정답 및 풀이

I. 수와 연산

01 소인수분해

본책 8~11쪽 01 ② 02 ③ 03 ③

04 ③ 05 10 06 ④ 07 ⑤ 08 ①

09 ⑤ 10 28 11 10 12 100 13 ②

14 ② 15 ⑤ 16 5 17 ① 18 ②

19 ② 20 8 21 4분 22 ④ 23 121

본책 12~15쪽 01 ② 02 ③ 03 4

04 6 05 ⑤ 06 ③ 07 3 08 ②

09 ⑤ 10 6 11 6 12 174

13 풀이 7쪽 14 50 15 ② 16 91 17 ④

18 404 19 ⑤ 20 ④ 21 60, 120, 240

22 ④ 23 88그루 24 120000원 25 ①

26 ③ 27 15 28 238명

본책 16쪽 01 226 02 10, 40, 90

03 ④ 04 $A=180$, $B=120$, $C=96$

05 (1) 8 (2) 6500원 06 42일

02 정수와 유리수

본책 17~19쪽 01 -8 02 ⑤ 03 ④

04 양의 유리수: 3, 음의 유리수: 3 05 ③

06 A: $-\frac{8}{3}$, B: $-\frac{1}{2}$, C: 0, D: $\frac{7}{4}$ 07 ② 08 5

09 -6, 6 10 ⑤ 11 ③ 12 ④ 13 ⑤

14 6 15 -3, -2, -1, 0, 1, 2

본책 20~22쪽 01 ② 02 ③ 03 ①

04 B: 2, C: 6, E: 14 05 D: -5, E: 10 06 $\frac{10}{21}$

07 -4, 4 08 11 09 7 10 ④ 11 4

12 풀이 14쪽 13 ③ 14 ② 15 ④

16 풀이 15쪽 17 $22 \le A < 23$

본책 23쪽 01 50번째 02 ③ 03 ⑤

04 d, c, b, a 05 -30 06 4

03 유리수의 계산

본책 24~26쪽 01 ③

02 교환법칙: ①, 결합법칙: ② 03 ③ 04 ②

05 $\frac{83}{30}$ 06 ⑤ 07 ㉠ 교환 ㉡ 결합 ㉢ $+10$ ㉣ -73

08 $-\frac{1}{10}$ 09 ④ 10 2 11 ③ 12 $-\frac{2}{5}$

13 -12 14 ④ 15 $-\frac{3}{10}$ 16 $\frac{1}{12}$

본책 27~30쪽 01 10 02 ① 03 3

04 $\frac{13}{4}$ 05 $\frac{5}{12}$ 06 ⑤ 07 0 08 ②

09 ⑤ 10 $a+b<a<a-b<0<b-a$ 11 ②

12 30 13 ④ 14 $(-3, 1)$, $(-3, 2)$, $(-2, 1)$

15 ③ 16 ④ 17 6240 18 $-\frac{2}{5}$ 19 $\frac{9}{8}$

20 $\frac{15}{19}$ 21 ③ 22 ① 23 -24 24 $-\frac{1}{3}$

25 $\frac{3}{2}$

본책 31쪽 01 ③ 02 $\frac{14}{3}$ 03 $-\frac{8}{27}$

04 ⑤ 05 ② 06 $\frac{17}{12}$

본책 32~35쪽 01 ⑤ 02 ② 03 ②

04 ② 05 ③ 06 ⑤ 07 ③, ⑤ 08 ③

09 ③ 10 ③ 11 ④ 12 ② 13 ④

14 ② 15 4 16 90 17 $a=2$, 최대공약수: 28

18 (1) $a=-2$, $b=1$ (2) 2 19 -7 20 $\frac{44}{15}$

본책 36~39쪽 01 ④ 02 ① 03 ②

04 ⑤ 05 ⑤ 06 ④ 07 ② 08 ③

09 ① 10 ④ 11 ③ 12 ③ 13 ①

14 ③ 15 15 16 839 17 2 18 $-\frac{2}{11}$

19 $-\frac{25}{9}$ 20 -9

본책 40~41쪽

유제 1 14개 유제 2 풀이 29쪽 유제 3 2

II. 방정식

04 문자와 식

본책 44~46쪽 01 ④ 02 ④ 03 ④

04 $(a-200b)$ m 05 4 06 ② 07 ③

08 ① 09 ②, ⑤ 10 -9 11 ④

12 (ㄱ)과 (ㅁ), (ㄴ)과 (ㄹ) 13 ③, ⑤ 14 -6 15 ③

본책 47~51쪽 01 ④ 02 ④ 03 ③

04 $\frac{9x+8y+7z}{x+y+z}$시간 05 ③ 06 $\left(\frac{4}{5}x+3y\right)$ g

07 -4 08 ④ 09 ④ 10 ⑤ 11 ④

12 1038 m 13 28 14 $a=2$, $b \ne 5$ 15 ④

16 $20a+2b$ 17 $3n+1$ 18 ④ 19 ②

20 ③ 21 ③ 22 $10x+1$ 23 $-8x+13y$

24 $2x-1$ 25 $49a$ 26 $\frac{217}{100}a-24$

27 (1) $\frac{27}{20}ah$ (2) 27 28 0.84배 29 $6x+\frac{49}{2}$

본책 52쪽 01 ④ 02 (1) $n(n+1)$ (2) 11
03 $a=2$, $4x-1$ 04 7 05 ④ 06 $\frac{11}{16}a$

05 일차방정식

본책 53~56쪽 01 ⑤ 02 ③ 03 ④
04 ⑤ 05 ③ 06 ④ 07 ⑤ 08 2
09 ③ 10 $x=\frac{7}{6}$ 11 ③ 12 19 13 6세
14 36 cm^2 15 1시간 16 ① 17 ② 18 ③
19 ⑤ 20 400 g 21 ② 22 6시간 23 ②
본책 57~60쪽 01 ④ 02 5 03 0
04 ② 05 ③ 06 $a=1$, $b\neq-3$ 07 ⑤
08 $x=-4$ 09 6 10 ② 11 -1
12 $x=-\frac{38}{29}$ 13 73 14 ① 15 159
16 24 17 280명 18 ④ 19 24분 20 ②
21 ④ 22 5 % 23 130 24 ③ 25 ①
본책 61쪽 01 -2 02 -10 03 ①
04 15, 21, 22, 23, 29 05 초속 20 m 06 6일

본책 62~65쪽 01 ⑤ 02 ③ 03 ⑤
04 ② 05 ④ 06 ③ 07 ③ 08 ⑤
09 ②, ⑤ 10 ⑤ 11 ⑤ 12 ① 13 ①
14 ④ 15 $-2x-6y$ 16 $(8x-30)\text{ m}^2$
17 $6b+4$ 18 $\frac{3}{2}$, $\frac{9}{2}$ 19 1.6 km 20 2000권
본책 66~69쪽 01 ② 02 ③ 03 ②
04 ④ 05 ② 06 ② 07 ③ 08 ②
09 ③ 10 ③ 11 ② 12 ② 13 ①
14 ④ 15 $-a+5b$ 16 $\frac{x+y}{2}$
17 (1) $(396x+3300)$원 (2) 11220원 18 8000원 19 $\frac{80}{3}$ km
20 18
본책 70~71쪽
유제 1 4 g 유제 2 2개 유제 3 20단계
유제 4 꿩 : 23마리, 토끼 : 12마리

III. 그래프와 비례

06 좌표평면과 그래프

본책 74~75쪽
01 (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1) 02 ②
03 B 04 ② 05 ①, ⑤ 06 ② 07 ㈀, ㈁
08 ①

본책 76~77쪽 01 ② 02 5
03 $P_{2018}(-5, 3)$ 04 ② 05 ③ 06 ④
07 제4사분면 08 13
09 (1) 70초 (2) 140 m (3) 초속 2 m 10 ⑤
11 풀이 54쪽
본책 78쪽 01 4 02 ④
03 제2사분면 04 ④ 05 풀이 55쪽

07 정비례와 반비례

본책 79~81쪽 01 ② 02 ⑤ 03 $y=\frac{7}{50}x$
04 ㈁, ㈃ 05 10 06 ④ 07 $-\frac{10}{3}$ 08 ③
09 ⑤ 10 ② 11 ㉠ $y=-2x$ ㉡ $y=-\frac{8}{x}$
12 4 13 ④ 14 $\frac{1}{2}$ 15 ③
본책 82~86쪽 01 19 02 (1) $y=\frac{1}{16}x$ (2) 25L
03 ⑤ 04 ④ 05 -12 06 ④ 07 ④
08 $-\frac{5}{2}\le a\le-\frac{1}{7}$ 09 ①, ④ 10 (1) $y=\frac{3600}{x}$ (2) 6분
11 ④ 12 30 13 ③ 14 ④ 15 $\frac{7}{3}$
16 ② 17 $\frac{3}{16}\le b\le 3$ 18 ①
19 ㉠ $y=\frac{5}{3}x$ ㉡ $y=\frac{3}{5}x$ 20 풀이 60쪽
21 18 22 ⑤ 23 12초 24 $A\left(-\frac{15}{4}, \frac{5}{2}\right)$
25 $P\left(\frac{5}{2}, 4\right)$ 26 ④ 27 ② 28 ③
29 18 30 50
본책 87쪽 01 ⑤ 02 $\frac{3}{5}\le a\le\frac{5}{3}$
03 ③ 04 $\frac{2}{5}$ 05 $\frac{96}{5}$ 06 10

본책 88~91쪽 01 ② 02 ④ 03 ①
04 ④ 05 ⑤ 06 ② 07 ② 08 ④
09 ③ 10 ② 11 ① 12 ③ 13 ③
14 ④ 15 12 16 (1) $y=15x$ (2) 15분
17 제1사분면, 제3사분면 18 2 19 -12
20 $\frac{16}{3}$
본책 92~95쪽 01 ④ 02 ⑤ 03 ②
04 ② 05 ④ 06 ④ 07 ④ 08 ③
09 ⑤ 10 ①, ④ 11 ③ 12 ⑤ 13 ③
14 ② 15 $C(-5, -2)$ 16 풀이 68쪽
17 (1) $y=27x$ (2) 8초 18 B(6, 2) 19 풀이 69쪽
20 $\frac{15}{2}$
본책 96쪽
유제 1 ㈁ 유제 2 (1) $y=9.2x$ (2) 11개

I 수와 연산

01 소인수분해

개념 & 핵심 기출

본책 8~11쪽

01 소수는 2, 11, 13, 37의 4개이다. 답 ②

02 ③ 2는 짝수이지만 소수이다.
⑤ 10보다 작은 소수는 2, 3, 5, 7의 4개이다.
답 ③

03 ① $8=2\times2\times2=2^3$
② $3\times3\times3\times3=3^4$
④ $2\times3\times3\times7\times7=2\times3^2\times7^2$
⑤ $\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}=\left(\frac{1}{4}\right)^3$ 답 ③

04 ① $75=3\times5^2$ ➡ 소인수는 3, 5의 2개
② $96=2^5\times3$ ➡ 소인수는 2, 3의 2개
③ $126=2\times3^2\times7$ ➡ 소인수는 2, 3, 7의 3개
④ $135=3^3\times5$ ➡ 소인수는 3, 5의 2개
⑤ $196=2^2\times7^2$ ➡ 소인수는 2, 7의 2개
답 ③

05 $84=2^2\times3\times7$이므로
$a=2,\ b=1,\ c=7$
$\therefore a+b+c=10$ 답 10

06 $180=2^2\times3^2\times5$이므로 약수가 아닌 것은 ④이다.
답 ④

07 $144=2^4\times3^2$이므로 약수의 개수는
$(4+1)\times(2+1)=15$ 답 ⑤

08 $2\times5^2\times11^x$의 약수의 개수가 12이므로
$(1+1)\times(2+1)\times(x+1)=12$
$x+1=2 \qquad \therefore x=1$ 답 ①

09 $160=2^5\times5$
어떤 자연수의 제곱이 되려면 모든 소인수의 지수가 짝수가 되어야 한다.

홀수인 지수가 짝수가 될 수 있도록 적당한 수를 곱한다.

따라서 곱할 수 있는 가장 작은 자연수는
$2\times5=10$ 답 ⑤

10 $792=2^3\times3^2\times11$이므로 가장 작은 a의 값은
$2\times11=22$
따라서 $b^2=792\div22=36=6^2$이므로
$b=6$
$\therefore a+b=28$
답 28

11 약수의 개수가 홀수인 자연수는 어떤 자연수의 제곱인 수이므로
$1^2,\ 2^2,\ 3^2,\ \cdots,\ 10^2$의 10개
답 10

12 $125=5^3$이므로 125와 서로소이려면 5의 배수가 아니어야 한다.
125보다 작은 자연수 중에서 5의 배수는 24개이므로
125와 서로소인 자연수의 개수는
$124-24=100$
답 100

$125=5\times25$이므로 125보다 작은 5의 배수의 개수는
$25-1=24$

최대공약수는 소인수분해한 후 공통인 소인수의 거듭제곱에서 지수가 작거나 같은 것을 택하여 곱한다.

13 두 수 $2^2\times3^3\times7,\ 2^3\times5^2\times7^2$의 최대공약수는
$2^2\times7$ 답 ②

14 $36=2^2\times3^2$과 x의 최대공약수가 18이어야 한다.
① 36과 $54=2\times3^3$의 최대공약수는
$2\times3^2=18$
② 36과 $72=2^3\times3^2$의 최대공약수는
$2^2\times3^2=36$
따라서 두 수 36, 72의 공약수는 36의 약수와 같다.
③ 36과 $90=2\times3^2\times5$의 최대공약수는
$2\times3^2=18$
④ 36과 $126=2\times3^2\times7$의 최대공약수는
$2\times3^2=18$
⑤ 36과 $162=2\times3^4$의 최대공약수는
$2\times3^2=18$
답 ②

다른풀이 $36=18\times2$이므로
$x=18\times a$ (a는 2와 서로소)
꼴이어야 한다.
① $54=18\times3$ ② $72=18\times4$
③ $90=18\times5$ ④ $126=18\times7$
⑤ $162=18\times9$
따라서 x의 값이 될 수 없는 것은 ②이다.

2와 서로소가 아니다.

15 두 수 $2^3\times7^2$, $2^2\times5\times7$의 최소공배수는
$2^3\times5\times7^2$
답 ⑤

일품 BOX: 최소공배수는 소인수분해한 후 공통인 소인수의 거듭제곱에서 지수가 크거나 같은 것을 택하고, 공통이 아닌 소인수의 거듭제곱도 모두 택하여 곱한다.

16 최대공약수가 $2^2\times3^2\times5$이므로
$2^a=2^2$ $\therefore a=2$
최소공배수가 $2^4\times3^4\times5^3$이므로
$5^b=5^3$ $\therefore b=3$
$\therefore a+b=5$
답 5

17 ① 1의 약수는 1개이다.
② 서로 다른 두 소수의 공약수는 1뿐이므로 서로 다른 두 소수는 항상 서로소이다.
⑤ 서로 다른 두 소수는 항상 서로소이므로 최소공배수는 두 수의 곱과 같다.
답 ①

18 조를 최대한 많이 만들려면 조의 개수는 20, 24의 최대공약수이어야 한다.
이때 20, 24의 최대공약수는
$2^2=4$
이므로 최대 4개의 조를 만들 수 있다.

$20=2^2\times5$
$24=2^3\times3$
최대공약수: 2^2

한 조에 속하는 여학생 수는 5, 남학생 수는 6이다.

답 ②

19 되도록 큰 색종이를 사용하려면 색종이의 한 변의 길이는 140, 210의 최대공약수이어야 한다.
이때 140, 210의 최대공약수는
$2\times5\times7=70$

$140=2^2\times5\times7$
$210=2\times3\times5\times7$
최대공약수: $2\times5\times7$

따라서 필요한 색종이의 장수는
가로 방향으로 $140\div70=2$
세로 방향으로 $210\div70=3$
이므로
$2\times3=6$
답 ②

20 어떤 수로 18을 나누면 2가 남으므로 $(18-2)$를 나누면 나누어떨어진다.
또 어떤 수로 23을 나누면 1이 부족하므로 $(23+1)$을 나누면 나누어떨어진다.

어떤 수는 $(18-2)$의 약수이다.
어떤 수는 $(23+1)$의 약수이다.

따라서 구하는 수는 16, 24의 최대공약수이므로
$2^3=8$

$16=2^4$
$24=2^3\times3$
최대공약수: 2^3

답 8

만점 비법
① 어떤 수 x로 A를 나누면 나머지가 r이다.
→ x로 $A-r$를 나누면 나누어떨어진다.
→ x는 $A-r$의 약수이다.
② 어떤 수 x로 A를 나누면 s가 부족하다.
→ x로 $A+s$를 나누면 나누어떨어진다.
→ x는 $A+s$의 약수이다.

21 형과 동생이 처음으로 다시 출발점에서 만날 때까지 걸리는 시간은 48과 60의 최소공배수이다.
이때 48, 60의 최소공배수는
$2^4\times3\times5=240$
이므로 형과 동생은 240초,
즉 4분 후에 처음으로 다시 출발점에서 만난다.

1분=60초

$48=2^4\times3$
$60=2^2\times3\times5$
최소공배수: $2^4\times3\times5$

답 4분

22 되도록 벽돌을 적게 사용하려면 정육면체의 한 모서리의 길이는 24, 18, 12의 최소공배수이어야 한다.
이때 24, 18, 12의 최소공배수는
$2^3\times3^2=72$
이므로 정육면체의 한 모서리의 길이는 72 cm이다.

$24=2^3\times3$
$18=2\times3^2$
$12=2^2\times3$
최소공배수: $2^3\times3^2$

답 ④

23 4, 5, 6으로 나누면 모두 1이 남으므로 어떤 수를 □라 하면 □-1은 4, 5, 6의 공배수이다.
4, 5, 6의 최소공배수는 60이므로

$4=2^2$
$5=5$
$6=2\times3$
$2^2\times3\times5=60$

□$-1=60, 120, 180, \cdots$
$\therefore$ □$=61, 121, 181, \cdots$
따라서 가장 작은 세 자리 자연수는 121이다.
답 121

만점 비법
어떤 수 x를 a, b, c로 나누면 나머지가 모두 r이다.
→ $x-r$는 a, b, c로 각각 나누어떨어진다.
→ $x-r$는 a, b, c의 공배수이다.

만점 도전을 위한 고난도 문제

본책 12~15쪽

01 전략 소수는 1보다 큰 자연수 중에서 1과 자기 자신만을 약수로 갖는 수이다.
풀이 ① 1은 소수도 아니고, 합성수도 아니다.
② 3의 배수 중 소수는 3뿐이다.
③ $3+5=8$이고 8은 합성수이다.

일품 BOX

④ $3+4=7$이고 7은 소수이다.

⑤ 두 소수 a, b의 곱 $a\times b$의 약수는 1, a, b, $a\times b$이므로 두 소수의 곱은 항상 합성수이다.

$a=b$이면 $a\times b$의 약수는 1, a, a^2(또는 1, b, b^2)이므로 $a\times b$는 합성수이다.

답 ②

02 전략 합성수는 1보다 큰 자연수 중에서 소수가 아닌 수이다.

풀이 10 이상 30 이하의 자연수 중에서 소수는

11, 13, 17, 19, 23, 29

의 6개이므로 10 이상 30 이하의 자연수 중에서 합성수의 개수는

$21-6=15$

10 이상 30 이하의 자연수의 개수는
$30-10+1=21$

답 ③

만점 비법

자연수 a, b $(a<b)$에 대하여

① a 이상 b 이하의 자연수의 개수 → $b-a+1$

② a 이상 b 미만의 자연수의 개수 → $b-a$

③ a 초과 b 이하의 자연수의 개수 → $b-a$

④ a 초과 b 미만의 자연수의 개수 → $b-a-1$

03 전략 50보다 작은 두 소수를 이용하여 50을 두 소수의 합으로 나타내어 본다.

풀이 50보다 작은 소수는

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23,

29, 31, 37, 41, 43, 47

이므로

$50=3+47=7+43=13+37=19+31$

따라서 구하는 방법의 수는 4이다.

답 4

04 전략 $x=2^3\times k$ (k는 2와 서로소인 자연수)로 놓는다.

풀이 $\langle\langle x\rangle\rangle=3$이므로

$x=2^3\times k$ (k는 2와 서로소인 자연수)

라 하자.

이때 x가 100 이하의 자연수이려면 k는 12 이하의 자연수이므로 k의 값은

1, 3, 5, 7, 9, 11

따라서 구하는 자연수 x는

8, 24, 40, 56, 72, 88

의 6개이다.

답 6

05 전략 각 자연수를 소인수분해하여 곱한다.

풀이 $2\times4\times6\times\cdots\times20$

$=2^{10}\times(1\times2\times3\times4\times5\times6\times7\times8\times9\times10)$

$=2^{10}\times(1\times2\times3\times2^2\times5\times2\times3\times7\times2^3\times3^2\times2\times5)$

$=2^{10}\times2^8\times3^4\times5^2\times7$

$=2^{18}\times3^4\times5^2\times7$

2의 배수 10개를 곱한 수

$2\times2^2\times2\times2^3\times2$
$=2\times(2\times2)\times2$
$\times(2\times2\times2)\times2$
$=2^8$

따라서 $a=18$, $b=4$, $c=2$, $d=1$이므로

$a+b+c+d=25$

답 ⑤

06 전략 $p^m\times q^n$ (p, q는 서로 다른 소수, m, n은 자연수)의 약수는 (p^m의 약수)$\times$(q^n의 약수)임을 이용한다.

풀이 상자 안에 1, 2, 5가 적힌 공이 각각 1개, 2개, 3개 들어 있으므로 만들 수 있는 수는 $2^2\times5^3$의 약수이다.

① $10=2\times5$　② $20=2^2\times5$

③ $40=2^3\times5$　④ $50=2\times5^2$

⑤ $100=2^2\times5^2$

따라서 만들 수 없는 수는 ③ 40이다.

답 ③

07 전략 $p^m\times q^n$ (p, q는 서로 다른 소수, m, n은 자연수)의 약수의 개수는 $(m+1)\times(n+1)$임을 이용한다.

풀이 $540=2^2\times3^3\times5$의 약수의 개수는

$(2+1)\times(3+1)\times(1+1)=24$ ⋯ ❶

따라서 $3\times21\times5^a=3^2\times5^a\times7$의 약수의 개수가 24이므로

$(2+1)\times(a+1)\times(1+1)=24$

$a+1=4$　$\therefore a=3$ ⋯ ❷

답 3

채점 기준	비율
❶ 540의 약수의 개수를 구할 수 있다.	30 %
❷ a의 값을 구할 수 있다.	70 %

08 전략 □가 2의 거듭제곱을 포함하는 경우와 포함하지 않은 경우로 나누어 생각한다.

풀이 (i) □가 2의 거듭제곱을 포함할 때,

□$=2^p\times q$ (p, q는 자연수, q는 2와 서로소)라 하면

$2^4\times$□$=2^{4+p}\times q$

이므로　$(5+p)\times$(q의 약수의 개수)$=15$

이때 $5+p$는 6 이상의 자연수이므로 위의 식을 만족시키려면　$5+p=15$, (q의 약수의 개수)$=1$

$\therefore p=10$, $q=1$

따라서 □$=2^{10}$이므로 두 자리 자연수가 아니다.

(ii) □가 2의 거듭제곱을 포함하지 않을 때,

$(4+1)\times$(□의 약수의 개수)$=15$

이므로 □는 약수의 개수가 3인 수이다.

약수의 개수가 3인 수는 소수의 제곱인 수이다.

$\therefore$ □$=3^2$, 5^2, 7^2, 11^2, $\cdots$

이때 □는 두 자리 자연수이므로

□$=25$, 49

(i), (ii)에서 □ 안에 알맞은 수는 25, 49의 2개이다.

답 ②

일품 BOX

09 전략 $D(a)$의 뜻을 이용한다.

풀이 ① 2의 약수의 개수는 2이므로

$D(2)=2$

② $D(3)=2$, $D(4)=3$이므로

$D(3)+D(4)=5$

3의 약수는 1, 3의 2개이고, 4의 약수는 1, 2, 4의 3개이다.

③ 약수의 개수가 2인 수는 소수이다.

④ $D(2\times5^3)=(1+1)\times(3+1)=8$

⑤ $16=2^4$이므로 $D(16)=5$

$D(16)\times D(x)=10$에서 $D(x)=2$

따라서 약수의 개수가 2인 한 자리 자연수 x는

2, 3, 5, 7의 4개

답 ⑤

10 전략 약수의 개수가 홀수이려면 소인수분해했을 때 모든 소인수의 지수가 짝수이어야 함을 이용한다.

풀이 $600\times a=2^3\times3\times5^2\times a$

이때 약수의 개수가 홀수이려면 소인수분해했을 때 모든 소인수의 지수가 짝수이어야 한다.

세 수 $x+1$, $y+1$, $z+1$의 곱이 홀수이려면 $x+1$, $y+1$, $z+1$이 모두 홀수이어야 하므로 x, y, z는 모두 짝수이어야 한다.

따라서 가장 작은 a의 값은

$2\times3=6$ 답 6

11 전략 어떤 자연수의 제곱이려면 소인수분해했을 때 모든 소인수의 지수가 짝수이어야 한다.

풀이 $3024\div a$가 어떤 자연수의 제곱이 되려면 $3024\div a=1$이거나 $3024\div a$를 소인수분해했을 때 모든 소인수의 지수가 짝수이어야 한다. ⋯ ❶

$3024=2^4\times3^3\times7$이므로 a가 될 수 있는 수는

3×7, $2^2\times3\times7$, $2^4\times3\times7$, $3^3\times7$, $2^2\times3^3\times7$, $2^4\times3^3\times7$ ⋯ ❷

따라서 a가 될 수 있는 모든 자연수의 개수는 6이다. ⋯ ❸

답 6

채점 기준	비율
❶ $3024\div a$가 제곱인 수가 될 조건을 알 수 있다.	30%
❷ a의 값을 모두 구할 수 있다.	60%
❸ a의 개수를 구할 수 있다.	10%

12 전략 먼저 40, 150을 소인수분해한다.

풀이 $40=2^3\times5$, $150=2\times3\times5^2$이므로

$2^3\times5\times a=2\times3\times5^2\times b=c^2$

따라서 c^2은 소인수가 2, 3, 5이고 각 소인수의 지수가 가능한 작은 짝수이어야 하므로

$c^2=2^4\times3^2\times5^2=3600$

따라서 $a=2\times3^2\times5=90$, $b=2^3\times3=24$, $c=60$이므로

$a+b+c=174$

답 174

13 전략 최대공약수는 두 수를 각각 소인수분해한 후 공통인 소인수의 거듭제곱에서 지수가 작거나 같은 것을 택하여 곱한다.

풀이 (1) $1008=2^4\times3^2\times7$, $1080=2^3\times3^3\times5$ ⋯ ❶

(2) $2^3\times3^2=72$ ⋯ ❷

(3) 공약수는 최대공약수 $2^3\times3^2$의 약수이므로 그 개수는 $(3+1)\times(2+1)=12$ ⋯ ❸

답 풀이 참조

채점 기준	비율
❶ 1008과 1080을 소인수분해할 수 있다.	30%
❷ 두 수의 최대공약수를 구할 수 있다.	30%
❸ 두 수의 공약수의 개수를 구할 수 있다.	40%

14 전략 두 수의 공약수는 최대공약수의 약수임을 이용한다.

풀이 $324=2^2\times3^4$, $900=2^2\times3^2\times5^2$이므로 324와 900의 최대공약수는 $2^2\times3^2$이다. ⋯ ❶

이때 324와 900의 공약수는 $2^2\times3^2$의 약수이므로 공약수 중에서 어떤 자연수의 제곱이 되는 수는

1, 2^2, 3^2, $2^2\times3^2$ ⋯ ❷

따라서 구하는 합은

$1+4+9+36=50$ ⋯ ❸

답 50

채점 기준	비율
❶ 324와 900의 최대공약수를 구할 수 있다.	40%
❷ 두 수의 공약수 중에서 제곱인 수를 구할 수 있다.	40%
❸ 두 수의 공약수 중에서 제곱인 수의 합을 구할 수 있다.	20%

15 전략 x를 최대공약수를 이용하여 나타낸다.

풀이 x와 $55=5\times11$의 최대공약수가 11이므로

$x=11\times k$ (k는 5와 서로소)

라 하자. 이때 $500\div11=45.4\cdots$이므로 k가 될 수 있는 수는 45 이하의 자연수 중에서 5와 서로소인 수이다.

따라서 k의 개수는

$45-9=36$

45 이하의 5의 배수의 개수

이므로 자연수 x의 개수는 36이다. 답 ②

자연수 x의 개수는 자연수 k의 개수와 같다.

16 전략 $A=7\times a$, $B=7\times b$ (a, b는 서로소)로 놓는다.

풀이 A, B의 최대공약수가 7이므로

$A=7\times a$, $B=7\times b$ (a, b는 서로소, $a>b$)

라 하자. ⋯ ❶

두 수의 곱이 1764이므로

$7\times a\times 7\times b=1764 \qquad \therefore a\times b=36$

(i) $a=36$, $b=1$일 때,

$A=252$, $B=7$

(ii) $a=9$, $b=4$일 때,

$A=63$, $B=28$

(i), (ii)에서 두 자리 자연수 A, B는

$A=63$, $B=28$ ⋯ ❷

$\therefore A+B=91$ ⋯ ❸

답 91

채점 기준	비율
❶ A, B를 최대공약수를 사용하여 나타낼 수 있다.	20 %
❷ $A\times B=1764$를 만족시키는 A, B를 구할 수 있다.	70 %
❸ $A+B$의 값을 구할 수 있다.	10 %

17 전략 n은 24, 60, 144의 공약수임을 이용한다.

풀이 n은 24, 60, 144의 공약수이다.

따라서 n의 값 중 가장 큰 수는 24, 60, 144의 최대공약수이므로

$$24=2^3\times 3$$
$$60=2^2\times 3\times 5$$
$$144=2^4\times 3^2$$
최대공약수: $2^2\times 3$

$2^2\times 3=12$

$$\therefore \frac{24}{n}+\frac{60}{n}+\frac{144}{n}=\frac{24}{12}+\frac{60}{12}+\frac{144}{12}=2+5+12=19$$

답 ④

18 전략 주어진 수를 모두 소인수분해한 후 소인수의 지수를 비교한다.

풀이 $48=2^4\times 3$, $8=2^3$, $240=2^4\times 3\times 5$, $36=2^2\times 3^2$ ⋯ ❶

$2^4\times 3$과 A의 최대공약수가 2^3, 최소공배수가 $2^4\times 3\times 5$이므로

$A=2^3\times 5=40$

B는 $2^3\times 5$와 $2^2\times 3^2$의 최대공약수이므로

$B=2^2=4$

C는 $2^3\times 5$와 $2^2\times 3^2$의 최소공배수이므로

$C=2^3\times 3^2\times 5=360$ ⋯ ❷

$\therefore A+B+C=40+4+360$

$=404$ ⋯ ❸

답 404

채점 기준	비율
❶ 주어진 수를 모두 소인수분해할 수 있다.	30 %
❷ A, B, C의 값을 구할 수 있다.	60 %
❸ $A+B+C$의 값을 구할 수 있다.	10 %

일품 BOX

$36=1\times 36=2\times 18$
$=3\times 12=4\times 9$
$=6\times 6$
이때 두 수가 서로소인 경우는 1과 36, 4와 9이다.

두 자연수 A, B의 최대공약수가 G, 최소공배수가 L일 때,
$A\times B=G\times L$

$\frac{8}{15}\times\frac{b}{a}$, $\frac{32}{9}\times\frac{b}{a}$, $\frac{40}{27}\times\frac{b}{a}$가 모두 자연수가 되려면 a는 8, 32, 40과 모두 약분되어 1이 되어야 하고 15, 9, 27은 b와 모두 약분되어 1이 되어야 한다.

다른풀이 48과 A의 최대공약수가 8, 최소공배수가 240이므로 $\quad 48\times A=8\times 240 \qquad \therefore A=40$

19 전략 비가 주어진 세 자연수를 x로 나타낸다.

풀이 세 자연수를 $2\times x$, $4\times x$, $5\times x$라 하면

$$\begin{array}{r|ccc} x & 2\times x & 4\times x & 5\times x \\ \hline 2 & 2 & 4 & 5 \\ \hline & 1 & 2 & 5 \end{array}$$

$x\times 2\times 2\times 5=140$이므로 $\qquad x=7$

따라서 세 자연수는 14, 28, 35이므로 가장 작은 수와 가장 큰 수의 합은

$14+35=49$

답 ⑤

20 전략 분모 a는 8, 32, 40의 최대공약수이어야 하고, 분자 b는 15, 9, 27의 최소공배수이어야 한다.

풀이 세 분수 $\frac{8}{15}$, $\frac{32}{9}$, $\frac{40}{27}$ 중 어느 것을 택하여 $\frac{b}{a}$와 곱해도 자연수가 되려면 a는 8, 32, 40의 공약수이어야 하고, b는 15, 9, 27의 공배수이어야 한다.

그런데 $\frac{b}{a}$가 가장 작은 기약분수이어야 하므로 a는 8, 32, 40의 최대공약수, b는 15, 9, 27의 최소공배수이어야 한다.

$$8=2^3 \qquad 15=3\times 5$$
$$32=2^5 \qquad 9=3^2$$
$$40=2^3\times 5 \qquad 27=3^3$$
최대공약수: 2^3 $\qquad$ 최소공배수: $3^3\times 5$

따라서 $a=2^3=8$, $b=3^3\times 5=135$이므로

$a+b=143$

답 ④

만점 비법

$\frac{b}{a}$, $\frac{d}{c}$ 중 어느 것을 택하여 곱해도 자연수가 되는 가장 작은 분수는

$$\frac{(a,\ c\text{의 최소공배수})}{(b,\ d\text{의 최대공약수})}$$

21 전략 12, 48, 240을 최대공약수를 사용하여 나타낸 후 A의 값을 구한다.

풀이 $12=12\times 1$, $48=12\times 2^2$이고, $240=12\times 2^2\times 5$이므로 $A=12\times a$라 하면 a는 5의 배수이면서 $2^2\times 5$의 약수이다.

(i) $a=5$일 때, $\qquad A=12\times 5=60$

(ii) $a=5\times 2$일 때,

$A=12\times 5\times 2=120$

(iii) $a=5\times 2^2$일 때,

$A=12\times 5\times 2^2=240$

이상에서 자연수 A는 60, 120, 240이다.

답 60, 120, 240

22 전략 두 수의 곱은 두 수의 최대공약수와 최소공배수의 곱임을 이용한다.

풀이 두 수의 최소공배수를 L이라 하면

$720=6\times L$

$\therefore L=120$

답 ④

다른풀이 두 수를 $A=6\times a$, $B=6\times b$(a, b는 서로소, $a<b$)라 하면 $6\times a\times 6\times b=720$이므로

$a\times b=20$

(i) $a=1$, $b=20$일 때, $A=6$, $B=120$

(ii) $a=4$, $b=5$일 때, $A=24$, $B=30$

(i), (ii)에서 두 수 A, B의 최소공배수는 120이다.

일품 BOX: $20=1\times 20=2\times 10=4\times 5$
이때 두 수가 서로소인 경우는 1과 20, 4와 5이다.

23 전략 나무를 되도록 적게 심으려면 나무 사이의 간격을 최대로 한다.

풀이 나무를 되도록 적게 심으려면 나무 사이의 간격은 180과 126의 최대공약수이어야 한다.

이때 180과 126의 최대공약수는

$$\begin{aligned}180&=2^2\times 3^2\times 5\\126&=2\times 3^2\times 7\\\text{최대공약수: }&\ 2\times 3^2\end{aligned}$$

$2\times 3^2=18$

따라서 심어야 하는 나무는

가로 방향으로 $180\div 18+1=11$(그루)

세로 방향으로 $126\div 18+1=8$(그루)

이므로 총 심어야 하는 나무는

$11\times 8=88$(그루)

답 88그루

24 전략 '가능한 큰' ➡ 최대공약수를 이용한다.

풀이 가능한 큰 정육면체 모양으로 똑같이 자르려면 정육면체의 한 모서리의 길이는 72, 60, 24의 최대공약수이어야 한다.

이때 72, 60, 24의 최대공약수는

$$\begin{aligned}72&=2^3\times 3^2\\60&=2^2\times 3\times 5\\24&=2^3\times 3\\\text{최대공약수: }&\ 2^2\times 3\end{aligned}$$

$2^2\times 3=12$ ⋯ ❶

이므로 직육면체를 가로, 세로, 높이의 방향으로 각각

$72\div 12=6$(개),

$60\div 12=5$(개),

$24\div 12=2$(개)

로 자를 수 있다.

따라서 만들 수 있는 정육면체 모양의 나무 토막의 개수는 $6\times 5\times 2=60$ ⋯ ❷

이므로 총 판매 금액은

$60\times 2000=120000$(원) ⋯ ❸

답 120000원

채점 기준	비율
❶ 정육면체의 한 모서리의 길이를 구할 수 있다.	40 %
❷ 정육면체 모양의 나무 토막의 개수를 구할 수 있다.	40 %
❸ 총 판매 금액을 구할 수 있다.	20 %

25 전략 a를 b로 나눈 나머지가 r이면 $a-r$는 b로 나누어떨어진다.

풀이 어떤 수는 $112-4=108$과 120의 공약수이다.

이때 108과 120의 최대공약수는

$$\begin{aligned}108&=2^2\times 3^3\\120&=2^3\times 3\times 5\\\text{최대공약수: }&\ 2^2\times 3\end{aligned}$$

$2^2\times 3=12$

이므로 두 수의 공약수는 12의 약수인 1, 2, 3, 4, 6, 12이다. 이 중에서 4보다 큰 수는 6과 12이므로 어떤 수는 2개이다.

일품 BOX: 나머지가 4이므로 어떤 수는 4보다 커야 한다.

답 ①

26 전략 일하는 날수와 쉬는 날수의 합의 최소공배수를 이용한다.

풀이 범준이는 3일을 일하고 하루를 쉬고, 형태는 7일을 일하고 3일을 쉬므로 두 사람이 쉬는 날은 각각 4일, 10일 단위로 반복된다.

일품 BOX: 일하는 날수와 쉬는 날수를 더한다.

$4=2^2$, $10=2\times 5$에서 두 수의 최소공배수가 $2^2\times 5=20$이므로 두 사람이 같이 쉬는 날은 20일 단위로 반복된다.

범준	○	○	○	×	○	○	○	×	○	○	○	×	○	○	○	×	○	○	○	×
형태	○	○	○	○	○	○	○	×	×	×	○	○	○	○	○	○	○	×	×	×

위의 표에서 20일 동안 범준이와 형태가 같이 쉬는 날은 2일이고, 3월 1일부터 6월 30일까지는 122일이므로 두 사람이 같이 쉬는 날은

$2\times 6=12$(일)

일품 BOX: 3월, 5월 → 31일
4월, 6월 → 30일
$\therefore 31+30+31+30=122$(일)

답 ③

27 전략 '다시 동시에' ➡ 최소공배수를 이용한다.

풀이 세 휴대 전화 알람이 다시 울리기 시작하는 데 걸리는 시간은 각각 $(10+30)$초, $(15+45)$초, $(20+60)$초이다. ⋯ ❶

40, 60, 80의 최소공배수는

$$\begin{aligned}40&=2^3\times 5\\60&=2^2\times 3\times 5\\80&=2^4\times 5\\\text{최소공배수: }&\ 2^4\times 3\times 5\end{aligned}$$

$2^4\times 3\times 5=240$

이므로 세 휴대 전화 알람은 240초마다 동시에 울리기 시작한다. ⋯ ❷

따라서 오전 7시까지 알람이 동시에 울리기 시작하는 횟수는

$\dfrac{3600}{240}=15$ ⋯ ❸

일품 BOX: 1시간은 60분, 1분은 60초이므로 1시간은
$60\times 60=3600$(초)

답 15

채점 기준	비율
❶ 세 휴대 전화 알람이 다시 울리기 시작하는 데 걸리는 시간을 각각 구할 수 있다.	20 %
❷ 세 휴대 전화 알람이 몇 초마다 동시에 울리기 시작하는지 구할 수 있다.	40 %
❸ 알람이 동시에 울리기 시작하는 횟수를 구할 수 있다.	40 %

28 전략 학생 수를 6, 8, 10으로 나누면 모두 2가 부족하다.

풀이 6명, 8명, 10명씩 짝을 지을 때 4명, 6명, 8명이 짝을 짓지 못하고 남았으므로 모두 2명씩 부족하다.

따라서 학생 수를 □라 하면 □+2는 6, 8, 10의 공배수이다.

6, 8, 10의 최소공배수는

$2^3\times3\times5=120$

이므로

$$6=2\times3$$
$$8=2^3$$
$$10=2\times5$$
최소공배수: $2^3\times3\times5$

□$+2=120,\ 240,\ 360,\ \cdots$

$\therefore$ □$=118,\ 238,\ 358,\ \cdots$

이 중에서 200보다 크고 300보다 작은 수는 238이므로 게임에 참여한 학생은 238명이다.

답 238명

최상위로 가는 최고 수준 문제 본책 16쪽

01 전략 11을 소수의 합으로 나타내어 본다.

풀이 11을 소수의 합으로 나타내면

$2+2+2+2+3,\ 2+2+2+5,\ 2+2+7,$

$2+3+3+3,\ 3+3+5,\ 11$ ⋯ ❶

따라서 x의 값은

$2^4\times3=48,\ 2^3\times5=40,\ 2^2\times7=28,\ 2\times3^3=54,$

$3^2\times5=45,\ 11$ ⋯ ❷

이므로 구하는 합은

$48+40+28+54+45+11=226$ ⋯ ❸

답 226

채점 기준	비율
❶ 11을 소수의 합으로 나타낼 수 있다.	40 %
❷ x의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ x의 값의 합을 구할 수 있다.	20 %

02 전략 a의 값에 따라 경우를 나누어 생각한다.

풀이 $90=2\times3^2\times5$이고 $\dfrac{90\times b\times c}{a}$가 어떤 수의 제곱이 되려면 소인수분해했을 때 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 한다.

일품 BOX

b, c는 주사위의 눈의 수이므로 $b\times c$는 36 이하이다.

$b=5$, $c=6$ 또는 $b=6$, $c=5$인 경우이다.

$b=3$, $c=6$ 또는 $b=6$, $c=3$인 경우이다.

등호의 왼쪽, 오른쪽을 10으로 나눈다.

$A=10$, $B=140$ 또는 $A=20$, $B=130$ 또는 $A=40$, $B=110$

(i) $a=1$일 때,

$2\times3^2\times5\times b\times c$가 제곱인 수이려면

$b\times c=2\times5$ $\quad\therefore a\times b\times c=10$

(ii) $a=2$일 때,

$\dfrac{2\times3^2\times5\times b\times c}{2}=3^2\times5\times b\times c$가 제곱인 수이려면

$b\times c=5$ 또는 $b\times c=5\times4$

$\therefore a\times b\times c=10$ 또는 $a\times b\times c=40$

(iii) $a=3$일 때,

$\dfrac{2\times3^2\times5\times b\times c}{3}=2\times3\times5\times b\times c$가 제곱인 수이려면

$b\times c=2\times3\times5$

$\therefore a\times b\times c=90$

(iv) $a=4$일 때,

$\dfrac{2\times3^2\times5\times b\times c}{4}=\dfrac{3^2\times5\times b\times c}{2}$가 제곱인 수이려면

$b\times c=2\times5$

$\therefore a\times b\times c=40$

(v) $a=5$일 때,

$\dfrac{2\times3^2\times5\times b\times c}{5}=2\times3^2\times b\times c$가 제곱인 수이려면

$b\times c=2$ 또는 $b\times c=2\times4$ 또는 $b\times c=2\times9$

$\therefore a\times b\times c=10$ 또는 $a\times b\times c=40$

또는 $a\times b\times c=90$

(vi) $a=6$일 때,

$\dfrac{2\times3^2\times5\times b\times c}{6}=3\times5\times b\times c$가 제곱인 수이려면

$b\times c=3\times5$

$\therefore a\times b\times c=90$

이상에서 $a\times b\times c$의 값은 10, 40, 90

답 10, 40, 90

03 전략 $A=10\times a$, $B=10\times b$ (a, b는 서로소)로 놓는다.

풀이 $A=10\times a$, $B=10\times b$ (a, b는 서로소, $a<b$)라 하면

$10\times a+10\times b=150$

$\therefore a+b=15$

a, b는 서로소이므로

$a=1$, $b=14$ 또는 $a=2$, $b=13$ 또는 $a=4$, $b=11$ 또는 $a=7$, $b=8$

이때 A, B가 모두 두 자리 자연수이므로

$a=7$, $b=8$

$\therefore A=70$

답 ④

본책 15~16쪽

04 전략 $A=60\times a$, $B=60\times b$ (a, b는 서로소)로 놓는다.

풀이 A, B, C의 최대공약수가 12이고, A, B의 최대공약수가 60이므로

$A=60\times a$, $B=60\times b$, $C=12\times c$

라 하자. 이때 a, $b(a>b)$는 서로소이고, c는 5와 서로소이다.

c가 5의 배수이면 세 수 A, B, C의 최대공약수가 60이다.

A, B의 최소공배수가 360이므로

$60\times a\times b=360$　　$\therefore a\times b=6$

a, b는 서로소이고 $a>b$이므로 $a=6$, $b=1$ 또는 $a=3$, $b=2$

(i) $a=6$, $b=1$일 때,　　$A=360$, $B=60$

이때 B, C의 최소공배수가 $480=2^5\times3\times5$이므로

$B=60\quad=2^2\times3\times5$

$C=12\times c=2^2\times3\times c$

최소공배수: $2^5\times3\times5$

$\therefore c=2^3$

$C=12\times2^3=96$에서 $A>C>B$이므로 조건을 만족시키지 않는다.

(ii) $a=3$, $b=2$일 때,　　$A=180$, $B=120$

이때 B, C의 최소공배수가 $480=2^5\times3\times5$이므로

$B=120\quad=2^3\times3\times5$

$C=12\times c=2^2\times3\times c$

최소공배수: $2^5\times3\times5$

$\therefore c=2^3$

$\therefore C=12\times2^3=96$

$A=180=2^2\times3^2\times5$
$B=120=2^3\times3\times5$
$C=96=2^5\times3$
이므로 최대공약수는 $2^2\times3=12$이고, $A>B>C$가 성립한다.

(i), (ii)에서

$A=180$, $B=120$, $C=96$

답 $A=180$, $B=120$, $C=96$

05 전략 학생 수는 남거나 부족한 부분을 없앤 수의 약수임을 이용한다.

풀이 (1) 공책은 3권, 연필은 2자루가 남고, 지우개는 2개가 부족했으므로

공책　$27-3=24$(권),

연필　$58-2=56$(자루),

지우개　$30+2=32$(개)

를 모든 학생들에게 남거나 부족한 것 없이 나누어 줄 수 있다.

따라서 최대 학생 수는 24, 56, 32의 최대공약수이므로

$24=2^3\times3$
$56=2^3\quad\times7$
$32=2^5$
최대공약수: 2^3

$2^3=8$　　⋯ ❶

(2) 수현이가 받은 학용품은

공책　$24\div8=3$(권)

연필　$56\div8=7$(자루)

지우개　$32\div8=4$(개)

이므로 총금액은

$800\times3+300\times7+500\times4=6500$(원)　⋯ ❷

답 (1) 8　(2) 6500원

채점 기준	비율
❶ 최대 학생 수를 구할 수 있다.	50%
❷ 수현이가 받은 학용품의 총금액을 구할 수 있다.	50%

06 전략 두 사람이 다시 만나는 데 걸리는 기간 ⭘ 최소공배수를 이용한다.

풀이 일주일은 7일이므로 두 사람이 처음으로 다시 만나는 토요일은 2, 6, 7의 최소공배수만큼의 날수가 지난 후이다.

2, 6, 7의 최소공배수는

$2\times3\times7=42$

$2=2$
$6=2\times3$
$7=\quad7$
최소공배수: $2\times3\times7$

이므로 두 사람이 처음으로 다시 만나는 토요일은 42일 후이다.

답 42일

02 정수와 유리수

개념 & 핵심 기출 본책 17~19쪽

01 답 -8

02 ⑤ $+630$

> 양수는 음수보다 크다.

답 ⑤

03 주어진 수 중에서 정수는

$-3,\ \frac{12}{3}=4,\ -\frac{22}{11}=-2$의 3개

답 ④

04 양의 유리수는 $+\frac{1}{7},\ 3,\ \frac{8}{2}$의 3개이고, 음의 유리수는 $-1.2,\ -\frac{1}{10},\ -9$의 3개이다.

답 양의 유리수: 3, 음의 유리수: 3

05 ㈎는 정수가 아닌 유리수이고, 정수가 아닌 유리수로만 이루어진 것은 ③이다.

> ①, ⑤ 모두 정수이다.
> ② 0이 정수이다.
> ④ $\frac{10}{2}$이 정수이다.

답 ③

06 답 A: $-\frac{8}{3}$, B: $-\frac{1}{2}$, C: 0, D: $\frac{7}{4}$

07 0을 나타내는 점에서 가장 가까운 점이 나타내는 수는 절댓값이 가장 작은 수이다.

주어진 수의 절댓값의 대소를 비교하면

$|-1|<|2|<|-4.1|<|5|<\left|\frac{11}{2}\right|$

이므로 구하는 수는 ② -1이다.

답 ②

08 절댓값이 0인 정수는 0

> 절댓값은 항상 0 또는 양수이다.

절댓값이 1인 정수는 $-1,\ 1$

절댓값이 2인 정수는 $-2,\ 2$

따라서 절댓값이 3보다 작은 정수의 개수는 5이다.

답 5

09 두 수를 나타내는 두 점 사이의 거리가 12이므로 두 점은 0을 나타내는 점으로부터 서로 반대 방향으로 각각 $\frac{12}{2}=6$만큼 떨어져 있다.

따라서 구하는 두 수는 $-6,\ 6$이다.

답 $-6,\ 6$

10 ① $|-3|=3$이므로 $|-3|>0$

② $\left|-\frac{1}{2}\right|<|-5|$이므로 $-\frac{1}{2}>-5$

③ $-12<0.1$

④ $\frac{2}{3}=\frac{6}{9}$

⑤ $\left|-\frac{4}{3}\right|>\left|-\frac{5}{4}\right|$이므로 $-\frac{4}{3}<-\frac{5}{4}$

> $\frac{4}{3}=\frac{16}{12},\ \frac{5}{4}=\frac{15}{12}$이므로 $\left|-\frac{4}{3}\right|>\left|-\frac{5}{4}\right|$

답 ⑤

11 수를 수직선 위에 점으로 나타낼 때, 가장 왼쪽에 있는 수는 가장 작은 수이다.

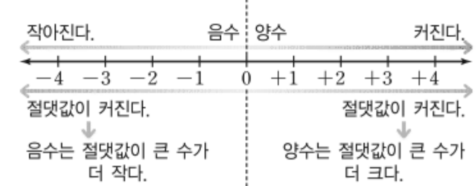
주어진 수의 대소를 비교하면

$-4<-3.1<\frac{1}{4}<\frac{7}{6}<2.6$

이므로 구하는 수는 ③ -4이다. 답 ③

만점 비법

유리수의 대소 관계



12 ① $-12\ \boxed{<}\ -9$

② $-0.2\ \boxed{<}\ \frac{1}{5}$

③ $\left|-\frac{1}{4}\right|>\left|-\frac{1}{5}\right|$이므로 $-\frac{1}{4}\ \boxed{<}\ -\frac{1}{5}$

④ $\frac{3}{2}=\frac{9}{6},\ \left|-\frac{4}{3}\right|=\frac{4}{3}=\frac{8}{6}$이므로

$\frac{3}{2}\ \boxed{>}\ \left|-\frac{4}{3}\right|$

> 분수의 대소 관계는 통분한 후에 분자의 크기를 비교한다.

⑤ $\left|-\frac{3}{4}\right|=\frac{3}{4}=\frac{21}{28},\ \left|\frac{6}{7}\right|=\frac{6}{7}=\frac{24}{28}$이므로

$\left|-\frac{3}{4}\right|\ \boxed{<}\ \left|\frac{6}{7}\right|$

답 ④

13 ⑤ $-1\le a\le 5$ 답 ⑤

14 $-\frac{8}{3}\le a<3.7$을 만족시키는 정수 a는

> $-\frac{8}{3}=-2.6\cdots$

$-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3$의 6개

답 6

15 조건 ㈎에서 $-4<a<4$이므로 정수 a는

$-3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3$

조건 ㈏에서 $-\frac{11}{2}\le a<2.9$이므로 정수 a는

$-\frac{11}{2}=-5.5$

$-5,\ -4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$

따라서 주어진 조건을 모두 만족시키는 a의 값은

$-3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$

답 $-3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$

만점 도전을 위한 고난도 문제

본책 20~22쪽

01 전략 유리수는 $\frac{b}{a}$ (a, b는 정수, $a\neq0$) 꼴로 나타낼 수 있는 수이다.

풀이 ② 0은 정수인 유리수이다.

③ $-\frac{1}{2}$과 $\frac{1}{5}$ 사이에 있는 정수는 0의 1개이다.

$-\frac{1}{2}=-0.5,\ \frac{1}{5}=0.2$

답 ②

02 전략 $\left\langle-\frac{3}{5}\right\rangle$, $\langle0\rangle$, $\langle2.6\rangle$의 값을 구하여 $\langle a\rangle$의 값을 구한다.

풀이 $\left\langle-\frac{3}{5}\right\rangle=1$, $\langle0\rangle=0$, $\langle2.6\rangle=1$이므로

$$\left\langle-\frac{3}{5}\right\rangle+\langle0\rangle+\langle2.6\rangle+\langle a\rangle=1+0+1+\langle a\rangle$$
$$=2+\langle a\rangle$$

즉 $2+\langle a\rangle=3$이므로 $\langle a\rangle=1$

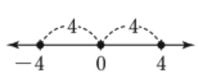
따라서 a는 정수가 아닌 유리수이므로 a가 될 수 없는 것은 ③ $\frac{8}{4}=2$이다.

답 ③

03 전략 먼저 두 점 A, B가 나타내는 수를 모두 구한다.

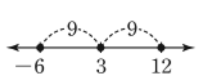
풀이 점 A가 나타내는 수는

4 또는 -4



점 B가 나타내는 수는

12 또는 -6



따라서 두 점 A, B가 나타내는 수가 각각 -4, 12일 때 두 점 A, B 사이의 거리가 최대이므로 구하는 거리는 16이다.

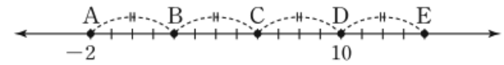
답 ①

04 전략 먼저 두 점 A, D 사이의 거리를 구한다.

풀이 두 수 -2, 10을 나타내는 두 점 A, D 사이의 거리가 12이므로 두 점 A, B 사이의 거리는

$12\div3=4$

즉 다음 그림과 같이 5개의 점 A, B, C, D, E 사이의 간격이 모두 4이다.



따라서 점 A에서 오른쪽으로 4만큼 떨어진 점 B가 나타내는 수는 2

점 C가 나타내는 수는

$2+4=6$

점 C는 점 B에서 오른쪽으로 4만큼 떨어진 점이다.

점 E가 나타내는 수는

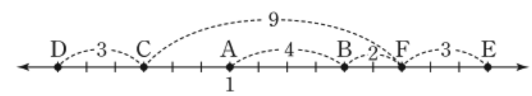
$10+4=14$

점 E는 점 D에서 오른쪽으로 4만큼 떨어진 점이다.

답 B: 2, C: 6, E: 14

05 전략 6개의 점 A, B, C, D, E, F가 주어진 조건을 만족시키도록 수직선 위에 나타내어 본다.

풀이 주어진 조건을 만족시키는 6개의 점 A, B, C, D, E, F를 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



위의 그림에서 점 D는 점 A보다 6만큼 왼쪽에 있으므로 점 D가 나타내는 수는 -5이다.

또 점 E는 점 A보다 9만큼 오른쪽에 있으므로 점 E가 나타내는 수는 10이다.

답 D: -5, E: 10

06 전략 먼저 두 수 $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{7}$을 나타내는 두 점 사이의 거리를 구한다.

수직선 위에서 두 양수 a, b $(a<b)$를 나타내는 두 점 사이의 거리 → $b-a$

풀이 두 수 $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{7}$을 나타내는 두 점 사이의 거리는

$\frac{1}{3}-\frac{1}{7}=\frac{4}{21}$

$\therefore a=\frac{1}{7}+\frac{4}{21}\times\frac{1}{2}=\frac{5}{21}$ ··· ❶

$\frac{1}{3}-\frac{4}{21}\times\frac{1}{2}=\frac{5}{21}$로 구할 수도 있다.

또 $\frac{5}{21}$, $\frac{5}{7}$를 나타내는 두 점 사이의 거리는

$\frac{5}{7}-\frac{5}{21}=\frac{10}{21}$

이므로 구하는 수는

$\frac{5}{21}+\frac{10}{21}\times\frac{1}{2}=\frac{10}{21}$ ··· ❷

$\frac{5}{7}-\frac{10}{21}\times\frac{1}{2}=\frac{10}{21}$으로 구할 수도 있다.

답 $\frac{10}{21}$

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	50 %
❷ 답을 구할 수 있다.	50 %

만점 비법

두 양수 a, b $(a<b)$를 나타내는 두 점으로부터 같은 거리에 있는 점이 나타내는 수는

$a+(b-a)\times\frac{1}{2}$ 또는 $b-(b-a)\times\frac{1}{2}$

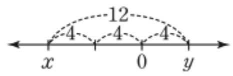
07 전략 y의 값이 음수인 경우와 양수인 경우로 나누어 생각한다.

풀이 $|x|=2\times|y|$이므로 수직선에서 0을 나타내는 점과 x를 나타내는 점 사이의 거리는 0을 나타내는 점과 y를 나타내는 점 사이의 거리의 2배이다. ⋯ ❶

(i) x는 양수, y는 음수일 때, 오른쪽 그림에서

$x=8$, $y=-4$

(ii) x는 음수, y는 양수일 때, 오른쪽 그림에서



$x=-8$, $y=4$

(i), (ii)에서 y의 값은 -4, 4 ⋯ ❷

답 -4, 4

채점 기준	비율
❶ $\|x\|=2\times\|y\|$의 의미를 알 수 있다.	30 %
❷ y의 값을 모두 구할 수 있다.	70 %

08 전략 $|a|=k(k>0)$이면 $a=k$ 또는 $a=-k$이다.

풀이 $|a|=7$이므로

$a=7$ 또는 $a=-7$

(i) $a=7$일 때, 오른쪽 그림에서

$b=-3$

(ii) $a=-7$일 때, 오른쪽 그림에서

$b=11$

(i), (ii)에서 양수 b의 값은 11이다.

답 11

09 전략 먼저 주어진 조건을 만족시키는 $|a|$, $|b|$의 값을 구한다.

풀이 $|a|+|b|=4$이고 $a>b$인 경우는

(i) $|a|=0$, $|b|=4$일 때,

$a=0$, $b=-4$

$b=-4$ 또는 $b=4$

(ii) $|a|=1$, $|b|=3$일 때,

$a=-1$, $b=-3$ 또는 $a=1$, $b=-3$

$a=-1$ 또는 $a=1$, $b=-3$ 또는 $b=3$

(iii) $|a|=2$, $|b|=2$일 때,

$a=2$, $b=-2$

$a=-2$ 또는 $a=2$, $b=-2$ 또는 $b=2$

(iv) $|a|=3$, $|b|=1$일 때,

$a=3$, $b=-1$ 또는 $a=3$, $b=1$

$a=-3$ 또는 $a=3$, $b=-1$ 또는 $b=1$

(v) $|a|=4$, $|b|=0$일 때,

$a=4$, $b=0$

$a=-4$ 또는 $a=4$

이상에서 (a, b)는

$(0, -4)$, $(-1, -3)$, $(1, -3)$, $(2, -2)$, $(3, -1)$, $(3, 1)$, $(4, 0)$

의 7개이다.

답 7

10 전략 주어진 수들의 절댓값의 대소와 수의 대소를 비교한다.

풀이 ① $|0.4|<\left|-\frac{1}{2}\right|<\left|\frac{5}{6}\right|<|3|<\left|-\frac{10}{3}\right|<\left|-\frac{7}{2}\right|$

이므로 절댓값이 가장 큰 수는 $-\frac{7}{2}$이다.

③ 절댓값이 2보다 큰 수는 3, $-\frac{10}{3}$, $-\frac{7}{2}$의 3개이다.

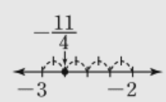
②, ④, ⑤ $-\frac{7}{2}<-\frac{10}{3}<-\frac{1}{2}<0.4<\frac{5}{6}<3$이므로

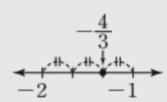
가장 작은 양수는 0.4이고, 가장 큰 음수는 $-\frac{1}{2}$이다.

또 가장 작은 수는 $-\frac{7}{2}$이다.

답 ④

11 전략 두 수를 소수로 나타내어 a, b의 값을 구한다.





풀이 $-\frac{11}{4}=-2.75$이므로 $a=-3$ ⋯ ❶

$-\frac{4}{3}=-1.3\cdots$이므로 $b=-1$ ⋯ ❷

$\therefore |a|+|b|=|-3|+|-1|$

$=3+1=4$ ⋯ ❸

답 4

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	30 %
❷ b의 값을 구할 수 있다.	30 %
❸ $\|a\|+\|b\|$의 값을 구할 수 있다.	40 %

12 전략 분모가 2, 3, 4, 5, 6인 경우로 나누어 생각한다.

풀이 (1) (i) 분모가 2인 기약분수는 $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}$

(ii) 분모가 3인 기약분수는 $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{5}{3}$

(iii) 분모가 4인 기약분수는 $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{4}$

(iv) 분모가 5인 기약분수는 $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{6}{5}$

(v) 분모가 6인 기약분수는 $\frac{1}{6}$, $\frac{5}{6}$

이상에서 기약분수는

$\frac{1}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{4}$,

$\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{6}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{5}{6}$ ⋯ ❶

(2) (1)의 기약분수에 음의 부호를 붙인 수 중에서 -2보다 크고 -1보다 작은 수는

$-\frac{3}{2},\ -\frac{4}{3},\ -\frac{5}{3},\ -\frac{5}{4},\ -\frac{6}{5}$의 5개 ⋯ ❷

답 풀이 참조

채점 기준	비율
❶ 기약분수를 모두 구할 수 있다.	40 %
❷ 음의 부호를 붙인 수 중에서 -2보다 크고 -1보다 작은 수의 개수를 구할 수 있다.	60 %

13 전략 수를 수직선 위에 나타낼 때 오른쪽에 있는 수가 왼쪽에 있는 수보다 크다.

풀이 조건 (가), (나)에 의하여

$b<a<0$ ⋯⋯ ㉠

a와 c는 서로 다른 유리수이므로 조건 (다)에 의하여

$c>0$

이때 조건 (라)에 의하여 $a<c<d$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡에서 $b<a<c<d$

답 ③

14 전략 분수를 소수로 나타내어 두 유리수 사이에 있는 정수를 구한다.

풀이 $-3\frac{1}{2}=-3.5,\ \frac{17}{4}=4.25$이므로 두 수 사이에 있는 정수는

$-3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4$의 8개

$\therefore a=8$

이때 자연수는 $1,\ 2,\ 3,\ 4$의 4개이므로

$b=4$

또 음의 정수는 $-3,\ -2,\ -1$의 3개이므로

$c=3$

$\therefore a+b+c=15$

답 ②

15 전략 절댓값은 수직선에서 0을 나타내는 점과 어떤 수를 나타내는 점 사이의 거리를 의미한다.

풀이 ① a와 b의 대소 관계는 알 수 없다.

② $a,\ b$가 모두 음수이면 $a>b$이다.

③ $a=0$이면 b는 0을 제외한 모든 수이다.

⑤ $a=2,\ b=-3$이면 $|a|<|b|$이지만 수직선에서 a를 나타내는 점이 b를 나타내는 점보다 오른쪽에 있다.

답 ④

16 전략 분수를 소수로 나타내어 대소를 비교한다.

풀이 (1) (가) $-\frac{7}{3}\le a\le\frac{21}{2}$

(나) $1\le|a|<4$ ⋯ ❶

일품 BOX

$-\frac{7}{3}=-2.3\cdots,$

$\frac{21}{2}=10.5$

a와 c의 부호가 다르고, 조건 (가)에서 $a<0$이므로 $c>0$

$2\times22+1=45$이고 $2\times23+1=47$이다.

음수끼리는 절댓값이 큰 수가 더 작다.

$-\frac{1}{2}=-\frac{2}{4}=-\frac{3}{6}$
$=-\frac{4}{8}=-\frac{5}{10}$
$=\cdots$

(2) 조건 (가)에서 $-\frac{7}{3}\le a\le\frac{21}{2}$을 만족시키는 정수 a는

$-2,\ -1,\ 0,\ \cdots,\ 10$

조건 (나)에서 $1\le|a|<4$를 만족시키는 정수 a는

$|a|=1$일 때, $a=-1$ 또는 $a=1$

$|a|=2$일 때, $a=-2$ 또는 $a=2$

$|a|=3$일 때, $a=-3$ 또는 $a=3$ ⋯ ❷

따라서 두 조건을 모두 만족시키는 정수 a는

$-2,\ -1,\ 1,\ 2,\ 3$의 5개 ⋯ ❸

답 풀이 참조

채점 기준	비율
❶ 두 조건을 각각 부등호를 사용하여 나타낼 수 있다.	30 %
❷ 각 조건을 만족시키는 정수 a를 구할 수 있다.	50 %
❸ 두 조건을 모두 만족시키는 정수 a의 개수를 구할 수 있다.	20 %

17 전략 절댓값이 $0,\ 1,\ 2,\ \cdots$인 정수를 구하여 규칙을 찾는다.

풀이 절댓값이 0인 정수는 0

절댓값이 1인 정수는 $-1,\ 1$

절댓값이 2인 정수는 $-2,\ 2$

⋮

절댓값이 22인 정수는 $-22,\ 22$

절댓값이 23인 정수는 $-23,\ 23$

따라서 절댓값이 A 이하인 정수가 45개이려면

$22\le A<23$

답 $22\le A<23$

만점 비법

자연수 n에 대하여 절댓값이 n 이하인 정수의 개수는

$\underbrace{-n,\ \cdots,\ -1}_{n\text{개}},\ 0,\ \underbrace{1,\ \cdots,\ n}_{n\text{개}}$

에서 $n+1+n=2\times n+1$

최상위로 가는 최고 수준 문제

본책 23쪽

01 전략 $-0.5=-\frac{1}{2}=-\frac{2}{4}=-\frac{3}{6}=-\frac{4}{8}=\cdots$임을 이용한다.

풀이 분모가 같은 분수끼리 묶으면

$$\left(-\frac{1}{1}\right),\ \left(-\frac{1}{2},\ -\frac{2}{2}\right),\ \left(-\frac{1}{3},\ -\frac{2}{3},\ -\frac{3}{3}\right),\ \cdots$$

이때 $-0.5=-\frac{1}{2}$이므로 $-\frac{1}{2}$과 값이 같은 5번째 유리수는 $-\frac{5}{10}$이고, $-\frac{5}{10}$는 분모가 10인 묶음의 5번째에 오는 수이다.

따라서 첫 번째 묶음부터 $-\frac{5}{10}$까지의 유리수의 개수는

$1+2+3+\cdots+9+5=50$

이므로 $-\frac{5}{10}$는 50번째 수이다.

답 50번째

02 전략 두 수의 절댓값을 비교한다.

풀이 $-10▲2=-10$이므로 $-10▼(m▲5)=5$이려면

$m▲5=5$

(i) $|m|\ge|5|$이면 $m▲5=m$

$\therefore m=5$

(ii) $|m|<|5|$이면 $m▲5=5$

이를 만족시키는 정수 m의 값은

$-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$

(i), (ii)에서 주어진 조건을 모두 만족시키는 정수 m은

$-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$

의 10개이다.

답 ③

03 전략 x보다 크지 않은 정수는 x보다 작거나 같은 정수이다.

풀이 -3.9보다 작거나 같은 정수는

$-4, -5, -6, \cdots$

이 중 가장 큰 수는 -4이므로

$a=[-3.9]=-4$

-5보다 작거나 같은 정수는

$-5, -6, -7, \cdots$

이 중 가장 큰 수는 -5이므로

$b=[-5]=-5$

2.1보다 작거나 같은 정수는

$2, 1, 0, \cdots$

이 중 가장 큰 수는 2이므로

$c=[2.1]=2$

$\therefore |a|+|b|+|c|=|-4|+|-5|+|2|$

$=4+5+2=11$

답 ⑤

04 전략 음수끼리는 절댓값이 큰 수가 더 작음을 이용한다.

풀이 조건 (가)에서 $a<-1$, $b<-1$

즉 a, b는 모두 음수이므로 조건 (나)에서

$a<b$

b가 음수이므로 $c>0$이면 $b<c$이고, $c<0$이면 조건 (다)에 의하여 $b<c$이다.

$\therefore b<c$

조건 (라)에서 $d\ge c$

이때 c, d는 서로 다른 유리수이므로

$d>c$

따라서 $a<b<c<d$이므로 a, b, c, d를 큰 것부터 순서대로 나열하면

d, c, b, a

답 d, c, b, a

05 전략 $x=-1, -2, -3, \cdots$일 때, 조건을 만족시키는 유리수의 개수를 차례로 구해서 규칙을 찾는다.

풀이 조건을 만족시키는 유리수는

(i) $x=-1$일 때,

$-\frac{1}{7}, -\frac{2}{7}, -\frac{3}{7}, -\frac{4}{7}, -\frac{5}{7}, -\frac{6}{7}$의 6개

(ii) $x=-2$일 때,

$-\frac{1}{7}, -\frac{2}{7}, -\frac{3}{7}, -\frac{4}{7}, -\frac{5}{7}, -\frac{6}{7}, -\frac{8}{7},$

$-\frac{9}{7}, -\frac{10}{7}, -\frac{11}{7}, -\frac{12}{7}, -\frac{13}{7}$의 12개

(iii) $x=-3$일 때,

$-\frac{1}{7}, \cdots, -\frac{6}{7}, -\frac{8}{7}, \cdots, -\frac{13}{7}, -\frac{15}{7}, \cdots,$

$-\frac{20}{7}$의 18개

⋮

이상에서 x가 1만큼 작아질 때마다 조건을 만족시키는 유리수의 개수는 6씩 증가한다.

이때 $180=6\times30$이므로 구하는 정수 x는 -30이다.

답 -30

06 전략 먼저 조건 (가)를 만족시키는 a의 값을 구한 후 a의 값에 따라 조건 (나)를 만족시키는 b의 값을 구한다.

풀이 조건 (가)에서 a는 12와 30의 공약수이므로 정수 a는

$1, 2, 3, 6$ ⋯ ❶

조건 (나)에서

(i) $a=1$일 때, $\frac{1}{4}<|b|<\frac{1}{2}$

이를 만족시키는 정수 b는 없다.

(ii) $a=2$일 때, $\frac{1}{4}<\left|\frac{b}{2}\right|<\frac{1}{2}$

$\frac{1}{4}<\left|\frac{2\times b}{4}\right|<\frac{2}{4}$에서

$1<|2\times b|<2$

따라서 이를 만족시키는 정수 b는 없다.

(iii) $a=3$일 때, $\frac{1}{4}<\left|\frac{b}{3}\right|<\frac{1}{2}$

$\frac{3}{12}<\left|\frac{4\times b}{12}\right|<\frac{6}{12}$에서

$3<|4\times b|<6$

일품 BOX

$|-10|=10$, $|2|=2$이므로 $|-10|>|2|$ $\therefore -10▲2=-10$

12와 30의 최대공약수가 6이므로 두 수의 공약수는 6의 약수이다.

수의 대소 관계
① (음수) $<0<$ (양수)
② 양수끼리는 절댓값이 큰 수가 더 크다.
③ 음수끼리는 절댓값이 큰 수가 더 작다.

b는 정수이므로 $|4\times b|$의 값이 될 수 있는 수는 4이다.

즉 $4\times b=-4$ 또는 $4\times b=4$이므로

$b=-1$ 또는 $b=1$

(iv) $a=6$일 때, $\frac{1}{4}<\left|\frac{b}{6}\right|<\frac{1}{2}$

$\frac{3}{12}<\left|\frac{2\times b}{12}\right|<\frac{6}{12}$에서

$3<|2\times b|<6$

b는 정수이므로 $|2\times b|$의 값이 될 수 있는 수는 4이다.

즉 $2\times b=-4$ 또는 $2\times b=4$이므로

$b=-2$ 또는 $b=2$ ⋯ ❷

이상에서 조건을 모두 만족시키는 (a, b)는

$(3, -1), (3, 1), (6, -2), (6, 2)$의 4개 ⋯ ❸

답 4

채점 기준	비율
❶ 조건 (가)를 만족시키는 a의 값을 구할 수 있다.	20 %
❷ 조건 (나)를 만족시키는 b의 값을 구할 수 있다.	60 %
❸ 조건을 모두 만족시키는 (a, b)의 개수를 구할 수 있다.	20 %

일품 BOX

덧셈의 계산 법칙
세 수 a, b, c에 대하여
① 교환법칙
$a+b=b+a$
② 결합법칙
$(a+b)+c$
$=a+(b+c)$

03 유리수의 계산

개념 & 핵심 기출

본책 24~26쪽

01 ① $(-1.8)+(+2.2)=0.4$

② $(-2.4)+(-1.7)=-4.1$

③ $\left(+\frac{2}{3}\right)+\left(-\frac{1}{4}\right)=\left(+\frac{8}{12}\right)+\left(-\frac{3}{12}\right)=\frac{5}{12}$

④ $\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{3}{10}\right)=\left(-\frac{5}{10}\right)+\left(-\frac{3}{10}\right)$

$=-\frac{8}{10}=-\frac{4}{5}$

⑤ $\left(+\frac{3}{4}\right)+\left(+\frac{5}{6}\right)=\left(+\frac{9}{12}\right)+\left(+\frac{10}{12}\right)=\frac{19}{12}$

답 ③

02 답 교환법칙: ①, 결합법칙: ②

03 ① $(-7)-(+2)=(-7)+(-2)=-9$

② $(-6)-(+3)=(-6)+(-3)=-9$

③ $(+3)-(-7)=(+3)+(+7)=10$

④ $(+9)-(+2)=(+9)+(-2)=7$

⑤ $(-1)-(+2)=(-1)+(-2)=-3$

답 ③

04 $\left(-\frac{3}{5}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)-(-1)-\left(+\frac{2}{3}\right)$

$=\left(-\frac{3}{5}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right)+(+1)+\left(-\frac{2}{3}\right)$

$=\left(-\frac{3}{5}\right)+\left\{\left(-\frac{1}{3}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right)\right\}+(+1)$

$=\left(-\frac{3}{5}\right)+\{(-1)+(+1)\}$

$=-\frac{3}{5}$

답 ②

만점 비법

덧셈의 교환법칙과 결합법칙을 이용하여 분모가 같은 분수끼리 먼저 더하면 계산이 편리하다.

05 $a=\frac{1}{2}-\left(-\frac{3}{5}\right)=\frac{5}{10}+\left(+\frac{6}{10}\right)=\frac{11}{10}$,

$b=-2+\frac{1}{3}=-\frac{6}{3}+\frac{1}{3}=-\frac{5}{3}$이므로

$a-b=\frac{11}{10}-\left(-\frac{5}{3}\right)=\frac{33}{30}+\left(+\frac{50}{30}\right)$

$=\frac{83}{30}$

답 $\frac{83}{30}$

일품 BOX

만점 비법

① ●보다 ■만큼 큰 수 → ●에 ■를 더한다.
예 a보다 2만큼 큰 수: $a+2$
a보다 -2만큼 큰 수: $a+(-2)$
② ●보다 ■만큼 작은 수 → ●에서 ■를 뺀다.
예 a보다 2만큼 작은 수: $a-2$
a보다 -2만큼 작은 수: $a-(-2)$

06 ①, ②, ③, ④ -40 ⑤ 40

답 ⑤

07 답 ㉠ 교환 ㉡ 결합 ㉢ $+10$ ㉣ -73

08 (주어진 식)

$=\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{3}{4}\right)\times\cdots\times\left(-\frac{9}{10}\right)$

$=-\left(\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\cdots\times\frac{9}{10}\right)$

$=-\frac{1}{10}$

답 $-\frac{1}{10}$

음수가 9개이므로 부호가 $-$이다.

09 ② $\left(-\frac{1}{2}\right)^2=\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}$

③ $-(-3)^2=-(-3)\times(-3)=-9$

④ $(-2)^3=(-2)\times(-2)\times(-2)=-8$

⑤ $\left(-\frac{1}{3}\right)^3=\left(-\frac{1}{3}\right)\times\left(-\frac{1}{3}\right)\times\left(-\frac{1}{3}\right)=-\frac{1}{27}$

답 ④

10 $a\times(b+c)=a\times b+a\times c$
$=(-3)+5$
$=2$

답 2

11 $(-20)\div(+4)=-5$

① $(-12)\div(-3)=4$
② $(-10)\div(-5)=2$
③ $(-15)\div(+3)=-5$
④ $(-24)\div(-4)=6$
⑤ $(-28)\div(+7)=-4$

답 ③

12 $-1\frac{1}{2}=-\frac{3}{2}$이므로 $a=-\frac{2}{3}$

$0.6=\frac{3}{5}$이므로 $b=\frac{5}{3}$

대분수는 가분수로, 정수는 분모가 1인 분수로, 소수는 분수로 고친 후 역수를 구한다.

$\therefore a\div b=\left(-\frac{2}{3}\right)\div\frac{5}{3}$

$=\left(-\frac{2}{3}\right)\times\frac{3}{5}=-\frac{2}{5}$

답 $-\frac{2}{5}$

13 (주어진 식)

$=\left(-\frac{9}{7}\right)\times5\times\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{14}{5}\right)$

$=-\left(\frac{9}{7}\times5\times\frac{2}{3}\times\frac{14}{5}\right)$

$=-12$

답 -12

14 답 ④

참고 $22\div\{3\times(-2)^2-1\}-2=22\div(3\times4-1)-2$
$=22\div11-2=2-2=0$

$a>0$일 때
① n이 짝수이면 $(-a)^n=a^n$
② n이 홀수이면 $(-a)^n=-a^n$

15 $\frac{1}{5}-\frac{1}{2}\times\left\{\frac{1}{5}\div0.12-\frac{1}{6}\times(-2)^2\right\}$

$=\frac{1}{5}-\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{5}\times\frac{25}{3}-\frac{1}{6}\times4\right)$

$=\frac{1}{5}-\frac{1}{2}=-\frac{3}{10}$

답 $-\frac{3}{10}$

$0.12=\frac{12}{100}$의 역수는 $\frac{100}{12}=\frac{25}{3}$

16 두 수 $-\frac{4}{3}$와 $\frac{3}{2}$을 나타내는 두 점 사이의 거리는

$\frac{3}{2}-\left(-\frac{4}{3}\right)=\frac{9}{6}+\frac{8}{6}=\frac{17}{6}$

따라서 구하는 수는

$-\frac{4}{3}+\frac{17}{6}\times\frac{1}{2}=-\frac{16}{12}+\frac{17}{12}=\frac{1}{12}$

답 $\frac{1}{12}$

두 수 a, b $(a>b)$를 수직선 위에 점으로 나타낼 때, 두 점 사이의 거리는 $a-b$

$\frac{3}{2}-\frac{17}{6}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{12}$로 구할 수도 있다.

만점 도전을 위한 고난도 문제

본책 27~30쪽

01 전략 위에서부터 차례대로 빈칸에 알맞은 수를 구한다.

풀이 둘째 줄의 빈칸에 알맞은 수는
$3+(-2)=1$

셋째 줄의 빈칸에 알맞은 수는 순서대로
$(-4)+1=-3,\ 1+6=7$

넷째 줄의 빈칸에 알맞은 수는 순서대로
$(-5)+(-3)=-8,\ (-3)+7=4,$
$7+(-7)=0$

따라서 넷째 줄에 놓인 5개의 수의 합은
$5+(-8)+4+0+9=10$

답 10

02 전략 m보다 n만큼 큰 수 ⇨ $m+n$

풀이 $A=\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right)$

$=\left(-\frac{3}{6}\right)+\left(-\frac{4}{6}\right)=-\frac{7}{6}$

따라서 구하는 수는

$\frac{2}{9}+\left(-\frac{7}{6}\right)=\frac{4}{18}+\left(-\frac{21}{18}\right)$

$=-\frac{17}{18}$

답 ①

03 전략 m보다 n만큼 작은 수 ⇨ $m-n$

풀이 $a=\left(-\frac{5}{3}\right)-\frac{3}{4}$

$=\left(-\frac{20}{12}\right)+\left(-\frac{9}{12}\right)=-\frac{29}{12}$

$b=1.6-\frac{6}{5}=\frac{8}{5}+\left(-\frac{6}{5}\right)=\frac{2}{5}$

따라서 $-\frac{29}{12}<x<\frac{2}{5}$를 만족시키는 정수 x는

$-2,\ -1,\ 0$의 3개

답 3

$-\frac{29}{12}=-2.4\cdots$, $\frac{2}{5}=0.4$

04 전략 절댓값의 크기는 부호를 떼어 낸 수의 대소를 비교한다.

풀이 $\left|-\frac{5}{4}\right|<|1.3|<\left|2\frac{1}{5}\right|<\left|\frac{10}{3}\right|<\left|-\frac{9}{2}\right|$이므로

$a=-\frac{5}{4},\ b=-\frac{9}{2}$

$\therefore a-b=\left(-\frac{5}{4}\right)-\left(-\frac{9}{2}\right)$

$=\left(-\frac{5}{4}\right)+\frac{18}{4}=\frac{13}{4}$

답 $\frac{13}{4}$

05 전략 먼저 가로 방향의 세 수의 합을 구한다.

풀이 $\left(-\frac{3}{4}\right)+\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=\left(-\frac{3}{4}\right)+2=\frac{5}{4}$ ··· ❶

따라서 $\frac{3}{2}+\left(-\frac{2}{3}\right)+★=\frac{5}{4}$이므로

$\frac{5}{6}+★=\frac{5}{4}$

$\therefore ★=\frac{5}{4}-\frac{5}{6}=\frac{15}{12}-\frac{10}{12}=\frac{5}{12}$ ··· ❷

답 $\frac{5}{12}$

덧셈과 뺄셈 사이의 관계
■+●=▲이면
■=▲−●,
●=▲−■

채점 기준	비율
❶ 세 수의 합을 구할 수 있다.	40%
❷ ★에 알맞은 수를 구할 수 있다.	60%

다른풀이 가로 방향과 세로 방향의 세 수의 합이 서로 같고 $\frac{3}{2}$이 공통인 수이므로

$-\frac{3}{4}+\frac{1}{2}=-\frac{2}{3}+★$

즉 $-\frac{2}{3}+★=-\frac{1}{4}$이므로

$★=\left(-\frac{1}{4}\right)-\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{5}{12}$

06 전략 가장 큰 값과 가장 작은 값을 만들기 위해 필요한 연산을 생각한다.

풀이 계산한 결과가 가장 크려면 양수를 더하고 음수를 빼야 하므로

$-(음수)=+(양수)$

$A=(-13)\boxed{+}(+5)\boxed{-}(-8)$

$=-13+5+8=0$

계산한 결과가 가장 작으려면 양수를 빼고 음수를 더해야 하므로

$B=(-13)\boxed{-}(+5)\boxed{+}(-8)$

$=-13-5-8=-26$

$\therefore A-B=0-(-26)=26$

답 ⑤

07 전략 $|x|=y\ (y>0)$이면 $x=y$ 또는 $x=-y$임을 이용한다.

풀이 $|a|=6$이므로 $a=6$ 또는 $a=-6$

$|b|=8$이므로 $b=8$ 또는 $b=-8$ ··· ❶

$a-b$의 값이 가장 크려면 $a=6$, $b=-8$이어야 하므로

$M=6-(-8)=14$

$-a-b$의 값이 가장 작으려면 $a=6$, $b=8$이어야 하므로

$m=-6-8=-14$ ··· ❷

$\therefore M+m=14+(-14)=0$ ··· ❸

답 0

채점 기준	비율
❶ a, b의 값을 구할 수 있다.	30%
❷ M, m의 값을 구할 수 있다.	60%
❸ $M+m$의 값을 구할 수 있다.	10%

08 전략 1일의 최고 기온을 □ °C라 하고 5일의 최고 기온을 나타내어 본다.

풀이 1일의 최고 기온을 □ °C라 하면

$\square+4.6-3.9+2.7-1.2=11.7$

$\square+2.2=11.7$

$\therefore \square=9.5$

따라서 1일의 최고 기온은 ② 9.5 °C이다.

2일부터 4일까지의 최고 기온은
2일: 14.1 °C
3일: 10.2 °C
4일: 12.9 °C

답 ②

09 전략 서로 마주 보는 두 면을 찾아 그 면에 적힌 두 수의 합이 −1임을 이용하여 식을 세운다.

풀이 $a+(-1.5)=-1$이므로

$a=(-1)-(-1.5)=(-1)+1.5=0.5$

$b+\frac{5}{6}=-1$이므로

$$b=(-1)-\frac{5}{6}=(-1)+\left(-\frac{5}{6}\right)=-\frac{11}{6}$$

$c+\left(-\frac{1}{3}\right)=-1$이므로

$$c=(-1)-\left(-\frac{1}{3}\right)=(-1)+\frac{1}{3}=-\frac{2}{3}$$

$$\therefore a-b-c=0.5-\left(-\frac{11}{6}\right)-\left(-\frac{2}{3}\right)$$

$$=\frac{3}{6}+\frac{11}{6}+\frac{4}{6}=3$$

답 ⑤

10 전략 음수끼리는 절댓값이 큰 수가 더 작은 수임을 이용한다.

풀이 $a<0$, $b<0$이고 $|a|>|b|$이므로

$a<b<0$

$\therefore a-b<0,\ b-a>0,\ a+b<0$

세 음수 $a-b$, $a+b$, a에서

$\underline{a+b<a<a-b}$

$\therefore a+b<a<a-b<0<b-a$

답 $a+b<a<a-b<0<b-a$

11 전략 세 개 이상의 수의 곱의 부호는 음수의 개수에 따라 결정된다.

풀이 $\square=3-(-7)=3+7=10$

$\square=-1-\frac{3}{5}=-\frac{8}{5}$

$\square=\frac{5}{6}+\left(-\frac{4}{5}\right)=\frac{25}{30}+\left(-\frac{24}{30}\right)=\frac{1}{30}$

따라서 구하는 곱은

$$10\times\left(-\frac{8}{5}\right)\times\frac{1}{30}=-\frac{8}{15}$$

답 ②

12 전략 세 수의 곱이 양수가 되도록 한다.

풀이 주어진 네 유리수 중에서 세 수를 뽑아 곱한 값이 가장 크려면 세 수의 곱은 (양수)×(음수)×(음수) 꼴이어야 한다.

이때 양수는 절댓값이 큰 수이어야 하므로 구하는 수는

$$4\times\left(-\frac{5}{2}\right)\times(-3)=30$$

답 30

만점 비법

곱이 가장 큰 수 또는 가장 작은 수 만들기

서로 다른 수를 뽑아 곱할 때

① 곱이 가장 큰 수: 절댓값이 가장 큰 양수

→ 절댓값이 큰 음수를 짝수 개 뽑고, 나머지는 절댓값이 큰 양수를 뽑는다.

② 곱이 가장 작은 수: 절댓값이 가장 큰 음수

→ 절댓값이 큰 음수를 홀수 개 뽑고, 나머지는 절댓값이 큰 양수를 뽑는다.

일품 BOX

(i) $|a|>|b|$이면 $a+b>0$

(ii) $|a|<|b|$이면 $a+b<0$

(큰 수)−(작은 수)>0

(작은 수)−(큰 수)<0

$b<0$이므로 $a+b<a$

$-b>0$이므로 $a-b>a$

(짝수)+(홀수)=(홀수)

(짝수)+(짝수)=(짝수)

(홀수)+(홀수)=(짝수)

13 전략 두 수의 곱이 음수이면 두 수의 부호는 서로 다르고 두 수의 곱이 양수이면 두 수의 부호는 서로 같음을 이용한다.

풀이 $a\times b<0$에서

$a>0,\ b<0$ 또는 $a<0,\ b>0$

이때 $a>b$이므로 $a>0,\ b<0$

$b\times c>0$에서 b, c의 부호는 서로 같으므로

$c<0$

② $a\times c<0$

③ $a+b$의 부호는 알 수 없다.

⑤ $c-a<0$

답 ④

14 전략 먼저 $|a|\le3$, $|b|\le3$을 만족시키는 정수 a, b의 값을 구한다.

풀이 $|a|\le3$에서 $-3\le a\le3$이므로 정수 a는

$-3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3$

마찬가지로 정수 b는

$-3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3$ ··· ❶

조건 ㈎에 의하여

$a>0,\ b<0$ 또는 $a<0,\ b>0$

이때 조건 ㈏에 의하여 a가 b보다 작으므로

$a<0,\ b>0$

$\therefore a=-3,\ -2,\ -1,\ b=1,\ 2,\ 3$ ··· ❷

조건 ㈐에 의하여 $|a|>|b|$이므로

$a=-3$일 때,

$b=1$ 또는 $b=2$

$a=-2$일 때, $b=1$

$\therefore (-3,\ 1),\ (-3,\ 2),\ (-2,\ 1)$ ··· ❸

답 $(-3,\ 1),\ (-3,\ 2),\ (-2,\ 1)$

채점 기준	비율
❶ $\|a\|\le3$, $\|b\|\le3$을 만족시키는 정수 a, b의 값을 구할 수 있다.	20%
❷ 조건 ㈎, ㈏를 만족시키는 a, b의 값을 구할 수 있다.	40%
❸ $(a,\ b)$를 모두 구할 수 있다.	40%

15 전략 $(-1)^{(\text{홀수})}=-1$, $(-1)^{(\text{짝수})}=1$임을 이용한다.

풀이 n이 짝수이므로 $n+1$은 홀수이고, $n+2$와 $n+4$는 짝수이다.

$$\therefore (-1)^n+(-1)^{n+1}-(-1)^{n+2}+(-1)^{n+4}$$

$$=(+1)+(-1)-(+1)+(+1)$$

$$=0$$

답 ③

16 전략 $(-1)^{(\text{홀수})}=-1$, $(-1)^{(\text{짝수})}=1$임을 이용한다.

풀이 (주어진 식)

$=(-1)+2+(-3)+4+\cdots+(-99)+100$

$=\{(-1)+2\}+\{(-3)+4\}+\cdots+\{(-99)+100\}$

$=\underbrace{1+1+1+\cdots+1}_{50\text{개}}$

$=50$

답 ④

만점 비법

$(-1)+2+(-3)+4+(-5)+6+\cdots+(-99)+100$을 앞에서부터 순서대로 계산하는 것보다 2개씩 짝 지어 계산하는 것이 편리하다.

17 전략 분자에서 곱해진 수 중 같은 수를 찾아 분배법칙을 이용한다.

풀이 $\dfrac{624\times2569+624\times(-2239)}{33}$

$a\times b+a\times c$
$=a\times(b+c)$

$=\dfrac{624\times\{2569+(-2239)\}}{33}$

$=\dfrac{624\times330}{33}$

$=624\times10$

$=6240$

답 6240

18 전략 먼저 A, B의 값을 구한다.

풀이 $A=\dfrac{3}{7}\times\left(-\dfrac{2}{5}\right)\div\left(-\dfrac{4}{5}\right)$

$=\dfrac{3}{7}\times\left(-\dfrac{2}{5}\right)\times\left(-\dfrac{5}{4}\right)=\dfrac{3}{14}$

$B=\dfrac{4}{21}\div\left(-\dfrac{12}{5}\right)\times\dfrac{27}{4}$

$=\dfrac{4}{21}\times\left(-\dfrac{5}{12}\right)\times\dfrac{27}{4}$

$=-\dfrac{15}{28}$

$\therefore A\div B=\dfrac{3}{14}\div\left(-\dfrac{15}{28}\right)$

$=\dfrac{3}{14}\times\left(-\dfrac{28}{15}\right)$

$=-\dfrac{2}{5}$

답 $-\dfrac{2}{5}$

19 전략 분수의 나눗셈은 역수의 곱셈으로 고쳐서 계산한다.

풀이 $(-1.2)\times a=1$, 즉 $\left(-\dfrac{6}{5}\right)\times a=1$에서

$a=-\dfrac{5}{6}$ ⋯ ❶

$\therefore a\times\left(-\dfrac{21}{10}\right)\div\dfrac{14}{9}$

$=\left(-\dfrac{5}{6}\right)\times\left(-\dfrac{21}{10}\right)\times\dfrac{9}{14}$

$=\dfrac{9}{8}$ ⋯ ❷

답 $\dfrac{9}{8}$

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	50 %
❷ 답을 구할 수 있다.	50 %

20 전략 곱셈과 나눗셈 사이의 관계를 이용한다.

풀이 $A\times\dfrac{1}{3}=-\dfrac{5}{12}$이므로

$A=\left(-\dfrac{5}{12}\right)\div\dfrac{1}{3}=\left(-\dfrac{5}{12}\right)\times3=-\dfrac{5}{4}$ ⋯ ❶

따라서 바르게 계산하면

$B=A-\dfrac{1}{3}=-\dfrac{5}{4}-\dfrac{1}{3}$

$=-\dfrac{15}{12}-\dfrac{4}{12}=-\dfrac{19}{12}$ ⋯ ❷

$\therefore A\div B=\left(-\dfrac{5}{4}\right)\div\left(-\dfrac{19}{12}\right)$

$=\left(-\dfrac{5}{4}\right)\times\left(-\dfrac{12}{19}\right)=\dfrac{15}{19}$ ⋯ ❸

답 $\dfrac{15}{19}$

채점 기준	비율
❶ A의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ B의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $A\div B$의 값을 구할 수 있다.	20 %

21 전략 음수끼리는 절댓값이 클수록 더 작은 수임을 이용한다.

풀이 주어진 네 유리수 중 한 수만 음수이므로 A의 값은 항상 음수이다.

이때 A의 값이 가장 크려면 A의 절댓값이 가장 작아야 하므로 나누는 수의 절댓값이 가장 커야 한다.

$\left|-\dfrac{5}{9}\right|<\left|\dfrac{3}{4}\right|<|1.2|<\left|\dfrac{10}{3}\right|$

따라서 구하는 A의 값은

$\dfrac{3}{4}\times\left(-\dfrac{5}{9}\right)\times1.2\div\dfrac{10}{3}$

$=\dfrac{3}{4}\times\left(-\dfrac{5}{9}\right)\times\dfrac{6}{5}\times\dfrac{3}{10}=-\dfrac{3}{20}$

답 ③

참고 절댓값이 가장 작은 $-\dfrac{5}{9}$로 나누면

$\dfrac{3}{4}\times1.2\times\dfrac{10}{3}\div\left(-\dfrac{5}{9}\right)$

$=\dfrac{3}{4}\times\dfrac{6}{5}\times\dfrac{10}{3}\times\left(-\dfrac{9}{5}\right)=-\dfrac{27}{5}$

이므로 가장 작은 A의 값은 $-\dfrac{27}{5}$이다.

일품 BOX

22 전략 거듭제곱 → 괄호 → (× 또는 ÷) → (+ 또는 −)의 순서로 계산한다.

풀이 A

$$=4\times\left(-\frac{4}{3}\right)-\left[\left(-\frac{1}{2}\right)+\frac{4}{5}\times\left\{(-10)+\frac{25}{4}\right\}\right]$$
$$=\left(-\frac{16}{3}\right)-\left\{\left(-\frac{1}{2}\right)+\frac{4}{5}\times\left(-\frac{15}{4}\right)\right\}$$
$$=\left(-\frac{16}{3}\right)-\left\{\left(-\frac{1}{2}\right)+(-3)\right\}$$
$$=\left(-\frac{16}{3}\right)-\left(-\frac{7}{2}\right)$$
$$=\left(-\frac{32}{6}\right)+\frac{21}{6}=-\frac{11}{6}$$

따라서 $-\frac{11}{6}$에 가장 가까운 정수는 -2이다.

$-\frac{11}{6}=-1.8\cdots$

답 ①

23 전략 기호의 뜻에 따라 계산한다.

풀이 $\left(-\frac{1}{8}\right)*\left(\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}\right)=\left(-\frac{1}{8}\right)*\frac{1}{12}$

$$=1\div\left(-\frac{1}{8}+\frac{1}{12}\right)$$
$$=1\div\left(-\frac{1}{24}\right)$$
$$=1\times(-24)$$
$$=-24$$

답 -24

24 전략 먼저 두 점 A, B 사이의 거리를 구한다.

풀이 두 점 A, B 사이의 거리는

$$\frac{1}{3}-\left(-\frac{5}{6}\right)=\frac{7}{6}$$ ··· ❶

두 점 A, P 사이의 거리는 두 점 A, B 사이의 거리의 $\frac{3}{7}$이므로

$$\frac{7}{6}\times\frac{3}{7}=\frac{1}{2}$$ ··· ❷

따라서 점 P가 나타내는 수는

$$\left(-\frac{5}{6}\right)+\frac{1}{2}=-\frac{1}{3}$$ ··· ❸

답 $-\frac{1}{3}$

채점 기준	비율
❶ 두 점 A, B 사이의 거리를 구할 수 있다.	30 %
❷ 두 점 A, P 사이의 거리를 구할 수 있다.	40 %
❸ 점 P가 나타내는 수를 구할 수 있다.	30 %

다른풀이 두 점 B, P 사이의 거리는

$$\frac{7}{6}\times\frac{4}{7}=\frac{2}{3}$$

따라서 점 P가 나타내는 수는

$$\frac{1}{3}-\frac{2}{3}=-\frac{1}{3}$$

25 전략 먼저 주어진 식을 간단히 한다.

풀이 주어진 식을 간단히 하면

$$1-36\times\left(-\frac{1}{27}\right)-\square\div\left\{\left(-\frac{3}{2}\right)-(-8)\times\frac{3}{4}\right\}=2$$
$$1-\left(-\frac{4}{3}\right)-\square\div\left\{\left(-\frac{3}{2}\right)-(-6)\right\}=2$$
$$\frac{7}{3}-\square\div\frac{9}{2}=2$$

따라서 $\square\div\frac{9}{2}=\frac{7}{3}-2=\frac{1}{3}$이므로

$$\square=\frac{1}{3}\times\frac{9}{2}=\frac{3}{2}$$

답 $\frac{3}{2}$

최상위로 가는 최고 수준 문제

본책 31쪽

01 전략 $\frac{1}{n\times(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$임을 이용하여 계산하려는 식을 변형한다.

풀이 $\frac{1}{1\times2}=\frac{1}{1}-\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2\times3}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$,

$\frac{1}{3\times4}=\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$, $\cdots$, $\frac{1}{99\times100}=\frac{1}{99}-\frac{1}{100}$이므로

$$\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\cdots+\frac{1}{99\times100}$$
$$=\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)$$
$$+\cdots+\left(\frac{1}{99}-\frac{1}{100}\right)$$
$$=1-\frac{1}{100}=\frac{99}{100}$$

$\frac{1}{1}-\cancel{\frac{1}{2}}$
$\cancel{\frac{1}{2}}-\cancel{\frac{1}{3}}$
$\cancel{\frac{1}{3}}-\cancel{\frac{1}{4}}$
⋮
$+)\ \cancel{\frac{1}{99}}-\frac{1}{100}$
$1-\frac{1}{100}$

답 ③

02 전략 $|A|=B(B>0)$이면 $A=B$ 또는 $A=-B$임을 이용한다.

풀이 $\left|a-\frac{5}{4}\right|=\frac{3}{2}$에서

$$a-\frac{5}{4}=\frac{3}{2}\text{ 또는 }a-\frac{5}{4}=-\frac{3}{2}$$
$$\therefore a=\frac{11}{4}\text{ 또는 }a=-\frac{1}{4}$$

$a-\frac{5}{4}=\frac{3}{2}$에서 $a=\frac{3}{2}+\frac{5}{4}=\frac{11}{4}$
$a-\frac{5}{4}=-\frac{3}{2}$에서 $a=-\frac{3}{2}+\frac{5}{4}=-\frac{1}{4}$

$\left|b+\frac{1}{2}\right|=\frac{5}{6}$에서

$$b+\frac{1}{2}=\frac{5}{6}\text{ 또는 }b+\frac{1}{2}=-\frac{5}{6}$$
$$\therefore b=\frac{1}{3}\text{ 또는 }b=-\frac{4}{3}$$ ··· ❶

$b+\frac{1}{2}=\frac{5}{6}$에서 $b=\frac{5}{6}-\frac{1}{2}=\frac{1}{3}$
$b+\frac{1}{2}=-\frac{5}{6}$에서 $b=-\frac{5}{6}-\frac{1}{2}=-\frac{4}{3}$

$a=\frac{11}{4}$, $b=\frac{1}{3}$일 때 $a+b$의 값이 가장 크므로

$$M=\frac{11}{4}+\frac{1}{3}=\frac{37}{12}$$

$a=-\frac{1}{4}$, $b=-\frac{4}{3}$일 때 $a+b$의 값이 가장 작으므로

$m=\left(-\frac{1}{4}\right)+\left(-\frac{4}{3}\right)=-\frac{19}{12}$ ⋯ ❷

$\therefore M-m=\frac{37}{12}-\left(-\frac{19}{12}\right)=\frac{14}{3}$ ⋯ ❸

답 $\frac{14}{3}$

채점 기준	비율
❶ a, b의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ M, m의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $M-m$의 값을 구할 수 있다.	20 %

03
전략 a, b의 값을 구한 후 두 수를 비교한다.

풀이 $a=(-2)-\left(-\frac{1}{3}\right)$

$=(-2)+\frac{1}{3}=-\frac{5}{3}$

$b=\frac{1}{3}+\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{2}{6}+\left(-\frac{3}{6}\right)=-\frac{1}{6}$ ⋯ ❶

이때 두 수 $-\frac{5}{3}$와 $-\frac{1}{6}$ 사이에 있는 정수가 아닌 유리수 중에서 분모가 3인 수는

$-\frac{4}{3}$, $-\frac{2}{3}$, $-\frac{1}{3}$ ⋯ ❷

이므로 구하는 곱은

$\left(-\frac{4}{3}\right)\times\left(-\frac{2}{3}\right)\times\left(-\frac{1}{3}\right)=-\frac{8}{27}$ ⋯ ❸

답 $-\frac{8}{27}$

채점 기준	비율
❶ a, b의 값을 구할 수 있다.	30 %
❷ 조건을 만족시키는 수를 구할 수 있다.	40 %
❸ 답을 구할 수 있다.	30 %

04
전략 $|a|$, $|b|$의 대소와 $|a|$, $|c|$의 대소를 비교하여 세 수 $|a|$, $|b|$, $|c|$의 대소 관계를 구한다.

풀이 $a>b$, $a\div b<0$이므로

$a>0$, $b<0$

이때 $a+b>0$이므로

$|a|>|b|$ ⋯⋯ ㉠

또 $b>c$이므로 $c<0$

이때 $a+c<0$이므로

$|c|>|a|$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡에서 $|b|<|a|<|c|$

0이 아닌 유리수의 절댓값은 항상 양수이므로

$\frac{1}{|c|}<\frac{1}{|a|}<\frac{1}{|b|}$

답 ⑤

05
전략 기호의 뜻에 따라 괄호 안의 식부터 계산한다.

풀이 $\frac{3}{8}\triangle\frac{9}{4}=\frac{3}{8}\div\frac{9}{4}-1=\frac{3}{8}\times\frac{4}{9}-1$

$=\frac{1}{6}-1=-\frac{5}{6}$

$\frac{5}{4}\triangle\frac{1}{2}=\frac{5}{4}\div\frac{1}{2}-1=\frac{5}{4}\times2-1$

$=\frac{5}{2}-1=\frac{3}{2}$

$\therefore \left(\frac{3}{8}\triangle\frac{9}{4}\right)\blacktriangle\left(\frac{5}{4}\triangle\frac{1}{2}\right)=\left(-\frac{5}{6}\right)\blacktriangle\frac{3}{2}$

$=\left(-\frac{5}{6}\right)\times\frac{3}{2}+1$

$=\left(-\frac{5}{4}\right)+1$

$=-\frac{1}{4}$

답 ②

06
전략 두 사람의 돌의 위치를 유리수의 계산식으로 나타낸다.

풀이 강용이는 12번의 가위바위보에서 4번 이기고 3번 비겼으므로 5번 졌다.

처음에 두 사람의 돌을 0을 나타내는 점에 놓았다고 하면 강용이의 돌의 위치는

$4\times\frac{3}{4}+3\times\left(-\frac{1}{2}\right)+5\times\left(-\frac{2}{3}\right)$

$=3-\frac{3}{2}-\frac{10}{3}=-\frac{11}{6}$

지민이는 5번 이기고 3번 비겼으며 4번 졌으므로 지민이의 돌의 위치는

$5\times\frac{3}{4}+3\times\left(-\frac{1}{2}\right)+4\times\left(-\frac{2}{3}\right)$

$=\frac{15}{4}-\frac{3}{2}-\frac{8}{3}=-\frac{5}{12}$

따라서 두 사람의 돌 사이의 거리는

$\left(-\frac{5}{12}\right)-\left(-\frac{11}{6}\right)=\frac{17}{12}$

답 $\frac{17}{12}$

일품 BOX

수직선에서 오른쪽으로 움직이는 것은 +, 왼쪽으로 움직이는 것은 −로 나타낸다.

양수 A, B에 대하여 $A>B$이면 $\frac{1}{A}<\frac{1}{B}$이다.

학교 시험 실전 TEST Level 1

본책 32~35쪽

01 전략 소수의 약수는 1과 자기 자신뿐이다.

풀이 ① 소수 2는 짝수이다.
② 자연수는 1 또는 소수 또는 합성수이다.
③ $2\times3=6$은 짝수이다.
④ 1은 소수의 곱으로 나타낼 수 없다.
⑤ 소수 a의 약수는 1, a이므로 모든 약수의 합은 $a+1$이다.

답 ⑤

02 전략 홀수인 소인수의 곱으로만 이루어진 수의 약수의 개수를 구한다.

풀이 $2^2\times3^3\times5\times7^2$의 약수 중에서 홀수의 개수는 $3^3\times5\times7^2$의 약수의 개수와 같다.
따라서 구하는 홀수의 개수는

$$(3+1)\times(1+1)\times(2+1)=24$$

답 ②

참고 $2^2\times3^3\times5\times7^2$의 약수 중에서 짝수의 개수는 전체 약수의 개수에서 홀수인 약수의 개수를 빼서 구할 수 있다.

$$\therefore (2+1)\times(3+1)\times(1+1)\times(2+1)-24=48$$

03 전략 소인수 ➡ 어떤 자연수의 약수 중에서 소수인 것

풀이 ① A의 약수의 개수는

$$(3+1)\times(1+1)=8$$

②, ④ A의 소인수는 2, 7의 2개이다.
③ $A\times14=2^3\times7\times2\times7=2^4\times7^2$
$A\times14$의 모든 소인수의 지수가 짝수이므로 어떤 수의 제곱인 수이다.
⑤ $14=2\times7$은 A의 약수이다.

답 ②

04 전략 나무를 최소한으로 심으려면 나무 사이의 간격이 최대이어야 한다.

풀이 최소한의 나무를 심으려면 나무 사이의 간격이 최대이어야 한다.
이때 48과 28의 최대공약수는 4이므로 4 m마다 나무를 심어야 한다.
따라서 필요한 나무는
가로 방향으로 $48\div4=12$(그루)
세로 방향으로 $28\div4=7$(그루)
이므로 총 심을 수 있는 나무는

$$(12+7)\times2=38(\text{그루})$$

답 ②

일품 BOX

$$\begin{array}{l} 12=2^2\times3 \\ \underline{15=3\times5} \\ \text{최소공배수: } 2^2\times3\times5 \end{array}$$

절댓값은 항상 0 또는 양수이다.

$|2|=|-2|$, $|2|=|2|$의 두 가지 경우가 있다.

$2^2\times7$

$$\begin{array}{l} 48=2^4\times3 \\ \underline{28=2^2\times7} \\ \text{최대공약수: } 2^2 \end{array}$$

05 전략 12와 15의 최소공배수를 이용한다.

풀이 정우가 두 병원의 진료를 모두 받는 날은 12와 15의 공배수만큼의 날이 지난 후이다.
이때 12와 15의 최소공배수는 60이므로 60일 후에 처음으로 두 병원의 진료를 모두 받는다.
5월은 31일, 6월은 30일까지 있으므로 구하는 날은 5월 1일에서 60일 후인 6월 30일이다.

답 ③

06 전략 분수는 기약분수로 나타낸 후 생각한다.

풀이 ① 자연수는 $+10$의 1개이다.
② 정수는 $-\frac{8}{4}=-2$, 0, $+10$의 3개이다.
③ 주어진 수는 모두 유리수이므로 유리수는 7개이다.
④ 양수는 1.5, $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{7}$, $+10$의 4개이다.
⑤ 절댓값이 1보다 큰 수는 $-\frac{8}{4}$, 1.5, -2.6, $+10$의 4개이다.

답 ⑤

07 전략 절댓값은 수직선에서 0을 나타내는 점과 어떤 수를 나타내는 점 사이의 거리이다.

풀이 ① 유리수 중 절댓값이 가장 작은 수는 0이다.
② 절댓값이 0인 수는 0의 1개이다.
④ $|a|=|b|$이면 $a=b$ 또는 $a=-b$이다.

답 ③, ⑤

08 전략 두 정수 사이를 몇 등분 하고 있는지 확인하여 a, b, c의 값을 구한다.

풀이 $a=-3+\frac{1}{3}=-\frac{8}{3}$, $b=-\frac{1}{2}$, $c=1+\frac{3}{4}=\frac{7}{4}$

$$\begin{aligned}\therefore |a|+|b|+|c| &= \left|-\frac{8}{3}\right|+\left|-\frac{1}{2}\right|+\left|\frac{7}{4}\right| \\ &= \frac{32}{12}+\frac{6}{12}+\frac{21}{12} \\ &= \frac{59}{12}\end{aligned}$$

답 ③

09 전략 ●보다 ■만큼 큰 수 ➡ ●+■,
●보다 ■만큼 작은 수 ➡ ●−■

풀이 $a=\left(-\frac{2}{3}\right)-\left(-\frac{1}{2}\right)=\left(-\frac{4}{6}\right)+\frac{3}{6}=-\frac{1}{6}$

$b=\left(-\frac{1}{2}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right)=\left(-\frac{3}{6}\right)+\left(-\frac{4}{6}\right)=-\frac{7}{6}$

$$\therefore a-b=\left(-\frac{1}{6}\right)-\left(-\frac{7}{6}\right)=\left(-\frac{1}{6}\right)+\frac{7}{6}=1$$

답 ③

일품 BOX

10 전략 분배법칙을 사용하여 a의 값을 구한다.

풀이 $a=0.36\times12.43+0.36\times7.57$

$=0.36\times(12.43+7.57)$

$=0.36\times20=7.2$

따라서 7.2보다 작은 자연수는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7의 7개이다.

답 ③

분배법칙
① $a\times(b+c)$
$=a\times b+a\times c$
② $(a+b)\times c$
$=a\times c+b\times c$

11 전략 $(-1)^{(홀수)}=-1$, $(-1)^{(짝수)}=1$임을 이용한다.

풀이 n이 홀수이므로 $n+1$은 짝수, $n+2$는 홀수이다.

$\therefore 1-(-1)^n-(-1)^{n+1}-(-1)^{n+2}$

$=1-(-1)-(+1)-(-1)$

$=1+1-1+1=2$

답 ④

(홀수)+(홀수)=(짝수)
(홀수)+(짝수)=(홀수)

12 전략 x의 역수가 y이면 $x\times y=1$임을 이용한다.

풀이 $4.8=\frac{24}{5}$이므로 $a=\frac{5}{24}$

$-\frac{b}{3}$의 역수가 5이므로

$-\frac{b}{3}\times5=1,\quad b\times\left(-\frac{5}{3}\right)=1$

$\therefore b=-\frac{3}{5}$

$\therefore a\times b=\frac{5}{24}\times\left(-\frac{3}{5}\right)=-\frac{1}{8}$

답 ②

13 전략 $a\times b>0$이면 두 수 a, b의 부호는 서로 같음을 이용한다.

풀이 $a\times b>0$이므로

$a>0,\ b>0$ 또는 $a<0,\ b<0$

이때 $a+b<0$이므로 $a<0,\ b<0$

또 $b\div c<0$이므로 $c>0$

$\therefore a<0,\ b<0,\ c>0$

답 ④

$b\div c<0$에서
$b>0,\ c<0$ 또는
$b<0,\ c>0$
이때 $b<0$이므로
$c>0$

14 전략 거듭제곱 → 괄호 → (× 또는 ÷) → (+ 또는 −)의 순서로 계산한다.

풀이 $\left(-\frac{1}{2}\right)^3\div\left\{\frac{5}{6}-\frac{2}{3}\div\left(-\frac{4}{3}\right)^2\right\}$

$=\left(-\frac{1}{8}\right)\div\left(\frac{5}{6}-\frac{2}{3}\times\frac{9}{16}\right)$

$=\left(-\frac{1}{8}\right)\div\left(\frac{5}{6}-\frac{3}{8}\right)=\left(-\frac{1}{8}\right)\div\left(\frac{20}{24}-\frac{9}{24}\right)$

$=\left(-\frac{1}{8}\right)\div\frac{11}{24}$

$=\left(-\frac{1}{8}\right)\times\frac{24}{11}$

$=-\frac{3}{11}$

답 ②

15 전략 괄호 안을 먼저 계산한다.

풀이 8과 12의 최소공배수는 24이므로

$8\triangle12=24$

따라서 $24\triangledown a=24$이므로 24와 a의 최대공약수가 24이다.

즉 a는 24의 배수이므로 100 미만의 자연수 a는

24, 48, 72, 96의 4개

답 4

$8=2^3$
$12=2^2\times3$
최소공배수: $2^3\times3$

16 전략 두 수 A, B의 최대공약수가 G이면 $A=G\times a$, $B=G\times b$(a, b는 서로소)로 나타낼 수 있다.

풀이 두 수 $54=18\times3$, A의 최대공약수가 18이므로

$A=18\times a$ (a는 3과 서로소)

라 하자. 이때 54, A의 최소공배수가 270이므로

$18\times3\times a=270\qquad\therefore a=5$

$\therefore A=18\times5=90$

답 90

다른풀이 $54\times A=270\times18$이므로 $A=90$

두 수 A, B의 최대공약수가 G, 최소공배수가 L이면
$A\times B=L\times G$

17 전략 두 수의 공약수는 최대공약수의 약수임을 이용한다.

풀이 (i) $a\ge3$일 때,

두 수의 최대공약수는 $2^3\times7$

이므로 공약수의 개수는

$(3+1)\times(1+1)=8$

이것은 주어진 조건을 만족시키지 않는다. ⋯ ❶

(ii) $a<3$일 때,

두 수의 최대공약수는 $2^a\times7$

이때 공약수의 개수가 6이므로

$(a+1)\times(1+1)=6$

$a+1=3\qquad\therefore a=2$

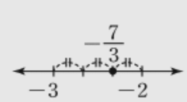
(i), (ii)에서 $a=2$이므로 두 수의 최대공약수는

$2^2\times7=28$ ⋯ ❷

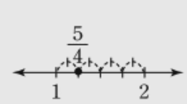
답 $a=2$, 최대공약수: 28

채점 기준	배점
❶ $a\ge3$일 때 조건을 만족시키지 않음을 알 수 있다.	2점
❷ $a<3$일 때 a의 값과 최대공약수를 구할 수 있다.	4점

18 전략 $-\frac{7}{3}$과 $\frac{5}{4}$를 소수로 나타낸다.



풀이 (1) $-\frac{7}{3}=-2.3\cdots$이므로 $a=-2$



또 $\frac{5}{4}=1.25$이므로 $b=1$ ⋯ ❶

(2) −2와 1 사이에 있는 정수는

−1, 0의 2개 ⋯ ❷

답 (1) $a=-2$, $b=1$ (2) 2

채점 기준	배점
❶ a, b의 값을 구할 수 있다.	3점
❷ a와 b 사이에 있는 정수의 개수를 구할 수 있다.	2점

19 전략 $|a| \le b\ (b>0)$이면 $-b \le a \le b$이다.

풀이 조건 ㈎에서 $-4 \le a \le 4$이므로 정수 a는

$-4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4$

조건 ㈏를 만족시키는 정수 a는

$-5,\ -4,\ -3,\ -2,\ -1, 0, 1, 2$

따라서 주어진 조건을 모두 만족시키는 정수 a는

$-4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$

이므로 구하는 합은

$(-4)+(-3)+(-2)+(-1)+0+1+2=-7$

답 -7

20 전략 주어진 네 유리수 중 서로 다른 세 수를 곱하여 양수가 되는 경우와 음수가 되는 경우를 생각한다.

풀이 주어진 네 유리수 중에서 세 수를 뽑아 곱한 값이 가장 크려면 곱하는 세 수가 (양수)×(음수)×(음수) 꼴이어야 한다. 이때 음수는 절댓값이 큰 두 수이어야 하므로

$\left|-\frac{8}{3}\right|>|-2|>\left|-\frac{5}{4}\right|$

$a=1.8\times\left(-\frac{8}{3}\right)\times(-2)$

$=\frac{9}{5}\times\left(-\frac{8}{3}\right)\times(-2)=\frac{48}{5}$ ⋯ ❶

곱한 값이 가장 작으려면 곱하는 세 수가 모두 음수이어야 하므로

$b=\left(-\frac{5}{4}\right)\times\left(-\frac{8}{3}\right)\times(-2)=-\frac{20}{3}$ ⋯ ❷

$\therefore a+b=\frac{48}{5}+\left(-\frac{20}{3}\right)$

$=\frac{144}{15}+\left(-\frac{100}{15}\right)=\frac{44}{15}$ ⋯ ❸

답 $\frac{44}{15}$

채점 기준	배점
❶ a의 값을 구할 수 있다.	2점
❷ b의 값을 구할 수 있다.	2점
❸ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	2점

학교 시험 실전 TEST Level 2

본책 36~39쪽

01 전략 어떤 자연수의 제곱인 수는 소인수분해했을 때 모든 소인수의 지수가 짝수임을 이용한다.

풀이 $120\times a=2^3\times3\times5\times a$가 어떤 자연수의 제곱이 되려면 모든 소인수의 지수가 짝수이어야 하므로 가장 작은 a의 값은

$2\times3\times5=30$

따라서 $b^2=120\times30=3600$이므로

$b=60$

$\therefore a+b=90$

답 ④

02 전략 두 수의 공배수는 두 수의 최소공배수의 배수임을 이용한다.

풀이 두 수 75와 90의 최소공배수는

$75=\ \ \ \ 3\ \times5^2$
$90=2\times3^2\times5$
최소공배수: $2\times3^2\times5^2$

$2\times3^2\times5^2=450$

두 수의 공배수는 최소공배수의 배수이므로 어떤 자연수를 A라 하면

$A\times9=450,\ 900,\ 1350,\ \cdots$

$\therefore A=50,\ 100,\ 150,\ \cdots$

따라서 가장 작은 세 자리 수는 100이다.

답 ①

03 전략 $A=12\times a$로 놓는다.

풀이 A가 12의 배수이므로 $A=12\times a$라 하자.
이때 세 수 36, 72, A의 최소공배수가 360이므로

$36=2^2\times3^2$
$72=2^3\times3^2$
$A=2^2\times3\ \times a$
최소공배수: $2^3\times3^2\times5$

$\therefore a=5$ 또는 $a=2\times5$ 또는 $a=3\times5$ 또는 $a=2\times3\times5$

이때 $a=3\times5$ 또는 $a=2\times3\times5$이면 세 수 36, 72, A의 최대공약수가 36이므로 조건을 만족시키지 않는다.

$\therefore a=5$ 또는 $a=2\times5$

$\therefore A=12\times5=60$ 또는 $A=12\times2\times5=120$

따라서 가장 큰 자연수 A는 120이므로 각 자리의 숫자의 합은

$1+2+0=3$

답 ②

04 전략 세 톱니의 수의 최소공배수를 이용한다.

풀이 처음으로 다시 같은 톱니에서 맞물릴 때까지 돌아간 톱니의 수는 세 수 96, 36, 60의 최소공배수이다.
이때 세 수의 최소공배수는

$96=2^5\times3$
$36=2^2\times3^2$
$60=2^2\times3\times5$
최소공배수: $2^5\times3^2\times5$

$2^5\times3^2\times5=1440$

이므로 세 톱니바퀴가 처음으로 다시 같은 톱니에서 맞물릴 때까지 톱니바퀴 B는

$1440 \div 36 = 40$(번)

회전한다.

답 ⑤

05 전략 서로 다른 두 유리수 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재한다.

풀이 ⑤ -1과 1 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.

답 ⑤

06 전략 음수끼리는 절댓값이 큰 수가 더 작음을 이용한다.

풀이 a, c는 서로 다른 유리수이므로 조건 (가)에 의하여 두 수는 절댓값이 같고 부호가 반대이다.

이때 조건 (나)에 의하여 $b<0$, $c<0$이므로

$a>0$

조건 (다)에 의하여 $|a|<|b|$이고 조건 (가)에서 $|a|=|c|$이므로

$|c|<|b| \quad \therefore b<c$

따라서 세 유리수 a, b, c의 대소 관계는

$b<c<a$

답 ④

07 전략 $-\frac{4}{3}$와 $\frac{5}{6}$를 통분하여 비교한다.

풀이 $-\frac{4}{3}=-\frac{8}{6}$이므로 $-\frac{8}{6}\le x<\frac{5}{6}$를 만족시키는 정수가 아닌 유리수 x 중에서 분모가 3인 수는

$-\frac{4}{3}$, $-\frac{2}{3}$, $-\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$의 5개

$|y|\le 2$에서 $-2\le y\le 2$이므로 정수 y는

-2, -1, 0, 1, 2의 5개

따라서 $a=5$, $b=5$이므로

$a+b=10$

답 ②

08 전략 $|a+b|=|a|+|b|$가 성립하기 위한 a, b의 조건을 생각한다.

풀이 $|a+b|=|a|+|b|$가 성립하려면 두 수 a, b의 부호가 같거나 둘 중 하나가 0이어야 한다.

이때 $a-b$의 값이 가장 크려면 a는 가장 큰 수이어야 하고 b는 가장 작은 수이어야 하므로 가장 큰 $a-b$의 값은

(i) $a>0$, $b>0$일 때,

$3-2=1$

(ii) $a<0$, $b<0$일 때,

$(-1)-(-4)=3$

(iii) $a=0$일 때,

$0-(-4)=4$

(iv) $b=0$일 때,

$3-0=3$

이상에서 $a-b$의 값 중 가장 큰 값은 4이다.

답 ③

일품 BOX

$\frac{2}{3}<\frac{5}{6}$

$(-a)\times(-b)$
$=a\times b<0$

두 수의 합의 절댓값이 각각의 수의 절댓값의 합과 같다.

09 전략 먼저 주어진 수들의 절댓값의 크기를 비교한다.

풀이 $\left|\frac{4}{7}\right|<\left|\frac{3}{5}\right|<\left|-\frac{2}{3}\right|<|1.5|<|-3|<\left|-\frac{7}{2}\right|$

이므로 $\quad a=-\frac{7}{2}$, $b=\frac{4}{7}$

$$\begin{aligned}\therefore -a^2\times(b-1)^2&=-\left(-\frac{7}{2}\right)^2\times\left(\frac{4}{7}-1\right)^2\\&=\left(-\frac{49}{4}\right)\times\left(-\frac{3}{7}\right)^2\\&=\left(-\frac{49}{4}\right)\times\frac{9}{49}\\&=-\frac{9}{4}\end{aligned}$$

답 ①

10 전략 a, b, c, d의 값을 구한 후 $a+(b-c)\div d$의 값을 구한다.

풀이 $a=2$, $b=1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$, $c=\frac{1}{3}$,

$d=-1-\frac{3}{4}=-\frac{7}{4}$이므로

$$\begin{aligned}a+(b-c)\div d&=2+\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{3}\right)\div\left(-\frac{7}{4}\right)\\&=2+\frac{7}{6}\times\left(-\frac{4}{7}\right)\\&=2+\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{4}{3}\end{aligned}$$

답 ④

11 전략 $a\times b<0$이면 a, b의 부호는 서로 다르다.

풀이 $a<0$, $a\times b<0$에서 $\quad b>0$

① $a+b$의 부호는 알 수 없다.

② $a-b<0$

④ $-a>0$, $-b<0$이므로 $\quad (-a)\times(-b)<0$

⑤ $b\div a<0$

답 ③

12 전략 나눗셈은 나누는 수의 역수를 곱하여 계산함을 이용한다.

풀이 $\left(-\frac{4}{5}\right)\div\square\times\left(-\frac{5}{6}\right)$

$$\begin{aligned}&=\left(-\frac{4}{5}\right)\times\frac{1}{\square}\times\left(-\frac{5}{6}\right)\\&=\left(-\frac{4}{5}\right)\times\left(-\frac{5}{6}\right)\times\frac{1}{\square}\\&=\frac{2}{3}\times\frac{1}{\square}\end{aligned}$$

즉 $\frac{2}{3}\times\frac{1}{\square}=\frac{1}{9}$이므로

$\frac{1}{\square}=\frac{1}{9}\div\frac{2}{3}=\frac{1}{9}\times\frac{3}{2}=\frac{1}{6}$

$\therefore \square=6$

답 ③

13 전략 정해진 규칙에 따라 괄호 안을 먼저 계산한다.

풀이 $\frac{1}{2}*\frac{3}{4}=\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\right)\div2=\frac{5}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{5}{8}$

$\therefore \left(\frac{1}{2}*\frac{3}{4}\right)*\left(-\frac{5}{6}\right)=\frac{5}{8}*\left(-\frac{5}{6}\right)$

$=\left\{\frac{5}{8}+\left(-\frac{5}{6}\right)\right\}\div2$

$=\left(-\frac{5}{24}\right)\times\frac{1}{2}$

$=-\frac{5}{48}$

답 ①

14 전략 수직선에서 두 수 a, $b(a<b)$를 나타내는 점으로부터 같은 거리에 있는 점이 나타내는 수 ➡ $a+(b-a)\times\frac{1}{2}$

풀이 수직선에서 두 수 $\frac{1}{3}$과 $\frac{1}{5}$을 나타내는 두 점 사이의 거리는

$\frac{1}{3}-\frac{1}{5}=\frac{2}{15}$

$\therefore k=\frac{1}{5}+\frac{2}{15}\times\frac{1}{2}=\frac{4}{15}$

$\frac{1}{3}-\frac{2}{15}\times\frac{1}{2}=\frac{4}{15}$로 구할 수도 있다.

따라서 수직선에서 $-\frac{1}{2}$과 $\frac{4}{15}$를 나타내는 두 점 사이의 거리는

$\frac{4}{15}-\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{23}{30}$

이므로 구하는 수는

$-\frac{1}{2}+\frac{23}{30}\times\frac{1}{2}=-\frac{7}{60}$

$\frac{4}{15}-\frac{23}{30}\times\frac{1}{2}=-\frac{7}{60}$로 구할 수도 있다.

답 ③

15 전략 $p^m\times q^n$ (p, q는 서로 다른 소수, m, n은 자연수)의 약수의 개수는 $(m+1)\times(n+1)$임을 이용한다.

풀이 $P(63)=P(3^2\times7)=(2+1)\times(1+1)=6$이므로 조건 ㈏에서

$P(n)\times6=24$

$\therefore P(n)=4$

(ⅰ) $n=p^3$ (p는 소수) 꼴일 때,

p^3의 약수는 $1, p, p^2, p^3$

50보다 작은 자연수 n은

2^3, 3^3의 2개

(ⅱ) $n=p\times q$ (p, q는 서로 다른 소수) 꼴일 때,

$p\times q$의 약수는 $1, p, q, p\times q$

50보다 작은 자연수 n은

2×3, 2×5, 2×7, 2×11, 2×13, 2×17, 2×19, 2×23, 3×5, 3×7, 3×11, 3×13, 5×7의 13개

(ⅰ), (ⅱ)에서 자연수 n의 개수는 15이다.

답 15

16 전략 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7의 최소공배수를 이용한다.

풀이 어떤 수를 x라 하면 $x+1$은 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7의 공배수이다.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7의 최소공배수는 420이므로

$$\begin{array}{r|cccccc} 2 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 1 & 3 & 2 & 5 & 3 & 7 \\ \hline & 1 & 1 & 2 & 5 & 1 & 7 \end{array}$$

최소공배수: $2\times3\times2\times5\times7$

$x+1=420, 840, \cdots$

$\therefore x=419, 839, \cdots$

따라서 두 번째로 작은 자연수는 839이다.

답 839

17 전략 먼저 일정한 세 수의 합을 구한다.

-3	♠	b
-4	a	0
1		

풀이 $(-3)+(-4)+1=-6$ ··· ❶

이므로 오른쪽에서

$(-4)+a+0=-6$

$\therefore a=-2$

$1+(-2)+b=-6$

$\therefore b=-5$ ··· ❷

따라서 $(-3)+$♠$+(-5)=-6$이므로

$(-8)+$♠$=-6$ $\therefore$ ♠$=2$ ··· ❸

답 2

채점 기준	배점
❶ 세 정수의 합을 구할 수 있다.	1점
❷ a, b의 값을 구할 수 있다.	3점
❸ ♠에 알맞은 수를 구할 수 있다.	1점

18 전략 곱셈에서 약분되는 규칙을 찾는다.

풀이 $A=\left(1+\frac{1}{2}\right)\times\left(1+\frac{1}{3}\right)\times\left(1+\frac{1}{4}\right)\times\cdots\times\left(1+\frac{1}{10}\right)$

$=\frac{3}{2}\times\frac{4}{3}\times\frac{5}{4}\times\cdots\times\frac{11}{10}$

$=\frac{11}{2}$

$A\times B=-1$에서 $\frac{11}{2}\times B=-1$이므로

$B=-\frac{2}{11}$

답 $-\frac{2}{11}$

19 전략 y가 x의 역수이면 $x\times y=1$이다.

풀이 $3\times c=1$이므로 $c=\frac{1}{3}$

$\frac{1}{4}\times b=1$이므로 $b=4$

$-0.16=-\frac{4}{25}$이므로 $a=-\frac{25}{4}$ ··· ❶

$\therefore a\div\frac{3}{b}\times c=a\times\frac{b}{3}\times c$

$=\left(-\frac{25}{4}\right)\times\frac{4}{3}\times\frac{1}{3}$

$=-\frac{25}{9}$ ··· ❷

답 $-\frac{25}{9}$

채점 기준	배점
❶ a, b, c의 값을 구할 수 있다.	2점
❷ $a\div\frac{3}{b}\times c$의 값을 구할 수 있다.	4점

20 전략 먼저 24를 소인수분해한다.

풀이 조건 ㈎에서 $24=2^3\times3$이고, 조건 ㈏에 의하여 a, b, c는 서로 다른 정수이다.

따라서 조건 ㈐에 의하여

$|a|=2,\ |b|=3,\ |c|=4$ ⋯ ❶

이므로 조건 ㈏에 의하여

$a=-2,\ b=3,\ c=-4$ ⋯ ❷

$\therefore a-b+c=(-2)-3-4=-9$ ⋯ ❸

답 -9

일품 BOX: 1보다 큰 세 자연수의 곱이 24가 되는 경우는 2, 2, 6 또는 2, 3, 4 이때 서로 다른 세 수는 2, 3, 4이다.

채점 기준	배점
❶ $\lvert a\rvert, \lvert b\rvert, \lvert c\rvert$의 값을 구할 수 있다.	3점
❷ a, b, c의 값을 구할 수 있다.	2점
❸ $a-b+c$의 값을 구할 수 있다.	1점

교과서 속 창의유형

본책 40~41쪽

유제 1 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

❶ 켜져 있는 전구는 스위치를 누른 총횟수가 홀수임을 이용한다.

❷ 약수의 개수가 홀수인 수는 어떤 수의 제곱임을 이용한다.

풀이 ❶ k가 적힌 전구는 k의 약수의 개수만큼 전구의 스위치가 눌러지므로 전구가 켜져 있으려면 스위치를 누른 횟수가 홀수이어야 한다.

즉 전구에 적힌 번호의 약수의 개수가 홀수이어야 한다.

❷ 약수의 개수가 홀수인 수는 어떤 수의 제곱인 수이고, 1부터 200까지의 자연수 중에서 어떤 수의 제곱인 수는

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169, 196

의 14개이므로 켜져 있는 전구는 14개이다.

답 14개

유제 2 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

❶ 819를 624로 나누었을 때의 나머지를 구한다.

❷ ❶에서 구한 나머지와 624에 대하여 ❶의 과정을 반복한다.

❸ ❷에서 나누어떨어지는 경우의 나누는 수가 최대공약수가 된다.

❹ 624와 819를 각각 소인수분해하여 최대공약수를 구하고 (1)에서 구한 최대공약수와 비교한다.

풀이 (1) ❶ $819=624\times1+195$이므로 819를 624로 나눈 나머지는 195이다.

❷ $624=195\times3+39$이므로 624를 195로 나눈 나머지는 39이다.

$195=39\times5$이므로 195는 39로 나누어떨어진다.

❸ 따라서 624와 819의 최대공약수는 39이다.

(2) ❹ $624=2^4\times3\times13$, $819=3^2\times7\times13$이므로 최대공약수는

$3\times13=39$

이것은 (1)에서 구한 최대공약수와 같다.

답 풀이 참조

유제 3 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

❶ 덧셈과 뺄셈의 관계를 이용하여 식을 변형한다.

❷ a, b가 자연수임을 이용하여 a의 값의 범위를 구한다.

❸ ❷에서 구한 범위를 만족시키는 a의 값에 따라 b의 값을 구한 후 (a, b)의 개수를 구한다.

풀이 ❶ $\frac{1}{4}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$에서 $\frac{1}{b}=\frac{1}{4}-\frac{1}{a}$

$\frac{1}{b}=\frac{a-4}{4\times a}$

$\therefore 4\times a=b\times(a-4)$

❷ 이때 a, b는 자연수이므로

$4\times a>0,\ b>0$

$\therefore a-4>0$

일품 BOX:

$\oplus\times\oplus\rightarrow\oplus$

$\oplus\times\ominus\rightarrow\ominus$

$\ominus\times\oplus\rightarrow\ominus$

$\ominus\times\ominus\rightarrow\oplus$

즉 a는 4보다 큰 자연수이다.

❸ (i) $a=5$일 때,

$\frac{1}{b}=\frac{1}{4}-\frac{1}{5}=\frac{1}{20}$

$\therefore b=20$

(ii) $a=6$일 때,

$\frac{1}{b}=\frac{1}{4}-\frac{1}{6}=\frac{1}{12}$

$\therefore b=12$

(iii) $a=7$일 때,

$\frac{1}{b}=\frac{1}{4}-\frac{1}{7}=\frac{3}{28}$

이를 만족시키는 자연수 b는 존재하지 않는다.

(iv) $a\geq8$이면 $a<b$를 만족시키지 않는다.

일품 BOX: $a=8$이면 $b=8$이고, $a>8$이면 $b<8$이므로 $a<b$를 만족시키지 않는다.

이상에서 (a, b)는 $(5, 20)$, $(6, 12)$의 2개이다.

답 2

Ⅱ 방정식

04 문자와 식

개념 & 핵심 기출

본책 44~46쪽

01 ① $x\div y\times z=x\times\frac{1}{y}\times z=\frac{xz}{y}$

② $x\div(y\div z)=x\div\frac{y}{z}=x\times\frac{z}{y}=\frac{xz}{y}$

③ $x\times\frac{1}{y}\div\frac{1}{z}=x\times\frac{1}{y}\times z=\frac{xz}{y}$

④ $x\div\left(\frac{1}{y}\times z\right)=x\div\frac{z}{y}=x\times\frac{y}{z}=\frac{xy}{z}$

⑤ $x\div y\div\frac{1}{z}=x\times\frac{1}{y}\times z=\frac{xz}{y}$

답 ④

만점 비법

$x\div y\div z=x\times\frac{1}{y}\times\frac{1}{z}=\frac{x}{yz}$,

$x\div(y\div z)=x\div\frac{y}{z}=x\times\frac{z}{y}=\frac{xz}{y}$

이므로 $x\div y\div z\neq x\div(y\div z)$

02 ① $x\times(-1)\times y\times y\times x\times y$

$=(-1)\times x\times x\times y\times y\times y$

$=-x^2y^3$

② $3\div(a\div b)=3\div\frac{a}{b}=3\times\frac{b}{a}=\frac{3b}{a}$

③ $(-2)\times x\div(y+3)=(-2)\times x\times\frac{1}{y+3}$

$=-\frac{2x}{y+3}$

④ $a\div(-3)-0.1\times b=a\times\left(-\frac{1}{3}\right)-0.1\times b$

$=-\frac{a}{3}-0.1b$

⑤ $x\times3\div y+x\div\frac{2}{y}=x\times3\times\frac{1}{y}+x\times\frac{y}{2}$

$=\frac{3x}{y}+\frac{xy}{2}$

답 ④

03 ④ 정가가 5000원인 물건을 a % 할인하여 판매한 가격은

$5000-5000\times\frac{a}{100}=5000-50a$(원)

답 ④

04 분속 200 m로 b분 동안 걸은 거리는

$200\times b=200b$ (m)

따라서 공원까지 남은 거리는

$(a-200b)$ m

답 $(a-200b)$ m

05 $\frac{c}{ab}+\frac{bc^2}{a}+1=\frac{-3}{2\times1}+\frac{1\times(-3)^2}{2}+1$

$=\left(-\frac{3}{2}\right)+\frac{9}{2}+1=4$

답 4

06 $x^3=(-1)^3=-1$

① $x^2=(-1)^2=1$

② $-(-x)^3=-\{-(-1)\}^3=-1^3=-1$

③ $(-x)^4=\{-(-1)\}^4=1^4=1$

④ $\left(-\frac{1}{x}\right)^2=\left(-\frac{1}{-1}\right)^2=1^2=1$

⑤ $-\left(\frac{1}{x}\right)^3=-\left(\frac{1}{-1}\right)^3=-(-1)^3=-(-1)=1$

답 ②

07 $\frac{4}{p}+\frac{7}{q}=4\div p+7\div q$

$=4\div\frac{1}{5}+7\div\left(-\frac{1}{3}\right)$

$=4\times5+7\times(-3)$

$=20-21=-1$

답 ③

08 (ㄱ) 항은 $-x^2$, $-2x$, 10의 3개이다.

(ㄷ) 다항식의 차수는 2이다.

(ㄹ) x의 계수는 -2이다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ)이다.

답 ①

09 ①, ③ 차수가 2인 다항식이다.

④ 분모에 문자가 있으므로 다항식이 아니다.

답 ②, ⑤

10 $\left(3x-\frac{9}{4}y\right)\times(-12)$

$=3x\times(-12)-\frac{9}{4}y\times(-12)$

$=-36x+27y$

따라서 $a=-36$, $b=27$이므로

$a+b=-9$

답 -9

11 $\left(12x+4y-\frac{8}{9}\right)\div\frac{4}{3}$

$=\left(12x+4y-\frac{8}{9}\right)\times\frac{3}{4}$

$=12x\times\frac{3}{4}+4y\times\frac{3}{4}-\frac{8}{9}\times\frac{3}{4}$

$=9x+3y-\frac{2}{3}$

답 ④

일품 BOX

곱셈, 나눗셈이 혼합된 계산에서는 앞에서부터 순서대로 계산한다. 이때 괄호가 있을 때에는 괄호 안을 먼저 계산한다.

$y\div z=y\times\frac{1}{z}=\frac{y}{z}$

(거리)=(속력)×(시간)

문자에 음수를 대입할 때에는 반드시 괄호를 사용한다.

$-x^2-2x+10$
$=-x^2+(-2x)+10$

분배법칙
$(a+b)c=ac+bc$

a는 x의 계수이고, b는 y의 계수이다.

12 (ㄱ) $-2(3x-4y)=-2\times3x-2\times(-4y)$
$=-6x+8y$

(ㄴ) $-\frac{2}{3}(-9x+15y)=-\frac{2}{3}\times(-9x)-\frac{2}{3}\times15y$
$=6x-10y$

(ㄷ) $\left(\frac{3}{4}x+y\right)\times(-8)=\frac{3}{4}x\times(-8)+y\times(-8)$
$=-6x-8y$

(ㄹ) $(15x-25y)\div\frac{5}{2}=(15x-25y)\times\frac{2}{5}$
$=15x\times\frac{2}{5}-25y\times\frac{2}{5}$
$=6x-10y$

(ㅁ) $\left(x-\frac{4}{3}y\right)\div\left(-\frac{1}{6}\right)=\left(x-\frac{4}{3}y\right)\times(-6)$
$=x\times(-6)-\frac{4}{3}y\times(-6)$
$=-6x+8y$

이상에서 계산 결과가 같은 것은 (ㄱ)과 (ㅁ), (ㄴ)과 (ㄹ)이다.

답 (ㄱ)과 (ㅁ), (ㄴ)과 (ㄹ)

13 $3xy^2$과 문자와 차수가 각각 같은 것은 ③ $-xy^2$, ⑤ $10xy^2$이다.

답 ③, ⑤

14 $-3(2x+1)-\frac{4x-10}{2}=-6x-3-(2x-5)$
$=-6x-3-2x+5$
$=-8x+2$

따라서 x의 계수는 -8, 상수항은 2이므로 구하는 합은
$-8+2=-6$ 답 -6

15 $5(x+2)-(\square)=2(x+6)+3$에서
$5x+10-(\square)=2x+15$
$\therefore \square=5x+10-(2x+15)$
$=5x+10-2x-15$
$=3x-5$

답 ③

일품 BOX

$A\div(B\times C)$
$=A\div B\div C$

$\left(-\frac{1}{6}\right)\times(-6)=1$
이므로 $-\frac{1}{6}$의 역수는 -6이다.

문자와 차수 중 어느 하나라도 다르면 동류항이 아니다.

$\frac{ax+b}{c}=\frac{a}{c}x+\frac{b}{c}$

덧셈과 뺄셈 사이의 관계
■−●=▲이면
●=■−▲,
■=●+▲

(자료 값의 합)
=(평균)×(자료 수)

만점 도전을 위한 고난도 문제 본책 47~51쪽

01 전략 괄호 안을 먼저 계산한다.

풀이 $a\div(b\div c)=a\div\frac{b}{c}=a\times\frac{c}{b}=\frac{ac}{b}$

① $a\times(b\times c)=abc$

② $a\times b\div c=ab\times\frac{1}{c}=\frac{ab}{c}$

③ $a\div(b\times c)=a\times\frac{1}{bc}=\frac{a}{bc}$

④ $a\div b\times c=a\times\frac{1}{b}\times c=\frac{ac}{b}$

⑤ $a\div b\div c=a\times\frac{1}{b}\times\frac{1}{c}=\frac{a}{bc}$

답 ④

02 전략 $\frac{A}{B}=A\div B$임을 이용한다.

풀이 $\frac{-3a-b^2}{2(x+y)}$
$=(-3a-b^2)\div2(x+y)$
$=\{(-3)\times a-b\times b\}\div\{2\times(x+y)\}$
$=\{(-3)\times a-b\times b\}\div2\div(x+y)$

답 ④

참고 ① $(-3)\times a-b\times b\div2\times(x+y)$
$=-3a-\frac{b^2(x+y)}{2}$

② $(-3)\times a+(-1)\times b\times b\div2\div(x+y)$
$=-3a-\frac{b^2}{2(x+y)}$

③ $\{(-3)\times a-b\times b\}\div2\times(x+y)$
$=\frac{(-3a-b^2)(x+y)}{2}$

⑤ $(-1)\times(3\times a-b\times b)\div2\div(x+y)=\frac{-3a+b^2}{2(x+y)}$

03 전략 x의 a % ➡ $\frac{a}{100}x$

풀이 여학생 수가 $x\times\frac{a}{100}=\frac{ax}{100}$
이므로 남학생 수는 $x-\frac{ax}{100}$ 답 ③

04 전략 먼저 전체 학생들의 수면 시간의 합을 구한다.

풀이 1학년 학생들의 수면 시간의 합은
$9\times x=9x$(시간)
2학년 학생들의 수면 시간의 합은
$8\times y=8y$(시간)
3학년 학생들의 수면 시간의 합은
$7\times z=7z$(시간)
따라서 희성이네 중학교 전체 학생들의 수면 시간의 합은
$(9x+8y+7z)$시간 ··· ❶
이므로 평균 수면 시간은
$\frac{9x+8y+7z}{x+y+z}$시간 ··· ❷

답 $\frac{9x+8y+7z}{x+y+z}$시간

채점 기준	비율
❶ 전체 학생들의 수면 시간의 합을 문자를 사용한 식으로 나타낼 수 있다.	60 %
❷ 전체 학생들의 평균 수면 시간을 문자를 사용한 식으로 나타낼 수 있다.	40 %

05 전략 정사각형을 1번 자를 때마다 늘어나는 변의 개수를 생각한다.

풀이 정사각형을 1번 자를 때마다 길이가 15 cm인 변이 2개씩 늘어난다.

따라서 n번 자를 때 늘어나는 변의 길이의 합은

$15\times2\times n=30n(\text{cm})$

이므로 구하는 직사각형의 둘레의 길이의 합은

$15\times4+30n=30n+60(\text{cm})$ 답 ③

06 전략 $(\text{순금의 양})=\dfrac{(\text{순금의 함유량})}{100}\times(\text{합금의 양})$

풀이 두 합금을 녹여 만든 목걸이의 순금의 양은 두 합금의 각각의 순금의 양의 합과 같으므로

$\dfrac{80}{100}\times x+\dfrac{y}{100}\times300=\dfrac{4}{5}x+3y\ (\text{g})$

답 $\left(\dfrac{4}{5}x+3y\right)$ g

07 전략 음수를 대입할 때에는 괄호를 사용한다.

풀이 $2a+4=2\times(-2)+4=0$,

$-3a^2=-3\times(-2)^2=-12$,

$\dfrac{5}{4}a-\dfrac{3}{4}=\dfrac{5}{4}\times(-2)-\dfrac{3}{4}=-\dfrac{13}{4}$,

$(-a)^3=\{-(-2)\}^3=2^3=8$ ⋯ ❶

따라서 가장 큰 값과 가장 작은 값의 합은

$8+(-12)=-4$ ⋯ ❷

답 -4

채점 기준	비율
❶ 주어진 식의 값을 각각 구할 수 있다.	80 %
❷ 가장 큰 값과 가장 작은 값의 합을 구할 수 있다.	20 %

08 전략 $(-1)^{(\text{홀수})}=-1$, $(-1)^{(\text{짝수})}=1$임을 이용한다.

풀이 n이 홀수이면 $(-1)^n=-1$, n이 짝수이면 $(-1)^n=1$이므로

(주어진 식)

$=2\times(-1)+4\times(-1)^2+6\times(-1)^3$

$+\cdots+2020\times(-1)^{1010}$

$=\{(-2)+4\}+\{(-6)+8\}$

$+\cdots+\{(-2018)+2020\}$

$=2\times505$

$=1010$ 답 ④

09 전략 $\dfrac{A+B}{C}=\dfrac{A}{C}+\dfrac{B}{C}$임을 이용하여 주어진 식을 간단히 한 후, a, b, c의 값을 대입한다.

일품 BOX

만들어진 직사각형의 가로의 길이의 합은 원래 정사각형의 한 변의 길이와 같고 세로의 길이의 합만 늘어난다.

전체 항의 개수는 1010이고, 두 개씩 짝 지어 더한 값이 2이므로 2가
$1010\div2=505$(번)
더해진다.

$\dfrac{1}{\frac{1}{6}}-\dfrac{2}{\frac{1}{3}}+\dfrac{3}{\frac{3}{2}}$
$=6-6+\dfrac{6}{3}=2$

$(3a)^2=3a\times3a=9a^2$

할인한 가격이 9600원이므로 한 벌을 판매할 때마다 400원씩 손해를 본다.

풀이 $\dfrac{ab-2bc+3ca}{abc}=\dfrac{ab}{abc}-\dfrac{2bc}{abc}+\dfrac{3ca}{abc}$

$=\dfrac{1}{c}-\dfrac{2}{a}+\dfrac{3}{b}$

$=1\div c-2\div a+3\div b$

$=1\div\dfrac{1}{6}-2\div\dfrac{1}{3}+3\div\dfrac{3}{2}$

$=1\times6-2\times3+3\times\dfrac{2}{3}$

$=6-6+2=2$ 답 ④

다른풀이 $\dfrac{ab-2bc+3ca}{abc}$

$=(ab-2bc+3ca)\div abc$

$=\left(\dfrac{1}{3}\times\dfrac{3}{2}-2\times\dfrac{3}{2}\times\dfrac{1}{6}+3\times\dfrac{1}{6}\times\dfrac{1}{3}\right)$

$\div\left(\dfrac{1}{3}\times\dfrac{3}{2}\times\dfrac{1}{6}\right)$

$=\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{6}\right)\div\dfrac{1}{12}=\dfrac{1}{6}\times12=2$

10 전략 먼저 상자에 넣는 수 $3a$가 2가 되도록 하는 a의 값을 구한다.

풀이 $3\times a=2$이면 $a=2\div3=\dfrac{2}{3}$이므로 상자에 2를 넣었을 때 나오는 값은 $9a^2-6a+4$에 $a=\dfrac{2}{3}$를 대입한 값과 같다. 따라서 구하는 값은

$9\times\left(\dfrac{2}{3}\right)^2-6\times\dfrac{2}{3}+4=4-4+4=4$ 답 ⑤

다른풀이 $3a=2$이므로

$9a^2-6a+4=(3a)^2-2\times3a+4$

$=2^2-2\times2+4=4$

11 전략 x벌 팔았을 때의 이익과 $(100-x)$벌 팔았을 때의 이익을 나누어 생각한다.

풀이 ① $10000+10000\times\dfrac{20}{100}=12000$(원)

② 정가에 한 벌을 판매할 때마다 2000원의 이익이 생기므로 x벌을 판매하여 얻은 이익은 $2000x$원이다.

③ 할인한 가격은

$12000-\dfrac{20}{100}\times12000=9600$(원)

할인하여 판매한 옷은 $(100-x)$벌이므로 매출액은

$9600\times(100-x)=960000-9600x$(원)

④ 전체 얻은 이익은

$2000x-400\times(100-x)=2400x-40000$(원)

⑤ $2400x-40000$에 $x=16$을 대입하면

$2400\times16-40000=-1600$(원)

$x=17$을 대입하면

$2400\times17-40000=800$(원)

따라서 17벌 이상을 정가에 판매해야 손해를 보지 않는다. 답 ④

12 전략 (거리)=(속력)×(시간)임을 이용한다.

풀이 기온이 25 ℃일 때의 소리의 속력은

$331+0.6\times25=346(\mathrm{m/s})$ ⋯ ❶

A지점에서 B지점까지 소리가 도달하는 데 3초가 걸렸으므로 A지점과 B지점 사이의 거리는

$346\times3=1038\ (\mathrm{m})$ ⋯ ❷

답 1038 m

채점 기준	비율
❶ 기온이 25 ℃일 때의 소리의 속력을 구할 수 있다.	50 %
❷ A지점과 B지점 사이의 거리를 구할 수 있다.	50 %

13 전략 항, 다항식의 차수, 계수, 상수항의 뜻을 생각한다.

풀이 주어진 다항식의 항은 $\frac{1}{2}x^3$, $-3x^2$, $-\frac{2}{3}x$, 5의 4개이므로 $a=4$

또 다항식의 차수는 3, x의 계수는 $-\frac{2}{3}$, 상수항은 5이므로

$b=3,\ c=-\frac{2}{3},\ d=5$ ⋯ ❶

$\therefore a+2b+3c+4d$

$=4+2\times3+3\times\left(-\frac{2}{3}\right)+4\times5$

$=4+6-2+20=28$ ⋯ ❷

답 28

채점 기준	비율
❶ a, b, c, d의 값을 구할 수 있다.	60 %
❷ $a+2b+3c+4d$의 값을 구할 수 있다.	40 %

14 전략 Ax^2+Bx+C가 x에 대한 일차식이 되기 위한 조건 ➡ $A=0,\ B\neq0$

풀이 주어진 식이 일차식이 되려면

x^2의 계수가 0이어야 하고, x의 계수가 0이 아니어야 한다.

$2a-4=0,\ 5-b\neq0$

$2a-4=0$에서 $a=2$

$5-b\neq0$에서 $b\neq5$ 답 $a=2,\ b\neq5$

15 전략 일차식 $ax+b$에서 x의 계수는 a, 상수항은 b이다.

풀이 ① $2(-3x+5)=-6x+10$이므로

$(-6)+10=4$

② $(-3x-1)\div(-2)=(-3x-1)\times\left(-\frac{1}{2}\right)$

$=\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$

이므로 $\frac{3}{2}+\frac{1}{2}=2$

③ $(-2)\times\left(\frac{1}{2}x-3\right)=-x+6$이므로

$(-1)+6=5$

④ $(3x-5)\div\frac{1}{4}=(3x-5)\times4=12x-20$이므로

$12+(-20)=-8$

⑤ $(-3x+3)\times(-1)=3x-3$이므로

$3+(-3)=0$

답 ④

다른풀이 $a(px+q)=apx+aq$이므로 x의 계수와 상수항의 합 $ap+aq$는 주어진 식에 $x=1$을 대입한 식의 값과 같다.

① $2\times(-3+5)=4>0$

② $(-3-1)\div(-2)=2>0$

③ $(-2)\times\left(\frac{1}{2}-3\right)=5>0$

④ $(3-5)\div\frac{1}{4}=-8<0$

⑤ $(-3+3)\times(-1)=0$

16 전략 자연수 x를 자연수 y로 나눌 때, $x=y\times$(몫)+(나머지) $(0\leq$(나머지)$<y)$임을 이용한다.

풀이 백의 자리의 숫자가 a, 십의 자리의 숫자가 b, 일의 자리의 숫자가 2인 세 자리 자연수는

$100\times a+10\times b+1\times2=100a+10b+2$ ⋯ ❶

이때 $100a+10b+2=5(20a+2b)+2$이므로

$100a+10b+2$를 5로 나누었을 때의 몫은

$20a+2b$ ⋯ ❷

답 $20a+2b$

채점 기준	비율
❶ 세 자리 자연수를 a, b를 사용한 식으로 나타낼 수 있다.	40 %
❷ 세 자리 자연수를 5로 나누었을 때의 몫을 구할 수 있다.	60 %

17 전략 정사각형을 1개, 2개, 3개, ⋯ 만들 때 사용한 성냥개비의 개수의 규칙을 찾는다.

풀이 정사각형을 1개, 2개, 3개, ⋯ 만들 때, 사용한 성냥개비의 개수는 각각

$4,\ 4+3\times1,\ 4+3\times2,\ \cdots$

한 개의 정사각형을 추가로 만들 때마다 성냥개비가 3개씩 추가된다.

따라서 정사각형 n개를 만들기 위해 필요한 성냥개비의 개수는

$4+3\times(n-1)=4+3n-3=3n+1$

답 $3n+1$

다른풀이 n개의 정사각형에서 가로 방향의 성냥개비의 개수는 $2\times n=2n$

세로 방향의 성냥개비의 개수는 $n+1$

따라서 구하는 성냥개비의 개수는

$2n+n+1=3n+1$

18 전략 분배법칙을 이용하여 괄호를 먼저 풀고, 동류항끼리 덧셈, 뺄셈을 한다.

풀이 ② $4(x-2y)-(x+3y)=4x-8y-x-3y$
$=3x-11y$

③ $\frac{1}{2}(2x+10)+\frac{1}{3}(12x-9)=x+5+4x-3$
$=5x+2$

④ $\frac{1}{5}(2x+10)+3\left(\frac{1}{5}x+2\right)=\frac{2}{5}x+2+\frac{3}{5}x+6$
$=x+8$

⑤ $-2(x+1)+(9-2x)=-2x-2+9-2x$
$=-4x+7$

답 ④

19 전략 ( ) → { } 순으로 괄호를 푼다.

풀이 (주어진 식)$=2x-3y-(3x+5y-2x-6y)$
$=2x-3y-(x-y)$
$=2x-3y-x+y$
$=x-2y$

답 ②

20 전략 $2n-1$, $2n$이 홀수인지 짝수인지 구별한다.

풀이 자연수 n에 대하여 $2n-1$은 홀수, $2n$은 짝수이므로
$(-1)^{2n-1}=-1$, $(-1)^{2n}=1$
∴ (주어진 식)$=-(3x-5y)-(3x+5y)$
$=-3x+5y-3x-5y$
$=-6x$

답 ③

21 전략 분모의 최소공배수로 통분한다.

풀이 $\frac{-2x+1}{3}+\frac{3x-5}{4}-\frac{x+2}{6}$
$=\frac{-8x+4}{12}+\frac{9x-15}{12}-\frac{2x+4}{12}$
$=-\frac{1}{12}x-\frac{5}{4}$

따라서 $a=-\frac{1}{12}$, $b=-\frac{5}{4}$이므로
$a-b=\left(-\frac{1}{12}\right)-\left(-\frac{5}{4}\right)$
$=-\frac{1}{12}+\frac{15}{12}=\frac{7}{6}$

답 ③

22 전략 먼저 주어진 식을 간단히 한다.

풀이 $3(2A-B)-2(A-2B)$
$=6A-3B-2A+4B$
$=4A+B$ ⋯ ❶

앞의 식에 $A=3x-1$, $B=-2x+5$를 대입하면
$4A+B=4(3x-1)+(-2x+5)$
$=12x-4-2x+5$
$=10x+1$ ⋯ ❷

답 $10x+1$

채점 기준	비율
❶ 주어진 식을 간단히 할 수 있다.	40 %
❷ A, B를 대입하여 주어진 식을 x에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	60 %

참고 $3(2A-B)-2(A-2B)$에 $A=3x-1$, $B=-2x+5$를 직접 대입한 후 식을 간단히 해도 같은 결과를 얻는다. 그러나 A, B에 대한 식을 먼저 간단히 한 후 대입하면 계산이 더 간편하다.

23 전략 먼저 어떤 다항식을 구한다.

풀이 어떤 다항식을 $\boxed{}$라 하면
$\boxed{}+(3x-2y)=-2x+9y$
∴ $\boxed{}=-2x+9y-(3x-2y)$
$=-5x+11y$ ⋯ ❶

따라서 바르게 계산한 식은
$-5x+11y-(3x-2y)=-5x+11y-3x+2y$
$=-8x+13y$ ⋯ ❷

답 $-8x+13y$

채점 기준	비율
❶ 어떤 다항식을 구할 수 있다.	60 %
❷ 바르게 계산한 식을 구할 수 있다.	40 %

24 전략 먼저 세 식의 합을 구한다.

풀이 두 번째 가로줄의 합은
$(6x-5)+(2x-1)+(-2x+3)=6x-3$ ⋯ ❶

대각선의 합
$A+(2x-1)+(8x-2)=6x-3$이므로
$A+10x-3=6x-3$
∴ $A=-4x$

첫 번째 세로줄의 합
$-4x+(6x-5)+B=6x-3$이므로
$B+2x-5=6x-3$
∴ $B=4x+2$

첫 번째 가로줄의 세 번째 칸에 들어갈 식을 D라 하면

세 번째 세로줄의 합
$D+(-2x+3)+(8x-2)=6x-3$이므로
$D+6x+1=6x-3$
∴ $D=-4$

첫 번째 가로줄의 합
$-4x+C+(-4)=6x-3$이므로
$C+(-4x-4)=6x-3$ ∴ $C=10x+1$ ⋯ ❷
∴ $A-B+C=-4x-(4x+2)+(10x+1)$
$=-4x-4x-2+10x+1$
$=2x-1$ ⋯ ❸

답 $2x-1$

일품 BOX

문자에 식을 대입할 때에는 괄호를 이용한다.

괄호 앞에 −가 있으면 괄호 안의 부호가 반대로 바뀐다.

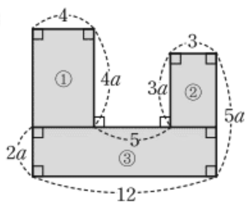
$(-1)^{(\text{짝수})}=1$,
$(-1)^{(\text{홀수})}=-1$

일품 BOX

채점 기준	비율
❶ 두 번째 가로줄의 합을 구할 수 있다.	10 %
❷ A, B, C를 구할 수 있다.	70 %
❸ $A-B+C$를 계산할 수 있다.	20 %

25 전략 여러 개의 직사각형으로 나누어 넓이를 각각 구한 후 더한다.

풀이



위의 그림과 같이 주어진 도형을 3개의 직사각형으로 나누면 구하는 넓이는

$$\text{①}+\text{②}+\text{③}=4\times 4a+3\times 3a+12\times 2a$$
$$=16a+9a+24a$$
$$=49a$$

답 $49a$

만점 비법

복잡한 도형의 넓이를 구할 때에는 주어진 도형을 직사각형, 직각삼각형과 같이 넓이를 구하기 쉬운 도형으로 나누어 생각한다.

26 전략 a에서 x % 증가 ➡ $a+a\times\frac{x}{100}$

a에서 x % 감소 ➡ $a-a\times\frac{x}{100}$

풀이 작년 남학생 수가 a이므로 올해 남학생 수는

$$a-a\times\frac{3}{100}=\frac{97}{100}a \qquad \cdots ❶$$

작년 여학생 수가 $a-20$이므로 올해 여학생 수는

$$a-20+(a-20)\times\frac{20}{100}=\frac{120}{100}a-24 \qquad \cdots ❷$$

따라서 올해 전체 학생 수는

$$\frac{97}{100}a+\left(\frac{120}{100}a-24\right)=\frac{217}{100}a-24 \qquad \cdots ❸$$

(올해 전체 학생 수)
=(올해 남학생 수)
+(올해 여학생 수)

답 $\frac{217}{100}a-24$

채점 기준	비율
❶ 올해 남학생 수를 a를 사용한 식으로 나타낼 수 있다.	40 %
❷ 올해 여학생 수를 a를 사용한 식으로 나타낼 수 있다.	40 %
❸ 올해 전체 학생 수를 a를 사용한 식으로 나타낼 수 있다.	20 %

27 전략 사다리꼴의 윗변과 아랫변의 길이를 a를 사용한 식으로 나타낸다.

풀이 (1) 늘어난 윗변의 길이와 줄어든 아랫변의 길이는 각각

$$a+a\times\frac{10}{100}=\frac{11}{10}a,\ 2a-2a\times\frac{20}{100}=\frac{8}{5}a$$

따라서 구하는 사다리꼴의 넓이는

(사다리꼴의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times$\{(윗변의 길이)
+(아랫변의 길이)\}
×(높이)

$$\frac{1}{2}\times\left(\frac{11}{10}a+\frac{8}{5}a\right)\times h=\frac{1}{2}\times\frac{27}{10}a\times h$$
$$=\frac{27}{20}ah \qquad \cdots ❶$$

(2) (1)의 식에 $a=4$, $h=5$를 대입하면

$$\frac{27}{20}\times 4\times 5=27 \qquad \cdots ❷$$

답 (1) $\frac{27}{20}ah$ (2) 27

채점 기준	비율
❶ 사다리꼴의 넓이를 a, h를 사용한 식으로 나타낼 수 있다.	60 %
❷ $a=4$, $h=5$일 때의 사다리꼴의 넓이를 구할 수 있다.	40 %

28 전략 a에서 x % 증가 ➡ $a+a\times\frac{x}{100}$

a에서 x % 감소 ➡ $a-a\times\frac{x}{100}$

풀이 처음 삼각형의 밑변의 길이를 a, 높이를 h, 넓이를 S라 하면

$$S=\frac{1}{2}ah$$

이 삼각형의 밑변의 길이를 30 % 줄이면

$$a-\frac{30}{100}a=\frac{7}{10}a=0.7a$$

높이를 20 % 늘이면

$$h+\frac{20}{100}h=\frac{6}{5}h=1.2h$$

이므로 나중 삼각형의 넓이는

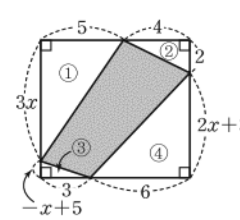
$$\frac{1}{2}\times 0.7a\times 1.2h=0.84\times\frac{1}{2}ah$$
$$=0.84S$$

따라서 처음 삼각형의 넓이의 0.84배이다.

답 0.84배

29 전략 색칠한 부분의 넓이는 직사각형의 넓이에서 4개의 직각삼각형의 넓이를 뺀 것과 같다.

풀이 직사각형의 가로의 길이는 $3+6=9$, 세로의 길이는 $2+(2x+3)=2x+5$이므로 직사각형의 넓이는



$$9\times(2x+5)=18x+45$$

4개의 직각삼각형의 넓이의 합은

$$\text{①}+\text{②}+\text{③}+\text{④}$$
$$=\frac{1}{2}\times 5\times 3x+\frac{1}{2}\times 4\times 2+\frac{1}{2}\times 3\times(-x+5)$$
$$+\frac{1}{2}\times 6\times(2x+3)$$
$$=\frac{15}{2}x+4-\frac{3}{2}x+\frac{15}{2}+6x+9$$
$$=12x+\frac{41}{2}$$

Ⅱ 방정식

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$18x+45-\left(12x+\frac{41}{2}\right)=6x+\frac{49}{2}$$

답 $6x+\frac{49}{2}$

최상위로 가는 최고 수준 문제

본책 52쪽

01 전략 n이 홀수인 경우와 짝수인 경우로 나누어 생각한다.

풀이 (i) n이 홀수일 때,

$n+1$과 $2n$이 모두 짝수이므로

$y^n=(-1)^n=-1$, $y^{n+1}=(-1)^{n+1}=1$,

$y^{2n}=(-1)^{2n}=1$

$$\therefore \frac{-3y^n}{x}-\frac{-3^2y^{n+1}}{x^2}+\frac{-3^3y^{2n}}{x^3}$$
$$=\frac{(-3)\times(-1)}{-3}-\frac{(-3^2)\times1}{(-3)^2}+\frac{(-3^3)\times1}{(-3)^3}$$
$$=-1-(-1)+1=1$$

(ii) n이 짝수일 때,

$n+1$은 홀수, $2n$은 짝수이므로

$y^n=(-1)^n=1$, $y^{n+1}=(-1)^{n+1}=-1$,

$y^{2n}=(-1)^{2n}=1$

$$\therefore \frac{-3y^n}{x}-\frac{-3^2y^{n+1}}{x^2}+\frac{-3^3y^{2n}}{x^3}$$
$$=\frac{(-3)\times1}{-3}-\frac{(-3^2)\times(-1)}{(-3)^2}+\frac{(-3^3)\times1}{(-3)^3}$$
$$=1-1+1=1$$

(i), (ii)에서 구하는 식의 값은 1이다.

답 ④

02 전략 [1단계], [2단계], [3단계], …일 때 선의 길이의 합의 규칙을 찾는다.

풀이 (1) 각 단계의 선의 길이의 합을 구하면 다음과 같다.

[1단계] 1×2

[2단계] $1\times2+2\times2=2\times3$

[3단계] $1\times2+2\times2+2\times3=2\times3+2\times3$
$=3\times4$

⋮

따라서 [n단계]의 선의 길이의 합은

$n(n+1)$

(2) (1)의 식에 $n=10$을 대입하면

$10\times11=110$

$n=11$을 대입하면 $\quad 11\times12=132$

따라서 선의 길이의 합이 120 이상이 되는 가장 작은 n의 값은 11이다.

답 (1) $n(n+1)$ (2) 11

03 전략 Ax^2+Bx+C가 일차식일 조건 ◯ $A=0$, $B\neq0$

풀이 주어진 식을 간단히 하면

$(2-|a|)x^2+(2+a)x-1$ ··· ❶

이 식이 일차식이 되려면

$2-|a|=0$, $2+a\neq0$ ··· ❷

$2-|a|=0$에서 $\quad |a|=2$

$\therefore a=-2$ 또는 $a=2$

$2+a\neq0$에서 $a\neq-2$이므로

x의 계수가 0이 되는 a의 값은 제외한다.

$a=2$ ··· ❸

따라서 $a=2$일 때 주어진 식은

$4x-1$ ··· ❹

답 $a=2$, $4x-1$

채점 기준	비율
❶ 주어진 식을 간단히 할 수 있다.	20 %
❷ 주어진 식이 일차식이 될 조건을 알 수 있다.	30 %
❸ a의 값을 구할 수 있다.	30 %
❹ 일차식을 구할 수 있다.	20 %

04 전략 $cx+d$를 먼저 구한 후 $ax+b$를 구한다.

풀이 $cx+d-(3x-2)=6x-10$이므로

$A-B=C$이므로 $A=B+C$

$cx+d=6x-10+(3x-2)$
$=9x-12$

$\therefore c=9$, $d=-12$ ··· ❶

$(ax+b)\times\left(-\frac{3}{2}\right)=9x-12$이므로

$A\times B=C$이므로 $A=C\div B$

$$ax+b=(9x-12)\div\left(-\frac{3}{2}\right)$$
$$=(9x-12)\times\left(-\frac{2}{3}\right)=-6x+8$$

$\therefore a=-6$, $b=8$ ··· ❷

$\therefore a-b+c-d=-6-8+9-(-12)$
$=7$ ··· ❸

답 7

채점 기준	비율
❶ c, d의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ a, b의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $a-b+c-d$의 값을 구할 수 있다.	20 %

05 전략 $(a+2)$ ⊙ $3b$를 A ⊙ B로 변형한다.

풀이 $a+2=A$, $3b=B$라 하면 $a=A-2$, $b=\frac{B}{3}$이므로

$$A\odot B=(A-2)\times\frac{B}{3}+(A-2)-\frac{B}{3}+2$$
$$=\frac{AB}{3}+A-B$$
$$\therefore\ (2x+1)\odot 2=\frac{(2x+1)\times 2}{3}+(2x+1)-2$$
$$=\frac{4x+2}{3}+2x-1$$
$$=\frac{10}{3}x-\frac{1}{3}$$

답 ④

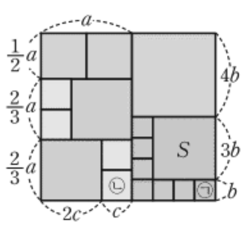
$A\odot B=\frac{AB}{3}+A-B$ 에 $A=2x+1$, $B=2$를 대입한다.

다른풀이 $(2x+1)\odot 2$
$$=(2x-1+2)\odot 3\times\frac{2}{3}$$
$$=(2x-1)\times\frac{2}{3}+(2x-1)-\frac{2}{3}+2$$
$$=\frac{10}{3}x-\frac{1}{3}$$

$2x-1$을 a, $\frac{2}{3}$를 b로 생각한다.

06 전략 직사각형의 세로의 길이를 a를 사용하여 나타낸 식과 b를 사용하여 나타낸 식이 같음을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림에서 정사각형 ㉠의 한 변의 길이를 b, 정사각형 ㉡의 한 변의 길이를 c라 하자.



이때 $2c+c=a$, 즉 $3c=a$이므로 $c=\frac{1}{3}a$

직사각형의 세로의 길이에 대하여

$$\frac{1}{2}a+\frac{2}{3}a+\frac{2}{3}a=b+3b+4b$$

즉 $\frac{11}{6}a=8b$이므로 $b=\frac{11}{48}a$

따라서 정사각형 S의 한 변의 길이는

$$3b=3\times\frac{11}{48}a=\frac{11}{16}a$$

답 $\frac{11}{16}a$

05 일차방정식

개념 & 핵심 기출

본책 53~56쪽

01 각 방정식에 $x=5$를 대입하면

① $3\times 5-4\neq 2\times 5$

② $5-4\neq 4-5$

③ $5(5-1)-2\neq 3$

④ $\frac{1}{3}(5+1)\neq 4-5$

⑤ $\frac{5-1}{4}=-\frac{5}{5}+2$

답 ⑤

참고 각 방정식의 해는 다음과 같다.

① $x=4$ ② $x=4$ ③ $x=2$ ④ $x=\frac{11}{4}$

x의 값에 관계없이 항상 참인 등식 → x에 대한 항등식

02 ③ (우변)$=2x+5-3x=-x+5$에서 (좌변)=(우변)이므로 항등식이다.

④ (좌변)$=2(3x-1)=6x-2$에서 (좌변)≠(우변)이므로 항등식이 아니다.

⑤ (좌변)$=4(2-x)=-4x+8$,
(우변)$=-2(2x+4)=-4x-8$에서
(좌변)≠(우변)이므로 항등식이 아니다.

답 ③

03 ① $a-3=b-3$의 양변에 3을 더하면 $a=b$

② $a+1=b+1$의 양변에서 1을 빼면 $a=b$
양변에 -1을 곱하면 $-a=-b$
양변에 5를 더하면 $5-a=5-b$

③ $a=2b$의 양변에서 2를 빼면
$a-2=2b-2$
$\therefore\ a-2=2(b-1)$

④ $a=1$, $b=-1$, $c=0$이면 $ac=bc=0$이지만
$a-1\neq b-1$이다.

④가 성립하려면 $c\neq 0$이어야 한다.

$a-1=1-1=0$,
$b-1=-1-1=-2$

⑤ $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$의 양변에 c를 곱하면 $a=b$
양변을 -10으로 나누면 $-\frac{a}{10}=-\frac{b}{10}$

답 ④

04 ① 양변에서 1을 빼면 $5x=-5$

② ①의 식의 양변을 5로 나누면 $x=-1$

③ 양변에서 $2x$를 빼면 $3x+1=-2x-4$

④ 양변에 -1을 곱하면 $-5x-1=4$

⑤ 양변에 1을 더하면 $5x+2=-3$

답 ⑤

05 ① $3x-1=5$에서 -1을 이항하면

$3x=5+1$

$\therefore 3x=6$

② $5x=x+2$에서 x를 이항하면

$5x-x=2$

$\therefore 4x=2$

④ $2x-1=x+1$에서 -1, x를 각각 이항하면

$2x-x=1+1$

$\therefore x=2$

⑤ $3x-3=7x+5$에서 -3, $7x$를 각각 이항하면

$3x-7x=5+3$

$\therefore -4x=8$

답 ③

06 ① $2=10-x$에서 $x-8=0$

② $7x-4=5x+1$에서 $2x-5=0$

③ $3x-1=2(x-1)$에서

$3x-1=2x-2$

$\therefore x+1=0$

④ $4(3-2x)=-8x+12$에서

$12-8x=-8x+12$

따라서 x에 대한 일차방정식이 아니다.

⑤ $6x^2+3x=2(3x^2-x)$에서

$6x^2+3x=6x^2-2x$

$\therefore 5x=0$

답 ④

07 ① $2x+1=-3$에서 $2x=-4$

$\therefore x=-2$

② $x-9=3x-5$에서 $-2x=4$

$\therefore x=-2$

③ $-4(x-1)=10-x$에서

$-4x+4=10-x$, $-3x=6$

$\therefore x=-2$

④ $5x-1=-3(x+5)-2$에서

$5x-1=-3x-17$, $8x=-16$

$\therefore x=-2$

⑤ $2(x-1)+7=12-(x+4)$에서

$2x+5=-x+8$, $3x=3$

$\therefore x=1$

답 ⑤

08 $ax-7=3(x-2a)$에 $x=5$를 대입하면

$5a-7=3(5-2a)$, $5a-7=15-6a$

$11a=22$ $\therefore a=2$

답 2

09 양변에 10을 곱하면

$9x-12=-5(2-x)$

$9x-12=-10+5x$, $4x=2$

$\therefore x=\frac{1}{2}$

답 ③

10 양변에 6을 곱하면

2, 3, 6의 최소공배수를 곱한다.

$9(5x-1)+18=10(2x+3)+7x$

$45x+9=27x+30$, $18x=21$

$\therefore x=\frac{7}{6}$

답 $x=\frac{7}{6}$

11 ① $5x-7=x+5$에서

$4x=12$ $\therefore x=3$

② $3x-(8x+1)=14$에서

$-5x-1=14$, $-5x=15$

$\therefore x=-3$

③ $1.2x+5=0.6x+2$에서

$12x+50=6x+20$, $6x=-30$

$\therefore x=-5$

④ $\frac{7x+9}{3}=3x-1$에서

$7x+9=9x-3$, $2x=12$

$\therefore x=6$

⑤ $\frac{1}{4}\left(\frac{2x+4}{5}\right)=0.2x-1$에서

$2x+4=4x-20$, $2x=24$

$\therefore x=12$

답 ③

12 연속하는 세 홀수를 $x-2$, x, $x+2$라 하면

$(x-2)+x+(x+2)=51$

$3x=51$ $\therefore x=17$

따라서 가장 큰 수는

$17+2=19$

답 19

13 올해 연주의 나이를 x세라 하면 어머니의 나이는 $(40-x)$세이므로

$(40-x)+19=2(x+19)+3$

19년 후 어머니의 나이는 $(40-x+19)$세이고, 연주의 나이는 $(x+19)$세이다.

$-x+59=2x+41$, $-3x=-18$

$\therefore x=6$

따라서 올해 연주의 나이는 6세이다.

답 6세

일품 BOX

만점 비법

① 현재 나이가 x세인 사람의 a년 후의 나이
→ $(x+a)$세
② 현재 나이가 x세인 사람의 a년 전의 나이
→ $(x-a)$세

14 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 정삼각형의 한 변의 길이는 $(x+2)$ cm이므로

$4x=3(x+2)$, $4x=3x+6$

$\therefore x=6$

따라서 정사각형의 한 변의 길이가 6 cm이므로 넓이는

$6^2=36\ (\mathrm{cm}^2)$

답 $36\ \mathrm{cm}^2$

15 올라간 거리를 x km라 하면

$\frac{x}{4}+\frac{x}{5}=\frac{9}{4}$, $5x+4x=45$

$9x=45$ $\therefore x=5$

따라서 내려올 때 걸린 시간은

$\frac{5}{5}=1$(시간)

답 1시간

내려온 거리도 x km이다.

2시간 15분 $=2\frac{15}{60}$시간$=\frac{9}{4}$시간

16 중기와 민영이가 x분 후에 처음으로 만난다고 하면

$70x+60x=780$, $130x=780$

$\therefore x=6$

따라서 6분 후에 처음으로 만난다.

답 ①

두 사람이 x분 동안 걸은 거리의 합은 트랙의 둘레의 길이와 같다.

17 형이 집을 출발한 지 x분 후에 재근이를 만난다고 하면

$12\times\frac{x+30}{60}=16\times\frac{x}{60}$, $12(x+30)=16x$

$12x+360=16x$, $4x=360$

$\therefore x=90$

따라서 형이 출발한 지 90분 후에 만난다.

답 ②

재근이가 $(x+30)$분 동안 이동한 거리와 형이 x분 동안 이동한 거리가 같다.

18 x g의 물을 증발시킨다고 하면

$\frac{8}{100}\times300=\frac{10}{100}\times(300-x)$

$2400=3000-10x$, $10x=600$

$\therefore x=60$

따라서 물 60 g을 증발시켜야 한다.

답 ③

8 %의 소금물에 들어 있는 소금의 양과 10 %의 소금물에 들어 있는 소금의 양이 같다.

19 x g의 설탕을 더 넣는다고 하면

$\frac{7}{100}\times600+x=\frac{10}{100}\times(600+x)$

$4200+100x=6000+10x$

$90x=1800$ $\therefore x=20$

따라서 20 g의 설탕을 더 넣으면 된다.

답 ⑤

7 %의 설탕물에 들어 있는 설탕의 양과 더 넣은 설탕의 양의 합은 10 %의 설탕물에 들어 있는 설탕의 양과 같다.

20 12 %의 소금물의 양을 x g이라 하면

$\frac{18}{100}\times200+\frac{12}{100}\times x=\frac{14}{100}\times(200+x)$

$3600+12x=2800+14x$

$2x=800$ $\therefore x=400$

따라서 12 %의 소금물의 양은 400 g이다.

답 400 g

18 %의 소금물에 들어 있는 소금의 양과 12 %의 소금물에 들어 있는 소금의 양의 합은 14 %의 소금물에 들어 있는 소금의 양과 같다.

21 전체 일의 양을 1이라 하면 갑과 을이 하루에 하는 일의 양은 각각 $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{15}$이다.

둘이 함께 일한 날을 x일이라 하면

$\frac{1}{15}\times6+\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{15}\right)x=1$

$\frac{2}{5}+\frac{3}{20}x=1$, $\frac{3}{20}x=\frac{3}{5}$

$\therefore x=4$

따라서 둘이 함께 일한 날은 4일이다.

답 ②

22 전체 일의 양을 1이라 하면 지희와 진환이가 1시간 동안 하는 일의 양은 각각 $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{12}$이다.

둘이 함께 일한 시간을 x시간이라 하면

$\frac{1}{8}\times3+\left(\frac{1}{8}+\frac{1}{12}\right)x=1$

$\frac{3}{8}+\frac{5}{24}x=1$, $\frac{5}{24}x=\frac{5}{8}$

$\therefore x=3$

따라서 지희가 일한 시간은

$3+3=6$(시간)

답 6시간

(혼자 일한 시간)+(함께 일한 시간)

23 물통에 가득 찬 물의 양을 1이라 하면 A호스로 1분 동안 채울 수 있는 물의 양은 $\frac{1}{30}$, B호스로 1분 동안 채울 수 있는 물의 양은 $\frac{1}{45}$이다.

A호스로 물을 넣은 시간을 x분이라 하면 B호스로 물을 넣은 시간은 $(x+10)$분이므로

$\frac{1}{30}\times x+\frac{1}{45}\times(x+10)=1$

$3x+2(x+10)=90$, $5x=70$

$\therefore x=14$

따라서 A호스로 물을 넣은 시간은 14분이다.

답 ②

만점 도전을 위한 고난도 문제 본책 57~60쪽

01 전략 등식을 세워 좌변과 우변이 같은 것을 찾는다.

풀이 ① $33=6x+3$ ➡ 방정식

② $2(x+x+3)=5x-6$ ➡ 방정식

③ $\frac{20}{100}\times300=\frac{12}{100}\times(300+x)$ ➡ 방정식

④ $x+3+(x-2)=2x+1$ ➡ 항등식

⑤ $20=3x+2$ ➡ 방정식

답 ④

02 전략 $ax+b=cx+d$가 x에 대한 항등식 ⇨ $a=c, b=d$

풀이 $4x+7=2(ax+5)+b$에서

$4x+7=2ax+10+b$

따라서 $4=2a$, $7=10+b$이므로

$a=2, b=-3$

$\therefore a-b=2-(-3)=5$

답 5

03 전략 k의 값에 관계없이 성립하는 등식 ⇨ k에 대한 항등식

풀이 주어진 방정식의 해가 $x=3$이므로 이를 대입하면

$12k-3b=ak+12$ ⋯ ❶

이 식이 k의 값에 관계없이 성립하므로

k에 대한 항등식

$a=12, -3b=12$

$\therefore a=12, b=-4$ ⋯ ❷

$\therefore a+3b=12+3\times(-4)=0$ ⋯ ❸

답 0

채점 기준	비율
❶ 주어진 방정식에 $x=3$을 대입할 수 있다.	30 %
❷ a, b의 값을 구할 수 있다.	50 %
❸ $a+3b$의 값을 구할 수 있다.	20 %

04 전략 일차식의 계산과 등식의 성질을 이용하여 좌변에 $x+2y$만 남도록 식을 변형한다.

풀이 $x+2y-6+3(1-x-2y)=7$에서

$x+2y-6+3-3x-6y=7$

$-2x-4y=10$, $-2(x+2y)=10$

$\therefore x+2y=-5$

답 ②

05 전략 평형을 이루는 저울의 양쪽의 무게가 같음을 이용하여 등식을 세운다.

풀이 왼쪽 저울에서 $a+2b=2a+c$ ⋯⋯ ㉠

오른쪽 저울에서 $3a+c=3b$ ⋯⋯ ㉡

① ㉠의 양변에 a를 더하면 $2a+2b=3a+c$

이때 ㉡에 의하여 $2a+2b=3b$

양변에서 $2b$를 빼면 $2a=b$ $\therefore a=\frac{1}{2}b$

② $b=2a$이므로 ㉠에서

$a+2\times(2a)=2a+c$, $5a=2a+c$

양변에서 $2a$를 빼면 $3a=c$

$b=2a$, $c=3a$를 대입하여 등식을 성립하는지 확인한다.

③ $2a+c=2a+3a=5a$, $3b=3\times2a=6a$이므로

$2a+c\neq3b$

④ $a+3b=a+3\times2a=7a$, $4a+c=4a+3a=7a$이므로

$a+3b=4a+c$

⑤ $b+c=2a+3a=5a$, $a+2b=a+2\times2a=5a$이므로

$b+c=a+2b$

답 ③

06 전략 $Ax^2+Bx+C=0$이 x에 대한 일차방정식이 되기 위한 조건 ⇨ $A=0, B\neq0$

풀이 $ax^2-3ax+4=x^2+bx+2$에서

$ax^2-3ax+4-x^2-bx-2=0$

$\therefore (a-1)x^2+(-3a-b)x+2=0$

이 등식이 일차방정식이 되려면

$a-1=0$, $-3a-b\neq0$

$\therefore a=1, b\neq-3$

$a=1$이므로
$-3-b\neq0$
$\therefore b\neq-3$

답 $a=1, b\neq-3$

07 전략 주어진 방정식의 해를 a를 사용한 식으로 나타낸다.

풀이 $a(x+2)=2a-8$에서 $ax=-8$

$a\neq0$이므로 $x=-\frac{8}{a}$

$a=0$이면 일차방정식이 아니다.

이때 $-\frac{8}{a}$이 정수이려면 $|a|$가 8의 약수이어야 하므로

$|a|=1, 2, 4, 8$

따라서 정수 a는

$-8, -4, -2, -1, 1, 2, 4, 8$

의 8개이다.

답 ⑤

08 전략 주어진 조건을 이용하여 a, b의 값을 먼저 구한다.

풀이 조건 (가)에서 20 이하의 소수는

1보다 큰 자연수 중에서 1과 자기 자신만을 약수로 갖는 수

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19

이므로 $a=17$

조건 (나)에서 1의 약수는 1개, 2, 3, 5의 약수는 2개, 4의 약수는 3개, 6의 약수는 4개이므로

소수이므로 약수가 2개이다.

1, 2, 3, 6의 4개

$b=6$ ⋯ ❶

따라서 주어진 방정식은

$8x+8=4(x-2)$, $4x=-16$

$\therefore x=-4$ ⋯ ❷

답 $x=-4$

채점 기준	비율
❶ a, b의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ 방정식의 해를 구할 수 있다.	60 %

만점 비법

조건 (나)에서 약수의 개수가 4인 수는
① (소수) × (소수) 꼴인 경우
$2\times3,\ 2\times5,\ 2\times7,\ \cdots$
② (소수)^3 꼴인 경우
$2^3,\ 3^3,\ 5^3,\ \cdots$

두 소수 a, b에 대하여
$a\times b$의 약수는
$1,\ a,\ b,\ a\times b$
a^3의 약수는
$1,\ a,\ a^2,\ a^3$
이므로 약수의 개수가 4인 수는 ①, ②의 두 가지 경우이다.

09 전략 방정식의 해가 존재하지 않을 조건과 해가 무수히 많을 조건을 생각한다.

방정식 $ax=b$의
① 해가 없다.
→ $a=0,\ b\neq0$
② 해가 무수히 많다.
→ $a=0,\ b=0$

풀이 $(a-1)x+3=4$에서 $\quad (a-1)x=1$
이 방정식의 해가 존재하지 않으므로
$a-1=0 \qquad \therefore a=1$
$bx+5=c$에서 $\quad bx=c-5$
이 방정식의 해가 무수히 많으므로
$b=0,\ c-5=0 \qquad \therefore b=0,\ c=5$
$\therefore a+b+c=6$

답 6

10 전략 방정식의 양변에 분모의 최소공배수를 곱하여 계수를 정수로 만든다.

풀이 $\dfrac{x+3}{2}-\dfrac{2x+5}{3}=\dfrac{3-x}{4}$의 양변에 12를 곱하면
$6(x+3)-4(2x+5)=3(3-x)$
$6x+18-8x-20=9-3x$
$\therefore x=11$
따라서 $a=11$이므로 이를 $ax-2=x-2a$에 대입하면
$11x-2=x-22, \qquad 10x=-20$
$\therefore x=-2$

답 ②

11 전략 (나)의 방정식의 해를 구하여 (가), (다)의 방정식에 각각 대입한다.

풀이 (나)의 방정식의 양변에 2를 곱하면
$3(x-3)=2(-2x-1)$
$3x-9=-4x-2, \qquad 7x=7$
$\therefore x=1$ ⋯ ❶
$x=1$을 (가)의 방정식에 대입하면
$0.1+a=0.7(a+1)$
양변에 10을 곱하면 $\quad 1+10a=7(a+1)$
$3a=6 \qquad \therefore a=2$ ⋯ ❷
$x=1$을 (다)의 방정식에 대입하면
$5-3b=2(1-2b) \qquad \therefore b=-3$ ⋯ ❸
$\therefore a+b=-1$ ⋯ ❹

답 -1

채점 기준	비율
❶ (나)의 방정식의 해를 구할 수 있다	30 %
❷ a의 값을 구할 수 있다.	30 %
❸ b의 값을 구할 수 있다.	30 %
❹ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	10 %

12 전략 $x=2$를 방정식에 대입하여 a의 값을 구한 후 부호를 바꾼 방정식의 해를 구한다.

풀이 $x=2$를 주어진 방정식에 대입하면
$1.2(2a-0.5)=\dfrac{2+2}{2}+2.2$
양변에 10을 곱하면
$12(2a-0.5)=42, \qquad 24a-6=42$
$24a=48 \qquad \therefore a=2$
따라서 주어진 방정식은 $1.2(-2x-0.5)=\dfrac{x+2}{2}+2.2$
이므로
$12(-2x-0.5)=5(x+2)+22$
$-24x-6=5x+32, \qquad -29x=38$
$\therefore x=-\dfrac{38}{29}$

a의 부호를 잘못 보았으므로 $a=-2$를 대입한다.

답 $x=-\dfrac{38}{29}$

13 전략 탁자의 개수를 x라 하고 사람 수에 대하여 등식을 세운다.

풀이 탁자의 개수를 x라 하면 한 탁자에 5명씩 둘러앉는 경우 5명이 앉은 탁자의 개수는 $x-3$이므로
$4x+5=5(x-3)+3$
$4x+5=5x-12 \qquad \therefore x=17$
따라서 시상식에 참석한 사람 수는
$4\times17+5=73$

x개의 탁자 중 3명이 앉은 탁자가 1개, 빈 탁자가 2개이므로 5명씩 앉은 탁자의 개수는 $x-3$이다.

$5(x-3)+3$에 $x=17$을 대입하여 구할 수도 있다.
$5(17-3)+3=73$

답 73

14 전략 x원에 a % 이익을 붙인 정가는 $\left(x+\dfrac{a}{100}x\right)$원이다.

풀이 원가를 x원이라 하면 상품 1개의 정가는
$x+\dfrac{30}{100}x=\dfrac{13}{10}x$(원)
400원을 할인한 판매 가격은 $\quad \left(\dfrac{13}{10}x-400\right)$원
이익이 800원이므로
$\dfrac{13}{10}x-400-x=800, \qquad \dfrac{3}{10}x=1200$
$\therefore x=4000$
따라서 원가는 4000원이다.

(이익)
=(판매 가격)−(원가)

답 ①

일품 BOX

15 전략 작년의 여학생 수를 x라 하고 방정식을 세운다.

풀이 작년의 여학생 수를 x라 하면 작년의 남학생 수는

$350-x$

올해 감소한 남학생 수는 $\frac{8}{100}\times(350-x)$

올해 증가한 여학생 수는 $\frac{6}{100}x$

이므로

$$\frac{6}{100}x-\frac{8}{100}\times(350-x)=-7 \quad \cdots ❶$$

$$6x-2800+8x=-700, \quad 14x=2100$$

$$\therefore x=150 \quad \cdots ❷$$

따라서 작년의 여학생 수가 150이므로 올해의 여학생 수는

$$150+150\times\frac{6}{100}=159 \quad \cdots ❸$$

답 159

채점 기준	비율
❶ 일차방정식을 세울 수 있다.	40 %
❷ 작년의 여학생 수를 구할 수 있다.	40 %
❸ 올해의 여학생 수를 구할 수 있다.	20 %

16 전략 x의 $\frac{n}{m}$은 $x\times\frac{n}{m}$임을 이용한다.

풀이 민수가 처음에 가지고 있던 사탕의 개수를 x라 하면 아빠, 엄마, 누나가 받은 사탕의 개수는 각각

$$\frac{1}{6}x,\ \frac{1}{6}x,\ \frac{1}{4}x$$

이므로

$$\frac{1}{6}x+\frac{1}{6}x+\frac{1}{4}x+3+\frac{1}{4}x+1=x$$

민수에게 남은 사탕의 개수

$$\frac{1}{6}x=4 \quad \therefore x=24$$

따라서 처음에 민수가 가지고 있던 사탕의 개수는 24이다.

답 24

17 전략 남녀 불합격자 수가 같음을 이용하여 비례식을 세운다.

풀이 합격한 남자 지원자의 수는 $160\times\frac{5}{8}=100$

합격한 여자 지원자의 수는 $160\times\frac{3}{8}=60 \quad \cdots ❶$

불합격한 남자 지원자와 여자 지원자의 수를 x라 하면

남자 지원자의 수는 $100+x$

여자 지원자의 수는 $60+x$

지원자의 남녀 인원 수의 비가 $4:3$이므로

$$(100+x):(60+x)=4:3$$

$a:b=c:d$이면 $ad=bc$

$$300+3x=240+4x$$

$$\therefore x=60 \quad \cdots ❷$$

합격자 수는 160, 불합격자 수는 120이므로 전체 입사 지원자 수는 $160+120=280$

따라서 남자 지원자는 160명, 여자 지원자는 120명이므로 전체 입사 지원자는 280명이다. $\cdots ❸$

답 280명

채점 기준	비율
❶ 합격한 남자 지원자와 여자 지원자의 수를 구할 수 있다.	30 %
❷ 불합격한 남자 지원자와 여자 지원자의 수를 구할 수 있다.	60 %
❸ 전체 입사 지원자의 수를 구할 수 있다.	10 %

18 전략 걸어가는 데 걸린 시간과 뛰어가는 데 걸린 시간의 차를 이용한다.

풀이 집에서 학교까지의 거리를 x km라 하면 시속 8 km로 뛰어가는 것이 시속 3 km로 걸어가는 것보다 25분 일찍 도착하게 되므로

$$\frac{x}{3}-\frac{x}{8}=\frac{25}{60}$$

25분$=\frac{25}{60}$시간

$$8x-3x=10, \quad 5x=10$$

$$\therefore x=2$$

따라서 집에서 학교까지의 거리는 2 km이다.

답 ④

19 전략 용호가 걸은 거리와 진영이가 걸은 거리의 합은 호수의 둘레의 길이와 같음을 이용한다.

풀이 용호가 출발한 지 x시간 후에 두 사람이 처음으로 만난다고 하면 진영이가 걸은 시간은 $\left(x+\frac{1}{2}\right)$시간이다.

진영이는 용호보다 30분, 즉 $\frac{1}{2}$시간 먼저 출발했으므로 진영이가 걸은 시간이 $\frac{1}{2}$시간 더 길다.

용호가 x시간 동안 걸은 거리와 진영이가 $\left(x+\frac{1}{2}\right)$시간 동안 걸은 거리의 합은 호수의 둘레의 길이와 같으므로

$$2\left(x+\frac{1}{2}\right)+3x=3$$

$$2x+1+3x=3, \quad 5x=2$$

$$\therefore x=\frac{2}{5}$$

따라서 두 사람이 처음으로 만나는 것은 용호가 출발한 지

$$\frac{2}{5}\times60=24(\text{분})$$

후이다.

답 24분

20 전략 열차의 속력이 일정함을 이용한다.

풀이 열차의 길이를 x m라 하면 이 열차가 철교를 완전히 통과하는 동안 달린 거리는 $(800+x)$m이다.

(철교 길이)+(열차 길이)

또 열차가 터널을 통과할 때 열차가 보이지 않는 동안 달린 거리는 $(1300-x)$m이다.

(터널 길이)−(열차 길이)

이때 열차의 속력이 일정하므로

$$\frac{800+x}{20}=\frac{1300-x}{30}$$

$$3(800+x)=2(1300-x)$$

$2400+3x=2600-2x, \quad 5x=200$

$\therefore x=40$

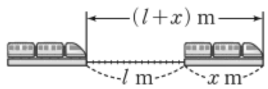
따라서 열차의 길이는 40 m이다.

답 ②

만점 비법

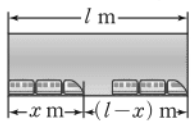
열차가 철교를 완전히 통과한다는 것은 열차의 맨 앞부분이 철교에 들어가기 시작하여 열차의 맨 뒷부분이 철교를 완전히 빠져나오는 것을 말한다.

따라서 길이가 x m인 열차가 길이가 l m인 철교를 완전히 통과하려면 $(l+x)$m를 달려야 하므로



$$(\text{열차의 속력})=\frac{l+x}{(\text{완전히 통과하는 데 걸린 시간})}$$

또 열차가 길이가 l m인 터널을 통과할 때, 열차가 보이지 않는 동안 열차가 달린 거리는 $(l-x)$m이므로



$$(\text{열차의 속력})=\frac{l-x}{(\text{보이지 않는 시간})}$$

21 전략 섞기 전 두 소금물의 소금의 양의 합은 섞은 후 소금물의 소금의 양과 같음을 이용한다.

풀이 3 %의 소금물의 양을 x g이라 하면 8 %의 소금물의 양은 $(300-x)$g이므로

$$\frac{3}{100}\times x+\frac{8}{100}\times(300-x)=\frac{5}{100}\times 300$$

3 %의 소금물에 들어 있는 소금의 양과 8 %의 소금물에 들어 있는 소금의 양의 합은 5 %의 소금물에 들어 있는 소금의 양과 같다.

$3x+2400-8x=1500, \quad 5x=900$

$\therefore x=180$

따라서 3 %의 소금물의 양은 180 g, 8 %의 소금물의 양은 120 g이다.

답 ④

22 전략 $(\text{설탕물의 농도})=\frac{(\text{설탕의 양})}{(\text{설탕물의 양})}\times 100(\%)$이다.

풀이 처음 설탕물의 농도를 x %라 하면 이 설탕물에 들어 있는 설탕의 양은

$\frac{x}{100}\times 600=6x(\text{g})$ ··· ❶

나중 설탕물의 농도는 $2x$ %이므로

$\frac{6x+20}{600-120+20}\times 100=2x$ ··· ❷

600 g의 설탕물에서 120 g을 증발시키고 설탕 20 g을 넣었으므로 설탕물의 양은 $(600-120+20)$ g

$\frac{6x+20}{5}=2x, \quad 4x=20$

$\therefore x=5$

따라서 처음 설탕물의 농도는 5 %이다. ··· ❸

답 5 %

채점 기준	비율
❶ 처음 설탕물에 들어 있는 설탕의 양을 구할 수 있다.	20 %
❷ 방정식을 세울 수 있다.	50 %
❸ 처음 설탕물의 농도를 구할 수 있다.	30 %

23 전략 6 %의 율무차에 들어 있는 율무 가루의 양과 2 %의 율무차에 들어 있는 율무 가루의 양의 합은 3 %의 율무차에 들어 있는 율무 가루의 양과 같음을 이용한다.

풀이 3 %의 율무차의 양이 420 g이므로 넣은 2 %의 율무차의 양은 $\quad 420-300=120(\text{g})$ ··· ❶

마신 율무차의 양이 x g이므로

$\frac{6}{100}\times(300-x)+\frac{2}{100}\times 120=\frac{3}{100}\times 420$ ··· ❷

$1800-6x+240=1260, \quad 6x=780$

$\therefore x=130$ ··· ❸

답 130

채점 기준	비율
❶ 2 %의 율무차의 양을 구할 수 있다.	20 %
❷ 방정식을 세울 수 있다.	50 %
❸ x의 값을 구할 수 있다.	30 %

24 전략 전체 문서의 양을 1이라 하고 방정식을 세운다.

풀이 전체 문서의 양을 1이라 하면 1분 동안 미영이가 입력하는 문서의 양은 $\frac{1}{10}$, 지애가 입력하는 문서의 양은 $\frac{1}{14}$이다.

지애가 입력한 시간을 x분이라 하면 미영이가 입력한 시간은 $(x-2)$분이므로

$\frac{1}{10}\times(x-2)+\frac{1}{14}x=1, \quad 7x-14+5x=70$

$12x=84 \quad \therefore x=7$

따라서 지애는 7분 동안 문서를 입력했다.

답 ③

25 전략 가득 찬 물의 양을 1이라 하고 방정식을 세운다.

풀이 물통에 가득 찬 물의 양을 1이라 하면 1시간에 A호스와 B호스로는 각각 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$의 물을 채우고, C호스로는 $\frac{1}{4}$의 물을 빼낸다.

물통이 가득 차는 데 걸리는 시간을 x시간이라 하면

$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)x=1$

$\frac{7}{12}x=1 \quad \therefore x=\frac{12}{7}$

따라서 물통에 물을 가득 채우는 데 $\frac{12}{7}$시간이 걸린다.

답 ①

최상위로 가는 최고 수준 문제

본책 61쪽

01 전략 $a:b=c:d$이면 $ad=bc$임을 이용한다.

풀이 $\left(\frac{1}{2}x+1\right):3=(5x-4):2$에서

$2\left(\frac{1}{2}x+1\right)=3(5x-4)$

$x+2=15x-12, \qquad 14x=14$

$\therefore x=1$ ⋯ ❶

$(ax+6):\left(\frac{2}{3}-3ax\right)=3:5$에 $x=1$을 대입하면

$(a+6):\left(\frac{2}{3}-3a\right)=3:5$

$5(a+6)=3\left(\frac{2}{3}-3a\right)$

$5a+30=2-9a, \qquad 14a=-28$

$\therefore a=-2$ ⋯ ❷

답 -2

채점 기준	비율
❶ x의 값을 구할 수 있다.	50 %
❷ a의 값을 구할 수 있다.	50 %

02 전략 주어진 규칙에 맞도록 x에 대한 일차방정식을 세운다.

대각선에 있는 식끼리 곱하여 뺀다.

풀이 $\begin{vmatrix} \frac{1}{2} & -6 \\ \frac{1}{4} & 3x+1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1.05 & 0.8 \\ 0.5 & x-2 \end{vmatrix}$에서

$\frac{1}{2}(3x+1)-\left(-\frac{6}{4}\right)=1.05(x-2)-0.8\times0.5$

$\frac{3}{2}x+2=1.05x-2.5$

양변에 100을 곱하면

$150x+200=105x-250$

$45x=-450 \qquad \therefore x=-10$

답 -10

03 전략 1분 동안 시침은 $0.5°$, 분침은 $6°$만큼 움직임을 이용한다.

풀이 형준이가 문제를 다 푸는 데 걸린 시간을 x분이라 하자.

x분 동안 분침과 시침은 각각 $6x°$, $0.5x°$만큼 움직이므로 1시 x분에 시침과 분침이 이루는 각의 크기가 $120°$라 하면

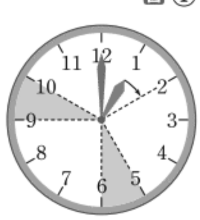
$6x-(30+0.5x)=120, \qquad 5.5x=150$

1시일 때 12를 가리키는 분침과 1을 가리키는 시침 사이의 각도

$55x=1500 \qquad \therefore x=\frac{1500}{55}=27\frac{3}{11}$

답 ①

참고 1시에서 2시 사이에 시침과 분침이 이루는 각의 크기가 $120°$인 경우는 25분에서 30분 사이와 45분에서 50분 사이에 2번 존재한다. 이때 문제에서 제한 시간이 40분이므로 25분과 30분 사이, 즉 분침이 시침보다 시곗바늘이 도는 방향으로 $120°$만큼 더 회전한 경우만 해당한다.



04 전략 가운데 수를 x로 놓고 나머지 네 수를 x를 사용한 식으로 나타낸다.

풀이 + 모양의 가운데 날짜를 x라 하면 5개의 날짜는 오른쪽과 같으므로 5개의 날짜의 합은

	$x-7$	
$x-1$	x	$x+1$
	$x+7$	

$(x-7)+(x-1)+x+(x+1)+(x+7)=5x$

이때 $5x$가 11의 배수이려면 x가 11의 배수이어야 한다.

5와 11이 서로소이므로 $5\times x$가 11의 배수이려면 x는 반드시 11의 배수이어야 한다.

31보다 작은 11의 배수는 11, 22이고, $x=11$인 경우에는 주어진 달력에서 + 모양을 만들 수 없으므로

$x=22$

따라서 5개의 날짜는

15, 21, 22, 23, 29

답 15, 21, 22, 23, 29

05 전략 기차 A가 이동한 거리와 기차 B가 이동한 거리의 합이 1.8 km임을 이용한다.

풀이 기차 A의 길이를 a m라 하면

$\frac{1400+a}{60}=\frac{2900+a}{120}$

터널을 통과할 때와 다리를 통과할 때의 기차 A의 속력은 같다.

$2(1400+a)=2900+a$

$\therefore a=100$

즉 기차 A의 길이는 100 m이고, 속력은

$\frac{1400+100}{60}=25\ (\text{m/s})$ ⋯ ❶

따라서 기차 B의 속력을 초속 x m라 하면

$25\times40+x\times40=1800, \qquad 40x=800$

40초 동안 두 기차가 이동한 거리의 합이 1.8 km, 즉 1800 m이다.

$\therefore x=20$

따라서 기차 B의 속력은 초속 20 m이다. ⋯ ❷

답 초속 20 m

채점 기준	비율
❶ 기차 A의 속력을 구할 수 있다.	60 %
❷ 기차 B의 속력을 구할 수 있다.	40 %

06 전략 전체 일의 양을 1이라 할 때 A, B, C, D가 각각 하루 동안 일하는 양에 대하여 식을 세운다.

풀이 전체 일의 양을 1이라 하고, A, B, C, D가 하루에 하는 일의 양을 각각 a, b, c, d라 하자.

조건 ㈎에서

$8\times(a+b+c)=1$

$\therefore a+b+c=\frac{1}{8}$ ⋯⋯ ㉠

조건 ㈏에서

$10\times(a+d)=1$

$\therefore a+d=\frac{1}{10}$ ⋯⋯ ㉡

조건 ㈐에서

$12\times(b+d)=1$

$\therefore b+d=\frac{1}{12}$ ...... ㉢

조건 ㈑에서

$15\times(c+d)=1$

$\therefore c+d=\frac{1}{15}$ ...... ㉣

㉡, ㉢, ㉣에서

$a+d+b+d+c+d=\frac{1}{10}+\frac{1}{12}+\frac{1}{15}$

즉 $a+b+c+3d=\frac{6+5+4}{60}=\frac{1}{4}$이다.

이때 ㉠에서 $a+b+c=\frac{1}{8}$이므로

$\frac{1}{8}+3d=\frac{1}{4}$, $\quad 3d=\frac{1}{8}$

$\therefore d=\frac{1}{24}$ ...... ㉤

㉠, ㉤에서

$a+b+c+d=\frac{1}{8}+\frac{1}{24}=\frac{1}{6}$

따라서 $6\times(a+b+c+d)=1$이므로 네 사람이 모두 함께 일하면 완성하는 데 6일이 걸린다.

답 6일

일품 BOX

곱셈과 나눗셈이 섞여 있는 경우에는 앞에서부터 순서대로 계산한다.

$A=B$, $C=D$이면 $A+C=B+D$

$1-\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$

$\left(-\frac{1}{5}\right)^3$
$=\left(-\frac{1}{5}\right)\times\left(-\frac{1}{5}\right)\times\left(-\frac{1}{5}\right)$
$=-\left(\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}\right)$
$=-\frac{1}{125}$

학교 시험 실전 TEST Level 1

본책 62~65쪽

01 전략 나눗셈은 곱셈으로 바꾸어 계산한다.

풀이 ① $3\times a\times(-5)\times b=-15ab$

② $(-1)\div a\times b\times 3=(-1)\times\frac{1}{a}\times b\times 3=-\frac{3b}{a}$

③ $a\div\frac{2}{3}\div b=a\times\frac{3}{2}\times\frac{1}{b}=\frac{3a}{2b}$

④ $0.1\times x\times x=0.1x^2$

⑤ $(a-b)\times 2\div\frac{1}{c}=(a-b)\times 2\times c=2c(a-b)$

답 ⑤

02 전략 소수점 아래 첫째 자리의 수가 x인 소수는 $0.1\times x=0.1x$이다.

풀이 ① x분은 $(60\times x)$초이므로 x분 동안 달린 거리는

$5\times(60\times x)=300x$ (m)

② 끈의 $\frac{2}{5}$가 남게 되므로 남은 끈의 길이는

$\frac{2}{5}x$ cm

③ $a\times 0.1+b\times 0.01=0.1a+0.01b$

④ 공책 1권은 $\frac{1}{4}x$원, 연필 1자루는 $\frac{1}{5}y$원이므로 공책 3권과 연필 3자루의 가격은

$\left(\frac{3}{4}x+\frac{3}{5}y\right)$원

⑤ CD 한 장의 할인된 가격은

$15000-15000\times\frac{a}{100}=15000-150a$(원)

이므로 x장 살 때의 가격은

$(15000-150a)x$원

답 ③

03 전략 음수를 대입할 때에는 괄호를 사용한다.

풀이 ① $-a=-\left(-\frac{1}{5}\right)=\frac{1}{5}$

② $(-a)^2=\left\{-\left(-\frac{1}{5}\right)\right\}^2=\frac{1}{25}$

③ $-a^3=-\left(-\frac{1}{5}\right)^3=\frac{1}{125}$

④ $\frac{1}{a}=-5$

⑤ $a^2=\left(-\frac{1}{5}\right)^2=\frac{1}{25}$이므로

$\frac{1}{a^2}=25$

답 ⑤

04 전략 Ax^2+Bx+C가 x에 대한 일차식 ⇨ $A=0$, $B\neq 0$

Ⅱ 방정식

풀이 주어진 식을 간단히 하면

$\left(3+\frac{1}{4}a\right)x^2+(3a+6)x+12-a$

이 식이 x에 대한 일차식이므로

$3+\frac{1}{4}a=0 \qquad \therefore a=-12$

따라서 x의 계수는

$3a+6=3\times(-12)+6=-30$

답 ②

05 전략 $Ax+B$에서 x의 계수는 A, 상수항은 B이다.

풀이 주어진 식을 간단히 하면

$(-a-2)x+2b+5$

따라서 $-a-2=5$, $2b+5=3$이므로

$a=-7$, $b=-1$

$\therefore a^2+b^2=(-7)^2+(-1)^2=50$

답 ④

06 전략 종이가 한 장씩 늘어날 때마다 넓이의 변화의 규칙을 찾는다.

풀이 겹치는 부분은 한 변의 길이가 $6\times\frac{1}{2}=3$인 정사각형이므로

1장으로 만든 도형의 넓이는 6^2

2장으로 만든 도형의 넓이는 $2\times6^2-3^2$

3장으로 만든 도형의 넓이는 $3\times6^2-2\times3^2$

⋮

따라서 n장으로 만든 도형의 넓이는

$n\times6^2-(n-1)\times3^2=36n-9(n-1)$

$=27n+9$

답 ③

07 전략 등식의 성질을 이용하여 □ 안에 알맞은 식을 구한다.

> $a=b$일 때
> ① $a+c=b+c$
> ② $a-c=b-c$
> ③ $ac=bc$
> ④ $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$ (단, $c\neq0$)

풀이 $2x-10=5-3x$에서

$2x-10+\boxed{3x}=5-3x+3x$

$5x-10=5$

$5x-10+\boxed{10}=5+10$

$5x=\boxed{15}$

$5x\div\boxed{5}=15\div5$

$\therefore x=\boxed{3}$

∴ (가) $3x$ (나) 10 (다) 15 (라) 5 (마) 3

답 ③

08 전략 먼저 분배법칙을 이용하여 괄호를 푼다.

풀이 $3(x-2)=x+4$에서

$3x-6=x+4, \qquad 2x=10$

$\therefore x=5$

① $2x+5=7$에서 $\qquad 2x=2$

$\therefore x=1$

② $5x+7=7x-2$에서 $\qquad -2x=-9$

$\therefore x=\frac{9}{2}$

③ $9x-6=4x-1$에서 $\qquad 5x=5$

$\therefore x=1$

④ $2(x-1)=3x-2$에서 $\qquad 2x-2=3x-2$

$\therefore x=0$

⑤ $5(3-x)=-(x+5)$에서

$15-5x=-x-5, \qquad -4x=-20$

$\therefore x=5$

답 ⑤

> $3(x-2)=x+4$의 해 $x=5$를 각각 대입하여 등식이 성립하는 방정식을 찾는다.

다른풀이 $x=5$를 각 방정식에 대입하면

① (좌변)$=2\times5+5=15$, (우변)$=7$

(좌변)$\neq$(우변)이므로 $x=5$는 이 방정식의 해가 아니다.

② (좌변)$=5\times5+7=32$, (우변)$=7\times5-2=33$

(좌변)$\neq$(우변)이므로 $x=5$는 이 방정식의 해가 아니다.

③ (좌변)$=9\times5-6=39$, (우변)$=4\times5-1=19$

(좌변)$\neq$(우변)이므로 $x=5$는 이 방정식의 해가 아니다.

④ (좌변)$=2\times(5-1)=8$, (우변)$=3\times5-2=13$

(좌변)$\neq$(우변)이므로 $x=5$는 이 방정식의 해가 아니다.

⑤ (좌변)$=5\times(3-5)=-10$,

(우변)$=-(5+5)=-10$

(좌변)$=$(우변)이므로 $x=5$는 이 방정식의 해이다.

09 전략 $a\neq0$이면 등식의 양변을 a로 나눌 수 있다.

풀이 ② $ax=0$의 양변을 a로 나누면 $\qquad x=0$

따라서 해가 한 개이다.

⑤ $ax=b$의 양변을 a로 나누면 $\qquad x=\frac{b}{a}$

따라서 해가 한 개이다.

답 ②, ⑤

> **만점 비법**
> x에 대한 방정식 $ax=b$에 대하여
> ① 해가 한 개일 조건 → $a\neq0$
> ② 해가 없을 조건 → $a=0$, $b\neq0$
> ③ 해가 무수히 많을 조건 → $a=0$, $b=0$

10 전략 양변에 적당한 수를 곱하여 x의 계수를 정수로 만든 후 방정식의 해를 구한다.

풀이 ① $x-3=-4x-13$에서 $\qquad 5x=-10$

$\therefore x=-2$

② $2(x-1)=x-4$에서 　 $2x-2=x-4$

$\therefore x=-2$

③ $x+1=\dfrac{x}{2}$에서 　 $2x+2=x$

$\therefore x=-2$

④ $\dfrac{8-x}{5}=-5x-8$에서

$8-x=-25x-40,$ 　 $24x=-48$

$\therefore x=-2$

⑤ $0.7x-0.3=3(0.5x+0.7)$에서

$7x-3=15x+21,$ 　 $8x=-24$

$\therefore x=-3$

답 ⑤

11 전략 양변에 적당한 수를 곱하여 x의 계수를 정수로 만든다.

풀이 방정식의 양변에 700을 곱하면

$700(0.03x-1)=20(x-3)$

$21x-700=20x-60$ 　 $\therefore x=640$

$a=640=2^7\times5$이므로 640의 약수의 개수는

$(7+1)\times(1+1)=16$

답 ⑤

$p^m\times q^n$ (p, q는 서로 다른 소수, m, n은 자연수)의 약수의 개수
→ $(m+1)\times(n+1)$

12 전략 방정식에 $x=2$를 대입하면 등식이 성립함을 이용한다.

방정식의 해
→ 방정식이 참이 되게 하는 미지수의 값

풀이 주어진 방정식에 $x=2$를 대입하면

$\dfrac{4-a}{4}=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{a}{2}$

$4-a=-2+2a,$ 　 $3a=6$

$\therefore a=2$

답 ①

13 전략 한 의자에 6명씩 앉을 때와 7명씩 앉을 때의 학생 수는 변함이 없음을 이용한다.

풀이 7명씩 앉을 때 7명이 앉은 의자의 수는 $y-5$이므로

y개 중 4개는 빈 의자이고 1개는 5명만 앉았으므로 7명이 앉은 의자의 수는
$y-4-1=y-5$

$6y+20=7(y-5)+5$

$6y+20=7y-30$ 　 $\therefore y=50$

따라서 학생 수는

$x=6y+20=6\times50+20=320$

$\therefore x-5y=320-5\times50=70$

답 ①

14 전략 x분 후에 물탱크 A에는 $20x$ L, 물탱크 B에는 $30x$ L만큼의 물의 부피가 늘어남을 이용한다.

풀이 x분 후에 두 물탱크의 물의 부피가 같아진다고 하면

$270+20x=130+30x$

$10x=140$ 　 $\therefore x=14$

따라서 14분 후에 두 물탱크의 물의 부피가 같아진다.

답 ④

15 전략 괄호 안을 먼저 계산한다.

풀이 $4x*(6x\diamond 2y)=4x*\left(\dfrac{1}{3}\times6x-2y\right)$

$=4x*(2x-2y)$ 　 ··· ❶

$=(-2)\times4x+3(2x-2y)$

$=-8x+6x-6y$

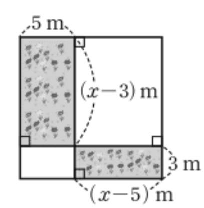
$=-2x-6y$ 　 ··· ❷

답 $-2x-6y$

채점 기준	배점
❶ $6x\diamond2y$를 계산할 수 있다.	2점
❷ 답을 구할 수 있다.	3점

16 전략 꽃밭의 가로, 세로의 길이를 각각 x를 사용한 식으로 나타낸다.

풀이 오른쪽 그림에서 꽃밭의 넓이는



$5(x-3)+3(x-5)$

$=5x-15+3x-15$

$=8x-30$ (m^2)

답 $(8x-30)$ m^2

17 전략 $a=b$이면 $a+c=b+c$, $a-c=b-c$, $ac=bc$, $\dfrac{a}{c}=\dfrac{b}{c}$ $(c\neq0)$이다.

풀이 $\dfrac{4a-1}{3}=8b+5$에서

$4a-1=24b+15,$ 　 $4a=24b+16$

$\therefore a=\boxed{6b+4}$

답 $6b+4$

18 전략 해를 a를 사용한 식으로 나타낸 후 자연수가 될 조건을 생각한다.

풀이 $3(5-2x)=2a$에서

$15-6x=2a,$ 　 $6x=15-2a$

$\therefore x=\dfrac{15-2a}{6}$ 　 ··· ❶

$\dfrac{15-2a}{6}$가 자연수가 되려면 $15-2a$는 6의 배수이어야 하고, 15보다 작은 6의 배수는 6, 12이므로

a가 양수이므로 $15-2a$는 15보다 작다.

$15-2a=6$ 또는 $15-2a=12$

$15-2a=6$에서 　 $2a=9$

$\therefore a=\dfrac{9}{2}$

$15-2a=12$에서　　$2a=3$

$\therefore a=\frac{3}{2}$ ⋯ ❷

답 $\frac{3}{2}$, $\frac{9}{2}$

채점 기준	배점
❶ 해를 a를 사용한 식으로 나타낼 수 있다.	2점
❷ a의 값을 모두 구할 수 있다.	4점

19 전략 분속 60 m로 걸은 시간과 분속 80 m로 걸은 시간의 합이 60분임을 이용한다.

풀이 분속 80 m로 걸은 거리를 x m라 하면 분속 60 m로 걸은 거리는 $(4000-x)$m이다.

4 km=4000 m

전체 걸린 시간이 1시간, 즉 60분이므로

$\frac{4000-x}{60}+\frac{x}{80}=60$ ⋯ ❶

$4(4000-x)+3x=14400$

$16000-4x+3x=14400$

$\therefore x=1600$

따라서 분속 80 m로 걸은 거리는 1600 m, 즉 1.6 km이다. ⋯ ❷

답 1.6 km

채점 기준	배점
❶ 방정식을 세울 수 있다.	4점
❷ 분속 80 m로 걸은 거리가 몇 km인지 구할 수 있다.	2점

참고 속력이 분속으로 주어졌으므로 시간은 분으로, 거리는 m로 단위를 통일하여 계산하는 것이 편리하다.

20 전략 먼저 수환이와 승현이가 1분 동안 옮기는 책의 수를 구한다.

풀이 전체 책의 수를 x권이라 하면 1분 동안 수환이는 $\frac{x}{80}$권, 승현이는 $\frac{x}{100}$권을 옮기므로

$\left(\frac{x}{80}+\frac{x}{100}+5\right)\times 40=x$

(1분 동안 옮긴 책의 수)×(옮긴 시간)=(전체 책의 수)

$\frac{x}{2}+\frac{2}{5}x+200=x$

$9x+2000=10x$　　$\therefore x=2000$

따라서 책은 모두 2000권이다.

답 2000권

학교 시험 실전 TEST Level 2

본책 66~69쪽

01 전략 나눗셈을 역수의 곱셈으로 바꾼 후 곱셈 기호를 생략한다.

풀이 (ㄱ) $b\times(-a)\div 3=b\times(-a)\times\frac{1}{3}=-\frac{ab}{3}$

(ㄴ) $(-b)\div\{(-3)\times a\}=(-b)\div(-3a)$

$=(-b)\times\left(-\frac{1}{3a}\right)=\frac{b}{3a}$

(ㄷ) $b\div a\times\left(-\frac{1}{3}\right)=b\times\frac{1}{a}\times\left(-\frac{1}{3}\right)=-\frac{b}{3a}$

(ㄹ) $(-b)\div 3\times(-a)=(-b)\times\frac{1}{3}\times(-a)=\frac{ab}{3}$

(ㅁ) $3\times a\div(-b)=3\times a\times\left(-\frac{1}{b}\right)=-\frac{3a}{b}$

(ㅂ) $(-b)\div(-3)\div(-a)$

$=(-b)\times\left(-\frac{1}{3}\right)\times\left(-\frac{1}{a}\right)=-\frac{b}{3a}$

이상에서 계산 결과가 $-\frac{b}{3a}$인 것은 (ㄷ), (ㅂ)의 2개이다.

답 ②

02 전략 정육면체를 n번 자르면 $(n+1)$개의 직육면체가 만들어짐을 이용한다.

풀이 주어진 방법으로 정육면체를 n번 자르면 $(n+1)$개의 직육면체가 생기는데, 각 직육면체는 정사각형 모양의 밑면 2개와 직사각형 모양의 옆면 4개로 이루어져 있다.

직육면체 $(n+1)$개의 밑면의 넓이의 합은

$1^2\times 2\times(n+1)=2n+2\ (\mathrm{cm}^2)$

한 변의 길이가 1 cm인 정사각형 모양의 밑면이 2개씩 $(n+1)$개가 생긴다.

한편 정육면체 한 면을 나눈 직육면체 $(n+1)$개의 옆면을 모두 붙이면 한 변의 길이가 1 cm인 정사각형이 되므로 직육면체 $(n+1)$개의 옆면의 넓이의 합은

$1^2\times 4=4\ (\mathrm{cm}^2)$

따라서 모든 직육면체의 겉넓이의 합은

$(2n+2)+4=2n+6\ (\mathrm{cm}^2)$

답 ③

다른풀이 정육면체를 한 번 자를 때마다 한 변의 길이가 1 cm인 정사각형 모양의 단면이 2개씩 생긴다.

따라서 모든 직육면체의 겉넓이의 합은 정육면체의 겉넓이와 새롭게 생긴 단면의 넓이의 합과 같으므로 그 넓이는

$6\times 1^2+2\times n=2n+6\ (\mathrm{cm}^2)$

03 전략 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{a+b}{ab}$임을 이용할 수 있도록 식을 변형한다.

풀이 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=5$에서　　$\frac{a+b}{ab}=5$

$\therefore \frac{a+5ab+b}{2ab}=\frac{(a+b)+5ab}{2ab}$

$=\frac{1}{2}\times\frac{a+b}{ab}+\frac{5}{2}$

$=\frac{1}{2}\times 5+\frac{5}{2}=5$

답 ②

04 전략 x의 계수가 p이고 상수항이 q인 일차식은 $px+q$임을 이용한다.

풀이 x의 계수가 -3이고 상수항이 10인 일차식은

$-3x+10$

따라서 $x=-2$일 때의 식의 값은

$a=(-3)\times(-2)+10=16$

$x=4$일 때의 식의 값은

$b=(-3)\times4+10=-2$

$\therefore a-b=16-(-2)=18$

답 ④

05 전략 E, C, D, A, B의 순서로 구한다.

풀이 $(-2x+1)+E=x-4$이므로

$E=(x-4)-(-2x+1)=3x-5$

$(3x-1)+C=-2x+1$이므로

$C=(-2x+1)-(3x-1)=-5x+2$

$(-5x+2)+D=3x-5$이므로

$D=(3x-5)-(-5x+2)=8x-7$

$(-4x+1)+A=-5x+2$이므로

$A=(-5x+2)-(-4x+1)=-x+1$

$(-x+1)+B=8x-7$이므로

$B=(8x-7)-(-x+1)=9x-8$

답 ②

덧셈과 뺄셈 사이의 관계
■+●=▲이면
●=▲−■,
■=▲−●

06 전략 a원에서 x %를 할인한 금액은 $a\left(1-\frac{x}{100}\right)$원이다.

풀이 A마트에서는 음료수 40개를 32개의 가격으로 구입할 수 있으므로 음료수 40개를 구입할 때의 금액은

$32x$원

B마트에서는 전체 가격에서 10 %를 할인해주므로 음료수 40개를 구입할 때의 금액은

$40x-40x\times\frac{10}{100}=36x$(원)

따라서 A마트에서 $36x-32x=4x$(원) 더 저렴하게 구입할 수 있다.

답 ②

참고 A마트에서는 $8x$원 할인해준 것이므로 전체 가격에서 $\frac{8x}{40x}\times100=20$ (%)를 할인해준 것과 같다.

07 전략 $ax+b=cx+d$가 x에 대한 항등식이면 $a=c$, $b=d$임을 이용한다.

풀이 $\frac{3-4x}{2}-5=ax+b+1$에서

$-2x-\frac{7}{2}=ax+b+1$

이 식이 x에 대한 항등식이므로

$-2=a,\ -\frac{7}{2}=b+1$

$\therefore a=-2,\ b=-\frac{9}{2}$

$3x-1=cx+9$에 $x=-2$를 대입하면

$-6-1=-2c+9,\qquad 2c=16$

$\therefore c=8$

$\therefore abc=(-2)\times\left(-\frac{9}{2}\right)\times8=72$

답 ③

08 전략 $a=b$이면 $a+c=b+c$, $a-c=b-c$, $ac=bc$, $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$ $(c\neq0)$임을 이용한다.

풀이 ① $a+3=6$의 양변에서 3을 빼면

$a=\boxed{3}$

② $-2a+1=11$의 양변에서 4를 빼면

$-2a-3=\boxed{7}$

③ $3a=-9b$의 양변을 3으로 나누면

$a=\boxed{-3}b$

④ $\frac{a}{3}=\frac{b}{6}+1$의 양변에 6을 곱하면

$2a=b+\boxed{6}$

⑤ $2(a+1)=-8b$의 양변을 2로 나누면

$a+\boxed{1}=-4b$

따라서 $\boxed{}$ 안의 수가 가장 큰 것은 ②이다.

답 ②

09 전략 괄호 안을 먼저 계산한다.

풀이 $(3*x)*(-2)$

$=(3x-3-x+2)*(-2)$

$=(2x-1)*(-2)$

$=(2x-1)\times(-2)-(2x-1)-(-2)+2$

$=-4x+2-2x+1+2+2$

$=-6x+7$

따라서 $-6x+7=-1$이므로

$-6x=-8\qquad\therefore x=\frac{4}{3}$

답 ③

비례식에서 외항의 곱은 내항의 곱과 같다.

10 전략 $a:b=c:d$이면 $ad=bc$임을 이용한다.

풀이 $(2x+1):(-x+7)=3:1$에서

$2x+1=3(-x+7)$

$2x+1=-3x+21,\qquad 5x=20$

$\therefore x=4$

$\frac{x+5}{3}-\frac{1}{6}(ax+3)=1$에 $x=4$를 대입하면

$3-\frac{1}{6}(4a+3)=1$

Ⅱ 방정식

$-\frac{2}{3}a+\frac{5}{2}=1, \qquad \frac{2}{3}a=\frac{3}{2}$

$\therefore a=\frac{9}{4}$

답 ③

11 전략 방정식 $ax+b=cx+d$의 해가 존재하지 않을 조건은 $a=c$, $b\neq d$이다.

풀이 $3ax+2=3x-a$의 해가 존재하지 않으므로

$3a=3, 2\neq -a$

$\therefore a=1$

$5ax+3=2(x+a)+1$에 $a=1$을 대입하면

$5x+3=2(x+1)+1$

$5x+3=2x+3, \qquad 3x=0$

$\therefore x=0$

답 ②

12 전략 a L에서 k %가 줄어들면 남은 양은 $\left(a-\frac{k}{100}a\right)$ L임을 이용한다.

풀이 처음에 담겨 있던 물의 부피를 x L라 하면 6일 후에 물의 부피는

$x-\frac{10}{100}x=0.9x$ (L)

이므로 6 L를 사용하고 남은 물의 부피는

$(0.9x-6)$ L

6일이 더 지난 12일 후의 물의 부피는

$(0.9x-6)-\frac{10}{100}(0.9x-6)$

$=0.9(0.9x-6)$(L)

이므로 6 L를 사용하고 남은 물의 부피는

$0.9(0.9x-6)-6$ (L)

이때 남은 물의 부피가 21 L이므로

$0.9(0.9x-6)-6=21$

$0.9(0.9x-6)=27, \qquad 0.9x-6=30$

$0.9x=36 \qquad \therefore x=40$

따라서 처음에 담겨 있던 물의 부피는 40 L이다.

답 ②

13 전략 처음 코코아 음료의 농도를 x %라 하고 방정식을 세운다.

풀이 처음 코코아 음료의 농도를 x %라 하면

$\frac{x}{100}\times 200+40=\frac{3x}{100}\times(200+160+40)$

$2x+40=12x, \qquad 10x=40$

$\therefore x=4$

따라서 처음 코코아 음료의 농도는 4 %이다.

답 ①

일품 BOX

60분 동안 시침은 30°만큼, 분침은 360°만큼 움직이므로 1분 동안 시침은 0.5°만큼, 분침은 6°만큼 움직인다.

3시일 때 시침과 분침이 이루는 각도

$\frac{180}{11}=16\frac{4}{11}$

(평균) $=\frac{(\text{자료 값의 합})}{(\text{자료의 수})}$

$\left(1-\frac{10}{100}\right)\times(0.9x-6)=0.9(0.9x-6)$

양변을 0.9로 나눈다.

14 전략 1분 동안 시침은 0.5°만큼, 분침은 6°만큼 움직임을 이용한다.

풀이 3시 x분에 시침과 분침이 일치한다고 하면 x분 동안 시침은 $0.5x$°만큼, 분침은 $6x$°만큼 움직이므로

$90+0.5x=6x, \qquad 5.5x=90$

$55x=900 \qquad \therefore x=\frac{180}{11}$

따라서 분침과 시침이 일치하는 시각은 3시 $16\frac{4}{11}$분이다.

답 ④

15 전략 $(-1)^{(\text{홀수})}=-1$, $(-1)^{(\text{짝수})}=1$임을 이용한다.

풀이 $2(4x-3)-\frac{1}{2}(4x+10)=8x-6-2x-5$

$=6x-11$

이므로 $\quad m=6, n=11$

$\therefore (-1)^m(2a+3b)+(-1)^n(3a-2b)$

$=(-1)^6(2a+3b)+(-1)^{11}(3a-2b)$

$=2a+3b-(3a-2b)$

$=-a+5b$

답 $-a+5b$

16 전략 세 번째, 네 번째, 다섯 번째 학생이 던진 횟수를 구하여 규칙을 찾는다.

풀이 세 번째 학생이 던진 횟수는 $\frac{x+y}{2}$

네 번째 학생이 던진 횟수는

$\frac{1}{3}\left(x+y+\frac{x+y}{2}\right)=\frac{1}{3}\left(\frac{3}{2}x+\frac{3}{2}y\right)$

$=\frac{x+y}{2}$

다섯 번째 학생이 던진 횟수는

$\frac{1}{4}\left(x+y+\frac{x+y}{2}+\frac{x+y}{2}\right)=\frac{1}{4}(2x+2y)$

$=\frac{x+y}{2}$

⋮

따라서 15번째 학생이 던진 횟수는 $\frac{x+y}{2}$이다.

답 $\frac{x+y}{2}$

17 전략 상수도 요금은 기본요금, 사용 요금, 부가가치세를 합한 금액이다.

풀이 (1) 기본요금과 사용 요금의 합은

$3000+360\times x=3000+360x$(원)

이 요금에 10 %의 부가가치세가 더해지므로 상수도 요금은

일품 BOX

$$(3000+360x)+\frac{10}{100}(3000+360x)$$
$$=3000+360x+300+36x$$
$$=396x+3300(\text{원}) \quad \cdots ❶$$

(2) 위의 식에 $x=20$을 대입하면

$$396\times20+3300=11220(\text{원}) \quad \cdots ❷$$

답 (1) $(396x+3300)$원 (2) 11220원

채점 기준	배점
❶ 상수도 요금을 x를 사용한 식으로 나타낼 수 있다.	4점
❷ 사용량이 20 m^3일 때의 상수도 요금을 구할 수 있다.	2점

18 전략 처음 병수와 승원이가 가진 금액을 각각 $5x$원, $4x$원이라 하고 방정식을 세운다.

풀이 처음에 병수와 승원이가 가진 금액을 각각 $5x$원, $4x$원이라 하자.

승원이가 병수에게 800원을 받으면 병수와 승원이가 가진 금액은 각각

$(5x-800)$원, $(4x+800)$원

승원이가 가진 금액의 반은

$$\frac{1}{2}\times(4x+800)=2x+400(\text{원})$$

이것을 병수에게 주면 병수가 가진 금액은

$$5x-800+(2x+400)=7x-400(\text{원})$$

이때 승원이가 가진 금액은 $(2x+400)$원이므로

$$7x-400=3(2x+400) \quad \cdots ❶$$
$$7x-400=6x+1200$$
$$\therefore x=1600 \quad \cdots ❷$$

따라서 병수가 처음에 가지고 있던 금액은

$$5\times1600=8000(\text{원}) \quad \cdots ❸$$

승원이가 처음에 가지고 있던 금액은 $4\times1600=6400(\text{원})$

답 8000원

채점 기준	배점
❶ 방정식을 세울 수 있다.	3점
❷ 방정식을 풀 수 있다.	2점
❸ 병수가 처음에 가지고 있던 금액을 구할 수 있다.	1점

19 전략 $(\text{시간})=\frac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$임을 이용한다.

풀이 올라갈 때와 내려올 때 걸은 거리를 각각 $2x$ km, $3x$ km라 하면

$$\frac{2x}{4}+\frac{3x}{3}=8$$
$$\frac{3}{2}x=8 \qquad \therefore x=\frac{16}{3}$$

따라서 전체 걸은 거리는

$$2x+3x=5x$$
$$=5\times\frac{16}{3}=\frac{80}{3}\ (\text{km})$$

올라갈 때 걸은 거리는 $2\times\frac{16}{3}=\frac{32}{3}\ (\text{km})$
내려올 때 걸은 거리는 $3\times\frac{16}{3}=16\ (\text{km})$

답 $\frac{80}{3}$ km

20 전략 가장 작은 수를 x라 하고 방정식을 세운다.

풀이 4개의 수 중 가장 작은 수를 x라 하면 나머지 세 수는 $x+1$, $x+7$, $x+8$이다. $\cdots ❶$

x	$x+1$
$x+7$	$x+8$

+1, +7, +7, +1

네 수의 합이 88이므로

$$x+(x+1)+(x+7)+(x+8)=88 \quad \cdots ❷$$
$$4x+16=88, \qquad 4x=72$$
$$\therefore x=18$$

따라서 구하는 수는 18이다. $\cdots ❸$

답 18

채점 기준	배점
❶ 네 수를 x를 사용한 식으로 나타낼 수 있다.	2점
❷ 방정식을 세울 수 있다.	1점
❸ 가장 작은 수를 구할 수 있다.	2점

교과서 속 창의유형

본책 70~71쪽

유제 1 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

❶ ○, △, □의 무게를 각각 a g, b g, c g이라 하고 왼쪽 그림을 이용하여 등식을 세운다.
❷ 오른쪽 그림을 이용하여 등식을 세운다.
❸ △ 모양의 추의 무게를 구한다.

풀이 ❶ ○, △, □의 무게를 각각 a g, b g, c g이라 하면 왼쪽 그림에서

$$5a+4c=2a+3b+c$$

저울의 양쪽 접시에서 ○ 2개, □ 1개를 덜어 낸다.

$$3a+3c=3b, \qquad 3(a+c)=3b$$
$$\therefore a+c=b \quad \cdots\cdots ㉠$$

❷ 오른쪽 그림에서

$$a+2b+c+3=3\times5$$

저울의 양쪽 접시에서 ☆ 1개를 덜어 낸다.

$$\therefore 2b+(a+c)=12 \quad \cdots\cdots ㉡$$

㉠을 ㉡에 대입하면

$$2b+b=12 \qquad \therefore b=4$$

❸ 따라서 △ 모양의 추의 무게는 4 g이다.

답 4 g

유제 2 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

❶ 복숭아, 키위, 오렌지 1개의 무게를 각각 a g, b g, c g이라 하고 주어진 조건을 이용하여 등식을 세운다.
❷ 복숭아 1개의 무게는 키위 몇 개의 무게와 같은지 구한다.

Ⅱ 방정식

풀이 ❶ 복숭아, 키위, 오렌지 1개의 무게를 각각 a g, b g, c g이라 하면

$4a=3b+2c$ ⋯⋯ ㉠

$b+2a=2c$ ⋯⋯ ㉡

㉡을 ㉠에 대입하면

$4a=3b+(b+2a)$, $2a=4b$

$\therefore a=2b$

❷ 따라서 복숭아 1개의 무게는 키위 2개의 무게와 같다.

답 2개

이를 ㉡에 대입하면
$5b=2c$
따라서 키위 5개와 오렌지 2개의 무게가 같다.

유제 3 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

❶ 단계가 증가할 때마다 조각의 개수가 늘어나는 규칙을 찾는다.
❷ [n단계]에서 나누어진 조각의 개수를 n을 사용한 식으로 나타낸다.
❸ ❷에서 구한 식의 값이 61일 때의 n의 값을 구한다.

풀이 ❶ 단계가 증가할 때마다 조각이 3개씩 늘어난다.

❷ [1단계]에서 나누어진 조각이 4개이므로 [n단계]에서 나누어진 조각의 수는

$4+3\times(n-1)=3n+1$

❸ $3n+1=61$에서 $3n=60$

$\therefore n=20$

따라서 나누어진 조각의 개수가 61인 도형은 [20단계]이다.

답 20단계

유제 4 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

❶ 꿩의 수를 x라 하고, 토끼의 수를 x에 대한 식으로 나타낸다.
❷ 주어진 조건에 맞게 x에 대한 방정식을 세운다.
❸ 방정식을 풀어 꿩과 토끼의 수를 구한다.

풀이 ❶ 꿩의 수를 x라 하면 토끼의 수는 $35-x$이다.

❷ 꿩의 다리의 수는 2, 토끼의 다리의 수는 4이고 전체 다리의 수가 94이므로

$2x+4(35-x)=94$, $140-2x=94$

$2x=46$ $\therefore x=23$

❸ 따라서 꿩은 23마리이고, 토끼는 12마리이다.

답 꿩: 23마리, 토끼: 12마리

Ⅲ 그래프와 비례

06 좌표평면과 그래프

개념 & 핵심 기출 본책 74~75쪽

01 답 (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)

02 ② B(1, 0) 답 ②

점 (a, b)와
① x축과의 거리: $|b|$
② y축과의 거리: $|a|$

03 A(3, 1)이므로 y축과의 거리는 $|3|=3$
B(1, 3)이므로 y축과의 거리는 $|1|=1$
C(−3, 1)이므로 y축과의 거리는 $|-3|=3$
D(−4, −4)이므로 y축과의 거리는 $|-4|=4$
E(2, −2)이므로 y축과의 거리는 $|2|=2$
따라서 y축과 가장 가까운 점은 B이다.

답 B

점 (a, b)와 원점에 대하여 대칭인 점의 좌표
→ $(-a, -b)$

04 점 $(-5, a)$와 원점에 대하여 대칭인 점의 좌표는 $(5, -a)$
이 점이 $(b, 2)$이므로 $b=5, -a=2$
$\therefore a=-2, b=5$
$\therefore a+b=3$

답 ②

05 ② 제4사분면
③ 제2사분면
④ y축 위의 점이므로 어느 사분면에도 속하지 않는다.

답 ①, ⑤

제4사분면 위의 점
→ (x좌표)>0, (y좌표)<0
제3사분면 위의 점
→ (x좌표)<0, (y좌표)<0

06 점 (a, b)가 제4사분면 위의 점이므로
$a>0, b<0$
① $a-b>0$, $ab<0$이므로 점 $(a-b, ab)$는 제4사분면 위에 있다.
② $b-a<0$, $ab<0$이므로 점 $(b-a, ab)$는 제3사분면 위에 있다.
③ $-a<0$, $a-b>0$이므로 점 $(-a, a-b)$는 제2사분면 위에 있다.
④ $-b>0$, $\frac{b}{a}<0$이므로 점 $\left(-b, \frac{b}{a}\right)$는 제4사분면 위에 있다.
⑤ $a+b$의 부호를 알 수 없으므로 점 $(a+b, a)$가 어느 사분면 위에 있는지 알 수 없다.

답 ②

참고 $a>0$, $b<0$일 때 $a+b$의 부호는
① $|a|>|b|$이면 $a+b>0$
② $|a|<|b|$이면 $a+b<0$
③ $|a|=|b|$이면 $a+b=0$

07 ㈐ 도서관에 도착할 때까지 걸린 시간은 25분이다.
이상에서 옳은 것은 ㈎, ㈏이다.

답 ㈎, ㈏

08 물통의 밑면의 반지름의 길이가 길수록 같은 시간 동안 물의 높이가 천천히 증가한다.
이때 세 물통 A, B, C의 밑면의 반지름의 길이는 A<B<C이므로 각 물통에 해당하는 그래프는

A−㈎, B−㈏, C−㈐

답 ①

만점 도전을 위한 고난도 문제

본책 76~77쪽

01 전략 $a=1, 2, 3, \cdots, 6$인 경우로 각각 나누어 생각한다.

풀이 $a=1$인 경우 순서쌍 (a, b)는
$(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6)$의 5개
$a=2$인 경우 순서쌍 (a, b)는
$(2, 1), (2, 3), (2, 5)$의 3개
$a=3$인 경우 순서쌍 (a, b)는
$(3, 1), (3, 2), (3, 4), (3, 5)$의 4개
$a=4$인 경우 순서쌍 (a, b)는
$(4, 1), (4, 3), (4, 5)$의 3개
$a=5$인 경우 순서쌍 (a, b)는
$(5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 6)$의 5개
$a=6$인 경우 순서쌍 (a, b)는
$(6, 1), (6, 5)$의 2개
따라서 구하는 순서쌍의 개수는
$5+3+4+3+5+2=22$

답 ②

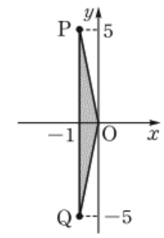
최대공약수가 1인 두 자연수를 서로소라 한다.

02 전략 두 점이 x축에 대하여 대칭이면 x좌표는 같고 y좌표는 부호만 반대임을 이용한다.

풀이 점 P가 점 Q와 x축에 대하여 대칭이므로
$-2a-5=3+2a$, $2-3b=-5b$
$-2a-5=3+2a$에서 $-4a=8$
$\therefore a=-2$
$2-3b=-5b$에서 $2b=-2$
$\therefore b=-1$ ⋯ ❶

$-2a-5$
$=(-2)\times(-2)-5$
$=-1$,
$2-3b=2-3\times(-1)$
$=5$

따라서 두 점 P, Q의 좌표는
$P(-1, 5)$, $Q(-1, -5)$
이므로 삼각형 OPQ의 넓이는
$\frac{1}{2}\times10\times1=5$ ⋯ ❷



답 5

채점 기준	비율
❶ a, b의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ 삼각형 OPQ의 넓이를 구할 수 있다.	60 %

점 (a, b)에 대하여
x축 대칭 → $(a, -b)$
y축 대칭 → $(-a, b)$
원점 대칭 → $(-a, -b)$

03 전략 점 $P_1, P_2, P_3, P_4, \cdots$의 좌표에서 규칙을 찾는다.

풀이 점 $P_1(-5, -3)$과 x축에 대하여 대칭인 점 P_2의 좌표는 $P_2(-5, 3)$
점 $P_2(-5, 3)$과 y축에 대하여 대칭인 점 P_3의 좌표는
$P_3(5, 3)$
점 $P_3(5, 3)$과 원점에 대하여 대칭인 점 P_4의 좌표는
$P_4(-5, -3)$
⋮
따라서 점 $P_1, P_2, P_3, \cdots$의 좌표는 $(-5, -3)$, $(-5, 3)$, $(5, 3)$이 이 순서대로 반복된다.
이때 $2018=3\times672+2$에서 점 P_{2018}의 좌표는 점 P_2의 좌표와 같으므로 점 P_{2018}의 좌표는
$(-5, 3)$

답 $P_{2018}(-5, 3)$

04 전략 a, b의 부호를 이용하여 각 점의 x좌표와 y좌표의 부호를 구한다.

풀이 ① $a>0$, $b<0$이므로 점 (b, a)는 제2사분면 위의 점이다.
② $a<0$, $-b<0$이므로 $a<0$, $b>0$
따라서 점 (b, a)는 제4사분면 위의 점이다.
③ $-a<0$, $b>0$이므로 $a>0$, $b>0$
따라서 점 (b, a)는 제1사분면 위의 점이다.
④ $-a>0$, $-b>0$이므로 $a<0$, $b<0$
따라서 점 (b, a)는 제3사분면 위의 점이다.
⑤ $-b>0$, $-a<0$이므로 $a>0$, $b<0$
따라서 점 (a, b)는 제4사분면 위의 점이다.

답 ②

05 전략 제2사분면 위의 점은 (x좌표)<0, (y좌표)>0임을 이용한다.

풀이 $a+b<0$, $ab>0$이므로 $a<0$, $b<0$
따라서 $a^2>0$, $-\frac{b}{a}<0$이므로 점 $\left(a^2, -\frac{b}{a}\right)$는 제4사분면 위에 있다.
즉 점 $\left(a^2, -\frac{b}{a}\right)$와 같은 사분면 위의 점은 ③이다.

답 ③

$ab>0$이면
$a>0, b>0$
또는 $a<0, b<0$
이때 $a+b<0$이므로
$a<0, b<0$

참고 각 점이 속하는 사분면은 다음과 같다.

① 제1사분면 ② 제2사분면

④ 제3사분면 ⑤ 제2사분면

06 전략 a, b의 부호를 이용하여 각 점의 x좌표와 y좌표의 부호를 구한다.

풀이 점 $(-a, b)$가 제3사분면 위의 점이므로

$-a<0$, $b<0$ $\quad\therefore a>0$, $b<0$

① $a>0$, $ab<0$이므로 점 (a, ab)는 제4사분면에 속한다.

② $-ab>0$, $b<0$이므로 점 $(-ab, b)$는 제4사분면에 속한다.

③ $a-b>0$, $b-a<0$이므로 점 $(a-b, b-a)$는 제4사분면에 속한다.

④ $|a|>|b|$이므로 $-a-b<0$, $a+b>0$

따라서 점 $(-a-b, a+b)$는 제2사분면에 속한다.

$|a|>|b|$에서 $a+b>0$이므로 $-a-b=-(a+b)<0$

⑤ $-b>0$, $b-a<0$이므로 점 $(-b, b-a)$는 제4사분면에 속한다.

답 ④

07 전략 y축 위의 점은 x좌표가 0임을 이용한다.

풀이 두 점 A, B가 y축 위에 있으므로

$2a=0$, $5a=0$ $\quad\therefore a=0$ ··· ❶

점 A가 점 B와 x축에 대하여 대칭이므로

$b-3=-\left(2-\frac{1}{2}b\right)$, $\quad\frac{1}{2}b=1$

$\therefore b=2$ ··· ❷

따라서 점 C의 좌표는

$(3\times2+1, -2)$, 즉 $(7, -2)$

이므로 점 C는 제4사분면 위에 있다. ··· ❸

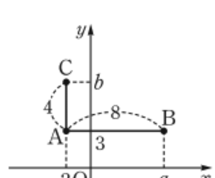
답 제4사분면

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	30%
❷ b의 값을 구할 수 있다.	30%
❸ 점 C가 어느 사분면 위에 있는지 구할 수 있다.	40%

08 전략 조건에 맞게 세 점 A, B, C를 좌표평면 위에 나타낸다.

두 점 (a, b), (c, b) 사이의 거리 → $|a-c|$
두 점 (a, b), (a, c) 사이의 거리 → $|b-c|$

풀이 두 점 A, B의 y좌표가 같고, 조건 (가), (나)에 의하여 오른쪽 그림과 같으므로



$a-(-2)=8$

$\therefore a=6$

또 두 점 A, C의 x좌표가 같고, 조건 (가), (다)에 의하여 위의 그림과 같으므로

$b-3=4$ $\quad\therefore b=7$

$\therefore a+b=13$ 답 13

09 전략 그래프를 해석하여 이동한 시간과 거리를 구한다.

풀이 (1) 70초 ··· ❶

(2) $40+(40-20)+(80-20)+(100-80)$

$=140$ (m) ··· ❷

(3) $(\text{평균 속력})=\dfrac{(\text{전체 이동 거리})}{(\text{전체 걸린 시간})}$이므로

$\dfrac{140}{70}=2$ (m/s)

따라서 태환이의 평균 속력은 초속 2 m이다. ··· ❸

답 (1) 70초 (2) 140 m (3) 초속 2 m

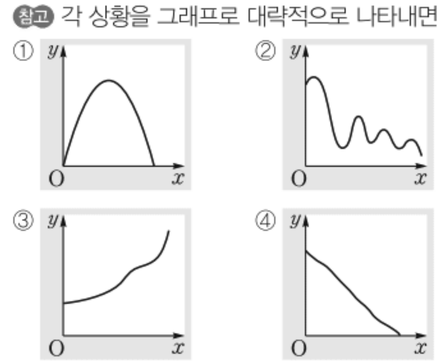
채점 기준	비율
❶ 도착할 때까지 걸린 시간을 구할 수 있다.	10%
❷ 도착할 때까지 이동한 거리를 구할 수 있다.	40%
❸ 평균 속력을 구할 수 있다.	50%

10 전략 주어진 그래프에서 x의 값이 증가할 때 y의 값의 변화를 파악한다.

풀이 주어진 그래프는 x의 값이 증가할 때 y의 값은 증가하다가 감소함을 반복하므로 가장 적합한 상황은 ⑤이다.

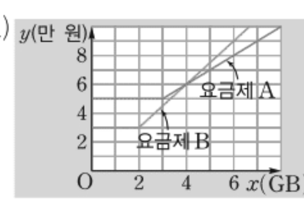
답 ⑤

참고 각 상황을 그래프로 대략적으로 나타내면 다음과 같다.



11 전략 주어진 상황을 해석하여 그래프로 나타낸다.

풀이 (1)



··· ❶

(2) 위의 그래프에서 5 GB를 사용할 때 요금제 B의 요금이 요금제 A의 요금보다 더 높으므로 요금제 A를 사용하는 것이 더 유리하다. ··· ❷

요금제 A는 70000원, 요금제 B는 75000원이다.

답 풀이 참조

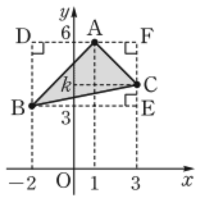
채점 기준	비율
❶ 요금제 A, B에 대하여 x와 y 사이의 관계를 그래프로 나타낼 수 있다.	60%
❷ 어느 요금제를 사용하는 것이 더 유리한지 말할 수 있다.	40%

최상위로 가는 최고 수준 문제

본책 78쪽

01 전략 세 점을 좌표평면 위에 나타내고, 삼각형의 넓이를 k를 사용하여 나타낸다.

풀이 $3<k<6$이므로 세 점 A, B, C를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다. ⋯ ❶



이때 D$(-2,\ 6)$, E$(3,\ 3)$, F$(3,\ 6)$이라 하면 삼각형 ABC의 넓이는

(사각형 DBEF의 넓이)−(삼각형 DBA의 넓이)
−(삼각형 ACF의 넓이)−(삼각형 CBE의 넓이)

$=5\times3-\left(\frac{1}{2}\times3\times3\right)-\left\{\frac{1}{2}\times2\times\underline{(6-k)}\right\}$

$-\left\{\frac{1}{2}\times5\times\underline{(k-3)}\right\}$

$=12-\frac{3}{2}k$ ⋯ ❷

선분 CF의 길이

선분 CE의 길이

즉 $12-\frac{3}{2}k=6$이므로

$-\frac{3}{2}k=-6$ $\quad\therefore k=4$ ⋯ ❸

답 4

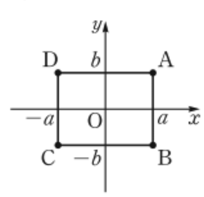
채점 기준	비율
❶ 세 점 A, B, C를 좌표평면 위에 나타낼 수 있다.	20 %
❷ 삼각형 ABC의 넓이를 k를 사용한 식으로 나타낼 수 있다.	60 %
❸ k의 값을 구할 수 있다.	20 %

02 전략 A$(a,\ b)$라 하고 점 B, C, D의 좌표를 a, b를 사용하여 나타낸다.

풀이 점 A의 좌표를 $(a,\ b)$라 하면

C$(-a,\ -b)$, B$(a,\ -b)$, D$(-a,\ b)$

따라서 네 점 A, B, C, D를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 사각형 ABCD는 가로의 길이가 $|2a|$, 세로의 길이가 $|2b|$인 직사각형이다.



사각형 ABCD의 둘레의 길이는 $2(|2a|+|2b|)$이므로

$2(|2a|+|2b|)=64$

$4(|a|+|b|)=64$

$\therefore \underline{|a|+|b|=16}$

점 A의 x좌표와 y좌표의 절댓값의 합이 16이다.

따라서 점 A의 좌표가 될 수 없는 것은 ④이다.

답 ④

03 전략 제3사분면 위의 점은 (x좌표)<0, (y좌표)<0임을 이용하여 a, b의 부호를 알아낸다.

풀이 점 A$(a,\ b)$가 제3사분면 위의 점이므로

$a<0,\ b<0$

점 A$(a,\ b)$와 y축에 대하여 대칭인 점의 좌표는

$(-a,\ b)$

즉 $c=-a$, $d=b$이므로

$b-c=b-(-a)=\underline{a+b<0}$

$a<0,\ b<0$이므로 $a+b<0$

$ad=ab>0$

$a+d=a+b<0$

$bc=b\times(-a)=\underline{-ab<0}$

$a<0,\ b<0$이므로 $-ab<0$

$\therefore \frac{b-c}{ad}<0,\ \frac{a+d}{bc}>0$

따라서 점 C는 제2사분면에 속한다.

답 제2사분면

04 전략 그래프를 해석하여 보기의 참, 거짓을 알아낸다.

풀이 (ㄱ) 두 그래프가 20초에서, 50초와 60초 사이에서 각각 만나므로 두 사람은 두 번 만났다.

(ㄴ) B의 그래프에서 $y=300$일 때 $x=40$이므로 300 m 지점을 통과한 것은 출발한 지 40초가 되었을 때이다.

(ㄷ) 20초 동안 두 사람 A, B가 이동한 거리는 200 m로 같으므로 두 사람의 평균 속력은 같다.

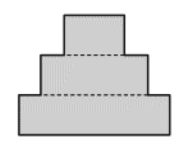
두 사람의 평균 속력은 $\frac{200}{20}=10$(m/s)로 같다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ)이다.

답 ④

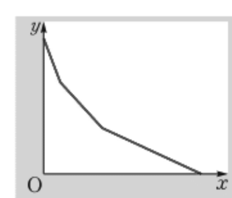
05 전략 먼저 물통의 단면을 파악한다.

풀이 주어진 물통의 단면은 오른쪽 그림과 같이 폭에 따라 세 부분으로 나누어진다.



물통의 폭이 세 부분에서 각각 일정하므로 물의 높이는 세 부분에서 각각 일정하게 감소한다.

또 물통의 밑면의 반지름의 길이가 짧을수록 같은 시간 동안 물의 높이가 빠르게 감소하므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



답 풀이 참조

07 정비례와 반비례

개념 & 핵심 기출

본책 79~81쪽

01 ② $\frac{x}{y}=\frac{1}{3}$에서 $y=3x$이므로 y가 x에 정비례한다.

③ $x+y=3$에서 $y=-x+3$

④ $x-2y=1$에서 $y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$

⑤ $2xy=5$에서 $y=\frac{5}{2x}$

답 ②

02 $y=ax\ (a\neq0)$라 하고 $x=-4$, $y=6$을 대입하면

$6=-4a \quad \therefore a=-\frac{3}{2}$

$\therefore y=-\frac{3}{2}x$

① $y=-\frac{3}{2}x$에 $x=-2$를 대입하면

$y=\left(-\frac{3}{2}\right)\times(-2)=3$

② $y=-\frac{3}{2}x$에 $y=18$을 대입하면

$18=-\frac{3}{2}x \quad \therefore x=-12$

③ $y=-\frac{3}{2}x$이므로 $\frac{x}{y}=-\frac{2}{3}$

④, ⑤ y가 x에 정비례하므로 x의 값이 4배가 되면 y의 값도 4배가 되고, x의 값이 $\frac{1}{6}$배가 되면 y의 값도 $\frac{1}{6}$배가 된다.

답 ⑤

03 설탕물의 농도는 $\frac{42}{300}\times100=14(\%)$

$\therefore y=\frac{14}{100}\times x=\frac{7}{50}x$

답 $y=\frac{7}{50}x$

만점 비법

설탕물의 농도는 일정하므로 설탕의 양은 설탕물의 양에 정비례한다.

04 (ㄱ) 점 (4, −5)를 지난다.

(ㄷ) $-\frac{5}{4}<0$이므로 오른쪽 아래로 향하는 직선이다.

이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄹ)이다.

답 (ㄴ), (ㄹ)

05 $y=\frac{1}{2}x$에 $x=a$, $y=a-5$를 대입하면

$a-5=\frac{1}{2}a,\quad \frac{1}{2}a=5$

$\therefore a=10$

답 10

06 ① $y=3x$ ② $y=200x$

③ $y=60x$ ④ $y=\frac{40}{x}$

⑤ $y=30-x$

답 ④

07 $y=\frac{a}{x}\ (a\neq0)$라 하고 $x=-5$, $y=6$을 대입하면

$6=-\frac{a}{5} \quad \therefore a=-30$

따라서 $y=-\frac{30}{x}$이므로 이 식에 $y=9$를 대입하면

$9=-\frac{30}{x} \quad \therefore x=-\frac{10}{3}$

답 $-\frac{10}{3}$

08 링거 한 병의 양은

$4\times120=480\ (\text{mL})$

1분당 x mL씩 주사할 때 링거 한 병을 모두 맞는 데 걸리는 시간을 y분이라 하면 $xy=480$

$\therefore y=\frac{480}{x}$

위의 식에 $x=5$를 대입하면 $y=\frac{480}{5}=96$

따라서 1분당 5 mL씩 주사하면 96분이 걸린다.

답 ③

09 $xy=3$에서 $y=\frac{3}{x}$

⑤ $\left|\frac{1}{3}\right|<|3|$이므로 $y=\frac{3}{x}$의 그래프가 $y=\frac{1}{3x}$의 그래프보다 원점에서 멀다.

답 ⑤

10 $y=-\frac{a}{x}$에 $x=2$, $y=a+3$을 대입하면

$a+3=-\frac{a}{2},\quad \frac{3}{2}a=-3$

$\therefore a=-2$

답 ②

11 ㉠은 정비례 관계의 그래프이므로 이 그래프가 나타내는 식을 $y=ax(a\neq0)$라 하고 $x=-2$, $y=4$를 대입하면

$4=-2a \quad \therefore a=-2$

$\therefore y=-2x$

㉡은 반비례 관계의 그래프이므로 이 그래프가 나타내는 식을 $y=\frac{b}{x}\ (b\neq0)$라 하고 $x=-2$, $y=4$를 대입하면

$4=\frac{b}{-2} \quad \therefore b=-8$

$\therefore y=-\frac{8}{x}$

답 ㉠ $y=-2x$ ㉡ $y=-\frac{8}{x}$

일품 BOX

y가 x에 반비례한다.
→ $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$가 성립

y가 x에 정비례한다.
→ $y=ax(a\neq0)$가 성립

2시간 = 120분

$y=\frac{a}{x}\ (a\neq0)$의 그래프는 $|a|$가 작을수록 원점에 가깝다.

(설탕의 양)
$=\frac{(\text{설탕물의 농도})}{100}\times(\text{설탕물의 양})$

12 $y=ax\ (a\neq0)$에 $x=-3$, $y=-2$를 대입하면

$-2=a\times(-3)\qquad \therefore a=\frac{2}{3}$

따라서 $y=\frac{2}{3}x$이므로 이 식에 $x=6$, $y=k$를 대입하면

$k=\frac{2}{3}\times6=4$

답 4

13 $y=\frac{a}{x}\ (a\neq0)$에 $x=-3$, $y=4$를 대입하면

$4=\frac{a}{-3}\qquad \therefore a=-12$

$\therefore y=-\frac{12}{x}$

④ $y=-\frac{12}{x}$에 $x=\frac{1}{4}$을 대입하면

$y=(-12)\times4=-48$

따라서 점 $\left(\frac{1}{4}, -3\right)$은 $y=-\frac{12}{x}$의 그래프 위의 점이 아니다.

답 ④

일품 BOX

① $12=-\frac{12}{-1}$

② $-4=-\frac{12}{3}$

③ $2=-\frac{12}{-6}$

⑤ $1=-\frac{12}{-12}$

14 $y=ax$에 $x=6$을 대입하면 $\qquad y=6a$

따라서 선분 AB의 길이가 $6a$이므로

$\frac{1}{2}\times6\times6a=9,\qquad 18a=9$

$\therefore a=\frac{1}{2}$

답 $\frac{1}{2}$

15 점 C의 좌표를 $\left(k, \frac{12}{k}\right)$라 하면

$A\left(0, \frac{12}{k}\right)$, $B(k, 0)$

따라서 직사각형 AOBC의 넓이는

$k\times\frac{12}{k}=12$

선분 OB의 길이

선분 OA의 길이

답 ③

만점 도전을 위한 고난도 문제

본책 82~86쪽

01 전략 $\frac{y}{x}$의 값이 일정하면 y가 x에 정비례한다.

풀이 $\frac{y}{x}=k(k\neq0)$라 하면 $\qquad y=kx$

$x=\frac{2}{5}$, $y=8$을 대입하면

$8=\frac{2}{5}k\qquad \therefore k=20$

$\therefore y=20x$ ⋯ ❶

$y=20x$에 $x=\frac{3}{10}$, $y=a$를 대입하면

$a=20\times\frac{3}{10}=6$

$x=b$, $y=10$을 대입하면

$10=20b\qquad \therefore b=\frac{1}{2}$

$x=\frac{3}{5}$, $y=c$를 대입하면

$c=20\times\frac{3}{5}=12$ ⋯ ❷

$\therefore a+2b+c=6+2\times\frac{1}{2}+12$

$=19$ ⋯ ❸

답 19

채점 기준	비율
❶ x, y 사이의 관계식을 구할 수 있다.	20%
❷ a, b, c의 값을 구할 수 있다.	60%
❸ $a+2b+c$의 값을 구할 수 있다.	20%

02 전략 먼저 1 km를 달리는 데 필요한 휘발유의 양을 구한다.

풀이 (1) 1 km를 달리는 데 $\frac{1}{16}$ L의 휘발유가 필요하므로

$\frac{5}{80}=\frac{1}{16}$

$y=\frac{1}{16}x$

(2) $y=\frac{1}{16}x$에 $x=400$을 대입하면

$y=\frac{400}{16}=25$

따라서 400 km를 달리려면 25 L의 휘발유가 필요하다.

답 (1) $y=\frac{1}{16}x$ (2) 25 L

03 전략 1분, 즉 60초 동안 인쇄할 수 있는 장수를 구한다.

풀이 20초 동안 8장을 인쇄할 수 있으므로 60초, 즉 1분 동안 $3\times8=24$장을 인쇄할 수 있다.

따라서 구하는 식은

$y=24x$

답 ⑤

04 전략 섞기 전 두 소금물의 소금의 양의 합은 섞은 소금물의 소금의 양과 같음을 이용한다.

풀이 12 %의 소금물의 양은 $(y-x)$g이므로

$\frac{6}{100}\times x+\frac{12}{100}\times(y-x)=\frac{8}{100}\times y$

$6x+12y-12x=8y,\qquad 4y=6x$

$\therefore y=\frac{3}{2}x$

답 ④

05 전략 $y=\frac{4}{3}x$에 주어진 두 점의 좌표를 각각 대입한다.

풀이 $y=\frac{4}{3}x$에 $x=-6$, $y=a$를 대입하면

$$a=\frac{4}{3}\times(-6)=-8$$

$x=b$, $y=2$를 대입하면

$$2=\frac{4}{3}b \qquad \therefore b=\frac{3}{2}$$

$$\therefore ab=(-8)\times\frac{3}{2}=-12$$

답 -12

06 전략 정비례 관계 $y=ax$의 그래프는 $|a|$가 클수록 y축에 가까움을 이용한다.

풀이 $y=cx$, $y=dx$의 그래프는 오른쪽 위로 향하는 직선이므로

$c>0$, $d>0$

이때 $y=cx$의 그래프가 $y=dx$의 그래프보다 y축에 더 가까우므로

$|d|<|c| \qquad \therefore d<c$

또 $y=ax$, $y=bx$의 그래프는 오른쪽 아래로 향하는 직선이므로

$a<0$, $b<0$

이때 $y=bx$의 그래프가 $y=ax$의 그래프보다 y축에 더 가까우므로

$|b|>|a| \qquad \therefore b<a$

$\therefore b<a<d<c$

답 ④

07 전략 정비례 관계 $y=ax$의 그래프는 $|a|$가 클수록 y축에 가까움을 이용한다.

풀이 (i) $a>0$일 때,

정비례 관계 $y=ax$의 그래프는 제1사분면과 제3사분면을 지나고, $y=4x$의 그래프보다 y축에 가까우므로

$a>4$

(ii) $a<0$일 때,

정비례 관계 $y=ax$의 그래프는 제2사분면과 제4사분면을 지나고 $y=-\frac{1}{3}x$의 그래프보다 y축에 가까우므로

$$|a|>\left|-\frac{1}{3}\right| \qquad \therefore a<-\frac{1}{3}$$

(i), (ii)에서 $a<-\frac{1}{3}$ 또는 $a>4$

따라서 a의 값이 될 수 없는 것은 ④ $\frac{1}{3}$이다.

답 ④

08 전략 $y=ax$의 그래프가 두 점 P, Q를 지날 때의 a의 값을 구한다.

풀이 $y=ax$의 그래프가 점 $\mathrm{P}(-7, 1)$을 지날 때,

$$1=a\times(-7) \qquad \therefore a=-\frac{1}{7}$$ ··· ❶

점 $\mathrm{Q}(-2, 5)$를 지날 때,

$$5=a\times(-2) \qquad \therefore a=-\frac{5}{2}$$ ··· ❷

따라서 구하는 a의 값의 범위는

$$-\frac{5}{2}\le a\le -\frac{1}{7}$$ ··· ❸

답 $-\frac{5}{2}\le a\le-\frac{1}{7}$

채점 기준	비율
❶ 그래프가 점 P를 지날 때의 a의 값을 구할 수 있다.	40%
❷ 그래프가 점 Q를 지날 때의 a의 값을 구할 수 있다.	40%
❸ a의 값의 범위를 구할 수 있다.	20%

09 전략 $y=\frac{a}{x}(a\ne0)$가 성립하면 y가 x에 반비례한다.

풀이 ① $\frac{1}{2}\times x\times y=20$에서 $xy=40$

$\therefore y=\frac{40}{x}$

② 분침은 1분마다 6°씩 회전하므로

$y=6x$

③ $y=\frac{3}{2}x$

④ $2\times7=x\times y$에서 $xy=14$

$\therefore y=\frac{14}{x}$

⑤ $y=\frac{1}{2}\times(3+5)\times x$에서 $y=4x$

답 ①, ④

10 전략 $x\times y$의 값이 일정함을 이용한다.

풀이 (1) $xy=3600$이므로 $y=\frac{3600}{x}$ ··· ❶

(2) $y=\frac{3600}{x}$에 $x=200$을 대입하면

$$y=\frac{3600}{200}=18$$

$x=150$을 대입하면

$$y=\frac{3600}{150}=24$$ ··· ❷

따라서 예진이는 18분, 준희는 24분 걸리므로 예진이는 준희보다 6분 먼저 끝낼 수 있다. ··· ❸

답 (1) $y=\frac{3600}{x}$ (2) 6분

채점 기준	비율
❶ y를 x에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	40%
❷ 예진이와 준희가 문서를 입력하는 데 걸리는 시간을 각각 구할 수 있다.	40%
❸ 예진이가 준희보다 몇 분 먼저 끝낼 수 있는지 구할 수 있다.	20%

일품 BOX

$y=ax$의 그래프는 점 P와 원점을 지나는 직선보다 y축에 가깝거나 겹치고, 점 Q와 원점을 지나는 직선보다 y축에서 멀거나 겹친다.

두 대각선의 길이가 a, b인 마름모의 넓이는 $\frac{1}{2}\times a\times b$

1시간 30분$=\frac{3}{2}$시간

일의 양은 변함이 없다.

(사다리꼴의 넓이)$=\frac{1}{2}\times\{$(윗변의 길이)$+$(아랫변의 길이)$\}\times$(높이)

11 전략 $y=\frac{a}{x}$라 하고 부피가 10 cm^3일 때 압력이 2기압임을 이용하여 a의 값을 구한다.

풀이 압력이 x기압일 때의 기체의 부피를 y cm^3라 하면 y가 x에 반비례하므로

$y=\frac{a}{x}(a\neq0)$

라 하자. 압력이 2기압일 때의 부피가 10 cm^3이므로

$10=\frac{a}{2}$ $\quad\therefore a=20$

$\therefore y=\frac{20}{x}$

$y=\frac{20}{x}$에 $y=40$을 대입하면

$40=\frac{20}{x}$ $\quad\therefore x=\frac{1}{2}$

따라서 부피가 40 cm^3일 때의 압력은 $\frac{1}{2}$기압이다.

답 ④

12 전략 $\frac{n}{m}$이 자연수가 되려면 n은 m의 배수임을 이용한다.

풀이 $x=1$일 때 $\quad y=a$

$x=3$일 때 $\quad y=\frac{a}{3}$

$x=5$일 때 $\quad y=\frac{a}{5}$

$x=6$일 때 $\quad y=\frac{a}{6}$

이므로 a, $\frac{a}{3}$, $\frac{a}{5}$, $\frac{a}{6}$가 모두 자연수가 되려면 a는 1, 3, 5, 6의 공배수이어야 한다.

따라서 가장 작은 a의 값은 1, 3, 5, 6의 최소공배수인 30이다.

답 30

13 전략 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$ $(a<0)$의 그래프는 제2사분면과 제4사분면을 지나는 한 쌍의 곡선임을 이용한다.

풀이 ③ $|-2|<|-5|$이므로 $y=-\frac{5}{x}$의 그래프가 $y=-\frac{2}{x}$의 그래프보다 원점에서 멀리 떨어져 있다.

④ $xy=-5$이므로 그래프 위의 모든 점의 x좌표와 y좌표의 곱은 -5이다.

⑤ x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점은

$(-5, 1)$, $(-1, 5)$, $(1, -5)$, $(5, -1)$의 4개

답 ③

14 전략 제2사분면 위의 점은 (x좌표)<0, (y좌표)>0임을 이용한다.

풀이 $a<0$, $b>0$

① $a<0$이므로 $y=ax$의 그래프는 제2사분면, 제4사분면을 지난다.

② $-b<0$이므로 $y=-bx$의 그래프는 제2사분면, 제4사분면을 지난다.

③ $a<0$이므로 $y=\frac{a}{x}$의 그래프는 제2사분면, 제4사분면을 지난다.

④ $-\frac{b}{a}>0$이므로 $y=-\frac{b}{ax}$의 그래프는 제1사분면, 제3사분면을 지난다.

⑤ $\frac{a}{b^2}<0$이므로 $y=\frac{a}{b^2x}$의 그래프는 제2사분면, 제4사분면을 지난다.

답 ④

15 전략 먼저 점 $(-2, -4)$를 이용하여 a의 값을 구한다.

풀이 $y=ax$에 $x=-2$, $y=-4$를 대입하면

$-4=-2a$ $\quad\therefore a=2$ ⋯ ❶

$y=\frac{2}{x}$에 $x=6$, $y=b$를 대입하면

$b=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ ⋯ ❷

$\therefore a+b=\frac{7}{3}$ ⋯ ❸

답 $\frac{7}{3}$

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	40%
❷ b의 값을 구할 수 있다.	40%
❸ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	20%

16 전략 두 그래프가 만나는 점의 좌표를 이용한다.

풀이 $y=-\frac{3}{2}x$에 $x=2$를 대입하면

$y=-\frac{3}{2}\times2=-3$

따라서 점 $(2, -3)$이 $y=\frac{a}{x}$의 그래프 위의 점이므로

$-3=\frac{a}{2}$ $\quad\therefore a=-6$

답 ②

17 전략 먼저 점 B의 좌표를 이용하여 a의 값을 구한다.

풀이 $B\left(8, \frac{3}{2}\right)$이 $y=\frac{a}{x}$의 그래프 위의 점이므로

$\frac{3}{2}=\frac{a}{8}$ $\quad\therefore a=12$

$y=\frac{12}{x}$에 $x=2$를 대입하면

$y=6$ $\quad\therefore A(2, 6)$ ⋯ ❶

$y=bx$의 그래프가 점 A를 지날 때

$6=2b$ $\quad\therefore b=3$

점 B를 지날 때

$\frac{3}{2}=8b$ $\quad\therefore b=\frac{3}{16}$ ⋯ ❷

일품 BOX

$\frac{b}{a}<0$이므로 $-\frac{b}{a}>0$

$b^2>0$이므로 $\frac{a}{b^2}<0$

3) 3 5 6
1 5 2
이므로 최소공배수는 $2\times3\times5=30$

$y=\frac{a}{x}$ $(a\neq0)$의 그래프는 $|a|$가 작을수록 원점에 가깝다.

정비례 관계 $y=mx$, 반비례 관계 $y=\frac{m}{x}$의 그래프는
① $m>0$이면 제1사분면, 제3사분면을 지난다.
② $m<0$이면 제2사분면, 제4사분면을 지난다.

$x=2$, $y=6$을 대입

$x=8$, $y=\frac{3}{2}$을 대입

Ⅲ 그래프와 비례

따라서 구하는 b의 값의 범위는

$$\frac{3}{16} \le b \le 3 \quad \cdots ❸$$

답 $\frac{3}{16} \le b \le 3$

채점 기준	비율
❶ 점 A의 좌표를 구할 수 있다.	40 %
❷ $y=bx$의 그래프가 두 점 A, B를 지날 때의 b의 값을 각각 구할 수 있다.	40 %
❸ b의 값의 범위를 구할 수 있다.	20 %

18 전략 원점을 지나는 직선이 나타내는 식은 $y=ax\ (a \ne 0)$임을 이용한다.

풀이 원점 O를 지나는 직선은 정비례 관계의 그래프이므로 그래프가 나타내는 식을 $y=ax(a \ne 0)$라 하자.
그래프가 점 A$(-2,\ 6)$을 지나므로

$6=-2a \qquad \therefore a=-3$

$\therefore y=-3x$

따라서 $y=-3x$의 그래프가 점 B$(5,\ k)$를 지나므로

$k=(-3)\times 5=-15$

답 ①

19 전략 원점을 지나는 직선이 나타내는 식은 $y=ax\ (a \ne 0)$임을 이용한다.

풀이 ㉠은 원점과 점 A$(3,\ 5)$를 지나는 직선이므로 ㉠이 나타내는 식을 $y=ax\ (a \ne 0)$라 하면

점 A의 x좌표는 $5-2=3$

$5=3a \qquad \therefore a=\frac{5}{3}$

$\therefore y=\frac{5}{3}x$

㉡은 원점과 점 C$(5,\ 3)$을 지나는 직선이므로 ㉡이 나타내는 식을 $y=bx\ (b \ne 0)$라 하면

점 C의 y좌표는 $5-2=3$

$3=5b \qquad \therefore b=\frac{3}{5}$

$\therefore y=\frac{3}{5}x$

답 ㉠ $y=\frac{5}{3}x$ ㉡ $y=\frac{3}{5}x$

20 전략 먼저 지훈이와 육재가 1분 동안 이동한 거리를 구한다.

풀이 (1) 지훈이가 60초 동안 이동한 거리가 600 m이므로 지훈이의 그래프가 나타내는 식은

$y=600x \quad \cdots\cdots ㉠$

육재가 40초 동안 이동한 거리가 100 m이므로 1분 동안 이동한 거리는

1초에 $\frac{100}{40}$ m 이동

$\frac{100}{40}\times 60=150\ (\mathrm{m})$

따라서 육재의 그래프가 나타내는 식은

$y=150x \quad \cdots\cdots ㉡ \quad \cdots ❶$

(2) 도서관까지의 거리가 3 km, 즉 3000 m이므로

㉠에 $y=3000$을 대입하면 $\quad 3000=600x$

$\therefore x=5$

㉡에 $y=3000$을 대입하면 $\quad 3000=150x$

$\therefore x=20 \quad \cdots ❷$

따라서 지훈이가 도서관에 도착한 지 $20-5=15$(분) 후에 육재가 도착한다. $\cdots ❸$

답 (1) 지훈: $y=600x$, 육재: $y=150x$ (2) 15분

채점 기준	비율
❶ 지훈이와 육재가 x분 동안 이동한 거리 y m 사이의 관계를 식으로 나타낼 수 있다.	40 %
❷ 지훈이와 육재가 도서관까지 가는 데 걸린 시간을 각각 구할 수 있다.	40 %
❸ 지훈이가 도서관에 도착한 지 몇 분 후에 육재가 도착했는지 구할 수 있다.	20 %

21 전략 반비례 관계의 그래프의 식을 $y=\frac{k}{x}$로 놓고 a, b를 k를 사용한 식으로 나타낸다.

풀이 주어진 그래프의 식을 $y=\frac{k}{x}\ (x>0)$라 하면

$a=\frac{k}{2},\ b=\frac{k}{4}$

$a-b=3$이므로 $\quad \frac{k}{2}-\frac{k}{4}=3$

$\frac{k}{4}=3 \qquad \therefore k=12$

따라서 $a=\frac{12}{2}=6$, $b=\frac{12}{4}=3$이므로

$ab=18$

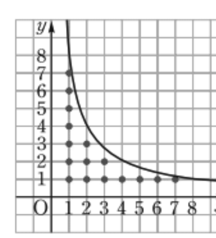
답 18

22 전략 먼저 주어진 그래프가 점 $(-4,\ -2)$를 지남을 이용하여 그래프의 식을 구한다.

풀이 주어진 그래프의 식을 $y=\frac{a}{x}\ (a \ne 0)$라 하면 이 그래프가 점 $(-4,\ -2)$를 지나므로

$-2=\frac{a}{-4} \qquad \therefore a=8$

제1사분면 위의 $y=\frac{8}{x}$의 그래프가 오른쪽 그림과 같고, x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점은



$x=1$일 때, $\quad$ 7개

$x=2$일 때, $\quad$ 3개

$x=3$일 때, $\quad$ 2개

$x=4,\ 5,\ 6,\ 7$일 때, $\quad$ 각 1개

이므로 총개수는

$7+3+2+1\times 4=16$

같은 방법으로 제3사분면 위에 있는 x좌표와 y좌표가 정수인 점의 개수도 16이므로 구하는 점의 개수는

$16\times 2=32$

답 ⑤

23 전략 (거리)=(속력)×(시간)임을 이용한다.

풀이 열차가 초속 x m로 달려서 터널을 통과하는 데 걸리는 시간을 y초라 하면 xy의 값은 일정하므로

열차가 이동한 거리는 터널의 길이와 열차의 길이의 합으로 일정하다.

$y=\frac{a}{x}$ $(a\neq0)$라 하자.

이때 주어진 그래프가 점 $(20, 90)$을 지나므로

$$90=\frac{a}{20} \qquad \therefore a=1800$$

$$\therefore y=\frac{1800}{x}$$ ⋯ ❶

$y=\frac{1800}{x}$에 $x=100$을 대입하면

$$y=\frac{1800}{100}=18$$

따라서 열차가 초속 100 m로 터널을 통과하는 데 걸리는 시간은 18초이다. ⋯ ❷

답 18초

채점 기준	비율
❶ 열차의 속력 x m/s와 걸리는 시간 y초 사이의 관계를 식으로 나타낼 수 있다.	60 %
❷ 열차가 초속 100 m로 터널을 통과하는 데 걸리는 시간을 구할 수 있다.	40 %

24 전략 선분 AB와 y축이 만나는 점의 y좌표를 k라 하고, 두 점 A, B의 좌표를 k를 사용한 식으로 나타낸다.

풀이 선분 AB와 y축이 만나는 점의 좌표를 $(0, k)$라 하자. $y=-\frac{2}{3}x$에 $y=k$를 대입하면

$$k=-\frac{2}{3}x \qquad \therefore x=-\frac{3}{2}k$$

$$\therefore A\left(-\frac{3}{2}k,\ k\right)$$

$y=2x$에 $y=k$를 대입하면

$$k=2x \qquad \therefore x=\frac{k}{2}$$

$$\therefore B\left(\frac{k}{2},\ k\right)$$

이때 선분 AB의 길이가 5이므로

$$\frac{k}{2}-\left(-\frac{3}{2}k\right)=5, \qquad 2k=5$$

$$\therefore k=\frac{5}{2}$$

$$\therefore A\left(-\frac{15}{4},\ \frac{5}{2}\right)$$

답 $A\left(-\frac{15}{4},\ \frac{5}{2}\right)$

다른풀이 점 A의 좌표를 $\left(a,\ -\frac{2}{3}a\right)$라 하면 선분 AB의 길이가 5이므로 점 B의 좌표는

$$\left(a+5,\ -\frac{2}{3}a\right)$$

이때 점 $B\left(a+5,\ -\frac{2}{3}a\right)$가 $y=2x$의 그래프 위의 점이므로

$$-\frac{2}{3}a=2(a+5), \qquad -2a=6a+30$$

$$-8a=30 \qquad \therefore a=-\frac{15}{4}$$

$$\therefore A\left(-\frac{15}{4},\ \frac{5}{2}\right)$$

25 전략 점 P의 좌표를 $\left(a,\ \frac{8}{5}a\right)$라 하고 삼각형의 넓이를 a로 나타낸다.

풀이 $P\left(a,\ \frac{8}{5}a\right)$라 하면 삼각형 POQ의 넓이는

$$\frac{1}{2}\times8\times\frac{8}{5}a=\frac{32}{5}a$$

즉 $\frac{32}{5}a=16$이므로 $\qquad a=\frac{5}{2}$

$$\therefore P\left(\frac{5}{2},\ 4\right)$$

답 $P\left(\frac{5}{2},\ 4\right)$

26 전략 $y=ax$의 그래프가 선분 AB와 만나는 점의 좌표를 이용한다.

풀이 사다리꼴 OABD의 넓이는

$$\frac{1}{2}\times(4+8)\times6=36$$

두 선분 CD, BD의 길이가 같으므로 선분 BD의 길이는 선분 OA의 길이의 $\frac{1}{2}$이다.

$y=ax$의 그래프와 선분 AB가 만나는 점을 P라 하면 $P(8, 8a)$이므로 삼각형 OAP의 넓이는

$$\frac{1}{2}\times8\times8a=32a$$

따라서 $32a=18$이므로 $\qquad a=\frac{9}{16}$

답 ④

참고 $y=ax$의 그래프가 점 $B(8, 6)$을 지나는 경우 삼각형 OAB의 넓이는 $\frac{1}{2}\times8\times6=24$이므로

(삼각형 OAB의 넓이)

$>\frac{1}{2}\times$(사다리꼴 OABD의 넓이)

따라서 $y=ax$의 그래프가 사다리꼴 OABD의 넓이를 이등분하려면 선분 AB와 만나야 한다.

27 전략 y가 x에 반비례하면 $xy=k$ (k는 상수)로 일정함을 이용한다.

풀이 점 P의 좌표를 $\left(p,\ \frac{a}{p}\right)$라 하면 직사각형 OAPB의 넓이는

$$p\times\left(-\frac{a}{p}\right)=-a$$

제4 사분면 위의 점 P의 y좌표는 음수이므로 선분 BP의 길이는 $\left|\frac{a}{p}\right|=-\frac{a}{p}$

$-a=6$이므로 $\qquad a=-6 \qquad \therefore y=-\frac{6}{x}$

점 Q의 좌표를 $\left(q,\ -\frac{6}{q}\right)$이라 하면 직사각형 ODQC의 넓이는

$$S=(-q)\times\left(-\frac{6}{q}\right)=6$$

제2 사분면 위의 점 Q의 x좌표는 음수이므로 선분 CO의 길이는 $|q|=-q$

$$\therefore aS=(-6)\times6=-36$$

답 ②

28 전략 삼각형 ABC와 삼각형 CDA는 밑변의 길이와 높이가 각각 같은 삼각형이다.

풀이 두 점 B, D가 $y=\frac{8}{x}$의 그래프 위의 점이므로

$$B\left(k,\ \frac{8}{k}\right),\ D\left(-k,\ -\frac{8}{k}\right)$$

두 삼각형 ABC, CDA는 밑변의 길이가 $2k$이고 높이가 $\frac{8}{k}$인 직각삼각형이므로 사각형 ABCD의 넓이는 삼각형 ABC의 넓이의 2배와 같다.

선분 CA의 길이는 $k-(-k)=2k$

따라서 구하는 넓이는

$$2\times\left(\frac{1}{2}\times 2k\times\frac{8}{k}\right)=16$$

답 ③

29 전략 세 점 A, B, C의 좌표를 a를 사용한 식으로 나타낸다.

풀이 두 점 A, C는 $y=\frac{a}{x}$의 그래프 위의 점이므로

$$A\left(2,\ \frac{a}{2}\right),\ C\left(6,\ \frac{a}{6}\right)$$

두 점 B, C의 y좌표가 서로 같으므로

$$B\left(2,\ \frac{a}{6}\right)$$ ··· ❶

따라서 직사각형 ABCD의 넓이는

$$(6-2)\times\left(\frac{a}{2}-\frac{a}{6}\right)=\frac{4}{3}a$$

이므로

$$\frac{4}{3}a=24 \qquad \therefore a=18$$ ··· ❷

답 18

채점 기준	비율
❶ 세 점 A, B, C의 좌표를 a를 사용한 식으로 나타낼 수 있다.	60 %
❷ a의 값을 구할 수 있다.	40 %

30 전략 점 B_n의 좌표를 이용하여 직사각형 $OA_nB_nC_n$의 넓이를 n을 사용한 식으로 나타낸다.

풀이 점 B_n의 y좌표는 n이므로

$y=\frac{5}{x}$에서 $y=n$이면
$n=\frac{5}{x} \quad \therefore x=\frac{5}{n}$
$\therefore B\left(\frac{5}{n},\ n\right)$

$$B_n\left(\frac{5}{n},\ n\right)$$ ··· ❶

따라서 $S_n=\frac{5}{n}\times n=5$이므로

$$S_1=S_2=S_3=\cdots=S_{10}=5$$ ··· ❷

$$\therefore S_1+S_2+S_3+\cdots+S_{10}$$
$$=5\times 10=50$$ ··· ❸

답 50

채점 기준	비율
❶ 점 B_n의 좌표를 구할 수 있다.	30 %
❷ $S_1=S_2=S_3=\cdots=S_{10}=5$임을 알 수 있다.	50 %
❸ $S_1+S_2+S_3+\cdots+S_{10}$의 값을 구할 수 있다.	20 %

최상위로 가는 최고 수준 문제

본책 87쪽

01 전략 $y=kx(k\neq0)$라 하고 m, n을 각각 a, b를 사용한 식으로 나타낸다.

풀이 $y=kx(k\neq0)$라 하고 $x=a+b$, $y=3$을 대입하면

$$3=k(a+b) \qquad \therefore ak+bk=3$$

$y=kx$에 $x=a$, $y=m$을 대입하면

$$m=ak$$

$x=b$, $y=n$을 대입하면 $\quad n=bk$

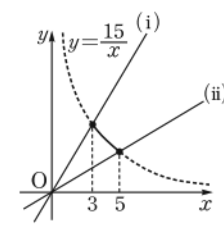
$$\therefore m+n=ak+bk=3$$

답 ⑤

02 전략 좌표평면에 두 그래프를 그려서 두 그래프가 만나는 점의 x좌표를 이용한다.

풀이 $y=\frac{15}{x}$의 그래프와 제 1 사분면에서 만나는 $y=ax$의 그래프는 오른쪽 그림의 두 그래프 (i), (ii) 사이에 존재한다.

원점을 지나는 직선



(i) $k=3$일 때,

$y=\frac{15}{x}$에 $x=3$을 대입하면 $\quad y=5$

$y=ax$의 그래프가 점 (3, 5)를 지날 때

$$5=3a \qquad \therefore a=\frac{5}{3}$$ ··· ❶

(ii) $k=5$일 때,

$y=\frac{15}{x}$에 $x=5$를 대입하면 $\quad y=3$

$y=ax$의 그래프가 점 (5, 3)을 지날 때

$$3=5a \qquad \therefore a=\frac{3}{5}$$ ··· ❷

(i), (ii)에서 구하는 a의 값의 범위는

$$\frac{3}{5}\le a\le\frac{5}{3}$$ ··· ❸

답 $\frac{3}{5}\le a\le\frac{5}{3}$

채점 기준	비율
❶ $y=ax$의 그래프가 점 (3, 5)를 지날 때의 a의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ $y=ax$의 그래프가 점 (5, 3)을 지날 때의 a의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ a의 값의 범위를 구할 수 있다.	20 %

03 전략 $y=ax\ (a\neq0)$가 성립하면 y는 x에 정비례하고, $y=\frac{b}{x}\ (b\neq0)$가 성립하면 y는 x에 반비례함을 이용한다.

풀이 0이 아닌 두 상수 a, b에 대하여 y가 x에 정비례하면 $y=ax$라 하고, 반비례하면 $y=\frac{a}{x}$라 하자.

일품 BOX

마찬가지로 x가 z에 정비례하면 $x=bz$라 하고, 반비례하면 $x=\frac{b}{z}$라 하자.

(ㄱ) $y=ax$, $x=bz$이므로 $y=ax$에 $x=bz$를 대입하면

$y=abz$

$a\neq0$, $b\neq0$이므로 $ab\neq0$

따라서 y는 z에 정비례한다.

(ㄴ) $y=ax$, $x=\frac{b}{z}$이므로 $y=ax$에 $x=\frac{b}{z}$를 대입하면

$y=\frac{ab}{z}$

따라서 y는 z에 반비례한다.

(ㄷ) $y=\frac{a}{x}$, $x=bz$이므로 $y=\frac{a}{x}$에 $x=bz$를 대입하면

$y=\frac{a}{bz}$

$a\neq0$, $b\neq0$이므로 $\frac{a}{b}\neq0$

따라서 y는 z에 반비례한다.

(ㄹ) $y=\frac{a}{x}$, $x=\frac{b}{z}$이므로 $y=\frac{a}{x}$에 $x=\frac{b}{z}$를 대입하면

$y=\dfrac{a}{\frac{b}{z}}=\frac{az}{b}$

$y=a\div\frac{b}{z}=a\times\frac{z}{b}=\frac{a}{b}z$

따라서 y는 z에 정비례한다.

이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄷ)이다.

답 ③

04

전략 선분 AB의 길이를 $2k$, 선분 BC의 길이를 $3k$라 하고, 두 점 B, C의 좌표를 구한다.

풀이 선분 AB의 길이를 $2k$, 선분 BC의 길이를 $3k$ $(k\neq0)$라 하면 점 B의 좌표는

$(2k,\ 2ak)$

선분 AC의 길이는 $2k+3k=5k$이므로 점 C의 좌표는

(선분 AB의 길이)+(선분 BC의 길이)

$(5k,\ 5bk)$

두 점 B, C의 y좌표가 같으므로

$2ak=5bk$

양변을 k로 나누면 $2a=5b$이므로

$\frac{b}{a}=\frac{2}{5}$

답 $\frac{2}{5}$

05

전략 점 P의 좌표를 이용하여 a의 값을 구한다.

풀이 점 P가 $y=2x$의 그래프 위의 점이므로 $y=2x$에 $y=4$를 대입하면

$4=2x$ $\quad\therefore x=2$

$\therefore$ P$(2,\ 4)$, A$(2,\ 0)$ ···➊

점 P가 $y=\frac{a}{x}$의 그래프 위의 점이므로

$4=\frac{a}{2}$ $\quad\therefore a=8$

$\therefore y=\frac{8}{x}$ ···➋

점 B가 점 A를 출발한 지 12초 후의 점 B의 x좌표는

점 B가 12초 동안 움직인 거리

$2+\frac{2}{3}\times12=10$

$\therefore$ B$(10,\ 0)$

$y=\frac{8}{x}$에 $x=10$을 대입하면 $\quad y=\frac{4}{5}$

$\therefore$ Q$\left(10,\ \frac{4}{5}\right)$ ···➌

따라서 사각형 PABQ의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\left(4+\frac{4}{5}\right)\times8=\frac{96}{5}$ ···➍

답 $\frac{96}{5}$

채점 기준	비율
➊ 두 점 P, A의 좌표를 구할 수 있다.	20%
➋ 반비례 관계의 그래프의 식을 구할 수 있다.	20%
➌ 점 A를 출발한 지 12초 후의 두 점 B, Q의 좌표를 구할 수 있다.	40%
➍ 사각형 PABQ의 넓이를 구할 수 있다.	20%

06

전략 삼각형 OAP의 넓이를 이용하여 점 A의 좌표를 구한 후 반비례 관계의 그래프의 식을 구한다.

풀이 점 A의 x좌표를 k라 하면 삼각형 OAP의 넓이가 12이므로

$\frac{1}{2}\times k\times6=12$ $\qquad\therefore k=4$

$\therefore$ A$(4,\ 6)$

반비례 관계의 그래프의 식을 $y=\frac{m}{x}$ $(m\neq0)$이라 하면 이 그래프가 점 A$(4,\ 6)$을 지나므로

$6=\frac{m}{4}$ $\qquad\therefore m=24$

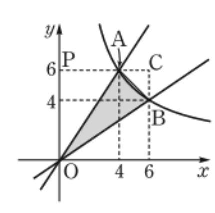
$\therefore y=\frac{24}{x}$

$y=\frac{24}{x}$의 그래프가 점 B를 지나므로 $y=\frac{24}{x}$에 $y=4$를 대입하면

$4=\frac{24}{x}$ $\qquad\therefore x=6$

$\therefore$ B$(6,\ 4)$

따라서 삼각형 AOB의 넓이는 오른쪽 그림에서 사각형 OBCP의 넓이에서 삼각형 OAP의 넓이와 삼각형 ABC의 넓이를 뺀 것과 같으므로



$\underbrace{\frac{1}{2}\times(6+2)\times6}_{\text{사다리꼴 OBCP의 넓이}}-12-\underbrace{\frac{1}{2}\times2\times2}_{\text{삼각형 ABC의 넓이}}$

$=24-12-2$

$=10$

답 10

학교 시험 실전 TEST Level 1

본책 88~91쪽

일품 BOX

01 전략 두 순서쌍 $(a,\ b)$, $(c,\ d)$가 같으면 $a=c$, $b=d$임을 이용한다.

풀이 $2a-3=5a+3$에서 $\quad -3a=6$

$\therefore a=-2$

$\frac{1}{2}b-\frac{1}{6}=-b+\frac{1}{3}$에서

$\frac{3}{2}b=\frac{1}{2} \quad \therefore b=\frac{1}{3}$

$\therefore \frac{a}{b}=(-2)\div\frac{1}{3}=(-2)\times3=-6$

$\frac{-2}{\frac{1}{3}}=-6$

답 ②

02 전략 x축 위의 점은 y좌표가 0이고, y축 위의 점은 x좌표가 0임을 이용한다.

풀이 점 $\mathrm{A}(-3a,\ 2b-8)$이 x축 위의 점이므로

$2b-8=0 \quad \therefore b=4$

점 $\mathrm{B}(4a+b,\ b+4)$, 즉 $\mathrm{B}(4a+4,\ 8)$이 y축 위의 점이므로

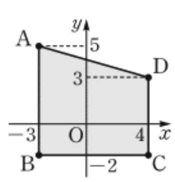
$4a+4=0 \quad \therefore a=-1$

$\therefore a+b=3$

답 ④

03 전략 네 점 A, B, C, D를 좌표평면 위에 나타낸다.

풀이 네 점 A, B, C, D를 좌표평면 위에 나타내면 사각형 ABCD는 오른쪽 그림과 같은 사다리꼴이므로 구하는 넓이는



$\frac{1}{2}\times\{(5+2)+(3+2)\}\times(4+3)=42$

답 ①

04 전략 조건을 만족시키는 점을 찾아본다.

풀이 조건 (가)를 만족시키는 점은 점 D와 점 E이고, 이 중에서 조건 (나)를 만족시키는 점은 점 D이다.

점 E는 제 4 사분면 위의 점이다.

답 ④

05 전략 x, y의 부호를 알아낸다.

풀이 점 $(x,\ y)$가 제2사분면 위에 있으므로

$x<0,\ y>0$

(ㄱ) $x+y$의 부호는 알 수 없다.

$|x|>|y|$이면 $x+y<0$
$|x|<|y|$이면 $x+y>0$

(ㄹ) $x^3<0,\ y>0$이므로

$x^3y<0$

n이 짝수이면 $(\text{음수})^n>0$
n이 홀수이면 $(\text{음수})^n<0$

이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄷ), (ㄹ)이다.

답 ⑤

06 전략 $ab>0$이면 $a>0,\ b>0$ 또는 $a<0,\ b<0$이다.

풀이 $ab>0,\ a+b<0$에서

$a<0,\ b<0$

$ab>0$에서 $a>0,\ b>0$ 또는 $a<0,\ b<0$
그런데 $a+b<0$이므로 $a<0,\ b<0$

$a<0,\ b<0$이므로 $\frac{a}{b}>0$ $\quad \therefore -\frac{a}{b}<0$

따라서 $-\frac{a}{b}<0,\ -b>0$이므로 점 $\left(-\frac{a}{b},\ -b\right)$는 제2사분면 위에 있다.

답 ②

07 전략 주어진 그래프를 해석한다.

풀이 A구간에서 시간이 지남에 따라 높이가 일정하게 증가하므로 일정한 속력으로 올라가고 있다.

답 ②

08 전략 y가 x에 정비례하면 $y=ax$ 꼴임을 이용한다.

풀이 (ㄷ) $x=-5y$에서 $\quad y=-\frac{1}{5}x$

(ㄹ) $x=-\frac{1}{7y}$에서 $\quad y=-\frac{1}{7x}$

(ㅁ) $xy=8$에서 $\quad y=\frac{8}{x}$

(ㅂ) $\frac{y}{x}=3$에서 $\quad y=3x$

이상에서 y가 x에 정비례하는 것은 (ㄱ), (ㄷ), (ㅂ)이다.

답 ④

09 전략 $y=ax$에 그래프가 지나는 점의 좌표를 대입하여 a의 값을 구한다.

풀이 $y=ax$에 $x=2,\ y=\frac{1}{4}$을 대입하면

$\frac{1}{4}=2a \quad \therefore a=\frac{1}{8}$

$\therefore y=\frac{1}{8}x$

① $-2=\frac{1}{8}\times(-16)$
② $-\frac{1}{8}=\frac{1}{8}\times(-1)$
④ $\frac{3}{4}=\frac{1}{8}\times6$
⑤ $\frac{3}{2}=\frac{1}{8}\times12$

③ $y=\frac{1}{8}x$에 $x=4$를 대입하면

$y=\frac{1}{8}\times4=\frac{1}{2}$

따라서 점 $\left(4,\ \frac{1}{3}\right)$은 $y=\frac{1}{8}x$의 그래프 위의 점이 아니다.

답 ③

10 전략 $y=-6x$에 세 점의 좌표를 각각 대입한다.

풀이 $y=-6x$에 $x=a,\ y=3$을 대입하면

$3=-6a \quad \therefore a=-\frac{1}{2}$

$x=-2,\ y=b$를 대입하면

$b=(-6)\times(-2)=12$

$x=c,\ y=5$를 대입하면

$5=-6c \quad \therefore c=-\frac{5}{6}$

$\therefore abc=\left(-\frac{1}{2}\right)\times12\times\left(-\frac{5}{6}\right)=5$

답 ②

11 전략 정비례 관계 $y=ax$의 그래프에서 $|a|$가 클수록 y축에 더 가깝다.

풀이 그래프 ㈎를 나타내는 식을 $y=ax$ $(a\neq0)$라 하자.
그래프 ㈎는 제2사분면과 제4사분면을 지나므로

$a<0$

또 $y=-3x$의 그래프보다 y축에 가까우므로

$|a|>|-3|$ $\therefore a<-3$

따라서 그래프 ㈎를 나타내는 식이 될 수 있는 것은 ① 이다.

답 ①

음수는 절댓값이 클수록 더 작다.

12

전략 하루에 일한 시간을 x시간, 일한 날을 y일이라 하고 x와 y 사이의 관계를 식으로 나타낸다.

풀이 하루에 x시간씩 일하면 끝내는 데 y일이 걸린다고 할 때

$\underline{x\times y=8\times15}$ $\therefore y=\dfrac{120}{x}$

일의 양은 일정하다.

$y=\dfrac{120}{x}$에 $y=10$을 대입하면

$10=\dfrac{120}{x}$ $\therefore x=12$

따라서 하루에 12시간씩 일해야 한다.

답 ③

13

전략 반비례 관계 $y=\dfrac{a}{x}$의 그래프는 $|a|$가 작을수록 원점에 가깝다.

풀이 $\left|\dfrac{1}{3}\right|<\left|-\dfrac{1}{2}\right|<|2|<|4|<|-5|$

이므로 그래프가 원점에 가장 가까운 것은 ③ $y=\dfrac{1}{3x}$이다.

답 ③

정비례 관계 $y=ax$의 그래프가 지나는 사분면
① $a>0$: 제1 사분면, 제3 사분면
② $a<0$: 제2 사분면, 제4 사분면

14

전략 두 점 A, B의 x좌표가 모두 2임을 이용한다.

풀이 두 점 A, B의 x좌표가 모두 2이므로

$A(2,\ -2)$, $B(2,\ 2a)$

선분 AB를 삼각형 AOB의 밑변이라 하면 선분 OP의 길이가 높이이므로 삼각형 AOB의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times2\times\underline{(-2-2a)}=-2-2a$

선분 AB의 길이

즉 $-2-2a=6$이므로 $2a=-8$

$\therefore a=-4$

답 ④

15

전략 점 $(m,\ n)$과 x축에 대하여 대칭인 점은 $(m,\ -n)$이고 원점에 대하여 대칭인 점은 $(-m,\ -n)$이다.

풀이 점 $(-8,\ a)$와 x축에 대하여 대칭인 점의 좌표는

$(-8,\ -a)$

점 $(b,\ 4)$와 원점에 대하여 대칭인 점의 좌표는

$(-b,\ -4)$

두 점의 좌표가 같으므로

$-a=-4$, $-8=-b$

$\therefore a=4$, $b=8$

$\therefore a+b=12$

답 12

16

전략 1분당 15 L씩 넣으면 x분 동안 $15x$ L를 넣는다.

풀이 (1) 1분당 15 L씩 물을 넣으면 x분 동안 $15x$ L만큼 물을 넣게 되므로

$y=15x$ ⋯ ❶

(2) $300\times\dfrac{3}{4}=225$ (L)이므로 $y=15x$에 $y=225$를 대입하면

$225=15x$ $\therefore x=15$

따라서 물통 전체의 $\dfrac{3}{4}$만큼을 채우는 데 걸리는 시간은 15분이다. ⋯ ❷

답 (1) $y=15x$ (2) 15분

채점 기준	배점
❶ y를 x에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	2점
❷ 물통 전체의 $\frac{3}{4}$만큼을 채우는 데 걸리는 시간을 구할 수 있다.	4점

17

전략 두 수의 곱이 양수이면 두 수의 부호는 같고, 두 수의 곱이 음수이면 두 수의 부호는 서로 다름을 이용한다.

풀이 $ab>0$에서

$a>0,\ b>0$ 또는 $a<0,\ b<0$

$bc<0$에서

$b>0,\ c<0$ 또는 $b<0,\ c>0$

즉 $a>0,\ b>0,\ c<0$ 또는 $a<0,\ b<0,\ c>0$이므로

$ac<0$ $\therefore -ac>0$

따라서 $y=-acx$의 그래프는 제1사분면과 제3사분면을 지난다.

답 제1사분면, 제3사분면

18

전략 그래프 위의 점의 좌표를 대입한다.

풀이 $y=ax$에 $x=6$, $y=4$를 대입하면

$4=6a$ $\therefore a=\dfrac{2}{3}$ ⋯ ❶

$y=\dfrac{2}{3}x$에 $x=-2$, $y=b$를 대입하면

$b=\dfrac{2}{3}\times(-2)=-\dfrac{4}{3}$ ⋯ ❷

$\therefore a-b=\dfrac{2}{3}-\left(-\dfrac{4}{3}\right)=2$ ⋯ ❸

답 2

채점 기준	배점
❶ a의 값을 구할 수 있다.	2점
❷ b의 값을 구할 수 있다.	2점
❸ $a-b$의 값을 구할 수 있다.	1점

19

전략 $y=\dfrac{k}{x}$ $(k\neq0)$라 하고 x, y의 값을 대입한다.

풀이 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$라 하고 $x=12$, $y=2$를 대입하면

$k=24$

따라서 $y=\frac{24}{x}$이므로 이 식에 $x=-2$, $y=a$를 대입하면

$a=-12$

$x=b$, $y=8$을 대입하면

$8=\frac{24}{b}\qquad \therefore b=3$

$x=c$, $y=d$를 대입하면

$d=\frac{24}{c}\qquad \therefore cd=24$

$\therefore ab+cd=(-12)\times 3+24=-12$

답 -12

20 전략 두 점 A, B는 y좌표가 같고 두 점 B, C는 x좌표가 같음을 이용한다.

풀이 $y=\frac{8}{x}$에 $x=2$를 대입하면 $\quad y=4$

$\therefore \mathrm{A}(2,\ 4)$ ⋯ ❶

이때 두 점 A, B의 y좌표가 같으므로 $y=\frac{24}{x}$에 $y=4$를 대입하면

$4=\frac{24}{x}\qquad \therefore x=6$

$\therefore \mathrm{B}(6,\ 4)$ ⋯ ❷

또 두 점 B, C의 x좌표가 같으므로 $y=\frac{8}{x}$에 $x=6$을 대입하면 $\quad y=\frac{4}{3}$

$\therefore \mathrm{C}\left(6,\ \frac{4}{3}\right)$ ⋯ ❸

따라서 삼각형 ABC의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\underbrace{(6-2)}_{\text{선분 AB의 길이}}\times\underbrace{\left(4-\frac{4}{3}\right)}_{\text{선분 BC의 길이}}=\frac{16}{3}$ ⋯ ❹

답 $\frac{16}{3}$

채점 기준	배점
❶ 점 A의 좌표를 구할 수 있다.	1점
❷ 점 B의 좌표를 구할 수 있다.	1점
❸ 점 C의 좌표를 구할 수 있다.	1점
❹ 삼각형 ABC의 넓이를 구할 수 있다.	3점

학교 시험 실전 TEST Level 2

본책 92~95쪽

01 전략 y축 위의 점은 x좌표가 0임을 이용한다.

풀이 두 점 A, B가 y축 위에 있으므로

$a+3=0,\ 2b-1=0$

$\therefore a=-3,\ b=\frac{1}{2}$

$\therefore \mathrm{A}(0,\ 5),\ \mathrm{B}(0,\ -2)$

일품 BOX: $4b+3=4\times\frac{1}{2}+3=5$

일품 BOX: $a+1=-3+1=-2$

$-2a-1=(-2)\times(-3)-1=5$,

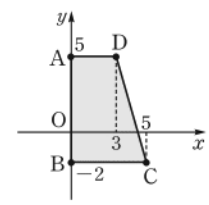
$-4b=(-4)\times\frac{1}{2}=-2$이므로

$\mathrm{C}(5,\ -2)$

$2b+2=2\times\frac{1}{2}+2=3$, $2-a=2-(-3)=5$이므로

$\mathrm{D}(3,\ 5)$

따라서 네 점 A, B, C, D를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 사각형 ABCD의 넓이는



$\frac{1}{2}\times(3+5)\times\underbrace{(5+2)}_{\text{선분 AB의 길이}}=28$

답 ④

02 전략 점 $(a,\ b)$가 제4사분면 위의 점이면 $a>0$, $b<0$임을 이용한다.

풀이 $a>0$, $b<0$이고 $|a|=|b|$이므로

$a+b=0$

따라서 점 $\mathrm{Q}(a+b,\ a-b)$는 y축 위의 점이므로 어느 사분면에도 속하지 않는다.

일품 BOX: x좌표가 0인 점은 y축 위에 있다.

답 ⑤

03 전략 제3사분면 위의 점은 (x좌표)<0, (y좌표)<0임을 이용한다.

풀이 점 $(4-2x,\ x-8)$이 제 3 사분면 위에 있으려면

$4-2x<0,\ x-8<0$

$4-2x<0$을 만족시키는 자연수 x는

3, 4, 5, ⋯

$x-8<0$을 만족시키는 자연수 x는

1, 2, 3, ⋯, 7

따라서 구하는 자연수 x는

3, 4, 5, 6, 7의 5개

답 ②

04 전략 먼저 점 P가 제4사분면 위에 있음을 이용하여 a, b의 부호를 구한다.

풀이 점 $\mathrm{P}(a-b,\ ab)$가 제4사분면 위에 있으므로

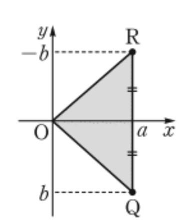
$a-b>0,\ ab<0$

일품 BOX: $a-b>0$에서 $a>b$
$ab<0$에서 a, b의 부호가 다르므로
$a>0,\ b<0$

$\therefore a>0,\ b<0$

따라서 점 $\mathrm{Q}(a,\ b)$는 제4사분면 위의 점이고 $\quad \mathrm{R}(a,\ -b)$

두 점 Q, R를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로 삼각형 OQR의 넓이는



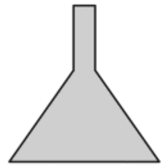
일품 BOX: $b<0$이므로 선분 RQ의 길이는
$-b-b=-2b$

$\frac{1}{2}\times a\times(-2b)=-ab$

답 ②

05 전략 물병의 단면을 그린 후 폭의 변화를 생각한다.

풀이 주어진 물병의 단면은 오른쪽 그림과 같이 폭이 점점 좁아지는 부분과 일정한 부분으로 나누어진다.



폭이 점점 좁아지는 부분에서는 물의 높이가 점점 빠르게 증가하고 폭이 일정한 부분에서는 물의 높이가 일정하게 증가하므로 알맞은 그래프는 ④이다. 답 ④

06 전략 $y=ax\ (a\neq0)$가 성립하면 y가 x에 정비례하고, $y=\frac{a}{x}\ (a\neq0)$가 성립하면 y가 x에 반비례함을 이용한다.

풀이 (ㄱ) $xy=10000$, 즉 $y=\frac{10000}{x}$이므로 y는 x에 반비례한다.

(ㄴ) $y=\frac{800}{x}$이므로 y는 x에 반비례한다.

(ㄷ) $y=x-\frac{20}{100}x$, 즉 $y=\frac{4}{5}x$이므로 y는 x에 정비례한다.

(ㄹ) $y=700x$이므로 y는 x에 정비례한다.

(ㅁ) $x+y=24$, 즉 $y=-x+24$

이상에서 y가 x에 정비례하는 것은 (ㄷ), (ㄹ)이고, 반비례하는 것은 (ㄱ), (ㄴ)이다. 답 ④

일품 BOX

$(시간)=\frac{(거리)}{(속력)}$

정가 a원에서 b %를 할인한 가격

$\rightarrow a-a\times\frac{b}{100}$(원)

07 전략 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}\ (a\neq0)$의 그래프는 $|a|$가 클수록 원점에서 멀어짐을 이용한다.

풀이 ② $x=-2$일 때 $y=-\frac{a}{2}$이므로 점 $\left(-2,\ -\frac{a}{2}\right)$를 지난다.

⑤ $|a|$가 클수록 원점에서 멀어진다. 답 ④

08 전략 반비례 관계 $y=\frac{k}{x}\ (k\neq0)$의 그래프에서 $|k|$가 작을수록 그래프가 원점에 가까워짐을 이용한다.

풀이 그래프 ㉠이 나타내는 식을 $y=\frac{a}{x}(a\neq0)$라 하면

$y=\frac{a}{x}$의 그래프가 제2사분면과 제4사분면을 지나므로

$a<0$

또 $y=-\frac{4}{x}$의 그래프보다 원점에 가까우므로

$|a|<|-4| \qquad \therefore a>-4$

$\therefore -4<a<0$

(ㄷ) $xy=-\frac{1}{3}$에서 $\quad y=-\frac{1}{3x}$

(ㄹ) $xy=-8$에서 $\quad y=-\frac{8}{x}$

이상에서 그래프 ㉠을 나타내는 식이 될 수 있는 것은 (ㄴ), (ㄷ)이다. 답 ③

09 전략 $y=\frac{a}{x}$에 먼저 $x=-2$, $y=12$를 대입하여 a의 값을 구한다.

풀이 $y=\frac{a}{x}$에 $x=-2$, $y=12$를 대입하면

$12=\frac{a}{-2} \qquad \therefore a=-24$

따라서 구하는 점은

x좌표의 절댓값이 24의 약수이어야 한다.

$(1,\ -24)$, $(2,\ -12)$, $(3,\ -8)$, $(4,\ -6)$,
$(6,\ -4)$, $(8,\ -3)$, $(12,\ -2)$, $(24,\ -1)$,
$(-1,\ 24)$, $(-2,\ 12)$, $(-3,\ 8)$, $(-4,\ 6)$,
$(-6,\ 4)$, $(-8,\ 3)$, $(-12,\ 2)$, $(-24,\ 1)$

의 16개이다. 답 ⑤

10 전략 $y=ax\ (a\neq0)$라 하고 그래프가 지나는 점의 좌표를 대입한다.

풀이 그래프가 원점을 지나는 직선이므로

$y=ax\ (a\neq0)$

라 하자. 이 식에 $x=2$, $y=-8$을 대입하면

$-8=2a \qquad \therefore a=-4$

$\therefore y=-4x$

따라서 정비례 관계 $y=-4x$의 그래프 위에 있는 점은 ①, ④이다. 답 ①, ④

② $6\neq(-4)\times(-1)$
③ $4\neq(-4)\times\left(-\frac{1}{2}\right)$
⑤ $-6\neq(-4)\times1$

11 전략 그래프가 원점을 지나는 직선이면 $y=ax$, 원점에 대하여 대칭인 한 쌍의 곡선이면 $y=\frac{a}{x}$로 놓는다.

풀이 ③ 그래프가 원점에 대하여 대칭인 한 쌍의 곡선이므로 $y=\frac{a}{x}\ (a\neq0)$라 하자.

그래프가 점 $(2,\ 2)$를 지나므로 $y=\frac{a}{x}$에 $x=2$, $y=2$를 대입하면

$2=\frac{a}{2} \qquad \therefore a=4$

$\therefore y=\frac{4}{x}$ 답 ③

12 전략 두 점 P, Q의 x좌표를 각각 a를 사용한 식으로 나타낸다.

풀이 점 P의 y좌표가 3이므로

$3=\frac{a}{x} \qquad \therefore x=\frac{1}{3}a$

점 Q의 y좌표가 $\frac{3}{2}$이므로

$\frac{3}{2}=\frac{a}{x} \qquad \therefore x=\frac{2}{3}a$

따라서 $\frac{2}{3}a-\frac{1}{3}a=2$이므로

$a>0$이므로 $\frac{2}{3}a>\frac{1}{3}a$

$\frac{1}{3}a=2 \qquad \therefore a=6$ 답 ⑤

Ⅲ 그래프와 비례

13 전략 수문을 x시간 동안 열어 내보낸 물의 양을 y만 톤이라 하고 관계식을 구한다.

풀이 수문 A를 x시간 동안 열어 내보낸 물의 양을 y만 톤이라 하면 y가 x에 정비례하므로

$y=ax(a\neq0)$

라 하자. 이 식에 $x=3$, $y=40$을 대입하면

그래프가 점 $(3, 40)$을 지난다.

$a=\frac{40}{3}$ $\qquad \therefore y=\frac{40}{3}x$

수문 B를 x시간 동안 열어 내보낸 물의 양을 y만 톤이라 하면 y가 x에 정비례하므로

$y=bx(b\neq0)$

라 하자. 이 식에 $x=5$, $y=20$을 대입하면

그래프가 점 $(5, 20)$을 지난다.

$b=4$ $\qquad \therefore y=4x$

따라서 두 수문 A, B를 동시에 x시간 동안 열어 내보낸 물의 양을 y만 톤이라 하면

$y=\frac{40}{3}x+4x=\frac{52}{3}x$

$y=260$을 대입하면

$\frac{52}{3}x=260$ $\qquad \therefore x=15$

즉 260만 톤의 물을 내보내는 데 15시간이 걸린다.

답 ③

14 전략 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$에서 xy의 값은 일정함을 이용한다.

풀이 $y=\frac{30}{x}$에서 $\qquad xy=30$

즉 두 점 P, Q의 x좌표와 y좌표의 곱이 모두 30이므로 두 직사각형 AODP와 BOEQ의 넓이는 모두 30이다.

따라서 직사각형 ABCP의 넓이는

(사각형 AODP의 넓이)$-$(사각형 BODC의 넓이)

$=$(사각형 BOEQ의 넓이)$-$(사각형 BODC의 넓이)

$=$(직사각형 CDEQ의 넓이)

$=10$

답 ②

15 전략 점 (a, b)와 x축에 대하여 대칭인 점의 좌표는 $(a, -b)$, 원점에 대하여 대칭인 점의 좌표는 $(-a, -b)$임을 이용한다.

풀이 두 점 $\mathrm{A}(-4a+1, b)$, $\mathrm{B}(5, 2b-6)$이 x축에 대하여 대칭이므로

$-4a+1=5$, $b=-(2b-6)$

x좌표는 같고, y좌표는 부호가 반대이다.

$-4a+1=5$에서 $\qquad 4a=-4$

$\therefore a=-1$

$b=-(2b-6)$에서 $\qquad b=-2b+6$

$3b=6$ $\qquad \therefore b=2$

따라서 점 A의 좌표가 $(5, 2)$이므로 점 A와 원점에 대하여 대칭인 점 C의 좌표는

$(-5, -2)$

답 $\mathrm{C}(-5, -2)$

16 전략 PC방을 1시간, 2시간, 3시간, 4시간 이용할 때의 요금을 구한다.

풀이 이용 시간이 1시간 이하일 때의 요금은 $\qquad$ 1000원

이용 시간이 1시간에서 2시간 사이일 때의 요금은

2000원

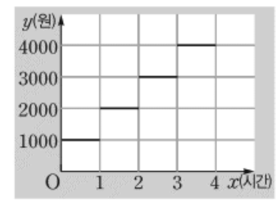
이용 시간이 2시간에서 3시간 사이일 때의 요금은

3000원

이용 시간이 3시간에서 4시간 사이일 때의 요금은

4000원

따라서 x와 y 사이의 관계를 그래프로 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



답 풀이 참조

17 전략 점 P가 점 B를 출발한 지 x초 후의 선분 BP의 길이는 $3x$ cm임을 이용한다.

풀이 (1) x초 후의 선분 BP의 길이가 $3x$ cm이므로 삼각형 ABP의 넓이는

$y=\frac{1}{2}\times3x\times18=27x$ $\qquad$ ··· ❶

(2) $y=27x$에 $y=216$을 대입하면

$216=27x$ $\qquad \therefore x=8$

따라서 점 P가 점 B를 출발한 지 8초 후에 삼각형 ABP의 넓이가 $216\ \mathrm{cm}^2$가 된다. $\qquad$ ··· ❷

답 (1) $y=27x$ (2) 8초

채점 기준	배점
❶ y를 x에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	2점
❷ 몇 초 후에 삼각형 ABP의 넓이가 $216\ \mathrm{cm}^2$가 되는지 알 수 있다.	3점

18 전략 점 B의 x좌표를 a라 하고 점 A의 좌표를 a를 사용한 식으로 나타낸다.

풀이 점 B의 좌표를 $\left(a, \frac{1}{3}a\right)$라 하면 점 C의 좌표는

$\left(a, \frac{1}{3}a+2\right)$

두 점 A, C의 y좌표가 같으므로 점 A의 좌표는

$\left(a-2, \frac{1}{3}a+2\right)$

이때 점 A는 $y=x$의 그래프 위의 점이므로

$\frac{1}{3}a+2=a-2$, $\qquad -\frac{2}{3}a=-4$

$\therefore a=6$

따라서 점 B의 좌표는 $(6, 2)$이다.

답 $\mathrm{B}(6, 2)$

19 전략 음파의 파장은 진동수에 반비례함을 이용한다.

풀이 (1) $y=\frac{a}{x}$ $(a\neq0)$라 하면 주어진 그래프가 점 $(10,\ 34)$를 지나므로 $\quad 34=\frac{a}{10}$

$\therefore a=340 \qquad \therefore y=\frac{340}{x}$ ··· ❶

(2) $y=\frac{340}{x}$에 $x=20$을 대입하면

$y=\frac{340}{20}=17$

$x=20000$을 대입하면

$y=\frac{340}{20000}=\frac{17}{1000}$ ··· ❷

따라서 사람이 들을 수 있는 음파의 파장의 범위는 $\frac{17}{1000}$ m 이상 17 m 이하이다. ··· ❸

답 (1) $y=\frac{340}{x}$ (2) $\frac{17}{1000}$ m 이상 17 m 이하

채점 기준	배점
❶ x와 y 사이의 관계를 식으로 나타낼 수 있다.	3점
❷ 진동수가 20Hz, 20000Hz일 때의 음파의 파장을 각각 구할 수 있다.	2점
❸ 음파의 파장의 범위를 구할 수 있다.	1점

20 전략 그래프 위의 점의 좌표를 대입한다.

풀이 $y=\frac{b}{x}$에서 $\quad xy=b$

색칠한 직사각형의 넓이가 6이므로

$b=6$ ··· ❶

점 A는 $y=\frac{6}{x}$의 그래프 위의 점이므로

$-3=\frac{6}{x} \qquad \therefore x=-2$

$\therefore \mathrm{A}(-2,\ -3)$

또 점 A가 $y=ax$의 그래프 위의 점이므로

$-3=a\times(-2) \qquad \therefore a=\frac{3}{2}$ ··· ❷

$\therefore a+b=\frac{15}{2}$ ··· ❸

답 $\frac{15}{2}$

채점 기준	배점
❶ b의 값을 구할 수 있다.	2점
❷ a의 값을 구할 수 있다.	3점
❸ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	1점

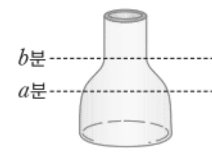
교과서 속 창의유형

본책 96쪽

유제 1 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

❶ 물병의 폭이 달라지는 부분을 기준으로 나누어 생각한다.
❷ x, y 사이의 관계를 그래프로 나타낸다.

풀이 ❶ 물을 채운 지 a분, b분 후에 물의 높이가 오른쪽 그림과 같다고 하자.

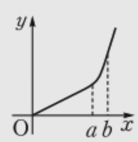


(i) $0\le x\le a$일 때,
물의 높이는 일정하면서 천천히 높아진다.

(ii) $a\le x\le b$일 때,
물의 높이는 점점 빠르게 높아진다.

(iii) $x\ge b$일 때,
물의 높이는 일정하면서 빠르게 높아진다.

❷ 따라서 그래프로 가장 적절한 것은 (ㄴ)이다.



답 (ㄴ)

유제 2 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

❶ 사과 1개에서 섭취하는 비타민 C의 양을 구한다.
❷ y가 x에 정비례함을 이용하여 x와 y 사이의 관계를 식으로 나타낸다.
❸ ❷의 식에 $y=95$를 대입하여 x의 값을 구한다.

풀이 (1) ❶ 사과 1개에서 섭취하는 비타민 C의 양은

$\frac{230}{100}\times4=9.2$ (mg)

❷ 따라서 구하는 식은 $\quad y=9.2x$

(2) ❸ $y=9.2x$에 $y=95$를 대입하면

$95=9.2x \qquad \therefore x=\frac{95}{9.2}=10.3\cdots$

따라서 최소 11개의 사과를 먹어야 한다.

답 (1) $y=9.2x$ (2) 11개

일품 BOX

① x와 y가 정비례 관계 → $y=ax$
② x와 y가 반비례 관계 → $y=\frac{a}{x}$

$100:4=230:\square$
$\therefore \square=\frac{4\times230}{100}$

Ⅲ 그래프와 비례

MEMO

MEMO

MEMO