빠른 정답

I 제곱근과 실수

01 제곱근의 성질

개념체크 & 계산력훈련 6~7p

1 (1) ±4 (2) ±12 (3) ±0.3 (4) $\pm\frac{1}{16}$

2 (1) ±5 (2) ±0.2 (3) 0 (4) 없다.

3 (1) 5 (2) $-\frac{5}{8}$ (3) -9 (4) -2 (5) $\frac{3}{2}$ (6) -0.1

4 (1) $<$ (2) $>$ (3) $>$ (4) $>$ (5) $<$ (6) $>$

5 (1) 유리수 (2) 무리수 (3) 유리수 (4) 무리수

6 (1) × (2) ○ (3) ○ (4) × (5) ○ (6) ○

7 (1) $<$ (2) $<$ (3) $>$ (4) $<$

이런 문제가 시험에 나온다. 빈출문제 8~11p

01 ⑤	02 ④	03 ②	04 ④	05 ①
06 ④	07 ⑤	08 ①	09 ①	10 ④
11 ②	12 ①	13 ③	14 ①	15 ③
16 ②	17 ①	18 ②	19 ②	20 ④
21 ⑤	22 ②	23 ④	24 ①	

이런 문제가 시험에 나온다. 쌍둥이문제 12~15p

01 ⑤	02 ④	03 ③	04 ③	05 ②
06 ②	07 ③	08 ④	09 ②	10 ④
11 ⑤	12 ③	13 ③	14 ③	15 ②
16 ③	17 ④	18 ③	19 ③	20 ⑤
21 ①	22 ④	23 ②	24 ⑤	

이런 문제는 어떻게 풀지? 집중공략 16~17p

1 ② **1-1** ③

2 ④ **2-1** ②

2-2 (1) 5 (2) 15 (3) 2 (4) 6

2-3 (1) 5 (2) 9 (3) 4 (4) 2

3 ④ **3-1** ②

3-2 (1) $\mathrm{P}(1-\sqrt{2})$, $\mathrm{Q}(1+\sqrt{2})$ (2) $\mathrm{P}(1-\sqrt{2})$, $\mathrm{Q}(\sqrt{2})$

3-3 (1) $\mathrm{A}(1+\sqrt{5})$, $\mathrm{B}(1-\sqrt{5})$ (2) $\mathrm{A}(\sqrt{5})$, $\mathrm{B}(-\sqrt{5})$

4 ③ **4-1** ④

어떻게 써야 만점을 받을까? 서술형 문제 18~19p

모범답안은 해설 참조

1 1 **1-1** $\sqrt{5}-4$

2 $2a$ **2-1** $a+2b$

3 27 **3-1** 3

4 5 **4-1** 10

자신있게 마무리하자! 실전문제 1 20~23p

01 ②	02 ②	03 ⑤	04 ③	05 ②
06 ②	07 ②	08 ④	09 ④	10 ③
11 ⑤	12 ②	13 ⑤	14 ④	15 ③
16 ⑤	17 ④	18 ④	19 $\sqrt{41}$	

20 $2-\sqrt{3}$ **21** -3, 4 **22** 84

23 $p=-1+\sqrt{10}$, $q=1-\sqrt{5}$ **24** $C<A<B$

자신있게 마무리하자! 실전문제 2 24~27p

01 ①	02 ②	03 ③	04 ④	05 ④
06 ④	07 ①	08 ①	09 ③	10 ②
11 ①, ③	12 ①	13 ③	14 ②	15 ②
16 ②	17 ③	18 ④	19 $\pm\sqrt{3}$	

20 $-5a$ **21** 6 **22** 13 **23** 1

24 144

02 근호를 포함한 식의 계산

개념체크 & 계산력훈련 (28~29p)

1 (1) $\sqrt{21}$ (2) $\sqrt{30}$ (3) $6\sqrt{35}$ (4) 2

2 (1) $4\sqrt{2}$ (2) $3\sqrt{6}$ (3) $6\sqrt{3}$ (4) $3\sqrt{10}$

3 (1) $\sqrt{12}$ (2) $\sqrt{45}$ (3) $\sqrt{48}$ (4) $\sqrt{75}$

4 (1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (2) $2\sqrt{5}$ (3) $-\frac{\sqrt{6}}{3}$ (4) $-\sqrt{10}$

5 (1) $4\sqrt{3}$ (2) $6\sqrt{2}-2\sqrt{3}$ (3) $12\sqrt{3}$ (4) $5\sqrt{2}-5\sqrt{5}$

6 (1) $5\sqrt{5}-3\sqrt{3}$ (2) $\frac{11\sqrt{2}}{2}$ (3) 1 (4) $8+2\sqrt{15}$

7 (1) $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{10}}{5}$ (2) $\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{10}}{2}$ (3) $\sqrt{6}+2$ (4) $3+2\sqrt{2}$

8 (1) 정수부분 : 1, 소수 부분 : $\sqrt{3}-1$
(2) 정수부분 : 3, 소수 부분 : $\sqrt{10}-3$
(3) 정수부분 : 3, 소수 부분 : $\sqrt{5}-2$
(4) 정수부분 : 1, 소수 부분 : $2-\sqrt{3}$

이런 문제가 시험에 나온다. 빈출문제 (30~33p)

01 ②	02 ④	03 ⑤	04 ①	05 ②
06 ③	07 ②	08 ③	09 ⑤	10 ②
11 ③	12 ③	13 ⑤	14 ③	15 ②
16 ②	17 ④	18 ⑤	19 ④	20 ③
21 ②	22 ④	23 ①	24 ②	25 ①

이런 문제가 시험에 나온다. 쌍둥이문제 (34~37p)

01 ②	02 ③	03 ②	04 ③	05 ③
06 ③	07 ④	08 ②	09 ③	10 ⑤
11 ⑤	12 ①	13 ⑤	14 ①	15 ④
16 ①	17 ③	18 ⑤	19 ①	20 ⑤
21 ③	22 ③	23 ①	24 ①	25 ④

이런 문제는 어떻게 풀지? 집중공략 (38~39p)

1 ⑤ **1-1** ③

2 ② **2-1** ①
2-2 (1) 0 (2) 0 (3) 1
2-3 (1) $-2\sqrt{3}$ (2) $-\sqrt{2}$ (3) $\sqrt{2}$

3 ④ **3-1** ⑤
3-2 (1) $2<2\sqrt{2}<3$ (2) $3<\sqrt{14}<4$ (3) $4<2\sqrt{5}<5$ (4) $5<3\sqrt{3}<6$
3-3 (1) $\sqrt{5}-2$ (2) $2-\sqrt{3}$ (3) $\sqrt{2}-1$ (4) $3-\sqrt{6}$

4 ④ **4-1** ②

어떻게 써야 만점을 받을까? 서술형 문제 (40~41p)

모범답안은 해설 참조

1 $\frac{1}{10}b+10a$ **1-1** $10a-\frac{1}{10}b$

2 $3-\sqrt{2}$ **2-1** $1-\sqrt{3}$

3 $3\sqrt{3}-8\sqrt{2}$ **3-1** $-2\sqrt{5}$

4 $18\sqrt{2}$ cm **4-1** $18\sqrt{5}$ cm

자신있게 마무리하자! 실전문제 1 (42~45p)

01 ③	02 ①	03 ⑤	04 ④	05 ①
06 ②	07 ①	08 ③	09 ④	10 ④
11 ④	12 ②	13 ④	14 ⑤	15 ②
16 ④	17 ①, ④	18 ②	19 $30\sqrt{3}$	
20 35.5 km		21 3	22 $5+2\sqrt{3}$	
23 $\pm4\sqrt{2}$	24 $7\sqrt{6}$			

자신있게 마무리하자! 실전문제 2 (46~49p)

01 ⑤	02 ③	03 ②	04 ⑤	05 ①
06 ④	07 ③	08 ④	09 ③	10 ①
11 ①	12 ②	13 ④	14 ④	15 ②
16 ⑤	17 ③	18 ②	19 $3a-2b$	
20 $4\sqrt{11}$ cm		21 2	22 2	

23 (1) $-2+\sqrt{2}$ (2) $3-2\sqrt{2}$ (3) $5-3\sqrt{2}$

Ⅱ 식의 계산

01 인수분해

개념체크 & 계산력훈련 50~51p

1 (1) x^2+4x+4 (2) x^2-6x+9
(3) x^2-4 (4) $2x^2+3x-2$

2 (1) $x-1$ (2) $x-y$

3 (1) $a^2b(ab-b+2)$ (2) $(ab-2)(a+3)$

4 (1) $(a+2)^2$ (2) $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$
(3) $(2x+3)(2x-3)$ (4) $\left(\frac{1}{2}a+\frac{2}{3}b\right)\left(\frac{1}{2}a-\frac{2}{3}b\right)$

5 (1) $(x+1)(x+4)$ (2) $(x-2)(x+4)$
(3) $(x-2)(3x+1)$ (4) $(x-2y)(3x+5y)$

6 (1) 25 (2) 36 (3) ±4 (4) ±14

7 (1) $xy(x-1)(x+3)$ (2) $(x+3)(y-3)$
(3) $(x+y+z)(x+y-z)$

8 (1) 10201 (2) 9991 (3) 210

9 (1) 13 (2) 2 (3) -4

이런 문제가 시험에 나온다. 빈출문제 52~55p

01 ⑤	02 ①	03 ②	04 ①	05 ①
06 ②	07 ③	08 ④	09 ③	10 ②
11 ④	12 ⑤	13 ②	14 ②	15 ⑤
16 ③	17 ⑤	18 ③	19 ⑤	20 ⑤
21 ②	22 ⑤	23 ③	24 ②	25 ③

이런 문제가 시험에 나온다. 쌍둥이문제 56~59p

01 ④	02 ②	03 ③	04 ④	05 ①
06 ⑤	07 ④	08 ⑤	09 ③	10 ①
11 ③	12 ①	13 ③	14 ⑤	15 ⑤
16 ①	17 ②	18 ①	19 ③	20 ⑤
21 ④	22 ③	23 ①	24 ⑤	25 ③

이런 문제는 어떻게 풀지? 집중공략 60~61p

1 ④ 1-1 ①

2 ① 2-1 ①
2-2 (1) -3 (2) 3 (3) 1
2-3 (1) $a=-2$, $b=4$ (2) $a=1$, $b=2$

3 ⑤ 3-1 ①
3-2 (1) 4 (2) 9 (3) 49
3-3 (1) ±6 (2) ±16 (3) ±8

4 ③ 4-1 ④

어떻게 써야 만점을 받을까? 서술형 문제 62~63p

모범답안은 해설 참조

1 6 1-1 -2

2 $(x-6)(x+1)$ 2-1 $(x-2)(2x-3)$

3 -72 3-1 -36

4 $4\sqrt{3}$ 4-1 $10\sqrt{2}$

자신있게 마무리하자! 실전문제 1 64~67p

01 ④	02 ⑤	03 ①	04 ④	05 ⑤
06 ①	07 ③	08 ④	09 ③	10 ③
11 ⑤	12 ④	13 ④	14 ②	15 ①
16 ②	17 ④	18 ⑤	19 $3x-4$	20 15
21 -12, 12	22 $x-3$	23 $4\sqrt{3}-4$	24 $ax+7$	

자신있게 마무리하자! 실전문제 2 68~71p

01 ⑤	02 ⑤	03 ⑤	04 ②	05 ④
06 ①	07 ②	08 ③	09 ③	10 ⑤
11 ①	12 ①	13 ②	14 ④	15 ③
16 ④	17 ⑤	18 ②	19 -4	
20 -3	21 $(x-5)(x+4)$		22 $6x-3$	
23 700	24 -9			

Ⅲ 이차방정식

01 이차방정식과 그 풀이

개념체크 & 계산력훈련 72~73p

1	(1) ×	(2) ×	(3) ○	(4) ○	(5) ○
2	(1) ○	(2) ×	(3) ○	(4) ×	(5) ○

3 (1) $x=0$ 또는 $x=1$ (2) $x=-3$ 또는 $x=4$

4 (1) $x=4$ (중근) (2) $x=-\frac{1}{2}$ (중근)
(3) $x=2$ (중근) (4) $x=\frac{1}{3}$ (중근)

5 (1) $x=\pm 8$ (2) $x=\pm 2$
(3) $x=\pm\sqrt{5}$ (4) $x=\pm\sqrt{3}$

6 (1) $x=-2$ 또는 $x=0$ (2) $x=-1$ 또는 $x=0$
(3) $x=-6$ 또는 $x=0$ (4) $x=-3$ 또는 $x=1$

7 (1) $x=5\pm\sqrt{5}$ (2) $x=1$ 또는 $x=3$

8 (1) $x=\frac{-3\pm\sqrt{13}}{2}$ (2) $x=\frac{1\pm\sqrt{7}}{3}$

이런 문제가 시험에 나온다. 빈출문제 74~76p

01 ①	02 ①	03 ②	04 ④	05 ①
06 ⑤	07 ①	08 ③	09 ③	10 ④
11 ②	12 ④	13 ④	14 ③	15 ②
16 ②	17 ①			

이런 문제가 시험에 나온다. 쌍둥이문제 77~79p

01 ④	02 ③	03 ⑤	04 ③	05 ③
06 ②	07 ②	08 ⑤	09 ⑤	10 ⑤
11 ②	12 ④	13 ⑤	14 ①	15 ⑤
16 ③	17 ②			

이런 문제는 어떻게 풀지? 집중공략 80~81p

1 ①	1-1 ⑤
2 ②	2-1 ⑤
3 ②	3-1 ③
4 ①	4-1 ③

어떻게 써야 만점을 받을까? 서술형 문제 82~83p

모범답안은 해설 참조

1 $a=2$, 다른 한 해 : $x=\frac{3}{2}$ 1-1 $a=-4$, 다른한근 : $x=3$

2 -8 2-1 -6

3 $x=-3\pm\sqrt{2}$ 3-1 $x=4\pm 2\sqrt{3}$

4 $a=24$, $x=7$ (중근) 4-1 $k=7$, $x=-6$ (중근)

자신있게 마무리하자! 실전문제 1 84~86p

01 ①, ⑤	02 ③	03 ⑤	04 ①	05 ②
06 ①	07 ④	08 ②	09 ④	10 ⑤
11 ⑤	12 ③	13 ⑤	14 ⑤	

15 (1) -24 (2) $x=-6$ 16 -7 17 $x=\frac{5\pm\sqrt{17}}{4}$

자신있게 마무리하자! 실전문제 2 87~89p

01 ②	02 ⑤	03 ④	04 ③	05 ⑤
06 ②	07 ⑤	08 ③	09 ①	10 ③
11 ④	12 ②	13 ①	14 ②	15 ④

16 3 17 -6 18 $x=-2\pm\sqrt{11}$

부록

실전 모의고사 1회 92~95p

01 ⑤	02 ③	03 ③	04 ①	05 ④
06 ①	07 ①	08 ①	09 ②	10 ⑤
11 ①	12 ③	13 ②	14 ⑤	15 ③
16 ②	17 ④	18 ③	19 ②	20 ③

21 $2\sqrt{5}-4$ 22 2.115 23 0

24 $(x-3)(y-1)(x-y)$ 25 $4x-16y$

실전 모의고사 2회

96~99p

01 ① → see below

01 ③ 02 ③ 03 ① 04 ④ 05 ④
06 ① 07 ① 08 ⑤ 09 ② 10 ②
11 ② 12 ② 13 ① 14 ① 15 ②
16 ② 17 ⑤ 18 ② 19 ② 20 ①
21 $5\sqrt{2}$ cm 22 $\frac{3\sqrt{5}}{4}$
23 (1) 3 (2) $\sqrt{3}-1$ (3) $5+\sqrt{3}$ 24 16
25 360π

실전 모의고사 3회

100~103p

01 ③ 02 ① 03 ② 04 ② 05 ①
06 ② 07 ③ 08 ⑤ 09 ⑤ 10 ①
11 ② 12 ⑤ 13 ② 14 ① 15 ③
16 ⑤ 17 ④ 18 ② 19 ② 20 ③
21 60 22 $-5\sqrt{5}$ 23 3 24 -4
25 (1) -24 (2) $x=4$

족집게 마무리 100선

104~119p

01 ② 02 ① 03 -1 04 ⑤ 05 ④
06 ④ 07 6 08 ④ 09 ③ 10 ③
11 12 12 ⑤ 13 ④ 14 ⑤ 15 30
16 ③ 17 ② 18 ① 19 ⑤
20 (1) 5 (2) $\sqrt{5}$ (3) $\mathrm{P}(3-\sqrt{5})$, $\mathrm{Q}(3+\sqrt{5})$
21 ① 22 ② 23 ① 24 ⑤ 25 ③
26 ③ 27 ⑤ 28 ① 29 ②
30 (1) $10a+\frac{b}{10}$ (2) $2a+\frac{3b}{10}$ 31 ① 32 ①
33 ① 34 ④ 35 ⑤ 36 $-3\sqrt{3}$ 37 ②
38 ② 39 ③ 40 ⑤ 41 -2 42 ⑤
43 10 44 ⑤ 45 $\frac{6+5\sqrt{2}}{2}$ 46 ④
47 ④ 48 (1) $a=2-\sqrt{3}$, $b=2+\sqrt{3}$ (2) $1+\sqrt{3}$
49 ① 50 ② 51 ① 52 ⑤ 53 ③
54 ④ 55 ③ 56 ③ 57 x, $2x-7$
58 ① 59 ④ 60 ④ 61 $-8x$ 62 ②
63 ④ 64 ① 65 ⑤ 66 ③ 67 ①
68 ④ 69 ② 70 $(x+8)(x-6)$ 71 ②
72 ② 73 -3 74 ⑤ 75 ① 76 ④
77 ⑤ 78 ① 79 ④ 80 ③ 81 ④
82 10000 83 ③ 84 ④ 85 $-78\sqrt{5}-13$
86 ⑤ 87 ⑤ 88 $5x+7$ 89 ⑤ 90 ②
91 ② 92 ② 93 ③
94 $a=-4$, 다른 한 해 : $x=4$ 95 ① 96 ⑤
97 (1) -1 (2) $x=3$ (중근) 98 ③ 99 ③
100 ①

고난도 기출문제 모음

120~128p

01 ④ 02 ⑤ 03 ③ 04 ③ 05 ③
06 ④ 07 ③ 08 ④ 09 ② 10 ②
11 ② 12 ⑤ 13 ⑤ 14 ③ 15 ②
16 ② 17 ④ 18 ② 19 ④ 20 ①
21 ② 22 ③ 23 ② 24 ② 25 ②
26 ④ 27 ③ 28 ③ 29 ② 30 ④
31 ① 32 ② 33 ⑤ 34 ④ 35 ⑤
36 ① 37 ④ 38 ① 39 ⑤ 40 ②
41 ① 42 ③ 43 ② 44 ④ 45 ⑤
46 ④ 47 ④

I 제곱근과 실수

01 제곱근의 성질

• 이런 문제가 시험에 나온다. 빈출문제 8~11p

01 2의 제곱근은 $\pm\sqrt{2}$이다.

02 ① 0의 제곱근은 0으로 1개이다.
② 1의 제곱근은 ±1로 2개이다.
③ 25의 제곱근은 ±5이다.
⑤ 제곱근 7은 $\sqrt{7}$이다.

03 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 $x^2=15$이므로
x는 15의 양의 제곱근의 값과 같다.
$\therefore x=\sqrt{15}$

04 ④ $\sqrt{16}=\sqrt{4^2}=4$

05 ②, ③, ④, ⑤를 계산하면 모두 5가 된다.
① $-\sqrt{5^2}=-5$

06 9^2의 음의 제곱근은 -9이므로 $a=-9$
$\sqrt{(-4)^2}=4$의 양의 제곱근은 2이므로 $b=2$
$\therefore b-a=11$

07 $-(\sqrt{6})^2+(-\sqrt{3})^2\times\sqrt{4^2}=-6+3\times4=-6+12=6$

08 ① $\sqrt{a^2}=a$

09 $\sqrt{(-2a)^2}+\sqrt{a^2}=-2a-a=-3a$

10 $-1<x<2$이므로 $x+1>0$, $x-2<0$
$\therefore \sqrt{(x+1)^2}+\sqrt{(x-2)^2}=(x+1)-(x-2)=3$

11 $12=2^2\times3$이므로 $x=3\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.
따라서 가장 작은 자연수 $x=3$

12 8보다 큰 자연수의 제곱인 수는 9, 16, 25, 36, 49, …
x는 가장 작은 자연수이므로 $8+x=9$ $\quad\therefore x=1$

13 $\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$이고 $\sqrt{2}<2<4$이므로 $\frac{1}{4}<\frac{1}{2}<\frac{1}{\sqrt{2}}$
$\therefore \left(\frac{1}{2}\right)^2<\frac{1}{2}<\frac{1}{\sqrt{2}}<\sqrt{2}<2$
따라서 가장 작은 수는 $\left(\frac{1}{2}\right)^2$이다.

14 $3<\sqrt{x}<\sqrt{13}$의 각 변을 제곱하면 $9<x<13$이므로
자연수 x는 10, 11, 12로 3개이다.

15 ① $1.2\dot{7}=\frac{23}{18}$ (유리수)
④ $\sqrt{9}=3$ (유리수)
⑤ $(-\sqrt{5})^2=5$ (유리수)

16 ② 순환소수는 유리수이다.
⑤ 무한소수 중에서 순환소수는 유리수이다.

17 $\sqrt{5.65}=2.377$

18 $\overline{BD}=\overline{BP}=\sqrt{2}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $-2+\sqrt{2}$이다.
$\therefore a=-2+\sqrt{2}$

19 $\overline{PS}=\overline{PT}=\sqrt{5}$이므로 점 T에 대응하는 수는 $1-\sqrt{5}$이다.

20 ① $-\sqrt{2}$와 $\sqrt{2}$의 합은 0으로 유리수이다.
② 서로 다른 두 무리수 사이에는 무리수가 항상 존재한다.
③ 1과 2 사이에는 정수가 없다.
⑤ 서로 다른 두 유리수 사이에는 유리수가 항상 존재한다.

21 ⑤ $\sqrt{7}<3$이므로 $\sqrt{5}+\sqrt{7}<\sqrt{5}+3$

22 $a-b=\sqrt{10}+\sqrt{2}-\sqrt{10}=\sqrt{2}>0$이므로 $a>b$
$a-c=\sqrt{10}+\sqrt{2}-4-\sqrt{2}=\sqrt{10}-4<0$이므로 $a<c$
$\therefore b<a<c$

23 $2<\sqrt{8}<3$이므로 $\sqrt{8}$을 나타내는 점은 D이다.

24 3과 4 사이의 무리수를 $\sqrt{n}$이라 하면
$\sqrt{9}<\sqrt{n}<\sqrt{16}$

• 이런 문제가 시험에 나온다. 쌍둥이문제 12~15p

01 36의 제곱근은 ±6이다.

02 ④ 16의 제곱근은 ±4이다.

03 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 $x^2=10$이므로
x는 10의 양의 제곱근의 값과 같다.
$\therefore x=\sqrt{10}$

04 ① $-\sqrt{0.04}=-0.2$ ② $\sqrt{\frac{1}{100}}=\frac{1}{10}$
④ $\sqrt{25}=5$ ⑤ $\sqrt{49}=7$

05 ①, ③, ④, ⑤를 계산하면 모두 -3이 된다.
② $(-\sqrt{3})^2=3$

06 $\sqrt{25^2}=25$의 음의 제곱근은 -5이므로 $a=-5$
$(-4)^2=16$의 양의 제곱근은 4이므로 $b=4$
$\therefore a+b=-1$

07 $(\sqrt{12})^2\div(-\sqrt{4})^2-\sqrt{(-7)^2}=12\div4-7=3-7=-4$

08 ④ $-\sqrt{36a^2}=-\sqrt{(6a)^2}$이고, $6a<0$이므로 $-\sqrt{36a^2}=6a$

09 $\sqrt{(2a)^2}-\sqrt{(-a)^2}=-2a-(-a)=-a$

10 $0<x<1$이므로 $x-1<0$, $1-x>0$
$\therefore -\sqrt{(x-1)^2}-\sqrt{(1-x)^2}=(x-1)-(1-x)=2x-2$

11 $28=2^2\times7$이므로 $n=7\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.
따라서 가장 작은 자연수 $n=7$

12 10보다 큰 자연수의 제곱인 수는 16, 25, 36, 49, 64, …
x는 가장 작은 자연수이므로 $10+x=16$ $\quad\therefore x=6$

13 $\sqrt{3^2}=3$, $3^2=9$이므로 $\sqrt{\frac{1}{3}}<\sqrt{3}<3=\sqrt{3^2}<3^2$
따라서 가장 큰 수는 3^2이다.

14 $3<\sqrt{x}<5$의 각 변을 제곱하면 $9<x<25$이므로
자연수 x는 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24로 15개이다.

15 ② $\sqrt{36}=6$ (유리수)

16 ③ $\sqrt{4}$는 근호를 포함하지만 $\sqrt{4}=2$이므로 유리수이다.

17 $\sqrt{1.14}=1.068$

18 $\overline{BD}=\overline{BP}=\sqrt{2}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $\sqrt{2}-1$이다.

19 $\overline{AB}=\overline{AP}=\sqrt{5}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $2+\sqrt{5}$이다.

20 ⑤ $-\sqrt{2}$와 $\sqrt{2}$ 사이의 중점은 0으로 유리수이다.

21 ② $2<\sqrt{5}$이므로 $4<\sqrt{5}+2$

④ $\sqrt{3}<\sqrt{5}$이므로 $2-\sqrt{3}>2-\sqrt{5}$

⑤ $1<\sqrt{2}$이므로 $\sqrt{3}+1<\sqrt{3}+\sqrt{2}$

22 $a-c=3+\sqrt{3}-\sqrt{3}-\sqrt{5}=3-\sqrt{5}>0$이므로 $a>c$

$b-c=\sqrt{2}+\sqrt{5}-\sqrt{3}-\sqrt{5}=\sqrt{2}-\sqrt{3}<0$이므로 $b<c$

$\therefore b<c<a$

23 $-3<-\sqrt{7}<-2$이므로 $-\sqrt{7}$을 나타내는 점은 B이다.

24 5와 6 사이의 무리수를 $\sqrt{n}$이라 하면

$\sqrt{25}<\sqrt{n}<\sqrt{36}$

• 이런 문제는 어떻게 풀지? 집중공략 16~17p

1 $a<0$, $ab<0$이므로 $b>0$이다.

$\sqrt{(-a)^2}-\sqrt{(a-b)^2}-\sqrt{9b^2}$

$=\sqrt{(-a)^2}-\sqrt{(a-b)^2}-\sqrt{(3b)^2}$

이때 $-a>0$, $a-b<0$, $3b>0$이므로

$\sqrt{(-a)^2}-\sqrt{(a-b)^2}-\sqrt{(3b)^2}$

$=-a+(a-b)-3b$

$=-a+a-b-3b$

$=-4b$

1-1 $a>0$, $ab<0$이므로 $b<0$이다.

이때 $-a<0$, $b-2a<0$, $b<0$이므로

$\sqrt{(-a)^2}-\sqrt{(b-2a)^2}-\sqrt{b^2}=a+(b-2a)-(-b)$

$=a+b-2a+b$

$=-a+2b$

2 12보다 큰 자연수의 제곱인 수는 16, 25, 36, 49, ⋯

x는 가장 작은 자연수이므로 $12+x=16$ $\therefore x=4$

2-1 $17-x=1, 4, 9, 16$이므로

$x=16, 13, 8, 1$

2-2 (1) $20=2^2\times5$이므로 $x=5$ $\therefore 5$

(2) $60=2^2\times3\times5$이므로 $x=15$ $\therefore 15$

(3) $18=2\times3^2$이므로 $x=2$ $\therefore 2$

(4) $150=2\times3\times5^2$이므로 $x=6$ $\therefore 6$

2-3 (1) $20+x=25$이므로 $x=5$ $\therefore 5$

(2) $27+x=36$이므로 $x=9$ $\therefore 9$

(3) $20-x=16$이므로 $x=4$ $\therefore 4$

(4) $38-x=36$이므로 $x=2$ $\therefore 2$

3 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$이므로

$\mathrm{P}(1-\sqrt{2})$

3-1 $\overline{PQ}=\overline{PT}=\sqrt{5}$이므로 $\mathrm{T}(3+\sqrt{5})$

4 $\sqrt{2}=1.414$, $\sqrt{3}=1.732$임을 이용한다.

① $\sqrt{2}+0.1=1.514$ ② $\sqrt{3}-0.1=1.632$

③ $\sqrt{2}+1=2.414$ ④ $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}=1.573$

⑤ $\sqrt{3}-0.001=1.731$

[참고] ④는 $\sqrt{2}$와 $\sqrt{3}$의 평균이다.

4-1 $\sqrt{5}=2.236$, $\sqrt{7}=2.646$임을 이용한다.

① $\sqrt{7}-2=0.646$ ② $\sqrt{5}+2=4.236$

③ $\dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2}=0.205$ ④ $\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{7}}{2}=2.441$

• 어떻게 써야 만점을 받을까? 서술형 문제 18~19p

1 (i) $(-3)^2=9$이므로 9의 양의 제곱근은 $\underline{\quad 3 \quad}$이다.

$\therefore$ $\underline{a=3}$

(ii) $\sqrt{16}=4$이므로 4의 음의 제곱근은 $\underline{\quad -2 \quad}$이다.

$\therefore$ $\underline{b=-2}$

(i), (ii)에 의하여 $\underline{a+b=1}$

$\therefore$ $\underline{\quad 1 \quad}$

1-1 (i) 제곱근 5는 $\sqrt{5}$이다.

$\therefore a=\sqrt{5}$

(ii) $(-4)^2=16$이므로 16의 음의 제곱근은 -4이다.

$\therefore b=-4$

(i), (ii)에 의하여 $a+b=\sqrt{5}-4$

$\therefore \sqrt{5}-4$

2 $a-b>0$, $ab<0$이므로 $\underline{a>0,\ b<0}$이다.

이때 $\underline{b-a<0}$이므로

$\sqrt{(-a)^2}-\sqrt{b^2}+\sqrt{(b-a)^2}$

$=\underline{\ -(-a)-(-b)-(b-a)=2a\ }$

$\therefore$ $\underline{\quad 2a \quad}$

2-1 $a-b<0$, $ab<0$이므로 $a<0$, $b>0$이다.

$\sqrt{(-b)^2}+\sqrt{(b-a)^2}-\sqrt{4a^2}$

$=\sqrt{(-b)^2}+\sqrt{(b-a)^2}-\sqrt{(2a)^2}$

이때 $-b<0$, $b-a>0$, $2a<0$이므로

$\sqrt{(-b)^2}+\sqrt{(b-a)^2}-\sqrt{(2a)^2}$

$=-(-b)+(b-a)-(-2a)$

$=b+b-a+2a=a+2b$

$\therefore a+2b$

3 (i) $\sqrt{x+51}$이 자연수가 되도록 하려면

$x+51=$ $\underline{\ 64,\ 81,\ 100\ ,\ \cdots\ }$ 이어야 한다.

이때 가장 작은 자연수 x의 값은 $\underline{x=13}$ 이다.

(ii) $\sqrt{95-y}$가 자연수가 되도록 하려면

$95-y=$ $\underline{\ 1,\ 4,\ 9,\ 16,\ \cdots,\ 81\ }$ 이어야 한다.

이때 가장 작은 자연수 y의 값은 $\underline{\ y=14\ }$ 이다.

(i), (ii)에 의하여 $\underline{x+y=27}$

$\therefore$ $\underline{\ \ 27\ \ }$

3-1 (i) $\sqrt{15+x}$가 자연수가 되도록 하려면

$15+x=16,\ 25,\ 36,\ \cdots$

이때 가장 작은 자연수 x의 값은 1이다.

(ii) $\sqrt{19-y}$가 자연수가 되도록 하려면

$19-y=1,\ 4,\ 9,\ 16$

이때 가장 작은 자연수 y의 값은 3이다.

(i), (ii)에 의하여 $xy=3$

$\therefore$ 3

4 $2<\sqrt{2x}<4$의 각 변을 제곱하면

$\underline{4<2x<16,\ 2<x<8}$

이때 $\underline{2<x<8}$을 만족하는 자연수 x는

$\underline{3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7}$ 이다.

따라서 자연수 x의 개수는 $\underline{\ \ 5\ \ }$ 이다.

$\therefore$ $\underline{\ \ 5\ \ }$

4-1 $1<\dfrac{\sqrt{3x}}{2}<3$에서 $2<\sqrt{3x}<6$이므로 각 변을 제곱하면

$4<3x<36,\ \dfrac{4}{3}<x<12$

이때 $\dfrac{4}{3}<x<12$를 만족하는 자연수 x는

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11이다.

따라서 자연수 x의 개수는 10이다.

$\therefore$ 10

자신있게 마무리하자! 실전문제 1 20~23p

01 a가 b의 제곱근이므로 a를 제곱하면 b가 된다.

$\therefore a^2=b$

02 ① 0의 제곱근은 0이다.

③ 4의 제곱근은 ±2이다.

④ $\sqrt{16}=4$이므로 $\sqrt{16}$의 제곱근은 ±2이다.

⑤ 모든 양의 유리수의 제곱근은 2개이다.

03 16의 양의 제곱근은 4이므로 $a=4$

36의 음의 제곱근은 -6이므로 $b=-6$

$\therefore a-b=10$

04 ① $\sqrt{0.64}=0.8$　② $\sqrt{4}=2$

④ $\sqrt{25}=5$　⑤ $\sqrt{100}=10$

05 $\sqrt{100}-\sqrt{(-13)^2}+(-\sqrt{2})^2=10-13+2=-1$

06 ① $\sqrt{a^2}=a$　② $\sqrt{4a^2}=\sqrt{(2a)^2}=2a$

③ $\sqrt{(-3a)^2}=3a$　④ $-\sqrt{(2a)^2}=-2a$

⑤ $-\sqrt{(-5a)^2}=-5a$

07 $-2<x<1$이므로 $x+2>0,\ x-1<0$

$\sqrt{(x+2)^2}+\sqrt{(x-1)^2}=x+2-(x-1)=3$

08 $\dfrac{80}{n}=\dfrac{2^4\times5}{n}$이므로 $n=5\times(\text{자연수})^2$ 의 꼴이어야 한다.

이때 n의 값은 $5,\ 5\times2^2=20,\ 5\times4^2=80$이므로

총합은 $5+20+80=105$

09 $10-x=0,\ 1,\ 4,\ 9$이어야 하므로 $x=1,\ 6,\ 9,\ 10$

따라서 모든 x의 값의 합은 $1+6+9+10=26$

10 $\sqrt{2}<\sqrt{3}$이므로 $\sqrt{2}-\sqrt{3}<0,\ \sqrt{3}-\sqrt{2}>0$

$\sqrt{(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2}-\sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}$

$=-(\sqrt{2}-\sqrt{3})-(\sqrt{3}-\sqrt{2})$

$=-\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{3}+\sqrt{2}$

$=0$

11 $3<\sqrt{5+x}<4$의 각 변을 제곱하면

$9<5+x<16,\ 4<x<11$

따라서 정수 x는 5, 6, 7, 8, 9, 10이고, 가장 큰 수는 10이다.

12 $-\sqrt{16}=-4,\ 0.\dot{3}=\dfrac{1}{3}$이므로 유리수이다.

따라서 무리수는 $\pi,\ \sqrt{5}-1$로 2개이다.

13 ⑤ 무리수는 순환하지 않는 무한소수로 나타내어지는 수이다.

14 ① A : $-1-\sqrt{2}$　② B : $-2+\sqrt{2}$

③ C : $1-\sqrt{2}$　④ D : $2-\sqrt{2}$

⑤ E : $\sqrt{2}$

15 ③ $\sqrt{5}<\sqrt{6}$이므로 $2-\sqrt{5}>2-\sqrt{6}$

16 $1+\sqrt{3}=2.\times\times\times,\ -1+\sqrt{3}=0.\times\times\times,\ 1+\sqrt{5}=3.\times\times\times$이므로

$0<-1+\sqrt{3}<1+\sqrt{3}<3<1+\sqrt{5}$

따라서 가장 큰 수는 $1+\sqrt{5}$이다.

17 $\sqrt{64}<\sqrt{65}<\sqrt{81}$이므로 $8<\sqrt{65}<9$

18 $2<\sqrt{5}<3$

④ $2<\sqrt{6}<3$이므로 $1<\sqrt{6}-1<2$

⑤ $2<\sqrt{7}<3$이므로 $3<\sqrt{7}+1<4$

19 정사각형 P의 넓이는 $5^2=25$, 정사각형 Q의 넓이는 $4^2=16$이므로 정사각형 R의 넓이는 $25+16=41$이다.

$\therefore x=\sqrt{41}$

$\therefore \sqrt{41}$

20 $\sqrt{16}=4$이므로 4의 양의 제곱근은 2이다.　$\therefore a=2$

$\sqrt{(-3)^2}=3$이므로 3의 음의 제곱근은 $-\sqrt{3}$이다.

$\therefore b=-\sqrt{3}$

$\therefore a+b=2-\sqrt{3}$

$\therefore 2-\sqrt{3}$

21 (i) $2a-1<0$일 때,

$\sqrt{(2a-1)^2}=7$에서 $-(2a-1)=7,\ -2a=6,\ a=-3$

(ⅱ) $2a-1>0$일 때,

$\sqrt{(2a-1)^2}=7$에서 $2a-1=7$, $2a=8$, $a=4$

$\therefore$ -3, 4

22 (ⅰ) 과수원의 넓이가 $20n$이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{20n}$이다.

$20=2^2\times5$이므로 $\sqrt{20n}$이 자연수가 되도록 하는 n의 값은 $5\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.

$\therefore$ $n=5, 20, 45, 80, \cdots$

(ⅱ) 배추밭의 넓이가 $56-n$이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{56-n}$이다. 이때 $56-n=1, 4, 9, 16, 25, 36, 49$이어야 하므로

$n=7, 20, 31, 40, 47, 52, 55$

(ⅰ), (ⅱ)를 공통으로 만족하는 $n=20$이므로 과수원의 한 변의 길이는 $\sqrt{20\times20}=\sqrt{20^2}=20$,

배추밭의 한 변의 길이는 $\sqrt{56-20}=\sqrt{36}=6$이다.

따라서 무밭의 세로의 길이는 $20-6=14$이므로 무밭의 넓이는 $14\times6=84$

$\therefore$ 84

23 (ⅰ) 모눈 9칸의 넓이는 9이므로 작은 정사각형의 넓이는

$9-4\times1=5$

즉, 작은 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$이므로 $\mathrm{B}(1-\sqrt{5})$

$\therefore$ $q=1-\sqrt{5}$

(ⅱ) 모눈 16칸의 넓이는 16이므로 큰 정사각형의 넓이는

$16-4\times\frac{3}{2}=10$

즉, 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{10}$이므로

$\mathrm{A}(-1+\sqrt{10})$

$\therefore$ $p=-1+\sqrt{10}$

$\therefore$ $p=-1+\sqrt{10}$, $q=1-\sqrt{5}$

24 (ⅰ) $A-B=\sqrt{5}+\sqrt{2}-(3+\sqrt{5})=\sqrt{2}-3<0$이므로

$A-B<0$

$\therefore$ $A<B$

(ⅱ) $A-C=\sqrt{5}+\sqrt{2}-(1+\sqrt{2})=\sqrt{5}-1>0$이므로

$A-C>0$

$\therefore$ $A>C$

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 $C<A<B$

$\therefore$ $C<A<B$

• 자신있게 마무리하자! 실전문제 2 　 24~27 p

01 ㄷ. 4의 양의 제곱근은 2이다.

ㄹ. 음수의 제곱근은 없다.

02 $\sqrt{\frac{1}{16}}=\frac{1}{4}$이므로 $\frac{1}{4}$의 양의 제곱근은 $\frac{1}{2}$이다. $\therefore$ $a=\frac{1}{2}$

$\frac{9}{4}$의 음의 제곱근은 $-\frac{3}{2}$이다. 　 $\therefore$ $b=-\frac{3}{2}$

$\therefore$ $a+b=-1$

03 가로의 길이가 3 cm, 세로의 길이가 5 cm인 직사각형의 넓이는 15 cm^{2}이므로 넓이가 15 cm^{2}인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{15}$ cm이다.

04 ④ $-\sqrt{(-2)^2}=-2$

05 $\sqrt{(-5)^2}-\left(-\sqrt{\frac{9}{25}}\right)\times(-\sqrt{10})^2\div\sqrt{\left(\frac{3}{10}\right)^2}$

$=5-\left(-\frac{3}{5}\right)\times10\div\frac{3}{10}$

$=5+\frac{3}{5}\times10\times\frac{10}{3}$

$=5+20$

$=25$

06 $a+b<0$, $ab>0$이므로 $a<0$, $b<0$

$\sqrt{9a^2}-\sqrt{(-4b)^2}=\sqrt{(3a)^2}-\sqrt{(-4b)^2}$

이때 $3a<0$, $-4b>0$이므로

$\sqrt{(3a)^2}-\sqrt{(-4b)^2}=-3a+4b$

07 $108=2^2\times3^3$이므로 $n=3\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.

따라서 자연수 n의 값은 3, 12, 27, 48, 75, 108, $\cdots$

08 $41-x=1, 4, 9, 16, 25, 36$이어야 하므로

$x=5, 16, 25, 32, 37, 40$

따라서 가장 작은 두 자리의 자연수 x는 16이다.

09 $-7<-\sqrt{3x}<-3$의 각 변에 -1을 곱하면

$3<\sqrt{3x}<7$, $9<3x<49$, $3<x<\frac{49}{3}=16.333\cdots$

따라서 자연수 x는 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16으로 13개이다.

10 $\sqrt{1}=1$, $\sqrt{4}=2$, $\sqrt{9}=3$이므로

$N(1)=N(2)=N(3)=1$

$N(4)=N(5)=N(6)=N(7)=N(8)=2$

$N(9)=N(10)=3$

$\therefore$ $N(1)+N(2)+N(3)+\cdots+N(10)$

$=1\times3+2\times5+3\times2$

$=19$

11 분수의 꼴로 나타낼 수 없는 수는 무리수이다.

④ $\sqrt{144}=12$이므로 유리수이다.

⑤ $\sqrt{0.25}=0.5$이므로 유리수이다.

12 $\sqrt{4.43}=2.105$, $\sqrt{4.60}=2.145$이므로

$\sqrt{4.43}+\sqrt{4.60}=4.250$

13 $\overline{\mathrm{CE}}=\overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{CD}}=\overline{\mathrm{CF}}=\sqrt{5}$이므로

$\mathrm{E}(-2-\sqrt{5})$, $\mathrm{F}(-2+\sqrt{5})$

14 ② 모든 실수는 수직선 위의 한 점에 대응시킬 수 있다.

15 ① $\sqrt{3}<2$이므로 $4+\sqrt{3}<6$

③ $2<7$이므로 $\sqrt{3}-2>\sqrt{3}-7$

④ $\sqrt{11}<10$이므로 $\sqrt{11}-\sqrt{2}<10-\sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{6}<\sqrt{7}$이므로 $\sqrt{10}+\sqrt{6}<\sqrt{10}+\sqrt{7}$

16 $a=3$, $b=\sqrt{7}=2.\times\times\times$, $c=2+\sqrt{5}=4.\times\times\times$이므로

$b<a<c$

17 수직선 위에 대응시킬 때 가장 오른쪽에 있는 수는 가장 큰 수이다. 이때 양수는 2, $\sqrt{7}$, $-1+\sqrt{2}$이고,

$2<\sqrt{7}<3$, $0<-1+\sqrt{2}<1$이므로

$-5<1-\sqrt{2}<-1+\sqrt{2}<2<\sqrt{7}$

18 $-2<-\sqrt{3}<-1$, $1<\sqrt{2}<2$이다.

① 두 수 사이에 자연수는 1로 1개가 있다.

② 정수는 -1, 0, 1로 3개가 있다.

③ 무리수의 개수는 셀 수 없다.

⑤ 유리수의 개수는 셀 수 없다.

19 (i) 제곱근 36은 6이다.

$\therefore a=6$

(ii) $\sqrt{81}=9$이므로 9의 음의 제곱근은 -3이다.

$\therefore b=-3$

(i), (ii)에 의하여 $a+b=3$이므로 3의 제곱근은 $\pm\sqrt{3}$이다.

$\therefore \pm\sqrt{3}$

20 $\sqrt{9a^2}+\sqrt{(a-2)^2}-\sqrt{(a+2)^2}$

$=\sqrt{(3a)^2}+\sqrt{(a-2)^2}-\sqrt{(a+2)^2}$

이때 $3a<0$, $a-2<0$, $a+2>0$이므로

$\sqrt{(3a)^2}+\sqrt{(a-2)^2}-\sqrt{(a+2)^2}$

$=-3a-(a-2)-(a+2)$

$=-3a-a+2-a-2$

$=-5a$

$\therefore -5a$

21 $\sqrt{30+n}$이 자연수가 되도록 하려면

$30+n=36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, \cdots$

$\therefore n=6, 19, 34, 51, 70, 91, 114, \cdots$

따라서 100 이하의 자연수 n은 6개이다.

$\therefore 6$

22 $\sqrt{60-m}-\sqrt{8n}$의 값이 가장 큰 자연수가 되려면 $\sqrt{60-m}$이 가장 큰 자연수, $\sqrt{8n}$이 가장 작은 자연수가 되어야 한다.

(i) $60-m=1, 4, 9, 16, 25, 36, 49$이어야 한다.

따라서 가장 큰 자연수가 되도록 하는 m의 값은 11이다.

(ii) $8=2^3$이므로 $n=2\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수가 되도록 하는 n의 값은 2이다.

(i), (ii)에 의하여 $m+n=13$

$\therefore 13$

23 정사각형의 한 변의 길이가 1이므로 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$이다.

(i) $\mathrm{A}(-1+\sqrt{2})$이므로 $a=-1+\sqrt{2}$

(ii) $\mathrm{B}(2-\sqrt{2})$이므로 $b=2-\sqrt{2}$

(i), (ii)에 의하여 $a+b=1$

$\therefore 1$

24 그 수를 x로 놓으면 양의 제곱근은 $\sqrt{x}$이므로

$\dfrac{\sqrt{x}+8}{10}=2$, $\sqrt{x}+8=20$, $\sqrt{x}=12$

양변을 제곱하면 $x=144$

$\therefore 144$

02 근호를 포함한 식의 계산

• 이런 문제가 시험에 나온다. 빈출문제 30~33p

01 $5\sqrt{2}\times2\sqrt{3}=10\sqrt{6}$

02 $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$이므로 $a=2$

$\sqrt{24}=2\sqrt{6}$이므로 $b=6$

$\therefore a+b=8$

03 $2\sqrt{2}=\sqrt{2\times2^2}=\sqrt{8}$이므로 $a=8$

$\sqrt{45}=3\sqrt{5}$이므로 $b=5$

$\therefore a+b=13$

04 ① $\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\dfrac{6}{2}}=\sqrt{3}$

05 $\dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{x}}=\sqrt{\dfrac{12}{x}}$이고, $12=2^2\times3$

즉, $x=3\times(\text{자연수})^2$의 꼴이고, 12의 약수이므로 $x=3, 12$

따라서 가장 작은 자연수 $x=3$

06 $\dfrac{5}{\sqrt{3}}=\dfrac{5\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$

07 $\sqrt{214}=\sqrt{2.14\times100}=10\sqrt{2.14}=10\times1.463=14.63$

08 $\sqrt{5670}=\sqrt{56.7\times100}=10\sqrt{56.7}=10\times7.530=75.30$

09 $108=2^2\times3^3$이므로 $\sqrt{108}=\sqrt{2^2\times3^3}=(\sqrt{2})^2\times(\sqrt{3})^3=a^2b^3$

10 $2\sqrt{15}\times\sqrt{5}\div\sqrt{3}=2\sqrt{15}\times\sqrt{5}\times\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

$=2\sqrt{\dfrac{15\times5}{3}}$

$=2\sqrt{5^2}$

$=10$

11 삼각형의 높이를 h로 놓으면 $\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times h=8$, $2\sqrt{2}h=8$

$\therefore h=\dfrac{8}{2\sqrt{2}}=\dfrac{4\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{4\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

12 $3\sqrt{2}-5\sqrt{2}+6\sqrt{2}=(3-5+6)\sqrt{2}=4\sqrt{2}$

13 $\sqrt{24}-\sqrt{54}+\sqrt{150}=2\sqrt{6}-3\sqrt{6}+5\sqrt{6}=4\sqrt{6}$

14 $\sqrt{3}(\sqrt{15}-\sqrt{12})+\sqrt{2}(\sqrt{10}-\sqrt{2})$

$=\sqrt{45}-\sqrt{36}+\sqrt{20}-\sqrt{4}$

$=3\sqrt{5}-6+2\sqrt{5}-2$

$=5\sqrt{5}-8$

15 $\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2\sqrt{8}}=\dfrac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})\times\sqrt{2}}{4\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{6}-2}{8}=-\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{8}\sqrt{6}$

이때 $A=-\dfrac{1}{4}$, $B=\dfrac{1}{8}$이므로 $A+B=-\dfrac{1}{8}$

16 $\sqrt{45}-3\sqrt{2}\div\sqrt{3}-\frac{5-\sqrt{30}}{\sqrt{5}}$

$=3\sqrt{5}-\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{5}(5-\sqrt{30})}{5}$

$=3\sqrt{5}-\sqrt{6}-\sqrt{5}+\sqrt{6}$

$=2\sqrt{5}$

17 $(3-\sqrt{2})(5+3\sqrt{2})=15+9\sqrt{2}-5\sqrt{2}-6$

$=9+4\sqrt{2}$

18 $(4+a\sqrt{5})(3-\sqrt{5})=12-4\sqrt{5}+3a\sqrt{5}-5a$

이때 유리수가 되려면 $-4\sqrt{5}+3a\sqrt{5}=0$이어야 하므로

$(3a-4)\sqrt{5}=0$, $3a-4=0$

$\therefore a=\frac{4}{3}$

19 $\frac{9}{\sqrt{7}-2}=\frac{9(\sqrt{7}+2)}{(\sqrt{7}-2)(\sqrt{7}+2)}=\frac{9\sqrt{7}+18}{3}=3\sqrt{7}+6$

20 $2<\sqrt{6}<3$이므로 $3<1+\sqrt{6}<4$이다.

따라서 $1+\sqrt{6}$의 정수 부분은 3 $\quad\therefore a=3$

소수 부분은 $(1+\sqrt{6})-3=\sqrt{6}-2$ $\quad\therefore b=\sqrt{6}-2$

$\therefore a+2b=3+2(\sqrt{6}-2)=2\sqrt{6}-1$

21 $ab=(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})=1$

$\therefore ab-2=1-2=-1$

22 $x=3+\sqrt{3}$에서 $x-3=\sqrt{3}$이므로

$(x-3)^2=3$, $x^2-6x+9=3$, $x^2-6x=-6$

$\therefore x^2-6x+12=-6+12=6$

23 $\square\mathrm{ABCD}=\frac{1}{2}\times(\sqrt{32}+\sqrt{54})\times\sqrt{12}$

$=\frac{1}{2}\times(4\sqrt{2}+3\sqrt{6})\times2\sqrt{3}$

$=4\sqrt{2}\sqrt{3}+3\sqrt{6}\sqrt{3}$

$=9\sqrt{2}+4\sqrt{6}$

24 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AQ}}=\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{AP}}=\sqrt{5}$이므로 $a=2-\sqrt{5}$, $b=2+\sqrt{5}$

$\therefore a^2-b^2=(2-\sqrt{5})^2-(2+\sqrt{5})^2$

$=4-4\sqrt{5}+5-(4+4\sqrt{5}+5)$

$=-8\sqrt{5}$

25 ② $2\sqrt{5}-2-(1+\sqrt{5})=\sqrt{5}-3<0$이므로 $\sqrt{20}-2<1+\sqrt{5}$

③ $3\sqrt{2}+3-(2\sqrt{2}+4)=\sqrt{2}-1>0$이므로

$\sqrt{18}+3>2\sqrt{2}+4$

④ $5-\sqrt{3}-(2+3\sqrt{3})=3-4\sqrt{3}<0$이므로 $5-\sqrt{3}<2+3\sqrt{3}$

⑤ $3\sqrt{6}-4-(\sqrt{6}+2)=2\sqrt{6}-6<0$이므로 $3\sqrt{6}-4<\sqrt{6}+2$

• 이런 문제가 시험에 나온다. 쌍둥이문제 34~37p

01 $3\sqrt{2}\times2\sqrt{5}=6\sqrt{10}$

02 $\sqrt{45}=3\sqrt{5}$이므로 $a=3$

$\sqrt{27}=3\sqrt{3}$이므로 $b=3$

$\therefore ab=9$

03 $2\sqrt{6}=\sqrt{6\times2^2}=\sqrt{24}$이므로 $a=24$

$\sqrt{18}=3\sqrt{2}$이므로 $b=3$

$\therefore a\div b=8$

04 ③ $\sqrt{\frac{3}{16}}\sqrt{\frac{4}{3}}=\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$

05 $\frac{\sqrt{80}}{\sqrt{x}}=\sqrt{\frac{80}{x}}$이고, $80=2^4\times5$

즉, $x=5\times(\text{자연수})^2$의 꼴이고, 80의 약수이므로

$x=5$, 20, 80

따라서 가장 작은 자연수 $x=5$

06 $\frac{4}{\sqrt{2}}=\frac{4\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{4\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}$

07 $\sqrt{862}=\sqrt{8.62\times100}=10\sqrt{8.62}=10\times2.936=29.36$

08 $\sqrt{24000}=\sqrt{2.4\times10000}=100\sqrt{2.4}=100\times1.549=154.9$

09 $90=2\times3^2\times5$이므로 $\sqrt{90}=\sqrt{2}\times3\times\sqrt{5}=3ab$

10 $\sqrt{24}\div\sqrt{3}\times\sqrt{6}=2\sqrt{6}\times\frac{1}{\sqrt{3}}\times\sqrt{6}$

$=2\sqrt{\frac{6\times6}{3}}$

$=2\sqrt{12}$

$=4\sqrt{3}$

11 삼각형의 높이를 h로 놓으면 $\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times h=24$, $2\sqrt{3}h=24$

$\therefore h=\frac{24}{2\sqrt{3}}=\frac{12\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{12\sqrt{3}}{3}=4\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

12 $\sqrt{6}+2\sqrt{6}-5\sqrt{6}=(1+2-5)\sqrt{6}=-2\sqrt{6}$

13 $4\sqrt{3}+\frac{12}{\sqrt{3}}-2\sqrt{3}=4\sqrt{3}+4\sqrt{3}-2\sqrt{3}=6\sqrt{3}$

14 $(\sqrt{18}-\sqrt{12})\div\sqrt{2}-\sqrt{2}(\sqrt{8}+2\sqrt{3})$

$=\sqrt{9}-\sqrt{6}-\sqrt{16}-2\sqrt{6}$

$=3-\sqrt{6}-4-2\sqrt{6}$

$=-1-3\sqrt{6}$

15 $\frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{(1-\sqrt{2})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}-2}{2}=-1+\frac{1}{2}\sqrt{2}$

이때 $a=-1$, $b=\frac{1}{2}$이므로 $a+b=-\frac{1}{2}$

16 $\frac{4}{\sqrt{2}}+\sqrt{2}(\sqrt{2}-2)+\frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$=2\sqrt{2}+2-2\sqrt{2}+\frac{3\sqrt{2}-3}{3}$

$=2+\sqrt{2}-1$

$=\sqrt{2}+1$

17 $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2=3-2\sqrt{6}+2=5-2\sqrt{6}$

18 $(a\sqrt{2}+3)(3\sqrt{2}-1)=6a-a\sqrt{2}+9\sqrt{2}-3$

이때 유리수가 되려면 $-a\sqrt{2}+9\sqrt{2}=0$이어야 하므로

$(9-a)\sqrt{2}=0$, $9-a=0$

$\therefore a=9$

19 $\frac{6}{3-2\sqrt{3}}=\frac{6(3+2\sqrt{3})}{(3-2\sqrt{3})(3+2\sqrt{3})}=\frac{18+12\sqrt{3}}{-3}=-6-4\sqrt{3}$

20 $2<\sqrt{7}<3$이므로 $9<7+\sqrt{7}<10$

따라서 $7+\sqrt{7}$의 정수 부분은 9 $\quad\therefore a=9$

소수 부분은 $(7+\sqrt{7})-9=\sqrt{7}-2$ $\quad\therefore b=\sqrt{7}-2$

$\therefore 2a+b=2\times9+\sqrt{7}-2=16+\sqrt{7}$

21 $ab=(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)=1$

$\therefore\ ab+a=1+\sqrt{5}-2=\sqrt{5}-1$

22 $x=\sqrt{3}+2$에서 $x-2=\sqrt{3}$이므로

$(x-2)^2=3,\ x^2-4x+4=3,\ x^2-4x=-1$

$\therefore\ x^2-4x+6=-1+6=5$

23 $\square\mathrm{ABCD}=\frac{1}{2}\times(\sqrt{27}+\sqrt{48})\times\sqrt{24}$

$=\frac{1}{2}\times(3\sqrt{3}+4\sqrt{3})\times2\sqrt{6}$

$=3\sqrt{3}\sqrt{6}+4\sqrt{3}\sqrt{6}$

$=21\sqrt{2}$

24 정사각형의 한 변의 길이가 $\sqrt{5}$이므로

$\mathrm{A}(4-\sqrt{5}),\ \mathrm{B}(4+\sqrt{5})$

$\therefore\ a=4-\sqrt{5},\ b=4+\sqrt{5}$

이때 $b-a=2\sqrt{5},\ ab=11$이므로 $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=\frac{b-a}{ab}=\frac{2\sqrt{5}}{11}$

25 ① $2<\sqrt{7}<3$

② $2\sqrt{2}-1-(2\sqrt{2}+2)=-3<0$이므로 $2\sqrt{2}-1<2\sqrt{2}+2$

③ $\sqrt{27}>\sqrt{24}$이므로 $3\sqrt{3}-3>2\sqrt{6}-3$

⑤ $-\sqrt{3}>-2$이므로 $\sqrt{8}-\sqrt{3}>\sqrt{8}-\sqrt{4}$

• 이런 문제는 어떻게 풀지? 집중공략 38~39p

1 $\sqrt{18}=3\sqrt{2}=3a,\ \sqrt{10}=\sqrt{2}\sqrt{5}=ab$이므로

$\sqrt{18}-\sqrt{10}=3a-ab$

1-1 $\sqrt{24}=2\sqrt{6}=2\sqrt{2}\sqrt{3}=2ab,\ \sqrt{75}=5\sqrt{3}=5b$이므로

$\sqrt{24}-\sqrt{75}=2ab-5b$

2 $2\sqrt{3}(4\sqrt{3}-2)-\frac{3k(2-\sqrt{3})}{\sqrt{3}}=24-4\sqrt{3}-\frac{3\sqrt{3}k(2-\sqrt{3})}{3}$

$=24-4\sqrt{3}-2\sqrt{3}k+3k$

이때 유리수가 되려면 $-4\sqrt{3}-2\sqrt{3}k=0$이어야 하므로

$(-4-2k)\sqrt{3}=0,\ -4-2k=0$

$\therefore\ k=-2$

2-1 $\sqrt{5}(8a+\sqrt{5})+\frac{5(\sqrt{5}-1)}{\sqrt{5}}=8\sqrt{5}a+5+\frac{5\sqrt{5}(\sqrt{5}-1)}{5}$

$=8\sqrt{5}a+5+5-\sqrt{5}$

이때 유리수가 되려면 $8\sqrt{5}a-\sqrt{5}=0$이어야 하므로

$(8a-1)\sqrt{5}=0,\ 8a-1=0$

$\therefore\ a=\frac{1}{8}$

3 a는 $3-\sqrt{3}$의 정수 부분, b는 $3-\sqrt{3}$의 소수 부분이다.

$\sqrt{3}=1.\times\times\times$이므로 $3-\sqrt{3}=3-1.\times\times\times=1.\times\times\times$

따라서 정수 부분은 1이므로 $a=1$

소수 부분은 $3-\sqrt{3}-1=2-\sqrt{3}$이므로 $b=2-\sqrt{3}$

$\therefore\ b-a=(2-\sqrt{3})-1=1-\sqrt{3}$

3-1 a는 $2+\sqrt{6}$의 정수 부분, b는 $2+\sqrt{6}$의 소수 부분이다.

$\sqrt{6}=2.\times\times\times$이므로 $2+\sqrt{6}=2+2.\times\times\times=4.\times\times\times$

따라서 정수 부분은 4이므로 $a=4$

소수 부분은 $2+\sqrt{6}-4=\sqrt{6}-2$이므로 $b=\sqrt{6}-2$

$\therefore\ a-b=4-(\sqrt{6}-2)=6-\sqrt{6}$

4 $x=\frac{1}{\sqrt{5}-2}=\sqrt{5}+2$에서 $x-2=\sqrt{5}$이므로

$(x-2)^2=5,\ x^2-4x+4=5,\ x^2-4x=1$

$\therefore\ x^2-4x-1=1-1=0$

4-1 $x=-\frac{2}{\sqrt{2}+2}=\sqrt{2}-2$에서 $x+2=\sqrt{2}$이므로

$(x+2)^2=2,\ x^2+4x+4=2,\ x^2+4x=-2$

$\therefore\ x^2+4x+3=-2+3=1$

• 어떻게 써야 만점을 받을까? 서술형 문제 40~41p

1 (i) $\sqrt{0.314}=\underline{\sqrt{\frac{31.4}{100}}=\frac{\sqrt{31.4}}{10}=\frac{1}{10}b}$

(ii) $\sqrt{314}=\underline{\sqrt{3.14\times100}=10\sqrt{3.14}=10a}$

(i), (ii)에 의하여 $\sqrt{0.314}+\sqrt{314}=\underline{\frac{1}{10}b+10a}$

$\therefore\ \underline{\frac{1}{10}b+10a}$

1-1 (i) $\sqrt{110}=\sqrt{1.1\times100}=10\sqrt{1.1}=10a$

(ii) $\sqrt{0.11}=\sqrt{\frac{11}{100}}=\frac{\sqrt{11}}{10}=\frac{1}{10}b$

(i), (ii)에 의하여 $\sqrt{110}-\sqrt{0.11}=10a-\frac{1}{10}b$

$\therefore\ 10a-\frac{1}{10}b$

2 $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$의 분모를 유리화하면 $\frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}=\underline{\sqrt{2}+1}$

$1<\sqrt{2}<2$이므로 $\underline{2<\sqrt{2}+1<3}$

이때 $\sqrt{2}+1$의 정수 부분은 $\underline{\ 2\ }$이므로 $\underline{a=2}$

소수 부분은 $\underline{\sqrt{2}+1-2=\sqrt{2}-1}$이므로 $\underline{b=\sqrt{2}-1}$

따라서 $a-b=\underline{2-(\sqrt{2}-1)=3-\sqrt{2}}$

$\therefore\ \underline{3-\sqrt{2}}$

2-1 $\frac{2}{\sqrt{3}+1}$의 분모를 유리화하면 $\frac{2(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}=\sqrt{3}-1$

$1<\sqrt{3}<2$이므로 $0<\sqrt{3}-1<1$

이때 $\sqrt{3}-1$의 정수 부분은 0이므로 $a=0$

소수 부분은 $\sqrt{3}-1-0=\sqrt{3}-1$이므로 $b=\sqrt{3}-1$

따라서 $a-b=1-\sqrt{3}$

$\therefore\ 1-\sqrt{3}$

3 (i) $A=2\sqrt{3}-\sqrt{3}(1+\sqrt{6})$

$=\underline{2\sqrt{3}-\sqrt{3}-3\sqrt{2}}$

$=\underline{\sqrt{3}-3\sqrt{2}}$

(ⅱ) $B=(-\sqrt{5})^2\times\sqrt{2}+6\div(-\sqrt{3})$

$=5\sqrt{2}-\dfrac{6}{\sqrt{3}}$

$=5\sqrt{2}-2\sqrt{3}$

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여

$A-B=\sqrt{3}-3\sqrt{2}-(5\sqrt{2}-2\sqrt{3})=3\sqrt{3}-8\sqrt{2}$

$\therefore\ 3\sqrt{3}-8\sqrt{2}$

3-1 (ⅰ) $A=4\sqrt{2}+\sqrt{2}(4-\sqrt{10})$

$=4\sqrt{2}+4\sqrt{2}-2\sqrt{5}$

$=8\sqrt{2}-2\sqrt{5}$

(ⅱ) $B=\sqrt{6}\div\dfrac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\times(-\sqrt{128})$

$=\sqrt{6}\times\dfrac{\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}\times(-8\sqrt{2})$

$=-8\sqrt{2}$

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 $A+B=8\sqrt{2}-2\sqrt{5}-8\sqrt{2}=-2\sqrt{5}$

$\therefore\ -2\sqrt{5}$

4 넓이가 2, 8, 18인 세 정사각형의 한 변의 길이는 각각 $\sqrt{2}$, $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$, $\sqrt{18}=3\sqrt{2}$ 이다.

이때 세 정사각형을 변끼리 이어 붙여 만든 도형의 가로의 길이는 $\sqrt{2}+2\sqrt{2}+3\sqrt{2}=$ $6\sqrt{2}$ 이다.

따라서 구하는 도형의 둘레의 길이는 가로의 길이가 $6\sqrt{2}$ 이고, 세로의 길이가 $3\sqrt{2}$ 인 직사각형의 둘레의 길이와 같으므로 $2\times(6\sqrt{2}+3\sqrt{2})=18\sqrt{2}$

$\therefore$ $18\sqrt{2}$ cm

4-1 넓이가 5, 20, 45인 세 정사각형의 한 변의 길이는 각각 $\sqrt{5}$, $\sqrt{20}=2\sqrt{5}$, $\sqrt{45}=3\sqrt{5}$이다.

이때 세 정사각형을 변끼리 이어 붙여 만든 도형의 가로의 길이는 $\sqrt{5}+2\sqrt{5}+3\sqrt{5}=6\sqrt{5}$이다.

따라서 구하는 도형의 둘레의 길이는 가로의 길이가 $6\sqrt{5}$ 이고, 세로의 길이가 $3\sqrt{5}$인 직사각형의 둘레의 길이와 같으므로

$2\times(6\sqrt{5}+3\sqrt{5})=18\sqrt{5}$

$\therefore\ 18\sqrt{5}$ cm

• 자신있게 마무리하자! 실전문제 1 　42~45p

01 $\sqrt{\dfrac{14}{5}}\times\sqrt{\dfrac{15}{7}}=\sqrt{\dfrac{14}{5}\times\dfrac{15}{7}}=\sqrt{6}$

02 $\sqrt{50}\times\sqrt{a}=\sqrt{50a}=5\sqrt{2a}$가 자연수가 되려면 $\sqrt{2a}$가 자연수가 되어야 한다.

이때 $a=2\times$(자연수$)^2$의 꼴이므로 가장 작은 자연수 $a=2$

03 $\dfrac{\sqrt{11}}{\sqrt{27}}=\dfrac{\sqrt{11}\times\sqrt{3}}{3\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{33}}{9}$이므로 $a=33$

04 $180=2^2\times3^2\times5$이므로 $\dfrac{\sqrt{180}}{\sqrt{x}}=\sqrt{\dfrac{180}{x}}$의 값이 자연수가 되려면 x는 $5\times$(자연수$)^2$의 꼴이면서 180의 약수이어야 한다.

④ $\sqrt{\dfrac{2^2\times3^2\times5}{2\times3\times5}}=\sqrt{2\times3}=\sqrt{6}$이므로 자연수가 될 수 없다.

05 $\sqrt{0.012}=\sqrt{\dfrac{12}{1000}}=\sqrt{\dfrac{1.2}{100}}=\dfrac{\sqrt{1.2}}{10}=\dfrac{1.095}{10}=0.1095$

06 $\sqrt{312}=\sqrt{3.12\times100}=10\sqrt{3.12}=10a$

$\sqrt{0.312}=\sqrt{\dfrac{312}{1000}}=\sqrt{\dfrac{31.2}{100}}=\dfrac{\sqrt{31.2}}{10}=\dfrac{b}{10}$

$\therefore\ \sqrt{312}+\sqrt{0.312}=10a+\dfrac{b}{10}$

07 $\sqrt{3}-\sqrt{5}-4\sqrt{3}+2\sqrt{5}=-3\sqrt{3}+\sqrt{5}$

08 $\sqrt{50}-\sqrt{48}-\sqrt{18}+\sqrt{12}=5\sqrt{2}-4\sqrt{3}-3\sqrt{2}+2\sqrt{3}$

$=2\sqrt{2}-2\sqrt{3}$

따라서 $a=2$, $b=-2$이므로 $a+b=0$

09 $\sqrt{3}a+\sqrt{2}b=\sqrt{3}(3\sqrt{2}+\sqrt{3})+\sqrt{2}(\sqrt{2}-2\sqrt{3})$

$=3\sqrt{6}+3+2-2\sqrt{6}$

$=5+\sqrt{6}$

10 ① $\sqrt{24}\div\sqrt{3}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

② $2\sqrt{3}\times\dfrac{1}{\sqrt{6}}=\dfrac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$

③ $\sqrt{5}(\sqrt{10}-\sqrt{20})=\sqrt{50}-\sqrt{100}=5\sqrt{2}-10$

④ $\sqrt{\dfrac{3}{4}}-\dfrac{3}{\sqrt{12}}+\sqrt{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\sqrt{3}=\sqrt{3}$

⑤ $2\sqrt{75}-\sqrt{48}=10\sqrt{3}-4\sqrt{3}=6\sqrt{3}$

11 $\sqrt{54}-\sqrt{48}-\sqrt{12}\left(\dfrac{2}{\sqrt{2}}-\dfrac{1}{\sqrt{4}}\right)=3\sqrt{6}-4\sqrt{3}-2\sqrt{3}\left(\sqrt{2}-\dfrac{1}{2}\right)$

$=3\sqrt{6}-4\sqrt{3}-2\sqrt{6}+\sqrt{3}$

$=\sqrt{6}-3\sqrt{3}$

따라서 $a=-3$, $b=1$이므로 $b-a=4$

12 $\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}=\dfrac{1-\sqrt{2}}{(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})}=-(1-\sqrt{2})=\sqrt{2}-1$

$\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})}=-(\sqrt{2}-\sqrt{3})=\sqrt{3}-\sqrt{2}$

$\therefore\ \dfrac{1}{1+\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}=\sqrt{2}-1+\sqrt{3}-\sqrt{2}=\sqrt{3}-1$

13 $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(98)+f(99)$

$=(\sqrt{2}-\sqrt{1})+(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(\sqrt{4}-\sqrt{3})+\cdots+(\sqrt{99}-\sqrt{98})$
$+(\sqrt{100}-\sqrt{99})$

$=\sqrt{100}-\sqrt{1}$

$=10-1$

$=9$

14 $x=\dfrac{\sqrt{5}+2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}=\sqrt{5}+2$, $y=\sqrt{5}-2$이므로

$x+y=2\sqrt{5}$, $xy=1$

$\therefore\ \dfrac{x+y}{xy}=2\sqrt{5}$

15 $x=2-\sqrt{3}$에서 $x-2=-\sqrt{3}$

양변을 제곱하면 $(x-2)^2=3$, $x^2-4x+4=3$, $x^2-4x=-1$

$\therefore\ x^2-4x+3=-1+3=2$

16 $(\sqrt{2}+\sqrt{5})(\sqrt{2}+\sqrt{5})+(\sqrt{18}-\sqrt{3})(\sqrt{18}+\sqrt{3})$

$=(\sqrt{2}+\sqrt{5})^2+(3\sqrt{2}-\sqrt{3})(3\sqrt{2}+\sqrt{3})$

$=2+2\sqrt{10}+5+18-3$

$=22+2\sqrt{10}$

17 $\overline{AQ}=\overline{AC}=\overline{BD}=\overline{BP}=\sqrt{2}$이므로 B(3)

② A(2)이므로 Q$(2+\sqrt{2})$

③ $\overline{AC}\neq\overline{AB}$이므로 $\overline{AC}^2\neq\overline{AB}^2$

④ $\overline{PQ}=(2+\sqrt{2})-(3-\sqrt{2})=2\sqrt{2}-1$

⑤ $\overline{PA}=\sqrt{2}-1$

18 ① $3-(\sqrt{3}+1)=2-\sqrt{3}>0$이므로 $3>\sqrt{3}+1$

③ $\sqrt{3}>\sqrt{2}$이므로 $\sqrt{3}+1>\sqrt{2}+1$

④ $3\sqrt{2}>2\sqrt{3}$이므로 $3\sqrt{2}-1>2\sqrt{3}-1$

⑤ $3\sqrt{3}>2\sqrt{5}$이므로 $3\sqrt{3}+1>2\sqrt{5}+1$

19 $x>0,\ y>0$이므로

$$x\sqrt{\frac{27y}{x}}+y\sqrt{\frac{12x}{y}}=\sqrt{\frac{27y}{x}\times x^2}+\sqrt{\frac{12x}{y}\times y^2}$$

$$=\sqrt{27xy}+\sqrt{12xy}$$

이때 $xy=36$이므로 $\sqrt{xy}=6$

$\therefore\ \sqrt{27xy}+\sqrt{12xy}=6\sqrt{27}+6\sqrt{12}=18\sqrt{3}+12\sqrt{3}=30\sqrt{3}$

$\therefore\ 30\sqrt{3}$

20 $d=\sqrt{12.6h}$에 $h=100$을 대입하면

$d=\sqrt{12.6\times100}=10\sqrt{12.6}=10\times3.55=35.5$

$\therefore$ 35.5 km

21 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2}\times\sqrt{24}\times\sqrt{18}=\frac{1}{2}\times2\sqrt{6}\times3\sqrt{2}=6\sqrt{3}$

직사각형의 넓이는 $\sqrt{12}x=2\sqrt{3}x$

이때 삼각형의 넓이와 직사각형의 넓이가 같으므로

$2\sqrt{3}x=6\sqrt{3}$

$\therefore\ x=3$

22 $\frac{\sqrt{8}+\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$의 분모를 유리화하면

$$\frac{(\sqrt{8}+\sqrt{6})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{16}+\sqrt{12}}{2}=\frac{4+2\sqrt{3}}{2}=2+\sqrt{3}$$

$1<\sqrt{3}<2$이므로 $3<2+\sqrt{3}<4$

따라서 정수 부분은 3이므로 $a=3$

소수 부분은 $2+\sqrt{3}-3=\sqrt{3}-1$이므로 $b=\sqrt{3}-1$

$\therefore\ a^2-b^2=3^2-(\sqrt{3}-1)^2=9-(4-2\sqrt{3})=5+2\sqrt{3}$

$\therefore\ 5+2\sqrt{3}$

23 $x+\frac{1}{x}=6$의 양변을 제곱하면

$$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=36,\ x^2+\frac{1}{x^2}+2=36,\ x^2+\frac{1}{x^2}=34$$

이때 $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=x^2+\frac{1}{x^2}-2=34-2=32$이므로

$$x-\frac{1}{x}=\pm4\sqrt{2}$$

$\therefore\ \pm4\sqrt{2}$

24 (i) 큰 각뿔의 부피는

$$\frac{1}{3}\times2\sqrt{3}\times2\sqrt{3}\times2\sqrt{6}=8\sqrt{6}$$

(ii) 작은 각뿔의 부피는

$$\frac{1}{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{6}=\sqrt{6}$$

(i), (ii)에 의하여 각뿔대의 부피는 큰 각뿔의 부피와 작은 각뿔의 부피의 차와 같으므로

$8\sqrt{6}-\sqrt{6}=7\sqrt{6}$

$\therefore\ 7\sqrt{6}$

• 자신있게 마무리하자! 실전문제 2 46~49p

01 ① $\sqrt{48}=4\sqrt{3}$ ② $\sqrt{63}=3\sqrt{7}$

③ $\sqrt{200}=10\sqrt{2}$ ④ $-\sqrt{108}=-6\sqrt{3}$

02 $4\sqrt{21}\times\sqrt{3}-2\sqrt{14}\div\sqrt{2}=4\sqrt{63}-2\sqrt{7}$

$=12\sqrt{7}-2\sqrt{7}$

$=10\sqrt{7}$

03 ① $\sqrt{0.00402}=\sqrt{\frac{402}{100000}}=\sqrt{\frac{40.2}{10000}}=\frac{\sqrt{40.2}}{100}=0.06340$

② $\sqrt{0.041}=\sqrt{\frac{41}{1000}}=\sqrt{\frac{4.1}{100}}=\frac{\sqrt{4.1}}{10}$이므로 주어진 제곱근표로는 값을 구할 수 없다.

③ $\sqrt{0.404}=\sqrt{\frac{404}{1000}}=\sqrt{\frac{40.4}{100}}=\frac{\sqrt{40.4}}{10}=0.6356$

④ $\sqrt{4000}=\sqrt{40\times100}=10\sqrt{40}=63.25$

⑤ $\sqrt{4130}=\sqrt{41.3\times100}=10\sqrt{41.3}=64.27$

04 $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{6}}{3}=\sqrt{6}$이므로 $a=1$

$\frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{2}}=\frac{4\sqrt{5}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{4\sqrt{10}}{2}=2\sqrt{10}$이므로 $b=2$

$\therefore\ 6a-2b=2$

05 $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{5}}\div\frac{8}{\sqrt{20}}\times\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{5}}\times\frac{2\sqrt{5}}{8}\times\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{3}}$

$=\sqrt{10}$

06 직육면체의 높이를 h로 놓으면 $4\sqrt{30}=\sqrt{6}\times2\sqrt{2}\times h$

$\therefore\ h=\frac{4\sqrt{30}}{2\sqrt{12}}=\frac{4\sqrt{30}}{4\sqrt{3}}=\sqrt{10}$(cm)

07 $\sqrt{72}-a\sqrt{2}+\sqrt{50}=6\sqrt{2}-a\sqrt{2}+5\sqrt{2}=(11-a)\sqrt{2}$

이때 $(11-a)\sqrt{2}=3\sqrt{2}$이므로 $11-a=3$

$\therefore\ a=8$

08 $6\sqrt{2}-\sqrt{75}-\frac{6}{\sqrt{2}}+2\sqrt{27}=6\sqrt{2}-5\sqrt{3}-3\sqrt{2}+6\sqrt{3}$

$=3\sqrt{2}+\sqrt{3}$

따라서 $a=3,\ b=1,\ c=3$이므로 $a+b+c=7$

09 ① $\sqrt{18}\times\frac{2}{\sqrt{6}}+\sqrt{12}=2\sqrt{3}+2\sqrt{3}=4\sqrt{3}$

② $\sqrt{30}\div\sqrt{5}+\sqrt{54}=\sqrt{6}+3\sqrt{6}=4\sqrt{6}$

③ $\frac{3}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\div\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{3}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{5}}{2}=\frac{\sqrt{6}}{2}$

④ $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \div \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{39}} \times \sqrt{26} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{39}}{\sqrt{2}} \times \sqrt{26} = 13\sqrt{2}$

⑤ $4\sqrt{3}(\sqrt{3}-\sqrt{2}) = 12-4\sqrt{6}$

10 $\frac{\sqrt{3}(2+\sqrt{2})}{\sqrt{2}} - (12-3\sqrt{2}) \div \sqrt{6}$

$= \frac{\sqrt{3}(2+\sqrt{2})}{\sqrt{2}} - \frac{12-3\sqrt{2}}{\sqrt{6}}$

$= \frac{\sqrt{6}(2+\sqrt{2})}{2} - \frac{\sqrt{6}(12-3\sqrt{2})}{6}$

$= \sqrt{6}+\sqrt{3}-2\sqrt{6}+\sqrt{3}$

$= 2\sqrt{3}-\sqrt{6}$

11 $(\sqrt{6}-2)^2 - (\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3}) = 6-4\sqrt{6}+4-(5-3)$

$= 8-4\sqrt{6}$

12 $\frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})} = \frac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{2} = \sqrt{5}-\sqrt{3}$

13 $\frac{3+\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \frac{(3+\sqrt{6})\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{3} = \sqrt{3}+\sqrt{2}$

$= 1.414+1.732 = 3.146$

14 $\frac{1}{3-2\sqrt{2}} = \frac{3+2\sqrt{2}}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})} = 3+2\sqrt{2}$

$2\sqrt{2}=\sqrt{8}$이고, $2<\sqrt{8}<3$이므로 $3+2\sqrt{2}$의 정수 부분은 5이다.

또, $3\sqrt{2}=\sqrt{18}$이고, $4<\sqrt{18}<5$이므로 $3\sqrt{2}$의 정수 부분은 4, 소수 부분은 $3\sqrt{2}-4$이다.

$\therefore \left\langle \frac{1}{3-2\sqrt{2}} \right\rangle + [3\sqrt{2}] = 5+3\sqrt{2}-4 = 1+3\sqrt{2}$

15 $x=\sqrt{3}$이므로 $x+\frac{1}{x} = \sqrt{3}+\frac{1}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}+\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{4}{3}\sqrt{3}$

16 $x^2=2$, $y^2=5-2\sqrt{6}$, $xy=2-\sqrt{6}$이므로

$x^2+xy+y^2 = 2+5-2\sqrt{6}+2-\sqrt{6} = 9-3\sqrt{6}$

17 A의 넓이가 1이므로 한 변의 길이는 1

B의 넓이는 $\frac{1}{2}$, 한 변의 길이는 $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

C의 넓이는 $\frac{1}{4}$, 한 변의 길이는 $\frac{1}{2}$

D의 넓이는 $\frac{1}{8}$, 한 변의 길이는 $\frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$

따라서 구하는 둘레의 길이는

$2\times1+2\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{2}}{4}\right) = 5+\frac{3\sqrt{2}}{2}$

18 $4\sqrt{2}=\sqrt{32}$이므로 $5<\sqrt{32}<6$, $5<a<6$

$4\sqrt{3}=\sqrt{48}$이므로 $6<\sqrt{48}<7$, $7<b<8$

$5\sqrt{2}=\sqrt{50}$이므로 $7<\sqrt{50}<8$, $6<c<7$

따라서 $5<a<6<c<7<b<8$에서 $a<c<b$

19 $\sqrt{18}-\sqrt{20} = 3\sqrt{2}-2\sqrt{5}$이므로

$a=\sqrt{2}$, $b=\sqrt{5}$를 대입하면 $3\sqrt{2}-2\sqrt{5} = 3a-2b$

$\therefore 3a-2b$

20 정사각형 ABCD의 한 변의 길이를 a cm라 하면

$a^2=11$이므로 $a=\sqrt{11}$ ($\because a>0$)

정사각형 EFGD의 한 변의 길이를 b cm라 하면

$b^2=7$이므로 $b=\sqrt{7}$ ($\because b>0$)

이때 색칠한 부분의 둘레의 길이는 정사각형 ABCD의 둘레의 길이와 같다.

따라서 색칠한 부분의 둘레의 길이는 $4\sqrt{11}$ cm이다.

$\therefore 4\sqrt{11}$ cm

21 $(3-a\sqrt{2})(6+4\sqrt{2}) = 18+12\sqrt{2}-6a\sqrt{2}-8a$

이때 유리수가 되려면 무리수 부분이 0이 되어야 하므로

$12\sqrt{2}-6a\sqrt{2}=0$이어야 한다.

$12\sqrt{2}-6a\sqrt{2}=(12-6a)\sqrt{2}=0$에서 $12-6a=0$, $6a=12$

$\therefore a=2$

22 $x=\frac{1}{2-\sqrt{3}} = \frac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})} = 2+\sqrt{3}$이므로

$x-2=\sqrt{3}$의 양변을 제곱하면

$(x-2)^2=3$, $x^2-4x+4=3$, $x^2-4x=-1$

따라서 $x^2-4x+3=-1+3=2$

$\therefore 2$

23 (1) $\overline{CQ}=\overline{CD}=\sqrt{2}$이므로 $Q(-2+\sqrt{2})$

$\therefore -2+\sqrt{2}$

(2) $\overline{GR}=\overline{FG}=2\sqrt{2}$이므로 $R(3-2\sqrt{2})$

$\therefore 3-2\sqrt{2}$

(3) $\overline{QR}=3-2\sqrt{2}-(-2+\sqrt{2})=3-2\sqrt{2}+2-\sqrt{2}=5-3\sqrt{2}$

$\therefore 5-3\sqrt{2}$

Ⅱ 식의 계산

01 인수분해

• 이런 문제가 시험에 나온다. 빈출문제 52~55p

01 ⑤ $-10xy$는 주어진 식의 인수가 될 수 없다.

02 공통인수가 $6ab$이므로 $6a^2b-12ab^2=6ab(a-2b)$

03 ② $3x^2-15x+18=3(x^2-5x+6)=3(x-3)(x-2)$

04 $4x^2-9y^2=(2x)^2-(3y)^2=(2x+3y)(2x-3y)$

05 $x^2-3x+2=(x-1)(x-2)$

06 $6x^2+xy-2y^2=(3x+2y)(2x-y)$

07 그림의 대수 막대는 x^2이 1개, x가 3개, 1이 2개이므로 넓이의 합은 x^2+3x+2이다.

따라서 직사각형의 넓이는 $x^2+3x+2=(x+1)(x+2)$

08 $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$이고 $ab=-6$이므로 두 정수의 곱이 -6인 경우는 1과 -6, 2와 -3, 3과 -2, 6과 -1이다.

$\therefore\ A=a+b=-5,\ -1,\ 1,\ 5$

09 ① $x^2+3x=x(x+3)$

② $x^2+2x+1=(x+1)^2$

④ $x^2+8x+16=(x+4)^2$

⑤ $3x^2-2x-8=(x-2)(3x+4)$

10 $3x^2-7x-6=(x-3)(3x+2)$

$x^2+2x-15=(x-3)(x+5)$

따라서 두 다항식의 공통인수는 $x-3$이다.

11 ① $x^2-1=(x+1)(x-1)$

② $x^2+x=x(x+1)$

③ $x^2+3x+2=(x+1)(x+2)$

④ $x^2+2x-3=(x-1)(x+3)$

⑤ $2x^2+5x+3=(x+1)(2x+3)$

12 $12x^2+ax-10=(3x-2)(mx+n)$으로 놓으면

$3m=12$에서 $m=4$, $-2n=-10$에서 $n=5$

따라서 $(3x-2)(4x+5)=12x^2+7x-10$이므로 $a=7$

13 $(3x+1)(x+5)=3x^2+16x+5$에서 호현이는 이차항의 계수와 상수항을 제대로 보았으므로 이차항의 계수는 3, 상수항은 5

또, $(3x+4)(x-4)=3x^2-8x-16$에서 민수는 이차항과 일차항의 계수를 제대로 보았으므로 이차항의 계수는 3, 일차항의 계수는 -8

따라서 처음의 이차식은 $3x^2-8x+5$이므로 인수분해하면

$$3x^2-8x+5=(3x-5)(x-1)$$

14 $\square=\left\{\frac{1}{2}\times(-2)\right\}^2=(-1)^2=1$

15 $a=\pm2\times\sqrt{16}=\pm8$

16 $\sqrt{x^2-8x+16}+\sqrt{x^2+6x+9}=\sqrt{(x-4)^2}+\sqrt{(x+3)^2}$

이때 $x-4<0$, $x+3>0$이므로

$$\sqrt{(x-4)^2}+\sqrt{(x+3)^2}=-(x-4)+(x+3)=7$$

17 $(a-1)x^2-(a-1)=(a-1)(x^2-1)$

$$=(a-1)(x-1)(x+1)$$

18 $x+3=A$로 놓으면

$$\begin{aligned}2(x+3)^2-13(x+3)+18&=2A^2-13A+18\\&=(2A-9)(A-2)\\&=(2x+6-9)(x+3-2)\\&=(2x-3)(x+1)\end{aligned}$$

19 $x^2y-xy^2+x-y=xy(x-y)+x-y$

$$=(x-y)(xy+1)$$

20 $x^2-y^2+6y-9=x^2-(y^2-6y+9)$

$$\begin{aligned}&=x^2-(y-3)^2\\&=(x+y-3)(x-y+3)\end{aligned}$$

21 $x^2+xy-4x+y-5=x^2+(y-4)x+y-5$

$$=(x+1)(x+y-5)$$

22 $38\times55^2-38\times45^2=38\times(55^2-45^2)$

$$\begin{aligned}&=38\times(55+45)\times(55-45)\\&=38\times100\times10\\&=38000\end{aligned}$$

23 $x=\frac{1}{\sqrt{3}-1}=\frac{\sqrt{3}+1}{2}$, $y=\frac{\sqrt{3}-1}{2}$이므로

$x+y=\sqrt{3}$, $x-y=1$

$\therefore\ x^2-y^2=(x+y)(x-y)=\sqrt{3}$

24 $x^2-y^2-3x+3y=(x+y)(x-y)-3(x-y)$

$$=(x-y)(x+y-3)\text{이므로}$$

$x+y=\sqrt{2}+3$, $x-y=\sqrt{2}$를 대입하면

$$(x-y)(x+y-3)=\sqrt{2}(\sqrt{2}+3-3)=2$$

25 $2x^2+5x-12=(2x-3)(x+4)$

따라서 세로의 길이가 $x+4$이므로

축구장의 둘레의 길이는 $2(2x-3+x+4)=6x+2$

• 이런 문제가 시험에 나온다. 쌍둥이문제 56~59p

01 ④ $5x-3$은 주어진 식의 인수가 될 수 없다.

02 공통인수가 $x+2$이므로

$$x(x+2)-3(x+2)=(x+2)(x-3)$$

03 ③ $4x^2+2x+1$은 인수분해가 되지 않는다.

04 $16x^2-81y^2=(4x)^2-(9y)^2=(4x+9y)(4x-9y)$

05 $x^2-4x-12=(x+2)(x-6)$

06 $4x^2-8x+3=(2x-1)(2x-3)$

07 그림의 대수 막대는 x^2이 2개, x가 3개, 1이 1개이므로

넓이의 합은 $2x^2+3x+1$이다.

따라서 직사각형의 넓이는 $2x^2+3x+1=(x+1)(2x+1)$

08 $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$이고 $ab=-8$이므로

두 정수의 곱이 -8인 경우는 1과 -8, 2와 -4, 4와 -2, 8과 -1이다.

$\therefore\ A=a+b=-7,\ -2,\ 2,\ 7$

09 ③ $x^2-5x+6=(x-2)(x-3)$

10 $2x^2-3x-20=(x-4)(2x+5)$

$x^2+2x-24=(x-4)(x+6)$

따라서 두 다항식의 공통인수는 $x-4$이다.

11 ① $x^2-x=x(x-1)$

② $xy-y=y(x-1)$

③ $x^2y+xy=xy(x+1)$

④ $2x^2y+4xy=2xy(x+2)$

⑤ $x^2-2x+1=(x-1)^2$

12 $2x^2-6x+k=(x+1)(mx+n)$으로 놓으면 $m=2$

$(x+1)(2x+n)=2x^2+(n+2)x+n$에서

$$n+2=-6,\ n=-8$$

이때 $n=k$이므로 $k=-8$

13 $(x-6)(x+3)=x^2-3x-18$에서 효정이는 x^2의 계수와 상수항을 제대로 보았으므로 상수항은 -18

또, $(x+3)(x+4)=x^2+7x+12$에서 미진이는 x^2의 계수와 x의 계수를 제대로 보았으므로 x의 계수는 7

따라서 처음의 이차식은 $x^2+7x-18$이므로 인수분해하면

$$x^2+7x-18=(x-2)(x+9)$$

14 $a=\left\{\frac{1}{2}\times(-12)\right\}^2=(-6)^2=36$

15 $a=2\times\sqrt{81}=18$

16 $\sqrt{a^2-6a+9}-\sqrt{a^2-10a+25}=\sqrt{(a-3)^2}-\sqrt{(a-5)^2}$

이때 $a-3<0$, $a-5<0$이므로

$$\sqrt{(a-3)^2}-\sqrt{(a-5)^2}=-(a-3)+(a-5)=-2$$

17 $(a-b)x^2+2(a-b)x+a-b=(a-b)(x^2+2x+1)$
$=(a-b)(x+1)^2$

18 $x-2=A$로 놓으면

$$\begin{aligned}(x-2)^2+10(x-2)+16&=A^2+10A+16\\&=(A+2)(A+8)\\&=(x-2+2)(x-2+8)\\&=x(x+6)\end{aligned}$$

19 $\begin{aligned}x^2y+x^2-y-1&=x^2y-y+x^2-1\\&=y(x^2-1)+x^2-1\\&=(x^2-1)(y+1)\\&=(x+1)(x-1)(y+1)\end{aligned}$

20 $\begin{aligned}9a^2-6a-4b^2+1&=(9a^2-6a+1)-4b^2\\&=(3a-1)^2-(2b)^2\\&=(3a+2b-1)(3a-2b-1)\end{aligned}$

21 $\begin{aligned}x^2-y^2-3x+5y-4&=x^2-3x-(y^2-5y+4)\\&=x^2-3x-(y-4)(y-1)\\&=(x+y-4)(x-y+1)\end{aligned}$

22 $\begin{aligned}56^2\times\frac{3}{100}-44^2\times\frac{3}{100}&=\frac{3}{100}\times(56^2-44^2)\\&=\frac{3}{100}\times(56+44)\times(56-44)\\&=\frac{3}{100}\times100\times12\\&=36\end{aligned}$

23 $x=\dfrac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}=\sqrt{5}-\sqrt{3}$, $y=\sqrt{5}+\sqrt{3}$이므로

$$x+y=2\sqrt{5},\ x-y=-2\sqrt{3}$$

$\therefore x^2-y^2=(x+y)(x-y)=-4\sqrt{15}$

24 $x^2+5x-y^2+5y+3=(x+y)(x-y)+5(x+y)+3$이므로 $x+y=\sqrt{2}$, $x-y=3$을 대입하면

$$\begin{aligned}(x+y)(x-y)+5(x+y)+3&=3\sqrt{2}+5\sqrt{2}+3\\&=8\sqrt{2}+3\end{aligned}$$

25 $3x^2-5xy-2y^2=(x-2y)(3x+y)$

따라서 세로의 길이가 $3x+y$이므로

직사각형의 둘레의 길이는

$$2(x-2y+3x+y)=2(4x-y)=8x-2y$$

• 이런 문제는 어떻게 풀지? 집중공략 60~61p

1 $(x^2+3x+2)-(x^2-x-6)=4x+8=4(x+2)$이므로 두 다항식의 공통인수는 $x+2$이다.

1-1 $(x^2+x-12)+(-x^2+4x-3)=5x-15=5(x-3)$이므로 두 다항식의 공통인수는 $x-3$이다.

2 x^2-4x+a에 $x=1$을 대입하면 $1-4+a=0$, $a=3$

$3x^2-bx-5$에 $x=1$을 대입하면 $3-b-5=0$, $b=-2$

$\therefore ab=-6$

2-1 x^2+x+a에 $x=2$를 대입하면 $4+2+a=0$, $a=-6$

$3x^2+bx-8$에 $x=2$를 대입하면

$$12+2b-8=0,\ 2b=-4,\ b=-2$$

$\therefore a+b=-8$

2-2 (1) $x=1$을 대입하면 $1+2+a=0$, $a=-3$ $\therefore -3$

(2) $x=1$을 대입하면 $1+a-4=0$, $a=3$ $\therefore 3$

(3) $x=1$을 대입하면 $2+a-3=0$, $a=1$ $\therefore 1$

2-3 (1) x^2-x+a에 $x=-1$을 대입하면 $1+1+a=0$, $a=-2$

x^2+bx+3에 $x=-1$을 대입하면 $1-b+3=0$, $b=4$

$\therefore a=-2$, $b=4$

(2) $2x^2+ax-1$에 $x=-1$을 대입하면 $2-a-1=0$, $a=1$

$3x^2+5x+b$에 $x=-1$을 대입하면 $3-5+b=0$, $b=2$

$\therefore a=1$, $b=2$

3 $x^2+Ax+36$에서 $A=2\sqrt{36}=12$ ($\because A>0$)

x^2+8x+B에서 $B=\left(\frac{1}{2}\times8\right)^2=4^2=16$

$\therefore A+B=28$

3-1 $x^2+12x+A$에서 $A=\left(\frac{1}{2}\times12\right)^2=6^2=36$

$x^2+Bx+100$에서 $B=-2\sqrt{100}=-20$ ($\because B<0$)

$\therefore A+B=16$

3-2 (1) $a=\left\{\frac{1}{2}\times(-4)\right\}^2=(-2)^2=4$ $\therefore 4$

(2) $a=\left(\frac{1}{2}\times6\right)^2=3^2=9$ $\therefore 9$

(3) $a=\left\{\frac{1}{2}\times(-14)\right\}^2=(-7)^2=49$ $\therefore 49$

3-3 (1) $a=\pm2\sqrt{9}=\pm6$ $\therefore \pm6$

(2) $a=\pm2\sqrt{64}=\pm16$ $\therefore \pm16$

(3) $a=\pm2\times\sqrt{2}\times\sqrt{8}=\pm8$ $\therefore \pm8$

4 $x+y=2\sqrt{5}$, $x-y=2\sqrt{3}$, $xy=2$이므로

$$\begin{aligned}x^2y-2x+xy^2-2y&=xy(x+y)-2(x+y)\\&=(x+y)(xy-2)\\&=2\sqrt{5}\times(2-2)\\&=0\end{aligned}$$

4-1 $x+y=6,\ x-y=-4\sqrt{2},\ xy=1$이므로

$$\begin{aligned} x^2-y^2+4x+4y&=(x+y)(x-y)+4(x+y)\\ &=(x+y)(x-y+4)\\ &=6\times(-4\sqrt{2}+4)\\ &=24-24\sqrt{2} \end{aligned}$$

• 어떻게 써야 만점을 받을까? 서술형 문제 62~63p

1 (ⅰ) x^2-4x+a의 인수가 $x-1$이고,

x^2의 계수가 1, x의 계수가 -4이므로

$x^2-4x+a=(x-1)(x-3)$에서

$a=(-1)\times(-3)=3$

(ⅱ) $2x^2+bx-5$의 인수가 $x-1$이고,

x^2의 계수가 2, 상수항이 -5이므로

$2x^2+bx-5=(x-1)(2x+5)$에서 $b=5-2=3$

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 $a+b=6$

$\therefore$ 6

1-1 (ⅰ) x^2-ax-8의 인수가 $x+2$이고,

x^2의 계수가 1, 상수항이 -8이므로

$x^2-ax-8=(x+2)(x-4)$에서 $a=-(2-4)=2$

(ⅱ) $3x^2+4x+b$의 인수가 $x+2$이고,

x^2의 계수가 3, x의 계수가 4이므로

$3x^2+4x+b=(x+2)(3x-2)$에서

$b=2\times(-2)=-4$

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 $a+b=-2$

$\therefore -2$

2 (ⅰ) $(x+3)(x-2)=x^2+x-6$이고,

현태는 x^2의 계수와 상수항을 제대로 보았으므로

상수항은 -6이다.

(ⅱ) $(x+2)(x-7)=x^2-5x-14$이고,

상훈이는 x^2의 계수와 x의 계수를 제대로 보았으므로

x의 계수는 -5이다.

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 처음의 이차식은 x^2-5x-6이고,

이 식을 인수분해하면 $x^2-5x-6=(x-6)(x+1)$이다.

$\therefore (x-6)(x+1)$

2-1 (ⅰ) $2(x-1)(x-3)=2x^2-8x+6$이고,

태훈이는 이차항의 계수와 상수항을 제대로 보았으므로 상수항은 6이다.

(ⅱ) $(x-4)(2x+1)=2x^2-7x-4$이고,

상구는 이차항의 계수와 일차항의 계수를 제대로 보았으므로 일차항의 계수는 -7이다.

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 처음의 이차식은 $2x^2-7x+6$이고,

이 식을 인수분해하면 $2x^2-7x+6=(x-2)(2x-3)$이다.

$\therefore (x-2)(2x-3)$

3 인수분해 공식 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$를 이용하면

$$\begin{aligned} &1^2-3^2+5^2-7^2+9^2-11^2\\ &=(1^2-3^2)+(5^2-7^2)+(9^2-11^2)\\ &=(1+3)(1-3)+(5+7)(5-7)+(9+11)(9-11)\\ &=(-2)\times(1+3+5+7+9+11)\\ &=(-2)\times36\\ &=-72 \end{aligned}$$

$\therefore -72$

3-1 인수분해 공식 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$를 이용하면

$$\begin{aligned} &1^2-2^2+3^2-4^2+5^2-6^2+7^2-8^2\\ &=(1^2-2^2)+(3^2-4^2)+(5^2-6^2)+(7^2-8^2)\\ &=(1+2)(1-2)+(3+4)(3-4)+(5+6)(5-6)\\ &\qquad+(7+8)(7-8)\\ &=-(1+2+3+4+5+6+7+8)\\ &=-36 \end{aligned}$$

$\therefore -36$

4 $x^2-y^2-2x+2y=(x+y)(x-y)-2(x-y)$

$=(x-y)(x+y-2)$

이때 $x+y=4,\ x-y=2\sqrt{3}$이므로 대입하면

$(x-y)(x+y-2)=2\sqrt{3}\times(4-2)=4\sqrt{3}$

$\therefore 4\sqrt{3}$

4-1 $a^2+3a-b^2-3b=(a+b)(a-b)+3(a-b)$

$=(a-b)(a+b+3)$

이때 $a+b=2,\ a-b=2\sqrt{2}$이므로 대입하면

$(a-b)(a+b+3)=2\sqrt{2}\times(2+3)=10\sqrt{2}$

$\therefore 10\sqrt{2}$

• 자신있게 마무리하자! 실전문제 1 64~67p

01 ④ $3x-3$은 인수이지만 $3x-1$은 인수가 아니다.

02 ⑤ $\frac{1}{2}x^2+x+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}(x^2+2x+1)=\frac{1}{2}(x+1)^2$

03 x^2이 1개, x가 6개, 1이 5개이므로 대수 막대의 넓이의 합은 x^2+6x+5이다.

따라서 직사각형의 넓이는 $x^2+6x+5=(x+1)(x+5)$

04 $x^2-ax-18=(x+3)(x+b)=x^2+(3+b)x+3b$이므로

$3b=-18 \quad \therefore b=-6$

또, $-a=3+b$에 $b=-6$을 대입하면

$-a=3-6 \quad \therefore a=3$

$\therefore a+b=-3$

05 ① $x^2+10x+25=(x+5)^2$이므로 $\square=5$

② $x^2-25=(x+5)(x-5)$이므로 $\square=5$

③ $x^2-5x-14=(x-7)(x+2)$이므로 $\square=5$

④ $x^2+6x+5=(x+1)(x+5)$이므로 $\square=5$

⑤ $4x^2-13x-35=(4x+7)(x-5)$이므로 $\square=-5$

06 ㄷ. $5x^2-14x-3=(x-3)(5x+1)$

ㄹ. $4x^2-9y^2=(2x+3y)(2x-3y)$

07 $x^2-7x+12=(x-3)(x-4)$

$4x^2-13x+3=(x-3)(4x-1)$

따라서 두 다항식의 공통인수는 $x-3$

08 창성이는 x^2의 계수와 상수항을 제대로 보았으므로

$(2x-3)(x+7)=2x^2+11x-21$에서 x^2의 계수는 2,

상수항은 -21이다.

또, 원혁이는 x^2의 계수와 x의 계수를 제대로 보았으므로

$(2x+3)(x-2)=2x^2-x-6$에서 x^2의 계수는 2, x의

계수는 -1이다.

따라서 처음의 이차식은 $2x^2-x-21$이므로 인수분해하면

$2x^2-x-21=(2x-7)(x+3)$

09 $(x+3)(x-1)+k=x^2+2x-3+k$

이때 $k-3=\left(\frac{1}{2}\times2\right)^2=1^2=1$이므로 $k=4$

10 $\sqrt{x^2+6x+9}+\sqrt{x^2-6x+9}=\sqrt{(x+3)^2}+\sqrt{(x-3)^2}$

이때 $x+3>0$, $x-3<0$이므로

$\sqrt{(x+3)^2}+\sqrt{(x-3)^2}=x+3-(x-3)=6$

11 $3x+2y=A$로 놓으면

$(3x+2y)(3x+2y-1)-6$

$=A(A-1)-6$

$=A^2-A-6$

$=(A-3)(A+2)$

$=(3x+2y-3)(3x+2y+2)$

12 $(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)+1$

$=(x-2)(x-5)(x-3)(x-4)+1$

$=(x^2-7x+10)(x^2-7x+12)+1$

이때 $x^2-7x=A$로 놓으면

$(x^2-7x+10)(x^2-7x+12)+1$

$=(A+10)(A+12)+1$

$=A^2+22A+121$

$=(A+11)^2$

$=(x^2-7x+11)^2$

따라서 $a=-7$, $b=11$이므로 $a+b=4$

13 $xy+x-y-1=x(y+1)-(y+1)$

$=(y+1)(x-1)$

14 $64-x^2+6xy-9y^2=64-(x^2-6xy+9y^2)$

$=8^2-(x-3y)^2$

$=(8+x-3y)(8-x+3y)$

15 $198=A$로 놓으면

$$\frac{(A-1)A+(A-1)}{A^2-1}=\frac{(A-1)(A+1)}{(A+1)(A-1)}=1$$

16 $a^2(a-b)+b^2(b-a)=a^2(a-b)-b^2(a-b)$

$=(a-b)(a+b)(a-b)$

$=(a+b)(a-b)^2$

이때 $a+b=3$, $ab=1$이므로

$(a-b)^2=(a+b)^2-4ab=3^2-4=5$

$\therefore (a+b)(a-b)^2=3\times5=15$

17 큰 동심원의 넓이는 $a^2\pi$, 작은 동심원의 넓이는 $b^2\pi$이므로

색칠한 부분의 넓이는

$a^2\pi-b^2\pi=(a^2-b^2)\pi=(a+b)(a-b)\pi$

이때 $a+b=13$, $a-b=5$이므로

$(a+b)(a-b)\pi=(13\times5)\pi=65\pi$

18 종이 A의 넓이가 $4x^2+16x+16=4(x+2)^2$이므로

한 변의 길이는 $2(x+2)=2x+4$이다.

또, 종이 B의 넓이는 $A+B=9x^2+30x+25=(3x+5)^2$이

므로 한 변의 길이는 $3x+5$이다.

$\therefore 2x+4+3x+5=5x+9$

19 $2x^2-9x-5$를 두 일차식의 곱으로 인수분해하면

$(x-5)(2x+1)$이므로 두 일차식은 $x-5$, $2x+1$이다.

따라서 두 일차식의 합은 $x-5+2x+1=3x-4$

$\therefore 3x-4$

20 (ⅰ) $x^2-13x+a$의 한 인수가 $x-5$이고,

x^2의 계수가 1, x의 계수가 -13이므로

$x^2-13x+a=(x-5)(x-8)$에서

$a=(-5)\times(-8)=40$

(ⅱ) $6x^2-bx-25$의 한 인수가 $x-5$이고,

x^2의 계수가 6, 상수항이 -25이므로

$6x^2-bx-25=(x-5)(6x+5)$에서

$b=-(5-30)=25$

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 $a-b=15$

$\therefore 15$

21 $9x^2+Axy+4y^2$이 완전제곱식이 되려면

$(3x\pm2y)^2$의 꼴이 되어야 한다.

$(3x\pm2y)^2=9x^2\pm12xy+4y^2$이므로 $A=12$ 또는 $A=-12$

$\therefore -12, 12$

22 (ⅰ) $3x^2-7x-6=(x-3)(3x+2)$

(ⅱ) $x-2=A$로 놓으면

$(x-2)^2-7(x-2)+6=A^2-7A+6$

$=(A-6)(A-1)$

$=(x-8)(x-3)$

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 두 다항식의 공통인수는 $x-3$이다.

23 $x^2-y^2-4x+4=x^2-4x+4-y^2$

$=(x-2)^2-y^2$

$=(x+y-2)(x-y-2)$

이때 $x=\frac{1}{2-\sqrt{3}}=2+\sqrt{3}$, $y=\frac{1}{2+\sqrt{3}}=2-\sqrt{3}$이므로

$x+y=4$, $x-y=2\sqrt{3}$을 대입하면

$(x+y-2)(x-y-2)=2(2\sqrt{3}-2)=4\sqrt{3}-4$

$\therefore\ 4\sqrt{3}-4$

24 (가)의 넓이는

$(ax+4)^2-3^2=(ax+4+3)(ax+4-3)$
$=(ax+7)(ax+1)$

(가)와 (나)의 넓이는 같으므로 (나)의 넓이도

$(ax+7)(ax+1)$

$\therefore\ \overline{\mathrm{A'B'}}=ax+7$

• 자신있게 마무리하자! 실전문제 2 68~71p

01 $-x^2+1=1-x^2=(1-x)(1+x)$

02 ⑤ $2x^2-3x-2=(x-2)(2x+1)$

03 $x^2+ax+12=(x+m)(x+n)$이라 할 때, $mn=12$이므로

두 정수의 곱이 12인 경우는 -1과 -12, -2와 -6, -3과 -4, 1과 12, 2와 6, 3과 4

$\therefore\ a=m+n=-13,\ -8,\ -7,\ 7,\ 8,\ 13$

04 $(x^2-2x)-(x^2-x-2)=-x+2$이므로

두 다항식의 공통인 인수는 $x-2$이다.

05 ① $3x(x+y)$의 인수는 1, $3x$, $x+y$ 등이 있다.

② $5y(2+z)$를 전개하면 $10y+5yz$이다.

③ x^2+2x+2는 완전제곱식으로 인수분해되지 않는다.

⑤ 인수분해는 주어진 다항식을 여러 다항식의 곱으로 나타내는 것이다.

06 (i) x^2+ax-3의 인수가 $x-1$이므로

$x^2+ax-3=(x-1)(x+3)$에서 $a=3-1=2$

(ii) $2x^2+x+b$의 인수가 $x-1$이므로

$2x^2+x+b=(x-1)(2x+3)$에서 $b=(-1)\times 3=-3$

(i), (ii)에 의하여 $a+b=-1$

07 (i) $a=\left\{\frac{1}{2}\times(-8)\right\}^2=(-4)^2=16$

(ii) $b=\pm 2\times\sqrt{9}\times\sqrt{16}=\pm 2\times 3\times 4=\pm 24$

08 $\sqrt{\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-4}+\sqrt{\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+4}$

$=\sqrt{a^2+\frac{1}{a^2}-2}+\sqrt{a^2+\frac{1}{a^2}+2}$

$=\sqrt{\left(a-\frac{1}{a}\right)^2}+\sqrt{\left(a+\frac{1}{a}\right)^2}$

이때 $0<a<1$에서 $a-\frac{1}{a}<0$, $a+\frac{1}{a}>0$이므로

$\sqrt{\left(a-\frac{1}{a}\right)^2}+\sqrt{\left(a+\frac{1}{a}\right)^2}$

$=-\left(a-\frac{1}{a}\right)+\left(a+\frac{1}{a}\right)=\frac{2}{a}$

09 $(x+y)^2+x^2-y^2=(x+y)^2+(x+y)(x-y)$
$=(x+y)(x+y+x-y)$
$=2x(x+y)$

③ $2x+y$는 주어진 식의 인수가 될 수 없다.

10 $x+3=A$, $x-2=B$로 놓으면

$2(x+3)^2-5(x+3)(x-2)-3(x-2)^2$
$=2A^2-5AB-3B^2$
$=(2A+B)(A-3B)$
$=(2x+6+x-2)(x+3-3x+6)$
$=(3x+4)(9-2x)$

11 $x^2+4xy+4y^2-3x-6y-10=(x+2y)^2-3(x+2y)-10$

$x+2y=A$로 놓으면

$(x+2y)^2-3(x+2y)-10=A^2-3A-10$
$=(A-5)(A+2)$
$=(x+2y+2)(x+2y-5)$

12 $x^2+ax-xy-ay-x-a=x^2+(a-y-1)x-a(y+1)$
$=(x+a)(x-y-1)$

13 $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$을 이용하면

$89^2-2\times 89\times 4+4^2=(89-4)^2=85^2=7225$

14 $A=\sqrt{31^2-2\times 31+1}$
$=\sqrt{(31-1)^2}$
$=\sqrt{30^2}$
$=30$

15 $x+1=A$로 놓으면

$(x+1)^2-10(x+1)+25=A^2-10A+25$
$=(A-5)^2$
$=(x-4)^2$

이때 $x=4-\sqrt{7}$을 대입하면 $(x-4)^2=(-\sqrt{7})^2=7$

16 $\frac{x^3+x^2+5}{x+1}=\frac{x(x^2+x)+5}{x+1}=\frac{5(x+1)}{x+1}=5$

17 $(3x\blacklozenge y)-(x\blacklozenge 2y)=(3x+y)^2-(x+2y)^2$
$=(3x+y+x+2y)(3x+y-x-2y)$
$=(4x+3y)(2x-y)$

따라서 두 일차식은 $4x+3y$, $2x-y$이므로 그 합은 $6x+2y$

18 기존의 거실과 발코니를 합쳐 확장한 거실의 넓이는

$6a^2-9a-27+4a^2-9=10a^2-9a-36$
$=(5a-12)(2a+3)$

이때 거실의 가로의 길이는 $2a+3$이므로 확장한 거실의 세로의 길이는 $(5a-12)$ m이다.

19 x^2-4x-5를 인수분해하면 $(x+1)(x-5)$이므로

$a=1$, $b=-5$ ($\because\ a>b$)

$\therefore\ a+b=-4$

20 $x^2y-3xy=xy(x-3)$

$x^2-x-6=(x-3)(x+2)$

따라서 세 다항식의 공통인수는 $x-3$이다.

이때 $2x^2-5x+m=(x-3)(2x+a)=2x^2+(a-6)x-3a$

라 하면 $a-6=-5$에서 $a=1$

$m=-3a$에 $a=1$을 대입하면 $m=-3$

$\therefore -3$

21 (i) $(x+2)(x-10)=x^2-8x-20$이고,

한영이는 상수항을 제대로 보았으므로 상수항은 -20이다.

(ii) $(x+6)(x-7)=x^2-x-42$이고,

송환이는 일차항의 계수를 제대로 보았으므로 일차항의 계수는 -1이다.

(i), (ii)에 의하여 처음에 주어진 이차식은 x^2-x-20이고,

인수분해하면 $x^2-x-20=(x-5)(x+4)$이다.

$\therefore (x-5)(x+4)$

22 $3x+1=A$로 놓으면

$$\begin{aligned}(3x+1)^2-5(3x+1)+6&=A^2-5A+6\\&=(A-2)(A-3)\\&=(3x-1)(3x-2)\end{aligned}$$

따라서 두 일차식은 $3x-1$, $3x-2$이므로 그 합은 $6x-3$

$\therefore 6x-3$

23 $22^2+25\times31+25\times9-28^2$

$=25\times31+25\times9+22^2-28^2$

$=25(31+9)+(22+28)(22-28)$

$=25\times40-50\times6$

$=50\times20-50\times6$

$=50\times(20-6)$

$=50\times14$

$=700$

$\therefore 700$

24 $$\begin{aligned}a(a^2-b^2)-b(b^2-a^2)&=a(a^2-b^2)+b(a^2-b^2)\\&=(a+b)(a^2-b^2)\\&=(a+b)^2(a-b)\end{aligned}$$

이때 $a+b=3$, $a-b=-1$을 대입하면

$$(a+b)^2(a-b)=3^2\times(-1)=-9$$

$\therefore -9$

Ⅲ 이차방정식

01 이차방정식과 그 풀이

• 이런 문제가 시험에 나온다. 빈출문제 74~76p

01 ① 이차방정식 ② 부등식

③ 일차방정식 ④ 이차식

⑤ 정리하면 $x=0$이므로 일차방정식

02 $ax^2+2x=2x^2+1$을 이항하여 정리하면

$$(a-2)x^2+2x-1=0$$

이차방정식이 되기 위해서는 x^2의 계수가 0이 아니어야 하므로 $a-2\neq0$

$\therefore a\neq2$

03 ① $x=1$을 대입하면 $2-1-1=0$

② $x=5$를 대입하면 $25-20-6=-1\neq0$

③ $x=-2$를 대입하면 $4-10+6=0$

④ $x=-5$를 대입하면 $25-10-15=0$

⑤ $x=-2$를 대입하면 $12-14+2=0$

04 ① $x=-2$를 대입하면 $(-2)\times(-4)=8\neq0$

② $x=-2$를 대입하면 $4-2+2=4\neq0$

③ $x=-2$를 대입하면 $8+6-2=12\neq0$

④ $x=-2$를 대입하면 $0\times(-4)=0$

⑤ $x=-2$를 대입하면 $(-4)\times(-2)=8\neq0$

05 $x^2-ax+2=0$에 $x=-1$을 대입하면 $1+a+2=0$

$\therefore a=-3$

06 $x^2-5x+1=0$에 $x=a$를 대입하면 $a^2-5a+1=0$

$a\neq0$이므로 양변을 a로 나누면 $a-5+\frac{1}{a}=0$

$\therefore a+\frac{1}{a}=5$

07 $x^2+7x+10=(x+2)(x+5)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=-5$

08 $ax^2+3x+2a=0$에 $x=2$를 대입하면

$$4a+6+2a=0,\ 6a=-6,\ a=-1$$

$a=-1$을 $ax^2+3x+2a=0$에 대입하면

$$-x^2+3x-2=0,\ x^2-3x+2=0,\ (x-1)(x-2)=0$$

$\therefore x=1$ 또는 $x=2$

따라서 다른 한 근은 1이다.

09 ③ $x^2+14x+49=(x+7)^2=0$

$\therefore x=-7$ (중근)

10 $a=\left(\frac{1}{2}\times10\right)^2=5^2=25$

11 (i) $x^2+5x+6=(x+2)(x+3)=0$이므로

$x=-2$ 또는 $x=-3$

(ii) $3x^2+5x-2=(3x-1)(x+2)=0$이므로

$x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=-2$

(i), (ii)에서 두 이차방정식의 공통인 해는 $x=-2$

12 $(x-2)^2=3$에서 $x-2=\pm\sqrt{3}$

$\therefore x=2\pm\sqrt{3}$

13 $x^2-6x+1=0$에서

$$x^2-6x=-1,\ x^2-6x+9=-1+9,\ (x-3)^2=8$$

따라서 $a=3$, $b=8$이므로 $a+b=11$

14 $2x^2-x-2=0$을 정리하면 $x^2-\frac{1}{2}x=1$

양변에 $\left\{\frac{1}{2}\times\left(-\frac{1}{2}\right)\right\}^2=\frac{1}{16}$을 더하면 $x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{16}=1+\frac{1}{16}$

양변을 정리하면 $\left(x-\frac{1}{4}\right)^2=\frac{17}{16}$

제곱근을 구하면 $x-\frac{1}{4}=\pm\frac{\sqrt{17}}{4}$

$\therefore x=\frac{1}{4}\pm\frac{\sqrt{17}}{4}$

$\therefore A=\frac{1}{16},\ B=\frac{1}{4},\ C=\frac{17}{16},\ D=\pm\frac{\sqrt{17}}{4},\ E=\frac{1}{4}\pm\frac{\sqrt{17}}{4}$

15 $x=\frac{-1\pm\sqrt{10}}{3}$이므로 $A=-1,\ B=10$

$\therefore A+B=9$

16 $x^2-2x-1=0$에서 근의 공식을 이용하면 $x=1\pm\sqrt{2}$

17 $x^2-\frac{1}{2}x-\frac{1}{6}=0$의 양변에 6을 곱하면 $6x^2-3x-1=0$

근의 공식을 이용하면 $x=\frac{3\pm\sqrt{33}}{12}$

• 이런 문제가 시험에 나온다. 쌍둥이문제 77~79p

01 ③ 정리하면 $x^2-9=0$이므로 이차방정식

④ 정리하면 $3x+1=0$이므로 일차방정식

⑤ 정리하면 $2x^2+3=0$이므로 이차방정식

02 $(a-1)x^2+2x-3=0$이 이차방정식이 되기 위해서는

x^2의 계수가 0이 아니어야 하므로

$a-1\neq0$

$\therefore a\neq1$

03 ① $x=-2$를 대입하면 $4-4-2=-2\neq0$

② $x=1$을 대입하면 $1-1-6=-6\neq0$

③ $x=-1$을 대입하면 $1-2-3=-4\neq0$

④ $x=0$을 대입하면 $-2\neq0$

⑤ $x=-2$를 대입하면 $4-4=0$

04 ③ $2x^2-5x=-12$를 정리하면 $2x^2-5x+12=0$

$x=4$를 대입하면 $32-20+12=24\neq0$

05 $x^2+mx-6=0$에 $x=-2$를 대입하면

$4-2m-6=0,\ 2m=-2$

$\therefore m=-1$

06 $x^2+3x+1=0$에 $x=a$를 대입하면 $a^2+3a+1=0$

$a\neq0$이므로 양변을 a로 나누면 $a+3+\frac{1}{a}=0$

$\therefore a+\frac{1}{a}=-3$

07 $x^2+4x-12=(x-2)(x+6)=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=-6$

08 $ax^2+(a-1)x+1=0$에 $x=2$를 대입하면

$4a+2(a-1)+1=0,\ 4a+2a-2+1=0$

$6a=1,\ a=\frac{1}{6}$

$a=\frac{1}{6}$을 $ax^2+(a-1)x+1=0$에 대입하면

$\frac{1}{6}x^2-\frac{5}{6}x+1=0,\ x^2-5x+6=0$

$(x-2)(x-3)=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=3$

따라서 다른 한 근은 3이다.

09 ⑤ $4x^2-4x+1=(2x-1)^2=0$

$\therefore x=\frac{1}{2}$ (중근)

10 $k=\left\{\frac{1}{2}\times(-8)\right\}^2=(-4)^2=16$

11 (i) $x^2+3x+2=(x+1)(x+2)=0$이므로

$x=-1$ 또는 $x=-2$

(ii) $2x^2+x-1=(2x-1)(x+1)=0$이므로

$x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=-1$

(i), (ii)에서 두 이차방정식의 공통인 해는 $x=-1$

12 $(x-3)^2=5$에서 $x-3=\pm\sqrt{5}$

$\therefore x=3\pm\sqrt{5}$

13 $x^2-8x+2=0$에서

$x^2-8x=-2,\ x^2-8x+16=-2+16,\ (x-4)^2=14$

따라서 $a=4,\ b=14$이므로 $a+b=18$

14 좌변의 -6을 이항하면 $x^2+12x=6$

양변에 $\left(\frac{1}{2}\times12\right)^2=36$을 더하면

$x^2+12x+36=6+36$

좌변을 완전제곱식으로 고치면

$(x+6)^2=42$

제곱근을 구하면 $x+6=\pm\sqrt{42}$

$\therefore x=-6\pm\sqrt{42}$

㉠ 36 ㉡ 6 ㉢ 42 ㉣ -6

15 $x=\frac{5\pm\sqrt{41}}{4}$이므로 $A=5,\ B=41$

$\therefore A+B=46$

16 $x^2-5x+2=0$에서 근의 공식을 이용하면 $x=\frac{5\pm\sqrt{17}}{2}$

17 $0.1x^2+\frac{1}{2}x-\frac{4}{5}=0$의 양변에 10을 곱하면 $x^2+5x-8=0$

근의 공식을 이용하면 $x=\frac{-5\pm\sqrt{57}}{2}$

• 이런 문제는 어떻게 풀지? 집중공략 80~81p

1 이차방정식의 두 해가 $x=-1$ 또는 $x=3$이므로

$a(x+1)(x-3)=0,\ a(x^2-2x-3)=0$

$ax^2-2ax-3a=0$

이때 $-3a=-12$이므로 $a=4$

$ax^2-2ax-3a=0$에 $a=4$를 대입하면 $4x^2-8x-12=0$이므로 $b=-8$

$\therefore\ a+b=-4$

1-1 이차방정식의 두 해가 $x=2$ 또는 $x=4$이므로

$a(x-2)(x-4)=0,\ a(x^2-6x+8)=0$

$ax^2-6ax+8a=0$

이때 $8a=16$이므로 $a=2$

$ax^2-6ax+8a=0$에 $a=2$를 대입하면 $2x^2-12x+16=0$

이므로 $b=12$

$\therefore\ a+b=14$

2 $x^2+4x-1=0$에 $x=a$를 대입하면 $a^2+4a-1=0$

$a\neq0$이므로 양변을 a로 나누면 $a+4-\frac{1}{a}=0$

$\therefore\ a-\frac{1}{a}=-4$

$\therefore\ a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+2=(-4)^2+2=18$

2-1 $x^2-6x+1=0$에 $x=a$를 대입하면 $a^2-6a+1=0$

$a\neq0$이므로 양변을 a로 나누면

$a-6+\frac{1}{a}=0 \qquad \therefore\ a+\frac{1}{a}=6$

$\therefore\ a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2=6^2-2=34$

3 $(2-a)x^2+(a^2+3)x-7=0$에 $x=1$을 대입하면

$(2-a)+(a^2+3)-7=0,\ a^2-a-2=0$

$(a+1)(a-2)=0$

$\therefore\ a=-1$ ($\because\ a=2$이면 이차방정식을 만족하지 않음)

$(2-a)x^2+(a^2+3)x-7=0$에 $a=-1$을 대입하면

$3x^2+4x-7=0,\ (x-1)(3x+7)=0$

$\therefore\ x=1$ 또는 $x=-\frac{7}{3}$

따라서 다른 한 근은 $-\frac{7}{3}$이다.

3-1 $(a-1)x^2+a^2x-2=0$에 $x=2$를 대입하면

$4a-4+2a^2-2=0,\ 2a^2+4a-6=0$

$2(a-1)(a+3)=0$

$\therefore\ a=-3$ ($\because\ a=1$이면 이차방정식을 만족하지 않음)

$(a-1)x^2+a^2x-2=0$에 $a=-3$을 대입하면

$-4x^2+9x-2=0,\ (x-2)(4x-1)=0$

$\therefore\ x=2$ 또는 $x=\frac{1}{4}$

따라서 다른 한 근은 $\frac{1}{4}$이다.

4 $(x+6)(x-2)=a$를 전개하여 정리하면

$x^2+4x-a-12=0$

이때 $-a-12=\left(\frac{1}{2}\times4\right)^2$이어야 하므로

$-a-12=4,\ a=-16$

$x^2+4x-a-12=0$에 $a=-16$을 대입하면

$x^2+4x+4=0,\ (x+2)^2=0 \qquad \therefore\ x=-2$ (중근)

따라서 $b=-2$이므로 $a+b=-18$

4-1 $(x-3)(x+2)=a$를 전개하여 정리하면 $x^2-x-6-a=0$

이때 $-6-a=\left\{\frac{1}{2}\times(-1)\right\}^2$이어야 하므로

$-6-a=\frac{1}{4},\ a=-\frac{25}{4}$

$x^2-x-6-a=0$에 $a=-\frac{25}{4}$를 대입하면

$x^2-x+\frac{1}{4}=0,\ \left(x-\frac{1}{2}\right)^2=0 \qquad \therefore\ x=\frac{1}{2}$ (중근)

따라서 $b=\frac{1}{2}$이므로 $ab=\left(-\frac{25}{4}\right)\times\frac{1}{2}=-\frac{25}{8}$

• 어떻게 써야 만점을 받을까? 서술형 문제 82~83p

1 (i) $ax^2+x-6=0$에 $x=-2$를 대입하면

$4a-2-6=0,\ 4a=8$

$\therefore\ a=2$

(ii) $ax^2+x-6=0$에 $a=2$ 를 대입하면

$2x^2+x-6=0,\ (2x-3)(x+2)$

$\therefore\ x=\frac{3}{2}$ 또는 $x=-2$

따라서 다른 한 해는 $x=\frac{3}{2}$ 이다.

$\therefore\ a=2$, 다른 한 해 : $x=\frac{3}{2}$

1-1 (i) $x^2+ax+3=0$에 $x=1$을 대입하면

$1+a+3=0 \qquad \therefore\ a=-4$

(ii) $x^2+ax+3=0$에 $a=-4$를 대입하면

$x^2-4x+3=0,\ (x-1)(x-3)=0$

$\therefore\ x=1$ 또는 $x=3$

따라서 다른 한 근은 3이다.

$\therefore\ a=-4$, 다른 한 근 : $x=3$

2 $x^2+3x+4=0$에 $x=a$를 대입하면 $a^2+3a+4=0$

$\therefore\ a^2+3a=-4$

따라서 $2a^2+6a=2(a^2+3a)=2\times(-4)=-8$

$\therefore\ -8$

2-1 $x^2+3x+2=0$에 $x=a$를 대입하면 $a^2+3a+2=0$

$\therefore\ a^2+3a=-2$

따라서 $3a^2+9a=3(a^2+3a)=3\times(-2)=-6$

$\therefore\ -6$

3 이차방정식 $x^2+6x+7=0$에서

상수항을 우변으로 이항하면 $x^2+6x=-7$

양변에 $\left(\frac{1}{2}\times6\right)^2=9$ 를 더하면 $x^2+6x+9=-7+9$

좌변을 완전제곱식으로 나타내면 $(x+3)^2=2$

제곱근을 구하면 $x+3=\pm\sqrt{2}$

$\therefore\ x=-3\pm\sqrt{2}$

3-1 이차방정식 $x^2-8x+4=0$에서

상수항을 우변으로 이항하면 $x^2-8x=-4$

양변에 $\left\{\frac{1}{2}\times(-8)\right\}^2=16$을 더하면

$x^2-8x+16=-4+16$

좌변을 완전제곱식으로 나타내면 $(x-4)^2=12$

제곱근을 구하면 $x-4=\pm2\sqrt{3}$

$\therefore x=4\pm2\sqrt{3}$

4 (i) $2a+1=$ $\underline{\left\{\frac{1}{2}\times(-4)\right\}^2=49}$ 이어야 하므로

$\underline{2a=48,\ a=24}$

(ii) 주어진 이차방정식에 $\underline{a=24}$ 를 대입하면

$\underline{x^2-14x+49=0,\ (x-7)^2=0,\ x=7\ (\text{중근})}$

$\therefore$ $\underline{a=24,\ x=7\ (\text{중근})}$

4-1 (i) $5k+1=\left(\frac{1}{2}\times12\right)^2=36$이어야 하므로 $5k=35$, $k=7$

(ii) 주어진 이차방정식에 $k=7$을 대입하면

$x^2+12x+36=0$, $(x+6)^2=0$, $x=-6$ (중근)

$\therefore k=7$, $x=-6$ (중근)

• 자신있게 마무리하자! 실전문제 1 84~86p

01 ②, ③ x에 대한 일차방정식

④ 분모에 x^2이 있으므로 이차방정식이 아니다.

02 ① $x=-2$를 대입하면 $4-2=2\neq0$

② $x=0$을 대입하면 $-3\neq0$

③ $x=-1$을 대입하면 $1-1=0$

④ $x=1$을 대입하면 $2-1+1=2\neq0$

⑤ $x=2$를 대입하면 $4+2-2=4\neq0$

03 $x^2-2ax+a^2=0$에 $x=2$를 대입하면

$4-4a+a^2=0$, $(a-2)^2=0$

$\therefore a=2$ (중근)

04 $x^2+5x+1=0$에 $x=a$를 대입하면 $a^2+5a+1=0$

$a\neq0$이므로 양변을 a로 나누면 $a+5+\frac{1}{a}=0$

$\therefore a+\frac{1}{a}=-5$

05 $6x^2+x-2=0$, $(3x+2)(2x-1)=0$

$\therefore x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

06 $2x^2+x-6=(2x-3)(x+2)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

$4x^2+16x+a=0$에 $x=\frac{3}{2}$을 대입하면 $9+24+a=0$

$\therefore a=-33$

07 x^2의 계수가 1이고 중근 $x=-5$를 가지는 이차방정식은

$(x+5)^2=0$, $x^2+10x+25=0$이므로 $a=10$, $b=25$

$\therefore a+b=35$

08 이차방정식 $x^2+ax+b=0$이 중근을 가지려면

$b=\left(\frac{1}{2}\times a\right)^2$이어야 하므로 $b=\frac{a^2}{4}$, $a^2=4b$

이때 $a^2=4b$를 만족하는 순서쌍 $(a,\ b)$는 $(2,\ 1)$, $(4,\ 4)$로

2개이므로 구하는 확률은 $\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$

09 $(x+2)^2=3$에서 $x+2=\pm\sqrt{3}$, $x=-2\pm\sqrt{3}$

따라서 $a=-2+\sqrt{3}$, $b=-2-\sqrt{3}$ ($\because a>b$)이므로

$a-b=-2+\sqrt{3}-(-2-\sqrt{3})=2\sqrt{3}$

10 $x^2+6x=-3$의 양변에 $\left(\frac{1}{2}\times6\right)^2=9$를 더하면

$x^2+6x+9=-3+9$, $(x+3)^2=6$

이때 $a=-3$, $b=6$이므로 $a+b=3$

11 $4x^2+8x-3=0$에서 $x^2+2x=\frac{3}{4}$

좌변을 완전제곱식으로 고치면 $(x+1)^2=\frac{7}{4}$

제곱근을 구하면 $x+1=\pm\sqrt{\frac{7}{4}}$

$\therefore x=-1\pm\frac{\sqrt{7}}{2}$

12 $(x+2)^2=49$의 제곱근을 구하면 $x+2=\pm7$

이때 $x=5$ 또는 $x=-9$이므로 $a=5$, $b=-9$

$x^2+bx+a=0$에 $a=5$, $b=-9$를 대입하면 $x^2-9x+5=0$

$\therefore x=\frac{9\pm\sqrt{61}}{2}$

13 $0.3x^2+\frac{1}{2}x+0.1=0$의 양변에 10을 곱하면 $3x^2+5x+1=0$

근의 공식을 이용하면 $x=\frac{-5\pm\sqrt{13}}{6}$

이때 $a=-5$, $b=13$이므로 $a+b=8$

14 $x-1=A$로 놓으면

$5(x-1)^2-5(x-1)+1=5A^2-5A+1=0$

근의 공식을 이용하면 $A=\frac{5\pm\sqrt{5}}{10}$

$x-1=\frac{5\pm\sqrt{5}}{10}$이므로 $x=\frac{15\pm\sqrt{5}}{10}$

15 (1) $x^2+2x+a=0$에 $x=4$를 대입하면 $16+8+a=0$

$\therefore a=-24$

(2) $x^2+2x+a=0$에 $a=-24$를 대입하면

$x^2+2x-24=0$, $(x-4)(x+6)=0$

$\therefore x=4$ 또는 $x=-6$

이때 다른 한 근은 $x=-6$이다.

$\therefore x=-6$

16 $x^2+3x+a=0$에 $x=2$를 대입하면 $4+6+a=0$

$\therefore a=-10$

또, $x^2-bx+2=0$에 $x=2$를 대입하면

$4-2b+2=0$, $2b=6$

$\therefore b=3$

$\therefore a+b=-7$

17 $2x^2-5x+1=0$을 근의 공식을 이용하여 풀면

$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times2\times1}}{2\times2}=\frac{5\pm\sqrt{25-8}}{4}$

$=\frac{5\pm\sqrt{17}}{4}$

$\therefore x=\frac{5\pm\sqrt{17}}{4}$

• 자신있게 마무리하자! 실전문제 2 87~89p

01 ① $x=1$을 대입하면 $1-2-3=-4\neq0$

② $x=1$을 대입하면 $-2+1+1=0$

③ $x=1$을 대입하면 $1-5-4=-8\neq0$

④ $x=1$을 대입하면 $1+3-2=2\neq0$

⑤ $x=1$을 대입하면 $2-3-1-4=-6\neq0$

02 $ax^2+4x-1=(x-1)(2x+3)$에서

$ax^2+4x-1=2x^2+x-3$, $(a-2)x^2+3x+2=0$

이때 x에 대한 이차방정식이려면 x^2의 계수가 0이 아니어야 하므로 $a-2\neq0$

$\therefore a\neq2$

03 $x^2-2x-1=0$에 $x=a$를 대입하면 $a^2-2a-1=0$

$\therefore a^2-2a=1$

$x^2-4x-3=0$에 $x=b$를 대입하면 $b^2-4b-3=0$

$\therefore b^2-4b=3$

$\therefore a^2-2a+b^2-4b=1+3=4$

04 이차방정식의 해가 $x=5$ 또는 $x=-\frac{1}{3}$이므로

$x-5=0$ 또는 $3x+1=0$이어야 한다.

$\therefore (x-5)(3x+1)=0$

05 $(x+3)^2=2x+30$을 간단히 정리하면

$x^2+6x+9=2x+30$, $x^2+4x-21=0$

$(x-3)(x+7)=0$

$\therefore x=3$ 또는 $x=-7$

06 $ax^2+(a+1)x+4=0$에 $x=2$를 대입하면

$4a+2(a+1)+4=0$, $6a=-6$ $\therefore a=-1$

$ax^2+(a+1)x+4=0$에 $a=-1$을 대입하면

$-x^2+4=0$, $x^2-4=0$, $(x+2)(x-2)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=2$

따라서 다른 한 근은 $x=-2$

07 ㄱ. $2x(x-1)=0$ $\therefore x=0$ 또는 $x=1$

ㄴ, ㄷ, ㄹ은 모두 중근을 갖는 이차방정식이다.

08 (i) $x^2-5x+4=0$, $(x-4)(x-1)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=4$

(ii) $3x^2-x-2=0$, $(x-1)(3x+2)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=-\frac{2}{3}$

(i), (ii)에서 두 이차방정식의 공통인 해는 $x=1$

09 $x^2-6x-3=0$, $x^2-6x=3$

양변에 $\left\{\frac{1}{2}\times(-6)\right\}^2=9$를 더하면

$x^2-6x+9=12$, $(x-3)^2=12$

따라서 $a=-3$, $b=12$이므로 $a-b=-15$

10 $2(x+a)^2-14=0$, $(x+a)^2=7$, $x+a=\pm\sqrt{7}$

$\therefore x=-a\pm\sqrt{7}$

이때 $-a\pm\sqrt{7}=-2\pm\sqrt{b}$이므로 $a=2$, $b=7$

$\therefore b-a=5$

11 $4x^2+5x-5=0$에서 근의 공식을 이용하면 $x=\frac{-5\pm\sqrt{105}}{8}$

따라서 $p=-5$, $q=105$이므로 $p+q=100$

12 $x^2+6x+7=0$에서 근의 공식을 이용하면 $x=-3\pm\sqrt{2}$

13 $\frac{x(x-1)}{5}-\frac{(x-4)(x+2)}{10}=1$의 양변에 10을 곱하면

$2x(x-1)-(x-4)(x+2)=10$

$2x^2-2x-(x^2-2x-8)=10$

$x^2-2=0$, $x^2=2$

$\therefore x=\pm\sqrt{2}$

14 $(x+1)\bigstar(x+2)=x+1+x+2-(x+1)(x+2)$

$=2x+3-(x^2+3x+2)$

$=-x^2-x+1$

이때 $-x^2-x+1=1$을 정리하면 $x^2+x=0$, $x(x+1)=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=-1$

따라서 모든 x의 값들의 합은 $0+(-1)=-1$

15 $x^2-12x-6=0$에서 근의 공식을 이용하면 $x=6\pm\sqrt{42}$

$\therefore \alpha=6-\sqrt{42}$, $\beta=6+\sqrt{42}$

이때 $6<\sqrt{42}<7$이므로 $\alpha=-0.\times\times\times$, $\beta=12.\times\times\times$

따라서 $-0.\times\times\times<n<12.\times\times\times$를 만족하는 정수 n은

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12로 13개이다.

16 $2x^2-ax+a(a-4)=0$에 $x=-1$을 대입하면

$2+a+a^2-4a=0$, $a^2-3a+2=0$, $(a-2)(a-1)=0$

$\therefore a=2$ 또는 $a=1$

따라서 a의 값들의 합은 $1+2=3$

$\therefore 3$

17 $(x+4)(x+6)=a$, 즉 $x^2+10x+24-a=0$이 중근을 가지므로 $24-a=\left(\frac{1}{2}\times10\right)^2=5^2=25$ $\therefore a=-1$

$a=-1$을 $x^2+10x+24-a=0$에 대입하면

$x^2+10x+25=0$, $(x+5)^2=0$ $\therefore x=-5$ (중근)

$\therefore b=-5$

$\therefore a+b=-6$

18 이차방정식 $x^2+4x-7=0$에서 $x^2+4x=7$

양변에 $\left(\frac{1}{2}\times4\right)^2=4$를 더하면 $x^2+4x+4=7+4$

양변을 정리하면 $(x+2)^2=11$

제곱근을 구하면 $x+2=\pm\sqrt{11}$

$\therefore x=-2\pm\sqrt{11}$

부록

• 실전 모의고사 1회 92~95p

01 ① $\sqrt{9}=3$이다.
② $\sqrt{(-5)^2}=5$이다.
③ 0의 제곱근은 0이다.
④ 25의 제곱근은 ±5이다.

02 ① 근호 안이 음수인 실수는 존재하지 않는다.
② $-\sqrt{11^2}=-11$ ④ $-\sqrt{5^2}=-5$
⑤ $-\sqrt{7^2}=-7$

03 $-\sqrt{16}=-4$, $0.\dot{3}=\frac{1}{3}$, 1.89는 유리수이다.
π, $\sqrt{5}-1$, $\sqrt{\frac{1}{3}}$은 무리수이다.

04 $\sqrt{4}=2$와 $\sqrt{40}=6.\times\times\times$ 사이의 자연수는 3, 4, 5, 6으로 4개이다.

05 $\overline{AB}=\overline{AP}=\sqrt{5}$이므로 $P(1+\sqrt{5})$

06 ① $ab=(\sqrt{7}+\sqrt{3})(\sqrt{7}-\sqrt{3})=7-3=4$
② $a+b=\sqrt{7}+\sqrt{3}+\sqrt{7}-\sqrt{3}=2\sqrt{7}$
③ $a-b=\sqrt{7}+\sqrt{3}-(\sqrt{7}-\sqrt{3})=2\sqrt{3}$
④ $\frac{a}{b}=\frac{(\sqrt{7}+\sqrt{3})(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{(\sqrt{7}-\sqrt{3})(\sqrt{7}+\sqrt{3})}=\frac{5+\sqrt{21}}{2}$
⑤ $a^2-b^2=4\sqrt{21}$

07 $\sqrt{60}-3\sqrt{6}+2\sqrt{3}(3\sqrt{2}-2\sqrt{5})=2\sqrt{15}-3\sqrt{6}+6\sqrt{6}-4\sqrt{15}$
$=3\sqrt{6}-2\sqrt{15}$
따라서 $a=3$, $b=-2$이므로 $a+b=1$

08 ① $4+\sqrt{2}=5.\times\times\times$ ② $1-\sqrt{2}=-0.\times\times\times$
③ $\sqrt{7}+2=4.\times\times\times$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}+3}{2}=2.\times\times\times$

09 $\sqrt{7.23}=2.689$이므로 $x=2.689$
$\sqrt{7.31}=2.704$이므로 $y=7.31$

10 ⑤ $(x+1)+x=2x+1$은 1, $2x+1$을 인수로 갖는다.

11 $2x^2-3x-2=(2x+1)(x-2)$
$x^2-5x+6=(x-3)(x-2)$
따라서 두 다항식의 공통인수는 $x-2$이다.

12 $(x+3)(x-1)+k=x^2+2x+k-3$
$\therefore k-3=\left(\frac{1}{2}\times2\right)^2=1$, $k=4$

13 $\sqrt{4-4a+a^2}+\sqrt{a^2-14a+49}=\sqrt{(a-2)^2}+\sqrt{(a-7)^2}$
이때 $a-2>0$, $a-7<0$이므로
$\sqrt{(a-2)^2}+\sqrt{(a-7)^2}=a-2-(a-7)=5$

14 ① $3x^2+3x=3x(x+1)$
② $x^2-5x+4=(x-1)(x-4)$
③ $a^2-4b^2=(a+2b)(a-2b)$
④ $3x^2-5xy-2y^2=(3x+y)(x-2y)$

15 $x^2+ax-32=(x-4)(x+m)$에서 $-4m=-32$이므로
$m=8$
따라서 $(x-4)(x+8)=x^2+4x-32$이므로 $a=4$

16 $(x+3)^2-(x+3)-6$에서 $x+3=A$로 놓으면
$(x+3)^2-(x+3)-6=A^2-A-6$
$=(A+\boxed{2})(A-\boxed{3})$
$=(x+\boxed{3}+\boxed{2})(x+3-\boxed{3})$
$=(x+\boxed{5})(x+\boxed{0})$

17 $x^2-y^2+10y-25=x^2-(y^2-10y+25)$
$=x^2-(y-5)^2$
$=(x+y-5)(x-y+5)$

18 $x^2-(y^2-2y+1)=40$에서
$x^2-(y-1)^2=40$, $(x+y-1)(x-y+1)=40$
이때 $x+y=6$이므로 $(x+y-1)(x-y+1)=40$에 대입하면
$5(x-y+1)=40$, $x-y+1=8$
$\therefore x-y=7$

19 $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$을 이용하면
$84^2-8\times84+16=(84-4)^2=80^2=6400$

20 $3^4-2\times3^2\times12^2+12^4=(12^2-3^2)^2$
$=(12+3)^2(12-3)^2$
$=15^2\times9^2$
$=3^6\times5^2$
따라서 약수의 개수는 $(6+1)(2+1)=21$(개)

21 $\frac{2}{\sqrt{5}+2}$의 분모, 분자에 $\sqrt{5}-2$를 각각 곱하면
$\frac{2(\sqrt{5}-2)}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}=2(\sqrt{5}-2)=2\sqrt{5}-4$
$\therefore 2\sqrt{5}-4$

22 $\sqrt{4.5}=\sqrt{9\times0.5}=3\sqrt{0.5}=3\times\sqrt{\frac{5}{10}}$
$=3\times\sqrt{\frac{1}{2}}=3\times\frac{\sqrt{2}}{2}$
$=3\times1.41\times\frac{1}{2}=2.115$
$\therefore 2.115$

23 $\sqrt{6}\times\frac{1}{\sqrt{3}}-\frac{4}{\sqrt{10}}\div\frac{2}{\sqrt{5}}=\sqrt{6}\times\frac{1}{\sqrt{3}}-\frac{4}{\sqrt{10}}\times\frac{\sqrt{5}}{2}$
$=\sqrt{2}-\frac{2}{\sqrt{2}}$
$=\sqrt{2}-\sqrt{2}$
$=0$
$\therefore 0$

24 $x^2y-x^2-2xy+3x-xy^2+3y^2-3y$
$=x^2(y-1)-x(y^2+2y-3)+3y(y-1)$
$=x^2(y-1)-x(y-1)(y+3)+3y(y-1)$
$=(y-1)(x^2-xy-3x+3y)$
$=(y-1)\{x(x-y)-3(x-y)\}$
$=(y-1)(x-y)(x-3)$
$\therefore (x-3)(y-1)(x-y)$

25 $x^2-8xy+15y^2=(x-3y)(x-5y)$

이때 세로의 길이가 $x-3y$이므로 가로의 길이는 $x-5y$

따라서 둘레의 길이는

$$2(x-3y+x-5y)=2(2x-8y)=4x-16y$$

$\therefore$ $4x-16y$

• 실전 모의고사 2회 96~99p

01 ① $\sqrt{(-2)^2}$의 값은 2이다.

② 0.9의 제곱근은 $\pm\sqrt{0.9}$이다.

④ -16의 제곱근은 존재하지 않는다.

⑤ 제곱근 5는 $\sqrt{5}$이고, 5의 제곱근은 $\pm\sqrt{5}$이다.

02 ③ $\sqrt{44}=2\sqrt{11}$ (무리수)

④ $\sqrt{100}=10$ (유리수)

03 $\sqrt{81}=9$의 제곱근은 3, -3이다.

04 ④ $-\sqrt{(-2)^2}=-2$

05 $\overline{AB}=\overline{PB}=\sqrt{5}$이므로 $P(-1-\sqrt{5})$

06 ② $3\sqrt{2}=\sqrt{18}>\sqrt{15}$

③ $\frac{1}{2}=\sqrt{\frac{1}{4}}$이므로 $\frac{1}{2}<\sqrt{\frac{1}{3}}$

④ $0.4=\sqrt{0.16}<\sqrt{0.2}$

⑤ $\sqrt{7}>\sqrt{6}$이므로 $\sqrt{7}+1>\sqrt{6}+1$

07 ① $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=\sqrt{2}$

08 ① $(\sqrt{2})^2-\sqrt{7^2}=2-7=-5$

② $\left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2\div\sqrt{\left(-\frac{3}{4}\right)^2}=\frac{1}{2}\times\frac{4}{3}=\frac{2}{3}$

③ $(\sqrt{7})^2\times\{-\sqrt{(-4)^2}\}=7\times(-4)=-28$

④ $\sqrt{49}-\sqrt{3^2}\times(-\sqrt{2})^2-\sqrt{6^2}=7-3\times2-6=-5$

09 $\sqrt{81}=9$의 양의 제곱근은 3이므로 $a=3$

$(-3)^2=9$의 음의 제곱근은 -3이므로 $b=-3$

$\therefore$ $a+b=0$

10 ② 무한소수 중에서 순환소수는 유리수이다.

11 $\sqrt{2.73}=1.652$이므로 $x=2.73$

12 $\sqrt{4}=2$, $\sqrt{49}=7$이므로 $\sqrt{4}<\sqrt{3n}<\sqrt{49}$에서

$$4<3n<49,\ \frac{4}{3}<n<\frac{49}{3}$$

따라서 $\frac{4}{3}<n<\frac{49}{3}$를 만족하는 자연수 n은

2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 16으로 13개이다.

[참고] n이 3 또는 12일 경우 $\sqrt{3n}$은 유리수가 된다.

13 $x^2-6x+9=(x-3)^2$

14 $AB=-24$이므로

$(A,\ B)=(1,\ -24),\ (2,\ -12),\ (3,\ -8),\ (4,\ -6)$
$(6,\ -4),\ (8,\ -3),\ (12,\ -2),\ (24,\ -1)$
$(-1,\ 24),\ (-2,\ 12),\ (-3,\ 8),\ (-4,\ 6)$
$(-6,\ 4),\ (-8,\ 3),\ (-12,\ 2),\ (-24,\ 1)$

이때 $a=A+B$이므로

$a=-23,\ -10,\ -5,\ -2,\ 2,\ 5,\ 10,\ 23$

15 $k=\left(\frac{1}{2}\times1\right)^2=\frac{1}{4}$

16 $\sqrt{a^2+2a+1}+\sqrt{a^2-6a+9}=\sqrt{(a+1)^2}+\sqrt{(a-3)^2}$

이때 $a+1>0$, $a-3<0$이므로

$$\sqrt{(a+1)^2}+\sqrt{(a-3)^2}=(a+1)-(a-3)=4$$

17 $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}=\frac{(\sqrt{5})^2+(\sqrt{2})^2}{\sqrt{2}\times\sqrt{5}}=\frac{7}{\sqrt{10}}=\frac{7\sqrt{10}}{10}$

18 $2x^2-4x+2=2(x^2-2x+1)=2(x-1)^2$

$x^2y-y=y(x+1)(x-1)$

따라서 공통인수는 $x-1$이다.

즉, $x^2+3x+a=(x-1)(x+4)$이므로 $a=-4$

$\therefore$ $a=-4$

19 $a+b=2\sqrt{3}$, $a-b=2$이므로

$$\begin{aligned}a^2-b^2-3a-3b&=(a+b)(a-b)-3(a+b)\\&=(a+b)(a-b-3)\\&=2\sqrt{3}\times(-1)\\&=-2\sqrt{3}\end{aligned}$$

20 직사각형의 넓이는 $3x^2+3x-6=(x+2)(3x-3)$

이때 세로의 길이가 $x+2$이므로 가로의 길이는 $3x-3$이다.

21 새로 만드는 직사각형의 넓이는 $(x-2)(x+3)$이다.

$x=7$일 때, 직사각형 넓이는 $(7-2)(7+3)=50$이므로

넓이가 같은 정사각형 한 변의 길이는 $\sqrt{50}=5\sqrt{2}$(cm)

$\therefore$ $5\sqrt{2}$ cm

22 $$\begin{aligned}\sqrt{27}\div6\sqrt{3}\times3\sqrt{2}\div\sqrt{\frac{8}{5}}&=3\sqrt{3}\times\frac{1}{6\sqrt{3}}\times3\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}}\\&=\frac{1}{2}\times\frac{3\sqrt{5}}{2}\\&=\frac{3\sqrt{5}}{4}\end{aligned}$$

$\therefore$ $\frac{3\sqrt{5}}{4}$

23 (1) $3<2+\sqrt{3}<4$이므로 정수 부분은 3이다.

$\therefore$ $a=3$

(2) 정수 부분이 3이므로 소수 부분은 $2+\sqrt{3}-3=\sqrt{3}-1$이다.

$\therefore$ $b=\sqrt{3}-1$

(3) $a=3$, $b=\sqrt{3}-1$이므로 $2a+b=2\times3+\sqrt{3}-1=5+\sqrt{3}$

$\therefore$ $5+\sqrt{3}$

24 $(2\sqrt{5}+a)(\sqrt{5}-8)=10-16\sqrt{5}+a\sqrt{5}-8a$

이때 계산 결과가 유리수가 되려면 $-16\sqrt{5}+a\sqrt{5}=0$이어야

하므로 $(a-16)\sqrt{5}=0$, $a-16=0$, $a=16$

$\therefore$ 16

25 큰 원의 반지름은 21이므로 넓이는 $21^2\pi$이다.

또, 작은 원의 반지름은 9이므로 넓이는 $9^2\pi$이다.

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$21^2\pi-9^2\pi=(21^2-9^2)\pi$$
$$=(21+9)(21-9)\pi$$
$$=30\times12\pi=360\pi$$

$\therefore$ 360π

• 실전 모의고사 3회 100~103p

01 $\sqrt{\frac{9}{4}}\times(-\sqrt{2})^2=\frac{3}{2}\times2=3$

02 $(x+1)(x-3)=x^2-2x-3$이므로 $a=2$, $b=-3$

$\therefore$ $a+b=-1$

03 $\frac{1}{\sqrt{3}-2}=\frac{(\sqrt{3}+2)}{(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)}=\frac{\sqrt{3}+2}{3-4}=-\sqrt{3}-2$

04 ① $-(\sqrt{3})^2=-3$ ② $(-\sqrt{3})^2=3$

③ $-\sqrt{3^2}=-3$ ④ $-(-\sqrt{3})^2=-3$

⑤ $-\sqrt{(-3)^2}=-3$

05 $x^2-2x-15=0$, $(x-5)(x+3)=0$

$\therefore$ $x=-3$ 또는 $x=5$

06 ① $\sqrt{(-3)^2}=3$

③ 7의 음의 제곱근은 $-\sqrt{7}$이다.

④ 0의 제곱근은 0뿐이며, 음수의 제곱근은 없다.

⑤ $\sqrt{5}$는 5의 양의 제곱근이다.

07 ① $3>\sqrt{5}$이므로 $4>1+\sqrt{5}$

② $2\sqrt{2}>1$이므로 $\sqrt{2}>1-\sqrt{2}$

③ $4<\sqrt{17}$이므로 $4+\sqrt{5}<\sqrt{17}+\sqrt{5}$

④ $2<\sqrt{5}$이므로 $2-\sqrt{7}<\sqrt{5}-\sqrt{7}$

⑤ $\sqrt{6}-3<0$, $5-\sqrt{3}>0$이므로 $\sqrt{6}-3<5-\sqrt{3}$

08 $\frac{\sqrt{0.5}}{10}=\sqrt{\frac{0.5}{100}}=\sqrt{\frac{50}{10000}}=\frac{\sqrt{50}}{100}=0.07071$

09 ⑤ $3x^2+2x-1=(x+1)(3x-1)$

10 $5\sqrt{2}-\sqrt{75}+\frac{6}{\sqrt{3}}-2\sqrt{8}=5\sqrt{2}-5\sqrt{3}+2\sqrt{3}-4\sqrt{2}$

$$=\sqrt{2}-3\sqrt{3}$$

11 ② 두 무리수가 $\sqrt{3}$, $-\sqrt{3}$인 경우 그 합은

$\sqrt{3}+(-\sqrt{3})=0$으로 유리수가 된다.

12 $x^2+14x+2a+7=0$이 중근을 가지려면

$$2a+7=\left(\frac{1}{2}\times14\right)^2,\ 2a+7=49,\ 2a=42$$

$\therefore$ $a=21$

13 $(x+3)^2-8=0$에서 $(x+3)^2=8$

제곱근을 구하면 $x+3=\pm2\sqrt{2}$ $\therefore$ $x=-3\pm2\sqrt{2}$

따라서 $a=-3+2\sqrt{2}$, $b=-3-2\sqrt{2}$이므로 $a+b=-6$

14 공통인수가 0이 되게 하는 a의 값 $x=1$을 두 다항식에 대입하면 식의 값은 0이다.

(i) x^2-4x+a에 $x=1$을 대입하면 $1-4+a=0$

$\therefore$ $a=3$

(ii) $3x^2-bx-5$에 $x=1$을 대입하면 $3-b-5=0$

$\therefore$ $b=-2$

(i), (ii)에 의하여 $ab=-6$

15 $a^2-ab-6b^2=(a-3b)(a+2b)$이고, 가로의 길이가 $a+2b$이므로 세로의 길이는 $a-3b$이다.

따라서 둘레의 길이는

$$2(a-3b)+2(a+2b)=2a-6b+2a+4b$$
$$=4a-2b$$

16 $a-b=A$로 놓으면

$$(a-b)(a-b-1)-2=A(A-1)-2$$
$$=A^2-A-2$$
$$=(A-2)(A+1)$$
$$=(a-b-2)(a-b+1)$$

17 $a+3>0$, $a-3<0$이므로

$$\sqrt{a^2+6a+9}-\sqrt{a^2-6a+9}=\sqrt{(a+3)^2}-\sqrt{(a-3)^2}$$
$$=a+3-\{-(a-3)\}$$
$$=a+3+a-3$$
$$=2a$$

18 $2x^2-9x-5=(2x+1)(x-5)$이므로

두 일차식은 $2x+1$, $x-5$이다.

$\therefore$ $2x+1+x-5=3x-4$

19 $\sqrt{54x}=\sqrt{2\times3^3\times x}$이므로 $x=6\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.

② $18=6\times3$이므로 조건에 맞지 않는다.

20 $\frac{1}{6}x(x-2)=1$의 양변에 6을 곱하면

$$x(x-2)=6,\ x^2-2x-6=0$$

근의 공식을 이용하면 $x=1\pm\sqrt{7}$

21 (i) $\sqrt{50}=5\sqrt{2}$ $\therefore$ $a=5$

(ii) $2\sqrt{3}=\sqrt{12}$ $\therefore$ $b=12$

(i), (ii)에 의하여 $ab=60$

$\therefore$ 60

22 $A=(2-\sqrt{5})^2=4-4\sqrt{5}+5=9-4\sqrt{5}$

$B=(\sqrt{5}+1)(2\sqrt{5}-1)=10-\sqrt{5}+2\sqrt{5}-1=9+\sqrt{5}$

$\therefore$ $A-B=9-4\sqrt{5}-(9+\sqrt{5})=-5\sqrt{5}$

$\therefore$ $-5\sqrt{5}$

23 $x=3+\sqrt{2}$에서 $x-3=\sqrt{2}$이므로 양변을 제곱하면

$$(x-3)^2=2,\ x^2-6x+9=2,\ x^2-6x=-7$$

이때 $x^2-6x+10=-7+10=3$

$\therefore$ 3

24 $5x^2+4x-12=(5x-6)(x+2)$이므로

두 일차식은 $5x-6$, $x+2$이다.

이때 두 일차식의 상수항은 -6, 2이므로 그 합은 -4이다.

$\therefore$ -4

25 (1) $x^2+2x+a=0$에 $x=-6$을 대입하면

$36-12+a=0$, $a=-24$

$\therefore$ -24

(2) $a=-24$이므로 $x^2+2x-24=0$에서 $(x+6)(x-4)=0$

$\therefore x=-6$ 또는 $x=4$

따라서 다른 한 근은 $x=4$이다.

$\therefore 4$

족집게 마무리 100선 104~119p

01 ① $\sqrt{0.4}=\sqrt{\frac{4}{10}}=\frac{2}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{5}$

③ $a<0$일 때, $\sqrt{a^2}=-a$

④ 0의 제곱근은 1개이고, 음수의 제곱근은 없다.

⑤ $\sqrt{25}=5$의 양의 제곱근은 $\sqrt{5}$

02 16의 음의 제곱근은 -4이므로 $a=-4$

36의 양의 제곱근은 6이므로 $b=6$

$\therefore a+b=2$

03 $\sqrt{81}=9$의 양의 제곱근은 3이므로 $a=3$

$(-4)^2=16$의 음의 제곱근은 -4이므로 $b=-4$

$\therefore a+b=-1$

04 정사각형 모양의 한 변의 길이를 x라 하면

$\frac{1}{2}\times5\times6=x^2$, $x=\sqrt{15}$ ($\because x>0$)

05 $\left(-\sqrt{\frac{8}{3}}\right)^2=\frac{8}{3}$

06 $a^2=4$이므로 $a=2$, $b=\sqrt{(-3)^2}$이므로 $b=3$

$\therefore ab=6$

07 $\sqrt{(-3)^2}+(-\sqrt{5})^2+\sqrt{25}-(\sqrt{7})^2=3+5+5-7$

$=6$

$\therefore 6$

08 $a<0$일 때, $\sqrt{(-a)^2}-\sqrt{4a^2}=(-a)-(-2a)=a$

09 $a<0$, $ab<0$이므로 $b>0$, $a-b<0$

$\sqrt{(-a)^2}+\sqrt{(a-b)^2}-\sqrt{4b^2}$

$=(-a)-(a-b)-2b$

$=-2a-b$

10 $90=2\times3^2\times5$이므로 $\sqrt{90n}$이 자연수가 되려면

$n=2\times5\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.

따라서 $n=10$, 40, 90, 160으로 4개이다.

11 $\sqrt{\frac{507a}{4}}=\sqrt{\frac{3\times13^2\times a}{2^2}}$가 자연수가 되려면

$a=2^2\times3\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수 $a=2^2\times3=12$

$\therefore 12$

12 $\frac{\sqrt{180}}{\sqrt{x}}=\sqrt{\frac{2^2\times3^2\times5}{x}}$가 자연수가 되려면

$x=5$, $2^2\times5$, $3^2\times5$, $2^2\times3^2\times5$

따라서 x의 값 중에서 가장 큰 수는 180, 가장 작은 수는 5이므로 그 차는 175이다.

13 $40-n=36$, 25, 16, 9, 4, 1이어야 하므로

$n=39$, 36, 31, 24, 15, 4로 6개이다.

14 $\sqrt{9}\le\sqrt{x}\le\sqrt{25}$에서 $9\le x\le25$

따라서 x는 9, 10, 11, 12, ⋯, 23, 24, 25로 17개이다.

15 $3<\sqrt{3a}<5$에서 $\sqrt{9}<\sqrt{3a}<\sqrt{25}$이므로 각 변을 제곱하면

$9<3a<25$, $3<a<\frac{25}{3}$이므로 $a=4$, 5, 6, 7, 8

따라서 모든 a의 값들의 합은 $4+5+6+7+8=30$

$\therefore 30$

16 ① $0.8\dot{7}=\frac{79}{90}$ ④ $\sqrt{25}=5$

⑤ $-(-\sqrt{3})^2=-3$

17 ㄴ. $\sqrt{3}$은 무리수이므로 순환하지 않는 무한소수로 나타내어진다.

ㄹ. $\sqrt{7}$은 무리수이므로 기약분수로 나타낼 수 없다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

18 ㄱ. 순환하는 무한소수는 유리수, 순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.

ㄹ. 근호 안의 수가 제곱인 수인 경우는 유리수이다.

따라서 옳지 않은 것은 ㄱ, ㄹ이다.

19 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$이므로

각 점의 좌표는 $\mathrm{A}(-1-\sqrt{2})$, $\mathrm{B}(-2+\sqrt{2})$, $\mathrm{C}(1-\sqrt{2})$, $\mathrm{D}(2-\sqrt{2})$, $\mathrm{E}(\sqrt{2})$이다.

20 (1) 모눈 9칸의 넓이는 9이고, 넓이가 1인 직각삼각형이 4개이므로 $\square\mathrm{ABCD}=9-4=5$

$\therefore 5$

(2) 넓이가 5인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$이다.

$\therefore \sqrt{5}$

(3) 점 P에 대응하는 수는 $3-\sqrt{5}$, 점 Q에 대응하는 수는 $3+\sqrt{5}$이다.

$\therefore \mathrm{P}(3-\sqrt{5})$, $\mathrm{Q}(3+\sqrt{5})$

21 ② $5=\sqrt{25}$이므로 $\sqrt{26}>5$

③ $-3=-\sqrt{9}$이므로 $-\sqrt{10}<-3$

④ $\frac{1}{2}=\sqrt{\frac{1}{4}}$이므로 $\frac{1}{2}<\sqrt{\frac{1}{3}}$

⑤ $\sqrt{5}<\sqrt{10}$이므로 $\sqrt{\frac{1}{5}}>\sqrt{\frac{1}{10}}$

22 ㄴ. $\sqrt{49}=7$의 제곱근은 $\sqrt{7}$, $-\sqrt{7}$

ㄷ. $a<0$일 때, $\sqrt{a^2}=-a$이고 $-a$의 제곱근은 $\pm\sqrt{-a}$이다.

ㄹ. $a<b$, $ab<0$이므로 $a<0$, $b>0$이다.

$(-\sqrt{b})^2-\sqrt{(a-2b)^2}+\sqrt{(-a)^2}$

$=b+(a-2b)-a=-b$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다.

23 $2\sqrt{3}\times\frac{1}{\sqrt{6}}-\sqrt{2}=\frac{2}{\sqrt{2}}-\sqrt{2}=\sqrt{2}-\sqrt{2}=0$

24 $a\sqrt{\frac{b}{a}}+b\sqrt{\frac{a}{b}}=\sqrt{ab}+\sqrt{ab}=7+7=14$

25 $\sqrt{6}\times\sqrt{8}-\sqrt{15}\div\sqrt{5}=4\sqrt{3}-\sqrt{3}=3\sqrt{3}$

26 $\frac{3}{\sqrt{12}}=\frac{3}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad\therefore\ a=\frac{1}{2}$

$\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{15}}{5}$ $\quad\therefore\ b=\frac{2}{5}$

$\therefore\ \sqrt{20\times\frac{1}{2}\times\frac{2}{5}}=2$

27 ① $\sqrt{340}=10\sqrt{3.4}=18.44$

② $\sqrt{3400}=10\sqrt{34}=58.31$

③ $\sqrt{34000}=100\sqrt{3.4}=184.4$

④ $\sqrt{0.34}=\frac{\sqrt{34}}{10}=0.5831$

28 $3\sqrt{2}\div(-2\sqrt{3})\times\left(-\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^2=\frac{3\sqrt{2}}{-2\sqrt{3}}\times\frac{2}{5}$

$=-\frac{3\sqrt{2}}{5\sqrt{3}}=-\frac{\sqrt{6}}{5}$

$\therefore\ a=-\frac{1}{5}$

29 $\sqrt{150}=\sqrt{2\times3\times5^2}=5\sqrt{2}\sqrt{3}=5ab$

30 (1) $\sqrt{350}+\sqrt{0.35}=\sqrt{3.5}\times10+\sqrt{35}\div10=10a+\frac{b}{10}$

$\therefore\ 10a+\frac{b}{10}$

(2) $\sqrt{14}+\sqrt{3.15}=\sqrt{4\times3.5}+\sqrt{\frac{9\times35}{100}}$

$=2\sqrt{3.5}+\frac{3}{10}\sqrt{35}$

$=2a+\frac{3b}{10}$

$\therefore\ 2a+\frac{3b}{10}$

31 $\overline{BC}=\sqrt{3}$, $\overline{CD}=\sqrt{6}$이므로

$\square ABCD=\sqrt{3}\times\sqrt{6}=3\sqrt{2}$

32 삼각형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times(3+\sqrt{3})\times2\sqrt{6}=(3+\sqrt{3})\sqrt{6}$

$=3\sqrt{6}+3\sqrt{2}\ (cm^2)$

33 $\sqrt{3}+4\sqrt{7}-3\sqrt{7}+2\sqrt{3}=3\sqrt{3}+\sqrt{7}$

34 $\sqrt{24}+\sqrt{48}-\sqrt{2}\left(\frac{6}{\sqrt{12}}+\frac{9}{\sqrt{6}}\right)=2\sqrt{6}+4\sqrt{3}-\sqrt{6}-3\sqrt{3}$

$=\sqrt{3}+\sqrt{6}$

따라서 $a=1$, $b=1$이므로 $a-b=0$

35 $2\sqrt{2}+2\sqrt{3}+3\sqrt{2}-3\sqrt{3}=5\sqrt{2}-\sqrt{3}$

36 $6\sqrt{3}-2\sqrt{27}+\frac{6}{\sqrt{3}}-\sqrt{75}$

$=6\sqrt{3}-6\sqrt{3}+2\sqrt{3}-5\sqrt{3}$

$=-3\sqrt{3}$

$\therefore\ -3\sqrt{3}$

37 $\sqrt{5}a+\sqrt{2}b=\sqrt{5}(3\sqrt{2}-\sqrt{5})+\sqrt{2}(\sqrt{2}+3\sqrt{5})$

$=3\sqrt{10}-5+2+3\sqrt{10}$

$=-3+6\sqrt{10}$

38 $\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}(2-\sqrt{3})}{3}+\frac{\sqrt{2}(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{2}$

$=\frac{2\sqrt{3}-3}{3}+\frac{2\sqrt{3}+2}{2}$

$=\frac{2}{3}\sqrt{3}-1+\sqrt{3}+1$

$=\frac{5}{3}\sqrt{3}$

$\therefore\ a=\frac{5}{3}$

39 $(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2-(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)=5+2\sqrt{15}+3-(5-4)$

$=7+2\sqrt{15}$

40 $(4+a\sqrt{3})(2-\sqrt{3})=8-4\sqrt{3}+2a\sqrt{3}-3a$

이때 유리수가 되려면 $-4\sqrt{3}+2a\sqrt{3}=0$이어야 하므로

$(2a-4)\sqrt{3}=0$, $2a-4=0$

$\therefore\ a=2$

41 $2(a-\sqrt{3})+\sqrt{3}(4\sqrt{3}-a)=2a-2\sqrt{3}+12-a\sqrt{3}$

이때 유리수가 되려면 $-2\sqrt{3}-a\sqrt{3}=0$이어야 하므로

$-(a+2)\sqrt{3}=0$, $a+2=0$

$\therefore\ a=-2$

42 $\frac{7}{3+\sqrt{2}}\times\frac{3-\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}}=\frac{7(3-\sqrt{2})}{7}=3-\sqrt{2}$

따라서 $a=3$, $b=-1$이므로 $a^2+b^2=3^2+(-1)^2=10$

43 $\frac{\sqrt{6}+2}{\sqrt{6}-2}+\frac{\sqrt{6}-2}{\sqrt{6}+2}=\frac{(\sqrt{6}+2)^2+(\sqrt{6}-2)^2}{(\sqrt{6}+2)(\sqrt{6}-2)}$

$=\frac{6+4\sqrt{6}+4+6-4\sqrt{6}+4}{6-4}$

$=\frac{20}{2}=10$

$\therefore\ 10$

44 (i) $3<\sqrt{10}<4$에서 $8<5+\sqrt{10}<9$이므로 정수 부분은 8이다.

$\therefore\ a=8$

(ii) $2<\sqrt{8}<3$에서 $1<4-\sqrt{8}<2$이므로 정수 부분은 1,

소수 부분은 $4-2\sqrt{2}-1=3-2\sqrt{2}$이다.

$\therefore\ b=3-2\sqrt{2}$

$\therefore\ \frac{a}{b}=\frac{8}{3-2\sqrt{2}}=8(3+2\sqrt{2})=24+16\sqrt{2}$

45 (i) $1<\sqrt{2}<2$에서 $4<3+\sqrt{2}<5$이므로 정수 부분은 4,

소수 부분은 $3+\sqrt{2}-4=\sqrt{2}-1$이다.

$\therefore\ a=\sqrt{2}-1$

(ii) $4<3\sqrt{2}<5$에서 정수 부분은 4, 소수 부분은 $3\sqrt{2}-4$이다.

$\therefore\ b=3\sqrt{2}-4$

이때 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{\sqrt{2}-1}+\frac{1}{3\sqrt{2}-4}$

$=\sqrt{2}+1+\frac{3\sqrt{2}+4}{2}$

$=\frac{6+5\sqrt{2}}{2}$

$\therefore\ \frac{6+5\sqrt{2}}{2}$

46 $x=2+\sqrt{5}$에서 $x-2=\sqrt{5}$이므로 양변을 제곱하면

$(x-2)^2=5,\ x^2-4x+4=5,\ x^2-4x=1$

$\therefore\ x^2-4x+5=1+5=6$

47 $\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}=\left(\frac{1}{x}\right)^2+\left(\frac{1}{y}\right)^2=(3+\sqrt{7})^2+(3-\sqrt{7})^2$

$=16+6\sqrt{7}+16-6\sqrt{7}$

$=32$

48 (1) $a=\frac{1}{2+\sqrt{3}}=\frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}=\frac{2-\sqrt{3}}{4-3}=2-\sqrt{3}$

$b=\frac{1}{2-\sqrt{3}}=\frac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}=\frac{2+\sqrt{3}}{4-3}=2+\sqrt{3}$

$\therefore\ a=2-\sqrt{3},\ b=2+\sqrt{3}$

(2) $ab=(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})=4-3=1$이므로

$a^4b^5-1=(ab)^4b-1=2+\sqrt{3}-1=1+\sqrt{3}$

$\therefore\ 1+\sqrt{3}$

49 $\frac{1}{2}\times(\sqrt{18}+\sqrt{2}+\sqrt{12})\times\sqrt{32}=\frac{1}{2}\times(4\sqrt{2}+2\sqrt{3})\times4\sqrt{2}$

$=16+4\sqrt{6}$

$=4(4+\sqrt{6})\ (\mathrm{cm}^2)$

50 $a=3-\sqrt{5},\ b=3+\sqrt{5}$이므로

$4a-2b=4(3-\sqrt{5})-2(3+\sqrt{5})$

$=12-4\sqrt{5}-6-2\sqrt{5}$

$=6-6\sqrt{5}$

51 ② $\sqrt{15}+1-4=\sqrt{15}-3>0$이므로 $\sqrt{15}+1>4$

③ 양변에서 $\sqrt{6}$을 빼면 $\sqrt{5}>2$이므로 $\sqrt{5}+\sqrt{6}>2+\sqrt{6}$

④ 양변에서 $\sqrt{5}$를 빼면 $3>\sqrt{8}$이므로 $3+\sqrt{5}>\sqrt{5}+\sqrt{8}$

⑤ 양변에 $3\sqrt{2}$를 더하면 $2\sqrt{3}>\sqrt{3}$이므로

$2\sqrt{3}-3\sqrt{2}>-\sqrt{18}+\sqrt{3}$

52 $a-b=2-\sqrt{2}-(\sqrt{3}-\sqrt{2})=2-\sqrt{3}>0$이므로 $a>b$

$b-c=\sqrt{3}-\sqrt{2}-(\sqrt{3}-2)=2-\sqrt{2}>0$이므로 $b>c$

$\therefore\ c<b<a$

53 $\sqrt{2}\times\sqrt{5^2}-\frac{8}{\sqrt{2}}+\sqrt{16}\div\sqrt{2}$

$=5\sqrt{2}-4\sqrt{2}+2\sqrt{2}$

$=3\sqrt{2}$

54 ① $\sqrt{3}\sqrt{2}=\sqrt{6}$

② $2+\sqrt{3}=\sqrt{4}+\sqrt{3}$

③ $5\sqrt{3}=\sqrt{5^2\times3}=\sqrt{25\times3}$

⑤ $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

55 ① $3x-6xy=3x(1-2y)$

② $-2x-4y=-2(x+2y)$

④ $2xy^2-8xy=2xy(y-4)$

⑤ $5x^2y+10xy=5xy(x+2)$

56 $x^3-x=x(x^2-1)=x(x+1)(x-1)$

57 $2x^2-7x=x(2x-7)$

따라서 구하는 인수는 $x,\ 2x-7$이다.

$\therefore\ x,\ 2x-7$

58 $x^2-ax+\frac{9}{4}=x^2-2bx+b^2$이므로 $a=2b,\ b^2=\frac{9}{4}$

이때 $b^2=\frac{9}{4}$에서 $b=\frac{3}{2}\ (\because\ b>0)$

$a=2b$에 $b=\frac{3}{2}$을 대입하면 $a=3$

$\therefore\ a-b=3-\frac{3}{2}=\frac{3}{2}$

59 $16x^2-25=(4x+5)(4x-5)$

따라서 $a=4,\ b=5$이므로 $a+b=9$

60 $x^2+9x+18=(x+3)(x+6)$이므로

$x+3+x+6=2x+9$

61 $x^2-3x+2=(x-2)(x-1),\ x^2-x-6=(x+2)(x-3)$이므로 $A=x-2,\ B=x+2$

$\therefore\ A^2-B^2=(A+B)(A-B)=2x\times(-4)=-8x$

$\therefore\ -8x$

62 $ax^2+7x-15=2x^2+(b+10)x+5b$이므로

$a=2,\ 5b=-15$

따라서 $a=2,\ b=-3$이므로 $ab=-6$

63 $x^2+5x+4=(x+1)(x+4)$

64 $x^2+Ax+6=x^2+(a+b)x+ab$에서 $ab=6$

따라서 $(a,\ b)$가 될 수 있는 경우의 순서쌍은

$(a,\ b)=(1,\ 6),\ (2,\ 3),\ (3,\ 2),\ (6,\ 1),\ (-1,\ -6),$

$(-2,\ -3),\ (-3,\ -2),\ (-6,\ -1)$

즉, $A=a+b$의 값이 될 수 있는 것은 $-7,\ -5,\ 5,\ 7$이다.

65 ① $4x^2-12xy=4x(x-3y)$

② $9x^2-1=(3x+1)(3x-1)$

③ $x^2+x-30=(x+6)(x-5)$

④ $4x^2-12xy+9y^2=(2x-3y)^2$

66 $x^2-5x+6=(x-2)(x-3)$

$3x^2-7x-6=(3x+2)(x-3)$

따라서 두 식의 공통인수는 $x-3$이다.

67 x^2+x-a에 $x=2$를 대입하면 $4+2-a=0,\ a=6$

또, $2x^2-bx+2$에 $x=2$를 대입하면 $8-2b+2=0,\ b=5$

$\therefore\ ab=30$

68 ① $x^2-2=(x+\sqrt{2})(x-\sqrt{2})$

② $x^2+2x=x(x+2)$

③ $x^2+4x+4=(x+2)^2$

④ $x^2+5x-14=(x+7)(x-2)$

⑤ $x^2-10x-24=(x-12)(x+2)$

69 $(x-2)(x+3)=x^2+x-6$에서 창교는 이차항의 계수와 상수항을 제대로 보았으므로 이차항의 계수는 1, 상수항은 -6이다.

또, $(x+2)(x+3)=x^2+5x+6$에서 동제는 이차항의 계수와 일차항의 계수를 제대로 보았으므로 이차항의 계수는 1, 일차항의 계수는 5이다.

따라서 처음 이차식은 x^2+5x-6이고, 인수분해하면

$x^2+5x-6=(x-1)(x+6)$

70 $(x-12)(x+4)=x^2-8x-48$에서 준태는 이차항의 계수와 상수항을 제대로 보았으므로 이차항의 계수는 1, 상수항은 -48이다.
또, $(x-7)(x+9)=x^2+2x-63$에서 창훈이는 이차항의 계수와 일차항의 계수를 제대로 보았으므로 이차항의 계수는 1, 일차항의 계수는 2이다.
따라서 처음 이차식은 $x^2+2x-48$이고, 인수분해하면
$x^2+2x-48=(x+8)(x-6)$
$\therefore (x+8)(x-6)$

71 $\sqrt{a^2+6a+9}+\sqrt{a^2-10a+25}=\sqrt{(a+3)^2}+\sqrt{(a-5)^2}$
이때 $a+3>0$, $a-5<0$이므로
$\sqrt{(a+3)^2}+\sqrt{(a-5)^2}=(a+3)-(a-5)=8$

72 $\square=(\pm2)\times\sqrt{9}\times\sqrt{9}=\pm18$

73 $(x-1)^2-a+6x=x^2-2x+1-a+6x$
$=x^2+4x+1-a$
이 식이 완전제곱식이 되려면 $1-a=\left(\frac{1}{2}\times4\right)^2=2^2=4$
$\therefore a=-3$

74 $x-1=A$로 놓으면
$(x-1)^2+6(x-1)+9=A^2+6A+9$
$=(A+3)^2$
$=(x+2)^2$

75 $x+y=A$로 놓으면
$(x+y+1)(x+y-5)-7=(A+1)(A-5)-7$
$=A^2-4A-12$
$=(A-6)(A+2)$
$=(x+y-6)(x+y+2)$

76 $x^2+x-xy-y=x(x+1)-y(x+1)=(x+1)(x-y)$

77 $2xy+1-x^2-y^2=1-(x^2-2xy+y^2)$
$=1-(x-y)^2$
$=(1+x-y)(1-x+y)$

78 $x^2-5xy+x+6y^2-y-2$
$=x^2-(5y-1)x+(3y-2)(2y+1)$
$=(x-3y+2)(x-2y-1)$
따라서 $a=-3$, $b=-2$이므로 $a+b=-5$

79 $(a+1)(a+2)+(a+1)(a+3)=(a+1)(a+2+a+3)$
$=(a+1)(2a+5)$

80 $2\times(7.75^2-2.25^2)=2\times(7.75+2.25)(7.75-2.25)$
$=2\times10\times5.5$
$=110$

81 $1^2-2^2+3^2-4^2+\cdots+9^2-10^2$
$=(1^2-2^2)+(3^2-4^2)+\cdots+(9^2-10^2)$
$=(1+2)(1-2)+(3+4)(3-4)+\cdots+(9+10)(9-10)$
$=-(1+2+3+4+\cdots+10)$
$=-55$

82 $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$을 이용하면
$98^2+2\times98\times2+2^2=(98+2)^2=100^2=10000$
$\therefore$ 10000

83 $x\neq0$이므로 $x^2-5x+1=0$의 양변을 x로 나누면
$x-5+\frac{1}{x}=0$, $x+\frac{1}{x}=5$, $x^2+2+\frac{1}{x^2}=25$
$x^2+\frac{1}{x^2}=23$
이때 $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=x^2+\frac{1}{x^2}-2=21$이므로
$x-\frac{1}{x}=\sqrt{21}$ ($\because$ $x>1$)
$\therefore x^4-\frac{1}{x^4}=\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)\left(x^2-\frac{1}{x^2}\right)$
$=\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(x-\frac{1}{x}\right)$
$=23\times5\times\sqrt{21}$
$=115\sqrt{21}$

84 $x^2+2xy+y^2=(x+y)^2$
이때 $x=\frac{\sqrt{3}+1}{2}$, $y=\frac{\sqrt{3}-1}{2}$이므로 $x+y=\frac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$
$\therefore (x+y)^2=(\sqrt{3})^2=3$

85 $4x^2-4x-4y^2+1=(2x-1)^2-4y^2$
$=(2x+2y-1)(2x-2y-1)$
$=\{2(x+y)-1\}\{2(x-y)-1\}$
이때 $x=\frac{(3-\sqrt{5})^2}{(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})}=\frac{7-3\sqrt{5}}{2}$,
$y=\frac{(3+\sqrt{5})^2}{(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})}=\frac{7+3\sqrt{5}}{2}$이므로
$x+y=\frac{14}{2}=7$, $x-y=-\frac{6\sqrt{5}}{2}=-3\sqrt{5}$
$\therefore \{2(x+y)-1\}\{2(x-y)-1\}=(14-1)(-6\sqrt{5}-1)$
$=-78\sqrt{5}-13$
$\therefore -78\sqrt{5}-13$

86 넓이가 $x^2-6x-7=(x-7)(x+1)$이고 가로의 길이가 $x+1$이므로 세로의 길이는 $x-7$이다.
따라서 둘레의 길이는 $2\times(x-7+x+1)=4x-12$

87 도형 A의 넓이는
$(2x+5)^2-4^2=(2x+9)(2x+1)$
이때 도형 B의 넓이도 $(2x+9)(2x+1)$이고, 도형 B의 세로의 길이가 $2x+1$이므로 가로의 길이는 $2x+9$

88 도형 A의 넓이는
$(5x+4)^2-3^2=(5x+4+3)(5x+4-3)$
$=(5x+7)(5x+1)$
이때 도형 B의 넓이도 $(5x+7)(5x+1)$이고, 가로의 길이가 세로의 길이보다 길기 때문에 B의 가로의 길이는 $5x+7$이다.
$\therefore 5x+7$

89 ⑤ 정리하면 $6x+4=0$ (일차방정식)

90 ① $x=5$를 대입하면 $5^2+5\times5+5=55\neq0$

② $x=6$을 대입하면 $6^2-4\times6-12=0$

③ $x=3$을 대입하면 $3^2-3-12=-6\neq0$

④ $x=-2$를 대입하면 $(-2)^2+6\times(-2)+5=-3\neq0$

⑤ $x=-2$를 대입하면 $-2\times(-2)^2-8=-16\neq0$

91 $x^2+ax+3=0$에 $x=1$을 대입하면 $1+a+3=0$

$\therefore a=-4$

92 $x^2+4x-1=0$에 $x=a$를 대입하면 $a^2+4a-1=0$

$a\neq0$이므로 양변을 a로 나누면

$$a+4-\frac{1}{a}=0,\ a-\frac{1}{a}=-4$$

$$\therefore a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+2=16+2=18$$

93 $x^2-3ax+a+1=0$에 $x=2$를 대입하면

$$4-6a+a+1=0,\ -5a=-5,\ a=1$$

$a=1$을 $x^2-3ax+a+1=0$에 대입하면

$$x^2-3x+2=0,\ (x-1)(x-2)=0$$

$\therefore x=1$ 또는 $x=2$

따라서 다른 한 근은 $x=1$ $\quad\therefore b=1$

$\therefore ab=1$

94 $x^2-3x+a=0$에 $x=-1$을 대입하면

$$1+3+a=0,\ a=-4$$

$a=-4$를 $x^2-3x+a=0$에 대입하면

$$x^2-3x-4=0,\ (x-4)(x+1)=0$$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=4$

따라서 다른 한 해는 $x=4$

$\therefore a=-4$, 다른 한 해 : $x=4$

95 $x^2+7x+10=0,\ (x+2)(x+5)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=-5$

96 (i) $x^2+bx-c=0$의 해가 $x=-2$ 또는 $x=3$이므로

$$(x+2)(x-3)=x^2-x-6$$

$\therefore b=-1,\ c=6$

(ii) $x^2-5x+a=0$이 중근을 가지므로

$$a=\left\{\frac{1}{2}\times(-5)\right\}^2=\frac{25}{4}$$

(i), (ii)에 의하여 $a-(b+c)=\frac{25}{4}-(-1+6)=\frac{5}{4}$

97 (1) $(x-2)(x-4)=a$에서 $x^2-6x+8-a=0$

$$\therefore 8-a=\left\{\frac{1}{2}\times(-6)\right\}^2=(-3)^2=9,\ a=-1$$

$\therefore -1$

(2) $a=-1$을 $x^2-6x+8-a=0$에 대입하면

$$x^2-6x+9=0,\ (x-3)^2=0$$

$\therefore x=3$ (중근)

98 ③ $4x^2+8x+1=0$은 완전제곱식이 아니다.

99 $x(x-1)=3x+6$에서

$$x^2-x-3x=6,\ x^2-4x=6$$

$$x^2-4x+4=6+4,\ (x-2)^2=10$$

따라서 $a=-2,\ b=10$이므로 $a+b=8$

100 $0.01x^2+0.03x-0.5=0$의 양변에 100을 곱하면

$$x^2+3x-50=0$$

근의 공식을 이용하면 $x=\frac{-3\pm\sqrt{209}}{2}$

따라서 $a=-3,\ b=209$이므로 $a+b=206$

고난도 기출문제 모음 120~128p

01 큰 직사각형의 가로의 길이를 x라 하면 닮음비에 의해

$$x:1=1:\frac{x}{6},\ \frac{x^2}{6}=1,\ x^2=6,\ x=\sqrt{6}$$

02 처음 정사각형의 넓이는 $40\times40=1600$

1번 접었을 때, 정사각형의 넓이는 $1600\times\frac{1}{2}=800$

2번 접었을 때, 정사각형의 넓이는 $1600\times\left(\frac{1}{2}\right)^2=400$

$\vdots$

7번 접었을 때, 정사각형의 넓이는

$$1600\times\left(\frac{1}{2}\right)^7=1600\times\frac{1}{128}=\frac{25}{2}$$

따라서 7단계에서 생기는 정사각형의 한 변의 길이는

$$\sqrt{\frac{25}{2}}=\frac{5\sqrt{2}}{2}\ (\text{cm})$$

03 $\sqrt{1+3}=2,\ \sqrt{1+3+5}=3,\ \sqrt{1+3+5+7}=4,\ \cdots$이므로

근호 안의 홀수의 개수가 근호를 사용하지 않고 나타내는 수와 같다.

따라서 $\sqrt{1+3+5+\cdots+97+99}$의 근호 안의 홀수의 개수가 50개이므로

$$\sqrt{1+3+5+\cdots+97+99}=50$$

04 $\sqrt{6ab}=6\sqrt{2}$의 양변을 제곱하면 $6ab=72,\ ab=12$

이때 $ab=12$를 만족하는 $(a,\ b)$의 순서쌍은

$(2,\ 6),\ (3,\ 4),\ (4,\ 3),\ (6,\ 2)$이므로

구하는 확률은 $\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$

05 $\sqrt{\sqrt{\sqrt{(\sqrt{3}-5)^2}+\sqrt{(76+\sqrt{3})^2}}}=\sqrt{\sqrt{5-\sqrt{3}+76+\sqrt{3}}}$

$=\sqrt{\sqrt{81}}=\sqrt{9}=3$

06 $\sqrt{x^2+9}+\sqrt{x^2-3}=6$ …… ㉠

$\sqrt{x^2+9}-\sqrt{x^2-3}=k$ …… ㉡이라 하자.

(i) ㉠+㉡을 계산하면 $2\sqrt{x^2+9}=6+k$

양변을 제곱하면 $4x^2+36=k^2+12k+36$

$$x^2=\frac{k^2}{4}+3k$$

(ii) ㉠−㉡을 계산하면 $2\sqrt{x^2-3}=6-k$

양변을 제곱하면 $4x^2-12=k^2-12k+36$

$x^2=\frac{k^2}{4}-3k+12$

(i), (ii)에 의하여 $\frac{k^2}{4}+3k=\frac{k^2}{4}-3k+12$, $6k=12$

$\therefore k=2$

07 b와 c의 최대공약수가 3이므로

$b=3m$, $c=3n$ ($m<n<10$, m, n은 서로소)이라 하자.

$a\sqrt{b}\times\sqrt{c}=a\sqrt{bc}=a\sqrt{9mn}=3a\sqrt{mn}$

$\sqrt{360}=\sqrt{2^3\times3^2\times5}=6\sqrt{10}$

$\therefore 3a\sqrt{mn}=6\sqrt{10}$에서 $a=2$, $mn=10$

이때 $m<n<10$이고 m과 n은 서로소이므로 $m=2$, $n=5$

따라서 $a=2$, $b=6$, $c=15$이므로 $a+b+c=23$

08 $N(1)$부터 $N(3)$까지의 합은 $1\times3=3$

$N(1)$부터 $N(8)$까지의 합은 $3+2\times5=13$

$N(1)$부터 $N(15)$까지의 합은 $13+3\times7=34$

$N(1)$부터 $N(24)$까지의 합은 $34+4\times9=70$

이때 $N(25)=N(26)=\cdots=N(35)=5$이고 $70+5\times6=100$

$\therefore n=24+6=30$

09 1과 2 사이의 점의 개수는 $2^2-1^2-1=2$

2와 3 사이의 점의 개수는 $3^2-2^2-1=4$

따라서 n과 $n+1$ 사이의 점의 개수는 $(n+1)^2-n^2-1=2n$

이므로 99와 100 사이의 점의 개수는 $2\times99=198$(개)

10 (가) $1.4<\sqrt{2}<1.5$

(나) 4

(다) 1

11 $\triangle AGE \backsim \triangle ADF$ (SAS 닮음)이고, 점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로 $\overline{AD}:\overline{AG}=3:2$

$\therefore \triangle ADF:\triangle AGE=9:4$

이때 $\triangle ADF:\square GDFE=9:5$이므로 $5\triangle ADF=90$

$\therefore \triangle ADF=18$

$\triangle ABD=\triangle ABE=\frac{1}{2}\triangle ABC$이므로 $\triangle AGE=\triangle GBD$

$\therefore \square EBDF=\triangle ADF=18$

$\triangle CBE \backsim \triangle CDF$ (SAS 닮음)이고 $\overline{CB}:\overline{CD}=2:1$

$\therefore \triangle BCE:\triangle DCF=4:1$

이때 $\triangle BCE:\square EBDF=4:3$이므로 $3\triangle BCE=72$

$\therefore \triangle BCE=24$

$\therefore \triangle ABC=2\triangle BCE=48$

$\overline{AB}=12k$, $\overline{AC}=5k$라 하면 (단, $k>0$)

$\frac{1}{2}\times12k\times5k=48$, $30k^2=48$, $k^2=\frac{8}{5}$, $k=\frac{2\sqrt{10}}{5}$

$\therefore \overline{AC}=5k=2\sqrt{10}$

12 $315=3^2\times5\times7$이므로 $\sqrt{x}+\sqrt{y}=3\sqrt{35}$

이때 합이 $3\sqrt{35}$가 되는 두 수는 $\sqrt{35}$와 $2\sqrt{35}$ 뿐이다.

따라서 $x=35$, $y=140$ 또는 $x=140$, $y=35$

$\therefore x+y=175$

13 $\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}=\frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{(\sqrt{n+1}+\sqrt{n})(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})}$

$=\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$

$\therefore \frac{1}{\sqrt{2}+1}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{100}+\sqrt{99}}$

$=(\sqrt{2}-1)+(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(2-\sqrt{3})+\cdots+(10-\sqrt{99})$

$=10-1$

$=9$

14 $a-b=\frac{1}{2-\sqrt{3}}=2+\sqrt{3}$, $c-d=\frac{3}{2\sqrt{3}+3}=2\sqrt{3}-3$

(i) $(2+\sqrt{3})(2\sqrt{3}-3)=4\sqrt{3}-6+6-3\sqrt{3}=\sqrt{3}$

(ii) $(a-b)(c-d)=ac-ad-bc+bd$

$=-ad-bc+2\sqrt{3}$

(i), (ii)에 의해서 $ad+bc-2\sqrt{3}=-\sqrt{3}$

$\therefore ad+bc=\sqrt{3}$

15 $f(40)=7-2\sqrt{10}$, $f(10)=4-\sqrt{10}$이므로

$\frac{f(40)}{f(10)}=\frac{(7-2\sqrt{10})(4+\sqrt{10})}{(4-\sqrt{10})(4+\sqrt{10})}$

$=\frac{8-\sqrt{10}}{6}$

$=\frac{4}{3}-\frac{1}{6}\sqrt{10}$

따라서 $a=\frac{4}{3}$, $b=-\frac{1}{6}$이므로 $a-b=\frac{3}{2}$

16 $x_1=\sqrt{3}-[\sqrt{3}]=\sqrt{3}-1$

$x_2=\frac{1}{\sqrt{3}-1}-\left[\frac{1}{\sqrt{3}-1}\right]=\frac{\sqrt{3}+1}{2}-\left[\frac{\sqrt{3}+1}{2}\right]=\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

$x_3=\frac{2}{\sqrt{3}-1}-\left[\frac{2}{\sqrt{3}-1}\right]=\sqrt{3}+1-[\sqrt{3}+1]=\sqrt{3}-1$

$x_4=\frac{1}{\sqrt{3}-1}-\left[\frac{1}{\sqrt{3}-1}\right]=\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

즉, $x_1=x_3=x_5=\cdots=x_{11}=\sqrt{3}-1$,

$x_2=x_4=x_6=\cdots=x_{12}=\frac{\sqrt{3}-1}{2}$이므로

$x_1+x_2+x_3+\cdots+x_{12}=6\times\left(\sqrt{3}-1+\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)=9\sqrt{3}-9$

17 $x=\sqrt{3}+\sqrt{5}$에서 $x-\sqrt{3}=\sqrt{5}$의 양변을 제곱하면

$(x-\sqrt{3})^2=5$, $x^2-2\sqrt{3}x+3=5$, $-2\sqrt{3}x=-x^2+2$

$\therefore \sqrt{3}=\frac{-x^2+2}{-2x}=\frac{x^2-2}{2x}$

18 a가 4자리의 자연수이므로 $1000\le a<10000$에서

$\sqrt{1000}<\sqrt{a}<\sqrt{10000}$, $10\sqrt{10}<\sqrt{a}<100$

이때 $10\sqrt{10}=31.\times\times\times$이므로 $\sqrt{a}$의 정수 부분은 2자리의 자연수이다.

19 $1534<\sqrt{1534^2+1}<1535$이므로 $\sqrt{1534^2+1}$의 정수 부분은 1534이다.

따라서 $\sqrt{1534^2+1}$의 소수 부분은 $\sqrt{1534^2+1}-1534$

$a=\sqrt{1534^2+1}-1534$, $a+1534=\sqrt{1534^2+1}$

$\therefore (a+1534)^2=1534^2+1$

따라서 $(a+1534)^2$의 일의 자리의 숫자는 $6+1=7$

20 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times 8=\sqrt{5}+\sqrt{45}+\sqrt{125}=9\sqrt{5}$

$\therefore\ \overline{AB}=\frac{9}{4}\sqrt{5}$

또, $\triangle ADE \backsim \triangle AFG \backsim \triangle ABC$ (AA 닮음)이고, 넓이의 비가 $\sqrt{5}:4\sqrt{5}:9\sqrt{5}=1:4:9$이므로 닮음비는 $1:2:3$이다.

따라서 $\overline{AB}:\overline{FB}=3:1$이므로

$$\overline{FB}=\frac{1}{3}\overline{AB}=\frac{1}{3}\times\frac{9}{4}\sqrt{5}=\frac{3}{4}\sqrt{5}$$

21 잘라낸 직각이등변삼각형의 빗변이 아닌 변의 길이를 x라 하면 빗변의 길이와 자르지 않은 변의 길이가 같아야 하므로

$$\sqrt{2}x=2-2x,\ x=\frac{2}{2+\sqrt{2}}=2-\sqrt{2}$$

정팔각형의 넓이는 전체 넓이에서 4개의 잘라낸 삼각형의 넓이를 빼면 되므로

$$2^2-4\times\frac{1}{2}\times(2-\sqrt{2})^2=4-2\times(4-4\sqrt{2}+2)$$
$$=4-12+8\sqrt{2}$$
$$=8\sqrt{2}-8$$

22 $3x^2+3ax+b-(-x^2-ax)=4x^2+4ax+b$

완전제곱식이 되기 위해서는 $4a=\pm2\sqrt{4}\sqrt{b}$여야 하므로

$$4a=\pm4\sqrt{b},\ a=\pm\sqrt{b},\ a^2=b$$

$a^2=b$를 만족하는 순서쌍 $(a,\ b)$는 $(1,\ 1)$, $(2,\ 4)$, $(3,\ 9)$로 3개이다.

23 $(x-a)(x+b)=x^2+(b-a)x-ab$에서 $b-a=1$, $ab=n$이므로

$$(a,\ b)=(1,\ 2),\ (2,\ 3),\ (3,\ 4),\ (4,\ 5),\ (5,\ 6),\ (6,\ 7)$$

따라서 50보다 작은 정수 n은 2, 6, 12, 20, 30, 42로 6개이다.

24 $\sqrt{4a^2-4a+1}-\sqrt{a^2-4a+4}=2$

$\sqrt{(2a-1)^2}-\sqrt{(a-2)^2}=2$ $\cdots\cdots$ ㉠

(i) $a<\frac{1}{2}$일 때, $2a-1<0$, $a-2<0$이므로 ㉠에서

$-(2a-1)+(a-2)=2,\ -2a+1+a-2=2,$

$-a-1=2$

$\therefore\ a=-3$

(ii) $\frac{1}{2}\le a<2$일 때, $2a-1\ge0$, $a-2<0$이므로 ㉠에서

$(2a-1)+(a-2)=2,\ 2a-1+a-2=2,\ 3a=5$

$\therefore\ a=\frac{5}{3}$

(iii) $a\ge2$일 때, $2a-1>0$, $a-2\ge0$이므로 ㉠에서

$(2a-1)-(a-2)=2,\ 2a-1-a+2=2$

$\therefore\ a=1$ ($a\ge2$를 만족하지 않음)

(i), (ii), (iii)에 의하여 실수 a의 값의 총합은 $-3+\frac{5}{3}=-\frac{4}{3}$

25 $30=x$, $10=y$로 놓으면

$$\sqrt{30\times31\times32\times33+1}-\sqrt{10\times11\times12\times13+1}$$
$$=\sqrt{x(x+1)(x+2)(x+3)+1}-\sqrt{y(y+1)(y+2)(y+3)+1}$$
$$=\sqrt{x(x+3)(x+2)(x+1)+1}-\sqrt{y(y+3)(y+2)(y+1)+1}$$
$$=\sqrt{(x^2+3x)(x^2+3x+2)+1}-\sqrt{(y^2+3y)(y^2+3y+2)+1}$$

$x^2+3x=A$, $y^2+3y=B$로 놓으면

$$\sqrt{(x^2+3x)(x^2+3x+2)+1}-\sqrt{(y^2+3y)(y^2+3y+2)+1}$$
$$=\sqrt{A(A+2)+1}-\sqrt{B(B+2)+1}$$
$$=\sqrt{A^2+2A+1}-\sqrt{B^2+2B+1}$$
$$=\sqrt{(A+1)^2}-\sqrt{(B+1)^2}$$
$$=\sqrt{(x^2+3x+1)^2}-\sqrt{(y^2+3y+1)^2}$$
$$=\sqrt{(30^2+3\times30+1)^2}-\sqrt{(10^2+3\times10+1)^2}$$
$$=(30^2+3\times30+1)-(10^2+3\times10+1)$$
$$=991-131=860$$

26 $x^2y^2-x^2-y^2+1=x^2(y^2-1)-(y^2-1)$

$$=(x^2-1)(y^2-1)$$
$$=(x+1)(x-1)(y+1)(y-1)$$

27 $3a+3b+ab+9=a(3+b)+3(b+3)=(a+3)(b+3)$

이때 $91=1\times91=7\times13$이므로

(i) $a+3=1$, $b+3=91$일 때, $a=-2$이므로 자연수라는 조건에 맞지 않는다.

(ii) $a+3=7$, $b+3=13$일 때, $a=4$, $b=10$

(i), (ii)에 의하여 $a+b=14$

28 $x^2+2xy+y^2-2x-2y-8=(x+y)^2-2(x+y)-8$

$x+y=A$로 놓으면

$$(x+y)^2-2(x+y)-8=A^2-2A-8$$
$$=(A-4)(A+2)$$
$$=(x+y-4)(x+y+2)$$

이때 두 수의 곱이 소수가 되기 위해서는 $1\times$(소수)여야 하므로 $x+y-4=1$이다.

즉, $x+y=5$를 만족하는 순서쌍 $(x,\ y)$는

$(1,\ 4)$, $(2,\ 3)$, $(3,\ 2)$, $(4,\ 1)$이므로

순서쌍 $(x,\ y)$는 4개가 있다.

29 $abc+2ab+2bc+2ca+4a+4b+4c+8$

$=a(bc+2b+2c+4)+2(bc+2b+2c+4)$

$=(a+2)(bc+2b+2c+4)$

$=(a+2)(b+2)(c+2)$

이때 $(a+2)(b+2)(c+2)=105=3\times5\times7$이므로

$$a+2=3,\ b+2=5,\ c+2=7\ (\because\ a<b<c)$$

따라서 $a=1$, $b=3$, $c=5$이므로 $a+b+c=9$

30 $\sqrt{n^2-25}=m$의 양변을 제곱하면 $n^2-25=m^2$

$$n^2-m^2=25,\ (n-m)(n+m)=25$$

m, n이 자연수이므로 $n-m$, $n+m$은 25의 약수이다.

25를 두 수의 곱으로 하는 순서쌍은

$$(1,\ 25),\ (5,\ 5),\ (25,\ 1)$$

이때 $n-m<n+m$이므로 $(n-m,\ n+m)=(1,\ 25)$

$n-m=1$, $n+m=25$를 연립하여 풀면 $n=13$, $m=12$

$\therefore\ 2m+n=37$

31 $\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{50^2}\right)$

$=\left(\frac{3}{2}\times\frac{1}{2}\right)\left(\frac{4}{3}\times\frac{2}{3}\right)\left(\frac{5}{4}\times\frac{3}{4}\right)\cdots\left(\frac{51}{50}\times\frac{49}{50}\right)$

$=\left(\frac{3}{2}\times\frac{4}{3}\times\frac{5}{4}\times\cdots\times\frac{51}{50}\right)\left(\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\cdots\times\frac{49}{50}\right)$

$=\frac{51}{2}\times\frac{1}{50}$

$=\frac{51}{100}$

32 $100=A$로 놓으면

$101\times103\times105\times107+16$

$=(A+1)(A+3)(A+5)(A+7)+16$

$=(A+1)(A+7)(A+3)(A+5)+16$

$=(A^2+8A+7)(A^2+8A+15)+16$

이때 $A^2+8A=X$로 놓으면

$(A^2+8A+7)(A^2+8A+15)+16$

$=(X+7)(X+15)+16$

$=X^2+22X+121$

$=(X+11)^2$

$\therefore\ x=X+11=A^2+8A+11=10000+800+11=10811$

33 $2^{16}-1=(2^8+1)(2^8-1)$

$=(2^8+1)(2^4+1)(2^4-1)$

$=(2^8+1)(2^4+1)(2^2+1)(2^2-1)$

$=(2^8+1)(2^4+1)(2^2+1)(2+1)(2-1)$

$=257\times17\times5\times3\times1$

즉, $2^{16}-1$은 두 자리의 자연수 3×5, 1×17, 3×17, 5×17로 나누어떨어진다.

$\therefore\ 15+17+51+85=168$

34 $2^{20}-1=(2^{10}+1)(2^{10}-1)$

$=(2^{10}+1)(2^5+1)(2^5-1)$

$=1025\times33\times31$

$=3\times5^2\times11\times31\times41$

따라서 소수는 3, 5, 11, 31, 41로 5개이다.

35 $x^2+2xy+y^2-x-y-6=0$에서 $(x+y)^2-(x+y)-6=0$

$(x+y+2)(x+y-3)=0$

이때 $x+y+2>0$이므로 $x+y-3=0$ $\quad\therefore\ x+y=3$

$\therefore\ \frac{x+y+2}{x+y-2}=\frac{3+2}{3-2}=5$

36 $x^2+\sqrt{5}y=y^2+\sqrt{5}x$에서

$x^2-y^2=\sqrt{5}(x-y)$, $(x+y)(x-y)=\sqrt{5}(x-y)$

이때 $x-y\neq0$이므로 $x+y=\sqrt{5}$

또, $x^2+\sqrt{5}y=\sqrt{7}$, $y^2+\sqrt{5}x=\sqrt{7}$에서

$x^2+\sqrt{5}y+y^2+\sqrt{5}x=2\sqrt{7}$, $x^2+y^2+\sqrt{5}(x+y)=2\sqrt{7}$

$\therefore\ x^2+y^2=2\sqrt{7}-\sqrt{5}\times\sqrt{5}=2\sqrt{7}-5$

37 $<x>^2-5<x>+6=0$에서 $(<x>-2)(<x>-3)=0$

$\therefore\ <x>=2$ 또는 $<x>=3$

(ⅰ) $<x>=2$를 만족하는 x는 소수이므로

$x=2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 11,\ 13,\ 17,\ 19$

(ⅱ) $<x>=3$을 만족하는 x는 소수의 제곱인 수이므로

$x=4,\ 9$

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 x는 2, 3, 4, 5, 7, 9, 11, 13, 17, 19로 10개이다.

38 $<a,\ b,\ c>-<b,\ a,\ c>+<c,\ a,\ b>$에서

$<a,\ b,\ c>=a^2(b-c)$, $<b,\ a,\ c>=b^2(a-c)$,

$<c,\ a,\ b>=c^2(a-b)$이므로

$<a,\ b,\ c>-<b,\ a,\ c>+<c,\ a,\ b>$

$=a^2(b-c)-b^2(a-c)+c^2(a-b)$

$=a^2b-a^2c-b^2a+b^2c+c^2a-c^2b$

$=(b-c)a^2-(b^2-c^2)a+b^2c-bc^2$

$=(b-c)a^2-(b+c)(b-c)a+bc(b-c)$

$=(b-c)\{a^2-(b+c)a+bc\}$

$=(b-c)(a-b)(a-c)$

39 거실과 발코니를 합친 넓이는

$(x^2+y^2-9)+(y^2+3xy-3y)$

$=x^2+3xy+2y^2-3y-9$

$=x^2+3xy+(2y+3)(y-3)$

$=(x+2y+3)(x+y-3)$

이때 확장된 거실의 가로의 길이가 $(x+y-3)$ m이므로 세로의 길이는 $(x+2y+3)$ m이다.

40 출발한 지 1일 후 강아지의 위치는 $(1^2,\ 0)$

출발한 지 2일 후 강아지의 위치는 $(1^2,\ 2^2)$

출발한 지 3일 후 강아지의 위치는 $(1^2-3^2,\ 2^2)$

출발한 지 4일 후 강아지의 위치는 $(1^2-3^2,\ 2^2-4^2)$

출발한 지 5일 후 강아지의 위치는 $(1^2-3^2+5^2,\ 2^2-4^2)$

이와 같은 방법을 계속하면 출발한 지 20일 후 강아지의 위치는 $(1^2-3^2+5^2-\cdots-19^2,\ 2^2-4^2+6^2-\cdots-20^2)$

(ⅰ) $1^2-3^2+5^2-\cdots-19^2$

$=(1+3)(1-3)+(5+7)(5-7)+\cdots+(17+19)(17-19)$

$=-2(1+3+5+\cdots+19)$

$=-200$

(ⅱ) $2^2-4^2+6^2-\cdots-20^2$

$=(2+4)(2-4)+(6+8)(6-8)+\cdots+(18+20)(18-20)$

$=-2(2+4+6+\cdots+20)$

$=-220$

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 20일 후 강아지의 위치는 $(-200,\ -220)$이다.

41 $F(a,\ a+1)=2f(a)-f(a+1)$

$=2(a^2+1)-\{(a+1)^2+1\}$

$=2a^2+2-(a^2+2a+2)$

$=a^2-2a$

따라서 $F(a,\ a+1)=0$에서 $a^2-2a=0,\ a(a-2)=0$

$\therefore\ a=2\ (\because\ a$는 자연수)

42 (가)에서 $ax^2+bxy=cdx^2+cexy$, 즉 $a=cd,\ b=ce$

(나)에서 $5ax^2+5bx+4c$가 완전제곱식이므로

$5b=2\sqrt{5a}\times\sqrt{4c}=4\sqrt{5ac}$,

$b=\dfrac{4\sqrt{5ac}}{5}=\sqrt{\dfrac{80ac}{25}}=\sqrt{\dfrac{16ac}{5}}$

이때 $\sqrt{\dfrac{16ac}{5}}$가 자연수가 되는 $ac=5,\ 20\ (\because\ (다))$

$a=cd,\ b=ce$에서 a는 c의 배수, b는 c의 배수이므로

$a=5,\ c=1,\ b=4,\ d=5,\ e=4$

$\therefore\ a+b+c+d+e=5+4+1+5+4=19$

43 세 식을 각각 인수분해하면

$(x-p)(x-1)=0$ …… ㉠

$(x-q)(x+2)=0$ …… ㉡

$(x-3p)(x-5q)=0$ …… ㉢

세 방정식이 0보다 작은 공통인 근을 가지고, ㉠에서 1은 양수이므로 공통인 근은 p이다.

이때 ㉢에서 공통인 근을 $3p$라 하면 $p=3p$이므로 조건을 만족하지 않으므로 공통인 근은 $5q$이다.

또, ㉡에서 공통인 근을 q라 하면 $q=5q$이므로 조건을 만족하지 않으므로 공통인 근은 $x=-2$이다.

즉, $p=5q=-2$이므로 $p=-2,\ q=-\dfrac{2}{5}$

$\therefore\ p+q=-\dfrac{12}{5}$

44 $x^2-px-2=0$에 $x=a$를 대입하면

$a^2-pa-2=0,\ a-\dfrac{2}{a}=p$ …… ㉠

$a+\dfrac{2}{a}=p+1$ …… ㉡과 연립하여 풀면 $a=4,\ p=\dfrac{7}{2}$

$\therefore\ a-p=4-\dfrac{7}{2}=\dfrac{1}{2}$

45 $x^2-mx+n^2=0$에 $x=m-n$을 대입하면

$(m-n)^2-m(m-n)+n^2=0$

$m^2-2mn+n^2-m^2+mn+n^2=0$

$2n^2-mn=0,\ n(2n-m)=0$

$n\neq0$이므로 $2n-m=0$, 즉 $m=2n$을 만족하는 순서쌍 $(m,\ n)$은 $(2,\ 1),\ (4,\ 2),\ (6,\ 3),\ (8,\ 4),\ (10,\ 5)$로 5개이다.

46 $\dfrac{1}{2}(x-2)^2=(x+3)(x-1)$의 양변에 2를 곱한 후 전개하면

$x^2-4x+4=2x^2+4x-6,\ x^2+8x-10=0$

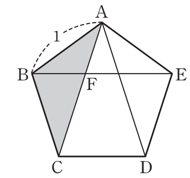
근의 공식에 의하여 $x=-4\pm\sqrt{26}$

즉, $k=-4+\sqrt{26}$

이때 $5<\sqrt{26}<6$이므로 $1<\sqrt{26}-4<2$이므로 $n=1$

47 $\overline{AC}$와 $\overline{BE}$의 교점을 F, $\overline{AF}=x$로 놓으면

정오각형의 한 내각의 크기가 108°이므로



$\angle BAC=\angle BCA=\angle ABF$

$=\dfrac{180^\circ-108^\circ}{2}=36^\circ$

따라서 $\angle CBF=108^\circ-36^\circ=72^\circ$,

$\angle CFB=36^\circ+36^\circ=72^\circ$

이므로 $\triangle CFB$는 $\overline{BC}=\overline{CF}=1$인 이등변삼각형이다.

이때 $\triangle ABC\backsim\triangle AFB$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AB}:\overline{AF}=\overline{AC}:\overline{AB}$

$1:x=(1+x):1,\ x(1+x)=1$

$x^2+x-1=0,\ x=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}\ (\because\ x>0)$

따라서 색칠한 부분의 둘레의 길이는

$1+1+\left(1+\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)=\dfrac{5+\sqrt{5}}{2}$

$\therefore\ \dfrac{5+\sqrt{5}}{2}$

Memo

Memo

Memo