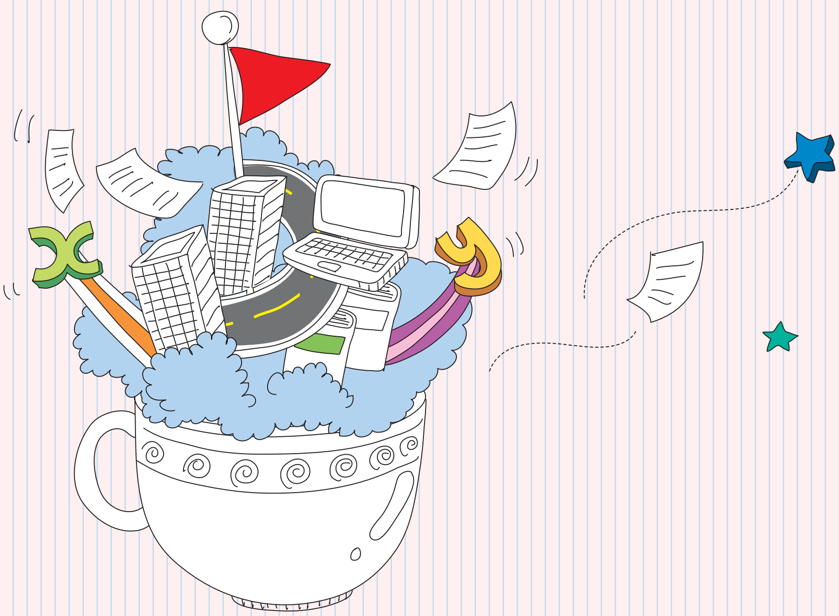
정답 및 해설



I. 통계

이단원의이야기 P.7

과제 1 심판들이 채점을 하는 종목은 심판의 선호도에 따라 점수의 차이가 커질 수 있으므로 여러 심판의 점수 중 최저 점수와 최고 점수를 제외하여 공정성을 높이려는 것이다.

1. 대푯값과 산포도

01 대푯값

필수 예제 1 P.8

(1) $(\text{평균})=\frac{6+7+8+9+13+15+19}{7}=\frac{77}{7}=11$

중앙값은 가운데 위치한 값인 9이다.

(2) $(\text{평균})=\frac{5+10+15+17+18+20+27+28+30+40}{10}$

$=\frac{210}{10}=21$

중앙값은 가운데 위치한 값인 18과 20의 평균값이므로

$(\text{중앙값})=\frac{18+20}{2}=19$이다.

답 (1) 평균: 11, 중앙값: 9 (2) 평균: 21, 중앙값: 19

유제 1

$(\text{평균})=\frac{104+840+247+479+392+988+450}{7}$

$=\frac{3500}{7}=500(\text{mm})$

자료를 작은 것부터 차례대로 나열하면 104, 247, 392, 450, 479, 840, 988이므로 중앙값은 7개 중에서 가운데 위치한 450mm이다.

답 평균 500mm, 중앙값 450mm

유제 2

(1) $(\text{평균})=\frac{6+7+7+8+8+9+9+10+28+28}{10}$

$=12(\text{시간})$

(2) $(\text{중앙값})=\frac{8+9}{2}=8.5(\text{시간})$

답 (1) 평균: 12시간 (2) 중앙값: 8.5시간

필수 예제 2 P.9

(1) 가장 많이 나타나는 값은 3이므로 최빈값은 3이다.
(2) 가장 많이 나타나는 값이 없으므로 최빈값은 없다.
(3) 가장 많이 나타나는 것은 배이므로 최빈값은 배이다.
(4) 가장 많이 나타나는 값은 30 g, 50 g이므로 최빈값은 30 g, 50 g이다.

답 (1) 3 (2) 없다. (3) 배 (4) 30 g, 50 g

유제 3

학생 수가 가장 많은 점수가 8점이므로 최빈값은 8점이다.

답 8점

유제 4

학생 수가 가장 많은 애니메이션이 대푯값으로 가장 적절하다.

답 ⑤

개념 꽉 잡기 P.10

01 대푯값, 중앙값, 최빈값	02 (1) 8.3점 (2) 9점 (3) 9점
03 (1) 8.3점 (2) 8점 (3) 8점	04 풀이 참조

02 (1) $(\text{평균})=\frac{6\times2+7+8+9\times4+10\times2}{10}=\frac{83}{10}$

$=8.3(\text{점})$

(2) 작은 것부터 차례대로 나열하면 6, 6, 7, 8, 9, 9, 9, 9, 10, 10이므로 중앙값은 $\frac{9+9}{2}=9(\text{점})$이다.

(3) 자료의 값 중에서 가장 많이 나타나는 값이 9점이므로 최빈값은 9점이다.

03 (1) $(\text{평균})=\frac{6+7\times2+8\times6+9\times4+10\times2}{15}=\frac{124}{15}$

$=8.2666\cdots$

이므로 소수 둘째 자리에서 반올림하면 8.3점이다.

(2) 작은 것부터 차례대로 나열하면 6, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 9, 9, 9, 9, 10, 10이므로 중앙값은 8점이다.

(3) 자료의 값 중에서 가장 많이 나타나는 값이 8점이므로 최빈값은 8점이다.

04 중앙값은 가운데 위치한 10번째, 11번째의 평균이므로

$a=\frac{15+16}{2}=15.5$이다.

최빈값은 자료의 값 중 가장 많이 나타나는 값이므로 $b=17$이다.

따라서 $a+b=15.5+17=32.5$이다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정	a의 값 구하기	45 %
	b의 값 구하기	45 %
답 구하기	$a+b$의 값 구하기	10 %

유형 꽉 잡기

P.11

01 ④ 02 ③ 03 ① 04 ④ 05 풀이 참조
06 ⑤ 07 ③

01 $(\text{평균})=\dfrac{30+70+50+65+45}{5}=\dfrac{260}{5}=52$이므로 $A=52$이다.
작은 것부터 차례대로 나열하면 30, 45, 50, 65, 70이므로 중앙값은 50이다. 즉, $B=50$이다.
따라서 $A-B=2$이다.

02 자료의 개수가 짝수 개이므로 중앙값은 $\dfrac{14+16}{2}=15$(살)이다.

03 인원이 가장 많은 것이 최빈값이므로 32명으로 가장 많은 공무원이 최빈값이다.

04 30 %인 곳이 가장 비율이 높은 곳이므로 최빈값인 곳은 ④이다.

05 (1) $(\text{평균})=\dfrac{2+3+5\times3+7\times4+50}{10}=\dfrac{98}{10}=9.8$(권),
$(\text{중앙값})=\dfrac{5+7}{2}=6$(권), (최빈값)$=7$(권)

(2) 평균은 자료 10개 중에서 9개의 자료보다 큰 값이므로 자료의 중심 경향을 잘 나타내지 못한다. 왜냐하면 다른 자료 보다 훨씬 큰 50이라는 극단적인 자료가 있기 때문이다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정 및 답 구하기	(1) 평균, 중앙값, 최빈값 구하기	각 20 %
	(2) 자료의 중심 경향을 잘 나타내지 못하는 것을 찾고 그 이유를 설명하기	40 %

06 평균이 70점인데 40점(−30점)과 90점(+20점)이 더해지므로 평균은 작아지게 된다. 또 중앙값을 기준으로 큰 값과 작은 값이 더해지므로 중앙값은 변함이 없다.

07 ㄱ. 도수가 가장 큰 계급은 10 이상 20 미만인 계급이므로 이 계급의 계급값인 15가 최빈값이다.
ㄴ. 크기순으로 20번째와 21번째인 자료 모두 10 이상 20 미만인 계급에 속하므로 이 계급의 계급값인 15가 중앙값이다.
ㄷ. (평균)
$$=\frac{5\times7+15\times14+25\times11+35\times5+45\times2+55\times1}{40}$$
$$=\frac{840}{40}=21$$
따라서 보기에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

02 산포도

필수 예제 1

P.12

편차의 총합은 항상 0이므로
$2+(-4)+x+(-2)+(-2x)=0$, $-4-x=0$이고, $x=-4$이다.
따라서 A의 점수는 72점, C의 점수는 66점이므로 구하는 평균은 $\dfrac{72+66}{2}=69$(점)이다.

답 ②

유제 1

편차의 총합은 항상 0이므로 $5+(-2)+x+2+(-3)=0$에서 $x=-2$이다.

답 ①

유제 2

$(\text{평균})=\dfrac{90+87+96+85+92}{5}=\dfrac{450}{5}=90$(점)이므로
각 과목의 편차는 국어부터 차례대로 0, −3, 6, −5, 2이다.

답 국어부터 차례대로 0, −3, 6, −5, 2

필수 예제 2

P.13

$(\text{평균})=\dfrac{7\times2+8\times2+9\times3+10+11+12}{10}=\dfrac{90}{10}$
$=9$(개)
이므로

(분산)$=\dfrac{(-2)^2\times2+(-1)^2\times2+0^2\times3+1^2+2^2+3^2}{10}$

$=\dfrac{8+2+0+1+4+9}{10}=\dfrac{24}{10}=2.4$

답 ③

유제 3

편차를 순서대로 나타내면

$-4, -2, 2, 4, 0$이므로

(분산)$=\dfrac{(-4)^2+(-2)^2+2^2+4^2}{5}$

$=\dfrac{40}{5}=8$

답 8

필수 예제 3

(분산)$=\dfrac{(-5)^2+2^2+3^2+(-4)^2+4^2}{5}$

$=\dfrac{25+4+9+16+16}{5}=\dfrac{70}{5}=14$

따라서 (표준편차)$=\sqrt{14}$이다.

답 $\sqrt{14}$

유제 4

편차의 총합은 항상 0이므로 $(-3)+(-2)+a+3+b=0$

에서 $a+b=2$이다.

표준편차가 $2\sqrt{3}$이므로

$\sqrt{\dfrac{(-3)^2+(-2)^2+a^2+3^2+b^2}{5}}=2\sqrt{3}=\sqrt{12}$에서

$\dfrac{a^2+b^2+22}{5}=12,\ a^2+b^2+22=60$

이므로 $a^2+b^2=38$이다.

따라서 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$에서

$2^2=38+2ab,\ 2ab=-34$이므로

$ab=-17$이다.

답 ④

필수 예제 4 P.14

통학 시간(분)	도수(명)	계급값	(계급값)×(도수)	(편차)	(편차)^2×(도수)
10이상~20미만	1	15	15	-20	400
20 ~30	5	25	125	-10	500
30 ~40	9	35	315	0	0
40 ~50	3	45	135	10	300
50 ~60	2	55	110	20	800
합계	20		700	0	2000

(평균)$=\dfrac{700}{20}=35$(분)이고

(분산)$=\dfrac{\{(\text{편차})^2\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}=\dfrac{2000}{20}=100$,

(표준편차)$=\sqrt{(\text{분산})}=\sqrt{100}=10$(분)이다.

답 풀이 참조

유제 5

(1) 편차의 총합은 항상 0이므로

$(-6)\times1+2\times3+(-2)\times4+x\times1+(-1)\times1=0$,

$-6+6-8+x-1=0$

따라서 $x=9$이다.

(2) (분산)$=\dfrac{(-6)^2\times1+2^2\times3+(-2)^2\times4+9^2\times1+(-1)^2\times1}{10}$

$=\dfrac{36+12+16+81+1}{10}=\dfrac{146}{10}=14.6$

(3) (표준편차)$=\sqrt{14.6}$

답 (1) 9 (2) 14.6 (3) $\sqrt{14.6}$

유제 6

(평균)$=\dfrac{2\times1+6\times2+10\times4+14\times2+18\times1}{10}=10$(분)

(분산)$=\dfrac{(-8)^2\times1+(-4)^2\times2+0^2\times4+4^2\times2+8^2\times1}{10}$

$=19.2$

(표준편차)$=\sqrt{19.2}$(분)

답 분산: 19.2, 표준편차: $\sqrt{19.2}$분

필수 예제 5 P.15

그래프에서 A 반의 그래프가 B 반의 그래프보다 오른쪽에 치우쳐 있으므로 A 반이 B 반보다 평균이 더 높다. 또 B 반의 그래프가 A 반의 그래프보다 폭이 좁아 변량들이 평균 주위에 모여 있으므로 B 반이 A 반보다 분산과 표준편차가 더 작다.

답 ③

유제 7

평균이 클수록 수학 실력이 더 우수하므로 가장 수학 실력이 우수한 학급은 C이고 가장 수학 실력이 낮은 학급은 A이다. 또 평균에 가장 가깝게 밀집하여 분포하는 학급은 그래프가 가장 좁게 분포된 B이다. 따라서 차례대로 나열하면 C, A, B 이다.

답 C, A, B

유제 8

ㄱ. (A 조의 평균)$=\dfrac{8+7+7+6+7}{5}=\dfrac{35}{5}=7$(점)

(B 조의 평균)$=\dfrac{7+5+8+9+6}{5}=\dfrac{35}{5}=7$(점)

따라서 A 조와 B 조의 시험 점수의 평균은 같다.

ㄴ. (B 조의 표준편차)$=\sqrt{\dfrac{0^2+(-2)^2+1^2+2^2+(-1)^2}{5}}$

$=\sqrt{\dfrac{10}{5}}=\sqrt{2}$(점)

ㄷ. (A 조의 표준편차)$=\sqrt{\dfrac{1^2+0^2+0^2+(-1)^2+0^2}{5}}$

$=\sqrt{\dfrac{2}{5}}=\dfrac{\sqrt{10}}{5}$(점)

따라서 A 조와 B 조의 평균은 같지만 표준편차는 B 조가 더 크므로 A 조의 학생들의 수학 성적이 더 고르다.

답 ㄱ, ㄴ

개념 꽉 잡기 P.16

01 (1) 산포도 (2) 분산, 분산, 표준편차
02 (1) 6 (2) 67점 (3) 76점 03 풀이 참조
04 ⑤

02 (1) 편차의 총합은 항상 0이므로
$(-3)+2+(-5)+6+(-1)+x+(-5)=0$
에서 $x=6$이다.
(2) 평균 점수가 70점이고 편차가 -3이므로 A의 점수는 67점이다.
(3) 평균 점수가 70점이고 편차가 6이므로 F의 점수는 76점이다.

03 (1) $2+7+a+b+1=25$이므로
$a+b=15$이다. ⋯⋯ ㉠
평균이 50분이므로
$\dfrac{10\times2+30\times7+50\times a+70\times b+90\times1}{25}=50$,
$50a+70b+320=1250$, $50a+70b=930$에서
$5a+7b=93$이다. ⋯⋯ ㉡
㉠$\times5-$㉡을 하면 $-2b=-18$이므로 $b=9$이다.
$b=9$를 ㉠에 대입하면 $a+9=15$이므로 $a=6$이다.
따라서 $a=6$, $b=9$이다.

(2) (분산)
$=\dfrac{(-40)^2\times2+(-20)^2\times7+0^2\times6+20^2\times9+40^2\times1}{25}$
$=\dfrac{11200}{25}=448$

채점 요소		배점 비율
해결 과정	(1) a, b의 값 구하기	50 %
	(2) 분산을 구하는 식 세우기	30 %
답 구하기	(2) 분산 구하기	20 %

04 성적이 가장 고른 반은 표준편차가 가장 작은 반이므로 성적이 가장 고른 반은 5반이다.

유형 꽉 잡기 P.17~19

01 ③ 02 83점 03 $\dfrac{35}{2}$ 04 ① 05 ④ 06 ④
07 ② 08 97 09 ⑤
10 (평균)$=10M+2$, (표준편차)$=10S$ 11 ② 12 ③
13 $2\sqrt{2}$개 14 ⑤ 15 8점 16 10분 17 ③
18 ④ 19 ⑤ 20 풀이 참조

01 ③ 분산이 작을수록 자료의 분포가 고르다.

02 2회 때의 편차를 a라고 하면 $(-2)+a+(-5)+4=0$이므로 $a=3$이다.
따라서 평균이 80점이고 편차가 3이므로 2회 때의 점수는 83점이다.

03 $\dfrac{x+y+z}{3}=5$이므로 $x+y+z=15$이다.
$\dfrac{(x-5)^2+(y-5)^2+(z-5)^2}{3}=15$이므로
$x^2+y^2+z^2-10(x+y+z)+75=45$,
$x^2+y^2+z^2-150+75=45$이다.
이때 $x^2+y^2+z^2=120$이다.
$(x+y+z)^2=x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+zx)$에서
$15^2=120+2(xy+yz+zx)$, $105=2(xy+yz+zx)$
이므로 $xy+yz+zx=\dfrac{105}{2}$이다.
따라서 xy, yz, zx의 평균은
$\dfrac{xy+yz+zx}{3}=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{105}{2}=\dfrac{35}{2}$이다.

04 $(-6)+3+x+2=0$이므로 $x=1$이다.
이때 $a=50+1=51$이다.

또 $b=\frac{(-6)^2+3^2+1^2+2^2}{4}=\frac{50}{4}=\frac{25}{2}$이다.

따라서 $a+b=51+\frac{25}{2}=\frac{127}{2}$이다.

05 (평균)$=\frac{8+7+6+10+8+15}{6}=\frac{54}{6}=9$이므로

(표준편차)$=\sqrt{\frac{(-1)^2+(-2)^2+(-3)^2+1^2+(-1)^2+6^2}{6}}$

$=\sqrt{\frac{52}{6}}=\sqrt{\frac{26}{3}}=\frac{\sqrt{78}}{3}$

06 A, B, C, D 네 명의 선수가 얻은 점수의 평균은

$\frac{48}{6}=8$(점)으로 모두 같다.

각각의 표준편차를 구하면

(A의 표준편차)

$=\sqrt{\frac{2^2\times1+1^2\times1+0^2\times2+(-1)^2\times1+(-2)^2\times1}{6}}$

$=\sqrt{\frac{10}{6}}=\sqrt{\frac{5}{3}}=\frac{\sqrt{15}}{3}$(점),

(B의 표준편차)

$=\sqrt{\frac{2^2\times2+0^2\times2+(-2)^2\times2}{6}}=\sqrt{\frac{16}{6}}=\sqrt{\frac{8}{3}}$

$=\frac{\sqrt{24}}{3}$(점),

(C의 표준편차)$=\sqrt{\frac{2^2\times1+0^2\times4+(-2)^2\times1}{6}}$

$=\sqrt{\frac{8}{6}}=\sqrt{\frac{4}{3}}=\frac{\sqrt{12}}{3}$(점),

(D의 표준편차)$=\sqrt{\frac{2^2\times1+1^2\times2+(-1)^2\times2+(-2)^2\times1}{6}}$

$=\sqrt{\frac{12}{6}}=\sqrt{2}$(점)

따라서 표준편차가 작은 사람부터 차례대로 나열하면

C, A, D, B이다.

07 점수가 2점씩 오르므로 평균은 $M+2$이고 모두 2점씩 올랐으므로 표준편차는 변함없이 S이다.

08 $\frac{x_1+x_2+x_3+x_4+x_5}{5}=5$이므로

$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=25$이다.

$\frac{(x_1-5)^2+(x_2-5)^2+(x_3-5)^2+(x_4-5)^2+(x_5-5)^2}{5}=3^2$

이므로

$x_1{}^2+x_2{}^2+x_3{}^2+x_4{}^2+x_5{}^2-10(x_1+x_2+x_3+x_4+x_5)$
$+25\times5=45$

에서

$x_1{}^2+x_2{}^2+x_3{}^2+x_4{}^2+x_5{}^2=10\times25-25\times5+45$
$=170$

이다. 따라서 구하는 평균은

$\frac{(3x_1{}^2-5)+(3x_2{}^2-5)+(3x_3{}^2-5)+(3x_4{}^2-5)+(3x_5{}^2-5)}{5}$

$=\frac{3\times170-5\times5}{5}=\frac{485}{5}=97$

09 ① (평균)$=\frac{2+3\times2+4\times3+5\times4}{10}=\frac{40}{10}=4$

② (분산)$=\frac{(-2)^2\times1+(-1)^2\times2+0^2\times3+1^2\times4}{10}$

$=\frac{10}{10}=1$

③ (표준편차)$=\sqrt{1}=1$

⑤ $(-2)^2\times1+(-1)^2\times2+0^2\times3+1^2\times4=10$

10 $\frac{A+B+C+D+E}{5}=M$이므로

(평균)

$=\frac{(10A+2)+(10B+2)+(10C+2)+(10D+2)+(10E+2)}{5}$

$=10\times\left(\frac{A+B+C+D+E}{5}\right)+\frac{10}{5}$

$=10M+2$

(분산)

$=\frac{1}{5}\{(10A+2-10M-2)^2+(10B+2-10M-2)^2$
$+(10C+2-10M-2)^2+(10D+2-10M-2)^2$
$+(10E+2-10M-2)^2\}$

$=100\times\left\{\frac{(A-M)^2+(B-M)^2+(C-M)^2+(D-M)^2+(E-M)^2}{5}\right\}$

$=100S^2$

이므로 (표준편차)$=\sqrt{100S^2}=10S$이다.

11 (평균)$=\frac{20\times4+30\times5+40\times1}{10}=\frac{270}{10}=27$(초)

12 (분산)$=\frac{(-7)^2\times4+3^2\times5+13^2\times1}{10}=\frac{410}{10}=41$

13 편차의 총합은 항상 0이므로 E 학생의 편차를 x라고 하면 $-2+4+0+2+x=0$에서 $x=-4$이다.

(분산)$=\frac{(-2)^2+4^2+0^2+2^2+(-4)^2}{5}=\frac{40}{5}=8$

(표준편차)$=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$(개)

14 (평균)$=\frac{2\times2+4\times4+6\times2+8\times1+10\times1}{10}=\frac{50}{10}$

$=5$

이므로

(표준편차)

$=\sqrt{\dfrac{(-3)^2\times2+(-1)^2\times4+1^2\times2+3^2\times1+5^2\times1}{10}}$

$=\sqrt{\dfrac{58}{10}}=\sqrt{5.8}$

15 평균이 70점이므로 표준편차는

$\sqrt{\dfrac{(-20)^2\times2+(-10)^2\times9+0^2\times27+10^2\times11+20^2\times1}{50}}$

$=\sqrt{\dfrac{3200}{50}}=\sqrt{64}=8$(점)

16 (평균)$=\dfrac{15\times1+25\times5+35\times9+45\times3+55\times2}{20}$

$=\dfrac{700}{20}=35$(분)

이므로

(표준편차)$=\sqrt{\dfrac{(-20)^2\times1+(-10)^2\times5+0^2\times9+10^2\times3+20^2\times2}{20}}$

$=\sqrt{\dfrac{2000}{20}}=\sqrt{100}=10$(분)

17 ① A, B 두 그래프의 폭이 다르므로 표준편차는 다르다.

② A의 그래프가 B의 그래프보다 폭이 넓으므로 A반의 표준편차가 더 크다.

④ A의 그래프가 B의 그래프보다 폭이 넓으므로 산포도가 작은 것은 B반이다.

⑤ A반의 표준편차가 B반의 표준편차보다 크므로 B반의 성적이 더 고르다.

18 ④ C 반의 표준편차가 가장 작으므로 C 반의 학생들의 키가 가장 고르다.

19 ⑤ 채린이의 표준편차가 더 크므로 잘할 때에는 유나보다 더 잘하지만 못할 때에는 유나보다 더 못한다. 따라서 채린이가 유나보다 항상 성적이 뛰어나다고 말할 수 없다.

20 (1) (A 반의 평균)

$=\dfrac{1\times1+3\times3+5\times12+7\times8+9\times6}{30}$

$=\dfrac{180}{30}=6$(점)

(B 반의 평균)

$=\dfrac{3\times5+5\times15+7\times9+9\times7}{36}=\dfrac{216}{36}=6$(점)

(2) (A 반의 분산)

$=\dfrac{(-5)^2\times1+(-3)^2\times3+(-1)^2\times12+1^2\times8+3^2\times6}{30}$

$=\dfrac{126}{30}=4.2$

(B 반의 분산)

$=\dfrac{(-3)^2\times5+(-1)^2\times15+1^2\times9+3^2\times7}{36}$

$=\dfrac{132}{36}=3.6\cdots$

즉, (A 반의 분산)$=4.2$, (B 반의 분산)$=3.7$이므로

(A 반의 표준편차)$=\sqrt{4.2}$(점),

(B 반의 표준편차)$=\sqrt{3.7}$(점)이다.

(3) 표준편차가 작으면 점수가 더 고르므로 (2)에 의하여 B 반의 점수가 더 고르다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정	(1) A 반, B 반의 평균을 각각 구하기	20 %
	(2) A 반, B 반의 분산을 각각 구하기	40 %
	(2) A 반, B 반의 표준편차를 각각 구하기	20 %
답 구하기	(3) 두 반 중 어느 반의 점수가 더 고른지 구하기	20 %

서술형 꽉 잡기 P.20

01 (1) (평균)

$=\dfrac{220\times2+225\times2+230+235+245\times3+250\times2+255\times2+260}{14}$

$=\dfrac{3360}{14}=240\ (\mathrm{mm})$

(2) (중앙값)$=\dfrac{245+245}{2}=245\ (\mathrm{mm})$

(3) 245 mm가 가장 많이 나타나므로 최빈값은 245 mm이다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정 및 답 구하기	(1) 평균 구하기	50 %
	(2) 중앙값 구하기	30 %
	(3) 최빈값 구하기	20 %

02 (평균)$=\dfrac{1\times1+2\times5+3\times4+4\times3+5\times2}{15}$

$=\dfrac{45}{15}=3$(회)

중앙값은 자료를 작은 값부터 차례대로 나열하였을 때, 8번째의 값이 중앙값이므로 중앙값은 3회이다.

또한 2회의 도수가 5로 가장 크므로 최빈값은 2회이다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정 및 답 구하기	평균 구하기	50 %
	중앙값 구하기	30 %
	최빈값 구하기	20 %

03 (1) (평균) $=\dfrac{1\times1+2\times11+3\times27+4\times9+5\times2}{50}$

$=\dfrac{150}{50}=3$(개)

(2) 표를 완성하면

변량	도수(명)	(변량)×(도수)	편차	(편차)^2×(도수)
1	1	1	-2	4
2	11	22	-1	11
3	27	81	0	0
4	9	36	1	9
5	2	10	2	8
합계	50	150	0	32

(3) (분산) $=\dfrac{32}{50}=0.64$, (표준편차) $=\sqrt{0.64}=0.8$(개)

채점 요소		배점 비율
해결 과정 및 답 구하기	(1) 자료의 평균 구하기	20 %
	(2) 표 완성하기	40 %
	(3) 자료의 분산과 표준편차 구하기	40 %

04

과자의 개수(개)	도수(일)	계급값	(계급값)×(도수)	편차	(편차)^2×(도수)
5이상 ~ 15미만	6	10	60	-16	1536
15 ~ 25	11	20	220	-6	396
25 ~ 35	18	30	540	4	288
35 ~ 45	3	40	120	14	588
45 ~ 55	2	50	100	24	1152
합계	40		1040		3960

위의 표에서 (평균) $=\dfrac{1040}{40}=26$(개),

(분산) $=\dfrac{3960}{40}=99$,

(표준편차) $=\sqrt{99}=3\sqrt{11}$(개)이다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정 및 답 구하기	평균 구하기	40 %
	분산 구하기	40 %
	표준편차 구하기	20 %

기출 꽉 잡기 P.21~23

01 ④ 02 ② 03 ② 04 ④ 05 ② 06 ②
07 ③ 08 72점 09 ④ 10 $\dfrac{44}{7}$
11 (분산) $=2.8$, (표준편차) $=\sqrt{2.8}$점 12 ③ 13 ④
14 ② 15 ⑤ 16 ④ 17 (1) 35 % (2) 42 (3) $\sqrt{42}$ %
18~20 풀이 참조

01 ④ 자료의 값 중 매우 크거나 매우 작은 값이 있을 때에는 그 극단적인 값에 영향을 받아 평균은 대푯값으로 적절하지 않다. 이때 평균보다는 중앙값이 더 합리적이다.

02 3회까지의 총점은 $3\times88=264$(점)이다.

4회의 점수를 x점이라고 하면 $\dfrac{264+x}{4}\geq90$에서

$264+x\geq360$이므로 $x\geq96$이다.

따라서 서준이는 96점 이상을 받아야 한다.

03 작은 것부터 차례대로 나열하면

76, 78, 79, 79, 80, 80, 83

이므로 중앙값은 79이다.

04 중앙값은 총 도수가 20이므로 10번째와 11번째 변량이 속하는 계급 320 kWh 이상 400 kWh 미만인 계급값 $\dfrac{320+400}{2}=360$(kWh)이다.

05 가장 많이 나타나는 값이 3회이므로 최빈값은 3회이다.

06 최빈값은 도수가 가장 큰 컴퓨터 게임이다.

07 자료를 작은 것부터 차례대로 나열하면

0, 1, 1, 1, 3, 3이므로

$a=\dfrac{1\times3+3\times2}{6}$

$=\dfrac{9}{6}=1.5$

$b=\dfrac{1+1}{2}=1$

$c=1$이다.

따라서 $a+b+c=3.5$이다.

08 $1+(x+2)+x+(-6)+(1-x)=0$이므로

$x=2$이다.

따라서 점수의 평균이 68점이고 B의 점수의 편차가 4점이므로 B의 점수는 72점이다.

09 a, b, c, d의 평균과 분산은

$$(\text{평균})=\frac{a+b+c+d}{4}=5$$

$$(\text{분산})=\frac{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2}{4}$$
$$=2 \qquad \cdots ㉠$$

$3a, 3b, 3c, 3d$의 평균과 분산은

$$(\text{평균})=\frac{3(a+b+c+d)}{4}=15$$

$$(\text{분산})=\frac{(3a-15)^2+(3b-15)^2+(3c-15)^2+(3d-15)^2}{4}$$
$$=\frac{9\{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2\}}{4}$$
$$=9\times2=18 \text{ (㉠에 의하여)}$$

10 $3+(-2)+(-2)+(-4)+3+x+1=0$이므로
$x=1$이다. 따라서

$$(\text{분산})=\frac{3^2+(-2)^2+(-2)^2+(-4)^2+3^2+1^2+1^2}{7}=\frac{44}{7}$$

11 $(\text{평균})=\frac{4+5+5+8+8}{5}=\frac{30}{5}=6(\text{점})$이므로

$$(\text{분산})=\frac{(-2)^2+(-1)^2+(-1)^2+2^2+2^2}{5}=\frac{14}{5}$$
$$=2.8,$$

$(\text{표준편차})=\sqrt{2.8}(\text{점})$이다.

12 $(\text{A의 평균})=\frac{10\times2+9\times2+8\times2+7\times2+6\times2}{10}$
$$=\frac{80}{10}=8(\text{점}),$$

$(\text{B의 평균})=\frac{10\times1+9\times2+8\times4+7\times2+6\times1}{10}$
$$=\frac{80}{10}=8(\text{점}),$$

$(\text{C 의 평균})=\frac{10\times3+9\times1+8\times2+7\times1+6\times3}{10}$
$$=\frac{80}{10}=8(\text{점})$$

이므로

(A의 표준편차)

$$=\sqrt{\frac{2^2\times2+1^2\times2+0^2\times2+(-1)^2\times2+(-2)^2\times2}{10}}$$
$$=\sqrt{\frac{20}{10}}=\sqrt{2}(\text{점}),$$

(B의 표준편차)

$$=\sqrt{\frac{2^2\times1+1^2\times2+0^2\times4+(-1)^2\times2+(-2)^2\times1}{10}}$$
$$=\sqrt{\frac{12}{10}}=\frac{\sqrt{30}}{5}(\text{점}),$$

(C의 표준편차)

$$=\sqrt{\frac{2^2\times3+1^2\times1+0^2\times2+(-1)^2\times1+(-2)^2\times3}{10}}$$
$$=\sqrt{\frac{26}{10}}=\frac{\sqrt{65}}{5}(\text{점})$$

따라서 표준편차가 가장 작은 사람과 가장 큰 사람을 차례대로 나열하면 B, C이다.

13 $(-10)\times3+(-5)\times b+0\times4+5\times a+10\times4=0$
에서 $5a-5b=-10$이므로 $a-b=-2$이다.

14 $(-2)\times4+(-1)\times2+0\times4+1\times4+2x=0$에서
$2x=6$이므로 $x=3$이다.

(표준편차)

$$=\sqrt{\frac{(-2)^2\times4+(-1)^2\times2+0^2\times4+1^2\times4+2^2\times3}{17}}$$
$$=\sqrt{\frac{34}{17}}=\sqrt{2}$$

15 ① $(\text{A 조의 평균})=\frac{80+79+82+78+81}{5}$
$$=\frac{400}{5}$$
$$=80(\text{점}),$$

② $(\text{B 조의 평균})=\frac{77+81+80+83+79}{5}$
$$=\frac{400}{5}$$
$$=80(\text{점})$$

이므로 A 조의 평균과 B 조의 평균은 같다.

③ $(\text{B 조의 표준편차})=\sqrt{\frac{(-3)^2+1^2+0^2+3^2+(-1)^2}{5}}$
$$=\sqrt{\frac{20}{5}}$$
$$=\sqrt{4}=2(\text{점})$$

④ $(\text{A 조의 표준편차})=\sqrt{\frac{0^2+(-1)^2+2^2+(-2)^2+1^2}{5}}$
$$=\sqrt{\frac{10}{5}}$$
$$=\sqrt{2}(\text{점})$$

따라서 A 조의 표준편차가 더 작으므로 A 조의 성적이 더 고르다.

⑤ A 조의 분산은 2, B 조의 분산은 4이므로 B 조의 분산은 A 조의 분산의 2배이다.

16 수학 성적의 편차가 가장 큰 학급은 폭이 가장 넓은 D이고 성적이 가장 고른 학급은 평균값에 자료들이 가장 가까이 모여 있는 A이다. 따라서 차례대로 나열하면 D, A이다.

17 (1) $(\text{평균})=\dfrac{23\times1+28\times6+33\times7+38\times6+43\times3+48\times2}{25}$

$=\dfrac{875}{25}=35\ (\%)$

(2) $(\text{분산})=\dfrac{(-12)^2\times1+(-7)^2\times6+(-2)^2\times7+3^2\times6+8^2\times3+13^2\times2}{25}$

$=\dfrac{1050}{25}=42$

(3) $(\text{표준편차})=\sqrt{42}\ (\%)$

18 편차의 총합은 항상 0이므로

$2+x+(-3)+(-1)+(-5)=0$

에서 $x=7$이다.

$(\text{분산})=\dfrac{2^2+7^2+(-3)^2+(-1)^2+(-5)^2}{5}$

$=\dfrac{4+49+9+1+25}{5}=\dfrac{88}{5}=17.6$

$(\text{표준편차})=\sqrt{17.6}(\text{점})$

채점 요소		배점 비율
해결 과정	x의 값 구하기	20 %
답 구하기	분산 구하기	50 %
	표준편차 구하기	30 %

19 $(\text{평균})=\dfrac{55\times1+65\times3+75\times7+85\times3+95\times1}{15}$

$=\dfrac{1125}{15}=75(\text{점})$

이므로 각 계급의 편차는 위에서부터 차례대로

$-20, -10, 0, 10, 20$이다.

따라서 표준편차는

$\sqrt{\dfrac{(-20)^2\times1+(-10)^2\times3+0^2\times7+10^2\times3+20^2\times1}{15}}$

$=\sqrt{\dfrac{1400}{15}}=\sqrt{\dfrac{280}{3}}=\dfrac{2\sqrt{210}}{3}\ (\text{점})$

이다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정	평균 구하기	30 %
	각 계급의 편차 구하기	30 %
답 구하기	표준편차 구하기	40 %

20 (1) (A의 점수의 평균)

$=\dfrac{9+9+10+10+9+10+8+9+8+8}{10}=\dfrac{90}{10}$

$=9(\text{점})$,

(B의 점수의 평균)

$=\dfrac{7+10+10+10+7+10+7+10+10+9}{10}$

$=\dfrac{90}{10}=9(\text{점})$

(2) (A의 점수의 표준편차)

$=\sqrt{\dfrac{0^2+0^2+1^2+1^2+0^2+1^2+(-1)^2+0^2+(-1)^2+(-1)^2}{10}}$

$=\sqrt{\dfrac{6}{10}}=\sqrt{\dfrac{3}{5}}$

$=\dfrac{\sqrt{15}}{5}(\text{점})$,

(B의 점수의 표준편차)

$=\sqrt{\dfrac{(-2)^2+1^2+1^2+1^2+(-2)^2+1^2+(-2)^2+1^2+1^2+0^2}{10}}$

$=\sqrt{\dfrac{18}{10}}=\sqrt{\dfrac{9}{5}}$

$=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}(\text{점})$

(3) 표준편차가 작을수록 자료의 분포 상태가 고르다고 할 수 있으므로 (A의 표준편차)$<$(B의 표준편차)에서 A의 점수가 더 고르다고 할 수 있다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정	(1) A, B의 점수의 평균을 각각 구하기	30 %
	(2) A, B의 점수의 표준편차를 각각 구하기	40 %
답 구하기	(3) 점수가 더 고른 사람 구하기	30 %

Ⅱ. 피타고라스 정리

이 단원의 이야기 P.25

과제 1 성벽에 오를 수 있도록 딱 맞는 사다리의 길이를 알려면 사다리를 놓은 지점에서 성벽 바닥까지의 거리와 성벽의 높이를 알아야 한다.

1. 파타고라스 정리

01 피타고라스 정리

필수 예제 1 P.26

$a^2+b^2=c^2$에서

(1) $3^2+4^2=c^2$, $c^2=25$이므로 $c=5$이다.

(2) $5^2+b^2=13$, $b^2=13^2-5^2=144$이므로 $b=12$이다.

(3) $a^2+(\sqrt{6})^2=(\sqrt{10})^2$, $a^2=4$이므로 $a=2$이다.

답 (1) 5 (2) 12 (3) 2

유제 1

$a^2+b^2=c^2$에서

(1) $1^2+b^2=(\sqrt{3})^2$, $b^2=2$이므로 $b=\sqrt{2}$이다.

(2) $a^2+(2\sqrt{2})^2=3^2$, $a^2=9-8=1$이므로 $a=1$이다.

(3) $2^2+2^2=c^2$, $c^2=8$이므로 $c=2\sqrt{2}$이다.

답 (1) $\sqrt{2}$ (2) 1 (3) $2\sqrt{2}$

필수 예제 2

(1) $x=\sqrt{8^2+6^2}=10$

(2) $x=\sqrt{8^2-6^2}=2\sqrt{7}$

(3) $x=\sqrt{10^2-5^2}=5\sqrt{3}$

답 (1) 10 (2) $2\sqrt{7}$ (3) $5\sqrt{3}$

유제 2

$\triangle$ABD에서 $x=\sqrt{17^2-15^2}=\sqrt{64}=8$

$\triangle$ABC에서 $\overline{BC}=\overline{BD}+\overline{DC}=8+12=20$이므로

$y=\sqrt{15^2+20^2}=\sqrt{625}=25$

따라서 $y-x=25-8=17$이다.

답 ⑤

필수 예제 3 P.27

(1) $\triangle ABC\equiv\triangle EAD\equiv\triangle GEF\equiv\triangle BGH$(SAS 합동)이므로 $\overline{AB}=\overline{EA}=\overline{GE}=\overline{BG}$

또한, $\angle EAB=\angle GEA=\angle BGE=\angle ABG=90^\circ$이므로 □GBAE는 정사각형이다.

(2) $\overline{AC}=\overline{BH}=\overline{GF}=\overline{ED}=b$이므로 □FHCD의 한 변의 길이는 $a+b$이다.

(3) □FHCD$=(a+b)^2$

(4) □FHCD=□GBAE$+4\triangle$ABC이므로

$(a+b)^2=c^2+4\times\left(\frac{1}{2}\times a\times b\right)$

$a^2+2ab+b^2=c^2+2ab$이고 $a^2+b^2=c^2$이다.

답 (1) 정사각형 (2) $a+b$ (3) $(a+b)^2$ (4) 풀이 참조

유제 3

(1) $\triangle ABC\equiv\triangle EAD\equiv\triangle GEF\equiv\triangle BGH$이므로 $\overline{AD}=\overline{BC}=2$이다.

(2) □CDFH$=6\times6=36$

(3) $\overline{AB}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$

(4) □AEGB$=(2\sqrt{5})^2=20$

답 (1) 2 (2) 36 (3) $2\sqrt{5}$ (4) 20

유제 4

□EFGH는 한 변의 길이가 $\overline{EH}$인 정사각형이므로

□EFGH$=\overline{EH}^2=4^2+3^2=25$

답 25

필수 예제 4 P.28

$\triangle$ABE에서 $\overline{BE}=\sqrt{5^2-4^2}=3$, $\overline{AH}=\overline{BE}=3$이다.

□EFGH는 한 변의 길이가 1인 정사각형이므로 넓이는 $1\times1=1$이다.

답 ①

유제 5

□EFGH$=29$이므로 $\overline{EH}^2=29$이고 $\overline{EH}=\sqrt{29}$이다.

따라서 $\triangle$AEH에서 $\overline{AH}=\sqrt{(\sqrt{29})^2-5^2}=2$이다.

한편 $\overline{AD}=\overline{AH}+\overline{HD}=2+5=7$이므로 □ABCD의 넓이는 $7\times7=49$이다.

답 ①

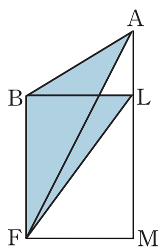
유제 6

(1) $\triangle$ABC와 $\triangle$BDE는 합동이므로
$\angle \mathrm{DBE}+\angle \mathrm{ABC}=90^\circ$
따라서 $\angle \mathrm{DBA}=90^\circ$이므로
$\triangle \mathrm{DBA}=\frac{1}{2}c^2$

답 (1) $\frac{1}{2}c^2$ (2) $\frac{1}{2}ab$ (3) c^2

필수 예제 5 P.29

(ⅰ) $\triangle$EBC와 $\triangle$ABF에서 $\overline{\mathrm{EB}}=\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{BF}}$,
$\angle \mathrm{EBC}=\angle \mathrm{ABF}$이므로
$\triangle \mathrm{EBC}\equiv\triangle \mathrm{ABF}$($\boxed{\text{SAS}}$ 합동)이다.
따라서 $\triangle \mathrm{EBC}\equiv\triangle \mathrm{ABF}$이므로 $\triangle$EBC와 $\triangle$ABF의 넓이가 같다. 즉, $\triangle \mathrm{EBC}=\triangle \mathrm{ABF}$이다.
(ⅱ) 오른쪽 그림의 $\triangle$ABF와 $\triangle$LBF에서 $\overline{\mathrm{BF}}/\!/\overline{\mathrm{AM}}$이고, 높이가 $\overline{\mathrm{BL}}$로 공통이므로 $\triangle$ABF와 $\triangle$LBF의 넓이가 같다.
즉, $\triangle \mathrm{ABF}=\boxed{\triangle \mathrm{LBF}}$



(ⅲ) (ⅰ), (ⅱ)와 같은 방법으로
$\square \mathrm{ACHI}=\boxed{\triangle \mathrm{LMGC}}$
따라서 $\square$ADEB의 넓이는 $\overline{\mathrm{AB}}^2$, $\square$ACHI의 넓이는 $\overline{\mathrm{AC}}^2$이고, $\square$BFGC의 넓이는 $\overline{\mathrm{BC}}^2$이므로
$\square \mathrm{ADEB}+\square \mathrm{ACHI}=\square \mathrm{BFGC}$에서
$\overline{\mathrm{AB}}^2+\overline{\mathrm{AC}}^2=\boxed{\overline{\mathrm{BC}}^2}$

답 풀이 참조

유제 7

(1) $\triangle \mathrm{ABF}=\triangle \mathrm{EBC}=\triangle \mathrm{EBA}=\triangle \mathrm{ADE}=18\ (\mathrm{cm}^2)$
(2) $\square \mathrm{BFML}=\square \mathrm{ADEB}=2\triangle \mathrm{ADE}=36\ (\mathrm{cm}^2)$
(3) $\square \mathrm{LMGC}=\square \mathrm{ACHI}=4^2=16\ (\mathrm{cm}^2)$

답 (1) 18 cm^2 (2) 36 cm^2 (3) 16 cm^2

유제 8

$\triangle$ABC에서 $\overline{\mathrm{AC}}=\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{64}=8(\mathrm{cm})$
$\triangle \mathrm{AFC}=\triangle \mathrm{AFJ}=\frac{1}{2}\square \mathrm{AFKJ}$
$=\frac{1}{2}\square \mathrm{ACDE}=\frac{1}{2}\times 8^2=32(\mathrm{cm}^2)$

답 ④

필수 예제 6 P.30

$\overline{\mathrm{OB'}}=\overline{\mathrm{OB}}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$
$\overline{\mathrm{OC'}}=\overline{\mathrm{OC}}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+2^2}=2\sqrt{3}$
따라서 $\overline{\mathrm{OD'}}$의 길이는 $\overline{\mathrm{OD'}}=\overline{\mathrm{OD}}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+2^2}=4$

답 4

유제 9

$\overline{\mathrm{OB}}=\overline{\mathrm{OA'}}=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$
$\overline{\mathrm{OC}}=\overline{\mathrm{OB'}}=\sqrt{(3\sqrt{2})^2+3^2}=3\sqrt{3}$
따라서 직사각형 POCC′의 넓이는
$\square \mathrm{POCC'}=3\sqrt{3}\times 3=9\sqrt{3}$

답 $9\sqrt{3}$

필수 예제 7

$\overline{\mathrm{OB}}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+(\sqrt{2})^2}=2\ (\mathrm{cm})$,
$\overline{\mathrm{OC}}=\sqrt{2^2+(\sqrt{2})^2}=\sqrt{6}\ (\mathrm{cm})$,
$\overline{\mathrm{OD}}=\sqrt{(\sqrt{6})^2+(\sqrt{2})^2}=2\sqrt{2}\ (\mathrm{cm})$,
$\overline{\mathrm{OE}}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+(\sqrt{2})^2}=\sqrt{10}\ (\mathrm{cm})$
따라서 $\triangle$DOE의 둘레의 길이는
$\overline{\mathrm{OD}}+\overline{\mathrm{DE}}+\overline{\mathrm{EO}}=2\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{10}=(3\sqrt{2}+\sqrt{10})\ (\mathrm{cm})$

답 $(3\sqrt{2}+\sqrt{10})$ cm

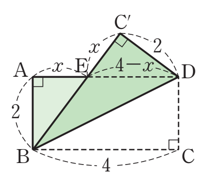
유제 10

$\overline{\mathrm{AB}}=a$라고 하면
$\overline{\mathrm{AC}}=\sqrt{a^2+a^2}=\sqrt{2}a$, $\overline{\mathrm{AD}}=\sqrt{(\sqrt{2}a)^2+a^2}=\sqrt{3}a$,
$\overline{\mathrm{AE}}=\sqrt{(\sqrt{3}a)^2+a^2}=2a$,
$\overline{\mathrm{AF}}=\sqrt{(2a)^2+a^2}=\sqrt{5}a=4\sqrt{5}$이므로
$a=4\ (\mathrm{cm})$이다.
따라서 $\triangle$ABC의 넓이는 $\triangle \mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\times 4\times 4=8\ (\mathrm{cm}^2)$

답 8 cm^2

필수 예제 8 P.31

$\overline{\mathrm{AE}}=x$라고 하면 $\overline{\mathrm{DE}}=4-x$,
$\triangle \mathrm{ABE}\equiv\triangle \mathrm{C'DE}$(SAS 합동)이므로
$\overline{\mathrm{C'E}}=\overline{\mathrm{AE}}=x$, $\overline{\mathrm{C'D}}=\overline{\mathrm{AB}}=2$
$\triangle$C′DE에서 $(4-x)^2=2^2+x^2$
$8x=12$이므로 $x=\frac{3}{2}$이다.



답 $\frac{3}{2}$

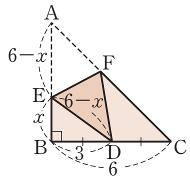
유제 11

$\overline{BA'}=x$라 하면 $\overline{CA'}=5-x$이므로 $\triangle DA'C$에서
$5^2=(5-x)^2+3^2$, $(5-x)^2=16$
$25-10x+x^2=16$, $x^2-10x+9=0$,
$(x-1)(x-9)=0$
그런데 $x<5$이므로 $x=1$ cm

답 1 cm

필수 예제 9

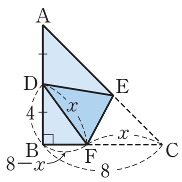
$\overline{BE}=x$라고 하면 $\overline{DE}=\overline{AE}=6-x$
또한, $\overline{BD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=3$이므로
$\triangle EBD$에서 $(6-x)^2=x^2+3^2$
$12x=27$이고 $x=\frac{9}{4}$이다.



답 $\frac{9}{4}$

유제 12

$\overline{DF}=x$라고 하면 $\overline{CF}=x$이므로
$\overline{BF}=8-x$이다.
또한, $\overline{BD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=4$이므로
$\triangle DBF$에서 $x^2=4^2+(8-x)^2$
$16x=80$이고 $x=5$이다.



답 5

필수 예제 10 P.32

(1) $2^2=1^2+(\sqrt{3})^2$이므로 직각삼각형이고 빗변의 길이는 2 cm이다.
(2) $6^2\neq3^2+5^2$이므로 직각삼각형이 아니다.
(3) $4^2\neq3^2+3^2$이므로 직각삼각형이 아니다.
(4) $(\sqrt{21})^2=(\sqrt{5})^2+4^2$이므로 직각삼각형이고 빗변의 길이는 $\sqrt{21}$ cm이다.

답 풀이 참조

유제 13

ㄱ. $3^2+4^2=5^2$이므로 직각삼각형이다.
ㄴ. $4^2+4^2\neq6^2$이므로 직각삼각형이 아니다.
ㄷ. $2^2+(2\sqrt{3})^2=4^2$이므로 직각삼각형이다.
ㄹ. $3^2+3^2\neq(3\sqrt{3})^2$이므로 직각삼각형이 아니다.
ㅁ. $1^2+2^2=(\sqrt{5})^2$이므로 직각삼각형이다.
따라서 직각삼각형은 ㄱ, ㄷ, ㅁ이다.

답 ④

필수 예제 11

세 변의 길이 사이에 $x^2=(x-1)^2+3^2$이 성립해야 하므로 $2x=10$이고 $x=5$이다.

답 5

유제 14

$x-7<x<x+1$이므로 직각삼각형이 되려면
$(x+1)^2=(x-7)^2+x^2$, $x^2-16x+48=0$,
$(x-4)(x-12)=0$
따라서 $x=4$ 또는 $x=12$이다.
그런데 $x>7$이므로 $x=12$이고 $x+1=13$, $x-7=5$이다.
따라서 이 직각삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2}\times5\times12=30$이다.

답 30

개념 꽉 잡기 P.33

01 ⑤	02 16 cm^2	03 4 cm^2
04 100 cm^2	05 $2\sqrt{6}$	06 풀이 참조

01 $\triangle ABD$에서 $x=\sqrt{17^2-8^2}=\sqrt{225}=15$
$\triangle ABC$에서 $25^2=x^2+(8+y)^2$
$(8+y)^2=625-225=400$, $8+y=20$이므로
$y=12$이다.
따라서 $x-y=15-12=3$이다.

02 $\triangle AEH\equiv\triangle BFE\equiv\triangle CGF\equiv\triangle DHG$이므로 $\square EFGH$는 정사각형이다.
$\square EFGH=10$ (cm^2)에서 $\overline{EH}=\sqrt{10}$ (cm)이므로
$\overline{AE}=\sqrt{(\sqrt{10})^2-3^2}=1$ (cm)이다.
따라서 $\overline{AB}=1+3=4$ (cm)이므로
$\square ABCD=4^2=16$ (cm^2)이다.

03 정사각형 ABCD의 넓이가 100 cm^{2}이므로
한 변의 길이는 10 cm이다.
$\triangle ABE\equiv\triangle BCF\equiv\triangle CDG\equiv\triangle DAH$이므로 $\square EFGH$는 정사각형이다.
$\overline{AE}=\overline{BF}=\overline{CG}=\overline{DH}=\sqrt{10^2-8^2}=6$ (cm)이므로
$\overline{EF}=8-6=2$ (cm)
따라서 $\square EFGH=2^2=4$ (cm^2)이다.

04 $\square ABED=\square BFML$이므로
$\square ABED+\square LMGC=\square BFML+\square LMGC$
$=\square BFGC=\overline{BC}^2$
$=100$(cm^2)

05 $\overline{OB}=\overline{OA'}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$
$\overline{OC}=\overline{OB'}=\sqrt{(2\sqrt{5})^2+2^2}=2\sqrt{6}$
따라서 점 C의 x좌표는 $2\sqrt{6}$이다.

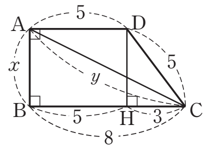
06 $m-1<m<m+1$이므로 직각삼각형이 되려면
$(m+1)^2=(m-1)^2+m^2$, $m^2-4m=0$이다.
따라서 $m=0$ 또는 $m=4$이다.
그런데 $m>1$이므로 $m=4$이다.
따라서 세 변의 길이가 각각 3, 4, 5인 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는 12이다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정	직각삼각형이 되기 위한 식 세우기	30 %
	m의 값 구하기	40 %
답 구하기	$\triangle ABC$의 둘레의 길이 구하기	30 %

유형 꽉 잡기 P.34

01 $x=1$, $y=2\sqrt{5}$ **02** ⑤ **03** 4 cm **04** ②
05 ① **06** ③ **07** 풀이 참조 **08** ①, ③

01 $\triangle ABD$는 직각삼각형이므로
$x=\sqrt{(\sqrt{5})^2-2^2}=1$
$\triangle ABC$는 직각삼각형이므로
$y=\sqrt{\overline{AB}^2+\overline{BC}^2}=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$

02 점 D에서 변 BC에 내린 수선의 발을 H라고 하면


$\overline{BH}=5$, $\overline{HC}=3$
$\triangle DHC$에서
$x=\overline{DH}=\sqrt{\overline{DC}^2-\overline{HC}^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$
$\triangle ABC$에서 $y=\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$
따라서 $xy=4\times4\sqrt{5}=16\sqrt{5}$

03 $\overline{BC}=\overline{DE}=\sqrt{3}$ (cm)이므로
$\overline{AC}=\sqrt{(\sqrt{5})^2+(\sqrt{3})^2}=2\sqrt{2}$ (cm)
$\overline{AC}=\overline{CE}=2\sqrt{2}$ (cm)
따라서 $\angle ACE=90^\circ(\angle ACB+\angle ECD=90^\circ)$
이므로 $\overline{AE}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+(2\sqrt{2})^2}=4$ (cm)

04 ① $\overline{BI}\,/\!/\,\overline{CH}$이므로 $\triangle ACH=\triangle BCH$
② $\triangle ABH=\triangle ABC$, $\triangle ACG=\triangle HCB$
③ $\overline{AN}\,/\!/\,\overline{CG}$이므로 $\triangle AGC=\triangle MGC$

05 (색칠한 부분의 넓이)$=\dfrac{1}{2}\square BDEC=\dfrac{1}{2}\overline{BC}^2$
$=\dfrac{1}{2}(\overline{AB}^2+\overline{AC}^2)$
$=\dfrac{1}{2}\{(\sqrt{10})^2+(\sqrt{6})^2\}=8$

06 $\overline{AO}=a$라고 하면
$\overline{BO}=\sqrt{a^2+a^2}=\sqrt{2}a$, $\overline{CO}=\sqrt{(\sqrt{2}a)^2+a^2}=\sqrt{3}a$,
$\overline{DO}=\sqrt{(\sqrt{3}a)^2+a^2}=2a$,
$\overline{EO}=\sqrt{(2a)^2+a^2}=\sqrt{5}a=2\sqrt{5}$ (cm)이므로
$a=2$ (cm)이다. 따라서 $\overline{AB}=2$ (cm)이다.

07 $\overline{BE}=x$라고 하면 $\overline{AE}=x$이므로 $\overline{EC}=6-x$이다.
$\triangle EBC$에서 $x^2=(2\sqrt{3})^2+(6-x)^2$
$12x=48$이므로 $x=4$이다.
따라서 $\overline{EC}=6-4=2$이므로 $\triangle EBC$의 넓이는
$\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times2=2\sqrt{3}$이다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정	$\overline{BE}=x$, $\overline{EC}=6-x$로 놓기	20 %
	$\triangle EBC$에서 식을 세우고 x의 값 구하기	50 %
	$\overline{EC}$의 길이를 구하기	10 %
답 구하기	$\triangle EBC$의 넓이 구하기	20 %

08 (i) x cm가 가장 긴 변의 길이일 때,
$x^2=3^2+5^2=34$이므로 $x=\sqrt{34}$이다.
(ii) 5 cm가 가장 긴 변의 길이일 때,
$5^2=3^2+x^2$이므로 $x=4$이다.
따라서 (i), (ii)에 의해 $x=4$, $x=\sqrt{34}$

02 피타고라스 정리와 도형

필수 예제 1 P.35

x가 가장 긴 변의 길이이므로 삼각형의 조건에 의해서
$4<x<7$ …… ㉠
예각삼각형이 되려면 $x^2<4^2+3^2$이므로 $0<x<5$이다. …… ㉡
따라서 ㉠, ㉡에서 $4<x<5$이다.

답 $4<x<5$

유제 1

가장 긴 변의 길이가 7이므로 삼각형의 조건에 의해서
$2<x<7$이다. …… ㉠
예각삼각형이 되려면 $7^2<x^2+5^2$이므로 $x>2\sqrt{6}$이다. …… ㉡

㉠, ㉡에서 $2\sqrt{6}<x<7$이다.
따라서 자연수 x는 5, 6이므로 그 합은 11이다.

답 11

필수 예제 2

a가 가장 긴 변의 길이이므로 삼각형의 조건에 의해서
$8<a<14$이다. …… ㉠
둔각삼각형이 되려면 $a^2>6^2+8^2$이므로 $a>10$이다. …… ㉡
따라서 ㉠, ㉡에서 $10<a<14$이다.

답 $10<a<14$

유제 2

(i) 삼각형의 조건에 의하여 $12<x<12+9$이므로
$12<x<21$이다.
(ii) 둔각삼각형이 되려면 $x^2>9^2+12^2$, $x^2>225$이므로
$x>15$이다.
따라서 (i), (ii)에서 $15<x<21$이다.

답 ④

필수 예제 3

P.36

(1) $4^2>2^2+3^2$이므로 둔각삼각형이다.
(2) $7^2<5^2+6^2$이므로 예각삼각형이다.
(3) $15^2=9^2+12^2$이므로 직각삼각형이다.

답 (1) 둔각삼각형 (2) 예각삼각형 (3) 직각삼각형

유제 3

ㄱ. $6^2+7^2>9^2$(예각삼각형)
ㄴ. $2^2+3^2<4^2$(둔각삼각형)
ㄷ. $3^2+12^2<13^2$(둔각삼각형)
ㄹ. $7^2+8^2>10^2$(예각삼각형)
ㅁ. $5+4=9$이므로 삼각형이 만들어지지 않는다.

답 ②

필수 예제 4

$\triangle ABD$는 직각삼각형이므로 $\overline{BD}=\sqrt{8^2+6^2}=10$이다.
따라서 $\triangle DBC$에서 $10^2<7^2+8^2$이므로 $\triangle DBC$는 예각삼각형이다.

답 예각삼각형

유제 4

$\triangle DBC$는 직각삼각형이므로 $\overline{BD}=\sqrt{20^2-16^2}=12$
$\triangle ABD$에서 $15^2=9^2+12^2$이므로 $\triangle ABD$는 직각삼각형이다.
따라서 $\triangle ABD=\frac{1}{2}\times 9\times 12=54$이다.

답 54

필수 예제 5

P.37

$\overline{AB}^2=\overline{BD}\cdot\overline{BC}$이므로 $x^2=2\times 6$이고 $x=2\sqrt{3}$이다.
$\overline{AD}^2=\overline{BD}\cdot\overline{CD}$이므로 $y^2=2\times 4$이고 $y=2\sqrt{2}$이다.
$\overline{AC}^2=\overline{CD}\cdot\overline{CB}$이므로 $z^2=4\times 6$이고 $z=2\sqrt{6}$이다.

답 $x=2\sqrt{3}$, $y=2\sqrt{2}$, $z=2\sqrt{6}$

유제 5

(1) $\overline{AB}^2=\overline{AD}\cdot\overline{AC}$이므로
$4^2=3\times(3+x)$이고 $x=\frac{7}{3}$이다.
$\overline{BC}^2=\overline{CD}\cdot\overline{CA}$이므로
$y^2=\frac{7}{3}\times\left(\frac{7}{3}+3\right)$이고 $y=\frac{4\sqrt{7}}{3}$이다.
(2) $\overline{BC}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+2^2}=4$, $\overline{AB}^2=\overline{BD}\cdot\overline{BC}$이므로
$(2\sqrt{3})^2=y\times 4$에서 $y=3$이다.
따라서 $\overline{CD}=\overline{BC}-\overline{BD}=1$이다.
$\overline{AD}^2=\overline{BD}\cdot\overline{CD}$이므로 $x^2=3\times 1$이고 $x=\sqrt{3}$이다.

답 (1) $x=\frac{7}{3}$, $y=\frac{4\sqrt{7}}{3}$ (2) $x=\sqrt{3}$, $y=3$

필수 예제 6

$\overline{DE}^2+\overline{BC}^2=\overline{BE}^2+\overline{CD}^2$, $3^2+10^2=7^2+\overline{CD}^2$
$\overline{CD}^2=60$이고 $\overline{CD}=2\sqrt{15}$이다.

답 $2\sqrt{15}$

유제 6

$\overline{DE}=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$, $\overline{DE}^2+\overline{AB}^2=\overline{AE}^2+\overline{BD}^2$이므로
$(3\sqrt{2})^2+12^2=\overline{AE}^2+\overline{BD}^2$이고 $\overline{AE}^2+\overline{BD}^2=162$이다.

답 162

필수 예제 7

P.38

$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{BC}^2+\overline{AD}^2$, $3^2+x^2=5^2+7^2$, $x^2=65$
이고 $x=\sqrt{65}$이다.

답 $\sqrt{65}$

유제 7

$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$, $6^2+x^2=(2\sqrt{6})^2+8^2$
$x^2=52$이고 $x=2\sqrt{13}$이다.

답 $2\sqrt{13}$

필수 예제 8

$\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$, $5^2+4^2=6^2+x^2$, $x^2=5$
이고 $x=\sqrt{5}$이다.

답 $\sqrt{5}$

유제 8

$\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$, $(\sqrt{6})^2+\overline{CP}^2=2^2+\overline{DP}^2$
이고 $\overline{DP}^2-\overline{CP}^2=6-4=2$이다.

답 2

필수 예제 9 P.39

(1) 색칠한 부분의 넓이를 S라고 하면
$25\pi+S=40\pi$이다. 따라서 $S=15\pi$ (cm^2)이다.
(2) $\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이가
$\frac{1}{2}\times\pi\times10^2=50\pi$ (cm^2)
이므로 색칠한 부분의 넓이를 S라고 하면
$S+18\pi=50\pi$이다. 따라서 $S=32\pi$ (cm^2)이다.

답 (1) 15π cm² (2) 32π cm²

유제 9

$P+Q=R$이므로 $R=8\pi$이다.
$\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{\overline{BC}}{2}\right)^2=8\pi$, $\overline{BC}^2=64$이므로 $\overline{BC}=8$이다.

답 ⑤

필수 예제 10

따라서 색칠한 부분의 넓이는 $\triangle ABC$의 넓이와 같으므로
$\frac{1}{2}\times8\times6=24$이다. 답 24

유제 10

$\overline{AC}=\sqrt{5^2-3^2}=4$
따라서 색칠한 부분의 넓이는 $\triangle ABC$의 넓이와 같으므로
$\frac{1}{2}\times3\times4=6$이다. 답 6

개념 꽉 잡기 P.40

01 ③ 02 ② 03 ④ 04 $5\sqrt{7}$ cm 05 ④
06 풀이 참조

01 $3^2>(\sqrt{6})^2+(\sqrt{2})^2$이므로 $\angle A>90°$인 둔각삼각형이다.

02 가장 긴 변의 길이가 8이므로
삼각형의 조건에 의해서 $2<a<8$ …… ㉠
예각삼각형이 되려면 $8^2<a^2+6^2$이고 $a>2\sqrt{7}$이다. …… ㉡
따라서 ㉠, ㉡에서 $2\sqrt{7}<a<8$이다.

03 $\overline{AD}^2=\overline{BD}\cdot\overline{DC}$이므로 $\overline{AD}^2=4\times1$이고 $\overline{AD}=2$이다.
$\triangle ABD$에서 $x=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$
$\triangle ADC$에서 $y=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$이므로
$x-y=\sqrt{5}$이다.

04 $\overline{DE}=\sqrt{4^2+3^2}=5$ (cm), $\overline{DE}^2+\overline{BC}^2=\overline{BE}^2+\overline{CD}^2$
이므로 $5^2+\overline{BC}^2=10^2+10^2$, $\overline{BC}^2=175$
이고 $\overline{BC}=5\sqrt{7}$ (cm)이다.

05 $\overline{AD}^2+\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{CD}^2$에서
$\overline{AD}^2+(4\sqrt{2})^2=6^2+(2\sqrt{3})^2$, $\overline{AD}^2=16$이므로
$\overline{AD}=4$이다.
따라서 $\triangle AOD$에서 $x=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$이다.

06 $\overline{AB}=4k$, $\overline{BC}=5k\,(k>0)$라고 하면
$\overline{AC}=\sqrt{(5k)^2-(4k)^2}=3k$이다.
한편 색칠한 부분의 넓이는 $\triangle ABC$의 넓이와 같으므로
$\frac{1}{2}\times4k\times3k=54$, $k^2=9$이고 $k=3$이다.
따라서 $\overline{AC}=3\times3=9$이다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정	$\overline{AB}=4k$, $\overline{BC}=5k$ $(k>0)$로 놓고 $\overline{AC}$의 길이 구하기	40 %
	색칠한 부분의 넓이와 $\triangle ABC$의 넓이를 이용하여 k의 값 구하기	40 %
답 구하기	$\overline{AC}$의 길이 구하기	20 %

유형 꽉 잡기 P.41

01 $6<x<3\sqrt{5}$ 02 ①, ⑤ 03 예각삼각형
04 ④ 05 ⑤ 06 ③ 07 ③ 08 풀이 참조

01 가장 긴 변의 길이가 x이므로 삼각형의 조건에 의해
$6<x<9$이다. …… ㉠
예각삼각형이 되려면 $x^2<6^2+3^2$
이고 $x<3\sqrt{5}$이다. …… ㉡
따라서 ㉠, ㉡에서 $6<x<3\sqrt{5}$이다.

02 추가하는 선분의 길이를 x라고 하면

(ⅰ) 가장 긴 변의 길이가 x일 때, $x^2=6^2+8^2$이므로 $x=10$이다.

(ⅱ) 가장 긴 변의 길이가 8일 때, $8^2=6^2+x^2$, $x^2=28$이므로 $x=2\sqrt{7}$이다.

따라서 선분의 길이로 적당한 것은 ①, ⑤이다.

[다른 풀이]

① $10^2=6^2+8^2$ (직각삼각형)

② $8^2<(4\sqrt{3})^2+6^2$ (예각삼각형)

③ $8^2>5^2+6^2$ (둔각삼각형)

④ $8^2<(4\sqrt{2})^2+6^2$ (예각삼각형)

⑤ $8^2=(2\sqrt{7})^2+6^2$ (직각삼각형)

03 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AC}=\sqrt{7^2-3^2}=2\sqrt{10}$

따라서 △ACD는 가장 긴 변의 길이가 $2\sqrt{10}$이고, $(2\sqrt{10})^2<5^2+4^2$이므로 예각삼각형이다.

04 $\overline{AB}^2=\overline{BH}\cdot\overline{BC}$이므로 $4^2=2\times(2+x)$이고 $x=6$이다.

△ABC에서 $y=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}$

이고 $xy=6\times4\sqrt{3}=24\sqrt{3}$이다.

05 직각삼각형 ABD에서 $\overline{AD}=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}$

$\overline{AD}^2=\overline{BD}\cdot\overline{DC}$이므로

$(2\sqrt{5})^2=4\times\overline{DC}$이고 $\overline{DC}=5$이다.

따라서 $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times9\times2\sqrt{5}=9\sqrt{5}$

06 △ABO에서 $\overline{AB}=\sqrt{3^2+(\sqrt{7})^2}=4$

$\overline{AD}^2+\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{CD}^2$에서

$\overline{AD}^2+(\sqrt{15})^2=4^2+3^2$

$\overline{AD}^2=10$이고 $\overline{AD}=\sqrt{10}$이다.

07 $\overline{PA}^2+\overline{PC}^2=\overline{PB}^2+\overline{PD}^2$이므로

$3^2+6^2=x^2+5^2$, $x^2=20$이고 $x=2\sqrt{5}$이다.

08 $\overline{BC}=\sqrt{6^2+2^2}=2\sqrt{10}$ (cm)이므로 반지름의 길이가 $\sqrt{10}$ cm인 반원의 넓이는 $\dfrac{1}{2}\times\pi\times(\sqrt{10})^2=5\pi$ (cm^2)

따라서 색칠한 부분의 넓이는

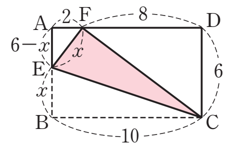
$5\pi-\dfrac{1}{2}\times6\times2=(5\pi-6)$ (cm^2)

채점 요소		배점 비율
해결 과정	$\overline{BC}$의 길이 구하기	30 %
	반원의 넓이 구하기	30 %
답 구하기	색칠한 부분의 넓이 구하기	40 %

서술형 꽉 잡기

P.42

01 $\overline{FC}=\overline{BC}=10$이므로



△FCD에서

$\overline{FD}=\sqrt{\overline{CF}^2-\overline{CD}^2}$

$=\sqrt{10^2-6^2}=8$

따라서 $\overline{AF}=\overline{AD}-\overline{FD}=2$

$\overline{EF}=x$라고 하면 $\overline{BE}=x$, $\overline{AE}=6-x$

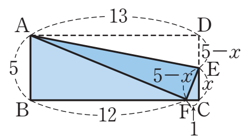
△AEF에서 $x^2=2^2+(6-x)^2$, $12x=40$이므로

$x=\dfrac{10}{3}$이다.

따라서 △FEC의 넓이는 $\dfrac{1}{2}\times\dfrac{10}{3}\times10=\dfrac{50}{3}$이다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정	$\overline{AF}$의 길이 구하기	20 %
	$\overline{EF}$의 길이 구하기	60 %
답 구하기	△FEC의 넓이 구하기	20 %

02 $\overline{AF}=\overline{AD}=13$이므로



△ABF에서

$\overline{BF}=\sqrt{13^2-5^2}=12$이다.

따라서 $\overline{FC}=1$이다.

$\overline{CE}=x$라고 하면 $\overline{FE}=\overline{DE}=5-x$이다.

△EFC에서 $(5-x)^2=1^2+x^2$, $10x=24$이고

$x=\dfrac{12}{5}$이다.

따라서 □ABCE의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\left(5+\dfrac{12}{5}\right)\times13=\dfrac{481}{10}$이다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정	$\overline{FC}$의 길이 구하기	20 %
	$\overline{CE}$의 길이 구하기	60 %
답 구하기	□ABCE의 넓이 구하기	20 %

03 (1) △ABC에서 $\overline{BC}=\sqrt{6^2+8^2}=10$ (cm)이므로

$\overline{BM}=\dfrac{1}{2}\overline{BC}=5$ (cm)이다.

(2) $\overline{AB}\cdot\overline{AC}=\overline{BC}\cdot\overline{AH}$이므로

$6\times8=10\times\overline{AH}$이고 $\overline{AH}=\dfrac{24}{5}$ (cm)이다.

또한, 직각삼각형의 빗변의 중점은 외심이므로

$\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}=5$ (cm)이다.

따라서 직각삼각형 AHM에서

$\overline{HM}=\sqrt{\overline{AM}^2-\overline{AH}^2}=\sqrt{5^2-\left(\dfrac{24}{5}\right)^2}=\dfrac{7}{5}$ (cm)

채점 요소		배점 비율
해결 과정	(1) $\overline{BM}$의 길이 구하기	20 %
	(2) $\overline{AH}$, $\overline{AM}$의 길이 각각 구하기	40 %
답 구하기	(2) $\overline{HM}$의 길이 구하기	40 %

04 (1) $\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{12^2+16^2}=20$ (cm)

이므로 $\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{AC}=10$ (cm)이다.

(2) $\overline{AB}\cdot\overline{BC}=\overline{AC}\cdot\overline{BH}$이므로 $12\times16=20\times\overline{BH}$

에서 $\overline{BH}=\frac{48}{5}$ (cm)이다.

또한, 직각삼각형의 빗변의 중점은 외심이므로

$\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}=10$ (cm)

직각삼각형 HBM에서

$\overline{HM}=\sqrt{\overline{BM}^2-\overline{BH}^2}=\sqrt{10^2-\left(\frac{48}{5}\right)^2}=\frac{14}{5}$ (cm)

따라서 $\triangle HBM=\frac{1}{2}\times\overline{HM}\times\overline{BH}$

$=\frac{1}{2}\times\frac{14}{5}\times\frac{48}{5}=\frac{336}{25}$ (cm^2)

채점 요소		배점 비율
해결 과정	(1) $\overline{CM}$의 길이 구하기	20 %
	(2) $\overline{BH}$의 길이 구하기	30 %
	(2) $\overline{HM}$의 길이 구하기	30 %
답 구하기	(2) $\triangle HBM$의 넓이 구하기	20 %

기출 꽉 잡기 P.43~45

01 ①	02 ③	03 4 cm^2	04 16 cm^2	05 ③
06 ⑤	07 ②	08 5 cm	09 ④	10 ③
11 $5\sqrt{13}$	12 ①	13 ④	14 ③	15 ⑤
16 ②	17 2 cm	18~20 풀이 참조		

01 $\triangle ADC$에서 $y=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}$

$\triangle ABC$에서 $x=\sqrt{9^2+(3\sqrt{3})^2}=6\sqrt{3}$

따라서 $xy=6\sqrt{3}\times3\sqrt{3}=54$

02 $\triangle ABD$에서 $\overline{BD}=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$

$\triangle BCD$에서 $\overline{CD}=\sqrt{6^2-(2\sqrt{5})^2}=4$

따라서 $\triangle BCD=\frac{1}{2}\times2\sqrt{5}\times4=4\sqrt{5}$

03 $\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$ (cm)

$\triangle ACD$에서 $\overline{AD}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+2^2}=2\sqrt{3}$ (cm)

$\triangle ADE$에서 $\overline{AE}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+2^2}=4$(cm)

따라서

$\triangle AEF=\frac{1}{2}\times\overline{EF}\times\overline{AE}=\frac{1}{2}\times2\times4=4$(cm^2)

04 $\square ABCD=\overline{AB}^2=40$ (cm^2)이므로

$\overline{BF}=\sqrt{\overline{AB}^2-\overline{AF}^2}=\sqrt{40-36}=2$ (cm)

$\overline{EF}=\overline{AF}-\overline{AE}=6-2=4$ (cm)

$\square EFGH=4^2=16$ (cm^2)

05 $\square ACHI$의 넓이는 $169-144=25$ (cm^2)

$\overline{AB}^2=144$ (cm^2)이므로 $\overline{AB}=12$ (cm)

$\overline{BC}^2=169$ (cm^2)이므로 $\overline{BC}=13$ (cm)

$\overline{AC}^2=25$ (cm^2)이므로 $\overline{AC}=5$ (cm)

따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는

$12+13+5=30$ (cm)

06 ④ $\square ACFG=\square MNEC$,

$\square MNEC=2\triangle MEC=2\triangle AEC$

이므로 $\square ACFG=2\triangle AEC$

⑤ $\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=\overline{BC}^2$

07 ① $\square ADEB=\overline{AB}^2=10^2-6^2=64$

② $\square BFNM=\square ADEB$이므로

$\triangle ABF=\triangle BFM=\frac{1}{2}\square BFNM=\frac{1}{2}\times64=32$

③ $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times8\times6=24$

④ $\square BFNM=\square ADEB=64$

⑤ $\square MNGC=\square ACHI=36$

08 $\overline{DE}=x$라고 하면 $\overline{AD}=\overline{DE}=x$, $\overline{DB}=8-x$

$\triangle DBE$에서 피타고라스 정리를 적용하면

$\overline{DE}^2=\overline{BD}^2+\overline{BE}^2$, $x^2=(8-x)^2+4^2$, $16x=80$

이다. 따라서 $x=5$ (cm)이다.

09 $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{BC}^2+\overline{AD}^2$에서

$\overline{AB}^2+(\sqrt{13})^2=(\sqrt{7})^2+(\sqrt{10})^2$

$\overline{AB}^2=4$이므로 $\overline{AB}=2$이다.

따라서 $\triangle ABO$에서 $\overline{BO}=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$이므로

$\triangle ABO=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times1=\frac{\sqrt{3}}{2}$이다.

10 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{9^2+12^2}=15$ (cm)

무게중심 G를 지나는 직선은 $\overline{BC}$의 중점 D를 지나고, 빗변의 중점 D는 외심이므로

$\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{CD}=7.5$ (cm)이다.

따라서 $\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$이므로

$\overline{GD}=\frac{1}{3}\overline{AD}=2.5$ (cm)이다.

11 $\overline{CD}^2=\overline{AD}\cdot\overline{BD}=4\times9=36$이므로 $\overline{CD}=6$이다.

따라서 $x=\sqrt{4^2+6^2}=2\sqrt{13}$, $y=\sqrt{9^2+6^2}=3\sqrt{13}$이므로 $x+y=5\sqrt{13}$이다.
[다른 풀이]
$x^2=\overline{AD}\cdot\overline{AB}=4\times13=52$이므로 $x=2\sqrt{13}$이다.
$y^2=\overline{BD}\cdot\overline{AB}=9\times13=117$이므로 $y=3\sqrt{13}$이다.
따라서 $x+y=5\sqrt{13}$이다.

12 $\overline{AC}=\sqrt{12^2-(6\sqrt{2})^2}=6\sqrt{2}$
$\overline{AB}\cdot\overline{AC}=\overline{BC}\cdot\overline{AD}$, $6\sqrt{2}\times6\sqrt{2}=12\times\overline{AD}$
이므로 $\overline{AD}=6$이다.
$\overline{CD}=\sqrt{\overline{AC}^2-\overline{AD}^2}=\sqrt{(6\sqrt{2})^2-6^2}=6$
$\triangle ABC\backsim\triangle EDC$이고 $\overline{BC}:\overline{DC}=2:1$이므로
$\overline{AB}:\overline{DE}=2:1$이다.
따라서 $\overline{DE}=3\sqrt{2}$이다.

13 $\overline{BC}=\sqrt{8^2+6^2}=10$이므로 $\overline{AB}^2=\overline{BH}\cdot\overline{BC}$
$8^2=10\times\overline{BH}$이고 $\overline{BH}=6.4$이다.
따라서 $\overline{CH}=10-6.4=3.6$이므로
$\triangle ABH$와 $\triangle ACH$의 넓이의 비는
$\overline{BH}:\overline{CH}=6.4:3.6=16:9$이다.

14 ① $3^2>(\sqrt{3})^2+2^2$이므로 둔각삼각형이다.
② $5^2>3^2+(\sqrt{6})^2$이므로 둔각삼각형이다.
③ $(2\sqrt{7})^2=(\sqrt{3})^2+5^2$이므로 직각삼각형이다.
④ $4^2<4^2+3^2$이므로 예각삼각형이다.
⑤ $4^2>(\sqrt{6})^2+(\sqrt{7})^2$이므로 둔각삼각형이다.

15 x가 가장 긴 변의 길이이므로 삼각형의 조건에 의해
$7<x<10$이다. …… ㉠
둔각삼각형이려면 $x^2>3^2+7^2$, $x>\sqrt{58}$이다. …… ㉡
따라서 ㉠, ㉡에 의하여 $\sqrt{58}<x<10$이다.

16 $\triangle ABC$의 넓이는 색칠한 부분의 넓이와 같다.
$\frac{1}{2}\times16\times\overline{AC}=96$이므로 $\overline{AC}=12$이다.
따라서 $\overline{BC}=\sqrt{12^2+16^2}=20$이다.

17 $\overline{PA}^2+\overline{PC}^2=\overline{PB}^2+\overline{PD}^2$에서
$\overline{PA}^2+(\sqrt{5})^2=(\sqrt{3})^2+(\sqrt{6})^2$, $\overline{PA}^2=4$이다.
따라서 $\overline{PA}=2$ (cm)이다.

18 $\overline{AB}=2k$, $\overline{AC}=k(k>0)$라고 하면
$\overline{BC}=\sqrt{(2k)^2+k^2}=\sqrt{5}k$
$\overline{AB}\cdot\overline{AC}=\overline{AH}\cdot\overline{BC}$이므로
$2k\times k=6\times\sqrt{5}k$이고 $k=3\sqrt{5}$이다.
따라서 $\overline{BC}=\sqrt{5}\times3\sqrt{5}=15$이다.

	채점 요소	배점 비율
해결 과정	$\overline{AB}=2k$, $\overline{AC}=k$로 표현하기	20 %
	$\overline{BC}=\sqrt{5}k$임을 알기	20 %
	$\overline{AB}\cdot\overline{AC}=\overline{AH}\cdot\overline{BC}$를 이용하여 k의 값 구하기	40 %
답 구하기	$\overline{BC}$의 길이 구하기	20 %

19 $\overline{AB}=2a$, $\overline{AC}=2b$라고 하면
$6^2=(2a)^2+(2b)^2$, $a^2+b^2=9$
따라서 $\overline{AD}=a$, $\overline{AE}=b$이므로
$\overline{BE}^2+\overline{CD}^2=\overline{BC}^2+\overline{DE}^2=6^2+(a^2+b^2)$
$=6^2+9=45$

	채점 요소	배점 비율
해결 과정	$\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=6^2$임을 이용하여 관계식 $a^2+b^2=9$ 구하기	50 %
답 구하기	$\overline{BE}^2+\overline{CD}^2$의 값 구하기	50 %

20 $\triangle ABD\equiv\triangle BCE$이므로 $\overline{BE}=\overline{AD}=5$이다.
$\triangle ABD$에서 $\overline{BD}=\sqrt{10^2-5^2}=\sqrt{75}=5\sqrt{3}$이다.
따라서 $x=\overline{DE}=\overline{BD}-\overline{BE}=5\sqrt{3}-5$이다.

	채점 요소	배점 비율
해결 과정	$\triangle ABD$와 $\triangle BCE$가 합동이므로 $\overline{BE}=\overline{AE}$임을 알기	30 %
	$\overline{BD}$의 길이 구하기	40 %
답 구하기	x의 값 구하기	30 %

2. 피타고라스 정리의 활용

01 평면도형에서의 활용

필수 예제 1 P.46

(1) $x=\sqrt{10^2+6^2}=2\sqrt{34}$
(2) $x=4\sqrt{2}$

답 (1) $2\sqrt{34}$ (2) $4\sqrt{2}$

유제 1

(1) $\sqrt{15}=\sqrt{x^2+3^2}$, $15=x^2+3^2$, $x^2=6$이므로 $x=\sqrt{6}$이다.
(2) $\sqrt{2}x=\sqrt{6}$이므로 $x=\sqrt{3}$이다.

답 (1) $\sqrt{6}$ (2) $\sqrt{3}$

필수 예제 2

정사각형의 한 변의 길이를 x라고 하면
$\sqrt{2}x=20$이므로 $x=10\sqrt{2}$ (cm)이다.
따라서 정사각형의 둘레의 길이는 $40\sqrt{2}$ cm이다.

답 $40\sqrt{2}$ cm

유제 2

정사각형의 한 변의 길이를 x cm라고 하면
$\sqrt{2}x=4$이므로 $x=2\sqrt{2}$이다.
원의 반지름의 길이는 $\sqrt{2}$ cm이므로
원의 넓이는 $\pi\times(\sqrt{2})^2=2\pi$ (cm^2)

답 2π cm^2

P.47

필수 예제 3

(1) 높이를 h라고 하면 $h=\frac{\sqrt{3}}{2}\times6=3\sqrt{3}$ (cm)

(2) 넓이를 S라고 하면 $S=\frac{\sqrt{3}}{4}\times6^2=9\sqrt{3}$ (cm^2)

답 (1) $3\sqrt{3}$ cm (2) $9\sqrt{3}$ cm^2

유제 3

(1) $\triangle$ABC의 한 변의 길이를 a라고 하면
$\frac{\sqrt{3}}{2}a=2\sqrt{3}$이므로 $a=4$ (cm)이다.

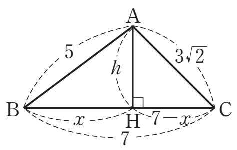
(2) $\triangle$ABC의 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4}\times4^2=4\sqrt{3}$ (cm^2)이다.

답 (1) 4 cm (2) $4\sqrt{3}$ cm^2

필수 예제 4

(1) $\overline{\text{BH}}=3$이므로 $h=\sqrt{5^2-3^2}=4$이다.

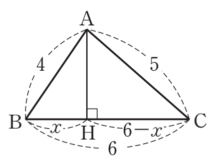
(2) $\overline{\text{BH}}=x$라고 하면 $\triangle$ABH에서
$\overline{\text{AH}}^2=5^2-x^2$이다.
$\triangle$ACH에서
$\overline{\text{AH}}^2=(3\sqrt{2})^2-(7-x)^2$
$5^2-x^2=(3\sqrt{2})^2-(7-x)^2$, $14x=56$, $x=4$이다.
따라서 $h=\sqrt{5^2-4^2}=3$이다.



답 (1) 4 (2) 3

유제 4

$\overline{\text{BH}}=x$라고 하면 $\triangle$ABH에서
$\overline{\text{AH}}^2=4^2-x^2$
$\triangle$ACH에서 $\overline{\text{AH}}^2=5^2-(6-x)^2$,
$4^2-x^2=5^2-(6-x)^2$



$12x=27$, $x=\frac{9}{4}$이다.

따라서 $\overline{\text{AH}}=\sqrt{4^2-\left(\frac{9}{4}\right)^2}=\sqrt{\frac{175}{16}}=\frac{5}{4}\sqrt{7}$이다.

답 $\frac{5}{4}\sqrt{7}$

P.48

필수 예제 5

(1) $3:x=1:1$이므로 $x=3$이다.
$3:y=1:\sqrt{2}$이므로 $y=3\sqrt{2}$이다.

(2) $x:4=1:2$이므로 $x=2$이다.
$y:4=\sqrt{3}:2$이므로 $y=2\sqrt{3}$이다.

답 (1) $x=3$, $y=3\sqrt{2}$ (2) $x=2$, $y=2\sqrt{3}$

유제 5

(1) $x:\sqrt{6}=1:\sqrt{2}$이므로 $x=\sqrt{3}$이다.
$\sqrt{3}:y=1:1$이므로 $y=\sqrt{3}$이다.

(2) $6:x=\sqrt{3}:2$이므로 $x=4\sqrt{3}$이다.
$6:y=\sqrt{3}:1$이므로 $y=2\sqrt{3}$이다.

답 (1) $x=\sqrt{3}$, $y=\sqrt{3}$ (2) $x=4\sqrt{3}$, $y=2\sqrt{3}$

필수 예제 6

$3\sqrt{2}:x=\sqrt{2}:1$이므로 $x=3$이다.
$3:y=\sqrt{3}:2$이므로 $y=2\sqrt{3}$이다.

답 $x=3$, $y=2\sqrt{3}$

유제 6

$\overline{\text{AB}}:\overline{\text{BC}}=1:\sqrt{2}$이므로
$6:\overline{\text{BC}}=1:\sqrt{2}$이고 $\overline{\text{BC}}=6\sqrt{2}$이다.
$\overline{\text{BD}}:\overline{\text{BC}}=2:\sqrt{3}$이므로
$\overline{\text{BD}}:6\sqrt{2}=2:\sqrt{3}$이고 $\overline{\text{BD}}=4\sqrt{6}$이다.

답 $4\sqrt{6}$

P.49

필수 예제 7

(1) $\overline{\text{OA}}=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$
(2) $\overline{\text{OB}}=\sqrt{(-5)^2+(-3)^2}=\sqrt{34}$
(3) $\overline{\text{CD}}=\sqrt{\{5-(-3)\}^2+(-4-2)^2}=10$
(4) $\overline{\text{EF}}=\sqrt{(-1-4)^2+(-2-1)^2}=\sqrt{34}$

답 (1) $\sqrt{13}$ (2) $\sqrt{34}$ (3) 10 (4) $\sqrt{34}$

유제 7

① $\overline{\text{PA}}=\sqrt{\{2-(-1)\}^2+(5-1)^2}=5$
② $\overline{\text{PB}}=\sqrt{\{-5-(-1)\}^2+(2-1)^2}=\sqrt{17}$
③ $\overline{\text{PC}}=\sqrt{\{-2-(-1)\}^2+(-4-1)^2}=\sqrt{26}$
④ $\overline{\text{PD}}=\sqrt{\{3-(-1)\}^2+(-3-1)^2}=4\sqrt{2}$
⑤ $\overline{\text{PE}}=\sqrt{\{-4-(-1)\}^2+(3-1)^2}=\sqrt{13}$

답 ④

필수 예제 8

$\overline{AB}=\sqrt{(3+2)^2+(4-2)^2}=\sqrt{29}$

$\overline{BC}=\sqrt{(4-3)^2+(-1-4)^2}=\sqrt{26}$

$\overline{CA}=\sqrt{(4+2)^2+(-1-2)^2}=\sqrt{45}$

따라서 가장 긴 변 AC에 대하여 $\overline{AB}^2+\overline{BC}^2>\overline{AC}^2$이므로 △ABC는 예각삼각형이다. 답 ②

유제 8

$\overline{AB}=\sqrt{(-2-1)^2+(2-3)^2}=\sqrt{10}$,

$\overline{AC}=\sqrt{(-1-1)^2+(-1-3)^2}=\sqrt{20}$,

$\overline{BC}=\sqrt{\{-1-(-2)\}^2+(-1-2)^2}=\sqrt{10}$

$(\sqrt{10})^2+(\sqrt{10})^2=(\sqrt{20})^2$에서

△ABC는 직각이등변삼각형이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\sqrt{10}\times\sqrt{10}=5$ 답 5

개념 꽉 잡기 P.50

01 ④ 02 ④ 03 ⑤ 04 풀이 참조 05 ③

01 △ABD에서 $\overline{BD}=\sqrt{8^2+6^2}=10$(cm)이고

$\triangle ABD=\frac{1}{2}\times\overline{BD}\times\overline{AH}=\frac{1}{2}\times\overline{AD}\times\overline{AB}$이므로

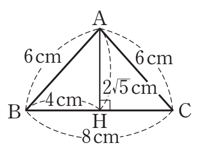
$\frac{1}{2}\times10\times\overline{AH}=\frac{1}{2}\times8\times6$이다.

따라서 $\overline{AH}=\frac{24}{5}$ cm이다.

02 한 변의 길이가 6 cm인 정육각형은 한 변의 길이가 6 cm인 정삼각형 6개로 나뉜다.

따라서 그 넓이는 $6\times\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\times6^2\right)=54\sqrt{3}$ (cm²)이다.

03 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\overline{BH}=4$ cm,

$\overline{AH}=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}$ (cm)이다.

따라서 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times8\times2\sqrt{5}=8\sqrt{5}$ (cm²)

04 $\overline{AD}:\overline{BD}=1:\sqrt{3}$이므로 $\overline{BD}=2\sqrt{3}$

$\overline{BC}:\overline{BD}=1:\sqrt{2}$이므로 $\overline{BC}:2\sqrt{3}=1:\sqrt{2}$

따라서 $\overline{BC}=\sqrt{6}$이다.

	채점 요소	배점 비율
해결 과정	$\overline{AD}:\overline{BD}=1:\sqrt{3}$임을 알고 $\overline{BD}$의 길이 구하기	50 %
답 구하기	$\overline{BC}:\overline{BD}=1:\sqrt{2}$임을 알고 $\overline{BC}$의 길이 구하기	50 %

05 $\overline{OA}=\sqrt{4^2+2^2}=\sqrt{20}$, $\overline{OB}=\sqrt{2^2+(-6)^2}=\sqrt{40}$,

$\overline{AB}=\sqrt{(2-4)^2+(-6-2)^2}=\sqrt{68}$

따라서 $\overline{AB}^2>\overline{OA}^2+\overline{OB}^2$이므로 △OAB는 둔각삼각형이다.

유형 꽉 잡기 P.51

01 ④ 02 $3\sqrt{3}$ cm² 03 ② 04 풀이 참조

05 ② 06 ② 07 ④ 08 ②

01 정사각형의 한 변의 길이를 a cm라고 하면

(대각선의 길이)$=\sqrt{2}a=2$이므로 $a=\sqrt{2}$이다.

$\overline{OB}$는 가로, 세로의 길이가 각각 $3\sqrt{2}$ cm, $\sqrt{2}$ cm인 직사각형의 대각선의 길이이므로

$\overline{OB}=\sqrt{(3\sqrt{2})^2+(\sqrt{2})^2}=2\sqrt{5}$ (cm)

02 $\overline{AD}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times4=2\sqrt{3}$ (cm)에서

△ADE는 한 변의 길이가 $2\sqrt{3}$ cm인 정삼각형이므로

△ADE의 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4}\times(2\sqrt{3})^2=3\sqrt{3}$ (cm²)

03 대각선 AC를 그어 만들어지는 △ABC, △ACD는 모두 한 변의 길이가 6 cm인 정삼각형이므로

$\square ABCD=2\times\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\times6^2\right)=18\sqrt{3}$ (cm²)

04 $\overline{BH}=a$ cm라 하면 $\overline{CH}=(14-a)$ cm

$\overline{AH}^2=\overline{AB}^2-\overline{BH}^2=\overline{AC}^2-\overline{CH}^2$

$13^2-a^2=15^2-(14-a)^2$, $28a=140$

이므로 $a=5$이다.

한편 $\overline{AH}=\sqrt{13^2-5^2}=12$ (cm)

따라서 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times14\times12=84$(cm²)

	채점 요소	배점 비율
해결 과정	$\overline{BH}=a$와 $\overline{CH}=14-a$로 놓기	30 %
	$\overline{AH}$의 길이 구하기	40 %
답 구하기	△ABC의 넓이 구하기	30 %

05 ∠FBE=∠EBC=30°, $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

∠AFB=60°(엇각)

∠DFE=180°−(∠AFB+∠BFE)=30°

△EBC에서 $\overline{BE}:\overline{EC}=2:1$이므로 $8:\overline{EC}=2:1$이고 $\overline{EC}=4$이다.

이때 $\overline{FE}=4$이고, △DFE에서 $\overline{FE}:\overline{DE}=2:1$이므로 $4:\overline{ED}=2:1$이고 $\overline{DE}=2$이다.

06 $\overline{AB}:\overline{AC}=2:1$이므로 $12:\overline{AC}=2:1$이고
$\overline{AC}=6$ cm이다.
$\overline{AD}:\overline{AC}=2:\sqrt{3}$이므로 $\overline{AD}:6=2:\sqrt{3}$이다.
따라서 $\overline{AD}=4\sqrt{3}$ cm이다.

07 $\overline{AB}=\sqrt{\{-2-(a-1)\}^2+\{(2+a)-5\}^2}=2\sqrt{10}$
$(-1-a)^2+(a-3)^2=40$
$a^2-2a-15=0$, $(a-5)(a+3)=0$,
$a=5$ 또는 $a=-3$
따라서 그 합은 2이다.

08 $y=x^2+4x+3=(x+2)^2-1$에서
$P(-2, -1)$, $Q(0, 3)$이므로
$\overline{PQ}=\sqrt{\{0-(-2)\}^2+\{3-(-1)\}^2}=2\sqrt{5}$

02 입체도형에서의 활용

필수 예제 1 P.52

(1) $\overline{FH}=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$
(2) $\overline{FD}=\sqrt{4^2+4^2+6^2}=2\sqrt{17}$
따라서 $\triangle DFH$의 둘레의 길이는 $2\sqrt{17}+4\sqrt{2}+6$

답 (1) $4\sqrt{2}$ (2) $2\sqrt{17}+4\sqrt{2}+6$

유제 1

$\overline{BF}=x$라고 하면 $\overline{BH}=\sqrt{4^2+5^2+x^2}=5\sqrt{2}$에서
$4^2+5^2+x^2=50$, $x^2=9$이다.
그런데 $x>0$이므로 $x=3$이다.

답 3

필수 예제 2

정육면체의 한 모서리의 길이를 a라 하면
$\sqrt{3}a=15$, $a=\dfrac{15}{\sqrt{3}}=5\sqrt{3}$(cm)

답 $5\sqrt{3}$ cm

유제 2

정육면체의 한 모서리의 길이를 a라고 하면
대각선의 길이는 $\sqrt{3}a=2\sqrt{6}$이고 $a=2\sqrt{2}$ (cm)이다.
또 $\overline{FH}=\sqrt{2}a=\sqrt{2}\times2\sqrt{2}=4$ (cm)
따라서
$\triangle DFH=\dfrac{1}{2}\overline{FH}\times\overline{DH}=\dfrac{1}{2}\times4\times2\sqrt{2}=4\sqrt{2}$ (cm^2)

답 $4\sqrt{2}$ cm^2

필수 예제 3 P.53

(1) $\overline{DM}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times6=3\sqrt{3}$(cm)
(2) $\overline{DH}=\dfrac{2}{3}\overline{DM}=\dfrac{2}{3}\times3\sqrt{3}=2\sqrt{3}$(cm)
(3) $\overline{AH}=\sqrt{6^2-(2\sqrt{3})^2}=2\sqrt{6}$(cm)
또는 $\overline{AH}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}\times6=2\sqrt{6}$(cm)
(4) 정사면체 A–BCD의 부피는 $\dfrac{\sqrt{2}}{12}\times6^3=18\sqrt{2}$ (cm^3)

답 (1) $3\sqrt{3}$ cm (2) $2\sqrt{3}$ cm (3) $2\sqrt{6}$ cm (4) $18\sqrt{2}$ cm^3

유제 3

$\overline{DH}=\dfrac{2}{3}\overline{DE}=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times12=4\sqrt{3}$(cm)
$\overline{AH}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}\times12=4\sqrt{6}$(cm)
$\triangle AHD=\dfrac{1}{2}\times\overline{DH}\times\overline{AH}$
$=\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times4\sqrt{6}=24\sqrt{2}$(cm^2)

답 ⑤

필수 예제 4

정사면체의 한 모서리의 길이를 a라고 할 때,
정사면체의 부피는 $\dfrac{\sqrt{2}}{12}a^3=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$, $a^3=8$이므로
$a=2$ (cm)이다.
점 H는 $\triangle BCD$의 무게중심이고
$\overline{DM}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times2=\sqrt{3}$ (cm)이다.
또한 $\overline{MH}=\dfrac{1}{3}\overline{DM}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ (cm)
$\overline{AH}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}\times2=\dfrac{2}{3}\sqrt{6}$ (cm)이므로
$\triangle AMH=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}\times\dfrac{2}{3}\sqrt{6}=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$ (cm^2)

답 $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$ cm^2

유제 4

정사면체의 한 모서리의 길이를 a라고 할 때,
높이는 $\dfrac{\sqrt{6}}{3}a=2$이고 $a=\sqrt{6}$(cm)이다.
따라서 부피는 $\dfrac{\sqrt{2}}{12}\times(\sqrt{6})^3=\sqrt{3}$(cm^3)

답 $\sqrt{3}$ cm^3

필수 예제 5 P.54

(1) $\overline{AC}=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$

(2) $\overline{CH}=\frac{1}{2}\overline{AC}=2\sqrt{2}$

(3) $\overline{OH}=\sqrt{3^2-(2\sqrt{2})^2}=1$

(4) (부피)$=\frac{1}{3}\times(4\times4)\times1=\frac{16}{3}$

답 (1) $4\sqrt{2}$ (2) $2\sqrt{2}$ (3) 1 (4) $\frac{16}{3}$

유제 5

$\overline{AC}=\sqrt{6^2+6^2}=6\sqrt{2}$에서

$\overline{HC}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times6\sqrt{2}=3\sqrt{2}$이므로

$\overline{OH}=\sqrt{9^2-(3\sqrt{2})^2}=3\sqrt{7}$

(부피)$=\frac{1}{3}\times(6\times6)\times3\sqrt{7}=36\sqrt{7}$

답 높이 : $3\sqrt{7}$, 부피 : $36\sqrt{7}$

필수 예제 6

밑면인 정사각형의 한 변의 길이를 a라고 하면

$\overline{HC}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times\sqrt{2}a=\frac{\sqrt{2}}{2}a$

$\overline{OH}=\sqrt{3^2-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)^2}=2$, $a^2=10$이므로 $a=\sqrt{10}$이다.

따라서 부피는 $\frac{1}{3}\times(\sqrt{10}\times\sqrt{10})\times2=\frac{20}{3}$

답 $\frac{20}{3}$

유제 6

$\overline{HC}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times2\sqrt{6}=2\sqrt{3}$이므로

높이는 $\overline{OH}=\sqrt{6^2-(2\sqrt{3})^2}=2\sqrt{6}$이다.

따라서 부피는 $\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times2\sqrt{3}\right)\times2\sqrt{6}=4\sqrt{6}$

답 $4\sqrt{6}$

필수 예제 7 P.55

(1) $\overline{AO}=\sqrt{5^2-3^2}=4$ (cm)

(2) (부피)$=\frac{1}{3}\times(\pi\times3^2)\times4=12\pi$ (cm^3)

답 (1) 4 cm (2) 12π cm^3

유제 7

(1) 밑면인 원의 반지름의 길이를 r라고 하면

$r=\sqrt{8^2-6^2}=2\sqrt{7}$

따라서 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\sqrt{7}\times6=12\sqrt{7}$

(2) (부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times(2\sqrt{7})^2\times6=56\pi$

답 (1) $12\sqrt{7}$ (2) 56π

필수 예제 8

$\triangle PHO$에서 $\overline{PH}=\sqrt{12^2-8^2}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$(cm)

따라서 (단면의 넓이)$=\pi\times(4\sqrt{5})^2=80\pi$($cm^2$)

답 ③

유제 8

구의 중심에서 평면까지의 거리를 d라고 하면

$d=\sqrt{13^2-12^2}=\sqrt{25}=5$ (cm)

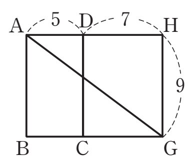
답 5 cm

필수 예제 9 P.56

최단 거리는 오른쪽 그림의 전개도에서

$\overline{AG}$의 길이이므로

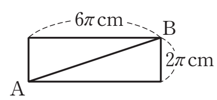
$\overline{AG}=\sqrt{12^2+9^2}=15$



답 15

유제 9

원기둥의 전개도에서 옆면은 오른쪽 그림과 같고 가로의 길이는 밑면인 원의 둘레의 길이와 같으므로



$2\pi\times3=6\pi$ (cm)

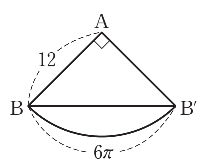
따라서 구하는 최단 거리는

$\overline{AB}=\sqrt{(6\pi)^2+(2\pi)^2}=2\sqrt{10}\pi$ (cm)

답 $2\sqrt{10}\pi$ cm

유제 10

원뿔의 전개도에서 부채꼴의 중심각의 크기를 $x°$라고 하면



$2\pi\times12\times\frac{x}{360}=2\pi\times3$이므로

$x=90$이다.

따라서 $\overline{BB'}=\sqrt{12^2+12^2}=12\sqrt{2}$ (cm)

답 $12\sqrt{2}$ cm

개념 꽉 잡기 P.57

01 ⑤ 02 ⑤ 03 풀이 참조

04 7 cm 05 $324\pi^2$ cm^3

01 정육면체의 한 모서리의 길이를 a라고 하면
대각선의 길이는 $\sqrt{3}a=9$이고 $a=3\sqrt{3}$ (cm)이다.
따라서 정육면체의 부피는 $a^3=(3\sqrt{3})^3=81\sqrt{3}$ (cm^3)

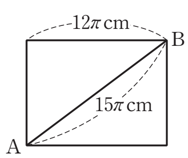
02 정사면체의 한 모서리의 길이를 a라고 할 때,
$\overline{DM}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a=2\sqrt{3}$이고 $a=4$ (cm)이다.
① $\overline{AM}=\overline{DM}=2\sqrt{3}$ (cm)
② $\overline{HM}=\dfrac{1}{3}\overline{DM}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ (cm)
③ $\overline{AH}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}\times 4=\dfrac{4\sqrt{6}}{3}$ (cm)
④ $\triangle AMD=\dfrac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times\dfrac{4\sqrt{6}}{3}=4\sqrt{2}$ (cm^2)
⑤ (정사면체의 부피)$=\dfrac{\sqrt{2}}{12}\times 4^3=\dfrac{16\sqrt{2}}{3}$ (cm^3)이다.

03 $\triangle BCD$에서 $\overline{BD}=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$(cm)
$\overline{DH}=\dfrac{1}{2}\overline{BD}=\dfrac{1}{2}\times 4\sqrt{2}=2\sqrt{2}$(cm)
$\triangle OHD$에서 $\overline{OH}=\sqrt{8^2-(2\sqrt{2})^2}=2\sqrt{14}$(cm)
따라서
$\triangle OHD=\dfrac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times 2\sqrt{14}=2\sqrt{28}=4\sqrt{7}$(cm^2)

채점 요소		배점 비율
해결 과정	$\overline{BD}$의 길이 구하기	25 %
	$\overline{DH}$의 길이 구하기	25 %
	$\overline{OH}$의 길이 구하기	25 %
답 구하기	$\triangle OHD$의 넓이 구하기	25 %

04 단면인 원의 반지름의 길이를 r라고 하면
$\pi\times r^2=32\pi$이므로 $r=4\sqrt{2}$ (cm)이다.
따라서 구의 중심에서 평면까지의 거리는
$\sqrt{9^2-(4\sqrt{2})^2}=7$ (cm)이다.

05 원기둥의 옆면의 전개도는 오른쪽 그림과 같다. 높이를 h라고 하면
$h=\sqrt{(15\pi)^2-(12\pi)^2}=9\pi$ (cm)
이다.



따라서 원기둥의 부피는
$(\pi\times 6^2)\times 9\pi=324\pi^2$ (cm^3)이다.

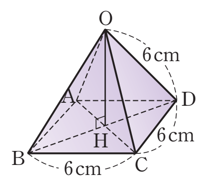
유형 꽉 잡기 P.58

01 ②
02 $\dfrac{256\sqrt{3}}{3}$ cm^3
03 ③
04 216π cm^3
05 ①
06 풀이 참조

01 $\overline{BQ}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 2\sqrt{3}=3$ (cm),
$\overline{BP}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}=\sqrt{3}$ (cm)이므로
$\triangle PBQ$에서 $\overline{PQ}=\sqrt{3^2-(\sqrt{3})^2}=\sqrt{6}$ (cm)이다.

02 $\overline{HE}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}=4$ (cm)
$\triangle OHE$에서 $\overline{OH}:\overline{HE}=\sqrt{3}:1$이므로
$\overline{OH}:4=\sqrt{3}:1$이고 $\overline{OH}=4\sqrt{3}$ (cm)이다.
따라서 정사각뿔의 부피는
$\dfrac{1}{3}\times(8\times 8)\times 4\sqrt{3}=\dfrac{256\sqrt{3}}{3}$ (cm^3)

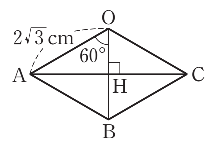
03 전개도로 만든 도형은 오른쪽 그림과 같은 정사각뿔이므로



$\overline{BH}=\dfrac{1}{2}\overline{BD}$
$=\dfrac{1}{2}\times 6\sqrt{2}=3\sqrt{2}$ (cm)
$\triangle OBH$에서 $\overline{OH}=\sqrt{6^2-(3\sqrt{2})^2}=3\sqrt{2}$ (cm)
따라서 정사각뿔의 부피는
$\dfrac{1}{3}\times(6\times 6)\times 3\sqrt{2}=36\sqrt{2}$ (cm^3)

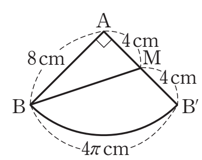
04 $\overline{OH}=18-10=8$ (cm)
따라서 $\triangle OHC$에서 $\overline{HC}=\sqrt{10^2-8^2}=6$ (cm)이므로
원뿔의 부피는 $\dfrac{1}{3}\times(\pi\times 6^2)\times 18=216\pi$ (cm^3)

05 최단 거리는 오른쪽 그림에서 $\overline{AC}$의 길이이므로



$\triangle OAH$에서
$\overline{AO}:\overline{AH}=2:\sqrt{3}$
$2\sqrt{3}:\overline{AH}=2:\sqrt{3}$이고 $\overline{AH}=3$ (cm)이다.
따라서 $\overline{AC}=2\overline{AH}=2\times 3=6$ (cm)

06 원뿔의 전개도에서 부채꼴의 호의 길이는 $2\pi\times 2=4\pi$ (cm)이므로
부채꼴의 중심각의 크기를 $x°$라고 하면 $2\pi\times 8\times\dfrac{x}{360}=4\pi$이므로



$x=90$이다.
따라서 오른쪽 그림에서 최단 거리는
$\overline{BM}=\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5}$ (cm)

채점 요소		배점 비율
해결 과정	원뿔의 전개도 그리기	30 %
	부채꼴의 중심각의 크기 구하기	40 %
답 구하기	최단 거리 $\overline{BM}$의 길이 구하기	30 %

서술형 꽉 잡기 P.59

01 $\overline{\mathrm{BG}}=\sqrt{2}\times6=6\sqrt{2}$ (cm)에서

△BGD는 한 변의 길이가 $6\sqrt{2}$ cm인 정삼각형이므로

넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4}\times(6\sqrt{2})^2=18\sqrt{3}$ (cm^2)

사면체 C–BGD의 부피는

$\frac{1}{3}\triangle\mathrm{BGC}\times\overline{\mathrm{CD}}=\frac{1}{3}\times\triangle\mathrm{BGD}\times\overline{\mathrm{CI}}$이므로

$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times6\times6\right)\times6=\frac{1}{3}\times18\sqrt{3}\times\overline{\mathrm{CI}}$

따라서 $\overline{\mathrm{CI}}=2\sqrt{3}$ (cm)

	채점 요소	배점 비율
해결 과정	$\overline{\mathrm{BG}}$의 길이 구하기	20 %
	△BGD의 넓이 구하기	30 %
답 구하기	$\overline{\mathrm{CI}}$의 길이 구하기	50 %

02 $\overline{\mathrm{EG}}=\sqrt{2}\times3=3\sqrt{2}$ (cm)

△DEG는 한 변의 길이가 $3\sqrt{2}$ cm인 정삼각형이므로

넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4}\times(3\sqrt{2})^2=\frac{9\sqrt{3}}{2}$ (cm^2)

사면체 H–DEG의 부피는

$\frac{1}{3}\triangle\mathrm{EGH}\times\overline{\mathrm{DH}}=\frac{1}{3}\triangle\mathrm{DEG}\times\overline{\mathrm{HI}}$이므로

$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times3\times3\right)\times3=\frac{1}{3}\times\frac{9\sqrt{3}}{2}\times\overline{\mathrm{HI}}$

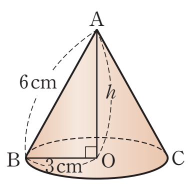
따라서 $\overline{\mathrm{HI}}=\sqrt{3}$ (cm)

	채점 요소	배점 비율
해결 과정	$\overline{\mathrm{EG}}$의 길이 구하기	20 %
	△DEG의 넓이 구하기	30 %
답 구하기	$\overline{\mathrm{HI}}$의 길이 구하기	50 %

03 (1) 호 AB는 반지름의 길이가 6 cm인 반원의 호의 길이이므로 $2\pi\times6\times\frac{1}{2}=6\pi$ (cm)이다.

(2) 밑면인 원의 반지름의 길이를 r라고 하면 $2\pi r=6\pi$이므로 $r=3$ (cm)이다.

(3) 주어진 전개도로 만든 원뿔은 오른쪽 그림과 같고, 원뿔의 높이는



$h=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}$ (cm)

따라서 원뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\times(\pi\times3^2)\times3\sqrt{3}$

$=9\sqrt{3}\pi$ (cm^3)

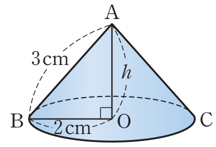
	채점 요소	배점 비율
해결 과정	(1) 호 AB의 길이 구하기	30 %
	(2) 원뿔의 밑면의 반지름의 길이 구하기	30 %
답 구하기	(3) 원뿔의 부피 구하기	40 %

04 부채꼴의 중심각의 크기가 240°이므로 부채꼴의 호의 길이는 $2\pi\times3\times\frac{240}{360}=4\pi$ (cm)이다.

밑면인 원의 반지름의 길이를 r라고 하면

$2\pi r=4\pi$이므로 $r=2$ (cm)이다.

주어진 전개도로 만든 원뿔은 오른쪽 그림과 같고, 원뿔의 높이는



$h=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$ (cm)

따라서 원뿔의 부피는

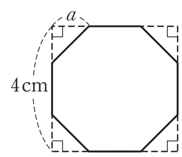
$\frac{1}{3}\times(\pi\times2^2)\times\sqrt{5}=\frac{4\sqrt{5}}{3}\pi$ (cm^3)

	채점 요소	배점 비율
해결 과정	밑면의 원의 반지름의 길이 구하기	40 %
	원뿔의 높이 구하기	30 %
답 구하기	원뿔의 부피 구하기	30 %

기출 꽉 잡기 P.60~62

01 $4(\sqrt{2}-1)$ cm	**02** ①	**03** ①	**04** ③
05 ④	**06** 4 cm	**07** $3(3+\sqrt{3})$ cm	**08** ①
09 ①	**10** 15	**11** ①	**12** ①
13 ⑤	**14** $\frac{31}{2}$ cm	**15** ④	**16** ⑤
17~19 풀이 참조			

01 오른쪽 그림과 같이 잘라낸 직각이등변삼각형의 한 변의 길이를 a라 고 하면 빗변의 길이는 $\sqrt{2}a$이고, 이것은 정팔각형의 한 변의 길이이므로



$a+\sqrt{2}a+a=4$, $(2+\sqrt{2})a=4$

$a=\frac{4}{2+\sqrt{2}}=\frac{4(2-\sqrt{2})}{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})}=2(2-\sqrt{2})$ (cm)

따라서 정팔각형의 한 변의 길이는

$\sqrt{2}a=\sqrt{2}\times2(2-\sqrt{2})=4(\sqrt{2}-1)$ (cm)

02 $\overline{\mathrm{BD}}=\sqrt{6^2+8^2}=10$ (cm)

△ABD에서 $\frac{1}{2}\overline{\mathrm{AB}}\times\overline{\mathrm{AD}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{BD}}\times\overline{\mathrm{AP}}$이므로

$6\times8=10\times\overline{\mathrm{AP}}$이고 $\overline{\mathrm{AP}}=4.8$ (cm)이다.

$\overline{\mathrm{AB}}^2=\overline{\mathrm{BD}}\times\overline{\mathrm{BP}}$, $6^2=10\times\overline{\mathrm{BP}}$이므로

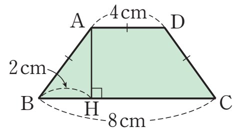
$\overline{\mathrm{BP}}=3.6$ (cm)이다.

$\overline{\mathrm{PQ}}=\overline{\mathrm{BD}}-2\overline{\mathrm{BP}}=10-2\times3.6=2.8$ (cm)

따라서 □APCQ$=2\triangle\mathrm{APQ}=2\times\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{PQ}}\times\overline{\mathrm{AP}}$

$=2\times\frac{1}{2}\times2.8\times4.8=13.44$ (cm^2)

03 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면

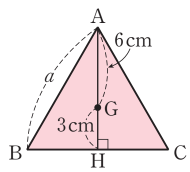


$\overline{BH}=2\ (\text{cm})$,

$\overline{AH}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}\ (\text{cm})$

따라서 $\square ABCD=\dfrac{1}{2}\times(4+8)\times 2\sqrt{3}=12\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$

04 $\overline{AG}$의 연장선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 H라고 하면



$\overline{AG}:\overline{GH}=2:1$이므로

$6:\overline{GH}=2:1$이고

$\overline{GH}=3\ (\text{cm})$,

$\overline{AH}=6+3=9\ (\text{cm})$이다.

$\triangle ABC$의 한 변의 길이를 a라고 하면

$\dfrac{\sqrt{3}}{2}a=9$이고 $a=6\sqrt{3}\ (\text{cm})$이다.

따라서 $\triangle ABC$의 넓이는

$\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times(6\sqrt{3})^2=27\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$

05 $\triangle ABC$의 한 변의 길이를 a라고 하면

$\overline{AD}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$, $\triangle ABC=\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2$

$\triangle ADE=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}a\right)^2=\dfrac{3\sqrt{3}}{16}a^2$

따라서 $\triangle ABC:\triangle ADE=\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2:\dfrac{3\sqrt{3}}{16}a^2=4:3$

[다른 풀이]

닮음인 두 도형 $\triangle ABC$와 $\triangle ADE$의 길이의 비는 $1:\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

이므로 넓이의 비는 $1:\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=4:3$

06 $\triangle ABD$에서 $\angle BAD=60^\circ$이므로

$\overline{BD}:\overline{AD}=\sqrt{3}:1$, $6:\overline{AD}=\sqrt{3}:1$이고

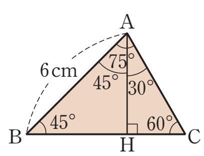
$\overline{AD}=2\sqrt{3}\ (\text{cm})$이다.

$\triangle ACD$에서 $\angle DAC=30^\circ$이므로

$\overline{AD}:\overline{AC}=\sqrt{3}:2$, $2\sqrt{3}:\overline{AC}=\sqrt{3}:2$이고

$\overline{AC}=4\ (\text{cm})$이다.

07 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\angle BAH=45^\circ$이므로 $\triangle ABH$에서 $\overline{AB}:\overline{AH}=\sqrt{2}:1$

$6:\overline{AH}=\sqrt{2}:1$이므로 $\overline{AH}=\overline{BH}=3\sqrt{2}\ (\text{cm})$이다.

$\angle CAH=30^\circ$이므로 $\triangle ACH$에서 $\overline{AH}:\overline{HC}=\sqrt{3}:1$,

$3\sqrt{2}:\overline{HC}=\sqrt{3}:1$이므로

$\overline{HC}=\sqrt{6}\ (\text{cm})$, $\overline{BC}=(3\sqrt{2}+\sqrt{6})\ (\text{cm})$

따라서

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times(3\sqrt{2}+\sqrt{6})\times 3\sqrt{2}=3(3+\sqrt{3})\ (\text{cm})$

08 $\overline{AB}=\sqrt{(-3-1)^2+\{6-(-2)\}^2}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$

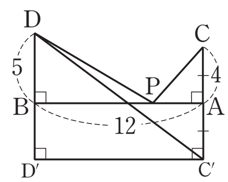
따라서 원의 반지름의 길이는 $\dfrac{1}{2}\overline{AB}=2\sqrt{5}$이므로

원의 넓이는 $\pi\times(2\sqrt{5})^2=20\pi$이다.

09 $A(0, 3)$, $B(4, 0)$이고 $\overline{AB}=\sqrt{4^2+(-3)^2}=5$

따라서 한 변의 길이가 5인 정사각형의 대각선의 길이는 $5\sqrt{2}$이다.

10 점 C를 $\overline{AB}$에 대하여 대칭이동한 점을 C′이라고 하면



$\overline{CP}+\overline{PD}=\overline{C'P}+\overline{PD}\geq\overline{C'D}$

따라서 $\triangle DD'C'$에서

$\overline{C'D}=\sqrt{(5+4)^2+12^2}$

$=\sqrt{225}=15$이다.

11 $\overline{DG}=\sqrt{3^2+4^2}=5$,

$\overline{FD}=\sqrt{5^2+3^2+4^2}=5\sqrt{2}$에서

$\overline{FG}\times\overline{DG}=\overline{DF}\times\overline{GI}$

$5\times 5=5\sqrt{2}\times\overline{GI}$

따라서 $\overline{GI}=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$

12 $\square MFND$는 마름모이고

$\overline{FD}=\sqrt{4^2+4^2+4^2}=4\sqrt{3}\ (\text{cm})$,

$\overline{MN}=\overline{EG}=4\sqrt{2}\ (\text{cm})$이므로

$\square MFND=\dfrac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times 4\sqrt{2}=8\sqrt{6}\ (\text{cm}^2)$

13 구의 반지름의 길이를 r라고 하면

부피는 $\dfrac{4}{3}\pi r^3=36\pi$, $r^3=27$

이므로 $r=3\ (\text{cm})$이다.

정육면체의 대각선의 길이는 구의 지름의 길이인 6 cm이므로 정육면체의 한 변의 길이를 a라고 하면

$\sqrt{3}a=6$이므로 $a=2\sqrt{3}\ (\text{cm})$이다.

따라서 정육면체의 겉넓이는

$6a^2=6\times(2\sqrt{3})^2=72\ (\text{cm}^2)$

14 직육면체의 밑면의 대각선 AC의 길이는

$\overline{AC}=\sqrt{8^2+8^2}=8\sqrt{2}(\text{cm})$

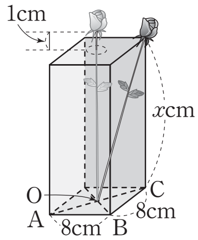
이므로 $\overline{OC}=\frac{1}{2}\overline{AC}=4\sqrt{2}(\text{cm})$

이때 꽃병의 높이를 $x$cm라 하면

$(x+1)^2=x^2+(4\sqrt{2})^2$이고

$x=\frac{31}{2}(\text{cm})$이다.

따라서 꽃병의 높이는 $\frac{31}{2}$cm이다.

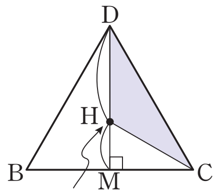


15 $\overline{DM}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 4=2\sqrt{3}$이고

$\overline{DH}=\frac{2}{3}\overline{DM}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$ (cm),

$\overline{AH}=\frac{\sqrt{6}}{3}\times 4=\frac{4\sqrt{6}}{3}$(cm)

이다.



△DBC의 무게중심

△DHC의 넓이는 △DBC의 넓이의 $\frac{1}{3}$이므로

$\triangle DHC=\frac{1}{3}\triangle DBC=\frac{1}{3}\times\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\times 4^2\right)$

$=\frac{4\sqrt{3}}{3}(\text{cm}^2)$

따라서 사면체 A-HCD의 부피는

$\frac{1}{3}\times\triangle DHC\times\overline{AH}$

$=\frac{1}{3}\times\frac{4\sqrt{3}}{3}\times\frac{4\sqrt{6}}{3}=\frac{16\sqrt{2}}{9}$ (cm^3)

[다른 풀이]

사면체 A-HCD의 부피는 사면체 A-BCD의 부피의 $\frac{1}{3}$이므로 정사면체의 부피 공식 $V=\frac{\sqrt{2}}{12}a^3$을 이용하면

사면체 A-HCD의 부피는

$\frac{1}{3}\times\left(\frac{\sqrt{2}}{12}\times 4^3\right)=\frac{16\sqrt{2}}{9}$ (cm^3)

16 원뿔의 모선은 $\overline{OB}=\sqrt{(\sqrt{5})^2+2^2}=3$ (cm)

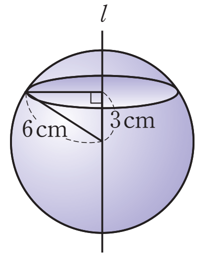
부채꼴의 호의 길이는 밑면인 원의 둘레의 길이와 같으므로

$2\pi\times 3\times\frac{x}{360}=4\pi$이고 $x=240°$이다.

17 반원을 지름을 축으로 1회전하여 생기는 회전체는 구이다. 구를 중심에서 3 cm만큼 떨어진 평면으로 자른 단면은 원이고 그 반지름의 길이는 $\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}$ (cm)이므로

원의 넓이는

$\pi\times(3\sqrt{3})^2=27\pi$ (cm^2)



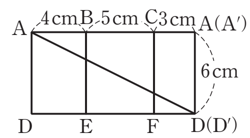
채점 요소		배점 비율
해결 과정	구를 중심에서 3 cm만큼 떨어진 평면으로 자른 단면이 원임을 알기	40 %
	단면인 원의 반지름의 길이 구하기	40 %
답 구하기	단면의 넓이 구하기	20 %

18 $\overline{BC}=\sqrt{3^2+4^2}=5$ (cm)

따라서 최단 거리는 오른쪽 전개도에서

$\overline{AD}=\sqrt{12^2+6^2}$

$=6\sqrt{5}$ (cm)



채점 요소		배점 비율
해결 과정	삼각기둥의 옆면의 전개도 그리기	30 %
	$\overline{BC}$의 길이 구하기	30 %
답 구하기	최단 거리 구하기	40 %

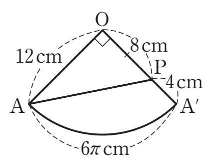
19 원뿔의 전개도에서 부채꼴의 중심각의 크기를 $x°$라고 하면

부채꼴의 호의 길이는 밑면인 원의 둘레의 길이와 같으므로

$2\pi\times 12\times\frac{x}{360}=2\pi\times 3$이고 $x=90$이다.

따라서 최단 거리는

$\overline{AP}=\sqrt{12^2+8^2}=4\sqrt{13}$ (cm)



채점 요소		배점 비율
해결 과정	부채꼴의 호의 길이는 밑면인 원의 둘레의 길이와 같음을 알기	40 %
	원뿔의 전개도에서 중심각의 크기 구하기	30 %
답 구하기	최단 거리 구하기	30 %

Ⅲ. 삼각비

이 단원의 이야기 P.65

과제 1 $\angle CAB=45^\circ$이고 $\angle ABC=90^\circ$이므로 $\angle ACB=45^\circ$이다. 따라서 $\overline{AB}=\overline{BC}$이므로 $\overline{AB}$의 길이를 알면 탑의 높이를 구할 수 있다.

1. 삼각비

01 삼각비의 뜻과 값

필수 예제 1 P.66

$\overline{AC}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$이므로

(1) $\sin A=\dfrac{1}{\sqrt{10}}=\dfrac{\sqrt{10}}{10}$

(2) $\cos A=\dfrac{3}{\sqrt{10}}=\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$

(3) $\tan A=\dfrac{1}{3}$

답 (1) $\dfrac{\sqrt{10}}{10}$ (2) $\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$ (3) $\dfrac{1}{3}$

유제 1

□ABCD는 직사각형이므로 $\overline{CD}=\overline{AB}=6$이다.
$\triangle BCD$에서 $\overline{BD}=\sqrt{6^2+8^2}=10$이므로

$\sin x=\dfrac{\overline{CD}}{\overline{BD}}=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$이다.

답 $\dfrac{3}{5}$

필수 예제 2

$\cos A=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$이므로 $\dfrac{1}{3}=\dfrac{\overline{AB}}{6}$이고 $\overline{AB}=2$이다.

답 2

유제 2

피타고라스 정리에 의하여
$\overline{BC}=\sqrt{13^2-5^2}=12$이므로

$\sin A=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\dfrac{12}{13}$, $\tan B=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\dfrac{5}{12}$

따라서 $\sin A\times\tan B=\dfrac{12}{13}\times\dfrac{5}{12}=\dfrac{5}{13}$

답 ①

필수 예제 3 P.67

$\triangle ABC \backsim \triangle ADB$(AA 닮음)이므로
$\angle ACB=\angle x$
$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{4^2+3^2}=5$

(1) $\sin x=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\dfrac{4}{5}$

(2) $\cos x=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\dfrac{3}{5}$

(3) $\tan x=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\dfrac{4}{3}$

답 (1) $\dfrac{4}{5}$ (2) $\dfrac{3}{5}$ (3) $\dfrac{4}{3}$

유제 3

$\triangle ADC \backsim \triangle BAC \backsim \triangle BDA$(AA 닮음)이므로
$\angle CAD=\angle CBA=\angle ABD=\angle x$

$\triangle ADC$에서 $\cos x=\dfrac{\overline{AD}}{\overline{AC}}$

$\triangle BAC$에서 $\cos x=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}}$

$\triangle BDA$에서 $\cos x=\dfrac{\overline{BD}}{\overline{AB}}$

따라서 $\cos x$와 값이 같은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

답 ㄱ, ㄷ

유제 4

$\overline{BC}=\sqrt{4^2+3^2}=5$

$\angle BDE=\angle C$이므로 $\cos x=\cos C=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\dfrac{3}{5}$

답 ①

필수 예제 4 P.68

(1) $\sin 30^\circ+\cos 60^\circ=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}=1$

(2) $\cos 30^\circ\times\tan 60^\circ\div\sin 45^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{3}\div\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{2}$

$=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

답 (1) 1 (2) $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

유제 5

(1) $\tan 45^\circ\div\sin 30^\circ\times\cos 45^\circ=1\div\dfrac{1}{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$=1\times2\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$

(2) $3\tan 30^\circ - \sin 60^\circ = 3\times\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

(3) $\sin^2 45^\circ + \cos^2 45^\circ = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1$

(4) $\sin 60^\circ \times \tan 60^\circ + \cos 30^\circ \times \tan 30^\circ$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2$

답 (1) $\sqrt{2}$ (2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (3) 1 (4) 2

필수 예제 5

(1) $\sin 30^\circ = \frac{1}{2} = \frac{x}{4}$ 이므로 $x=2$이다.

$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{y}{4}$ 이므로 $y=2\sqrt{3}$이다.

(2) $\tan 45^\circ = 1 = \frac{x}{3\sqrt{2}}$ 이므로 $x=3\sqrt{2}$이다.

$\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{y}$ 이므로 $y=6$이다.

답 (1) $x=2$, $y=2\sqrt{3}$ (2) $x=3\sqrt{2}$, $y=6$

유제 6

$\tan 60^\circ = \sqrt{3} = \frac{x}{2}$ 이므로 $x=2\sqrt{3}$이다.

$\cos 60^\circ = \frac{1}{2} = \frac{2}{y}$ 이므로 $y=4$이다.

따라서 $xy=8\sqrt{3}$이다.

답 $8\sqrt{3}$

P.69

필수 예제 6

$\sin x = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{AB}}{1} = \overline{AB}$ (ㄴ)

$\cos x = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OB}}{1} = \overline{OB}$ (ㅁ)

$\tan x = \frac{\overline{AB}}{\overline{OB}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{OD}} = \frac{\overline{CD}}{1} = \overline{CD}$ (ㄱ)

답 $\sin x$: ㄴ, $\cos x$: ㅁ, $\tan x$: ㄱ

유제 7

(1) $\sin x = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{AB}}{1} = \overline{AB} = 0.67$

(2) $\cos x = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OB}}{1} = \overline{OB} = 0.74$

(3) $\tan x = \frac{\overline{AB}}{\overline{OB}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{OD}} = \frac{\overline{CD}}{1} = \overline{CD} = 0.90$

(4) $\sin y = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OB}}{1} = \overline{OB} = 0.74$

(5) $\cos y = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{AB}}{1} = \overline{AB} = 0.67$

답 (1) 0.67 (2) 0.74 (3) 0.90 (4) 0.74 (5) 0.67

필수 예제 7

(1) $\sin 0^\circ \times \cos 0^\circ - \sin 90^\circ = 0\times 1 - 1 = -1$

(2) $\tan 0^\circ \times \cos 45^\circ + \sin 90^\circ = 0\times\frac{\sqrt{2}}{2} + 1 = 1$

답 (1) -1 (2) 1

유제 8

(1) $\cos 0^\circ \div \sin 90^\circ - \tan 0^\circ = 1\div 1 - 0 = 1$

(2) $\sin 0^\circ \times \tan 30^\circ + \cos 90^\circ \times \tan 45^\circ$

$= 0\times\frac{\sqrt{3}}{3} + 0\times 1 = 0$

답 (1) 1 (2) 0

P.70

필수 예제 8

(1) $\sin 71^\circ = 0.9455$

(2) $\cos 68^\circ = 0.3746$

(3) $\tan 69^\circ = 2.6051$

답 (1) 0.9455 (2) 0.3746 (3) 2.6051

유제 9

(1) $\sin 70^\circ = 0.9397$

(2) $\cos 70^\circ = 0.3420$

(3) $\tan 70^\circ = 2.7475$

답 (1) 0.9397 (2) 0.3420 (3) 2.7475

필수 예제 9

(1) $\sin x = 0.2250$이므로 $\angle x = 13^\circ$이다.

(2) $\cos x = 0.5150$이므로 $\angle x = 59^\circ$이다.

(3) $\tan x = 0.2126$이므로 $\angle x = 12^\circ$이다.

답 (1) 13° (2) 59° (3) 12°

유제 10

(1) $\sin x = 0.8572$이므로 $\angle x = 59^\circ$이다.

(2) $\cos x = 0.9744$이므로 $\angle x = 13^\circ$이다.

(3) $\tan x = 1.6003$이므로 $\angle x = 58^\circ$이다.

답 (1) 59° (2) 13° (3) 58°

개념 꽉 잡기 P.71

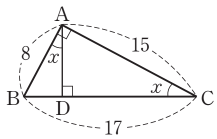
01 ② 02 $\frac{8}{17}$ 03 (1) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (2) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ 04 풀이 참조
05 ②

01 $\overline{AC}=\sqrt{8^2+6^2}=10$이므로

$\sin A+\cos A=\frac{6}{10}+\frac{8}{10}=\frac{14}{10}=\frac{7}{5}$

02 $\angle BCA=\angle BAD=\angle x$이므로

$\sin x=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{8}{17}$



03 (1) $\cos 90^\circ\times\tan 30^\circ-\sin 45^\circ$

$=0\times\frac{\sqrt{3}}{3}-\frac{\sqrt{2}}{2}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

(2) $(\sin 90^\circ-\cos 60^\circ)(\tan 60^\circ-\cos 30^\circ)$

$=\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{4}$

04 (1) $\triangle ABC$에서 $\sin x=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{BC}}{1}$이므로

$\overline{BC}=\sin x$이다. $\cos x=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{AC}}{1}$이므로

$\overline{AC}=\cos x$이다.

$\triangle AED$에서 $\tan x=\frac{\overline{ED}}{\overline{AE}}=\frac{\overline{ED}}{1}$이므로

$\overline{DE}=\tan x$이다.

(2) $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BC}=\frac{1}{2}\times\cos x\times\sin x$

$=\frac{\cos x\cdot\sin x}{2}$,

$\triangle AED=\frac{1}{2}\times\overline{AE}\times\overline{DE}$

$=\frac{1}{2}\times1\times\tan x=\frac{\tan x}{2}$

채점 요소		배점 비율
해결 과정	(1) $\overline{AC}$, $\overline{BC}$, $\overline{DE}$를 $\angle x$에 대한 삼각비의 식으로 나타내기	50 %
답 구하기	(2) $\triangle ABC$와 $\triangle AED$의 넓이는 $\angle x$에 대한 삼각비의 식으로 나타내기	50 %

05 $\sin x=0.2756$이므로 $\angle x=16^\circ$이다.

$\cos y=0.9781$이므로 $\angle y=12^\circ$이다.

$\tan z=0.1763$이므로 $\angle z=10^\circ$이다.

따라서 $\angle x+\angle y+\angle z=16^\circ+12^\circ+10^\circ=38^\circ$

유형 꽉 잡기 P.72

01 ⑤ 02 풀이 참조 03 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ 04 ④
05 ⑤ 06 $-\sqrt{3}$ 07 ②

01 $\overline{BC}=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}$이므로

⑤ $\cos B=\frac{\sqrt{7}}{4}$이다.

02 $\triangle ABC$에서 $10^2=6^2+8^2$이므로

$\angle x+\angle y=\angle A=90^\circ$

$\triangle ABC\backsim\triangle HBA\backsim\triangle HAC$이므로

$\angle B=\angle y$, $\angle C=\angle x$

따라서

$\sin x+\sin y=\sin C+\sin B=\frac{6}{10}+\frac{8}{10}=\frac{14}{10}=\frac{7}{5}$

채점 요소		배점 비율
해결 과정	$\angle A$의 크기 구하기	30 %
	$\triangle ABC$, $\triangle HBA$, $\triangle HAC$가 모두 닮음임을 알기	40 %
답 구하기	$\sin x+\sin y$의 값 구하기	30 %

03 $\sin(x+15^\circ)=\frac{\sqrt{2}}{2}$이고 $0^\circ<x<75^\circ$이므로

$\angle x+15^\circ=45^\circ$이므로 $\angle x=30^\circ$이다.

따라서 $\cos x+\tan 2x=\cos 30^\circ+\tan 60^\circ$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}+\sqrt{3}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$

04 $y=\frac{2}{3}x+4$이므로 $\tan x=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=$(직선의 기울기)$=\frac{2}{3}$

05 ① $\sin x=\overline{AB}$

② $\cos x=\overline{OB}$

③ $\tan x=\overline{CD}$

④ x의 값이 작아지면 $\cos x$의 값은 커진다.

06 $(\tan 0^\circ-\sin 90^\circ)(\cos 30^\circ+\tan 60^\circ)+\sin 60^\circ$

$=(0-1)\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\sqrt{3}\right)+\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=-\frac{\sqrt{3}}{2}-\sqrt{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}=-\sqrt{3}$

07 $\cos A=\frac{39}{100}=0.39$이므로 삼각비의 표를 이용하면

$\angle A=67^\circ$이다.

서술형 꽉 잡기 P.73

01 (1) $\sin A=\frac{5}{7}=\frac{\overline{BC}}{7}$ 이므로 $\overline{BC}=5$이다.

(2) $\overline{AB}=\sqrt{7^2-5^2}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$

(3) $\cos A=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{2\sqrt{6}}{7}$

채점 요소		배점 비율
해결 과정	(1) $\overline{BC}$의 길이 구하기	30 %
	(2) $\overline{AB}$의 길이 구하기	30 %
답 구하기	(3) $\cos A$의 값 구하기	40 %

02 (1) $\cos A=\frac{3}{4}=\frac{\overline{AB}}{8}$ 이므로 $\overline{AB}=6$이다.

(2) $\overline{BC}=\sqrt{8^2-6^2}=\sqrt{28}=2\sqrt{7}$

(3) $\tan A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{2\sqrt{7}}{6}=\frac{\sqrt{7}}{3}$

채점 요소		배점 비율
해결 과정	(1) $\overline{AB}$의 길이 구하기	30 %
	(2) $\overline{BC}$의 길이 구하기	30 %
답 구하기	(3) $\tan A$의 값 구하기	40 %

03 (1) $\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$

(2) $2x^2+ax+1=0$에 $x=\frac{1}{2}$을 대입하면

$2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2+a\times\frac{1}{2}+1=0$

$\frac{1}{2}a+\frac{3}{2}=0$이므로 $a=-3$이다.

(3) $2x^2-3x+1=0$, $(2x-1)(x-1)=0$

이므로 $x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=1$이다.

따라서 다른 한 근은 1이므로 $\tan \alpha=1$

그런데 $0^\circ<\alpha<90^\circ$이므로 $\angle\alpha=45^\circ$

채점 요소		배점 비율
해결 과정	(1) $\cos 60^\circ$의 값 구하기	30 %
	(2) a의 값 구하기	30 %
답 구하기	(3) $\angle\alpha$의 크기 구하기	40 %

04 (1) $\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$

(2) $4x^2+ax-5=0$에 $x=\frac{1}{2}$을 대입하면

$4\times\left(\frac{1}{2}\right)^2+a\times\frac{1}{2}-5=0$

$\frac{1}{2}a-4=0$이므로 $a=8$이다.

(3) $4x^2+8x-5=0$을 풀면 $(2x-1)(2x+5)=0$

이므로 $x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=-\frac{5}{2}$이다.

따라서 다른 한 근은 $-\frac{5}{2}$이다.

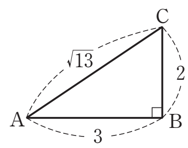
채점 요소		배점 비율
해결 과정	(1) $\sin 30^\circ$의 값 구하기	30 %
	(2) a의 값 구하기	30 %
답 구하기	(3) 다른 한 근 구하기	40 %

기출 꽉 잡기 P.74~76

01 ②	02 ④	03 ③	04 $\frac{2\sqrt{2}}{3}$	05 ②
06 ⑤	07 $\frac{3}{2}$	08 21	09 $\frac{\sqrt{6}}{4}$	10 ③
11 ①	12 ①, ④	13 30°	14 ④	15 ⑤
16 ①	17 3 cm	18~20 풀이 참조		

01 $\angle B=90^\circ$인 직각삼각형에서

$\tan A=\frac{2}{3}$이므로 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=3$, $\overline{BC}=2$인 삼각형을 그릴 수 있다.



이므로 $\overline{AC}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$이다.

따라서 $\sin A\times\cos A=\frac{2}{\sqrt{13}}\times\frac{3}{\sqrt{13}}=\frac{6}{13}$

02 ④ $\cos A=\frac{8}{4\sqrt{5}}=\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

03 $\triangle DFH$에서 $\angle DHF=90^\circ$이므로

$\overline{FH}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$,

$\overline{FD}=\sqrt{2^2+2^2+2^2}=2\sqrt{3}$

따라서 $\cos x=\frac{\overline{FH}}{\overline{FD}}=\frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$

04 $\overline{AB}:\overline{DE}=3:2$이므로

$\overline{AB}:6=3:2$이고 $\overline{AB}=9$ cm이다.

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{9^2-3^2}=\sqrt{72}=6\sqrt{2}$ (cm)

따라서 $\cos B=\frac{6\sqrt{2}}{9}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$이다.

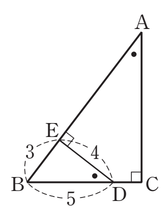
05 $\triangle BDE \backsim \triangle BAC$(AA 닮음)이므로

$\angle BDE=\angle A$

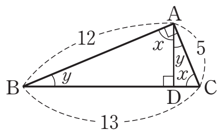
$\triangle BDE$에서 $\overline{DE}=\sqrt{5^2-3^2}=4$

따라서

$\cos A=\cos(\angle BDE)=\frac{\overline{DE}}{\overline{BD}}=\frac{4}{5}$



06 $\overline{BC}=\sqrt{12^2+5^2}=13$
$\angle BCA=\angle BAD=\angle x$,
$\angle CBA=\angle CAD=\angle y$



① $\sin x=\dfrac{12}{13}$

② $\cos x=\dfrac{5}{13}$

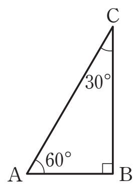
③ $\sin y=\dfrac{5}{13}$

④ $\cos y=\dfrac{12}{13}$

07 $\angle A=180^\circ\times\dfrac{2}{6}=60^\circ$,

$\angle B=180^\circ\times\dfrac{3}{6}=90^\circ$,

$\angle C=180^\circ\times\dfrac{1}{6}=30^\circ$이므로 오른쪽



그림과 같이 $\angle B=90^\circ$인 직각삼각형을 생각할 수 있다.
따라서 $\sin A\times\tan A=\sin 60^\circ\times\tan 60^\circ$
$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{3}=\dfrac{3}{2}$

08 $\tan 30^\circ=\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{x}{7\sqrt{3}}$이므로 $x=7$이다.

$\cos 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{7\sqrt{3}}{y}$이므로 $y=14$이다.

따라서 $x+y=7+14=21$

09 $\cos 45^\circ\times\tan 60^\circ-\sin 45^\circ\times\cos 30^\circ$
$=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\times\sqrt{3}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}-\dfrac{\sqrt{6}}{4}=\dfrac{\sqrt{6}}{4}$

10 $\triangle ABO$에서 $\tan 30^\circ=\dfrac{\overline{AO}}{\overline{BO}}=\dfrac{\overline{AO}}{3}$이므로

$\overline{AO}=3\tan 30^\circ=3\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\sqrt{3}$이다.

따라서 점 A의 좌표는 $(0, \sqrt{3})$이고 기울기는

$\tan 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

따라서 일차함수의 식은 $y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+\sqrt{3}$이므로

$\dfrac{b}{a}=\dfrac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{3}}=3$이다.

11 $\tan 45^\circ=1$이므로 $x+15^\circ=45^\circ$이고 $x=30^\circ$이다.

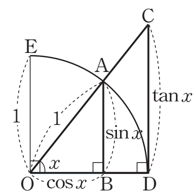
따라서 $\sin x-\cos x=\sin 30^\circ-\cos 30^\circ=\dfrac{1-\sqrt{3}}{2}$

12 ② $\cos 55^\circ=0.57$ ③ $\tan 55^\circ=1.43$
⑤ $\cos 35^\circ=0.82$

13 $\overline{OP}=2$이므로 $\sin x=\dfrac{(\text{점 P의 }y\text{좌표})}{\overline{OP}}=\dfrac{1}{2}$이다.
그런데 $0^\circ<\angle x<90^\circ$이므로 $\angle x=30^\circ$이다.

14 ④ $\cos 90^\circ-\tan 45^\circ=0-1=-1$

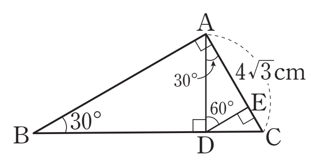
15 오른쪽 그림에서



① $\angle x<45^\circ$이면 $\overline{AB}<\overline{OB}$이므로
$\sin x<\cos x$이다.
② $\angle x>45^\circ$이면 $\overline{OD}<\overline{DC}$이므로 $\tan x>1$이다.
③ $\angle x$가 0°에서 90°로 증가할 때, $\overline{AB}$의 길이는 0에서 1까지 증가한다. 즉, $\sin x$의 값은 0에서 1로 증가한다.
④ $\angle x$가 0°에서 90°로 증가할 때, $\overline{OB}$의 길이는 1에서 0으로 감소한다. 즉, $\cos x$의 값은 1에서 0으로 감소한다.
⑤ $\angle x$의 크기가 90°에 가까워지면 $\tan x$의 값은 무한히 커진다.

16 $0^\circ<x<45^\circ$일 때,
$\sin x>0$, $\cos x>0$이므로 $\sin x+\cos x>0$이다.
$\sin x<\cos x$이므로 $\sin x-\cos x<0$이다.
$\sqrt{(\sin x+\cos x)^2}-\sqrt{(\sin x-\cos x)^2}=1$
$(\sin x+\cos x)-\{-(\sin x-\cos x)\}=1$
$2\sin x=1$이므로 $\sin x=\dfrac{1}{2}$이다.

17 $\triangle ADC$에서



$\angle CAD=30^\circ$이므로
$\cos 30^\circ=\dfrac{\overline{AD}}{4\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
이고 $\overline{AD}=6(\text{cm})$
$\triangle ADE$에서 $\angle ADE=60^\circ$이므로
$\cos 60^\circ=\dfrac{\overline{DE}}{6}=\dfrac{1}{2}$이고 $\overline{DE}=3(\text{cm})$이다.

18 (1) 밑면의 원의 반지름의 길이를 r라고 하면
$\cos 60^\circ=\dfrac{r}{6}=\dfrac{1}{2}$이므로 $r=3$ (cm)이다.
(2) 원뿔의 높이를 h라고 하면
$\sin 60^\circ=\dfrac{h}{6}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $h=3\sqrt{3}$ (cm)이다.

(3) (원뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times$(밑넓이)$\times$(높이)이므로

(원뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times(\pi\times3^2)\times3\sqrt{3}=9\sqrt{3}\pi$ (cm^3)

채점 요소		배점 비율
해결 과정	(1) 밑면의 원의 반지름의 길이 구하기	40 %
	(2) 원뿔의 높이 구하기	40 %
답 구하기	(3) 원뿔의 부피 구하기	20 %

19 (1) $\tan 60^\circ=\frac{\overline{BC}}{2}=\sqrt{3}$이므로 $\overline{BC}=2\sqrt{3}$이다.

(2) $\tan 45^\circ=\frac{2\sqrt{3}}{\overline{AB}}=1$이므로 $\overline{AB}=2\sqrt{3}$이다.

(3) $\sin 45^\circ=\frac{2\sqrt{3}}{\overline{AC}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$이므로 $\overline{AC}=2\sqrt{6}$이다.

[다른 풀이] 피타고라스 정리를 이용하면

$\overline{AC}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+(2\sqrt{3})^2}=2\sqrt{6}$

채점 요소		배점 비율
해결 과정 및 답 구하기	(1) $\overline{BC}$의 길이 구하기	30 %
	(2) $\overline{AB}$의 길이 구하기	30 %
	(3) $\overline{AC}$의 길이 구하기	40 %

20 $0^\circ<x<90^\circ$일 때,

$\cos x<1$이므로 $\cos x-1<0$

$\cos x>0$이므로 $\cos x+1>0$

따라서 $\sqrt{(\cos x-1)^2}-\sqrt{(\cos x+1)^2}$

$=-(\cos x-1)-(\cos x+1)$

$=-2\cos x$

채점 요소		배점 비율
해결 과정	$\cos x-1$의 부호 알기	30 %
	$\cos x+1$의 부호 알기	30 %
답 구하기	주어진 식 간단히 하기	40 %

2. 삼각비의 활용

01 삼각비의 활용 (1)

필수 예제 1 P.77

(1) $\overline{AB}=10\cos 40^\circ=10\times0.7660=7.660$

(2) $\overline{BC}=10\sin 40^\circ=10\times0.6428=6.428$

답 (1) 7.660 (2) 6.428

유제 1

$\overline{BC}=6\tan 30^\circ=6\times\frac{\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}$ (m)

따라서 나무의 높이는 $2\sqrt{3}$ m이다.

답 $2\sqrt{3}$ m

유제 2

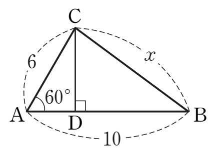
(건물의 높이)$=\overline{AB}\sin 62^\circ=20\times\sin 62^\circ$

$=20\times0.88=17.6$ (m)

답 ④

필수 예제 2 P.78

(1) 점 C에서 $\overline{AB}$에 수선을 그어 $\overline{AB}$와 만나는 점을 D라고 하자.



△ACD에서

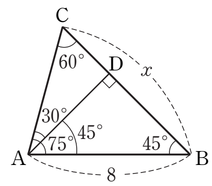
$\overline{CD}=6\sin 60^\circ=3\sqrt{3}$,

$\overline{AD}=6\cos 60^\circ=3$

따라서 △CDB에서 $\overline{BD}=10-\overline{AD}=10-3=7$이므로

$x=\sqrt{\overline{CD}^2+\overline{BD}^2}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+7^2}=\sqrt{76}=2\sqrt{19}$

(2) 점 A에서 $\overline{BC}$에 수선을 그어 $\overline{BC}$와 만나는 점을 D라고 하자



△ABD에서

$\overline{AD}=8\sin 45^\circ=4\sqrt{2}$,

$\overline{BD}=8\cos 45^\circ=4\sqrt{2}$

△ADC에서

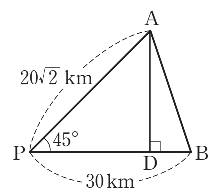
$\overline{CD}=\overline{AD}\tan 30^\circ=4\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{4\sqrt{6}}{3}$

따라서 $x=\overline{BD}+\overline{CD}=4\sqrt{2}+\frac{4\sqrt{6}}{3}$

답 (1) $2\sqrt{19}$ (2) $4\sqrt{2}+\frac{4\sqrt{6}}{3}$

유제 3

배의 위치를 점 P라 하고, 점 A에서 $\overline{PB}$에 수선을 그어 $\overline{PB}$와 만나는 점을 D라고 하면 △APD에서



$\overline{PD}=20\sqrt{2}\cos 45^\circ=20$ (km),

$\overline{AD}=20\sqrt{2}\sin 45^\circ=20$ (km)

△ABD에서 $\overline{DB}=30-\overline{PD}=30-20=10$ (km)이므로

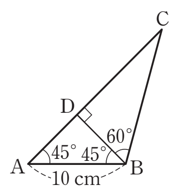
$\overline{AB}=\sqrt{\overline{AD}^2+\overline{DB}^2}=\sqrt{20^2+10^2}=10\sqrt{5}$ (km)

따라서 두 섬 A와 B 사이의 거리는 $10\sqrt{5}$ km이다.

답 $10\sqrt{5}$ km

유제 4

점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 D라고 하면 △ABD에서



$\overline{BD}=10\sin 45^\circ=5\sqrt{2}$ (cm)

따라서 △BCD에서

$\overline{BC}=\frac{\overline{BD}}{\cos 60^\circ}=5\sqrt{2}\div\frac{1}{2}=10\sqrt{2}$ (cm)

답 $10\sqrt{2}$ cm

필수 예제 3 P.79

(1) $\triangle$ABH에서 $\overline{\mathrm{BH}}=h\tan(90^\circ-45^\circ)=h$

$\triangle$ACH에서 $\overline{\mathrm{CH}}=h\tan(90^\circ-30^\circ)=\sqrt{3}h$

$\overline{\mathrm{BH}}+\overline{\mathrm{CH}}=\overline{\mathrm{BC}}$이므로

$h+\sqrt{3}h=12$, $(\sqrt{3}+1)h=12$이다.

따라서 $h=\dfrac{12}{\sqrt{3}+1}=6(\sqrt{3}-1)$

(2) $\triangle$ABH에서 $\overline{\mathrm{BH}}=h\tan(90^\circ-30^\circ)=\sqrt{3}h$

$\triangle$ACH에서 $\overline{\mathrm{CH}}=h\tan(90^\circ-60^\circ)=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h$

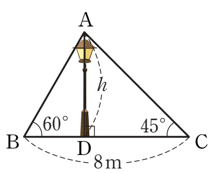
$\overline{\mathrm{BH}}-\overline{\mathrm{CH}}=\overline{\mathrm{BC}}$이므로

$\sqrt{3}h-\dfrac{\sqrt{3}}{3}h=4$, $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}h=4$이다.

따라서 $h=4\times\dfrac{3}{2\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$

답 (1) $6(\sqrt{3}-1)$ (2) $2\sqrt{3}$

유제 5



가로등의 높이를 h라고 하면

$\triangle$ABD에서

$\overline{\mathrm{BD}}=h\tan(90^\circ-60^\circ)=\dfrac{1}{\sqrt{3}}h$

$\triangle$ACD에서

$\overline{\mathrm{CD}}=h\tan(90^\circ-45^\circ)=h$

$\overline{\mathrm{BD}}+\overline{\mathrm{DC}}=\overline{\mathrm{BC}}$이므로

$\dfrac{1}{\sqrt{3}}h+h=8$, $\left(1+\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)h=8$,

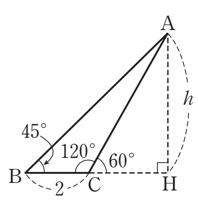
$\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}}h=8$이고

$h=8\times\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}=4\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)=(12-4\sqrt{3})$ (m)이다.

따라서 가로등의 높이는 $(12-4\sqrt{3})$ m이다.

답 $(12-4\sqrt{3})$ m

유제 6



$\overline{\mathrm{AH}}=h$라고 하면

$\triangle$ABH에서

$\overline{\mathrm{BH}}=h\tan(90^\circ-45^\circ)=h$

$\triangle$ACH에서

$\angle$ACH$=180^\circ-120^\circ=60^\circ$이므로

$\overline{\mathrm{CH}}=h\tan(90^\circ-60^\circ)=\dfrac{1}{\sqrt{3}}h$

$\overline{\mathrm{BH}}-\overline{\mathrm{CH}}=\overline{\mathrm{BC}}$이므로

$h-\dfrac{1}{\sqrt{3}}h=2$, $\dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}h=2$이다.

따라서 $h=2\times\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}=\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)=3+\sqrt{3}$

답 $3+\sqrt{3}$

개념 꽉 잡기 P.80

01 ④ 02 4.5 m 03 풀이 참조 04 ⑤ 05 ①

01 $\angle$A의 크기를 이용하여 $\overline{\mathrm{BC}}$의 길이를 구하면

① $b\sin A$ ③ $c\tan A$

$\angle$C의 크기를 이용하여 $\overline{\mathrm{BC}}$의 길이를 구하면

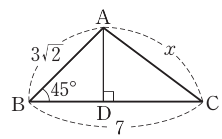
② $b\cos C$ ⑤ $\dfrac{c}{\tan C}$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

02 $\overline{\mathrm{BC}}=5\tan 42^\circ=5\times0.90=4.5$ (m)

따라서 탑의 높이는 4.5 m이다.

03 점 A에서 $\overline{\mathrm{BC}}$에 내린 수선의 발을 D라고 하면



$\triangle$ABD에서

$\overline{\mathrm{AD}}=3\sqrt{2}\sin 45^\circ=3$,

$\overline{\mathrm{BD}}=3\sqrt{2}\cos 45^\circ=3$

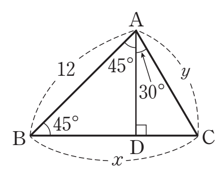
따라서 $\triangle$ACD에서

$\overline{\mathrm{CD}}=7-\overline{\mathrm{BD}}=7-3=4$이므로

$x=\sqrt{\overline{\mathrm{AD}}^2+\overline{\mathrm{CD}}^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$이다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정	$\overline{\mathrm{AD}}$의 길이 구하기	25 %
	$\overline{\mathrm{BD}}$의 길이 구하기	25 %
	$\overline{\mathrm{CD}}$의 길이 구하기	25 %
답 구하기	x의 값 구하기	25 %

04 점 A에서 $\overline{\mathrm{BC}}$에 내린 수선의 발을 D라고 하자.



$\triangle$ABD에서

$\overline{\mathrm{BD}}=12\cos 45^\circ=6\sqrt{2}$,

$\overline{\mathrm{AD}}=12\sin 45^\circ=6\sqrt{2}$

$\triangle$CAD에서

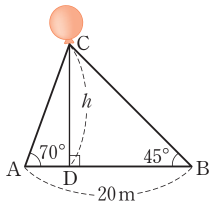
$\overline{\mathrm{CD}}=\overline{\mathrm{AD}}\tan 30^\circ=6\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{6}$

이때 $x=\overline{\mathrm{BD}}+\overline{\mathrm{CD}}=6\sqrt{2}+2\sqrt{6}$,

$y=\dfrac{\overline{\mathrm{AD}}}{\cos 30^\circ}=6\sqrt{2}\div\dfrac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{6}$이므로

$x+y=(6\sqrt{2}+2\sqrt{6})+4\sqrt{6}=6\sqrt{2}+6\sqrt{6}$이다.

05 $\triangle$ADC에서



$\overline{AD}=h\tan(90^\circ-70^\circ)$

$=h\tan 20^\circ$

$\triangle$BCD에서

$\overline{DB}=h\tan(90^\circ-45^\circ)=h$

$\overline{AD}+\overline{DB}=\overline{AB}$이므로

$h\tan 20^\circ+h=20$

$(1+\tan 20^\circ)h=20$이고 $h=\left(\dfrac{20}{1+\tan 20^\circ}\right)$ m이다.

유형 꽉 잡기 P.81

01 ⑤	02 풀이 참조	03 ③	04 $2\sqrt{7}$
05 ②	06 $\sqrt{3}$	07 ②	

01 $\tan 75^\circ=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\dfrac{8}{\overline{AB}}$이므로

$\tan 75^\circ\times\overline{AB}=8$이고 $\overline{AB}=\dfrac{8}{\tan 75^\circ}$이다.

02 (연의 지면으로부터의 높이)

=(지면에서 눈까지의 높이)+(눈높이에서 연까지의 높이)

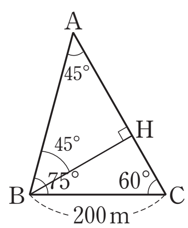
$=1.5+10\sin 50^\circ=1.5+10\times0.77$

$=1.5+7.7=9.2$ (m)

따라서 연은 지면으로부터 9.2 m의 높이에 있다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정	지면에서 눈까지의 높이 알기	20 %
	눈높이에서 연까지의 높이 구하기	50 %
답 구하기	연의 지면으로부터의 높이 구하기	30 %

03 오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



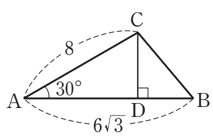
$\triangle$BCH에서

$\overline{BH}=200\times\sin 60^\circ=100\sqrt{3}$(m)

$\triangle$ABH에서

$\overline{AB}=\dfrac{100\sqrt{3}}{\sin 45^\circ}=100\sqrt{6}$(m)

04 점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 D라고 하면



$\triangle$ADC에서

$\overline{AD}=8\cos 30^\circ=8\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=4\sqrt{3}$,

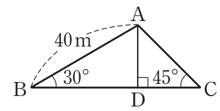
$\overline{CD}=8\sin 30^\circ=8\times\dfrac{1}{2}=4$

따라서 $\triangle$BCD에서

$\overline{BD}=\overline{AB}-\overline{AD}=6\sqrt{3}-4\sqrt{3}=2\sqrt{3}$이므로

$\overline{BC}=\sqrt{\overline{CD}^2+\overline{BD}^2}=\sqrt{4^2+(2\sqrt{3})^2}=\sqrt{28}=2\sqrt{7}$

05 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 D라고 하면



$\triangle$ABD에서

$\overline{BD}=40\cos 30^\circ=40\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=20\sqrt{3}$ (m),

$\overline{AD}=40\sin 30^\circ=40\times\dfrac{1}{2}=20$ (m)

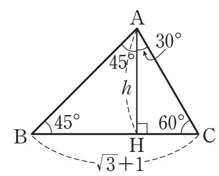
$\triangle$ACD에서

$\overline{CD}=\overline{AD}\tan(90^\circ-45^\circ)=20\times1=20$ (m)

$\overline{BC}=\overline{BD}+\overline{CD}=20\sqrt{3}+20=(20+20\sqrt{3})$ (m)

따라서 B지점과 C지점의 의자 사이의 거리는 $(20+20\sqrt{3})$ m이다.

06 $\overline{AH}=h$라고 하면



$\triangle$ABH에서

$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h$

$\triangle$ACH에서

$\overline{CH}=h\tan 30^\circ=\dfrac{1}{\sqrt{3}}h$

$\overline{BH}+\overline{CH}=\overline{BC}$에서

$h+\dfrac{1}{\sqrt{3}}h=\sqrt{3}+1$, $\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}}h=\sqrt{3}+1$

$h=(\sqrt{3}+1)\times\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}=\sqrt{3}$

따라서 $\overline{AH}$의 길이는 $\sqrt{3}$이다.

07 $\overline{AD}=h$라고 하면

$\triangle$ABD에서 $\overline{BD}=h\tan(90^\circ-30^\circ)=\sqrt{3}h$,

$\triangle$ACD에서 $\overline{CD}=h\tan(90^\circ-45^\circ)=h$

$\overline{BD}-\overline{CD}=\overline{BC}$이므로 $\sqrt{3}h-h=10$, $(\sqrt{3}-1)h=10$

$h=\dfrac{10}{\sqrt{3}-1}=5(\sqrt{3}+1)$ (m)

따라서 건물의 높이는 $5(\sqrt{3}+1)$ m이다.

02 삼각비의 활용 (2)

필수 예제 1 P.82

(1) $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}\times\sin 30^\circ=\dfrac{1}{2}\times6\times4\times\dfrac{1}{2}$

$=6$ (cm^2)

(2) $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{BC}\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 4\times 8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=8\sqrt{3}\ (\mathrm{cm}^2)$

답 (1) $6\ \mathrm{cm}^2$ (2) $8\sqrt{3}\ \mathrm{cm}^2$

유제 1

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 12\times\overline{AB}\times\sin 45^\circ=21\sqrt{2}$

$3\sqrt{2}\times\overline{AB}=21\sqrt{2}$이므로 $\overline{AB}=\frac{21\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}=7\ (\mathrm{cm})$이다.

답 7 cm

유제 2

$\angle B=180^\circ-(20^\circ+10^\circ)=150^\circ$이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 8\times 5\times\sin(180^\circ-150^\circ)=10\ (\mathrm{cm}^2)$

답 $10\ \mathrm{cm}^2$

필수 예제 2

P.83

(1) □ABCD는 평행사변형이므로

□ABCD$=9\times 6\times\sin 45^\circ=27\sqrt{2}\ (\mathrm{cm}^2)$

(2) 두 대각선이 이루는 각의 크기가 60°이므로

□ABCD$=\frac{1}{2}\times 8\times 6\times\sin 60^\circ=\frac{1}{2}\times 8\times 6\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=12\sqrt{3}\ (\mathrm{cm}^2)$

답 (1) $27\sqrt{2}\ \mathrm{cm}^2$ (2) $12\sqrt{3}\ \mathrm{cm}^2$

유제 3

마름모는 평행사변형이므로

(마름모의 넓이)$=10\times 10\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=10\times 10\times\frac{\sqrt{3}}{2}=50\sqrt{3}\ (\mathrm{m}^2)$

따라서 꽃밭의 넓이는 $50\sqrt{3}\ \mathrm{m}^2$이다.

답 $50\sqrt{3}\ \mathrm{m}^2$

유제 4

$90^\circ<x<180^\circ$이므로

□ABCD$=\frac{1}{2}\times 8\times 12\times\sin(180^\circ-x)$

$24\sqrt{2}=48\sin(180^\circ-x)$

$\sin(180^\circ-x)=\frac{24\sqrt{2}}{48}=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $180^\circ-\angle x=45^\circ$이고

$\angle x=135^\circ$이다.

답 135°

필수 예제 3

P.84

$\overline{BD}=3\tan 60^\circ=3\times\sqrt{3}=3\sqrt{3}\ (\mathrm{m})$

$\overline{BC}=3\tan 45^\circ=3\times 1=3\ (\mathrm{m})$

$\overline{CD}=\overline{BD}-\overline{BC}=(3\sqrt{3}-3)\ (\mathrm{m})$

따라서 동상의 높이는 $(3\sqrt{3}-3)$ m이다.

답 $(3\sqrt{3}-3)$ m

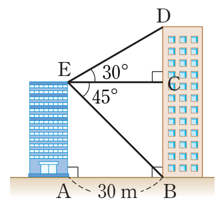
유제 5

(나무의 높이)$=\overline{AC}+\overline{CE}=10\tan 45^\circ+1.7$

$=10\times 1+1.7=11.7\ (\mathrm{m})$

답 11.7 m

유제 6



$\triangle BCE$에서 $\overline{EC}=\overline{AB}=30$ m

이므로 $\overline{BC}=\overline{EC}\tan 45^\circ$

$=30\times 1=30\ (\mathrm{m})$

$\triangle CDE$에서

$\overline{CD}=\overline{EC}\tan 30^\circ$

$=30\times\frac{\sqrt{3}}{3}=10\sqrt{3}\ (\mathrm{m})$

이므로 $\overline{BD}=\overline{BC}+\overline{CD}=(30+10\sqrt{3})\ (\mathrm{m})$

따라서 B건물의 높이는 $(30+10\sqrt{3})$ m이다.

답 $(30+10\sqrt{3})$ m

개념 꽉 잡기

P.85

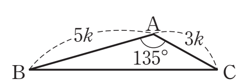
01 ①　02 10 cm　03 ③
04 $40\sqrt{2}\ \mathrm{cm}^2$　05 풀이 참조

01 $\angle A=180^\circ-2\times 75^\circ=30^\circ$이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 6\times 6\times\sin 30^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 6\times 6\times\frac{1}{2}=9\ (\mathrm{cm}^2)$

02 $\overline{AB}:\overline{AC}=5:3$이므로



$\overline{AB}=5k$, $\overline{AC}=3k\,(k>0)$

라고 하면

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 5k\times 3k\times\sin(180^\circ-135^\circ)$

$15\sqrt{2}=\frac{1}{2}\times 5k\times 3k\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$15\sqrt{2}=\frac{15\sqrt{2}}{4}k^2$

$k^2=4$이고 $k=\pm 2$이다.

그런데 $k>0$이므로 $k=2$이다.

따라서 $\overline{AB}=5k=5\times2=10$ (cm)이다.

03 $\square ABCD$는 평행사변형이므로 $\overline{AB}=\overline{CD}=x$이다.

$\square ABCD=6\sqrt{2}\times x\times\sin 45^\circ$

$18=6\sqrt{2}\times x\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$6x=18$이므로 $x=3$이다.

04 $\square ABCD=\dfrac{1}{2}\times10\times16\times\sin(180^\circ-135^\circ)$

$=\dfrac{1}{2}\times10\times16\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=40\sqrt{2}\ (\text{cm}^2)$

05 $\angle ABC=30^\circ$(엇각)이므로

$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=2\sin30^\circ=2\times\dfrac{1}{2}=1$ (m)

$\overline{BC}=2\cos30^\circ=2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$ (m)이므로

$\triangle BCD$에서 $\overline{CD}=\sqrt{3}\tan60^\circ=\sqrt{3}\times\sqrt{3}=3$ (m)

이므로 $\overline{AD}=\overline{AC}+\overline{CD}=1+3=4$ (m)

따라서 나무의 높이는 4 m이다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정	$\angle ABC$의 각 구하기	20 %
	$\overline{AC}$의 길이 구하기	25 %
	$\overline{BC}$와 $\overline{CD}$의 길이 구하기	30 %
답 구하기	나무의 높이 구하기	25 %

유형 꽉 잡기

P.86

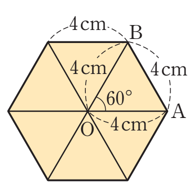
01 ③ **02** ② **03** $13\sqrt{3}$ cm² **04** 30
05 ⑤ **06** ② **07** 풀이 참조

01 $\angle C=180^\circ-2\times30^\circ=120^\circ$이므로

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times8\times8\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\dfrac{1}{2}\times8\times8\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=16\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$

02 정육각형에 대각선을 그으면 오른쪽 그림과 같이 6개의 합동인 정삼각형이 나온다.



따라서 $\angle AOB=360^\circ\times\dfrac{1}{6}=60^\circ$

이므로

(전체의 넓이)$=6\times\triangle OAB$

$=6\times\left(\dfrac{1}{2}\times4\times4\times\sin60^\circ\right)$

$=6\times\left(\dfrac{1}{2}\times4\times4\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)=24\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$

03 $\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=4\tan60^\circ=4\sqrt{3}$ (cm)이므로

$\square ABCD=\triangle ABC+\triangle ACD$

$=\left(\dfrac{1}{2}\times8\times4\times\sin60^\circ\right)$

$+\left(\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times5\times\sin30^\circ\right)$

$=\left(\dfrac{1}{2}\times8\times4\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)+\left(\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times5\times\dfrac{1}{2}\right)$

$=8\sqrt{3}+5\sqrt{3}=13\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$

04 $\overline{AB}:\overline{BC}=2:3$이므로

$\overline{AB}=2k$, $\overline{BC}=3k(k>0)$라고 하면

$\square ABCD=2k\times3k\times\sin60^\circ$

$27\sqrt{3}=3\sqrt{3}k^2$, $k^2=9$이므로 $k=\pm3$이다.

그런데 $k>0$이므로 $k=3$이다.

따라서 $\overline{AB}=2k=2\times3=6$, $\overline{BC}=3k=3\times3=9$

이므로

($\square ABCD$의 둘레의 길이)$=2(\overline{AB}+\overline{BC})$

$=2(6+9)=30$

05 등변사다리꼴의 두 대각선의 길이는 같으므로

$\overline{AC}=\overline{BD}=x$라고 하면

$\square ABCD=\dfrac{1}{2}\times x\times x\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

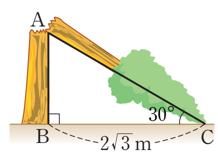
$36\sqrt{3}=\dfrac{1}{2}\times x\times x\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$36\sqrt{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}x^2$, $x^2=144$이므로 $x=\pm12$이다.

그런데 $x>0$이므로 $x=12$ (cm)이다.

따라서 대각선 AC의 길이는 12 cm이다.

06 $\overline{AB}=2\sqrt{3}\tan30^\circ$



$=2\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=2$ (m)

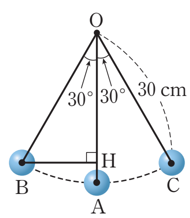
$\overline{AC}=\dfrac{2\sqrt{3}}{\cos30^\circ}$

$=2\sqrt{3}\div\dfrac{\sqrt{3}}{2}=4$ (m)

따라서 (부러지기 전의 나무의 높이)$=\overline{AB}+\overline{AC}$

$=2+4=6$ (m)

07 점 B에서 $\overline{OA}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\overline{OH}=30\cos30^\circ=30\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=15\sqrt{3}$(cm)

따라서 $\overline{AH}=\overline{OA}-\overline{OH}$

$=30-15\sqrt{3}=15(2-\sqrt{3})$ (cm)

따라서 추가 가장 높은 지점에 있을 때, 추는 A지점을 기준으로 하여 $15(2-\sqrt{3})$ cm 높이에 있다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정	점 B에서 $\overline{OA}$에 내린 수선의 발(H)을 그리기	20 %
	$\overline{OH}$의 길이 구하기	50 %
답 구하기	$\overline{AH}$의 길이 구하기	30 %

서술형 꽉 잡기 P.87

01 (1) $\overline{BH}=6\sqrt{2}\cos 45^\circ=6\sqrt{2}\times\frac{1}{\sqrt{2}}=6$

(2) $\overline{AH}=6\sqrt{2}\sin 45^\circ=6\sqrt{2}\times\frac{1}{\sqrt{2}}=6$

(3) $\triangle CAH$에서 $\angle CAH=75^\circ-45^\circ=30^\circ$이므로

$\overline{CH}=\overline{AH}\tan 30^\circ=6\times\frac{\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}$

(4) $\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=6+2\sqrt{3}$

채점 요소		배점 비율
해결 과정 및 답 구하기	(1) $\overline{BH}$의 길이 구하기	30 %
	(2) $\overline{AH}$의 길이 구하기	30 %
	(3) $\overline{CH}$의 길이 구하기	30 %
	(4) $\overline{BC}$의 길이 구하기	10 %

02 (1) $\overline{BH}=6\sin 30^\circ=6\times\frac{1}{2}=3$

(2) $\overline{AH}=6\cos 30^\circ=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$

(3) $\triangle BCH$에서 $\angle CBH=120^\circ-60^\circ=60^\circ$이므로

$\overline{CH}=\overline{BH}\tan 60^\circ=3\times\sqrt{3}=3\sqrt{3}$

(4) $\overline{AC}=\overline{AH}+\overline{CH}=3\sqrt{3}+3\sqrt{3}=6\sqrt{3}$

채점 요소		배점 비율
해결 과정 및 답 구하기	(1) $\overline{BH}$의 길이 구하기	30 %
	(2) $\overline{AH}$의 길이 구하기	30 %
	(3) $\overline{CH}$의 길이 구하기	30 %
	(4) $\overline{AC}$의 길이 구하기	10 %

03 (1) $\angle A+\angle B=180^\circ$이고, $\angle A : \angle B=2 : 1$이므로

$\angle B=180^\circ\times\frac{1}{3}=60^\circ$

(2) $\square ABCD=6\times4\times\sin 60^\circ=6\times4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=12\sqrt{3}$

(3) $\triangle ABO=\frac{1}{2}\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{4}\square ABCD=\frac{1}{4}\times12\sqrt{3}=3\sqrt{3}$

채점 요소		배점 비율
해결 과정 및 답 구하기	(1) $\angle B$의 크기 구하기	30 %
	(2) $\square ABCD$의 넓이 구하기	30 %
	(3) $\triangle ABO$의 넓이 구하기	40 %

04 (1) $\angle A+\angle B=180^\circ$이고, $\angle A : \angle B=5 : 1$이므로

$\angle B=180^\circ\times\frac{1}{6}=30^\circ$

(2) $\square ABCD=8\times6\times\sin 30^\circ=8\times6\times\frac{1}{2}=24$

(3) $\triangle BEF=\frac{1}{3}\triangle ABC=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{6}\square ABCD=\frac{1}{6}\times24=4$

채점 요소		배점 비율
해결 과정 및 답 구하기	(1) $\angle B$의 크기 구하기	30 %
	(2) $\square ABCD$의 넓이 구하기	30 %
	(3) $\triangle BEF$의 넓이 구하기	40 %

기출 꽉 잡기 P.88~90

01 ① **02** $4\sqrt{3}$ m **03** ③ **04** 18 m **05** ②
06 ② **07** ③ **08** ③ **09** $3(\sqrt{3}+1)$m
10 ① **11** $\frac{24\sqrt{3}}{5}$ **12** $15\sqrt{3}$ cm^2 **13** ①
14 ③ **15** ⑤ **16** ④ **17** ①
18~20 풀이 참조

01 $\sin 46^\circ=\frac{x}{9}$에서 $x=9\sin 46^\circ$

02 $\overline{AC}=8\sin 60^\circ=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$ (m)

따라서 성벽의 높이는 $4\sqrt{3}$ m이다.

03 $\triangle CFG$에서 $\overline{FG}=10\cos 30^\circ=10\times\frac{\sqrt{3}}{2}=5\sqrt{3}$ (cm)

$\overline{CG}=10\sin 30^\circ=10\times\frac{1}{2}=5$ (cm)

따라서 (직육면체의 부피)$=(5\sqrt{3}\times4)\times5$

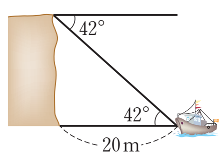
$=100\sqrt{3}$ (cm^2)

04 (절벽의 높이)$=20\tan 42^\circ$

$=20\times0.9004$

$=18.008$ (m)

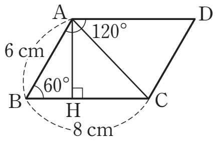
따라서 절벽의 높이는 18 m 이다.



05 $\angle A+\angle B=180^\circ$이므로

$\angle B=180^\circ-120^\circ=60^\circ$

점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면 $\triangle ABH$에서



$\overline{BH}=6\cos 60^\circ=6\times\frac{1}{2}=3\ (\mathrm{cm})$,

$\overline{AH}=6\sin 60^\circ=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$

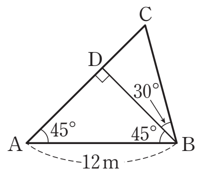
$\triangle AHC$에서 $\overline{CH}=8-\overline{BH}=8-3=5\ (\mathrm{cm})$

따라서 $\overline{AC}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+5^2}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}\ (\mathrm{cm})$

06 $\overline{BD}=4\cos 70^\circ$, $\overline{CD}=7\cos 35^\circ$이므로

$\overline{BC}=\overline{BD}+\overline{CD}=4\cos 70^\circ+7\cos 35^\circ$

07 점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 D라고 하면



$\triangle ABD$에서

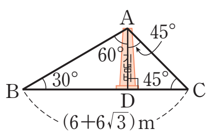
$\overline{BD}=12\sin 45^\circ$

$\quad=12\times\frac{\sqrt{2}}{2}=6\sqrt{2}\ (\mathrm{m})$

$\triangle BCD$에서

$\overline{BC}=\frac{\overline{BD}}{\cos 30^\circ}=\frac{6\sqrt{2}}{\cos 30^\circ}=6\sqrt{2}\div\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{6}\ (\mathrm{m})$

08 기념비의 높이를 h라고 하면



$\overline{BD}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h$,

$\overline{CD}=h\tan 45^\circ=h$

$\overline{BC}=\overline{BD}+\overline{CD}$이므로

$6+6\sqrt{3}=\sqrt{3}h+h$

$(\sqrt{3}+1)h=6(\sqrt{3}+1)$

이므로 $h=6\ (\mathrm{m})$이다.

따라서 기념비의 높이는 6 m이다.

09 송신탑의 높이를 x라고 하면

$\triangle BDC$에서 $\overline{BD}=x\tan 45^\circ=x$

$\triangle ADC$에서 $\tan 30^\circ=\frac{\overline{CD}}{\overline{AD}}$

$\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{x}{6+x}$, $\sqrt{3}x=6+x$, $(\sqrt{3}-1)x=6$

따라서 $x=\frac{6}{\sqrt{3}-1}=3(\sqrt{3}+1)\ (\mathrm{m})$

[다른 풀이]

$\overline{CD}=x$라고 하면

$\triangle ACD$에서 $\overline{AD}=x\times\tan(90^\circ-30^\circ)=\sqrt{3}x$

$\triangle BDC$에서 $\overline{BD}=x\times\tan(90^\circ-45^\circ)=x$

$\overline{AB}=\overline{AD}-\overline{BD}$이므로

$6=\sqrt{3}x-x$, $(\sqrt{3}-1)x=6$

이므로 $x=\frac{6}{\sqrt{3}-1}=3(\sqrt{3}+1)\ (\mathrm{m})$

10 점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\triangle GDC=\frac{1}{6}\triangle ABC=\frac{1}{6}\times\left(\frac{1}{2}\times 12\times 8\times\sin 60^\circ\right)$

$\quad=\frac{1}{6}\times\frac{1}{2}\times 12\times 8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$

11 $\overline{AD}=x$라고 하면

$\triangle ABC=\triangle ABD+\triangle ACD$이므로

$\frac{1}{2}\times 12\times 8\times\sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 12\times x\times\sin 30^\circ+\frac{1}{2}\times 8\times x\times\sin 30^\circ$

$24\sqrt{3}=3x+2x$

$5x=24\sqrt{3}$이고

$x=\frac{24\sqrt{3}}{5}$이다.

따라서 $\overline{AD}$의 길이는 $\frac{24\sqrt{3}}{5}$이다.

12 $\overline{AE}\,/\!/\,\overline{CD}$이므로 $\triangle AED=\triangle AEC$

$\square ABED=\triangle ABE+\triangle AED$

$\quad=\triangle ABE+\triangle AEC$

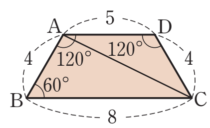
$\quad=\triangle ABC$

$\quad=\frac{1}{2}\times 10\times 6\times\sin 60^\circ$

$\quad=\frac{1}{2}\times 10\times 6\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\quad=15\sqrt{3}\ (\mathrm{cm}^2)$

13 대각선 $\overline{AC}$를 그으면



$\angle A+\angle B=180^\circ$이므로

$\angle B=60^\circ$

$\angle D=\angle A=120^\circ$

$\square ABCD$는 등변사다리꼴이므로 $\overline{DC}=\overline{AB}=4$

따라서 $\square ABCD=\triangle ABC+\triangle ACD$

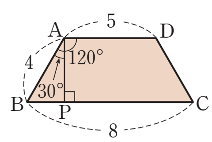
$\quad=\frac{1}{2}\times 8\times 4\times\sin 60^\circ$

$\quad\quad+\frac{1}{2}\times 5\times 4\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$\quad=8\sqrt{3}+5\sqrt{3}=13\sqrt{3}$

[다른 풀이]

점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 P라고 하면



$\overline{AP}=4\cos 30^\circ$

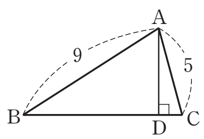
$\quad=4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$

따라서 $\square\mathrm{ABCD}=\frac{1}{2}\times(5+8)\times2\sqrt{3}$
$=13\sqrt{3}$

14 ③ $\triangle\mathrm{ABH}$에서 $\overline{\mathrm{AH}}=4\sqrt{2}\sin45^\circ=4\ (\mathrm{cm})$,
$\overline{\mathrm{BH}}=4\sqrt{2}\cos45^\circ=4\ (\mathrm{cm})$
$\triangle\mathrm{ACH}$에서
$\overline{\mathrm{CH}}=\overline{\mathrm{BC}}-\overline{\mathrm{BH}}=6-4=2\ (\mathrm{cm})$
따라서 $\overline{\mathrm{AC}}=\sqrt{4^2+2^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}\ (\mathrm{cm})$

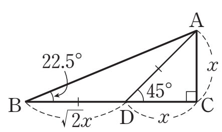
15 $\overline{\mathrm{AC}}:\overline{\mathrm{BD}}=5:4$이므로
$\overline{\mathrm{AC}}=5k$, $\overline{\mathrm{BD}}=4k(k>0)$라고 하면
$\square\mathrm{ABCD}=\frac{1}{2}\times5k\times4k\times\sin30^\circ$
$45=\frac{1}{2}\times5k\times4k\times\frac{1}{2}$, $5k^2=45$, $k^2=9$
이므로 $k=\pm3$이다.
그런데 $k>0$이므로 $k=3$이다.
한편 $\overline{\mathrm{AC}}=5k=5\times3=15\ (\mathrm{cm})$,
$\overline{\mathrm{BD}}=4k=4\times3=12\ (\mathrm{cm})$
따라서 두 대각선의 길이의 합은
$15+12=27\ (\mathrm{cm})$

16 점 A에서 $\overline{\mathrm{BC}}$에 내린 수선의 발을 D라고 하면



$\overline{\mathrm{AD}}=9\sin B$ ······ ㉠
$\overline{\mathrm{AD}}=5\sin C$ ······ ㉡
㉠, ㉡에 의해 $9\sin B=5\sin C$
이므로 $\frac{\sin C}{\sin B}=\frac{9}{5}$이다.

17 $\triangle\mathrm{ABD}$는 이등변삼각형이므로



$\angle\mathrm{DBA}=\angle\mathrm{DAB}$
$=45^\circ\times\frac{1}{2}=22.5^\circ$
$\overline{\mathrm{AC}}=x$라고 하면
$\triangle\mathrm{ACD}$에서 $\overline{\mathrm{CD}}=x\tan45^\circ=x$,
$\overline{\mathrm{AD}}=\frac{x}{\sin45^\circ}=\sqrt{2}x$
$\overline{\mathrm{BD}}=\overline{\mathrm{AD}}$이므로 $\overline{\mathrm{BD}}=\sqrt{2}x$
이므로 $\tan22.5^\circ=\frac{\overline{\mathrm{AC}}}{\overline{\mathrm{BC}}}=\frac{x}{\sqrt{2}x+x}$
$=\frac{x}{(\sqrt{2}+1)x}=\frac{1}{\sqrt{2}+1}$
$=\sqrt{2}-1$이다.

18 (1) $\overline{\mathrm{AD}}=5\tan(90^\circ-45^\circ)$
$=5\times1=5\ (\mathrm{m})$
(2) $\overline{\mathrm{BD}}=5\tan(90^\circ-60^\circ)$
$=5\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{5\sqrt{3}}{3}\ (\mathrm{m})$
(3) $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AD}}+\overline{\mathrm{BD}}=\left(5+\frac{5\sqrt{3}}{3}\right)(\mathrm{m})$
따라서 두 지점 A, B 사이의 거리는 $\left(5+\frac{5\sqrt{3}}{3}\right)$ m이다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정	(1) $\overline{\mathrm{AD}}$의 길이 구하기	40 %
	(2) $\overline{\mathrm{BD}}$의 길이 구하기	40 %
답 구하기	(3) 두 지점 A, B 사이의 거리 구하기	20 %

19 (1) $\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OB}}$이므로 $\angle\mathrm{AOB}=180^\circ-2\times30^\circ=120^\circ$
(2) (부채꼴 OAB의 넓이)$=\pi\times(2\sqrt{3})^2\times\frac{120^\circ}{360^\circ}$
$=4\pi\ (\mathrm{cm}^2)$
(3) $\triangle\mathrm{OAB}=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times2\sqrt{3}\times\sin(180^\circ-120^\circ)$
$=3\sqrt{3}\ (\mathrm{cm}^2)$
(4) (색칠한 부분의 넓이)
$=$(부채꼴 OAB의 넓이)$-\triangle\mathrm{OAB}$
$=(4\pi-3\sqrt{3})\ (\mathrm{cm}^2)$

채점 요소		배점 비율
해결 과정	(1) 부채꼴 OAB의 중심각의 크기 구하기	20 %
	(2) 부채꼴 OAB의 넓이 구하기	30 %
	(3) $\triangle\mathrm{OAB}$의 넓이 구하기	30 %
답 구하기	(4) 색칠한 부분의 넓이 구하기	20 %

20 $\triangle\mathrm{ABC}$에서
$\overline{\mathrm{AC}}=\overline{\mathrm{AB}}\cos45^\circ=200\times\frac{\sqrt{2}}{2}=100\sqrt{2}\ (\mathrm{m})$
$\triangle\mathrm{ACD}$에서
$\overline{\mathrm{CD}}=\overline{\mathrm{AC}}\tan60^\circ=100\sqrt{2}\times\sqrt{3}=100\sqrt{6}\ (\mathrm{m})$
따라서 산의 높이 $\overline{\mathrm{CD}}$의 길이는 $100\sqrt{6}$ m이다.

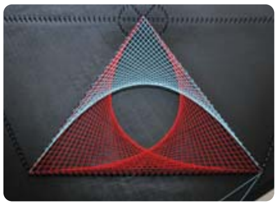
채점 요소		배점 비율
해결 과정	$\overline{\mathrm{AC}}$의 길이 구하기	50 %
답 구하기	$\overline{\mathrm{CD}}$의 길이 구하기	50 %

Ⅳ. 원의 성질

P.93

이 단원의 이야기

과제 1 오른쪽 그림과 같은 실공예 작품에서 현의 성질을 찾아볼 수 있다. 또한 영화나 드라마를 촬영할 때, 생동감을 주기 위해 카메라의 위치를 다양하게 이동하며 촬영하기도 한다.



이 경우 주로 레일을 사용하는데 연기자의 주위에 레일을 설치하고 레일 위의 차를 타고 움직이며 촬영하게 된다. 이때 원형으로 된 레일을 따라 연기자의 주위를 돌면서 촬영하는데 여기에는 원에서 한 호에 대한 원주각의 크기가 일정함을 이용한다. 그리고 원 모양의 극장도 이와 같은 개념이 숨어있다.

1. 원과 직선

01 원과 현

P.94

필수 예제 1

(1) 한 원에서 중심각의 크기가 서로 같으면 호의 길이도 같으므로 $x=5$이다.

(2) 한 원에서 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로 $60^\circ : 90^\circ = x : 12$에서 $x=8$이다.

답 (1) 5 (2) 8

유제 1

한 원에서 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로 $20^\circ : 80^\circ = x : 4$에서 $x=1$이다.

답 1

필수 예제 2

③ 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않는다.

답 ③

유제 2

한 원에서 중심각의 크기가 서로 같으면 현의 길이도 같으므로 $x=4$이다.

답 4

P.95

필수 예제 3

직각삼각형 OAM에서 $\overline{AM}=\sqrt{10^2-6^2}=8$ (cm)이다.
따라서 $\overline{AM}=\overline{BM}$이므로 $\overline{AB}=2\overline{AM}=2\times8=16$ (cm)이다.

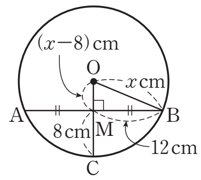
답 16 cm

유제 3

$\overline{OM}\perp\overline{AB}$이므로 $\overline{AM}=\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=5$ (cm)이다.
따라서 직각삼각형 OAM에서 $\overline{OA}=\sqrt{5^2+5^2}=5\sqrt{2}$ (cm)

답 $5\sqrt{2}$ cm

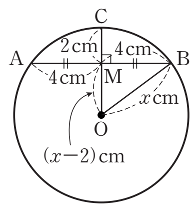
필수 예제 4



오른쪽 그림과 같이 원 O의 반지름의 길이를 x cm라고 하면
$\overline{OM}=x-\overline{CM}=x-8$ (cm)이다.
직각삼각형 OMB에서
$x^2=(x-8)^2+12^2$, $16x=208$
즉, $x=13$이다.
따라서 반지름의 길이는 $x=13$ cm이다.

답 13 cm

유제 4



오른쪽 그림과 같이 원을 그리고 반지름의 길이를 x cm라고 하면
$\overline{OM}=x-\overline{CM}=x-2$ (cm)이다.
직각삼각형 OBM에서
$x^2=(x-2)^2+4^2$, $4x=20$
즉, $x=5$이다.
따라서 반지름의 길이는 $x=5$ cm이다.

답 5 cm

P.96

필수 예제 5

$\overline{OM}\perp\overline{AB}$이므로 $\overline{BM}=\overline{AM}=5$ (cm),
즉 $\overline{AB}=10$ cm이다.
따라서 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{CD}=\overline{AB}=10$ (cm)이다.

답 10 cm

유제 5

직각삼각형 OBM에서 $\overline{BM}=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}$ (cm)이고
$\overline{OM}\perp\overline{AB}$이므로 $\overline{AM}=\overline{BM}=2\sqrt{5}$ (cm),
즉 $\overline{AB}=2\overline{AM}=4\sqrt{5}$ cm이다.
따라서 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{CD}=\overline{AB}=4\sqrt{5}$ (cm)이다.

답 $4\sqrt{5}$ cm

필수 예제 6

$\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$이다. 즉, $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로

$\angle x=\angle C=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle A)$

$=\frac{1}{2}(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$

답 60°

유제 6

$\square AMON$에서 $\angle A=360^\circ-(110^\circ+90^\circ\times 2)=70^\circ$이다.
이때 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$이다.
따라서 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로
$\angle x=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle A)=\frac{1}{2}(180^\circ-70^\circ)=55^\circ$이다.

답 55°

개념 꽉 잡기 P.97

01 ⑤ 02 ④ 03 $8\sqrt{3}$ cm 04 $x=3$, $y=6$
05 풀이 참조

01 ⑤ 현의 길이는 중심각의 크기에 비례하지 않는다.

02 직각삼각형 OAM에서 $\overline{AM}=\sqrt{10^2-8^2}=6$ (cm)이다.
$\overline{OM}\perp\overline{AB}$이므로 $\overline{BM}=\overline{AM}=6$ (cm)이다.
따라서 $\overline{AB}=2\overline{AM}=12$ (cm)이다.

03 $\overline{OC}=\overline{OB}=8$(cm)이고
$\overline{OM}=\overline{CM}=4$(cm)이므로
직각삼각형 OBM에서
$\overline{BM}=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}$ (cm)이다.
또, $\overline{OM}\perp\overline{AB}$이므로 $\overline{AM}=\overline{BM}=4\sqrt{3}$ cm이다.
따라서 $\overline{AB}=2\overline{AM}=8\sqrt{3}$ (cm)이다.

04 $\overline{OM}\perp\overline{AB}$이므로 $\overline{AM}=\overline{BM}$, 즉 $x=3$이다.
또, $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{CD}$이다.
따라서 $y=3+x=3+3=6$이다.

05 $\overline{OD}=\overline{OE}=\overline{OF}$이므로 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{AC}$이다.
따라서 $\triangle ABC$는 한 변의 길이가 2인 정삼각형이므로
$\triangle ABC=\frac{\sqrt{3}}{4}\times 2^2=\sqrt{3}$이다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정	$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$임을 알기	50 %
답 구하기	$\triangle ABC$의 넓이 구하기	50 %

유형 꽉 잡기 P.98

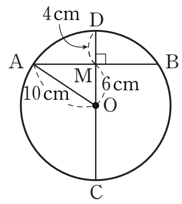
01 ⑤ 02 ④ 03 15 cm 04 풀이 참조
05 ④ 06 ① 07 ② 08 6 cm

01 $\angle AOC=180^\circ-\angle BOC=180^\circ-40^\circ=140^\circ$
이때 $40^\circ:140^\circ=4:x$에서 $x=14$이다.

02 $\angle OBD=\angle AOC=40^\circ$(동위각)
$\triangle OBD$에서 $\angle ODB=\angle OBD=40^\circ$이므로
$\angle DOB=180^\circ-2\times 40^\circ=100^\circ$이다.
따라서 $5:\widehat{BD}=40^\circ:100^\circ$이므로
$\widehat{BD}=12.5$ cm이다.

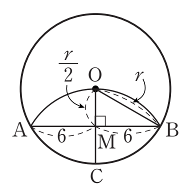
03 $\overline{OH}\perp\overline{AB}$이므로 $\overline{AH}=\overline{BH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=8$ (cm)이다.
따라서 직각삼각형 OBH에서
$\overline{OH}=\sqrt{17^2-8^2}=15$ (cm)이다.

04 $\overline{CD}=\overline{CM}+\overline{MD}=16+4$
$=20$ (cm)
즉, 원의 반지름의 길이는
10 cm이므로
$\overline{OM}=10-\overline{MD}=6$ (cm)이다.
따라서 직각삼각형 OAM에서
$\overline{AM}=\sqrt{10^2-6^2}=8$ (cm)이므로
$\overline{AB}=2\overline{AM}=16$ (cm)이다.



채점 요소		배점 비율
해결 과정	원의 반지름의 길이 구하기	30 %
	$\overline{OM}$의 길이 구하기	30 %
	$\overline{AM}$의 길이 구하기	30 %
답 구하기	$\overline{AB}$의 길이 구하기	10 %

05 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}\perp\overline{AB}$인 반지름 OC를 그으면



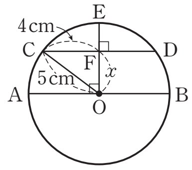
$\overline{AM}=\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=6$이다.
$\overline{OB}=r$라고 하면
$\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OC}=\frac{r}{2}$이다.
이때 직각삼각형 OBM에서
$r^2=\left(\frac{r}{2}\right)^2+6^2$, $\frac{3}{4}r^2=36$, $r^2=48$
즉, $r=4\sqrt{3}$이다.

06 오른쪽 그림에서

$\overline{OC}=\frac{1}{2}\overline{AB}=5(\text{cm})$이다.

$\overline{CF}=\frac{1}{2}\overline{CD}=4(\text{cm})$이므로

$\triangle COF$에서 $x=\sqrt{5^2-4^2}=3(\text{cm})$이다.



07 ② $\overline{OM}\neq\overline{AM}$일 수도 있다.

08 $\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=4\ (\text{cm})$이므로 직각삼각형 OAM에서

$\overline{OM}=\sqrt{5^2-4^2}=3\ (\text{cm})$이다.

또한 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 $\overline{OM}=\overline{ON}$이다.

따라서 $\overline{OM}+\overline{ON}=2\overline{OM}=2\times3=6\ (\text{cm})$이다.

02 원의 접선

필수 예제 1

P.99

접선은 그 접점을 지나는 반지름에 수직이므로

$\angle OAP=\angle OBP=90^\circ$이다.

따라서 □OAPB에서

$\angle x=360^\circ-(60^\circ+2\times90^\circ)=120^\circ$이다.

답 120°

유제 1

접선은 그 접점을 지나는 반지름에 수직이므로

$\angle OAP=\angle OBP=90^\circ$이다.

따라서 □OAPB에서

$\angle x=360^\circ-(135^\circ+2\times90^\circ)=45^\circ$이다.

답 45°

필수 예제 2

접선은 그 접점을 지나는 반지름에 수직이므로 $\angle OAP=90^\circ$ 이다.

$\triangle OAP$에서 $\angle AOP=180^\circ-(90^\circ+30^\circ)=60^\circ$이므로

특수각의 삼각비에서 $\overline{OA}:2\sqrt{3}=1:\sqrt{3}$, 즉 $\overline{OA}=2$이다.

따라서 (구하는 넓이) $=\pi\times2^2\times\frac{60^\circ}{360^\circ}=\frac{2}{3}\pi$이다.

답 $\frac{2}{3}\pi$

유제 2

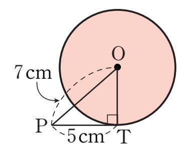
반지름 OT를 그으면 $\overline{OT}\perp\overline{PT}$이므로

직각삼각형 OPT에서

$\overline{OT}=\sqrt{7^2-5^2}=2\sqrt{6}\ (\text{cm})$이다.

따라서 (구하는 넓이) $=\pi\times(2\sqrt{6})^2$

$=24\pi\ (\text{cm}^2)$



답 $24\pi\ \text{cm}^2$

필수 예제 3

P.100

$\overline{PA}\perp\overline{OA}$, $\overline{PB}\perp\overline{OB}$이므로 직각삼각형 PBO에서

$\overline{PB}=\sqrt{13^2-5^2}=12\ (\text{cm})$이다.

따라서 $\triangle PAO\equiv\triangle PBO$이므로

$x=\overline{PA}=\overline{PB}=12\ (\text{cm})$이다.

답 ③

유제 3

$\overline{PA}\perp\overline{OA}$이고, $\overline{OC}=\overline{OA}=4\ (\text{cm})$이므로

$\overline{OP}=4+2=6\ (\text{cm})$이다.

직각삼각형 PAO에서 $\overline{PA}=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}\ (\text{cm})$이다.

또, 원의 외부의 한 점에서 원에 그은 두 접선의 길이는 서로 같으므로 $\overline{PB}=\overline{PA}=2\sqrt{5}\ (\text{cm})$이다.

따라서 $\overline{PA}+\overline{PB}=2\sqrt{5}+2\sqrt{5}=4\sqrt{5}\ (\text{cm})$이다.

답 $4\sqrt{5}$ cm

유제 4

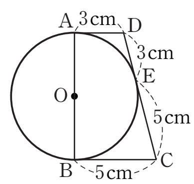
원의 외부의 한 점에서 원에 그은 두 접선의 길이는 서로 같으므로

$\overline{DE}=\overline{AD}=3\ (\text{cm})$,

$\overline{CE}=\overline{BC}=5\ (\text{cm})$이다.

따라서 $\overline{CD}=\overline{CE}+\overline{DE}$

$=5+3=8\ (\text{cm})$



답 8 cm

필수 예제 4

P.101

$\overline{AF}=\overline{AD}=x$,

$\overline{BD}=\overline{BE}=10-x$,

$\overline{CE}=\overline{CF}=8-x$이므로

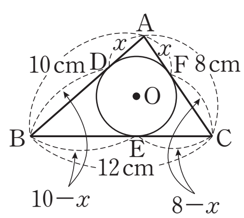
$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}$

$=(10-x)+(8-x)$

$=12$

따라서 $-2x=-6$이므로

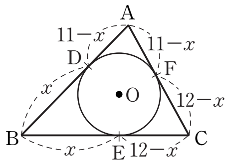
$x=3\ (\text{cm})$이다.



답 3 cm

유제 5

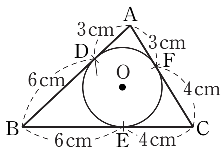
$\overline{BE}=x$라고 하면
$\overline{BD}=\overline{BE}=x$,
$\overline{CF}=\overline{CE}=12-x$,
$\overline{AF}=\overline{AD}=11-x$이므로
$\overline{AC}=\overline{AF}+\overline{CF}$
$\quad=(11-x)+(12-x)$
$\quad=9$
따라서 $-2x=-14$이므로
$\overline{BE}=x=7$이다.



답 7

유제 6

$\overline{AD}=\overline{AF}=3$ (cm),
$\overline{CE}=\overline{CF}=7-3=4$ (cm),
$\overline{BE}=\overline{BD}=9-3=6$ (cm)이므로
$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}=6+4$
$\quad=10$ (cm)이다.
따라서 (△ABC의 둘레의 길이)$=9+10+7$
$\quad=26$ (cm)



답 26 cm

필수 예제 5 P.102

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로
$9+10=\overline{AD}+12$에서 $\overline{AD}=7$ cm이다.

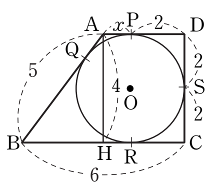
답 7 cm

유제 7

□POSD, □ORCS는 정사각형이므로
$\overline{PD}=\overline{DS}=\overline{CS}=\overline{RC}=2$이다.
따라서 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로 $5+4=(x+2)+6$에서 $x=1$이다.

답 1

[다른 풀이]
□POSD, □ORCS는 정사각형이므로 $\overline{PD}=\overline{DS}=\overline{CS}=\overline{RC}=2$이다.
점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면 $\overline{RH}=\overline{AP}=x$,



$\overline{BH}=6-(2+x)=4-x$,
$\overline{AH}=\overline{CD}=4$
따라서 직각삼각형 ABH에서 $5^2=4^2+(4-x)^2$이므로
$x^2-8x+7=0$, $(x-1)(x-7)=0$
즉, $x=1$ 또는 $x=7$이다.
그런데 $\overline{BH}=4-x>0$에서 $x<4$이므로 $x=1$이다.

유제 8

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로 $5+\overline{BP}+6+\overline{DR}=8+11$이다.
따라서 $\overline{BP}+\overline{DR}=8$ (cm)이다.

답 ②

개념 꽉 잡기 P.103

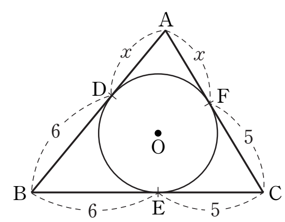
01 $35°$ 02 3π cm^2 03 $66°$ 04 4 05 풀이 참조

01 $\overline{OT}\perp\overline{PT}$이므로 직각삼각형 PTO에서
$\angle x=180°-(90°+55°)=35°$이다.

02 $\overline{OA}\perp\overline{PA}$, 즉 직각삼각형 PAO에서
$\angle POA=180°-(90°+\angle OPA)=180°-(90°+30°)$
$\quad=60°$
특수각의 삼각비에 의하여 $\overline{OA}:3=1:\sqrt{3}$이므로
$\overline{OA}=3\times\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$ (cm)이다.
따라서 (원 O의 넓이)$=\pi\times(\sqrt{3})^2=3\pi$ (cm^2)이다.

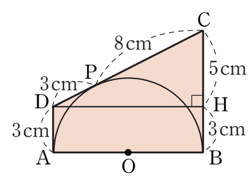
03 원의 외부의 한 점에서 원에 그은 두 접선의 길이는 서로 같으므로 $\overline{PA}=\overline{PB}$이다.
따라서 △PAB에서 $\angle PAB=\angle PBA$이므로
$\angle x=\dfrac{1}{2}(180°-48°)=66°$이다.

04 원의 외부의 한 점에서 원에 그은 두 접선의 길이는 서로 같으므로
$\overline{AD}=\overline{AF}=x$,
$\overline{BD}=\overline{BE}=6$,
$\overline{CE}=\overline{CF}=5$



이때 △ABC의 둘레의 길이가 30이므로
$2x+6\times2+5\times2=30$, $2x=8$
따라서 $x=4$이다.

05 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면
$\overline{BH}=\overline{AD}=3$ (cm),
$\overline{CH}=8-3=5$ (cm)이다.



또, 원의 외부의 한 점에서 원에 그은 접선의 길이는 서로 같으므로
$\overline{CP}=\overline{CB}=8$ (cm), $\overline{DP}=\overline{AD}=3$ (cm)에서
$\overline{CD}=11$ cm이다.

따라서 직각삼각형 DCH에서

$\overline{DH}=\sqrt{11^2-5^2}=4\sqrt{6}$ (cm)이므로

$\square ABCD=\frac{1}{2}(3+8)\times 4\sqrt{6}=22\sqrt{6}$ (cm^2)이다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정	$\overline{CH}$의 길이 구하기	20 %
	$\overline{CD}$의 길이 구하기	30 %
	$\overline{DH}$의 길이 구하기	30 %
답 구하기	$\square$ABCD의 넓이 구하기	20 %

유형 꽉 잡기 P.104

01 12 cm	02 4	03 3π cm^2	04 ③
05 ③	06 1	07 3 cm	08 풀이 참조

01 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=5$ cm이므로

$\overline{PO}=8+5=13$(cm)이다.

$\overline{OA}\perp\overline{PA}$이므로 직각삼각형 PAO에서

$\overline{PA}=\sqrt{13^2-5^2}=12$ (cm)이다.

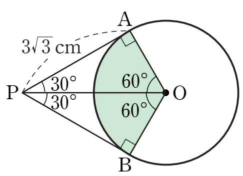
02 반원 O의 반지름의 길이를 r라고 하면

$\overline{OA}=r$, $\overline{PO}=2r$이므로 직각삼각형 PAO에서

$(2r)^2=r^2+(4\sqrt{3})^2$, $3r^2=48$, $r^2=16$

따라서 $r=4$이다.

03 $\overline{PA}\perp\overline{OA}$, $\overline{PB}\perp\overline{OB}$이므로



$\square$APBO에서

$\angle$AOB

$=360^\circ-(60^\circ+2\times 90^\circ)$

$=120^\circ$

이때 $\overline{OP}$를 그으면 $\triangle POA\equiv\triangle POB$이므로

$\angle APO=\angle BPO=\frac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$이다.

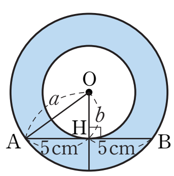
따라서 직각삼각형 PAO에서 특수각의 삼각비에 의하여

이때 $\overline{OA}:\overline{PA}=1:\sqrt{3}$에서

$\overline{OA}=\frac{1}{\sqrt{3}}\overline{PA}=\frac{1}{\sqrt{3}}\times 3\sqrt{3}=3$ (cm)이므로

(색칠한 부채꼴의 넓이)$=\pi\times 3^2\times\frac{120^\circ}{360^\circ}=3\pi$ (cm^2)이다.

04 작은 원과 $\overline{AB}$의 접점을 H라고 하면



$\overline{OH}\perp\overline{AB}$,

$\overline{AH}=\overline{BH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=5$(cm)

이때 큰 원의 반지름의 길이를 a,

작은 원의 반지름의 길이를 b라고 하면

직각삼각형 OAH에서 $a^2=b^2+5^2$이므로

$a^2-b^2=25$이다.

따라서 (색칠한 부분의 넓이)$=\pi a^2-\pi b^2=\pi(a^2-b^2)$

$=25\pi$ (cm^2)

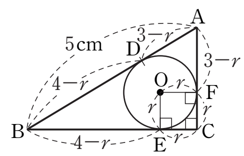
05 $\overline{AF}=\overline{AD}=4$ (cm)이므로

$\overline{CE}=\overline{CF}=7-4=3$ (cm)이다.

또한 $\overline{BE}=\overline{BD}=9-4=5$ (cm)이다.

따라서 $\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}=5+3=8$ (cm)이다.

06 직각삼각형 ABC에서



$\overline{AC}=\sqrt{5^2-4^2}=3$이다.

또, 접선과 반지름은 접점에서

수직이므로 $\square$OECF는 정사

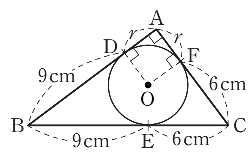
각형이다. 내접원의 반지름의

길이를 r로 놓고 오른쪽 그림과 같이 나타내면

$(4-r)+(3-r)=5$, $-2r=-2$

따라서 $r=1$이다.

07 접선과 반지름은 접점에서 수직



이므로 $\square$ADOF는 정사각형

이다.

오른쪽 그림과 같이 나타내면

직각삼각형 ABC에서

$(9+r)^2+(6+r)^2=15^2$, $r^2+15r-54=0$

$(r+18)(r-3)=0$

그런데 $r>0$이므로 $r=3$ (cm)이다.

08 $\overline{EF}=\overline{EG}=a$로 놓으면 $\overline{GD}=\frac{1}{2}\times 10=5$이므로

$\overline{AE}=12-a-5=7-a$이다.

또, $\overline{HC}=5$이므로 $\overline{BF}=\overline{BH}=12-5=7$에서

$\overline{BE}=7+a$이다.

직각삼각형 ABE에서 $(7+a)^2=10^2+(7-a)^2$,

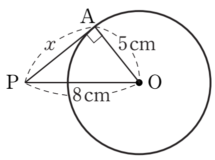
$28a=100$이므로 $a=\frac{25}{7}$이다.

따라서 $\overline{BE}=7+\frac{25}{7}=\frac{74}{7}$이다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정	$\overline{AE}$의 길이를 a로 나타내기	20 %
	$\overline{BE}$의 길이를 a로 나타내기	30 %
	a의 값 구하기	30 %
답 구하기	$\overline{BE}$의 길이 구하기	20 %

서술형 꽉 잡기 P.105

01 점 P에서 원 O에 접선을 그어 그 접점을 A라고 하면 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}=5\ (\mathrm{cm})$이고 $\angle PAO=90^\circ$이다.



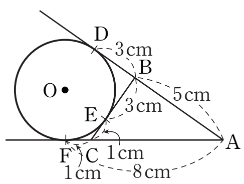
$\overline{PA}=x$라고 하면 직각삼각형 PAO에서
$8^2=x^2+5^2$, $x^2=64-25=39$
즉, $x=\sqrt{39}\ (\mathrm{cm})$이다.
따라서 구하는 접선의 길이는 $\sqrt{39}$ cm이다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정	접선과 반지름 나타내기	30 %
	식 세우기	40 %
답 구하기	접선의 길이 구하기	30 %

02 (1) $\overline{OA}\perp\overline{PA}$, $\overline{OA}=\overline{OB}=4\ (\mathrm{cm})$이므로
$10^2=\overline{PA}^2+4^2$, $\overline{PA}^2=100-16=84$
따라서 $\overline{PA}=2\sqrt{21}\ (\mathrm{cm})$이다.
(2) $\triangle PAO=\frac{1}{2}\times\overline{PA}\times\overline{OA}=\frac{1}{2}\times2\sqrt{21}\times4$
$=4\sqrt{21}\ (\mathrm{cm}^2)$

채점 요소		배점 비율
해결 과정	(1) $\overline{PA}$를 구하는 식 세우기	30 %
	(2) $\triangle PAO$의 넓이를 구하는 식 세우기	30 %
답 구하기	(1) $\overline{PA}$의 길이 구하기	20 %
	(2) $\triangle PAO$의 넓이 구하기	20 %

03 $\overline{BD}=\overline{BE}=3\ (\mathrm{cm})$이므로
$\overline{CE}=\overline{BC}-\overline{BE}=4-3$
$=1\ (\mathrm{cm})$
즉, $\overline{CF}=\overline{CE}=1\ (\mathrm{cm})$이다.
또, $\overline{AD}=\overline{AF}$이므로
$\overline{AF}=\overline{AD}=5+3=8\ (\mathrm{cm})$이다.
따라서 $\overline{AC}=\overline{AF}-\overline{CF}=8-1=7\ (\mathrm{cm})$이다.



채점 요소		배점 비율
해결 과정	$\overline{CF}$의 길이 구하기	40 %
	$\overline{AF}$의 길이 구하기	40 %
답 구하기	$\overline{AC}$의 길이 구하기	20 %

04 $\overline{AC}=\overline{AX}=9-6=3\ (\mathrm{cm})$
$\overline{PY}=\overline{PX}=9\ (\mathrm{cm})$이고 $\overline{PB}=8\ (\mathrm{cm})$이므로
$\overline{BC}=\overline{BY}=9-8=1\ (\mathrm{cm})$이다.
따라서 $\overline{AB}=\overline{AC}+\overline{BC}=3+1=4\ (\mathrm{cm})$이다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정	$\overline{AC}$의 길이 구하기	40 %
	$\overline{BC}$의 길이 구하기	50 %
답 구하기	$\overline{AB}$의 길이 구하기	10 %

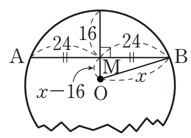
기출 꽉 잡기 P.106~108

01 ④	02 ③	03 ②	04 60
05 ③	06 ④	07 16.9 cm	08 6
09 50°	10 $16\pi\ \mathrm{cm}^2$	11 ④	12 ③
13 ④	14 $4\sqrt{10}$ cm	15 ①	16 ③
17 $2\sqrt{7}$	18 5 cm	19 ①	20 6
21~23 풀이 참조			

01 $\overline{OM}\perp\overline{AB}$이므로 $\overline{BM}=\overline{AM}=8$이고
$\overline{OM}=\overline{OC}-\overline{CM}=x-4$이다.
직각삼각형 OBM에서 $x^2=(x-4)^2+8^2$, $8x=80$
따라서 $x=10$이다.

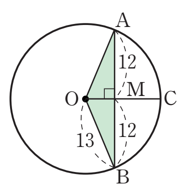
02 $\overline{OM}\perp\overline{AB}$이므로 $\overline{AM}=\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=12\ (\mathrm{cm})$이다.
직각삼각형 OAM에서 $x^2=12^2+5^2=169$이다.
그런데 $x>0$이므로 $x=13$이다.

03 $\overline{OM}\perp\overline{AB}$이므로 $\overline{AM}=\overline{BM}=24$이다. 또한 반지름의 길이를 x라고 하면 $\overline{OB}=x$, $\overline{OM}=x-16$이다.



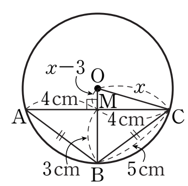
이때 직각삼각형 OBM에서
$x^2=(x-16)^2+24^2$, $32x=832$
따라서 $x=26$이다.

04 원의 중심 O를 지나고 $\overline{AB}$와 수직인 선분 OC를 그어 $\overline{AB}$와의 교점을 M이라고 하면 $\overline{OM}\perp\overline{AB}$이므로 $\overline{AM}=\overline{BM}=12$이다.
따라서 직각삼각형 OBM에서
$\overline{OM}=\sqrt{13^2-12^2}=5$이므로



$\triangle OAB=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{OM}=\frac{1}{2}\times24\times5=60$이다.

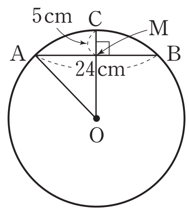
05 $\triangle ABC$의 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 M이라고 하면 오른쪽 그림에서 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로 $\overline{BM}$은 현 AC의 수직이등분선이다.
따라서 $\overline{AM}=\overline{CM}=4\ (\mathrm{cm})$이다.



$\triangle$BCM에서 $\overline{BM}=\sqrt{5^2-4^2}=3$ (cm)이므로
원 O의 반지름의 길이를 x라고 하면
$\overline{OM}=\overline{OB}-\overline{BM}=x-3$이므로
직각삼각형 OCM에서
$x^2=(x-3)^2+4^2$, $6x=25$
그런데 $x>0$이므로 $x=\dfrac{25}{6}$ (cm)이다.

06 $\triangle$OPT에서 $\overline{PT}^2+\overline{OT}^2=\overline{OP}^2$이므로
$\overline{PT}=\sqrt{\overline{OP}^2-\overline{OT}^2}=\sqrt{8^2-6^2}=2\sqrt{7}$(cm)이다.
따라서 $\overline{PQ}=2\overline{PT}=2\times2\sqrt{7}=4\sqrt{7}$(cm)이다.

07 오른쪽 그림에서



$\overline{AM}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}=\dfrac{1}{2}\times24=12$(cm)
원 모양의 유물의 중심을 O, 유물의 반지름의 길이를 $x$cm라 하면
$\overline{OA}=x$cm,
$\overline{OM}=\overline{OC}-\overline{CM}=(x-5)$cm
$\triangle$OAM에서 $x^2=12^2+(x-5)^2$
$x^2=144+x^2-10x+25$
$10x=169$, $x=16.9$
따라서 유물의 반지름의 길이는 16.9 cm이다.

08 직각삼각형 OAM에서 $\overline{AM}=\sqrt{(3\sqrt{2})^2-3^2}=3$이다.
$\overline{OM}\perp\overline{AB}$이므로 $\overline{AM}=\overline{BM}=3$에서
$\overline{AB}=2\overline{AM}=6$이다.
따라서 $\overline{OM}\perp\overline{AB}$, $\overline{ON}\perp\overline{CD}$이고 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로
$\overline{CD}=\overline{AB}=6$이다.

09 $\overline{OM}\perp\overline{AB}$, $\overline{ON}\perp\overline{AC}$이고 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로
$\overline{AB}=\overline{AC}$이다.
따라서 $\triangle$ABC는 이등변삼각형이므로
$\angle B=\angle C=65^\circ$에서
$\angle x=180^\circ-2\times65^\circ=50^\circ$이다.

10 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$이므로 $\triangle$ABC는 정삼각형이다.
$\triangle$AOD에서 $\angle DAO=30^\circ$, $\overline{AD}=2\sqrt{3}$ cm이므로
$\overline{AO}=\dfrac{\overline{AD}}{\cos30^\circ}=\dfrac{2\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=4$(cm)이다.
따라서 원 O의 넓이는 $\pi\times4^2=16\pi$(cm^2)이다.

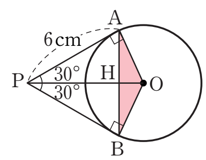
11 $\overline{OM}\perp\overline{AB}$이므로 $\overline{AM}=\overline{BM}=4$ (cm)이고
직각삼각형 OAM에서 $\overline{OM}=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}$ (cm)이다.
한편, $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 $\overline{OM}=\overline{ON}$에서
$x=\overline{OM}=2\sqrt{5}$ (cm)이다.

12 원의 중심 O와 접점 T를 이으면
$\angle OTP=90^\circ$, $\angle TOP=60^\circ$이다.
또, $\overline{OT}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}=4$(cm)이다.
따라서 $\triangle$OTP에서 $\overline{PT}=4\tan60^\circ=4\sqrt{3}$(cm)이다.

13 $\overline{OT}\perp\overline{PT}$이므로 직각삼각형 OPT에서
$\overline{OT}=\sqrt{9^2-6^2}=3\sqrt{5}$ (cm)이다.
따라서 $\triangle OPT=\dfrac{1}{2}\times\overline{PT}\times\overline{OT}=\dfrac{1}{2}\times6\times3\sqrt{5}$
$=9\sqrt{5}$ (cm^2)

14 $\overline{OB}\perp\overline{AB}$이므로 직각삼각형 ABO에서
$\overline{AB}=\sqrt{7^2-3^2}=2\sqrt{10}$ (cm)이다.
따라서 $\overline{DF}=\overline{DB}$, $\overline{EF}=\overline{CE}$, $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로
($\triangle$ADE의 둘레의 길이)
$=\overline{AD}+\overline{DE}+\overline{AE}=\overline{AD}+\overline{DF}+\overline{FE}+\overline{AE}$
$=\overline{AD}+\overline{DB}+\overline{EC}+\overline{AE}=\overline{AB}+\overline{AC}$
$=2\overline{AB}=4\sqrt{10}$ (cm)

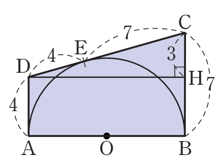
15 $\triangle$PAO와 $\triangle$PBO에서 $\overline{PO}$는 공통,



$\overline{PA}=\overline{PB}$,
$\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로
$\triangle PAO\equiv\triangle PBO$이다.
즉, $\angle APO=\angle BPO=\dfrac{1}{2}\angle P=30^\circ$이다.
따라서 $\overline{OA}\perp\overline{PA}$이므로 직각삼각형 PAO에서 특수각의 삼각비에 의해서 $\overline{PA}:\overline{OA}=\sqrt{3}:1$이다.
즉, $\overline{OA}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\overline{PA}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\times6=2\sqrt{3}$ (cm)이고
$\angle AOB=360^\circ-(60^\circ+90^\circ\times2)=120^\circ$이므로
$\triangle OAB=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times2\sqrt{3}\times\sin(180^\circ-120^\circ)$
$=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times2\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$(cm^2)

16 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $\angle a=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-30^\circ)=75^\circ$이다.
$\angle PBO=90^\circ$이므로
$\angle b=90^\circ-\angle ABP=90^\circ-\angle a=90^\circ-75^\circ=15^\circ$,
$\angle c=180^\circ-\angle P=180^\circ-30^\circ=150^\circ$이다.
따라서 $\angle a:\angle b:\angle c=75^\circ:15^\circ:150^\circ=5:1:10$이다.

17 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\overline{DE}=\overline{AD}=4$, $\overline{CE}=\overline{BC}=7$,
$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=7-4=3$

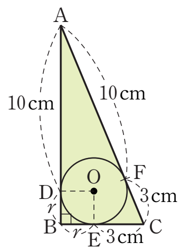
이때 직각삼각형 CDH에서

$\overline{DH}=\sqrt{11^2-3^2}=4\sqrt{7}$

이므로 반지름의 길이는 $2\sqrt{7}$이다.

18 $\overline{AD}=\overline{AF}=3$ (cm)이므로 $\overline{BD}=7-3=4$ (cm)이다.
$\overline{BE}=\overline{BD}=4$ (cm)이므로 $\overline{CE}=9-4=5$(cm)이다.
따라서 $\overline{CF}=\overline{CE}=5$ (cm)이다.

19 원 O의 반지름의 길이를 r라고 하면



$(10+r)^2+(3+r)^2=13^2$,
$r^2+13r-30=0$,
$(r-2)(r+15)=0$
$r=2$ 또는 $r=-15$이다.
그런데 $r>0$이므로 $r=2$이다.

따라서 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AB}$

$=\frac{1}{2}\times5\times12$

$=30\ (\text{cm}^2)$

20 $\overline{AB}=\overline{DE}=\sqrt{5^2-3^2}=4$이므로
$\overline{AD}=x$라고 하면 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$에서
$4+5=x+(x-3)$, $2x=12$
따라서 $\overline{AD}=x=6$이다.

21 원의 외부의 한 점에서 원에 그은 두 접선의 길이는 서로 같으므로
($\triangle$ABC의 둘레의 길이)
$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=\overline{AB}+(\overline{BE}+\overline{CE})+\overline{CA}$
$=\overline{AB}+(\overline{BD}+\overline{CF})+\overline{CA}=\overline{AD}+\overline{AF}$
$=2\overline{AD}=14$ (cm)

채점 요소		배점 비율
해결 과정	원의 외부의 한 점에서 원에 그은 두 접선의 길이는 서로 같음을 알기	50 %
답 구하기	$\triangle$ABC의 둘레의 길이 구하기	50 %

22 $\overline{BP}$는 두 원 O와 O′의 공통접선이므로 $\overline{OO'}\perp\overline{BP}$이고

$\triangle OPO'=\frac{1}{2}\times\overline{OO'}\times\overline{BP}=35$에서 $\frac{1}{2}\times7\times\overline{BP}=35$

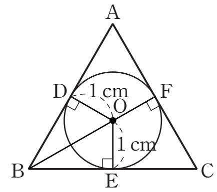
이므로 $\overline{BP}=10$ cm이다.
즉, $\overline{AP}=\overline{BP}=\overline{CP}=10$ cm이다.

$\triangle APO=\frac{1}{2}\times\overline{OA}\times\overline{AP}=\frac{1}{2}\times4\times10=20(\text{cm}^2)$

$\triangle CPO'=\frac{1}{2}\times\overline{O'C}\times\overline{CP}=\frac{1}{2}\times3\times10=15(\text{cm}^2)$

채점 요소		배점 비율
해결 과정	$\overline{BP}$의 길이 구하기	25 %
	$\overline{AP}=\overline{BP}=\overline{CP}$임을 알기	25 %
답 구하기	$\triangle$APO의 넓이 구하기	25 %
	$\triangle$CPO′의 넓이 구하기	25 %

23 $\angle ODB=90^\circ$,



$\angle OBD=\frac{1}{2}\angle B=\frac{1}{2}\times60^\circ$

$=30^\circ$

따라서 특수각의 삼각비에 의해서
$\overline{BD}:\overline{OD}=\sqrt{3}:1$이므로
$\overline{BD}=\sqrt{3}\times\overline{OD}=\sqrt{3}$ (cm)이다.
따라서 $\overline{AB}=2\overline{BD}=2\sqrt{3}$(cm)이므로
$\triangle$ABC의 한 변의 길이는 $2\sqrt{3}$ cm이다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정	$\angle$ODB, $\angle$OBD의 크기를 각각 구하기	40 %
	$\overline{BD}$의 길이 구하기	40 %
답 구하기	$\triangle$ABC의 한 변의 길이 구하기	20 %

2. 원주각의 성질

01 원주각

필수 예제 1 P.109

(1) $\angle x=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times150^\circ=75^\circ$

(2) $\angle x=\frac{1}{2}(360^\circ-120^\circ)=120^\circ$

답 (1) 75° (2) 120°

유제 1

(1) $\angle x=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times110^\circ=55^\circ$

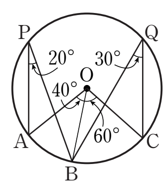
(2) $\angle x=\frac{1}{2}\times140^\circ=70^\circ$, $\angle y=\frac{1}{2}(360^\circ-140^\circ)=110^\circ$

답 (1) $\angle x=55^\circ$ (2) $\angle x=70^\circ$, $\angle y=110^\circ$

유제 2

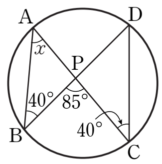
$\angle x=\angle AOB+\angle BOC$
$=2\angle APB+2\angle BQC$
$=2\times20^\circ+2\times30^\circ=100^\circ$

답 100°

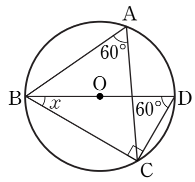


필수 예제 2 P.110

(1) $\angle ABD=\angle ACD=40^\circ$,
$\angle BPC=\angle PAB+\angle PBA$이므로
$85^\circ=\angle x+40^\circ$이다.
따라서 $\angle x=45^\circ$이다.



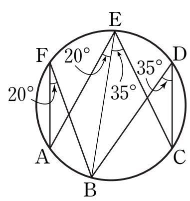
(2) $\angle BCD=90^\circ$,
$\angle BDC=\angle BAC=60^\circ$이므로
직각삼각형 BCD에서
$\angle x=180^\circ-(90^\circ+60^\circ)=30^\circ$
이다.



답 (1) 45° (2) 30°

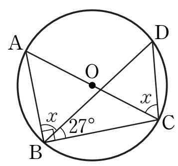
유제 3

(1) $\angle AEC=\angle AEB+\angle BEC$
$=\angle AFB+\angle BDC$
$=20^\circ+35^\circ=55^\circ$



(2) $\angle ABC=90^\circ$이다.
$\angle ABD=\angle ACD=\angle x$이므로
$\angle x=90^\circ-27^\circ=63^\circ$이다.

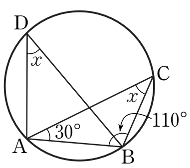
답 (1) 55° (2) 63°



유제 4

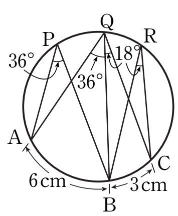
$\angle ACB=\angle ADB=\angle x$이고
$\triangle ABC$의 내각의 크기의 합에서
$\angle x=180^\circ-(30^\circ+110^\circ)=40^\circ$이다.

답 40°



필수 예제 3 P.111

(1) $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$이므로
$\angle x=\angle AQB=\angle BPC=28^\circ$이다.
(2) $\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BC}=2:1$이므로
$\angle APB:\angle BRC=2:1$이다.
따라서 $BRC=\frac{1}{2}\times 36^\circ=18^\circ$이다.
이때 $\angle AQB=\angle APB=36^\circ$,
$\angle BQC=\angle BRC=18^\circ$이므로
$\angle x=\angle AQC=\angle AQB+\angle BQC$
$=36^\circ+18^\circ=54^\circ$



답 (1) 28° (2) 54°

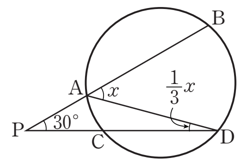
유제 5

(1) $\angle AOB=2\angle APB=2\times 50^\circ=100^\circ$
또, $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$이므로
$\angle x=\angle COD=\angle AOB=100^\circ$이다.
(2) $\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{CD}=1:2$이므로
$\angle APB:\angle CQD=1:2$에서
$\angle x=2\angle APB=2\times 21^\circ=42^\circ$이다.

답 (1) 100° (2) 42°

유제 6

$\overset{\frown}{BD}=3\overset{\frown}{AC}$이면
$\overset{\frown}{AC}:\overset{\frown}{BD}=1:3$이므로
$\angle ADC=\frac{1}{3}\angle BAD$
$=\frac{1}{3}\angle x$이다.
이때 $\angle BAD=\angle P+\angle ADC$이므로
$\angle x=30^\circ+\frac{1}{3}\angle x$이다.
따라서 $\angle x=45^\circ$이다.



답 45°

필수 예제 4 P.112

(ㄱ) $\angle ABD=100^\circ-60^\circ=40^\circ$
즉, $\angle ABD=\angle ACD$이므로 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있다.
(ㄴ) $\angle ACB=90^\circ-32^\circ=58^\circ\neq\angle ADB$이므로 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있지 않다.
(ㄷ) $\angle ABD\neq\angle ACD$이고 $\angle ACB\neq\angle ADB$이므로
네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있지 않다.

답 (ㄱ)

유제 7

$\angle ADB=\angle ACB$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.
따라서 $\angle x=\angle BAC=\angle BDC=72^\circ$이다. 답 72°

유제 8

네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으려면
$\angle BDC=\angle BAC=35^\circ$이다.
따라서 $\angle x=\angle BPC-\angle BDC=100^\circ-35^\circ$
$=65^\circ$

답 65°

개념 꽉 잡기 P.113

01 (1) 65° (2) 106° (3) 40°　02 풀이 참조
03 (1) 35° (2) 55°　04 52　05 25°

01 (1) $\angle x=\frac{1}{2}(360°-230°)=65°$

(2) $\angle x=\frac{1}{2}(360°-148°)=106°$

(3) $\angle x=2\angle APB=2\times 20°=40°$

02 $\angle AOB=2\angle APB=2\times 60°=120°$이므로

(구하는 넓이)$=\pi\times 3^2\times\frac{120°}{360°}=3\pi(cm^2)$이다.

	채점 요소	배점 비율
해결 과정	$\angle AOB$의 크기 구하기	50 %
답 구하기	부채꼴의 넓이 구하기	50 %

03 (1) $\angle x=85°-50°=35°$

(2) $\angle ACB=\angle ADB=\angle x$이고

$\angle BCD=90°$이므로

$\angle x=90°-35°=55°$이다.

04 $5:10=20°:x°$에서 $x°=40°$이다.

또, $4:y=15°:45°$에서 $y=12$이다.

따라서 $x+y=40+12=52$이다.

05 $\angle ABC=\angle ADC=45°$이므로 $\triangle BCP$에서

$\angle x=\angle ABC-\angle BCP$

$=45°-20°=25°$

유형 꽉 잡기 P.114~116

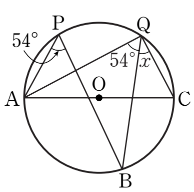
01 ⑤　02 36°　03 ②　04 65°　05 ⑤
06 ⑤　07 ③　08 ①　09 ③　10 6
11 25°　12 ④　13 36°　14 ③　15 풀이 참조
16 ①　17 ③　18 60°　19 풀이 참조
20 100°　21 ③　22 45°　23 ②

01 $\angle x=\angle AOB=2\angle ACB=2\times 65°=130°$

$\angle y=\angle ADB=\angle ACB=65°$이므로

$\angle x+\angle y=130°+65°=195°$이다.

02 $\overline{AQ}$를 그으면

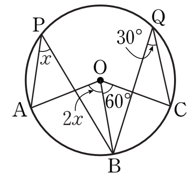


$\angle AQB=\angle APB=54°$이다.

또, $\angle AQC=90°$이므로

$\angle x=90°-54°=36°$이다.

03 $\overline{OB}$를 그으면



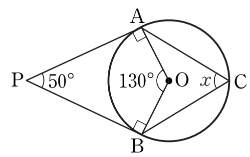
$\angle AOB=2\angle APB=2\angle x$,

$\angle BOC=2\angle BQC=60°$이므로

$2\angle x+60°=110°$에서

$\angle x=25°$이다.

04 $\angle OAP=\angle OBP=90°$



이므로 □APBO의 내각의 크기의 합에서

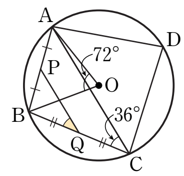
$\angle AOB$

$=360°-(50°+2\times 90°)$

$=130°$

따라서 $\angle x=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times 130°=65°$이다.

05 $\angle AOB=\frac{1}{5}\times 360°=72°$이므로

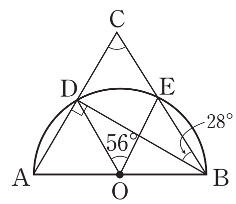


$\angle ACB=\frac{1}{2}\times 72°=36°$이다.

이때 $\triangle ABC$에서 $\overline{PQ}/\!/\overline{AC}$이므로

$\angle PQB=\angle ACB=36°$이다.

06 오른쪽 그림에서 두 점 B와 D를 이으면 $\widehat{DE}$에 대하여



$\angle DBE=\frac{1}{2}\angle DOE$

$=\frac{1}{2}\times 56°=28°$

이므로 $\angle ADB=90°$이다.

따라서 $\triangle CDB$에서

$\angle DCE=\angle DCB=180°-(90°+28°)=62°$

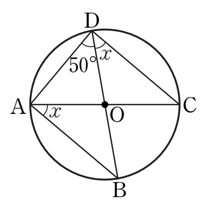
07 $\widehat{ABC}$의 원주각의 크기가 $60°$이므로

$\angle AOC=2\angle AQC=2\times 60°=120°$이다.

$\angle AOB=120°-70°=50°$이므로

$\angle x=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times 50°=25°$이다.

08 $\angle BDC=\angle BAC=\angle x$이고



$\angle ADC=90°$이므로

$\angle x=90°-50°=40°$이다.

09 한 원에서 원주각의 크기와 호의 길이는 비례하므로

$\widehat{BC}=x$라 하면

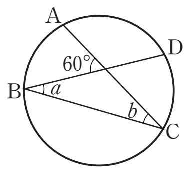
$24°:72°=6:(6+x)$, $1:3=6:(6+x)$,

$6+x=18$

따라서 $\overset{\frown}{\mathrm{BC}}=x=12$ cm이다.

10 $\overline{\mathrm{BC}}$를 그으면 $\angle a+\angle b=60^\circ$이므로

원 O의 반지름의 길이를 r라 하면



$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}+\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$

$=2\pi r\times\dfrac{2\angle b}{360^\circ}+2\pi r\times\dfrac{2\angle a}{360^\circ}$

$=2\pi r\times\dfrac{\angle a+\angle b}{180^\circ}$

$=2\pi r\times\dfrac{60^\circ}{180^\circ}=4\pi$

따라서 $r=6$이다.

11 $\angle\mathrm{ABD}=x$라 하면 $\angle\mathrm{ABD}=\angle\mathrm{ACD}=x$이다.

$\triangle\mathrm{PAC}$에서 $\angle\mathrm{BAC}=\angle\mathrm{APC}+\angle\mathrm{ACD}=45^\circ+x$,

$\triangle\mathrm{ABQ}$에서 $\angle\mathrm{BQC}=\angle\mathrm{BAC}+\angle\mathrm{ABD}$이므로

$95^\circ=(45^\circ+x)+x,\ 2x=50^\circ$

따라서 $x=25^\circ$이다.

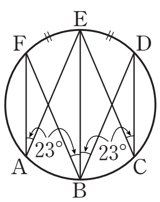
12 $\angle x=\angle\mathrm{BDC}=\angle\mathrm{BPC}-\angle\mathrm{PCD}$

$=80^\circ-33^\circ=47^\circ$

13 $\overset{\frown}{\mathrm{AB}}=\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$이므로

$\angle x=\angle\mathrm{BAC}=\angle\mathrm{ADB}=36^\circ$이다.

14 $\overline{\mathrm{BE}}$를 그으면



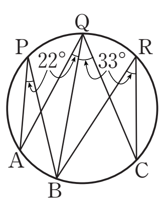
$\angle\mathrm{FAE}=\angle\mathrm{FBE}$

$=\angle\mathrm{EBD}=\angle\mathrm{ECD}=23^\circ$

따라서 $\angle x=\angle\mathrm{FBE}+\angle\mathrm{EBD}$

$=23^\circ+23^\circ=46^\circ$

15 $\overset{\frown}{\mathrm{AB}}:\overset{\frown}{\mathrm{BC}}=2:3$이므로



$\angle\mathrm{APB}:\angle\mathrm{BRC}=2:3$,

$\angle\mathrm{APB}:33^\circ=2:3$

즉, $\angle\mathrm{APB}=22^\circ$이다.

$\overline{\mathrm{BQ}}$를 그으면

$\angle\mathrm{AQB}=\angle\mathrm{APB}=22^\circ$,

$\angle\mathrm{BQC}=\angle\mathrm{BRC}=33^\circ$이므로

$\angle x=\angle\mathrm{AQB}+\angle\mathrm{BQC}$

$=22^\circ+33^\circ=55^\circ$

채점 요소		배점 비율
해결 과정	$\angle\mathrm{APB}$의 크기 구하기	30 %
	$\angle\mathrm{AQB}$, $\angle\mathrm{BQC}$의 크기 구하기	40 %
답 구하기	$\angle x$의 크기 구하기	30 %

16 $\overset{\frown}{\mathrm{AB}}:\overset{\frown}{\mathrm{BC}}=\angle\mathrm{AEB}:\angle\mathrm{BDC}$

$3:9=16^\circ:\angle\mathrm{BDC}$에서

$\angle\mathrm{BDC}=48^\circ$이다.

또, $\angle\mathrm{BCD}=90^\circ$이므로

$\angle x=90^\circ-48^\circ=42^\circ$이다.

17 $\angle\mathrm{ABP}=\angle\mathrm{BPC}-\angle\mathrm{BAP}$

$=100^\circ-60^\circ=40^\circ$

이때 $\angle\mathrm{ABD}:\angle\mathrm{BAC}=\overset{\frown}{\mathrm{AD}}:\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$이므로

$40^\circ:60^\circ=x:12$에서

$x=8$(cm)이다.

18 원주각의 크기는 호의 길이에 정비례하므로

$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}:\overset{\frown}{\mathrm{BC}}:\overset{\frown}{\mathrm{CA}}=\angle\mathrm{C}:\angle\mathrm{A}:\angle\mathrm{B}=2:3:5$이다.

따라서 $\angle\mathrm{A}=180^\circ\times\dfrac{2}{2+3+5}=36^\circ$이다.

19 $\overset{\frown}{\mathrm{AC}}:\overset{\frown}{\mathrm{BC}}=5:4$이고, $\angle\mathrm{ACB}=90^\circ$이므로

$\overset{\frown}{\mathrm{AC}}:\overset{\frown}{\mathrm{BC}}=\angle\mathrm{ABC}:\angle\mathrm{BAC}=5:4$이다.

즉, $\angle\mathrm{BAC}=90^\circ\times\dfrac{4}{9}=40^\circ$이다.

또, $\overset{\frown}{\mathrm{AD}}=\overset{\frown}{\mathrm{DE}}=\overset{\frown}{\mathrm{EB}}$이므로

$\angle\mathrm{ACD}=\angle\mathrm{DCE}=\angle\mathrm{ECB}=\dfrac{1}{3}\times90^\circ=30^\circ$이다.

따라서 $\triangle\mathrm{APC}$에서

$\angle x=\angle\mathrm{BAC}+\angle\mathrm{ACP}$

$=40^\circ+60^\circ=100^\circ$이다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정	$\angle\mathrm{BAC}$의 크기 구하기	40 %
	$\angle\mathrm{ACD}$, $\angle\mathrm{DCE}$, $\angle\mathrm{ECB}$의 크기 구하기	40 %
답 구하기	$\angle x$의 크기 구하기	20 %

20 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로

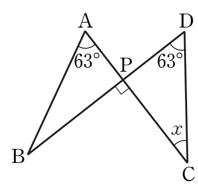
$\angle\mathrm{ABD}=\angle\mathrm{ACD}=60^\circ$이다.

따라서 $\angle\mathrm{BEC}=40^\circ+60^\circ=100^\circ$이다.

21 $\angle\mathrm{BDC}=\angle\mathrm{BAC}=63^\circ$

가 되어야 하므로

$\angle x=90^\circ-63^\circ=27^\circ$이다.



22 네 점 A, B, C, D가

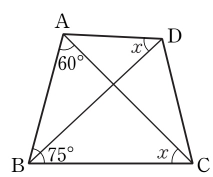
한 원 위에 있으려면

$\angle\mathrm{ACB}=\angle\mathrm{ADB}=\angle x$이다.

이때 $\triangle\mathrm{ABC}$의 내각의 크기의 합

은 180°이므로

$\angle x=180^\circ-(60^\circ+75^\circ)=45^\circ$이다.



23 ① $\angle ABD=180^\circ-(60^\circ+85^\circ)=35^\circ$,
즉 $\angle ABD=\angle ACD$이다.
② $\angle ABD\neq\angle ACD$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있지 않다.
③ $\angle DBC=180^\circ-(80^\circ+60^\circ)=40^\circ$,
즉 $\angle DAC=\angle DBC$이다.
④ $\angle BDC=110^\circ-85^\circ=25^\circ$, 즉 $\angle BAC=\angle BDC$이다.
⑤ $\angle ACB=60^\circ-35^\circ=25^\circ$, 즉 $\angle ADB=\angle ACB$이다.

02 원주각의 활용 (1)

필수 예제 1 P.117

$\angle x=\frac{1}{2}\angle AOC=\frac{1}{2}\times 126^\circ=63^\circ$
□ABCD는 원 O에 내접하므로
$\angle y=180^\circ-\angle x=180^\circ-63^\circ=117^\circ$이다.

답 $\angle x=63^\circ$, $\angle y=117^\circ$

유제 1

(1) $\angle BCD=180^\circ-(30^\circ+50^\circ)=100^\circ$이므로
$\angle x=180^\circ-100^\circ=80^\circ$이다.
(2) $\angle ADC=\frac{1}{2}\times 230^\circ=115^\circ$이므로
$\angle x=180^\circ-115^\circ=65^\circ$이다.

답 (1) 80° (2) 65°

유제 2

$\angle x=\frac{1}{2}\times 140^\circ=70^\circ$이므로 $\angle y=180^\circ-70^\circ=110^\circ$이다.
따라서 $\angle y-\angle x=110^\circ-70^\circ=40^\circ$이다.

답 40°

필수 예제 2 P.118

$\angle x=\angle ADC=108^\circ$, $\angle y=\angle FAD=115^\circ$이므로
$\angle x+\angle y=108^\circ+115^\circ=223^\circ$이다.

답 223°

유제 3

$\angle BAD=\frac{1}{2}\angle BOD=\frac{1}{2}\times 140^\circ=70^\circ$이므로
$\angle x=\angle BAD=70^\circ$이다.

답 70°

유제 4

$\angle CDE=180^\circ-120^\circ=60^\circ$
$\angle DCE=180^\circ-(60^\circ+36^\circ)=84^\circ$이므로
$\angle x=\angle DCE=84^\circ$, $\angle y=\angle CDE=60^\circ$이다.

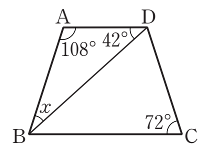
답 $\angle x=84^\circ$, $\angle y=60^\circ$

필수 예제 3 P.119

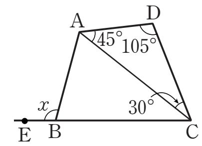
$\angle x=\angle DCE=112^\circ$

답 112°

유제 5



(1) $\angle BAD=180^\circ-\angle BCD$
$=180^\circ-72^\circ$
$=108^\circ$
이므로
$\angle x=180^\circ-(108^\circ+42^\circ)$
$=30^\circ$

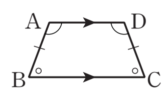


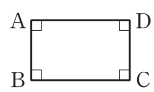
(2) △ADC에서
$\angle ADC=180^\circ-(45^\circ+30^\circ)$
$=105^\circ$
이므로
$\angle x=\angle ADC=105^\circ$이다.

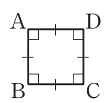
답 (1) 30° (2) 105°

유제 6

대각의 크기의 합이 180°인 사각형을 찾으면
ㄴ. 등변사다리꼴 ㅁ. 직사각형 ㅂ. 정사각형이다.







답 ㄴ, ㅁ, ㅂ

개념 꽉 잡기 P.120

01 (1) $\angle x=105^\circ$, $\angle y=100^\circ$ (2) $\angle x=65^\circ$, $\angle y=115^\circ$
02 (1) $\angle x=72^\circ$, $\angle y=84^\circ$ (2) $\angle x=98^\circ$, $\angle y=86^\circ$
03 풀이 참조 04 (1), (2)

01 (1) $\angle x=180^\circ-75^\circ=105^\circ$
$\angle y=180^\circ-80^\circ=100^\circ$
(2) $\angle x=180^\circ-(65^\circ+50^\circ)=65^\circ$
$\angle y=180^\circ-\angle x=180^\circ-65^\circ=115^\circ$

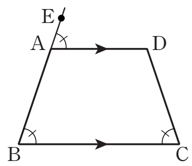
02 (1) $\angle x=\angle ABC=72^\circ$
$\angle y=\angle BAD=84^\circ$

(2) $\angle x=180^\circ-82^\circ=98^\circ$
또, $\angle ABE=2\times43^\circ=86^\circ$이므로
$\angle y=\angle ABE=86^\circ$이다.

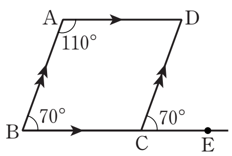
03 $\overline{BC}$는 원 O의 지름이므로 $\angle BAC=90^\circ$이다.
$\angle ABC=90^\circ-35^\circ=55^\circ$이고
□ABCD는 원에 내접하는 사각형이므로
$\angle x=180^\circ-55^\circ=125^\circ$이다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정	$\angle BAC$의 크기 구하기	30 %
	$\angle ABC$의 크기 구하기	30 %
답 구하기	$\angle x$의 크기 구하기	40 %

04 (1) $\angle BAD+\angle BCD=96^\circ+84^\circ=180^\circ$
(2) $\angle EAD=\angle B$ ······ ㉠,
$\angle B=\angle C$ ······ ㉡
㉠, ㉡에서
$\angle EAD=\angle C$이다.



(3) $\angle B=\angle DCE=70^\circ$(동위각)에서
$\angle A\neq\angle DCE$이다.
따라서 (1), (2)가 원에 내접한다.



필수 예제 4 P.121

$\angle ABC=\angle CAP=56^\circ$이므로
$\triangle ABC$에서 $\angle x=180^\circ-(70^\circ+56^\circ)=54^\circ$이다.

답 54°

유제 7

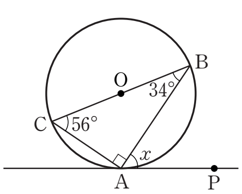
(1) $\angle BCA=\angle BAT'=70^\circ$이므로
$\triangle ABC$에서 $\angle x=180^\circ-(40^\circ+70^\circ)=70^\circ$이다.
(2) $\angle ACB=\angle BAT'=48^\circ$이므로
$\angle x=2\angle ACB=2\times48^\circ=96^\circ$이다.

답 (1) 70° (2) 96°

유제 8

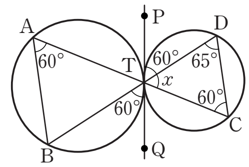
$\angle BAC=90^\circ$이므로 $\triangle ABC$에서
$\angle ACB=180^\circ-(90^\circ+34^\circ)$
$=56^\circ$
따라서 $\angle x=\angle ACB=56^\circ$이다.

답 56°



필수 예제 5 P.122

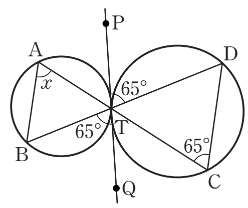
$\angle BTQ=\angle BAT=60^\circ$이므로
$\angle PTD=\angle BTQ=60^\circ$이다.
$\angle DCT=\angle PTD=60^\circ$이므로
$\triangle CDT$에서
$\angle x=180^\circ-(65^\circ+60^\circ)=55^\circ$
이다.



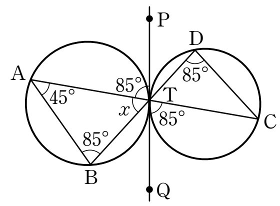
답 55°

유제 9

(1) $\angle DTP=\angle DCT=65^\circ$,
$\angle BTQ=\angle DTP=65^\circ$
이므로
$\angle x=\angle BTQ=65^\circ$이다.



(2) $\angle CTQ=\angle CDT=85^\circ$,
$\angle ATP=\angle CTQ=85^\circ$,
$\angle ABT=\angle ATP=85^\circ$
이므로
$\triangle ABT$에서
$\angle x=180^\circ-(45^\circ+85^\circ)=50^\circ$이다.



답 (1) 65° (2) 50°

유제 10

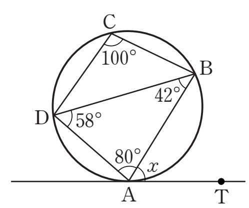
(1) $\angle y=\angle ABT=54^\circ$
$\angle x=\angle CDT=\angle CTP=\angle y=54^\circ$
(2) $\angle x=\angle BTQ=52^\circ$
$\angle CTP=180^\circ-(52^\circ+48^\circ)=80^\circ$이므로
$\angle y=\angle CTP=80^\circ$이다.

답 (1) $\angle x=54^\circ$, $\angle y=54^\circ$ (2) $\angle x=52^\circ$, $\angle y=80^\circ$

개념 꽉 잡기 P.123

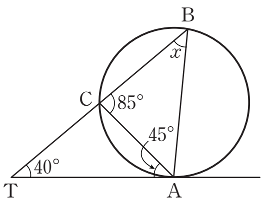
01 (1) 58° (2) 45° 02 $\angle x=92^\circ$, $\angle y=53^\circ$
03 $\angle x=46^\circ$, $\angle y=22^\circ$ 04 풀이 참조

01 (1) □ABCD는 주어진 원에
내접하므로
$\angle BAD=180^\circ-100^\circ$
$=80^\circ$



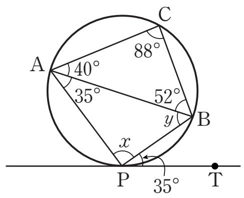
$\triangle$ABD에서
$\angle ADB = 180^\circ - (80^\circ + 42^\circ)$
$= 58^\circ$
이므로 $\angle x = \angle ADB = 58^\circ$이다.

(2) $\triangle$CTA에서 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같으므로



$\angle CAT$
$= \angle ACB - \angle CTA$
$= 85^\circ - 40^\circ = 45^\circ$
이므로 $\angle x = \angle CAT = 45^\circ$이다.

02 $\triangle$ABC에서
$\angle ACB$
$= 180^\circ - (40^\circ + 52^\circ)$
$= 88^\circ$



□APBC는 원에 내접하므로
$\angle x = 180^\circ - 88^\circ = 92^\circ$이다.
$\angle BAP = \angle BPT = 35^\circ$이므로 $\triangle$ABP에서
$\angle y = 180^\circ - (35^\circ + 92^\circ) = 53^\circ$이다.

03 $\overline{AD}$를 그으면 $\angle BAT = \angle ADB = 68^\circ$
$\angle DAB = 90^\circ$이므로
$\angle y = 180^\circ - (90^\circ + 68^\circ) = 22^\circ$이다.
$\triangle$ABC에서 $\angle BAT = \angle ABC + \angle x$
$68^\circ = 22^\circ + \angle x$
따라서 $\angle x = 46^\circ$이다.

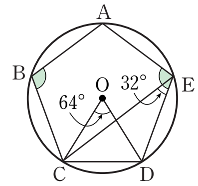
04 □ABCD는 큰 원에 내접하므로
$\angle ABP = \angle ADC = 70^\circ$이다.
따라서 $\angle x = \angle ABP = 70^\circ$이다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정	$\angle ABP$의 크기 구하기	50 %
답 구하기	$\angle x$의 크기 구하기	50 %

유형 꽉 잡기
P.124~125

01 ④	02 ②	03 100°	04 풀이 참조
05 45°	06 $\angle x = 42^\circ$, $\angle y = 78^\circ$	07 ⑤	
08 $\angle x = 54^\circ$, $\angle y = 54^\circ$		09 풀이 참조	10 ③
11 ①	12 $\angle x = 60^\circ$, $\angle y = 64^\circ$		13 ②

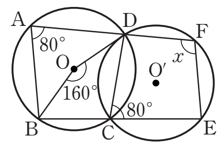
01 $\angle CED = \dfrac{1}{2}\angle COD$
$= \dfrac{1}{2} \times 64^\circ = 32^\circ$



이므로
$\angle ABC + \angle AED$
$= \angle ABC + \angle AEC + \angle CED$
$= 180^\circ + 32^\circ = 212^\circ$

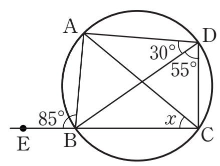
02 $\triangle$PBC에서 $\angle PCQ = \angle x + 30^\circ$이고
$\triangle$ABQ에서 $\angle PAQ = \angle x + 50^\circ$이다.
$\angle BAQ + \angle PAQ = 180^\circ$이고
□ABCD가 원 O에 내접하므로
$\angle PCQ + \angle PAQ = 180^\circ$
$(\angle x + 30^\circ) + (\angle x + 50^\circ) = 180^\circ$
$2\angle x = 100^\circ$
따라서 $\angle x = 50^\circ$이다.

03 $\angle BAD = \dfrac{1}{2}\angle BOD$
$= \dfrac{1}{2} \times 160^\circ = 80^\circ$



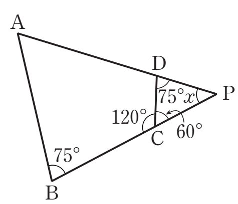
이므로 $\angle DCE = \angle BAD = 80^\circ$
이다.
따라서 $\angle x = 180^\circ - \angle DCE$
$= 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$

04 $\angle ADC = \angle ABE = 85^\circ$이므로
$\angle ADB = \angle ADC - \angle BDC$
$= 85^\circ - 55^\circ = 30^\circ$
따라서 $\angle x = \angle ADB = 30^\circ$이다.



채점 요소		배점 비율
해결 과정	$\angle ADC$의 크기 구하기	40 %
	$\angle ADB$의 크기 구하기	20 %
답 구하기	$\angle x$의 크기 구하기	40 %

05 $\angle CDP = \angle ABC = 75^\circ$이고
$\angle DCP = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$
이므로 $\triangle$CDP에서
$\angle x = 180^\circ - (75^\circ + 60^\circ)$
$= 45^\circ$



06 $\angle y = \angle DAE = 78^\circ$이므로
$\triangle$BCD에서 $\angle x = 180^\circ - (60^\circ + 78)^\circ = 42^\circ$

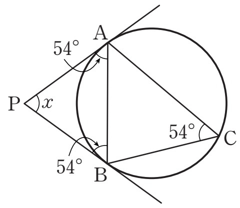
07 ⑤ $\angle BAD + \angle BCD = 108^\circ + 72^\circ = 180^\circ$
따라서 □ABCD는 원에 내접한다.

08 $\angle y=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times108^{\circ}=54^{\circ}$

접선과 현이 이루는 각의 크기에 의하여

$\angle x=\angle y=54^{\circ}$이다.

09 $\overline{AB}$를 그으면



$\angle PAB=\angle ACB=54^{\circ}$,

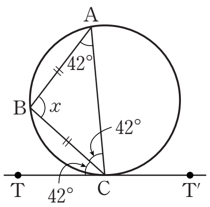
$\angle PBA=\angle ACB=54^{\circ}$이므로

$\triangle PAB$에서

$\angle x=180^{\circ}-2\times54^{\circ}=72^{\circ}$

	채점 요소	배점 비율
해결 과정	$\angle PAB$, $\angle PBA$의 크기 구하기	70 %
답 구하기	$\angle x$의 크기 구하기	30 %

10 $\overline{AC}$를 그으면



$\angle BAC=\angle BCT=42^{\circ}$이다.

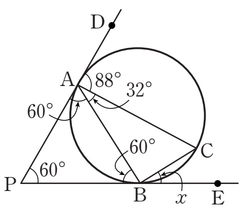
또, $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{BC}$이므로

$\angle BCA=\angle BAC=42^{\circ}$이다.

따라서 $\angle x=180^{\circ}-2\times42^{\circ}=96^{\circ}$

이다.

11 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로



$\angle PAB=\angle PBA$

$=\frac{1}{2}\times(180^{\circ}-60^{\circ})$

$=60^{\circ}$

$\angle BAC=180^{\circ}-(60^{\circ}+88^{\circ})$

$=32^{\circ}$

따라서 $\angle x=\angle BAC=32^{\circ}$이다.

12 $\angle x=\angle BTQ=\angle PTD=\angle DCT=60^{\circ}$

$\triangle ABT$에서 $\angle ABT=180^{\circ}-(60^{\circ}+56^{\circ})=64^{\circ}$

이므로 $\angle y=\angle CTQ=\angle ATP=\angle ABT=64^{\circ}$

13 $\square ABCD$는 큰 원에 내접하므로

$\angle DCT=\angle BAD=55^{\circ}$이다.

$\angle CDT=\angle CTQ=85^{\circ}$이므로

$\triangle CDT$에서 $\angle x=180^{\circ}-(55^{\circ}+85^{\circ})=40^{\circ}$

03 원주각의 활용 (2)

필수 예제 1

P.126

$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로

(1) $6\times1.5=9x$에서 $x=1$이다.

(2) $x(x+3)=4(4+6)$,

$x^2+3x-40=0$,

$(x+8)(x-5)=0$

그런데 $x>0$이므로 $x=5$이다.

답 (1) 1 (2) 5

유제 1

$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로

(1) $(x-6)\cdot6=3(11-3)$, $x-6=4$

에서 $x=10$이다.

(2) $4(4+x)=3(3+9)$, $4+x=9$

에서 $x=5$이다.

답 (1) 10 (2) 5

유제 2

$\overline{PA}^2=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로 $x^2=5\times2=10$이다.

그런데 $x>0$이므로 $x=\sqrt{10}$이다.

답 $\sqrt{10}$

필수 예제 2

P.127

$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$에서

$\overline{PC}=6-x$, $\overline{PD}=6+x$이므로

$3(3+5)=(6-x)(6+x)=6^2-x^2$, $x^2=12$

그런데 $x>0$이므로 $x=2\sqrt{3}$이다.

답 $2\sqrt{3}$

유제 3

(1) $\overline{PC}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로 $x^2=6\times2=12$이다.

그런데 $x>0$이므로 $x=2\sqrt{3}$이다.

(2) $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로

$2(2+4)=(5-x)(5+x)=5^2-x^2$,

$x^2=13$이다.

그런데 $x>0$이므로 $x=\sqrt{13}$이다.

답 (1) $2\sqrt{3}$ (2) $\sqrt{13}$

유제 4

$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로

(1) $5\times8=(7-x)(7+x)=7^2-x^2$,

$x^2=9$이다.

그런데 $x>0$이므로 $x=3$이다.

(2) $6(6+4)=(9-x)(9+x)=9^2-x^2$,

$x^2=21$이다.

그런데 $x>0$이므로 $x=\sqrt{21}$이다.

답 (1) 3 (2) $\sqrt{21}$

필수 예제 3

P.128

$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로

$x\times4=3\times(11-3)$에서

$x=6$이다.

답 6

유제 5

$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로

$x\times2=3(2+5)$에서

$x=\frac{21}{2}$이다.

답 $\frac{21}{2}$

유제 6

$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로

$5(5+x)=6(6+4)$, $5+x=12$

따라서 $x=7$이다.

답 7

개념 꽉 잡기

P.129

01 (1) $\frac{28}{3}$ (2) 4 02 $\sqrt{13}$ 03 ② 04 $36-a^2$

05 풀이 참조

01 $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로

(1) $7\times4=3x$에서 $x=\frac{28}{3}$이다.

(2) $6(6+4)=x(x+11)$, $x^2+11x-60=0$,

$(x+15)(x-4)=0$

그런데 $x>0$이므로 $x=4$이다.

02 $4(4+5)=(7-x)(7+x)=7^2-x^2$, $x^2=13$

그런데 $x>0$이므로 $x=\sqrt{13}$이다.

03 $\overline{OP}=(r-2)$ cm이므로 $\overline{PA}=(2r-2)$ cm이다.

따라서 $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$에서

$(2r-2)\times2=4\times4$

$2r-2=8$

즉, $r=5$ cm이다.

04 $\overline{PA}=\overline{OA}-\overline{OP}=6-a$,

$\overline{PB}=\overline{OB}+\overline{OP}=6+a$이므로

$\overline{PC}\cdot\overline{PD}=\overline{PA}\cdot\overline{PB}=(6-a)(6+a)$

$=36-a^2$

05 $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이고 $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PE}\cdot\overline{PF}$이므로

$\overline{PC}\cdot\overline{PD}=\overline{PE}\cdot\overline{PF}$이다.

따라서 $12\times4=3\times\overline{PF}$에서 $\overline{PF}=16$ cm이다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정	$\overline{PC}\cdot\overline{PD}=\overline{PE}\cdot\overline{PF}$임을 알기	60 %
답 구하기	$\overline{PF}$의 길이 구하기	40 %

필수 예제 4

P.130

$\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로

$6^2=3(3+x)$, $12=3+x$

따라서 $x=9$이다.

답 9

유제 7

$\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로

(1) $8^2=x(x+12)$,

$x^2+12x-64=0$,

$(x+16)(x-4)=0$

그런데 $x>0$이므로 $x=4$이다.

(2) $x^2=2(2+6)=16$

그런데 $x>0$이므로 $x=4$이다.

답 (1) 4 (2) 4

유제 8

$\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$가 성립해야 하므로

$x^2=4(4+12)=64$이다.

그런데 $x>0$이므로 $x=8$이다.

답 8

필수 예제 5

P.131

$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로

$4(4+x)=3(3+5)$, $4+x=6$

즉, $x=2$이다.

$\overline{PT}^2=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로

$y^2=3(3+5)=24$이다.

그런데 $y>0$이므로 $y=2\sqrt{6}$이다.

답 $x=2$, $y=2\sqrt{6}$

유제 9

$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로

$2(2+7)=x(x+3)$, $x^2+3x-18=0$,

$(x+6)(x-3)=0$

그런데 $x>0$이므로 $x=3$이다.

답 3

필수 예제 6

$\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}=3(3+4)=21$

그런데 $\overline{PT}>0$이므로 $\overline{PT}=\sqrt{21}$이다.

$\overline{PT'}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}=3(3+4)=21$

그런데 $\overline{PT'}>0$이므로 $\overline{PT'}=\sqrt{21}$이다.

답 $\overline{PT}=\overline{PT'}=\sqrt{21}$

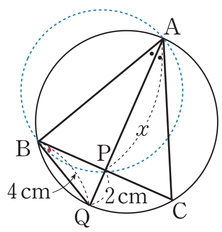
유제 10

$\overline{PT}=\overline{PT'}=\dfrac{1}{2}\overline{TT'}$

$=\dfrac{1}{2}\times 6=3\ (\text{cm})$

답 3 cm

필수 예제 7 P.132



$\angle QBC$, $\angle QAC$는 $\overparen{QC}$의 원주각이므로 $\angle QBC=\angle QAC$이다.

주어진 조건에서

$\angle BAQ=\angle QAC$이므로

$\angle QBC=\angle BAQ$이다.

즉, $\angle QBP=\angle BAP$이다.

따라서 접선과 현이 이루는 각의 성질에 의하여 $\overline{BQ}$는 세 점 A, B, P를 지나는 원의 접선이 된다.

이때 $\overline{QB}^2=\overline{QP}\cdot\overline{QA}$가 성립하므로

$4^2=2(2+x)$, $8=2+x$

따라서 $x=6\ (\text{cm})$이다.

답 6 cm

[다른 풀이]

$\angle QBP=\angle QAC$($\overparen{QC}$의 원주각)이므로

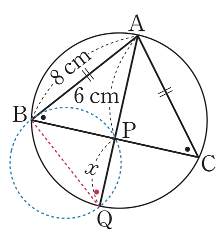
$\angle QBP=\angle QAB$, 즉 $\triangle ABQ\backsim\triangle BPQ$(AA 닮음)이다.

$\overline{QB}:\overline{QA}=\overline{QP}:\overline{QB}$이므로 $\overline{QB}^2=\overline{QP}\cdot\overline{QA}$에서

$4^2=2(2+x)$이다.

따라서 $x=6\ (\text{cm})$이다.

유제 11



$\angle ABC=\angle ACB=\angle AQB$이므로 $\overline{AB}$는 세 점 P, B, Q를 지나는 원의 접선이 된다.

즉, $\overline{AB}^2=\overline{AP}\cdot\overline{AQ}$에서

$8^2=6(6+x)$, $64=36+6x$,

$6x=28$

따라서 $x=\dfrac{14}{3}(\text{cm})$이다.

답 $\dfrac{14}{3}$ cm

[다른 풀이]

$\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\angle ABC=\angle ACB$이다.

또, $\angle AQB=\angle ACB$($\overparen{AB}$의 원주각)이므로

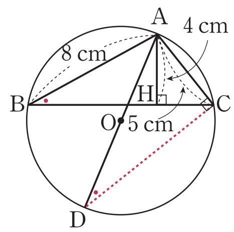
$\triangle ABP\backsim\triangle AQB$(AA 닮음)이다.

$\overline{AB}:\overline{AP}=\overline{AQ}:\overline{AB}$이므로 $\overline{AB}^2=\overline{AP}\cdot\overline{AQ}$에서

$8^2=6(6+x)$이다.

따라서 $x=\dfrac{14}{3}\ (\text{cm})$이다.

유제 12



오른쪽 그림과 같이 두 점 C, D를 이으면 $\overline{AD}$가 지름이므로

$\angle ACD=90°$이다.

또한 $\angle ABC$, $\angle ADC$는 $\overparen{AC}$의 원주각이므로

$\angle ABC=\angle ADC$이다.

즉, $\triangle ABH\backsim\triangle ADC$(AA 닮음)이다.

$\overline{AB}:\overline{AH}=\overline{AD}:\overline{AC}$이므로

$\overline{AB}\cdot\overline{AC}=\overline{AD}\cdot\overline{AH}$에서

$8\times 5=\overline{AD}\times 4$이다.

따라서 $\overline{AD}=10\ (\text{cm})$이다.

답 10 cm

개념 꽉 잡기 P.133

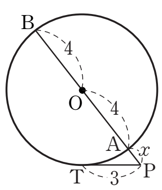
01 ② 02 1 03 ② 04 7 05 풀이 참조

01 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로

$x^2=6(6+6)$, $x^2=72$

그런데 $x>0$이므로 $x=6\sqrt{2}$이다.

02 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로



$3^2=x(x+8)$,

$x^2+8x-9=0$,

$(x+9)(x-1)=0$

그런데 $x>0$이므로 $x=1$이다.

03 $\overline{QA}\cdot\overline{QB}=\overline{QC}\cdot\overline{QT}$에서 $\overline{QA}\times 4=2\times 6$이므로

$\overline{QA}=3$ cm이다.

또, $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$에서

$(2\sqrt{15})^2=x(x+7)$, $x^2+7x-60=0$

$(x+12)(x-5)=0$

그런데 $x>0$이므로 $x=5$ cm이다.

04 $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PT}^2=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로
$6(6+4)=5(5+x)$,
$12=5+x$
따라서 $x=7$이다.

05 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\angle ABC=\angle ACB$이다.
또, 보조선 BQ를 그으면 $\widehat{AB}$에 대한 원주각에서
$\angle AQB=\angle ACB$이다.
즉, $\angle ABC=\angle AQB$이다.
따라서 $\triangle PQB$가 원에 내접하므로 $\overline{AB}$는 $\triangle PQB$의 외접원의 접선이다.
즉, $\overline{AB}^2=\overline{AP}\cdot\overline{AQ}$에서 $6^2=5\times(5+\overline{PQ})$이므로
$\overline{PQ}=\dfrac{11}{5}$ cm이다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정	$\angle ABC=\angle AQB$임을 알기	40 %
	$\triangle PQB$가 원의 내접함을 알기	30 %
답 구하기	$\overline{PQ}$의 길이 구하기	30 %

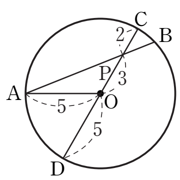
유형 꽉 잡기

P.134~135

01 9	02 ⑤	03 ①	04 ④
05 ②	06 9	07 10	08 ②
09 ②	10 풀이 참조	11 ④	12 49π

01 $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로
$5(5+13)=6(6+x)$, $15=6+x$
따라서 $x=9$이다.

02 $\overline{OP}$를 연장하여 현 CD를 그으면
$\overline{PC}=2$, $\overline{OD}=\overline{OA}=5$이므로
$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}=2\times8$
$=16$



03 $\overline{CD}=x$라 하면 $\overline{CD}^2=\overline{DA}\times\overline{DB}$에서
$x^2=2\times(4+2)=12$이다.
그런데 $x>0$이므로 $\overline{CD}=x=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ cm이다.

04 $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로 $\overline{PC}=x$라 하면
$5\times(5+4)=x(x+12)$, $x^2+12x-45=0$
$(x+15)(x-3)=0$
그런데 $x>0$이므로 $x=3$ cm이다.

05 $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로
$4\times9=3\times(3+\overline{CD})$,
$3+\overline{CD}=12$
따라서 $\overline{CD}=9$이므로
(원 O′의 둘레의 길이)$=9\pi$이다.

06 $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로
$(2+6)\cdot3=2(3+x)$, $3+x=12$
따라서 $x=9$이다.

07 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로
$x^2=5(5+15)$, $x^2=100$
그런데 $x>0$이므로 $x=10$이다.

08 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$에서 $\overline{PT}^2=3\times(3+9)=36$이다.
즉, $\overline{PT}=6$이다.
또, $\angle PTA=\angle PBT$(접선과 현이 이루는 각)
$\angle P$는 공통이므로 $\triangle APT\backsim\triangle TPB$ (AA 닮음)이다.
$\overline{AP}:\overline{TP}=\overline{AT}:\overline{TB}$에서 $3:6=5:x$
$3x=30$
따라서 $x=10$이다.

09 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로
$\overline{PT}^2=3(3+6)$에서
$\overline{PT}=3\sqrt{3}$이다.
또, $\overline{TB}\perp\overline{PT}$이므로 직각삼각형 BTP에서
$\overline{BT}=\sqrt{9^2-(3\sqrt{3})^2}=3\sqrt{6}$이다.

$$\text{따라서 }\triangle PTB=\frac{1}{2}\times\overline{PT}\times\overline{BT}$$
$$=\frac{1}{2}\times3\sqrt{3}\times3\sqrt{6}$$
$$=\frac{27\sqrt{2}}{2}$$

10 $\overline{AP}^2=\overline{AO}\cdot\overline{AB}$이므로
$\overline{AP}^2=4(4+4)$이다.
즉, $\overline{AP}=4\sqrt{2}$ (cm)이다.
$\angle APO'=\angle AQB=90^\circ$, $\angle A$는 공통에서
$\triangle APO'\backsim\triangle AQB$(AA 닮음)이므로
$\overline{AP}:\overline{AQ}=\overline{AO'}:\overline{AB}$,
$4\sqrt{2}:\overline{AQ}=6:8$
따라서 $\overline{AQ}=\dfrac{16\sqrt{2}}{3}$ (cm)이다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정	$\overline{AP}$의 길이 구하기	40 %
	$\triangle APO'\backsim\triangle AQB$임을 알기	30 %
답 구하기	$\overline{AQ}$의 길이 구하기	30 %

11 ㄱ. $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로

$4(4+\overline{AB})=6\times10$,

$4+\overline{AB}=15$

즉, $\overline{AB}=11$이다.

따라서 $\overline{OA}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times11=5.5$이다.

ㄴ. $\overline{PT}^2=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로

$\overline{PT}^2=6\times10$, $\overline{PT}^2=60$

그런데 $\overline{PT}>0$이므로 $\overline{PT}=2\sqrt{15}$이다.

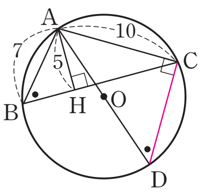
ㄷ. (원 O의 둘레의 길이)$=\pi\times$(지름의 길이)

$=\pi\times11$

$=11\pi$

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

12 오른쪽 그림과 같이 두 점 C와 D를 이으면



$\angle ACD=90^\circ$

(반원에 대한 원주각)

$\angle ABC=\angle ADC$

($\overset{\frown}{AC}$에 대한 원주각)

따라서 $\triangle ABH\backsim\triangle ADC$이므로

$\overline{AB}:\overline{AH}=\overline{AD}:\overline{AC}$,

$7:5=\overline{AD}:10$,

$5\overline{AD}=70$에서 $\overline{AD}=14$이다.

따라서 $\overline{AO}=\frac{1}{2}\overline{AD}=7$이므로 원 O의 넓이는

$\pi\times7^2=49\pi$이다.

서술형 꽉 잡기

P.136~137

01 □CDEF는 원에 내접하므로

$\angle DCF=180^\circ-125^\circ=55^\circ$,

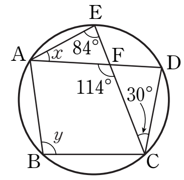
$\angle BCF=115^\circ-55^\circ=60^\circ$이다.

□ABCF는 원에 내접하므로

$\angle x=180^\circ-60^\circ=120^\circ$이다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정	$\angle DCF$의 크기 구하기	30 %
	$\angle BCF$의 크기 구하기	30 %
답 구하기	$\angle x$의 크기 구하기	40 %

02 (1) $\angle x=\angle DCE=30^\circ$



(2) $\angle AEF=\angle AFC-\angle EAF$

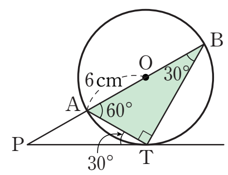
$=114^\circ-30^\circ=84^\circ$

□ABCE는 원에 내접하므로

$\angle y=180^\circ-84^\circ=96^\circ$이다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정	$\angle AEF$의 크기 구하기	30 %
답 구하기	(1) $\angle x$의 크기 구하기	30 %
	(2) $\angle y$의 크기 구하기	40 %

03 $\angle ABT=\angle ATP=30^\circ$



$\angle ATB=90^\circ$이므로

$\angle BAT$

$=180^\circ-(30^\circ+90^\circ)=60^\circ$

이때

$\overline{AB}:\overline{AT}:\overline{BT}=2:1:\sqrt{3}$

이므로

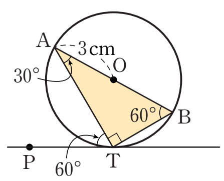
$\overline{AT}=6$ cm, $\overline{BT}=6\sqrt{3}$ cm이다.

따라서 $\triangle ATB=\frac{1}{2}\times\overline{AT}\times\overline{BT}$

$=\frac{1}{2}\times6\times6\sqrt{3}=18\sqrt{3}\ (cm^2)$

채점 요소		배점 비율
해결 과정	$\angle BAT$의 크기 구하기	30 %
	$\overline{AT}$, $\overline{BT}$의 길이 각각 구하기	40 %
답 구하기	$\triangle ATB$의 넓이 구하기	30 %

04 지름 AB에 대한 원주각의 크기는 90°이므로



$\angle ATB=90^\circ$이고

$\angle ABT=\angle ATP=60^\circ$

이므로 $\angle BAT=30^\circ$이다.

$\overline{AB}:\overline{BT}:\overline{AT}=2:1:\sqrt{3}$이므로

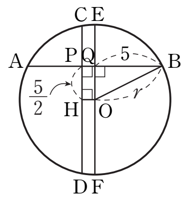
$\overline{BT}=3$ cm, $\overline{AT}=3\sqrt{3}$ cm이다.

따라서 $\triangle ABT=\frac{1}{2}\times\overline{BT}\times\overline{AT}$

$=\frac{1}{2}\times3\times3\sqrt{3}=\frac{9}{2}\sqrt{3}\ (cm^2)$

채점 요소		배점 비율
해결 과정	$\angle BAT$의 크기 구하기	30 %
	$\overline{AT}$, $\overline{BT}$의 길이 각각 구하기	40 %
답 구하기	$\triangle ABT$의 넓이 구하기	30 %

05 원의 중심을 O, 원의 반지름의 길이를 r라 하고 현 AB에 수직이 되도록 지름 EF를 그으면



$\overline{AQ}=\overline{BQ}=\frac{1}{2}\overline{AB}=5$,

$\overline{CH}=\overline{DH}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{11}{2}$,

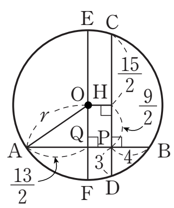
$\overline{PH}=\overline{CH}-\overline{CP}=\frac{11}{2}-3=\frac{5}{2}$

따라서 $\overline{OQ}=\overline{PH}=\frac{5}{2}$이므로 직각삼각형 OBQ에서

$r=\sqrt{5^2+\left(\frac{5}{2}\right)^2}=\frac{5\sqrt{5}}{2}$이다.

	채점 요소	배점 비율
해결 과정	$\overline{BQ}$, $\overline{CH}$의 길이 각각 구하기	40 %
	$\overline{OQ}$의 길이 구하기	30 %
답 구하기	원의 반지름의 길이 구하기	30 %

06 원의 중심을 O, 원의 반지름의 길이를 r라 하고 현 AB에 수직이 되도록 지름 EF를 그으면



$\overline{AQ}=\overline{BQ}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{13}{2}$,

$\overline{CH}=\overline{DH}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{15}{2}$,

$\overline{PH}=\overline{DH}-\overline{PD}=\frac{15}{2}-3=\frac{9}{2}$

따라서 $\overline{OQ}=\overline{PH}=\frac{9}{2}$이므로 직각삼각형 AOQ에서

$r=\sqrt{\left(\frac{13}{2}\right)^2+\left(\frac{9}{2}\right)^2}=\frac{5\sqrt{10}}{2}$이다.

	채점 요소	배점 비율
해결 과정	$\overline{AQ}$, $\overline{CH}$의 길이 각각 구하기	40 %
	$\overline{OQ}$의 길이 구하기	30 %
답 구하기	원의 반지름의 길이 구하기	30 %

07 (1) $\overline{BT}\perp\overline{PT}$이므로 직각삼각형 BPT에서

$\overline{PB}=\sqrt{8^2+6^2}=10\ (\text{cm})$이다.

(2) $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로

$8^2=\overline{PA}\times 10$이다.

따라서 $\overline{PA}=6.4\ (\text{cm})$이므로

$\overline{AB}=\overline{PB}-\overline{PA}=10-6.4$

$=3.6\ (\text{cm})$

	채점 요소	배점 비율
해결 과정	(1) $\overline{PB}$의 길이 구하기	40 %
답 구하기	(2) $\overline{AB}$의 길이 구하기	60 %

08 (1) $\overline{OQ}\perp\overline{AB}$이므로 직각삼각형 OBQ에서

$\overline{BQ}=\sqrt{5^2-3^2}=4$이다.

(2) $\overline{AB}=2\overline{BQ}=2\times 4=8$

(3) $\overline{PT}^2=\overline{PB}\cdot\overline{PA}$이므로

$\overline{PT}^2=4(4+8)=48$이다.

그런데 $\overline{PT}>0$이므로 $\overline{PT}=4\sqrt{3}$이다.

	채점 요소	배점 비율
해결 과정	(1) $\overline{BQ}$의 길이 구하기	30 %
	(2) $\overline{AB}$의 길이 구하기	30 %
답 구하기	(3) $\overline{PT}$의 길이 구하기	40 %

기출 꽉 잡기

P.138~142

01 ①	02 ④	03 ③	04 10
05 ⑤	06 50°	07 ④	08 115°
09 70°	10 ②	11 ①	12 ②
13 ③	14 ②, ④	15 4	16 $\frac{15}{2}$
17 $\frac{20}{3}$	18 ②	19 ⑤	20 ②
21 ②	22 ④	23 ③	24 ②
25 ④	26 ③	27 ②	28 ①
29 ②	30 ①	31~33 풀이 참조	

01 $\angle APB=\frac{1}{2}\angle AOB=60^\circ$

$\triangle OPB$에서 $\overline{OP}=\overline{OB}$이므로

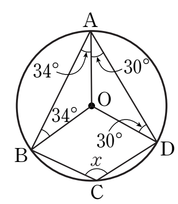
$\angle OPB=\angle OBP=60^\circ$

$\angle POB=180^\circ-120^\circ=60^\circ$

따라서 $\triangle OPB$는 정삼각형이므로

$\overline{PB}=\overline{OB}=5\text{ cm}$이다.

02 $\overline{AO}$를 그으면 $\triangle OAB$, $\triangle OAD$는 이등변삼각형이므로



$\angle BAD=34^\circ+30^\circ=64^\circ$이다.

따라서 □ABCD는 원 O에 내접하므로 $\angle x=180^\circ-64^\circ=116^\circ$이다.

03 $\angle AOB=2\angle APB=68^\circ$

$\triangle OAB$에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

$\angle OAB=\angle OBA=\frac{1}{2}(180^\circ-68^\circ)=56^\circ$이다.

04 호의 길이는 원주각의 크기에 정비례하므로

$\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{BD}=\angle BAC:\angle BAD=1:2$

$5:x=1:2$

따라서 $x=10$이다.

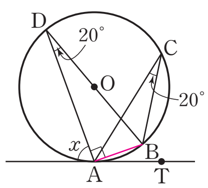
05 $\angle BDC$는 지름 BC에 대한 원주각이므로
$\angle BDC=90^\circ$이다.
즉, $\angle BCD=90^\circ-26^\circ=64^\circ$이다.
따라서 □ABCD는 원 O에 내접하므로
$\angle x=180^\circ-64^\circ=116^\circ$이다.

06 □ABCD가 원 O에 내접하므로
$\angle ADC=180^\circ-110^\circ=70^\circ$이다.
$\triangle ACD$에서 $\angle ACD=90^\circ$이므로
$\angle CAD=90^\circ-70^\circ=20^\circ$,
즉 $\angle CAP=2\angle CAD=40^\circ$이다.
따라서 $\triangle ACP$에서
$\angle x=180^\circ-(40^\circ+90^\circ)=50^\circ$이다.

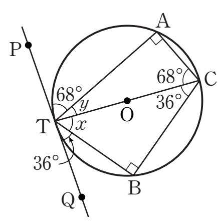
07 $\angle PQC=\angle PBD=96^\circ$이므로
$\angle PAC=180^\circ-\angle PQC=180^\circ-96^\circ=84^\circ$이다.
따라서 $\angle x=2\angle PAC=2\times 84^\circ=168^\circ$이다.

08 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로
$\angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$이다.
□ABCD가 원에 내접하려면
$\angle x+\angle ABC=180^\circ$이어야 하므로
$\angle x=180^\circ-\angle ABC$
$=180^\circ-65^\circ$
$=115^\circ$

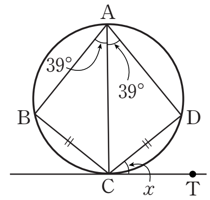
09 한 원에서 같은 호에 대한 원주각의 크기는 같으므로
$\angle ADB=\angle ACB=20^\circ$이다.
또한 $\overline{AB}$를 그으면
$\angle DAB$는 반원에 대한 원주각이므로 $\angle DAB=90^\circ$이다.
따라서 $\triangle ABD$에서
$\angle x=\angle DBA=180^\circ-(90^\circ+20^\circ)=70^\circ$이다.



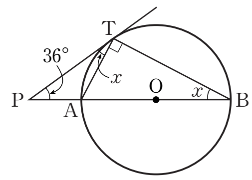
10 지름 CT에 대한 원주각의 크기는 90°이므로
$\angle CAT=\angle CBT=90^\circ$
$\angle ACT=\angle ATP=68^\circ$
$\angle BCT=\angle BTQ=36^\circ$
$\triangle ACT$에서
$\angle y=180^\circ-(90^\circ+68^\circ)=22^\circ$
이고 $\triangle BCT$에서
$\angle x=180^\circ-(90^\circ+36^\circ)=54^\circ$이다.
따라서 $\angle x-\angle y=54^\circ-22^\circ=32^\circ$이다.



11 $\overline{AC}$를 그으면
$\overline{BC}=\overline{CD}$에서 길이가 같은 두 현의 원주각의 크기는 같으므로
$\angle BAC=\angle DAC$
$=\frac{1}{2}\angle BAD$
$=39^\circ$
즉, $\angle x=\angle DAC=39^\circ$이다.



12 $\angle ATP=\angle x$,
$\angle ATB=90^\circ$이므로
$\triangle BTP$에서
$\angle x+(\angle x+90^\circ)+36^\circ$
$=180^\circ$
따라서 $\angle x=27^\circ$이다.

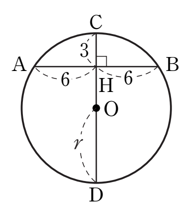


13 큰 원에서 접선과 현이 이루는 각의 성질에 의해
$\angle y=\angle ABT=75^\circ$이다.
또, $\angle BAT=\angle BTQ=\angle DCT=65^\circ$에서
$\angle x=65^\circ$이다.
따라서 $\angle x+\angle y=65^\circ+75^\circ=140^\circ$이다.

14 ① $\angle ADB=\angle ACB=70^\circ$이므로 네 점이 한 원 위에 있다.
② $\angle D=60^\circ-15^\circ=45^\circ$이므로 $\angle A\neq\angle D$이다.
따라서 네 점이 한 원 위에 있지 않다.
③ $\angle ADB=\angle ACB=60^\circ$이므로 네 점이 한 원 위에 있다.
④ 점 A와 D가 $\overline{BC}$에 대해 같은 쪽에 있어야 한다.
⑤ $\angle ACB=55^\circ-35\ =20^\circ$이므로 $\angle ACB=\angle ADB$가 되어 네 점이 한 원 위에 있다.

15 $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로
$x(x+11)=5(5+7)$,
$x^2+11x-60=0$,
$(x+15)(x-4)=0$
그런데 $x>0$이므로 $x=4$이다.

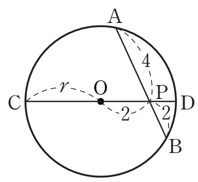
16 원의 반지름의 길이를 r라고 하면
$\overline{HA}\cdot\overline{HB}=\overline{HC}\cdot\overline{HD}$이므로
$6\times 6=3(2r-3)$,
$6r=45$
따라서 $r=\frac{15}{2}$이다.



17 $\overline{OP}\perp\overline{AB}$이므로 $\overline{BP}=\overline{AP}=4$이다.

직각삼각형 ACP에서
$\overline{PC}=\sqrt{5^2-4^2}=3$이다.
원의 반지름의 길이를 r라고 하면
$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로
$4\times4=3(2r-3)$, $6r=25$에서
$r=\frac{25}{6}$이다.
따라서 $\overline{PD}=2\times\frac{25}{6}-3=\frac{16}{3}$이므로
직각삼각형 BDP에서
$\overline{BD}=\sqrt{4^2+\left(\frac{16}{3}\right)^2}=\frac{20}{3}$이다.

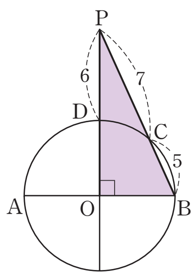
18 원의 반지름의 길이를 r라 하고
지름 CD를 그으면



$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로
$4\times2=(r+2)(r-2)$,
$r^2=12$
그런데 $r>0$이므로 $r=2\sqrt{3}$이다.

19 원 O의 반지름의 길이를 r라 하면
$\overline{PC}=\frac{r}{2}$, $\overline{PD}=\frac{3r}{2}$이므로
$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$에서 $4\times6=\frac{r}{2}\times\frac{3r}{2}$, $r^2=32$
그런데 $r>0$이므로 $r=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$이다.
따라서 $\overline{CD}=2r=2\times4\sqrt{2}=8\sqrt{2}$(cm)이다.

20 오른쪽 그림에서 원의 반지름의 길이
가 $\overline{OD}$이므로



$\overline{PC}\cdot\overline{PB}=\overline{PD}\cdot(\overline{PD}+2\overline{OD})$
$7\times(7+5)=6\times(6+2\overline{OD})$
$14=6+2\overline{OD}$에서
$2\overline{OD}=8$, 즉 $\overline{OD}=4$이다.
따라서 $\triangle POB=\frac{1}{2}\times\overline{OB}\times\overline{PO}$
$=\frac{1}{2}\times4\times(6+4)$
$=20$

21 $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로
$3x=2y$에서 $x=\frac{2}{3}y$이다. ……㉠
㉠을 $x+y=15$에 대입하면
$\frac{2}{3}y+y=15$, $\frac{5}{3}y=15$
즉, $y=9$이다.
$y=9$를 ㉠에 대입하면
$x=\frac{2}{3}\times9=6$이다.
따라서 $xy=6\times9=54$이다.

22 $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로
$(6+4-x)\cdot x=(4-x)(x+10)$
$(10-x)x=(4-x)(x+10)$
$10x-x^2=40-6x-x^2$
$16x=40$
따라서 $x=\frac{5}{2}$이다.

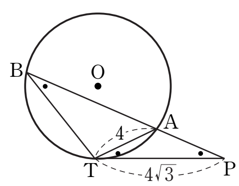
23 $\overline{AB}$에 대하여 $\angle AEB=\angle ADB=90°$이므로 $\overline{AB}$를
지름으로 하는 원이 네 점 A, B, D, E를 지난다.
$\overline{CD}\cdot\overline{CB}=\overline{CE}\cdot\overline{CA}$를 만족하므로
$3(3+x)=4\times6$,
$3+x=8$
따라서 $x=5$ (cm)이다.

24 직각삼각형 OBH에서
$\overline{BH}=\sqrt{5^2-3^2}=4$이고 $\overline{AH}=\overline{BH}=4$이다.
$\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로 $x^2=6(6+8)=84$이다.
따라서 $x=2\sqrt{21}$이다.

25 $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PD}\cdot\overline{PE}$에서
$6(6+4)=x(x+7)$,
$x^2+7x-60=0$,
$(x+12)(x-5)=0$
그런데 $x>0$이므로 $x=5$이다.
또, $\overline{PB}\cdot\overline{PC}=\overline{PE}\cdot\overline{PF}$에서
$10(10+y)=12(12+3)$, $10y=80$
즉, $y=8$이다.
따라서 $x+y=5+8=13$이다.

26 작은 원에서 $\overline{PQ}=\overline{PT}=6$ cm이므로
$\overline{PB}=\overline{PQ}+\overline{QB}=6+3=9$ (cm)이다.
큰 원에서 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로
$6^2=x\times9$이다.
따라서 $x=4$이다.

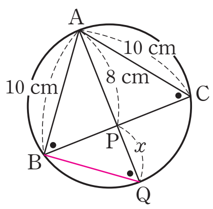
27 $\angle ATP=\angle ABT$이므로
$\angle ATP=\angle APT$이다.



즉 $\overline{AP}=\overline{AT}=4$이다.
$\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로
$\overline{AB}=x$라고 하면
$(4\sqrt{3})^2=4(4+x)$, $12=4+x$
따라서 $\overline{AB}=x=8$이다.

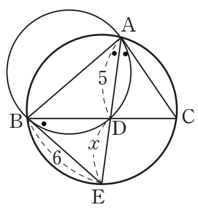
28 두 원이 서로 다른 두 점에서 만날 때, $\overline{PT}=\overline{PT'}$이므로
$\overline{PT}=\overline{PT'}=4\sqrt{6}$이다.
$\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로
$(4\sqrt{6})^2=8\overline{PB}$, $8\overline{PB}=96$
즉, $\overline{PB}=12$이다.
또한 $\triangle PBT$에서 $\angle T=90^\circ$이므로
$\overline{BT}=\sqrt{\overline{PB}^2-\overline{PT}^2}=\sqrt{12^2-(4\sqrt{6})^2}$
$=\sqrt{48}=4\sqrt{3}$
따라서 $\triangle PBT=\frac{1}{2}\cdot\overline{PT}\cdot\overline{BT}$
$=\frac{1}{2}\times4\sqrt{6}\times4\sqrt{3}$
$=24\sqrt{2}$

29 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로
$\angle ABC=\angle ACB$
오른쪽 그림과 같이 점 B와 Q를 이으면



$\angle ACB=\angle AQB$
($\overset{\frown}{AB}$의 원주각)이다.
즉, $\angle ABC=\angle AQB$이다.
따라서 $\overline{AB}$는 세 점 B, P, Q를 지나는 원의 접선이므로 $\overline{AB}^2=\overline{AP}\cdot\overline{AQ}$
$10^2=8(8+x)$
$8x=36$
따라서 $x=4.5$ (cm)이다.

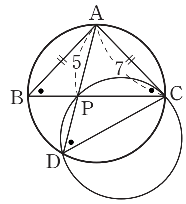
30 $\angle CAE=\angle CBE$
($\overset{\frown}{CE}$의 원주각)이므로
$\overline{BE}^2=\overline{ED}\cdot\overline{EA}$
$6^2=x(x+5)$,
$x^2+5x-36=0$,
$(x+9)(x-4)=0$
그런데 $x>0$이므로 $x=4$이다.



31 □ABCD가 원 O에 내접하므로
$\angle ADC+\angle ABC=180^\circ$에서
$\angle x=180^\circ-105^\circ=75^\circ$이다.
$\triangle PAD$에서 $\angle DAP+35^\circ=75^\circ$이므로
$\angle DAP=40^\circ$이다.
따라서 $\angle DAP=\angle ACD$이므로 $\angle y=40^\circ$이다.
또, $\angle BAT=\angle ACB=50^\circ$이므로
$\triangle ABC$에서 $\angle z=180^\circ-(105^\circ+50^\circ)=25^\circ$이다.
따라서 $\angle x+\angle y-\angle z=75^\circ+40^\circ-25^\circ=90^\circ$이다.

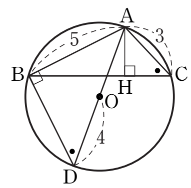
채점 요소		배점 비율
해결 과정	$\angle x$의 크기 구하기	30 %
	$\angle y$의 크기 구하기	30 %
	$\angle z$의 크기 구하기	30 %
답 구하기	$\angle x+\angle y-\angle z$의 크기 구하기	10 %

32 $\overline{CD}$를 그으면
$\angle CDA=\angle CBA$이므로
$\overline{AC}^2=\overline{AP}\cdot\overline{AD}$
$7^2=5(5+\overline{PD})$
$5\overline{PD}=24$
따라서 $\overline{PD}=\frac{24}{5}$이다.



채점 요소		배점 비율
해결 과정	$\angle CDA=\angle CBA$임을 알기	40 %
	$\overline{AC}^2=\overline{AP}\cdot\overline{AD}$임을 이용하기	40 %
답 구하기	$\overline{PD}$의 길이 구하기	20 %

33 $\overline{BD}$를 그으면
$\angle ABD=\angle AHC=90^\circ$,
$\angle ADB=\angle ACH$에서
$\triangle ABD\backsim\triangle AHC$ (AA 닮음)이므로
$\overline{AB}:\overline{AH}=\overline{AD}:\overline{AC}$
$5:\overline{AH}=8:3$
$8\overline{AH}=15$
따라서 $\overline{AH}=\frac{15}{8}$이다.



채점 요소		배점 비율
해결 과정	$\triangle ABD\backsim\triangle AHC$임을 알기	50 %
답 구하기	$\overline{AH}$의 길이 구하기	50 %

I. 통계

1. 대푯값과 산포도

01 대푯값

개념 꽉 P.4

1 112, 14　2 6.5시간　3 중앙값

1 $(\text{평균})=\dfrac{5+4+5+8+5+67+8+10}{8}=14(\text{시간})$

2 작은 것부터 차례대로 나열하면
4, 5, 5, 5, 8, 8, 10, 67이므로
$(\text{중앙값})=\dfrac{5+8}{2}=6.5(\text{시간})$이다.

3 자료의 값 중 매우 큰 값이 있으므로 중앙값인 6.5시간을 대푯값으로 선택하는 것이 좋다.

유형 꽉 P.4

1 (1) 84점 (2) 94점　2 80　3 (1) 23개 (2) 20개　4 13권

1 (1) $(\text{평균})=\dfrac{86+92+78+80}{4}=\dfrac{336}{4}=84(\text{점})$
(2) 영어 점수를 x점이라고 하면
$\dfrac{336+x}{5}=86,\ 336+x=430$
이므로 $x=94$이다.
따라서 유진이의 영어 점수는 94점이다.

2 작은 것부터 차례대로 나열하면
76, 77, 79, 80, 80, 81, 83이므로
중앙값은 80이다.

3 (1) (평균)
$=\dfrac{17+17+17+18+19+21+24+28+32+37}{10}$
$=\dfrac{230}{10}=23(\text{개})$
(2) $(\text{중앙값})=\dfrac{19+21}{2}=20(\text{개})$

4 가운데 위치한 수는 12와 14이므로 중앙값은
$\dfrac{12+14}{2}=13(\text{권})$이다.

개념 꽉 P.5

1 1, 2, 2, 5, 2, 2　2 275 mm, 260 mm　3 275 mm
4 275 mm

4 최빈값이 275 mm이므로 275 mm의 신발을 가장 많이 가지고 있어야 한다.

유형 꽉 P.5

1 ⑤　2 ①　3 ②　4 5회

1 7의 개수는 3이고 최빈값이 7이 되어야 하므로 a의 값이 될 수 없는 것은 개수가 2인 4, 5, 6, 9이다.

2 도수가 가장 큰 계급이 2회이므로 최빈값은 2회이다.

3 대푯값으로 가장 적절한 것은 최빈값인 축구이다.

4 중앙값은 총 도수가 35이므로 18번째 학생이 속하는 계급인 4회 이상 6회 미만의 계급값인 $\dfrac{4+6}{2}=5(\text{회})$이다.

02 산포도

개념 꽉 P.6

1 54 km/h　2 2, 4, 7, −5, −9, −4, −2, 6, 1, 0
3 0

1 $(\text{평균})=\dfrac{56+58+61+49+45+50+52+60+55+54}{10}$
$=\dfrac{540}{10}=54(\text{km/h})$

3 편차의 총합은 항상 0이다.

유형 꽉 P.6

1 ①　2 ④　3 ⑤

1 편차의 총합은 항상 0이므로
$(-3)+5+(-1)+x+3=0$이다.
따라서 $x=-4$이다.

2 편차의 총합은 항상 0이므로
$(-3)+1+x+(-1)+y+2=0$이다.
따라서 $x+y=1$이다.

3 편차의 총합은 항상 0이므로

$2+(-3)+x+1+(-2)=0$에서

$x=2$이다.

따라서 3회 때의 개수는 $45+2=47$(개)이다.

개념 꽉 P.7

1 차례대로 82점, 82점 2 풀이 참조

3 차례대로 56, 256 4 차례대로 $2\sqrt{14}$점, 16점

1 (수학 점수의 평균)$=\frac{80+90+70+90+80}{5}=82$(점)

(영어 점수의 평균)$=\frac{100+70+60+100+80}{5}=82$(점)

2

회	1	2	3	4	5	합계
수학 점수의 편차(점)	-2	8	-12	8	-2	0
영어 점수의 편차(점)	18	-12	-22	18	-2	0

3 (수학 점수의 분산)

$=\frac{(-2)^2+8^2+(-12)^2+8^2+(-2)^2}{5}=\frac{280}{5}=56$

(영어 점수의 분산)

$=\frac{18^2+(-12)^2+(-22)^2+18^2+(-2)^2}{5}=\frac{1280}{5}$

$=256$

4 (수학 점수의 표준편차)$=\sqrt{56}=2\sqrt{14}$(점)

(영어 점수의 표준편차)$=\sqrt{256}=16$(점)

유형 꽉 P.7

1 2 2 ① 3 ② 4 ③

1 (평균)$=\frac{4+5+6+7+8}{5}=\frac{30}{5}=6$이므로

(분산)$=\frac{(-2)^2+(-1)^2+0^2+1^2+2^2}{5}=\frac{10}{5}=2$

2 $\frac{9+5+x+18+12}{5}=10$이므로 $x+44=50$에서

$x=6$이다.

(분산)$=\frac{(-1)^2+(-5)^2+(-4)^2+8^2+2^2}{5}=22$

3 (평균)$=\frac{11+7+9+12+8+10+7+8}{8}=\frac{72}{8}$

$=9$(개)

(표준편차)

$=\sqrt{\frac{2^2+(-2)^2+0^2+3^2+(-1)^2+1^2+(-2)^2+(-1)^2}{8}}$

$=\sqrt{\frac{24}{8}}=\sqrt{3}$(개)

4 편차의 총합은 항상 0이므로 강희의 편차를 a라고 하면

$-2+3+0-4+a=0$이고 $a=3$이다. 따라서

(분산)$=\frac{(-2)^2+3^2+0^2+(-4)^2+3^2}{5}=7.6$

(표준편차)$=\sqrt{7.6}$ (점)

개념 꽉 P.8

1 차례대로 9점, 9점 2 풀이 참조 3 차례대로 $\frac{8}{7}$, $\frac{2}{7}$

4 차례대로 $\frac{2\sqrt{14}}{7}$점, $\frac{\sqrt{14}}{7}$점

1 (A의 평균)$=\frac{63}{7}=9$(점), (B의 평균)$=\frac{63}{7}=9$(점)

2

점수(점)	7	8	9	10
A의 도수	1	1	2	3
B의 도수	0	1	5	1

3 (A의 분산)

$=\frac{(-2)^2\times1+(-1)^2\times1+0^2\times2+1^2\times3}{7}=\frac{8}{7}$

(B의 분산)

$=\frac{(-2)^2\times0+(-1)^2\times1+0^2\times5+1^2\times1}{7}=\frac{2}{7}$

4 (A의 표준편차)$=\sqrt{\frac{8}{7}}=\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{7}}=\frac{2\sqrt{14}}{7}$(점)

(B의 표준편차)$=\sqrt{\frac{2}{7}}=\frac{\sqrt{14}}{7}$(점)

유형 꽉 P.8~9

1 ① 2 2 3 84 4 120 5 ③ 6 $\sqrt{21}$분 7 9분

8 (분산)$=12000$, (표준편차)$=20\sqrt{30}$ kcal 9 ④

1 (분산)$=\frac{(-2)^2\times3+(-1)^2\times4+0^2\times6+1^2\times5+2^2\times1+3^2\times1}{20}$

$=\frac{34}{20}=1.7$

2 (평균)$=\frac{1+3+0+2+4}{5}=2$(개)이므로

$(\text{분산})=\dfrac{(1-2)^2+(3-2)^2+(0-2)^2+(2-2)^2+(4-2)^2}{5}$

$=\dfrac{10}{5}=2$

3 $(\text{평균})=\dfrac{65\times2+75\times3+85\times4+95\times1}{10}=79(\text{점})$

$(\text{분산})=\dfrac{(-14)^2\times2+(-4)^2\times3+6^2\times4+16^2\times1}{10}$

$=\dfrac{840}{10}=84$

4

통학 시간(분)	도수(명)
$10^{\text{이상}}\sim20^{\text{미만}}$	2
20 ~30	4
30 ~40	8
40 ~50	4
50 ~60	2
합계	20

$(\text{평균})=\dfrac{15\times2+25\times4+35\times8+45\times4+55\times2}{20}$

$=\dfrac{700}{20}=35(\text{분})$

(분산)

$=\dfrac{(-20)^2\times2+(-10)^2\times4+0^2\times8+10^2\times4+20^2\times2}{20}$

$=\dfrac{2400}{20}=120$

5 (표준편차)

$=\sqrt{\dfrac{(-2)^2\times2+(-1)^2\times1+0^2\times3+1^2\times3+2^2\times1}{10}}$

$=\sqrt{\dfrac{16}{10}}=\sqrt{1.6}(\text{점})$

6 $(\text{평균})=\dfrac{20\times1+25\times4+30\times3+35\times2}{10}=28(\text{분})$

(표준편차)

$=\sqrt{\dfrac{(-8)^2\times1+(-3)^2\times4+2^2\times3+7^2\times2}{10}}$

$=\sqrt{\dfrac{210}{10}}=\sqrt{21}(\text{분})$

7 $(\text{평균})=\dfrac{5\times1+15\times3+25\times4+35\times2}{10}=22(\text{분})$

(표준편차)

$=\sqrt{\dfrac{(-17)^2\times1+(-7)^2\times3+3^2\times4+13^2\times2}{10}}$

$=\sqrt{\dfrac{810}{10}}=\sqrt{81}=9(\text{분})$

8 $(\text{분산})=\dfrac{240000}{20}=12000$

$(\text{표준편차})=\sqrt{12000}=20\sqrt{30}\ (\text{kcal})$

9 (가) $(\text{평균})=\dfrac{2\times3+6\times5+10\times7+14\times4+18\times1}{20}$

$=\dfrac{180}{20}=9(\text{시간})$

(나) $(\text{분산})=\dfrac{(-7)^2\times3+(-3)^2\times5+1^2\times7+5^2\times4+9^2\times1}{20}$

$=\dfrac{380}{20}=19$

(다) $(\text{표준편차})=\sqrt{19}(\text{시간})$

개념 꽉 P.10

1 ③ 2 C 반 3 B 반

1 ① 편차는 변량에서 평균을 뺀 값을 말한다.
② 편차의 총합은 항상 0이다.
④, ⑤ 분산(표준편차)이 작을수록 자료는 고르게 분포되어 있다.

2 편차가 가장 큰 반은 그래프가 가장 넓게 분포된 C 반이다.

3 성적이 가장 고른 반은 평균값에 자료들이 가장 가까이 모여 있는 B 반이다.

유형 꽉 P.10

1 ⑤ 2 B 학급 3 ③

1 자료가 고를수록 표준편차는 작으므로 표준편차가 가장 작은 것은 ⑤이다.

2 자료가 평균에 몰려 있을수록 분산이 작으므로 분산의 크기가 가장 작은 학급은 B 학급이다.

3 ①, ④ 평균 소득은 B 도시가 더 많다.
②, ③ 소득의 격차는 그래프가 더 넓게 분포된 B 도시가 더 크다.
⑤ 평균값에 자료들이 더 가까이 모여 있는 A 도시가 소득의 분포가 더 고르다.

학교 시험 꽉 잡기 P.11~13

01 ③ 02 ④ 03 ③ 04 (1) 20 m^3 (2) 21 m^3 (3) 14 m^3
05 $20\le a\le25$ 06 야구 07 평균
08 (중앙값)$=190$ g, (최빈값)$=210$ g 09 ⑤ 10 ⑤
11 ⑤ 12 ① 13 ① 14 19 15 ① 16 ②
17 $\dfrac{5\sqrt{6}}{3}$점 18 22 19 ② 20 235 21 ④
22 풀이 참조 23 ③

01 3회의 평균이 89점이므로 총점은 $89\times3=267$(점)이다.
4회의 점수를 x점이라고 하면 $\frac{267+x}{4}\geq91$이므로
$267+x\geq364$에서 $x\geq97$이다.
따라서 마지막 시험에서 은서는 97점 이상을 받아야 한다.

02 자료를 표로 정리하면 오른쪽과 같으므로 최빈값은 떡볶이이다.

음식	학생 수
라면	4
김밥	2
어묵	3
떡볶이	6
튀김	5

03 5시간이 3명으로 가장 많이 나타나므로 최빈값은 5시간이다.

04 (1) $(\text{평균})=\frac{27+25+23\times2+20+16\times2+14\times3+22+26}{12}$
$=\frac{240}{12}=20(\text{m}^3)$
(2) 자료를 작은 것부터 크기순으로 나열하면
14, 14, 14, 16, 16, 20, 22, 23, 23, 25, 26, 27
총 도수가 12이므로 6번째와 7번째의 자료의 평균이 중앙값이다.
따라서 $\frac{20+22}{2}=21(\text{m}^3)$이다.
(3) 최빈값은 자료의 값 중에서 가장 많이 나타난 값이므로 14 m^3이다.

05 (가)에서 중앙값이 20이므로 a는 20보다 크거나 같아야 한다. 즉, $a\geq20$이다. …… ㉠
(나)에서 중앙값 30은 25와 35의 평균값이므로 a는 25보다 작거나 같아야 한다. 즉, $a\leq25$이다. …… ㉡
따라서 ㉠, ㉡에서 $20\leq a\leq25$이다.

06 가장 적절한 대푯값은 최빈값인 야구이다.

07 $(\text{평균})=\frac{2+5\times3+6\times2+7+8\times2+38}{10}=\frac{90}{10}$
$=9$(권),
$(\text{중앙값})=\frac{6+6}{2}=6$(권), (최빈값)$=5$(권)
따라서 자료의 중심 경향을 잘 나타내지 못하는 것은 평균이다.

08 총 도수가 30이므로 얼룩진 부분인 180 g 이상 200 g 미만인 계급의 도수는 6이다. 중앙값은 15번째와 16번째의 변량이 속하는 180 g 이상 200 g 미만인 계급의 계급값이므로 $\frac{180+200}{2}=190(\text{g})$이다.
최빈값은 도수가 가장 큰 계급의 계급값이므로
$\frac{200+220}{2}=210(\text{g})$이다.

09 편차의 총합은 항상 0이므로
$2+(-1)+(-4)+x+0=0$이고 $x=3$이다.

10 편차의 총합은 항상 0이므로 C의 편차를 a라고 하면
$-6-5+a+3-4+8=0$이므로 $a=4$이다.
편차가 4이므로 학생 C의 점수는 $72+4=76$(점)이다.

11 편차의 총합은 항상 0이므로
$(-2)+3+4+(-1)+x=0$이고 $x=-4$이다.
$(\text{분산})=\frac{(-2)^2+3^2+4^2+(-1)^2+(-4)^2}{5}=\frac{46}{5}$
따라서 $a=5$, $b=46$이므로 $a+b=51$이다.

12 $(\text{평균})=\frac{4+x+8+y+10}{5}=7$이므로
$x+y=13$이다. …… ㉠
$(\text{분산})=\frac{(-3)^2+(x-7)^2+1^2+(y-7)^2+3^2}{5}$
$=\frac{(x-7)^2+(y-7)^2+19}{5}=4.8$
이므로 $(x-7)^2+(y-7)^2=5$,
$x^2-14x+49+y^2-14y+49=5$에서
$x^2+y^2-14(x+y)+93=0$이다. …… ㉡
㉠을 ㉡에 대입하면 $x^2+y^2-182+93=0$이므로
$x^2+y^2=89$이다.

13 $\frac{9+x+y+5}{4}=\frac{7+6+4+3}{4}$이므로 $x+y=6$이다.
평균이 $\frac{20}{4}=5$(권)이므로
$\frac{4^2+(x-5)^2+(y-5)^2+0^2}{4}=\frac{13}{2}$에서
$16+x^2-10x+25+y^2-10y+25=26$
$x^2+y^2-10(x+y)+66=26$
$x^2+y^2-60+66=26$
$x^2+y^2=20$
따라서 $(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$에서
$6^2=20+2xy$, $2xy=16$이므로
$xy=8$이다.

14 모든 변량에 3을 더해 주었으므로 평균은 3이 오르고 분산은 변함이 없다.
따라서 $M=7+3=10$, $S^2=3^2=9$이므로
$M+S^2=19$이다.

15 $(\text{표준편차})=\sqrt{\dfrac{1^2+(-2)^2+2^2+(-3)^2+3^2+(-1)^2}{6}}$

$=\sqrt{\dfrac{28}{6}}=\sqrt{\dfrac{14}{3}}(\text{점})$

16 $(\text{표준편차})=\sqrt{\dfrac{(-3)^2+1^2+(-5)^2+3^2+4^2}{5}}$

$=\sqrt{\dfrac{60}{5}}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}(\text{점})$

17 $(\text{평균})=\dfrac{95+85+x}{3}=90$이므로

$180+x=270$에서 $x=90$이다. 따라서

$(\text{표준편차})=\sqrt{\dfrac{5^2+(-5)^2+0^2}{3}}=\sqrt{\dfrac{50}{3}}$

$=\dfrac{5\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\dfrac{5\sqrt{6}}{3}(\text{점})$

18 편차의 총합은 항상 0이므로

$(-19)\times2+(-9)\times5+1\times8+11\times3+21\times a=0$,

$-38-45+8+33+21a=0$, $21a=42$

즉, $a=2$이므로 $b=2+5+8+3+a=18+2=20$이다.

따라서 $a+b=22$이다.

19 (분산)

$=\dfrac{(-2)^2\times3+(-1)^2\times8+0^2\times2+1^2\times2+2^2\times3+3^2\times2}{20}$

$=\dfrac{52}{20}=2.6$

20 (평균)

$=\dfrac{5\times4+15\times9+25\times7+35\times7+45\times9+55\times4}{40}$

$=\dfrac{1200}{40}=30(\text{분})$

(분산)

$=\dfrac{(-25)^2\times4+(-15)^2\times9+(-5)^2\times7+5^2\times7+15^2\times9+25^2\times4}{40}$

$=\dfrac{9400}{40}=235$

21 $(\text{A의 평균})=\dfrac{5+6\times2+7\times4+8\times2+9\times1}{10}=\dfrac{70}{10}$

$=7(\text{점})$

$(\text{B의 평균})=\dfrac{5\times2+6+7+8+9+10\times4}{10}=\dfrac{80}{10}$

$=8(\text{점})$

$(\text{A의 분산})=\dfrac{(-2)^2+(-1)^2\times2+0^2\times4+1^2\times2+2^2\times1}{10}$

$=\dfrac{12}{10}=\dfrac{6}{5}$

$(\text{B의 분산})=\dfrac{(-3)^2\times2+(-2)^2+(-1)^2+0^2+1^2+2^2\times4}{10}$

$=\dfrac{40}{10}=4$

따라서 B의 성적이 A의 성적보다 더 우수하지만 더 고르지 못하다.

22 (1) $(\text{연재의 평균})=\dfrac{80}{10}=8(\text{점})$, $(\text{지수의 평균})=\dfrac{80}{10}=8(\text{점})$

(2) $(\text{연재의 분산})=\dfrac{10}{10}=1$, $(\text{연재의 표준편차})=1(\text{점})$,

$(\text{지수의 분산})=\dfrac{6}{10}=0.6$, $(\text{지수의 표준편차})=\sqrt{0.6}(\text{점})$

(3) 표준편차가 작은 지수의 성적이 더 고르다고 할 수 있다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정	(1) 연재와 지수의 평균을 각각 구하기	25 %
	(2) 연재의 분산과 표준편차 구하기	25 %
	(2) 지수의 분산과 표준편차 구하기	25 %
답 구하기	(3) 성적이 고른 선수 찾기	25 %

23 $(\text{평균})=2\times0.1+4\times0.3+6\times0.3$
$+8\times0.1+10\times0.2=6(\text{점})$

$(\text{분산})=(2-6)^2\times0.1+(4-6)^2\times0.3$
$+(8-6)^2\times0.1+(10-6)^2\times0.2$
$=1.6+1.2+0.4+3.2=6.4$

학교 시험 100점 꽉 잡기 P.14

01 ⑤ **02** ① **03** ③ **04** ① **05** ① **06** 풀이 참조

01 작은 것부터 차례대로 나열하면

20, 21, 22, 30, 48, 50, 50

그런데 중앙값이 35이므로 30과 48 사이에 40이 있어야 한다.

따라서 $a=40$이다.

02 평균 이상인 값을 두 개 더했으므로 평균은 커졌다. 또 중앙값보다 큰 값이 두 개 더해졌으므로 중앙값도 커졌다.

03 오른쪽으로 치우친 그래프가 (평균)<(중앙값)<(최빈값)의 분포를 가진다.

04 편차의 총합은 0이므로

$-2+3+a+b+(-3)=0$이고 $a+b=2$이다.

이때 표준편차가 $\sqrt{5}$이므로

$(\text{분산})=\dfrac{(-2)^2+3^2+a^2+b^2+(-3)^2}{5}=5$에서

$a^2+b^2=3$이다.

따라서 $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$이므로

$2^2=3+2ab$에서 $ab=0.5$이다.

05 $\dfrac{1\times a+2\times1+3\times2+4\times9+5\times b}{20}=4$이므로

$a+44+5b=80$에서 $a+5b=36$이다. …… ㉠

$a+1+2+9+b=20$이므로 $a+b=8$이다. …… ㉡

㉠−㉡을 하면 $4b=28$이므로 $b=7$이다.

$b=7$을 ㉡에 대입하면 $a+7=8$이므로 $a=1$이다.

(표준편차)

$$=\sqrt{\dfrac{(-3)^2\times1+(-2)^2\times1+(-1)^2\times2+0^2\times9+1^2\times7}{20}}$$

$$=\sqrt{\dfrac{22}{20}}=\sqrt{1.1}$$

06 세 사람의 평균은 모두 $\dfrac{54}{5}=9$(점)으로 같다. 이때

(은지의 표준편차)$=\sqrt{\dfrac{1^2+0^2+0^2+(-1)^2+0^2+0^2}{6}}$

$=\sqrt{\dfrac{1}{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$(점),

(수진이의 표준편차)$=\sqrt{\dfrac{(-3)^2+1^2+1^2+1^2+(-1)^2+1^2}{6}}$

$=\sqrt{\dfrac{7}{3}}=\dfrac{\sqrt{21}}{3}$(점),

(현수의 표준편차)$=\sqrt{\dfrac{(-2)^2+0^2+1^2+1^2+0^2+0^2}{6}}$

$=1$(점)

이다.

따라서 표준편차가 가장 큰 사람은 수진이고, 가장 작은 사람은 은지이다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정	세 사람의 평균을 각각 구하기	30 %
	세 사람의 표준편차를 각각 구하기	30 %
답 구하기	표준편차가 가장 큰 사람과 가장 작은 사람 찾기	40 %

서술형 꽉 잡기

P.15

01 중앙값은 총 도수가 20이므로 10번째와 11번째 학생이 속하는 계급인 30분 이상 40분 미만의 계급값

$\dfrac{30+40}{2}=35$(분)이다.

최빈값은 도수가 가장 큰 계급의 계급값이므로

$\dfrac{20+30}{2}=25$(분)이다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정 및 답 구하기	x의 값 구하기	60 %
	분산 구하기	40 %

02 (1) (평균)$=\dfrac{1+3+4\times3+8\times4+50}{10}=\dfrac{98}{10}=9.8$(권)

(중앙값)$=\dfrac{4+8}{2}=6$(권)

8권이 4명으로 가장 많이 나타나므로 최빈값은 8권이다.

(2) 평균은 자료 10개 중에서 9개보다 큰 값이므로 중심 경향을 잘 나타내지 못한다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정	(1) 평균, 중앙값, 최빈값 구하기	60 %
답 구하기	(2) 자료의 중심 경향을 잘 나타내지 못하는 것은 어느 것인지 찾고 그 이유 말하기	40 %

03 (평균)$=\dfrac{5+a+7+b+10}{5}=\dfrac{22+a+b}{5}=7$에서

$a+b=13$이므로 $b=13-a$이다.

(분산)$=\dfrac{(5-7)^2+(a-7)^2+(7-7)^2+(13-a-7)^2+(10-7)^2}{5}$

$=\dfrac{4+(a-7)^2+(-a+6)^2+9}{5}=3.6$

$(a-7)^2+(-a+6)^2=5$, $a^2-13a+40=0$

$(a-8)(a-5)=0$이므로 $a=5$ 또는 $a=8$이다.

$a=5$일 때, $b=13-5=8$

$a=8$일 때, $b=13-8=5$

이때 $a<b$이므로 $a=5$, $b=8$이다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정	a, b의 값 구하기	80 %
답 구하기	$a<b$인 조건에 맞는 a, b의 값 구하기	20 %

04 (1) 5회의 수학 점수를 x점이라고 하면

$85+90+90+75+85=75+90+80+85+x$

이므로 $x=95$이다.

따라서 5회의 수학 점수는 95점이다.

(2) (평균)$=\dfrac{425}{5}=85$(점)이므로

(국어 점수의 표준편차)

$=\sqrt{\dfrac{0^2+5^2+5^2+(-10)^2+0^2}{5}}=\sqrt{\dfrac{150}{5}}=\sqrt{30}$(점),

(수학 점수의 표준편차)

$=\sqrt{\dfrac{(-10)^2+5^2+(-5)^2+0^2+10^2}{5}}=\sqrt{\dfrac{250}{5}}$

$=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$(점)

(3) 국어 점수의 표준편차가 수학 점수의 표준편차보다 작으므로 분포 상태가 더 고른 과목은 국어이다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정	(1) 5회의 수학 점수 구하기	30 %
	(2) 국어 점수와 수학 점수의 표준편차 구하기	40 %
답 구하기	(3) 분포 상태가 더 고른 과목 찾기	30 %

Ⅱ. 피타고라스 정리

1. 피타고라스 정리

01 피타고라스 정리

개념 꽉 P.17

1 (1) $\sqrt{41}$ (2) 12 2 $x=10$, $y=2\sqrt{41}$

1 (1) $x=\sqrt{5^2+4^2}=\sqrt{41}$
(2) $x=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12$

2 $\triangle$ABC에서 $x^2=8^2+6^2=100$이므로 $x=10$이다.
$\triangle$ACD에서 $y^2=10^2+8^2=164$이므로 $y=2\sqrt{41}$이다.

유형 꽉 P.17

1 20 2 ② 3 ⑤ 4 15 5 5 m 6 $3\sqrt{5}+3$

1 $\overline{AB}=4k$, $\overline{AC}=3k\,(k>0)$라고 하면
$\overline{BC}=\sqrt{(4k)^2+(3k)^2}=\sqrt{25k^2}=5k$
$5k=25$이므로 $k=5$이다.
따라서 $\overline{AB}=4\times5=20$

2 $\overline{AC}=\sqrt{17^2-15^2}=\sqrt{64}=8$ (cm)
따라서 $\triangle$ABC의 넓이는
$\frac{1}{2}\times15\times8=60$ (cm^2)

3 $\overline{AB}=\sqrt{16^2+12^2}=20$
직각삼각형 ABC의 외심은 빗변의 중점이므로
$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$이다.
따라서 $\overline{OC}=10$이다.

4 $\overline{BD}=\sqrt{20^2-12^2}=\sqrt{256}=16$, $\overline{CD}=25-16=9$
따라서 $\overline{AC}=\sqrt{12^2+9^2}=15$이다.

5 지면으로부터 부러진 부분까지의 높이를 x m라고 하면
부러진 부분부터 나무 끝까지는 $(18-x)$m이므로
$(18-x)^2=x^2+12^2$
$36x=180$이므로 $x=5$이다.
따라서 구하는 높이는 5 m이다.

6 $\overline{BC}=\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{64}=8$
$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$,
$6:10=\overline{BD}:\overline{CD}$이므로
$\overline{BD}=\frac{3}{8}\times\overline{BC}=3$, $\overline{AD}=\sqrt{6^2+3^2}=3\sqrt{5}$이다.
따라서 $\overline{AD}+\overline{BD}=3\sqrt{5}+3$이다.

개념 꽉 P.18

1 14 2 (1) 차례로 12, 5 (2) 49 3 (1) 9 cm^2 (2) 36 cm^2

1 $\overline{AB}=\sqrt{3^2+(\sqrt{5})^2}=\sqrt{14}$
따라서 □GBAE는 한 변의 길이가 $\sqrt{14}$인 정사각형이므로 넓이는 14이다.

2 (1) $\overline{BC}=\sqrt{13^2-5^2}=12$
$\overline{BF}=\overline{AC}=5$
(2) $\overline{CF}=\overline{BC}-\overline{BF}=12-5=7$이고 □HCFG는 정사각형이므로 □HCFG의 넓이는 49이다.

3 (1) □BDGF의 넓이는 한 변의 길이가 3 cm인 정사각형의 넓이와 같으므로 $3^2=9$ (cm^2)
(2) □FGEC의 넓이는 한 변의 길이가 6 cm인 정사각형의 넓이와 같으므로 $6^2=36$ (cm^2)

유형 꽉 P.18

1 ① 2 $(16\sqrt{2}-8)$ cm 3 26 cm^2 4 $13\sqrt{2}$

1 $\triangle$AEH≡$\triangle$BFE≡$\triangle$CGF≡$\triangle$DHG에서 □EFGH는 정사각형이므로 □EFGH의 한 변의 길이는 $\sqrt{10}$이다.
직각삼각형 AEH에서 $\overline{AE}=\sqrt{(\sqrt{10})^2-3^2}=1$이다.
따라서 $\overline{AB}=3+1=4$이므로 □ABCD의 넓이는 16이다.

2 직각삼각형 AED에서
$\overline{DE}=\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}$ (cm),
$\overline{EH}=4\sqrt{2}-2$ (cm)이므로
□ EFGH의 둘레의 길이는
$4\times(4\sqrt{2}-2)=(16\sqrt{2}-8)$ cm

3 $\triangle$ABF≡$\triangle$EBC(SAS 합동),
$\triangle$EBC$=\triangle$ABE이므로
$\triangle$ABF$=\triangle$ABE ······ ㉠
한편 $\triangle$ACG≡$\triangle$HCB(SAS 합동),
$\triangle$HCB$=\triangle$ACH이므로
$\triangle$ACG$=\triangle$ACH ······ ㉡
㉠, ㉡에 의해

$$\triangle ABF+\triangle ACG=\frac{1}{2}\square ADEB+\frac{1}{2}\square ACHI$$
$$=\frac{1}{2}\times16+\frac{1}{2}\times36=26\ (\text{cm}^2)$$

4 $\triangle ABF \equiv \triangle FCD$(SAS 합동)에서 $\angle AFB = \angle FDC$이므로 $\angle AFB + \angle DFC = 90^\circ$이고 $\angle AFD = 90^\circ$이다.
$\overline{AF} = \overline{DF} = \sqrt{12^2+5^2} = 13$이므로
$\overline{AD} = \sqrt{13^2+13^2} = 13\sqrt{2}$

개념 꽉 P.19

1 (1) $\overline{BD}$, $\sqrt{2}$ (2) $\overline{BF}$, $\sqrt{3}$ (3) $\overline{BH}$, 2
2 (1) $2\sqrt{2}$ (2) $2\sqrt{3}$ (3) $2\sqrt{3}+6$

1 (1) $\overline{BD} = \sqrt{\overline{BC}^2+\overline{CD}^2} = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$
(2) $\overline{BF} = \sqrt{\overline{BE}^2+\overline{FE}^2} = \sqrt{(\sqrt{2})^2+1^2} = \sqrt{3}$
(3) $\overline{BH} = \sqrt{\overline{BG}^2+\overline{HG}^2} = \sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2} = \sqrt{4} = 2$

2 (1) $\triangle AOB$에서 $\overline{BO} = \sqrt{2^2+2^2} = 2\sqrt{2}$
(2) $\triangle BOC$에서 $\overline{CO} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2+2^2} = 2\sqrt{3}$
(3) $\triangle COD$에서 $\overline{DO} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2+2^2} = 4$이므로
$\triangle COD$의 둘레의 길이는 $2\sqrt{3}+2+4 = 2\sqrt{3}+6$

유형 꽉 P.19

1 2 2 ④ 3 ⑤ 4 3 cm

1 $\overline{BE} = \overline{BD} = \sqrt{(\sqrt{2})^2+(\sqrt{2})^2} = 2$,
$\overline{BG} = \overline{BF} = \sqrt{2^2+(\sqrt{2})^2} = \sqrt{6}$,
$\overline{BI} = \overline{BH} = \sqrt{(\sqrt{6})^2+(\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{2}$
$\overline{CI} = \overline{BI} - \overline{BC} = 2\sqrt{2} - \sqrt{2} = \sqrt{2}$이므로
□DCIJ의 넓이는 $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$

2 정사각형 ABCD의 한 변의 길이를 x라 하면
$\overline{BD} = \sqrt{2}x$ cm이다.
$\overline{BF} = \sqrt{(\sqrt{2}x)^2+x^2} = \sqrt{3}x$ (cm)
$\overline{BG} = \overline{BF} = \sqrt{3}x = 6$ cm이므로 $x = 2\sqrt{3}$ (cm)
따라서 $\overline{BE} = \overline{BD} = \sqrt{2} \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{6}$ (cm)이므로
$\triangle FBE = \frac{1}{2} \times \overline{BE} \times \overline{FE} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{6} \times 2\sqrt{3} = 6\sqrt{2}$ (cm^2)

3 $\overline{AO} = x$ cm라고 하면
$\overline{BO} = \sqrt{2}x$, $\overline{CO} = \sqrt{3}x$, $\overline{DO} = 2x$이므로
$\triangle DOE = \frac{1}{2} \times \overline{DO} \times \overline{DE} = \frac{1}{2} \times 2x \times x = 10$
따라서 $x = \sqrt{10}$ (cm)이다.

4 $\overline{AO} = x$ cm라고 하면
$\overline{BO} = \sqrt{x^2+1}$, $\overline{CO} = \sqrt{(\sqrt{x^2+1})^2+1} = \sqrt{x^2+2}$
$\overline{DO} = \sqrt{(\sqrt{x^2+2})^2+1} = \sqrt{x^2+3}$이므로
$\triangle DOE = \frac{1}{2} \times \sqrt{x^2+3} \times 1 = \sqrt{3}$
$x^2+3 = 12$, $x^2 = 9$이다. 따라서 $x = 3$ (cm) ($x > 0$)이다.

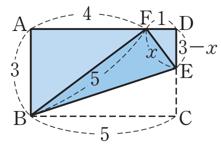
개념 꽉 P.20

1 차례로 $\triangle EDF$, 9, $9-x$, $\frac{5}{2}$
2 차례로 $\triangle DEF$, 8, $8-x$, 3

유형 꽉 P.20

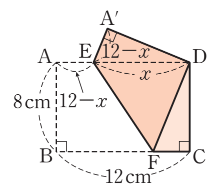
1 $\frac{5}{3}$ 2 $\frac{3}{2}$ 3 $\frac{26}{3}$ cm 4 ③

1 $\overline{BF} = \overline{BC} = 5$이므로
$\triangle ABF$에서
$\overline{AF} = \sqrt{5^2-3^2} = 4$, $\overline{DF} = 1$이다.
$\overline{EF} = x$라고 하면
$\overline{CE} = x$, $\overline{DE} = 3-x$이다.
$\triangle FED$에서 $x^2 = 1^2+(3-x)^2$이므로
$6x = 10$이고 $x = \frac{5}{3}$이다.

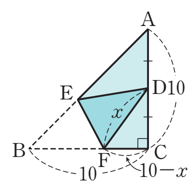


2 $\triangle ABF$와 $\triangle EDF$에서
$\angle A = \angle E = 90^\circ$, $\angle AFB = \angle EFD$ (맞꼭지각)
$\angle ABF = \angle EDF$, $\overline{AB} = \overline{ED} = 2$이므로
$\triangle ABF \equiv \triangle EDF$(ASA 합동)
$\overline{EF} = \overline{AF} = x$라 하면 $\overline{DF} = 4-x$
$\triangle EFD$에서 $2^2+x^2 = (4-x)^2$이므로 $x = \frac{3}{2}$이다.

3 $\triangle A'ED$에서 $\overline{ED} = x$라고 하면
$\overline{A'E} = \overline{AE} = 12-x$이므로
$\triangle A'ED$에서
$(12-x)^2+8^2 = x^2$
$144-24x+x^2+64 = x^2$
$24x = 208$이고 $x = \frac{26}{3}$ (cm)이다.



4 $\overline{DF} = x$라고 하면
$\overline{CF} = 10-x$, $\overline{CD} = 5$
$\triangle DFC$에서 $x^2 = (10-x)^2+5^2$,
$x^2 = 100-20x+x^2+25$,
$20x = 125$이고 $x = \frac{25}{4}$이다.



개념 꽉 P.21

1 (1) 3, 3 (2) 3, 4, 직각 2 4 3 ③

2 $x-1 < x < x+1$이므로 직각삼각형이 되려면
$(x+1)^2 = x^2+(x-1)^2$,
$x^2+2x+1 = x^2+x^2-2x+1$,
$x^2-4x = 0$이고 $x = 0$ 또는 $x = 4$이다.
그런데 $x > 1$이므로 $x = 4$이다.

3 가장 긴 변의 길이가 $x+5$이므로
$(x+5)^2=(x-1)^2+(x+2)^2$
$x^2+10x+25=x^2-2x+1+x^2+4x+4$
$x^2-8x-20=0$, $(x-10)(x+2)=0$
그런데 $x>1$이므로 $x=10$이다.

유형 꽉 P.21

1 ③, ⑤ 2 ① 3 $2\sqrt{7}$, 10 4 ④ 5 6

1 ① $1^2+(\sqrt{2})^2\neq 2^2$이므로 직각삼각형이 아니다.
② $2^2+3^2\neq 4^2$이므로 직각삼각형이 아니다.
③ $(\sqrt{5})^2+2^2=3^2$이므로 직각삼각형이다.
④ $(\sqrt{6})^2+3^2\neq(\sqrt{10})^2$이므로 직각삼각형이 아니다.
⑤ $(\sqrt{10})^2+(\sqrt{10})^2=(2\sqrt{5})^2$이므로 직각삼각형이다.

2 $(\sqrt{6})^2+(2\sqrt{3})^2=(3\sqrt{2})^2$이므로 직각삼각형이다.
따라서 이 삼각형의 넓이는
$\frac{1}{2}\times\sqrt{6}\times2\sqrt{3}=3\sqrt{2}\ (\mathrm{cm}^2)$

3 (i) 가장 긴 변의 길이가 8일 때,
$6^2+x^2=8^2$, $x^2=28$이고 $x=2\sqrt{7}$이다.
(ii) 가장 긴 변의 길이가 x일 때,
$6^2+8^2=x^2$, $x^2=100$이고 $x=10$이다.

4 $3x+2$가 가장 긴 변의 길이이므로
$(x+3)^2+(3x)^2=(3x+2)^2$
$x^2-6x+5=0$이고 $x=1$ 또는 $x=5$이다.
그런데 $x>1$이므로 $x=5$이다.
따라서 세 변의 길이는 8, 15, 17이므로 세 변의 길이의 합은 40이다.

5 $2x+1$이 빗변의 길이가 되어야 하므로
$(x-1)^2+(2x)^2=(2x+1)^2$
$x^2-6x=0$이고 $x=0$ 또는 $x=6$이다.
그런데 $x>1$이어야 하므로 $x=6$이다.

02 피타고라스 정리와 도형

개념 꽉 P.22

1 차례로 1, 7, 4, 0, 5, 1, 5
2 차례로 4, 2, 6, 4, 6, 4, $2\sqrt{5}$, $2\sqrt{5}$, 6

유형 꽉 P.22

1 $8<x<10$ 2 ④ 3 $m=11$, $M=13$ 4 ②, ⑤

1 10이 가장 긴 변의 길이이므로 삼각형의 조건에 의해
$4<x<10$이다. …… ㉠
예각삼각형이 되기 위한 조건에서
$6^2+x^2>10^2$, $x^2>64$이므로 $x>8$이다. …… ㉡
㉠, ㉡에서 $8<x<10$이다.

2 x가 가장 긴 변의 길이이므로 삼각형의 조건에 의해
$12<x<21$이다. …… ㉠
둔각삼각형이 되기 위한 조건에서
$9^2+12^2<x^2$, $x^2>225$이므로 $x>15$이다. …… ㉡
㉠, ㉡에서 $15<x<21$
따라서 자연수 x는 16, 17, 18, 19, 20의 5개이다.

3 x가 가장 긴 변의 길이이므로
삼각형의 조건에 의해
$8<x<14$이다. …… ㉠
둔각삼각형이 되기 위한 조건에서
$6^2+8^2<x^2$, $x^2>100$이므로 $x>10$이다. …… ㉡
㉠, ㉡에서 $10<x<14$이다.
따라서 자연수 x의 값 중
최솟값 $m=11$, 최댓값 $M=13$이다.

4 (i) 12가 가장 긴 변의 길이일 때,
삼각형의 조건에 의해 $4<x<12$이다. …… ㉠
둔각삼각형이 되기 위한 조건에서
$8^2+x^2<12^2$, $x^2<80$이므로 $x<4\sqrt{5}$이다. …… ㉡
따라서 ㉠, ㉡에서 $4<x<4\sqrt{5}$이다.
(ii) x가 가장 긴 변의 길이일 때,
삼각형의 조건에 의해 $12<x<20$이다. …… ㉢
둔각삼각형이 되기 위한 조건에서
$8^2+12^2<x^2$, $x^2>208$이므로 $x>4\sqrt{13}$이다.…… ㉣
㉢, ㉣에서 $4\sqrt{13}<x<20$이다.
따라서 (i), (ii)에서 보기 중 가능한 x의 값은 5, 15이다.

개념 꽉 P.23

1 (1) $>$ (2) $=$ (3) $<$ 2 (1) 예각삼각형 (2) 둔각삼각형
(3) 예각삼각형 (4) 직각삼각형

2 (1) $(\sqrt{3})^2+2^2>(\sqrt{5})^2$이므로 예각삼각형이다.
(2) $2^2+5^2<6^2$이므로 둔각삼각형이다.

(3) $3^2+(\sqrt{5})^2>(\sqrt{10})^2$이므로 예각삼각형이다.
(4) $(\sqrt{5})^2+5^2=(\sqrt{30})^2$이므로 직각삼각형이다.

유형 꽉 P.23

1 ① 2 ② 3 ⑤ 4 $\sqrt{34}<x<8$

1 $(\sqrt{15})^2<3^2+(2\sqrt{2})^2$이므로
△ABC는 예각삼각형이다.

2 (i) a가 가장 긴 변의 길이이므로 삼각형의 조건에 의하여
$5<a<9$이다.
(ii) 예각삼각형이 되려면 $a^2<4^2+5^2$, $a^2<41$이고
$0<a<\sqrt{41}$이다.
따라서 (i), (ii)에서 $5<a<\sqrt{41}$이다.

3 ① $6^2>5^2+3^2$이므로 △ABC는 둔각삼각형이다.
② $6^2=(3\sqrt{3})^2+3^2$이므로 △ABC는 직각삼각형이다.
③ $7^2>6^2+3^2$이므로 △ABC는 둔각삼각형이다.
④ $(3\sqrt{5})^2=6^2+3^2$이므로 △ABC는 직각삼각형이다.
⑤ $6^2<(2\sqrt{7})^2+3^2$이므로 △ABC는 예각삼각형이다.

4 △ABD에서 $\overline{BD}=\sqrt{2^2+(\sqrt{5})^2}=3$
△DBC에서 x가 가장 긴 변이므로
삼각형의 조건에서 $5<x<8$ ······ ㉠
둔각삼각형이 되려면 $x^2>3^2+5^2$이므로
$x>\sqrt{34}$이다. ······ ㉡
㉠, ㉡에서 $\sqrt{34}<x<8$이다.

개념 꽉 P.24

1 (1) BC, x, 10 (2) BD, y, 3.6 (3) AD, z, 4.8
2 (가) $\overline{BC}$ (나) $\overline{DE}$ (다) $\overline{BE}$ (라) $\overline{DC}$

2 $\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=\boxed{\overline{BC}}^2$ ······ ㉠
$\overline{AD}^2+\overline{AE}^2=\boxed{\overline{DE}}^2$ ······ ㉡
$\overline{AB}^2+\overline{AE}^2=\boxed{\overline{BE}}^2$ ······ ㉢
$\overline{AD}^2+\overline{AC}^2=\boxed{\overline{DC}}^2$ ······ ㉣
㉠+㉡을 하면
$\overline{AB}^2+\overline{AC}^2+\overline{AD}^2+\overline{AE}^2=\overline{BC}^2+\overline{DE}^2$
㉢+㉣을 하면
$\overline{AB}^2+\overline{AC}^2+\overline{AD}^2+\overline{AE}^2=\overline{BE}^2+\overline{DC}^2$
따라서 $\boxed{\overline{BC}}^2+\boxed{\overline{DE}}^2=\boxed{\overline{BE}}^2+\boxed{\overline{DC}}^2$

유형 꽉 P.24

1 $x=\frac{16}{3}$, $y=\frac{20}{3}$ 2 $\frac{14}{5}$ 3 ⑤ 4 ①

1 △ABD에서 $\overline{AD}=\sqrt{5^2-3^2}=4$ (cm)
$\overline{AD}^2=\overline{BD}\cdot\overline{CD}$이므로
$4^2=3\times x$이고 $x=\frac{16}{3}$이다.
△ADC에서 $y=\sqrt{\left(\frac{16}{3}\right)^2+4^2}=\sqrt{\frac{16\times16}{9}+\frac{16\times9}{9}}$
$=\sqrt{\frac{16}{9}(16+9)}=\frac{20}{3}$

2 $\overline{BC}=\sqrt{16^2+12^2}=20$
점 M은 △ABC의 외심이고, 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{CM}=10$이다.
한편 $12^2=20\times\overline{CD}$이고 $\overline{CD}=\frac{36}{5}$이다.
따라서 $\overline{MD}=10-\frac{36}{5}=\frac{14}{5}$

3 △ADE에서 $\overline{DE}=\sqrt{4^2+2^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$(cm)
$\overline{DE}^2+\overline{BC}^2=\overline{BE}^2+\overline{CD}^2$에서 $(2\sqrt{5})^2+\overline{BC}^2=6^2+8^2$
$\overline{BC}^2=80$이다.
따라서 $\overline{BC}=4\sqrt{5}$ cm이다.

4 $\overline{AB}=2a$, $\overline{BC}=2b$라고 하면
$(2a)^2+(2b)^2=8^2$, $a^2+b^2=16$
따라서 $\overline{AE}^2+\overline{CD}^2=\overline{DE}^2+\overline{AC}^2$
$=a^2+b^2+8^2=80$

개념 꽉 P.25

1 (가) $\overline{AB}$ (나) $\overline{CD}$ (다) $\overline{AD}$ (라) $\overline{BC}$ 2 d, a, b, $\overline{CP}$, $\overline{DP}$

유형 꽉 P.25

1 ① 2 ④ 3 ⑤ 4 ③

1 △BCO에서 $\overline{BC}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$
$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{BC}^2+\overline{AD}^2$이므로
$\overline{AB}^2+(2\sqrt{2})^2=(2\sqrt{5})^2+(\sqrt{6})^2$
$\overline{AB}^2=18$이다. 따라서 $\overline{AB}=3\sqrt{2}$이다.

2 △ABO에서 $\overline{AB}=\sqrt{5^2+12^2}=13$
$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$이므로
$\overline{BC}^2-\overline{CD}^2=\overline{AB}^2-\overline{AD}^2=13^2-(5\sqrt{2})^2=119$

3 $\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$이므로
$9^2+4^2=7^2+x^2$, $x^2=48$이다.

그런데 $x>0$이므로 $x=4\sqrt{3}$이다.

4 $\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$이므로
$x^2+6^2=4^2+y^2$이고 $y^2-x^2=6^2-4^2=20$이다.

개념 꽉 P.26

1 (1) 10π cm² (2) 18π cm² 2 (1) 14 (2) 32 cm²

1 (1) $30\pi-20\pi=10\pi$ (cm²)
(2) 색칠한 부분의 넓이는 $\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이와 같으므로
$\frac{1}{2}\times(\pi\times6^2)=18\pi$ (cm²)

2 (1) 색칠한 부분의 넓이는 △ABC의 넓이와 같으므로
$\frac{1}{2}\times4\times7=14$
(2) △ABC$=20+12=32$ (cm²)

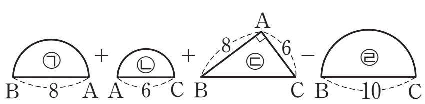
유형 꽉 P.26

1 16π 2 $64\sqrt{2}$ cm² 3 24 4 10 cm

1 $P+R=Q$이므로
$P+Q+R=2Q=2\times\left(\frac{1}{2}\times\pi\times4^2\right)=16\pi$

2 $Q=R-P=48\pi-16\pi=32\pi$ (cm²)
$P=\frac{1}{2}\pi\times\left(\frac{\overline{AB}}{2}\right)^2=16\pi$,
$\overline{AB}^2=128$이므로 $\overline{AB}=8\sqrt{2}$ cm이다.
$Q=\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{\overline{BC}}{2}\right)^2=32\pi$,
$\overline{BC}^2=256$이므로 $\overline{BC}=16$ (cm)이다.
따라서 △ABC$=\frac{1}{2}\times8\sqrt{2}\times16=64\sqrt{2}$ (cm²)

3 색칠한 부분의 넓이는 다음과 같다.



$\overline{BC}=\sqrt{8^2+6^2}=10$
㉠$=\frac{1}{2}\times\pi\times4^2=\frac{16}{2}\pi$, ㉡$=\frac{1}{2}\times\pi\times3^2=\frac{9}{2}\pi$
㉢$=\frac{1}{2}\times8\times6=24$, ㉣$=\frac{1}{2}\times\pi\times5^2=\frac{25}{2}\pi$
(색칠한 부분의 넓이)=㉠+㉡+㉢−㉣
$=\frac{16}{2}\pi+\frac{9}{2}\pi+24-\frac{25}{2}\pi$
㉠+㉡=㉣이므로
(색칠한 부분의 넓이)=(△ABC의 넓이)=24

4 $\overline{AB}=a$로 놓으면
색칠한 부분의 넓이는 △ABC의 넓이와 같으므로
△ABC$=\frac{1}{2}\times a\times a=25$
$a^2=50$이고 $a=5\sqrt{2}$ (cm)이다.
따라서 $\overline{BC}=\sqrt{(5\sqrt{2})^2+(5\sqrt{2})^2}=10$ (cm)

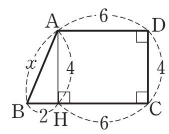
학교 시험 꽉 잡기 P.27~28

01 ③	02 ④	03 ②	04 16 cm²
05 19.2 cm	06 ③	07 ③	08 ②
09 ②	10 5	11 ⑤	12 ④
13 $\sqrt{5}$	14 ⑤	15 풀이 참조	

01 △BCD에서 $\overline{BD}=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$
△ABD에서 $x=\sqrt{(3\sqrt{2})^2-2^2}=\sqrt{14}$

02 △ABD에서 $y=\sqrt{13^2-5^2}=12$
△ADC에서 $x=\sqrt{20^2-12^2}=16$
따라서 $x+y=28$이다.

03 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{AH}=\overline{DC}=4$이다.



$\overline{BH}=\overline{BC}-\overline{HC}=8-6=2$
△ABH에서
$x=\sqrt{2^2+4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

04 □ABCD는 넓이가 58 cm²이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{58}$ cm이다.
△ABF에서 $\overline{BF}=\overline{AE}=3$ cm이므로
$\overline{AF}=\sqrt{(\sqrt{58})^2-3^2}=7$ (cm), $\overline{EF}=7-3=4$ (cm)
이므로 □EFGH의 넓이는 16 cm²이다.

05 □ADEB+□ACHI=□BFGC이므로
□ADEB=64 cm²이다.
$\overline{AB}=8$ cm, $\overline{AC}=6$ cm, $\overline{BC}=10$ cm이고
$\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{BC}\times\overline{AJ}$이므로
$8\times6=10\times\overline{AJ}$, $\overline{AJ}=4.8$ cm이다.
$\overline{AB}^2=\overline{BC}\times\overline{BJ}$이므로
$8^2=10\times\overline{BJ}$이고 $\overline{BJ}=6.4$ cm이다.
따라서 △ABJ의 둘레의 길이는
$\overline{AB}+\overline{BJ}+\overline{AJ}=8+6.4+4.8=19.2$ (cm)

06 ① $\overline{AC}=\sqrt{10^2-8^2}=6$ (cm)
② △ABF$=$△EBC$=\frac{1}{2}$□ADEB

③ $\triangle AGC=\triangle HCB=\triangle ACH=\frac{1}{2}\square ACHI$

$=\frac{1}{2}\times 36=18\ (cm^2)$

④ $\triangle ABF+\triangle AGC=32+18=50\ (cm^2)$

⑤ $\square ADEB+\square ACHI=\square BFGC$

07 $\overline{AB}=a$라고 하면

$\overline{AC}=\sqrt{a^2+a^2}=\sqrt{2}a$

같은 방법으로 $\overline{AD}=\sqrt{(\sqrt{2}a)^2+a^2}=\sqrt{3}a$,

$\overline{AE}=\sqrt{(\sqrt{3}a)^2+a^2}=\sqrt{4}a=2a=4$이므로

$a=2$이고 $\overline{AD}=2\sqrt{3}$이다.

따라서 $\triangle DAE=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 2=2\sqrt{3}$

08 $\overline{FC}=x$라고 하면

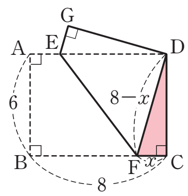
$\overline{DF}=\overline{BF}=8-x$ (접음)

$\triangle DFC$에서

$(8-x)^2=x^2+6^2$, $16x=28$이고

$x=\frac{7}{4}$이다.

$\triangle DFC=\frac{1}{2}\times\frac{7}{4}\times 6=\frac{21}{4}$



09 ① $11^2\neq 6^2+8^2$이므로 직각삼각형이 아니다.

② $7^2=(2\sqrt{6})^2+5^2$이므로 직각삼각형이다.

③ $7^2\neq 5^2+6^2$이므로 직각삼각형이 아니다.

④ $6^2\neq(\sqrt{15})^2+4^2$이므로 직각삼각형이 아니다.

⑤ $(\sqrt{10})^2\neq 2^2+3^2$이므로 직각삼각형이 아니다.

10 m이 가장 긴 변의 길이이므로 직각삼각형이 되려면

$m^2=(m-1)^2+(m-2)^2$

$m^2-6m+5=0$이고 $m=1$ 또는 $m=5$이다.

그런데 $m>2$이어야 하므로 $m=5$이다.

11 $\overline{AB}^2=\overline{BC}\times\overline{BH}$이므로 $6^2=\overline{BC}\times 3$, $\overline{BC}=12$ cm 이다.

따라서 $\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{12^2-6^2}=6\sqrt{3}$ (cm)

12 $\overline{AD}=2k$ cm, $\overline{CD}=3k$ cm$(k>0)$라고 하면

$\overline{BD}^2=\overline{AD}\times\overline{CD}$이므로

$(2\sqrt{6})^2=2k\times 3k$, $k^2=4$이므로

$k=2$이고 $\overline{AD}=2\times 2=4$ cm이다.

따라서 $\triangle ABD$에서

$\overline{AB}=\sqrt{(2\sqrt{6})^2+4^2}=2\sqrt{10}$ (cm)

13 $\overline{BE}^2+\overline{CD}^2=\overline{DE}^2+\overline{BC}^2$이므로

$5^2+4^2=\overline{DE}^2+6^2$이고 $\overline{DE}=\sqrt{5}$이다.

14 $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$이므로

$8^2+11^2=x^2+9^2$, $x^2=104$이다.

그런데 $x>0$이므로 $x=2\sqrt{26}$이다.

15 $\overline{AB}=a$, $\overline{AC}=b$라고 하면 둘레의 길이가 30이므로

$a+b=17$, $b=17-a$ …… ㉠

$a^2+b^2=13^2$ …… ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$a^2+(17-a)^2=13^2$, $a^2-17a+60=0$

이므로 $a=5$, $b=12$ 또는 $a=12$, $b=5$이다.

색칠한 부분의 넓이는 $\triangle ABC$의 넓이와 같으므로

$\frac{1}{2}\times 5\times 12=30$이다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정	$\overline{AB}=a$, $\overline{AC}=b$로 놓기	10 %
	a, b를 이용한 식 만들기	30 %
	a, b의 값 구하기	40 %
답 구하기	색칠한 부분의 넓이 구하기	20 %

학교 시험 100점 꽉 잡기

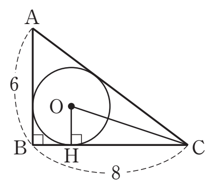
P.29

01 $2\sqrt{10}$ **02** 12 cm^2 **03** 풀이 참조 **04** $4\sqrt{11}$

05 ⑤ **06** ⑤

01 $\overline{AC}=\sqrt{6^2+8^2}=10$

원 O의 반지름의 길이를 r라고 하면



$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 6\times 8$

$=\frac{1}{2}\times(6+8+10)\times r$

이므로 $r=2$이다.

중심 O에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면

$\overline{OH}=\overline{BH}=2$이므로 $\overline{HC}=8-2=6$이다.

따라서 $\triangle OHC$에서 $\overline{OC}=\sqrt{2^2+6^2}=2\sqrt{10}$

02 $\square ADEB=32\ cm^2$, $\square BFGC=50\ cm^2$이고

$\square BFGC=\square ADEB+\square ACHI$이므로

$\square ACHI=18\ cm^2$이다.

모두 정사각형이므로

$\overline{AB}=4\sqrt{2}$ cm, $\overline{AC}=3\sqrt{2}$ cm이다.

$\triangle AFM=\triangle ABM$, $\triangle AGM=\triangle ACM$에서

색칠한 부분의 넓이는 $\triangle ABC$의 넓이와 같으므로

$\frac{1}{2}\times 4\sqrt{2}\times 3\sqrt{2}=12\ (cm^2)$

03 (i) 5가 가장 긴 변의 길이일 때,

삼각형의 조건에 의해 $2<a<5$이다. …… ㉠

둔각삼각형이 되기 위한 조건에서

$3^2+a^2<5^2$이고 $0<a<4$이다. …… ㉡

㉠, ㉡에서 $2<a<4$이다.

(ii) a가 가장 긴 변의 길이일 때,

삼각형의 조건에 의해 $5<a<8$이다. …… ㉢

둔각삼각형이 되기 위한 조건에서

$3^2+5^2<a^2$이고 $a>\sqrt{34}$이다. …… ㉣

㉢, ㉣에서 $\sqrt{34}<a<8$이다.

따라서 자연수 a의 값은 3, 6, 7이므로 그 합은 16이다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정	5가 가장 긴 변의 길이일 때 a의 값의 범위 구하기	30 %
	a가 가장 긴 변의 길이일 때 a의 값의 범위 구하기	30 %
	a의 값의 범위 구하기	20 %
답 구하기	자연수 a의 값의 합 구하기	20 %

04 점 G는 △ABC의 무게중심이고

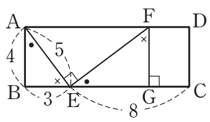
$\overline{AG}:\overline{GM}=2:1$이므로 $\overline{AM}=\frac{3}{2}\overline{AG}=7.5$

빗변인 $\overline{BC}$의 중점 M은 직각삼각형 ABC의 외심이므로

$\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}=7.5$

$\overline{BC}=15$이므로 $\overline{AC}=\sqrt{15^2-7^2}=4\sqrt{11}$

05 $\overline{BE}=\sqrt{5^2-4^2}=3$



점 F에서 $\overline{EC}$에 내린 수선의 발을 G라고 하면

△ABE≡△EGF(AA 닮음)이므로

$\overline{AB}:\overline{EG}=\overline{BE}:\overline{GF}$, $4:\overline{EG}=3:4$

$\overline{EG}=\frac{16}{3}$이고 $\overline{FD}=\overline{EC}-\overline{EG}=8-\frac{16}{3}=\frac{8}{3}$이다.

06 $\overline{AC}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+(2\sqrt{6})^2}=6$

$\overline{AD}\times\overline{DC}=\overline{AC}\times\overline{DH}$이므로

$2\sqrt{6}\times2\sqrt{3}=6\times\overline{DH}$이고 $\overline{DH}=2\sqrt{2}$이다.

$\overline{AD}^2=\overline{AC}\times\overline{AH}$이므로

$(2\sqrt{6})^2=6\times\overline{AH}$이고 $\overline{AH}=4$, $\overline{CH}=2$이다.

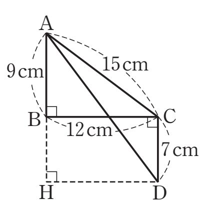
$\overline{AH}^2+\overline{CH}^2=\overline{BH}^2+\overline{DH}^2$이므로

$4^2+2^2=\overline{BH}^2+(2\sqrt{2})^2$이다.

따라서 $\overline{BH}=2\sqrt{3}$이다.

서술형 꽉 잡기 P.30

01 △ABC에서



$\overline{BC}=\sqrt{15^2-9^2}=12$ (cm)

점 D에서 $\overline{AB}$의 연장선 위에 내린 수선의 발을 H라고 하면

△AHD에서

$\overline{AD}=\sqrt{(9+7)^2+12^2}$

$=20$ (cm)

채점 요소		배점 비율
해결 과정	$\overline{BC}$의 길이 구하기	30 %
	△AHD에서 피타고라스 정리를 이용하기	50 %
답 구하기	$\overline{AD}$의 길이 구하기	20 %

02 $\overline{BF}=10$이므로 $\overline{AF}=\sqrt{10^2-8^2}=6$, $\overline{DF}=10-6=4$

△ABF∽△DFE(AA 닮음)이므로

$\overline{AB}:\overline{DF}=\overline{BF}:\overline{FE}$, $8:4=10:\overline{FE}$이고 $\overline{FE}=5$이다.

△FBE에서 $\overline{BE}=\sqrt{10^2+5^2}=5\sqrt{5}$

$\overline{BF}\times\overline{FE}=\overline{BE}\times\overline{FG}$이므로

$10\times5=5\sqrt{5}\times\overline{FG}$이고 $\overline{FG}=2\sqrt{5}$이다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정	$\overline{AF}$, $\overline{DF}$의 길이 구하기	20 %
	$\overline{FE}$의 길이 구하기	20 %
	$\overline{BE}$의 길이 구하기	20 %
답 구하기	$\overline{FG}$의 길이 구하기	40 %

03 △ABC에서 $\overline{AH}^2=\overline{BH}\times\overline{CH}=9\times25$

이므로 $\overline{AH}=15$이다.

$\overline{BM}=17$이므로 $\overline{HM}=17-9=8$

직각삼각형의 빗변의 중점은 외심이므로

$\overline{AM}=\overline{BM}=17$

△AHM에서 $\overline{AH}\times\overline{HM}=\overline{AM}\times\overline{HI}$이므로

$15\times8=17\times\overline{HI}$이고 $\overline{HI}=\frac{120}{17}$이다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정	$\overline{AH}$, $\overline{HM}$, $\overline{AM}$의 길이 각각 구하기	60 %
답 구하기	$\overline{HI}$의 길이 구하기	40 %

04 $\overline{AC}=k$, $\overline{BC}=2k\,(k>0)$라고 하면

$\overline{AB}=\sqrt{(2k)^2-k^2}=\sqrt{3}k$

넓이가 각각 P, R인 두 반원은 서로 닮음이고 지름의 비가

$\overline{AB}:\overline{AC}=\sqrt{3}k:k=\sqrt{3}:1$이므로

넓이의 비는 $(\sqrt{3})^2:1^2=3:1$이다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정	$\overline{AC}=k$, $\overline{BC}=2k$로 놓고 $\overline{AB}=\sqrt{3}k$임을 알기	40 %
	두 반원의 지름의 비 구하기	40 %
답 구하기	두 반원의 넓이의 비 구하기	20 %

2. 피타고라스 정리의 활용

01 평면도형에서의 활용

개념 꽉 P.31

1 (1) $\sqrt{34}$ cm (2) $8\sqrt{2}$ cm 2 (1) $3\sqrt{3}$ (2) $2\sqrt{2}$

1 (1) $\sqrt{3^2+5^2}=\sqrt{34}(\text{cm})$
(2) $\sqrt{8^2+8^2}=8\sqrt{2}(\text{cm})$

2 (1) $x=\sqrt{6^2-3^2}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}$
(2) $\sqrt{2}x=4$이므로 $x=\frac{4}{\sqrt{2}}=\frac{4\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}$

유형 꽉 P.31

1 50 cm^2 2 ④ 3 ① 4 $\frac{60}{13}$ 5 $\frac{7}{4}$ cm

1 정사각형의 한 변의 길이를 x라고 하면
$\sqrt{2}x=10$이므로 $x=5\sqrt{2}(\text{cm})$이다.
따라서 정사각형의 넓이는 $(5\sqrt{2})^2=50(\text{cm}^2)$

2 가로와 세로의 길이를 각각 $4k$, $3k(k>0)$라고 하면
대각선의 길이는 $\sqrt{(4k)^2+(3k)^2}=5k=20$이므로 $k=4$이다.
따라서 가로와 세로의 길이는 각각 16, 12이므로 그 둘레의 길이는 $2(16+12)=56$이다.

3 $\overline{BD}=\sqrt{3^2+4^2}=5(\text{cm})$
$\overline{AB}^2=\overline{BD}\times\overline{BE}$, $3^2=5\times\overline{BE}$
이므로 $\overline{BE}=1.8(\text{cm})$이다.
$\triangle ABE\equiv\triangle CDF$이므로 $\overline{BE}=\overline{DF}$이다.
따라서 $\overline{EF}=5-2\times1.8=1.4(\text{cm})$

4 $\overline{AD}=\sqrt{13^2-5^2}=12$
$\overline{AB}\times\overline{AD}=\overline{BD}\times\overline{AH}$이므로
$5\times12=13\times\overline{AH}$이고 $\overline{AH}=\frac{60}{13}$이다.

5 $\overline{BC}=\sqrt{10^2-6^2}=8(\text{cm})$
$\triangle AOE\equiv\triangle COF$(ASA 합동) 이므로 $\overline{EO}=\overline{FO}$
□AFCE는 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하므로 마름모이다.
한편 $\overline{AF}=\sqrt{6^2+x^2}$, $\overline{FC}=8-x$이고,
$\overline{AF}=\overline{FC}$이므로 $\overline{AF}^2=\overline{FC}^2$, $6^2+x^2=(8-x)^2$
$16x=28$이고 $x=\frac{7}{4}(\text{cm})$이다.

개념 꽉 P.32

1 (1) $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ cm (2) $4\sqrt{3}$ cm (3) 4 cm
2 (1) $2\sqrt{10}$ cm (2) $6\sqrt{10}$ cm^2 3 차례로 $a-x$, x, $a-x$

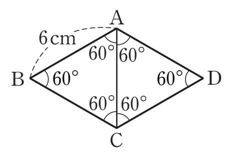
1 (1) 한 변의 길이가 a cm인 정삼각형의 높이는 $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ cm이다.
(2) 한 변의 길이를 a라고 하면 높이는 $\frac{\sqrt{3}}{2}a=6$이므로 $a=4\sqrt{3}(\text{cm})$이다.
(3) 한 변의 길이를 a라고 하면 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=4\sqrt{3}$
$a^2=16$이므로 $a=4(\text{cm})$

2 (1) $\overline{BH}=\frac{\overline{BC}}{2}=3(\text{cm})$이므로
$\overline{AH}=\sqrt{7^2-3^2}=2\sqrt{10}(\text{cm})$
(2) $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\times2\sqrt{10}=6\sqrt{10}(\text{cm}^2)$

유형 꽉 P.32

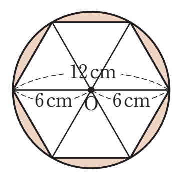
1 ② 2 $(36\pi-54\sqrt{3})$ cm^2 3 $\frac{3}{2}\sqrt{7}$ 4 ④

1 대각선 AC에 의해 마름모 ABCD는 한 변의 길이가 6 cm인 정삼각형 2개로 나누어지므로 마름모의 넓이는



$2\times\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\times6^2\right)=18\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

2 정육각형의 넓이는 한 변의 길이가 6 cm인 정삼각형 6개의 넓이의 합과 같으므로



$6\times\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\times6^2\right)=54\sqrt{3}(\text{cm}^2)$이다.
따라서 색칠한 부분의 넓이는
$\pi\times6^2-54\sqrt{3}=36\pi-54\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$

3 $\overline{BH}=x$라고 하면
$\triangle ABH$에서 $\overline{AH}^2=4^2-x^2$
$\triangle ACH$에서 $\overline{AH}^2=6^2-(5-x)^2$
$4^2-x^2=6^2-(5-x)^2$
$10x=5$이고 $x=\frac{1}{2}$이다.
따라서 $\overline{AH}=\sqrt{4^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{3}{2}\sqrt{7}$

4 $\triangle$ABC의 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4}\times 10^2=25\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$

$\triangle$ABP$+\triangle$ACP$=\triangle$ABC이므로

$\frac{1}{2}\times 10\times\overline{PQ}+\frac{1}{2}\times 10\times\overline{PR}=25\sqrt{3}$

따라서 $\overline{PQ}+\overline{PR}=5\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

개념 꽉 P.33

1 (1) 45, 1, 4, $\sqrt{2}$, $4\sqrt{2}$ (2) 30, $\sqrt{3}$, $3\sqrt{3}$, 2, 6

2 $x=2\sqrt{2}$, $y=4$

2 $\triangle$ABD에서

$\overline{AB}:\overline{BD}=1:2$, $x:4\sqrt{2}=1:2$이므로 $x=2\sqrt{2}$이다.

$\triangle$BCD에서

$\overline{BD}:\overline{CD}=\sqrt{2}:1$, $4\sqrt{2}:y=\sqrt{2}:1$이므로 $y=4$이다.

유형 꽉 P.33

1 $\frac{32}{3}\sqrt{3}\ \text{cm}^2$ 2 ④ 3 2 cm 4 $3\sqrt{2}+\sqrt{6}+3$

1 $\triangle$ABD에서

$\overline{AD}:\overline{BD}=1:2$, $4:\overline{BD}=1:2$이고

$\overline{BD}=8$ cm이다.

$\triangle$DBC에서

$\overline{BD}:\overline{DC}=\sqrt{3}:1$, $8:\overline{DC}=\sqrt{3}:1$이므로

$\overline{DC}=\frac{8}{3}\sqrt{3}$ cm이다.

따라서 $\triangle\text{DBC}=\frac{1}{2}\times 8\times\frac{8}{3}\sqrt{3}=\frac{32}{3}\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$

2 $\triangle$ABC에서

$\overline{AB}:\overline{AC}=2:1$, $6:\overline{AC}=2:1$이고

$\overline{AC}=3$ cm이다.

또 $\overline{BC}=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}$ cm이다.

$\triangle$ACD에서 $\angle$DAC$=30^\circ$, $\angle$ADC$=60^\circ$이므로

$\overline{CD}:\overline{AC}=1:\sqrt{3}$, $\overline{CD}:3=1:\sqrt{3}$이고

$\overline{CD}=\sqrt{3}$ cm이다.

따라서 $\overline{BD}=\overline{BC}-\overline{CD}=3\sqrt{3}-\sqrt{3}=2\sqrt{3}(\text{cm})$

3 $\angle$CAD$=60^\circ$이므로

$\overline{AD}:\overline{CD}=1:\sqrt{3}$, AD $:6=1:\sqrt{3}$이고

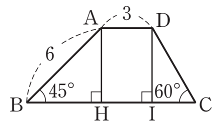
$\overline{AD}=2\sqrt{3}$ cm이다.

$\triangle$ABD에서

$\overline{AD}:\overline{BD}=\sqrt{3}:1$, $2\sqrt{3}:\overline{BD}=\sqrt{3}:1$이고

$\overline{BD}=2$ cm이다.

4 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\triangle$ABH에서 $\overline{AB}:\overline{AH}=\sqrt{2}:1$,

$6:\overline{AH}=\sqrt{2}:1$이고

$\overline{AH}=\overline{BH}=3\sqrt{2}$이다.

점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 I라고 하면

$\triangle$DIC에서 $\overline{AH}=\overline{DI}$이므로 $\overline{DI}=3\sqrt{2}$이다.

$\overline{DI}:\overline{IC}=\sqrt{3}:1$, $3\sqrt{2}:\overline{IC}=\sqrt{3}:1$이고

$\overline{IC}=\sqrt{6}$이다.

따라서 $\overline{BC}=3\sqrt{2}+\sqrt{6}+3$이다.

개념 꽉 P.34

1 (1) 5 (2) $3\sqrt{2}$ (3) $\sqrt{34}$ (4) 10 2 (1) A$(1, 4)$, B$(-3, 1)$, C$(4, 0)$ (2) 5 (3) 5 (4) $5\sqrt{2}$ (5) 직각이등변삼각형

1 (1) $\overline{AB}=\sqrt{3^2+4^2}=5$

(2) $\overline{CD}=\sqrt{\{1-(-2)\}^2+(-2-1)^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

(3) $\overline{EF}=\sqrt{\{2-(-3)\}^2+\{2-(-1)\}^2}=\sqrt{34}$

(4) $\overline{GH}=\sqrt{(-1-5)^2+(-6-2)^2}=\sqrt{100}=10$

2 (1) A$(1, 4)$, B$(-3, 1)$, C$(4, 0)$

(2) $\overline{AB}=\sqrt{(-3-1)^2+(1-4)^2}=5$

(3) $\overline{AC}=\sqrt{(4-1)^2+(0-4)^2}=5$

(4) $\overline{BC}=\sqrt{\{4-(-3)\}^2+(0-1)^2}=5\sqrt{2}$

(5) $\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=\overline{BC}^2$이므로

$\triangle$ABC는 $\angle A=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{AC}$인 직각이등변삼각형이다.

유형 꽉 P.34

1 ⑤ 2 3 3 $4\sqrt{2}+4$ 4 ③

1 ① $\overline{PA}=\sqrt{\{1-(-1)\}^2+(-2-1)^2}=\sqrt{13}$

② $\overline{PB}=\sqrt{(1-1)^2+\{2-(-2)\}^2}=4$

③ $\overline{PC}=\sqrt{\{(-2)-1\}+\{0-(-2)\}^2}=\sqrt{13}$

④ $\overline{PD}=\sqrt{(2-1)^2+\{1-(-2)\}^2}=\sqrt{10}$

⑤ $\overline{PE}=\sqrt{(5-1)^2+\{(-1)-(-2)\}^2}=\sqrt{17}$

2 두 점 P$(-3, 2)$, Q$(5, 6)$에서 같은 거리에 있는 x축 위의 점의 좌표를 $(a, 0)$이라고 하면

$\sqrt{\{a-(-3)\}^2+2^2}=\sqrt{(a-5)^2+6^2}$

$a^2+6a+9+4=a^2-10a+25+36$

$16a=48$이고 $a=3$이다.

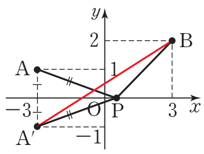
따라서 x좌표는 3이다.

3 $y=-\frac{1}{2}x^2+x+\frac{3}{2}=-\frac{1}{2}(x-1)^2+2$이므로

꼭짓점은 A$(1, 2)$이다.

$-\frac{1}{2}x^2+x+\frac{3}{2}=0$, $x^2-2x-3=0$
$(x-3)(x+1)=0$
$x=-1$ 또는 $x=3$이다.
따라서 $B(-1, 0)$, $C(3, 0)$이다.
$\overline{AB}=\sqrt{\{(-1)-1\}^2+(0-2)^2}=2\sqrt{2}$
$\overline{AC}=\sqrt{(3-1)^2+(0-2)^2}=2\sqrt{2}$
$\overline{BC}=\sqrt{\{3-(-1)\}^2+(0-0)^2}=4$
따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는 $4\sqrt{2}+4$이다.

4 오른쪽 그림과 같이 점 A를 x축에 대하여 대칭이동한 점을 A′이라고 하면
A′$(-3, -1)$,



$\overline{AP}=\overline{A'P}$이므로
$\overline{AP}+\overline{BP}=\overline{A'P}+\overline{BP}\geq\overline{A'B}$이므로 $\overline{AP}+\overline{BP}$의 최솟값은 $\overline{A'B}$의 거리를 구하면 된다.
따라서 $\overline{AP}+\overline{BP}$의 최솟값은 $A'(-3, -1)$, $B(3, 2)$에서
$\overline{A'B}=\sqrt{\{3-(-3)\}^2+\{2-(-1)^2\}}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$
이다.

02 입체도형에서의 활용

개념 꽉 P.35

1 (1) $\sqrt{29}$ cm (2) $5\sqrt{3}$ cm (3) 7 cm 2 (1) $2\sqrt{6}$ (2) $6\sqrt{3}$
3 8

1 (1) $\sqrt{2^2+3^2+4^2}=\sqrt{29}$ (cm)
(2) $\sqrt{5^2+5^2+5^2}=\sqrt{3}\times5=5\sqrt{3}$ (cm)
(3) $\sqrt{(\sqrt{10})^2+(\sqrt{14})^2+5^2}=\sqrt{49}=7$ (cm)

2 (1) $\sqrt{4^2+2^2+2^2}=2\sqrt{6}$
(2) $\sqrt{6^2+6^2+6^2}=\sqrt{3}\times6=6\sqrt{3}$

3 정육면체의 한 변의 길이를 a라고 하면 대각선의 길이는 $\sqrt{3}a=2\sqrt{3}$이고 $a=2$이다.
따라서 정육면체의 부피는 $2\times2\times2=8$이다.

유형 꽉 P.35

1 $3\sqrt{2}$ 2 ① 3 $10\sqrt{2}$ 4 $18\sqrt{6}$ cm^2

1 $\sqrt{x^2+x^2+8^2}=10$, $x^2=18$이고 $x=3\sqrt{2}$이다.

2 $\sqrt{6^2+\overline{GH}^2+3^2}=7$, $\overline{GH}^2+45=49$이고
$\overline{GH}=2$이다.
$\overline{OG}=\frac{1}{2}\overline{EG}=\frac{1}{2}\sqrt{\overline{FG}^2+\overline{GH}^2}=\frac{1}{2}\sqrt{6^2+2^2}=\sqrt{10}$
따라서 $\triangle AOG=\frac{1}{2}\times\overline{OG}\times\overline{AE}$
$=\frac{1}{2}\times\sqrt{10}\times3=\frac{3}{2}\sqrt{10}$

3 $\overline{BC}=2a\,(a>0)$라고 하면
$\overline{AC}=\overline{AB}=\sqrt{a^2+5^2+5^2}=\sqrt{a^2+50}$
$(\sqrt{a^2+50})^2+(\sqrt{a^2+50})^2=(2a)^2$, $a^2=50$
$a=5\sqrt{2}$이므로 $\overline{BC}=2a=10\sqrt{2}$이다.

4 □AMGN은 한 변의 길이가 $\sqrt{3^2+6^2}=3\sqrt{5}$ (cm)인 마름모이고
$\overline{AG}=\sqrt{6^2+6^2+6^2}=6\sqrt{3}$,
$\overline{MN}=\overline{FH}=\sqrt{6^2+6^2}=6\sqrt{2}$
이므로 □AMGN의 넓이는
$\frac{1}{2}\times6\sqrt{3}\times6\sqrt{2}=18\sqrt{6}$ (cm^2)

개념 꽉 P.36

1 (1) 차례대로 2, $\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sqrt{3}$, 2, 1, $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{3}\sqrt{3}$, $\frac{2}{3}\sqrt{6}$
(2) 차례대로 $2^2(=4)$, $\frac{2}{3}\sqrt{6}$, $\sqrt{3}$, $\frac{2}{3}\sqrt{6}$, $\frac{2}{3}\sqrt{2}$

유형 꽉 P.36

1 $18\sqrt{2}$ cm^3 2 2 cm 3 ③ 4 ①

1 정사면체의 한 모서리의 길이를 a라고 하면
$\overline{DM}=\frac{\sqrt{3}}{2}a=3\sqrt{3}$이고 $a=6$(cm)이다.
따라서 (부피)$=\frac{\sqrt{2}}{12}\times6^3=18\sqrt{2}$(cm^3)

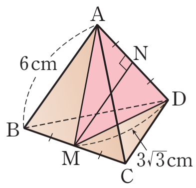
2 정사면체의 한 모서리의 길이를 a라고 하면
(부피)$=\frac{\sqrt{2}}{12}a^3=\sqrt{3}$, $a^3=6\sqrt{6}$이고 $a=\sqrt{6}$(cm)이다.
따라서 (높이)$=\frac{\sqrt{6}}{3}\times\sqrt{6}=2$(cm)

3 $\triangle ABC$에서 $\overline{AM}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times4=2\sqrt{3}$(cm)이므로
$\triangle AMN$에서 $\overline{MN}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-2^2}=2\sqrt{2}$(cm)

4 $\overline{AM}=\overline{DM}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 6$

$=3\sqrt{3}(cm)$

$\triangle$AMD의 점 M에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 N이라고 하면



$\overline{MN}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2-3^2}=3\sqrt{2}(cm)$

따라서 $\triangle AMD=\dfrac{1}{2}\times 6\times 3\sqrt{2}=9\sqrt{2}(cm^2)$

개념 꽉 P.37

1 (1) 2, $\sqrt{2}$, $2\sqrt{2}$, $\dfrac{1}{2}$, $\sqrt{2}$, $\sqrt{7}$ (2) 4, $\sqrt{7}$, 4, $\sqrt{7}$, $\dfrac{4}{3}\sqrt{7}$

유형 꽉 P.37

1 ⑤ 2 ⑤ 3 $\dfrac{16}{3}\sqrt{3}$ cm^3

1 $\dfrac{1}{3}\times(2\sqrt{3})^2\times\overline{OH}=8\sqrt{3}$이고 $\overline{OH}=2\sqrt{3}$ cm이다.

$\overline{AC}=\sqrt{2}\times 2\sqrt{3}=2\sqrt{6}(cm)$,

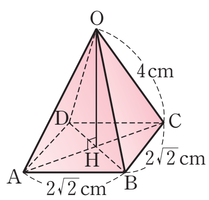
$\overline{AH}=\dfrac{1}{2}\overline{AC}=\sqrt{6}$ cm이므로

$\overline{OA}=\sqrt{\overline{AH}^2+\overline{OH}^2}=\sqrt{(\sqrt{6})^2+(2\sqrt{3})^2}=3\sqrt{2}(cm)$

2 $\overline{AH}=\dfrac{1}{2}\overline{AC}=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{2}\times 4=2\sqrt{2}$

따라서 $\overline{PQ}=2\overline{PH}=2\sqrt{(2\sqrt{6})^2-(2\sqrt{2})^2}=2\times 4=8$

3 주어진 전개도로 오른쪽 그림과 같은 정사각뿔을 만들 수 있다.



$\overline{HC}=\dfrac{1}{2}\overline{AC}=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{2}\times 2\sqrt{2}$

$=2(cm)$

$\overline{OH}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}(cm)$

따라서 정사각뿔의 부피는

$\dfrac{1}{3}\times(2\sqrt{2})^2\times 2\sqrt{3}=\dfrac{16}{3}\sqrt{3}(cm^3)$

개념 꽉 P.38

1 (1) 15 (2) 320π 2 (1) 4 cm (2) 16π cm^2

1 (1) $h=\sqrt{17^2-8^2}=15$

(2) $V=\dfrac{1}{3}\times(\pi\times 8^2)\times 15=320\pi$

2 (1) $\triangle$POH에서 $r=\sqrt{5^2-3^2}=4(cm)$

(2) (원의 넓이)$=\pi\times 4^2=16\pi(cm^2)$

유형 꽉 P.38

1 ④ 2 ① 3 $\dfrac{16}{3}\sqrt{2}\pi$ cm^3 4 5 cm

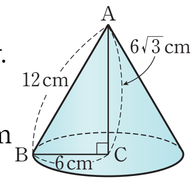
1 $\overline{AB}:\overline{BC}=2:1$

12 : $\overline{BC}=2:1$이고 $\overline{BC}=6$ cm이다.

$\overline{BC}:\overline{AC}=1:\sqrt{3}$

6 : $\overline{AC}=1:\sqrt{3}$이고 $\overline{AC}=6\sqrt{3}$ cm

이다.



따라서 구하는 입체도형은 밑면의 반지름의 길이가 6 cm, 높이가 $6\sqrt{3}$ cm인 원뿔이므로 그 부피는

$V=\dfrac{1}{3}\times(\pi\times 6^2)\times 6\sqrt{3}=72\sqrt{3}\pi(cm^3)$

2 $\dfrac{1}{3}\times(\pi\times 3^2)\times\overline{AO}=9\sqrt{3}\pi$이므로

$\overline{AO}=3\sqrt{3}$ cm이다.

따라서 $\overline{AB}=\sqrt{3^2+(3\sqrt{3})^2}=6(cm)$

3 만들어진 원뿔은 밑면의 반지름의 길이가 2 cm, 모선의 길이가 6 cm이므로 높이는 $\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}(cm)$이다.

따라서 원뿔의 부피는

$V=\dfrac{1}{3}\times(\pi\times 2^2)\times 4\sqrt{2}=\dfrac{16}{3}\sqrt{2}\pi\ (cm^3)$

4 단면인 원의 반지름의 길이를 r라고 하면

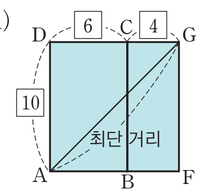
원의 둘레의 길이는 $2\pi r=4\sqrt{6}\pi$이고 $r=2\sqrt{6}(cm)$이다.

따라서 $\overline{OH}=\sqrt{7^2-(2\sqrt{6})^2}=5(cm)$

개념 꽉 P.39

1 (1) 풀이 참조 (2) $10\sqrt{2}$ 2 (1) 풀이 참조 (2) 13π cm

1 (1)

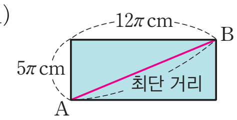


(2) $\overline{AG}=\sqrt{\overline{AF}^2+\overline{FG}^2}$

$=\sqrt{10^2+10^2}$

$=10\sqrt{2}$

2 (1)



(2) $\overline{AB}=\sqrt{(5\pi)^2+(12\pi)^2}$

$=13\pi(cm)$

유형 꽉 P.39

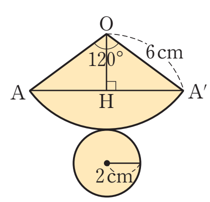
1 $6\sqrt{3}$ cm 2 20π cm 3 ①

1 $\widehat{AA'}=4\pi$ cm이므로

부채꼴의 중심각의 크기를 $x°$라고

하면 $2\pi\times 6\times\dfrac{x}{360}=4\pi$

이므로 $x°=120°$이다.

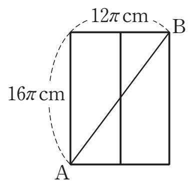


$\angle AOH=60^\circ$에서

$\overline{AO}:\overline{AH}=2:\sqrt{3}$, $6:\overline{AH}=2:\sqrt{3}$이므로

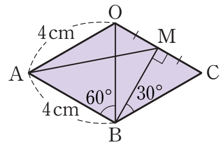
$\overline{AH}=3\sqrt{3}$ cm 따라서 $\overline{AA'}=2\overline{AH}=6\sqrt{3}$ cm

2 밑면인 원의 둘레의 길이는 $2\pi\times3=6\pi$(cm)이고 두 바퀴 돌아서 가는 최단 거리는 오른쪽 그림의 $\overline{AB}$의 길이와 같으므로



$\sqrt{(12\pi)^2+(16\pi)^2}=20\pi$(cm)

3 $\triangle OBC$는 정삼각형이므로



$\overline{BM}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times4=2\sqrt{3}$(cm)

$\angle ABM=90^\circ$이므로

$\overline{AM}=\sqrt{\overline{AB}^2+\overline{BM}^2}$

$=\sqrt{4^2+(2\sqrt{3})^2}=2\sqrt{7}$(cm)

학교 시험 꽉 잡기 P.40~41

01 ①	02 ③	03 $(16-4\sqrt{3})\text{cm}^2$	
04 ⑤	05 $(6-2\sqrt{3})\text{cm}^2$		
06 $\dfrac{2}{3}$	07 ④	08 ④	09 $4\sqrt{11}\text{ cm}^2$
10 ③	11 ②	12 $\dfrac{32}{3}\pi$	13 12
14 풀이 참조			

01 정사각형의 한 변의 길이를 a cm라고 하면

$\overline{BD}=\sqrt{2}a=6$이고 $a=3\sqrt{2}$이다.

따라서 정사각형 ABCD의 넓이는 $(3\sqrt{2})^2=18(\text{cm}^2)$

02 직사각형 ABCD의 가로, 세로의 길이를 각각 $2a$, $a(a>0)$라고 하면

대각선의 길이는 $\sqrt{(2a)^2+a^2}=\sqrt{5}a$이므로

$\overline{BD}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는

$\sqrt{5}a\times\sqrt{5}a=5a^2=20$, $a^2=4$이고 $a=2$(cm)이다.

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$20-\dfrac{1}{2}\overline{BC}\times\overline{CD}=20-\dfrac{1}{2}\times4\times2=16(\text{cm}^2)$

03 (색칠한 부분의 넓이)$=4^2-\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times4^2=16-4\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

04 $\overline{AO}$의 연장선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 M이라고 하면

$\overline{AO}:\overline{OM}=2:1$이므로 $\overline{AM}=9$ cm이다.

정삼각형의 한 변의 길이를 a라고 하면

($\triangle ABC$의 높이)$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a=9$이고 $a=6\sqrt{3}$(cm)이다.

따라서 정삼각형의 넓이는 $\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times(6\sqrt{3})^2=27\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

05 $\overline{AB}:\overline{AD}=\sqrt{3}:2$, $\overline{AB}:4=\sqrt{3}:2$이고

$\overline{AB}=2\sqrt{3}$ cm이다.

$\overline{BD}:\overline{AD}=1:2$, $\overline{BD}:4=1:2$이고

$\overline{BD}=2$ cm이다.

한편 $\overline{BC}=\overline{AB}=2\sqrt{3}$(cm)이므로

$\overline{CD}=2\sqrt{3}-2$(cm)이다.

따라서 $\triangle ADC=\dfrac{1}{2}\times(2\sqrt{3}-2)\times2\sqrt{3}$

$=6-2\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

06 $\sqrt{\{a-(-1)\}^2+(-2-3)^2}=\sqrt{(5-a)^2+\{1-(-2)\}^2}$

$12a=8$이고 $a=\dfrac{2}{3}$이다.

07 $\overline{AE}=\overline{AF}=\sqrt{3^2+4^2}=5$ cm

따라서 $\triangle AEF$는 한 변의 길이가 5 cm인 정삼각형이므로

그 넓이는 $\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times5^2=\dfrac{25}{4}\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

08 ① $\overline{AM}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times12=6\sqrt{3}$(cm)

② 점 H는 $\triangle BCD$의 무게중심이므로

$\overline{BH}=\dfrac{2}{3}\times\overline{BM}=\dfrac{2}{3}\times6\sqrt{3}=4\sqrt{3}$(cm)

③ $\triangle ACD=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times12^2=36\sqrt{3}$(cm)

④ $\overline{AH}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}\times12=4\sqrt{6}$

따라서 $\triangle AHM=\dfrac{1}{2}\times\overline{HM}\times\overline{AH}$

$=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times4\sqrt{6}=12\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

⑤ $\triangle ABM$의 둘레의 길이는

$12+2\times6\sqrt{3}=12+12\sqrt{3}$(cm)

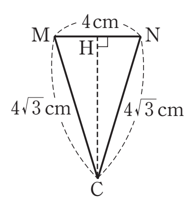
09 $\triangle ABD$에서 닮음의 비에 의해

$\overline{MN}=\dfrac{1}{2}\times\overline{BD}=\dfrac{1}{2}\times8=4$(cm)

$\overline{CM}$, $\overline{CN}$은 각각 정삼각형 CAB, CAD의 높이이므로

$\overline{CM}=\overline{CN}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times8=4\sqrt{3}$(cm)

따라서 $\triangle MCN$은 이등변삼각형이고, 점 C에서 $\overline{MN}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\overline{MH}=2$ cm이고

$\overline{CH}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2-2^2}$

$=2\sqrt{11}$(cm)이다.

따라서 $\triangle MCN=\dfrac{1}{2}\times4\times2\sqrt{11}=4\sqrt{11}(\text{cm}^2)$

10 $\overline{OE}\perp\overline{BC}$, $\overline{OB}=\overline{OC}$이므로 $\overline{BE}=\overline{EC}$이고

$\triangle ACB$에서 $\overline{HE}=\frac{1}{2}\overline{AB}=2$이다.

$\overline{OH}:\overline{HE}=\sqrt{3}:1$, $\overline{OH}:2=\sqrt{3}:1$이므로

$\overline{OH}=2\sqrt{3}$이다.

따라서 정사각뿔의 부피는 $\frac{1}{3}\times4^2\times2\sqrt{3}=\frac{32}{3}\sqrt{3}$

11 원뿔의 모선의 길이를 R라고 하면

$\pi\times R^2\times\frac{180}{360}=8\pi$, $R^2=16$이고 $R=4(\text{cm})$이다.

밑면인 원의 반지름의 길이를 r라고 하면

$2\pi r=2\pi\times4\times\frac{180}{360}$이고 $r=2(\text{cm})$이다.

따라서 원뿔의 높이는

$\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}(\text{cm})$

12 구의 반지름의 길이를 r라고 하면

(원뿔의 높이)$=\sqrt{10^2-2^2}=4\sqrt{6}$이므로

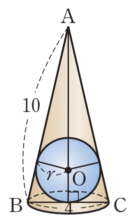
$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\times4\sqrt{6}=8\sqrt{6}$

$\frac{1}{2}\times10\times r+\frac{1}{2}\times10\times r+\frac{1}{2}\times4\times r$

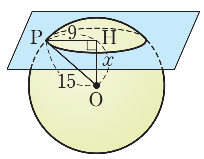
$=8\sqrt{6}$

$12r=8\sqrt{6}$이고 $r=\frac{2}{3}\sqrt{6}$이다.

따라서 (구의 겉넓이)$=4\pi\times\left(\frac{2}{3}\sqrt{6}\right)^2=\frac{32}{3}\pi$



13 $x=\sqrt{15^2-9^2}=12$



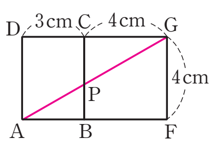
14 모서리 BC를 지나는 경우 최단 거리는

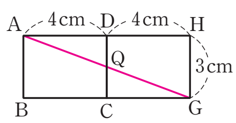
$\sqrt{(3+4)^2+4^2}=\sqrt{65}\text{ cm}$

모서리 CD를 지나는 경우 최단 거리는

$\sqrt{(4+4)^2+3^2}=\sqrt{73}\text{ cm}$

따라서 두 경우 중 짧은 거리는 $\sqrt{65}\text{ cm}$이다.





채점 요소		배점 비율
해결 과정	모서리 BC를 지나는 최단 거리 구하기	40 %
	모서리 CD를 지나는 최단 거리 구하기	40 %
답 구하기	짧은 최단 거리 구하기	20 %

학교 시험 100점 꽉 잡기 P.42

01 ③	02 ③	03 풀이 참조
04 $32\sqrt{15}\text{ cm}^3$	05 $\frac{4}{3}\sqrt{21}\pi$	06 ⑤

01 $A(4, 0)$, $B(0, 3)$이므로 $\overline{AB}=\sqrt{4^2+3^2}=5$

$4\times3=5\times\overline{OH}$, $\overline{OH}=\frac{12}{5}$

$\overline{OA}^2=\overline{AB}\times\overline{AH}$, $4^2=5\times\overline{AH}$이므로 $\overline{AH}=\frac{16}{5}$이다.

따라서 $\triangle HOA=\frac{1}{2}\times\overline{AH}\times\overline{OH}$

$=\frac{1}{2}\times\frac{16}{5}\times\frac{12}{5}=\frac{96}{25}$

02 ① $\overline{AB}:\overline{AE}=1:\sqrt{2}$, $\overline{AB}:\sqrt{6}=1:\sqrt{2}$

이므로 $\overline{AB}=\sqrt{3}\text{ cm}$이다.

② $\overline{AE}:\overline{AD}=\sqrt{3}:2$, $\sqrt{6}:\overline{AD}=\sqrt{3}:2$

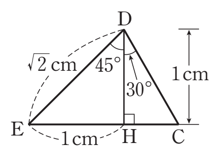
이므로 $\overline{AD}=2\sqrt{2}\text{ cm}$이다.

③, ④ $\triangle AED$에서

$\overline{AE}:\overline{ED}=\sqrt{3}:1$,

$\sqrt{6}:\overline{ED}=\sqrt{3}:1$

이므로 $\overline{ED}=\sqrt{2}\text{ cm}$이다.



$\triangle EDC$에서 점 D에서 $\overline{EC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면 $\angle EDH=45°$, $\angle HDC=30°$이다.

$\triangle EDH$에서 $\overline{DH}:\overline{ED}=1:\sqrt{2}$, $\overline{DH}:\sqrt{2}=1:\sqrt{2}$

이므로 $\overline{DH}=1\text{ cm}$이다.

$\triangle DHC$에서 $\overline{DC}:\overline{DH}=2:\sqrt{3}$, $\overline{DC}:1=2:\sqrt{3}$

이므로 $\overline{DC}=\frac{2}{3}\sqrt{3}\text{ cm}$이다.

⑤ $\overline{DC}:\overline{HC}=2:1$, $\frac{2}{3}\sqrt{3}:\overline{HC}=2:1$이므로

$\overline{HC}=\frac{\sqrt{3}}{3}$이다.

따라서 $\overline{EC}=\overline{EH}+\overline{HC}=1+\frac{\sqrt{3}}{3}\ (\text{cm})$

03 $\triangle FEG$에서 $\overline{EG}=\sqrt{3^2+4^2}=5(\text{cm})$

$\overline{AG}=\sqrt{3^2+4^2+5^2}=5\sqrt{2}(\text{cm})$

$\triangle AEG$에서 $\frac{1}{2}\times\overline{AE}\times\overline{EG}=\frac{1}{2}\times\overline{AG}\times\overline{EH}$이므로

$\frac{1}{2}\times5\times5=\frac{1}{2}\times5\sqrt{2}\times\overline{EH}$이다.

따라서 $\overline{EH}=\frac{5}{2}\sqrt{2}\text{ cm}$이다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정	$\overline{EG}$의 길이 구하기	30 %
	$\overline{AG}$의 길이 구하기	30 %
답 구하기	$\overline{EH}$의 길이 구하기	40 %

04 $\overline{BE}=2x$라고 하면 $\overline{BM}=x$

$\overline{AM}=\sqrt{8^2+x^2}$

$\overline{AF}=\sqrt{4^2+(2x)^2}$

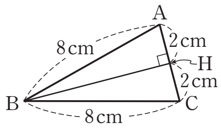
$\overline{AM}=\overline{AF}$이므로 $x^2=16$이고 $x=4$(cm)이다.

따라서 $\overline{AM}=\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5}$ cm

한편

$\overline{BC}=\overline{EF}=\sqrt{\overline{MF}^2-\overline{EM}^2}=\sqrt{(4\sqrt{5})^2-4^2}=8$(cm)

오른쪽 그림의 점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\overline{BH}=\sqrt{\overline{BC}^2-\overline{CH}^2}=\sqrt{8^2-2^2}$

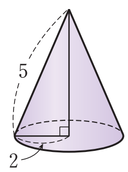
$=2\sqrt{15}$ cm

따라서 △ABC의 넓이는

$\frac{1}{2}\times4\times2\sqrt{15}=4\sqrt{15}$ (cm^2)이므로

삼각기둥의 부피는 $4\sqrt{15}\times8=32\sqrt{15}$ (cm^3)

05 원뿔의 모선의 길이를 R라고 하면



$2\pi\times R\times\frac{144}{360}=2\pi\times2$이고 $R=5$이다.

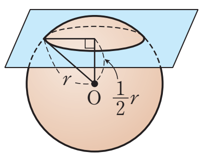
따라서

(원뿔의 높이)$=\sqrt{R^2-2^2}=\sqrt{5^2-2^2}$

$=\sqrt{21}$

(원뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times(\pi\times2^2)\times\sqrt{21}=\frac{4}{3}\sqrt{21}\pi$

06 구의 반지름의 길이를 r라고 하면



(단면인 원의 반지름의 길이)

$=\sqrt{r^2-\left(\frac{1}{2}r\right)^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}r$

(단면의 넓이)$=\pi\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}r\right)^2=300\pi$

이므로 $r^2=400$이고 $r=20$ (cm)이다.

서술형 꽉 잡기 P.43

01 $\overline{AD}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times4=2\sqrt{3}$ cm, $\overline{AF}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times2\sqrt{3}=3$ cm,

$\overline{DF}=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}=\sqrt{3}$ cm이므로

(△ADF의 둘레의 길이)

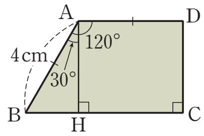
$=\overline{AD}+\overline{DF}+\overline{AF}=2\sqrt{3}+\sqrt{3}+3=3\sqrt{3}+3$(cm)

(△ADF의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times\overline{DF}\times\overline{AF}=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times3=\frac{3}{2}\sqrt{3}$ (cm^2)

채점 요소		배점 비율
해결 과정	$\overline{AD}$, $\overline{AF}$, $\overline{DF}$의 길이 각각 구하기	60 %
답 구하기	△ADF의 둘레의 길이, 넓이 각각 구하기	40 %

02 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



∠BAH=30°이므로

$\overline{AB}:\overline{AH}=2:\sqrt{3}$,

$4:\overline{AH}=2:\sqrt{3}$이고 $\overline{AH}=2\sqrt{3}$ cm이다.

한편 $\overline{AB}:\overline{BH}=2:1$, $4:\overline{BH}=2:1$이고

$\overline{BH}=2$ cm이므로 $\overline{BC}=2+4=6$(cm)이다.

따라서 □ABCD$=\frac{1}{2}\times(4+6)\times2\sqrt{3}=10\sqrt{3}$(cm^2)

채점 요소		배점 비율
해결 과정	$\overline{AH}$의 길이 구하기	40 %
	$\overline{BC}$의 길이 구하기	40 %
답 구하기	□ABCD의 넓이 구하기	20 %

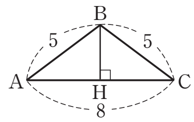
03 (1) $\overline{AB}=\sqrt{\{1-(-3)\}^2+(4-1)^2}=5$

$\overline{AC}=\sqrt{\{5-(-3)\}^2+(1-1)^2}=8$

$\overline{BC}=\sqrt{(5-1)^2+(1-4)^2}=5$

따라서 △ABC는 $\overline{AB}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이다.

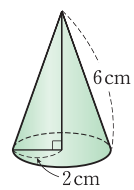
(2) 점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면 $\overline{BH}=\sqrt{5^2-4^2}=3$ 이다.



따라서 △ABC의 넓이는 $\frac{1}{2}\times8\times3=12$

채점 요소		배점 비율
해결 과정	(1) $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{BC}$의 길이 각각 구하기	30 %
	(2) $\overline{BH}$의 길이 구하기	10 %
답 구하기	(1) △ABC가 어떤 삼각형인지 말하기	30 %
	(2) △ABC의 넓이 구하기	30 %

04 작은 부채꼴의 중심각의 크기는



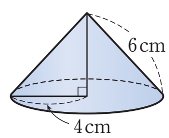
$360°\times\frac{1}{3}=120°$이므로

이 부채꼴로 만든 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 r라고 하면

$2\pi\times6\times\frac{120}{360}=2\pi\times r$이고 $r=2$(cm)이다.

따라서 (원뿔의 높이)$=\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}$ (cm)

큰 부채꼴의 중심각의 크기는



$360°\times\frac{2}{3}=240°$이므로

이 부채꼴로 만든 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 R라고 하면

$2\pi\times6\times\frac{240}{360}=2\pi\times R$이고 $R=4$(cm)이므로

(원뿔의 높이)$=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}$ (cm)이다.

$4\sqrt{2}>2\sqrt{5}$이므로 높이가 큰 원뿔의 부피는

$\dfrac{1}{3}\times(\pi\times 2^2)\times 4\sqrt{2}=\dfrac{16}{3}\sqrt{2}\pi\,(\text{cm}^3)$

	채점 요소	배점 비율
해결 과정	작은 부채꼴로 만든 원뿔의 높이 구하기	30 %
	큰 부채꼴로 만든 원뿔의 높이 구하기	30 %
답 구하기	높이가 큰 원뿔의 부피 구하기	40 %

III. 삼각비

1. 삼각비

01 삼각비의 뜻과 값

개념 꽉 P.45

1 (1) $\dfrac{5}{13}$, $\dfrac{12}{13}$, $\dfrac{5}{12}$ (2) $\dfrac{3}{5}$, $\dfrac{4}{5}$, $\dfrac{3}{4}$ (3) $\dfrac{1}{3}$, $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$, $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

2 (1) 6 (2) 4 (3) 6 (4) $\sqrt{5}$

1 (1) $\sin A=\dfrac{5}{13}$, $\cos A=\dfrac{12}{13}$, $\tan A=\dfrac{5}{12}$

(2) $\sin A=\dfrac{3}{5}$, $\cos A=\dfrac{4}{5}$, $\tan A=\dfrac{3}{4}$

(3) $\overline{AB}=\sqrt{3^2-1^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$이므로

$\sin A=\dfrac{1}{3}$, $\cos A=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$, $\tan A=\dfrac{1}{2\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

2 (1) $\sin A=\dfrac{x}{8}$, $\dfrac{3}{4}=\dfrac{x}{8}$이므로

$x=6$이다.

(2) $\cos A=\dfrac{x}{6}$, $\dfrac{2}{3}=\dfrac{x}{6}$이므로

$x=4$이다.

(3) $\tan A=\dfrac{2}{x}$, $\dfrac{1}{3}=\dfrac{2}{x}$이므로

$x=6$이다.

(4) $\tan A=\dfrac{\overline{BC}}{2}$, $\dfrac{1}{2}=\dfrac{\overline{BC}}{2}$이므로

$\overline{BC}=1$이고

$x=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$이다.

유형 꽉 P.45

1 ⑤ 2 $\dfrac{7}{5}$ 3 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 4 10 5 ⑤

1 ⑤ $\tan C=\dfrac{15}{8}$

2 $\overline{AC}=\sqrt{10^2-6^2}=8$이므로

$\sin B=\dfrac{8}{10}=\dfrac{4}{5}$

$\cos B=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$

따라서 $\sin B+\cos B=\dfrac{4}{5}+\dfrac{3}{5}=\dfrac{7}{5}$

3 $\overline{AC}=\sqrt{3}k$, $\overline{BC}=k\,(k>0)$라고 하면

$\overline{AB}=\sqrt{(\sqrt{3}k)^2+k^2}=2k$

따라서 $\cos A=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\dfrac{\sqrt{3}k}{2k}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

4 $\tan B=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\dfrac{\overline{AC}}{8}=\dfrac{3}{4}$이므로 $\overline{AC}=6$이다.

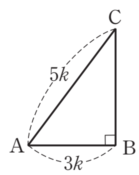
따라서 $\overline{AB}=\sqrt{\overline{BC}^2+\overline{AC}^2}=\sqrt{8^2+6^2}=10$

5 $\cos A=\dfrac{3}{5}$이므로 $\overline{AC}=5k$,

$\overline{AB}=3k\,(k>0)$라고 하면

$\overline{BC}=\sqrt{(5k)^2-(3k)^2}=4k$

따라서 $\sin A=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\dfrac{4k}{5k}=\dfrac{4}{5}$



개념 꽉 P.46

1 (1) $\overline{BC}$, $\overline{AE}$ (2) $\overline{AC}$, $\overline{AD}$ (3) $\overline{BC}$, $\overline{AD}$

2 (1) $\dfrac{3}{5}$, $\dfrac{4}{5}$, $\dfrac{3}{4}$, $\dfrac{4}{5}$, $\dfrac{3}{5}$, $\dfrac{4}{3}$ (2) $\dfrac{5}{13}$, $\dfrac{12}{13}$, $\dfrac{5}{12}$, $\dfrac{12}{13}$, $\dfrac{5}{13}$, $\dfrac{12}{5}$

1 (1) $\sin A=\dfrac{\boxed{\overline{BC}}}{\overline{AC}}=\dfrac{\overline{ED}}{\boxed{\overline{AE}}}$

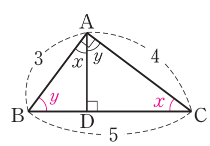
(2) $\cos A=\dfrac{\overline{AB}}{\boxed{\overline{AC}}}=\dfrac{\boxed{\overline{AD}}}{\overline{AE}}$

(3) $\tan A=\dfrac{\boxed{\overline{BC}}}{\overline{AB}}=\dfrac{\overline{ED}}{\boxed{\overline{AD}}}$

2 (1) $\angle BCA=\angle BAD=x$이므로

$\sin x=\dfrac{3}{5}$, $\cos x=\dfrac{4}{5}$,

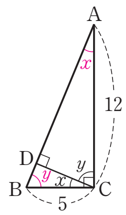
$\tan x=\dfrac{3}{4}$



$\angle CBA=\angle CAD=y$이므로

$\sin y=\frac{4}{5}$, $\cos y=\frac{3}{5}$, $\tan y=\frac{4}{3}$

(2) $\overline{AB}=\sqrt{5^2+12^2}=13$



$\angle BAC=\angle BCD=x$이므로

$\sin x=\frac{5}{13}$, $\cos x=\frac{12}{13}$,

$\tan x=\frac{5}{12}$

$\angle ABC=\angle ACD=y$이므로

$\sin y=\frac{12}{13}$, $\cos y=\frac{5}{13}$, $\tan y=\frac{12}{5}$

유형 꽉 P.46

1 ③, ⑤ 2 $\frac{15}{17}$ 3 ④ 4 $\frac{4}{5}$

1 ① $\sin A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$ ② $\cos A=\frac{\overline{AG}}{\overline{AF}}$

④ $\triangle ACB \backsim \triangle AED$(AA 닮음)이므로

$\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{DE}}{\overline{AD}}$

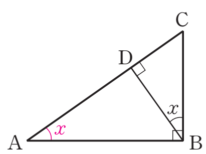
2 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{15^2+8^2}=\sqrt{289}=17$

또, $\triangle ABC \backsim \triangle EBD$ (AA닮음)이므로

$\angle x=\angle BDE=\angle C$

$\sin x=\frac{\overline{BA}}{\overline{BC}}=\frac{15}{17}$이다.

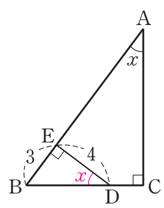
3 $\angle CAB=\angle CBD=x$이므로



④ $\sin x=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$

이고 $\overline{BC}=\overline{AC}\sin x$이다.

4 $\overline{BD}=\sqrt{3^2+4^2}=5$,



$\angle BDE=\angle BAC=x$이므로

$\cos x=\frac{\overline{DE}}{\overline{BD}}=\frac{4}{5}$이다.

개념 꽉 P.47

1 (1) $\frac{3}{2}$ (2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) 1 2 (1) 45° (2) 60° (3) 60°

3 (1) $x=5$, $y=5\sqrt{3}$ (2) $x=3$, $y=3\sqrt{2}$

1 (1) $\sin 30°+\tan 45°=\frac{1}{2}+1=\frac{3}{2}$

(2) $\tan 60°-\cos 30°=\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

(3) $\tan 30°\times\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{2}$

(4) $\sin 45°\div\cos 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}\div\frac{\sqrt{2}}{2}=1$

2 (1) $\sin 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$이므로 $\angle x=45°$이다.

(2) $\cos 60°=\frac{1}{2}$이므로 $\angle x=60°$이다.

(3) $\tan 60°=\sqrt{3}$이므로 $\angle x=60°$이다.

3 (1) $\sin 30°=\frac{x}{10}$, $\frac{1}{2}=\frac{x}{10}$이므로

$x=5$이다.

$\cos 30°=\frac{y}{10}$, $\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{y}{10}$이므로

$y=5\sqrt{3}$이다.

(2) $\tan 45°=\frac{x}{3}$, $1=\frac{x}{3}$이므로

$x=3$이다.

$\cos 45°=\frac{3}{y}$, $\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{3}{y}$이므로

$y=3\sqrt{2}$이다.

유형 꽉 P.47

1 $\frac{1}{2}$ 2 60° 3 ③ 4 ②

1 $(\cos A-\sin A)(\cos A+\sin A)$

$=\cos^2 A-\sin^2 A$

$=\cos^2 30°-\sin^2 30°$

$=\frac{3}{4}-\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$

2 $\sin x=\frac{6\sqrt{3}}{12}=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로

$\angle x=60°$

3 $5°<x<20°$이므로 $15°<3x<60°$이고

$30°<3x+15°<75°$이다.

$\tan 60°=\sqrt{3}$이므로 $3\angle x+15°=60°$이고

$3\angle x=45°$이므로 $\angle x=15°$이다.

따라서 $\cos 2x+\sin 4x=\cos 30°+\sin 60°$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

4 (직선의 기울기)$=\tan 45°=1$

y절편을 a라고 하면

$\tan 45°=\frac{a}{4}=1$이므로 $a=4$이다.

따라서 직선의 방정식은 $y=x+4$이다.

개념 꽉 P.48

1 (1) ㄱ, ㄹ (2) ㄴ, ㄷ (3) ㅁ 2 (1) 0.82 (2) 0.57 (3) 1.43
3 삼각비의 값이 0인 것 : ㄱ, ㄷ, ㅁ, 삼각비의 값이 1인 것 : ㄴ, ㄹ

1 ㄱ. $\sin x=\frac{\overline{AB}}{\overline{OB}}=\frac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}$

ㄴ. $\sin y=\frac{\overline{OA}}{\overline{OB}}=\frac{\overline{OA}}{1}=\overline{OA}$

ㄷ. $\cos x=\frac{\overline{OA}}{\overline{OB}}=\frac{\overline{OA}}{1}=\overline{OA}$

ㄹ. $\cos y=\frac{\overline{AB}}{\overline{OB}}=\frac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}$

ㅁ. $\tan x=\frac{\overline{CD}}{\overline{OC}}=\frac{\overline{CD}}{1}=\overline{CD}$

ㅂ. $\tan y=\frac{\overline{OC}}{\overline{CD}}=\frac{1}{\overline{CD}}$

2 (1) $\sin 55^\circ=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\overline{AB}=0.82$

(2) $\cos 55^\circ=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\overline{OB}=0.57$

(3) $\tan 55^\circ=\frac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\overline{CD}=1.43$

3 ㄱ. $\sin 0^\circ=0$ ㄴ. $\cos 0^\circ=1$ ㄷ. $\tan 0^\circ=0$
ㄹ. $\sin 90^\circ=1$ ㅁ. $\cos 90^\circ=0$

유형 꽉 P.48

1 ③ 2 ⑤ 3 ② 4 -2

1 $\triangle$AOB에서 $\sin x=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}$

$\triangle$COD에서 $\tan x=\frac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\frac{\overline{CD}}{1}=\overline{CD}$

2 ⑤ $\cos 40^\circ=0.77$

3 $\overline{OC}=\cos 65^\circ$이므로
$\overline{BC}=\overline{OB}-\overline{OC}=1-\cos 65^\circ$

4 $\sin 0^\circ\times\cos 30^\circ-\cos 0^\circ\times\tan 45^\circ-\sin 90^\circ$
$=0\times\frac{\sqrt{3}}{2}-1\times1-1=-2$

개념 꽉 P.49

1 (1) 0.6820 (2) 0.7193 (3) 41 (4) 42
2 0.7947 3 4.452

2 $\tan 22^\circ+\sin 23^\circ=0.4040+0.3907=0.7947$

3 $\tan 24^\circ=\frac{\overline{AC}}{10}=0.4452$이므로
$\overline{AC}=4.452$이다.

유형 꽉 P.49

1 ① 2 ③ 3 ③

1 $\cos x=0.9703$이므로 $\angle x=14^\circ$
$\tan y=0.2867$이므로 $\angle y=16^\circ$
따라서 $\sin(x+y)=\sin(14^\circ+16^\circ)$
$=\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$

2 $\sin x=\frac{225}{1000}=0.225$이므로 $\angle x=13^\circ$

3 $\overline{OB}=\cos x$이므로
$\cos x=0.9659$이고 $\angle x=15^\circ$이다.
$\overline{AB}=\sin 15^\circ=0.2588$
$\overline{CD}=\tan 15^\circ=0.2679$
따라서 $\overline{AB}+\overline{CD}=0.2588+0.2679=0.5267$

2. 삼각비의 활용

01 삼각비의 활용 (1)

개념 꽉 P.50

1 (1) 3, $\cos 20^\circ$ (2) 2, $2\sin 70^\circ$, 2, $2\cos 70^\circ$
(3) $\sin 15^\circ$, $\tan 15^\circ$
2 $x=2.28$, $y=3.28$

2 $x=4\sin 35^\circ$
$=4\times0.57=2.28$
$y=4\cos 35^\circ$
$=4\times0.82=3.28$

유형 꽉 P.50

1 ② 2 1.3 3 ① 4 ⑤

1 $\overline{AB}=5\cos 32^\circ$, $\overline{AB}=5\sin 58^\circ$이므로
$\overline{AB}$의 길이를 나타내는 것은 ②이다.

2 $x=10\sin 50°=10\times0.77=7.7$

$y=10\cos 50°=10\times0.64=6.4$

따라서 $x-y=7.7-6.4=1.3$

3 $\overline{AB}=3\sqrt{2}\cos 45°=3\sqrt{2}\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}=3\ (\text{cm})$,

$\overline{AC}=3\sqrt{2}\sin 45°=3\sqrt{2}\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}=3\ (\text{cm})$

따라서 (삼각기둥의 부피)=(밑넓이)×(높이)

$=\dfrac{1}{2}\times3\times3\times6=27\ (\text{cm}^3)$

4 (가로등의 높이)$=\overline{BC}+$(눈높이)

$=5\tan 40°+1.5$

$=5\times0.84+1.5$

$=5.7\ (\text{m})$

개념 꽉 P.51

1 (1) $2\sqrt{3}$, 2, $\sqrt{3}$, $\sqrt{7}$ (2) 45, 3, 60, 60, $2\sqrt{3}$

1 (1) △ACH에서

$\overline{AH}=4\cos 30°=\boxed{2\sqrt{3}}$,

$\overline{CH}=4\sin 30°=\boxed{2}$

$\overline{BH}=3\sqrt{3}-\overline{AH}=\boxed{\sqrt{3}}$

따라서 △BCH에서

$\overline{BC}=\sqrt{\overline{CH}^2+\overline{BH}^2}=\sqrt{2^2+(\sqrt{3})^2}=\boxed{\sqrt{7}}$

(2) △ABH에서

$\overline{BH}=3\sqrt{2}\times\sin\boxed{45}°=\boxed{3}$

△BCH에서

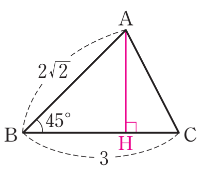
$\dfrac{\overline{BH}}{\overline{BC}}=\sin\boxed{60}°$이므로

$\overline{BC}=\dfrac{\overline{BH}}{\sin\boxed{60}°}=3\div\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\boxed{2\sqrt{3}}$

유형 꽉 P.51

1 $\sqrt{5}$ 2 ③ 3 $2\sqrt{2}$ 4 ④

1 점 A에서 $\overline{BC}$에 수선을 그어 $\overline{BC}$와 만나는 점을 H라고 하면



△ABH에서

$\overline{AH}=2\sqrt{2}\sin 45°=2$

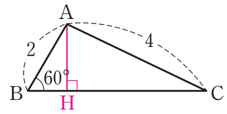
$\overline{BH}=2\sqrt{2}\cos 45°=2$

△ACH에서

$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=3-2=1$

따라서 $\overline{AC}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$

2 점 A에서 $\overline{BC}$에 수선을 그어 $\overline{BC}$와 만나는 점을 H라고 하면



△ABH에서

$\overline{BH}=2\cos 60°=1$

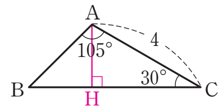
$\overline{AH}=2\sin 60°=\sqrt{3}$

△ACH에서

$\overline{CH}=\sqrt{\overline{AC}^2-\overline{AH}^2}=\sqrt{4^2-(\sqrt{3})^2}=\sqrt{13}$

따라서 $\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=1+\sqrt{13}$

3 점 A에서 $\overline{BC}$에 수선을 그어 $\overline{BC}$와 만나는 점을 H라고 하면



$\angle CAH=180°-(30°+90°)$

$=60°$

$\angle BAH=105°-60°=45°$

△ACH에서

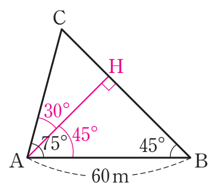
$\overline{AH}=4\sin 30°=2$

△ABH에서

$\dfrac{\overline{AH}}{\overline{AB}}=\cos 45°$, $\dfrac{2}{\overline{AB}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$이므로

$\overline{AB}=2\sqrt{2}$이다.

4 점 A에서 $\overline{BC}$에 수선을 그어 $\overline{BC}$와 만나는 점을 H라고 하면



$\angle BAH=180°-(90°+45°)$

$=45°$

$\angle CAH=75°-45°=30°$

△ABH에서

$\overline{AH}=60\sin 45°=30\sqrt{2}\ (\text{m})$

$\overline{BH}=60\cos 45°=30\sqrt{2}\ (\text{m})$

△ACH에서

$\overline{CH}=30\sqrt{2}\tan 30°=10\sqrt{6}\ (\text{m})$이다.

한편 $\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=(30\sqrt{2}+10\sqrt{6})\ (\text{m})$

따라서 B지점에서 배가 위치한 C지점까지의 거리는 $(10\sqrt{6}+30\sqrt{2})\ \text{m}$

개념 꽉 P.52

1 (1) 60, 45, $4(\sqrt{3}-1)$ (2) 60, 30, 60, 30, $3\sqrt{3}$

1 (1) △ABH에서 $\overline{BH}=h\tan\boxed{60}°$,

△ACH에서 $\overline{CH}=h\tan\boxed{45}°$이므로

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=8$, $h(\tan 60°+\tan 45°)=8$

따라서 $h=\dfrac{8}{\tan 60°+\tan 45°}$

$=\dfrac{8}{\sqrt{3}+1}=\boxed{4(\sqrt{3}-1)}$

(2) $\triangle$ABH에서 $\overline{BH}=h\tan\boxed{60}^\circ$,

$\triangle$ACH에서 $\overline{CH}=h\tan\boxed{30}^\circ$이므로

$\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}=6$,

$h(\tan\boxed{60}^\circ-\tan\boxed{30}^\circ)=6$

따라서 $h=\dfrac{6}{\tan 60^\circ-\tan 30^\circ}$

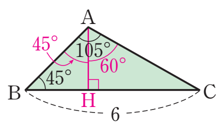
$=6\div\left(\sqrt{3}-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)=6\div\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

$=6\times\dfrac{3}{2\sqrt{3}}=\boxed{3\sqrt{3}}$

유형 꽉 P.52

1 $9(\sqrt{3}-1)$ 2 ⑤ 3 ③

1 $\overline{AH}=h$라고 하면



$\triangle$ABH에서

$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h$,

$\triangle$ACH에서

$\overline{CH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h$

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로

$6=h+\sqrt{3}h$

$(\sqrt{3}+1)h=6$이고

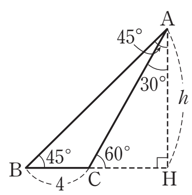
$h=\dfrac{6}{\sqrt{3}+1}=3(\sqrt{3}-1)$이다.

따라서 $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AH}$

$=\dfrac{1}{2}\times6\times3(\sqrt{3}-1)$

$=9(\sqrt{3}-1)$

2 $\overline{AH}=h$라고 하면



$\triangle$ABH에서

$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h$

$\triangle$ACH에서

$\overline{CH}=h\tan 30^\circ=\dfrac{1}{\sqrt{3}}h$

$\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로

$4=h-\dfrac{1}{\sqrt{3}}h$

$\left(1-\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)h=4$

$\dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}h=4$

따라서 $h=4\times\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$

$=2\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)$

$=2(3+\sqrt{3})$

3 $\triangle$ABH에서 $\overline{BH}=h\tan 75^\circ$

$\triangle$ACH에서 $\overline{CH}=h\tan 50^\circ$

$\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로

$20=h\tan 75^\circ-h\tan 50^\circ$

02 삼각비의 활용 (2)

개념 꽉 P.53

1 180, 180, b, $b\sin(180^\circ-A)$, $bc\sin(180^\circ-A)$

2 (1) 14 (2) $12\sqrt{3}$ (3) $6\sqrt{2}$ (4) 7

1 $\triangle$ABC에서

$\angle CAH=\boxed{180}^\circ-A$

$\sin(\boxed{180}^\circ-A)=\dfrac{h}{\boxed{b}}$이므로

$h=\boxed{b\sin(180^\circ-A)}$이다.

따라서 $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}ch=\dfrac{1}{2}\boxed{bc\sin(180^\circ-A)}$

2 (1) $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times8\times7\times\sin 30^\circ=\dfrac{1}{2}\times8\times7\times\dfrac{1}{2}$

$=14$

(2) $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times6\times8\times\sin 60^\circ=\dfrac{1}{2}\times6\times8\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=12\sqrt{3}$

(3) $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times4\times6\times\sin(180^\circ-135^\circ)$

$=\dfrac{1}{2}\times4\times6\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=6\sqrt{2}$

(4) $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times4\times7\times\sin(180^\circ-150^\circ)$

$=\dfrac{1}{2}\times4\times7\times\dfrac{1}{2}=7$

유형 꽉 P.53

1 ① 2 ② 3 60° 4 ⑤

1 $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times6\times6\times\sin 30^\circ=\dfrac{1}{2}\times6\times6\times\dfrac{1}{2}$

$=9\ (\text{cm}^2)$

2 $\dfrac{1}{2}\times8\times\overline{BC}\times\sin(180^\circ-135^\circ)=10\sqrt{2}$

$\dfrac{1}{2}\times8\times\overline{BC}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=10\sqrt{2}$

$2\sqrt{2}\times\overline{BC}=10\sqrt{2}$이므로

$\overline{BC}=5\ (\text{cm})$이다.

3 $\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times6\times\sin B=9$

$6\sqrt{3}\times\sin B=9$이므로

$\sin B=\frac{9}{6\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$이다.

$\triangle$ABC가 예각삼각형이므로 $\angle B<90^\circ$이다.

따라서 $\angle B=60^\circ$이다.

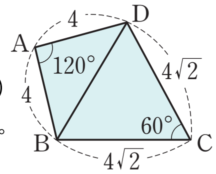
4 $\square$ABCD

$=\triangle ABD+\triangle DBC$

$=\frac{1}{2}\times4\times4\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$\quad+\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times4\sqrt{2}\times\sin 60^\circ$

$=4\sqrt{3}+8\sqrt{3}=12\sqrt{3}$



개념 꽉 P.54

1 (1) $\frac{1}{2}ab\sin x$ (2) $ab\sin x$

2 (1) $ab\sin x$ (2) $\frac{1}{2}ab\sin x$

1 $\square ABCD=2\triangle ABC$

$=2\times\boxed{\frac{1}{2}ab\sin x}$

$=\boxed{ab\sin x}$

2 $\square ABCD=\frac{1}{2}\square EFGH$

$=\frac{1}{2}\times\boxed{ab\sin x}$

$=\boxed{\frac{1}{2}ab\sin x}$

유형 꽉 P.54

1 ② 2 ④ 3 ② 4 ⑤

1 $\overline{BC}=\overline{AD}=7$ (cm)이므로

$\square ABCD=4\times7\times\sin 60^\circ$

$=4\times7\times\frac{\sqrt{3}}{2}=14\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$

2 마름모의 한 변의 길이를 x라고 하면

$\square ABCD=x\times x\times\sin(180^\circ-135^\circ)$

$36\sqrt{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}x^2$

$x^2=72$이므로

$x=6\sqrt{2}$ (cm)이다.

따라서 마름모의 둘레의 길이는 $6\sqrt{2}\times4=24\sqrt{2}$ (cm)

3 $\triangle BMD=\frac{1}{2}\triangle BCD$

$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{4}\square ABCD$

$=\frac{1}{4}\times(6\times10\times\sin 30^\circ)$

$=\frac{15}{2}\ (\text{cm}^2)$

4 $\square ABCD=\frac{1}{2}\times6\times8\times\sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times6\times8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=12\sqrt{3}$

개념 꽉 P.55

1 45, 50, 30, $\frac{50}{3}\sqrt{3}$, $50+\frac{50}{3}\sqrt{3}$

1 $\overline{CE}=\overline{AB}=50$ (m)이므로

$\triangle$CDE에서

$\overline{DE}=50\times\tan\boxed{45}^\circ=\boxed{50}$ (m)

$\triangle$BCE에서

$\overline{BE}=50\times\tan\boxed{30}^\circ=\boxed{\frac{50\sqrt{3}}{3}}$ (m)

따라서 $\overline{BD}=\overline{DE}+\overline{BE}=\left(\boxed{50+\frac{50\sqrt{3}}{3}}\right)$ (m)

유형 꽉 P.55

1 ② 2 ③ 3 5.1 m 4 ③

1 (높이)$=20\sin 36^\circ=20\times0.6=12$ (m)

2 $\overline{AC}=6\tan 30^\circ=6\times\frac{\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}$ (m)

3 (전신주의 높이) $=\overline{AB}+\overline{AC}$

$=4\cos 70^\circ+4\sin 70^\circ$

$=4\times0.3420+4\times0.9397$

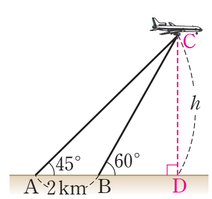
$=5.1268=5.1$ (m)

따라서 전신주의 높이는 5.1 m이다.

4 비행기가 있는 곳을 점 C라 하고, 점 C에서 지면에 내린 수선의 발을 D라고 하자.

$\overline{CD}=h$라고 하면

$\triangle$ADC에서



$\overline{AD}=h\tan 45^\circ=h$

$\triangle$BDC에서 $\overline{BD}=h\tan 30^\circ=\dfrac{1}{\sqrt{3}}h$

$\overline{AB}=\overline{AD}-\overline{BD}$이므로

$2=h-\dfrac{1}{\sqrt{3}}h,\ \dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}h=2$이므로

$h=2\times\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}=\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)=(3+\sqrt{3})$ km

따라서 지면으로부터 비행기까지의 높이는 $(3+\sqrt{3})$ km 이다.

학교 시험 꽉 잡기 P.56~57

01 ⑤	02 $3\sqrt{3}$	03 ②	04 ④	05 ④	06 ①
07 ②	08 ③	09 ④	10 0.2679		11 ③
12 풀이 참조		13 ③	14 ②	15 $54\sqrt{3}\,\text{cm}^2$	

01 ⑤ $\overline{AC}=\sqrt{4^2+3^2}=5$이므로

$\cos C=\dfrac{3}{5}$이다.

02 $\sin A=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}},\ \dfrac{1}{2}=\dfrac{\overline{BC}}{6}$이므로 $\overline{BC}=3$이다.

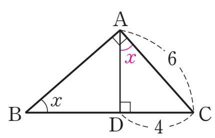
따라서 $\overline{AC}=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}$이다.

03 $\angle CAD=\angle CBA=x$이고,

$\overline{AD}=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}$이므로

$\triangle$ADC에서

$\cos x=\dfrac{2\sqrt{5}}{6}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$이다.



04 ④ $\tan 30^\circ+\sin 60^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{5\sqrt{3}}{6}$

05 $\tan 45^\circ=1$이므로

$2x^2-5x+a=0$에 $x=1$을 대입하면

$2-5+a=0$이고 $a=3$이다.

$2x^2-5x+3=0,\ (2x-3)(x-1)=0$이므로

$x=\dfrac{3}{2}$ 또는 $x=1$이다.

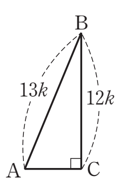
따라서 다른 한 근은 $\dfrac{3}{2}$이다.

06 $\sin A=\dfrac{12}{13}$이므로 $\overline{AB}=13k$,

$\overline{BC}=12k\,(k>0)$로 놓으면

$\overline{AC}=\sqrt{(13k)^2-(12k)^2}=5k$

$\cos B=\dfrac{12k}{13k}=\dfrac{12}{13}$,



$\tan(90^\circ-A)=\tan B=\dfrac{5k}{12k}=\dfrac{5}{12}$

따라서 $\cos B\times\tan(90^\circ-A)=\dfrac{12}{13}\times\dfrac{5}{12}=\dfrac{5}{13}$

07 ① $\overline{CD}=\dfrac{6}{\tan 60^\circ}=2\sqrt{3}$

② $\overline{AD}=\dfrac{6}{\cos 30^\circ}=4\sqrt{3}$

③, ⑤ $\overline{BC}=\dfrac{6}{\tan 30^\circ}=6\sqrt{3}$이므로

$\overline{BD}=\overline{BC}-\overline{CD}=6\sqrt{3}-2\sqrt{3}=4\sqrt{3}$

④ $\overline{AB}=\dfrac{6}{\sin 30^\circ}=12$

08 ③ $\sin z=\sin y=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\dfrac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}$

09 ㄱ. $\sin 0^\circ=0,\ \cos 0^\circ=1,\ \tan 0^\circ=0$에서

$\sin 0^\circ=\tan 0^\circ$이다.

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㅁ이므로 모두 4개이다.

10 $\sin x=0.2419$이므로 $\angle x=14^\circ$

$\cos y=0.9744$이므로 $\angle y=13^\circ$

따라서 $\tan(2x-y)=\tan(2\times14^\circ-13^\circ)$

$=\tan 15^\circ=0.2679$

11 $\overline{AH}=\overline{CH}\tan 40^\circ$

$=50\times0.84=42$ (m)

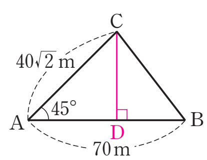
$\overline{BH}=\overline{CH}\tan 45^\circ$

$=50\times1=50$ (m)

$\overline{AB}=\overline{AH}+\overline{BH}=42+50=92$ (m)

따라서 두 지점 A, B 사이의 거리는 92 m이다.

12 점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 D라고 하면



$\triangle$ADC에서

$\overline{AD}=40\sqrt{2}\cos 45^\circ$

$=40\sqrt{2}\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}=40$ (m)

$\overline{CD}=40\sqrt{2}\sin 45^\circ$

$=40\sqrt{2}\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}=40$ (m)

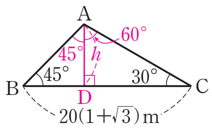
$\triangle$CDB에서

$\overline{DB}=\overline{AB}-\overline{AD}=70-40=30$ (m)이므로

$\overline{BC}=\sqrt{40^2+30^2}=50$ (m)

채점 요소		배점 비율
해결 과정	$\overline{AD}$의 길이 구하기	30 %
	$\overline{CD}$의 길이 구하기	30 %
답 구하기	$\overline{BC}$의 길이 구하기	40 %

13 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 D라고 하자.



$\overline{AD}=h$로 놓으면

△ABD에서

$\overline{BD}=h\tan 45^\circ=h$

△ADC에서 $\overline{CD}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h$

$\overline{BD}+\overline{CD}=\overline{BC}$이므로

$h+\sqrt{3}h=20(1+\sqrt{3})$

$(1+\sqrt{3})h=20(1+\sqrt{3})$이므로

$h=\dfrac{20(1+\sqrt{3})}{1+\sqrt{3}}=20\ (\text{m})$

따라서 강의 폭은 20 m이다.

14 $\angle BAC=\angle CAD=x$라고 하면

$\triangle ACD=\dfrac{1}{2}\times\overline{AC}\times 8\times\sin x=24$에서

$\overline{AC}\times\sin x=6$ ⋯⋯ ㉠

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}\times\sin x$이므로 ㉠에 의해

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 10\times 6=30\ (\text{cm}^2)$

15 $\angle A+\angle B=180^\circ$이므로 $120^\circ+\angle B=180^\circ$이고 $\angle B=60^\circ$이다.

따라서 □ABCD$=9\times12\times\sin 60^\circ$

$=9\times12\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

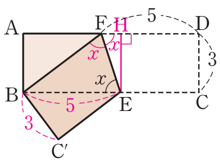
$=54\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$

학교 시험 100점 꽉 잡기 P.58

01 3 **02** $4\sqrt{10}-10$ **03** $\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$ **04** $\sqrt{53}$ **05** $4+4\sqrt{3}$

06 풀이 참조

01 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로



$\angle DFE=\angle BEF=x$(엇각)

접은 각의 크기는 같으므로

$\angle BFE=\angle DFE=x$

△BEF는 이등변삼각형이므로

$\overline{BE}=\overline{BF}=\overline{DF}=5$

$\overline{BC'}=\overline{CD}=3$

△BC′E는 직각삼각형이므로 $\overline{C'E}=\sqrt{5^2-3^2}=4$

점 E에서 $\overline{DF}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면

$\overline{DH}=\overline{CE}=\overline{C'E}=4$

△EHF에서

$\overline{EH}=\overline{CD}=3$, $\overline{FH}=5-\overline{DH}=1$이므로

$\tan x=\dfrac{3}{1}=3$

02 $\overline{AC}=4\tan B=4\sqrt{10}$이고 $\tan B=4\sqrt{10}$이다.

$\angle B=\angle ADE$이므로

$\overline{AE}=\sqrt{10}\tan B=10$이다.

따라서 $\overline{CE}=\overline{AC}-\overline{AE}=4\sqrt{10}-10$

03 △ABC에서

$\overline{AC}=20\cos 30^\circ=20\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=10\sqrt{3}$

△ACD에서

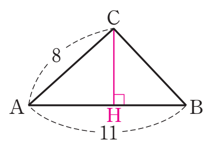
$\overline{CD}=\overline{AC}\cos 30^\circ=10\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=15$

△CED에서

$\overline{CE}=\overline{CD}\cos 30^\circ=15\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{15\sqrt{3}}{2}$

따라서 $x=\overline{AC}-\overline{CE}=10\sqrt{3}-\dfrac{15\sqrt{3}}{2}=\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$

04 점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\tan A=\dfrac{\sqrt{7}}{3}$이므로

$\sin A=\dfrac{\sqrt{7}}{4}$, $\cos A=\dfrac{3}{4}$

△AHC에서

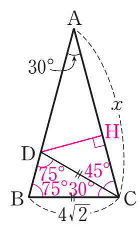
$\overline{CH}=8\sin A=8\times\dfrac{\sqrt{7}}{4}=2\sqrt{7}$

$\overline{AH}=8\cos A=8\times\dfrac{3}{4}=6$

$\overline{BH}=\overline{AB}-\overline{AH}=11-6=5$이므로

△CHB에서 $\overline{BC}=\sqrt{(2\sqrt{7})^2+5^2}=\sqrt{53}$

05 △ABC에서



$\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle B=\angle C=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-30^\circ)=75^\circ$

△CDB에서 $\overline{CB}=\overline{CD}$이므로

$\angle CDB=\angle CBD=75^\circ$, $\angle DCB=30^\circ$

△ACD에서 $\angle DCA=75^\circ-30^\circ=45^\circ$

점 D에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면
$\triangle DCH$에서
$\overline{DH}=4\sqrt{2}\sin 45^\circ=4$
$\overline{CH}=4\sqrt{2}\cos 45^\circ=4$ ⋯⋯ ㉠
$\triangle ADH$에서
$\overline{AH}=4\tan 60^\circ=4\sqrt{3}$ ⋯⋯ ㉡
㉠, ㉡에 의해 $x=\overline{CH}+\overline{AH}=4+4\sqrt{3}$

06 (1) $\triangle OBH$에서

$$\overline{OH}=\overline{OB}\cos 30^\circ=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$$

(2) $h=\overline{OA}-\overline{OH}=(8-4\sqrt{3})\ (\mathrm{cm})$

채점 요소		배점 비율
해결 과정	(1) $\overline{OH}$의 길이 구하기	50 %
답 구하기	(2) h의 길이를 구하기	50 %

서술형 꽉 잡기 P.59

01 (1) $\overline{BC}=12\cos 30^\circ=12\times\frac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$

(2) $\overline{BD}=6\sqrt{3}\cos 30^\circ=6\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=9\ (\mathrm{cm})$

(3) $\overline{BE}=9\cos 30^\circ=9\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{9\sqrt{3}}{2}\ (\mathrm{cm})$

(4) $\overline{DE}=\overline{BD}\sin 30^\circ$

$=9\times\frac{1}{2}=\frac{9}{2}$

이므로

$\triangle BED=\frac{1}{2}\times\overline{BE}\times\overline{DE}$

$=\frac{1}{2}\times\frac{9\sqrt{3}}{2}\times\frac{9}{2}$

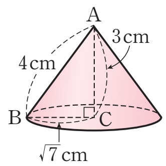
$=\frac{81\sqrt{3}}{8}\ (\mathrm{cm}^2)$

채점 요소		배점 비율
해결 과정	(1) $\overline{BC}$의 길이 구하기	20 %
	(2) $\overline{BD}$의 길이 구하기	20 %
	(3) $\overline{BE}$의 길이 구하기	20 %
답 구하기	(4) $\overline{DE}$의 길이를 구하고 $\triangle BED$의 넓이 구하기	40 %

02 $\overline{AC}=4\sin B=4\times\frac{3}{4}=3\ (\mathrm{cm})$

$\overline{BC}=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}\ (\mathrm{cm})$

$\triangle ABC$를 $\overline{AC}$를 축으로 하여 1회전하면 오른쪽 그림과 같이 원뿔이 생기므로



(부피)$=\frac{1}{3}\times\{\pi\times(\sqrt{7})^2\}\times 3$

$=7\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

채점 요소		배점 비율
해결 과정	$\overline{AC}$의 길이 구하기	30 %
	$\overline{BC}$의 길이 구하기	30 %
답 구하기	입체도형의 부피 구하기	40 %

03 (1) $\overline{BH}=8\cos 30^\circ=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$

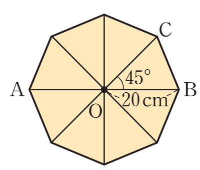
(2) $\overline{AH}=8\sin 30^\circ=4$이므로
$\overline{CH}=4\tan 45^\circ=4$

(3) $\overline{AC}=\frac{4}{\cos 45^\circ}=4\sqrt{2}$

(4) ($\triangle ABC$의 둘레의 길이)$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}$
$=8+(4\sqrt{3}+4)+4\sqrt{2}$
$=12+4\sqrt{3}+4\sqrt{2}$

채점 요소		배점 비율
해결 과정	(1) $\overline{BH}$의 길이 구하기	20 %
	(2) $\overline{CH}$의 길이 구하기	40 %
	(3) $\overline{AC}$의 길이 구하기	20 %
답 구하기	(4) $\triangle ABC$의 둘레의 길이 구하기	20 %

04 (8등분한 한 조각의 중심각의 크기)
$=360^\circ\div 8=45^\circ$
이고, 반지름의 길이는
20 cm이므로



$\triangle OBC=\frac{1}{2}\times 20\times 20\times\sin 45^\circ=100\sqrt{2}\ (\mathrm{cm}^2)$

(정팔각형 모양의 종이의 넓이)
$=8\triangle OBC=8\times 100\sqrt{2}$
$=800\sqrt{2}\ (\mathrm{cm}^2)$

채점 요소		배점 비율
해결 과정	$\angle BOC$의 크기 구하기	30 %
	$\triangle OBC$의 넓이 구하기	40 %
답 구하기	정팔각형 모양의 종이의 넓이 구하기	30 %

Ⅳ. 원의 성질

1. 원과 직선

01 원과 현

개념 꽉 P.61

1 (1) 14 (2) 60　2 (1) 6 (2) 80　3 (1) 6 (2) 8

1 (1) $45:105=6:x$, $3:7=6:x$, $3x=42$
따라서 $x=14$이다.
(2) $40:x=6:9$, $40:x=2:3$, $2x=120$
따라서 $x=60$이다.

2 (1) 중심각의 크기가 같으면 현의 길이도 같으므로 $x=6$이다.
(2) 현의 길이가 같으면 중심각의 크기도 같으므로 $x=80$이다.

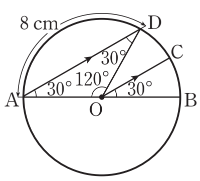
3 (1) 원의 중심에서 현에 내린 수선은 현을 수직이등분하므로 $x=6$이다.
(2) $5^2=3^2+\left(\dfrac{x}{2}\right)^2$, $\dfrac{x^2}{4}=16$, $x^2=64$
그런데 $x>0$이므로 $x=8$이다.

유형 꽉 P.61

1 ④, ⑤　2 2 cm　3 $4\sqrt{5}$ cm　4 16π cm²

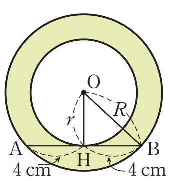
1 ④ $\triangle OAB<3\triangle OCD$
⑤ $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{BC}$가 아닐 수도 있다.

2 $\angle DAO=\angle COB=30^\circ$이므로
$\angle ADO=\angle DAO=30^\circ$이다.
즉, $\angle AOD=120^\circ$이다.
따라서 $30^\circ:120^\circ=\overset{\frown}{BC}:8$이므로
$\overset{\frown}{BC}=2$ (cm)이다.



3 직각삼각형 OAM에서
$\overline{AM}=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}$ (cm)이므로
$\overline{AB}=2\overline{AM}=4\sqrt{5}$ (cm)이다.

4 큰 원의 반지름의 길이를 R, 작은 원의 반지름의 길이를 r라고 하면 직각삼각형 OBH에서 $R^2-r^2=4^2=16$이므로



$$\begin{aligned}(\text{색칠한 부분의 넓이})&=\pi R^2-\pi r^2\\&=\pi(R^2-r^2)\\&=16\pi\ (\text{cm}^2)\end{aligned}$$

개념 꽉 P.62

1 (1) $x=8$ (2) $x=5$, $y=10$
2 (1) $\overline{CD}$ (2) $\overline{BM}$, $\overline{DN}$ (3) $\overset{\frown}{CD}$ (4) $\angle COD$
3 (1) 70° (2) 84°

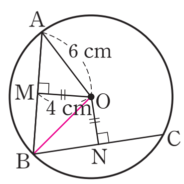
1 (2) $\overline{BM}=\overline{AM}$이므로 $x=5$이다.
$\overline{CD}=\overline{AB}$이므로 $y=10$이다.

3 (1) $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로
$\angle x=\dfrac{1}{2}(180^\circ-\angle A)=\dfrac{1}{2}(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$
(2) $\overline{AB}=\overline{BC}$이므로
$\angle x=180^\circ-2\times48^\circ=84^\circ$이다.

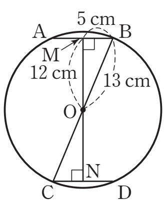
유형 꽉 P.62

1 $4\sqrt{5}$ cm　2 ⑤　3 $8\sqrt{5}$ cm²

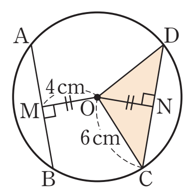
1 오른쪽 그림과 같이 두 점 O와 B를 이으면 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로
$\overline{AB}=\overline{BC}$이다.
$\overline{AB}\perp\overline{OM}$, $\overline{BC}\perp\overline{ON}$이므로
$\overline{AM}=\overline{MB}=\overline{BN}=\overline{NC}$이다.
$\triangle OMB$에서
$\overline{OM}=4$ cm, $\overline{OB}=6$ cm이므로
$\overline{BM}=\sqrt{6^2-4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$ (cm)이다.
따라서 $\overline{BM}+\overline{BN}=2\times2\sqrt{5}=4\sqrt{5}$ (cm)이다.



2 $\overline{AB}\perp\overline{OM}$, $\overline{CD}\perp\overline{ON}$이 되는 $\overline{MN}$을 그으면
$\overline{BM}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}=5$ (cm)이므로
$\overline{OM}=\sqrt{13^2-5^2}=12$ (cm)이다.
따라서 $\overline{MN}=2\times12=24$ (cm)이다.



3 원의 중심 O에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 N이라 하면 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로
$\overline{ON}=\overline{OM}=4$ cm이다.
직각삼각형 OCN에서
$\overline{CN}=\sqrt{6^2-4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$(cm)
이므로



$\overline{CD}=2\overline{CN}=2\times2\sqrt{5}=4\sqrt{5}$(cm)이다.

따라서 $\triangle OCD=\frac{1}{2}\times4\sqrt{5}\times4=8\sqrt{5}$($cm^2$)이다.

02 원의 접선

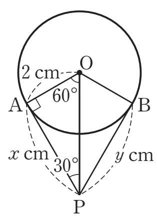
개념 꽉 P.63

1 (1) 50° (2) 50°　2 $x=7$, $y=\sqrt{65}$
3 (1) $x=y=2\sqrt{3}$ (2) $x=4$, $y=8$

1 (1) $\angle OAP=\angle OBP=90°$이므로
$\angle x=360°-(130°+2\times90°)=50°$이다.
(2) $\angle OAP=90°$이므로
$\angle x=180°-(90°+40°)=50°$이다.

2 $\overline{AP}=\overline{BP}=7$ (cm)이므로 $x=7$이다.
$\angle OAP=90°$이므로 $\triangle OAP$에서
$y=\sqrt{7^2+4^2}=\sqrt{65}$이다.

3 (1) $\triangle OAP$에서
$\angle OAP=90°$, $\angle AOP=60°$이므로
$\overline{AP}=\sqrt{3}\,\overline{AO}=2\sqrt{3}$ (cm)이다.
또, $\overline{PA}=\overline{PB}=2\sqrt{3}$ (cm)이다.
따라서 $x=y=2\sqrt{3}$이다.

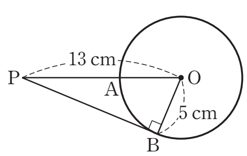


(2) $\angle OAP=90°$이므로
$x=\frac{1}{\sqrt{3}}\overline{AP}=\frac{1}{\sqrt{3}}\times4\sqrt{3}=4$이고
$y=2\overline{AO}=2\times4=8$이다.

유형 꽉 P.63

1 ③　2 9 cm^2　3 24 cm　4 6 cm^2

1 $\overline{OB}=\overline{OA}=5$ (cm)
$\angle PBO=90°$이므로
$\overline{PB}=\sqrt{13^2-5^2}$
$=12$ (cm)



2 $\overline{PA}=\overline{PB}=6$ cm이므로
$\triangle PAB=\frac{1}{2}\times\overline{PA}\times\overline{PB}\times\sin30°$
$=\frac{1}{2}\times6\times6\times\frac{1}{2}=9\,cm^2$

3 $\angle PAO=90°$이므로 $\overline{PA}=\sqrt{13^2-5^2}=12$ (cm)이다.
따라서 ($\triangle PDC$의 둘레의 길이)$=2\overline{PA}=24$ (cm)이다.

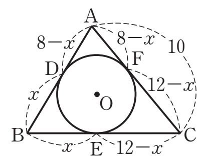
4 $\angle OAP=90°$이고 $\overline{OA}=\overline{OB}=4$ (cm)이므로
$\overline{AP}=\sqrt{5^2-4^2}=3$ (cm)이다.
따라서 $\triangle OAP=\frac{1}{2}\times\overline{OA}\times\overline{AP}$
$=\frac{1}{2}\times4\times3=6$($cm^2$)

개념 꽉 P.64

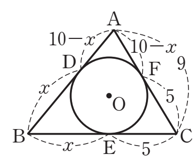
1 30 cm　2 (1) 5 (2) 6　3 2 cm

1 $\overline{AF}=\overline{AD}=4$ (cm), $\overline{BD}=\overline{BE}=5$ (cm),
$\overline{CE}=\overline{CF}=6$ (cm)이므로
($\triangle ABC$의 둘레의 길이)$=2(4+5+6)=30$ (cm)

2 (1) $\overline{BE}=\overline{BD}=x$,
$\overline{AD}=\overline{AF}=(8-x)$,
$\overline{CE}=\overline{CF}=(12-x)$
이므로
$\overline{AF}+\overline{CF}=\overline{AC}$에서
$(8-x)+(12-x)=10$
$-2x=-10$, 즉 $x=5$이다.



(2) $(10-x)+5=9$이므로
$x=6$이다.

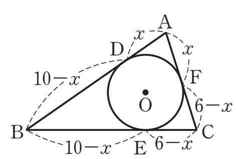


3 $\overline{CE}=\overline{CF}=r$이고 $\overline{AC}=\sqrt{10^2-8^2}=\sqrt{36}=6$(cm)
$\overline{AD}=\overline{AF}=(6-r)$ cm,
$\overline{BD}=\overline{BE}=(8-r)$ cm이므로
$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}=(6-r)+(8-r)=10$, $2r=4$
따라서 $r=2$ cm이다.

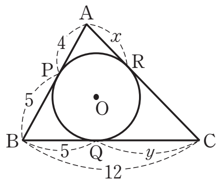
유형 꽉 P.64

1 3 cm　2 ②　3 7 cm　4 4 cm

1 $\overline{AD}=x$라고 하면
$(10-x)+(6-x)=10$,
$-2x=-6$
따라서 $\overline{AD}=x=3$ (cm)이다.

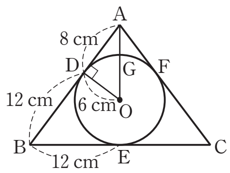


2 $x=\overline{AR}=\overline{AP}=4$,
$y=12-\overline{BQ}=12-5=7$이므로
$x+y=4+7=11$이다.



3 $x+y+z=\frac{1}{2}\times14=7$ (cm)

4 $\overline{BD}=\overline{BE}=12$ (cm)이므로
$\overline{AD}=\overline{AB}-\overline{BD}$
$=20-12$
$=8$ (cm)
직각삼각형 ADO에서
$\overline{AO}=\sqrt{6^2+8^2}=10$ (cm)이므로
$\overline{AG}=\overline{AO}-\overline{OG}=10-6$
$=4$ (cm)



개념 꽉 P.65

1 6　2 40 cm　3 (1) 4 (2) 7

1 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로 $7+11=x+12$에서
$x=6$이다.

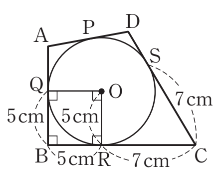
2 $\overline{RC}=\overline{CS}=5$ cm이므로 $\overline{BC}=9$ cm이다.
따라서 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로
(□ABCD의 둘레의 길이) $=2(\overline{AD}+\overline{BC})$
$=2(11+9)$
$=40$ (cm)

3 (1) $10+6=5+(7+x)$이므로
$x=4$이다.
(2) $15+x=10+12$이므로
$x=7$이다.

유형 꽉 P.65

1 ④　2 ①　3 ③

1 오른쪽 그림에서와 같이 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$와 원 O의 접점을 차례로 Q, R, S라 하면 □QBRO는 한 변의 길이가 5 cm인 정사각형이다.
$\overline{BR}=\overline{BQ}=5$ cm
$\overline{CS}=\overline{CR}=12-5=7$(cm)
따라서 $\overline{DP}=\overline{DS}=11-7=4$(cm)이다.



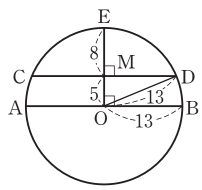
2 두 원의 공통내접선의 길이를 x라고 하면
$a+x=7+10$에서 $a=17-x$이다.
$x+b=6+5$에서 $b=11-x$이다.
따라서 $a-b=(17-x)-(11-x)=6$이다.

3 $\overline{DH}=\overline{CH}=\overline{DI}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{9}{2}$ (cm)이고
$\overline{EF}=\overline{EI}$이므로
$\overline{BF}+\overline{DC}=\overline{DI}+\overline{BC}$, $\overline{BF}+9=\frac{9}{2}+11$
따라서 $\overline{BF}=\frac{13}{2}$ (cm)이다.

학교 시험 꽉 잡기 P.66~67

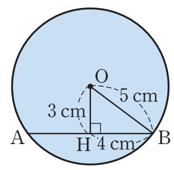
01 ④	02 6 cm	03 ⑤	04 5
05 20	06 4 cm	07 24 cm	08 ⑤
09 ④	10 $4\sqrt{3}$ cm	11 ②	12 18π
13 ①	14 $\frac{24}{7}$ cm	15 52 cm	

01 직각삼각형 ODM에서
$\overline{DM}=\sqrt{13^2-5^2}=12$이므로
$\overline{CD}=2\overline{DM}=24$이다.

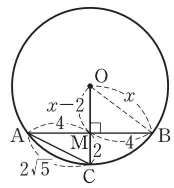


02 $\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=8$(cm), $\overline{OA}=\overline{OC}=10$ cm이므로
△OAH에서 $\overline{OH}^2=10^2-8^2=36$이다.
그런데 $\overline{OH}>0$이므로 $\overline{OH}=\sqrt{36}=6$(cm)이다.

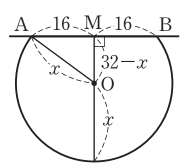
03 직각삼각형 OBH에서
$\overline{OB}=\sqrt{3^2+4^2}=5$ (cm)이므로
(원 O의 넓이) $=\pi\times5^2$
$=25\pi$ (cm^2)



04 원 O의 반지름의 길이를 x라고 하면
직각삼각형 ACM에서
$\overline{CM}=\sqrt{(2\sqrt{5})^2-4^2}=\sqrt{4}=2$이다.
이때 직각삼각형 OBM에서
$x^2=(x-2)^2+4^2$, $4x=20$
따라서 $x=5$이다.



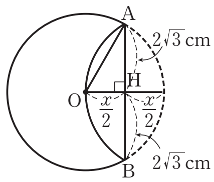
05 원 O의 중심에서 현 AB에 내린 수선의 발을 M, 반지름의 길이를 x라고 하면 직각삼각형 OAM에서
$x^2=(32-x)^2+16^2$, $64x=1280$



즉, $x=20$이다.

따라서 원의 반지름의 길이는 20이다.

06 원 O의 중심에서 현 AB에 내린 수선의 발을 H, 반지름의 길이를 x라고 하면 직각삼각형 OAH에서



$x^2=\left(\frac{x}{2}\right)^2+(2\sqrt{3})^2$, $\frac{3}{4}x^2=12$,

$x^2=16$

그런데 $x>0$이므로 $x=4$ (cm)이다.

따라서 원 O의 반지름의 길이는 4 cm이다.

07 $\overline{OD}=\overline{OE}=\overline{OF}$이므로 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$이다.

또, $\overline{OD}\perp\overline{AB}$, $\overline{OE}\perp\overline{BC}$, $\overline{OF}\perp\overline{AC}$이므로

$\overline{AD}=\overline{BD}$, $\overline{BE}=\overline{CE}$, $\overline{AF}=\overline{CF}$이다.

따라서 (△ABC의 둘레의 길이)$=3\times8=24$ (cm)이다.

08 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로

$\angle PAB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-68^\circ)=56^\circ$이다.

또, $\angle OAP=90^\circ$이므로

$\angle OAB=90^\circ-56^\circ=34^\circ$이다.

09 $\overline{AC}=\overline{CE}$, $\overline{BD}=\overline{DE}$에서 $\overline{CD}=\overline{AC}+\overline{DB}$이므로

(△PCD의 둘레의 길이)

$=\overline{PC}+\overline{PD}+\overline{CD}=(\overline{PC}+\overline{AC})+(\overline{PD}+\overline{DB})$

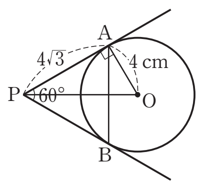
$=2\overline{PA}=2\overline{PB}=2\times10=20$ (cm)

10 △PAB에서 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로

$\angle PAB=\angle PBA=60^\circ$이다.

즉, $\overline{PA}=\overline{PB}=\overline{AB}$이므로

이때 $\overline{OP}$를 그으면 직각삼각형 PAO에서



$\overline{PA}=\sqrt{3}\,\overline{OA}=4\sqrt{3}$ (cm)이므로

$\overline{AB}=4\sqrt{3}$ cm이다.

11 $\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=\overline{AB}+(\overline{BD}+\overline{CD})+\overline{CA}$

$=\overline{AB}+\overline{BE}+\overline{CF}+\overline{CA}$

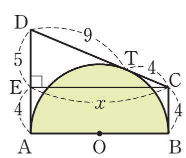
$=\overline{AE}+\overline{AF}=2\overline{AE}$

이므로

$\overline{AE}=\frac{1}{2}(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})$

$=\frac{1}{2}(7+5+6)=9$(cm)

12 점 C에서 AD에 내린 수선의 발을 E, $\overline{CE}$의 길이를 x라고 하면 직각삼각형 DEC에서

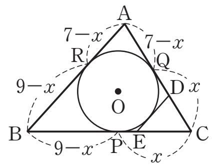


$x=\sqrt{13^2-5^2}=12$이다.

따라서 반원 O의 반지름의 길이는 6이므로

(구하는 넓이)$=\frac{1}{2}\times\pi\times6^2=18\pi$이다.

13 오른쪽 그림과 같이 원 O와 △ABC의 접점을 각각 P, Q, R라 놓고 $\overline{CP}=x$라 하면



$\overline{AB}=(7-x)+(9-x)=8$

$2x=8$

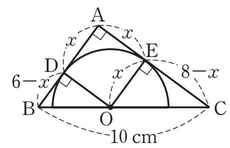
따라서 $x=4$ cm이므로

(△CDE의 둘레의 길이)$=2\overline{CP}=2\times4=8$(cm)

14 $\overline{AB}=\sqrt{10^2-8^2}=\sqrt{36}$

$=6$ (cm)

반원 O의 반지름의 길이를 x라고 하면



△DBO∽△EOC (AA 닮음)이므로

$(6-x):x=x:(8-x)$

$x^2=(6-x)(8-x)$, $14x=48$

따라서 $x=\frac{24}{7}$ (cm)이다.

15 $\overline{AB}:\overline{BC}=5:6$이므로

$\overline{AB}=5k$, $\overline{BC}=6k$로 놓으면

$\overline{AD}+\overline{BC}=\overline{AB}+\overline{DC}$에서

$8+6k=5k+11$, 즉 $k=3$이다.

따라서 $\overline{AB}=5\times3=15$ (cm), $\overline{BC}=6\times3=18$ (cm)

이므로 (□ABCD의 둘레의 길이)

$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DA}$

$=15+18+11+8=52$ (cm)

학교 시험 100점 꽉 잡기

P.68

01 $\frac{128}{9}\pi$ cm^2 **02** 5 cm **03** 12 cm **04** $2(\sqrt{5}-1)$ cm

05 $4+\frac{4\sqrt{3}}{3}$ **06** 12 cm

01 △CAB에서 $\angle ACB=50^\circ$이므로

$\angle CAO=\angle CBO=\frac{1}{2}(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$이다.

$\overline{OA}=\overline{OD}=\overline{OB}=\overline{OE}$(원의 반지름)이므로

△OAD와 △OBE는 이등변삼각형이다.

즉, $\angle AOD=\angle BOE=180^\circ-2\times65^\circ=50^\circ$이다.

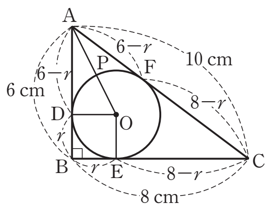
따라서 $\angle DOE=80^\circ$이므로 부채꼴 DOE의 넓이는

$\pi\times8^2\times\frac{80^\circ}{360^\circ}=\frac{128}{9}\pi$ (cm^2)이다.

02 삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같다.
따라서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{EF}$는 원의 중심에서 같은 거리에 있으므로 $\overline{AB}=\overline{CD}=\overline{EF}=5$ (cm)이다.

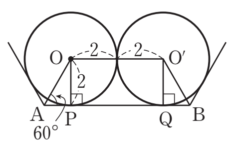
03 $\overline{OD}=\overline{OE}=\overline{OF}$이므로 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{AC}$이다.
이때 △ABC의 한 변의 길이를 x cm라고 하면
(△ABC의 넓이)$=\frac{1}{2}x^2\sin 60°=4\sqrt{3}$, $x^2=16$
즉, $x=4(x>0)$이다.
따라서 (△ABC의 둘레의 길이)$=4\times3=12$ (cm)이다.

04 $\overline{AC}=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}$
$=10$ (cm)



원 O의 반지름의 길이를 r라고 하면
$(6-r)+(8-r)=10$
즉, $r=2$ (cm)이다.
이때 점 P가 $\overline{AO}$와 원의 교점일 때, 최솟값을 가지므로 직각삼각형 ADO에서
$\overline{AO}=\sqrt{4^2+2^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$ (cm)
따라서 $\overline{AP}=\overline{AO}-\overline{PO}=2\sqrt{5}-2$
$=2(\sqrt{5}-1)$(cm)

05 정육각형의 한 내각의 크기는



$\frac{180°\times(6-2)}{6}=120°$이므로
$\angle OAP=60°$이다.
직각삼각형 OAP에서
$\overline{AP}=\overline{OP}\cdot\tan(90°-60°)$
$=\frac{1}{\sqrt{3}}\overline{OP}=\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$
$\overline{PQ}=2+2=4$, $\overline{BQ}=\overline{AP}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$
따라서 (정육각형의 한 변의 길이)
$=4+2\times\frac{2\sqrt{3}}{3}=4+\frac{4\sqrt{3}}{3}$

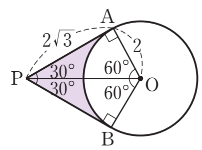
06 $\overline{DQ}=\overline{DR}=\overline{QC}=\overline{PC}=2$ cm이므로
$\overline{EP}=\overline{ES}=a$ cm라 하면
$\overline{BE}=(4-a)$ cm, $\overline{AE}=\overline{AS}+\overline{ES}=(4+a)$ cm
△ABE에서 피타고라스 정리에 의해
$(4-a)^2+4^2=(4+a)^2$, $16a=16$, 즉 $a=1$이다.
따라서 $\overline{AE}=4+a=5$(cm),
$\overline{BE}=4-a=3$(cm)이므로
(△ABE의 둘레의 길이)$=\overline{AB}+\overline{BE}+\overline{AE}$
$=4+3+5=12$(cm)

서술형 꽉 잡기 P.69

01 △DOT와 △DOB에서
$\angle DTO=\angle DBO=90°$,
$\overline{DO}$는 공통, $\overline{DT}=\overline{DB}$이므로
△DOT≡△DOB이다.
즉, $\angle DOT=\angle DOB$이다.
마찬가지로 △OCT≡△OCA이므로
$\angle TOC=\angle AOC$이다.
따라서 $\angle COD=\angle DOT+\angle TOC$
$=\frac{1}{2}\angle BOT+\frac{1}{2}\angle TOA$
$=\frac{1}{2}(\angle BOT+\angle TOA)$
$=\frac{1}{2}\times180°=90°$

채점 요소		배점 비율
해결 과정	∠DOT=∠DOB임을 알기	30 %
	∠TOC=∠AOC임을 알기	30 %
답 구하기	∠COD의 크기 구하기	40 %

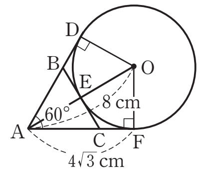
02 (1) △PAO에서



$\overline{OA}=\overline{PA}\cdot\tan 30°$
$=\frac{1}{\sqrt{3}}\overline{PA}$
$=\frac{1}{\sqrt{3}}\times2\sqrt{3}=2$
이므로 (□PAOB의 넓이)$=2\times\left(\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times2\right)$
$=4\sqrt{3}$
(2) $\angle AOB=360°-(2\times90°+60°)=120°$이므로
(부채꼴 AOB의 넓이)$=\pi\times2^2\times\frac{120°}{360°}=\frac{4}{3}\pi$이다.
(3) (색칠한 부분의 넓이)$=4\sqrt{3}-\frac{4}{3}\pi$

채점 요소		배점 비율
해결 과정	(1) □PAOB의 넓이 구하기	40 %
	(2) 부채꼴 AOB의 넓이 구하기	40 %
답 구하기	(3) 색칠한 부분의 넓이 구하기	20 %

03 △AOD≡△AOF이므로

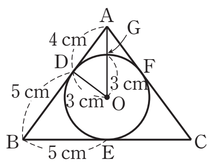


$\angle OAF=\angle OAD=30°$이다.
따라서 △AOF에서
$\overline{AF}=\overline{AO}\cdot\cos 30°$
$=\frac{\sqrt{3}}{2}\overline{AO}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times8$
$=4\sqrt{3}$ (cm)

이므로
(△ABC의 둘레의 길이)
$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}=\overline{AD}+\overline{AF}=2\overline{AF}$
$=2\times4\sqrt{3}=8\sqrt{3}$ (cm)

채점 요소		배점 비율
해결 과정	∠OAF의 크기 구하기	20 %
	$\overline{AF}$의 길이 구하기	40 %
답 구하기	△ABC의 둘레의 길이 구하기	40 %

04 (1) $\overline{BD}=\overline{BE}=5$ (cm)이므로
$\overline{AD}=\overline{AB}-\overline{BD}=4$ (cm)
이다.



(2) 직각삼각형 ADO에서
$\overline{AO}=\sqrt{4^2+3^2}=5$ (cm)이다.
(3) $\overline{AG}=5-3=2$ (cm)이다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정	(1) $\overline{AD}$의 길이 구하기	40 %
	(2) $\overline{AO}$의 길이 구하기	40 %
답 구하기	(3) $\overline{AG}$의 길이 구하기	20 %

2. 원주각의 성질

01 원주각

개념 꽉 P.70

1 차례대로 ∠OBP, ∠BPO, ∠APB, ∠AOB
2 (1) 40° (2) 100° 3 (1) 105° (2) 160°

2 (1) $\angle x=\frac{1}{2}\times80^\circ=40^\circ$

(2) $\angle x=2\times50^\circ=100^\circ$

3 (1) $\angle x=\frac{1}{2}\times210^\circ=105^\circ$

(2) $360^\circ-\angle x=2\times100^\circ$이므로
$\angle x=160^\circ$이다.

유형 꽉 P.70

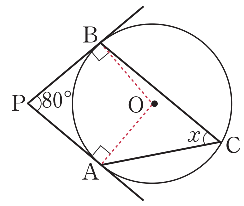
1 13π cm² 2 48° 3 $\angle x=40^\circ$, $\angle y=80^\circ$ 4 ②

1 $\angle AOB=2\times65^\circ=130^\circ$이므로
(부채꼴 AOB의 넓이)$=\pi\times6^2\times\frac{130^\circ}{360^\circ}=13\pi$ (cm²)

2 $\angle AOB=2\times42^\circ=84^\circ$이므로
$\angle x=\frac{1}{2}(180^\circ-84^\circ)=48^\circ$이다.

3 $\angle OAT=90^\circ$이므로 $\angle OAB=90^\circ-40^\circ=50^\circ$이다.
따라서 $\angle y=180^\circ-2\angle OAB=180^\circ-2\times50^\circ=80^\circ$
이다.
또한 $\angle x=\frac{1}{2}\angle y=\frac{1}{2}\times80^\circ=40^\circ$이다.

4 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O와 두 접점 A, B를 각각 이으면
∠PAO=∠PBO=90°이다.
따라서 □PAOB에서
$\angle BOA=180^\circ-80^\circ=100^\circ$
이므로 $\angle x=\frac{1}{2}\times100^\circ=50^\circ$이다.



개념 꽉 P.71

1 (1) 42° (2) 45° (3) 52° (4) 100° 2 (1) 90° (2) 40°
3 (1) 70° (2) 40°

1 (3) $\angle x+43^\circ=95^\circ$이므로 $\angle x=95^\circ-43^\circ=52^\circ$이다.
(4) $\angle x=62^\circ+38^\circ=100^\circ$

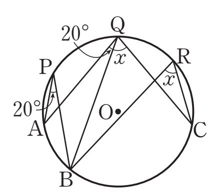
2 (2) $\angle x=90^\circ-50^\circ=40^\circ$

3 (1) $\angle x=32^\circ+38^\circ=70^\circ$
(2) $\angle ADB=\angle ACB=50^\circ$, $\angle CBA=90^\circ$이므로
△ABC에서 $\angle x=90^\circ-50^\circ=40^\circ$

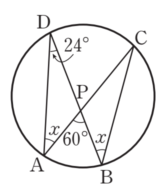
유형 꽉 P.71

1 60° 2 ② 3 ④ 4 60°

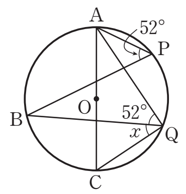
1 $20^\circ+\angle x=80^\circ$이므로
$\angle x=60^\circ$이다.



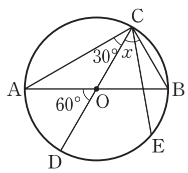
2 ∠APB=∠PDA+∠PAD에서
$60^\circ=24^\circ+\angle x$이므로
$\angle x=36^\circ$이다.



3 $\angle AQB=\angle APB=52^\circ$이므로
$\angle x+52^\circ=90^\circ$에서
$\angle x=38^\circ$이다.



4 $\angle ACB=90^\circ$,
$\angle ACD=\frac{1}{2}\angle AOD=\frac{1}{2}\times 60^\circ$
$=30^\circ$
이므로 $\angle x=90^\circ-30^\circ=60^\circ$이다.



개념 꽉 P.72

1 (1) 30 (2) 5 2 (1) 25 (2) 10
3 (1) 120 (2) 100 (3) 5 (4) 5

2 (1) $3:6=x:50$, $1:2=x:50$, $2x=50$이므로
$x=25$이다.
(2) $50:20=x:4$, $5:2=x:4$, $2x=20$이므로
$x=10$이다.

3 (1) $\widehat{AB}:\widehat{CD}=\angle ACB:\angle DBC$
$3:6=20^\circ:\angle DBC$, 즉 $\angle DBC=40^\circ$이다.
따라서 $x=180-(40+20)=120$이다.
(2) $\widehat{AB}:\widehat{CD}=\angle ACB:\angle DBC$
$4:12=\angle ACB:75^\circ$, 즉 $\angle ACB=25^\circ$이다.
따라서 $x=75+25=100$이다.
(3) $\angle BAC=80^\circ-30^\circ=50^\circ$
$\angle ABD:\angle BAC=\widehat{AD}:\widehat{BC}$, $30^\circ:50^\circ=3:x$
따라서 $x=5$이다.
(4) $\angle CED=90^\circ-40^\circ=50^\circ$
$\widehat{AE}:\widehat{CD}=\angle ABE:\angle CED$
$2:x=20^\circ:50^\circ$
따라서 $x=5$이다.

유형 꽉 P.72

1 50° 2 4 cm 3 $\frac{8}{3}$ cm 4 ④

1 $\angle ABD=\angle ACD=50^\circ$
따라서 $\widehat{AB}=\widehat{AD}$이므로 $\angle x=\angle ABD=50^\circ$이다.

2 $\angle DAC=90^\circ-60^\circ=30^\circ$
따라서 $\angle ACB=\angle DAC=30^\circ$이므로
$x=\widehat{AB}=\widehat{CD}=4$ (cm)이다.

3 $\triangle ACP$에서 $20^\circ+\angle CAP=65^\circ$이므로
$\angle CAP=45^\circ$이다.
이때 $20^\circ:45^\circ=\widehat{AD}:6$이므로
$\widehat{AD}=\frac{24}{9}=\frac{8}{3}$(cm)이다.

4 $\widehat{AB}=3\widehat{CD}$이므로
$\angle DBC=\frac{1}{3}\angle ADB=\frac{1}{3}\times 51^\circ=17^\circ$이다.
따라서 $x=\angle ADB-\angle DBC=51^\circ-17^\circ=34^\circ$이다.

개념 꽉 P.73

1 (1) 한 원 위에 있지 않다 (2) 한 원 위에 있다
2 (1) 30° (2) 65° (3) 56° (4) 75°

1 (1) $\angle BDC=90^\circ-40^\circ=50^\circ$
따라서 $\angle BAC\neq\angle BDC$이므로 한 원 위에 있지 않다.
(2) $\angle BDC=95^\circ-30^\circ=65^\circ$
따라서 $\angle BAC=\angle BDC$이므로 한 원 위에 있다.

2 (1) $\angle BDC=\angle BAC=48^\circ$이므로
$\angle x=180^\circ-(48^\circ+102^\circ)=30^\circ$이다.
(2) $\angle ADB=\angle ACB=30^\circ$이므로
$\angle x=35^\circ+30^\circ=65^\circ$이다.
(3) $\angle ACB=\angle ADB=40^\circ$이므로
$\angle x=96^\circ-40^\circ=56^\circ$이다.
(4) $\angle ADB=\angle ACB=25^\circ$, $\angle BDC=\angle BAC=50^\circ$
이므로 $\angle x=25^\circ+50^\circ=75^\circ$이다.

유형 꽉 P.73

1 ①, ④ 2 ③ 3 60°

1 ① $\angle BAC\neq\angle BDC$
② $\angle ADB=\angle ACB=48^\circ$
③ $\angle BDC=86^\circ-40^\circ=46^\circ$
즉, $\angle BAC=\angle BDC=46^\circ$이다.
④ $\angle DBC=105^\circ-65^\circ=40^\circ$
즉, $\angle DAC\neq\angle DBC$이다.
⑤ $\angle DAC=35^\circ+10^\circ=45^\circ$
즉, $\angle DAC=\angle DBC=45^\circ$이다.
따라서 한 원 위에 있지 않은 것은 ①, ④이다.

2 $\angle DAC=180^\circ-(88^\circ+50^\circ)=42^\circ$
즉, $\angle DAC=\angle DBC=42^\circ$이므로 네 점 A, B, C, D는
한 원 위에 있다.

따라서 $\angle x=\angle BDC=32°$이다.

3 $\angle x=\angle ACB$일 때, 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있다.
따라서 $\angle ACB=\angle P+\angle A=40°+20°=60°$이므로
$\angle x=\angle ACB=60°$이다.

02 원주각의 활용 (1)

개념 꽉 P.74

1 차례대로 $\frac{1}{2}\angle b$, $\angle b$, 360°, 180°
2 (1) 70° (2) 100° (3) 65° (4) 40°

2 (1) $\angle x=180°-110°=70°$
(2) $\angle x=180°-80°=100°$
(3) $\angle ADC=180°-110°=70°$
즉, $\angle x=180°-(70°+45°)=65°$이다.
(4) $\angle ADC=180°-70°=110°$
즉, $\angle x=180°-(30°+110°)=40°$이다.

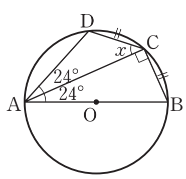
유형 꽉 P.74

1 30° 2 105° 3 ② 4 132°

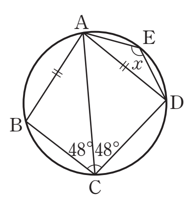
1 $\overline{OC}$를 그으면 △OBC, △OCD는 이등변삼각형이므로
$\angle BCD=\angle x+30°$이다.
그런데 $\angle A+\angle C=180°$이므로
$120°+(\angle x+30°)=180°$에서 $\angle x=30°$이다.

2 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 △ABC는 이등변삼각형이다.
즉, $\angle ABC=\frac{1}{2}(180°-30°)=75°$이다.
그런데 $75°+\angle x=180°$이므로 $\angle x=105°$이다.

3 $\widehat{BC}=\widehat{CD}$이므로
$\angle BAC=\angle CAD=24°$이다.
그런데 $\angle DAB+\angle DCB=180°$
이므로 $48°+(\angle x+90°)=180°$
에서 $\angle x=42°$이다.



4 $\overline{AC}$를 그으면 $\overline{AB}=\overline{AD}$이므로
$\angle ACB=\angle ACD=48°$이다.
그런데 □ACDE가 원에 내접하므
로 $\angle x=180°-48°=132°$이다.



개념 꽉 P.75

1 차례대로 180°, 180°, 180°, 180°
2 (1) 94° (2) 100° (3) 86° (4) 92°

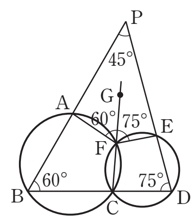
2 (1) $\angle x=\angle ADC=94°$
(2) $180°-\angle x=\angle BAD=\angle DCE=80°$이므로
$\angle x=100°$이다.
(3) $\angle x=\angle CDE=86°$
(4) $\angle x=\angle ABC=180°-(42°+46°)=92°$

유형 꽉 P.75

1 ④ 2 135° 3 ③ 4 55°

1 $\angle BCD=\angle BAE=94°$이므로
$\angle x=180°-(40°+94°)=46°$이다.

2 △PBD에서
$\angle PDB=180°-(60°+45°)=75°$
이므로
$\angle AFE=\angle AFG+\angle EFG$
$=60°+75°$
$=135°$



3 $\angle DPQ=\angle ABQ=84°$
그런데 $\angle x+\angle DPQ=180°$이므로 $\angle x+84°=180°$에서
$\angle x=96°$이다.

4 $\angle FAD=\angle x+30°$, $\angle FDA=\angle x$이므로 △ADF에서
$(\angle x+30°)+\angle x+40°=180°$, $2\angle x=110°$
따라서 $\angle x=55°$이다.

개념 꽉 P.76

1 (1), (2), (4) : 원에 내접하지 않는다. (3) : 원에 내접한다.
2 (1) 70° (2) 75° (3) 66° (4) 85°

2 (1) $\angle x=180°-110°=70°$
(2) $\angle x=\angle ADC=75°$
(3) $\angle BAD=180°-(34°+32°)=114°$이므로
$\angle x=180°-114°=66°$이다.
(4) $\angle BAD=180°-(35°+60°)=85°$이므로
$\angle x=\angle BAD=85°$이다.

유형 꽉 P.76

1 20° 2 24° 3 ④ 4 ③, ④

1 $\angle D=180^\circ-70^\circ=110^\circ$
따라서 $\triangle ACD$에서 $50^\circ+\angle x+110^\circ=180^\circ$이므로
$\angle x=20^\circ$이다.

2 $\angle ABC=\angle CDE=106^\circ$
따라서 $\triangle ABC$에서 $\angle x+106^\circ+50^\circ=180^\circ$이므로
$\angle x=24^\circ$이다.

3 $\angle ADF=\angle B=\angle x$이므로
$\angle FAD=\angle B+\angle AEB=\angle x+40^\circ$이다.
따라서 $\triangle ADF$에서
$\angle x+(\angle x+40^\circ)+30^\circ=180^\circ$, $2\angle x=110^\circ$이므로
$\angle x=55^\circ$이다.

4 ③ $\angle ADC=180^\circ-74^\circ=106^\circ$이므로
$\angle ABE=\angle ADC$이다.
④ $\angle ADC=180^\circ-(46^\circ+40^\circ)=94^\circ$이므로
$\angle B+\angle D=180^\circ$이다.
따라서 원에 내접하는 것은 ③, ④이다.

개념 꽉 P.77

1 차례대로 90°, 90°, $\angle CTP$, $\angle ABC$, $\angle ABT$, $\angle PTA$
2 (1) 70° (2) 60°

2 (2) $\angle x=180^\circ-(50^\circ+70^\circ)=60^\circ$

유형 꽉 P.77

1 ④ 2 96° 3 ② 4 $\angle x=92^\circ$, $\angle y=38^\circ$

1 $\angle BAP=\angle BPT'=62^\circ$, $\angle APB=90^\circ$
따라서 $\triangle ABP$에서
$\angle x=180^\circ-(62^\circ+90^\circ)=28^\circ$이다.

2 $\angle BAP=\angle BPT'=48^\circ$이므로
$\angle x=2\angle BAP=2\times 48^\circ=96^\circ$이다.

3 $\angle CAP=\angle ACB-\angle P=80^\circ-35^\circ=45^\circ$이므로
$\angle x=\angle CAP=45^\circ$이다.

4 $\angle x=180^\circ-88^\circ=92^\circ$
$\angle BDA=\angle BAT=50^\circ$이므로 $\triangle ABD$에서
$\angle y=180^\circ-(92^\circ+50^\circ)=38^\circ$이다.

개념 꽉 P.78

1 (1) 차례대로 $\angle BTQ$, $\angle DCT$ (2) $\angle CDT$
2 (1) $\angle x=72^\circ$, $\angle y=60^\circ$ (2) $\angle x=80^\circ$, $\angle y=65^\circ$

2 (1) $\angle x=\angle BTQ=\angle DTP=\angle DCT=72^\circ$
$\angle y=\angle CTQ=\angle ATP=\angle ABT=60^\circ$
(2) $\angle x=\angle DCT=80^\circ$
$\angle y=\angle ATP=\angle CDT=65^\circ$

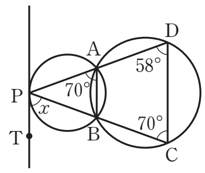
유형 꽉 P.78

1 64° 2 ④ 3 70° 4 $\angle x=78^\circ$, $\angle y=69^\circ$

1 $\angle x=\angle CTQ=\angle ATP=\angle ABT=64^\circ$

2 ④ $\angle APB=\angle DPC=180^\circ-(45^\circ+50^\circ)=85^\circ$

3 $\overline{AB}$를 그으면
$\angle PAB=\angle DCB=70^\circ$이므로
$\angle x=\angle PAB=70^\circ$이다.



4 $\angle x=\angle ATP=78^\circ$
$\angle y=\angle DTQ=69^\circ$

03 원주각의 활용 (2)

개념 꽉 P.79

1 차례로 $\angle PDB$, $\angle DPB$, $\triangle PDB$, $\overline{PB}$, $\overline{PC}\cdot\overline{PD}$
2 차례로 $\angle PDB$, $\triangle PDB$, $\overline{PB}$

유형 꽉 P.79

1 7.5 2 5 3 8 4 ①

1 $2x=3\times 5$이므로 $x=7.5$이다.

2 $7(7+x)=6(6+8)$, $7x=35$이므로 $x=5$이다.

3 $2x=4\times 4$이므로 $x=8$이다.

4 $4x=2\times 12$이므로 $x=6$이다.

개념 꽉 P.80

1 차례로 $\overline{PD}$, $\overline{PD}^2$, $\overline{OP}$, $\overline{OP}$

유형 꽉 P.80

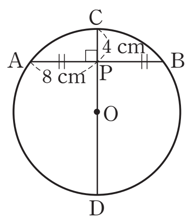
1 7 2 $\sqrt{14}$ 3 33 4 ④ 5 $\sqrt{(2r-a)a}$

1 $\overline{PC}\cdot\overline{PD}=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로
$4\times8=(9-x)(9+x)$, $x^2=49$
그런데 $x>0$이므로 $x=7$이다.

2 반지름의 길이를 r라고 하면
$(8-r)(8+r)=5(5+5)$, $r^2=14$
그런데 $r>0$이므로 $r=\sqrt{14}$이다.

3 $\overline{PD}=\overline{OP}+4=11$, $\overline{PB}\cdot\overline{PC}=\overline{PA}\cdot\overline{PD}$이므로
$\overline{PB}\cdot\overline{PC}=3\cdot11=33$이다.

4 원 모양은 오른쪽 그림과 같다.
원의 지름을 x라고 하면
$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로
$8^2=4\times(x-4)$, $x-4=16$
따라서 $x=20$ (cm)이다.



5 $\overline{OP}\perp\overline{CD}$에서 $\overline{PC}=\overline{PD}$이므로 $\overline{PC}\cdot\overline{PD}=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$
에서 $\overline{PC}^2=(2r-a)a$이다.
따라서 $\overline{PC}=\sqrt{(2r-a)a}$이다.

개념 꽉 P.81
1 차례로 $\overline{PA}$, $\overline{PF}$, $\overline{PC}$, $\overline{PF}$, $\overline{PB}$, $\overline{PD}$
2 (1) 6 (2) 9 (3) 6 (4) 7

2 $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로
(1) $9\times2=3x$에서 $x=6$이다.
(2) $4x=3\times12$에서 $x=9$이다.
(3) $(4+2)3=2(3+x)$, $2x=12$에서 $x=6$이다.
(4) $2(2+x)=3(3+3)$, $2x=14$에서 $x=7$이다.

유형 꽉 P.81
1 ② 2 ③ 3 상희, 민호

1 $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로
$3x=2y$에서 $x=\frac{2}{3}y$이다. …… ㉠
㉠을 $x+y=15$에 대입하면
$\frac{2}{3}y+y=15$, $\frac{5}{3}y=15$, 즉 $y=9$이다.
$y=9$를 ㉠에 대입하면 $x=\frac{2}{3}\times9=6$이므로
$xy=6\times9=54$이다.

2 $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로
$(6+4-x)x=(4-x)(x+10)$
$(10-x)x=(4-x)(x+10)$
$10x-x^2=40-6x-x^2$, $16x=40$
따라서 $x=\frac{5}{2}$이다.

3 $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PE}\cdot\overline{PF}$이므로 …… 민호
$3\times(3+\overline{AB})=4\times(4+14)$
$3+\overline{AB}=24$, 즉 $\overline{AB}=21$이다. …… 상희
또, $\overline{PC}\cdot\overline{PD}=\overline{PE}\cdot\overline{PF}$이므로
$6\times(6+\overline{CD})=4\times(4+14)$
$6+\overline{CD}=12$, 즉 $\overline{CD}=6$이다.
따라서 옳은 말을 한 사람은 상희, 민호이다.

개념 꽉 P.82
1 차례로 $\angle PBT$, $\triangle PTB$, $\overline{PT}$, $\overline{PB}$
2 (1) 6 (2) 6 (3) 4 (4) 12

2 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로
(1) $4^2=2(2+x)$, $2x=12$에서 $x=6$이다.
(2) $x^2=3(3+9)=36$에서 $x=6$이다.
(3) $(2\sqrt{3})^2=2(2+x)$, $2x=8$에서 $x=4$이다.
(4) $x^2=6(6+18)=144$에서 $x=12$이다.

유형 꽉 P.82
1 ④ 2 $8\sqrt{2}$ 3 5 4 $3\sqrt{3}$

1 $\overline{PT}$가 원 O의 접선이므로 $\angle T=90^\circ$이다.
따라서 $\triangle PBT$에서
$\overline{PT}=\sqrt{\overline{PB}^2-\overline{BT}^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$ (cm)이고
$\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로 $3^2=\overline{PA}\times5$, $5\overline{PA}=9$
따라서 $\overline{PA}=\frac{9}{5}$ cm이다.

2 $\triangle BOH$는 $\angle H=90^\circ$인 직각삼각형이므로
$\overline{BH}=\sqrt{\overline{BO}^2-\overline{OH}^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$이다.
즉, $\overline{AB}=2\overline{BH}=2\times4=8$이다.
$\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로
$\overline{PT}^2=8\times(8+8)=8\times16=128$이다.
그런데 $\overline{PT}>0$이므로 $\overline{PT}=8\sqrt{2}$이다.

3 $\overline{DA}\cdot\overline{DB}=\overline{DC}\cdot\overline{DT}$이므로 $\overline{DA}\times6=3\times8=24$에서
$\overline{DA}=4$이다.
또, $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로
$(5\sqrt{3})^2=x(x+4+6)$, $75=x(x+10)$,

$x^2+10x-75=0$, $(x+15)(x-5)=0$
그런데 $x>0$이므로 $x=5$ 이다.

4 $\angle P=\angle PBT$이고 $\angle PBT=\angle PTA$이므로
$\angle P=\angle PTA$이다.
따라서 $\triangle APT$에서 $\overline{PA}=\overline{AT}=3$이므로
$\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$, $\overline{PT}^2=3(3+6)=27$
즉, $\overline{PT}=3\sqrt{3}$이다.
따라서 $\overline{PT}=\overline{BT}=3\sqrt{3}$이다.

개념 꽉 P.83

1 차례로 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 2 차례로 $\overline{PB}$, $\overline{PT}^2$, $\overline{PB}$

유형 꽉 P.83

1 ① 2 ② 3 ②

1 $\overline{PT}=\overline{PT'}=\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}=2\sqrt{2}$이므로
$\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$, $(2\sqrt{2})^2=\overline{PA}(\overline{PA}+7)$,
$\overline{PA}^2+7\overline{PA}-8=0$, $(\overline{PA}+8)(\overline{PA}-1)=0$
그런데 $\overline{PA}>0$이므로 $\overline{PA}=1$이다.

2 $x^2=\overline{PC}\cdot\overline{PD}=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로
$x^2=4(4+8)$, $x^2=48$에서 $x=4\sqrt{3}$이다.

3 $x^2=3(3+9)=36$이므로 $x=6$이다.
$6^2=4(4+y)$, $4y=20$이므로 $y=5$이다.
따라서 $x+y=11$이다.

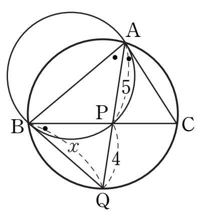
개념 꽉 P.84

1 차례로 $\angle QAC$, $\angle AQC$, $\triangle AQC$, $\overline{AQ}$, $\overline{AQ}$
2 차례로 $\angle ACP$, $\angle AQB$, $\triangle AQB$, $\overline{AB}$, $\overline{AQ}$

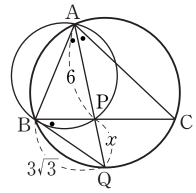
유형 꽉 P.84

1 6 2 3 3 $2\sqrt{21}$ 4 3

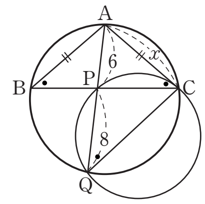
1 $\angle BAQ=\angle QAC=\angle QBC$
이므로 오른쪽 그림에서
$\overline{QB}^2=\overline{QP}\cdot\overline{QA}$
$x^2=4(4+5)=36$
그런데 $x>0$이므로 $x=6$이다.



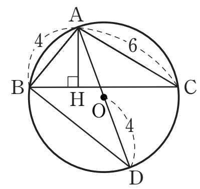
2 $\angle BAQ=\angle QAC=\angle QBC$
이므로 오른쪽 그림에서
$\overline{QB}^2=\overline{QP}\cdot\overline{QA}$
$(3\sqrt{3})^2=x(x+6)$
$x^2+6x-27=0$
$(x+9)(x-3)=0$
그런데 $x>0$이므로 $x=3$이다.



3 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로
$\angle ABC=\angle ACB=\angle AQC$이다.
오른쪽 그림에서
$\overline{AC}^2=\overline{AP}\cdot\overline{AQ}$
$x^2=6(6+8)$, $x^2=84$
그런데 $x>0$이므로 $x=2\sqrt{21}$이다.



4 $\overline{BD}$를 그으면
$\triangle ABD\backsim\triangle AHC$이므로
$\overline{AB}:\overline{AH}=\overline{AD}:\overline{AC}$
$4:\overline{AH}=8:6$
$8\overline{AH}=24$
따라서 $\overline{AH}=3$이다.

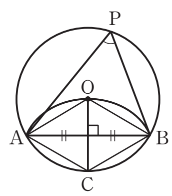


학교 시험 꽉 잡기 P.85~88

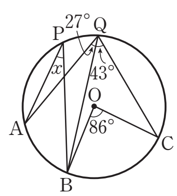
01 ⑤	02 60°	03 ④	04 54°
05 ⑤	06 ③	07 ②	08 ④
09 ④	10 ③	11 65°	12 ②
13 $2\sqrt{6}$	14 $8\sqrt{3}$ cm²	15 26°	16 ③
17 ②	18 7 cm	19 ④	20 2 cm
21 2	22 ①	23 15 cm	24 $\frac{15}{2}$ cm²
25 $\frac{2}{3}$	26 ⑤	27 $4\sqrt{10}$	28 ②, ③
29 3			

01 $\angle x=2\angle ACB=2\times54°=108°$

02 $\triangle AOC$, $\triangle BOC$는 정삼각형이므로
$\angle AOB=120°$에서
$\angle APB=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times120°$
$=60°$



03 $\overline{BQ}$를 그으면
$\angle BQC=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times86°$
$=43°$
따라서 $\angle AQB=70°-43°=27°$이
므로 $\angle x=\angle AQB=27°$이다.



04 $\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}$이므로 $\angle BCD=\angle ABC=27^\circ$에서
$\angle x=\angle BCD+\angle ABC=54^\circ$이다.

05 $\overset{\frown}{AC}:\overset{\frown}{AD}=\angle ADC:\angle ABD$
그런데 $\angle ADC=\angle ADB-\angle ODB=90^\circ-30^\circ=60^\circ$
이므로 $x:4=60^\circ:30^\circ$이다.
따라서 $x=8$이다.

06 $\angle ACB=\angle ADB=28^\circ$
따라서 $\triangle ABC$에서
$\angle x=180^\circ-(110^\circ+28^\circ)=42^\circ$ 이다.

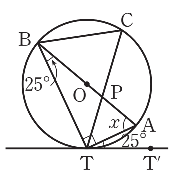
07 $\angle DBC=\angle DQC-\angle C=110^\circ-28^\circ=82^\circ$,
$\angle D=\angle C=28^\circ$이므로 $\triangle PBD$에서
$\angle x=\angle DBC-\angle D=82^\circ-28^\circ=54^\circ$이다.

08 두 점 A와 C를 이으면 □EACD는 원에 내접하므로
$\angle DEA+\angle ACD=180^\circ$에서
$\angle ACD=180^\circ-134^\circ=46^\circ$이다.
따라서 $\angle ACB=95^\circ-46^\circ=49^\circ$이므로
$\angle x=2\angle ACB=2\times 49^\circ=98^\circ$이다.

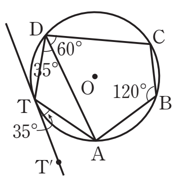
09 $\angle BOC=2\angle BDC=2\times 60^\circ=120^\circ$
$\triangle OBC$에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$이므로
$\angle OCB=\frac{1}{2}(180^\circ-120^\circ)=30^\circ$이다.
$\angle BCD=30^\circ+40^\circ=70^\circ$이고
□ABCD에서 $\angle BAD+70^\circ=180^\circ$이다.
따라서 $\angle BAD=110^\circ$이다.

10 $\angle BAD=\angle DCE=52^\circ$이므로
$\angle x=2\angle BAD=2\times 52^\circ=104^\circ$이다.

11 $\overline{BT}$를 그으면
$\angle ABT=\angle ATT'=25^\circ$
$\angle ATB=90^\circ$이므로
$\angle x=180^\circ-(25^\circ+90^\circ)$
$=65^\circ$



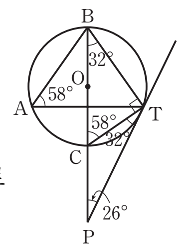
12 $\overline{AD}$를 그으면
$\angle ADT=\angle ATT'=35^\circ$
$\angle ADC=180^\circ-120^\circ=60^\circ$이므로
$\angle x=\angle ADT+\angle ADC$
$=35^\circ+60^\circ=95^\circ$



13 $\overline{AT}$를 그으면 $\angle BTH=\angle BAT$,
$\angle BHT=\angle BTA=90^\circ$이므로
$\triangle ABT\backsim\triangle TBH$(AA 닮음)이다.
따라서 $\overline{AB}:\overline{TB}=\overline{BT}:\overline{BH}$이므로
$6:\overline{TB}=\overline{BT}:4$, $\overline{BT}^2=24$에서 $\overline{BT}=2\sqrt{6}$이다.

14 $\angle ABT=\angle ATP=30^\circ$, $\angle ATB=90^\circ$,
$\angle BAT=60^\circ$이므로
$\overline{AT}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 8=4$ (cm)
$\overline{BT}=\frac{\sqrt{3}}{2}\overline{AB}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 8=4\sqrt{3}$ (cm)
따라서 $\triangle ABT=\frac{1}{2}\times 4\times 4\sqrt{3}=8\sqrt{3}$ (cm²)이다.

15 $\overline{CT}$를 그으면
$\angle BCT=\angle BAT=58^\circ$,
$\angle BTC=90^\circ$이므로
$\angle CBT=32^\circ$이다.
따라서 $\angle CTP=\angle CBT=32^\circ$이므로
$\angle x=\angle BCT-\angle CTP$
$=58^\circ-32^\circ=26^\circ$



16 $\overline{PO}=x$라고 하면 $\overline{AP}\cdot\overline{PB}=\overline{CP}\cdot\overline{PD}$에서
$(6-x)(6+x)=3\times 8$, $x^2=12$
그런데 $x>0$이므로 $\overline{PO}=x=2\sqrt{3}$ (cm)이다.

17 $\overline{OC}=x$라고 하면 $(7-x)(7+x)=5(5+3)$, $x^2=9$
그런데 $x>0$이므로 $\overline{OC}=x=3$ (cm)이다.

18 $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PE}\cdot\overline{PF}$, $6\times(6+8)=x(x+5)$,
$x^2+5x-84=0$,
$(x+12)(x-7)=0$
그런데 $x>0$이므로 $x=7$ cm이다.

19 $\triangle APT$에서 $\angle ATP=90^\circ$이므로
$\overline{AP}^2=2^2+(2\sqrt{3})^2=16$이다.
$\overline{AP}>0$이므로 $\overline{AP}=4$ cm이다.
또, $\overline{PT}^2=\overline{PB}\cdot\overline{PA}$에서 $(2\sqrt{3})^2=\overline{PB}\times 4$이다.
따라서 $\overline{PB}=3$ cm이다.

20 $\overline{QA}\cdot\overline{QB}=\overline{QC}\cdot\overline{QT}$이므로
$\overline{QA}\times 4=2\times 6=12$에서
$\overline{QA}=3$ cm이다.
$\overline{PA}=x$라고 하면 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$에서
$(3\sqrt{2})^2=x(x+3+4)$
$18=x(x+7)$

$x^2+7x-18=0$

$(x+9)(x-2)=0$

따라서 $\overline{PA}=x=2$ (cm)이다.

21 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로

$(2\sqrt{5})^2=x(x+8)$, $x^2+8x-20=0$

$(x+10)(x-2)=0$

그런데 $x>0$이므로 $x=2$이다.

22 원 O′의 반지름의 길이를 x라고 하면

$\overline{PT}^2=4(4+8)=6(6+2x)$

$8=6+2x$, $2x=2$

따라서 $x=1$이다.

23 $\overline{PA}:\overline{AB}=1:3$이므로 $\overline{PA}=k$, $\overline{AB}=3k$로 놓으면

$\overline{PT}^2=k(k+3k)$, $10^2=k\cdot 4k$, $4k^2=100$, $k^2=25$

그런데 $k>0$이므로 $k=5$이다.

따라서 $\overline{AB}=3k=3\times5=15$ (cm)이다.

24 $\overline{PC}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로 $\overline{PC}^2=4(4+5)=36$에서

$\overline{PC}=6$ cm이다.

따라서

$\triangle ABC=\triangle PBC-\triangle PAC$

$=\frac{1}{2}\times9\times6\times\sin 30^\circ-\frac{1}{2}\times4\times6\times\sin 30^\circ$

$=\frac{15}{2}$ (cm²)

25 $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로

$3(3+9)=x(x+5)$

$x^2+5x-36=0$

$(x+9)(x-4)=0$

즉, $x=4$ 이다.

또, $\angle PCA=\angle PBD$, $\angle P$는 공통이므로

$\triangle PAC\backsim\triangle PDB$(AA 닮음)이다.

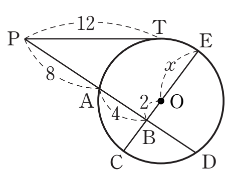
$\overline{AC}:\overline{DB}=\overline{PA}:\overline{PD}$

$y:8=3:9$, $9y=24$

즉, $y=\frac{8}{3}$ 이다.

따라서 $\frac{y}{x}=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$이다.

26 오른쪽 그림과 같이 현 CE, AD를 그으면



$\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PD}$에서

$12^2=8(8+\overline{AD})$

$8\overline{AD}=80$

즉, $\overline{AD}=10$이다.

따라서 $\overline{BD}=\overline{AD}-\overline{AB}=10-4=6$이다.

이때 원 O의 반지름의 길이를 x라고 하면

$\overline{BA}\cdot\overline{BD}=\overline{BC}\cdot\overline{BE}$에서

$4\times6=(x-2)(x+2)$

$x^2=28$

따라서 $x=2\sqrt{7}$이다.

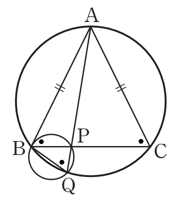
27 $\overline{PT}^2=\overline{PT'}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$에서

$\overline{PT}^2=5(5+3)=40$이다.

따라서 $\overline{PT}=\overline{PT'}=2\sqrt{10}$이므로

$\overline{PT}+\overline{PT'}=4\sqrt{10}$이다.

28 오른쪽 그림에서



$\angle ABC=\angle ACB=\angle AQB$

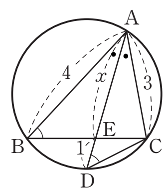
이므로

② $\overline{AB}^2=\overline{AP}\cdot\overline{AQ}$

또, $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

③ $\overline{AC}^2=\overline{AP}\cdot\overline{AQ}$

29 $\angle ABE=\angle ADC$이므로



$\triangle ABE\backsim\triangle ADC$(AA 닮음)이다.

$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{AE}:\overline{AC}$이므로

$4:(x+1)=x:3$

$x(x+1)=12$

$x^2+x-12=0$

$(x+4)(x-3)=0$

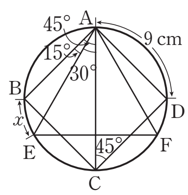
그런데 $x>0$이므로 $x=3$이다.

학교 시험 100점 꽉 잡기

P.89

01 3 cm	**02** 22.5°	**03** 100°	**04** 65°
05 $\angle x=75^\circ$, $\angle y=15^\circ$, $\angle z=60^\circ$			**06** 42.5°
07 15	**08** $4\sqrt{31}$	**09** $4\sqrt{3}$ cm	**10** $14\sqrt{6}$
11 ③	**12** 6		

01 $\angle ACD=45^\circ$,



$\angle EAC=30^\circ$이므로

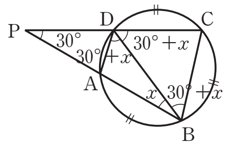
$\angle BAE=45^\circ-30^\circ=15^\circ$이다.

따라서

$\overparen{BE}:\overparen{AD}=\angle BAE:\angle ACD$

이므로 $x:9=15^\circ:45^\circ$이다. 즉, $x=3$ (cm)이다.

02 $\angle BDC=\angle P+\angle PBD$
$=30^\circ+\angle x$



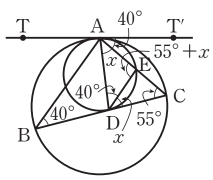
$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$이므로
$\overline{AD}$를 그으면
$\angle ADB=\angle CBD=\angle BDC=30^\circ+\angle x$이다.
따라서 □ABCD에서 $\angle x+3(30^\circ+\angle x)=180^\circ$
이므로 $4\angle x=90^\circ$이다. 즉 $\angle x=22.5^\circ$이다.

03 $\angle ACD=180^\circ-\angle AED=180^\circ-114^\circ=66^\circ$
△ACD에서 $\angle ADC=180^\circ-(34^\circ+66^\circ)=80^\circ$이다.
따라서 □ABCD에서
$\angle x=180^\circ-\angle ADC=180^\circ-80^\circ=100^\circ$이다.

04 $\angle ABC=\angle DAC=\angle a$, $\angle ADE=\angle CDE=\angle b$라고 하면 △ABD에서
$(\angle a+50^\circ)+\angle a+2\angle b=180^\circ$이므로
$\angle a+\angle b=65^\circ$이다.
따라서 △ADE에서
$\angle x=180^\circ-(50^\circ+\angle a+\angle b)$
$=180^\circ-115^\circ=65^\circ$

05 $\angle B+\angle D=180^\circ$이므로 $110^\circ+\angle y+55^\circ=180^\circ$
즉, $\angle y=15^\circ$이다.
△ACD에서 $\angle z=180^\circ-(50^\circ+15^\circ+55^\circ)=60^\circ$
또, $\angle ACB=\angle y=15^\circ$이므로
$\angle x=\angle BCD=15^\circ+\angle z=75^\circ$이다.

06 $\overline{DE}$를 그으면
$\angle ADE=\angle CAT'$
$=\angle ABC=40^\circ$

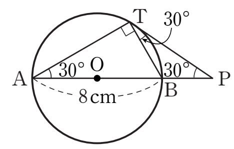


$\angle CDE=\angle DAE=\angle x$
△CDE에서
$\angle AED=\angle DCE+\angle CDE$
$=55^\circ+\angle x$
△ADE에서
$\angle x+40^\circ+(55^\circ+\angle x)=180^\circ$, $2\angle x=85^\circ$
따라서 $\angle x=42.5^\circ$이다.

07 $\angle T=90^\circ$이므로 △PBT에서 $\overline{PB}^2=\overline{PT}^2+\overline{BT}^2$
$(3+x)^2=y^2+(6\sqrt{3})^2$
$(3+x)^2=y^2+108$ ...... ㉠
또, $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로
$y^2=3(3+x)$ ...... ㉡
㉡을 ㉠에 대입하면
$(3+x)^2=3(3+x)+108$
$x^2+6x+9=9+3x+108$
$x^2+3x-108=0$
$(x-9)(x+12)=0$
그런데 $x>0$이므로 $x=9$이다.
$x=9$를 ㉡에 대입하면
$y^2=3\times(3+9)=36$이다.
그런데 $y>0$이므로 $y=6$이다.
따라서 $x+y=9+6=15$이다.

08 $\overline{QA}\cdot\overline{QB}=\overline{QT}\cdot\overline{QD}$에서
$\overline{QA}\times5=(14-4)\times4=40$이므로
$\overline{QA}=8$이다.
또, $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$에서
$\overline{PT}^2=12\times25=300$이므로
$\overline{PT}=10\sqrt{3}$이다.
따라서 △PTD에서 $\angle PTD=90^\circ$이므로
$\overline{PD}=\sqrt{14^2+(10\sqrt{3})^2}=4\sqrt{31}$

09 $\angle PTB=\angle TAB=30^\circ$,
$\angle ATB=90^\circ$이므로



△ATB에서
$\overline{AT}:\overline{AB}=\sqrt{3}:2$
$\overline{AT}:8=\sqrt{3}:2$
즉, $\overline{AT}=4\sqrt{3}$ cm이다.
따라서 $\angle P=\angle TAB=30^\circ$이므로
△TAP에서 $\overline{PT}=\overline{AT}=4\sqrt{3}$ (cm)이다.

10 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot(\overline{PA}+2\overline{AO})$
$=6\times(6+10)=96$
이므로 $\overline{PT}=4\sqrt{6}$이다.
따라서 $\overline{OO'}\perp\overline{PT}$이므로
(색칠한 부분의 넓이)$=\frac{1}{2}\cdot\overline{OO'}\cdot\overline{PT}$
$=\frac{1}{2}\times7\times4\sqrt{6}$
$=14\sqrt{6}$

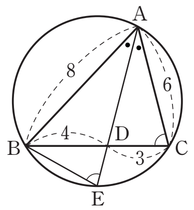
11 $\overline{AB}\cdot\overline{AC}=\overline{AP}\cdot\overline{AQ}$이므로
$6^2=\overline{AP}\cdot(\overline{AP}+5)$
$\overline{AP}(\overline{AP}+5)=36$
$\overline{AP}^2+5\overline{AP}-36=0$
$(\overline{AP}+9)(\overline{AP}-4)=0$
그런데 $\overline{AP}>0$이므로 $\overline{AP}=4$이다.
$\overline{AP}\perp\overline{BC}$이므로
$\overline{BP}=\sqrt{\overline{AB}^2-\overline{AP}^2}=\sqrt{6^2-4^2}$
$=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

따라서 $\overline{BC}=2\overline{BP}=2\times2\sqrt{5}=4\sqrt{5}$이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AP}$

$=\frac{1}{2}\times4\sqrt{5}\times4=8\sqrt{5}$

12 $\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}=4:3$
이므로



$\overline{BD}=7\times\frac{4}{7}=4$,

$\overline{CD}=7\times\frac{3}{7}=3$이다.

이때 $\triangle ABC$의 외접원을 그리면
$\angle AEB=\angle ACD$(원주각),
$\angle BAE=\angle DAC$이므로
$\triangle ABE\backsim\triangle ADC$(AA 닮음)이다.
그런데 $\overline{DA}\cdot\overline{DE}=\overline{DB}\cdot\overline{DC}$이므로

$\overline{DA}=x$라고 하면 $\overline{DE}=\frac{12}{x}$이다.

$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{AE}:\overline{AC}$

$8:x=\left(x+\frac{12}{x}\right):6$

$x^2=36$

따라서 $\overline{AD}=x=6$이다.

서술형 꽉 잡기 P.91~92

01 (1) $\angle ACB=\angle ADB=23^\circ$이고
$\angle ABC=90^\circ$이므로
$\angle BAC=180^\circ-(\angle ABC+\angle ACB)$
$=180^\circ-(90^\circ+23^\circ)=67^\circ$

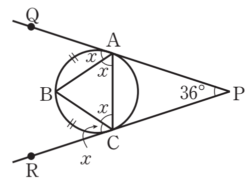
(2) $\angle CAD=\angle CBD=15^\circ$이고
$\angle ADC=90^\circ$이므로
$\angle ACD=180^\circ-(\angle CAD+\angle ADC)$
$=180^\circ-(15^\circ+90^\circ)=75^\circ$

채점 요소		배점 비율
해결 과정	(1) $\angle ACB$, $\angle ABC$의 크기 구하기	40 %
	(2) $\angle CAD$, $\angle ADC$의 크기 구하기	40 %
답 구하기	(1) $\angle BAC$의 크기 구하기	10 %
	(2) $\angle ACD$의 크기 구하기	10 %

02 (i) 한 쌍의 대각의 크기의 합이 180°인 사각형
: □ADHF, □DBEH, □HECF
(ii) 원주각에 해당하는 두 각의 크기가 서로 같은 경우
: □ABEF, □ADEC, □DBCF

채점 요소		배점 비율
해결 과정 및 답 구하기	대각의 크기의 합이 180°인 사각형 구하기	50 %
	원주각에 해당하는 두 각의 크기가 서로 같은 경우의 사각형 구하기	50 %

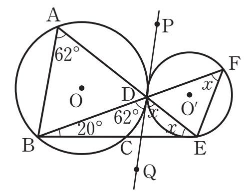
03 $\angle BAC=\angle BCR=\angle x$



$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$이므로
$\angle BCA=\angle BAC=\angle x$
$\angle BAQ=\angle BCA=\angle x$
따라서 $\triangle PAC$에서
$36^\circ+2(180^\circ-2\angle x)=180^\circ$
이므로 $4\angle x=216^\circ$에서
$\angle x=54^\circ$이다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정	$\angle BAC=\angle x$임을 알기	30 %
	$\angle BCA=\angle x$임을 알기	30 %
답 구하기	$\angle x$의 크기 구하기	40 %

04 공통외접선 $\overleftrightarrow{PQ}$를 그으면



$\angle BDQ=\angle BAD=62^\circ$,
$\angle EDQ=\angle DFE=\angle x$,
$\angle DEB=\angle DFE=\angle x$
$\triangle DBE$에서
$(62^\circ+\angle x)+20^\circ+\angle x=180^\circ$, $2\angle x=98^\circ$
따라서 $\angle x=49^\circ$이다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정	$\angle BDQ$, $\angle EDQ$의 크기 구하기	40 %
	$\angle DEQ$의 크기 구하기	40 %
답 구하기	$\angle x$의 크기 구하기	20 %

05 (1) $\overline{OB}=a$라고 하면
$\overline{OE}=\overline{OF}=9+a-6=3+a$
$\overline{OC}=\overline{OA}=9+a$
이때 작은 원에서 $\overline{OB}\cdot\overline{OC}=\overline{OE}^2$이므로
$a(9+a)=(3+a)^2$, $9a+a^2=9+6a+a^2$
$3a=9$
즉, $a=3$이다.
따라서 (큰 원의 반지름의 길이)$=9+a=12$이다.

(2) (작은 원의 반지름의 길이)

$=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}(\overline{OB}+\overline{OC})$

$=\frac{1}{2}(3+12)=\frac{15}{2}$

채점 요소		배점 비율
해결 과정	(1) $\overline{OB}$의 길이 구하기	60 %
답 구하기	(1) 큰 원의 반지름의 길이 구하기	20 %
	(2) 작은 원의 반지름의 길이 구하기	20 %

06 (1) $\angle PTB=90^\circ$이므로

$\overline{PT}=\sqrt{5^2-4^2}=3$이다.

(2) $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로

$3^2=5\overline{PA}$에서 $\overline{PA}=\dfrac{9}{5}$이다.

(3) $\overline{AT}$를 그으면 $\triangle PAT \backsim \triangle TAB$(AA 닮음)이므로

$\overline{AT}:\overline{AB}=\overline{PA}:\overline{TA}$이다.

따라서 $\overline{AT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{AB}$이므로

$\overline{AT}^2=\dfrac{9}{5}\times\left(5-\dfrac{9}{5}\right)$에서 $\overline{AT}=\dfrac{12}{5}$이다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정 및 답 구하기	(1) $\overline{PT}$의 길이 구하기	30 %
	(2) $\overline{PA}$의 길이 구하기	40 %
	(3) $\overline{AT}$의 길이 구하기	30 %

07 원 O의 반지름의 길이를 x라고 하면

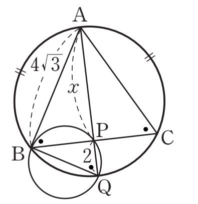
$\overline{PA}=\overline{OA}=\overline{OB}=x$이다.

이때 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로 $9^2=x\times 3x$, $x^2=27$

따라서 $x=3\sqrt{3}$이다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정	$\overline{PA}=\overline{OA}=\overline{OB}$임을 알고 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$ 이용하기	60 %
답 구하기	원 O의 반지름의 길이 구하기	40 %

08 $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AC}$이므로



$\angle ACB=\angle ABC$

또, 한 호에 대한 원주각의 크기는

서로 같으므로 $\angle ACB=\angle AQB$

따라서 $\overline{AB}^2=\overline{AP}\cdot\overline{AQ}$이므로

$\overline{AP}=x$라고 하면

$(4\sqrt{3})^2=x(x+2)$, $x^2+2x-48=0$

$(x+8)(x-6)=0$

따라서 $\overline{AP}=x=6$이다.

채점 요소		배점 비율
해결 과정	$\angle ACB=\angle ABC=\angle AQB$임을 알기	40 %
	$\overline{AB}^2=\overline{AP}\cdot\overline{AQ}$임을 알기	40 %
답 구하기	$\overline{AP}$의 길이 구하기	20 %