\sqrt{16}=4$, $\sqrt{25}=5$, $\sqrt{36}=6$ 이므로
 $f(9)=f(10)=\dots=f(15)=3$
 $f(16)=f(17)=\dots=f(24)=4$
 $f(25)=f(26)=\dots=f(30)=5$

$$\therefore f(9)+f(10)+f(11)+\dots+f(30)$$

$$=3 \times 7 + 4 \times 9 + 5 \times 6 = 87$$

답 ④

034 문제 이해 $135a=3^3 \times 5 \times a$ 이므로

$a=3 \times 5 \times (\text{자연수})^2$ 풀이여야 한다. • 30% 배점

해결 과정 a 의 값이 가장 작을 때 b 의 값도 가장 작으므로 $a+b$ 의 값도 가장 작다.

이때 a 의 가장 작은 값은 $3 \times 5=15$ 이므로 b 의 가장 작은 값은

$$\sqrt{3^4 \times 5^2}=45$$

• 50% 배점

답 구하기 따라서 $a+b$ 의 값 중 가장 작은 값은

$$15+45=60$$

• 20% 배점
답 60

035 전략 5400을 소인수분해하여 지수가 모두 짝수가 되도록 하는 자연수 n 의 값을 구한다.

풀이 $\frac{5400}{n} = \frac{2^3 \times 3^3 \times 5^2}{n} = \frac{6 \times 30^2}{n}$ 이므로 $n=6 \times a^2$ (a 는 30의 약수) 풀이여야 한다.

$30=2 \times 3 \times 5$ 에서 30의 약수의 개수는

$$(1+1) \times (1+1) \times (1+1)=8$$

이므로 자연수 n 의 개수는 8이다.

답 ⑤

참고 자연수 n 의 값은 다음과 같다.

$$6 \times 1^2=6, 6 \times 2^2=24, 6 \times 3^2=54,$$

$$6 \times 5^2=150, 6 \times 6^2=216, 6 \times 10^2=600,$$

$$6 \times 15^2=1350, 6 \times 30^2=5400$$

036 전략 $\sqrt{A-x}$ 가 자연수 ○ A 보다 작은 제곱수를 찾는다.

풀이 $52-3x$ 가 52보다 작은 제곱수이어야 하므로

$$52-3x=1, 4, 9, 16, 25, 36, 49$$

$$\therefore x=17, 16, \frac{43}{3}, 12, 9, \frac{16}{3}, 1$$

이때 x 는 자연수이므로

$$x=17, 16, 12, 9, 1$$

따라서 구하는 합은

$$17+16+12+9+1=55$$

• ②

037 문제 이해 $\sqrt{500-x}-\sqrt{200+y}$ 가 가장 큰 정수가 되려면 $\sqrt{500-x}$ 는 가장 큰 정수, $\sqrt{200+y}$ 는 가장 작은 정수이어야 한다. • 50% 배점

해결 과정 $500-x=484$ 에서 $x=16$

$200+y=225$ 에서 $y=25$ • 40% 배점

답 구하기 $\therefore x-y=-9$ • 10% 배점
답 -9

038 전략 \sqrt{x} 가 유리수가 되려면 자연수 x 는 제곱수이어야 한다.

풀이 \sqrt{x} 가 유리수가 되도록 하는 x 는
 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49의 7개

$22^2=484$, $23^2=529$
 이므로 500보다 작은 제곱수 중 가장 큰 수는 484이다.

$14^2=196$, $15^2=225$
 이므로 200보다 큰 제곱수 중 가장 작은 수는 225이다.

따라서 구하는 x 의 개수는

$$50-7=43$$

답 43

039 전략 유리수가 되는 경우를 찾는다.

풀이 (ㄱ) (무리수) + (유리수) = (무리수)이므로 $a+3$ 은 무리수이다.

$$(ㄴ) a=-\sqrt{2} \text{이면 } a+\sqrt{2}=-\sqrt{2}+\sqrt{2}=0$$

(ㄷ) (유리수) \times (무리수) = (무리수) ((유리수) $\neq 0$)이므로 $-2a$ 는 무리수이다.

$$(ㄹ) a=\sqrt{3} \text{이면 } \sqrt{3}a=\sqrt{3} \times \sqrt{3}=3$$

$$(ㅁ) a=\sqrt{2} \text{이면 } a^2=(\sqrt{2})^2=2$$

이상에서 항상 무리수인 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다.

답 ②

040 전략 유리수가 아닌 수 \odot 무리수

$$\text{풀이 } -\sqrt{0.5^2} = -0.5, \frac{22}{\sqrt{121}} = \frac{22}{11} = 2,$$

$$-\sqrt{0.3} = -\sqrt{\frac{3}{9}} = -\sqrt{\frac{1}{3}}$$

따라서 유리수가 아닌 수, 즉 무리수는 $2-\pi$, $-\sqrt{0.3}$, $1-\sqrt{5}$ 의 3개이고, 정수가 아닌 유리수는 $-\sqrt{0.5^2}$ 의 1개이다.

따라서 $a=3$, $b=1$ 이므로

$$ab=3$$

답 3

041 전략 제곱근표에서 a , b 의 값을 구한다.

풀이 $a=8.081$, $b=67.1$ 이므로

$$1000a-100b=8081-6710=1371$$

답 1371

042 전략 넓이가 a 인 정사각형의 한 변의 길이 $\odot \sqrt{a}$

$$\text{풀이 } ① \square ABCD = 3 \times 3 - 4 \times \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 1\right)$$

$$=9-4=5$$

이므로 $\square ABCD$ 는 한 변의 길이가 $\sqrt{5}$ 인 정사각형이다.

$$\therefore \overline{AB} = \sqrt{5}$$

$$② \overline{CP} = \overline{CB} = \sqrt{5} \text{ 이므로 } P(1-\sqrt{5})$$

$$③ \overline{CQ} = \overline{CD} = \sqrt{5} \text{ 이므로 } Q(1+\sqrt{5})$$

$$④ \overline{PR} = \overline{PC} + \overline{CR} = \sqrt{5} + 1$$

$$⑤ \overline{QR} = \overline{CQ} - \overline{CR} = \sqrt{5} - 1$$

답 ②, ⑤

043 해결 과정 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$ 이므로

$$\overline{AP} = \overline{AB} = \sqrt{2}$$

• 50% 배점

답 구하기 이때 $P(-2-\sqrt{2})$ 이므로

$$(-2-\sqrt{2}) + \sqrt{2} = -2$$

$$\therefore A(-2)$$

• 50% 배점

답 A(-2)

044 전략 서로 다른 두 실수 사이에는 무수히 많은 실수가 있다.

풀이 (ㄱ) $3 < \sqrt{11} < 4 < \sqrt{19} < 5$ 이므로 $\sqrt{11}$ 과 $\sqrt{19}$ 사이에는 1개의 정수가 있다.

$$8 = \frac{128}{16} \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{\frac{128}{16}} > \sqrt{\frac{121}{16}}$$

$$\sqrt{8} > \sqrt{\frac{121}{16}}$$

$$\therefore \sqrt{8} - \sqrt{\frac{121}{16}} > 0$$

(ㄴ) 1과 3 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

(ㄷ) 수직선은 유리수와 무리수, 즉 실수에 대응하는 점으로 완전히 메워진다.

따라서 수직선은 유리수에 대응하는 점으로 완전히 메울 수 없다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다.

답 ②

045 전략 두 실수 a , b 의 대소 관계는 $a-b$ 의 부호로 판단한다.

$$\text{풀이 } ① (\sqrt{12}-2)-2=\sqrt{12}-4=\sqrt{12}-\sqrt{16}<0$$

$$\therefore \sqrt{12}-2<2$$

$$② (\sqrt{8}-1)-\frac{7}{4}=\sqrt{8}-\frac{11}{4}=\sqrt{8}-\sqrt{\frac{121}{16}}>0$$

$$\therefore \sqrt{8}-1>\frac{7}{4}$$

$$③ (-4-\sqrt{7})-(-\sqrt{17}-\sqrt{7})$$

$$=-4-\sqrt{7}+\sqrt{17}+\sqrt{7}$$

$$=-4+\sqrt{17}$$

$$=-\sqrt{16}+\sqrt{17}>0$$

$$\therefore -4-\sqrt{7}>-\sqrt{17}-\sqrt{7}$$

$$④ (\sqrt{3}-2)-(\sqrt{3}-\sqrt{5})=\sqrt{3}-2-\sqrt{3}+\sqrt{5}$$

$$=-2+\sqrt{5}$$

$$=-\sqrt{4}+\sqrt{5}>0$$

$$\therefore \sqrt{3}-2>\sqrt{3}-\sqrt{5}$$

$$⑤ \left(\frac{2}{5}-\sqrt{10}\right)-\left(\sqrt{\frac{3}{25}}-\sqrt{10}\right)$$

$$=\frac{2}{5}-\sqrt{10}-\sqrt{\frac{3}{25}}+\sqrt{10}$$

$$=\frac{2}{5}-\sqrt{\frac{3}{25}}$$

$$=\sqrt{\frac{4}{25}}-\sqrt{\frac{3}{25}}>0$$

$$\therefore \frac{2}{5}-\sqrt{10}>\sqrt{\frac{3}{25}}-\sqrt{10}$$

답 ④

$$\text{다른풀이 } ③ \sqrt{16}<\sqrt{17} \text{ 이므로 } 4<\sqrt{17}$$

$$-4>-\sqrt{17}$$

$$\therefore -4-\sqrt{7}>-\sqrt{17}-\sqrt{7}$$

$$④ \sqrt{4}<\sqrt{5} \text{ 이므로 } 2<\sqrt{5}, -2>-\sqrt{5}$$

$$\therefore \sqrt{3}-2>\sqrt{3}-\sqrt{5}$$

$$⑤ \sqrt{\frac{4}{25}}>\sqrt{\frac{3}{25}} \text{ 이므로 } \frac{2}{5}>\sqrt{\frac{3}{25}}$$

$$\therefore \frac{2}{5}-\sqrt{10}>\sqrt{\frac{3}{25}}-\sqrt{10}$$

$$\text{046 해결 과정 } ① a+b=(\sqrt{17}-1)+3$$

$$=\sqrt{17}+2>0$$

$$b-a=3-(\sqrt{17}-1)=4-\sqrt{17}$$

$$=\sqrt{16}-\sqrt{17}<0$$

• 40% 배점

$$\text{해결 과정 } ② \therefore \sqrt{(a+b)^2}-\sqrt{(b-a)^2}$$

$$=a+b-(-(b-a))$$

$$=a+b+b-a$$

$$=2b$$

• 40% 배점

$$\text{답 구하기 } \text{이때 } b=3 \text{ 이므로 } 2b=6$$

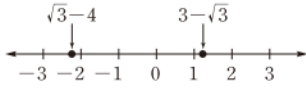
• 20% 배점

답 6

$$\sqrt{a^2} = \begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

047 전략 $1 < \sqrt{3} < 2$ 임을 이용하여 두 실수 $\sqrt{3}-4$, $3-\sqrt{3}$ 을 수직선 위에 나타내어 본다.

풀이 $1 < \sqrt{3} < 2$ 이므로
 $-3 < \sqrt{3}-4 < -2$
 또 $-2 < -\sqrt{3} < -1$ 이므로
 $1 < 3-\sqrt{3} < 2$



따라서 위의 수직선에서 두 수 $\sqrt{3}-4$ 와 $3-\sqrt{3}$ 사이에 있는 정수는 $-2, -1, 0, 1$ 의 4개이다. **답 ⑤**



내신 만점 공부하기

본책 15쪽

048 전략 \sqrt{a} 가 자연수이면 a 는 제곱수임을 이용한다.

풀이 조건 (가)에 의하여 a, b, c, d 는 제곱수이어야 한다. 이때 조건 (다)에서 $a+d=45$ 이고, 조건 (나)에서 $a > d$ 이므로

$$a=36, d=9$$

$36 > 25 > 16 > 9$ 이고, 조건 (나)에서 $a > b > c > d$ 이므로

$$b=25, c=16$$

$$\therefore a-b+c-d=18$$

답 18

049 전략 넓이가 a 인 정사각형의 한 변의 길이 \sqrt{a}

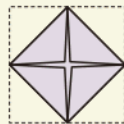
풀이 처음 정사각형의 넓이는 $8^2=64$ (cm^2)

[1단계], [2단계], [3단계]에서 만들어지는 정사각형의 넓이는 각각

$$64 \div 2 = 32 \text{ (cm}^2\text{)}, 32 \div 2 = 16 \text{ (cm}^2\text{)},$$

$$16 \div 2 = 8 \text{ (cm}^2\text{)}$$

따라서 [3단계]에서 만들어지는 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{8}$ cm이다. **답 ⑤**



이전 단계 정사각형 넓이의 $\frac{1}{2}$ 이다.

서로 다른 두 개의 주사위를 던질 때, 일어나는 모든 경우의 수는 36이다.

050 해결 과정 $0 < a < 1$ 이므로 $\frac{1}{a} > 1$

즉 $0 < a < 1 < \frac{1}{a}$ 이므로

$$-a - \frac{1}{a} < 0, -a + \frac{1}{a} > 0, -2a < 0 \quad \bullet 50\% \text{ 배점}$$

$$\text{답 구하기} \therefore \sqrt{\left(-a - \frac{1}{a}\right)^2} + \sqrt{\left(-a + \frac{1}{a}\right)^2} + \sqrt{(-2a)^2}$$

$$= -\left(-a - \frac{1}{a}\right) + \left(-a + \frac{1}{a}\right) - (-2a)$$

$$= a + \frac{1}{a} - a + \frac{1}{a} + 2a$$

$$= 2a + \frac{2}{a}$$

$\bullet 50\% \text{ 배점}$

$$\text{답 } 2a + \frac{2}{a}$$

051 전략 $\sqrt{a^2} = \begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$

풀이 $\sqrt{(x-5)^2} + \sqrt{(x+5)^2} = 10$ 에서

근호 안의 식의 값이 0이 되는 x 의 값을 기준으로 범위를 나누어 생각한다.

(i) $x < -5$ 일 때,

$$x-5 < 0, x+5 < 0 \text{이므로}$$

$$-(x-5) - (x+5) = 10$$

$$-2x = 10 \quad \therefore x = -5$$

이것은 $x < -5$ 를 만족시키지 않는다.

(ii) $-5 \leq x < 5$ 일 때,

$$x-5 < 0, x+5 \geq 0 \text{이므로}$$

$$-(x-5) + (x+5) = 10$$

이것은 $-5 \leq x < 5$ 인 모든 x 에 대하여 성립하므로

$$-5 \leq x < 5$$

(iii) $x \geq 5$ 일 때,

$$x-5 \geq 0, x+5 > 0 \text{이므로}$$

$$(x-5) + (x+5) = 10$$

$$2x = 10 \quad \therefore x = 5$$

이상에서 $-5 \leq x \leq 5$ 이므로

$$a = -5, b = 5$$

$$\therefore ab = -25$$

답 ②

052 해결 과정 ① $200ab = 2^3 \times 5^2 \times ab$ 이므로

$ab = 2 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

a, b 는 주사위의 눈의 수이므로 ab 가 될 수 있는 수는

$$2 \times 1^2 = 2, 2 \times 2^2 = 8, 2 \times 3^2 = 18 \quad \bullet 40\% \text{ 배점}$$

해결 과정 ② a, b 의 순서쌍 (a, b) 는

(i) $ab=2$ 일 때,

$(1, 2), (2, 1)$ 의 2개

(ii) $ab=8$ 일 때,

$(2, 4), (4, 2)$ 의 2개

(iii) $ab=18$ 일 때,

$(3, 6), (6, 3)$ 의 2개

$\bullet 40\% \text{ 배점}$

답 구하기 이상에서 순서쌍 (a, b) 의 개수는 6이므로

$$\text{구하는 확률은 } \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$\bullet 20\% \text{ 배점}$

답 ①



보충학습

사건 A가 일어날 확률은

$$\frac{(\text{사건 A가 일어나는 경우의 수})}{(\text{일어나는 모든 경우의 수})}$$

053 [문제 해결 길잡이]

① 주어진 등식을 만족시키는 조건을 찾는다.

② 자연수 x 의 값을 구한다.

③ 각각의 x 의 값에 대하여 y 의 값을 찾아 $x+y$ 의 값을 구한다.

④ $x+y$ 의 값 중 가장 큰 값을 구한다.

풀이 주어진 등식을 만족시키려면 $\sqrt{12-x}$ 는 0 또는 자연수, $\sqrt{28-y}$ 는 자연수이어야 한다. ①

따라서 $12-x$ 가 0 또는 12보다 작은 제곱수이어야 하므로

$$12-x=0, 1, 4, 9$$

$$\therefore x=12, 11, 8, 3 \quad \bullet 2$$

$$\sqrt{12-x}+1=\sqrt{28-y} \text{에서}$$

(i) $x=12$ 일 때,

$$1=\sqrt{28-y}, \quad 1=28-y$$

$$\therefore y=27$$

$$\therefore x+y=39$$

(ii) $x=11$ 일 때,

$$1+1=\sqrt{28-y}, \quad 2=\sqrt{28-y}$$

$$4=28-y \quad \therefore y=24$$

$$\therefore x+y=35$$

(iii) $x=8$ 일 때,

$$2+1=\sqrt{28-y}, \quad 3=\sqrt{28-y}$$

$$9=28-y \quad \therefore y=19$$

$$\therefore x+y=27$$

(iv) $x=3$ 일 때,

$$3+1=\sqrt{28-y}, \quad 4=\sqrt{28-y}$$

$$16=28-y \quad \therefore y=12$$

$$\therefore x+y=15$$

이상에서 $x+y$ 의 값 중 가장 큰 값은 39이다. ④

답 39

참고 $28-y$ 의 값이 1, 4, 9, 16, 25일 때, 즉 y 의 값이 27, 24, 19, 12, 3인 경우로 나누어서 x 의 값을 구해도 같은 결과를 얻는다.

만점비법

자연수 a, b, c 가 등식 $\sqrt{a}+b=\sqrt{c}$ 를 만족시키면

$$(\sqrt{a}+b)^2=(\sqrt{c})^2, \quad a+2b\sqrt{a}+b^2=c$$

$$\therefore 2b\sqrt{a}=c-a-b^2$$

위의 등식이 성립하려면 \sqrt{a} 는 0 또는 자연수이어야 한다. 이때 $\sqrt{a}+b$ 도 자연수이므로 \sqrt{c} 도 자연수이어야 한다.

$$2=\sqrt{40} \text{이므로}$$

$$\sqrt{4}=28-y$$

$$\therefore 4=28-y$$

$$3=\sqrt{90} \text{이므로}$$

$$\sqrt{9}=28-y$$

$$\therefore 9=28-y$$

$$4=\sqrt{160} \text{이므로}$$

$$\sqrt{16}=28-y$$

$$\therefore 16=28-y$$

나눗셈은 역수의 곱셈으로 고쳐서 계산한다.

$$a>0 \text{일 때,}$$

$$\sqrt{a^2}=(\sqrt{a})^2$$

$$\frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{2}$$

$$\frac{18}{\sqrt{18}} = \frac{\sqrt{18} \times \sqrt{18}}{\sqrt{18}} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

$$\frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{12}} = \frac{6\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = 3$$

분모의 근호 안의 수를 소인수분해하였을 때, 제곱인 인수가 포함되어 있으면 $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$ 임을 이용하여 제곱인 인수를 근호 밖으로 꺼낸 다음 분모를 유리화한다.

02 | 근호를 포함한 식의 계산 (1)

개념&기출유형

본책 16~17쪽

054 ① $\sqrt{3} \times \sqrt{12} = \sqrt{3 \times 12} = \sqrt{36} = 6$

② $\sqrt{27} \div (-3) = -\frac{\sqrt{27}}{3} = -\sqrt{\frac{27}{9}} = -\sqrt{3}$

③ $4\sqrt{5} \times 3\sqrt{2} \times 2\sqrt{3} = 4 \times 3 \times 2 \times \sqrt{5 \times 2 \times 3} = 24\sqrt{30}$

④ $\frac{1}{\sqrt{7}} \div \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{14}} \div \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{5}} \times \sqrt{10}$
 $= \sqrt{\frac{1}{7} \times \frac{14}{5} \times 10} = \sqrt{4} = 2$

⑤ $\sqrt{18} \div \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \div \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{11}} = \sqrt{18} \times \left(-\frac{2}{\sqrt{3}}\right) \times \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{6}}$
 $= -\sqrt{18 \times \frac{2}{3} \times \frac{11}{6}} = -\sqrt{22}$

답 ④

055 $\sqrt{80} = \sqrt{4^2 \times 5} = 4\sqrt{5}$ 이므로 $a=4$

$\sqrt{\frac{14}{128}} = \sqrt{\frac{7}{64}} = \sqrt{\frac{7}{8^2}} = \frac{\sqrt{7}}{8}$ 이므로 $b=8$

$\therefore \frac{b}{a} = 2$

답 2

056 $\sqrt{300} = \sqrt{2^2 \times 3 \times 5^2}$

$= (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{3} \times (\sqrt{5})^2 = 2xy^2$

답 ③

057 ② $\frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{6 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$

③ $\frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{6} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{18}}{3} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

④ $\frac{18}{\sqrt{18}} = \frac{18 \times \sqrt{18}}{\sqrt{18} \times \sqrt{18}} = \frac{18\sqrt{18}}{18} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

⑤ $\frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{12}} = \frac{6\sqrt{3} \times \sqrt{12}}{\sqrt{12} \times \sqrt{12}} = \frac{6\sqrt{36}}{12} = \frac{6}{2} = 3$

답 ⑤

058 $\frac{4}{\sqrt{12}} = \frac{4}{2\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{2}{3}\sqrt{3}$ 이므로

$a = \frac{2}{3}$

$\frac{1}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{6}$ 이므로

$b = \frac{1}{6}$

$\therefore a+b = \frac{5}{6}$

답 $\frac{5}{6}$

059 (㉠) $\frac{1}{\sqrt{p}} = \frac{\sqrt{p}}{\sqrt{p} \times \sqrt{p}} = \frac{\sqrt{p}}{p}$

(㉡) $\frac{q}{\sqrt{p}} = \frac{q \times \sqrt{p}}{\sqrt{p} \times \sqrt{p}} = \frac{q\sqrt{p}}{p}$

$$(ㄷ) \sqrt{\frac{q}{p}} = \frac{\sqrt{q} \times \sqrt{p}}{\sqrt{p} \times \sqrt{p}} = \frac{\sqrt{pq}}{p}$$

$$(ㄹ) \frac{\sqrt{q}}{\sqrt{pq}} = \frac{\sqrt{q} \times \sqrt{pq}}{\sqrt{pq} \times \sqrt{pq}} = \frac{q\sqrt{p}}{pq} = \frac{\sqrt{p}}{p}$$

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄹ)이다.

답 ③

$$\begin{aligned} 060 \quad & \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \div \frac{\sqrt{10}}{5} \times (-2\sqrt{5}) \\ &= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{5}{\sqrt{10}} \times (-2\sqrt{5}) \\ &= -\frac{10}{\sqrt{3}} = -\frac{10\sqrt{3}}{3} \end{aligned}$$

답 ①

$$\begin{aligned} 061 \quad & \sqrt{108} \times \sqrt{18} \div \sqrt{162} = 6\sqrt{3} \times 3\sqrt{2} \times \frac{1}{9\sqrt{2}} = 2\sqrt{3} \\ \therefore a &= 2 \end{aligned}$$

답 2

062 원뿔의 높이를 x cm라 하면

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \times \pi \times (\sqrt{21})^2 \times x &= 14\sqrt{10}\pi \\ 7x &= 14\sqrt{10} \quad \therefore x = 2\sqrt{10} \end{aligned}$$

따라서 원뿔의 높이는 $2\sqrt{10}$ cm이다. 답 $2\sqrt{10}$ cm



보충학습

밀면의 반지름의 길이가 r , 높이가 h 인 원뿔의 부피 V 는

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

$$063 \quad ① \sqrt{0.015} = \sqrt{1.5 \times \frac{1}{100}} = \frac{\sqrt{1.5}}{10} = 0.1225$$

$$② \sqrt{0.15} = \sqrt{15 \times \frac{1}{100}} = \frac{\sqrt{15}}{10} = 0.3873$$

$$③ \sqrt{150} = \sqrt{1.5 \times 100} = 10\sqrt{1.5} = 12.25$$

$$④ \sqrt{1500} = \sqrt{15 \times 100} = 10\sqrt{15} = 38.73$$

$$⑤ \sqrt{15000} = \sqrt{1.5 \times 10000} = 100\sqrt{1.5} = 122.5$$

답 ⑤

$$064 \quad \sqrt{0.231} = \sqrt{\frac{23.1}{100}} = \frac{\sqrt{23.1}}{10} = 0.4806$$

답 0.4806

$$\begin{aligned} 065 \quad & 17.61 = 10 \times 1.761 = 10 \times \sqrt{3.1} \\ &= \sqrt{3.1 \times 100} = \sqrt{310} \end{aligned}$$

$$\therefore a = 310$$

답 ②



내신 만점 도전하기

본책 18~19쪽

$$\begin{aligned} 066 \quad & \text{해결 과정 } \sqrt{2 \times 5 \times \sqrt{a} \times \sqrt{50} \times \sqrt{5a}} \\ &= \sqrt{2 \times 5 \times a \times 50 \times 5a} \\ &= \sqrt{(50a)^2} = 50a \quad (\because a > 0) \end{aligned}$$

• 70% 배점

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{q} \times \sqrt{pq}}{\sqrt{q} \times \sqrt{p} \times \sqrt{q}} \\ &= \frac{\sqrt{pq}}{q\sqrt{p}} \end{aligned}$$

$$\sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

$$\begin{aligned} & m > 0, n > 0 \text{ 일 때,} \\ & \sqrt{m} \times \sqrt{n} = \sqrt{mn} \end{aligned}$$

답 구하기 따라서 $50a = 25$ 이므로

$$a = \frac{1}{2}$$

• 30% 배점 답 $\frac{1}{2}$

067 전략 $a > 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} = a$

$$\text{풀이 } ① \sqrt{a^2 b} = \sqrt{a^2} \times \sqrt{b} = a\sqrt{b}$$

$$② -a\sqrt{b} = -\sqrt{a^2} \times \sqrt{b} = -\sqrt{a^2 b}$$

$$③ -\sqrt{ab^2} = -\sqrt{a} \times \sqrt{b^2} = -b\sqrt{a}$$

$$④ \frac{\sqrt{ab}}{a^2} = \sqrt{\frac{ab}{a^4}} = \sqrt{\frac{b}{a^3}}$$

$$⑤ \sqrt{\frac{b^2}{ab}} = \frac{\sqrt{b^2}}{\sqrt{ab}} = \frac{b}{\sqrt{ab}}$$

답 ③

주의 근호 밖의 음수는 근호 안으로 넣을 수 없다.

즉 $a > 0$ 이므로 ②에서

$$-a\sqrt{b} \neq \sqrt{(-a)^2 b} = \sqrt{a^2 b}$$

068 전략 $\sqrt{0.12}$ 를 변형하여 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 의 곱으로 나타낸다.

$$\text{풀이 } \sqrt{0.12} = \sqrt{\frac{2^2 \times 3}{100}} = \frac{2\sqrt{3}}{10} = \frac{a^2 b}{10}$$

답 ③

069 전략 $a > 0, b > 0$ 일 때, $\sqrt{a^2 b} = a\sqrt{b}$

$$\text{풀이 } \frac{\sqrt{80}}{\sqrt{243}} = \frac{4\sqrt{5}}{9\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{15}}{27} \text{ 이므로}$$

$$x = 9, y = 4, z = \frac{4}{27}$$

$$\therefore xyz = \frac{16}{3}$$

답 $\frac{16}{3}$

$$070 \quad \text{해결 과정 } ① \frac{3}{4\sqrt{18}} = \frac{3}{4 \times 3\sqrt{2}} = \frac{1}{4\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{8}$$

$$\therefore a = \frac{1}{8}$$

• 40% 배점

$$\text{해결 과정 } ② \frac{10\sqrt{3}}{\sqrt{15}} = \frac{10\sqrt{45}}{15} = \frac{2 \times 3\sqrt{5}}{3} = 2\sqrt{5}$$

$$\therefore b = 2$$

• 40% 배점

$$\text{답 구하기 } \therefore \sqrt{ab} = \sqrt{\frac{1}{8} \times 2} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

• 20% 배점

답 $\frac{1}{2}$

$$071 \quad \text{전략 } a > 0 \text{ 일 때, } \frac{b}{\sqrt{a}} = \frac{b \times \sqrt{a}}{\sqrt{a} \times \sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{a}$$

$$\text{풀이 } \sqrt{0.5} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{a}{2}$$

답 ①

$$072 \quad \text{전략 } a \div b \times c = a \times \frac{1}{b} \times c$$

$$\text{풀이 } \sqrt{2\sqrt{5} \div (-\sqrt{30}) \times (-3\sqrt{24})}$$

$$= \sqrt{2\sqrt{5} \times \left(-\frac{1}{\sqrt{30}}\right) \times (-6\sqrt{6})}$$

$$= \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

답 ②

073 전략 나눗셈을 역수의 곱셈으로 고친 후 앞에서부터 차례대로 계산한다.

풀이 $\frac{21}{\sqrt{15}} \times \sqrt{\frac{5}{12}} \div \frac{\sqrt{7}}{3\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$
 $= \frac{21}{\sqrt{15}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{12}} \times \frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$
 $= \frac{21}{\sqrt{7}} = 3\sqrt{7}$
 $\therefore a=7$

답 7

074 해결 과정 ① 컵의 부피는

$\pi \times 5^2 \times 3\sqrt{2} = 75\sqrt{2}\pi \text{ (cm}^3\text{)}$ • 30% 배점

해결 과정 ② 물통의 부피는

$\pi \times (3\sqrt{10})^2 \times 4\sqrt{6} = 360\sqrt{6}\pi \text{ (cm}^3\text{)}$ • 30% 배점

답 구하기 이때 $\frac{360\sqrt{6}\pi}{75\sqrt{2}\pi} = \frac{24\sqrt{3}}{5}$ 이고

$8 < \frac{24\sqrt{3}}{5} < 9$ 이므로 최소 9번 부어야 한다. • 40% 배점

답 9번



보충학습

밀면의 반지름의 길이가 r , 높이가 h 인 원기둥의 부피 V 는
 $V = \pi r^2 h$

075 해결 과정 $\sqrt{520} = \sqrt{130 \times 2^2} = 2\sqrt{130}$

$= 2\sqrt{1.3 \times 10^2} = 20\sqrt{1.3}$

$= 20 \times 1.140$

$= 22.8$

• 70% 배점

답 구하기 따라서 $\sqrt{520}$ 과 가장 가까운 정수는 23이다.

• 30% 배점

답 23

076 전략 $a > 0, b > 0$ 일 때, $\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$

풀이 ① $\sqrt{0.0713} = \sqrt{\frac{7.13}{100}} = \frac{\sqrt{7.13}}{10} = \frac{x}{10}$

② $\sqrt{0.713} = \sqrt{\frac{71.3}{100}} = \frac{\sqrt{71.3}}{10} = \frac{y}{10}$

③ $\sqrt{713} = \sqrt{7.13 \times 100} = 10\sqrt{7.13} = 10x$

④ $\sqrt{2852} = \sqrt{400 \times 7.13} = 20\sqrt{7.13} = 20x$

⑤ $\sqrt{7130} = \sqrt{71.3 \times 100} = 10\sqrt{71.3} = 10y$

답 ②

077 전략 근호 안의 수를 $10^2, 10^4, \dots$ 또는 $\frac{1}{10^2}, \frac{1}{10^4}, \dots$ 과의 곱으로 나타낸다.

풀이 ① $\sqrt{301} = \sqrt{3.01 \times 100} = 10\sqrt{3.01} = 17.35$

② $\sqrt{0.0102} = \sqrt{\frac{1.02}{100}} = \frac{\sqrt{1.02}}{10} = 0.1010$

③ $\sqrt{40400} = \sqrt{4.04 \times 10000} = 100\sqrt{4.04} = 201.0$

④ $\sqrt{1827} = \sqrt{900 \times 2.03} = 30\sqrt{2.03} = 42.75$

답 ⑤

다른풀이 ③ $\sqrt{40400} = \sqrt{1.01 \times 40000} = 200\sqrt{1.01} = 201.0$

지수법칙

m, n 이 자연수일 때

① $a^m \times a^n = a^{m+n}$

② $(a^m)^n = a^{mn}$

③ $a \neq 0$ 일 때,

$m > n$ 이면

$a^m \div a^n = a^{m-n}$

$m = n$ 이면

$a^m \div a^n = 1$

$m < n$ 이면

$a^m \div a^n = \frac{1}{a^{n-m}}$

$\frac{24\sqrt{3}}{5} = 4.8\sqrt{3}$
 $= \sqrt{4.8^2 \times 3}$
 $= \sqrt{69.12}$

이므로

$8 < \frac{24\sqrt{3}}{5} < 9$

078 전략 1917을 소인수분해한 후 제곱근표를 이용할 수 있도록 변형한다.

풀이 $1917 = 3^2 \times 213$ 이므로

$\sqrt{19.17} = \sqrt{3^2 \times 2.13} = 3\sqrt{2.13}$

따라서 $\sqrt{2.13}$ 의 값을 이용해야 한다.

답 ①



내신 만점 굳히기

본책 20쪽

079 전략 $a > 0, b > 0$ 일 때, $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

풀이 $\frac{\sqrt{49^{17} + 7^{24}}}{\sqrt{343^{12} + 49^{13}}} = \sqrt{\frac{(7^2)^{17} + 7^{24}}{(7^3)^{12} + (7^2)^{13}}}$
 $= \sqrt{\frac{7^{34} + 7^{24}}{7^{36} + 7^{26}}}$
 $= \sqrt{\frac{7^{24}(7^{10} + 1)}{7^{26}(7^{10} + 1)}}$
 $= \sqrt{\frac{1}{7^2}}$
 $= \frac{1}{7}$

답 ②

080 문제 이해 $a = \frac{1}{\sqrt{5}}$ 이므로

$1 - a > 0, 1 + a > 0$

• 10% 배점

해결 과정 $\therefore \sqrt{\frac{1-a}{1+a}} + \sqrt{\frac{1+a}{1-a}}$

$= \frac{\sqrt{1-a}}{\sqrt{1+a}} + \frac{\sqrt{1+a}}{\sqrt{1-a}}$

$= \frac{1-a+1+a}{\sqrt{1+a}\sqrt{1-a}}$

$= \frac{2}{\sqrt{1-a^2}}$

• 60% 배점

답 구하기 위의 식에 $a = \frac{1}{\sqrt{5}}$ 을 대입하면

$\frac{2}{\sqrt{1-(\frac{1}{\sqrt{5}})^2}} = \frac{2}{\frac{2}{\sqrt{5}}} = \sqrt{5}$

• 30% 배점

답 $\sqrt{5}$

081 전략 $a > 0, b > 0$ 일 때, $\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$

풀이 $\frac{1}{a}\sqrt{\frac{a}{b}} + \frac{3}{b}\sqrt{\frac{b}{a}} = \sqrt{\frac{1}{a^2} \times \frac{a}{b}} + \sqrt{\frac{9}{b^2} \times \frac{b}{a}}$

$= \sqrt{\frac{1}{ab}} + \sqrt{\frac{9}{ab}}$

$= \frac{1}{\sqrt{ab}} + \frac{3}{\sqrt{ab}}$

$= \frac{1}{8} + \frac{3}{8} = \frac{4}{8}$

$= \frac{1}{2}$

답 $\frac{1}{2}$

다른풀이 $\frac{1}{a}\sqrt{\frac{a}{b}} + \frac{3}{b}\sqrt{\frac{b}{a}}$
 $= \frac{1}{(\sqrt{a})^2} \times \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} + \frac{3}{(\sqrt{b})^2} \times \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$
 $= \frac{1}{\sqrt{ab}} + \frac{3}{\sqrt{ab}}$
 $= \frac{1}{8} + \frac{3}{8} = \frac{4}{8}$
 $= \frac{1}{2}$

082 **해결 과정** $\frac{\sqrt{192}}{4\sqrt{n}} = \frac{8\sqrt{3}}{4\sqrt{n}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{n}} = \frac{2\sqrt{3n}}{n}$

답 구하기 따라서 $\frac{2\sqrt{3n}}{n} = \frac{2\sqrt{15}}{5}$ 이므로
 $n=5$

• 70% 배점

• 30% 배점

답 5

083 **전략** 제곱근의 곱셈과 나눗셈의 혼합 계산은 나눗셈을 역수의 곱셈으로 고친 후 앞에서부터 차례대로 계산한다.

풀이 $\sqrt{6}-1 < \sqrt{5}$, $\sqrt{40} > \sqrt{5}+\sqrt{3}$, $-\frac{\sqrt{5}}{2} < -\frac{1}{\sqrt{2}}$ 이

므로

$$\langle \sqrt{6}-1, \sqrt{5} \rangle = \sqrt{5}, \langle \sqrt{40}, \sqrt{5}+\sqrt{3} \rangle = \sqrt{40},$$

$$\left\langle -\frac{\sqrt{5}}{2}, -\frac{1}{\sqrt{2}} \right\rangle = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore (\text{주어진 식}) = \sqrt{5} \times \sqrt{40} \div \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$= \sqrt{5} \times 2\sqrt{10} \times (-\sqrt{2})$$

$$= -20$$

답 ②

084 [문제 해결 길잡이]

① $\sqrt{0.5} = \sqrt{\frac{5}{10}}$ 를 변형한 후 a, b 를 이용하여 나타낸다.

② $\sqrt{0.6} = \sqrt{\frac{6}{10}}$ 을 변형한 후 c, d 를 이용하여 나타낸다.

③ $\sqrt{0.5} + \sqrt{0.6}$ 을 a, b, c, d 를 이용하여 나타낸다.

풀이 $\sqrt{0.5} = \sqrt{\frac{5}{10}} = \sqrt{\frac{5^2}{50}} = \frac{5}{\sqrt{50}} = \frac{a^2}{b}$ ①

$$\sqrt{0.6} = \sqrt{\frac{6}{10}} = \sqrt{\frac{6^2}{60}} = \frac{6}{\sqrt{60}} = \frac{c^2}{d}$$
 ②

$$\therefore \sqrt{0.5} + \sqrt{0.6} = \frac{a^2}{b} + \frac{c^2}{d}$$
 ③

답 ④

제곱근의 덧셈과 뺄셈은 $\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$ 를 이용하여 근호 안의 수를 가장 작은 자연수로 만든 후 근호 안의 수가 같은 수끼리 덧셈, 뺄셈을 한다.

03 | 근호를 포함한 식의 계산 (2)

본책 21~23쪽

개념&기출유형

085 $\sqrt{32} + \sqrt{12} - \sqrt{18} + \sqrt{27}$
 $= 4\sqrt{2} + 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2} + 3\sqrt{3}$
 $= \sqrt{2} + 5\sqrt{3}$

답 ⑤

086 ① $4\sqrt{5} - 2\sqrt{2} - \sqrt{5} = 3\sqrt{5} - 2\sqrt{2}$
 ② $\sqrt{50} - 3\sqrt{2} - \sqrt{8} = 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 0$

③ $\sqrt{5} - \frac{1}{\sqrt{5}} = \sqrt{5} - \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$

④ $\frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{3} - \frac{5}{3\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{3} - \frac{5\sqrt{2}}{6} = \sqrt{2}$

⑤ $\frac{\sqrt{7}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{21}}{3} + \frac{\sqrt{21}}{7} = \frac{10\sqrt{21}}{21}$

답 ②, ⑤

087 $\frac{15}{\sqrt{3}} - \sqrt{96} - \frac{12}{\sqrt{3}} + \sqrt{24}$
 $= 5\sqrt{3} - 4\sqrt{6} - 4\sqrt{3} + 2\sqrt{6}$
 $= \sqrt{3} - 2\sqrt{6}$

따라서 $a=1, b=-2$ 이므로
 $a-b=3$

답 3

088 $\sqrt{2}(\sqrt{12}-3\sqrt{2}) - \sqrt{3}(2\sqrt{2}+\sqrt{75})$
 $= \sqrt{2}(2\sqrt{3}-3\sqrt{2}) - \sqrt{3}(2\sqrt{2}+5\sqrt{3})$
 $= 2\sqrt{6} - 6 - 2\sqrt{6} - 15 = -21$

답 ①

089 $\sqrt{2}(\sqrt{5}+5\sqrt{2}) + (3\sqrt{2}-2\sqrt{5})\sqrt{5}$
 $= \sqrt{10} + 10 + 3\sqrt{10} - 10 = 4\sqrt{10}$
 $= 4\sqrt{2} \times \sqrt{5} = 4 \times \sqrt{2} \times \sqrt{5} = 4ab$

답 ⑤

090 $(8-\sqrt{3})(2\sqrt{3}-1) = 16\sqrt{3} - 8 - 6 + \sqrt{3}$
 $= 17\sqrt{3} - 14$

따라서 $a=17, b=-14$ 이므로
 $a+b=3$

답 3

091 $\frac{4-\sqrt{18}}{\sqrt{2}} = \frac{4-3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{(4-3\sqrt{2}) \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$
 $= \frac{4\sqrt{2}-6}{2} = 2\sqrt{2}-3$

따라서 $x=-3, y=2$ 이므로
 $xy=-6$

답 -6

092 $\frac{\sqrt{63}-\sqrt{14}}{\sqrt{7}} = \frac{(3\sqrt{7}-\sqrt{14}) \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}}$
 $= \frac{21-7\sqrt{2}}{7} = 3-\sqrt{2}$

$$\frac{\sqrt{40}-\sqrt{45}}{\sqrt{5}} = \frac{(2\sqrt{10}-3\sqrt{5}) \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}}$$

$$= \frac{10\sqrt{2}-15}{5} = 2\sqrt{2}-3$$

$$\therefore (\text{주어진 식}) = (3 - \sqrt{2}) + (2\sqrt{2} - 3) = \sqrt{2}$$

답 ③

다른풀이 $\frac{\sqrt{63} - \sqrt{14}}{\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{7}}{\sqrt{7}} - \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{7}} = 3 - \sqrt{2}$

$$\frac{\sqrt{40} - \sqrt{45}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{10}}{\sqrt{5}} - \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{2} - 3$$

$$\therefore (\text{주어진 식}) = (3 - \sqrt{2}) + (2\sqrt{2} - 3) = \sqrt{2}$$

093 $\frac{\sqrt{2}}{5 - 2\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{2}}{5 + 2\sqrt{6}}$

$$= \frac{\sqrt{2}(5 + 2\sqrt{6})}{(5 - 2\sqrt{6})(5 + 2\sqrt{6})} - \frac{\sqrt{2}(5 - 2\sqrt{6})}{(5 + 2\sqrt{6})(5 - 2\sqrt{6})}$$

$$= 5\sqrt{2} + 4\sqrt{3} - (5\sqrt{2} - 4\sqrt{3})$$

$$= 5\sqrt{2} + 4\sqrt{3} - 5\sqrt{2} + 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$$

$$\therefore k = 8$$

답 ④

$$\sqrt{9} < \sqrt{10} < \sqrt{16}$$

$$(5 - 2\sqrt{6})(5 + 2\sqrt{6})$$

$$= 5^2 - (2\sqrt{6})^2$$

$$= 25 - 24$$

$$= 1$$

094 ① $(\sqrt{96} + \sqrt{24}) \div \sqrt{2} = (4\sqrt{6} + 2\sqrt{6}) \times \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$= 6\sqrt{6} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 6\sqrt{3}$$

② $\frac{4}{\sqrt{2}}(\sqrt{2} - \sqrt{3}) - \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{2}(\sqrt{2} - \sqrt{3}) - \sqrt{\frac{27}{3}}$

$$= 4 - 2\sqrt{6} - 3 = 1 - 2\sqrt{6}$$

③ $\sqrt{48} - \frac{15}{\sqrt{3}} - \frac{4}{\sqrt{8}} + \sqrt{50} = 4\sqrt{3} - 5\sqrt{3} - \sqrt{2} + 5\sqrt{2}$

$$= 4\sqrt{2} - \sqrt{3}$$

$$\frac{4}{\sqrt{8}} = \frac{4}{2\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}}$$

④ $3\sqrt{8} + \frac{6}{\sqrt{3}} + \sqrt{2}(\sqrt{6} - 3) = 6\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}$

$$= 3\sqrt{2} + 4\sqrt{3}$$

⑤ $\sqrt{3}(2 + 5\sqrt{2}) - 3(2\sqrt{3} + \sqrt{6})$

$$= 2\sqrt{3} + 5\sqrt{6} - 6\sqrt{3} - 3\sqrt{6} = -4\sqrt{3} + 2\sqrt{6}$$

답 ③

095 $3\sqrt{2}A - \sqrt{7}B$

$$= 3\sqrt{2}\left(\sqrt{7} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) - \sqrt{7}\left(\frac{3}{\sqrt{7}} - 2\sqrt{2}\right)$$

$$= 3\sqrt{14} + 3 - 3 + 2\sqrt{14}$$

$$= 5\sqrt{14}$$

답 5√14

분모의 $\sqrt{2}$, $\sqrt{7}$ 은 약분되므로 분모를 유리화하지 않아도 된다.

096 $\frac{12}{\sqrt{2}} + \frac{15}{\sqrt{5}} - \sqrt{2}(3 - \sqrt{40})$

$$= 6\sqrt{2} + 3\sqrt{5} - 3\sqrt{2} + 4\sqrt{5}$$

$$= 3\sqrt{2} + 7\sqrt{5}$$

따라서 $a = 3$, $b = 7$ 이므로

$$a + b = 10$$

답 10

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

097 $2 < \sqrt{7} < 3$ 이므로 $a = 2$, $b = \sqrt{7} - 2$

$$\therefore \frac{3a}{b} = \frac{6}{\sqrt{7} - 2} = \frac{6(\sqrt{7} + 2)}{(\sqrt{7} - 2)(\sqrt{7} + 2)}$$

$$= \frac{6(\sqrt{7} + 2)}{3} = 2(\sqrt{7} + 2)$$

답 ⑤

$$\sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9}$$

098 $4\sqrt{3} = \sqrt{48}$ 이고 $6 < \sqrt{48} < 7$ 이므로

$$x = 6, y = 4\sqrt{3} - 6$$

$$\sqrt{36} < \sqrt{48} < \sqrt{49}$$

$$\therefore \frac{x - y}{4} = \frac{6 - (4\sqrt{3} - 6)}{4} = \frac{12 - 4\sqrt{3}}{4}$$

$$= 3 - \sqrt{3}$$

답 ④

099 $3 < \sqrt{10} < 4$ 이므로

$$-4 < -\sqrt{10} < -3 \quad \therefore 1 < 5 - \sqrt{10} < 2$$

즉 $5 - \sqrt{10}$ 의 정수 부분이 1이므로

$$k = (5 - \sqrt{10}) - 1 = 4 - \sqrt{10}$$

$$\therefore (4 - k)^2 = \{4 - (4 - \sqrt{10})\}^2$$

$$= (\sqrt{10})^2 = 10$$

답 ①



보충학습

$a < b < c$ 이면

① $-c < -b < -a$

② $a + k < b + k < c + k$ (k 는 상수)

100 $x + y = (3 + \sqrt{10}) + (3 - \sqrt{10}) = 6$

$$xy = (3 + \sqrt{10})(3 - \sqrt{10}) = 9 - 10 = -1$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 8 = (x + y)^2 - 2xy - 8$$

$$= 36 + 2 - 8 = 30$$

답 30



만점비법

x , y 의 값을 주어진 식에 바로 대입하여 식의 값을 구할 수도 있다. 그러나 곱셈 공식의 변형을 이용하여 식을 간단히 한 후 x , y 의 값을 대입하는 것이 더 간편하다.

101 $(a + b)^2 - (a + b)(a - b) + (a - b)^2$

$$= a^2 + 2ab + b^2 - (a^2 - b^2) + a^2 - 2ab + b^2$$

$$= a^2 + 3b^2$$

$$= (\sqrt{5} - 2)^2 + 3 \times (2\sqrt{3})^2$$

$$= 5 - 4\sqrt{5} + 4 + 36$$

$$= 45 - 4\sqrt{5}$$

답 ③

102 $a = 3 - 2\sqrt{2}$ 에서 $a - 3 = -2\sqrt{2}$

양변을 제곱하면 $(a - 3)^2 = (-2\sqrt{2})^2$

$$\therefore a^2 - 6a + 9 = 8$$

답 ③

다른풀이

$$a^2 - 6a + 9 = (3 - 2\sqrt{2})^2 - 6(3 - 2\sqrt{2}) + 9$$

$$= 9 - 12\sqrt{2} + 8 - 18 + 12\sqrt{2} + 9$$

$$= 8$$



내신 만점 도전하기

본책 24~26쪽

103 **전략** 분모를 유리화하고 근호 안의 수는 $\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$ 임을 이용하여 간단히 한 다음 계산한다.

풀이

$$\frac{1}{\sqrt{2}} - \sqrt{6} \div \frac{2\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{8}}{4}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{6} \times \frac{3}{2\sqrt{3}} - \frac{2\sqrt{2}}{4}$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{3\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{3\sqrt{2}}{2}$$

답 ①

104 전략 $f(x)$ 에 $x=2, 3, 4, \dots, 49$ 를 각각 대입하여 $f(2)+f(3)+f(4)+\dots+f(49)$ 의 값을 구한다.

풀이 $f(2)+f(3)+f(4)+\dots+f(49)$
 $=(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(\sqrt{4}-\sqrt{3})+(\sqrt{5}-\sqrt{4})$
 $+\dots+(\sqrt{50}-\sqrt{49})$
 $=-\sqrt{2}+\sqrt{50}=-\sqrt{2}+5\sqrt{2}=4\sqrt{2}$
 $\therefore a=4$ 답 4

105 해결 과정 넓이가 $1\text{cm}^2, 4\text{cm}^2, 9\text{cm}^2$ 인 직각 삼각형의 빗변이 아닌 한 변의 길이를 각각 $a\text{cm}, b\text{cm}, c\text{cm}$ 라 하면

$$\frac{1}{2}a^2=1, \frac{1}{2}b^2=4, \frac{1}{2}c^2=9$$

$$a^2=2, b^2=8, c^2=18$$

$$\therefore a=\sqrt{2}, b=2\sqrt{2}, c=3\sqrt{2}$$
 • 70% 배점

답 구하기 $\therefore BC-AB=(2\sqrt{2}+3\sqrt{2})-(\sqrt{2}+2\sqrt{2})$
 $=2\sqrt{2}(\text{cm})$ • 30% 배점
답 $2\sqrt{2}\text{cm}$

106 전략 $a=2\sqrt{2}-1, b=\sqrt{2}$ 를 $a*b=ab-a$ 에 대입한 후 분배법칙을 이용한다.

풀이 $(2\sqrt{2}-1)*\sqrt{2}=(2\sqrt{2}-1)\sqrt{2}-(2\sqrt{2}-1)$
 $=4-\sqrt{2}-2\sqrt{2}+1$
 $=5-3\sqrt{2}$ 답 ③

107 전략 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 임을 이용한다.

풀이 $(2\sqrt{3}+5)(2\sqrt{3}-5)(\sqrt{15}-4)(\sqrt{15}+4)$
 $=\{(2\sqrt{3}+5)(2\sqrt{3}-5)\}(\sqrt{15}-4)(\sqrt{15}+4)$
 $=(12-25)(15-16)$
 $=-13 \times (-1)=13$ 답 13

108 전략 a, b 가 유리수이고 \sqrt{m} 이 무리수일 때, $a+b\sqrt{m}$ 이 유리수 $\Leftrightarrow b=0$

풀이 $(3-\sqrt{10})^2-k(5-2\sqrt{10})$
 $=9-6\sqrt{10}+10-5k+2k\sqrt{10}$
 $=19-5k+(2k-6)\sqrt{10}$

이것이 유리수가 되려면 $2k-6=0$ 이어야 하므로

$$2k=6 \quad \therefore k=3$$
 답 ①

109 전략 지수법칙과 곱셈 공식을 이용한다.

풀이 $(2+\sqrt{3})^8(2-\sqrt{3})^7$
 $=(2+\sqrt{3})\{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})\}^7$
 $=2+\sqrt{3}$
 따라서 $a=2, b=1$ 이므로 $ab=2$ 답 ②

110 해결 과정 ① $a=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{(\sqrt{6}-\sqrt{2}) \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$
 $=\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{6}}{3}$

$$b=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{(\sqrt{6}+\sqrt{2}) \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{2}+\sqrt{6}}{3}$$

• 40% 배점

a, b, c 는 변의 길이이므로
 $a>0, b>0, c>0$

이때 점 B는
 $B(3-\sqrt{2})$

m 이 자연수일 때,
 $(ab)^m=a^m b^m$

$a>0, b>0, c>0$ 일 때,
 $\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{c}}$
 $=\frac{\sqrt{ac}+\sqrt{bc}}{c}$

$$1+2\sqrt{2}+2=3+2\sqrt{2}$$

해결 과정 ② $a+b=\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{6}}{3}+\frac{3\sqrt{2}+\sqrt{6}}{3}=2\sqrt{2}$

$$a-b=\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{6}}{3}-\frac{3\sqrt{2}+\sqrt{6}}{3}=-\frac{2\sqrt{6}}{3}$$
 • 30% 배점

답 구하기 $\therefore \frac{a-b}{a+b}=(a-b) \times \frac{1}{a+b}$
 $=-\frac{2\sqrt{6}}{3} \times \frac{1}{2\sqrt{2}}$
 $=-\frac{\sqrt{3}}{3}$ • 30% 배점

답 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

다른풀이 $a+b=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=2\sqrt{2}$

$$a-b=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=-\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=-\frac{2\sqrt{6}}{3}$$

$$\therefore \frac{a-b}{a+b}=-\frac{\sqrt{3}}{3}$$

111 전략 넓이가 k 인 정사각형의 한 변의 길이 $\odot \sqrt{k}$

풀이 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $\sqrt{2}$ 이므로

$$BC=\sqrt{2}, BP=BA=\sqrt{2}, CQ=CD=\sqrt{2}$$

$$\therefore P(3-2\sqrt{2}), Q(3+\sqrt{2})$$

즉 $a=3-2\sqrt{2}, b=3+\sqrt{2}$ 이므로

$$\frac{a+b}{\sqrt{2}}=\frac{(3-2\sqrt{2})+(3+\sqrt{2})}{\sqrt{2}}=\frac{6-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$=\frac{(6-\sqrt{2}) \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}=\frac{6\sqrt{2}-2}{2}$$

$$=3\sqrt{2}-1$$

답 ①

112 전략 곱셈 공식을 이용하여 분모를 유리화한 후

$x=\sqrt{2}$ 를 대입한다.

풀이 $\frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}}$

$$=\frac{(\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1})^2}{(\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1})(\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1})}$$

$$=\frac{x+1-2\sqrt{(x+1)(x-1)}+x-1}{x+1-(x-1)}$$

$$=x-\sqrt{x^2-1}$$

$$=\sqrt{2}-\sqrt{(\sqrt{2})^2-1}$$

$$=\sqrt{2}-1$$

답 $\sqrt{2}-1$

113 전략 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 임을 이용하여 분모를 유리화한다.

풀이 $\frac{1}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}=\frac{(1+\sqrt{2})-\sqrt{3}}{\{(1+\sqrt{2})+\sqrt{3}\}\{(1+\sqrt{2})-\sqrt{3}\}}$

$$=\frac{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}{(1+\sqrt{2})^2-3}=\frac{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$$

$$=\frac{(1+\sqrt{2}-\sqrt{3}) \times \sqrt{2}}{2\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$$

$$=\frac{2+\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$$

따라서 $a=2, b=1, c=-1$ 이므로

$$a+b+c=2$$

답 ①

참고 $\frac{1}{(1+\sqrt{3})+\sqrt{2}}$ 과 같이 분모를 변형하여 유리화를 해도 된다.

이때 $\frac{1}{1+(\sqrt{2}+\sqrt{3})}$ 과 같이 변형하여 유리화하면 계산이 복잡해지므로 주의한다.

114 전략 윗변의 길이가 a , 아랫변의 길이가 b , 높이가 h 인 사다리꼴의 넓이 $\odot \frac{1}{2}(a+b)h$

풀이 주어진 사다리꼴의 넓이는

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \times \{(\sqrt{6}-\sqrt{2})+(\sqrt{2}+\sqrt{3})\} \times 2\sqrt{3} \\ &= \frac{1}{2} \times (\sqrt{3}+\sqrt{6}) \times 2\sqrt{3} \\ &= 3+3\sqrt{2} \end{aligned} \quad \text{답 } 3+3\sqrt{2}$$

115 전략 $a>0, b>0, c>0$ 일 때, $\frac{\sqrt{ab}+\sqrt{ac}}{\sqrt{a}}=\sqrt{b}+\sqrt{c}$

풀이 $\sqrt{48}+\frac{\sqrt{3}(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{\sqrt{2}}-\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \div \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$

$$\begin{aligned} &= 4\sqrt{3}+\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)-\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \\ &= 4\sqrt{3}+3-\sqrt{3}-\frac{5-3}{2} \\ &= 3\sqrt{3}+2 \end{aligned} \quad \text{답 } 5$$

116 해결 과정 ① $\sqrt{27}-\frac{\sqrt{18}}{2\sqrt{6}}=3\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{5\sqrt{3}}{2}$

$$\begin{aligned} \sqrt{2}+\frac{1}{\sqrt{8}}-\frac{5}{\sqrt{2}} &= \sqrt{2}+\frac{1}{2\sqrt{2}}-\frac{5\sqrt{2}}{2} \\ &= \sqrt{2}+\frac{\sqrt{2}}{4}-\frac{5\sqrt{2}}{2} \\ &= -\frac{5\sqrt{2}}{4} \end{aligned} \quad \text{• 40% 배점}$$

해결 과정 ② $\therefore \left(\sqrt{27}-\frac{\sqrt{18}}{2\sqrt{6}}\right)^2+\left(\sqrt{2}+\frac{1}{\sqrt{8}}-\frac{5}{\sqrt{2}}\right)^2$

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{5\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(-\frac{5\sqrt{2}}{4}\right)^2 \\ &= \frac{75}{4}+\frac{25}{8} \\ &= \frac{175}{8} \end{aligned} \quad \text{• 40% 배점}$$

답 구하기 따라서 $p=8, q=175$ 이므로 $p+q=183$

• 20% 배점
답 183

117 해결 과정 ① $A=\sqrt{12}-\frac{7}{\sqrt{2}}=2\sqrt{3}-\frac{7\sqrt{2}}{2}$

• 20% 배점

해결 과정 ② $2A-5B$

$$\begin{aligned} &= 2\left(2\sqrt{3}-\frac{7\sqrt{2}}{2}\right)-5\left(\sqrt{2}+\frac{\sqrt{3}}{5}\right) \\ &= 4\sqrt{3}-7\sqrt{2}-5\sqrt{2}-\sqrt{3} \\ &= -12\sqrt{2}+3\sqrt{3} \end{aligned} \quad \text{• 40% 배점}$$

답 구하기 $\therefore \sqrt{2}A+\frac{1}{\sqrt{3}}(2A-5B)$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{2}\left(2\sqrt{3}-\frac{7\sqrt{2}}{2}\right)+\frac{1}{\sqrt{3}}(-12\sqrt{2}+3\sqrt{3}) \\ &= 2\sqrt{6}-7-4\sqrt{6}+3 \\ &= -4-2\sqrt{6} \end{aligned}$$

• 40% 배점

답 $-4-2\sqrt{6}$

118 전략 분모를 유리화하여 주어진 수의 정수 부분을 먼저 구한다.

풀이 $4+\frac{6}{\sqrt{3}}=4+\frac{6\sqrt{3}}{3}=4+2\sqrt{3}$

$2\sqrt{3}=\sqrt{12}$ 이고 $3<\sqrt{12}<4$ 이므로

$$7<4+2\sqrt{3}<8$$

$$\therefore a=7, b=(4+2\sqrt{3})-7=-3+2\sqrt{3}$$

$$\therefore 2a+b=2\times 7+(-3+2\sqrt{3})$$

$$=14-3+2\sqrt{3}=11+2\sqrt{3}$$

답 ④

119 해결 과정 $3\sqrt{5}=\sqrt{45}$ 이고 $6<\sqrt{45}<7$ 이므로

$$a=3\sqrt{5}-6$$

$2<\sqrt{5}<3$ 에서 $-3<-\sqrt{5}<-2$ 이므로

$$1<4-\sqrt{5}<2$$

$$\therefore b=(4-\sqrt{5})-1=3-\sqrt{5}$$

• 50% 배점

답 구하기 $\therefore \sqrt{(1-a)^2}-\sqrt{(b-1)^2}$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{\{1-(3\sqrt{5}-6)\}^2}-\sqrt{\{(3-\sqrt{5})-1\}^2} \\ &= \sqrt{(7-3\sqrt{5})^2}-\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} \\ &= 7-3\sqrt{5}-\{-(2-\sqrt{5})\} \\ &= 7-3\sqrt{5}+2-\sqrt{5} \\ &= 9-4\sqrt{5} \end{aligned}$$

• 50% 배점

답 $9-4\sqrt{5}$

120 전략 $n\leq a<n+1$ (n 은 정수) $\odot [a]=n$

풀이 $2<\sqrt{5}<3$ 에서 $3<\sqrt{5}+1<4$

$$\therefore [a]=[\sqrt{5}+1]=3$$

$a=\sqrt{5}+1, [a]=3$ 을 주어진 식에 대입하면

$$\begin{aligned} & \left[\frac{a-[a]}{[a]} + \frac{a+[a]+1}{a-1} \right] \\ &= \left[\frac{(\sqrt{5}+1)-3}{3} + \frac{(\sqrt{5}+1)+3+1}{(\sqrt{5}+1)-1} \right] \\ &= \left[\frac{\sqrt{5}-2}{3} + \frac{\sqrt{5}+5}{\sqrt{5}} \right] = \left[\frac{\sqrt{5}-2}{3} + 1 + \sqrt{5} \right] \\ &= \left[\frac{4\sqrt{5}+1}{3} \right] \end{aligned}$$

이때 $4\sqrt{5}=\sqrt{80}$ 이고 $8<\sqrt{80}<9$ 이므로

$$9<4\sqrt{5}+1<10 \quad \therefore 3<\frac{4\sqrt{5}+1}{3}<\frac{10}{3}$$

$$\therefore \left[\frac{4\sqrt{5}+1}{3} \right]=3$$

답 ④

121 문제 이해 \sqrt{n} 의 정수 부분이 x , 소수 부분이 y 이므로 $y=\sqrt{n}-x$

• 10% 배점

해결 과정 ① 이것을 $x^2-y^2=1+4y$ 에 대입하면

$$x^2-(\sqrt{n}-x)^2=1+4(\sqrt{n}-x)$$

$$x^2 - (n - 2x\sqrt{n} + x^2) = 1 + 4\sqrt{n} - 4x$$

$$-n + 2x\sqrt{n} = 1 + 4\sqrt{n} - 4x$$

$$\therefore 4x - n - 1 + (2x - 4)\sqrt{n} = 0 \quad \bullet 30\% \text{ 배점}$$

해결 과정 ② 따라서 $4x - n - 1 = 0$, $2x - 4 = 0$ 이므로

$$x = 2, n = 7 \quad \therefore y = \sqrt{7} - 2 \quad \bullet 40\% \text{ 배점}$$

답 구하기 $\therefore y^x = (\sqrt{7} - 2)^2 = 11 - 4\sqrt{7} \quad \bullet 20\% \text{ 배점}$
답 $11 - 4\sqrt{7}$

122 전략 주어진 식을 간단히 한 다음 x, y 의 값을 대입한다.

풀이 $\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right)^2 - \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)^2$
 $= \frac{1}{x^2} - \frac{2}{xy} + \frac{1}{y^2} - \left(\frac{1}{x^2} + \frac{2}{xy} + \frac{1}{y^2}\right)$
 $= -\frac{4}{xy}$

이때 $xy = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{3} \times \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3} = \frac{1}{9}$ 이므로 구하는 식의 값은

$$-\frac{4}{xy} = -4 \times 9 = -36 \quad \text{답 ①}$$

다른풀이 1 $\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right)^2 - \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)^2$
 $= \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} - \frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right)$
 $= \frac{2}{x} \times \left(-\frac{2}{y}\right) = -\frac{4}{xy}$

이때 $xy = \frac{1}{9}$ 이므로 구하는 식의 값은
 $-4 \times 9 = -36$

다른풀이 2 $\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right)^2 - \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)^2 = \left(\frac{y-x}{xy}\right)^2 - \left(\frac{x+y}{xy}\right)^2$

이때

$$y - x = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3} - \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{3} = -\frac{2\sqrt{2}}{3},$$

$$x + y = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{3} + \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

$$xy = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{3} \times \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3} = \frac{1}{9}$$

이므로 구하는 식의 값은

$$\left\{\left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) \times 9\right\}^2 - \left\{\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right) \times 9\right\}^2$$

$$= (-6\sqrt{2})^2 - (6\sqrt{3})^2 = 72 - 108 = -36$$

123 전략 $x + 1 = \sqrt{6}$ 의 양변을 제곱하여 얻은 식으로 주어진 식을 간단히 정리한다.

풀이 $x = \sqrt{6} - 1$ 에서 $x + 1 = \sqrt{6}$

양변을 제곱하면 $(x + 1)^2 = 6$

$$x^2 + 2x + 1 = 6 \quad \therefore x^2 + 2x = 5$$

$$\therefore x^3 + 2x^2 - 4x + 1 = x(x^2 + 2x) - 4x + 1$$

$$= 5x - 4x + 1 = x + 1$$

$$= (\sqrt{6} - 1) + 1$$

$$= \sqrt{6}$$

답 $\sqrt{6}$

a, b 가 유리수이고 \sqrt{m} 이 무리수일 때,
 $a + b\sqrt{m} = 0$ 이면
 $\rightarrow a = b = 0$

$x > 0, y > 0$ 이므로
 $xy > 0$

$x > 0, y > 0$ 이므로
 $x + y > 0$

$x = 0$ 이면
 $0^2 - 3 \times 0 + 1 \neq 0$ 이므로
 $x \neq 0$

$\sqrt{x} > 0, \frac{1}{\sqrt{x}} > 0$ 이므로

$$\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} > 0$$

124 전략 $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ 임을 이용하여 주어진 식을 전개한다.

풀이 $\left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{y}}\right)^2 = \frac{1}{x} - \frac{2}{\sqrt{xy}} + \frac{1}{y}$
 $= \frac{x + y}{xy} - \frac{2}{\sqrt{xy}}$

$$x^2 = 2 + \sqrt{3}, y^2 = 2 - \sqrt{3} \text{에서}$$

$$x^2 y^2 = (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 4 - 3 = 1$$

$$\text{이때 } xy > 0 \text{이므로 } xy = 1$$

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2 = (2 + \sqrt{3}) + 2 + (2 - \sqrt{3}) = 6$$

이므로

$$x + y = \sqrt{6} \quad (\because x + y > 0)$$

따라서 구하는 식의 값은

$$\frac{\sqrt{6}}{1} - \frac{2}{\sqrt{1}} = \sqrt{6} - 2$$

답 ②

125 전략 분모의 유리화를 이용하여 식을 간단히 한 후 곱셈 공식의 변형을 이용하여 주어진 식의 값을 구한다.

풀이 $\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} = \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2}{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})}$
 $= \frac{x + y + 2\sqrt{xy}}{x - y}$

$$(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy = 8^2 - 4 \times 4 = 48 \text{이므로}$$

$$x - y = 4\sqrt{3} \quad (\because x > y)$$

따라서 구하는 식의 값은

$$\frac{8 + 2\sqrt{4}}{4\sqrt{3}} = \frac{12}{4\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

답 ②

126 해결 과정 ① $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누면

$$x - 3 + \frac{1}{x} = 0$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = 3$$

$\bullet 40\% \text{ 배점}$

해결 과정 ② $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 = x + \frac{1}{x} + 2$
 $= 3 + 2 = 5$

$\bullet 40\% \text{ 배점}$

답 구하기 $\therefore \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = \sqrt{5}$

$\bullet 20\% \text{ 배점}$

답 $\sqrt{5}$



내신 만점 공부기

본책 27쪽

127 전략 두 유리수 m, n 과 무리수 \sqrt{t} 에 대하여

$m\sqrt{t} + n\sqrt{t} = (m + n)\sqrt{t}$ 임을 이용한다.

풀이 $\sqrt{\frac{2a}{b}} + \sqrt{\frac{2b}{a}} = \frac{\sqrt{2a}}{\sqrt{b}} + \frac{\sqrt{2b}}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{2ab}}{b} + \frac{\sqrt{2ab}}{a}$
 $= \frac{a\sqrt{2ab} + b\sqrt{2ab}}{ab}$
 $= \frac{(a + b)\sqrt{2ab}}{ab}$
 $= \frac{10 \times \sqrt{2 \times 6}}{6} = \frac{10\sqrt{3}}{3}$

답 ⑤

128 전략 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 임을 이용하여 분모를 유리화한다.

풀이

$$\frac{2}{\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{6}-1}$$

$$= \frac{2[(\sqrt{2}-\sqrt{3})-(\sqrt{6}-1)]}{\{(\sqrt{2}-\sqrt{3})+(\sqrt{6}-1)\}[(\sqrt{2}-\sqrt{3})-(\sqrt{6}-1)]}$$

$$= \frac{2(\sqrt{2}-\sqrt{3}-\sqrt{6}+1)}{(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2-(\sqrt{6}-1)^2}$$

$$= \frac{2(\sqrt{2}-\sqrt{3}-\sqrt{6}+1)}{5-2\sqrt{6}-(7-2\sqrt{6})}$$

$$= \frac{2(\sqrt{2}-\sqrt{3}-\sqrt{6}+1)}{-2}$$

$$= -\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}-1$$

따라서 $a=-1, b=1, c=1, d=-1$ 이므로
 $a+b+c+d=0$ 답 0

129 전략 a, b 가 유리수이고 \sqrt{m} 이 무리수일 때,
 $a+b\sqrt{m}$ 이 유리수 $\Rightarrow b=0$

풀이

$$\frac{x+\sqrt{3}}{2\sqrt{3}+3} + \frac{y+\sqrt{3}}{2\sqrt{3}-3}$$

$$= \frac{(x+\sqrt{3})(2\sqrt{3}-3) + (y+\sqrt{3})(2\sqrt{3}+3)}{(2\sqrt{3}+3)(2\sqrt{3}-3)}$$

$$= \frac{2x\sqrt{3}-3x+6-3\sqrt{3}+2y\sqrt{3}+3y+6+3\sqrt{3}}{12-9}$$

$$= \frac{(2x+2y)\sqrt{3}-3x+3y+12}{3}$$

이것이 유리수가 되려면 $2x+2y=0$
 $\therefore y=-x$
 $y=-x, 3x+y=8$ 을 연립하여 풀면
 $x=4, y=-4$
 $\therefore xy=-16$ 답 -16

130 전략 x_1, x_2, x_3, \dots 을 차례대로 구하여 규칙을 찾는다.

풀이

$$\frac{1}{x_1} = \frac{1}{\sqrt{3}-1} = \frac{\sqrt{3}+1}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$$

이때 $1 < \sqrt{3} < 2$ 이므로
 $2 < \sqrt{3}+1 < 3 \quad \therefore 1 < \frac{\sqrt{3}+1}{2} < \frac{3}{2}$
 $\therefore x_2 = \frac{\sqrt{3}+1}{2} - 1 = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$
 $\frac{1}{x_2} = \frac{2}{\sqrt{3}-1} = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = \sqrt{3}+1$
 이때 $1 < \sqrt{3} < 2$ 이므로 $2 < \sqrt{3}+1 < 3$
 $\therefore x_3 = (\sqrt{3}+1) - 2 = \sqrt{3}-1$
 따라서 $x_1=x_3=x_5=\dots=\sqrt{3}-1$,
 $x_2=x_4=x_6=\dots=\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ 이므로
 $x_{100} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$ 답 ①

131 해결 과정 ① $\frac{2x-3y}{5x-4y}=3$ 에서
 $2x-3y=3(5x-4y), \quad 9y=13x$
 $\therefore y=\frac{13}{9}x$ • 30% 배점

해결 과정 ② $y=\frac{13}{9}x$ 를 주어진 식에 대입하면

$$\sqrt{\frac{2x+y}{2x-y}} = \sqrt{\frac{2x+\frac{13}{9}x}{2x-\frac{13}{9}x}} = \sqrt{\frac{18x+13x}{18x-13x}}$$

$$= \sqrt{\frac{31x}{5x}} = \sqrt{6.2}$$
• 30% 배점

답 구하기 이때 $2 < \sqrt{6.2} < 3$ 이므로 $\sqrt{\frac{2x+y}{2x-y}}$ 의 정수 부분은 2이다. • 40% 배점
답 2

132 해결 과정 ① $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}$
 $= 2-\sqrt{2}$

$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = 2+\sqrt{2}$ • 40% 배점

해결 과정 ② 이때 $1 < \sqrt{2} < 2$ 이므로
 $3 < 2+\sqrt{2} < 4$
 또 $-2 < -\sqrt{2} < -1$ 이므로
 $0 < 2-\sqrt{2} < 1$ • 40% 배점

답 구하기 $\therefore \left\{ \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} \right\} - \left\{ \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} \right\}$
 $= 1-4=-3$ • 20% 배점
답 -3

$$\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

$\begin{cases} y=-x & \dots \textcircled{1} \\ 3x+y=8 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$
 $\textcircled{1}$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면
 $3x-x=8$
 $2x=8 \quad \therefore x=4$
 $x=4$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면
 $y=-4$

$$\sqrt{2} + \frac{2}{3\sqrt{2}} = \sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$= \frac{4\sqrt{2}}{3}$$

$$\sqrt{2} - \frac{3}{4\sqrt{2}} = \sqrt{2} - \frac{3\sqrt{2}}{8}$$

$$= \frac{5\sqrt{2}}{8}$$

133 전략 분모를 유리화하여 y 의 값을 구한다.

풀이 $y=x - \frac{1}{x + \frac{1}{x + \frac{1}{x}}}$
 $= \sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}}}$
 $= \sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} + \frac{1}{\frac{3\sqrt{2}}{2}}}$
 $= \sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} + \frac{2}{3\sqrt{2}}}$
 $= \sqrt{2} - \frac{1}{\frac{4\sqrt{2}}{3}}$
 $= \sqrt{2} - \frac{3}{4\sqrt{2}} = \sqrt{2} - \frac{3\sqrt{2}}{8} = \frac{5\sqrt{2}}{8} = \frac{5}{8}x$
 따라서 y 의 값은 x 의 값의 $\frac{5}{8}$ 배이다. 답 ⑤

134 [문제 해결 길잡이]

- ① 두 무리수의 합을 계산하기 위한 조건을 생각한다.
- ② 자연수 y 의 가장 작은 값을 구한다.
- ③ 자연수 x 의 가장 작은 값을 구한다.
- ④ $x+y$ 의 값 중 가장 작은 값을 구한다.

풀이 $\sqrt{2y}$ 와 $\sqrt{3}$ 의 합을 계산할 수 있어야 하므로
 $\sqrt{2y}=a\sqrt{3}$ (a 는 자연수) 꼴이어야 한다. ①
 즉 $\sqrt{2y}=a\sqrt{3}=\sqrt{3a^2}$ 이므로
 $2y=3a^2$

이때 자연수 y 의 가장 작은 값은
 $2y=3 \times 2^2$
 $\therefore y=6$ ②

$a=1$ 이면 $2y=3$ 에서
 $y=\frac{3}{2}$ 이므로 자연수가 아니다.

y 의 값이 가장 작을 때 x 의 값도 가장 작으므로 $x+y$ 의 값도 가장 작다. x 의 가장 작은 값은 $y=6$ 을

$\sqrt{x}=\sqrt{2y}+\sqrt{3}$ 에 대입하면

$$\sqrt{x}=\sqrt{12}+\sqrt{3}=2\sqrt{3}+\sqrt{3}=3\sqrt{3}=\sqrt{27}$$

$$\therefore x=27 \text{ ㉓}$$

따라서 $x+y$ 의 값 중 가장 작은 값은 $6+27=33$ 이다. ㉔

답 33



내신 만점 정복하기

본책 28~34쪽

135 전략 양수 a 의 제곱근 $\pm\sqrt{a}$

풀이 (ㄱ) $\sqrt{25}=5$

(ㄴ) $\sqrt{0.4}=\sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{2}{3}$ 이므로 유리수이다.

(ㄷ) 0의 제곱근은 1개이고, 음수의 제곱근은 없다.

(ㄹ) $\sqrt{(-3)^2}=3$ 의 제곱근은 $\pm\sqrt{3}$ 이다.

이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄹ)이다.

답 ㉔

136 전략 넓이가 a 인 정사각형의 한 변의 길이 \sqrt{a}

풀이 정사각형의 각 변의 중점을 연결한 정사각형의 넓이는 처음 정사각형의 넓이의 $\frac{1}{2}$ 이므로 색칠한 정사각형을 $\square PQRS$ 라 하면

$$\square ABCD=2^5 \times \square PQRS=2^5 \times 2=64$$

따라서 $\square ABCD$ 의 한 변의 길이는

$$\sqrt{64}=8$$

답 ㉕

137 전략 먼저 주어진 수의 근호를 없앤 다음 제곱근을 구한다.

풀이 $(-\sqrt{16})^2=16$ 의 양의 제곱근은 4이므로

$$a=4$$

$(-\sqrt{25})^2=25$ 의 음의 제곱근은 -5 이므로

$$b=-5 \quad \therefore a+b=-1$$

답 -1

138 전략 $\sqrt{a^2}=\begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$

풀이 $a < 0$ 이므로 $-a > 0$

$$\textcircled{1} -\sqrt{(-a)^2}=-(a)=-a$$

$$\textcircled{2} (-\sqrt{-a})^2=-a$$

$$\textcircled{3} -\sqrt{a^2}=-(a)=-a$$

$$\textcircled{4} (\sqrt{-a})^2=-a$$

$$\textcircled{5} \sqrt{(-a)^2}=-a$$

답 ㉖, ㉗

139 전략 근호 안의 수를 제곱수로 나타낸 다음 근호를 없앤다.

$$\begin{aligned} \text{풀이} & \sqrt{81m^2}-\sqrt{4m^2}+\sqrt{(-3m)^2} \\ & =\sqrt{(9m)^2}-\sqrt{(2m)^2}+\sqrt{(-3m)^2} \\ & =9m-(-2m)+(-3m) \\ & =-10m \end{aligned}$$

답 -10m

$a > 0$ 일 때, a 의 양의 제곱근은 \sqrt{a} , a 의 음의 제곱근은 $-\sqrt{a}$ 이다.

$$\begin{aligned} -4 < x-2 < y-2 \\ & < -2 < y < 0 \\ & < 2 < y < 2 \\ & < 2-x < 4 \end{aligned}$$

$n=2 \times m^2$ (m 은 자연수) 꼴이어야 한다.

$$\begin{aligned} m < 0 \text{이므로} \\ 9m < 0, 2m < 0, \\ -3m > 0 \end{aligned}$$

140 전략 a 에 적당한 수를 대입하여 그 값을 구해 본다.

풀이 $0 < a < 1$ 이므로 $a=\frac{1}{4}$ 이라 하면

$$a^2=\frac{1}{16}, \sqrt{a}=\frac{1}{2}, \frac{1}{a}=4, \frac{1}{\sqrt{a}}=2$$

$$\therefore a^2 < a < \sqrt{a} < \frac{1}{\sqrt{a}} < \frac{1}{a}$$

답 ㉘

141 전략 $\sqrt{a^2}=\begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$

풀이 $0 < a < 1$ 에서 $\frac{1}{a} > 1$ 이므로

$$1-\frac{1}{a} < 0, \frac{1}{a}-1 > 0$$

$$\therefore \sqrt{\left(1-\frac{1}{a}\right)^2}-\sqrt{\left(\frac{1}{a}-1\right)^2}$$

$$=-\left(1-\frac{1}{a}\right)-\left(\frac{1}{a}-1\right)$$

$$=-1+\frac{1}{a}-\frac{1}{a}+1=0$$

답 0

142 전략 $\sqrt{a^2}=\begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$

풀이 ㉠ $-2 < x < 0$ 이므로 $0 < -x < 2$

$$\therefore 2 < 2-x < 4$$

$$\therefore \sqrt{(2-x)^2}=2-x$$

㉡ $-2 < x < 0$ 이므로 $-4 < x-2 < -2$

$$\begin{aligned} \therefore -\sqrt{(x-2)^2} & =-(-(x-2)) \\ & =x-2 \end{aligned}$$

㉢ $-2 < y < 0$ 이므로 $0 < 2+y < 2$

$$\therefore \sqrt{(2+y)^2}=2+y$$

㉣ $-2 < y < 0$ 이므로 $0 < -y < 2$

$$\therefore -\sqrt{(-y)^2}=-(y)=-y$$

㉤ $-2 < y < 0$ 이므로 $-4 < y-2 < -2$

$$\begin{aligned} \therefore -\sqrt{(y-2)^2} & =-(-(y-2)) \\ & =y-2 \end{aligned}$$

이때 $2 < 2-x < 4$, $-4 < x-2 < -2$, $0 < 2+y < 2$, $-2 < y < 0$, $-4 < y-2 < -2$ 이므로 값이 가장 큰 것은 $2-x$ 이다.

답 ㉠

143 전략 $a < \sqrt{x} < b \iff a^2 < x < b^2$ (단, $a > 0$)

풀이 $1.3 < \sqrt{x} < 3.1$ 에서 $1.3^2 < (\sqrt{x})^2 < 3.1^2$

$$\therefore 1.69 < x < 9.61$$

x 가 자연수이므로 $x=2, 3, 4, \dots, 9$

따라서 $a=9$, $b=2$ 이므로 $\sqrt{\frac{a}{b}} \times n = \sqrt{\frac{9}{2}} \times n = 3\sqrt{\frac{n}{2}}$ 이

자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 n 은 2이다.

답 2

144 전략 \sqrt{A} 가 자연수 $\iff A$ 가 제곱수

풀이 $80x=2^4 \times 5 \times x$ 이므로 $x=5 \times n^2$ (n 은 자연수) 꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 두 자리 자연수 x 는

$$5 \times 2^2 = 20$$

답 ②

145 전략 \sqrt{A} 가 유리수 $\odot A=(\text{유리수})^2$ 꼴

풀이 길이를 각각 구하면 다음과 같다.

① $\sqrt{3}$ ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{20}$ ④ $\sqrt{81}=9$ ⑤ $\sqrt{2}$

답 ④

보충학습

- ① 한 변의 길이가 a 인 정사각형의 넓이 $\rightarrow a^2$
- ② 반지름의 길이가 r 인 원의 넓이 $\rightarrow \pi r^2$
- ③ 밑면의 반지름의 길이가 r , 높이가 h 인 원뿔의 부피 $\rightarrow \frac{1}{3}\pi r^2 h$

146 전략 제곱근표에서 처음 두 자리 수의 가로줄과 끝자리 수의 세로줄이 만나는 곳에 있는 수를 찾는다.

풀이 $a=2,452$, $b=2,490$, $c=2,536$ 이므로

$$a-b+c=2,498$$

답 2,498

147 전략 점 B를 나타내는 점에서 오른쪽으로 $1+\sqrt{5}$ 만큼 떨어진 점을 찾는다.

풀이 B(2)이므로 점 C를 나타내는 점은 점 B에서 오른쪽으로 $1+\sqrt{5}$ 만큼 떨어진 점 ⑤이다.

148 전략 반지름의 길이가 r 인 원의 둘레의 길이 $\odot 2\pi r$

풀이 원의 둘레의 길이는 $2\pi \times 2 = 4\pi$

따라서 원을 오른쪽으로 반 바퀴 굴렸을 때, 점 A에 대응하는 수는 $1 + \frac{4\pi}{2} = 1 + 2\pi$

답 $1+2\pi$

149 해결 과정 $5x-4 > 2(x+1)$ 에서

$$5x-4 > 2x+2, \quad 3x > 6$$

$$\therefore x > 2$$

• 30% 배점

답 구하기 따라서 $x+1 > 0$, $3x > 0$, $2-x < 0$ 이므로

$$\begin{aligned} & \sqrt{4(x+1)^2} - \sqrt{9x^2} + \sqrt{(2-x)^2} \\ &= \sqrt{[2(x+1)]^2} - \sqrt{(3x)^2} + \sqrt{(2-x)^2} \\ &= 2(x+1) - 3x - (2-x) \\ &= 2x+2-3x-2+x \\ &= 0 \end{aligned}$$

• 70% 배점

답 0

150 해결 과정 $1 \leq x < 4$ 일 때, $S(x)=1$

$4 \leq x < 9$ 일 때, $S(x)=1+2=3$

$9 \leq x < 16$ 일 때, $S(x)=1+2+3=6$

$16 \leq x < 25$ 일 때, $S(x)=1+2+3+4=10$

$x=25$ 일 때, $S(x)=1+2+3+4+5=15$

• 70% 배점

답 구하기 $\therefore S(1)+S(2)+S(3)+\cdots+S(25)$

$$=1 \times 3 + 3 \times 5 + 6 \times 7 + 10 \times 9 + 15 \times 1$$

$$=3+15+42+90+15=165$$

• 30% 배점

답 165

$$0.\dot{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

색칠한 정사각형 한 개의 넓이는 3×3

$$-4 \times \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 1\right)$$

$$=5$$

이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$ 이다.

1에 대응하는 점에서 오른쪽으로 $\frac{4\pi}{2} = 2\pi$ 만큼 떨어진 점

151 해결 과정 ① $18-x$ 가 0 또는 18보다 작은 제곱수이어야 하므로

$$18-x=0, 1, 4, 9, 16$$

• 50% 배점

해결 과정 ② $\therefore x=18, 17, 14, 9, 2$

• 30% 배점

답 구하기 따라서 자연수 x 는 5개이다.

• 20% 배점

답 5

152 해결 과정 ① $1 < \sqrt{0.\dot{3}x-1} < \frac{4}{3}$ 에서

$$1 < \sqrt{\frac{1}{3}x-1} < \frac{4}{3}$$

• 30% 배점

해결 과정 ② 각 변을 제곱하면

$$1 < \frac{1}{3}x-1 < \frac{16}{9}, \quad 2 < \frac{1}{3}x < \frac{25}{9}$$

$$\therefore 6 < x < \frac{25}{3}$$

• 40% 배점

답 구하기 따라서 정수 x 는 7, 8이므로 구하는 합은

$$7+8=15$$

• 30% 배점

답 15

153 해결 과정 ① (i) 음수: $-\sqrt{6}-\sqrt{3}$, $-\sqrt{5}$

$$\sqrt{6} > \sqrt{5} \text{이므로 } -\sqrt{6} < -\sqrt{5}$$

$$\therefore -\sqrt{6}-\sqrt{3} < -\sqrt{5}$$

• 30% 배점

해결 과정 ② (ii) 양수: $\sqrt{3}+3$, $\sqrt{3}+\sqrt{6}$, $2+\sqrt{3}$

$$\sqrt{4} < \sqrt{6} < \sqrt{9} \text{이므로}$$

$$2 < \sqrt{6} < 3$$

$$\therefore 2+\sqrt{3} < \sqrt{3}+\sqrt{6} < \sqrt{3}+3$$

• 40% 배점

답 구하기 (i), (ii)에서

$$-\sqrt{6}-\sqrt{3} < -\sqrt{5} < 2+\sqrt{3} < \sqrt{3}+\sqrt{6} < \sqrt{3}+3$$

이므로 왼쪽에서 두 번째에 오는 수는 $-\sqrt{5}$ 이고, 오른쪽에서 두 번째에 오는 수는 $\sqrt{3}+\sqrt{6}$ 이다.

• 30% 배점

$$\text{답 } -\sqrt{5}, \sqrt{3}+\sqrt{6}$$

154 전략 $a > 0$, $b > 0$ 일 때, $\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$

풀이 $\sqrt{108} = \sqrt{2^2 \times 3^3} = 6\sqrt{3}$ 이므로 $x=6$

$$\sqrt{500} = \sqrt{2^2 \times 5^3} = 10\sqrt{5} \text{이므로 } y=10$$

$$\therefore \sqrt{xy} = \sqrt{6 \times 10} = \sqrt{2^2 \times 3 \times 5} = 2\sqrt{15}$$

답 $2\sqrt{15}$

155 전략 $a > 0$, $b > 0$ 일 때, $\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$

$$\text{풀이 } \sqrt{12} \times \frac{1}{\sqrt{10}} \times \sqrt{8} \times \sqrt{30}$$

$$= 2\sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{10}} \times 2\sqrt{2} \times \sqrt{30}$$

$$= 12\sqrt{2}$$

이때 $12\sqrt{2} = 6\sqrt{8} = 4\sqrt{18} = 3\sqrt{32} = 2\sqrt{72} = \sqrt{288}$ 이므로 $a+b$ 의 값은

$$14, 22, 35, 74, 289$$

따라서 $a+b$ 의 값이 될 수 없는 것은 ④이다.

답 ④

156 전략 분모를 유리화하여 분모가 7인 분수로 변형한다.

풀이 $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{14}}{7}, \frac{2}{\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{7}}{7} = \frac{\sqrt{28}}{7}, \frac{2}{7} = \frac{\sqrt{4}}{7},$
 $\sqrt{7} = \frac{7\sqrt{7}}{7} = \frac{\sqrt{343}}{7}$ 이므로

$$\sqrt{7} > \frac{2}{\sqrt{7}} > \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}} > \frac{2}{7} > \frac{\sqrt{2}}{7}$$

따라서 네 번째에 오는 수는 $\frac{2}{7}$ 이다. **답** $\frac{2}{7}$

157 전략 $a > 0$ 일 때, $\frac{b}{\sqrt{a}} = \frac{b \times \sqrt{a}}{\sqrt{a} \times \sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{a}$

풀이 $\frac{3}{\sqrt{50}} = \frac{3}{5\sqrt{2}} = \frac{3 \times \sqrt{2}}{5\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{10\sqrt{2}}$
 $\therefore k = \frac{3}{10}$ **답** $\frac{3}{10}$

158 전략 밑면의 둘레의 길이를 이용하여 밑면의 반지름의 길이를 구한다.

풀이 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$2\pi r = 4\sqrt{3}\pi \quad \therefore r = 2\sqrt{3}$$

따라서 구하는 원기둥의 부피는

$$\pi \times (2\sqrt{3})^2 \times 5\sqrt{2} = 60\sqrt{2}\pi (\text{cm}^3)$$

답 $60\sqrt{2}\pi \text{ cm}^3$

159 전략 $a:b=c:d \Rightarrow ad=bc$

풀이 An용지와 Bn용지의 긴 변의 길이를 각각 a_n , b_n 이라 하면 A4용지와 A5용지의 답음비는 $\sqrt{2}:1$ 이므로

$$a_4:a_5=\sqrt{2}:1, \quad a_4=\sqrt{2}a_5$$

$$\therefore a_5=\frac{1}{\sqrt{2}}a_4=\frac{\sqrt{2}}{2}a_4$$

또 B5용지와 A5용지의 답음비는 $\sqrt{1.5}:1$ 이므로

$$b_5:a_5=\sqrt{1.5}:1, \quad b_5:\frac{\sqrt{2}}{2}a_4=\sqrt{1.5}:1$$

$$\therefore b_5=\frac{\sqrt{2}}{2}a_4 \times \sqrt{1.5} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \sqrt{\frac{3}{2}} \times a_4 = \frac{\sqrt{3}}{2}a_4$$

따라서 B5용지의 긴 변의 길이는 A4용지의 긴 변의 길이의 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 배이다. **답** ③

160 전략 근호 안의 수를 $10^2, 10^4, \dots$ 또는 $\frac{1}{10^2}, \frac{1}{10^4}, \dots$ 과의 곱으로 나타낸다.

풀이 ① $\sqrt{200} = \sqrt{2 \times 100} = 10\sqrt{2} = 14.1$

② $\sqrt{800} = \sqrt{2^3 \times 100} = 20\sqrt{2} = 28.2$

③ $\sqrt{2000} = \sqrt{20 \times 100} = 10\sqrt{20} = 44.7$

④ $\sqrt{0.02} = \sqrt{\frac{2}{100}} = \frac{\sqrt{2}}{10} = 0.141$

⑤ $\sqrt{0.2} = \sqrt{\frac{20}{100}} = \frac{\sqrt{20}}{10} = 0.447$ **답** ②, ⑤

161 해결 과정 $\frac{4\sqrt{a}}{3\sqrt{6}} = \frac{4\sqrt{a} \times \sqrt{6}}{3\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \frac{4\sqrt{6a}}{18} = \frac{2\sqrt{6a}}{9}$

• 50% 배점

답 구하기 $\approx \frac{2\sqrt{6a}}{9} = \frac{\sqrt{24}}{9} = \frac{2\sqrt{6}}{9}$ 이므로

$$6a=6 \quad \therefore a=1$$

• 50% 배점

답 1

162 해결 과정 ① $S_4 = \frac{1}{2}S_3 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}S_2$
 $= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}S_1$
 $= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{3}$
 $= \frac{\sqrt{3}}{8}$

• 40% 배점

해결 과정 ② $\triangle GHI$ 의 한 변의 길이를 k 라 하면

$$\frac{\sqrt{3}}{4}k^2 = \frac{\sqrt{3}}{8}, \quad k^2 = \frac{1}{2}$$

$$\therefore k = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} (\because k > 0)$$

• 40% 배점

답 구하기 따라서 $\triangle GHI$ 의 둘레의 길이는

$$3 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

• 20% 배점

답 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

163 전략 분모를 유리화하여 주어진 식을 간단히 한 후 무리수의 값을 대입한다.

풀이 $\frac{6}{\sqrt{48}} + \sqrt{120} - \sqrt{\frac{27}{4}} = \frac{6}{4\sqrt{3}} + 2\sqrt{30} - \frac{3\sqrt{3}}{2}$
 $= \frac{\sqrt{3}}{2} + 2\sqrt{30} - \frac{3\sqrt{3}}{2}$
 $= -\sqrt{3} + 2\sqrt{30}$
 $= -1.732 + 2 \times 5.477$
 $= 9.222$ **답** 9,222

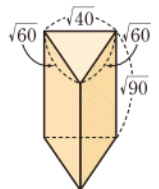
164 전략 전개도를 접어서 만든 삼각기둥에서 길이가 같은 모서리를 찾아 모든 모서리의 길이의 합을 구한다.

풀이 주어진 전개도를 접어서 만든 삼각기둥은 오른쪽 그림과 같으므로 모든 모서리의 길이의 합은

$$2\sqrt{40} + 4\sqrt{60} + 3\sqrt{90}$$

$$= 4\sqrt{10} + 8\sqrt{15} + 9\sqrt{10}$$

$$= 13\sqrt{10} + 8\sqrt{15}$$



답 ②

165 전략 두 실수 a, b 에 대하여 $a-b > 0 \Rightarrow a > b$

풀이 $a-b = (6\sqrt{2}-2) - (3\sqrt{2}+2)$
 $= 3\sqrt{2}-4 = \sqrt{18}-\sqrt{16} > 0$

이므로 $a > b$

$$a-c = (6\sqrt{2}-2) - (4\sqrt{2}+1)$$

$$= 2\sqrt{2}-3 = \sqrt{8}-\sqrt{9} < 0$$

이므로 $a < c$

$$\therefore b < a < c$$

답 ③

166 전략 분배법칙을 이용하여 괄호를 풀고 분모를 유리화하여 주어진 식을 간단히 한다.

$$\begin{aligned} \text{풀이} \quad & \sqrt{3}(\sqrt{24}-\sqrt{3})-\frac{3\sqrt{2}+2}{\sqrt{2}} \\ & =\sqrt{3}(2\sqrt{6}-\sqrt{3})-\frac{(3\sqrt{2}+2)\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}} \\ & =6\sqrt{2}-3-3-\sqrt{2} \\ & =-6+5\sqrt{2} \end{aligned}$$

따라서 $a=-6$, $b=5$ 이므로 $a-b=-11$ 답 ①

167 전략 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$ 임을 이용한다.

$$\begin{aligned} \text{풀이} \quad & a=3-\sqrt{2}, \quad b=4+\sqrt{2} \text{이므로} \\ & ab=(3-\sqrt{2})(4+\sqrt{2}) \\ & =12+3\sqrt{2}-4\sqrt{2}-2 \\ & =10-\sqrt{2} \end{aligned}$$
답 ②

168 전략 a, b 가 유리수이고 \sqrt{m} 이 무리수일 때, $a+b\sqrt{m}$ 이 유리수 $\Leftrightarrow b=0$

$$\begin{aligned} \text{풀이} \quad & \sqrt{3}(5\sqrt{3}-6)-a(1-\sqrt{3}) \\ & =15-6\sqrt{3}-a+a\sqrt{3} \\ & =15-a+(a-6)\sqrt{3} \end{aligned}$$

이것이 유리수가 되려면 $a-6=0$ 이어야 하므로 $a=6$ 답 ③

169 전략 a, b, c, d 가 유리수이고 \sqrt{m} 이 무리수일 때, $a+b\sqrt{m}=c+d\sqrt{m} \Leftrightarrow a=c, b=d$

$$\begin{aligned} \text{풀이} \quad & (2, 5) \times (a, b) = (2+5\sqrt{2}) \times (a+b\sqrt{2}) \\ & = 2a+2b\sqrt{2}+5a\sqrt{2}+10b \\ & = 2a+10b+(5a+2b)\sqrt{2} \end{aligned}$$

이때 $(22, -14) = 22-14\sqrt{2}$ 이므로 $2a+10b+(5a+2b)\sqrt{2}=22-14\sqrt{2}$
 $\therefore 2a+10b=22, 5a+2b=-14$
 위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=-4, b=3$
 $\therefore a+b=-1$ 답 ②

170 전략 나눗셈은 역수의 곱셈으로 고쳐서 계산한다.

$$\begin{aligned} \text{풀이} \quad & \frac{8}{\sqrt{5}} + \sqrt{\frac{21}{2}} \div \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{14}} - \sqrt{(-2)^2} \times (-\sqrt{3})^2 \\ & = \frac{8\sqrt{5}}{5} + \frac{\sqrt{21}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{15}} - 2 \times 3 \\ & = \frac{8\sqrt{5}}{5} + \frac{7}{\sqrt{5}} - 6 \\ & = \frac{8\sqrt{5}}{5} + \frac{7\sqrt{5}}{5} - 6 \\ & = 3\sqrt{5} - 6 \end{aligned}$$
답 ③ $3\sqrt{5}-6$

171 전략 $\sqrt{3}-\sqrt{5}$ 를 하나의 문자로 생각하고 곱셈 공식 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ 을 이용한다.

$$\begin{cases} 2a+10b=22 & \cdots \text{㉠} \\ 5a+2b=-14 & \cdots \text{㉡} \end{cases}$$

㉠에서 $a+5b=11 \cdots \text{㉢}$
 ㉢ $\times 5$ -㉡을 하면 $23b=69 \therefore b=3$
 $b=3$ 을 ㉢에 대입하면 $a+15=11$
 $\therefore a=-4$

$a > 0$ 일 때,
 $\frac{b}{\sqrt{a}} = \frac{b \times \sqrt{a}}{\sqrt{a} \times \sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{a}$

$(\sqrt{10}-3)^{100}$ 의 정수 부분은 0이다.

n 이 자연수일 때,
 $a^n b^n = (ab)^n$

$$\begin{aligned} \text{풀이} \quad & (\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{5})(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}) \\ & = \{\sqrt{2}-(\sqrt{3}-\sqrt{5})\} \{\sqrt{2}+(\sqrt{3}-\sqrt{5})\} \\ & = (\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3}-\sqrt{5})^2 \\ & = 2 - (8-2\sqrt{15}) \\ & = -6+2\sqrt{15} \end{aligned}$$
답 $-6+2\sqrt{15}$

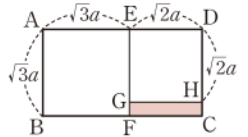
172 전략 닮은 두 도형의 넓이의 비가 $m^2:n^2$

\odot 닮음비는 $m:n$ (단, $m>0, n>0$)

풀이 두 정사각형 ABFE와 EGHD의 넓이의 비가 3:2이므로 닮음비는 $\sqrt{3}:\sqrt{2}$ 이다.

오른쪽 그림과 같이

$\overline{AE}=\sqrt{3}a, \overline{DE}=\sqrt{2}a$ 라 하면 $\square ABCD$ 의 둘레의 길이가 20이므로



$$\begin{aligned} 2(\sqrt{3}a+\sqrt{3}a+\sqrt{2}a) &= 20 \\ (2\sqrt{3}+\sqrt{2})a &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore a &= \frac{10}{2\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{10(2\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(2\sqrt{3}+\sqrt{2})(2\sqrt{3}-\sqrt{2})} \\ &= \frac{10(2\sqrt{3}-\sqrt{2})}{10} = 2\sqrt{3}-\sqrt{2} \end{aligned}$$

$\overline{GH}=\sqrt{2}a, \overline{GF}=\sqrt{3}a-\sqrt{2}a$ 이므로 $\square GFCH$ 의 둘레의 길이는

$$\begin{aligned} 2(\sqrt{2}a+\sqrt{3}a-\sqrt{2}a) &= 2\sqrt{3}a \\ &= 2\sqrt{3}(2\sqrt{3}-\sqrt{2}) \\ &= 12-2\sqrt{6} \end{aligned}$$
답 ①

173 전략 각 정사각형의 한 변의 길이를 구하여 직각이 등변삼각형 A, B, C, D의 넓이를 각각 구한다.

풀이 네 정사각형의 한 변의 길이는 각각

$$\begin{aligned} 2, (1+\sqrt{5})-2 &= \sqrt{5}-1, 2-(\sqrt{5}-1) &= 3-\sqrt{5}, \\ (\sqrt{5}-1)-(3-\sqrt{5}) &= 2\sqrt{5}-4 \end{aligned}$$

A의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 2^2 = 2$

B의 넓이는 $\frac{1}{2} \times (\sqrt{5}-1)^2 = 3-\sqrt{5}$

C의 넓이는 $\frac{1}{2} \times (3-\sqrt{5})^2 = 7-3\sqrt{5}$

D의 넓이는 $\frac{1}{2} \times (2\sqrt{5}-4)^2 = 18-8\sqrt{5}$

따라서 구하는 넓이의 합은

$$\begin{aligned} 2 + (3-\sqrt{5}) + (7-3\sqrt{5}) + (18-8\sqrt{5}) \\ = 30-12\sqrt{5} \end{aligned}$$
답 $30-12\sqrt{5}$

174 전략 $0 < x < 1 \Leftrightarrow 0 < x^n < 1$ (단, n 은 자연수)

풀이 $3 < \sqrt{10} < 4$ 이므로 $0 < \sqrt{10}-3 < 1$

$$\therefore 0 < (\sqrt{10}-3)^{100} < 1$$

따라서 $k = (\sqrt{10}-3)^{100}$ 이므로

$$\begin{aligned} (\sqrt{10}+3)^{100}k &= (\sqrt{10}+3)^{100}(\sqrt{10}-3)^{100} \\ &= \{(\sqrt{10}+3)(\sqrt{10}-3)\}^{100} \\ &= (10-9)^{100} \\ &= 1^{100} = 1 \end{aligned}$$
답 1

175 전략 x, y 의 값을 대입하여 정리한 후 분모를 유리화한다.

$$\begin{aligned} \text{풀이} \quad & \frac{y}{x-2} + \frac{x}{y-2} \\ &= \frac{4-\sqrt{2}}{(4+\sqrt{2})-2} + \frac{4+\sqrt{2}}{(4-\sqrt{2})-2} \\ &= \frac{4-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}} + \frac{4+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} \\ &= \frac{(4-\sqrt{2})(2-\sqrt{2}) + (4+\sqrt{2})(2+\sqrt{2})}{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})} \\ &= \frac{8-4\sqrt{2}-2\sqrt{2}+2+8+4\sqrt{2}+2\sqrt{2}+2}{4-2} \\ &= \frac{20}{2} = 10 \end{aligned}$$

답 ④

$$\begin{aligned} \text{다른풀이} \quad & \frac{y}{x-2} + \frac{x}{y-2} \\ &= \frac{y(y-2) + x(x-2)}{(x-2)(y-2)} \\ &= \frac{y^2 - 2y + x^2 - 2x}{xy - 2x - 2y + 4} \\ &= \frac{(x+y)^2 - 2xy - 2(x+y)}{xy - 2(x+y) + 4} \end{aligned}$$

이때 $x+y = (4+\sqrt{2}) + (4-\sqrt{2}) = 8$,
 $xy = (4+\sqrt{2})(4-\sqrt{2}) = 14$ 이므로 주어진 식의 값은

$$\frac{8^2 - 2 \times 14 - 2 \times 8}{14 - 2 \times 8 + 4} = \frac{20}{2} = 10$$

176 전략 먼저 x 의 분모를 유리화하여 $x = a + \sqrt{b}$ 꼴로 변형한다.

$$\text{풀이} \quad x = \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = \frac{(2-\sqrt{3})^2}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = 7 - 4\sqrt{3}$$

므로

$$x - 7 = -4\sqrt{3}$$

양변을 제곱하면

$$(x-7)^2 = (-4\sqrt{3})^2$$

$$x^2 - 14x + 49 = 48$$

$$\therefore x^2 - 14x = -1$$

$$\therefore x^2 - 13x + 9 = x^2 - 14x + x + 9$$

$$= -1 + 7 - 4\sqrt{3} + 9$$

$$= 15 - 4\sqrt{3}$$

답 ②

$$\begin{aligned} \text{177 해결 과정 ①} \quad & A = (a+2+a\sqrt{3}) \times 3\sqrt{3} \\ &= 3a\sqrt{3} + 6\sqrt{3} + 9a \\ &= 9a + (3a+6)\sqrt{3} \end{aligned}$$

• 40% 배점

해결 과정 ② A 가 유리수이므로

$$3a+6=0$$

$$\therefore a = -2$$

• 40% 배점

$$\text{답 구하기} \quad \therefore A = 9a = 9 \times (-2)$$

$$= -18$$

• 20% 배점

답 -18

178 해결 과정 $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 이므로

$$\begin{aligned} \frac{1}{f(x)} &= \frac{1}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}} \\ &= \frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}{(\sqrt{x+1} - \sqrt{x})(\sqrt{x+1} + \sqrt{x})} \\ &= \frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}{x+1-x} \end{aligned}$$

• 40% 배점

답 구하기 \therefore (주어진 식)

$$= (\sqrt{2}+1) - (\sqrt{3}+\sqrt{2}) + (\sqrt{4}+\sqrt{3})$$

$$= -(\sqrt{5}+\sqrt{4}) + (\sqrt{6}+\sqrt{5}) - (\sqrt{7}+\sqrt{6})$$

$$= 1 - \sqrt{7}$$

• 60% 배점

답 $1 - \sqrt{7}$

$n < \sqrt{a} < n+1$ 을 만족시키는 자연수 $n, n+1$ 을 찾는다.

$-\sqrt{9} < -\sqrt{8} < -\sqrt{4}$ 로 8은 4보다는 9에 더 가까우므로 $-\sqrt{8}$ 에 가장 가까운 정수는 -3 이다.

35는 25보다는 36에 더 가까우므로 $\sqrt{35}$ 에 가장 가까운 정수는 6이다.

179 해결 과정 ① $-2\sqrt{2} = -\sqrt{8}$ 이고 $2 < \sqrt{8} < 3$ 이므로 $-3 < -2\sqrt{2} < -2$

$$\therefore A = -3$$

• 40% 배점

해결 과정 ② $5 < \sqrt{35} < 6$ 이므로

$$B = 6$$

• 40% 배점

답 구하기 $\therefore A+B=3$

• 20% 배점

답 3

180 해결 과정 ① $a = \sqrt{3} - \sqrt{2} > 0$ 이므로

$$a + \frac{1}{a} > 0$$

• 20% 배점

해결 과정 ② $a = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ 에서

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})} = \sqrt{3}+\sqrt{2}$$

$$\text{이므로} \quad a < \frac{1}{a} \quad \therefore a - \frac{1}{a} < 0$$

• 30% 배점

$$\text{답 구하기} \quad \therefore \sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2} + \sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2}$$

$$= a + \frac{1}{a} - \left(a - \frac{1}{a}\right) = \frac{2}{a}$$

$$= 2(\sqrt{3}+\sqrt{2}) = 2\sqrt{3}+2\sqrt{2}$$

• 50% 배점

답 $2\sqrt{3}+2\sqrt{2}$

$$\sqrt{9} < \sqrt{12} < \sqrt{16}$$

a, b 가 유리수이고 \sqrt{m} 이 무리수일 때, $a+b\sqrt{m}$ 이 유리수이면 $\rightarrow b=0$

181 해결 과정 ① $3 < 2\sqrt{3} < 4$ 이므로

$$-4 < -2\sqrt{3} < -3$$

$$\therefore 1 < 5 - 2\sqrt{3} < 2$$

• 40% 배점

해결 과정 ② 따라서 $a=1$ 이므로

$$b = (5-2\sqrt{3}) - 1 = 4-2\sqrt{3}$$

• 30% 배점

답 구하기 $\therefore a + \sqrt{3}b = 1 + \sqrt{3}(4-2\sqrt{3})$

$$= 1 + 4\sqrt{3} - 6$$

$$= -5 + 4\sqrt{3}$$

• 30% 배점

답 $-5 + 4\sqrt{3}$

182 해결 과정 ① $x = 2 - \sqrt{3}$ 에서

$$x - 2 = -\sqrt{3}$$

• 30% 배점

해결 과정 ② 양변을 제곱하면

$$(x-2)^2 = (-\sqrt{3})^2, \quad x^2 - 4x + 4 = 3$$

$$\therefore x^2 - 4x = -1$$

• 40% 배점

답 구하기 $\therefore x^2 - 4x - 5 = -1 - 5 = -6$

• 30% 배점

답 -6

교과서 속 창의유형

본책 35~36쪽

183 [문제 해결 길잡이]

- ① 연속인 두 자연수를 $n, n+1$ 로 놓고 자연수 x 의 양의 제곱근이 n 과 $n+1$ 사이에 있을 때의 부등식을 세운다.
- ② ①의 부등식을 만족시키는 자연수 x 의 개수가 100임을 이용하여 방정식을 세운다.
- ③ ②의 방정식을 풀어 연속인 두 자연수를 구한다.

풀이 연속인 두 자연수를 $n, n+1$ 이라 하고 자연수 x 의 양의 제곱근이 n 과 $n+1$ 사이에 있다고 하면

$$n < \sqrt{x} < n+1 \quad ①$$

이 부등식의 각 변을 제곱하면

$$n^2 < x < (n+1)^2$$

이 부등식을 만족시키는 자연수 x 의 개수가 100이므로

$$(n+1)^2 - n^2 - 1 = 100 \quad ②$$

$$n^2 + 2n + 1 - n^2 - 1 = 100$$

$$2n = 100$$

$$\therefore n = 50$$

따라서 구하는 연속인 두 자연수는 50, 51이다. ③

답 50, 51

참고 연속인 두 자연수가 50, 51이고 $50 = \sqrt{2500}$, $51 = \sqrt{2601}$ 이므로 자연수 x 는 2501, 2502, 2503, ..., 2600의 100개이다.

184 [문제 해결 길잡이]

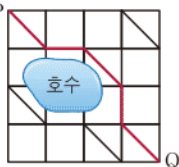
- ① P에서 Q까지 최단 거리로 가는 길을 찾는다.
- ② 한 변의 길이가 a 인 정사각형의 대각선의 길이가 $a\sqrt{2}$ 임을 이용하여 최단 거리로 가는 길의 길이를 구한다.

풀이 P에서 Q까지 최단 거리로 가는 길은 오른쪽 그림에서 색칠한 선과 같다. ①

따라서 구하는 길이는

$$a\sqrt{2} + a + a\sqrt{2} + a + a\sqrt{2}$$

$$= (2+3\sqrt{2})a \quad ②$$



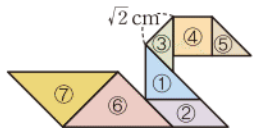
답 풀이 참조

185 [문제 해결 길잡이]

- ① 주어진 모양을 이루는 각 칠교 조각이 어떤 조각인지 그림에 나타내고 한 칠교 조각의 한 변을 기준으로 시계바늘이 도는 반대 방향으로 변의 길이를 더한다.
- ② 주어진 모양의 둘레의 길이를 구한다.

풀이 오른쪽 그림에서 길이가 $\sqrt{2}$ cm인 변부터 시계바늘이 도는 반대 방향으로 변의 길이를 더하면 구하는 둘레의 길이는 ①

$$\begin{aligned} & \sqrt{2} + 2 + (2\sqrt{2} - \sqrt{2}) + 4 + 2\sqrt{2} + 4 + 2 + \sqrt{2} \\ & + (2\sqrt{2} - \sqrt{2}) + (2 - \sqrt{2}) + \sqrt{2} + \sqrt{2} + 2 + \sqrt{2} \\ & = 16 + 8\sqrt{2} \text{ (cm)} \quad ② \end{aligned}$$



답 $(16 + 8\sqrt{2})$ cm

5, $x, y, 3+2xy, 5x, 5y, 5(3+2xy), xy, x(3+2xy), y^2, y(3+2xy), 5xy, 5x(3+2xy), \dots$

인수가 될 수 있는 것은 $3, 2x+y, 3(2x+y), (2x+y)^2, 3(2x+y)^2$ 등이다.

II 인수분해

04 | 인수분해

개념&기출유형

본책 38~41쪽

186 ⑤ $15xy^2 + 10x^2y^3$ 의 인수는 여러 개이다. 답 ⑤

187 $2xy(x-2y) - xy(x-y)$
 $= xy(2x-4y-x+y)$
 $= xy(x-3y)$ 답 ②

188 $12x^2 + 12xy + 3y^2 = 3(4x^2 + 4xy + y^2)$
 $= 3(2x+y)^2$ 답 ③

189 $4x^2 - ax + 1$ 이 완전제곱식이 되려면
 $(-a)^2 = 4 \times 4 \times 1, \quad a^2 = 16$
 $\therefore a = 4 (\because a > 0)$
 $x^2 - 6x + b$ 가 완전제곱식이 되려면
 $b = \left(\frac{-6}{2}\right)^2 = 9$
 $\therefore b - a = 5$ 답 5

다른풀이 $4x^2 - ax + 1 = (2x \pm 1)^2$ 이므로
 $-ax = \pm 2 \times 2x \times 1 = \pm 4x$
 $\therefore a = 4 (\because a > 0)$

190 $-25x^2 + 49y^2 = -(25x^2 - 49y^2)$
 $= -[(5x)^2 - (7y)^2]$
 $= -(5x+7y)(5x-7y)$
 따라서 $a = -1, b = 5, c = 7$ 이므로
 $abc = -35$ 답 -35

191 ④ $10x^2 + 9x - 9 = (2x+3)(5x-3)$
 ⑤ $(x+1)(x+2) - 6 = x^2 + 3x + 2 - 6$
 $= x^2 + 3x - 4$
 $= (x+4)(x-1)$ 답 ④

192 $5x^2 + kx - 1 = (x-1)(5x-m)$ 으로 놓으면
 $5x^2 + kx - 1 = 5x^2 - (m+5)x + m$
 양변의 계수를 비교하면
 $k = -m-5, -1 = m$
 $\therefore m = -1, k = -4$ 답 -4

참고 $5x^2 - 4x - 1 = (5x+1)(x-1)$ 에서 $5x^2 - 4x - 1$ 이 $x-1$ 을 인수로 가짐을 확인할 수 있다.

193 $x^3 - 2x^2 - 4(x-2) = x^2(x-2) - 4(x-2)$
 $= (x-2)(x^2-4)$
 $= (x-2)(x+2)(x-2)$
 $= (x+2)(x-2)^2$ 답 ⑤

194 $2x-1=A$ 로 치환하면
 (좌변) $=6A^2-A-2=(2A+1)(3A-2)$
 $= (4x-2+1)(6x-3-2)$
 $= (4x-1)(6x-5)$
 따라서 $a=-1, b=-5$ 이므로
 $a+b=-6$ 답 -6

195 $(x-1)(x+2)(x-3)(x+4)+24$
 $=\{(x-1)(x+2)\}\{(x-3)(x+4)\}+24$
 $= (x^2+x-2)(x^2+x-12)+24$
 이때 $x^2+x=A$ 로 치환하면
 (주어진 식) $= (A-2)(A-12)+24$
 $= A^2-14A+48$
 $= (A-6)(A-8)$
 $= (x^2+x-6)(x^2+x-8)$
 $= (x+3)(x-2)(x^2+x-8)$ 답 ③, ④

196 $x^2=X, y^2=Y$ 로 치환하면
 $x^4-5x^2y^2+4y^4$
 $= X^2-5XY+4Y^2$
 $= (X-Y)(X-4Y)$
 $= (x^2-y^2)(x^2-4y^2)$
 $= (x+y)(x-y)(x+2y)(x-2y)$ 답 $(x+y)(x-y)(x+2y)(x-2y)$

197 $ab+a+b+1=a(b+1)+(b+1)$
 $= (a+1)(b+1)$
 $a^3-a^2b-a+b=a^2(a-b)-(a-b)$
 $= (a^2-1)(a-b)$
 $= (a+1)(a-1)(a-b)$
 따라서 두 다항식의 공통인수는 $a+1$ 이다. 답 ①

198 $36-x^2-9y^2+6xy=36-(x^2-6xy+9y^2)$
 $= 6^2-(x-3y)^2$
 $= (6+x-3y)(6-x+3y)$ 답 ②

199 $4x^2+4xy+y^2-9z^2$
 $= (4x^2+4xy+y^2)-9z^2$
 $= (2x+y)^2-(3z)^2$
 $= (2x+y+3z)(2x+y-3z)$
 이므로
 $a=2, b=3, c=2, d=-3$
 또는 $a=2, b=-3, c=2, d=3$
 $\therefore a+b+c+d=4$ 답 4

200 주어진 식을 y 에 대하여 내림차순으로 정리하면
 (주어진 식)
 $= -4y(2x+1)+(2x^2+7x+3)$
 $= -4y(2x+1)+(2x+1)(x+3)$
 $= (2x+1)(x-4y+3)$ 답 ④

차수가 가장 낮은 문자는 z 이다.

201 주어진 식을 z 에 대하여 내림차순으로 정리하면
 (주어진 식)
 $= -z(x+y)+(x^2-xy-2y^2)$
 $= -z(x+y)+(x+y)(x-2y)$
 $= (x+y)(x-2y-z)$ 답 ③

202 $a^2+b^2-c^2+2ab-2c-1$
 $= (a^2+2ab+b^2)-(c^2+2c+1)$
 $= (a+b)^2-(c+1)^2$
 $= (a+b+c+1)(a+b-c-1)$
 따라서 구하는 두 일차식의 합은
 $(a+b+c+1)+(a+b-c-1)=2a+2b$ 답 $2a+2b$

203 $47^2+6 \times 47+3^2=47^2+2 \times 47 \times 3+3^2$
 $= (47+3)^2$
 따라서 가장 알맞은 인수분해 공식은 ①이다. 답 ①

204 $52.5^2-47.5^2=(52.5+47.5)(52.5-47.5)$
 $= 100 \times 5=500$ 답 ③

205 $A=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{(13+5)(13-5)}$
 $= \sqrt{18 \times 8}=\sqrt{144}=12$
 $B=\frac{2.25^2-0.5 \times 2.25+0.25^2}{2.25^2-2 \times 2.25 \times 0.25+0.25^2}$
 $= \frac{(2.25-0.25)^2}{2^2}=4$ 답 $A=12, B=4$

206 $x=1+\sqrt{3}, y=1-\sqrt{3}$ 이므로
 $x+y=2, x-y=2\sqrt{3}, xy=-2$
 $\therefore x^3y-xy^3=xy(x^2-y^2)=xy(x+y)(x-y)$
 $= -2 \times 2 \times 2\sqrt{3}=-8\sqrt{3}$ 답 ①

207 (주어진 식) $= \frac{x^2(x-3)-(x-3)}{(x-3)(x+1)}$
 $= \frac{(x-3)(x^2-1)}{(x-3)(x+1)}$
 $= \frac{(x-3)(x+1)(x-1)}{(x-3)(x+1)}$
 $= \frac{x-1}{x+1}=(2-\sqrt{3})-1$
 $= 1-\sqrt{3}$ 답 ②

208 $4a^2-b^2-6a-3b$
 $= (4a^2-b^2)-3(2a+b)$
 $= (2a+b)(2a-b)-3(2a+b)$
 $= (2a+b)(2a-b-3)$
 $= \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{3}-3\right)=\frac{1}{2} \times \left(-\frac{8}{3}\right)$
 $= -\frac{4}{3}$ 답 $-\frac{4}{3}$

참고 $2a+b=\frac{1}{2}, 2a-b=\frac{1}{3}$ 을 연립하여 a, b 의 값을 구한 후 주어진 식에 대입해도 되지만 계산이 복잡해진다.

$-1+2=1, -3+4=1$ 과 같이 상수항의 합이 같도록 2개씩 묶는다.

인수분해 공식 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ 를 이용한다.

인수분해 공식 $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$ 을 이용한다.

$x=2-\sqrt{3}$ 을 대입한다.

$2a+b=\frac{1}{2}, 2a-b=\frac{1}{3}$ 을 대입한다.

문자가 여러 개인 다항식은 차수가 가장 낮은 문자에 대하여 내림차순으로 정리한 후 인수분해한다.

209 $x^2 - y^2 - x + 7y - 12$
 $= x^2 - x - (y^2 - 7y + 12)$
 $= x^2 - x - (y-3)(y-4)$
 $= [x - (y-3)][x + (y-4)]$
 $= (x-y+3)(x+y-4)$
 $= (-1-\sqrt{3}+3)(6+\sqrt{3}-4)$
 $= (2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3}) = 1$

답 ③

$x+y=6+\sqrt{3}$,
 $y-x=1+\sqrt{3}$ 을 대입
 한다.

예를 들면
 (1, 2, 3), (2, 3, 4),
 ..., (10, 11, 12)
 와 같이 2의 배수와 3의
 배수가 적어도 하나씩
 존재한다.



내신 만점 도전하기

본책 42~44쪽

210 전략 $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$

풀이 $x^2 + Ax + \frac{16}{9} = (x+B)^2$ 에서
 $\frac{16}{9} = B^2 \quad \therefore B = \frac{4}{3} (\because B > 0)$

$Ax = 2 \times x \times B$ 이므로 $A = 2B = \frac{8}{3}$
 $\therefore A+B=4$

답 4

다른풀이 $\frac{16}{9} = \left(\frac{A}{2}\right)^2$ 이므로 $A^2 = \frac{64}{9}$
 $\therefore A = \frac{8}{3} (\because A > 0)$

211 전략 이차식 $ax^2 + bx + c$ 가 완전제곱식이 되기 위한
 조건 ① $b^2 = 4ac$

풀이 $9x^2 - (m-2)x + 4$ 가 완전제곱식이 되려면
 $\{-(m-2)\}^2 = 4 \times 9 \times 4$
 $(m-2)^2 = 144 = 12^2, \quad m-2 = \pm 12$
 $\therefore m = 14 (\because m > 0)$

답 ④

다른풀이 $9x^2 - (m-2)x + 4 = (3x \pm 2)^2$ 이므로
 $-(m-2)x = \pm 2 \times 3x \times 2 = \pm 12x$
 $m-2 = \pm 12 \quad \therefore m = 14 (\because m > 0)$

$(x-4)(x+m)$
 $= x^2 + (m-4)x - 4m$

$(x-4)(3x+n)$
 $= 3x^2 + (n-12)x - 4n$

$m-2=12$ 이면
 $m=14$
 $m-2=-12$ 이면
 $m=-10$

근호 안의 식을 인수분
 해한 후 부호에 주의하
 여 근호를 없앤다.

$0 < x < 10$ 이므로
 $\frac{1}{x} > 1$
 $\therefore x - \frac{1}{x} < 0$

(아랫변의 길이)
 $-(\text{윗변의 길이}) = 6$
 이므로
 (아랫변의 길이)
 $= X+6$

$\sqrt{a} = \begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$

213 전략 $n^3 - n$ 을 인수분해한 후 각 인수가 어떤 수의
 배수인지 알아본다.

풀이 $n^3 - n = n(n^2 - 1) = n(n+1)(n-1)$
 $= (n-1)n(n+1)$

n 이 2 이상의 자연수이므로 $(n-1)n(n+1)$ 은 연속
 하는 세 자연수의 곱이다.

그런데 연속하는 세 자연수에는 2의 배수와 3의 배수가
 적어도 하나씩 존재하므로 $n^3 - n$ 은 항상 2의 배수이면
 서 3의 배수, 즉 6의 배수이다.

따라서 k 의 값 중 가장 큰 값은 6이다.

답 6

214 전략 $mx + n (m \neq 0)$ 이 이차식 $ax^2 + bx + c$ 의 인수
 이면 $ax^2 + bx + c = (mx+n)\left(\frac{a}{m}x + l\right)$ 로 놓고 양변의 계수
 를 비교한다.

풀이 $x^2 + x + a = (x-4)(x+m)$ 으로 놓으면

$m-4=1, \quad -4m=a$
 $\therefore m=5, \quad a=-20$

$3x^2 + bx - 4 = (x-4)(3x+n)$ 으로 놓으면

$n-12=b, \quad -4n=-4$
 $\therefore n=1, \quad b=-11$
 $\therefore a-b=-9$

답 ②

215 해결 과정 ① 유리가 잘못 본 식은

$(2x+3)(x-4) = 2x^2 - 5x - 12$

이므로 처음 이차식의 x 의 계수는 -5 , 상수항은 -12
 이다. • 40% 배점

해결 과정 ② 또 윤아가 잘못 본 식은

$(x+6)(3x-2) = 3x^2 + 16x - 12$

이므로 처음 이차식의 x^2 의 계수는 3, 상수항은 -12 이
 다. • 40% 배점

답 구하기 따라서 처음 이차식은 $3x^2 - 5x - 12$ 이므로
 이 식을 인수분해하면

$3x^2 - 5x - 12 = (3x+4)(x-3)$ • 20% 배점
 답 $(3x+4)(x-3)$

216 해결 과정 ① 윗변의 길이를 X 라 하면 아랫변의
 길이는 $X+6$ 이므로 사다리꼴의 넓이는

$\frac{1}{2} \times [X + (X+6)] \times (x-2) = (X+3)(x-2)$
 • 50% 배점

해결 과정 ② 이때 주어진 사다리꼴의 넓이가

$2x^2 + 7x - 22$ 이므로
 $2x^2 + 7x - 22 = (2x+11)(x-2)$ • 30% 배점

답 구하기 즉 $X+3=2x+11$ 이므로

$X=2x+8$

따라서 윗변의 길이는 $2x+8$ 이다. • 20% 배점

답 $2x+8$

217 전략 $x+y=A$ 로 치환하여 인수분해한 후 식의 값
 이 소수가 되기 위한 조건을 생각한다.

풀이 $x+y=A$ 로 치환하면

212 해결 과정 ① $0 < x < 1$ 이므로

$-x < 0, \quad x - \frac{1}{x} < 0, \quad x + \frac{1}{x} > 0$ • 20% 배점

해결 과정 ② 이때

$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2,$

$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2$

이므로

• 30% 배점

답 구하기 (주어진 식)

$= 2\sqrt{(-x)^2} + 2\sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2} - 2\sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2}$

$= 2x + 2\left[-\left(x - \frac{1}{x}\right)\right] - 2\left(x + \frac{1}{x}\right)$

$= 2x - 2x + \frac{2}{x} - 2x - \frac{2}{x}$

$= -2x$

• 50% 배점

답 $-2x$

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식}) &= A^2 + 2A - 63 \\ &= (A+9)(A-7) \\ &= (x+y+9)(x+y-7)\end{aligned}$$

이때 $x+y$ 는 자연수이므로 위의 식의 값이 소수가 되려면

$$x+y-7=1 \quad \therefore x+y=8$$

$x+y=8$ 을 만족시키는 자연수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 는

$$(1, 7), (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2), (7, 1) \text{의 7개}$$

또 주어진 식의 값은 $x+y+9=8+9=17$ 이므로 구하는 소수는 17이다. 답 7, 17

218 전략 공통부분이 생기도록 적당히 묶어 전개한 후 공통부분을 치환하여 인수분해한다.

$$\begin{aligned}\text{풀이 } (x^2+5x+6)(x^2-3x+2)-60 \\ &= (x+2)(x+3)(x-1)(x-2)-60 \\ &= \{(x+2)(x-1)\}\{(x+3)(x-2)\}-60 \\ &= (x^2+x-2)(x^2+x-6)-60\end{aligned}$$

$x^2+x=A$ 로 치환하면

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식}) &= (A-2)(A-6)-60 \\ &= A^2-8A-48 \\ &= (A-12)(A+4) \\ &= (x^2+x-12)(x^2+x+4) \\ &= (x+4)(x-3)(x^2+x+4) \quad \text{답 ③}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{219 해결 과정 ① } x(x+2)(x+4)(x+6)+a \\ &= \{x(x+6)\}\{(x+2)(x+4)\}+a \\ &= (x^2+6x)(x^2+6x+8)+a\end{aligned}$$

$x^2+6x=A$ 로 치환하면

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식}) &= A(A+8)+a \\ &= A^2+8A+a \quad \bullet 40\% \text{ 배점}\end{aligned}$$

해결 과정 ② 이 식이 완전제곱식이어야 하므로

$$a = \left(\frac{8}{2}\right)^2 = 16 \quad \bullet 20\% \text{ 배점}$$

$$\begin{aligned}\text{해결 과정 ③ } \therefore (\text{주어진 식}) &= A^2+8A+16 \\ &= (A+4)^2 \\ &= (x^2+6x+4)^2 \quad \bullet 20\% \text{ 배점}\end{aligned}$$

답 구하기 따라서 $a=16, b=6, c=4$ 이므로

$$a+b+c=26 \quad \bullet 20\% \text{ 배점} \quad \text{답 26}$$

220 전략 $x^2=X$ 로 치환하여 인수분해한다.

$$\begin{aligned}\text{풀이 } x^2=X \text{로 치환하면} \\ 4x^4-5x^2+1 &= 4X^2-5X+1 \\ &= (X-1)(4X-1) \\ &= (x^2-1)(4x^2-1) \\ &= (x+1)(x-1)(2x+1)(2x-1)\end{aligned}$$

따라서 구하는 네 개의 일차식의 합은

$$(x+1)+(x-1)+(2x+1)+(2x-1)=6x \quad \text{답 6x}$$

x, y 가 자연수이므로 $x+y$ 도 자연수이다.

$x \geq 1, y \geq 1$ 에서 $x+y \geq 2$ 이므로 $x+y+9 \geq 11$

등식의 양변에 7을 더한다.

주어진 식이 완전제곱식이 되려면 공통부분을 치환한 식도 완전제곱식이어야 한다.

x^2+ax+b 가 완전제곱식이 되기 위한 조건 $\rightarrow b = \left(\frac{a}{2}\right)^2$

$$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$$

보충학습

ax^4+bx^2+c 와 같이 짝수 차수의 항으로만 이루어진 다항식은 $x^2=X$ 로 치환하여 인수분해한다.

221 전략 공통부분이 생기도록 적당히 묶어 전개한 후 공통부분을 치환하여 인수분해한다.

$$\begin{aligned}\text{풀이 } (xy+1)(x-1)(y-1)+xy \\ &= (xy+1)(xy-x-y+1)+xy \\ xy+1 &= A \text{로 치환하면} \\ (\text{주어진 식}) &= A(A-x-y)+xy \\ &= A^2-(x+y)A+xy \\ &= (A-x)(A-y) \\ &= (xy-x+1)(xy-y+1) \\ &= (xy-x+1)(xy-y+1) \quad \text{답 ⑤}\end{aligned}$$

222 해결 과정 ① $xy-3x-3y+2=0$ 에서

$$x(y-3)-3(y-3)=7$$

$$\therefore (x-3)(y-3)=7 \quad \bullet 40\% \text{ 배점}$$

해결 과정 ② x, y 가 정수이면 $x-3, y-3$ 도 정수이므로 정수 x, y 를 구하면 다음 표와 같다.

$x-3$	1	7	-1	-7
$y-3$	7	1	-7	-1

 \rightarrow

x	4	10	2	-4
y	10	4	-4	2

$\bullet 40\% \text{ 배점}$

답 구하기 따라서 정수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 는 $(4, 10), (10, 4), (2, -4), (-4, 2)$ 의 4개이다.

$\bullet 20\% \text{ 배점}$

답 4

만점비법

위와 같이 등식의 좌변이 인수분해가 되지 않는 경우에는 양변에 적당한 상수를 더하거나 빼서 좌변이 인수분해되도록 식을 변형한다.

223 전략 차수가 가장 낮은 문자에 대하여 내림차순으로 정리한다.

$$\begin{aligned}\text{풀이 } a^2+ab+a-b-2 &= b(a-1)+(a^2+a-2) \\ &= b(a-1)+(a+2)(a-1) \\ &= (a-1)(a+b+2) \\ a^2-2ab+2b-a &= -2b(a-1)+(a^2-a) \\ &= -2b(a-1)+a(a-1) \\ &= (a-1)(a-2b)\end{aligned}$$

따라서 공통인수는 $a-1$ 이다. 답 ①

224 전략 문자가 여러 개이고 차수가 같은 식 어느 한 문자에 대하여 내림차순으로 정리한다.

$$\begin{aligned}\text{풀이 } abc-ab-ac+a-bc+b+c-1 \\ &= a(bc-b-c+1)-(bc-b-c+1) \\ &= (a-1)(bc-b-c+1) \\ &= (a-1)\{b(c-1)-(c-1)\} \\ &= (a-1)(b-1)(c-1) \quad \text{답 ⑤}\end{aligned}$$

225 전략 문자가 여러 개이고 차수가 같은 식 ㉠ 어느 한 문자에 대하여 내림차순으로 정리한다.

$$\begin{aligned} \text{풀이 } 2x^2 + 3xy + y^2 - 5x - 4y + 3 \\ &= 2x^2 + (3y-5)x + (y^2-4y+3) \\ &= 2x^2 + (3y-5)x + (y-1)(y-3) \\ &= (2x+y-3)(x+y-1) \end{aligned}$$

따라서 $a=1, b=-3, c=1, d=-1$ 이므로
 $a+b+c+d=-2$ 답 -2

226 전략 $2013=A$ 로 놓고 주어진 식을 인수분해한다.

$$\begin{aligned} \text{풀이 } 2013 \times 2017 + 4 &= A(A+4) + 4 \\ &= A^2 + 4A + 4 \\ &= (A+2)^2 \\ &= (2013+2)^2 \\ &= 2015^2 \end{aligned}$$

따라서 어떤 자연수는 2015이다. 답 2015

227 전략 $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ 를 이용하여 수를 계산한다.

$$\begin{aligned} \text{풀이 } \left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{8^2}\right)\left(1-\frac{1}{9^2}\right) \\ &= \left[\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\right]\left[\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\right] \\ &\quad \cdots \left[\left(1-\frac{1}{8}\right)\left(1+\frac{1}{8}\right)\right]\left[\left(1-\frac{1}{9}\right)\left(1+\frac{1}{9}\right)\right] \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} \times \cdots \times \frac{7}{8} \times \frac{9}{8} \times \frac{8}{9} \times \frac{10}{9} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{10}{9} = \frac{5}{9} \end{aligned}$$

228 전략 $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ 를 이용하여 주어진 식을 변형한다.

$$\begin{aligned} \text{풀이 } 1^2-3^2+5^2-7^2+9^2-11^2+13^2-15^2+17^2-19^2 \\ &= (1^2-3^2) + (5^2-7^2) + (9^2-11^2) \\ &\quad + (13^2-15^2) + (17^2-19^2) \\ &= (1-3)(1+3) + (5-7)(5+7) \\ &\quad + \cdots + (17-19)(17+19) \\ &= -2(1+3) + (-2)(5+7) + \cdots + (-2)(17+19) \\ &= -2(1+3+5+7+9+11+13+15+17+19) \\ &= -2 \times (20 \times 5) \\ &= -200 \end{aligned}$$

229 전략 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ 를 이용하여 주어진 수를 소인수분해한다.

$$\begin{aligned} \text{풀이 } 3^8-1 &= (3^4)^2-1^2 \\ &= (3^4+1)(3^4-1) \\ &= (3^4+1)(3^2+1)(3^2-1) \\ &= (3^4+1)(3^2+1)(3+1)(3-1) \\ &= 82 \times 10 \times 4 \times 2 \\ &= 2 \times 41 \times 2 \times 5 \times 2^2 \times 2 \\ &= 2^5 \times 5 \times 41 \end{aligned}$$

계산이 편리하도록 적당한 항을 2개씩 묶어 계산한다.

$$\begin{aligned} a>0, b>0 \text{ 일 때} \\ \text{① } \sqrt{a}\sqrt{b} &= \sqrt{ab} \\ \text{② } \sqrt{a^2b} &= a\sqrt{b} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x>0, y>0 \text{ 이면} \\ x+y &> 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1+19 &= 3+17=5+15 \\ &= 7+13=9+11 \\ &= 20 \end{aligned}$$

$$3^4-1 = (3^2)^2-1^2$$

$xy=5$ 를 대입한다.

따라서 3^8-1 의 약수의 개수는

$$(5+1) \times (1+1) \times (1+1) = 24 \quad \text{답 ⑤}$$



보충학습

자연수 N 이 $N=a^m \times b^n$ (a, b 는 서로 다른 소수, m, n 은 자연수)으로 소인수분해될 때, N 의 약수의 개수는
 $\rightarrow (m+1)(n+1)$

230 해결 과정 ① $x^2-49+14y-y^2$

$$\begin{aligned} &= x^2 - (y^2-14y+49) \\ &= x^2 - (y-7)^2 \\ &= (x+y-7)(x-y+7) \end{aligned}$$

해결 과정 ② 이때

$$\begin{aligned} x &= \frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = \sqrt{2}+1, \\ y &= \frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = \sqrt{2}-1 \end{aligned}$$

이므로

$$x+y=2\sqrt{2}, x-y=2 \quad \text{• 30% 배점}$$

해결 과정 ③ \therefore (주어진 식) $= (2\sqrt{2}-7)(2+7)$

$$\begin{aligned} &= 9(2\sqrt{2}-7) \\ &= 18\sqrt{2}-63 \end{aligned}$$

답 구하기 따라서 $a=18, b=-63$ 이므로

$$\begin{aligned} a-b &= 81 \quad \text{• 10% 배점} \\ \text{답 } 81 \end{aligned}$$



보충학습

분모의 유리화

$a>0, b>0$ 일 때

$$\text{① } \frac{b}{\sqrt{a}} = \frac{b \times \sqrt{a}}{\sqrt{a} \times \sqrt{a}} = \frac{b\sqrt{a}}{a}$$

$$\text{② } \frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})} = \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b}$$

(단, $a \neq b$)

231 전략 x^2+y^2 또는 xy 가 인수가 되도록 식을 변형한다.

$$\text{풀이 } (x+y)^2 = x^2+y^2+2xy = 10+2 \times 4 = 18$$

이므로

$$\begin{aligned} x+y &= \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \quad (\because x>0, y>0) \\ \therefore x^3+x^2y+xy^2+y^3 &= x^2(x+y)+y^2(x+y) \\ &= (x+y)(x^2+y^2) \\ &= 3\sqrt{2} \times 10 \\ &= 30\sqrt{2} \end{aligned}$$

232 전략 주어진 등식을 변형하여 $x+y$ 의 값을 구한다.

$$\begin{aligned} \text{풀이 } x^2y+xy^2+2(x+y) &= xy(x+y)+2(x+y) \\ &= (x+y)(xy+2) \\ &= 7(x+y) \end{aligned}$$

따라서 $7(x+y)=35$ 이므로 $x+y=5$

$$\begin{aligned} \therefore x^2+y^2 &= (x+y)^2-2xy \\ &= 5^2-2 \times 5 = 15 \end{aligned}$$

답 ⑤

233 해결 과정 ① $1 < \sqrt{2} < 2$ 이므로

$$x = \sqrt{2} - 1$$

• 30% 배점

해결 과정 ②

$$\begin{aligned} & \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x^2 + 1} \\ &= \frac{x^2(x-1) + (x-1)}{x^2 + 1} \\ &= \frac{(x-1)(x^2+1)}{x^2+1} \\ &= x-1 \end{aligned}$$

• 40% 배점

답 구하기 위의 식에 $x = \sqrt{2} - 1$ 을 대입하면 구하는 식의 값은

$$(\sqrt{2} - 1) - 1 = \sqrt{2} - 2$$

• 30% 배점

답 $\sqrt{2} - 2$

(소수 부분)
 $= \sqrt{2} - (\text{정수 부분})$

적당한 두 항끼리 묶어 인수분해한다.



내신 만점 굳히기

본책 45쪽

234 해결 과정 ① $\sqrt{x} = a - 1$ 이므로

$$x = (a-1)^2 = a^2 - 2a + 1$$

• 20% 배점

해결 과정 ②

$$\begin{aligned} \sqrt{x+6a+3} &= \sqrt{a^2-2a+1+6a+3} \\ &= \sqrt{a^2+4a+4} \\ &= \sqrt{(a+2)^2} \end{aligned}$$

$$\sqrt{x-4a+8} = \sqrt{a^2-2a+1-4a+8}$$

$$= \sqrt{a^2-6a+9}$$

$$= \sqrt{(a-3)^2}$$

• 50% 배점

답 구하기 $1 < a < 3$ 이므로 $a+2 > 0, a-3 < 0$

$$\therefore (\text{주어진 식}) = \sqrt{(a+2)^2} + \sqrt{(a-3)^2}$$

$$= a+2 - (a-3) = 5$$

• 30% 배점

답 5

235 전략 문자가 여러 개이고 차수가 같은 식 어느 한 문자에 대하여 내림차순으로 정리한다.

$$\begin{aligned} \text{풀이} \quad & \frac{a^2}{(c-a)(a-b)} + \frac{b^2}{(a-b)(b-c)} + \frac{c^2}{(b-c)(c-a)} \\ &= \frac{a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b)}{(a-b)(b-c)(c-a)} \end{aligned}$$

이때

$$\begin{aligned} & a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b) \\ &= a^2b - a^2c + b^2c - ab^2 + ac^2 - bc^2 \\ &= (b-c)a^2 - (b^2-c^2)a + b^2c - bc^2 \\ &= (b-c)a^2 - (b-c)(b+c)a + bc(b-c) \\ &= (b-c)\{a^2 - (b+c)a + bc\} \\ &= (b-c)(a-b)(a-c) \\ &= -(a-b)(b-c)(c-a) \end{aligned}$$

이므로

$$(\text{주어진 식}) = \frac{-(a-b)(b-c)(c-a)}{(a-b)(b-c)(c-a)} = -1$$

답 ③

236 전략 주어진 다항식의 항이 5개 이상일 때 차수가 가장 낮은 문자에 대하여 내림차순으로 정리한다.

풀이 ① $1+x+x^2+x^3+x^4+x^5+x^6+x^7$

$$= (1+x) + x^2(1+x) + x^4(1+x) + x^6(1+x)$$

$$= (1+x)(1+x^2+x^4+x^6)$$

$$= (1+x)\{(1+x^2)+x^4(1+x^2)\}$$

$$= (1+x)(1+x^2)(1+x^4)$$

$$\textcircled{2} x^3 + (1-z)x^2 - y^2x + y^2z - y^2$$

$$= x^3 + x^2 - x^2z - y^2x + y^2z - y^2$$

$$= -(x^2 - y^2)z + (x^3 + x^2 - y^2x - y^2)$$

$$= -(x^2 - y^2)z + \{x^2(x+1) - y^2(x+1)\}$$

$$= -(x^2 - y^2)z + (x+1)(x^2 - y^2)$$

$$= (x^2 - y^2)(x-z+1)$$

$$= (x+y)(x-y)(x-z+1)$$

$$\textcircled{3} x^2y^2 - x^2y - xy^2 + xy = xy(xy - x - y + 1)$$

$$= xy\{x(y-1) - (y-1)\}$$

$$= xy(x-1)(y-1)$$

$$\textcircled{4} x^2 + y^2 - z^2 - 2xy - \frac{1}{z^2} - 2$$

$$= (x^2 - 2xy + y^2) - \left(z^2 + \frac{1}{z^2} + 2\right)$$

$$= (x-y)^2 - \left(z + \frac{1}{z}\right)^2$$

$$= \left(x-y+z+\frac{1}{z}\right)\left(x-y-z-\frac{1}{z}\right)$$

$$\textcircled{5} x+y=A \text{로 치환하면}$$

$$(x+y)(x+y-3)+2$$

$$= A(A-3)+2$$

$$= A^2 - 3A + 2$$

$$= (A-1)(A-2)$$

$$= (x+y-1)(x+y-2)$$

답 ⑤

237 전략 $x^3 + Ax^2 + Bx + 2 = (x-1)(x-2)(x+m)$

으로 놓고 A, B, m 의 값을 구한다.

풀이 $x^3 + Ax^2 + Bx + 2 = (x-1)(x-2)(x+m)$ 으로 놓으면

$$x^3 + Ax^2 + Bx + 2$$

$$= (x-1)(x-2)(x+m)$$

$$= (x^2 - 3x + 2)(x+m)$$

$$= x^3 + (m-3)x^2 + (2-3m)x + 2m$$

$$\text{이므로 } m-3=A, 2-3m=B, 2m=2$$

$$\therefore m=1, A=-2, B=-1$$

따라서 $x^3 + Bx^2 + Ax + 2 = x^3 - x^2 - 2x + 2$ 이므로 이것을 인수분해하면

$$x^3 - x^2 - 2x + 2 = x^2(x-1) - 2(x-1)$$

$$= (x-1)(x^2-2)$$

$$\textcircled{2} (x-1)(x^2-2)$$

$2m=2$ 에서 $m=1$ 이므로

$$A=m-3$$

$$= 1-3 = -2$$

$$B=2-3m$$

$$= 2-3 = -1$$

238 해결 과정 ① $20=x$ 로 놓으면

$$20 \times 21 \times 22 \times 23 + 1$$

$$= x(x+1)(x+2)(x+3) + 1$$

$$= \{x(x+3)\}\{(x+1)(x+2)\} + 1$$

$$= (x^2+3x)(x^2+3x+2) + 1$$

• 40% 배점

해결 과정 ② $x^2+3x=A$ 로 치환하면 주어진 식은

$$\begin{aligned} A(A+2)+1 &= A^2+2A+1 = (A+1)^2 \\ &= (x^2+3x+1)^2 \\ &= (20^2+3 \times 20+1)^2 \\ &= 461^2 \end{aligned}$$

답 구하기 $\therefore N=461$

• 50% 배점

• 10% 배점

답 461

239 [문제 해결 길잡이]

- 1 $a+b+c=0$ 일 때 주어진 등식을 정리한다.
- 2 ①에서 정리한 식을 이용할 수 있는지 확인한다.
- 3 ①의 조건을 이용하여 주어진 식을 인수분해한다.

풀이 $a^3+b^3+c^3-3abc$
 $= (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$

에서 $a+b+c=0$ 이면

$$a^3+b^3+c^3-3abc=0$$

$$\therefore a^3+b^3+c^3=3abc \quad \text{①}$$

이때

$$\begin{aligned} &x^3(y-z)^3+y^3(z-x)^3+z^3(x-y)^3 \\ &= \{x(y-z)\}^3 + \{y(z-x)\}^3 + \{z(x-y)\}^3 \end{aligned}$$

이고

$$\begin{aligned} &x(y-z)+y(z-x)+z(x-y) \\ &= xy-xz+yz-xy+xz-yz \\ &= 0 \quad \text{②} \end{aligned}$$

이므로

$$\begin{aligned} &x^3(y-z)^3+y^3(z-x)^3+z^3(x-y)^3 \\ &= 3\{x(y-z)\}\{y(z-x)\}\{z(x-y)\} \\ &= 3xyz(x-y)(y-z)(z-x) \quad \text{③} \\ &\quad \text{④ } 3xyz(x-y)(y-z)(z-x) \end{aligned}$$

$$a > b, ab < 0$$

ab 의 값은
 $-2, -6, -12,$
 $-20, -30, -42$

(직사각형의 둘레의 길이)
 $= 2(\text{가로의 길이} + \text{세로의 길이})$

$a=x(y-z),$
 $b=y(z-x),$
 $c=z(x-y)$ 라 하면
 $a+b+c=0$ 이므로
 $a^3+b^3+c^3=3abc$ 임을
 이용할 수 있다.

사각형의 넓이를 뺀 것과 같으므로

$$\begin{aligned} 12^2 - (12-2x)^2 &= (12+12-2x)(12-12+2x) \\ &= 2x(24-2x) = -4x(x-12) \end{aligned}$$

따라서 $a=-4, b=-12$ 이므로

$$a+b=-16$$

답 -16

243 전략 $x^2-x-k=(x+a)(x+b)$ 로 놓고 양변을 비교한다.

풀이 $x^2-x-k=(x+a)(x+b) (a>b)$ 라 하면

$$a+b=-1, ab=-k$$

이때 $1 < k < 50$ 이므로 $-50 < ab < -1$

즉 $a > 0, b < 0$ 이므로 $a+b=-1, -50 < ab < -1$ 을

만족시키는 정수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 는

$$(1, -2), (2, -3), (3, -4),$$

$$(4, -5), (5, -6), (6, -7)$$

따라서 k 는 2, 6, 12, 20, 30, 42의 6개이다.

답 6

244 전략 넓이를 인수분해하여 가로와 세로의 길이를 구한다.

풀이 $6a^2+11ab+4b^2=(2a+b)(3a+4b)$

이므로 둘레의 길이는

$$2[(2a+b)+(3a+4b)]=10a+10b$$

답 ③

245 전략 잘못 본 수를 제외한 나머지 값을 이용하여 처음 이차식을 구한다.

풀이 윤하가 잘못 본 식은

$$(x-3)(x+2)=x^2-x-6$$

이므로 처음 이차식의 상수항은 -6이다.

승준이가 잘못 본 식은

$$(x+2)(x-1)=x^2+x-2$$

이므로 처음 이차식의 x 의 계수는 1이다.

따라서 처음 이차식은 x^2+x-6 이므로 이 식을 인수분해하면

$$x^2+x-6=(x+3)(x-2)$$

답 ①

246 전략 $x^2+kx+28=(x+a)(x+b)$

① $a+b=k, ab=28$

풀이 $x^2+kx+28=(x+a)(x+b)$ 에서

$$a+b=k, ab=28$$

$ab=28$ 을 만족시키는 정수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 는

$$(1, 28), (2, 14), (4, 7), (7, 4), (14, 2),$$

$$(28, 1), (-1, -28), (-2, -14), (-4, -7),$$

$$(-7, -4), (-14, -2), (-28, -1)$$

이므로 k 의 값 중 가장 큰 값은

$$1+28=29$$

답 ④

247 전략 공통인수가 생기도록 식을 변형한다.

풀이 $(y-z)(z-x)-(x-z)(x-y)$

$$= (y-z)(z-x) + (z-x)(x-y)$$

$$= (z-x)(y-z+x-y)$$

$$= (z-x)(-z+x)$$

$$= -(x-z)^2$$

답 ⑤

내신 만점 정복하기

본책 46~48쪽

240 전략 이차식 ax^2+bx+c 가 완전제곱식이 되기 위한 조건 $b^2=4ac$

풀이 $25x^2-kx+\frac{1}{4}$ 이 완전제곱식이 되려면

$$(-k)^2=4 \times 25 \times \frac{1}{4}, \quad k^2=25$$

$$\therefore k=\pm 5$$

답 ④

241 전략 근호 안의 식을 인수분해한 후 부호에 주의하여 근호를 없앤다.

풀이 $\sqrt{9-6x+x^2}-\sqrt{4-4x+x^2}$
 $= \sqrt{(x-3)^2}-\sqrt{(x-2)^2}$
 $= -(x-3)-(x-2)$
 $= -2x+5$

답 -2x+5

242 전략 색칠한 부분의 넓이는 큰 정사각형의 넓이에서 작은 정사각형의 넓이를 뺀 것과 같음을 이용한다.

풀이 작은 정사각형의 한 변의 길이는 $12-2x$

색칠한 부분의 넓이는 큰 정사각형의 넓이에서 작은 정

$a+b$ 의 값은
 $29, 16, 11, -29,$
 $-16, -11$

$2 < x < 3$ 일 때,
 $x-3 < 0, x-2 > 0$

인수가 될 수 있는 것은
 $1, -1, x-z, -x+z,$
 $(x-z)^2, -(x-z)^2$
 등이다.

248 전략 $x+1=A$, $2x-3=B$ 로 치환한다.

풀이 $x+1=A$, $2x-3=B$ 로 치환하면
 $(x+1)^2+7(x+1)(2x-3)+12(2x-3)^2$
 $=A^2+7AB+12B^2$
 $=(A+4B)(A+3B)$
 $=\{(x+1)+4(2x-3)\}\{(x+1)+3(2x-3)\}$
 $=(9x-11)(7x-8)$
 $\therefore a+b+c+d=9+(-11)+7+(-8)$
 $=-3$ 답 -3

249 전략 항이 4개일 때 ④ 공통부분이 생기도록 두 항씩 묶어 인수분해한다.

풀이 $x^3+2x^2-9x-18$
 $=x^2(x+2)-9(x+2)$
 $=(x+2)(x^2-9)$
 $=(x+2)(x-3)(x+3)$ 답 ④

250 전략 x 에 대한 이차식으로 생각하고 상수항부터 인수분해한다.

풀이 $x^2-2(a-b)x-3a^2+6ab-3b^2$
 $=x^2-2(a-b)x-3(a-b)^2$
 $=\{x+(a-b)\}\{x-3(a-b)\}$
 $=(x+a-b)(x-3a+3b)$ 답 ④

251 전략 문자가 여러 개이고 차수가 같은 식 ④ 어느 한 문자에 대하여 내림차순으로 정리한다.

풀이 $x^2(y-z)+y^2(z-x)+z^2(x-y)$
 $=x^2y-x^2z+y^2z-xy^2+xz^2-yz^2$
 $=(y-z)x^2-(y^2-z^2)x+y^2z-yz^2$
 $=(y-z)x^2-(y-z)(y+z)x+yz(y-z)$
 $=(y-z)\{x^2-(y+z)x+yz\}$
 $=(y-z)(x-y)(x-z)$
 $=(x-y)(y-z)(x-z)$ 답 ④

252 전략 x 에 대하여 내림차순으로 정리한 후 인수분해한다.

풀이 $y^2-xy-2y+3x-3$
 $=(3-y)x+(y^2-2y-3)$
 $=(3-y)x+(y-3)(y+1)$
 $=(y-3)(-x+y+1)$ 답 ④

253 전략 $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$, $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ 를 이용한다.

풀이 $\frac{125 \times 99^2 + 250 \times 99 + 125}{63^2 - 62^2}$
 $=\frac{125 \times (99^2 + 2 \times 99 + 1)}{(63+62)(63-62)}$
 $=\frac{125 \times (99+1)^2}{125}$
 $=100^2=10000$ 답 ⑤

n 이 짝수일 때,
 $(-1)^n=1$
 n 이 홀수일 때,
 $(-1)^n=-1$

n 이 짝수이므로 $5n$ 도 짝수이다.

254 전략 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ 를 이용하여 식의 값을 구한다.

풀이 $(x^{5n}+y^{5n})^2-(x^{5n}-y^{5n})^2$
 $=(x^{5n}+y^{5n}+x^{5n}-y^{5n})(x^{5n}+y^{5n}-x^{5n}+y^{5n})$
 $=2x^{5n} \times 2y^{5n}=4x^{5n}y^{5n}=4(xy)^{5n}$
 $=4[(2-\sqrt{5})(2+\sqrt{5})]^{5n}$
 $=4(-1)^{5n}$
 $=4$ 답 ④



보충학습

지수법칙

m, n 이 자연수일 때

① $a^m \times a^n = a^{m+n}$ ② $(a^m)^n = a^{mn}$
 ③ $(ab)^n = a^n b^n$ ④ $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ (단, $b \neq 0$)
 ⑤ $a^m \div a^n = \begin{cases} a^{m-n} & (m > n) \\ 1 & (m = n) \\ \frac{1}{a^{n-m}} & (m < n) \end{cases}$ (단, $a \neq 0$)

255 해결 과정 ① x^2-5x+a 가 완전제곱식이 되려면

$a = \left(\frac{-5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$ • 30% 배점

해결 과정 ② $16x^2+(b-2)xy+9y^2$ 이 완전제곱식이 되려면

$(b-2)^2=4 \times 16 \times 9=24^2$
 $b-2=\pm 24 \quad \therefore b=26 (\because b > 0)$ • 30% 배점

해결 과정 ③ $cx^2+\frac{2}{3}x+\frac{1}{25}$ 이 완전제곱식이 되려면

$\left(\frac{2}{3}\right)^2=4 \times c \times \frac{1}{25}, \quad \frac{4}{9}=\frac{4c}{25}$
 $\therefore c=\frac{25}{9}$ • 30% 배점

답 구하기 $\therefore \frac{2ab}{c}=2 \times \frac{25}{4} \times 26 \times \frac{9}{25}$
 $=117$ • 10% 배점
답 117

256 해결 과정 도형 (가)의 넓이는

$(x+1)^2-2^2=(x+1+2)(x+1-2)$
 $=(x+3)(x-1)$ • 50% 배점

답 구하기 이것이 도형 (나)의 넓이와 같으므로 도형 (나)의 가로 길이는 $x+3$ 이다. • 50% 배점

답 $x+3$

257 해결 과정 $2\langle x, 1, 3 \rangle + \langle x, 1, -1 \rangle$

$=2(x-1)(x-3)+(x-1)(x+1)$ • 50% 배점

답 구하기 $=(x-1)(2x-6+x+1)$
 $=(x-1)(3x-5)$ • 50% 배점
답 $(x-1)(3x-5)$

258 해결 과정 $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)+k$
 $=\{(x+1)(x+4)\}\{(x+2)(x+3)\}+k$
 $=(x^2+5x+4)(x^2+5x+6)+k$

주어진 식이 완전제곱식이 되려면 공통부분을 치환한 식도 완전제곱식이어야 한다.

$x^2+5x=A$ 로 치환하면

$$\begin{aligned} (\text{주어진 식}) &= (A+4)(A+6)+k \\ &= A^2+10A+24+k \end{aligned} \quad \bullet 50\% \text{ 배점}$$

답 구하기 이 식이 완전제곱식이 되어야 하므로

$$\begin{aligned} 24+k &= \left(\frac{10}{2}\right)^2 = 25 \\ \therefore k &= 1 \end{aligned} \quad \bullet 50\% \text{ 배점}$$

답 1

259 **해결 과정** $15x^2-18xy+3y^2-14x+10y+3$

$$\begin{aligned} &= 15x^2 + (-18y-14)x \\ &\quad + (3y^2+10y+3) \\ &= 15x^2 + (-18y-14)x \\ &\quad + (3y+1)(y+3) \\ &= (5x-y-3)(3x-3y-1) \end{aligned} \quad \bullet 60\% \text{ 배점}$$

답 구하기 따라서 $a=5, b=-1, c=3, d=-3$ 이므로

$$\begin{aligned} a+b+c+d &= 4 \end{aligned} \quad \bullet 40\% \text{ 배점}$$

답 4

260 **해결 과정** $2^{16}-1$

$$\begin{aligned} &= (2^8)^2 - 1^2 \\ &= (2^8+1)(2^8-1) \\ &= (2^8+1)(2^4+1)(2^4-1) \\ &= (2^8+1)(2^4+1)(2^2+1)(2^2-1) \\ &= (2^8+1)(2^4+1)(2^2+1)(2+1)(2-1) \\ &= 257 \times 17 \times 5 \times 3 \end{aligned} \quad \bullet 60\% \text{ 배점}$$

답 구하기 따라서 $x=257$ 이므로

$$\begin{aligned} x^2-14x+49 &= (x-7)^2 = (257-7)^2 \\ &= 250^2 = 62500 \end{aligned} \quad \bullet 40\% \text{ 배점}$$

답 62500

261 **해결 과정** ① $x^2-2x-3+y^2+2xy-2y$

$$\begin{aligned} &= x^2 + (2y-2)x + (y^2-2y-3) \\ &= x^2 + (2y-2)x + (y+1)(y-3) \\ &= (x+y+1)(x+y-3) \end{aligned} \quad \bullet 50\% \text{ 배점}$$

해결 과정 ② 이때

$$x = \frac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)} = \sqrt{5}-2,$$

$$y = \frac{\sqrt{5}+2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)} = \sqrt{5}+2$$

이므로 $x+y=2\sqrt{5}$ • 30% 배점

$$\begin{aligned} \text{답 구하기 } \therefore (\text{주어진 식}) &= (2\sqrt{5}+1)(2\sqrt{5}-3) \\ &= 17-4\sqrt{5} \end{aligned} \quad \bullet 20\% \text{ 배점}$$

답 $17-4\sqrt{5}$

$$\begin{aligned} 1+23 &= 3+21=5+19 \\ &= 7+17=9+15 \\ &= 11+13=24 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2+24 &= 4+22=6+20 \\ &= 8+18 \\ &= 10+16 \\ &= 12+14=26 \end{aligned}$$

이 식에 $x=257$ 을 바로 대입하여 식의 값을 구할 수도 있으나 257^2 을 계산해야 하므로 복잡하다.

$$\begin{aligned} 3+25 &= 5+23=7+21 \\ &= 9+19 \\ &= 11+17 \\ &= 13+15=28 \end{aligned}$$

② 두 도형의 넓이가 서로 같음을 이용하여 다항식 n^2-1 을 인수분해한다.

풀이 위쪽 도형의 넓이는 한 변의 길이가 n 인 정사각형의 넓이보다 1만큼 작으므로 n^2-1 이고, 아래쪽 도형의 넓이는 가로 길이가 $n+1$, 세로 길이가 $n-1$ 인 직사각형의 넓이와 같으므로 $(n+1)(n-1)$ 이다. ① 이 두 도형의 넓이가 서로 같으므로

$$n^2-1 = (n+1)(n-1) \quad \textcircled{2}$$

답 풀이 참조

263 **[문제 해결 길잡이]**

① 25일 후 개미의 위치의 x 좌표를 구한다.

② 25일 후 개미의 위치의 y 좌표를 구한다.

③ 25일 후 개미의 위치를 좌표로 나타낸다.

풀이 25일 후 개미의 위치의 x 좌표는

$$\begin{aligned} &1^2-3^2+5^2-7^2+\cdots+21^2-23^2+25^2 \\ &= (1-3)(1+3) + (5-7)(5+7) \\ &\quad + \cdots + (21-23)(21+23) + 25^2 \\ &= -2(1+3+5+7+\cdots+21+23) + 25^2 \\ &= -2 \times (24 \times 6) + 25^2 \\ &= -288 + 625 = 337 \end{aligned} \quad \textcircled{1}$$

25일 후 개미의 위치의 y 좌표는

$$\begin{aligned} &2^2-4^2+6^2-8^2+\cdots+22^2-24^2 \\ &= (2-4)(2+4) + (6-8)(6+8) \\ &\quad + \cdots + (22-24)(22+24) \\ &= -2(2+4+6+8+\cdots+22+24) \\ &= -2 \times (26 \times 6) \\ &= -312 \end{aligned} \quad \textcircled{2}$$

따라서 출발한 지 25일 후 개미의 위치를 좌표로 나타내면

$$(337, -312) \quad \textcircled{3} \quad \text{답 } (337, -312)$$

다른풀이 25일 후 개미의 위치의 x 좌표는

$$\begin{aligned} &1^2-3^2+5^2-7^2+\cdots+21^2-23^2+25^2 \\ &= 1^2 + (5^2-3^2) + (9^2-7^2) + \cdots + (25^2-23^2) \\ &= 1 + (5-3)(5+3) + (9-7)(9+7) \\ &\quad + \cdots + (25-23)(25+23) \\ &= 1 + 2(3+5+7+9+\cdots+23+25) \\ &= 1 + 2 \times (28 \times 6) \\ &= 1 + 336 = 337 \end{aligned}$$

262 **[문제 해결 길잡이]**

① 두 도형의 넓이를 각각 구한다.

III 이차방정식

05 | 이차방정식과 그 풀이 (1)

개념&기출유형

본책 52~53쪽

264 ② $-3x^2+5x+2=0$ (이차방정식)

③ $x^3-4x^2=x^3+x^2+1$

$\therefore -5x^2-1=0$ (이차방정식)

④ $4x^2-1=4x^2-x$

$\therefore x-1=0$ (일차방정식)

답 ④

265 $x=0$ 일 때, $2 \times 0^2 - 0 - 6 \neq 0$

$x=1$ 일 때, $2 \times 1^2 - 1 - 6 \neq 0$

$x=2$ 일 때, $2 \times 2^2 - 2 - 6 = 0$

따라서 구하는 해는 $x=2$ 이다.

답 $x=2$

266 ①, ②, ③, ④ $x = -\frac{1}{4}$ 또는 $x=2$

⑤ $x = -2$ 또는 $x = -\frac{1}{4}$

답 ⑤

267 우변에 있는 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하면

$$x^2-5x-24=0, \quad (x+3)(x-8)=0$$

$$\therefore x = -3 \text{ 또는 } x=8$$

답 ④

268 주어진 방정식의 좌변을 인수분해하면

$$(2x-1)(2x-3)=0 \quad \therefore x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = \frac{3}{2}$$

따라서 $a = \frac{3}{2}$, $b = \frac{1}{2}$ 이므로

$$a-b=1$$

답 1

269 ① $3(x+1)^2=0 \quad \therefore x=-1$ (중근)

② $(x+\frac{1}{5})^2=0 \quad \therefore x=-\frac{1}{5}$ (중근)

③ $2(x+\sqrt{5})(x-\sqrt{5})=0$

$$\therefore x = -\sqrt{5} \text{ 또는 } x = \sqrt{5}$$

④ $(x-3)^2=0 \quad \therefore x=3$ (중근)

⑤ $\frac{1}{4}(x-2)^2=0 \quad \therefore x=2$ (중근)

답 ③

270 x^2 의 계수가 2이고 $x=3$ 을 중근으로 갖는 이차방정식은

$$2(x-3)^2=0 \quad \therefore 2x^2-12x+18=0$$

이차방정식 $2x(x-a)=b$ 에서

$$2x^2-2ax-b=0$$

이므로 $a=6$, $b=-18$

$$\therefore a+b=-12$$

답 -12

이차방정식
 $x^2+px+q=0$ 이 중근
을 가질 조건
 $\rightarrow q = (\frac{p}{2})^2$

$$(\frac{2}{2})^2=1$$

$$(\frac{6}{2})^2=9$$

$$\begin{aligned} k < 30 \text{ 이므로} \\ -3k > -9 \\ \therefore -3k+9 > 0 \end{aligned}$$

x^2 의 계수가 a 이고
 $x=m$ 을 중근으로 갖
는 이차방정식은
 $a(x-m)^2=0$

271 우변에 있는 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하면

$$x^2+6x-k=0$$

이 이차방정식이 중근을 가지므로

$$-k = (\frac{6}{2})^2 = 9 \quad \therefore k = -9$$

답 ①

272 $3x^2+6x-8=0$ 의 양변을 3으로 나누면

$$x^2+2x-\frac{8}{3}=0, \quad x^2+2x=\frac{8}{3}$$

$$x^2+2x+1=\frac{8}{3}+1 \quad \therefore (x+1)^2=\frac{11}{3}$$

따라서 $p=-1$, $q=\frac{11}{3}$ 이므로

$$p+q=\frac{8}{3}$$

답 $\frac{8}{3}$

273 $3x^2+18x-6=0$ 의 양변을 3으로 나누면

$$x^2+6x-2=0, \quad x^2+6x=2$$

$$x^2+6x+9=2+9, \quad (x+3)^2=11$$

$$x+3=\pm\sqrt{11} \quad \therefore x=-3\pm\sqrt{11}$$

따라서 $A=6$, $B=9$, $C=3$, $D=11$ 이므로

$$A-B+C-D=-11$$

답 -11

274 $x^2+6x+3k=0$ 에서 $x^2+6x=-3k$

$$x^2+6x+9=-3k+9, \quad (x+3)^2=-3k+9$$

$$x+3=\pm\sqrt{-3k+9}$$

$$\therefore x = -3 \pm \sqrt{-3k+9}$$

따라서 $-3k+9=6$ 이므로 $k=1$

답 1



내신 만점 도전하기

본책 54~55쪽

275 전략 부등식의 해를 구하여 이차방정식에 각각 대입해 본다.

풀이 $4x-2 \leq -2(x-8)$ 에서

$$4x-2 \leq -2x+16, \quad 6x \leq 18$$

$$\therefore x \leq 3$$

그런데 x 는 자연수이므로 $x=1, 2, 3$

이것을 $2x^2-3x-2=0$ 에 각각 대입하면

$$x=1 \text{ 일 때, } 2 \times 1^2 - 3 \times 1 - 2 \neq 0$$

$$x=2 \text{ 일 때, } 2 \times 2^2 - 3 \times 2 - 2 = 0$$

$$x=3 \text{ 일 때, } 2 \times 3^2 - 3 \times 3 - 2 \neq 0$$

따라서 구하는 해는 $x=2$ 이다.

답 $x=2$

276 전략 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 한 근이 $x=a$

$$\Rightarrow aa^2+ba+c=0$$

풀이 $x=1$ 이 $x^2+ax=-3x+b$ 의 한 근이므로

$$1+a=-3+b \quad \therefore a-b=-4$$

$x=-2$ 가 $2x^2-abx-2=0$ 의 한 근이므로

$$2 \times (-2)^2 - ab \times (-2) - 2 = 0$$

$$8+2ab-2=0 \quad \therefore ab=-3$$

$$\begin{aligned}\therefore a^2+b^2 &= (a-b)^2+2ab \\ &= (-4)^2+2 \times (-3) \\ &= 10\end{aligned}\quad \text{답 10}$$

277 문제 이해 주어진 이차방정식에 $x=-1$ 을 대입하면 m 에 대한 항등식이 된다. • 20% 배점

해결 과정 ① $x=-1$ 을 대입하면

$$\begin{aligned}m \times (-1)^2 - (a+1) \times (-1) - mb &= 0 \\ (1-b)m + a + 1 &= 0\end{aligned}\quad \text{• 30% 배점}$$

해결 과정 ② 이 식이 m 에 대한 항등식이므로

$$\begin{aligned}1-b &= 0, \quad a+1=0 \\ \therefore b &= 1, \quad a=-1\end{aligned}\quad \text{• 40% 배점}$$

답 구하기 $\therefore ab = -1$ • 10% 배점
답 -1

보충학습

- ① 항등식: 미지수의 모든 값에 대하여 항상 참인 등식
- ② $ax+b=0$ 이 x 에 대한 항등식이면 $a=0, b=0$

278 전략 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 한 근이 $x=\alpha$
 $\Rightarrow a\alpha^2+b\alpha+c=0$

풀이 $x=\alpha$ 가 $x^2+x-7=0$ 의 한 근이므로

$$\begin{aligned}\alpha^2+\alpha-7 &= 0 \quad \dots\dots ㉠ \\ \therefore \alpha^2+\alpha &= 7\end{aligned}$$

㉠의 양변을 $\alpha (\alpha \neq 0)$ 로 나누면

$$\begin{aligned}\alpha + 1 - \frac{7}{\alpha} &= 0 \quad \therefore \alpha - \frac{7}{\alpha} = -1 \\ \therefore \alpha^2 + 2\alpha - \frac{7}{\alpha} &= (\alpha^2 + \alpha) + \left(\alpha - \frac{7}{\alpha}\right) \\ &= 7 + (-1) = 6\end{aligned}\quad \text{답 6}$$

$f(2x-3)$ 은 $f(x)$ 에 x 대신 $2x-3$ 을 대입한 것이다.

$\alpha=0$ 을 ㉠에 대입하면 $0+0-7 \neq 0$ 이므로 $\alpha \neq 0$

279 해결 과정 ① $3x^2+5x-2=0$ 에서

$$\begin{aligned}(x+2)(3x-1) &= 0 \\ \therefore x &= -2 \text{ 또는 } x = \frac{1}{3}\end{aligned}\quad \text{• 40% 배점}$$

해결 과정 ② 따라서 $x=-2$ 가 $x^2+kx+3k-1=0$ 의 한 근이므로

$$\begin{aligned}4-2k+3k-1 &= 0 \quad \text{• 40% 배점} \\ \text{답 구하기 } \therefore k &= -3 \quad \text{• 20% 배점} \\ \text{답 -3}\end{aligned}$$

280 전략 $XY=0$ 이면 $X=0$ 또는 $Y=0$ 이어야 하고, $XY \neq 0$ 이면 $X \neq 0$ 이고 $Y \neq 0$ 이어야 한다.

풀이 $A+B=0$ 에서

$$\begin{aligned}(x^2-x-6) + (x^2-3x-10) &= 0 \\ x^2-2x-8=0, \quad (x+2)(x-4) &= 0 \\ \therefore x &= -2 \text{ 또는 } x=4\end{aligned}$$

$AB \neq 0$ 에서 $A \neq 0$ 이고 $B \neq 0$ 이어야 하므로
 (i) $A \neq 0$ 일 때,

$$\begin{aligned}x^2-x-6 \neq 0, \quad (x+2)(x-3) &\neq 0 \\ \therefore x &\neq -2 \text{이고 } x \neq 3\end{aligned}$$

(ii) $B \neq 0$ 일 때,

$$\begin{aligned}x^2-3x-10 \neq 0, \quad (x+2)(x-5) &\neq 0 \\ \therefore x &\neq -2 \text{이고 } x \neq 5\end{aligned}$$

(i), (ii)에서 $x \neq -2$ 이고 $x \neq 3$ 이고 $x \neq 5$ 따라서 조건을 만족시키는 x 의 값은 4이다. 답 4

281 전략 이차방정식 $f(x)=0$ 의 두 근이 α, β 이면 $f(x)=a(x-\alpha)(x-\beta)$ ($a \neq 0$)로 놓을 수 있다.

풀이 $f(x)=a(x-\alpha)(x-\beta)$ ($a \neq 0$)로 놓으면

$$f(2x-3)=a(2x-3-\alpha)(2x-3-\beta)$$

이므로 $f(2x-3)=0$ 에서

$$\begin{aligned}4a\left(x-\frac{\alpha+3}{2}\right)\left(x-\frac{\beta+3}{2}\right) &= 0 \\ \therefore x &= \frac{\alpha+3}{2} \text{ 또는 } x = \frac{\beta+3}{2}\end{aligned}$$

따라서 이차방정식 $f(2x-3)=0$ 의 두 근의 합은

$$\frac{\alpha+3}{2} + \frac{\beta+3}{2} = \frac{\alpha+\beta+6}{2} = 5 \quad (\because \alpha+\beta=4)$$

답 ⑤

282 해결 과정 ① 주어진 이차방정식에서

$$x^2+(4-2a)x+a(a-4)=3b$$

좌변을 인수분해하면

$$(x-a)(x-a+4)=3b \quad \text{• 30% 배점}$$

해결 과정 ② $x-a=b-2$ 를 위의 식에 대입하면

$$\begin{aligned}(b-2)(b-2+4) &= 3b \\ b^2-3b-4=0, \quad (b+1)(b-4) &= 0 \\ \therefore b &= -1 \text{ 또는 } b=4\end{aligned}\quad \text{• 50% 배점}$$

답 구하기 따라서 모든 b 의 값의 합은

$$-1+4=3 \quad \text{• 20% 배점}$$

답 3

다른풀이 $x-a=b-2$ 에서 $b=x-a+2$ 이므로 이것을 주어진 이차방정식에 대입하면

$$\begin{aligned}x^2-2ax+4x+a^2-4a &= 3(x-a+2) \\ x^2+(1-2a)x+a^2-a-6 &= 0 \\ x^2+(1-2a)x+(a+2)(a-3) &= 0 \\ (x-a+3)(x-a-2) &= 0 \\ \therefore x &= a-3 \text{ 또는 } x=a+2\end{aligned}$$

이것을 $b=x-a+2$ 에 대입하면

$$\begin{aligned}b &= -1 \text{ 또는 } b=4 \\ \text{따라서 모든 } b \text{의 값의 합은 } & -1+4=3\end{aligned}$$

283 전략 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 이 중근을 가질 조건
 $\Rightarrow b^2=4ac$

풀이 주어진 이차방정식이 중근을 가지려면

$$\begin{aligned}(k-1)^2 &= 4 \times 25 \times 4, \quad k^2-2k-399=0 \\ (k+19)(k-21) &= 0 \\ \therefore k &= -19 \quad (\because k < 0)\end{aligned}\quad \text{답 ③}$$

284 문제 이해 주어진 이차방정식이 중근을 가지려면

$$-a = \left(\frac{-a}{2}\right)^2 \quad \text{• 20% 배점}$$

해결 과정 ① $a^2+4a=0$, $a(a+4)=0$

$\therefore a=0$ 또는 $a=-4$

• 20% 배점

해결 과정 ② (i) $a=0$ 일 때,

$x^2=0 \quad \therefore x=0$ (중근)

(ii) $a=-4$ 일 때,

$x^2+4x+4=0, \quad (x+2)^2=0$

$\therefore x=-2$ (중근)

• 40% 배점

답 구하기 이때 주어진 이차방정식이 0이 아닌 중근을 가지므로 중근은 $x=-2$ 이고 $a=-4$ 이다.

• 20% 배점

답 $x=-2, a=-4$

285 전략 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 이 중근을 가질 조건

• $b=\left(\frac{a}{2}\right)^2$

풀이 주어진 이차방정식이 중근을 가지려면

$-q=\left(\frac{p}{2}\right)^2 \quad \therefore p^2=-4q$

$p^2=-4q$ 를 만족시키는 정수 p, q 의 순서쌍 (p, q) 는

$(0, 0), (2, -1), (-2, -1), (4, -4),$
 $(-4, -4), (6, -9), (-6, -9), (8, -16),$
 $(-8, -16), (10, -25), (-10, -25)$

의 11개이다.

답 ②

286 전략 이차방정식의 두 근이 같으면 • 중근을 갖는다.

풀이 이차방정식 $x^2+ax+9b=0$ 이 중근을 가지므로

$9b=\left(\frac{a}{2}\right)^2 \quad \therefore a^2=36b=6^2b$

따라서 b 는 제곱수이어야 하고, b 의 값이 가장 클 때 a 의 값도 가장 크다.

두 자리 자연수 중 가장 큰 제곱수는 81이므로 $b=81$ 일 때 가장 큰 자연수 a 의 값은

$a^2=6^2 \times 9^2=(6 \times 9)^2=54^2$

$\therefore a=54$

답 ③

287 해결 과정 ① $2x^2+4mx-m^2=n^2+3n$ 에서

$x^2+2mx-\frac{m^2}{2}=\frac{n^2}{2}+\frac{3n}{2}$

$x^2+2mx=\frac{m^2}{2}+\frac{n^2}{2}+\frac{3n}{2}$

$x^2+2mx+m^2=\frac{m^2}{2}+\frac{n^2}{2}+\frac{3n}{2}+m^2$

$\therefore (x+m)^2=\frac{3m^2}{2}+\frac{n^2}{2}+\frac{3n}{2}$

• 30% 배점

해결 과정 ② 이 식이 $(x-2n)^2=n+7$ 과 같으므로

$m=-2n, \quad \frac{3m^2}{2}+\frac{n^2}{2}+\frac{3n}{2}=n+7$

$m=-2n$ 을 $\frac{3m^2}{2}+\frac{n^2}{2}+\frac{3n}{2}=n+7$ 에 대입하여 정리하면

$13n^2+n-14=0, \quad (13n+14)(n-1)=0$

$\therefore n=1$ ($\because n$ 은 정수)

• 50% 배점

답 구하기 따라서 $m=-2 \times 1=-2$ 이므로

$m+n=-1$

• 20% 배점

답 -1

288 전략 이차방정식 $(x+p)^2=q$ ($q \geq 0$)의 해

• $x=-p \pm \sqrt{q}$

풀이 $4x^2-2kx+1=0$ 이 중근을 가지므로

$(-2k)^2=4 \times 4 \times 1, \quad 4k^2=16$

$k^2=4 \quad \therefore k=\pm 2$

(i) $k=2$ 일 때, $(k-1)x^2-kx-1=0$ 에서

$x^2-2x-1=0, \quad x^2-2x+1=2$

$(x-1)^2=2, \quad x-1=\pm\sqrt{2}$

$\therefore x=1 \pm \sqrt{2}$

(ii) $k=-2$ 일 때, $(k-1)x^2-kx-1=0$ 에서

$-3x^2+2x-1=0, \quad x^2-\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}=0$

$x^2-\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}=-\frac{2}{9}, \quad \left(x-\frac{1}{3}\right)^2=-\frac{2}{9}$

이때 $-\frac{2}{9} < 0$ 이므로 해가 존재하지 않는다.

(i), (ii)에서 구하는 해는 $x=1 \pm \sqrt{2}$ 이다.

답 ⑤

289 전략 이차방정식 $(x-p)^2=q^2$ 의 해 • $x=p \pm q$

풀이 $4(x-1)^2=a^2$ 에서 $(x-1)^2=\frac{a^2}{4}$

$x-1=\pm\frac{a}{2} \quad \therefore x=1 \pm \frac{a}{2}$

주어진 이차방정식의 근이 $x=-1$ 또는 $x=m$ 이므로

$1-\frac{a}{2}=-1, \quad 1+\frac{a}{2}=m$ ($\because a > 0$)

따라서 $a=4, m=3$ 이므로

$am=12$

답 ③

다른풀이 $x=-1$ 이 $4(x-1)^2=a^2$ 의 근이므로

$4(-1-1)^2=a^2, \quad 16=a^2$

$\therefore a=4$ ($\because a > 0$)

즉 $4(x-1)^2=16$ 에서

$(x-1)^2=4, \quad x-1=\pm 2$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=3$

따라서 $m=3$ 이므로 $am=12$



내신 만점 꿀하기

본책 56쪽

290 전략 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 두 근이 α, β 이면

• $aa^2+ba+c=0, a\beta^2+b\beta+c=0$

풀이 $3f(n+2)+2f(n+1)-f(n)$

$=3(a^{n+2}+\beta^{n+2})+2(a^{n+1}+\beta^{n+1})-(a^n+\beta^n)$

$=3a^{n+2}+3\beta^{n+2}+2a^{n+1}+2\beta^{n+1}-a^n-\beta^n$

$= (3a^2+2a-1)a^n + (3\beta^2+2\beta-1)\beta^n$

α, β 가 이차방정식 $3x^2+2x-1=0$ 의 두 근이므로

$3a^2+2a-1=0, \quad 3\beta^2+2\beta-1=0$

$\therefore 3f(n+2)+2f(n+1)-f(n)=0$

답 0

291 해결 과정 ① 직선 $mx+4y=4$ 가 점 $(m-1, m^2)$ 을 지나므로 $x=m-1, y=m^2$ 을 $mx+4y=4$ 에 대입하면

$$m(m-1)+4m^2=4$$

$$5m^2-m-4=0, \quad (5m+4)(m-1)=0$$

$$\therefore m=-\frac{4}{5} \text{ 또는 } m=1 \quad \bullet 50\% \text{ 배점}$$

해결 과정 ② (i) $m=-\frac{4}{5}$ 일 때, 직선 $-\frac{4}{5}x+4y=4$, 즉 $y=\frac{1}{5}x+1$ 은 제3사분면을 지난다.

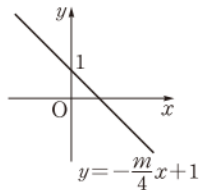
(ii) $m=1$ 일 때, 직선 $x+4y=4$, 즉 $y=-\frac{1}{4}x+1$ 은 제3사분면을 지나지 않는다.

답 구하기 (i), (ii)에서 $m=1$

• 30% 배점
• 20% 배점
답 1

참고 직선 $mx+4y=4$, 즉 $y=-\frac{m}{4}x+1$ 이 제3사분면을 지나지 않으려면

$$-\frac{m}{4} \leq 0 \quad \therefore m \geq 0$$



292 전략 약수의 개수가 2인 자연수 소수

풀이 $\langle x \rangle^2 - \langle x \rangle - 2 = 0$ 에서

$$(\langle x \rangle + 1)(\langle x \rangle - 2) = 0$$

$$\therefore \langle x \rangle = -1 \text{ 또는 } \langle x \rangle = 2$$

그런데 $\langle x \rangle > 0$ 이므로 $\langle x \rangle = 2$

이때 약수의 개수가 2인 자연수는 소수이므로 x 는 2, 3, 5, 7의 4개이다.

답 ③

$\langle x \rangle$ 는 약수의 개수이므로 항상 양수이다.

293 전략 이차방정식 $x^2+px+q=0$ 이 중근을 가질 조건

$$\bullet q = \left(\frac{p}{2}\right)^2$$

풀이 이차방정식 $x^2+2ax+2a+3=0$ 이 중근을 가지므로

$$2a+3 = \left(\frac{2a}{2}\right)^2, \quad a^2-2a-3=0$$

$$(a+1)(a-3)=0 \quad \therefore a=-1 \text{ 또는 } a=3$$

(i) $a=-1$ 일 때, $x^2-2x+1=0$

$$(x-1)^2=0 \quad \therefore x=1 \text{ (중근)}$$

따라서 $b=1$ 이므로 $b-a=2$

(ii) $a=3$ 일 때, $x^2+6x+9=0$

$$(x+3)^2=0 \quad \therefore x=-3 \text{ (중근)}$$

따라서 $b=-3$ 이므로 $b-a=-6$

(i), (ii)에서 $b-a$ 의 값 중 가장 큰 값은 2이다.

답 ③

다른풀이 x^2 의 계수가 1이고 $x=b$ 를 중근으로 갖는 이차방정식은

$$(x-b)^2=0 \quad \therefore x^2-2bx+b^2=0$$

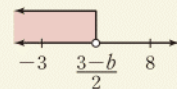
이것이 $x^2+2ax+2a+3=0$ 과 일치하므로

$$2a=-2b, \quad 2a+3=b^2$$

$a=-b$ 를 $2a+3=b^2$ 에 대입하면 $-2b+3=b^2$

$$b^2+2b-3=0, \quad (b+3)(b-1)=0$$

$$\therefore b=-3 \text{ 또는 } b=1$$



따라서 $a=3, b=-3$ 또는 $a=-1, b=1$ 이므로 $b-a$ 의 값 중 가장 큰 값은

$$1-(-1)=2$$

294 해결 과정 ① 공통인 근을 $x=a$ 라 하고 $x=a$ 를 두 이차방정식에 각각 대입하면

$$a^2-pa-q=0 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

$$a^2-qa-p=0 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}-\textcircled{2}$ 을 하면 $(-p+q)a-(-p+q)=0$

$$\therefore (-p+q)(a-1)=0$$

• 50% 배점

해결 과정 ② 이때 $p \neq q$ 이므로

$$a-1=0 \quad \therefore a=1$$

• 30% 배점

답 구하기 $a=1$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$1-p-q=0 \quad \therefore p+q=1$$

• 20% 배점

답 $p+q=1$

만점비법

두 이차방정식 $f(x)=0, g(x)=0$ 이 공통인 근을 가질 때, 공통인 근을 $x=a$ 로 놓고 연립방정식 $\begin{cases} f(a)=0 \\ g(a)=0 \end{cases}$ 을 푼다.

295 전략 $a=2x-1, b=x+3$ 을 $a \odot b = a^2+b-ab$ 에 대입한다.

풀이 $(2x-1) \odot (x+3) = 5$ 에서

$$(2x-1)^2 + (x+3) - (2x-1)(x+3) = 5$$

$$x^2-4x+1=0, \quad x^2-4x+4=3$$

$$(x-2)^2=3, \quad x-2=\pm\sqrt{3}$$

$$\therefore x=2\pm\sqrt{3}$$

따라서 $p=2, q=3$ 이므로 $p+q=5$

답 ④

296 [문제 해결 길잡이]

① 공통인 근을 이용하여 a 의 값을 구한다.

② a 의 값을 이차방정식에 대입하여 다른 한 근을 구한다.

③ 부등식의 해가 이차방정식의 두 근 중 $x=-3$ 만을 포함하도록 하는 b 의 값의 범위를 구한다.

풀이 $x=-3$ 이 $a(x-2)(x+4)=2x^2+11x$ 의 한 근이므로

$$a(-3-2)(-3+4)=2 \times (-3)^2 + 11 \times (-3)$$

$$-5a=-15 \quad \therefore a=3 \text{ ①}$$

따라서 주어진 이차방정식은

$$3(x-2)(x+4)=2x^2+11x$$

$$x^2-5x-24=0, \quad (x+3)(x-8)=0$$

$$\therefore x=-3 \text{ 또는 } x=8 \text{ ②}$$

부등식 $3-2x > b$ 에서 $x < \frac{3-b}{2}$

위의 부등식과 주어진 이차방정식의 공통인 근이 $x=-3$

뿐이므로 $x < \frac{3-b}{2}$ 는 $x=-3$ 은 포함하고 $x=8$ 은 포함하지 않아야 한다.

$$\text{즉 } -3 < \frac{3-b}{2} \leq 8 \text{ 이므로 } -6 < 3-b \leq 16$$

$$-9 < -b \leq 13$$

$$\therefore -13 \leq b < 9 \text{ ③}$$

$$\text{답 } -13 \leq b < 9$$

06 | 이차방정식과 그 풀이 (2)

개념&기출유형

본책 57~60쪽

297 $x^2-6x-2=0$ 이므로

$$x = -(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 1 \times (-2)} \\ = 3 \pm \sqrt{11}$$

따라서 $A=3$, $B=11$ 이므로

$$A+B=14$$

답 ⑤

298 $x^2-3x+1=0$ 에서

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 1 \times 1}}{2 \times 1} \\ = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

따라서 $m = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$ 이므로

$$2m - \sqrt{5} = 2 \times \frac{3+\sqrt{5}}{2} - \sqrt{5} \\ = 3 + \sqrt{5} - \sqrt{5} = 3$$

답 ③

299 $5x^2+2x+a=0$ 에서

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-5a}}{5}$$

이므로 $b=-1$, $1-5a=11$

$$\therefore a=-2, b=-1$$

$$\therefore a+b=-3$$

답 -3

300 주어진 방정식의 양변에 10을 곱하면

$$3x+8(x^2+1)=10x^2+5$$

$$2x^2-3x-3=0$$

$$\therefore x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 2 \times (-3)}}{2 \times 2} \\ = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{4}$$

따라서 $a=3$, $b=33$ 이므로

$$\frac{b}{a}=11$$

답 11

301 주어진 방정식의 양변에 3을 곱하면

$$(5x+4)(x-1)+2-6x(x-1)=0$$

$$x^2-5x+2=0$$

$$\therefore x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 1 \times 2}}{2} \\ = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\text{답 } x = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$$

302 $x+2=A$ 로 치환하면

$$A^2-5A-14=0, (A+2)(A-7)=0$$

$$\therefore A=-2 \text{ 또는 } A=7$$

즉 $x+2=-2$ 또는 $x+2=7$ 이므로

$$x=-4 \text{ 또는 } x=5$$

답 ②

이차방정식
 $ax^2+2b'x+c=0$
의 해는
 $x = \frac{-b' \pm \sqrt{b'^2 - ac}}{a}$
(단, $b'^2 - ac \geq 0$)

서로 다른 근의 개수는
10이다.

303 ① $x^2+2x-7=0$ 에서

$$2^2-4 \times 1 \times (-7)=32>0$$

이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.

② $(-3)^2-4 \times 2 \times 2=-7<0$ 이므로 근이 없다.

③ $3x^2-4x+7=0$ 에서

$$(-4)^2-4 \times 3 \times 7=-68<0$$

이므로 근이 없다.

④ $x=\pm 4$ 의 두 근을 갖는다.

⑤ $9x^2-6x+1=0$ 에서

$$(-6)^2-4 \times 9 \times 1=0$$

이므로 중근을 갖는다.

답 ①, ④

304 $2x^2-x-1=0$ 에서

$$(-1)^2-4 \times 2 \times (-1)=9>0$$

이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.

$$\therefore a=2$$

$\frac{1}{2}x^2-x+3=0$ 에서

$$(-1)^2-4 \times \frac{1}{2} \times 3=-5<0$$

이므로 근이 없다.

$$\therefore b=0$$

$4x^2-20x+25=0$ 에서

$$(-20)^2-4 \times 4 \times 25=0$$

이므로 중근을 갖는다.

$$\therefore c=1$$

$$\therefore a+b+c=3$$

답 ④

305 주어진 이차방정식이 중근을 가지려면

$$(k+4)^2-4 \times 4k \times 1=0$$

$$k^2+8k+16-16k=0, k^2-8k+16=0$$

$$(k-4)^2=0 \therefore k=4$$

답 4

306 주어진 방정식의 양변에 10을 곱하면

$$2x^2-5x-10=0$$

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$A=\frac{5}{2}, B=-5$$

$$\therefore 2A+B=2 \times \frac{5}{2}-5=0$$

답 ③

307 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha+\beta=2, \alpha\beta=-\frac{3}{2}$$

$$\therefore \frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=2 \times \left(-\frac{2}{3}\right)=-\frac{4}{3}$$

답 $-\frac{4}{3}$

308 두 근을 α , $\alpha+1$ 로 놓으면 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha+(\alpha+1)=-3, 2\alpha=-4$$

$$\therefore \alpha=-2$$

따라서 두 근이 $-2, -1$ 이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$\begin{aligned} -2 \times (-1) &= 2k - 2, & 2k &= 4 \\ \therefore k &= 2 \end{aligned}$$

답 2

309 $x=6$ 을 주어진 이차방정식에 대입하면

$$\begin{aligned} 6^2 - 6a - 6 &= 0, & 30 - 6a &= 0 \\ \therefore a &= 5 \end{aligned}$$

즉 $x^2 - 5x - 6 = 0$ 이므로

$$\begin{aligned} (x+1)(x-6) &= 0 \\ \therefore x &= -1 \text{ 또는 } x=6 \end{aligned}$$

따라서 $b = -1$ 이므로

$$a + b = 4 \quad \text{답 ④}$$

다른풀이 두 근이 6, b 이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$6 \times b = -6 \quad \therefore b = -1$$

따라서 두 근이 6, -1 이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$\begin{aligned} 6 + (-1) &= a & \therefore a &= 5 \\ \therefore a + b &= 4 \end{aligned}$$

310 한 근이 $-1 + 2\sqrt{2}$ 이므로 다른 한 근은 $-1 - 2\sqrt{2}$ 이다.

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$\begin{aligned} k - 5 &= (-1 + 2\sqrt{2})(-1 - 2\sqrt{2}) = -7 \\ \therefore k &= -2 \end{aligned}$$

답 ③

311 $1 < \sqrt{3} < 2$ 이므로 $2 < 4 - \sqrt{3} < 3$

즉 $4 - \sqrt{3}$ 의 정수 부분이 2이므로 소수 부분은

$$(4 - \sqrt{3}) - 2 = 2 - \sqrt{3}$$

따라서 이차방정식 $x^2 + px + q = 0$ 의 한 근이 $2 - \sqrt{3}$ 이므로 다른 한 근은 $2 + \sqrt{3}$ 이다.

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$\begin{aligned} -p &= (2 + \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3}) = 4 \\ q &= (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 1 \\ \therefore p &= -4, q = 1 \\ \therefore p + 2q &= -4 + 2 \times 1 = -2 \end{aligned}$$

답 ②

312 두 근이 $-\frac{1}{4}, \frac{1}{3}$ 이고 x^2 의 계수가 12인 이차방정식은

$$12\left(x + \frac{1}{4}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right) = 0 \quad \therefore 12x^2 - x - 1 = 0$$

따라서 $a = -1, b = -1$ 이므로

$$a + b = -2 \quad \text{답 ①}$$

313 다른 한 근은 $1 - \sqrt{7}$ 이므로

$$(\text{두 근의 합}) = (1 + \sqrt{7}) + (1 - \sqrt{7}) = 2$$

$$(\text{두 근의 곱}) = (1 + \sqrt{7})(1 - \sqrt{7}) = -6$$

따라서 구하는 이차방정식은

$$x^2 - 2x - 6 = 0 \quad \text{답 } x^2 - 2x - 6 = 0$$

두 근이 $a, a+1$ 이고 $a = -20$ 이므로 두 근은 $-2, -1$

x 년 후에 양규의 나이와 동생의 나이의 곱

올해 양규의 나이와 동생의 나이의 곱

지면에 떨어졌을 때의 높이는 0 m이다.

$$\begin{aligned} 1 &< \sqrt{3} < 2 \text{에서} \\ -2 &< -\sqrt{3} < -1 \\ \therefore 2 &< 4 - \sqrt{3} < 3 \end{aligned}$$

두 근이 a, β 이고 x^2 의 계수가 a 인 이차방정식 $\rightarrow a(x-a)(x-\beta) = 0$

두 근의 합과 곱이 각각 m, n 이고 x^2 의 계수가 a 인 이차방정식 $\rightarrow a(x^2 - mx + n) = 0$

314 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$a + \beta = -\frac{3}{2}, \quad a\beta = 4$$

이므로 구하는 이차방정식은

$$\begin{aligned} 2\left(x + \frac{3}{2}\right)(x - 4) &= 0, & (2x + 3)(x - 4) &= 0 \\ \therefore 2x^2 - 5x - 12 &= 0 \end{aligned} \quad \text{답 ④}$$

315 $\frac{k(k+1)}{2} = 210$ 이므로

$$\begin{aligned} k^2 + k - 420 &= 0, & (k + 21)(k - 20) &= 0 \\ \therefore k &= 20 \quad (\because k \text{는 자연수}) \end{aligned} \quad \text{답 ②}$$

316 x 년 후에 양규의 나이는 $(x+8)$ 살이고 동생의 나이는 $(x+5)$ 살이므로

$$\begin{aligned} (x+8)(x+5) &= 8 \times 5 + 68 \\ x^2 + 13x - 68 &= 0, & (x+17)(x-4) &= 0 \\ \therefore x &= 4 \quad (\because x > 0) \end{aligned} \quad \text{답 4년}$$

317 연속하는 세 자연수를 $x-1, x, x+1$ 로 놓으면

$$\begin{aligned} (x+1)^2 &= x^2 + (x-1)^2 + 4 \\ x^2 - 4x + 4 &= 0, & (x-2)^2 &= 0 \\ \therefore x &= 2 \end{aligned}$$

따라서 가장 큰 수는 3이다. 답 3

참고 연속하는 세 자연수를 $x-2, x-1, x$ 로 놓고 풀어도 같은 결과를 얻는다.

318 $30t - 5t^2 = 0$ 이므로 $t^2 - 6t = 0$

$$t(t-6) = 0 \quad \therefore t = 6 \quad (\because t > 0)$$

따라서 6초 후에 지면에 떨어진다. 답 6초

319 $\pi \times (8+x)^2 - \pi \times 8^2 = 57\pi$ 이므로

$$\begin{aligned} x^2 + 16x - 57 &= 0, & (x+19)(x-3) &= 0 \\ \therefore x &= 3 \quad (\because x > 0) \end{aligned} \quad \text{답 3}$$

320 도로의 폭을

x m라 하면 도로를 제

외한 나머지 부분의 넓

이는 가로 길이가

$(15-x)$ m, 세로의 길

이가 $(10-x)$ m인 직사각형의 넓이와 같으므로

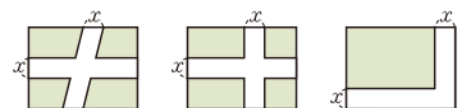
$$\begin{aligned} (15-x)(10-x) &= 104 \\ x^2 - 25x + 46 &= 0, & (x-2)(x-23) &= 0 \\ \therefore x &= 2 \quad (\because 0 < x < 10) \end{aligned}$$

따라서 도로의 폭은 2m이다. 답 2m



만점비법

다음 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이는 모두 같다.





내신 만점 도전하기

본책 61~64쪽

321 전략 이차방정식 $ax^2+2b'x+c=0$ 의 근

$$\circ x = \frac{-b' \pm \sqrt{b'^2 - ac}}{a} \quad (\text{단, } b'^2 - ac \geq 0)$$

풀이 $3x^2-4x+p=0$ 에서

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4-3p}}{3}$$

이므로 $q=2, 4-3p=13$

$$\therefore p = -3, q = 2$$

$$\therefore p+q = -1$$

답 -1

322 전략 이차방정식의 근의 공식을 이용하여 p, q 의 값을 구한다.

풀이 $x^2+3x-1=0$ 에서

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1} = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\therefore p = \frac{-3 - \sqrt{13}}{2}$$

$x^2-5x+3=0$ 에서

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 1 \times 3}}{2 \times 1} = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\therefore q = \frac{5 + \sqrt{13}}{2}$$

$$\therefore p+q = \frac{-3 - \sqrt{13}}{2} + \frac{5 + \sqrt{13}}{2} = 1$$

답 ③

323 전략 $f(x)$ 에 x 대신 $a-1$ 을 대입하여 $f(a-1)$ 을 구한다.

$$\text{풀이 } f(a-1) = (a-1)^2 - 4(a-1) + 2 = a^2 - 6a + 7$$

이므로 $f(a-1)=6$ 에서

$$a^2 - 6a + 7 = 6, \quad a^2 - 6a + 1 = 0$$

$$\therefore a = 3 \pm 2\sqrt{2}$$

그런데 $a > 3$ 이므로

$$a = 3 + 2\sqrt{2}$$

답 $3 + 2\sqrt{2}$

다른풀이 $f(x)=6$ 에서

$$x^2 - 4x + 2 = 6, \quad x^2 - 4x - 4 = 0$$

$$\therefore x = 2 \pm 2\sqrt{2}$$

따라서 $a-1 = 2 \pm 2\sqrt{2}$ 이므로

$$a = 3 + 2\sqrt{2} \quad (\because a > 3)$$

324 해결 과정 주어진 방정식의 양변에 6을 곱하면

$$2x(x+2) - (2x+1) = 3x(x-2)$$

$$x^2 - 8x + 1 = 0$$

$$\therefore x = 4 \pm \sqrt{15}$$

• 60% 배점

답 구하기 따라서 $\alpha = 4 + \sqrt{15}, \beta = 4 - \sqrt{15}$ 이므로

$$\alpha^2 + 8\beta = (4 + \sqrt{15})^2 + 8(4 - \sqrt{15})$$

$$= 16 + 8\sqrt{15} + 15 + 32 - 8\sqrt{15}$$

$$= 63$$

• 40% 배점

답 63

공통부분이 생기도록 2개씩 묶어 전개한다.

325 해결 과정 ① 주어진 방정식에서

$$\{(x+1)(x+7)\}\{(x+3)(x+5)\} + 16 = 0$$

$$(x^2+8x+7)(x^2+8x+15) + 16 = 0 \quad \bullet 40\% \text{ 배점}$$

해결 과정 ② $x^2+8x=A$ 로 치환하면

$$(A+7)(A+15) + 16 = 0$$

$$A^2 + 22A + 121 = 0, \quad (A+11)^2 = 0$$

$$\therefore A = -11$$

• 30% 배점

답 구하기 즉 $x^2+8x=-11$ 이므로

$$x^2+8x+11=0$$

$$\therefore x = -4 \pm \sqrt{5}$$

• 30% 배점

답 $x = -4 \pm \sqrt{5}$

326 전략 $x^2+5x=A$ 로 치환하여 A 에 대한 이차방정식을 푼다.

풀이 주어진 방정식에서

$$3(x^2+5x)^2 - (x^2+5x) - 24 = 0$$

$x^2+5x=A$ 로 치환하면

$$3A^2 - A - 24 = 0, \quad (3A+8)(A-3) = 0$$

$$\therefore A = -\frac{8}{3} \text{ 또는 } A = 3$$

(i) $x^2+5x = -\frac{8}{3}$ 일 때,

$$3x^2 + 15x + 8 = 0$$

$$\therefore x = \frac{-15 \pm \sqrt{129}}{6}$$

(ii) $x^2+5x = 3$ 일 때,

$$x^2 + 5x - 3 = 0$$

$$\therefore x = \frac{-5 \pm \sqrt{37}}{2}$$

(i), (ii)에서 주어진 방정식의 해는

$$x = \frac{-15 \pm \sqrt{129}}{6} \text{ 또는 } x = \frac{-5 \pm \sqrt{37}}{2}$$

$$\text{답 } x = \frac{-15 \pm \sqrt{129}}{6} \text{ 또는 } x = \frac{-5 \pm \sqrt{37}}{2}$$

327 전략 $x+2y=A$ 로 치환할 수 있도록 식을 변형한다.

풀이 주어진 방정식에서

$$(x+2y)^2 + 3(x+2y) - 10 = 0$$

$x+2y=A$ 로 치환하면

$$A^2 + 3A - 10 = 0$$

$$(A+5)(A-2) = 0$$

$$\therefore A = -5 \text{ 또는 } A = 2$$

x, y 가 양수이므로

$$A = x + 2y > 0$$

$$\therefore x + 2y = 2$$

답 ①

다른풀이 주어진 이차방정식을 x 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$x^2 + (4y+3)x + 4y^2 + 6y - 10 = 0$$

$$x^2 + (4y+3)x + 2(2y+5)(y-1) = 0$$

$$(x+2y+5)(x+2y-2) = 0$$

x, y 가 양수이므로

$$x + 2y = 2$$

328 전략 $|x| = \begin{cases} x & (x \geq 0) \\ -x & (x < 0) \end{cases}$

풀이 (i) $x \geq 0$ 일 때,
 $x^2 - 4x - 5 = 0, \quad (x+1)(x-5) = 0$
 $\therefore x = 5 \quad (\because x \geq 0)$

(ii) $x < 0$ 일 때,
 $x^2 + 4x - 5 = 0, \quad (x+5)(x-1) = 0$
 $\therefore x = -5 \quad (\because x < 0)$

(i), (ii)에서 $x = \pm 5$ **답** $x = \pm 5$

다른풀이 $|x|^2 = x^2$ 이므로 주어진 방정식은
 $|x|^2 - 4|x| - 5 = 0, \quad (|x|+1)(|x|-5) = 0$
 $|x| \geq 0$ 이므로 $|x| = 5$
 $\therefore x = \pm 5$

329 전략 $x = a$ 를 주어진 방정식에 대입한 후 양변을 a^2 로 나눈다.

풀이 주어진 방정식에 $x = a$ 를 대입한 후 양변을 $a^2 (a \neq 0)$ 으로 나누면

$$a^2 - 5a - 4 - \frac{5}{a} + \frac{1}{a^2} = 0$$

$$\left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right) - 5\left(a + \frac{1}{a}\right) - 4 = 0$$

$$a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 \text{이므로}$$

$$\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 5\left(a + \frac{1}{a}\right) - 6 = 0$$

$$a + \frac{1}{a} = t \text{로 치환하면} \quad t^2 - 5t - 6 = 0$$

$$(t+1)(t-6) = 0 \quad \therefore t = -1 \text{ 또는 } t = 6$$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = -1 \text{ 또는 } a + \frac{1}{a} = 6 \quad \text{답 ⑤}$$



만점비법

$ax^4 + bx^3 + cx^2 + bx + a = 0 \quad (a \neq 0)$ 꼴의 방정식의 풀이

(i) 양변을 x^2 으로 나눈다.

(ii) $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2$ 임을 이용하여 좌변을 정리한 후

$x + \frac{1}{x} = t$ 로 치환하여 t 에 대한 이차방정식을 푼다.

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$$

$x=0$ 을 주어진 방정식에 대입하면
 $0-0-0-0+1 \neq 0$ 이므로 $x \neq 0$
 $\therefore a \neq 0$

이차방정식
 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두
 근을 α, β 라 할 때,
 $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$
 $\alpha\beta = \frac{c}{a}$

330 전략 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 근의 개수

① $b^2 - 4ac$ 의 값의 부호에 따라 결정

풀이 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 에서

$$b^2 - 4ac = (a+c)^2 - 4ac$$

$$= a^2 + 2ac + c^2 - 4ac$$

$$= a^2 - 2ac + c^2$$

$$= (a-c)^2$$

이때 $a \neq c$ 이므로 $b^2 - 4ac > 0$

따라서 서로 다른 두 근을 갖는다. **답 2**

이차방정식
 $ax^2 + bx + c = 0$ 에서
 ① $b^2 - 4ac > 0$
 \rightarrow 서로 다른 두 근
 ② $b^2 - 4ac = 0$
 \rightarrow 중근
 ③ $b^2 - 4ac < 0$
 \rightarrow 근이 없다.

331 해결 과정 ① 이차방정식 $x^2 - 2x + 2k - 3 = 0$ 이
 근을 갖지 않으므로

$$(-2)^2 - 4 \times 1 \times (2k - 3) < 0, \quad -8k + 16 < 0$$

$$\therefore k > 2 \quad \dots\dots ㉠ \quad \bullet 40\% \text{ 배점}$$

해결 과정 ② 이차방정식 $3x^2 - 2(k-4)x + k + 2 = 0$
 이 중근을 가지므로

$$\{-2(k-4)\}^2 - 4 \times 3 \times (k+2) = 0$$

$$k^2 - 11k + 10 = 0, \quad (k-1)(k-10) = 0$$

$$\therefore k = 1 \text{ 또는 } k = 10 \quad \dots\dots ㉡ \quad \bullet 40\% \text{ 배점}$$

답 구하기 ㉠, ㉡에서 $k = 10$ **답 10** $\bullet 20\% \text{ 배점}$

332 전략 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 이 중근을 가질 조건
 ① $b^2 - 4ac = 0$

풀이 $a(x^2 - 4) + b(1 - 9x^2) - 10\sqrt{ab}x = 0$, 즉
 $(a - 9b)x^2 - 10\sqrt{ab}x - 4a + b = 0$ 이 중근을 가지므로
 $(-10\sqrt{ab})^2 - 4(a - 9b)(-4a + b) = 0$
 $4a^2 - 12ab + 9b^2 = 0, \quad (2a - 3b)^2 = 0$
 $2a - 3b = 0 \quad \therefore a = \frac{3}{2}b$
 $\therefore a : b = \frac{3}{2}b : b = 3 : 2 \quad \text{답 ⑤}$

333 전략 먼저 이차방정식의 근과 계수의 관계를 이용하여
 $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 의 값을 구한다.

풀이 주어진 방정식에서
 $3x^2 + 3x = 2x^2 + 5 \quad \therefore x^2 + 3x - 5 = 0$

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = -3, \quad \alpha\beta = -5$$

$$\textcircled{2} \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$$

$$= (-3)^2 - 2 \times (-5) = 19$$

$$\textcircled{3} (\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$$

$$= (-3)^2 - 4 \times (-5) = 29$$

이므로

$$\alpha - \beta = \sqrt{29} \quad (\because \alpha > \beta)$$

$$\therefore \alpha^2 - \beta^2 = (\alpha + \beta)(\alpha - \beta)$$

$$= -3\sqrt{29}$$

$$\textcircled{4} \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{-3}{-5} = \frac{3}{5}$$

$$\textcircled{5} \frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = -\frac{19}{5} \quad \text{답 ④}$$

334 전략 이차방정식의 근과 계수의 관계를 이용한다.

풀이 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = -a, \quad \alpha\beta = -2$$

이므로

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta$$

$$= (-a)^2 - 2 \times (-2)$$

$$= a^2 + 4$$

즉 $a^2 + 4 = 13$ 이므로 $a^2 = 9$
 $\therefore a = 3 \quad (\because a > 0) \quad \text{답 ④}$

335 전략 이차방정식의 근과 계수의 관계를 이용하여 m, n 의 값을 구한다.

풀이 이차방정식 $2x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근이 $-1, \frac{3}{2}$
 이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$-1 + \frac{3}{2} = -\frac{m}{2}, \quad -1 \times \frac{3}{2} = \frac{n}{2}$$

$$\therefore m = -1, n = -3$$

따라서 이차방정식 $-3x^2 + x + 10 = 0$ 에서

$$3x^2 - x - 10 = 0$$

$$(3x+5)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{5}{3} \text{ 또는 } x = 2$$

$$\text{답 } x = -\frac{5}{3} \text{ 또는 } x = 2$$

336 문제 이해 두 근을 $\alpha, -\alpha$ ($\alpha > 0$)로 놓자.

• 20% 배점

해결 과정 ① 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + (-\alpha) = -\frac{k^2 + k - 6}{2}$$

$$k^2 + k - 6 = 0, \quad (k+3)(k-2) = 0$$

$$\therefore k = -3 \text{ 또는 } k = 2$$

• 30% 배점

해결 과정 ② 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha \times (-\alpha) = -\frac{k}{2} \text{ 이므로}$$

$$k = 2\alpha^2 > 0$$

• 30% 배점

$$\text{답 구하기 } \therefore k = 2$$

• 20% 배점

답 2

337 전략 두 근을 $m, m+1$ 로 놓는다.

풀이 두 근을 $m, m+1$ 로 놓으면 두 근의 제곱의 차이가 5이므로

$$(m+1)^2 - m^2 = 5, \quad 2m+1 = 5$$

$$\therefore m = 2$$

따라서 이차방정식 $ax^2 - bx + c = 0$ 의 두 근이 2, 3이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$2+3 = \frac{b}{a}, \quad 2 \times 3 = \frac{c}{a}$$

$$\therefore b = 5a, c = 6a$$

이것을 만족시키는 자연수 a, b, c 의 순서쌍 (a, b, c) 는

$$(1, 5, 6), (2, 10, 12), (3, 15, 18), \dots$$

따라서 $a+b+c$ 의 값 중 두 번째로 작은 값은

$$2+10+12 = 24$$

답 ⑤

다른풀이 $b = 5a, c = 6a$ 에서

$$a+b+c = a+5a+6a = 12a$$

이때 a 는 자연수이므로

$$12a = 12, 24, 36, \dots$$

따라서 $a+b+c$ 의 값 중 두 번째로 작은 값은 24이다.

338 해결 과정 ① 이차방정식 $x^2 + 2x - 4 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여 두 근의 합은

$$-2$$

• 30% 배점

해결 과정 ② $x = -2$ 가 이차방정식 $2x^2 + 5x + k = 0$ 의 근이므로

$$2 \times (-2)^2 + 5 \times (-2) + k = 0$$

$$-2 + k = 0$$

$$\therefore k = 2$$

• 40% 배점

답 구하기 따라서 이차방정식 $2x^2 + 5x + 2 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여 두 근의 곱은 1이다.

• 30% 배점

답 1

339 해결 과정 ① 한 근이 $-4 + 3\sqrt{2}$ 이므로 다른 한 근은 $-4 - 3\sqrt{2}$ 이다.

• 30% 배점

해결 과정 ② $\frac{1}{2}x^2 + ax + b = 0$ 에서

$$x^2 + 2ax + 2b = 0$$

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$(-4 + 3\sqrt{2}) + (-4 - 3\sqrt{2}) = -2a$$

$$(-4 + 3\sqrt{2})(-4 - 3\sqrt{2}) = 2b$$

$$\therefore a = 4, b = -1$$

• 60% 배점

$$\text{답 구하기 } \therefore ab = -4$$

• 10% 배점

답 -4

340 전략 α, β 를 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 a 인 이차방정식 $a\{x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta\} = 0$

풀이 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = -\frac{1}{2}, \quad \alpha\beta = -\frac{5}{2}$$

$$\therefore \frac{1}{\alpha+1} + \frac{1}{\beta+1} = \frac{\alpha+\beta+2}{\alpha\beta+\alpha+\beta+1}$$

$$= \frac{-\frac{1}{2}+2}{-\frac{5}{2}-\frac{1}{2}+1} = -\frac{3}{4},$$

$$\frac{1}{\alpha+1} \times \frac{1}{\beta+1} = \frac{1}{\alpha\beta+\alpha+\beta+1}$$

$$= \frac{1}{-\frac{5}{2}-\frac{1}{2}+1} = -\frac{1}{2}$$

따라서 $\frac{1}{\alpha+1}, \frac{1}{\beta+1}$ 을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 4인 이차방정식은

$$4\left\{x^2 - \left(-\frac{3}{4}\right)x + \left(-\frac{1}{2}\right)\right\} = 0$$

$$\therefore 4x^2 + 3x - 2 = 0$$

답 ⑤

341 전략 α, β 를 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 a 인 이차방정식 $a(x-\alpha)(x-\beta) = 0$

풀이 이차방정식 $2x^2 - 4x + m = 0$ 이 중근을 가지므로

$$(-4)^2 - 4 \times 2 \times m = 0$$

$$16 - 8m = 0$$

$$\therefore m = 2$$

2, 3을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 -2인 이차방정식은

$$-2(x-2)(x-3) = 0$$

$$\therefore -2x^2 + 10x - 12 = 0$$

따라서 x 의 계수는 10이다.

답 ④

a, b, c 가 유리수일 때, 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 한 근이 $p+q\sqrt{m}$ 이면 다른 한 근은 $p-q\sqrt{m}$ 이다. (단, p, q 는 유리수, $q \neq 0, \sqrt{m}$ 은 무리수)

순서쌍 (a, b, c) 는 $(a, 5a, 6a)$ 이므로 $a=1$ 이면 $(1, 5, 6)$ $a=2$ 이면 $(2, 10, 12)$ $a=3$ 이면 $(3, 15, 18)$ \vdots

342 해결 과정 ① $(2x+1) * (x-3)=3$ 에서
 $(2x+1)(x-3)-(2x+1)+(x-3)=3$
 $2x^2-6x-10=0$
 $\therefore x^2-3x-5=0$ • 30% 배점

해결 과정 ② 이 이차방정식의 두 근이 α, β 이므로
 $\alpha^2-3\alpha-5=0, \beta^2-3\beta-5=0$
 $\therefore \alpha^2-3\alpha=5, \beta^2-3\beta=5$
 또 근과 계수의 관계에 의하여
 $\alpha+\beta=3, \alpha\beta=-5$
 이므로

$$\begin{aligned} (\alpha-\beta)^2 &= (\alpha+\beta)^2 - 4\alpha\beta \\ &= 3^2 - 4 \times (-5) = 29 \\ \therefore \alpha-\beta &= -\sqrt{29} \quad (\because \alpha < \beta) \end{aligned} \quad \text{• 40% 배점}$$

답 구하기 $\therefore \alpha^2\beta - \alpha\beta^2 + (\alpha^2 - 3\alpha + 1)(\beta^2 - 3\beta - 3)$
 $= \alpha\beta(\alpha - \beta) + (5+1)(5-3)$
 $= -5 \times (-\sqrt{29}) + 12$
 $= 12 + 5\sqrt{29}$ • 30% 배점
답 $12 + 5\sqrt{29}$

343 해결 과정 ① 바구니의 개수를 x 라 하면 한 바구니에 담은 망고의 개수는 $x+3$ 이므로

$$x(x+3)=54 \quad \text{• 50% 배점}$$

해결 과정 ② $x^2+3x-54=0, (x+9)(x-6)=0$
 $\therefore x=6$ ($\because x$ 는 자연수) • 40% 배점

답 구하기 따라서 바구니는 6개이다. • 10% 배점
답 6

344 전략 A 원을 $x\%$ 할인 $\Rightarrow A\left(1-\frac{x}{100}\right)$ 원

A 원을 $x\%$ 인상 $\Rightarrow A\left(1+\frac{x}{100}\right)$ 원

풀이 티셔츠의 정가를 A 원이라 하면

$$\begin{aligned} A\left(1-\frac{x}{100}\right)\left(1+\frac{x}{100}\right) &= A\left(1-\frac{4}{100}\right) \\ (100-x)(100+x) &= 9600 \\ 10000-x^2 &= 9600, \quad x^2=400 \\ \therefore x &= 20 \quad (\because x > 0) \end{aligned}$$

양변에 $\frac{10000}{A}$ 를 곱한다.

답 ④

345 전략 큰 홀수를 x 라 하면 이 홀수와 연속한 수
 $\odot x-1$ 또는 $x+1$

풀이 큰 홀수를 x 라 하면 이 홀수와 연속한 수는
 $x-1$ 또는 $x+1$ 이다.

(i) 연속한 수가 $x-1$ 일 때,

$$\begin{aligned} x(x-1) &= 182, \quad x^2-x-182=0 \\ (x+13)(x-14) &= 0 \\ \therefore x &= 14 \quad (\because x > 0) \end{aligned}$$

그런데 x 가 홀수라는 조건을 만족시키지 않는다.

(ii) 연속한 수가 $x+1$ 일 때,

$$\begin{aligned} x(x+1) &= 182, \quad x^2+x-182=0 \\ (x+14)(x-13) &= 0 \\ \therefore x &= 13 \quad (\because x > 0) \end{aligned}$$

(i), (ii)에서 큰 홀수는 13이고 작은 홀수는 11이므로
 구하는 곱은

$$13 \times 11 = 143 \quad \text{답 143}$$

346 전략 위로 던져 올린 공이 지면으로부터의 높이가
 30m가 되는 때는 두 번이다.

풀이 $-5x^2+20x+15=30$ 에서
 $x^2-4x+3=0, (x-1)(x-3)=0$
 $\therefore x=1$ 또는 $x=3$

따라서 공이 높이가 30m인 지점을 처음으로 지나
 는 것은 던져 올린 지 1초 후이다. **답** 1초

347 해결 과정 ① 처음 직사각형의 세로의 길이를
 x cm라 하면 가로 길이는 $(x+4)$ cm이므로 직육면
 체 모양의 상자의 가로 길이는 $(x+4)-4=x$ (cm),
 세로의 길이는 $(x-4)$ cm, 높이는 2cm이다.

• 40% 배점

해결 과정 ② 상자의 부피가 42 cm^3 이므로

$$\begin{aligned} 2x(x-4) &= 42, \quad x^2-4x-21=0 \\ (x+3)(x-7) &= 0 \\ \therefore x &= 7 \quad (\because x > 0) \end{aligned}$$

• 50% 배점

답 구하기 따라서 처음 직사각형의 세로의 길이는
 7cm이다. • 10% 배점

답 7cm

348 전략 매초 a 씩 변하는 선분의 길이는 t 초 후에 at 만
 큼 변한다.

풀이 처음 직사각형의 넓이는
 $12 \times 8 = 96 \text{ (cm}^2\text{)}$

넓이가 처음과 같아지는 데 걸리는 시간을 x 초라 하면
 x 초 후의 직사각형의 가로 길이는 $(12-x)$ cm, 세
 로의 길이는 $(8+2x)$ cm이므로

$$\begin{aligned} (12-x)(8+2x) &= 96, \quad x^2-8x=0 \\ x(x-8) &= 0 \\ \therefore x &= 8 \quad (\because x > 0) \end{aligned}$$

따라서 처음 직사각형의 넓이와 같아지는 데 걸리는 시
 간은 8초이다. **답** ③



내신 만점 꿀하기

본책 65쪽

349 전략 α, β 를 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 a 인 이차
 방정식 $\odot a(x-\alpha)(x-\beta)=0$

풀이 $x=2$ 가 $ax^2+bx+c=0$ 의 근이므로

$$4a+2b+c=0 \quad \dots\dots \text{㉠}$$

$x=3$ 이 $bx^2+cx+a=0$ 의 근이므로

$$9b+3c+a=0 \quad \dots\dots \text{㉡}$$

㉠ $\times 3$ - ㉡을 하면

$$11a-3b=0 \quad \therefore 11a=3b$$

이때 a, b 는 서로소인 자연수이므로

$$a=3, b=11$$

이것을 ㉠에 대입하면 $c=-34$

즉 이차방정식 $3x^2+11x-34=0$ 의 두 근이 2, a 이고

이차방정식 $11x^2-34x+3=0$ 의 두 근이 3, β 이므로

근과 계수의 관계에 의하여

$$2+a=-\frac{11}{3} \quad \therefore a=-\frac{17}{3}$$

$$3+\beta=\frac{34}{11} \quad \therefore \beta=\frac{1}{11}$$

따라서 a, β 를 두 근으로 하는 이차방정식은

$$\left(x+\frac{17}{3}\right)\left(x-\frac{1}{11}\right)=0$$

$$\therefore 33x^2+184x-17=0$$

답 ④

350 전략 이차방정식의 근과 계수의 관계를 이용하여 상수항과 x 의 계수를 구한다.

풀이 -3 과 5 를 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은

$$(x+3)(x-5)=0$$

$$\therefore x^2-2x-15=0$$

즉 처음 이차방정식의 상수항은 -15 이다.

$$(-2+\sqrt{3})+(-2-\sqrt{3})=-4,$$

$$(-2+\sqrt{3})(-2-\sqrt{3})=1 \text{ 이므로 } -2 \pm \sqrt{3} \text{ 을 두 근으로 하고 } x^2 \text{의 계수가 1인 이차방정식은}$$

$$x^2+4x+1=0$$

즉 처음 이차방정식의 x 의 계수는 4이다.

따라서 처음에 주어진 이차방정식은 $x^2+4x-15=0$

이다. $\text{답 } x^2+4x-15=0$

351 해결 과정 ① 10 %의 소금물 100 g에 들어 있는 소금의 양은

$$\frac{10}{100} \times 100 = 10 \text{ (g)}$$

(가)의 시행 후 소금물에 들어 있는 소금의 양은

$$10 - \frac{1}{10}x \text{ (g)}$$

이므로 소금물의 농도는

$$10 - \frac{1}{10}x \text{ (%)}$$

• 30% 배점

해결 과정 ② (나)의 시행 후 소금물에 들어 있는 소금의 양은

$$\left(10 - \frac{1}{10}x\right) - \frac{x(100-x)}{1000} \text{ (g)}$$

이므로 소금물의 농도는

$$\left(10 - \frac{1}{10}x\right) - \frac{x(100-x)}{1000} \text{ (%)}$$

• 30% 배점

답 구하기 이 농도가 2.5 %이므로

$$\left(10 - \frac{1}{10}x\right) - \frac{x(100-x)}{1000} = 2.5$$

$$x^2 - 200x + 7500 = 0$$

$$(x-50)(x-150) = 0$$

$$\therefore x = 50 \text{ (} \because 0 < x < 100 \text{)}$$

• 40% 배점

답 50

(일반버스가 달린 거리)+6
=(투어버스가 달린 거리)

$$\text{㉠} \times 3 - \text{㉡} \times 2 \text{ 를 하면}$$

$$-600a + 6 = 0$$

$$\therefore a = \frac{1}{100}$$

$$a = \frac{1}{100} \text{ 을 } \text{㉠} \text{에 대입 하면}$$

$$4 + 6 = 20b$$

$$\therefore b = \frac{1}{2}$$

$$\triangle BCD - \square PCDO \\ = \frac{1}{2} \square ABCD \\ - \square PCDO$$

10 %의 소금물 x g에 들어 있는 소금의 양은 $\frac{10}{100} \times x = \frac{1}{10}x$ (g)

소금물의 양은 100 g으로 일정하므로 농도는

$$\frac{10 - \frac{1}{10}x}{100} \times 100$$

$$= 10 - \frac{1}{10}x \text{ (%)}$$

$\left(10 - \frac{1}{10}x\right)$ %의 소금물 x g에 들어 있는 소금의 양은

$$\frac{10 - \frac{1}{10}x}{100} \times x$$

$$= \frac{x(100-x)}{1000} \text{ (g)}$$

x g은 100 g의 소금물에서 덜어 내는 양이므로 100 g보다 적어야 한다.

보충학습

$$\text{① (소금의 양)} = \frac{(\text{소금물의 농도})}{100} \times (\text{소금물의 양})$$

$$\text{② (소금물의 농도)} = \frac{(\text{소금의 양})}{(\text{소금물의 양})} \times 100 \text{ (%)}$$

352 문제 이해 t 분 동안 일반버스가 달린 거리를 at^2 km ($a \neq 0$)라 하고 투어버스의 속도를 b km/min이라 하면 t 분 동안 투어버스가 달린 거리는 bt km이다. • 20% 배점

해결 과정 ① 20분 후에 두 버스는 같은 위치에 있으므로 $20^2a + 6 = 20b$

$$\therefore 400a + 6 = 20b$$

..... ㉠

또 30분 후에 두 버스는 같은 위치에 있으므로

$$30^2a + 6 = 30b$$

$$\therefore 900a + 6 = 30b$$

..... ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$a = \frac{1}{100}, b = \frac{1}{2}$$

• 40% 배점

해결 과정 ② 투어버스의 처음 위치를 0이라 하면 출발한 지 t 분 후 일반버스의 위치는 $\left(\frac{1}{100}t^2 + 6\right)$ km, 투어버스의 위치는 $\frac{1}{2}t$ km이다.

이때 일반버스가 30 km 앞서 있으려면

$$\frac{1}{100}t^2 + 6 = \frac{1}{2}t + 30, \quad t^2 - 50t - 2400 = 0$$

$$(t+30)(t-80) = 0$$

$$\therefore t = 80 \text{ (} \because t > 0 \text{)}$$

• 30% 배점

답 구하기 따라서 출발한 지 80분 후에 일반버스가 투어버스보다 30 km 앞서 달리게 된다. • 10% 배점

답 80분

353 전략 $\triangle AOD \sim \triangle POB$ 임을 이용하여 $\triangle POB$ 의 넓이를 x 에 대한 이차방정식으로 나타낸다.

풀이 평행사변형 ABCD의 넓이가 60 cm^2 이므로 넓이는 6 cm 이다.

$\overline{BP} = x \text{ cm}$ 라 하면 $\triangle AOD \sim \triangle POB$ 이고 닮음비가

$10 : x$ 이므로 $\triangle POB$ 의 넓이는

$$6 \times \frac{x}{10+x} = \frac{6x}{10+x} \text{ (cm)}$$

이때 $\triangle POB = 30 - 18 = 12 \text{ (cm}^2\text{)}$ 이므로

$$\frac{1}{2} \times x \times \frac{6x}{10+x} = 12$$

$$3x^2 = 12(10+x), \quad x^2 - 4x - 40 = 0$$

$$\therefore x = 2 + 2\sqrt{11} \text{ (} \because x > 0 \text{)}$$

따라서 \overline{BP} 의 길이는 $(2 + 2\sqrt{11}) \text{ cm}$ 이다. $\text{답 } ②$

354 [문제 해결 길잡이]

① 이차방정식의 근과 계수의 관계를 이용하여 $\alpha_n + \beta_n, \alpha_n \beta_n$ 을 n 에 대한 식으로 나타낸다.

② $\frac{1}{\alpha_n} + \frac{1}{\beta_n}$ 을 n 에 대한 식으로 나타낸다.

③ 주어진 식의 값을 구한다.

풀이 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha_n + \beta_n = -\frac{1}{n}, \quad \alpha_n \beta_n = -(n+1) \quad ①$$

이므로

$$\begin{aligned} \frac{1}{\alpha_n} + \frac{1}{\beta_n} &= \frac{\alpha_n + \beta_n}{\alpha_n \beta_n} = -\frac{1}{n} \times \left(-\frac{1}{n+1} \right) \\ &= \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \quad ② \\ \therefore \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{1}{\alpha_3} + \cdots + \frac{1}{\alpha_6} \right) \\ &\quad + \left(\frac{1}{\beta_1} + \frac{1}{\beta_2} + \frac{1}{\beta_3} + \cdots + \frac{1}{\beta_6} \right) \\ &= \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\beta_1} \right) + \left(\frac{1}{\alpha_2} + \frac{1}{\beta_2} \right) + \left(\frac{1}{\alpha_3} + \frac{1}{\beta_3} \right) \\ &\quad + \cdots + \left(\frac{1}{\alpha_6} + \frac{1}{\beta_6} \right) \\ &= \left(1 - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \cdots + \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{7} \right) \\ &= 1 - \frac{1}{7} = \frac{6}{7} \quad ③ \end{aligned}$$

참고 이차방정식 $nx^2 + x - n(n+1) = 0$ 에서
 $1^2 - 4n[-n(n+1)] = 1 + 4n^2(n+1) > 0$
 이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.

내신 만점 정복하기

본책 66~70쪽

355 전략 (x 에 대한 이차식) = 0 꼴로 나타내어지는 방정식을 x 에 대한 이차방정식이라 한다.

풀이 $(x-1)(4x-2) = (a-2)x^2 + x$ 에서

$$4x^2 - 6x + 2 = (a-2)x^2 + x$$

$$(a-6)x^2 + 7x - 2 = 0$$

이것이 x 에 대한 이차방정식이 되려면

$$a-6 \neq 0 \quad \therefore a \neq 6 \quad \text{답 } a \neq 6$$

356 전략 $x=a$ 가 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 근

$$\Rightarrow aa^2 + ba + c = 0$$

풀이 $x=a$ 가 이차방정식 $x^2 - \sqrt{3}x + 1 = 0$ 의 근이므로

$$a^2 - \sqrt{3}a + 1 = 0$$

양변을 $a(a \neq 0)$ 로 나누면 $a + \frac{1}{a} = \sqrt{3}$

$$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a} \right)^2 - 2 = 3 - 2 = 1 \quad \text{답 } ①$$

357 전략 $x=a$ 가 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 근

$$\Rightarrow aa^2 + ba + c = 0$$

풀이 $x=ka$ 가 이차방정식 $5x^2 + 4ax - a^2 = 0$ 의 근이

므로 $5(ka)^2 + 4a \times ka - a^2 = 0$

$$\therefore 5k^2a^2 + 4ka^2 - a^2 = 0$$

$a \neq 0$ 이므로 양변을 a^2 으로 나누면

$$5k^2 + 4k - 1 = 0, \quad (k+1)(5k-1) = 0$$

$$\therefore k = -1 \text{ 또는 } k = \frac{1}{5} \quad \text{답 } -1, \frac{1}{5}$$

b 의 약수는 1, b 뿐이다.

a, b 가 소수이면 $a \geq 2$,
 $b \geq 2$ 이므로
 $2a + b \geq 6$

$a=0$ 을 $a^2 - \sqrt{3}a + 1 = 0$
 에 대입하면
 $0 - 0 + 1 \neq 0$ 이므로
 $a \neq 0$

주어진 방정식이 이차
 방정식이므로 x^2 의 계
 수가 0이 아니어야 한
 다.
 $\therefore a+1 \neq 0$

358 전략 점 (p, q) 가 제2사분면 위의 점 $\Rightarrow p < 0, q > 0$

풀이 점 $(a-1, a+6)$ 이 제2사분면 위의 점이므로

$$a-1 < 0, \quad a+6 > 0$$

$$\therefore -6 < a < 1 \quad \dots\dots ⑦$$

일차함수 $y=ax+a$ 의 그래프가 점 $(a-1, a+6)$ 을 지나므로

$$a+6 = a(a-1) + a, \quad a^2 - a - 6 = 0$$

$$(a+2)(a-3) = 0$$

$$\therefore a = -2 \text{ 또는 } a = 3 \quad \dots\dots ⑧$$

⑦, ⑧에서 $a = -2$ 답 ③

359 전략 b 가 소수임을 이용하여 주어진 이차방정식의 좌변이 인수분해되는 경우를 생각해 본다.

풀이 b 가 소수이므로 $x^2 - 2ax - b = 0$ 의 좌변을 인수 분해할 수 있는 경우는

$$(x+1)(x-b) = 0 \text{ 또는 } (x+b)(x-1) = 0$$

의 두 가지뿐이다.

$$(i) (x+1)(x-b) = 0 \text{ 일 때,}$$

$$x^2 + (1-b)x - b = 0$$

$$\text{이므로 } -2a = 1-b \quad \therefore 2a-b = -1$$

$$(ii) (x+b)(x-1) = 0 \text{ 일 때,}$$

$$x^2 + (b-1)x - b = 0$$

$$\text{이므로 } -2a = b-1 \quad \therefore 2a+b = 1$$

그런데 이것을 만족시키는 소수 a, b 는 존재하지 않는다.

$$(i), (ii) \text{에서 } 2a-b = -1 \quad \text{답 } ②$$

참고 $2a-b = -1$ 을 만족시키는 소수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 는

$$(2, 5), (3, 7), (5, 11), (11, 23), \dots$$

이고, 예를 들어 $a=2, b=5$ 일 때, 주어진 이차방정식은 $x^2 - 4x - 5 = 0$ 이므로

$$(x+1)(x-5) = 0 \quad \therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 5$$

즉 정수인 두 근을 가짐을 확인할 수 있다.

360 전략 주어진 방정식에 $x = -2$ 를 대입하여 a 의 값을 구한다.

풀이 $x = -2$ 가 $(a+1)x^2 - (a^2+2)x + 3(a-1) = 0$ 의 근이므로

$$4(a+1) + 2(a^2+2) + 3(a-1) = 0$$

$$2a^2 + 7a + 5 = 0, \quad (2a+5)(a+1) = 0$$

$$\therefore a = -\frac{5}{2} \text{ 또는 } a = -1$$

그런데 $a+1 \neq 0$, 즉 $a \neq -1$ 이어야 하므로

$$a = -\frac{5}{2}$$

$$\text{즉 } -\frac{3}{2}x^2 - \frac{33}{4}x - \frac{21}{2} = 0 \text{ 이므로}$$

$$2x^2 + 11x + 14 = 0, \quad (2x+7)(x+2) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{7}{2} \text{ 또는 } x = -2$$

따라서 $b = -\frac{7}{2}$ 이므로

$$ab = -\frac{5}{2} \times \left(-\frac{7}{2} \right) = \frac{35}{4} \quad \text{답 } ③$$

361 전략 이차방정식 $x^2+px+q=0$ 이 중근을 가질 조건

① $q=\left(\frac{p}{2}\right)^2$

풀이 이차방정식 $x^2-2ax-a+2=0$ 이 중근을 가지므로

$$-a+2=\left(\frac{-2a}{2}\right)^2$$

$$a^2+a-2=0, \quad (a+2)(a-1)=0$$

$$\therefore a=-2 (\because a<0)$$

즉 이차방정식 $3x^2+x-2=0$ 에서

$$(x+1)(3x-2)=0$$

$$\therefore x=-1 \text{ 또는 } x=\frac{2}{3} \quad \text{답 } x=-1 \text{ 또는 } x=\frac{2}{3}$$

362 전략 이차방정식 $a(x-p)^2=q$ 의 해 ($aq>0$)

① $x=p\pm\sqrt{\frac{q}{a}}$

풀이 $9(x-1)^2=30-n$ 에서

$$(x-1)^2=\frac{30-n}{9}, \quad x-1=\pm\sqrt{\frac{30-n}{9}}$$

$$\therefore x=1\pm\frac{\sqrt{30-n}}{3}$$

이때 해가 모두 정수이려면 $\frac{\sqrt{30-n}}{3}$ 이 정수이어야 하므로

$$\sqrt{30-n}=0 \text{ 또는 } \sqrt{30-n}=3$$

$$30-n=0 \text{ 또는 } 30-n=9$$

$$\therefore n=30 \text{ 또는 } n=21$$

따라서 구하는 자연수 n 의 값의 합은 51이다. **답** ③

363 문제 이해 $f(x)$ 가 x 에 대한 이차식이므로

$f(x)=ax^2+bx+c$ ($a\neq 0$)로 놓자. **• 10% 배점**

해결 과정 ① $f(0)=1$ 이므로

$$c=1$$

• 20% 배점

해결 과정 ② $f(x+1)-f(x)$

$$=a(x+1)^2+b(x+1)+1-(ax^2+bx+1)$$

$$=2ax+a+b$$

즉 $2ax+a+b=4x$ 이므로

$$2a=4, \quad a+b=0 \quad \therefore a=2, \quad b=-2$$

$$\therefore f(x)=2x^2-2x+1 \quad \text{• 40% 배점}$$

답 구하기 $f(x)=x$ 에서

$$2x^2-2x+1=x, \quad 2x^2-3x+1=0$$

$$(2x-1)(x-1)=0$$

$$\therefore x=\frac{1}{2} \text{ 또는 } x=1 \quad \text{• 30% 배점}$$

$$\text{답 } x=\frac{1}{2} \text{ 또는 } x=1$$

364 해결 과정 ① $x^2+ax+a-1=0$ 에서

$$(x+1)(x-1+a)=0$$

$$\therefore x=-1 \text{ 또는 } x=1-a$$

$x^2-(a+4)x+4a=0$ 에서

$$(x-4)(x-a)=0$$

$$\therefore x=4 \text{ 또는 } x=a \quad \text{• 40% 배점}$$

해결 과정 ② (i) 공통인 근이 $x=-1$ 일 때,

$$a=-1$$

(ii) 공통인 근이 $x=4$ 일 때,

$$1-a=4 \quad \therefore a=-3$$

(iii) 공통인 근이 $x=1-a$ 또는 $x=a$ 일 때,

$$1-a=a \quad \therefore a=\frac{1}{2}$$

• 40% 배점

답 구하기 이상에서 모든 a 의 값의 합은

$$-1+(-3)+\frac{1}{2}=-\frac{7}{2}$$

• 20% 배점

$$\text{답 } -\frac{7}{2}$$

365 해결 과정 ① $x^2+2ax+3a+4=0$ 이 중근을 가지려면

$$(x+a)^2=0$$

으로 좌변이 인수분해되어야 한다.

이때 중근 $x=-a$ 가 양수이므로 $a<0$ **• 40% 배점**

해결 과정 ② 또 $3a+4=\left(\frac{2a}{2}\right)^2$ 이어야 하므로

$$a^2-3a-4=0, \quad (a+1)(a-4)=0$$

$$\therefore a=-1 (\because a<0)$$

• 40% 배점

답 구하기 따라서 $a=-1$ 이고 중근은 $x=1$ 이므로 구

하는 곱은 $-1\times 1=-1$

• 20% 배점

$$\text{답 } -1$$

366 전략 이차방정식 $ax^2+2b'x+c=0$ 의 근

① $x=\frac{-b'\pm\sqrt{b'^2-ac}}{a}$ (단, $b'^2-ac\geq 0$)

풀이 $3x^2-6\sqrt{2}x+k-3=0$ 에서

$$x=\frac{-(-3\sqrt{2})\pm\sqrt{(-3\sqrt{2})^2-3(k-3)}}{3}$$

$$=\frac{3\sqrt{2}\pm\sqrt{27-3k}}{3}$$

즉 $\sqrt{27-3k}=2\sqrt{3}$ 이므로

$$27-3k=12, \quad 3k=15$$

$$\therefore k=5$$

답 ④

367 전략 계수가 분수인 이차방정식 ① 양변에 분모의 최소공배수를 곱한다.

풀이 주어진 방정식의 양변에 6을 곱하면

$$2(x^2+1)+3(x-3)=x$$

$$2x^2+2x-7=0$$

$$\therefore x=\frac{-1\pm\sqrt{15}}{2}$$

따라서 $A=-1, B=15$ 이므로

$$A+B=14$$

답 ⑤

368 전략 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 이 중근을 가질 조건 ① $b^2-4ac=0$

풀이 주어진 방정식은

$$3x^2-2(a+b+c)x+(ab+bc+ca)=0$$

이 방정식이 중근을 가지므로

• $\sqrt{30-n}$ 이 0 또는 3의 배수이어야 한다.

• n 이 자연수이므로
 $0\leq\sqrt{30-n}<\sqrt{30}<6$
 $\therefore \sqrt{30-n}=0$ 또는
 $\sqrt{30-n}=3$

$$2\sqrt{3}=\sqrt{12}$$

• 3, 2, 6의 최소공배수

$$\begin{aligned} & \{-2(a+b+c)^2 - 4 \times 3 \times (ab+bc+ca) = 0 \\ & (a+b+c)^2 - 3(ab+bc+ca) = 0 \\ & a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0 \\ & \frac{1}{2}\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}=0 \end{aligned}$$

$$\therefore a=b=c$$

따라서 a, b, c 를 세 변의 길이로 하는 삼각형은 정삼각형이다. **답** 정삼각형

369 전략 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 이 중근을 가질 조건 $\odot b^2-4ac=0$

풀이 $4x^2+4x-k=0$ 이 중근을 가지므로
 $4^2-4 \times 4 \times (-k)=0$
 $\therefore k=-1$

$k=-1$ 을 $(k-1)x^2+3x-1=0$ 에 대입하면
 $-2x^2+3x-1=0$

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여 두 근의 합은
 $-\frac{3}{-2}=\frac{3}{2}$ **답** ③

370 전략 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 두 근이 α, β
 $\odot \alpha+\beta=-\frac{b}{a}, \alpha\beta=\frac{c}{a}$

풀이 $x^2-ax+2=0$ 의 두 근을 α, β 라 하면 두 근의 차의 제곱이 1이므로
 $(\alpha-\beta)^2=1$

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여
 $\alpha+\beta=a, \alpha\beta=2$

이므로
 $(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$
 $=a^2-4 \times 2=a^2-8$

따라서 $a^2-8=1$ 이므로 $a^2=9$

이차방정식 $2x^2+ax+1-p=0$ 이 중근을 가지려면
 $a^2-4 \times 2 \times (1-p)=0, \quad 9=8-8p$
 $8p=-1$
 $\therefore p=-\frac{1}{8}$ **답** ②

371 전략 \sqrt{M} 의 정수 부분이 a 이면 소수 부분은 $\sqrt{M}-a$ 이다.

풀이 $1<\sqrt{2}<2$ 에서 $\sqrt{2}$ 의 정수 부분은 1이므로 소수 부분은 $\sqrt{2}-1$

$5<\sqrt{32}<6$ 에서 $\sqrt{32}$ 의 정수 부분은 5

즉 이차방정식 $2x^2+2px+q=0$ 의 두 근이 $\sqrt{2}-1, 5$ 이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$\begin{aligned} & (\sqrt{2}-1)+5=-p, \quad 5(\sqrt{2}-1)=\frac{q}{2} \\ & \therefore p=-4-\sqrt{2}, \quad q=-10+10\sqrt{2} \\ & \therefore p+q=(-4-\sqrt{2})+(-10+10\sqrt{2}) \\ & \quad =-14+9\sqrt{2} \end{aligned}$$
 답 ②

372 전략 정수 조건이 있는 방정식

\odot (일차식) \times (일차식) = (정수) 꼴로 고쳐서 정수 조건을 이용한다.

$$\begin{aligned} & (a+b+c)^2 \\ & =a^2+b^2+c^2 \\ & \quad +2ab+2bc+2ca \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 2(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) \\ & =a^2-2ab+b^2+b^2-2bc+c^2+c^2-2ac+a^2 \\ & =(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2 \end{aligned}$$

$a-b=0, b-c=0, c-a=0$
 $\rightarrow a=b, b=c, c=a$

$\alpha(\beta+3)+3(\beta+3)=9$
 이므로
 $(\alpha+3)(\beta+3)=9$

$-2+6=4,$
 $-4+(-12)=-16,$
 $0+0=0,$
 $-6+(-6)=-12,$
 $6+(-2)=4,$
 $-12+(-4)=-16$

풀이 $x^2+px+3p=0$ 의 두 근을 α, β 라 하면
 $\alpha+\beta=-p, \alpha\beta=3p$
 이므로 $\alpha\beta=-3(\alpha+\beta)$
 $\alpha\beta+3\alpha+3\beta=0$

$$\therefore (\alpha+3)(\beta+3)=9$$

α, β 가 정수이면 $\alpha+3, \beta+3$ 도 정수이므로

$\alpha+3$	1	-1	3	-3	9	-9
$\beta+3$	9	-9	3	-3	1	-1

따라서 정수 α, β 의 순서쌍 (α, β) 는

$(-2, 6), (-4, -12), (0, 0), (-6, -6),$
 $(6, -2), (-12, -4)$

이므로 $\alpha+\beta$ 의 값은

$-16, -12, 0, 4$

$\therefore p=-4, 0, 12, 16$

답 -4, 0, 12, 16

373 전략 이차방정식의 계수가 모두 유리수일 때, 이차방정식의 한 근이 $p+q\sqrt{m}$ (p, q 는 유리수, $q \neq 0, \sqrt{m}$ 은 무리수)이면 다른 한 근은 $p-q\sqrt{m}$ 이다.

풀이 다른 한 근은 $1+\sqrt{2}$ 이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$(1+\sqrt{2})+(1-\sqrt{2})=a, (1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})=b$
 $\therefore a=2, b=-1$

$\therefore a+b=1$

답 ④

374 전략 α, β 를 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 a 인 이차방정식 $\odot a(x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta)=0$

풀이 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=-\frac{1}{2}, \alpha\beta=-2$ 이므로

$$\left(1-\frac{1}{\alpha}\right)+\left(1-\frac{1}{\beta}\right)=2-\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=2-\frac{1}{-4}=\frac{7}{4}$$

$$\left(1-\frac{1}{\alpha}\right)\left(1-\frac{1}{\beta}\right)=1-\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\right)+\frac{1}{\alpha\beta}$$

$$=1-\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}+\frac{1}{\alpha\beta}$$

$$=1-\frac{1}{4}-\frac{1}{-2}=\frac{1}{4}$$

따라서 $1-\frac{1}{\alpha}, 1-\frac{1}{\beta}$ 을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 4인 이차방정식은

$$4\left(x^2-\frac{7}{4}x+\frac{1}{4}\right)=0 \quad \therefore 4x^2-7x+1=0$$

답 $4x^2-7x+1=0$

375 전략 α, β 를 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식 $\odot (x-\alpha)(x-\beta)=0$

풀이 이차방정식 $(x-999)^2=2x-999$ 의 두 근이 α, β 이므로

$$(x-999)^2-2x+999=(x-\alpha)(x-\beta)$$

이 식에 $x=999$ 를 대입하면

$$-999=(999-\alpha)(999-\beta)$$

$$\therefore (\alpha-999)(\beta-999)=-999$$

답 ①

다른풀이 $x-999=t$ 로 놓으면 주어진 이차방정식은

$$t^2=2t+999, \text{ 즉 } t^2-2t-999=0$$

이 이차방정식의 두 근을 t_1, t_2 라 하면

$$t_1=\alpha-999, t_2=\beta-999$$

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$(\alpha-999)(\beta-999)=t_1t_2=-999$$

376 전략 절댓값 기호 안의 식의 값이 0이 되는 x 의 값을 기준으로 범위를 나누어 생각한다.

풀이 $x \odot x = |1 \odot x| + 2$ 에서

$$2x^2-2x-x+1=|2x-2-x+1|+2$$

$$\therefore 2x^2-3x-1=|x-1|$$

(i) $x \geq 1$ 일 때,

$$2x^2-3x-1=x-1$$

$$x^2-2x=0, \quad x(x-2)=0$$

$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=2$$

그런데 $x \geq 1$ 이므로 $x=2$

(ii) $x < 1$ 일 때,

$$2x^2-3x-1=-x+1$$

$$x^2-x-1=0$$

$$\therefore x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

그런데 $x < 1$ 이므로 $x = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$

(i), (ii)에서 $x=2$ 또는 $x = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$ 이므로 구하는 곱은

$$2 \times \frac{1-\sqrt{5}}{2} = 1-\sqrt{5} \quad \text{답 } 1-\sqrt{5}$$

377 전략 십의 자리의 숫자가 a 이고 일의 자리의 숫자가 b 인 수 $\odot 10a+b$

풀이 십의 자리의 숫자를 x 라 하면 일의 자리의 숫자는 $2x$ 이므로 처음 수는

$$10x+2x=12x$$

이때 $x \times 2x=12x-16$ 이므로

$$x^2-6x+8=0, \quad (x-2)(x-4)=0$$

$$\therefore x=2 \text{ 또는 } x=4$$

따라서 처음 수는 24 또는 48이므로 구하는 합은

$$24+48=72 \quad \text{답 } ①$$

주의 십의 자리의 숫자가 a , 일의 자리의 숫자가 b 인 수는 ab 가 아니라 $10a+b$ 이다.

378 전략 어떤 자연수를 x 로 놓고 x 에 대한 이차방정식을 세운다.

풀이 어떤 자연수를 x 라 하면

$$x(x-3)=180, \quad x^2-3x-180=0$$

$$(x+12)(x-15)=0$$

$$\therefore x=15 \quad (\because x \text{는 자연수})$$

따라서 원래의 두 수의 곱은

$$15 \times 18 = 270 \quad \text{답 } ③$$

이차방정식
 $t^2-2t-999=0$
 의 두 근 t_1, t_2 의 곱은
 $t_1t_2 = \frac{-999}{1}$
 $= -999$

$$|a| = \begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

$9-2x > 0$ 이어야 하므로
 $x < \frac{9}{2}$

같은 도형에서 대응변의 길이의 비는 같다.

$2 < \sqrt{5} < 30$ 이므로
 $3 < 1+\sqrt{5} < 4$
 $\therefore \frac{3}{2} < \frac{1+\sqrt{5}}{2} < 2$
 $2 < \sqrt{5} < 30$ 이므로
 $-3 < -\sqrt{5} < -2$
 $-2 < 1-\sqrt{5} < -1$
 $\therefore -1 < \frac{1-\sqrt{5}}{2} < -\frac{1}{2}$

379 전략 길의 폭을 x m로 놓고 x 에 대한 이차방정식을 세운다.

풀이 길의 폭을 x m라 하면 길을 제외한 공원의 넓이는 가로 길이가 $(14-x)$ m, 세로 길이가 $(9-2x)$ m인 직사각형의 넓이와 같으므로

$$(14-x)(9-2x)=60, \quad 2x^2-37x+66=0$$

$$(x-2)(2x-33)=0$$

$$\therefore x=2 \text{ 또는 } x=\frac{33}{2}$$

그런데 $0 < x < \frac{9}{2}$ 이어야 하므로 $x=2$

따라서 길의 폭은 2m이어야 한다. 답 2m

380 전략 $\overline{AB}=x$ 로 놓고 같은 두 도형에서 닮음비를 이용하여 x 에 대한 이차방정식을 세운다.

풀이 $\square ABCD \sim \square DEFC$ 이므로

$$\overline{AD} : \overline{DC} = \overline{AB} : \overline{DE}$$

$\overline{AB}=\overline{AE}=x$ 라 하면 $\overline{DE}=12-x$ 이므로

$$12 : x = x : (12-x)$$

$$12(12-x)=x^2, \quad x^2+12x-144=0$$

$$\therefore x = -6 \pm 6\sqrt{5}$$

그런데 $x > 0$ 이므로 $x = -6 + 6\sqrt{5}$

$$\therefore \overline{AB} = -6 + 6\sqrt{5} \quad \text{답 } ②$$

381 문제 이해 x 에 대한 이차방정식이 중근을 가지려면 $3x+1=A$ 로 치환한 A 에 대한 이차방정식도 중근을 가져야 한다. • 20% 배점

해결 과정 ① $3x+1=A$ 로 치환하면

$$\frac{1}{5}A^2+0.4aA+a=0$$

$$A^2+2aA+5a=0 \quad \text{• 30% 배점}$$

해결 과정 ② 이 이차방정식이 중근을 가지려면

$$(2a)^2-4 \times 5a=0 \quad \text{• 30% 배점}$$

답 구하기 $a^2-5a=0, \quad a(a-5)=0$

$$\therefore a=0 \text{ 또는 } a=5 \quad \text{• 20% 배점}$$

답 0, 5

382 해결 과정 ① $x=a$ 가 두 이차방정식의 공통인 근이므로

$$a^2+aa+b+1=0 \quad \dots\dots ㉠$$

$$a^2+ba+a+1=0 \quad \dots\dots ㉡ \quad \text{• 20% 배점}$$

해결 과정 ② ㉠-㉡을 하면

$$(a-b)a-(a-b)=0, \quad (a-b)(a-1)=0$$

$$\therefore a=1 \quad (\because a \neq b) \quad \text{• 20% 배점}$$

해결 과정 ③ 두 이차방정식에서 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha+\beta=-a, \quad \alpha+\gamma=-b$$

이때 $\alpha=1$ 이므로

$$1+\beta=-a, \quad 1+\gamma=-b$$

$$\therefore \beta+\gamma=(-a-1)+(-b-1)$$

$$=-a-b-2 \quad \dots\dots ㉢$$

또한 $\alpha\beta=b+1, \quad \alpha\gamma=a+1$ 이므로

$$\beta = b + 1, \gamma = a + 1$$

$$\therefore \beta + \gamma = a + b + 2 \quad \dots\dots \textcircled{㉔} \quad \bullet 40\% \text{ 배점}$$

답 구하기 ㉔+㉔을 하면

$$2(\beta + \gamma) = 0$$

$$\therefore \beta + \gamma = 0 \quad \bullet 20\% \text{ 배점}$$

답 0

다른풀이 $a=1$ 이므로 이것을 ㉔에 대입하면

$$1 + a + b + 1 = 0 \quad \therefore a + b = -2$$

따라서 ㉔에서

$$\begin{aligned} \beta + \gamma &= -(a + b) - 2 \\ &= -(-2) - 2 = 0 \end{aligned}$$

383 해결 과정 ① 두 근을 2α , 3α ($\alpha \neq 0$)로 놓으면 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$2\alpha + 3\alpha = -\frac{-(2k+1)}{6}$$

$$2\alpha \times 3\alpha = \frac{k-1}{6}$$

$$\therefore k = 15\alpha - \frac{1}{2}, k = 36\alpha^2 + 1 \quad \bullet 40\% \text{ 배점}$$

해결 과정 ② 즉 $15\alpha - \frac{1}{2} = 36\alpha^2 + 1$ 이므로

$$24\alpha^2 - 10\alpha + 1 = 0, \quad (6\alpha - 1)(4\alpha - 1) = 0$$

$$\therefore \alpha = \frac{1}{6} \text{ 또는 } \alpha = \frac{1}{4}$$

$$\therefore k = 2 \text{ 또는 } k = \frac{13}{4} \quad \bullet 40\% \text{ 배점}$$

답 구하기 그런데 k 는 정수이므로

$$k = 2 \quad \bullet 20\% \text{ 배점}$$

답 2

384 해결 과정 ① 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = -a, \alpha\beta = b \quad \dots\dots \textcircled{㉑}$$

이차방정식 $x^2 - 8x + 4 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha^2 + \beta^2 = 8, \alpha^2\beta^2 = 4 \quad \dots\dots \textcircled{㉒}$$

㉑, ㉒에서 $\alpha\beta = b = \pm 2 \quad \bullet 30\% \text{ 배점}$

해결 과정 ② (i) $b = 2$ 일 때,

$$\begin{aligned} a^2 &= (\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta \\ &= 8 + 2 \times 2 = 12 \end{aligned}$$

$$\therefore a = \pm 2\sqrt{3}$$

이것은 a 가 정수라는 조건을 만족시키지 않는다.

$\bullet 30\% \text{ 배점}$

해결 과정 ③ (ii) $b = -2$ 일 때,

$$\begin{aligned} a^2 &= (\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta \\ &= 8 + 2 \times (-2) = 4 \end{aligned}$$

$$\therefore a = \pm 2$$

그런데 $a > b$ 이므로 $a = 2 \quad \bullet 30\% \text{ 배점}$

답 구하기 (i), (ii)에서 $a = 2, b = -2$ 이므로

$$a + b = 0 \quad \bullet 10\% \text{ 배점}$$

답 0

윗변의 길이가 x , 아랫변의 길이가 $x+4$, 높이가 $x-3$ 인 사다리꼴

$$\alpha = \frac{1}{6} \text{ 이면}$$

$$k = 15 \times \frac{1}{6} - \frac{1}{2} = 2$$

$$\alpha = \frac{1}{4} \text{ 이면}$$

$$k = 15 \times \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = \frac{13}{4}$$

양변에 6을 곱한다.

385 문제 이해 각 정사각형의 한 변의 길이는 2cm 씩 차이가 난다. $\bullet 10\% \text{ 배점}$

해결 과정 ① 가장 작은 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 가운데 정사각형과 가장 큰 정사각형의 한 변의 길이는 각각 $(x+2)$ cm, $(x+4)$ cm이다.

$\bullet 20\% \text{ 배점}$

해결 과정 ② 가장 큰 정사각형의 넓이가 나머지 두 정사각형의 넓이의 합과 같으므로

$$(x+4)^2 = x^2 + (x+2)^2$$

$$x^2 + 8x + 16 = x^2 + x^2 + 4x + 4$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x+2)(x-6) = 0$$

$$\therefore x = 6 (\because x > 0) \quad \bullet 50\% \text{ 배점}$$

답 구하기 따라서 세 정사각형의 한 변의 길이는 각각 6cm, 8cm, 10cm이므로 구하는 넓이는

$$8^2 - 6^2 = 28(\text{cm}^2)$$

$\bullet 20\% \text{ 배점}$

답 28cm^2

386 해결 과정 정사각형 ABCD의 한 변의 길이를 x 라 하면 색칠한 부분의 넓이는 $\frac{3}{4}x^2$ 이므로

$$\frac{1}{2}(2x+4)(x-3) = \frac{3}{4}x^2$$

$$4x^2 - 4x - 24 = 3x^2, \quad x^2 - 4x - 24 = 0$$

$$\therefore x = 2 \pm 2\sqrt{7} \quad \bullet 80\% \text{ 배점}$$

답 구하기 그런데 $x > 3$ 이어야 하므로 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $2 + 2\sqrt{7}$ 이다. $\bullet 20\% \text{ 배점}$

답 $2 + 2\sqrt{7}$

387 해결 과정 ① 두 점 $(0, -1)$, $(3, 0)$ 을 지나는 직선 l 의 기울기는

$$\frac{0 - (-1)}{3 - 0} = \frac{1}{3}$$

이므로 직선 l 의 방정식은

$$y = \frac{1}{3}x - 1 \quad \bullet 40\% \text{ 배점}$$

해결 과정 ② 점 P의 좌표를 $(a, \frac{1}{3}a - 1)$ ($a > 3$)이라 하면 x 축과 두 직선 l , m 으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 24이므로

$$\frac{1}{2}(a-3)\left(\frac{1}{3}a-1\right) = 24$$

$$a^2 - 6a - 135 = 0$$

$$(a+9)(a-15) = 0$$

$$\therefore a = 15 (\because a > 3) \quad \bullet 40\% \text{ 배점}$$

답 구하기 따라서 점 P의 좌표는 $(15, 4)$ 이다.

$\bullet 20\% \text{ 배점}$

답 $(15, 4)$

다른풀이 $\frac{1}{2}(a-3)\left(\frac{1}{3}a-1\right) = 24$ 에서

$$(a-3)^2 = 144, \quad a-3 = \pm 12$$

$$\therefore a = 15 (\because a > 3)$$

보충학습

일차함수의 그래프를 이용하여 일차함수의 식 구하기

- 기울기 a 와 y 절편 b 를 알 때
→ $y=ax+b$
- 기울기 a 와 한 점 (x_1, y_1) 을 알 때
→ $y=ax+b$ 로 놓고 $x=x_1, y=y_1$ 을 대입하여 b 의 값을 구한다.
- 두 점 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)(x_1 \neq x_2)$ 를 알 때
→ 기울기 $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ 을 구한 후 $y=ax+b$ 로 놓고 두 점 중 한 점의 좌표를 대입하여 b 의 값을 구한다.

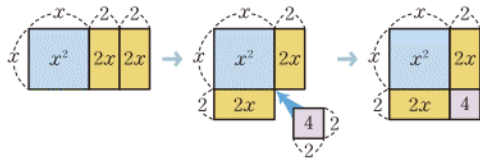
교과서 속 창의유형

본책 71~72쪽

388 [문제 해결 길잡이]

- 알과리즈미가 이용한 방법과 같이 주어진 이차방정식의 양수인 해를 구할 수 있도록 그림으로 나타낸다.
- ①의 그림을 식으로 나타내어 $x^2+4x=12$ 의 양수인 해를 구한다.

풀이 이차방정식 $x^2+4x=12$ 의 양수인 해를 구할 수 있도록 그림으로 나타내면 다음과 같다. ①



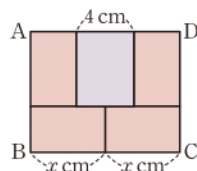
위의 그림과 같이 $x^2+4x=12$ 의 양변에 4를 더하면
 $x^2+4x+4=12+4$
 $(x+2)^2=16, \quad x+2=4$
 $\therefore x=2$ ②

답 풀이 참조

389 [문제 해결 길잡이]

- 타일 Q의 긴 변의 길이를 x cm라 하고 짧은 변의 길이를 x 에 대한 식으로 나타낸다.
- 문제의 조건을 이용하여 x 에 대한 이차방정식을 세우고 해를 구한다.
- 타일 Q의 긴 변의 길이를 구한다.

풀이 타일 Q의 긴 변의 길이를 x cm라 하면 오른쪽 그림에서 $\overline{AD}=\overline{BC}=2x$ (cm)이므로 타일 Q의 짧은 변의 길이는



$$\frac{2x-4}{2}=x-2 \text{ (cm)} \quad ①$$

직사각형 ABCD의 넓이가 80 cm^2 이므로

$$2x(2x-2)=80, \quad x^2-x-20=0$$

$$(x+4)(x-5)=0$$

$$\therefore x=5 \text{ (} \because x>0 \text{)} \quad ②$$

따라서 타일 Q의 긴 변의 길이는 5 cm이다. ③

답 5 cm

$\triangle ABC$ 와 $\triangle ADE$ 에서
 $\angle A$ 는 공통,
 $\angle ACB = \angle AED = 90^\circ$
 이므로
 $\triangle ABC \sim \triangle ADE$
 (AA 닮음)

$$\overline{AB} = x + (x-2) = 2x-2 \text{ (cm)}$$

390 [문제 해결 길잡이]

- 바둑돌이 나열되는 규칙을 찾아 $[n$ 단계]에 나열되는 바둑돌의 개수를 구한다.
- n 에 대한 이차방정식을 세우고 해를 구한다.
- 120개의 바둑돌이 나열되는 단계를 구한다.

풀이 (1) $[n$ 단계]에서 바둑돌은 가로에 $(n+2)$ 개, 세로에 n 개를 직사각형 모양으로 나열한 것이므로 바둑돌의 개수는

$$n(n+2) \quad ①$$

$$(2) n(n+2)=120 \text{에서} \quad n^2+2n-120=0$$

$$(n+12)(n-10)=0$$

$$\therefore n=10 \text{ (} \because n \text{은 자연수)} \quad ②$$

따라서 120개의 바둑돌이 나열되는 것은 $[10$ 단계]이다. ③

답 (1) $n(n+2)$ (2) $[10$ 단계]

391 [문제 해결 길잡이]

- 주어진 문제 상황을 그림으로 나타낸다.
- 성벽의 한 변의 길이를 x 보라 하고 x 에 대한 이차방정식을 세운다.
- 이차방정식을 풀어 성벽의 한 변의 길이를 구한다.

풀이 문제 상황을 그림으로 나타내면 오른쪽과 같다. ①

성벽의 한 변의 길이를 x 보라 하면 오른쪽 그림에서

$\triangle ABC \sim \triangle ADE$ 이므로 $AC : AE = BC : DE$

$$20 : (34+x) = \frac{x}{2} : 1775$$

$$\frac{x}{2}(34+x) = 1775 \times 20 \quad ②$$

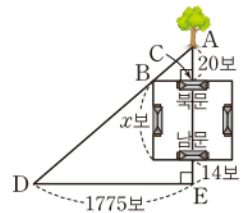
$$x^2 + 34x - 71000 = 0$$

$$(x+284)(x-250) = 0$$

$$\therefore x=250 \text{ (} \because x>0 \text{)}$$

따라서 성벽의 한 변의 길이는 250보이다. ③

답 250 보



Ⅳ 이차함수

07 | 이차함수와 그 그래프

개념&기출유형

본책 74~77쪽

392 ② $y = -x(x-5) = -x^2 + 5x$

④ $y = (x-2)^2 - x^2 = x^2 - 4x + 4 - x^2 = -4x + 4$

⑤ $y = 2x^2 - x(2x+1) = 2x^2 - 2x^2 - x = -x$

답 ②

393 (ㄴ) $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

(ㄹ) $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다.

답 (ㄱ), (ㄷ)

보충학습

이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프는

① $a > 0 \rightarrow x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

② $a < 0 \rightarrow x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

394 $y = ax^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = ax^2 - 5$$

이 함수의 그래프가 점 $(-2, 7)$ 을 지나므로

$$7 = a \times (-2)^2 - 5, \quad 4a = 12$$

$$\therefore a = 3$$

답 3

395 주어진 그래프는 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이므로

$$y = -\{x - (-2)\}^2, \text{ 즉 } y = -(x+2)^2$$

따라서 $f(x) = -(x+2)^2$ 이므로

$$f(-5) = -(-5+2)^2 = -9$$

답 -9

396 ① $y = -(x-10)^2$ 의 그래프는 제3, 4사분면을 지난다.

② $y = x^2 + 10$ 의 그래프의 축의 방정식은 $x=0$ 이다.

③ $y = x^2 + 10$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0, 10)$ 이다.

④ $y = x^2, y = x^2 + 10, y = -(x-10)^2$ 에서 x^2 의 계수의 절댓값이 1로 모두 같으므로 세 함수의 그래프의 폭은 모두 같다.

⑤ $y = -(x-10)^2$ 의 그래프는 $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

답 ④

397 $y = -(x+3)^2 - 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = -(x-m+3)^2 - 2+n$$

$y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 10만큼 평행이동한 것이다.

$y = x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 10만큼 평행이동한 것이다.

x 대신 $x-m, y$ 대신 $y-n$ 을 대입한다.

$$\left(\frac{-k}{2}\right)^2 = \frac{k^2}{4}$$

이 함수의 그래프가 $y = -x^2$ 의 그래프와 일치하므로

$$-m+3=0, \quad -2+n=0$$

$$\therefore m=3, \quad n=2$$

$$\therefore m+n=5$$

답 ⑤

398 $y = 2(x+1)^2 - 5$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3만큼, y 축의 방향으로 m 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = 2(x+3+1)^2 - 5+m$$

$$\therefore y = 2(x+4)^2 - 5+m$$

이 함수의 그래프의 꼭짓점 $(-4, -5+m)$ 이 직선

$$y = -x-5 \text{ 위에 있으므로}$$

$$-5+m = -(-4)-5$$

$$\therefore m=4$$

답 4

399 그래프가 아래로 볼록하므로 $a > 0$

꼭짓점 $(p, -q)$ 가 제3사분면에 있으므로

$$p < 0, \quad -q < 0 \quad \therefore p < 0, \quad q > 0$$

답 ③

보충학습

각 사분면 위의 점의 좌표의 부호

	제1사분면	제2사분면	제3사분면	제4사분면
x 좌표	+	-	-	+
y 좌표	+	+	-	-

400 $y = -2x^2 + 4x + 3$

$$= -2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3$$

$$= -2(x-1)^2 + 5$$

따라서 $a = -2, p = 1, q = 5$ 이므로

$$a+p+q=4$$

답 ②

보충학습

이차식 $x^2 + ax + b$ 가 완전제곱식이면

$$b = \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

401 ① $y = x^2 - 4x + 7 = (x-2)^2 + 3$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(2, 3)$ 이므로 제1사분면에 있다.

② $y = 2x^2 + 8x + 5 = 2(x+2)^2 - 3$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-2, -3)$ 이므로 제3사분면에 있다.

③ $y = 3x^2 + 6x + 4 = 3(x+1)^2 + 1$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 1)$ 이므로 제2사분면에 있다.

④ $y = -x^2 + 6x - 10 = -(x-3)^2 - 1$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(3, -1)$ 이므로 제4사분면에 있다.

⑤ $y = -2x^2 - 4x - 3 = -2(x+1)^2 - 1$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-1, -1)$ 이므로 제3사분면에 있다.

답 ③

402 $y = 3x^2 - 3kx + k + 1$

$$= 3\left(x^2 - kx + \frac{k^2}{4} - \frac{k^2}{4}\right) + k + 1$$

$$= 3\left(x - \frac{k}{2}\right)^2 - \frac{3}{4}k^2 + k + 1$$

이 함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$$\left(\frac{k}{2}, -\frac{3}{4}k^2+k+1\right) \text{이므로}$$

$$\frac{k}{2}=2, -\frac{3}{4}k^2+k+1=-7$$

$$\therefore k=4$$

주어진 함수의 식에 $x=0$ 을 대입하면

$$y=k+1=4+1=5$$

따라서 주어진 함수의 그래프와 y 축과의 교점의 좌표는 $(0, 5)$ 답 ①

$$\begin{aligned} 403 \quad y &= -\frac{1}{2}x^2+4x-5 \\ &= -\frac{1}{2}(x^2-8x+16-16)-5 \\ &= -\frac{1}{2}(x-4)^2+3 \end{aligned}$$

이 함수의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = -\frac{1}{2}(x+1-4)^2+3+2$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}(x-3)^2+5$$

이 함수의 그래프가 점 $(-1, a)$ 를 지나므로

$$a = -\frac{1}{2} \times (-1-3)^2+5 = -3 \quad \text{답 } -3$$

주의 $y = -\frac{1}{2}x^2+4x-5$ 에 x 대신 $x+1$, y 대신 $y-2$ 를 대입하여 구할 수도 있지만 계산이 복잡해진다.

$$\begin{aligned} 404 \quad y &= 2x^2+12x+7 \\ &= 2(x^2+6x+9-9)+7 \\ &= 2(x+3)^2-11 \end{aligned}$$

이 함수의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = 2(x-m+3)^2-11+n \quad \dots\dots \text{㉠}$$

이때

$$\begin{aligned} y &= 2x^2-4x = 2(x^2-2x+1-1) \\ &= 2(x-1)^2-2 \end{aligned}$$

이고, 이 식이 ㉠과 일치하므로

$$-m+3=-1, -11+n=-2$$

$$\therefore m=4, n=9$$

$$\therefore m+n=13 \quad \text{답 } 13$$

405 $y = -x^2+4x$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은

$$\begin{aligned} y &= -x^2-4x = -(x^2+4x+4-4) \\ &= -(x+2)^2+4 \end{aligned}$$

이 함수의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$\begin{aligned} y &= -(x-3+2)^2+4-2 = -(x-1)^2+2 \\ \therefore y &= -x^2+2x+1 \quad \text{답 } y = -x^2+2x+1 \end{aligned}$$

406 $B(0, -6)$ 이므로 $k=-6$
 $y=x^2+x-6$ 이므로 $x^2+x-6=0$ 에서

수직선 위의 두 점 $P(a), Q(b)$ 사이의 거리는 $PQ=|a-b|$

$$\begin{aligned} -\frac{3}{4}k^2+k+8 &= 0 \text{이므로} \\ 3k^2-4k-32 &= 0 \\ (3k+8)(k-4) &= 0 \\ \therefore k &= -\frac{8}{3} \text{ 또는 } k=4 \end{aligned}$$

a, b 는 다른 부호이다.

x 대신 $-x$ 를 대입한다.

$$\begin{aligned} y &= ax^2+bx+c \\ &= a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2-4ac}{4a} \end{aligned}$$

$$(x+3)(x-2)=0$$

$$\therefore x=-3 \text{ 또는 } x=2$$

따라서 $A(-3, 0), C(2, 0)$ 이므로

$$AC=2-(-3)=5$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 5 \times 6 = 15 \quad \text{답 } 15$$

$$\begin{aligned} 407 \quad -x^2+2x+3 &= 0 \text{에서 } x^2-2x-3=0 \\ (x+1)(x-3) &= 0 \quad \therefore x=-1 \text{ 또는 } x=3 \end{aligned}$$

따라서 $A(-1, 0), B(3, 0)$ 이므로

$$AB=3-(-1)=4$$

이때 $y = -x^2+2x+3 = -(x-1)^2+4$ 에서 $C(1, 4)$ 이므로

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$

또 $D(0, 3)$ 이므로

$$\triangle ABD = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$$

$$\therefore \triangle ABC : \triangle ABD = 8 : 6 = 4 : 3$$

답 4 : 3



만점비법

두 삼각형 ABC, ABD 에서 밑변이 AB 로 같으므로 두 삼각형의 넓이의 비는 높이의 비와 같다.

이때 $C(1, 4), D(0, 3)$ 이므로

$$\triangle ABC : \triangle ABD = 4 : 3$$

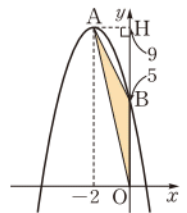
$$\begin{aligned} 408 \quad y &= -x^2-4x+5 \\ &= -(x+2)^2+9 \end{aligned}$$

이므로 $A(-2, 9)$

또 $B(0, 5)$ 이므로 점 A 에서 y 축에

내린 수선의 발을 H 라 하면

$$\begin{aligned} \triangle AOB &= \frac{1}{2} \times OB \times AH \\ &= \frac{1}{2} \times 5 \times 2 = 5 \end{aligned}$$



답 5

409 ①, ②, ③ 그래프가 아래로 볼록하므로 $a > 0$
 축이 y 축의 오른쪽에 위치하므로 $b < 0$

y 축과의 교점이 원점의 아래쪽에 위치하므로 $c < 0$

$$\therefore ab < 0, \frac{a}{c} < 0, abc > 0$$

④ $x=-1$ 일 때, $y > 0$ 이므로 $a-b+c > 0$

⑤ $x=1$ 일 때, $y < 0$ 이므로 $a+b+c < 0$

답 ⑤



보충학습

이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프의 축의 방정식은

$$x = -\frac{b}{2a}$$

① 축이 y 축의 왼쪽에 위치하는 경우

$$-\frac{b}{2a} < 0 \text{이므로 } \frac{b}{2a} > 0 \quad \therefore ab > 0$$

② 축이 y 축의 오른쪽에 위치하는 경우

$$-\frac{b}{2a} > 0 \text{이므로 } \frac{b}{2a} < 0 \quad \therefore ab < 0$$

410 $a > 0$, $b < 0$ 이므로 $y = ax^2 - bx - a + b$ 의 그래프에서

(i) $a > 0$ 이므로 아래로 볼록

(ii) $a \times (-b) = -ab > 0$ 이므로 축이 y 축의 왼쪽에 위치

(iii) $-a + b < 0$ 이므로 y 축과의 교점이 원점의 아래쪽에 위치

이상에서 $y = ax^2 - bx - a + b$ 의 그래프의 개형으로 알맞은 것은 ④이다. **답 ④**

보충학습

일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프에서

(1) a 의 부호: 그래프의 모양에 따라 결정

① 오른쪽 위를 향하는 직선 $\rightarrow a > 0$

② 오른쪽 아래를 향하는 직선 $\rightarrow a < 0$

(2) b 의 부호: y 축과의 교점의 위치에 따라 결정

① y 축과의 교점이 원점의 위쪽에 위치 $\rightarrow b > 0$

② y 축과의 교점이 원점과 일치 $\rightarrow b = 0$

③ y 축과의 교점이 원점의 아래쪽에 위치 $\rightarrow b < 0$

$-a < 0$, $b < 0$ 이므로
 $-a + b < 0$

이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프에서

① $a > 0$ 이면 아래로 볼록하다.

② $a < 0$ 이면 위로 볼록하다.

411 $-\frac{1}{2}x^2 + x + 4 = 0$ 에서

$$x^2 - 2x - 8 = 0, \quad (x+2)(x-4) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 4$$

따라서 A(-2, 0), B(4, 0)이므로

$$\overline{AB} = 4 - (-2) = 6$$

또 $-\frac{1}{2}x^2 + x + 4 = x + 2$ 에서

$$x^2 - 4 = 0, \quad (x+2)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 2$$

$x = 2$ 일 때, $y = 2 + 2 = 4$

즉 C(2, 4)이므로

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$$

답 12

$x = 2$ 를

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 4 \text{에}$$

대입하면

$$y = -2 + 2 + 4 = 4$$



내신 만점 도전하기

본책 78~81쪽

412 **전략** y 가 x 에 대한 이차함수이다.

$$\textcircled{1} y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$$

풀이 ① $y = 2\pi \times 2x = 4\pi x$ 이므로 일차함수이다.

② $y = \frac{1}{2} \times (4x + 6x) \times 2 = 10x$ 이므로 일차함수이다.

③ $y = (3x)^3 = 27x^3$ 이므로 이차함수가 아니다.

④ $y = \frac{1}{2} \times \pi \times (4x)^2 = 8\pi x^2$ 이므로 이차함수이다.

⑤ $y = \pi \times 2^2 \times x = 4\pi x$ 이므로 일차함수이다.

답 ④

① 반지름의 길이가 r 인 원의

$$(\text{둘레의 길이}) = 2\pi r$$

② (사다리꼴의 넓이)

$$= \frac{1}{2} \times ((\text{윗변의 길이}) + (\text{아랫변의 길이})) \times (\text{높이})$$

413 **전략** 이차함수 $y = ax^2$ 에서 a 의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.

풀이 구하는 이차함수의 식은 조건 (가)에서 $y = ax^2$ 풀이고, 조건 (나)에서 $a < 0$ 임을 알 수 있다.

또 조건 (다)에 의하여 a 의 절댓값이 $\frac{5}{2}$ 보다 크므로 주어진 조건을 모두 만족시키는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식은 ①이다. **답 ①**

414 **문제 이해** 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선을 나타내는 이차함수의 식을 $y = ax^2$ 으로 놓자. **• 20% 배점**

해결 과정 $y = ax^2$ 의 그래프가 점 (-2, 8)을 지나므로 $8 = a \times (-2)^2 \therefore a = 2$ **• 40% 배점**

답 구하기 따라서 $y = 2x^2$ 의 그래프가 점 (m, 18)을 지나므로

$$18 = 2m^2, \quad m^2 = 9$$

$$\therefore m = 3 (\because m > 0)$$

• 40% 배점

답 3

415 **전략** 이차함수 $y = ax^2$ 에서 a 의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.

풀이 포물선 ㉠은 아래로 볼록한 포물선 $y = \frac{1}{3}x^2$,

$y = 2x^2$ 중 폭이 넓은 것이므로 포물선 ㉠을 나타내는 이차함수의 식은

$$y = \frac{1}{3}x^2$$

이 함수의 그래프가 점 (2, p)를 지나므로

$$p = \frac{1}{3} \times 2^2 = \frac{4}{3}$$

포물선 ㉡은 위로 볼록한 포물선 $y = -x^2$, $y = -\frac{1}{3}x^2$ 중 폭이 좁은 것이므로 포물선 ㉡을 나타내는 이차함수의 식은

$$y = -x^2$$

이 함수의 그래프가 점 (1, q)를 지나므로

$$q = -1^2 = -1$$

$$\therefore p + q = \frac{4}{3}$$

답 ①

416 **해결 과정** ① $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = -(x-p)^2$$

• 20% 배점

해결 과정 ② 즉 $f(x) = -(x-p)^2$ 이고 $f(2) = -16$ 이므로

$$-(2-p)^2 = -16, \quad p^2 - 4p - 12 = 0$$

$$(p+2)(p-6) = 0$$

$$\therefore p = -2 \text{ 또는 } p = 6$$

$$\therefore f(x) = -(x+2)^2 \text{ 또는 } f(x) = -(x-6)^2$$

• 50% 배점

답 구하기 따라서 두 꼭짓점의 좌표는 (-2, 0), (6, 0)이므로 두 꼭짓점을 연결한 선분의 길이는

$$6 - (-2) = 8$$

• 30% 배점

답 8

417 **전략** $y = a(x+p)^2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-p, 0)$ 이다.

풀이 $y = a(x+p)^2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 (3, 0)이므로 $-p = 3 \therefore p = -3$

즉 $y=a(x-3)^2$ 의 그래프가 점 (1, 4)를 지나므로
 $4=a(1-3)^2$, $4=4a$ $\therefore a=1$
 $\therefore ap=-3$ 답 ①

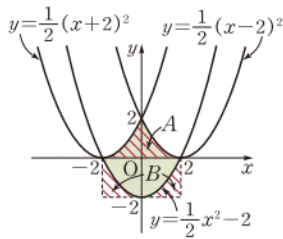
418 전략 이차함수 $y=a(x-p)^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼 평행이동 $\Rightarrow y=a(x-m-p)^2$

풀이 $y=\frac{1}{2}(x-3)^2$ 의 그래프는 $y=\frac{1}{2}(x+1)^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼 평행이동한 것이므로
 $PQ=4$ 답 4

419 전략 세 이차함수의 그래프를 좌표평면에 나타내어 넓이가 같은 부분을 찾는다.

풀이 세 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2-2$, $y=\frac{1}{2}(x-2)^2$,

$y=\frac{1}{2}(x+2)^2$ 의 그래프를 좌표평면에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.
 이때 A의 넓이와 B의 넓이가 같으므로 구하는 넓이는
 $4 \times 2 = 8$ 답 8



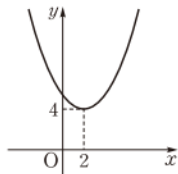
420 전략 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 의 그래프
 $\Rightarrow a>0$ 이면 아래로 볼록, $a<0$ 이면 위로 볼록하고, 꼭짓점의 좌표는 (p, q) 이다.

풀이 ① $\frac{1}{3}>0$ 이므로 아래로 볼록한 포물선이다.

③ 주어진 이차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제 1, 2사분면을 지난다.

⑤ 꼭짓점의 좌표는 (2, 4)이다.

답 ②, ④



421 전략 이차함수의 그래프는 축을 기준으로 증가·감소하는 범위가 나뉜다.

풀이 $y=-\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 5만큼, y 축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y=-\frac{1}{3}(x-5)^2-4$$

따라서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위는 $x>5$ 답 ⑤

만점비법

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 의 그래프는 축, 즉 직선 $x=p$ 를 기준으로 증가·감소하는 범위가 나뉜다.

- ① $a>0$ 이면 아래로 볼록한 포물선이므로
 $x<p$ 일 때 $\rightarrow x$ 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.
 $x>p$ 일 때 $\rightarrow x$ 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
- ② $a<0$ 이면 위로 볼록한 포물선이므로
 $x<p$ 일 때 $\rightarrow x$ 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
 $x>p$ 일 때 $\rightarrow x$ 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때,
 $\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$,
 $\alpha\beta=\frac{c}{a}$

그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$

x 절편이 a , y 절편이 b 인 직선의 방정식은
 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$
 (단, $a \neq 0, b \neq 0$)

422 해결 과정 ① $y=-2(x-1)^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y=-2(x-a-1)^2+b$$

• 30% 배점

해결 과정 ② 이 함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(a+1, b)$ 이므로

$$a+1=-1, b=2$$

$$\therefore a=-2, b=2$$

• 30% 배점

해결 과정 ③ $y=-2(x+1)^2+2$ 의 그래프가 점 $(0, c)$ 를 지나므로

$$c=0$$

• 20% 배점

답 구하기 $\therefore a+b+c=0$

• 20% 배점

답 0

423 전략 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 x 좌표 \Rightarrow 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 해

풀이 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프가 x 축과 두 점 (1, 0), (3, 0)에서 만나므로 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 두 근이 1, 3이다.

따라서 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$-\frac{b}{a}=4, \frac{c}{a}=3$$

$$\therefore \frac{b+c}{a}=\frac{b}{a}+\frac{c}{a}=-4+3=-1$$

답 ②

다른풀이 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프가 x 축과 두 점 (1, 0), (3, 0)에서 만나므로

$$y=a(x-1)(x-3)$$

$$=ax^2-4ax+3a \quad (a>0)$$

로 놓을 수 있다.

이 식이 $y=ax^2+bx+c$ 와 같으므로

$$b=-4a, c=3a$$

$$\therefore \frac{b+c}{a}=\frac{-4a+3a}{a}=\frac{-a}{a}=-1$$

보충학습

이차함수의 그래프와 x 축과의 교점의 좌표가 $(\alpha, 0), (\beta, 0)$ 일 때, 이차함수의 식을
 $y=a(x-\alpha)(x-\beta) \quad (a \neq 0)$
 로 놓을 수 있다.

424 해결 과정 ① 두 점 $(-2, 0), (0, -1)$ 을 지나 는 직선의 방정식은

$$\frac{x}{-2}+\frac{y}{-1}=1 \quad \therefore y=-\frac{1}{2}x-1$$

$$\therefore a=-\frac{1}{2}, b=-1$$

• 40% 배점

해결 과정 ② $a=-\frac{1}{2}, b=-1$ 을 $y=bx^2+4ax-2b^2$ 에 대입하여 정리하면

$$y=-x^2-2x-2=-(x+1)^2-1$$

• 40% 배점

답 구하기 따라서 구하는 꼭짓점의 좌표는 $(-1, -1)$ 이다.

• 20% 배점

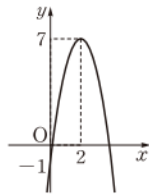
답 $(-1, -1)$

425 전략 그래프의 꼭짓점의 좌표와 y 축과의 교점의 좌표를 구하여 이차함수의 그래프를 그린다.

풀이 $y = -2x^2 + 8x - 1$
 $= -2(x-2)^2 + 7$

이 함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(2, 7)$ 이고, y 축과의 교점의 좌표는 $(0, -1)$ 이므로 오른쪽 그림과 같이 제2사분면을 지나지 않는다.

답 ②



426 전략 x 축에 대하여 대칭이동 y 대신 $-y$ 를 대입

풀이 $y = -3x^2 + 2$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은

$$-y = -3x^2 + 2 \quad \therefore y = 3x^2 - 2$$

이 함수의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = 3(x-2)^2 - 2 + 3 = 3(x-2)^2 + 1$$

따라서 구하는 꼭짓점의 좌표는 $(2, 1)$ 이다. 답 ④

427 전략 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 그래프의 식

$$\odot y = a(x-m-p)^2 + q + n$$

풀이 $y = x^2 + ax + b = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} + b$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = \left(x + 1 + \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} + b + 2 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

이때

$$y = x^2 + 5x + 4 = \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}$$

이고, 이 식이 ①과 일치하므로

$$1 + \frac{a}{2} = \frac{5}{2}, \quad -\frac{a^2}{4} + b + 2 = -\frac{9}{4}$$

$$\therefore a = 3, b = -2$$

$$\therefore a + b = 1 \quad \text{답 1}$$

다른풀이 $y = x^2 + 5x + 4 = \left(x + \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = \left(x - 1 + \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} - 2$$

$$= \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{17}{4}$$

$$= x^2 + 3x - 2$$

따라서 $a = 3, b = -2$ 이므로

$$a + b = 1$$

428 전략 주어진 이차함수의 식을 $y = (x-p)^2 + q$ 꼴로 변형한 후 x 대신 $x-m$, y 대신 $y-n$ 을 대입한다.

풀이 $y = x^2 + 12x + 13 = (x+6)^2 - 23$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 그래프의 식은

이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 에서
 ① $b^2 - 4ac > 0$
 \rightarrow 서로 다른 두 근
 ② $b^2 - 4ac = 0$
 \rightarrow 중근
 ③ $b^2 - 4ac < 0$
 \rightarrow 근이 없다.

$$\begin{aligned} 1 + \frac{a}{2} &= \frac{5}{2} \text{에서} \\ 2 + a &= 5 \quad \therefore a = 3 \\ a = 3 \text{을} \\ -\frac{a^2}{4} + b + 2 &= -\frac{9}{4} \\ \text{에 대입하면} \\ -\frac{9}{4} + b + 2 &= -\frac{9}{4} \\ \therefore b &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= -2 \text{일 때,} \\ y &= -\frac{1}{3} \times (-2)^2 \\ &= -\frac{4}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 3 \text{일 때,} \\ y &= -\frac{1}{3} \times 3^2 = -3 \end{aligned}$$

$$y = (x-m+6)^2 - 23 + n$$

이 함수의 그래프는 아래로 볼록하고 꼭짓점의 좌표가 $(m-6, -23+n)$ 이므로 이 그래프가 x 축과 만나지 않으려면

$$-23 + n > 0 \quad \therefore n > 23 \quad \text{답 } n > 23$$

다른풀이 $y = x^2 + 12x + 13$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y - n = (x - m)^2 + 12(x - m) + 13$$

$$\therefore y = x^2 + (-2m + 12)x + m^2 - 12m + 13 + n$$

이 함수의 그래프가 x 축과 만나지 않으므로 $y = 0$ 일 때 x 의 값이 존재하지 않는다.

즉 이차방정식

$x^2 + (-2m + 12)x + m^2 - 12m + 13 + n = 0$ 의 해가 없으므로

$$(-2m + 12)^2 - 4(m^2 - 12m + 13 + n) < 0$$

$$4m^2 - 48m + 144 - 4m^2 + 48m - 52 - 4n < 0$$

$$4n > 92 \quad \therefore n > 23$$

참고 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않는다는 것은 $ax^2 + bx + c = 0$ 인 x 가 존재하지 않는다는 것과 같다. 즉 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 해가 없다는 것이다.

429 해결 과정 ① $y = -\frac{1}{3}x^2 - 2x - 2$
 $= -\frac{1}{3}(x+3)^2 + 1$

이 함수의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = -\frac{1}{3}(x-3+3)^2 + 1 - 1 = -\frac{1}{3}x^2 \quad \bullet 30\% \text{ 배점}$$

해결 과정 ② 두 점 $(-6, 0), (0, -2)$ 를 지나는 직선의 방정식은

$$\frac{x}{-6} + \frac{y}{-2} = 1 \quad \therefore y = -\frac{1}{3}x - 2 \quad \bullet 20\% \text{ 배점}$$

해결 과정 ③ 이차함수 $y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프와 직선 $y = -\frac{1}{3}x - 2$ 의 교점의 x 좌표는 $-\frac{1}{3}x^2 = -\frac{1}{3}x - 2$ 에서

$$x^2 - x - 6 = 0, \quad (x+2)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 3 \quad \bullet 30\% \text{ 배점}$$

답 구하기 $x = -2$ 일 때,

$$y = -\frac{1}{3} \times (-2) - 2 = -\frac{4}{3}$$

$$x = 3 \text{일 때, } y = -\frac{1}{3} \times 3 - 2 = -3$$

따라서 구하는 두 교점의 좌표는 $(-2, -\frac{4}{3}), (3, -3)$ 이다. $\bullet 20\% \text{ 배점}$

$$\text{답 } \left(-2, -\frac{4}{3}\right), (3, -3)$$

430 해결 과정 ① 두 이차함수의 그래프가 모두 점 $(2, 0)$ 을 지나므로

$$0 = -\frac{1}{2} \times 2^2 + m \quad \therefore m = 2$$

$$0 = 2^2 + n \quad \therefore n = -4 \quad \bullet 30\% \text{ 배점}$$

해결 과정 ② 따라서 주어진 두 이차함수는

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 2, \quad y = x^2 - 4 \text{ 이므로}$$

$$A(0, 2), C(0, -4)$$

이때 두 점 B, D는 y 축에 대하여 대칭이므로

$$B(-2, 0) \quad \bullet 40\% \text{ 배점}$$

답 구하기 $\therefore \square ABCD = \triangle ABD + \triangle BCD$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 2 + \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 12 \quad \bullet 30\% \text{ 배점}$$

답 12

보충학습

점 (a, b) 와

① x 축에 대하여 대칭인 점의 좌표 $\rightarrow (a, -b)$

② y 축에 대하여 대칭인 점의 좌표 $\rightarrow (-a, b)$

③ 원점에 대하여 대칭인 점의 좌표 $\rightarrow (-a, -b)$

431 문제 이해 직선 l 이 $\triangle ABC$ 의 한 꼭짓점 A 를 지나므로 직선 l 이 \overline{BC} 의 중점을 지날 때 $\triangle ABC$ 의 넓이가 이등분된다. • 20% 배점

해결 과정 ① $y = -x^2 - 2x + 8$ 에서 $x=0$ 일 때 $y=8$ 이므로 $A(0, 8)$

$$-x^2 - 2x + 8 = 0 \text{에서} \quad (x+4)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -4 \text{ 또는 } x = 2$$

$$\therefore B(-4, 0), C(2, 0) \quad \bullet 30\% \text{ 배점}$$

해결 과정 ② \overline{BC} 의 중점을 M 이라 하면

$$M\left(\frac{-4+2}{2}, 0\right), \text{ 즉 } M(-1, 0) \quad \bullet 30\% \text{ 배점}$$

답 구하기 따라서 직선 l 은 두 점 $A(0, 8), M(-1, 0)$ 을 지나므로 직선 l 의 방정식은

$$\frac{x}{-1} + \frac{y}{8} = 1 \quad \therefore y = 8x + 8 \quad \bullet 20\% \text{ 배점}$$

$$\text{답 } y = 8x + 8$$

432 전략 정사각형 $ABCD$ 의 두 대각선의 교점은 주어진 이차함수의 그래프의 축 위에 있다.

풀이 $y = \frac{1}{8}x^2 - \frac{3}{4}x$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동

한 그래프의 식은 $y = -\frac{1}{8}x^2 + \frac{3}{4}x$

오른쪽 그림과 같이 \overline{AB} 와 x 축과의 교점을 $E(a, 0)$ 이라 하면

$$A\left(a, -\frac{1}{8}a^2 + \frac{3}{4}a\right)$$

또 정사각형 $ABCD$ 의 두 대각선의 교점을 F 라 하면

$$y = \frac{1}{8}x^2 - \frac{3}{4}x = \frac{1}{8}(x-3)^2 - \frac{9}{8} \text{의 그래프의 축의 방정}$$

식이 $x=3$ 이므로

$$F(3, 0)$$



$$\overline{EF} = \overline{OF} - \overline{OE} = 3 - a$$

$$\begin{aligned} \overline{AB} &= -\frac{1}{8}a^2 + \frac{3}{4}a \\ &\quad - \left(-\frac{1}{8}a^2 - \frac{3}{4}a\right) \\ &= -\frac{1}{4}a^2 + \frac{3}{2}a \end{aligned}$$

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 2 \text{ 또는}$$

$y = x^2 - 4$ 에 $y=0$ 을 대입하면

$$x^2 - 4 = 0$$

$$(x+2)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 2$$

$$\therefore B(-2, 0)$$

$$\overline{AB} = \overline{BC} \text{ 이므로}$$

$$\frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2}\overline{BC}$$

$$\text{이때 } \overline{EF} = \overline{AE} \text{ 이므로 } 3 - a = -\frac{1}{8}a^2 + \frac{3}{4}a$$

$$a^2 - 14a + 24 = 0, \quad (a-2)(a-12) = 0$$

$$\therefore a = 2 \quad (\because 0 < a < 3)$$

$$\text{따라서 } \overline{EF} = \overline{AE} = 3 - 2 = 1 \text{ 이므로 } \overline{AB} = 2$$

$$\therefore \square ABCD = 2 \times 2 = 4 \quad \text{답 4}$$

다른풀이 $A\left(a, -\frac{1}{8}a^2 + \frac{3}{4}a\right), B\left(a, \frac{1}{8}a^2 - \frac{3}{4}a\right)$ 라 하면 $\frac{1}{2}\overline{AB} = -\frac{1}{8}a^2 + \frac{3}{4}a$

$$y = \frac{1}{8}x^2 - \frac{3}{4}x = \frac{1}{8}(x-3)^2 - \frac{9}{8} \text{의 그래프의 꼭짓점의}$$

$$\text{좌표가 } \left(3, -\frac{9}{8}\right) \text{ 이므로 } \frac{1}{2}\overline{BC} = 3 - a$$

$$\frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2}\overline{BC} \text{ 이므로 } -\frac{1}{8}a^2 + \frac{3}{4}a = 3 - a$$

$$a^2 - 14a + 24 = 0, \quad (a-2)(a-12) = 0$$

$$\therefore a = 2 \quad (\because 0 < a < 3)$$

따라서 $\overline{AB} = \overline{BC} = 2$ 이므로 정사각형 $ABCD$ 의 넓이는 4이다.

433 전략 그래프의 모양, 축의 위치, y 축과의 교점의 위치를 알아본다.

풀이 ①, ② 그래프가 위로 볼록하므로 $a < 0$

축이 y 축의 오른쪽에 위치하므로 $b > 0$

y 축과의 교점이 원점의 위쪽에 위치하므로 $c > 0$

$$\therefore ab < 0, \quad abc < 0$$

$$\text{③ } -2a > 0 \text{ 이므로 } c - 2a > 0$$

$$\text{④ } -b < 0, \quad -c < 0 \text{ 이므로 } a - b - c < 0$$

⑤ $x=1$ 일 때, $y=a+b+c$ 의 부호를 알 수 없다.

답 ⑤

434 전략 제4사분면 위의 점 (m, n) $\bullet m > 0, n < 0$

풀이 $y = bx^2 + ax = b\left(x + \frac{a}{2b}\right)^2 - \frac{a^2}{4b}$ 의 그래프의 꼭

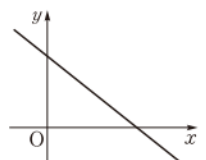
짓점의 좌표는 $\left(-\frac{a}{2b}, -\frac{a^2}{4b}\right)$ 이므로

$$-\frac{a}{2b} > 0, \quad -\frac{a^2}{4b} < 0$$

$$\therefore a < 0, \quad b > 0$$

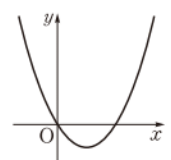
따라서 $y = ax + b$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 제1, 2, 4사분면을 지난다.

답 ③



다른풀이 $y = bx^2 + ax$ 의 그래프는 원점을 지나고 꼭짓점이 제4사분면에 있으므로 그 개형은 오른쪽 그림과 같다. 즉 그래프가 아래로 볼록하므로 $b > 0$

축이 y 축의 오른쪽에 위치하므로 $a < 0$



435 전략 이차방정식의 근과 계수의 관계를 이용하여 b, c 의 부호를 구한다.

풀이 이차방정식 $x^2 - bx + c = 0$ 의 두 근이 모두 양수
이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$b > 0, c > 0$$

즉 $y = bx^2 + cx - 1$ 의 그래프에서

(i) $b > 0$ 이므로 아래로 볼록

(ii) $bc > 0$ 이므로 축이 y 축의 왼쪽에 위치

(iii) $-1 < 0$ 이므로 y 축과의 교점이 원점의 아래쪽에 위치

이상에서 $y = bx^2 + cx - 1$ 의 그래프의 개형으로 알맞은 것은 ①이다. **답 ①**

$a < 0$ 이므로 그래프는 위로 볼록하고, $ab < 0$ 이므로 축이 y 축의 오른쪽에 위치한다. 또 $c > 0$ 이므로 y 축과의 교점이 원점의 위쪽에 위치한다.

② $y = f(x)$ 의 그래프의 개형은 오른쪽 그림과 같으므로 $x < -1$ 일 때 $f(x) < 0$ 이다.

$$\therefore f(-2) = 4a - 2b + c < 0$$

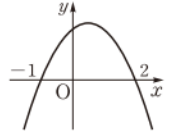
③ $a < 0$ 이므로 위로 볼록한 포물선이다.

④ 모든 사분면을 지난다.

$$⑤ f(x) = a(x^2 - x - 2) = a\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}a$$

$x < \frac{1}{2}$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

따라서 $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다. **답 ⑤**



내신 만점 공부하기

본책 82쪽

436 **해결 과정** ① 이차함수 $y = ax^2 + bx - c$ 의 그래프의 축의 방정식은 $x = -\frac{b}{2a}$ 이므로

$$-\frac{b}{2a} = -1$$

$$\therefore b = 2a$$

..... ㉠ • 20% 배점

해결 과정 ② $y = ax^2 + bx - c$ 의 그래프가 점 (1, 1)을 지나므로

$$1 = a + b - c$$

㉠을 위의 식에 대입하면 $3a - c = 1$

$$\therefore c = 3a - 1$$

• 30% 배점

해결 과정 ③ (i) $a = 1$ 이면 $b = 2, c = 2$

(ii) $a = 2$ 이면 $b = 4, c = 5$

(iii) $a \geq 3$ 이면 $c \geq 8$ 이므로 주어진 조건을 만족시키지 않는다.

이상에서 주어진 조건을 만족시키는 a, b, c 의 순서쌍 (a, b, c) 는 (1, 2, 2), (2, 4, 5)의 2개이므로 구하는 확률은

$$\frac{2}{6^3} = \frac{1}{108}$$

• 40% 배점

답 구하기 따라서 $p = 108, q = 1$ 이므로

$$pq = 108$$

• 10% 배점

답 108

437 **전략** 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 x 좌표 ② 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 해

풀이 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 라 하면 조건 (㉠), (㉡)에서

$$f(-1) = a - b + c = 0, f(2) = 4a + 2b + c = 0$$

이므로 주어진 함수의 그래프는 x 축과 두 점 $(-1, 0)$, $(2, 0)$ 에서 만난다. 즉 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 $-1, 2$ 이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$-\frac{b}{a} = 1, \frac{c}{a} = -2$$

$$\therefore b = -a, c = -2a$$

또 조건 (㉢)에서

$$abc = a \times (-a) \times (-2a) = 2a^3 < 0$$

$$\therefore a < 0, b > 0, c > 0$$

$$① a = -b$$

$a > 0$ 이면 $2a^3 > 0$
 $a < 0$ 이면 $2a^3 < 0$

438 **전략** $f(x), g(x)$ 를 $a(x-p)^2 + q$ 꼴로 변형하여 두 함수 $y = f(x), y = g(x)$ 사이의 관계를 알아본다.

$$\text{풀이 } f(x) = x^2 + 3x + 1 = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}$$

$$g(x) = x^2 + x - 1 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}$$

따라서 $y = f(x)$ 의 그래프는 $y = g(x)$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이므로

$$f(x) = g(x+1)$$

$$\therefore \frac{f(1)f(2)f(3)\cdots f(100)}{g(1)g(2)g(3)\cdots g(100)}$$

$$= \frac{g(2)g(3)g(4)\cdots g(101)}{g(1)g(2)g(3)\cdots g(100)}$$

$$= \frac{g(101)}{g(1)} = \frac{101^2 + 101 - 1}{1^2 + 1 - 1}$$

$$= 10301$$

답 10301

439 **해결 과정** $y = x^2 - 4x - 5$ 에서 $x = 0$ 일 때, $y = -5$ 이므로

$$A(0, -5)$$

$$y = x^2 - 4x - 5 = (x-2)^2 - 9 \text{이므로}$$

$$B(2, -9)$$

$$x^2 - 4x - 5 = 0 \text{에서 } (x+1)(x-5) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 5$$

$$\therefore C(5, 0)$$

• 60% 배점

답 구하기 오른쪽 그림과 같이 점 B에서 y 축에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\triangle ABC$$

$$= \square OHBC - \triangle OAC$$

$$- \triangle AHB$$

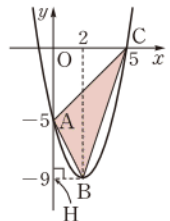
$$= \frac{1}{2} \times (5+2) \times 9 - \frac{1}{2} \times 5 \times 5$$

$$- \frac{1}{2} \times 2 \times 4$$

$$= 15$$

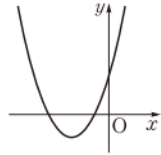
• 40% 배점

답 15



440 **전략** 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 제4사분면을 지나지 않도록 좌표평면에 나타내어 본다.

풀이 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프가 제 4 사분면만을 지나지 않으려면 오른쪽 그림과 같아야 한다.



- (i) 아래로 볼록하므로 $a > 0$
- (ii) 축이 y 축의 왼쪽에 위치하므로 $b > 0$
- (iii) y 축과의 교점이 원점과 일치하거나 원점의 위쪽에 위치하므로 $c \geq 0$
- (iv) x 축과 서로 다른 두 점에서 만나므로 $b^2 - 4ac > 0$

이상에서 a, b, c 의 순서쌍 (a, b, c) 는 $(1, 1, 0), (1, 2, 0), (2, 1, 0), (2, 2, 0)$ 의 4가지이므로 구하는 경우는 모두 4가지이다.

답 ②

441 [문제 해결 집합]

- ① 포물선 $y=x^2-4x+3$ 과 직선 $mx-4y-13=0$ 이 한 점에서 만나므로 두 방정식을 연립하여 얻은 이차방정식이 중근을 가짐을 이용하여 m 의 값을 구한다.
- ② 점 A의 좌표를 구한다.
- ③ 평행이동한 직선의 방정식을 구하여 직선 $y=-x-\frac{1}{4}$ 과의 교점 B의 좌표를 구한다.
- ④ AB의 길이를 구한다.

풀이 $mx-4y-13=0$ 에서

$$y = \frac{m}{4}x - \frac{13}{4}$$

이 직선이 포물선 $y=x^2-4x+3$ 과 한 점에서 만나므로 이차방정식 $\frac{m}{4}x - \frac{13}{4} = x^2 - 4x + 3$ 이 중근을 갖는다.

이 이차방정식의 양변에 4를 곱하여 정리하면

$$4x^2 - (m+16)x + 25 = 0 \quad \cdots \textcircled{1}$$

이 이차방정식이 중근을 가지므로

$$\begin{aligned} \{-(m+16)\}^2 - 4 \times 4 \times 25 &= 0 \\ m^2 + 32m - 144 &= 0, \quad (m+36)(m-4) = 0 \\ \therefore m &= 4 \quad (\because m > 0) \quad \textcircled{1} \end{aligned}$$

$m=4$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$4x^2 - 20x + 25 = 0$$

$$(2x-5)^2 = 0 \quad \therefore x = \frac{5}{2}$$

$$\therefore A\left(\frac{5}{2}, -\frac{3}{4}\right) \quad \textcircled{2}$$

한편 직선 $4x-4y-13=0$ 을 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 직선의 방정식은

$$4(x-1) - 4(y+1) - 13 = 0$$

$$\therefore y = x - \frac{21}{4}$$

즉 두 직선 $y = x - \frac{21}{4}$ 과 $y = -x - \frac{1}{4}$ 의 교점의 x 좌표는 $x - \frac{21}{4} = -x - \frac{1}{4}$ 에서 $x = \frac{5}{2}$

$$\therefore B\left(\frac{5}{2}, -\frac{11}{4}\right) \quad \textcircled{3}$$

따라서 AB의 길이는

$$-\frac{3}{4} - \left(-\frac{11}{4}\right) = 2 \quad \textcircled{4}$$

답 2

제 1, 2, 3 사분면을 모두 지난다.

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 이 서로 다른 두 근을 가져야 한다.

$c=0$ 일 때와 $c>0$ 일 때로 나누어 생각한다.
(i) $c=0$ 일 때, $a>0$, $b>0$ 이면 된다.

(ii) $c>0$ 일 때, $b^2=1$ 또는 $b^2=4$ 이고, $4ac=4$ 또는 $4ac=8$ 또는 $4ac=16$ 이므로 $b^2-4ac>0$ 을 만족시키지 않는다.

$$\begin{aligned} \begin{cases} 16a+q=-8 & \cdots \textcircled{1} \\ a+q=7 & \cdots \textcircled{2} \end{cases} \\ \textcircled{1}-\textcircled{2} \text{을 하면} \\ 15a=-15 \\ \therefore a=-1 \\ a=-1 \text{을 } \textcircled{2} \text{에 대입하면} \\ -1+q=7 \\ \therefore q=8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x = \frac{5}{2} \text{를 } y = x - \frac{13}{4} \text{에 대입하면} \\ y = \frac{5}{2} - \frac{13}{4} = -\frac{3}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x = \frac{5}{2} \text{를 } y = x - \frac{21}{4} \text{에 대입하면} \\ y = \frac{5}{2} - \frac{21}{4} = -\frac{11}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c=2 \text{를 } \textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에 각각 대입하여 정리하면} \\ \begin{cases} a+b=-3 & \cdots \textcircled{3} \\ 2a+b=-2 & \cdots \textcircled{4} \end{cases} \\ \textcircled{4}-\textcircled{3} \text{을 하면} \\ a=1 \\ a=1 \text{을 } \textcircled{3} \text{에 대입하면} \\ 1+b=-3 \\ \therefore b=-4 \end{aligned}$$

08 | 이차함수의 활용

본책 83~86쪽

개념&기출유형

442 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 3)$ 이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2+3$ 으로 놓을 수 있다.

이 함수의 그래프가 점 $(0, -1)$ 을 지나므로

$$\begin{aligned} -1 &= 4a + 3, \quad -4a = 4 \\ \therefore a &= -1 \end{aligned}$$

따라서 $y = -(x+2)^2 + 3 = -x^2 - 4x - 1$ 이므로

$$\begin{aligned} b &= -4, \quad c = -1 \\ \therefore a+b+c &= -6 \end{aligned}$$

답 ①

443 꼭짓점의 좌표가 $(4, -1)$ 이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-4)^2-1$ 로 놓을 수 있다.

이 함수의 그래프가 점 $(2, 3)$ 을 지나므로

$$\begin{aligned} 3 &= 4a - 1, \quad -4a = -4 \\ \therefore a &= 1 \end{aligned}$$

즉 $y = (x-4)^2 - 1 = x^2 - 8x + 15$ 이므로

$$x^2 - 8x + 15 = 0 \text{에서}$$

$$\begin{aligned} (x-3)(x-5) &= 0 \\ \therefore x &= 3 \text{ 또는 } x = 5 \end{aligned}$$

따라서 주어진 이차함수의 그래프는 x 축과 두 점

$$(3, 0), (5, 0) \text{에서 만나므로 구하는 거리는}$$

$$5 - 3 = 2$$

답 2

444 축의 방정식이 $x=-3$ 이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+3)^2+q$ 로 놓을 수 있다.

이 함수의 그래프가 두 점 $(1, -8), (-2, 7)$ 을 지나므로

$$\begin{aligned} -8 &= 16a + q, \quad 7 = a + q \\ \text{위의 두 식을 연립하여 풀면} \\ a &= -1, \quad q = 8 \end{aligned}$$

따라서 $y = -(x+3)^2 + 8 = -x^2 - 6x - 1$ 이므로 구하는 y 절편은 -1이다.

답 ②

445 주어진 세 점을 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$ 로 놓고

$x=0, y=2$ 를 대입하면

$$2 = c \quad \cdots \textcircled{1}$$

$x=1, y=-1$ 을 대입하면

$$-1 = a + b + c \quad \cdots \textcircled{2}$$

$x=2, y=-2$ 를 대입하면

$$-2 = 4a + 2b + c \quad \cdots \textcircled{3}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}$ 을 연립하여 풀면

$$a=1, \quad b=-4, \quad c=2$$

따라서 $y = x^2 - 4x + 2$ 의 그래프가 점 $(-1, k)$ 를 지나므로

$$k = 1 + 4 + 2 = 7$$

답 ⑤

446 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프가 x 축과 두 점 $(1, 0)$, $(4, 0)$ 에서 만나므로 이차함수의 식을 $y=a(x-1)(x-4)$ 로 놓을 수 있다.
이 함수의 그래프가 점 $(0, 2)$ 를 지나므로

$$2=4a \quad \therefore a=\frac{1}{2}$$

따라서 $y=\frac{1}{2}(x-1)(x-4)=\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{2}x+2$ 이므로

$$b=-\frac{5}{2}, c=2$$

$$\therefore abc=-\frac{5}{2} \quad \text{답 } -\frac{5}{2}$$

447 $y=x^2+ax+b$ 의 그래프가 y 축을 축으로 하고 점 $(-3, 0)$ 을 지나므로 점 $(3, 0)$ 도 지난다.

따라서 $y=(x+3)(x-3)=x^2-9$ 이므로

$$a=0, b=-9$$

$$\therefore a+b=-9 \quad \text{답 } -9$$

448 $y=-x^2+6x-10=-(x-3)^2-1$ 이므로

$$M=-1$$

$y=2x^2-4x+5=2(x-1)^2+3$ 이므로

$$m=3$$

$$\therefore M+m=2 \quad \text{답 } 2$$

449 ① $y=-4(x+1)^2-2$ 의 최댓값은 -2 이다.

② $y=-2x^2-4x+3=-2(x+1)^2+5$ 의 최댓값은 5 이다.

③ $y=-x^2+4x+\frac{1}{2}=-(x-2)^2+\frac{9}{2}$ 의 최댓값은 $\frac{9}{2}$ 이다.

④ $y=-\frac{1}{2}x^2+3x-1=-\frac{1}{2}(x-3)^2+\frac{7}{2}$ 의 최댓값은 $\frac{7}{2}$ 이다.

⑤ $y=-\frac{1}{4}x^2-x=-\frac{1}{4}(x+2)^2+1$ 의 최댓값은 1 이다.

따라서 최댓값이 가장 큰 것은 ②이다. 답 ②

450 $y=-\frac{1}{2}x^2-4x+k$ 의 그래프가 점 $(2, -8)$ 을 지나므로

$$-8=-2-8+k \quad \therefore k=2$$

따라서 $y=-\frac{1}{2}x^2-4x+2=-\frac{1}{2}(x+4)^2+10$ 의 최댓값은 10 이다. 답 10

451 $y=-4x^2+8x+2k-3=-4(x-1)^2+2k+1$

이 함수의 최댓값이 5 이므로

$$2k+1=5, \quad 2k=4 \quad \therefore k=2 \quad \text{답 } ④$$

452 $y=2x^2+ax+6$ 이 $x=-3$ 에서 최솟값 b 를 가지므로

$$y=2(x+3)^2+b=2x^2+12x+18+b$$

꼭짓점의 좌표가 $(1, 7)$ 이다.

이차함수의 그래프가 y 축에 대하여 대칭이므로 점 (m, n) 을 지나면 점 $(-m, n)$ 도 지난다.

따라서 $a=12, 6=18+b$ 이므로

$$a=12, b=-12$$

$$\therefore ab=-144 \quad \text{답 } -144$$

453 $x=1$ 에서 최댓값 7 을 가지므로 이차함수의 식을 $y=a(x-1)^2+7$ 로 놓을 수 있다.

이 함수의 그래프가 점 $(3, -13)$ 을 지나므로

$$-13=4a+7, \quad -4a=20$$

$$\therefore a=-5$$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$$y=-5(x-1)^2+7=-5x^2+10x+2$$

$$\text{답 } y=-5x^2+10x+2$$

454 (1) $y=\frac{1}{2}x^2+ax-2a+3$

$$=\frac{1}{2}(x^2+2ax+a^2-a^2)-2a+3$$

$$=\frac{1}{2}(x+a)^2-\frac{1}{2}a^2-2a+3$$

$$\therefore m=-\frac{1}{2}a^2-2a+3$$

(2) $m=-\frac{1}{2}a^2-2a+3=-\frac{1}{2}(a+2)^2+5$ 의 최댓값은 5 이다.

$$\text{답 } (1) m=-\frac{1}{2}a^2-2a+3 \quad (2) 5$$

455 $y=-x^2+2kx+k$

$$=-(x^2-2kx+k^2-k^2)+k$$

$$=-(x-k)^2+k^2+k$$

$$\therefore f(k)=k^2+k=\left(k+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}$$

따라서 $f(k)$ 의 최솟값은 $-\frac{1}{4}$ 이다. 답 ②

456 $y=2x^2+4ax-2a+1$

$$=2(x^2+2ax+a^2-a^2)-2a+1$$

$$=2(x+a)^2-2a^2-2a+1$$

$$\therefore m=-2a^2-2a+1$$

$$=-2\left(a+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{2}$$

따라서 m 의 값이 최대가 되도록 하는 a 의 값은 $-\frac{1}{2}$ 이다.

$$\text{답 } ③$$

457 두 수를 $x, 26-x$ 라 하고, 두 수의 곱을 y 라 하면

$$y=x(26-x)$$

$$=-x^2+26x$$

$$=-(x-13)^2+169$$

따라서 두 수의 곱의 최댓값은 169 이다. 답 ④

참고 $x=13$ 일 때 두 수의 곱이 최대이므로 곱이 최대가 되는 두 수는 $13, 13$ 이다.

$$26-x=26-13=13$$

458 두 수를 $x, x+8$ 이라 하고, 두 수의 제곱의 합을 y 라 하면

$$y = x^2 + (x+8)^2 = 2x^2 + 16x + 64$$

$$= 2(x+4)^2 + 32$$

따라서 두 수의 제곱의 합이 최소가 될 때의 두 수는 $-4, 4$ 이다. 답 $-4, 4$

459 이익을 y 만 원이라 하면

$$y = -\frac{1}{10}x^2 + 30x - 750$$

$$= -\frac{1}{10}(x-150)^2 + 1500$$

따라서 y 는 $x=150$ 일 때 최대이므로 최대 이익을 내려
면 하루에 150명이 입장해야 한다. 답 150명

미술관의 최대 이익은
1500만 원이다.

460 $y = -5x^2 + 24x = -5\left(x - \frac{12}{5}\right)^2 + \frac{144}{5}$

따라서 공이 가장 높이 올라갔을 때의 높이는 $\frac{144}{5}$ m이
다. 답 $\frac{144}{5}$ m

참고 y 는 $x = \frac{12}{5}$ 일 때 최대이므로 공이 가장 높이 올
라갈 때까지 걸린 시간은 $\frac{12}{5}$ 초이다.

461 $y = 20x - 5x^2 = -5(x-2)^2 + 20$

따라서 물 로켓은 쏘아 올린 지 2초 후에 가장 높이 올
라간다. 답 ①

참고 y 는 $x=2$ 일 때 최댓값 20을 가지므로 물 로켓이
가장 높이 올라갔을 때의 높이는 20m이다.

462 $h = -5t^2 + 50t + 15 = -5(t-5)^2 + 140$

따라서 물체가 최고 높이에 도달할 때까지 걸리는 시간
은 5초이다. 답 5초

참고 h 는 $t=5$ 일 때 최댓값 140을 가지므로 물체의
최고 높이는 140m이다.

463 가축우리의 세로의 길이를 x m, 넓이를 y m²라
하면 가축우리의 가로의 길이는 $(60-2x)$ m이므로

$$y = x(60-2x) = -2x^2 + 60x$$

$$= -2(x-15)^2 + 450$$

따라서 가축우리의 최대 넓이는 450m²이다. 답 450m²

참고 가축우리의 넓이가 최대일 때의 가로, 세로의 길
이는 각각 30m, 15m이다.

이차방정식
 $ax^2+bx+c=0$ 의 두
근이 α, β 일 때,
 $\alpha+\beta = -\frac{b}{a},$
 $\alpha\beta = \frac{c}{a}$

$60-2 \times 15 = 30$ (m)

464 새로운 직사각형의 넓이를 y cm²라 하면 이 직사
각형의 가로의 길이는 $(6-x)$ cm, 세로의 길이는
 $(8+2x)$ cm이므로

$$y = (6-x)(8+2x) = -2x^2 + 4x + 48$$

$$= -2(x-1)^2 + 50$$

따라서 $x=1$ 일 때 직사각형의 넓이가 최대이다. 답 1

참고 새로운 직사각형의 넓이의 최댓값은 50cm²이
고, 이때 직사각형의 가로, 세로의 길이는 각각 5cm,
10cm이다.

465 $-x^2+4x=0$ 에서 $x(x-4)=0$
 $\therefore x=0$ 또는 $x=4$

따라서 A(4, 0)이므로 $\overline{OA}=4$

점 B의 좌표를 $(a, -a^2+4a)$ 라 하면 $\triangle OAB$ 의 넓이
는

$$\frac{1}{2} \times 4 \times (-a^2+4a) = -2(a^2-4a)$$

$$= -2(a-2)^2 + 8$$

이므로 구하는 최댓값은 8이다. 답 8

참고 $\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA}=4$ 로 일정하므로 $\triangle OAB$ 의
넓이는 점 B의 y 좌표가 최대일 때, 즉 점 B가 주어진
이차함수의 그래프의 꼭짓점일 때 최댓값을 갖는다.



내신 만점 도전하기

본책 87~90쪽

466 전략 그래프의 꼭짓점의 좌표가 (p, q) 인 이차함수
의 식 $\odot y=a(x-p)^2+q$

풀이 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 1)$ 이므로 이차함수의
식을 $y=a(x+2)^2+1$ 로 놓을 수 있다.

이 함수의 그래프가 점 $(-3, -1)$ 을 지나므로

$$-1 = a + 1 \quad \therefore a = -2$$

따라서 $y = -2(x+2)^2 + 1 = -2x^2 - 8x - 7$ 이므로 그
래프가 y 축과 만나는 점의 좌표는

$$(0, -7) \quad \text{답 ②}$$

467 전략 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프와 x 축과의
교점의 x 좌표 \odot 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 해

풀이 조건 (가)에 의하여 이차함수의 식을

$$y=a(x-1)^2-3$$

이 함수의 그래프와 x 축과의 두 교점의 좌표를 $(\alpha, 0),$
 $(\beta, 0)$ 이라 하면 조건 (나)에 의하여

$$|\alpha-\beta|=2\sqrt{3}$$

이때 이차방정식 $a(x-1)^2-3=0$, 즉

$ax^2-2ax+a-3=0$ 의 두 근이 α, β 이므로 이차방정
식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha+\beta=2, \quad \alpha\beta=\frac{a-3}{a}$$

$$(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$$

$$(2\sqrt{3})^2=2^2-4 \times \frac{a-3}{a}$$

$$\frac{a-3}{a}=-2, \quad a-3=-2a$$

$$\therefore a=1$$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$$y=x^2-2x-2 \quad \text{답 } y=x^2-2x-2$$

다른풀이 조건 (가)에 의하여 이차함수의 식을

$$y=a(x-1)^2-3$$

꼭짓점의 좌표가 $(1, -3)$ 이고 x 축과 두 점에서 만나
므로 그래프가 아래로 볼록하다.

$$\therefore a > 0$$

한편 이차방정식 $a(x-1)^2-3=0$ 에서

$$(x-1)^2=\frac{3}{a}, \quad x-1=\pm\frac{\sqrt{3a}}{a}$$

$$\therefore x=1\pm\frac{\sqrt{3a}}{a}$$

즉 그래프와 x 축과의 두 교점의 좌표는

$$\left(1-\frac{\sqrt{3a}}{a}, 0\right), \left(1+\frac{\sqrt{3a}}{a}, 0\right)$$

이고, 이 두 점 사이의 거리가 $2\sqrt{3}$ 이므로

$$\left(1+\frac{\sqrt{3a}}{a}\right)-\left(1-\frac{\sqrt{3a}}{a}\right)=2\sqrt{3}$$

$$\frac{2\sqrt{3a}}{a}=2\sqrt{3}, \quad \sqrt{a}=a, \quad a=a^2$$

$$a(a-1)=0 \quad \therefore a=1 (\because a>0)$$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$$y=x^2-2x-2$$

468 전략 그래프의 축의 방정식이 $x=p$ 인 이차함수의 식

● $y=a(x-p)^2+q$

풀이 축의 방정식이 $x=2$ 이므로 이차함수의 식을

$y=a(x-2)^2+q$ 로 놓을 수 있다.

이 함수의 그래프의 y 절편이 5이고 점 $(3, -4)$ 를 지나므로

$$5=4a+q, \quad -4=a+q$$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$$a=3, \quad q=-7$$

따라서 $y=3(x-2)^2-7$ 의 그래프가 점 $(-2, k)$ 를 지나므로

$$k=3 \times (-4)^2-7=41$$

답 ⑤

469 전략 그래프가 x 축에 접하는 이차함수의 식

● $y=a(x-p)^2$

풀이 그래프가 x 축에 접하므로 이차함수의 식을

$y=a(x-p)^2$ 으로 놓을 수 있다.

이 함수의 그래프가 두 점 $(1, 1)$, $(4, 4)$ 를 지나므로

$$1=a(1-p)^2 \quad \dots\dots ㉠$$

$$4=a(4-p)^2 \quad \dots\dots ㉡$$

㉠÷㉡을 하면 $4=\frac{(4-p)^2}{(1-p)^2}$

$$4(1-p)^2=(4-p)^2, \quad 3p^2=12$$

$$p^2=4 \quad \therefore p=\pm 2$$

$p=2$ 일 때, $a=1$

$p=-2$ 일 때, $1=9a \quad \therefore a=\frac{1}{9}$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$$y=(x-2)^2 \text{ 또는 } y=\frac{1}{9}(x+2)^2$$

● $y=(x-2)^2 \text{ 또는 } y=\frac{1}{9}(x+2)^2$

만점비법

이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 x 축에 접하려면 이차방정식 $f(x)=0$ 이 중근을 가져야 하므로 $f(x)=a(x-p)^2$ 과 같이 완전제곱식 꼴이어야 한다.

$$\begin{cases} a+c=5 & \dots ㉠ \\ 4a+c=11 & \dots ㉡ \end{cases}$$

㉠-㉡을 하면 $3a=6 \quad \therefore a=2$
 $a=2$ 를 ㉠에 대입하면 $2+c=5 \quad \therefore c=3$

470 해결 과정 ① 세 점 $(1, 4)$, $(-1, 6)$, $(2, 9)$ 를 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$ 로 놓으면

$$4=a+b+c \quad \dots\dots ㉠$$

$$6=a-b+c \quad \dots\dots ㉡$$

$$9=4a+2b+c \quad \dots\dots ㉢$$

㉠-㉡을 하면 $-2=2b \quad \therefore b=-1$

$b=-1$ 을 ㉠, ㉢에 각각 대입하면

$$a+c=5, \quad 4a+c=11$$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$$a=2, \quad c=3$$

• 50% 배점

해결 과정 ② $y=2x^2-x+3=2\left(x-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{23}{8}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y=2\left(x-1-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{23}{8}-1$$

$$=2\left(x-\frac{5}{4}\right)^2+\frac{15}{8}$$

• 40% 배점

답 구하기 따라서 구하는 꼭짓점의 좌표는

$$\left(\frac{5}{4}, \frac{15}{8}\right)$$

• 10% 배점

● $\left(\frac{5}{4}, \frac{15}{8}\right)$

471 해결 과정 ① 구하는 이차함수의 식을

$y=ax^2+bx+c$ 로 놓으면 이 함수의 그래프가 두 점 $(1, 4)$, $(-1, -4)$ 를 지나므로

$$4=a+b+c \quad \dots\dots ㉠$$

$$-4=a-b+c \quad \dots\dots ㉡$$

㉠-㉡을 하면 $8=2b \quad \therefore b=4$

$b=4$ 를 ㉠에 대입하면

$$a+c=0 \quad \therefore c=-a$$

$$\therefore y=ax^2+4x-a$$

• 40% 배점

해결 과정 ② 이 함수의 그래프가 x 축과 두 점 $(\alpha, 0)$, $(\beta, 0)$ 에서 만나므로 이차방정식 $ax^2+4x-a=0$ 의 두 근이 α , β 이다.

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha+\beta=-\frac{4}{a}, \quad \alpha\beta=-1$$

이때 $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta$ 이므로

$$18=\frac{16}{a^2}+2, \quad a^2=1$$

$$\therefore a=\pm 1$$

• 40% 배점

답 구하기 따라서 구하는 이차함수의 식은

$$y=x^2+4x-1 \text{ 또는 } y=-x^2+4x+1$$

● $y=x^2+4x-1 \text{ 또는 } y=-x^2+4x+1$

472 전략 y 축을 축으로 하는 이차함수의 그래프

● y 축에 대하여 대칭이다.

풀이 $y=x^2+ax+b$ 의 그래프는 y 축을 축으로 하고 x 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 8이므로 x 축과 두 점 $(-4, 0)$, $(4, 0)$ 에서 만난다.

$$\therefore y = (x+4)(x-4) = x^2 - 16$$

따라서 $a=0$, $b=-16$ 이므로

$$a-b=16$$

답 ⑤

473 전략 $x=a-2$, $y=a^2$ 을 주어진 이차함수의 식에 대입하여 a 의 값을 구한다.

풀이 $y=x^2-2ax+4$ 의 그래프가 점 $(a-2, a^2)$ 을 지나므로

$$a^2 = (a-2)^2 - 2a(a-2) + 4$$

$$a^2 = -a^2 + 8, \quad a^2 = 4$$

$$\therefore a=2 (\because a>0)$$

따라서 $y=x^2-4x+4=(x-2)^2$ 의 최솟값은 0이다.

답 ③

474 전략 $y=m(x-p)^2+q$ 꼴로 변형하여 꼭짓점의 좌표를 구한다.

풀이 $y=x^2+2ax+b=(x+a)^2-a^2+b$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$$(-a, -a^2+b)$$

$y=2x^2+4x=2(x+1)^2-2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$$(-1, -2)$$

두 함수의 그래프의 꼭짓점이 일치하므로

$$-a=-1, \quad -a^2+b=-2$$

$$\therefore a=1, \quad b=-1$$

따라서 $y=x^2+2x+4=(x+1)^2+3$ 의 최솟값은 3이다.

답 3

475 전략 이차함수의 그래프는 축을 기준으로 증가, 감소하는 범위가 나뉜다.

풀이 $y=-3x^2+ax-18$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값이 감소하는 x 의 값의 범위가 $x>-2$ 이므로 주어진 이차함수의 그래프의 축의 방정식은 $x=-2$ 이다.

$$\text{즉 } -\frac{a}{2 \times (-3)} = \frac{a}{6} = -2 \text{이므로}$$

$$a=-12$$

따라서 $y=-3x^2-12x-18=-3(x+2)^2-6$ 의 최댓값은 -6 이므로

$$b=-6$$

$$\therefore a+b=-18$$

답 ①

476 전략 $a+b$ 를 a 에 대한 이차함수로 나타낸 후

$a+b=m(a-p)^2+q$ 꼴로 변형한다.

풀이 $y=x^2-2x+1$ 의 그래프가 점 $P(a, b)$ 를 지나므로

$$b=a^2-2a+1$$

$$\therefore a+b=a+a^2-2a+1=a^2-a+1$$

$$=\left(a-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}$$

따라서 $a+b$ 의 최솟값은 $\frac{3}{4}$ 이다.

답 $\frac{3}{4}$

$$|a| = \begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

축의 방정식이 $x=-5$ 이고 최댓값이 10이면 꼭짓점의 좌표는 $(-5, 10)$

$a=1$ 을 $-a^2+b=-2$ 에 대입하면 $-1+b=-2$
 $\therefore b=-1$

이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프의 축의 방정식 $\rightarrow x=-\frac{b}{2a}$

477 전략 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 변형하여 최댓값과 최솟값을 구한다.

풀이 $y=x^2+2x+2k+5=(x+1)^2+2k+4$ 의 최솟값은 $2k+4$ 이다.

$y=-x^2+2x-3k-2=-(x-1)^2-3k-1$ 의 최댓값은 $-3k-1$ 이다.

따라서 $2k+4=-3k-1$ 이므로

$$5k=-5 \quad \therefore k=-1$$

답 ②

478 전략 절댓값 기호 안의 식의 값이 0이 되는 x 의 값을 기준으로 범위를 나누어 생각한다.

풀이 (i) $x \geq 0$ 일 때,

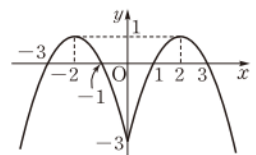
$$y=-x^2+4x-3=-(x-2)^2+1$$

(ii) $x < 0$ 일 때,

$$y=-x^2-4x-3=-(x+2)^2+1$$

(i), (ii)에서 주어진 함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 이 함수의 최댓값은 1이다.

답 ①



479 문제 이해 축의 방정식이 $x=-5$ 이고 최댓값이 10이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+5)^2+10$ 으로 놓을 수 있다.

• 30% 배점

해결 과정 이 함수의 그래프가 점 $(-4, 7)$ 을 지나므로 $7=a+10 \quad \therefore a=-3$

• 50% 배점

답 구하기 따라서 구하는 이차함수의 식은

$$y=-3(x+5)^2+10$$

$$=-3x^2-30x-65$$

• 20% 배점

$$\text{답 } y=-3x^2-30x-65$$

480 해결 과정 ① $y=-x^2+2kx-3=-(x-k)^2+k^2-3$

이 함수의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y=-(x+1-k)^2+k^2-1$$

• 40% 배점

해결 과정 ② 이 함수의 최댓값이 5이므로

$$k^2-1=5, \quad k^2=6$$

$$\therefore k=\pm\sqrt{6}$$

• 40% 배점

답 구하기 따라서 모든 상수 k 의 값의 합은

$$\sqrt{6}+(-\sqrt{6})=0$$

• 20% 배점

답 0

481 전략 $y=m(x-p)^2+q$ 꼴로 변형하여 최댓값을 구한다.

풀이 $y=-2x^2+7x+3a=-2\left(x-\frac{7}{4}\right)^2+3a+\frac{49}{8}$ 의

최댓값이 $\frac{1}{8}$ 이하가 되려면

$$3a+\frac{49}{8} \leq \frac{1}{8}, \quad 3a \leq -6 \quad \therefore a \leq -2$$

따라서 a 의 최댓값은 -2 이다.

답 ①

482 전략 주어진 이차함수의 식을 $y=(x-p)^2+q$ 꼴로 변형하면 $\odot f(t)=q$

풀이 $y=x^2-tx+t-3=\left(x-\frac{t}{2}\right)^2-\frac{1}{4}t^2+t-3$
 $\therefore f(t)=-\frac{1}{4}t^2+t-3$
 $=-\frac{1}{4}(t-2)^2-2$

따라서 $f(t)$ 의 최댓값은 -2 이다. **답 ①**

483 해결 과정 ① $y=-x^2+2mx+m^2+6m$
 $=-(x-m)^2+2m^2+6m$

• 30% 배점

해결 과정 ② $\therefore M=2m^2+6m$
 $=2\left(m+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{9}{2}$ • 30% 배점

답 구하기 따라서 M 은 $m=-\frac{3}{2}$ 일 때 최솟값 $-\frac{9}{2}$ 를 가지므로 구하는 합은

$-\frac{9}{2}+\left(-\frac{3}{2}\right)=-6$ • 40% 배점

답 -6

484 전략 $y=m(x-p)^2+q$ 꼴로 변형하여 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구한다.

풀이 $y=-x^2+4ax+2b=-(x-2a)^2+4a^2+2b$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(2a, 4a^2+2b)$

이 점이 직선 $y=2x+6$ 위에 있으므로

$4a^2+2b=4a+6$
 $\therefore b=-2a^2+2a+3=-2\left(a-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7}{2}$

따라서 b 의 최댓값은 $\frac{7}{2}$ 이다. **답 ②**

485 전략 $2x+y=12$ 이므로 $y=-2x+12$ 임을 이용한다.

풀이 $2x+y=12$ 에서 $y=-2x+12$ 이므로
 $xy=x(-2x+12)=-2x^2+12x$
 $=-2(x-3)^2+18$

따라서 xy 는 $x=3, y=6$ 일 때 최대이다.

답 $x=3, y=6$

$x=3$ 을 $y=-2x+12$ 에 대입하면
 $y=-2 \times 3+12=6$

486 해결 과정 ① 두 수의 차의 제곱이 16이므로

$(x-y)^2=16$
 $\therefore x-y=4$ ($\because x>y$) • 40% 배점

해결 과정 ② 즉 $y=x-4$ 이므로

$xy=x(x-4)=x^2-4x$
 $=(x-2)^2-4$ • 40% 배점

답 구하기 따라서 xy 는 $x=2, y=-2$ 일 때 최소이다.

• 20% 배점

답 $x=2, y=-2$

$x=2$ 를 $y=x-4$ 에 대입하면
 $y=2-4=-2$

487 전략 (이익금)=(매출액)-(원가) \times (판매량)

풀이 제품의 판매 가격을 10x원 올리면 판매량은 200x개 줄어들므로 이익을 y원이라 하면

$ac-bc=c(a-b)$

$1000+10 \times 15$
 $=1150(\text{원})$

$y=(1000+10x)(10000-200x)$
 $=1000(10000-200x)$
 $=(10000-200x)(200+10x)$
 $=-2000(x-50)(x+20)$
 $=-2000(x^2-30x-1000)$
 $=-2000(x-15)^2+2450000$

따라서 y 는 $x=15$ 일 때 최대이므로 판매 가격을 1150원으로 할 때 이익이 최대가 된다. **답 ③**

488 문제 이해 $h=-2t^2+4t+2$
 $=-2(t-1)^2+4$ • 30% 배점

해결 과정 따라서 농구공이 최고 높이에 도달할 때까지 걸리는 시간은 1초이고 이때의 높이는 4m이므로

$a=1, b=4$ • 60% 배점

답 구하기 $\therefore a+b=5$ • 10% 배점 **답 5**

489 전략 던져 올린 물체의 x 초 후의 높이를 y m라 하면 $\odot y=40x-5x^2$

풀이 던져 올린 물체의 x 초 후의 높이를 y m라 하면

$y=40x-5x^2=-5(x-4)^2+80$

① 던져 올린 지 4초 후에 물체의 높이가 최대이다.

② 물체가 가장 높이 올라갔을 때의 높이는 80m이다.

③ $40x-5x^2=0$ 에서 $5x(x-8)=0$

$\therefore x=8$

따라서 물체가 지면에 떨어질 때까지 걸리는 시간은 8초이다.

④ $x=2$ 일 때, $y=40 \times 2-5 \times 2^2=60$

따라서 2초 후의 물체의 높이는 60m이다.

⑤ $40x-5x^2=35$ 에서 $x^2-8x+7=0$

$(x-1)(x-7)=0 \therefore x=1$ 또는 $x=7$

따라서 물체의 높이가 35m가 되는 때는 던져 올린 지 1초 후와 7초 후이다. **답 ③**

490 문제 이해 오른쪽 그

림에서 $\triangle ABQ, \triangle DCR$ 는

직각이등변삼각형이므로

$\overline{AB}=\overline{QB}=\overline{CD}=\overline{CR}$

• 20% 배점

해결 과정 ① $\overline{AB}=x$ cm라 하면

$\overline{BC}=(24-2x)$ cm • 20% 배점

해결 과정 ② $\therefore \square ABCD=x(24-2x)$

$=-2x^2+24x$

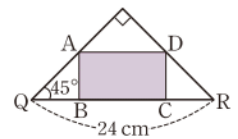
$=-2(x-6)^2+72$

• 40% 배점

답 구하기 따라서 직사각형의 최대 넓이는 72cm²이다.

• 20% 배점

답 72cm²



풀이 둘로 나눈 한 줄의 길이를 x cm라 하면 다른 한 줄의 길이는 $(12-x)$ cm이므로 만들어지는 두 원의 둘레의 길이는 각각

$$x \text{ cm}, (12-x) \text{ cm}$$

두 원의 반지름의 길이는 각각

$$\frac{x}{2\pi} \text{ cm}, \frac{12-x}{2\pi} \text{ cm}$$

이므로 두 원의 넓이의 합을 y cm²라 하면

$$\begin{aligned} y &= \pi \left(\frac{x}{2\pi} \right)^2 + \pi \left(\frac{12-x}{2\pi} \right)^2 \\ &= \frac{1}{4\pi} (2x^2 - 24x + 144) \\ &= \frac{1}{2\pi} (x^2 - 12x + 72) \\ &= \frac{1}{2\pi} (x-6)^2 + \frac{18}{\pi} \end{aligned}$$

따라서 넓이의 합의 최솟값은 $\frac{18}{\pi}$ cm²이다.

답 $\frac{18}{\pi}$ cm²

492 **해결 과정 ①** 새로운 삼각형의 밑변의 길이는 $6-x$, 높이는 $4+2x$ 이다. • 30% 배점

해결 과정 ② 새로운 삼각형의 넓이를 y 라 하면

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} (6-x)(4+2x) = -x^2 + 4x + 12 \\ &= -(x-2)^2 + 16 \end{aligned}$$

• 50% 배점

답 구하기 따라서 삼각형의 최대 넓이는 16이다.

• 20% 배점

답 16

493 **전략** 두 점 B, C는 주어진 함수의 그래프의 축에 대하여 대칭이다.

풀이 $-x^2+10x=0$ 에서 $x(x-10)=0$
 $\therefore x=0$ 또는 $x=10$

점 B의 좌표를 $(a, 0)$ ($0 < a < 5$)이라 하면

$$A(a, -a^2+10a), C(10-a, 0)$$

이므로

$$\overline{AB} = \overline{DC} = -a^2+10a, \overline{BC} = \overline{AD} = 10-2a$$

이때 $\square ABCD$ 의 둘레의 길이는

$$\begin{aligned} 2(\overline{AB} + \overline{BC}) &= 2(-a^2+10a+10-2a) \\ &= -2a^2+16a+20 \\ &= -2(a-4)^2+52 \end{aligned}$$

따라서 $\square ABCD$ 의 둘레의 길이의 최댓값은 52이다.

답 52

반지름의 길이가 r 인 원의 둘레의 길이가 l 이면 $l=2\pi r$ 에서 $r=\frac{l}{2\pi}$

반지름의 길이가 r 인 원의 넓이 $\rightarrow \pi r^2$

두 점 B, C가 주어진 함수의 그래프의 축에 대하여 대칭이므로 점 C의 x 좌표는 $10-a$ 이다.

\overline{PQ} 와 x 축이 평행하므로 두 점 P, Q의 y 좌표는 같다.

이 함수의 그래프의 꼭짓점의 y 좌표는 $-\frac{b^2-4ac}{4a}$ 이므로

$$-\frac{b^2-4ac}{4a}=1$$

$$\therefore b^2-4ac+4a=0 \quad \cdots \textcircled{1} \quad \text{• 20\% 배점}$$

해결 과정 ② $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프가 두 점 $(-1, 2), (2, 5)$ 를 지나므로

$$2=a-b+c \quad \cdots \textcircled{2}$$

$$5=4a+2b+c \quad \cdots \textcircled{3} \quad \text{• 20\% 배점}$$

해결 과정 ③ $\textcircled{2}-\textcircled{1}$ 을 하면 $3=3a+3b$

$$\therefore b=1-a \quad \cdots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{1} \times 2 + \textcircled{3} \text{을 하면} \quad 9=6a+3c$$

$$\therefore c=3-2a \quad \cdots \textcircled{5}$$

$\textcircled{4}, \textcircled{5}$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$(1-a)^2-4a(3-2a)+4a=0$$

$$9a^2-10a+1=0, \quad (9a-1)(a-1)=0$$

$$\therefore a=\frac{1}{9} \text{ 또는 } a=1$$

$$a=\frac{1}{9} \text{을 } \textcircled{4}, \textcircled{5} \text{에 각각 대입하면} \quad b=\frac{8}{9}, c=\frac{25}{9}$$

$$a=1 \text{을 } \textcircled{4}, \textcircled{5} \text{에 각각 대입하면} \quad b=0, c=1$$

• 50% 배점

답 구하기 따라서 구하는 이차함수의 식은

$$y=\frac{1}{9}x^2+\frac{8}{9}x+\frac{25}{9} \text{ 또는 } y=x^2+1 \quad \text{• 10\% 배점}$$

$$\textcircled{5} \quad y=\frac{1}{9}x^2+\frac{8}{9}x+\frac{25}{9} \text{ 또는 } y=x^2+1$$

495 **전략** $f(x)=a(x-p)^2+q$ 꼴로 변형하여 $y=f(x)$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구한다.

풀이 $f(x)=2x^2+4kx-6k+1$
 $=2(x+k)^2-2k^2-6k+1$

이므로 $y=f(x)$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$$(-k, -2k^2-6k+1)$$

이 점이 $y=-x^2+3x-3$ 의 그래프 위에 있으므로

$$-2k^2-6k+1=-k^2-3k-3$$

$$k^2+3k-4=0, \quad (k+4)(k-1)=0$$

$$\therefore k=1 \quad (\because k>0)$$

따라서 $f(x)=2(x+1)^2-7$ 의 최솟값은 -7 이므로 구하는 합은 $1+(-7)=-6$ 답 ③

496 **전략** 두 점 P, Q의 좌표를 한 문자로 나타낸다.

풀이 $P(a, -a^2-3)$ 이라 하면 점 Q의 y 좌표는 $-a^2-3$ 이고 점 Q는 직선 $y=x+1$ 위에 있으므로 점 Q의 x 좌표는

$$-a^2-3=x+1$$

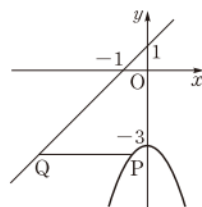
$$\therefore x=-a^2-4$$

즉 $Q(-a^2-4, -a^2-3)$ 이므로

$$\overline{PQ}=a-(-a^2-4)=a^2+a+4$$

$$=\left(a+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{15}{4}$$

따라서 \overline{PQ} 의 길이의 최솟값은 $\frac{15}{4}$ 이다. 답 ④



내신 만점 공부하기

본책 91쪽

494 **해결 과정 ①** 구하는 이차함수의 식을

$y=ax^2+bx+c$ 로 놓으면

$$y=ax^2+bx+c=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a}$$

497 해결 과정 ① $x^2+2x+4=t$ 로 놓으면

$$t=(x+1)^2+3 \quad \therefore t \geq 3$$

$g(t)=at^2+3at+b$ 로 놓으면

$$g(t)=a\left(t+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{9}{4}a+b$$

이므로 $t \geq 3$ 에서 $g(t)$ 가 최솟값을 가지려면

$$a > 0$$

이어야 한다.

이때 $g(t)$ 는 $t=3$ 일 때 최솟값 37을 가지므로

$$g(3)=37, \quad 37=9a+9a+b$$

$$\therefore 18a+b=37 \quad \cdots \cdots \textcircled{1} \quad \bullet 40\% \text{ 배점}$$

해결 과정 ② $x=-2$ 일 때, $t=4-4+4=4$

즉 $f(-2)=g(4)=57$ 이므로

$$57=16a+12a+b$$

$$\therefore 28a+b=57 \quad \cdots \cdots \textcircled{2} \quad \bullet 30\% \text{ 배점}$$

해결 과정 ③ ①, ②를 연립하여 풀면

$$a=2, \quad b=1$$

$$\therefore g(t)=2t^2+6t+1 \quad \bullet 20\% \text{ 배점}$$

답 구하기 $x=1$ 일 때, $t=1+2+4=7$

$$\therefore f(1)=g(7)=98+42+1=141 \quad \bullet 10\% \text{ 배점}$$

답 141

주의 이차함수 $y=f(x)$ 에서 x 의 값의 범위가 주어진 경우에는 그래프의 꼭짓점이 아닌 점에서 최댓값 또는 최솟값을 가질 수 있다.

498 전략 $\overline{AE}=x$ cm로 놓고 $\square EFCD$ 의 넓이를 x 에 대한 이차식으로 나타낸다.

풀이 $\overline{AE}=x$ cm라 하면 두 직사각형 ABFE, EFCD의 넓이의 비가 1:2이므로 $\overline{ED}=2x$ (cm)

$$\therefore \overline{AD}=3x \text{ (cm)}$$

이때 철사의 길이가 100cm이므로

$$\overline{AB}=\frac{1}{3}(100-6x)=-2x+\frac{100}{3} \text{ (cm)}$$

$\square EFCD$ 의 넓이를 y cm²라 하면

$$y=2x\left(-2x+\frac{100}{3}\right)=-4x^2+\frac{200}{3}x$$

$$=-4\left(x-\frac{25}{3}\right)^2+\frac{2500}{9}$$

따라서 $\square EFCD$ 의 넓이는 $x=\frac{25}{3}$ 일 때 최대이고 이때의 \overline{AB} 의 길이는

$$\overline{AB}=-2 \times \frac{25}{3} + \frac{100}{3} = \frac{50}{3} \text{ (cm)} \quad \text{답 ④}$$

499 [문제 해결 길잡이]

① 이차함수의 그래프가 x 축과 만나는 두 점 A, B의 좌표를 $(\alpha, 0)$, $(\beta, 0)$ 이라 하고 이차방정식의 근과 계수의 관계를 이용하여 $\alpha+\beta$, $\alpha\beta$ 의 값을 구한다.

② 곱셈 공식의 변형을 이용하여 \overline{AB} 의 길이인 $|\alpha-\beta|$ 를 k 에 대한 식으로 나타낸다.

③ \overline{AB} 의 길이가 최소가 되도록 하는 k 의 값을 구한다.

풀이 A($\alpha, 0$), B($\beta, 0$)이라 하면 α, β 는 이차방정식 $x^2-(k+3)x-4=0$ 의 두 근이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

t 의 최솟값이 3이므로 $t \geq 3$

$(k+3)^2 \geq 0$ 이므로 $k+3=0$ 일 때 \overline{AB} 의 길이가 최소이다.

$t=-\frac{3}{2}$ 이 $t \geq 3$ 의 범위에 속하지 않으므로 $t=3$ 일 때 최솟값을 갖는다.

②-①을 하면 $10a=20 \quad \therefore a=2$
 $a=2$ 를 ①에 대입하면 $36+b=37 \quad \therefore b=1$

$$\alpha+\beta=k+3, \quad \alpha\beta=-4 \quad \textcircled{1}$$

이때 $(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta=(k+3)^2+16$ 이므로

$$\overline{AB}=|\alpha-\beta|=\sqrt{(k+3)^2+16} \quad \textcircled{2}$$

따라서 \overline{AB} 의 길이가 최소가 되도록 하는 실수 k 의 값은 -3이다. **답 -3**

내신 만점 정보하기

본책 92~98쪽

500 전략 $y=ax^2+bx+c$ 가 x 에 대한 이차함수 $\bullet a \neq 0$

$$\begin{aligned} \text{풀이 } y &= -4x^2 - 3 - k^2x(1-x) \\ &= -4x^2 - 3 - k^2x + k^2x^2 \\ &= (k^2-4)x^2 - k^2x - 3 \end{aligned}$$

이것이 이차함수가 되려면

$$k^2-4 \neq 0 \quad \therefore k \neq \pm 2$$

따라서 k 의 값이 될 수 없는 것은 ②이다. **답 ②**

501 전략 이차함수 $y=ax^2$ 의 그래프에서 a 의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 넓다.

풀이 ③ x^2 의 계수의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 넓으므로 그래프의 폭이 가장 넓은 것은 ㄷ이다. **답 ③**

502 전략 점 P의 좌표를 $(a, \frac{1}{2}a^2)$ ($a>0$)이라 하고 $\triangle POA$ 의 넓이를 이용한다.

풀이 P($a, \frac{1}{2}a^2$) ($a>0$)이라 하면 $\triangle POA$ 의 넓이가 25이므로

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{1}{2}a^2 &= 25, \quad a^2=25 \\ \therefore a &= 5 (\because a>0) \end{aligned}$$

따라서 점 P의 좌표는 $(5, \frac{25}{2})$ **답 $(5, \frac{25}{2})$**

503 전략 $y=a(x-p)^2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표 $\bullet (p, 0)$

풀이 $y=x^2-1$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0, -1)$

$y=a(x-p)^2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(p, 0)$

이때 $y=x^2-1$ 의 그래프가 점 $(p, 0)$ 을 지나므로

$$0=p^2-1, \quad p^2=1 \quad \therefore p=1 (\because p>0)$$

또 $y=a(x-p)^2=a(x-1)^2$ 의 그래프가 점 $(0, -1)$ 을 지나므로

$$a=-1$$

$$\therefore a+p=0 \quad \text{답 ②}$$

504 전략 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 그래프의 식 $\bullet y=a(x-m-p)^2+q+n$

풀이 ⑤ $y = -x^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 것이다.

답 ⑤

505 전략 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점의 x 좌표 ② 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 해

풀이 $x = \frac{1}{3}$ 이 이차방정식 $3x^2 + 5x + a = 0$ 의 한 해이므로

$$3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 + 5 \times \frac{1}{3} + a = 0 \quad \therefore a = -2$$

따라서 $y = 3x^2 + 5x - 2$ 의 그래프의 y 절편은 -2 이다.
답 -2

506 전략 $y = ax^2 + q$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 그래프의 식

① $y = a(x-m)^2 + q + n$

풀이 $y = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$ 의 그래프는 $y = x^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-\frac{3}{2}$ 만큼, y 축의 방향으로 $-\frac{5}{4}$ 만큼 평행이동한 것이므로

$$a = -\frac{3}{2}, b = -\frac{5}{4}$$

$$\therefore a + b = -\frac{11}{4}$$

답 ②

507 전략 x 축의 방향으로 m 만큼 평행이동

① x 대신 $x - m$ 을 대입한다.

풀이 $y = -x^2 + 2x - 2 = -(x-1)^2 - 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = -(x-m-1)^2 - 1$$

이 함수는 $x > m+1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소하므로

$$m+1 = -2 \quad \therefore m = -3$$

답 -3

508 전략 x 축의 방향으로 p 만큼 평행이동

① x 대신 $x - p$ 를 대입한다.

풀이 $y = -x^2 + 4x + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = -(x-p)^2 + 4(x-p) + 3 \quad \cdots \cdots ①$$

처음 그래프와 y 축과의 교점의 좌표가 $(0, 3)$ 이므로 $x=0, y=3$ 을 ①에 대입하면

$$3 = -p^2 - 4p + 3, \quad p^2 + 4p = 0$$

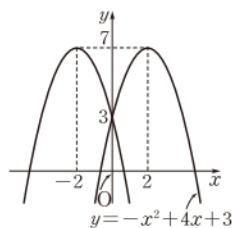
$$p(p+4) = 0 \quad \therefore p = -4 \quad (\because p \neq 0)$$

답 ②

다른풀이 $y = -x^2 + 4x + 3$

$$= -(x-2)^2 + 7$$

이 함수의 그래프와 이것을 x 축의 방향으로 p 만큼 평행이동한 그래프가 y 축에서 만나려면 오른쪽 그림과 같아야 하므로 평행이동한 그래프의 축의 방정식은 $x = -2$ 이다.



$y = x^2 + 1$ 에 x 대신 $x + \frac{3}{2}$, y 대신 $y + \frac{5}{4}$ 를 대입하면

$$y + \frac{5}{4} = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + 1$$

$$\therefore y = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$$

$y = ax^2 + bx + c$ 에서 a, b 의 부호가 같으면 축이 y 축의 왼쪽에 위치한다.

a, b 의 부호가 같다.

두 그래프의 모양과 폭이 같고 꼭짓점의 y 좌표가 같으므로 평행이동한 그래프의 식은

$$y = -(x+2)^2 + 7$$

따라서 이 그래프는 $y = -x^2 + 4x + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동한 것이므로

$$p = -4$$

509 전략 세 꼭짓점으로 이루어진 삼각형을 그려 본다.

풀이 오른쪽 그림에서

$A(p, q),$

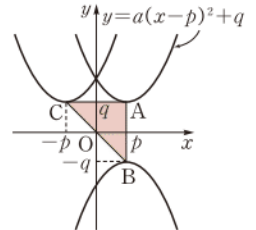
$B(p, -q),$

$C(-p, q)$

이므로

$$\begin{aligned} \triangle ABC &= \frac{1}{2} \times 2p \times 2q \\ &= 2pq \end{aligned}$$

답 $2pq$

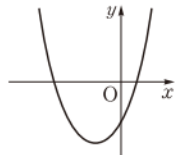


510 전략 이차함수의 그래프와 y 축과의 교점의 위치를 생각한다.

풀이 $y = x^2 + x + k$ 의 그래프는 아래로 볼록하고, 축이 y 축의 왼쪽에 위치하므로 이 그래프가 모든 사분면을 지나려면 오른쪽 그림과 같이 그래프와 y 축과의 교점이 원점의 아래쪽에 위치해야 한다.

$$\therefore k < 0$$

답 $k < 0$



511 전략 주어진 그래프가 나타내는 이차함수의 식

① $y = a(x-p)^2$

풀이 ② 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼 평행이동한 것이다.
답 ②

512 전략 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프에서 a, b 의 부호를 구한다.

풀이 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프에서

$$a < 0, b > 0$$

따라서 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프에서

(i) $a < 0$ 이므로 위로 볼록

(ii) 축은 y 축과 일치

(iii) $b > 0$ 이므로 y 축과의 교점이 원점의 위쪽에 위치
이상에서 $y = ax^2 + b$ 의 그래프의 개형으로 알맞은 것은 ③이다.
답 ③

513 전략 $4a - 2b + c$ 의 값은 $y = ax^2 + bx + c$ 에 $x = -2$ 를 대입하여 나온 y 의 값과 같다.

풀이 ① 그래프가 아래로 볼록하므로 $a > 0$

② 축이 y 축의 왼쪽에 위치하므로 $b > 0$

③ y 축과의 교점이 원점의 위쪽에 위치하므로 $c > 0$

④ 그래프가 x 축과 두 점에서 만나므로 이차방정식

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{에서}$$

$$b^2 - 4ac > 0$$

⑤ $x = -2$ 일 때, $y < 0$ 이므로
 $4a - 2b + c < 0$

답 ⑤

514 전략 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프와 직선 $y = mx + n$ 의 교점의 x 좌표

이차방정식 $ax^2 + bx + c = mx + n$ 의 해

풀이 $y = x^2 - 6x + 10$ 의 그래프와 직선 $y = 2x - 2$ 의 교점의 x 좌표는 $x^2 - 6x + 10 = 2x - 2$ 에서
 $x^2 - 8x + 12 = 0, (x-2)(x-6) = 0$
 $\therefore x = 2$ 또는 $x = 6$

따라서 $A(2, 2), B(6, 10), C(2, 0), D(6, 0)$ 이므로

$\square ACDB = \frac{1}{2} \times (2+10) \times 4 = 24$

답 24

515 해결 과정 ① 점 C의 y 좌표가 3이므로 $y = 3$ 을 $y = \frac{1}{3}x^2$ 에 대입하면 점 C의 x 좌표는

$3 = \frac{1}{3}x^2, x^2 = 9 \therefore x = 3 (\because x > 0)$

즉 $C(3, 3)$ 이므로 $\overline{AC} = 3$

• 30% 배점

해결 과정 ② 이때 $2\overline{AB} = 3\overline{BC}$ 이므로

$2\overline{AB} = 3(3 - \overline{AB})$

$5\overline{AB} = 9 \therefore \overline{AB} = \frac{9}{5}$

• 30% 배점

답 구하기 따라서 $B(\frac{9}{5}, 3)$ 이고 이 점이 $y = ax^2$ 의 그래프 위에 있으므로

$3 = a \times (\frac{9}{5})^2 \therefore a = \frac{25}{27}$

• 40% 배점

답 $\frac{25}{27}$

516 해결 과정 ① 오른쪽 그림에서 점 A는 $y = a(x-2)^2$ 의 그래프와 y 축과의 교점이므로 $A(0, 4a)$

• 20% 배점

해결 과정 ② $B(m, 4a)$ ($0 < m < 2$)라 하면 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD}$ 이므로

$C(2m, 4a), D(3m, 4a)$

• 20% 배점

해결 과정 ③ 두 점 B, C가 $y = (x-2)^2$ 의 그래프 위에 있으므로

$4a = (m-2)^2, 4a = (2m-2)^2$

즉 $(m-2)^2 = (2m-2)^2$ 이므로

$3m^2 - 4m = 0, m(3m-4) = 0$

$\therefore m = \frac{4}{3} (\because 0 < m < 2)$

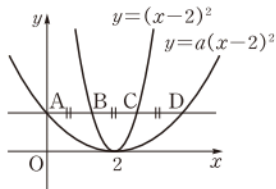
• 40% 배점

답 구하기 따라서 $4a = (\frac{4}{3} - 2)^2 = \frac{4}{9}$ 이므로

$a = \frac{1}{9}$

• 20% 배점

답 $\frac{1}{9}$



$x = 2$ 를 $y = 2x - 2$ 에 대입하면
 $y = 4 - 2 = 2$
 $x = 6$ 을 $y = 2x - 2$ 에 대입하면
 $y = 12 - 2 = 10$

$\overline{CD} = 6 - 2 = 4$

$a = -3$ 을 $b - 4a = 2$ 에 대입하면
 $b + 12 = 2$
 $\therefore b = -10$
 $a = -3, b = -10$ 을 $4a - 2b + c + 5 = 0$ 에 대입하면
 $-12 + 20 + c + 5 = 0$
 $\therefore c = -13$

$\overline{BC} = \overline{AC} - \overline{AB}$

평행이동하기 전의 그래프의 식을 구하는 것이므로 부호를 바꾸어 생각한다.

517 해결 과정 $y = x^2 - 2(k+1)x + k^2 - 7$
 $= \{x - (k+1)\}^2 - (k+1)^2 + k^2 - 7$
 $= \{x - (k+1)\}^2 - 2k - 8$

이 함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$(k+1, -2k-8)$

• 60% 배점

답 구하기 이 점이 제3사분면에 있으려면

$k+1 < 0, -2k-8 < 0$

$\therefore -4 < k < -1$

• 40% 배점

답 $-4 < k < -1$

518 해결 과정 ① $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 5만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y - 5 = a(x-2)^2 + b(x-2) + c$

$\therefore y = ax^2 + (b-4a)x + 4a - 2b + c + 5$

• 40% 배점

해결 과정 ② 이것이 $y = -3x^2 + 2x$ 와 일치하므로

$a = -3, b - 4a = 2, 4a - 2b + c + 5 = 0$

$\therefore a = -3, b = -10, c = -13$

• 40% 배점

답 구하기 $\therefore a + b + c = -26$

• 20% 배점

답 -26

다른풀이 $y = -3x^2 + 2x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2만큼, y 축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y + 5 = -3(x+2)^2 + 2(x+2)$

$\therefore y = -3x^2 - 10x - 13$

이것이 $y = ax^2 + bx + c$ 와 같아야 하므로

$a = -3, b = -10, c = -13$

$\therefore a + b + c = -26$

519 해결 과정 $y = \frac{1}{2}x^2 - 1$

의 그래프는 $y = \frac{1}{2}x^2 + 1$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이므로 오른쪽

그림에서 $\square ABCD$ 는 평행사변형이고 빗금친 두 부분의 넓이는 같다. • 50% 배점

답 구하기 이때 $\overline{AB} = 2$ 이고 두 직선 $x = -1, x = 2$ 사이의 거리는

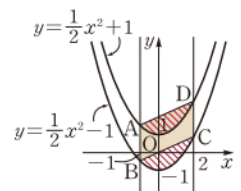
$2 - (-1) = 3$

이므로 $\square ABCD$ 의 넓이는

$2 \times 3 = 6$

• 50% 배점

답 6



520 해결 과정 ① 점 A(4, 2)를 지나고 기울기가 1인 직선의 방정식은

$y - 2 = 1 \cdot (x - 4)$

$\therefore y = x - 2$

• 30% 배점

해결 과정 ② $\frac{1}{2}(x-2)^2 = x-2$ 에서

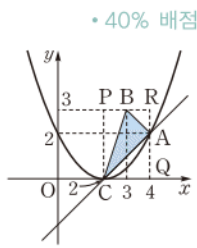
$$x^2 - 6x + 8 = 0, \quad (x-2)(x-4) = 0$$

$$\therefore x=2 \text{ 또는 } x=4$$

$$\therefore C(2, 0)$$

답 구하기 따라서 오른쪽 그림에서

$$\begin{aligned} \triangle ABC &= \square PCQR - \triangle PCB \\ &\quad - \triangle ACQ - \triangle BAR \\ &= 6 - \frac{3}{2} - 2 - \frac{1}{2} \\ &= 2 \end{aligned}$$



• 40% 배점

• 30% 배점

답 2

521 전략 y 축에 대하여 대칭이동 $\odot x$ 대신 $-x$ 를 대입한다.

풀이 꼭짓점의 좌표가 $(1, 0)$ 이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-1)^2$ 으로 놓을 수 있다.

이 함수의 그래프가 점 $(0, -\frac{1}{2})$ 을 지나므로

$$a = -\frac{1}{2}$$

따라서 $y = -\frac{1}{2}(x-1)^2$ 의 그래프와 y 축에 대하여 대칭인 그래프의 식은

$$y = -\frac{1}{2}(-x-1)^2 = -\frac{1}{2}(x+1)^2 \quad \text{답 ③}$$

다른풀이 $y = -\frac{1}{2}(x-1)^2$ 의 그래프와 y 축에 대하여 대칭인 그래프는 그래프의 모양은 같고 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 0)$ 이므로 그 그래프의 식은

$$y = -\frac{1}{2}(x+1)^2$$

보충학습

- ① x 축에 대하여 대칭이동 $\rightarrow y$ 대신 $-y$ 를 대입
- ② y 축에 대하여 대칭이동 $\rightarrow x$ 대신 $-x$ 를 대입
- ③ 원점에 대하여 대칭이동 $\rightarrow x$ 대신 $-x, y$ 대신 $-y$ 를 대입

522 전략 축의 방정식이 $x=p$ 인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식 $\odot y=a(x-p)^2+q$

풀이 축의 방정식이 $x=-1$ 이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+1)^2+q$ 로 놓을 수 있다.

이 함수의 그래프가 두 점 $(0, -3), (1, 3)$ 을 지나므로

$$-3 = a + q, \quad 3 = 4a + q$$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$$a=2, q=-5$$

따라서 $y=2(x+1)^2-5=2x^2+4x-3$ 이므로

$$b=4, c=-3$$

$$\therefore a+b-c=9$$

답 ⑤

523 전략 $f(x)=ax^2+bx+c$ 로 놓고 세 점의 좌표를 각각 대입하여 a, b, c 의 값을 구한다.

$$\begin{aligned} c &= -20 \text{이므로} \\ -4 &= 4a - 2b - 2, \\ 1 &= 9a - 3b - 2 \\ \therefore 2a - b &= -1 \quad \text{①} \\ 3a - b &= 1 \quad \text{②} \\ \text{①} - \text{②} \text{을 하면} \\ a &= 2 \\ a=2 \text{를 ①에 대입하면} \\ 4 - b &= -1 \\ \therefore b &= 5 \end{aligned}$$

$x=-2, x=1$ 은 이차 방정식 $f(x)=0$ 의 근이다.

x 축과 만나는 두 점을 잇는 선분의 중점의 x 좌표

$$\begin{aligned} \begin{cases} a+q=-3 & \text{①} \\ 4a+q=3 & \text{②} \end{cases} \\ \text{①} - \text{②} \text{을 하면} \\ 3a &= 6 \quad \therefore a=2 \\ a=2 \text{를 ①에 대입하면} \\ 2+q &= -3 \\ \therefore q &= -5 \end{aligned}$$

풀이 $f(x)=ax^2+bx+c$ 로 놓으면 $y=f(x)$ 의 그래프가 세 점 $(0, -2), (-2, -4), (-3, 1)$ 을 지나므로

$$-2=c, \quad -4=4a-2b+c, \quad 1=9a-3b+c$$

위의 세 식을 연립하여 풀면

$$a=2, b=5, c=-2$$

$$\therefore f(x)=2x^2+5x-2$$

따라서 $y=f(x)$ 의 그래프가 점 $(1, k)$ 를 지나므로

$$k=2+5-2=5$$

답 ③

524 전략 이차함수의 그래프와 x 축과의 교점의 x 좌표를 α, β 라 하면 $\odot |\alpha-\beta|=4$

풀이 $y=x^2+2ax+8$ 의 그래프와 x 축과의 두 교점의 좌표를 $(\alpha, 0), (\beta, 0)$ 이라 하면

$$|\alpha-\beta|=4$$

이때 이차방정식 $x^2+2ax+8=0$ 의 두 근이 α, β 이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha+\beta=-2a, \alpha\beta=8$$

$$(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta \text{이므로}$$

$$4^2=(-2a)^2-4 \times 8, \quad 4a^2=48$$

$$a^2=12 \quad \therefore a=2\sqrt{3} \quad (\because a>0)$$

따라서 $y=x^2+4\sqrt{3}x+8=(x+2\sqrt{3})^2-4$ 의 최솟값은 -4 이다. 답 ③

525 전략 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(\alpha)=f(\beta)=0$ 이면

$$\odot f(x)=a(x-\alpha)(x-\beta)$$

풀이 $f(-2)=f(1)=0$ 이므로

$$f(x)=a(x+2)(x-1) \text{로 놓으면}$$

$$f(x)=a(x+2)(x-1)=a(x^2+x-2)$$

$$=a\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{9}{4}a$$

의 최댓값이 9이므로

$$-\frac{9}{4}a=9 \quad \therefore a=-4$$

따라서 $f(x)=-4(x+2)(x-1)$ 이므로

$$f(3)=-4 \times 5 \times 2 = -40$$

답 ①

다른풀이 x 축과 두 점 $(-2, 0), (1, 0)$ 에서 만나는 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 x 좌표는

$$\frac{-2+1}{2} = -\frac{1}{2}$$

또 최댓값이 9이므로 꼭짓점의 y 좌표는 9이다.

따라서 $y=a(x+2)(x-1)$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-\frac{1}{2}, 9)$ 이므로

$$9=a \times \frac{3}{2} \times \left(-\frac{3}{2}\right) \quad \therefore a=-4$$

526 전략 $x=p$ 에서 최댓값을 갖는다. \odot 그래프의 꼭짓점의 x 좌표가 p 이다.

풀이 조건 ㉞, ㉜에 의하여 이차함수가 $x=-5$ 에서 최댓값 0을 가지므로 이차함수의 식을 $y=a(x+5)^2$ 으로 놓을 수 있다.

조건 (다)에서 이 함수의 그래프가 점 $(-3, -6)$ 을 지나므로

$$-6 = 4a \quad \therefore a = -\frac{3}{2}$$

$$\therefore y = -\frac{3}{2}(x+5)^2 = -\frac{3}{2}x^2 - 15x - \frac{75}{2}$$

$$\text{답 } y = -\frac{3}{2}x^2 - 15x - \frac{75}{2}$$

527 전략 $y=ax^2$ 의 그래프는 $y=-ax^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

풀이 $x=1$ 에서 최댓값 -3 을 가지므로 이차함수의 식을 $y=a(x-1)^2-3$ 으로 놓을 수 있다.

이 함수의 그래프를 평행이동하면 $y=3x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이므로

$$a = -3$$

$$\therefore y = -3(x-1)^2 - 3$$

답 ①

528 전략 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 가 $x=p$ 에서 최솟값 q 를 갖는다. $\odot y=a(x-p)^2+q$ ($a>0$)

풀이 주어진 이차함수가 $x=3$ 에서 최솟값 -4 를 가지므로

$$y=a(x-3)^2-4 \quad (a>0) \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

로 놓을 수 있다.

$y=a(x-3)^2-4$ 의 그래프가 제 3사분면을 지나지 않으려면 오른쪽 그림과 같이 그래프의 y 절편이 0보다 크거나 같아야 한다.

$x=0$ 을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$y=9a-4$$

따라서 $9a-4 \geq 0$ 이어야 하므로

$$a \geq \frac{4}{9}$$

$$\text{답 } a \geq \frac{4}{9}$$

529 전략 y 의 최솟값을 a 에 대한 식으로 나타내고 그 식의 최댓값을 구한다.

$$\text{풀이 } y = 2x^2 + 8ax - 8a + 5$$

$$= 2(x+2a)^2 - 8a^2 - 8a + 5$$

$$\therefore m = -8a^2 - 8a + 5$$

$$= -8\left(a + \frac{1}{2}\right)^2 + 7$$

따라서 m 은 $a = -\frac{1}{2}$ 일 때 최댓값 7을 갖는다.

$$\text{답 최댓값: } 7, a = -\frac{1}{2}$$

530 전략 이익을 y 만 원이라 하고 y 의 최댓값을 구한다.

풀이 이익을 y 만 원이라 하면

$$y = -\frac{1}{5}x^2 + 40x - 300$$

$$= -\frac{1}{5}(x-100)^2 + 1700$$

따라서 y 는 $x=100$ 일 때 최대이므로 100대를 생산해야 한다.

답 ①

$\triangle PBQ$ 의 최대 넓이는 100cm^2 이다.

$y=3x^2$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동하면 $y=-3x^2$

점 P가 제4사분면 위의 점이므로 $x-8 < 0$
 $\therefore \overline{AP} = 8-x$

531 전략 x 초 후에 $\overline{PB} = (20-x)\text{cm}$, $\overline{BQ} = 2x\text{cm}$ 임을 이용한다.

풀이 x 초 후에 $\overline{AP} = x\text{cm}$, $\overline{BQ} = 2x\text{cm}$ 이므로

$$\overline{PB} = (20-x)\text{cm}$$

$\triangle PBQ$ 의 넓이를 $y\text{cm}^2$ 라 하면

$$y = \frac{1}{2} \times (20-x) \times 2x$$

$$= -x^2 + 20x$$

$$= -(x-10)^2 + 100$$

따라서 y 는 $x=10$ 일 때 최대이므로 10초 후에 $\triangle PBQ$ 의 넓이는 최대가 된다.

답 10초

532 전략 새로운 직사각형의 가로, 세로의 길이를 각각 x 에 대한 식으로 나타낸다.

풀이 새로운 직사각형의 가로의 길이는 $(7-x)\text{cm}$, 세로의 길이는 $(5+x)\text{cm}$ 이므로

$$y = (7-x)(5+x) = -x^2 + 2x + 35$$

$$= -(x-1)^2 + 36$$

따라서 $x=1$ 일 때 직사각형의 넓이가 최대이다.

답 1

533 전략 점 P의 좌표를 $(x, x-8)$ 이라 하면 $\square OBPA$ 의 가로, 세로의 길이는 각각 $x, 8-x$ 이다.

풀이 점 P의 좌표를 $(x, x-8)$ 이라 하면 $\overline{BP} = x$, $\overline{AP} = 8-x$ 이므로 $\square OBPA$ 의 넓이는

$$x(8-x) = -x^2 + 8x$$

$$= -(x-4)^2 + 16$$

따라서 $x=4$ 일 때 $\square OBPA$ 의 넓이는 최대이고, 이때의 점 P의 좌표는

$$(4, -4)$$

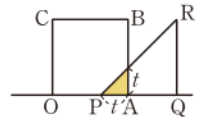
$$\text{답 } (4, -4)$$

534 전략 t 의 값의 범위를 나누어 $S(t)$ 를 구한다.

풀이 (i) $0 \leq t < 2$ 일 때,

오른쪽 그림에서

$$S(t) = \frac{1}{2}t^2$$

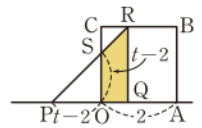


(ii) $2 \leq t < 4$ 일 때,

오른쪽 그림에서

$$S(t) = \triangle PQR - \triangle POS$$

$$= 2 - \frac{1}{2}(t-2)^2$$

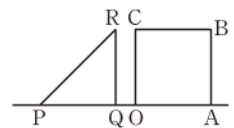


(iii) $t \geq 4$ 일 때,

오른쪽 그림에서

$$S(t) = 0$$

이상에서 t 와 $S(t)$ 사이의 관계를 나타낸 그래프는 ②이다.



답 ②

535 해결 과정 ① 꼭짓점의 좌표가 $(1, 6)$ 이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-1)^2+6$ 으로 놓을 수 있다.

이 함수의 그래프가 점 (0, 4)를 지나므로

$$4 = a + 6 \quad \therefore a = -2$$

$$\therefore y = -2(x-1)^2 + 6 \quad \cdots \cdots \textcircled{1} \quad \bullet 30\% \text{ 배점}$$

해결 과정 ② $x=2$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$y = -2 + 6 = 4$$

$$\therefore A(2, 4)$$

$y = -2$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$-2 = -2(x-1)^2 + 6, \quad x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x+1)(x-3) = 0 \quad \therefore x = -1 \quad (\because x < 0)$$

$$\therefore B(-1, -2) \quad \bullet 40\% \text{ 배점}$$

답 구하기 두 점 A(2, 4), B(-1, -2)를 지나는 직선의 기울기는

$$\frac{-2-4}{-1-2} = 2$$

따라서 직선 l 은 기울기가 2이고 점 (2, 4)를 지나므로 직선 l 의 방정식은

$$y - 4 = 2(x - 2)$$

$$\therefore y = 2x$$

$\bullet 30\% \text{ 배점}$

$$\textcircled{답} y = 2x$$

536 **해결 과정 ①** 구하는 이차함수의 식을

$y = ax^2 + bx + c$ 로 놓으면 이 함수의 그래프가 두 점

(1, 1), (2, -1)을 지나므로

$$1 = a + b + c \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$-1 = 4a + 2b + c \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1} - \textcircled{2}$ 을 하면 $-2 = 3a + b$

$$\therefore b = -3a - 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

$\textcircled{2}$ 을 $\textcircled{3}$ 에 대입하면

$$1 = a - 3a - 2 + c \quad \therefore c = 2a + 3 \quad \cdots \cdots \textcircled{4}$$

$$\therefore y = ax^2 - (3a + 2)x + 2a + 3 \quad \bullet 40\% \text{ 배점}$$

해결 과정 ② 이 함수의 그래프가 직선 $y = x - 3$ 에 접하므로 이차방정식 $ax^2 - (3a + 2)x + 2a + 3 = x - 3$, 즉 $ax^2 - 3(a + 1)x + 2(a + 3) = 0$ 이 중근을 갖는다.

$$9(a + 1)^2 - 8a(a + 3) = 0$$

$$a^2 - 6a + 9 = 0, \quad (a - 3)^2 = 0$$

$$\therefore a = 3$$

$a = 3$ 을 $\textcircled{3}$, $\textcircled{4}$ 에 각각 대입하면

$$b = -11, \quad c = 9 \quad \bullet 40\% \text{ 배점}$$

$$\text{답 구하기} \therefore y = 3x^2 - 11x + 9 \quad \bullet 20\% \text{ 배점}$$

$$\textcircled{답} y = 3x^2 - 11x + 9$$

537 **해결 과정 ①** $y = 2x - 5$ 이므로

$$x^2 + y^2 = x^2 + (2x - 5)^2 = 5x^2 - 20x + 25$$

$$= 5(x - 2)^2 + 5$$

따라서 $x^2 + y^2$ 은 $x = 2$ 에서 최솟값 5를 갖는다.

$\bullet 50\% \text{ 배점}$

해결 과정 ② 이때 $x = 2$ 를 $y = 2x - 5$ 에 대입하면

$$y = 2 \times 2 - 5 = -1 \quad \bullet 30\% \text{ 배점}$$

답 구하기 따라서 $a = 2, b = -1, m = 5$ 이므로

$$a + b + m = 6 \quad \bullet 20\% \text{ 배점}$$

$$\textcircled{답} 6$$

$$\overline{AB} = 3 - (-1) = 4$$

y 대신 $-y$ 를 대입한다.

이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 이 중근을 가질 조건
 $\rightarrow b^2 - 4ac = 0$

538 **문제 이해** $y = f(x)$ 가 $x = 1$ 에서 최솟값 -2 를 가지므로 $y = a(x - 1)^2 - 2$ 로 놓을 수 있다. $\bullet 20\% \text{ 배점}$

해결 과정 ① 이 함수의 그래프가 점 (5, 6)을 지나므로

$$6 = 16a - 2 \quad \therefore a = \frac{1}{2}$$

$$\therefore f(x) = \frac{1}{2}(x - 1)^2 - 2 = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2}$$

$\bullet 20\% \text{ 배점}$

해결 과정 ② $f(x) = 0$ 에서 $x^2 - 2x - 3 = 0$

$$(x + 1)(x - 3) = 0 \quad \therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 3$$

$$\therefore A(-1, 0), B(3, 0)$$

또 $f(0) = -\frac{3}{2}$ 이므로

$$C(0, -\frac{3}{2}) \quad \bullet 40\% \text{ 배점}$$

$$\text{답 구하기} \therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{3}{2} = 3 \quad \bullet 20\% \text{ 배점}$$

$$\textcircled{답} 3$$

$$\begin{aligned} \text{539} \text{ 해결 과정 ① } y &= 3x^2 - 6mx + m^2 + 4m + 5 \\ &= 3(x - m)^2 - 2m^2 + 4m + 5 \end{aligned}$$

이 함수의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = 3(x + 2 - m)^2 - 2m^2 + 4m + 8 \quad \bullet 40\% \text{ 배점}$$

해결 과정 ② 이 함수의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은

$$y = -3(x + 2 - m)^2 + 2m^2 - 4m - 8 \quad \bullet 30\% \text{ 배점}$$

$$\text{답 구하기} \therefore g(m) = 2m^2 - 4m - 8$$

$$= 2(m - 1)^2 - 10$$

따라서 $g(m)$ 의 최솟값은 -10 이다. $\bullet 30\% \text{ 배점}$

$$\textcircled{답} -10$$

540 **해결 과정 ①** $\overline{AP} = x$ cm라 하면

$$\overline{AQ} = 2x \text{ cm}, \overline{QB} = (8 - 2x) \text{ cm},$$

$$\overline{BR} = (4 - x) \text{ cm} \quad \bullet 30\% \text{ 배점}$$

해결 과정 ② $\triangle PQR$ 의 넓이를 y cm²라 하면

$$y = \square ABRP - \triangle AQP - \triangle QBR$$

$$= \frac{1}{2} \times [x + (4 - x)] \times 8 - \frac{1}{2} \times x \times 2x$$

$$- \frac{1}{2} \times (8 - 2x) \times (4 - x)$$

$$= -2x^2 + 8x$$

$$= -2(x - 2)^2 + 8 \quad \bullet 50\% \text{ 배점}$$

답 구하기 따라서 $\triangle PQR$ 의 넓이의 최댓값은 8 cm²이다. $\bullet 20\% \text{ 배점}$

$$\textcircled{답} 8 \text{ cm}^2$$

541 **해결 과정 ①** 두 점 A(-1, 1), B(2, 4)를 지나는 직선의 기울기는

$$\frac{4 - 1}{2 - (-1)} = 1$$

직선 l 은 기울기가 1이고 점 (-1, 1)을 지나므로 직선 l 의 방정식은

$$y - 1 = 1 \cdot (x + 1) \quad \therefore y = x + 2$$

점 P의 좌표를 (t, t^2) ($-1 < t < 2$)이라 하고 직선 $y=x+2$ 와 직선 $x=t$ 의 교점을 Q라 하면

$$Q(t, t+2)$$

• 40% 배점

해결 과정 ② 오른쪽 그림에서

$$\begin{aligned} \triangle APB &= \triangle APQ + \triangle BQP \\ &= \frac{1}{2}(t+2-t^2)(t+1) \\ &\quad + \frac{1}{2}(t+2-t^2)(2-t) \\ &= -\frac{3}{2}(t^2-t-2) \\ &= -\frac{3}{2}\left(t-\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{27}{8} \end{aligned}$$

• 40% 배점

답 구하기 따라서 $\triangle APB$ 의 넓이의 최댓값은 $\frac{27}{8}$ 이다.

• 20% 배점

$$\text{답 } \frac{27}{8}$$

다른풀이 $\triangle APB$ 의 넓이가 최대일 때의 점 P는 직선 l 과 평행한 직선이 $y=x^2$ 의 그래프와 접할 때의 접점이다.

직선 l 과 평행한 직선의 방정식을 $y=x+k$ 라 하면 $x^2=x+k$ 에서

$$x^2-x-k=0$$

이 이차방정식이 중근을 가져야 하므로

$$(-1)^2-4 \times (-k)=0 \quad \therefore k=-\frac{1}{4}$$

즉 $x^2-x+\frac{1}{4}=0$ 에서

$$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=0 \quad \therefore x=\frac{1}{2}$$

$$\therefore P\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$$

$$\text{또 } Q\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right) \text{이므로 } \overline{PQ}=\frac{5}{2}-\frac{1}{4}=\frac{9}{4}$$

$$\therefore \triangle APB = \triangle APQ + \triangle BQP$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \times \frac{9}{4} \times \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{9}{4} \times \frac{3}{2} \\ &= \frac{27}{8} \end{aligned}$$

(판매 수입)
= (떡의 가격)
× (판매량)

$$x=\frac{1}{2} \text{을 } y=x+2 \text{에}$$

$$\text{대입하면 } y=\frac{5}{2}$$

$$\frac{1}{2}-(-1)=\frac{3}{2}$$

$$2-\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$$

(2) $x=120$ 일 때 $y=\frac{1}{128} \times 120^2=112.5$ 이므로 제동 거리는 112.5m이다. ②

$$\text{답 } (1) y=\frac{1}{128}x^2 \quad (2) 112.5 \text{m}$$

543 [문제 해결 길잡이]

① 두 점 (3000, 100), (3100, 80)을 지나는 직선의 방정식을 이용하여 x, y 사이의 관계식을 구한다.

② y 의 값이 최대가 되도록 하는 x 의 값을 구한다.

풀이 두 점 (3000, 100), (3100, 80)을 지나는 직선의 기울기는

$$\frac{80-100}{3100-3000}=-\frac{1}{5}$$

기울기가 $-\frac{1}{5}$ 이고 점 (3000, 100)을 지나는 직선의 방정식은

$$y-100=-\frac{1}{5}(x-3000)$$

$$\therefore y=-\frac{1}{5}x+700 \quad \text{①}$$

이때 떡의 하루 판매 수입은

$$\begin{aligned} xy &= x\left(-\frac{1}{5}x+700\right)=-\frac{1}{5}x^2+700x \\ &= -\frac{1}{5}(x-1750)^2+\frac{1750^2}{5} \end{aligned}$$

따라서 떡의 하루 판매 수입이 최대가 되도록 하려면 떡의 가격을 1750원으로 정해야 한다. ②

$$\text{답 } 1750 \text{원}$$

교과서 속 창의유형

본책 99쪽

542 [문제 해결 길잡이]

① x 와 y 사이의 관계식을 구한다.

② $x=120$ 일 때 y 의 값을 구하여 제동 거리를 구한다.

풀이 (1) $y=ax^2$ (a 는 상수)이라 하면 $x=40$ 일 때 $y=12.5$ 이므로

$$12.5=a \times 40^2 \quad \therefore a=\frac{1}{128}$$

$$\therefore y=\frac{1}{128}x^2 \quad \text{①}$$

