알찬 기출문제집

중3

정답과 해설

수 학

정답과 해설 본책

Ⅳ. 통계

1 대푯값과 산포도

핵심잡기 개념check　　002P

1-1 (1) 평균 : 4, 중앙값 : 4, 최빈값 : 6
(2) 평균 : 9, 중앙값 : 9, 최빈값 : 8, 10
1-2 중앙값 : 75점, 최빈값 : 85점
2-1 분산 : 2, 표준편차 : $\sqrt{2}$회
2-2 분산 : 3.2, 표준편차 : $\sqrt{3.2}$시간

1-1 (1) (평균)$=\dfrac{6+4+6+3+1}{5}=\dfrac{20}{5}=4$
주어진 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면
1, 3, 4, 6, 6이므로
(중앙값)$=4$
(최빈값)$=6$
(2) (평균)$=\dfrac{8+10+8+11+7+10}{6}=\dfrac{54}{6}=9$
주어진 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면
7, 8, 8, 10, 10, 11이므로
(중앙값)$=\dfrac{8+10}{2}=9$
(최빈값)$=8$, 10

1-2 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 13번째 자료의 값은 70점 이상 80점 미만인 계급에 속하므로 중앙값은 이 계급의 계급값인 75점이다.
또, 도수가 가장 큰 계급은 80점 이상 90점 미만이므로 최빈값은 이 계급의 계급값인 85점이다.

2-1 (평균)$=\dfrac{3+6+5+2+4}{5}=\dfrac{20}{5}=4$(회)이므로
(분산)$=\dfrac{(-1)^2+2^2+1^2+(-2)^2+0^2}{5}=\dfrac{10}{5}=2$
(표준편차)$=\sqrt{2}$(회)

2-2

계급(시간)	도수(명)	계급값	(계급값)×(도수)	(편차)	(편차)^2×(도수)
$0^{이상}\sim2^{미만}$	1	1	1	-4	16
2 ～4	1	3	3	-2	4
4 ～6	5	5	25	0	0
6 ～8	3	7	21	2	12
합계	10		50		32

(평균)$=\dfrac{50}{10}=5$(시간)이므로
(분산)$=\dfrac{32}{10}=3.2$
(표준편차)$=\sqrt{3.2}$(시간)

나오고 또 나오는 문제　　003~004P

1-1 중앙값 : 4시간, 최빈값 : 5시간
1-2 중앙값 : 19.5권, 최빈값 : 20권
2-1 4　**2-2** 25　**2-3** 2　**3-1** ①, ②
3-2 ①, ⑤　**4-1** 73점　**4-2** 168 cm　**5-1** ③
5-2 $\sqrt{14.8}$　**5-3** 11　**6-1** $2\sqrt{30}$점　**6-2** $8\sqrt{3}$분
7-1 11　**7-2** $\dfrac{21}{2}$

1-1 주어진 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면
1, 2, 3, 3, 4, 5, 5, 5, 8이므로
(중앙값)$=4$시간, (최빈값)$=5$시간

1-2 주어진 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면
8, 11, 18, 19, 20, 20, 25, 32이므로
(중앙값)$=\dfrac{19+20}{2}=19.5$(권), (최빈값)$=20$권

2-1 x를 제외한 자료에서 17의 도수가 3이고 그 이외의 자료의 값의 도수는 모두 1이므로 최빈값은 17이다.
즉, 평균이 17이므로 $\dfrac{17+19+17+x+30+15+17}{7}=17$
$\dfrac{x+115}{7}=17$, $x+115=119$　　$\therefore x=4$

2-2 x를 제외한 자료에서 15의 도수가 3이고 그 이외의 자료의 값의 도수는 모두 1이므로 최빈값은 15이다.
즉, 평균이 15이므로 $\dfrac{5+15+x+10+15+20+15}{7}=15$
$\dfrac{x+80}{7}=15$, $x+80=105$　　$\therefore x=25$

2-3 평균이 0이므로
$\dfrac{-4+7+(-5)+a+0+b+4}{7}=0$, $a+b+2=0$
$\therefore a+b=-2$
그런데 최빈값이 0이고, a, b를 제외한 자료에서 0의 도수는 1이므로 a, b 중 적어도 하나는 0이어야 한다.
이때, $a>b$이므로 $a=0$, $b=-2$
$\therefore a-b=0-(-2)=2$

3-1 ① 표준편차는 분산의 음이 아닌 제곱근이므로 음수일 수 없다.
② 대푯값에는 평균, 중앙값, 최빈값 등이 있고, 산포도에는 분산, 표준편차 등이 있다.

3-2 ② 중앙값은 주어진 자료 중에 없을 수도 있다.
③ 분산은 편차를 제곱한 값의 평균이고, 표준편차는 분산의 음이 아닌 제곱근이다.
④ 편차의 합은 산포도가 아니다.

4-1 편차의 합은 항상 0이므로
$3+5+x+(-2)+(-1)=0$　　$\therefore x=-5$
(변량)$=$(평균)$+$(편차)이므로 수학 성적은
$78+(-5)=73$(점)

4-2 편차의 합은 항상 0이므로

$3+(-5)+1+x+(-2)=0 \qquad \therefore x=3$

(변량)=(평균)+(편차)이므로 학생 D의 키는

$165+3=168(\text{cm})$

5-1 (평균)$=\dfrac{4+2+6+1+7}{5}=\dfrac{20}{5}=4$이므로

(분산)$=\dfrac{0^2+(-2)^2+2^2+(-3)^2+3^2}{5}=\dfrac{26}{5}=5.2$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{5.2}$

5-2 (평균)$=\dfrac{4+15+10+13+8}{5}=\dfrac{50}{5}=10$이므로

(분산)$=\dfrac{(-6)^2+5^2+0^2+3^2+(-2)^2}{5}=\dfrac{74}{5}=14.8$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{14.8}$

5-3 편차의 합은 항상 0이므로

$(-5)+x+2+1+(-1)=0 \qquad \therefore x=3$

$\therefore$ (분산)$=\dfrac{(-5)^2+3^2+2^2+1^2+(-1)^2}{5}=\dfrac{40}{5}=8$

따라서 $y=8$이므로 $x+y=3+8=11$

6-1 (평균)$=\dfrac{55\times1+65\times7+75\times5+85\times5+95\times2}{20}$

$=\dfrac{1500}{20}=75$(점)

(분산)$=\dfrac{(-20)^2\times1+(-10)^2\times7+0^2\times5+10^2\times5+20^2\times2}{20}$

$=\dfrac{2400}{20}=120$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{120}=2\sqrt{30}$(점)

6-2 (평균)$=\dfrac{10\times5+20\times4+30\times7+40\times4+50\times5}{25}$

$=\dfrac{750}{25}=30$(분)

(분산)$=\dfrac{(-20)^2\times5+(-10)^2\times4+0^2\times7+10^2\times4+20^2\times5}{25}$

$=\dfrac{4800}{25}=192$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{192}=8\sqrt{3}$(분)

7-1 평균이 3이므로

$\dfrac{1+3+a+b}{4}=3,\ a+b+4=12$

$\therefore a+b=8 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

분산이 4이므로

$\dfrac{(-2)^2+0^2+(a-3)^2+(b-3)^2}{4}=4$

$(a-3)^2+(b-3)^2+4=16,\ a^2+b^2-6(a+b)+22=16$

$\therefore a^2+b^2=6(a+b)-6 \qquad \cdots\cdots$ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$a^2+b^2=6\times8-6=42$

이때, $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$이므로

$8^2=42+2ab \qquad \therefore ab=11$

7-2 평균이 4이므로

$\dfrac{4+2+5+a+b}{5}=4,\ a+b+11=20$

$\therefore a+b=9 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

분산이 5이므로

$\dfrac{0^2+(-2)^2+1^2+(a-4)^2+(b-4)^2}{5}=5$

$(a-4)^2+(b-4)^2+5=25,\ a^2+b^2-8(a+b)+37=25$

$\therefore a^2+b^2=8(a+b)-12 \qquad \cdots\cdots$ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$a^2+b^2=8\times9-12=60$

이때, $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$이므로

$9^2=60+2ab \qquad \therefore ab=\dfrac{21}{2}$

주제별 알찬 기출 문제 005~009p

1 75점 **2** 6 **3** 11.5 **4** $b<a<c$ **5** ㄱ, ㄷ
6 160 **7** 평균 : 5시간, 중앙값 : 5시간, 최빈값 : 5시간
8 25 **9** 11 **10** ⑤ **11** 6 **12** 3 **13** ④, ⑤
14 ㄷ, ㅁ **15** -5 **16** 3시간 **17** $\dfrac{12}{7}$ **18** ⑤ **19** 58
20 $\sqrt{1.84}$초 **21** 175
22 평균 : 16 km, 표준편차 : $\sqrt{13.6}$ km **23** 12 **24** 20
25 3 **26** 11 **27** 4.5 **28** ㄱ, ㄴ
29 평균 : 7, 분산 : 16 **30** ⑤ **31** ⑤

100점 따라잡기

32 3 **33** ㄱ, ㄴ **34** 6, 9, 15 **35** $\sqrt{7.6}$편

1 (평균)$=\dfrac{65+90+85+60+75}{5}=\dfrac{375}{5}=75$(점)

2 a, b, c, d의 평균이 5이므로

$\dfrac{a+b+c+d}{4}=5$

$\therefore a+b+c+d=20$

따라서 $a+6,\ b-3,\ c+2,\ d-1$의 평균은

$\dfrac{(a+6)+(b-3)+(c+2)+(d-1)}{4}$

$=\dfrac{a+b+c+d+4}{4}=\dfrac{20+4}{4}=6$

3 주어진 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

2, 3, 4, 4, 5, 7, 7, 7이므로

(중앙값)$=\dfrac{4+5}{2}=4.5$, (최빈값)$=7$

따라서 $a=4.5,\ b=7$이므로

$a+b=4.5+7=11.5$

4 $(\text{평균})=\dfrac{10\times1+20\times4+30\times3+40\times5+50\times2}{15}$

$=\dfrac{480}{15}=32(\text{회})$

자료를 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 8번째 자료의 값이 중앙값이므로

(중앙값)=30회

또, 40회의 도수가 5명으로 가장 크므로

(최빈값)=40회

따라서 $a=32$, $b=30$, $c=40$이므로 $b<a<c$

5 ㄴ. 자료 B에는 다른 변량에 비해 매우 큰 200이 있으므로 대푯값으로 평균보다는 중앙값이 적절하다.

ㄷ. 자료 C는 중앙값과 최빈값이 모두 10으로 같다.

6 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 15번째와 16번째 자료의 값은 70점 이상 80점 미만인 계급에 속하므로 중앙값은 이 계급의 계급값인 75점이다.

$\therefore a=75$

또, 도수가 가장 큰 계급은 80점 이상 90점 미만이므로 최빈값은 이 계급의 계급값인 85점이다.

$\therefore b=85$

$\therefore a+b=75+85=160$

7 $(\text{평균})=\dfrac{1\times3+3\times4+5\times10+7\times6+9\times2}{25}$

$=\dfrac{125}{25}=5(\text{시간})$

자료를 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 13번째 자료의 값은 4시간 이상 6시간 미만인 계급에 속하므로 중앙값은 이 계급의 계급값인 5시간이다.

또, 도수가 가장 큰 계급은 4시간 이상 6시간 미만이므로 최빈값은 이 계급의 계급값인 5시간이다.

8 평균이 30초이므로

$\dfrac{28+36+42+16+x+33}{6}=30$, $x+155=180$

$\therefore x=25$

9 중앙값이 12이므로 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면 5, 8, x, 13, 15, 16이어야 한다.

따라서 $\dfrac{x+13}{2}=12$이므로

$x+13=24 \qquad \therefore x=11$

10 4, 8, a의 중앙값이 8이므로 $a\ge8$ ······㉠

11, 15, a의 중앙값이 11이므로 $a\le11$ ······㉡

㉠, ㉡에서 $8\le a\le11$이므로 보기에서 a의 값이 될 수 없는 것은 ⑤ 12이다.

11 x를 제외한 자료에서 7의 도수가 3이고 그 이외의 자료의 값의 도수는 모두 1이므로 최빈값은 7이다.

즉, 평균이 7이므로 $\dfrac{5+8+7+6+10+7+x+7}{8}=7$

$\dfrac{x+50}{8}=7$, $x+50=56 \qquad \therefore x=6$

12 평균이 5이므로

$\dfrac{2+9+a+3+b+7+5+1}{8}=5$, $a+b+27=40$

$\therefore a+b=13$

그런데 최빈값이 5이고, a, b를 제외한 자료에서 5의 도수는 1이므로 a, b 중 적어도 하나는 5이어야 한다.

이때, $a>b$이므로 $a=8$, $b=5$

$\therefore a-b=8-5=3$

13 ① 분산은 편차의 제곱의 평균이다.

② (편차)=(변량)−(평균)이므로 평균보다 작은 변량의 편차는 음수이다.

③ 편차의 절댓값이 작을수록 변량은 평균에 가깝다.

14 ㄱ. (편차)=(변량)−(평균)

ㄴ. 자료의 개수와 표준편차의 크기는 서로 관계가 없다.

ㄹ. 각 자료의 값의 도수가 모두 같으면 최빈값은 없다.

15 편차의 합은 항상 0이므로

$-3+1+5+0+x+4+(-2)=0 \qquad \therefore x=-5$

16 편차의 합은 항상 0이므로

$-2+4+5+x+(-3)+(-1)=0 \qquad \therefore x=-3$

(변량)=(평균)+(편차)이므로 학생 D의 취미 활동 시간은

$6+(-3)=3(\text{시간})$

17 $(\text{평균})=\dfrac{1+4+2+3+4+2+5}{7}=\dfrac{21}{7}=3(\text{시간})$이므로

$(\text{분산})=\dfrac{(-2)^2+1^2+(-1)^2+0^2+1^2+(-1)^2+2^2}{7}=\dfrac{12}{7}$

18 ① 편차의 합은 항상 0이므로

$-2+4+x+1+0=0 \qquad \therefore x=-3$

② 점수가 가장 높은 학생은 편차가 가장 큰 B이다.

③ 평균을 a점이라 하면 A의 점수는 $(a-2)$점, D의 점수는 $(a+1)$점이므로 두 학생의 점수의 차는

$(a+1)-(a-2)=3(\text{점})$

④ 평균보다 점수가 낮은 학생은 편차가 음수인 A와 C의 2명이다.

⑤ $(\text{분산})=\dfrac{(-2)^2+4^2+(-3)^2+1^2+0^2}{5}=\dfrac{30}{5}=6$

19 $A=25-(4+5+4+3+1)=8$

$(\text{평균})=\dfrac{6\times4+7\times5+8\times8+9\times4+10\times3+11\times1}{25}$

$=\dfrac{200}{25}=8(\text{초})$

이므로

$B=7-8=-1$

$C=(-1)^2\times5=5$

$D=(-2)^2\times4+(-1)^2\times5+0^2\times8+1^2\times4+2^2\times3+3^2\times1$

$=46$

$\therefore A+B+C+D=8+(-1)+5+46=58$

20 (분산)$=\dfrac{D}{25}=\dfrac{46}{25}=1.84$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{1.84}$(초)

21 (평균)$=\dfrac{5\times1+15\times2+25\times3+35\times2+45\times4}{12}$

$=\dfrac{360}{12}=30$(점)

$\therefore$ (분산)

$=\dfrac{(-25)^2\times1+(-15)^2\times2+(-5)^2\times3+5^2\times2+15^2\times4}{12}$

$=\dfrac{2100}{12}=175$

22 (평균)$=\dfrac{10\times2+14\times2+18\times5+22\times1}{10}$

$=\dfrac{160}{10}=16(\text{km})$

(분산)$=\dfrac{(-6)^2\times2+(-2)^2\times2+2^2\times5+6^2\times1}{10}$

$=\dfrac{136}{10}=13.6$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{13.6}(\text{km})$

23 (분산)$=\dfrac{(a-4)^2+(b-4)^2+(c-4)^2}{3}=2^2$이므로

$(a-4)^2+(b-4)^2+(c-4)^2=12$

24 평균이 5이므로

$\dfrac{6+a+8+b+5}{5}=5,\ a+b+19=25$

$\therefore a+b=6$ $\cdots\cdots$ ㉠

분산이 4이므로

$\dfrac{1^2+(a-5)^2+3^2+(b-5)^2+0^2}{5}=4$

$(a-5)^2+(b-5)^2+10=20,\ a^2+b^2-10(a+b)+60=20$

$\therefore a^2+b^2=10(a+b)-40$ $\cdots\cdots$ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$a^2+b^2=10\times6-40=20$

25 (평균)$=\dfrac{(15-a)+15+(15+a)}{3}=\dfrac{45}{3}=15$이므로

(분산)$=\dfrac{(15-a-15)^2+(15-15)^2+(15+a-15)^2}{3}$

$=\dfrac{(-a)^2+0^2+a^2}{3}=\dfrac{2a^2}{3}=(\sqrt{6})^2$

$2a^2=18,\ a^2=9$ $\quad\therefore a=3(\because a>0)$

26 평균이 3이므로 $\dfrac{a+b+c+d}{4}=3$

$\therefore a+b+c+d=12$ $\cdots\cdots$ ㉠

분산이 2이므로

$\dfrac{(a-3)^2+(b-3)^2+(c-3)^2+(d-3)^2}{4}=2$

$(a-3)^2+(b-3)^2+(c-3)^2+(d-3)^2=8$

$a^2+b^2+c^2+d^2-6(a+b+c+d)+36=8$

$\therefore a^2+b^2+c^2+d^2=6(a+b+c+d)-28$ $\cdots\cdots$ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$a^2+b^2+c^2+d^2=6\times12-28=44$

따라서 $a^2,\ b^2,\ c^2,\ d^2$의 평균은

$\dfrac{a^2+b^2+c^2+d^2}{4}=\dfrac{44}{4}=11$

27 잘못 본 두 개의 변량의 합과 실제 변량의 합이 $4+6=3+7=10$으로 같으므로 4개의 변량의 실제 평균도 6이다.

이때, 제대로 본 두 개의 변량의 (편차)^{2}의 합을 a라 하면

$\dfrac{a+(4-6)^2+(6-6)^2}{4}=3$

$a+4=12$ $\qquad\therefore a=8$

따라서 실제 분산은

$\dfrac{8+(3-6)^2+(7-6)^2}{4}=\dfrac{18}{4}=4.5$

28 ㄱ. (A의 평균)$=\dfrac{1+3+5+7+9}{5}=\dfrac{25}{5}=5$,

(B의 평균)$=\dfrac{4+6+8+10+12}{5}=\dfrac{40}{5}=8$

이므로 (B의 평균)$=$(A의 평균)$+3$

ㄴ. (A의 중앙값)$=5$, (B의 중앙값)$=8$이므로

(B의 중앙값)$=$(A의 중앙값)$+3$

ㄷ. (A의 분산)$=\dfrac{(-4)^2+(-2)^2+0^2+2^2+4^2}{5}=\dfrac{40}{5}=8$

이므로

(A의 표준편차)$=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

(B의 분산)$=\dfrac{(-4)^2+(-2)^2+0^2+2^2+4^2}{5}=\dfrac{40}{5}=8$

이므로

(B의 표준편차)$=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

$\therefore$ (B의 표준편차)$=$(A의 표준편차)

[다른 풀이]

자료 B는 자료 A의 각각의 값에 3을 더한 것과 같으므로

ㄱ, ㄴ. 자료 B의 평균, 중앙값은 각각 자료 A의 평균, 중앙값에 3을 더한 값과 같다.

ㄷ. 자료 B의 표준편차는 자료 A의 표준편차와 같다.

29 $a,\ b,\ c$의 평균이 3이고 분산이 4이므로

$\dfrac{a+b+c}{3}=3,\ \dfrac{(a-3)^2+(b-3)^2+(c-3)^2}{3}=4$

$2a+1,\ 2b+1,\ 2c+1$에 대하여

(평균)$=\dfrac{(2a+1)+(2b+1)+(2c+1)}{3}$

$=2\times\dfrac{a+b+c}{3}+1=2\times3+1=7$

(분산)$=\dfrac{(2a+1-7)^2+(2b+1-7)^2+(2c+1-7)^2}{3}$

$=2^2\times\dfrac{(a-3)^2+(b-3)^2+(c-3)^2}{3}=4\times4=16$

[다른 풀이]

(구하는 평균)$=2\times(a,\ b,\ c$의 평균$)+1=2\times3+1=7$

(구하는 분산)$=2^2\times(a,\ b,\ c$의 분산$)=4\times4=16$

30 ① 편차의 합은 항상 0이므로 4개의 반 모두 같다.
② 점수가 가장 낮은 학생이 속한 반은 알 수 없다.
③ 과학 성적이 가장 우수한 반은 평균이 가장 높은 2반이다.
④ 점수가 평균으로부터 가장 멀리 흩어져 있는 반은 표준편차가 가장 큰 1반이다.
⑤ 편차가 더 작은 2반의 점수가 1반의 점수보다 고르게 분포되어 있다.

31 ① A반의 표준편차가 B반의 표준편차보다 더 크다.
② 전체 1등인 학생이 속한 반은 알 수 없다.
③ B반의 그래프가 A반의 그래프보다 오른쪽에 더 치우쳐 있으므로 B반이 A반보다 성적이 더 우수하다.
④, ⑤ B반의 그래프가 A반의 그래프보다 평균에 더 집중되어 있으므로 B반이 A반보다 성적의 분포 상태가 더 고르다.

100점 따라잡기

32 x가 자연수이므로 $3x$가 중앙값이 되도록 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면
$x,\ x^2,\ 3x,\ x^2+2x,\ x^2+3x$
이때, 최빈값도 $3x$이므로 $x^2=3x$ 또는 $x^2+2x=3x$이다.
(i) $x^2=3x$인 경우
$x^2-3x=0,\ x(x-3)=0 \quad \therefore x=3(\because x$는 자연수)
이때, 주어진 자료는 3, 9, 9, 15, 18이므로 중앙값과 최빈값이 모두 9가 되어 주어진 조건을 만족한다.
(ii) $x^2+2x=3x$인 경우
$x^2-x=0,\ x(x-1)=0 \quad \therefore x=1(\because x$는 자연수)
이때, 주어진 자료는 1, 1, 3, 3, 4이므로 중앙값은 3이지만 최빈값은 1, 3이 되어 주어진 조건을 만족하지 않는다.
(i), (ii)에서 $x=3$

33 주어진 8개의 자료에서 (중앙값)$=\dfrac{4+4}{2}=4$, (최빈값)$=4$
ㄱ. 추가되는 변량을 a라 하고 9개의 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면
(i) $a<4$인 경우 ⇨ 중앙값은 5번째 자료의 값인 4
(ii) $a=4$인 경우 ⇨ 중앙값은 5번째 자료의 값인 4
(iii) $a>4$인 경우 ⇨ 중앙값은 5번째 자료의 값인 4
즉, a의 값에 관계없이 9개의 자료의 중앙값은 4로 같으므로 변하지 않는다.
ㄴ. 주어진 8개의 자료에서 4의 도수가 3이고 그 이외의 자료의 값의 도수는 모두 1이므로 한 개의 변량이 추가되어도 주어진 자료의 최빈값은 4로 변하지 않는다.
ㄷ. 추가되는 변량의 값에 따라 주어진 자료의 평균은 변한다.

34 중앙값이 9이므로 세 자연수 중 하나는 9이다.
나머지 두 수를 a, b라 하면 세 수의 평균이 10이므로
$\dfrac{a+b+9}{3}=10,\ a+b+9=30$
$\therefore b=21-a$
또, 분산이 14이므로
$\dfrac{(a-10)^2+(21-a-10)^2+(-1)^2}{3}=14$
$(a-10)^2+(11-a)^2+1=42$
$2a^2-42a+180=0,\ a^2-21a+90=0$
$(a-6)(a-15)=0 \quad \therefore a=6$ 또는 $a=15$
$a=6$일 때 $b=15$이고, $a=15$일 때 $b=6$이므로 구하는 세 자연수는 6, 9, 15이다.

35 영화를 6편 이상 8편 미만으로 본 회원 수는
$40-(3+6+8+6+4)=13$(명)
(평균)$=\dfrac{3\times3+5\times6+7\times13+9\times8+11\times6+13\times4}{40}$
$=\dfrac{320}{40}=8$(편)이므로
(분산)
$=\dfrac{(-5)^2\times3+(-3)^2\times6+(-1)^2\times13+1^2\times8+3^2\times6+5^2\times4}{40}$
$=\dfrac{304}{40}=7.6$
$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{7.6}$(편)

유형별 서술형 문제 010~011P

1 (1) 5 (2) 163 cm
2 (1) 승규 : 5.2, 성수 : 4.4 (2) 성수
3 평균 : 3, 중앙값 : 3, 최빈값 : 4
3-1 평균 : 4.7, 중앙값 : 4.5, 최빈값 : 4, 5
4 $\sqrt{5}$시간 **4-1** $2\sqrt{30}$ kg **5** 87 **5-1** 124
6 평균 : 14, 분산 : 18 **6-1** 평균 : 19, 분산 : 48
7 기본 평균 : 6회, 분산 : 2, 표준편차 : $\sqrt{2}$회 발전 $\sqrt{23}$점
심화 $\sqrt{2.5}$권

1 (1) 편차의 합은 항상 0이므로
$-4+8+x+(-10)+1=0 \quad \therefore x=5$
(2) (변량)=(평균)+(편차)이므로 준호의 키는
$158+5=163$(cm)

2 (1) (승규의 점수의 평균)
$=\dfrac{4+7+10+5+9}{5}=\dfrac{35}{5}=7$(점)이므로
(승규의 점수의 분산)
$=\dfrac{(-3)^2+0^2+3^2+(-2)^2+2^2}{5}=\dfrac{26}{5}=5.2$
(성수의 점수의 평균)
$=\dfrac{10+4+9+8+9}{5}=\dfrac{40}{5}=8$(점)이므로
(성수의 점수의 분산)
$=\dfrac{2^2+(-4)^2+1^2+0^2+1^2}{5}=\dfrac{22}{5}=4.4$
(2) 분산의 크기가 더 작은 성수의 점수가 더 고르다.

3 $(\text{평균})=\dfrac{4+1+4+0+3+4+8+1+2}{9}$

$=\dfrac{27}{9}=3$ …… ①

주어진 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

0, 1, 1, 2, 3, 4, 4, 4, 8이므로

중앙값은 5번째 자료의 값인 3 …… ②

최빈값은 도수가 3으로 가장 큰 4 …… ③

단계	채점 요소	배점
①	평균 구하기	4점
②	중앙값 구하기	2점
③	최빈값 구하기	2점

3-1 $(\text{평균})=\dfrac{5+8+3+4+2+7+5+4+5+4}{10}$

$=\dfrac{47}{10}=4.7$ …… ①

주어진 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

2, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 7, 8이므로

중앙값은 5번째 자료와 6번째 자료의 값의 평균인

$\dfrac{4+5}{2}=4.5$ …… ②

최빈값은 도수가 3으로 가장 큰 4, 5 …… ③

단계	채점 요소	배점
①	평균 구하기	4점
②	중앙값 구하기	2점
③	최빈값 구하기	2점

4 $(\text{평균})=\dfrac{1\times4+3\times7+5\times5+7\times3+9\times1}{20}$

$=\dfrac{80}{20}=4(\text{시간})$ …… ①

$(\text{분산})=\dfrac{(-3)^2\times4+(-1)^2\times7+1^2\times5+3^2\times3+5^2\times1}{20}$

$=\dfrac{100}{20}=5$ …… ②

$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{5}(\text{시간})$ …… ③

단계	채점 요소	배점
①	평균 구하기	3점
②	분산 구하기	3점
③	표준편차 구하기	2점

4-1 $(\text{평균})=\dfrac{30\times1+40\times2+50\times4+60\times2+70\times1}{10}$

$=\dfrac{500}{10}=50(\text{kg})$ …… ①

$(\text{분산})=\dfrac{(-20)^2\times1+(-10)^2\times2+0^2\times4+10^2\times2+20^2\times1}{10}$

$=\dfrac{1200}{10}=120$ …… ②

$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{120}=2\sqrt{30}(\text{kg})$ …… ③

단계	채점 요소	배점
①	평균 구하기	3점
②	분산 구하기	3점
③	표준편차 구하기	2점

5 평균이 4이므로

$\dfrac{2+3+5+a+b}{5}=4,\ a+b+10=20$

$\therefore a+b=10$ ……㉠ …… ①

표준편차가 3, 즉 분산이 9이므로

$\dfrac{(-2)^2+(-1)^2+1^2+(a-4)^2+(b-4)^2}{5}=9$

$(a-4)^2+(b-4)^2+6=45,\ a^2+b^2-8(a+b)+38=45$

$\therefore a^2+b^2=8(a+b)+7$ ……㉡ …… ②

㉠을 ㉡에 대입하면

$a^2+b^2=8\times10+7=87$ …… ③

단계	채점 요소	배점
①	$a+b$의 값 구하기	2점
②	a^2+b^2을 $a+b$에 대한 식으로 나타내기	4점
③	a^2+b^2의 값 구하기	2점

5-1 평균이 5이므로

$\dfrac{1+4+8+a+b}{5}=5,\ a+b+13=25$

$\therefore a+b=12$ ……㉠ …… ①

표준편차가 4, 즉 분산이 16이므로

$\dfrac{(-4)^2+(-1)^2+3^2+(a-5)^2+(b-5)^2}{5}=16$

$(a-5)^2+(b-5)^2+26=80,\ a^2+b^2-10(a+b)+76=80$

$\therefore a^2+b^2=10(a+b)+4$ ……㉡ …… ②

㉠을 ㉡에 대입하면

$a^2+b^2=10\times12+4=124$ …… ③

단계	채점 요소	배점
①	$a+b$의 값 구하기	2점
②	a^2+b^2을 $a+b$에 대한 식으로 나타내기	4점
③	a^2+b^2의 값 구하기	2점

6 a, b, c, d의 평균이 4이고 분산이 2이므로

$\dfrac{a+b+c+d}{4}=4$

$\dfrac{(a-4)^2+(b-4)^2+(c-4)^2+(d-4)^2}{4}=2$

$3a+2,\ 3b+2,\ 3c+2,\ 3d+2$에 대하여

$(\text{평균})=\dfrac{(3a+2)+(3b+2)+(3c+2)+(3d+2)}{4}$

$=3\times\dfrac{a+b+c+d}{4}+2$

$=3\times4+2=14$ …… ①

(분산)

$=\dfrac{(3a+2-14)^2+(3b+2-14)^2+(3c+2-14)^2+(3d+2-14)^2}{4}$

$=3^2\times\dfrac{(a-4)^2+(b-4)^2+(c-4)^2+(d-4)^2}{4}$

$=9\times2=18$ …… ②

단계	채점 요소	배점
①	평균 구하기	3점
②	분산 구하기	5점

6-1 a, b, c, d의 평균이 5이고 분산이 3이므로

$\frac{a+b+c+d}{4}=5$

$\frac{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2}{4}=3$

$4a-1$, $4b-1$, $4c-1$, $4d-1$에 대하여

(평균)$=\frac{(4a-1)+(4b-1)+(4c-1)+(4d-1)}{4}$

$=4\times\frac{a+b+c+d}{4}-1$

$=4\times5-1=19$ …… ①

(분산)

$=\frac{(4a-1-19)^2+(4b-1-19)^2+(4c-1-19)^2+(4d-1-19)^2}{4}$

$=4^2\times\frac{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2}{4}$

$=16\times3=48$ …… ②

단계	채점 요소	배점
①	평균 구하기	3점
②	분산 구하기	5점

7 기본 (평균)$=\frac{8+6+5+4+7}{5}=\frac{30}{5}=6$(회) …… ①

(분산)$=\frac{2^2+0^2+(-1)^2+(-2)^2+1^2}{5}=\frac{10}{5}=2$ …… ②

(표준편차)$=\sqrt{2}$(회) …… ③

단계	채점 요소	배점
①	평균 구하기	2점
②	분산 구하기	2점
③	표준편차 구하기	1점

발전 편차의 합은 항상 0이므로

$8+(-6)+(-3)+2+x+(-4)=0$

$\therefore x=3$ …… ①

(분산)$=\frac{8^2+(-6)^2+(-3)^2+2^2+3^2+(-4)^2}{6}$

$=\frac{138}{6}=23$ …… ②

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{23}$(점) …… ③

단계	채점 요소	배점
①	x의 값 구하기	2점
②	분산 구하기	4점
③	표준편차 구하기	2점

심화 도수분포표에서 (편차)$\times$(도수)의 총합은 항상 0이므로

$(-3)\times1+(-2)\times x+0\times5+1\times5+2\times4=0$

$-2x+10=0$ $\quad\therefore x=5$ …… ①

(분산)$=\frac{(-3)^2\times1+(-2)^2\times5+0^2\times5+1^2\times5+2^2\times4}{1+5+5+5+4}$

$=\frac{50}{20}=2.5$ …… ②

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{2.5}$(권) …… ③

단계	채점 요소	배점
①	x의 값 구하기	3점
②	분산 구하기	5점
③	표준편차 구하기	2점

중단원 알찬 예상 문제 012~013P

1 ⑤ **2** ④ **3** ④ **4** ② **5** ⑤ **6** ②
7 ④ **8** ② **9** ⑤ **10** ④

주관식 문제

11 8 **12** $\sqrt{19.2}$회 **13** B, 해설 참조

1 (평균)

$=\frac{92+88+84+88+90+88+90+90+86+84}{10}$

$=\frac{880}{10}$

$=88$(회)

주어진 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

84, 84, 86, 88, 88, 88, 90, 90, 90, 92이므로

(중앙값)$=\frac{88+88}{2}=88$(회)

(최빈값)$=88$회, 90회

2 평균이 5이므로

$\frac{4+8+7+a+b+6+1}{7}=5$, $a+b+26=35$

$\therefore a+b=9$

그런데 최빈값이 6이고, a, b를 제외한 자료에서 6의 도수는 1이므로 a, b 중 적어도 하나는 6이어야 한다.

이때, $a>b$이므로

$a=6$, $b=3$

따라서 주어진 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

1, 3, 4, 6, 6, 7, 8이므로

(중앙값)$=6$

3 (평균)$=\frac{5\times2+15\times4+25\times7+35\times4+45\times3}{20}$

$=\frac{520}{20}$

$=26$(점)

자료를 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 10번째와 11번째 자료의 값은 20점 이상 30점 미만인 계급에 속하므로 중앙값은 이 계급의 계급값인 25점이다.

또, 도수가 가장 큰 계급은 20점 이상 30점 미만이므로 최빈값은 이 계급의 계급값인 25점이다.

따라서 $a=26$, $b=25$, $c=25$이므로

$a-b+c=26-25+25=26$

4 ① (편차)$=$(변량)$-$(평균)이므로 평균보다 큰 변량의 편차는 양수, 평균과 같은 변량의 편차는 0, 평균보다 작은 변량의 편차는 음수이다.

③ 분산의 음이 아닌 제곱근을 표준편차라고 한다.

④ 자료의 개수와 분산의 크기는 서로 관계가 없다.

⑤ 산포도에는 분산, 표준편차 등이 있고, 최빈값은 대푯값의 한 종류이다.

5 ① 편차의 합은 항상 0이므로
$-3+1+x+(-5)+3=0 \quad \therefore x=4$
② A의 나이는 $22+(-3)=19$(살)
③ B의 편차는 양수이므로 B는 평균보다 나이가 많다.
④ D의 편차가 가장 작으므로 D의 나이가 가장 적다.
⑤ 평균보다 나이가 많은 학생은 편차가 양수인 B, C, E의 3명이다.

6 (평균)$=\dfrac{1+3+2+7+2+4+3+2}{8}=\dfrac{24}{8}=3$(권)이므로
(분산)$=\dfrac{(-2)^2+0^2+(-1)^2+4^2+(-1)^2+1^2+0^2+(-1)^2}{8}$
$=\dfrac{24}{8}=3$
$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{3}$(권)

7 편차의 합은 항상 0이므로
$-1+2+3+x+y=0$
$\therefore x+y=-4 \quad \cdots\cdots$ ㉠
(분산)$=\dfrac{(-1)^2+2^2+3^2+x^2+y^2}{5}=5.2$에서
$x^2+y^2+14=26$
$\therefore x^2+y^2=12 \quad \cdots\cdots$ ㉡
이때, $(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$이므로 이 식에 ㉠, ㉡을 대입하면
$(-4)^2=12+2xy$, $2xy=4$
$\therefore xy=2$

8 남학생과 여학생의 과학 성적의 평균이 같고, 남학생 6명의 (편차)^{2}의 총합은 $4\times6=24$, 여학생 8명의 (편차)^{2}의 총합은 $11\times8=88$이다.
따라서 구하는 분산은
$\dfrac{24+88}{6+8}=\dfrac{112}{14}=8$

9 (A의 평균)$=\dfrac{8+7+10+9+6}{5}=\dfrac{40}{5}=8$(점)
(B의 평균)$=\dfrac{9+7+9+8+7}{5}=\dfrac{40}{5}=8$(점)
(A의 분산)$=\dfrac{0^2+(-1)^2+2^2+1^2+(-2)^2}{5}=\dfrac{10}{5}=2$
(B의 분산)$=\dfrac{1^2+(-1)^2+1^2+0^2+(-1)^2}{5}=\dfrac{4}{5}=0.8$
①, ② A, B의 평균이 같으므로 두 선수의 기록은 똑같이 우수하다.
③, ④, ⑤ B의 분산이 A의 분산보다 더 작으므로 B의 기록이 A의 기록보다 분포 상태가 더 고르다.

10 각 자료의 평균은 모두 5로 같다. 따라서 분산이 가장 작은 것은 평균 5를 중심으로 자료가 흩어져 있는 정도가 가장 작은 ④이다.

주관식 문제

11 a, b, c, d, e의 평균이 6이므로
$\dfrac{a+b+c+d+e}{5}=6$
$\therefore a+b+c+d+e=30$
따라서 $a+3, b-2, c-4, d+7, e+6$의 평균은
$\dfrac{(a+3)+(b-2)+(c-4)+(d+7)+(e+6)}{5}$
$=\dfrac{a+b+c+d+e+10}{5}$
$=\dfrac{30+10}{5}$
$=8$

12 (평균)$=\dfrac{2\times1+6\times2+10\times4+14\times2+18\times1}{10}$
$=\dfrac{100}{10}$
$=10$(회) $\quad \cdots\cdots$ ①
(분산)$=\dfrac{(-8)^2\times1+(-4)^2\times2+0^2\times4+4^2\times2+8^2\times1}{10}$
$=\dfrac{192}{10}$
$=19.2$ $\quad \cdots\cdots$ ②
$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{19.2}$(회) $\quad \cdots\cdots$ ③

단계	채점 요소	배점률
①	평균 구하기	40%
②	분산 구하기	40%
③	표준편차 구하기	20%

13 예시 답안 (A의 평균)
$=\dfrac{1\times2+4\times1+5\times3+6\times1+7\times2+9\times1}{10}$
$=\dfrac{50}{10}=5$(점)
이므로
(A의 분산)
$=\dfrac{(-4)^2\times2+(-1)^2\times1+0^2\times3+1^2\times1+2^2\times2+4^2\times1}{10}$
$=\dfrac{58}{10}$
$=5.8$
(B의 평균)$=\dfrac{2\times2+3\times2+5\times1+6\times2+7\times1+8\times2}{10}$
$=\dfrac{50}{10}=5$(점)
이므로
(B의 분산)
$=\dfrac{(-3)^2\times2+(-2)^2\times2+0^2\times1+1^2\times2+2^2\times1+3^2\times2}{10}$
$=\dfrac{50}{10}$
$=5$
따라서 A, B 중 점수의 분포 상태가 더 고른 사람은 분산의 크기가 더 작은 B이다.

중단원 10분 마무리 014p

1 ④ **2** ③, ⑤ **3** ⑤

1 주어진 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면
11, 11, 13, 15, 16, 18이므로
① (중앙값)$=\frac{13+15}{2}=14$
② (최빈값)$=11$
③ (평균)$=\frac{11+11+13+15+16+18}{6}$
$=\frac{84}{6}=14$
④ (분산)$=\frac{(-3)^2+(-3)^2+(-1)^2+1^2+2^2+4^2}{6}$
$=\frac{40}{6}=\frac{20}{3}$
⑤ (표준편차)$=\sqrt{\frac{20}{3}}$
$=\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{15}}{3}$

2 ① (편차)=(변량)−(평균)이고, D의 편차는 0이므로 D의 키는 평균과 같다.
② 편차의 합은 항상 0이므로
$-7+4+x+0+(-2)=0$
$\therefore x=5$
따라서 키가 가장 큰 학생은 편차가 가장 큰 C이다.
③ E의 키는 평균보다 2 cm 작다.
④ 평균을 a cm라 하면
A의 키는 $(a-7)$ cm, B의 키는 $(a+4)$ cm
이므로 두 학생의 키의 차는
$(a+4)-(a-7)=11$(cm)
⑤ (분산)$=\frac{(-7)^2+4^2+5^2+0^2+(-2)^2}{5}$
$=\frac{94}{5}$
$=18.8$
이므로 표준편차는 $\sqrt{18.8}$ cm이다.

3 잘못 본 두 개의 변량의 값의 합과 실제 값의 합이 $5+10=6+9=15$로 같으므로 5개의 변량의 실제 평균도 8이다.
이때, 제대로 본 3개의 변량의 (편차)^{2}의 합을 a라 하면
$\frac{a+(5-8)^2+(10-8)^2}{5}=4$
$a+13=20$
$\therefore a=7$
따라서 실제 분산은
$\frac{7+(6-8)^2+(9-8)^2}{5}=\frac{12}{5}=2.4$

V. 피타고라스 정리

1 피타고라스 정리

핵심잡기 개념check 015~016p

1-1 5 **2-1** 100 cm^2 **2-2** 49 cm^2 **2-3** 20 cm^2
3-1 (1), (3)
4-1 (1) 둔각삼각형 (2) 예각삼각형 (3) 직각삼각형
5-1 (1) $x=4$, $y=2\sqrt{5}$, $z=4\sqrt{5}$ (2) $x=2\sqrt{15}$
5-2 (1) $3\sqrt{3}$ (2) 5 **5-3** (1) 25π cm^2 (2) 10 cm^2

1-1 $x=\sqrt{4^2+3^2}=5$

2-1 $\triangle$PBQ에서 $\overline{PQ}=\sqrt{8^2+6^2}=10$(cm)
이때, □PQRS는 정사각형이므로
□PQRS$=\overline{PQ}^2=10^2=100$(cm^2)

2-2 $\triangle$ABP에서 $\overline{BP}=\sqrt{13^2-5^2}=12$(cm)
$\overline{PQ}=\overline{BP}-\overline{BQ}=12-5=7$(cm)이고
□PQRS는 정사각형이므로
□PQRS$=\overline{PQ}^2=7^2=49$(cm^2)

2-3 □AFGB=□ACDE+□BHIC
$=4+16=20$(cm^2)

3-1 (1) $9^2+12^2=15^2$이므로 직각삼각형이다.
(2) $2^2+(\sqrt{5})^2\neq4^2$이므로 직각삼각형이 아니다.
(3) $(\sqrt{2})^2+3^2=(\sqrt{11})^2$이므로 직각삼각형이다.

4-1 (1) $3^2>2^2+2^2$이므로 둔각삼각형이다.
(2) $12^2<8^2+9^2$이므로 예각삼각형이다.
(3) $(2\sqrt{13})^2=4^2+6^2$이므로 직각삼각형이다.

5-1 (1) $x^2=2\times8=16$ $\therefore x=4$ ($\because x>0$)
$y^2=2\times(2+8)=20$ $\therefore y=2\sqrt{5}$ ($\because y>0$)
$z^2=8\times(8+2)=80$ $\therefore z=4\sqrt{5}$ ($\because z>0$)
(2) $6^2+7^2=5^2+x^2$, $x^2=60$
$\therefore x=2\sqrt{15}$ ($\because x>0$)

5-2 (1) $4^2+6^2=x^2+5^2$, $x^2=27$
$\therefore x=3\sqrt{3}$ ($\because x>0$)
(2) $x^2+(5\sqrt{3})^2=6^2+8^2$, $x^2=25$
$\therefore x=5$ ($\because x>0$)

5-3 (1) (색칠한 부분의 넓이)$=5\pi+20\pi=25\pi$(cm^2)
(2) (색칠한 부분의 넓이)$=\triangle$ABC
$=\frac{1}{2}\times5\times4=10$(cm^2)

나오고 또 나오는 문제 017~019p

1-1 ⑤	**1-2** ④	**1-3** $\sqrt{95}$ cm	**2-1** ④
2-2 ⑤	**2-3** 12	**3-1** ②	**3-2** $\sqrt{10}$ cm
4-1 $\frac{10}{3}$ cm	**4-2** ①	**4-3** ④	**5-1** 3 cm
5-2 20 cm	**5-3** ①	**6-1** ②	**6-2** ①, ⑤
7-1 12	**7-2** 10	**7-3** $2\sqrt{5}$, $2\sqrt{13}$	**8-1** $2\sqrt{10}$ cm
8-2 5 cm	**9-1** 24 cm^2	**9-2** 30 cm^2	

1-1 $x=\sqrt{8^2-6^2}=\sqrt{28}=2\sqrt{7}$

1-2 $x=\sqrt{7^2-5^2}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$

1-3 점 G가 $\triangle$ABC의 무게중심이므로 $\overline{AG}:\overline{AD}=2:3$
이때, $\overline{AG}=4$ cm이므로 $\overline{AD}=6$ cm
또, 점 D는 직각삼각형 ABC의 외심이므로
$\overline{BD}=\overline{CD}=\overline{AD}=6$ cm
따라서 $\triangle$ABC에서 $\overline{AB}=\sqrt{(6+6)^2-7^2}=\sqrt{95}$(cm)

2-1 $\triangle$ADC에서 $\overline{AC}=\sqrt{13^2-5^2}=12$(cm)
$\triangle$ABC에서 $x=\sqrt{(11+5)^2+12^2}=20$

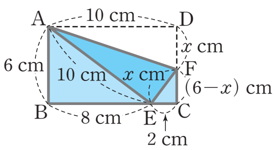
2-2 $\triangle$ADC에서 $\overline{CD}=\sqrt{5^2-3^2}=4$(cm)
$\triangle$ABC에서 $x=\sqrt{(5+4)^2+3^2}=\sqrt{90}=3\sqrt{10}$

2-3 $\triangle$ABD에서 $x=\sqrt{10^2-6^2}=8$
$\triangle$ADC에서 $y=\sqrt{(4\sqrt{5})^2-8^2}=4$
$\therefore x+y=8+4=12$

3-1 $\triangle$OAB에서 $\overline{OB}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$(cm)
$\triangle$OBC에서 $\overline{OC}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+1^2}=\sqrt{3}$(cm)
$\triangle$OCD에서 $\overline{OD}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}=2$(cm)
$\triangle$ODE에서 $\overline{OE}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$(cm)
$\triangle$OEF에서 $\overline{OF}=\sqrt{(\sqrt{5})^2+1^2}=\sqrt{6}$(cm)

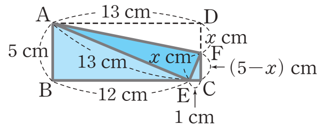
3-2 $\triangle$OAB에서 $\overline{OB}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+(\sqrt{2})^2}=2$(cm)
$\triangle$OBC에서 $\overline{OC}=\sqrt{2^2+(\sqrt{2})^2}=\sqrt{6}$(cm)
$\triangle$OCD에서 $\overline{OD}=\sqrt{(\sqrt{6})^2+(\sqrt{2})^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$(cm)
$\triangle$ODE에서 $\overline{OE}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+(\sqrt{2})^2}=\sqrt{10}$(cm)

4-1 $\triangle AEF\equiv\triangle ADF$이므로
$\overline{EF}=\overline{DF}=x$ cm라 하면
$\overline{CF}=(6-x)$ cm
$\overline{AE}=\overline{AD}=10$ cm이므로



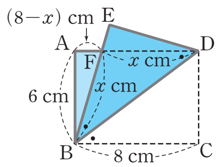
$\triangle$ABE에서 $\overline{BE}=\sqrt{10^2-6^2}=8$(cm)
$\therefore \overline{CE}=\overline{BC}-\overline{BE}=10-8=2$(cm)
$\triangle$CFE에서 $2^2+(6-x)^2=x^2$, $12x=40$
$\therefore x=\frac{10}{3}$(cm)

4-2 $\triangle AEF\equiv\triangle ADF$이므로
$\overline{EF}=\overline{DF}=x$ cm라 하면
$\overline{CF}=(5-x)$ cm
$\overline{AE}=\overline{AD}=13$ cm이므로



$\triangle$ABE에서 $\overline{BE}=\sqrt{13^2-5^2}=12$(cm)
$\therefore \overline{CE}=\overline{BC}-\overline{BE}=13-12=1$(cm)
$\triangle$CFE에서 $1^2+(5-x)^2=x^2$, $10x=26$
$\therefore x=\frac{13}{5}$(cm)

4-3 $\angle FBD=\angle DBC$(접은 각),
$\angle FDB=\angle DBC$(엇각)이므로
$\angle FBD=\angle FDB$
따라서 $\overline{BF}=\overline{DF}=x$ cm라 하면
$\overline{AF}=(8-x)$ cm



$\triangle$ABF에서 $(8-x)^2+6^2=x^2$
$16x=100$ $\quad\therefore x=\frac{25}{4}$(cm)
$\therefore \triangle FBD=\frac{1}{2}\times\overline{DF}\times\overline{AB}$
$=\frac{1}{2}\times\frac{25}{4}\times6=\frac{75}{4}(cm^2)$

5-1 □ADEB=□ACHI+□BFGC이므로
$45=$□ACHI$+36$ $\quad\therefore$ □ACHI$=9(cm^2)$
$\therefore \overline{AC}=\sqrt{9}=3$(cm) ($\because \overline{AC}>0$)

5-2 □ABED=□ACHI+□BFGC이므로
$500=100+$□BFGC $\quad\therefore$ □BFGC$=400(cm^2)$
$\therefore \overline{BC}=\sqrt{400}=20$(cm) ($\because \overline{BC}>0$)

5-3 $\overline{EB}/\!/\overline{DC}$이므로 $\triangle AEB=\triangle EBC$
$\triangle$EBC와 $\triangle$ABF에서
$\overline{EB}=\overline{AB}$, $\overline{BC}=\overline{BF}$, $\angle EBC=\angle ABC+90^\circ=\angle ABF$
$\therefore \triangle EBC\equiv\triangle ABF$ (SAS 합동)
또, $\overline{BF}/\!/\overline{AM}$이므로
$\triangle ABF=\triangle BFL=\frac{1}{2}$□BFML$=\triangle LFM$
$\therefore \triangle AEB=\triangle EBC=\triangle ABF=\frac{1}{2}$□BFML$=\triangle LFM$

6-1 ① $2^2+(\sqrt{3})^2\neq(\sqrt{5})^2$이므로 직각삼각형이 아니다.
② $2^2+3^2=(\sqrt{13})^2$이므로 직각삼각형이다.
③ $3^2+(\sqrt{14})^2\neq4^2$이므로 직각삼각형이 아니다.
④ $3^2+5^2\neq6^2$이므로 직각삼각형이 아니다.
⑤ $5^2+5^2\neq7^2$이므로 직각삼각형이 아니다.

6-2 ① $1^2+(\sqrt{3})^2=2^2$이므로 직각삼각형이다.
② $2^2+(2\sqrt{5})^2\neq5^2$이므로 직각삼각형이 아니다.
③ $2^2+(2\sqrt{3})^2\neq(\sqrt{14})^2$이므로 직각삼각형이 아니다.
④ $4^2+4^2\neq6^2$이므로 직각삼각형이 아니다.
⑤ $8^2+15^2=17^2$이므로 직각삼각형이다.

7-1 $x+3$이 가장 긴 변의 길이이므로 삼각형의 세 변의 길이 사이의 관계에서
$(x-3)+x>x+3 \quad \therefore x>6$
이 삼각형이 직각삼각형이 되려면
$(x-3)^2+x^2=(x+3)^2$, $x^2-12x=0$
$x(x-12)=0 \quad \therefore x=12\ (\because x>6)$

7-2 $x+3$이 가장 긴 변의 길이이므로 삼각형의 세 변의 길이 사이의 관계에서
$(x-5)+(x+2)>x+3 \quad \therefore x>6$
이 삼각형이 직각삼각형이 되려면
$(x-5)^2+(x+2)^2=(x+3)^2$, $x^2-12x+20=0$
$(x-2)(x-10)=0 \quad \therefore x=10\ (\because x>6)$

7-3 (i) 가장 긴 변의 길이가 6일 때,
$4^2+x^2=6^2$, $x^2=20 \quad \therefore x=2\sqrt{5}\ (\because x>0)$
(ii) 가장 긴 변의 길이가 x일 때,
$4^2+6^2=x^2$, $x^2=52 \quad \therefore x=2\sqrt{13}\ (\because x>0)$
따라서 (i), (ii)에서 x의 값은 $2\sqrt{5}$, $2\sqrt{13}$

8-1 $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$이므로 $\overline{AB}^2+7^2=5^2+8^2$
$\overline{AB}^2=40 \quad \therefore \overline{AB}=2\sqrt{10}(\text{cm})\ (\because \overline{AB}>0)$

8-2 $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$이므로 $4^2+\overline{CD}^2=(4\sqrt{2})^2+3^2$
$\overline{CD}^2=25 \quad \therefore \overline{CD}=5(\text{cm})\ (\because \overline{CD}>0)$

9-1 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\sqrt{10^2-6^2}=8(\text{cm})$
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 8\times 6=24(\text{cm}^2)$

9-2 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\sqrt{13^2-5^2}=12(\text{cm})$
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 12\times 5=30(\text{cm}^2)$

주제별 알찬 기출 문제 020~025p

1 ②	**2** ⑤	**3** ③	**4** 5	**5** 10	**6** 10 cm
7 $4\sqrt{3}$ cm	**8** $3\sqrt{5}$ cm	**9** 5 cm	**10** ②	**11** $4\sqrt{5}$ cm	
12 ④	**13** ③	**14** ③	**15** 20	**16** ④	**17** 32 cm^2
18 1	**19** ②	**20** $\sqrt{10}$ cm		**21** ②	
22 72 cm^2		**23** ㄱ, ㄹ	**24** 8	**25** ②, ⑤	**26** ④
27 $\sqrt{34}<a<8$		**28** $x=4\sqrt{2}$, $y=4\sqrt{6}$, $z=4\sqrt{3}$			
29 $4\sqrt{3}$ cm		**30** $\sqrt{10}$ cm		**31** 180	
32 $3\sqrt{3}$ cm		**33** 3 cm	**34** ②	**35** ③	**36** ③

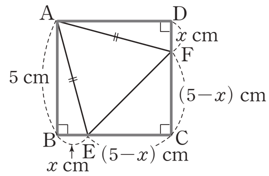
100점 따라잡기

37 $2\sqrt{17}$ cm	**38** $\frac{91}{20}$ m	**39** 60 m^2	**40** ②
41 ①	**42** $\frac{15}{4}$ cm		

1 $x=\sqrt{12^2-8^2}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$

2 점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로 $\overline{AG}:\overline{AD}=2:3$
이때, $\overline{AG}=2$ cm이므로 $\overline{AD}=3$ cm
또, 점 D는 직각삼각형 ABC의 외심이므로
$\overline{BD}=\overline{CD}=\overline{AD}=3$ cm
따라서 $\triangle ABC$에서
$\overline{AB}=\sqrt{(3+3)^2-4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}(\text{cm})$

3 $\triangle ABE\equiv\triangle ADF$ (RHS 합동)이므로



$\overline{BE}=\overline{DF}=x$ cm라 하면
$\overline{CE}=\overline{CF}=(5-x)$ cm
$\triangle ABE$에서 $\overline{AE}^2=5^2+x^2$
$\triangle CFE$에서
$\overline{EF}^2=(5-x)^2+(5-x)^2$
$\overline{AE}^2=\overline{EF}^2$이므로
$5^2+x^2=(5-x)^2+(5-x)^2$
$x^2-20x+25=0$
$\therefore x=10-5\sqrt{3}(\text{cm})\ (\because 0<x<5)$

4 $\triangle ADC$에서 $x=\sqrt{5^2-4^2}=3$
$\triangle ABD$에서 $y=\sqrt{(\sqrt{13})^2-3^2}=2$
$\therefore x+y=3+2=5$

5 $\triangle BCD$에서 $x=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}$
$\triangle ABD$에서 $y=\sqrt{(\sqrt{7})^2-2^2}=\sqrt{3}$
$\therefore x^2+y^2=(\sqrt{7})^2+(\sqrt{3})^2=10$

6 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\sqrt{17^2-(6+9)^2}=8(\text{cm})$
$\triangle ABD$에서 $\overline{AD}=\sqrt{8^2+6^2}=10(\text{cm})$

7 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{12^2-6^2}=\sqrt{108}=6\sqrt{3}(\text{cm})$
$\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}=12:6=2:1$이므로
$\overline{CD}=\frac{1}{3}\overline{BC}=\frac{1}{3}\times 6\sqrt{3}=2\sqrt{3}(\text{cm})$
따라서 $\triangle ADC$에서
$\overline{AD}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+6^2}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

8 $\triangle OAB$에서 $\overline{OB}=\sqrt{3^2+3^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}(\text{cm})$
$\triangle OBC$에서 $\overline{OC}=\sqrt{(3\sqrt{2})^2+3^2}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}(\text{cm})$
$\triangle OCD$에서 $\overline{OD}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+3^2}=6(\text{cm})$
$\triangle ODE$에서 $\overline{OE}=\sqrt{6^2+3^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}(\text{cm})$

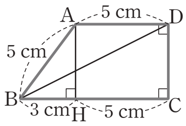
9 $\overline{BE}=\overline{BD}=\sqrt{(\sqrt{5})^2+(\sqrt{5})^2}=\sqrt{10}(\text{cm})$
$\overline{BG}=\overline{BF}=\sqrt{(\sqrt{10})^2+(\sqrt{5})^2}=\sqrt{15}(\text{cm})$
$\overline{BI}=\overline{BH}=\sqrt{(\sqrt{15})^2+(\sqrt{5})^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}(\text{cm})$
$\therefore \overline{BK}=\overline{BJ}=\sqrt{(2\sqrt{5})^2+(\sqrt{5})^2}=\sqrt{25}=5(\text{cm})$

10 $\overline{BD}$를 그으면

$\triangle ABD$에서 $\overline{BD}=\sqrt{5^2+7^2}=\sqrt{74}$(cm)

$\triangle BCD$에서 $\overline{CD}=\sqrt{(\sqrt{74})^2-6^2}=\sqrt{38}$(cm)

11 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{HC}=\overline{AD}=5$ cm이므로

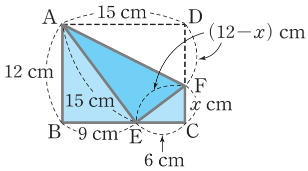
$\overline{BH}=8-5=3$(cm)

$\triangle ABH$에서 $\overline{AH}=\sqrt{5^2-3^2}=4$(cm)

따라서 $\overline{DC}=\overline{AH}=4$ cm이므로 $\triangle BCD$에서

$\overline{BD}=\sqrt{8^2+4^2}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$(cm)

12 $\triangle AEF\equiv\triangle ADF$이므로



$\overline{CF}=x$ cm라 하면

$\overline{EF}=\overline{DF}=(12-x)$ cm

$\overline{AE}=\overline{AD}=15$ cm이므로

$\triangle ABE$에서

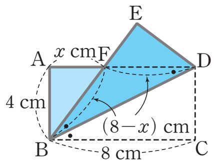
$\overline{BE}=\sqrt{15^2-12^2}=9$(cm)

$\therefore\ \overline{CE}=\overline{BC}-\overline{BE}=15-9=6$(cm)

$\triangle CFE$에서 $6^2+x^2=(12-x)^2$, $24x=108$

$\therefore\ x=\dfrac{9}{2}$(cm)

13 $\angle FBD=\angle DBC$(접은 각),



$\angle FDB=\angle DBC$(엇각)이므로

$\angle FBD=\angle FDB$

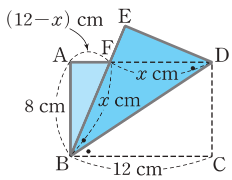
따라서 $\overline{AF}=x$ cm라 하면

$\overline{BF}=\overline{DF}=(8-x)$ cm

$\triangle ABF$에서 $4^2+x^2=(8-x)^2$

$16x=48$ $\qquad\therefore\ x=3$(cm)

14 $\angle FBD=\angle DBC$(접은 각),



$\angle FDB=\angle DBC$(엇각)이므로

$\angle FBD=\angle FDB$

따라서 $\overline{BF}=\overline{DF}=x$ cm라 하면

$\overline{AF}=(12-x)$ cm

$\triangle ABF$에서 $(12-x)^2+8^2=x^2$

$24x=208$ $\qquad\therefore\ x=\dfrac{26}{3}$(cm)

$\therefore\ \triangle FBD=\dfrac{1}{2}\times\overline{DF}\times\overline{AB}$

$=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{26}{3}\times8=\dfrac{104}{3}$(cm^2)

15 $\triangle AEH\equiv\triangle BFE\equiv\triangle CGF\equiv\triangle DHG$(SAS 합동)이므로

$\overline{HE}=\overline{EF}=\overline{FG}=\overline{GH}$이고,

$\angle HEF=\angle EFG=\angle FGH=\angle GHE=90^\circ$

따라서 □EFGH는 정사각형이다.

$\overline{AH}=\overline{AD}-\overline{DH}=6-4=2$이므로 $\triangle AEH$에서

$\overline{EH}=\sqrt{4^2+2^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

$\therefore$ □EFGH$=(2\sqrt{5})^2=20$

16 ① 정사각형 EFGH의 넓이가 34 cm^{2}이므로

$\overline{EH}=\sqrt{34}$(cm)

② $\triangle AEH$에서 $\overline{AH}=\sqrt{(\sqrt{34})^2-5^2}=3$(cm)

③, ⑤ $\triangle AEH\equiv\triangle BFE\equiv\triangle CGF\equiv\triangle DHG$(SAS 합동)이므로 $\overline{HE}=\overline{EF}=\overline{FG}=\overline{GH}$이고,

$\angle HEF=\angle EFG=\angle FGH=\angle GHE=90^\circ$

따라서 □EFGH는 정사각형이다.

④ $\overline{AB}=\overline{AE}+\overline{EB}=5+3=8$(cm)이므로

□ABCD$=8^2=64$(cm^2)

17 $\triangle ABE\equiv\triangle ECD$에서 $\overline{AE}=\overline{ED}$이고

$\angle AED=180^\circ-(\angle AEB+\angle DEC)$

$=180^\circ-(\angle AEB+\angle EAB)=90^\circ$

이므로 $\triangle AED$는 직각이등변삼각형이다.

$\triangle AED=20$ cm^{2}이므로

$\dfrac{1}{2}\times\overline{AE}\times\overline{DE}=20$, $\dfrac{1}{2}\overline{AE}^2=20$

$\overline{AE}^2=40$ $\qquad\therefore\ \overline{AE}=2\sqrt{10}$(cm) ($\because\ \overline{AE}>0$)

$\triangle ABE$에서 $\overline{AB}=\sqrt{(2\sqrt{10})^2-6^2}=2$(cm)

$\therefore$ □ABCD$=\dfrac{1}{2}\times(\overline{AB}+\overline{CD})\times\overline{BC}$

$=\dfrac{1}{2}\times(2+6)\times(6+2)=32$(cm^2)

18 $\triangle ABF$에서 $\overline{BF}=\sqrt{5^2-4^2}=3$

$\overline{EF}=\overline{AF}-\overline{AE}=4-3=1$

□EFGH는 정사각형이므로

□EFGH$=\overline{EF}^2=1^2=1$

19 ① $\overline{DH}=2$ cm이므로 $\triangle AHD$에서

$\overline{AH}=\sqrt{4^2-2^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$(cm)

② $\triangle ABE=\dfrac{1}{2}\times\overline{AE}\times\overline{BE}=\dfrac{1}{2}\times2\times2\sqrt{3}=2\sqrt{3}$(cm^2)

③ $\overline{GH}=\overline{DG}-\overline{DH}=\overline{AH}-\overline{DH}=2(\sqrt{3}-1)$ cm

⑤ □EFGH는 한 변의 길이가 $2(\sqrt{3}-1)$ cm인 정사각형이므로

(□EFGH의 둘레의 길이)$=4\times2(\sqrt{3}-1)$

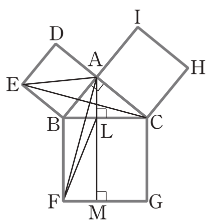
$=8(\sqrt{3}-1)$(cm)

20 □ABED+□ACHI=□BFGC이므로

□ABED$+15=25$ $\qquad\therefore$ □ABED$=10$(cm^2)

$\therefore\ \overline{AB}=\sqrt{10}$(cm) ($\because\ \overline{AB}>0$)

21 ① $\triangle ABF$와 $\triangle EBC$에서



$\overline{AB}=\overline{EB}$, $\overline{BF}=\overline{BC}$,

$\angle ABF=\angle ABC+90^\circ$

$=\angle EBC$

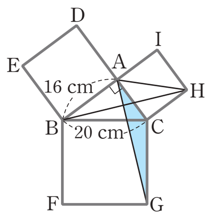
이므로

$\triangle ABF\equiv\triangle EBC$(SAS 합동)

$\therefore\ \overline{AF}=\overline{EC}$

② $\triangle AEC$와 $\triangle ABF$는 합동이 아니다.
③ $\overline{EB} /\!/ \overline{DC}$이므로 $\triangle AEB = \triangle EBC$
$\overline{BF} /\!/ \overline{AM}$이므로 $\triangle ABF = \triangle BFL$
$\triangle AEB = \triangle EBC = \triangle ABF = \triangle BFL$
④ $\square ACHI = 2\triangle ACH = 2\triangle BCH = 2\triangle AGC$
$= 2\triangle LGC = \square LMGC$
⑤ $\square ADEB = \square BFML$, $\square ACHI = \square LMGC$이므로
$\square ADEB + \square ACHI = \square BFML + \square LMGC$
$= \square BFGC$

22 $\triangle ABC$에서
$\overline{AC} = \sqrt{20^2 - 16^2} = 12(\text{cm})$
$\triangle AGC \equiv \triangle HBC$ (SAS 합동)
이므로
$\triangle AGC = \triangle HBC = \triangle HAC$
$= \frac{1}{2}\square ACHI = \frac{1}{2} \times 12^2$
$= 72(\text{cm}^2)$



23 ㄱ. $2^2 + 4^2 = (2\sqrt{5})^2$이므로 직각삼각형이다.
ㄴ. $4^2 + (\sqrt{15})^2 \neq 6^2$이므로 직각삼각형이 아니다.
ㄷ. $16^2 + 20^2 \neq 25^2$이므로 직각삼각형이 아니다.
ㄹ. $5^2 + (2\sqrt{14})^2 = 9^2$이므로 직각삼각형이다.
따라서 직각삼각형인 것은 ㄱ, ㄹ이다.

24 $x+2$가 가장 긴 변의 길이이므로 삼각형의 세 변의 길이 사이의 관계에서
$(x-2) + x > x + 2 \qquad \therefore x > 4$
이 삼각형이 직각삼각형이 되려면
$(x-2)^2 + x^2 = (x+2)^2$, $x^2 - 8x = 0$
$x(x-8) = 0 \qquad \therefore x = 8 \ (\because x > 4)$

25 추가하는 막대의 길이를 x cm라 하면
(i) 가장 긴 막대의 길이가 8 cm일 때,
$6^2 + x^2 = 8^2$, $x^2 = 28 \qquad \therefore x = 2\sqrt{7} \ (\because x > 0)$
(ii) 가장 긴 막대의 길이가 x cm일 때,
$6^2 + 8^2 = x^2$, $x^2 = 100 \qquad \therefore x = 10 \ (\because x > 0)$
따라서 (i), (ii)에서 막대의 길이는 $2\sqrt{7}$ cm 또는 10 cm이다.

26 ① $5^2 > 3^2 + 3^2$이므로 둔각삼각형이다.
② $7^2 < 5^2 + 6^2$이므로 예각삼각형이다.
③ $13^2 = 5^2 + 12^2$이므로 직각삼각형이다.
④ $3^2 > (\sqrt{3})^2 + (\sqrt{5})^2$이므로 둔각삼각형이다.
⑤ $3^2 = 1^2 + (2\sqrt{2})^2$이므로 직각삼각형이다.

27 삼각형의 세 변의 길이 사이의 관계에서
$5 - 3 < a < 5 + 3 \qquad \therefore 2 < a < 8$
이때, $a > 5$이므로 $5 < a < 8 \qquad \cdots\cdots$ ㉠
둔각삼각형이 되려면 $a^2 > 3^2 + 5^2$, $a^2 > 34$
$\therefore a > \sqrt{34} \ (\because a > 0) \qquad \cdots\cdots$ ㉡
따라서 ㉠, ㉡에서 $\sqrt{34} < a < 8$

28 $x^2 = 8 \times 4 = 32 \qquad \therefore x = 4\sqrt{2} \ (\because x > 0)$
$y^2 = 8 \times (8+4) = 96 \qquad \therefore y = 4\sqrt{6} \ (\because y > 0)$
$z^2 = 4 \times (4+8) = 48 \qquad \therefore z = 4\sqrt{3} \ (\because z > 0)$

29 $\overline{AC}^2 = \overline{CD} \times \overline{CB}$이므로 $4^2 = 2 \times \overline{BC} \qquad \therefore \overline{BC} = 8(\text{cm})$
또, $\overline{AB}^2 = \overline{BD} \times \overline{BC} = (8-2) \times 8 = 48$이므로
$\overline{AB} = 4\sqrt{3}(\text{cm}) \ (\because \overline{AB} > 0)$

30 $\overline{BE}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{BC}^2$이므로
$7^2 + 5^2 = \overline{DE}^2 + 8^2$, $\overline{DE}^2 = 10$
$\therefore \overline{DE} = \sqrt{10}(\text{cm}) \ (\because \overline{DE} > 0)$

31 두 점 D, E가 각각 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$의 중점이므로
$\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2} \times 12 = 6$
$\therefore \overline{AD}^2 + \overline{BE}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{DE}^2 = 12^2 + 6^2 = 180$

32 $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$이므로
$6^2 + 4^2 = 5^2 + \overline{BC}^2$
$\overline{BC}^2 = 27 \qquad \therefore \overline{BC} = 3\sqrt{3}(\text{cm}) \ (\because \overline{BC} > 0)$

33 $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$이므로
$(3\sqrt{10})^2 + 13^2 = \overline{AD}^2 + 15^2$, $\overline{AD}^2 = 34$
$\therefore \overline{AD} = \sqrt{34}(\text{cm}) \ (\because \overline{AD} > 0)$
$\triangle AOD$에서
$\overline{AO} = \sqrt{(\sqrt{34})^2 - 5^2} = 3(\text{cm})$

34 $\overline{AP}^2 + \overline{CP}^2 = \overline{BP}^2 + \overline{DP}^2$이므로
$6^2 + 10^2 = 8^2 + \overline{DP}^2$, $\overline{DP}^2 = 72$
$\therefore \overline{DP} = 6\sqrt{2}(\text{cm}) \ (\because \overline{DP} > 0)$

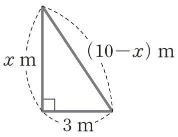
35 $\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이는
$\frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{6}{2}\right)^2 = \frac{9}{2}\pi(\text{cm}^2)$
따라서 $\overline{AB}$를 지름으로 하는 반원의 넓이는
$\frac{9}{2}\pi + 8\pi = \frac{25}{2}\pi(\text{cm}^2)$
[다른 풀이]
$\overline{AC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이는
$\frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{\overline{AC}}{2}\right)^2 = 8\pi$이므로 $\overline{AC}^2 = 64$
$\therefore \overline{AC} = 8(\text{cm}) \ (\because \overline{AC} > 0)$
$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}^2 = 6^2 + 8^2 = 100$이므로
$\overline{AB}$를 지름으로 하는 반원의 넓이는
$\frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{\overline{AB}}{2}\right)^2 = \frac{\overline{AB}^2}{8}\pi = \frac{100}{8}\pi = \frac{25}{2}\pi(\text{cm}^2)$

36 (색칠한 부분의 넓이) $= \triangle ABC$
$= \frac{1}{2} \times 8 \times 4 = 16(\text{cm}^2)$

100점 따라잡기

37 □ABCD$=8\ \text{cm}^2$이므로
$\overline{BC}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}(\text{cm})$
□ECGF$=18\ \text{cm}^2$이므로
$\overline{CG}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}(\text{cm})$
$\therefore \overline{BG}=\overline{BC}+\overline{CG}=2\sqrt{2}+3\sqrt{2}=5\sqrt{2}(\text{cm})$
△BGF에서
$\overline{BF}=\sqrt{(5\sqrt{2})^2+(3\sqrt{2})^2}=\sqrt{68}=2\sqrt{17}(\text{cm})$

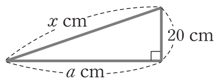
38 지면으로부터 대나무가 부러진 부분까지의 높이를 x m라 하면 대나무의 높이가 10 m이므로 대나무가 부러진 부분으로부터 쓰러진 지점까지의 길이는 $(10-x)$ m이다.



$x^2+3^2=(10-x)^2,\ 20x=91$
$\therefore x=\dfrac{91}{20}(\text{m})$

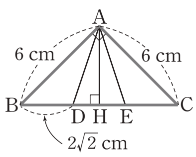
39 $\overline{BC}=x$ m라 하면
$\overline{AB}=40-(x+8)=32-x(\text{m})$
△ABC는 ∠C=90°인 직각삼각형이므로
$x^2+8^2=(32-x)^2,\ 64x=960\qquad \therefore x=15(\text{m})$
∴ (공원의 넓이)$=\dfrac{1}{2}\times15\times8=60(\text{m}^2)$

40 경사로의 수평 거리를 a cm라 하면



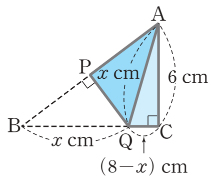
(경사로의 기울기)
$=\dfrac{(\text{경사로의 높이})}{(\text{경사로의 수평 거리})}=\dfrac{1}{12}$
이므로
$\dfrac{20}{a}=\dfrac{1}{12}\qquad \therefore a=240(\text{cm})$
즉, 빗변이 아닌 두 변의 길이가 각각 240 cm, 20 cm이므로
$x=\sqrt{240^2+20^2}=\sqrt{58000}=20\sqrt{145}$

41 △ABC에서



$\overline{BC}=\sqrt{6^2+6^2}=\sqrt{72}$
$=6\sqrt{2}(\text{cm})$
$\therefore \overline{BD}=\overline{DE}=\overline{EC}=\dfrac{1}{3}\overline{BC}$
$=\dfrac{1}{3}\times6\sqrt{2}=2\sqrt{2}(\text{cm})$
꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 △ABH는 직각이등변삼각형이므로
$\overline{AH}=\overline{BH}=\dfrac{1}{2}\overline{BC}=\dfrac{1}{2}\times6\sqrt{2}=3\sqrt{2}(\text{cm})$
따라서 $\overline{DH}=\overline{BH}-\overline{BD}=3\sqrt{2}-2\sqrt{2}=\sqrt{2}(\text{cm})$이므로
△ADH에서
$\overline{AD}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+(3\sqrt{2})^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}(\text{cm})$

42 $\overline{AQ}=\overline{BQ}=x$ cm라 하면



$\overline{CQ}=(8-x)$ cm
△AQC에서 $(8-x)^2+6^2=x^2$
$16x=100\qquad \therefore x=\dfrac{25}{4}(\text{cm})$
△ABC에서
$\overline{AB}=\sqrt{8^2+6^2}=10(\text{cm})$이므로
$\overline{AP}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}=\dfrac{1}{2}\times10=5(\text{cm})$
△APQ≡△BPQ에서 △APQ는 직각삼각형이므로
$\overline{PQ}=\sqrt{\left(\dfrac{25}{4}\right)^2-5^2}=\dfrac{15}{4}(\text{cm})$

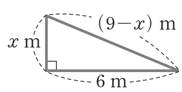
유형별 서술형 문제 026~027P

1 (1) △BFL, △ABF, △EBC, △AEB, △ADE (2) 72 cm^2
2 (1) 8 cm (2) $2\sqrt{41}$ cm **3** $\dfrac{5}{2}$ m **3-1** $\dfrac{21}{8}$ m
4 $2\sqrt{6}$, $\sqrt{74}$ **4-1** $5\sqrt{3}$, $5\sqrt{5}$ **5** 4 cm **5-1** 3 cm
6 $6\sqrt{7}\ \text{cm}^2$ **6-1** $9\sqrt{2}\ \text{cm}^2$
7 기본 3 발전 $(12-6\sqrt{3})$ cm 심화 $\sqrt{10}$ cm

1 (1) □BFML은 직사각형이므로 △BFL=△LFM
$\overline{BF}\,/\!/\,\overline{AM}$이므로 △ABF=△BFL
△EBC≡△ABF(SAS 합동)이므로 △EBC=△ABF
$\overline{EB}\,/\!/\,\overline{DC}$이므로 △AEB=△EBC
□ADEB는 정사각형이므로 △ADE=△AEB
따라서 △LFM과 넓이가 같은 삼각형은
△BFL, △ABF, △EBC, △AEB, △ADE이다.
(2) △ABC에서 $\overline{AB}=\sqrt{15^2-9^2}=12(\text{cm})$
$\therefore$ △LFM=△AEB$=\dfrac{1}{2}\times12^2=72(\text{cm}^2)$

2 (1) △ADC에서
$\overline{AC}=\sqrt{10^2-6^2}=8(\text{cm})$
(2) △ABC에서
$\overline{AB}=\sqrt{(4+6)^2+8^2}=\sqrt{164}=2\sqrt{41}(\text{cm})$

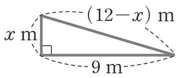
3 지면으로부터 나무가 부러진 부분까지의 높이를 x m라 하면 나무의 높이가 9 m이므로 나무가 부러진 부분으로부터 쓰러진 지점까지의 길이는 $(9-x)$ m이다. …… ①



$x^2+6^2=(9-x)^2$
$18x=45\qquad \therefore x=\dfrac{5}{2}(\text{m})$ …… ②

단계	채점 요소	배점
①	부러진 부분까지의 높이를 x m로 놓고 나머지 부분을 x에 대한 식으로 나타내기	4점
②	피타고라스 정리를 이용하여 x의 값 구하기	4점

3-1 지면으로부터 전봇대가 부러진 부분까지의 높이를 x m라 하면 전봇대의 높이가 12 m이므로 전봇대가 부러진 부분으로부터 쓰러진 지점까지의 길이는 $(12-x)$ m이다.



…… ①

$x^2+9^2=(12-x)^2$

$24x=63 \qquad \therefore x=\dfrac{21}{8}$ (m) …… ②

단계	채점 요소	배점
①	부러진 부분까지의 높이를 x m로 놓고 나머지 부분을 x에 대한 식으로 나타내기	4점
②	피타고라스 정리를 이용하여 x의 값 구하기	4점

4 (i) 가장 긴 변의 길이가 7일 때,

$5^2+a^2=7^2$, $a^2=24 \qquad \therefore a=2\sqrt{6}$ ($\because a>0$) …… ①

(ii) 가장 긴 변의 길이가 a일 때,

$5^2+7^2=a^2$, $a^2=74 \qquad \therefore a=\sqrt{74}$ ($\because a>0$) …… ②

따라서 (i), (ii)에서 a의 값은 $2\sqrt{6}$, $\sqrt{74}$ …… ③

단계	채점 요소	배점
①	가장 긴 변의 길이가 7일 때, a의 값 구하기	3점
②	가장 긴 변의 길이가 a일 때, a의 값 구하기	3점
③	답 구하기	2점

4-1 (i) 가장 긴 변의 길이가 10일 때,

$5^2+a^2=10^2$, $a^2=75$

$\therefore a=5\sqrt{3}$ ($\because a>0$) …… ①

(ii) 가장 긴 변의 길이가 a일 때,

$5^2+10^2=a^2$, $a^2=125$

$\therefore a=5\sqrt{5}$ ($\because a>0$) …… ②

따라서 (i), (ii)에서 a의 값은 $5\sqrt{3}$, $5\sqrt{5}$ …… ③

단계	채점 요소	배점
①	가장 긴 변의 길이가 10일 때, a의 값 구하기	3점
②	가장 긴 변의 길이가 a일 때, a의 값 구하기	3점
③	답 구하기	2점

5 $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$이므로

$5^2+(2\sqrt{11})^2=\overline{AD}^2+7^2$, $\overline{AD}^2=20$

$\therefore \overline{AD}=2\sqrt{5}$(cm) ($\because \overline{AD}>0$) …… ①

$\triangle$AOD에서

$\overline{OD}=\sqrt{(2\sqrt{5})^2-2^2}=4$(cm) …… ②

단계	채점 요소	배점
①	$\overline{AD}$의 길이 구하기	4점
②	$\overline{OD}$의 길이 구하기	4점

5-1 $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$이므로

$6^2+7^2=\overline{AD}^2+(2\sqrt{15})^2$, $\overline{AD}^2=25$

$\therefore \overline{AD}=5$(cm) ($\because \overline{AD}>0$) …… ①

$\triangle$AOD에서

$\overline{AO}=\sqrt{5^2-4^2}=3$(cm) …… ②

단계	채점 요소	배점
①	$\overline{AD}$의 길이 구하기	4점
②	$\overline{AO}$의 길이 구하기	4점

6 $\triangle$ABC에서

$\overline{AC}=\sqrt{8^2-(2\sqrt{7})^2}=\sqrt{36}=6$(cm) …… ①

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=\triangle$ABC …… ②

$=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{7}\times6$

$=6\sqrt{7}$(cm^2) …… ③

단계	채점 요소	배점
①	$\overline{AC}$의 길이 구하기	3점
②	(색칠한 부분의 넓이)$=\triangle$ABC임을 알기	3점
③	색칠한 부분의 넓이 구하기	2점

6-1 $\triangle$ABC에서

$\overline{AB}=\sqrt{9^2-3^2}=\sqrt{72}=6\sqrt{2}$(cm) …… ①

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=\triangle$ABC …… ②

$=\dfrac{1}{2}\times6\sqrt{2}\times3$

$=9\sqrt{2}$(cm^2) …… ③

단계	채점 요소	배점
①	$\overline{AB}$의 길이 구하기	3점
②	(색칠한 부분의 넓이)$=\triangle$ABC임을 알기	3점
③	색칠한 부분의 넓이 구하기	2점

7 기본 $4^2+x^2=(x+2)^2$에서 …… ①

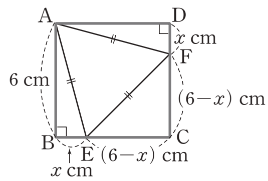
$4x=12 \qquad \therefore x=3$ …… ②

단계	채점 요소	배점
①	피타고라스 정리를 이용하여 식 세우기	3점
②	x의 값 구하기	2점

발전 $\triangle$ABE$\equiv\triangle$ADF(RHS 합동)이므로

$\overline{BE}=\overline{DF}=x$ cm라 하면

$\overline{CE}=\overline{CF}=(6-x)$ cm …… ①



$\triangle$ABE에서

$\overline{AE}^2=6^2+x^2$

$\triangle$CFE에서

$\overline{EF}^2=(6-x)^2+(6-x)^2$

$\overline{AE}^2=\overline{EF}^2$이므로

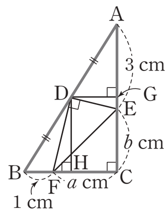
$6^2+x^2=(6-x)^2+(6-x)^2$ …… ②

$x^2-24x+36=0$

$\therefore x=12-6\sqrt{3}$(cm) ($\because 0<x<6$) …… ③

단계	채점 요소	배점
①	$\overline{BE}=\overline{DF}=x$ cm로 놓고 $\overline{CE}$, $\overline{CF}$를 x에 대한 식으로 나타내기	2점
②	피타고라스 정리를 이용하여 식 세우기	4점
③	$\overline{BE}$의 길이 구하기	2점

심화 $\overline{CF}=a$ cm, $\overline{CE}=b$ cm라 하고 점 D에서 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 G, H라 하면 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해



$\overline{DG}=\dfrac{1}{2}\overline{BC}=\dfrac{a+1}{2}$(cm)

$\overline{EG}=\overline{AE}-\overline{AG}=\overline{AE}-\dfrac{1}{2}\overline{AC}$

$=3-\dfrac{3+b}{2}=\dfrac{3-b}{2}$(cm)

$\overline{DH}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{3+b}{2}(cm)$

$\overline{FH}=\overline{FC}-\overline{HC}=\overline{FC}-\overline{DG}$

$=a-\frac{1+a}{2}=\frac{a-1}{2}(cm)$ …… ①

$\triangle DEG \backsim \triangle DFH$(AA 닮음)이므로

$\overline{DG}:\overline{DH}=\overline{EG}:\overline{FH}$에서

$\frac{a+1}{2}:\frac{3+b}{2}=\frac{3-b}{2}:\frac{a-1}{2}$ …… ②

$\frac{9-b^2}{4}=\frac{a^2-1}{4}$ $\quad\therefore a^2+b^2=10$

$\triangle EFC$에서 $\overline{EF}=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{10}(cm)$ …… ③

단계	채점 요소	배점
①	$\overline{CF}=a$ cm, $\overline{CE}=b$ cm로 놓고 $\overline{DG}$, $\overline{EG}$, $\overline{DH}$, $\overline{FH}$의 길이를 a, b에 대한 식으로 나타내기	4점
②	삼각형의 닮음을 이용하여 비례식 세우기	3점
③	$\overline{EF}$의 길이 구하기	3점

중단원 알찬 예상 문제 028~029p

1 ⑤	**2** ②	**3** ③	**4** ⑤	**5** ④	**6** ③
7 ⑤	**8** ⑤	**9** ①	**10** ①	**11** ⑤	**12** ②

주관식 문제

13 $2\sqrt{7}$ cm **14** 13 **15** $\sqrt{10}$ cm **16** 6 cm

1 $\overline{AC}=\sqrt{9^2-6^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}(cm)$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 6\times 3\sqrt{5}=9\sqrt{5}(cm^2)$

2 직각삼각형이 1개일 때, $\overline{BO}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$

직각삼각형이 2개일 때, $\overline{CO}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+1^2}=\sqrt{3}$

직각삼각형이 3개일 때, $\overline{DO}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}=\sqrt{4}$

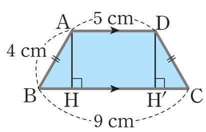
$\vdots$

직각삼각형이 n개일 때,

(n번째 직각삼각형의 빗변의 길이)$=\sqrt{n+1}$

따라서 $\sqrt{n+1}=\sqrt{12}$에서 $n=11$이므로 필요한 직각삼각형의 개수는 11개이다.

3 두 꼭짓점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라 하면



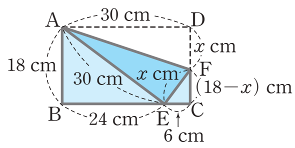
$\overline{HH'}=\overline{AD}=5$ cm이므로

$\overline{BH}=\frac{1}{2}\times(9-5)=2(cm)$

$\triangle ABH$에서 $\overline{AH}=\sqrt{4^2-2^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}(cm)$

$\therefore \square ABCD=\frac{1}{2}\times(5+9)\times 2\sqrt{3}=14\sqrt{3}(cm^2)$

4 $\triangle AEF\equiv\triangle ADF$이므로



$\overline{EF}=\overline{DF}=x$ cm라 하면

$\overline{CF}=(18-x)$ cm

$\overline{AE}=\overline{AD}=30$ cm이므로

$\triangle ABE$에서

$\overline{BE}=\sqrt{30^2-18^2}=\sqrt{576}=24(cm)$

$\therefore \overline{CE}=\overline{BC}-\overline{BE}=30-24=6(cm)$

$\triangle CFE$에서

$6^2+(18-x)^2=x^2$, $36x=360$

$\therefore x=10(cm)$

$\therefore \triangle AEF=\frac{1}{2}\times\overline{AE}\times\overline{EF}$

$=\frac{1}{2}\times 30\times 10=150(cm^2)$

5 $\overline{BF}=\overline{AE}=3$ cm이므로 $\triangle ABF$에서

$\overline{AF}=\sqrt{6^2-3^2}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}(cm)$

$\therefore \overline{EF}=\overline{AF}-\overline{AE}=3(\sqrt{3}-1)(cm)$

따라서 $\square EFGH$는 한 변의 길이가 $3(\sqrt{3}-1)$ cm인 정사각형이므로

($\square EFGH$의 둘레의 길이)$=4\times 3(\sqrt{3}-1)$

$=12(\sqrt{3}-1)(cm)$

6 $\square ADEB=\square BFGC+\square ACHI$이므로

$100=\square BFGC+36$ $\quad\therefore \square BFGC=64(cm^2)$

따라서 $\overline{AB}=\sqrt{100}=10(cm)$, $\overline{AC}=\sqrt{36}=6(cm)$,

$\overline{BC}=\sqrt{64}=8(cm)$이므로

($\triangle ABC$의 둘레의 길이)$=\overline{AB}+\overline{AC}+\overline{BC}$

$=10+6+8$

$=24(cm)$

[다른 풀이]

$\overline{AB}=\sqrt{100}=10(cm)$, $\overline{AC}=\sqrt{36}=6(cm)$이므로

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{10^2-6^2}=8(cm)$

$\therefore$ ($\triangle ABC$의 둘레의 길이)$=\overline{AB}+\overline{AC}+\overline{BC}$

$=10+6+8$

$=24(cm)$

7 ① $3^2+(\sqrt{7})^2=4^2$이므로 직각삼각형이다.

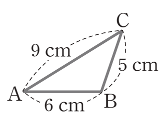
② $3^2+3^2=(3\sqrt{2})^2$이므로 직각삼각형이다.

③ $2^2+(\sqrt{14})^2=(3\sqrt{2})^2$이므로 직각삼각형이다.

④ $7^2+24^2=25^2$이므로 직각삼각형이다.

⑤ $8^2+12^2\neq 15^2$이므로 직각삼각형이 아니다.

8 $9^2>6^2+5^2$이므로 $\triangle ABC$는 오른쪽 그림과 같이 $\angle B>90°$인 둔각삼각형이다.



9 $\overline{AD}^2=\overline{BD}\times\overline{CD}=8\times 4=32$

$\therefore \overline{AD}=4\sqrt{2}(cm)$ ($\because \overline{AD}>0$)

$\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{BC}\times\overline{AD}$이므로

$xy=(8+4)\times 4\sqrt{2}=48\sqrt{2}$

10 점 D, E가 각각 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 중점이므로

$\overline{AD}=\frac{1}{2}\times 12=6(\text{cm})$, $\overline{CE}=\frac{1}{2}\times 16=8(\text{cm})$

삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해

$\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{AC}$

$\overline{DE}^2+\overline{AC}^2=\overline{AD}^2+\overline{CE}^2$이므로

$\left(\frac{1}{2}\overline{AC}\right)^2+\overline{AC}^2=6^2+8^2$

$\frac{5}{4}\overline{AC}^2=100$, $\overline{AC}^2=80$

$\therefore \overline{AC}=4\sqrt{5}(\text{cm})$ $(\because \overline{AC}>0)$

11 $\triangle$EDC에서 $\overline{DE}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$

$\therefore \overline{AD}^2+\overline{BE}^2=\overline{AB}^2+\overline{DE}^2$

$=(3\sqrt{3})^2+(\sqrt{13})^2=40$

12 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 P, Q, R라 하면 $P+Q=R$이므로

(색칠한 부분의 넓이)$=P+Q+R=2R$

$=2\times\left(\frac{1}{2}\times\pi\times 3^2\right)=9\pi(\text{cm}^2)$

주관식 문제

13 $\triangle$ADC에서

$\overline{CD}=\sqrt{4^2-(2\sqrt{3})^2}=2(\text{cm})$

$\overline{BD}=\overline{BC}-\overline{CD}=6-2=4(\text{cm})$이므로

$\triangle$ABD에서

$\overline{AB}=\sqrt{4^2+(2\sqrt{3})^2}=\sqrt{28}=2\sqrt{7}(\text{cm})$

14 $x+1$이 가장 긴 변의 길이이므로 삼각형의 세 변의 길이 사이의 관계에서

$(x-7)+x>x+1$ $\quad\therefore x>8$

이 삼각형이 직각삼각형이 되려면

$(x-7)^2+x^2=(x+1)^2$, $x^2-16x+48=0$

$(x-4)(x-12)=0$ $\quad\therefore x=12$ $(\because x>8)$

따라서 직각삼각형의 빗변의 길이는

$x+1=12+1=13$

15 $\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$이므로

$8^2+\overline{CP}^2=5^2+7^2$, $\overline{CP}^2=10$

$\therefore \overline{CP}=\sqrt{10}(\text{cm})$ $(\because \overline{CP}>0)$

16 색칠한 부분의 넓이는 $\triangle$ABC의 넓이와 같으므로

$\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times 2\sqrt{5}=4\sqrt{5}$ $\quad\therefore \overline{AB}=4(\text{cm})$ ...... ①

따라서 $\triangle$ABC에서

$\overline{BC}=\sqrt{4^2+(2\sqrt{5})^2}=6(\text{cm})$ ...... ②

단계	채점 요소	배점률
①	$\overline{AB}$의 길이 구하기	60%
②	$\overline{BC}$의 길이 구하기	40%

중단원 10분 마무리 030~031p

1 ③ **2** $20\sqrt{14}$ cm^2 **3** $\frac{8}{3}$ cm^2 **4** 4개 **5** ③, ⑤

6 54

1 $x=\sqrt{8^2-(\sqrt{39})^2}=\sqrt{25}=5$

2 점 G가 $\triangle$ABC의 무게중심이므로 $\overline{AG}:\overline{AD}=2:3$

이때, $\overline{AG}=6$ cm이므로 $\overline{AD}=9$ cm

또, 점 D는 직각삼각형 ABC의 외심이므로

$\overline{BD}=\overline{CD}=\overline{AD}=9$ cm

따라서 $\triangle$ABC에서

$\overline{AB}=\sqrt{(9+9)^2-10^2}=\sqrt{224}=4\sqrt{14}(\text{cm})$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{14}\times 10=20\sqrt{14}(\text{cm}^2)$

3 $\overline{AD}=\overline{AB}=8$ cm이므로 $\triangle$ADE에서

$\overline{DE}=\sqrt{10^2-8^2}=6(\text{cm})$

$\therefore \overline{CE}=8-6=2(\text{cm})$

$\triangle ADE\backsim\triangle FCE$(AA 닮음)이고 닮음비는

$\overline{DE}:\overline{CE}=6:2=3:1$이므로

$\overline{AD}:\overline{CF}=3:1$에서 $8:\overline{CF}=3:1$

$\therefore \overline{CF}=\frac{8}{3}(\text{cm})$

$\therefore \triangle CFE=\frac{1}{2}\times\frac{8}{3}\times 2=\frac{8}{3}(\text{cm}^2)$

4 ㄱ. $2^2+6^2=(2\sqrt{10})^2$이므로 직각삼각형이다.

ㄴ. $2^2+(2\sqrt{2})^2=(2\sqrt{3})^2$이므로 직각삼각형이다.

ㄷ. $6^2+(2\sqrt{7})^2=8^2$이므로 직각삼각형이다.

ㄹ. $3^2+(\sqrt{5})^2\neq(\sqrt{15})^2$이므로 직각삼각형이 아니다.

ㅁ. $4^2+6^2\neq 8^2$이므로 직각삼각형이 아니다.

ㅂ. $9^2+12^2=15^2$이므로 직각삼각형이다.

따라서 직각삼각형인 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㅂ의 4개이다.

5 (i) 가장 긴 변의 길이가 5일 때,

$4^2+a^2=5^2$, $a^2=9$

$\therefore a=3$ $(\because a>0)$

(ii) 가장 긴 변의 길이가 a일 때,

$4^2+5^2=a^2$, $a^2=41$

$\therefore a=\sqrt{41}$ $(\because a>0)$

따라서 (i), (ii)에서 a의 값은 3, $\sqrt{41}$

6 $2x-3-(x+3)=x-6>0$ $(\because x>6)$이므로

$2x-3>x+3$

따라서 가장 긴 변의 길이는 $2x-3$이다.

이 삼각형이 직각삼각형이 되려면

$x^2+(x+3)^2=(2x-3)^2$

$x^2-9x=0$, $x(x-9)=0$

$\therefore x=9$ $(\because x>6)$

따라서 세 변의 길이는 각각 9, 12, 15이므로

(삼각형의 넓이)$=\frac{1}{2}\times 9\times 12=54$

2 피타고라스 정리의 활용

핵심잡기 개념check 032~033P

1-1 (1) 10 cm (2) $3\sqrt{2}$ cm
2-1 높이 : $2\sqrt{3}$ cm, 넓이 : $4\sqrt{3}$ cm^2
2-2 (1) 4 cm (2) 12 cm^2
3-1 (1) $x=3$, $y=3\sqrt{2}$ (2) $x=2\sqrt{3}$, $y=2$
4-1 (1) $2\sqrt{5}$ (2) $\sqrt{29}$ **5-1** (1) $5\sqrt{2}$ (2) $5\sqrt{3}$
6-1 높이 : $2\sqrt{6}$ cm, 부피 : $18\sqrt{2}$ cm^3
7-1 (1) 높이 : $\sqrt{17}$ cm, 부피 : $\dfrac{16\sqrt{17}}{3}$ cm^3
(2) 높이 : 12 cm, 부피 : 100π cm^3
8-1 $5\sqrt{5}$

1-1 (1) (대각선의 길이)$=\sqrt{6^2+8^2}=10(\text{cm})$
(2) (대각선의 길이)$=\sqrt{2}\times3=3\sqrt{2}(\text{cm})$

2-1 (높이)$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times4=2\sqrt{3}(\text{cm})$
(넓이)$=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times4^2=4\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

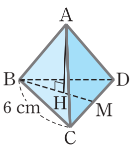
2-2 (1) $\overline{BH}=\dfrac{1}{2}\overline{BC}=\dfrac{1}{2}\times6=3(\text{cm})$
$\triangle$ABH에서 $\overline{AH}=\sqrt{5^2-3^2}=4(\text{cm})$
(2) $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times6\times4=12(\text{cm}^2)$

3-1 (1) $3:x=1:1$ $\therefore x=3$
$3:y=1:\sqrt{2}$ $\therefore y=3\sqrt{2}$
(2) $x:4=\sqrt{3}:2$ $\therefore x=2\sqrt{3}$
$y:4=1:2$ $\therefore y=2$

4-1 (1) $\overline{OP}=\sqrt{4^2+2^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$
(2) $\overline{PQ}=\sqrt{\{-3-(-1)\}^2+(-1-4)^2}=\sqrt{29}$

5-1 (1) (대각선의 길이)$=\sqrt{5^2+4^2+3^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$
(2) (대각선의 길이)$=\sqrt{3}\times5=5\sqrt{3}$

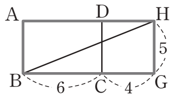
6-1 (높이)$=\dfrac{\sqrt{6}}{3}\times6=2\sqrt{6}(\text{cm})$
(부피)$=\dfrac{\sqrt{2}}{12}\times6^3=18\sqrt{2}(\text{cm}^3)$
[다른 풀이]
$\overline{BM}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times6=3\sqrt{3}(\text{cm})$
$\overline{BH}=\dfrac{2}{3}\overline{BM}=\dfrac{2}{3}\times3\sqrt{3}=2\sqrt{3}(\text{cm})$



$\triangle$ABH에서
(높이)$=\overline{AH}=\sqrt{6^2-(2\sqrt{3})^2}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}(\text{cm})$
$\triangle BCD=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times6^2=9\sqrt{3}(\text{cm}^2)$이므로
(부피)$=\dfrac{1}{3}\times9\sqrt{3}\times2\sqrt{6}=18\sqrt{2}(\text{cm}^3)$

7-1 (1) $\overline{AC}=\sqrt{2}\times4=4\sqrt{2}(\text{cm})$
$\overline{AH}=\dfrac{1}{2}\overline{AC}=\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{2}=2\sqrt{2}(\text{cm})$
$\therefore$ (높이)$=\sqrt{5^2-(2\sqrt{2})^2}=\sqrt{17}(\text{cm})$,
(부피)$=\dfrac{1}{3}\times4^2\times\sqrt{17}=\dfrac{16\sqrt{17}}{3}(\text{cm}^3)$
(2) (높이)$=\sqrt{13^2-5^2}=12(\text{cm})$
(부피)$=\dfrac{1}{3}\times\pi\times5^2\times12=100\pi(\text{cm}^3)$

8-1 오른쪽 전개도에서 구하는 최단 거리는 $\overline{BH}$의 길이이므로
$\overline{BH}=\sqrt{(6+4)^2+5^2}=\sqrt{125}=5\sqrt{5}$



나오고 또 나오는 문제 034~037P

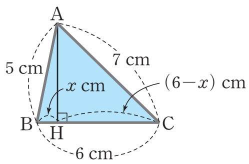
1-1 ⑤	**1-2** ④	**1-3** ③	**2-1** $6\sqrt{6}$ cm^2
2-2 84 cm^2	**3-1** ④	**3-2** $\sqrt{6}$	**4-1** ③
4-2 ②	**4-3** ⑤	**5-1** ①	**5-2** ⑤
5-3 ④	**6-1** ②	**6-2** ④	**6-3** ④
7-1 $2\sqrt{3}$ cm	**7-2** $\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$ cm	**8-1** $144\sqrt{2}$ cm^3	
8-2 $\dfrac{128\sqrt{2}}{3}$ cm^3		**8-3** ②	**9-1** $\dfrac{32\sqrt{7}}{3}$ cm^3
9-2 $12\sqrt{46}$ cm^3		**10-1** $\dfrac{98\sqrt{30}}{3}\pi$ cm^3	
10-2 $81\sqrt{7}\pi$ cm^3		**11-1** $18\sqrt{2}\pi$ cm^3	
11-2 $\dfrac{32\sqrt{5}}{3}\pi$ cm^3			

1-1 (넓이)$=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times6^2=9\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

1-2 (넓이)$=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times8^2=16\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

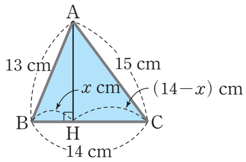
1-3 $\overline{AD}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times10=5\sqrt{3}(\text{cm})$
$\therefore \triangle ADE=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times(5\sqrt{3})^2=\dfrac{75\sqrt{3}}{4}(\text{cm}^2)$

2-1 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{BH}=x$ cm라 하면
$\overline{CH}=(6-x)$ cm



$\triangle$ABH와 $\triangle$AHC에서
$\overline{AH}^2=5^2-x^2=7^2-(6-x)^2$
$12x=12$ $\therefore x=1(\text{cm})$
따라서 $\overline{AH}=\sqrt{5^2-1^2}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}(\text{cm})$이므로
$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times6\times2\sqrt{6}=6\sqrt{6}(\text{cm}^2)$

2-2 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{BH}=x$ cm라 하면



$\overline{CH}=(14-x)$ cm

$\triangle ABH$와 $\triangle AHC$에서

$\overline{AH}^2=13^2-x^2=15^2-(14-x)^2$

$28x=140 \quad \therefore x=5$(cm)

따라서 $\overline{AH}=\sqrt{13^2-5^2}=12$(cm)이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times14\times12=84(\text{cm}^2)$

3-1 $\triangle ABC$에서 $\overline{AC}:12=\sqrt{3}:2 \quad \therefore \overline{AC}=6\sqrt{3}$(cm)

$\triangle ACD$에서 $x:6\sqrt{3}=1:\sqrt{2} \quad \therefore x=3\sqrt{6}$

3-2 $\triangle ABC$에서 $\overline{AC}:4=1:\sqrt{2} \quad \therefore \overline{AC}=2\sqrt{2}$(cm)

$\triangle ACD$에서 $x:2\sqrt{2}=\sqrt{3}:2 \quad \therefore x=\sqrt{6}$

4-1 $\overline{AB}=\sqrt{\{2-(-3)\}^2+(-3-1)^2}=\sqrt{41}$

4-2 $\overline{AB}=\sqrt{(3-2)^2+\{5-(-1)\}^2}=\sqrt{37}$

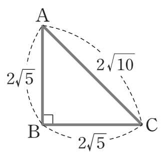
4-3 ① $\overline{AB}=\sqrt{(-1-3)^2+(1-3)^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

② $\overline{AC}=\sqrt{(1-3)^2+(-3-3)^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$

③, ④ $\overline{BC}=\sqrt{\{1-(-1)\}^2+(-3-1)^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

즉, $\overline{AB}=\overline{BC}$이고 $\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$이므로 $\triangle ABC$는 $\angle B=90^\circ$인 직각이등변삼각형이다.

⑤ $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times2\sqrt{5}\times2\sqrt{5}=10$



5-1 (대각선의 길이)$=\sqrt{6^2+5^2+4^2}=\sqrt{77}$(cm)

5-2 (대각선의 길이)$=\sqrt{8^2+5^2+6^2}=\sqrt{125}=5\sqrt{5}$(cm)

5-3 $\overline{BF}=x$ cm라 하면

$\sqrt{4^2+3^2+x^2}=5\sqrt{2}$이므로 $25+x^2=50$

$x^2=25 \quad \therefore x=5$(cm) ($\because x>0$)

6-1 정육면체의 한 모서리의 길이를 x cm라 하면

$\sqrt{3}x=\sqrt{6} \quad \therefore x=\sqrt{2}$(cm)

6-2 정육면체의 한 모서리의 길이를 x cm라 하면

$\sqrt{3}x=12 \quad \therefore x=4\sqrt{3}$(cm)

6-3 $\overline{AG}=\sqrt{3}\times3=3\sqrt{3}$(cm)

$\overline{AF}$를 그으면 $\overline{AF}=\sqrt{2}\times3=3\sqrt{2}$(cm)

$\triangle AFG$에서 $\overline{AF}\times\overline{FG}=\overline{AG}\times\overline{FI}$이므로

$3\sqrt{2}\times3=3\sqrt{3}\times\overline{FI} \quad \therefore \overline{FI}=\sqrt{6}$(cm)

7-1 (삼각뿔 D−BGC의 부피)$=\frac{1}{3}\times\triangle BGC\times\overline{DC}$

$=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times6\times6\right)\times6$

$=36(\text{cm}^3)$

$\triangle BGD$는 한 변의 길이가 $6\sqrt{2}$ cm인 정삼각형이므로

$\triangle BGD=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(6\sqrt{2})^2=18\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

(삼각뿔 C−BGD의 부피)$=\frac{1}{3}\times\triangle BGD\times\overline{CI}$

$=\frac{1}{3}\times18\sqrt{3}\times\overline{CI}$

$=6\sqrt{3}\,\overline{CI}(\text{cm}^3)$

(삼각뿔 C−BGD의 부피)=(삼각뿔 D−BGC의 부피)이므로

$6\sqrt{3}\,\overline{CI}=36 \quad \therefore \overline{CI}=2\sqrt{3}$(cm)

7-2 (삼각뿔 D−BGC의 부피)$=\frac{1}{3}\times\triangle BGC\times\overline{DC}$

$=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times8\times8\right)\times8$

$=\frac{256}{3}(\text{cm}^3)$

$\triangle BGD$는 한 변의 길이가 $8\sqrt{2}$ cm인 정삼각형이므로

$\triangle BGD=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(8\sqrt{2})^2=32\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

(삼각뿔 C−BGD의 부피)$=\frac{1}{3}\times\triangle BGD\times\overline{CI}$

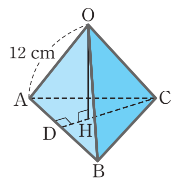
$=\frac{1}{3}\times32\sqrt{3}\times\overline{CI}$

$=\frac{32\sqrt{3}}{3}\,\overline{CI}(\text{cm}^3)$

(삼각뿔 C−BGD의 부피)=(삼각뿔 D−BGC의 부피)이므로

$\frac{32\sqrt{3}}{3}\,\overline{CI}=\frac{256}{3} \quad \therefore \overline{CI}=\frac{8\sqrt{3}}{3}$(cm)

8-1 (부피)$=\frac{\sqrt{2}}{12}\times12^3=144\sqrt{2}(\text{cm}^3)$



[다른 풀이]

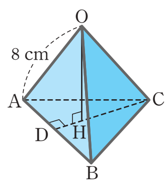
$\overline{CD}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times12=6\sqrt{3}$(cm)

$\overline{CH}=\frac{2}{3}\overline{CD}=\frac{2}{3}\times6\sqrt{3}=4\sqrt{3}$(cm)

$\triangle OCH$에서 $\overline{OH}=\sqrt{12^2-(4\sqrt{3})^2}=4\sqrt{6}$(cm)

$\therefore$ (부피)$=\frac{1}{3}\times\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\times12^2\right)\times4\sqrt{6}=144\sqrt{2}(\text{cm}^3)$

8-2 (부피)$=\frac{\sqrt{2}}{12}\times8^3=\frac{128\sqrt{2}}{3}(\text{cm}^3)$



[다른 풀이]

$\overline{CD}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times8=4\sqrt{3}$(cm)

$\overline{CH}=\frac{2}{3}\overline{CD}=\frac{2}{3}\times4\sqrt{3}=\frac{8\sqrt{3}}{3}$(cm)

$\triangle OCH$에서 $\overline{OH}=\sqrt{8^2-\left(\frac{8\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\frac{8\sqrt{6}}{3}$(cm)

$\therefore$ (부피)$=\frac{1}{3}\times\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\times8^2\right)\times\frac{8\sqrt{6}}{3}=\frac{128\sqrt{2}}{3}(\text{cm}^3)$

8-3 정삼각형 ABC에서 $\overline{CM}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times6=3\sqrt{3}(cm)$

점 H는 △ABC의 무게중심이므로

$\overline{HM}=\frac{1}{3}\overline{CM}=\frac{1}{3}\times3\sqrt{3}=\sqrt{3}(cm)$

$\overline{OH}=\frac{\sqrt{6}}{3}\times6=2\sqrt{6}(cm)$

$\therefore\ \triangle OMH=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times2\sqrt{6}=3\sqrt{2}(cm^2)$

[다른 풀이]

$\overline{OM}=\overline{CM}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times6=3\sqrt{3}(cm)$

$\overline{HM}=\frac{1}{3}\overline{CM}=\frac{1}{3}\times3\sqrt{3}=\sqrt{3}(cm)$

△OMH에서

$\overline{OH}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2-(\sqrt{3})^2}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}(cm)$

$\therefore\ \triangle OMH=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times2\sqrt{6}=3\sqrt{2}(cm^2)$

9-1 $\overline{AC}=\sqrt{2}\times4=4\sqrt{2}(cm)$이므로

$\overline{CH}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}=2\sqrt{2}(cm)$

△OHC에서 $\overline{OH}=\sqrt{6^2-(2\sqrt{2})^2}=\sqrt{28}=2\sqrt{7}(cm)$

$\therefore$ (부피)$=\frac{1}{3}\times4^2\times2\sqrt{7}=\frac{32\sqrt{7}}{3}(cm^3)$

9-2 $\overline{AC}=\sqrt{2}\times6=6\sqrt{2}(cm)$이므로

$\overline{CH}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times6\sqrt{2}=3\sqrt{2}(cm)$

△OHC에서 $\overline{OH}=\sqrt{8^2-(3\sqrt{2})^2}=\sqrt{46}(cm)$

$\therefore$ (부피)$=\frac{1}{3}\times6^2\times\sqrt{46}=12\sqrt{46}(cm^3)$

10-1 (높이)$=\sqrt{13^2-7^2}=2\sqrt{30}(cm)$

$\therefore$ (부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times7^2\times2\sqrt{30}=\frac{98\sqrt{30}}{3}\pi(cm^3)$

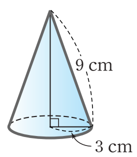
10-2 (높이)$=\sqrt{12^2-9^2}=\sqrt{63}=3\sqrt{7}(cm)$

$\therefore$ (부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times9^2\times3\sqrt{7}=81\sqrt{7}\pi(cm^3)$

11-1 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi r=2\pi\times9\times\frac{120}{360}\qquad\therefore\ r=3(cm)$

주어진 전개도로 만들어지는 원뿔은 오른쪽 그림과 같으므로



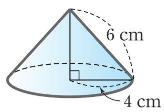
(높이)$=\sqrt{9^2-3^2}=\sqrt{72}=6\sqrt{2}(cm)$

$\therefore$ (부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times6\sqrt{2}=18\sqrt{2}\pi(cm^3)$

11-2 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi r=2\pi\times6\times\frac{240}{360}\qquad\therefore\ r=4(cm)$

주어진 전개도로 만들어지는 원뿔은 오른쪽 그림과 같으므로



(높이)$=\sqrt{6^2-4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}(cm)$

$\therefore$ (부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times4^2\times2\sqrt{5}=\frac{32\sqrt{5}}{3}\pi(cm^3)$

주제별 알찬 기출 문제 038~045P

1 $\sqrt{61}$ cm **2** 78 cm^2 **3** $\sqrt{6}$ cm **4** $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ cm **5** ③
6 ⑤ **7** ① **8** ④ **9** ⑤ **10** ③ **11** $4\sqrt{3}$
12 $2\sqrt{3}$ **13** $x=9\sqrt{2}$, $y=3\sqrt{6}$ **14** $12(\sqrt{3}-1)$ cm
15 $3\sqrt{3}$ cm **16** ① **17** 10 **18** 6 **19** ③
20 ② **21** 예각삼각형 **22** ③ **23** ④ **24** ②
25 ③ **26** $4\sqrt{3}$ cm **27** $3\sqrt{6}$ cm
28 $2\sqrt{6}$ cm^2 **29** $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ cm **30** ③
31 $54\sqrt{6}$ cm^3 **32** ④ **33** $6\sqrt{2}$ cm **34** ④
35 ② **36** ④ **37** ④ **38** 48π cm^2
39 24π cm^3 **40** $36\sqrt{5}\pi$ cm^3 **41** $81\sqrt{7}\pi$ cm^3
42 $4\sqrt{5}$ cm **43** ② **44** ① **45** $4\sqrt{10}\pi$ cm
46 $6\sqrt{3}$ cm **47** ⑤

100점 따라잡기

48 $18\sqrt{2}$ **49** 1 **50** 13 km **51** $10\sqrt{142}$ cm
52 288 cm^3 **53** 60π cm^3

1 $\overline{BD}=\sqrt{6^2+5^2}=\sqrt{61}(cm)$

2 가로, 세로의 길이를 각각 $3k$ cm, $2k$ cm$(k>0)$라 하면

$\sqrt{(3k)^2+(2k)^2}=13,\ \sqrt{13}k=13\qquad\therefore\ k=\sqrt{13}$

$\therefore$ (넓이)$=3\sqrt{13}\times2\sqrt{13}=78(cm^2)$

3 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면

$\sqrt{2}x=2\sqrt{3}\qquad\therefore\ x=\sqrt{6}(cm)$

4 $\overline{BD}=\sqrt{2^2+4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}(cm)$

$\overline{AB}\times\overline{AD}=\overline{BD}\times\overline{AH}$이므로

$2\times4=2\sqrt{5}\times\overline{AH}\qquad\therefore\ \overline{AH}=\frac{4\sqrt{5}}{5}(cm)$

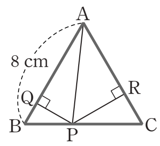
5 (높이)$=\frac{\sqrt{3}}{2}\times4\sqrt{3}=6(cm)$

(넓이)$=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(4\sqrt{3})^2=12\sqrt{3}(cm^2)$

6 $\overline{AD}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times12=6\sqrt{3}(cm)$

$\therefore\ \triangle ADE=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(6\sqrt{3})^2=27\sqrt{3}(cm^2)$

7 △ABC=△ABP+△APC이므로

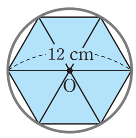


$\frac{\sqrt{3}}{4}\times8^2=\frac{1}{2}\times8\times\overline{PQ}+\frac{1}{2}\times8\times\overline{PR}$

$16\sqrt{3}=4\overline{PQ}+4\overline{PR}$

$\therefore\ \overline{PQ}+\overline{PR}=4\sqrt{3}(cm)$

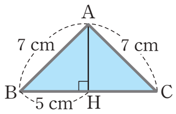
8 정육각형의 한 변의 길이는



$\frac{1}{2}\times12=6(cm)$

$\therefore$ (넓이)$=6\times\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\times6^2\right)=54\sqrt{3}(cm^2)$

9 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

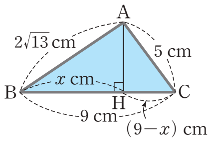


$\overline{BH}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 10=5(\text{cm})$

$\triangle$ABH에서 $\overline{AH}=\sqrt{7^2-5^2}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}(\text{cm})$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 10\times 2\sqrt{6}=10\sqrt{6}(\text{cm}^2)$

10 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{BH}=x$ cm라 하면



$\overline{CH}=(9-x)$ cm

$\triangle$ABH와 $\triangle$AHC에서

$\overline{AH}^2=(2\sqrt{13})^2-x^2=5^2-(9-x)^2$

$18x=108 \qquad \therefore x=6(\text{cm})$

따라서 $\overline{AH}=\sqrt{(2\sqrt{13})^2-6^2}=\sqrt{16}=4(\text{cm})$이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 9\times 4=18(\text{cm}^2)$

11 $\triangle$ABD에서 $4\sqrt{2}:\overline{BD}=1:\sqrt{2} \qquad \therefore \overline{BD}=8(\text{cm})$

$\triangle$BCD에서 $x:8=\sqrt{3}:2 \qquad \therefore x=4\sqrt{3}$

12 $\triangle$ADC에서 $3:\overline{AD}=1:1 \qquad \therefore \overline{AD}=3(\text{cm})$

$\triangle$ABD에서 $3:x=\sqrt{3}:2 \qquad \therefore x=2\sqrt{3}$

13 $\triangle$ABC에서 $9:x=1:\sqrt{2} \qquad \therefore x=9\sqrt{2}$

$\triangle$BCD에서 $y:9\sqrt{2}=1:\sqrt{3} \qquad \therefore y=3\sqrt{6}$

14 $\triangle$ABC에서 $12:\overline{BC}=1:\sqrt{3} \qquad \therefore \overline{BC}=12\sqrt{3}(\text{cm})$

$\triangle$ABD에서 $\angle ADC=30^\circ+15^\circ=45^\circ$이므로

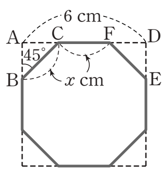
$\triangle$ADC에서 $12:\overline{CD}=1:1 \qquad \therefore \overline{CD}=12(\text{cm})$

$\therefore \overline{BD}=\overline{BC}-\overline{CD}=12\sqrt{3}-12=12(\sqrt{3}-1)(\text{cm})$

15 $\triangle$ABC에서 $\overline{BC}:12=\sqrt{3}:2 \qquad \therefore \overline{BC}=6\sqrt{3}(\text{cm})$

$\triangle$BCH에서 $\overline{CH}:6\sqrt{3}=1:2 \qquad \therefore \overline{CH}=3\sqrt{3}(\text{cm})$

16 정팔각형의 한 외각의 크기는 $\frac{360^\circ}{8}=45^\circ$이므로 오른쪽 그림에서 $\triangle$ABC는 세 내각의 크기가 각각 45°, 45°, 90°인 직각이등변삼각형이다.



정팔각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면

$\triangle$ABC에서 $\overline{AC}:x=1:\sqrt{2}$이므로 $\overline{AC}=\frac{\sqrt{2}}{2}x(\text{cm})$

같은 방법으로 하면 $\triangle$DEF에서 $\overline{DF}=\frac{\sqrt{2}}{2}x(\text{cm})$

$\overline{AD}=6$ cm이므로 $\frac{\sqrt{2}}{2}x+x+\frac{\sqrt{2}}{2}x=6$

$(\sqrt{2}+1)x=6 \qquad \therefore x=6(\sqrt{2}-1)(\text{cm})$

17 $\overline{AB}=\sqrt{(-3-3)^2+(-5-3)^2}=\sqrt{100}=10$

18 $\overline{AB}=\sqrt{(-2-1)^2+(a-3)^2}=\sqrt{10}$이므로

$a^2-6a+18=10,\ a^2-6a+8=0$

$(a-2)(a-4)=0 \qquad \therefore a=2$ 또는 $a=4$

따라서 a의 값의 합은 $2+4=6$

19 $x^2=x+2$에서 $x^2-x-2=0$

$(x+1)(x-2)=0$

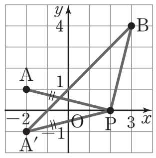
$\therefore x=-1$ 또는 $x=2$

$x=-1$일 때 $y=1$, $x=2$일 때 $y=4$이므로

$A(-1,\ 1),\ B(2,\ 4)$ 또는 $A(2,\ 4),\ B(-1,\ 1)$

$\therefore \overline{AB}=\sqrt{\{2-(-1)\}^2+(4-1)^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

20 점 A와 x축에 대하여 대칭인 점을 A′이라 하면 A′$(-2,\ -1)$



이때, $\overline{AP}=\overline{A'P}$이므로

$\overline{AP}+\overline{BP}=\overline{A'P}+\overline{BP}\geq\overline{A'B}$

$=\sqrt{\{3-(-2)\}^2+\{4-(-1)\}^2}$

$=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

따라서 $\overline{AP}+\overline{BP}$의 최솟값은 $5\sqrt{2}$이다.

21 $\overline{AB}=\sqrt{\{-3-(-1)\}^2+\{2-(-3)\}^2}=\sqrt{29}$

$\overline{BC}=\sqrt{\{3-(-3)\}^2+(4-2)^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$

$\overline{CA}=\sqrt{(-1-3)^2+(-3-4)^2}=\sqrt{65}$

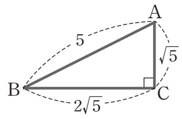
$\overline{CA}^2<\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$이므로 $\triangle$ABC는 예각삼각형이다.

22 ① $\overline{AB}=\sqrt{(-2-3)^2+(2-2)^2}=\sqrt{25}=5$

② $\overline{BC}=\sqrt{\{2-(-2)\}^2+(0-2)^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

③ $\overline{CA}=\sqrt{(3-2)^2+(2-0)^2}=\sqrt{5}$이므로 $\triangle$ABC는 이등변삼각형이 아니다.

④ $\overline{AB}^2=\overline{AC}^2+\overline{BC}^2$이므로 $\triangle$ABC는 $\angle C=90^\circ$인 직각삼각형이다.



⑤ $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{5}\times\sqrt{5}=5$

23 (대각선의 길이)$=\sqrt{3^2+5^2+8^2}=\sqrt{98}=7\sqrt{2}(\text{cm})$

24 $\sqrt{x^2+4^2+6^2}=10$이므로 $x^2+52=100$

$x^2=48 \qquad \therefore x=4\sqrt{3}\ (\because x>0)$

25 정육면체의 한 모서리의 길이를 x cm라 하면

$\sqrt{3}x=9 \qquad \therefore x=3\sqrt{3}(\text{cm})$

26 정육면체의 대각선의 길이는 구의 지름과 같으므로

(구의 반지름의 길이)$=\frac{1}{2}\times(\sqrt{3}\times 8)=4\sqrt{3}(\text{cm})$

27 $\overline{AG}=\sqrt{3}\times 9=9\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{EG}$를 그으면 $\overline{EG}=\sqrt{2}\times 9=9\sqrt{2}(\text{cm})$

$\triangle$AEG에서 $\overline{AE}\times\overline{EG}=\overline{AG}\times\overline{EI}$이므로

$9\times 9\sqrt{2}=9\sqrt{3}\times\overline{EI}$

$\therefore \overline{EI}=3\sqrt{6}(\text{cm})$

28 $\overline{AM}=\overline{MG}=\overline{GN}=\overline{NA}$이므로 □AMGN은 마름모이다.

$\overline{MN}=\overline{BD}=2\sqrt{2}$ cm, $\overline{AG}=2\sqrt{3}$ cm이므로

$\square AMGN=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times 2\sqrt{3}=2\sqrt{6}\ (\text{cm}^2)$

29 (삼각뿔 A$-$BFC의 부피)$=\frac{1}{3}\times\triangle\text{BFC}\times\overline{\text{AB}}$

$=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times4\times4\right)\times4=\frac{32}{3}\,(\text{cm}^3)$

$\triangle$AFC는 한 변의 길이가 $4\sqrt{2}$ cm인 정삼각형이므로

$\triangle\text{AFC}=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(4\sqrt{2})^2=8\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

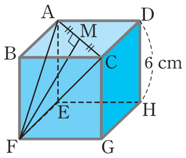
(삼각뿔 B$-$AFC의 부피)$=\frac{1}{3}\times\triangle\text{AFC}\times\overline{\text{BI}}$

$=\frac{1}{3}\times8\sqrt{3}\times\overline{\text{BI}}=\frac{8\sqrt{3}}{3}\overline{\text{BI}}\,(\text{cm}^3)$

(삼각뿔 B$-$AFC의 부피)$=$(삼각뿔 A$-$BFC의 부피)이므로

$\frac{8\sqrt{3}}{3}\overline{\text{BI}}=\frac{32}{3}$ $\quad\therefore\ \overline{\text{BI}}=\frac{4\sqrt{3}}{3}\,(\text{cm})$

30 $\overline{\text{AC}}=\sqrt{2}\times6=6\sqrt{2}\,(\text{cm})$

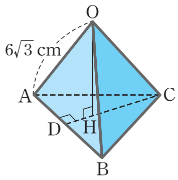


$\overline{\text{AF}}$, $\overline{\text{CF}}$를 그으면 $\triangle$AFC는 한 변의 길이가 $6\sqrt{2}$ cm인 정삼각형이고, 점 M은 $\overline{\text{AC}}$의 중점이므로 $\overline{\text{FM}}\perp\overline{\text{AC}}$이다.

$\therefore\ \overline{\text{FM}}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times6\sqrt{2}=3\sqrt{6}\,(\text{cm})$

31 (부피)$=\frac{\sqrt{2}}{12}\times(6\sqrt{3})^3=54\sqrt{6}\,(\text{cm}^3)$

[다른 풀이]



$\overline{\text{CD}}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times6\sqrt{3}=9\,(\text{cm})$

$\overline{\text{CH}}=\frac{2}{3}\overline{\text{CD}}=\frac{2}{3}\times9=6\,(\text{cm})$

$\triangle$OCH에서

$\overline{\text{OH}}=\sqrt{(6\sqrt{3})^2-6^2}=6\sqrt{2}\,(\text{cm})$

$\therefore$ (부피)$=\frac{1}{3}\times\left\{\frac{\sqrt{3}}{4}\times(6\sqrt{3})^2\right\}\times6\sqrt{2}=54\sqrt{6}\,(\text{cm}^3)$

32 정삼각형 ABC에서 $\overline{\text{CM}}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times4=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$

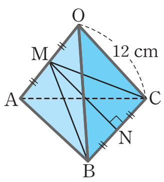
점 H는 $\triangle$ABC의 무게중심이므로

$\overline{\text{HM}}=\frac{1}{3}\overline{\text{CM}}=\frac{1}{3}\times2\sqrt{3}=\frac{2\sqrt{3}}{3}\,(\text{cm})$

$\overline{\text{OH}}=\frac{\sqrt{6}}{3}\times4=\frac{4\sqrt{6}}{3}\,(\text{cm})$

$\therefore\ \triangle\text{OMH}=\frac{1}{2}\times\frac{2\sqrt{3}}{3}\times\frac{4\sqrt{6}}{3}=\frac{4\sqrt{2}}{3}\,(\text{cm}^2)$

33 $\overline{\text{BM}}$, $\overline{\text{CM}}$를 그으면 $\overline{\text{BM}}=\overline{\text{CM}}$이므로 $\triangle$MBC는 이등변삼각형이고, 점 N은 $\overline{\text{BC}}$의 중점이므로 $\overline{\text{MN}}\perp\overline{\text{BC}}$이다.



$\overline{\text{BM}}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times12=6\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\overline{\text{BN}}=\frac{1}{2}\overline{\text{BC}}=\frac{1}{2}\times12=6\,(\text{cm})$

$\triangle$MBN에서 $\overline{\text{MN}}=\sqrt{(6\sqrt{3})^2-6^2}=\sqrt{72}=6\sqrt{2}\,(\text{cm})$

34 ① $\overline{\text{AC}}=\sqrt{2}\times6=6\sqrt{2}\,(\text{cm})$

② $\overline{\text{AH}}=\frac{1}{2}\overline{\text{AC}}=\frac{1}{2}\times6\sqrt{2}=3\sqrt{2}\,(\text{cm})$

$\triangle$OAH에서 $\overline{\text{OH}}=\sqrt{5^2-(3\sqrt{2})^2}=\sqrt{7}\,(\text{cm})$

③ 꼭짓점 O에서 $\overline{\text{AB}}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면

$\overline{\text{AM}}=\frac{1}{2}\overline{\text{AB}}=\frac{1}{2}\times6=3\,(\text{cm})$이므로 $\triangle$OAM에서

$\overline{\text{OM}}=\sqrt{5^2-3^2}=4\,(\text{cm})$

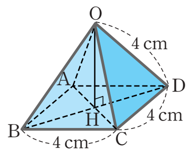
$\therefore\ \triangle\text{OAB}=\frac{1}{2}\times6\times4=12\,(\text{cm}^2)$

④ (정사각뿔의 겉넓이)$=4\triangle\text{OAB}+\square\text{ABCD}$

$=4\times12+6\times6=84\,(\text{cm}^2)$

⑤ (정사각뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times6^2\times\sqrt{7}=12\sqrt{7}\,(\text{cm}^3)$

35 주어진 전개도로 만들어지는 정사각뿔은 오른쪽 그림과 같다.



$\overline{\text{BD}}=\sqrt{2}\times4=4\sqrt{2}\,(\text{cm})$이므로

$\overline{\text{DH}}=\frac{1}{2}\overline{\text{BD}}=\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}=2\sqrt{2}\,(\text{cm})$

$\triangle$OHD에서 $\overline{\text{OH}}=\sqrt{4^2-(2\sqrt{2})^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}\,(\text{cm})$

$\therefore$ (부피)$=\frac{1}{3}\times4^2\times2\sqrt{2}=\frac{32\sqrt{2}}{3}\,(\text{cm}^3)$

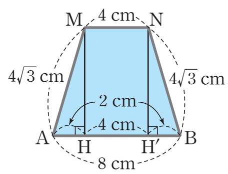
36 $\overline{\text{AM}}=\overline{\text{BN}}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times8=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\triangle$ODC에서 두 점 M, N은 각각 $\overline{\text{OD}}$, $\overline{\text{OC}}$의 중점이므로

$\overline{\text{MN}}=\frac{1}{2}\overline{\text{DC}}=\frac{1}{2}\times8=4\,(\text{cm})$, $\overline{\text{MN}}\,/\!/\,\overline{\text{DC}}\,/\!/\,\overline{\text{AB}}$

따라서 $\square$MABN은 등변사다리꼴이다.

$\square$MABN의 두 꼭짓점 M, N에서 $\overline{\text{AB}}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H$'$이라 하면



$\overline{\text{HH}'}=\overline{\text{MN}}=4$ cm

$\overline{\text{AH}}=\overline{\text{BH}'}=\frac{1}{2}\times(8-4)=2\,(\text{cm})$

$\triangle$MAH에서 $\overline{\text{MH}}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2-2^2}=\sqrt{44}=2\sqrt{11}\,(\text{cm})$

$\therefore\ \square\text{MABN}=\frac{1}{2}\times(4+8)\times2\sqrt{11}=12\sqrt{11}\,(\text{cm}^2)$

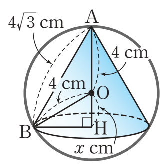
37 (높이)$=\sqrt{6^2-3^2}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}\,(\text{cm})$

(부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times3\sqrt{3}=9\sqrt{3}\pi\,(\text{cm}^3)$

38 $\triangle$ABO에서 $\overline{\text{AB}}=\sqrt{8^2-4^2}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\therefore$ (단면인 원의 넓이)$=\pi\times(4\sqrt{3})^2=48\pi\,(\text{cm}^2)$

39 $\overline{\text{OH}}=x$ cm라 하면 $\overline{\text{OB}}=\overline{\text{OA}}=4$ cm이므로 $\triangle$OBH에서



$\overline{\text{BH}}^2=4^2-x^2=16-x^2$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

또, $\triangle$ABH에서

$\overline{\text{BH}}^2=(4\sqrt{3})^2-(4+x)^2$

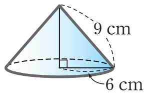
$=32-8x-x^2$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $16-x^2=32-8x-x^2$, $8x=16$ $\quad\therefore\ x=2\,(\text{cm})$

$\overline{\text{BH}}=\sqrt{4^2-2^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$이므로

(원뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times(2\sqrt{3})^2\times(4+2)=24\pi\,(\text{cm}^3)$

40 원뿔의 모선의 길이가 9 cm, 밑면의 반지름의 길이가 6 cm이므로



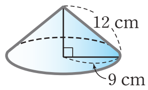
(높이)$=\sqrt{9^2-6^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$(cm)

$\therefore$ (부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times6^2\times3\sqrt{5}=36\sqrt{5}\pi$(cm^3)

41 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi r=2\pi\times12\times\frac{270}{360}$ $\quad\therefore r=9$(cm)

주어진 전개도로 만들어지는 원뿔은 오른쪽 그림과 같으므로

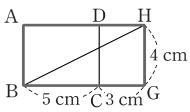


(높이)$=\sqrt{12^2-9^2}=\sqrt{63}=3\sqrt{7}$(cm)

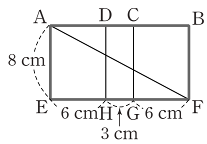
$\therefore$ (부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times9^2\times3\sqrt{7}=81\sqrt{7}\pi$(cm^3)

42 $\overline{BH}=\sqrt{(5+3)^2+4^2}=\sqrt{80}$

$=4\sqrt{5}$ (cm)

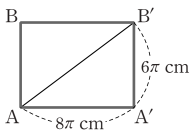


43 $\overline{AF}=\sqrt{(6+3+6)^2+8^2}=17$(cm)



44 $\overline{AA'}=2\pi\times4=8\pi$(cm)이므로

$\overline{AB'}=\sqrt{(8\pi)^2+(6\pi)^2}=10\pi$(cm)

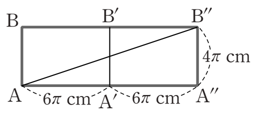


45 $\overline{AA'}=\overline{A'A''}=2\pi\times3$

$=6\pi$(cm)이므로

$\overline{AB''}=\sqrt{(6\pi+6\pi)^2+(4\pi)^2}$

$=\sqrt{160}\pi=4\sqrt{10}\pi$(cm)



46 원뿔의 전개도에서 부채꼴의 중심각의 크기를 $x°$라 하면

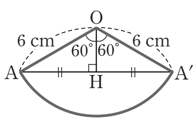
$2\pi\times6\times\frac{x}{360}=2\pi\times2$ $\quad\therefore x=120$

$\triangle$OAH에서 $\overline{AH}:6=\sqrt{3}:2$

$\therefore \overline{AH}=3\sqrt{3}$(cm)

따라서 구하는 최단 거리는

$\overline{AA'}=2\overline{AH}=2\times3\sqrt{3}=6\sqrt{3}$(cm)

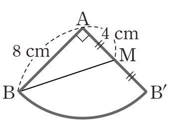


47 원뿔의 전개도에서 부채꼴의 중심각의 크기를 $x°$라 하면

$2\pi\times8\times\frac{x}{360}=2\pi\times2$ $\quad\therefore x=90$

따라서 구하는 최단 거리는

$\overline{BM}=\sqrt{8^2+4^2}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$(cm)



100점 따라잡기

48 □ABCD의 대각선의 길이는 $2\times6=12$(cm)이므로

$\sqrt{2}x=12$ $\quad\therefore x=6\sqrt{2}$

□EFGH의 한 변의 길이는 $2\times6=12$(cm)이므로

$y=\sqrt{2}\times12=12\sqrt{2}$

$\therefore x+y=6\sqrt{2}+12\sqrt{2}=18\sqrt{2}$

49 $\overline{BH}=a$ cm라 하면 $\overline{CH}=(6-a)$ cm

$\triangle$DBH와 $\triangle$DHC에서

$\overline{DH}^2=(2\sqrt{7})^2-a^2=4^2-(6-a)^2$

$12a=48$ $\quad\therefore a=4$(cm)

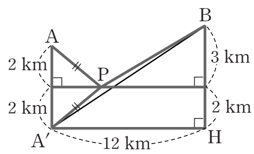
$y=18-(x+6)=12-x$이고, $\overline{HC}=6-4=2$(cm)이므로

$\triangle$ABH와 $\triangle$AHC에서

$\overline{AH}^2=x^2-4^2=(12-x)^2-2^2$, $24x=156$ $\quad\therefore x=\frac{13}{2}$

따라서 $y=12-\frac{13}{2}=\frac{11}{2}$이므로 $x-y=\frac{13}{2}-\frac{11}{2}=1$

50 하수 처리장의 위치를 P라 하고 점 A와 강가에 대칭인 점을 A′이라 하면 $\overline{AP}=\overline{A'P}$이므로



$\overline{AP}+\overline{BP}=\overline{A'P}+\overline{BP}\geq\overline{A'B}$

$=\sqrt{12^2+(3+2)^2}$

$=13$(km)

따라서 구하는 최단 거리는 13 km이다.

51 도구함에 넣을 수 있는 가장 긴 막대의 길이는 직육면체의 대각선의 길이와 같다.

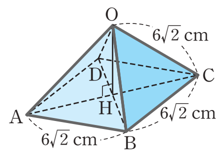
$\therefore$ (대각선의 길이)$=\sqrt{60^2+50^2+90^2}=10\sqrt{142}$(cm)

52 정팔면체의 한 모서리의 길이를 a cm라 하면

정팔면체의 마주 보는 두 꼭짓점 사이의 거리는 정육면체의 한 모서리의 길이와 같으므로

$\sqrt{2}a=12$ $\quad\therefore a=6\sqrt{2}$(cm)

오른쪽 그림과 같이 모든 모서리의 길이가 $6\sqrt{2}$ cm인 정사각뿔에서



$\overline{AC}=\sqrt{2}\times6\sqrt{2}=12$(cm)이므로

$\overline{CH}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times12=6$(cm)

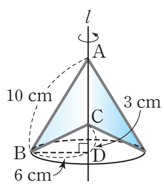
$\overline{OH}=\sqrt{(6\sqrt{2})^2-6^2}=6$(cm)

$\therefore$ (정사각뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times(6\sqrt{2})^2\times6=144$(cm^3)

(정팔면체의 부피)$=2\times$(정사각뿔의 부피)이므로

(정팔면체의 부피)$=2\times144=288$(cm^3)

53 $\triangle$ABC를 직선 l을 회전축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같다.



$\triangle$ABD에서 $\overline{AD}=\sqrt{10^2-6^2}=8$(cm)

$\therefore$ (부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times6^2\times8-\frac{1}{3}\times\pi\times6^2\times3$

$=96\pi-36\pi=60\pi$(cm^3)

유형별 서술형 문제 046~047p

1 (1) 5 cm (2) 12 cm (3) 126 cm^2
2 (1) $\overline{CD}=9\sqrt{3}$ cm, $\overline{DH}=3\sqrt{3}$ cm (2) $6\sqrt{6}$ cm (3) $27\sqrt{2}$ cm^2
3 $2\sqrt{6}$ cm **3-1** $3\sqrt{6}$ cm **4** 13 **4-1** $\frac{13}{2}$
5 $4\sqrt{3}$ cm **5-1** $\sqrt{6}$ cm
6 높이 : $8\sqrt{2}$ cm, 부피 : $\frac{128\sqrt{2}}{3}\pi$ cm^3
6-1 높이 : $2\sqrt{15}$ cm, 부피 : $\frac{8\sqrt{15}}{3}\pi$ cm^3
7 기본 높이 : $6\sqrt{2}$ cm, 넓이 : $24\sqrt{3}$ cm^2 발전 $3\sqrt{3}$ cm
심화 $9\sqrt{3}$ cm^2

1 (1) $\overline{BH}=x$ cm라 하면 $\overline{CH}=(21-x)$ cm
$\triangle ABH$와 $\triangle AHC$에서
$\overline{AH}^2=13^2-x^2=20^2-(21-x)^2$
$42x=210$ $\therefore x=5$(cm)
(2) $\overline{AH}=\sqrt{13^2-5^2}=12$(cm)
(3) $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times21\times12=126$(cm^2)

2 (1) $\triangle ABC$는 정삼각형이므로
$\overline{CD}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times18=9\sqrt{3}$(cm)
점 H는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로
$\overline{DH}=\frac{1}{3}\overline{CD}=\frac{1}{3}\times9\sqrt{3}=3\sqrt{3}$(cm)
(2) $\overline{OH}=\frac{\sqrt{6}}{3}\times18=6\sqrt{6}$(cm)
(3) $\triangle ODH=\frac{1}{2}\times3\sqrt{3}\times6\sqrt{6}=27\sqrt{2}$(cm^2)

3 $\triangle ABC$에서 $4:\overline{BC}=1:\sqrt{3}$
$\therefore \overline{BC}=4\sqrt{3}$(cm) ...... ①
$\triangle BCD$에서 $\overline{CD}:4\sqrt{3}=1:\sqrt{2}$
$\therefore \overline{CD}=2\sqrt{6}$(cm) ...... ②

단계	채점 요소	배점
①	$\overline{BC}$의 길이 구하기	4점
②	$\overline{CD}$의 길이 구하기	4점

3-1 $\triangle BCD$에서 $\overline{BC}:12=\sqrt{3}:2$
$\therefore \overline{BC}=6\sqrt{3}$(cm) ...... ①
$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}:6\sqrt{3}=1:\sqrt{2}$
$\therefore \overline{AB}=3\sqrt{6}$(cm) ...... ②

단계	채점 요소	배점
①	$\overline{BC}$의 길이 구하기	4점
②	$\overline{AB}$의 길이 구하기	4점

4 $\overline{AB}=\sqrt{\{5-(-1)\}^2+(-1-3)^2}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$
$\overline{BC}=\sqrt{(1-5)^2+\{6-(-1)\}^2}=\sqrt{65}$
$\overline{CA}=\sqrt{(-1-1)^2+(3-6)^2}=\sqrt{13}$ ...... ①
$\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{CA}^2$이므로 $\triangle ABC$는 $\angle A=90^\circ$인 직각삼각형이다.
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{CA}=\frac{1}{2}\times2\sqrt{13}\times\sqrt{13}=13$ ...... ②

단계	채점 요소	배점
①	$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$의 길이 구하기	4점
②	$\triangle ABC$의 넓이 구하기	4점

4-1 $\overline{AB}=\sqrt{\{-3-(-4)\}^2+\{1-(-4)\}^2}=\sqrt{26}$
$\overline{BC}=\sqrt{\{-1-(-3)\}^2+(-2-1)^2}=\sqrt{13}$
$\overline{CA}=\sqrt{\{-4-(-1)\}^2+\{-4-(-2)\}^2}=\sqrt{13}$ ...... ①
$\overline{AB}^2=\overline{BC}^2+\overline{CA}^2$이므로 $\triangle ABC$는 $\angle C=90^\circ$인 직각삼각형이다.
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{CA}=\frac{1}{2}\times\sqrt{13}\times\sqrt{13}=\frac{13}{2}$ ...... ②

단계	채점 요소	배점
①	$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$의 길이 구하기	4점
②	$\triangle ABC$의 넓이 구하기	4점

5 (삼각뿔 D−BGC의 부피)$=\frac{1}{3}\times\triangle BGC\times\overline{CD}$
$=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times12\times12\right)\times12$
$=288$(cm^3) ...... ①
$\triangle BGD$는 한 변의 길이가 $12\sqrt{2}$ cm인 정삼각형이므로
$\triangle BGD=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(12\sqrt{2})^2=72\sqrt{3}$(cm^2) ...... ②
(삼각뿔 C−BGD의 부피)$=\frac{1}{3}\times\triangle BGD\times\overline{CI}$
$=\frac{1}{3}\times72\sqrt{3}\times\overline{CI}=24\sqrt{3}\,\overline{CI}$
(삼각뿔 C−BGD의 부피)=(삼각뿔 D−BGC의 부피)이므로
$24\sqrt{3}\,\overline{CI}=288$ $\therefore \overline{CI}=4\sqrt{3}$(cm)
따라서 $\overline{CI}$의 길이는 $4\sqrt{3}$ cm이다. ...... ③

단계	채점 요소	배점
①	삼각뿔 D−BGC의 부피 구하기	3점
②	$\triangle BGD$의 넓이 구하기	2점
③	$\overline{CI}$의 길이 구하기	3점

5-1 (삼각뿔 D−BGC의 부피)$=\frac{1}{3}\times\triangle BGC\times\overline{CD}$
$=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times3\sqrt{2}\times3\sqrt{2}\right)\times3\sqrt{2}$
$=9\sqrt{2}$(cm^3) ...... ①
$\triangle BGD$는 한 변의 길이가 6 cm인 정삼각형이므로
$\triangle BGD=\frac{\sqrt{3}}{4}\times6^2=9\sqrt{3}$(cm^2) ...... ②
(삼각뿔 C−BGD의 부피)$=\frac{1}{3}\times\triangle BGD\times\overline{CI}$
$=\frac{1}{3}\times9\sqrt{3}\times\overline{CI}=3\sqrt{3}\,\overline{CI}$
(삼각뿔 C−BGD의 부피)=(삼각뿔 D−BGC의 부피)이므로
$3\sqrt{3}\,\overline{CI}=9\sqrt{2}$ $\therefore \overline{CI}=\sqrt{6}$(cm)

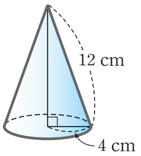
따라서 $\overline{\mathrm{CI}}$의 길이는 $\sqrt{6}$ cm이다. …… ③

단계	채점 요소	배점
①	삼각뿔 D-BGC의 부피 구하기	3점
②	△BGD의 넓이 구하기	2점
③	$\overline{\mathrm{CI}}$의 길이 구하기	3점

6 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi r=2\pi\times12\times\frac{120}{360}$ $\therefore r=4(\mathrm{cm})$ …… ①

주어진 전개도로 만들어지는 원뿔은 오른쪽 그림과 같으므로 원뿔의 높이는



$\sqrt{12^2-4^2}=\sqrt{128}=8\sqrt{2}(\mathrm{cm})$ …… ②

따라서 원뿔의 부피는

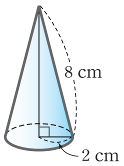
$\frac{1}{3}\times\pi\times4^2\times8\sqrt{2}=\frac{128\sqrt{2}}{3}\pi(\mathrm{cm}^3)$ …… ③

단계	채점 요소	배점
①	밑면의 반지름의 길이 구하기	3점
②	원뿔의 높이 구하기	2점
③	원뿔의 부피 구하기	3점

6-1 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi r=2\pi\times8\times\frac{90}{360}$ $\therefore r=2(\mathrm{cm})$ …… ①

주어진 전개도로 만들어지는 원뿔은 오른쪽 그림과 같으므로 원뿔의 높이는



$\sqrt{8^2-2^2}=\sqrt{60}=2\sqrt{15}(\mathrm{cm})$ …… ②

따라서 원뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times2^2\times2\sqrt{15}=\frac{8\sqrt{15}}{3}\pi(\mathrm{cm}^3)$ …… ③

단계	채점 요소	배점
①	밑면의 반지름의 길이 구하기	3점
②	원뿔의 높이 구하기	2점
③	원뿔의 부피 구하기	3점

7 기본 정삼각형의 높이는 $\frac{\sqrt{3}}{2}\times4\sqrt{6}=6\sqrt{2}(\mathrm{cm})$ …… ①

정삼각형의 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4}\times(4\sqrt{6})^2=24\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$ …… ②

단계	채점 요소	배점
①	정삼각형의 높이 구하기	2점
②	정삼각형의 넓이 구하기	3점

발전 $\overline{\mathrm{AP}}$를 그으면 △ABC=△ABP+△APC이므로

$\frac{\sqrt{3}}{4}\times6^2=\frac{1}{2}\times6\times\overline{\mathrm{PQ}}+\frac{1}{2}\times6\times\overline{\mathrm{PR}}$ …… ①

$9\sqrt{3}=3\overline{\mathrm{PQ}}+3\overline{\mathrm{PR}}$

$\therefore \overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{PR}}=3\sqrt{3}(\mathrm{cm})$ …… ②

단계	채점 요소	배점
①	△ABC=△ABP+△APC임을 이용하여 식 세우기	4점
②	$\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{PR}}$의 값 구하기	4점

심화 정삼각형 ABC의 한 변의 길이를 x cm라 하면

$\frac{\sqrt{3}}{4}x^2=16\sqrt{3}$, $x^2=64$

$\therefore x=8(\mathrm{cm})$ $(\because x>0)$ …… ①

$\overline{\mathrm{AD}}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times8=4\sqrt{3}(\mathrm{cm})$, $\overline{\mathrm{AF}}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times4\sqrt{3}=6(\mathrm{cm})$

…… ②

△AFG는 한 변의 길이가 6 cm인 정삼각형이므로

$\triangle\mathrm{AFG}=\frac{\sqrt{3}}{4}\times6^2=9\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$ …… ③

단계	채점 요소	배점
①	△ABC의 한 변의 길이 구하기	3점
②	$\overline{\mathrm{AD}}$, $\overline{\mathrm{AF}}$의 길이 구하기	4점
③	△AFG의 넓이 구하기	3점

중단원 알찬 예상 문제 048~049p

1 ② **2** ④ **3** ④ **4** ③ **5** ③ **6** ②
7 ④ **8** ① **9** ⑤ **10** ③ **11** ⑤ **12** ④

주관식 문제

13 $x=4\sqrt{3}$, $y=3\sqrt{2}$ **14** $2\sqrt{119}$ cm **15** 둔각삼각형
16 정육각형, $54\sqrt{3}$ cm^2

1 정사각형 ABCD의 대각선의 길이는

$\overline{\mathrm{AC}}=2\overline{\mathrm{AO}}=2\times20=40(\mathrm{cm})$

정사각형 ABCD의 한 변의 길이를 x cm라 하면

$\sqrt{2}x=40$ $\therefore x=20\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

2 $\overline{\mathrm{AC}}=\sqrt{8^2+6^2}=10(\mathrm{cm})$

$\overline{\mathrm{AB}}^2=\overline{\mathrm{AE}}\times\overline{\mathrm{AC}}$이므로 $6^2=\overline{\mathrm{AE}}\times10$ $\therefore \overline{\mathrm{AE}}=\frac{18}{5}(\mathrm{cm})$

$\overline{\mathrm{DC}}^2=\overline{\mathrm{CF}}\times\overline{\mathrm{CA}}$이므로 $6^2=\overline{\mathrm{CF}}\times10$ $\therefore \overline{\mathrm{CF}}=\frac{18}{5}(\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{\mathrm{EF}}=10-2\times\frac{18}{5}=\frac{14}{5}(\mathrm{cm})$

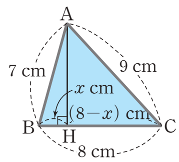
3 정삼각형 ADE의 한 변의 길이를 a cm라 하면

$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=12\sqrt{3}$, $a^2=48$ $\therefore a=4\sqrt{3}(\mathrm{cm})$ $(\because a>0)$

정삼각형 ABC의 한 변의 길이를 x cm라 하면

$\frac{\sqrt{3}}{2}x=4\sqrt{3}$ $\therefore x=8(\mathrm{cm})$

4 오른쪽 그림과 같이 △ABC의 꼭짓점 A에서 $\overline{\mathrm{BC}}$에 내린 수선의 발을 H, $\overline{\mathrm{BH}}=x$ cm라 하면 $\overline{\mathrm{CH}}=(8-x)$ cm



△ABH와 △AHC에서

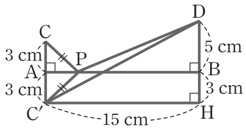
$\overline{\mathrm{AH}}^2=7^2-x^2=9^2-(8-x)^2$

$16x=32$ $\therefore x=2(\mathrm{cm})$

$\overline{\mathrm{AH}}=\sqrt{7^2-2^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}(\mathrm{cm})$이므로

$\triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\times8\times3\sqrt{5}=12\sqrt{5}(\mathrm{cm}^2)$

5 $\overline{AB}=\sqrt{(a-3)^2+(4-1)^2}=\sqrt{34}$이므로
$a^2-6a-16=0$, $(a+2)(a-8)=0$
$\therefore a=-2$ 또는 $a=8$
그런데 점 B는 제2사분면 위의 점이므로 $a=-2$

6 점 C와 $\overline{AB}$에 대하여 대칭인 점을 C′이라 하면 $\overline{CP}=\overline{C'P}$이므로


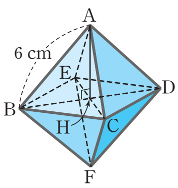
$\overline{CP}+\overline{DP}=\overline{C'P}+\overline{DP}\geq\overline{C'D}$
$=\sqrt{15^2+(5+3)^2}=17(\text{cm})$
따라서 구하는 최솟값은 17 cm이다.

7 $\overline{AG}=\sqrt{8^2+6^2+5^2}=\sqrt{125}=5\sqrt{5}(\text{cm})$
$\overline{EG}$를 그으면 $\overline{EG}=\sqrt{8^2+6^2}=10(\text{cm})$
$\triangle AEG$에서 $\overline{AE}\times\overline{EG}=\overline{AG}\times\overline{EI}$이므로
$5\times10=5\sqrt{5}\times\overline{EI}$ $\quad\therefore \overline{EI}=2\sqrt{5}(\text{cm})$

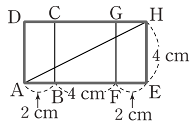
8 □AMGN은 마름모이고
$\overline{MN}=8\sqrt{2}$ cm, $\overline{AG}=8\sqrt{3}$ cm이므로
$\square AMGN=\frac{1}{2}\times8\sqrt{2}\times8\sqrt{3}=32\sqrt{6}(\text{cm}^2)$

9 $\overline{BG}=\overline{GD}=\overline{DB}=\sqrt{2}\times6\sqrt{2}=12(\text{cm})$이므로 $\triangle BGD$는 정삼각형이다.
$\therefore \triangle BGD=\frac{\sqrt{3}}{4}\times12^2=36\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

10 ① $\overline{CD}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times4\sqrt{3}=6(\text{cm})$
② $\overline{OH}=\frac{\sqrt{6}}{3}\times4\sqrt{3}=4\sqrt{2}(\text{cm})$
③ $\overline{CH}=\frac{2}{3}\overline{CD}=\frac{2}{3}\times6=4(\text{cm})$
④ (정사면체의 겉넓이)$=4\triangle ABC$
$=4\times\left\{\frac{\sqrt{3}}{4}\times(4\sqrt{3})^2\right\}$
$=48\sqrt{3}(\text{cm}^2)$
⑤ (정사면체의 부피)$=\frac{\sqrt{2}}{12}\times(4\sqrt{3})^3=16\sqrt{6}(\text{cm}^3)$

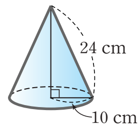
11 꼭짓점 A에서 □BCDE에 내린 수선의 발을 H라 하면


$\overline{BD}=\sqrt{2}\times6=6\sqrt{2}(\text{cm})$이므로
$\overline{BH}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times6\sqrt{2}=3\sqrt{2}(\text{cm})$
$\triangle ABH$에서
$\overline{AH}=\sqrt{6^2-(3\sqrt{2})^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}(\text{cm})$이므로
(정사각뿔 A-BCDE의 부피)$=\frac{1}{3}\times6\times6\times3\sqrt{2}$
$=36\sqrt{2}(\text{cm}^3)$
$\therefore$ (정팔면체의 부피)$=2\times36\sqrt{2}=72\sqrt{2}(\text{cm}^3)$

12 $\overline{AH}=\sqrt{(2+4+2)^2+4^2}$
$=\sqrt{80}$
$=4\sqrt{5}(\text{cm})$


주관식 문제

13 $\triangle ACD$에서 $2\sqrt{3}:x=1:2$ $\quad\therefore x=4\sqrt{3}$
$2\sqrt{3}:\overline{AC}=1:\sqrt{3}$ $\quad\therefore \overline{AC}=6(\text{cm})$
$\triangle ABC$에서 $y:6=1:\sqrt{2}$ $\quad\therefore y=3\sqrt{2}$

14 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$2\pi r=2\pi\times24\times\frac{150}{360}$ $\quad\therefore r=10(\text{cm})$
주어진 전개도로 만들어지는 원뿔은 오른쪽 그림과 같으므로


(높이)$=\sqrt{24^2-10^2}=\sqrt{476}=2\sqrt{119}(\text{cm})$

15 $\overline{AB}=\sqrt{(-2-2)^2+(-1-4)^2}=\sqrt{41}$
$\overline{BC}=\sqrt{\{1-(-2)\}^2+\{0-(-1)\}^2}=\sqrt{10}$
$\overline{CA}=\sqrt{(2-1)^2+(4-0)^2}=\sqrt{17}$ …… ①
$\overline{AB}^2>\overline{BC}^2+\overline{CA}^2$이므로 $\triangle ABC$는 둔각삼각형이다.
…… ②

단계	채점 요소	배점률
①	$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$의 길이 구하기	60%
②	$\triangle ABC$가 어떤 삼각형인지 구하기	40%

16 예시 답안 평면에 겹치지 않게 빈틈없이 채울 수 있는 정다각형은 정삼각형, 정사각형, 정육각형의 3가지이다.
(i) 타일의 모양이 정삼각형일 때
(한 변의 길이)$=36\div3=12(\text{cm})$
$\therefore$ (타일 1개의 넓이)$=\frac{\sqrt{3}}{4}\times12^2=36\sqrt{3}(\text{cm}^2)$
(ii) 타일의 모양이 정사각형일 때
(한 변의 길이)$=36\div4=9(\text{cm})$
$\therefore$ (타일 1개의 넓이)$=9\times9=81(\text{cm}^2)$
(iii) 타일의 모양이 정육각형일 때
(한 변의 길이)$=36\div6=6(\text{cm})$
$\therefore$ (타일 1개의 넓이)$=6\times\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\times6^2\right)=54\sqrt{3}(\text{cm}^2)$
(i), (ii), (iii)에서 넓이가 최대일 때의 타일의 모양은 정육각형이고, 타일 1개의 넓이는 $54\sqrt{3}$ cm^{2}이다.

중단원 10분 마무리 050~051p

1 ④ **2** 12 **3** $(8+4\sqrt{3})$ cm **4** ⑤
5 $\frac{125\sqrt{2}}{6}$ cm^3 **6** $3\sqrt{11}$ cm^2

1 $3:x=1:2 \qquad \therefore x=6$

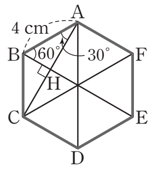
$3:y=1:\sqrt{3} \qquad \therefore y=3\sqrt{3}$

$\therefore xy=6\times3\sqrt{3}=18\sqrt{3}$

2 △ABC에서 $3\sqrt{6}:\overline{AC}=1:\sqrt{2} \qquad \therefore \overline{AC}=6\sqrt{3}(\text{cm})$

△ACD에서 $6\sqrt{3}:x=\sqrt{3}:2 \qquad \therefore x=12$

3 $\overline{AC}$와 $\overline{BE}$의 교점을 H라 하면 오른쪽 그림에서 △ABH는 세 내각의 크기가 각각 30°, 60°, 90°인 직각삼각형이다.



△ABH에서 $\overline{AH}:4=\sqrt{3}:2$

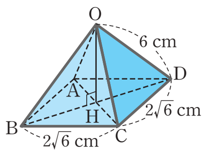
$\therefore \overline{AH}=2\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{AC}=2\overline{AH}=2\times2\sqrt{3}=4\sqrt{3}(\text{cm})$,

$\overline{AD}=2\times4=8(\text{cm})$이므로

$\overline{AC}+\overline{AD}=4\sqrt{3}+8(\text{cm})$

4 $\overline{BD}=\sqrt{2}\times2\sqrt{6}=4\sqrt{3}(\text{cm})$이므로



$\overline{DH}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}=2\sqrt{3}(\text{cm})$

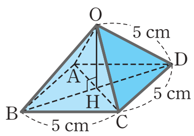
△OHD에서

$\overline{OH}=\sqrt{6^2-(2\sqrt{3})^2}$

$=\sqrt{24}=2\sqrt{6}(\text{cm})$

$\therefore (\text{부피})=\frac{1}{3}\times(2\sqrt{6})^2\times2\sqrt{6}=16\sqrt{6}(\text{cm}^3)$

5 주어진 전개도로 만들어지는 정사각뿔은 오른쪽 그림과 같다.



$\overline{BD}=\sqrt{2}\times5=5\sqrt{2}(\text{cm})$이므로

$\overline{DH}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times5\sqrt{2}=\frac{5\sqrt{2}}{2}(\text{cm})$

△OHD에서

$\overline{OH}=\sqrt{5^2-\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{50}{4}}=\frac{5\sqrt{2}}{2}(\text{cm})$

$\therefore (\text{부피})=\frac{1}{3}\times5^2\times\frac{5\sqrt{2}}{2}=\frac{125\sqrt{2}}{6}(\text{cm}^3)$

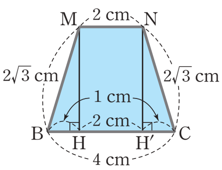
6 $\overline{BM}=\overline{CN}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times4=2\sqrt{3}(\text{cm})$

△OAD에서 두 점 M, N은 각각 $\overline{OA}$, $\overline{OD}$의 중점이므로

$\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times4=2(\text{cm})$, $\overline{MN}/\!/\overline{AD}/\!/\overline{BC}$

따라서 □MBCN은 등변사다리꼴이다.

□MBCN의 두 꼭짓점 M, N에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라 하면



$\overline{HH'}=\overline{MN}=2$ cm

$\overline{BH}=\overline{CH'}=\frac{1}{2}\times(4-2)=1(\text{cm})$

△MBH에서

$\overline{MH}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-1^2}=\sqrt{11}(\text{cm})$

$\therefore$ □MBCN$=\frac{1}{2}\times(2+4)\times\sqrt{11}=3\sqrt{11}(\text{cm}^2)$

Ⅵ. 삼각비

1 삼각비

핵심잡기 개념check 052P

1-1 (1) $\frac{3}{5}$ (2) $\frac{4}{5}$ (3) $\frac{3}{4}$

2-1 (1) 1 (2) 0 (3) $\frac{1}{2}$ (4) $\frac{1}{2}$

3-1 (1) 0.77 (2) 0.64 (3) 1.19

3-2 2

4-1 (1) 0.7986 (2) 0.6293 (3) 1.2799

1-1 (1) $\sin A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{3}{5}$

(2) $\cos A=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{4}{5}$

(3) $\tan A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{3}{4}$

2-1 (1) $\sin 30^\circ+\cos 60^\circ=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$

(2) $\sin 45^\circ-\cos 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}=0$

(3) $\cos 30^\circ\times\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{1}{2}$

(4) $\sin 60^\circ\div\tan 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}\div\sqrt{3}=\frac{1}{2}$

3-1 (1) $\sin 50^\circ=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\frac{0.77}{1}=0.77$

(2) $\cos 50^\circ=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\frac{0.64}{1}=0.64$

(3) $\tan 50^\circ=\frac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\frac{1.19}{1}=1.19$

3-2 $\sin 90^\circ+\cos 0^\circ-\tan 0^\circ=1+1-0=2$

나오고 또 나오는 문제 053~054P

1-1 ①	**1-2** ②	**2-1** $\frac{9}{20}$	**2-2** $\frac{3}{4}$
3-1 $\frac{6}{5}$	**3-2** 1	**3-3** $\frac{7}{9}$	**4-1** ④
4-2 ⑤	**5-1** 5	**5-2** $4\sqrt{2}$	**5-3** $4\sqrt{3}-4$
6-1 ②	**6-2** ④	**6-3** 1.41	

1-1 $\overline{BC}=\sqrt{13^2-5^2}=12$

② $\cos A=\frac{5}{13}$ ③ $\tan A=\frac{12}{5}$

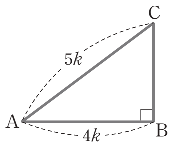
④ $\sin B=\frac{5}{13}$ ⑤ $\cos B=\frac{12}{13}$

1-2 $\overline{BC}=\sqrt{17^2-8^2}=15$

① $\sin A=\frac{15}{17}$ ③ $\sin B=\frac{8}{17}$

④ $\cos B=\frac{15}{17}$ ⑤ $\tan B=\frac{8}{15}$

2-1 $\angle B=90^\circ$이고 $\cos A=\frac{4}{5}$이므로 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}=5k$, $\overline{AB}=4k\,(k>0)$인 직각삼각형 ABC를 그릴 수 있다.



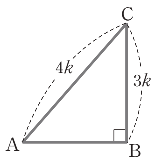
$\overline{BC}=\sqrt{(5k)^2-(4k)^2}=3k$이므로

$\sin A=\frac{3k}{5k}=\frac{3}{5}$

$\tan A=\frac{3k}{4k}=\frac{3}{4}$

$\therefore \sin A\times\tan A=\frac{3}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{9}{20}$

2-2 $\angle B=90^\circ$이고 $\sin A=\frac{3}{4}$이므로 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}=4k$, $\overline{BC}=3k\,(k>0)$인 직각삼각형 ABC를 그릴 수 있다.



$\overline{AB}=\sqrt{(4k)^2-(3k)^2}=\sqrt{7}k$이므로

$\cos A=\frac{\sqrt{7}k}{4k}=\frac{\sqrt{7}}{4}$

$\tan A=\frac{3k}{\sqrt{7}k}=\frac{3\sqrt{7}}{7}$

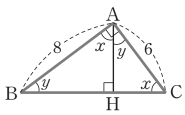
$\therefore \cos A\times\tan A=\frac{\sqrt{7}}{4}\times\frac{3\sqrt{7}}{7}=\frac{3}{4}$

3-1 $\triangle ABC \backsim \triangle HBA$(AA 닮음)이므로

$\angle ACB=\angle HAB=\angle x$

$\triangle ABC \backsim \triangle HAC$(AA 닮음)이므로

$\angle ABC=\angle HAC=\angle y$



$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{8^2+6^2}=10$이므로

$\cos x=\cos C=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$

$\sin y=\sin B=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$

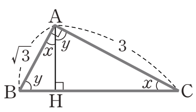
$\therefore \cos x+\sin y=\frac{3}{5}+\frac{3}{5}=\frac{6}{5}$

3-2 $\triangle ABC \backsim \triangle HBA$(AA 닮음)이므로

$\angle ACB=\angle HAB=\angle x$

$\triangle ABC \backsim \triangle HAC$(AA 닮음)이므로

$\angle ABC=\angle HAC=\angle y$



$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+3^2}=2\sqrt{3}$이므로

$\sin x=\sin C=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}=\frac{1}{2}$

$\cos y=\cos B=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}=\frac{1}{2}$

$\therefore \sin x+\cos y=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$

3-3 $\triangle ABC \backsim \triangle EBD$(AA 닮음)이므로

$\angle BCA=\angle BDE=\angle x$

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{7^2+(4\sqrt{2})^2}=9$이므로

$\sin x=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{7}{9}$

4-1 ① $\cos 0^\circ+\cos 90^\circ=1+0=1$

② $\tan 60^\circ\times\cos 60^\circ=\sqrt{3}\times\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

③ $\sin 90^\circ\times\sin 30^\circ-\tan 0^\circ=1\times\frac{1}{2}-0=\frac{1}{2}$

④ $\cos 45^\circ\times\tan 45^\circ+\sin 45^\circ\times\sin 0^\circ$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}\times1+\frac{\sqrt{2}}{2}\times0=\frac{\sqrt{2}}{2}$

⑤ $\tan 30^\circ\div\sin 60^\circ-\cos 30^\circ\times\cos 90^\circ$

$=\frac{\sqrt{3}}{3}\div\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\times0=\frac{2}{3}$

4-2 ① $\sin 90^\circ+\tan 0^\circ=1+0=1$

② $\tan 45^\circ\times\cos 90^\circ=1\times0=0$

③ $\cos 30^\circ\times\tan 60^\circ-\cos 0^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{3}-1=\frac{1}{2}$

④ $\sqrt{3}\tan 30^\circ-2\cos 60^\circ+2\sqrt{3}\sin 60^\circ$

$=\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}-2\times\frac{1}{2}+2\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3$

⑤ $\cos 0^\circ\times\sin 45^\circ+\sin 30^\circ\times\cos 45^\circ$

$=1\times\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{3\sqrt{2}}{4}$

5-1 $\sin 30^\circ=\frac{x}{10}=\frac{1}{2}$ $\therefore x=5$

5-2 $\sin 45^\circ=\frac{x}{8}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\therefore x=4\sqrt{2}$

5-3 $\triangle ABC$에서 $\tan 30^\circ=\frac{4}{\overline{BC}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ $\therefore \overline{BC}=4\sqrt{3}$

$\triangle ADC$에서 $\tan 45^\circ=\frac{4}{\overline{CD}}=1$ $\therefore \overline{CD}=4$

$\therefore \overline{BD}=\overline{BC}-\overline{CD}=4\sqrt{3}-4$

6-1 ② $\cos x=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}$

⑤ $\sin z=\sin y=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}$

6-2 ④ $\angle ACB=50^\circ$이므로 $\sin 50^\circ=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}$

6-3 $\sin 52^\circ=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{AB}}{1}=0.79$

$\angle OAB=180^\circ-(90^\circ+52^\circ)=38^\circ$이므로

$\sin 38^\circ=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{OB}}{1}=0.62$

$\therefore \sin 52^\circ+\sin 38^\circ=0.79+0.62=1.41$

주제별 알찬 기출 문제 055~059p

1 ①	**2** ⑤	**3** ④	**4** $\frac{8}{3}$	**5** $\frac{1}{3}$	**6** ②
7 $\frac{\sqrt{2}}{5}$	**8** ⑤	**9** ④	**10** ④	**11** ③	**12** $2\sqrt{2}$
13 ③, ④	**14** $-\frac{5}{4}$	**15** ③	**16** $40°$	**17** ④	**18** ③
19 $\sqrt{3}-1$	**20** $3\sqrt{6}$	**21** $2-\sqrt{3}$	**22** ④	**23** 1.78	**24** ③
25 ④	**26** ⑤	**27** ①	**28** $113°$	**29** ①	
30 0.3410					

100점 따라잡기

31 3	**32** $8\sqrt{3}$	**33** $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$	**34** $\frac{3\sqrt{3}}{8}$

1 $\sin A=\frac{12}{15}=\frac{4}{5}$, $\tan B=\frac{9}{12}=\frac{3}{4}$이므로

$\sin A\times\tan B=\frac{4}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{5}$

2 $\overline{AB}=\sqrt{4^2+2^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

① $\sin A=\frac{4}{2\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ② $\cos A=\frac{2}{2\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$

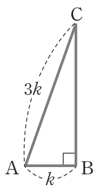
③ $\tan A=\frac{4}{2}=2$ ④ $\sin B=\frac{2}{2\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$

⑤ $\cos B=\frac{4}{2\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

3 $\sin B=\frac{\overline{AC}}{12}=\frac{3}{4}$에서 $\overline{AC}=9$

$\therefore \overline{BC}=\sqrt{12^2-9^2}=\sqrt{63}=3\sqrt{7}$

4 $\angle B=90°$이고 $\cos A=\frac{1}{3}$이므로 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}=3k$, $\overline{AB}=k\,(k>0)$인 직각삼각형 ABC를 그릴 수 있다.

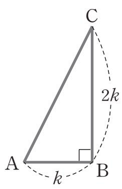


$\overline{BC}=\sqrt{(3k)^2-k^2}=2\sqrt{2}k$이므로

$\tan A=\frac{2\sqrt{2}k}{k}=2\sqrt{2}$, $\sin A=\frac{2\sqrt{2}k}{3k}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

$\therefore \tan A\times\sin A=2\sqrt{2}\times\frac{2\sqrt{2}}{3}=\frac{8}{3}$

5 $\angle B=90°$이고 $\tan A=2$이므로 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=k$, $\overline{BC}=2k\,(k>0)$인 직각삼각형 ABC를 그릴 수 있다.



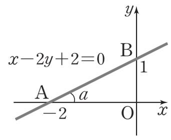
$\overline{AC}=\sqrt{k^2+(2k)^2}=\sqrt{5}k$이므로

$\sin A=\frac{2k}{\sqrt{5}k}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$, $\cos A=\frac{k}{\sqrt{5}k}=\frac{\sqrt{5}}{5}$

$\sin C=\frac{k}{\sqrt{5}k}=\frac{\sqrt{5}}{5}$, $\cos C=\frac{2k}{\sqrt{5}k}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

$$\therefore \frac{\sin A-\cos A}{\sin C+\cos C}=\left(\frac{2\sqrt{5}}{5}-\frac{\sqrt{5}}{5}\right)\div\left(\frac{\sqrt{5}}{5}+\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)$$
$$=\frac{\sqrt{5}}{5}\times\frac{5}{3\sqrt{5}}=\frac{1}{3}$$

6 $x-2y+2=0$의 그래프가 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자.



$x-2y+2=0$에

$y=0$을 대입하면 $x=-2$

$\therefore$ A$(-2, 0)$

$x=0$을 대입하면 $y=1$

$\therefore$ B$(0, 1)$

즉, 직각삼각형 AOB에서 $\overline{AO}=2$, $\overline{BO}=1$이므로

$\tan a=\frac{\overline{BO}}{\overline{AO}}=\frac{1}{2}$

[다른 풀이]

$x-2y+2=0$에서 $y=\frac{1}{2}x+1$

$\therefore \tan a=$(직선의 기울기)$=\frac{1}{2}$

7 $\triangle$ABM에서 $\sin x=\frac{3}{\overline{AM}}=\frac{1}{3}$

$\therefore \overline{AM}=9$

$\therefore \overline{AB}=\sqrt{9^2-3^2}=\sqrt{72}=6\sqrt{2}$

$\triangle ABM \backsim \triangle CDM$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AM}:\overline{CM}=\overline{BM}:\overline{DM}$에서

$9:3=3:\overline{DM}$

$\therefore \overline{DM}=1$

$\overline{AM}:\overline{CM}=\overline{AB}:\overline{CD}$에서

$9:3=6\sqrt{2}:\overline{CD}$

$\therefore \overline{CD}=2\sqrt{2}$

따라서 $\overline{AD}=\overline{AM}+\overline{DM}=9+1=10$이므로 $\triangle$ADC에서

$\tan y=\frac{\overline{CD}}{\overline{AD}}=\frac{2\sqrt{2}}{10}=\frac{\sqrt{2}}{5}$

[다른 풀이]

$\triangle$ABM에서 $\sin x=\frac{3}{\overline{AM}}=\frac{1}{3}$

$\therefore \overline{AM}=9$

$\triangle ABM \backsim \triangle CDM$ (AA 닮음)이므로

$\angle DCM=\angle BAM=\angle x$

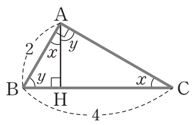
$\sin x=\frac{\overline{DM}}{3}=\frac{1}{3}$에서 $\overline{DM}=1$

$\therefore \overline{AD}=9+1=10$

$\triangle$CMD에서 $\overline{CD}=\sqrt{3^2-1^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

$\therefore \tan y=\frac{\overline{CD}}{\overline{AD}}=\frac{2\sqrt{2}}{10}=\frac{\sqrt{2}}{5}$

8 $\triangle ABC \backsim \triangle HBA$ (AA 닮음)이므로



$\angle ACB=\angle HAB=\angle x$

$\triangle ABC \backsim \triangle HAC$ (AA 닮음)이므로

$\angle ABC=\angle HAC=\angle y$

$\triangle$ABC에서 $\overline{AC}=\sqrt{4^2-2^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$이므로

$\cos x=\cos C=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{2\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin y=\sin B=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{2\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

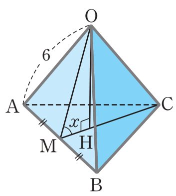
$\therefore \cos x+\sin y=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

9 $\triangle ABC \backsim \triangle EBD$(AA 닮음)이므로
$\angle BDE = \angle BCA = \angle x$
$\triangle BED$에서 $\overline{BE} = \sqrt{6^2-4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$이므로
$\tan x = \dfrac{\overline{BE}}{\overline{DE}} = \dfrac{2\sqrt{5}}{4} = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$

10 $\triangle ABD \backsim \triangle HAD$(AA 닮음)이므로
$\angle ABD = \angle HAD = \angle x$
$\triangle ABD$에서 $\overline{BD} = \sqrt{9^2+12^2} = 15$이므로
$\sin x = \dfrac{\overline{AD}}{\overline{BD}} = \dfrac{12}{15} = \dfrac{4}{5}$, $\cos x = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{BD}} = \dfrac{9}{15} = \dfrac{3}{5}$
$\therefore \sin x + \cos x = \dfrac{4}{5} + \dfrac{3}{5} = \dfrac{7}{5}$

11 $\overline{AG} = \sqrt{3} \times 2 = 2\sqrt{3}$, $\overline{EG} = \sqrt{2} \times 2 = 2\sqrt{2}$
$\triangle AEG$에서 $\cos x = \dfrac{\overline{EG}}{\overline{AG}} = \dfrac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$

12 $\overline{CM} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$



꼭짓점 O에서 $\triangle ABC$에 내린 수선의 발을 H라 하면 점 H는 $\triangle ABC$의 무게 중심이므로
$\overline{MH} = \dfrac{1}{3}\overline{CM} = \dfrac{1}{3} \times 3\sqrt{3} = \sqrt{3}$
또, $\overline{OH} = \dfrac{\sqrt{6}}{3} \times 6 = 2\sqrt{6}$이므로 $\triangle OMH$에서
$\tan x = \dfrac{\overline{OH}}{\overline{MH}} = \dfrac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{2}$

13 ① $\cos 30^\circ \times \tan 30^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times \dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{1}{2}$
② $\sin 90^\circ - \cos 90^\circ + \cos 0^\circ = 1 - 0 + 1 = 2$
③ $(1+\tan 45^\circ)(1-\tan 45^\circ) = 1^2 - (\tan 45^\circ)^2 = 1 - 1 = 0$
④ $\sin 30^\circ + \cos 60^\circ + \tan 0^\circ \times \tan 60^\circ$
$= \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2} + 0 \times \sqrt{3} = 1$
⑤ $\sin 45^\circ \times \sin 0^\circ + \sin 60^\circ \div \cos 45^\circ$
$= \dfrac{\sqrt{2}}{2} \times 0 + \dfrac{\sqrt{3}}{2} \div \dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{\sqrt{6}}{2}$

14 $(\sin 60^\circ + \cos 0^\circ)(\cos 30^\circ - \sin 90^\circ) - \sqrt{3}\tan 30^\circ$
$= \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}+1\right)\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}-1\right) - \sqrt{3} \times \dfrac{\sqrt{3}}{3} = \left(\dfrac{3}{4}-1\right) - 1 = -\dfrac{5}{4}$

15 $\angle B = 180^\circ \times \dfrac{3}{2+3+4} = 60^\circ$이므로
$\sin B \times \cos B \times \tan B = \sin 60^\circ \times \cos 60^\circ \times \tan 60^\circ$
$= \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times \dfrac{1}{2} \times \sqrt{3} = \dfrac{3}{4}$

16 $\cos 60^\circ = \dfrac{1}{2}$이므로 $2x - 20^\circ = 60^\circ$
$2x = 80^\circ$ $\quad \therefore x = 40^\circ$

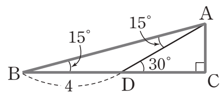
17 $\cos 60^\circ = \dfrac{6}{\overline{BC}} = \dfrac{1}{2}$ $\quad \therefore \overline{BC} = 12$

18 $\triangle ABD$에서 $\sin 30^\circ = \dfrac{\overline{AD}}{6} = \dfrac{1}{2}$ $\quad \therefore \overline{AD} = 3$
$\triangle ADC$에서 $\sin 45^\circ = \dfrac{3}{\overline{AC}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad \therefore \overline{AC} = 3\sqrt{2}$

19 $\triangle ABC$에서 $\cos 45^\circ = \dfrac{\overline{BC}}{\sqrt{6}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad \therefore \overline{BC} = \sqrt{3}$
$\sin 45^\circ = \dfrac{\overline{AC}}{\sqrt{6}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad \therefore \overline{AC} = \sqrt{3}$
$\triangle ADC$에서 $\tan 60^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{\overline{CD}} = \sqrt{3}$ $\quad \therefore \overline{CD} = 1$
$\therefore \overline{BD} = \overline{BC} - \overline{CD} = \sqrt{3} - 1$

20 $\triangle ABC$에서 $\tan 60^\circ = \dfrac{\overline{BC}}{3} = \sqrt{3}$ $\quad \therefore \overline{BC} = 3\sqrt{3}$
$\triangle BCD$에서 $\sin 45^\circ = \dfrac{3\sqrt{3}}{\overline{BD}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad \therefore \overline{BD} = 3\sqrt{6}$

21 $\triangle ABD$에서



$\angle BAD = 30^\circ - 15^\circ = 15^\circ$이므로
$\overline{AD} = \overline{BD} = 4$
$\triangle ADC$에서
$\sin 30^\circ = \dfrac{\overline{AC}}{4} = \dfrac{1}{2}$ $\quad \therefore \overline{AC} = 2$
$\cos 30^\circ = \dfrac{\overline{CD}}{4} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad \therefore \overline{CD} = 2\sqrt{3}$
따라서 $\triangle ABC$에서
$\tan 15^\circ = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \dfrac{2}{4+2\sqrt{3}} = \dfrac{1}{2+\sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$

22 ㄷ. $\cos y = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \dfrac{\overline{AB}}{1} = \overline{AB}$
ㄹ. $\tan y = \tan z = \dfrac{\overline{OD}}{\overline{CD}} = \dfrac{1}{\overline{CD}}$
ㅂ. $\cos z = \cos y = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \dfrac{\overline{AB}}{1} = \overline{AB}$

23 $\angle OAB = 180^\circ - (90^\circ + 48^\circ) = 42^\circ$이므로
$\sin 42^\circ = \dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \dfrac{\overline{OB}}{1} = 0.67$
또, $\tan 48^\circ = \dfrac{\overline{CD}}{\overline{OD}} = \dfrac{\overline{CD}}{1} = 1.11$이므로
$\sin 42^\circ + \tan 48^\circ = 0.67 + 1.11 = 1.78$

24 ③ $\tan x = \dfrac{\overline{CD}}{\overline{OD}} = \dfrac{\overline{CD}}{1} = \overline{CD}$

25 ④ $\cos A$의 최솟값은 0, 최댓값은 1이다.

26 $45^\circ<x<90^\circ$일 때, $0<\cos x<\sin x<1<\tan x$이고
$\cos 0^\circ=1$, $\tan 0^\circ=0$이므로
$\tan 0^\circ<\cos 70^\circ<\sin 70^\circ<\cos 0^\circ<\tan 55^\circ$ ······㉠
$0^\circ\le x\le 90^\circ$인 범위에서 x의 값이 증가하면 $\sin x$의 값도 증가하므로 $\sin 45^\circ<\sin 70^\circ$ ······㉡
$0^\circ\le x\le 90^\circ$인 범위에서 x의 값이 증가하면 $\cos x$의 값은 감소하므로 $\sin 45^\circ=\cos 45^\circ>\cos 70^\circ$ ······㉢
㉠, ㉡, ㉢에서
$\tan 0^\circ<\cos 70^\circ<\sin 45^\circ<\sin 70^\circ<\cos 0^\circ<\tan 55^\circ$
따라서 삼각비의 값을 작은 것부터 차례로 나열하면
ㄴ－ㅁ－ㄷ－ㅂ－ㄱ－ㄹ이다.

27 $45^\circ<A<90^\circ$인 범위에서 A의 값이 증가하면 $\sin A$의 값도 증가하므로 $0<\sin 45^\circ<\sin A$
$\therefore \sqrt{(\sin A-\sin 45^\circ)^2}-\sqrt{(\sin 45^\circ+\sin A)^2}$
$=(\sin A-\sin 45^\circ)-(\sin 45^\circ+\sin A)$
$=-2\sin 45^\circ=-2\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=-\sqrt{2}$

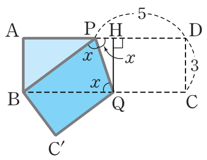
28 $\cos 56^\circ=0.5592$, $\tan 57^\circ=1.5399$이므로
$A=56^\circ$, $B=57^\circ$
$\therefore A+B=56^\circ+57^\circ=113^\circ$

29 $\sin 25^\circ=\dfrac{x}{10}=0.4226$ $\quad\therefore x=4.226$

30 $\overline{OB}=\cos x=0.6820$이고 $\cos 47^\circ=0.6820$이므로 $x=47^\circ$
$\overline{CD}=\tan 47^\circ=1.0724$, $\overline{AB}=\sin 47^\circ=0.7314$
$\therefore \overline{CD}-\overline{AB}=1.0724-0.7314=0.3410$

100점 따라잡기

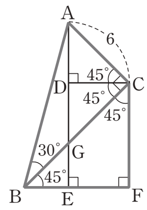
31 점 Q에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 점 H라 하자.



$\angle BQP=\angle DPQ$(엇각)
$=\angle BPQ$(접은 각)$=\angle x$
이므로 $\triangle BQP$는 이등변삼각형이다.
$\therefore \overline{BQ}=\overline{BP}=\overline{PD}=5$
또, $\overline{BC'}=\overline{DC}=3$이므로 $\triangle BC'Q$에서
$\overline{C'Q}=\sqrt{5^2-3^2}=4$
따라서 $\overline{HD}=\overline{QC}=\overline{C'Q}=4$이므로
$\overline{PH}=5-4=1$
이때, $\overline{HQ}=\overline{DC}=3$이므로 $\triangle PQH$에서
$\tan x=\dfrac{\overline{HQ}}{\overline{PH}}=\dfrac{3}{1}=3$

32 $\triangle ABC$에서 $\sin 30^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{24}=\dfrac{1}{2}$ $\quad\therefore \overline{AC}=12$
$\angle DAC=\dfrac{1}{2}\angle BAC=\dfrac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$이므로 $\triangle ADC$에서
$\cos 30^\circ=\dfrac{12}{\overline{AD}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad\therefore \overline{AD}=8\sqrt{3}$

33 $\triangle ABC$에서 $\sin 30^\circ=\dfrac{6}{\overline{AB}}=\dfrac{1}{2}$



$\therefore \overline{AB}=12$
$\tan 30^\circ=\dfrac{6}{\overline{BC}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$
$\therefore \overline{BC}=6\sqrt{3}$
$\triangle BFC$에서 $\overline{BF}=\overline{CF}$이므로
$\angle CBF=\angle BCF=45^\circ$
$\sin 45^\circ=\dfrac{\overline{CF}}{6\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad\therefore \overline{CF}=3\sqrt{6}$
$\triangle ADC$에서 $\sin 45^\circ=\dfrac{\overline{AD}}{6}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
$\therefore \overline{AD}=3\sqrt{2}$
$\therefore \overline{AE}=\overline{AD}+\overline{DE}=\overline{AD}+\overline{CF}$
$=3\sqrt{2}+3\sqrt{6}=3(\sqrt{2}+\sqrt{6})$
이때, $\angle ABE=30^\circ+45^\circ=75^\circ$이므로 $\triangle ABE$에서
$\sin 75^\circ=\dfrac{\overline{AE}}{\overline{AB}}=\dfrac{3(\sqrt{2}+\sqrt{6})}{12}=\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$

34 $\overline{AB}=\sin 60^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
$\overline{CD}=\tan 60^\circ=\sqrt{3}$
$\overline{BD}=\overline{OD}-\overline{OB}=1-\cos 60^\circ=1-\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}$
$\therefore \square ABDC=\dfrac{1}{2}\times(\overline{AB}+\overline{CD})\times\overline{BD}$
$=\dfrac{1}{2}\times\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\sqrt{3}\right)\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{3\sqrt{3}}{8}$

유형별 서술형 문제 060~061p

1 (1) $\sqrt{6}$ (2) $\sqrt{2}$ **2** (1) 2 (2) $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$
3 $\sin B=\dfrac{\sqrt{7}}{4}$, $\cos B=\dfrac{3}{4}$, $\tan B=\dfrac{\sqrt{7}}{3}$
3-1 $\sin B=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$, $\cos B=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$, $\tan B=\dfrac{1}{2}$
4 $\dfrac{29}{15}$ **4-1** $\dfrac{144}{65}$ **5** $\dfrac{2\sqrt{5}}{9}$ **5-1** $\sqrt{2}$
6 $\dfrac{3+\sqrt{3}}{6}$ **6-1** $-\dfrac{\sqrt{2}}{4}$
7 기본 $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$ 발전 $-\dfrac{7}{23}$ 심화 $\dfrac{\sqrt{3}}{5}$

1 (1) $\triangle ADC$에서 $\sin 45^\circ=\dfrac{\overline{AD}}{2\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
$\therefore \overline{AD}=\sqrt{6}$
(2) $\triangle ABD$에서 $\tan 60^\circ=\dfrac{\sqrt{6}}{\overline{BD}}=\sqrt{3}$
$\therefore \overline{BD}=\sqrt{2}$

2 (1) $y=2x+4$에

$y=0$을 대입하면 $x=-2$ $\quad\therefore$ A$(-2, 0)$

$x=0$을 대입하면 $y=4$ $\quad\therefore$ B$(0, 4)$

즉, 직각삼각형 AOB에서 $\overline{AO}=2$, $\overline{BO}=4$이므로

$\tan a=\frac{4}{2}=2$

(2) $\overline{AB}=\sqrt{2^2+4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$이므로

$\sin a=\frac{4}{2\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$, $\cos a=\frac{2}{2\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$

$\therefore \sin a-\cos a=\frac{2\sqrt{5}}{5}-\frac{\sqrt{5}}{5}=\frac{\sqrt{5}}{5}$

3 $\overline{AC}=\sqrt{8^2-6^2}=\sqrt{28}=2\sqrt{7}$ …… ①

$\therefore \sin B=\frac{2\sqrt{7}}{8}=\frac{\sqrt{7}}{4}$

$\cos B=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$

$\tan B=\frac{2\sqrt{7}}{6}=\frac{\sqrt{7}}{3}$ …… ②

단계	채점 요소	배점
①	$\overline{AC}$의 길이 구하기	2점
②	$\sin B$, $\cos B$, $\tan B$의 값 구하기	각 2점

3-1 $\overline{BC}=\sqrt{6^2+3^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$ …… ①

$\therefore \sin B=\frac{3}{3\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$

$\cos B=\frac{6}{3\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

$\tan B=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$ …… ②

단계	채점 요소	배점
①	$\overline{BC}$의 길이 구하기	2점
②	$\sin B$, $\cos B$, $\tan B$의 값 구하기	각 2점

4 $\triangle ABC \backsim \triangle EBD$ (AA 닮음)이므로

$\angle BCA=\angle BDE=\angle x$ …… ①

$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{15^2-12^2}=9$이므로 …… ②

$\cos x=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$, $\tan x=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{12}{9}=\frac{4}{3}$ …… ③

$\therefore \cos x+\tan x=\frac{3}{5}+\frac{4}{3}=\frac{29}{15}$ …… ④

단계	채점 요소	배점
①	$\angle x$와 크기가 같은 각 찾기	2점
②	$\overline{AC}$의 길이 구하기	2점
③	$\cos x$, $\tan x$의 값 구하기	3점
④	$\cos x+\tan x$의 값 구하기	1점

4-1 $\triangle ABC \backsim \triangle EBD$ (AA 닮음)이므로

$\angle BDE=\angle BCA=\angle x$ …… ①

$\triangle BED$에서 $\overline{BE}=\sqrt{13^2-5^2}=12$이므로 …… ②

$\sin x=\frac{\overline{BE}}{\overline{BD}}=\frac{12}{13}$, $\tan x=\frac{\overline{BE}}{\overline{DE}}=\frac{12}{5}$ …… ③

$\therefore \sin x\times\tan x=\frac{12}{13}\times\frac{12}{5}=\frac{144}{65}$ …… ④

단계	채점 요소	배점
①	$\angle x$와 크기가 같은 각 찾기	2점
②	$\overline{BE}$의 길이 구하기	2점
③	$\sin x$, $\tan x$의 값 구하기	3점
④	$\sin x\times\tan x$의 값 구하기	1점

5 $\overline{EG}=\sqrt{4^2+2^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$ …… ①

$\overline{AG}=\sqrt{4^2+2^2+4^2}=\sqrt{36}=6$ …… ②

$\triangle AEG$에서

$\sin x=\frac{\overline{AE}}{\overline{AG}}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$, $\cos x=\frac{\overline{EG}}{\overline{AG}}=\frac{2\sqrt{5}}{6}=\frac{\sqrt{5}}{3}$ …… ③

$\therefore \sin x\times\cos x=\frac{2}{3}\times\frac{\sqrt{5}}{3}=\frac{2\sqrt{5}}{9}$ …… ④

단계	채점 요소	배점
①	$\overline{EG}$의 길이 구하기	2점
②	$\overline{AG}$의 길이 구하기	2점
③	$\sin x$, $\cos x$의 값 구하기	3점
④	$\sin x\times\cos x$의 값 구하기	1점

5-1 $\overline{FH}=\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{25}=5$ …… ①

$\overline{BH}=\sqrt{4^2+3^2+5^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$ …… ②

$\triangle BFH$에서

$\sin x=\frac{\overline{BF}}{\overline{BH}}=\frac{5}{5\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos x=\frac{\overline{FH}}{\overline{BH}}=\frac{5}{5\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ …… ③

$\therefore \sin x+\cos x=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$ …… ④

단계	채점 요소	배점
①	$\overline{FH}$의 길이 구하기	2점
②	$\overline{BH}$의 길이 구하기	2점
③	$\sin x$, $\cos x$의 값 구하기	3점
④	$\sin x+\cos x$의 값 구하기	1점

6 $(\sin 90^\circ+\cos 30^\circ)(\tan 45^\circ-\tan 30^\circ)$

$=\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(1-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ …… ①

$=1-\frac{\sqrt{3}}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}$ …… ②

$=\frac{3+\sqrt{3}}{6}$ …… ③

단계	채점 요소	배점
①	$\sin 90^\circ$, $\cos 30^\circ$, $\tan 45^\circ$, $\tan 30^\circ$의 값을 대입하기	4점
②	①에서 얻은 식 계산하기	2점
③	답 구하기	2점

6-1 $(\sin 30^\circ+\sin 45^\circ)(\cos 45^\circ-\cos 0^\circ)$

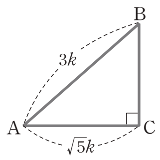
$=\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{2}-1\right)$ …… ①

$=\frac{\sqrt{2}}{4}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}$ …… ②

$=-\frac{\sqrt{2}}{4}$ …… ③

단계	채점 요소	배점
①	$\sin 30^\circ$, $\sin 45^\circ$, $\cos 45^\circ$, $\cos 0^\circ$의 값을 대입하기	4점
②	①에서 얻은 식 계산하기	2점
③	답 구하기	2점

7 기본 $\angle C=90^\circ$이고 $\cos A=\frac{\sqrt{5}}{3}$이므로 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=3k$, $\overline{AC}=\sqrt{5}k\,(k>0)$인 직각삼각형 ABC를 그릴 수 있다. …… ①

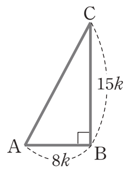


$\overline{BC}=\sqrt{(3k)^2-(\sqrt{5}k)^2}=2k$이므로 …… ②

$\tan A=\frac{2k}{\sqrt{5}k}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$ …… ③

단계	채점 요소	배점
①	주어진 조건을 만족하는 삼각형 그리기	2점
②	$\overline{BC}$의 길이를 k에 대한 식으로 나타내기	1점
③	$\tan A$의 값 구하기	2점

발전 $\tan A=\frac{15}{8}$이므로 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=8k$, $\overline{BC}=15k\,(k>0)$인 직각삼각형 ABC를 그릴 수 있다. …… ①



$\overline{AC}=\sqrt{(8k)^2+(15k)^2}=17k$이므로 …… ②

$\cos A=\frac{8k}{17k}=\frac{8}{17}$

$\sin A=\frac{15k}{17k}=\frac{15}{17}$ …… ③

$\therefore \frac{\cos A-\sin A}{\cos A+\sin A}=\left(\frac{8}{17}-\frac{15}{17}\right)\div\left(\frac{8}{17}+\frac{15}{17}\right)$

$=\left(-\frac{7}{17}\right)\times\frac{17}{23}$

$=-\frac{7}{23}$ …… ④

단계	채점 요소	배점
①	주어진 조건을 만족하는 삼각형 그리기	2점
②	$\overline{AC}$의 길이를 k에 대한 식으로 나타내기	1점
③	$\cos A$, $\sin A$의 값 구하기	3점
④	답 구하기	2점

심화 $\triangle$BCM에서

$\sin x=\frac{2}{\overline{BM}}=\frac{1}{2}$

$\therefore \overline{BM}=4$

$\therefore \overline{BC}=\sqrt{4^2-2^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ …… ①

$\triangle BCM \backsim \triangle ADM$ (AA 닮음)이므로

$\overline{BM}:\overline{AM}=\overline{CM}:\overline{DM}$에서

$4:2=2:\overline{DM}$

$\therefore \overline{DM}=1$

$\overline{BM}:\overline{AM}=\overline{BC}:\overline{AD}$에서

$4:2=2\sqrt{3}:\overline{AD}$

$\therefore \overline{AD}=\sqrt{3}$ …… ②

따라서 $\overline{BD}=\overline{BM}+\overline{DM}=4+1=5$이므로 $\triangle$ABD에서

$\tan y=\frac{\overline{AD}}{\overline{BD}}=\frac{\sqrt{3}}{5}$ …… ③

단계	채점 요소	배점
①	$\overline{BM}$, $\overline{BC}$의 길이 구하기	4점
②	$\overline{DM}$, $\overline{AD}$의 길이 구하기	4점
③	$\tan y$의 값 구하기	2점

중단원 알찬 예상 문제 062~063P

1 ② **2** ⑤ **3** ② **4** ⑤ **5** ② **6** ③
7 ③ **8** ③ **9** ③ **10** ④

주관식 문제

11 $\frac{4}{5}$ **12** $2\sin x$ **13** $\frac{\sqrt{3}}{3}$

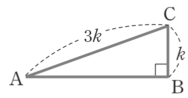
1 ① $\sin A=\frac{2}{3}$

③ $\sin B=\frac{\sqrt{5}}{3}$

④ $\cos B=\frac{2}{3}$

⑤ $\tan B=\frac{\sqrt{5}}{2}$

2 $\sin A=\frac{1}{3}$이므로 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}=3k$, $\overline{BC}=k\,(k>0)$인 직각삼각형 ABC를 그릴 수 있다.



$\overline{AB}=\sqrt{(3k)^2-k^2}=2\sqrt{2}k$이므로

$\cos A=\frac{2\sqrt{2}k}{3k}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

$\tan A=\frac{k}{2\sqrt{2}k}=\frac{\sqrt{2}}{4}$

$\therefore \cos A+\tan A=\frac{2\sqrt{2}}{3}+\frac{\sqrt{2}}{4}$

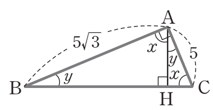
$=\frac{11\sqrt{2}}{12}$

3 $\triangle ABC \backsim \triangle HBA$ (AA 닮음)이므로

$\angle ACB=\angle HAB=\angle x$

$\triangle ABC \backsim \triangle HAC$ (AA 닮음)이므로

$\angle ABC=\angle HAC=\angle y$



$\triangle$ABC에서 $\overline{BC}=\sqrt{(5\sqrt{3})^2+5^2}=10$이므로

$\sin x=\sin C=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{5\sqrt{3}}{10}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin y=\sin B=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$

$\therefore \sin x-\sin y=\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

4 ① $\tan 45^\circ-\cos 90^\circ+\sin 0^\circ=1-0+0=1$

② $\tan 30^\circ\times\cos 60^\circ\div\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}\times\frac{1}{2}\div\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{6}}{6}$

③ $(1-\sin 60^\circ)(1+\cos 30^\circ)=\left(1-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$=1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$

④ $\cos 45^\circ\times\tan 0^\circ-\tan 60^\circ\times\cos 0^\circ$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}\times 0-\sqrt{3}\times 1=-\sqrt{3}$

⑤ $4\sin 30^\circ - \sqrt{3}\cos 30^\circ - \dfrac{\sin 90^\circ}{2}$

$= 4\times\dfrac{1}{2} - \sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{1}{2}$

$= 2 - \dfrac{3}{2} - \dfrac{1}{2} = 0$

5 $\sin 60^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $x+15^\circ = 60^\circ$

$\therefore x = 45^\circ$

$\therefore \sin x + \cos x = \sin 45^\circ + \cos 45^\circ$

$= \dfrac{\sqrt{2}}{2} + \dfrac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$

6 $\triangle$ABC에서 $\sin 45^\circ = \dfrac{\overline{BC}}{6} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore \overline{BC} = 3\sqrt{2}$

$\triangle$BCD에서 $\tan 60^\circ = \dfrac{3\sqrt{2}}{\overline{CD}} = \sqrt{3}$

$\therefore \overline{CD} = \sqrt{6}$

7 $\triangle$ABD에서 $\overline{BD} = \overline{AD}$이므로

$\angle ABD = \angle BAD = \dfrac{1}{2}\times 45^\circ = 22.5^\circ$

$\triangle$ADC에서

$\sin 45^\circ = \dfrac{\overline{AC}}{\sqrt{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$\therefore \overline{AC} = 1$

$\cos 45^\circ = \dfrac{\overline{CD}}{\sqrt{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$\therefore \overline{CD} = 1$

따라서 $\triangle$ABC에서

$\tan 22.5^\circ = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}+1} = \sqrt{2}-1$

8 $\sin 55^\circ = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \dfrac{\overline{AB}}{1} = 0.82$

$\angle OAB = 180^\circ - (90^\circ + 55^\circ) = 35^\circ$이므로

$\cos 35^\circ = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \dfrac{\overline{AB}}{1} = 0.82$

$\therefore \sin 55^\circ + \cos 35^\circ = 0.82 + 0.82 = 1.64$

9 $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan 45^\circ = 1$이고

$45^\circ < A < 90^\circ$이므로

$\dfrac{\sqrt{2}}{2} < \sin A < 1$, $0 < \cos A < \dfrac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan A > 1$

$\therefore \cos A < \sin A < \tan A$

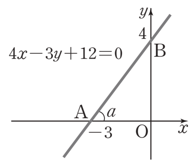
10 $\angle B = 90^\circ - 52^\circ = 38^\circ$이므로

$\cos 38^\circ = \dfrac{\overline{BC}}{10} = 0.7880$

$\therefore \overline{BC} = 7.880$

주관식 문제

11 $4x-3y+12=0$의 그래프가 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자.



$4x-3y+12=0$에

$y=0$을 대입하면 $x=-3$

$\therefore$ A$(-3, 0)$

$x=0$을 대입하면 $y=4$

$\therefore$ B$(0, 4)$

즉, 직각삼각형 AOB에서 $\overline{AO}=3$, $\overline{BO}=4$이므로

$\overline{AB} = \sqrt{3^2+4^2} = 5$

$\therefore \sin a = \dfrac{\overline{BO}}{\overline{AB}} = \dfrac{4}{5}$

12 $0^\circ < x < 90^\circ$일 때, $0 < \sin x < 1$이므로

$\sin x + 1 > 0$, $\sin x - 1 < 0$

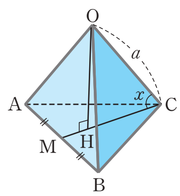
$\therefore \sqrt{(\sin x+1)^2} - \sqrt{(\sin x-1)^2}$

$= (\sin x + 1) - \{-(\sin x - 1)\}$

$= \sin x + 1 + \sin x - 1$

$= 2\sin x$

13 $\overline{CM}$은 정삼각형 ABC의 높이이므로



$\overline{CM} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}a$ ······ ①

꼭짓점 O에서 $\triangle$ABC에 내린 수선의 발을 H라 하면 점 H는 $\triangle$ABC의 무게중심이므로

$\overline{CH} = \dfrac{2}{3}\overline{CM} = \dfrac{2}{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}a = \dfrac{\sqrt{3}}{3}a$ ······ ②

$\triangle$OHC에서

$\cos x = \dfrac{\overline{CH}}{\overline{OC}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}a \div a = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ ······ ③

단계	채점 요소	배점률
①	$\overline{CM}$의 길이를 a에 대한 식으로 나타내기	30%
②	$\overline{CH}$의 길이를 a에 대한 식으로 나타내기	30%
③	$\cos x$의 값 구하기	40%

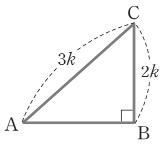
중단원 10분 마무리 064~065P

1 ③ **2** ③ **3** $\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$ **4** ⑤ **5** ② **6** $\dfrac{3-\sqrt{3}}{3}$

1 $\overline{AB} = \sqrt{12^2+4^2} = 4\sqrt{10}$이므로

$\cos A = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \dfrac{4}{4\sqrt{10}} = \dfrac{\sqrt{10}}{10}$

2 $\angle B=90^\circ$이고 $\sin A=\frac{2}{3}$이므로 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}=3k$, $\overline{BC}=2k(k>0)$인 직각삼각형 ABC를 그릴 수 있다.



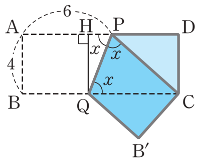
$\overline{AB}=\sqrt{(3k)^2-(2k)^2}=\sqrt{5}k$이므로

$\cos A=\frac{\sqrt{5}k}{3k}=\frac{\sqrt{5}}{3}$

$\tan C=\frac{\sqrt{5}k}{2k}=\frac{\sqrt{5}}{2}$

$\therefore \cos A\times\tan C=\frac{\sqrt{5}}{3}\times\frac{\sqrt{5}}{2}=\frac{5}{6}$

3 점 Q에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 H라 하자.



$\angle APQ=\angle PQC$(엇각)

$=\angle CPQ$(접은 각)

$=\angle x$

이므로 $\triangle CPQ$는 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{CQ}=\overline{CP}=\overline{AP}=6$

또, $\overline{CB'}=\overline{AB}=4$이므로 $\triangle CQB'$에서

$\overline{B'Q}=\sqrt{6^2-4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

따라서 $\overline{AH}=\overline{BQ}=\overline{B'Q}=2\sqrt{5}$이므로

$\overline{HP}=\overline{AP}-\overline{AH}=6-2\sqrt{5}$

이때, $\overline{HQ}=\overline{AB}=4$이므로 $\triangle QPH$에서

$\tan x=\frac{\overline{HQ}}{\overline{HP}}=\frac{4}{6-2\sqrt{5}}$

$=\frac{4(6+2\sqrt{5})}{(6-2\sqrt{5})(6+2\sqrt{5})}=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$

4 ① $\cos 0^\circ+\tan 45^\circ=1+1=2$

② $\tan 0^\circ\times\sin 90^\circ=0\times1=0$

③ $\sin 45^\circ\div\cos 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}\div\frac{\sqrt{2}}{2}=1$

④ $\sin 30^\circ\times\tan 60^\circ=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

5 $(\sin 90^\circ+2\cos 30^\circ)(3\tan 60^\circ-\cos 90^\circ)-9\tan 30^\circ$

$=\left(1+2\times\frac{\sqrt{3}}{2}\right)(3\times\sqrt{3}-0)-9\times\frac{\sqrt{3}}{3}$

$=(1+\sqrt{3})\times3\sqrt{3}-3\sqrt{3}$

$=3\sqrt{3}+9-3\sqrt{3}=9$

6 $\angle A=180^\circ\times\frac{1}{1+2+3}=30^\circ$이므로

$\frac{\tan A}{\sin A+\cos A}=\frac{\tan 30^\circ}{\sin 30^\circ+\cos 30^\circ}$

$=\frac{\sqrt{3}}{3}\div\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$=\frac{\sqrt{3}}{3}\times\frac{2}{1+\sqrt{3}}$

$=\frac{2\sqrt{3}\times(\sqrt{3}-1)}{3(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}$

$=\frac{3-\sqrt{3}}{3}$

2 삼각비의 활용

핵심잡기 개념check 066~067P

1-1 6.16 cm

2-1 (1) 3 cm (2) 3 cm (3) 2 cm (4) $\sqrt{13}$ cm

2-2 (1) 60° (2) $2\sqrt{2}$ cm (3) $\frac{4\sqrt{6}}{3}$ cm

3-1 (1) $\overline{BH}=h\tan 30^\circ$ cm, $\overline{CH}=h\tan 45^\circ$ cm (2) $3(3-\sqrt{3})$

3-2 (1) $\overline{BH}=h\tan 45^\circ$ cm, $\overline{CH}=h\tan 30^\circ$ cm (2) $2(3+\sqrt{3})$

4-1 (1) $\frac{35\sqrt{2}}{2}$ cm^2 (2) $6\sqrt{3}$ cm^2

5-1 (1) $24\sqrt{3}$ (2) 54

5-2 (1) $14\sqrt{2}$ (2) $35\sqrt{3}$

1-1 $\overline{BC}=8\cos 40^\circ=8\times0.77=6.16$(cm)

2-1 (1) $\triangle ABH$에서 $\overline{AH}=3\sqrt{2}\sin 45^\circ=3$(cm)

(2) $\triangle ABH$에서 $\overline{BH}=3\sqrt{2}\cos 45^\circ=3$(cm)

(3) $\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=5-3=2$(cm)

(4) $\triangle AHC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$(cm)

2-2 (1) $\triangle ABC$에서 $\angle A=180^\circ-(45^\circ+75^\circ)=60^\circ$

(2) $\triangle BCH$에서 $\overline{CH}=4\sin 45^\circ=2\sqrt{2}$(cm)

(3) $\triangle AHC$에서 $\overline{AC}=\frac{2\sqrt{2}}{\sin 60^\circ}=2\sqrt{2}\times\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{6}}{3}$(cm)

3-1 (1) $\angle BAH=30^\circ$, $\angle CAH=45^\circ$이므로

$\overline{BH}=h\tan 30^\circ$(cm), $\overline{CH}=h\tan 45^\circ$(cm)

(2) $\overline{BC}=h\tan 30^\circ+h\tan 45^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}h+h=6$(cm)이므로

$\frac{\sqrt{3}+3}{3}h=6$ $\quad\therefore h=3(3-\sqrt{3})$

3-2 (1) $\angle BAH=45^\circ$, $\angle CAH=30^\circ$이므로

$\overline{BH}=h\tan 45^\circ$(cm), $\overline{CH}=h\tan 30^\circ$(cm)

(2) $\overline{BC}=h\tan 45^\circ-h\tan 30^\circ=h-\frac{\sqrt{3}}{3}h=4$(cm)이므로

$\frac{3-\sqrt{3}}{3}h=4$ $\quad\therefore h=2(3+\sqrt{3})$

4-1 (1) $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times7\times10\times\sin 45^\circ=\frac{35\sqrt{2}}{2}$($cm^2$)

(2) $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\times4\times\sin(180^\circ-120^\circ)=6\sqrt{3}$($cm^2$)

5-1 (1) □ABCD$=6\times8\times\sin 60^\circ=24\sqrt{3}$

(2) □ABCD$=9\times12\times\sin(180^\circ-150^\circ)=54$

5-2 (1) □ABCD$=\frac{1}{2}\times7\times8\times\sin 45^\circ=14\sqrt{2}$

(2) □ABCD$=\frac{1}{2}\times14\times10\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=35\sqrt{3}$

나오고 또 나오는 문제 068~069P

1-1 11.9 m　**1-2** 53 m　**1-3** 8.8 m
2-1 $60(\sqrt{3}+1)$ m　**2-2** $16\sqrt{3}$ m
3-1 $4\sqrt{6}$ cm　**3-2** $5\sqrt{2}$ cm　**4-1** $20\sqrt{2}$ cm^2
4-2 $\frac{27\sqrt{3}}{2}$ cm^2　**4-3** $\frac{12\sqrt{3}}{7}$ cm
5-1 $22\sqrt{3}$ cm^2　**5-2** $30\sqrt{2}$ cm^2　**6-1** $4\sqrt{3}$ cm^2　**6-2** ①
6-3 $72\sqrt{2}$ cm^2

1-1 $\overline{AC}=10\tan 50^\circ=10\times1.19=11.9$(m)

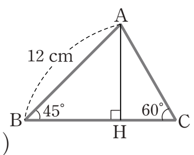
1-2 $\overline{AC}=100\tan 28^\circ=100\times0.53=53$(m)

1-3 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=10\tan 36^\circ=10\times0.73=7.3$(m)
$\therefore \overline{BD}=1.5+7.3=8.8$(m)

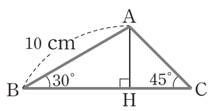
2-1 $\triangle ADC$에서 $\overline{CD}=60\tan 60^\circ=60\sqrt{3}$(m)
$\triangle ABD$에서 $\overline{BD}=60\tan 45^\circ=60$(m)
$\therefore \overline{BC}=\overline{CD}+\overline{BD}=60\sqrt{3}+60=60(\sqrt{3}+1)$(m)

2-2 $\triangle ADC$에서 $\overline{CD}=12\tan 60^\circ=12\sqrt{3}$(m)
$\triangle ABD$에서 $\overline{BD}=12\tan 30^\circ=4\sqrt{3}$(m)
$\therefore \overline{BC}=\overline{CD}+\overline{BD}=12\sqrt{3}+4\sqrt{3}=16\sqrt{3}$(m)

3-1 $\triangle ABH$에서
$\overline{AH}=12\sin 45^\circ=6\sqrt{2}$(cm)
$\triangle AHC$에서
$\overline{AC}=\frac{6\sqrt{2}}{\sin 60^\circ}=6\sqrt{2}\times\frac{2}{\sqrt{3}}=4\sqrt{6}$(cm)



3-2 $\triangle ABH$에서
$\overline{AH}=10\sin 30^\circ=5$(cm)
$\triangle AHC$에서
$\overline{AC}=\frac{5}{\sin 45^\circ}=5\times\frac{2}{\sqrt{2}}=5\sqrt{2}$(cm)



4-1 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times8\times10\times\sin 45^\circ=20\sqrt{2}$(cm^2)

4-2 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\times9\times\sin 60^\circ=\frac{27\sqrt{3}}{2}$(cm^2)

4-3 $\overline{AD}=x$ cm라 하면 $\triangle ABC=\triangle ABD+\triangle ADC$이고
$\angle BAD=\angle DAC=30^\circ$이므로
$\frac{1}{2}\times4\times3\times\sin 60^\circ$
$=\frac{1}{2}\times4\times x\times\sin 30^\circ+\frac{1}{2}\times x\times3\times\sin 30^\circ$
$3\sqrt{3}=x+\frac{3}{4}x$, $\frac{7}{4}x=3\sqrt{3}$　　$\therefore x=\frac{12\sqrt{3}}{7}$(cm)

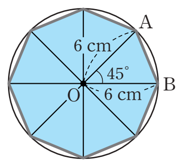
5-1 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times8\times11\times\sin(180^\circ-120^\circ)=22\sqrt{3}$(cm^2)

5-2 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times10\times12\times\sin(180^\circ-135^\circ)=30\sqrt{2}$(cm^2)

6-1 $\overline{AC}$를 그으면
$\square ABCD$
$=\triangle ABC+\triangle ACD$
$=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times2\sqrt{3}\times\sin 60^\circ+\frac{1}{2}\times2\times2\times\sin(180^\circ-120^\circ)$
$=3\sqrt{3}+\sqrt{3}=4\sqrt{3}$(cm^2)

6-2 $\overline{AC}$를 그으면
$\square ABCD$
$=\triangle ABC+\triangle ACD$
$=\frac{1}{2}\times6\times8\times\sin 60^\circ+\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times4\times\sin(180^\circ-150^\circ)$
$=12\sqrt{3}+2\sqrt{3}=14\sqrt{3}$(cm^2)

6-3 오른쪽 그림과 같이 정팔각형은 8개의 합동인 삼각형으로 나누어지고
$\angle AOB=\frac{360^\circ}{8}=45^\circ$이므로
(정팔각형의 넓이)
$=8\times\left(\frac{1}{2}\times6\times6\times\sin 45^\circ\right)=72\sqrt{2}$(cm^2)



주제별 알찬 기출 문제 070~073P

1 ①　**2** 5.55 m　**3** ②　**4** $10(\sqrt{3}+3)$ m
5 $(4-2\sqrt{3})$m　**6** 5 cm　**7** $4\sqrt{7}$ m　**8** 14 cm　**9** $3\sqrt{6}$ cm
10 $\frac{100\sqrt{6}}{3}$ m　**11** $6(\sqrt{3}+1)$ cm　**12** $20(3-\sqrt{3})$ m
13 $100(\sqrt{3}+1)$ m　**14** ④　**15** ②　**16** $\frac{40\sqrt{3}}{9}$ cm
17 27 cm^2　**18** 6 cm　**19** $(12\pi-9\sqrt{3})$ cm^2
20 7 cm^2　**21** ④　**22** ④　**23** $\frac{3}{5}$
24 $12\sqrt{2}$ cm^2　**25** $10\sqrt{3}$ cm^2　**26** ③

100점 따라잡기

27 $4(2-\sqrt{3})$ cm　**28** $\frac{2\sqrt{3}}{5}$ km/s　**29** $42\sqrt{3}$ cm^2
30 $\frac{16\sqrt{3}}{3}$ cm^2

1 $\sin 44^\circ=\frac{\overline{AC}}{9}$에서 $\overline{AC}=9\sin 44^\circ$

2 $\overline{AC}=5\tan 48^\circ=5\times1.11=5.55$(m)

3 $\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=12\sin 55^\circ=12\times0.82=9.84$(m)
$\therefore \overline{AD}=\overline{AC}+\overline{CD}=9.84+1.8=11.64$(m)

4 △ABD에서 $\overline{AD}=\dfrac{30}{\tan 45^\circ}=30(\text{m})$

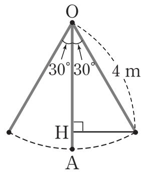
△ADC에서 $\overline{CD}=30\tan 30^\circ=10\sqrt{3}(\text{m})$

$\therefore\ \overline{BC}=\overline{CD}+\overline{BD}=10\sqrt{3}+30=10(\sqrt{3}+3)(\text{m})$

5 $\overline{OH}=4\cos 30^\circ=2\sqrt{3}(\text{m})$

따라서 그네의 최고 높이와 최저 높이의 차는

$\overline{HA}=\overline{OA}-\overline{OH}=4-2\sqrt{3}(\text{m})$



6 △AHC에서

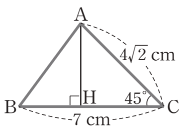
$\overline{AH}=4\sqrt{2}\sin 45^\circ=4(\text{cm})$

$\overline{CH}=4\sqrt{2}\cos 45^\circ=4(\text{cm})$

따라서 $\overline{BH}=7-4=3(\text{cm})$이므로

△ABH에서

$\overline{AB}=\sqrt{3^2+4^2}=5(\text{cm})$



7 △ABH에서

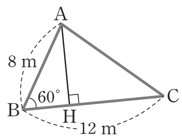
$\overline{AH}=8\sin 60^\circ=4\sqrt{3}(\text{m})$

$\overline{BH}=8\cos 60^\circ=4(\text{m})$

따라서 $\overline{CH}=12-4=8(\text{m})$이므로

△AHC에서

$\overline{AC}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2+8^2}=\sqrt{112}=4\sqrt{7}(\text{m})$



8 ∠DCH$=60^\circ$이므로 △DCH에서

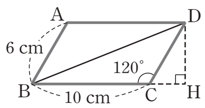
$\overline{DH}=6\sin 60^\circ=3\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{CH}=6\cos 60^\circ=3(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{BH}=\overline{BC}+\overline{CH}=10+3=13(\text{cm})$

따라서 △BHD에서

$\overline{BD}=\sqrt{13^2+(3\sqrt{3})^2}=14(\text{cm})$



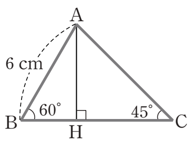
9 △ABH에서

$\overline{AH}=6\sin 60^\circ=3\sqrt{3}(\text{cm})$

△AHC에서

$\overline{AC}=\dfrac{3\sqrt{3}}{\sin 45^\circ}=3\sqrt{3}\times\dfrac{2}{\sqrt{2}}$

$=3\sqrt{6}(\text{cm})$



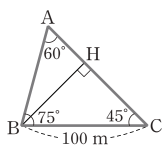
10 $\angle A=180^\circ-(75^\circ+45^\circ)=60^\circ$

△BCH에서

$\overline{BH}=100\sin 45^\circ=50\sqrt{2}(\text{m})$

△ABH에서

$\overline{AB}=\dfrac{50\sqrt{2}}{\sin 60^\circ}=\dfrac{100\sqrt{6}}{3}(\text{m})$



11 $\angle C=180^\circ-(60^\circ+75^\circ)=45^\circ$

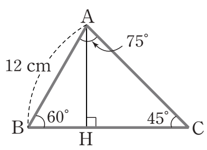
△ABH에서

$\overline{AH}=12\sin 60^\circ=6\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{BH}=12\cos 60^\circ=6(\text{cm})$

△AHC에서 $\overline{CH}=\dfrac{6\sqrt{3}}{\tan 45^\circ}=6\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=6+6\sqrt{3}=6(\sqrt{3}+1)(\text{cm})$



12 $\overline{CH}=h$ m라 하면

△ACH에서

$\overline{AH}=h\tan 45^\circ=h(\text{m})$

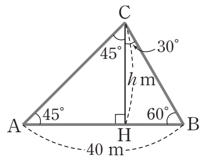
△BCH에서

$\overline{BH}=h\tan 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h(\text{m})$

$\overline{AB}=\overline{AH}+\overline{BH}$에서 $40=h+\dfrac{\sqrt{3}}{3}h$

$\dfrac{3+\sqrt{3}}{3}h=40$

$\therefore\ h=20(3-\sqrt{3})(\text{m})$



13 $\overline{CD}=h$ m라 하면

△ACD에서 ∠ADC$=60^\circ$이므로

$\overline{AC}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h(\text{m})$

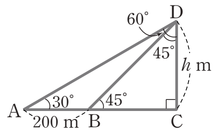
△BCD에서 ∠BDC$=45^\circ$이므로

$\overline{BC}=h\tan 45^\circ=h(\text{m})$

$\overline{AB}=\overline{AC}-\overline{BC}$에서 $200=\sqrt{3}h-h$

$(\sqrt{3}-1)h=200$

$\therefore\ h=100(\sqrt{3}+1)(\text{m})$



14 $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 6\times 8\times\sin 30^\circ=12(\text{cm}^2)$

15 △ABH에서

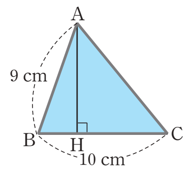
$\cos B=\dfrac{\overline{BH}}{9}=\dfrac{1}{3}$이므로

$\overline{BH}=3$ cm

$\therefore\ \overline{AH}=\sqrt{9^2-3^2}=\sqrt{72}=6\sqrt{2}(\text{cm})$

$\therefore\ \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AH}$

$=\dfrac{1}{2}\times 10\times 6\sqrt{2}=30\sqrt{2}(\text{cm}^2)$



[다른 풀이]

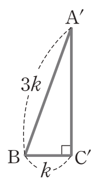
$\cos B=\dfrac{1}{3}$이므로 오른쪽 그림과 같이 $\angle C'=90^\circ$이고 $\overline{A'B}=3k$, $\overline{BC'}=k(k>0)$인 직각삼각형 A′BC′을 그리면

$\overline{A'C'}=\sqrt{(3k)^2-k^2}=2\sqrt{2}k$

따라서 $\sin B=\dfrac{2\sqrt{2}k}{3k}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$이므로

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 9\times 10\times\sin B$

$=\dfrac{1}{2}\times 9\times 10\times\dfrac{2\sqrt{2}}{3}=30\sqrt{2}(\text{cm}^2)$



16 $\overline{AD}=x$ cm라 하면 △ABC=△ABD+△ADC이고

∠BAD=∠DAC$=30^\circ$이므로

$\dfrac{1}{2}\times 10\times 8\times\sin 60^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times 10\times x\times\sin 30^\circ+\dfrac{1}{2}\times x\times 8\times\sin 30^\circ$

$20\sqrt{3}=\dfrac{5}{2}x+2x,\ \dfrac{9}{2}x=20\sqrt{3}$

$\therefore\ x=\dfrac{40\sqrt{3}}{9}(\text{cm})$

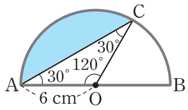
17 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 12\times 9\times \sin(180^\circ-150^\circ)=27(\text{cm}^2)$

18 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 10\times \overline{AC}\times \sin(180^\circ-135^\circ)=15\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

$\frac{5\sqrt{2}}{2}\overline{AC}=15\sqrt{2}$

$\therefore \overline{AC}=6(\text{cm})$

19 $\overline{OA}=\overline{OC}$에서



$\angle OCA=\angle OAC=30^\circ$이므로

$\angle AOC=180^\circ-(30^\circ+30^\circ)=120^\circ$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$=$(부채꼴 AOC의 넓이)$-\triangle AOC$

$=\pi\times 6^2\times\frac{120}{360}-\frac{1}{2}\times 6\times 6\times \sin(180^\circ-120^\circ)$

$=12\pi-9\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

20 $\overline{AC}$를 그으면

$\square ABCD$

$=\triangle ABC+\triangle ACD$

$=\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times 2\times \sin(180^\circ-135^\circ)+\frac{1}{2}\times 3\sqrt{2}\times 4\times \sin 45^\circ$

$=1+6=7(\text{cm}^2)$

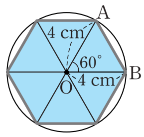
21 $\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=6\tan 60^\circ=6\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore \square ABCD=\triangle ABC+\triangle ACD$

$=\frac{1}{2}\times 6\times 6\sqrt{3}+\frac{1}{2}\times 6\sqrt{3}\times 10\times \sin 30^\circ$

$=18\sqrt{3}+15\sqrt{3}=33\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

22 오른쪽 그림과 같이 정육각형은 6개의 합동인 삼각형으로 나누어지고



$\angle AOB=\frac{360^\circ}{6}=60^\circ$이므로

(정육각형의 넓이)

$=6\times\left(\frac{1}{2}\times 4\times 4\times \sin 60^\circ\right)=24\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

23 $\overline{BM}=\overline{BN}=\sqrt{4^2+2^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}(\text{cm})$

$\triangle MBN=\square ABCD-\triangle ABM-\triangle BCN-\triangle MND$에서

$\frac{1}{2}\times 2\sqrt{5}\times 2\sqrt{5}\times \sin x$

$=4\times 4-\frac{1}{2}\times 4\times 2-\frac{1}{2}\times 4\times 2-\frac{1}{2}\times 2\times 2$

$10\sin x=6$

$\therefore \sin x=\frac{3}{5}$

24 $\square ABCD=4\times 6\times \sin 45^\circ=12\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

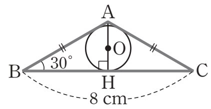
25 $\triangle DBM=\frac{1}{4}\square ABCD=\frac{1}{4}\times\{8\times 10\times \sin(180^\circ-120^\circ)\}$

$=10\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

26 $\square ABCD=\frac{1}{2}\times 10\times 12\times \sin 60^\circ=30\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

100점 따라잡기

27 $\overline{BH}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 8=4(\text{cm})$



$\triangle ABH$에서

$\overline{AH}=4\tan 30^\circ=\frac{4\sqrt{3}}{3}(\text{cm})$

$\overline{AB}=\frac{4}{\cos 30^\circ}=4\times\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{8\sqrt{3}}{3}(\text{cm})$

내접원 O의 반지름의 길이를 x cm라 하면

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times x\times(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AH}$

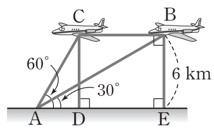
에서

$\frac{1}{2}\times x\times\left(\frac{8\sqrt{3}}{3}+8+\frac{8\sqrt{3}}{3}\right)=\frac{1}{2}\times 8\times\frac{4\sqrt{3}}{3}$

$\frac{4(2\sqrt{3}+3)}{3}x=\frac{16\sqrt{3}}{3}$

$\therefore x=4(2-\sqrt{3})(\text{cm})$

28 민수의 위치를 A, 비행기의 처음 위치를 B, 10초 후의 위치를 C로 놓고 주어진 상황을 그림으로 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



$\triangle AEB$에서

$\overline{AE}=\frac{6}{\tan 30^\circ}=6\times\frac{3}{\sqrt{3}}=6\sqrt{3}(\text{km})$

$\triangle ADC$에서

$\overline{AD}=\frac{6}{\tan 60^\circ}=6\times\frac{1}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}(\text{km})$

$\therefore \overline{BC}=\overline{DE}=\overline{AE}-\overline{AD}=6\sqrt{3}-2\sqrt{3}=4\sqrt{3}(\text{km})$

따라서 비행기의 평균 속력은

$4\sqrt{3}\div 10=\frac{2\sqrt{3}}{5}(\text{km/s})$

29 $\overline{AC}/\!/\overline{DE}$이므로 $\triangle ACD=\triangle ACE$

$\therefore \square ABCD=\triangle ABC+\triangle ACD$

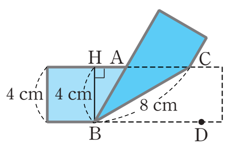
$=\triangle ABC+\triangle ACE$

$=\triangle ABE$

$=\frac{1}{2}\times 12\times(9+5)\times \sin 60^\circ$

$=42\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

30 $\overline{BH}=4$ cm이므로 $\triangle BCH$에서



$\sin(\angle BCH)=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

$\therefore \angle BCH=30^\circ$

$\therefore \angle ABC=\angle CBD$(접은 각)

$=\angle ACB$(엇각)$=30^\circ$

$\therefore \angle BAH=30^\circ+30^\circ=60^\circ$

$\triangle AHB$에서 $\overline{AB}=\frac{4}{\sin 60^\circ}=4\times\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{8\sqrt{3}}{3}(\text{cm})$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times\frac{8\sqrt{3}}{3}\times 8\times \sin 30^\circ=\frac{16\sqrt{3}}{3}(\text{cm}^2)$

유형별 서술형 문제 074~075p

1 (1) $\sqrt{3}$ cm (2) 3 cm (3) $12\sqrt{3}$ cm^3
2 (1) $\overline{AH}=2\sqrt{3}$ cm, $\overline{BH}=6$ cm (2) 4 cm (3) $2\sqrt{7}$ cm
3 7 m **3-1** 3.6 m **4** $3\sqrt{3}$ cm
4-1 $4(3+\sqrt{3})$ cm **5** 11 cm
5-1 $4\sqrt{2}$ cm **6** $\frac{18}{5}$ cm **6-1** $\frac{8}{3}$ cm
7 기본 $48\sqrt{3}$ cm^2 발전 $85\sqrt{3}$ cm^2 심화 $\frac{3}{5}$

1 (1) $\triangle$HCG에서
$\overline{CG}=2\sqrt{3}\cos 60^\circ=\sqrt{3}$(cm)
(2) $\triangle$HCG에서
$\overline{GH}=2\sqrt{3}\sin 60^\circ=3$(cm)
(3) (직육면체의 부피)$=4\times3\times\sqrt{3}=12\sqrt{3}$(cm^3)

2 (1) $\triangle$ABH에서
$\overline{AH}=4\sqrt{3}\sin 30^\circ=2\sqrt{3}$(cm),
$\overline{BH}=4\sqrt{3}\cos 30^\circ=6$(cm)
(2) $\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=10-6=4$(cm)
(3) $\triangle$AHC에서
$\overline{AC}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+4^2}=\sqrt{28}=2\sqrt{7}$(cm)

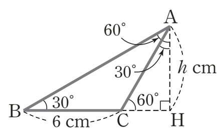
3 $\triangle$ABC에서
$\overline{BC}=6\tan 42^\circ=6\times0.9=5.4$(m) …… ①
$\therefore \overline{BD}=\overline{CD}+\overline{BC}=1.6+5.4=7$(m) …… ②

단계	채점 요소	배점
①	$\overline{BC}$의 길이 구하기	5점
②	탑의 높이 구하기	3점

3-1 $\triangle$ABC에서
$\overline{BC}=5\tan 20^\circ=5\times0.36=1.8$(m) …… ①
$\therefore \overline{BD}=\overline{CD}+\overline{BC}=1.8+1.8=3.6$(m) …… ②

단계	채점 요소	배점
①	$\overline{BC}$의 길이 구하기	5점
②	나무의 높이 구하기	3점

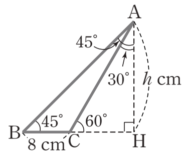
4 $\overline{AH}=h$ cm라 하면



$\triangle$ABH에서 $\angle$BAH$=60^\circ$이므로
$\overline{BH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h$(cm) …… ①
$\triangle$ACH에서 $\angle$CAH$=30^\circ$이므로
$\overline{CH}=h\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}h$(cm) …… ②
$\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로 $6=\sqrt{3}h-\frac{\sqrt{3}}{3}h$
$\frac{2\sqrt{3}}{3}h=6$ $\therefore h=3\sqrt{3}$(cm) …… ③

단계	채점 요소	배점
①	$\overline{BH}$의 길이를 h에 대한 식으로 나타내기	2점
②	$\overline{CH}$의 길이를 h에 대한 식으로 나타내기	2점
③	$\overline{AH}$의 길이 구하기	4점

4-1 $\overline{AH}=h$ cm라 하면



$\triangle$ABH에서 $\angle$BAH$=45^\circ$이므로
$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h$(cm) …… ①
$\triangle$ACH에서 $\angle$CAH$=30^\circ$이므로
$\overline{CH}=h\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}h$(cm) …… ②
$\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로 $8=h-\frac{\sqrt{3}}{3}h$
$\frac{3-\sqrt{3}}{3}h=8$
$\therefore h=4(3+\sqrt{3})$(cm) …… ③

단계	채점 요소	배점
①	$\overline{BH}$의 길이를 h에 대한 식으로 나타내기	2점
②	$\overline{CH}$의 길이를 h에 대한 식으로 나타내기	2점
③	$\overline{AH}$의 길이 구하기	4점

5 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times8\times\overline{BC}\times\sin 60^\circ=22\sqrt{3}$(cm^2)에서 …… ①
$2\sqrt{3}\,\overline{BC}=22\sqrt{3}$
$\therefore \overline{BC}=11$(cm) …… ②

단계	채점 요소	배점
①	$\triangle$ABC의 넓이를 이용하여 식 세우기	4점
②	$\overline{BC}$의 길이 구하기	4점

5-1 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\times\overline{BC}\times\sin 45^\circ=12$(cm^2)에서 …… ①
$\frac{3\sqrt{2}}{2}\overline{BC}=12$
$\therefore \overline{BC}=4\sqrt{2}$(cm) …… ②

단계	채점 요소	배점
①	$\triangle$ABC의 넓이를 이용하여 식 세우기	4점
②	$\overline{BC}$의 길이 구하기	4점

6 $\overline{AD}=x$ cm라 하면 $\triangle ABC=\triangle ABD+\triangle ADC$에서
$\frac{1}{2}\times6\times9\times\sin(180^\circ-120^\circ)$
$=\frac{1}{2}\times6\times x\times\sin 60^\circ+\frac{1}{2}\times x\times9\times\sin 60^\circ$ …… ①
$\frac{27\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}x+\frac{9\sqrt{3}}{4}x$, $\frac{15\sqrt{3}}{4}x=\frac{27\sqrt{3}}{2}$
$\therefore x=\frac{18}{5}$(cm) …… ②

단계	채점 요소	배점
①	$\triangle$ABC의 넓이를 이용하여 식 세우기	4점
②	$\overline{AD}$의 길이 구하기	4점

6-1 $\overline{AD}=x$ cm라 하면 $\triangle ABC=\triangle ABD+\triangle ADC$에서
$\frac{1}{2}\times4\times8\times\sin(180^\circ-120^\circ)$
$=\frac{1}{2}\times4\times x\times\sin 60^\circ+\frac{1}{2}\times x\times8\times\sin 60^\circ$ …… ①
$8\sqrt{3}=\sqrt{3}x+2\sqrt{3}x$, $3\sqrt{3}x=8\sqrt{3}$
$\therefore x=\frac{8}{3}$(cm) …… ②

단계	채점 요소	배점
①	$\triangle$ABC의 넓이를 이용하여 식 세우기	4점
②	$\overline{AD}$의 길이 구하기	4점

7 기본 $\overline{AC}$를 그으면

$\square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD$

$= \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 4\sqrt{3} \times \sin(180^\circ - 120^\circ)$

$+ \frac{1}{2} \times 12 \times 12 \times \sin 60^\circ$ …… ①

$= 12\sqrt{3} + 36\sqrt{3} = 48\sqrt{3}(cm^2)$ …… ②

단계	채점 요소	배점
①	식 세우기	3점
②	$\square$ABCD의 넓이 구하기	2점

발전 $\triangle ABC$에서

$\overline{AC} = 10\tan 60^\circ = 10\sqrt{3}(cm)$ …… ①

$\therefore \square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD$

$= \frac{1}{2} \times 10 \times 10\sqrt{3} + \frac{1}{2} \times 10\sqrt{3} \times 14 \times \sin 30^\circ$

$= 50\sqrt{3} + 35\sqrt{3}$

$= 85\sqrt{3}(cm^2)$ …… ②

단계	채점 요소	배점
①	$\overline{AC}$의 길이 구하기	3점
②	$\square$ABCD의 넓이 구하기	5점

심화 $\overline{DM} = \overline{DN} = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}(cm)$ …… ①

$\triangle DMN = \square ABCD - \triangle AMD - \triangle MBN - \triangle DNC$에서

$\frac{1}{2} \times 3\sqrt{5} \times 3\sqrt{5} \times \sin x$

$= 6 \times 6 - \frac{1}{2} \times 6 \times 3 - \frac{1}{2} \times 3 \times 3 - \frac{1}{2} \times 6 \times 3$ …… ②

$\frac{45}{2}\sin x = \frac{27}{2}$

$\therefore \sin x = \frac{3}{5}$ …… ③

단계	채점 요소	배점
①	$\overline{DM}$, $\overline{DN}$의 길이 구하기	3점
②	$\triangle$DMN의 넓이를 이용하여 식 세우기	4점
③	$\sin x$의 값 구하기	3점

중단원 알찬 예상 문제 076~077p

1 ⑤ **2** ③ **3** ③ **4** ④ **5** ③ **6** ②
7 ③ **8** ⑤ **9** ① **10** ③ **11** ②

주관식 문제

12 $3(\sqrt{3}-1)$ cm **13** 15 cm

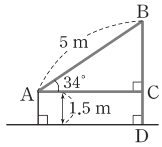
14 $200(\tan 59^\circ - \tan 50^\circ)$m, $200\left(\frac{1}{\tan 31^\circ} - \frac{1}{\tan 40^\circ}\right)$m

1 $\triangle AHB$에서

$\overline{AH} = 6\sin 60^\circ = 3\sqrt{3}(cm)$, $\overline{BH} = 6\cos 60^\circ = 3(cm)$

$\therefore$ (원뿔의 부피)$= \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}\pi(cm^3)$

2 오른쪽 그림의 $\triangle ABC$에서

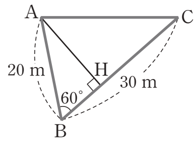


$\overline{BC} = 5\sin 34^\circ = 5 \times 0.56 = 2.8(m)$

따라서 지면에서 연까지의 높이는

$\overline{BD} = \overline{BC} + \overline{CD} = 2.8 + 1.5 = 4.3(m)$

3 $\triangle ABH$에서



$\overline{AH} = 20\sin 60^\circ = 10\sqrt{3}(m)$

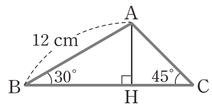
$\overline{BH} = 20\cos 60^\circ = 10(m)$

따라서 $\overline{CH} = 30 - 10 = 20(m)$이므로

$\triangle AHC$에서

$\overline{AC} = \sqrt{(10\sqrt{3})^2 + 20^2} = \sqrt{700} = 10\sqrt{7}(m)$

4 $\triangle ABH$에서

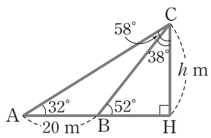


$\overline{AH} = 12\sin 30^\circ = 6(cm)$

$\triangle AHC$에서

$\overline{AC} = \frac{6}{\sin 45^\circ} = 6 \times \frac{2}{\sqrt{2}} = 6\sqrt{2}(cm)$

5 $\overline{CH} = h$ m라 하면



$\triangle ACH$에서 $\angle ACH = 58^\circ$이므로

$\overline{AH} = h\tan 58^\circ(m)$

$\triangle BCH$에서 $\angle BCH = 38^\circ$이므로

$\overline{BH} = h\tan 38^\circ(m)$

$\overline{AB} = \overline{AH} - \overline{BH}$에서 $20 = h\tan 58^\circ - h\tan 38^\circ$

$(\tan 58^\circ - \tan 38^\circ)h = 20$

$\therefore h = \frac{20}{\tan 58^\circ - \tan 38^\circ}(m)$

6 $\overline{AD} = x$ cm라 하면 $\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle ADC$이고

$\angle BAD = \angle DAC = 30^\circ$이므로

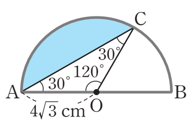
$\frac{1}{2} \times 5 \times 4 \times \sin 60^\circ$

$= \frac{1}{2} \times 5 \times x \times \sin 30^\circ + \frac{1}{2} \times x \times 4 \times \sin 30^\circ$

$5\sqrt{3} = \frac{5}{4}x + x$, $\frac{9}{4}x = 5\sqrt{3}$

$\therefore x = \frac{20\sqrt{3}}{9}(cm)$

7 $\overline{OA} = \overline{OC}$에서



$\angle OCA = \angle OAC = 30^\circ$이므로

$\angle AOC = 180^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 120^\circ$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$=$(부채꼴 AOC의 넓이)$- \triangle AOC$

$= \pi \times (4\sqrt{3})^2 \times \frac{120}{360} - \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 4\sqrt{3} \times \sin(180^\circ - 120^\circ)$

$= 16\pi - 12\sqrt{3}(cm^2)$

8 $\overline{AC}$를 그으면

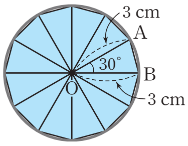
$\square ABCD$

$= \triangle ABC + \triangle ACD$

$= \frac{1}{2} \times 6\sqrt{2} \times 8 \times \sin 45^\circ + \frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{2} \times \sin(180^\circ - 135^\circ)$

$= 24 + 4 = 28(cm^2)$

9 오른쪽 그림과 같이 정십이각형은 12개의 합동인 삼각형으로 나누어지고



$\angle AOB=\frac{360^\circ}{12}=30^\circ$이므로

(정십이각형의 넓이)

$=12\times\left(\frac{1}{2}\times3\times3\times\sin 30^\circ\right)=27(\text{cm}^2)$

10 마름모 ABCD의 한 변의 길이를 a cm라 하면

$\square ABCD=a\times a\times\sin 45^\circ=18\sqrt{2}(\text{cm}^2)$이므로

$\frac{\sqrt{2}}{2}a^2=18\sqrt{2},\ a^2=36$

$\therefore a=6(\text{cm})\ (\because a>0)$

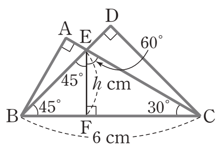
$\therefore$ (마름모 ABCD의 둘레의 길이)$=4\times6=24(\text{cm})$

11 $\square ABCD=\frac{1}{2}\times6\times8\times\sin 45^\circ$

$=12\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

주관식 문제

12 $\overline{EF}=h$ cm라 하면



$\triangle EBF$에서 $\angle BEF=45^\circ$이므로

$\overline{BF}=h\tan 45^\circ=h(\text{cm})$

$\triangle EFC$에서 $\angle CEF=60^\circ$이므로

$\overline{CF}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h(\text{cm})$

$\overline{BC}=\overline{BF}+\overline{CF}$이므로 $6=h+\sqrt{3}h$

$(\sqrt{3}+1)h=6 \quad \therefore h=3(\sqrt{3}-1)(\text{cm})$

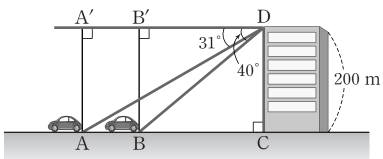
13 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times12\times\overline{BC}\times\sin 60^\circ=45\sqrt{3}(\text{cm}^2)$에서 …… ①

$3\sqrt{3}\,\overline{BC}=45\sqrt{3}$

$\therefore \overline{BC}=15(\text{cm})$ …… ②

단계	채점 요소	배점
①	$\triangle ABC$의 넓이를 이용하여 식 세우기	50%
②	$\overline{BC}$의 길이 구하기	50%

14 예시 답안



(i) $\angle ADC=90^\circ-31^\circ=59^\circ$이므로

$\triangle DAC$에서 $\overline{AC}=200\tan 59^\circ(\text{m})$

$\angle BDC=90^\circ-40^\circ=50^\circ$이므로

$\triangle DBC$에서 $\overline{BC}=200\tan 50^\circ(\text{m})$

$\therefore \overline{AB}=\overline{AC}-\overline{BC}=200\tan 59^\circ-200\tan 50^\circ$

$=200(\tan 59^\circ-\tan 50^\circ)(\text{m})$

(ii) $\angle ADA'=31^\circ$이므로

$\triangle ADA'$에서 $\overline{AC}=\overline{A'D}=\frac{200}{\tan 31^\circ}(\text{m})$

$\angle BDB'=40^\circ$이므로

$\triangle BDB'$에서 $\overline{BC}=\overline{B'D}=\frac{200}{\tan 40^\circ}(\text{m})$

$\therefore \overline{AB}=\overline{AC}-\overline{BC}=\frac{200}{\tan 31^\circ}-\frac{200}{\tan 40^\circ}$

$=200\left(\frac{1}{\tan 31^\circ}-\frac{1}{\tan 40^\circ}\right)(\text{m})$

중단원 10분 마무리 078~079P

1 33.5 m **2** $20(\sqrt{3}+1)$ m **3** 50초 **4** ⑤ **5** 12 cm
6 $12\sqrt{3}$ cm^2

1 $\overline{AC}=50\tan 34^\circ=50\times0.67=33.5(\text{m})$

2 $\triangle ADC$에서 $\overline{CD}=20\tan 45^\circ=20(\text{m})$

$\triangle ABD$에서 $\overline{BD}=20\tan 60^\circ=20\sqrt{3}(\text{m})$

$\therefore \overline{BC}=\overline{CD}+\overline{BD}=20+20\sqrt{3}=20(\sqrt{3}+1)(\text{m})$

3 $\angle ABC=33^\circ$(엇각)이므로 $\triangle ABC$에서

$\overline{BC}=\frac{1950}{\tan 33^\circ}=\frac{1950}{0.65}=3000(\text{m})$

따라서 이 비행기가 착륙하는 데 걸리는 시간은

$3000\div60=50$(초)

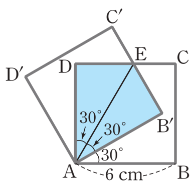
4 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\sqrt{3}\times10\times\sin(180^\circ-120^\circ)=45(\text{cm}^2)$

5 $\triangle ABC=3\triangle GBC=3\times8\sqrt{2}=24\sqrt{2}(\text{cm}^2)$에서

$\frac{1}{2}\times8\times\overline{AC}\times\sin 45^\circ=24\sqrt{2}$

$2\sqrt{2}\,\overline{AC}=24\sqrt{2} \quad \therefore \overline{AC}=12(\text{cm})$

6 $\overline{AE}$를 그으면



$\triangle ADE$와 $\triangle AB'E$에서

$\angle ADE=\angle AB'E=90^\circ$,

$\overline{AE}$는 공통,

$\overline{AD}=\overline{AB'}$이므로

$\triangle ADE\equiv\triangle AB'E$ (RHS 합동)

$\therefore \angle EAD=\angle EAB'=\frac{1}{2}\times(90^\circ-\angle B'AB)$

$=\frac{1}{2}\times(90^\circ-30^\circ)=30^\circ$

$\triangle AB'E$에서 $\overline{EB'}=6\tan 30^\circ=2\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore \square AB'ED=\triangle ADE+\triangle AB'E=2\triangle AB'E$

$=2\times\left(\frac{1}{2}\times6\times2\sqrt{3}\right)=12\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

정답과 해설 부록

단원별 모의고사

Ⅳ. 통계

082~083P

1 ①	**2** ⑤	**3** ④	**4** ②, ③	**5** ⑤	**6** ①
7 ②	**8** ④	**9** ⑤	**10** ⑤		

주관식 문제

11 172　**12** 63　**13** $\sqrt{10.8}$명　**14** 9

1 $(\text{평균})=\dfrac{9+4+8+2+9+1+8+6+4+9}{10}=\dfrac{60}{10}=6$
자료를 작은 값에서부터 크기순으로 나열하면 1, 2, 4, 4, 6, 8, 8, 9, 9, 9이므로 $(\text{중앙값})=\dfrac{6+8}{2}=7$, (최빈값)$=9$
따라서 $a=6$, $b=7$, $c=9$이므로 $a+b-c=4$

2 3, 6, a의 중앙값이 6이므로 $a\ge 6$　…… ㉠
9, 10, a의 중앙값이 9이므로 $a\le 9$　…… ㉡
따라서 ㉠, ㉡에서 $6\le a\le 9$

3 $\dfrac{-5+7+(-2)+a+4+b+0}{7}=0$　$\therefore a+b=-4$
a, b를 제외한 자료에서 0의 도수는 1이므로 a, b 중 적어도 하나는 0이어야 한다.
이때, $a>b$이므로 $a=0$, $b=-4$　$\therefore a-b=4$

4 ② 중앙값은 자료의 값 중에 없을 수도 있다.
③ 편차는 변량에서 평균을 뺀 값이다.

5 편차의 합은 항상 0이므로
$1+x+(-3)+1+(-4)+3=0$　$\therefore x=2$
$\therefore 20+2=22$(시간)

6 $(\text{평균})=\dfrac{2+5+3+1+3+4+0+6}{8}=\dfrac{24}{8}=3$(시간)이므로
$(\text{분산})=\dfrac{(-1)^2+2^2+0^2+(-2)^2+0^2+1^2+(-3)^2+3^2}{8}=3.5$

7 $(\text{평균})=\dfrac{10\times1+20\times5+30\times12+40\times7}{25}=\dfrac{750}{25}=30$(개)
$(\text{분산})=\dfrac{(-20)^2\times1+(-10)^2\times5+0^2\times12+10^2\times7}{25}=64$
$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{64}=8$(개)

8 $\dfrac{a+b+c+d}{4}=8$　$\therefore a+b+c+d=32$
$\dfrac{(a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2+(d-8)^2}{4}=5$
$\therefore (a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2+(d-8)^2=20$
$(\text{평균})=\dfrac{(3a+1)+(3b+1)+(3c+1)+(3d+1)}{4}$
$=\dfrac{3(a+b+c+d)+4}{4}=25$
(분산)
$=\dfrac{\{(3a+1)-25\}^2+\{(3b+1)-25\}^2+\{(3c+1)-25\}^2+\{(3d+1)-25\}^2}{4}$
$=\dfrac{9\{(a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2+(d-8)^2\}}{4}=45$
따라서 구하는 평균과 분산의 합은 $25+45=70$

9 ① 성적이 평균적으로 가장 우수한 반은 5반이다.
②, ③, ④ 알 수 없다.
⑤ 2반의 표준편차가 3반의 표준편차보다 작으므로 2반 성적이 3반 성적보다 더 고르다.

10 각 자료에 대한 평균은 모두 3이므로 표준편차가 가장 큰 자료는 평균을 중심으로 변량의 흩어진 정도가 가장 큰 ⑤이다.

주관식 문제

11 작은 값에서부터 크기순으로 나열할 때, 25번째와 26번째 자료는 86 cm 이상 90 cm 미만인 계급에 속하므로 $a=88$
또, 도수가 가장 큰 계급은 82 cm 이상 86 cm 미만이므로
$b=84$　$\therefore a+b=172$

12 $\dfrac{10+11+a+b+13}{5}=10$　$\therefore a+b=16$
$\dfrac{0^2+1^2+(a-10)^2+(b-10)^2+3^2}{5}=2^2$
$(a-10)^2+(b-10)^2+10=20$
$\therefore a^2+b^2=20(a+b)-190=20\times16-190=130$
이때, $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$이므로
$16^2=130+2ab$　$\therefore ab=63$

13 편차의 합은 항상 0이므로
$4+x+(-2)+0+3=0$　$\therefore x=-5$　…… ①
$(\text{분산})=\dfrac{4^2+(-5)^2+(-2)^2+0^2+3^2}{5}=10.8$　…… ②
$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{10.8}$(명)　…… ③

단계	채점 요소	배점
①	x의 값 구하기	4점
②	분산 구하기	4점
③	표준편차 구하기	2점

14 $9+11=20$이고 $12+8=20$으로 같으므로 실제 평균도 12이다. 제대로 측정한 4개 자료의 (편차)^{2}의 총합을 a라 하면 잘못 측정한 결과의 분산이 10이므로
$\dfrac{a+(12-12)^2+(8-12)^2}{6}=10$　$\therefore a=44$　…… ①
$\therefore$ (자료의 실제 분산)$=\dfrac{44+(9-12)^2+(11-12)^2}{6}$
$=\dfrac{54}{6}=9$　…… ②

단계	채점 요소	배점
①	제대로 측정한 4개 자료의 (편차)^{2}의 총합 구하기	7점
②	자료의 실제 분산 구하기	3점

V. 피타고라스 정리

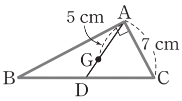
084~086P

1 ②	2 ③	3 ⑤	4 ①	5 ③	6 ①, ⑤
7 ②	8 ②	9 ⑤	10 ①	11 ①	12 ⑤
13 ②	14 ②	15 ①	16 ②	17 ③	18 ③

주관식 문제

19 20 cm^2 20 10 21 15 22 $2\sqrt{3}\text{ cm}$

1 $\overline{BC}$의 중점을 D라 하면



$\overline{AG}:\overline{AD}=2:3$이므로 $\overline{AD}=\frac{15}{2}\text{ cm}$

점 D는 직각삼각형 ABC의 외심이므로

$\overline{BD}=\overline{CD}=\overline{AD}=\frac{15}{2}\text{ cm}$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\sqrt{\left(\frac{15}{2}+\frac{15}{2}\right)^2-7^2}=4\sqrt{11}(\text{cm})$

2 $\triangle ABD$에서 $\overline{AB}=\sqrt{10^2-6^2}=8(\text{cm})$ $\quad\therefore x=8$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{(6+9)^2+8^2}=17(\text{cm})$ $\quad\therefore y=17$

$\therefore x+y=25$

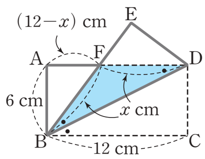
3 $\overline{AC}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}(\text{cm})$, $\overline{AD}=\sqrt{(\sqrt{5})^2+1^2}=\sqrt{6}(\text{cm})$

$\overline{AE}=\sqrt{(\sqrt{6})^2+1^2}=\sqrt{7}(\text{cm})$

$\overline{AF}=\sqrt{(\sqrt{7})^2+1^2}=2\sqrt{2}(\text{cm})$

$\therefore \overline{AG}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+1^2}=3(\text{cm})$

4 $\overline{BF}=\overline{DF}=x\text{ cm}$라 하면



$\overline{AF}=(12-x)\text{cm}$

$\triangle ABF$에서 $(12-x)^2+6^2=x^2$

$24x=180$ $\quad\therefore x=\frac{15}{2}(\text{cm})$

$\therefore \triangle FBD=\frac{1}{2}\times\overline{DF}\times\overline{AB}=\frac{1}{2}\times\frac{15}{2}\times6=\frac{45}{2}(\text{cm}^2)$

5 $\overline{AB}^2+25=45$에서 $\overline{AB}^2=20$

$\therefore \overline{AB}=2\sqrt{5}(\text{cm})\ (\because \overline{AB}>0)$

6 ① $1^2+2^2=(\sqrt{5})^2$ ② $5^2+11^2\neq12^2$ ③ $3^2+4^2\neq6^2$

④ $6^2+9^2\neq13^2$ ⑤ $(\sqrt{14})^2+(3\sqrt{2})^2=(4\sqrt{2})^2$

7 $(3\sqrt{10})^2+13^2=(\sqrt{34})^2+\overline{BC}^2$, $\overline{BC}^2=225$

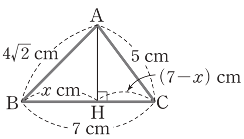
$\therefore \overline{BC}=15(\text{cm})\ (\because \overline{BC}>0)$

8 (대각선의 길이)$=\sqrt{6^2+(2\sqrt{3})^2}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

9 $\overline{AD}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times8=4\sqrt{3}(\text{cm})$, $\overline{AF}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times4\sqrt{3}=6(\text{cm})$

$\therefore \triangle AFG=\frac{\sqrt{3}}{4}\times6^2=9\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

10 $\overline{BH}=x\text{ cm}$라 하면



$\overline{CH}=(7-x)\text{cm}$

$\overline{AH}^2=(4\sqrt{2})^2-x^2=5^2-(7-x)^2$

$14x=56$ $\quad\therefore x=4(\text{cm})$

따라서 $\overline{AH}=\sqrt{(4\sqrt{2})^2-4^2}=4(\text{cm})$이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times7\times4=14(\text{cm}^2)$

11 $\triangle ABD$에서 $\overline{AD}:3\sqrt{6}=1:\sqrt{2}$ $\quad\therefore \overline{AD}=3\sqrt{3}(\text{cm})$

$\triangle ACD$에서 $\overline{AC}:3\sqrt{3}=2:\sqrt{3}$ $\quad\therefore \overline{AC}=6(\text{cm})$

12 $\overline{AB}=\sqrt{(1-2)^2+(-2-5)^2}=5\sqrt{2}$

$\overline{BC}=\sqrt{(-2-1)^2+\{2-(-2)\}^2}=5$

$\overline{AC}=\sqrt{(-2-2)^2+(2-5)^2}=5$

따라서 $\overline{BC}=\overline{AC}$이고 $\overline{AB}^2=\overline{BC}^2+\overline{AC}^2$이므로 $\triangle ABC$는 $\angle C=90°$인 직각이등변삼각형이다.

13 (대각선의 길이)$=\sqrt{2^2+4^2+5^2}=3\sqrt{5}(\text{cm})$

14 정육면체의 한 모서리의 길이를 x cm라 하면

$\sqrt{3}x=3$ $\quad\therefore x=\sqrt{3}(\text{cm})$

15 정삼각형 ABC에서 $\overline{CM}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times2=\sqrt{3}(\text{cm})$

점 H는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{HM}=\frac{1}{3}\overline{CM}=\frac{1}{3}\times\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}(\text{cm})$

$\overline{OH}=\frac{\sqrt{6}}{3}\times2=\frac{2\sqrt{6}}{3}(\text{cm})$

$\therefore \triangle OMH=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{3}\times\frac{2\sqrt{6}}{3}=\frac{\sqrt{2}}{3}(\text{cm}^2)$

16 $\overline{AC}=\sqrt{2}\times4\sqrt{2}=8(\text{cm})$이므로

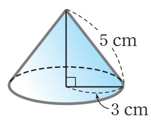
$\overline{CH}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times8=4(\text{cm})$

$\triangle OCH$에서 $\overline{OH}=\sqrt{5^2-4^2}=3(\text{cm})$

$\therefore$ (부피)$=\frac{1}{3}\times(4\sqrt{2})^2\times3=32(\text{cm}^3)$

17 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi\times5\times\frac{216}{360}=2\pi r$ $\quad\therefore r=3(\text{cm})$

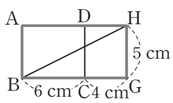


주어진 부채꼴을 옆면으로 하는 원뿔은 오른쪽 그림과 같으므로

(높이)$=\sqrt{5^2-3^2}=4(\text{cm})$

$\therefore$ (부피)$=\frac{1}{3}\times(\pi\times3^2)\times4=12\pi(\text{cm}^3)$

18 선이 지나는 부분의 전개도는 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 최단 거리는



$\overline{BH}=\sqrt{(6+4)^2+5^2}=5\sqrt{5}(\text{cm})$

주관식 문제

19 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\sqrt{10^2-(2\sqrt{5})^2}=4\sqrt{5}(\text{cm})$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=\triangle ABC$

$=\frac{1}{2}\times4\sqrt{5}\times2\sqrt{5}=20(\text{cm}^2)$

20 $\overline{AB}=\sqrt{\{-4-(-2)\}^2+(a-5)^2}=2\sqrt{10}$이므로
$a^2-10a+29=40,\ a^2-10a-11=0$
$(a+1)(a-11)=0 \qquad \therefore a=-1$ 또는 $a=11$
따라서 모든 a의 값의 합은 $-1+11=10$

21 $x+2$가 가장 긴 변의 길이이므로
$(x-7)+x>x+2 \qquad \therefore x>9$ …… ①
이 삼각형이 직각삼각형이 되려면
$(x-7)^2+x^2=(x+2)^2$ …… ②
$x^2-18x+45=0,\ (x-3)(x-15)=0$
$\therefore x=15(\because x>9)$ …… ③

단계	채점 요소	배점
①	삼각형의 세 변의 길이 사이의 관계를 이용하여 x의 값의 범위 구하기	2점
②	직각삼각형이 되기 위한 조건을 이용하여 식 세우기	3점
③	x의 값 구하기	2점

22 $\overline{AF}=\overline{FC}=\overline{CA}=6\sqrt{2}$ cm이므로 △AFC는 정삼각형이다.
$\therefore \triangle AFC=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times(6\sqrt{2})^2=18\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ …… ①
(삼각뿔 B−AFC의 부피)=(삼각뿔 A−BFC의 부피)이므로
$\dfrac{1}{3}\times18\sqrt{3}\times\overline{BI}=\dfrac{1}{3}\times\left(\dfrac{1}{2}\times6\times6\right)\times6$
$6\sqrt{3}\times\overline{BI}=36 \qquad \therefore \overline{BI}=2\sqrt{3}(\text{cm})$ …… ②

단계	채점 요소	배점
①	△AFC의 넓이 구하기	3점
②	$\overline{BI}$의 길이 구하기	4점

Ⅵ. 삼각비

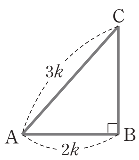
087~089 P

1 ②	**2** ⑤	**3** ③	**4** ③	**5** ②, ④	**6** ⑤
7 ⑤	**8** ③	**9** ③	**10** ③	**11** ②	**12** ⑤
13 ⑤	**14** ③	**15** ②	**16** ③	**17** ④	**18** ②

주관식 문제

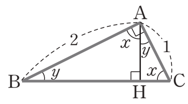
19 $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ **20** $4(\sqrt{3}+3)$ m **21** $2-\sqrt{3}$ **22** $2(4\pi-3\sqrt{3})\text{cm}^2$

1 $\overline{AC}=\sqrt{7^2-6^2}=\sqrt{13}$
① $\sin A=\dfrac{6}{7}$ ③ $\tan A=\dfrac{6}{\sqrt{13}}=\dfrac{6\sqrt{13}}{13}$
④ $\sin B=\dfrac{\sqrt{13}}{7}$ ⑤ $\cos B=\dfrac{6}{7}$

2 오른쪽 그림에서


$\overline{BC}=\sqrt{(3k)^2-(2k)^2}=\sqrt{5}k(k>0)$
$\sin A=\dfrac{\sqrt{5}k}{3k}=\dfrac{\sqrt{5}}{3},\ \tan A=\dfrac{\sqrt{5}k}{2k}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$
$\therefore \tan A-\sin A=\dfrac{\sqrt{5}}{2}-\dfrac{\sqrt{5}}{3}=\dfrac{\sqrt{5}}{6}$

3 $2x-3y+6=0$에서 $y=\dfrac{2}{3}x+2 \qquad \therefore \tan a=\dfrac{2}{3}$

4 △ABC에서 $\overline{BC}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$


$\tan x=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\dfrac{2}{1}=2$
$\sin y=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\dfrac{1}{\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$
$\therefore \tan x\times\sin y=2\times\dfrac{\sqrt{5}}{5}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

5 ① $\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\sqrt{3}=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ② $\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=0$
③ $\dfrac{1}{2}\times0+\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}$ ④ $\dfrac{\sqrt{3}}{3}+1\times0=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$
⑤ $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}-1\right)\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}+1\right)=\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2-1^2=-\dfrac{1}{2}$

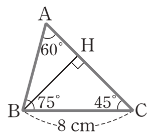
6 △ABC에서 $\tan 30°=\dfrac{3\sqrt{3}}{\overline{BC}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3} \qquad \therefore \overline{BC}=9$
△ADC에서 $\tan 45°=\dfrac{3\sqrt{3}}{\overline{CD}}=1 \qquad \therefore \overline{CD}=3\sqrt{3}$
$\therefore \overline{BD}=\overline{BC}-\overline{CD}=9-3\sqrt{3}=3(3-\sqrt{3})$

7 $\angle OAB=180°-(56°+90°)=34°$
① $\sin 56°=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=0.83$ ② $\cos 56°=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=0.56$
③ $\tan 56°=\dfrac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=1.48$ ④ $\sin 34°=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=0.56$

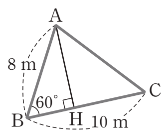
8 ① $\cos 0°=1$ ② $0<\sin 25°<1$ ③ $\tan 50°>1$
④ $0<\cos 75°<1$ ⑤ $\sin 90°=1$

9 $\tan 41°=\dfrac{x}{10}=0.8693 \qquad \therefore x=8.693$

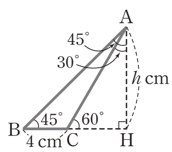
10 $\cos 32°=\dfrac{\overline{BC}}{9}$에서 $\overline{BC}=9\cos 32°$

11 $\angle A=180°-(75°+45°)=60°$


△BCH에서 $\overline{BH}=8\sin 45°=4\sqrt{2}(\text{cm})$
△ABH에서 $\overline{AB}=\dfrac{4\sqrt{2}}{\sin 60°}=\dfrac{8\sqrt{6}}{3}(\text{cm})$

12 △ABH에서 $\overline{AH}=8\sin 60°=4\sqrt{3}(\text{m})$,


$\overline{BH}=8\cos 60°=4(\text{m})$
따라서 $\overline{CH}=10-4=6(\text{m})$이므로
△ACH에서
$\overline{AC}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2+6^2}=2\sqrt{21}(\text{m})$

13 $\overline{BH}=h\tan 45°=h(\text{cm})$


$\overline{CH}=h\tan 30°=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h(\text{cm})$
$\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}=\dfrac{3-\sqrt{3}}{3}h=4(\text{cm})$
$\therefore h=2(3+\sqrt{3})(\text{cm})$

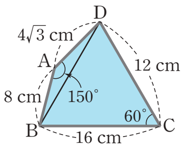
14 $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times12\times7\times\sin 60°=21\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

15 $\frac{1}{2}\times6\times8\times\sin60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times6\times\overline{AD}\times\sin30^\circ+\frac{1}{2}\times\overline{AD}\times8\times\sin30^\circ$

$12\sqrt{3}=\frac{3}{2}\overline{AD}+2\overline{AD}$ $\quad\therefore \overline{AD}=\frac{24\sqrt{3}}{7}\,(\text{cm})$

16 $\square ABCD$



$=\triangle ABD+\triangle BCD$

$=\frac{1}{2}\times8\times4\sqrt{3}\times\sin(180^\circ-150^\circ)$

$\quad+\frac{1}{2}\times16\times12\times\sin60^\circ$

$=8\sqrt{3}+48\sqrt{3}=56\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

17 $\overline{DM}=\overline{DN}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}\,(\text{cm})$

$\triangle DMN=\square ABCD-\triangle DAM-\triangle DCN-\triangle MBN$이므로

$\frac{1}{2}\times\sqrt{5}\times\sqrt{5}\times\sin x$

$=2\times2-\frac{1}{2}\times2\times1-\frac{1}{2}\times2\times1-\frac{1}{2}\times1\times1$

$\frac{5}{2}\sin x=\frac{3}{2}$ $\quad\therefore \sin x=\frac{3}{5}$

18 $\square ABCD=\frac{1}{2}\times10\times8\times\sin60^\circ=20\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

주관식 문제

19 $\overline{BH}=\sqrt{3}\times4=4\sqrt{3}$, $\overline{FH}=\sqrt{2}\times4=4\sqrt{2}$

$\triangle BFH$에서 $\cos x=\frac{\overline{FH}}{\overline{BH}}=\frac{4\sqrt{2}}{4\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$

20 $\triangle ADC$에서 $\overline{CD}=12\tan30^\circ=4\sqrt{3}\,(\text{m})$

$\triangle ABD$에서 $\overline{BD}=12\tan45^\circ=12\,(\text{m})$

$\therefore \overline{BC}=\overline{CD}+\overline{BD}=4\sqrt{3}+12=4(\sqrt{3}+3)\,(\text{m})$

21 $\triangle ABD$에서 $\angle BAD=30^\circ-15^\circ=15^\circ$이므로

$\overline{BD}=\overline{AD}=2$ ⋯⋯ ①

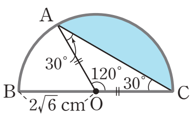
$\triangle ADC$에서 $\sin30^\circ=\frac{\overline{AC}}{2}=\frac{1}{2}$ $\quad\therefore \overline{AC}=1$

$\cos30^\circ=\frac{\overline{CD}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad\therefore \overline{CD}=\sqrt{3}$ ⋯⋯ ②

$\therefore \tan15^\circ=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{1}{2+\sqrt{3}}=2-\sqrt{3}$ ⋯⋯ ③

단계	채점 요소	배점
①	$\overline{BD}$의 길이 구하기	2점
②	$\overline{AC}$, $\overline{CD}$의 길이 각각 구하기	3점
③	$\tan15^\circ$의 값 구하기	2점

22 $\angle AOC=180^\circ-(30^\circ+30^\circ)$



$\quad=120^\circ$ ⋯⋯ ①

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$=$(부채꼴 AOC의 넓이)$-\triangle AOC$

$=\pi\times(2\sqrt{6})^2\times\frac{120}{360}$

$\quad-\frac{1}{2}\times2\sqrt{6}\times2\sqrt{6}\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=2(4\pi-3\sqrt{3})\,(\text{cm}^2)$ ⋯⋯ ②

단계	채점 요소	배점
①	$\angle AOC$의 크기 구하기	2점
②	색칠한 부분의 넓이 구하기	5점

실전 모의고사

1회

090~092P

1 ④	2 ①	3 ②	4 ③	5 ①	6 ⑤
7 ③	8 ②	9 ④	10 ⑤	11 ⑤	12 ③
13 ②	14 ③	15 ⑤	16 ③	17 ④	18 ④
19 ④	20 ②				

주관식 문제

21 87 **22** $\frac{32\sqrt{7}}{3}$ cm^3 **23** $\frac{4}{3}$ **24** 5 cm **25** 5.9 m

1 자료를 작은 값에서부터 크기순으로 나열하면

9, 9, 10, 10, 11, 12, 12, 15, 15, 15, 17, 19, 19, 25이므로

(중앙값)$=13.5$, (최빈값)$=15$

2 x를 제외한 자료에서 10회의 도수가 3이고 그 이외의 자료의 값의 도수는 모두 1이므로 최빈값은 10회이다.

$\therefore \frac{10+7+13+10+x+14+10}{7}=10$ $\quad\therefore x=6$

3 (평균)$=\frac{55\times1+65\times2+75\times5+85\times2}{10}=73$(점)

$\therefore$ (분산)$=\frac{(-18)^2\times1+(-8)^2\times2+2^2\times5+12^2\times2}{10}=76$

4 표준편차가 클수록 수면 시간이 불규칙적이다.

5 $x=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-3^2}=\sqrt{3}$

6 $\overline{BE}=\overline{BD}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}\,(\text{cm})$

$\overline{BG}=\overline{BF}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+2^2}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{BI}=\overline{BH}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+2^2}=4\,(\text{cm})$

7 삼각형의 세 변의 길이 사이의 관계에서 $5<a<9$ ⋯⋯ ㉠

예각삼각형이 되려면 $a^2<4^2+5^2$

$\therefore 0<a<\sqrt{41}$ $(\because a>0)$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡에서 $5<a<\sqrt{41}$

8 $\overline{BE}^2+\overline{CD}^2=\overline{DE}^2+\overline{BC}^2$이므로

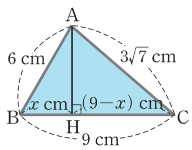
$10^2+8^2=\overline{DE}^2+12^2$, $\overline{DE}^2=20$

$\therefore \overline{DE}=2\sqrt{5}\,(\text{cm})$ $(\because \overline{DE}>0)$

9 (높이)$=\frac{\sqrt{3}}{2}\times4=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$

(넓이)$=\frac{\sqrt{3}}{4}\times4^2=4\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

10 $\overline{BH}=x$ cm라 하면 $\overline{CH}=(9-x)$ cm



$\overline{AH}^2=6^2-x^2=(3\sqrt{7})^2-(9-x)^2$

$18x=54$ $\quad\therefore x=3\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{AH}=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times9\times3\sqrt{3}=\frac{27\sqrt{3}}{2}\,(\text{cm}^2)$

11 $\overline{AB}=\sqrt{(2-4)^2+(-1-5)^2}=2\sqrt{10}$

12 $\overline{AF}=4\sqrt{2}$ cm, $\overline{DF}=4\sqrt{3}$ cm
$\triangle$AFD에서 $\overline{AD}\times\overline{AF}=\overline{DF}\times\overline{AI}$이므로
$4\times4\sqrt{2}=4\sqrt{3}\times\overline{AI}$ $\quad\therefore \overline{AI}=\frac{4\sqrt{6}}{3}$ (cm)

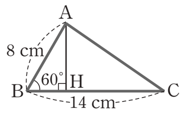
13 $\sin C=\frac{8}{17}$, $\cos C=\frac{15}{17}$이므로
$\sin C-\cos C=-\frac{7}{17}$

14 $\angle A=180^\circ\times\frac{1}{1+2+3}=30^\circ$이므로
$\cos A\div\tan A\times\sin A=\cos 30^\circ\div\tan 30^\circ\times\sin 30^\circ$
$=\frac{\sqrt{3}}{2}\div\frac{\sqrt{3}}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$

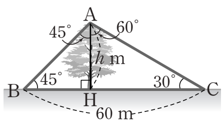
15 ⑤ $\tan y=\frac{\overline{OC}}{\overline{CD}}=\frac{1}{\overline{CD}}$

16 $\cos 15^\circ=0.9659$, $\tan 16^\circ=0.2867$이므로 $x=15^\circ$, $y=16^\circ$
$\therefore x+y=15^\circ+16^\circ=31^\circ$

17 $\overline{AH}=8\sin 60^\circ=4\sqrt{3}$(cm)
$\overline{BH}=8\cos 60^\circ=4$(cm)
$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=14-4=10$(cm)
$\triangle$ACH에서 $\overline{AC}=\sqrt{10^2+(4\sqrt{3})^2}=2\sqrt{37}$(cm)

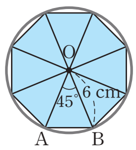


18 $\overline{AH}=h$ m라 하면
$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h$(m)
$\overline{CH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h$(m)
$60=h+\sqrt{3}h$
$\therefore h=30(\sqrt{3}-1)$(m)



19 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times12\times9\times\sin(180^\circ-135^\circ)=27\sqrt{2}$($\text{cm}^2$)

20 (정팔각형의 넓이)
$=8\triangle AOB=8\times\left(\frac{1}{2}\times6\times6\times\sin 45^\circ\right)$
$=72\sqrt{2}$(cm^2)

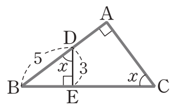


주관식 문제

21 $\frac{2+3+5+a+b}{5}=4$에서 $a+b+10=20$ $\quad\therefore a+b=10$
$\frac{(-2)^2+(-1)^2+1^2+(a-4)^2+(b-4)^2}{5}=9$에서
$(a-4)^2+(b-4)^2+6=45$
$\therefore a^2+b^2=8(a+b)+7=8\times10+7=87$

22 $\overline{CE}=4\sqrt{2}$ cm이므로 $\overline{CH}=\frac{1}{2}\overline{CE}=2\sqrt{2}$(cm)
$\triangle$AHC에서 $\overline{AH}=\sqrt{6^2-(2\sqrt{2})^2}=2\sqrt{7}$(cm)
$\therefore$ (부피)$=\frac{1}{3}\times(4\times4)\times2\sqrt{7}=\frac{32\sqrt{7}}{3}$($\text{cm}^3$)

23 $\triangle ABC\backsim\triangle EBD$(AA 닮음)이므로
$\angle BDE=\angle x$
$\triangle$BED에서 $\overline{BE}=\sqrt{5^2-3^2}=4$이므로
$\tan x=\frac{\overline{BE}}{\overline{DE}}=\frac{4}{3}$



24 $\overline{ED}=\overline{AD}=15$ cm이므로 $\triangle$DEC에서
$\overline{CE}=\sqrt{15^2-9^2}=12$(cm) …… ①
$\therefore \overline{BE}=15-12=3$(cm) …… ②
$\overline{AF}=\overline{EF}=x$ cm라 하면 $\overline{BF}=(9-x)$ cm
$\triangle$FBE에서 $x^2=(9-x)^2+3^2$
$18x=90$ $\quad\therefore x=5$(cm) …… ③

단계	채점 요소	배점
①	$\overline{CE}$의 길이 구하기	1점
②	$\overline{BE}$의 길이 구하기	1점
③	$\overline{EF}$의 길이 구하기	2점

25 $\triangle$ABC에서 $\overline{AC}=8\sin 33^\circ=8\times0.55=4.4$(m) …… ①
$\therefore \overline{AD}=\overline{AC}+\overline{CD}=4.4+1.5=5.9$(m) …… ②

단계	채점 요소	배점
①	$\overline{AC}$의 길이 구하기	2점
②	지면으로부터 열기구까지의 높이 구하기	2점

2회

093~095P

1 ⑤	**2** ①, ③	**3** ②	**4** ①	**5** ①	**6** ②
7 ①	**8** ③	**9** ⑤	**10** ②	**11** ④	**12** ⑤
13 ⑤	**14** ④	**15** ③	**16** ②	**17** ①, ③	**18** ④
19 ③	**20** ②				

주관식 문제

21 7 **22** $\frac{24}{5}$ m **23** $\frac{1}{2}$ **24** $32\sqrt{3}$ cm^2
25 $400\sqrt{2}$ m

1 x를 제외한 자료를 작은 값에서부터 크기순으로 나열하면
10, 12, 13, 15, 17
중앙값이 13.5이므로 $\frac{13+x}{2}=13.5$ $\quad\therefore x=14$

2 ② 대푯값에는 평균, 중앙값, 최빈값 등이 있다.
④ 분산은 편차를 제곱한 값의 평균이고, 표준편차는 분산의 양의 제곱근이다.
⑤ 편차의 절댓값이 작을수록 그 변량은 평균에 가깝다.

3 편차의 합은 항상 0이므로
$3+(-1)+0+(-3)+x=0$ $\quad\therefore x=1$
(분산)$=\frac{3^2+(-1)^2+0^2+(-3)^2+1^2}{5}=\frac{20}{5}=4$
$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{4}=2$(cm)

4 $(\text{평균})=\dfrac{(5-3a)+5+(5+3a)}{3}=\dfrac{15}{3}=5$

$(\text{분산})=\dfrac{(5-3a-5)^2+(5-5)^2+(5+3a-5)^2}{3}=\dfrac{18a^2}{3}=6a^2$

$6a^2=(6\sqrt{6})^2=216,\ a^2=36 \qquad \therefore a=6(\because a>0)$

5 $\triangle$ABD에서 $x=\sqrt{10^2-8^2}=6$

$\triangle$ADC에서 $y=\sqrt{8^2-6^2}=2\sqrt{7}$

6 $\overline{EB}/\!/\overline{DC}$이므로 $\triangle EBA=\triangle EBC$

$\triangle EBC\equiv\triangle ABF$ (SAS 합동)

또, $\overline{BF}/\!/\overline{AM}$이므로 $\triangle ABF=\triangle BFL$

7 $x+5$가 가장 긴 변의 길이이므로

$(x+5)^2=(x+1)^2+(x+3)^2$에서

$x^2-2x-15=0,\ (x-5)(x+3)=0$

$\therefore x=5(\because x>0)$

8 $\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$이므로 $7^2+3^2=5^2+\overline{DP}^2$

$\overline{DP}^2=33 \qquad \therefore \overline{DP}=\sqrt{33}(\because \overline{DP}>0)$

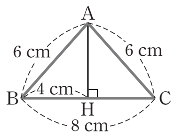
9 $\triangle$ACD에서 $\overline{AC}=\sqrt{8^2+6^2}=10(\text{cm})$

$\overline{AD}\times\overline{CD}=\overline{AC}\times\overline{DH}$이므로 $8\times6=10\times\overline{DH}$

$\therefore \overline{DH}=\dfrac{24}{5}\ (\text{cm})$

10 $\triangle$ABH에서 $\overline{AH}=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}(\text{cm})$

$\therefore \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times8\times2\sqrt{5}=8\sqrt{5}(\text{cm}^2)$



11 ① $\overline{AC}=\sqrt{\{2-(-3)\}^2+(3-3)^2}=5$

② $\overline{AB}=\sqrt{\{1-(-3)\}^2+(1-3)^2}=2\sqrt{5}$

③, ④ $\overline{BC}=\sqrt{(2-1)^2+(3-1)^2}=\sqrt{5}$이므로

$\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=\overline{AC}^2$

따라서 $\triangle$ABC는 $\angle B=90^\circ$인 직각삼각형이다.

⑤ $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{5}\times\sqrt{5}=5$

12 $\triangle$ABC에서 $6:\overline{BC}=1:\sqrt{3} \qquad \therefore \overline{BC}=6\sqrt{3}(\text{cm})$

$\triangle$BCD에서 $6\sqrt{3}:\overline{CD}=\sqrt{2}:1 \qquad \therefore \overline{CD}=3\sqrt{6}(\text{cm})$

13 $(\text{높이})=\sqrt{10^2-7^2}=\sqrt{51}(\text{cm})$

$\therefore (\text{부피})=\dfrac{1}{3}\times\pi\times7^2\times\sqrt{51}=\dfrac{49\sqrt{51}}{3}\pi(\text{cm}^3)$

14 $\tan A=\dfrac{\overline{BC}}{\sqrt{3}}=3\sqrt{3}$에서 $\overline{BC}=9$

$\therefore \overline{AC}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+9^2}=2\sqrt{21}$

15 ③ $0^\circ\le A<45^\circ$일 때, $\sin A<\cos A$이다.

16 $\cos 35^\circ=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=0.82$

$\angle OAB=55^\circ$이므로 $\sin 55^\circ=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=0.82$

$\therefore \cos 35^\circ+\sin 55^\circ=0.82+0.82=1.64$

17 $\cos 52^\circ=\dfrac{\overline{BC}}{10}$에서 $\overline{BC}=10\cos 52^\circ$

$\angle BAC=38^\circ$이므로

$\sin 38^\circ=\dfrac{\overline{BC}}{10}$에서 $\overline{BC}=10\sin 38^\circ$

18 $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{5}\times\overline{BC}\times\sin 30^\circ=60(\text{cm}^2)$에서

$\sqrt{5}\,\overline{BC}=60 \qquad \therefore \overline{BC}=12\sqrt{5}(\text{cm})$

19 $\triangle$ABC에서

$\overline{AB}=12\cos 60^\circ=6(\text{cm})$

$\overline{AC}=12\sin 60^\circ=6\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore \square ABCD=\triangle ABC+\triangle ACD$

$=\dfrac{1}{2}\times6\times6\sqrt{3}+\dfrac{1}{2}\times6\sqrt{3}\times8\times\sin 30^\circ$

$=18\sqrt{3}+12\sqrt{3}=30\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

20 $\square ABCD=8\times12\times\sin(180^\circ-120^\circ)=48\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

21 a, b, c, d, e의 평균이 3이므로 $\dfrac{a+b+c+d+e}{5}=3$

$\therefore a+b+c+d+e=15$

따라서 $2a+5,\ 2b+4,\ 2c-3,\ 2d-2,\ 2e+1$의 평균은

$\dfrac{(2a+5)+(2b+4)+(2c-3)+(2d-2)+(2e+1)}{5}$

$=\dfrac{2(a+b+c+d+e)+5}{5}=\dfrac{35}{5}=7$

22 지면으로부터 나무가 부러진 부분까지의 높이를 x m라 하면 나무의 높이가 15 m이므로 나무가 부러진 부분으로부터 쓰러진 지점까지의 길이는 $(15-x)$ m이다.

$x^2+9^2=(15-x)^2,\ 30x=144 \qquad \therefore x=\dfrac{24}{5}(\text{m})$

따라서 구하는 높이는 $\dfrac{24}{5}$ m이다.

23 $(\cos 30^\circ-\sin 30^\circ)(\sin 60^\circ+\cos 60^\circ)$

$=\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{1}{2}\right)\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{2}\right)=\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2-\left(\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{1}{2}$

24 $\overline{AC}=\overline{AF}=\overline{CF}=\sqrt{2}\times8=8\sqrt{2}(\text{cm})$이므로

$\triangle$AFC는 한 변의 길이가 $8\sqrt{2}$ cm인 정삼각형이다. …… ①

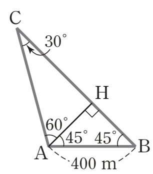
$\therefore \triangle AFC=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times(8\sqrt{2})^2=32\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ …… ②

단계	채점 요소	배점
①	△AFC가 정삼각형임을 알기	2점
②	△AFC의 넓이 구하기	2점

25 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle$ABH에서

$\overline{AH}=400\sin 45^\circ=200\sqrt{2}$ (m) …… ①

$\triangle$ACH에서 $\overline{AC}=\dfrac{200\sqrt{2}}{\cos 60^\circ}=400\sqrt{2}(\text{m})$



따라서 두 지점 A, C 사이의 거리는 $400\sqrt{2}$ m이다. …… ②

단계	채점 요소	배점
①	$\overline{AH}$의 길이 구하기	2점
②	두 지점 A, C 사이의 거리 구하기	2점