실전에서 강력하다!

유형 중심

바른답 알찬풀이

중등 수학 2(상)

I 수와 식

II 일차부등식과 연립일차방정식

III 함수

1. 유리수와 순환소수

Lecture 01 유리수의 소수 표현 (08~13쪽)

01 0.7, 유한소수　**02** 0.444…, 무한소수
03 −0.45, 유한소수　**04** 0.5909090…, 무한소수
05 −0.1333…, 무한소수　**06** 0.42, 유한소수　**07** 5, $0.\dot{5}$
08 2, $1.4\dot{2}$　**09** 18, $0.\dot{1}\dot{8}$　**10** 43, $4.0\dot{4}\dot{3}$　**11** 456, $0.\dot{4}5\dot{6}$
12 07, $3.24\dot{0}\dot{7}$　**13** $0.\dot{1}$, 1　**14** $0.\dot{5}\dot{4}$, 54
15 $0.\dot{3}7\dot{0}$, 370　**16** $2.1\dot{6}$, 6　**17** $1.\dot{5}\dot{1}$, 51　**18** $0.0\dot{7}$, 7
19 풀이 8쪽　**20** 풀이 8쪽　**21** 풀이 8쪽　**22** ×　**23** ○
24 ×　**25** ○　**26** ㄷ, ㅁ　**27** 3개　**28** ⑤
29 ⑤　**30** ⑤　**31** (1) 481　(2) $1.\dot{4}8\dot{1}$　**32** ③
33 3　**34** 2, 7　**35** ④　**36** 450　**37** 23.15
38 ③, ④　**39** (가) 25　(나) 2^2　(다) 56　(라) 0.56　**40** 379
41 ④, ⑤　**42** ㄴ, ㅁ　**43** 2, 4, 5, 8　**44** 4개　**45** 14
46 ④　**47** 3개　**48** 77　**49** ⑤　**50** 96
51 38　**52** 13개　**53** 43　**54** 105　**55** 38
56 7, 9　**57** ③　**58** ②, ⑤　**59** 4개

Lecture 02 순환소수의 분수 표현 (14~17쪽)

01 풀이 11쪽　**02** 풀이 11쪽　**03** $\frac{5}{3}$
04 $\frac{52}{99}$　**05** $\frac{41}{90}$　**06** $\frac{191}{330}$　**07** ⑤
08 (가) 10　(나) 1000　(다) 990　(라) 343　(마) $\frac{343}{990}$　**09** 은수
10 ③　**11** ④　**12** $0.\dot{2}7\dot{0}$　**13** 1　**14** ⑤
15 $0.\dot{8}\dot{1}$　**16** ④　**17** ①　**18** 19　**19** ⑤
20 $0.\dot{1}\dot{4}$　**21** 128　**22** 3　**23** 110　**24** ④
25 11　**26** ④　**27** ㄱ, ㄷ, ㄹ　**28** ③, ④

Level B 필수 유형 정복하기 (18~21쪽)

01 3　**02** 4　**03** ⑤　**04** ④　**05** ②
06 117　**07** 221　**08** ②, ④　**09** ②　**10** ④
11 ④　**12** ③　**13** 7　**14** ①　**15** ①
16 3　**17** ②　**18** ④　**19** (1) 6개　(2) 110
20 5개　**21** 924
22 (1) 기약분수의 분모의 소인수가 2나 5뿐이어야 한다.　(2) 21
23 9　**24** 17

Level C 발전 유형 정복하기 (22~23쪽)

01 ⑤　**02** ④　**03** 63　**04** ③　**05** 106
06 33개　**07** ⑤　**08** 4개　**09** 55　**10** 90
11 17, 19, 22, 23, 26, 28, 29　**12** $0.\dot{6}$

2. 단항식의 계산

Lecture 03 지수법칙 (26~31쪽)

01 3^7　**02** x^4　**03** 5^6　**04** a^{15}　**05** x^9y^7
06 -1　**07** 7^9　**08** x^{12}　**09** 2^{21}　**10** x^{38}
11 $a^{10}b^{11}$　**12** x^5　**13** 1　**14** $\frac{1}{x^5}$　**15** y^8
16 $\frac{1}{a^4}$　**17** 1　**18** a^3b^6　**19** $81x^{16}$　**20** $4x^6y^4$
21 $\frac{a^4}{b^{12}}$　**22** $-\frac{x^6}{y^{15}}$　**23** ⑤　**24** 3　**25** 81
26 ⑤　**27** 5　**28** ⑤　**29** ③　**30** 4
31 ③, ⑤　**32** 2　**33** 윤희　**34** 2　**35** 20
36 ③　**37** $64a^3b^6$　**38** 15　**39** ④　**40** ②
41 10　**42** 60　**43** ③　**44** ②　**45** ③
46 10　**47** 17　**48** ④　**49** 13　**50** 6
51 5　**52** ⑤　**53** ②　**54** ②　**55** ③
56 5자리　**57** ①　**58** 6자리

Lecture 04 단항식의 곱셈과 나눗셈 (32~35쪽)

01 $6ab$　**02** $-12xy$　**03** $-4a^5b^2$　**04** $4a^2$　**05** $8b$
06 $20x^4y$　**07** $2b^2$　**08** $-\frac{1}{2}a$　**09** $4xy^2$　**10** $54ab^2$
11 14　**12** ③　**13** $-3ab^3$　**14** 12　**15** ⑤
16 $-\frac{1}{x^{15}}$　**17** ②　**18** 6　**19** $-8x^5y^2$　**20** ㄴ, ㄹ
21 ⑤　**22** 7　**23** ②　**24** $4x^5y^3$　**25** $-72x^3y^4$
26 b^9　**27** $7b^4$　**28** ⑤　**29** $3x^5y$　**30** $6a^2b^2$
31 $12x^2y^2$　**32** $21a^5b^3$　**33** $4y$　**34** ④

Level B 필수 유형 정복하기 36~39쪽

01 ① 02 ③ 03 ③ 04 1024 05 32
06 ④ 07 ⑤ 08 ③ 09 ④ 10 ④
11 ③ 12 ⑤ 13 ④ 14 $3xy^2$ 15 ⑤
16 $18x^2y$ 17 $\frac{5}{3}ab^2$ 18 $\frac{4}{9}b$ 19 12 20 4
21 15 22 (1) 45×10^{15} (2) 17자리 23 8
24 (1) $4\pi a^7b^4$ (2) $6\pi a^5b^5$ (3) $\frac{2a^2}{3b}$

Level C 발전 유형 정복하기 40~41쪽

01 ④ 02 ② 03 23 04 ① 05 4배
06 ⑤ 07 81 08 $-27a^4b^2$ 09 ① 10 7
11 (1) 2^{20} KB (2) 14자리 12 $-\frac{1}{2x^3}$

3. 다항식의 계산

Lecture 05 다항식의 덧셈과 뺄셈 44~47쪽

01 $3x-3y$ 02 $a+7b$ 03 $7x-2y-2$
04 $-2a+6b-4$ 05 $\frac{5}{6}a-\frac{1}{3}b$ 06 $\frac{1}{3}x-\frac{1}{2}y$
07 $5x+3$ 08 $6x+y$ 09 $8b$ 10 $7x-5y$ 11 ×
12 ○ 13 × 14 ○ 15 $4a^2$ 16 $-7x^2+4$
17 $-7x^2+2x-8$ 18 $3y^2-3y-5$
19 $-4x^2-x-3$ 20 $-5x^2+9x+4$ 21 ②
22 ① 23 -1 24 $8b-2$ 25 7 26 ④
27 -14 28 5 29 -24 30 $-a+8b$ 31 ③
32 x^2-2x+4 33 x^2-4x+6 34 ②
35 $2x^2-14x-3$ 36 ① 37 $2a+25b$ 38 ⑤
39 $7x-18y+11$ 40 3

Lecture 06 단항식과 다항식의 곱셈과 나눗셈 48~51쪽

01 $-5a^2-ab$ 02 $8x^2+16xy-8x$
03 $-3a^2+9ab-6ac$ 04 $-5x-2y$ 05 $-9a+6$
06 $-7x-14y+21$ 07 $5x^2-9x$ 08 $-x^2-2x$
09 $5y+8$ 10 $y-14$ 11 $6x+y$ 12 $-3x+7y$
13 ⑤ 14 ④ 15 13 16 $-18a^2+25ab+3a$
17 ③ 18 ① 19 $12a-8b+4$ 20 $16a-b$
21 5 22 ② 23 ④ 24 25
25 $22a+21b-12$ 26 ④ 27 $5xy^2$ 28 $33x^2+x$
29 $6y^2-15y$ 30 $62a^2+40ab$ 31 ③ 32 ①
33 ③ 34 2 35 ④ 36 $-7a+26b$

Level B 필수 유형 정복하기 52~55쪽

01 ⑤ 02 ①, ⑤ 03 ⑤ 04 ② 05 $x+4y-3$
06 $-\frac{3}{2}a^2+2a$ 07 ② 08 $20a^3b^2-8a^2b+6ab$
09 ② 10 -1 11 상민, 승희 12 $\frac{14}{3}a+8$
13 20 14 ③ 15 15 16 B 17 14
18 ③ 19 $-a+b$ 20 (1) $-10x^2+8x+3$ (2) $14x^2+1$
21 $\frac{1}{4}x^2y-\frac{1}{2}y+\frac{3}{4}$ 22 (1) $36x^2+24xy$ (2) $24x^2+16xy$
23 $8b+\frac{8}{3}$ 24 $18y-8$

Level C 발전 유형 정복하기 56~57쪽

01 ③ 02 ④ 03 $\frac{5}{3}ab+b^2-3b$ 04 9
05 $-30x^2y^3-4x+9y$ 06 ① 07 $4a+b$ 08 $-\frac{1}{4}$
09 ④ 10 $-4x^2+\frac{15}{2}x$
11 (1) $3a-2b$, $5ab$ (2) $60a^2b^2-40ab^3$ 12 1

4. 일차부등식

Lecture 07 부등식의 해와 그 성질 60~63쪽

01 × 02 ○ 03 × 04 ○ 05 ×
06 $x+6\geq4$ 07 $2x\leq-1$ 08 $3x\geq18000$
09 $200x+1000\leq3000$ 10 ㄱ, ㄹ, ㅁ 11 -2, -1, 0, 1
12 1, 2 13 2 14 $>$ 15 $>$ 16 $<$
17 $>$ 18 $<$ 19 $>$ 20 $\geq$ 21 $\leq$

22 ④ **23** ①, ③ **24** 2개 **25** ③ **26** ④
27 $180-10x<30$ **28** ④, ⑤ **29** 1 **30** ④
31 ④ **32** ④ **33** ⑤ **34** ④ **35** a
36 ③ **37** 10 **38** ①, ⑤ **39** $3\leq y\leq 19$

Lecture 08 일차부등식의 풀이 64~69쪽

01 ○ **02** × **03** × **04** ○ **05** $x>-5$
06 $x\leq 3$ **07** $x<-3$ **08** 풀이 41쪽 **09** 풀이 41쪽
10 풀이 41쪽 **11** 풀이 41쪽 **12** $x<-9$
13 $x\leq -1$ **14** $x>4$ **15** 풀이 41쪽 **16** 풀이 41쪽
17 $x<4$ **18** $x\geq 13$ **19** $x\leq 10$ **20** ④ **21** ④
22 $a\neq \frac{3}{5}$ **23** ③ **24** ⑤ **25** 6 **26** ④
27 ① **28** ④ **29** ③ **30** 1 **31** $x\leq 2$
32 ② **33** 2개 **34** ④ **35** ① **36** ①
37 0 **38** $x>\frac{3}{a}$ **39** $x>-1$ **40** ⑤ **41** -3
42 -6 **43** -4 **44** -5 **45** $x\leq 15$ **46** ⑤
47 ② **48** -2 **49** -2 **50** ④ **51** $a>4$
52 21

Lecture 09 일차부등식의 활용 70~75쪽

01 $4x-5>2x+9$ **02** 8 **03** 풀이 44쪽
04 7개 **05** 풀이 44쪽 **06** 8 km **07** 15
08 ② **09** 10, 11, 12 **10** 12 **11** 5개
12 11개 **13** 10송이 **14** ② **15** 15명 **16** 18,900점
17 ③ **18** 18명 **19** ② **20** 9개월 **21** 5600원
22 60000원 **23** 8권 **24** 6권 **25** ④ **26** ⑤
27 9 cm **28** ① **29** 25 cm **30** 15 km **31** ①
32 40 km **33** $\frac{3}{2}$ km **34** 5 km **35** ② **36** ⑤
37 50 g **38** ③ **39** 300 g **40** ④ **41** 100 g

Level B 필수 유형 정복하기 76~79쪽

01 ④ **02** ㈐ **03** 14개 **04** 2개 **05** ②
06 ④ **07** ④ **08** ㄱ, ㄴ, ㄷ **09** -2 **10** ⑤
11 9 **12** 4개 **13** 96점 **14** 17주 **15** ③
16 ① **17** ① **18** 60 g **19** 14
20 (1) $x>-\frac{6a+4}{5}$ (2) $x>-\frac{2}{3}$ (3) $-\frac{1}{9}$ **21** $-\frac{7}{3}$
22 (1) $10000+1200(x-5)\leq 16000$ (2) 10개 **23** 13명
24 24분

Level C 발전 유형 정복하기 80~81쪽

01 ②, ④ **02** $2\leq A\leq 14$ **03** ⑤ **04** 5개
05 -7 **06** ④ **07** 100분 **08** 8 cm **09** 50 g
10 -4 **11** 80 g **12** 3명

5. 연립일차방정식

Lecture 10 미지수가 2개인 연립일차방정식 84~87쪽

01 ○ **02** × **03** ○ **04** × **05** ×
06 × **07** ○ **08** ○ **09** (1, 8), (2, 5), (3, 2)
10 (1, 4), (3, 3), (5, 2), (7, 1) **11** (2, 4), (4, 1)
12 (1, 2), (4, 1) **13** (4, 1) **14** ③ **15** ②, ⑤
16 3개 **17** ④ **18** ④ **19** $5x+7y=12$
20 ③ **21** ㄴ, ㄹ **22** 4개 **23** (1, 5), (4, 1)
24 ④ **25** (3, 3) **26** 7 **27** ① **28** 6
29 ① **30** ④ **31** ⑤ **32** ㄴ, ㄹ **33** 1
34 6 **35** ① **36** 4

Lecture 11 연립일차방정식의 풀이 88~91쪽

01 $x=1,\ y=-2$ **02** $x=-1,\ y=1$
03 $x=2,\ y=-1$ **04** $x=3,\ y=3$
05 $x=6,\ y=6$ **06** $x=1,\ y=1$
07 $x=3,\ y=0$ **08** $x=4,\ y=4$
09 $x=-2,\ y=3$ **10** ④ **11** ④
12 $x=4,\ y=2$ **13** ④ **14** -1 **15** ㄱ, ㄹ

16 ② 17 30 18 ③ 19 ⑤ 20 $x=-\frac{1}{3}$

21 2 22 $x=4$, $y=1$ 23 ③

24 $x=3$, $y=-\frac{3}{2}$ 25 34 26 -30 27 ①

28 $x=-1$, $y=4$ 29 ① 30 ①

31 $x=-3$, $y=1$ 32 1 33 ③

Lecture 12 여러 가지 연립일차방정식 (92~95쪽)

01 $a=1$, $b=2$ 02 $a=7$, $b=2$

03 $\begin{cases} x-2y=13 \\ 3x+2y=-1 \end{cases}$, 해: $x=3$, $y=-5$ 04 $a=4$, $b=1$

05 $y=3x$ 06 $\begin{cases} 2x+y=10 \\ y=3x \end{cases}$, 해: $x=2$, $y=6$ 07 2

08 해가 무수히 많다. 09 해가 없다.

10 $a=-2$, $b=5$ 11 45 12 -2 13 ③

14 -3 15 ① 16 $a=-2$, $b=1$ 17 $\frac{15}{4}$

18 ② 19 4 20 12 21 ② 22 ④

23 $x=0$, $y=2$ 24 3 25 -24 26 ④

27 4 28 4 29 $-\frac{9}{4}$ 30 ③ 31 ⑤

32 ⑤

Lecture 13 연립일차방정식의 활용 (1) (96~99쪽)

01 $\begin{cases} x+y=48 \\ x-y=14 \end{cases}$ 02 $x=31$, $y=17$ 03 17, 31

04 $\begin{cases} x+y=12 \\ 50x+100y=800 \end{cases}$ 05 $x=8$, $y=4$

06 50원짜리 동전: 8개, 100원짜리 동전: 4개

07 $\begin{cases} x+y=38 \\ x+3=3(y+3) \end{cases}$ 08 $x=30$, $y=8$

09 어머니의 나이: 30살, 딸의 나이: 8살 10 37 11 49

12 ⑤ 13 ③ 14 46살

15 말 한 마리의 값: 36냥, 소 한 마리의 값: 28냥 16 400명

17 24명 18 77점 19 16개 20 8회 21 ④

22 ② 23 470명 24 138마리 25 28200원 26 7500원

27 80개 28 396 cm^2 29 ④ 30 ③ 31 10시간

32 5시간

Lecture 14 연립일차방정식의 활용 (2) (100~103쪽)

01 풀이 65쪽 02 $\begin{cases} x+y=7 \\ \frac{x}{3}+\frac{y}{4}=2 \end{cases}$

03 $x=3$, $y=4$

04 집과 서점 사이의 거리: 3 km, 서점과 학교 사이의 거리: 4 km

05 풀이 65쪽 06 $\begin{cases} x+y=800 \\ \frac{9}{100}x+\frac{13}{100}y=80 \end{cases}$

07 $x=600$, $y=200$ 08 소금물 A: 600 g, 소금물 B: 200 g

09 14 km 10 ② 11 2 km 12 7.5 km 13 6 km

14 25분 15 혜진: 분속 45 m, 수정: 분속 35 m

16 배: 시속 16 km, 강물: 시속 4 km 17 ② 18 ②

19 길이: 320 m, 속력: 초속 80 m 20 ① 21 450 g

22 ② 23 225 g 24 ④

25 설탕물 A: 8 %, 설탕물 B: 3 % 26 ② 27 20 %

28 식품 A: 150 g, 식품 B: 100 g 29 ④

30 합금 A: 280 g, 합금 B: 140 g

Level B 필수 유형 정복하기 (104~107쪽)

01 ①, ④ 02 ④ 03 ② 04 9 05 13

06 ④ 07 ⑤ 08 -4 09 11

10 $a=1$, $b=2$ 11 ④ 12 ③ 13 ⑤

14 어른: 6명, 청소년: 9명 15 9권 16 264상자 17 ③

18 ④ 19 40 m 20 ⑤ 21 20 22 54

23 (1) 6 (2) $x=4$, $y=2$ 24 12

25 (1) $\begin{cases} 3x+12y=1 \\ 6x+6y=1 \end{cases}$ (2) $x=\frac{1}{9}$, $y=\frac{1}{18}$ (3) 9일 26 1.4 km

Level C 발전 유형 정복하기 (108~109쪽)

01 6 02 ④ 03 $x=-\frac{1}{4}$, $y=\frac{1}{6}$ 04 1

05 4 06 -21 07 300명 08 7개 09 ③

10 ⑤ 11 2 12 (1) 볼펜: 3자루, 자: 900원 (2) 5개

13 시속 5 km

6. 일차함수와 그 그래프

Lecture 15 일차함수 (112~115쪽)

01 풀이 74쪽　02 풀이 74쪽　03 ×
04 ○　05 ○　06 ×　07 -12　08 7
09 3　10 $-\frac{1}{2}$　11 ○　12 ×　13 ×
14 ○　15 $y=3x$, 일차함수이다.
16 $y=\frac{200}{x}$, 일차함수가 아니다.
17 $y=5000-1200x$, 일차함수이다.　18 10　19 4
20 6　21 12　22 ②　23 ③, ④　24 3개
25 ⑤　26 2　27 ④　28 -4　29 ⑤
30 9　31 6　32 ④　33 2개　34 ③
35 $a\neq 3$　36 ③, ④　37 4　38 2　39 ⑤
40 -11

Lecture 16 일차함수의 그래프와 절편, 기울기 (116~121쪽)

01 -2　02 4　03 $-\frac{3}{7}$　04 $\frac{1}{2}$　05 $y=4x-1$
06 $y=-7x+9$　07 $y=\frac{3}{8}x-2$
08 $y=-\frac{3}{2}x-6$　09 풀이 76쪽　10 풀이 76쪽
11 x절편: -2, y절편: -2　12 x절편: 2, y절편: -3
13 x절편: -3, y절편: 1　14 x절편: -2, y절편: 6
15 x절편: 5, y절편: 5　16 x절편: 7, y절편: -1
17 x절편: 12, y절편: 9　18 기울기: 2, y의 값의 증가량: 6
19 기울기: -3, y의 값의 증가량: -9　20 3　21 -1
22 11　23 ②　24 -6　25 $-\frac{3}{2}$　26 -5
27 ⑤　28 4　29 ②　30 ②　31 ④
32 -7　33 1　34 25　35 ③
36 A$(6, 0)$, B$(0, -3)$　37 ④　38 ③　39 -2
40 -5　41 -1　42 ①　43 6　44 -8
45 -4　46 ①　47 $\frac{1}{3}$　48 -4　49 -6
50 ④　51 -1　52 -2　53 30　54 -4
55 $\frac{2}{3}$　56 -25　57 ④

Lecture 17 일차함수의 그래프의 성질 (122~125쪽)

01 ㄴ, ㄹ　02 ㄱ, ㄷ　03 ㄱ, ㄷ, ㄹ　04 ㄴ　05 ㄷ
06 $a>0$, $b>0$　07 $a<0$, $b>0$　08 -2
09 $a=6$, $b=-5$　10 ①　11 $a>0$, $b<0$
12 ⑤　13 ③　14 ㄴ, ㄹ　15 ③　16 -8
17 ④　18 -5　19 -11　20 ①　21 ②
22 6　23 ④　24 ⑤　25 ②　26 ㄷ, ㄹ
27 ④　28 ④

Lecture 18 일차함수의 그래프 그리기 (126~131쪽)

01 풀이 82쪽　02 풀이 82쪽　03 풀이 82쪽
04 풀이 82쪽　05 $y=4x-3$
06 $y=-\frac{1}{2}x+1$　07 $y=2x-7$
08 $y=-3x+7$　09 $y=2x+5$
10 $y=-2x+8$　11 $y=3x-1$
12 $y=-x+1$　13 $y=\frac{1}{2}x-1$
14 $y=\frac{2}{5}x+2$　15 ⑤　16 ②　17 ②
18 ①　19 16　20 ④　21 7　22 18
23 54　24 1　25 3　26 -2
27 $y=-4x+8$　28 -3　29 ②　30 -13
31 ④　32 14　33 $y=3x-\frac{5}{2}$　34 ①
35 $y=-2x+3$　36 ⑤　37 2　38 ⑤
39 7　40 ④　41 ①　42 2　43 8 cm
44 99 ℃　45 5시간

Lecture 19 일차함수의 활용 (132~135쪽)

01 $y=10+8x$　02 66 ℃　03 $y=17-2x$
04 9 cm　05 $y=50-2x$　06 18분　07 30분
08 12 ℃　09 ①　10 35분　11 47 cm　12 ③
13 ④　14 ②　15 ⑤
16 (1) $y=38-\frac{1}{15}x$　(2) 33 L　17 ⑤　18 ④
19 30분　20 10 km　21 ①　22 $\frac{175}{6}$시간　23 4분
24 6초　25 180 cm^2　26 (1) $y=3x+54$　(2) 3초

Level B 필수 유형 정복하기
136~139쪽

01 ①, ③ 02 ④ 03 ② 04 ① 05 10
06 18 07 $m\ge\frac{1}{2}$ 08 $\frac{9}{2}$ 09 제2사분면
10 $-\frac{2}{3}$ 11 -2 12 ④ 13 ④ 14 18
15 -12 16 ② 17 5 L 18 17개 19 ②
20 24초 21 1 22 -12 23 2π 24 -4
25 (1) $y=32-\frac{1}{5}x$ (2) 85분
26 (1) $y=360-36x$ (2) 6초

Level C 발전 유형 정복하기
140~141쪽

01 -5 02 ㄴ, ㄷ, ㄹ 03 -4 04 17 05 $\frac{1}{2}$
06 -2 07 12 08 ③ 09 36 cm
10 $y=15+5.5x$ 11 -7 12 $y=-\frac{1}{6}x+5$
13 (1) $y=2x$ (2) 6 (3) $y=20-2x$ (4) 2, 8

7. 일차함수와 일차방정식의 관계

Lecture 20 일차함수와 일차방정식
144~149쪽

01 $y=\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$ 02 $y=\frac{1}{5}x-\frac{2}{5}$
03 기울기: 2, x절편: $\frac{1}{4}$, y절편: $-\frac{1}{2}$
04 기울기: $-\frac{5}{3}$, x절편: 3, y절편: 5 05 풀이 95쪽
06 풀이 95쪽 07 풀이 95쪽 08 풀이 95쪽
09 $x=5$ 10 $x=-3$ 11 $y=2$ 12 $y=-6$ 13 ③, ④
14 ⑤ 15 $-\frac{4}{9}$ 16 1 17 ④ 18 -2
19 -6 20 -4 21 -8 22 ④ 23 5
24 ① 25 4 26 0 27 ③ 28 -3
29 ②, ③ 30 $x=2$ 31 ⑤ 32 $-\frac{1}{5}$ 33 3
34 ④ 35 9 36 12 37 ⑤ 38 3
39 ③ 40 ⑤ 41 ④ 42 ④
43 $a>0$, $b=0$ 44 ㄴ, ㄷ 45 $-2\le a\le-\frac{2}{5}$
46 ①
47 (1) 점 A를 지날 때: 12, 점 B를 지날 때: 3, 점 C를 지날 때: 11
(2) $3\le a\le 12$

Lecture 21 연립일차방정식의 해와 그래프
150~154쪽

01 $x=3$, $y=1$ 02 $x=2$, $y=-3$ 03 풀이 99쪽
04 풀이 99쪽 05 4 06 ② 07 -4
08 7 09 $a=2$, $b=-1$ 10 -1 11 ①
12 $-\frac{1}{3}$ 13 ⑤ 14 $y=-1$ 15 $-\frac{12}{5}$ 16 -5
17 ③ 18 -1 19 2 20 -8 21 ⑤
22 $a=-5$, $b=2$ 23 $k\ne-\frac{2}{3}$ 24 ② 25 12
26 ③ 27 $\frac{1}{3}$ 28 -1 29 $\frac{27}{2}$ 30 6
31 $y=-5x+5$ 32 $-\frac{3}{2}$ 33 ② 34 $\frac{18}{5}$분

Level B 필수 유형 정복하기
155~158쪽

01 ③ 02 3 03 7 04 ㄱ: n, ㄴ: l, ㄷ: m
05 ⑤ 06 ④ 07 ③ 08 ④ 09 (1, 4)
10 ① 11 -12 12 ① 13 ① 14 제2사분면
15 ② 16 ② 17 $\frac{2}{15}$ 18 (4, 2)
19 (1) A(3, 0), B(3, -6), C(1, -2) (2) $-\frac{15}{2}\le a\le-\frac{3}{2}$
20 -5 21 -13 22 20 23 (1) 15분 (2) $\frac{9}{8}$ km

Level C 발전 유형 정복하기
159~160쪽

01 ⑤ 02 -1, 1 03 $b\le5$ 04 4 05 -14
06 4π 07 ③ 08 ④ 09 $-4\le a\le-\frac{2}{3}$
10 12 11 28

1. 유리수와 순환소수

Lecture 01 유리수의 소수 표현

Level A 개념 익히기 8~9쪽

01 답 0.7, 유한소수

02 답 0.444⋯, 무한소수

참고 분수는 (분자)÷(분모)를 하면 정수 또는 소수로 나타낼 수 있다.

03 답 -0.45, 유한소수

04 답 0.5909090⋯, 무한소수

05 답 $-0.1333\cdots$, 무한소수

06 답 0.42, 유한소수

07 답 5, $0.\dot{5}$

08 답 2, $1.4\dot{2}$

09 답 18, $0.\dot{1}\dot{8}$

10 답 43, $4.\dot{0}4\dot{3}$

11 답 456, $0.\dot{4}5\dot{6}$

12 답 07, $3.24\dot{0}\dot{7}$

13 $\frac{1}{9}=0.111\cdots=0.\dot{1}$ 답 $0.\dot{1}$, 1

14 $\frac{6}{11}=0.545454\cdots=0.\dot{5}\dot{4}$ 답 $0.\dot{5}\dot{4}$, 54

15 $\frac{10}{27}=0.370370370\cdots=0.\dot{3}7\dot{0}$ 답 $0.\dot{3}7\dot{0}$, 370

16 $\frac{13}{6}=2.1666\cdots=2.1\dot{6}$ 답 $2.1\dot{6}$, 6

17 $\frac{50}{33}=1.515151\cdots=1.\dot{5}\dot{1}$ 답 $1.\dot{5}\dot{1}$, 51

18 $\frac{7}{90}=0.0777\cdots=0.0\dot{7}$ 답 $0.0\dot{7}$, 7

19 $\frac{7}{4}=\frac{7}{2^2}=\frac{7\times\boxed{5^2}}{2^2\times\boxed{5^2}}=\frac{\boxed{175}}{100}=\boxed{1.75}$ 답 풀이 참조

20 $\frac{9}{50}=\frac{9}{2\times5^2}=\frac{9\times\boxed{2}}{2\times5^2\times\boxed{2}}=\frac{\boxed{18}}{100}=\boxed{0.18}$ 답 풀이 참조

21 $\frac{31}{200}=\frac{31}{2^3\times5^2}=\frac{31\times\boxed{5}}{2^3\times5^2\times\boxed{5}}=\frac{\boxed{155}}{1000}=\boxed{0.155}$ 답 풀이 참조

22 $\frac{6}{2\times3^2}=\frac{1}{3}$ 답 ×

23 $\frac{12}{3\times5^2}=\frac{4}{5^2}$ 답 ○

24 $\frac{8}{30}=\frac{4}{15}=\frac{4}{3\times5}$ 답 ×

25 $\frac{14}{70}=\frac{1}{5}$ 답 ○

Level B 유형 공략하기 9~13쪽

하 **26** ㄱ. $\frac{1}{4}=0.25$　ㄴ. $-\frac{2}{5}=-0.4$

ㄷ. $\frac{3}{7}=0.428571\cdots$　ㄹ. $-\frac{11}{10}=-1.1$

ㅁ. $\frac{23}{12}=1.91666\cdots$　ㅂ. $\frac{19}{20}=0.95$

이상에서 소수로 나타내었을 때, 유한소수가 아닌 것은 ㄷ, ㅁ이다. 답 ㄷ, ㅁ

하 **27** 1.6 ⇨ 유한소수

$\frac{10}{3}=3.333\cdots$ ⇨ 무한소수

$\pi=3.14159265\cdots$ ⇨ 무한소수

$-\frac{8}{25}=-0.32$ ⇨ 유한소수

$\frac{1}{14}=0.0714285\cdots$ ⇨ 무한소수

따라서 무한소수인 것은 $\frac{10}{3}$, π, $\frac{1}{14}$의 3개이다. 답 3개

중 **28** ① $\frac{21}{8}$은 유리수이다.

② 2.318318⋯은 무한소수이다.

③ 5.409는 유한소수이다.

④ $\frac{17}{6}$을 소수로 나타내면 2.8333⋯이므로 무한소수이다.

⑤ $\frac{4}{11}$를 소수로 나타내면 0.363636⋯이므로 무한소수이다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

중 **29** ① $0.5333\cdots=0.5\dot{3}$

② $7.070707\cdots=7.\dot{0}\dot{7}$

③ $-3.0222\cdots=-3.0\dot{2}$

④ $0.134134134\cdots=0.\dot{1}3\dot{4}$

⑤ $0.02282828\cdots=0.02\dot{2}\dot{8}$

따라서 옳은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

공략 비법

다음과 같은 순서에 따라 순환소수를 표현한다.

❶ 소수점 아래에서

❷ 처음으로 반복되는 순환마디를 찾아

❸ 양 끝의 숫자 위에 점을 찍는다.

➡

순환소수	순환마디	순환소수의 표현
$0.aaa\cdots$	a	$0.\dot{a}$
$0.ababab\cdots$	ab	$0.\dot{a}\dot{b}$
$a.bcabcabca\cdots$	bca	$a.\dot{b}c\dot{a}$

하 **30** 주어진 순환소수의 순환마디는 각각 다음과 같다.

① 30　② 87　③ 21　④ 25 답 ⑤

중 **31** (1) $\frac{40}{27}=1.481481481\cdots$의 순환마디는 481이다. ⋯⋯ ㉮

(2) 순환마디의 양 끝의 숫자 위에 점을 찍어 나타내면

$\dfrac{40}{27}=1.\dot{4}8\dot{1}$ …… ㉯

답 (1) 481 (2) $1.\dot{4}8\dot{1}$

채점 기준

(1)	㉮ 순환마디 구하기	50 %
(2)	㉯ 순환마디를 이용하여 간단히 나타내기	50 %

중 **32** 주어진 분수를 소수로 나타내어 순환마디를 구하면

① $\dfrac{2}{3}=0.666\cdots$ ⇨ 6

② $\dfrac{5}{6}=0.8333\cdots$ ⇨ 3

③ $\dfrac{6}{7}=0.857142857142\cdots$ ⇨ 857142

④ $\dfrac{7}{11}=0.636363\cdots$ ⇨ 63

⑤ $\dfrac{4}{15}=0.2666\cdots$ ⇨ 6

따라서 순환마디를 이루는 숫자의 개수가 가장 많은 것은 ③이다.

답 ③

중 **33** $\dfrac{12}{37}=0.324324324\cdots=0.\dot{3}2\dot{4}$이므로 순환마디를 이루는 숫자의 개수는 3개이다.

이때 $25=3\times8+1$이므로 소수점 아래 25번째 자리의 숫자는 순환마디의 첫 번째 숫자인 3이다.

답 3

중 **34** $\dfrac{4}{7}=0.571428571428\cdots=0.\dot{5}7142\dot{8}$이므로 순환마디를 이루는 숫자의 개수는 6개이고, □ 안에 알맞은 숫자는 2이다.

이때 $38=6\times6+2$이므로 소수점 아래 38번째 자리의 숫자는 순환마디의 2번째 숫자인 7이다.

답 2, 7

상 **35** $3.40\dot{1}7\dot{5}$의 순환마디를 이루는 숫자의 개수는 3개이고, 소수점 아래 3번째 자리에서 순환마디가 시작되므로 소수점 아래 20번째 자리의 숫자는 순환마디가 시작된 후 $20-2=18$(번째) 자리의 숫자와 같고, 소수점 아래 70번째 자리의 숫자는 순환마디가 시작된 후 $70-2=68$(번째) 숫자와 같다.

이때 $18=3\times6$이므로 소수점 아래 20번째 자리의 숫자는 순환마디의 3번째 숫자인 5이고, $68=3\times22+2$이므로 소수점 아래 70번째 자리의 숫자는 순환마디의 2번째 숫자인 7이다.

따라서 $a=5$, $b=7$이므로

$a+b=5+7=12$

답 ④

상 **36** $\dfrac{5}{11}=0.454545\cdots=0.\dot{4}\dot{5}$이므로 순환마디를 이루는 숫자의 개수는 2개이다.

이때 $100=2\times50$이므로 소수점 아래 첫째 자리부터 100번째 자리까지 순환마디가 50번 반복된다.

따라서 구하는 합은

$(4+5)\times50=450$

답 450

중 **37** $\dfrac{21}{140}=\dfrac{3}{20}=\dfrac{3}{2^2\times5}=\dfrac{3\times5}{2^2\times5\times5}=\dfrac{15}{100}=0.15$

따라서 $a=3$, $b=5$, $c=15$, $d=0.15$이므로

$a+b+c+d=3+5+15+0.15=23.15$

답 23.15

하 **38** ① $\dfrac{39}{12}=\dfrac{13}{4}=\dfrac{13\times5^2}{2^2\times5^2}=\dfrac{325}{10^2}$

② $\dfrac{12}{30}=\dfrac{2}{5}=\dfrac{2\times2}{5\times2}=\dfrac{4}{10}$

③ $\dfrac{7}{42}=\dfrac{1}{6}=\dfrac{1}{2\times3}$

④ $\dfrac{3}{51}=\dfrac{1}{17}$

⑤ $\dfrac{27}{75}=\dfrac{9}{25}=\dfrac{9\times2^2}{5^2\times2^2}=\dfrac{36}{10^2}$

따라서 분모를 10의 거듭제곱 꼴로 나타낼 수 없는 것은 ③, ④이다.

답 ③, ④

중 **39** $\dfrac{84}{150}=\dfrac{14}{\boxed{\text{(가) } 25}}=\dfrac{14\times\boxed{\text{(나) } 2^2}}{5^2\times\boxed{\text{(나) } 2^2}}=\dfrac{\boxed{\text{(다) } 56}}{10^2}=\boxed{\text{(라) } 0.56}$

답 (가) 25 (나) 2^2 (다) 56 (라) 0.56

중 **40** $\dfrac{3}{80}=\dfrac{3}{2^4\times5}=\dfrac{3\times5^3}{2^4\times5^4}$

$=\dfrac{375}{10^4}=\dfrac{3750}{10^5}=\dfrac{37500}{10^6}=\cdots$ …… ㉮

따라서 $m+n$의 값 중에서 가장 작은 값은

$4+375=379$ …… ㉯

답 379

채점 기준

㉮ $\dfrac{3}{80}$을 $\dfrac{n}{10^m}$ 꼴로 나타내기	60 %
㉯ $m+n$의 값 중에서 가장 작은 값 구하기	40 %

중 **41** ① $\dfrac{9}{2\times3\times5}=\dfrac{3}{2\times5}$

③ $\dfrac{42}{3\times5^2\times7}=\dfrac{2}{5^2}$

④ $\dfrac{132}{3\times7\times11}=\dfrac{4}{7}$

⑤ $\dfrac{12}{2^2\times3^2\times5}=\dfrac{1}{3\times5}$

따라서 유한소수로 나타낼 수 없는 것은 ④, ⑤이다.

답 ④, ⑤

중 **42** 먼저 분수를 기약분수로 고친 후, 분모의 소인수가 2나 5뿐인 것을 찾는다.

ㄱ. $\dfrac{5}{12}=\dfrac{5}{2^2\times3}$

ㄴ. $\dfrac{14}{35}=\dfrac{2}{5}$

ㄷ. $\dfrac{6}{2^3\times3^2\times5}=\dfrac{1}{2^2\times3\times5}$

ㄹ. $\dfrac{6}{45}=\dfrac{2}{15}=\dfrac{2}{3\times5}$

ㅁ. $\frac{9}{2\times3\times5^2}=\frac{3}{2\times5^2}$

이상에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것은 ㄴ, ㅁ이다.

답 ㄴ, ㅁ

공략 비법

유한소수, 무한소수 판별법

❶ 주어진 분수를 기약분수로 나타낸다.

❷ 분모를 소인수분해한다.

❸ 분모의 소인수가

• 2나 5뿐이면 ➡ 유한소수

• 2와 5 이외의 다른 소인수가 있으면 ➡ 무한소수

중 **43** 분수가 유한소수로 나타내어지려면 분수를 기약분수로 나타내었을 때, 분모의 소인수가 2나 5뿐이어야 한다.

이때 a는 1보다 크고 10보다 작은 자연수이므로

$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}=\frac{1}{2^2}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}=\frac{1}{2\times3}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{8}=\frac{1}{2^3}$, $\frac{1}{9}=\frac{1}{3^2}$

따라서 구하는 a의 값은 2, 4, 5, 8이다.

답 2, 4, 5, 8

상 **44** 달력에서 찾을 수 있는 분수는

$\frac{1}{8}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{4}{11}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{6}{13}$, $\frac{7}{14}$, $\frac{8}{15}$, $\frac{9}{16}$

이고, 이 분수 중 유한소수로 나타낼 수 있는 분수는

$\frac{1}{8}=\frac{1}{2^3}$, $\frac{3}{10}=\frac{3}{2\times5}$, $\frac{7}{14}=\frac{1}{2}$, $\frac{9}{16}=\frac{9}{2^4}$

의 4개이다.

답 4개

중 **45** $\frac{33}{210}\times x=\frac{11}{70}\times x=\frac{11}{2\times5\times7}\times x$가 유한소수로 나타내어지려면 x는 7의 배수이어야 한다.

따라서 가장 작은 두 자리 자연수 x의 값은 14이다.

답 14

공략 비법

분수에 자연수 x를 곱하여 유한소수가 되도록 하려면

❶ 주어진 분수를 기약분수로 나타낸다.

❷ 분모를 소인수분해한다.

➡ x는 분모의 소인수 중 2와 5를 제외한 소인수들의 곱의 배수이다.

하 **46** 분수가 유한소수가 되려면 분수를 기약분수로 나타내었을 때, 분모의 소인수가 2나 5뿐이어야 하므로 a는 3×7, 즉 21의 배수이어야 한다.

따라서 a의 값이 될 수 없는 것은 ④이다.

답 ④

중 **47** $\frac{13}{264}\times n=\frac{13}{2^3\times3\times11}\times n$이 유한소수가 되려면 n은 3×11, 즉 33의 배수이어야 한다. …… ㉮

따라서 100보다 작은 자연수 n은 33, 66, 99의 3개이다. …… ㉯

답 3개

채점 기준

㉮ n이 33의 배수임을 알기	60 %
㉯ 100보다 작은 자연수 n의 개수 구하기	40 %

상 **48** $\frac{3}{165}\times a=\frac{1}{55}\times a=\frac{1}{5\times11}\times a$가 유한소수로 나타내어지려면 a는 11의 배수이어야 하고, $\frac{17}{56}\times a=\frac{17}{2^3\times7}\times a$가 유한소수로 나타내어지려면 a는 7의 배수이어야 하므로 a는 11과 7의 공배수, 즉 77의 배수이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수 a의 값은 77이다.

답 77

중 **49** ① $\frac{54}{2^2\times5\times3}=\frac{9}{2\times5}$

② $\frac{54}{2^2\times5\times6}=\frac{9}{2^2\times5}$

③ $\frac{54}{2^2\times5\times15}=\frac{9}{2\times5^2}$

④ $\frac{54}{2^2\times5\times18}=\frac{3}{2^2\times5}$

⑤ $\frac{54}{2^2\times5\times21}=\frac{9}{2\times5\times7}$

따라서 x의 값이 될 수 없는 것은 ⑤이다.

답 ⑤

중 **50** $\frac{6}{80\times x}=\frac{3}{40\times x}=\frac{3}{2^3\times5\times x}$이 유한소수가 되려면 x는 소인수가 2나 5로만 이루어진 수 또는 3의 약수 또는 이들의 곱으로 이루어진 수이어야 한다.

따라서 가장 큰 두 자리 자연수 x의 값은 96이다.

답 96

공략 비법

분수의 분모에 자연수 x를 곱하여 유한소수가 되도록 하려면

❶ 주어진 분수를 기약분수로 나타낸다.

❷ 분모를 소인수분해한다.

➡ x가 될 수 있는 수는

① 소인수가 2나 5뿐인 수

② ❶의 분자의 약수

③ ①, ②에 해당하는 수들의 곱

중 **51** $\frac{9}{25\times x}=\frac{9}{5^2\times x}$가 유한소수로 나타내어지려면 x는 소인수가 2나 5로만 이루어진 수 또는 9의 약수 또는 이들의 곱으로 이루어진 수이어야 한다.

따라서 한 자리 자연수 x는

1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9

이므로 구하는 합은

$1+2+3+4+5+6+8+9=38$

답 38

상 **52** $\frac{21}{10\times x}=\frac{21}{2\times5\times x}$이 유한소수가 되려면 x는 소인수가 2나 5로만 이루어진 수 또는 21의 약수 또는 이들의 곱으로 이루어진 수이어야 한다.

따라서 20 미만의 자연수 x는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 12, 14, 15, 16의 13개이다.

답 13개

중 **53** $\frac{x}{180}=\frac{x}{2^2\times3^2\times5}$가 유한소수가 되려면 x는 3^2, 즉 9의 배수이어야 한다.

또한, $\frac{x}{180}$를 기약분수로 나타내면 $\frac{7}{y}$이므로 x는 7의 배수이다.
따라서 x는 9와 7의 공배수, 즉 63의 배수이면서 두 자리 자연수이므로
$x=63$
$\frac{63}{180}=\frac{7}{20}$이므로 $y=20$
$\therefore x-y=63-20=43$ 답 43

중 54 조건 (가)에서 x는 7의 배수이고, 조건 (나)에서 x는 3의 배수이므로 x는 7과 3의 공배수, 즉 21의 배수이다.
따라서 가장 작은 세 자리 자연수 x의 값은 105이다. 답 105

중 55 $\frac{a}{136}=\frac{a}{2^3\times17}$가 유한소수가 되려면 a는 17의 배수이어야 한다.
이때 $30<a<40$이므로 $a=34$ …… ㉮
$\frac{34}{136}=\frac{1}{4}$이므로 $b=4$ …… ㉯
$\therefore a+b=34+4=38$ …… ㉰
답 38

채점 기준

㉮ a의 값 구하기	40 %
㉯ b의 값 구하기	40 %
㉰ $a+b$의 값 구하기	20 %

중 56 $\frac{27}{3^2\times5\times a}=\frac{3}{5\times a}$이 순환소수가 되려면 기약분수의 분모가 2와 5 이외의 소인수를 가져야 한다.
이때 a는 10보다 작은 자연수이므로
$a=3$ 또는 $a=6$ 또는 $a=7$ 또는 $a=9$
$a=3$일 때, $\frac{3}{5\times3}=\frac{1}{5}$
$a=6$일 때, $\frac{3}{5\times6}=\frac{1}{2\times5}$
$a=7$일 때, $\frac{3}{5\times7}$
$a=9$일 때, $\frac{3}{5\times9}=\frac{1}{3\times5}$
따라서 구하는 a의 값은 7, 9이다. 답 7, 9

공략 비법
분수 A를 기약분수로 나타내었을 때, 분모가 2와 5 이외의 소인수를 가지면 ➡ 분수 A는 순환소수로 나타내어진다.

중 57 $\frac{x}{165}=\frac{x}{3\times5\times11}$가 순환소수가 되려면 기약분수의 분모가 2와 5 이외의 소인수를 가져야 하므로 x는 3×11, 즉 33의 배수가 아니어야 한다.
따라서 x의 값이 될 수 없는 것은 ③이다. 답 ③

중 58 $\frac{42}{x}$가 순환소수가 되려면 기약분수의 분모가 2와 5 이외의 소인수를 가져야 한다.
① $\frac{42}{12}=\frac{7}{2}$ ② $\frac{42}{18}=\frac{7}{3}$ ③ $\frac{42}{21}=2$
④ $\frac{42}{35}=\frac{6}{5}$ ⑤ $\frac{42}{49}=\frac{6}{7}$
따라서 x의 값이 될 수 있는 것은 ②, ⑤이다. 답 ②, ⑤

상 59 $\frac{1}{3}=\frac{8}{24}$, $\frac{5}{8}=\frac{15}{24}$이므로 x는 8과 15 사이의 자연수이다.
이때 $\frac{x}{24}=\frac{x}{2^3\times3}$가 순환소수로 나타내어지려면 x는 3의 배수가 아니어야 한다.
따라서 8과 15 사이의 자연수 x는 10, 11, 13, 14의 4개이다.
답 4개

Lecture 02 순환소수의 분수 표현

Level A 개념 익히기 14쪽

01
순환소수 $0.\dot{2}\dot{3}$을 x로 놓으면
$x=0.232323\cdots$ …… ㉠
㉠의 양변에 $\boxed{100}$을 곱하면
$\boxed{100}x=23.232323\cdots$ …… ㉡
㉡에서 ㉠을 변끼리 빼면
$\boxed{99}x=\boxed{23}$ $\therefore x=\frac{\boxed{23}}{99}$

답 풀이 참조

02
순환소수 $0.5\dot{1}$을 x로 놓으면
$x=0.5111\cdots$ …… ㉠
㉠의 양변에 $\boxed{10}$을 곱하면
$\boxed{10}x=5.111\cdots$ …… ㉡
또, ㉠의 양변에 $\boxed{100}$을 곱하면
$\boxed{100}x=51.111\cdots$ …… ㉢
㉢에서 ㉡을 변끼리 빼면
$\boxed{90}x=\boxed{46}$ $\therefore x=\frac{\boxed{23}}{45}$

답 풀이 참조

03 $1.\dot{6}=\frac{16-1}{9}=\frac{5}{3}$ 답 $\frac{5}{3}$

04 $0.\dot{5}\dot{2}=\frac{52}{99}$ 답 $\frac{52}{99}$

05 $0.4\dot{5}=\frac{45-4}{90}=\frac{41}{90}$ 답 $\frac{41}{90}$

06 $0.\dot{5}7\dot{8}=\frac{578-5}{990}=\frac{191}{330}$ 답 $\frac{191}{330}$

중 07 $x=0.18\dot{4}=0.18444\cdots$이므로

$100x=18.444\cdots$, $1000x=184.444\cdots$

$\therefore 1000x-100x=166$ 답 ⑤

하 08

순환소수 $0.3\dot{4}\dot{6}$을 x로 놓으면

$x=0.3464646\cdots$ …… ㉠

㉠의 양변에 $\boxed{(가)\ 10}$을 곱하면

$\boxed{(가)\ 10}\,x=3.464646\cdots$ …… ㉡

또, ㉠의 양변에 $\boxed{(나)\ 1000}$을 곱하면

$\boxed{(나)\ 1000}\,x=346.464646\cdots$ …… ㉢

㉢에서 ㉡을 변끼리 빼면

$\boxed{(다)\ 990}\,x=\boxed{(라)\ 343}$ $\quad\therefore x=\boxed{(마)\ \dfrac{343}{990}}$

답 (가) 10 (나) 1000 (다) 990 (라) 343 (마) $\dfrac{343}{990}$

중 09 [민정] $x=1.333\cdots$이므로 $10x=13.333\cdots$

$\therefore 10x-x=12$

[은수] $x=2.7555\cdots$이므로

$10x=27.555\cdots$, $100x=275.555\cdots$

$\therefore 100x-10x=248$

[규민] $x=3.252525\cdots$이므로 $100x=325.252525\cdots$

$\therefore 100x-x=322$

[성주] $x=5.2404040\cdots$이므로

$10x=52.404040\cdots$, $1000x=5240.404040\cdots$

$\therefore 1000x-10x=5188$

따라서 잘못 말한 학생은 은수뿐이다. 답 은수

중 10 ① $0.\dot{2}\dot{1}=\dfrac{21}{99}=\dfrac{7}{33}$

② $0.3\dot{5}=\dfrac{35-3}{90}=\dfrac{16}{45}$

③ $3.\dot{1}\dot{2}=\dfrac{312-3}{99}=\dfrac{103}{33}$

④ $0.\dot{2}3\dot{4}=\dfrac{234}{999}=\dfrac{26}{111}$

⑤ $1.\dot{1}8\dot{2}=\dfrac{1182-11}{990}=\dfrac{1171}{990}$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

공략 비법

순환소수를 분수로 나타내기

a, b, c가 0 또는 한 자리 자연수일 때,

① $0.\dot{a}=\dfrac{a}{9}$ ② $0.\dot{a}\dot{b}=\dfrac{ab}{99}$

③ $0.a\dot{b}=\dfrac{ab-a}{90}$ ④ $0.a\dot{b}\dot{c}=\dfrac{abc-ab}{900}$

하 11 ① $0.7\dot{3}=\dfrac{73-7}{90}$ ② $0.1\dot{2}\dot{0}=\dfrac{120-1}{990}$

③ $4.0\dot{6}=\dfrac{406-40}{90}$ ⑤ $1.\dot{3}1\dot{5}=\dfrac{1315-1}{999}$

따라서 옳은 것은 ④이다. 답 ④

중 12 $3.6\dot{9}=\dfrac{369-36}{90}=\dfrac{37}{10}$이므로 …… ㉮

$a=10$, $b=37$ …… ㉯

$\therefore \dfrac{a}{b}=\dfrac{10}{37}=0.270270270\cdots=0.\dot{2}7\dot{0}$ …… ㉰

답 $0.\dot{2}7\dot{0}$

채점 기준

㉮ $3.6\dot{9}$를 기약분수로 나타내기	40 %
㉯ a, b의 값 구하기	20 %
㉰ $\dfrac{a}{b}$를 순환소수로 나타내기	40 %

상 13 $9\times\left(\dfrac{1}{10}+\dfrac{1}{10^3}+\dfrac{1}{10^5}+\cdots\right)$

$=9\times(0.1+0.001+0.00001+\cdots)$

$=9\times0.101010\cdots$

$=9\times0.\dot{1}\dot{0}$

$=9\times\dfrac{10}{99}$

$=\dfrac{10}{11}$

따라서 $a=11$, $b=10$이므로

$a-b=11-10=1$ 답 1

중 14 $1.\dot{4}=\dfrac{14-1}{9}=\dfrac{13}{9}$이므로 처음 기약분수의 분자는 13이고,

$0.\dot{6}=\dfrac{6}{9}=\dfrac{2}{3}$이므로 처음 기약분수의 분모는 3이다.

$\therefore \dfrac{13}{3}=4.333\cdots=4.\dot{3}$ 답 ⑤

공략 비법

기약분수를 소수로 나타내는데

① 분모를 잘못 보았다. ➡ 분자는 제대로 보았다.

② 분자를 잘못 보았다. ➡ 분모는 제대로 보았다.

중 15 $0.3\dot{6}=\dfrac{36-3}{90}=\dfrac{11}{30}$이므로 기약분수의 분자는 11이고,

$0.\dot{7}=\dfrac{7}{9}$이므로 기약분수의 분모는 9이다.

따라서 $a=9$, $b=11$이므로

$\dfrac{a}{b}=\dfrac{9}{11}=0.818181\cdots=0.\dot{8}\dot{1}$ 답 $0.\dot{8}\dot{1}$

중 16 $a=2.\dot{4}\dot{5}=\dfrac{245-2}{99}=\dfrac{27}{11}$

$b=0.1\dot{9}\dot{0}=\dfrac{190-1}{990}=\dfrac{21}{110}$

$\therefore \dfrac{b}{a}=\dfrac{21}{110}\div\dfrac{27}{11}=\dfrac{21}{110}\times\dfrac{11}{27}=\dfrac{7}{90}=0.0777\cdots=0.0\dot{7}$

답 ④

하 **17** $\frac{13}{3}-1.\dot{8}=\frac{13}{3}-\frac{18-1}{9}=\frac{13}{3}-\frac{17}{9}$

$=\frac{22}{9}=2.444\cdots=2.\dot{4}$ 답 ①

중 **18** $0.8\dot{3}+1.\dot{3}=\frac{83-8}{90}+\frac{13-1}{9}=\frac{5}{6}+\frac{4}{3}=\frac{13}{6}$

따라서 $a=6$, $b=13$이므로

$a+b=6+13=19$ 답 19

중 **19** $0.\dot{3}x-2=1.\dot{2}$에서 $\frac{3}{9}x-2=\frac{12-1}{9}$

$3x-18=11$, $3x=29$

$\therefore x=\frac{29}{3}=9.666\cdots=9.\dot{6}$ 답 ⑤

개념 보충 학습

계수가 분수인 일차방정식은 양변에 분모의 최소공배수를 곱하여 계수를 모두 정수로 고쳐서 푼다.

하 **20** $\frac{16}{33}=a+0.\dot{3}\dot{4}$에서 $\frac{16}{33}=a+\frac{34}{99}$

$\therefore a=\frac{16}{33}-\frac{34}{99}=\frac{14}{99}=0.141414\cdots=0.\dot{1}\dot{4}$ 답 $0.\dot{1}\dot{4}$

중 **21** $1.4\dot{7}=\frac{147-14}{90}=\frac{133}{90}=133\times\frac{1}{90}=133\times0.0\dot{1}$

$\therefore A=133$ …… ㉮

$0.\dot{5}=\frac{5}{9}=5\times\frac{1}{9}=5\times0.\dot{1}$

$\therefore B=5$ …… ㉯

$\therefore A-B=133-5=128$ …… ㉰

답 128

채점 기준

㉮ A의 값 구하기	40 %
㉯ B의 값 구하기	40 %
㉰ $A-B$의 값 구하기	20 %

중 **22** $1.0\dot{6}=\frac{106-10}{90}=\frac{16}{15}=\frac{16}{3\times5}$

따라서 곱할 수 있는 자연수는 3의 배수이므로 가장 작은 자연수는 3이다. 답 3

중 **23** $0.\dot{2}\dot{7}=\frac{27}{99}=\frac{3}{11}$

따라서 x는 11의 배수이어야 하므로 가장 작은 세 자리 자연수 x의 값은 110이다. 답 110

중 **24** $1.4\dot{4}\dot{2}=\frac{1442-14}{990}=\frac{238}{165}=\frac{238}{3\times5\times11}$

따라서 A는 3×11, 즉 33의 배수이어야 하므로 A의 값이 될 수 있는 것은 ④이다. 답 ④

중 **25** $0.19\dot{4}=\frac{194-19}{900}=\frac{7}{36}=\frac{7}{2^2\times3^2}$ …… ㉮

따라서 x는 3^2, 즉 9의 배수이어야 하므로

$a=9$, $b=99$ …… ㉯

$\therefore \frac{b}{a}=\frac{99}{9}=11$ …… ㉰

답 11

채점 기준

㉮ $0.19\dot{4}$를 기약분수로 나타내고, 분모를 소인수분해하기	40 %
㉯ a, b의 값 구하기	40 %
㉰ $\frac{b}{a}$의 값 구하기	20 %

중 **26** ① 무한소수 중 순환소수만 유리수이다.

② $\frac{1}{3}=0.333\cdots$은 정수가 아닌 유리수이지만 유한소수로 나타낼 수 없다.

③ 모든 유리수는 분수로 나타낼 수 있다.

⑤ 순환소수 $0.\dot{2}\dot{7}$을 기약분수로 나타내면 $\frac{3}{11}$으로 분모가 3의 배수가 아니다.

따라서 옳은 것은 ④이다. 답 ④

중 **27** ㄴ. $\frac{1}{3}=0.333\cdots$은 유리수이지만 유한소수가 아니다.

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다. 답 ㄱ, ㄷ, ㄹ

중 **28** ③ $\frac{3}{30}=\frac{1}{10}=0.1$은 분모가 30이지만 유한소수로 나타낼 수 있다.

④ 무한소수는 순환소수와 순환소수가 아닌 무한소수로 이루어져 있으므로 모두 순환소수로 나타낼 수는 없다.

답 ③, ④

단원 마무리 18~21 쪽

Level B 필수 유형 정복하기

01 3	**02** 4	**03** ⑤	**04** ④	**05** ②
06 117	**07** 221	**08** ②, ④	**09** ②	**10** ④
11 ④	**12** ③	**13** 7	**14** ①	**15** ①
16 3	**17** ②	**18** ④	**19** (1) 6개 (2) 110	
20 5개	**21** 924	**22** (1) 풀이 참조 (2) 21	**23** 9	
24 17				

01 전략 분수를 소수로 나타내어 순환마디를 구한다.

$\frac{5}{12}=0.41666\cdots=0.41\dot{6}$이므로 순환마디를 이루는 숫자의 개수는 1개이다.

$\therefore a=1$

$\frac{17}{22}=0.7727272\cdots=0.7\dot{7}\dot{2}$이므로 순환마디를 이루는 숫자의 개수는 2개이다.

$\therefore b=2$

$\therefore a+b=1+2=3$

02 전략 먼저 A, B 두 선수의 타율을 각각 소수로 나타낸다.

A 선수의 타율은

$\frac{12}{99}=0.121212\cdots=0.\dot{1}\dot{2}$

이므로 순환마디를 이루는 숫자의 개수는 2개이다.

이때 $19=2\times9+1$이므로 소수점 아래 19번째 자리의 숫자는 순환마디의 첫 번째 숫자인 1이다.

$\therefore a=1$

한편, B 선수의 타율은

$\frac{27}{111}=0.243243243\cdots=0.\dot{2}4\dot{3}$

이므로 순환마디를 이루는 숫자의 개수는 3개이다.

이때 $41=3\times13+2$이므로 소수점 아래 41번째 자리의 숫자는 순환마디의 2번째 숫자인 4이다.

$\therefore b=4$

$\therefore ab=1\times4=4$

03 전략 순환마디를 이루는 숫자의 개수를 이용하여 소수점 아래 65번째 자리의 숫자를 구한다.

$0.2\dot{3}84\dot{7}$의 순환마디를 이루는 숫자의 개수는 4개이고, 소수점 아래 2번째 자리에서 순환마디가 시작되므로 소수점 아래 65번째 자리의 숫자는 순환마디가 시작된 후 $65-1=64$(번째) 자리의 숫자와 같다.

이때 $64=4\times16$이므로 소수점 아래 65번째 자리의 숫자는 순환마디의 4번째 숫자인 7이다.

04 전략 분모가 10의 거듭제곱이 되도록 분모, 분자에 같은 수를 곱한다.

$$\frac{7}{250}=\frac{7}{2\times5^3}=\frac{7\times\boxed{(가)\ 2^2}}{2\times5^3\times\boxed{(가)\ 2^2}}=\frac{\boxed{(나)\ 28}}{10^{\boxed{(다)\ 3}}}=\boxed{(라)\ 0.028}$$

05 전략 분모의 소인수가 2나 5뿐인 것을 찾는다.

(i) 분모의 소인수가 2뿐인 분수

$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}$의 5개

(ii) 분모의 소인수가 5뿐인 분수

$\frac{1}{5}, \frac{1}{25}$의 2개

(iii) 분모의 소인수가 2와 5뿐인 분수

$\frac{1}{10}, \frac{1}{20}, \frac{1}{40}, \frac{1}{50}$의 4개

이상에서 주어진 분수 중 유한소수로 나타낼 수 있는 것의 개수는

$5+2+4=11$(개)

06 전략 유한소수로 나타낼 수 있는 분수는 기약분수로 나타내었을 때, 분모의 소인수가 2나 5뿐임을 이용한다.

$\frac{x}{2^3\times3\times13}$가 유한소수로 나타내어지려면 x는 3×13, 즉 39의 배수이어야 한다.

따라서 가장 작은 세 자리 자연수 x의 값은 117이다.

07 전략 두 분수를 기약분수로 나타내었을 때, 각각의 분모의 소인수가 2나 5뿐이어야 한다.

$\frac{45}{306}\times A=\frac{5}{34}\times A=\frac{5}{2\times17}\times A$가 유한소수로 나타내어지려면 A는 17의 배수이어야 하고, $\frac{17}{130}\times A=\frac{17}{2\times5\times13}\times A$가 유한소수로 나타내어지려면 A는 13의 배수이어야 하므로 A는 17과 13의 공배수, 즉 221의 배수이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수 A의 값은 221이다.

08 전략 유한소수로 나타낼 수 있는 분수는 기약분수로 나타내었을 때, 분모의 소인수가 2나 5뿐임을 이용한다.

$\frac{18}{60\times a}=\frac{3}{10\times a}=\frac{3}{2\times5\times a}$

① $\frac{3}{2\times5\times6}=\frac{1}{2^2\times5}$ ② $\frac{3}{2\times5\times7}$

③ $\frac{3}{2\times5\times8}=\frac{3}{2^4\times5}$ ④ $\frac{3}{2\times5\times9}=\frac{1}{2\times3\times5}$

⑤ $\frac{3}{2\times5\times10}=\frac{3}{2^2\times5^2}$

따라서 a의 값이 될 수 없는 것은 ②, ④이다.

09 전략 먼저 $\frac{a}{150}$의 분모를 소인수분해한다.

$\frac{a}{150}=\frac{a}{2\times3\times5^2}$가 유한소수가 되려면 a는 3의 배수이어야 한다.

이때 $10<a<15$이므로 $a=12$

$\frac{12}{150}=\frac{2}{25}$이므로 $b=25$

$\therefore b-a=25-12=13$

10 전략 순환소수로 나타낼 수 있는 분수는 기약분수로 나타내었을 때, 분모가 2와 5 이외의 소인수를 가짐을 이용한다.

$\frac{7}{2\times5^2\times n}$이 순환소수가 되려면 기약분수의 분모가 2와 5 이외의 소인수를 가져야 한다.

이때 n은 한 자리 자연수이므로

$n=3$ 또는 $n=6$ 또는 $n=9$

따라서 모든 n의 값의 합은

$3+6+9=18$

참고 $n=7$일 때, $\frac{7}{2\times5^2\times7}=\frac{1}{2\times5^2}$

11 전략 x의 양변에 10의 거듭제곱을 곱하여 소수점 아래의 부분이 같은 두 식을 만든다.

각각의 순환소수를 분수로 나타낼 때, 가장 편리한 식은 다음과 같다.

① $1000x-100x$ ② $100x-x$

③ $1000x-10x$ ④ $1000x-x$

⑤ $100x-10x$

12 전략 a, b, c, d가 0 또는 한 자리 자연수일 때, $a.b\dot{c}\dot{d}=\frac{abcd-ab}{990}$임을 이용한다.

③ 분수로 나타내면 $\frac{2041-20}{990}=\frac{2021}{990}$이다.

13 전략 순환소수를 기약분수로 나타낸 후 x의 값을 구한다.

$0.1\dot{5}=\dfrac{15-1}{90}=\dfrac{7}{45}$이므로 $x=7$

14 전략 처음 기약분수에서 윤기는 분자를 제대로 보았고, 정국이는 분모를 제대로 보았음을 이용한다.

$1.\dot{3}=\dfrac{13-1}{9}=\dfrac{4}{3}$이므로 처음 기약분수의 분자는 4이고,

$0.\dot{4}\dot{2}=\dfrac{42}{99}=\dfrac{14}{33}$이므로 처음 기약분수의 분모는 33이다.

$\therefore \dfrac{4}{33}=0.121212\cdots=0.\dot{1}\dot{2}$

15 전략 순환소수를 분수로 나타내어 계산한다.

$0.\dot{1}3\dot{5}=\dfrac{135}{999}=135\times\dfrac{1}{999}=135\times\boxed{0.\dot{0}0\dot{1}}$

16 전략 어떤 자연수를 x라 하고 주어진 문제를 식으로 나타낸다.

어떤 자연수를 x라 하면

$x\times2.6=x\times2.\dot{6}-0.2$이므로

$2.\dot{6}x-2.6x=0.2$, $\dfrac{26-2}{9}x-\dfrac{26}{10}x=\dfrac{2}{10}$

$\dfrac{8}{3}x-\dfrac{13}{5}x=\dfrac{1}{5}$, $40x-39x=3$ $\qquad\therefore x=3$

따라서 어떤 자연수는 3이다.

17 전략 순환소수를 기약분수로 나타낸 후 분모의 소인수가 2나 5뿐이어야 함을 이용한다.

$0.4\dot{8}=\dfrac{48-4}{90}=\dfrac{22}{45}=\dfrac{22}{3^2\times5}$

따라서 n은 3^2, 즉 9의 배수이어야 하므로 n의 값이 될 수 없는 것은 ②이다.

18 전략 유한소수와 순환소수는 모두 유리수이다.

① 유한소수는 모두 유리수이다.

② 순환소수는 모두 유리수이다.

③ 순환소수는 유한소수로 나타낼 수 없지만 유리수이다.

⑤ $1.\dot{6}=\dfrac{16-1}{9}=\dfrac{5}{3}$, $2.\dot{7}=\dfrac{27-2}{9}=\dfrac{25}{9}$이므로 분모가 다르다.

따라서 옳은 것은 ④이다.

19 전략 $\dfrac{23}{7}$을 소수로 나타내어 순환마디를 구한다.

(1) $\dfrac{23}{7}=3.285714285714\cdots=3.\dot{2}8571\dot{4}$이므로 순환마디를 이루는 숫자의 개수는 6개이다. …… ㉮

(2) $25=6\times4+1$이므로 소수점 아래 첫째 자리부터 25번째 자리까지 순환마디가 4번 반복되고, 마지막 25번째 자리의 숫자는 순환마디의 첫 번째 숫자인 2이다.

$\therefore x_1+x_2+x_3+\cdots+x_{25}$
$=(2+8+5+7+1+4)\times4+2$
$=27\times4+2=110$ …… ㉯

채점 기준

(1)	㉮ 순환마디를 이루는 숫자의 개수 구하기	30 %
(2)	㉯ $x_1+x_2+x_3+\cdots+x_{25}$의 값 구하기	70 %

20 전략 분모를 소인수분해한 후 유한소수로 나타낼 수 있도록 하는 분자의 조건을 생각한다.

구하는 분수를 $\dfrac{a}{45}$라 하자.

$\dfrac{a}{45}=\dfrac{a}{3^2\times5}$가 유한소수로 나타내어지려면 a는 3^2, 즉 9의 배수이어야 한다.

이때 $\dfrac{1}{9}=\dfrac{5}{45}$, $\dfrac{7}{5}=\dfrac{63}{45}$이므로 a는 5와 63 사이의 자연수 중 45를 제외한 9의 배수이다. …… ㉮

따라서 유한소수로 나타낼 수 있는 분수는 $\dfrac{9}{45}$, $\dfrac{18}{45}$, $\dfrac{27}{45}$, $\dfrac{36}{45}$, $\dfrac{54}{45}$의 5개이다. …… ㉯

채점 기준

㉮ 분자의 조건 구하기	60 %
㉯ 유한소수로 나타낼 수 있는 분수의 개수 구하기	40 %

참고 $a=45$이면 $\dfrac{a}{45}=\dfrac{45}{45}=1$로 정수가 아닌 분수라는 조건에 맞지 않으므로 $a=45$인 경우는 제외해야 한다.

21 전략 먼저 $\dfrac{x}{420}$의 분모를 소인수분해한다.

$\dfrac{x}{420}=\dfrac{x}{2^2\times3\times5\times7}$ $\qquad$ …… ㉠ $\qquad$ …… ㉮

조건 (가)에서 ㉠이 유한소수가 되므로 x는 3×7, 즉 21의 배수이다.

또, 조건 (나), (다)에서 x는 11의 배수이고 세 자리 자연수이므로 x는 21과 11의 공배수, 즉 231의 배수 중 세 자리 자연수이다. …… ㉯

따라서 가장 큰 자연수 x의 값은 924이다. …… ㉰

채점 기준

㉮ $\dfrac{x}{420}$의 분모를 소인수분해하기	20 %
㉯ x의 값의 조건 구하기	60 %
㉰ 가장 큰 자연수 x의 값 구하기	20 %

22 전략 y가 유한소수가 되도록 하는 분모의 조건을 생각한다.

(1) y가 유한소수가 되려면 기약분수의 분모의 소인수가 2나 5뿐이어야 한다. …… ㉮

(2) $y=\dfrac{33}{2^2\times5\times x}$이 유한소수가 되도록 하는 20 이하의 소수 x는 2, 3, 5, 11이다. …… ㉯

따라서 모든 x의 값의 합은

$2+3+5+11=21$ …… ㉰

채점 기준

(1)	㉮ y가 유한소수가 되기 위한 조건 말하기	30 %
(2)	㉯ x의 값 구하기	40 %
	㉰ 모든 x의 값의 합 구하기	30 %

참고 $x=3$일 때, $y=\dfrac{33}{2^2\times5\times3}=\dfrac{11}{2^2\times5}$

$x=11$일 때, $y=\dfrac{33}{2^2\times5\times11}=\dfrac{3}{2^2\times5}$

23 전략 먼저 순환소수를 기약분수 $\frac{y}{x}$로 나타내고, $\frac{y}{x}$의 역수는 $\frac{x}{y}$임을 이용한다.

$0.\dot{0}\dot{6}=\frac{6}{99}=\frac{2}{33}$이므로 $a=\frac{33}{2}$ …… ㉮

$1.8\dot{3}=\frac{183-18}{90}=\frac{11}{6}$이므로 $b=\frac{6}{11}$ …… ㉯

$\therefore ab=\frac{33}{2}\times\frac{6}{11}=9$ …… ㉰

채점 기준

㉮ a의 값 구하기	40 %
㉯ b의 값 구하기	40 %
㉰ ab의 값 구하기	20 %

24 전략 좌변의 순환소수를 분수로 나타내어 계산한다.

$(0.\dot{6})^2\div1.\dot{1}\dot{3}=\left(\frac{6}{9}\right)^2\div\frac{113-1}{99}=\frac{4}{9}\div\frac{112}{99}$

$=\frac{4}{9}\times\frac{99}{112}=\frac{11}{28}$ …… ㉮

따라서 $a=28$, $b=11$이므로 …… ㉯

$a-b=28-11=17$ …… ㉰

채점 기준

㉮ 좌변의 순환소수를 분수로 나타내어 계산하기	60 %
㉯ a, b의 값 구하기	20 %
㉰ $a-b$의 값 구하기	20 %

단원 마무리 22~23쪽

Level C 발전 유형 정복하기

01 ⑤	02 ④	03 63	04 ③	05 106
06 33개	07 ⑤	08 4개	09 55	10 90
11 17, 19, 22, 23, 26, 28, 29			12 $0.\dot{6}$	

01 전략 $\frac{2}{11}$를 소수로 나타낸 후 n이 홀수일 때와 짝수일 때로 나누어 생각한다.

$\frac{2}{11}=0.181818\cdots=0.\dot{1}\dot{8}$

ㄱ. $0.\dot{1}\dot{8}$의 소수점 아래 7번째 자리의 숫자는 1이므로

$f(7)=1$

ㄴ. (i) n이 홀수일 때,

$f(n)=1$이고, $n+2$도 홀수이므로 $f(n+2)=1$

$\therefore f(n)=f(n+2)$

(ii) n이 짝수일 때,

$f(n)=8$이고, $n+2$도 짝수이므로 $f(n+2)=8$

$\therefore f(n)=f(n+2)$

(i), (ii)에서 $f(n)=f(n+2)$

ㄷ. (i) n이 홀수일 때,

$f(n)=1$이고, $n+1$은 짝수이므로 $f(n+1)=8$

$\therefore f(n)+f(n+1)=1+8=9$

(ii) n이 짝수일 때,

$f(n)=8$이고, $n+1$은 홀수이므로 $f(n+1)=1$

$\therefore f(n)+f(n+1)=8+1=9$

(i), (ii)에서 $f(n)+f(n+1)=9$

이상에서 ㄱ, ㄴ, ㄷ 모두 옳다.

02 전략 조건 (다)에서 x는 유한소수로 나타낼 수 없으므로 기약분수로 나타내었을 때, 분모에 2와 5 이외의 소인수가 있어야 한다.

조건 (가), (나)에서 $\frac{10}{30}<x<\frac{20}{30}$

이때 $30=2\times3\times5$이므로

조건 (다)에서 x는 $\frac{11}{30}$, $\frac{13}{30}$, $\frac{14}{30}$, $\frac{16}{30}$, $\frac{17}{30}$, $\frac{19}{30}$의 6개이다.

03 전략 두 분수가 모두 정수가 아닌 유리수이므로 n의 값이 될 수 없는 수를 생각해야 한다.

$\frac{n}{6}=\frac{n}{2\times3}$이 유한소수로 나타내어지려면 n은 3의 배수이어야 하고, $\frac{n}{14}=\frac{n}{2\times7}$이 유한소수로 나타내어지려면 n은 7의 배수이어야 하므로 n은 3과 7의 공배수, 즉 21의 배수이어야 한다.

또한, $\frac{n}{6}$이 정수가 아닌 유리수이므로 n은 6의 배수가 아니어야 하고, $\frac{n}{14}$도 정수가 아닌 유리수이므로 n은 14의 배수도 아니어야 한다.

따라서 n은 21, 63, 105, …이므로 가장 큰 두 자리 자연수 n의 값은 63이다.

04 전략 기약분수를 소수로 나타내었을 때, 유한소수가 되려면 분모의 소인수가 2나 5뿐이어야 한다.

$\frac{a}{2^2\times3\times b}$가 유한소수가 되려면 a는 3의 배수이어야 한다.

이때 a는 한 자리 자연수이므로

$a=3$ 또는 $a=6$ 또는 $a=9$

(i) $a=3$일 때, b도 한 자리 자연수이므로

$\frac{3}{2^2\times3\times b}=\frac{1}{2^2\times b}$이 유한소수가 되도록 하는 순서쌍 (a, b)는 $(3, 1)$, $(3, 2)$, $(3, 4)$, $(3, 5)$, $(3, 8)$의 5개이다.

(ii) $a=6$일 때, b도 한 자리 자연수이므로

$\frac{6}{2^2\times3\times b}=\frac{1}{2\times b}$이 유한소수가 되도록 하는 순서쌍 (a, b)는 $(6, 1)$, $(6, 2)$, $(6, 4)$, $(6, 5)$, $(6, 8)$의 5개이다.

(iii) $a=9$일 때, b도 한 자리 자연수이므로

$\frac{9}{2^2\times3\times b}=\frac{3}{2^2\times b}$이 유한소수가 되도록 하는 순서쌍 (a, b)는 $(9, 1)$, $(9, 2)$, $(9, 3)$, $(9, 4)$, $(9, 5)$, $(9, 6)$, $(9, 8)$의 7개이다.

이상에서 구하는 순서쌍 (a, b)의 개수는

$5+5+7=17$(개)

05 전략 먼저 $\frac{a}{360}$의 분모를 소인수분해한다.

$\frac{a}{360}=\frac{a}{2^3\times3^2\times5}$가 유한소수가 되려면 a는 3^2, 즉 9의 배수이

어야 한다.
이때 a는 100보다 크고 150보다 작은 자연수이므로
$a=108$ 또는 $a=117$ 또는 $a=126$ 또는 $a=135$ 또는 $a=144$
a의 값을 각각 $\frac{a}{360}$에 대입하여 기약분수로 나타내면
$\frac{108}{360}=\frac{3}{10}$, $\frac{117}{360}=\frac{13}{40}$, $\frac{126}{360}=\frac{7}{20}$, $\frac{135}{360}=\frac{3}{8}$, $\frac{144}{360}=\frac{2}{5}$
따라서 $a=126$, $b=20$이므로
$a-b=126-20=106$

06 전략 순환마디가 소수점 아래 첫째 자리부터 시작되는 순환소수는 분수로 나타내었을 때, 분모가 9, 99, 999, …의 꼴이 됨을 이용한다.
소수점 아래 첫째 자리부터 순환마디가 시작되는 순환소수를 분수로 나타내면 분모는 9, 99, 999, …의 꼴이다.
$\frac{x}{594}=\frac{x}{9\times66}=\frac{x}{99\times6}$에서 x는 66의 배수이거나 6의 배수이어야 하므로 x는 6의 배수이어야 한다.
따라서 200 이하의 자연수 x는 6, 12, 18, …, 198의 33개이다.

07 전략 순환소수를 분수로 나타내어 분모를 같게 한 후 대소를 비교한다.
$0.3\dot{2}=\frac{32-3}{90}=\frac{29}{90}$, $0.\dot{7}\dot{2}=\frac{72}{99}=\frac{8}{11}$
① $\frac{4}{15}=\frac{24}{90}$ $\quad\therefore \frac{4}{15}<0.3\dot{2}$
② $\frac{7}{30}=\frac{21}{90}$ $\quad\therefore \frac{7}{30}<0.3\dot{2}$
③ $\frac{13}{45}=\frac{26}{90}$ $\quad\therefore \frac{13}{45}<0.3\dot{2}$
④ $0.\dot{7}\dot{2}=\frac{720}{990}$, $\frac{67}{90}=\frac{737}{990}$ $\quad\therefore 0.\dot{7}\dot{2}<\frac{67}{90}$
⑤ $0.3\dot{2}=\frac{319}{990}$, $0.\dot{7}\dot{2}=\frac{720}{990}$, $\frac{43}{99}=\frac{430}{990}$
$\therefore 0.3\dot{2}<\frac{43}{99}<0.\dot{7}\dot{2}$
따라서 $0.3\dot{2}$와 $0.\dot{7}\dot{2}$ 사이의 수는 ⑤이다.

08 전략 먼저 $\frac{a}{280}$의 분모를 소인수분해한다.
$\frac{a}{280}=\frac{a}{2^3\times5\times7}$가 유한소수가 되려면 a는 7의 배수이어야 한다.
$0.\dot{4}<\frac{a}{90}<0.\dot{7}$에서 $\frac{4}{9}<\frac{a}{90}<\frac{7}{9}$이므로
$\frac{40}{90}<\frac{a}{90}<\frac{70}{90}$ $\quad\therefore 40<a<70$ ⋯⋯ ㉠
따라서 ㉠을 만족하는 7의 배수 a는 42, 49, 56, 63의 4개이다.

09 전략 먼저 $1.\dot{8}\dot{1}$을 기약분수로 나타낸다.
$1.\dot{8}\dot{1}=\frac{181-1}{99}=\frac{20}{11}=\frac{2^2\times5}{11}$
따라서 x는 $5\times11\times\square^2$ 꼴이어야 하므로 가장 작은 자연수 x의 값은 55이다.

10 전략 $\frac{7}{13}$을 소수로 나타내어 순환마디를 구한다.
$\frac{7}{13}=0.538461538461\cdots=0.\dot{5}3846\dot{1}$이므로 순환마디를 이루는 숫자의 개수는 6개이다. ⋯⋯ ㉮
a_n은 $\frac{7}{13}$을 소수로 나타내었을 때, 소수점 아래 n번째 자리의 숫자이다. ⋯⋯ ㉯
이때 $50=6\times8+2$이므로 소수점 아래 첫째 자리부터 50번째 자리까지 순환마디가 8번 반복되고, 49번째, 50번째 자리의 숫자는 각각 순환마디의 첫 번째, 두 번째 숫자인 5, 3이다.
$\therefore a_1-a_2+a_3-a_4+a_5-a_6+\cdots+a_{49}-a_{50}$
$=(5-3+8-4+6-1)\times8+5-3$
$=11\times8+2=90$ ⋯⋯ ㉰

채점 기준

㉮ 순환마디를 이루는 숫자의 개수 구하기	20 %
㉯ a_n의 의미 알기	30 %
㉰ $a_1-a_2+a_3-a_4+\cdots+a_{49}-a_{50}$의 값 구하기	50 %

11 전략 $\frac{1}{2}<\frac{15}{x}<1$에서 분자를 같게 하여 x의 값의 범위를 구한다.
$\frac{15}{x}$는 기약분수이므로 x는 3의 배수도 아니어야 하고 5의 배수도 아니어야 한다.
또, $\frac{15}{x}$가 순환소수가 되려면 x는 2와 5 이외의 소인수를 가져야 한다. ⋯⋯ ㉮
$\frac{1}{2}<\frac{15}{x}<1$에서 $\frac{15}{30}<\frac{15}{x}<\frac{15}{15}$이므로
$15<x<30$ ⋯⋯ ㉯
따라서 구하는 x의 값은 17, 19, 22, 23, 26, 28, 29이다. ⋯⋯ ㉰

채점 기준

㉮ x의 조건 구하기	40 %
㉯ x의 값의 범위 구하기	30 %
㉰ 모든 x의 값 구하기	30 %

12 전략 순환소수를 분수로 나타내어 계산한다.
$0.a\dot{b}-0.b\dot{a}=0.3\dot{5}$이므로
$\frac{10a+b-a}{90}-\frac{10b+a-b}{90}=\frac{35-3}{90}$
$(9a+b)-(a+9b)=32$
$\therefore a-b=4$ ⋯⋯ ㉠ ⋯⋯ ㉮
이때 a, b는 $b<a<6$인 자연수이므로 ㉠에 의하여
$a=5$, $b=1$ ⋯⋯ ㉯
$\therefore 0.a\dot{b}+0.b\dot{a}=0.5\dot{1}+0.1\dot{5}=\frac{51-5}{90}+\frac{15-1}{90}$
$=\frac{2}{3}=0.666\cdots=0.\dot{6}$ ⋯⋯ ㉰

채점 기준

㉮ a, b 사이의 관계식 구하기	50 %
㉯ a, b의 값 구하기	20 %
㉰ $0.a\dot{b}+0.b\dot{a}$의 값을 순환소수로 나타내기	30 %

참고 $a>b$이므로 $0.a\dot{b}>0.b\dot{a}$ $\quad\therefore 0.a\dot{b}-0.b\dot{a}=0.3\dot{5}$

Lecture 03 지수법칙

Level A 개념 익히기 26~27쪽

01 답 3^7

02 답 x^4

03 답 5^6

04 답 a^{15}

참고 l, m, n이 자연수일 때, $a^l\times a^m\times a^n=a^{l+m+n}$

05 답 x^9y^7

06 (주어진 식)$=(-1)^9=-1$ 답 -1

참고 $(-1)^n=\begin{cases}1 & (n\text{이 짝수})\\ -1 & (n\text{이 홀수})\end{cases}$

07 답 7^9

08 답 x^{12}

09 (주어진 식)$=2^{15}\times2^6=2^{21}$ 답 2^{21}

10 (주어진 식)$=x^{18}\times x^{20}=x^{38}$ 답 x^{38}

11 (주어진 식)$=a^{10}\times b^7\times b^4=a^{10}b^{11}$ 답 $a^{10}b^{11}$

12 답 x^5

13 답 1

14 답 $\frac{1}{x^5}$

15 답 y^8

16 (주어진 식)$=a^4\div a^8=\frac{1}{a^4}$ 답 $\frac{1}{a^4}$

참고 세 개 이상의 수의 나눗셈은 앞에서부터 차례대로 계산한다.

17 (주어진 식)$=x^{12}\div x^{12}=1$ 답 1

18 답 a^3b^6

19 (주어진 식)$=(-3)^4\times(x^4)^4=81x^{16}$ 답 $81x^{16}$

참고 $(-a)^n=\begin{cases}a^n & (n\text{이 짝수})\\ -a^n & (n\text{이 홀수})\end{cases}$

20 답 $4x^6y^4$

참고 m이 자연수일 때, $(abc)^m=a^mb^mc^m$

21 답 $\frac{a^4}{b^{12}}$

22 답 $-\frac{x^6}{y^{15}}$

Level B 유형 공략하기 27~31쪽

중 **23** ① $x^4\times x^5=x^9$이므로

$\square=9$

② $a\times a^{\square}\times a=a^{1+\square+1}=a^6$이므로

$1+\square+1=6$ $\therefore \square=4$

③ $x^2\times x\times x^{\square}=x^{2+1+\square}=x^8$이므로

$2+1+\square=8$ $\therefore \square=5$

④ $a^4\times b^2\times a^2\times b^8=(a^4\times a^2)\times(b^2\times b^8)=a^6b^{10}$이므로

$\square=6$

⑤ $x\times y^{\square}\times x^3\times y^2=(x\times x^3)\times(y^{\square}\times y^2)=x^4y^{\square+2}=x^4y^5$

이므로

$\square+2=5$ $\therefore \square=3$

따라서 $\square$ 안에 알맞은 수가 가장 작은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

> **공략 비법**
> 지수법칙을 이용하여 좌변을 간단히 한 후, 자연수 m, n에 대하여 $a^m=a^n$이면 $m=n$임을 이용한다. (단, $a\neq0$, $a\neq1$)

하 **24** $2^x\times2^4=2^{x+4}$

$128=2^7$

즉, $2^{x+4}=2^7$이므로

$x+4=7$ $\therefore x=3$ 답 3

중 **25** $ab=3^x\times3^y=3^{x+y}$

이때 $x+y=4$이므로

$ab=3^4=81$ 답 81

상 **26** $1\times2\times3\times4\times5\times6\times7\times8\times9\times10$

$=1\times2\times3\times2^2\times5\times(2\times3)\times7\times2^3\times3^2\times(2\times5)$

$=(2\times2^2\times2\times2^3\times2)\times(3\times3\times3^2)\times(5\times5)\times7$

$=2^8\times3^4\times5^2\times7$

따라서 $a=8$, $b=4$, $c=2$, $d=1$이므로

$a+b+c+d=8+4+2+1=15$ 답 ⑤

중 **27** $(x^2)^3\times x^4=x^6\times x^4=x^{10}$

$(x^a)^2=x^{2a}$

즉, $x^{10}=x^{2a}$이므로

$10=2a$ $\therefore a=5$ 답 5

하 **28** $(a^3)^4\times b^3\times a\times(b^2)^3=a^{12}\times b^3\times a\times b^6$

$=(a^{12}\times a)\times(b^3\times b^6)$

$=a^{13}b^9$ 답 ⑤

중 **29** $(2^2)^{㉠}\times(5^3)^3\times2\times5^4=2^{2\times㉠}\times5^9\times2\times5^4$

$=(2^{2\times㉠}\times2)\times(5^9\times5^4)$

$=2^{2\times㉠+1}\times5^{13}$

즉, $2^{2\times㉠+1}\times5^{13}=2^9\times5^{㉡}$이므로

$2\times㉠+1=9$, $13=㉡$ $\therefore ㉠=4$, $㉡=13$

따라서 구하는 합은

$4+13=17$ 답 ③

중 **30** $3^a\times27^2=3^a\times(3^3)^2=3^a\times3^6=3^{a+6}$

$9^5=(3^2)^5=3^{10}$

즉, $3^{a+6}=3^{10}$이므로 …… ㉮

$a+6=10$ $\quad\therefore a=4$ …… ㉯

답 4

채점 기준

㉮ 지수법칙을 이용하여 식을 간단히 하기	60 %
㉯ a의 값 구하기	40 %

공략 비법

지수법칙은 밑이 같은 경우에만 성립하므로 밑이 다른 경우에는

➡ 소인수분해를 이용하여 밑을 같게 한 후, 지수법칙을 이용한다.

중 **31** ① $a^6\div a^3=a^3$

② $a\div a^5=\dfrac{1}{a^4}$

③ $(a^3)^2\div a^4\div a^2=a^6\div a^4\div a^2=a^2\div a^2=1$

④ $a^7\div a^4\div(a^2)^3=a^7\div a^4\div a^6=a^3\div a^6=\dfrac{1}{a^3}$

⑤ $(a^5)^4\div a^8\div(a^2)^2=a^{20}\div a^8\div a^4=a^{12}\div a^4=a^8$

따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다. 답 ③, ⑤

중 **32** $x^{10}\div(x^2)^4\div x^{\square}=x^{10}\div x^8\div x^{\square}$

$=x^2\div x^{\square}$

즉, $x^2\div x^{\square}=1$이므로 $\square=2$ 답 2

중 **33** [지수] $3^4\div(3\div3^2)=3^4\div\dfrac{1}{3}=3^4\times3=3^5$

[성민] $(3^2)^6\div3^4=3^{12}\div3^4=3^8$

[윤희] $3^5\times\left(3^2\div\dfrac{1}{3^4}\right)=3^5\times(3^2\times3^4)=3^5\times3^6=3^{11}$

[영석] $3^8\times\dfrac{1}{3}\div3^4=3^7\div3^4=3^3$

따라서 계산 결과가 가장 큰 것을 가지고 있는 학생은 윤희이다. 답 윤희

중 **34** $\dfrac{5^{7-x}}{5^{2x-2}}=5^{7-x-(2x-2)}=5^{-3x+9}$

$125=5^3$

즉, $5^{-3x+9}=5^3$이므로

$-3x+9=3,\ -3x=-6$ $\quad\therefore x=2$ 답 2

참고 $\dfrac{5^{7-x}}{5^{2x-2}}=125$에서 우변이 1 또는 분수 꼴이 아니므로 $7-x>2x-2$임을 알 수 있다.

중 **35** $(-4x^3y)^a=(-4)^ax^{3a}y^a=256x^by^c$이므로

$(-4)^a=256,\ 3a=b,\ a=c$

따라서 $a=4,\ b=12,\ c=4$이므로

$a+b+c=4+12+4=20$ 답 20

하 **36** ① $(a^4b^6)^2=a^8b^{12}$

② $(2x^2y)^3=8x^6y^3$

④ $(-6x^3y^5)^2=36x^6y^{10}$

⑤ $(-3x^2y^4)^3=-27x^6y^{12}$ 답 ③

중 **37** (정육면체의 부피)=(한 모서리의 길이)^3

$=(4ab^2)^3$

$=64a^3b^6$ 답 $64a^3b^6$

개념 보충 학습

정육면체의 부피

한 모서리의 길이가 a인 정육면체의 부피 V는

$V=a\times a\times a=a^3$

중 **38** 54를 소인수분해하면 $54=2\times3^3$이므로 …… ㉮

$54^4=(2\times3^3)^4=2^4\times3^{12}$

따라서 $x=3,\ y=12$이므로 …… ㉯

$x+y=3+12=15$ …… ㉰

답 15

채점 기준

㉮ 54를 소인수분해하기	30 %
㉯ x, y의 값 구하기	50 %
㉰ $x+y$의 값 구하기	20 %

중 **39** $\left(-\dfrac{3x^2}{y^a}\right)^3=-\dfrac{27x^6}{y^{3a}}=-\dfrac{bx^c}{y^{15}}$이므로

$3a=15,\ 27=b,\ 6=c$

따라서 $a=5,\ b=27,\ c=6$이므로

$a+b-c=5+27-6=26$ 답 ④

하 **40** ㄴ. $\left(-\dfrac{x^2}{y^3}\right)^3=-\dfrac{x^6}{y^9}$ ㄹ. $\left(-\dfrac{5x}{3y^2}\right)^2=\dfrac{25x^2}{9y^4}$

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다. 답 ②

중 **41** $\left(\dfrac{ax}{y^bz^2}\right)^5=\dfrac{a^5x^5}{y^{5b}z^{10}}=\dfrac{32x^5}{y^{10}z^c}$이므로

$a^5=32,\ 5b=10,\ 10=c$

따라서 $a=2,\ b=2,\ c=10$이므로

$a-b+c=2-2+10=10$ 답 10

상 **42** $(0.\dot{1})^p=\left(\dfrac{1}{9}\right)^p=\left(\dfrac{1}{3^2}\right)^p=\dfrac{1}{3^{2p}}=\dfrac{1}{3^{10}}$

이므로 $2p=10$ $\quad\therefore p=5$

$(5.\dot{4})^6=\left(\dfrac{49}{9}\right)^6=\left\{\left(\dfrac{7}{3}\right)^2\right\}^6=\left(\dfrac{7}{3}\right)^{12}=\left(\dfrac{7}{3}\right)^q$

이므로 $q=12$

$\therefore pq=5\times12=60$ 답 60

개념 보충 학습

순환소수를 분수로 나타내기

a, b가 0 또는 한 자리 자연수일 때,

① $0.\dot{a}=\dfrac{a}{9}$ ② $a.\dot{b}=\dfrac{ab-a}{9}$

중 **43** ① $3^2\times3^3\times3^4=3^9$
② $\{(2^2)^3\}^4=(2^6)^4=2^{24}$
③ $x^4\div x^3\div x^2=x\div x^2=\frac{1}{x}$
④ $\left(-\frac{x}{y^2}\right)^3=-\frac{x^3}{y^6}$
⑤ $a^8\times a^4\div a^2=a^{12}\div a^2=a^{10}$
따라서 옳은 것은 ③이다. 답 ③

참고 l, m, n이 자연수일 때, $\{(a^l)^m\}^n=a^{lmn}$

주의 ① $a^m\times b^n\neq a^{m+n}$ ② $a^m+a^n\neq a^{m+n}$
③ $a^m\times a^n\neq a^{mn}$ ④ $(a^m)^n\neq a^{m^n}$
⑤ $a^m\div a^n\neq a^{m\div n}$ ⑥ $a^m\div a^m\neq 0$

중 **44** ① $a^6\div a^5=a$
② $(a^2)^4\div(a^3)^3=a^8\div a^9=\frac{1}{a}$
③ $a^7\div(a^2)^3\div a=a^7\div a^6\div a=a\div a=1$
④ $a\times a^5\div(a^4)^2=a\times a^5\div a^8=a^6\div a^8=\frac{1}{a^2}$
⑤ $(a^3)^2\div(a^5)^2\times a^2=a^6\div a^{10}\times a^2=\frac{1}{a^4}\times a^2=\frac{1}{a^2}$
따라서 계산 결과가 $\frac{1}{a}$인 것은 ②이다. 답 ②

중 **45** ① $a^{\square}\times a^4=a^{\square+4}=a^6$이므로
$\square+4=6$ ∴ $\square=2$
② $(a^2)^{\square}=a^{2\times\square}=a^6$이므로
$2\times\square=6$ ∴ $\square=3$
③ $a^4\div a^{\square}=\frac{1}{a}$이므로
$\square-4=1$ ∴ $\square=5$
④ $(\square\times a^4)^3=(\square)^3\times a^{12}=-8a^{12}$이므로
$(\square)^3=-8$ ∴ $\square=-2$
⑤ $\left(\frac{b^{\square}}{a}\right)^2=\frac{b^{\square\times2}}{a^2}=\frac{b^8}{a^2}$이므로
$\square\times2=8$ ∴ $\square=4$
따라서 $\square$ 안에 알맞은 수가 가장 큰 것은 ③이다. 답 ③

상 **46** $(2^3)^4\div2^x=2^{12}\div2^x$, $\frac{1}{8}=\frac{1}{2^3}$
즉, $2^{12}\div2^x=\frac{1}{2^3}$이므로
$x-12=3$ ∴ $x=15$
$16\times2^y\div8=2^4\times2^y\div2^3=2^{4+y}\div2^3$, $64=2^6$
즉, $2^{4+y}\div2^3=2^6$이므로
$4+y-3=6$ ∴ $y=5$
∴ $x-y=15-5=10$ 답 10

중 **47** $3^4\times3^4\times3^4=(3^4)^3=3^{12}$이므로
$a=12$
$3^4+3^4+3^4=3\times3^4=3^5$이므로
$b=5$
∴ $a+b=12+5=17$ 답 17

주의 n이 자연수일 때,
① $\underbrace{a\times a\times a\times\cdots\times a}_{n\text{개}}=a^n$ ② $\underbrace{a+a+a+\cdots+a}_{n\text{개}}=na$

중 **48** $8^4+8^4+8^4+8^4=4\times8^4$
$=2^2\times(2^3)^4$
$=2^2\times2^{12}$
$=2^{14}$ 답 ④

중 **49** $2\div\left(\frac{1}{2}\right)^4+2^5+2^5+2^5=2\div\frac{1}{2^4}+2^5+2^5+2^5$
$=2\times2^4+2^5+2^5+2^5$
$=2^5+2^5+2^5+2^5$
$=4\times2^5$
$=2^2\times2^5$
$=2^7$
∴ $a=7$ ······ ㉮
$4^5\times4^5\times4^5\times4^5=(4^5)^4=4^{20}$
∴ $b=20$ ······ ㉯
∴ $b-a=20-7=13$ ······ ㉰
답 13

채점 기준

㉮ a의 값 구하기	40 %
㉯ b의 값 구하기	40 %
㉰ $b-a$의 값 구하기	20 %

상 **50** $\frac{4^2+4^2+4^2}{3^5+3^5+3^5+3^5}\times\frac{9^3+9^3+9^3+9^3}{2^3+2^3+2^3}$
$=\frac{3\times4^2}{4\times3^5}\times\frac{4\times9^3}{3\times2^3}$
$=\frac{3\times(2^2)^2}{2^2\times3^5}\times\frac{2^2\times(3^2)^3}{3\times2^3}$
$=\frac{3\times2^4}{2^2\times3^5}\times\frac{2^2\times3^6}{3\times2^3}=\frac{2^2}{3^4}\times\frac{3^5}{2}$
$=2\times3=6$ 답 6

중 **51** $27^4\div9=(3^3)^4\div3^2=3^{12}\div3^2$
$=3^{10}=(3^2)^5=A^5$
∴ $x=5$ 답 5

하 **52** $\frac{1}{8^4}=\frac{1}{(2^3)^4}=\frac{1}{2^{12}}=\frac{1}{(2^6)^2}=\frac{1}{a^2}$ 답 ⑤

중 **53** $A=2^{x+1}=2^x\times2$이므로 $2^x=\frac{A}{2}$
∴ $16^x=(2^4)^x=(2^x)^4=\left(\frac{A}{2}\right)^4=\frac{A^4}{16}$ 답 ②

중 **54** 75를 소인수분해하면 $75=3\times5^2$이므로
$75^3=(3\times5^2)^3=3^3\times5^6$
$=3^3\times(5^3)^2=AB^2$ 답 ②

중 **55** $2^{13}\times3\times5^{10}=2^3\times2^{10}\times3\times5^{10}$

$=2^3\times3\times(2\times5)^{10}$

$=24\times10^{10}$

따라서 $2^{13}\times3\times5^{10}$은 12자리 자연수이므로

$n=12$ 답 ③

하 **56** $A=2^7\times5^4$

$=2^3\times2^4\times5^4$

$=2^3\times(2\times5)^4$

$=8\times10^4$

따라서 A는 5자리 자연수이다. 답 5자리

중 **57** $3^2\times5^2\times20^4=3^2\times5^2\times(2^2\times5)^4$

$=3^2\times5^2\times2^8\times5^4$

$=2^8\times3^2\times5^6$

$=2^2\times2^6\times3^2\times5^6$

$=2^2\times3^2\times(2\times5)^6$

$=36\times10^6$

따라서 $3^2\times5^2\times20^4$은 8자리 자연수이므로

$n=8$

또, 각 자리의 숫자의 합은

$3+6=9$ $\quad\therefore m=9$

$\therefore m+n=9+8=17$ 답 ①

상 **58** $A=\dfrac{12^4\times15^{12}}{45^8}=\dfrac{(2^2\times3)^4\times(3\times5)^{12}}{(3^2\times5)^8}$

$=\dfrac{2^8\times3^4\times3^{12}\times5^{12}}{3^{16}\times5^8}=2^8\times5^4$ …… (가)

$=2^4\times2^4\times5^4=2^4\times(2\times5)^4$

$=16\times10^4$ …… (나)

따라서 A는 6자리 자연수이다. …… (다)

답 6자리

채점 기준

(가) 소인수분해와 지수법칙을 이용하여 A를 간단히 하기	40 %
(나) A를 $a\times10^n$ 꼴로 나타내기	30 %
(다) A가 몇 자리 자연수인지 구하기	30 %

Lecture 04 단항식의 곱셈과 나눗셈

Level A 개념 익히기 32쪽

01 답 $6ab$ **02** 답 $-12xy$

03 (주어진 식)$=(-a^3)\times4a^2b^2=-4a^5b^2$ 답 $-4a^5b^2$

04 (주어진 식)$=\dfrac{12a^4}{3a^2}=4a^2$ 답 $4a^2$

05 (주어진 식)$=(-4ab^2)\times\left(-\dfrac{2}{ab}\right)=8b$ 답 $8b$

06 (주어진 식)$=5x^6y\div\dfrac{1}{4}x^2=5x^6y\times\dfrac{4}{x^2}=20x^4y$

답 $20x^4y$

07 (주어진 식)$=4ab\times2b\times\dfrac{1}{4a}=2b^2$ 답 $2b^2$

08 (주어진 식)$=3a^3\times(-2a^2)\times\dfrac{1}{12a^4}=-\dfrac{1}{2}a$ 답 $-\dfrac{1}{2}a$

09 (주어진 식)$=12x^2y\times\left(-\dfrac{1}{6x}\right)\times(-2y)=4xy^2$

답 $4xy^2$

10 (주어진 식)$=9a^2b^4\times2ab\times\dfrac{3}{a^2b^3}=54ab^2$ 답 $54ab^2$

Level B 유형 공략하기 33~35쪽

중 **11** (좌변)$=9x^4y^2\times(-x^3y^6)\times(-4x^3y^4)$

$=9\times(-1)\times(-4)\times(x^4\times x^3\times x^3)\times(y^2\times y^6\times y^4)$

$=36x^{10}y^{12}$

따라서 $a=36,\ b=10,\ c=12$이므로

$a-b-c=36-10-12=14$ 답 14

중 **12** (주어진 식)$=\left(-\dfrac{27}{8}a^3b^6\right)\times\dfrac{1}{9}a^6b^2$

$=\left(-\dfrac{27}{8}\right)\times\dfrac{1}{9}\times(a^3\times a^6)\times(b^6\times b^2)$

$=-\dfrac{3}{8}a^9b^8$ 답 ③

중 **13** $\left(-\dfrac{a^2}{b}\right)\times(-2a^2b)=(-1)\times(-2)\times\dfrac{a^2\times a^2b}{b}=2a^4$이므로

$A=2a^4\times\left(-\dfrac{3b^3}{2a^3}\right)$

$=2\times\left(-\dfrac{3}{2}\right)\times\dfrac{a^4\times b^3}{a^3}$

$=-3ab^3$ 답 $-3ab^3$

상 **14** (좌변)$=(-5)^Ax^{3A}y^A\times Bx^6y^5$

$=(-5)^A\times B\times(x^{3A}\times x^6)\times(y^A\times y^5)$

$=(-5)^ABx^{3A+6}y^{A+5}$ …… (가)

즉, $(-5)^ABx^{3A+6}y^{A+5}=-10x^9y^C$이므로

$(-5)^AB=-10,\ x^{3A+6}=x^9,\ y^{A+5}=y^C$

$\therefore (-5)^AB=-10,\ 3A+6=9,\ A+5=C$

이때 $3A+6=9$에서 $3A=3$ $\quad\therefore A=1$

$A=1$을 $(-5)^AB=-10$에 대입하면

$-5B=-10$ $\quad\therefore B=2$

$A=1$을 $A+5=C$에 대입하면 $C=6$ …… (나)

$\therefore\ ABC=1\times2\times6=12$ ······ ㉰

답 12

채점 기준

㉮ 좌변을 간단히 하기	30 %
㉯ $A,\ B,\ C$의 값 구하기	50 %
㉰ ABC의 값 구하기	20 %

중 **15** (주어진 식) $=24x^7y^4\div(-x^3y^9)\div\frac{4}{3}xy^2$

$$=24x^7y^4\times\left(-\frac{1}{x^3y^9}\right)\times\frac{3}{4xy^2}$$

$$=24\times(-1)\times\frac{3}{4}\times\frac{x^7y^4}{x^3y^9\times xy^2}$$

$$=-\frac{18x^3}{y^7}$$

따라서 $a=7,\ b=18,\ c=3$이므로

$a+b+c=7+18+3=28$

답 ⑤

하 **16** (주어진 식) $=x^4y^2\div\frac{x^4}{y^8}\div(-x^{15}y^{10})$

$$=x^4y^2\times\frac{y^8}{x^4}\times\left(-\frac{1}{x^{15}y^{10}}\right)$$

$$=-\frac{x^4y^2\times y^8}{x^4\times x^{15}y^{10}}$$

$$=-\frac{1}{x^{15}}$$

답 $-\frac{1}{x^{15}}$

중 **17** $(-3a^2b^{\boxed{ㄱ}})^3\div\frac{1}{2}a^4b^7=(-27a^6b^{\boxed{ㄱ}\times3})\times\frac{2}{a^4b^7}$

$$=(-27)\times2\times\frac{a^6b^{\boxed{ㄱ}\times3}}{a^4b^7}$$

$$=-\frac{54a^2b^{\boxed{ㄱ}\times3}}{b^7}$$

즉, $-\frac{54a^2b^{\boxed{ㄱ}\times3}}{b^7}=\boxed{ㄴ}a^{\boxed{ㄷ}}b^8$이므로

$-54=\boxed{ㄴ},\ a^2=a^{\boxed{ㄷ}},\ \frac{b^{\boxed{ㄱ}\times3}}{b^7}=b^8$

$\therefore\ -54=\boxed{ㄴ},\ 2=\boxed{ㄷ},\ \boxed{ㄱ}\times3-7=8$

따라서 $\boxed{ㄱ}=5,\ \boxed{ㄴ}=-54,\ \boxed{ㄷ}=2$이므로 구하는 합은

$5+(-54)+2=-47$

답 ②

상 **18** (좌변) $=6x^Ay\div B^2x^6y^4\div\frac{x^3}{3y^2}$

$$=6x^Ay\times\frac{1}{B^2x^6y^4}\times\frac{3y^2}{x^3}$$

$$=6\times\frac{1}{B^2}\times3\times\frac{x^Ay\times y^2}{x^6y^4\times x^3}$$

$$=\frac{18x^A}{B^2x^9y}$$

즉, $\frac{18x^A}{B^2x^9y}=\frac{2}{x^Cy}$이므로

$\frac{18}{B^2}=2,\ \frac{x^A}{x^9}=\frac{1}{x^C}$ $\qquad\therefore\ \frac{18}{B^2}=2,\ 9-A=C$

$\frac{18}{B^2}=2$에서 $B^2=9$

이때 B는 자연수이므로 $B=3$

$9-A=C$에서 $A+C=9$

$\therefore\ A-B+C=A+C-B=9-3=6$

답 6

중 **19** (주어진 식) $=(-x^6y^3)\div\frac{x^9}{8y^3}\times\frac{x^8}{y^4}$

$$=(-x^6y^3)\times\frac{8y^3}{x^9}\times\frac{x^8}{y^4}$$

$$=(-1)\times8\times\frac{x^6y^3\times y^3\times x^8}{x^9\times y^4}$$

$$=-8x^5y^2$$

답 $-8x^5y^2$

하 **20** ㄱ. $a\div b\times c=a\times\frac{1}{b}\times c=\frac{ac}{b}$

ㄴ. $a\times b\div c=a\times b\times\frac{1}{c}=\frac{ab}{c}$

ㄷ. $a\times(b\div c)=a\times\left(b\times\frac{1}{c}\right)=a\times\frac{b}{c}=\frac{ab}{c}$

ㄹ. $a\div(b\div c)=a\div\left(b\times\frac{1}{c}\right)=a\div\frac{b}{c}=a\times\frac{c}{b}=\frac{ac}{b}$

이상에서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ이다.

답 ㄴ, ㄹ

중 **21** ① $3x^4\times(-y^3)^2=3x^4\times y^6=3x^4y^6$

② $10x^4y^2\div\frac{1}{5}xy\times x^3y=10x^4y^2\times\frac{5}{xy}\times x^3y$

$$=10\times5\times\frac{x^4y^2\times x^3y}{xy}$$

$$=50x^6y^2$$

③ $(-9a^5b^3)\times4ab^2\div12a^2b^4$

$$=(-9a^5b^3)\times4ab^2\times\frac{1}{12a^2b^4}$$

$$=(-9)\times4\times\frac{1}{12}\times\frac{a^5b^3\times ab^2}{a^2b^4}$$

$$=-3a^4b$$

④ $21ab\div(-7a^2)\times2a^2b=21ab\times\left(-\frac{1}{7a^2}\right)\times2a^2b$

$$=21\times\left(-\frac{1}{7}\right)\times2\times\frac{ab\times a^2b}{a^2}$$

$$=-6ab^2$$

⑤ $(8xy^2)^2\div(4y)^2\times8x^3=64x^2y^4\div16y^2\times8x^3$

$$=64x^2y^4\times\frac{1}{16y^2}\times8x^3$$

$$=64\times\frac{1}{16}\times8\times\frac{x^2y^4\times x^3}{y^2}$$

$$=32x^5y^2$$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

상 **22** (좌변) $=\left(-\frac{y^3}{8x^{3A}}\right)\times5^Bx^{2B}y^B\div(-xy^2)$

$$=\left(-\frac{y^3}{8x^{3A}}\right)\times5^Bx^{2B}y^B\times\left(-\frac{1}{xy^2}\right)$$

$$=\left(-\frac{1}{8}\right)\times 5^B\times(-1)\times\frac{y^3\times x^{2B}y^B}{x^{3A}\times xy^2}$$
$$=\frac{5^Bx^{2B}y^{B+1}}{8x^{3A+1}}$$

즉, $\frac{5^Bx^{2B}y^{B+1}}{8x^{3A+1}}=\frac{25y^C}{8x^3}$이므로

$\frac{5^B}{8}=\frac{25}{8}$, $\frac{x^{2B}}{x^{3A+1}}=\frac{1}{x^3}$, $y^{B+1}=y^C$

$\therefore 5^B=25$, $3A+1-2B=3$, $B+1=C$

이때 $5^B=25$에서 $B=2$

$B=2$를 $3A+1-2B=3$에 대입하면

$3A+1-4=3$, $3A=6$ $\quad\therefore A=2$

$B=2$를 $B+1=C$에 대입하면 $C=3$

$\therefore A+B+C=2+2+3=7$

답 7

중 23 $\boxed{}=\frac{1}{4x^5y^3}\times(-2x^2y)^2\times(-3x^3y)$

$$=\frac{1}{4x^5y^3}\times4x^4y^2\times(-3x^3y)$$
$$=-3x^2$$

답 ②

중 24 $\boxed{}=(6x^2y)^2\times(-xy)^2\times\frac{1}{9xy}$

$$=36x^4y^2\times x^2y^2\times\frac{1}{9xy}$$
$$=4x^5y^3$$

답 $4x^5y^3$

중 25 어떤 식을 A라 하면

$A\div24xy=-\frac{1}{8}xy^2$이므로

$A=\left(-\frac{1}{8}xy^2\right)\times24xy=-3x^2y^3$ …… ㉮

따라서 바르게 계산한 식은

$(-3x^2y^3)\times24xy=-72x^3y^4$ …… ㉯

답 $-72x^3y^4$

채점 기준

㉮ 어떤 식 구하기	50 %
㉯ 바르게 계산한 식 구하기	50 %

상 26 $A\times ab^6=(a^2b)^3$이므로

$A=(a^2b)^3\div ab^6=\frac{a^6b^3}{ab^6}=\frac{a^5}{b^3}$

$a^4\times B=A$이므로

$B=A\div a^4=\frac{a^5}{b^3}\div a^4=\frac{a^5}{b^3}\times\frac{1}{a^4}=\frac{a}{b^3}$

$B\times C=ab^6$이므로

$C=ab^6\div B=ab^6\div\frac{a}{b^3}=ab^6\times\frac{b^3}{a}=b^9$

답 b^9

중 27 $14a^4b^2\times$(다른 대각선의 길이)$\div2=(7a^2b^3)^2$이므로

(다른 대각선의 길이)$=(7a^2b^3)^2\times\frac{1}{14a^4b^2}\times2$

$$=49a^4b^6\times\frac{1}{14a^4b^2}\times2$$
$$=7b^4$$

답 $7b^4$

개념 보충 학습

(마름모의 넓이)=(한 대각선의 길이)×(다른 대각선의 길이)÷2

하 28 (평행사변형의 넓이)=(밑변의 길이)×(높이)

$$=4xy^2\times3xy$$
$$=12x^2y^3$$

답 ⑤

중 29 (타일 1개의 넓이)$=135x^6y^4\div9=15x^6y^4$이므로

$5xy^3\times$(타일의 세로의 길이)$=15x^6y^4$

$\therefore$ (타일의 세로의 길이)$=15x^6y^4\times\frac{1}{5xy^3}=3x^5y$

답 $3x^5y$

상 30 (직사각형의 넓이)=(가로의 길이)×(세로의 길이)

$$=6a^3b\times4a^4b^3$$
$$=24a^7b^4$$ …… ㉮

(삼각형의 넓이)$=\frac{1}{2}\times$(밑변의 길이)×(높이)

$$=\frac{1}{2}\times8a^5b^2\times(\text{높이})$$
$$=4a^5b^2\times(\text{높이})$$ …… ㉯

따라서 $4a^5b^2\times$(삼각형의 높이)$=24a^7b^4$이므로

(삼각형의 높이)$=24a^7b^4\times\frac{1}{4a^5b^2}=6a^2b^2$ …… ㉰

답 $6a^2b^2$

채점 기준

㉮ 직사각형의 넓이 구하기	30 %
㉯ 삼각형의 넓이 구하기	30 %
㉰ 삼각형의 높이 구하기	40 %

중 31 밑면인 직각삼각형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times2x^2y\times3xy^4=3x^3y^5$

따라서 $3x^3y^5\times$(삼각기둥의 높이)$=36x^5y^7$이므로

(삼각기둥의 높이)$=36x^5y^7\times\frac{1}{3x^3y^5}=12x^2y^2$

답 $12x^2y^2$

개념 보충 학습

(기둥의 부피)=(밑넓이)×(높이)

하 32 (직육면체의 부피)=(밑넓이)×(높이)

$$=\left(\frac{1}{2}a^3b\times7a\right)\times6ab^2$$
$$=21a^5b^3$$

답 $21a^5b^3$

중 33 $\frac{1}{3}\times\pi\times(6x)^2\times$(원뿔의 높이)$=48\pi x^2y$이므로

$(\text{원뿔의 높이})=48\pi x^2y\times3\times\frac{1}{\pi}\times\frac{1}{(6x)^2}$

$=48\pi x^2y\times\frac{3}{\pi}\times\frac{1}{36x^2}$

$=4y$ 답 $4y$

개념 보충 학습

$(\text{원뿔의 부피})=\frac{1}{3}\times(\text{밑넓이})\times(\text{높이})$

$=\frac{1}{3}\times\pi\times(\text{밑면의 반지름의 길이})^2\times(\text{높이})$

상 **34** $(\text{구의 겉넓이})=4\pi\times(3ab^2)^2=4\pi\times9a^2b^4=36\pi a^2b^4$

$(\text{원기둥의 겉넓이})=\pi\times(2ab^2)^2\times2+2\pi\times2ab^2\times4ab^2$

$=8\pi a^2b^4+16\pi a^2b^4$

$=24\pi a^2b^4$

따라서 구의 겉넓이는 원기둥의 겉넓이의 $\frac{36\pi a^2b^4}{24\pi a^2b^4}=\frac{3}{2}$(배)이다.

답 ④

개념 보충 학습

① (구의 겉넓이)$=4\pi\times$(반지름의 길이)^2

② (기둥의 겉넓이)$=$(밑넓이)$\times2+$(옆넓이)

Level B 단원 마무리 36~39쪽

필수 유형 정복하기

01 ①	**02** ③	**03** ③	**04** 1024	**05** 32
06 ④	**07** ⑤	**08** ③	**09** ④	**10** ④
11 ③	**12** ⑤	**13** ④	**14** $3xy^2$	**15** ⑤
16 $18x^2y$	**17** $\frac{5}{3}ab^2$	**18** $\frac{4}{9}b$	**19** 12	**20** 4
21 15	**22** (1) 45×10^{15} (2) 17자리			**23** 8
24 (1) $4\pi a^7b^4$ (2) $6\pi a^5b^5$ (3) $\frac{2a^2}{3b}$				

01 전략 625를 5의 거듭제곱으로 나타내고 지수법칙을 이용한다.

$5\times5^k\times5^2=5^{1+k+2}$, $625=5^4$

즉, $5^{1+k+2}=5^4$이므로

$1+k+2=4$ $\therefore k=1$

02 전략 81, 27, 9를 모두 3의 거듭제곱으로 나타내고 지수법칙을 이용한다.

$81^2\times27^3\div9^3=(3^4)^2\times(3^3)^3\div(3^2)^3$

$=3^8\times3^9\div3^6$

$=3^{17}\div3^6=3^{11}$

$\therefore x=11$

03 전략 처음 신문지의 두께를 1로 놓고, 1번, 2번, 3번, … 접은 신문지의 두께를 거듭제곱 꼴로 나타낸다.

처음 신문지의 두께를 1이라 하면

1번 접은 신문지의 두께는 2,

2번 접은 신문지의 두께는 2^2,

3번 접은 신문지의 두께는 2^3,

⋮

따라서 8번 접은 신문지의 두께는 2^8,

5번 접은 신문지의 두께는 2^5이므로

8번 접은 신문지의 두께는 5번 접은 신문지의 두께의

$\frac{2^8}{2^5}=2^3=8$(배)

이다.

04 전략 $a^2b^2=(ab)^2$임을 이용한다.

$ab=2^x\times2^y=2^{x+y}$

이때 $x+y=5$이므로

$ab=2^5=32$

$\therefore a^2b^2=(ab)^2=32^2=1024$

05 전략 $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$임을 이용하여 미지수의 값을 구한다.

$\left(\frac{2x^{2a}}{y^3}\right)^4=\frac{16x^{8a}}{y^{12}}=\frac{bx^8}{y^{6c}}$이므로

$8a=8$, $16=b$, $12=6c$

따라서 $a=1$, $b=16$, $c=2$이므로

$abc=1\times16\times2=32$

06 전략 지수법칙을 이용한다.

ㄱ. $(a^2)^3=a^6$ ㄹ. $(2a^2b^6)^3=8a^6b^{18}$

이상에서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

07 전략 지수법칙을 이용한다.

① $a^{\square}\times a^2=a^{\square+2}=a^8$이므로

$\square+2=8$ $\therefore \square=6$

② $\frac{x^{\square}}{x^9}=\frac{1}{x^3}$이므로 $9-\square=3$ $\therefore \square=6$

③ $\left(\frac{y^5}{x^{\square}}\right)^2=\frac{y^{10}}{x^{\square\times2}}=\frac{y^{10}}{x^{12}}$이므로

$\square\times2=12$ $\therefore \square=6$

④ $(a^2b^{\square})^3=a^6b^{\square\times3}=a^6b^{18}$이므로

$\square\times3=18$ $\therefore \square=6$

⑤ $x^{\square}\times x^2\div x^3=x^{\square+2}\div x^3=x^7$이므로

$\square+2-3=7$ $\therefore \square=8$

따라서 $\square$ 안에 알맞은 수가 다른 하나는 ⑤이다.

08 전략 같은 수의 덧셈식을 곱셈식으로 바꾼 후 지수법칙을 이용한다.

$\frac{3^5+3^5+3^5}{4^5+4^5}\times\frac{8^2+8^2+8^2}{9^2+9^2+9^2}=\frac{3\times3^5}{2\times4^5}\times\frac{3\times8^2}{3\times9^2}$

$=\frac{3\times3^5}{2\times2^{10}}\times\frac{3\times2^6}{3\times3^4}$

$=\frac{3^6}{2^{11}}\times\frac{2^6}{3^4}$

$=\frac{3^2}{2^5}=\frac{9}{32}$

09 전략 $9=3^2$, $3^{x+2}=3^x\times3^2$임을 이용한다.

$$\frac{9^x+3^{x+2}}{3^x}=\frac{(3^2)^x+3^x\times3^2}{3^x}=\frac{(3^x)^2+9\times3^x}{3^x}=\frac{A^2+9A}{A}=A+9$$

10 전략 먼저 2^x과 3^x을 각각 A, B를 사용하여 나타낸다.

$A=2^{x-1}=2^x\div2=\frac{2^x}{2}$이므로 $2^x=2A$

$B=3^{x+1}=3^x\times3$이므로 $3^x=\frac{B}{3}$

18을 소인수분해하면 $18=2\times3^2$이므로

$18^x=(2\times3^2)^x$

$=2^x\times3^{2x}=2^x\times(3^x)^2$

$=2A\times\left(\frac{B}{3}\right)^2=\frac{2}{9}AB^2$

공략 비법

① $a^{n+1}=A$일 때, $a^n\times a=A$이므로

$a^n=\frac{A}{a}$

② $a^{n-1}=A$일 때, $a^n\div a=A$이므로

$a^n=a\times A$

11 전략 $12=2^2\times3$, $16=2^4$, $25=5^2$임을 이용하여 주어진 식을 간단히 한다.

$12\times16^3\times25^6=(2^2\times3)\times(2^4)^3\times(5^2)^6$

$=2^2\times3\times2^{12}\times5^{12}$

$=12\times(2\times5)^{12}$

$=12\times10^{12}$

따라서 12×10^{12}일 때, a가 최소이므로

$a=12$, $k=12$

$\therefore k-a=12-12=0$

12 전략 지수법칙을 이용하여 괄호를 풀고 계수는 계수끼리, 문자는 문자끼리 계산한다.

(주어진 식)$=\left(-\frac{b^3}{a^6}\right)\times\frac{49a^4}{b^2}\times(-a^9b^3)=49a^7b^4$

13 전략 계수는 계수끼리, 문자는 문자끼리 계산한다. 이때 나눗셈은 곱셈 또는 분수 꼴로 바꾸어 계산한다.

② $(-6ab)\div\frac{a}{2}=(-6ab)\times\frac{2}{a}=-12b$

③ $(2a^3)^2\times5a=4a^6\times5a=20a^7$

④ $(-3a^2)^2\div4a^2b=9a^4\times\frac{1}{4a^2b}=\frac{9a^2}{4b}$

⑤ $(-27x^4)\div(9x)^2=(-27x^4)\div81x^2=\frac{-27x^4}{81x^2}=-\frac{x^2}{3}$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

14 전략 단항식의 곱셈과 나눗셈이 혼합된 식은 지수법칙을 이용하여 괄호를 풀고 나눗셈은 곱셈으로 바꾸어 계산한다.

(다)$=8x^2y\times6x^3y^3\div(-4x^2y)^2$

$=8x^2y\times6x^3y^3\div16x^4y^2$

$=8x^2y\times6x^3y^3\times\frac{1}{16x^4y^2}$

$=3xy^2$

15 전략 $A\div\square\times B=C$에서 $\square=A\times B\times\frac{1}{C}$임을 이용한다.

$\boxed{}=(-3a^2b^2)^2\times\frac{1}{6a^2b^4}\times\frac{a^3}{2b^2}$

$=9a^4b^4\times\frac{1}{6a^2b^4}\times\frac{a^3}{2b^2}$

$=\frac{3a^5}{4b^2}$

16 전략 $\square\times A=B$에서 $\square=B\div A$임을 이용한다.

어떤 식을 A라 하면

$A\times\left(-\frac{2}{3}x^2y\right)=(2x^2y)^3$이므로

$A=(2x^2y)^3\div\left(-\frac{2}{3}x^2y\right)$

$=8x^6y^3\times\left(-\frac{3}{2x^2y}\right)$

$=-12x^4y^2$

따라서 바르게 계산한 식은

$(-12x^4y^2)\div\left(-\frac{2}{3}x^2y\right)=(-12x^4y^2)\times\left(-\frac{3}{2x^2y}\right)$

$=18x^2y$

17 전략 직사각형의 넓이 공식을 이용한다.

$9a^2b^3\times$(세로의 길이)$=15a^3b^5$이므로

(세로의 길이)$=15a^3b^5\times\frac{1}{9a^2b^3}=\frac{5}{3}ab^2$

18 전략 (원기둥의 부피)=(밑넓이)×(높이)임을 이용한다.

(원기둥 A의 부피)$=\pi\times(2a)^2\times b$

$=4\pi a^2b$

(원기둥 B의 부피)$=\pi\times(3a)^2\times$(높이)

$=9\pi a^2\times$(높이)

따라서 $9\pi a^2\times$(원기둥 B의 높이)$=4\pi a^2b$이므로

(원기둥 B의 높이)$=4\pi a^2b\times\frac{1}{9\pi a^2}=\frac{4}{9}b$

19 전략 지수법칙을 이용하여 좌변과 우변의 밑이 같은 것끼리 지수를 비교한다.

$x\times x^{a+3}=x^{1+a+3}=x^6$이므로

$1+a+3=6$ $\therefore a=2$ …… ㉮

$y^3\times y^{2a-1}=y^{3+2a-1}=y^b$이므로

$3+2a-1=b$

이때 $a=2$이므로 $b=6$ …… ㉯

$\therefore ab=2\times6=12$ …… ㉰

채점 기준

㉮ a의 값 구하기	40 %
㉯ b의 값 구하기	40 %
㉰ ab의 값 구하기	20 %

20 전략 48을 소인수분해한 후 지수법칙을 이용한다.

48을 소인수분해하면 $48=2^4\times3$이므로 …… ㉮

$48^6=(2^4\times3)^6=2^{24}\times3^6$

따라서 $a=24$, $b=6$이므로 …… ㉯

$\frac{a}{b}=\frac{24}{6}=4$ …… ㉰

채점 기준

㉮ 48을 소인수분해하기	30 %
㉯ a, b의 값 구하기	50 %
㉰ $\frac{a}{b}$의 값 구하기	20 %

공략 비법

a^n에서 a를 소인수분해하였을 때, $a=p\times q$이면
$a^n=(p\times q)^n=p^n\times q^n$

21 전략 지수법칙을 이용한다.

$\{(9^2)^3\}^3=(9^6)^3=9^{18}=(3^2)^{18}=3^{36}$

$\therefore a=36$ …… ㉮

$9^2\times9^5=9^7=(3^2)^7=3^{14}$

$\therefore b=14$ …… ㉯

$9^3+9^3+9^3=3\times9^3=3\times(3^2)^3=3\times3^6=3^7$

$\therefore c=7$ …… ㉰

$\therefore a-b-c=36-14-7=15$ …… ㉱

채점 기준

㉮ a의 값 구하기	30 %
㉯ b의 값 구하기	30 %
㉰ c의 값 구하기	30 %
㉱ $a-b-c$의 값 구하기	10 %

22 전략 $\frac{2^{10}\times6^8\times5^{16}}{18^3}$을 간단히 한 후 $a\times10^n$ 꼴로 나타낸다.

(1) $A=\frac{2^{10}\times6^8\times5^{16}}{18^3}$

$=\frac{2^{10}\times(2\times3)^8\times5^{16}}{(2\times3^2)^3}$

$=\frac{2^{10}\times2^8\times3^8\times5^{16}}{2^3\times3^6}$

$=2^{15}\times3^2\times5^{16}$ …… ㉮

$=2^{15}\times3^2\times5\times5^{15}$

$=3^2\times5\times(2\times5)^{15}$

$=45\times10^{15}$ …… ㉯

(2) A는 17자리 자연수이다. …… ㉰

채점 기준

(1)	㉮ 소인수분해와 지수법칙을 이용하여 A를 간단히 하기	40 %
	㉯ A를 $a\times10^n$ 꼴로 나타내기	30 %
(2)	㉰ A가 몇 자리 자연수인지 구하기	30 %

23 전략 좌변과 우변을 비교할 때, 계수는 계수끼리, 지수는 밑이 같은 지수끼리 비교한다.

$(\text{좌변})=(-3)^ax^{2a}y^a\times bxy^3\times\frac{1}{x^2y}$

$=\frac{(-3)^abx^{2a}y^{a+2}}{x}$ …… ㉮

즉, $\frac{(-3)^abx^{2a}y^{a+2}}{x}=162x^7y^c$이므로

$(-3)^ab=162$, $\frac{x^{2a}}{x}=x^7$, $y^{a+2}=y^c$

$\therefore (-3)^ab=162$, $2a-1=7$, $a+2=c$

이때 $2a-1=7$에서 $2a=8$ $\quad\therefore a=4$

$a=4$를 $(-3)^ab=162$에 대입하면

$81b=162 \quad\therefore b=2$

$a=4$를 $a+2=c$에 대입하면

$c=6$ …… ㉯

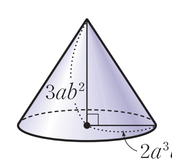
$\therefore a-b+c=4-2+6=8$ …… ㉰

채점 기준

㉮ 좌변을 간단히 하기	30 %
㉯ a, b, c의 값 구하기	50 %
㉰ $a-b+c$의 값 구하기	20 %

24 전략 1회전 시킬 때 생기는 입체도형이 원뿔임을 이용한다.

(1) $\overline{AC}$를 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 밑면의 반지름의 길이가 $2a^3b$, 높이가 $3ab^2$인 원뿔이므로

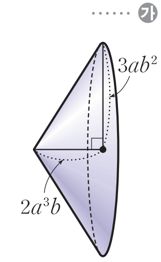


$V_1=\frac{1}{3}\times\pi\times(2a^3b)^2\times3ab^2$

$=\frac{1}{3}\times\pi\times4a^6b^2\times3ab^2$

$=4\pi a^7b^4$ …… ㉮

(2) $\overline{BC}$를 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 밑면의 반지름의 길이가 $3ab^2$, 높이가 $2a^3b$인 원뿔이므로



$V_2=\frac{1}{3}\times\pi\times(3ab^2)^2\times2a^3b$

$=\frac{1}{3}\times\pi\times9a^2b^4\times2a^3b$

$=6\pi a^5b^5$ …… ㉯

(3) $\frac{V_1}{V_2}=\frac{4\pi a^7b^4}{6\pi a^5b^5}=\frac{2a^2}{3b}$ …… ㉰

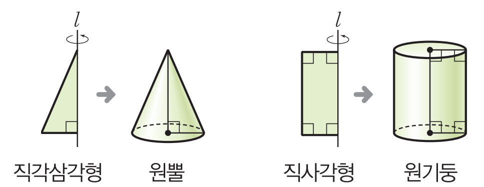
채점 기준

(1)	㉮ V_1 구하기	35 %
(2)	㉯ V_2 구하기	35 %
(3)	㉰ $\frac{V_1}{V_2}$ 구하기	30 %

개념 보충 학습

평면도형을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 다음과 같다.

① 직각삼각형을 1회전 시킬 때　② 직사각형을 1회전 시킬 때



단원 마무리　　40~41쪽

Level C 발전 유형 정복하기

01 ④	**02** ②	**03** 23	**04** ①	**05** 4배
06 ⑤	**07** 81	**08** $-27a^4b^2$	**09** ①	**10** 7
11 (1) 2^{20} KB　(2) 14자리		**12** $-\dfrac{1}{2x^3}$		

01 전략 지수법칙을 이용한다.

$(2^3)^4\times2^a=2^{12}\times2^a=2^{12+a}=2^{15}$이므로

$12+a=15$　　$\therefore a=3$

$2^7\div(2^b)^2=2^7\div2^{2b}$, $\dfrac{1}{32}=\dfrac{1}{2^5}$

즉, $2^7\div2^{2b}=\dfrac{1}{2^5}$이므로

$2b-7=5$, $2b=12$　　$\therefore b=6$

$\therefore ab=3\times6=18$

02 전략 $(-1)^{홀수}=-1$, $(-1)^{짝수}=1$임을 이용한다.

ㄱ. n이 홀수이면 $n+1$은 짝수이므로

$(-1)^n+(-1)^{n+1}=-1+1=0$

n이 짝수이면 $n+1$은 홀수이므로

$(-1)^n+(-1)^{n+1}=1+(-1)=0$

$\therefore (-1)^n+(-1)^{n+1}=0$

ㄴ. n이 짝수이면 $n+1$은 홀수이므로

$(-1)^n-(-1)^{n+1}=1-(-1)=2$

ㄷ. $(-1)^n\times(-1)^{n+1}=(-1)^{2n+1}=(-1)^{홀수}=-1$

ㄹ. $(-1)^n\div(-1)^{n+1}=\dfrac{1}{-1}=-1$

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

03 전략 d는 16, 32, 28의 최대공약수임을 이용한다.

$(x^ay^bz^c)^d=x^{ad}y^{bd}z^{cd}=x^{16}y^{32}z^{28}$이므로 이 식을 만족하는 가장 큰 자연수 d는 16, 32, 28의 최대공약수이다.

16, 32, 28의 최대공약수는 4이므로 $d=4$

$ad=16$이므로 $4a=16$　　$\therefore a=4$

$bd=32$이므로 $4b=32$　　$\therefore b=8$

$cd=28$이므로 $4c=28$　　$\therefore c=7$

$\therefore a+b+c+d=4+8+7+4=23$

개념 보충 학습

최대공약수 구하는 방법

[방법 1] 소인수분해를 이용하기

$$\begin{aligned} 16&=2^4\\ 32&=2^5\\ 28&=2^2\times7\\ \hline (\text{최대공약수})&=2^2\quad=4 \end{aligned}$$

공통인 소인수는 지수가 같거나 작은 것을 택한다.

[방법 2] 나눗셈을 이용하기

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 16 & 32 & 28 \\ \hline 2 & 8 & 16 & 14 \\ \hline & 4 & 8 & 7 \end{array}$$

(최대공약수)$=2\times2=4$

04 전략 $2^{n+3}=2^n\times2^3$, $3^{n+1}=3^n\times3$임을 이용한다.

$$\begin{aligned} 2^{n+3}(3^n-3^{n+1})&=2^n\times2^3\times(3^n-3^n\times3)\\ &=2^n\times8\times3^n(1-3)\\ &=2^n\times8\times3^n\times(-2)\\ &=(-16)\times(2\times3)^n\\ &=(-16)\times6^n \end{aligned}$$

$\therefore a=-16$

공략 비법

지수가 미지수인 수의 뺄셈식

밑이 같고 지수가 미지수인 수의 뺄셈식은 분배법칙을 이용하여 간단히 한다.

예 $3^{x+1}-3^x=3^x(3-1)=2\times3^x$

05 전략 각 단계에서 남은 나무 막대의 개수를 거듭제곱 꼴로 나타낸다.

나무 막대를 자를 때, 각 단계에서 남은 나무 막대의 개수는 다음과 같다.

단계	1단계	2단계	3단계	…
남은 나무 막대의 개수	2개	2^2개	2^3개	…

즉, 한 단계가 증가할 때마다 남은 나무 막대의 개수는 전 단계의 나무 막대의 개수의 2배이다.

따라서 [6단계]에서 남은 나무 막대의 개수는 2^6개,

[4단계]에서 남은 나무 막대의 개수는 2^4개이므로

[6단계]에서 남은 나무 막대의 개수는 [4단계]에서 남은 나무 막대의 개수의

$\dfrac{2^6}{2^4}=2^2=4$(배)

이다.

06 전략 지수법칙을 이용하여 괄호를 풀고 계수는 계수끼리, 문자는 문자끼리 계산한다. 이때 나눗셈은 곱셈 또는 분수 꼴로 바꾸어 계산한다.

① $(-2x^3y)^2\times6xy^2=4x^6y^2\times6xy^2=24x^7y^4$

② $8a^2b^3 \div (-2ab)^2 = 8a^2b^3 \div 4a^2b^2 = \dfrac{8a^2b^3}{4a^2b^2} = 2b$

③ $(3xy^2)^3 \div \left(-\dfrac{9}{2}x^4y^3\right) = 27x^3y^6 \times \left(-\dfrac{2}{9x^4y^3}\right) = -\dfrac{6y^3}{x}$

④ $x^2y \div 3y^2 \div \dfrac{x}{6} = x^2y \times \dfrac{1}{3y^2} \times \dfrac{6}{x} = \dfrac{2x}{y}$

⑤ $\dfrac{8a^2b^4 \times 2a^3b^4}{4a^2b} = 4a^3b^7$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

07 전략 $4^{x+3} = 2^{12}$, $\dfrac{8^5}{2^y} = 2^{12}$에서 x, y의 값을 구하여 주어진 식에 대입한다.

$4^{x+3} = (2^2)^{x+3} = 2^{2x+6} = 2^{12}$이므로

$2x+6=12$, $2x=6$ $\quad \therefore x=3$

$\dfrac{8^5}{2^y} = \dfrac{(2^3)^5}{2^y} = \dfrac{2^{15}}{2^y} = 2^{12}$이므로

$15-y=12$ $\quad \therefore y=3$

$$\begin{aligned}(xy^2)^2 \div (-x^4y^3)^2 \times (-x^3)^4 &= x^2y^4 \div x^8y^6 \times x^{12}\\ &= x^2y^4 \times \frac{1}{x^8y^6} \times x^{12}\\ &= \frac{x^6}{y^2}\end{aligned}$$

이때 $x=3$, $y=3$이므로

(주어진 식)$= \dfrac{x^6}{y^2} = \dfrac{3^6}{3^2} = 3^4 = 81$

08 전략 $X \times \square \div Y \times Z = M$에서 $\square = \dfrac{1}{X} \times Y \times \dfrac{1}{Z} \times M$임을 이용한다.

$$\begin{aligned}A &= 18a^4 \times \left(\frac{a}{2b}\right)^3 \times \left(-\frac{b}{3a}\right) \times \left(-\frac{6b^2}{a}\right)^2\\ &= 18a^4 \times \frac{a^3}{8b^3} \times \left(-\frac{b}{3a}\right) \times \frac{36b^4}{a^2}\\ &= -27a^4b^2\end{aligned}$$

09 전략 물통 (가)의 물의 부피와 물통 (나)의 물의 부피가 서로 같음을 이용한다.

(물통 (가)의 물의 부피)$=2ab \times 3ab^2 \times 4a^2 = 24a^4b^3$

(물통 (나)의 물의 부피)$=4a \times 3ab \times$(물의 높이)

$=12a^2b \times$(물의 높이)

따라서 $12a^2b \times$(물통 (나)의 물의 높이)$=24a^4b^3$이므로

(물통 (나)의 물의 높이)$=24a^4b^3 \times \dfrac{1}{12a^2b} = 2a^2b^2$

10 전략 $15=3\times5$, $45=3^2\times5$, $8=2^3$, $4=2^2$임을 이용하여 두 식의 좌변을 간단히 한다.

$\dfrac{15^{30}}{45^{15}} = \dfrac{(3\times5)^{30}}{(3^2\times5)^{15}} = \dfrac{3^{30}\times5^{30}}{3^{30}\times5^{15}} = 5^{15}$

$\therefore a=15$ …… ㉮

$$\begin{aligned}\frac{8^{10}+4^{10}}{8^4+4^{11}} &= \frac{(2^3)^{10}+(2^2)^{10}}{(2^3)^4+(2^2)^{11}}\\ &= \frac{2^{30}+2^{20}}{2^{12}+2^{22}}\\ &= \frac{(2^{20}\times2^{10})+2^{20}}{2^{12}+(2^{12}\times2^{10})}\\ &= \frac{2^{20}(2^{10}+1)}{2^{12}(1+2^{10})}\\ &= \frac{2^{20}}{2^{12}} = 2^8\end{aligned}$$

$\therefore b=8$ …… ㉯

$\therefore a-b=15-8=7$ …… ㉰

채점 기준

㉮ a의 값 구하기	40 %
㉯ b의 값 구하기	40 %
㉰ $a-b$의 값 구하기	20 %

11 전략 $1\text{ MB}=2^{10}\text{ KB}$, $1\text{ GB}=2^{10}\text{ MB}$임을 이용한다.

(1) $1\text{ MB}=2^{10}\text{ KB}$, $1\text{ GB}=2^{10}\text{ MB}$이므로

$1\text{ GB}=2^{10}\text{ MB}$

$=2^{10}\times2^{10}\text{ KB}$

$=2^{20}\text{ KB}$ …… ㉮

(2) $1\text{ GB}=2^{20}\text{ KB}$이므로

$5^{10}\text{ GB}=5^{10}\times2^{20}\text{ KB}$

$\therefore x=5^{10}\times2^{20}$ …… ㉯

$5^{10}\times2^{20}=5^{10}\times2^{10}\times2^{10}$

$=2^{10}\times(2\times5)^{10}$

$=1024\times10^{10}$ ($\because 2^{10}=1024$) …… ㉰

따라서 x는 14자리 자연수이다. …… ㉱

채점 기준

(1)	㉮ 1 GB를 KB로 나타내기	30 %
(2)	㉯ x의 값 구하기	20 %
	㉰ x를 $a\times10^n$ 꼴로 나타내기	30 %
	㉱ x가 몇 자리 자연수인지 구하기	20 %

12 전략 $\dfrac{b}{a}=\dfrac{d}{c}$이면 $ad=bc$임을 이용하여 A, B를 구한다.

$(-16x^{10}y^7) \div A = \dfrac{A^2}{4x^2y^2}$에서 $\dfrac{-16x^{10}y^7}{A} = \dfrac{A^2}{4x^2y^2}$이므로

$A^3 = (-16x^{10}y^7) \times 4x^2y^2 = -64x^{12}y^9 = (-4x^4y^3)^3$

$\therefore A = -4x^4y^3$ …… ㉮

$4x^3y^6 \times \dfrac{1}{B} = B^2 \div 2y^3$에서 $\dfrac{4x^3y^6}{B} = \dfrac{B^2}{2y^3}$이므로

$B^3 = 4x^3y^6 \times 2y^3 = 8x^3y^9 = (2xy^3)^3$

$\therefore B = 2xy^3$ …… ㉯

$\therefore \dfrac{B}{A} = \dfrac{2xy^3}{-4x^4y^3} = -\dfrac{1}{2x^3}$ …… ㉰

채점 기준

㉮ A 구하기	40 %
㉯ B 구하기	40 %
㉰ $\dfrac{B}{A}$ 간단히 하기	20 %

3. 다항식의 계산

Lecture 05 다항식의 덧셈과 뺄셈

Level A 개념 익히기 44~45쪽

01 답 $3x-3y$

02 (주어진 식)$=3a+4b-2a+3b$
$=a+7b$ 답 $a+7b$

03 답 $7x-2y-2$

04 (주어진 식)$=5a+b-1-7a+5b-3$
$=-2a+6b-4$ 답 $-2a+6b-4$

05 답 $\frac{5}{6}a-\frac{1}{3}b$

06 (주어진 식)$=\frac{3x-(x+3y)}{6}=\frac{3x-x-3y}{6}$
$=\frac{2x-3y}{6}=\frac{1}{3}x-\frac{1}{2}y$ 답 $\frac{1}{3}x-\frac{1}{2}y$

07 (주어진 식)$=6x+2-x+1$
$=5x+3$ 답 $5x+3$

08 (주어진 식)$=4x-(x-3x-y)$
$=4x-(-2x-y)$
$=4x+2x+y$
$=6x+y$ 답 $6x+y$

09 (주어진 식)$=a+2b-(4a-b-3a-5b)$
$=a+2b-(a-6b)$
$=a+2b-a+6b$
$=8b$ 답 $8b$

10 (주어진 식)$=6x-\{2y+(x-2x+3y)\}$
$=6x-\{2y+(-x+3y)\}$
$=6x-(2y-x+3y)$
$=6x-(-x+5y)$
$=6x+x-5y$
$=7x-5y$ 답 $7x-5y$

11 답 ×

12 답 ○

13 답 ×

14 (주어진 식)$=2b^2+b$ 답 ○

15 답 $4a^2$

16 (주어진 식)$=-5x^2+1-2x^2+3$
$=-7x^2+4$ 답 $-7x^2+4$

17 답 $-7x^2+2x-8$

18 (주어진 식)$=7y^2-3y+4-4y^2-9$
$=3y^2-3y-5$ 답 $3y^2-3y-5$

19 (주어진 식)$=(x-3x^2-2x+1)-x^2-4$
$=(-3x^2-x+1)-x^2-4$
$=-4x^2-x-3$ 답 $-4x^2-x-3$

20 (주어진 식)$=3x-\{4x^2-5-(6x-1-x^2)\}$
$=3x-(4x^2-5-6x+1+x^2)$
$=3x-(5x^2-6x-4)$
$=3x-5x^2+6x+4$
$=-5x^2+9x+4$ 답 $-5x^2+9x+4$

Level B 유형 공략하기 45~47쪽

중 **21** (좌변)$=\frac{1}{2}x+\frac{4}{3}y-\frac{7}{4}x+\frac{1}{6}y$
$=-\frac{5}{4}x+\frac{3}{2}y$
따라서 $a=-\frac{5}{4}$, $b=\frac{3}{2}$이므로
$\frac{a}{b}=\left(-\frac{5}{4}\right)\div\frac{3}{2}=\left(-\frac{5}{4}\right)\times\frac{2}{3}=-\frac{5}{6}$ 답 ②

하 **22** (주어진 식)$=5x-7y+4x-6y$
$=9x-13y$
따라서 x의 계수는 9, y의 계수는 -13이므로 구하는 합은
$9+(-13)=-4$ 답 ①

중 **23** (좌변)$=\frac{12x+3(x-2y)-2(3x+5y)}{12}$
$=\frac{12x+3x-6y-6x-10y}{12}$
$=\frac{9x-16y}{12}=\frac{3}{4}x-\frac{4}{3}y$ …… ㉮
따라서 $a=\frac{3}{4}$, $b=-\frac{4}{3}$이므로 …… ㉯
$ab=\frac{3}{4}\times\left(-\frac{4}{3}\right)=-1$ …… ㉰
답 -1

채점 기준

㉮ 좌변을 간단히 하기	60 %
㉯ a, b의 값 구하기	20 %
㉰ ab의 값 구하기	20 %

공략 비법

분수 꼴인 다항식의 계산
분모의 최소공배수로 통분한 후, 동류항끼리 모아서 계산한다.

상 **24** (장미 꽃밭의 둘레의 길이)
$=2\times\{(가로의 길이)+(세로의 길이)\}$

$=2\times[(2a+b)+\{(3b-1)-2a\}]$
$=2\{2a+b+(-2a+3b-1)\}$
$=2(4b-1)$
$=8b-2$ 답 $8b-2$

개념 보충 학습

직사각형의 둘레의 길이

가로, 세로의 길이가 각각 a, b인 직사각형의 둘레의 길이 l은
$l=a+b+a+b=2a+2b=2(a+b)$

중 **25** (주어진 식)$=3x^2-4x+6+x^2-x-4$
$=4x^2-5x+2$
따라서 $a=4$, $b=-5$, $c=2$이므로
$a-b-c=4-(-5)-2=7$ 답 7

하 **26** (주어진 식)$=\frac{1}{5}x^2+\frac{3}{10}x^2-x+4x+\frac{1}{2}-\frac{3}{2}$
$=\frac{1}{2}x^2+3x-1$ 답 ④

중 **27** (주어진 식)$=4a^2-12a+8-6a^2+15$
$=-2a^2-12a+23$
따라서 a^2의 계수는 -2, a의 계수는 -12이므로 구하는 합은
$-2+(-12)=-14$ 답 -14

상 **28** (주어진 식)$=ax^2+5x-3-4x^2-bx+1$
$=(a-4)x^2+(5-b)x-2$ …… ㉮
이때 x^2의 계수와 x의 계수가 모두 상수항과 같으므로
$a-4=-2$, $5-b=-2$
따라서 $a=2$, $b=7$이므로 …… ㉯
$b-a=7-2=5$ …… ㉰
답 5

채점 기준

㉮ 주어진 식을 간단히 하기	40 %
㉯ a, b의 값 구하기	40 %
㉰ $b-a$의 값 구하기	20 %

중 **29** (좌변)$=2x-\{5x-4y-(2x+y-2x+3y)\}$
$=2x-(5x-4y-4y)$
$=2x-(5x-8y)$
$=2x-5x+8y$
$=-3x+8y$
따라서 $a=-3$, $b=8$이므로
$ab=(-3)\times8=-24$ 답 -24

공략 비법

여러 가지 괄호가 있는 식의 계산

(1) (소괄호) ➡ {중괄호} ➡ [대괄호]의 순서로 괄호를 푼다.
(2) 괄호 앞에 ① +가 있으면: 괄호 안의 부호는 그대로
② −가 있으면: 괄호 안의 부호는 반대로

하 **30** (주어진 식)$=5a+b-(3a-b+3a-6b)$
$=5a+b-(6a-7b)$
$=5a+b-6a+7b$
$=-a+8b$ 답 $-a+8b$

중 **31** (주어진 식)$=-3y-\{x+7y+2(4x-5y-x-y)\}$
$=-3y-\{x+7y+2(3x-6y)\}$
$=-3y-(x+7y+6x-12y)$
$=-3y-(7x-5y)$
$=-3y-7x+5y$
$=-7x+2y$
따라서 x의 계수는 -7, y의 계수는 2이므로 구하는 곱은
$(-7)\times2=-14$ 답 ③

중 **32** (주어진 식)$=8x^2+5-\{x^2-(2x-6x^2-4x-1)\}$
$=8x^2+5-\{x^2-(-6x^2-2x-1)\}$
$=8x^2+5-(x^2+6x^2+2x+1)$
$=8x^2+5-(7x^2+2x+1)$
$=8x^2+5-7x^2-2x-1$
$=x^2-2x+4$ 답 x^2-2x+4

중 **33** $(2x^2-3x+5)-A=x^2+x-1$이므로
$A=(2x^2-3x+5)-(x^2+x-1)$
$=2x^2-3x+5-x^2-x+1$
$=x^2-4x+6$ 답 x^2-4x+6

공략 비법

① $A+B=C$ ➡ $A=C-B$
② $A-B=C$ ➡ $A=C+B$
③ $B-A=C$ ➡ $A=B-C$

하 **34** $4a+b+\boxed{}=-a+3b$에서
$\boxed{}=(-a+3b)-(4a+b)$
$=-a+3b-4a-b$
$=-5a+2b$ 답 ②

중 **35** $(-x^2+3x+5)+A=3x^2+7x+12$이므로
$A=(3x^2+7x+12)-(-x^2+3x+5)$
$=3x^2+7x+12+x^2-3x-5$
$=4x^2+4x+7$
또, $(2x^2-x+1)-B=-4x^2+9x-3$이므로
$B=(2x^2-x+1)-(-4x^2+9x-3)$
$=2x^2-x+1+4x^2-9x+3$
$=6x^2-10x+4$
$\therefore B-A=(6x^2-10x+4)-(4x^2+4x+7)$
$=6x^2-10x+4-4x^2-4x-7$
$=2x^2-14x-3$ 답 $2x^2-14x-3$

상 **36** 다항식을 써넣는 규칙은 아래 칸에 있는 두 식을 더하여 그 위 칸에 적는 것이다.

<table>
<tr><td></td><td></td><td colspan="2">㉠</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">C</td><td colspan="2">D</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">$-x+y$</td><td colspan="2">B</td><td colspan="2">x</td></tr>
</table>

$2x+3y$	A	$2x+y$	

위의 그림과 같이 빈칸에 들어갈 다항식을 각각 A, B, C, D라 하면

$(2x+3y)+A=-x+y$이므로

$A=(-x+y)-(2x+3y)=-x+y-2x-3y$
$=-3x-2y$

$B=A+(2x+y)=(-3x-2y)+(2x+y)$
$=-x-y$

$C=(-x+y)+B=(-x+y)+(-x-y)$
$=-2x$

$D=B+x=(-x-y)+x=-y$

$\therefore$ ㉠$=C+D=-2x+(-y)=-2x-y$ 답 ①

상 **37** (좌변)$=7a-\{2a+9b-(-a-5b+\square)\}$
$=7a-(2a+9b+a+5b-\square)$
$=7a-(3a+14b-\square)$
$=7a-3a-14b+\square$
$=4a-14b+\square$

즉, $4a-14b+\square=6a+11b$이므로

$\square=(6a+11b)-(4a-14b)$
$=6a+11b-4a+14b$
$=2a+25b$ 답 $2a+25b$

중 **38** 어떤 식을 A라 하면

$A+(-x^2+4x-7)=2x^2-x+3$이므로

$A=(2x^2-x+3)-(-x^2+4x-7)$
$=2x^2-x+3+x^2-4x+7$
$=3x^2-5x+10$

따라서 바르게 계산한 식은

$(3x^2-5x+10)-(-x^2+4x-7)$
$=3x^2-5x+10+x^2-4x+7$
$=4x^2-9x+17$ 답 ⑤

중 **39** 어떤 식을 A라 하면

$(8x-11y+3)+A=9x-4y-5$이므로

$A=(9x-4y-5)-(8x-11y+3)$
$=9x-4y-5-8x+11y-3$
$=x+7y-8$

따라서 바르게 계산한 식은

$(8x-11y+3)-(x+7y-8)$
$=8x-11y+3-x-7y+8$
$=7x-18y+11$ 답 $7x-18y+11$

중 **40** 어떤 식을 A라 하면

$A-(7x+4)=-3x^2+x+1$이므로

$A=(-3x^2+x+1)+(7x+4)$
$=-3x^2+8x+5$ …… ㉮

따라서 바르게 계산한 식은

$(-3x^2+8x+5)+(7x+4)=-3x^2+15x+9$

이므로 $a=-3$, $b=15$, $c=9$ …… ㉯

$\therefore a+b-c=-3+15-9=3$ …… ㉰

답 3

채점 기준

㉮ 어떤 식 구하기	40 %
㉯ a, b, c의 값 구하기	40 %
㉰ $a+b-c$의 값 구하기	20 %

Lecture 06 단항식과 다항식의 곱셈과 나눗셈

Level A 개념 익히기 48쪽

01 답 $-5a^2-ab$

02 답 $8x^2+16xy-8x$

03 답 $-3a^2+9ab-6ac$

04 (주어진 식)$=\dfrac{10x^2+4xy}{-2x}=\dfrac{10x^2}{-2x}+\dfrac{4xy}{-2x}=-5x-2y$

답 $-5x-2y$

다른 풀이 (주어진 식)$=(10x^2+4xy)\times\left(-\dfrac{1}{2x}\right)$
$=10x^2\times\left(-\dfrac{1}{2x}\right)+4xy\times\left(-\dfrac{1}{2x}\right)$
$=-5x-2y$

05 (주어진 식)$=(-6a^2+4a)\times\dfrac{3}{2a}$
$=(-6a^2)\times\dfrac{3}{2a}+4a\times\dfrac{3}{2a}$
$=-9a+6$ 답 $-9a+6$

06 (주어진 식)$=(xy+2y^2-3y)\times\left(-\dfrac{7}{y}\right)$
$=xy\times\left(-\dfrac{7}{y}\right)+2y^2\times\left(-\dfrac{7}{y}\right)-3y\times\left(-\dfrac{7}{y}\right)$
$=-7x-14y+21$ 답 $-7x-14y+21$

07 (주어진 식)$=x^2-5x+4x^2-4x$
$=5x^2-9x$ 답 $5x^2-9x$

08 (주어진 식)$=\dfrac{9x^3}{3x}-\dfrac{15x^2}{3x}+\dfrac{6x^2}{2x}-\dfrac{8x^3}{2x}$
$=3x^2-5x+3x-4x^2$
$=-x^2-2x$ 답 $-x^2-2x$

09 $2x+3y=2(y+4)+3y$
$=2y+8+3y$
$=5y+8$ 답 $5y+8$

10 $-3x+4y-2=-3(y+4)+4y-2$
$=-3y-12+4y-2$
$=y-14$ 답 $y-14$

11 $4A+B=4(x+y)+(2x-3y)$
$=4x+4y+2x-3y$
$=6x+y$ 답 $6x+y$

12 $2A-(A+2B)=2A-A-2B$
$=A-2B$
$=(x+y)-2(2x-3y)$
$=x+y-4x+6y$
$=-3x+7y$ 답 $-3x+7y$

Level B 유형 공략하기 49~51쪽

중 **13** (좌변)$=\frac{7}{2}x^2-2xy+\frac{3}{2}x$
따라서 $A=\frac{7}{2}$, $B=-2$, $C=\frac{3}{2}$이므로
$A-B+C=\frac{7}{2}-(-2)+\frac{3}{2}=7$ 답 ⑤

하 **14** ④ $-3y(6x-11y+1)=-18xy+33y^2-3y$ 답 ④

중 **15** (주어진 식)$=-6x^2+3xy-4x^2+20xy$
$=-10x^2+23xy$ …… ㉮
따라서 x^2의 계수는 -10, xy의 계수는 23이므로 …… ㉯
구하는 합은
$-10+23=13$ …… ㉰
답 13

채점 기준

㉮ 주어진 식을 간단히 하기	60 %
㉯ x^2의 계수와 xy의 계수 구하기	20 %
㉰ x^2의 계수와 xy의 계수의 합 구하기	20 %

중 **16** (주어진 식)$=-10a^2+5ab+15a-8a^2+20ab-12a$
$=-18a^2+25ab+3a$
답 $-18a^2+25ab+3a$

중 **17** (주어진 식)$=(6x^3y-24x^2+18xy)\times\frac{5}{3x}$
$=10x^2y-40x+30y$ 답 ③

중 **18** (주어진 식)$=4xy^2-7xy+5y$
따라서 xy의 계수는 -7, y의 계수는 5이므로 구하는 곱은
$(-7)\times5=-35$ 답 ①

중 **19** $\boxed{}\times\left(-\frac{1}{4}a\right)=-3a^2+2ab-a$에서
$\boxed{}=(-3a^2+2ab-a)\div\left(-\frac{1}{4}a\right)$
$=(-3a^2+2ab-a)\times\left(-\frac{4}{a}\right)$
$=12a-8b+4$ 답 $12a-8b+4$

공략 비법
① $A\times B=C$ ➡ $A=C\div B$
② $A\div B=C$ ➡ $A=C\times B$

중 **20** $A=(9a^2b+3ab^2)\times\frac{4}{3ab}=12a+4b$
$B=\frac{12a^2-15ab}{-3a}=-4a+5b$
$\therefore A-B=(12a+4b)-(-4a+5b)$
$=12a+4b+4a-5b$
$=16a-b$ 답 $16a-b$

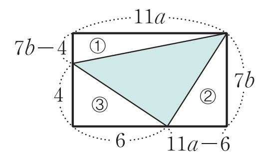
중 **21** (주어진 식)$=y^2(3x-2)-\frac{x^2y^3-5xy^3}{xy}$
$=3xy^2-2y^2-(xy^2-5y^2)$
$=3xy^2-2y^2-xy^2+5y^2$
$=2xy^2+3y^2$
따라서 $A=2$, $B=3$이므로
$A+B=2+3=5$ 답 5

하 **22** (주어진 식)$=2x^2-10x+\frac{12x^3-8x^2}{-4x}$
$=2x^2-10x+(-3x^2+2x)$
$=-x^2-8x$ 답 ②

중 **23** ① $x(6x-5)-(-2x)^2=6x^2-5x-4x^2=2x^2-5x$
② $x+\left(\frac{x^2}{4}-\frac{x}{2}\right)\div\left(-\frac{x}{8}\right)=x+\left(\frac{x^2}{4}-\frac{x}{2}\right)\times\left(-\frac{8}{x}\right)$
$=x+(-2x+4)$
$=-x+4$
③ $\frac{6x+4x^3}{2x}-\frac{x}{5}(10x-15)=3+2x^2-2x^2+3x$
$=3x+3$
④ $4\left\{\left(\frac{1}{2}x\right)^2+3\right\}-x(x-1)=4\left(\frac{1}{4}x^2+3\right)-x^2+x$
$=x^2+12-x^2+x$
$=x+12$
⑤ $x-[y-\{2x-(x-y)\}]=x-\{y-(2x-x+y)\}$
$=x-\{y-(x+y)\}$
$=x-(y-x-y)$
$=x-(-x)=2x$
따라서 옳은 것은 ④이다. 답 ④

중 **24** (주어진 식)$=(18x^3y-12xy^2)\times\frac{5}{6x}-y(x^2+y)$
$=15x^2y-10y^2-x^2y-y^2$
$=14x^2y-11y^2$
따라서 $a=14$, $b=-11$이므로
$a-b=14-(-11)=25$ 답 25

중 25 오른쪽 그림에서



(색칠한 부분의 넓이)

=(직사각형의 넓이)

$-$(①의 넓이)$-$(②의 넓이)

$-$(③의 넓이)

$=11a\times7b-\frac{1}{2}\times11a\times(7b-4)-\frac{1}{2}\times(11a-6)\times7b$

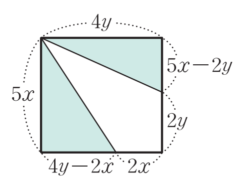
$-\frac{1}{2}\times6\times4$

$=77ab-\frac{1}{2}\times(77ab-44a)-\frac{1}{2}\times(77ab-42b)-12$

$=77ab-\frac{77}{2}ab+22a-\frac{77}{2}ab+21b-12$

$=22a+21b-12$ 답 $22a+21b-12$

중 26 오른쪽 그림에서



(색칠한 부분의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times5x\times(4y-2x)$

$+\frac{1}{2}\times4y\times(5x-2y)$

$=\frac{1}{2}\times(20xy-10x^2)+\frac{1}{2}\times(20xy-8y^2)$

$=10xy-5x^2+10xy-4y^2$

$=-5x^2+20xy-4y^2$ 답 ④

중 27 $\frac{1}{2}\times\{(\text{윗변의 길이})+4xy\}\times6x^2y=15x^3y^3+12x^3y^2$이므로

…… ㉮

$(\text{윗변의 길이})+4xy=(15x^3y^3+12x^3y^2)\div3x^2y$

$=\frac{15x^3y^3+12x^3y^2}{3x^2y}$

$=5xy^2+4xy$

$\therefore$ $(\text{윗변의 길이})=(5xy^2+4xy)-4xy$

$=5xy^2$ …… ㉯

답 $5xy^2$

채점 기준

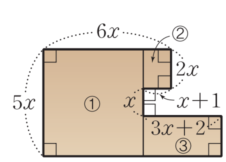
㉮ 사다리꼴의 넓이에 대한 식 세우기	40 %
㉯ 사다리꼴의 윗변의 길이 구하기	60 %

개념 보충 학습

(사다리꼴의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times\{(\text{윗변의 길이})+(\text{아랫변의 길이})\}\times(\text{높이})$

상 28 오른쪽 그림에서



(땅의 넓이)

=(①의 넓이)+(②의 넓이)

+(③의 넓이)

$=\{6x-(x+1)\}\times5x$

$+(x+1)\times2x+(3x+2)\times(5x-2x-x)$

$=5x(5x-1)+2x(x+1)+2x(3x+2)$

$=25x^2-5x+2x^2+2x+6x^2+4x$

$=33x^2+x$ 답 $33x^2+x$

중 29 $\frac{1}{3}\times\pi\times(4x)^2\times(\text{높이})=32\pi x^2y^2-80\pi x^2y$이므로

$(\text{높이})=(32\pi x^2y^2-80\pi x^2y)\div\frac{16}{3}\pi x^2$

$=(32\pi x^2y^2-80\pi x^2y)\times\frac{3}{16\pi x^2}$

$=6y^2-15y$ 답 $6y^2-15y$

하 30 $(\text{밑넓이})=2a\times3a=6a^2$

$(\text{옆넓이})=(2a+3a+2a+3a)\times(5a+4b)$

$=10a(5a+4b)$

$=50a^2+40ab$

$\therefore$ $(\text{겉넓이})=(\text{밑넓이})\times2+(\text{옆넓이})$

$=6a^2\times2+(50a^2+40ab)$

$=12a^2+50a^2+40ab$

$=62a^2+40ab$ 답 $62a^2+40ab$

개념 보충 학습

직육면체의 겉넓이

가로, 세로의 길이가 각각 a, b, 높이가 h인 직육면체의 겉넓이 S는

$S=(\text{밑넓이})\times2+(\text{옆넓이})$

$=(a\times b)\times2+\{(a+b+a+b)\times h\}$

$=2ab+2h(a+b)$

중 31 $(\text{밑넓이})=\frac{1}{2}\times\{(a-b)+(2a+b)\}\times(\text{사다리꼴의 높이})$

$=\frac{3}{2}a\times(\text{사다리꼴의 높이})$

(밑넓이)×(사각기둥의 높이)=(사각기둥의 부피)이므로

$\frac{3}{2}a\times(\text{사다리꼴의 높이})\times4ab=-12a^3b^2+6a^2b$

$\therefore$ $(\text{사다리꼴의 높이})=(-12a^3b^2+6a^2b)\div6a^2b$

$=\frac{-12a^3b^2+6a^2b}{6a^2b}$

$=-2ab+1$ 답 ③

중 32 $(\text{주어진 식})=-8x+4xy$

$=-8\times2+4\times2\times(-3)$

$=-40$ 답 ①

개념 보충 학습

식의 값 구하는 순서

❶ 주어진 식을 간단히 한다.

❷ 간단히 한 식의 문자에 주어진 수를 대입하여 식의 값을 구한다.

이때 대입하는 수가 음수인 경우, 괄호로 묶어서 대입한다.

중 33 $(\text{주어진 식})=x^2+2xy-2xy-y^2$

$=x^2-y^2$

$=5^2-(-4)^2=9$ 답 ③

중 34 $(\text{주어진 식})=-4a^2-8ab-\left(\frac{2}{3}a^3+\frac{5}{6}a^2b\right)\times\left(-\frac{6}{a}\right)$

$=-4a^2-8ab-(-4a^2-5ab)$

$=-4a^2-8ab+4a^2+5ab$

$=-3ab$ ······ ㉮

$=-3\times(-1)\times\frac{2}{3}=2$ ······ ㉯

답 2

채점 기준

㉮ 주어진 식을 간단히 하기	60 %
㉯ 식의 값 구하기	40 %

중 **35** $-2(A-B)+3A-B=-2A+2B+3A-B$

$=A+B$

$=(-2x+7y)+(4x+3y)$

$=2x+10y$

답 ④

공략 비법

주어진 식을 다른 문자에 대한 식으로 나타내려면

❶ 주어진 식을 간단히 한다.

❷ 대입하는 식을 괄호로 묶어서 대입한다.

❸ ❷의 식을 간단히 정리한다.

중 **36** $6x-3(x+2y)=6x-3x-6y$

$=3x-6y$

$=3\times\frac{2a+5b}{3}-6\times\frac{3a-7b}{2}$

$=2a+5b-3(3a-7b)$

$=2a+5b-9a+21b$

$=-7a+26b$

답 $-7a+26b$

Level B 단원 마무리 필수 유형 정복하기 52~55쪽

01 ⑤ **02** ①, ⑤ **03** ⑤ **04** ②

05 $x+4y-3$ **06** $-\frac{3}{2}a^2+2a$ **07** ②

08 $20a^3b^2-8a^2b+6ab$ **09** ② **10** -1 **11** 상민, 승희

12 $\frac{14}{3}a+8$ **13** 20 **14** ③ **15** 15 **16** B

17 14 **18** ③ **19** $-a+b$

20 (1) $-10x^2+8x+3$ (2) $14x^2+1$ **21** $\frac{1}{4}x^2y-\frac{1}{2}y+\frac{3}{4}$

22 (1) $36x^2+24xy$ (2) $24x^2+16xy$ **23** $8b+\frac{8}{3}$ **24** $18y-8$

01 전략 다항식의 덧셈은 괄호를 풀어 동류항끼리 계산하고, 뺄셈은 빼는 식의 각 항의 부호를 바꾸어 더한다.

⑤ $3(a-4b-2)-(2b-6)=3a-12b-6-2b+6$

$=3a-14b$

02 전략 주어진 식을 정리하여 차수를 확인한다.

① (주어진 식) $=-a^2-4a+1+4a=-a^2+1$

② (주어진 식) $=5x^3-x^3+3x=4x^3+3x$

③ (주어진 식) $=2y-6y^2+6y^2=2y$

④ (주어진 식) $=10b^2-8b^2-7b-2b^2=-7b$

⑤ (주어진 식) $=\frac{1}{2}x^2+x-\frac{1}{2}$

따라서 이차식인 것은 ①, ⑤이다.

03 전략 짝 지어진 두 이차식을 더한 결과가 $2x^2+2x+3$인 것을 찾는다.

⑤ $(4x^2+3x+2)+(-2x^2-x+1)=2x^2+2x+3$

04 전략 좌변을 (소괄호) → {중괄호} → [대괄호]의 순서로 괄호를 풀어 간단히 한다.

(좌변) $=x^2-\{4x+(2x^2+1-5x-15)\}$

$=x^2-(4x+2x^2-5x-14)$

$=x^2-(2x^2-x-14)$

$=x^2-2x^2+x+14$

$=-x^2+x+14$

따라서 $A=-1$, $B=1$, $C=14$이므로

$A+B-C=-1+1-14=-14$

05 전략 등식을 세운 후 등식의 좌변에 A만 남기고 모두 우변으로 이항한다.

$(4x-y+2)+A=5x+3y-1$이므로

$A=(5x+3y-1)-(4x-y+2)$

$=5x+3y-1-4x+y-2$

$=x+4y-3$

06 전략 어떤 식을 A라 하고 A를 먼저 구한다.

어떤 식을 A라 하면

$\left(-\frac{1}{2}a^2+a-3\right)-A=\frac{3}{2}a^2-2a$이므로

$A=\left(-\frac{1}{2}a^2+a-3\right)-\left(\frac{3}{2}a^2-2a\right)$

$=-\frac{1}{2}a^2+a-3-\frac{3}{2}a^2+2a$

$=-2a^2+3a-3$

따라서 바르게 계산한 식은

$(-2a^2+3a-3)-\left(-\frac{1}{2}a^2+a-3\right)$

$=-2a^2+3a-3+\frac{1}{2}a^2-a+3$

$=-\frac{3}{2}a^2+2a$

07 전략 단항식과 다항식의 곱셈은 분배법칙을 이용하여 계산하고, 나눗셈은 곱셈 또는 분수 꼴로 바꾸어 계산한다.

① $a(4a^2-6a)=4a^3-6a^2$

② $(7x^2+3x)\div\frac{1}{4}x=(7x^2+3x)\times\frac{4}{x}$

$=28x+12$

③ $(9x^2y-6xy^2)\times\frac{5}{3}xy=15x^3y^2-10x^2y^3$

④ $(2a^3b^2-8a^2b-6ab^2)\div\frac{3}{2}ab$

$=(2a^3b^2-8a^2b-6ab^2)\times\frac{2}{3ab}$

$=\frac{4}{3}a^2b-\frac{16}{3}a-4b$

⑤ $(x-y)\times5x\times(-2y)=(x-y)\times(-10xy)$

$=-10x^2y+10xy^2$

따라서 옳은 것은 ②이다.

08 전략 $\boxed{}\div A=B$이면 $\boxed{}=B\times A$임을 이용한다.

$\boxed{}\div2ab=10a^2b-4a+3$에서

$\boxed{}=(10a^2b-4a+3)\times2ab$

$=20a^3b^2-8a^2b+6ab$

09 전략 분자의 각 항을 분모로 나누어 나눗셈을 먼저 계산한다.

(주어진 식)$=-3y^2+4x-(5x-2x^2)$

$=-3y^2+4x-5x+2x^2$

$=2x^2-x-3y^2$

따라서 $a=2$, $b=-3$이므로

$ab=2\times(-3)=-6$

10 전략 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 혼합된 식은 거듭제곱 → 괄호 → 곱셈, 나눗셈 → 덧셈, 뺄셈의 순서로 계산한다.

(주어진 식)$=4a^2+\frac{21a^2b+14ab}{-7b}$

$=4a^2+(-3a^2-2a)$

$=a^2-2a$

따라서 a^2의 계수는 1, a의 계수는 -2이므로 구하는 합은

$1+(-2)=-1$

11 전략 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 혼합된 식은 거듭제곱 → 괄호 → 곱셈, 나눗셈 → 덧셈, 뺄셈의 순서로 계산한다.

(주어진 식)$=(3x^2y+x^2)\times\left(-\frac{4}{3x}\right)-y(y-3x)$

$=-4xy-\frac{4}{3}x-y^2+3xy$

$=-y^2-xy-\frac{4}{3}x$

[지영] 총 3개의 항이다.

[건우] y^2의 계수는 -1이고 상수항은 없으므로 y^2의 계수와 상수항의 합은 -1이다.

따라서 바르게 말한 학생은 상민, 승희이다.

12 전략 (마름모의 넓이)=(한 대각선의 길이)×(다른 대각선의 길이)÷2임을 이용한다.

$3ab\times$(다른 대각선의 길이)$\div2=7a^2b+12ab$이므로

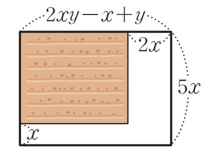
(다른 대각선의 길이)$=(7a^2b+12ab)\div\frac{3}{2}ab$

$=(7a^2b+12ab)\times\frac{2}{3ab}$

$=\frac{14}{3}a+8$

13 전략 길을 제외한 밭의 가로, 세로의 길이를 먼저 구한다.

길을 제외한 밭의 넓이는 오른쪽 그림에서 색칠한 부분의 넓이와 같으므로



$\{(2xy-x+y)-2x\}\times(5x-x)$

$=(2xy-3x+y)\times4x$

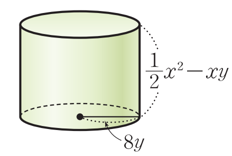
$=8x^2y-12x^2+4xy$

따라서 $a=8$, $b=-12$, $c=4$이므로

$ac+b=8\times4+(-12)=20$

14 전략 1회전 시킬 때 생기는 입체도형이 원기둥임을 이용한다.

1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 밑면의 반지름의 길이가 $8y$, 높이가 $\frac{1}{2}x^2-xy$인 원기둥이므로 구하는 부피는



$\pi\times(8y)^2\times\left(\frac{1}{2}x^2-xy\right)=\pi\times64y^2\times\left(\frac{1}{2}x^2-xy\right)$

$=32\pi x^2y^2-64\pi xy^3$

개념 보충 학습

(원기둥의 부피)=(밑넓이)×(높이)

$=\pi\times$(밑면의 반지름의 길이)$^2\times$(높이)

15 전략 먼저 주어진 식을 간단히 한 후 x 대신 $-\frac{1}{4}$, y 대신 -2를 대입하여 식의 값을 구한다.

(주어진 식)$=(24xy^2-32x^2y)\times\left(-\frac{3}{8xy}\right)$

$=-9y+12x$

$=-9\times(-2)+12\times\left(-\frac{1}{4}\right)=15$

16 전략 먼저 A, B를 간단히 한 후 a 대신 3, b 대신 -3을 대입하여 식의 값을 구한다.

$A=(a-b)-(b+a)$

$=a-b-b-a$

$=-2b$

$=-2\times(-3)=6$

$B=-a^2-ab+2ab-2b$

$=-a^2+ab-2b$

$=-3^2+3\times(-3)-2\times(-3)=-12$

따라서 식의 값이 더 작은 것은 B이다.

17 전략 $2x-4y+3$에 y 대신 $-3x+5$를 대입하여 정리한다.

$2x-4y+3=2x-4(-3x+5)+3$

$=2x+12x-20+3$

$=14x-17$

따라서 x의 계수는 14이다.

18 전략 주어진 식을 간단히 한 후 A, B, C를 각각 괄호로 묶어서 대입한다.

$3A-\{B+2(A-C)\}$
$=3A-(B+2A-2C)$
$=3A-B-2A+2C$
$=A-B+2C$
$=(5x^2+x+2)-(3x^2-2x)+2(-4x+1)$
$=5x^2+x+2-3x^2+2x-8x+2$
$=2x^2-5x+4$

19 전략 전개도에서 마주 보는 면을 찾아 등식을 세운다.

다항식 A가 적힌 면과 마주 보는 면에는 $3a-2b+5$가 적혀 있으므로 …… ㉮

$A+(3a-2b+5)=(4a-1)+(-2a-b+6)$
$\therefore A=(4a-1)+(-2a-b+6)-(3a-2b+5)$
$=4a-1-2a-b+6-3a+2b-5$
$=-a+b$ …… ㉯

채점 기준

㉮ A가 적힌 면과 마주 보는 면 찾기	30 %
㉯ A 구하기	70 %

20 전략 먼저 A가 포함된 등식을 세워 A를 구한다.

(1) $3(3x^2-x-1)+A=-x^2+5x$이므로 …… ㉮
$A=(-x^2+5x)-3(3x^2-x-1)$
$=-x^2+5x-9x^2+3x+3$
$=-10x^2+8x+3$ …… ㉯

(2) $4(x^2+2x+1)-A=4(x^2+2x+1)-(-10x^2+8x+3)$
$=4x^2+8x+4+10x^2-8x-3$
$=14x^2+1$ …… ㉰

채점 기준

(1)	㉮ A가 포함된 등식 세우기	20 %
	㉯ A 구하기	40 %
(2)	㉰ $4(x^2+2x+1)-A$를 간단히 하기	40 %

21 전략 먼저 좌변을 간단히 한 후 $X\times Y=Z$이면 $Y=Z\div X$임을 이용한다.

$(좌변)=\left(-\frac{2}{3}x^3y^2\right)\times\left(-\frac{6}{x^2y}\right)\times A$
$=4xy\times A$ …… ㉮

즉, $4xy\times A=x^3y^2-2xy^2+3xy$이므로
$A=(x^3y^2-2xy^2+3xy)\div 4xy$
$=\frac{x^3y^2-2xy^2+3xy}{4xy}$
$=\frac{1}{4}x^2y-\frac{1}{2}y+\frac{3}{4}$ …… ㉯

채점 기준

㉮ 좌변을 간단히 하기	40 %
㉯ A 구하기	60 %

22 전략 (2) 타일을 붙인 부분은 전체 벽면의 $\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$임을 이용한다.

(1) 벽면의 넓이는
$(9x+6y)\times 4x=36x^2+24xy$ …… ㉮

(2) 타일 12개 중 8개를 붙인 상태이므로 타일을 붙인 부분의 넓이는 전체 벽면의 넓이의 $\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$이다.
$\therefore$ (타일을 붙인 부분의 넓이)$=$(벽면의 넓이)$\times\frac{2}{3}$
$=(36x^2+24xy)\times\frac{2}{3}$
$=24x^2+16xy$ …… ㉯

채점 기준

(1)	㉮ 벽면의 넓이 구하기	40 %
(2)	㉯ 타일을 붙인 부분의 넓이 구하기	60 %

23 전략 두 그릇에 들어 있는 물의 부피가 서로 같으므로 두 그릇의 부피가 서로 같다.

직육면체 모양의 그릇의 부피는
$2a\times(3b+1)\times 4a=8a^2\times(3b+1)$
$=24a^2b+8a^2$ …… ㉮

삼각기둥 모양의 그릇의 부피는
$\frac{1}{2}\times 2a\times 3a\times$(그릇의 높이)$=3a^2\times$(그릇의 높이) …… ㉯

이때 두 그릇의 부피가 서로 같으므로
$3a^2\times$(삼각기둥 모양의 그릇의 높이)$=24a^2b+8a^2$
$\therefore$ (삼각기둥 모양의 그릇의 높이)$=(24a^2b+8a^2)\div 3a^2$
$=\frac{24a^2b+8a^2}{3a^2}$
$=8b+\frac{8}{3}$ …… ㉰

채점 기준

㉮ 직육면체 모양의 그릇의 부피 구하기	30 %
㉯ 삼각기둥 모양의 그릇의 부피 구하기	30 %
㉰ 삼각기둥 모양의 그릇의 높이 구하기	40 %

24 전략 $a:b=c:d$이면 $ad=bc$임을 이용하여 $x:y=5:2$를 $x=$(y에 대한 식) 꼴로 변형한다.

$x:y=5:2$에서 $2x=5y$이므로
$x=\frac{5}{2}y$ …… ㉮

$\therefore 6x+3y-8=6\times\frac{5}{2}y+3y-8$
$=15y+3y-8$
$=18y-8$ …… ㉯

채점 기준

㉮ $x:y=5:2$를 $x=$(y에 대한 식) 꼴로 변형하기	50 %
㉯ $6x+3y-8$을 y에 대한 식으로 나타내기	50 %

공략 비법

x, y에 대한 등식이 주어질 때, x, y에 대한 다항식 A를 한 문자에 대한 식으로 나타내려면
① x에 대한 식으로 나타낼 때
➡ 등식을 $y=$(x에 대한 식)으로 변형한 후 A에 대입한다.
② y에 대한 식으로 나타낼 때
➡ 등식을 $x=$(y에 대한 식)으로 변형한 후 A에 대입한다.

Level C 발전 유형 정복하기

01 ③	**02** ④	**03** $\frac{5}{3}ab+b^2-3b$	**04** 9
05 $-30x^2y^3-4x+9y$	**06** ①	**07** $4a+b$	**08** $-\frac{1}{4}$
09 ④	**10** $-4x^2+\frac{15}{2}x$		
11 (1) $3a-2b$, $5ab$ (2) $60a^2b^2-40ab^3$			**12** 1

01 전략 좌변을 분모의 최소공배수로 통분하여 간단히 한다.

$$(\text{좌변})=\frac{3(2x^2-x+4)-4(x^2+3x-2)}{36}$$
$$=\frac{6x^2-3x+12-4x^2-12x+8}{36}$$
$$=\frac{2x^2-15x+20}{36}$$
$$=\frac{1}{18}x^2-\frac{5}{12}x+\frac{5}{9}$$

따라서 $a=\frac{1}{18}$, $b=-\frac{5}{12}$, $c=\frac{5}{9}$이므로

$$\frac{ab}{c}=\frac{1}{18}\times\left(-\frac{5}{12}\right)\div\frac{5}{9}=\frac{1}{18}\times\left(-\frac{5}{12}\right)\times\frac{9}{5}=-\frac{1}{24}$$

02 전략 주어진 식을 (소괄호) → {중괄호} → [대괄호]의 순서로 괄호를 풀어 간단히 한다.

$$(\text{주어진 식})=-3x^2-\{2x+5x^2-(4x^2-\boxed{\quad}+x)\}$$
$$=-3x^2-(2x+5x^2-4x^2+\boxed{\quad}-x)$$
$$=-3x^2-(x^2+x+\boxed{\quad})$$
$$=-3x^2-x^2-x-\boxed{\quad}$$
$$=-4x^2-x-\boxed{\quad}$$

즉, $-4x^2-x-\boxed{\quad}=-5x^2-x$이므로

$$\boxed{\quad}=(-4x^2-x)-(-5x^2-x)$$
$$=-4x^2-x+5x^2+x$$
$$=x^2$$

03 전략 어떤 식을 A라 하고 A를 먼저 구한다.

어떤 식을 A라 하면

$A\times3a^2b=15a^5b^3+9a^4b^4-27a^4b^3$이므로

$$A=(15a^5b^3+9a^4b^4-27a^4b^3)\div3a^2b$$
$$=\frac{15a^5b^3+9a^4b^4-27a^4b^3}{3a^2b}$$
$$=5a^3b^2+3a^2b^3-9a^2b^2$$

따라서 바르게 계산한 식은

$$(5a^3b^2+3a^2b^3-9a^2b^2)\div3a^2b=\frac{5a^3b^2+3a^2b^3-9a^2b^2}{3a^2b}$$
$$=\frac{5}{3}ab+b^2-3b$$

04 전략 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 혼합된 식은 거듭제곱 → 괄호 → 곱셈, 나눗셈 → 덧셈, 뺄셈의 순서로 계산한다.

(주어진 식)

$$=28y\left(\frac{2}{7}x-\frac{1}{2}\right)-\{x(16x^2y^2+x)-5y\}+12x^3y^2$$
$$=28y\left(\frac{2}{7}x-\frac{1}{2}\right)-(16x^3y^2+x^2-5y)+12x^3y^2$$
$$=8xy-14y-16x^3y^2-x^2+5y+12x^3y^2$$
$$=-4x^3y^2-x^2+8xy-9y$$

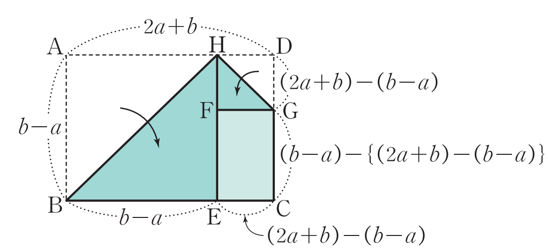
따라서 $a=-1$, $b=-9$이므로

$ab=(-1)\times(-9)=9$

05 전략 기호의 약속을 이용하여 주어진 식을 간단히 한다.

$$\langle C,\ B\rangle=2\left(-\frac{1}{3x}+5xy^2\right)\times(-3xy)$$
$$=\left(-\frac{2}{3x}+10xy^2\right)\times(-3xy)$$
$$=2y-30x^2y^3$$
$$[A,\ B]=(12x^3y^2-21x^2y^3)\div\left\{\frac{1}{3}\times(-3xy)^2\right\}$$
$$=(12x^3y^2-21x^2y^3)\div3x^2y^2$$
$$=\frac{12x^3y^2-21x^2y^3}{3x^2y^2}$$
$$=4x-7y$$
$$\therefore\ \langle C,\ B\rangle-[A,\ B]=(2y-30x^2y^3)-(4x-7y)$$
$$=2y-30x^2y^3-4x+7y$$
$$=-30x^2y^3-4x+9y$$

06 전략 사각형 FECG의 가로, 세로의 길이를 각각 구한 후 넓이를 구한다.



위의 그림에서 사각형 FECG의

$$(\text{가로의 길이})=(2a+b)-(b-a)$$
$$=2a+b-b+a$$
$$=3a$$
$$(\text{세로의 길이})=(b-a)-\{(2a+b)-(b-a)\}$$
$$=b-a-3a$$
$$=-4a+b$$
$$\therefore\ (\text{사각형 FECG의 넓이})=3a(-4a+b)=-12a^2+3ab$$

07 전략 각각의 부피를 이용하여 큰 직육면체의 높이와 작은 직육면체의 높이를 구한다.

$2a\times1\times(\text{큰 직육면체의 높이})=2a^2+4ab$,

$a\times1\times(\text{작은 직육면체의 높이})=3a^2-ab$이므로

$$(\text{큰 직육면체의 높이})=(2a^2+4ab)\div2a$$
$$=\frac{2a^2+4ab}{2a}$$
$$=a+2b$$
$$(\text{작은 직육면체의 높이})=(3a^2-ab)\div a$$
$$=\frac{3a^2-ab}{a}$$
$$=3a-b$$

$\therefore$ (입체도형의 전체 높이)

$=$(큰 직육면체의 높이)$+$(작은 직육면체의 높이)

$=(a+2b)+(3a-b)$

$=4a+b$

08 전략 먼저 주어진 식을 간단히 한 후 x 대신 $-\frac{3}{2}$, y 대신 $\frac{1}{3}$을 대입하여 식의 값을 구한다.

$$(\text{주어진 식})=x^2y^2\times\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{y}\right)+\frac{2x^3y^2-3xy^2}{xy}-xy^2$$
$$=xy^2-x^2y+2x^2y-3y-xy^2$$
$$=x^2y-3y$$
$$=\left(-\frac{3}{2}\right)^2\times\frac{1}{3}-3\times\frac{1}{3}$$
$$=-\frac{1}{4}$$

09 전략 먼저 두 번째 줄과 네 번째 줄의 수요일의 날짜를 각각 a에 대한 식으로 나타낸다.

두 번째 줄의 수요일에 해당되는 날짜는

$(2a+5)-7=2a-2$

이므로 두 번째 줄의 화요일, 목요일에 해당되는 날짜는 각각

$2a-3$, $2a-1$

마찬가지로 네 번째 줄의 수요일에 해당되는 날짜는

$(2a+5)+7=2a+12$

이므로 네 번째 줄의 화요일, 목요일에 해당되는 날짜는 각각

$2a+11$, $2a+13$

따라서 색칠한 부분의 날짜를 모두 더하면

$(2a-3)+(2a-1)+(2a+11)+(2a+13)=8a+20$

이때 $a=3b-2$이므로 $8a+20$을 b에 대한 식으로 나타내면

$$8a+20=8(3b-2)+20$$
$$=24b-16+20$$
$$=24b+4$$

10 전략 조건 (가)에서 A를 구한 후 조건 (나)에서 B를 구한다.

조건 (가)에서 $A-(-7x^2+4x-1)=4x^2-5$이므로

$A=(4x^2-5)+(-7x^2+4x-1)$

$=-3x^2+4x-6$ …… ㉮

조건 (나)에서 $A+(x^2+3x+18)=2B$이므로

$2B=(-3x^2+4x-6)+(x^2+3x+18)$

$=-2x^2+7x+12$

$\therefore B=-x^2+\frac{7}{2}x+6$ …… ㉯

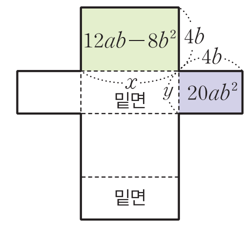
$\therefore A+B=(-3x^2+4x-6)+\left(-x^2+\frac{7}{2}x+6\right)$

$=-4x^2+\frac{15}{2}x$ …… ㉰

채점 기준

㉮ A 구하기	30 %
㉯ B 구하기	40 %
㉰ $A+B$를 간단히 하기	30 %

11 전략 밑면의 가로, 세로의 길이를 각각 구하여 직육면체의 부피를 구한다.



(1) 밑면의 가로의 길이를 x, 세로의 길이를 y라 하면 오른쪽 그림에서 $x\times4b=12ab-8b^2$이므로

$x=(12ab-8b^2)\div4b$

$=\frac{12ab-8b^2}{4b}$

$=3a-2b$ …… ㉮

또, $4b\times y=20ab^2$이므로

$y=20ab^2\div4b=\frac{20ab^2}{4b}=5ab$ …… ㉯

(2) 직육면체의 밑면의 가로의 길이는 $3a-2b$, 세로의 길이는 $5ab$, 높이는 $4b$이므로 구하는 부피는

$(3a-2b)\times5ab\times4b=(3a-2b)\times20ab^2$

$=60a^2b^2-40ab^3$ …… ㉰

채점 기준

(1)	㉮ 밑면의 가로의 길이 구하기	30 %
	㉯ 밑면의 세로의 길이 구하기	30 %
(2)	㉰ 직육면체의 부피 구하기	40 %

12 전략 지수법칙을 이용하여 등식에서 $y=$(x에 대한 식)을 구한다.

$(3^3)^x\times9^2\div3^2=3^{3x}\times(3^2)^2\div3^2$

$=3^{3x+4-2}=3^{3x+2}$

즉, $3^{3x+2}=3^y$이므로 $3x+2=y$ …… ㉮

$\therefore -2(x-2y)-(-4x+5y)=-2x+4y+4x-5y$

$=2x-y$

$=2x-(3x+2)$

$=2x-3x-2$

$=-x-2$ …… ㉯

따라서 $A=-1$, $B=-2$이므로

$A-B=-1-(-2)=1$ …… ㉰

채점 기준

㉮ $(3^3)^x\times9^2\div3^2=3^y$에서 $y=$(x에 대한 식) 구하기	40 %
㉯ 주어진 식을 x에 대한 식으로 나타내기	40 %
㉰ $A-B$의 값 구하기	20 %

참고 $3^{3x}\times(3^2)^2\div3^2=3^{3x+4}\div3^2$

이때 x는 자연수이므로 $3x+4>2$

$\therefore 3^{3x+4}\div3^2=3^{3x+4-2}=3^{3x+2}$

개념 보충 학습

지수법칙

m, n이 자연수일 때,

① $a^m\times a^n=a^{m+n}$ ② $(a^m)^n=a^{mn}$

③ $a^m\div a^n=\begin{cases}a^{m-n} & (m>n)\\ 1 & (m=n)\\ \frac{1}{a^{n-m}} & (m<n)\end{cases}$ (단, $a\neq0$)

④ $(ab)^m=a^mb^m$ ⑤ $\left(\frac{a}{b}\right)^m=\frac{a^m}{b^m}$ (단, $b\neq0$)

4. 일차부등식

Lecture 07 부등식의 해와 그 성질

Level A 개념 익히기 60~61쪽

01 답 ×

02 답 ○

03 답 ×

04 답 ○

05 답 ×

06 답 $x+6\geq 4$

07 답 $2x\leq -1$

08 답 $3x\geq 18000$

09 답 $200x+1000\leq 3000$

10 ㄱ. $-1-9<0$ $\therefore -10<0$ (참)
ㄴ. $-1+7<4$ $\therefore 6<4$ (거짓)
ㄷ. $-(-1)+5>6$ $\therefore 6>6$ (거짓)
ㄹ. $3\times(-1)-8\leq 6$ $\therefore -11\leq 6$ (참)
ㅁ. $1-2\times(-1)\geq 3$ $\therefore 3\geq 3$ (참)
ㅂ. $2\times(-1)+4\leq -1$ $\therefore 2\leq -1$ (거짓)
이상에서 $x=-1$일 때, 참인 것은 ㄱ, ㄹ, ㅁ이다.
답 ㄱ, ㄹ, ㅁ

11 $x=-2$일 때, $-2+3<5$ $\therefore 1<5$ (참)
$x=-1$일 때, $-1+3<5$ $\therefore 2<5$ (참)
$x=0$일 때, $0+3<5$ $\therefore 3<5$ (참)
$x=1$일 때, $1+3<5$ $\therefore 4<5$ (참)
$x=2$일 때, $2+3<5$ $\therefore 5<5$ (거짓)
따라서 부등식 $x+3<5$의 해는 -2, -1, 0, 1이다.
답 -2, -1, 0, 1

12 $x=-2$일 때, $4\times(-2)-1>2$ $\therefore -9>2$ (거짓)
$x=-1$일 때, $4\times(-1)-1>2$ $\therefore -5>2$ (거짓)
$x=0$일 때, $4\times 0-1>2$ $\therefore -1>2$ (거짓)
$x=1$일 때, $4\times 1-1>2$ $\therefore 3>2$ (참)
$x=2$일 때, $4\times 2-1>2$ $\therefore 7>2$ (참)
따라서 부등식 $4x-1>2$의 해는 1, 2이다. 답 1, 2

13 $x=-2$일 때, $7-2\times(-2)\leq 3$ $\therefore 11\leq 3$ (거짓)
$x=-1$일 때, $7-2\times(-1)\leq 3$ $\therefore 9\leq 3$ (거짓)
$x=0$일 때, $7-2\times 0\leq 3$ $\therefore 7\leq 3$ (거짓)
$x=1$일 때, $7-2\times 1\leq 3$ $\therefore 5\leq 3$ (거짓)
$x=2$일 때, $7-2\times 2\leq 3$ $\therefore 3\leq 3$ (참)
따라서 부등식 $7-2x\leq 3$의 해는 2이다. 답 2

14 답 $>$

15 답 $>$

16 답 $<$

17 답 $>$

18 $a+5<b+5$의 양변에서 5를 빼면
$a+5-5<b+5-5$ $\therefore a \boxed{<} b$ 답 $<$

19 $a\div(-3)<b\div(-3)$의 양변에 -3을 곱하면
$a\div(-3)\times(-3)>b\div(-3)\times(-3)$ $\therefore a\boxed{>}b$
답 $>$

20 $4a\geq 4b$의 양변을 4로 나누면
$4a\div 4\geq 4b\div 4$ $\therefore a\boxed{\geq}b$ 답 $\geq$

21 $-\dfrac{a}{9}\geq -\dfrac{b}{9}$의 양변에 -9를 곱하면
$-\dfrac{a}{9}\times(-9)\leq -\dfrac{b}{9}\times(-9)$ $\therefore a\boxed{\leq}b$ 답 $\leq$

Level B 유형 공략하기 61~63쪽

하 **22** ②, ③ 다항식 ⑤ 등식
따라서 부등식인 것은 ④이다. 답 ④

하 **23** ① 다항식 ③ 등식
따라서 부등식이 아닌 것은 ①, ③이다. 답 ①, ③

하 **24** ㄱ. 다항식 ㄷ, ㅁ. 등식
이상에서 부등식인 것은 ㄴ, ㄹ의 2개이다. 답 2개

하 **25** ③ $2x\geq 9+x$
따라서 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

하 **26** $\dfrac{1}{3}x+1\geq x-2$ 답 ④

> **공략 비법**
> 주어진 문장을 x에 대한 다항식으로 나타낸 후 '크다', '작다' 등을 부등호로 표현하여 부등식으로 나타낸다.

하 **27** (30쪽 미만이 남았다.)=(남은 쪽수가 30쪽보다 작다.)이므로
$180-10x<30$ 답 $180-10x<30$

중 **28** ① $x=-1$일 때, $5\times(-1)-3\geq 9-(-1)$
$\therefore -8\geq 10$ (거짓)
② $x=0$일 때, $5\times 0-3\geq 9-0$ $\therefore -3\geq 9$ (거짓)
③ $x=1$일 때, $5\times 1-3\geq 9-1$ $\therefore 2\geq 8$ (거짓)
④ $x=2$일 때, $5\times 2-3\geq 9-2$ $\therefore 7\geq 7$ (참)
⑤ $x=3$일 때, $5\times 3-3\geq 9-3$ $\therefore 12\geq 6$ (참)
따라서 부등식 $5x-3\geq 9-x$의 해인 것은 ④, ⑤이다.
답 ④, ⑤

> **공략 비법**
> $x=a$를 부등식에 대입하였을 때, 부등식이 성립하면 $x=a$는 부등식의 해이다.

하 **29** $x=1$일 때, $2\times 1+11<15$ $\therefore 13<15$ (참)
$x=2$일 때, $2\times 2+11<15$ $\therefore 15<15$ (거짓)

$x=3$일 때, $2\times3+11<15$ $\quad\therefore 17<15$ (거짓)
따라서 부등식 $2x+11<15$의 해는 1이다. 답 1

하 **30** $x=-3$일 때,
① $3\times(-3)+2>9$ $\quad\therefore -7>9$ (거짓)
② $4\times(-3)-1>5$ $\quad\therefore -13>5$ (거짓)
③ $-3-1\ge-(-3)+1$ $\quad\therefore -4\ge4$ (거짓)
④ $3-2\times(-3)<-(-3)+8$ $\quad\therefore 9<11$ (참)
⑤ $\frac{2}{3}\ge\frac{-3}{6}+5$ $\quad\therefore \frac{2}{3}\ge\frac{9}{2}$ (거짓)
따라서 $x=-3$이 해인 부등식은 ④이다. 답 ④

중 **31** ① $x=2$일 때, $1-0.5\times2>-6$ $\quad\therefore 0>-6$ (참)
② $x=1$일 때, $-1+8\ge1-4$ $\quad\therefore 7\ge-3$ (참)
③ $x=-1$일 때, $\frac{-1}{3}-1<2$ $\quad\therefore -\frac{4}{3}<2$ (참)
④ $x=0$일 때, $7\times(0-1)\ge9+0$ $\quad\therefore -7\ge9$ (거짓)
⑤ $x=4$일 때, $4-\frac{3}{2}\times4<4+3$ $\quad\therefore -2<7$ (참)
따라서 [ ] 안의 수가 부등식의 해가 아닌 것은 ④이다.
답 ④

중 **32** $5-6a<5-6b$에서 $-6a<-6b$ $\quad\therefore a>b$
② $-\frac{a}{2}<-\frac{b}{2}$
③ $a+11>b+11$
④ $-a<-b$ $\quad\therefore 1-a<1-b$
⑤ $\frac{4}{3}a>\frac{4}{3}b$ $\quad\therefore \frac{4}{3}a-7>\frac{4}{3}b-7$
따라서 옳은 것은 ④이다. 답 ④

주의 부등식의 양변에 같은 음수를 곱하거나 양변을 같은 음수로 나눌 때, 부등호의 방향이 바뀜에 유의한다.

하 **33** ③ $a<b$에서 $2a<2b$ $\quad\therefore 2a-8<2b-8$
④ $a<b$에서 $\frac{a}{10}<\frac{b}{10}$ $\quad\therefore -1+\frac{a}{10}<-1+\frac{b}{10}$
⑤ $a<b$에서 $-\frac{a}{2}>-\frac{b}{2}$ $\quad\therefore -7-\frac{a}{2}>-7-\frac{b}{2}$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

중 **34** ① $a+2>b+2$ $\quad\therefore a\ \boxed{>}\ b$
② $9a>9b$ $\quad\therefore a\ \boxed{>}\ b$
③ $-\frac{a}{7}<-\frac{b}{7}$ $\quad\therefore a\ \boxed{>}\ b$
④ $-3a>-3b$ $\quad\therefore a\ \boxed{<}\ b$
⑤ $a-1>b-1$ $\quad\therefore a\ \boxed{>}\ b$
따라서 부등호의 방향이 다른 하나는 ④이다. 답 ④

상 **35** $-a<-b<0$이므로 $a>b>0$
또, $a>b$이고 $ac<bc$이므로 $c<0$
따라서 $c<0<b<a$이므로 가장 큰 것은 a이다. 답 a

중 **36** $-2<x<3$의 각 변에 -2를 곱하면
$-6<-2x<4$
각 변에 4를 더하면
$-2<-2x+4<8$, 즉 $-2<A<8$ 답 ③

중 **37** $-9<x\le6$의 각 변에 $\frac{1}{3}$을 곱하면
$-3<\frac{1}{3}x\le2$
각 변에 2를 더하면
$-1<\frac{1}{3}x+2\le4$, 즉 $-1<A\le4$ ······ ㉮
따라서 모든 정수 A의 값의 합은
$0+1+2+3+4=10$ ······ ㉯
답 10

채점 기준

㉮ A의 값의 범위 구하기	60 %
㉯ 모든 정수 A의 값의 합 구하기	40 %

중 **38** $-1\le x<2$의 각 변에 -3을 곱하면
$-6<-3x\le3$
각 변에 9를 더하면
$3<9-3x\le12$
따라서 $9-3x$의 값이 될 수 없는 것은 ①, ⑤이다.
답 ①, ⑤

상 **39** $4x+y=7$에서 $y=-4x+7$
$-3\le x\le1$의 각 변에 -4를 곱하면
$-4\le-4x\le12$
각 변에 7을 더하면
$3\le-4x+7\le19$, 즉 $3\le y\le19$ 답 $3\le y\le19$

Lecture 08 일차부등식의 풀이

Level A 개념 익히기 64~65쪽

01 $3x-1>1$에서 $3x-2>0$ 답 ○

02 $2x-4\le2x+3$에서 $-7\le0$ 답 ×

03 $x^2<x$에서 $x^2-x<0$ 답 ×

04 $x+5\ge-x+1$에서 $2x+4\ge0$ 답 ○

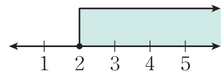
05 $x-2>-7$에서 $x>-5$ 답 $x>-5$

06 $4x\le12$에서 $x\le3$ 답 $x\le3$

07 $6<3-x$에서 $x<-3$ 답 $x<-3$

08 $2x+5\geq 9$에서 $2x\geq 4$

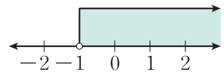
$\therefore x\geq 2$



답 풀이 참조

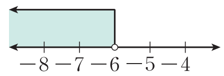
09 $x<3x+2$에서 $-2x<2$

$\therefore x>-1$



답 풀이 참조

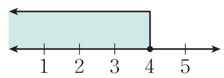
10 $3x<2x-6$에서 $x<-6$



답 풀이 참조

11 $-3x+7\geq -5$에서 $-3x\geq -12$

$\therefore x\leq 4$



답 풀이 참조

12 $3(x+6)<x$에서 $3x+18<x$

$2x<-18$ $\quad\therefore x<-9$ 답 $x<-9$

13 $-4\geq 2(x-1)$에서 $-4\geq 2x-2$

$-2x\geq 2$ $\quad\therefore x\leq -1$ 답 $x\leq -1$

14 $1-4(5-x)>-3$에서 $1-20+4x>-3$

$4x>16$ $\quad\therefore x>4$ 답 $x>4$

15

$0.5x-0.8\leq 0.3x+1$의 양변에 $\boxed{10}$을 곱하면

$\boxed{5}x-8\leq 3x+\boxed{10}$

$2x\leq\boxed{18}$ $\quad\therefore x\leq\boxed{9}$

답 풀이 참조

16

$\frac{1}{3}x-1>1-\frac{1}{6}x$의 양변에 $\boxed{6}$을 곱하면

$2x-\boxed{6}>\boxed{6}-x$

$3x>\boxed{12}$ $\quad\therefore x>\boxed{4}$

답 풀이 참조

17 $0.2x+0.1>0.5x-1.1$의 양변에 10을 곱하면

$2x+1>5x-11$

$-3x>-12$ $\quad\therefore x<4$ 답 $x<4$

18 $\frac{x+3}{4}\leq\frac{x-5}{2}$의 양변에 4를 곱하면

$x+3\leq 2x-10$

$-x\leq -13$ $\quad\therefore x\geq 13$ 답 $x\geq 13$

19 $\frac{x}{2}+0.6\geq\frac{3x-2}{5}$의 양변에 10을 곱하면

$5x+6\geq 6x-4$

$-x\geq -10$ $\quad\therefore x\leq 10$ 답 $x\leq 10$

Level B 유형 공략하기 65~69쪽

하 20 ① $-2<0$이므로 일차부등식이 아니다.

② $9>0$이므로 일차부등식이 아니다.

③ $x^2+10x-7<0$이므로 일차부등식이 아니다.

④ $-x-1\geq 0$이므로 일차부등식이다.

⑤ $\frac{2}{x}-13\leq 0$이므로 일차부등식이 아니다.

따라서 일차부등식인 것은 ④이다. 답 ④

주의 $\frac{2}{x}$와 같이 분모에 문자가 포함된 식은 일차식이 아니다.

공략 비법

모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이

$ax+b>0,\quad ax+b<0,\quad ax+b\geq 0,\quad ax+b\leq 0$

(a, b는 수, $a\neq 0$)

꼴인 것을 찾는다.

중 21 ① $\frac{1}{2}\times x\times 4<35$ $\quad\therefore 2x-35<0$

즉, 일차부등식이다.

② $x+5>2x$ $\quad\therefore -x+5>0$

즉, 일차부등식이다.

③ $\frac{x}{2}-7<0$이므로 일차부등식이다.

④ $x\times x\geq 80$ $\quad\therefore x^2-80\geq 0$

즉, 일차부등식이 아니다.

⑤ $600x\leq 10000$ $\quad\therefore 600x-10000\leq 0$

즉, 일차부등식이다.

따라서 일차부등식이 아닌 것은 ④이다. 답 ④

중 22 $\frac{1}{5}x-2<ax+1-\frac{2}{5}x$에서 $\frac{3}{5}x-ax-3<0$

$\therefore \left(\frac{3}{5}-a\right)x-3<0$ ······ ㉮

이 부등식이 일차부등식이 되려면

$\frac{3}{5}-a\neq 0$ $\quad\therefore a\neq\frac{3}{5}$ ······ ㉯

답 $a\neq\frac{3}{5}$

채점 기준

㉮ (일차식)<0 꼴로 정리하기	60 %
㉯ a의 조건 구하기	40 %

중 23 ① $3x<12$에서 $x<4$

② $2x-4x>-8$에서 $-2x>-8$ $\quad\therefore x<4$

③ $-5x+1<-14$에서 $-5x<-15$ $\quad\therefore x>3$

④ $-6x+5>-2x-11$에서 $-4x>-16$ $\quad\therefore x<4$

⑤ $2+4x<6+3x$에서 $x<4$

따라서 해가 다른 하나는 ③이다. 답 ③

중 24 ① $x+1\leq 2x-1$에서 $-x\leq -2$ $\quad\therefore x\geq 2$

② $6-8x\leq -11x$에서 $3x\leq -6$ $\quad\therefore x\leq -2$

③ $3x+2\geq 7x+10$에서 $-4x\geq 8$ $\quad\therefore x\leq -2$

④ $5x-9\geq -x+3$에서 $6x\geq 12$ $\quad\therefore x\geq 2$

⑤ $4x-17\le6x-13$에서 $-2x\le4$ $\therefore\ x\ge-2$
따라서 해가 $x\ge-2$인 것은 ⑤이다. 답 ⑤

중 25 $5x-4\ge-16+7x$에서 $-2x\ge-12$
$\therefore\ x\le6$ …… ㉮
따라서 주어진 부등식을 만족하는 가장 큰 정수 x의 값은 6이다. …… ㉯
답 6

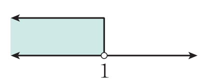
채점 기준

㉮ 부등식의 해 구하기	70 %
㉯ 가장 큰 정수 x의 값 구하기	30 %

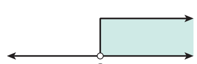
중 26 $x+14=3-4(x+1)$에서 $x+14=3-4x-4$
$5x=-15$ $\therefore\ x=-3$
따라서 $a=-3$이므로 주어진 부등식은
$-3x+2<6x-7$
$-9x<-9$ $\therefore\ x>1$ 답 ④

중 27 $-6x+2>3x-7$에서 $-9x>-9$
$\therefore\ x<1$
따라서 해를 수직선 위에 나타내면 ①이다. 답 ①

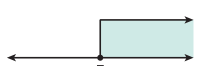
중 28 ① $1-x>x-1$에서
$-2x>-2$ $\therefore\ x<1$



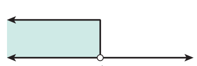
② $2-5x<-13$에서
$-5x<-15$ $\therefore\ x>3$



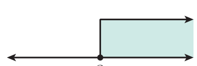
③ $4x-1\ge19$에서
$4x\ge20$ $\therefore\ x\ge5$



④ $3x+2<x+10$에서
$2x<8$ $\therefore\ x<4$



⑤ $7x+1\le8x+9$에서
$-x\le8$ $\therefore\ x\ge-8$



따라서 해를 수직선 위에 바르게 나타낸 것은 ④이다.
답 ④

중 29 주어진 그림에서 $x\le-2$
① $-x+4\le x$에서 $-2x\le-4$ $\therefore\ x\ge2$
② $2x-7\le x-5$에서 $x\le2$
③ $4x+1\le-7$에서 $4x\le-8$ $\therefore\ x\le-2$
④ $3x+9\ge-2x-1$에서 $5x\ge-10$ $\therefore\ x\ge-2$
⑤ $8+5x\le6x+6$에서 $-x\le-2$ $\therefore\ x\ge2$
따라서 해를 수직선 위에 나타내었을 때, 주어진 그림과 같은 것은 ③이다. 답 ③

중 30 $3-(x+2)<2(4x-1)$에서 $3-x-2<8x-2$
$-9x<-3$ $\therefore\ x>\frac{1}{3}$
따라서 주어진 부등식을 만족하는 가장 작은 정수 x의 값은 1이다. 답 1

개념 보충 학습

분배법칙
① $a(x+y)=ax+ay$ ② $(a+b)x=ax+bx$

하 31 $4(x+1)\ge3(5x-6)$에서 $4x+4\ge15x-18$
$-11x\ge-22$ $\therefore\ x\le2$ 답 $x\le2$

중 32 $10-7(x-4)\ge6(3-2x)$에서 $10-7x+28\ge18-12x$
$5x\ge-20$ $\therefore\ x\ge-4$
따라서 해를 수직선 위에 나타내면 ②이다. 답 ②

중 33 $2(3x-8)+7<9-5(x-3)$에서
$6x-16+7<9-5x+15$
$11x<33$ $\therefore\ x<3$
따라서 주어진 부등식을 만족하는 자연수 x는 1, 2의 2개이다.
답 2개

중 34 ① $0.7x-1\ge0.4x+1.1$의 양변에 10을 곱하면
$7x-10\ge4x+11$, $3x\ge21$ $\therefore\ x\ge7$
② $6x+5<7x+8$에서 $-x<3$ $\therefore\ x>-3$
③ $-0.2x+2\le0.1x+3.5$의 양변에 10을 곱하면
$-2x+20\le x+35$, $-3x\le15$ $\therefore\ x\ge-5$
④ $\frac{1}{3}x-1<\frac{1}{2}x-\frac{4}{3}$의 양변에 6을 곱하면
$2x-6<3x-8$, $-x<-2$ $\therefore\ x>2$
⑤ $5x-16>-2x-9$에서 $7x>7$ $\therefore\ x>1$
따라서 해를 바르게 구한 것은 ④이다. 답 ④

주의 양변에 적당한 수를 곱하여 계수를 정수로 고칠 때에는 모든 항에 빠짐없이 곱해야 한다.

공략 비법

계수가 ┌ 소수이면 ➡ 10의 거듭제곱을 양변에 곱한다.
　　　 └ 분수이면 ➡ 분모의 최소공배수를 양변에 곱한다.

중 35 $-\frac{x+3}{3}+\frac{x-2}{4}\ge-1$의 양변에 12를 곱하면
$-4(x+3)+3(x-2)\ge-12$
$-4x-12+3x-6\ge-12$
$-x\ge6$ $\therefore\ x\le-6$
따라서 주어진 부등식의 해인 것은 ①이다. 답 ①

중 36 $1.2+\frac{3}{2}x<1.1x-0.8$의 양변에 10을 곱하면
$12+15x<11x-8$, $4x<-20$ $\therefore\ x<-5$
따라서 해를 수직선 위에 나타내면 ①이다. 답 ①

중 37 $\frac{x-3}{2}-\frac{6x+1}{5}<0.2(x-4)$의 양변에 10을 곱하면
$5(x-3)-2(6x+1)<2(x-4)$ …… ㉮
$5x-15-12x-2<2x-8$
$-9x<9$ $\therefore\ x>-1$ …… ㉯

따라서 주어진 부등식을 만족하는 가장 작은 정수 x의 값은 0이다. …… ㉰

답 0

채점 기준

㉮ 부등식의 계수를 정수로 고치기	30 %
㉯ 부등식의 해 구하기	50 %
㉰ 가장 작은 정수 x의 값 구하기	20 %

중 **38** $2-ax>-1$에서 $-ax>-3$

$-a>0$이므로 $x>\frac{3}{a}$ 답 $x>\frac{3}{a}$

공략 비법

계수가 문자인 일차부등식의 풀이

주어진 일차부등식을 $ax>b$ 꼴로 정리하였을 때

① $a>0$이면 $x>\frac{b}{a}$ ② $a<0$이면 $x<\frac{b}{a}$

하 **39** $ax>-a$에서 $a>0$이므로

$x>-1$ 답 $x>-1$

중 **40** $kx+1\le 3(kx-2)$에서 $kx+1\le 3kx-6$

$-2kx\le -7$

$-2k<0$이므로 $x\ge\frac{7}{2k}$ 답 ⑤

상 **41** $ax+2a>4(x+2)$에서 $ax+2a>4x+8$

$ax-4x>-2a+8$, $(a-4)x>-2(a-4)$

$a<4$에서 $a-4<0$이므로 $x<-2$

따라서 주어진 부등식을 만족하는 가장 큰 정수 x의 값은 -3이다. 답 -3

중 **42** $ax+5>-1$에서 $ax>-6$

이 부등식의 해가 $x<1$이므로 $a<0$

따라서 $x<-\frac{6}{a}$이므로

$-\frac{6}{a}=1$ $\therefore a=-6$ 답 -6

하 **43** $3x+4>a-x$에서 $4x>a-4$

$\therefore x>\frac{a-4}{4}$

이 부등식의 해가 $x>-2$이므로

$\frac{a-4}{4}=-2$, $a-4=-8$ $\therefore a=-4$ 답 -4

중 **44** $kx+8\le 4-3(x-2)$에서 $kx+8\le 4-3x+6$

$kx+3x\le 2$, $(k+3)x\le 2$ …… ㉮

이 부등식의 해가 $x\ge -1$이므로 $k+3<0$

따라서 $x\ge\frac{2}{k+3}$이므로 …… ㉯

$\frac{2}{k+3}=-1$, $k+3=-2$ $\therefore k=-5$ …… ㉰

답 -5

채점 기준

㉮ 일차부등식을 $ax\le b$ 꼴로 정리하기	20 %
㉯ 일차부등식의 해 구하기	50 %
㉰ k의 값 구하기	30 %

상 **45** $6x+p\le 4x+13$에서 $2x\le 13-p$

$\therefore x\le\frac{13-p}{2}$

주어진 그림에서 이 부등식의 해가 $x\le 5$이므로

$\frac{13-p}{2}=5$, $13-p=10$ $\therefore p=3$

따라서 $\frac{x+5}{2}\ge\frac{3}{5}x+1$의 양변에 10을 곱하면

$5(x+5)\ge 6x+10$, $5x+25\ge 6x+10$

$-x\ge -15$ $\therefore x\le 15$ 답 $x\le 15$

중 **46** $2x+6<x+k-4$에서 $x<k-10$

$3(x-2)-1<x-3$에서 $3x-6-1<x-3$

$2x<4$ $\therefore x<2$

두 부등식의 해가 서로 같으므로

$k-10=2$ $\therefore k=12$ 답 ⑤

공략 비법

두 일차부등식의 해가 서로 같을 때, 미지수의 값 구하기

두 일차부등식의 해를 각각 구한 후, 구한 해가 같음을 이용하여 미지수의 값을 구한다.

중 **47** $x-a<-9-3x$에서 $4x<a-9$ $\therefore x<\frac{a-9}{4}$

$6x-3>8x+7$에서 $-2x>10$ $\therefore x<-5$

두 부등식의 해가 서로 같으므로

$\frac{a-9}{4}=-5$, $a-9=-20$ $\therefore a=-11$ 답 ②

중 **48** $\frac{x+5}{3}\ge\frac{x+3}{2}$의 양변에 6을 곱하면

$2(x+5)\ge 3(x+3)$, $2x+10\ge 3x+9$

$-x\ge -1$ $\therefore x\le 1$ …… ㉮

$0.3x-0.8\ge 0.5(x+a)$의 양변에 10을 곱하면

$3x-8\ge 5(x+a)$, $3x-8\ge 5x+5a$

$-2x\ge 5a+8$ $\therefore x\le -\frac{5a+8}{2}$ …… ㉯

두 부등식의 해가 서로 같으므로

$1=-\frac{5a+8}{2}$, $5a+8=-2$

$5a=-10$ $\therefore a=-2$ …… ㉰

답 -2

채점 기준

㉮ 부등식 $\frac{x+5}{3}\ge\frac{x+3}{2}$의 해 구하기	30 %
㉯ 부등식 $0.3x-0.8\ge 0.5(x+a)$의 해 구하기	30 %
㉰ a의 값 구하기	40 %

중 49 $1-x\ge3x+a-5$에서 $-4x\ge a-6$ $\quad\therefore x\le-\frac{a-6}{4}$

이 부등식의 해 중에서 가장 큰 수가 2이므로

$-\frac{a-6}{4}=2,\ a-6=-8$ $\quad\therefore a=-2$ 답 -2

참고 ① 부등식의 해가 $x\ge a$이면

➡ a는 부등식의 해 중에서 가장 작은 수

② 부등식의 해가 $x\le a$이면

➡ a는 부등식의 해 중에서 가장 큰 수

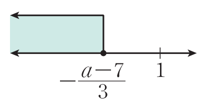
중 50 $2x-a\le2+4x$에서 $-2x\le a+2$ $\quad\therefore x\ge-\frac{a+2}{2}$

이 부등식의 해 중에서 가장 작은 수가 -3이므로

$-\frac{a+2}{2}=-3,\ a+2=6$ $\quad\therefore a=4$ 답 ④

상 51 $2x+7\ge5x+a$에서 $-3x\ge a-7$ $\quad\therefore x\le-\frac{a-7}{3}$

주어진 부등식을 만족하는 자연수 x가 존재하지 않으므로 오른쪽 그림에서



$-\frac{a-7}{3}<1,\ a-7>-3$

$\therefore a>4$ 답 $a>4$

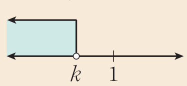
공략 비법

부등식을 만족하는 자연수 x가 존재하지 않을 때

❶ 주어진 부등식의 해를 구하여 $x<k$ 또는 $x\le k$ 꼴로 나타낸다.

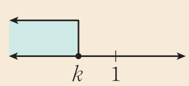
❷ 조건에 맞게 $x<k$ 또는 $x\le k$를 수직선 위에 나타내어 k의 값의 범위를 구한다.

① $x<k$이면



➡ $k\le1$

② $x\le k$이면



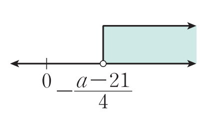
➡ $k<1$

상 52 $1-\frac{2x+a}{6}<\frac{x}{3}-\frac{5}{2}$의 양변에 6을 곱하면

$6-(2x+a)<2x-15,\ 6-2x-a<2x-15$

$-4x<a-21$ $\quad\therefore x>-\frac{a-21}{4}$

주어진 부등식을 만족하는 음수 x가 존재하지 않으므로 오른쪽 그림에서



$-\frac{a-21}{4}\ge0,\ a-21\le0$

$\therefore a\le21$

따라서 가장 큰 수 a의 값은 21이다. 답 21

Lecture 09 일차부등식의 활용

Level A 개념 익히기 70쪽

01 답 $4x-5>2x+9$

02 $4x-5>2x+9$에서 $2x>14$ $\quad\therefore x>7$

따라서 어떤 자연수 중 가장 작은 수는 8이다. 답 8

03

	껌	사탕	전체
개수	x개	$(12-x)$개	12개
금액	$1000x$원	$700(12-x)$원	10500원 이하

위의 표를 이용하여 부등식을 세우면

$1000x+700(12-x)\le10500$ 답 풀이 참조

04 $1000x+700(12-x)\le10500$에서

$1000x+8400-700x\le10500$

$300x\le2100$ $\quad\therefore x\le7$

따라서 껌은 최대 7개까지 살 수 있다. 답 7개

05

	올라갈 때	내려올 때	전체
거리	x km	x km	
속력	시속 2 km	시속 4 km	
시간	$\frac{x}{2}$시간	$\frac{x}{4}$시간	6시간 이내

위의 표를 이용하여 부등식을 세우면

$\frac{x}{2}+\frac{x}{4}\le6$ 답 풀이 참조

06 $\frac{x}{2}+\frac{x}{4}\le6$의 양변에 4를 곱하면

$2x+x\le24,\ 3x\le24$ $\quad\therefore x\le8$

따라서 출발점에서 최대 8 km 떨어진 곳까지 올라갔다 내려올 수 있다. 답 8 km

Level B 유형 공략하기 71~75쪽

중 07 연속하는 두 홀수를 $x,\ x+2$라 하면

$3x+1\ge2(x+2)$

$3x+1\ge2x+4$ $\quad\therefore x\ge3$

따라서 x의 값 중에서 가장 작은 홀수는 3이므로 구하는 두 홀수의 곱은

$3\times5=15$ 답 15

하 08 두 정수를 $x,\ x+9$라 하면

$x+(x+9)>25$

$2x>16$ $\quad\therefore x>8$

따라서 x의 값이 될 수 있는 가장 작은 수는 9이다. 답 ②

중 09 연속하는 세 자연수를 $x-1,\ x,\ x+1$이라 하면

$(x-1)+x+(x+1)<36$

$3x<36$ $\quad\therefore x<12$

따라서 x의 값 중에서 가장 큰 자연수는 11이므로 구하는 세 자연수는 10, 11, 12이다. 답 10, 11, 12

개념 보충 학습

연속하는 세 수에 대한 문제
① 연속하는 세 정수 ➡ 세 수를 $x-1$, x, $x+1$로 놓는다.
② 연속하는 세 짝수(홀수) ➡ 세 수를 $x-2$, x, $x+2$로 놓는다.

중 **10** 연속하는 세 짝수를 $x-4$, $x-2$, x라 하면
$(x-4)+(x-2)+x\le 2(x-4)+15$
$3x-6\le 2x+7$　　　$\therefore x\le 13$
따라서 x의 값이 될 수 있는 가장 큰 수는 12이다.　답 12

주의 x는 짝수이므로 $x\le 13$에서 x의 값이 될 수 있는 가장 큰 수는 12이다.

중 **11** 자몽을 x개 산다고 하면 오렌지는 $(10-x)$개 살 수 있으므로
$1500x+900(10-x)+3000\le 15000$
$1500x+9000-900x+3000\le 15000$
$600x\le 3000$　　　$\therefore x\le 5$
따라서 자몽을 최대 5개까지 살 수 있다.　답 5개

참고 문제에서 구하는 것이 물건의 개수, 사람 수, 나이 등이면 해가 자연수이다.

하 **12** 마카롱을 x개 산다고 하면
$800\times 6+1100x<18000$
$1100x<13200$　　　$\therefore x<12$
따라서 마카롱을 최대 11개까지 살 수 있다.　답 11개

중 **13** 튤립을 x송이 산다고 하면 장미는 $(18-x)$송이 살 수 있으므로
$1200x+1000(18-x)\le 20000$　…… ㉮
$1200x+18000-1000x\le 20000$
$200x\le 2000$　　　$\therefore x\le 10$　…… ㉯
따라서 튤립을 최대 10송이까지 살 수 있다.　…… ㉰
답 10송이

채점 기준

㉮ 일차부등식 세우기	40 %
㉯ 일차부등식의 해 구하기	40 %
㉰ 튤립을 최대 몇 송이까지 살 수 있는지 구하기	20 %

중 **14** 볼펜을 x자루 담는다고 하면 색연필은 $(8-x)$자루 담을 수 있으므로
$2600+600(8-x)+1300x\le 9500$
$2600+4800-600x+1300x\le 9500$
$700x\le 2100$　　　$\therefore x\le 3$
따라서 볼펜을 최대 3자루까지 담을 수 있다.　답 ②

중 **15** 현주네 반의 남학생 수를 x명이라 하면 이 반 전체 학생 수는 $(18+x)$명이므로
$\dfrac{45\times 18+56x}{18+x}\ge 50$
$810+56x\ge 900+50x$, $6x\ge 90$
$\therefore x\ge 15$
따라서 남학생은 최소 15명이다.　답 15명

개념 보충 학습

① $(\text{평균})=\dfrac{(\text{자료의 총합})}{(\text{자료의 개수})}$
② $(\text{자료의 총합})=(\text{평균})\times(\text{자료의 개수})$

중 **16** 리본 종목에서 x점을 받는다고 하면
$\dfrac{19.150+18.200+17.350+x}{4}\ge 18.400$
$54.700+x\ge 73.600$　　　$\therefore x\ge 18.900$
따라서 18.900점 이상을 받아야 한다.　답 18.900점

중 **17** x분 동안 자전거를 탄다고 하면
$4000+200(x-30)\le 10000$
$4000+200x-6000\le 10000$
$200x\le 12000$　　　$\therefore x\le 60$
따라서 최대 60분 동안 자전거를 탈 수 있다.　답 ③

공략 비법

기본 요금과 추가 요금이 주어질 때
➡ (기본 요금)+(추가 요금) □ (이용 가능 금액)
└ 문제의 뜻에 맞게 부등호를 넣는다.

중 **18** x명이 입장한다고 하면
$3000\times 10+2500(x-10)\le 50000$
$30000+2500x-25000\le 50000$
$2500x\le 45000$　　　$\therefore x\le 18$
따라서 최대 18명까지 입장할 수 있다.　답 18명

중 **19** x개월 후부터 은사의 예금액이 채현이의 예금액의 2배보다 적어진다고 하면
$5000+3000x<2(1000+2000x)$
$5000+3000x<2000+4000x$
$-1000x<-3000$　　　$\therefore x>3$
따라서 4개월 후부터 은사의 예금액이 채현이의 예금액의 2배보다 적어진다.　답 ②

개념 보충 학습

현재 예금액이 a원이고, 매달 b원씩 예금하는 경우
➡ x개월 후의 예금액은 $(a+bx)$원

하 **20** x개월 후부터 주연이의 예금액이 100000원을 넘는다고 하면
$80000+2500x>100000$
$2500x>20000$　　　$\therefore x>8$
따라서 9개월 후부터 주연이의 예금액이 100000원을 넘게 된다.　답 9개월

중 **21** 정가를 x원이라 하면
$\left(1-\dfrac{10}{100}\right)x-4200\ge 4200\times\dfrac{20}{100}$

$\frac{9}{10}x \geq 5040$ $\qquad \therefore x \geq 5600$

따라서 정가는 5600원 이상으로 정하면 된다. 답 5600원

참고 (정가)=(원가)+(이익)이므로 (이익)=(정가)−(원가)

개념 보충 학습

① 정가 x원에서 a % 할인한 가격 ➡ $\left(1-\frac{a}{100}\right) \times x$(원)

② 원가 x원에 b %의 이익을 붙인 가격 ➡ $\left(1+\frac{b}{100}\right) \times x$(원)

중 **22** 원가를 x원이라 하면

$\left(1+\frac{40}{100}\right)x \times \left(1-\frac{25}{100}\right)-x \geq 3000$ ...... ㉮

$\frac{1}{20}x \geq 3000$ $\qquad \therefore x \geq 60000$ ...... ㉯

따라서 원가는 60000원 이상이다. ...... ㉰

답 60000원

채점 기준

㉮ 일차부등식 세우기	40 %
㉯ 일차부등식의 해 구하기	40 %
㉰ 전자제품의 원가가 얼마 이상인지 구하기	20 %

중 **23** 공책을 x권 산다고 하면

$500x+1500<700x$

$-200x<-1500$ $\qquad \therefore x>7.5$

따라서 공책을 8권 이상 살 경우 문구 할인점에서 사는 것이 유리하다. 답 8권

참고 '유리하다'는 것은 비용이 적게 든다는 뜻이므로 등호가 포함되지 않은 부등호 >, <를 사용한다.

중 **24** 만화책을 x권 산다고 하면

$8000 \times \left(1-\frac{10}{100}\right) \times x+4000<8000x$ ...... ㉮

$-800x<-4000$ $\qquad \therefore x>5$ ...... ㉯

따라서 만화책을 6권 이상 살 경우 인터넷 서점을 이용하는 것이 유리하다. ...... ㉰

답 6권

채점 기준

㉮ 일차부등식 세우기	40 %
㉯ 일차부등식의 해 구하기	40 %
㉰ 인터넷 서점을 이용하는 것이 유리한 최소 권수 구하기	20 %

중 **25** 단체 인원수를 x명이라 하면

$4500 \times 40<5000x$ $\qquad \therefore x>36$

따라서 37명 이상일 때, 40명의 단체 입장권을 사는 것이 유리하다. 답 ④

상 **26** 공기청정기를 구입하여 x개월 동안 사용한다고 하면

$560000+12000x<30000x$

$-18000x<-560000$ $\qquad \therefore x>31.111\cdots$

따라서 공기청정기를 구입해서 32개월 이상 사용해야 임대하는 것보다 유리하다. 답 ⑤

중 **27** 사다리꼴의 아랫변의 길이를 x cm라 하면

$\frac{1}{2} \times (4+x) \times 6 \geq 39$

$12+3x \geq 39$, $3x \geq 27$ $\qquad \therefore x \geq 9$

따라서 사다리꼴의 아랫변의 길이는 9 cm 이상이어야 한다.

답 9 cm

중 **28** 가장 긴 변의 길이가 $x+6$이므로

$x+(x+2)>x+6$

$2x+2>x+6$ $\qquad \therefore x>4$

따라서 x의 값으로 옳지 않은 것은 ①이다. 답 ①

개념 보충 학습

삼각형의 세 변의 길이가 주어질 때

➡ (가장 긴 변의 길이) < (나머지 두 변의 길이의 합)

중 **29** 세로의 길이를 x cm라 하면 가로의 길이는 $(2x-5)$ cm이므로

$2\{(2x-5)+x\} \geq 140$

$6x-10 \geq 140$, $6x \geq 150$ $\qquad \therefore x \geq 25$

따라서 세로의 길이는 25 cm 이상이어야 한다. 답 25 cm

중 **30** 시속 10 km로 달린 거리를 x km라 하면 시속 6 km로 달린 거리는 $(18-x)$ km이므로

$\frac{x}{10}+\frac{18-x}{6} \leq 2$

$3x+5(18-x) \leq 60$, $3x+90-5x \leq 60$

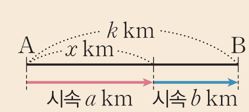
$-2x \leq -30$ $\qquad \therefore x \geq 15$

따라서 시속 10 km로 달린 거리는 15 km 이상이다.

답 15 km

공략 비법

A 지점에서 B 지점까지 p시간 이내에 가는데 오른쪽 그림과 같이 도중에 속력이 바뀌면



$\begin{pmatrix}\text{시속 } a \text{ km로 갈 때} \\ \text{걸리는 시간}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\text{시속 } b \text{ km로 갈 때} \\ \text{걸리는 시간}\end{pmatrix} \leq$ (제한 시간)

➡ $\frac{x}{a}+\frac{k-x}{b} \leq p$

중 **31** 시속 5 km로 걸은 거리를 x km라 하면 시속 3 km로 걸은 거리는 $(6-x)$ km이므로

$\frac{x}{5}+\frac{6-x}{3} \leq \frac{3}{2}$

$6x+10(6-x) \leq 45$, $6x+60-10x \leq 45$

$-4x \leq -15$ $\qquad \therefore x \geq \frac{15}{4}$

따라서 시속 5 km로 걸은 거리가 될 수 없는 것은 ①이다.

답 ①

중 32 시속 80 km로 달린 거리를 x km라 하면 시속 60 km로 달린 거리는 $(70-x)$ km이므로

$\frac{x}{80}+\frac{70-x}{60}\le 1$ …… ㉮

$3x+4(70-x)\le 240$, $3x+280-4x\le 240$

$-x\le -40$ $\quad\therefore x\ge 40$ …… ㉯

따라서 시속 80 km로 달린 거리는 40 km 이상이다. …… ㉰

답 40 km

채점 기준

㉮ 일차부등식 세우기	40 %
㉯ 일차부등식의 해 구하기	40 %
㉰ 시속 80 km로 달린 거리는 몇 km 이상인지 구하기	20 %

중 33 터미널에서 상점까지의 거리를 x km라 하면

$\frac{x}{4}+\frac{15}{60}+\frac{x}{4}\le 1$

$x+1+x\le 4$, $2x\le 3$

$\therefore x\le\frac{3}{2}$

따라서 터미널에서 $\frac{3}{2}$ km 이내에 있는 상점을 이용할 수 있다.

답 $\frac{3}{2}$ km

참고 시간의 단위가 각각 다르므로 단위를 통일하여 부등식을 세운다.
즉, 1분$=\frac{1}{60}$시간이므로 15분$=\frac{15}{60}$시간

중 34 x km까지 올라갔다 내려온다고 하면

$\frac{x}{3}+\frac{5}{60}+\frac{x}{4}\le 3$

$4x+1+3x\le 36$, $7x\le 35$

$\therefore x\le 5$

따라서 최대 5 km까지 올라갔다 내려올 수 있다. 답 5 km

중 35 갈 때 걸은 거리를 x km라 하면 올 때 걸은 거리는 $(x+1)$ km이므로

$\frac{x}{2}+\frac{x+1}{4}\le 1$

$2x+(x+1)\le 4$, $3x\le 3$

$\therefore x\le 1$

따라서 갈 때 걸은 거리는 최대 1 km이고, 올 때 걸은 거리는 최대 2 km이므로 영주가 걸은 거리는 최대

$1+2=3$(km)

답 ②

중 36 물을 x g 더 넣는다고 하면

$\frac{8}{100}\times 400\le\frac{5}{100}\times(400+x)$

$3200\le 2000+5x$, $-5x\le -1200$

$\therefore x\ge 240$

따라서 최소 240 g의 물을 더 넣어야 한다. 답 ⑤

참고 소금물에 물을 더 넣으면 소금물의 양은 증가하고, 소금의 양은 변하지 않는다.

공략 비법

a %의 소금물 A g에 물 x g을 더 넣으면 k % 이하의 소금물이 된다.

➡ $\underbrace{\left(\frac{a}{100}\times A\right)\times\frac{1}{A+x}\times 100}_{a\,\%\text{의 소금물 } A\text{ g에 물 } x\text{ g을 더 넣었을 때의 농도}}\le k$

➡ $\frac{a}{100}\times A\le\frac{k}{100}\times(A+x)$

중 37 물을 x g 더 넣는다고 하면

$30\ge\frac{12}{100}\times(200+x)$ …… ㉮

$3000\ge 2400+12x$, $-12x\ge -600$

$\therefore x\le 50$ …… ㉯

따라서 최대 50 g의 물을 더 넣을 수 있다. …… ㉰

답 50 g

채점 기준

㉮ 일차부등식 세우기	40 %
㉯ 일차부등식의 해 구하기	40 %
㉰ 최대 몇 g의 물을 더 넣을 수 있는지 구하기	20 %

참고 물을 x g 더 넣는다고 하면 $\frac{30}{(170+30)+x}\times 100\ge 12$에서
$30\ge\frac{12}{100}\times(200+x)$

상 38 물을 x g 증발시킨다고 하면

$\frac{16}{100}\times 300\ge\frac{20}{100}\times(300-x)$

$4800\ge 6000-20x$, $20x\ge 1200$

$\therefore x\ge 60$

따라서 최소 60 g의 물을 증발시켜야 한다. 답 ③

참고 소금물에서 물을 증발시키면 소금물의 양은 줄어들고, 소금의 양은 변하지 않는다.

공략 비법

a %의 소금물 A g에서 물 x g을 증발시키면 k % 이상의 소금물이 된다.

➡ $\underbrace{\left(\frac{a}{100}\times A\right)\times\frac{1}{A-x}\times 100}_{a\,\%\text{의 소금물 } A\text{ g에서 물 } x\text{ g을 증발시켰을 때의 농도}}\ge k$

➡ $\frac{a}{100}\times A\ge\frac{k}{100}\times(A-x)$

중 39 20 %의 소금물을 x g 섞는다고 하면

$\frac{15}{100}\times 200+\frac{20}{100}\times x\ge\frac{18}{100}\times(200+x)$

$3000+20x\ge 3600+18x$, $2x\ge 600$

$\therefore x\ge 300$

따라서 20 %의 소금물을 300 g 이상 섞어야 한다.

답 300 g

중 40 8 %의 설탕물을 x g 섞는다고 하면

$\frac{14}{100}\times 80+\frac{8}{100}\times x\le\frac{9}{100}\times(80+x)$

$1120+8x \le 720+9x$, $-x \le -400$

$\therefore x \ge 400$

따라서 8 %의 설탕물을 400 g 이상 섞어야 한다. 답 ④

41 2 %의 소금물을 x g 섞는다고 하면 10 %의 소금물은 $(200-x)$ g 섞어야 하므로

$\frac{2}{100} \times x + \frac{10}{100} \times (200-x) \ge \frac{6}{100} \times 200$

$2x+2000-10x \ge 1200$, $-8x \ge -800$

$\therefore x \le 100$

따라서 2 %의 소금물을 최대 100 g까지 섞을 수 있다.

답 100 g

단원 마무리 Level B 필수 유형 정복하기 76~79쪽

01 ④	02 (다)	03 14개	04 2개	05 ②
06 ④	07 ④	08 ㄱ, ㄴ, ㄷ	09 -2	10 ⑤
11 9	12 4개	13 96점	14 17주	15 ③
16 ①	17 ①	18 60 g	19 14	

20 (1) $x > -\frac{6a+4}{5}$ (2) $x > -\frac{2}{3}$ (3) $-\frac{1}{9}$ 21 $-\frac{7}{3}$

22 (1) $10000+1200(x-5) \le 16000$ (2) 10개

23 13명 24 24분

01 전략 [ ] 안의 수를 부등식에 대입하여 참, 거짓을 판단한다.

① $-2-1>-3$ $\therefore -3>-3$ (거짓)

② $3\times2+1\le-4$ $\therefore 7\le-4$ (거짓)

③ $5<2-7\times1$ $\therefore 5<-5$ (거짓)

④ $-4\times(-1)\ge1-(-1)$ $\therefore 4\ge2$ (참)

⑤ $4-3\times0>7-0$ $\therefore 4>7$ (거짓)

따라서 부등식의 해인 것은 ④이다.

02 전략 부등식의 양변에 같은 음수를 곱하거나 양변을 같은 음수로 나누면 부등호의 방향이 바뀜을 이용한다.

(i) $a-1>b-1$이면 $a>b$

따라서 첫 번째 상자에서 No를 따라간다.

(ii) $\frac{a}{2}>\frac{b}{2}$이면 $a>b$이므로

$a+4>b+4$

따라서 두 번째 상자에서 No를 따라간다.

(iii) $a+3>b+3$이면 $a>b$이므로

$-2a<-2b$ $\therefore -2a+5<-2b+5$

따라서 세 번째 상자에서 Yes를 따라간다.

이상에서 마지막으로 도착한 상자는 (다)이다.

03 전략 a의 값의 범위를 이용하여 $2-3a$의 값의 범위를 구한다.

$-4<a<1$의 각 변에 -3을 곱하면

$-3<-3a<12$

각 변에 2를 더하면

$-1<2-3a<14$

따라서 $2-3a$의 값이 될 수 있는 정수는 0, 1, 2, $\cdots$, 13의 14개이다.

04 전략 주어진 부등식을 정리하여 (일차식)>0, (일차식)<0, (일차식)≥0, (일차식)≤0 중 어느 하나의 꼴로 나타나는지 확인한다.

ㄱ. $x<0$이므로 일차부등식이다.

ㄴ. 방정식이다.

ㄷ. $\frac{1}{7}x-1\ge0$이므로 일차부등식이다.

ㄹ. $-4<0$이므로 일차부등식이 아니다.

ㅁ. $11>0$이므로 일차부등식이 아니다.

ㅂ. x가 분모에 있으므로 일차부등식이 아니다.

이상에서 일차부등식은 ㄱ, ㄷ의 2개이다.

05 전략 먼저 주어진 방정식의 해를 구한다.

$0.6(x-4)=\frac{x}{2}-3$의 양변에 10을 곱하면

$6(x-4)=5x-30$

$6x-24=5x-30$ $\therefore x=-6$

즉, $a=-6$이므로 주어진 부등식은

$4x-6\le-6x+30$

$10x\le36$ $\therefore x\le\frac{18}{5}$

따라서 주어진 부등식을 만족하는 모든 자연수 x의 값의 합은

$1+2+3=6$

개념 보충 학습

계수가 소수 또는 분수인 일차방정식은 양변에 10의 거듭제곱 또는 분모의 최소공배수를 곱하여 계수를 모두 정수로 고친 후 푼다.

06 전략 주어진 부등식의 양변에 분모의 최소공배수를 곱하여 계수를 모두 정수로 고친다.

$\frac{x-1}{10}-\frac{x+1}{2}\le-1$의 양변에 10을 곱하면

$(x-1)-5(x+1)\le-10$

$x-1-5x-5\le-10$, $-4x\le-4$

$\therefore x\ge1$

따라서 해를 수직선 위에 나타내면 ④이다.

07 전략 계수가 소수 또는 분수인 일차부등식은 양변에 적당한 수를 곱하여 계수를 모두 정수로 고친 후 푼다.

① $3x\ge-3$ $\therefore x\ge-1$

② 부등식의 양변에 4를 곱하면

$6x+3\ge3x$, $3x\ge-3$ $\therefore x\ge-1$

③ 부등식의 양변에 10을 곱하면

$3(2x-3)\le35x+20$, $6x-9\le35x+20$

$-29x\le29$ $\therefore x\ge-1$

④ $5x+15\le6-4x$, $9x\le-9$ $\therefore x\le-1$

⑤ 부등식의 양변에 10을 곱하면

$18x+2(x+6)\ge-8$, $18x+2x+12\ge-8$

$20x \geq -20 \qquad \therefore x \geq -1$

따라서 해가 다른 하나는 ④이다.

08 전략 부등식의 성질을 이용하여 주어진 부등식의 해를 구한다.

$ax-4 \leq b(x+1)$에서 $ax-4 \leq bx+b$

$\therefore (a-b)x \leq b+4$

ㄱ. $a>b$이면 $a-b>0$이므로

$x \leq \dfrac{b+4}{a-b}$

ㄴ. $a<b$이면 $a-b<0$이므로

$x \geq \dfrac{b+4}{a-b}$

ㄷ. $a>0$, $b<0$이면 $a-b>0$이므로

$x \leq \dfrac{b+4}{a-b}$

이상에서 ㄱ, ㄴ, ㄷ 모두 옳다.

09 전략 주어진 부등식의 해를 구하여 $x<-8$과 비교한다.

$a-\dfrac{4x-3}{5}>0.2(1-3x)$의 양변에 5를 곱하면

$5a-(4x-3)>1-3x$

$5a-4x+3>1-3x, \ -x>-5a-2$

$\therefore x<5a+2$

이 부등식의 해가 $x<-8$이므로

$5a+2=-8, \ 5a=-10 \qquad \therefore a=-2$

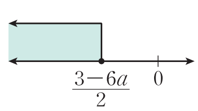
10 전략 주어진 부등식의 해를 구하여 조건에 맞게 수직선 위에 나타내어 본다.

$0.5x+a \leq \dfrac{1}{6}(x+3)$의 양변에 6을 곱하면

$3x+6a \leq x+3$

$2x \leq 3-6a \qquad \therefore x \leq \dfrac{3-6a}{2}$

주어진 부등식을 만족하는 양수 x가 존재하지 않으므로 오른쪽 그림에서



$\dfrac{3-6a}{2} \leq 0, \ 3-6a \leq 0$

$-6a \leq -3 \qquad \therefore a \geq \dfrac{1}{2}$

11 전략 (x를 5배한 것)>(x에 5를 더하여 2배한 것)임을 이용하여 부등식을 세운다.

$5x>2(x+5)$이므로

$5x>2x+10, \ 3x>10 \qquad \therefore x>\dfrac{10}{3}$

이때 x는 5 이하의 자연수이므로 모든 x의 값의 합은

$4+5=9$

12 전략 감의 개수를 x개라 하여 부등식을 세운다.

감을 x개 산다고 하면 귤은 $(14-x)$개 살 수 있으므로

$90(14-x)+150x \leq 1500$

$1260-90x+150x \leq 1500, \ 60x \leq 240 \qquad \therefore x \leq 4$

따라서 감은 최대 4개까지 살 수 있다.

참고 무게의 단위가 각각 다르므로 단위를 통일하여 부등식을 세운다.
즉, 1 kg=1000 g이므로 1.5 kg=1500 g

13 전략 4회째 수학 시험의 점수를 x점이라 하여 부등식을 세운다.

3회까지의 수학 점수의 총합은

$88 \times 3 = 264$(점)

4회째 수학 시험에서 x점을 받는다고 하면

$\dfrac{264+x}{4} \geq 90$

$264+x \geq 360 \qquad \therefore x \geq 96$

따라서 96점 이상을 받아야 한다.

14 전략 현재 예금액이 a원이고 매주 b원씩 예금할 때, x주 후의 예금액은 $(a+bx)$원임을 이용한다.

x주 후부터 은우의 예금액이 소희의 예금액보다 많아진다고 하면

$32000+2000x>40000+1500x$

$500x>8000 \qquad \therefore x>16$

따라서 17주 후부터 은우의 예금액이 소희의 예금액보다 많아진다.

15 전략 집 근처 문구점에서 볼펜을 살 때의 비용과 할인매장에서 볼펜을 살 때의 비용을 각각 구하여 조건에 맞게 부등식을 세운다.

③ 비용이 적게 들수록 더 유리하므로

$1500x<1200x+1000$

이면 집 근처 문구점에서 사는 것이 더 유리하다.

④, ⑤ $1500x<1200x+1000$에서

$300x<1000 \qquad \therefore x<\dfrac{10}{3}$

즉, 볼펜 3자루를 산다면 집 근처 문구점에서 사는 것이 더 저렴하고, 4자루를 산다면 할인매장에서 사는 것이 더 저렴하다.

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

16 전략 n각형의 내각의 크기의 합은 $180° \times (n-2)$임을 이용한다.

구하는 다각형을 n각형이라 하면

$180° \times (n-2) < 900°$

$180° \times n - 360° < 900°, \ 180° \times n < 1260°$

$\therefore n<7$

따라서 내각의 크기의 합이 900°보다 작은 다각형은 ①이다.

17 전략 (갈 때 걸린 시간)+(기념품을 사는 데 걸린 시간)+(올 때 걸린 시간)이 1시간 20분 이내이어야 한다.

역에서 상점까지의 거리를 x km라 하면

$\dfrac{x}{5}+\dfrac{40}{60}+\dfrac{x}{5} \leq \dfrac{80}{60}$

$3x+10+3x \leq 20, \ 6x \leq 10 \qquad \therefore x \leq \dfrac{5}{3}$

따라서 역에서 $\dfrac{5}{3}$ km 이내에 있는 상점을 이용해야 한다.

18 전략 더 넣는 소금의 양을 x g이라 하여 부등식을 세운다.

소금을 x g 더 넣는다고 하면

$\frac{4}{100}\times300+x\geq\frac{20}{100}\times(300+x)$

$1200+100x\geq6000+20x$, $80x\geq4800$

$\therefore x\geq60$

따라서 소금을 60 g 이상 더 넣으면 된다.

주의 소금물에 소금을 더 넣으면 소금물의 양과 소금의 양이 모두 증가한다.

참고 4 %의 소금물 300 g에 들어 있는 소금의 양은 $\left(\frac{4}{100}\times300\right)$ g이므로 소금을 x g 더 넣는다고 하면 $\frac{\left(\frac{4}{100}\times300\right)+x}{300+x}\times100\geq20$에서

$\frac{4}{100}\times300+x\geq\frac{20}{100}\times(300+x)$

19 전략 A를 간단히 한 후 x의 값의 범위를 이용하여 A의 값의 범위를 구한다.

$A=\frac{1}{5}(15-4x)=3-\frac{4}{5}x$ …… ㉮

$-5\leq x<2$의 각 변에 $-\frac{4}{5}$를 곱하면

$-\frac{8}{5}<-\frac{4}{5}x\leq4$

각 변에 3을 더하면

$\frac{7}{5}<3-\frac{4}{5}x\leq7$, 즉 $\frac{7}{5}<A\leq7$ …… ㉯

따라서 $M=7$, $m=2$이므로 …… ㉰

$Mm=7\times2=14$ …… ㉱

채점 기준

㉮ 분배법칙을 이용하여 A를 간단히 하기	20 %
㉯ A의 값의 범위 구하기	50 %
㉰ M, m의 값 구하기	20 %
㉱ Mm의 값 구하기	10 %

20 전략 각 부등식의 해를 구한 후 해가 같음을 이용하여 미지수의 값을 구한다.

(1) ㉠의 양변에 6을 곱하면 $2(2x+1)-3(3x+2)<6a$

$4x+2-9x-6<6a$, $-5x<6a+4$

$\therefore x>-\frac{6a+4}{5}$ …… ㉮

(2) ㉡의 양변에 10을 곱하면 $10+5x>6-x$

$6x>-4$ $\quad\therefore x>-\frac{2}{3}$ …… ㉯

(3) 부등식 ㉠의 해가 부등식 ㉡의 해와 같으므로

$-\frac{6a+4}{5}=-\frac{2}{3}$, $3(6a+4)=10$

$18a=-2$ $\quad\therefore a=-\frac{1}{9}$ …… ㉰

채점 기준

(1)	㉮ 부등식 ㉠의 해 구하기	30 %
(2)	㉯ 부등식 ㉡의 해 구하기	30 %
(3)	㉰ a의 값 구하기	40 %

21 전략 먼저 주어진 부등식의 해를 구한 후 가장 큰 값이 7임을 이용한다.

$\frac{3-x}{2}\geq k+\frac{1}{3}$의 양변에 6을 곱하면

$3(3-x)\geq6k+2$, $9-3x\geq6k+2$

$-3x\geq6k-7$ $\quad\therefore x\leq-\frac{6k-7}{3}$ …… ㉮

이 부등식을 만족하는 x의 값 중에서 가장 큰 값이 7이므로

$-\frac{6k-7}{3}=7$, $6k-7=-21$

$6k=-14$ $\quad\therefore k=-\frac{7}{3}$ …… ㉯

채점 기준

㉮ 주어진 부등식의 해 구하기	50 %
㉯ k의 값 구하기	50 %

22 전략 k개의 1개당 대여료가 a원이고 추가되는 1개당 대여료가 b원일 때, $x(x>k)$개의 대여료는 $a\times k+b\times(x-k)$(원)임을 이용한다.

(1) 5개까지는 1개당 2000원이고, 5개를 초과하면 1개당 1200원이므로 총대여료는

$2000\times5+1200\times(x-5)$(원)

$\therefore 10000+1200(x-5)\leq16000$ …… ㉮

(2) 위의 부등식에서 $10000+1200x-6000\leq16000$

$1200x\leq12000$ $\quad\therefore x\leq10$ …… ㉯

따라서 최대 10개까지 튜브를 대여할 수 있다. …… ㉰

채점 기준

(1)	㉮ 일차부등식 세우기	40 %
(2)	㉯ 일차부등식의 해 구하기	40 %
	㉰ 최대 몇 개까지 튜브를 대여할 수 있는지 구하기	20 %

23 전략 단체 인원수를 x명이라 하여 부등식을 세운다.

단체 인원수를 x명이라 하면

$4000\times\left(1-\frac{20}{100}\right)\times15<4000x$ …… ㉮

$-4000x<-48000$ $\quad\therefore x>12$ …… ㉯

따라서 13명 이상일 때, 15명의 단체 입장권을 사는 것이 유리하다. …… ㉰

채점 기준

㉮ 일차부등식 세우기	40 %
㉯ 일차부등식의 해 구하기	40 %
㉰ 단체 입장권을 사는 것이 유리한 최소 인원수 구하기	20 %

24 전략 슬비와 선미가 같은 지점에서 반대 방향으로 동시에 출발할 때, 두 사람 사이의 거리는 슬비가 이동한 거리와 선미가 이동한 거리의 합임을 이용한다.

x분 동안 걷는다고 하면

$3\times\frac{x}{60}+4\times\frac{x}{60}\geq2.8$ …… ㉮

$3x+4x\geq168$, $7x\geq168$

$\therefore x\geq24$ …… ㉯

따라서 슬비와 선미는 24분 이상 걸어야 한다. …… ㉰

채점 기준

㉮ 일차부등식 세우기	40 %
㉯ 일차부등식의 해 구하기	40 %
㉰ 몇 분 이상 걸어야 하는지 구하기	20 %

공략 비법

A, B 두 사람이 같은 지점에서 반대 방향으로 동시에 출발하여 a km 이상 떨어졌을 때
➡ (A가 이동한 거리)+(B가 이동한 거리)$\geq a$

단원 마무리 80~81쪽

Level C 발전 유형 정복하기

01 ②, ④	02 $2\leq A\leq 14$	03 ⑤	04 5개
05 -7	06 ④	07 100분	08 8 cm
09 50 g	10 -4	11 80 g	12 3명

01 전략 주어진 조건에서 a, b의 부호를 먼저 정한다.

$ab<0$이므로 a, b 둘 중 하나는 양수, 하나는 음수이다.
이때 $a+b<0$, $|a|<|b|$이므로 b가 음수이다.
$\therefore a>0,\ b<0$

① $\frac{a}{b}<0$

② $a^3>0$, $ab<0$이므로 $a^3-ab>0$

③ $\frac{1}{a}>0$, $\frac{1}{b}<0$이므로 $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$

④ $2b<0$, $a>0$이므로 $2b-a<0$

⑤ $a>b$이므로 $-\frac{a}{3}<-\frac{b}{3}$ $\qquad\therefore -\frac{a}{3}+5<-\frac{b}{3}+5$

따라서 옳은 것은 ②, ④이다.

02 전략 $-14\leq 5x-9\leq 1$에서 x의 값의 범위를 먼저 구한 후 A의 값의 범위를 구한다.

$-14\leq 5x-9\leq 1$의 각 변에 9를 더하면
$-5\leq 5x\leq 10$
각 변에 $\frac{1}{5}$을 곱하면
$-1\leq x\leq 2$
$-1\leq x\leq 2$의 각 변에 -4를 곱하면
$-8\leq -4x\leq 4$
각 변에 10을 더하면
$2\leq 10-4x\leq 14$, 즉 $2\leq A\leq 14$

03 전략 주어진 부등식의 해를 이용하여 $\frac{5x-2}{4}$의 값의 범위를 구한다.

$0.3(x-1)\leq 0.1x+0.3$의 양변에 10을 곱하면
$3(x-1)\leq x+3$, $3x-3\leq x+3$
$2x\leq 6$ $\qquad\therefore x\leq 3$
$x\leq 3$의 양변에 5를 곱하면 $5x\leq 15$
양변에서 2를 빼면 $5x-2\leq 13$
양변을 4로 나누면 $\frac{5x-2}{4}\leq\frac{13}{4}$
이때 $\frac{5x-2}{4}$의 값이 자연수이려면
$\frac{5x-2}{4}=1$ 또는 $\frac{5x-2}{4}=2$ 또는 $\frac{5x-2}{4}=3$이어야 한다.
$\frac{5x-2}{4}=1$에서 $5x-2=4$ $\qquad\therefore x=\frac{6}{5}$
$\frac{5x-2}{4}=2$에서 $5x-2=8$ $\qquad\therefore x=2$
$\frac{5x-2}{4}=3$에서 $5x-2=12$ $\qquad\therefore x=\frac{14}{5}$
따라서 모든 x의 값의 합은
$\frac{6}{5}+2+\frac{14}{5}=6$

04 전략 먼저 부등식 $\frac{1}{2}a-0.\dot{2}<\frac{1}{3}a+0.\dot{7}$에서 a의 값의 범위를 구한다.

$\frac{1}{2}a-0.\dot{2}<\frac{1}{3}a+0.\dot{7}$에서 $\frac{1}{2}a-\frac{2}{9}<\frac{1}{3}a+\frac{7}{9}$
양변에 18을 곱하면 $9a-4<6a+14$
$3a<18$ $\qquad\therefore a<6$
$ax-5a\geq 6x-30$에서 $ax-6x\geq 5a-30$
$(a-6)x\geq 5(a-6)$
이때 $a<6$에서 $a-6<0$이므로 $x\leq 5$
따라서 자연수 x는 1, 2, 3, 4, 5의 5개이다.

개념 보충 학습

순환소수를 분수로 나타내기

a가 한 자리 자연수일 때, $0.\dot{a}=\frac{a}{9}$

05 전략 주어진 일차부등식의 해를 구하여 $x<3$과 비교한다. 이때 부등호의 방향에 주의한다.

주어진 일차부등식의 양변에 6을 곱하면
$2(4x+3)-6a>6-3(ax-1)$
$8x+6-6a>6-3ax+3$, $(8+3a)x>3+6a$
이 부등식의 해가 $x<3$이므로 $8+3a<0$
따라서 $x<\frac{3+6a}{8+3a}$이므로 $\frac{3+6a}{8+3a}=3$
$3+6a=24+9a$, $-3a=21$ $\qquad\therefore a=-7$

06 전략 원가가 a원인 상품에 b %의 이익을 붙인 가격은 $a\left(1+\frac{b}{100}\right)$원임을 이용한다.

주인이 구입한 사과 한 개의 도매 가격을 a원이라 하면 사과 600개의 가격은 $600a$원이다.
이때 팔 수 있는 사과의 개수는 550개이므로 x %의 이익을 붙여서 판다고 하면
$550a\times\left(1+\frac{x}{100}\right)-600a\geq 600a\times\frac{10}{100}$

4 일차부등식

$a>0$이므로 양변을 a로 나누면

$550\left(1+\frac{x}{100}\right)-600\geq 600\times\frac{10}{100}$

$550+\frac{11}{2}x-600\geq 60$, $\frac{11}{2}x\geq 110$

$\therefore x\geq 20$

따라서 사과 한 개의 도매 가격에 최소 20 %의 이익을 붙여서 팔아야 한다.

07 전략 두 통신사의 1분당 통화 요금을 구한 후 한 달에 청구되는 요금 총액에 대한 부등식을 세운다.

한 달의 휴대 전화 통화 시간을 x분이라 하면

A 통신사의 1분당 통화 요금은 90원이고,

B 통신사의 1분당 통화 요금은 120원이므로

$7000+15000+90x<10000+9000+120x$

$-30x<-3000$ $\qquad\therefore x>100$

따라서 한 달의 휴대 전화 통화 시간이 100분 초과이면 A 통신사를 선택하는 것이 유리하다.

08 전략 $\overline{BP}=x$ cm로 놓고 삼각형 APD의 넓이를 x에 대한 식으로 나타내어 부등식을 세운다.

$\overline{BP}=x$ cm라 하면 $\overline{CP}=(12-x)$ cm이므로

삼각형 APD의 넓이는

$\frac{1}{2}\times(7+5)\times 12-\left\{\frac{1}{2}\times x\times 7+\frac{1}{2}\times(12-x)\times 5\right\}$

$=72-\left(\frac{7}{2}x+30-\frac{5}{2}x\right)$

$=72-x-30$

$=-x+42\,(\text{cm}^2)$

이때 $-x+42\leq 34$이어야 하므로

$-x\leq -8$ $\qquad\therefore x\geq 8$

따라서 점 B에서 8 cm 이상 떨어진 곳에 점 P를 잡아야 한다.

09 전략 주어진 표에서 두 식품 A, B의 1 g에 포함된 칼슘의 양을 생각하여 부등식을 세운다.

섭취해야 하는 식품 A의 양을 x g이라 하면 식품 B는 $(200-x)$ g 섭취해야 하므로

$\frac{320}{100}\times x+\frac{150}{100}\times(200-x)\geq 385$

$320x+30000-150x\geq 38500$

$170x\geq 8500$ $\qquad\therefore x\geq 50$

따라서 섭취해야 하는 식품 A의 양은 최소 50 g이다.

10 전략 주어진 부등식의 해를 구하여 조건에 맞게 수직선 위에 나타내어 본다.

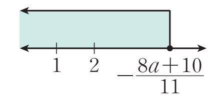
$\frac{2x+a}{5}-\frac{3x+2}{2}\geq a$의 양변에 10을 곱하면

$2(2x+a)-5(3x+2)\geq 10a$

$4x+2a-15x-10\geq 10a$, $-11x\geq 8a+10$

$\therefore x\leq -\frac{8a+10}{11}$ $\qquad$ …… ㉮

주어진 부등식을 만족하는 자연수 x가 2개 이상이므로 오른쪽 그림에서



$-\frac{8a+10}{11}\geq 2$

$8a+10\leq -22$, $8a\leq -32$

$\therefore a\leq -4$ $\qquad$ …… ㉯

따라서 가장 큰 수 a의 값은 -4이다. $\qquad$ …… ㉰

채점 기준

㉮ 주어진 부등식의 해 구하기	30 %
㉯ a의 값의 범위 구하기	50 %
㉰ 가장 큰 수 a의 값 구하기	20 %

11 전략 증발시킨 물의 양만큼 설탕을 넣으면 전체 설탕물의 양은 변하지 않음을 이용한다.

물을 x g 증발시킨다고 하면 더 넣는 설탕의 양도 x g이므로

$\frac{14}{100}\times 500+x\geq\frac{30}{100}\times 500$ $\qquad$ …… ㉮

$7000+100x\geq 15000$, $100x\geq 8000$

$\therefore x\geq 80$ $\qquad$ …… ㉯

따라서 최소 80 g의 물을 증발시켜야 한다. $\qquad$ …… ㉰

채점 기준

㉮ 일차부등식 세우기	40 %
㉯ 일차부등식의 해 구하기	40 %
㉰ 최소 몇 g의 물을 증발시켜야 하는지 구하기	20 %

12 전략 전체 일의 양을 1로 놓고 남학생 1명과 여학생 1명이 하루에 할 수 있는 일의 양을 각각 구한다.

전체 일의 양을 1로 놓으면 남학생 한 명이 하루에 할 수 있는 일의 양은 $\frac{1}{5}$이고, 여학생 한 명이 하루에 할 수 있는 일의 양은 $\frac{1}{7}$이다. $\qquad$ …… ㉮

남학생 수를 x명이라 하면 여학생 수는 $(6-x)$명이므로

$\frac{1}{5}x+\frac{1}{7}(6-x)\geq 1$ $\qquad$ …… ㉯

$7x+5(6-x)\geq 35$, $7x+30-5x\geq 35$

$2x\geq 5$ $\qquad\therefore x\geq\frac{5}{2}$ $\qquad$ …… ㉰

따라서 남학생은 최소 3명이 필요하다. $\qquad$ …… ㉱

채점 기준

㉮ 남학생 1명, 여학생 1명이 하루에 할 수 있는 일의 양 파악하기	20 %
㉯ 일차부등식 세우기	30 %
㉰ 일차부등식의 해 구하기	30 %
㉱ 필요한 남학생의 최소 인원수 구하기	20 %

공략 비법

① 어떤 일을 혼자서 완성하는 데 x일이 걸린다.

➡ 전체 일의 양을 1로 놓으면 하루에 하는 일의 양은 $\frac{1}{x}$이다.

② 1명이 하루에 하는 일의 양이 A이다.

➡ x명이 하루에 하는 일의 양은 Ax이다.

5. 연립일차방정식

Lecture 10 미지수가 2개인 연립일차방정식

Level A 개념 익히기 84쪽

01 $x=6-y$에서 $x+y-6=0$ 답 ○

02 $5x+2y^2=1$에서 $5x+2y^2-1=0$ 답 ×

03 답 ○

04 $2x+y=y-7$에서 $2x+7=0$ 답 ×

05 $-1+4\times2=7\neq8$ 답 ×

06 $2\neq3\times1-5=-2$ 답 ×

07 $9\times1+2\times2=13$ 답 ○

08 $1+7=6\times2-4=8$ 답 ○

09

x	1	2	3	4	⋯
y	8	5	2	-1	⋯

따라서 구하는 해는 (1, 8), (2, 5), (3, 2)이다.
답 (1, 8), (2, 5), (3, 2)

10

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	⋯
y	4	$\frac{7}{2}$	3	$\frac{5}{2}$	2	$\frac{3}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	⋯

따라서 구하는 해는 (1, 4), (3, 3), (5, 2), (7, 1)이다.
답 (1, 4), (3, 3), (5, 2), (7, 1)

11

x	1	2	3	4	5	⋯
y	$\frac{11}{2}$	4	$\frac{5}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$	⋯

따라서 구하는 해는 (2, 4), (4, 1)이다.
답 (2, 4), (4, 1)

12

x	1	2	3	4	5	6	7	⋯
y	2	$\frac{5}{3}$	$\frac{4}{3}$	1	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	⋯

따라서 구하는 해는 (1, 2), (4, 1)이다.
답 (1, 2), (4, 1)

13 두 일차방정식 ㉠, ㉡의 공통인 해는 (4, 1)이므로 연립방정식의 해는 (4, 1)이다. 답 (4, 1)

Level B 유형 공략하기 85~87쪽

하 **14** ① $y=-5x-1$에서 $5x+y+1=0$
③ $x+2y=x-2y+1$에서 $4y-1=0$
④ $y-(3x-y)-7=0$에서
$y-3x+y-7=0$ $\therefore -3x+2y-7=0$
⑤ $x^2+3x-y=x^2+1$에서 $3x-y-1=0$
따라서 미지수가 2개인 일차방정식이 아닌 것은 ③이다.
답 ③

공략 비법
모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이
$ax+by+c=0$ (a, b, c는 수, $a\neq0$, $b\neq0$)
꼴인 것을 찾는다.

하 **15** ① $7x+10=-1$에서 $7x+11=0$
③ $x+3y=x+2$에서 $3y-2=0$
④ $xy-x=3$에서 $xy-x-3=0$
⑤ $2x^2+x=2x^2+2y$에서 $x-2y=0$
따라서 미지수가 2개인 일차방정식은 ②, ⑤이다.
답 ②, ⑤

중 **16** $3x+1=3(x+y)$에서
$3x+1=3x+3y$ $\therefore -3y+1=0$
$y=x$에서 $-x+y=0$
$y(y+1)=x+y^2-3$에서
$y^2+y=x+y^2-3$ $\therefore -x+y+3=0$
$\frac{y}{4}+\frac{x}{2}=1$에서 $\frac{x}{2}+\frac{y}{4}-1=0$
따라서 미지수가 2개인 일차방정식은
$y=x$, $y(y+1)=x+y^2-3$, $\frac{y}{4}+\frac{x}{2}=1$
의 3개이다. 답 3개

중 **17** $2x+y=x+ay+3$에서
$x+(1-a)y-3=0$
위의 식이 미지수가 2개인 일차방정식이 되려면
$1-a\neq0$ $\therefore a\neq1$ 답 ④

공략 비법
미지수가 2개인 일차방정식이 되려면 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식에서 x와 y의 계수가 모두 0이 아니어야 한다.

중 **18** ① $2x=5y+7$ $\therefore 2x-5y-7=0$
② $x=y-5$ $\therefore x-y+5=0$
③ $2x+3y=23$ $\therefore 2x+3y-23=0$
④ $\frac{1}{2}\times(4+x)\times y=36$ $\therefore \frac{1}{2}xy+2y-36=0$
⑤ $400x+600y=5000$ $\therefore 400x+600y-5000=0$
따라서 미지수가 2개인 일차방정식으로 나타낼 수 없는 것은 ④이다. 답 ④

하 **19** (걸은 거리)+(달린 거리)=(총거리)이므로
$5x+7y=12$ 답 $5x+7y=12$
참고 (거리)=(속력)×(시간)

하 20 ③ $6+3\times3=15\neq16$ 답 ③

공략 비법

x, y의 순서쌍 (m, n)이 일차방정식 $ax+by+c=0$의 해이다.
➡ $x=m$, $y=n$을 $ax+by+c=0$에 대입하면 등식이 성립한다.
➡ $am+bn+c=0$

하 21 ㄱ. $(-1)+4\times3=11\neq10$
ㄴ. $-(-1)+2\times3=7$
ㄷ. $2\times(-1)-3=-5\neq1$
ㄹ. $4\times(-1)+5\times3=11$
이상에서 x, y의 순서쌍 $(-1, 3)$을 해로 갖는 일차방정식은 ㄴ, ㄹ이다. 답 ㄴ, ㄹ

중 22 x, y가 자연수일 때, $3x+2y=28$의 해는
$(2, 11)$, $(4, 8)$, $(6, 5)$, $(8, 2)$
의 4개이다. 답 4개

공략 비법

주어진 일차방정식에 $x=1, 2, 3, \cdots$을 차례대로 대입하여 y의 값도 자연수인 x, y의 순서쌍 (x, y)를 찾는다.

하 23 x, y가 자연수일 때, $4x+3y=19$의 해는 $(1, 5)$, $(4, 1)$이다.
답 $(1, 5)$, $(4, 1)$

중 24 x, y가 자연수일 때, $2x+5y=22$의 해는
$(1, 4)$, $(6, 2)$
의 2개이므로 $a=2$
이때 이 순서쌍에서 x가 될 수 있는 값의 합은
$1+6=7$ $\therefore b=7$
y가 될 수 있는 값의 합은
$4+2=6$ $\therefore c=6$
$\therefore a+b+c=2+7+6=15$ 답 ④

상 25 $2x⊙y=3⊙5$에서
$2\times2x+3\times y=2\times3+3\times5$ $\therefore 4x+3y=21$
따라서 x, y가 자연수일 때, $4x+3y=21$의 해는 $(3, 3)$이다.
답 $(3, 3)$

하 26 $x=-7$, $y=4$를 $2x+ay=14$에 대입하면
$-14+4a=14$, $4a=28$ $\therefore a=7$ 답 7

공략 비법

일차방정식의 한 해가 주어지면 그 해를 일차방정식에 대입하여 미지수의 값을 구한다.

하 27 $x=k$, $y=2$를 $6x-5y=-28$에 대입하면
$6k-10=-28$, $6k=-18$ $\therefore k=-3$ 답 ①

중 28 $x=3$, $y=3$을 $5x-ay=6$에 대입하면
$15-3a=6$, $-3a=-9$ $\therefore a=3$ …… ㉮
$x=k$, $y=-k$를 $5x-ay=6$, 즉 $5x-3y=6$에 대입하면
$5k+3k=6$, $8k=6$ $\therefore k=\frac{3}{4}$ …… ㉯
$\therefore a+4k=3+4\times\frac{3}{4}=6$ …… ㉰
답 6

채점 기준

㉮ a의 값 구하기	40 %
㉯ k의 값 구하기	40 %
㉰ $a+4k$의 값 구하기	20 %

중 29 $x=4$, $y=-1$을 $(1-a)x+a(y+3)=0$에 대입하면
$4(1-a)+2a=0$, $4-4a+2a=0$
$-2a=-4$ $\therefore a=2$
$x=-2$를 $(1-a)x+a(y+3)=0$, 즉 $-x+2(y+3)=0$에 대입하면
$2+2(y+3)=0$, $2+2y+6=0$
$2y=-8$ $\therefore y=-4$ 답 ①

중 30 x, y가 자연수일 때, $2x+y=5$의 해는
$(1, 3)$, $(2, 1)$
$3x+5y=11$의 해는
$(2, 1)$
따라서 연립방정식의 해는 $(2, 1)$이다. 답 ④

공략 비법

x, y에 대한 연립방정식의 해
➡ 두 일차방정식의 공통인 해
➡ 두 일차방정식을 동시에 만족하는 x, y의 값 또는 x, y의 순서쌍 (x, y)

하 31 ⑤ $x=2$, $y=1$을 두 일차방정식에 각각 대입하면
$2\times2-1=3$, $2=2\times1$ 답 ⑤

공략 비법

연립방정식의 해가 $x=a$, $y=b$이다.
➡ 두 일차방정식을 모두 만족한다.
➡ $x=a$, $y=b$를 각각의 일차방정식에 대입하면 등식이 성립한다.

중 32 각 일차방정식에 $x=-5$, $y=3$을 대입하면
ㄱ. $-5-2\times3=-11\neq11$
ㄴ. $-3\times(-5)-4\times3=3$
ㄷ. $5\times(-5)+8\times3=-1\neq1$
ㄹ. $7\times3=6-3\times(-5)=21$
따라서 두 일차방정식 ㄴ, ㄹ을 짝 지어 만든 연립방정식
$\begin{cases}-3x-4y=3\\7y=6-3x\end{cases}$의 해가 $x=-5$, $y=3$이다. 답 ㄴ, ㄹ

중 33 x, y가 자연수일 때, $x+3y=17$의 해는
$(2, 5)$, $(5, 4)$, $(8, 3)$, $(11, 2)$, $(14, 1)$
의 5개이므로 $a=5$ …… ㉮
$3x+y=11$의 해는 $(1, 8)$, $(2, 5)$, $(3, 2)$의 3개이므로
$b=3$ …… ㉯

연립방정식 $\begin{cases} x+3y=17 \\ 3x+y=11 \end{cases}$의 해는 (2, 5)의 1개이므로

$c=1$ ······ ㉰

$\therefore a-b-c=5-3-1=1$ ······ ㉱

답 1

채점 기준

㉮ a의 값 구하기	30 %
㉯ b의 값 구하기	30 %
㉰ c의 값 구하기	30 %
㉱ $a-b-c$의 값 구하기	10 %

중 **34** $x=-1$, $y=-2$를 $x+ay=3$에 대입하면

$-1-2a=3$, $-2a=4$ $\therefore a=-2$

$x=-1$, $y=-2$를 $bx+4y=-5$에 대입하면

$-b-8=-5$, $-b=3$ $\therefore b=-3$

$\therefore ab=(-2)\times(-3)=6$

답 6

중 **35** $x=2$, $y=b-2$를 $3x+2y=4$에 대입하면

$6+2(b-2)=4$, $6+2b-4=4$

$2b=2$ $\therefore b=1$

$x=2$, $y=-1$을 $ax-5y=3$에 대입하면

$2a+5=3$, $2a=-2$ $\therefore a=-1$

$\therefore a-b=-1-1=-2$

답 ①

상 **36** 조건 ㈎에서 2와 3의 최소공배수는 6이므로

$x=6$

조건 ㈏에서 $6=2\times3$과 $9=3^2$의 최대공약수는 3이므로

$y=3$

$x=6$, $y=3$을 $2x-3y=a$에 대입하면

$12-9=a$ $\therefore a=3$

$x=6$, $y=3$을 $bx+2y=12$에 대입하면

$6b+6=12$, $6b=6$ $\therefore b=1$

$\therefore a+b=3+1=4$

답 4

Lecture 11 연립일차방정식의 풀이

Level A 개념 익히기 88쪽

01 $\begin{cases} y=x-3 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-3y=7 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 ㉡에 대입하면 $x-3(x-3)=7$

$-2x+9=7$, $-2x=-2$ $\therefore x=1$

$x=1$을 ㉠에 대입하면 $y=-2$

답 $x=1$, $y=-2$

02 $\begin{cases} 3x+y=-2 & \cdots\cdots ㉠ \\ x=2y-3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉡을 ㉠에 대입하면 $3(2y-3)+y=-2$

$7y-9=-2$, $7y=7$ $\therefore y=1$

$y=1$을 ㉡에 대입하면 $x=-1$

답 $x=-1$, $y=1$

03 $\begin{cases} x-y=3 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+y=5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡을 하면 $4x=8$ $\therefore x=2$

$x=2$를 ㉠에 대입하면 $2-y=3$

$-y=1$ $\therefore y=-1$

답 $x=2$, $y=-1$

04 $\begin{cases} x+2y=9 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x-y=3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×2−㉡을 하면 $5y=15$ $\therefore y=3$

$y=3$을 ㉠에 대입하면 $x+6=9$ $\therefore x=3$

답 $x=3$, $y=3$

05 주어진 연립방정식을 정리하면

$\begin{cases} x+2y=18 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-y=12 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡×2를 하면 $7x=42$ $\therefore x=6$

$x=6$을 ㉡에 대입하면 $18-y=12$

$-y=-6$ $\therefore y=6$

답 $x=6$, $y=6$

06 $\begin{cases} 0.3x-0.2y=0.1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 0.2x+0.3y=0.5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×10, ㉡×10을 하면

$\begin{cases} 3x-2y=1 & \cdots\cdots ㉢ \\ 2x+3y=5 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$

㉢×2−㉣×3을 하면 $-13y=-13$ $\therefore y=1$

$y=1$을 ㉢에 대입하면 $3x-2=1$

$3x=3$ $\therefore x=1$

답 $x=1$, $y=1$

07 $\begin{cases} \frac{1}{3}x+\frac{1}{5}y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ \frac{1}{6}x-\frac{1}{6}y=\frac{1}{2} & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×15, ㉡×6을 하면

$\begin{cases} 5x+3y=15 & \cdots\cdots ㉢ \\ x-y=3 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$

㉢+㉣×3을 하면 $8x=24$ $\therefore x=3$

$x=3$을 ㉣에 대입하면 $3-y=3$

$-y=0$ $\therefore y=0$

답 $x=3$, $y=0$

08 주어진 방정식에서 $\begin{cases} 2x+y=12 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+2y=12 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡×2를 하면 $-3y=-12$ $\therefore y=4$

$y=4$를 ㉡에 대입하면 $x+8=12$ $\therefore x=4$

답 $x=4$, $y=4$

09 주어진 방정식에서 $\begin{cases} 5x-2y=9x+2 & \cdots\cdots ㉠ \\ 9x+2=1-2x-7y & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠, ㉡을 정리하면 $\begin{cases} 2x+y=-1 & \cdots\cdots ㉢ \\ 11x+7y=-1 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$

5 연립일차방정식

㉢×7−㉣을 하면 $3x=-6$ ∴ $x=-2$

$x=-2$를 ㉢에 대입하면 $-4+y=-1$ ∴ $y=3$

답 $x=-2$, $y=3$

Level B 유형 공략하기 89~91쪽

중 10 $\begin{cases} y=5x-7 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x-y=-11 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 ㉡에 대입하면 $2x-(5x-7)=-11$

$-3x+7=-11$, $-3x=-18$ ∴ $x=6$

$x=6$을 ㉠에 대입하면 $y=23$

따라서 $a=6$, $b=23$이므로

$b-a=23-6=17$

답 ④

하 11 $\begin{cases} 3x-4y=8 & \cdots\cdots ㉠ \\ x=2y-6 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉡을 ㉠에 대입하면 $3(2y-6)-4y=8$

$2y-18=8$ ∴ $2y=26$

∴ $k=2$

답 ④

중 12 $\begin{cases} x=3y-2 & \cdots\cdots ㉠ \\ x=7y-10 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 ㉡에 대입하면 $3y-2=7y-10$

$-4y=-8$ ∴ $y=2$

$y=2$를 ㉠에 대입하면 $x=4$

답 $x=4$, $y=2$

중 13 $\begin{cases} x+3y=8 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+9y=4 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 x를 y에 대한 식으로 나타내면

$x=8-3y$ ……㉢

㉢을 ㉡에 대입하면 $2(8-3y)+9y=4$

$16+3y=4$, $3y=-12$ ∴ $y=-4$

$y=-4$를 ㉢에 대입하면 $x=20$

$x=20$, $y=-4$를 $kx+y=16$에 대입하면

$20k-4=16$, $20k=20$ ∴ $k=1$

답 ④

중 14 $\begin{cases} 2x+7y=3 & \cdots\cdots ㉠ \\ 5x+3y=-7 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×5−㉡×2를 하면 $29y=29$ ∴ $y=1$

$y=1$을 ㉠에 대입하면 $2x+7=3$

$2x=-4$ ∴ $x=-2$

∴ $x+y=-2+1=-1$

답 −1

중 15 ㄱ. x를 없애기 위하여 x의 계수의 절댓값을 같게 한 후, 계수의 부호가 같으므로 변끼리 빼면 된다.

즉, ㉠×3−㉡×2를 하면 $-17y=17$

ㄹ. y를 없애기 위하여 y의 계수의 절댓값을 같게 한 후, 계수의 부호가 다르므로 변끼리 더하면 된다.

즉, ㉠×4+㉡×3을 하면 $17x=17$

이상에서 x 또는 y를 없애기 위하여 필요한 식은 ㄱ, ㄹ이다.

답 ㄱ, ㄹ

공략 비법

미지수를 없애는 순서

❶ 없애려는 미지수의 계수의 절댓값이 같도록 적당한 수를 곱한다.

❷ 계수의 부호가 같으면 ➡ 변끼리 뺀다.
계수의 부호가 다르면 ➡ 변끼리 더한다.

중 16 ① $\begin{cases} x+y=-1 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-y=5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡을 하면 $2x=4$ ∴ $x=2$

$x=2$를 ㉠에 대입하면 $2+y=-1$ ∴ $y=-3$

② $\begin{cases} 2x-y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-2y=8 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×2−㉡을 하면 $3x=-6$ ∴ $x=-2$

$x=-2$를 ㉠에 대입하면 $-4-y=1$

$-y=5$ ∴ $y=-5$

③ $\begin{cases} 3x-2y=12 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x+3y=-1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×3+㉡×2를 하면 $17x=34$ ∴ $x=2$

$x=2$를 ㉡에 대입하면 $8+3y=-1$

$3y=-9$ ∴ $y=-3$

④ $\begin{cases} 3x+5y=-9 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-4y=14 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡×3을 하면 $17y=-51$ ∴ $y=-3$

$y=-3$을 ㉡에 대입하면 $x+12=14$ ∴ $x=2$

⑤ $\begin{cases} 5x+2y=4 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+y=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡×2를 하면 $x=2$

$x=2$를 ㉡에 대입하면 $4+y=1$ ∴ $y=-3$

따라서 연립방정식의 해가 다른 하나는 ②이다.

답 ②

중 17 $(2, -1)$, $(-3, 5)$를 각각 $ax+by=7$에 대입하면

$\begin{cases} 2a-b=7 & \cdots\cdots ㉠ \\ -3a+5b=7 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ …… ㉮

㉠×5+㉡을 하면 $7a=42$ ∴ $a=6$

$a=6$을 ㉠에 대입하면 $12-b=7$

$-b=-5$ ∴ $b=5$ …… ㉯

∴ $ab=6\times5=30$ …… ㉰

답 30

채점 기준

㉮ 연립방정식 세우기	30 %
㉯ a, b의 값 구하기	50 %
㉰ ab의 값 구하기	20 %

중 18 주어진 연립방정식을 정리하면

$\begin{cases} 2x-y=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+y=-3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡을 하면 $3x=-3$ ∴ $x=-1$

$x=-1$을 ㉡에 대입하면 $-1+y=-3$ $\therefore y=-2$
따라서 $a=-1$, $b=-2$이므로
$a-b=-1-(-2)=1$ 답 ③

하 **19** 주어진 연립방정식을 정리하면
$\begin{cases} 2x+3y=21 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-3y=6 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠+㉡을 하면 $3x=27$ $\therefore x=9$
$x=9$를 ㉡에 대입하면 $9-3y=6$
$-3y=-3$ $\therefore y=1$ 답 ⑤

중 **20** 주어진 연립방정식을 정리하면
$\begin{cases} 7x+5y=16 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-3y=6 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ ······ ㉮
㉠−㉡×7을 하면 $26y=-26$ $\therefore y=-1$
$y=-1$을 ㉡에 대입하면 $x+3=6$ $\therefore x=3$
따라서 $m=3$, $n=-1$이므로 ······ ㉯
일차방정식 $3x+1=0$의 해는 $x=-\frac{1}{3}$ ······ ㉰
답 $x=-\frac{1}{3}$

채점 기준

㉮ 연립방정식 정리하기	20 %
㉯ m, n의 값 구하기	50 %
㉰ 일차방정식 $mx-n=0$의 해 구하기	30 %

중 **21** 주어진 연립방정식을 정리하면
$\begin{cases} 5x-14y=26 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-2y=2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠−㉡×5를 하면 $-4y=16$ $\therefore y=-4$
$y=-4$를 ㉡에 대입하면 $x+8=2$ $\therefore x=-6$
따라서 $p=-6$, $q=-4$이므로
$q-p=-4-(-6)=2$ 답 2

중 **22** $\begin{cases} \frac{x}{2}-\frac{x-y}{3}=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 0.3x=0.2y+1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠×6, ㉡×10을 정리하면
$\begin{cases} x+2y=6 & \cdots\cdots ㉢ \\ 3x-2y=10 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$
㉢+㉣을 하면 $4x=16$ $\therefore x=4$
$x=4$를 ㉢에 대입하면 $4+2y=6$
$2y=2$ $\therefore y=1$ 답 $x=4$, $y=1$

공략 비법
계수가 소수이면 ➡ 10의 거듭제곱을 양변에 곱한다.
계수가 분수이면 ➡ 분모의 최소공배수를 양변에 곱한다.

하 **23** $\begin{cases} 0.6x-1.1y=3 & \cdots\cdots ㉠ \\ 0.12x+0.05y=-8 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠×10을 하면 $6x-11y=30$
㉡×100을 하면 $12x+5y=-800$
$\therefore \begin{cases} 6x-11y=30 \\ 12x+5y=-800 \end{cases}$ 답 ③

주의 양변에 적당한 수를 곱하여 계수를 정수로 고칠 때에는 모든 항에 빠짐없이 곱해야 한다.

중 **24** $\begin{cases} \frac{x}{4}-\frac{y}{2}=\frac{3}{2} & \cdots\cdots ㉠ \\ \frac{x}{3}+y=-\frac{1}{2} & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠×4, ㉡×6을 하면
$\begin{cases} x-2y=6 & \cdots\cdots ㉢ \\ 2x+6y=-3 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$
㉢×3+㉣을 하면 $5x=15$ $\therefore x=3$
$x=3$을 ㉢에 대입하면 $3-2y=6$
$-2y=3$ $\therefore y=-\frac{3}{2}$ 답 $x=3$, $y=-\frac{3}{2}$

중 **25** $\begin{cases} \frac{2}{3}x+\frac{3}{5}y=5 & \cdots\cdots ㉠ \\ 0.3(x+y)-0.1y=1.9 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠×15, ㉡×10을 정리하면
$\begin{cases} 10x+9y=75 & \cdots\cdots ㉢ \\ 3x+2y=19 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$
㉢×2−㉣×9를 하면 $-7x=-21$ $\therefore x=3$
$x=3$을 ㉣에 대입하면 $9+2y=19$
$2y=10$ $\therefore y=5$
따라서 $p=3$, $q=5$이므로
$p^2+q^2=3^2+5^2=34$ 답 34

중 **26** $\begin{cases} 0.\dot{3}x-0.\dot{5}y=-5 \\ 0.2x+0.5y=2 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} \frac{3}{9}x-\frac{5}{9}y=-5 & \cdots\cdots ㉠ \\ 0.2x+0.5y=2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠×9, ㉡×10을 하면
$\begin{cases} 3x-5y=-45 & \cdots\cdots ㉢ \\ 2x+5y=20 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$
㉢+㉣을 하면 $5x=-25$ $\therefore x=-5$
$x=-5$를 ㉣에 대입하면 $-10+5y=20$
$5y=30$ $\therefore y=6$
따라서 $m=-5$, $n=6$이므로
$mn=(-5)\times 6=-30$ 답 -30

중 **27** $\begin{cases} x-\frac{x-y}{2}=-3 & \cdots\cdots ㉠ \\ \frac{x+4y}{3}=3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠×2, ㉡×3을 정리하면
$\begin{cases} x+y=-6 & \cdots\cdots ㉢ \\ x+4y=9 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$
㉢−㉣을 하면 $-3y=-15$ $\therefore y=5$
$y=5$를 ㉢에 대입하면 $x+5=-6$ $\therefore x=-11$
$x=-11$, $y=5$를 $x-ay=4$에 대입하면
$-11-5a=4$, $-5a=15$ $\therefore a=-3$ 답 ①

중 28 $\begin{cases} 2(5x-2y)-y=-30 & \cdots\cdots ㉠ \\ (x+2y):(-5x)=7:5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉡에서 $5(x+2y)=7\times(-5x)$ ······㉢

㉠, ㉢을 정리하면

$\begin{cases} 2x-y=-6 & \cdots\cdots ㉣ \\ 4x+y=0 & \cdots\cdots ㉤ \end{cases}$

㉣+㉤을 하면 $6x=-6$ $\quad\therefore x=-1$

$x=-1$을 ㉤에 대입하면 $-4+y=0$ $\quad\therefore y=4$

답 $x=-1,\ y=4$

개념 보충 학습

비례식의 성질

$a:b=c:d$ ➡ $ad=bc$ ←(외항의 곱)=(내항의 곱)

중 29 $\begin{cases} (x-1):(2x+y)=2:1 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+2y=5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $x-1=2(2x+y)$이므로 $3x+2y=-1$

즉, $\begin{cases} 3x+2y=-1 & \cdots\cdots ㉢ \\ x+2y=5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉢−㉡을 하면 $2x=-6$ $\quad\therefore x=-3$

$x=-3$을 ㉡에 대입하면 $-3+2y=5$

$2y=8$ $\quad\therefore y=4$

따라서 $p=-3,\ q=4$이므로

$p-q=-3-4=-7$

답 ①

중 30 주어진 방정식에서

$\begin{cases} 6x-5y-10=4x+y-8 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x+y-8=2(x-1)+9y & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠, ㉡을 정리하면

$\begin{cases} x-3y=1 & \cdots\cdots ㉢ \\ x-4y=3 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$

㉢−㉣을 하면 $y=-2$

$y=-2$를 ㉢에 대입하면 $x+6=1$ $\quad\therefore x=-5$

답 ①

중 31 주어진 방정식에서

$\begin{cases} \dfrac{x-3y}{3}=\dfrac{3x+y}{4} & \cdots\cdots ㉠ \\ \dfrac{3x+y}{4}=\dfrac{x-1}{2} & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×12, ㉡×4를 정리하면

$\begin{cases} x+3y=0 & \cdots\cdots ㉢ \\ x+y=-2 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$

㉢−㉣을 하면 $2y=2$ $\quad\therefore y=1$

$y=1$을 ㉢에 대입하면 $x+3=0$ $\quad\therefore x=-3$

답 $x=-3,\ y=1$

중 32 주어진 방정식에서

$\begin{cases} \dfrac{3}{10}x-\dfrac{2}{5}y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 0.2x+0.1y+0.7=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×10, ㉡×10을 정리하면

$\begin{cases} 3x-4y=10 & \cdots\cdots ㉢ \\ 2x+y=3 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$ ······ ㉮

㉢+㉣×4를 하면 $11x=22$ $\quad\therefore x=2$

$x=2$를 ㉣에 대입하면 $4+y=3$ $\quad\therefore y=-1$

따라서 $a=2,\ b=-1$이므로 ······ ㉯

$a+b=2+(-1)=1$ ······ ㉰

답 1

채점 기준

㉮ 연립방정식 정리하기	30 %
㉯ $a,\ b$의 값 구하기	50 %
㉰ $a+b$의 값 구하기	20 %

공략 비법

방정식 $A=B=C$에서 C가 수이면 $\begin{cases} A=C \\ B=C \end{cases}$를 푸는 것이 가장 편리하다.

상 33 주어진 방정식에서

$\begin{cases} 5x-2y-3=4 \\ 1.\dot{6}x-1.\dot{3}y=4 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} 5x-2y=7 & \cdots\cdots ㉠ \\ \dfrac{15}{9}x-\dfrac{12}{9}y=4 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉡×9를 정리하면 $5x-4y=12$

즉, $\begin{cases} 5x-2y=7 & \cdots\cdots ㉠ \\ 5x-4y=12 & \cdots\cdots ㉢ \end{cases}$

㉠−㉢을 하면 $2y=-5$ $\quad\therefore y=-\dfrac{5}{2}$

$y=-\dfrac{5}{2}$를 ㉠에 대입하면 $5x+5=7$

$5x=2$ $\quad\therefore x=\dfrac{2}{5}$

$x=\dfrac{2}{5},\ y=-\dfrac{5}{2}$를 $10x+6y-k=0$에 대입하면

$4-15-k=0,\ -k=11$ $\quad\therefore k=-11$

답 ③

Lecture 12 여러 가지 연립일차방정식

Level A 개념 익히기 92쪽

01 $x=3,\ y=1$을 주어진 연립방정식에 대입하면

$\begin{cases} 3a+b=5 & \cdots\cdots ㉠ \\ a+3b=7 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×3−㉡을 하면 $8a=8$ $\quad\therefore a=1$

$a=1$을 ㉠에 대입하면 $3+b=5$ $\quad\therefore b=2$

답 $a=1,\ b=2$

02 $x=3,\ y=1$을 주어진 연립방정식에 대입하면

$\begin{cases} 3a+b=23 & \cdots\cdots ㉠ \\ -a+3b=-1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡×3을 하면 $10b=20$ $\quad\therefore b=2$
$b=2$를 ㉡에 대입하면 $-a+6=-1$
$-a=-7$ $\quad\therefore a=7$ 답 $a=7,\ b=2$

03 계수와 상수항이 모두 주어진 두 일차방정식으로 연립방정식을 세우면

$$\begin{cases} x-2y=13 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+2y=-1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠+㉡을 하면 $4x=12$ $\quad\therefore x=3$
$x=3$을 ㉠에 대입하면 $3-2y=13$
$-2y=10$ $\quad\therefore y=-5$ 답 풀이 참조

04 **03**에서 구한 해 $x=3,\ y=-5$를 나머지 두 일차방정식에 각각 대입하여 연립방정식을 세우면

$$\begin{cases} 3a-5b=7 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3a+5b=17 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠+㉡을 하면 $6a=24$ $\quad\therefore a=4$
$a=4$를 ㉠에 대입하면 $12-5b=7$
$-5b=-5$ $\quad\therefore b=1$ 답 $a=4,\ b=1$

05 답 $y=3x$

06

$$\begin{cases} 2x+y=10 & \cdots\cdots ㉠ \\ y=3x & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉡을 ㉠에 대입하면 $2x+3x=10$
$5x=10$ $\quad\therefore x=2$
$x=2$를 ㉡에 대입하면 $y=6$ 답 풀이 참조

07 **06**에서 구한 해 $x=2,\ y=6$을 $3x-ay=-6$에 대입하면
$6-6a=-6,\ -6a=-12$ $\quad\therefore a=2$ 답 2

08 $\begin{cases} 4x-2y=2 \\ 4x-2y=2 \end{cases}$이므로 해가 무수히 많다. 답 해가 무수히 많다.

09 $\begin{cases} 10x+8y=6 \\ 10x+8y=9 \end{cases}$이므로 해가 없다. 답 해가 없다.

Level B 유형 공략하기 93~95쪽

중 **10** $x=-4,\ y=2$를 주어진 연립방정식에 대입하면

$$\begin{cases} -4a+2b=18 & \cdots\cdots ㉠ \\ -8a-2b=6 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠+㉡을 하면 $-12a=24$ $\quad\therefore a=-2$
$a=-2$를 ㉠에 대입하면 $8+2b=18$
$2b=10$ $\quad\therefore b=5$ 답 $a=-2,\ b=5$

중 **11** $x=3,\ y=-2$를 주어진 연립방정식에 대입하면

$$\begin{cases} 3a+2b=5 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4a+3b=-2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠×4−㉡×3을 하면 $-b=26$ $\quad\therefore b=-26$
$b=-26$을 ㉠에 대입하면 $3a-52=5$
$3a=57$ $\quad\therefore a=19$
$\therefore a-b=19-(-26)=45$ 답 45

중 **12** 주어진 연립방정식의 해는 연립방정식

$$\begin{cases} x-y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+3y=7 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$ 의 해와 같다.

㉠×3+㉡을 하면 $5x=10$ $\quad\therefore x=2$
$x=2$를 ㉠에 대입하면 $2-y=1$
$-y=-1$ $\quad\therefore y=1$
$x=2,\ y=1$을 $3x+ay=-2a$에 대입하면
$6+a=-2a,\ 3a=-6$ $\quad\therefore a=-2$ 답 -2

공략 비법

연립방정식의 해와 일차방정식의 해가 같을 때, 미지수의 값 구하기

❶ 세 일차방정식 중 계수와 상수항이 모두 주어진 두 일차방정식을 연립하여 해를 구한다.
❷ ❶에서 구한 해를 나머지 일차방정식에 대입하여 미지수의 값을 구한다.

중 **13** 주어진 연립방정식의 해는 연립방정식

$$\begin{cases} 2(x+2)=-(y-5)+2 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+2(y-3)=2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$ 의 해와 같다.

㉠, ㉡을 정리하면

$$\begin{cases} 2x+y=3 & \cdots\cdots ㉢ \\ 3x+2y=8 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$$

㉢×2−㉣을 하면 $x=-2$
$x=-2$를 ㉢에 대입하면 $-4+y=3$ $\quad\therefore y=7$
$x=-2,\ y=7$을 $5x+ky=-3$에 대입하면
$-10+7k=-3,\ 7k=7$ $\quad\therefore k=1$
따라서 $a=-2,\ b=7,\ k=1$이므로
$a+b+k=-2+7+1=6$ 답 ③

중 **14** 주어진 연립방정식의 해는 연립방정식

$$\begin{cases} \frac{1}{3}x+\frac{1}{2}y=-\frac{1}{6} & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x=11-2y & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$ 의 해와 같다.

㉠×6, ㉡을 정리하면

$$\begin{cases} 2x+3y=-1 & \cdots\cdots ㉢ \\ 3x+2y=11 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$$

㉢×3−㉣×2를 하면 $5y=-25$ $\quad\therefore y=-5$
$y=-5$를 ㉢에 대입하면 $2x-15=-1$
$2x=14$ $\quad\therefore x=7$
$x=7,\ y=-5$를 $-kx+y=16$에 대입하면
$-7k-5=16,\ -7k=21$ $\quad\therefore k=-3$ 답 -3

중 **15**

$$\begin{cases} 5x+2y=4 & \cdots\cdots ㉠ \\ 0.2x-0.1y=0.7 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉡×10을 하면

$$\begin{cases} 5x+2y=4 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x-y=7 & \cdots\cdots ㉢ \end{cases}$$

㉠+㉢×2를 하면 $9x=18$　　$\therefore x=2$
$x=2$를 ㉢에 대입하면 $4-y=7$
$-y=3$　　$\therefore y=-3$
$x=2$, $y=-3$을 $ax-y=9$에 대입하면
$2a+3=9$, $2a=6$　　$\therefore a=3$
$x=2$, $y=-3$을 $x+by=14$에 대입하면
$2-3b=14$, $-3b=12$　　$\therefore b=-4$
$\therefore ab=3\times(-4)=-12$　　답 ①

중 16 $\begin{cases} 2x+5y=16 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+4y=11 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠−㉡×2를 하면 $-3y=-6$　　$\therefore y=2$
$y=2$를 ㉡에 대입하면 $x+8=11$　　$\therefore x=3$
$x=3$, $y=2$를 $bx-y=b$에 대입하면
$3b-2=b$, $2b=2$　　$\therefore b=1$
$x=3$, $y=2$를 $ax+by=-4$, 즉 $ax+y=-4$에 대입하면
$3a+2=-4$, $3a=-6$　　$\therefore a=-2$
답 $a=-2$, $b=1$

상 17 $\begin{cases} \frac{1}{2}x+\frac{1}{4}y=2 & \cdots\cdots ㉠ \\ (x-4):(2y-9)=2:1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉡에서 $x-4=2(2y-9)$　　$\cdots\cdots$ ㉢
㉠×4, ㉢을 정리하면
$\begin{cases} 2x+y=8 & \cdots\cdots ㉣ \\ x-4y=-14 & \cdots\cdots ㉤ \end{cases}$
㉣−㉤×2를 하면 $9y=36$　　$\therefore y=4$
$y=4$를 ㉤에 대입하면 $x-16=-14$　　$\therefore x=2$　　$\cdots\cdots$ ㉮
$x=2$, $y=4$를 $-x+y=8a$에 대입하면
$-2+4=8a$　　$\therefore a=\frac{1}{4}$
$x=2$, $y=4$를 $bx-3y=-5$에 대입하면
$2b-12=-5$, $2b=7$　　$\therefore b=\frac{7}{2}$　　$\cdots\cdots$ ㉯
$\therefore a+b=\frac{1}{4}+\frac{7}{2}=\frac{15}{4}$　　$\cdots\cdots$ ㉰
답 $\frac{15}{4}$

채점 기준

㉮ 연립방정식의 해 구하기	50 %
㉯ a, b의 값 구하기	30 %
㉰ $a+b$의 값 구하기	20 %

중 18 $\begin{cases} 0.1x+0.3y=1.4 & \cdots\cdots ㉠ \\ y=2x & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠×10을 하면
$\begin{cases} x+3y=14 & \cdots\cdots ㉢ \\ y=2x & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉡을 ㉢에 대입하면 $x+3\times2x=14$
$7x=14$　　$\therefore x=2$
$x=2$를 ㉡에 대입하면 $y=4$
$x=2$, $y=4$를 $\frac{1}{3}x-\frac{5}{6}y=\frac{1}{6}a-1$에 대입하면
$\frac{2}{3}-\frac{10}{3}=\frac{1}{6}a-1$, $-\frac{1}{6}a=\frac{5}{3}$　　$\therefore a=-10$
답 ②

중 19 $\begin{cases} 3x-(x-y)=7 & \cdots\cdots ㉠ \\ x=y+2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠을 정리하면
$\begin{cases} 2x+y=7 & \cdots\cdots ㉢ \\ x=y+2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉡을 ㉢에 대입하면 $2(y+2)+y=7$
$3y=3$　　$\therefore y=1$
$y=1$을 ㉡에 대입하면 $x=3$
$x=3$, $y=1$을 $2(x-2y)+y=k-1$에 대입하면
$2\times(3-2)+1=k-1$　　$\therefore k=4$　　답 4

중 20 $\begin{cases} x-\frac{1}{2}y=-1 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+y=5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠×2를 하면
$\begin{cases} 2x-y=-2 & \cdots\cdots ㉢ \\ x+y=5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉢+㉡을 하면 $3x=3$　　$\therefore x=1$
$x=1$을 ㉡에 대입하면 $1+y=5$　　$\therefore y=4$
$x=1$, $y=4$를 $x+2y=a-3$에 대입하면
$1+8=a-3$　　$\therefore a=12$　　답 12

상 21 주어진 방정식에서 $\begin{cases} 4x-3y=12 \\ 3x+ky+4=12 \end{cases}$
$x:y=3:2$에서 $2x=3y$이므로
$\begin{cases} 4x-3y=12 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3y=2x & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉡을 ㉠에 대입하면 $4x-2x=12$
$2x=12$　　$\therefore x=6$
$x=6$을 ㉡에 대입하면 $3y=12$　　$\therefore y=4$
$x=6$, $y=4$를 $3x+ky+4=12$에 대입하면
$18+4k+4=12$, $4k=-10$　　$\therefore k=-\frac{5}{2}$　　답 ②

중 22 $x=8$, $y=7$은 연립방정식 $\begin{cases} bx+ay=5 \\ ax+by=10 \end{cases}$의 해이므로
$\begin{cases} 7a+8b=5 & \cdots\cdots ㉠ \\ 8a+7b=10 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠×8−㉡×7을 하면 $15b=-30$　　$\therefore b=-2$
$b=-2$를 ㉠에 대입하면 $7a-16=5$
$7a=21$　　$\therefore a=3$
따라서 처음 연립방정식은 $\begin{cases} 3x-2y=5 & \cdots\cdots ㉢ \\ -2x+3y=10 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$
㉢×2+㉣×3을 하면 $5y=40$　　$\therefore y=8$
$y=8$을 ㉢에 대입하면 $3x-16=5$
$3x=21$　　$\therefore x=7$　　답 ④

중 23 $x=3$, $y=1$은 $bx+3y=6$의 해이므로
$3b+3=6$, $3b=3$ $\therefore b=1$ …… ㉮
$x=2$, $y=3$은 $-x+ay=4$의 해이므로
$-2+3a=4$, $3a=6$ $\therefore a=2$ …… ㉯
따라서 처음 연립방정식은 $\begin{cases} -x+2y=4 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+3y=6 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠+㉡을 하면 $5y=10$ $\therefore y=2$
$y=2$를 ㉡에 대입하면 $x+6=6$ $\therefore x=0$ …… ㉰
답 $x=0$, $y=2$

채점 기준

㉮ b의 값 구하기	30 %
㉯ a의 값 구하기	30 %
㉰ 처음 연립방정식의 해 구하기	40 %

공략 비법

계수 또는 상수항을 잘못 보고 구한 해
$\begin{cases} ax+by=c & \cdots\cdots ㉠ \\ a'x+b'y=c' & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$에서
① ㉠의 계수 또는 상수항을 잘못 보고 구한 해 ➡ ㉡을 만족한다.
② ㉡의 계수 또는 상수항을 잘못 보고 구한 해 ➡ ㉠을 만족한다.

중 24 4를 A로 잘못 보았다고 하면
$2x-y=A$ …… ㉠
$y=9$를 $\frac{5}{12}x-\frac{1}{6}y=1$에 대입하면
$\frac{5}{12}x-\frac{3}{2}=1$, $\frac{5}{12}x=\frac{5}{2}$ $\therefore x=6$
$x=6$, $y=9$를 ㉠에 대입하면 $A=12-9=3$
따라서 4를 3으로 잘못 보았다.
답 3

중 25 $\begin{cases} 3x+ay=2 \\ bx-8y=4 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} 6x+2ay=4 & \cdots\cdots ㉠ \\ bx-8y=4 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
이 연립방정식의 해가 무수히 많으므로 ㉠과 ㉡이 일치한다.
즉, $6=b$, $2a=-8$이므로
$a=-4$, $b=6$
$\therefore ab=(-4)\times 6=-24$
답 -24

다른 풀이 해가 무수히 많으므로 $\frac{3}{b}=\frac{a}{-8}=\frac{2}{4}$
$\frac{3}{b}=\frac{2}{4}$에서 $2b=12$ $\therefore b=6$
$\frac{a}{-8}=\frac{2}{4}$에서 $4a=-16$ $\therefore a=-4$
$\therefore ab=(-4)\times 6=-24$

공략 비법

연립방정식 $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$의 해가 무수히 많다.
➡ $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}$

하 26 ① $x=\frac{4}{3}$, $y=-\frac{1}{6}$
② $x=5$, $y=1$
③ $x=1$, $y=11$
④ $\begin{cases} 2x+8y=4 \\ 2x+8y=4 \end{cases}$이므로 해가 무수히 많다.
⑤ $x=3$, $y=1$
따라서 해가 무수히 많은 것은 ④이다.
답 ④

중 27 $\begin{cases} 0.5x+0.3y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 10x+6(y-k)=-4 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
㉠×10, ㉡을 정리하면
$\begin{cases} 5x+3y=10 & \cdots\cdots ㉢ \\ 5x+3y=3k-2 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$ …… ㉮
이 연립방정식의 해가 무수히 많으므로 ㉢과 ㉣이 일치한다.
즉, $10=3k-2$이므로
$-3k=-12$ $\therefore k=4$ …… ㉯
답 4

채점 기준

㉮ 연립방정식 정리하기	50 %
㉯ k의 값 구하기	50 %

중 28 주어진 연립방정식을 정리하면
$\begin{cases} 2x-ky=0 \\ x-(k-2)y=0 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} 2x-ky=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x-2(k-2)y=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
이 연립방정식이 $x=0$, $y=0$ 이외의 해를 가지므로 해가 무수히 많다. 즉, ㉠과 ㉡이 일치하므로
$k=2(k-2)$, $k=2k-4$
$-k=-4$ $\therefore k=4$
답 4

참고 연립방정식 $\begin{cases} ax+by=0 \\ a'x+b'y=0 \end{cases}$은 $x=0$, $y=0$을 반드시 해로 갖는다.
(단, a, b, a', b'은 수)

중 29 $\begin{cases} ax+3y=5 \\ -3x+4y=1 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} 4ax+12y=20 & \cdots\cdots ㉠ \\ -9x+12y=3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$
이 연립방정식의 해가 없으므로 ㉠, ㉡에서 x, y의 계수는 각각 같고 상수항은 다르다.
즉, $4a=-9$이므로 $a=-\frac{9}{4}$
답 $-\frac{9}{4}$

다른 풀이 해가 없으므로 $\frac{a}{-3}=\frac{3}{4}\neq\frac{5}{1}$
$\frac{a}{-3}=\frac{3}{4}$에서 $4a=-9$ $\therefore a=-\frac{9}{4}$

공략 비법

연립방정식 $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$의 해가 없다. ➡ $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\neq\frac{c}{c'}$

하 30 ① $\begin{cases} 4x+6y=8 \\ 4x+6y=8 \end{cases}$이므로 해가 무수히 많다.
② $x=\frac{5}{2}$, $y=0$
③ $\begin{cases} 2x+8y=16 \\ 2x+8y=10 \end{cases}$이므로 해가 없다.

④ $x=1$, $y=2$

⑤ $x=2$, $y=-1$

따라서 해가 없는 것은 ③이다. 답 ③

중 **31** $\begin{cases} \frac{1}{2}x+\frac{5}{6}y=\frac{1}{3} \\ 9x+15y=k \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} 9x+15y=6 & \cdots\cdots ㉠ \\ 9x+15y=k & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

주어진 두 일차방정식을 동시에 만족하는 x, y의 값이 존재하지 않으므로 위의 연립방정식의 해가 없다. 즉, ㉠, ㉡에서 x, y의 계수는 각각 같고 상수항은 다르므로

$k\neq6$ 답 ⑤

상 **32** $\begin{cases} 12x-(a+2)y=3 \\ 4x-\frac{8}{3}y=b \end{cases}$

즉, $\begin{cases} 12x-(a+2)y=3 & \cdots\cdots ㉠ \\ 12x-8y=3b & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

이 연립방정식의 해가 없으려면 ㉠, ㉡에서 x, y의 계수는 각각 같고 상수항은 달라야 한다.

즉, $a+2=8$, $3\neq3b$이어야 하므로

$a=6$, $b\neq1$ 답 ⑤

Lecture 13 연립일차방정식의 활용 (1)

Level A 개념 익히기 96쪽

01 답 $\begin{cases} x+y=48 \\ x-y=14 \end{cases}$

02 $\begin{cases} x+y=48 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-y=14 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡을 하면 $2x=62$ $\therefore x=31$

$x=31$을 ㉠에 대입하면 $31+y=48$ $\therefore y=17$

답 $x=31$, $y=17$

03 답 17, 31

04 답 $\begin{cases} x+y=12 \\ 50x+100y=800 \end{cases}$

05 $\begin{cases} x+y=12 & \cdots\cdots ㉠ \\ 50x+100y=800 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times50-$㉡을 하면 $-50y=-200$ $\therefore y=4$

$y=4$를 ㉠에 대입하면 $x+4=12$ $\therefore x=8$

답 $x=8$, $y=4$

06 답 50원짜리 동전: 8개, 100원짜리 동전: 4개

07 답 $\begin{cases} x+y=38 \\ x+3=3(y+3) \end{cases}$

08 $\begin{cases} x+y=38 \\ x+3=3(y+3) \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x+y=38 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-3y=6 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡을 하면 $4y=32$ $\therefore y=8$

$y=8$을 ㉠에 대입하면 $x+8=38$ $\therefore x=30$

답 $x=30$, $y=8$

09 답 어머니의 나이: 30살, 딸의 나이: 8살

Level B 유형 공략하기 97~99쪽

중 **10** 처음 수의 십의 자리의 숫자를 x, 일의 자리의 숫자를 y라 하면

$\begin{cases} 3x=y+2 \\ 10y+x=2(10x+y)-1 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} 3x-y=2 & \cdots\cdots ㉠ \\ 19x-8y=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times8-$㉡을 하면 $5x=15$ $\therefore x=3$

$x=3$을 ㉠에 대입하면 $9-y=2$ $\therefore y=7$

따라서 처음 수는 37이다. 답 37

중 **11** 처음 수의 십의 자리의 숫자를 x, 일의 자리의 숫자를 y라 하면

$\begin{cases} x+y=13 \\ 10y+x=(10x+y)+45 \end{cases}$ …… ㉮

즉, $\begin{cases} x+y=13 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-y=-5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡을 하면 $2x=8$ $\therefore x=4$

$x=4$를 ㉠에 대입하면 $4+y=13$ $\therefore y=9$ …… ㉯

따라서 처음 수는 49이다. …… ㉰

답 49

채점 기준	
㉮ 연립방정식 세우기	40 %
㉯ 연립방정식의 해 구하기	40 %
㉰ 처음 수 구하기	20 %

중 **12** 큰 수를 x, 작은 수를 y라 하면

$\begin{cases} x+y=200 & \cdots\cdots ㉠ \\ x=17y+2 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉡을 ㉠에 대입하면 $(17y+2)+y=200$

$18y=198$ $\therefore y=11$

$y=11$을 ㉡에 대입하면 $x=189$

따라서 큰 수는 189이다. 답 ⑤

중 **13** 돼지를 x마리, 닭을 y마리라 하면

$\begin{cases} x+y=40 \\ 4x+2y=110 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x+y=40 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+y=55 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡을 하면 $-x=-15$ $\therefore x=15$

$x=15$를 ㉠에 대입하면 $15+y=40$ $\therefore y=25$

따라서 닭은 25마리이다. 답 ③

공략 비법

다리가 a개인 동물이 x마리, 다리가 b개인 동물이 y마리 있으면

➡ $\begin{cases} x+y=(\text{전체 동물의 수}) \\ ax+by=(\text{전체 동물의 다리의 수}) \end{cases}$

중 14 현재 아버지의 나이를 x살, 아들의 나이를 y살이라 하면

$\begin{cases} x-y=32 \\ x+5=3(y+5)+4 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x-y=32 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-3y=14 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡을 하면 $2y=18$ $\quad \therefore y=9$

$y=9$를 ㉠에 대입하면 $x-9=32$ $\quad \therefore x=41$

따라서 5년 후의 아버지의 나이는

$41+5=46$(살)

답 46살

중 15 말 한 마리의 값을 x냥, 소 한 마리의 값을 y냥이라 하면

$\begin{cases} 2x+y=100 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+2y=92 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 2-$㉡을 하면 $3x=108$ $\quad \therefore x=36$

$x=36$을 ㉠에 대입하면 $72+y=100$ $\quad \therefore y=28$

따라서 말 한 마리의 값은 36냥, 소 한 마리의 값은 28냥이다.

답 말 한 마리의 값: 36냥, 소 한 마리의 값: 28냥

중 16 이 학교의 남학생 수를 x명, 여학생 수를 y명이라 하면

$\begin{cases} x+y=700 \\ \frac{1}{3}x+\frac{1}{4}y=700\times\frac{2}{7} \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x+y=700 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x+3y=2400 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 3-$㉡을 하면 $-x=-300$ $\quad \therefore x=300$

$x=300$을 ㉠에 대입하면 $300+y=700$ $\quad \therefore y=400$

따라서 이 학교의 여학생 수는 400명이다.

답 400명

공략 비법

전체 학생의 $\frac{n}{m}$ ➡ (전체 학생 수)$\times\frac{n}{m}$

중 17 이 동아리의 남학생 수를 x명, 여학생 수를 y명이라 하면

$\begin{cases} x+y=45 \\ \frac{1}{2}x+\frac{1}{3}y=19 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x+y=45 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+2y=114 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 3-$㉡을 하면 $y=21$

$y=21$을 ㉠에 대입하면 $x+21=45$ $\quad \therefore x=24$

따라서 이 동아리의 남학생 수는 24명이다.

답 24명

중 18 수학 점수를 x점, 과학 점수를 y점이라 하면

$\begin{cases} \frac{x+y}{2}=81 \\ y=x-8 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x+y=162 & \cdots\cdots ㉠ \\ y=x-8 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉡을 ㉠에 대입하면 $x+(x-8)=162$

$2x=170$ $\quad \therefore x=85$

$x=85$를 ㉡에 대입하면 $y=77$

따라서 지현이의 과학 점수는 77점이다.

답 77점

개념 보충 학습

두 수 a, b의 평균 ➡ $\frac{a+b}{2}$

중 19 풍선을 터뜨린 화살의 개수를 x개, 터뜨리지 못한 화살의 개수를 y개라 하면

$\begin{cases} x+y=22 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-2y=36 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 3-$㉡을 하면 $5y=30$ $\quad \therefore y=6$

$y=6$을 ㉠에 대입하면 $x+6=22$ $\quad \therefore x=16$

따라서 풍선을 터뜨린 화살의 개수는 16개이다.

답 16개

중 20 서준이가 이긴 횟수를 x회, 진 횟수를 y회라 하면 민주가 이긴 횟수는 y회, 진 횟수는 x회이므로

$\begin{cases} x+y=18 \\ 3y-2x=14 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x+y=18 & \cdots\cdots ㉠ \\ -2x+3y=14 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 2+$㉡을 하면 $5y=50$ $\quad \therefore y=10$

$y=10$을 ㉠에 대입하면 $x+10=18$ $\quad \therefore x=8$

따라서 서준이가 이긴 횟수는 8회이다.

답 8회

공략 비법

① A, B 두 사람이 가위바위보를 할 때,
A가 이긴 횟수를 x회, 진 횟수를 y회라 하면
➡ B가 이긴 횟수는 y회, 진 횟수는 x회

② 가위바위보를 하여 이기면 a계단을 올라가고 지면 b계단을 내려갈 때, 어떤 사람이 x회 이기고 y회 졌다면 이 사람의 위치 변화는
➡ $(ax-by)$계단

중 21 사랑이가 이긴 횟수를 x회, 진 횟수를 y회라 하면 소망이가 이긴 횟수는 y회, 진 횟수는 x회이므로

$\begin{cases} 4x-3y=22 \\ 4y-3x=1 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} 4x-3y=22 & \cdots\cdots ㉠ \\ -3x+4y=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 3+$㉡$\times 4$를 하면 $7y=70$ $\quad \therefore y=10$

$y=10$을 ㉠에 대입하면 $4x-30=22$

$4x=52$ $\quad \therefore x=13$

따라서 가위바위보를 한 횟수는

$13+10=23$(회)

답 ④

중 22 작년의 남학생 수를 x명, 여학생 수를 y명이라 하면

$\begin{cases} x+y=1010-10 \\ \frac{10}{100}x-\frac{10}{100}y=10 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x+y=1000 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-y=100 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$+$㉡을 하면 $2x=1100$ $\quad \therefore x=550$

$x=550$을 ㉠에 대입하면 $550+y=1000$ $\quad \therefore y=450$

따라서 올해의 여학생 수는

$450-450\times\frac{10}{100}=405$(명)

답 ②

중 23 작년의 남자 참가자 수를 x명, 여자 참가자 수를 y명이라 하면

$\begin{cases} x+y=940 \\ -\frac{6}{100}x+\frac{5}{100}y=-8 \end{cases}$

즉, $\begin{cases} x+y=940 & \cdots\cdots ㉠ \\ -6x+5y=-800 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 5-$㉡을 하면 $11x=5500$ $\quad \therefore x=500$

$x=500$을 ㉠에 대입하면 $500+y=940$ $\quad \therefore y=440$

따라서 올해의 남자 참가자 수는

$500-500\times\frac{6}{100}=470$(명)

답 470명

중 24 작년에 사육한 염소의 수를 x마리, 양의 수를 y마리라 하면

$\begin{cases} x+y=500 \\ \frac{15}{100}x-\frac{10}{100}y=-20 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x+y=500 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-2y=-400 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 2+$㉡을 하면 $5x=600$ $\therefore x=120$

$x=120$을 ㉠에 대입하면 $120+y=500$ $\therefore y=380$

따라서 올해 사육하는 염소의 수는

$120+120\times\frac{15}{100}=138$(마리) 답 138마리

상 25 지난달의 희수의 휴대 전화 요금을 x원, 유나의 휴대 전화 요금을 y원이라 하면

$\begin{cases} x+y=120000 \\ -\frac{6}{100}x+\frac{6}{100}y=120000\times\frac{3}{100} \end{cases}$ $\cdots\cdots$ ㉮

즉, $\begin{cases} x+y=120000 & \cdots\cdots ㉠ \\ -x+y=60000 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡을 하면 $2y=180000$ $\therefore y=90000$

$y=90000$을 ㉠에 대입하면 $x+90000=120000$

$\therefore x=30000$ $\cdots\cdots$ ㉯

따라서 이번 달의 희수의 휴대 전화 요금은

$30000-30000\times\frac{6}{100}=28200$(원) $\cdots\cdots$ ㉰

답 28200원

채점 기준

㉮ 연립방정식 세우기	40 %
㉯ 연립방정식의 해 구하기	40 %
㉰ 이번 달의 희수의 휴대 전화 요금 구하기	20 %

중 26 A 상품의 원가를 x원, B 상품의 원가를 y원이라 하면

$\begin{cases} x+y=40000 \\ \frac{30}{100}x-\frac{10}{100}y=9000 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x+y=40000 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-y=90000 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡을 하면 $4x=130000$ $\therefore x=32500$

$x=32500$을 ㉠에 대입하면 $32500+y=40000$

$\therefore y=7500$

따라서 B 상품의 원가는 7500원이다. 답 7500원

공략 비법

① (정가)=(원가)+(이익)

② x원에 a %의 이익을 붙인 가격은 ➡ $\left(1+\frac{a}{100}\right)x$(원)

③ x원에서 b % 할인한 가격은 ➡ $\left(1-\frac{b}{100}\right)x$(원)

중 27 물건 A의 판매 개수를 x개, 물건 B의 판매 개수를 y개라 하면

$\begin{cases} x+y=130 \\ \frac{60}{100}\times 500x+\frac{20}{100}\times 300y=19800 \end{cases}$

즉, $\begin{cases} x+y=130 & \cdots\cdots ㉠ \\ 5x+y=330 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡을 하면 $-4x=-200$ $\therefore x=50$

$x=50$을 ㉠에 대입하면 $50+y=130$ $\therefore y=80$

따라서 물건 B의 판매 개수는 80개이다. 답 80개

중 28 가로의 길이를 x cm, 세로의 길이를 y cm라 하면

$\begin{cases} 2(x+y)=80 \\ x=y-4 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x+y=40 & \cdots\cdots ㉠ \\ x=y-4 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉡을 ㉠에 대입하면 $(y-4)+y=40$

$2y=44$ $\therefore y=22$

$y=22$를 ㉡에 대입하면 $x=18$

따라서 직사각형의 넓이는

$18\times 22=396(\text{cm}^2)$ 답 396 cm^2

중 29 긴 끈의 길이를 x cm, 짧은 끈의 길이를 y cm라 하면

$\begin{cases} x+y=150 & \cdots\cdots ㉠ \\ x=3y-6 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉡을 ㉠에 대입하면 $(3y-6)+y=150$

$4y=156$ $\therefore y=39$

$y=39$를 ㉡에 대입하면 $x=111$

따라서 긴 끈의 길이는 111 cm이다. 답 ④

공략 비법

한 개의 끈을 잘라서 두 개로 나누면

(긴 끈의 길이)+(짧은 끈의 길이)=(원래 끈의 길이)

중 30 전체 일의 양을 1로 놓고, 규리와 은혜가 하루에 할 수 있는 일의 양을 각각 x, y라 하면

$\begin{cases} 3(x+y)=1 \\ x+5y=1 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} 3x+3y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+5y=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡$\times 3$을 하면 $-12y=-2$ $\therefore y=\frac{1}{6}$

$y=\frac{1}{6}$을 ㉡에 대입하면 $x+\frac{5}{6}=1$ $\therefore x=\frac{1}{6}$

따라서 이 일을 규리가 혼자 하면 6일이 걸린다. 답 ③

중 31 수조에 물이 가득 차 있을 때의 물의 양을 1로 놓고, A 호스, B 호스로 한 시간 동안 빼는 물의 양을 각각 x, y라 하면

$\begin{cases} 4x+9y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 8x+3y=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ $\cdots\cdots$ ㉮

㉠$\times 2-$㉡을 하면 $15y=1$ $\therefore y=\frac{1}{15}$

$y=\frac{1}{15}$을 ㉡에 대입하면 $8x+\frac{1}{5}=1$

$8x=\frac{4}{5}$ $\therefore x=\frac{1}{10}$ $\cdots\cdots$ ㉯

따라서 수조의 물을 A 호스로만 모두 빼는 데는 10시간이 걸린다. $\cdots\cdots$ ㉰

답 10시간

채점 기준

㉮ 연립방정식 세우기	40 %
㉯ 연립방정식의 해 구하기	40 %
㉰ 수조의 물을 A 호스로만 모두 빼는 데 걸리는 시간 구하기	20 %

상 32 눈썰매장에 필요한 인공눈의 양을 1로 놓으면 A 제설기와 B 제설기가 한 시간 동안 만들 수 있는 인공눈의 양은 각각 $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{10}$이다.

A 제설기를 x시간, B 제설기를 y시간 사용했다고 하면

$\begin{cases} \frac{1}{6}x+\frac{1}{10}y=1 \\ x+y=8 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} 5x+3y=30 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+y=8 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡$\times 3$을 하면 $2x=6$ $\quad \therefore x=3$

$x=3$을 ㉡에 대입하면 $3+y=8$ $\quad \therefore y=5$

따라서 B 제설기를 사용한 것은 5시간이다. 답 5시간

Lecture 14 연립일차방정식의 활용 (2)

Level A 개념 익히기 100쪽

01

	집 ~ 서점	서점 ~ 학교	전체
거리 (km)	x	y	7
속력 (km/h)	3	4	
시간 (시간)	$\frac{x}{3}$	$\frac{y}{4}$	2

답 풀이 참조

02 답 $\begin{cases} x+y=7 \\ \frac{x}{3}+\frac{y}{4}=2 \end{cases}$

03 $\begin{cases} x+y=7 \\ \frac{x}{3}+\frac{y}{4}=2 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x+y=7 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x+3y=24 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 3-$㉡을 하면 $-x=-3$ $\quad \therefore x=3$

$x=3$을 ㉠에 대입하면 $3+y=7$ $\quad \therefore y=4$

답 $x=3$, $y=4$

04 답 집과 서점 사이의 거리: 3 km,
서점과 학교 사이의 거리: 4 km

05

	소금물 A	소금물 B	전체
소금물의 농도 (%)	9	13	10
소금물의 양(g)	x	y	800
소금의 양(g)	$\frac{9}{100}x$	$\frac{13}{100}y$	$\frac{10}{100}\times 800=80$

답 풀이 참조

06 답 $\begin{cases} x+y=800 \\ \frac{9}{100}x+\frac{13}{100}y=80 \end{cases}$

07 $\begin{cases} x+y=800 \\ \frac{9}{100}x+\frac{13}{100}y=80 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x+y=800 & \cdots\cdots ㉠ \\ 9x+13y=8000 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 9-$㉡을 하면 $-4y=-800$ $\quad \therefore y=200$

$y=200$을 ㉠에 대입하면 $x+200=800$ $\quad \therefore x=600$

답 $x=600$, $y=200$

08 답 소금물 A: 600 g, 소금물 B: 200 g

Level B 유형 공략하기 101~103쪽

중 09 뛰어간 거리를 x km, 버스를 타고 간 거리를 y km라 하면

$\begin{cases} x+y=15 \\ \frac{x}{6}+\frac{10}{60}+\frac{y}{30}=\frac{48}{60} \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x+y=15 & \cdots\cdots ㉠ \\ 5x+y=19 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡을 하면 $-4x=-4$ $\quad \therefore x=1$

$x=1$을 ㉠에 대입하면 $1+y=15$ $\quad \therefore y=14$

따라서 시아가 버스를 타고 간 거리는 14 km이다.

답 14 km

주의 버스를 기다린 시간인 10분도 전체 걸린 시간에 포함하여야 한다.

하 10 걸어간 거리를 x km, 달려간 거리를 y km라 하면

$\begin{cases} x+y=5.5 \\ \frac{x}{3}+\frac{y}{6}=\frac{70}{60} \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} 2x+2y=11 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+y=7 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡을 하면 $y=4$

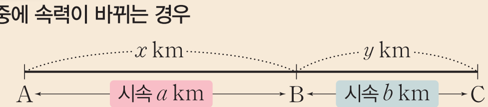
$y=4$를 ㉡에 대입하면 $2x+4=7$

$2x=3$ $\quad \therefore x=1.5$

따라서 나래가 걸어간 거리는 1.5 km이다. 답 ②

공략 비법

도중에 속력이 바뀌는 경우



$\Rightarrow \begin{cases} x+y=(\text{전체 거리}) \\ \boxed{\frac{x}{a}}+\boxed{\frac{y}{b}}=(\text{전체 걸린 시간}) \end{cases}$

$\frac{y}{b}$ → B에서 C까지 갈 때 걸린 시간

$\frac{x}{a}$ → A에서 B까지 갈 때 걸린 시간

중 11 갈 때 걸은 거리를 x km, 올 때 걸은 거리를 y km라 하면

$\begin{cases} x+y=6 \\ \frac{x}{2}+\frac{y}{4}=\frac{150}{60} \end{cases}$ $\cdots\cdots$ ㉮

즉, $\begin{cases} x+y=6 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+y=10 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡을 하면 $-x=-4$ $\quad \therefore x=4$

$x=4$를 ㉠에 대입하면 $4+y=6$ $\quad \therefore y=2$ $\cdots\cdots$ ㉯

따라서 우진이가 도서관에서 올 때 걸은 거리는 2 km이다.

$\cdots\cdots$ ㉰

답 2 km

채점 기준

㉮ 연립방정식 세우기	40 %
㉯ 연립방정식의 해 구하기	40 %
㉰ 우진이가 도서관에서 올 때 걸은 거리 구하기	20 %

중 12 올라간 거리를 x km, 내려온 거리를 y km라 하면

$\begin{cases} \frac{x}{2}+\frac{y}{3}=3 \\ y=x+1.5 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} 3x+2y=18 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2y=2x+3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉡을 ㉠에 대입하면 $3x+(2x+3)=18$

$5x=15$ $\quad\therefore x=3$

$x=3$을 ㉡에 대입하면 $2y=9$ $\quad\therefore y=4.5$

따라서 소영이가 등산한 총거리는

$3+4.5=7.5$(km) 답 7.5 km

중 13 지혜가 달린 거리를 x km, 미래가 달린 거리를 y km라 하면

$\begin{cases} x+y=9 \\ \frac{x}{0.6}=\frac{y}{0.3} \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x+y=9 & \cdots\cdots ㉠ \\ x=2y & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉡을 ㉠에 대입하면 $2y+y=9$

$3y=9$ $\quad\therefore y=3$

$y=3$을 ㉡에 대입하면 $x=6$

따라서 지혜가 달린 거리는 6 km이다. 답 6 km

참고 거리는 km, 속력은 m/min으로 거리를 나타내는 단위가 다르므로 단위를 통일하여 방정식을 세운다.
즉, 1 km=1000 m이므로 600 m=0.6 km, 300 m=0.3 km

중 14 A와 B가 만날 때까지 A가 걸은 시간을 x분, B가 걸은 시간을 y분이라 하면

$\begin{cases} x=y+10 \\ 150x=250y \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x=y+10 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x=5y & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 ㉡에 대입하면 $3(y+10)=5y$

$-2y=-30$ $\quad\therefore y=15$

$y=15$를 ㉠에 대입하면 $x=25$

따라서 두 사람이 만나는 것은 A가 출발한 지 25분 후이다.

답 25분

공략 비법

A, B 두 사람이 시간 차를 두고 같은 지점에서 같은 방향으로 출발하여 만나면

➡ (A가 이동한 거리)=(B가 이동한 거리)

상 15 혜진이의 속력을 분속 x m, 수정이의 속력을 분속 y m라 하면

(10분 동안 혜진이가 이동한 거리)

+(10분 동안 수정이가 이동한 거리)

=(호수의 둘레의 길이)

$\therefore 10x+10y=800$ $\cdots\cdots ㉠$

또, 혜진이가 수정이보다 빠르게 걸으므로

(1시간 20분 동안 혜진이가 이동한 거리)

−(1시간 20분 동안 수정이가 이동한 거리)

=(호수의 둘레의 길이)

$\therefore 80x-80y=800$ $\cdots\cdots ㉡$

㉠, ㉡에서 $\begin{cases} x+y=80 & \cdots\cdots ㉢ \\ x-y=10 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$

㉢+㉣을 하면 $2x=90$ $\quad\therefore x=45$

$x=45$를 ㉢에 대입하면 $45+y=80$ $\quad\therefore y=35$

따라서 혜진이의 속력은 분속 45 m, 수정이의 속력은 분속 35 m이다. 답 혜진: 분속 45 m, 수정: 분속 35 m

중 16 정지한 물에서의 배의 속력을 시속 x km, 강물의 속력을 시속 y km라 하면 강을 거슬러 올라갈 때의 속력은 시속 $(x-y)$ km, 내려올 때의 속력은 시속 $(x+y)$ km이므로

$\begin{cases} 4(x-y)=48 \\ \frac{144}{60}(x+y)=48 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x-y=12 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+y=20 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡을 하면 $2x=32$ $\quad\therefore x=16$

$x=16$을 ㉡에 대입하면 $16+y=20$ $\quad\therefore y=4$

따라서 정지한 물에서의 배의 속력은 시속 16 km, 강물의 속력은 시속 4 km이다.

답 배: 시속 16 km, 강물: 시속 4 km

중 17 정지한 물에서의 배의 속력을 시속 x km, 강물의 속력을 시속 y km라 하면 강을 거슬러 올라갈 때의 속력은 시속 $(x-y)$ km, 내려올 때의 속력은 시속 $(x+y)$ km이므로

$\begin{cases} 3(x-y)=36 \\ 2(x+y)=36 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x-y=12 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+y=18 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡을 하면 $2x=30$ $\quad\therefore x=15$

$x=15$를 ㉡에 대입하면 $15+y=18$ $\quad\therefore y=3$

따라서 강물의 속력은 시속 3 km이다. 답 ②

중 18 기차의 길이를 x m, 기차의 속력을 초속 y m라 하면

$\begin{cases} x+1700=50y & \cdots\cdots ㉠ \\ x+2900=80y & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡을 하면 $-1200=-30y$ $\quad\therefore y=40$

$y=40$을 ㉠에 대입하면 $x+1700=2000$ $\quad\therefore x=300$

따라서 기차의 길이는 300 m이다. 답 ②

중 19 고속 열차의 길이를 x m, 고속 열차의 속력을 초속 y m라 하면

$\begin{cases} x+4000=54y & \cdots\cdots ㉠ \\ x+2000=29y & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡을 하면 $2000=25y$ $\quad\therefore y=80$

$y=80$을 ㉡에 대입하면 $x+2000=2320$ $\quad\therefore x=320$

따라서 고속 열차의 길이는 320 m, 고속 열차의 속력은 초속 80 m이다. 답 길이: 320 m, 속력: 초속 80 m

중 20 5 %의 소금물의 양을 x g, 9 %의 소금물의 양을 y g이라 하면

$\begin{cases} x+y=800 \\ \frac{5}{100}x+\frac{9}{100}y=\frac{8}{100}\times 800 \end{cases}$

즉, $\begin{cases} x+y=800 & \cdots\cdots ㉠ \\ 5x+9y=6400 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×5−㉡을 하면 $-4y=-2400$ $\quad\therefore y=600$

$y=600$을 ㉠에 대입하면 $x+600=800$ $\quad\therefore x=200$

따라서 5 %의 소금물은 200 g 섞었다. 답 ①

중 21 7 %의 매실 과즙의 양을 x g, 9 %의 매실 과즙의 양을 y g이라 하면

$$\begin{cases} 300+x=y \\ \frac{10}{100}\times 300+\frac{7}{100}x=\frac{9}{100}y \end{cases},\ \text{즉 } \begin{cases} y=300+x & \cdots\cdots ㉠ \\ 3000+7x=9y & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠을 ㉡에 대입하면 $3000+7x=9(300+x)$

$-2x=-300$ $\quad\therefore x=150$

$x=150$을 ㉠에 대입하면 $y=450$

따라서 9 %의 매실 과즙의 양은 450 g이다. 답 450 g

중 22 8 %의 소금물의 양을 x g, 더 넣은 소금의 양을 y g이라 하면

$$\begin{cases} x+y=230 \\ \frac{8}{100}x+y=\frac{14}{100}\times 230 \end{cases},\ \text{즉 } \begin{cases} x+y=230 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+25y=805 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠$\times 2-$㉡을 하면 $-23y=-345$ $\quad\therefore y=15$

$y=15$를 ㉠에 대입하면 $x+15=230$ $\quad\therefore x=215$

따라서 더 넣은 소금의 양은 15 g이다. 답 ②

중 23 6 %의 설탕물의 양을 x g, 15 %의 설탕물의 양을 y g이라 하면

$$\begin{cases} x+y-75=300 \\ \frac{6}{100}x+\frac{15}{100}y=\frac{12}{100}\times 300 \end{cases} \quad \cdots\cdots ㉮$$

즉, $\begin{cases} x+y=375 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+5y=1200 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 2-$㉡을 하면 $-3y=-450$ $\quad\therefore y=150$

$y=150$을 ㉠에 대입하면 $x+150=375$ $\quad\therefore x=225$

$\cdots\cdots$ ㉯

따라서 6 %의 설탕물의 양은 225 g이다. $\cdots\cdots$ ㉰

답 225 g

채점 기준

㉮ 연립방정식 세우기	40 %
㉯ 연립방정식의 해 구하기	40 %
㉰ 6 %의 설탕물의 양 구하기	20 %

주의 설탕물에서 물을 증발시킬 때, 설탕의 양은 변하지 않는다.

상 24 4 %의 소금물의 양을 x g, 12 %의 소금물의 양을 y g이라 하면 12 %의 소금물의 양과 더 넣은 물의 양이 같으므로 더 넣은 물의 양도 y g이다.

$$\begin{cases} x+y+y=600 \\ \frac{4}{100}x+\frac{12}{100}y=\frac{5}{100}\times 600 \end{cases}$$

즉, $\begin{cases} x+2y=600 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+3y=750 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡을 하면 $-y=-150$ $\quad\therefore y=150$

$y=150$을 ㉠에 대입하면 $x+300=600$ $\quad\therefore x=300$

따라서 더 넣은 물의 양은 150 g이다. 답 ④

주의 소금물에 물을 더 넣을 때, 소금의 양은 변하지 않는다.

중 25 설탕물 A의 농도를 x %, 설탕물 B의 농도를 y %라 하면

$$\begin{cases} \frac{x}{100}\times 300+\frac{y}{100}\times 200=\frac{6}{100}\times 500 \\ \frac{x}{100}\times 100+\frac{y}{100}\times 400=\frac{4}{100}\times 500 \end{cases}$$

즉, $\begin{cases} 3x+2y=30 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+4y=20 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 2-$㉡을 하면 $5x=40$ $\quad\therefore x=8$

$x=8$을 ㉡에 대입하면 $8+4y=20$

$4y=12$ $\quad\therefore y=3$

따라서 설탕물 A의 농도는 8 %, 설탕물 B의 농도는 3 %이다.

답 설탕물 A: 8 %, 설탕물 B: 3 %

참고 농도가 다른 두 설탕물을 섞을 때, 설탕의 양은 변하지 않음을 이용하여 방정식을 세운다.

중 26 소금물 A의 농도를 x %, 소금물 B의 농도를 y %라 하면

$$\begin{cases} \frac{x}{100}\times 200+\frac{y}{100}\times 100=\frac{10}{100}\times 300 \\ \frac{x}{100}\times 100+\frac{y}{100}\times 200=\frac{8}{100}\times 300 \end{cases}$$

즉, $\begin{cases} 2x+y=30 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+2y=24 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 2-$㉡을 하면 $3x=36$ $\quad\therefore x=12$

$x=12$를 ㉠에 대입하면 $24+y=30$ $\quad\therefore y=6$

따라서 소금물 B의 농도는 6 %이다. 답 ②

상 27 처음 설탕물 A의 농도를 x %, 처음 설탕물 B의 농도를 y %라 하면 두 설탕물을 섞었을 때, 14 %의 설탕물에는 x %의 설탕물 500 g과 y %의 설탕물 300 g이 들어 있고, 10 %의 설탕물에는 x %의 설탕물 300 g과 y %의 설탕물 500 g이 들어 있으므로

$$\begin{cases} \frac{x}{100}\times 500+\frac{y}{100}\times 300=\frac{14}{100}\times 800 \\ \frac{x}{100}\times 300+\frac{y}{100}\times 500=\frac{10}{100}\times 800 \end{cases}$$

즉, $\begin{cases} 5x+3y=112 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+5y=80 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 3-$㉡$\times 5$를 하면 $-16y=-64$ $\quad\therefore y=4$

$y=4$를 ㉡에 대입하면 $3x+20=80$

$3x=60$ $\quad\therefore x=20$

따라서 처음 설탕물 A의 농도는 20 %이다. 답 20 %

중 28 두 식품 A, B의 1 g에 들어 있는 열량과 단백질의 양은 오른쪽 표와 같다.

식품	열량(kcal)	단백질(g)
A	2	$\frac{2}{25}$
B	1	$\frac{3}{50}$

섭취해야 하는 식품 A의 양을 x g, 식품 B의 양을 y g이라 하면

$$\begin{cases} 2x+y=400 \\ \frac{2}{25}x+\frac{3}{50}y=18 \end{cases}$$

즉, $\begin{cases} 2x+y=400 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x+3y=900 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 2-$㉡을 하면 $-y=-100$ $\quad\therefore y=100$

$y=100$을 ㉠에 대입하면 $2x+100=400$

$2x=300$ $\quad\therefore x=150$

따라서 식품 A는 150 g, 식품 B는 100 g을 섭취해야 한다.

답 식품 A: 150 g, 식품 B: 100 g

주의 주어진 표는 두 식품 A, B의 50 g에 들어 있는 열량과 단백질의 양을 나타낸 것이므로 두 식품 A, B의 1 g에 들어 있는 열량과 단백질의 양을 생각하여 방정식을 세워야 한다.

중 **29** 호두를 x개, 검은콩을 y개 먹는다고 하면

$\begin{cases} 2x+4y=48 \\ 6x+2y=34 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x+2y=24 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+y=17 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡$\times 2$를 하면 $-5x=-10$ $\quad\therefore x=2$

$x=2$를 ㉡에 대입하면 $6+y=17$ $\quad\therefore y=11$

따라서 호두와 검은콩을 합하여 $2+11=13$(개)를 먹으면 된다.

답 ④

상 **30** 필요한 합금 A의 양을 x g, 합금 B의 양을 y g이라 하면

$\begin{cases} \frac{3}{4}x+\frac{1}{2}y=\frac{2}{3}\times 420 \\ \frac{1}{4}x+\frac{1}{2}y=\frac{1}{3}\times 420 \end{cases}$ $\cdots\cdots$ ㉮

즉, $\begin{cases} 3x+2y=1120 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+2y=560 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡을 하면 $2x=560$ $\quad\therefore x=280$

$x=280$을 ㉡에 대입하면 $280+2y=560$

$2y=280$ $\quad\therefore y=140$ $\cdots\cdots$ ㉯

따라서 필요한 합금 A의 양은 280 g, 합금 B의 양은 140 g이다. $\cdots\cdots$ ㉰

답 합금 A: 280 g, 합금 B: 140 g

채점 기준

㉮ 연립방정식 세우기	40 %
㉯ 연립방정식의 해 구하기	40 %
㉰ 필요한 두 합금 A, B의 양 구하기	20 %

공략 비법

어떤 합금을 이루는 두 금속 P와 Q의 양의 비가 $m:n$이면

(금속 P의 양)$=\frac{m}{m+n}\times$(합금의 양)

(금속 Q의 양)$=\frac{n}{m+n}\times$(합금의 양)

Level B 단원 마무리 **필수 유형 정복하기** 104~107쪽

01 ①, ④ **02** ④ **03** ② **04** 9 **05** 13
06 ④ **07** ⑤ **08** -4 **09** 11
10 $a=1$, $b=2$ **11** ④ **12** ③ **13** ⑤
14 어른: 6명, 청소년: 9명 **15** 9권 **16** 264상자 **17** ③
18 ④ **19** 40 m **20** ⑤ **21** 20 **22** 54
23 (1) 6 (2) $x=4$, $y=2$ **24** 12
25 (1) $\begin{cases} 3x+12y=1 \\ 6x+6y=1 \end{cases}$ (2) $x=\frac{1}{9}$, $y=\frac{1}{18}$ (3) 9일 **26** 1.4 km

01 전략 등식에서 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 후 미지수가 2개인 일차방정식을 찾는다.

① $\frac{x}{4}+y+3=2y$에서 $\frac{x}{4}-y+3=0$

③ $y=\frac{5}{x}+1$에서 $-\frac{5}{x}+y-1=0$

④ $y(y+1)=x+y^2-3$에서 $-x+y+3=0$

⑤ $2x(x-2y)=3$에서 $2x^2-4xy-3=0$

따라서 미지수가 2개인 일차방정식은 ①, ④이다.

02 전략 x, y가 자연수일 때, 일차방정식 $3x-4y=11$의 해를 구한다.

x, y가 자연수일 때, 일차방정식 $3x-4y=11$의 해는

$(5, 1)$, $(9, 4)$, $(13, 7)$, $(17, 10)$, $(21, 13)$, $\cdots$

이므로 $x+y$의 값이 될 수 있는 것은 ④ $17+10=27$이다.

03 전략 일차방정식의 한 해가 주어졌을 때, 그 해를 방정식에 대입하면 등식이 성립함을 이용한다.

ㄱ. $2\times1+3\times10=32$

ㄴ. $x=7$, $y=a$를 $2x+3y=32$에 대입하면

$14+3a=32$, $3a=18$ $\quad\therefore a=6$

ㄷ. x, y가 자연수일 때, 일차방정식 $2x+3y=32$의 해는

$(1, 10)$, $(4, 8)$, $(7, 6)$, $(10, 4)$, $(13, 2)$

의 5개이다.

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

04 전략 $x=b$, $y=-3$을 주어진 연립방정식에 대입하여 a, b의 값을 구한다.

$x=b$, $y=-3$을 $x-y=5$에 대입하면

$b+3=5$ $\quad\therefore b=2$

$x=2$, $y=-3$을 $3x-2y=5-a$에 대입하면

$6+6=5-a$ $\quad\therefore a=-7$

$\therefore b-a=2-(-7)=9$

05 전략 대입법을 이용하여 연립방정식의 해를 구한다.

연립방정식 $\begin{cases} y=2x-1 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+2y=8 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$에서

㉠을 ㉡에 대입하면 $x+2(2x-1)=8$

$5x=10$ $\quad\therefore x=2$

$x=2$를 ㉠에 대입하면 $y=3$

$\therefore x^2+y^2=2^2+3^2=13$

06 전략 x의 계수의 절댓값이 같도록 만든다.

x를 없애기 위하여 x의 계수의 절댓값을 같게 한 후, 계수의 부호가 다르므로 변끼리 더하면 된다.

즉, ㉠$\times 6+$㉡$\times 7$을 하면 $11y=55$

07 전략 계수가 소수 또는 분수인 연립방정식은 양변에 10의 거듭제곱 또는 분모의 최소공배수를 곱하여 계수를 모두 정수로 고친 후 푼다.

$\begin{cases} 0.3x+\frac{1}{5}y=0.5 \\ 3x+1=2(x+y) \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} 3x+2y=5 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-2y=-1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡을 하면 $4x=4$ $\therefore x=1$

$x=1$을 ㉠에 대입하면 $3+2y=5$

$2y=2$ $\therefore y=1$

08 전략 $x=a,\ y=b$를 $\dfrac{x+y-3}{2}=\dfrac{x-2y}{4}$에 대입하여 정리한 후 $a,\ b$에 대한 연립방정식을 푼다.

$x=a,\ y=b$를 주어진 일차방정식에 대입하면

$\dfrac{a+b-3}{2}=\dfrac{a-2b}{4}$

양변에 4를 곱하면 $2(a+b-3)=a-2b$

$2a+2b-6=a-2b$ $\therefore a+4b=6$

$(b-a):b=2:1$에서 $b-a=2b$

$\therefore a+b=0$

따라서 연립방정식 $\begin{cases} a+4b=6 & \cdots\cdots ㉠ \\ a+b=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$에서

㉠−㉡을 하면 $3b=6$ $\therefore b=2$

$b=2$를 ㉡에 대입하면 $a+2=0$ $\therefore a=-2$

$\therefore ab=(-2)\times 2=-4$

09 전략 $A=B=C$ 꼴의 방정식은 $\begin{cases} A=B \\ A=C \end{cases}$, $\begin{cases} A=B \\ B=C \end{cases}$, $\begin{cases} A=C \\ B=C \end{cases}$ 중 가장 간단한 것을 선택하여 푼다.

$x=-6,\ y=2$를 연립방정식 $\begin{cases} ax+y=a-b \\ x-by=a-b \end{cases}$에 대입하면

$\begin{cases} -6a+2=a-b \\ -6-2b=a-b \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} 7a-b=2 & \cdots\cdots ㉠ \\ a+b=-6 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡을 하면 $8a=-4$ $\therefore a=-\dfrac{1}{2}$

$a=-\dfrac{1}{2}$을 ㉡에 대입하면 $-\dfrac{1}{2}+b=-6$

$\therefore b=-\dfrac{11}{2}$

$\therefore \dfrac{b}{a}=\left(-\dfrac{11}{2}\right)\div\left(-\dfrac{1}{2}\right)=\left(-\dfrac{11}{2}\right)\times(-2)=11$

10 전략 세 일차방정식 중 미지수가 없는 두 일차방정식으로 연립방정식을 세워 해를 구한 후 그 해를 나머지 일차방정식에 대입한다.

주어진 연립방정식의 해는 연립방정식

$\begin{cases} x-15y=17 \\ 4x+9y+1=0 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x-15y=17 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x+9y=-1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

의 해와 같다.

㉠×4−㉡을 하면 $-69y=69$ $\therefore y=-1$

$y=-1$을 ㉠에 대입하면 $x+15=17$ $\therefore x=2$

$x=2,\ y=-1$을 $ax-by=4$에 대입하면

$2a+b=4$

$a,\ b$가 자연수일 때, $2a+b=4$의 해는 $(1,\ 2)$이므로

$a=1,\ b=2$

11 전략 $x>y$이고 x와 y의 값의 차가 7이므로 $x-y=7$임을 이용한다.

$\begin{cases} 5x+2y=-28 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-y=7 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡×2를 하면 $7x=-14$ $\therefore x=-2$

$x=-2$를 ㉡에 대입하면 $-2-y=7$ $\therefore y=-9$

$x=-2,\ y=-9$를 $kx-y=k$에 대입하면

$-2k+9=k,\ -3k=-9$ $\therefore k=3$

12 전략 연립방정식 중 어느 하나의 일차방정식의 양변에 적당한 수를 곱하였을 때, 나머지 방정식과 $x,\ y$의 계수는 각각 같으나 상수항이 다르면 연립방정식의 해는 없다.

$\begin{cases} \dfrac{3}{4}x-\dfrac{3}{2}y=1 \\ x+ay=3 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x-2y=\dfrac{4}{3} \\ x+ay=3 \end{cases}$

이 연립방정식의 해가 없으므로 $a=-2$

$a=-2$를 $(a-2b)x-a=b+3$에 대입하면

$(-2-2b)x+2=b+3$

$-2(b+1)x=b+1$

이때 $b\neq-1$이므로 양변을 $b+1$로 나누면

$-2x=1$ $\therefore x=-\dfrac{1}{2}$

개념 보충 학습

$a\neq0$일 때, $ax=b$에서 $x=\dfrac{b}{a}$

13 전략 십의 자리의 숫자를 x, 일의 자리의 숫자를 y라 하여 연립방정식을 세운다.

십의 자리의 숫자를 x, 일의 자리의 숫자를 y라 하면

$\begin{cases} x+y=11 \\ 10y+x=3(10x+y)-31 \end{cases}$

즉, $\begin{cases} x+y=11 & \cdots\cdots ㉠ \\ 29x-7y=31 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×7+㉡을 하면 $36x=108$ $\therefore x=3$

$x=3$을 ㉠에 대입하면 $3+y=11$ $\therefore y=8$

따라서 처음 수는 38이므로 십의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자를 바꾼 자연수는 83이다.

14 전략 입장한 어른의 수를 x명, 청소년의 수를 y명이라 하여 연립방정식을 세운다.

입장한 어른의 수를 x명, 청소년의 수를 y명이라 하면

$\begin{cases} x+y=15 \\ 1000x+500y=10500 \end{cases}$

즉, $\begin{cases} x+y=15 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+y=21 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠−㉡을 하면 $-x=-6$ $\therefore x=6$

$x=6$을 ㉠에 대입하면 $6+y=15$ $\therefore y=9$

따라서 입장한 어른의 수는 6명, 청소년의 수는 9명이다.

15 전략 희성이가 읽은 책의 권수를 x권, 수연이가 읽은 책의 권수를 y권이라 하여 연립방정식을 세운다.

희성이가 읽은 책의 권수를 x권, 수연이가 읽은 책의 권수를 y권이라 하면

$\begin{cases} x+y=21 & \cdots\cdots ㉠ \\ y=2x+3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉡을 ㉠에 대입하면 $x+(2x+3)=21$

$3x=18$ $\therefore x=6$

$x=6$을 ㉡에 대입하면 $y=15$

따라서 희성이와 수연이가 읽은 책의 권수의 차는

$15-6=9$(권)

16 전략 작년 사과의 수확량을 x상자, 배의 수확량을 y상자라 하여 연립방정식을 세운다.

작년 사과의 수확량을 x상자, 배의 수확량을 y상자라 하면

$\begin{cases} x+y=600 \\ -\frac{15}{100}x+\frac{10}{100}y=-30 \end{cases}$

즉, $\begin{cases} x+y=600 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-2y=600 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 2+$㉡을 하면 $5x=1800$ $\therefore x=360$

$x=360$을 ㉠에 대입하면 $360+y=600$ $\therefore y=240$

따라서 올해 배의 수확량은

$240+240\times\frac{10}{100}=264$(상자)

17 전략 윗변의 길이를 x cm, 아랫변의 길이를 y cm라 하여 연립방정식을 세운다.

윗변의 길이를 x cm, 아랫변의 길이를 y cm라 하면

$\begin{cases} x=y-5 \\ \frac{1}{2}\times(x+y)\times 8=84 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x=y-5 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+y=21 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 ㉡에 대입하면 $(y-5)+y=21$

$2y=26$ $\therefore y=13$

$y=13$을 ㉠에 대입하면 $x=8$

따라서 윗변의 길이는 8 cm이다.

18 전략 걸어간 거리를 x km, 달려간 거리를 y km라 하여 연립방정식을 세운다.

걸어간 거리를 x km, 달려간 거리를 y km라 하면

$\begin{cases} x+y=8 \\ \frac{x}{4}+\frac{15}{60}+\frac{y}{8}=\frac{90}{60} \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x+y=8 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+y=10 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡을 하면 $-x=-2$ $\therefore x=2$

$x=2$를 ㉠에 대입하면 $2+y=8$ $\therefore y=6$

따라서 영수가 달려간 거리는 6 km이다.

19 전략 희철이와 우석이가 마주 보고 동시에 출발하여 만났으므로 두 사람이 각각 걸은 거리의 합은 두 지점 사이의 거리임을 이용한다. 이때 각각의 단위가 다를 경우에는 먼저 단위를 통일해야 한다.

희철이의 속력을 분속 x m, 우석이의 속력을 분속 y m라 하면

$\begin{cases} 15x+15y=3000 \\ x:y=300:200 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x+y=200 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x-3y=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 2-$㉡을 하면 $5y=400$ $\therefore y=80$

$y=80$을 ㉠에 대입하면 $x+80=200$ $\therefore x=120$

따라서 희철이가 1분 동안 걸은 거리는 120 m, 우석이가 1분 동안 걸은 거리는 80 m이므로 구하는 거리의 차는

$120-80=40$(m)

참고 A가 x m를 걷는 동안 B는 y m를 걷는다.

➡ (A의 속력) : (B의 속력) $=x:y$

20 전략 10 %의 설탕물의 양을 x g, 40 %의 설탕물의 양을 y g이라 하여 연립방정식을 세운다. 이때 설탕물에 물을 더 넣어도 설탕의 양은 변하지 않음에 주의한다.

10 %의 설탕물의 양을 x g, 40 %의 설탕물의 양을 y g이라 하면

$\begin{cases} x+y+200=600+200 \\ \frac{10}{100}x+\frac{40}{100}y=\frac{15}{100}\times(600+200) \end{cases}$

즉, $\begin{cases} x+y=600 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+4y=1200 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡을 하면 $-3y=-600$ $\therefore y=200$

$y=200$을 ㉠에 대입하면 $x+200=600$ $\therefore x=400$

따라서 10 %의 설탕물의 양은 400 g이다.

21 전략 주어진 그림을 식으로 나타낸 후 p, q의 값을 구한다.

주어진 그림을 식으로 나타내면

$x\times 4+y\times 5=8$, $x\times p+y\times 3=6$

$\therefore 4x+5y=8$, $px+3y=6$ $\cdots\cdots$ ㉮

$x=-3$, $y=q$를 $4x+5y=8$에 대입하면

$-12+5q=8$, $5q=20$ $\therefore q=4$

$x=-3$, $y=4$를 $px+3y=6$에 대입하면

$-3p+12=6$, $-3p=-6$ $\therefore p=2$ $\cdots\cdots$ ㉯

$\therefore p^2+q^2=2^2+4^2=20$ $\cdots\cdots$ ㉰

채점 기준

㉮ 주어진 그림을 식으로 나타내기	40 %
㉯ p, q의 값 구하기	40 %
㉰ p^2+q^2의 값 구하기	20 %

22 전략 표의 가로, 세로에 놓인 두 수의 합이 15임을 이용하여 연립방정식을 세운다.

$(-3x+y)+(2x-3y)=15$에서

$-x-2y=15$ $\therefore x+2y=-15$

$(2x-3y)+(x+4y)=15$에서 $3x+y=15$

따라서 연립방정식 $\begin{cases} x+2y=-15 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+y=15 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$에서 $\cdots\cdots$ ㉮

㉠$-$㉡$\times 2$를 하면 $-5x=-45$ $\therefore x=9$

$x=9$를 ㉡에 대입하면 $27+y=15$ $\therefore y=-12$ $\cdots\cdots$ ㉯

이때 $(-3x+y)+a=15$이므로

$a=15+3x-y=15+27+12=54$ $\cdots\cdots$ ㉰

채점 기준

㉮ 연립방정식 세우기	40 %
㉯ x, y의 값 구하기	30 %
㉰ a의 값 구하기	30 %

23 전략 x와 y의 값의 비가 2 : 1이므로 $x:y=2:1$, 즉 $x=2y$임을 이용한다.

(1) x와 y의 값의 비가 2 : 1이므로

$x:y=2:1 \qquad \therefore x=2y$ …… ㉮

$x=2y$를 주어진 연립방정식에 대입하면

$$\begin{cases}4y-y=a\\2y+2y=14-a\end{cases},\ 즉\ \begin{cases}3y=a & \cdots\cdots \text{㉠}\\4y=14-a & \cdots\cdots \text{㉡}\end{cases}$$

㉠에서 $y=\frac{1}{3}a$ …… ㉢

㉢을 ㉡에 대입하면 $\frac{4}{3}a=14-a$

$\frac{7}{3}a=14 \qquad \therefore a=6$ …… ㉯

(2) 연립방정식 $\begin{cases}2x-y=6 & \cdots\cdots \text{㉣}\\x+2y=8 & \cdots\cdots \text{㉤}\end{cases}$에서

㉣$\times 2+$㉤을 하면 $5x=20 \qquad \therefore x=4$

$x=4$를 ㉣에 대입하면 $8-y=6 \qquad \therefore y=2$ …… ㉰

채점 기준

(1)	㉮ 해에 대한 조건을 식으로 나타내기	20 %
	㉯ a의 값 구하기	40 %
(2)	㉰ 연립방정식의 해 구하기	40 %

24 전략 해가 무수히 많을 조건을 이용하여 a, b의 값을 구한 후 해가 없을 조건을 이용하여 c의 값을 구한다.

$$\begin{cases}x+3y=a\\3x+by=9\end{cases},\ 즉\ \begin{cases}3x+9y=3a & \cdots\cdots \text{㉠}\\3x+by=9 & \cdots\cdots \text{㉡}\end{cases}$$

이 연립방정식의 해가 무수히 많으므로

$9=b$, $3a=9 \qquad \therefore a=3,\ b=9$ …… ㉮

$$\begin{cases}9x-3y=1\\cx+6y=2\end{cases},\ 즉\ \begin{cases}-18x+6y=-2 & \cdots\cdots \text{㉢}\\cx+6y=2 & \cdots\cdots \text{㉣}\end{cases}$$

이 연립방정식의 해가 없으므로 $c=-18$ …… ㉯

$\therefore a-b-c=3-9-(-18)=12$ …… ㉰

채점 기준

㉮ a, b의 값 구하기	50 %
㉯ c의 값 구하기	30 %
㉰ $a-b-c$의 값 구하기	20 %

25 전략 전체 벽화를 그리는 일의 양을 1로 놓고 x, y에 대한 연립방정식을 세운다.

(1) 전체 벽화를 그리는 일의 양을 1로 놓으면 정환이와 태희가 하루에 그릴 수 있는 벽화의 양이 각각 x, y이므로

$$\begin{cases}3x+12y=1\\6(x+y)=1\end{cases},\ 즉\ \begin{cases}3x+12y=1 & \cdots\cdots \text{㉠}\\6x+6y=1 & \cdots\cdots \text{㉡}\end{cases}$$ …… ㉮

(2) ㉠$\times 2-$㉡을 하면 $18y=1 \qquad \therefore y=\frac{1}{18}$

$y=\frac{1}{18}$을 ㉡에 대입하면 $6x+\frac{1}{3}=1$

$6x=\frac{2}{3} \qquad \therefore x=\frac{1}{9}$ …… ㉯

(3) 벽화를 정환이가 혼자 그려서 완성하려면 9일이 걸린다. …… ㉰

채점 기준

(1)	㉮ 연립방정식 세우기	40 %
(2)	㉯ 연립방정식 풀기	40 %
(3)	㉰ 벽화를 정환이가 혼자 그려서 완성하려면 며칠이 걸리는지 구하기	20 %

26 전략 다리의 길이를 x m, 화물 열차의 속력을 초속 y m라 하여 연립방정식을 세운다.

다리의 길이를 x m, 화물 열차의 속력을 초속 y m라 하면 특급 열차의 속력은 초속 $2y$ m이므로

$$\begin{cases}x+800=55y\\x+360=22\times 2y\end{cases}$$ …… ㉮

$$즉,\ \begin{cases}x-55y=-800 & \cdots\cdots \text{㉠}\\x-44y=-360 & \cdots\cdots \text{㉡}\end{cases}$$

㉠$-$㉡을 하면 $-11y=-440 \qquad \therefore y=40$

$y=40$을 ㉠에 대입하면 $x-2200=-800$

$\therefore x=1400$ …… ㉯

따라서 다리의 길이는 1400 m, 즉 1.4 km이다. …… ㉰

채점 기준

㉮ 연립방정식 세우기	40 %
㉯ 연립방정식의 해 구하기	40 %
㉰ 다리의 길이 구하기	20 %

단원 마무리 108~109쪽

Level C 발전 유형 정복하기

01 6 **02** ④ **03** $x=-\frac{1}{4}$, $y=\frac{1}{6}$ **04** 1
05 4 **06** -21 **07** 300명 **08** 7개 **09** ③
10 ⑤ **11** 2 **12** (1) 볼펜: 3자루, 자: 900원 (2) 5개
13 시속 5 km

01 전략 x, y가 자연수일 때, 일차방정식 $3x-2y=26$의 해를 구한다.

x, y가 자연수일 때, $3x-2y=26$의 해는

$(10,\ 2)$, $(12,\ 5)$, $(14,\ 8)$, $(16,\ 11)$, $(18,\ 14)$, $\cdots$

이 중에서 최소공배수가 56인 것은 $(14,\ 8)$이므로

$x-y=14-8=6$

개념 보충 학습

최소공배수 구하는 방법

[방법 1] 소인수분해를 이용하기

$14=2\times 7$

$8=2^3$

(최소공배수)$=2^3\times 7=56$

공통이 아닌 소인수는 모두 택한다.

공통인 소인수는 지수가 같거나 큰 것을 택한다.

[방법 2] 나눗셈을 이용하기

$$\begin{array}{r|rr}2 & 14 & 8\\\hline & 7 & 4\end{array}$$

(최소공배수)$=2\times 7\times 4=56$

02 전략 먼저 주어진 해를 이용하여 a, b, c의 값을 구한다.

$x=-1$, $y=3$을 $ax+2y=5$에 대입하면

$-a+6=5$ $\quad\therefore a=1$

$x=1$, $y=b$를 $x+2y=5$에 대입하면

$1+2b=5$, $2b=4$ $\quad\therefore b=2$

$x=1$, $y=2$를 $cx+y=3$에 대입하면

$c+2=3$ $\quad\therefore c=1$

연립방정식 $\begin{cases} 2x+y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+y=3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$에서

㉠$-$㉡을 하면 $x=-2$

$x=-2$를 ㉡에 대입하면 $-2+y=3$ $\quad\therefore y=5$

따라서 A에 알맞은 순서쌍은 $(-2, 5)$이다.

03 전략 $\frac{1}{x}=A$, $\frac{1}{y}=B$로 놓고 주어진 연립방정식을 A, B에 대한 연립방정식으로 나타낸다.

$\frac{1}{x}=A$, $\frac{1}{y}=B$로 놓으면 주어진 연립방정식은

$\begin{cases} 2A+3B=10 & \cdots\cdots ㉠ \\ A+4B=20 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡$\times 2$를 하면 $-5B=-30$ $\quad\therefore B=6$

$B=6$을 ㉡에 대입하면 $A+24=20$ $\quad\therefore A=-4$

따라서 $\frac{1}{x}=-4$, $\frac{1}{y}=6$이므로

$x=-\frac{1}{4}$, $y=\frac{1}{6}$

04 전략 k가 없는 두 일차방정식으로 연립방정식을 세워 해를 구한 후 그 해를 나머지 방정식에 대입한다.

세 일차방정식의 공통인 해는 연립방정식

$\begin{cases} x-y=-1 \\ \frac{1}{2}x+\frac{1}{4}y=1 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} x-y=-1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+y=4 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

의 해와 같다.

㉠$+$㉡을 하면 $3x=3$ $\quad\therefore x=1$

$x=1$을 ㉠에 대입하면 $1-y=-1$ $\quad\therefore y=2$

$x=1$, $y=2$를 $kx+5y=11k$에 대입하면

$k+10=11k$, $-10k=-10$ $\quad\therefore k=1$

05 전략 미지수가 없는 두 일차방정식으로 연립방정식을 세워 해를 구한 후 그 해를 나머지 두 일차방정식에 대입한다.

$\begin{cases} 0.\dot{7}x+0.\dot{3}y=1.\dot{4} \\ \frac{1}{5}x-\frac{3}{5}y=-1 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} 7x+3y=13 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-3y=-5 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$+$㉡을 하면 $8x=8$ $\quad\therefore x=1$

$x=1$을 ㉠에 대입하면 $7+3y=13$

$3y=6$ $\quad\therefore y=2$

$x=1$, $y=2$를 나머지 두 일차방정식에 대입하면

$\begin{cases} \frac{1}{2}a+\frac{2}{3}b=1 \\ a-4b=-2 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} 3a+4b=6 & \cdots\cdots ㉢ \\ a-4b=-2 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$

㉢$+$㉣을 하면 $4a=4$ $\quad\therefore a=1$

$a=1$을 ㉢에 대입하면 $3+4b=6$

$4b=3$ $\quad\therefore b=\frac{3}{4}$

$\therefore a+4b=1+4\times\frac{3}{4}=4$

참고 $0.\dot{7}x+0.\dot{3}y=1.\dot{4}$에서 순환소수를 분수로 나타내면

$\frac{7}{9}x+\frac{3}{9}y=\frac{13}{9}$

양변에 9를 곱하면 $7x+3y=13$

개념 보충 학습

순환소수를 분수로 나타내기

a가 한 자리 자연수일 때, $0.\dot{a}=\frac{a}{9}$

06 전략 호준이는 c를 잘못 보고 풀었으므로 $x=-4$, $y=4$는 일차방정식 $ax+by=2$를 만족한다.

재환이는 바르게 풀었으므로 $x=3$, $y=-2$를 주어진 연립방정식에 대입하면

$\begin{cases} 3a-2b=2 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3c+14=8 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉡에서 $3c=-6$ $\quad\therefore c=-2$

또, 호준이는 c를 잘못 보고 풀었으므로 $x=-4$, $y=4$는 일차방정식 $ax+by=2$를 만족한다. 즉,

$-4a+4b=2$ $\quad\therefore 2a-2b=-1$ $\quad\cdots\cdots ㉢$

㉠$-$㉢을 하면 $a=3$

$a=3$을 ㉠에 대입하면 $9-2b=2$

$-2b=-7$ $\quad\therefore b=\frac{7}{2}$

$\therefore abc=3\times\frac{7}{2}\times(-2)=-21$

07 전략 (불합격자의 수)$=$(전체 지원자의 수)$-$(합격자의 수)임을 이용한다.

남학생 지원자의 수를 x명, 여학생 지원자의 수를 y명이라 하면

합격한 남학생의 수는 $150\times\frac{2}{5}=60$(명),

합격한 여학생의 수는 $150\times\frac{3}{5}=90$(명)이므로

$\begin{cases} x:y=3:5 \\ (x-60):(y-90)=4:7 \end{cases}$

즉, $\begin{cases} 5x-3y=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ 7x-4y=60 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 4-$㉡$\times 3$을 하면 $-x=-180$ $\quad\therefore x=180$

$x=180$을 ㉠에 대입하면 $900-3y=0$

$-3y=-900$ $\quad\therefore y=300$

따라서 여학생 지원자의 수는 300명이다.

08 전략 맞힌 3점짜리 문제의 개수를 x개, 5점짜리 문제의 개수를 y개라 하여 연립방정식을 세운다.

3점짜리 문제를 x개, 5점짜리 문제를 y개 맞혔다고 하면

$\begin{cases} 3x+5y=71 & \cdots\cdots ㉠ \\ 5x+3y=65 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×5−㉡×3을 하면 $16y=160$ ∴ $y=10$

$y=10$을 ㉠에 대입하면 $3x+50=71$

$3x=21$ ∴ $x=7$

따라서 현경이가 맞힌 3점짜리 문제는 7개이다.

09 전략 할인하기 전 반바지의 판매 가격을 x원, 슬리퍼의 판매 가격을 y원이라 하여 연립방정식을 세운다.

할인하기 전 반바지의 판매 가격을 x원, 슬리퍼의 판매 가격을 y원이라 하면

$$\begin{cases} x+y=60000 \\ -\frac{15}{100}x-\frac{20}{100}y=-10600 \end{cases}$$

즉, $\begin{cases} x+y=60000 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+4y=212000 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×4−㉡을 하면 $x=28000$

$x=28000$을 ㉠에 대입하면 $28000+y=60000$

∴ $y=32000$

따라서 슬리퍼의 할인된 판매 가격은

$32000-32000\times\frac{20}{100}=25600$(원)

10 전략 섭취해야 하는 식품 A의 양을 x g, 식품 B의 양을 y g이라 하여 연립방정식을 세운다.

섭취해야 하는 식품 A의 양을 x g, 식품 B의 양을 y g이라 하면

$$\begin{cases} \frac{20}{100}x+\frac{40}{100}y=40 \\ \frac{30}{100}x+\frac{10}{100}y=30 \end{cases}$$

즉, $\begin{cases} x+2y=200 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+y=300 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×3−㉡을 하면 $5y=300$ ∴ $y=60$

$y=60$을 ㉠에 대입하면 $x+120=200$ ∴ $x=80$

따라서 섭취해야 하는 두 식품 A, B의 양의 합은

$80+60=140$(g)

11 전략 두 일차방정식을 연립하여 x, y를 각각 k에 대한 식으로 나타낸다.

$\begin{cases} 2x-3y=7k & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+y=5k & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠+㉡×3을 하면 $11x=22k$ ∴ $x=2k$ …… ㉮

$x=2k$를 ㉡에 대입하면 $6k+y=5k$

∴ $y=-k$ …… ㉯

따라서 $x=2k$, $y=-k$를 $\frac{x-4y}{2x+y}$에 대입하면

$\frac{2k+4k}{4k-k}=\frac{6k}{3k}=2$ …… ㉰

채점 기준

㉮ x를 k에 대한 식으로 나타내기	35%
㉯ y를 k에 대한 식으로 나타내기	35%
㉰ 주어진 식의 값 구하기	30%

12 전략 먼저 구입한 볼펜의 수와 자 1개의 가격을 각각 구한 후 구입한 가위의 개수를 x개, 연필의 수를 y자루라 하여 연립방정식을 세운다.

(1) 한 자루에 800원인 볼펜의 구매 금액이 2400원이므로 구입한 볼펜의 수는 3자루이다.

또, 자 2개의 구매 금액이 1800원이므로 자 1개의 가격은 900원이다. …… ㉮

(2) 구입한 가위의 개수를 x개, 연필의 수를 y자루라 하면

$\begin{cases} x+2+y+3=16 \\ 1100x+1800+600y+2400=13300 \end{cases}$ …… ㉯

즉, $\begin{cases} x+y=11 & \cdots\cdots ㉠ \\ 11x+6y=91 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠×11−㉡을 하면 $5y=30$ ∴ $y=6$

$y=6$을 ㉠에 대입하면 $x+6=11$ ∴ $x=5$ …… ㉰

따라서 구입한 가위의 개수는 5개이다. …… ㉱

채점 기준

(1)	㉮ 구입한 볼펜의 수와 자 1개의 가격 구하기	30%
(2)	㉯ 연립방정식 세우기	30%
	㉰ 연립방정식의 해 구하기	30%
	㉱ 구입한 가위의 개수 구하기	10%

공략 비법

A, B 1개의 가격을 알 때, 전체 개수와 전체 가격이 주어지면

➡ A, B의 개수를 각각 x, y로 놓고 연립방정식을 세운다.

➡ $\begin{cases} (\text{A의 개수})+(\text{B의 개수})=(\text{전체 개수}) \\ (\text{A의 전체 가격})+(\text{B의 전체 가격})=(\text{전체 가격}) \end{cases}$

13 전략 먼저 강을 거슬러 올라갈 때와 내려올 때 걸리는 시간을 구한다.

강을 거슬러 올라가는 데 걸리는 시간을 a시간, 내려오는 데 걸리는 시간을 b시간이라 하면

$\begin{cases} a=2b & \cdots\cdots ㉠ \\ a+b=3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 ㉡에 대입하면 $2b+b=3$

$3b=3$ ∴ $b=1$

$b=1$을 ㉠에 대입하면 $a=2$ …… ㉮

이때 정지한 물에서의 배의 속력을 시속 x km, 강물의 속력을 시속 y km라 하면 강을 거슬러 올라갈 때의 속력은 시속 $(x-y)$ km, 내려올 때의 속력은 시속 $(x+y)$ km이므로

$\begin{cases} 2(x-y)=20 \\ x+y=20 \end{cases}$

즉, $\begin{cases} x-y=10 & \cdots\cdots ㉢ \\ x+y=20 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$

㉢+㉣을 하면 $2x=30$ ∴ $x=15$

$x=15$를 ㉣에 대입하면 $15+y=20$ ∴ $y=5$ …… ㉯

따라서 강물의 속력은 시속 5 km이다. …… ㉰

채점 기준

㉮ 강을 거슬러 올라갈 때와 내려올 때 걸리는 시간 구하기	40%
㉯ 배와 강물의 속력에 대한 연립방정식을 세우고, 해 구하기	40%
㉰ 강물의 속력 구하기	20%

6. 일차함수와 그 그래프

Lecture 15 일차함수

Level A 개념 익히기 112~113쪽

01 답

x	1	2	3	4	…
y	200	400	600	800	…

함수이다.

02 답

x	1	2	3	4	…
y	1	1, 2	1, 3	1, 2, 4	…

함수가 아니다.

03 자연수 2보다 큰 자연수는 3, 4, 5, …로 y의 값이 오직 하나로 정해지지 않으므로 y는 x의 함수가 아니다. 답 ×

04 답 ○ **05** 답 ○

06 기온이 25 ℃일 때 습도는 75 %, 85 % 등으로 여러 가지가 있을 수 있다. 즉, x의 값이 정해짐에 따라 y의 값이 오직 하나로 정해지지 않으므로 y는 x의 함수가 아니다. 답 ×

07 $f(6)=-2\times6=-12$ 답 -12

08 $f(6)=\frac{7}{6}\times6=7$ 답 7

09 $f(6)=\frac{18}{6}=3$ 답 3

10 $f(6)=-\frac{3}{6}=-\frac{1}{2}$ 답 $-\frac{1}{2}$

11 $x+y+2=0$에서 $y=-x-2$ 답 ○

12 답 ×

13 $xy=8$에서 $y=\frac{8}{x}$ 답 ×

14 $y=\frac{x-1}{3}$에서 $y=\frac{1}{3}x-\frac{1}{3}$ 답 ○

15 (거리)$=$(속력)$\times$(시간)이므로 $y=3x$
답 $y=3x$, 일차함수이다.

16 $\frac{1}{2}\times x\times y=100$이므로 $y=\frac{200}{x}$
답 $y=\frac{200}{x}$, 일차함수가 아니다.

17 $1200x+y=5000$이므로 $y=5000-1200x$
답 $y=5000-1200x$, 일차함수이다.

18 $f(-2)=-3\times(-2)+4=10$ 답 10

19 $f(0)=-3\times0+4=4$ 답 4

20 $f\left(-\frac{2}{3}\right)=-3\times\left(-\frac{2}{3}\right)+4=6$ 답 6

21 $f(-1)=-3\times(-1)+4=7$
$f(3)=-3\times3+4=-5$
$\therefore f(-1)-f(3)=7-(-5)=12$ 답 12

Level B 유형 공략하기 113~115쪽

중 **22** ② $x=5$일 때, 5보다 작은 소수는 2, 3으로 y의 값이 오직 하나로 정해지지 않으므로 y는 x의 함수가 아니다.
③ 볼펜 x자루의 가격은 $700x$원이므로 $y=700x$
④ 한 대각선의 길이가 x cm, 다른 대각선의 길이가 6 cm인 마름모의 넓이는 $x\times6\div2=3x$이므로 $y=3x$
⑤ 물 1 L를 x명이 똑같이 나누어 마실 때, 한 명이 마시게 되는 물의 양은 $\frac{1}{x}$ L이므로 $y=\frac{1}{x}$
따라서 y가 x의 함수가 아닌 것은 ②이다. 답 ②

중 **23** ① $x=1$일 때, 절댓값이 1인 수는 -1, 1로 y의 값이 오직 하나로 정해지지 않으므로 y는 x의 함수가 아니다.
② $x=3$일 때, 3과 서로소인 자연수는 1, 2, 4, 5, 7, …로 y의 값이 오직 하나로 정해지지 않으므로 y는 x의 함수가 아니다.
④ 오리 x마리의 다리의 개수는 $2x$개이므로 $y=2x$
⑤ 가로, 세로의 길이가 각각 1 cm, 4 cm인 직사각형과 가로, 세로의 길이가 각각 2 cm, 3 cm인 직사각형의 둘레의 길이는 모두 10 cm이지만 넓이는 각각 4 cm^2, 6 cm^{2}이다.
즉, $x=10$일 때, y의 값이 오직 하나로 정해지지 않으므로 y는 x의 함수가 아니다.
따라서 y가 x의 함수인 것은 ③, ④이다. 답 ③, ④

중 **24** ㄱ. $x=2$일 때, 2의 배수는 2, 4, 6, 8, 10, …으로 y의 값이 오직 하나로 정해지지 않으므로 y는 x의 함수가 아니다.
ㄴ. 길이가 120 cm인 노끈을 x cm 사용하고 남은 노끈의 길이는 $(120-x)$cm이므로 $y=120-x$
ㄷ. 매분 x L씩 y분 동안 넣은 물의 양이 xy L이므로
$xy=50$ $\therefore y=\frac{50}{x}$
ㄹ. 소금 x g이 들어 있는 소금물 30 g의 농도는
$\frac{x}{30}\times100=\frac{10}{3}x(\%)$이므로 $y=\frac{10}{3}x$
이상에서 y가 x의 함수인 것은 ㄴ, ㄷ, ㄹ의 3개이다. 답 3개

개념 보충 학습

(소금물의 농도)$=\frac{(\text{소금의 양})}{(\text{소금물의 양})}\times100(\%)$

중 **25** $f(x)=\frac{4}{3}x+7$에서

$f(-3)=\frac{4}{3}\times(-3)+7=3$

$g(x)=\frac{6}{x}$에서

$g(2)=\frac{6}{2}=3$

$\therefore f(-3)-g(2)=3-3=0$ 답 ⑤

하 **26** $f(x)=2x-6$에서
$f(1)=2\times1-6=-4$
$f(-2)=2\times(-2)-6=-10$
$\therefore 2f(1)-f(-2)=2\times(-4)-(-10)=2$ 답 2

중 **27** ① $f(-1)=-\frac{9}{-1}=9$

② $g(2)=2+5=7$

③ $f(3)=-\frac{9}{3}=-3$, $g(-8)=-8+5=-3$

$\therefore f(3)=g(-8)$

④ $f(9)=-\frac{9}{9}=-1$

$g(4)=4+5=9$이므로 $-g(4)=-9$

$\therefore f(9)\neq-g(4)$

⑤ $2f(6)+g(1)=2\times\left(-\frac{9}{6}\right)+(1+5)=-3+6=3$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

상 **28** $f(x)=-\frac{12}{x}$에서

$x=-4$일 때, $f(-4)=-\frac{12}{-4}=3$

$x=2$일 때, $f(2)=-\frac{12}{2}=-6$

$x=k$일 때, $f(k)=-\frac{12}{k}$ …… ㉮

즉, $3+(-6)+\left(-\frac{12}{k}\right)=0$이어야 하므로

$-3-\frac{12}{k}=0$, $-\frac{12}{k}=3$ $\therefore k=-4$ …… ㉯

답 -4

채점 기준

㉮ x의 값이 -4, 2, k일 때의 함숫값 각각 구하기	60 %
㉯ k의 값 구하기	40 %

중 **29** ① 2의 약수는 1, 2의 2개이므로 $f(2)=2$
② 6의 약수는 1, 2, 3, 6의 4개이므로 $f(6)=4$
③ 5의 약수는 1, 5의 2개이므로 $f(5)=2$
7의 약수는 1, 7의 2개이므로 $f(7)=2$
$\therefore f(5)=f(7)$
④ $24=2^3\times3$이므로 24의 약수의 개수는
$(3+1)\times(1+1)=4\times2=8$ $\therefore f(24)=8$
$30=2\times3\times5$이므로 30의 약수의 개수는
$(1+1)\times(1+1)\times(1+1)=2\times2\times2=8$
$\therefore f(30)=8$
$\therefore f(24)=f(30)$
⑤ 13의 약수는 1, 13의 2개이므로 $f(13)=2$
15의 약수는 1, 3, 5, 15의 4개이므로 $f(15)=4$
$\therefore f(13)+f(15)=6\neq5$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

개념 보충 학습

소인수분해를 이용하여 약수의 개수 구하기
자연수 A가 $A=a^m\times b^n$ (a, b는 서로 다른 소수, m, n은 자연수)으로 소인수분해될 때, A의 약수의 개수는
$(m+1)\times(n+1)$개

하 **30** 3과 18의 최대공약수는 3이므로
$f(3)=3$
12와 18의 최대공약수는 6이므로
$f(12)=6$
$\therefore f(3)+f(12)=3+6=9$

$$\begin{array}{r|rr} 3 & 3 & 18 \\ \hline & 1 & 6 \end{array}\qquad \begin{array}{r|rr} 2 & 12 & 18 \\ \hline 3 & 6 & 9 \\ \hline & 2 & 3 \end{array}$$

답 9

중 **31** 8 이하의 소수는 2, 3, 5, 7의 4개이므로 $f(8)=4$
$\therefore a=4$
이때 4보다 크지 않은 짝수는 2, 4이므로
$g(a)=g(4)=2+4=6$ 답 6

상 **32** $f(1)=f(5)=f(9)=f(13)=f(17)=1$
$f(2)=f(6)=f(10)=f(14)=f(18)=2$
$f(3)=f(7)=f(11)=f(15)=f(19)=3$
$f(4)=f(8)=f(12)=f(16)=f(20)=0$
$\therefore f(1)+f(2)+f(3)+f(4)+\cdots+f(20)$
$=5\times(1+2+3+0)$
$=5\times6=30$ 답 ④

참고 자연수 x를 y로 나누었을 때의 나머지는 0, 1, 2, 3, …, $y-1$ 중 하나이다.

하 **33** $y=x-y$에서 $2y=x$ $\therefore y=\frac{1}{2}x$

$y=x(x+1)$에서 $y=x^2+x$

$\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1$에서 $\frac{y}{3}=-\frac{x}{2}+1$ $\therefore y=-\frac{3}{2}x+3$

따라서 y가 x에 대한 일차함수인 것은 $y=x-y$, $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1$의 2개이다. 답 2개

하 **34** ① $x+y=0$에서 $y=-x$

② $y=\frac{x+6}{4}$에서 $y=\frac{1}{4}x+\frac{3}{2}$

③ $xy=-1$에서 $y=-\frac{1}{x}$

따라서 y가 x에 대한 일차함수가 아닌 것은 ③이다. 답 ③

중 **35** $y=3(2-x)+ax$에서 $y=6-3x+ax$
$\therefore y=(a-3)x+6$
위의 함수가 일차함수가 되려면

$a-3\neq0 \qquad \therefore a\neq3$ 　　답 $a\neq3$

공략 비법

일차함수가 될 조건
수 a, b에 대하여 함수 $y=ax+b$가 x에 대한 일차함수이려면 $a\neq0$이어야 한다.

중 **36** ① $1000x+3y$ ② $y=360$ ③ $y=4x$
④ $y=75x$ ⑤ $y=\dfrac{220}{x}$
따라서 y가 x에 대한 일차함수인 것은 ③, ④이다. 　　답 ③, ④

개념 보충 학습

다각형의 외각의 크기의 합은 변의 개수에 관계없이 항상 $360°$이다.

중 **37** $f(-2)=-2a+3=5$이므로
$-2a=2 \qquad \therefore a=-1$
따라서 $f(x)=-x+3$이므로
$f(-1)=-(-1)+3=4$ 　　답 4

하 **38** $f(a)=5a-2=8$이므로
$5a=10 \qquad \therefore a=2$ 　　답 2

중 **39** $f(-1)=-a+b=5$ ⋯⋯ ㉠
$f(3)=3a+b=13$ ⋯⋯ ㉡
㉠－㉡을 하면 $-4a=-8 \qquad \therefore a=2$
$a=2$를 ㉠에 대입하면 $-2+b=5 \qquad \therefore b=7$
$\therefore ab=2\times7=14$ 　　답 ⑤

중 **40** $f(-3)=-3a-6=3$이므로
$-3a=9 \qquad \therefore a=-3$ ⋯⋯ ㉮
$g(6)=-10+b=-4$이므로 $b=6$ ⋯⋯ ㉯
따라서 $f(x)=-3x-6$, $g(x)=-\dfrac{5}{3}x+6$이므로
$f(-2)-g(-3)=(6-6)-(5+6)$
$=0-11=-11$ ⋯⋯ ㉰
답 -11

채점 기준

㉮ a의 값 구하기	30 %
㉯ b의 값 구하기	30 %
㉰ $f(-2)-g(-3)$의 값 구하기	40 %

Lecture 16 일차함수의 그래프와 절편, 기울기

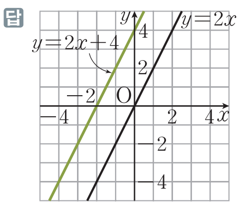
Level A 개념 익히기 　　116~117쪽

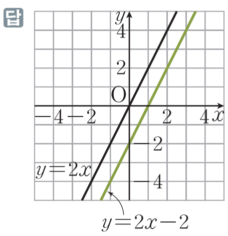
01 답 -2 　 **02** 답 4

03 답 $-\dfrac{3}{7}$ 　 **04** 답 $\dfrac{1}{2}$

05 답 $y=4x-1$ 　 **06** 답 $y=-7x+9$

07 답 $y=\dfrac{3}{8}x-2$ 　 **08** 답 $y=-\dfrac{3}{2}x-6$

09 답


10 답


11 답 x절편: -2, y절편: -2

12 답 x절편: 2, y절편: -3

13 답 x절편: -3, y절편: 1

14 $y=0$일 때, $0=3x+6$, $-3x=6 \qquad \therefore x=-2$
$x=0$일 때, $y=6$
따라서 x절편은 -2, y절편은 6이다.
답 x절편: -2, y절편: 6

15 $y=0$일 때, $0=-x+5 \qquad \therefore x=5$
$x=0$일 때, $y=5$
따라서 x절편은 5, y절편은 5이다.
답 x절편: 5, y절편: 5

16 $y=0$일 때, $0=\dfrac{1}{7}x-1$, $-\dfrac{1}{7}x=-1 \qquad \therefore x=7$
$x=0$일 때, $y=-1$
따라서 x절편은 7, y절편은 -1이다.
답 x절편: 7, y절편: -1

17 $y=0$일 때, $0=-\dfrac{3}{4}x+9$, $\dfrac{3}{4}x=9 \qquad \therefore x=12$
$x=0$일 때, $y=9$
따라서 x절편은 12, y절편은 9이다.
답 x절편: 12, y절편: 9

18 기울기가 2이므로 $\dfrac{(y\text{의 값의 증가량})}{3}=2$
$\therefore (y\text{의 값의 증가량})=6$
답 기울기: 2, y의 값의 증가량: 6

19 기울기가 -3이므로 $\dfrac{(y\text{의 값의 증가량})}{3}=-3$
$\therefore (y\text{의 값의 증가량})=-9$
답 기울기: -3, y의 값의 증가량: -9

20 $(\text{기울기})=\dfrac{3-0}{2-1}=3$ 　　답 3

21 $(\text{기울기})=\dfrac{2-7}{4-(-1)}=-1$ 　　답 -1

Level B 유형 공략하기 117~121쪽

중 **22** $y=4x-5$의 그래프가 두 점 $(-1, p)$, $(q, 3)$을 지나므로
$p=-4-5=-9$
$3=4q-5$, $-4q=-8$ $\quad\therefore q=2$
$\therefore q-p=2-(-9)=11$ 답 11

공략 비법

일차함수의 그래프 위의 점
점 (p, q)가 일차함수 $y=ax+b$의 그래프 위에 있다.
➡ 일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 점 (p, q)를 지난다.
➡ $q=ap+b$

하 **23** ① $-\frac{-6}{2}+4=7\neq8$
② $-\frac{-4}{2}+4=6$
③ $-\frac{-1}{2}+4=\frac{9}{2}\neq\frac{5}{2}$
④ $-\frac{2}{2}+4=3\neq5$
⑤ $-\frac{4}{2}+4=2\neq-2$
따라서 그래프 위의 점인 것은 ②이다. 답 ②

중 **24** $y=-\frac{5}{2}x-1$의 그래프가 점 $(-2, b)$를 지나므로
$b=5-1=4$ …… ㉮
$y=ax+1$의 그래프가 점 $(-2, 4)$를 지나므로
$4=-2a+1$, $2a=-3$ $\quad\therefore a=-\frac{3}{2}$ …… ㉯
$\therefore ab=\left(-\frac{3}{2}\right)\times4=-6$ …… ㉰
답 -6

채점 기준

㉮ b의 값 구하기	40 %
㉯ a의 값 구하기	40 %
㉰ ab의 값 구하기	20 %

중 **25** $y=ax+b$의 그래프가 두 점 $(-2, -7)$, $(3, 3)$을 지나므로
$-7=-2a+b$ …… ㉠
$3=3a+b$ …… ㉡
㉠－㉡을 하면 $-5a=-10$ $\quad\therefore a=2$
$a=2$를 ㉠에 대입하면 $-7=-4+b$ $\quad\therefore b=-3$
$\therefore \frac{b}{a}=-\frac{3}{2}$ 답 $-\frac{3}{2}$

하 **26** $y=-x+2$의 그래프를 y축의 방향으로 a만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=-x+2+a$
이 그래프가 $y=-x-3$의 그래프와 겹쳐지므로
$2+a=-3$ $\quad\therefore a=-5$ 답 -5

하 **27** ⑤ $y=\frac{6}{5}x$의 그래프를 y축의 방향으로 -8만큼 평행이동하면 $y=\frac{6}{5}x-8$의 그래프와 겹친다. 답 ⑤

공략 비법

일차함수의 그래프는 평행이동하여도 그래프의 모양이 변하지 않으므로 기울기가 변하지 않는다. 즉, 기울기가 같은 두 일차함수의 그래프는 평행이동하면 겹칠 수 있다.

중 **28** $y=-3x-2p$의 그래프를 y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=-3x-2p-2$
이 그래프가 $y=qx-9$의 그래프이므로
$-3=q$, $-2p-2=-9$ $\quad\therefore p=\frac{7}{2}$, $q=-3$
$\therefore 2p+q=2\times\frac{7}{2}+(-3)=4$ 답 4

중 **29** $y=\frac{2}{3}ax$의 그래프를 y축의 방향으로 6만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=\frac{2}{3}ax+6$
$y=3x-2$의 그래프를 y축의 방향으로 m만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=3x-2+m$
이때 두 그래프가 서로 겹쳐지므로
$\frac{2}{3}a=3$, $6=-2+m$ $\quad\therefore a=\frac{9}{2}$, $m=8$
$\therefore a-m=\frac{9}{2}-8=-\frac{7}{2}$ 답 ②

중 **30** $y=-4x+3$의 그래프를 y축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=-4x+3-5$ $\quad\therefore y=-4x-2$
이 그래프가 점 $(k, 6)$을 지나므로
$6=-4k-2$, $4k=-8$ $\quad\therefore k=-2$ 답 ②

하 **31** $y=\frac{1}{3}x-6$의 그래프를 y축의 방향으로 10만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=\frac{1}{3}x-6+10$ $\quad\therefore y=\frac{1}{3}x+4$
④ $\frac{1}{3}\times6+4=6\neq5$ 답 ④

중 **32** $y=\frac{3}{2}ax+1$의 그래프가 점 $(4, 7)$을 지나므로
$7=6a+1$, $-6a=-6$ $\quad\therefore a=1$
따라서 $y=\frac{3}{2}x+1$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=\frac{3}{2}x+1+b$
이 그래프가 점 $(8, 6)$을 지나므로
$6=12+1+b$ $\quad\therefore b=-7$
$\therefore ab=1\times(-7)=-7$ 답 -7

상 33 $y=ax-2$의 그래프를 y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=ax-2+3$ $\quad\therefore y=ax+1$ ...... ㉮

이 그래프가 점 $(-1, 3)$을 지나므로

$3=-a+1$ $\quad\therefore a=-2$ ...... ㉯

따라서 $y=-2x+1$의 그래프가 점 $(b, b-8)$을 지나므로

$b-8=-2b+1$, $3b=9$ $\quad\therefore b=3$ ...... ㉰

$\therefore a+b=-2+3=1$ ...... ㉱

답 1

채점 기준

㉮ 평행이동한 그래프의 식 구하기	30 %
㉯ a의 값 구하기	30 %
㉰ b의 값 구하기	30 %
㉱ $a+b$의 값 구하기	10 %

중 34 $y=0$일 때, $0=\frac{2}{3}x-10$, $-\frac{2}{3}x=-10$ $\quad\therefore x=15$

$x=0$일 때, $y=-10$

따라서 $m=15$, $n=-10$이므로

$m-n=15-(-10)=25$

답 25

하 35 $y=0$일 때

① $0=-3x+9$, $3x=9$ $\quad\therefore x=3$

② $0=-\frac{2}{3}x+2$, $\frac{2}{3}x=2$ $\quad\therefore x=3$

③ $0=\frac{5}{6}x+\frac{5}{2}$, $-\frac{5}{6}x=\frac{5}{2}$ $\quad\therefore x=-3$

④ $0=2x-6$, $-2x=-6$ $\quad\therefore x=3$

⑤ $0=4x-12$, $-4x=-12$ $\quad\therefore x=3$

따라서 x절편이 다른 하나는 ③이다.

답 ③

중 36 $y=0$일 때, $0=\frac{1}{2}x-3$, $-\frac{1}{2}x=-3$ $\quad\therefore x=6$

$x=0$일 때, $y=-3$

따라서 $y=\frac{1}{2}x-3$의 그래프의 x절편은 6, y절편은 -3이므로

$\mathrm{A}(6,\ 0)$, $\mathrm{B}(0,\ -3)$

답 $\mathrm{A}(6,\ 0)$, $\mathrm{B}(0,\ -3)$

중 37 $y=\frac{3}{2}x+1$의 그래프와 x축 위에서 만나려면 x절편이 같아야 한다.

$y=\frac{3}{2}x+1$에서 $y=0$일 때,

$0=\frac{3}{2}x+1$, $-\frac{3}{2}x=1$ $\quad\therefore x=-\frac{2}{3}$

$y=0$일 때

① $0=-3x+\frac{1}{2}$, $3x=\frac{1}{2}$ $\quad\therefore x=\frac{1}{6}$

② $0=-\frac{3}{4}x+2$, $\frac{3}{4}x=2$ $\quad\therefore x=\frac{8}{3}$

③ $0=x-\frac{2}{3}$ $\quad\therefore x=\frac{2}{3}$

④ $0=2x+\frac{4}{3}$, $-2x=\frac{4}{3}$ $\quad\therefore x=-\frac{2}{3}$

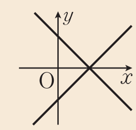
⑤ $0=4x+\frac{3}{2}$, $-4x=\frac{3}{2}$ $\quad\therefore x=-\frac{3}{8}$

따라서 $y=\frac{3}{2}x+1$의 그래프와 x축 위에서 만나는 것은 ④이다.

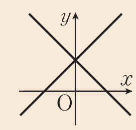
답 ④

공략 비법

① 두 일차함수의 그래프가 x축 위에서 만난다.
➡ 두 일차함수의 그래프의 x절편이 같다.



② 두 일차함수의 그래프가 y축 위에서 만난다.
➡ 두 일차함수의 그래프의 y절편이 같다.



하 38 $y=-\frac{1}{4}x+2k$의 그래프의 x절편이 -2이므로

$0=\frac{1}{2}+2k$, $-2k=\frac{1}{2}$ $\quad\therefore k=-\frac{1}{4}$

따라서 $y=-\frac{1}{4}x-\frac{1}{2}$이므로 그래프의 y절편은 $-\frac{1}{2}$이다.

답 ③

공략 비법

일차함수 $y=ax+b$의 그래프의 x절편이 p, y절편이 q이다.
➡ 그래프가 두 점 $(p, 0)$, $(0, q)$를 지난다.
➡ $0=ap+b$, $q=b$

하 39 $y=ax+5$의 그래프의 x절편이 $\frac{5}{2}$이므로

$0=\frac{5}{2}a+5$, $-\frac{5}{2}a=5$ $\quad\therefore a=-2$

답 -2

중 40 $y=\frac{2}{3}x-3$에서 $y=0$일 때,

$0=\frac{2}{3}x-3$, $-\frac{2}{3}x=-3$ $\quad\therefore x=\frac{9}{2}$

$y=2x-\frac{1}{2}-a$에서 $x=0$일 때, $y=-\frac{1}{2}-a$

따라서 $\frac{9}{2}=-\frac{1}{2}-a$이므로 $a=-5$

답 -5

중 41 $y=\frac{1}{6}ax+2$의 그래프를 y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=\frac{1}{6}ax+2-1$ $\quad\therefore y=\frac{1}{6}ax+1$ ...... ㉮

이 그래프의 x절편이 3이므로

$0=\frac{1}{2}a+1$, $-\frac{1}{2}a=1$ $\quad\therefore a=-2$ ...... ㉯

y절편이 m이므로 $m=1$ ...... ㉰

$\therefore a+m=-2+1=-1$ ...... ㉱

답 -1

채점 기준

㉮ 평행이동한 그래프의 식 구하기	30 %
㉯ a의 값 구하기	30 %
㉰ m의 값 구하기	30 %
㉱ $a+m$의 값 구하기	10 %

하 42 $(\text{기울기})=\dfrac{-5}{-1-(-3)}=-\dfrac{5}{2}$

따라서 기울기가 $-\dfrac{5}{2}$인 것은 ①이다. 답 ①

하 43 $\dfrac{k}{-2}=-3$이므로 $k=6$ 답 6

중 44 $a=\dfrac{6}{-2-1}=-2$

따라서 $\dfrac{(y\text{의 값의 증가량})}{4}=-2$이므로

$(y$의 값의 증가량$)=-8$ 답 -8

중 45 $\dfrac{f(4)-f(2)}{4-2}=\dfrac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}=(\text{기울기})=-4$

답 -4

다른 풀이 $\dfrac{f(4)-f(2)}{4-2}=\dfrac{(-16+k)-(-8+k)}{2}$

$=\dfrac{-8}{2}=-4$

참고 일차함수 $y=f(x)$에서 $\dfrac{f(a)-f(b)}{a-b}=(\text{기울기})$이다.

중 46 $\dfrac{k-5}{3-(-1)}=-5$이므로

$k-5=-20$ $\therefore k=-15$ 답 ①

중 47 주어진 그래프가 두 점 $(-5, 2)$, $(1, 4)$를 지나므로

$(\text{기울기})=\dfrac{4-2}{1-(-5)}=\dfrac{1}{3}$ $\therefore a=\dfrac{1}{3}$ 답 $\dfrac{1}{3}$

중 48 그래프가 두 점 $(6, 0)$, $(0, 3)$을 지나므로

$a=\dfrac{3-0}{0-6}=-\dfrac{1}{2}$ …… ㉮

따라서 $\dfrac{(y\text{의 값의 증가량})}{4-(-4)}=-\dfrac{1}{2}$이므로

$(y$의 값의 증가량$)=-4$ …… ㉯

답 -4

채점 기준

㉮ 기울기 a의 값 구하기	50 %
㉯ y의 값의 증가량 구하기	50 %

참고 두 점 $(a, 0)$, $(0, b)$를 지나는 일차함수의 그래프의 기울기는 $\dfrac{b-0}{0-a}=-\dfrac{b}{a}$이므로 x절편이 a, y절편이 b인 일차함수의 그래프의 기울기는 $-\dfrac{b}{a}$이다.

중 49 그래프가 두 점 $(4, 0)$, $(0, a)$를 지나므로

$(\text{기울기})=\dfrac{a-0}{0-4}=\dfrac{3}{2}$ $\therefore a=-6$ 답 -6

중 50 세 점이 한 직선 위에 있으므로 두 점 $(-2, 3)$, $(4, -1)$을 지나는 직선의 기울기와 두 점 $(-2, 3)$, $(2, k)$를 지나는 직선의 기울기가 같다.

즉, $\dfrac{-1-3}{4-(-2)}=\dfrac{k-3}{2-(-2)}$이므로

$-\dfrac{2}{3}=\dfrac{k-3}{4}$, $3k-9=-8$

$3k=1$ $\therefore k=\dfrac{1}{3}$ 답 ④

중 51 세 점이 한 직선 위에 있으므로 두 점 $(-3, -2)$, $(1, 2)$를 지나는 직선의 기울기와 두 점 $(a, 0)$, $(1, 2)$를 지나는 직선의 기울기가 같다.

즉, $\dfrac{2-(-2)}{1-(-3)}=\dfrac{2-0}{1-a}$이므로

$1=\dfrac{2}{1-a}$, $1-a=2$ $\therefore a=-1$ 답 -1

중 52 세 점이 한 직선 위에 있으므로 두 점 $(-1, 5)$, $(k, 1-3k)$를 지나는 직선의 기울기와 두 점 $(-1, 5)$, $(5, -7)$을 지나는 직선의 기울기가 같다.

즉, $\dfrac{(1-3k)-5}{k-(-1)}=\dfrac{-7-5}{5-(-1)}$이므로

$\dfrac{-3k-4}{k+1}=-2$, $-3k-4=-2k-2$

$-k=2$ $\therefore k=-2$ 답 -2

중 53 세 점이 한 직선 위에 있으므로 두 점 $(-1, a)$, $(2, 6)$을 지나는 직선의 기울기와 두 점 $(2, 6)$, $(4, b)$를 지나는 직선의 기울기가 같다.

즉, $\dfrac{6-a}{2-(-1)}=\dfrac{b-6}{4-2}$이므로

$\dfrac{6-a}{3}=\dfrac{b-6}{2}$, $12-2a=3b-18$

$\therefore 2a+3b=30$ 답 30

중 54 $y=\dfrac{6}{7}x-2$의 그래프를 y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=\dfrac{6}{7}x-2+4$ $\therefore y=\dfrac{6}{7}x+2$

이 그래프의 기울기가 a이므로

$a=\dfrac{6}{7}$

x절편이 b이므로

$0=\dfrac{6}{7}b+2$, $-\dfrac{6}{7}b=2$ $\therefore b=-\dfrac{7}{3}$

y절편이 c이므로 $c=2$

$\therefore abc=\dfrac{6}{7}\times\left(-\dfrac{7}{3}\right)\times 2=-4$ 답 -4

하 55 $y=-\dfrac{4}{3}x-8$의 그래프의 기울기가 a이므로

$a=-\dfrac{4}{3}$ …… ㉮

x절편이 b이므로

$0=-\dfrac{4}{3}b-8$, $\dfrac{4}{3}b=-8$ $\therefore b=-6$ …… ㉯

y절편이 c이므로 $c=-8$ …… ㉰

$\therefore a+b-c=-\frac{4}{3}+(-6)-(-8)=\frac{2}{3}$ ······ ㉱

답 $\frac{2}{3}$

채점 기준

㉮ a의 값 구하기	30 %
㉯ b의 값 구하기	30 %
㉰ c의 값 구하기	30 %
㉱ $a+b-c$의 값 구하기	10 %

중 **56** $a=\frac{3}{5}$, $b=15$이므로 $y=\frac{3}{5}x+15$

$y=0$일 때, $0=\frac{3}{5}x+15$, $-\frac{3}{5}x=15$ $\therefore x=-25$

따라서 구하는 x절편은 -25이다. 답 -25

상 **57** $y=-x-4$에서 $y=0$일 때, $0=-x-4$ $\therefore x=-4$

$y=\frac{1}{2}x+3$에서 $x=0$일 때, $y=3$

따라서 $y=ax+b$의 그래프의 x절편은 -4, y절편은 3이므로 $y=ax+b$의 그래프는 두 점 $(-4, 0)$, $(0, 3)$을 지난다.

$\therefore (\text{기울기})=\frac{3-0}{0-(-4)}=\frac{3}{4}$ 답 ④

다른 풀이 $y=ax+b$의 그래프는 $y=-x-4$의 그래프와 x절편이 같으므로 x절편은 -4이다.

또, $y=\frac{1}{2}x+3$의 그래프와 y절편이 같으므로 $b=3$

이때 $-\frac{b}{a}=(x\text{절편})$이므로

$-\frac{3}{a}=-4$ $\therefore a=\frac{3}{4}$

Lecture 17 일차함수의 그래프의 성질

Level A 개념 익히기 122쪽

01 기울기가 음수인 것이므로 ㄴ, ㄹ이다. 답 ㄴ, ㄹ

02 기울기가 양수인 것이므로 ㄱ, ㄷ이다. 답 ㄱ, ㄷ

03 답 ㄱ, ㄷ, ㄹ

04 y절편이 양수인 것이므로 ㄴ이다. 답 ㄴ

05 기울기의 절댓값이 가장 큰 것이므로 ㄷ이다. 답 ㄷ

06 오른쪽 위로 향하는 직선이므로 $a>0$
y절편이 양수이므로 $b>0$ 답 $a>0$, $b>0$

07 오른쪽 아래로 향하는 직선이므로 $a<0$
y절편이 양수이므로 $b>0$ 답 $a<0$, $b>0$

08 답 -2

09 답 $a=6$, $b=-5$

Level B 유형 공략하기 123~125쪽

중 **10** 주어진 그림에서 $-a>0$, $b<0$이므로
$a<0$, $b<0$ 답 ①

공략 비법
일차함수 $y=ax+b$의 그래프가
① 오른쪽 위로 향하면 ➡ $a>0$
오른쪽 아래로 향하면 ➡ $a<0$
② y축과 양의 부분에서 만나면 ➡ $b>0$
y축과 음의 부분에서 만나면 ➡ $b<0$

중 **11** 주어진 그림에서 $ab<0$, $a>0$
$ab<0$에서 $a>0$이므로 $b<0$
$\therefore a>0$, $b<0$ 답 $a>0$, $b<0$

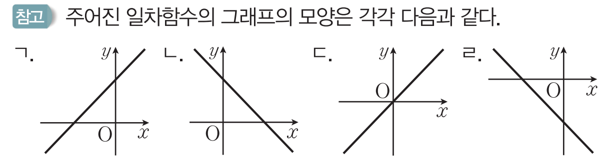
상 **12** 주어진 그림에서 $-b<0$, $\frac{a}{b}<0$
(i) $-b<0$에서 $b>0$
(ii) $\frac{a}{b}<0$에서 $b>0$이므로 $a<0$
(i), (ii)에서 $a<0$, $b>0$
② $-a>0$이므로 $b-a>0$
③ $a^2>0$이므로 $a^2+b>0$
⑤ $b^2>0$이므로 $\frac{b^2}{a}<0$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

중 **13** $a>0$, $b<0$이므로 $-ab>0$
따라서 (기울기)>0, (y절편)>0이므로 $y=ax-ab$의 그래프로 알맞은 것은 ③이다. 답 ③

공략 비법
일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 지나는 사분면은 다음과 같다.
① $a>0$, $b>0$ ➡ 제1, 2, 3사분면
② $a>0$, $b<0$ ➡ 제1, 3, 4사분면
③ $a<0$, $b>0$ ➡ 제1, 2, 4사분면
④ $a<0$, $b<0$ ➡ 제2, 3, 4사분면

중 **14** ㄱ. (기울기)$=-a>0$, (y절편)$=-b>0$이므로
$y=-ax-b$의 그래프는 제1, 2, 3사분면을 지난다.
ㄴ. (기울기)$=a<0$, (y절편)$=-b>0$이므로
$y=ax-b$의 그래프는 제1, 2, 4사분면을 지난다.
ㄷ. (기울기)$=-b>0$, (y절편)$=0$이므로 $y=-bx$의 그래프는 제1, 3사분면을 지난다.
ㄹ. (기울기)$=b<0$, (y절편)$=a<0$이므로 $y=bx+a$의 그래프는 제2, 3, 4사분면을 지난다.
이상에서 그래프가 제4사분면을 지나는 것은 ㄴ, ㄹ이다.
답 ㄴ, ㄹ

참고 주어진 일차함수의 그래프의 모양은 각각 다음과 같다.



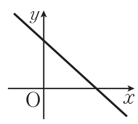
상 15 (i) $a>0$이면 $b<0$, $c<0$

(ii) $a<0$이면 $b>0$, $c>0$

(i), (ii)에서 $\frac{b}{a}<0$, $-\frac{c}{a}>0$

따라서 (기울기)<0, (y절편)>0이므로 $y=\frac{b}{a}x-\frac{c}{a}$의 그래프는 제1, 2, 4사분면을 지난다. 즉, 제3사분면을 지나지 않는다. 답 ③

참고 $y=\frac{b}{a}x-\frac{c}{a}$의 그래프의 모양은 오른쪽과 같다.



중 16 $y=ax+5$의 그래프와 $y=-4x+8$의 그래프가 서로 평행하므로

$a=-4$

또, $y=ax+5$, 즉 $y=-4x+5$의 그래프가 점 $(b, -3)$을 지나므로

$-3=-4b+5$, $4b=8$ $\quad\therefore b=2$

$\therefore ab=(-4)\times 2=-8$ 답 -8

하 17 ④ $y=\frac{2}{3}x-9$의 그래프는 $y=\frac{2}{3}x-5$의 그래프와 평행하므로 만나지 않는다. 답 ④

중 18 두 점 $(-1, 0)$, $(0, 3)$을 지나는 일차함수의 그래프의 기울기는

$\frac{3-0}{0-(-1)}=3$

두 점 $(0, a)$, $(2, 1)$을 지나는 일차함수의 그래프의 기울기는

$\frac{1-a}{2-0}=\frac{1-a}{2}$

따라서 $\frac{1-a}{2}=3$이므로

$1-a=6$ $\quad\therefore a=-5$ 답 -5

상 19 $y=mx+3$의 그래프와 $y=(3m-2)x-1$의 그래프가 서로 평행하므로

$m=3m-2$, $-2m=-2$ $\quad\therefore m=1$

또, $y=mx+3$, 즉 $y=x+3$의 그래프는 $y=4x-n$의 그래프와 x축 위에서 만나므로 x절편이 같다.

$y=x+3$의 그래프의 x절편이 -3이므로 $y=4x-n$에서

$0=4\times(-3)-n$ $\quad\therefore n=-12$

$\therefore m+n=1+(-12)=-11$ 답 -11

중 20 $y=ax-1$의 그래프를 y축의 방향으로 7만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=ax-1+7$ $\quad\therefore y=ax+6$

이 그래프가 $y=3x-b$의 그래프와 일치하므로

$a=3$, $6=-b$ $\quad\therefore a=3$, $b=-6$

$\therefore \frac{b}{a}=\frac{-6}{3}=-2$ 답 ①

중 21 $y=ax+4b$와 $y=-3x+2a+b$의 그래프가 일치하므로

$a=-3$, $4b=2a+b$

$a=-3$을 $4b=2a+b$에 대입하면 $4b=-6+b$

$3b=-6$ $\quad\therefore b=-2$

$\therefore a-b=-3-(-2)=-1$ 답 ②

중 22 조건 (가)에서 $p-2=1$이므로

$p=3$ …… ㉮

조건 (나)에서 $p-5=4q-10$이므로

$3-5=4q-10$, $-4q=-8$ $\quad\therefore q=2$ …… ㉯

$\therefore pq=3\times 2=6$ …… ㉰

답 6

채점 기준

㉮ p의 값 구하기	40 %
㉯ q의 값 구하기	40 %
㉰ pq의 값 구하기	20 %

중 23 ① 점 $(-2, -9)$를 지난다.

② x절편은 4, y절편은 -6이다.

③ 오른쪽 위로 향하는 직선이다.

⑤ x의 값이 증가할 때, y의 값도 증가한다.

따라서 옳은 것은 ④이다. 답 ④

중 24 기울기의 절댓값이 클수록 그래프는 y축에 가깝다.

$\left|-\frac{1}{4}\right|<\left|\frac{1}{2}\right|<|1|<\left|-\frac{5}{3}\right|<|-3|$

이므로 그래프가 y축에 가장 가까운 것은 ⑤이다. 답 ⑤

공략 비법

일차함수의 그래프의 기울기

① 기울기의 절댓값이 클수록 그래프는 y축에 가깝다.

② 기울기의 절댓값이 작을수록 그래프는 x축에 가깝다.

중 25 조건 (가)에서 (기울기)<0

조건 (나)에서 (기울기의 절댓값)$<\left|\frac{6}{5}\right|$

따라서 조건을 모두 만족하는 일차함수의 식은 ②이다.

답 ②

중 26 ㄴ. x절편은 $-\frac{2}{5}$, y절편은 2이므로 그 합은

$-\frac{2}{5}+2=\frac{8}{5}$

ㄷ. $|-2|<|5|$이므로 $y=-2x$의 그래프가 $y=5x+2$의 그래프보다 x축에 가깝다.

ㄹ. $f(-1)+f(1)=(-5+2)+(5+2)=4$

이상에서 옳지 않은 것은 ㄷ, ㄹ이다. 답 ㄷ, ㄹ

중 27 두 점 $(3, 0)$, $(0, 6)$을 지나므로

(기울기)$=\frac{6-0}{0-3}=-2$

① x의 값이 2만큼 증가할 때, y의 값은 4만큼 감소한다.

② $y=2x+6$의 그래프와 한 점에서 만난다.

③ y축의 방향으로 -6만큼 평행이동하면 원점을 지난다.

④ $\left|\frac{7}{4}\right| < |-2|$이므로 $y=\frac{7}{4}x+1$의 그래프보다 y축에 가깝다.

⑤ $y=-2x-5$의 그래프와 평행하다.

따라서 옳은 것은 ④이다. 답 ④

상 **28** ② 오른쪽 위로 향하는 직선이므로 $a>0$
y절편이 양수이므로 $b>0$

③ $y=ax+b$의 그래프와 $y=-ax+b$의 그래프가 모두 점 $(0, b)$를 지나므로 y축 위에서 만난다.

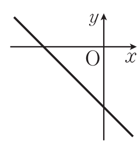
④ (기울기)$=-a<0$, (y절편)$=-b<0$이므로 $y=-ax-b$의 그래프는 제 2, 3, 4사분면을 지난다.

⑤ $a>0$이므로 $|a|>\left|\frac{a}{2}\right|$

즉, $y=ax+b$의 그래프가 $y=\frac{a}{2}x+b$의 그래프보다 y축에 가깝다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

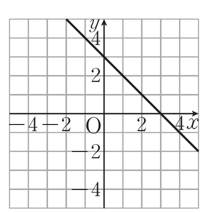
참고 ④ $y=-ax-b$의 그래프의 모양은 오른쪽과 같다.



Lecture 18 일차함수의 그래프 그리기

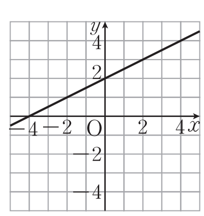
Level A 개념 익히기 126~127쪽

01 $y=0$일 때, $0=-x+3$
$\therefore x=3$
$x=0$일 때, $y=3$
따라서 x절편은 3, y절편은 3이므로 그 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



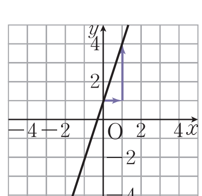
답 풀이 참조

02 $y=0$일 때, $0=\frac{1}{2}x+2$
$-\frac{1}{2}x=2$ $\therefore x=-4$
$x=0$일 때, $y=2$
따라서 x절편은 -4, y절편은 2이므로 그 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



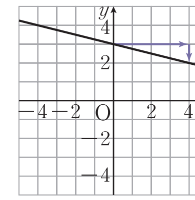
답 풀이 참조

03 기울기는 3이고 y절편은 1이므로 그 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



답 풀이 참조

04 기울기는 $-\frac{1}{4}$이고 y절편은 3이므로 그 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



답 풀이 참조

05 답 $y=4x-3$

06 답 $y=-\frac{1}{2}x+1$

07 (기울기)$=\frac{6}{3}=2$이므로 $y=2x-7$ 답 $y=2x-7$

08 구하는 일차함수의 식을 $y=-3x+b$라 하면 이 그래프가 점 $(2, 1)$을 지나므로
$1=-6+b$ $\therefore b=7$
$\therefore y=-3x+7$ 답 $y=-3x+7$

09 구하는 일차함수의 식을 $y=2x+b$라 하면 이 그래프가 점 $(-1, 3)$을 지나므로
$3=-2+b$ $\therefore b=5$
$\therefore y=2x+5$ 답 $y=2x+5$

10 직선이 두 점 $(4, 0)$, $(7, -6)$을 지나므로
(기울기)$=\frac{-6-0}{7-4}=-2$
구하는 일차함수의 식을 $y=-2x+b$라 하면 이 그래프가 점 $(4, 0)$을 지나므로
$0=-8+b$ $\therefore b=8$
$\therefore y=-2x+8$ 답 $y=-2x+8$

11 직선이 두 점 $(1, 2)$, $(3, 8)$을 지나므로
(기울기)$=\frac{8-2}{3-1}=3$
구하는 일차함수의 식을 $y=3x+b$라 하면 이 그래프가 점 $(1, 2)$를 지나므로
$2=3+b$ $\therefore b=-1$
$\therefore y=3x-1$ 답 $y=3x-1$

12 직선이 두 점 $(-5, 6)$, $(3, -2)$를 지나므로
(기울기)$=\frac{-2-6}{3-(-5)}=-1$
구하는 일차함수의 식을 $y=-x+b$라 하면 이 그래프가 점 $(3, -2)$를 지나므로
$-2=-3+b$ $\therefore b=1$
$\therefore y=-x+1$ 답 $y=-x+1$

13 직선이 두 점 $(2, 0)$, $(0, -1)$을 지나므로
(기울기)$=\frac{-1-0}{0-2}=\frac{1}{2}$
이때 y절편이 -1이므로 구하는 일차함수의 식은
$y=\frac{1}{2}x-1$ 답 $y=\frac{1}{2}x-1$

14 직선이 두 점 $(-5,\ 0)$, $(0,\ 2)$를 지나므로

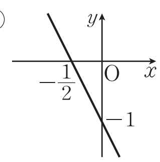
$(\text{기울기})=\dfrac{2-0}{0-(-5)}=\dfrac{2}{5}$

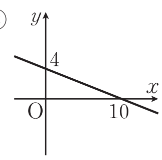
이때 y절편이 2이므로 구하는 일차함수의 식은

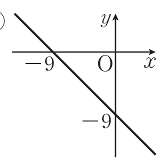
$y=\dfrac{2}{5}x+2$ 　　　　답 $y=\dfrac{2}{5}x+2$

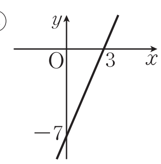
Level B 유형 공략하기 　127~131쪽

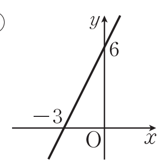
중 15 주어진 일차함수의 그래프를 그려 보면 각각 다음과 같다.

①


②


③


④


⑤


따라서 제4사분면을 지나지 않는 것은 ⑤이다. 　　　　답 ⑤

공략 비법

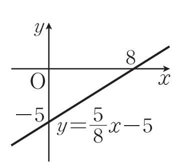
일차함수의 그래프를 그릴 때에는 다음 세 가지 중 한 가지를 이용한다.
① 지나는 두 점 　② x절편과 y절편 　③ 기울기와 y절편

하 16 $y=-\dfrac{4}{5}x+8$의 그래프의 x절편은 10, y절편은 8이므로 그 그래프는 ②이다. 　　　　답 ②

중 17 $y=\dfrac{5}{8}x+2$의 그래프를 y축의 방향으로 -7만큼 평행이동한 그래프의 식은

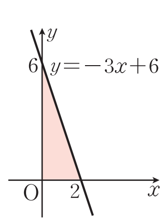
$y=\dfrac{5}{8}x+2-7$ 　　$\therefore y=\dfrac{5}{8}x-5$

이 그래프의 x절편은 8, y절편은 -5이므로 그 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



따라서 이 그래프는 제2사분면을 지나지 않는다. 　　　　답 ②

중 18 $y=-3x+6$의 그래프의 x절편은 2, y절편은 6이므로 그 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



따라서 구하는 도형의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times2\times6=6$ 　　　　답 ①

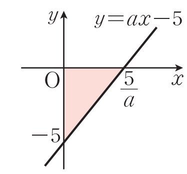
중 19 $y=-\dfrac{1}{2}x-4$의 그래프의 x절편은 -8, y절편은 -4이므로

$\mathrm{A}(-8,\ 0)$, $\mathrm{B}(0,\ -4)$

따라서 삼각형 ABO의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times8\times4=16$ 　　　　답 16

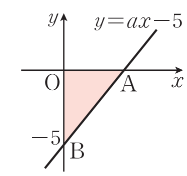
상 20 $y=ax-5\ (a>0)$의 그래프의 x절편은 $\dfrac{5}{a}$, y절편은 -5이므로 그 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



이때 색칠한 도형의 넓이가 10이므로

$\dfrac{1}{2}\times\dfrac{5}{a}\times5=10$, $\dfrac{5}{a}=4$ 　　$\therefore a=\dfrac{5}{4}$ 　　　　답 ④

다른 풀이 $y=ax-5\ (a>0)$의 그래프의 y절편은 -5이므로 오른쪽 그림에서



$\overline{\mathrm{OB}}=5$

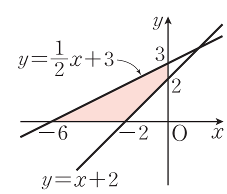
이때 삼각형 ABO의 넓이가 10이므로

$\dfrac{1}{2}\times\overline{\mathrm{OA}}\times5=10$ 　　$\therefore \overline{\mathrm{OA}}=4$

따라서 점 A의 좌표는 $(4,\ 0)$이므로

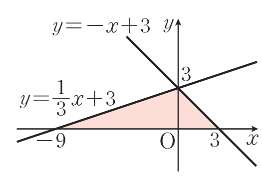
$0=4a-5$에서 $-4a=-5$ 　　$\therefore a=\dfrac{5}{4}$

상 21 $y=x+2$의 그래프의 x절편은 -2, y절편은 2이고, $y=\dfrac{1}{2}x+3$의 그래프의 x절편은 -6, y절편은 3이다. 따라서 구하는 도형의 넓이는



$\dfrac{1}{2}\times6\times3-\dfrac{1}{2}\times2\times2=9-2=7$ 　　　　답 7

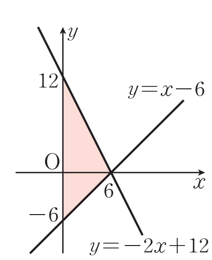
중 22 $y=-x+3$의 그래프의 x절편은 3, y절편은 3이고, $y=\dfrac{1}{3}x+3$의 그래프의 x절편은 -9, y절편은 3이므로 두 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



따라서 구하는 도형의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times12\times3=18$ 　　　　답 18

중 23 $y=x-6$의 그래프의 x절편은 6, y절편은 -6이고, $y=-2x+12$의 그래프의 x절편은 6, y절편은 12이므로 두 그래프는 오른쪽 그림과 같다. 　…… ㉮



따라서 구하는 도형의 넓이는

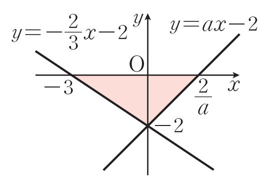
$\dfrac{1}{2}\times18\times6=54$ 　…… ㉯

답 54

채점 기준

㉮ 두 일차함수의 그래프 그리기	60 %
㉯ 두 일차함수의 그래프와 y축으로 둘러싸인 도형의 넓이 구하기	40 %

상 24 $y=-\frac{2}{3}x-2$의 그래프의 x절편은 -3, y절편은 -2



이고, $y=ax-2\ (a>0)$의 그래프의 x절편은 $\frac{2}{a}$, y절편은 -2

이므로 두 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

이때 색칠한 도형의 넓이가 5이므로

$\frac{1}{2}\times\left\{\frac{2}{a}-(-3)\right\}\times 2=5,\ \frac{2}{a}=2 \qquad \therefore a=1$ 답 1

하 25 기울기가 3이고 y절편이 -9이므로 일차함수의 식은

$y=3x-9$

$y=0$일 때, $0=3x-9,\ -3x=-9 \qquad \therefore x=3$

따라서 구하는 x절편은 3이다. 답 3

공략 비법

일차함수의 식을 구할 때, 다음을 이용한다.

① 일차함수 $y=ax+b$의 그래프와 평행하다.

➡ 기울기는 a이다.

② x의 값이 m만큼 증가할 때 y의 값은 n만큼 증가한다.

➡ 기울기는 $\frac{n}{m}$이다.

③ x의 값의 증가량에 대한 y의 값의 증가량의 비율이 a이다.

➡ 기울기는 a이다.

하 26 기울기가 -2이고 y절편이 -5인 일차함수의 식은

$y=-2x-5$

이 그래프가 점 $(k,\ -1)$을 지나므로

$-1=-2k-5,\ 2k=-4 \qquad \therefore k=-2$ 답 -2

중 27 조건 (가)에서 두 점 $(-2,\ 9)$, $(1,\ -3)$을 지나는 직선과 평행하므로

$(\text{기울기})=\frac{-3-9}{1-(-2)}=-4$ …… ㉮

조건 (나)에서 $y=-2x+8$의 그래프와 y축 위에서 만나므로 y절편은 8이다. …… ㉯

따라서 구하는 일차함수의 식은

$y=-4x+8$ …… ㉰

답 $y=-4x+8$

채점 기준

㉮ 일차함수의 그래프의 기울기 구하기	40 %
㉯ 일차함수의 그래프의 y절편 구하기	40 %
㉰ 일차함수의 식 구하기	20 %

중 28 두 점 $(5,\ 0)$, $(0,\ 6)$을 지나는 직선과 평행하므로

$(\text{기울기})=\frac{6-0}{0-5}=-\frac{6}{5}$

이때 y절편이 -4이므로 일차함수의 식은

$y=-\frac{6}{5}x-4$

이 그래프가 점 $(5a,\ 8-2a)$를 지나므로

$8-2a=-6a-4,\ 4a=-12 \qquad \therefore a=-3$ 답 -3

하 29 두 점 $(-4,\ 0)$, $(0,\ 3)$을 지나는 직선과 평행하므로

$(\text{기울기})=\frac{3-0}{0-(-4)}=\frac{3}{4}$

구하는 일차함수의 식을 $y=\frac{3}{4}x+b$라 하면 이 그래프가 점 $(4,\ -1)$을 지나므로

$-1=3+b \qquad \therefore b=-4$

$\therefore y=\frac{3}{4}x-4$ 답 ②

하 30 기울기가 5이므로 일차함수의 식을 $y=5x+b$라 하자.

이 그래프가 점 $(1,\ 7)$을 지나므로

$7=5+b \qquad \therefore b=2$

$\therefore y=5x+2$

따라서 $f(x)=5x+2$이므로

$f(-3)=5\times(-3)+2=-13$ 답 -13

중 31 $(\text{기울기})=\frac{-3}{6-2}=-\frac{3}{4}$

일차함수의 식을 $y=-\frac{3}{4}x+b$라 하면 이 그래프가 점 $(8,\ 2)$를 지나므로

$2=-6+b \qquad \therefore b=8$

$\therefore y=-\frac{3}{4}x+8$

따라서 구하는 y절편은 8이다. 답 ④

중 32 $y=2x+3$의 그래프와 평행하므로 $a=2$ …… ㉮

$y=2x+b$의 그래프가 점 $(-6,\ 0)$을 지나므로

$0=-12+b \qquad \therefore b=12$ …… ㉯

$\therefore a+b=2+12=14$ …… ㉰

답 14

채점 기준

㉮ a의 값 구하기	40 %
㉯ b의 값 구하기	40 %
㉰ $a+b$의 값 구하기	20 %

중 33 $y=3x-9$의 그래프와 평행하므로 구하는 일차함수의 식을 $y=3x+b$라 하자.

$y=\frac{6}{5}x-1$의 그래프의 x절편이 $\frac{5}{6}$이므로 $y=3x+b$의 그래프의 x절편도 $\frac{5}{6}$이다.

즉, $y=3x+b$의 그래프가 점 $\left(\frac{5}{6},\ 0\right)$을 지나므로

$0=\frac{5}{2}+b \qquad \therefore b=-\frac{5}{2}$

$\therefore y=3x-\frac{5}{2}$ 답 $y=3x-\frac{5}{2}$

하 34 그래프가 두 점 $(2,\ 4)$, $(-1,\ 1)$을 지나므로

$(\text{기울기})=\frac{1-4}{-1-2}=1$

일차함수의 식을 $y=x+b$라 하면 이 그래프가 점 $(2,\ 4)$를 지

나므로

$4=2+b \qquad \therefore b=2$

$\therefore y=x+2$

따라서 이 그래프가 x축과 만나는 점의 좌표는 $(-2,\ 0)$이다.

답 ①

다른 풀이 두 점 $(2,\ 4)$, $(-1,\ 1)$을 지나는 일차함수의 그래프의 식을 $y=ax+b$라 하면

$4=2a+b \quad \cdots\cdots$ ㉠, $\quad 1=-a+b \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉠−㉡을 하면 $3=3a \qquad \therefore a=1$

$a=1$을 ㉡에 대입하면 $1=-1+b \qquad \therefore b=2$

따라서 일차함수의 식은 $y=x+2$이므로 이 그래프가 x축과 만나는 점의 좌표는 $(-2,\ 0)$이다.

공략 비법

서로 다른 두 점 $(x_1,\ y_1)$, $(x_2,\ y_2)$를 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은 다음과 같은 순서로 구할 수도 있다.

❶ 구하는 일차함수의 식을 $y=ax+b$라 하고, 두 점의 좌표를 각각 대입한다.

❷ ❶의 두 방정식을 연립하여 a, b의 값을 구한다.

하 35 직선이 두 점 $(1,\ 1)$, $(-1,\ 5)$를 지나므로

$(\text{기울기})=\dfrac{5-1}{-1-1}=-2$

일차함수의 식을 $y=-2x+b$라 하면 이 그래프가 점 $(1,\ 1)$을 지나므로

$1=-2+b \qquad \therefore b=3$

$\therefore y=-2x+3$

답 $y=-2x+3$

중 36 그래프가 두 점 $(-1,\ 4)$, $(2,\ -5)$를 지나므로

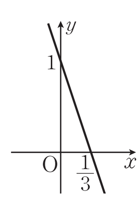
$(\text{기울기})=\dfrac{-5-4}{2-(-1)}=-3$

일차함수의 식을 $y=-3x+b$라 하면 이 그래프가 점 $(-1,\ 4)$를 지나므로

$4=3+b \qquad \therefore b=1$

$\therefore y=-3x+1$

⑤ $y=-3x+1$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제1사분면을 지난다.



답 ⑤

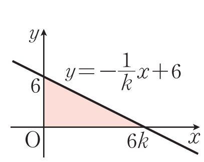
상 37 그래프가 두 점 $(0,\ 6)$, $(k,\ 5)$를 지나므로

$(\text{기울기})=\dfrac{5-6}{k-0}=-\dfrac{1}{k}$

이때 y절편이 6이므로 일차함수의 식은

$y=-\dfrac{1}{k}x+6$

따라서 $y=-\dfrac{1}{k}x+6\ (k>0)$의 그래프의 x절편은 $6k$이므로 오른쪽 그림에서



$\dfrac{1}{2}\times 6k\times 6=36$

$18k=36 \qquad \therefore k=2$

답 2

상 38 ① 두 점 $(-2,\ 2)$, $(0,\ -2)$를 지나므로

$(\text{기울기})=\dfrac{-2-2}{0-(-2)}=-2$

이때 y절편이 -2이므로 일차함수의 식은

$y=-2x-2$

② 두 점 $(-4,\ 1)$, $(4,\ 3)$을 지나므로

$(\text{기울기})=\dfrac{3-1}{4-(-4)}=\dfrac{1}{4}$

일차함수의 식을 $y=\dfrac{1}{4}x+b$라 하면 이 그래프가 점 $(-4,\ 1)$을 지나므로

$1=-1+b \qquad \therefore b=2$

$\therefore y=\dfrac{1}{4}x+2$

③ 두 점 $(-2,\ -2)$, $(2,\ 4)$를 지나므로

$(\text{기울기})=\dfrac{4-(-2)}{2-(-2)}=\dfrac{3}{2}$

일차함수의 식을 $y=\dfrac{3}{2}x+b$라 하면 이 그래프가 점 $(-2,\ -2)$를 지나므로

$-2=-3+b \qquad \therefore b=1$

$\therefore y=\dfrac{3}{2}x+1$

④ 두 점 $(0,\ 4)$, $(4,\ 1)$을 지나므로

$(\text{기울기})=\dfrac{1-4}{4-0}=-\dfrac{3}{4}$

이때 y절편이 4이므로 일차함수의 식은

$y=-\dfrac{3}{4}x+4$

⑤ 두 점 $(0,\ -4)$, $(3,\ 2)$를 지나므로

$(\text{기울기})=\dfrac{2-(-4)}{3-0}=2$

이때 y절편이 -4이므로 일차함수의 식은

$y=2x-4$

따라서 일차함수의 식이 바르게 연결된 것은 ⑤이다.

답 ⑤

하 39 그래프가 두 점 $(-3,\ 0)$, $(0,\ 5)$를 지나므로

$(\text{기울기})=\dfrac{5-0}{0-(-3)}=\dfrac{5}{3}$

이때 y절편이 5이므로 일차함수의 식은

$y=\dfrac{5}{3}x+5$

이 그래프가 점 $\left(\dfrac{6}{5},\ k\right)$를 지나므로

$k=2+5=7$

답 7

공략 비법

x절편이 m, y절편이 n인 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은 다음과 같은 순서로 구한다. (단, $m\neq 0$)

❶ 두 점 $(m,\ 0)$, $(0,\ n)$을 지남을 이용하여 기울기를 구한다.

➡ $(\text{기울기})=\dfrac{n-0}{0-m}=-\dfrac{n}{m}$

❷ y절편이 n이므로 구하는 일차함수의 식은

➡ $y=-\dfrac{n}{m}x+n$

하 **40** 그래프가 두 점 $(2,\ 0)$, $(0,\ 4)$를 지나므로

$(\text{기울기})=\dfrac{4-0}{0-2}=-2$

이때 y절편이 4이므로 일차함수의 식은

$y=-2x+4$

이 그래프가 점 $(-k,\ 6k)$를 지나므로

$6k=2k+4,\ 4k=4 \qquad \therefore k=1$ 답 ④

중 **41** $y=-\dfrac{1}{3}x+1$의 그래프의 x절편은 3, $y=-3x+2$의 그래프의 y절편은 2이므로 $y=mx+n$의 그래프의 x절편은 3, y절편은 2이다.

즉, $y=mx+n$의 그래프가 두 점 $(3,\ 0)$, $(0,\ 2)$를 지나므로

$m=\dfrac{2-0}{0-3}=-\dfrac{2}{3},\ n=2$

$\therefore \dfrac{n}{m}=2\div\left(-\dfrac{2}{3}\right)=2\times\left(-\dfrac{3}{2}\right)=-3$ 답 ①

중 **42** $y=ax+2$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=ax+2+b$ ······ ㉮

이 그래프가 두 점 $(-4,\ 0)$, $(0,\ -2)$를 지나므로

$a=\dfrac{-2-0}{0-(-4)}=-\dfrac{1}{2}$ ······ ㉯

또, y절편은 -2이므로

$2+b=-2 \qquad \therefore b=-4$ ······ ㉰

$\therefore ab=\left(-\dfrac{1}{2}\right)\times(-4)=2$ ······ ㉱

답 2

채점 기준

㉮ 평행이동한 그래프의 식 구하기	30 %
㉯ a의 값 구하기	30 %
㉰ b의 값 구하기	30 %
㉱ ab의 값 구하기	10 %

중 **43** 주어진 그림에서 직선이 두 점 $(5,\ 0)$, $(0,\ 20)$을 지나므로

$(\text{기울기})=\dfrac{20-0}{0-5}=-4$

이때 y절편이 20이므로 일차함수의 식은

$y=-4x+20$

$x=3$이면 $y=-4\times3+20=8$

따라서 불을 붙인 지 3시간 후의 양초의 길이는 8 cm이다.

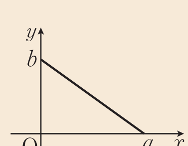
답 8 cm

공략 비법

주어진 그래프의 x절편, y절편을 이용하여 일차함수의 식을 세운다.

① x절편: a, y절편: b

② $y=-\dfrac{b}{a}x+b$



참고 일차함수의 그래프의 활용 문제에서 주어진 조건을 이용하여 x와 y 사이의 관계를 식으로 나타내었을 때, 그 식은 $y=(x$에 대한 일차식$)$ 꼴이어야 한다.

중 **44** 주어진 그림에서 직선이 두 점 $(0,\ 15)$, $(4,\ 63)$을 지나므로

$(\text{기울기})=\dfrac{63-15}{4-0}=12$

이때 y절편이 15이므로 일차함수의 식은

$y=12x+15$

$x=7$이면 $y=12\times7+15=99$

따라서 지표로부터 지하 7 km에서의 온도는 99 ℃이다.

답 99 ℃

중 **45** 주어진 그림에서 직선이 두 점 $(0,\ 800)$, $(3,\ 500)$을 지나므로

$(\text{기울기})=\dfrac{500-800}{3-0}=-100$

이때 y절편이 800이므로 일차함수의 식은

$y=-100x+800$

$y=300$이면 $300=-100x+800$

$100x=500 \qquad \therefore x=5$

따라서 남은 물의 양이 300 mL가 되는 것은 가습기를 가동한 지 5시간 후이다. 답 5시간

Lecture 19 일차함수의 활용

Level A 개념 익히기 132쪽

01 x분 후에는 물의 온도가 $8x$ ℃ 올라가므로

$y=10+8x$ 답 $y=10+8x$

02 $x=7$을 $y=10+8x$에 대입하면

$y=10+8\times7=66$

따라서 주전자를 가열한 지 7분 후의 물의 온도는 66 ℃이다.

답 66 ℃

03 x분 후에는 양초의 길이가 $2x$ cm 짧아지므로

$y=17-2x$ 답 $y=17-2x$

04 $x=4$를 $y=17-2x$에 대입하면

$y=17-2\times4=9$

따라서 불을 붙인 지 4분 후의 양초의 길이는 9 cm이다.

답 9 cm

05 x분 동안 흘러나온 물의 양은 $2x$ L이므로

$y=50-2x$ 답 $y=50-2x$

06 $y=14$를 $y=50-2x$에 대입하면

$14=50-2x,\ 2x=36 \qquad \therefore x=18$

따라서 수조에 남아 있는 물의 양이 14 L가 되는 것은 물이 흘러나오기 시작한 지 18분 후이다. 답 18분

Level B 유형 공략하기 133~135쪽

중 07 1분마다 물의 온도가 $\frac{1}{2}$ ℃씩 내려가므로 x분 후의 물의 온도를 y ℃라 하면

$y=90-\frac{1}{2}x$

$y=75$이면 $75=90-\frac{1}{2}x$

$\frac{1}{2}x=15$ $\therefore x=30$

따라서 물의 온도가 75 ℃가 되는 것은 물을 공기 중에 놓아둔 지 30분 후이다.

답 30분

참고 x, y를 정할 때, 먼저 변하는 것을 x라 하고 나중에 변하는 것을 y라 한다.

예 ① 높이가 올라감에 따라 기온이 내려간다. ➡ 높이: x, 기온: y

② 온도가 올라감에 따라 속력이 빨라진다. ➡ 온도: x, 속력: y

하 08 1 km 높아질 때마다 기온이 6 ℃씩 내려가므로 지면으로부터 높이가 x km인 지점의 기온을 y ℃라 하면

$y=30-6x$

$x=3$이면 $y=30-6\times3=12$

따라서 지면으로부터 높이가 3 km인 지점의 기온은 12 ℃이다.

답 12 ℃

중 09 기온이 1 ℃ 올라갈 때마다 소리의 속력은 초속 0.6 m씩 증가하므로 기온이 x ℃일 때, 소리의 속력을 초속 y m라 하면

$y=331+0.6x$

$x=23$이면 $y=331+0.6\times23=344.8$

따라서 기온이 23 ℃일 때, 소리의 속력은 초속 344.8 m이다.

답 ①

상 10 물에 열을 가하면 1분마다 물의 온도가 3 ℃씩 올라가므로 x분 후의 물의 온도를 y ℃라 하면

$y=15+3x$

$y=60$이면 $60=15+3x$

$-3x=-45$ $\therefore x=15$

즉, 물을 60 ℃까지 데우는 데 15분이 걸린다. …… ㉮

또, 물에 열을 가하지 않으면 1분마다 물의 온도가 1 ℃씩 내려가므로 x분 후의 물의 온도를 y ℃라 하면

$y=60-x$

$y=40$이면 $40=60-x$ $\therefore x=20$

즉, 물을 40 ℃까지 식히는 데 20분이 걸린다. …… ㉯

따라서 물을 60 ℃까지 데웠다가 다시 40 ℃까지 식히는 데 걸리는 시간은

$15+20=35$(분) …… ㉰

답 35분

채점 기준

㉮ 온도가 15 ℃인 물을 60 ℃까지 데우는 데 걸리는 시간 구하기	40 %
㉯ 온도가 60 ℃인 물을 40 ℃까지 식히는 데 걸리는 시간 구하기	40 %
㉰ 전체 걸리는 시간 구하기	20 %

주의 물에 열을 가하는 경우와 물에 열을 가하지 않는 경우로 나누어 각각의 관계식을 구한다.

중 11 1 g마다 용수철의 길이가 $\frac{4}{5}$ cm씩 늘어나므로 무게가 x g인 물건을 매달았을 때, 용수철의 길이를 y cm라 하면

$y=27+\frac{4}{5}x$

$x=25$이면 $y=27+\frac{4}{5}\times25=47$

따라서 무게가 25 g인 물건을 매달았을 때, 용수철의 길이는 47 cm이다.

답 47 cm

중 12 1개월마다 식물의 높이가 1.5 cm씩 자라므로 x개월 후의 식물의 높이를 y cm라 하면

$y=16+1.5x$

$y=31$이면 $31=16+1.5x$

$-1.5x=-15$ $\therefore x=10$

따라서 식물의 높이가 31 cm가 되는 것은 10개월 후이다.

답 ③

중 13 ①, ② 1분마다 양초의 길이가 $\frac{3}{8}$ cm씩 짧아지므로 x와 y 사이의 관계식은

$y=30-\frac{3}{8}x$

③ $x=40$이면 $y=30-\frac{3}{8}\times40=15$

즉, 불을 붙인 지 40분 후의 양초의 길이는 15 cm이다.

④ $y=12$이면 $12=30-\frac{3}{8}x$

$\frac{3}{8}x=18$ $\therefore x=48$

즉, 양초의 길이가 12 cm가 되는 것은 불을 붙인 지 48분 후이다.

⑤ 양초가 다 타면 $y=0$이므로

$0=30-\frac{3}{8}x$, $\frac{3}{8}x=30$ $\therefore x=80$

즉, 양초가 다 타는 데 걸리는 시간은 80분, 즉 1시간 20분이다.

따라서 옳은 것은 ④이다.

답 ④

중 14 1분마다 3 L씩 물을 넣으므로 x분 후에 물통에 들어 있는 물의 양을 y L라 하면

$y=45+3x$

$y=150$이면 $150=45+3x$

$-3x=-105$ $\therefore x=35$

따라서 물통을 가득 채우는 데 걸리는 시간은 35분이다.

답 ②

중 15 방향제의 양이 7일 동안 $40-34.4=5.6$(mL)만큼 줄어들었으므로 하루에 0.8 mL씩 방향제의 양이 줄어든다.

x일 후에 남아 있는 방향제의 양을 y mL라 하면

$y=40-0.8x$

$x=20$이면 $y=40-0.8\times20=24$

따라서 개봉하고 20일이 지난 후에 남아 있는 방향제의 양은 24 mL이다.

답 ⑤

중 16 (1) 15 km를 달리는 데 1 L의 휘발유가 소모되므로 1 km를 달리는 데 $\frac{1}{15}$ L의 휘발유가 소모된다.

$\therefore y=38-\frac{1}{15}x$ …… ㉮

(2) $x=75$이면 $y=38-\frac{1}{15}\times75=33$

따라서 75 km를 달린 후에 남아 있는 휘발유의 양은 33 L이다. …… ㉯

답 (1) $y=38-\frac{1}{15}x$ (2) 33 L

채점 기준

(1)	㉮ x와 y 사이의 관계식 구하기	50 %
(2)	㉯ 75 km를 달린 후에 남아 있는 휘발유의 양 구하기	50 %

중 17 1분마다 $\frac{1}{10}$ L씩 석유가 연소되므로 x분 후에 남아 있는 석유의 양을 y L라 하면

$y=25-\frac{1}{10}x$

석유가 모두 연소되면 $y=0$이므로

$0=25-\frac{1}{10}x$, $\frac{1}{10}x=25$ $\therefore x=250$

따라서 난로를 켠 지 250분 후에 석유가 모두 연소된다.

답 ⑤

중 18 x분 후에 남아 있는 포도당의 양을 y mL라 하면

$y=300-5x$

포도당을 모두 투여하면 $y=0$이므로

$0=300-5x$, $5x=300$ $\therefore x=60$

따라서 포도당을 모두 투여하는 데 60분, 즉 1시간이 걸리므로 포도당을 모두 투여한 시각은 오후 2시이다. 답 ④

참고 1 L=1000 mL이므로 0.3 L=300 mL로 고친 후, 관계식을 세운다.

상 19 x분 후에 물통에 남아 있는 물의 양을 y L라 하면

물통 A에서는 1분마다 $\frac{2}{3}$ L씩 물이 흘러나오므로

$y=40-\frac{2}{3}x$

물통 B에서는 1분마다 $\frac{4}{3}$ L씩 물이 흘러나오므로

$y=60-\frac{4}{3}x$

$40-\frac{2}{3}x=60-\frac{4}{3}x$에서

$\frac{2}{3}x=20$ $\therefore x=30$

따라서 두 물통에 남아 있는 물의 양이 같아지는 것은 30분 후이다. 답 30분

중 20 출발한 지 x시간 후의 남은 거리를 y km라 하면

$y=150-70x$

$x=2$이면 $y=150-70\times2=10$

따라서 출발한 지 2시간 후의 남은 거리는 10 km이다.

답 10 km

개념 보충 학습

① (거리)=(속력)×(시간), (속력)=$\frac{(\text{거리})}{(\text{시간})}$, (시간)=$\frac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$

② 초속 a m로 b초 동안 달린 거리는 ab m이다.

③ a km 떨어진 거리를 b분 동안 갔을 때의 속력은 분속 $\frac{a}{b}$ km이다.

하 21 엘리베이터가 x초에 $1.5x$ m를 내려오므로 x와 y 사이의 관계식은

$y=80-1.5x$ 답 ①

중 22 x시간 후의 태풍과 Q 지점 사이의 거리를 y km라 하면

$y=700-24x$

태풍이 Q 지점에 도달하면 $y=0$이므로

$0=700-24x$, $24x=700$ $\therefore x=\frac{175}{6}$

따라서 태풍이 Q 지점에 도달하는 것은 P 지점을 출발한 지 $\frac{175}{6}$시간 후이다. 답 $\frac{175}{6}$시간

상 23 연주가 출발한 지 x분 후의 두 사람 사이의 거리를 y m라 하면

현진이가 걸은 시간은 $(x+4)$분이므로

현진이가 걸은 거리는 $50(x+4)$ m

연주가 달린 거리는 $300x$ m

$\therefore y=300x-50(x+4)$, 즉 $y=250x-200$

$y=800$이면 $800=250x-200$

$-250x=-1000$ $\therefore x=4$

따라서 연주가 출발하여 현진이보다 한 바퀴 앞설 때까지 걸리는 시간은 4분이다. 답 4분

중 24 x초 후의 삼각형 ABP의 넓이를 y cm^{2}라 하면

$\overline{BP}=x$ cm이므로

$y=\frac{1}{2}\times x\times12$, 즉 $y=6x$

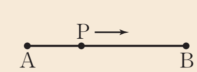
$y=36$이면 $36=6x$ $\therefore x=6$

따라서 삼각형 ABP의 넓이가 36 cm^{2}가 되는 것은 점 P가 꼭짓점 B를 출발한 지 6초 후이다. 답 6초

공략 비법

도형에서의 일차함수의 활용

선분 AB 위의 한 점 P가 점 A를 출발하여 선분 AB를 따라 점 B까지 매초 a cm씩 움직일 때,



① (x초 후의 선분 AP의 길이)$=ax$ cm

② (x초 후의 선분 BP의 길이)$=\overline{AB}-\overline{AP}$

$=\overline{AB}-ax$(cm)

중 25 x초 후의 사다리꼴 APCD의 넓이를 y cm^{2}라 하면

$\overline{BP}=2x$ cm이므로 $\overline{AP}=(20-2x)$cm

$\therefore y=\frac{1}{2}\times\{(20-2x)+20\}\times12$, 즉 $y=240-12x$

$x=5$이면 $y=240-12\times5=180$

따라서 점 P가 꼭짓점 B를 출발한 지 5초 후의 사다리꼴 APCD의 넓이는 180 cm^2이다. 답 180 cm^2

중 26 (1) $\overline{BP}=3x$ cm이므로 $\overline{PD}=(18-3x)$ cm

$\therefore y=\frac{1}{2}\times 3x\times 8+\frac{1}{2}\times(18-3x)\times 6$

즉, $y=3x+54$ …… ㉮

(2) $y=63$이면 $63=3x+54$

$-3x=-9$ $\quad\therefore x=3$

따라서 점 P가 꼭짓점 B를 출발한 지 3초 후에 삼각형 ABP와 삼각형 CDP의 넓이의 합이 63 cm^2가 된다. …… ㉯

답 (1) $y=3x+54$ (2) 3초

채점 기준

(1)	㉮ x와 y 사이의 관계식 구하기	50 %
(2)	㉯ 몇 초 후에 삼각형 ABP와 삼각형 CDP의 넓이의 합이 63 cm^2가 되는지 구하기	50 %

단원 마무리 136~139쪽

Level B 필수 유형 정복하기

01 ①, ③	**02** ④	**03** ②	**04** ①	**05** 10
06 18	**07** $m\geq\frac{1}{2}$	**08** $\frac{9}{2}$	**09** 제2사분면	
10 $-\frac{2}{3}$	**11** -2	**12** ④	**13** ④	**14** 18
15 -12	**16** ②	**17** 5 L	**18** 17개	**19** ②
20 24초	**21** 1	**22** -12	**23** 2π	**24** -4

25 (1) $y=32-\frac{1}{5}x$ (2) 85분

26 (1) $y=360-36x$ (2) 6초

01 전략 x의 값이 정해짐에 따라 y의 값이 오직 하나씩 정해지는지 확인한다.

① $x=5$일 때, 5보다 작은 홀수는 1, 3으로 y의 값이 오직 하나로 정해지지 않으므로 y는 x의 함수가 아니다.

③ 키가 170 cm인 사람의 몸무게는 50 kg, 60 kg 등으로 여러 가지가 있을 수 있다. 즉, x의 값이 정해짐에 따라 y의 값이 오직 하나로 정해지지 않으므로 y는 x의 함수가 아니다.

02 전략 $f(x)=ax+b$에 두 점의 좌표를 각각 대입하여 a, b의 값을 구한다.

$f(x)=ax+b$의 그래프가 두 점 $(2,\ 3)$, $(0,\ 5)$를 지나므로

$3=2a+b$, $5=b$

$b=5$를 $3=2a+b$에 대입하면

$3=2a+5$, $-2a=2$ $\quad\therefore a=-1$

따라서 $f(x)=-x+5$이므로

$f(4)=-4+5=1$

03 전략 평행이동한 그래프의 식을 구한 후 지나는 점의 좌표를 대입한다.

$y=-2x+k$의 그래프를 y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-2x+k-1$

이 그래프가 점 $(-3,\ 2)$를 지나므로

$2=6+k-1$ $\quad\therefore k=-3$

04 전략 일차함수의 그래프의 x절편은 $y=0$일 때의 x의 값임을 이용한다.

$y=\frac{2}{3}x$의 그래프를 y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=\frac{2}{3}x+4$

$y=0$일 때, $0=\frac{2}{3}x+4$, $-\frac{2}{3}x=4$ $\quad\therefore x=-6$

따라서 구하는 x절편은 -6이다.

05 전략 두 일차함수의 그래프가 x축 위에서 만나면 x절편이 같고, y축 위에서 만나면 y절편이 같음을 이용한다.

$y=-4x+8$의 그래프의 x절편은 2, y절편은 8이다.

즉, $y=\frac{1}{2}x-3+a$의 그래프의 x절편이 2이므로

$0=1-3+a$ $\quad\therefore a=2$

또, $y=-x+b$의 그래프의 y절편이 8이므로 $b=8$

$\therefore a+b=2+8=10$

06 전략 일차함수 $y=ax+b$의 그래프에서

$(\text{기울기})=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}=a$임을 이용한다.

$(\text{기울기})=\frac{7-(-1)}{5-1}=2$이므로

$\frac{a}{9}=2$ $\quad\therefore a=18$

07 전략 두 점 $(x_1,\ y_1)$, $(x_2,\ y_2)$를 지나는 일차함수의 그래프의 기울기는 $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$임을 이용한다.

$(\text{기울기})=\frac{(3m+2)-(m-3)}{2-(-1)}=\frac{2m+5}{3}$

이때 $\frac{2m+5}{3}\geq 2$이므로

$2m+5\geq 6$, $2m\geq 1$ $\quad\therefore m\geq\frac{1}{2}$

08 전략 세 점 중에서 어느 두 점을 택하여도 기울기가 같음을 이용한다.

세 점이 한 직선 위에 있으므로 두 점 $(-1,\ 1-2k)$, $(3,\ 4)$를 지나는 직선의 기울기와 두 점 $(3,\ 4)$, $(5,\ 2k+1)$을 지나는 직선의 기울기가 같다.

즉, $\frac{4-(1-2k)}{3-(-1)}=\frac{(2k+1)-4}{5-3}$이므로

$\frac{2k+3}{4}=\frac{2k-3}{2}$, $4k+6=8k-12$

$-4k=-18$ $\quad\therefore k=\frac{9}{2}$

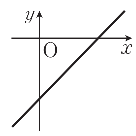
09 전략 주어진 그림에서 a, b의 부호를 파악한 후 기울기와 y절편의 부호를 구한다.

주어진 그림에서 $a<0$, $-b<0$이므로

$a<0$, $b>0$ $\therefore \dfrac{a}{b}<0$

따라서 (기울기)>0, (y절편)<0이므로 $y=bx+\dfrac{a}{b}$의 그래프는 제1, 3, 4사분면을 지난다. 즉, 제2사분면을 지나지 않는다.

참고 $b>0$, $\dfrac{a}{b}<0$이므로 $y=bx+\dfrac{a}{b}$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



10 전략 사각형 ABCD가 평행사변형이므로 두 선분 AB와 DC가 서로 평행하다.

사각형 ABCD가 평행사변형이므로 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$

즉, 직선 AB의 기울기와 두 점 C, D를 지나는 일차함수의 그래프의 기울기가 같다.

두 점 C$(0,\ -4)$, D$(-6,\ 0)$을 지나는 일차함수의 그래프의 기울기는

$\dfrac{0-(-4)}{-6-0}=-\dfrac{2}{3}$ $\therefore a=-\dfrac{2}{3}$

개념 보충 학습

평행사변형은 두 쌍의 마주 보는 변이 평행한 사각형이다.

11 전략 두 일차함수 $y=ax+b$와 $y=cx+d$의 그래프가 일치하면 $a=c$, $b=d$임을 이용한다.

$y=ax+1$의 그래프가 점 $(-2,\ 5)$를 지나므로

$5=-2a+1$, $2a=-4$ $\therefore a=-2$

즉, $y=-2x+1$의 그래프와 $y=bx+c-1$의 그래프가 일치하므로

$-2=b$, $1=c-1$ $\therefore b=-2$, $c=2$

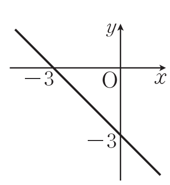
$\therefore a+b+c=-2+(-2)+2=-2$

12 전략 먼저 $y=-x$의 그래프를 y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프의 식을 구한다.

$y=-x$의 그래프를 y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-x-3$

② $y=-x-3$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제1사분면을 지나지 않는다.



④ $y=-x-3$의 그래프의 x절편은 -3, $y=2x-6$의 그래프의 x절편은 3이다. 즉, x절편이 다르므로 $y=2x-6$의 그래프와 x축 위에서 만나지 않는다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

13 전략 $ac>0$, $bc<0$에서 a, b, c의 부호를 각각 구한다.

$ac>0$, $bc<0$에서

(ⅰ) $a>0$이면 $c>0$, $b<0$

(ⅱ) $a<0$이면 $c<0$, $b>0$

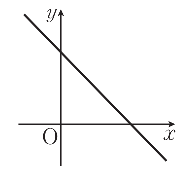
(ⅰ), (ⅱ)에서 $a>0$, $b<0$, $c>0$ 또는 $a<0$, $b>0$, $c<0$

① (y절편)$=-\dfrac{c}{b}>0$

② (x절편)$=\dfrac{c}{a}>0$

③ (기울기)$=\dfrac{a}{b}<0$

④ $y=\dfrac{a}{b}x-\dfrac{c}{b}$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제3사분면을 지나지 않는다.



⑤ $y=\dfrac{b}{a}x-\dfrac{c}{b}$의 그래프와 y절편이 같으므로 두 그래프는 일치하거나 한 점에서 만난다.

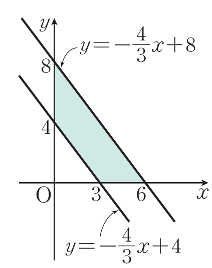
따라서 옳은 것은 ④이다.

참고 ⑤ 두 일차함수 $y=\dfrac{a}{b}x-\dfrac{c}{b}$, $y=\dfrac{b}{a}x-\dfrac{c}{b}$의 그래프는 y절편이 같으므로 기울기가 같으면 두 그래프는 일치하고, 기울기가 다르면 두 그래프는 점 $\left(0,\ -\dfrac{c}{b}\right)$에서 만난다.

따라서 $y=\dfrac{a}{b}x-\dfrac{c}{b}$의 그래프는 $y=\dfrac{b}{a}x-\dfrac{c}{b}$의 그래프와 평행하지 않다. (평행할 수 없다.)

14 전략 두 일차함수 $y=-\dfrac{4}{3}x+8$, $y=-\dfrac{4}{3}x+4$의 그래프를 좌표평면 위에 나타내어 도형을 파악한다.

$y=-\dfrac{4}{3}x+8$의 그래프의 x절편은 6, y절편은 8이고, $y=-\dfrac{4}{3}x+4$의 그래프의 x절편은 3, y절편은 4이므로 두 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



따라서 구하는 도형의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times6\times8-\dfrac{1}{2}\times3\times4=24-6=18$

15 전략 x의 값의 증가량에 대한 y의 값의 증가량의 비율이 기울기임을 이용한다.

x의 값의 증가량에 대한 y의 값의 증가량의 비율, 즉 기울기가 $-\dfrac{2}{3}$이므로 $f(x)=-\dfrac{2}{3}x+b$라 하면

$f(6)=2$에서 $-4+b=2$ $\therefore b=6$

따라서 $f(x)=-\dfrac{2}{3}x+6$이므로 $f(k)=14$에서

$-\dfrac{2}{3}k+6=14$, $-\dfrac{2}{3}k=8$ $\therefore k=-12$

16 전략 x절편과 y절편을 이용하여 a, b의 값을 구한다.

$y=ax+b$의 그래프가 두 점 $(1,\ 0)$, $(0,\ -3)$을 지나므로

$a=\dfrac{-3-0}{0-1}=3$, $b=-3$

따라서 $y=bx+a$, 즉 $y=-3x+3$의 그래프의 x절편은 1, y절편은 3이므로 그 그래프는 ②이다.

17 전략 주어진 그래프가 지나는 두 점의 좌표를 이용하여 일차함수의 식을 구한다.

주어진 그림에서 직선이 두 점 $(120, 0)$, $(0, 24)$를 지나므로

$(\text{기울기})=\dfrac{24-0}{0-120}=-\dfrac{1}{5}$

이때 y절편이 24이므로 일차함수의 식은

$y=-\dfrac{1}{5}x+24$

$x=25$이면 $y=-\dfrac{1}{5}\times 25+24=19$

따라서 처음 25분 동안 흘러나온 물의 양은

$24-19=5(\text{L})$

주의 y는 물통에 남아 있는 물의 양이므로 흘러나온 물의 양은 처음 물의 양인 24 L에서 25분 후에 물통에 남아 있는 물의 양인 19 L를 빼야 한다.

18 전략 정삼각형 x개를 만드는 데 필요한 성냥개비의 개수를 y개라 하여 x와 y 사이의 관계식을 구한다.

정삼각형 1개를 만드는 데 필요한 성냥개비는 3개이고, 정삼각형이 1개씩 늘어날 때마다 성냥개비는 2개씩 늘어나므로 정삼각형 x개를 만드는 데 필요한 성냥개비의 개수를 y개라 하면

$y=3+(x-1)\times 2$, 즉 $y=2x+1$

$x=8$이면 $y=2\times 8+1=17$

따라서 정삼각형 8개를 만드는 데 필요한 성냥개비는 17개이다.

공략 비법

[1단계]의 막대가 a개, 한 단계 늘어날 때마다 개수의 변화가 k개일 때, [x단계]의 막대를 y개라 하면

➡ $y=a+k(x-1)$

19 전략 x시간 후에 이어도까지 남은 거리를 y km라 하여 x와 y 사이의 관계식을 구한다.

x시간 후에 이어도까지 남은 거리를 y km라 하면

$y=149-20x$

$y=4$이면 $4=149-20x$, $20x=145$ $\quad\therefore x=\dfrac{29}{4}$

따라서 이어도까지 남은 거리가 4 km가 되는 것은 마라도에서 출발한 지 $\dfrac{29}{4}$시간, 즉 7시간 15분 후이므로 구하는 시각은 오후 5시 15분이다.

20 전략 점 P가 1초마다 $\dfrac{1}{3}$만큼씩 움직임을 이용하여 두 삼각형 ABP, CDP의 넓이를 구한다.

점 P는 1초마다 $\dfrac{1}{3}$만큼씩 움직이므로 x초 후의 삼각형 ABP의 넓이를 y라 하면

$\overline{AP}=\dfrac{1}{3}x$이므로 $y=\dfrac{1}{2}\times 6\times \dfrac{1}{3}x$, 즉 $y=x$

또, x초 후의 삼각형 CDP의 넓이를 y라 하면

$\overline{PC}=(8+4)-\dfrac{1}{3}x=12-\dfrac{1}{3}x$이므로

$y=\dfrac{1}{2}\times 4\times\left(12-\dfrac{1}{3}x\right)$, 즉 $y=24-\dfrac{2}{3}x$

$x=3\times\left(24-\dfrac{2}{3}x\right)$에서 $x=72-2x$

$3x=72 \qquad \therefore x=24$

따라서 점 P가 점 A를 출발한 지 24초 후에 삼각형 ABP의 넓이가 삼각형 CDP의 넓이의 3배가 된다.

21 전략 점 A의 x좌표를 a라 하고 점 D의 좌표를 a에 대한 식으로 나타낸다.

점 A의 x좌표를 a라 하면 $A(a, 2a)$ …… ㉮

$\overline{AB}=2a$이고 사각형 ABCD가 정사각형이므로

$\overline{AD}=2a$

즉, 점 D의 x좌표가 $3a$이므로 $D(3a, 2a)$ …… ㉯

이때 점 D가 $y=-2x+4$의 그래프 위의 점이므로

$2a=-6a+4$, $8a=4 \qquad \therefore a=\dfrac{1}{2}$ …… ㉰

따라서 정사각형 ABCD의 한 변의 길이가

$2a=2\times\dfrac{1}{2}=1$이므로

$(\text{정사각형 ABCD의 넓이})=1\times 1=1$ …… ㉱

채점 기준

㉮ 점 A의 좌표를 한 문자로 나타내기	10 %
㉯ 점 D의 좌표를 점 A의 좌표와 같은 문자로 나타내기	30 %
㉰ 점 A의 x좌표 구하기	30 %
㉱ 정사각형 ABCD의 넓이 구하기	30 %

22 전략 주어진 그래프의 기울기를 구하여 a의 값을 구한다.

주어진 그래프는 두 점 $(2, 0)$, $(0, 4)$를 지나므로

$(\text{기울기})=\dfrac{4-0}{0-2}=-2$

즉, $-a=-2$이므로 $a=2$ …… ㉮

이때 $y=-2x+b$의 그래프의 x절편이 -3이므로

$0=6+b \qquad \therefore b=-6$ …… ㉯

$\therefore ab=2\times(-6)=-12$ …… ㉰

채점 기준

㉮ a의 값 구하기	40 %
㉯ b의 값 구하기	40 %
㉰ ab의 값 구하기	20 %

23 전략 두 일차함수 $y=\dfrac{1}{2}x+1$, $y=-\dfrac{1}{4}x+1$의 그래프를 좌표평면 위에 나타내어 도형을 파악한다.

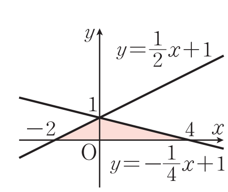
$y=\dfrac{1}{2}x+1$의 그래프의

x절편은 -2, y절편은 1

이고, $y=-\dfrac{1}{4}x+1$의 그래프의

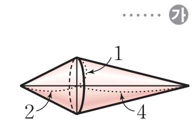
x절편은 4, y절편은 1

이므로 두 그래프는 [그림 1]과 같다. …… ㉮



[그림 1]

따라서 [그림 1]에서 색칠한 도형을 x축을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 [그림 2]와 같으므로



[그림 2]

구하는 입체도형의 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times1^2\times2+\frac{1}{3}\times\pi\times1^2\times4=\frac{2}{3}\pi+\frac{4}{3}\pi=2\pi$ …… ㉯

채점 기준

㉮ 두 일차함수의 그래프 그리기	50 %
㉯ 입체도형의 부피 구하기	50 %

개념 보충 학습

$(\text{원뿔의 부피})=\frac{1}{3}\times(\text{밑넓이})\times(\text{높이})$

$=\frac{1}{3}\times\pi\times(\text{밑면의 반지름의 길이})^2\times(\text{높이})$

24 전략 두 점의 좌표를 이용하여 일차함수의 식을 구한 후 평행이동한 그래프의 식을 구한다.

그래프가 두 점 $(-2,\ 4)$, $(6,\ -8)$을 지나므로

$(\text{기울기})=\frac{-8-4}{6-(-2)}=-\frac{3}{2}$

일차함수의 식을 $y=-\frac{3}{2}x+b$라 하면 이 그래프가 점 $(-2,\ 4)$를 지나므로

$4=3+b$ $\therefore b=1$

$\therefore y=-\frac{3}{2}x+1$ …… ㉮

이 그래프를 y축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-\frac{3}{2}x+1-5$ $\therefore y=-\frac{3}{2}x-4$ …… ㉯

이 그래프가 점 $(k,\ 2)$를 지나므로

$2=-\frac{3}{2}k-4$, $\frac{3}{2}k=-6$ $\therefore k=-4$ …… ㉰

채점 기준

㉮ 두 점을 지나는 일차함수의 그래프의 식 구하기	40 %
㉯ 평행이동한 그래프의 식 구하기	30 %
㉰ k의 값 구하기	30 %

25 전략 먼저 양초의 길이가 1분에 몇 cm씩 짧아지는지 구한다.

(1) 32 cm의 양초가 다 타는 데 2시간 40분, 즉 160분이 걸리므로 1분에 $\frac{32}{160}=\frac{1}{5}$(cm)씩 양초의 길이가 짧아진다.

$\therefore y=32-\frac{1}{5}x$ …… ㉮

(2) $y=15$이면 $15=32-\frac{1}{5}x$

$\frac{1}{5}x=17$ $\therefore x=85$

따라서 양초의 길이가 15 cm가 되는 것은 불을 붙인 지 85분 후이다. …… ㉯

채점 기준

(1)	㉮ x와 y 사이의 관계식 구하기	50 %
(2)	㉯ 양초의 길이가 15 cm가 되는 것은 불을 붙인 지 몇 분 후인지 구하기	50 %

26 전략 x초 후의 $\overline{BP}$의 길이를 이용하여 $\overline{PC}$의 길이를 구한 후 삼각형 APC의 넓이를 구한다.

(1) $\overline{BP}=3x$ cm이므로 $\overline{PC}=(30-3x)$ cm

$\therefore y=\frac{1}{2}\times(30-3x)\times24$, 즉 $y=360-36x$ …… ㉮

(2) $y=144$이면 $144=360-36x$

$36x=216$ $\therefore x=6$

따라서 삼각형 APC의 넓이가 144 cm^{2}가 되는 것은 점 P가 꼭짓점 B를 출발한 지 6초 후이다. …… ㉯

채점 기준

(1)	㉮ x와 y 사이의 관계식 구하기	50 %
(2)	㉯ 삼각형 APC의 넓이가 144 cm^{2}가 되는 것은 점 P가 꼭짓점 B를 출발한 지 몇 초 후인지 구하기	50 %

Level C 단원 마무리 140~141쪽

발전 유형 정복하기

01 -5 **02** ㄴ, ㄷ, ㄹ **03** -4 **04** 17 **05** $\frac{1}{2}$
06 -2 **07** 12 **08** ③ **09** 36 cm
10 $y=15+5.5x$ **11** -7 **12** $y=-\frac{1}{6}x+5$
13 (1) $y=2x$ (2) 6 (3) $y=20-2x$ (4) 2, 8

01 전략 $\frac{-x+1}{4}=-1$을 만족하는 x의 값을 구한다.

$\frac{-x+1}{4}=-1$에서 $-x+1=-4$ $\therefore x=5$

$f\left(\frac{-x+1}{4}\right)=-3x+10$의 양변에 x 대신 5를 대입하면

$f(-1)=-3\times5+10=-5$

02 전략 x와 y 사이의 관계식을 구하여 정리하였을 때, $y=(x$에 대한 일차식$)$ 꼴인 것을 찾는다.

ㄱ. $y=\frac{x(x-3)}{2}$, 즉 $y=\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x$

ㄴ. $y=4x$

ㄷ. 모래시계를 한 번 사용하면 2분을 잴 수 있으므로 $y=2x$

ㄹ. $y=45+3x$

ㅁ. 전체 일의 양을 1이라 하면 중장비 1대가 하루에 할 수 있는 일의 양은 $\frac{1}{6}$이다.

이때 중장비 x대가 하루에 할 수 있는 일의 양은 $\frac{1}{6}x$이고 y일 만에 일을 끝내므로

$\frac{1}{6}x\times y=1$ $\therefore y=\frac{6}{x}$

이상에서 y가 x에 대한 일차함수인 것은 ㄴ, ㄷ, ㄹ이다.

03 전략 두 점 E, F의 x좌표를 각각 구하여 사다리꼴 EFCD의 넓이에 대한 식을 세운다.

사각형 ABCD의 넓이가 $5\times4=20$이므로

$(\text{사다리꼴 EFCD의 넓이})=20\times\frac{3}{5}=12$

점 E의 y좌표는 6이므로

$ax=6$에서 $x=\frac{6}{a}$

점 F의 y좌표는 2이므로

$ax=2$에서 $x=\frac{2}{a}$

$\therefore$ (사다리꼴 EFCD의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times\left\{\left(2-\frac{6}{a}\right)+\left(2-\frac{2}{a}\right)\right\}\times 4$

$=8-\frac{16}{a}$

즉, $8-\frac{16}{a}=12$이므로 $-\frac{16}{a}=4$ $\qquad\therefore a=-4$

04 전략 두 일차함수의 그래프가 x축 위에서 만나면 x절편이 같다.

$y=-2x+m$의 그래프가 점 $\left(-\frac{1}{2}, n\right)$을 지나므로

$n=1+m$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

$y=-3x+12$의 그래프의 x절편이 4이므로 $y=-2x+m$의 그래프의 x절편도 4이다.

즉, $y=-2x+m$의 그래프가 점 $(4, 0)$을 지나므로

$0=-8+m$ $\qquad\therefore m=8$

$m=8$을 ㉠에 대입하면 $n=9$

$\therefore m+n=8+9=17$

05 전략 두 일차함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프의 기울기를 구할 때, x의 값의 증가량을 $\overline{OA}$의 길이로 놓는다.

$y=f(x)$의 그래프의 기울기는 $\frac{\overline{BA}-4}{\overline{OA}}$

$y=g(x)$의 그래프의 기울기는 $\frac{\overline{CA}-4}{\overline{OA}}$

두 일차함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프의 기울기의 차는

$\frac{\overline{BA}-4}{\overline{OA}}-\frac{\overline{CA}-4}{\overline{OA}}=\frac{\overline{BA}-\overline{CA}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{BC}}{\overline{OA}}$

이때 $2\overline{BC}=\overline{OA}$이므로

$\frac{\overline{BC}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{BC}}{2\overline{BC}}=\frac{1}{2}$

06 전략 두 일차함수 $y=ax+b$, $y=\frac{1}{3}x-1$의 그래프의 x절편을 각각 구하여 $\overline{AB}=4$임을 이용한다.

두 일차함수 $y=ax+b$와 $y=\frac{1}{3}x-1$의 그래프가 서로 평행하므로

$a=\frac{1}{3}$, $b\neq-1$

$y=\frac{1}{3}x+b$의 그래프의 x절편은 $-3b$이므로

$A(-3b, 0)$

$y=\frac{1}{3}x-1$의 그래프의 x절편은 3이므로

$B(3, 0)$

이때 $\overline{AB}=4$이므로 $|3-(-3b)|=4$

즉, $3+3b=-4$ 또는 $3+3b=4$이므로

$b=-\frac{7}{3}$ 또는 $b=\frac{1}{3}$

따라서 $a=\frac{1}{3}$, $b=-\frac{7}{3}$ $(\because b<0)$이므로

$a+b=\frac{1}{3}+\left(-\frac{7}{3}\right)=-2$

07 전략 $\frac{f(b)-f(a)}{a-b}=7$임을 이용하여 기울기를 구한다.

$y=f(x)$의 그래프의 기울기는

$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=-\frac{f(b)-f(a)}{a-b}=-7$

$f(x)=-7x+k$라 하면 $y=-7x+k$의 그래프가

점 $\left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$을 지나므로

$\frac{3}{2}=\frac{7}{2}+k$ $\qquad\therefore k=-2$

따라서 $f(x)=-7x-2$이므로

$f(-2)=-7\times(-2)-2=12$

08 전략 ㄷ에서 $\frac{y_1}{x_1-1}$, $\frac{y_2-1}{x_2}$은 두 점을 지나는 일차함수의 그래프의 기울기와 같음을 이용한다.

ㄱ. $y=f(x)$의 그래프는 오른쪽 위로 향하는 직선이므로 기울기는 양수이다.

ㄴ. $y=h(x)$의 그래프의 x절편을 a라 하면 그래프의 기울기는 $-\frac{1}{a}$이다.

이때 $a>1$이므로 $\left|-\frac{1}{a}\right|=\frac{1}{a}<1$

따라서 $y=h(x)$의 그래프의 기울기의 절댓값은 1보다 작다.

ㄷ. 두 점 $(1, 0)$, $P(x_1, y_1)$을 지나는 일차함수 $y=g(x)$의 그래프의 기울기는

$\frac{y_1}{x_1-1}$

두 점 $(0, 1)$, $Q(x_2, y_2)$를 지나는 일차함수 $y=h(x)$의 그래프의 기울기는

$\frac{y_2-1}{x_2}$

$y=g(x)$의 그래프가 $y=h(x)$의 그래프보다 y축에 더 가까우므로

($y=g(x)$의 그래프의 기울기의 절댓값)

$>$ ($y=h(x)$의 그래프의 기울기의 절댓값)

이때 두 그래프의 기울기가 모두 음수이므로

($y=g(x)$의 그래프의 기울기)

$<$ ($y=h(x)$의 그래프의 기울기)

$\therefore \frac{y_1}{x_1-1}<\frac{y_2-1}{x_2}$

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

09 전략 처음 물통에 들어 있던 물의 높이를 a cm, x분 후의 물의 높이를 y cm라 하여 x와 y 사이의 관계식을 구한다.

6분부터 15분까지, 즉 9분 동안 물의 높이가 $28-16=12$(cm) 낮아졌으므로 1분마다 $\frac{4}{3}$ cm씩 물의 높이가 낮아진다.

처음 물통에 들어 있던 물의 높이를 a cm, x분 후의 물의 높이를 y cm라 하면

$y=a-\frac{4}{3}x$

$x=6$일 때, $y=28$이므로

$28=a-\frac{4}{3}\times 6$, $28=a-8$ $\therefore a=36$

따라서 처음 물통에 들어 있던 물의 높이는 36 cm이다.

10 전략 분침과 시침이 1분 동안 움직이는 각의 크기를 이용하여 1분 동안 분침과 시침이 이루는 각의 변화에 대한 식을 세운다.

오른쪽 그림과 같이 5시 30분을 가리키는 시계의 분침과 시침이 이루는 각의 크기는

$6^\circ\times 30-(30^\circ\times 5+0.5^\circ\times 30)=15^\circ$

분침은 1분에 6°씩 움직이고 시침은 1분에 0.5°씩 움직이므로 분침과 시침이 이루는 각의 크기는 1분마다 5.5°씩 커진다.

따라서 x와 y 사이의 관계를 식으로 나타내면

$y=15+5.5x$

개념 보충 학습

① 1시간당 시침이 움직인 각의 크기 ➡ $\frac{360^\circ}{12}=30^\circ$

1분당 시침이 움직인 각의 크기 ➡ $\frac{30^\circ}{60}=0.5^\circ$

② 1시간당 분침이 움직인 각의 크기 ➡ 360°

1분당 분침이 움직인 각의 크기 ➡ $\frac{360^\circ}{60}=6^\circ$

11 전략 $f(x+1)$은 $f(x)$에 x 대신 $x+1$을 대입한 것과 같다.

$f(-2)=-1$에서 $-2a+b=-1$ ······ ㉠

$f(x+1)-f(x-1)=6$에서

$a(x+1)+b-\{a(x-1)+b\}=6$

$ax+a+b-(ax-a+b)=6$

$2a=6$ $\therefore a=3$

$a=3$을 ㉠에 대입하면

$-6+b=-1$ $\therefore b=5$ ······ ㉮

따라서 $f(x)=3x+5$이므로 ······ ㉯

$f(-4)=3\times(-4)+5=-7$ ······ ㉰

채점 기준

㉮ a, b의 값 구하기	50 %
㉯ $f(x)$ 구하기	20 %
㉰ $f(-4)$의 값 구하기	30 %

12 전략 기울기를 잘못 보았다는 것은 y절편은 바르게 보았다는 의미이고, y절편을 잘못 보았다는 것은 기울기는 바르게 보았다는 의미이다.

(ⅰ) 재민이가 그린 일차함수의 그래프는 두 점 $(-3, -2)$, $(0, 5)$를 지나므로

$(기울기)=\frac{5-(-2)}{0-(-3)}=\frac{7}{3}$

이때 y절편은 5이므로 일차함수의 식은

$y=\frac{7}{3}x+5$ ······ ㉮

(ⅱ) 지후가 그린 일차함수의 그래프는 두 점 $(2, 3)$, $(-4, 4)$를 지나므로

$(기울기)=\frac{4-3}{-4-2}=-\frac{1}{6}$

일차함수의 식을 $y=-\frac{1}{6}x+k$라 하면 이 그래프가 점 $(2, 3)$을 지나므로

$3=-\frac{1}{3}+k$ $\therefore k=\frac{10}{3}$

$\therefore y=-\frac{1}{6}x+\frac{10}{3}$ ······ ㉯

이때 재민이는 y절편을 바르게 보았고, 지후는 기울기를 바르게 보았으므로 (ⅰ), (ⅱ)에서

$a=-\frac{1}{6}$, $b=5$

따라서 처음 일차함수의 그래프의 식은

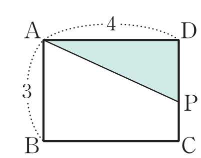
$y=-\frac{1}{6}x+5$ ······ ㉰

채점 기준

㉮ 재민이가 그린 일차함수의 그래프의 식 구하기	40 %
㉯ 지후가 그린 일차함수의 그래프의 식 구하기	40 %
㉰ 처음 일차함수의 그래프의 식 구하기	20 %

13 전략 $0<x<3$일 때 점 P는 변 DC 위에 있고, $3\le x<7$일 때 점 P는 변 BC 위에 있고, $7\le x<10$일 때 점 P는 변 AB 위에 있다.

(1) $0<x<3$일 때,

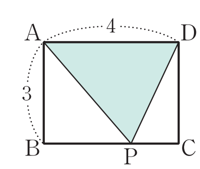


점 P는 변 DC 위에 있으므로

$y=\frac{1}{2}\times 4\times x$

$\therefore y=2x$ ······ ㉮

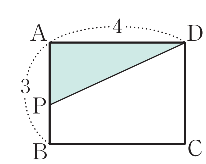
(2) $3\le x<7$일 때,



점 P는 변 BC 위에 있으므로

$y=\frac{1}{2}\times 4\times 3=6$ ······ ㉯

(3) $7\le x<10$일 때,



점 P는 변 AB 위에 있으므로

$\overline{PB}=x-(3+4)=x-7$,

$\overline{AP}=3-(x-7)=10-x$

$\therefore y=\frac{1}{2}\times 4\times(10-x)$, 즉 $y=20-2x$ ······ ㉰

(4) (ⅰ) $0<x<3$일 때, $4=2x$에서 $x=2$

(ⅱ) $7\le x<10$일 때, $4=20-2x$에서

$2x=16$ $\therefore x=8$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 x의 값은 2, 8이다. ······ ㉱

채점 기준

(1)	㉮ $0<x<3$일 때, x와 y 사이의 관계식 구하기	20 %
(2)	㉯ $3\le x<7$일 때, y의 값 구하기	20 %
(3)	㉰ $7\le x<10$일 때, x와 y 사이의 관계식 구하기	30 %
(4)	㉱ $y=4$를 만족하는 x의 값 구하기	30 %

7. 일차함수와 일차방정식의 관계

Lecture 20 일차함수와 일차방정식

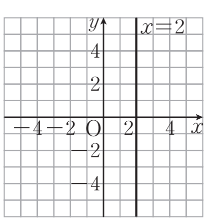
Level A 개념 익히기 144쪽

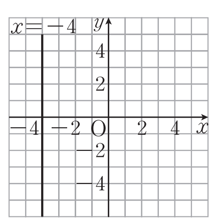
01 $3x-2y+1=0$에서 $-2y=-3x-1$
$\therefore y=\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$ 답 $y=\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$

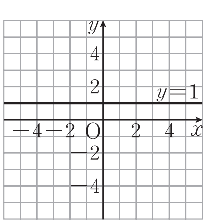
02 $-x+5y+2=0$에서 $5y=x-2$
$\therefore y=\frac{1}{5}x-\frac{2}{5}$ 답 $y=\frac{1}{5}x-\frac{2}{5}$

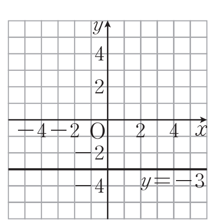
03 $4x-2y=1$에서 $-2y=-4x+1$ $\therefore y=2x-\frac{1}{2}$
따라서 주어진 일차방정식의 그래프는 일차함수 $y=2x-\frac{1}{2}$의 그래프와 같으므로 기울기는 2, x절편은 $\frac{1}{4}$, y절편은 $-\frac{1}{2}$이다.
답 기울기: 2, x절편: $\frac{1}{4}$, y절편: $-\frac{1}{2}$

04 $\frac{x}{3}+\frac{y}{5}=1$에서 $\frac{y}{5}=-\frac{x}{3}+1$ $\therefore y=-\frac{5}{3}x+5$
따라서 주어진 일차방정식의 그래프는 일차함수 $y=-\frac{5}{3}x+5$의 그래프와 같으므로 기울기는 $-\frac{5}{3}$, x절편은 3, y절편은 5이다.
답 기울기: $-\frac{5}{3}$, x절편: 3, y절편: 5

05 답


06 답


07 답


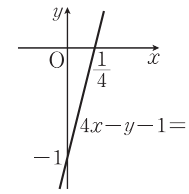
08 답


09 답 $x=5$ **10** 답 $x=-3$

11 답 $y=2$ **12** 답 $y=-6$

Level B 유형 공략하기 145~149쪽

중 **13** $4x-y-1=0$에서 $y=4x-1$
① x절편은 $\frac{1}{4}$, y절편은 -1이다.
② 오른쪽 위로 향하는 직선이다.
③ 일차함수 $y=4x+7$의 그래프와 기울기가 같고 y절편은 다르므로 평행하다.
④ $4x-y-1=0$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제2사분면을 지나지 않는다.



⑤ $4\times(-2)-9-1=-18\neq0$이므로 점 $(-2, 9)$를 지나지 않는다.
따라서 옳은 것은 ③, ④이다. 답 ③, ④

하 **14** $2x-y+3=0$에서 $y=2x+3$
따라서 $2x-y+3=0$의 그래프의 기울기는 2, y절편은 3이므로 그 그래프는 ⑤이다. 답 ⑤

중 **15** $6x+3y+2=0$에서 $y=-2x-\frac{2}{3}$
따라서 $6x+3y+2=0$의 그래프의 기울기는 -2, x절편은 $-\frac{1}{3}$, y절편은 $-\frac{2}{3}$이므로
$a=-2$, $b=-\frac{1}{3}$, $c=-\frac{2}{3}$
$\therefore abc=(-2)\times\left(-\frac{1}{3}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right)=-\frac{4}{9}$ 답 $-\frac{4}{9}$

중 **16** $x=-k$, $y=1-2k$를 $6x-y+5=0$에 대입하면
$-6k-(1-2k)+5=0$, $-4k=-4$ $\therefore k=1$
답 1

공략 비법

일차방정식의 그래프 위의 점
점 (p, q)가 일차방정식 $ax+by+c=0$의 그래프 위에 있다.
➡ 일차방정식 $ax+by+c=0$의 그래프가 점 (p, q)를 지난다.
➡ $x=p$, $y=q$를 $ax+by+c=0$에 대입하면 등식이 성립한다.
➡ $ap+bq+c=0$

하 **17** ④ $x=3$, $y=5$를 $3x+y-4=0$에 대입하면
$9+5-4=10\neq0$ 답 ④

하 **18** $x+2y+8=0$의 그래프가 점 $(-4, a)$를 지나므로
$-4+2a+8=0$, $2a=-4$ $\therefore a=-2$ 답 -2

중 **19** $x=a$, $y=3$을 $4x+3y=5$에 대입하면
$4a+9=5$, $4a=-4$ $\therefore a=-1$ …… ㉮
$x=5$, $y=b$를 $4x+3y=5$에 대입하면
$20+3b=5$, $3b=-15$ $\therefore b=-5$ …… ㉯
$\therefore a+b=-1+(-5)=-6$ …… ㉰
답 -6

채점 기준

㉮ a의 값 구하기	40 %
㉯ b의 값 구하기	40 %
㉰ $a+b$의 값 구하기	20 %

7 일차함수와 일차방정식의 관계

중 20 $x=-2$, $y=1$을 $(2a+1)x-y+7=0$에 대입하면
$-2(2a+1)-1+7=0$, $-4a=-4$ $\therefore a=1$
$x=b$, $y=-5$를 $3x-y+7=0$에 대입하면
$3b+5+7=0$, $3b=-12$ $\therefore b=-4$
$\therefore ab=1\times(-4)=-4$ 답 -4

공략 비법
일차방정식의 그래프가 지나는 점의 좌표가 주어지면
➡ 일차방정식에 점의 좌표를 대입한다.

하 21 $x=3$, $y=-2$를 $5x-ky+1=0$에 대입하면
$15+2k+1=0$, $2k=-16$ $\therefore k=-8$ 답 -8

중 22 $x=-3$, $y=7$을 $ax+3y-9=0$에 대입하면
$-3a+21-9=0$, $-3a=-12$ $\therefore a=4$
④ $x=3$, $y=1$을 $4x+3y-9=0$에 대입하면
$12+3-9=6\neq0$ 답 ④

중 23 $mx-ny+6=0$의 그래프가 점 $(-2, 0)$을 지나므로
$-2m+6=0$, $-2m=-6$ $\therefore m=3$
$3x-ny+6=0$의 그래프가 점 $(0, -3)$을 지나므로
$3n+6=0$, $3n=-6$ $\therefore n=-2$
$\therefore m-n=3-(-2)=5$ 답 5

중 24 $ax+(3-2b)y+4=0$에서 $y=-\frac{a}{3-2b}x-\frac{4}{3-2b}$
이 그래프의 기울기가 2, y절편이 -4이므로
$-\frac{a}{3-2b}=2$, $-\frac{4}{3-2b}=-4$
$-\frac{4}{3-2b}=-4$에서 $-4=-12+8b$
$-8b=-8$ $\therefore b=1$
$b=1$을 $-\frac{a}{3-2b}=2$에 대입하면
$-a=2$ $\therefore a=-2$
$\therefore \frac{a}{b}=\frac{-2}{1}=-2$ 답 ①

다른 풀이 기울기가 2, y절편이 -4인 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은
$y=2x-4$ $\therefore -2x+y+4=0$
따라서 $a=-2$, $3-2b=1$이므로
$a=-2$, $b=1$
$\therefore \frac{a}{b}=\frac{-2}{1}=-2$

공략 비법
일차방정식의 그래프의 기울기와 y절편이 주어지면
➡ 일차방정식을 $y=ax+b$ 꼴로 변형하여 기울기와 y절편을 비교한다.

중 25 두 점 $(-9, -4)$, $(6, 1)$을 지나는 직선의 기울기는
$\frac{1-(-4)}{6-(-9)}=\frac{1}{3}$
$kx-12y-3=0$에서 $y=\frac{k}{12}x-\frac{1}{4}$
이때 두 점을 지나는 직선과 일차방정식의 그래프가 서로 평행하므로
$\frac{k}{12}=\frac{1}{3}$ $\therefore k=4$ 답 4

개념 보충 학습
① 두 점 (x_1, y_1), (x_2, y_2)를 지나는 일차함수의 그래프의 기울기는
➡ $(\text{기울기})=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}$
② 두 일차함수 $y=ax+b$와 $y=a'x+b'$의 그래프가 서로 평행하면
➡ $a=a'$, $b\neq b'$ ← 기울기가 같고 y절편은 다르다.

중 26 $x-ay+6=0$에서 $y=\frac{1}{a}x+\frac{6}{a}$
이 그래프가 $y=\frac{1}{2}x-3$의 그래프와 평행하므로
$\frac{1}{a}=\frac{1}{2}$ $\therefore a=2$ …… ㉮
이때 $x-2y+6=0$의 그래프가 점 $(-2, b)$를 지나므로
$-2-2b+6=0$, $-2b=-4$ $\therefore b=2$ …… ㉯
$\therefore b-a=2-2=0$ …… ㉰
답 0

채점 기준

㉮ a의 값 구하기	40 %
㉯ b의 값 구하기	40 %
㉰ $b-a$의 값 구하기	20 %

상 27 직선 l은 두 점 $(-2, 4)$, $(0, -2)$를 지나므로 직선 l의 기울기는
$\frac{-2-4}{0-(-2)}=-3$
또, 직선 m의 y절편은 1이다.
따라서 $ax+y+b=0$, 즉 $y=-ax-b$의 그래프의 기울기는 -3, y절편은 1이므로
$-a=-3$, $-b=1$ $\therefore a=3$, $b=-1$
$\therefore a+b=3+(-1)=2$ 답 ③

다른 풀이 직선 l의 기울기는 $\frac{-2-4}{0-(-2)}=-3$, 직선 m의 y절편은 1이므로 기울기가 -3, y절편이 1인 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은
$y=-3x+1$ $\therefore 3x+y-1=0$
따라서 $a=3$, $b=-1$이므로
$a+b=3+(-1)=2$

참고 두 직선이 y축 위에서 만나면 두 직선의 y절편은 같다.

중 28 두 점 $(a-4, 7)$, $(2a-1, 4)$를 지나는 직선이 y축에 평행하려면 두 점의 x좌표가 같아야 한다.
즉, $a-4=2a-1$이어야 하므로
$-a=3$ $\therefore a=-3$ 답 -3

공략 비법

y축에 평행한 직선 ➡ 직선 $x=m$
➡ 두 점 (m, y_1), (m, y_2)를 지나는 직선

하 29 y축에 수직인 직선의 방정식은 $y=(수)$ 꼴로 나타내어진다.

② $y=-2$ ③ $y=\frac{1}{2}$ ④ $y=-x$ ⑤ $x=\frac{5}{3}$

따라서 y축에 수직인 직선의 방정식은 ②, ③이다.

답 ②, ③

중 30 점 $(k, 9)$가 $7x-y-5=0$의 그래프 위의 점이므로

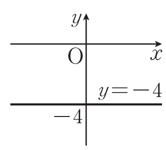
$7k-9-5=0$, $7k=14$ $\therefore k=2$

따라서 점 $(2, 9)$를 지나고 x축에 수직인 직선의 방정식은

$x=2$ 답 $x=2$

중 31 $-2y=8$에서 $y=-4$

즉, $y=-4$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



ㄴ. 제3, 4사분면을 지난다.

ㄷ. $x=-4$의 그래프와 수직이다.

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ, ㅁ이다.

답 ⑤

중 32 주어진 그래프의 식은 $x=5$이므로

양변을 -5로 나누면 $-\frac{1}{5}x=-1$

따라서 $a=-\frac{1}{5}$, $b=0$이므로

$a-b=-\frac{1}{5}-0=-\frac{1}{5}$ 답 $-\frac{1}{5}$

다른 풀이 주어진 그래프의 식은 $x=5$

$ax+by=-1$에서 $x=-\frac{b}{a}y-\frac{1}{a}$

따라서 $-\frac{b}{a}=0$, $-\frac{1}{a}=5$이므로 $a=-\frac{1}{5}$, $b=0$

$\therefore a-b=-\frac{1}{5}-0=-\frac{1}{5}$

상 33 직선 $x=6$과 평행하고 점 $(3, -1)$을 지나는 그래프의 식은

$x=3$ …… ㉮

즉, $x-3=0$이므로

$m-3=1$, $-(n+1)=0$

따라서 $m=4$, $n=-1$이므로 …… ㉯

$m+n=4+(-1)=3$ …… ㉰

답 3

채점 기준

㉮ 직선 $x=6$과 평행하고 점 $(3, -1)$을 지나는 그래프의 식 구하기	40 %
㉯ m, n의 값 구하기	40 %
㉰ $m+n$의 값 구하기	20 %

상 34 주어진 그래프의 식은 $y=-3$이므로 $-y-3=0$

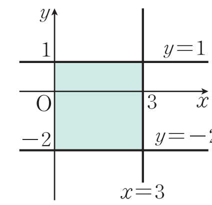
$\therefore a=0$, $b=3$

따라서 $bx+ay-1=0$, 즉 $3x-1=0$에서 $x=\frac{1}{3}$이므로 그 그래프는 ④이다.

답 ④

중 35 직선 $x=0$, $x=3$, $y=1$, $y=-2$는 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 넓이는

$3\times3=9$



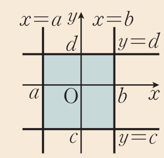
답 9

참고 직선 $x=0$은 y축을 나타내고, 직선 $y=0$은 x축을 나타낸다.

공략 비법

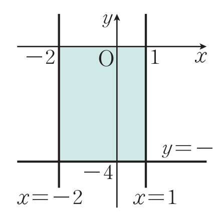
네 직선 $x=a$, $x=b$, $y=c$, $y=d$로 둘러싸인 도형의 넓이

➡ $|b-a|\times|d-c|$



하 36 직선 $x=-2$, $x=1$, $y=-4$, $y=0$은 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 넓이는

$3\times4=12$



답 12

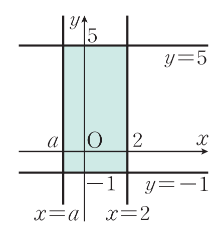
중 37 직선 $x=2$, $x=a\ (a<0)$, $y=-1$, $y=5$는 오른쪽 그림과 같다.

이때 색칠한 도형의 넓이가 18이므로

$(2-a)\times6=18$

$12-6a=18$, $-6a=6$

$\therefore a=-1$



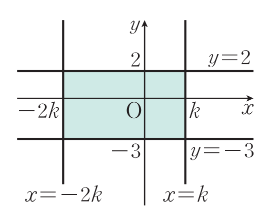
답 ⑤

상 38 직선 $y=2$, $x=-2k\ (k>0)$, $y=-3$, $x=k\ (k>0)$는 오른쪽 그림과 같다. …… ㉮

이때 색칠한 도형의 넓이가 45이므로

$\{k-(-2k)\}\times5=45$

$15k=45$ $\therefore k=3$ …… ㉯



답 3

채점 기준

㉮ 네 직선을 좌표평면 위에 나타내기	50 %
㉯ k의 값 구하기	50 %

중 39 $ax-by+c=0$에서 $y=\frac{a}{b}x+\frac{c}{b}$

주어진 그래프에서 $\frac{a}{b}<0$, $\frac{c}{b}>0$

(i) $a>0$일 때, $b<0$, $c<0$

(ii) $a<0$일 때, $b>0$, $c>0$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $a>0$, $b<0$, $c<0$ 또는 $a<0$, $b>0$, $c>0$

답 ③

공략 비법

$ax+by+c=0$을 $y=\blacksquare x+\blacktriangle$ 꼴로 나타낸 후 주어진 그래프의 기울기와 y절편의 부호를 이용하여 a, b, c의 부호를 정한다.

하 40 $x+ay+b=0$에서 $y=-\frac{1}{a}x-\frac{b}{a}$

주어진 그래프에서 $-\frac{1}{a}>0$, $-\frac{b}{a}<0$

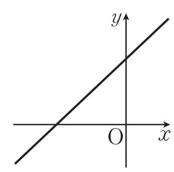
$\therefore a<0,\ b<0$

답 ⑤

중 41 $ax+by+c=0$에서 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$

이때 $-\frac{a}{b}>0$, $-\frac{c}{b}>0$이므로

$ax+by+c=0$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 제4사분면을 지나지 않는다.



답 ④

공략 비법

$ax+by+c=0$을 $y=\blacksquare x+\blacktriangle$ 꼴로 나타낸 후 주어진 a, b, c의 부호를 이용하여 기울기와 y절편의 부호를 정하고, 그래프의 모양을 살펴본다.

중 42 $ax-y+b=0$에서 $y=ax+b$

주어진 그래프에서 $a<0$, $b<0$

$ax+by-1=0$에서 $y=-\frac{a}{b}x+\frac{1}{b}$

이때 $-\frac{a}{b}<0$, $\frac{1}{b}<0$이므로 $ax+by-1=0$의 그래프로 알맞은 것은 ④이다.

답 ④

중 43 $ax+by+1=0$의 그래프가 x축에 수직이므로 $x=(\text{수})$ 꼴이어야 한다.

$\therefore b=0$

이때 $ax+1=0$, 즉 $x=-\frac{1}{a}$의 그래프가 제2사분면과 제3사분면만을 지나려면

$-\frac{1}{a}<0 \qquad \therefore a>0$

답 $a>0$, $b=0$

상 44 $ax+by-c=0$에서 $y=-\frac{a}{b}x+\frac{c}{b}$

ㄱ. 기울기는 $-\frac{a}{b}$, y절편은 $\frac{c}{b}$이다.

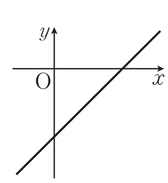
ㄴ, ㄷ. $ac>0$, $bc<0$에서

(ⅰ) $a>0$일 때, $c>0$, $b<0$

(ⅱ) $a<0$일 때, $c<0$, $b>0$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $-\frac{a}{b}>0$, $\frac{c}{b}<0$

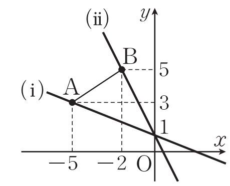
따라서 주어진 일차방정식의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 오른쪽 위로 향하는 직선이고, 제2사분면을 지나지 않는다.



이상에서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

답 ㄴ, ㄷ

중 45 오른쪽 그림에서



(ⅰ) 직선 $y=ax+1$이 점 A를 지날 때,

$3=-5a+1$, $5a=-2$

$\therefore a=-\frac{2}{5}$

(ⅱ) 직선 $y=ax+1$이 점 B를 지날 때,

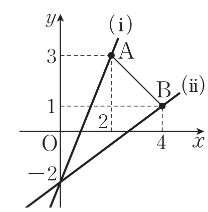
$5=-2a+1$, $2a=-4 \qquad \therefore a=-2$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $-2\le a\le -\frac{2}{5}$

답 $-2\le a\le -\frac{2}{5}$

참고 직선 $y=ax+1$은 a의 값에 관계없이 점 $(0,\ 1)$을 지난다.

중 46 오른쪽 그림에서



(ⅰ) $mx-y-2=0$의 그래프가 점 A를 지날 때,

$2m-3-2=0$, $2m=5$

$\therefore m=\frac{5}{2}$

(ⅱ) $mx-y-2=0$의 그래프가 점 B를 지날 때,

$4m-1-2=0$, $4m=3 \qquad \therefore m=\frac{3}{4}$

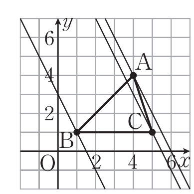
(ⅰ), (ⅱ)에서 $\frac{3}{4}\le m\le \frac{5}{2}$

따라서 m의 값이 될 수 없는 것은 ①이다.

답 ①

참고 $mx-y-2=0$, 즉 $y=mx-2$의 그래프는 m의 값에 관계없이 점 $(0,\ -2)$를 지난다.

상 47 (1) 오른쪽 그림에서



(ⅰ) 직선 $y=-2x+a$가 점 A를 지날 때,

$4=-8+a$

$\therefore a=12$ …… ㉮

(ⅱ) 직선 $y=-2x+a$가 점 B를 지날 때,

$1=-2+a \qquad \therefore a=3$ …… ㉯

(ⅲ) 직선 $y=-2x+a$가 점 C를 지날 때,

$1=-10+a \qquad \therefore a=11$ …… ㉰

(2) (1)의 (ⅰ)~(ⅲ)에서 $3\le a\le 12$ …… ㉱

답 (1) 풀이 참조 (2) $3\le a\le 12$

채점 기준

(1)	㉮ 직선 $y=-2x+a$가 점 A를 지날 때, a의 값 구하기	30 %
	㉯ 직선 $y=-2x+a$가 점 B를 지날 때, a의 값 구하기	30 %
	㉰ 직선 $y=-2x+a$가 점 C를 지날 때, a의 값 구하기	30 %
(2)	㉱ a의 값의 범위 구하기	10 %

Lecture 21 연립일차방정식의 해와 그래프

Level A 개념 익히기 150쪽

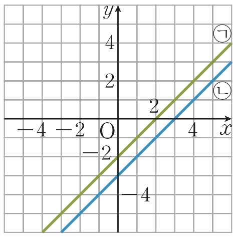
01 연립방정식의 해는 두 그래프의 교점의 좌표와 같으므로

$x=3$, $y=1$

답 $x=3$, $y=1$

02 연립방정식의 해는 두 그래프의 교점의 좌표와 같으므로
$x=2,\ y=-3$ 답 $x=2,\ y=-3$

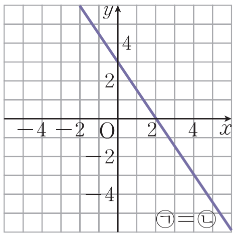
03 주어진 방정식을 각각 y에 대하여 풀면



$\begin{cases} y=x-2 & \cdots\cdots ㉠ \\ y=x-3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠, ㉡의 그래프는 기울기가 같고 y절편은 다르므로 오른쪽 그림과 같이 서로 평행하다.
따라서 두 직선의 교점이 없으므로 연립방정식의 해는 없다.
답 풀이 참조

04 주어진 방정식을 각각 y에 대하여 풀면



$\begin{cases} y=-\frac{3}{2}x+3 & \cdots\cdots ㉠ \\ y=-\frac{3}{2}x+3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠, ㉡의 그래프는 기울기와 y절편이 각각 같으므로 오른쪽 그림과 같이 일치한다.
따라서 두 직선의 교점이 무수히 많으므로 연립방정식의 해는 무수히 많다. 답 풀이 참조

Level **B** 유형 공략하기 151~154쪽

중 **05** 두 그래프의 교점의 좌표는 연립방정식 $\begin{cases} x-3y+2=0 \\ 2x-5y+1=0 \end{cases}$의 해와 같다.
위의 연립방정식의 해는 $x=7,\ y=3$
따라서 교점의 좌표가 $(7,\ 3)$이므로
$a=7,\ b=3$
$\therefore\ a-b=7-3=4$ 답 4

하 **06** 직선 $x-2y=-1$의 x절편은 -1, y절편은 $\frac{1}{2}$이므로
직선 $x-2y=-1$은 세 점 A, B, D를 지나는 직선이다.
직선 $2x+y=-2$의 x절편은 -1, y절편은 -2이므로
직선 $2x+y=-2$는 세 점 B, C, E를 지나는 직선이다.
따라서 주어진 연립방정식의 해를 나타내는 점은 두 직선의 교점인 B이다. 답 ②

중 **07** 두 직선의 교점의 좌표는 연립방정식 $\begin{cases} 2x-y=5 \\ 2x+3y=1 \end{cases}$의 해와 같다.
위의 연립방정식의 해는 $x=2,\ y=-1$
따라서 두 직선의 교점 $(2,\ -1)$이 직선 $y=ax+7$ 위의 점이므로
$-1=2a+7,\ -2a=8\qquad \therefore\ a=-4$ 답 -4

상 **08** 직선 l은 x절편이 -1, y절편이 1이므로
$y=x+1$ …… ㉮
직선 m은 x절편이 5, y절편이 5이므로
$y=-x+5$ …… ㉯
두 직선 l, m의 교점의 좌표는 연립방정식 $\begin{cases} y=x+1 \\ y=-x+5 \end{cases}$의 해와 같다.
위의 연립방정식의 해는 $x=2,\ y=3$
따라서 교점의 좌표가 $(2,\ 3)$이므로 …… ㉰
$a=2,\ b=3$
$\therefore\ 2a+b=2\times2+3=7$ …… ㉱
답 7

채점 기준

㉮ 직선 l의 방정식 구하기	30 %
㉯ 직선 m의 방정식 구하기	30 %
㉰ 두 직선 l, m의 교점의 좌표 구하기	30 %
㉱ $2a+b$의 값 구하기	10 %

개념 보충 학습

x절편이 m, y절편이 n인 직선의 방정식은
$y=-\frac{n}{m}x+n$

중 **09** 주어진 두 그래프의 교점의 좌표가 $(-2,\ 3)$이므로 연립방정식의 해는 $x=-2,\ y=3$이다.
$x=-2,\ y=3$을 $ax+y=-1$에 대입하면
$-2a+3=-1,\ -2a=-4\qquad \therefore\ a=2$
$x=-2,\ y=3$을 $x+by=-5$에 대입하면
$-2+3b=-5,\ 3b=-3\qquad \therefore\ b=-1$
답 $a=2,\ b=-1$

공략 비법

두 일차방정식의 그래프의 교점의 좌표는 연립방정식의 해이므로 각 일차방정식에 교점의 좌표를 대입하여 미지수의 값을 구한다.

하 **10** $x=4,\ y=-6$을 $x+y-a=0$에 대입하면
$4-6-a=0\qquad \therefore\ a=-2$
$x=4,\ y=-6$을 $bx+2y+8=0$에 대입하면
$4b-12+8=0,\ 4b=4\qquad \therefore\ b=1$
$\therefore\ a+b=-2+1=-1$ 답 -1

중 **11** $y=-2$를 $y=2x-4$에 대입하면
$-2=2x-4,\ -2x=-2\qquad \therefore\ x=1$
즉, 두 직선의 교점의 좌표는 $(1,\ -2)$이다.
따라서 직선 $y=ax-\frac{1}{3}$이 점 $(1,\ -2)$를 지나므로
$-2=a-\frac{1}{3}\qquad \therefore\ a=-\frac{5}{3}$ 답 ①

중 **12** $3x+2y+9=0$의 그래프의 x절편은 -3이므로 두 일차방정식의 그래프의 교점의 좌표는 $(-3,\ 0)$이다.

따라서 $ax+2y-1=0$의 그래프가 점 $(-3, 0)$을 지나므로

$-3a-1=0$, $-3a=1$ $\qquad \therefore a=-\frac{1}{3}$ 답 $-\frac{1}{3}$

중 **13** 연립방정식 $\begin{cases} x-y-3=0 \\ x+2y+6=0 \end{cases}$의 해는 $x=0$, $y=-3$이므로

두 그래프의 교점의 좌표는 $(0, -3)$이다.

한편, $6x+3y-4=0$에서 $y=-2x+\frac{4}{3}$이므로 직선의 기울기는 -2이다.

따라서 기울기가 -2이고 점 $(0, -3)$을 지나는 직선의 방정식은

$y=-2x-3$ $\qquad \therefore 2x+y+3=0$ 답 ⑤

개념 보충 학습

기울기가 a이고 y절편이 b인 직선의 방정식은
$y=ax+b$

하 **14** 연립방정식 $\begin{cases} y=3x-4 \\ y=-8x+7 \end{cases}$의 해는 $x=1$, $y=-1$이므로

두 직선의 교점의 좌표는 $(1, -1)$이다.

따라서 점 $(1, -1)$을 지나고 y축에 수직인 직선의 방정식은

$y=-1$ 답 $y=-1$

중 **15** 연립방정식 $\begin{cases} 3x-2y-2=0 \\ 5x-2y+2=0 \end{cases}$의 해는 $x=-2$, $y=-4$이므로

두 그래프의 교점의 좌표는 $(-2, -4)$이다.

즉, 직선이 두 점 $(-2, -4)$, $(3, 0)$을 지나므로

$(\text{기울기})=\frac{0-(-4)}{3-(-2)}=\frac{4}{5}$

직선의 방정식을 $y=\frac{4}{5}x+b$라 하면 이 직선이 점 $(3, 0)$을 지나므로

$0=\frac{12}{5}+b$ $\qquad \therefore b=-\frac{12}{5}$

따라서 직선의 방정식은 $y=\frac{4}{5}x-\frac{12}{5}$이므로 구하는 y절편은 $-\frac{12}{5}$이다. 답 $-\frac{12}{5}$

개념 보충 학습

두 점 (x_1, y_1), (x_2, y_2)를 지나는 직선의 방정식은 다음과 같은 순서로 구한다. (단, $x_1 \neq x_2$)

❶ 기울기 a를 구한다. ➡ $a=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}$

❷ 구하는 직선의 방정식을 $y=ax+b$라 하고, 한 점의 좌표를 대입하여 b의 값을 구한다.

중 **16** 연립방정식 $\begin{cases} y=-\frac{1}{2}x+\frac{7}{2} \\ y=4x-1 \end{cases}$의 해는 $x=1$, $y=3$이므로

두 직선의 교점의 좌표는 $(1, 3)$이다. …… ㉮

따라서 직선 $y=ax+b$가 두 점 $(1, 3)$, $(6, -2)$를 지나므로

$a=\frac{-2-3}{6-1}=-1$ …… ㉯

직선 $y=-x+b$가 점 $(1, 3)$을 지나므로

$3=-1+b$ $\qquad \therefore b=4$ …… ㉰

$\therefore a-b=-1-4=-5$ …… ㉱

답 -5

채점 기준

㉮ 두 직선의 교점의 좌표 구하기	30 %
㉯ a의 값 구하기	30 %
㉰ b의 값 구하기	30 %
㉱ $a-b$의 값 구하기	10 %

중 **17** 세 직선이 한 점에서 만나므로 두 직선 $2x+y=-1$, $x+y=1$의 교점을 나머지 한 직선이 지난다.

연립방정식 $\begin{cases} 2x+y=-1 \\ x+y=1 \end{cases}$의 해는 $x=-2$, $y=3$이므로

두 직선의 교점의 좌표는 $(-2, 3)$이다.

따라서 직선 $kx-2y=-12$가 점 $(-2, 3)$을 지나므로

$-2k-6=-12$, $-2k=-6$ $\qquad \therefore k=3$ 답 ③

중 **18** 세 그래프가 한 점에서 만나므로 $3x+y+6=0$의 그래프와 $2x-y-1=0$의 그래프의 교점을 나머지 한 그래프가 지난다.

연립방정식 $\begin{cases} 3x+y+6=0 \\ 2x-y-1=0 \end{cases}$의 해는 $x=-1$, $y=-3$이므로

두 그래프의 교점의 좌표는 $(-1, -3)$이다.

따라서 $x+ay-2=0$의 그래프가 점 $(-1, -3)$을 지나므로

$-1-3a-2=0$, $-3a=3$ $\qquad \therefore a=-1$ 답 -1

중 **19** 네 직선이 한 점에서 만나려면 두 직선 $3x+y=11$, $5x-3y=-5$의 교점을 나머지 두 직선이 지나야 한다.

연립방정식 $\begin{cases} 3x+y=11 \\ 5x-3y=-5 \end{cases}$의 해는 $x=2$, $y=5$이므로

두 직선의 교점의 좌표는 $(2, 5)$이다.

따라서 직선 $ax+y=3$이 점 $(2, 5)$를 지나야 하므로

$2a+5=3$, $2a=-2$ $\qquad \therefore a=-1$

직선 $x+by=-8$이 점 $(2, 5)$를 지나야 하므로

$2+5b=-8$, $5b=-10$ $\qquad \therefore b=-2$

$\therefore ab=(-1)\times(-2)=2$ 답 2

상 **20** $x-y=4$, $2x-y=3$, $3x+y=a$에서

$y=x-4$, $y=2x-3$, $y=-3x+a$

세 직선 중 어느 두 직선도 서로 평행하지 않으므로 세 직선에 의하여 삼각형이 만들어지지 않는 경우는 세 직선이 한 점에서 만날 때이다.

연립방정식 $\begin{cases} x-y=4 \\ 2x-y=3 \end{cases}$의 해는 $x=-1$, $y=-5$이므로

두 직선 $x-y=4$, $2x-y=3$의 교점의 좌표는 $(-1, -5)$이다.

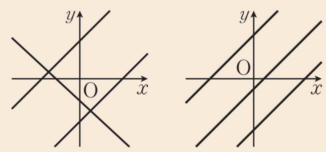
따라서 직선 $3x+y=a$가 점 $(-1, -5)$를 지나므로

$a=-3-5=-8$ 답 -8

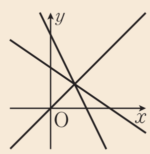
공략 비법

세 직선이 삼각형을 이루지 않으려면 다음 두 조건 중 하나를 만족해야 한다.

① 어느 두 직선이 서로 평행하거나 세 직선이 모두 평행하다.



② 세 직선이 한 점에서 만난다.



중 21 $ax-by=2$에서 $y=\frac{a}{b}x-\frac{2}{b}$

$3x-8y=4$에서 $y=\frac{3}{8}x-\frac{1}{2}$

연립방정식의 해가 무수히 많으므로 두 일차방정식의 그래프가 일치한다. 즉,

$\frac{a}{b}=\frac{3}{8}$, $-\frac{2}{b}=-\frac{1}{2}$ $\quad\therefore a=\frac{3}{2}$, $b=4$

$\therefore a+b=\frac{3}{2}+4=\frac{11}{2}$ 답 ⑤

다른 풀이 연립방정식의 해가 무수히 많으므로

$\frac{a}{3}=\frac{-b}{-8}=\frac{2}{4}$ $\quad\therefore a=\frac{3}{2}$, $b=4$

$\therefore a+b=\frac{3}{2}+4=\frac{11}{2}$

하 22 $3x+ay=1$에서 $y=-\frac{3}{a}x+\frac{1}{a}$

$6x-10y=b$에서 $y=\frac{3}{5}x-\frac{b}{10}$

두 직선이 일치하므로

$-\frac{3}{a}=\frac{3}{5}$, $\frac{1}{a}=-\frac{b}{10}$ $\quad\therefore a=-5$, $b=2$

답 $a=-5$, $b=2$

중 23 $kx+y=-1$에서 $y=-kx-1$

$2x-3y=6$에서 $y=\frac{2}{3}x-2$

연립방정식이 오직 한 쌍의 해를 가지려면 두 일차방정식의 그래프가 한 점에서 만나야 하므로

$-k\neq\frac{2}{3}$ $\quad\therefore k\neq-\frac{2}{3}$ 답 $k\neq-\frac{2}{3}$

중 24 $ax-2y-4=0$에서 $y=\frac{a}{2}x-2$

$2x+4y-b=0$에서 $y=-\frac{1}{2}x+\frac{b}{4}$

두 직선의 교점이 존재하지 않으려면 두 직선이 서로 평행해야 하므로

$\frac{a}{2}=-\frac{1}{2}$, $-2\neq\frac{b}{4}$ $\quad\therefore a=-1$, $b\neq-8$ 답 ②

중 25 두 직선의 교점의 좌표는 연립방정식 $\begin{cases}x-y+3=0\\2x+y-6=0\end{cases}$의 해와 같다.

위의 연립방정식의 해는 $x=1$, $y=4$이므로 두 직선의 교점의 좌표는 $(1,\ 4)$이다.

이때 두 직선 $x-y+3=0$, $2x+y-6=0$의 x절편은 각각 -3, 3이므로 구하는 넓이는

$\frac{1}{2}\times6\times4=12$ 답 12

공략 비법

좌표평면 위에서 직선으로 둘러싸인 삼각형의 넓이를 구할 때에는 다음과 같은 순서로 구한다.

❶ 두 직선의 교점의 좌표를 구한다.

❷ 삼각형에서 나머지 두 꼭짓점의 좌표를 구한다.

중 26 두 직선의 교점의 좌표는 연립방정식 $\begin{cases}x-2y-4=0\\x+y-1=0\end{cases}$의 해와 같다.

위의 연립방정식의 해는 $x=2$, $y=-1$이므로 두 직선의 교점의 좌표는 $(2,\ -1)$이다.

이때 두 직선 $x-2y-4=0$, $x+y-1=0$의 y절편은 각각 -2, 1이므로 구하는 넓이는

$\frac{1}{2}\times3\times2=3$ 답 ③

중 27 $x=1$을 $kx+y-2=0$에 대입하면

$k+y-2=0$이므로 $y=-k+2$

즉, 두 직선 $kx+y-2=0$과 $x=1$의 교점의 좌표는

$(1,\ -k+2)$ …… ㉮

$x=5$를 $kx+y-2=0$에 대입하면

$5k+y-2=0$이므로 $y=-5k+2$

즉, 두 직선 $kx+y-2=0$과 $x=5$의 교점의 좌표는

$(5,\ -5k+2)$ …… ㉯

이때 주어진 도형의 넓이가 4이므로

$\frac{1}{2}\times\{(-k+2)+(-5k+2)\}\times4=4$

$-12k+8=4$, $-12k=-4$

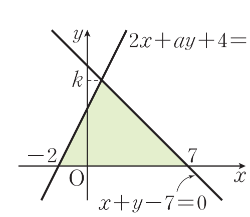
$\therefore k=\frac{1}{3}$ …… ㉰

답 $\frac{1}{3}$

채점 기준

㉮ 두 직선 $kx+y-2=0$과 $x=1$의 교점의 좌표 구하기	30 %
㉯ 두 직선 $kx+y-2=0$과 $x=5$의 교점의 좌표 구하기	30 %
㉰ k의 값 구하기	40 %

중 28 두 직선 $x+y-7=0$, $2x+ay+4=0$ $(a<0)$의 x절편이 각각 7, -2이므로 두 직선의 교점의 y좌표를 k라 하면 오른쪽 그림에서



$\frac{1}{2}\times 9\times k=27 \qquad \therefore k=6$

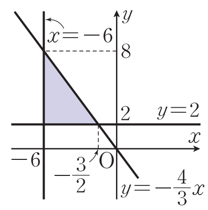
$y=6$을 $x+y-7=0$에 대입하면

$x+6-7=0 \qquad \therefore x=1$

따라서 직선 $2x+ay+4=0$이 점 $(1, 6)$을 지나므로

$2+6a+4=0$, $6a=-6 \qquad \therefore a=-1$ 답 -1

중 29 두 직선 $y=-\frac{4}{3}x$와 $x=-6$의 교점의 좌표는



$(-6, 8)$

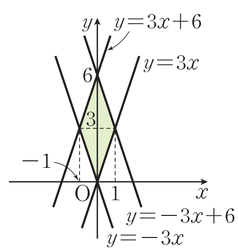
두 직선 $y=-\frac{4}{3}x$와 $y=2$의 교점의 좌표는

$\left(-\frac{3}{2}, 2\right)$

따라서 구하는 넓이는

$\frac{1}{2}\times\frac{9}{2}\times 6=\frac{27}{2}$ 답 $\frac{27}{2}$

상 30 직선 $y=3x$와 두 직선 $y=-3x$, $y=-3x+6$의 교점의 좌표는 각각



$(0, 0)$, $(1, 3)$

직선 $y=3x+6$과 두 직선 $y=-3x$, $y=-3x+6$의 교점의 좌표는 각각

$(-1, 3)$, $(0, 6)$

따라서 구하는 넓이는

$\left(\frac{1}{2}\times 6\times 1\right)\times 2=6$ 답 6

상 31 직선 $x+y-5=0$의 x절편은 5, y절편은 5이므로

A$(5, 0)$, B$(0, 5)$

점 C의 좌표를 $(k, 0)$이라 하면

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times(5-k)\times 5=10 \qquad \therefore k=1$

따라서 두 점 B$(0, 5)$, C$(1, 0)$을 지나는 직선은

기울기가 $\frac{0-5}{1-0}=-5$, y절편이 5

이므로 직선의 방정식은

$y=-5x+5$ 답 $y=-5x+5$

상 32 직선 $y=\frac{3}{2}x+6$의 x절편은 -4, y절편은 6이므로

A$(-4, 0)$, B$(0, 6)$

$\therefore \triangle AOB=\frac{1}{2}\times 4\times 6=12$

두 직선 $y=\frac{3}{2}x+6$과 $y=mx$의 교점을 C라 하면

$\triangle AOC=\frac{1}{2}\triangle AOB=\frac{1}{2}\times 12=6$

이때 점 C의 y좌표를 k라 하면

$\frac{1}{2}\times 4\times k=6 \qquad \therefore k=3$

$y=3$을 $y=\frac{3}{2}x+6$에 대입하면

$3=\frac{3}{2}x+6$, $-\frac{3}{2}x=3 \qquad \therefore x=-2$

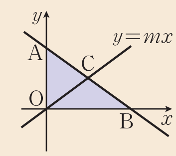
$\therefore$ C$(-2, 3)$

따라서 직선 $y=mx$가 점 $(-2, 3)$을 지나므로

$3=-2m \qquad \therefore m=-\frac{3}{2}$ 답 $-\frac{3}{2}$

공략 비법

직선 $y=mx$가 삼각형 AOB의 넓이를 이등분할 때, 수 m의 값은 다음과 같은 순서로 구한다. (단, O는 원점)



❶ $\triangle COB=\frac{1}{2}\triangle AOB$임을 이용하여 두 직선의 교점 C의 좌표를 구한다.

❷ $y=mx$에 점 C의 좌표를 대입하여 m의 값을 구한다.

상 33 상품 A의 총판매량을 나타내는 직선의 방정식을 $y=ax+150$이라 하면 이 직선이 점 $(4, 350)$을 지나므로

$350=4a+150$, $-4a=-200 \qquad \therefore a=50$

즉, 상품 A의 총판매량을 나타내는 직선의 방정식은

$y=50x+150$ ⋯⋯ ㉠

또, 상품 B의 총판매량을 나타내는 직선의 방정식을 $y=bx$라 하면 이 직선이 점 $(4, 600)$을 지나므로

$600=4b \qquad \therefore b=150$

즉, 상품 B의 총판매량을 나타내는 직선의 방정식은

$y=150x$ ⋯⋯ ㉡

㉡을 ㉠에 대입하면

$150x=50x+150$

$100x=150 \qquad \therefore x=\frac{3}{2}$

따라서 두 상품의 총판매량이 같아지는 것은 3월 1일로부터 $\frac{3}{2}$개월 후이다. 답 ②

공략 비법

두 일차함수의 그래프가 주어지면

❶ 그래프가 지나는 두 점 또는 x절편, y절편을 이용하여 각 직선의 방정식을 구한다.

❷ 두 직선의 방정식을 연립하여 교점의 좌표를 구한다.

상 34 물탱크 A에 남아 있는 물의 양을 나타내는 직선의 방정식을 $y=ax+1100$이라 하면 이 직선이 점 $(3, 500)$을 지나므로

$500=3a+1100$, $-3a=600 \qquad \therefore a=-200$

즉, 물탱크 A에 남아 있는 물의 양을 나타내는 직선의 방정식은

$y=-200x+1100$ ⋯⋯ ㉠ ⋯⋯ ㉮

또, 물탱크 B에 남아 있는 물의 양을 나타내는 직선의 방정식을 $y=bx+200$이라 하면 이 직선이 점 $(3, 350)$을 지나므로

$350=3b+200$, $-3b=-150 \qquad \therefore b=50$

즉, 물탱크 B에 남아 있는 물의 양을 나타내는 직선의 방정식은

$y=50x+200$ ⋯⋯ ㉡ ⋯⋯ ㉯

㉡을 ㉠에 대입하면

$50x+200=-200x+1100$

$250x=900 \qquad \therefore x=\frac{18}{5}$

따라서 두 물탱크에 남아 있는 물의 양이 같아지는 것은 $\frac{18}{5}$분 후이다. …… ㉰

답 $\frac{18}{5}$분

채점 기준

㉮ 물탱크 A에 대한 직선의 방정식 구하기	30 %
㉯ 물탱크 B에 대한 직선의 방정식 구하기	30 %
㉰ 두 물탱크에 남아 있는 물의 양이 같아지는 것은 몇 분 후인지 구하기	40 %

단원 마무리 155~158쪽

Level B 필수 유형 정복하기

01 ③	02 3	03 7	04 ㄱ: n, ㄴ: l, ㄷ: m	
05 ⑤	06 ④	07 ③	08 ④	09 $(1, 4)$
10 ①	11 -12	12 ①	13 ①	
14 제2사분면	15 ②	16 ②	17 $\frac{2}{15}$	18 $(4, 2)$

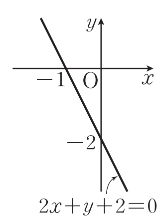
19 (1) $A(3, 0)$, $B(3, -6)$, $C(1, -2)$ (2) $-\frac{15}{2} \le a \le -\frac{3}{2}$

20 -5	21 -13	22 20	23 (1) 15분 (2) $\frac{9}{8}$ km

01 전략 일차방정식 $2x+y+2=0$의 그래프는 일차함수 $y=-2x-2$의 그래프와 같음을 이용한다.

$2x+y+2=0$에서 $y=-2x-2$

ㄴ. $2x+y+2=0$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제1사분면을 지나지 않는다.



ㄷ. x절편은 -1, y절편은 -2이므로 그 합은

$-1+(-2)=-3$

ㅁ. 일차함수 $y=-2x$의 그래프를 y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이다.

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄹ이다.

02 전략 일차방정식 $3x+y=1$에 두 점 (a, b), $(2a, b-3)$의 좌표를 각각 대입하여 얻은 식을 연립하여 a, b의 값을 구한다.

$x=a$, $y=b$를 $3x+y=1$에 대입하면

$3a+b=1$ …… ㉠

$x=2a$, $y=b-3$을 $3x+y=1$에 대입하면

$6a+b-3=1$ $\therefore 6a+b=4$ …… ㉡

㉠$-$㉡을 하면 $-3a=-3$ $\therefore a=1$

$a=1$을 ㉠에 대입하면 $3+b=1$ $\therefore b=-2$

$\therefore a-b=1-(-2)=3$

03 전략 일차방정식 $bx-y-3=0$에 두 점 $(-1, -5)$, $(4, a)$의 좌표를 각각 대입하여 a, b의 값을 구한다.

$x=-1$, $y=-5$를 $bx-y-3=0$에 대입하면

$-b+5-3=0$ $\therefore b=2$

$x=4$, $y=a$를 $2x-y-3=0$에 대입하면

$8-a-3=0$ $\therefore a=5$

$\therefore a+b=5+2=7$

04 전략 각 일차방정식의 그래프의 x절편과 y절편을 구하여 알맞은 그래프를 찾는다.

ㄱ. $x=-1$의 그래프는 점 $(-1, 0)$을 지나고 y축에 평행한 직선이므로 직선 n이다.

ㄴ. $x+2y-2=0$, 즉 $y=-\frac{1}{2}x+1$의 그래프의 x절편은 2, y절편은 1이므로 직선 l이다.

ㄷ. $x-2y+2=0$, 즉 $y=\frac{1}{2}x+1$의 그래프의 x절편은 -2, y절편은 1이므로 직선 m이다.

05 전략 y축에 수직인 직선의 방정식은 $y=$(수) 꼴임을 이용한다.

두 점 $(-2, 3a-2)$, $(a, a+6)$을 지나는 직선이 y축에 수직이려면 두 점의 y좌표가 같아야 한다.

즉, $3a-2=a+6$이어야 하므로

$2a=8$ $\therefore a=4$

06 전략 직선의 방정식을 $x=$(수) 또는 $y=$(수) 꼴로 나타낸 후 그래프를 생각한다.

② $x-b=0$에서 $x=b$

직선 $x=b$는 x축에 수직이다.

③ $a<0$이면 직선 $y=a$는 제3, 4사분면을 지난다.

④ $ax+b=0$에서 $x=-\frac{b}{a}$

$a>0$, $b<0$이면 $-\frac{b}{a}>0$이므로 직선 $x=-\frac{b}{a}$는 제1, 4사분면을 지난다. 즉, 제2사분면을 지나지 않는다.

⑤ $ay-b=0$에서 $y=\frac{b}{a}$

$a<0$, $b<0$이면 $\frac{b}{a}>0$이므로 직선 $y=\frac{b}{a}$는 제 1, 2사분면을 지난다. 즉, 제4사분면을 지나지 않는다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

07 전략 일차방정식 $ax+by-c=0$을 y에 대하여 푼 후 주어진 그래프의 기울기와 y절편의 부호를 이용하여 a, b, c의 부호를 정한다.

$ax+by-c=0$에서 $y=-\frac{a}{b}x+\frac{c}{b}$

주어진 그래프에서 $-\frac{a}{b}<0$, $\frac{c}{b}>0$이므로

$\frac{b}{a}>0$, $bc>0$

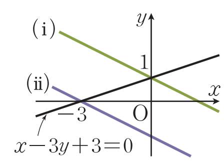
따라서 $y=\frac{b}{a}x+bc$의 그래프로 알맞은 것은 ③이다.

참고 $-\frac{a}{b}<0$에서 $\frac{a}{b}>0$이고 역수를 취해도 부호는 바뀌지 않으므로 $\frac{b}{a}>0$

또, $\frac{c}{b}>0$에서 $b<0$, $c<0$ 또는 $b>0$, $c>0$이므로 $bc>0$

08 전략 $x-3y+3=0$의 그래프를 좌표평면 위에 나타낸 후 $x+2y-a=0$의 그래프와 제2사분면 위에서 만나기 위해 지나야 하는 점을 찾는다.

$x-3y+3=0$, 즉 $y=\frac{1}{3}x+1$의 그래프를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



(i) $x+2y-a=0$의 그래프가 점 $(0,\ 1)$을 지날 때,
$2-a=0$ $\qquad \therefore a=2$

(ii) $x+2y-a=0$의 그래프가 점 $(-3,\ 0)$을 지날 때,
$-3-a=0$ $\qquad \therefore a=-3$

(i), (ii)에서 $-3<a<2$

주의 $x-3y+3=0$의 그래프와 $x+2y-a=0$의 그래프는 $a=-3$이면 x축 위에서 만나고, $a=2$이면 y축 위에서 만난다. 따라서 $a=-3$ 또는 $a=2$일 때에는 두 그래프가 제2사분면 위에서 만나지 않으므로 등호는 포함하지 않아야 한다.

09 전략 두 직선의 교점의 좌표는 연립방정식의 해와 같음을 이용한다.

직선 $x-y+a=0$의 x절편은 $-a$이므로
$\mathrm{A}(-a,\ 0)$
직선 $4x+3y-16=0$의 x절편은 4이므로
$\mathrm{B}(4,\ 0)$
이때 $\overline{\mathrm{AB}}=7$이므로
$4-(-a)=7$ $\qquad \therefore a=3$
따라서 두 직선의 교점 P의 좌표는 연립방정식
$\begin{cases} x-y+3=0 \\ 4x+3y-16=0 \end{cases}$의 해와 같다.
위의 연립방정식의 해는 $x=1,\ y=4$이므로 두 직선의 교점 P의 좌표는 $(1,\ 4)$이다.

10 전략 교점 $(-2,\ 1)$의 좌표를 두 일차방정식 $ax+by=7$, $bx+ay=-5$에 각각 대입하여 얻은 식을 연립하여 $a,\ b$의 값을 구한다.

$x=-2,\ y=1$을 $ax+by=7$에 대입하면
$-2a+b=7$ $\qquad \cdots\cdots$ ㉠
$x=-2,\ y=1$을 $bx+ay=-5$에 대입하면
$-2b+a=-5$ $\qquad \therefore a-2b=-5$ $\qquad \cdots\cdots$ ㉡
㉠$\times 2+$㉡을 하면 $-3a=9$ $\qquad \therefore a=-3$
$a=-3$을 ㉠에 대입하면 $6+b=7$ $\qquad \therefore b=1$
따라서 직선 $y=\frac{b}{a}x+\frac{a}{b}$, 즉 $y=-\frac{1}{3}x-3$의 x절편은 -9이다.

참고 $0=-\frac{1}{3}x-3$에서 $\frac{1}{3}x=-3$ $\qquad \therefore x=-9$

11 전략 교점 $(1,\ c)$의 좌표를 직선의 방정식 $y=2x+1$에 대입하여 c의 값을 먼저 구한 후 나머지 조건을 이용하여 $a,\ b$의 값을 구한다.

$x=1,\ y=c$를 $y=2x+1$에 대입하면
$c=2+1=3$
$x=1,\ y=3$을 $y=-ax+2b$에 대입하면
$3=-a+2b$ $\qquad \therefore a-2b=-3$ $\qquad \cdots\cdots$ ㉠
또, 직선 $x-ay+b=0$이 점 $(0,\ -4)$를 지나므로
$4a+b=0$ $\qquad \cdots\cdots$ ㉡
㉠$+$㉡$\times 2$를 하면 $9a=-3$ $\qquad \therefore a=-\frac{1}{3}$
$a=-\frac{1}{3}$을 ㉡에 대입하면 $-\frac{4}{3}+b=0$ $\qquad \therefore b=\frac{4}{3}$
$\therefore 9abc=9\times\left(-\frac{1}{3}\right)\times\frac{4}{3}\times 3=-12$

12 전략 두 직선 $y=-1$, $y=-2x+5$의 교점을 직선 $y=3x+a$가 지남을 이용한다.

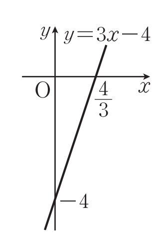
세 직선이 한 점에서 만나므로 두 직선 $y=-1$, $y=-2x+5$의 교점을 나머지 한 직선이 지난다.
$y=-1$을 $y=-2x+5$에 대입하면
$-1=-2x+5$, $2x=6$ $\qquad \therefore x=3$
따라서 직선 $y=3x+a$가 점 $(3,\ -1)$을 지나므로
$-1=9+a$ $\qquad \therefore a=-10$

13 전략 두 점 $(-2,\ 5)$, $(6,\ -3)$을 지나는 직선의 방정식을 구한 후 세 직선이 한 점에서 만남을 이용한다.

두 점 $(-2,\ 5)$, $(6,\ -3)$을 지나는 직선의 기울기는
$\frac{-3-5}{6-(-2)}=-1$
직선의 방정식을 $y=-x+b$라 하면 이 직선이 점 $(-2,\ 5)$를 지나므로
$5=2+b$ $\qquad \therefore b=3$
$\therefore y=-x+3$
세 직선이 한 점에서 만나므로 두 직선 $y=-x+3$, $x-y-1=0$의 교점을 나머지 한 직선이 지난다.
연립방정식 $\begin{cases} y=-x+3 \\ x-y-1=0 \end{cases}$의 해는 $x=2,\ y=1$이므로
두 직선의 교점의 좌표는 $(2,\ 1)$이다.
따라서 직선 $kx+y+3=0$이 점 $(2,\ 1)$을 지나므로
$2k+1+3=0$, $2k=-4$ $\qquad \therefore k=-2$

14 전략 두 직선이 일치하면 기울기와 y절편이 각각 같음을 이용한다.

$ax+2y=5$에서 $y=-\frac{a}{2}x+\frac{5}{2}$
$6x+by=-10$에서 $y=-\frac{6}{b}x-\frac{10}{b}$
두 직선이 일치하므로
$-\frac{a}{2}=-\frac{6}{b}$, $\frac{5}{2}=-\frac{10}{b}$
$\therefore a=-3,\ b=-4$
따라서 직선 $y=-ax+b$, 즉 $y=3x-4$는 오른쪽 그림과 같으므로 제2사분면을 지나지 않는다.



15 전략 연립방정식의 해가 없으면 두 일차방정식의 그래프가 서로 평행함을 이용한다.

$2x-y-3=0$에서 $y=2x-3$
$ax+2y+b=0$에서 $y=-\frac{a}{2}x-\frac{b}{2}$
연립방정식의 해가 없으므로 두 일차방정식의 그래프가 서로 평

행하다. 즉,

$2=-\dfrac{a}{2},\ -3\neq-\dfrac{b}{2}$　　　$\therefore a=-4,\ b\neq6$

이때 $ax+2y+b=0$, 즉 $-4x+2y+b=0$의 그래프가 점 $(1,\ m)$을 지나므로

$-4+2m+b=0,\ 2m=4-b$　　　$\therefore m=2-\dfrac{b}{2}$

$b\neq6$이므로 $m\neq2-\dfrac{6}{2}=-1$

개념 보충 학습

연립방정식 $\begin{cases} ax+by+c=0 \\ a'x+b'y+c'=0 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} y=-\dfrac{a}{b}x-\dfrac{c}{b} \\ y=-\dfrac{a'}{b'}x-\dfrac{c'}{b'} \end{cases}$ 에서

① 해가 오직 한 쌍뿐이다.
➡ 두 일차방정식의 그래프가 한 점에서 만난다.
➡ $-\dfrac{a}{b}\neq-\dfrac{a'}{b'}$

② 해가 없다.
➡ 두 일차방정식의 그래프가 서로 평행하다.
➡ $-\dfrac{a}{b}=-\dfrac{a'}{b'},\ -\dfrac{c}{b}\neq-\dfrac{c'}{b'}$

③ 해가 무수히 많다.
➡ 두 일차방정식의 그래프가 일치한다.
➡ $-\dfrac{a}{b}=-\dfrac{a'}{b'},\ -\dfrac{c}{b}=-\dfrac{c'}{b'}$

16 전략 교점 B의 좌표는 연립방정식 $\begin{cases} y=x+4 \\ y=-x+8 \end{cases}$ 의 해와 같음을 이용한다.

점 B의 좌표는 연립방정식 $\begin{cases} y=x+4 \\ y=-x+8 \end{cases}$ 의 해와 같다.

위의 연립방정식의 해는 $x=2,\ y=6$이므로

$\mathrm{B}(2,\ 6)$

한편, 직선 $y=x+4$의 y절편은 4이므로

$\mathrm{C}(0,\ 4)$

따라서 평행사변형 OABC의 넓이는

$4\times2=8$

참고 평행사변형의 두 쌍의 대변은 각각 평행하므로 $\overline{\mathrm{OC}}/\!/\overline{\mathrm{AB}}$
즉, 점 A의 x좌표는 2이다.
또, 평행사변형의 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 $\overline{\mathrm{OC}}=\overline{\mathrm{AB}}$
즉, 점 A의 y좌표는 2이다.
$\therefore \mathrm{A}(2,\ 2)$

개념 보충 학습

(평행사변형의 넓이)=(밑변의 길이)×(높이)

17 전략 삼각형 ABO와 삼각형 ACO의 넓이의 비가 4 : 1이면 $\triangle\mathrm{ACO}=\dfrac{1}{4}\triangle\mathrm{ABO}$임을 이용한다.

직선 $y=-\dfrac{2}{5}x+8$의 x절편은 20, y절편은 8이므로

$\mathrm{A}(20,\ 0),\ \mathrm{B}(0,\ 8)$

$\therefore\ \triangle\mathrm{ABO}=\dfrac{1}{2}\times20\times8=80$

$\triangle\mathrm{ABO}:\triangle\mathrm{ACO}=4:1$이므로

$\triangle\mathrm{ACO}=\dfrac{1}{4}\triangle\mathrm{ABO}=\dfrac{1}{4}\times80=20$

이때 점 C의 y좌표를 k라 하면

$\dfrac{1}{2}\times20\times k=20$　　　$\therefore k=2$

$y=2$를 $y=-\dfrac{2}{5}x+8$에 대입하면

$2=-\dfrac{2}{5}x+8,\ \dfrac{2}{5}x=6$　　　$\therefore x=15$

$\therefore \mathrm{C}(15,\ 2)$

따라서 직선 $y=ax$가 점 $(15,\ 2)$를 지나므로

$2=15a$　　　$\therefore a=\dfrac{2}{15}$

18 전략 두 직선 $y=ax+b$, $y=cx+d$가 지나는 점의 좌표를 이용하여 a, b, c, d의 값을 구한다.

직선 $y=ax+b$가 두 점 $(1,\ 0)$, $(0,\ 1)$을 지나므로

$a=\dfrac{1-0}{0-1}=-1,\ b=1$　　　…… ㉮

직선 $y=cx+d$가 두 점 $(-2,\ 0)$, $(0,\ 1)$을 지나므로

$c=\dfrac{1-0}{0-(-2)}=\dfrac{1}{2},\ d=1$　　　…… ㉯

이때 두 직선 $ax+by=-2$, $cx+dy=4$의 교점의 좌표는

연립방정식 $\begin{cases} ax+by=-2 \\ cx+dy=4 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} -x+y=-2 \\ \dfrac{1}{2}x+y=4 \end{cases}$ 의 해와 같다.

위의 연립방정식의 해는 $x=4,\ y=2$이므로 구하는 교점의 좌표는 $(4,\ 2)$이다.　　　…… ㉰

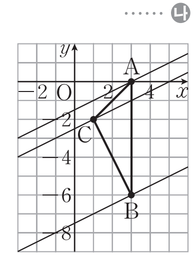
채점 기준

㉮ a, b의 값 구하기	30 %
㉯ c, d의 값 구하기	30 %
㉰ 두 직선 $ax+by=-2$, $cx+dy=4$의 교점의 좌표 구하기	40 %

19 전략 두 직선의 교점의 좌표는 연립방정식의 해와 같음을 이용하여 세 점 A, B, C의 좌표를 구한다.

(1) 두 점 A, B는 모두 직선 $x=3$ 위의 점이므로 x좌표가 3이다.
$x=3$을 $x-y-3=0$과 $2x+y=0$에 각각 대입하면
$y=0,\ y=-6$이므로
$\mathrm{A}(3,\ 0),\ \mathrm{B}(3,\ -6)$　　　…… ㉮
또, 연립방정식 $\begin{cases} x-y-3=0 \\ 2x+y=0 \end{cases}$ 의 해는 $x=1,\ y=-2$이므로
두 직선 $x-y-3=0$, $2x+y=0$의 교점 C의 좌표는
$(1,\ -2)$　　　…… ㉯

(2) 좌표평면 위에 세 점 A, B, C를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ACB를 그려 보면 오른쪽 그림에서



(i) 직선 $y=\dfrac{1}{2}x+a$가 점 A를 지날 때,
$0=\dfrac{3}{2}+a$　　　$\therefore a=-\dfrac{3}{2}$

(ii) 직선 $y=\dfrac{1}{2}x+a$가 점 B를 지날 때,

$-6=\frac{3}{2}+a \qquad \therefore a=-\frac{15}{2}$

(iii) 직선 $y=\frac{1}{2}x+a$가 점 C를 지날 때,

$-2=\frac{1}{2}+a \qquad \therefore a=-\frac{5}{2}$

이상에서 $-\frac{15}{2}\le a\le -\frac{3}{2}$ …… ㉰

채점 기준

(1)	㉮ 두 점 A, B의 좌표 구하기	20 %
	㉯ 점 C의 좌표 구하기	20 %
(2)	㉰ a의 값의 범위 구하기	60 %

20 전략 세 직선 중 어느 두 직선이 서로 평행한 경우와 세 직선이 한 점에서 만나는 경우로 나누어 a의 값을 구한다.

세 직선이 삼각형을 이루지 않는 경우는 다음과 같다.

(i) 세 직선 중 두 직선이 서로 평행한 경우

두 직선 $y=x+6$과 $y=a(x+1)$이 서로 평행하거나

두 직선 $y=-2x$와 $y=a(x+1)$이 서로 평행하므로

$a=1$ 또는 $a=-2$ …… ㉮

(ii) 세 직선이 한 점에서 만나는 경우

두 직선 $y=x+6$과 $y=-2x$의 교점을 나머지 한 직선이 지난다.

연립방정식 $\begin{cases} y=x+6 \\ y=-2x \end{cases}$의 해는 $x=-2$, $y=4$이므로

두 직선의 교점의 좌표는 $(-2, 4)$이다.

따라서 직선 $y=a(x+1)$이 점 $(-2, 4)$를 지나므로

$4=a(-2+1) \qquad \therefore a=-4$ …… ㉯

(i), (ii)에서 모든 a의 값의 합은

$1+(-2)+(-4)=-5$ …… ㉰

채점 기준

㉮ 세 직선 중 두 직선이 서로 평행한 경우의 a의 값 구하기	30 %
㉯ 세 직선이 한 점에서 만나는 경우의 a의 값 구하기	50 %
㉰ 모든 a의 값의 합 구하기	20 %

참고 세 직선 중 두 직선 $y=x+6$, $y=-2x$는 서로 평행하지 않으므로 주어진 세 직선이 모두 평행할 수는 없다.
따라서 세 직선이 모두 평행한 경우는 생각하지 않는다.

21 전략 연립방정식의 해가 무수히 많으면 두 일차방정식의 그래프가 일치하고, 두 직선이 만나지 않으면 서로 평행함을 이용한다.

$4x+ay-3=0$에서 $y=-\frac{4}{a}x+\frac{3}{a}$

$bx-2y+6=0$에서 $y=\frac{b}{2}x+3$

연립방정식의 해가 무수히 많으므로 두 일차방정식의 그래프가 일치한다. 즉,

$-\frac{4}{a}=\frac{b}{2}$, $\frac{3}{a}=3 \qquad \therefore a=1, b=-8$ …… ㉮

또, $3x+ay=b$, 즉 $3x+y=-8$에서 $y=-3x-8$

$cx-2y=7$에서 $y=\frac{c}{2}x-\frac{7}{2}$

두 직선이 만나지 않으므로 두 직선이 서로 평행하다. 즉,

$-3=\frac{c}{2} \qquad \therefore c=-6$ …… ㉯

$\therefore a+b+c=1+(-8)+(-6)=-13$ …… ㉰

채점 기준

㉮ a, b의 값 구하기	40 %
㉯ c의 값 구하기	40 %
㉰ $a+b+c$의 값 구하기	20 %

22 전략 직선 $y=ax+b$가 지나는 두 점의 좌표를 이용하여 a, b의 값을 구한다.

$x=2$를 $y=-2x+8$에 대입하면 $y=4$

$\therefore$ A$(2, 4)$ …… ㉮

직선 $y=ax+b$가 두 점 $(0, 3)$, A$(2, 4)$를 지나므로

$a=\frac{4-3}{2-0}=\frac{1}{2}$, $b=3$

이때 직선 $y=ax+b$, 즉 $y=\frac{1}{2}x+3$의 x절편은 -6이므로

B$(-6, 0)$ …… ㉯

또, 직선 $y=-2x+8$의 x절편은 4이므로

C$(4, 0)$ …… ㉰

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 10\times 4=20$ …… ㉱

채점 기준

㉮ 점 A의 좌표 구하기	20 %
㉯ 점 B의 좌표 구하기	40 %
㉰ 점 C의 좌표 구하기	20 %
㉱ 삼각형 ABC의 넓이 구하기	20 %

23 전략 형과 동생이 집으로부터 떨어진 거리를 나타내는 직선의 방정식을 각각 구한다.

(1) 형이 집으로부터 떨어진 거리를 나타내는 직선의 방정식을 $y=ax+b$라 하면 이 직선이 두 점 $(6, 0)$, $(30, 3)$을 지나므로

$a=\frac{3-0}{30-6}=\frac{1}{8}$

직선 $y=\frac{1}{8}x+b$가 점 $(6, 0)$을 지나므로

$0=\frac{3}{4}+b \qquad \therefore b=-\frac{3}{4}$

즉, 형이 집으로부터 떨어진 거리를 나타내는 직선의 방정식은

$y=\frac{1}{8}x-\frac{3}{4}$ …… ㉠ …… ㉮

동생이 집으로부터 떨어진 거리를 나타내는 직선의 방정식을 $y=mx$라 하면 이 직선이 점 $(40, 3)$을 지나므로

$3=40m \qquad \therefore m=\frac{3}{40}$

즉, 동생이 집으로부터 떨어진 거리를 나타내는 직선의 방정식은

$y=\frac{3}{40}x$ …… ㉡ …… ㉯

㉡을 ㉠에 대입하면

$\frac{3}{40}x=\frac{1}{8}x-\frac{3}{4}$, $3x=5x-30$

$-2x=-30$ $\qquad\therefore x=15$

따라서 동생이 출발한 지 15분 후에 동생과 형이 만난다. …… ㉰

(2) $x=15$를 $y=\frac{3}{40}x$에 대입하면 $y=\frac{9}{8}$

따라서 동생과 형이 만나는 곳은 집으로부터 $\frac{9}{8}$ km 떨어진 지점이다. …… ㉱

채점 기준

(1)	㉮ 형에 대한 직선의 방정식 구하기	20 %
	㉯ 동생에 대한 직선의 방정식 구하기	20 %
	㉰ 동생이 출발한 지 몇 분 후에 동생과 형이 만나는지 구하기	30 %
(2)	㉱ 동생과 형이 만나는 곳은 집으로부터 몇 km 떨어진 지점인지 구하기	30 %

단원 마무리 $\qquad$ 159~160쪽

Level C 발전 유형 정복하기

01 ⑤ $\quad$ **02** -1, 1 $\quad$ **03** $b\le5$ $\quad$ **04** 4 $\quad$ **05** -14

06 4π $\quad$ **07** ③ $\quad$ **08** ④ $\quad$ **09** $-4\le a\le-\frac{2}{3}$

10 12 $\quad$ **11** 28

01 전략 일차방정식 $ax+by-1=0$에 두 점 $(-1,\ 4)$, $(2,\ -5)$의 좌표를 대입하여 a, b의 값을 먼저 구한다.

$x=-1$, $y=4$를 $ax+by-1=0$에 대입하면

$-a+4b-1=0$ $\qquad\therefore a-4b=-1$ $\qquad$ …… ㉠

$x=2$, $y=-5$를 $ax+by-1=0$에 대입하면

$2a-5b-1=0$ $\qquad\therefore 2a-5b=1$ $\qquad$ …… ㉡

㉠$\times2-$㉡을 하면 $-3b=-3$ $\qquad\therefore b=1$

$b=1$을 ㉠에 대입하면 $a-4=-1$ $\qquad\therefore a=3$

즉, 일차방정식 $3x+y-1=0$의 그래프가 점 $(k,\ k+3)$을 지나므로

$3k+(k+3)-1=0$

$4k=-2$ $\qquad\therefore k=-\frac{1}{2}$

$\therefore a+b+4k=3+1+4\times\left(-\frac{1}{2}\right)=2$

다른 풀이 a, b의 값은 다음과 같이 구할 수도 있다.

그래프가 두 점 $(-1,\ 4)$, $(2,\ -5)$를 지나므로

$(\text{기울기})=\frac{-5-4}{2-(-1)}=-3$

그래프의 식을 $y=-3x+n$이라 하면 이 그래프가 점 $(-1,\ 4)$를 지나므로

$4=3+n$ $\qquad\therefore n=1$

즉, 그래프의 식은

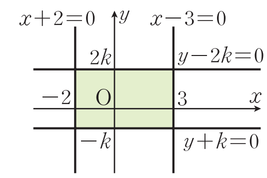
$y=-3x+1$ $\qquad\therefore 3x+y-1=0$

$\therefore a=3,\ b=1$

02 전략 $k>0$일 때와 $k<0$일 때로 나누어 k의 값을 구한다.

(i) $k>0$일 때,

네 직선을 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로

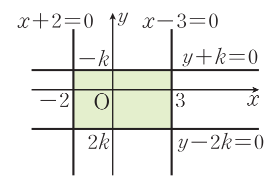


$5\times3k=15$

$\therefore k=1$

(ii) $k<0$일 때,

네 직선을 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로



$5\times(-3k)=15$

$\therefore k=-1$

(i), (ii)에서 $k=-1$ 또는 $k=1$

03 전략 평행한 두 직선은 기울기가 같음을 이용한다.

두 점 $(3,\ 0)$, $(0,\ 6)$을 지나는 직선의 기울기는

$\frac{6-0}{0-3}=-2$

따라서 직선 $ax+y+5a-2b=0$, 즉 $y=-ax-5a+2b$의 기울기가 -2이므로

$-a=-2$ $\qquad\therefore a=2$

즉, 직선 $y=-2x-10+2b$가 제1사분면을 지나지 않으려면 $(y\text{절편})\le0$이어야 하므로

$-10+2b\le0$, $2b\le10$ $\qquad\therefore b\le5$

04 전략 두 직선의 교점의 좌표는 연립방정식의 해와 같음을 이용하여 교점의 좌표를 구한 후 a, b 사이의 관계식을 구한다.

조건 ㈎에서 두 직선의 교점의 좌표는 연립방정식

$\begin{cases}3x+y+1=0\\x-2y-9=0\end{cases}$의 해와 같다.

위의 연립방정식의 해는 $x=1$, $y=-4$이므로 두 직선의 교점의 좌표는 $(1,\ -4)$이다.

즉, 직선 $(2a-3)x+y+b=0$이 점 $(1,\ -4)$를 지나므로

$2a-3-4+b=0$ $\qquad\therefore 2a+b=7$ $\qquad$ …… ㉠

이때 a, b가 자연수이므로 ㉠을 만족하는 a, b의 값은

$a=1$, $b=5$ 또는 $a=2$, $b=3$ 또는 $a=3$, $b=1$

(i) $a=1$, $b=5$를 $(2a-3)x+y+b=0$에 대입하면

$-x+y+5=0$ $\qquad\therefore y=x-5$

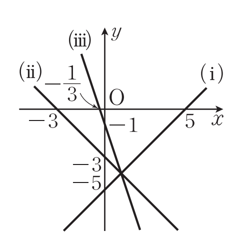
(ii) $a=2$, $b=3$을 $(2a-3)x+y+b=0$에 대입하면

$x+y+3=0$ $\qquad\therefore y=-x-3$

(iii) $a=3$, $b=1$을 $(2a-3)x+y+b=0$에 대입하면

$3x+y+1=0$ $\qquad\therefore y=-3x-1$

오른쪽 그림에서 조건 ㈏를 만족하는 직선은 (i)이므로



$a=1$, $b=5$

$\therefore b-a=5-1=4$

참고 a가 자연수이므로 $2a+b=7$에서

a	1	2	3	4	5	…
b	5	3	1	-1	-3	…

이때 b도 자연수이어야 하므로

$a=1$, $b=5$ 또는 $a=2$, $b=3$ 또는 $a=3$, $b=1$

05 전략 두 일차방정식의 그래프의 교점이 존재하지 않으면 두 일차방정식의 그래프는 서로 평행함을 이용한다.

$2x+y-5=0$에서 $y=-2x+5$

$ax-3y+8=0$에서 $y=\frac{a}{3}x+\frac{8}{3}$

두 일차방정식의 그래프의 교점이 존재하지 않으므로 두 일차방정식의 그래프가 서로 평행하다. 즉,

$-2=\frac{a}{3}$ $\quad\therefore a=-6$

이때 일차방정식 $-6x-3y+8=0$, 즉 $y=-2x+\frac{8}{3}$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-2x+\frac{8}{3}+b$

이 그래프와 $y=-2x+5$의 그래프의 교점이 존재하려면 두 그래프의 기울기가 같으므로 두 그래프는 일치해야 한다. 즉,

$\frac{8}{3}+b=5$ $\quad\therefore b=\frac{7}{3}$

$\therefore ab=(-6)\times\frac{7}{3}=-14$

06 전략 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 2개의 원뿔의 밑면을 붙여 놓은 모양임을 이용한다.

직선 $y=\frac{1}{2}x+2$의 y절편은 2이므로

A$(0, 2)$

직선 $y=-x-1$의 y절편은 -1이므로

B$(0, -1)$

또, 연립방정식 $\begin{cases} y=\frac{1}{2}x+2 \\ y=-x-1 \end{cases}$의 해는 $x=-2$, $y=1$이므로

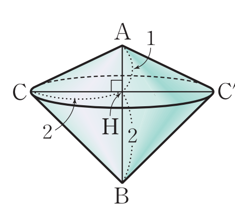
두 직선의 교점 C의 좌표는

$(-2, 1)$

이때 점 C에서 y축에 내린 수선의 발을 H라 하면

H$(0, 1)$

즉, 삼각형 ACB를 y축을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같다.



따라서 구하는 입체도형의 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times2^2\times1+\frac{1}{3}\times\pi\times2^2\times2$

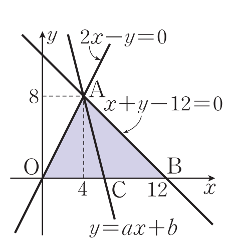
$=\frac{4}{3}\pi+\frac{8}{3}\pi=4\pi$

07 전략 먼저 두 직선 $x+y-12=0$, $2x-y=0$의 교점의 좌표를 구한 후 두 직선과 x축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구한다.

두 직선 $x+y-12=0$, $2x-y=0$의 교점을 A라 하면

점 A의 좌표는 연립방정식

$\begin{cases} x+y-12=0 \\ 2x-y=0 \end{cases}$의 해와 같다.



위의 연립방정식의 해는

$x=4$, $y=8$이므로

A$(4, 8)$

즉, 직선 $y=ax+b$가 점 A$(4, 8)$을 지나므로

$8=4a+b$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

또, 두 직선 $x+y-12=0$, $y=ax+b$가 x축과 만나는 점을 각각 B, C라 하자.

직선 $x+y-12=0$의 x절편은 12이므로

B$(12, 0)$

$\therefore \triangle$AOB$=\frac{1}{2}\times12\times8=48$

이때 $\triangle$AOC$=\frac{1}{2}\triangle$AOB$=\frac{1}{2}\times48=24$이므로 점 C의 x좌표를 k라 하면

$\frac{1}{2}\times k\times8=24$ $\quad\therefore k=6$

$\therefore$ C$(6, 0)$

즉, 직선 $y=ax+b$가 점 C$(6, 0)$을 지나므로

$0=6a+b$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠$-$㉡을 하면 $8=-2a$ $\quad\therefore a=-4$

$a=-4$를 ㉡에 대입하면 $0=-24+b$ $\quad\therefore b=24$

$\therefore a+b=-4+24=20$

08 전략 두 양초 A, B의 길이를 나타내는 직선의 방정식을 각각 구한다.

A 양초의 길이를 나타내는 직선의 방정식을 $y=ax+30$이라 하면 이 직선이 점 $(25, 0)$을 지나므로

$0=25a+30$, $-25a=30$ $\quad\therefore a=-\frac{6}{5}$

즉, A 양초의 길이를 나타내는 직선의 방정식은

$y=-\frac{6}{5}x+30$

B 양초의 길이를 나타내는 직선의 방정식을 $y=bx+24$라 하면 이 직선이 점 $(40, 0)$을 지나므로

$0=40b+24$, $-40b=24$ $\quad\therefore b=-\frac{3}{5}$

즉, B 양초의 길이를 나타내는 직선의 방정식은

$y=-\frac{3}{5}x+24$

③ $x=15$를 $y=-\frac{6}{5}x+30$에 대입하면

$y=-18+30=12$

$x=15$를 $y=-\frac{3}{5}x+24$에 대입하면

$y=-9+24=15$

즉, 15분 후에 남은 양초의 길이는 B 양초가 더 길다.

④ $x=10$을 $y=-\frac{6}{5}x+30$에 대입하면

$y=-12+30=18$

즉, 10분 동안 줄어든 A 양초의 길이는

$30-18=12$(cm)

⑤ $-\frac{6}{5}x+30=-\frac{3}{5}x+24$에서

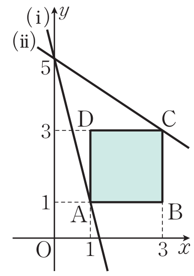
$6x-150=3x-120$, $3x=30$ $\quad\therefore x=10$

즉, 두 양초의 길이가 같아지는 것은 불을 붙인 지 10분 후이다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

09 전략 점 $(0,\ 5)$를 지나고 정사각형의 각 꼭짓점을 지나는 직선 중 기울기가 가장 큰 직선과 가장 작은 직선을 찾아본다.

오른쪽 그림과 같이 직선 $y=ax+5$가 점 A를 지날 때 a의 값이 최소이고, 점 C를 지날 때 a의 값이 최대이다. …… ㉮



(i) 직선 $y=ax+5$가 점 $A(1,\ 1)$을 지날 때,

$1=a+5 \qquad \therefore a=-4$ …… ㉯

(ii) 직선 $y=ax+5$가 점 $C(3,\ 3)$을 지날 때,

$3=3a+5,\ -3a=2 \qquad \therefore a=-\frac{2}{3}$ …… ㉰

(i), (ii)에서 $-4 \le a \le -\frac{2}{3}$ …… ㉱

채점 기준

㉮ a의 값이 최대, 최소일 때 지나는 점 파악하기	30 %
㉯ 직선 $y=ax+5$가 점 A를 지날 때, a의 값 구하기	30 %
㉰ 직선 $y=ax+5$가 점 C를 지날 때, a의 값 구하기	30 %
㉱ a의 값의 범위 구하기	10 %

10 전략 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 직선 $2x-y+6=0$의 y절편과 직선 $ax+y+b=0$의 y절편은 절댓값이 같고 부호는 반대이다.

직선 $2x-y+6=0$의 x절편은 -3, y절편은 6이므로

$A(-3,\ 0),\ C(0,\ 6)$ …… ㉮

이때 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$B(0,\ -6)$ …… ㉯

직선 $ax+y+b=0$이 두 점 $A(-3,\ 0),\ B(0,\ -6)$을 지나므로

$-3a+b=0,\ -6+b=0$

$-6+b=0$에서 $b=6$

$b=6$을 $-3a+b=0$에 대입하면

$-3a+6=0,\ -3a=-6 \qquad \therefore a=2$

$\therefore ab=2\times 6=12$ …… ㉰

채점 기준

㉮ 두 점 A, C의 좌표 구하기	20 %
㉯ 점 B의 좌표 구하기	30 %
㉰ ab의 값 구하기	50 %

다른 풀이 a, b의 값은 다음과 같이 구할 수도 있다.

두 점 $A(-3,\ 0)$, $B(0,\ -6)$을 지나는 직선은

기울기가 $\frac{-6-0}{0-(-3)}=-2$, y절편이 -6

이므로 직선의 방정식은

$y=-2x-6 \qquad \therefore 2x+y+6=0$

$\therefore a=2,\ b=6$

11 전략 평행한 두 직선은 기울기가 같음을 이용한다.

$\overline{AB}\ /\!/\ \overline{DC}$이므로

$m=2$ …… ㉮

두 직선 $y=2x+2$와 $y=-1$의 교점 B의 좌표는

$\left(-\frac{3}{2},\ -1\right)$

두 직선 $y=2x-8$과 $y=-1$의 교점 C의 좌표는

$\left(\frac{7}{2},\ -1\right)$

따라서 평행사변형 ABCD의 넓이 S는

$S=5\times 6=30$ …… ㉯

$\therefore S-m=30-2=28$ …… ㉰

채점 기준

㉮ m의 값 구하기	30 %
㉯ S의 값 구하기	50 %
㉰ $S-m$의 값 구하기	20 %

memo

memo

memo