I 통계

1. 대푯값과 산포도

01 대푯값 7~8쪽

1 (1) 5 (2) 26
1-1 (1) 6 (2) 17
2 $\frac{11}{2}$
2-1 18
3 (1) 5 (2) 90 (3) 49
3-1 (1) 6 (2) 24 (3) 235
4 (1) 4 (2) 33, 34 (3) 없다.
4-1 (1) 7 (2) 100, 101 (3) 없다.

1 (1) $(\text{평균})=\frac{2+4+4+5+7+8}{6}=\frac{30}{6}=5$

(2) $(\text{평균})=\frac{20+25+28+31}{4}=\frac{104}{4}=26$

1-1 (1) $(\text{평균})=\frac{2+5+6+8+9}{5}=\frac{30}{5}=6$

(2) $(\text{평균})=\frac{13+14+18+18+19+20}{6}=\frac{102}{6}=17$

2

계급	계급값	도수	(계급값)×(도수)
0이상 ~ 2미만	1	1	$1\times1=1$
2 ~ 4	3	4	$3\times4=12$
4 ~ 6	5	6	$5\times6=30$
6 ~ 8	7	7	$7\times7=49$
8 ~ 10	9	2	$9\times2=18$
합계		20	110

$\therefore (\text{평균})=\frac{110}{20}=\frac{11}{2}$

2-1

계급	계급값	도수	(계급값)×(도수)
0이상 ~ 10미만	5	2	$5\times2=10$
10 ~ 20	15	4	$15\times4=60$
20 ~ 30	25	3	$25\times3=75$
30 ~ 40	35	1	$35\times1=35$
합계		10	180

$\therefore (\text{평균})=\frac{180}{10}=18$

3 (1) 자료를 크기순으로 나열하면 2, 4, 5, 6, 9이고 자료의 개수가 홀수이므로 중앙값은 한가운데 값인 5이다.
(2) 자료를 크기순으로 나열하면 70, 70, 80, 90, 100, 120, 180이고 자료의 개수가 홀수이므로 중앙값은 한가운데 값인 90이다.
(3) 자료를 크기순으로 나열하면 28, 39, 47, 51, 56, 83이고 자료의 개수가 짝수이므로 중앙값은 한가운데 있는 두 값 47, 51의 평균인 $\frac{47+51}{2}=\frac{98}{2}=49$이다.

3-1 (1) 자료를 크기순으로 나열하면 1, 3, 6, 7, 9이고 자료의 개수가 홀수이므로 중앙값은 한가운데 값인 6이다.
(2) 자료를 크기순으로 나열하면 21, 22, 24, 24, 27, 28, 29이고 자료의 개수가 홀수이므로 중앙값은 한가운데 값인 24이다.
(3) 자료를 크기순으로 나열하면 210, 230, 240, 290이고 자료의 개수가 짝수이므로 중앙값은 가운데 있는 두 값 230, 240의 평균인 $\frac{230+240}{2}=\frac{470}{2}=235$이다.

4 (1) 4가 세 번으로 가장 많이 나타나므로 최빈값은 4이다.
(2) 33과 34가 모두 두 번씩 가장 많이 나타나므로 최빈값은 33, 34이다.
(3) 2, 4, 5, 6, 8이 모두 한 번씩 나타나므로 최빈값은 없다.

4-1 (1) 7이 두 번으로 가장 많이 나타나므로 최빈값은 7이다.
(2) 100과 101이 모두 두 번씩 가장 많이 나타나므로 최빈값은 100, 101이다.
(3) 3과 21이 모두 세 번씩 나타나므로 최빈값은 없다.

교과서 대표 문제로 개념 완성하기 9~10쪽

01 (1) 평균 : 16초, 중앙값 : 18초, 최빈값 : 21초 (2) 중앙값
02 (1) 평균 : 90호, 중앙값 : 87.5호, 최빈값 : 85호 (2) 최빈값
03 평균 : 3.1권, 중앙값 : 3권, 최빈값 : 3권
04 평균 : 8.2점, 중앙값 : 8점, 최빈값 : 8점
05 중앙값 : 8권, 최빈값 : 11권
06 중앙값 : 245 mm, 최빈값 : 245 mm
07 9 **08** 11 **09** 16 **10** 7
11 1 **12** $a=4$, $b=13$

01 (1) $(\text{평균})=\frac{15+21+21+12+1+24+18}{7}=\frac{112}{7}$
$=16(\text{초})$
자료를 크기순으로 나열하면 1, 12, 15, 18, 21, 21, 24이고 자료의 개수가 홀수이므로 중앙값은 한가운데 값인 18초이다.
또, 21이 두 번으로 가장 많이 나타나므로 최빈값은 21초이다.
(2) 자료에서 1초라는 극단적인 값이 있으므로 평균은 대푯값으로 적절하지 않으며 최빈값인 21초도 자료의 중심 경향을 나타내지 못하므로 중앙값이 자료의 대푯값으로 더 적절하다.

02 (1) $(\text{평균})=\frac{85+75+85+100+95+105+90+85}{8}$
$=\frac{720}{8}=90(\text{호})$
자료를 크기순으로 나열하면 75, 85, 85, 85, 90, 95, 100, 105이고 자료의 개수가 짝수이므로 중앙값은 가운데 있는 두

값 85, 90의 평균인 $\frac{85+90}{2}=\frac{175}{2}=87.5$(호)이다.
또, 85가 세 번으로 가장 많이 나타나므로 최빈값은 85호이다.
(2) 공장에 가장 많이 주문해야 할 티셔츠의 크기는 가장 많이 판매된 티셔츠의 크기를 선택해야 하므로 최빈값이 자료의 대푯값으로 더 적절하다.

03 (평균)$=\frac{1\times1+2\times5+3\times8+4\times3+5\times3}{20}=\frac{62}{20}=3.1$(권)
중앙값은 20명의 학생 중에서 10번째 학생과 11번째 학생이 구입한 책 수의 평균이다. 10번째 학생과 11번째 학생 모두 구입한 책 수가 3권이므로 중앙값은 $\frac{3+3}{2}=3$(권)이다.
또, 구입한 책 수가 3권인 학생 수가 8명으로 가장 많으므로 최빈값은 3권이다.

04 (평균)$=\frac{6\times1+7\times1+8\times4+9\times3+10\times1}{10}=\frac{82}{10}=8.2$(점)
중앙값은 10명의 학생 중에서 5번째 학생과 6번째 학생의 점수의 평균이다. 5번째 학생과 6번째 학생 모두 8점이므로 중앙값은 $\frac{8+8}{2}=8$(점)이다.
또, 점수가 8점인 학생 수가 4명으로 가장 많으므로 최빈값은 8점이다.

05 자료가 15개이므로 중앙값은 8번째 값인 8권이다.
11권이 세 번으로 가장 많이 나타나므로 최빈값은 11권이다.

06 자료의 개수가 20개이므로 중앙값은 가운데 두 값인 10번째와 11번째 자료의 값의 평균이다. 10번째와 11번째 자료의 값은 모두 245 mm이므로 중앙값은 $\frac{245+245}{2}=245$(mm)이다.
또, 245 mm가 다섯 번으로 가장 많이 나타나므로 최빈값은 245 mm이다.

07 (평균)$=\frac{1+2+2+5+6+x+10+13}{8}=6$이므로
$39+x=48 \quad \therefore x=9$

08 (평균)$=\frac{2+3+5+6+7+x+12+13+15+16}{10}=9$이므로
$79+x=90 \quad \therefore x=11$

09 자료가 6개이므로 중앙값은 3번째와 4번째 학생의 점수 12와 x의 평균이다.
$\frac{12+x}{2}=14$, $12+x=28 \quad \therefore x=16$

10 자료가 8개이므로 중앙값은 4번째와 5번째 학생이 관람한 영화 수 x와 9의 평균이다.
$\frac{x+9}{2}=8$, $x+9=16 \quad \therefore x=7$

11 (평균)$=\frac{5+x+4+6+5+5+9}{7}=\frac{34+x}{7}$
주어진 자료에서 최빈값은 5이므로
$\frac{34+x}{7}=5$, $34+x=35 \quad \therefore x=1$

12 자료의 값을 살펴보면 4가 두 번, 7이 두 번 나타나므로 최빈값이 4가 되기 위해서는 $a=4$
평균이 6이므로 $\frac{2+4+4+4+5+7+7+8+b}{9}=6$
$41+b=54 \quad \therefore b=13$

SELF 코칭
주어진 자료에서 가장 많이 나타난 자료의 값이 최빈값이 될 수 있도록 미지수 x의 값을 정한다.

우리 학교 시험 문제로 실력 확인하기

11쪽

01 $C<B<A$ **02** 6 **03** 2
04 ④ **05** ③ **06** 61 kg

01 (평균)$=\frac{100+500+200+100+100+500+100+400}{8}$
$=\frac{2000}{8}=250$
자료를 크기순으로 나열하면 100, 100, 100, 100, 200, 400, 500, 500이고 자료가 8개이므로 중앙값은 4번째와 5번째 자료의 값의 평균이다. 4번째와 5번째 자료의 값은 각각 100, 200이므로 중앙값은 $\frac{100+200}{2}=\frac{300}{2}=150$이다.
또, 100이 네 번으로 가장 많이 나타나므로 최빈값은 100이다.
따라서 $A=250$, $B=150$, $C=100$이므로 $C<B<A$이다.

02 자료에서 2가 두 번, 6이 두 번 나타나므로 최빈값이 6이 되기 위해서는 $a=6$
주어진 자료를 크기순으로 나열하면 2, 2, 4, 6, 6, 6, 8이고 자료가 7개이므로 중앙값은 4번째 값인 6이다.

03 (평균)$=\frac{1\times2+2\times3+3\times4+4\times5+5\times1}{15}=\frac{45}{15}=3$(회)
자료가 15개이므로 중앙값은 8번째 값인 3회이다.
또, 4회가 다섯 번으로 가장 많이 나타나므로 최빈값은 4회이다.
따라서 $a=3$, $b=3$, $c=4$이므로 $a+b-c=3+3-4=2$

04 자료 A는 자료가 6개이므로 중앙값은 3번째와 4번째 자료인 5, 5의 평균이다. 따라서 (중앙값)$=\frac{5+5}{2}=5$이다.
자료 A에서 5가 세 번으로 가장 많이 나타나므로 최빈값은 5이다. 즉, 중앙값과 최빈값은 서로 같다.
자료 B에서 극단적인 값 100이 포함되어 있으므로 대푯값으로 평균은 적절하지 않다.
자료 C에서 평균은 $\frac{1+2+3+4+5+6+7+8+9}{9}=\frac{45}{9}=5$이고 중앙값은 자료가 9개이므로 5번째 값인 5이다. 이때 자료의 값이 규칙적이므로 평균이나 중앙값을 대푯값으로 정하는 것이 적절하다.
따라서 A, B, C에 대하여 옳게 설명한 사람은 수지, 미영이다.

05 (평균)$=\frac{5+(-4)+(-2)+a+8+b+9+0+(-1)}{9}=3$
$15+a+b=27$에서 $a+b=12$ ...... ㉠
주어진 조건에서 $a-b=4$ ...... ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=8$, $b=4$
주어진 자료를 크기순으로 나열하면 -4, -2, -1, 0, 4, 5, 8, 8, 9이고 자료가 9개이므로 중앙값은 5번째 값인 4이다.

06 전략코칭 학생이 10명일 때의 중앙값은 5번째와 6번째 값의 평균이고, 학생이 11명일 때의 중앙값은 6번째 값이다.

변량을 크기순으로 나열할 때 6번째 자료의 값을 x kg이라 하면 중앙값은 5번째와 6번째 값의 평균이므로
$\frac{59+x}{2}=60$, $59+x=120$ $\therefore x=61$
이 모둠에 몸무게가 62 kg인 학생이 들어와도 변량을 크기순으로 나열했을 때 6번째 자료의 값은 그대로 61 kg이므로 학생 11명의 몸무게의 중앙값은 6번째 자료의 값인 61 kg이다.

02 산포도

13~16쪽

1 평균 : 6, 풀이 참조
1-1 평균 : 14, 풀이 참조
2 6회, 9회, 8회, 11회, 12회, 2회
2-1 1명, 1명, 3명, 4명, 1명
3 1
3-1 -4
4 평균 : 5 ℃, 분산 : 2, 표준편차 : $\sqrt{2}$ ℃
4-1 평균 : 6, 분산 : 7, 표준편차 : $\sqrt{7}$
5 (1) E (2) D
5-1 B 반
6 풀이 참조, 평균 : 7 kg, 분산 : 4, 표준편차 : 2 kg
6-1 풀이 참조, 평균 : 20분, 분산 : 125, 표준편차 : $5\sqrt{5}$분
7 평균 : 15, 분산 : 36

1 (평균)$=\frac{6+8+4+9+2+7}{6}=\frac{36}{6}=6$이므로
편차는 다음 표와 같다.

변량	6	8	4	9	2	7	합계
편차	0	2	-2	3	-4	1	0

1-1 (평균)$=\frac{13+18+10+15+17+11}{6}=\frac{84}{6}=14$이므로
편차는 다음 표와 같다.

변량	13	18	10	15	17	11	합계
편차	-1	4	-4	1	3	-3	0

2 (편차)=(변량)$-$(평균)에서
(변량)=(평균)+(편차)이므로

학생	보람	수현	지은	영주	희빈	은비
줄넘기 2단 뛰기 횟수(회)	6	9	8	11	12	2

2-1 (편차)=(변량)$-$(평균)에서
(변량)=(평균)+(편차)이므로

가구	A	B	C	D	E
자녀 수(명)	1	1	3	4	1

3 편차의 총합은 항상 0이므로
$x+(-10)+6+3=0$ $\therefore x=1$

3-1 편차의 총합은 항상 0이므로
$-5+x+(-3)+12=0$ $\therefore x=-4$

4

요일	월	화	수	목	금	합계
최저 기온(℃)	4	6	5	3	7	25
편차	-1	1	0	-2	2	0
$(편차)^2$	1	1	0	4	4	10

(평균)$=\frac{25}{5}=5$(℃), (분산)$=\frac{10}{5}=2$, (표준편차)$=\sqrt{2}$(℃)

4-1 (평균)$=\frac{5+8+4+7+2+10}{6}=\frac{36}{6}=6$
(분산)$=\frac{(5-6)^2+(8-6)^2+(4-6)^2+(7-6)^2+(2-6)^2+(10-6)^2}{6}$
$=\frac{1+4+4+1+16+16}{6}=\frac{42}{6}=7$
(표준편차)$=\sqrt{7}$

5 (1) 표준편차가 작은 것부터 순서대로 나열하면 E, B, C, A, D이므로 성적이 가장 고르게 분포된 학급은 E이다.
(2) 성적이 가장 고르지 않게 분포된 학급은 D이다.

5-1 A, B 반 학생들의 인원 수는 20명으로 같고 평균도 6점으로 같다. 주어진 막대그래프에서 자료가 평균에 밀집한 반은 B 반이므로 표준편차가 더 작은 반은 B 반이다.

6

무게(kg)	도수(개)	(계급값)×(도수)	편차(kg)	$(편차)^2$×(도수)
$2^{이상}$ ~ $4^{미만}$	1	$3\times1=3$	-4	$(-4)^2\times1=16$
4 ~ 6	2	$5\times2=10$	-2	$(-2)^2\times2=8$
6 ~ 8	3	$7\times3=21$	0	$0^2\times3=0$
8 ~ 10	4	$9\times4=36$	2	$2^2\times4=16$
합계	10	70		40

(평균)$=\frac{70}{10}=7$(kg)
(분산)$=\frac{40}{10}=4$
$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{4}=2$(kg)

6-1

통학 시간(분)	도수(명)	(계급값)×(도수)	편차(분)	(편차)^2×(도수)
$0^{이상}\sim10^{미만}$	4	$5\times4=20$	-15	$(-15)^2\times4=900$
$10\sim20$	7	$15\times7=105$	-5	$(-5)^2\times7=175$
$20\sim30$	5	$25\times5=125$	5	$5^2\times5=125$
$30\sim40$	3	$35\times3=105$	15	$15^2\times3=675$
$40\sim50$	1	$45\times1=45$	25	$25^2\times1=625$
합계	20	400		2500

(평균)$=\dfrac{400}{20}=20$(분)

(분산)$=\dfrac{2500}{20}=125$, (표준편차)$=\sqrt{125}=5\sqrt{5}$(분)

7 a, b, c의 평균이 5, 분산이 4이므로

$\dfrac{a+b+c}{3}=5$, $\dfrac{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2}{3}=4$

$3a$, $3b$, $3c$에 대하여

(평균)$=\dfrac{3a+3b+3c}{3}=3\times\dfrac{a+b+c}{3}=3\times5=15$

(분산)$=\dfrac{(3a-15)^2+(3b-15)^2+(3c-15)^2}{3}$

$=\dfrac{\{3(a-5)\}^2+\{3(b-5)\}^2+\{3(c-5)\}^2}{3}$

$=\dfrac{9(a-5)^2+9(b-5)^2+9(c-5)^2}{3}$

$=9\times\dfrac{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2}{3}=9\times4=36$

교과서 대표 문제로 개념 완성하기

17~18쪽

01 (1) -1 (2) 74점 **02** 76회 **03** $\sqrt{10}$시간
04 $\sqrt{10}$개 **05** ① **06** ④ **07** 5.8
08 8분 **09** 분산 : 5, 표준편차 : $\sqrt{5}$개
10 분산 : 76, 표준편차 : $2\sqrt{19}$점 **11** ①, ③
12 ②

01 (1) 편차의 총합은 항상 0이므로

$(-3)+(-2)+x+8+(-4)+2=0$

$x+1=0$ $\therefore x=-1$

(2) (편차)=(변량)−(평균)이므로

$-1=$(C의 점수)-75

$\therefore$ (C의 점수)$=74$(점)

02 편차의 총합은 항상 0이므로

학생 D의 맥박 수의 편차를 x회라 하면

$(-1)+3+(-7)+x+2+(-3)+2=0$

$x-4=0$ $\therefore x=4$

(편차)=(변량)−(평균)이므로

$4=$(D의 맥박 수)-72

$\therefore$ (D의 맥박 수)$=76$(회)

03 (평균)$=\dfrac{4+10+6+13+x}{5}=8$이므로

$33+x=40$ $\therefore x=7$

5명의 운동 시간의 편차는 -4시간, 2시간, -2시간, 5시간, -1시간이므로

(분산)$=\dfrac{(-4)^2+2^2+(-2)^2+5^2+(-1)^2}{5}=\dfrac{50}{5}=10$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{10}$(시간)

04 편차의 총합은 항상 0이므로 7회의 편차를 x개라 하면

$(-4)+6+(-3)+1+0+(-2)+x=0$

$-2+x=0$ $\therefore x=2$

(분산)$=\dfrac{(-4)^2+6^2+(-3)^2+1^2+0^2+(-2)^2+2^2}{7}$

$=\dfrac{70}{7}=10$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{10}$(개)

05 (평균)$=\dfrac{3+2+x+y+11}{5}=5$이므로

$16+x+y=25$ $\therefore x+y=9$ …… ㉠

표준편차가 $\sqrt{10}$이므로 분산은 $(\sqrt{10})^2=10$, 즉

(분산)

$=\dfrac{(3-5)^2+(2-5)^2+(x-5)^2+(y-5)^2+(11-5)^2}{5}=10$

$x^2+y^2-10(x+y)+99=50$ …… ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면 $x^2+y^2-10\times9+99=50$

$\therefore x^2+y^2=41$

06 (평균)$=\dfrac{6+x+9+y+7}{5}=6$

$22+x+y=30$ $\therefore x+y=8$ …… ㉠

(분산)

$=\dfrac{(6-6)^2+(x-6)^2+(9-6)^2+(y-6)^2+(7-6)^2}{5}=4$

$x^2+y^2-12(x+y)+82=20$ …… ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면 $x^2+y^2-12\times8+82=20$, $x^2+y^2=34$

$(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$이므로

$2xy=(x+y)^2-(x^2+y^2)=8^2-34=30$

$\therefore xy=15$

07

점수(점)	학생 수(명)	(계급값)×(도수)	편차(점)	(편차)^2×(도수)
$0^{이상}\sim2^{미만}$	1	$1\times1=1$	-5	$(-5)^2\times1=25$
$2\sim4$	1	$3\times1=3$	-3	$(-3)^2\times1=9$
$4\sim6$	2	$5\times2=10$	-1	$(-1)^2\times2=2$
$6\sim8$	4	$7\times4=28$	1	$1^2\times4=4$
$8\sim10$	2	$9\times2=18$	3	$3^2\times2=18$
합계	10	60		58

(평균)$=\dfrac{60}{10}=6$(점), (분산)$=\dfrac{58}{10}=5.8$

08

시간(분)	학생 수(명)	(계급값)×(도수)	편차(분)	$(\text{편차})^2\times(\text{도수})$
$0^{\text{이상}}\sim10^{\text{미만}}$	1	$5\times1=5$	-16	$(-16)^2\times1=256$
$10\sim20$	9	$15\times9=135$	-6	$(-6)^2\times9=324$
$20\sim30$	7	$25\times7=175$	4	$4^2\times7=112$
$30\sim40$	3	$35\times3=105$	14	$14^2\times3=588$
합계	20	420		1280

$(\text{평균})=\dfrac{420}{20}=21(\text{분})$, $(\text{분산})=\dfrac{1280}{20}=64$

$\therefore$ $(\text{표준편차})=\sqrt{64}=8(\text{분})$

09

커뮤니티 수(개)	도수(명)	(계급값)×(도수)	편차(개)	$(\text{편차})^2\times(\text{도수})$
$1^{\text{이상}}\sim3^{\text{미만}}$	4	$2\times4=8$	-3	$(-3)^2\times4=36$
$3\sim5$	7	$4\times7=28$	-1	$(-1)^2\times7=7$
$5\sim7$	5	$6\times5=30$	1	$1^2\times5=5$
$7\sim9$	3	$8\times3=24$	3	$3^2\times3=27$
$9\sim11$	1	$10\times1=10$	5	$5^2\times1=25$
합계	20	100		100

$(\text{평균})=\dfrac{100}{20}=5(\text{개})$, $(\text{분산})=\dfrac{100}{20}=5$ $\quad\therefore$ $(\text{표준편차})=\sqrt{5}(\text{개})$

10

성적(점)	도수(명)	(계급값)×(도수)	편차(점)	$(\text{편차})^2\times(\text{도수})$
$60^{\text{이상}}\sim70^{\text{미만}}$	2	$65\times2=130$	-12	$(-12)^2\times2=288$
$70\sim80$	5	$75\times5=375$	-2	$(-2)^2\times5=20$
$80\sim90$	2	$85\times2=170$	8	$8^2\times2=128$
$90\sim100$	1	$95\times1=95$	18	$18^2\times1=324$
합계	10	770		760

$(\text{평균})=\dfrac{770}{10}=77(\text{점})$, $(\text{분산})=\dfrac{760}{10}=76$

$\therefore$ $(\text{표준편차})=\sqrt{76}=2\sqrt{19}(\text{점})$

11 ① 두 중학교의 평균이 72점으로 같으므로 전체 평균도 72점이다.
② 두 중학교의 평균이 같으므로 A 중학교의 영어 성적이 B 중학교보다 우수하다고 할 수 없다.
③ A 중학교의 영어 성적의 표준편차가 B 중학교보다 작으므로 A 중학교의 영어 성적이 더 고르다고 할 수 있다.
④ 편차의 총합은 항상 0으로 같다.
⑤ 두 중학교의 표준편차가 다르므로 영어 성적의 분포는 다르다.

12 5명의 표준편차는 각각 $4=\sqrt{16}(\text{점})$, $2\sqrt{3}=\sqrt{12}(\text{점})$, $3\sqrt{2}=\sqrt{18}(\text{점})$, $\sqrt{17}(\text{점})$, $\sqrt{14}(\text{점})$이므로 $2\sqrt{3}<\sqrt{14}<4<\sqrt{17}<3\sqrt{2}$이다. 표준편차가 작을수록 성적이 고르므로 시은이의 성적이 가장 고르다.

우리 학교 시험 문제로 실력 확인하기

19~20쪽

01 ③	02 ⑤	03 1.9	04 ③
05 ③	06 13	07 $\sqrt{4.8}$시간	08 3
09 ③	10 ④	11 8	12 80
13 4			

01 ③ 분산은 편차의 제곱의 평균이다.

02 편차의 총합은 항상 0이므로
$a+(-7)+3+(-2)+1=0$, $a-5=0$ $\quad\therefore a=5$
$(\text{편차})=(\text{변량})-(\text{평균})$이므로 A 학생의 자료에서
$5=167-(\text{평균})$ $\quad\therefore (\text{평균})=167-5=162(\text{cm})$
D 학생의 자료에서 $-2=b-162$ $\quad\therefore b=160$
$\therefore a+b=5+160=165$

03 도수의 총합은 $3+6+3+4+4=20$(대)이므로

$$(\text{분산})=\frac{(-2)^2\times3+(-1)^2\times6+0^2\times3+1^2\times4+2^2\times4}{20}$$
$$=\frac{12+6+0+4+16}{20}=\frac{38}{20}=1.9$$

04 표준편차가 가장 크다는 것은 자료의 평균으로부터 흩어진 정도가 가장 심한 것을 말하므로 표준편차가 가장 큰 것은 ③이다.

SELF 코칭

각각의 표준편차를 구하면 다음과 같다.
① $\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$ ② $\dfrac{2\sqrt{15}}{3}$ ③ 4 ④ 0 ⑤ $\dfrac{4\sqrt{6}}{3}$

05 $(\text{평균})=\dfrac{8+9+6+12+x}{5}=10$

$35+x=50$ $\quad\therefore x=15$

(분산)

$$=\frac{(8-10)^2+(9-10)^2+(6-10)^2+(12-10)^2+(15-10)^2}{5}$$
$$=\frac{4+1+16+4+25}{5}=\frac{50}{5}=10$$

$\therefore$ $(\text{표준편차})=\sqrt{10}$

06 $(\text{분산})=\dfrac{(-3)^2+0^2+x^2+2^2+y^2+(-4)^2}{6}=7$이므로

$x^2+y^2+29=42$ $\quad\therefore x^2+y^2=13$

07

시청 시간(시간)	도수(명)	(계급값)×(도수)	편차(시간)	$(\text{편차})^2\times(\text{도수})$
$1^{\text{이상}}\sim3^{\text{미만}}$	2	$2\times2=4$	-4	$(-4)^2\times2=32$
$3\sim5$	4	$4\times4=16$	-2	$(-2)^2\times4=16$
$5\sim7$	8	$6\times8=48$	0	$0^2\times8=0$
$7\sim9$	4	$8\times4=32$	2	$2^2\times4=16$
$9\sim11$	2	$10\times2=20$	4	$4^2\times2=32$
합계	20	120		96

$(\text{평균})=\dfrac{120}{20}=6(\text{시간})$, $(\text{분산})=\dfrac{96}{20}=4.8$

$\therefore$ $(\text{표준편차})=\sqrt{4.8}(\text{시간})$

08 $(\text{평균})=\dfrac{(6-a)+6+(6+a)}{3}=\dfrac{18}{3}=6$

표준편차가 $\sqrt{6}$이므로 분산은 $(\sqrt{6})^2=6$, 즉

$$(\text{분산})=\frac{\{(6-a)-6\}^2+(6-6)^2+\{(6+a)-6\}^2}{3}=6$$

$\dfrac{a^2+a^2}{3}=6$, $2a^2=18$, $a^2=9$ $\quad\therefore a=\pm 3$

따라서 양수 a의 값은 3이다.

09 A : 1, 2, 3, 4, 5이므로

(평균)$=\dfrac{1+2+3+4+5}{5}=\dfrac{15}{5}=3$

(분산)$=\dfrac{(1-3)^2+(2-3)^2+(3-3)^2+(4-3)^2+(5-3)^2}{5}$

$=\dfrac{10}{5}=2$

(표준편차)$=\sqrt{2}$ $\quad\therefore a=\sqrt{2}$

B : 1, 3, 5, 7, 9이므로

(평균)$=\dfrac{1+3+5+7+9}{5}=\dfrac{25}{5}=5$

(분산)$=\dfrac{(1-5)^2+(3-5)^2+(5-5)^2+(7-5)^2+(9-5)^2}{5}$

$=\dfrac{40}{5}=8$

(표준편차)$=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ $\quad\therefore b=2\sqrt{2}$

C : 2, 4, 6, 8, 10이므로

(평균)$=\dfrac{2+4+6+8+10}{5}=\dfrac{30}{5}=6$

(분산)$=\dfrac{(2-6)^2+(4-6)^2+(6-6)^2+(8-6)^2+(10-6)^2}{5}$

$=\dfrac{40}{5}=8$

(표준편차)$=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ $\quad\therefore c=2\sqrt{2}$

$\therefore a<b=c$

10 100명의 변량을 x_1, x_2, $\cdots$, x_{99}, x_{100}이라 하고 100명의 평균을 m, 표준편차를 s라 하면

$\dfrac{x_1+x_2+\cdots+x_{99}+x_{100}}{100}=m$

$\dfrac{(x_1-m)^2+(x_2-m)^2+\cdots+(x_{99}-m)^2+(x_{100}-m)^2}{100}=s^2$

미술 수행평가 점수를 모두 10점씩 올려 주면 변량은 x_1+10, x_2+10, $\cdots$, $x_{99}+10$, $x_{100}+10$이므로

(평균)$=\dfrac{(x_1+10)+(x_2+10)+\cdots+(x_{99}+10)+(x_{100}+10)}{100}$

$=\dfrac{x_1+x_2+\cdots+x_{99}+x_{100}}{100}+10=m+10$

(분산)$=\dfrac{\{(x_1+10)-(m+10)\}^2+\cdots+\{(x_{100}+10)-(m+10)\}^2}{100}$

$=\dfrac{(x_1-m)^2+(x_2-m)^2+\cdots+(x_{100}-m)^2}{100}=s^2$

(표준편차)$=\sqrt{s^2}=s$

따라서 평균은 10점 올라가고, 표준편차는 변함이 없다.

11 **전략코칭** 자료가 5개이면 3번째 자료의 값이 중앙값이다. 즉, a 또는 b의 값이 2이므로 a와 b의 대소를 비교하여 본다.

(평균)$=\dfrac{(-6)+(-12)+a+b+6}{5}=0$이므로

$-12+a+b=0$ $\quad\therefore a+b=12$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

자료가 5개이므로 3번째 자료의 값이 중앙값이고 중앙값이 2이므로 a, b의 값 중 하나가 중앙값이다.

이때 $a<b$이므로 $a=2$

㉠에서 $2+b=12$ $\quad\therefore b=10$

(분산)$=\dfrac{(-6)^2+(-12)^2+2^2+10^2+6^2}{5}=\dfrac{320}{5}=64$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{64}=8$

12 **전략코칭** (1) 나머지 학생 3명의 변량을 x_1, x_2, x_3으로 놓는다.
(2) 평균을 이용하여 $x_1+x_2+x_3$의 값을 구한다.
(3) 분산을 이용하여 $(x_1-240)^2+(x_2-240)^2+(x_3-240)^2$의 값을 구한다.

잘못 입력된 학생 2명을 제외한 나머지 3명의 학생의 변량을 x_1, x_2, x_3이라 하면

(평균)$=\dfrac{x_1+x_2+x_3+240+250}{5}=240$

$x_1+x_2+x_3+490=1200$ $\quad\therefore x_1+x_2+x_3=710$

(분산)

$=\dfrac{(x_1-240)^2+(x_2-240)^2+(x_3-240)^2+(240-240)^2+(250-240)^2}{5}=50$

$(x_1-240)^2+(x_2-240)^2+(x_3-240)^2+100=250$

$(x_1-240)^2+(x_2-240)^2+(x_3-240)^2=150$

따라서 실제 운동화 크기의 평균은

$\dfrac{x_1+x_2+x_3+235+255}{5}=\dfrac{710+235+255}{5}$

$=\dfrac{1200}{5}=240(\text{mm})$

이고 실제 운동화 크기의 분산은

$\dfrac{(x_1-240)^2+(x_2-240)^2+(x_3-240)^2+(235-240)^2+(255-240)^2}{5}$

$=\dfrac{150+25+225}{5}=\dfrac{400}{5}=80$

13 **전략코칭** (1) (전체 20명의 제기차기 개수의 평균)
$=\dfrac{(\text{남학생 12명의 제기차기 개수의 총합})+(\text{여학생 8명의 제기차기 개수의 총합})}{20}$
(2) (전체 20명의 편차의 제곱의 총합)
=(남학생 12명의 편차의 제곱의 총합)+(여학생 8명의 편차의 제곱의 총합)

(남학생 12명의 제기차기 개수의 총합)$=12\times 8=96$(개)

(여학생 8명의 제기차기 개수의 총합)$=8\times 8=64$(개)

$\therefore$ (전체 20명의 제기차기 개수의 평균)$=\dfrac{96+64}{20}=\dfrac{160}{20}=8$(개)

남학생 12명의 분산이 6이므로

$\dfrac{(\text{남학생 12명의 편차의 제곱의 총합})}{12}=6$

$\therefore$ (남학생 12명의 편차의 제곱의 총합)$=72$

여학생 8명의 분산이 1이므로

$\dfrac{(\text{여학생 8명의 편차의 제곱의 총합})}{8}=1$

$\therefore$ (여학생 8명의 편차의 제곱의 총합)$=8$

$\therefore$ (전체 20명의 제기차기 개수의 분산)$=\dfrac{72+8}{20}=\dfrac{80}{20}=4$

실전! 중단원 마무리

21~23쪽

01 ③	02 ①	03 10	04 78점
05 ⑤	06 은지, 명환	07 ②, ⑤	08 ③, ⑤
09 ④	10 ⑤	11 ④	12 37
13 ④	14 ②	15 $\sqrt{2}$시간	

서술형문제

16 $a<b<c$	17 $\sqrt{1.6}$번	18 85

01 (평균)$=\dfrac{(a+2)+(b-4)+(c+5)+(d+7)+9}{5}=11$

$a+b+c+d+19=55$ $\therefore a+b+c+d=36$

따라서 a, b, c, d의 평균은 $\dfrac{a+b+c+d}{4}=\dfrac{36}{4}=9$

02 김밥이 7번, 라면이 4번, 떡볶이가 3번, 어묵이 2번, 순대가 2번 나타난다. 따라서 김밥이 7번으로 가장 많이 나타나므로 최빈값은 김밥이다.

03 (평균)$=\dfrac{22+26+18+a+24+b+20}{7}=20$

$110+a+b=140$ $\therefore a+b=30$

최빈값이 20이므로 a, b 중 하나는 20이다.

이때 $a>b$이므로 $a=20, b=10$ $\therefore a-b=20-10=10$

04 학생 11명의 수학 점수를 작은 값부터 크기순으로 $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}$이라 하면 $x_7=80$(점)

중앙값이 76점이므로 $x_6=76$(점)

수학 점수가 82점인 학생 1명을 추가하면 자료의 개수가 12개가 되므로 중앙값은 $\dfrac{x_6+x_7}{2}=\dfrac{76+80}{2}=78$(점)

05 세 수 3, 9, a의 중앙값이 9가 되려면 $a\geq 9$

14, 18, 20, a의 중앙값이 16이 되려면 $a\leq 14$

따라서 두 조건을 모두 만족하는 a의 값은 $9\leq a\leq 14$이다.

06 꺾은선그래프를 표로 나타내면 다음과 같다.

최고 기온(℃)	21	22	23	24	25	26
A 지역(일)	3	4	5	2	1	0
B 지역(일)	2	2	3	5	2	1
C 지역(일)	0	3	1	4	6	1

중앙값은 8번째 값이므로 A 지역의 중앙값은 23 ℃, B 지역의 중앙값은 24 ℃, C 지역의 중앙값은 24 ℃이다. 즉, A 지역의 중앙값이 가장 작다. 최빈값은 A 지역이 23 ℃, B 지역이 24 ℃, C 지역이 25 ℃이다.

따라서 옳게 설명한 학생은 은지와 명환이다.

07 ① 대푯값에는 평균, 중앙값, 최빈값 등이 있다.

③ 자료의 개수가 짝수인 경우는 중앙값이 주어진 자료의 값 중에 존재하지 않을 수도 있다.

④ 분산이 다른 두 집단의 평균은 같을 수도 있다.

08 ① (평균)$=\dfrac{3+2+10+6+9}{5}=\dfrac{30}{5}=6$(회)

② 자료를 크기순으로 나열하면 2, 3, 6, 9, 10이므로 중앙값은 한가운데 값인 6회이다.

③ 3, 2, 10, 6, 9의 값이 모두 한 번씩 나타나므로 최빈값은 없다.

④ 편차의 총합은 항상 0이다.

⑤ (분산)$=\dfrac{(3-6)^2+(2-6)^2+(10-6)^2+(6-6)^2+(9-6)^2}{5}$

$=\dfrac{50}{5}=10$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{10}$(회)

09 (평균)$=\dfrac{67+71+72+78+79+79+80+83+90+91}{10}$

$=\dfrac{790}{10}=79$(dB)

(분산)$=\dfrac{(-12)^2+(-8)^2+(-7)^2+(-1)^2+0^2+0^2+1^2+4^2+11^2+12^2}{10}$

$=\dfrac{540}{10}=54$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{54}=3\sqrt{6}$(dB)

10 ① 지선이의 편차는 0초이므로 100 m 달리기 기록은 평균과 같다.

② 정우와 기영이의 편차의 차는 $0.5-(-1)=1.5$(초)이므로 기록 차이는 1.5초이다.

③ (분산)$=\dfrac{(-1)^2+0.5^2+0^2+2.5^2+(-2)^2}{5}=\dfrac{11.5}{5}=2.3$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{2.3}$(초)

④ 편차가 작을수록 변량이 작아지므로 달리기 기록이 빠르다. 즉, 편차가 가장 작은 학생이 달리기 기록이 가장 빠르므로 달리기 기록이 가장 빠른 학생은 호태이다.

⑤ 편차가 가장 큰 학생이 달리기 기록이 가장 느리므로 달리기 기록이 가장 느린 학생은 소민이다.

11 나머지 학생 4명의 과학 실험평가 점수를 각각 a점, b점, c점, d점이라 하면 평균이 7점이므로

$\dfrac{a+b+c+d+7}{5}=7$

$a+b+c+d+7=35$ $\therefore a+b+c+d=28$

즉, 나머지 학생 4명의 과학 실험평가 점수의 평균은

$\dfrac{a+b+c+d}{4}=\dfrac{28}{4}=7$(점)

분산이 2이므로

$\dfrac{(a-7)^2+(b-7)^2+(c-7)^2+(d-7)^2+(7-7)^2}{5}=2$

$\therefore (a-7)^2+(b-7)^2+(c-7)^2+(d-7)^2=10$

즉, 나머지 학생 4명의 과학 실험평가 점수의 분산은

$\dfrac{(a-7)^2+(b-7)^2+(c-7)^2+(d-7)^2}{4}=\dfrac{10}{4}=2.5$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{2.5}$(점)

12 a, b, c의 평균이 12, 분산이 $3^2=9$이므로

$\dfrac{a+b+c}{3}=12,$ $\dfrac{(a-12)^2+(b-12)^2+(c-12)^2}{3}=9$

$4a+1,\ 4b+1,\ 4c+1$에 대하여

$$(\text{평균})=\frac{(4a+1)+(4b+1)+(4c+1)}{3}$$
$$=4\times\frac{a+b+c}{3}+1$$
$$=4\times12+1=49$$

$\therefore m=49$

$$(\text{분산})=\frac{\{(4a+1)-49\}^2+\{(4b+1)-49\}^2+\{(4c+1)-49\}^2}{3}$$
$$=\frac{(4a-48)^2+(4b-48)^2+(4c-48)^2}{3}$$
$$=\frac{16(a-12)^2+16(b-12)^2+16(c-12)^2}{3}$$
$$=16\times\frac{(a-12)^2+(b-12)^2+(c-12)^2}{3}$$
$$=16\times9=144$$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{144}=12$　　$\therefore n=12$

$\therefore m-n=49-12=37$

13 평균과 표준편차로는 직원 수나 임금에 대해 정확히 알 수 없다. D 회사의 표준편차가 가장 작으므로 임금이 가장 고른 회사이다.

14 세 모둠 학생들이 하루에 외우는 영어 단어의 개수를 표로 나타내면 다음과 같다.

단어 개수(개)	4	5	6	7	8
A 모둠(명)	4	2	3	2	4
B 모둠(명)	3	3	3	3	3
C 모둠(명)	2	3	5	3	2

ㄱ. $(\text{A 모둠의 평균})=\dfrac{4\times4+5\times2+6\times3+7\times2+8\times4}{15}=\dfrac{90}{15}=6(\text{개})$

$(\text{B 모둠의 평균})=\dfrac{4\times3+5\times3+6\times3+7\times3+8\times3}{15}=\dfrac{90}{15}=6(\text{개})$

$(\text{C 모둠의 평균})=\dfrac{4\times2+5\times3+6\times5+7\times3+8\times2}{15}=\dfrac{90}{15}=6(\text{개})$

ㄴ. 세 모둠 A, B, C의 자료가 모두 15개이므로 중앙값은 8번째 학생이 외운 영어 단어 개수이다. 이때 세 모둠의 중앙값은 모두 6개이다.

ㄷ. A 모둠의 최빈값은 4개와 8개, B 모둠의 최빈값은 없고, C 모둠의 최빈값은 6개이다.

ㄹ, ㅁ. 주어진 그래프에서 자료가 평균에서 가장 멀리 흩어진 것은 A 모둠이므로 A 모둠의 분산이 가장 크고, 자료가 평균에 밀집한 것은 C 모둠이므로 C 모둠의 표준편차가 가장 작다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㅁ이다.

15 금요일의 수면 시간을 x시간이라 하면

$(\text{평균})=\dfrac{7+5+3+4+x}{5}=5$에서 $19+x=25$　　$\therefore x=6$

$$(\text{분산})=\frac{(7-5)^2+(5-5)^2+(3-5)^2+(4-5)^2+(6-5)^2}{5}$$
$$=\frac{4+0+4+1+1}{5}=\frac{10}{5}=2$$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{2}$(시간)

서술형 문제

16 $(\text{평균})=\dfrac{3+10+4+7+5+9+6+7+7+2}{10}=\dfrac{60}{10}=6$

$\therefore a=6$　…… ❶

자료를 크기순으로 나열하면 2, 3, 4, 5, 6, 7, 7, 7, 9, 10이고 자료가 10개이므로 중앙값은 5번째와 6번째 자료 6과 7의 평균인 $\dfrac{6+7}{2}=6.5$이다.　$\therefore b=6.5$　…… ❷

7이 세 번으로 가장 많이 나타나므로 최빈값은 7이다.

$\therefore c=7$　…… ❸

$\therefore a<b<c$　…… ❹

채점 기준	배점
❶ 주어진 자료의 평균 구하기	2점
❷ 주어진 자료의 중앙값 구하기	2점
❸ 주어진 자료의 최빈값 구하기	1점
❹ a, b, c의 대소 비교하기	1점

17 $(\text{평균})=\dfrac{1\times2+2\times1+3\times3+4\times3+5\times1}{10}=\dfrac{30}{10}=3(\text{번})$

…… ❶

(분산)

$$=\frac{(1-3)^2\times2+(2-3)^2\times1+(3-3)^2\times3+(4-3)^2\times3+(5-3)^2\times1}{10}$$

$=\dfrac{16}{10}=1.6$　…… ❷

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{1.6}$(번)　…… ❸

채점 기준	배점
❶ 도수분포표에서 평균 구하기	2점
❷ 도수분포표에서 분산 구하기	2점
❸ 도수분포표에서 표준편차 구하기	1점

18 $(\text{평균})=\dfrac{2+4+a+b+6}{5}=5$

$12+a+b=25$　$\therefore a+b=13$　…… ㉠　…… ❶

$$(\text{분산})=\frac{(2-5)^2+(4-5)^2+(a-5)^2+(b-5)^2+(6-5)^2}{5}$$
$$=\frac{9+1+(a^2-10a+25)+(b^2-10b+25)+1}{5}=3.2$$

$a^2+b^2-10(a+b)+61=16$　…… ㉡　…… ❷

㉠을 ㉡에 대입하면 $a^2+b^2-10\times13+61=16$

$\therefore a^2+b^2=85$　…… ❸

채점 기준	배점
❶ 평균을 이용하여 $a+b$의 값 구하기	2점
❷ 분산을 이용하여 a, b에 관한 식 세우기	2점
❸ a^2+b^2의 값 구하기	2점

Ⅱ 피타고라스 정리

1. 피타고라스 정리

01 피타고라스 정리 (1)

28~31쪽

1	(1) $2\sqrt{5}$ (2) 5	1-1	(1) 8 (2) 1
2	$x=6$, $y=3\sqrt{5}$	2-1	$x=3\sqrt{3}$, $y=2\sqrt{13}$
3	(1) 25 cm^2 (2) 5 cm	3-1	(1) 8 cm^2 (2) $2\sqrt{2}$ cm
4	16 cm^2	4-1	(1) 64 cm^2 (2) 32 cm^2
5	(1) 3 cm (2) 49 cm^2 (3) 5 cm (4) 25 cm^2		
5-1	(1) 12 cm (2) 30 cm^2 (3) 17 cm (4) 169 cm^2		
6	(1) 4 cm (2) 1 cm (3) 1 cm^2		
6-1	(1) $3\sqrt{3}$ cm (2) $(3\sqrt{3}-3)$cm (3) $(36-18\sqrt{3})cm^2$		
7	(1) 4 cm (2) $2\sqrt{5}$ cm (3) 10 cm^2		
7-1	(1) 7 cm (2) 90° (3) $\frac{25}{2}$ cm^2		
8	ㄷ, ㄹ	8-1	3

1 (1) $6^2=4^2+x^2$에서 $x^2=20$
$\therefore x=\sqrt{20}=2\sqrt{5}\ (\because x>0)$
(2) $(5\sqrt{2})^2=5^2+x^2$에서 $x^2=25$
$\therefore x=5\ (\because x>0)$

1-1 (1) $10^2=x^2+6^2$에서 $x^2=64$
$\therefore x=8\ (\because x>0)$
(2) $2^2=(\sqrt{3})^2+x^2$에서 $x^2=1$
$\therefore x=1\ (\because x>0)$

2 $\triangle$ABD에서 $10^2=8^2+x^2$, $x^2=36$
$\therefore x=6\ (\because x>0)$
$\triangle$ADC에서 $x^2+3^2=y^2$, $6^2+3^2=y^2$, $y^2=45$
$\therefore y=\sqrt{45}=3\sqrt{5}\ (\because y>0)$

2-1 $\triangle$ADC에서 $6^2=3^2+x^2$, $x^2=27$
$\therefore x=3\sqrt{3}\ (\because x>0)$
$\triangle$ABD에서 $y^2=5^2+x^2$, $y^2=5^2+(3\sqrt{3})^2$, $y^2=52$
$\therefore y=\sqrt{52}=2\sqrt{13}\ (\because y>0)$

3 (1) □AFGB=□ACDE+□BHIC이므로
□AFGB$=9+16=25(cm^2)$
(2) □AFGB$=\overline{AB}^2=25(cm^2)$이므로
$\overline{AB}=5(cm)\ (\because \overline{AB}>0)$

3-1 (1) □ACDE=□AFGB−□BHIC이므로
□ACDE$=13-5=8(cm^2)$
(2) □ACDE$=\overline{AC}^2=8(cm^2)$이므로
$\overline{AC}=2\sqrt{2}(cm)\ (\because \overline{AC}>0)$

4 □AFML=□ACDE$=16(cm^2)$

4-1 (1) □AFML=□ACDE$=64(cm^2)$
(2) $\triangle$AFL$=\frac{1}{2}$□AFML$=\frac{1}{2}\times64=32(cm^2)$

5 (1) $\overline{FB}=\overline{EH}=\overline{DG}=\overline{CA}=3$ cm
(2) $\overline{FB}=3$ cm이므로 $\overline{FC}=3+4=7(cm)$
∴ □CDEF$=7^2=49(cm^2)$
(3) 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}^2=4^2+3^2=25$이므로
$\overline{AB}=5$ cm $(\because \overline{AB}>0)$
(4) □AGHB$=\overline{AB}^2=5^2=25(cm^2)$

5-1 (1) $\overline{BC}=\sqrt{13^2-5^2}=12(cm)$이므로 $\overline{AD}=\overline{BC}=12$ cm
(2) $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times12\times5=30(cm^2)$
(3) $\overline{CF}=\overline{FB}+\overline{BC}=5+12=17(cm)$
(4) □AGHB$=13^2=169(cm^2)$

6 (1) $\overline{FD}=\sqrt{5^2-3^2}=4(cm)$
(2) $\overline{FG}=\overline{FD}-\overline{GD}=4-3=1(cm)$
(3) □CFGH$=1^2=1(cm^2)$

6-1 (1) $\overline{FD}=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}(cm)$
(2) $\overline{FG}=\overline{FD}-\overline{GD}=3\sqrt{3}-3(cm)$
(3) □CFGH$=(3\sqrt{3}-3)^2=36-18\sqrt{3}(cm^2)$

7 (1) $\triangle ABC\equiv\triangle CDE$이므로 $\overline{AB}=\overline{CD}=4$ cm
(2) $\overline{AC}=\sqrt{4^2+2^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}(cm)$
(3) $\triangle ACE=\frac{1}{2}\times2\sqrt{5}\times2\sqrt{5}=10(cm^2)$

7-1 (1) $\triangle ABC\equiv\triangle CDE$이므로
$\overline{CD}=4$ cm, $\overline{BC}=3$ cm
$\therefore \overline{BD}=\overline{BC}+\overline{CD}=3+4=7(cm)$
(2) $\angle ACE=90°$
(3) $\overline{AC}=\overline{CE}=\sqrt{4^2+3^2}=5(cm)$
$\therefore \triangle ACE=\frac{1}{2}\times5\times5=\frac{25}{2}(cm^2)$

8 ㄱ. $2^2\neq1^2+2^2$ ➡ 직각삼각형이 아니다.
ㄴ. $6^2\neq3^2+4^2$ ➡ 직각삼각형이 아니다.
ㄷ. $(\sqrt{41})^2=4^2+5^2$ ➡ 직각삼각형
ㄹ. $13^2=5^2+12^2$ ➡ 직각삼각형
ㅁ. $4^2\neq2^2+3^2$ ➡ 직각삼각형이 아니다.
ㅂ. $11^2\neq7^2+9^2$ ➡ 직각삼각형이 아니다.

8-1 $(x+2)^2=4^2+x^2$이므로
$4x=12$ $\quad\therefore x=3$

교과서 대표 문제로 개념 완성하기

32~33쪽

01 $x=15$, $y=25$		02 $8\sqrt{5}$	03 $\sqrt{5}$ cm
04 2	05 8 cm	06 11 cm	07 ④
08 144 cm^2	09 $2\sqrt{13}$ cm	10 36 cm^2	11 12
12 49 cm^2	13 ④	14 17	

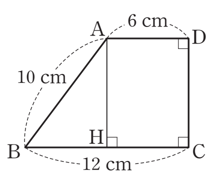
01 $\triangle$ABD에서 $x=\sqrt{17^2-8^2}=15$
$\triangle$ABC에서 $y=\sqrt{20^2+15^2}=\sqrt{625}=25$

02 $\triangle$ADC에서 $\overline{AD}=\sqrt{6^2+8^2}=10$
$\overline{BD}=\overline{AD}$이므로 $\triangle$ABC에서
$\overline{AB}=\sqrt{16^2+8^2}=8\sqrt{5}$

03 $\triangle$ABC에서 $\overline{AC}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$(cm)
$\triangle$ACD에서 $\overline{AD}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+1^2}=\sqrt{3}$(cm)
$\triangle$ADE에서 $\overline{AE}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}=2$(cm)
$\triangle$AEF에서 $\overline{AF}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$(cm)

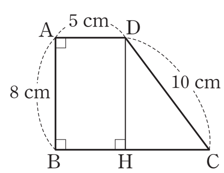
04 $\overline{BE}=\overline{BD}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$
$\overline{BG}=\overline{BF}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+1^2}=\sqrt{3}$
$\therefore \overline{BI}=\overline{BH}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}=2$

05 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{HC}=\overline{AD}=6$ cm이므로
$\overline{BH}=12-6=6$(cm)
$\triangle$ABH에서
$\overline{AH}=\sqrt{10^2-6^2}=8$(cm)
$\therefore \overline{CD}=\overline{AH}=8$ cm

06 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{DH}=8$ cm, $\overline{BH}=5$ cm
$\triangle$DHC에서
$\overline{CH}=\sqrt{10^2-8^2}=6$(cm)
$\therefore \overline{BC}=\overline{BH}+\overline{HC}=5+6=11$(cm)

07 $\triangle$EBC$=\triangle$ABF$=\triangle$AEB$=\triangle$BFL

08 $\triangle$ABC에서 $\overline{BC}=\sqrt{13^2-5^2}=12$(cm)
$\therefore \square$LMGB$=\square$BHIC$=12^2=144$(cm^2)

09 $\overline{CF}=\overline{BE}=6$ cm이므로 $\overline{BF}=10-6=4$(cm)
$\triangle$EBF에서 $\overline{EF}=\sqrt{6^2+4^2}=2\sqrt{13}$(cm)

10 $\square$EFGH$=20$ cm^{2}이므로 $\overline{EH}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$(cm)
$\triangle$AEH에서 $\overline{AH}=\sqrt{(2\sqrt{5})^2-4^2}=2$(cm)이므로
$\overline{AD}=2+4=6$(cm)
$\therefore \square$ABCD$=6^2=36$(cm^2)

11 $\triangle$ABE에서 $\overline{BE}=\sqrt{15^2-12^2}=9$
$\overline{AH}=\overline{BE}=9$이므로 $\overline{EH}=12-9=3$
이때 $\square$EFGH는 정사각형이므로
($\square$EFGH의 둘레의 길이)$=4\times3=12$

12 $\overline{AE}=\overline{BF}=\overline{CG}=5$ cm
$\triangle$ABE에서 $\overline{BE}=\sqrt{13^2-5^2}=12$(cm)
$\therefore \overline{EF}=\overline{BE}-\overline{BF}=12-5=7$(cm)
$\square$EFGH는 정사각형이므로 $\square$EFGH$=7^2=49$(cm^2)

13 ① $5^2=3^2+4^2$ ➡ 직각삼각형
② $13^2=5^2+12^2$ ➡ 직각삼각형
③ $(\sqrt{2})^2=1^2+1^2$ ➡ 직각삼각형
④ $8^2\neq4^2+7^2$ ➡ 직각삼각형이 아니다.
⑤ $17^2=8^2+15^2$ ➡ 직각삼각형

14 $x^2=(x-9)^2+15^2$이므로 $18x=306$ $\quad\therefore x=17$

02 피타고라스 정리 (2)

36~39쪽

1 (1) 직각삼각형 (2) 둔각삼각형 (3) 예각삼각형 (4) 예각삼각형
1-1 (1) 둔각삼각형 (2) 예각삼각형 (3) 직각삼각형 (4) 둔각삼각형
2 (1) $8<x<14$ (2) $8<x<10$
2-1 (1) $3<x<5$ (2) $3<x<\sqrt{21}$
3 (1) 2 (2) $2\sqrt{5}$ (3) $4\sqrt{5}$
3-1 (1) $x=4$, $y=\frac{16}{5}$ (2) $x=2\sqrt{6}$, $y=2\sqrt{22}$
4 $\sqrt{21}$ **4-1** 125
5 $2\sqrt{11}$ **5-1** 34
6 $\sqrt{10}$ cm **6-1** $5\sqrt{3}$ cm
7 $\frac{17}{4}\pi$ cm^2 **7-1** $\frac{25}{2}\pi$ cm^2
8 30 cm^2 **8-1** 60 cm^2

1 (1) 가장 긴 변의 길이가 5이고 $5^2=3^2+4^2$ ➡ 직각삼각형
(2) 가장 긴 변의 길이가 12이고 $12^2>5^2+10^2$ ➡ 둔각삼각형
(3) 가장 긴 변의 길이가 10이고 $10^2<5^2+9^2$ ➡ 예각삼각형
(4) 가장 긴 변의 길이가 9이고 $9^2<6^2+8^2$ ➡ 예각삼각형

1-1 (1) 가장 긴 변의 길이가 6이고 $6^2>4^2+4^2$ ➡ 둔각삼각형
(2) 가장 긴 변의 길이가 6이고 $6^2<4^2+5^2$ ➡ 예각삼각형
(3) 가장 긴 변의 길이가 17이고 $17^2=8^2+15^2$ ➡ 직각삼각형
(4) 가장 긴 변의 길이가 $7\sqrt{2}$이고 $(7\sqrt{2})^2>4^2+6^2$ ➡ 둔각삼각형

2 (1) $8-6<x<8+6$, $2<x<14$
이때 $x>8$이므로 $8<x<14$ …… ㉠
(2) $x^2<6^2+8^2$에서 $0<x<10$ ($\because x>0$) …… ㉡
㉠, ㉡에 의해 $8<x<10$

2-1 (1) $5-2<x<5+2$, $3<x<7$
이때 $x<5$이므로 $3<x<5$ …… ㉠
(2) $5^2>2^2+x^2$에서 $x^2<21$
$\therefore 0<x<\sqrt{21}$ ($\because x>0$) …… ㉡
㉠, ㉡에 의해 $3<x<\sqrt{21}$

3 (1) $\overline{AD}^2=\overline{BD}\times\overline{DC}$이므로 $4^2=\overline{BD}\times8$
$16=8\overline{BD}$ $\quad\therefore \overline{BD}=2$
(2) $\overline{AB}^2=\overline{BD}\times\overline{BC}$이므로 $\overline{AB}^2=2\times(2+8)$
$\overline{AB}^2=2\times10=20$ $\quad\therefore \overline{AB}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$ ($\because \overline{AB}>0$)

(3) $\overline{AC}^2=\overline{CD}\times\overline{CB}$이므로 $\overline{AC}^2=8\times(8+2)$
$\overline{AC}^2=8\times10=80$ $\therefore \overline{AC}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$ ($\because \overline{AC}>0$)
[다른 풀이] (2) $\overline{AB}=\sqrt{2^2+4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$
(3) $\overline{AC}=\sqrt{4^2+8^2}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$

3-1 (1) $\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{5^2-3^2}=4$ $\therefore x=4$
$\overline{AC}^2=\overline{CD}\times\overline{CB}$이므로 $4^2=y\times5$, $5y=16$ $\therefore y=\frac{16}{5}$
(2) $\overline{AD}^2=\overline{BD}\times\overline{DC}$이므로 $x^2=8\times3$
$x^2=24$ $\therefore x=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$ ($\because x>0$)
$\overline{AB}^2=\overline{BD}\times\overline{BC}$이므로 $y^2=8\times(8+3)$
$y^2=8\times11=88$ $\therefore y=\sqrt{88}=2\sqrt{22}$ ($\because y>0$)
[다른 풀이] $y=\sqrt{8^2+(2\sqrt{6})^2}=\sqrt{88}=2\sqrt{22}$

4 $\overline{DE}^2+\overline{BC}^2=\overline{BE}^2+\overline{DC}^2$이므로 $\overline{DE}^2+64=36+49$
$\overline{DE}^2=21$ $\therefore \overline{DE}=\sqrt{21}$ ($\because \overline{DE}>0$)

4-1 $\overline{DE}^2+\overline{BC}^2=\overline{BE}^2+\overline{DC}^2$이므로
$\overline{BE}^2+\overline{DC}^2=5^2+10^2=125$

5 $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$이므로 $4^2+8^2=6^2+\overline{BC}^2$
$\overline{BC}^2=44$ $\therefore \overline{BC}=\sqrt{44}=2\sqrt{11}$ ($\because \overline{BC}>0$)

5-1 $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$이므로
$\overline{AD}^2+\overline{BC}^2=5^2+3^2=34$

6 $\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$이므로 $8^2+\overline{CP}^2=7^2+5^2$
$\overline{CP}^2=10$ $\therefore \overline{CP}=\sqrt{10}$(cm) ($\because \overline{CP}>0$)

6-1 $\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$이므로
$5^2+\overline{CP}^2=6^2+8^2$, $\overline{CP}^2=75$
$\therefore \overline{CP}=\sqrt{75}=5\sqrt{3}$(cm) ($\because \overline{CP}>0$)

7 $\overline{BC}=\sqrt{3^2+5^2}=\sqrt{34}$(cm)
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{\sqrt{34}}{2}\right)^2=\frac{17}{4}\pi$(cm^2)

7-1 $P+Q=\frac{1}{2}\times\pi\times5^2=\frac{25}{2}\pi$(cm^2)

8 (색칠한 부분의 넓이)$=\frac{1}{2}\times5\times12=30$(cm^2)

8-1 $\overline{AC}=\sqrt{17^2-8^2}=15$(cm)
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=\frac{1}{2}\times8\times15=60$(cm^2)

교과서 대표 문제로 개념 완성하기

40~41쪽

01 ①, ③	**02** ③, ⑤	**03** $\frac{16}{5}$ cm	**04** $\frac{48}{5}$ cm
05 2	**06** $2\sqrt{5}$ cm	**07** $4\sqrt{2}$ cm	**08** 13
09 $2\sqrt{11}$ cm	**10** $3\sqrt{2}$	**11** $2\sqrt{10}$ cm	**12** 8π cm^2
13 5 cm	**14** ①		

01 ① $(2\sqrt{5})^2=2^2+4^2$ ➡ 직각삼각형
③ $(5\sqrt{2})^2=5^2+5^2$ ➡ 직각삼각형

02 ① $5^2\neq3^2+3^2$ ➡ 직각삼각형이 아니다.
② $11^2\neq5^2+7^2$ ➡ 직각삼각형이 아니다.
③ $5^2=3^2+4^2$ ➡ 직각삼각형
④ $(3\sqrt{2})^2\neq2^2+4^2$ ➡ 직각삼각형이 아니다.
⑤ $17^2=8^2+15^2$ ➡ 직각삼각형

03 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{3^2+4^2}=5$(cm)
$\overline{AB}^2=\overline{BH}\times\overline{BC}$이므로
$4^2=\overline{BH}\times5$ $\therefore \overline{BH}=\frac{16}{5}$(cm)

04 $\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{20^2-12^2}=16$(cm)
$\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{BC}\times\overline{AH}$이므로
$12\times16=20\times\overline{AH}$ $\therefore \overline{AH}=\frac{48}{5}$(cm)

05 $\overline{BE}^2+\overline{DC}^2=\overline{DE}^2+\overline{BC}^2$이므로
$(\sqrt{11})^2+3^2=x^2+4^2$, $x^2=4$ $\therefore x=2$ ($\because x>0$)

06 $\overline{BE}^2+\overline{DC}^2=\overline{DE}^2+\overline{BC}^2$이므로
$3^2+\overline{DC}^2=2^2+5^2$, $\overline{DC}^2=20$
$\therefore \overline{DC}=2\sqrt{5}$(cm) ($\because \overline{DC}>0$)

07 $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{BC}^2+\overline{AD}^2$이므로
$3^2+\overline{CD}^2=4^2+5^2$, $\overline{CD}^2=32$
$\therefore \overline{CD}=4\sqrt{2}$(cm) ($\because \overline{CD}>0$)

08 $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{BC}^2+\overline{AD}^2$이므로
$x^2+7^2=y^2+6^2$ $\therefore y^2-x^2=13$

09 $\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$이므로
$4^2+8^2=6^2+\overline{DP}^2$, $\overline{DP}^2=44$
$\therefore \overline{DP}=2\sqrt{11}$(cm) ($\because \overline{DP}>0$)

10 $\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$이므로
$5^2+\overline{CP}^2=4^2+(3\sqrt{3})^2$, $\overline{CP}^2=18$
$\therefore \overline{CP}=3\sqrt{2}$ ($\because \overline{CP}>0$)

11 $S_1+S_2=S_3$이므로 $S_2=16\pi-11\pi=5\pi$(cm^2)
$\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{\overline{AC}}{2}\right)^2=5\pi$이므로
$\overline{AC}=2\sqrt{10}$(cm) ($\because \overline{AC}>0$)

12 $\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이는
$\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{8}{2}\right)^2=8\pi$(cm^2)
$\therefore P+Q=8\pi$(cm^2)

13 $\overline{EF}=x$ cm라 하면
$\overline{DF}=\overline{EF}=x$ cm, $\overline{CF}=(9-x)$cm
$\overline{AE}=\overline{AD}=\overline{BC}=15$ cm이므로 $\triangle ABE$에서
$\overline{BE}=\sqrt{15^2-9^2}=12$(cm)
$\therefore \overline{CE}=15-12=3$(cm)
$\triangle FEC$에서 $x^2=(9-x)^2+3^2$, $18x=90$ $\therefore x=5$

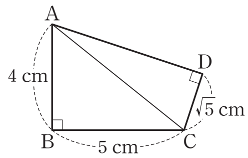
14 $\angle PBD=\angle DBC$(접은 각)이고
$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle DBC=\angle BDP$(엇각)
즉, $\angle PBD=\angle BDP$이므로 $\overline{BP}=\overline{PD}$
$\overline{AP}=x$ cm라 하면 $\overline{BP}=\overline{DP}=(8-x)$cm
$\overline{AB}=4$ cm이므로
$\triangle ABP$에서 $(8-x)^2=x^2+4^2$
$16x=48 \quad \therefore x=3$

우리 학교 시험 문제로 실력 확인하기

42~43쪽

01 6 cm	**02** ③	**03** 26 cm^2	**04** ⑤
05 20 cm^2	**06** 6	**07** 12 cm	**08** $\frac{40}{3}$
09 ③	**10** $4<x<5$	**11** 24 cm^2	**12** 75 cm^2
13 $4\sqrt{3}$ cm			

01 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면
$\triangle ABC$에서
$\overline{AC}=\sqrt{5^2+4^2}=\sqrt{41}$(cm)
$\triangle ACD$에서
$\overline{AD}=\sqrt{(\sqrt{41})^2-(\sqrt{5})^2}=6$(cm)



02 $\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$(cm)
$\triangle ACD$에서 $\overline{AD}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+1^2}=\sqrt{3}$(cm)
$\triangle ADE$에서 $\overline{AE}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}=2$(cm)
$\triangle AEF$에서 $\overline{AF}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$(cm)
$\triangle AFG$에서 $\overline{AG}=\sqrt{(\sqrt{5})^2+1^2}=\sqrt{6}$(cm)

03 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{6^2+4^2}=2\sqrt{13}$(cm)
$\therefore \triangle FDE=\frac{1}{2}\square BDEC=\frac{1}{2}\times(2\sqrt{13})^2=26(cm^2)$

04 $\triangle AHD\equiv\triangle BEA\equiv\triangle CFB\equiv\triangle DGC$(RHA 합동)
① $\triangle AHD$에서 $\overline{AH}=\sqrt{5^2-3^2}=4$(cm)
② $\overline{EF}=\overline{BE}-\overline{BF}=4-3=1$(cm)
③ $\overline{DH}=\overline{BF}=3$ cm
④ $\overline{AE}=\overline{BF}=3$ cm이므로
$\triangle ABE=\frac{1}{2}\times3\times4=6(cm^2)$
⑤ $\square EFGH=1^2=1(cm^2)$

05 $\triangle ABC\equiv\triangle CDE$이므로
$\overline{AC}=\overline{CE}$, $\angle ACB+\angle ECD=90°$
즉, $\triangle ACE$는 $\overline{AC}=\overline{EC}$인 직각이등변삼각형이므로
$\overline{AC}^2+\overline{EC}^2=(4\sqrt{5})^2$에서 $2\overline{AC}^2=80$ ($\because \overline{AC}=\overline{EC}$)
$\overline{AC}^2=40 \quad \therefore \overline{AC}=2\sqrt{10}$(cm) ($\because \overline{AC}>0$)
$\therefore \triangle ACE=\frac{1}{2}\times2\sqrt{10}\times2\sqrt{10}=20(cm^2)$

06 가장 긴 변의 길이가 $x+4$이므로
$(x+4)^2=x^2+8^2$, $8x=48 \quad \therefore x=6$

07 $\overline{AC}=x$ cm라 하면 $\overline{BC}=(21-x)$cm이므로
$15^2=x^2+(21-x)^2$
$2x^2-42x+216=0$, $x^2-21x+108=0$
$(x-9)(x-12)=0 \quad \therefore x=9$ 또는 $x=12$
이때 $\overline{AC}>\overline{BC}$이므로 $\overline{AC}=12$ cm

08 $\triangle ABH$에서 $\overline{BH}=\sqrt{10^2-8^2}=6$
$\overline{AB}^2=\overline{BH}\times\overline{BC}$이므로
$10^2=6\times\overline{BC} \quad \therefore \overline{BC}=\frac{50}{3}$
$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{\left(\frac{50}{3}\right)^2-10^2}=\frac{40}{3}$

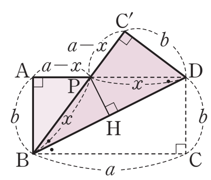
09 $\triangle BCO$에서 $\overline{BC}=\sqrt{(\sqrt{5})^2+2^2}=3$
$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{BC}^2+\overline{AD}^2$이므로
$4^2+\overline{CD}^2=3^2+5^2$, $\overline{CD}^2=18$
$\therefore \overline{CD}=3\sqrt{2}$ ($\because \overline{CD}>0$)

10 $4-3<x<4+3$에서 $1<x<7$
이때 $x>4$이므로 $4<x<7$ …… ㉠
$\triangle ABC$가 예각삼각형이 되려면
$x^2<4^2+3^2$, $x^2<25 \quad \therefore 0<x<5$ ($\because x>0$) …… ㉡
㉠, ㉡에 의해 $4<x<5$

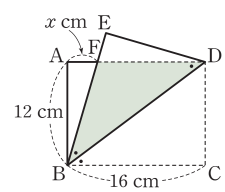
11 **전략코칭** (색칠한 부분의 넓이)=($\triangle ABC$의 넓이)임을 기억한다.

$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{10^2-8^2}=6$(cm)
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)=($\triangle ABC$의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times8\times6=24(cm^2)$

12 **전략코칭** 직사각형 ABCD를 대각선 BD를 접는 선으로 하여 접었을 때
(1) $\triangle BC'D\equiv\triangle BCD$
(2) $\triangle ABP\equiv\triangle C'DP$
(3) $\triangle PBD$는 $\overline{PB}=\overline{PD}$인 이등변삼각형이다.



$\overline{AF}=x$ cm라 하면
$\overline{BF}=\overline{DF}=(16-x)$cm
$\triangle ABF$에서 $(16-x)^2=12^2+x^2$
$32x=112 \quad \therefore x=\frac{7}{2}$
$\therefore \triangle BDF=\frac{1}{2}\times\left(16-\frac{7}{2}\right)\times12$
$=75(cm^2)$



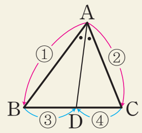
13 **전략코칭** $\triangle ABC$에서 $\overline{AD}$가 $\angle A$의 이등분선이면 $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{12^2-6^2}=6\sqrt{3}$(cm)
각의 이등분선의 성질에 의해
$\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}=2:1$이므로
$\overline{CD}=\frac{1}{3}\overline{BC}=\frac{1}{3}\times6\sqrt{3}=2\sqrt{3}$(cm)
따라서 $\triangle ACD$에서 $\overline{AD}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+6^2}=4\sqrt{3}$(cm)

SELF 코칭

삼각형의 내각의 이등분선

$\triangle ABC$에서 $\overline{AD}$가 $\angle A$의 이등분선이면



➡ ①:②=③:④

실전! 중단원 마무리

44~46쪽

01 ③	**02** 4 cm	**03** $\frac{10}{3}$	**04** $\frac{16}{5}$ m
05 ②	**06** ⑤	**07** 33 cm^2	**08** ④
09 64 cm^2	**10** ④	**11** $\sqrt{15}<x<2\sqrt{5}$	
12 ②	**13** $\frac{3\sqrt{10}}{5}$	**14** ④	**15** 89
16 5	**17** 13	**18** 10분	

서|술|형|문|제

19 $2\sqrt{13}$	**20** $3\sqrt{3}$, $3\sqrt{5}$	**21** $\frac{15}{4}$ cm

01 $\overline{AC}=\sqrt{17^2-8^2}=15(\text{cm})$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 8\times 15=60(\text{cm}^2)$

02 $\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}(\text{cm})$

$\triangle ACD$에서 $\overline{CD}=\sqrt{(2\sqrt{6})^2-(2\sqrt{2})^2}=4(\text{cm})$

03 $\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{6^2+8^2}=10$

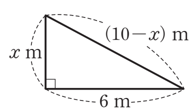
점 M은 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 10=5$

점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로 $\overline{BG}:\overline{GM}=2:1$

$\therefore \overline{BG}=\frac{2}{3}\overline{BM}=\frac{2}{3}\times 5=\frac{10}{3}$

04 오른쪽 그림과 같이 지면에서 부러진 부분까지의 높이를 x m라 하면



$(10-x)^2=6^2+x^2$, $20x=64$

$\therefore x=\frac{16}{5}$

따라서 구하는 높이는 $\frac{16}{5}$ m이다.

05 $\overline{BE}=\overline{BD}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$

$\overline{BG}=\overline{BF}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+2^2}=2\sqrt{3}$

06 $\overline{OA}=\overline{AB}=x$라 하면

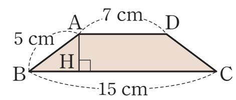
$\overline{OB}=\sqrt{2}x$, $\overline{OC}=\sqrt{3}x$, $\overline{OD}=\sqrt{4}x=2x$,

$\overline{OE}=\sqrt{5}x$, $\overline{OF}=\sqrt{6}x$, $\overline{OG}=\sqrt{7}x$

이때 $\overline{OG}=3\sqrt{7}$이므로

$\sqrt{7}x=3\sqrt{7}$ $\quad\therefore x=3$

07 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{BH}=\frac{1}{2}\times(15-7)=4(\text{cm})$

$\triangle ABH$에서 $\overline{AH}=\sqrt{5^2-4^2}=3(\text{cm})$

$\therefore \square ABCD=\frac{1}{2}\times(7+15)\times 3=33(\text{cm}^2)$

08 $\triangle BAE=\triangle BCE=\triangle BFA=\triangle BFJ$

09 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\sqrt{10^2-6^2}=8(\text{cm})$

$\therefore \square BFKJ=\square ADEB=8^2=64(\text{cm}^2)$

10 $\overline{BQ}=\overline{AP}=1$ cm, $\overline{BP}=3-1=2(\text{cm})$이므로

$\triangle PBQ$에서 $\overline{PQ}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}(\text{cm})$

11 $2\sqrt{5}-\sqrt{5}<x<2\sqrt{5}+\sqrt{5}$에서 $\sqrt{5}<x<3\sqrt{5}$

이때 $x<2\sqrt{5}$이므로 $\sqrt{5}<x<2\sqrt{5}$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

$\triangle ABC$가 예각삼각형이므로

$(2\sqrt{5})^2<x^2+(\sqrt{5})^2$

$20<x^2+5$, $15<x^2$ $\quad\therefore x>\sqrt{15}$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\sqrt{15}<x<2\sqrt{5}$

12 삼각형이 되려면 $x+2<x-2+x$ $\quad\therefore x>4$

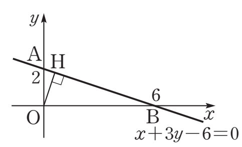
가장 긴 변의 길이가 $x+2$이므로 $(x+2)^2=x^2+(x-2)^2$

$x^2-8x=0$, $x(x-8)=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=8$

그런데 $x>4$이므로 $x=8$

13 $x+3y-6=0$에



$y=0$을 대입하면

$x-6=0$ $\quad\therefore x=6$

$x=0$을 대입하면

$3y-6=0$ $\quad\therefore y=2$

즉, 이 직선의 x절편은 6이고, y절편은 2이므로

$\overline{OA}=2$, $\overline{OB}=6$

$\triangle AOB$에서 $\overline{AB}=\sqrt{6^2+2^2}=2\sqrt{10}$

$\overline{OA}\times\overline{OB}=\overline{AB}\times\overline{OH}$이므로

$2\times 6=2\sqrt{10}\times\overline{OH}$

$\therefore \overline{OH}=\frac{3\sqrt{10}}{5}$

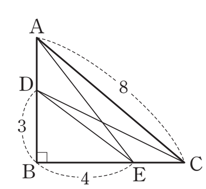
14 $\triangle AHC$에서 $\overline{AH}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{AH}^2=\overline{BH}\times\overline{HC}$이므로

$(2\sqrt{3})^2=\overline{BH}\times 2$ $\quad\therefore \overline{BH}=6(\text{cm})$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times(6+2)\times 2\sqrt{3}=8\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

15 오른쪽 그림과 같이 $\overline{DE}$를 그으면



$\triangle DBE$에서

$\overline{DE}=\sqrt{4^2+3^2}=5$

$\overline{DE}^2+\overline{AC}^2=\overline{AE}^2+\overline{CD}^2$이므로

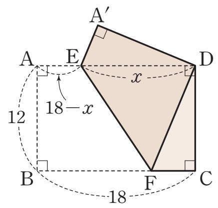
$\overline{AE}^2+\overline{CD}^2=5^2+8^2=89$

16 $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{BC}^2+\overline{AD}^2$이므로

$7^2+(2\sqrt{3})^2=\overline{BC}^2+6^2$, $\overline{BC}^2=25$

$\therefore \overline{BC}=5$ ($\because \overline{BC}>0$)

17 $\overline{DE}=x$라 하면



$\overline{AE}=\overline{A'E}=18-x$

$\overline{A'D}=\overline{AB}=12$이므로

$\triangle DA'E$에서

$x^2=(18-x)^2+12^2$

$36x=468 \qquad \therefore x=13$

따라서 $\overline{DE}$의 길이는 13이다.

18 공원 무대의 위치를 P라 하면

$\overline{PA}^2+\overline{PC}^2=\overline{PB}^2+\overline{PD}^2$이므로

$\overline{PA}^2+(10\sqrt{6})^2=10^2+30^2$, $\overline{PA}^2=400$

$\therefore \overline{PA}=20(\text{m})$ ($\because \overline{PA}>0$)

이때 연정이가 분속 2 m로 걸어가므로

(공원 무대까지 가는 데 걸리는 시간)$=\frac{20}{2}=10$(분)

서|술|형|문|제

19 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{10^2-6^2}=8$ …… ❶

$\therefore \overline{CD}=\overline{BD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 8=4$ …… ❷

$\triangle ADC$에서 $\overline{AD}=\sqrt{4^2+6^2}=2\sqrt{13}$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ $\overline{BC}$의 길이 구하기	2점
❷ $\overline{CD}$의 길이 구하기	1점
❸ $\overline{AD}$의 길이 구하기	2점

20 (i) x가 가장 긴 변의 길이일 때

$x^2=3^2+6^2$이므로

$x^2=45 \qquad \therefore x=3\sqrt{5}$ ($\because x>0$) …… ❶

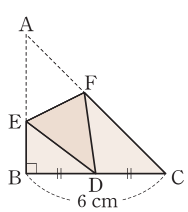
(ii) 6이 가장 긴 변의 길이일 때

$6^2=3^2+x^2$이므로

$x^2=27 \qquad \therefore x=3\sqrt{3}$ ($\because x>0$) …… ❷

채점 기준	배점
❶ x가 가장 긴 변의 길이일 때, x의 값 구하기	3점
❷ 6이 가장 긴 변의 길이일 때, x의 값 구하기	3점

21 $\overline{ED}=x$ cm라 하면



$\overline{AE}=\overline{ED}=x$ cm이므로

$\overline{EB}=(6-x)$cm

$\overline{BD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=3$(cm)

$\triangle EBD$에서 $x^2=(6-x)^2+3^2$ …… ❶

$12x=45 \qquad \therefore x=\frac{15}{4}$

따라서 $\overline{ED}$의 길이는 $\frac{15}{4}$ cm이다. …… ❷

채점 기준	배점
❶ $\triangle EBD$에서 피타고라스 정리 이용하기	3점
❷ $\overline{ED}$의 길이 구하기	2점

2. 피타고라스 정리의 활용

01 평면도형에의 활용 (1)

48~50쪽

1 (1) 10 cm (2) $2\sqrt{2}$ cm
1-1 (1) 20 cm (2) $\sqrt{6}$ cm
2 (1) 8 (2) $3\sqrt{2}$
2-1 (1) 12 (2) $6\sqrt{2}$
3 (1) $4\sqrt{3}$ cm (2) $16\sqrt{3}$ cm^2
3-1 (1) $3\sqrt{3}$ cm (2) $9\sqrt{3}$ cm^2
4 $\sqrt{3}$, 4
4-1 (1) 12 (2) $36\sqrt{3}$
5 4, 36, 6
5-1 (1) 4 (2) $2\sqrt{3}$
6 (1) $\sqrt{7}$ cm (2) $3\sqrt{7}$ cm^2
6-1 (1) 12 cm (2) 60 cm^2
7 (1) $10-x$ (2) 1 (3) $3\sqrt{7}$ (4) $15\sqrt{7}$
7-1 (1) $2\sqrt{6}$ (2) $6\sqrt{6}$

1 (1) $\overline{BD}=\sqrt{8^2+6^2}=\sqrt{100}=10$(cm)

(2) $\overline{BD}=\sqrt{2^2+2^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$(cm)

1-1 (1) $\overline{BD}=\sqrt{16^2+12^2}=\sqrt{400}=20$(cm)

(2) $\overline{BD}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+(\sqrt{3})^2}=\sqrt{6}$(cm)

2 (1) $x=\sqrt{17^2-15^2}=\sqrt{64}=8$

(2) $\sqrt{x^2+x^2}=6$이므로 $2x^2=36$

$x^2=18 \qquad \therefore x=3\sqrt{2}$ ($\because x>0$)

2-1 (1) $x=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12$

(2) $\sqrt{x^2+x^2}=12$이므로 $2x^2=144$

$x^2=72 \qquad \therefore x=6\sqrt{2}$ ($\because x>0$)

3 (1) $\triangle ABC$의 높이는 $\frac{\sqrt{3}}{2}\times 8=4\sqrt{3}$(cm)

(2) $\triangle ABC$의 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4}\times 8^2=16\sqrt{3}$(cm^2)

3-1 (1) $\triangle ABC$의 높이는 $\frac{\sqrt{3}}{2}\times 6=3\sqrt{3}$(cm)

(2) $\triangle ABC$의 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4}\times 6^2=9\sqrt{3}$(cm^2)

4-1 (1) 정삼각형의 한 변의 길이를 x라 하면

$\frac{\sqrt{3}}{2}x=6\sqrt{3} \qquad \therefore x=6\sqrt{3}\times\frac{2}{\sqrt{3}}=12$

(2) (정삼각형의 넓이)$=\frac{\sqrt{3}}{4}\times 12^2=36\sqrt{3}$

5-1 (1) 정삼각형의 한 변의 길이를 x라 하면

$\frac{\sqrt{3}}{4}x^2=4\sqrt{3}$이므로 $x^2=4\sqrt{3}\times\frac{4}{\sqrt{3}}=16$

$\therefore x=4$ ($\because x>0$)

(2) (정삼각형의 높이)$=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 4=2\sqrt{3}$

6 (1) $\overline{BH}=\frac{1}{2}\times6=3(\text{cm})$이므로

$\overline{AH}=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}(\text{cm})$

(2) $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\times\sqrt{7}=3\sqrt{7}(\text{cm}^2)$

6-1 (1) $\overline{BH}=\frac{1}{2}\times10=5(\text{cm})$이므로

$\overline{AH}=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12(\text{cm})$

(2) $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times10\times12=60(\text{cm}^2)$

7 (1) $\overline{CH}=10-x$

(2) $\triangle ABH$에서 $\overline{AH}^2=8^2-x^2$

$\triangle ACH$에서 $\overline{AH}^2=12^2-(10-x)^2$

즉, $8^2-x^2=12^2-(10-x)^2$에서

$20x=20 \quad \therefore x=1$

(3) $\overline{AH}=\sqrt{8^2-1^2}=\sqrt{63}=3\sqrt{7}$

(4) $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times10\times3\sqrt{7}=15\sqrt{7}$

7-1 (1) $\overline{BH}=x$라 하면 $\overline{CH}=6-x$

$\triangle ABH$에서 $\overline{AH}^2=5^2-x^2$

$\triangle ACH$에서 $\overline{AH}^2=7^2-(6-x)^2$

즉, $5^2-x^2=7^2-(6-x)^2$에서

$12x=12 \quad \therefore x=1$

$\therefore \overline{AH}=\sqrt{5^2-1^2}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$

(2) $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\times2\sqrt{6}=6\sqrt{6}$

교과서 대표 문제로 개념 완성하기

51~52쪽

01 ③ **02** $20\sqrt{2}$ cm **03** $\frac{36}{5}$ cm **04** ②
05 $25\sqrt{3}$ cm^2 **06** ④ **07** $3\sqrt{3}$ cm^2 **08** 4 : 3
09 $54\sqrt{3}$ cm^2 **10** $32\sqrt{3}$ cm^2 **11** $18\sqrt{5}$ cm^2
12 84 cm^2

01 가로와 세로의 길이를 각각 $3k$, $2k(k>0)$라 하면

$(3k)^2+(2k)^2=(4\sqrt{13})^2$이므로

$13k^2=208$, $k^2=16 \quad \therefore k=4\ (\because k>0)$

따라서 직사각형의 가로의 길이는 $3\times4=12(\text{cm})$

02 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면

$\sqrt{2}x=10 \quad \therefore x=5\sqrt{2}$

$\therefore$ (정사각형의 둘레의 길이)$=4\times5\sqrt{2}=20\sqrt{2}(\text{cm})$

03 $\triangle ABD$에서 $\overline{BD}=\sqrt{12^2+9^2}=15(\text{cm})$

$\overline{AB}\times\overline{AD}=\overline{AH}\times\overline{BD}$이므로

$9\times12=\overline{AH}\times15 \quad \therefore \overline{AH}=\frac{36}{5}(\text{cm})$

04 $\triangle ABD$에서 $\overline{BD}=\sqrt{6^2+4^2}=2\sqrt{13}(\text{cm})$

$\overline{AB}\times\overline{AD}=\overline{AH}\times\overline{BD}$이므로

$6\times4=\overline{AH}\times2\sqrt{13} \quad \therefore \overline{AH}=\frac{12\sqrt{13}}{13}(\text{cm})$

05 $\triangle ABC$의 한 변의 길이를 x cm라 하면

$\frac{\sqrt{3}}{2}x=5\sqrt{3}$에서 $x=10$

$\therefore \triangle ABC=\frac{\sqrt{3}}{4}\times10^2=25\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

06 정삼각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면

$\frac{\sqrt{3}}{4}x^2=24\sqrt{3}$에서 $x^2=96 \quad \therefore x=4\sqrt{6}\ (\because x>0)$

$\therefore$ (정삼각형의 높이)$=\frac{\sqrt{3}}{2}\times4\sqrt{6}=6\sqrt{2}(\text{cm})$

07 $\overline{AD}$는 정삼각형 ABC의 높이이므로

$\overline{AD}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times4=2\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{AD}$는 $\triangle ADE$의 한 변의 길이이므로

$\triangle ADE=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(2\sqrt{3})^2=3\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

08 $\triangle ABC=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(2\sqrt{3})^2=3\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

$\overline{AD}$는 정삼각형 ABC의 높이이므로

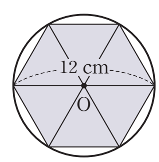
$\overline{AD}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times2\sqrt{3}=3(\text{cm})$

$\therefore \triangle ADE=\frac{\sqrt{3}}{4}\times3^2=\frac{9\sqrt{3}}{4}(\text{cm}^2)$

따라서 $\triangle ABC$와 $\triangle ADE$의 넓이의 비는

$3\sqrt{3} : \frac{9\sqrt{3}}{4}=4 : 3$

09 오른쪽 그림과 같이 보조선을 그으면

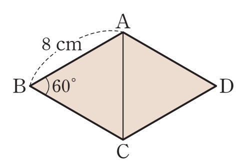


(정육각형의 넓이)

$=6\times$(한 변의 길이가 6 cm인 정삼각형의 넓이)

$=6\times\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\times6^2\right)=54\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

10 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면

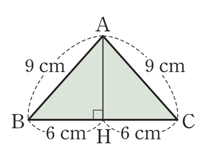


□ABCD는 한 변의 길이가 8 cm인 정삼각형 2개로 나누어지므로

(마름모의 넓이)

$=2\times\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\times8^2\right)=32\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

11 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{BH}=6$ cm

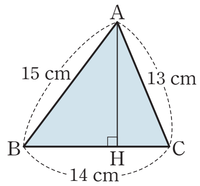


$\triangle ABH$에서

$\overline{AH}=\sqrt{9^2-6^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}(\text{cm})$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times12\times3\sqrt{5}=18\sqrt{5}(\text{cm}^2)$

12 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{BH}=x$ cm라 하면 $\overline{CH}=(14-x)$cm



△ABH에서 $\overline{AH}^2=15^2-x^2$

△ACH에서 $\overline{AH}^2=13^2-(14-x)^2$

즉, $15^2-x^2=13^2-(14-x)^2$에서

$28x=252 \quad \therefore x=9$

△ABH에서 $\overline{AH}=\sqrt{15^2-9^2}=12$(cm)이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 14\times 12=84(\text{cm}^2)$

02 평면도형에의 활용 (2)

54~55쪽

1 (1) $x=1$, $y=1$ (2) $x=3$, $y=3\sqrt{2}$

1-1 (1) $x=4$, $y=4\sqrt{2}$ (2) $x=6$, $y=6\sqrt{2}$

2 (1) $x=4\sqrt{3}$, $y=8$ (2) $x=9$, $y=9\sqrt{3}$

2-1 (1) $x=5$, $y=10$ (2) $x=4$, $y=2\sqrt{3}$

3 (1) 5 (2) $3\sqrt{2}$ (3) $\sqrt{65}$

3-1 (1) 5 (2) $\sqrt{29}$ (3) $4\sqrt{2}$

4 (1) $\overline{AB}=3\sqrt{2}$, $\overline{BC}=\sqrt{29}$, $\overline{CA}=\sqrt{29}$
(2) 이등변삼각형

4-1 풀이 참조, (1) $\overline{AB}=2\sqrt{5}$, $\overline{BC}=2\sqrt{10}$, $\overline{CA}=2\sqrt{5}$
(2) 직각이등변삼각형

1 (1) $x:\sqrt{2}=1:\sqrt{2}$, $\sqrt{2}x=\sqrt{2} \quad \therefore x=1$
$y:\sqrt{2}=1:\sqrt{2}$, $\sqrt{2}y=\sqrt{2} \quad \therefore y=1$
(2) $3:x=1:1 \quad \therefore x=3$
$3:y=1:\sqrt{2} \quad \therefore y=3\sqrt{2}$

1-1 (1) $x:4=1:1 \quad \therefore x=4$
$4:y=1:\sqrt{2} \quad \therefore y=4\sqrt{2}$
(2) $x:6=1:1 \quad \therefore x=6$
$6:y=1:\sqrt{2} \quad \therefore y=6\sqrt{2}$

2 (1) $x:4=\sqrt{3}:1 \quad \therefore x=4\sqrt{3}$
$4:y=1:2 \quad \therefore y=8$
(2) $x:18=1:2$, $2x=18 \quad \therefore x=9$
$y:18=\sqrt{3}:2$, $2y=18\sqrt{3} \quad \therefore y=9\sqrt{3}$

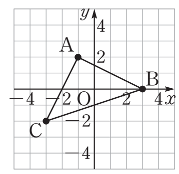
2-1 (1) $x:5\sqrt{3}=1:\sqrt{3}$, $\sqrt{3}x=5\sqrt{3} \quad \therefore x=5$
$5\sqrt{3}:y=\sqrt{3}:2$, $\sqrt{3}y=10\sqrt{3} \quad \therefore y=10$
(2) $2:x=1:2 \quad \therefore x=4$
$2:y=1:\sqrt{3} \quad \therefore y=2\sqrt{3}$

3 (1) $\overline{OP}=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{25}=5$
(2) $\overline{AB}=\sqrt{(1-4)^2+(4-7)^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$
(3) $\overline{AB}=\sqrt{\{3-(-5)\}^2+(7-6)^2}=\sqrt{65}$

3-1 (1) $\overline{OP}=\sqrt{(-3)^2+(-4)^2}=\sqrt{25}=5$
(2) $\overline{AB}=\sqrt{(5-3)^2+(-4-1)^2}=\sqrt{29}$
(3) $\overline{AB}=\sqrt{\{3-(-1)\}^2+(5-1)^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$

4 (1) $\overline{AB}=\sqrt{\{0-(-3)\}^2+(-3-0)^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$
$\overline{BC}=\sqrt{(2-0)^2+\{2-(-3)\}^2}=\sqrt{29}$
$\overline{CA}=\sqrt{\{2-(-3)\}^2+(2-0)^2}=\sqrt{29}$
(2) $\overline{BC}=\overline{CA}$이므로 △ABC는 이등변삼각형이다.

4-1 (1) $\overline{AB}=\sqrt{\{3-(-1)\}^2+(0-2)^2}$
$=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$
$\overline{BC}=\sqrt{(-3-3)^2+(-2-0)^2}$
$=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$
$\overline{CA}=\sqrt{\{-3-(-1)\}^2+(-2-2)^2}$
$=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$



(2) $\overline{AB}=\overline{CA}$이고 $\overline{AB}^2+\overline{CA}^2=\overline{BC}^2$이므로
△ABC는 ∠A=90°인 직각이등변삼각형이다.

교과서 대표 문제로 개념 완성하기

56쪽

01 $2\sqrt{6}$ **02** $\frac{3\sqrt{6}}{2}$ cm **03** -3 **04** ③
05 ⑤ **06** ④

01 △ABC에서 $\overline{AB}:\overline{BC}=1:\sqrt{2}$이므로
$6:\overline{BC}=1:\sqrt{2} \quad \therefore \overline{BC}=6\sqrt{2}$
△DBC에서 $\overline{BC}:\overline{DC}=\sqrt{3}:1$이므로
$6\sqrt{2}:\overline{DC}=\sqrt{3}:1$, $\sqrt{3}\,\overline{DC}=6\sqrt{2} \quad \therefore \overline{DC}=2\sqrt{6}$

02 △ABC에서 $\overline{BC}:\overline{AC}=2:\sqrt{3}$이므로
$6:\overline{AC}=2:\sqrt{3}$, $2\overline{AC}=6\sqrt{3} \quad \therefore \overline{AC}=3\sqrt{3}$(cm)
△ACD에서 $\overline{AC}:\overline{AD}=\sqrt{2}:1$이므로
$3\sqrt{3}:\overline{AD}=\sqrt{2}:1$, $\sqrt{2}\,\overline{AD}=3\sqrt{3} \quad \therefore \overline{AD}=\frac{3\sqrt{6}}{2}$(cm)

03 $\overline{AB}=\sqrt{(a-2)^2+\{5-(-7)\}^2}=13$이므로
$(a-2)^2+144=169$, $a^2-4a-21=0$
$(a+3)(a-7)=0 \quad \therefore a=-3$ 또는 $a=7$
$a<0$이므로 $a=-3$

04 $\overline{PQ}=\sqrt{\{a-(-5)\}^2+\{-2-(-1)\}^2}=\sqrt{37}$이므로
$(a+5)^2+1=37$, $a^2+10a-11=0$
$(a+11)(a-1)=0 \quad \therefore a=-11$ 또는 $a=1$
점 Q가 제4사분면 위의 점이므로 $a>0 \quad \therefore a=1$

05 $\overline{AB}=\sqrt{\{2-(-1)\}^2+(0-1)^2}=\sqrt{10}$
$\overline{BC}=\sqrt{(1-2)^2+(2-0)^2}=\sqrt{5}$
$\overline{AC}=\sqrt{\{1-(-1)\}^2+(2-1)^2}=\sqrt{5}$
$\overline{BC}=\overline{AC}$이고 $\overline{AB}^2=\overline{BC}^2+\overline{AC}^2$이므로
△ABC는 ∠C=90°인 직각이등변삼각형이다.

06 $\overline{AB}=\sqrt{\{2-(-3)\}^2+(5-0)^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

$\overline{BC}=\sqrt{\{3-(-3)\}^2+(2-0)^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$

$\overline{CA}=\sqrt{(3-2)^2+(2-5)^2}=\sqrt{10}$

$\overline{AB}^2=\overline{BC}^2+\overline{CA}^2$이므로 $\triangle ABC$는 $\angle C=90°$인 직각삼각형이다.

우리 학교 시험 문제로 실력 확인하기

57쪽

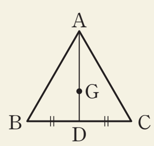
01 $20\sqrt{2}$ cm **02** 2 cm **03** ⑤ **04** ④
05 ③ **06** 10 cm

01 단면인 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면
정사각형의 대각선의 길이가 $2\times20=40$(cm)이므로
$\sqrt{2}x=40$ $\therefore x=20\sqrt{2}$
따라서 정사각형의 한 변의 길이는 $20\sqrt{2}$ cm이다.

02 $\overline{AD}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times4\sqrt{3}=6$(cm)
점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로 $\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$
$\therefore \overline{GD}=\dfrac{1}{3}\overline{AD}=\dfrac{1}{3}\times6=2$(cm)

SELF 코칭

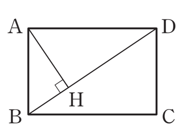
삼각형의 무게중심
삼각형의 무게중심은 세 중선을 꼭짓점으로부터 $2:1$로 나눈다.
즉, $\overline{GD}=\dfrac{1}{3}\overline{AD}$이다.



03 $\triangle ADC$에서 $x:2\sqrt{2}=1:\sqrt{2}$
$\sqrt{2}x=2\sqrt{2}$ $\therefore x=2$
$\therefore \overline{AD}=\overline{DC}=2$(cm)
$\triangle ABD$에서 $2:y=1:2$ $\therefore y=4$
$\therefore x+y=2+4=6$

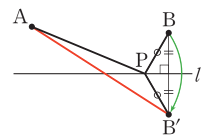
04 x축 위의 점을 $P(a, 0)$이라 하면 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로
$\sqrt{(a-1)^2+(0-5)^2}=\sqrt{(a-3)^2+(0-1)^2}$
$(a-1)^2+25=(a-3)^2+1$
$4a=-16$ $\therefore a=-4$
따라서 구하는 x축 위의 점의 좌표는 $(-4, 0)$이다.

05 전략코칭 직사각형 ABCD에서
(1) $\overline{AB}^2=\overline{BH}\times\overline{BD}$, $\overline{AD}^2=\overline{DH}\times\overline{DB}$
(2) $\overline{AH}^2=\overline{BH}\times\overline{DH}$
(3) $\overline{AB}\times\overline{AD}=\overline{AH}\times\overline{BD}$

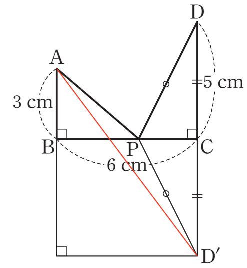


$\triangle ABD$에서 $\overline{BD}=\sqrt{6^2+8^2}=10$(cm)
$\overline{AB}^2=\overline{BE}\times\overline{BD}$이므로
$6^2=\overline{BE}\times10$ $\therefore \overline{BE}=3.6$(cm)
같은 방법으로 $\triangle CDB$에서 $\overline{DF}=3.6$(cm)
$\therefore \overline{EF}=10-(3.6+3.6)=2.8$(cm)

06 전략코칭 점 P가 직선 l 위를 움직일 때, $\overline{AP}+\overline{BP}$의 최솟값은
➡ 점 B를 직선 l에 대하여 대칭이동한 점을 B′이라 하면 $\overline{AP}+\overline{BP}=\overline{AP}+\overline{B'P}\geq\overline{AB'}$
즉, $\overline{AP}+\overline{BP}$의 최솟값은 $\overline{AB'}$의 길이와 같다.



점 D를 $\overline{BC}$에 대하여 대칭이동한 점을 D′이라 하면
$\overline{AD'}$의 길이가 $\overline{AP}+\overline{PD}$의 최솟값이 된다.
$\therefore \overline{AD'}=\sqrt{6^2+(3+5)^2}$
$=10$(cm)



03 입체도형에의 활용 (1)

59~61쪽

1 (1) $\sqrt{38}$ (2) $3\sqrt{3}$
1-1 (1) $2\sqrt{14}$ (2) $4\sqrt{3}$
2 $\sqrt{57}$
2-1 7
3 $3\sqrt{3}$ cm
3-1 12 cm
4 (1) $6\sqrt{3}$ cm (2) $4\sqrt{3}$ cm (3) $4\sqrt{6}$ cm (4) $144\sqrt{2}$ cm^3
4-1 (1) $\dfrac{9\sqrt{3}}{2}$ cm (2) $3\sqrt{3}$ cm (3) $3\sqrt{6}$ cm
(4) $\dfrac{243\sqrt{2}}{4}$ cm^3
5 (1) $6\sqrt{2}$ cm (2) $54\sqrt{6}$ cm^3
5-1 (1) 6 cm (2) $27\sqrt{3}$ cm^3
6 (1) $6\sqrt{2}$ cm (2) $3\sqrt{2}$ cm (3) $3\sqrt{10}$ cm
(4) $36\sqrt{10}$ cm^3
6-1 (1) 8 cm (2) 4 cm (3) $2\sqrt{3}$ cm (4) $\dfrac{64\sqrt{3}}{3}$ cm^3
7 (1) $3\sqrt{2}$ cm (2) $36\sqrt{2}$ cm^3
7-1 (1) $\sqrt{17}$ cm (2) $\dfrac{16\sqrt{17}}{3}$ cm^3

1 (1) $x=\sqrt{5^2+2^2+3^2}=\sqrt{38}$
(2) $x=\sqrt{3^2+3^2+3^2}=3\sqrt{3}$

1-1 (1) $x=\sqrt{6^2+2^2+4^2}=\sqrt{56}=2\sqrt{14}$
(2) $x=\sqrt{4^2+4^2+4^2}=4\sqrt{3}$

2 $\sqrt{5^2+(3\sqrt{2})^2+x^2}=10$이므로
$25+18+x^2=100$
$x^2=57$ $\therefore x=\sqrt{57}$ $(\because x>0)$

2-1 $\sqrt{(\sqrt{14})^2+9^2+x^2}=12$이므로
$14+81+x^2=144$
$x^2=49$ $\therefore x=7$ $(\because x>0)$

3 정육면체의 한 모서리의 길이를 x cm라 하면

$\sqrt{3}x=9$이므로 $x=\dfrac{9}{\sqrt{3}}=3\sqrt{3}$

따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는 $3\sqrt{3}$ cm이다.

3-1 정육면체의 한 모서리의 길이를 x cm라 하면

$\sqrt{3}x=12\sqrt{3}$이므로 $x=12$

따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는 12 cm이다.

4 (1) $\overline{DM}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times12=6\sqrt{3}(cm)$

(2) $\overline{DH}=\dfrac{2}{3}\overline{DM}=\dfrac{2}{3}\times6\sqrt{3}$

$=4\sqrt{3}(cm)$

(3) $\overline{AH}=\sqrt{12^2-(4\sqrt{3})^2}=\sqrt{96}$

$=4\sqrt{6}(cm)$

(4) (부피)$=\dfrac{1}{3}\times\left(\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times12^2\right)\times4\sqrt{6}$

$=144\sqrt{2}(cm^3)$

4-1 (1) $\overline{DM}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times9=\dfrac{9\sqrt{3}}{2}(cm)$

(2) $\overline{DH}=\dfrac{2}{3}\overline{DM}=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{9\sqrt{3}}{2}$

$=3\sqrt{3}(cm)$

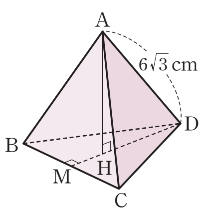
(3) $\overline{AH}=\sqrt{9^2-(3\sqrt{3})^2}=\sqrt{54}$

$=3\sqrt{6}(cm)$

(4) (부피)$=\dfrac{1}{3}\times\left(\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times9^2\right)\times3\sqrt{6}$

$=\dfrac{243\sqrt{2}}{4}(cm^3)$

5 (1) 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라 하면



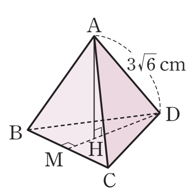
$\overline{DM}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times6\sqrt{3}=9(cm)$

$\overline{DH}=\dfrac{2}{3}\overline{DM}=\dfrac{2}{3}\times9=6(cm)$

(높이)$=\overline{AH}=\sqrt{(6\sqrt{3})^2-6^2}=\sqrt{72}=6\sqrt{2}(cm)$

(2) (부피)$=\dfrac{1}{3}\times\left\{\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times(6\sqrt{3})^2\right\}\times6\sqrt{2}=54\sqrt{6}(cm^3)$

5-1 (1) 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{DM}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times3\sqrt{6}=\dfrac{9\sqrt{2}}{2}(cm)$

$\overline{DH}=\dfrac{2}{3}\overline{DM}=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{9\sqrt{2}}{2}$

$=3\sqrt{2}(cm)$

(높이)$=\overline{AH}=\sqrt{(3\sqrt{6})^2-(3\sqrt{2})^2}=\sqrt{36}=6(cm)$

(2) (부피)$=\dfrac{1}{3}\times\left\{\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times(3\sqrt{6})^2\right\}\times6=27\sqrt{3}(cm^3)$

6 (1) $\overline{AC}=\sqrt{2}\times6=6\sqrt{2}(cm)$

(2) $\overline{CH}=\dfrac{1}{2}\times\overline{AC}=\dfrac{1}{2}\times6\sqrt{2}=3\sqrt{2}(cm)$

(3) $\overline{OH}=\sqrt{(6\sqrt{3})^2-(3\sqrt{2})^2}=\sqrt{90}=3\sqrt{10}(cm)$

(4) (부피)$=\dfrac{1}{3}\times6^2\times3\sqrt{10}=36\sqrt{10}(cm^3)$

6-1 (1) $\overline{AC}=\sqrt{2}\times4\sqrt{2}=8(cm)$

(2) $\overline{CH}=\dfrac{1}{2}\times\overline{AC}=\dfrac{1}{2}\times8=4(cm)$

(3) $\overline{OH}=\sqrt{(2\sqrt{7})^2-4^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}(cm)$

(4) (부피)$=\dfrac{1}{3}\times(4\sqrt{2})^2\times2\sqrt{3}=\dfrac{64\sqrt{3}}{3}(cm^3)$

7 (1) $\overline{AC}=6\sqrt{2}$ cm이므로

$\overline{CH}=\dfrac{1}{2}\times6\sqrt{2}=3\sqrt{2}(cm)$

△OHC에서

$\overline{OH}=\sqrt{6^2-(3\sqrt{2})^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}(cm)$

(2) (부피)$=\dfrac{1}{3}\times6^2\times3\sqrt{2}=36\sqrt{2}(cm^3)$

7-1 (1) $\overline{AC}=4\sqrt{2}$ cm이므로

$\overline{CH}=\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{2}=2\sqrt{2}(cm)$

△OHC에서

$\overline{OH}=\sqrt{5^2-(2\sqrt{2})^2}=\sqrt{17}(cm)$

(2) (부피)$=\dfrac{1}{3}\times4^2\times\sqrt{17}=\dfrac{16\sqrt{17}}{3}(cm^3)$

교과서 대표 문제로 **개념 완성하기** 62~63쪽

01 ① **02** ③ **03** ④ **04** ④

05 $\dfrac{4\sqrt{17}}{5}$ cm **06** $\sqrt{6}$ cm **07** $3\sqrt{2}$ cm^2 **08** $24\sqrt{2}$ cm^2

09 $3\sqrt{14}$ cm^2 **10** $4\sqrt{34}$ cm^2

11 (1) 36 cm^3 (2) $18\sqrt{3}$ cm^2 (3) $2\sqrt{3}$ cm

12 $\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$ cm

01 $\overline{DH}=x$ cm라 하면

$\overline{FD}=\sqrt{(\sqrt{5})^2+2^2+x^2}=2\sqrt{3}$이므로

$5+4+x^2=12$

$x^2=3 \quad \therefore x=\sqrt{3}\ (\because x>0)$

따라서 $\overline{DH}$의 길이는 $\sqrt{3}$ cm이다.

02 $\overline{FG}=x$ cm라 하면

$\sqrt{x^2+5^2+6^2}=5\sqrt{5}$이므로

$x^2+25+36=125$

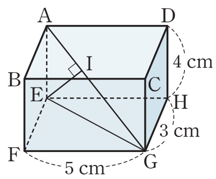
$x^2=64 \quad \therefore x=8\ (\because x>0)$

$\therefore$ (부피)$=8\times5\times6=240(cm^3)$

03 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm라 하면
$\sqrt{3}a=4\sqrt{3}$ $\therefore a=4$
따라서 정육면체의 부피는 $4^3=64(\text{cm}^3)$이다.

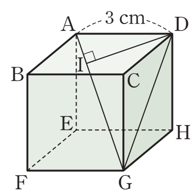
04 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm라 하면
$6a^2=150$, $a^2=25$ $\therefore a=5$ $(\because a>0)$
따라서 정육면체의 대각선의 길이는 $\sqrt{3}\times5=5\sqrt{3}(\text{cm})$이다.

05 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\text{EG}}$를 그으면



$\overline{\text{EG}}=\sqrt{3^2+5^2}=\sqrt{34}(\text{cm})$
$\overline{\text{AG}}=\sqrt{3^2+4^2+5^2}=\sqrt{50}$
$=5\sqrt{2}(\text{cm})$
$\overline{\text{AE}}\times\overline{\text{EG}}=\overline{\text{AG}}\times\overline{\text{EI}}$이므로
$4\times\sqrt{34}=5\sqrt{2}\times\overline{\text{EI}}$
$\therefore \overline{\text{EI}}=\dfrac{4\sqrt{17}}{5}(\text{cm})$

06 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\text{DG}}$를 그으면



$\overline{\text{AG}}=\sqrt{3}\times3=3\sqrt{3}(\text{cm})$
$\overline{\text{DG}}=\sqrt{2}\times3=3\sqrt{2}(\text{cm})$
$\overline{\text{AD}}\times\overline{\text{DG}}=\overline{\text{AG}}\times\overline{\text{DI}}$이므로
$3\times3\sqrt{2}=3\sqrt{3}\times\overline{\text{DI}}$
$\therefore \overline{\text{DI}}=\sqrt{6}(\text{cm})$

07 $\overline{\text{AM}}=\overline{\text{DM}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times6=3\sqrt{3}(\text{cm})$
$\overline{\text{MH}}=\dfrac{1}{3}\overline{\text{DM}}=\dfrac{1}{3}\times3\sqrt{3}=\sqrt{3}(\text{cm})$
$\overline{\text{AH}}=\sqrt{\overline{\text{AM}}^2-\overline{\text{MH}}^2}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2-(\sqrt{3})^2}$
$=\sqrt{24}=2\sqrt{6}(\text{cm})$
$\therefore \triangle\text{AMH}=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{3}\times2\sqrt{6}=3\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

08 $\overline{\text{AM}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times12=6\sqrt{3}(\text{cm})$
$\overline{\text{AH}}=\dfrac{2}{3}\overline{\text{AM}}=\dfrac{2}{3}\times6\sqrt{3}=4\sqrt{3}(\text{cm})$
$\overline{\text{OH}}=\sqrt{12^2-(4\sqrt{3})^2}=\sqrt{96}=4\sqrt{6}(\text{cm})$
$\therefore \triangle\text{OAH}=\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times4\sqrt{6}=24\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

09 $\overline{\text{AC}}=\sqrt{2}\times6=6\sqrt{2}(\text{cm})$
$\overline{\text{AH}}=\dfrac{1}{2}\overline{\text{AC}}=\dfrac{1}{2}\times6\sqrt{2}=3\sqrt{2}(\text{cm})$이므로
$\triangle$OAH에서 $\overline{\text{OH}}=\sqrt{5^2-(3\sqrt{2})^2}=\sqrt{7}(\text{cm})$
$\therefore \triangle\text{OAC}=\dfrac{1}{2}\times6\sqrt{2}\times\sqrt{7}=3\sqrt{14}(\text{cm}^2)$

10 $\overline{\text{AC}}=\sqrt{2}\times8=8\sqrt{2}(\text{cm})$
$\overline{\text{CH}}=\dfrac{1}{2}\overline{\text{AC}}=\dfrac{1}{2}\times8\sqrt{2}=4\sqrt{2}(\text{cm})$이므로
$\triangle$OHC에서 $\overline{\text{OH}}=\sqrt{10^2-(4\sqrt{2})^2}=\sqrt{68}=2\sqrt{17}(\text{cm})$
$\therefore \triangle\text{OHC}=\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times2\sqrt{17}=4\sqrt{34}(\text{cm}^2)$

11 (1) (삼각뿔 G−BCD의 부피)
$=\dfrac{1}{3}\times\triangle\text{BCD}\times\overline{\text{CG}}$
$=\dfrac{1}{3}\times\left(\dfrac{1}{2}\times6\times6\right)\times6=36(\text{cm}^3)$
(2) $\overline{\text{BG}}=\sqrt{2}\times6=6\sqrt{2}(\text{cm})$
즉, $\overline{\text{BG}}=\overline{\text{GD}}=\overline{\text{DB}}=6\sqrt{2}$ cm이므로 $\triangle$BGD는 한 변의 길이가 $6\sqrt{2}$ cm인 정삼각형이다.
$\therefore \triangle\text{BGD}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times(6\sqrt{2})^2=18\sqrt{3}(\text{cm}^2)$
(3) (삼각뿔 C−BGD의 부피)=(삼각뿔 G−BCD의 부피)이므로
$\dfrac{1}{3}\times\triangle\text{BGD}\times\overline{\text{CI}}=36$
$\dfrac{1}{3}\times18\sqrt{3}\times\overline{\text{CI}}=36$
$\therefore \overline{\text{CI}}=2\sqrt{3}(\text{cm})$

12 (삼각뿔 G−BCD의 부피)
$=\dfrac{1}{3}\times\triangle\text{BCD}\times\overline{\text{CG}}$
$=\dfrac{1}{3}\times\left(\dfrac{1}{2}\times8\times8\right)\times8=\dfrac{256}{3}(\text{cm}^3)$
$\overline{\text{BG}}=\sqrt{2}\times8=8\sqrt{2}(\text{cm})$
즉, $\overline{\text{BG}}=\overline{\text{GD}}=\overline{\text{DB}}=8\sqrt{2}$ cm이므로 $\triangle$BGD는 한 변의 길이가 $8\sqrt{2}$ cm인 정삼각형이다.
$\therefore \triangle\text{BGD}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times(8\sqrt{2})^2=32\sqrt{3}(\text{cm}^2)$
(삼각뿔 C−BGD의 부피)=(삼각뿔 G−BCD의 부피)이므로
$\dfrac{1}{3}\times\triangle\text{BGD}\times\overline{\text{CI}}=\dfrac{256}{3}$
$\dfrac{1}{3}\times32\sqrt{3}\times\overline{\text{CI}}=\dfrac{256}{3}$
$\therefore \overline{\text{CI}}=\dfrac{8\sqrt{3}}{3}(\text{cm})$

04 입체도형에의 활용 (2)

65~66쪽

1 (1) $5\sqrt{3}$ cm (2) $\dfrac{125\sqrt{3}}{3}\pi$ cm^3
1-1 (1) 3 cm (2) $9\sqrt{3}\pi$ cm^3
2 (1) 4 cm (2) 16π cm^2
2-1 84π cm^2
3 $3\sqrt{10}$
4 $5\sqrt{5}\pi$

1 (1) $\triangle$AOB에서
$\overline{\text{AO}}=\sqrt{10^2-5^2}=\sqrt{75}=5\sqrt{3}(\text{cm})$
(2) (부피)$=\dfrac{1}{3}\times\pi\times5^2\times5\sqrt{3}$
$=\dfrac{125\sqrt{3}}{3}\pi(\text{cm}^3)$

1-1 (1) $\triangle$AOB에서 $\overline{OB}=\sqrt{6^2-(3\sqrt{3})^2}=\sqrt{9}=3$(cm)

(2) (부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times3\sqrt{3}=9\sqrt{3}\pi$(cm^3)

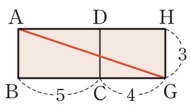
2 (1) $\triangle$AOB에서 $\overline{AB}=\sqrt{5^2-3^2}=4$(cm)

(2) (단면인 원의 넓이)$=\pi\times4^2=16\pi$(cm^2)

2-1 $\triangle$AOB에서 $\overline{AB}=\sqrt{10^2-4^2}=\sqrt{84}=2\sqrt{21}$(cm)

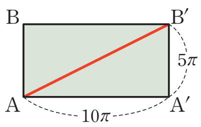
$\therefore$ (단면인 원의 넓이)$=\pi\times(2\sqrt{21})^2=84\pi$(cm^2)

3



$\therefore \overline{AG}=\sqrt{(5+4)^2+3^2}=\sqrt{90}=3\sqrt{10}$

4



$\overline{AA'}$=(밑면의 둘레의 길이)$=2\pi\times5=10\pi$

$\therefore \overline{AB'}=\sqrt{(10\pi)^2+(5\pi)^2}=5\sqrt{5}\pi$

교과서 대표 문제로 개념 완성하기

67쪽

01 100π cm^3	**02** $72\sqrt{3}\pi$ cm^3	**03** $18\sqrt{2}\pi$ cm^3
04 ③	**05** $5\sqrt{2}$ cm	**06** 5π cm

01 (원뿔의 높이)$=\sqrt{13^2-5^2}=12$(cm)이므로

(원뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times5^2\times12$

$=100\pi$(cm^3)

02 직선 l을 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형은 원뿔이고

$\overline{BC}=\sqrt{12^2-(6\sqrt{3})^2}=\sqrt{36}=6$(cm)이므로

(원뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times6^2\times6\sqrt{3}=72\sqrt{3}\pi$(cm^3)

03 밑면인 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

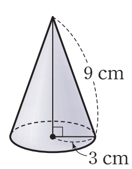
$2\pi\times9\times\frac{120}{360}=2\pi r \quad \therefore r=3$

전개도로 만들어지는 원뿔의 높이는

$\sqrt{9^2-3^2}=6\sqrt{2}$(cm)

$\therefore$ (원뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times6\sqrt{2}$

$=18\sqrt{2}\pi$(cm^3)

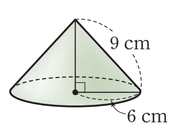


04 밑면인 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi\times9\times\frac{240}{360}=2\pi r \quad \therefore r=6$

전개도로 만들어지는 원뿔의 높이는

$\sqrt{9^2-6^2}=3\sqrt{5}$ (cm)



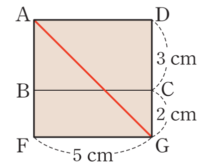
$\therefore$ (원뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times6^2\times3\sqrt{5}=36\sqrt{5}\pi$(cm^3)

05 선이 지나는 부분의 전개도는 오른쪽 그림과 같다. 최단 거리는 $\overline{AG}$이므로

$\overline{AG}=\sqrt{(3+2)^2+5^2}$

$=\sqrt{50}$

$=5\sqrt{2}$(cm)



06 실이 지나는 원기둥의 옆면의 전개도는 오른쪽 그림과 같다.

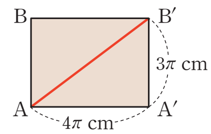
$\overline{AA'}=2\pi\times2=4\pi$(cm)이고

$\overline{AB}=3\pi$ cm이므로

(최단 거리)$=\overline{AB'}$

$=\sqrt{(4\pi)^2+(3\pi)^2}$

$=5\pi$(cm)



우리 학교 시험 문제로 실력 확인하기

68쪽

01 ⑤	**02** $\frac{10\sqrt{3}}{3}$	**03** $4\sqrt{2}$ cm
04 ③	**05** $\frac{128}{3}\pi$ cm^3	**06** $8\sqrt{2}$ cm

01 정육면체의 한 모서리의 길이를 x cm라 하면

$\sqrt{3}x=24$이므로 $x=8\sqrt{3}$

정육면체의 한 모서리의 길이와 축구공의 지름의 길이는 같으므로 축구공의 지름의 길이는 $8\sqrt{3}$ cm이다.

02 $\triangle$AFC는 $\overline{AF}=\overline{FC}=\overline{CA}=10\sqrt{2}$ cm인 정삼각형이므로

$\triangle AFC=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(10\sqrt{2})^2=50\sqrt{3}$(cm^2)

(삼각뿔 B$-$AFC의 부피)=(삼각뿔 A$-$BFC의 부피)이므로

$\frac{1}{3}\times50\sqrt{3}\times h=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times10\times10\right)\times10$

$\therefore h=\frac{10}{\sqrt{3}}=\frac{10\sqrt{3}}{3}$

03 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\square$BCDE에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{BD}=\sqrt{2}\times4=4\sqrt{2}$(cm)

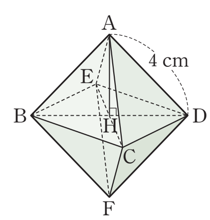
$\overline{HD}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}=2\sqrt{2}$(cm)

직각삼각형 AHD에서

$\overline{AH}=\sqrt{4^2-(2\sqrt{2})^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$(cm)

$\therefore \overline{AF}=2\overline{AH}$

$=2\times2\sqrt{2}=4\sqrt{2}$(cm)



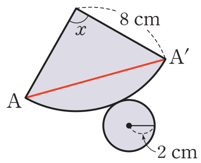
04 밑면인 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi r=12\pi$이므로 $r=6$

$\therefore$ (원뿔의 높이)$=\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{64}=8$(cm)

05 $\overline{AO}=\overline{CO}=5\text{ cm}$이고
$\overline{OH}=\sqrt{5^2-4^2}=3(\text{cm})$
$\therefore$ (원뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times(\pi\times4^2)\times(5+3)$
$=\frac{128}{3}\pi(\text{cm}^3)$

06 전략코칭 원뿔의 전개도에서 부채꼴의 호의 길이는 밑면인 원의 둘레의 길이와 같음을 이용하여 옆면인 부채꼴의 중심각의 크기를 구한 뒤 최단 거리를 구한다.



오른쪽 그림과 같은 원뿔의 전개도에서 원뿔의 모선의 길이는
$\sqrt{2^2+(2\sqrt{15})^2}=\sqrt{64}=8(\text{cm})$
옆면인 부채꼴의 호의 길이는
$2\pi\times2=4\pi(\text{cm})$
중심각의 크기를 $\angle x$라 하면
$2\pi\times8\times\frac{x}{360}=4\pi \qquad \therefore \angle x=90^\circ$
$\therefore$ (최단 거리)$=\overline{AA'}=\sqrt{8^2+8^2}=8\sqrt{2}(\text{cm})$

실전! 중단원 마무리

69~71쪽

01 ③	**02** $\pi\text{ cm}^2$	**03** ②	**04** $4\sqrt{3}\text{ cm}^2$
05 60 cm^2	**06** $6\sqrt{11}\text{ cm}^2$	**07** $2\sqrt{3}\text{ cm}$	**08** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$
09 ④	**10** ④	**11** $(20+10\sqrt{2})\text{cm}$	
12 ④	**13** $8\sqrt{6}\text{ cm}^2$	**14** ⑤	**15** ③
16 ④	**17** 10 cm	**18** $12\pi\text{ cm}^3$	

서술형문제

19 $x=3\sqrt{2}$, $y=2\sqrt{3}$	**20** 20	**21** 6 cm

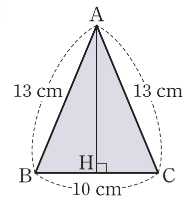
01 직사각형의 세로의 길이를 x cm라 하면
$\sqrt{6^2+x^2}=2\sqrt{13}$
$36+x^2=52$, $x^2=16 \qquad \therefore x=4$ ($\because x>0$)
따라서 세로의 길이는 4 cm이다.

02 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면
$\sqrt{2}x=2\sqrt{2} \qquad \therefore x=2$
즉, 원의 반지름의 길이는 1 cm이다.
$\therefore$ (원의 넓이)$=\pi\times1^2=\pi(\text{cm}^2)$

03 정삼각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면
$\frac{\sqrt{3}}{4}x^2=9\sqrt{3}$이므로 $x^2=36 \qquad \therefore x=6$ ($\because x>0$)
$\therefore$ (정삼각형의 둘레의 길이)$=3\times6=18(\text{cm})$

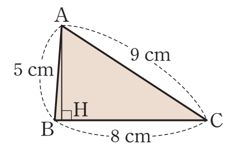
04 $\triangle$GEC는 한 변의 길이가 4 cm인 정삼각형이므로
(겹쳐진 부분의 넓이)$=\frac{\sqrt{3}}{4}\times4^2=4\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

05 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



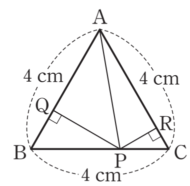
$\overline{BH}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times10=5(\text{cm})$
$\overline{AH}=\sqrt{13^2-5^2}=12(\text{cm})$이므로
$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times10\times12=60(\text{cm}^2)$

06 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고



$\overline{BH}=x$ cm라 하면
$\overline{CH}=(8-x)$cm
$5^2-x^2=9^2-(8-x)^2$이므로
$25-x^2=81-(64-16x+x^2)$
$16x=8 \qquad \therefore x=\frac{1}{2}$
$\triangle$ABH에서
$\overline{AH}=\sqrt{5^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{99}{4}}=\frac{3\sqrt{11}}{2}(\text{cm})$
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times8\times\frac{3\sqrt{11}}{2}$
$=6\sqrt{11}(\text{cm}^2)$

07 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AP}$를 그으면

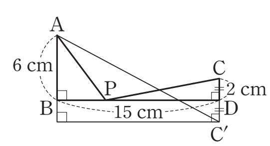


$\triangle ABC=\triangle ABP+\triangle ACP$이므로
$\frac{\sqrt{3}}{4}\times4^2=\frac{1}{2}\times4\times\overline{PQ}+\frac{1}{2}\times4\times\overline{PR}$
$4\sqrt{3}=2(\overline{PQ}+\overline{PR})$
$\therefore \overline{PQ}+\overline{PR}=2\sqrt{3}(\text{cm})$

08 $\angle B=30^\circ$이므로 $\overline{BH}:\overline{CH}=\sqrt{3}:1$
$2\sqrt{3}:\overline{CH}=\sqrt{3}:1 \qquad \therefore \overline{CH}=2$
$\triangle$ACH에서 $\overline{AC}:\overline{CH}=2:\sqrt{3}$이므로
$\overline{AC}:2=2:\sqrt{3} \qquad \therefore \overline{AC}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$

09 각 점의 원점으로부터의 거리를 구해 보면
① $\sqrt{(-5)^2+(-2)^2}=\sqrt{29}$
② $\sqrt{(-3)^2+4^2}=5$
③ $\sqrt{2^2+(-3)^2}=\sqrt{13}$
④ $\sqrt{4^2+5^2}=\sqrt{41}$
⑤ $\sqrt{6^2+1^2}=\sqrt{37}$
따라서 원점으로부터 가장 멀리 떨어진 점은 ④이다.

10 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 대칭축으로 하여 점 C를 대칭시킨 점을 C′이라 하고 점 A와 C′을 이으면 $\overline{AC'}$의 길이가 $\overline{AP}+\overline{PC}$의 최솟값이다.



$\therefore \overline{AC'}=\sqrt{15^2+(6+2)^2}$
$=\sqrt{289}=17(\text{cm})$

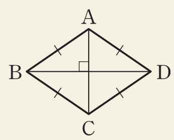
11 $\overline{AE}=10$ cm, $\overline{EG}=\sqrt{6^2+8^2}=10(\text{cm})$이고
$\overline{AG}=\sqrt{6^2+8^2+10^2}=10\sqrt{2}(\text{cm})$
$\therefore$ ($\triangle$AEG의 둘레의 길이)$=10+10+10\sqrt{2}$
$=20+10\sqrt{2}(\text{cm})$

12 정육면체의 한 모서리의 길이를 x라 하면
대각선의 길이가 $8\sqrt{3}$이므로 $\sqrt{3}x=8\sqrt{3}$ $\quad\therefore x=8$
$\overline{BD}=\sqrt{2}\times 8=8\sqrt{2}$
즉, $\triangle$BGD는 $\overline{BD}=\overline{BG}=\overline{GD}=8\sqrt{2}$인 정삼각형이므로
$\triangle BGD=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times(8\sqrt{2})^2=32\sqrt{3}$

13 $\overline{FN}=\overline{ND}=\overline{DM}=\overline{MF}$이므로 □MFND는 마름모이다.
$\overline{DF}=4\sqrt{3}$ cm, $\overline{MN}=\overline{EG}=4\sqrt{2}$ cm이므로
$\square MFND=\dfrac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times 4\sqrt{2}=8\sqrt{6}(\text{cm}^2)$

SELF 코칭

오른쪽 그림과 같이 □ABCD가 마름모일 때
$\square ABCD=\dfrac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BD}$



14 ① $\overline{DM}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 12=6\sqrt{3}(\text{cm})$

② $\overline{DH}=\dfrac{2}{3}\overline{DM}=\dfrac{2}{3}\times 6\sqrt{3}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

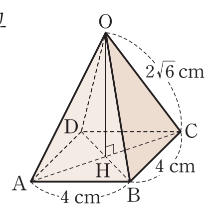
③ $\overline{AH}=\sqrt{12^2-(4\sqrt{3})^2}=\sqrt{96}=4\sqrt{6}(\text{cm})$

④ $\triangle AHD=\dfrac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times 4\sqrt{6}=24\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

⑤ (정사면체의 부피)$=\dfrac{1}{3}\times\left(\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times 12^2\right)\times 4\sqrt{6}$
$=144\sqrt{2}(\text{cm}^3)$

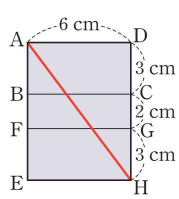
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

15 오른쪽 그림과 같이 밑면의 두 대각선의 교점을 H라 하면
$\overline{AC}=4\sqrt{2}$ cm
$\overline{AH}=\dfrac{1}{2}\overline{AC}=\dfrac{1}{2}\times 4\sqrt{2}=2\sqrt{2}(\text{cm})$
$\triangle$OAH에서
$\overline{OH}=\sqrt{(2\sqrt{6})^2-(2\sqrt{2})^2}=\sqrt{16}=4(\text{cm})$



16 $\triangle$ABO에서 $\overline{AB}:\overline{BO}=2:1$이므로
$6:\overline{BO}=2:1$ $\quad\therefore \overline{BO}=3(\text{cm})$
$\therefore$ (밑면의 넓이)$=\pi\times 3^2=9\pi(\text{cm}^2)$

17 점이 지나는 부분의 전개도는 오른쪽 그림과 같다.
$\therefore$ (최단 거리)$=\overline{AH}$
$=\sqrt{(3+2+3)^2+6^2}$
$=\sqrt{100}$
$=10(\text{cm})$



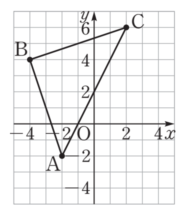
18 밑면인 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$2\pi\times 5\times\dfrac{216}{360}=2\pi r$
$\therefore r=3$
따라서 전개도로 만들어지는 원뿔의 높이는
$\sqrt{5^2-3^2}=4(\text{cm})$
$\therefore$ (부피)$=\dfrac{1}{3}\times\pi\times 3^2\times 4=12\pi(\text{cm}^3)$

서|술|형|문|제

19 $\triangle$ABH에서 $\overline{AB}:\overline{BH}=\sqrt{2}:1$이므로
$x:3=\sqrt{2}:1$
$\therefore x=3\sqrt{2}$ …… ❶
$\overline{BH}:\overline{AH}=1:1$이므로
$3:\overline{AH}=1:1$
$\therefore \overline{AH}=3(\text{cm})$
$\triangle$AHC에서 $\overline{AH}:\overline{AC}=\sqrt{3}:2$이므로
$3:y=\sqrt{3}:2$
$\therefore y=2\sqrt{3}$ …… ❷

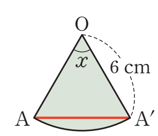
채점 기준	배점
❶ $\triangle$ABH에서 x의 값 구하기	3점
❷ $\triangle$AHC에서 y의 값 구하기	3점

20 $\overline{AB}=\sqrt{\{-4-(-2)\}^2+\{4-(-2)\}^2}$
$=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$
$\overline{BC}=\sqrt{\{2-(-4)\}^2+(6-4)^2}$
$=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$
$\overline{AC}=\sqrt{\{2-(-2)\}^2+\{6-(-2)\}^2}$
$=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$ …… ❶
이때 $\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=\overline{AC}^2$, $\overline{AB}=\overline{BC}$이므로
$\triangle$ABC는 $\angle B=90^\circ$인 직각이등변삼각형이다. …… ❷
$\therefore \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 2\sqrt{10}\times 2\sqrt{10}=20$ …… ❸



채점 기준	배점
❶ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{AC}$의 길이 각각 구하기	3점
❷ $\triangle$ABC가 어떤 삼각형인지 알기	1점
❸ $\triangle$ABC의 넓이 구하기	2점

21 원뿔의 옆면의 전개도를 그리면 오른쪽 그림과 같다.
이때 $\overline{OA}=\overline{OA'}=6$ cm이므로
중심각의 크기를 $\angle x$라 하면
$2\pi\times 6\times\dfrac{x}{360}=2\pi\times 1$
$\therefore \angle x=60^\circ$ …… ❶
$\triangle$OAA′은 정삼각형이므로
(최단 거리)$=\overline{AA'}=6(\text{cm})$ …… ❷



채점 기준	배점
❶ 옆면인 부채꼴의 중심각의 크기 구하기	3점
❷ 최단 거리 구하기	2점

Ⅲ 삼각비

1. 삼각비

01 삼각비

75~77쪽

1 (1) $\frac{12}{13}$ (2) $\frac{5}{13}$ (3) $\frac{12}{5}$ (4) $\frac{5}{13}$ (5) $\frac{12}{13}$ (6) $\frac{5}{12}$

1-1 (1) $\frac{8}{17}$ (2) $\frac{15}{17}$ (3) $\frac{8}{15}$ (4) $\frac{15}{17}$ (5) $\frac{8}{17}$ (6) $\frac{15}{8}$

2 (1) $\sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos B=\frac{1}{2}$, $\tan B=\sqrt{3}$

(2) $\sin C=\frac{1}{2}$, $\cos C=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan C=\frac{\sqrt{3}}{3}$

2-1 (1) $\sin A=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos A=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan A=1$

(2) $\sin C=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos C=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan C=1$

3 (1) $\sqrt{2}$ (2) 1 (3) $\sqrt{3}$ **3-1** (1) 0 (2) 1 (3) $-\frac{1}{2}$

4 (1) 4 (2) $2\sqrt{5}$ **4-1** (1) 12 (2) $4\sqrt{10}$

5 (1) $\triangle$CBA (2) $\angle$C (3) 1

(4) $\sin x=\frac{2\sqrt{5}}{5}$, $\cos x=\frac{\sqrt{5}}{5}$, $\tan x=2$

6 (1) $\triangle$BAC, $\triangle$BHA (2) $\angle$B (3) 3

(4) $\sin x=\frac{2\sqrt{13}}{13}$, $\cos x=\frac{3\sqrt{13}}{13}$, $\tan x=\frac{2}{3}$

2 $\overline{AC}=\sqrt{\overline{BC}^2-\overline{AB}^2}=\sqrt{4^2-2^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

(1) $\sin B=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{2\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos B=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

$\tan B=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

(2) $\sin C=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$, $\cos C=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{2\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\tan C=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{2}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

2-1 $\overline{AC}=\sqrt{\overline{AB}^2+\overline{BC}^2}=\sqrt{(5\sqrt{2})^2+(5\sqrt{2})^2}=\sqrt{100}=10$

(1) $\sin A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{5\sqrt{2}}{10}=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos A=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{5\sqrt{2}}{10}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\tan A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{5\sqrt{2}}{5\sqrt{2}}=1$

(2) $\sin C=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{5\sqrt{2}}{10}=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos C=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{5\sqrt{2}}{10}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\tan C=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{5\sqrt{2}}{5\sqrt{2}}=1$

3 (1) $\sin 45^\circ+\cos 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$

(2) $\cos 60^\circ+\sin 30^\circ=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$

(3) $\tan 45^\circ\times\sin 60^\circ+\cos 30^\circ=1\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

3-1 (1) $\sin 60^\circ-\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}=0$

(2) $\tan 30^\circ\times\tan 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}\times\sqrt{3}=1$

(3) $\cos 45^\circ\times\sin 45^\circ-\tan 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}-1=-\frac{1}{2}$

4 (1) $\cos B=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{BC}}{6}=\frac{2}{3}$이므로 $\overline{BC}=4$

(2) $\overline{AC}=\sqrt{\overline{AB}^2-\overline{BC}^2}=\sqrt{6^2-4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

4-1 (1) $\tan A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{4}{\overline{AB}}=\frac{1}{3}$이므로 $\overline{AB}=12$

(2) $\overline{AC}=\sqrt{\overline{AB}^2+\overline{BC}^2}=\sqrt{12^2+4^2}=\sqrt{160}=4\sqrt{10}$

5 (1) $\triangle$DBE와 $\triangle$CBA에서

$\angle$DEB$=\angle$CAB$=90^\circ$, $\angle$B는 공통이므로

$\triangle$DBE$\backsim\triangle$CBA(AA 닮음)

(2) $\triangle$DBE$\backsim\triangle$CBA이므로 $\angle x=\angle$C

(3) $\overline{AC}=\sqrt{\overline{BC}^2-\overline{AB}^2}=\sqrt{(\sqrt{5})^2-2^2}=\sqrt{1}=1$

(4) $\angle x$의 삼각비는 직각삼각형 CBA에서 $\angle$C의 삼각비와 같으므로

$\sin x=\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$, $\cos x=\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$, $\tan x=\frac{2}{1}=2$

6 (1) $\triangle$AHC와 $\triangle$BAC에서

$\angle$AHC$=\angle$BAC$=90^\circ$, $\angle$C는 공통이므로

$\triangle$AHC$\backsim\triangle$BAC(AA 닮음)

또, $\triangle$AHC와 $\triangle$BHA에서

$\angle$AHC$=\angle$BHA$=90^\circ$, $\angle$ACH$=\angle$BAH이므로

$\triangle$AHC$\backsim\triangle$BHA(AA 닮음)

(2) $\triangle$AHC$\backsim\triangle$BAC$\backsim\triangle$BHA이므로 $\angle x=\angle$B

(3) $\overline{AB}=\sqrt{\overline{BC}^2-\overline{AC}^2}=\sqrt{(\sqrt{13})^2-2^2}=\sqrt{9}=3$

(4) $\angle x$의 삼각비는 직각삼각형 BAC에서 $\angle$B의 삼각비와 같으므로

$\sin x=\frac{2}{\sqrt{13}}=\frac{2\sqrt{13}}{13}$, $\cos x=\frac{3}{\sqrt{13}}=\frac{3\sqrt{13}}{13}$,

$\tan x=\frac{2}{3}$

교과서 대표 문제로 개념 완성하기

78~79쪽

01 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ **02** $16\sqrt{5}$ cm^2 **03** $\frac{11}{30}$ **04** ⑤

05 $\frac{1}{5}$ **06** $\frac{15}{8}$ **07** $\frac{7}{5}$ **08** 1

09 $x=5$, $y=\frac{10\sqrt{3}}{3}$ **10** 3 **11** ①

12 ④

01 $\tan A=\frac{\overline{BC}}{3}=2$이므로 $\overline{BC}=6$

$\therefore\ \overline{AC}=\sqrt{3^2+6^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$

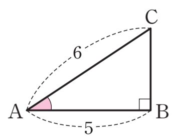
$\therefore\ \sin A=\frac{6}{3\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

02 $\sin B=\frac{\overline{AC}}{12}=\frac{2}{3}$이므로 $\overline{AC}=8(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{BC}=\sqrt{12^2-8^2}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}(\text{cm})$

$\therefore\ \triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\sqrt{5}\times8=16\sqrt{5}(\text{cm}^2)$

03 $\cos A=\frac{5}{6}$이므로 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC를 그릴 수 있다.

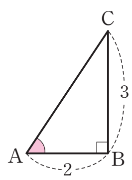


$\overline{BC}=\sqrt{6^2-5^2}=\sqrt{11}$이므로

$\sin A=\frac{\sqrt{11}}{6}$, $\tan A=\frac{\sqrt{11}}{5}$

$\therefore\ \sin A\times\tan A=\frac{\sqrt{11}}{6}\times\frac{\sqrt{11}}{5}=\frac{11}{30}$

04 $\tan A=\frac{3}{2}$이므로 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC를 그릴 수 있다.



$\overline{AC}=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$이므로

$\sin A=\frac{3}{\sqrt{13}}=\frac{3\sqrt{13}}{13}$

$\cos A=\frac{2}{\sqrt{13}}=\frac{2\sqrt{13}}{13}$

$\therefore\ \sin A+\cos A=\frac{3\sqrt{13}}{13}+\frac{2\sqrt{13}}{13}=\frac{5\sqrt{13}}{13}$

05 $\triangle EBD\backsim\triangle ABC$(AA 닮음)이므로 $\angle x=\angle C$

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{12^2+9^2}=15$이므로

$\sin x=\sin C=\frac{12}{15}=\frac{4}{5}$, $\cos x=\cos C=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$

$\therefore\ \sin x-\cos x=\frac{4}{5}-\frac{3}{5}=\frac{1}{5}$

06 $\triangle EDC\backsim\triangle ABC$(AA 닮음)이므로 $\angle x=\angle B$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{17^2-8^2}=15(\text{cm})$이므로

$\tan x=\tan B=\frac{15}{8}$

07 $\triangle AHC\backsim\triangle BAC$(AA 닮음)이므로 $\angle x=\angle B$

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{6^2+8^2}=10$이므로

$\sin x=\sin B=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$, $\cos x=\cos B=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$

$\therefore\ \sin x+\cos x=\frac{4}{5}+\frac{3}{5}=\frac{7}{5}$

08 $\triangle ABH\backsim\triangle CBA$(AA 닮음)이므로 $\angle x=\angle C$

또, $\triangle AHC\backsim\triangle BAC$(AA 닮음)이므로 $\angle y=\angle B$

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+2^2}=\sqrt{16}=4(\text{cm})$이므로

$\cos x=\cos C=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$, $\sin y=\sin B=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

$\therefore\ \cos x+\sin y=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$

09 $\triangle ABD$에서 $\sin 45^\circ=\frac{x}{5\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$이므로 $x=5$

$\triangle ADC$에서 $\sin 60^\circ=\frac{5}{y}=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $y=\frac{10\sqrt{3}}{3}$

10 $\triangle DBC$에서 $\tan 45^\circ=\frac{\overline{BC}}{3\sqrt{3}}=1$이므로 $\overline{BC}=3\sqrt{3}$

$\triangle ABC$에서 $\tan 60^\circ=\frac{3\sqrt{3}}{\overline{AB}}=\sqrt{3}$이므로 $\overline{AB}=3$

11 $\sqrt{2}\times\sin 45^\circ-\sqrt{3}\times\cos 60^\circ\times\tan 30^\circ$

$=\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}-\sqrt{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

12 $\sin 30^\circ+\cos 60^\circ+\sin 45^\circ\times\cos 45^\circ$

$=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

02 예각의 삼각비

81~82쪽

1 (1) 0.82 (2) 0.57 (3) 1.43 (4) 0.57 (5) 0.82
1-1 (1) 0.6018 (2) 0.7986 (3) 0.7536 (4) 0.7986 (5) 0.6018
2 (1) 0 (2) -1 **2-1** (1) 1 (2) 1
3 (1) ○ (2) × (3) ○ (4) ×
3-1 (1) ○ (2) ○ (3) × (4) ○
4 (1) 0.3746 (2) 0.9336 (3) 0.4245
4-1 (1) 3746 (2) 42.45

1 (1) $\sin 55^\circ=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}=0.82$

(2) $\cos 55^\circ=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{OB}}{1}=\overline{OB}=0.57$

(3) $\tan 55^\circ=\frac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\frac{\overline{CD}}{1}=\overline{CD}=1.43$

(4) $\sin 35^\circ=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{OB}}{1}=\overline{OB}=0.57$

(5) $\cos 35^\circ=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}=0.82$

1-1 (1) $\sin 37^\circ=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}=0.6018$

(2) $\cos 37^\circ=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{OB}}{1}=\overline{OB}=0.7986$

(3) $\tan 37^\circ=\frac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\frac{\overline{CD}}{1}=\overline{CD}=0.7536$

(4) $\sin 53^\circ=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{OB}}{1}=\overline{OB}=0.7986$

(5) $\cos 53^\circ=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}=0.6018$

2 (1) $\sin 0° + \cos 90° = 0 + 0 = 0$
(2) $\tan 0° - \cos 0° = 0 - 1 = -1$

2-1 (1) $\cos 0° \times \sin 90° = 1 \times 1 = 1$
(2) $\sin 0° + \cos 0° - \tan 0° = 0 + 1 - 0 = 1$

3 (1) A의 값이 커지면 $\sin A$의 값도 커진다.
(2) A의 값이 커지면 $\cos A$의 값은 작아진다.
(3) A의 값이 커지면 $\tan A$의 값도 커진다.
(4) A의 값이 $45°$보다 커지면 $\tan A > 1$이다.

3-1 (1) $A = 45°$일 때 $\sin A = \cos A = \frac{\sqrt{2}}{2}$이다.
(2) $A = 45°$일 때 $\tan A = 1$이고, A의 값이 커지면 $\tan A$의 값도 커지므로 $\tan A \geq 1$이다.
(3) $45° \leq A < 90°$일 때 $\sin A \geq \cos A$이다.
(4) $45° \leq A < 90°$일 때 $\cos A < \tan A$이다.

4-1 (1) $\sin 22° = \frac{\overline{BC}}{10000} = 0.3746 \qquad \therefore \overline{BC} = 3746$
(2) $\angle A = 90° - 67° = 23°$이므로
$\tan 23° = \frac{\overline{BC}}{100} = 0.4245 \qquad \therefore \overline{BC} = 42.45$

교과서 대표 문제로 개념 완성하기

83쪽

01 ④ **02** ② **03** ④
04 ㄹ, ㄴ, ㅁ, ㄱ, ㄷ **05** $88°$ **06** $109°$

01 $\tan x = \frac{\overline{CD}}{\overline{OD}} = \frac{\overline{CD}}{1} = \overline{CD}$, $\sin y = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OB}}{1} = \overline{OB}$

02 $\angle x = \angle OAB$이므로 $\triangle OAB$에서
$\sin x = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OB}}{1} = \overline{OB}$, $\cos x = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{AB}}{1} = \overline{AB}$

03 주어진 삼각비의 값을 각각 구해 보면
① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $\sqrt{3}$ ⑤ 1
이때 $0 < \frac{1}{2} < 1 < \sqrt{3}$이므로 가장 큰 값은 ④ $\tan 60°$이다.

04 주어진 삼각비의 값을 각각 구해 보면
ㄱ. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ㄴ. $\frac{1}{2}$ ㄷ. 1 ㄹ. 0 ㅁ. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
이때 $0 < \frac{1}{2} < \frac{\sqrt{3}}{3} < \frac{\sqrt{3}}{2} < 1$이므로 작은 것부터 차례로 기호를 나열하면 ㄹ, ㄴ, ㅁ, ㄱ, ㄷ이다.

05 $\sin x = 0.7071$이므로 $\angle x = 45°$
$\cos y = 0.7314$이므로 $\angle y = 43°$
$\therefore \angle x + \angle y = 45° + 43° = 88°$

06 $\cos x = 0.5878$이므로 $\angle x = 54°$
$\tan y = 1.4281$이므로 $\angle y = 55°$
$\therefore \angle x + \angle y = 54° + 55° = 109°$

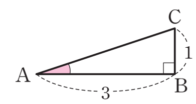
우리 학교 시험 문제로 실력 확인하기

84~85쪽

01 ② **02** 2 **03** ⑤ **04** $-\frac{1}{5}$
05 $\frac{3}{2}$ **06** ④ **07** ① **08** ③
09 ②, ⑤ **10** ① **11** $2-\sqrt{3}$ **12** $\frac{3\sqrt{3}}{8}$
13 $\sin A - \cos A$

01 $\overline{AC} = \sqrt{6^2+3^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$(cm)이므로
$\sin A = \frac{3}{3\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$, $\cos A = \frac{6}{3\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$
$\therefore \sin A + \cos A = \frac{\sqrt{5}}{5} + \frac{2\sqrt{5}}{5} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$

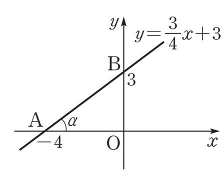
02 $\tan A = \frac{1}{3}$이므로 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC를 그릴 수 있다.



$\overline{AC} = \sqrt{3^2+1^2} = \sqrt{10}$이므로
$\sin A = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$, $\cos A = \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$
$\cos A + \sin A = \frac{3\sqrt{10}}{10} + \frac{\sqrt{10}}{10} = \frac{2\sqrt{10}}{5}$
$\cos A - \sin A = \frac{3\sqrt{10}}{10} - \frac{\sqrt{10}}{10} = \frac{\sqrt{10}}{5}$
$\therefore \frac{\cos A + \sin A}{\cos A - \sin A} = \frac{2\sqrt{10}}{5} \div \frac{\sqrt{10}}{5} = \frac{2\sqrt{10}}{5} \times \frac{5}{\sqrt{10}} = 2$

03 $\triangle AHD \backsim \triangle BAD$(AA 닮음)이므로 $\angle x = \angle ABD$
$\triangle ABD$에서 $\overline{BD} = \sqrt{12^2+16^2} = \sqrt{400} = 20$이므로
$\sin x = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$, $\cos x = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$
$\therefore \sin x + \cos x = \frac{4}{5} + \frac{3}{5} = \frac{7}{5}$

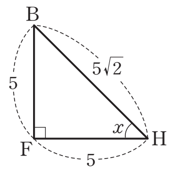
04 직선 $y = \frac{3}{4}x + 3$이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자.



$y = \frac{3}{4}x + 3$에 $y = 0$을 대입하면
$0 = \frac{3}{4}x + 3 \qquad \therefore x = -4$
또, $x = 0$을 대입하면 $y = 3$
따라서 $A(-4, 0)$, $B(0, 3)$이므로
$\overline{OA} = 4$, $\overline{OB} = 3$, $\overline{AB} = \sqrt{4^2+3^2} = \sqrt{25} = 5$
$\therefore \sin \alpha = \frac{3}{5}$, $\cos \alpha = \frac{4}{5}$
$\therefore \sin \alpha - \cos \alpha = \frac{3}{5} - \frac{4}{5} = -\frac{1}{5}$

05 직각삼각형 BFH에서
$\overline{FH} = \sqrt{4^2+3^2} = \sqrt{25} = 5$
$\overline{BH} = \sqrt{4^2+3^2+5^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$
$\overline{BF} = 5$이므로

$\sin x=\frac{5}{5\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$



$\cos x=\frac{5}{5\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\tan x=\frac{5}{5}=1$

$\therefore \sin x\times\cos x+\tan x=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}+1=\frac{3}{2}$

06 ① △CHB에서 $\tan 45^\circ=\frac{\overline{CH}}{3}=1$이므로 $\overline{CH}=3(\text{cm})$

② △CHB에서 $\cos 45^\circ=\frac{3}{\overline{CB}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$이므로

$\overline{CB}=3\sqrt{2}(\text{cm})$

③ △CAH에서 $\tan 60^\circ=\frac{3}{\overline{AH}}=\sqrt{3}$이므로 $\overline{AH}=\sqrt{3}(\text{cm})$

④ $\overline{AB}=\overline{AH}+\overline{BH}=\sqrt{3}+3(\text{cm})$

⑤ △CAH에서 $\cos 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{\overline{CA}}=\frac{1}{2}$이므로

$\overline{CA}=2\sqrt{3}(\text{cm})$

07 이차방정식 $4x^2+2x-a=0$의 한 근이 $\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$이므로

$x=\frac{1}{2}$을 $4x^2+2x-a=0$에 대입하면

$4\times\left(\frac{1}{2}\right)^2+2\times\frac{1}{2}-a=0 \qquad \therefore a=2$

08 $A=180^\circ\times\frac{1}{1+2+3}=30^\circ$이므로

$\sin A : \cos A : \tan A=\frac{1}{2} : \frac{\sqrt{3}}{2} : \frac{\sqrt{3}}{3}$

$=3 : 3\sqrt{3} : 2\sqrt{3}=\sqrt{3} : 3 : 2$

09 ② $\cos x=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{AC}}{1}=\overline{AC}$

④ $\cos z=\cos y=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{BC}}{1}=\overline{BC}$

⑤ $\tan z=\frac{\overline{AE}}{\overline{DE}}=\frac{1}{\overline{DE}}$

10 $\sin x=0.2079$이므로 $\angle x=12^\circ$

$\cos y=0.9903$이므로 $\angle y=8^\circ$

$\therefore \tan(x-y)=\tan 4^\circ=0.0699$

11 전략코칭 30°의 삼각비의 값을 이용하여 $\overline{CD}$, $\overline{AD}$의 길이를 구한다.

△ADC에서 $\sin 30^\circ=\frac{2}{\overline{AD}}=\frac{1}{2}$이므로 $\overline{AD}=4$

$\tan 30^\circ=\frac{2}{\overline{CD}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$이므로 $\overline{CD}=2\sqrt{3}$

△ABD에서 $\angle BAD=30^\circ-15^\circ=15^\circ$이므로 △ABD는 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{BD}=\overline{AD}=4$

$\therefore \tan 15^\circ=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{2}{4+2\sqrt{3}}=\frac{1}{2+\sqrt{3}}=2-\sqrt{3}$

12 전략코칭 60°의 삼각비의 값을 이용하여 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{DE}$의 길이를 구한다.

$\overline{AD}=\overline{AC}=1$이고 △ABC에서

$\overline{AB}=\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$, $\overline{BC}=\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\overline{BD}=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

또, △ADE에서 $\overline{DE}=\tan 60^\circ=\sqrt{3}$

따라서 사다리꼴 BDEC의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\sqrt{3}\right)\times\frac{1}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{8}$

13 전략코칭 $0^\circ<A<90^\circ$일 때 $0<\cos A<1$, $0<\sin A<1$

$0^\circ<A<90^\circ$일 때, $\cos A<1$, $\sin A<1$이므로

$\cos A-1<0$, $1-\sin A>0$

$\therefore \sqrt{(\cos A-1)^2}-\sqrt{(1-\sin A)^2}$

$=|\cos A-1|-|1-\sin A|$

$=-(\cos A-1)-(1-\sin A)=\sin A-\cos A$

실전! 중단원 마무리

86~88쪽

01 ③, ⑤	**02** $\frac{15}{17}$	**03** ⑤	**04** $\frac{12}{13}$
05 ③	**06** $\frac{\sqrt{2}}{3}$	**07** $\sqrt{3}$	**08** ②
09 ②	**10** 15°	**11** 4	**12** ④
13 ④	**14** ③	**15** ⑤	**16** $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$
17 4.7			

서|술|형|문|제

18 $\frac{17}{13}$	**19** 1	**20** $72\sqrt{3}\pi\ \text{cm}^3$

01 $\overline{BC}=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$

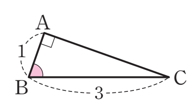
① $\sin A=\frac{\sqrt{5}}{3}$ ② $\tan A=\frac{\sqrt{5}}{2}$ ④ $\cos B=\frac{\sqrt{5}}{3}$

02 △ADC에서 $\overline{AC}=\sqrt{10^2-6^2}=8$

△ABC에서 $\overline{BC}=\sqrt{17^2-8^2}=15$

$\therefore \cos B=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{15}{17}$

03 $\overline{AB}=1$이라 하면 $\overline{BC}=3$이고

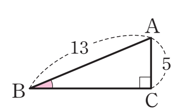


$\overline{AC}=\sqrt{3^2-1^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

$\sin B=\frac{2\sqrt{2}}{3}$, $\tan B=\frac{2\sqrt{2}}{1}=2\sqrt{2}$

$\therefore \sin B+\tan B=\frac{2\sqrt{2}}{3}+2\sqrt{2}=\frac{8\sqrt{2}}{3}$

04 $\sin B=\frac{5}{13}$이므로 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC를 그릴 수 있다.



$\overline{BC}=\sqrt{13^2-5^2}=12$이므로

$\sin(90^\circ-B)=\sin A=\frac{12}{13}$

05 $\triangle ABC \backsim \triangle ADE$(AA 닮음)이므로 $\angle B = \angle ADE$

$\triangle AED$에서 $\overline{AD} = \sqrt{6^2 - 5^2} = \sqrt{11}$(cm)이므로

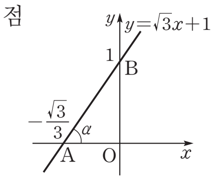
$\cos B = \dfrac{\sqrt{11}}{6}$

06 직각삼각형 DFH에서 $\overline{DF} = 5\sqrt{3}$, $\overline{FH} = 5\sqrt{2}$, $\overline{DH} = 5$이므로

$\sin x = \dfrac{5}{5\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$, $\cos x = \dfrac{5\sqrt{2}}{5\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$

$\therefore \sin x \times \cos x = \dfrac{\sqrt{3}}{3} \times \dfrac{\sqrt{6}}{3} = \dfrac{\sqrt{2}}{3}$

07 직선 $y = \sqrt{3}x + 1$이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자.



$y = \sqrt{3}x + 1$에 $y = 0$을 대입하면

$0 = \sqrt{3}x + 1 \quad \therefore x = -\dfrac{1}{\sqrt{3}} = -\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

또, $x = 0$을 대입하면 $y = 1$

따라서 $A\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{3}, 0\right)$, $B(0, 1)$이므로 $\overline{OA} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$, $\overline{OB} = 1$

$\therefore \tan \alpha = \dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = 1 \div \dfrac{\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$

SELF 코칭

직선 $y = ax + b$와 x축의 양의 방향이 이루는 예각의 크기가 α이면 $\tan \alpha = a$(기울기)

08 ② $\tan 30^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

09 $\cos A = \dfrac{8\sqrt{3}}{16} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $\angle A = 30^\circ$

10 $\sin 30^\circ = \dfrac{1}{2}$이므로

$4x - 30^\circ = 30^\circ$, $4x = 60^\circ \qquad \therefore x = 15^\circ$

11 $\triangle ABH$에서 $\sin 30^\circ = \dfrac{\overline{AH}}{8} = \dfrac{1}{2}$이므로 $\overline{AH} = 4$

$\triangle ACH$에서 $\tan 45^\circ = \dfrac{4}{\overline{CH}} = 1$이므로 $\overline{CH} = 4$

12 $\triangle ABD$에서 $\sin 60^\circ = \dfrac{\overline{AD}}{12} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $\overline{AD} = 6\sqrt{3}$(cm)

$\angle BAD = 30^\circ$이므로 $\angle DAE = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

$\triangle ADE$에서 $\sin 60^\circ = \dfrac{\overline{DE}}{6\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $\overline{DE} = 9$(cm)

13 ① $\sin 57^\circ = \overline{AB} = 0.8387$

② $\cos 57^\circ = \overline{OB} = 0.5446$

③ $\tan 57^\circ = \overline{CD} = 1.5399$

⑤ $\angle OCD = 33^\circ$이므로 $\tan 33^\circ = \dfrac{1}{\overline{CD}} = \dfrac{1}{1.5399}$

14 주어진 삼각비의 값을 구해 보면

① 0 ② $\dfrac{1}{2}$ ③ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ④ $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ 1

이때 $0 < \dfrac{1}{2} < \dfrac{\sqrt{2}}{2} < \dfrac{\sqrt{3}}{2} < 1$이므로 삼각비의 값 중에서 두 번째로 큰 것은 ③ $\cos 30^\circ$이다.

15 $45^\circ < A < 90^\circ$일 때, $\sin A > \cos A$이므로

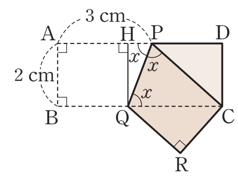
$\sqrt{(\sin A - \cos A)^2} + \sqrt{(\cos A - \sin A)^2}$

$= |\sin A - \cos A| + |\cos A - \sin A|$

$= \sin A - \cos A - (\cos A - \sin A)$

$= 2\sin A - 2\cos A$

16 $\angle APQ = \angle CPQ$(접은 각),



$\angle APQ = \angle PQC$(엇각)이므로

$\angle CPQ = \angle PQC$

즉, $\triangle PQC$가 이등변삼각형이므로

$\overline{QC} = \overline{PC} = \overline{AP} = 3$ cm

$\triangle CQR$에서 $\overline{CR} = \overline{AB} = 2$ cm이므로

$\overline{QR} = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$(cm)

점 Q에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{HA} = \overline{QB} = \overline{QR} = \sqrt{5}$ cm이므로

$\overline{PH} = \overline{AP} - \overline{AH} = 3 - \sqrt{5}$(cm)

따라서 $\triangle HQP$에서

$\tan x = \dfrac{\overline{HQ}}{\overline{PH}} = \dfrac{2}{3 - \sqrt{5}} = \dfrac{3 + \sqrt{5}}{2}$

17 $\sin 28^\circ = \dfrac{x}{10} = 0.47$이므로 $x = 10 \times 0.47 = 4.7$

서|술|형|문|제

18 $\triangle AHB \backsim \triangle BHC \backsim \triangle ABC$(AA 닮음)이므로

$\angle x = \angle C$, $\angle y = \angle A$ …… ❶

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$ …… ❷

$\therefore \sin x = \sin C = \dfrac{5}{13}$, $\sin y = \sin A = \dfrac{12}{13}$ …… ❸

$\therefore \sin x + \sin y = \dfrac{5}{13} + \dfrac{12}{13} = \dfrac{17}{13}$ …… ❹

채점 기준	배점
❶ $\angle x$, $\angle y$와 크기가 같은 각 찾기	1점
❷ $\overline{AB}$의 길이 구하기	2점
❸ $\sin x$, $\sin y$의 값 구하기	2점
❹ $\sin x + \sin y$의 값 구하기	1점

19 $A = \sin 60^\circ \times \sin 0^\circ + \cos 30^\circ \times \cos 0^\circ$

$= \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 0 + \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 1 = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ …… ❶

$B = \sin 90^\circ \times \cos 60^\circ - \cos 90^\circ \times \tan 60^\circ$

$= 1 \times \dfrac{1}{2} - 0 \times \sqrt{3} = \dfrac{1}{2}$ …… ❷

$\therefore A^2 + B^2 = \dfrac{3}{4} + \dfrac{1}{4} = 1$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ A의 값 구하기	2점
❷ B의 값 구하기	2점
❸ $A^2 + B^2$의 값 구하기	1점

20 밑면인 원의 반지름의 길이를 r cm, 원뿔의 높이를 h cm라 하면

$\cos 60^\circ=\dfrac{r}{12}$이므로 $r=12\times\dfrac{1}{2}=6$ ······ ❶

또, $\sin 60^\circ=\dfrac{h}{12}$이므로 $h=12\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}$ ······ ❷

$\therefore$ (원뿔의 부피)$=\dfrac{1}{3}\times(\pi\times6^2)\times6\sqrt{3}=72\sqrt{3}\pi(\mathrm{cm}^3)$

······ ❸

채점 기준	배점
❶ 밑면인 원의 반지름의 길이 구하기	2점
❷ 원뿔의 높이 구하기	2점
❸ 원뿔의 부피 구하기	2점

2. 삼각비의 활용

01 삼각비와 변의 길이

90~92쪽

1 10, 5, 10, $5\sqrt{3}$
1-1 (1) 68 (2) 73
2 (1) 3 (2) 6
2-1 (1) 15 (2) 25
3 (1) $3\sqrt{3}$ (2) 3 (3) 7 (4) $2\sqrt{19}$
3-1 $\sqrt{19}$
4 (1) $6\sqrt{3}$ (2) $6\sqrt{6}$
4-1 $4\sqrt{3}$
5 (1) $\overline{BH}=h$, $\overline{CH}=\sqrt{3}h$ (2) $6(\sqrt{3}-1)$
5-1 25
6 (1) $\overline{BH}=\sqrt{3}h$, $\overline{CH}=h$ (2) $4(\sqrt{3}+1)$
6-1 5

1-1 (1) $\sin 43^\circ=\dfrac{\overline{AB}}{100}$이므로

$\overline{AB}=100\sin 43^\circ=100\times0.68=68$

(2) $\cos 43^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{100}$이므로

$\overline{AC}=100\cos 43^\circ=100\times0.73=73$

2 (1) $\tan 60^\circ=\dfrac{3\sqrt{3}}{\overline{AB}}$이므로 $\overline{AB}=\dfrac{3\sqrt{3}}{\tan 60^\circ}=3\sqrt{3}\div\sqrt{3}=3$

(2) $\sin 60^\circ=\dfrac{3\sqrt{3}}{\overline{BC}}$이므로 $\overline{BC}=\dfrac{3\sqrt{3}}{\sin 60^\circ}=3\sqrt{3}\div\dfrac{\sqrt{3}}{2}=6$

2-1 (1) $\tan 37^\circ=\dfrac{\overline{AB}}{20}$이므로 $\overline{AB}=20\tan 37^\circ=20\times0.75=15$

(2) $\cos 37^\circ=\dfrac{20}{\overline{AC}}$이므로 $\overline{AC}=\dfrac{20}{\cos 37^\circ}=20\div0.8=25$

3 (1) $\overline{AH}=6\sin 60^\circ=6\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$

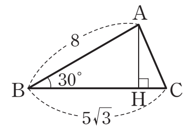
(2) $\overline{BH}=6\cos 60^\circ=6\times\dfrac{1}{2}=3$

(3) $\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=10-3=7$

(4) $\triangle$AHC에서

$\overline{AC}=\sqrt{\overline{AH}^2+\overline{CH}^2}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+7^2}=\sqrt{76}=2\sqrt{19}$

3-1 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=8\sin 30^\circ=8\times\dfrac{1}{2}=4$

$\overline{BH}=8\cos 30^\circ=8\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$

$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=5\sqrt{3}-4\sqrt{3}=\sqrt{3}$

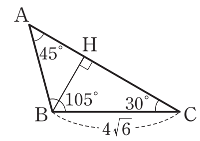
$\triangle$AHC에서 $\overline{AC}=\sqrt{\overline{AH}^2+\overline{CH}^2}=\sqrt{4^2+(\sqrt{3})^2}=\sqrt{19}$

4 (1) $\overline{CH}=12\sin 60^\circ=12\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}$

(2) $\angle A=180^\circ-(60^\circ+75^\circ)=45^\circ$이므로

$\overline{AC}=\dfrac{6\sqrt{3}}{\sin 45^\circ}=6\sqrt{3}\div\dfrac{\sqrt{2}}{2}=6\sqrt{6}$

4-1 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{BH}=4\sqrt{6}\sin 30^\circ=4\sqrt{6}\times\dfrac{1}{2}=2\sqrt{6}$

$\angle A=180^\circ-(105^\circ+30^\circ)=45^\circ$이므로

$\overline{AB}=\dfrac{2\sqrt{6}}{\sin 45^\circ}=2\sqrt{6}\div\dfrac{\sqrt{2}}{2}=4\sqrt{3}$

5 (1) $\angle BAH=90^\circ-45^\circ=45^\circ$이므로

$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h\times1=h$

$\angle CAH=90^\circ-30^\circ=60^\circ$이므로

$\overline{CH}=h\tan 60^\circ=h\times\sqrt{3}=\sqrt{3}h$

(2) $\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로 $h+\sqrt{3}h=12$, $(1+\sqrt{3})h=12$

$\therefore h=\dfrac{12}{1+\sqrt{3}}=6(\sqrt{3}-1)$

5-1 $\angle BAH=90^\circ-65^\circ=25^\circ$이므로

$\overline{BH}=h\tan 25^\circ=h\times0.5=0.5h$

$\angle CAH=90^\circ-72^\circ=18^\circ$이므로

$\overline{CH}=h\tan 18^\circ=h\times0.3=0.3h$

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로 $0.5h+0.3h=20$

$0.8h=20 \qquad \therefore h=\dfrac{20}{0.8}=25$

6 (1) $\angle BAH=90^\circ-30^\circ=60^\circ$이므로

$\overline{BH}=h\tan 60^\circ=h\times\sqrt{3}=\sqrt{3}h$

$\angle CAH=90^\circ-45^\circ=45^\circ$이므로

$\overline{CH}=h\tan 45^\circ=h\times1=h$

(2) $\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로 $\sqrt{3}h-h=8$, $(\sqrt{3}-1)h=8$

$\therefore h=\dfrac{8}{\sqrt{3}-1}=4(\sqrt{3}+1)$

6-1 $\angle BAH=90^\circ-40^\circ=50^\circ$이므로

$\overline{BH}=h\tan 50^\circ=h\times1.2=1.2h$

$\angle CAH=90^\circ-70^\circ=20^\circ$이므로

$\overline{CH}=h\tan 20^\circ=h\times0.4=0.4h$

$\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로 $1.2h-0.4h=4$

$0.8h=4 \qquad \therefore h=\dfrac{4}{0.8}=5$

교과서 대표 문제로 **개념 완성하기**

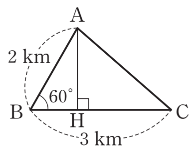
93쪽

01 ③ **02** 357 m **03** $\sqrt{7}$ km **04** $3\sqrt{6}$ m
05 $20(3-\sqrt{3})$m **06** $30(\sqrt{3}+1)$m

01 $\overline{AB}\sin 48^\circ=15$이므로 $\overline{AB}=\dfrac{15}{\sin 48^\circ}$

02 (건물의 높이)$=\overline{BC}=300\tan 50^\circ$
$=300\times1.19=357(\text{m})$

03 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=2\sin 60^\circ=2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}(\text{km})$

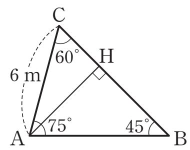
$\overline{BH}=2\cos 60^\circ=2\times\dfrac{1}{2}=1(\text{km})$

$\therefore \overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=3-1=2(\text{km})$

따라서 △AHC에서

$\overline{AC}=\sqrt{\overline{AH}^2+\overline{CH}^2}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+2^2}=\sqrt{7}(\text{km})$

04 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 △ACH에서



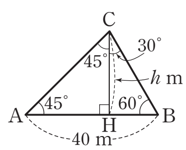
$\angle C=180^\circ-(75^\circ+45^\circ)=60^\circ$이므로

$\overline{AH}=6\sin 60^\circ$
$=6\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}(\text{m})$

따라서 △ABH에서

$\overline{AB}=\dfrac{\overline{AH}}{\sin 45^\circ}=3\sqrt{3}\div\dfrac{\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{6}(\text{m})$

05 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{CH}=h$ m라 하면 △CAH에서



$\angle ACH=45^\circ$이므로

$\overline{AH}=h\tan 45^\circ=h\times1=h(\text{m})$

또한, △CBH에서 $\angle BCH=30^\circ$이므로

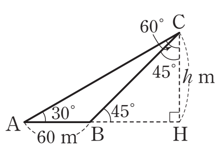
$\overline{BH}=h\tan 30^\circ=h\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h(\text{m})$

$\overline{AB}=\overline{AH}+\overline{BH}$이므로 $h+\dfrac{\sqrt{3}}{3}h=40$, $\dfrac{3+\sqrt{3}}{3}h=40$

$\therefore h=40\times\dfrac{3}{3+\sqrt{3}}=20(3-\sqrt{3})$

따라서 기구의 높이는 $20(3-\sqrt{3})$m이다.

06 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{CH}=h$ m라 하면



△CAH에서 $\angle ACH=60^\circ$이므로

$\overline{AH}=h\tan 60^\circ=h\times\sqrt{3}=\sqrt{3}h(\text{m})$

또한, △CBH에서 $\angle BCH=45^\circ$이므로

$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h\times1=h(\text{m})$

$\overline{AB}=\overline{AH}-\overline{BH}$이므로 $\sqrt{3}h-h=60$, $(\sqrt{3}-1)h=60$

$\therefore h=\dfrac{60}{\sqrt{3}-1}=30(\sqrt{3}+1)$

따라서 산의 높이는 $30(\sqrt{3}+1)$m이다.

02 삼각비와 넓이

95~96쪽

1 (1) $42\sqrt{3}$ (2) 12 **1-1** (1) $15\sqrt{3}$ (2) 24
2 (1) $6\sqrt{3}$ (2) 30 **2-1** (1) 91 (2) $21\sqrt{2}$
3 (1) $64\sqrt{2}$ (2) 180 **3-1** (1) 18 (2) $200\sqrt{2}$
4 (1) 30 (2) $5\sqrt{3}$ **4-1** (1) $9\sqrt{2}$ (2) $20\sqrt{2}$

1 (1) $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times14\times12\times\sin 60^\circ$
$=\dfrac{1}{2}\times14\times12\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=42\sqrt{3}$

(2) $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times6\times\sin 45^\circ$
$=\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times6\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=12$

1-1 (1) $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times12\times5\sqrt{3}\times\sin 30^\circ$
$=\dfrac{1}{2}\times12\times5\sqrt{3}\times\dfrac{1}{2}=15\sqrt{3}$

(2) $\angle C=\angle B=75^\circ$이므로 $\angle A=180^\circ-75^\circ\times2=30^\circ$

$\therefore \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{6}\times4\sqrt{6}\times\sin 30^\circ$
$=\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{6}\times4\sqrt{6}\times\dfrac{1}{2}=24$

2 (1) $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times6\times4\times\sin(180^\circ-120^\circ)$
$=\dfrac{1}{2}\times6\times4\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}$

(2) $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times10\times12\times\sin(180^\circ-150^\circ)$
$=\dfrac{1}{2}\times10\times12\times\dfrac{1}{2}=30$

2-1 (1) $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times13\sqrt{2}\times14\times\sin(180^\circ-135^\circ)$
$=\dfrac{1}{2}\times13\sqrt{2}\times14\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=91$

(2) $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times7\sqrt{3}\times4\sqrt{2}\times\sin(180^\circ-120^\circ)$
$=\dfrac{1}{2}\times7\sqrt{3}\times4\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=21\sqrt{2}$

3 (1) $\square ABCD=8\times16\times\sin 45^\circ=8\times16\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=64\sqrt{2}$

(2) $\square ABCD=10\times12\sqrt{3}\times\sin(180^\circ-120^\circ)$
$=10\times12\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=180$

3-1 (1) $\square ABCD=6\times 6\times \sin 30^\circ=6\times 6\times \frac{1}{2}=18$

(2) $\square ABCD=20\times 20\times \sin(180^\circ-135^\circ)$

$=20\times 20\times \frac{\sqrt{2}}{2}=200\sqrt{2}$

4 (1) $\square ABCD=\frac{1}{2}\times 10\times 12\times \sin 30^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 10\times 12\times \frac{1}{2}=30$

(2) $\square ABCD=\frac{1}{2}\times 5\times 4\times \sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 5\times 4\times \frac{\sqrt{3}}{2}=5\sqrt{3}$

4-1 (1) $\square ABCD=\frac{1}{2}\times 6\times 6\times \sin 45^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 6\times 6\times \frac{\sqrt{2}}{2}=9\sqrt{2}$

(2) $\square ABCD=\frac{1}{2}\times 8\times 10\times \sin(180^\circ-135^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 8\times 10\times \frac{\sqrt{2}}{2}=20\sqrt{2}$

교과서 대표 문제로 개념 완성하기

97쪽

01 45°	**02** 12 cm	**03** $14\sqrt{3}$ cm^2	**04** $16\sqrt{3}$ cm^2
05 9 cm	**06** $6\sqrt{2}$ cm	**07** 6 cm	**08** $4\sqrt{5}$ cm

01 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 8\times 12\times \sin B=24\sqrt{2}$이므로

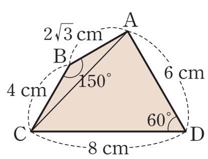
$\sin B=24\sqrt{2}\times \frac{1}{48}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad\therefore \angle B=45^\circ$

02 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 6\times \overline{BC}\times \sin(180^\circ-150^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 6\times \overline{BC}\times \frac{1}{2}=18$

$\therefore \overline{BC}=18\times \frac{2}{3}=12(\text{cm})$

03 선분 AC를 그으면



$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 4$

$\times \sin(180^\circ-150^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 4\times \frac{1}{2}$

$=2\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

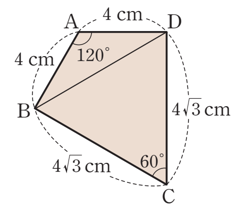
$\triangle ACD=\frac{1}{2}\times 8\times 6\times \sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 8\times 6\times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$=12\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

$\therefore \square ABCD=\triangle ABC+\triangle ACD=14\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

04 선분 BD를 그으면



$\triangle ABD$

$=\frac{1}{2}\times 4\times 4\times \sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 4\times 4\times \frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

$\triangle BCD=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times 4\sqrt{3}\times \sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times 4\sqrt{3}\times \frac{\sqrt{3}}{2}=12\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

$\therefore \square ABCD=\triangle ABD+\triangle BCD=16\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

05 $\square ABCD=4\times \overline{BC}\times \sin 60^\circ=4\times \overline{BC}\times \frac{\sqrt{3}}{2}=18\sqrt{3}$

$\therefore \overline{BC}=18\sqrt{3}\times \frac{1}{2\sqrt{3}}=9(\text{cm})$

06 마름모의 한 변의 길이를 x cm라 하면

$\square ABCD=x\times x\times \sin(180^\circ-150^\circ)=x^2\times \frac{1}{2}=36$

이므로 $x^2=72$ $\quad\therefore x=\sqrt{72}=6\sqrt{2}$ ($\because x>0$)

따라서 마름모의 한 변의 길이는 $6\sqrt{2}$ cm이다.

07 $\overline{BD}=\frac{3}{2}\overline{AC}$이므로 $\overline{BD}=x$ cm라 하면 $\overline{AC}=\frac{2}{3}x$ cm

$\square ABCD=\frac{1}{2}\times x\times \frac{2}{3}x\times \sin 45^\circ=\frac{1}{3}x^2\times \frac{\sqrt{2}}{2}=6\sqrt{2}$

이므로 $x^2=36$ $\quad\therefore x=\sqrt{36}=6$ ($\because x>0$)

따라서 $\overline{BD}$의 길이는 6 cm이다.

08 $\square ABCD$는 등변사다리꼴이므로 $\overline{BD}=\overline{AC}=x$ cm라 하면

$\square ABCD=\frac{1}{2}\times x\times x\times \sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times x^2\times \frac{\sqrt{3}}{2}=20\sqrt{3}$

이므로 $x^2=80$ $\quad\therefore x=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$ ($\because x>0$)

따라서 $\overline{BD}$의 길이는 $4\sqrt{5}$ cm이다.

우리 학교 시험 문제로 실력 확인하기

98쪽

01 $160\sqrt{3}$ cm^3	**02** $\left(10+\frac{10\sqrt{3}}{3}\right)$m	
03 $(6+3\sqrt{3}+3\sqrt{7})$cm	**04** ③	**05** $2\sqrt{5}$ cm^2
06 ④	**07** $\frac{24\sqrt{3}}{7}$ cm	

01 $\triangle DGH$에서 $\overline{GH}=8\cos 30^\circ=8\times \frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{DH}=8\sin 30^\circ=8\times \frac{1}{2}=4(\text{cm})$

$\therefore$ (직육면체의 부피)$=10\times 4\sqrt{3}\times 4=160\sqrt{3}(\text{cm}^3)$

02 $\triangle BAD$에서 $\overline{BD}=\overline{AD}\times \tan 45^\circ=10\times 1=10(\text{m})$

$\triangle ACD$에서 $\overline{CD}=\overline{AD}\times \tan 30^\circ=10\times \frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{10\sqrt{3}}{3}(\text{m})$

$\therefore$ (나무의 높이)$=\overline{BC}=\overline{BD}+\overline{CD}=10+\frac{10\sqrt{3}}{3}(\text{m})$

03 $\triangle AHC$에서 $\overline{CH}=6\sin 60^\circ=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}(\text{cm})$

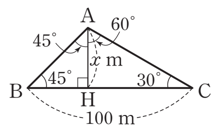
또한, $\overline{AH}=6\cos 60^\circ=6\times\frac{1}{2}=3(\text{cm})$이므로

$\overline{BH}=\overline{AB}-\overline{AH}=9-3=6(\text{cm})$

$\triangle CHB$에서 $\overline{BC}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+6^2}=\sqrt{63}=3\sqrt{7}(\text{cm})$

따라서 $\triangle CHB$의 둘레의 길이는 $(6+3\sqrt{3}+3\sqrt{7})\text{cm}$

04 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{AH}$의 길이가 육지에서 섬까지의 가장 짧은 거리이다.



$\overline{AH}=x$ m라 하면

$\triangle ABH$에서 $\angle BAH=45^\circ$이므로

$\overline{BH}=x\tan 45^\circ=x\times 1=x(\text{m})$

$\triangle ACH$에서 $\angle CAH=60^\circ$이므로

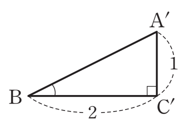
$\overline{CH}=x\tan 60^\circ=x\times\sqrt{3}=\sqrt{3}x(\text{m})$

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로 $x+\sqrt{3}x=100$

$(1+\sqrt{3})x=100 \qquad \therefore x=\frac{100}{\sqrt{3}+1}=50(\sqrt{3}-1)$

따라서 육지에서 섬까지의 가장 짧은 거리는 $50(\sqrt{3}-1)$ m이다.

05 $\tan B=\frac{1}{2}$이므로 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 A′BC′를 그릴 수 있다.



$\overline{A'B}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$이므로

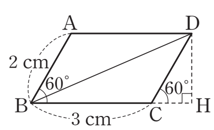
$\sin B=\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 4\times 5\times\sin B$

$=\frac{1}{2}\times 4\times 5\times\frac{\sqrt{5}}{5}=2\sqrt{5}(\text{cm}^2)$

06 전략코칭 보조선을 그어 $\overline{BD}$를 빗변으로 하는 직각삼각형을 만든다.

꼭짓점 D에서 $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{DC}=\overline{AB}=2$ cm



$\angle DCH=\angle B=60^\circ$

$\therefore \overline{CH}=2\cos 60^\circ=2\times\frac{1}{2}=1(\text{cm})$

$\overline{DH}=2\sin 60^\circ=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}(\text{cm})$

따라서 $\triangle DBH$에서

$\overline{BD}=\sqrt{\overline{BH}^2+\overline{DH}^2}=\sqrt{4^2+(\sqrt{3})^2}=\sqrt{19}(\text{cm})$

07 전략코칭 $\triangle ABC=\triangle ABD+\triangle ACD$임을 이용한다.

$\triangle ABC=\triangle ABD+\triangle ACD$이므로

$\frac{1}{2}\times 6\times 8\times\sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 6\times\overline{AD}\times\sin 30^\circ+\frac{1}{2}\times 8\times\overline{AD}\times\sin 30^\circ$

$3\times 8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\times\overline{AD}\times\frac{1}{2}+4\times\overline{AD}\times\frac{1}{2}$

$12\sqrt{3}=\frac{7}{2}\overline{AD} \qquad \therefore \overline{AD}=\frac{24\sqrt{3}}{7}(\text{cm})$

실전! 중단원 마무리

99~101쪽

01 ⑤	**02** ②	**03** $(10\sqrt{3}-10)$m	
04 24 cm^2	**05** ④	**06** ③	
07 $16(\sqrt{3}-1)$		**08** ②	**09** ①
10 $(18\pi-9\sqrt{3})\text{cm}^2$		**11** ④	**12** $4\sqrt{3}$ cm^2
13 ①	**14** ③	**15** 7 cm	**16** $10\sqrt{7}$ km

서술형문제

17 $100\sqrt{3}$ m **18** $48\sqrt{3}$ cm^2 **19** 14 cm^2

01 $\cos 40^\circ=\frac{5}{\overline{BC}}$이므로 $\overline{BC}=\frac{5}{\cos 40^\circ}$

02 $\overline{BC}=10\tan 35^\circ=10\times 0.70=7(\text{m})$

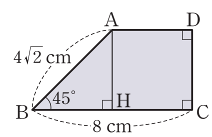
$\therefore$ (나무의 높이)$=7+1.5=8.5(\text{m})$

03 $\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=10\tan 60^\circ=10\times\sqrt{3}=10\sqrt{3}(\text{m})$

$\triangle DBC$에서 $\overline{CD}=10\tan 45^\circ=10\times 1=10(\text{m})$

$\therefore \overline{AD}=\overline{AC}-\overline{CD}=10\sqrt{3}-10(\text{m})$

04 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle ABH$에서



$\overline{BH}=4\sqrt{2}\cos 45^\circ=4\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

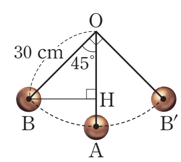
$=4(\text{cm})$

$\therefore \overline{AD}=\overline{HC}=\overline{BC}-\overline{BH}=8-4=4(\text{cm})$

또한, $\overline{CD}=\overline{AH}=4\sqrt{2}\sin 45^\circ=4\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=4(\text{cm})$

$\therefore \square ABCD=\frac{1}{2}\times(4+8)\times 4=24(\text{cm}^2)$

05 점 B에서 $\overline{OA}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle OBH$에서

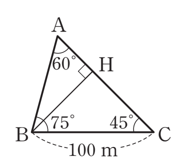


$\overline{OH}=30\cos 45^\circ=30\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=15\sqrt{2}(\text{cm})$

따라서 추는 A 지점을 기준으로 $(30-15\sqrt{2})$cm의 높이에 있다.

06 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle CBH$에서



$\overline{BH}=100\sin 45^\circ=100\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=50\sqrt{2}(\text{m})$

$\angle A=180^\circ-(75^\circ+45^\circ)=60^\circ$이므로 $\triangle ABH$에서

$\overline{AB}=\frac{\overline{BH}}{\sin 60^\circ}=50\sqrt{2}\div\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{100\sqrt{6}}{3}(\text{m})$

07 $\overline{AH}=h$라 하면

$\triangle ABH$에서 $\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h\times 1=h$

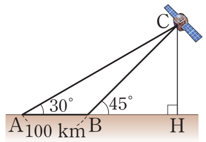
$\triangle AHC$에서 $\overline{CH}=h\tan 60^\circ=h\times\sqrt{3}=\sqrt{3}h$

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로 $h+\sqrt{3}h=8$, $(\sqrt{3}+1)h=8$

$\therefore h=\frac{8}{\sqrt{3}+1}=4(\sqrt{3}-1)$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 8\times 4(\sqrt{3}-1)=16(\sqrt{3}-1)$

08 오른쪽 그림에서 $\overline{CH}=h$ km라 하면



$\triangle$CAH에서 $\angle ACH=60^\circ$이므로

$\overline{AH}=h\tan 60^\circ=h\times\sqrt{3}=\sqrt{3}h$(km)

또한, $\triangle$CBH에서 $\angle BCH=45^\circ$이므로

$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h\times 1=h$(km)

$\overline{AB}=\overline{AH}-\overline{BH}$이므로 $\sqrt{3}h-h=100$, $(\sqrt{3}-1)h=100$

$\therefore h=\frac{100}{\sqrt{3}-1}=50(\sqrt{3}+1)$

따라서 지면에서 인공위성까지의 높이는 $50(\sqrt{3}+1)$km이다.

09 $\angle A=180^\circ-2\times 75^\circ=30^\circ$이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 5\sqrt{3}\times 5\sqrt{3}\times\sin 30^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 5\sqrt{3}\times 5\sqrt{3}\times\frac{1}{2}=\frac{75}{4}(\text{cm}^2)$

10 (색칠한 부분의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times\pi\times 6^2-\frac{1}{2}\times 6\times 6\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=18\pi-\frac{1}{2}\times 6\times 6\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=18\pi-9\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

11 $\overline{AC}\,/\!/\,\overline{DE}$이므로 $\triangle ACD=\triangle ACE$

$\therefore \square ABCD=\triangle ABC+\triangle ACD$

$=\triangle ABC+\triangle ACE=\triangle ABE$

$=\frac{1}{2}\times 6\times 12\times\sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 6\times 12\times\frac{\sqrt{3}}{2}=18\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

12 점 G가 $\triangle$ABC의 무게중심이므로

$\triangle AGC=\frac{1}{3}\triangle ABC=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times 6\times 8\times\sin 60^\circ\right)$

$=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

13 $\square ABCD=10\times 12\times\sin 45^\circ=10\times 12\times\frac{\sqrt{2}}{2}=60\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

네 삼각형 PAB, PBC, PCD, PDA의 넓이는 모두 같으므로

(색칠한 부분의 넓이)$=\frac{1}{2}\times\square ABCD=\frac{1}{2}\times 60\sqrt{2}$

$=30\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

14 $\angle AOB=x(0^\circ<x\le 90^\circ)$라 하면

$\square ABCD=\frac{1}{2}\times 8\times 6\times\sin x=24\sin x$

$\angle AOB=90^\circ$일 때 $\sin x=1$로 최대이므로 $\square$ABCD의 넓이의 최댓값은 $24\times 1=24(\text{cm}^2)$

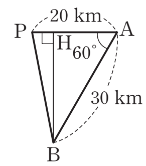
15 $\square ABCD=\frac{1}{2}\times 14\times(\overline{PB}+9)\times\sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 14\times(\overline{PB}+9)\times\frac{\sqrt{3}}{2}=56\sqrt{3}$

이므로 $\overline{PB}+9=56\sqrt{3}\times\frac{2}{7\sqrt{3}}=16$

$\therefore \overline{PB}=7$(cm)

16 꼭짓점 B에서 $\overline{AP}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle$ABH에서



$\overline{BH}=30\sin 60^\circ=30\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=15\sqrt{3}$(km)

또한, $\overline{AH}=30\cos 60^\circ=30\times\frac{1}{2}=15$(km)이므로

$\overline{PH}=\overline{AP}-\overline{AH}=20-15=5$(km)

따라서 $\triangle$BHP에서

$\overline{BP}=\sqrt{(15\sqrt{3})^2+5^2}=\sqrt{700}=10\sqrt{7}$(km)

서술형 문제

17 $\triangle$ABH에서

$\overline{AH}=200\sin 60^\circ=200\times\frac{\sqrt{3}}{2}=100\sqrt{3}$(m) …… ❶

$\triangle$CAH에서

$\overline{CH}=100\sqrt{3}\tan 45^\circ=100\sqrt{3}\times 1=100\sqrt{3}$(m)

따라서 산의 높이 $\overline{CH}$의 길이는 $100\sqrt{3}$ m이다. …… ❷

채점 기준	배점
❶ $\overline{AH}$의 길이 구하기	3점
❷ 산의 높이 $\overline{CH}$의 길이 구하기	3점

18 $\triangle ABE\equiv\triangle C'BE$(RHS 합동)이므로

$\angle ABE=\angle C'BE=\frac{1}{2}\times(90^\circ-30^\circ)=30^\circ$

즉, $\overline{AE}=12\tan 30^\circ=12\times\frac{\sqrt{3}}{3}=4\sqrt{3}$(cm) …… ❶

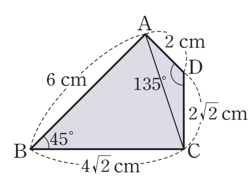
$\triangle ABE=\frac{1}{2}\times 12\times 4\sqrt{3}=24\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ …… ❷

$\therefore \square ABC'E=2\triangle ABE=2\times 24\sqrt{3}$

$=48\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ $\angle$ABE의 크기를 구하여 $\overline{AE}$의 길이 구하기	3점
❷ $\triangle$ABE의 넓이 구하기	2점
❸ $\square$ABC′E의 넓이 구하기	1점

19 선분 AC를 그으면



$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 6\times 4\sqrt{2}\times\sin 45^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 6\times 4\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=12(\text{cm}^2)$ …… ❶

$\triangle ACD=\frac{1}{2}\times 2\times 2\sqrt{2}\times\sin(180^\circ-135^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 2\times 2\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=2(\text{cm}^2)$ …… ❷

$\therefore \square ABCD=\triangle ABC+\triangle ACD=14(\text{cm}^2)$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ $\triangle$ABC의 넓이 구하기	2점
❷ $\triangle$ACD의 넓이 구하기	2점
❸ $\square$ABCD의 넓이 구하기	1점

Ⅳ 원의 성질

1. 원과 직선

01 원의 현

105~107쪽

1	(1) 6 (2) 10	1-1	(1) 80 (2) 3
2	(1) 4 (2) 3	2-1	(1) 6 (2) 6
3	(1) $2\sqrt{3}$ (2) 6	3-1	(1) 24 (2) 5
4	(1) 9 (2) 3	4-1	(1) 12 (2) 5
5	55°	5-1	40°
6	$\frac{15}{2}$ cm	7	4 cm

1 (1) 중심각의 크기가 같으면 현의 길이가 같으므로 $x=6$
(2) 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로
$40^\circ : 80^\circ = 5 : x$, $1 : 2 = 5 : x$ $\quad\therefore x=10$

1-1 (1) 현의 길이가 같으면 중심각의 크기가 같으므로 $x=80$
(2) 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로
$20^\circ : 100^\circ = x : 15$, $1 : 5 = x : 15$ $\quad\therefore x=3$

2 (1) $x=\overline{AM}=4$
(2) $x=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 6=3$

2-1 (1) $x=2\overline{AM}=2\times 3=6$
(2) $x=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 12=6$

3 (1) $\triangle OAM$에서 $\overline{AM}=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$
$\therefore x=2\overline{AM}=2\sqrt{3}$
(2) $\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 16=8$이므로 $\triangle OAM$에서
$x=\sqrt{10^2-8^2}=\sqrt{36}=6$

3-1 (1) $\triangle OBM$에서 $\overline{BM}=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12$
$\therefore x=2\overline{BM}=2\times 12=24$
(2) $\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 6=3$이므로 $\triangle OMB$에서
$x=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{25}=5$

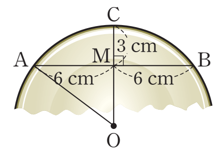
4 (1) $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $x=\overline{AB}=9$
(2) $\overline{AB}=2\times 4=\overline{CD}$이므로 $x=3$

4-1 (1) $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $x=\overline{AB}=2\times 6=12$
(2) $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 $x=5$

5 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$
즉, $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로 $\angle x=55^\circ$

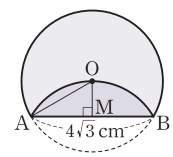
5-1 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$
즉, $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로
$\angle x=180^\circ-(70^\circ+70^\circ)=40^\circ$

6 원 모양의 접시의 중심을 O라 하고 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\overline{OM}=r-3$(cm)
$\triangle AOM$에서 $r^2=6^2+(r-3)^2$
$6r=45$ $\quad\therefore r=\frac{15}{2}$
따라서 원 모양의 접시의 반지름의 길이는 $\frac{15}{2}$ cm이다.

7 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하고 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면



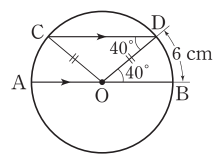
$\overline{OM}=\frac{1}{2}r$(cm)
$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}=2\sqrt{3}$(cm)
$\triangle OAM$에서 $r^2=\left(\frac{1}{2}r\right)^2+(2\sqrt{3})^2$
$\frac{3}{4}r^2=12$, $r^2=16$
이때 $r>0$이므로 $r=4$
따라서 원 O의 반지름의 길이는 4 cm이다.

교과서 대표 문제로 개념 완성하기

108~109쪽

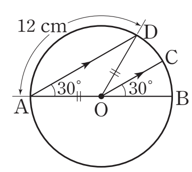
01 15 cm	02 3 cm	03 $2\sqrt{13}$ cm	04 $\frac{13}{2}$ cm
05 4 cm	06 20π cm	07 $8\sqrt{3}$ cm	08 $3\sqrt{3}$ cm
09 16 cm	10 $2\sqrt{5}$ cm	11 50°	12 50°

01 $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$이므로 $\angle CDO=\angle BOD=40^\circ$(엇각)
$\overline{CO}$를 그으면 $\triangle COD$는 이등변삼각형이므로



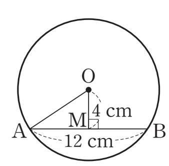
$\angle COD=180^\circ-2\times 40^\circ=100^\circ$
$100^\circ : 40^\circ=\widehat{CD} : 6$이므로
$5 : 2=\widehat{CD} : 6$ $\quad\therefore \widehat{CD}=15$(cm)

02 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{OC}$이므로 $\angle DAO=\angle COB=30^\circ$(동위각)
$\overline{OD}$를 그으면 $\triangle AOD$는 이등변삼각형이므로



$\angle AOD=180^\circ-2\times 30^\circ=120^\circ$
$120^\circ : 30^\circ=12 : \widehat{BC}$이므로
$4 : 1=12 : \widehat{BC}$ $\quad\therefore \widehat{BC}=3$(cm)

03 $\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 12=6$(cm)
$\overline{OA}$를 그으면 $\triangle OAM$에서



$\overline{OA}=\sqrt{4^2+6^2}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$(cm)
따라서 원 O의 반지름의 길이는 $2\sqrt{13}$ cm이다.

04 $\overline{OB}=r$ cm라 하면

$\overline{OM}=r-4(\text{cm})$, $\overline{BM}=\overline{AM}=6$ cm이므로

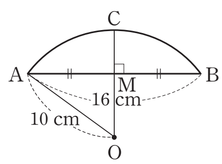
$\triangle$OBM에서 $r^2=(r-4)^2+6^2$

$8r=52 \qquad \therefore r=\frac{13}{2}$

$\therefore \overline{OB}=\frac{13}{2}$ cm

05 $\overline{CM}$은 현 AB의 수직이등분선이므로

$\overline{CM}$의 연장선은 원의 중심을 지난다.



이때 원의 중심을 O라 하고

$\overline{CM}=x$ cm라 하면

$\overline{OM}=10-x(\text{cm})$

$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 16=8(\text{cm})$

$\triangle$AOM에서

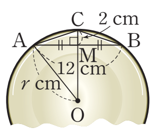
$10^2=(10-x)^2+8^2$, $x^2-20x+64=0$

$(x-4)(x-16)=0$

이때 $0<x<10$이므로 $x=4$

$\therefore \overline{CM}=4$ cm

06 원 모양의 접시의 중심을 O, 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\overline{OM}=r-2(\text{cm})$

$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 12=6(\text{cm})$

$\triangle$AOM에서 $r^2=(r-2)^2+6^2$

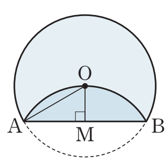
$4r=40 \qquad \therefore r=10$

따라서 원 모양의 접시의 둘레의 길이는

$2\pi\times 10=20\pi(\text{cm})$

07 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을

M이라 하면 $\overline{OM}=\frac{1}{2}\times 8=4(\text{cm})$

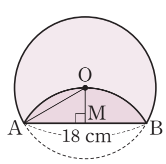


$\triangle$OAM에서

$\overline{AM}=\sqrt{8^2-4^2}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=2\times 4\sqrt{3}=8\sqrt{3}(\text{cm})$

08 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하고 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\overline{OM}=\frac{1}{2}r(\text{cm})$

$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 18=9(\text{cm})$

$\triangle$OAM에서 $r^2=\left(\frac{1}{2}r\right)^2+9^2$

$\frac{3}{4}r^2=81$, $r^2=108$

이때 $r>0$이므로 $r=\sqrt{108}=6\sqrt{3}$

따라서 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$까지의 거리는

$\frac{1}{2}\times 6\sqrt{3}=3\sqrt{3}(\text{cm})$

09 $\triangle$OBM에서 $\overline{BM}=\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{64}=8(\text{cm})$

$\therefore \overline{CD}=\overline{AB}=2\overline{BM}=2\times 8=16(\text{cm})$

10 $\overline{AM}=\overline{BM}=4$ cm이므로

$\triangle$OAM에서 $\overline{OM}=\sqrt{6^2-4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}(\text{cm})$

$\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 $\overline{ON}=\overline{OM}=2\sqrt{5}$ cm

11 사각형 AMON에서

$\angle A=360^\circ-(90^\circ+100^\circ+90^\circ)=80^\circ$

$\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\triangle$ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle x=\frac{1}{2}\times(180^\circ-80^\circ)=50^\circ$

12 사각형 BHOM에서

$\angle B=360^\circ-(90^\circ+115^\circ+90^\circ)=65^\circ$

$\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\triangle$ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle x=180^\circ-2\times 65^\circ=50^\circ$

02 원의 접선

111~112쪽

1	6 cm	**1-1**	4
2	70°	**2-1**	125°
3	70°	**3-1**	30°
4	(1) $\overline{BD}=7$, $\overline{CF}=5$ (2) 12		
4-1	9		
5	8	**5-1**	9

1 $\angle OAP=90^\circ$이므로 $\triangle$OPA에서

$\overline{OA}=\sqrt{10^2-8^2}=\sqrt{36}=6(\text{cm})$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 6 cm이다.

1-1 $\angle OAP=90^\circ$이고 $\overline{OA}=\overline{OB}=3$이므로 $\triangle$OPA에서

$\overline{PA}=\sqrt{5^2-3^2}=\sqrt{16}=4$

2 $\angle PAO=90^\circ$, $\angle PBO=90^\circ$이므로 □APBO에서

$\angle P=360^\circ-(90^\circ+110^\circ+90^\circ)=70^\circ$

2-1 $\angle PAO=90^\circ$, $\angle PBO=90^\circ$이므로 □APBO에서

$\angle AOB=360^\circ-(90^\circ+55^\circ+90^\circ)=125^\circ$

3 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $\triangle$PAB는 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle PBA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$

3-1 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $\triangle$PAB는 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle P=180^\circ-(75^\circ+75^\circ)=30^\circ$

4 (1) $\overline{BD}=10-3=7$

$\overline{CF}=8-3=5$

(2) $\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}=\overline{BD}+\overline{CF}$

$=7+5=12$

4-1 $\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}=\overline{AF}+\overline{BE}$

$=(12-8)+(13-8)=9$

5 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$6+7=5+x \qquad \therefore x=8$

5-1 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

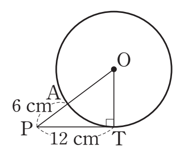
$10+12=x+13 \qquad \therefore x=9$

교과서 대표 문제로 개념 완성하기

113~114쪽

01 9 cm	**02** $4\sqrt{3}$ cm	**03** 27 cm	**04** 70°
05 6 cm	**06** 18 cm	**07** 12 cm	**08** 2 cm
09 3 cm	**10** 18 cm	**11** 2 cm	**12** 30 cm
13 30 cm	**14** 48 cm^2		

01 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면



△OPT는 직각삼각형이므로

$(6+r)^2=12^2+r^2$

$12r=108 \qquad \therefore r=9$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 9 cm이다.

02 $\overline{PO}=\overline{PA}+\overline{OA}=4+4=8(\text{cm})$

△OPT에서

$\overline{PT}=\sqrt{\overline{PO}^2-\overline{OT}^2}$

$=\sqrt{8^2-4^2}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

03 $\angle PAO=90^\circ$, $\angle PBO=90^\circ$이므로 □APBO에서

$\angle P=360^\circ-(90^\circ+120^\circ+90^\circ)=60^\circ$이고

$\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 △PAB는 정삼각형이다.

따라서 △PAB의 둘레의 길이는

$3\times 9=27(\text{cm})$

04 $\overline{PA}\perp\overline{OA}$이므로

$\angle PAB=90^\circ-35^\circ=55^\circ$

$\overline{PA}=\overline{PB}$이므로

$\angle PBA=\angle PAB=55^\circ$

$\therefore \angle P=180^\circ-(55^\circ+55^\circ)=70^\circ$

05 $\overline{BF}=\overline{BD}=11-7=4(\text{cm})$이고

$\overline{AE}=\overline{AD}=11$ cm이므로

$\overline{CF}=\overline{CE}=11-9=2(\text{cm})$

$\therefore \overline{BC}=\overline{BF}+\overline{CF}=4+2=6(\text{cm})$

06 (△ABC의 둘레의 길이)$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}$

$=\overline{AB}+(\overline{BF}+\overline{CF})+\overline{AC}$

$=(\overline{AB}+\overline{BD})+(\overline{CE}+\overline{AC})$

$=\overline{AD}+\overline{AE}=2\overline{AE}$

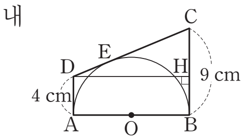
$=2\times(6+3)$

$=18(\text{cm})$

07 $\overline{DE}=\overline{AD}=4$ cm, $\overline{EC}=\overline{BC}=9$ cm이므로

$\overline{DC}=4+9=13(\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라하면



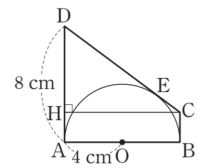
$\overline{CH}=9-4=5(\text{cm})$

△CDH에서

$\overline{DH}=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=\overline{DH}=12$ cm

08 오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overline{DA}$에 내린 수선의 발을 H라 하고



$\overline{BC}=x$ cm라 하면 $\overline{AB}=8$ cm

$\overline{DC}=8+x(\text{cm})$, $\overline{DH}=8-x(\text{cm})$

△CDH에서 $(8-x)^2+8^2=(8+x)^2$

$32x=64 \qquad \therefore x=2$

따라서 $\overline{BC}$의 길이는 2 cm이다.

09 $\overline{AF}=x$ cm라 하면 $\overline{AD}=x$ cm이고

$\overline{CE}=\overline{CF}=9-x(\text{cm})$, $\overline{BE}=\overline{BD}=8-x(\text{cm})$

$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}$이므로 $(8-x)+(9-x)=11$

$17-2x=11$, $2x=6 \qquad \therefore x=3$

따라서 $\overline{AF}$의 길이는 3 cm이다.

10 $\overline{AD}=\overline{AF}$, $\overline{BD}=\overline{BE}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$이므로

$\overline{AD}+\overline{BE}+\overline{CF}=\dfrac{1}{2}(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC})$

$=\dfrac{1}{2}\times(12+14+10)=18(\text{cm})$

11 $\overline{AC}=\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{64}=8(\text{cm})$

원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{CE}=\overline{CF}=r$ cm이므로

$\overline{BD}=\overline{BE}=6-r(\text{cm})$, $\overline{AD}=\overline{AF}=8-r(\text{cm})$

$\overline{AB}=\overline{BD}+\overline{AD}$이므로 $(6-r)+(8-r)=10$

$14-2r=10$, $2r=4 \qquad \therefore r=2$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 2 cm이다.

[다른 풀이]

$\overline{AC}=\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{64}=8(\text{cm})$

원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

△ABC=△OAB+△OBC+△OCA이므로

$\dfrac{1}{2}\times 6\times 8=\dfrac{1}{2}\times 10\times r+\dfrac{1}{2}\times 6\times r+\dfrac{1}{2}\times 8\times r$

$24=12r \qquad \therefore r=2$

12 $\overline{BD}=\overline{BE}=x$ cm라 하면

$\overline{AD}=\overline{AF}=3$ cm, $\overline{CE}=\overline{CF}=2$ cm이므로

$\overline{AB}=x+3(\text{cm})$, $\overline{BC}=x+2(\text{cm})$

△ABC에서 $(x+3)^2=(x+2)^2+5^2$

$2x=20 \qquad \therefore x=10$

따라서 △ABC의 둘레의 길이는

$2\times(10+3+2)=30(\text{cm})$

13 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로
($\square$ABCD의 둘레의 길이)
$=2(\overline{AB}+\overline{CD})=2\times(6+9)=30(\text{cm})$

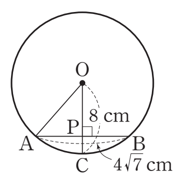
14 원 O의 반지름의 길이가 3 cm이므로 $\overline{AB}=2\times3=6(\text{cm})$
$\overline{AD}+\overline{BC}=\overline{AB}+\overline{CD}=6+10=16(\text{cm})$이므로
$\square ABCD=\frac{1}{2}\times(\overline{AD}+\overline{BC})\times\overline{AB}$
$=\frac{1}{2}\times16\times6=48(\text{cm}^2)$

우리 학교 시험 문제로 실력 확인하기

115~116쪽

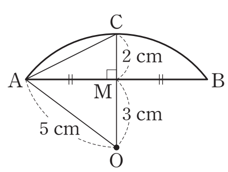
01 2 cm	**02** $2\sqrt{5}$ cm	**03** 6 cm	**04** $4\sqrt{3}$ cm^2
05 ④	**06** ③	**07** 3 cm	**08** $20\sqrt{6}$ cm^2
09 50°	**10** 9π cm^2	**11** $6\sqrt{2}$ cm	
12 $(12\pi-9\sqrt{3})$cm^2		**13** $\frac{25}{2}$ cm	**14** 9 cm

01 $\overline{OP}=x$ cm라 하고 $\overline{OA}$를 그으면



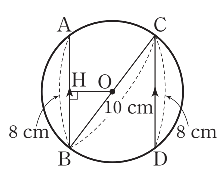
$\overline{AP}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times4\sqrt{7}=2\sqrt{7}(\text{cm})$
$\triangle$OAP에서
$8^2=(2\sqrt{7})^2+x^2$, $x^2=36$
이때 $x>0$이므로 $x=6$
$\therefore \overline{PC}=\overline{OC}-\overline{OP}=8-6=2(\text{cm})$

02 $\overline{CM}$은 현 AB의 수직이등분선이므로 $\overline{CM}$의 연장선은 원의 중심을 지난다. 이때 원의 중심을 O라 하면



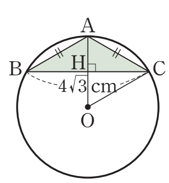
$\overline{OM}=5-2=3(\text{cm})$
$\triangle$AOM에서
$\overline{AM}=\sqrt{5^2-3^2}=\sqrt{16}=4(\text{cm})$
$\triangle$AMC에서 $\overline{AC}=\sqrt{4^2+2^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}(\text{cm})$

03 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



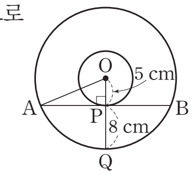
$\overline{BH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times8=4(\text{cm})$,
$\overline{OB}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times10=5(\text{cm})$이므로
$\overline{OH}=\sqrt{5^2-4^2}=\sqrt{9}=3(\text{cm})$
$\overline{AB}=\overline{CD}=8$ cm이므로 원의 중심 O에서 두 현 AB, CD까지의 거리는 서로 같다.
따라서 두 현 AB, CD 사이의 거리는
$2\overline{OH}=2\times3=6(\text{cm})$

04 $\triangle$ABC가 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로 $\overline{AO}$를 그어 $\overline{BC}$와 만나는 점을 H라 하면 $\overline{AH}\perp\overline{BC}$이고



$\overline{CH}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}=2\sqrt{3}(\text{cm})$
$\overline{OC}$를 그으면 $\triangle$OCH에서
$\overline{OH}=\sqrt{4^2-(2\sqrt{3})^2}=\sqrt{4}=2(\text{cm})$
$\overline{AH}=\overline{OA}-\overline{OH}=4-2=2(\text{cm})$이므로
$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times2=4\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

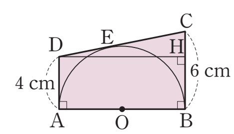
05 $\overline{OA}$를 그으면 $\overline{OA}=5+8=13(\text{cm})$이므로
$\triangle$OAP에서
$\overline{AP}=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12(\text{cm})$
$\therefore \overline{AB}=2\overline{AP}=2\times12=24(\text{cm})$



06 $\angle OBP=90°$이므로 $\angle ABP=90°-25°=65°$
$\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $\angle BAP=\angle ABP=65°$
$\therefore \angle P=180°-(65°+65°)=50°$

07 $\overline{BD}=\overline{BF}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$이므로
$\overline{AE}=\overline{AD}=\frac{1}{2}\times$($\triangle$ABC의 둘레의 길이)
$=\frac{1}{2}\times(6+7+5)$
$=9(\text{cm})$
$\therefore \overline{CE}=\overline{AE}-\overline{AC}=9-6=3(\text{cm})$

08 $\overline{DE}=\overline{DA}=4$ cm, $\overline{CE}=\overline{CB}=6$ cm이므로
$\overline{DC}=4+6=10(\text{cm})$
오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



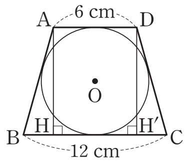
$\overline{CH}=6-4=2(\text{cm})$
$\triangle$CDH에서
$\overline{DH}=\sqrt{10^2-2^2}=\sqrt{96}=4\sqrt{6}(\text{cm})$
$\therefore \square ABCD=\frac{1}{2}\times(4+6)\times4\sqrt{6}=20\sqrt{6}(\text{cm}^2)$

09 $\triangle$ABC에서 $\angle B=180°-(40°+60°)=80°$
$\overline{BD}=\overline{BE}$이므로 $\triangle$BED는 이등변삼각형이다.
$\therefore \angle x=\frac{1}{2}\times(180°-80°)=50°$

10 $\overline{BD}=\overline{BE}=9$ cm, $\overline{CF}=\overline{CE}=6$ cm이고
원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$\overline{AD}=\overline{AF}=r$ cm이므로
$\overline{AB}=9+r(\text{cm})$, $\overline{AC}=6+r(\text{cm})$
$\triangle$ABC에서 $15^2=(r+9)^2+(r+6)^2$
$2r^2+30r-108=0$, $r^2+15r-54=0$
$(r-3)(r+18)=0$
이때 $r>0$이므로 $r=3$
따라서 원 O의 넓이는 $\pi\times3^2=9\pi(\text{cm}^2)$

11 $\square$ABCD가 원 O에 외접하므로
$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$
$\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 $2\overline{AB}=6+12$
$\therefore \overline{AB}=\frac{1}{2}\times18=9(\text{cm})$

점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라 하면 $\overline{BH}=\overline{CH'}$이므로



$\overline{BH}=\frac{1}{2}\times(12-6)=3(\text{cm})$

△ABH에서

$\overline{AH}=\sqrt{9^2-3^2}=\sqrt{72}=6\sqrt{2}(\text{cm})$

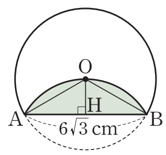
따라서 원 O의 지름의 길이는 $6\sqrt{2}$ cm이다.

12 전략코칭 주어진 그림에서

(색칠한 부분의 넓이)=(부채꼴 OAB의 넓이) −(△OAB의 넓이)

이므로 먼저 부채꼴 OAB의 반지름의 길이와 중심각의 크기를 구한다.

원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\overline{OH}=\frac{1}{2}r$ cm

$\overline{AH}=\frac{1}{2}\times6\sqrt{3}=3\sqrt{3}(\text{cm})$

△OAH에서 $r^2=\left(\frac{1}{2}r\right)^2+(3\sqrt{3})^2$, $\frac{3}{4}r^2=27$, $r^2=36$

이때 $r>0$이므로 $r=6$

즉, $\overline{OA}=6$ cm, $\overline{OH}=3$ cm이므로 $\angle AOH=60^\circ$

$\therefore \angle AOB=2\angle AOH=2\times60^\circ=120^\circ$

∴ (색칠한 부분의 넓이)

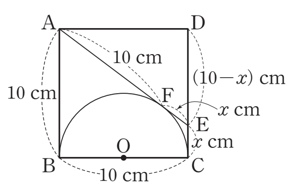
=(부채꼴 OAB의 넓이)−△OAB

$=\pi\times6^2\times\frac{120}{360}-\frac{1}{2}\times6\sqrt{3}\times3=12\pi-9\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

13 전략코칭 (1) $\overline{AB}$, $\overline{AF}$가 원 O의 접선이므로 $\overline{AB}=\overline{AF}$

(2) 변의 길이를 구하는 데 필요한 나머지 변들의 길이를 한 문자에 관한 식으로 나타내고, 직각삼각형을 찾아 피타고라스 정리를 이용한다.

$\overline{EC}=\overline{EF}=x$ cm라 하면



$\overline{DE}=10-x(\text{cm})$,

$\overline{AE}=10+x(\text{cm})$

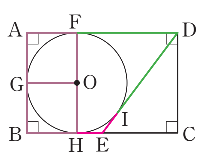
△ADE에서

$(10+x)^2=10^2+(10-x)^2$

$40x=100 \qquad \therefore x=\frac{5}{2}$

$\therefore \overline{AE}=\overline{AF}+\overline{EF}=10+\frac{5}{2}=\frac{25}{2}(\text{cm})$

14 전략코칭 오른쪽 그림과 같이 원 O에 외접하는 사각형에서



(1) $\overline{FD}=\overline{DI}$, $\overline{HE}=\overline{EI}$이므로
$\overline{ED}=\overline{FD}+\overline{HE}$

(2) $\overline{AB}+\overline{DE}=\overline{AD}+\overline{BE}$

(3) $\overline{DE}^2=\overline{EC}^2+\overline{CD}^2$

△DCE에서 $\overline{CE}=\sqrt{15^2-12^2}=\sqrt{81}=9(\text{cm})$

$\overline{BE}=x$ cm라 하면 $\overline{AD}=x+9(\text{cm})$

$\overline{AB}=\overline{CD}=12$ cm이고, □ABED가 원 O에 외접하므로

$\overline{AB}+\overline{DE}=\overline{AD}+\overline{BE}$에서

$12+15=(x+9)+x$, $2x=18$

$x=9 \qquad \therefore \overline{BE}=9$ cm

실전! 중단원 마무리

117~119쪽

01 ⑤	**02** $4\sqrt{3}$ cm	**03** ③	**04** ④
05 12 cm^2	**06** 70°	**07** ③	**08** ②
09 $2\sqrt{5}$ cm	**10** $36\sqrt{3}$ cm^2	**11** 8 cm	**12** $9\sqrt{3}$ cm^2
13 5 cm	**14** 9π cm^2	**15** 9 cm	**16** 24 cm

서술형문제

17 (1) $\frac{13}{2}$ cm (2) 13π cm

18 (1) 6 cm (2) 14 cm (3) 28 cm

01 △OAM에서

$\overline{AM}=\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{64}=8(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=2\times8=16(\text{cm})$

02 △AOH에서

$\overline{AH}=\sqrt{6^2-2^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}(\text{cm})$

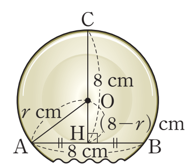
$\overline{BH}=\overline{AH}=4\sqrt{2}$ cm이고

$\overline{HC}=6-2=4(\text{cm})$이므로

△BCH에서

$\overline{BC}=\sqrt{(4\sqrt{2})^2+4^2}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

03 $\overline{CH}$는 현 AB의 수직이등분선이므로 원의 중심을 지난다. 원의 중심을 O라 하고 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times8=4(\text{cm})$이므로

△OAH에서

$r^2=(8-r)^2+4^2$

$16r=80 \qquad \therefore r=5$

따라서 원 모양의 접시의 반지름의 길이는 5 cm이다.

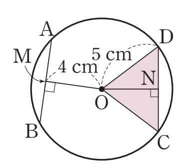
04 △OAM에서

$\overline{OM}=\sqrt{13^2-12^2}=\sqrt{25}=5(\text{cm})$

$\overline{OM}=\overline{ON}=5$ cm이므로 $\overline{CD}=\overline{AB}$

$\therefore \overline{CD}=\overline{AB}=2\overline{AM}=2\times12=24(\text{cm})$

05 원의 중심 O에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 N이라 하면 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로



$\overline{ON}=\overline{OM}=4$ cm

△OND에서

$\overline{ND}=\sqrt{5^2-4^2}=3(\text{cm})$

이므로 $\overline{CD}=2\overline{ND}=2\times3=6(\text{cm})$

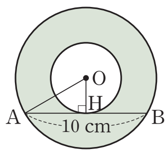
$\therefore \triangle OCD=\frac{1}{2}\times6\times4=12(\text{cm}^2)$

06 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$

$\therefore \angle x=\frac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$

07 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$\overline{OB}=\overline{OA}=r$ cm
$\angle PAO=90^\circ$, $\angle P=30^\circ$이므로 $\angle POA=90^\circ-30^\circ=60^\circ$
$\overline{PO}:\overline{OA}=2:1$이므로
$(4+r):r=2:1$, $2r=4+r$ $\quad\therefore r=4$
이때 △OAB가 정삼각형이므로
(△OAB의 둘레의 길이)$=3\times4=12$(cm)

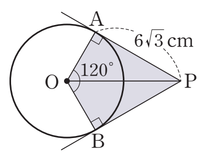
08 원의 중심을 O라 하고 점 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=\frac{1}{2}\times10=5$(cm)
큰 원의 반지름의 길이를 a cm, 작은 원의 반지름의 길이를 b cm라 하면 △OAH에서
$a^2-b^2=5^2=25$이므로
(색칠한 부분의 넓이)$=\pi a^2-\pi b^2=\pi(a^2-b^2)=25\pi$(cm^2)

09 $\angle OAP=90^\circ$이고 $\overline{PO}=4+2=6$(cm)이므로
$\overline{PA}=\sqrt{6^2-4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$(cm)
$\therefore \overline{PB}=\overline{PA}=2\sqrt{5}$(cm)

10 $\overline{PO}$를 그으면



$\angle POA=\angle POB=\frac{1}{2}\angle AOB$
$=\frac{1}{2}\times120^\circ=60^\circ$
$\angle OAP=\angle OBP=90^\circ$이므로 $\angle OPA=\angle OPB=30^\circ$
$\overline{OA}:\overline{AP}=1:\sqrt{3}$이므로
$\overline{OA}:6\sqrt{3}=1:\sqrt{3}$ $\quad\therefore \overline{OA}=6$(cm)
이때 △AOP≡△BOP이므로 △AOP=△BOP
$\therefore$ □PAOB$=2\times\left(\frac{1}{2}\times6\sqrt{3}\times6\right)=36\sqrt{3}$(cm^2)

11 $\overline{AD}=\overline{AE}=7+3=10$(cm)
$\overline{CF}=\overline{CE}=3$ cm이므로
$\overline{BD}=\overline{BF}=5-3=2$(cm)
$\therefore \overline{AB}=\overline{AD}-\overline{BD}=10-2=8$(cm)

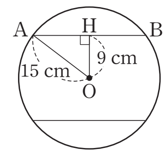
12 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로
$\angle PAB=\angle PBA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$
즉, △PAB는 한 변의 길이가 6 cm인 정삼각형이므로
△PAB$=\frac{\sqrt{3}}{4}\times6^2=9\sqrt{3}$(cm^2)
[다른 풀이] △PAB$=\frac{1}{2}\times6\times6\times\sin60^\circ=9\sqrt{3}$(cm^2)

13 $\overline{BE}=\overline{BD}=x$ cm라 하면
$\overline{AF}=\overline{AD}=8-x$(cm)
$\overline{CF}=\overline{CE}=12-x$(cm)
$\overline{AF}+\overline{CF}=\overline{AC}$이므로 $(8-x)+(12-x)=10$
$20-2x=10$, $2x=10$ $\quad\therefore x=5$
따라서 $\overline{BE}$의 길이는 5 cm이다.

14 $\overline{AB}=\sqrt{15^2-12^2}=\sqrt{81}=9$(cm)
원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$\overline{AD}=\overline{AF}=r$ cm이므로
$\overline{BE}=\overline{BD}=9-r$(cm), $\overline{CE}=\overline{CF}=12-r$(cm)
$\overline{BE}+\overline{CE}=\overline{BC}$이므로 $(9-r)+(12-r)=15$
$21-2r=15$, $2r=6$ $\quad\therefore r=3$
따라서 원 O의 반지름의 길이는 3 cm이므로 넓이는
$\pi\times3^2=9\pi$(cm^2)

15 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로 $\overline{AD}+\overline{BC}=7+8=15$(cm)
이때 $\overline{AD}:\overline{BC}=2:3$이므로 $\overline{BC}=15\times\frac{3}{5}=9$(cm)

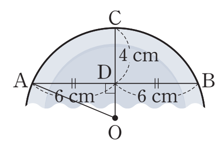
16 원 모양의 상자 뚜껑의 중심을 O라 하고 점 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{OA}=\frac{1}{2}\times30=15$(cm)
$\overline{OH}=\frac{1}{2}\times18=9$(cm)
△OAH에서 $\overline{AH}=\sqrt{15^2-9^2}=\sqrt{144}=12$(cm)
$\therefore \overline{AB}=2\overline{AH}=2\times12=24$(cm)

서술형 문제

17 (1) 원 모양의 접시의 중심을 O라 하고 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\overline{OD}=r-4$(cm) ⋯⋯ ❶
△AOD에서 $\overline{OA}^2=\overline{AD}^2+\overline{OD}^2$이므로
$r^2=6^2+(r-4)^2$, $8r=52$ $\quad\therefore r=\frac{13}{2}$
따라서 원 모양의 접시의 반지름의 길이는 $\frac{13}{2}$ cm ⋯⋯ ❷
(2) 원 모양의 접시의 반지름의 길이가 $\frac{13}{2}$ cm이므로
(원 모양의 접시의 둘레의 길이)$=2\pi\times\frac{13}{2}$
$=13\pi$(cm) ⋯⋯ ❸

채점 기준	배점
❶ $\overline{OD}$의 길이를 원 O의 반지름의 길이에 관한 식으로 나타내기	1점
❷ 원 모양의 접시의 반지름의 길이 구하기	3점
❸ 원 모양의 접시의 둘레의 길이 구하기	2점

18 (1) 원 O의 반지름의 길이가 3 cm이므로
$\overline{CD}=2\times3=6$(cm) ⋯⋯ ❶
(2) □ABCD가 원 O에 외접하는 사각형이므로
$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$에서
$\overline{AD}+\overline{BC}=8+6=14$(cm) ⋯⋯ ❷
(3) (□ABCD의 둘레의 길이)$=2(\overline{AD}+\overline{BC})$
$=2\times14=28$(cm) ⋯⋯ ❸

채점 기준	배점
❶ $\overline{CD}$의 길이 구하기	1점
❷ $\overline{AD}+\overline{BC}$의 길이 구하기	3점
❸ □ABCD의 둘레의 길이 구하기	2점

2. 원주각

01 원주각

121~123쪽

1 (1) 35° (2) 40° (3) 120° (4) 105°
1-1 (1) 30° (2) 130° (3) 220° (4) 120°
2 (1) 47° (2) 60° **2-1** (1) 32° (2) 115°
3 70° **3-1** 30°
4 (1) 65° (2) 25° **4-1** (1) 50° (2) 40°
5 (1) 20 (2) 5 **5-1** (1) 40 (2) 6
6 (1) 50 (2) 10 **6-1** (1) 24 (2) 15
7 (1) ◯ (2) × **7-1** (1) ◯ (2) ×

1 (1) $\angle x=\frac{1}{2}\times 70°=35°$
(2) $\angle x=2\times 20°=40°$
(3) $\angle x=\frac{1}{2}\times 240°=120°$
(4) $\angle x=\frac{1}{2}\times(360°-150°)=105°$

1-1 (1) $\angle x=\frac{1}{2}\times 60°=30°$
(2) $\angle x=2\times 65°=130°$
(3) $\angle x=2\times 110°=220°$
(4) $\angle \mathrm{AOB}=2\times 120°=240°$
$\therefore \angle x=360°-240°=120°$

2 (1) $\angle x=\angle \mathrm{ADB}=47°$
(2) $\angle \mathrm{ADB}=\angle \mathrm{ACB}=65°$
$\therefore \angle x=180°-(65°+55°)=60°$

2-1 (1) $\angle x=\angle \mathrm{ACB}=32°$
(2) $\angle \mathrm{DAC}=\angle \mathrm{DBC}=50°$
$\therefore \angle x=65°+50°=115°$

3 $\angle \mathrm{ACB}=90°$이므로 $\angle x=180°-(90°+20°)=70°$

3-1 $\angle \mathrm{ACB}=90°$이므로 $\angle x=180°-(90°+60°)=30°$

4 (1) $\angle \mathrm{ABC}=\angle \mathrm{ADC}=65°$이므로 $\angle x=65°$
(2) $\angle \mathrm{ACB}=90°$이므로 $\angle y=180°-(90°+65°)=25°$

4-1 (1) $\angle \mathrm{CAB}=\angle \mathrm{CDB}=50°$이므로 $\angle x=50°$
(2) $\angle \mathrm{ACB}=90°$이므로 $\angle y=180°-(90°+50°)=40°$

5 (1) $\widehat{\mathrm{AB}}=\widehat{\mathrm{CD}}=4$이므로 $\angle \mathrm{APB}=\angle \mathrm{CQD}$
$\therefore x=20$
(2) $\angle \mathrm{APB}=\angle \mathrm{CQD}=35°$이므로 $\widehat{\mathrm{AB}}=\widehat{\mathrm{CD}}$
$\therefore x=5$

5-1 (1) $\widehat{\mathrm{AB}}=\widehat{\mathrm{BC}}$이므로 $\angle \mathrm{ACB}=\angle \mathrm{BAC}$
$\therefore x=40$
(2) $\angle \mathrm{CAD}=60°-30°=30°$이므로 $\angle \mathrm{ADB}=\angle \mathrm{CAD}$
즉, $\widehat{\mathrm{AB}}=\widehat{\mathrm{CD}}$이므로 $x=6$

6 (1) $25°:x°=5:10$ $\quad\therefore x=50$
(2) $\angle \mathrm{ADC}=90°$이므로
$\angle \mathrm{ACD}=90°-40°=50°$
$40°:50°=8:x$ $\quad\therefore x=10$

6-1 (1) $72°:x°=(6+3):3$ $\quad\therefore x=24$
(2) $20°:50°=6:x$ $\quad\therefore x=15$

7 (1) $\angle \mathrm{BAC}=\angle \mathrm{BDC}=36°$이므로 네 점이 한 원 위에 있다.
(2) $\angle \mathrm{ACD}=90°-30°=60°$이므로
$\angle \mathrm{ACD}\neq\angle \mathrm{ABD}$
따라서 네 점이 한 원 위에 있지 않다.

7-1 (1) $\angle \mathrm{BAC}=180°-(75°+40°)=65°$
$\angle \mathrm{BAC}=\angle \mathrm{BDC}=65°$이므로 네 점이 한 원 위에 있다.
(2) $\angle \mathrm{BAC}=100°-35°=65°$이므로 $\angle \mathrm{BAC}\neq\angle \mathrm{BDC}$
따라서 네 점이 한 원 위에 있지 않다.

교과서 대표 문제로 개념 완성하기

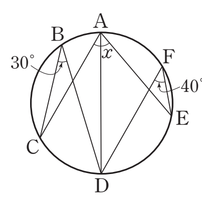
124~125쪽

01 (1) 140° (2) 70° (3) 110°
02 61° **03** 70° **04** $\angle x=50°$, $\angle y=40°$
05 25° **06** 55° **07** 35° **08** 20°
09 60° **10** 70° **11** 30° **12** 32°

01 (1) $\overline{\mathrm{PA}}$, $\overline{\mathrm{PB}}$가 원 O의 접선이므로 $\angle \mathrm{PAO}=\angle \mathrm{PBO}=90°$
$\therefore \angle \mathrm{AOB}=180°-40°=140°$
(2) $\angle \mathrm{ACB}=\frac{1}{2}\times 140°=70°$
(3) $\widehat{\mathrm{ACB}}$에 대한 중심각의 크기는 $360°-140°=220°$
$\therefore \angle \mathrm{ADB}=\frac{1}{2}\times 220°=110°$

02 $\overline{\mathrm{PA}}$, $\overline{\mathrm{PB}}$가 원 O의 접선이므로 $\angle \mathrm{PAO}=\angle \mathrm{PBO}=90°$
$\therefore \angle \mathrm{AOB}=180°-58°=122°$
$\therefore \angle x=\frac{1}{2}\times 122°=61°$

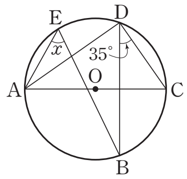
03 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AD}}$를 그으면
$\angle \mathrm{CAD}=\angle \mathrm{CBD}=30°$
$\angle \mathrm{DAE}=\angle \mathrm{DFE}=40°$
$\therefore \angle x=\angle \mathrm{CAD}+\angle \mathrm{DAE}$
$=30°+40°=70°$



04 $\widehat{\mathrm{BC}}$에 대한 원주각의 크기는 서로 같으므로
$\angle x=\angle \mathrm{BDC}=50°$
$\triangle \mathrm{ABE}$에서 $\angle y=90°-50°=40°$

05 $\widehat{\mathrm{AB}}$에 대한 원주각의 크기는 서로 같으므로
$\angle \mathrm{ADB}=\angle \mathrm{ACB}=\angle x$
$\overline{\mathrm{BD}}$는 원 O의 지름이므로 $\angle \mathrm{BAD}=90°$
$\triangle \mathrm{ABD}$에서 $\angle x=180°-(90°+65°)=25°$

06 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



$\angle ADC=90^\circ$

$\angle ADB=\angle AEB=\angle x$이므로

$\angle x+35^\circ=90^\circ$

$\therefore \angle x=55^\circ$

07 $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$이므로 $\angle ACB=\angle BDC=35^\circ$

$\triangle BCD$에서 $75^\circ+(35^\circ+\angle x)+35^\circ=180^\circ$

$145^\circ+\angle x=180^\circ \quad \therefore \angle x=35^\circ$

08 $\overset{\frown}{AD}:\overset{\frown}{BC}=\angle x:\angle BAC$이므로

$3:9=\angle x:\angle BAC \quad \therefore \angle BAC=3\angle x$

$\triangle ABP$에서 $\angle x+3\angle x=80^\circ$이므로

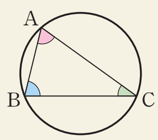
$4\angle x=80^\circ \quad \therefore \angle x=20^\circ$

09 한 원에서 모든 원주각의 크기의 합은 180°이고, 원주각의 크기는 호의 길이에 정비례하므로

$\angle x=180^\circ\times\dfrac{3}{2+3+4}=180^\circ\times\dfrac{3}{9}=60^\circ$

SELF 코칭

$\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{CA}=a:b:c$이면

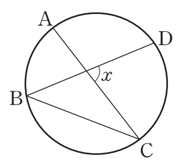


$\angle ACB=180^\circ\times\dfrac{a}{a+b+c}$

$\angle BAC=180^\circ\times\dfrac{b}{a+b+c}$

$\angle CBA=180^\circ\times\dfrac{c}{a+b+c}$

10 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



$\angle ACB=180^\circ\times\dfrac{1}{6}=30^\circ$

$\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{CD}=3:4$이므로

$30^\circ:\angle CBD=3:4,\ 3\angle CBD=120^\circ$

$\therefore \angle CBD=40^\circ$

$\therefore \angle x=30^\circ+40^\circ=70^\circ$

11 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로

$\angle ACB=\angle ADB=50^\circ$

$\therefore \angle x=\angle ACD=80^\circ-50^\circ=30^\circ$

12 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로 $\angle ACP=\angle x$

$\triangle APC$에서 $48^\circ+\angle x=80^\circ \quad \therefore \angle x=32^\circ$

02 원주각의 활용

127~128쪽

1	(1) 100° (2) 100°	**1-1**	(1) 110° (2) 80°
2	(1) × (2) ○	**2-1**	(1) ○ (2) ×
3	(1) 60° (2) 50°	**3-1**	(1) 65° (2) 70°
4	(1) 45° (2) 130°	**4-1**	(1) 60° (2) 55°

1 (1) $\angle x+80^\circ=180^\circ$이므로 $\angle x=100^\circ$

(2) 한 외각의 크기는 이웃한 내각의 대각의 크기와 같으므로

$\angle x=100^\circ$

1-1 (1) $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ACB=90^\circ$

$\therefore \angle ABC=180^\circ-(20^\circ+90^\circ)=70^\circ$

$\angle x+70^\circ=180^\circ$이므로 $\angle x=110^\circ$

(2) $\angle BAD=\dfrac{1}{2}\times160^\circ=80^\circ$

한 외각의 크기는 이웃한 내각의 대각의 크기와 같으므로

$\angle x=80^\circ$

2 (1) $105^\circ+85^\circ\neq180^\circ$이므로 □ABCD는 원에 내접하지 않는다.

(2) $\angle DAB=180^\circ-60^\circ=120^\circ$에서

$\angle DAB=\angle DCF$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.

2-1 (1) $\triangle ABC$에서

$\angle ABC=180^\circ-(65^\circ+45^\circ)=70^\circ$

$\angle ABC+\angle ADC=180^\circ$이므로

□ABCD는 원에 내접한다.

(2) $\angle BAC\neq\angle BDC$이므로 □ABCD는 원에 내접하지 않는다.

3 (1) $\triangle ABC$에서 $\angle C=180^\circ-(65^\circ+55^\circ)=60^\circ$

$\therefore \angle x=\angle C=60^\circ$

(2) $\angle CBA=70^\circ$이므로 $\triangle ABC$에서

$\angle x=180^\circ-(60^\circ+70^\circ)=50^\circ$

3-1 (1) $\overline{BC}$가 원 O의 지름이므로 $\angle BAC=90^\circ$

$\triangle ABC$에서 $\angle BCA=180^\circ-(90^\circ+25^\circ)=65^\circ$

$\therefore \angle x=\angle BCA=65^\circ$

(2) $\angle C=\angle BAT=40^\circ$

$\overline{CA}=\overline{CB}$이므로 $\triangle CAB$는 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle x=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$

4 (1) $\angle ADB=\angle BAT=55^\circ$이므로

$\angle x=180^\circ-(30^\circ+55^\circ+50^\circ)=45^\circ$

(2) $\angle DCA=\angle DAT=65^\circ$이고

$\overline{DA}=\overline{DC}$이므로

$\angle DAC=\angle DCA=65^\circ$

$\triangle ACD$에서

$\angle ADC=180^\circ-(65^\circ+65^\circ)=50^\circ$

$\therefore \angle x=180^\circ-50^\circ=130^\circ$

4-1 (1) $\angle DAB=180^\circ-110^\circ=70^\circ$이므로

$\triangle DAB$에서 $\angle ADB=180^\circ-(50^\circ+70^\circ)=60^\circ$

$\therefore \angle x=\angle ADB=60^\circ$

(2) $\overline{BD}$가 원 O의 지름이므로

$\angle DCB=\angle DAB=90^\circ$

$\overline{CD}=\overline{CB}$이므로 $\angle CBD=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-90^\circ)=45^\circ$

$\therefore \angle DBA=80^\circ-45^\circ=35^\circ$

$\triangle$ABD에서 $\angle \mathrm{BDA}=180^\circ-(35^\circ+90^\circ)=55^\circ$

$\therefore \angle x=\angle \mathrm{BDA}=55^\circ$

교과서 대표 문제로 개념 완성하기

129~130쪽

01 210°	**02** 120°	**03** 65°	**04** 85°
05 60°	**06** 45°	**07** 105°	**08** 65°
09 73°	**10** ②	**11** ③	**12** 50°

01 □ABCD에서 $\angle x+70^\circ=180^\circ$이므로 $\angle x=110^\circ$
$\angle \mathrm{ECD}=\angle \mathrm{EAD}=30^\circ$이므로 $\angle y=30^\circ+70^\circ=100^\circ$
$\therefore \angle x+\angle y=110^\circ+100^\circ=210^\circ$

02 $\triangle$ABD에서 $\angle \mathrm{BAD}=180^\circ-(35^\circ+85^\circ)=60^\circ$
$\therefore \angle x=180^\circ-60^\circ=120^\circ$

03 $\triangle$PCD에서 $\angle \mathrm{PDC}=180^\circ-(35^\circ+80^\circ)=65^\circ$
□ABCD가 원에 내접하므로
$\angle x=\angle \mathrm{ADC}=65^\circ$

04 $\angle \mathrm{BOC}=180^\circ-(20^\circ+20^\circ)=140^\circ$이므로
$\angle \mathrm{BAC}=\frac{1}{2}\times 140^\circ=70^\circ$
$\therefore \angle x=\angle \mathrm{BAD}=70^\circ+15^\circ=85^\circ$

05 $\angle \mathrm{CDQ}=\angle \mathrm{ABC}=\angle x$
$\triangle$PBC에서 $\angle \mathrm{DCQ}=\angle x+35^\circ$이므로
$\triangle$DCQ에서 $\angle x+(\angle x+35^\circ)+25^\circ=180^\circ$
$2\angle x=120^\circ \quad \therefore \angle x=60^\circ$

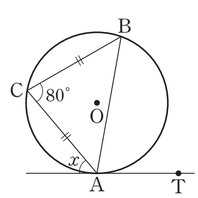
06 $\angle \mathrm{QBC}=180^\circ-130^\circ=50^\circ$
□ABCD가 원에 내접하므로 $\angle \mathrm{ADC}=180^\circ-130^\circ=50^\circ$
$\triangle$PCD에서 $\angle \mathrm{PCQ}=35^\circ+50^\circ=85^\circ$
$\triangle$BQC에서 $\angle x=180^\circ-(50^\circ+85^\circ)=45^\circ$

07 $\triangle$ABD에서 $\angle \mathrm{A}=180^\circ-(35^\circ+40^\circ)=105^\circ$
□ABCD가 원에 내접하므로
$\angle x=\angle \mathrm{A}=105^\circ$

08 $\triangle$ABE에서 $\angle \mathrm{BAE}+25^\circ=60^\circ$이므로 $\angle \mathrm{BAE}=35^\circ$
□ABCD가 원에 내접하므로 $\angle \mathrm{A}+\angle \mathrm{C}=180^\circ$
$(\angle x+35^\circ)+80^\circ=180^\circ \quad \therefore \angle x=65^\circ$

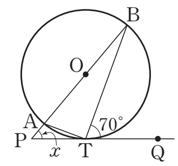
09 $\angle \mathrm{ACB}=\frac{1}{2}\times 146^\circ=73^\circ$이므로
$\angle x=\angle \mathrm{ACB}=73^\circ$

10 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}}$를 그으면
$\angle x=\angle \mathrm{CBA}$이므로
$\angle x=\frac{1}{2}\times(180^\circ-80^\circ)=50^\circ$



11 $\overline{\mathrm{AB}}$가 원 O의 지름이므로 $\angle \mathrm{BTA}=90^\circ$
$\angle \mathrm{ATP}=\angle x$이므로 $\triangle$BPT에서
$36^\circ+(\angle x+90^\circ)+\angle x=180^\circ$
$2\angle x=54^\circ \quad \therefore \angle x=27^\circ$

12 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AT}}$를 그으면
$\angle \mathrm{TAB}=70^\circ$, $\angle \mathrm{ATB}=90^\circ$이므로
$\triangle$ATB에서
$\angle \mathrm{ABT}=180^\circ-(90^\circ+70^\circ)=20^\circ$
$\triangle$BPT에서
$\angle x+20^\circ=70^\circ$이므로 $\angle x=50^\circ$

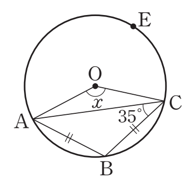


우리 학교 시험 문제로 실력 확인하기

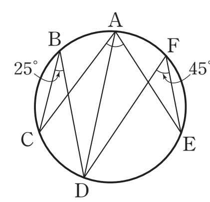
131~132쪽

01 140°	**02** ②	**03** 70°	**04** 40°
05 ③	**06** 30°	**07** ②	**08** 80°
09 126°	**10** 60°	**11** 65°	**12** 20°
13 215°	**14** 6 cm		

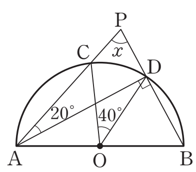
01 $\triangle$ABC에서
$\angle \mathrm{B}=180^\circ-(35^\circ+35^\circ)=110^\circ$
$\widehat{\mathrm{AEC}}$의 중심각의 크기가
$110^\circ\times 2=220^\circ$이므로
$\angle x=360^\circ-220^\circ=140^\circ$



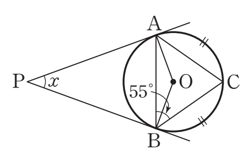
02 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AD}}$를 그으면
$\angle \mathrm{CAD}=\angle \mathrm{CBD}=25^\circ$
$\angle \mathrm{DAE}=\angle \mathrm{DFE}=45^\circ$
$\therefore \angle \mathrm{CAE}=\angle \mathrm{CAD}+\angle \mathrm{DAE}$
$=25^\circ+45^\circ=70^\circ$



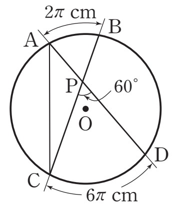
03 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AD}}$를 그으면
$\angle \mathrm{ADB}=90^\circ$
$\angle \mathrm{CAD}$는 $\widehat{\mathrm{CD}}$의 원주각이므로
$\angle \mathrm{CAD}=\frac{1}{2}\times 40^\circ=20^\circ$
$\triangle$DAP에서 $\angle \mathrm{APD}+\angle \mathrm{PAD}=90^\circ$이므로
$\angle x+20^\circ=90^\circ \quad \therefore \angle x=70^\circ$



04 $\widehat{\mathrm{AC}}=\widehat{\mathrm{BC}}$이므로
$\angle \mathrm{CAB}=\angle \mathrm{ABC}=55^\circ$
$\angle \mathrm{ACB}=180^\circ-(55^\circ+55^\circ)$
$=70^\circ$
이므로
$\angle \mathrm{AOB}=2\angle \mathrm{ACB}=2\times 70^\circ=140^\circ$
$\overrightarrow{\mathrm{PA}}$, $\overrightarrow{\mathrm{PB}}$가 원 O의 접선이므로
$\angle x+\angle \mathrm{AOB}=180^\circ$
$\angle x+140^\circ=180^\circ \quad \therefore \angle x=40^\circ$



05 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



$\angle ACB : \angle CAD = 2\pi : 6\pi = 1 : 3$

$\triangle ACP$에서

$\angle ACB + \angle CAD = 60^\circ$이므로

$\angle ACB = 60^\circ \times \frac{1}{4} = 15^\circ$

한 원에서 원주각의 크기의 합은 180°이므로

$15^\circ : 180^\circ = 2\pi :$ (원 O의 둘레의 길이)

$\therefore$ (원 O의 둘레의 길이)$=24\pi$ cm

06 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로

$\angle ABD = \angle ACD = 25^\circ$

$\triangle BDP$에서 $\angle BDC = 25^\circ + \angle x$

$\triangle CDE$에서 $25^\circ + (25^\circ + \angle x) = 80^\circ \qquad \therefore \angle x = 30^\circ$

07 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ACB = 90^\circ$

$\angle B = 180^\circ - (90^\circ + 40^\circ) = 50^\circ$

$\square ABCD$가 원 O에 내접하므로

$\angle D = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$

$\overparen{AD} = \overparen{CD}$이므로 $\angle ACD = \angle DAC$

$\triangle DAC$에서 $\angle x = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 130^\circ) = 25^\circ$

08 $\angle ECD = \angle EAD = 26^\circ$

$\angle BCD = 74^\circ + 26^\circ = 100^\circ$

$\square ABCD$가 원에 내접하므로

$\angle x = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$

09 $\triangle PBC$에서 $\angle DCQ = \angle B + 25^\circ$이므로

$\triangle CDQ$에서 $\angle x = (\angle B + 25^\circ) + 47^\circ = \angle B + 72^\circ$

$\square ABCD$가 원에 내접하므로 $\angle B + \angle ADC = 180^\circ$

$\angle B + (\angle B + 72^\circ) = 180^\circ$, $2\angle B = 108^\circ$

$\therefore \angle B = 54^\circ$

$\therefore \angle x = 180^\circ - 54^\circ = 126^\circ$

10 한 원에서 모든 원주각의 크기의 합은 180°이고 원주각의 크기는 호의 길이에 정비례하므로

$\angle ACB = 180^\circ \times \frac{4}{4+5+3} = 180^\circ \times \frac{4}{12} = 60^\circ$

$\therefore \angle x = \angle ACB = 60^\circ$

11 $\square ABCD$가 원 O에 내접하므로

$\angle ADC = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$

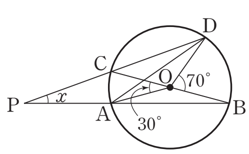
$\triangle PAD$에서 $\angle DAP = 80^\circ - 45^\circ = 35^\circ$

$\overline{PA}$가 원 O의 접선이므로 $\angle DCA = \angle DAP = 35^\circ$

$\triangle ACD$에서 $\angle x = 180^\circ - (80^\circ + 35^\circ) = 65^\circ$

12 전략코칭 $\overline{AD}$를 그어 원주각의 크기를 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



$\angle BAD = \frac{1}{2}\angle BOD$

$= \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ$

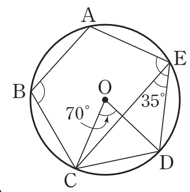
$\angle ADC = \frac{1}{2}\angle AOC = \frac{1}{2} \times 30^\circ = 15^\circ$

$\triangle PAD$에서 $\angle x + 15^\circ = 35^\circ$

$\therefore \angle x = 20^\circ$

13 전략코칭 $\overline{CE}$를 그어 원에 내접하는 사각형을 만든다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{CE}$를 그으면



$\angle CED = \frac{1}{2}\angle COD = \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ$

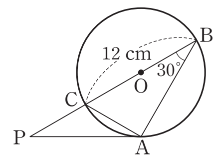
$\square ABCE$가 원 O에 내접하므로

$\angle B + \angle CEA = 180^\circ$

$\therefore \angle B + \angle E = \angle B + \angle CEA + \angle CED$

$= 180^\circ + 35^\circ = 215^\circ$

14 전략코칭 $\triangle CAB$에서 특수한 직각삼각형의 세 변의 길이의 비를 이용한다.



$\angle CAP = \angle CBA = 30^\circ$

$\angle CAB = 90^\circ$이므로

$\angle BCA = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

$\triangle CPA$에서

$\angle CPA = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$

$\angle CPA = \angle CAP$이므로 $\overline{CP} = \overline{CA}$

$\triangle BCA$에서 $\overline{BC} : \overline{CA} = 2 : 1$

$12 : \overline{CA} = 2 : 1 \qquad \therefore \overline{CA} = 6$(cm)

$\therefore \overline{CP} = \overline{CA} = 6$ cm

03 원에서 선분의 길이 사이의 관계 134~137쪽

1 (1) 4 (2) 12	**1-1** (1) 10 (2) 8
2 (1) 5 (2) 5	**2-1** (1) 12 (2) 9
3 (1) 4 (2) 2	**3-1** (1) $\sqrt{21}$ (2) 9
4 4	**4-1** 7
5 (1) 4 (2) 2	**5-1** (1) 10 (2) 5
6 (1) 4 (2) 12	**6-1** (1) $3\sqrt{2}$ (2) 8
7 8	**7-1** 2
8 (1) 6 cm (2) $\triangle PAT$ (3) $\frac{9}{2}$ cm	
8-1 (1) 4 cm (2) $\triangle PAT$ (3) 4 cm	

1 (1) $3 \times 8 = x \times 6 \qquad \therefore x = 4$

(2) $4 \times 9 = 3 \times x \qquad \therefore x = 12$

1-1 (1) $x \times 4 = 8 \times 5 \qquad \therefore x = 10$

(2) $6 \times x = 4 \times 12 \qquad \therefore x = 8$

2 (1) $x \times 8 = 4 \times 10 \qquad \therefore x = 5$

(2) $2 \times (2+10) = 3 \times (3+x)$

$24 = 9 + 3x$, $3x = 15 \qquad \therefore x = 5$

2-1 (1) $4\times x=3\times(3+13)$

$4x=48 \quad \therefore x=12$

(2) $3\times(3+x)=2\times(2+16)$

$9+3x=36,\ 3x=27 \quad \therefore x=9$

3 (1) $x^2=2\times8=16$

$x>0$이므로 $x=4$

(2) $(4+x)(4-x)=3\times4$

$16-x^2=12,\ x^2=4$

$x>0$이므로 $x=2$

3-1 (1) $7\times3=x^2,\ x^2=21$

$x>0$이므로 $x=\sqrt{21}$

(2) $(x-7)(x+7)=8\times4$

$x^2-49=32,\ x^2=81$

$x>0$이므로 $x=9$

4 $6\times(6+2)=(8-x)(8+x)$

$48=64-x^2,\ x^2=16$

$x>0$이므로 $x=4$

4-1 $6\times(6+6)=4\times(4+x+x)$

$72=16+8x,\ 8x=56 \quad \therefore x=7$

5 (1) $3\times8=x\times6$

$6x=24 \quad \therefore x=4$

(2) $3\times(3+5)=4\times(4+x)$

$24=16+4x,\ 4x=8 \quad \therefore x=2$

5-1 (1) $6\times5=3\times x$

$3x=30 \quad \therefore x=10$

(2) $4\times(4+6)=x\times8$

$8x=40 \quad \therefore x=5$

6 (1) $(4\sqrt{3})^2=x\times12$

$12x=48 \quad \therefore x=4$

(2) $8^2=4\times(4+x)$

$16+4x=64,\ 4x=48$

$\therefore x=12$

6-1 (1) $x^2=2\times(2+7)=18$

$x>0$이므로 $x=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

(2) $12^2=x\times(x+10)$

$x^2+10x-144=0,\ (x+18)(x-8)=0$

$x>0$이므로 $x=8$

7 $\overline{PT}^2=(10-6)\times(10+6)=64$

$\overline{PT}>0$이므로 $\overline{PT}=8$

7-1 $(\sqrt{21})^2=3\times(3+2\overline{OA})$

$9+6\overline{OA}=21,\ 6\overline{OA}=12$

$\therefore \overline{OA}=2$

8 (1) $\overline{PT}^2=4\times(4+5)=36$

$\overline{PT}>0$이므로 $\overline{PT}=6(\text{cm})$

(2) $\triangle PTB$와 $\triangle PAT$에서

$\angle TBP=\angle ATP$, $\angle P$는 공통이므로

$\triangle PTB \backsim \triangle PAT$(AA 닮음)

(3) $\overline{PB}:\overline{BT}=\overline{PT}:\overline{TA}$에서 $9:\overline{BT}=6:3$

$6\overline{BT}=27 \quad \therefore \overline{BT}=\frac{9}{2}(\text{cm})$

8-1 (1) $\overline{PT}^2=2\times(2+6)=16$

$\overline{PT}>0$이므로 $\overline{PT}=4(\text{cm})$

(2) $\triangle PTB$와 $\triangle PAT$에서

$\angle TBP=\angle ATP$, $\angle P$는 공통이므로

$\triangle PTB \backsim \triangle PAT$(AA 닮음)

(3) $\overline{PT}:\overline{TB}=\overline{PA}:\overline{AT}$에서 $4:8=2:\overline{AT}$

$4\overline{AT}=16 \quad \therefore \overline{AT}=4(\text{cm})$

교과서 대표 문제로 **개념 완성하기**

138~139쪽

01 6 cm	**02** 3	**03** 2	**04** 2
05 12 cm	**06** 25π cm^2	**07** 6 cm	**08** 3 cm
09 9 cm	**10** 9	**11** $3\sqrt{3}$ cm	**12** $\frac{9}{5}$ cm
13 9	**14** 3		

01 $\overline{PD}=x$ cm라 하면

$\overline{PC}:\overline{PD}=2:1$이므로 $\overline{PC}=2x$ cm

$8\times9=2x\times x,\ 2x^2=72,\ x^2=36$

$x>0$이므로 $x=6$

$\therefore \overline{PD}=6$ cm

02 $\overline{PC}=x$라 하면

$\overline{PC}:\overline{CD}=1:3$이므로 $\overline{CD}=3x$

$2\times(2+16)=x\times(x+3x)$

$4x^2=36,\ x^2=9$

$x>0$이므로 $x=3$

$\therefore \overline{PC}=3$

03 $\overline{OP}=8-x$이므로

$\{8+(8-x)\}\times x=7\times4,\ (16-x)\times x=28$

$x^2-16x+28=0,\ (x-2)(x-14)=0$

$0<x<8$이므로 $x=2$

04 $4\times(4+6)=x\times(x+9+9)$

$x^2+18x-40=0,\ (x+20)(x-2)=0$

$x>0$이므로 $x=2$

05 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$\overline{AB}=2r$ cm, $\overline{PA}=(16-2r)$ cm
$8^2=(16-2r)\times 16$, $64=256-32r$
$32r=192$ $\quad\therefore r=6$
따라서 원 O의 지름의 길이는 12 cm이다.

06 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면 $\overline{PB}=(8+2r)$cm
$12^2=8\times(8+2r)$, $144=64+16r$
$16r=80$ $\quad\therefore r=5$
따라서 원 O의 넓이는 $\pi\times 5^2=25\pi(\text{cm}^2)$

07 $\overline{EA}\times\overline{EB}=\overline{EC}\times\overline{ED}$이므로
$\overline{EA}\times 5=2\times 10$ $\quad\therefore \overline{EA}=4(\text{cm})$
$\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로 $\overline{PT}^2=3\times(3+4+5)=36$
$\overline{PT}>0$이므로 $\overline{PT}=6$ cm

08 $\overline{EA}\times\overline{EB}=\overline{EC}\times\overline{ED}$이므로
$\overline{EA}\times 4=2\times 6$ $\quad\therefore \overline{EA}=3(\text{cm})$
$\overline{PD}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로 $\overline{PA}=x$ cm라 하면
$\overline{PD}^2=x\times(x+3+4)$
$(\sqrt{30})^2=x\times(x+7)$, $x^2+7x-30=0$
$(x+10)(x-3)=0$
이때 $x>0$이므로 $x=3$
따라서 $\overline{PA}$의 길이는 3 cm이다.

09 $\overline{PB}=x$ cm라 하면
$\overline{PA}=(13-x)$cm, $\overline{PC}=\overline{PD}=6$ cm이므로
$(13-x)\times x=6\times 6$
$x^2-13x+36=0$, $(x-4)(x-9)=0$
$\therefore x=4$ 또는 $x=9$
$\overline{PA}<\overline{PB}$이므로 $\overline{PB}=9(\text{cm})$

10 $7\times(7+x)=8\times(8+6)$
$49+7x=112$, $7x=63$ $\quad\therefore x=9$

11 $\angle APT=\angle ABT=\angle ATP$이므로 $\overline{AP}=\overline{AT}=3$ cm
$\overline{PT}^2=3\times(3+6)=27$
$\overline{PT}>0$이므로 $\overline{PT}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}(\text{cm})$

12 $\angle BTP=90^\circ$이므로
$\triangle BPT$에서 $\overline{PB}=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{25}=5(\text{cm})$
$3^2=\overline{PA}\times 5$ $\quad\therefore \overline{PA}=\frac{9}{5}(\text{cm})$

13 원 O에서 $9^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$
원 O′에서 $x^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$
즉, $x^2=81$이므로 $x=9$ $(\because x>0)$

14 원 O에서 $\overline{PT}^2=x\times(x+9)=x^2+9x$
원 O′에서 $\overline{PT}^2=4\times(4+5)=36$
즉, $x^2+9x=36$, $x^2+9x-36=0$
$(x+12)(x-3)=0$
$x>0$이므로 $x=3$

우리 학교 시험 문제로 실력 확인하기 140쪽

01 ⑤	**02** ②	**03** 32π cm^2	**04** ㄱ, ㄹ
05 5 cm	**06** $\frac{27}{2}$ cm^2		

01 $4\times(4+5)=x\times(x+9)$
$x^2+9x-36=0$, $(x+12)(x-3)=0$
$x>0$이므로 $x=3$

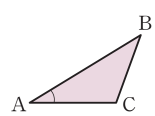
02 $\overline{PA}=x$ cm라 하면
$4^2=x\times(x+6)$
$x^2+6x-16=0$, $(x+8)(x-2)=0$
$x>0$이므로 $x=2$
따라서 $\overline{PA}$의 길이는 2 cm이다.

03 $\overline{PA}=x$ cm라 하면
$\overline{PB}=x+2x=3x(\text{cm})$이므로
$x\times 3x=4\times 6$, $3x^2=24$, $x^2=8$
$x>0$이므로 $x=2\sqrt{2}$
따라서 원 O의 반지름의 길이가 $2\times 2\sqrt{2}=4\sqrt{2}(\text{cm})$이므로
원 O의 넓이는 $\pi\times(4\sqrt{2})^2=32\pi(\text{cm}^2)$
[다른 풀이] 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$\frac{1}{2}r\times\frac{3}{2}r=4\times 6$
$\frac{3}{4}r^2=24$, $r^2=32$
$r>0$이므로 $r=4\sqrt{2}$
$\therefore$ (원 O의 넓이)$=\pi\times(4\sqrt{2})^2=32\pi(\text{cm}^2)$

04 ㄱ. $7\times 5\neq 9\times 4$이므로 원에 내접하지 않는다.
ㄴ. $2\times 6=4\times 3$이므로 원에 내접한다.
ㄷ. $3\times(3+3)=2\times(2+7)$이므로 원에 내접한다.
ㄹ. $4\times(4+5)\neq 5\times(5+4)$이므로 원에 내접하지 않는다.

05 $\angle ADB=\angle AEB=90^\circ$이므로 $\overline{AB}$는 원의 지름이고 네 점 A, B, E, D는 한 원 위에 있다.
$\overline{BE}=x$ cm라 하면 $4\times(4+2)=3\times(3+x)$
$24=9+3x$, $3x=15$ $\quad\therefore x=5$
따라서 $\overline{BE}$의 길이는 5 cm이다.

06 전략코칭 $\angle A$가 예각일 때
$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}\times\sin A$



$\overline{PA}=x$ cm라 하면 $6^2=x\times(x+5)$
$x^2+5x-36=0$, $(x+9)(x-4)=0$
$x>0$이므로 $x=4$
$\therefore \triangle BPT=\frac{1}{2}\times\overline{PB}\times\overline{PT}\times\sin 30^\circ$
$=\frac{1}{2}\times 9\times 6\times\frac{1}{2}=\frac{27}{2}(\text{cm}^2)$

실전! 중단원 마무리

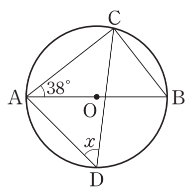
141~143쪽

01 ④ **02** 52° **03** 30° **04** ③
05 ③ **06** 46° **07** ⑤ **08** 120°
09 100° **10** ④ **11** 80° **12** ①
13 $\frac{15}{2}$ cm **14** $2\sqrt{10}$ cm **15** 36π cm^2 **16** $\frac{7}{2}$ cm
17 120 m

서|술|형|문|제

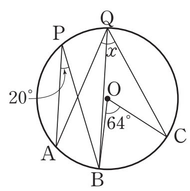
18 $4\sqrt{3}$ cm^2 **19** $\frac{15}{4}$ cm **20** 50°

01 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



$\angle ACB=90^\circ$이므로
$\angle ABC=90^\circ-38^\circ=52^\circ$
$\therefore \angle x=\angle ABC=52^\circ$

02 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BQ}$를 그으면



$\angle AQB=\angle APB=20^\circ$
$\angle BQC=\frac{1}{2}\times 64^\circ=32^\circ$
$\therefore \angle x=\angle AQB+\angle BQC$
$=20^\circ+32^\circ=52^\circ$

03 $\widehat{AB}=\widehat{BC}$이므로
$\angle ADB=\angle BDC=\angle x$
$\widehat{AD}$에 대한 원주각의 크기는 서로 같으므로
$\angle ACD=\angle ABD=55^\circ$
$\triangle ACD$에서
$65^\circ+(\angle x+\angle x)+55^\circ=180^\circ$
$120^\circ+2\angle x=180^\circ$, $2\angle x=60^\circ$
$\therefore \angle x=30^\circ$

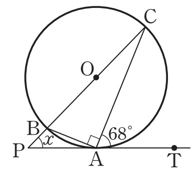
04 $\widehat{AB}$는 원주의 $\frac{1}{9}$이므로
$\angle ADB=180^\circ\times\frac{1}{9}=20^\circ$
$\widehat{CD}$는 원주의 $\frac{1}{5}$이므로
$\angle CAD=180^\circ\times\frac{1}{5}=36^\circ$
$\triangle APD$에서
$\angle x=\angle ADP+\angle PAD=20^\circ+36^\circ=56^\circ$

SELF 코칭

한 원에서 원주각의 크기의 합은 180°이다.

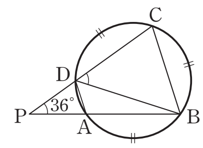
05 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로
$\angle BAC=\angle BDC=65^\circ$
$\triangle ABP$에서
$\angle x=\angle BAP+\angle ABP=65^\circ+45^\circ=110^\circ$

06 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$를 그으면



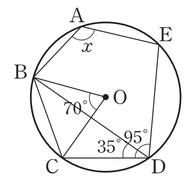
$\angle BAC=90^\circ$
$\angle ABC=\angle CAT=68^\circ$
$\therefore \angle BCA=180^\circ-(90^\circ+68^\circ)=22^\circ$
$\triangle CPA$에서
$\angle x+22^\circ=68^\circ \quad \therefore \angle x=46^\circ$

07 $\angle CDB=\angle x$라 하면
$\triangle PBD$에서 $\angle DBA=\angle x-36^\circ$
오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



$\widehat{AB}=\widehat{BC}=\widehat{CD}$이므로
$\angle DBC=\angle ADB=\angle CDB$
$=\angle x$
$\square ABCD$는 원에 내접하므로
$\angle ADC+\angle ABC=180^\circ$
$2\angle x+\angle x+(\angle x-36^\circ)=180^\circ$
$4\angle x=216^\circ$
$\therefore \angle x=54^\circ$

08 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



$\angle BDC=\frac{1}{2}\times 70^\circ=35^\circ$
$\angle BDE=95^\circ-\angle BDC$
$=95^\circ-35^\circ=60^\circ$
$\square ABDE$가 원 O에 내접하므로
$\angle A+\angle BDE=180^\circ$
$\therefore \angle x=180^\circ-60^\circ=120^\circ$

09 $\angle A : \angle B=4:3$이므로
$\angle B=\frac{3}{4}\angle A$
$\square ABCD$가 원에 내접하므로 $\angle B+\angle D=180^\circ$
$\frac{3}{4}\angle A+(\angle A+5^\circ)=180^\circ$
$\frac{7}{4}\angle A=175^\circ \quad \therefore \angle A=100^\circ$
$\therefore \angle x=\angle A=100^\circ$

10 $\angle CDQ=\angle ABC=\angle x$
$\triangle PBC$에서 $\angle DCQ=\angle x+30^\circ$이므로
$\triangle DCQ$에서
$\angle x+(\angle x+30^\circ)+40^\circ=180^\circ$
$2\angle x=110^\circ$
$\therefore \angle x=55^\circ$

11 $\triangle DEF$에서
$\angle DFE=180^\circ-(60^\circ+70^\circ)=50^\circ$
$\overline{AB}$가 원 O의 접선이므로
$\angle BDE=\angle DFE=50^\circ$
$\overline{BD}=\overline{BE}$이므로 $\angle BED=\angle BDE=50^\circ$
$\therefore \angle x=180^\circ-(50^\circ+50^\circ)=80^\circ$

12 □ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle DAB = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$

$\overleftrightarrow{AT}$가 원 O의 접선이므로 $\angle ADB = \angle BAT = 70^\circ$

$\triangle ABD$에서

$\angle x = 180^\circ - (75^\circ + 70^\circ) = 35^\circ$

13 $\angle APC = 90^\circ$이므로

$\overline{AP} = \sqrt{(3\sqrt{5})^2 - 6^2} = 3(\text{cm})$

원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{PB} = \overline{PO} + \overline{OB} = (r-3) + r = 2r - 3(\text{cm})$이므로

$\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$에서

$3 \times (2r-3) = 6 \times 6$

$6r = 45 \qquad \therefore r = \frac{45}{6} = \frac{15}{2}$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $\frac{15}{2}$ cm이다.

[다른 풀이] $\overline{PC} \times \overline{PD} = \overline{PA} \times \overline{PB}$이므로

$6 \times 6 = 3 \times \overline{PB} \qquad \therefore \overline{PB} = 12(\text{cm})$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $\frac{12+3}{2} = \frac{15}{2}(\text{cm})$

14 $\overline{OC} \perp \overline{AB}$이므로 $\overline{BC} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3(\text{cm})$

$\overline{AB} = 2\overline{BC} = 2 \times 3 = 6(\text{cm})$

$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$이므로

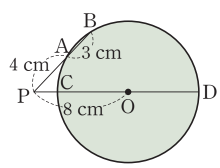
$\overline{PT}^2 = 4 \times (4+6) = 40$

$\overline{PT} > 0$이므로 $\overline{PT} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}(\text{cm})$

SELF 코칭

원의 중심에서 현에 그은 수선은 그 현을 수직이등분한다.

15 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하고 $\overline{PO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 D라 하면



$\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$이므로

$4 \times (4+3) = (8-r)(8+r)$

$28 = 64 - r^2$, $r^2 = 36$

$r > 0$이므로 $r = 6$

따라서 원 O의 반지름의 길이가 6 cm이므로

원 O의 넓이는 $\pi \times 6^2 = 36\pi(\text{cm}^2)$

16 $\overline{PA} = x$ cm라 하면 $\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$이므로

$4^2 = x \times (x+6)$, $x^2 + 6x - 16 = 0$

$(x+8)(x-2) = 0$

$x > 0$이므로 $x = 2$

$\triangle PTA$와 $\triangle PBT$에서

$\angle P$는 공통, $\angle PTA = \angle PBT$이므로

$\triangle PTA \backsim \triangle PBT$(AA 닮음)

$\overline{PT} : \overline{AT} = \overline{PB} : \overline{TB}$이므로

$4 : \overline{AT} = (2+6) : 7 \qquad \therefore \overline{AT} = \frac{7}{2}(\text{cm})$

17 네 지점이 모두 한 원 위에 있으므로 관리사무소에서 분수대까지의 거리를 x m라 하면

$30 \times x = 40 \times 90 \qquad \therefore x = 120$

따라서 관리사무소에서 분수대까지의 거리는 120 m로 적어 놓으면 된다.

서|술|형|문|제

18 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ATB = 90^\circ$

$\overline{PT}$가 원 O의 접선이므로

$\angle ABT = \angle ATP = 30^\circ$

$\therefore \angle BAT = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ$ ······ ❶

$\triangle ABT$에서 $\overline{AB} : \overline{AT} = 2 : 1$

$8 : \overline{AT} = 2 : 1 \qquad \therefore \overline{AT} = 4(\text{cm})$ ······ ❷

$\triangle PAT$에서

$\angle P + 30^\circ = 60^\circ$이므로 $\angle P = 30^\circ$

$\triangle PAT$는 이등변삼각형이므로

$\overline{PA} = \overline{AT} = 4(\text{cm})$

$\angle PAT = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 120^\circ$

$\therefore \triangle APT = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin(180^\circ - 120^\circ)$

$= \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin 60^\circ$

$= \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ ······ ❸

채점 기준	배점
❶ $\angle BAT$의 크기 구하기	2점
❷ $\overline{AT}$의 길이 구하기	2점
❸ $\triangle APT$의 넓이 구하기	2점

19 $\triangle ABP$에서 $\overline{AP} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5(\text{cm})$ ······ ❶

$\triangle BCP$에서 $\overline{CP} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9(\text{cm})$ ······ ❷

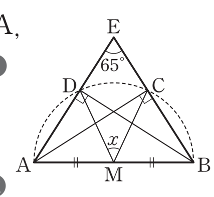
$\overline{PA} \times \overline{PC} = \overline{PB} \times \overline{PD}$이므로

$5 \times 9 = 12 \times \overline{PD}$, $12\overline{PD} = 45$

$\therefore \overline{PD} = \frac{45}{12} = \frac{15}{4}(\text{cm})$ ······ ❸

채점 기준	배점
❶ $\overline{AP}$의 길이 구하기	1점
❷ $\overline{CP}$의 길이 구하기	1점
❸ $\overline{PD}$의 길이 구하기	3점

20 $\angle ADB = \angle ACB = 90^\circ$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다. ······ ❶



$\triangle ACE$에서

$\angle EAC = 180^\circ - (90^\circ + 65^\circ) = 25^\circ$

이므로 $\angle DAC = 25^\circ$ ······ ❷

$\angle ADB = 90^\circ$에서 $\overline{AB}$가 원의 지름이므로 점 M은 원의 중심이다.

$\therefore \angle x = 2\angle DAC = 2 \times 25^\circ = 50^\circ$ ······ ❸

채점 기준	배점
❶ 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있음을 알기	2점
❷ $\angle DAC$의 크기 구하기	2점
❸ $\angle x$의 크기 구하기	2점

I 통계

1. 대푯값과 산포도

01 대푯값

한번더 개념 확인 문제 2쪽

01 (1) 4, 5, 6 (2) 24, 24, 24 (3) 46, 52, 57
(4) 4, 3, 2와 7 (5) 15, 15, 없다. (6) 106, 105, 100

01 (4) (평균)$=\dfrac{6+1+2+7+3+2+7}{7}=\dfrac{28}{7}=4$

주어진 자료를 크기순으로 나열하면 1, 2, 2, 3, 6, 7, 7이고 자료의 개수가 홀수이므로 중앙값은 4번째 값인 3이다.

2와 7이 각각 두 번으로 가장 많이 나타나므로 최빈값은 2, 7이다.

한번더 개념 완성하기 3~4쪽

01 (1) 평균 : 32세, 중앙값 : 28세, 최빈값 : 24세 (2) 중앙값
02 (1) 평균 : 250 mm, 중앙값 : 245 mm, 최빈값 : 240 mm (2) 최빈값
03 평균 : 8.2점, 중앙값 : 8.5점, 최빈값 : 9점
04 평균 : 3.5개, 중앙값 : 4개, 최빈값 : 5개
05 중앙값 : 56회, 최빈값 : 63회
06 평균 : 15회, 중앙값 : 14회, 최빈값 : 22회
07 5일 **08** $x=57$, 중앙값 : 52 kg
09 $a=1$, $b=8$ **10** 1.0 **11** 24
12 15 **13** 8

01 (1) (평균)$=\dfrac{24+31+27+61+28+24+29}{7}=\dfrac{224}{7}=32$(세)

주어진 자료를 크기순으로 나열하면 24, 24, 27, 28, 29, 31, 61이다.

자료가 7개이므로 중앙값은 4번째 값인 28세이다.

또, 24세가 두 번으로 가장 많이 나타나므로 최빈값은 24세이다.

(2) 자료에서 61세라는 극단적인 값이 있으므로 평균은 대푯값으로 적절하지 않으며 최빈값인 24세 역시 자료의 중심 경향을 나타내지 못하므로 중앙값이 자료의 대푯값으로 더 적절하다.

02 (1) (평균)$=\dfrac{290+240+250+245+240+245+250+240}{8}$

$=\dfrac{2000}{8}=250$(mm)

주어진 자료를 크기순으로 나열하면 240, 240, 240, 245, 245, 250, 250, 290이고 자료가 8개이므로 중앙값은 4번째와 5번째 자료의 평균인 $\dfrac{245+245}{2}=245$(mm)이다.

또, 240 mm가 세 번으로 가장 많이 나타나므로 최빈값은 240 mm이다.

(2) 공장에서 가장 많이 주문해야 할 신발의 크기는 가장 많이 판매된 신발의 크기를 선택해야 하므로 최빈값이 자료의 대푯값으로 더 적절하다.

03 (평균)$=\dfrac{6\times1+7\times2+8\times2+9\times4+10\times1}{10}=\dfrac{82}{10}=8.2$(점)

중앙값은 10명의 학생 중에서 5번째와 6번째 학생의 영어 수행평가 점수의 평균이다. 5번째와 6번째 학생의 영어 수행평가 점수는 각각 8점, 9점이므로 중앙값은 $\dfrac{8+9}{2}=8.5$(점)이다.

또, 영어 수행평가 점수가 9점인 학생이 4명으로 가장 많이 나타나므로 최빈값은 9점이다.

04 (평균)$=\dfrac{1\times3+2\times4+3\times1+4\times4+5\times8}{20}=\dfrac{70}{20}=3.5$(개)

중앙값은 20명의 학생 중에서 10번째와 11번째 학생이 구입한 과자 수의 평균이다. 10번째와 11번째 학생 모두 구입한 과자 수가 4개이므로 중앙값은 $\dfrac{4+4}{2}=4$(개)이다.

또, 구입한 과자 수가 5개인 학생이 8명으로 가장 많이 나타나므로 최빈값은 5개이다.

05 자료가 25개이므로 중앙값은 13번째 값인 56회이다.
또, 63회가 네 번으로 가장 많이 나타나므로 최빈값은 63회이다.

06 (평균)$=\dfrac{3+5+10+12+16+22+22+30}{8}=\dfrac{120}{8}=15$(회)

자료가 8개이므로 중앙값은 4번째와 5번째 자료의 평균인 $\dfrac{12+16}{2}=14$(회)이다.

또, 22회가 두 번으로 가장 많이 나타나므로 최빈값은 22회이다.

07 대구의 미세먼지가 '주의' 인 날수를 x일이라 하면

(평균)$=\dfrac{5+4+x+3+2+6+3}{7}=4$이므로

$23+x=28$ $\therefore x=5$

따라서 대구의 미세먼지가 '주의' 인 날수는 5일이다.

08 (평균)$=\dfrac{49+x+55+47+52}{5}=52$이므로

$203+x=260$ $\therefore x=57$

주어진 자료를 크기순으로 나열하면 47, 49, 52, 55, 57이므로 중앙값은 3번째 값인 52 kg이다.

09 (평균)$=\dfrac{a+4+5+b+9+10+12}{7}=7$이므로

$a+b+40=49$

$\therefore a+b=9$

자료가 7개이고 중앙값이 8이므로 4번째 자료의 값이 8이 되어야 한다. 따라서 $b=8$이고 $a=1$이다.

10 나머지 한 명의 왼쪽 눈의 시력을 a라 하면 8명의 중앙값은 4번째와 5번째 학생의 왼쪽 눈의 시력의 평균이다.
중앙값이 0.9이므로 $0.8<a<1.2$이고
$\frac{0.8+a}{2}=0.9$, $0.8+a=1.8$ $\quad\therefore a=1.0$

11 모든 자료의 값이 한 번씩 나오므로 최빈값이 24 ℃이려면 $a=24$이다.

12 주어진 자료에서 x를 제외한 자료의 값을 살펴보면 14와 18이 모두 두 번씩 나타난다. 이때 최빈값이 14이므로 $x=14$
주어진 자료를 크기순으로 나열하면 11, 14, 14, 14, 16, 17, 18, 18이고 자료가 8개이므로 중앙값은 4번째와 5번째의 평균인 $\frac{14+16}{2}=15$이다.

13 주어진 자료에서 8이 세 번으로 가장 많이 나타나므로 최빈값은 8이다.
(평균)$=\frac{8+8+a+11+12+4+8+7}{8}=8$
$a+58=64$ $\quad\therefore a=6$
주어진 자료를 크기순으로 나열하면 4, 6, 7, 8, 8, 8, 11, 12이고 자료가 8개이므로 중앙값은 4번째와 5번째의 평균인 $\frac{8+8}{2}=8$이다.

한번더 실력 확인하기 5쪽

01 $A<B<C$ **02** ④
03 평균 : 2.7회, 중앙값 : 2회, 최빈값 : 1회
04 18 **05** ㄱ, ㄴ **06** $a=5$, $b=10$

01 (평균)$=\frac{9+8+7+7+9+10+8+9+8+9}{10}=\frac{84}{10}$
$=8.4$(점)
주어진 자료를 크기순으로 나열하면 7, 7, 8, 8, 8, 9, 9, 9, 9, 10이고 자료가 10개이므로 중앙값은 5번째와 6번째 자료의 값의 평균인 $\frac{8+9}{2}=8.5$(점)이다.
또, 9점이 네 번으로 가장 많이 나타나므로 최빈값은 9점이다.
따라서 $A=8.4$, $B=8.5$, $C=9$이므로 $A<B<C$이다.

02 가장 잘 팔리는 운동화의 크기에 대한 대푯값으로는 최빈값이 가장 적절하다. 245 mm가 여섯 번으로 가장 많이 나타나므로 최빈값은 245 mm이다.

03 (평균)$=\frac{0\times3+1\times5+2\times3+3\times1+4\times4+5\times1+6\times2+7\times1}{20}$
$=\frac{54}{20}=2.7$(회)
자료가 20개이므로 중앙값은 10번째와 11번째 자료의 값의 평균인 $\frac{2+2}{2}=2$(회)이다.
또, 관람 횟수가 1회인 학생 수가 5명으로 가장 많이 나타나므로 최빈값은 1회이다.

04 a의 값을 제외하고 주어진 자료를 크기순으로 나열하면 8, 12, 20이다. 중앙값이 15이므로 $12<a<20$이고 자료가 4개이므로 중앙값은 2번째와 3번째 자료의 값의 평균이다.
$\frac{12+a}{2}=15$, $12+a=30$ $\quad\therefore a=18$

05 꺾은선그래프를 표로 나타내면 다음과 같다.

체육복의 크기(호)	85	90	95	100	105	110	합계
1반	1	6	11	7	3	2	30
2반	1	5	9	9	5	1	30

ㄱ, ㄴ. 전체 학생 수가 30명이고 1반의 15번째와 16번째 학생의 체육복의 크기가 모두 95호이므로 중앙값도 95호이다.
2반의 15번째와 16번째 학생의 체육복의 크기가 각각 95호, 100호이므로 중앙값은 그 평균인 $\frac{95+100}{2}=97.5$(호)이다.
따라서 1반의 중앙값이 2반의 중앙값보다 작다.
ㄷ, ㄹ. 1반에서 체육복의 크기가 95호인 학생 수가 11명으로 가장 많이 나타나므로 최빈값은 95호이고, 2반에서는 체육복의 크기가 95호, 100호인 학생 수가 9명으로 가장 많이 나타나므로 최빈값은 95호, 100호이다.
따라서 1반의 최빈값이 2반의 최빈값보다 크지 않다.
그러므로 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

06 자료의 값을 살펴보면 5가 두 번, 8이 두 번 나타나므로 최빈값이 5가 되기 위해서는 $a=5$
평균이 6이므로
$\frac{3+4+5+5+5+8+8+b}{8}=6$
$38+b=48$ $\quad\therefore b=10$

02 산포도

한번더 개념 확인 문제 6쪽

01 (1) 2 (2) -5
02 (1) 5, 8, $2\sqrt{2}$ (2) 50, 110, $\sqrt{110}$
03 (1) 4회 (2) 0.8 (3) $\sqrt{0.8}$회
04 (1) 10점 (2) 14.4 (3) $\sqrt{14.4}$점

02 (2) (평균)$=\frac{40+60+40+65+45}{5}=\frac{250}{5}=50$

(분산)

$=\dfrac{(40-50)^2+(60-50)^2+(40-50)^2+(65-50)^2+(45-50)^2}{5}$

$=\dfrac{550}{5}=110$

(표준편차)$=\sqrt{110}$

03 (1) (평균)$=\dfrac{2\times1+3\times1+4\times5+5\times3}{10}=\dfrac{40}{10}=4$(회)

(2) (분산)

$=\dfrac{(2-4)^2\times1+(3-4)^2\times1+(4-4)^2\times5+(5-4)^2\times3}{10}$

$=\dfrac{8}{10}=0.8$

(3) (표준편차)$=\sqrt{0.8}$(회)

04 (1) (평균)$=\dfrac{2\times1+6\times5+10\times8+14\times5+18\times1}{20}$

$=\dfrac{200}{20}=10$(점)

(2) (분산)

$=\dfrac{(2-10)^2\times1+(6-10)^2\times5+(10-10)^2\times8+(14-10)^2\times5+(18-10)^2\times1}{20}$

$=\dfrac{288}{20}=14.4$

(3) (표준편차)$=\sqrt{14.4}$(점)

한번더 개념 완성하기

7~8쪽

01 52 kg **02** 85점 **03** $\sqrt{26}$점 **04** 1
05 164 **06** 8 **07** 29 **08** 46
09 $\sqrt{6}$시간 **10** 분산 : 3.2, 표준편차 : $\sqrt{3.2}$회
11 분산 : 75, 표준편차 : $5\sqrt{3}$권
12 ② **13** A 학교

01 편차의 총합은 항상 0이므로 학생 E의 편차를 x kg이라 하면

$(-2)+10+(-1)+(-3)+x=0$

$4+x=0 \quad \therefore x=-4$

(편차)=(변량)−(평균)이므로 $-4=$(E의 몸무게)-56

∴ (E의 몸무게)$=52$(kg)

02 편차의 총합은 항상 0이므로 학생 C의 편차를 x점이라 하면

$(-4)+9+x+7+(-5)+(-6)+0+(-12)=0$

$-11+x=0 \quad \therefore x=11$

(편차)=(변량)−(평균)이므로 $11=$(C의 점수)-74

∴ (C의 점수)$=85$(점)

03 (평균)$=\dfrac{82+89+x+78+90}{5}=86$이므로

$339+x=430 \quad \therefore x=91$

수학 성적의 편차는 −4점, 3점, 5점, −8점, 4점이므로

(분산)$=\dfrac{(-4)^2+3^2+5^2+(-8)^2+4^2}{5}=\dfrac{130}{5}=26$

∴ (표준편차)$=\sqrt{26}$(점)

04 (평균)$=\dfrac{7+9+8+8+9+9+8+9+7+6}{10}=\dfrac{80}{10}=8$(개)

삼진의 개수의 편차는 −1개, 1개, 0개, 0개, 1개, 1개, 0개, 1개, −1개, −2개이므로

(분산)

$=\dfrac{(-1)^2+1^2+0^2+0^2+1^2+1^2+0^2+1^2+(-1)^2+(-2)^2}{10}$

$=\dfrac{10}{10}=1$

05 (평균)$=\dfrac{6+7+9+x+y}{5}=8$이므로

$22+x+y=40 \quad \therefore x+y=18 \quad \cdots\cdots$ ㉠

(분산)

$=\dfrac{(6-8)^2+(7-8)^2+(9-8)^2+(x-8)^2+(y-8)^2}{5}=2$

$x^2+y^2-16(x+y)+134=10 \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면 $x^2+y^2-16\times18+134=10$

$\therefore x^2+y^2=164$

06 (평균)$=\dfrac{2+5+x+y}{4}=4$이므로

$7+x+y=16 \quad \therefore x+y=9 \quad \cdots\cdots$ ㉠

표준편차가 $\sqrt{7.5}$이므로 분산은 $(\sqrt{7.5})^2=7.5$

(분산)$=\dfrac{(2-4)^2+(5-4)^2+(x-4)^2+(y-4)^2}{4}=7.5$

$x^2+y^2-8(x+y)+37=30 \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$x^2+y^2-8\times9+37=30,\ x^2+y^2=65$

이때 $(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$이므로

$2xy=(x+y)^2-(x^2+y^2)=9^2-65=16 \quad \therefore xy=8$

07 (평균)$=\dfrac{x+4+2+5+y}{5}=5$이므로

$11+x+y=25 \quad \therefore x+y=14 \quad \cdots\cdots$ ㉠

(분산)

$=\dfrac{(x-5)^2+(4-5)^2+(2-5)^2+(5-5)^2+(y-5)^2}{5}=4$

$x^2+y^2-10(x+y)+60=20 \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면 $x^2+y^2-10\times14+60=20,\ x^2+y^2=100$

∴ (평균)$=\dfrac{x^2+4^2+2^2+5^2+y^2}{5}=\dfrac{45+x^2+y^2}{5}$

$=\dfrac{45+100}{5}=\dfrac{145}{5}=29$

08

통학 시간(분)	도수(명)	(계급값)×(도수)	편차(분)	(편차)²×(도수)
$0^{이상}\sim10^{미만}$	3	$5\times3=15$	-12	$(-12)^2\times3=432$
10 ~20	10	$15\times10=150$	-2	$(-2)^2\times10=40$
20 ~30	7	$25\times7=175$	8	$8^2\times7=448$
합계	20	340		920

(평균)$=\dfrac{340}{20}=17$(분), (분산)$=\dfrac{920}{20}=46$

9

사용 시간(시간)	도수(명)	(계급값)×(도수)	편차(시간)	(편차)^2×(도수)
1^{이상} ~ 3^{미만}	2	$2\times2=4$	-4	$(-4)^2\times2=32$
3 ~ 5	6	$4\times6=24$	-2	$(-2)^2\times6=24$
5 ~ 7	5	$6\times5=30$	0	$0^2\times5=0$
7 ~ 9	4	$8\times4=32$	2	$2^2\times4=16$
9 ~ 11	3	$10\times3=30$	4	$4^2\times3=48$
합계	20	120		120

(평균)$=\frac{120}{20}=6$(시간), (분산)$=\frac{120}{20}=6$

∴ (표준편차)$=\sqrt{6}$(시간)

10

방문 횟수(회)	도수(명)	(계급값)×(도수)	편차(회)	(편차)^2×(도수)
2^{이상} ~ 4^{미만}	3	$3\times3=9$	-2	$(-2)^2\times3=12$
4 ~ 6	5	$5\times5=25$	0	$0^2\times5=0$
6 ~ 8	1	$7\times1=7$	2	$2^2\times1=4$
8 ~ 10	1	$9\times1=9$	4	$4^2\times1=16$
합계	10	50		32

(평균)$=\frac{50}{10}=5$(회), (분산)$=\frac{32}{10}=3.2$, (표준편차)$=\sqrt{3.2}$(회)

11

책 수(권)	도수(명)	(계급값)×(도수)	편차(권)	(편차)^2×(도수)
0^{이상} ~ 10^{미만}	2	$5\times2=10$	-15	$(-15)^2\times2=450$
10 ~ 20	9	$15\times9=135$	-5	$(-5)^2\times9=225$
20 ~ 30	6	$25\times6=150$	5	$5^2\times6=150$
30 ~ 40	3	$35\times3=105$	15	$15^2\times3=675$
합계	20	400		1500

(평균)$=\frac{400}{20}=20$(권), (분산)$=\frac{1500}{20}=75$

∴ (표준편차)$=\sqrt{75}=5\sqrt{3}$(권)

12 ② B 학생의 사회 성적의 표준편차가 A 학생보다 작으므로 B 학생의 사회 성적이 더 고르다고 할 수 있다.

13 표준편차가 작을수록 성적이 고르므로 표준편차가 가장 작은 A 학교의 성적이 가장 고르다.

한번더 실력 확인하기 9쪽

01 ①, ⑤ **02** ③ **03** $\sqrt{6.8}$
04 분산 : 4.2, 표준편차 : $\sqrt{4.2}$시간
05 ② **06** 2점

01 ② 평균보다 작은 변량의 편차는 음수이다.
③ 자료의 개수만으로는 표준편차를 알 수 없다.
④ 변량이 고르게 분포되어 있을수록 표준편차는 작아진다.

02 편차의 총합은 항상 0이므로 세라의 편차를 x점이라 하면
$3+(-2)+x+0+(-4)=0,\ -3+x=0 \quad \therefore x=3$

③ 민호와 세라의 편차의 차는 $3-(-2)=5$(점)이므로 수학 점수의 차이 역시 5점이다.

⑤ (분산)$=\frac{3^2+(-2)^2+3^2+0^2+(-4)^2}{5}=\frac{38}{5}=7.6$

∴ (표준편차)$=\sqrt{7.6}$(점)

03 (평균)$=\frac{1+8+6+3+7}{5}=\frac{25}{5}=5$

(분산)$=\frac{(1-5)^2+(8-5)^2+(6-5)^2+(3-5)^2+(7-5)^2}{5}$

$=\frac{34}{5}=6.8$

∴ (표준편차)$=\sqrt{6.8}$

04 휴대 전화 사용 시간이 6시간 이상 8시간 미만인 계급의 도수는
$10-(2+3+2)=3$(명)

(평균)$=\frac{3\times2+5\times3+7\times3+9\times2}{10}=\frac{60}{10}=6$(시간)

(분산)

$=\frac{(3-6)^2\times2+(5-6)^2\times3+(7-6)^2\times3+(9-6)^2\times2}{10}$

$=\frac{42}{10}=4.2$

∴ (표준편차)$=\sqrt{4.2}$(시간)

05 승환이의 점수의 평균과 분산을 구하면

(평균)$=\frac{8+8+9+10+6+9+8+7+8+7}{10}=\frac{80}{10}=8$(점)

(분산)$=\frac{0^2+0^2+1^2+2^2+(-2)^2+1^2+0^2+(-1)^2+0^2+(-1)^2}{10}$

$=\frac{12}{10}=1.2$

찬규의 점수의 평균과 분산을 구하면

(평균)$=\frac{8+9+8+7+9+8+7+8+8+8}{10}=\frac{80}{10}=8$(점)

(분산)$=\frac{0^2+1^2+0^2+(-1)^2+1^2+0^2+(-1)^2+0^2+0^2+0^2}{10}$

$=\frac{4}{10}=0.4$

따라서 찬규와 승환이의 점수의 평균은 같고 찬규의 점수의 분산이 승환이의 점수의 분산보다 작으므로 찬규의 점수가 승환이의 점수보다 더 고르다고 할 수 있다.

06 남학생 4명의 성적의 표준편차가 $\sqrt{7}$점이므로

$\frac{(\text{남학생 4명의 편차의 제곱의 총합})}{4}=(\sqrt{7})^2=7$

∴ (남학생 4명의 편차의 제곱의 총합)$=28$

여학생 6명의 성적의 표준편차가 $\sqrt{2}$점이므로

$\frac{(\text{여학생 6명의 편차의 제곱의 총합})}{6}=(\sqrt{2})^2=2$

∴ (여학생 6명의 편차의 제곱의 총합)$=12$

(전체 10명의 분산)$=\frac{28+12}{4+6}=\frac{40}{10}=4$

∴ (전체 10명의 표준편차)$=\sqrt{4}=2$(점)

Ⅱ 피타고라스 정리

1. 피타고라스 정리

01 피타고라스 정리 (1)

한번더 개념 확인 문제 10쪽

01 (1) 5 (2) 12 (3) $2\sqrt{6}$ (4) $5\sqrt{2}$
02 (1) 20 cm^2 (2) 36 cm^2
03 (1) 7 cm (2) 49 cm^2 (3) 5 cm (4) 25 cm^2
04 (1), (3), (4)

01 (1) $x=\sqrt{4^2+3^2}=5$
(2) $x=\sqrt{13^2-5^2}=12$
(3) $x=\sqrt{7^2-5^2}=2\sqrt{6}$
(4) $10^2=x^2+x^2$, $x^2=50$ $\quad\therefore x=5\sqrt{2}$ ($\because x>0$)

02 (1) $S=11+9=20(\text{cm}^2)$
(2) $S=81-45=36(\text{cm}^2)$

03 (1) $\overline{AD}=\overline{BC}=4$ cm이므로 $\overline{CD}=4+3=7(\text{cm})$
(2) $\square\text{FHCD}=7^2=49(\text{cm}^2)$
(3) $\overline{AB}=\sqrt{4^2+3^2}=5(\text{cm})$
(4) $\square\text{EGBA}=5^2=25(\text{cm}^2)$

04 (1) $(\sqrt{10})^2=1^2+3^2$ ➡ 직각삼각형
(2) $10^2\neq5^2+6^2$ ➡ 직각삼각형이 아니다.
(3) $4^2=(2\sqrt{2})^2+(2\sqrt{2})^2$ ➡ 직각삼각형
(4) $17^2=8^2+15^2$ ➡ 직각삼각형

한번더 개념 완성하기 11~12쪽

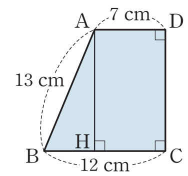
01 $x=2\sqrt{29}$, $y=2$		**02** $x=3$, $y=5$	
03 4 cm	**04** 6	**05** 114 cm^2	**06** $2\sqrt{3}$ cm
07 40 cm^2	**08** $5\sqrt{5}$ cm^2	**09** 20 cm^2	**10** 128 cm^2
11 49 cm^2	**12** 225 cm^2	**13** 8 cm	**14** $2\sqrt{7}$, 10

01 $\triangle\text{ABD}$에서 $x=\sqrt{4^2+10^2}=2\sqrt{29}$
$\triangle\text{ABC}$에서 $\overline{BC}=\sqrt{(2\sqrt{34})^2-10^2}=6$이므로
$y=6-4=2$

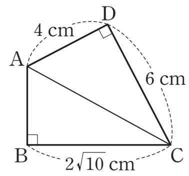
02 $\triangle\text{ABC}$에서 $x=\sqrt{5^2-4^2}=3$
$\triangle\text{ABD}$에서 $\overline{BD}=\sqrt{(3\sqrt{10})^2-3^2}=9(\text{cm})$이므로
$y=9-4=5$

03 $\overline{AC}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}(\text{cm})$
$\overline{AD}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+2^2}=2\sqrt{3}(\text{cm})$
$\overline{AE}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+2^2}=4(\text{cm})$

04 $\overline{BD}=\overline{BE}=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$
$\overline{BF}=\overline{BG}=\sqrt{(3\sqrt{2})^2+3^2}=3\sqrt{3}$
$\overline{BH}=\overline{BI}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+3^2}=6$

05 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면


$\overline{HC}=\overline{AD}=7$ cm이므로
$\overline{BH}=12-7=5(\text{cm})$
$\triangle\text{ABH}$에서
$\overline{AH}=\sqrt{13^2-5^2}=12(\text{cm})$이므로
$\square\text{ABCD}=\frac{1}{2}\times(7+12)\times12=114(\text{cm}^2)$

06 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면


$\triangle\text{ACD}$에서
$\overline{AC}=\sqrt{4^2+6^2}=2\sqrt{13}(\text{cm})$
$\triangle\text{ABC}$에서
$\overline{AB}=\sqrt{(2\sqrt{13})^2-(2\sqrt{10})^2}=2\sqrt{3}(\text{cm})$

07 $\triangle\text{ABC}$에서 $\overline{AB}=\sqrt{12^2-8^2}=4\sqrt{5}(\text{cm})$
$\square\text{BFML}=\square\text{ADEB}=(4\sqrt{5})^2=80(\text{cm}^2)$
$\therefore \triangle\text{LBF}=\frac{1}{2}\square\text{BFML}=\frac{1}{2}\times80=40(\text{cm}^2)$

08 $\square\text{ACHI}=45-25=20(\text{cm}^2)$이므로
$\overline{AC}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}(\text{cm})$, $\overline{BC}=\sqrt{25}=5(\text{cm})$
$\therefore \triangle\text{ABC}=\frac{1}{2}\times2\sqrt{5}\times5=5\sqrt{5}(\text{cm}^2)$

09 $\triangle\text{AEH}$에서 $\overline{EH}=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}(\text{cm})$
따라서 $\square\text{EFGH}$는 정사각형이므로
$\square\text{EFGH}=(2\sqrt{5})^2=20(\text{cm}^2)$

10 $\square\text{EFGH}=68\ \text{cm}^2$이므로 $\overline{EH}=\sqrt{68}=2\sqrt{17}(\text{cm})$
$\triangle\text{AEH}$에서
$\overline{AE}=\sqrt{(2\sqrt{17})^2-(3\sqrt{2})^2}=5\sqrt{2}(\text{cm})$이므로
$\overline{AD}=3\sqrt{2}+5\sqrt{2}=8\sqrt{2}(\text{cm})$
$\therefore \square\text{ABCD}=(8\sqrt{2})^2=128(\text{cm}^2)$

11 $\overline{BQ}=\overline{AP}=8$ cm이므로 $\triangle\text{ABQ}$에서
$\overline{AQ}=\sqrt{17^2-8^2}=15(\text{cm})$ $\quad\therefore \overline{PQ}=15-8=7(\text{cm})$
따라서 $\square\text{PQRS}$는 정사각형이므로
$\square\text{PQRS}=7^2=49(\text{cm}^2)$

12 $\square\text{PQRS}=9\ \text{cm}^2$이므로 $\overline{PQ}=3(\text{cm})$
$\overline{BQ}=\overline{AP}=12-3=9(\text{cm})$
$\triangle\text{ABQ}$에서 $\overline{AB}=\sqrt{9^2+12^2}=15(\text{cm})$
$\square\text{ABCD}$는 정사각형이므로
$\square\text{ABCD}=15^2=225(\text{cm}^2)$

13 $\overline{BC}=x$ cm라 하면 $17^2=x^2+15^2$이므로
$x^2=64$ $\quad\therefore x=8$ ($\because x>0$)
따라서 $\overline{BC}$의 길이는 8 cm이다.

14 (i) x가 가장 긴 변의 길이일 때,

$x^2=6^2+8^2$이므로 $x^2=100$ $\quad\therefore x=10$ $(\because x>0)$

(ii) 8이 가장 긴 변의 길이일 때,

$8^2=6^2+x^2$이므로 $x^2=28$ $\quad\therefore x=2\sqrt{7}$ $(\because x>0)$

따라서 직각삼각형이 되도록 하는 x의 값은 $2\sqrt{7}$, 10이다.

02 피타고라스 정리 (2)

한번더 개념 확인 문제 13쪽

01 (1) 8 cm (2) $4\sqrt{3}$ cm
02 (1) 5 cm (2) $\frac{12}{5}$ cm
03 (1) $2\sqrt{5}$ (2) $\sqrt{21}$
04 (1) 16 cm^2 (2) 12 cm^2

01 (1) $\overline{AC}^2=\overline{CD}\times\overline{CB}$이므로

$4^2=2\times\overline{CB}$ $\quad\therefore \overline{BC}=8(\text{cm})$

(2) $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\sqrt{8^2-4^2}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

02 (1) $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{4^2+3^2}=5(\text{cm})$

(2) $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\times3=6(\text{cm}^2)$

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times5\times\overline{AD}=6$이므로 $\overline{AD}=\frac{12}{5}(\text{cm})$

03 (1) $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$이므로

$(2\sqrt{2})^2+5^2=x^2+(\sqrt{13})^2$

$x^2=20$ $\quad\therefore x=2\sqrt{5}$ $(\because x>0)$

(2) $\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$이므로

$7^2+6^2=8^2+x^2$

$x^2=21$ $\quad\therefore x=\sqrt{21}$ $(\because x>0)$

04 (1) (색칠한 부분의 넓이)$=10+6=16(\text{cm}^2)$

(2) (색칠한 부분의 넓이)$=30-18=12(\text{cm}^2)$

한번더 개념 완성하기 14~15쪽

01 ⑤	**02** $4\sqrt{3}$ cm	**03** 12 cm	**04** $2\sqrt{5}$ cm
05 $\sqrt{106}$ cm	**06** $2\sqrt{3}$ cm	**07** 52	**08** $3\sqrt{3}$ cm
09 $\sqrt{13}$	**10** $2\sqrt{15}$ cm	**11** 9 : 16 : 25	
12 $\frac{15}{2}$ cm	**13** 6		

01 ⑤ $c^2>a^2+b^2$이면 $\angle C$는 둔각

02 $\overline{BD}=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}(\text{cm})$이고

$\overline{AB}^2=\overline{BD}\times\overline{BC}$이므로

$6^2=3\sqrt{3}\times\overline{BC}$ $\quad\therefore \overline{BC}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

03 $\triangle ABC$에서

$\overline{AC}=\sqrt{25^2-15^2}=20(\text{cm})$

$\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{BC}\times\overline{AH}$이므로

$15\times20=25\times\overline{AH}$ $\quad\therefore \overline{AH}=12(\text{cm})$

04 $\overline{BE}^2+\overline{CD}^2=\overline{DE}^2+\overline{BC}^2$이므로

$10^2+8^2=\overline{DE}^2+12^2$, $\overline{DE}^2=20$

$\therefore \overline{DE}=2\sqrt{5}(\text{cm})$ $(\because \overline{DE}>0)$

05 $\overline{BE}^2+\overline{CD}^2=\overline{DE}^2+\overline{BC}^2$이므로

$(\sqrt{41})^2+(3\sqrt{10})^2=5^2+\overline{BC}^2$, $\overline{BC}^2=106$

$\therefore \overline{BC}=\sqrt{106}(\text{cm})$ $(\because \overline{BC}>0)$

06 $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$이므로

$6^2+5^2=\overline{AD}^2+7^2$, $\overline{AD}^2=12$

$\therefore \overline{AD}=2\sqrt{3}(\text{cm})$ $(\because \overline{AD}>0)$

07 $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{BC}^2+\overline{AD}^2$이므로

$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=4^2+6^2=52$

08 $\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$이므로

$6^2+4^2=5^2+\overline{DP}^2$, $\overline{DP}^2=27$

$\therefore \overline{DP}=3\sqrt{3}(\text{cm})$ $(\because \overline{DP}>0)$

09 $\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$이므로

$2^2+(3\sqrt{2})^2=\overline{BP}^2+3^2$, $\overline{BP}^2=13$

$\therefore \overline{BP}=\sqrt{13}$ $(\because \overline{BP}>0)$

10 $\overline{AB}$를 지름으로 하는 반원의 넓이는

$\frac{1}{2}\times(\sqrt{3})^2\pi=\frac{3}{2}\pi(\text{cm}^2)$이므로

$\overline{AC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이는

$\frac{3}{2}\pi+6\pi=\frac{15}{2}\pi(\text{cm}^2)$

즉, $\frac{1}{2}\times\left(\frac{\overline{AC}}{2}\right)^2\pi=\frac{15}{2}\pi$이므로

$\overline{AC}^2=60$ $\quad\therefore \overline{AC}=2\sqrt{15}(\text{cm})$ $(\because \overline{AC}>0)$

11 $\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{5^2-3^2}=4$

$\therefore P:Q:R=\overline{AB}^2:\overline{AC}^2:\overline{BC}^2$

$=3^2:4^2:5^2$

$=9:16:25$

12 $\overline{PQ}=x$ cm라 하면

$\overline{PC}=\overline{PQ}=x$ cm, $\overline{DP}=(12-x)$cm

$\overline{BQ}=\overline{BC}=15$ cm이므로

$\triangle ABQ$에서

$\overline{AQ}=\sqrt{15^2-12^2}=9(\text{cm})$

$\therefore \overline{DQ}=15-9=6(\text{cm})$

$\triangle PDQ$에서 $x^2=(12-x)^2+6^2$이므로

$24x=180$ $\quad\therefore x=\frac{15}{2}$

따라서 $\overline{PQ}$의 길이는 $\frac{15}{2}$ cm이다.

13 $\overline{PQ}=x$라 하면 $\overline{DQ}=\overline{PQ}=x$, $\overline{CQ}=8-x$
$\overline{AP}=\overline{AD}=10$이므로
$\triangle ABP$에서 $\overline{BP}=\sqrt{10^2-8^2}=6$
$\therefore \overline{CP}=10-6=4$
$\triangle PCQ$에서 $x^2=4^2+(8-x)^2$이므로
$16x=80 \quad \therefore x=5$
따라서 $\overline{CP}=4$, $\overline{CQ}=3$이므로
$\triangle QPC=\frac{1}{2}\times4\times3=6$

한번더 실력 확인하기 16쪽

01 20 cm **02** $2\sqrt{3}$ **03** 20 cm^2 **04** $\frac{4\sqrt{6}}{3}$
05 $2\sqrt{5}$ cm **06** $2\sqrt{13}<x<10$

01 두 정사각형 ABCD, ECGF의 한 변의 길이는 각각 12 cm, 4 cm이므로
$\overline{AB}=12$ cm, $\overline{BG}=12+4=16$(cm)
$\triangle ABG$에서 $\overline{AG}=\sqrt{16^2+12^2}=20$(cm)

02 $\triangle PAB$에서 $\overline{PB}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+(\sqrt{2})^2}=2$
$\triangle PBC$에서 $\overline{PC}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+2^2}=\sqrt{6}$
$\triangle PCD$에서 $\overline{PD}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+(\sqrt{6})^2}=2\sqrt{2}$
$\triangle PDE$에서 $\overline{PE}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+(2\sqrt{2})^2}=\sqrt{10}$
$\triangle PEF$에서 $\overline{PF}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+(\sqrt{10})^2}=2\sqrt{3}$

03 $\triangle ABC\equiv\triangle DCE$이므로
$\overline{AC}=\overline{DE}=6$ cm, $\overline{CD}=\overline{BA}=2$ cm
이때 $\triangle BCE$는 직각이등변삼각형이고
$\overline{BC}=\sqrt{6^2+2^2}=2\sqrt{10}$(cm)이므로
$\triangle BCE=\frac{1}{2}\times2\sqrt{10}\times2\sqrt{10}=20(cm^2)$

04 $\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times\overline{AC}=8\sqrt{2}$이므로 $\overline{AC}=4$
$\overline{BC}=\sqrt{4^2+(4\sqrt{2})^2}=4\sqrt{3}$
$\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{BC}\times\overline{AH}$이므로
$4\sqrt{2}\times4=4\sqrt{3}\times\overline{AH} \quad \therefore \overline{AH}=\frac{4\sqrt{6}}{3}$

05 $\triangle OCD$에서 $\overline{CD}=\sqrt{(3\sqrt{2})^2+(\sqrt{7})^2}=5$(cm)
$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{BC}^2+\overline{AD}^2$이므로
$(2\sqrt{2})^2+5^2=(\sqrt{13})^2+\overline{AD}^2$
$\overline{AD}^2=20 \quad \therefore \overline{AD}=2\sqrt{5}$(cm) ($\because \overline{AD}>0$)

06 $6-4<x<6+4$에서 $2<x<10$
이때 $x>6$이므로 $6<x<10$ …… ㉠
$\triangle ABC$가 둔각삼각형이 되려면
$x^2>4^2+6^2$, $x^2>52 \quad \therefore x>2\sqrt{13}$ …… ㉡
㉠, ㉡에 의해 $2\sqrt{13}<x<10$

2. 피타고라스 정리의 활용

01 평면도형에의 활용 (1)

한번더 개념 확인 문제 17쪽

01 (1) $\sqrt{41}$ cm (2) $2\sqrt{5}$ cm (3) $4\sqrt{2}$ cm (4) $7\sqrt{2}$ cm
02 (1) 8 (2) $4\sqrt{2}$
03 (1) 높이 : $\sqrt{3}$ cm, 넓이 : $\sqrt{3}$ cm^2
(2) 높이 : $5\sqrt{3}$ cm, 넓이 : $25\sqrt{3}$ cm^2
04 (1) 5 cm (2) $\sqrt{11}$ cm (3) $5\sqrt{11}$ cm^2

02 (1) $x=\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{64}=8$
(2) $\sqrt{2}x=8 \quad \therefore x=\frac{8}{\sqrt{2}}=4\sqrt{2}$

03 (1) (높이)$=\frac{\sqrt{3}}{2}\times2=\sqrt{3}$(cm)
(넓이)$=\frac{\sqrt{3}}{4}\times2^2=\sqrt{3}(cm^2)$
(2) (높이)$=\frac{\sqrt{3}}{2}\times10=5\sqrt{3}$(cm)
(넓이)$=\frac{\sqrt{3}}{4}\times10^2=25\sqrt{3}(cm^2)$

04 (1) $\overline{BH}=\frac{1}{2}\times10=5$(cm)
(2) $\triangle ABH$에서 $\overline{AH}=\sqrt{6^2-5^2}=\sqrt{11}$(cm)
(3) $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times10\times\sqrt{11}=5\sqrt{11}(cm^2)$

한번더 개념 완성하기 18~19쪽

01 $3\sqrt{5}$ **02** 18 cm **03** $6\sqrt{2}$ cm **04** $\frac{48}{5}$ cm
05 $\frac{60}{13}$ cm **06** $9\sqrt{3}$ cm^2 **07** $12\sqrt{2}$ cm **08** $\frac{15}{2}$ cm
09 $9\sqrt{3}$ cm^2 **10** $96\sqrt{3}$ cm^2 **11** $4\sqrt{2}$ cm **12** 12 cm^2
13 12 cm

01 $\overline{BC}=\sqrt{(\sqrt{61})^2-4^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$

02 직사각형의 가로, 세로의 길이를 각각 $4x$, $3x$ $(x>0)$라 하면
$\sqrt{(4x)^2+(3x)^2}=30$에서
$25x^2=900$, $x^2=36 \quad \therefore x=6$ ($\because x>0$)
따라서 직사각형의 세로의 길이는 $3\times6=18$(cm)

03 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$\pi r^2=9\pi$, $r^2=9 \quad \therefore r=3$ ($\because r>0$)
□ABCD의 한 변의 길이는 $2r=2\times3=6$(cm)이므로
(대각선의 길이)$=\sqrt{2}\times6=6\sqrt{2}$(cm)

04 △ABD에서
$\overline{BD}=\sqrt{12^2+16^2}=20(cm)$
$\overline{AB}\times\overline{AD}=\overline{AH}\times\overline{BD}$이므로
$12\times16=\overline{AH}\times20$
$\therefore \overline{AH}=\frac{48}{5}(cm)$

05 △ABD에서
$\overline{BD}=\sqrt{5^2+12^2}=13(cm)$
$\overline{AB}\times\overline{AD}=\overline{AH}\times\overline{BD}$이므로
$12\times5=\overline{AH}\times13$
$\therefore \overline{AH}=\frac{60}{13}(cm)$

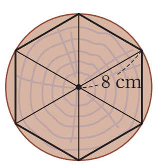
06 정삼각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면
$\frac{\sqrt{3}}{2}x=3\sqrt{3}\quad \therefore x=6$
∴ (정삼각형의 넓이)$=\frac{\sqrt{3}}{4}\times6^2=9\sqrt{3}(cm^2)$

07 정삼각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면
$\frac{\sqrt{3}}{4}\times x^2=8\sqrt{3},\ x^2=32$
$\therefore x=4\sqrt{2}\ (\because x>0)$
∴ (정삼각형의 둘레의 길이)$=3\times4\sqrt{2}=12\sqrt{2}(cm)$

08 △ABC에서 $\overline{AD}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times10=5\sqrt{3}(cm)$
∴ (△ADE의 높이)$=\frac{\sqrt{3}}{2}\times5\sqrt{3}=\frac{15}{2}(cm)$

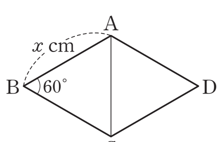
09 △ABC에서 $\overline{AD}$는 △ABC의 높이이므로
$\overline{AD}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times4\sqrt{3}=6(cm)$
$\therefore \triangle ADE=\frac{\sqrt{3}}{4}\times6^2=9\sqrt{3}(cm^2)$

10 오른쪽 그림과 같이 정육각형을 6개의 정삼각형으로 나누어 생각하면



(정육각형의 넓이)
$=6\times$(한 변의 길이가 8 cm인 정삼각형의 넓이)
$=6\times\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\times8^2\right)$
$=96\sqrt{3}(cm^2)$

11 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 긋고 $\overline{AB}=x$ cm라 하면



$2\times\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\times x^2\right)=16\sqrt{3}$
$\frac{\sqrt{3}}{2}x^2=16\sqrt{3},\ x^2=32$
$\therefore x=4\sqrt{2}\ (\because x>0)$
따라서 마름모 ABCD의 한 변의 길이는 $4\sqrt{2}$ cm이다.

12 △ABH에서 $\overline{BH}=\sqrt{5^2-4^2}=3(cm)$이므로
$\overline{BC}=2\times3=6(cm)$
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\times4=12(cm^2)$

13 $\overline{BH}=x$ cm라 하면
$\overline{CH}=(21-x)cm$
△ABH에서 $\overline{AH}^2=13^2-x^2$
△ACH에서 $\overline{AH}^2=20^2-(21-x)^2$
즉, $13^2-x^2=20^2-(21-x)^2$에서
$42x=210\quad\therefore x=5$
△ABH에서
$\overline{AH}=\sqrt{13^2-5^2}=12(cm)$

02 평면도형에의 활용 (2)

한번더 개념 확인 문제 20쪽

01 (1) $x=8,\ y=8\sqrt{2}$
(2) $x=8\sqrt{2},\ y=8\sqrt{2}$
02 (1) $x=20,\ y=10\sqrt{3}$
(2) $x=3,\ y=3\sqrt{3}$
03 (1) $\sqrt{34}$ (2) $\sqrt{41}$ (3) $\sqrt{29}$ (4) $2\sqrt{13}$
04 (1) $\sqrt{34}$ (2) $\sqrt{34}$ (3) $2\sqrt{2}$ (4) 이등변삼각형

01 (1) $x:8=1:1$이므로 $x=8$
$y:8=\sqrt{2}:1$이므로 $y=8\sqrt{2}$
(2) $16:x=\sqrt{2}:1$이므로
$\sqrt{2}x=16\quad\therefore x=8\sqrt{2}$
$16:y=\sqrt{2}:1$이므로
$\sqrt{2}y=16\quad\therefore y=8\sqrt{2}$

02 (1) $x:10=2:1$이므로 $x=20$
$y:10=\sqrt{3}:1$이므로 $y=10\sqrt{3}$
(2) $6:x=2:1$이므로
$2x=6\quad\therefore x=3$
$6:y=2:\sqrt{3}$이므로
$2y=6\sqrt{3}\quad\therefore y=3\sqrt{3}$

03 (1) $\overline{OA}=\sqrt{(3-0)^2+(5-0)^2}=\sqrt{34}$
(2) $\overline{AB}=\sqrt{(0-4)^2+(-1-4)^2}=\sqrt{41}$
(3) $\overline{AB}=\sqrt{(-2-0)^2+\{4-(-1)\}^2}=\sqrt{29}$
(4) $\overline{AB}=\sqrt{(4-0)^2+(0-6)^2}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$

04 (1) $\overline{AB}=\sqrt{\{3-(-2)\}^2+(-2-1)^2}=\sqrt{34}$
(2) $\overline{BC}=\sqrt{(3-0)^2+(-2-3)^2}=\sqrt{34}$
(3) $\overline{CA}=\sqrt{(-2-0)^2+(1-3)^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$
(4) $\overline{AB}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이다.

한번더 **개념 완성하기** 21쪽

01 $\sqrt{6}$ cm **02** 3 **03** 2 **04** 2
05 ④ **06** ④

01 $\triangle$ABC에서 $\overline{AB}:\overline{BC}=1:\sqrt{3}$이므로
$2:\overline{BC}=1:\sqrt{3}$ $\quad\therefore \overline{BC}=2\sqrt{3}$(cm)
$\triangle$DBC에서 $\overline{BC}:\overline{CD}=\sqrt{2}:1$이므로
$2\sqrt{3}:\overline{CD}=\sqrt{2}:1$
$\sqrt{2}\,\overline{CD}=2\sqrt{3}$ $\quad\therefore \overline{CD}=\sqrt{6}$(cm)

02 $\triangle$ABC에서 $\overline{AB}:\overline{AC}=\sqrt{2}:1$이므로
$3\sqrt{6}:\overline{AC}=\sqrt{2}:1$
$\sqrt{2}\,\overline{AC}=3\sqrt{6}$ $\quad\therefore \overline{AC}=3\sqrt{3}$
$\triangle$ACD에서 $\overline{AC}:\overline{AD}=\sqrt{3}:1$이므로
$3\sqrt{3}:\overline{AD}=\sqrt{3}:1$
$\sqrt{3}\,\overline{AD}=3\sqrt{3}$ $\quad\therefore \overline{AD}=3$

03 $\overline{AB}=\sqrt{(x-1)^2+(4-2)^2}=\sqrt{5}$이므로
$x^2-2x+1+4=5$
$x^2-2x=0,\ x(x-2)=0$
$\therefore x=0$ 또는 $x=2$
그런데 점 B는 제1사분면 위의 점이므로 $x>0$
$\therefore x=2$

04 $\overline{PQ}=\sqrt{\{a-(-2)\}^2+(-1-5)^2}=2\sqrt{13}$이므로
$(a+2)^2+36=52$
$a^2+4a-12=0,\ (a+6)(a-2)=0$
$\therefore a=-6$ 또는 $a=2$
그런데 점 Q가 제4사분면 위의 점이므로 $a>0$
$\therefore a=2$

05 $\overline{AB}=\sqrt{\{3-(-4)\}^2+(3-0)^2}=\sqrt{58}$
$\overline{BC}=\sqrt{\{6-(-4)\}^2+(-4-0)^2}=\sqrt{116}=2\sqrt{29}$
$\overline{CA}=\sqrt{(6-3)^2+(-4-3)^2}=\sqrt{58}$
$\overline{AB}=\overline{CA}$이고 $\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{CA}^2$이므로
$\triangle$ABC는 $\angle A=90^\circ$인 직각이등변삼각형이다.

06 $\overline{OB}=\sqrt{(2-0)^2+(1-0)^2}=\sqrt{5}$
$\overline{BC}=\sqrt{\{2-(-2)\}^2+(1-4)^2}=\sqrt{25}=5$
$\overline{OC}=\sqrt{\{0-(-2)\}^2+(0-4)^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$
$\overline{BC}^2=\overline{OB}^2+\overline{OC}^2$이므로
$\triangle$OBC는 $\angle O=90^\circ$인 직각삼각형이다.

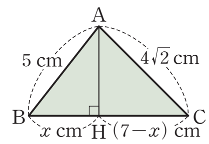
한번더 **실력 확인하기** 22쪽

01 $3\sqrt{2}$ **02** $4\sqrt{3}$ cm **03** 14 cm^2
04 $32\sqrt{3}$ cm^2 **05** 2 **06** $2\sqrt{61}$ cm

01 정사각형의 한 변의 길이를 x라 하면
$\sqrt{2}x=6$이므로 $x=3\sqrt{2}$

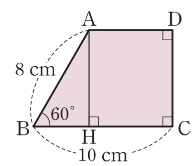
02 정삼각형 ABC의 한 변의 길이를 x cm라 하면
$\overline{AD}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}x$ cm
$\triangle ADE=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}x\right)^2=9\sqrt{3}$이므로
$x^2=48$ $\quad\therefore x=4\sqrt{3}\ (\because x>0)$
따라서 정삼각형의 한 변의 길이는 $4\sqrt{3}$ cm이다.

03 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{BH}=x$ cm라 하면



$\triangle$ABH에서
$\overline{AH}^2=5^2-x^2$
$\triangle$ACH에서
$\overline{AH}^2=(4\sqrt{2})^2-(7-x)^2$
즉, $5^2-x^2=(4\sqrt{2})^2-(7-x)^2$에서
$14x=42$ $\quad\therefore x=3$
$\triangle$ABH에서
$\overline{AH}=\sqrt{5^2-3^2}=4$(cm)
$\therefore \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times7\times4=14$(cm^2)

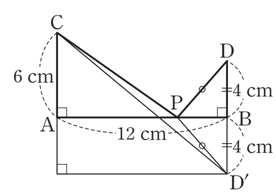
04 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle$ABH에서
$8:\overline{BH}=2:1,\ 2\overline{BH}=8$
$\therefore \overline{BH}=4$(cm)
$8:\overline{AH}=2:\sqrt{3},\ 2\overline{AH}=8\sqrt{3}$
$\therefore \overline{AH}=4\sqrt{3}$(cm)
또, $\overline{AD}=10-4=6$(cm)이므로
$\square ABCD=\dfrac{1}{2}\times(6+10)\times4\sqrt{3}$
$=32\sqrt{3}$(cm^2)

05 $\overline{AB}=\sqrt{(a-6)^2+\{3-(2a+1)\}^2}=2\sqrt{5}$이므로
$(a-6)^2+(2-2a)^2=20$
$5a^2-20a+20=0$
$a^2-4a+4=0$
$(a-2)^2=0$
$\therefore a=2$

06 오른쪽 그림과 같이 점 D를 $\overline{AB}$를 대칭축으로 하여 대칭이동한 점을 D′이라 하면 $\overline{CD'}$의 길이가 $\overline{CP}+\overline{PD}$의 최솟값이다.



$\therefore \overline{CD'}=\sqrt{12^2+(6+4)^2}$
$=\sqrt{244}$
$=2\sqrt{61}$(cm)

03 입체도형에의 활용 (1)

한번더 개념 확인 문제 23쪽

01 (1) $3\sqrt{10}$ cm (2) $5\sqrt{2}$ cm (3) $4\sqrt{3}$ cm
02 (1) $3\sqrt{6}$ cm (2) $2\sqrt{6}$ cm (3) $4\sqrt{3}$ cm
03 (1) $4\sqrt{2}$ cm (2) $2\sqrt{2}$ cm (3) $2\sqrt{7}$ cm (4) $\frac{32\sqrt{7}}{3}$ cm^3

01 (1) $\sqrt{4^2+5^2+7^2}=\sqrt{90}=3\sqrt{10}(\text{cm})$
(2) $\sqrt{(\sqrt{5})^2+3^2+6^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}(\text{cm})$
(3) $\sqrt{4^2+4^2+4^2}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

02 (1) $\overline{\text{DM}}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times6\sqrt{2}=3\sqrt{6}(\text{cm})$
(2) $\overline{\text{DH}}=\frac{2}{3}\overline{\text{DM}}=\frac{2}{3}\times3\sqrt{6}$
$=2\sqrt{6}(\text{cm})$
(3) $\overline{\text{AH}}=\sqrt{(6\sqrt{2})^2-(2\sqrt{6})^2}$
$=\sqrt{48}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

03 (1) $\overline{\text{AC}}=\sqrt{2}\times4=4\sqrt{2}(\text{cm})$
(2) $\overline{\text{CH}}=\frac{1}{2}\overline{\text{AC}}=\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}$
$=2\sqrt{2}(\text{cm})$
(3) $\overline{\text{OH}}=\sqrt{6^2-(2\sqrt{2})^2}=2\sqrt{7}(\text{cm})$
(4) (부피)$=\frac{1}{3}\times4^2\times2\sqrt{7}=\frac{32\sqrt{7}}{3}(\text{cm}^3)$

한번더 개념 완성하기 24~25쪽

01 4 cm **02** 5 **03** $24\sqrt{3}$ cm^3 **04** $4\sqrt{3}$ cm
05 $2\sqrt{5}$ cm **06** $2\sqrt{6}$ cm **07** $18\sqrt{2}$ cm^2 **08** $48\sqrt{2}$ cm^2
09 $9\sqrt{3}$ cm^2 **10** 6 cm **11** $50\sqrt{3}$ cm^2 **12** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ cm

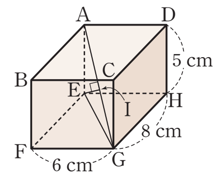
01 $\overline{\text{FG}}=x$ cm라 하면
$\sqrt{x^2+2^2+1^2}=\sqrt{21}$이므로
$x^2+4+1=21$
$x^2=16$ $\therefore x=4\ (\because x>0)$
$\therefore \overline{\text{FG}}=4$ cm

02 $\sqrt{8^2+3^2+x^2}=7\sqrt{2}$이므로
$64+9+x^2=98$
$x^2=25$ $\therefore x=5\ (\because x>0)$

03 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm라 하면
$\sqrt{3}a=6$이므로 $a=2\sqrt{3}$
$\therefore$ (정육면체의 부피)$=(2\sqrt{3})^3=24\sqrt{3}(\text{cm}^3)$

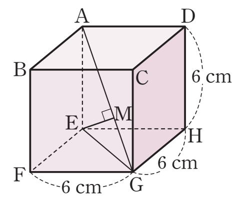
04 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm라 하면
$6a^2=96$이므로 $a^2=16$
$\therefore a=4\ (\because a>0)$
$\therefore$ (대각선의 길이)$=\sqrt{3}\times4=4\sqrt{3}(\text{cm})$

05 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\text{EG}}$를 그으면



$\overline{\text{EG}}=\sqrt{6^2+8^2}=10(\text{cm})$
$\overline{\text{AG}}=\sqrt{6^2+8^2+5^2}=5\sqrt{5}(\text{cm})$
$\overline{\text{AE}}\times\overline{\text{EG}}=\overline{\text{AG}}\times\overline{\text{EI}}$이므로
$5\times10=5\sqrt{5}\times\overline{\text{EI}}$
$\therefore \overline{\text{EI}}=2\sqrt{5}(\text{cm})$

06 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\text{EG}}$를 그으면



$\overline{\text{EG}}=6\sqrt{2}$ cm, $\overline{\text{AG}}=6\sqrt{3}$ cm
$\overline{\text{AE}}\times\overline{\text{EG}}=\overline{\text{AG}}\times\overline{\text{EM}}$이므로
$6\times6\sqrt{2}=6\sqrt{3}\times\overline{\text{EM}}$
$\therefore \overline{\text{EM}}=2\sqrt{6}(\text{cm})$

07 $\overline{\text{DM}}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times6\sqrt{3}=9(\text{cm})$이므로
$\overline{\text{DH}}=\frac{2}{3}\overline{\text{DM}}=\frac{2}{3}\times9=6(\text{cm})$
$\overline{\text{AH}}=\sqrt{(6\sqrt{3})^2-6^2}=\sqrt{72}=6\sqrt{2}(\text{cm})$
$\therefore \triangle\text{ADH}=\frac{1}{2}\times6\times6\sqrt{2}=18\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

08 $\overline{\text{AM}}=\overline{\text{DM}}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times24=12\sqrt{3}(\text{cm})$이므로
$\overline{\text{MH}}=\frac{1}{3}\overline{\text{DM}}=\frac{1}{3}\times12\sqrt{3}$
$=4\sqrt{3}(\text{cm})$
$\overline{\text{AH}}=\sqrt{(12\sqrt{3})^2-(4\sqrt{3})^2}$
$=\sqrt{384}=8\sqrt{6}(\text{cm})$
$\therefore \triangle\text{AMH}=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times8\sqrt{6}=48\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

09 $\overline{\text{AC}}=\sqrt{2}\times3\sqrt{2}=6(\text{cm})$이므로
$\overline{\text{CH}}=\frac{1}{2}\overline{\text{AC}}=\frac{1}{2}\times6=3(\text{cm})$
$\triangle$OCH에서
$\overline{\text{OH}}=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}(\text{cm})$
$\therefore \triangle\text{OAC}=\frac{1}{2}\times6\times3\sqrt{3}=9\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

10 $\overline{\text{AC}}=\sqrt{2}\times6\sqrt{2}=12(\text{cm})$이므로
$\overline{\text{CH}}=\frac{1}{2}\times12=6(\text{cm})$
$\triangle$OHC에서
$\overline{\text{OH}}=\sqrt{(6\sqrt{2})^2-6^2}=\sqrt{36}=6(\text{cm})$

11 $\triangle$AFC는 한 변의 길이가 $10\sqrt{2}$ cm인 정삼각형이므로
$\triangle\text{AFC}=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(10\sqrt{2})^2=50\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

12 $\triangle$AFC는 한 변의 길이가 $4\sqrt{2}$ cm인 정삼각형이므로

$\triangle AFC=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times(4\sqrt{2})^2=8\sqrt{3}(cm^2)$

(삼각뿔 B−AFC의 부피)=(삼각뿔 A−BFC의 부피)이므로

$\dfrac{1}{3}\times8\sqrt{3}\times\overline{BI}=\dfrac{1}{3}\times\left(\dfrac{1}{2}\times4\times4\right)\times4$

$\therefore \overline{BI}=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}(cm)$

04 입체도형에의 활용 (2)

한번더 개념 완성하기 26쪽

01 $\dfrac{125\sqrt{3}}{3}\pi$ cm^3	02 $4\sqrt{10}$ cm
03 $36\sqrt{5}\pi$ cm^3	04 $4\sqrt{15}$ cm
05 $3\sqrt{29}$ cm	06 $\sqrt{145}$

01 $\overline{AC}=\sqrt{10^2-5^2}=\sqrt{75}=5\sqrt{3}(cm)$

직선 l을 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형은 원뿔이므로

(원뿔의 부피)$=\dfrac{1}{3}\times\pi\times5^2\times5\sqrt{3}$

$=\dfrac{125\sqrt{3}}{3}\pi(cm^3)$

02 (높이)$=\sqrt{13^2-3^2}=4\sqrt{10}(cm)$

03 밑면인 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi\times9\times\dfrac{240}{360}=2\pi r \qquad \therefore r=6$

(원뿔의 높이)$=\sqrt{9^2-6^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}(cm)$

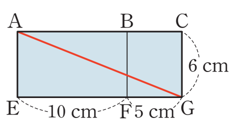
$\therefore$ (원뿔의 부피)$=\dfrac{1}{3}\times\pi\times6^2\times3\sqrt{5}=36\sqrt{5}\pi(cm^3)$

04 밑면인 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi\times16\times\dfrac{90}{360}=2\pi r \qquad \therefore r=4$

$\therefore$ (원뿔의 높이)$=\sqrt{16^2-4^2}=\sqrt{240}=4\sqrt{15}(cm)$

05 선이 지나는 부분의 전개도는 오른쪽 그림과 같다.

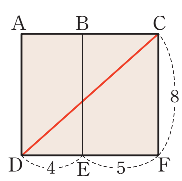


$\therefore$ (최단 거리)$=\overline{AG}$

$=\sqrt{(10+5)^2+6^2}$

$=\sqrt{261}=3\sqrt{29}(cm)$

06 선이 지나는 부분의 전개도는 오른쪽 그림과 같다.



$\therefore$ (최단 거리)$=\overline{CD}$

$=\sqrt{(4+5)^2+8^2}$

$=\sqrt{145}$

한번더 실력 확인하기 27쪽

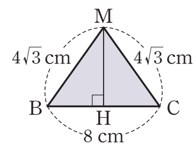
01 $12\sqrt{3}$ cm	02 $16\sqrt{2}$ cm^2	03 $\sqrt{10}$ cm
04 200π cm^3	05 $120°$	06 $4\sqrt{10}\pi$ cm

01 $\overline{BD}=\overline{FH}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+6^2}=4\sqrt{3}(cm)$

$\therefore$ (□BFHD의 둘레의 길이)$=2(4\sqrt{3}+2\sqrt{3})$

$=12\sqrt{3}(cm)$

02 $\overline{BM}=\overline{CM}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times8=4\sqrt{3}(cm)$



오른쪽 그림과 같이 점 M에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle$MBH에서

$\overline{MH}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2-4^2}=\sqrt{32}$

$=4\sqrt{2}(cm)$

$\therefore \triangle MBC=\dfrac{1}{2}\times8\times4\sqrt{2}$

$=16\sqrt{2}(cm^2)$

03 $\triangle$BCD에서

$\overline{BD}=\sqrt{2}\times2\sqrt{2}=4(cm)$이므로

$\overline{BH}=\dfrac{1}{2}\overline{BD}=\dfrac{1}{2}\times4=2(cm)$

$\triangle$OBH에서

$\overline{OB}=\sqrt{2^2+(\sqrt{6})^2}=\sqrt{10}(cm)$

따라서 정사각뿔의 옆면의 한 모서리의 길이는 $\sqrt{10}$ cm이다.

04 $\overline{AO}=\overline{BO}=8$ cm이므로

$\overline{OH}=10-8=2(cm)$

$\triangle$OBH에서

$\overline{BH}=\sqrt{8^2-2^2}=2\sqrt{15}(cm)$

$\therefore$ (원뿔의 부피)$=\dfrac{1}{3}\times\pi\times(2\sqrt{15})^2\times10$

$=200\pi(cm^3)$

05 원뿔의 모선의 길이는

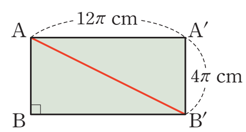
$\sqrt{2^2+(4\sqrt{2})^2}=\sqrt{36}=6(cm)$

옆면인 부채꼴의 중심각의 크기를 $\angle x$라 하면

$2\pi\times6\times\dfrac{x}{360}=2\pi\times2$

$\therefore \angle x=120°$

06 선이 지나는 부분의 전개도는 오른쪽 그림과 같다.



$\overline{AA'}=2\pi\times6=12\pi(cm)$

$\overline{A'B'}=4\pi(cm)$이므로

(최단 거리)$=\overline{AB'}$

$=\sqrt{(12\pi)^2+(4\pi)^2}$

$=\sqrt{160}\pi$

$=4\sqrt{10}\pi(cm)$

Ⅲ 삼각비

1. 삼각비

01 삼각비

한번더 개념 확인 문제 28쪽

01 (1) $\frac{3\sqrt{13}}{13}$ (2) $\frac{2\sqrt{13}}{13}$ (3) $\frac{2\sqrt{13}}{13}$ (4) $\frac{3\sqrt{13}}{13}$
(5) $\frac{3}{2}$ (6) $\frac{2}{3}$

02 (1) $2\sqrt{6}$ (2) $\sin A=\frac{2\sqrt{6}}{7}$, $\cos A=\frac{5}{7}$, $\tan A=\frac{2\sqrt{6}}{5}$
(3) $\sin C=\frac{5}{7}$, $\cos C=\frac{2\sqrt{6}}{7}$, $\tan C=\frac{5\sqrt{6}}{12}$

03 (1) $\sqrt{3}$ (2) 0 (3) $\frac{1}{2}$ (4) $-\frac{1}{6}$

04 (1) 14 (2) $8\sqrt{2}$

02 (1) $\overline{BC}=\sqrt{7^2-5^2}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$
(2) $\sin A=\frac{2\sqrt{6}}{7}$, $\cos A=\frac{5}{7}$, $\tan A=\frac{2\sqrt{6}}{5}$
(3) $\sin C=\frac{5}{7}$, $\cos C=\frac{2\sqrt{6}}{7}$, $\tan C=\frac{5}{2\sqrt{6}}=\frac{5\sqrt{6}}{12}$

03 (1) $\sin 60^\circ+\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$
(2) $\cos 45^\circ-\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}=0$
(3) $\cos 60^\circ\times\tan 45^\circ=\frac{1}{2}\times1=\frac{1}{2}$
(4) $\tan 30^\circ\div\tan 60^\circ-\sin 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}\div\sqrt{3}-\frac{1}{2}$
$=\frac{1}{3}-\frac{1}{2}=-\frac{1}{6}$

04 (1) $\sin B=\frac{\overline{AC}}{18}=\frac{7}{9}$이므로 $\overline{AC}=14$
(2) $\overline{BC}=\sqrt{18^2-14^2}=\sqrt{128}=8\sqrt{2}$

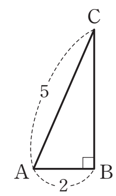
한번더 개념 완성하기 29~30쪽

01 $6\sqrt{7}\text{ cm}^2$ **02** $\frac{3\sqrt{13}}{13}$ **03** $\frac{21}{10}$ **04** $\frac{3}{10}$
05 $\frac{\sqrt{5}}{3}$ **06** $\frac{4}{5}$ **07** $\frac{31}{25}$ **08** $\frac{17}{13}$
09 $2\sqrt{3}\text{ cm}$ **10** $x=\frac{8}{3}$, $y=\frac{8\sqrt{3}}{3}$ **11** $-\frac{\sqrt{3}}{3}$
12 $\frac{1}{2}$

01 $\sin A=\frac{\overline{BC}}{8}=\frac{\sqrt{7}}{4}$이므로 $\overline{BC}=2\sqrt{7}(\text{cm})$
$\overline{AC}=\sqrt{8^2-(2\sqrt{7})^2}=\sqrt{36}=6(\text{cm})$
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times2\sqrt{7}\times6=6\sqrt{7}(\text{cm}^2)$

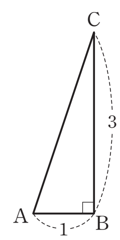
02 $\tan A=\frac{8}{\overline{AC}}=\frac{2}{3}$이므로 $\overline{AC}=12(\text{cm})$
$\overline{AB}=\sqrt{8^2+12^2}=\sqrt{208}=4\sqrt{13}(\text{cm})$
$\therefore \cos A=\frac{12}{4\sqrt{13}}=\frac{3\sqrt{13}}{13}$

03 $\cos A=\frac{2}{5}$이므로 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC를 그릴 수 있다.



$\overline{BC}=\sqrt{5^2-2^2}=\sqrt{21}$이므로
$\sin A=\frac{\sqrt{21}}{5}$, $\tan A=\frac{\sqrt{21}}{2}$
$\therefore \sin A\times\tan A=\frac{\sqrt{21}}{5}\times\frac{\sqrt{21}}{2}=\frac{21}{10}$

04 $\tan A=3$이므로 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC를 그릴 수 있다.



$\overline{AC}=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$이므로
$\sin A=\frac{3}{\sqrt{10}}=\frac{3\sqrt{10}}{10}$, $\cos A=\frac{1}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{10}$
$\therefore \sin A\times\cos A=\frac{3\sqrt{10}}{10}\times\frac{\sqrt{10}}{10}=\frac{3}{10}$

05 $\triangle DEC\backsim\triangle ABC$(AA 닮음)이므로 $\angle x=\angle A$
$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\sqrt{9^2-6^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$이므로
$\cos x=\cos A=\frac{3\sqrt{5}}{9}=\frac{\sqrt{5}}{3}$

06 $\triangle ABC\backsim\triangle EBD$(AA 닮음)이므로 $\angle x=\angle BDE$
$\triangle DBE$에서 $\overline{BE}=\sqrt{5^2-3^2}=\sqrt{16}=4$이므로
$\sin x=\frac{4}{5}$

07 $\triangle DBA\backsim\triangle ABC$(AA 닮음)이므로 $\angle x=\angle C$
$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{24^2+7^2}=25$
$\therefore \sin x=\sin C=\frac{24}{25}$, $\cos x=\cos C=\frac{7}{25}$
$\therefore \sin x+\cos x=\frac{24}{25}+\frac{7}{25}=\frac{31}{25}$

08 $\triangle ACD\backsim\triangle CBD\backsim\triangle ABC$(AA 닮음)이므로
$\angle x=\angle B$, $\angle y=\angle A$
$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{13^2-5^2}=12(\text{cm})$
$\therefore \cos x=\cos B=\frac{12}{13}$, $\cos y=\cos A=\frac{5}{13}$
$\therefore \cos x+\cos y=\frac{12}{13}+\frac{5}{13}=\frac{17}{13}$

09 $\triangle ABC$에서 $\tan 60^\circ=\frac{\overline{BC}}{\sqrt{2}}=\sqrt{3}$이므로
$\overline{BC}=\sqrt{6}(\text{cm})$

$\triangle$DBC에서 $\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{6}}{\overline{BD}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$이므로

$\overline{BD}=2\sqrt{3}$(cm)

10 $\triangle$CHB에서 $\tan 30^\circ=\frac{y}{8}=\frac{\sqrt{3}}{3}$이므로 $y=\frac{8\sqrt{3}}{3}$

$\triangle$CAH에서 $\tan 60^\circ=\frac{y}{x}=\sqrt{3}$이므로 $x=\frac{y}{\sqrt{3}}$

$\therefore x=\frac{8\sqrt{3}}{3}\times\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{8}{3}$

11 $\cos 60^\circ\times\tan 30^\circ-\tan 45^\circ\times\sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{3}-1\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{6}-\frac{\sqrt{3}}{2}=-\frac{\sqrt{3}}{3}$

12 $\cos 30^\circ\times\tan 30^\circ+\sin 30^\circ\times\tan 45^\circ-\sin 45^\circ\times\cos 45^\circ$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{3}+\frac{1}{2}\times 1-\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

02 예각의 삼각비

한번더 개념 확인 문제 31쪽

01 (1) 0.8387 (2) 0.5446 (3) 1.5399
02 (1) 2 (2) 0 (3) 5 (4) 0
03 (1) 0.6018 (2) 0.7880 (3) 0.7265
04 (1) 15° (2) 13° (3) 14°

02 (1) $\cos 0^\circ+\sin 90^\circ-\tan 0^\circ=1+1-0=2$

(2) $\cos 90^\circ\times\sin 0^\circ-\tan 0^\circ\div\cos 0^\circ=0\times 0-0\div 1=0$

(3) $2\sin 90^\circ-\cos 90^\circ+3\tan 45^\circ=2\times 1-0+3\times 1=5$

(4) $\sin 0^\circ\times\cos 30^\circ+\sin 60^\circ\times\cos 90^\circ$

$=0\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\times 0=0$

한번더 개념 완성하기 32쪽

01 ⑤ **02** 2.19 **03** ⑤
04 $\tan x$, $\sin x$, $\cos x$ **05** 49° **06** ①

01 ⑤ $\sin z=\sin y=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}$

02 $\tan 54^\circ=\frac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\frac{\overline{CD}}{1}=\overline{CD}=1.38$

$\angle$OAB$=36^\circ$이므로 $\cos 36^\circ=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}=0.81$

$\therefore \tan 54^\circ+\cos 36^\circ=1.38+0.81=2.19$

03 주어진 삼각비의 값을 각각 구해 보면

① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ 1 ④ 0 ⑤ $\frac{1}{2}$

이때 $0<\frac{1}{2}<\frac{\sqrt{3}}{3}<\frac{\sqrt{2}}{2}<1$이므로 두 번째로 작은 것은

⑤ $\cos 60^\circ$이다.

04 $45^\circ<x<90^\circ$일 때 $\cos x<\sin x<1$이고, $\tan x>1$이므로

$\tan x>\sin x>\cos x$

05 $\sin x=0.4226$이므로 $\angle x=25^\circ$

$\cos y=0.9135$이므로 $\angle y=24^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=25^\circ+24^\circ=49^\circ$

06 $\cos A=\frac{73}{100}=0.73$이고, $\cos 43^\circ=0.7314$이므로

$\angle$A의 크기는 약 43°이다.

한번더 실력 확인하기 33쪽

01 $\frac{12}{13}$ **02** $\frac{5}{6}$ **03** $2\sqrt{6}$ cm **04** $\frac{4}{5}$
05 9 **06** $x=6$, $y=3\sqrt{6}$ **07** ②, ③

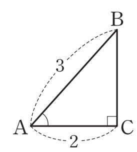
01 $\overline{BC}=\sqrt{13^2-12^2}=\sqrt{25}=5$이므로

$\cos B=\frac{5}{13}$, $\tan B=\frac{12}{5}$

$\therefore \cos B\times\tan B=\frac{5}{13}\times\frac{12}{5}=\frac{12}{13}$

02 $3\cos A-2=0$에서 $\cos A=\frac{2}{3}$이므로 오른쪽

그림과 같은 직각삼각형 ABC를 그릴 수 있다.



$\overline{BC}=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$이므로

$\sin A=\frac{\sqrt{5}}{3}$, $\tan A=\frac{\sqrt{5}}{2}$

$\therefore \sin A\times\tan A=\frac{\sqrt{5}}{3}\times\frac{\sqrt{5}}{2}=\frac{5}{6}$

03 $\triangle$ABC$\backsim\triangle$DAC(AA 닮음)이므로 $\angle x=\angle$B

$\triangle$ABC에서 $\tan x=\tan B=\frac{\overline{AC}}{2}=\sqrt{5}$이므로

$\overline{AC}=2\sqrt{5}$(cm)

$\therefore \overline{BC}=\sqrt{2^2+(2\sqrt{5})^2}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$(cm)

04 $4x-3y+24=0$에 $y=0$을 대입하면

$4x+24=0$ $\therefore x=-6$ ➡ A$(-6, 0)$

또, $x=0$을 대입하면

$-3y+24=0$ $\therefore y=8$ ➡ B$(0, 8)$

$\triangle$AOB에서 $\overline{OA}=6$, $\overline{OB}=8$이므로

$\overline{AB}=\sqrt{\overline{OA}^2+\overline{OB}^2}=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}=10$

$\cos a=\frac{\overline{OA}}{\overline{AB}}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$, $\tan a=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}$

$\therefore \cos a \times \tan a = \frac{3}{5} \times \frac{4}{3} = \frac{4}{5}$

05 이차방정식의 한 근이 $\sin 30° = \frac{1}{2}$이므로

$x = \frac{1}{2}$을 $2x^2 + ax - 5 = 0$에 대입하면

$2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}a - 5 = 0,\ \frac{1}{2}a = \frac{9}{2} \qquad \therefore a = 9$

06 △ABC에서 $\cos 60° = \frac{x}{12} = \frac{1}{2}$이므로 $x = 6$

$\sin 60° = \frac{\overline{AC}}{12} = \frac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $\overline{AC} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$

△ACD에서 $\sin 45° = \frac{y}{6\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$이므로 $y = 3\sqrt{6}$

07 ㄱ. $\sin x = \overline{BC}$　　ㄴ. $\sin y = \overline{AC}$

ㄷ. $\cos x = \overline{AC}$　　ㄹ. $\cos y = \overline{BC}$

ㅁ. $\tan x = \overline{DE}$　　ㅂ. $\tan y = \frac{1}{\overline{DE}}$

따라서 삼각비의 값이 같은 것은 ㄱ과 ㄹ, ㄴ과 ㄷ이다.

2. 삼각비의 활용

01 삼각비와 변의 길이

한번더 개념 확인 문제 34쪽

01 (1) 6.4 cm　(2) 7.7 cm

02 (1) $4\sqrt{3}$ cm　(2) 4 cm　(3) 8 cm　(4) $4\sqrt{7}$ cm

03 (1) 6 cm　(2) $4\sqrt{3}$ cm

04 (1) $\overline{BH} = h,\ \overline{CH} = \frac{\sqrt{3}}{3}h$　(2) $5(3-\sqrt{3})$

01 (1) $\overline{AC} = 10 \sin 40° = 10 \times 0.64 = 6.4(\text{cm})$

(2) $\overline{BC} = 10 \cos 40° = 10 \times 0.77 = 7.7(\text{cm})$

02 (1) $\overline{AH} = 8 \sin 60° = 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$

(2) $\overline{BH} = 8 \cos 60° = 8 \times \frac{1}{2} = 4(\text{cm})$

(3) $\overline{CH} = \overline{BC} - \overline{BH} = 12 - 4 = 8(\text{cm})$

(4) △AHC에서

$\overline{AC} = \sqrt{\overline{AH}^2 + \overline{CH}^2} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 8^2}$

$= \sqrt{112} = 4\sqrt{7}(\text{cm})$

03 (1) $\overline{CH} = 6\sqrt{2} \sin 45° = 6\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 6(\text{cm})$

(2) $\angle A = 180° - (45° + 75°) = 60°$이므로

$\overline{AC} = \frac{6}{\sin 60°} = 6 \div \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$

04 (1) $\angle BAH = 90° - 45° = 45°$이므로

$\overline{BH} = h \tan 45° = h \times 1 = h$

$\angle CAH = 90° - 60° = 30°$이므로

$\overline{CH} = h \tan 30° = h \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}h$

(2) $\overline{BC} = \overline{BH} + \overline{CH}$이므로

$h + \frac{\sqrt{3}}{3}h = 10,\ \frac{3+\sqrt{3}}{3}h = 10$

$\therefore h = 10 \times \frac{3}{3+\sqrt{3}} = 5(3-\sqrt{3})$

한번더 개념 완성하기 35쪽

01 ④　**02** $10\sqrt{3}$ m　**03** 100 m　**04** $\frac{100\sqrt{6}}{3}$ m

05 ③　**06** $50\sqrt{3}$ m

01 $\sin 23° = \frac{h}{500}$이므로 $h = 500 \sin 23°$

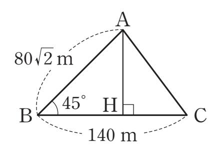
02 (나무의 윗부분) $= \overline{AB} = \frac{10}{\cos 30°} = 10 \div \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{20\sqrt{3}}{3}(\text{m})$

(나무의 아랫부분) $= \overline{AC} = 10 \tan 30° = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{3}$

$= \frac{10\sqrt{3}}{3}(\text{m})$

$\therefore$ (나무의 높이) $= \overline{AB} + \overline{AC} = \frac{20\sqrt{3}}{3} + \frac{10\sqrt{3}}{3} = 10\sqrt{3}(\text{m})$

03 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 △ABH에서



$\overline{AH} = 80\sqrt{2} \sin 45° = 80\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$

$= 80(\text{m})$

$\overline{BH} = 80\sqrt{2} \cos 45° = 80\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 80(\text{m})$

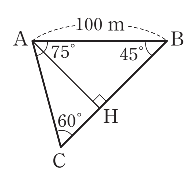
$\therefore \overline{CH} = \overline{BC} - \overline{BH} = 140 - 80 = 60(\text{m})$

따라서 △AHC에서

$\overline{AC} = \sqrt{\overline{AH}^2 + \overline{CH}^2} = \sqrt{80^2 + 60^2}$

$= \sqrt{10000} = 100(\text{m})$

04 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 △AHB에서



$\overline{AH} = 100 \sin 45° = 100 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$

$= 50\sqrt{2}(\text{m})$

또한, $\angle C = 180° - (75° + 45°) = 60°$이므로

△ACH에서

$\overline{AC} = \frac{50\sqrt{2}}{\sin 60°} = 50\sqrt{2} \div \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{100\sqrt{6}}{3}(\text{m})$

05 △ABH에서 ∠BAH$=40^\circ$이므로 $\overline{BH}=h\tan 40^\circ$
△AHC에서 ∠CAH$=20^\circ$이므로 $\overline{CH}=h\tan 20^\circ$
이때 $\overline{BH}+\overline{CH}=\overline{BC}$이므로 $h\tan 40^\circ+h\tan 20^\circ=5$
$\therefore h(\tan 40^\circ+\tan 20^\circ)=5$

06 $\overline{BH}=h$ m라 하면 △BAH에서 ∠ABH$=60^\circ$이므로
$\overline{AH}=h\tan 60^\circ=h\times\sqrt{3}=\sqrt{3}h$
△BCH에서 ∠CBH$=30^\circ$이므로
$\overline{CH}=h\tan 30^\circ=h\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h$
$\overline{AC}=\overline{AH}-\overline{CH}$이므로 $\sqrt{3}h-\dfrac{\sqrt{3}}{3}h=100$
$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}h=100 \qquad \therefore h=100\times\dfrac{3}{2\sqrt{3}}=50\sqrt{3}$
따라서 건물의 높이는 $50\sqrt{3}$ m이다.
[다른 풀이]
∠ABC$=$∠BCH$-$∠BAC$=60^\circ-30^\circ=30^\circ$이므로
△ABC는 이등변삼각형이다.
따라서 $\overline{BC}=\overline{AC}=100$ m이므로
$\overline{BH}=100\sin 60^\circ=100\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=50\sqrt{3}$(m)

02 삼각비와 넓이

한번더 개념 확인 문제 36쪽

01 (1) $20\sqrt{3}$ (2) $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$ (3) 36 (4) 9
02 (1) $10\sqrt{2}$ (2) 21
03 (1) $54\sqrt{3}$ (2) $15\sqrt{2}$ (3) 32 (4) $98\sqrt{3}$
04 (1) $20\sqrt{2}$ (2) 55

01 (1) $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 8\times 10\times\sin 60^\circ$
$=\dfrac{1}{2}\times 8\times 10\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=20\sqrt{3}$
(2) $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 3\times 2\times\sin 45^\circ$
$=\dfrac{1}{2}\times 3\times 2\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$
(3) $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 18\times 8\times\sin 30^\circ$
$=\dfrac{1}{2}\times 18\times 8\times\dfrac{1}{2}=36$
(4) ∠A$=180^\circ-(75^\circ+75^\circ)=30^\circ$이므로
$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 6\times 6\times\sin 30^\circ$
$=\dfrac{1}{2}\times 6\times 6\times\dfrac{1}{2}=9$

02 (1) $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 10\times 4\times\sin(180^\circ-135^\circ)$
$=\dfrac{1}{2}\times 10\times 4\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=10\sqrt{2}$
(2) $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 14\times 6\times\sin(180^\circ-150^\circ)$
$=\dfrac{1}{2}\times 14\times 6\times\dfrac{1}{2}=21$

03 (1) $\square ABCD=9\times 12\times\sin 60^\circ=9\times 12\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=54\sqrt{3}$
(2) $\square ABCD=5\times 6\times\sin(180^\circ-135^\circ)$
$=5\times 6\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=15\sqrt{2}$
(3) $\square ABCD=8\times 8\times\sin 30^\circ$
$=8\times 8\times\dfrac{1}{2}=32$
(4) $\square ABCD=14\times 14\times\sin(180^\circ-120^\circ)$
$=14\times 14\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=98\sqrt{3}$

04 (1) $\square ABCD=\dfrac{1}{2}\times 8\times 10\times\sin 45^\circ$
$=\dfrac{1}{2}\times 8\times 10\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=20\sqrt{2}$
(2) $\square ABCD=\dfrac{1}{2}\times 11\times 10\times\sin 90^\circ$
$=\dfrac{1}{2}\times 11\times 10\times 1=55$

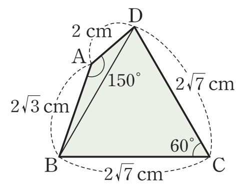
한번더 개념 완성하기 37쪽

01 45°	**02** $5\sqrt{3}$ cm	**03** $8\sqrt{3}$ cm^2	**04** $27\sqrt{3}$ cm^2
05 6 cm	**06** 6 cm	**07** 8 cm	**08** 60°

01 $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 5\times 8\times\sin B=10\sqrt{2}$이므로
$\sin B=10\sqrt{2}\times\dfrac{1}{20}=\dfrac{\sqrt{2}}{2} \qquad \therefore$ ∠B$=45^\circ$

02 $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 4\times\overline{AB}\times\sin(180^\circ-120^\circ)$
$=\dfrac{1}{2}\times 4\times\overline{AB}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=15$
이므로 $\overline{AB}=15\times\dfrac{1}{\sqrt{3}}=5\sqrt{3}$(cm)

03 선분 BD를 그으면
$\triangle ABD=\dfrac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 2$
$\times\sin(180^\circ-150^\circ)$
$=\dfrac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 2\times\dfrac{1}{2}$
$=\sqrt{3}$(cm^2)

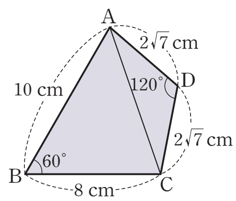


$\triangle BCD=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{7}\times 2\sqrt{7}\times \sin 60^{\circ}$

$=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{7}\times 2\sqrt{7}\times \frac{\sqrt{3}}{2}=7\sqrt{3}(cm^2)$

$\therefore \square ABCD=\triangle ABD+\triangle BCD=8\sqrt{3}(cm^2)$

04 선분 AC를 그으면



$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 10\times 8\times \sin 60^{\circ}$

$=\frac{1}{2}\times 10\times 8\times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$=20\sqrt{3}(cm^2)$

$\triangle ACD=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{7}\times 2\sqrt{7}\times \sin(180^{\circ}-120^{\circ})$

$=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{7}\times 2\sqrt{7}\times \frac{\sqrt{3}}{2}=7\sqrt{3}(cm^2)$

$\therefore \square ABCD=\triangle ABC+\triangle ACD=27\sqrt{3}(cm^2)$

05 $\overline{BC}=\overline{AD}=8$ cm, $\overline{CD}=\overline{AB}$이므로

$\square ABCD=8\times \overline{AB}\times \sin(180^{\circ}-120^{\circ})$

$=8\times \overline{AB}\times \frac{\sqrt{3}}{2}=24\sqrt{3}$

$\therefore \overline{AB}=24\sqrt{3}\times \frac{1}{4\sqrt{3}}=6(cm)$

06 $\square ABCD=\overline{AB}^2\times \sin(180^{\circ}-135^{\circ})=\overline{AB}^2\times \frac{\sqrt{2}}{2}=18\sqrt{2}$

에서 $\overline{AB}^2=18\sqrt{2}\times \frac{2}{\sqrt{2}}=36$

$\therefore \overline{AB}=6(cm)$ ($\because \overline{AB}>0$)

07 $\overline{AC}:\overline{BD}=4:5$이므로 $\overline{AC}=x$ cm라 하면 $\overline{BD}=\frac{5}{4}x$ cm

$\square ABCD=\frac{1}{2}\times x\times \frac{5}{4}x\times \sin(180^{\circ}-120^{\circ})$

$=\frac{5}{8}x^2\times \frac{\sqrt{3}}{2}=20\sqrt{3}$

이므로 $x^2=20\sqrt{3}\times \frac{16}{5\sqrt{3}}=64$ $\quad \therefore x=8$ ($\because x>0$)

따라서 $\overline{AC}$의 길이는 8 cm이다.

08 두 대각선이 이루는 예각의 크기를 $\angle x$라 하면

$\square ABCD=\frac{1}{2}\times 10\times 12\times \sin x=30\sqrt{3}$이므로

$\sin x=30\sqrt{3}\times \frac{1}{60}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad \therefore \angle x=60^{\circ}$

한번더 실력 확인하기 38쪽

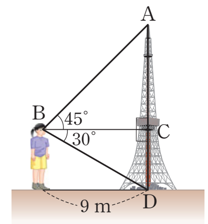
01 $96\sqrt{3}$ **02** $(9+3\sqrt{3})$m
03 $(300+300\sqrt{3})$m **04** $(30-10\sqrt{3})$m
05 20 cm^2 **06** 32 cm **07** 35 cm^2

01 $\triangle GBF$에서 $\overline{BF}=8\cos 60^{\circ}=8\times \frac{1}{2}=4$

$\overline{FG}=8\sin 60^{\circ}=8\times \frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$

$\therefore$ (직육면체의 부피)$=6\times 4\sqrt{3}\times 4=96\sqrt{3}$

02 $\triangle ABC$에서



$\overline{AC}=9\tan 45^{\circ}=9\times 1=9(m)$

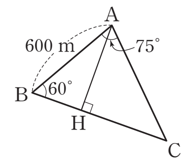
$\triangle BDC$에서

$\overline{CD}=9\tan 30^{\circ}=9\times \frac{\sqrt{3}}{3}=3\sqrt{3}(m)$

$\therefore$ (송신탑의 높이)$=\overline{AC}+\overline{CD}$

$=9+3\sqrt{3}(m)$

03 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle ABH$에서



$\overline{BH}=600\cos 60^{\circ}=600\times \frac{1}{2}$

$=300(m)$

$\overline{AH}=600\sin 60^{\circ}=600\times \frac{\sqrt{3}}{2}=300\sqrt{3}(m)$

$\angle C=180^{\circ}-(75^{\circ}+60^{\circ})=45^{\circ}$이므로 $\triangle ACH$에서

$\overline{CH}=\frac{300\sqrt{3}}{\tan 45^{\circ}}=300\sqrt{3}(m)$

$\therefore \overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=300+300\sqrt{3}(m)$

04 $\triangle PAQ$에서 $\angle APQ=45^{\circ}$이므로

$\overline{AQ}=30\tan 45^{\circ}=30\times 1=30(m)$

$\triangle PBQ$에서 $\angle BPQ=30^{\circ}$이므로

$\overline{BQ}=30\tan 30^{\circ}=30\times \frac{\sqrt{3}}{3}=10\sqrt{3}(m)$

$\therefore \overline{AB}=\overline{AQ}-\overline{BQ}=30-10\sqrt{3}(m)$

05 $\tan 30^{\circ}=\frac{\sqrt{3}}{3}$이므로 $\tan A=\frac{\sqrt{3}}{3}$에서 $\angle A=30^{\circ}$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 8\times 10\times \sin 30^{\circ}$

$=\frac{1}{2}\times 8\times 10\times \frac{1}{2}=20(cm^2)$

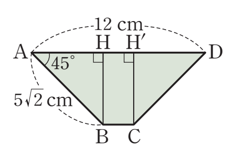
06 $\overline{AB}:\overline{BC}=3:5$이므로 $\overline{AB}=3a$, $\overline{BC}=5a$라 하면

$\square ABCD=3a\times 5a\times \sin 30^{\circ}=3a\times 5a\times \frac{1}{2}=30$에서

$\frac{15}{2}a^2=30$, $a^2=4$ $\quad \therefore a=2$ ($\because a>0$)

따라서 $\overline{AB}=6$ cm, $\overline{BC}=10$ cm이므로 $\square ABCD$의 둘레의 길이는 $2\times(6+10)=32(cm)$

07 두 점 B, C에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라 하면



$\overline{AH}=\overline{DH'}=5\sqrt{2}\cos 45^{\circ}$

$=5\sqrt{2}\times \frac{\sqrt{2}}{2}=5(cm)$

$\overline{BH}=\overline{CH'}=5\sqrt{2}\sin 45^{\circ}=5\sqrt{2}\times \frac{\sqrt{2}}{2}=5(cm)$

$\overline{BC}=\overline{HH'}=\overline{AD}-(\overline{AH}+\overline{DH'})=12-(5+5)=2(cm)$

$\therefore \square ABCD=\frac{1}{2}\times(2+12)\times 5=35(cm^2)$

Ⅳ 원의 성질

1. 원과 직선

01 원의 현

한번더 개념 확인 문제 39쪽

01 (1) 5 (2) 60 (3) 12 (4) 45
02 (1) 3 (2) 12 (3) 3 (4) $4\sqrt{3}$
03 (1) 10 (2) 2 (3) 12 (4) 5 (5) $6\sqrt{3}$ (6) 6

01 (3) $20^\circ : 80^\circ = 3 : x$ $\quad\therefore x=12$
(4) $90^\circ : x^\circ = 10 : 5$ $\quad\therefore x=45$

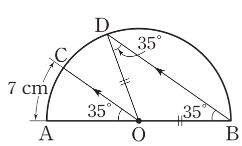
02 (3) $\overline{\mathrm{AM}}=\frac{1}{2}\times 8=4$이므로
$x=\sqrt{5^2-4^2}=\sqrt{9}=3$
(4) $\overline{\mathrm{AM}}=\sqrt{4^2-2^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$이므로
$x=2\times 2\sqrt{3}=4\sqrt{3}$

03 (3) $\overline{\mathrm{AM}}=\sqrt{(3\sqrt{5})^2-3^2}=\sqrt{36}=6$이므로
$\overline{\mathrm{AB}}=2\times 6=12$
$\therefore x=\overline{\mathrm{AB}}=12$
(4) $\overline{\mathrm{CD}}=\overline{\mathrm{AB}}=6$이므로
$\overline{\mathrm{CN}}=\frac{1}{2}\times 6=3$
$\therefore x=\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{25}=5$
(5) $\overline{\mathrm{AM}}=\sqrt{6^2-3^2}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}$이므로
$\overline{\mathrm{AB}}=2\times 3\sqrt{3}=6\sqrt{3}$
$\therefore x=\overline{\mathrm{AB}}=6\sqrt{3}$
(6) $\overline{\mathrm{DN}}=\frac{1}{2}\times 16=8$이므로
$\overline{\mathrm{ON}}=\sqrt{10^2-8^2}=\sqrt{36}=6$
$\therefore x=\overline{\mathrm{ON}}=6$

한번더 개념 완성하기 40~41쪽

01 22 cm	**02** ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㅁ		**03** $8\sqrt{3}$ cm
04 5 cm	**05** 10 cm	**06** 1 cm	**07** $6\sqrt{3}$ cm
08 100π cm^2	**09** 5	**10** 6	**11** 65°
12 55°	**13** $3\sqrt{7}$ cm^2		

01 $\overline{\mathrm{OC}}\,/\!/\,\overline{\mathrm{BD}}$이므로
$\angle\mathrm{OBD}=\angle\mathrm{AOC}=35^\circ$(동위각)
$\triangle\mathrm{OBD}$는 이등변삼각형이므로
$\angle\mathrm{DOB}=180^\circ-2\times 35^\circ=110^\circ$
$110^\circ : 35^\circ=\widehat{\mathrm{BD}} : 7$이므로
$\widehat{\mathrm{BD}}=22(\mathrm{cm})$

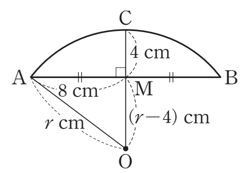


02 ㄹ. 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않으므로
$\overline{\mathrm{AB}}\neq\frac{1}{2}\overline{\mathrm{CE}}$
ㅂ. $\triangle\mathrm{COE}\neq 2\triangle\mathrm{COD}$

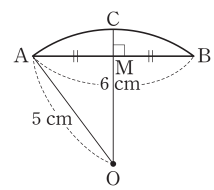
03 $\overline{\mathrm{OM}}=\overline{\mathrm{MC}}$이므로 $\overline{\mathrm{OM}}=\frac{1}{2}\times 8=4(\mathrm{cm})$
$\triangle\mathrm{OAM}$에서 $\overline{\mathrm{AM}}=\sqrt{8^2-4^2}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}(\mathrm{cm})$
$\therefore \overline{\mathrm{AB}}=2\overline{\mathrm{AM}}=2\times 4\sqrt{3}=8\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

04 $\overline{\mathrm{OA}}=x$ cm라 하면
$\overline{\mathrm{OM}}=x-2(\mathrm{cm})$, $\overline{\mathrm{AM}}=\frac{1}{2}\times 8=4(\mathrm{cm})$
$\triangle\mathrm{OAM}$에서
$x^2=(x-2)^2+4^2$, $4x=20$ $\quad\therefore x=5$
$\therefore \overline{\mathrm{OA}}=5$ cm

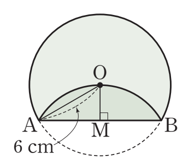
05 원의 중심을 O라 하고 원래 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$\overline{\mathrm{OM}}=r-4(\mathrm{cm})$, $\overline{\mathrm{AM}}=8$ cm
이므로 $\triangle\mathrm{AOM}$에서
$r^2=(r-4)^2+8^2$, $8r=80$
$\therefore r=10$
따라서 원래 원의 반지름의 길이는 10 cm이다.



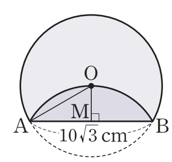
06 원의 중심을 O, $\overline{\mathrm{CM}}=x$ cm라 하면
$\overline{\mathrm{OM}}=5-x(\mathrm{cm})$,
$\overline{\mathrm{AM}}=\frac{1}{2}\times 6=3(\mathrm{cm})$이므로
$\triangle\mathrm{AOM}$에서 $5^2=(5-x)^2+3^2$
$x^2-10x+9=0$, $(x-1)(x-9)=0$
이때 $0<x<5$이므로 $x=1$
$\therefore \overline{\mathrm{CM}}=1$ cm



07 원의 중심 O에서 $\overline{\mathrm{AB}}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면 $\overline{\mathrm{OM}}=\frac{1}{2}\times 6=3(\mathrm{cm})$이므로
$\triangle\mathrm{OAM}$에서
$\overline{\mathrm{AM}}=\sqrt{6^2-3^2}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}(\mathrm{cm})$
$\therefore \overline{\mathrm{AB}}=2\overline{\mathrm{AM}}=2\times 3\sqrt{3}=6\sqrt{3}(\mathrm{cm})$



08 원의 중심 O에서 $\overline{\mathrm{AB}}$에 내린 수선의 발을 M이라 하고 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$\overline{\mathrm{OA}}=r$ cm, $\overline{\mathrm{OM}}=\frac{1}{2}r$ cm,
$\overline{\mathrm{AM}}=\frac{1}{2}\times 10\sqrt{3}=5\sqrt{3}(\mathrm{cm})$이므로 $\triangle\mathrm{OAM}$에서
$r^2=\left(\frac{1}{2}r\right)^2+(5\sqrt{3})^2$, $\frac{3}{4}r^2=75$, $r^2=100$
이때 $r>0$이므로 $r=10$
따라서 원 O의 넓이는 $\pi\times 10^2=100\pi(\mathrm{cm}^2)$



09 $\overline{AB}=\overline{CD}=8$이므로

$\overline{AM}=\frac{1}{2}\times 8=4$

$\triangle OAM$에서

$x=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{25}=5$

10 $\overline{DN}=\overline{CN}=8$이므로

$\triangle OND$에서 $\overline{ON}=\sqrt{10^2-8^2}=\sqrt{36}=6$

$\overline{AB}=\overline{CD}=16$이므로

$x=\overline{ON}=6$

11 $\overline{OD}=\overline{OE}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$

즉, $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로

$\angle B=\frac{1}{2}\times(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$

12 사각형 ADOE에서

$\angle A=360^\circ-(90^\circ+110^\circ+90^\circ)=70^\circ$

$\overline{OD}=\overline{OE}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$

즉, $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로

$\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-70^\circ)=55^\circ$

13 $\overline{ON}=\overline{OM}=3$ cm이므로

$\triangle DON$에서

$\overline{DN}=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}(\text{cm})$

$\therefore \overline{CD}=2\overline{DN}=2\sqrt{7}(\text{cm})$

$\therefore \triangle OCD=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{7}\times 3=3\sqrt{7}(\text{cm}^2)$

02 원의 접선

한번더 개념 확인 문제 42쪽

01 (1) 5 (2) 3
02 (1) 45 (2) 120 (3) 8 (4) 60
03 (1) 4 (2) 5
04 (1) 8 (2) 2

01 (1) $\angle PAO=90^\circ$이므로

$x=\sqrt{13^2-12^2}=\sqrt{25}=5$

(2) $\angle PAO=90^\circ$이고 $\overline{OA}=x$이므로

$(x+2)^2=x^2+4^2$

$4x=12 \qquad \therefore x=3$

02 (1) $\angle OAP=\angle OBP=90^\circ$이므로

$\angle x=360^\circ-(90^\circ+135^\circ+90^\circ)=45^\circ$

(2) $\angle OAP=\angle OBP=90^\circ$이므로

$\angle x=360^\circ-(90^\circ+60+90^\circ)=120^\circ$

(3) $\triangle OAP$가 직각삼각형이므로

$\overline{PA}=\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{64}=8$

$\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $x=8$

(4) $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로

$\angle x=\frac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$

03 (1) $\overline{BE}=\overline{BD}=6$, $\overline{CE}=10-6=4$이므로

$x=\overline{CE}=4$

(2) $\overline{CF}=\overline{CE}=8$, $\overline{AD}=\overline{AF}=14-8=6$이므로

$x=\overline{BD}=11-6=5$

04 (1) $\overline{AD}+\overline{BC}=\overline{AB}+\overline{CD}$에서

$x+12=11+9$이므로 $x=8$

(2) $\overline{AD}+\overline{BC}=\overline{AB}+\overline{CD}$에서

$(3+x)+8=6+7$이므로 $x=2$

한번더 개념 완성하기 43~44쪽

01 4 cm	**02** 24π cm^2	**03** 60 cm^2	**04** $5\sqrt{3}$ cm
05 5 cm	**06** 9 cm	**07** 8 cm	**08** $6\sqrt{2}$ cm
09 40 cm^2	**10** 4 cm	**11** 5 cm	**12** 1 cm
13 9π cm^2	**14** 18	**15** 5	

01 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\triangle OPT$에서 $(r+4)^2=r^2+(4\sqrt{3})^2$

$8r=32 \qquad \therefore r=4$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 4 cm이다.

02 $\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로

$\angle AOB=180^\circ-45^\circ=135^\circ$

$\therefore$ (부채꼴 OAB의 넓이)$=\pi\times 8^2\times\frac{135}{360}$

$=24\pi(\text{cm}^2)$

03 $\angle PAO=90^\circ$이므로 $\triangle OAP$에서

$\overline{PA}=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12(\text{cm})$

$\triangle OAP\equiv\triangle OBP$이므로

$\square PBOA=2\triangle OAP$

$=2\times\left(\frac{1}{2}\times 12\times 5\right)=60(\text{cm}^2)$

04 $\angle OBP=90^\circ$이고 $\angle OPB=30^\circ$, $\angle POB=60^\circ$이므로

$\overline{PB}:\overline{PO}=\sqrt{3}:2$에서 $\overline{PB}:10=\sqrt{3}:2$

$2\overline{PB}=10\sqrt{3} \qquad \therefore \overline{PB}=5\sqrt{3}(\text{cm})$

이때 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $\overline{PA}=5\sqrt{3}$ cm

05 $\overline{AD}=\overline{AE}=8$ cm이므로

$\overline{BD}=8-5=3(\text{cm})$

$\overline{CE}=8-6=2(\text{cm})$

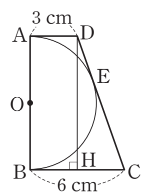
$\therefore \overline{BC}=\overline{BF}+\overline{CF}=\overline{BD}+\overline{CE}=3+2=5(\text{cm})$

[다른 풀이]
$\overline{BD}=\overline{BF}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$이므로
(△ABC의 둘레의 길이)$=\overline{AD}+\overline{AE}=2\overline{AE}$에서
$5+6+\overline{BC}=2\times8$
$\therefore\ \overline{BC}=5(\text{cm})$

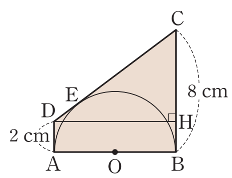
06 $\overline{BD}=\overline{BF}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$이므로
(△ABC의 둘레의 길이)$=\overline{AD}+\overline{AE}=2\overline{AD}$에서
$5+7+6=2\overline{AD}$, $2\overline{AD}=18$
$\therefore\ \overline{AD}=9(\text{cm})$

07 $\overline{DE}=\overline{AD}=5$ cm, $\overline{EC}=\overline{BC}=3$ cm이므로
$\overline{CD}=5+3=8(\text{cm})$

08 $\overline{DE}=\overline{AD}=3$ cm, $\overline{EC}=\overline{BC}=6$ cm이므로
$\overline{DC}=3+6=9(\text{cm})$
꼭짓점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면
$\overline{CH}=6-3=3(\text{cm})$이고
△DHC에서
$\overline{DH}=\sqrt{9^2-3^2}=\sqrt{72}=6\sqrt{2}(\text{cm})$
$\therefore\ \overline{AB}=\overline{DH}=6\sqrt{2}(\text{cm})$
따라서 반원 O의 지름의 길이는 $6\sqrt{2}$ cm이다.



09 $\overline{DE}=\overline{AD}=2$ cm, $\overline{EC}=\overline{BC}=8$ cm이므로
$\overline{DC}=2+8=10(\text{cm})$
꼭짓점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면
$\overline{CH}=8-2=6(\text{cm})$이고
△CDH에서
$\overline{DH}=\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{64}=8(\text{cm})$
$\therefore\ \square ABCD=\dfrac{1}{2}\times(2+8)\times8$
$=40(\text{cm}^2)$



10 $\overline{AD}=x$ cm라 하면 $\overline{AF}=x$ cm이고
$\overline{BE}=\overline{BD}=11-x(\text{cm})$
$\overline{CE}=\overline{CF}=9-x(\text{cm})$
$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}$이므로
$(11-x)+(9-x)=12$
$20-2x=12$, $2x=8$
$\therefore\ x=4$
따라서 $\overline{AD}$의 길이는 4 cm이다.

11 $\overline{AD}=\overline{AF}$, $\overline{BD}=\overline{BE}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$이므로
$\overline{AD}+\overline{BE}+\overline{CF}=\dfrac{1}{2}(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})$
△ABC의 둘레의 길이가 24 cm이므로
$3+\overline{BE}+4=\dfrac{1}{2}\times24$
$\therefore\ \overline{BE}=5(\text{cm})$

12 $\overline{BC}=\sqrt{5^2-3^2}=\sqrt{16}=4(\text{cm})$
원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$\overline{CE}=\overline{CF}=r$ cm이므로
$\overline{BD}=\overline{BE}=4-r(\text{cm})$, $\overline{AD}=\overline{AF}=3-r(\text{cm})$
$\overline{AB}=\overline{BD}+\overline{AD}$이므로
$(4-r)+(3-r)=5$
$7-2r=5$, $2r=2$ $\quad\therefore\ r=1$
따라서 원 O의 반지름의 길이는 1 cm이다.

13 $\overline{AC}=\sqrt{8^2+15^2}=\sqrt{289}=17(\text{cm})$
원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$\overline{BD}=\overline{BE}=r$ cm이므로
$\overline{AF}=\overline{AD}=8-r(\text{cm})$
$\overline{CF}=\overline{CE}=15-r(\text{cm})$
$\overline{AC}=\overline{AF}+\overline{CF}$이므로
$(8-r)+(15-r)=17$
$23-2r=17$, $2r=6$
$\therefore\ r=3$
따라서 원 O의 넓이는 $\pi\times3^2=9\pi(\text{cm}^2)$

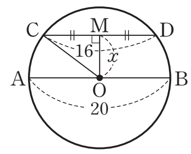
14 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로
$\overline{AD}+\overline{BC}=10+8=18$

15 $\angle B=90°$이므로 △ABC에서
$\overline{BC}=\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{64}=8$
$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로
$6+7=x+8$ $\quad\therefore\ x=5$

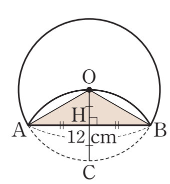
한번더 실력 확인하기 45쪽

01 6 **02** $12\sqrt{3}$ cm² **03** $4\sqrt{5}$ cm **04** $4\sqrt{7}$ cm
05 42 cm **06** 24 cm **07** 7

01 $\overline{OC}$를 그으면
$\overline{OC}=\overline{OA}=\dfrac{1}{2}\times20=10$
$\overline{CM}=\dfrac{1}{2}\overline{CD}=\dfrac{1}{2}\times16=8$이고
$\angle OMC=90°$이므로
△OCM에서
$x=\sqrt{10^2-8^2}=\sqrt{36}=6$



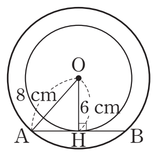
02 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{OH}=x$ cm라 하면
$\overline{OA}=\overline{OC}=2x(\text{cm})$
$\overline{AH}=\dfrac{1}{2}\times12=6(\text{cm})$



△OAH에서
$(2x)^2=x^2+6^2$, $3x^2=36$, $x^2=12$
이때 $x>0$이므로 $x=2\sqrt{3}$
$\therefore$ $\triangle OAB=\frac{1}{2}\times12\times2\sqrt{3}=12\sqrt{3}(cm^2)$

03 △OAM에서
$\overline{AM}=\sqrt{6^2-4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}(cm)$
$\overline{AB}=2\overline{AM}=2\times2\sqrt{5}=4\sqrt{5}(cm)$
$\therefore \overline{CD}=\overline{AB}=4\sqrt{5}$ cm

04 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{OA}$를 그으면

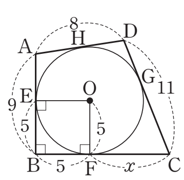


$\overline{OH}=6$ cm
$\overline{OA}=8$ cm
이므로
△OAH에서
$\overline{AH}=\sqrt{8^2-6^2}=\sqrt{28}=2\sqrt{7}(cm)$
$\therefore \overline{AB}=2\overline{AH}=2\times2\sqrt{7}=4\sqrt{7}(cm)$

05 $\overline{OA}=\overline{OC}=9$ cm
$\overline{PO}=6+9=15(cm)$
$\angle OAP=90^\circ$이므로
△POA에서
$\overline{PA}=\sqrt{15^2-9^2}=\sqrt{144}=12(cm)$
$\therefore$ (□PBOA의 둘레의 길이)$=2(\overline{OA}+\overline{PA})$
$=2\times(9+12)$
$=42(cm)$

06 $\angle OEA=90^\circ$이므로
△AOE에서
$\overline{AE}=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12(cm)$
$\therefore$ (△ABC의 둘레의 길이)$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}$
$=\overline{AB}+(\overline{BF}+\overline{CF})+\overline{AC}$
$=(\overline{AB}+\overline{BD})+(\overline{CE}+\overline{AC})$
$=\overline{AD}+\overline{AE}$
$=2\overline{AE}=2\times12$
$=24(cm)$

07 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OE}$를 그으면



□OEBF가 정사각형이므로
$\overline{BE}=\overline{BF}=5$
$\overline{AH}=\overline{AE}=9-5=4$
$\overline{DG}=\overline{DH}=8-4=4$
$\overline{CF}=\overline{CG}=11-4=7$
$\therefore x=7$
[다른 풀이]
$\overline{BF}=5$이고 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로
$9+11=8+(5+x)$
$\therefore x=7$

2. 원주각

01 원주각

한번더 개념 확인 문제 46쪽

01 (1) 70° (2) 50°
02 (1) 62° (2) 110° (3) 25° (4) 40°
03 (1) 8 (2) 40 (3) 72 (4) 6
04 (1) 67° (2) 105°

01 (1) $\angle x=\frac{1}{2}\times140^\circ=70^\circ$
(2) $\angle x=2\times25^\circ=50^\circ$

02 (1) $\angle x=\angle ACB=62^\circ$
(2) $\angle CAD=\angle CBD=35^\circ$이므로
$\angle x=75^\circ+35^\circ=110^\circ$
(3) $\angle ACB=90^\circ$이므로
$\angle x=180^\circ-(90^\circ+65^\circ)=25^\circ$
(4) $\angle DCB=\angle DEB=50^\circ$이고
$\angle ACB=90^\circ$이므로
$\angle x=90^\circ-50^\circ=40^\circ$

03 (1) $\angle APB=\angle CQD=50^\circ$이므로
$x=\overparen{AB}=8$
(2) $\overparen{AB}=\overparen{CD}=4$이므로
$x=2\times20=40$
(3) $x^\circ : 24^\circ=9:3$이므로
$3x=216$
$\therefore x=72$
(4) $\angle ADC=90^\circ$이므로
$\angle DAC=90^\circ-40^\circ=50^\circ$
$30^\circ : 50^\circ=x:10$이므로
$50x=300$ $\therefore x=6$

04 (1) $\angle x=\angle BAC=67^\circ$
(2) $\angle BDC=\angle BAC=70^\circ$이므로
$\angle x=70^\circ+35^\circ=105^\circ$

한번더 개념 완성하기 47~48쪽

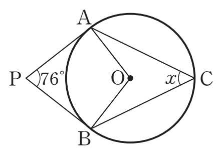
01 50°	**02** 52°	**03** $\angle x=65^\circ$, $\angle y=115^\circ$	
04 45°	**05** 50°	**06** 55°	**07** 80°
08 70°	**09** 72°	**10** 54°	**11** 48°
12 180°	**13** 70°	**14** 50°	

01 $\angle x=\frac{1}{2}\times 130°=65°$

$\angle y=\frac{1}{2}\times(360°-130°)=115°$

$\therefore \angle y-\angle x=115°-65°=50°$

02 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면



$\overline{PA}$, $\overline{PB}$가 원 O의 접선이므로

$\angle PAO=\angle PBO=90°$

$\therefore \angle AOB=180°-76°=104°$

$\therefore \angle x=\frac{1}{2}\times 104°=52°$

03 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$는 원 O의 접선이므로

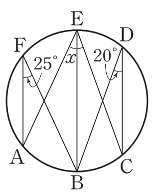
$\angle PAO=\angle PBO=90°$

$\angle AOB=180°-50°=130°$

$\therefore \angle x=\frac{1}{2}\times 130°=65°$

$\therefore \angle y=\frac{1}{2}\times(360°-130°)=115°$

04 오른쪽 그림과 같이 $\overline{EB}$를 그으면



$\angle AEB=\angle AFB=25°$

$\angle BEC=\angle BDC=20°$

$\therefore \angle x=25°+20°=45°$

05 $\overset{\frown}{AB}$에 대한 원주각의 크기는 서로 같으므로

$\angle ACB=\angle ADB=20°$

$\triangle PCA$에서

$\angle x=20°+30°=50°$

06 $\overset{\frown}{AD}$에 대한 원주각의 크기는 서로 같으므로

$\angle ACD=\angle ABD=35°$

$\angle ACB=90°$이므로

$\angle x=90°-35°=55°$

07 $\angle ACB=90°$이므로 $\angle ACD=90°-55°=35°$

$\overset{\frown}{AD}$에 대한 원주각의 크기는 서로 같으므로

$\angle ABD=\angle ACD=35°$

$\triangle PDB$에서

$\angle x=180°-(65°+35°)=80°$

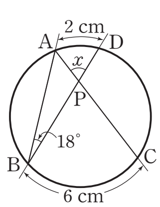
08 $\angle BDC=\angle BAC=25°$

$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$이므로 $\angle CBD=\angle BAC=25°$

$\triangle BCD$에서 $25°+25°+60°+\angle x=180°$

$\therefore \angle x=70°$

09 오른쪽 그림과 같이 두 선분 AC, BD의 교점을 P라 하면



$18° : \angle BAC=2 : 6$

$\therefore \angle BAC=54°$

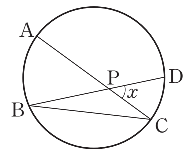
$\triangle ABP$에서

$\angle x=18°+54°=72°$

10 한 원에서 모든 원주각의 크기의 합은 $180°$이고, 원주각의 크기는 호의 길이에 정비례하므로

$\angle x=180°\times\frac{3}{2+3+5}=180°\times\frac{3}{10}=54°$

11 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



$\overset{\frown}{AB}$는 원주의 $\frac{1}{6}$이므로

$\angle ACB=180°\times\frac{1}{6}=30°$

$\overset{\frown}{CD}$는 원주의 $\frac{1}{10}$이므로

$\angle CBD=180°\times\frac{1}{10}=18°$

$\triangle BCP$에서 $\angle x=30°+18°=48°$

12 한 원에서 모든 원주각의 크기의 합은 $180°$이므로

$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e=180°$

13 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로

$\angle ABD=\angle ACD=45°$

$\triangle ABP$에서

$\angle x+45°=115°$ $\therefore \angle x=70°$

14 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로

$\angle CAD=\angle CBD=30°$

$\triangle ACP$에서

$30°+\angle x=80°$ $\therefore \angle x=50°$

02 원주각의 활용

한번더 개념 확인 문제

49쪽

01 (1) $95°$ (2) $75°$ (3) $115°$ (4) $118°$ (5) $75°$ (6) $30°$

02 (1) × (2) ○ (3) × (4) ○

03 (1) $65°$ (2) $50°$

01 (1) $\angle x+85°=180°$이므로 $\angle x=95°$

(2) $\triangle ACD$에서

$\angle D=180°-(35°+40°)=105°$

$\therefore \angle x=180°-105°=75°$

(3) $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ADB=90°$

$\angle DAB=180°-(90°+25°)=65°$

$\therefore \angle x=180°-65°=115°$

(4) 원에 외접하는 한 외각의 크기는 그와 이웃한 내각의 대각의 크기와 같으므로 $\angle x=118°$

(5) $\angle A=\frac{1}{2}\times 150°=75°$이므로

$\angle x=\angle A=75°$

(6) $\angle BAD=\angle DCE=100^\circ$이므로
$\angle BAC=100^\circ-70^\circ=30^\circ$
$\therefore \angle x=\angle BAC=30^\circ$

02 (1) 대각의 크기의 합이 180°인지 알 수 없다.
(2) $\angle A+\angle C=180^\circ$, $\angle B+\angle D=180^\circ$이므로 원에 내접한다.
(3) $\angle A=180^\circ-(20^\circ+25^\circ)=135^\circ$이므로 원에 내접하지 않는다.
(4) $\angle BAD=180^\circ-70^\circ=110^\circ$이므로 원에 내접한다.

03 (1) $\angle x=\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$
(2) $\overline{BC}$가 원 O의 지름이므로
$\angle CAB=90^\circ$
$\therefore \angle x=\angle C=180^\circ-(90^\circ+40^\circ)=50^\circ$

한번더 개념 완성하기 50~51쪽

01 20°	**02** 130°	**03** 95°	**04** 75°
05 40°	**06** 55°	**07** 65°	**08** 65°
09 120°	**10** 80°	**11** 55°	**12** 60°
13 40°	**14** $(9+3\sqrt{3})$cm		

01 $\angle x=180^\circ-90^\circ=90^\circ$
$\angle y=180^\circ-110^\circ=70^\circ$
$\therefore \angle x-\angle y=90^\circ-70^\circ=20^\circ$

02 $\angle A=\frac{1}{2}\times100^\circ=50^\circ$
$\square ABCD$가 원에 내접하므로
$\angle x+50^\circ=180^\circ$
$\therefore \angle x=130^\circ$

03 $\overline{AC}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ABC=90^\circ$
$\therefore \angle BAC=180^\circ-(90^\circ+45^\circ)=45^\circ$
$\therefore \angle x=\angle BAD=45^\circ+50^\circ=95^\circ$

04 $\triangle ABP$에서 $25^\circ+\angle ABP=100^\circ$이므로
$\angle ABP=75^\circ$
$\therefore \angle x=\angle ABP=75^\circ$

05 $\angle BAD=\angle DCE$이므로
$60^\circ+\angle CAD=110^\circ$
$\therefore \angle CAD=50^\circ$
$\overset{\frown}{CD}$에 대한 원주각의 크기는 서로 같으므로
$\angle CBD=\angle CAD=50^\circ$
$\overline{AC}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ABC=90^\circ$
$\therefore \angle x=90^\circ-50^\circ=40^\circ$

06 $\angle CDQ=\angle ABC=\angle x$
$\triangle PBC$에서 $\angle DCQ=\angle x+40^\circ$
$\triangle DCQ$에서
$\angle x+(\angle x+40^\circ)+30^\circ=180^\circ$
$2\angle x=110^\circ \quad \therefore \angle x=55^\circ$

07 $\angle D=180^\circ-140^\circ=40^\circ$이므로
$\triangle PCD$에서 $\angle BCQ=\angle x+40^\circ$
$\triangle CBQ$에서 $(\angle x+40^\circ)+35^\circ=140^\circ$
$\angle x+75^\circ=140^\circ \quad \therefore \angle x=65^\circ$

08 $\triangle ACD$에서
$\angle D=180^\circ-(25^\circ+40^\circ)=115^\circ$
$\square ABCD$가 원에 내접하므로
$\angle x=180^\circ-115^\circ=65^\circ$

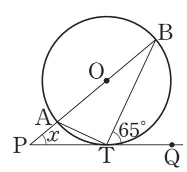
09 $\square ABCD$가 원에 내접하므로
$\angle BAC=\angle BDC=70^\circ$
$\therefore \angle x=\angle BAD=70^\circ+50^\circ=120^\circ$

10 $\angle ACB=\angle BAT=40^\circ$이고
$\overline{BA}=\overline{BC}$이므로
$\angle B=180^\circ-(40^\circ+40^\circ)=100^\circ$
$\angle B+\angle D=180^\circ$이므로
$\angle x=180^\circ-100^\circ=80^\circ$

11 $\square ABCD$가 원에 내접하므로
$\angle DAB=180^\circ-95^\circ=85^\circ$
$\angle ADB=\angle x$이므로
$\triangle ADB$에서
$\angle x+85^\circ+40^\circ=180^\circ$
$\therefore \angle x=55^\circ$

12 $\overline{AP}=\overline{AT}$이므로 $\angle ATP=\angle APT=40^\circ$
$\triangle APT$에서 $\angle TAB=40^\circ+40^\circ=80^\circ$
$\angle ABT=\angle ATP=40^\circ$이므로
$\triangle ATB$에서 $\angle x=180^\circ-(80^\circ+40^\circ)=60^\circ$

13 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AT}$를 그으면
$\angle ATB=90^\circ$
$\angle TAB=\angle BTQ=65^\circ$
$\angle ATP=180^\circ-(90^\circ+65^\circ)=25^\circ$
$\triangle APT$에서 $\angle x+25^\circ=65^\circ$
$\therefore \angle x=40^\circ$



14 $\overline{BC}$가 원 O의 지름이므로 $\angle CAB=90^\circ$
$\angle ACB=\angle BAT=30^\circ$
$\overline{AC}:6=\sqrt{3}:2$에서 $\overline{AC}=3\sqrt{3}$(cm)
$\overline{AB}:6=1:2$에서 $\overline{AB}=3$(cm)
$\therefore$ ($\triangle ABC$의 둘레의 길이)$=6+3\sqrt{3}+3=9+3\sqrt{3}$(cm)

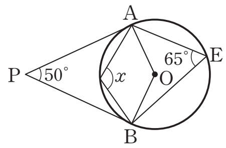
한번더 실력 확인하기 52쪽

01 115°	**02** 65°	**03** 36 cm	**04** 60°
05 60°	**06** 108°		

01 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$는 원 O의 접선이므로

$\angle OAP=\angle OBP=90^\circ$

$\angle AOB=180^\circ-50^\circ=130^\circ$



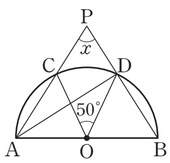
오른쪽 그림에서

$\angle AEB=\frac{1}{2}\times130^\circ=65^\circ$이므로

$\angle x=180^\circ-65^\circ=115^\circ$

02 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면

$\angle ADB=90^\circ$



$\angle CAD$는 $\overparen{CD}$의 원주각이므로

$\angle CAD=\frac{1}{2}\times50^\circ=25^\circ$

$\triangle ADP$에서 $\angle APD+\angle PAD=90^\circ$이므로

$\angle x+25^\circ=90^\circ \quad \therefore \angle x=65^\circ$

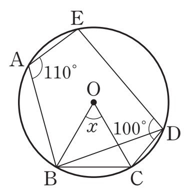
03 $\triangle ABP$에서 $\angle BAP=100^\circ-70^\circ=30^\circ$

$30^\circ : 180^\circ=6$: (원의 둘레의 길이)

$\therefore$ (원의 둘레의 길이)$=36$ cm

04 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면

□ABDE가 원 O에 내접하므로



$\angle EDB=180^\circ-110^\circ=70^\circ$

$\angle BDC=\angle D-\angle EDB$

$=100^\circ-70^\circ=30^\circ$

$\therefore \angle x=2\angle BDC=2\times30^\circ=60^\circ$

05 $\angle ACB=\frac{1}{2}\times120^\circ=60^\circ$

$\therefore \angle x=\angle ACB=60^\circ$

06 $\triangle BCD$에서 $\angle x=\angle DCT=43^\circ$

$\angle BCD=180^\circ-(22^\circ+43^\circ)=115^\circ$

□ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle y+115^\circ=180^\circ \quad \therefore \angle y=65^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=43^\circ+65^\circ=108^\circ$

03 원에서 선분의 길이 사이의 관계

한번더 개념 확인 문제 53쪽

01 (1) 10 (2) 6 (3) 8 (4) 13 (5) 9 (6) 4
02 (1) ○ (2) ×
03 (1) 4 (2) 15 (3) 6 (4) $6\sqrt{2}$

01 (3) $2\times(2+10)=3\times x$

$3x=24 \quad \therefore x=8$

(4) $3\times(3+x)=4\times(4+8)$

$9+3x=48,\ 3x=39 \quad \therefore x=13$

(5) $\overline{CP}=\overline{DP}$이므로 $4\times x=6^2 \quad \therefore x=9$

(6) $(6-x)(6+x)=4\times5$

$36-x^2=20,\ x^2=16$

$x>0$이므로 $x=4$

02 (1) $4\times5=10\times2$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.

(2) $6\times(6+5)\neq3\times(3+10)$이므로 □ABCD는 원에 내접하지 않는다.

03 (1) $x^2=2\times(2+6)=16$

$x>0$이므로 $x=4$

(2) $10^2=5\times(5+x),\ 100=25+5x$

$5x=75 \quad \therefore x=15$

(3) $8^2=4\times(4+x+x),\ 64=8x+16$

$8x=48 \quad \therefore x=6$

(4) $x^2=(9-3)\times(9+3)=6\times12=72$

$x>0$이므로 $x=\sqrt{72}=6\sqrt{2}$

한번더 개념 완성하기 54~55쪽

01 4	**02** 7 cm	**03** 4	**04** 25π
05 6	**06** $4\sqrt{3}$	**07** 3	**08** 5 cm
09 8 cm	**10** 3	**11** $\sqrt{30}$ cm	**12** $\frac{18}{5}$ cm
13 9 cm	**14** 8 cm		

01 $x(16-x)=8\times6,\ x^2-16x+48=0$

$(x-4)(x-12)=0$

$\therefore x=4$ 또는 $x=12$

$\overline{AP}<\overline{BP}$이므로 $x=4$

02 $\overline{PC}=x$ cm라 하면 $6\times(6+8)=x\times(x+5)$

$x^2+5x-84=0,\ (x+12)(x-7)=0$

$x>0$이므로 $x=7$

$\therefore \overline{PC}=7$ cm

03 $\triangle CAP$에서 $\overline{CP}=\sqrt{4^2-2^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

$\overline{PB}=x-2+x=2x-2$이므로

$(2\sqrt{3})^2=2\times(2x-2)$

$12=4x-4,\ 4x=16$

$\therefore x=4$

04 원 O의 반지름의 길이를 r라 하면
$3\times(3+5)=2\times(2+2r)$, $24=4+4r$
$4r=20$ $\quad\therefore r=5$
따라서 원 O의 넓이는 $\pi\times5^2=25\pi$

05 원 O의 반지름의 길이를 r라 하면
$8^2=4\times(4+2r)$, $64=16+8r$, $8r=48$ $\quad\therefore r=6$

06 $\triangle$BHO에서 $\overline{BH}=\sqrt{5^2-3^2}=4$
$\overline{AB}=2\overline{BH}=2\times4=8$
$x^2=4\times(4+8)=48$
$x>0$이므로 $x=\sqrt{48}=4\sqrt{3}$

07 $\overline{QT}\times\overline{QC}=\overline{QA}\times\overline{QB}$이므로
$9\times2=\overline{QA}\times3$ $\quad\therefore \overline{QA}=6$
$\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로 $\overline{PA}=x$라 하면
$6^2=x\times(x+6+3)$
$x^2+9x-36=0$
$(x+12)(x-3)=0$
$x>0$이므로 $x=3$
따라서 $\overline{PA}$의 길이는 3이다.

08 $\overline{QA}\times\overline{QB}=\overline{QC}\times\overline{QT}$이므로
$\overline{QA}\times4=2\times6$ $\quad\therefore \overline{QA}=3(\text{cm})$
$\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로 $\overline{PA}=x$ cm라 하면
$(2\sqrt{15})^2=x\times(x+3+4)$
$x^2+7x-60=0$, $(x+12)(x-5)=0$
$x>0$이므로 $x=5$
따라서 $\overline{PA}$의 길이는 5 cm이다.

09 $\overline{PC}:\overline{PD}=1:4$이므로
$\overline{PC}=x$ cm라 하면 $\overline{PD}=4x$ cm
$4\times4=x\times4x$, $4x^2=16$, $x^2=4$
$x>0$이므로 $x=2$
$\therefore \overline{PD}=4\times2=8(\text{cm})$

10 $\overline{PA}\times\overline{PD}=\overline{PB}\times\overline{PC}$이므로
$4\times(4+2)=x\times(x+5)$
$x^2+5x-24=0$, $(x+8)(x-3)=0$
$x>0$이므로 $x=3$

11 $\angle APT=\angle ABT=\angle ATP$이므로 $\overline{AP}=\overline{AT}=3$ cm
$\overline{PT}^2=3\times(3+7)=30$
$\overline{PT}>0$이므로 $\overline{PT}=\sqrt{30}(\text{cm})$

12 $\triangle$BPT에서 $\angle BTP=90^\circ$이므로 $\overline{PB}=\sqrt{6^2+8^2}=10(\text{cm})$
$6^2=\overline{PA}\times10$ $\quad\therefore \overline{PA}=\frac{18}{5}(\text{cm})$

13 원 O에서 $6^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$
원 O′에서 $\overline{PA}\times\overline{PB}=3\times(3+\overline{CD})$
즉, $6^2=3\times(3+\overline{CD})$, $9+3\overline{CD}=36$
$3\overline{CD}=27$ $\quad\therefore \overline{CD}=9(\text{cm})$

14 원 O에서 $\overline{CT}^2=2\times(2+6)=16$
$\overline{CT}>0$이므로 $\overline{CT}=4(\text{cm})$
$\therefore \overline{TT'}=2\overline{CT}=2\times4=8(\text{cm})$

한번더 실력 확인하기 56쪽

01 4	**02** $8\sqrt{3}$ cm	**03** 8 cm	**04** 6
05 ④	**06** $4\sqrt{6}$ cm	**07** $\frac{2}{3}$	

01 $\overline{PC}:\overline{CD}=1:3$이므로 $\overline{CD}=3\times3=9$
$\overline{PA}=x$라 하면
$x\times(x+5)=3\times(3+9)$
$x^2+5x-36=0$, $(x+9)(x-4)=0$
$x>0$이므로 $x=4$ $\quad\therefore \overline{PA}=4$

02 $\overline{OP}=\overline{BP}$이므로 $\overline{AO}:\overline{OP}:\overline{PB}=2:1:1$
$\overline{PB}=\overline{PO}=12\times\frac{1}{3}=4(\text{cm})$
$\overline{CP}^2=12\times4=48$
$\overline{CP}>0$이므로 $\overline{CP}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}(\text{cm})$
$\therefore \overline{CD}=2\overline{CP}=2\times4\sqrt{3}=8\sqrt{3}(\text{cm})$

03 반원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$3\times(3+9)=2\times(2+2r)$
$36=4+4r$, $4r=32$ $\quad\therefore r=8$
따라서 반원 O의 반지름의 길이는 8 cm이다.

04 $\angle ADC=\angle AEC=90^\circ$이므로 네 점 A, D, E, C는 한 원 위에 있다.
$5\times(5+3)=4\times(4+x)$
$40=16+4x$, $4x=24$
$\therefore x=6$

05 ④ $2\times(2+6)\neq3\times(3+8)$이므로 원에 내접하지 않는다.

06 $\overline{PT}^2=4\times(4+8)=48$
$\overline{PT}>0$이므로 $\overline{PT}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}(\text{cm})$
$\triangle$ATP에서 $\angle ATP=90^\circ$이므로
$\overline{AT}=\sqrt{12^2-(4\sqrt{3})^2}=\sqrt{96}=4\sqrt{6}(\text{cm})$

07 $\overline{PT}^2=4\times(4+5)=36$
$\overline{PT}>0$이므로 $\overline{PT}=6(\text{cm})$
$\triangle$PTA와 $\triangle$PBT에서
$\angle$P는 공통, $\angle PTA=\angle PBT$이므로
$\triangle PTA\backsim\triangle PBT$(AA 닮음)
$\overline{AT}:\overline{TB}=\overline{PT}:\overline{PB}$이므로
$\overline{AT}:\overline{TB}=6:9=2:3$
$\therefore \frac{\overline{AT}}{\overline{TB}}=\frac{2}{3}$

M/E/M/O

M/E/M/O