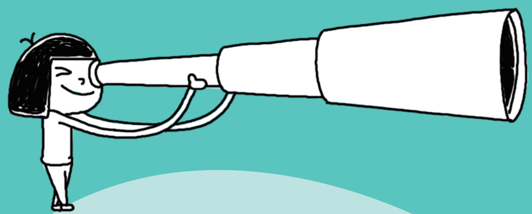
정답과 풀이



Speed 정답체크

사고력의 날개 Speed 정답체크는 P. 6에

I 통계

STEP C 필수체크문제 (본문 P. 11~18)

01 90 **02** 평균 : 10건, 중앙값 : 10건, 최빈값 : 7건, 10건
03 평균 : 3.3편, 중앙값 : 3편, 최빈값 : 3편
04 2 **05** 51 kg **06** 5 **07** ⑤
08 ③ **09** $x=5$, 표준편차 : 4마리
10 $\sqrt{5}$회 **11** ② **12** ③
13 분산 : 11, 표준편차 : $\sqrt{11}$
14 분산 : 96, 표준편차 : $4\sqrt{6}$점
15 ㄱ **16** 윤희 : 9, 성준 : 4
17 $a=1$, $b=5$, $c=4$ **18** 40 **19** ⑤
20 2

STEP B 내신만점문제 (본문 P. 19~24)

01 평균 : 60분, 중앙값 : 55분
02 $x=7$, $y=5$
03 (1) 중앙값 : 7, 최빈값 : 7
(2) 중앙값 : 5, 최빈값 : 7
04 (1) 평균 : 6.4점, 중앙값 : 7점, 최빈값 : 5점
(2) 27명
05 예 A 자료는 줄기 5를 중심으로 대칭으로 분포하므로 평균과 중앙값은 모두 줄기 5에 속해 있을 것으로 예상된다.

$(\text{평균})=\frac{758}{14}=54.14\cdots$

$(\text{중앙값})=\frac{53+57}{2}=55$

B 자료는 비대칭으로 분포하므로 평균은 줄기 5에, 중앙값은 6에 있을 것으로 예상된다.

$(\text{평균})=\frac{823}{14}=58.78\cdots$

$(\text{중앙값})=\frac{61+64}{2}=62.5$

06 (1) 45MB (2) $588\text{MB}\le x\le 590\text{MB}$
07 ㄴ, ㄹ **08** 4 **09** ④, ⑤
10 평균 : 0, 표준편차 : 1 **11** ②
12 5 **13** $\sqrt{2}$ m **14** 140 **15** ㄱ, ㄷ

STEP A 최고수준문제 (본문 P. 25~29)

01 $x\ge 10$ **02** 10가지 **03** $2\sqrt{479}$점
04 11 **05** ③ **06** $\sqrt{42}$ kg
07 1 **08** 거인, 독수리
09 260분 **10** $\sqrt{34}$ **11** 242 **12** 2

II 피타고라스 정리

STEP C 필수체크문제 (본문 P. 41~53)

01 32 cm **02** $3\sqrt{13}$ cm **03** $2\sqrt{3}$ cm
04 $\overline{AB}=\overline{CA}$인 이등변삼각형
05 1 cm^2 **06** (1) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ cm (2) $\frac{2}{5}$ cm^2
07 (1) $\sqrt{3}$ cm (2) $\sqrt{3}$ cm
08 $6\sqrt{2}$ cm **09** (1) 2 cm (2) $(3-\sqrt{3})\text{cm}^2$
10 $\sqrt{3}$ cm **11** $\sqrt{111}$ cm
12 $50(\sqrt{3}+1)\text{cm}^2$ **13** $\left(\frac{8}{3}\pi-2\sqrt{3}\right)\text{cm}^2$
14 $\frac{13}{6}$ cm **15** $\frac{3}{2}$ cm **16** $\frac{64}{3}$ cm^3
17 $150\sqrt{3}$ cm^2
18 $\triangle$BFD의 넓이 : $6\sqrt{5}$ cm^2,
삼각뿔 B$-$DEF의 부피 : 16 cm^3
19 $\sqrt{5}$ **20** $\frac{49}{2}$ **21** $27\sqrt{3}$ cm^2

STEP B 내신만점문제 (본문 P. 54~65)

01 $\sqrt{41}$ cm
02 (1) $2\sqrt{2}$ cm (2) $(1+\sqrt{3})$cm
03 $2\sqrt{110}$ cm^2
04 (1) $2\sqrt{2}$ cm (2) $10\sqrt{13}$ cm^2
05 $\frac{128\sqrt{17}}{3}$ cm^3 **06** (1) $\frac{5\sqrt{5}}{2}$ cm
(2) $\frac{133}{12}$ cm^2 **07** 3 cm **08** $\frac{15}{4}$ cm
09 (1) $6\sqrt{2}$ (2) $2\sqrt{21}$ **10** $\frac{15}{2}$ cm
11 $2\sqrt{53}$ cm **12** (1) $\frac{9}{2}$ cm^2 (2) $3\sqrt{5}$ cm
13 $12\sqrt{3}$ cm^2 **14** $\frac{84}{25}$ cm^2 **15** $\frac{9}{10}$ cm
16 $\frac{228}{5}$ m^2 **17** $20\sqrt{3}$

STEP A 최고수준문제 (본문 P. 66~77)

01 $32\left(\sqrt{3}-\frac{\pi}{3}\right)$ cm^2
02 (1) $\frac{9\sqrt{3}}{4}$ cm^2 (2) $\sqrt{7}$ cm
03 (1) $\overline{AC}=4\sqrt{2}$ cm, $\overline{AD}=\frac{14}{3}$ cm
(2) $\frac{10\sqrt{2}}{9}$ cm^2 **04** (1) $4\sqrt{3}$ cm
(2) $8\sqrt{11}$ cm^3 **05** $\frac{145\sqrt{11}}{648}$ cm^2
06 $4\sqrt{3}$ **07** (1) $\overline{KL}=(\sqrt{2}-1)a$,
$\overline{LM}=(\sqrt{2}-1)a$ (2) $\frac{2-\sqrt{2}}{2}a^2\pi$
08 (1) $18\sqrt{2}$ cm^2 (2) $3\sqrt{7}$ cm (3) $4\sqrt{2}$ cm
(4) $32\sqrt{7}$ cm^3 **09** $(40+8\sqrt{2})$cm
10 (1) $6\sqrt{3}$ (2) $\sqrt{3}$ (3) 3 : 2

STEP C 필수체크문제

22 $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ cm **23** 3.6 cm **24** $2\sqrt{6}$ cm

25 $3\sqrt{2}$ cm **26** $2\sqrt{5}$

27 (1) 3 cm (2) $12\sqrt{3}$ cm^2

28 $3\sqrt{2}$ **29** (1) $\frac{\sqrt{97}}{2}$ (2) 2

30 (1) $9\sqrt{3}$ cm^2 (2) $45\sqrt{3}$ cm^2 **31** ②

32 15 **33** $9\sqrt{2}$ cm^2 **34** $\frac{13}{2}$ cm

35 $18\sqrt{3}$ cm^2 **36** $\sqrt{7}$ cm

37 (1) $8\sqrt{2}$ cm (2) 72 cm^2 (3) $\frac{448}{3}$ cm^3

38 (1) $2+4\sqrt{3}$ (2) ① $(n-1)\sqrt{3}+2$ ② 57개

STEP B 내신만점문제

18 (1) $16\sqrt{2}$ cm^2 (2) $\frac{8\sqrt{6}}{3}$ cm

19 (1) $\frac{16}{5}$ cm (2) $\frac{6\sqrt{34}}{5}$ cm (3) $\sqrt{34}$ cm

20 (1) $0\le x\le 4\sqrt{2}$ (2) $y=\frac{4\sqrt{2}}{3}x$

(3) $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ cm **21** $10(\sqrt{2}-1)$cm

22 (1) $5\sqrt{3}$ cm (2) $(5\pi+10)$cm

23 $(3+\sqrt{5})$cm **24** (1) 12 cm (2) 1, 5

25 $5(\sqrt{6}-\sqrt{2})$cm **26** $2\sqrt{39}$ cm

27 5 cm **28** (1) 6 cm (2) $\frac{25}{4}$ cm

29 $(12-4\sqrt{3})$cm **30** $\frac{7\sqrt{2}}{6}a^3$

31 8, 16, 24 **32** ②

33 (1) 4 cm (2) $\frac{64}{9}$ cm^2 (3) $\frac{1664}{81}\pi$ cm^3

34 (1) 15 (2) $8+\sqrt{97}$

35 (1) $900\left(1-\sqrt{3}+\frac{\pi}{3}\right)$ cm^2

(2) $900(2-\sqrt{3})$cm^2

STEP A 최고수준문제

11 (1) 5 cm (2) $2\sqrt{21}$ cm^2 (3) $\frac{6\sqrt{7}}{7}$ cm

12 (1) $\frac{1}{3}a^3$ cm^3 (2) 6

13 (1) $16\sqrt{2}$ cm^2 (2) $4\sqrt{2}$ cm (3) $\frac{64}{3}$ cm^3

14 (1) $\frac{\sqrt{15}}{4}a^2$ (2) $\frac{\sqrt{14}}{4}a$ (3) $\frac{\sqrt{6}}{2}a$

15 (1) $\overline{AH}=12$ cm, $\triangle ABC$의 넓이 : 84 cm^2

(2) 4 cm (3) 8 cm **16** $\sqrt{2}$ cm

17 (1) 12 cm^2 (2) $\frac{24}{5}$ cm (3) $\frac{120}{49}$ cm

18 $\overline{AQ}=10\sqrt{14}$ cm, $\overline{PR}=10\sqrt{6}$ cm

19 $6\sqrt{2}$ **20** $\frac{4}{9}(4\pi+3\sqrt{3})$

21 (1) $3\sqrt{5}$ cm (2) $12(2-\sqrt{3})$cm

22 $2\sqrt{7}$ **23** (1) 3 : 2 (2) 24 km

24 (1) $\frac{500\sqrt{3}}{3}$ cm^3 (2) $\frac{625\sqrt{3}}{6}$ cm^3

25 $4\sqrt{34}$ **26** (1) $\sqrt{85}$ (2) $R\left(4, \frac{4}{3}\right)$

27 $\frac{6\sqrt{2}-\sqrt{6}}{11}$ **28** (1) 135° (2) $\sqrt{5+2\sqrt{2}}$

29 $\sqrt{15}$

30 (1) $\angle x=60°$일 때 $y=8+4\sqrt{3}$,

$\angle x=135°$일 때 $y=10+6\sqrt{2}$,

$\angle x=180°$일 때 $y=12$ (2) 105개

III 삼각비

STEP C 필수체크문제 본문 P. 88~98

01 $\frac{14}{13}$ **02** (1) $2\sqrt{7}$ (2) $\frac{3\sqrt{7}}{7}$

03 $\sin\theta=\frac{5}{13}$, $\tan\theta=\frac{5}{12}$

04 (1) $\frac{3}{5}$ (2) $2\sqrt{5}$ **05** $\frac{119}{169}$ **06** $\frac{\sqrt{6}}{3}$

07 $\frac{27}{20}$ **08** (1) $\frac{3}{4}$ (2) $\frac{8}{3}$ **09** $\frac{50}{3}°$

10 $\overline{AH}=\sqrt{3}$, $\overline{BC}=1+\sqrt{3}$ **11** $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

12 0 **13** $8\sqrt{3}$ **14** 1.6384

15 tan 60°, cos 0°, cos 28°, sin 45°, sin 25°

16 $2-\sin A$ **17** $\sqrt{2}-1$ **18** $27\sqrt{3}$

19 10.634 **20** 15.095 m **21** 25 m

22 100 m **23** $\overline{AC}=2\sqrt{3}$, $\overline{BC}=3+\sqrt{3}$

24 $4(\sqrt{3}+1)$m **25** $3(\sqrt{3}-1)$

26 $6(3+\sqrt{3})$m

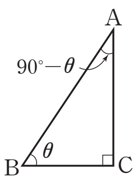
27 (1) $10\sqrt{19}$ (2) $100\sqrt{19}+375\sqrt{3}$

STEP B 내신만점문제 본문 P. 99~109

01 $\frac{47}{63}$ **02** $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ **03** $\sin A=\frac{2}{3}$,

$\cos A=\frac{\sqrt{5}}{3}$, $\tan A=\frac{2\sqrt{5}}{5}$ **04** $\frac{\sqrt{3}+1}{3}$

05 $\angle B=\angle\theta$, $\angle C=90°$인 직각삼각형을 그리면 오른쪽 그림과 같다.



(1) $\sin\theta=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$이고

$\angle A=90°-\angle\theta$이므로

$\cos(90°-\theta)=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$

따라서 $\sin\theta=\cos(90°-\theta)$이다.

(2) $\sin^2\theta+\cos^2\theta$

$=\left(\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}\right)^2+\left(\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}\right)^2$

$=\frac{\overline{AC}^2+\overline{BC}^2}{\overline{AB}^2}=\frac{\overline{AB}^2}{\overline{AB}^2}=1$

STEP A 최고수준문제 본문 P. 110~119

01 $\frac{4}{5}$ **02** (1) $\frac{9}{25}$ (2) $18\sqrt{34}$ **03** $\frac{6303}{625}$

04 $\frac{24}{25}$ **05** $\frac{27\sqrt{3}}{2}$ m **06** $\frac{1}{24}(5\pi-6\sqrt{3})$

07 $6\sqrt{3}$ **08** $c\cos^3\theta+c\sin^3\theta$

09 $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ **10** $\sqrt{5}$ **11** $\frac{1}{4}$ cm

12 $a=-\frac{\sqrt{6}}{2}$, $x^2-4x+1=0$ **13** $2+3\sqrt{7}$

14 45, $\sqrt{6}$, $\sqrt{3}+1$ **15** $\frac{\sqrt{21}}{14}$ **16** 5

17 $\frac{196\sqrt{3}}{11}$ cm^2 **18** $\frac{2}{9}$ **19** $\frac{7}{8}$

20 $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ **21** $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ **22** $\frac{3\sqrt{6}+3\sqrt{2}}{2}$

23 1460 m **24** $\frac{76\sqrt{3}+12\sqrt{19}}{57}$

25 $\frac{15\sqrt{57}}{19}$ m **26** $72+36\sqrt{3}$

STEP C 필수체크문제

28 45° **29** $26\sqrt{3}$ **30** $\frac{\sqrt{3}}{2}x$

31 (1) $(96\sqrt{2}+72\sqrt{3})\text{cm}^2$ (2) $100\sqrt{3}\text{ cm}^2$

32 $\frac{15\sqrt{3}}{2}$

STEP B 내신만점문제

06 (1) $3\sin\theta$ (2) $\frac{2}{a^2-1}$

07 $\frac{1}{2}$ **08** $\sqrt{13}$ **09** $\frac{3\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}\text{ cm}^2$

10 (1) ③ (2) $\frac{2\sqrt{10}}{5}$ **11** (1) 30° (2) $\frac{3\sqrt{7}}{8}$

12 30° **13** $6\sqrt{3}\text{ cm}$ **14** $4\sqrt{3}$

15 $\frac{\sqrt{15}}{8}$ **16** ③, ⑤ **17** 174 cm^2

18 수평 분력 : 9 N, 수직 분력 : $9\sqrt{3}\text{ N}$

19 (1) $\sqrt{b^2+c^2-bc}$ (2) $\frac{\sqrt{3}}{4}bc$

20 $\frac{a^2\tan^2\alpha\tan^2\beta}{\tan^2\beta-\tan^2\alpha}$ **21** $15\sqrt{6}\text{ m}$

22 2.1 cm **23** $\frac{\sqrt{3}}{b}$

24 $\frac{a(\tan\alpha+\tan\beta)}{\tan\beta(1-\tan\alpha)}$ **25** $(50\sqrt{3}+51.5)\text{m}$

26 $3+\sqrt{3}$ **27** $\frac{40}{41}$ **28** $\frac{3}{4}(5\pi-3)\text{cm}^2$

29 45° **30** 112 cm^2

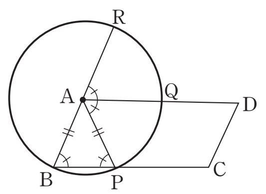
STEP A 최고수준문제

27 $\cos 36^\circ=\frac{1+\sqrt{5}}{4}$, $\sin 18^\circ=\frac{\sqrt{5}-1}{4}$

IV 원의 성질

STEP C 필수체크문제 본문 P. 131~145

01



$\triangle$ABP에서 $\overline{AB}=\overline{AP}$이므로

$\angle ABP=\angle APB$이다.

또, $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle APB=\angle PAQ$,

$\angle ABP=\angle RAQ$이다.

따라서 $\angle PAQ=\angle RAQ$이다.

$\therefore \overset{\frown}{PQ}=\overset{\frown}{RQ}$

02 4 **03** $\frac{\sqrt{65}}{2}$ **04** $4\sqrt{7}\text{ cm}$

05 135° **06** 30 cm

07 (1) $x=3$, $y=12$ (2) $x=6$, $y=8$

08 (1) $\angle b-\frac{1}{2}\angle a$ (2) $5\pi\text{ cm}$

09 $\angle x=72^\circ$, $\angle y=108^\circ$, $\angle z=36^\circ$

10 $\angle BAC=20^\circ$, $\angle ACD=60^\circ$

STEP B 내신만점문제 본문 P. 146~158

01 3배 **02** (1) $\frac{5}{3}$배 (2) 72°

03 (1) 105° (2) 75° **04** $\left(\frac{8}{3}\pi+4\sqrt{3}\right)\text{cm}^2$

05 $\angle GBD=105^\circ$, $\angle DFE=65^\circ$ **06** 63°

07 $\angle BAD=46^\circ$, $\angle ADC=78^\circ$

08 (1) $\frac{y^2}{x}$ (2) 39 **09** (1) $\triangle$CQD

(2) $2(90^\circ-\angle a)$ (3) $\overline{AP}=5.5$, $\overline{AQ}=3.5$

10 83° **11** $4r^2$ **12** 6

13 (1) $\frac{\angle a+\angle b}{2}$ (2) $\frac{48}{x+6}$ (3) $\frac{5x-10}{8}$

14 (1) $x(x+12)$ (2) $\frac{64}{5}$ (3) $6\sqrt{3}$

15 $3\angle x$ **16** (1) $\frac{9}{2}$ (2) $\frac{3\sqrt{7}}{2}$ (3) $\frac{81\sqrt{3}}{40}$

17 (1) $A(2\sqrt{3},\ 0)$ (2) $C(\sqrt{3},\ 1)$ (3) 2

(4) $2(\pi-\sqrt{3})$

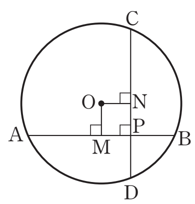
18 (1) $\angle BAD=\angle CAD=\angle a$,

$\angle ABE=\angle EBC=\angle b$라 하면

$\angle EAC=\angle b$이다. ($\because$ $\overset{\frown}{EC}$의 원주각)

STEP A 최고수준문제 본문 P. 159~169

01



원의 중심 O에서부터 현 AB와 CD에 내린

수선의 발을 각각 M, N이라 하면

$\overline{CP}-\overline{DP}$

$=(\overline{CN}+\overline{NP})-(\overline{ND}-\overline{NP})$

$=\overline{CN}-\overline{ND}+2\overline{NP}=2\overline{NP}=2\overline{OM}$

따라서 $\overline{CP}-\overline{DP}$는 항상 일정하다.

02 $\frac{1}{3}$배 **03** (1) 40° (2) 110° **04** 33°

05 (1) $7\sqrt{3}\text{ cm}$ (2) 60° (3) $7\sqrt{7}\text{ cm}$

06 (1) 6 cm (2) $(8-4\sqrt{3})\text{ cm}$

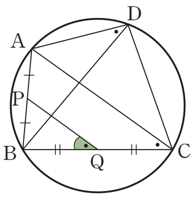
07 (1) ① 90° ② 50 cm^2 (2) $\frac{5}{3}\pi\text{ cm}$

08 (1) $\angle POQ=72^\circ$, $\angle RPQ=54^\circ$

(2) $a^2 : (100-a^2)$

STEP C 필수체크문제

11 11 : 12 : 7　**12** 4π cm
13 40°　**14** $\angle A=30^\circ$, $\angle C=150^\circ$
15 (1) 60° (2) 30°
16 (1)



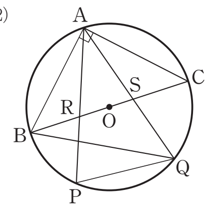
대각선 AC를 그으면 $\overline{PQ} /\!/ \overline{AC}$이므로
$\angle BQP=\angle ACB$ ……㉠
$\angle ACB$는 $\widehat{AB}$의 원주각이므로
$\angle ADB=\angle ACB$ ……㉡
㉠, ㉡에서 $\angle BQP=\angle BDA$
(2) 36°　**17** 68°　**18** 10 cm
19 (1) $\angle x=75^\circ$, $\angle y=105^\circ$
(2) $\angle x=110^\circ$, $\angle y=20^\circ$
(3) $\angle x=50^\circ$, $\angle y=22^\circ$ (4) $\angle x=115^\circ$
20 (1) 30° (2) $\frac{20}{3}\pi$ cm (3) 30 cm
(4) $10\sqrt{3}$ cm (5) $75\sqrt{3}$ cm^2
21 $12\sqrt{2}$　**22** 2　**23** $\frac{27\sqrt{7}}{4}$ cm^2
24 56°　**25** (1) 110° (2) 125° (3) 65°
26 (1) 120° (2) 7 : 5　**27** 4 cm　**28** ②
29 $\frac{2}{3}(180^\circ-\angle a)$　**30** 20°　**31** $\frac{330}{49}$
32 $\angle BAD=110^\circ$, $\angle FED=55^\circ$
33 $4\sqrt{13}$ cm　**34** $\angle x=70^\circ$, $\angle y=60^\circ$
35 $\angle x=30^\circ$, $\angle y=100^\circ$
36 4π cm　**37** 4　**38** $\frac{1}{4}\pi$ cm^2
39 $2(\sqrt{3}-1)$cm　**40** $\frac{3\sqrt{7}+9\sqrt{3}}{2}$ cm
41 12 cm　**42** 35°

STEP B 내신만점문제

$\triangle EAI$에서 $\angle EAI=\angle a+\angle b$이고,
$\angle EIA=\angle a+\angle b$ ($\because$ $\triangle ABI$의 한 외각)
이므로 $\angle EAI=\angle EIA$이다.
따라서 $\triangle EAI$는 이등변삼각형이다.
$\therefore \overline{AE}=\overline{EI}$
(2) $\frac{13}{6}\pi$ cm　**19** 108°
20 7 cm^2　**21** (1) 5 : 4 (2) 75° (3) 9°
22 (1) 40° (2) 60° (3) $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형
23 $\frac{24}{5}$ cm　**24** $3\sqrt{2}$ cm　**25** 58π
26 (1) 4 cm (2) $6(3\sqrt{3}-\pi)$cm^2
27 (1) 120° (2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (3) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$ (4) $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$배
28 24 cm　**29** $\frac{5}{2}$ cm　**30** $\sqrt{22}$
31 (1) $B(4\sqrt{3}, 2)$ (2) $y=-\sqrt{3}x+18$
32 (1) 25 cm^2 (2) 75°　**33** (1) 4
(2) $\triangle ABC$의 내접원이 $\overline{BC}$와 접하는 점을 E라 하면
$\overline{BE}=\frac{1}{2}(\overline{AB}+\overline{BC}-\overline{CA})$
$=\frac{1}{2}(9+7-8)=4$
따라서 $\overline{BD}=\overline{BE}$이므로 점 D와 점 E는 일치한다.
34 $4\sqrt{5}$ cm　**35** $\frac{16\sqrt{5}}{5}$ cm

STEP A 최고수준문제

09 6　**10** (1) 90°
(2) $\triangle ATD$와 $\triangle DCE$에서
$\angle ATD=\angle DCE=90^\circ$,
$\triangle ABE\equiv\triangle ATE$에서
$\overline{AT}=\overline{AB}=\overline{DC}$,
$\angle TAD=90^\circ-\angle ADT=\angle CDE$이므로
$\triangle ATD\equiv\triangle DCE$(ASA 합동)
$\therefore \overline{TD}=\overline{CE}$
(3) ① 15° ② $5(2-\sqrt{3})$cm
11 $\overline{DE}=10$ cm, $\overline{AE}=5\sqrt{10}$ cm
12 (1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (2) $\sqrt{3}$ (3) $\frac{\sqrt{7}}{3}$ (4) $\frac{2}{3}$　**13** $\frac{36}{25}$ cm
14 (1) $y=\frac{36}{x}$ (2) $6(\sqrt{2}-1)$　**15** $\frac{9}{2}$
16 (1) 9 cm (2) $\frac{21}{5}$ cm (3) $\frac{25}{2}$ cm
17 (1) $\frac{9\sqrt{3}}{4}+\frac{3}{2}\pi$ (2) 2　**18** $\frac{3}{2}$
19 (1) 65°
(2)



$\angle ABC=\angle ACB=\angle AQB=45^\circ$
$\angle BAP=\angle BQP$
$\therefore \angle ARC=\angle BAR+\angle ABC$
$=\angle BQP+\angle AQB=\angle AQP$
(3) $\frac{5}{2}$ cm (4) $\frac{8}{9}$배
20 (1) $\overline{BE}=3$, $\overline{AE}=4$ (2) 6 (3) $\frac{5\sqrt{5}}{2}$
21 $\sqrt{2}$ cm
22 (1) $2\sqrt{2}$ (2) $\overline{BC}=\frac{18\sqrt{2}}{7}$, $\overline{BD}=\frac{6\sqrt{2}}{7}$
23 (1) 70° (2) 7배　**24** $2\sqrt{3}-3$
25 (1) 30° (2) $6\sqrt{2}$ cm (3) $3(\sqrt{2}+\sqrt{6})$cm
26 (1) $\angle BCE=\angle EDA$, $\angle BCE=\angle EAB$
이므로 $\angle EDA=\angle EAB$이다.
또, $\angle EAD=\angle EBA$
$\therefore \triangle EDA \backsim \triangle EAB$(AA 닮음)
(2) $\frac{80}{9}\pi$ cm^2
27 (1) 1 : 2 (2) $\overline{NR}=1.5$ cm, $\overline{KQ}=9$ cm
28 (1) 4.1 cm (2) 8.2 cm (3) 1.8 cm
29 20°　**30** 4 cm

사고력의 날개

Ⅰ 통계

본문 P. 30~31

1 ㉮ 중앙값, 135 mg

2 ㉮ 라희의 퀴즈테스트의 평균은

$(6\times2+7\times3+8\times1+9\times1+10\times3)\div10=8$(점)

승하가 퀴즈테스트를 치른 총 횟수는 10번이고, 6점과 8점을 획득한 횟수가 각각 1번 이상이므로 승하는 6점을 1번, 8점을 2번 획득하였거나 6점을 2번, 8점을 1번 획득하였다.

(ⅰ) 승하가 6점을 1번, 8점을 2번 획득한 경우

승하의 퀴즈테스트의 평균은

$(6\times1+7\times2+8\times2+9\times4+10\times1)\div10=8.2$(점)

따라서 퀴즈테스트의 평균이 승하가 라희보다 높으므로 승하를 퀴즈대회에 참가시키는 것이 타당하다.

(ⅱ) 승하가 6점을 2번, 8점을 1번 획득한 경우

승하의 퀴즈테스트의 평균은

$(6\times2+7\times2+8\times1+9\times4+10\times1)\div10=8$(점)

으로 라희와 같다.

승하와 라희의 퀴즈테스트의 표준편차를 각각 a점, b점이라 하면

$a^2=\{(6-8)^2\times2+(7-8)^2\times2+(8-8)^2\times1+(9-8)^2\times4$

$+(10-8)^2\times1\}\div10=\frac{9}{5}\ \Rightarrow\ a=\sqrt{\frac{9}{5}}=\frac{3\sqrt{5}}{5}$

$b^2=\{(6-8)^2\times2+(7-8)^2\times3+(8-8)^2\times1+(9-8)^2\times1$

$+(10-8)^2\times3\}\div10=\frac{12}{5}\ \Rightarrow\ b=\sqrt{\frac{12}{5}}=\frac{2\sqrt{15}}{5}$

$a<b$이므로 승하의 퀴즈테스트의 결과가 더 고르다.

따라서 승하를 퀴즈대회에 참가시키는 것이 타당하다.

(ⅰ), (ⅱ)에 의해 승하를 퀴즈대회에 참가시키는 것이 타당하다.

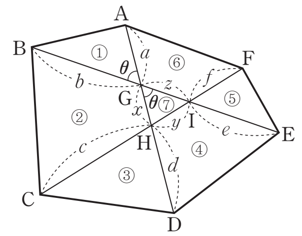
Ⅲ 삼각비

본문 P. 120~121

1 $15°$

2 $12\sqrt{3}\le ab\le3\sqrt{57}$

3



위의 그림과 같이 세 대각선 AD, BE, CF가 각각 육각형 ABCDEF의 넓이를 이등분하면서 한 점에서 만나지 않는다고 하면

$\square\text{ABEF}=\square\text{ADEF}=\frac{1}{2}\times$(육각형 ABCDEF의 넓이)

①+⑤+⑥=④+⑤+⑥+⑦

①=④+⑦　　∴ △ABG=△GDE

$\frac{1}{2}ab\sin\theta=\frac{1}{2}(d+x)(e+z)\sin\theta$

$\therefore\ ab=(d+x)(e+z)\ge de$ ……㉠

마찬가지 방법으로 생각하면

$cd=(a+x)(f+y)\ge af$ ……㉡

$ef=(b+z)(c+y)\ge bc$ ……㉢

㉠, ㉡, ㉢에서 $x=y=z=0$이다.

따라서 세 대각선 AD, BE, CF는 모두 한 점에서 만난다.

4 35, 36, 39

Ⅱ 피타고라스 정리

본문 P. 78~79

1 $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ km　**2** $27-9\sqrt{3}$　**3** $40\sqrt{2}+41$

4 $(14+2\sqrt{2})$km

Ⅳ 원의 성질

본문 P. 170~171

1 $25°$　**2** (1) $\left(192\sqrt{3}+\frac{256}{3}\pi\right)\text{m}^2$ (2) $48\ \text{m}^2$

3 $2\sqrt{15}$ cm　**4** $\frac{25}{4}\pi-\frac{5}{2}$

I 통계

STEP C 필수체크문제

본문 P. 11~18

01 90 **02** 평균 : 10건, 중앙값 : 10건, 최빈값 : 7건, 10건 **03** 평균 : 3.3편, 중앙값 : 3편, 최빈값 : 3편
04 2 **05** 51 kg **06** 5 **07** ⑤ **08** ③
09 $x=5$, 표준편차 : 4마리 **10** $\sqrt{5}$회 **11** ②
12 ③ **13** 분산 : 11, 표준편차 : $\sqrt{11}$
14 분산 : 96, 표준편차 : $4\sqrt{6}$점 **15** ㄱ
16 윤희 : 9, 성준 : 4 **17** $a=1$, $b=5$, $c=4$
18 40 **19** ⑤ **20** 2

01

75 ⇨ 1, 80 ⇨ 3, 85 ⇨ 5, 90 ⇨ 9, 95 ⇨ 6, 100 ⇨ 4, 105 ⇨ 2

90 사이즈가 9번으로 가장 많다.

따라서 최빈값은 90이다.

답 90

02

$(\text{평균})=\dfrac{(\text{변량의 총합})}{(\text{변량의 개수})}=\dfrac{100}{10}=10(\text{건})$

자료를 작은 값에서부터 크기순으로 나열하면 4, 7, 7, 8, 10, 10, 11, 12, 15, 16에서 5번째와 6번째 자료의 값의 평균이 중앙값이므로

$(\text{중앙값})=\dfrac{10+10}{2}=10(\text{건})$이다.

또, 7건과 10건의 도수는 2이고, 그 이외의 자료의 값의 도수는 1이므로 최빈값은 7건, 10건이다.

답 평균 : 10건, 중앙값 : 10건, 최빈값 : 7건, 10건

03

$(\text{평균})=(1\times4+2\times5+3\times8+4\times7+5\times4+6\times2)\div30$
$=3.26\cdots$
⇨ 3.3편

중앙값은 자료를 작은 값에서부터 크기순으로 나열할 때, 15번째와 16번째 값의 평균이므로 $\dfrac{3+3}{2}=3(\text{편})$이다.

최빈값은 도수가 가장 큰 자료의 값이므로 3편이다.

답 평균 : 3.3편, 중앙값 : 3편, 최빈값 : 3편

04

주어진 자료에서 변량은 영화의 장르를 번호로 나타낸 것일 뿐 수치로서의 의미가 없으므로 대푯값으로 평균이나 중앙값은 적당하지 않다.

이와 같은 자료에서 대푯값은 각 자료의 값 중에서 가장 많이 발생한 값인 최빈값으로 정하는 것이 적당하다.

주어진 자료에서 1은 6회, 2는 10회, 3은 8회, 4는 6회 나타나므로 최빈값은 2이다.

답 2

05

학생 10명의 몸무게를 큰 값에서부터 작은 값까지 크기순으로 나열하면 중앙값은 5번째와 6번째 자료의 값의 평균이다.

6번째 자료의 값을 x kg이라 하면

$\dfrac{54+x}{2}=52$ $\therefore x=50$

11명의 학생의 몸무게를 큰 값에서부터 크기순으로 나열하면 6번째 자료의 값은 51 kg이므로 학생 11명의 몸무게의 중앙값은 51 kg이다.

답 51 kg

06

$(\text{평균})=\dfrac{11+a+b}{8}=1$이므로 $a+b=-3$

최빈값이 1이므로 a, b 중 하나는 1이다.

$a>b$이므로 $a=1$, $b=-4$

$\therefore a-b=1-(-4)=5$

답 5

07

x를 제외한 각 변량을 작은 값에서부터 크기순으로 나열하면 8, 12, 13, 14, 25, 29, 38, 47이다.

변량의 개수가 9개이므로 중앙값은 5번째의 값이고, x의 값에 따라 중앙값은 다음과 같다.

(i) $x\le14$이면 5번째의 값은 14
(ii) $14<x\le25$이면 5번째의 값은 x
(iii) $x>25$이면 5번째의 값은 25

따라서 그래프로 알맞은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

08

③ 변량들이 평균 가까이에 분포되어 있을수록 표준편차는 작아진다.

답 ③

09

편차의 합은 항상 0이므로

$-7+(-4)+(-1)+1+2+x+4=0$

$\therefore x=5$

$(\text{편차})^2$의 총합은

$(-7)^2+(-4)^2+(-1)^2+1^2+2^2+5^2+4^2=112$

$\therefore (\text{분산})=\dfrac{112}{7}=16$, $(\text{표준편차})=\sqrt{16}=4(\text{마리})$

답 $x=5$, 표준편차 : 4마리

10

(총 턱걸이 횟수)$=6+5+4+6+2+6+7+9+1+4$
$=50$(회)

(평균)$=\frac{50}{10}=5$(회)

각 변량에 대한 편차가 각각 1회, 0회, -1회, 1회, -3회, 1회, 2회, 4회, -4회, -1회이므로 (편차)^{2}의 총합은
$1^2+0+(-1)^2+1^2+(-3)^2+1^2+2^2+4^2+(-4)^2+(-1)^2$
$=50$

∴ (분산)$=\frac{50}{10}=5$, 표준편차$=\sqrt{5}$(회)

답 $\sqrt{5}$회

11

(평균)$=\frac{5\times1+6\times2+7\times4+8\times2+9\times1}{10}=\frac{70}{10}=7$(점)

(분산)$=\{(5-7)^2\times1+(6-7)^2\times2+(7-7)^2\times4$
$+(8-7)^2\times2+(9-7)^2\times1\}\div10$
$=\frac{12}{10}=1.2$

답 ②

12

다섯 자료는 모두 변량이 50을 중심으로 좌우 대칭이므로 평균은 모두 50이다. 이 중 평균 주위에 가장 밀집되어 있는 것은 ③으로 표준편차가 가장 작다.

답 ③

13

$\frac{-2+a+(-2)+3+b+6}{6}=2$에서
$a+b=7$이고 $a<b$이므로 $(a, b)=(1, 6), (2, 5), (3, 4)$

(i) $(a, b)=(1, 6)$일 때
-2, -2, 1, 3, 6, 6이므로 중앙값은 $\frac{1+3}{2}=2$

(ii) $(a, b)=(2, 5)$일 때
-2, -2, 2, 3, 5, 6이므로 중앙값은 $\frac{2+3}{2}=2.5$
⇨ 조건을 만족하지 않는다.

(iii) $(a, b)=(3, 4)$일 때
-2, -2, 3, 3, 4, 6이므로 중앙값은 $\frac{3+3}{2}=3$
⇨ 조건을 만족하지 않는다.

∴ $a=1$, $b=6$

자료를 작은 값에서부터 크기순으로 나열하면 각 변량에 대한 편차가 각각 -4, -4, -1, 1, 4, 4이므로 (편차)^{2}의 총합은
$(-4)^2+(-4)^2+(-1)^2+1^2+4^2+4^2=66$

∴ (분산)$=\frac{66}{6}=11$, (표준편차)$=\sqrt{11}$

답 분산 : 11, 표준편차 : $\sqrt{11}$

14

계급값(점)	도수(명)	편차(점)	(편차)$^2\times$(도수)
85	2	-18	648
95	5	-8	320
105	9	2	36
115	3	12	432
125	1	22	484
합계	20		1920

(평균)$=\frac{85\times2+95\times5+105\times9+115\times3+125\times1}{20}$
$=\frac{2060}{20}=103$(점)

(분산)$=\frac{1920}{20}=96$

(표준편차)$=\sqrt{96}=4\sqrt{6}$(점)

답 분산 : 96, 표준편차 : $4\sqrt{6}$점

15

(Ⅰ)의 그래프가 (Ⅱ)의 그래프보다 폭이 좁으므로 변량들이 평균 주위에 많이 모여 있는 것을 알 수 있다.
따라서 (Ⅰ)이 (Ⅱ)보다 표준편차가 작다.

답 ㄱ

16

윤희는 10점을 2개, 8점을 0개, 6점을 2개, 4점을 4개, 2점을 1개 맞혔으므로
$10-(2+0+2+4+1)=1$(개)의 화살이 과녁을 벗어났다.
따라서 윤희의 평균은
$\frac{10\times2+8\times0+6\times2+4\times4+2\times1+0\times1}{10}=5$(점)이다.

∴ (윤희의 분산)
$=\{(10-5)^2\times2+(6-5)^2\times2+(4-5)^2\times4$
$+(2-5)^2\times1+(0-5)^2\times1\}\div10$
$=9$

성준이는 10점을 1개, 8점을 2개, 6점을 3개, 4점을 4개, 2점을 0개 맞혔으므로 성준이의 평균은
$\frac{10\times1+8\times2+6\times3+4\times4}{10}=6$(점)이다.

∴ (성준이의 분산)
$=\{(10-6)^2\times1+(8-6)^2\times2+(6-6)^2\times3$
$+(4-6)^2\times4\}\div10$
$=4$

답 윤희 : 9, 성준 : 4

17

$a+3+b+2+c+5=20$에서
$a+b+c=10$ ……㉠

$(\text{평균})=\dfrac{a+6+3b+8+5c+30}{20}=4(\text{개})$에서

$a+3b+5c=36$ ⋯⋯㉡

$(\text{분산})=\dfrac{9a+12+b+0+c+20}{20}=\dfrac{5}{2}$에서

$9a+b+c=18$ ⋯⋯㉢

㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면

$a=1,\ b=5,\ c=4$ 답 $a=1,\ b=5,\ c=4$

18

$\dfrac{x+y+3+4+5}{5}=4$에서

$x+y=8$ ⋯⋯㉠

분산이 2이므로

$\dfrac{(x-4)^2+(y-4)^2+(3-4)^2+(4-4)^2+(5-4)^2}{5}=2,$

$x^2+y^2-8(x+y)+24=0$ ⋯⋯㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$x^2+y^2-8\times8+24=0$

$\therefore\ x^2+y^2=40$ 답 40

19

$2a-2,\ 2a-1,\ 2a,\ 2a+1,\ 2a+2$의 평균은 $2a$이므로

$s=\sqrt{\dfrac{4+1+0+1+4}{5}}=\sqrt{\dfrac{10}{5}}=\sqrt{2}$

$3a-6,\ 3a-3,\ 3a,\ 3a+3,\ 3a+6$의 평균은 $3a$이므로

$(\text{표준편차})=\sqrt{\dfrac{36+9+0+9+36}{5}}$

$=\sqrt{\dfrac{90}{5}}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}=3s$ 답 ⑤

20

$x_1,\ x_2,\ x_3$의 평균은 8, 표준편차는 $\sqrt{7}$이므로

$\dfrac{(x_1-8)^2+(x_2-8)^2+(x_3-8)^2}{3}=(\sqrt{7})^2$에서

$(x_1-8)^2+(x_2-8)^2+(x_3-8)^2=21$

$y_1,\ y_2,\ y_3$의 평균은 8, 표준편차는 1이므로

$\dfrac{(y_1-8)^2+(y_2-8)^2+(y_3-8)^2}{3}=1^2$에서

$(y_1-8)^2+(y_2-8)^2+(y_3-8)^2=3$

$x_1,\ x_2,\ x_3,\ y_1,\ y_2,\ y_3$의 평균은 8이므로

분산은

$\{(x_1-8)^2+(x_2-8)^2+(x_3-8)^2+(y_1-8)^2$
$+(y_2-8)^2+(y_3-8)^2\}\div6$

$=\dfrac{21+3}{6}=\dfrac{24}{6}=4$이다.

따라서 구하는 표준편차는 $\sqrt{4}=2$이다. 답 2

STEP B 내신만점문제

본문 P. 19~24

01 평균 : 60분, 중앙값 : 55분 **02** $x=7,\ y=5$
03 (1) 중앙값 : 7, 최빈값 : 7 (2) 중앙값 : 5, 최빈값 : 7
04 (1) 평균 : 6.4점, 중앙값 : 7점, 최빈값 : 5점 (2) 27명
05 풀이 참조
06 (1) 45MB (2) $588\text{MB}\le x\le590\text{MB}$
07 ㄴ, ㄹ **08** 4 **09** ④, ⑤
10 평균 : 0, 표준편차 : 1 **11** ② **12** 5
13 $\sqrt{2}$ m **14** 140 **15** ㄱ, ㄷ

01

$2+x+10+2+y=26$에서 $x+y=12$ ⋯⋯㉠

y는 x의 3배이므로 $y=3x$ ⋯⋯㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=3,\ y=9$

계급값(분)	도수(명)	(계급값)×(도수)
35	2	70
45	3	135
55	10	550
65	2	130
75	9	675
합계	26	1560

$(\text{평균})=\dfrac{1560}{26}=60(\text{분})$

13번째와 14번째 자료의 값은 모두 50분 이상 60분 미만인 계급에 속하므로 중앙값은 55분이다.

답 평균 : 60분, 중앙값 : 55분

02

$x,\ y$를 제외하고 주어진 6개의 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면 2, 4, 5, 8, 9, 10이다.

최빈값은 5이므로 $x,\ y$ 중 하나는 5이다.

⇨ 2, 4, 5, 5, 8, 9, 10

중앙값이 6이므로 나머지 한 수는 5보다 큰 수이다.

중앙값은 4번째 수와 5번째 수의 평균이므로 $\dfrac{5+8}{2}=6.5$에서

5번째 수는 7이다.

따라서 $x>y$이므로 $x=7,\ y=5$이다. 답 $x=7,\ y=5$

03

전체 자료의 수는 13개이고, $x,\ y,\ z$를 제외한 자료를 작은 값에서부터 크기순으로 나열하면 2, 3, 4, 5, 7, 7, 7, 8, 9, 10이다.

(1) $x>y>z>4$이면 7번째 자료의 값이 7이므로 중앙값은 7이다. 이때 7의 도수가 3 또는 4로 가장 크므로 최빈값은 7이다.

(2) $x<y<z<5$이면 7번째 자료의 값이 5이므로 중앙값은 5이다. 이때 7의 도수가 3으로 가장 크므로 최빈값은 7이다.

답 (1) 중앙값 : 7, 최빈값 : 7 (2) 중앙값 : 5, 최빈값 : 7

04

(1) (총 학생 수)$=2+3+13+10+6+6=40$(명)

(점수의 총합)

$=2\times2+3\times3+5\times13+7\times10+8\times6+10\times6$

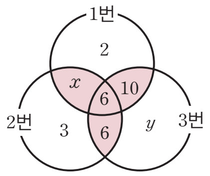
$=256$(점)

$\therefore$ (평균)$=\dfrac{256}{40}=6.4$(점)

작은 값에서부터 크기순으로 나열할 때, 20번째와 21번째 자료의 값의 평균이 중앙값이므로 $2+3+13=18$, $18+10=28$에서 중앙값은 7점이다.

또 도수가 가장 큰 자료의 값이 최빈값이므로 5점이다.

(2)



3번 문제의 정답자는 24명이므로

$6+6+10+y=24$ $\therefore y=2$

점수가 5점인 학생 수는 13명이므로

$x+y=13$에서 $x+2=13$ $\therefore x=11$

따라서 두 문제만 맞힌 학생 수는

$11+6+10=27$(명)이다.

답 (1) 평균 : 6.4점, 중앙값 : 7점, 최빈값 : 5점 (2) 27명

05

답 예 A 자료는 줄기 5를 중심으로 대칭으로 분포하므로 평균과 중앙값은 모두 줄기 5에 속해 있을 것으로 예상된다.

(평균)$=\dfrac{758}{14}=54.14\cdots$, (중앙값)$=\dfrac{53+57}{2}=55$

B 자료는 비대칭으로 분포하므로 평균은 줄기 5에, 중앙값은 6에 있을 것으로 예상된다.

(평균)$=\dfrac{823}{14}=58.78\cdots$, (중앙값)$=\dfrac{61+64}{2}=62.5$

06

(1) $595\times15-592\times15=45$(MB)

(2) 처음 15개의 동영상을 크기가 작은 것부터 순서대로 나열했을 때, 8번째 자료의 크기가 중앙값이므로 588MB는 8번째 자료의 크기였음을 알 수 있다.

9번째 자료의 크기를 aMB라 하면 지운 동영상의 크기는 $590-45=545$(MB)이므로 새로 590MB의 동영상을 넣었을 때 중앙값은 다음과 같다.

(i) $588\le a<590$일 때, 중앙값은 aMB이다.

(ii) $a\ge590$일 때, 중앙값은 590MB이다.

따라서 예상할 수 있는 중앙값 x의 범위는

$588\text{MB}\le x\le590\text{MB}$이다.

답 (1) 45MB (2) $588\text{MB}\le x\le590\text{MB}$

07

ㄱ. 상대도수가 가장 큰 값이 도수가 가장 크므로 A, B, C 동아리의 최빈값은 각각 7점, 7점, 8점이므로 C 동아리가 활쏘기 점수의 최빈값이 가장 높다.

ㄴ. A 동아리는 $0.1+0.18=0.28$, $0.28+0.26=0.54$이므로 중앙값은 6점, B 동아리는 $0.08+0.22=0.3$, $0.3+0.32=0.62$이므로 중앙값은 7점, C 동아리는 $0.06+0.1+0.2=0.36$, $0.36+0.26=0.62$이므로 중앙값은 7점이다.

따라서 중앙값이 가장 낮은 동아리는 A이다.

ㄷ. 각 동아리의 전체 도수를 알지 못하므로 각 계급의 도수를 정확히 알지 못한다. 즉, 세 동아리 전체의 활쏘기 점수의 최빈값은 알 수 없다.

ㄹ. (A 동아리의 평균)

$=4\times0.1+5\times0.18+6\times0.26+7\times0.3+8\times0.12+9\times0.04$

$=6.28$(점)

(B 동아리의 평균)

$=5\times0.08+6\times0.22+7\times0.32+8\times0.24+9\times0.1+10\times0.04$

$=7.18$(점)

(C 동아리의 평균)

$=4\times0.06+5\times0.1+6\times0.2+7\times0.26+8\times0.28$

$\quad+9\times0.08+10\times0.02$

$=6.92$(점)

따라서 평균이 가장 높은 동아리는 B이다.

답 ㄴ, ㄹ

08

도수의 총합이 20이므로

$1+1+3+a+1+b+2+1+1=20$에서

$a+b=10$ ……㉠

(평균)$=(2\times1+3\times1+4\times3+5\times a+6\times1+7\times b$

$\quad+8\times2+9\times1+10\times1)\div20=6$에서

$5a+7b=62$ ……㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=4$, $b=6$

$\therefore$ (분산)$=\{(2-6)^2\times1+(3-6)^2\times1$

$\quad+(4-6)^2\times3+(5-6)^2\times4$

$\quad+(6-6)^2\times1+(7-6)^2\times6$

$\quad+(8-6)^2\times2+(9-6)^2\times1$

$+(10-6)^2\times1\}\div20$

$=\frac{80}{20}=4$ 답 4

09

Ⅰ : 자료를 작은 수부터 크기순으로 나열하면

-9, -6, -6, -2, 0, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 8이다.

(평균)

$=(-9-6-6-2+0+0+1+2+3+4+5+8)\div12$

$=0$

최빈값은 -6과 0의 2개이고, 중앙값은 $\frac{0+1}{2}=\frac{1}{2}$이다.

(분산)

$=\{(-9)^2+(-6)^2+(-6)^2+(-2)^2$

$+0^2+0^2+1^2+2^2+3^2+4^2+5^2+8^2\}\div12$

$=276\div12=23$

Ⅱ : 자료를 작은 수부터 크기순으로 나열하면

-9, -5, -4, -4, 0, 1, 3, 3, 3, 7, 8, 9이다.

(평균)

$=(-9-5-4-4+0+1+3+3+3+7+8+9)\div12$

$=12\div12=1$

최빈값은 3으로 1개이고, 중앙값은 $\frac{1+3}{2}=2$이다.

(분산)

$=\{(-9-1)^2+(-5-1)^2+(-4-1)^2+(-4-1)^2$

$+(0-1)^2+(1-1)^2+(3-1)^2+(3-1)^2+(3-1)^2$

$+(7-1)^2+(8-1)^2+(9-1)^2\}\div12$

$=348\div12=29$

① 자료 Ⅰ의 평균은 자료 Ⅱ의 평균보다 작다.

② 자료 Ⅰ의 최빈값은 -6과 0의 2개이다.

③ 자료 Ⅱ의 최빈값은 3의 1개이다. 답 ④, ⑤

10

$\frac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{n}=15$

$\therefore a_1+a_2+\cdots+a_n=15n$

$\{(a_1-15)^2+(a_2-15)^2+\cdots+(a_n-15)^2\}\div n=4$

$\therefore (a_1-15)^2+(a_2-15)^2+\cdots+(a_n-15)^2=4n$

$\frac{a_1-15}{2}$, $\frac{a_2-15}{2}$, $\cdots$, $\frac{a_n-15}{2}$의 평균은

$\left(\frac{a_1-15}{2}+\frac{a_2-15}{2}+\cdots+\frac{a_n-15}{2}\right)\div n$

$=\left(\frac{a_1+a_2+\cdots+a_n-15n}{2}\right)\div n$

$=\left(\frac{15n-15n}{2}\right)\div n=0$

$(\text{분산})=\left\{\left(\frac{a_1-15}{2}\right)^2+\left(\frac{a_2-15}{2}\right)^2+\cdots+\left(\frac{a_n-15}{2}\right)^2\right\}\div n$

$=\{(a_1-15)^2+(a_2-15)^2+\cdots+(a_n-15)^2\}\div4n$

$=4n\times\frac{1}{4n}=1$

따라서 표준편차는 1이다. 답 평균 : 0, 표준편차 : 1

다른풀이

n개의 변량 x_1, x_2, x_3, $\cdots$, x_n의 평균이 m이고 표준편차가 s일 때, 변량 ax_1+b, ax_2+b, ax_3+b, $\cdots$, ax_n+b의 평균은 $am+b$이고 표준편차는 $|a|s$이다.

$\therefore$ (평균)$=\frac{1}{2}\times15-\frac{15}{2}=0$, (표준편차)$=\frac{1}{2}\times2=1$

11

X : 1, 2, 3, $\cdots$, 100

Y : 101, 102, 103, $\cdots$, 200

Z : 2, 4, 6, $\cdots$, 200

세 자료 X, Y, Z의 각각의 편차를

x_i, y_i, z_i ($i=1$, 2, 3, $\cdots$, 100)라 하면

$x_i=y_i$이므로 $X_s=Y_s$이다.

$z_i=2x_i$이므로 $Z_s=2X_s$이다.

따라서 $X_s=Y_s<Z_s$이다. 답 ②

12

$(37.5\times1+42.5\times2+47.5\times a+52.5\times7+57.5\times3+62.5\times2)\div(1+2+a+7+3+2)=50.5$에서

$787.5+47.5a=757.5+50.5a$,

$3a=30 \quad \therefore a=10$

각 계급에 대한 편차가 각각 -13 kg, -8 kg, -3 kg, 2 kg, 7 kg, 12 kg이므로

$(\text{분산})=\{(-13)^2\times1+(-8)^2\times2+(-3)^2\times10+2^2\times7$

$+7^2\times3+12^2\times2\}\div(1+2+10+7+3+2)$

$=850\div25=34$

표준편차가 $\sqrt{34}$ kg이므로 $5<\sqrt{34}<6$에서 $n=5$이다.

답 5

13

출발점에서부터 A, B, C, D, E까지의 거리를 각각 $(a-2)$m, $(a-1)$m, a m, $(a+1)$m, $(a+2)$m라 하면

$(\text{평균})=\frac{a-2+a-1+a+a+1+a+2}{5}$

$=a$(m)

$(\text{분산})=\{(a-2-a)^2+(a-1-a)^2+(a-a)^2$

$+(a+1-a)^2+(a+2-a)^2\}\div5$

$=(4+1+0+1+4)\div5$

$=2$

따라서 표준편차는 $\sqrt{2}$ m이다.   답 $\sqrt{2}$ m

14

$$\frac{(x_1+4)+(x_2+4)+\cdots+(x_{20}+4)}{20}=8$$

$x_1+x_2+\cdots+x_{20}=8\times20-4\times20=80$

$$\frac{(x_1+4-8)^2+(x_2+4-8)^2+\cdots+(x_{20}+4-8)^2}{20}=2^2$$

$$\frac{{x_1}^2+{x_2}^2+\cdots+{x_{20}}^2}{20}-4^2=4$$

$\therefore\ {x_1}^2+{x_2}^2+\cdots+{x_{20}}^2=400$

$$\frac{(y_1+8)+(y_2+8)+\cdots+(y_{20}+8)}{20}=10$$

$y_1+y_2+\cdots+y_{20}=10\times20-8\times20=40$

$$\frac{(y_1+8-10)^2+(y_2+8-10)^2+\cdots+(y_{20}+8-10)^2}{20}=3^2$$

$$\frac{{y_1}^2+{y_2}^2+\cdots+{y_{20}}^2}{20}-2^2=9$$

$\therefore\ {y_1}^2+{y_2}^2+\cdots+{y_{20}}^2=260$

$\therefore\ ({x_1}^2+{x_2}^2+\cdots+{x_{20}}^2)-({y_1}^2+{y_2}^2+\cdots+{y_{20}}^2)$

$=400-260=140$ 답 140

15

그래프의 대칭축은 평균이다.

ㄱ. 표준편차가 작으면 평균 횟수에 많은 학생들이 있으므로 2반의 표준편차가 1반의 표준편차보다 작다.

ㄴ. 대칭축은 평균이므로 2반 학생들은 평균적으로 3반 학생들보다 줄넘기를 더 잘하지 않는다.

ㄷ. 3반 학생들이 평균적으로 1반 학생들보다 줄넘기를 더 잘한다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.   답 ㄱ, ㄷ

STEP A 최고수준문제

본문 P. 25~29

01 $x\geq10$	**02** 10가지	**03** $2\sqrt{479}$점	**04** 11
05 ③	**06** $\sqrt{42}$ kg	**07** 1	**08** 거인, 독수리
09 260분	**10** $\sqrt{34}$	**11** 242	**12** 2

01

$1\leq x\leq6$이면 $a=6$, $b=7$, $c=6$

$x=7$이면 $a=7$, $b=7$, $c=7$

$x=8$이면 $a=8$, $b=8$, $c=8$

$x=9$이면 $a=8$, $b=9$, $c=9$

$x\geq10$이면 $a=8$, $b=9$, $c=10$

따라서 $a<b<c$를 만족시키는 x의 값의 범위는 $x\geq10$이다.

답 $x\geq10$

02

중앙값이 25권이므로 25권을 읽은 학생을 제외한 나머지 4명이 읽은 권수를 작은 값에서부터 a권, b권, c권, d권이라 하자.

최빈값이 25권이므로 작은 값에서부터 나열하면 a권, b권, 25권, 25권, d권 또는 a권, 25권, 25권, c권, d권의 2가지로 나타낼 수 있다.

(i) a권, b권, 25권, 25권, d권인 경우 $(a\leq b\leq25)$

$a+b+20=25+d$에서 $d=a+b-5$ ……㉠

$$\frac{a+b+25+25+d}{5}=23 \text{ ……㉡}$$

㉠을 ㉡에 대입하여 정리하면 $a+b=35$, $d=30$

$(a,\ b)=(10,\ 25)$, $(11,\ 24)$, $(12,\ 23)$, $(13,\ 22)$, $(14,\ 21)$, $(15,\ 20)$, $(16,\ 19)$, $(17,\ 18)$

⇨ 8가지

(ii) a권, 25권, 25권, c권, d권인 경우 $(a\leq25\leq c\leq d)$

$a+25+20=c+d$에서

$c+d=a+45$ ……㉢

$$\frac{a+25+25+c+d}{5}=23 \text{ ……㉣}$$

㉢을 ㉣에 대입하여 정리하면

$a=10$, $c+d=55$이므로

$(c,\ d)=(25,\ 30)$, $(26,\ 29)$, $(27,\ 28)$

⇨ 3가지

(i)의 $(a,\ b)=(10,\ 25)$인 경우와 (ii)의 $(c,\ d)=(25,\ 30)$인 경우는 같은 경우이므로 (i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$8+3-1=10$(가지)이다.   답 10가지

03

학생 E의 볼링 점수를 x점이라 하면 A, B, C, D의 볼링 점수는 각각 $(x-70)$점, $(x+10)$점, $(x-20)$점, $(x+65)$점이므로 5명의 볼링 점수의 평균은

$$\frac{(x-70)+(x+10)+(x-20)+(x+65)+x}{5}$$

$$=\frac{5x-15}{5}=x-3\text{(점)}$$

따라서 분산은

$$\frac{1}{5}\{(x-70-x+3)^2+(x+10-x+3)^2+(x-20-x+3)^2$$
$$+(x+65-x+3)^2+(x-x+3)^2\}$$

$$=\frac{9580}{5}=1916$$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{1916}=2\sqrt{479}$(점)   답 $2\sqrt{479}$점

04

총 연습 시간이 $10\times8-9\times8=8$(시간) 많게 나왔으므로 잘못

기록된 1명의 선수의 일주일 동안의 연습 시간은 $12-8=4$(시간)이다.
나머지 7명의 각 변량의 제곱의 합을 A라 하면

$\frac{A+12^2}{8}-10^2=8 \quad \therefore A=720$

$\therefore$ (분산)$=\frac{720+4^2}{8}-9^2=92-81=11$ 답 11

05

$x^3-2x^2-13x^2+26x+40x-80=0$

$x^2(x-2)-13x(x-2)+40(x-2)=0$

$(x-2)(x^2-13x+40)=0$

$(x-2)(x-5)(x-8)=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=5$ 또는 $x=8$

세 근의 평균은 $\frac{2+5+8}{3}=5$이므로

표준편차는

$\sqrt{\frac{(2-5)^2+(5-5)^2+(8-5)^2}{3}}=\sqrt{\frac{9+0+9}{3}}=\sqrt{6}$이다.

답 ③

06

남학생의 수를 a명, 여학생의 수를 b명이라고 하면

$a+b=55$ ······㉠

$62a+51b=57\times55=3135$ ······㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=30$, $b=25$

남학생의 몸무게를 각각 x_1 kg, x_2 kg, $\cdots$, x_{30} kg, 여학생의 몸무게를 각각 x_{31} kg, x_{32} kg, $\cdots$, x_{55} kg이라 하면

(남학생의 몸무게의 분산)$=\frac{x_1^2+x_2^2+\cdots+x_{30}^2}{30}-62^2=17$

$\therefore x_1^2+x_2^2+\cdots+x_{30}^2=115830$ ······㉢

(여학생의 몸무게의 분산)$=\frac{x_{31}^2+x_{32}^2+\cdots+x_{55}^2}{25}-51^2=6$

$\therefore x_{31}^2+x_{32}^2+\cdots+x_{55}^2=65175$ ······㉣

(전체 학생의 몸무게의 분산)

$=\frac{x_1^2+x_2^2+\cdots+x_{55}^2}{55}-57^2$ ⇦ ㉢, ㉣을 대입

$=\frac{115830+65175}{55}-3249$

$=3291-3249=42$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{42}$(kg) 답 $\sqrt{42}$ kg

07

두 자료 X, Y의 평균을 각각 m_x, m_y라 하면

$m_x=\frac{x\times1+2x\times2+3x\times3}{1+2+3}=\frac{7}{3}x$

$m_y=\frac{y\times2+2y\times4+3y\times6}{2+4+6}=\frac{7}{3}y$

두 자료 X, Y의 분산을 각각 s_x^2, s_y^2이라 하면

$s_x^2=\left\{\left(x-\frac{7}{3}x\right)^2\times1+\left(2x-\frac{7}{3}x\right)^2\times2+\left(3x-\frac{7}{3}x\right)^2\times3\right\}\div6$

$=\left(\frac{16}{9}x^2+\frac{2}{9}x^2+\frac{12}{9}x^2\right)\div6=\frac{5}{9}x^2$

$s_y^2=\left\{\left(y-\frac{7}{3}y\right)^2\times2+\left(2y-\frac{7}{3}y\right)^2\times4+\left(3y-\frac{7}{3}y\right)^2\times6\right\}\div12$

$=\left(\frac{32}{9}y^2+\frac{4}{9}y^2+\frac{24}{9}y^2\right)\div12=\frac{5}{9}y^2$

두 자료의 분산이 같으므로 $\frac{5}{9}x^2=\frac{5}{9}y^2$에서

$x=y$ ($\because x>0, y>0$)

$\therefore \frac{x}{y}=1$ 답 1

08

각 팀이 얻은 점수를 작은 값부터 크기순으로 나열해 보면

호랑이 : 3, 4, 5, 5, 6, 7, 7, 8, 9
사자 : 3, 4, 4, 6, 6, 6, 8, 8, 9
독수리 : 4, 5, 5, 6, 6, 6, 7, 7, 8
비룡 : 3, 4, 5, 6, 6, 6, 7, 8, 9
영웅 : 2, 3, 4, 4, 6, 8, 8, 9, 10
쌍둥이 : 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10
곰 : 2, 3, 4, 6, 6, 6, 8, 9, 10
거인 : 1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11

모든 팀의 점수 분포는 6점을 중심으로 좌우 대칭이므로 평균은 모두 6점이다. 이 중 평균을 중심으로 가장 넓게 퍼져 있는 것은 거인팀이므로 표준편차가 가장 크고, 평균을 중심으로 가장 밀집되어 있는 것은 독수리팀이므로 표준편차가 가장 작다.

답 거인, 독수리

09

운동부 선수들의 수를 n명, 개개인이 하루 동안 한 운동 시간을 각각 a_1분, a_2분, $\cdots$, a_n분이라 하면

평균은 $\frac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{n}=200$(분)

분산은 $\frac{(a_1-200)^2+(a_2-200)^2+\cdots+(a_n-200)^2}{n}=25$

바뀐 운동 시간은 (xa_1+y)분, (xa_2+y)분, $\cdots$, (xa_n+y)분이므로 바뀐 운동 시간의 평균은

$\frac{(xa_1+y)+(xa_2+y)+\cdots+(xa_n+y)}{n}$

$=\frac{x(a_1+a_2+\cdots+a_n)+ny}{n}$

$=x\times\dfrac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{n}+y$

$=200x+y=420$(분) ……㉠

또, 바뀐 운동 시간의 분산은

$\{(xa_1+y-200x-y)^2+(xa_2+y-200x-y)^2+\cdots$

$+(xa_n+y-200x-y)^2\}\div n$

$=\dfrac{x^2(a_1-200)^2+x^2(a_2-200)^2+\cdots+x^2(a_n-200)^2}{n}$

$=x^2\left\{\dfrac{(a_1-200)^2+(a_2-200)^2+\cdots+(a_n-200)^2}{n}\right\}$

$=25x^2=100$ ……㉡

㉡에서 $x^2=4$, $x=2$ ($\because x>0$)

㉠에서 $400+y=420$, $y=20$

따라서 b분 운동을 하던 학생은 $(2b+20)$분 운동을 하게 된다.

$240\times2+20=500$

240분 운동을 하던 학생이 500분 하게 된 것이므로 운동 시간은 260분 증가했다. 답 260분

10

직육면체의 가로의 길이, 세로의 길이, 높이를 각각 x, y, z라 하면

$\dfrac{4x+4y+4z}{12}=5$에서 $x+y+z=15$

$\dfrac{2xy+2yz+2zx}{6}=8$에서 $xy+yz+zx=24$

모서리의 길이에 대한 분산을 구하면

$\dfrac{4x^2+4y^2+4z^2}{12}-5^2=\dfrac{x^2+y^2+z^2}{3}-5^2$이다.

$x^2+y^2+z^2=(x+y+z)^2-2(xy+yz+zx)$

$=15^2-2\times24=177$이므로

(표준편차)$=\sqrt{\dfrac{177}{3}-5^2}=\sqrt{34}$ 답 $\sqrt{34}$

11

(평균)

$=\dfrac{1\times1+2\times2+3\times3+4\times4+5(n-10)}{n}$

$=\dfrac{5n-20}{n}$

(분산)

$=\dfrac{1^2\times1+2^2\times2+3^2\times3+4^2\times4+5^2\times(n-10)}{n}-$(평균)^2

$=\dfrac{25n-150}{n}-\left(\dfrac{5n-20}{n}\right)^2$

$=\dfrac{50n-400}{n^2}$

(분산)≤0.2에서 $\dfrac{50n-400}{n^2}\le\dfrac{1}{5}$

$n^2\ge250n-2000$

$n^2-250n+2000\ge0$

$n^2-250n+2000=0$에서

$n=125\pm\sqrt{13625}$이므로

$n\le125-\sqrt{13625}$ 또는 $n\ge125+\sqrt{13625}$

$116<\sqrt{13625}<117$이고 $n\ge10$이므로

$n\ge125+\sqrt{13625}$

$\therefore n>241$

따라서 n의 최솟값은 242이다. 답 242

12

A집단의 평균을 m이라 하면

$m=\dfrac{x_1f_1+x_2f_2+x_3f_3+x_4f_4}{N}$

(B집단의 평균)

$=\dfrac{3x_1f_1+3x_2f_2+3x_3f_3+3x_4f_4}{3N}=m$

(C집단의 평균)

$=\dfrac{4x_1f_1+4x_2f_2+4x_3f_3+4x_4f_4}{2N}=2m$

(D집단의 평균)

$=\dfrac{2(x_1f_1+x_2f_2+x_3f_3+x_4f_4)+(f_1+f_2+f_3+f_4)}{N}$

$=2m+1$

$a^2=\dfrac{(x_1-m)^2f_1+(x_2-m)^2f_2+(x_3-m)^2f_3+(x_4-m)^2f_4}{N}$

$b^2=\dfrac{3\{(x_1-m)^2f_1+(x_2-m)^2f_2+(x_3-m)^2f_3+(x_4-m)^2f_4\}}{3N}$

$=a^2$

$c^2=\dfrac{8\{(x_1-m)^2f_1+(x_2-m)^2f_2+(x_3-m)^2f_3+(x_4-m)^2f_4\}}{2N}$

$=4a^2$

$d^2=\dfrac{4\{(x_1-m)^2f_1+(x_2-m)^2f_2+(x_3-m)^2f_3+(x_4-m)^2f_4\}}{N}$

$=4a^2$

$\therefore b=a$, $c=2a$, $d=2a$ ($\because a>0$, $b>0$, $c>0$, $d>0$)

$\therefore \dfrac{c+d}{a+b}=\dfrac{2a+2a}{a+a}=\dfrac{4a}{2a}=2$ 답 2

사고력의 날개

본문 P. 30~31

1

예 주어진 자료를 살펴보면 그 값이 2나 1380과 같이 극단적으로 작거나 큰 값이 있다.

평균은 이처럼 극단적으로 크거나 작은 값의 영향을 받으므

로 이와 같은 자료의 대푯값으로 적절하지 않다.
따라서 주어진 자료의 대푯값으로는 중앙값이 적절하다.
자료의 중앙값을 구하기 위해서 자료의 값을 작은 값에서부터 차례로 나열하면 다음과 같다.
2, 53, 60, 75, 115, 130, 140, 150, 190, 300, 380, 1380
자료의 수가 12개이므로 중앙값은 6번째와 7번째 수의 평균인
$\frac{130+140}{2}=135(\text{mg})$이다.
따라서 중앙값은 135 mg이다. 답 예) 중앙값, 135 mg

2

답 예) 라희의 퀴즈테스트의 평균은
$(6\times2+7\times3+8\times1+9\times1+10\times3)\div10=8$(점)
승하가 퀴즈테스트를 치른 총 횟수는 10번이고, 6점과 8점을 획득한 횟수가 각각 1번 이상이므로 승하는 6점을 1번, 8점을 2번 획득하였거나 6점을 2번, 8점을 1번 획득하였다.
(i) 승하가 6점을 1번, 8점을 2번 획득한 경우
승하의 퀴즈테스트의 평균은
$(6\times1+7\times2+8\times2+9\times4+10\times1)\div10=8.2$(점)
따라서 퀴즈테스트의 평균이 승하가 라희보다 높으므로 승하를 퀴즈대회에 참가시키는 것이 타당하다.
(ii) 승하가 6점을 2번, 8점을 1번 획득한 경우
승하의 퀴즈테스트의 평균은
$(6\times2+7\times2+8\times1+9\times4+10\times1)\div10=8$(점)으로 라희와 같다.
승하와 라희의 퀴즈테스트의 표준편차를 각각 a점, b점이라 하면
$$a^2=\{(6-8)^2\times2+(7-8)^2\times2+(8-8)^2\times1+(9-8)^2\times4+(10-8)^2\times1\}\div10=\frac{9}{5}$$
$$\therefore a=\sqrt{\frac{9}{5}}=\frac{3\sqrt{5}}{5}$$
$$b^2=\{(6-8)^2\times2+(7-8)^2\times3+(8-8)^2\times1+(9-8)^2\times1+(10-8)^2\times3\}\div10=\frac{12}{5}$$
$$\therefore b=\sqrt{\frac{12}{5}}=\frac{2\sqrt{15}}{5}$$
$a<b$이므로 승하의 퀴즈테스트의 결과가 더 고르다.
따라서 승하를 퀴즈대회에 참가시키는 것이 타당하다.
(i), (ii)에 의해 승하를 퀴즈대회에 참가시키는 것이 타당하다.

II 피타고라스 정리

STEP C 필수체크문제

본문 P. 41~53

01 32 cm **02** $3\sqrt{13}$ cm **03** $2\sqrt{3}$ cm
04 $\overline{AB}=\overline{CA}$인 이등변삼각형 **05** 1 cm^2
06 (1) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ cm (2) $\frac{2}{5}$ cm^2
07 (1) $\sqrt{3}$ cm (2) $\sqrt{3}$ cm **08** $6\sqrt{2}$ cm
09 (1) 2 cm (2) $(3-\sqrt{3})$ cm^2 **10** $\sqrt{3}$ cm
11 $\sqrt{111}$ cm **12** $50(\sqrt{3}+1)$ cm^2
13 $\left(\frac{8}{3}\pi-2\sqrt{3}\right)$ cm^2 **14** $\frac{13}{6}$ cm
15 $\frac{3}{2}$ cm **16** $\frac{64}{3}$ cm^3 **17** $150\sqrt{3}$ cm^2
18 △BFD의 넓이 : $6\sqrt{5}$ cm^2,
삼각뿔 B−DEF의 부피 : 16 cm^3
19 $\sqrt{5}$ **20** $\frac{49}{2}$ **21** $27\sqrt{3}$ cm^2 **22** $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ cm
23 3.6 cm **24** $2\sqrt{6}$ cm **25** $3\sqrt{2}$ cm **26** $2\sqrt{5}$
27 (1) 3 cm (2) $12\sqrt{3}$ cm^2 **28** $3\sqrt{2}$
29 (1) $\frac{\sqrt{97}}{2}$ (2) 2
30 (1) $9\sqrt{3}$ cm^2 (2) $45\sqrt{3}$ cm^2
31 ② **32** 15 **33** $9\sqrt{2}$ cm^2 **34** $\frac{13}{2}$ cm
35 $18\sqrt{3}$ cm^2 **36** $\sqrt{7}$ cm
37 (1) $8\sqrt{2}$ cm (2) 72 cm^2 (3) $\frac{448}{3}$ cm^3
38 (1) $2+4\sqrt{3}$ (2) ① $(n-1)\sqrt{3}+2$ ② 57개

01

카드의 가로, 세로의 길이를 각각 $3a$ cm, $5a$ cm라 하면
$(3a)^2+(5a)^2=(2\sqrt{34})^2$, $34a^2=136$
$a^2=4$ $\therefore a=2(\because a>0)$
따라서 가로의 길이는 6 cm, 세로의 길이는 10 cm이므로 카드의 둘레의 길이는 $(6+10)\times2=32$(cm)이다. 답 32 cm

02

△ABC에서 $\overline{BC}=\sqrt{15^2-9^2}=12$(cm)
$\overline{BD}=\overline{CD}=6$(cm)이므로
△ABD에서 $\overline{AD}=\sqrt{9^2+6^2}=3\sqrt{13}$(cm) 답 $3\sqrt{13}$ cm

03

$\overline{AB}=2a$ cm, $\overline{BH}=a$ cm라 하면
$\overline{AH}=\sqrt{(2a)^2-a^2}=\sqrt{3}a$(cm)

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 2a\times\sqrt{3}a=\sqrt{3}a^2=9\sqrt{3}(cm^2)$이므로

$a^2=9 \quad \therefore a=3(\because a>0)$

따라서 점 G는 무게중심이고 $\overline{AH}=3\sqrt{3}$ cm이므로

$\overline{AG}=\frac{2}{3}\times 3\sqrt{3}=2\sqrt{3}(cm)$이다.

답 $2\sqrt{3}$ cm

04

A(2, 2), B(−2, 0), C(0, −2)에서

$\overline{AB}^2=(-2-2)^2+(0-2)^2=20$

$\overline{BC}^2=(0+2)^2+(-2-0)^2=8$

$\overline{CA}^2=(2-0)^2+(2+2)^2=20$

따라서 △ABC는 $\overline{AB}=\overline{CA}$인 이등변삼각형이다.

답 $\overline{AB}=\overline{CA}$인 이등변삼각형

05

$\triangle ABE\equiv\triangle BCF\equiv\triangle CDG\equiv\triangle DAH$(RHS 합동)

$\overline{EF}=\overline{FG}=\overline{GH}=\overline{HE}=\overline{BF}-\overline{BE}$

따라서 □EFGH는 정사각형이다.

△ABE에서

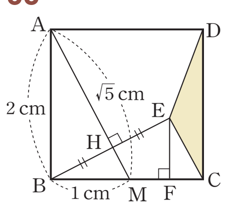
$\overline{BE}=\sqrt{\overline{AB}^2-\overline{AE}^2}=\sqrt{5^2-4^2}=\sqrt{9}=3(cm)$이므로

$\overline{EF}=4-3=1(cm)$

$\therefore$ □EFGH$=1\ cm^2$

답 $1\ cm^2$

06



(1) $\overline{AM}$과 $\overline{BE}$가 만나는 점을 H라 하면

△ABM에서

$\overline{AM}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}(cm)$

두 점 B, E는 $\overline{AM}$에 대하여 대칭인 점이므로

$\angle BHA=90^\circ$, $\overline{BH}=\overline{HE}$이다.

$\overline{BM}^2=\overline{MH}\times\overline{MA}$

$1=\overline{MH}\times\sqrt{5}$

$\therefore \overline{MH}=\frac{\sqrt{5}}{5}(cm)$

$\triangle BHM\backsim\triangle BEC$(SAS 닮음)이므로

$\overline{EC}=2\overline{HM}=\frac{2\sqrt{5}}{5}(cm)$

(2) △EBC는 ∠E=90°인 직각삼각형이고 점 E에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 F라 하면

$\overline{EC}^2=\overline{CF}\times\overline{CB}$

$\frac{4}{5}=\overline{CF}\times 2$

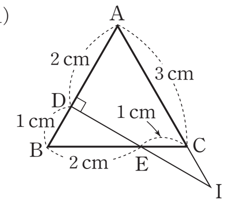
$\therefore \overline{CF}=\frac{2}{5}(cm)$

$\therefore \triangle ECD=\frac{1}{2}\times 2\times\frac{2}{5}=\frac{2}{5}(cm^2)$

답 (1) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ cm (2) $\frac{2}{5}\ cm^2$

07

(1)



△DBE에서 ∠B=60°이고

$\overline{BE}:\overline{BD}=2:1$이므로 ∠D=90°

$\therefore \overline{DE}=\sqrt{\overline{BE}^2-\overline{BD}^2}=\sqrt{2^2-1^2}$

$=\sqrt{3}(cm)$

(2) △CEI는 이등변삼각형이므로

$\overline{EC}=\overline{CI}=1$ cm이고, $\overline{EI}=x$ cm라 하면 △ADI에서

$(\sqrt{3}+x)^2+2^2=4^2$

$\therefore x=\sqrt{3}\ (\because x>0)$

답 (1) $\sqrt{3}$ cm (2) $\sqrt{3}$ cm

08

$\overline{BH}=\frac{(\text{아랫변의 길이})-(\text{윗변의 길이})}{2}$

$=\frac{16-10}{2}=3(cm)$

△ABH가 직각삼각형이므로

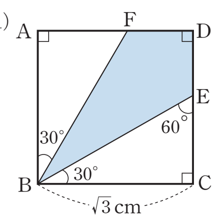
$\overline{AH}^2=9^2-3^2=72$

$\therefore \overline{AH}=6\sqrt{2}(cm)(\because \overline{AH}>0)$

답 $6\sqrt{2}$ cm

09

(1)



△BCE에서 ∠B=30°, ∠C=90°, ∠E=60°이므로

$\overline{BE}:\overline{BC}=2:\sqrt{3}$

$\therefore \overline{BE}=2(cm)$

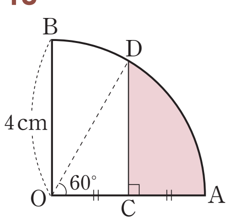
(2) $\overline{BC}:\overline{CE}=\sqrt{3}:1$에서

$\overline{CE}=1(\text{cm})$이므로
$\square BEDF$
$=\square ABCD-(\triangle ABF+\triangle BCE)$
$=3-\left(\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times1\times2\right)$
$(\because \triangle ABF\equiv\triangle CBE(\text{SAS 합동}))$
$=3-\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ 답 (1) 2 cm (2) $(3-\sqrt{3})\text{cm}^2$

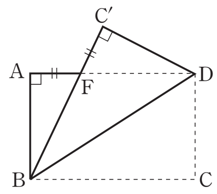
10
$\square OABC$에서
$\overline{OB}=\overline{OD}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}(\text{cm})$
$\square ODEC$에서
$\overline{OE}=\overline{OF}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+1^2}=\sqrt{3}(\text{cm})$
$\therefore \overline{OF}=\sqrt{3}(\text{cm})$ 답 $\sqrt{3}$ cm

11
정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면
$\overline{AB}=x$ cm, $\overline{BC}=6x$ cm
(정사각형의 넓이)$=x\times6x=6x^2=18$
$\therefore x=\sqrt{3}\ (\because x>0)$
$\overline{BD}=\sqrt{\overline{AB}^2+\overline{AD}^2}$
$=\sqrt{x^2+(6x)^2}=x\sqrt{37}$
$=\sqrt{3}\times\sqrt{37}=\sqrt{111}(\text{cm})$ 답 $\sqrt{111}$ cm

12
$\overline{AH}:\overline{BH}=1:\sqrt{3}$에서 $\overline{BH}=10\sqrt{3}$ cm,
$\overline{AH}:\overline{CH}=1:1$에서 $\overline{CH}=10$ cm이므로
$\overline{BC}=(10+10\sqrt{3})\text{cm}$
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times(10+10\sqrt{3})\times10$
$=50+50\sqrt{3}$
$=50(\sqrt{3}+1)(\text{cm}^2)$ 답 $50(\sqrt{3}+1)\text{cm}^2$

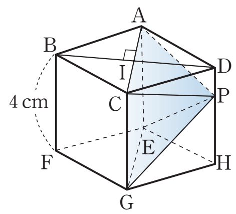
13


$\angle DOC=60^\circ$
$\overline{OB}=\overline{OD}=\overline{OA}=4$ cm
$\overline{OC}=\overline{CA}=2$ cm
$\overline{DC}=\sqrt{\overline{OD}^2-\overline{OC}^2}=\sqrt{4^2-2^2}$
$=\sqrt{12}=2\sqrt{3}(\text{cm})$
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)
$=$(부채꼴 DOA의 넓이)$-\triangle OCD$
$=\pi\times4^2\times\frac{60^\circ}{360^\circ}-\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times2$
$=\frac{8}{3}\pi-2\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ 답 $\left(\frac{8}{3}\pi-2\sqrt{3}\right)\text{cm}^2$

14


$\triangle FBD$에서
$\angle FBD=\angle DBC=\angle ADB$이므로 $\overline{BF}=\overline{FD}$이다.
$\overline{BF}=\overline{FD}=x$ cm라 하면
$\overline{AF}=(3-x)\text{cm}$
$\triangle ABF$에서 $\overline{AB}^2+\overline{AF}^2=\overline{BF}^2$
$2^2+(3-x)^2=x^2$
$\therefore x=\frac{13}{6}$
따라서 $\overline{FD}=\frac{13}{6}(\text{cm})$이다. 답 $\frac{13}{6}$ cm

15
$\overline{DQ}=x$ cm라 하면
$\overline{FQ}=\overline{QE}=(4-x)\text{cm}$
$\triangle FQD$에서 $\overline{FD}^2+\overline{DQ}^2=\overline{FQ}^2$
$2^2+x^2=(4-x)^2 \quad \therefore x=\frac{3}{2}$
따라서 $\overline{DQ}=\frac{3}{2}$ cm이다. 답 $\frac{3}{2}$ cm

16


$\overline{AC}=\sqrt{\overline{AB}^2+\overline{BC}^2}=\sqrt{4^2+4^2}$
$=4\sqrt{2}(\text{cm})$
$\overline{CG}=4(\text{cm})$
$\therefore \square ACGE=4\times4\sqrt{2}=16\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

사각뿔 P−ACGE의 높이는 $\overline{DI}$의 길이와 같으므로

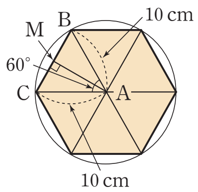
$\overline{AC}=\overline{BD}=4\sqrt{2}$(cm)

$\therefore\ \overline{DI}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}=2\sqrt{2}$(cm)

$\therefore$ (사각뿔 P−ACGE의 부피)

$=\frac{1}{3}\times16\sqrt{2}\times2\sqrt{2}=\frac{64}{3}(\mathrm{cm}^3)$ 답 $\frac{64}{3}$ cm^3

17



정육각형이므로 $\angle BAC=60°$이고

$\overline{AB}=\overline{AC}=10$ cm이므로 $\triangle ABC$는 정삼각형이다.

$\overline{BC}$의 중점을 M이라 하면

$\overline{AM}\perp\overline{BC}$이고, $\triangle ABM$은 직각삼각형이다.

$\therefore\ \overline{AM}=\sqrt{10^2-5^2}=5\sqrt{3}$(cm)

$\therefore$ (정육각형의 넓이)

$=\triangle ABC\times6=\frac{1}{2}\times10\times5\sqrt{3}\times6$

$=150\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$ 답 $150\sqrt{3}$ cm^2

다른풀이

$\triangle ABC\times6=\frac{\sqrt{3}}{4}\times10^2\times6$

$=150\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$

18

$\triangle DEF$에서

$\overline{DF}=\sqrt{\overline{EF}^2-\overline{ED}^2}=\sqrt{5^2-4^2}$

$=\sqrt{9}=3$(cm)

$\triangle BED$에서

$\overline{BD}=\sqrt{\overline{ED}^2+\overline{BE}^2}=\sqrt{4^2+8^2}$

$=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$(cm)

면 ABED와 $\overline{DF}$는 수직이므로 $\overline{BD}\perp\overline{DF}$이다.

$\therefore\ \triangle BFD=\frac{1}{2}\times3\times4\sqrt{5}=6\sqrt{5}(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore$ (삼각뿔 B−DEF의 부피)

$=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times3\times4\right)\times8=16(\mathrm{cm}^3)$

답 $\triangle BFD$의 넓이 : $6\sqrt{5}$ cm^2,

삼각뿔 B−DEF의 부피 : 16 cm^3

19

$y=x^2$의 그래프와 $y=2x-1$의 그래프가 만나는 점 P의 x좌표는 $x^2=2x-1$에서

$x^2-2x+1=0$

$(x-1)^2=0$

$\therefore\ x=1$

점 P(1, 1)이고, $y=2x-1$의 y절편이 -1이므로 Q(0, -1)이다.

$\therefore\ \overline{PQ}=\sqrt{(1-0)^2+(1+1)^2}=\sqrt{5}$ 답 $\sqrt{5}$

20

$\overline{OA}=\overline{AB}=x$라 하면

$\overline{OB}=\sqrt{x^2+x^2}=\sqrt{2}x$

$\overline{OC}=\sqrt{(\sqrt{2}x)^2+x^2}=\sqrt{3}x$

$\overline{OD}=\sqrt{(\sqrt{3}x)^2+x^2}=2x$

$\overline{OE}=\sqrt{(2x)^2+x^2}=\sqrt{5}x$

$\overline{OF}=\sqrt{(\sqrt{5}x)^2+x^2}=\sqrt{6}x=7\sqrt{6}$

$\therefore\ x=7$

$\therefore\ \triangle OAB=\frac{1}{2}x^2=\frac{49}{2}$ 답 $\frac{49}{2}$

21

$\triangle AOB$는 한 변의 길이가 6 cm인 정삼각형이므로

$\triangle AOB=\frac{\sqrt{3}}{4}\times6^2=9\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$

$\triangle AOB\equiv\triangle COD\equiv\triangle EOF$이므로

(색칠한 부분의 넓이)$=9\sqrt{3}\times3$

$=27\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$ 답 $27\sqrt{3}$ cm^2

22

직육면체에서

$\overline{AG}=\sqrt{3^2+4^2+5^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$(cm)

$\overline{EG}=\sqrt{3^2+4^2}=5$(cm)

$\triangle AEG=\frac{1}{2}\times\overline{EG}\times\overline{AE}$

$=\frac{1}{2}\times\overline{EI}\times\overline{AG}$에서

$5\times5=\overline{EI}\times5\sqrt{2}$

$\therefore\ \overline{EI}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$(cm) 답 $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ cm

23

$\overline{AE}^2=\overline{AD}^2-\overline{DE}^2=\overline{AF}\times\overline{AD}$

$10^2-8^2=\overline{AF}\times10$

$\therefore\ \overline{AF}=3.6$(cm) 답 3.6 cm

24
$\triangle$ABC에서

$\overline{AC}=\sqrt{3^2-(\sqrt{5})^2}=2(\text{cm})$

$\overline{AO}=\frac{1}{2}\times\overline{AC}=1(\text{cm})$

$\overline{BO}=\sqrt{\overline{AB}^2+\overline{AO}^2}$
$=\sqrt{(\sqrt{5})^2+1^2}=\sqrt{6}(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{BD}=2\overline{BO}=2\sqrt{6}(\text{cm})$

답 $2\sqrt{6}$ cm

25
$\overline{CD}=x$ cm라 하면

$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$

$4^2+x^2=3^2+5^2,\ x^2=18$

$\therefore\ x=3\sqrt{2}\ (\because\ x>0)$

따라서 $\overline{CD}=3\sqrt{2}$ cm이다.

답 $3\sqrt{2}$ cm

26
직선 l의 x절편이 5, y절편이 10이므로

A(0, 10), B(5, 0)이다.

$\triangle$AOB에서 $\overline{AB}=\sqrt{10^2+5^2}=5\sqrt{5}$

$10\times5=\overline{OH}\times5\sqrt{5}$

$\therefore\ \overline{OH}=2\sqrt{5}$

답 $2\sqrt{5}$

27
(1) 정삼각형 B의 한 변의 길이가 4 cm이므로

높이는 $\frac{\sqrt{3}}{2}\times4=2\sqrt{3}(\text{cm})$이다.

이것은 정삼각형 A의 한 변의 길이이므로

높이는 $\frac{\sqrt{3}}{2}\times2\sqrt{3}=3(\text{cm})$이다.

(2) (가로의 길이)$=3+1+2=6(\text{cm})$

$\therefore$ (직사각형의 넓이)$=6\times2\sqrt{3}=12\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

답 (1) 3 cm (2) $12\sqrt{3}$ cm^2

28
$y=x^2$의 그래프와 $y=x+2$의 그래프가 만나는 두 점의 x좌표는 $x^2=x+2$에서

$x^2-x-2=0$

$(x+1)(x-2)=0$

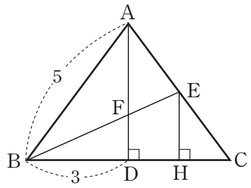
$\therefore\ x=-1$ 또는 $x=2$

A$(-1, 1)$, B$(2, 4)$

$\therefore\ \overline{AB}=\sqrt{(-1-2)^2+(1-4)^2}$
$=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

답 $3\sqrt{2}$

29
(1)



[그림 1]에서 점 E에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

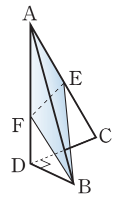
$\overline{BH}=3+\frac{3}{2}=\frac{9}{2}$이고,

$\overline{AD}=\sqrt{5^2-3^2}=4$에서 $\overline{EH}=2$이다.

따라서 $\overline{BE}$가 가장 짧은 경로이므로

$\overline{BE}=\sqrt{\left(\frac{9}{2}\right)^2+2^2}=\frac{\sqrt{97}}{2}$이다.

(2) 오른쪽 그림에서 삼각뿔 A$-$BEF의 밑면을 $\triangle$ABF라 하면 높이는 (1)의 점 E에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의 길이로 $\overline{DH}$의 길이와 같으므로 $\frac{3}{2}$이다.



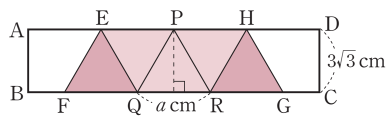
$\overline{AF}=\frac{2}{3}\times\overline{AD}=\frac{8}{3}$이므로

$\triangle ABF=\frac{1}{2}\times3\times\frac{8}{3}=4$

$\therefore$ (삼각뿔 A$-$BEF의 부피)$=\frac{1}{3}\times4\times\frac{3}{2}=2$

답 (1) $\frac{\sqrt{97}}{2}$ (2) 2

30



(1) $\triangle$PQR의 한 변의 길이를 a cm라 하면

$\frac{\sqrt{3}}{2}a=3\sqrt{3}\qquad\therefore\ a=6$

$\triangle PQR=\frac{1}{2}\times6\times3\sqrt{3}=9\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

(2) $\triangle$PQR, $\triangle$PQE, $\triangle$PHR가 겹치고 $\triangle$EFQ와 $\triangle$RGH가 겹친다.

$\therefore$ (구하는 넓이)$=3\sqrt{3}\times24-9\sqrt{3}\times3$
$=45\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

답 (1) $9\sqrt{3}$ cm^2 (2) $45\sqrt{3}$ cm^2

31
$\overline{AB}^2=3^2+4^2=25$

$\overline{AC}^2=3^2+3^2=18$

$\overline{BC}^2=49$

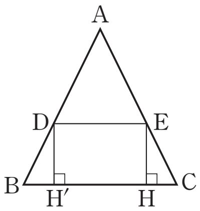
$49>18+25=43$이므로

$\overline{BC}^2>\overline{AB}^2+\overline{AC}^2$

$\therefore \angle x>90°$

답 ②

32



두 점 D, E에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 H′, H라 하면

$\overline{BE}^2=\overline{BH}^2+\overline{EH}^2$

$\overline{CE}^2=\overline{CH}^2+\overline{EH}^2$

$\therefore \overline{BE}^2-\overline{CE}^2=\overline{BH}^2-\overline{CH}^2=(\overline{BH}+\overline{CH})(\overline{BH}-\overline{CH})$

이때 $\triangle ABC$가 이등변삼각형이므로 $\overline{BH'}=\overline{CH}$이다.

$\therefore \overline{BE}^2-\overline{CE}^2=(\overline{BH}+\overline{CH})(\overline{BH}-\overline{CH})$

$=\overline{BC}\times\overline{DE}=5\times3=15$

답 15

33

$\overline{AE}=\overline{ED}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times6=3\sqrt{3}\,(\text{cm})$

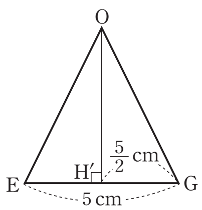
$\triangle AED$는 이등변삼각형이므로

$(\text{높이})=\sqrt{(3\sqrt{3})^2-3^2}=3\sqrt{2}\,(\text{cm})$

$\therefore \triangle AED=\dfrac{1}{2}\times6\times3\sqrt{2}=9\sqrt{2}\,(\text{cm}^2)$

답 $9\sqrt{2}\text{ cm}^2$

34



$\triangle EFG$에서 $\overline{EG}=\sqrt{3^2+4^2}=5(\text{cm})$

점 O에서 $\overline{EG}$에 내린 수선의 발을 H′이라 하면

$\triangle OEG=\dfrac{1}{2}\times5\times\overline{OH'}=15(\text{cm}^2)$에서

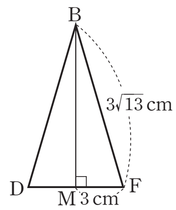
$\overline{OH'}=6(\text{cm})$

$\therefore \overline{OG}=\sqrt{6^2+\left(\dfrac{5}{2}\right)^2}=\sqrt{\dfrac{169}{4}}$

$=\dfrac{13}{2}(\text{cm})$

답 $\dfrac{13}{2}$ cm

35



$\overline{BD}=\overline{BF}=\sqrt{9^2+6^2}$

$=3\sqrt{13}\,(\text{cm})$

점 B에서 $\overline{DF}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면

$\overline{BM}=\sqrt{(3\sqrt{13})^2-3^2}$

$=6\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore \triangle BDF=\dfrac{1}{2}\times6\times6\sqrt{3}=18\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

답 $18\sqrt{3}\text{ cm}^2$

36

$\triangle ACD$에서

$\overline{AC}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+2^2}=4(\text{cm})$

$2\times2\sqrt{3}=4\times\overline{DE}$

$\therefore \overline{DE}=\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{DC}^2=\overline{CE}\times\overline{CA}$에서

$2^2=\overline{CE}\times4$

$\therefore \overline{CE}=1(\text{cm})$

$\therefore \overline{AE}=\overline{AC}-\overline{CE}=3(\text{cm})$

□ABCD는 직사각형이므로

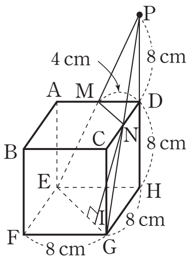
$\overline{AE}^2+\overline{CE}^2=\overline{BE}^2+\overline{DE}^2$

$9+1=\overline{BE}^2+3$

$\therefore \overline{BE}=\sqrt{7}(\text{cm})\ (\because \overline{BE}>0)$

답 $\sqrt{7}$ cm

37



(1) $\triangle EFG$에서

$\overline{EG}=\sqrt{\overline{EH}^2+\overline{GH}^2}$

$=\sqrt{8^2+8^2}=8\sqrt{2}\,(\text{cm})$

(2) $\triangle MND$에서

$\overline{MN}=\sqrt{\overline{MD}^2+\overline{ND}^2}$

$=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}\,(\text{cm})$

점 N에서 $\overline{EG}$에 내린 수선의 발을 I라 하면

$\overline{EG}=\overline{MN}+2\overline{GI}$이므로

$\overline{GI}=\dfrac{1}{2}(8\sqrt{2}-4\sqrt{2})=2\sqrt{2}\,(\text{cm})$

△CGN에서

$\overline{GN}=\sqrt{\overline{NC}^2+\overline{CG}^2}$

$=\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$(cm)이므로

△NIG에서

$\overline{NI}=\sqrt{\overline{GN}^2-\overline{GI}^2}$

$=\sqrt{(4\sqrt{5})^2-(2\sqrt{2})^2}=6\sqrt{2}$(cm)

$\therefore$ □MEGN$=\frac{1}{2}\times(4\sqrt{2}+8\sqrt{2})\times6\sqrt{2}$

$=72$(cm²)

(3) △MND$=\frac{1}{2}\times4\times4=8$(cm²)

△EGH$=\frac{1}{2}\times8\times8=32$(cm²)

$\overline{ME}$, $\overline{NG}$, $\overline{DH}$의 연장선이 만나는 점을 P라 하면

△PND와 △PGH의 닮음비가 1 : 2이므로 $\overline{PD}=8$(cm)

$\therefore$ (구하는 부피)

=(삼각뿔 P−EGH의 부피)−(삼각뿔 P−MND의 부피)

$=\frac{1}{3}\times32\times16-\frac{1}{3}\times8\times8$

$=\frac{448}{3}$(cm³)

답 (1) $8\sqrt{2}$ cm (2) 72 cm² (3) $\frac{448}{3}$ cm³

38

(1) 각 원의 중심을 왼쪽부터 O_1, O_2, O_3, O_4, O_5라 하면

$\overline{O_1O_2}=\overline{O_2O_3}=\overline{O_3O_4}=\overline{O_4O_5}=2$이므로

$\overline{O_1O_3}=\overline{O_3O_5}=2\sqrt{3}$

$\therefore l=1+2\sqrt{3}+2\sqrt{3}+1=2+4\sqrt{3}$

(2) ① 원이 n개일 때

$l=1+(n-1)\sqrt{3}+1$

$=(n-1)\sqrt{3}+2$

② $l=(n-1)\sqrt{3}+2$이므로

$(n-1)\sqrt{3}+2\leq100<\sqrt{3}n+2$

$\frac{98\sqrt{3}}{3}<n\leq\frac{98\sqrt{3}}{3}+1$

$56.5\cdots<n\leq57.5\cdots$

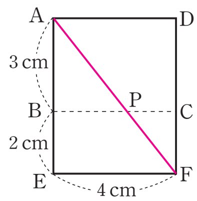
따라서 최대 57개 들어갈 수 있다.

답 (1) $2+4\sqrt{3}$ (2) ① $(n-1)\sqrt{3}+2$ ② 57개

STEP B 내신만점문제 본문 P. 54~65

01 $\sqrt{41}$ cm **02** (1) $2\sqrt{2}$ cm (2) $(1+\sqrt{3})$cm
03 $2\sqrt{110}$ cm² **04** (1) $2\sqrt{2}$ cm (2) $10\sqrt{13}$ cm²
05 $\frac{128\sqrt{17}}{3}$ cm³ **06** (1) $\frac{5\sqrt{5}}{2}$ cm (2) $\frac{133}{12}$ cm²
07 3 cm **08** $\frac{15}{4}$ cm **09** (1) $6\sqrt{2}$ (2) $2\sqrt{21}$
10 $\frac{15}{2}$ cm **11** $2\sqrt{53}$ cm
12 (1) $\frac{9}{2}$ cm² (2) $3\sqrt{5}$ cm **13** $12\sqrt{3}$ cm²
14 $\frac{84}{25}$ cm² **15** $\frac{9}{10}$ cm
16 $\frac{228}{5}$ m² **17** $20\sqrt{3}$
18 (1) $16\sqrt{2}$ cm² (2) $\frac{8\sqrt{6}}{3}$ cm
19 (1) $\frac{16}{5}$ cm (2) $\frac{6\sqrt{34}}{5}$ cm (3) $\sqrt{34}$ cm
20 (1) $0\leq x\leq4\sqrt{2}$ (2) $y=\frac{4\sqrt{2}}{3}x$ (3) $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ cm
21 $10(\sqrt{2}-1)$cm
22 (1) $5\sqrt{3}$ cm (2) $(5\pi+10)$cm **23** $(3+\sqrt{5})$cm
24 (1) 12 cm (2) 1, 5 **25** $5(\sqrt{6}-\sqrt{2})$cm
26 $2\sqrt{39}$ cm **27** 5 cm
28 (1) 6 cm (2) $\frac{25}{4}$ cm **29** $(12-4\sqrt{3})$cm
30 $\frac{7\sqrt{2}}{6}a^3$ **31** 8, 16, 24 **32** ②
33 (1) 4 cm (2) $\frac{64}{9}$ cm² (3) $\frac{1664}{81}\pi$ cm³
34 (1) 15 (2) $8+\sqrt{97}$
35 (1) $900\left(1-\sqrt{3}+\frac{\pi}{3}\right)$ cm² (2) $900(2-\sqrt{3})$cm²

01



선이 지나는 부분의 전개도는 위의 그림과 같고 구하는 최단 거리는 $\overline{AF}$의 길이와 같다.

$\therefore \overline{AF}=\sqrt{5^2+4^2}=\sqrt{41}$(cm) 답 $\sqrt{41}$ cm

02

(1) 정삼각형 AEF의 한 변의 길이를 x cm라 하면

$\frac{\sqrt{3}}{4}x^2=2\sqrt{3}$

$\therefore x=2\sqrt{2}\ (\because x>0)$

(2) △ABE≡△ADF(RHS 합동)

$\overline{BE}=\overline{DF}$이고 $\overline{BC}=\overline{DC}$이므로

$\overline{EC}=\overline{FC}=2(\text{cm})\ (\because \overline{EF}=2\sqrt{2}\text{ cm})$

정사각형 ABCD의 한 변의 길이를 y cm라 하면

$\overline{AB}=y$ cm, $\overline{BE}=(y-2)$cm

△ABE에서

$\overline{AE}^2=\overline{AB}^2+\overline{BE}^2$이므로

$(2\sqrt{2})^2=y^2+(y-2)^2$

$8=y^2+y^2-4y+4$

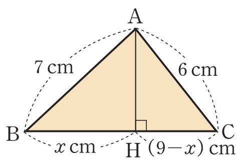
$y^2-2y-2=0$

$\therefore y=1\pm\sqrt{3}$

$2<y<2\sqrt{2}$이므로 직사각형의 한 변의 길이는 $(1+\sqrt{3})$cm 이다.

답 (1) $2\sqrt{2}$ cm (2) $(1+\sqrt{3})$cm

03



점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\overline{BH}=x$ cm라 하면

$7^2-x^2=6^2-(9-x)^2$

$\therefore x=\frac{47}{9}$

△ABH에서

$\overline{AH}=\sqrt{7^2-\left(\frac{47}{9}\right)^2}=\sqrt{\frac{1760}{81}}$

$=\frac{4\sqrt{110}}{9}(\text{cm})$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 9\times\frac{4\sqrt{110}}{9}$

$=2\sqrt{110}(\text{cm}^2)$

답 $2\sqrt{110}\text{ cm}^2$

04

(1) △DGC에서

$\overline{DG}=\sqrt{6^2+6^2}=6\sqrt{2}(\text{cm})$

$\therefore \overline{NG}=\frac{1}{3}\overline{DG}=\frac{1}{3}\times 6\sqrt{2}$

$=2\sqrt{2}(\text{cm})$

(2) $\overline{ML}=\frac{2}{3}\overline{DC}$, $\overline{LG}=\frac{2}{3}\overline{CG}$이므로

$\overline{ML}=\overline{LG}=\frac{2}{3}\times 6=4(\text{cm})$

△LFG에서

$\overline{LF}=\sqrt{6^2+4^2}=2\sqrt{13}(\text{cm})$

$\therefore \square MEFL=\frac{1}{2}\times(4+6)\times 2\sqrt{13}$

$=10\sqrt{13}(\text{cm}^2)$

답 (1) $2\sqrt{2}$ cm (2) $10\sqrt{13}\text{ cm}^2$

05

$\overline{AC}=8\sqrt{2}$ cm이므로 $\overline{HC}=4\sqrt{2}$ cm

△OHC에서 $\overline{OC}^2=\overline{HC}^2+\overline{OH}^2$

$\overline{OH}=\sqrt{10^2-(4\sqrt{2})^2}=2\sqrt{17}(\text{cm})$

∴ (정사각뿔 O−ABCD의 부피)

$=\frac{1}{3}\times 8^2\times 2\sqrt{17}$

$=\frac{128\sqrt{17}}{3}(\text{cm}^3)$

답 $\frac{128\sqrt{17}}{3}\text{ cm}^3$

06

(1) △DFC에서 $\overline{FD}=5$ cm이므로

$\overline{FC}=\sqrt{5^2-4^2}=3(\text{cm})$

$\therefore \overline{BF}=5-3=2(\text{cm})$

$\overline{BE}=x$ cm라 하면

△EBF∽△FCD이므로

$x:2=3:4\qquad \therefore x=\frac{3}{2}$

$\overline{AE}=4-\frac{3}{2}=\frac{5}{2}(\text{cm})$

△AED에서

$\overline{DE}=\sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2+5^2}=\frac{5\sqrt{5}}{2}(\text{cm})$

(2) △FGH∽△FDC이므로

$\overline{FG}=y$ cm라 하면

$\overline{HG}=\overline{CG}=(3-y)$cm

$y:5=(3-y):4\qquad \therefore y=\frac{5}{3}$

$\overline{GC}=3-\frac{5}{3}=\frac{4}{3}(\text{cm})$

△AED+△DGC

$=\frac{1}{2}\times 5\times\frac{5}{2}+\frac{1}{2}\times 4\times\frac{4}{3}$

$=\frac{25}{4}+\frac{8}{3}=\frac{107}{12}(\text{cm}^2)$

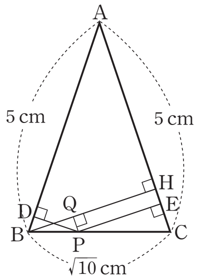
∴ □EBGD

$=\square ABCD-(\triangle ADE+\triangle DGC)$

$=5\times 4-\frac{107}{12}=\frac{133}{12}(\text{cm}^2)$

답 (1) $\frac{5\sqrt{5}}{2}$ cm (2) $\frac{133}{12}\text{ cm}^2$

07



점 B를 지나고 $\overline{PE}$에 평행한 선을 그어 $\overline{AC}$와 만나는 점을 H라 하고, 점 P에서 $\overline{BH}$에 내린 수선의 발을 Q라 하면

$\triangle DBP \equiv \triangle QPB$(RHA 합동)이므로

$\overline{DP}+\overline{EP}=\overline{BQ}+\overline{QH}=\overline{BH}$

$\overline{CH}=x$ cm라 하면 $\overline{AH}=5-x$(cm)

$\triangle ABH$에서 $\overline{BH}^2=5^2-(5-x)^2$

$\triangle BCH$에서 $\overline{BH}^2=(\sqrt{10})^2-x^2$

$5^2-(5-x)^2=(\sqrt{10})^2-x^2$

$25-25+10x-x^2=10-x^2$

$\therefore x=1$

$\overline{BH}^2=(\sqrt{10})^2-1^2=9$

$\therefore \overline{BH}=3$(cm)($\because \overline{BH}>0$)

따라서 $\overline{DP}+\overline{EP}=3$ cm이다.

답 3 cm

다른풀이

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\sqrt{10}\times\sqrt{5^2-\left(\frac{\sqrt{10}}{2}\right)^2}$

$=\frac{15}{2}(\text{cm}^2)$

$\triangle ABC=\triangle ABP+\triangle ACP$

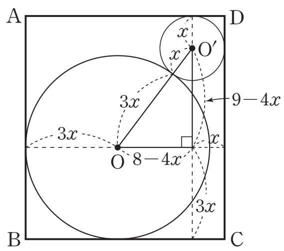
$=\frac{1}{2}\times 5\times\overline{DP}+\frac{1}{2}\times 5\times\overline{EP}$

$=\frac{5}{2}(\overline{DP}+\overline{EP})$

$\frac{5}{2}(\overline{DP}+\overline{EP})=\frac{15}{2}$

$\therefore \overline{DP}+\overline{EP}=3$(cm)

08



원 O, O′의 반지름의 길이를 각각 $3x$ cm, x cm라고 하면

$(9-4x)^2+(8-4x)^2=(3x+x)^2$

$16x^2-136x+145=0$

$(4x-29)(4x-5)=0$

$\therefore x=\frac{29}{4}$ 또는 $x=\frac{5}{4}$

$x<2$이므로 $x=\frac{5}{4}$

$\therefore$ (원 O의 반지름의 길이)$=3x=3\times\frac{5}{4}=\frac{15}{4}$(cm)

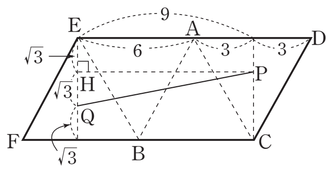
답 $\frac{15}{4}$ cm

09

(1) □AEFC는 정사각형이므로

$\overline{AF}=6\sqrt{2}$

(2) 전개도를 이용하여 점 P에서 $\overline{EQ}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{PH}=6+3=9$

$\overline{EH}=\overline{HQ}=\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\overline{EF}=\sqrt{3}$

$\therefore \overline{PQ}=\sqrt{9^2+(\sqrt{3})^2}=\sqrt{84}=2\sqrt{21}$

답 (1) $6\sqrt{2}$ (2) $2\sqrt{21}$

10

$\angle EBD=\angle DBC=\angle EDB$이므로

$\triangle EBD$는 이등변삼각형이다.

$\overline{AE}=a$ cm라 하면

$\overline{EB}=\overline{ED}=(16-a)$cm이고

직각삼각형 ABE에서

$(16-a)^2=12^2+a^2$

$256-32a+a^2=144+a^2$

$32a=112$

$\therefore a=\frac{7}{2}$

$\therefore \overline{EB}=16-\frac{7}{2}=\frac{25}{2}$(cm)

$\overline{BD}=\sqrt{12^2+16^2}=20$(cm)이므로

$\overline{BF}=\frac{1}{2}\overline{BD}=10$(cm)이고,

직각삼각형 BEF에서

$\overline{EF}=\sqrt{\left(\frac{25}{2}\right)^2-10^2}=\frac{15}{2}$(cm)

답 $\frac{15}{2}$ cm

다른풀이

II 피타고라스 정리

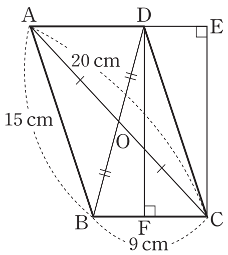
$\triangle EBF \backsim \triangle DBC$이므로

$\overline{BF} : \overline{BC} = \overline{EF} : \overline{DC}$

$10 : 16 = \overline{EF} : 12$

$\therefore \overline{EF} = \frac{15}{2}$(cm)

11



$\triangle ABC$에서 $20^2 > 15^2 + 9^2$이므로 $\angle B$는 둔각이고, 평행사변형 ABCD를 그리면 위의 그림과 같다.

점 C에서 $\overline{AD}$의 연장선 위에 내린 수선의 발을 E라 하고

$\overline{DE} = x$ cm라 하면

$\overline{AD} = 9$ cm, $\overline{CD} = 15$ cm이므로

$20^2 - (9+x)^2 = 15^2 - x^2$,

$-18x = -94$

$\therefore x = \frac{47}{9}$

점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 F라 하면

$\triangle DFC$에서

$\overline{DF}^2 = 15^2 - \left(\frac{47}{9}\right)^2 = \frac{16016}{81}$

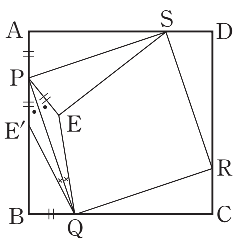
$\triangle DBF$에서

$\overline{BD}^2 = \frac{16016}{81} + \left(9 - \frac{47}{9}\right)^2 = \frac{17172}{81} = 212$

$\therefore \overline{BD} = 2\sqrt{53}$ (cm)($\because \overline{BD} > 0$)

답 $2\sqrt{53}$ cm

12



(1) $\overline{PE} = \overline{AP} = 3$ cm이고,

$\triangle APS \equiv \triangle BQP$이므로 $\overline{BQ} = 3$ cm이다.

$\overline{PE} = \overline{PE'}$이 되도록 $\overline{PB}$ 위에 점 E′을 잡으면

$\triangle EPQ \equiv \triangle E'PQ$이므로

$\triangle EPQ = \triangle E'PQ$

$= \frac{1}{2} \times 3 \times 3 = \frac{9}{2}$ (cm^2)

(2) $\overline{EQ} = \overline{E'Q} = \sqrt{6^2 + 3^2} = 3\sqrt{5}$(cm)

답 (1) $\frac{9}{2}$ cm^2 (2) $3\sqrt{5}$ cm

13

정삼각형 ABC의 한 변의 길이를 a cm라 하면

$\overline{AM} = \frac{\sqrt{3}}{2}a = 6$(cm)이므로

$a = \frac{12}{\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3}$

$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 6 = 12\sqrt{3}$(cm^2)

답 $12\sqrt{3}$ cm^2

14

$\overline{AB} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$(cm)이므로

$\overline{AM} = \overline{MC} = 5$(cm)

$10 \times \overline{CD} = 8 \times 6$에서 $\overline{CD} = \frac{24}{5}$(cm)

$\overline{DM} = \sqrt{5^2 - \left(\frac{24}{5}\right)^2} = \frac{7}{5}$(cm)

$\therefore \triangle CDM = \frac{1}{2} \times \frac{7}{5} \times \frac{24}{5} = \frac{84}{25}$(cm^2)

답 $\frac{84}{25}$ cm^2

15

$\triangle ABQ$에서 $\overline{AQ} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$(cm)

$\therefore \overline{DQ} = 2$(cm)

또, $\triangle DPQ$에서 $\overline{DP} = x$ cm라 하면

$\overline{PQ} = \overline{PC} = (4-x)$cm이므로

$x^2 + 2^2 = (4-x)^2$

$\therefore x = \frac{3}{2}$

$\overline{PQ} = 4 - \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$(cm)

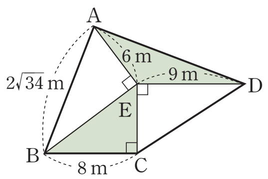
$\overline{DP}^2 = \overline{PH} \times \overline{PQ}$

$\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \overline{PH} \times \frac{5}{2}$

$\therefore \overline{PH} = \frac{9}{10}$(cm)

답 $\frac{9}{10}$ cm

16

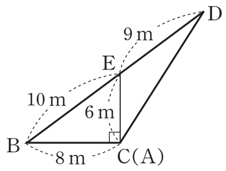


△ABE에서

$\overline{BE}=\sqrt{(2\sqrt{34})^2-6^2}=10(\mathrm{m})$

△BCE에서 $\overline{CE}=\sqrt{10^2-8^2}=6(\mathrm{m})$

$\angle AED+\angle BEC=360°-90°-90°=180°$이고, $\overline{AE}=\overline{CE}$이므로 $\overline{AE}$와 $\overline{CE}$가 맞붙도록 △AED를 움직이면 다음과 같다.



$\triangle EBC=\dfrac{1}{2}\times8\times6=24(\mathrm{m}^2)$

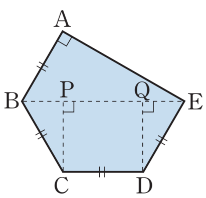
$\therefore\ \triangle DBC=\dfrac{19}{10}\triangle EBC$

$=\dfrac{19}{10}\times24=\dfrac{228}{5}(\mathrm{m}^2)$

따라서 꽃밭이 될 부분의 넓이는 $\dfrac{228}{5}\ \mathrm{m}^2$이다.

답 $\dfrac{228}{5}\ \mathrm{m}^2$

17



$\overline{BC}=\overline{ED}$, $\angle C=\angle D$이므로 □BCDE는 등변사다리꼴이다.

두 점 C, D에서 $\overline{BE}$에 내린 수선의 발을 각각 P, Q라 하면

$\overline{BP}=\overline{QE}$, $\angle BCP=30°$이므로

$\overline{BP}=\dfrac{1}{2}\overline{BC}=2$, $\overline{PC}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\overline{BC}=2\sqrt{3}$

$\therefore\ \overline{BE}=\overline{BP}+\overline{PQ}+\overline{QE}=2+4+2=8$

△ABE에서 $\overline{AE}=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}$

∴ (오각형 ABCDE의 넓이)

$=\triangle ABE+\square BCDE$

$=\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times4+\dfrac{1}{2}\times(8+4)\times2\sqrt{3}$

$=8\sqrt{3}+12\sqrt{3}=20\sqrt{3}$

답 $20\sqrt{3}$

18

(1) $\angle PDR=60°$이고

$\overline{DP}:\overline{DR}=8:4=2:1$이므로

△PRD는 $\angle R=90°$인 직각삼각형이다.

$\therefore\ \overline{PR}=4\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

△DPQ∽△DAB이고 △DPQ와 △DAB의 닮음비가 2 : 3이므로

$\overline{PQ}=12\times\dfrac{2}{3}=8(\mathrm{cm})$

점 R에서 $\overline{PQ}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면 $\overline{PR}=\overline{RQ}$이므로 $\overline{PM}=4\ \mathrm{cm}$

$\overline{RM}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2-4^2}=4\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

$\therefore\ \triangle PQR=\dfrac{1}{2}\times\overline{PQ}\times\overline{RM}$

$=\dfrac{1}{2}\times8\times4\sqrt{2}$

$=16\sqrt{2}(\mathrm{cm}^2)$

(2) △QRD를 밑면으로 하는 사면체 PQRD의 높이는

$\overline{PD}:\overline{AD}=2:3$에서 정사면체 ABCD의 높이의 $\dfrac{2}{3}$이다.

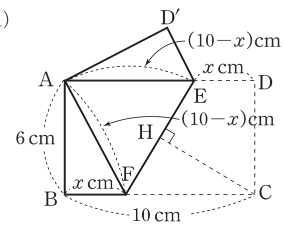
∴ (사면체 PQRD의 높이) $=\dfrac{2}{3}\times\left(\dfrac{\sqrt{6}}{3}\times12\right)$

$=\dfrac{8\sqrt{6}}{3}(\mathrm{cm})$

답 (1) $16\sqrt{2}\ \mathrm{cm}^2$ (2) $\dfrac{8\sqrt{6}}{3}\ \mathrm{cm}$

19

(1)



$\overline{DE}=x\ \mathrm{cm}$라 하면

$\angle AFE=\angle EFC$, $\angle AEF=\angle EFC$ (∵ 엇각)

$\therefore\ \angle AFE=\angle AEF$

$\overline{AE}=\overline{AF}=10-x(\mathrm{cm})$

$\overline{FC}=\overline{AF}=10-x(\mathrm{cm})$

$\overline{BF}=x\ \mathrm{cm}$

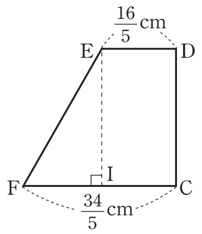
△ABF에서

$(10-x)^2=6^2+x^2$, $20x=64$

$\therefore\ x=\dfrac{16}{5}$

따라서 $\overline{DE}=\dfrac{16}{5}\ \mathrm{cm}$이다.

(2)



$\overline{FC}=10-\dfrac{16}{5}=\dfrac{34}{5}$ (cm)

점 E에서 $\overline{FC}$에 내린 수선의 발을 I라 하면

$\overline{FI}=\dfrac{34}{5}-\dfrac{16}{5}=\dfrac{18}{5}$ (cm)

$\overline{EI}=6$(cm)

△EFI에서

$\overline{EF}=\sqrt{6^2+\left(\dfrac{18}{5}\right)^2}=\dfrac{6\sqrt{34}}{5}$(cm)

(3) □AFCE는 마름모이므로 $\overline{AC}\perp\overline{EF}$이고 $\overline{AH}=\overline{CH}$이다.

$\overline{CH}=\dfrac{1}{2}\overline{AC}=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{6^2+10^2}$

$=\sqrt{34}$(cm)

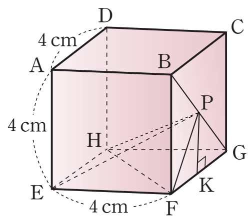
답 (1) $\dfrac{16}{5}$ cm (2) $\dfrac{6\sqrt{34}}{5}$ cm (3) $\sqrt{34}$ cm

20

(1) $\overline{GB}=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$(cm)

$\therefore\ 0\le x\le 4\sqrt{2}$

(2)



$\triangle EFH=\dfrac{1}{2}\times4\times4=8(\text{cm}^2)$

점 P에서 $\overline{FG}$에 내린 수선의 발을 K라 하면

$\overline{PK}\times\sqrt{2}=x$에서 $\overline{PK}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}x$(cm)

$\therefore\ y=\dfrac{1}{3}\times8\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}x=\dfrac{4\sqrt{2}}{3}x$

(3) (삼각뿔 P−EFH의 부피)$=\dfrac{1}{3}\times8\times2=\dfrac{16}{3}$ (cm^3)

△PEH의 점 P에서 $\overline{EH}$에 내린 수선의 길이는

$\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$(cm)이다.

$\triangle PEH=\dfrac{1}{2}\times4\times2\sqrt{5}=4\sqrt{5}(\text{cm}^2)$

구하는 높이를 h cm라 하면

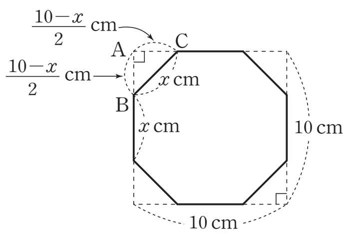
$\dfrac{1}{3}\times4\sqrt{5}\times h=\dfrac{16}{3}$

$\therefore\ h=\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$

따라서 구하는 높이는 $\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$ cm이다.

답 (1) $0\le x\le4\sqrt{2}$ (2) $y=\dfrac{4\sqrt{2}}{3}x$ (3) $\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$ cm

21



정팔각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면

△ABC에서 $\overline{BA}=\overline{CA}=\dfrac{10-x}{2}$ cm이므로

$\sqrt{2}\times\dfrac{10-x}{2}=x$

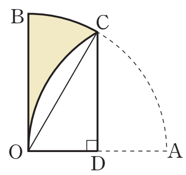
$(\sqrt{2}+1)x=10$

$\therefore\ x=\dfrac{10}{\sqrt{2}+1}=10(\sqrt{2}-1)$

따라서 정팔각형의 한 변의 길이는 $10(\sqrt{2}-1)$cm이다.

답 $10(\sqrt{2}-1)$cm

22



(1) △COD는 $\overline{OD}=5$ cm, $\overline{OC}=10$ cm,

∠CDO=90°인 직각삼각형이다.

$\therefore\ \overline{CD}=\sqrt{10^2-5^2}=5\sqrt{3}$(cm)

(2) $\overset{\frown}{BC}+\overset{\frown}{CO}=\overset{\frown}{AB}=\dfrac{1}{4}\times2\pi\times10$

$=5\pi$(cm)

∴ (색칠한 부분의 둘레의 길이)

$=\overset{\frown}{AB}+\overline{OB}=5\pi+10$(cm)

답 (1) $5\sqrt{3}$ cm (2) $(5\pi+10)$cm

23

$\overline{BE}=x$ cm라 하면

$\overline{AB}=\sqrt{\overline{AE}^2+\overline{BE}^2}=\sqrt{4+x^2}$

$\triangle ABE+\triangle BCF+\triangle CDG+\triangle DAH=\dfrac{2}{3}\square ABCD$

$\triangle ABE=\triangle BCF=\triangle CDG=\triangle DAH$

$=\frac{1}{2}\times 2\times x=x(\text{cm}^2)$이므로

$4x=(\sqrt{4+x^2})^2\times\frac{2}{3}$

$x^2-6x+4=0 \qquad \therefore x=3\pm\sqrt{5}$

$x>2$이므로 $\overline{BE}=(3+\sqrt{5})$cm이다. 　　답 $(3+\sqrt{5})$cm

24

(1) $t=2$이므로

$\overline{AP}=2\times 2=4(\text{cm})$

$\overline{PC}=12-4=8(\text{cm})$

$\triangle ABC\backsim\triangle PSC$이므로

$\overline{AC}:\overline{AB}=\overline{PC}:\overline{PS}$

$12:18=8:\overline{PS}$

$\therefore \overline{PS}=12(\text{cm})$

(2) $\overline{AP}=2t$ cm이므로 $\angle A=30°$에서

$\overline{PQ}=t$ cm이다.

$\overline{PC}:\overline{AC}=\overline{PS}:\overline{AB}$

$(12-2t):12=\overline{PS}:18$

$\therefore \overline{PS}=\frac{36(6-t)}{12}=18-3t(\text{cm})$

$\square PQRS=\overline{PQ}\times\overline{PS}$

$=t(18-3t)=15(\text{cm}^2)$

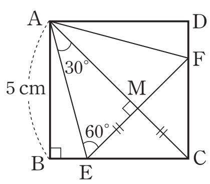
$3t^2-18t+15=0$

$3(t^2-6t+5)=0$

$(t-5)(t-1)=0$

$\therefore t=1$ 또는 $t=5$ 　　답 (1) 12 cm (2) 1, 5

25



$\overline{AC}$와 $\overline{EF}$가 만나는 점을 M이라 하고

정삼각형 AEF의 한 변의 길이를 x cm라 하면

$\triangle AEM$에서

$\overline{AM}=\frac{\sqrt{3}}{2}x(\text{cm}),\ \overline{EM}=\frac{1}{2}x(\text{cm})$

$\triangle EMC$는 직각이등변삼각형이므로

$\overline{EM}=\overline{MC}=\frac{1}{2}x(\text{cm})$

$\overline{AC}=\overline{AM}+\overline{MC}$에서

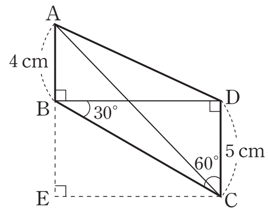
$\overline{AC}=5\sqrt{2}(\text{cm})$이므로

$5\sqrt{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}x+\frac{1}{2}x$

$\therefore x=\frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1}=\frac{10\sqrt{6}-10\sqrt{2}}{2}$

$=5(\sqrt{6}-\sqrt{2})$ 　　답 $5(\sqrt{6}-\sqrt{2})$cm

26



$\triangle BCD$에서 $\angle D=90°$, $\angle C=60°$이므로

$\overline{BD}:\overline{CD}=\sqrt{3}:1$

$\overline{BD}:5=\sqrt{3}:1$

$\therefore \overline{BD}=5\sqrt{3}(\text{cm})$

$\square BECD$가 직사각형이 되도록 그리면

$\overline{AC}=\sqrt{(4+5)^2+(5\sqrt{3})^2}=2\sqrt{39}(\text{cm})$ 　　답 $2\sqrt{39}$ cm

27

$\triangle CDF$에서

$\overline{CF}=\sqrt{15^2-9^2}=12(\text{cm})$이므로

$\overline{BF}=15-12=3(\text{cm})$이다.

$\overline{EF}=x$ cm라 하면

$\overline{EA}=\overline{EF}=x$ cm, $\overline{BE}=(9-x)$cm

$\triangle BEF$에서

$x^2=3^2+(9-x)^2 \qquad \therefore x=5$

따라서 $\overline{EF}=5$ cm이다. 　　답 5 cm

28

(1) $\overline{BC}=\sqrt{10^2-8^2}=6(\text{cm})$

(2) $\triangle ABC\backsim\triangle AED$이므로

$\overline{AB}:\overline{AE}=\overline{AC}:\overline{AD}$

$8:5=10:\overline{AD}$

$\therefore \overline{AD}=\frac{25}{4}(\text{cm})$ 　　답 (1) 6 cm (2) $\frac{25}{4}$ cm

29

$\triangle AEP=\frac{1}{2}\times\overline{AE}\times\overline{EP}$

$\triangle AEP$의 넓이가 24 cm^2 이상이려면

$\frac{1}{2}\times 6\times\overline{EP}\geq 24$

$\therefore \overline{EP}\geq 8(\text{cm})$

(i) 점 P가 $\overline{FG}$ 위에 있을 때

$4^2+\overline{FP}^2\geq 8^2$

$\therefore$ $\overline{FP}\geq 4\sqrt{3}$(cm)($\because$ $\overline{FP}\geq 0$)

$\overline{FP}$의 길이는 $4\sqrt{3}$ cm 이상이어야 하므로 점 P의 자취의 길이는 $(8-4\sqrt{3})$cm이다.

(ii) 점 P가 $\overline{GH}$ 위에 있을 때

$\overline{EP}\geq\overline{EH}=8$

$\overline{EP}$의 길이는 항상 8 cm 이상이므로

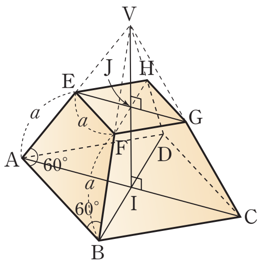
점 P의 자취의 길이는 $\overline{HG}=4$ cm이다.

$\therefore$ (점 P의 자취의 길이)

$=8-4\sqrt{3}+4=12-4\sqrt{3}$(cm)

답 $(12-4\sqrt{3})$cm

30



정사각뿔 V−ABCD에서 △VEF와 △VAB는 각각 정삼각형이므로

$\overline{VE}=\overline{VF}=a$

$\overline{AB}=\overline{VB}=\overline{VA}=2a$

정사각형 ABCD에서

$\overline{AC}=\sqrt{(2a)^2+(2a)^2}=2\sqrt{2}a$

점 V에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 I라 하면

$\overline{VI}=\sqrt{(2a)^2-(\sqrt{2}a)^2}=\sqrt{2}a$

$\therefore$ (사각뿔 V−ABCD의 부피 V_1)

$=\frac{1}{3}\times 2a\times 2a\times\sqrt{2}a$

$=\frac{4\sqrt{2}}{3}a^3$

또, 정사각형 EFGH에서 $\overline{EG}=\sqrt{2}a$

$\overline{VI}$와 $\overline{EG}$가 수직으로 만나는 점을 J라 하면

$\overline{VJ}=\frac{\sqrt{2}}{2}a$

$\therefore$ (사각뿔 V−EFGH의 부피 V_2)

$=\frac{1}{3}\times a\times a\times\frac{\sqrt{2}}{2}a=\frac{\sqrt{2}}{6}a^3$

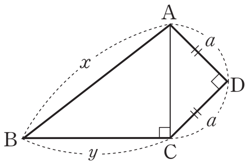
$\therefore$ (사각뿔대의 부피)

$=V_1-V_2$

$=\frac{4\sqrt{2}}{3}a^3-\frac{\sqrt{2}}{6}a^3=\frac{7\sqrt{2}}{6}a^3$

답 $\frac{7\sqrt{2}}{6}a^3$

31



$\overline{AB}=x$, $\overline{BC}=y$ $(x>y)$, $\overline{AD}=a$라 하면

$x^2-y^2=2a^2$

$(x-y)(x+y)=2a^2$

(i) $a=1$일 때

$(x-y)(x+y)=2$

⇨ 만족하는 자연수 x, y가 없다.

(ii) $a=2$일 때

$(x-y)(x+y)=8$

$(x, y)=(3, 1)$

(iii) $a=3$일 때

$(x-y)(x+y)=18$

⇨ 만족하는 자연수 x, y가 없다.

(iv) $a=4$일 때

$(x-y)(x+y)=32$

$(x, y)=(9, 7)$, $(6, 2)$

(v) $a=5$일 때

$(x-y)(x+y)=50$

⇨ 만족하는 자연수 x, y가 없다.

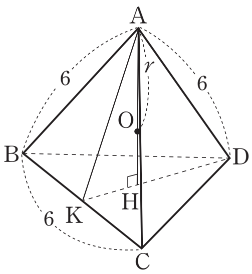
$\therefore$ (□ABCD의 둘레의 길이)

$=x+y+2a$

$=8$ 또는 16 또는 24

답 8, 16, 24

32



위의 그림과 같이 구의 중심 O는 점 A에서 △BCD에 내린 수선 AH 위에 있다.

또, 점 H는 △BCD의 무게중심이므로

$\overline{DH}=\frac{2}{3}\overline{DK}=\frac{2}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times 6=2\sqrt{3}$

△AHD는 직각삼각형이므로

$\overline{AH}=\sqrt{6^2-(2\sqrt{3})^2}=2\sqrt{6}$

정사면체가 구에 내접하므로

$\overline{OA}=\overline{OD}=r$라 하면
$\triangle OHD$는 직각삼각형이므로
$\overline{OH}^2+\overline{DH}^2=\overline{OD}^2$
$(\overline{AH}-r)^2+\overline{DH}^2=r^2$
$(2\sqrt{6}-r)^2+(2\sqrt{3})^2=r^2$
$24-4\sqrt{6}r+r^2+12=r^2$
$4\sqrt{6}r=36$
$\therefore r=\frac{3\sqrt{6}}{2}$
따라서 구의 반지름의 길이는 $\frac{3\sqrt{6}}{2}$이다. 답 ②

33

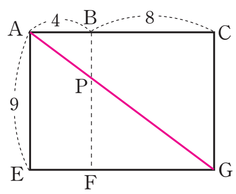
(1) $\overline{AO}=x$ cm라 하면 $\overline{BO}=(x+2)$cm
$\triangle ABO$에서 $x^2+(x+2)^2=(2\sqrt{5})^2$
$\therefore x=2$
$\therefore \overline{AC}=2x=4$(cm)

(2) $\overline{AC}$를 y축, $\overline{BD}$를 x축, 대각선의 교점 O를 원점이라 하면
직선 AB의 식은 $y=\frac{1}{2}x+2$,
직선 EG의 식은 $y=-x$이므로
$E\left(-\frac{4}{3},\ \frac{4}{3}\right)$
$\therefore \square EFGH=\frac{8}{3}\times\frac{8}{3}=\frac{64}{9}(\text{cm}^2)$

(3) $\left\{\frac{1}{3}\pi\times4^2\times2-\frac{1}{3}\pi\times\left(\frac{4}{3}\right)^2\times\frac{2}{3}\right\}\times2$
$=\frac{1664}{81}\pi(\text{cm}^3)$

답 (1) 4 cm (2) $\frac{64}{9}$ cm^2 (3) $\frac{1664}{81}\pi$ cm^3

34

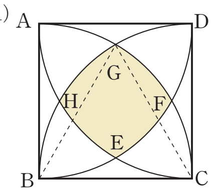
(1)


위의 그림에서 $\overline{AP}$와 $\overline{PG}$가 일직선일 때 최소이므로
$\overline{AG}=\sqrt{9^2+(4+8)^2}$
$=\sqrt{81+144}=\sqrt{225}=15$

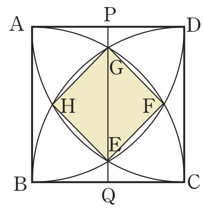
(2) (i) 점 P가 점 B에 있을 때
$\overline{AP}+\overline{PG}=\overline{AB}+\overline{BG}$
$=4+\sqrt{9^2+8^2}=4+\sqrt{145}$
(ii) 점 P가 점 F에 있을 때
$\overline{AP}+\overline{PG}=\overline{AF}+\overline{FG}$
$=\sqrt{4^2+9^2}+8=8+\sqrt{97}$
따라서 $\overline{AP}+\overline{PG}$의 최댓값은 $8+\sqrt{97}$이다.

답 (1) 15 (2) $8+\sqrt{97}$

35

(1)


$\triangle GBC$는 정삼각형이므로
$\triangle GBC=\frac{\sqrt{3}}{4}\times30^2=225\sqrt{3}(\text{cm}^2)$
$\angle ABG=30^\circ$이므로
(▽ABG의 넓이)$=\pi\times30^2\times\frac{30^\circ}{360^\circ}=75\pi(\text{cm}^2)$
(▽AGD의 넓이)$=\square ABCD-\triangle GBC-2\times$▽ABG
$=900-225\sqrt{3}-2\times75\pi$
$=900-225\sqrt{3}-150\pi(\text{cm}^2)$
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)
$=\square ABCD-4(\square ABCD-$▽ABC$-$▽AGD$)$
$=900-4(900-225\pi-900+225\sqrt{3}+150\pi)$
$=900-4(225\sqrt{3}-75\pi)$
$=900-900\sqrt{3}+300\pi$
$=900\left(1-\sqrt{3}+\frac{\pi}{3}\right)(\text{cm}^2)$

(2)


$\overline{GQ}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times30=15\sqrt{3}$(cm)
$\overline{PG}=30-15\sqrt{3}$(cm)
$\overline{GE}=30-2(30-15\sqrt{3})$
$=30\sqrt{3}-30$(cm)
정사각형 EFGH의 대각선의 길이는
$(30\sqrt{3}-30)$cm이므로
$\square EFGH=(30\sqrt{3}-30)^2\times\frac{1}{2}$
$=900(2-\sqrt{3})(\text{cm}^2)$

답 (1) $900\left(1-\sqrt{3}+\frac{\pi}{3}\right)$ cm^2 (2) $900(2-\sqrt{3})$cm^2

STEP A 최고수준문제 본문 P. 66~77

01 $32\left(\sqrt{3}-\frac{\pi}{3}\right)\text{cm}^2$ **02** (1) $\frac{9\sqrt{3}}{4}\text{cm}^2$ (2) $\sqrt{7}\text{cm}$

03 (1) $\overline{AC}=4\sqrt{2}\text{cm}$, $\overline{AD}=\frac{14}{3}\text{cm}$ (2) $\frac{10\sqrt{2}}{9}\text{cm}^2$

04 (1) $4\sqrt{3}\text{cm}$ (2) $8\sqrt{11}\text{cm}^3$ **05** $\frac{145\sqrt{11}}{648}\text{cm}^2$

06 $4\sqrt{3}$ **07** (1) $\overline{KL}=(\sqrt{2}-1)a$, $\overline{LM}=(\sqrt{2}-1)a$
(2) $\frac{2-\sqrt{2}}{2}a^2\pi$

08 (1) $18\sqrt{2}\text{cm}^2$ (2) $3\sqrt{7}\text{cm}$ (3) $4\sqrt{2}\text{cm}$ (4) $32\sqrt{7}\text{cm}^3$

09 $(40+8\sqrt{2})\text{cm}$ **10** (1) $6\sqrt{3}$ (2) $\sqrt{3}$ (3) $3:2$

11 (1) 5cm (2) $2\sqrt{21}\text{cm}^2$ (3) $\frac{6\sqrt{7}}{7}\text{cm}$

12 (1) $\frac{1}{3}a^3\text{cm}^3$ (2) 6

13 (1) $16\sqrt{2}\text{cm}^2$ (2) $4\sqrt{2}\text{cm}$ (3) $\frac{64}{3}\text{cm}^3$

14 (1) $\frac{\sqrt{15}}{4}a^2$ (2) $\frac{\sqrt{14}}{4}a$ (3) $\frac{\sqrt{6}}{2}a$

15 (1) $\overline{AH}=12\text{cm}$, $\triangle ABC$의 넓이 : 84cm^2 (2) 4cm
(3) 8cm **16** $\sqrt{2}\text{cm}$

17 (1) 12cm^2 (2) $\frac{24}{5}\text{cm}$ (3) $\frac{120}{49}\text{cm}$

18 $\overline{AQ}=10\sqrt{14}\text{cm}$, $\overline{PR}=10\sqrt{6}\text{cm}$ **19** $6\sqrt{2}$

20 $\frac{4}{9}(4\pi+3\sqrt{3})$ **21** (1) $3\sqrt{5}\text{cm}$ (2) $12(2-\sqrt{3})\text{cm}$

22 $2\sqrt{7}$ **23** (1) $3:2$ (2) 24km

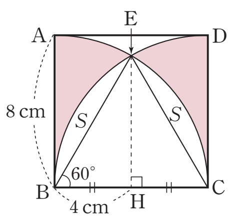
24 (1) $\frac{500\sqrt{3}}{3}\text{cm}^3$ (2) $\frac{625\sqrt{3}}{6}\text{cm}^3$

25 $4\sqrt{34}$ **26** (1) $\sqrt{85}$ (2) $R\left(4, \frac{4}{3}\right)$

27 $\frac{6\sqrt{2}-\sqrt{6}}{11}$ **28** (1) 135° (2) $\sqrt{5+2\sqrt{2}}$

29 $\sqrt{15}$ **30** (1) $\angle x=60^\circ$일 때 $y=8+4\sqrt{3}$,
$\angle x=135^\circ$일 때 $y=10+6\sqrt{2}$, $\angle x=180^\circ$일 때 $y=12$
(2) 105개

01



$\overset{\frown}{AC}$와 $\overset{\frown}{BD}$가 만나는 점을 E라 하면
(색칠한 부분의 넓이)
$=2\{(\text{사분원}-2S-\triangle EBC)\}$
$=2\{\text{사분원}-2(S+\triangle EBC)+\triangle EBC\}$
이때 $S+\triangle EBC$는 반지름의 길이가 8 cm이고, 중심각의 크기가 60°인 부채꼴의 넓이이다.
$\triangle EBC$는 한 변의 길이가 8 cm인 정삼각형이므로

$$\triangle EBC=\frac{\sqrt{3}}{4}\times 8^2=16\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

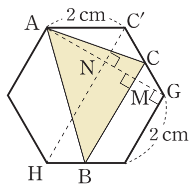
$$S+\triangle EBC=\pi\times 8^2\times\frac{60^\circ}{360^\circ}=\frac{32}{3}\pi(\text{cm}^2)$$

$$\therefore \text{(색칠한 부분의 넓이)}=2\left(16\pi-2\times\frac{32}{3}\pi+16\sqrt{3}\right)$$

$$=32\left(\sqrt{3}-\frac{\pi}{3}\right)(\text{cm}^2)$$

답 $32\left(\sqrt{3}-\frac{\pi}{3}\right)\text{cm}^2$

02



(1) $\overline{HC'}=4\text{cm}$이므로 $\overline{BC}=\frac{1}{2}\times(2+4)=3(\text{cm})$
$\overline{AG}$와 $\overline{C'H}$, $\overline{BC}$의 교점을 각각 N, M이라 하면 $\triangle AGC'$은 이등변삼각형이고 $\angle C'AG=30^\circ$이므로

$$\overline{AG}=2\overline{AN}=2\sqrt{3}(\text{cm}),\ \overline{AM}=\frac{3}{4}\overline{AG}=\frac{3\sqrt{3}}{2}(\text{cm})$$

$$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AM}$$

$$=\frac{1}{2}\times 3\times\frac{3\sqrt{3}}{2}=\frac{9\sqrt{3}}{4}(\text{cm}^2)$$

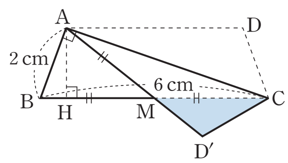
(2) $\overline{AM}=\frac{3\sqrt{3}}{2}\text{cm}$, $\overline{CM}=\frac{1}{2}\text{cm}$이고
$\triangle AMC$는 직각삼각형이다.

$$\therefore \overline{AC}=\sqrt{\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{28}{4}}=\sqrt{7}(\text{cm})$$

답 (1) $\frac{9\sqrt{3}}{4}\text{cm}^2$ (2) $\sqrt{7}\text{cm}$

03

(1) $\angle D'AC=\angle DAC=\angle ACM$
$\triangle MCA$에서 $\overline{MC}=\overline{AM}=\overline{BM}$이므로 $\angle BAC=90^\circ$이다.



$$\therefore \overline{AC}=\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}(\text{cm})$$

점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\overline{BH}=x$ cm라 하면

$\overline{HM}=(3-x)$cm이므로

$2^2-x^2=3^2-(3-x)^2$

$6x=4 \qquad \therefore x=\frac{2}{3}$

$\therefore \overline{AD}=\overline{BC}-2\overline{BH}$

$=6-\frac{4}{3}=\frac{14}{3}$(cm)

(2) △ABH에서

$\overline{AH}=\sqrt{2^2-\left(\frac{2}{3}\right)^2}=\frac{4\sqrt{2}}{3}$(cm)

$\overline{MD'}=\frac{14}{3}-3=\frac{5}{3}$(cm)

△MD′C에서 $\overline{MD'}$을 밑변이라 하면 높이는 $\overline{AH}$의 길이와 같으므로

$\triangle MD'C=\frac{1}{2}\times\frac{5}{3}\times\frac{4\sqrt{2}}{3}$

$=\frac{10\sqrt{2}}{9}$(cm^2)

답 (1) $\overline{AC}=4\sqrt{2}$ cm, $\overline{AD}=\frac{14}{3}$ cm (2) $\frac{10\sqrt{2}}{9}$ cm^2

04

(1) $\overline{AB}=x$ cm, $\overline{AC}=y$ cm, $\overline{AD}=z$ cm라 하면

△ABC에서 $x^2+y^2=7^2$,

△ACD에서 $y^2+z^2=8^2$,

△ABD에서 $z^2+x^2=9^2$

이것을 풀면 $x=\sqrt{33}$, $y=4$, $z=4\sqrt{3}$

$\therefore \overline{AD}=4\sqrt{3}$(cm)

(2) (구하는 부피)$=\frac{1}{3}\times\triangle ABC\times\overline{AD}$

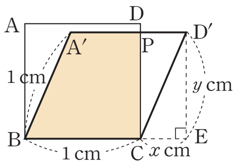
$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\sqrt{33}\times4\times4\sqrt{3}$

$=8\sqrt{11}$ (cm^3)

답 (1) $4\sqrt{3}$ cm (2) $8\sqrt{11}$ cm^3

05

점 D′에서 $\overline{BC}$의 연장선에 수선을 내려 두 직선이 만나는 점을 E라 하자.



$\overline{CE}=x$ cm, $\overline{D'E}=y$ cm라 하면

$x^2+y^2=1$ ……㉠

$(1+x)^2+y^2=\left(\frac{5}{3}\right)^2$ ……㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=\frac{7}{18}$, $y=\frac{5\sqrt{11}}{18}$

$\overline{A'P}=1-\overline{PD'}=1-\frac{7}{18}=\frac{11}{18}$(cm)

$\therefore \square A'BCP=\frac{1}{2}\times\left(\frac{11}{18}+1\right)\times\frac{5\sqrt{11}}{18}$

$=\frac{145\sqrt{11}}{648}$(cm^2)

답 $\frac{145\sqrt{11}}{648}$ cm^2

06

△FCD와 △FED에서

$\overline{CF}=\overline{EF}$, $\overline{DF}$는 공통, ∠FCD=∠FED=90°이므로

△FCD≡△FED(RHS 합동)이다.

$\therefore \overline{DE}=\overline{DC}=3$

같은 방법으로 △ABF≡△AEF이므로 $\overline{AE}=\overline{AB}=4$이다.

점 D에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{DA}=\overline{DE}+\overline{EA}=7$, $\overline{AH}=\overline{AB}-\overline{BH}=1$이므로

$\overline{DH}=\sqrt{7^2-1^2}=4\sqrt{3}$

$\therefore \overline{BC}=\overline{DH}=4\sqrt{3}$

답 $4\sqrt{3}$

07

(1) $\overline{AO}=\frac{\sqrt{2}}{2}a$, $\overline{AK}=a-\frac{\sqrt{2}}{2}a=\frac{2-\sqrt{2}}{2}a$

$\therefore \overline{KL}=\sqrt{2}\,\overline{AK}=\sqrt{2}\times\frac{2-\sqrt{2}}{2}a=(\sqrt{2}-1)a$

$\therefore \overline{LM}=a-2\overline{AK}=a-(2-\sqrt{2})a=(\sqrt{2}-1)a$

(2) 구하고자 하는 도형의 넓이를 S라 하면

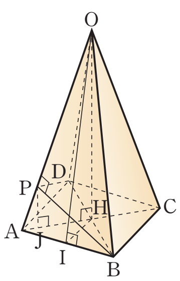
$S=\pi\times\overline{KO}^2$

$=\pi\times\left\{\left(\frac{\sqrt{2}-1}{2}a\right)^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2\right\}$

$=\pi\times\left(\frac{4-2\sqrt{2}}{4}\right)a^2=\frac{2-\sqrt{2}}{2}a^2\pi$

답 (1) $\overline{KL}=(\sqrt{2}-1)a$, $\overline{LM}=(\sqrt{2}-1)a$ (2) $\frac{2-\sqrt{2}}{2}a^2\pi$

08



△OAB의 점 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 I라 하면

(1) $\overline{OI}=\sqrt{9^2-3^2}=6\sqrt{2}$ (cm)

$\therefore \triangle OAB = \frac{1}{2} \times 6 \times 6\sqrt{2} = 18\sqrt{2}(\mathrm{cm}^2)$

(2) $\overline{OH} = \sqrt{(6\sqrt{2})^2 - 3^2} = \sqrt{63} = 3\sqrt{7}(\mathrm{cm})$

(3) $\triangle OAB = \frac{1}{2} \times \overline{BP} \times 9 = 18\sqrt{2}$

$\therefore \overline{BP} = 4\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

(4) $\overline{AP} = \sqrt{6^2 - (4\sqrt{2})^2} = 2(\mathrm{cm})$

$\triangle ABD = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18(\mathrm{cm}^2)$이고

점 P에서 면 ABD에 내린 수선의 발을 J라 하면

$\triangle APJ \backsim \triangle AOH$이므로

$\overline{PJ} : \overline{OH} = \overline{AP} : \overline{AO} = 2 : 9$

$\overline{PJ} = \frac{2}{9}\overline{OH}$이다.

(삼각뿔 P−ABD의 부피)

$= \frac{1}{3} \times 18 \times \frac{2}{9} \times 3\sqrt{7} = 4\sqrt{7}(\mathrm{cm}^3)$

$\therefore$ (육면체 OPBCD의 부피)

=(사각뿔 O−ABCD의 부피)

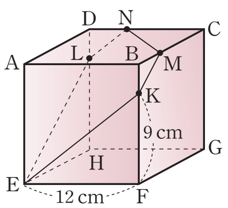
−(삼각뿔 P−ABD의 부피)

$= \left(\frac{1}{3} \times 36 \times 3\sqrt{7}\right) - 4\sqrt{7}$

$= 32\sqrt{7}(\mathrm{cm}^3)$

답 (1) $18\sqrt{2}$ cm^2 (2) $3\sqrt{7}$ cm (3) $4\sqrt{2}$ cm (4) $32\sqrt{7}$ cm^3

09



잘린 면이 $\overline{BC}$, $\overline{DC}$와 만나는 점을 각각 M, N이라 하면

$\overline{LN} /\!/ \overline{EK}$, $\overline{KM} /\!/ \overline{EL}$이므로

$\overline{DN} : \overline{DL} = \overline{EF} : \overline{FK} = 4 : 3$에서

$\overline{DL} = 3$ cm이므로 $\overline{DN} = 4$ cm이고,

$\overline{BM} : \overline{BK} = \overline{EH} : \overline{HL} = 4 : 3$에서

$\overline{BK} = 3$ cm이므로 $\overline{BM} = 4$ cm이다.

$\triangle EHL \equiv \triangle EFK$, $\triangle DLN \equiv \triangle BKM$이므로

$\overline{NC} = \overline{MC} = 12 - 4 = 8(\mathrm{cm})$이다.

$\overline{EK} = \overline{EL} = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15(\mathrm{cm})$

$\overline{MK} = \overline{LN} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5(\mathrm{cm})$

$\overline{MN} = \sqrt{8^2 + 8^2} = 8\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

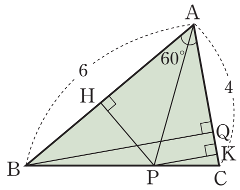
$\therefore \overline{EK} + \overline{KM} + \overline{MN} + \overline{LN} + \overline{EL}$

$= 15 + 5 + 8\sqrt{2} + 5 + 15$

$= 40 + 8\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

답 $(40 + 8\sqrt{2})$cm

10



(1) 점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 Q라 하면

$\triangle ABQ$에서

$6 : \overline{BQ} = 2 : \sqrt{3}$, $\overline{BQ} = 3\sqrt{3}$

$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BQ}$

$= \frac{1}{2} \times 4 \times 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$

(2) $\triangle CPK \backsim \triangle CBQ$이고,

$\overline{BP} : \overline{PC} = 2 : 1$이므로

$\overline{PK} = \frac{1}{3}\overline{BQ} = \frac{1}{3} \times 3\sqrt{3} = \sqrt{3}$

(3) $\overline{PH} = \overline{PK}$이면

$\triangle APH \equiv \triangle APK$(RHS 합동)이다.

따라서 $\angle HAP = \angle KAP$이므로

$\overline{AP}$는 $\angle A$의 이등분선이다.

$\therefore \overline{BP} : \overline{PC} = \overline{AB} : \overline{AC} = 6 : 4 = 3 : 2$

답 (1) $6\sqrt{3}$ (2) $\sqrt{3}$ (3) 3 : 2

11

(1) $\overline{CE} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5(\mathrm{cm})$

(2) 점 C에서 $\overline{DE}$에 내린 수선의 발을 G라 하면 $\triangle CDE$는

$\overline{CD} = \overline{CE}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{CG} = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{21}(\mathrm{cm})$

$\therefore \triangle CDE = \frac{1}{2} \times 4 \times \sqrt{21} = 2\sqrt{21}(\mathrm{cm}^2)$

(3) $\triangle DEF = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4^2 = 4\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore$ (삼각뿔 C−DEF의 부피) $= \frac{1}{3} \times 4\sqrt{3} \times 3 = 4\sqrt{3}(\mathrm{cm}^3)$

삼각뿔 F−CDE의 꼭짓점 F에서 밑면 CDE에 내린 수선의 길이를 h cm라 하면

$\frac{1}{3} \times 2\sqrt{21} \times h = 4\sqrt{3}$ $\therefore h = \frac{6\sqrt{7}}{7}$

따라서 구하는 길이는 $\frac{6\sqrt{7}}{7}$ cm이다.

답 (1) 5 cm (2) $2\sqrt{21}$ cm^2 (3) $\frac{6\sqrt{7}}{7}$ cm

12

(1) $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times a \times a = \frac{1}{2}a^2(\mathrm{cm}^2)$

(사면체 ABCF의 부피)$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}a^2\times a=\frac{1}{6}a^3(\text{cm}^3)$

$\therefore$ (사면체 CAFH의 부피)

$=$(정육면체의 부피)$-4\times$(사면체 ABCF의 부피)

$=a^3-4\times\frac{1}{6}a^3=\frac{1}{3}a^3(\text{cm}^3)$

(2) $\triangle$AFH는 한 변의 길이가 $\sqrt{2}a$ cm인 정삼각형이므로

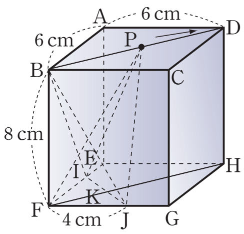
$\triangle\text{AFH}=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(\sqrt{2}a)^2=\frac{\sqrt{3}}{2}a^2(\text{cm}^2)$

$\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}a^2\times4\sqrt{3}=\frac{1}{3}a^3$

$\therefore a=6$

답 (1) $\frac{1}{3}a^3$ cm^3 (2) 6

13



(1) $\triangle$PIJ가 밑면 EFGH와 수직으로 만날 때, $\triangle$PIJ의 넓이가 최소가 된다.

$\overline{\text{IJ}}=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$(cm)이므로

$\triangle\text{PIJ}=\frac{1}{2}\times8\times4\sqrt{2}=16\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

(2) $\triangle$PIJ가 밑면과 수직으로 만났을 때 점 P의 위치를 P′, $\overline{\text{FH}}$와 $\overline{\text{IJ}}$의 교점을 K라 하면

$\overline{\text{BP'}}=\overline{\text{PP'}}$일 때 두 삼각형의 넓이가 같게 된다.

$\therefore \overline{\text{BP'}}=\overline{\text{FK}}$

$\overline{\text{FK}}=\sqrt{4^2-(2\sqrt{2})^2}=2\sqrt{2}$(cm)

$\therefore \overline{\text{BP}}=\overline{\text{BP'}}+\overline{\text{PP'}}=4\sqrt{2}$(cm)

(3) 삼각뿔 P$-$FIJ에서 점 P는 $\overline{\text{BD}}$ 위를 움직이는 점이므로 삼각뿔의 높이는 점 P의 위치에 관계없이 일정하다.

$\triangle\text{FIJ}=\frac{1}{2}\times4\times4=8(\text{cm}^2)$

$\therefore$ (삼각뿔 P$-$FIJ의 부피)$=\frac{1}{3}\times8\times8=\frac{64}{3}(\text{cm}^3)$

답 (1) $16\sqrt{2}$ cm^2 (2) $4\sqrt{2}$ cm (3) $\frac{64}{3}$ cm^3

14

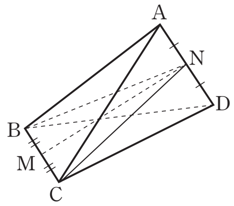
(1) $\overline{\text{A'D}}$는 $\overline{\text{AA''}}$의 수직이등분선이므로

$\overline{\text{A'D}}=\sqrt{(2a)^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{15}}{2}a$

$\therefore$ (사면체 ABCD의 겉넓이)

$=\triangle\text{AA'A''}=\frac{1}{2}\times a\times\frac{\sqrt{15}}{2}a=\frac{\sqrt{15}}{4}a^2$

(2)



[그림 1]에서

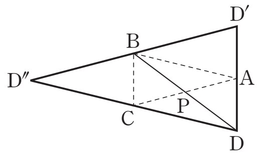
$\triangle\text{ABD}\equiv\triangle\text{BA'C}\equiv\triangle\text{DCA''}\equiv\triangle\text{BDC}$ (SSS 합동)이므로

$\overline{\text{BN}}=\overline{\text{CN}}=\frac{1}{2}\overline{\text{A'D}}=\frac{\sqrt{15}}{4}a$

$\overline{\text{MN}}^2=\overline{\text{CN}}^2-\overline{\text{CM}}^2=\left(\frac{\sqrt{15}}{4}a\right)^2-\left(\frac{a}{4}\right)^2=\frac{14}{16}a^2$

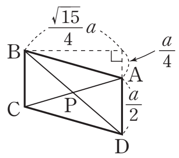
$\therefore \overline{\text{MN}}=\frac{\sqrt{14}}{4}a$ ($\because \overline{\text{MN}}>0$)

(3)



$\overline{\text{BP}}+\overline{\text{PD}}$의 길이는 위의 사면체 ABCD의 전개도에서 $\overline{\text{BP}}$와 $\overline{\text{PD}}$가 일직선일 때, 최소가 된다.

이때 □ABCD는 평행사변형이므로 점 P는 $\overline{\text{AC}}$, $\overline{\text{BD}}$의 중점이다.



$\therefore \overline{\text{BP}}+\overline{\text{PD}}=\overline{\text{BD}}=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{15}}{4}a\right)^2+\left(\frac{3}{4}a\right)^2}$

$=\sqrt{\frac{6}{4}a^2}=\frac{\sqrt{6}}{2}a$

답 (1) $\frac{\sqrt{15}}{4}a^2$ (2) $\frac{\sqrt{14}}{4}a$ (3) $\frac{\sqrt{6}}{2}a$

15

(1) $\overline{\text{BH}}=x$ cm라 하면 $\overline{\text{CH}}=(14-x)$cm

$\triangle$ABH에서 $\overline{\text{AH}}^2=13^2-x^2$,

$\triangle$ACH에서 $\overline{\text{AH}}^2=15^2-(14-x)^2$이므로

$13^2-x^2=15^2-(14-x)^2$ $\quad\therefore x=5$

$\therefore \overline{\text{AH}}=\sqrt{13^2-5^2}=12$(cm)

$\therefore \triangle\text{ABC}=\frac{1}{2}\times14\times12=84(\text{cm}^2)$

(2) $\triangle$ABC의 내심을 I, 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\triangle\text{ABC}=\triangle\text{IAB}+\triangle\text{IBC}+\triangle\text{ICA}=21r(\text{cm}^2)$

(1)에서 $21r=84$ $\quad\therefore r=4$

따라서 내접원의 반지름의 길이는 4 cm이다.

II 피타고라스 정리

(3) 판 P의 면에서 구의 중심 O까지의 거리는

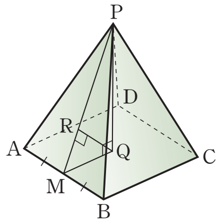
$\sqrt{5^2-4^2}=3(\text{cm})$이다.

따라서 구의 가장 높은 점까지의 거리는 $5+3=8(\text{cm})$이다.

답 (1) $\overline{\text{AH}}=12\text{ cm}$, $\triangle\text{ABC}$의 넓이 : 84 cm^2

(2) 4 cm (3) 8 cm

16



$\overline{\text{AB}}$의 중점을 M이라 하면

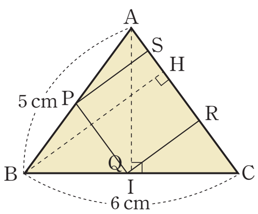
$\overline{\text{PM}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times2\sqrt{3}=3(\text{cm})$, $\overline{\text{MQ}}=\sqrt{3}\text{ cm}$,

$\overline{\text{PQ}}=\sqrt{3^2-(\sqrt{3})^2}=\sqrt{6}(\text{cm})$

또한, 점 R는 $\overline{\text{PM}}$ 위에 있으므로 $\overline{\text{PM}}\perp\overline{\text{QR}}$이다.

$\sqrt{3}\times\sqrt{6}=3\times\overline{\text{QR}}$ $\quad\therefore\ \overline{\text{QR}}=\sqrt{2}(\text{cm})$ 답 $\sqrt{2}\text{ cm}$

17



(1) $\triangle\text{ABC}$의 점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 I라 하면

$\overline{\text{AI}}=\sqrt{5^2-3^2}=4(\text{cm})$

$\therefore\ \triangle\text{ABC}=\dfrac{1}{2}\times6\times4=12(\text{cm}^2)$

(2) $\dfrac{1}{2}\times5\times\overline{\text{BH}}=12$ $\quad\therefore\ \overline{\text{BH}}=\dfrac{24}{5}(\text{cm})$

(3) 정사각형 PQRS의 한 변의 길이를 x cm라 하면

$\triangle\text{HBC}\backsim\triangle\text{RQC}$이므로

$\overline{\text{BC}}:\overline{\text{QC}}=\overline{\text{BH}}:\overline{\text{QR}}$

$6:\overline{\text{QC}}=\dfrac{24}{5}:x$ $\quad\therefore\ \overline{\text{QC}}=\dfrac{5}{4}x(\text{cm})$

또, $\triangle\text{BAC}\backsim\triangle\text{BPQ}$이므로

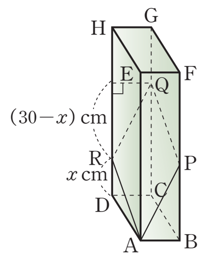
$\overline{\text{BC}}:\overline{\text{BQ}}=\overline{\text{AC}}:\overline{\text{PQ}}$

$6:\left(6-\dfrac{5}{4}x\right)=5:x$ $\quad\therefore\ x=\dfrac{120}{49}$

따라서 정사각형 PQRS의 한 변의 길이는 $\dfrac{120}{49}$ cm이다.

답 (1) 12 cm^2 (2) $\dfrac{24}{5}$ cm (3) $\dfrac{120}{49}$ cm

18



$\overline{\text{AQ}}=\sqrt{10^2+20^2+30^2}=10\sqrt{14}(\text{cm})$

또, $\overline{\text{RD}}=x$ cm라 하면 □APQR는 마름모이므로 $\overline{\text{RA}}=\overline{\text{RQ}}$에서

$x^2+20^2=10^2+(30-x)^2$ $\quad\therefore\ x=10$

$\overline{\text{AP}}^2=\overline{\text{AR}}^2=\overline{\text{DR}}^2+\overline{\text{DA}}^2=500$

$\therefore\ \overline{\text{AP}}=\overline{\text{AR}}=\overline{\text{QR}}=\overline{\text{QP}}=10\sqrt{5}(\text{cm})$ ($\because\ \overline{\text{AP}}>0$)

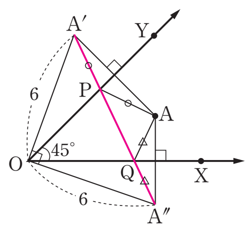
따라서 마름모의 성질에 의해

$\overline{\text{PR}}=2\sqrt{\overline{\text{PQ}}^2-\left(\dfrac{1}{2}\overline{\text{AQ}}\right)^2}$

$=2\sqrt{500-350}=2\sqrt{150}=10\sqrt{6}(\text{cm})$이다.

답 $\overline{\text{AQ}}=10\sqrt{14}\text{ cm}$, $\overline{\text{PR}}=10\sqrt{6}\text{ cm}$

19

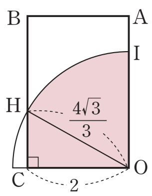


점 A를 $\overrightarrow{\text{OY}}$, $\overrightarrow{\text{OX}}$에 대하여 대칭이동한 점을 각각 A′, A″이라 하면 $\overline{\text{AP}}=\overline{\text{A'P}}$, $\overline{\text{AQ}}=\overline{\text{A''Q}}$

$\overline{\text{AP}}+\overline{\text{PQ}}+\overline{\text{QA}}$의 최단 거리는 세 선분이 일직선일 때이므로 $\overline{\text{A'A''}}$의 길이이다.

$\therefore$ (구하는 길이)$=\overline{\text{A'A''}}=6\sqrt{2}$ 답 $6\sqrt{2}$

20



면 ABCO에서 점 O를 중심으로 하는 원기둥의 밑면을 생각하면

$\overline{\text{CH}}=\sqrt{\left(\dfrac{4\sqrt{3}}{3}\right)^2-2^2}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$이므로

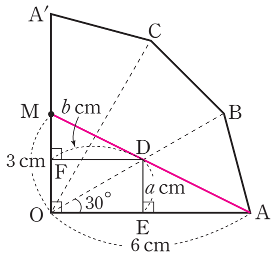
$\overline{\text{CH}}:\overline{\text{HO}}:\overline{\text{OC}}=1:2:\sqrt{3}$

ㅈㅣㄷㅗㅅㅓ1ㄱㅕㄴ1ㄷㅐㄷㅏㄴㅇㅕㄴ.indb 34 18. 2. 9. 오후 1:34

$\therefore \angle HOC=30°$
따라서 구하는 반죽의 밑넓이는
(부채꼴 OHI의 넓이)$+\triangle HCO$
$=\pi\times\left(\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)^2\times\frac{60°}{360°}+\frac{1}{2}\times2\times\frac{2\sqrt{3}}{3}$
$=\frac{8}{9}\pi+\frac{2\sqrt{3}}{3}$
$\therefore$ ($\overline{OC}$를 포함하는 반죽의 부피)$=\left(\frac{8}{9}\pi+\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)\times2$
$=\frac{4}{9}(4\pi+3\sqrt{3})$

답 $\frac{4}{9}(4\pi+3\sqrt{3})$

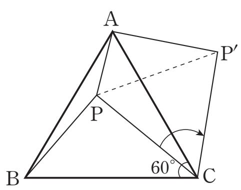
21



(1) 전개도를 이용해 보면 위의 그림과 같아지므로 구하는 거리는 $\overline{AM}$의 길이이다.
$\therefore \overline{AM}=\sqrt{6^2+3^2}=3\sqrt{5}$(cm)
(2) 전개도의 점 D에서 $\overline{OA}$, $\overline{OA'}$에 수선을 내려 만나는 점을 각각 E, F라 하고
$\overline{DE}=a$ cm, $\overline{OE}=b$ cm라 하면
$\triangle AMO \backsim \triangle ADE$이므로
$\overline{MO}:\overline{DE}=\overline{AO}:\overline{AE}$
$3:a=6:(6-b)$
$\therefore 2a+b=6$ ······㉠
또, $\triangle DOE$에서 $\angle ODE=60°$, $\angle DOE=30°$이므로
$\overline{OE}:\overline{DE}=\sqrt{3}:1=b:a$
$\therefore b=\sqrt{3}a$ ······㉡
㉡을 ㉠에 대입하면 $a=6(2-\sqrt{3})$
$\overline{OD}:\overline{DE}=2:1$
$\therefore \overline{OD}=12(2-\sqrt{3})$(cm)

답 (1) $3\sqrt{5}$ cm (2) $12(2-\sqrt{3})$cm

22



점 C를 중심으로 하여 $\triangle CBP$를 시계 방향으로 $60°$ 회전시켜 $\triangle CAP'$의 위치에 오게 하면 $\overline{CP}=\overline{CP'}$이고 $\angle PCP'=60°$이므로 $\triangle CPP'$은 정삼각형이다.
또, $\overline{AP'}=\overline{BP}=2\sqrt{3}$, $\overline{PP'}=\overline{PC}=4$에서
$\overline{AP}:\overline{PP'}:\overline{P'A}=1:2:\sqrt{3}$이므로
$\triangle APP'$은 직각삼각형이다.
$\therefore \angle A=90°$, $\angle P=60°$, $\angle P'=30°$
$\triangle ACP'$에서
$\angle AP'C=\angle AP'P+\angle PP'C=30°+60°=90°$이므로
$\overline{AC}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+4^2}=2\sqrt{7}$
따라서 $\triangle ABC$의 한 변의 길이는 $2\sqrt{7}$이다.

답 $2\sqrt{7}$

23

(1) $4\overline{QC}=\overline{PB}+\overline{BC}=2\overline{BP}+\overline{QC}$
$3\overline{QC}=2\overline{BP}$
$\therefore \overline{BP}:\overline{QC}=3:2$
(2) $\overline{CQ}=2x$ km라 하면 $\overline{BP}=3x$ km이므로
$\triangle ABC$에서
$(2x+2)^2+(3x+2)^2=(5x)^2$
$12x^2-20x-8=0$
$3x^2-5x-2=0$
$(3x+1)(x-2)=0$
$\therefore x=2$ ($\because x>0$)
$\overline{CQ}=4$ km, $\overline{BP}=6$ km이므로
$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=(2+6)+(6+4)+(4+2)$
$=24$(km)

답 (1) 3:2 (2) 24 km

24

(1) (높이)$=\sqrt{(5\sqrt{5})^2-(5\sqrt{2})^2}=5\sqrt{3}$(cm)
$\therefore$ (정사각뿔 O−ABCD의 부피)
$=\frac{1}{3}\times10^2\times5\sqrt{3}=\frac{500\sqrt{3}}{3}$(cm³)
(2) (1)의 부피를 V라 하면
(삼각뿔 O−ABD의 부피)$=\frac{1}{2}V$
$\triangle OEF \backsim \triangle OAB$이고
$\overline{OE}:\overline{OA}=1:2$이므로
$\triangle OEF:\triangle OAB=1:4$이다.
$\square ABFE=\frac{3}{4}\triangle OAB$이므로
(사각뿔 D−ABFE의 부피)
$=$(삼각뿔 O−ABD의 부피)$\times\frac{3}{4}$
$=\frac{1}{2}V\times\frac{3}{4}=\frac{3}{8}V$
(삼각뿔 D−BCF의 부피)

II 피타고라스 정리

$=(\text{삼각뿔 O}-\text{BCD의 부피})\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}V$

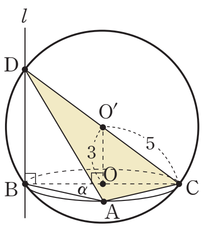
$\therefore$ (입체도형 EF$-$ABCD의 부피)

$=\frac{3}{8}V+\frac{1}{4}V=\frac{5}{8}V$

$=\frac{5}{8}\times\frac{500\sqrt{3}}{3}=\frac{625\sqrt{3}}{6}(\text{cm}^3)$

답 (1) $\frac{500\sqrt{3}}{3}$ cm^3 (2) $\frac{625\sqrt{3}}{6}$ cm^3

25



구의 중심을 O′이라 하면

$\overline{\text{OO}'}=3$, $\overline{\text{O}'\text{C}}=5$이므로 $\overline{\text{OC}}=\sqrt{5^2-3^2}=4$

$\overline{\text{BC}}$는 원 O의 지름이므로 $\overline{\text{BC}}=2\overline{\text{OC}}=8$,

$\angle\text{BAC}=90^\circ$이므로 $\overline{\text{AB}}=\overline{\text{AC}}=4\sqrt{2}$

$\overline{\text{CO}}=\overline{\text{OB}}$, $\overline{\text{BD}}\,/\!/\,\overline{\text{OO}'}$, $\overline{\text{CO}'}=\overline{\text{O}'\text{D}}$이므로

세 점 C, O′, D는 일직선상에 있고

$\triangle\text{COO}'\backsim\triangle\text{CBD}$(AA 닮음)이므로 $\overline{\text{DB}}=2\overline{\text{OO}'}=6$이다.

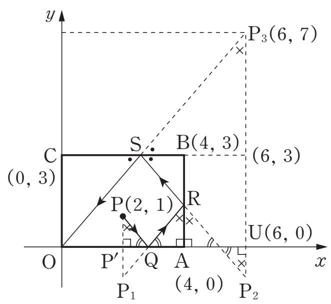
$\triangle$DBA에서 $\overline{\text{AD}}=\sqrt{(4\sqrt{2})^2+6^2}=2\sqrt{17}$

$\triangle$ACD는 $\angle\text{CAD}=90^\circ$인 직각삼각형이다.

$\therefore\ \triangle\text{ACD}=\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times2\sqrt{17}=4\sqrt{34}$

답 $4\sqrt{34}$

26



위의 그림과 같이

점 P를 x축에 대하여 대칭이동한 점이 $\text{P}_1(2,\ -1)$,

점 P_1을 직선 $x=4$에 대하여 대칭이동한 점이 $\text{P}_2(6,\ -1)$,

점 P_2를 직선 $y=3$에 대하여 대칭이동한 점이 $\text{P}_3(6,\ 7)$이다.

(1) $\overline{\text{PQ}}+\overline{\text{QR}}+\overline{\text{RS}}+\overline{\text{SO}}=\overline{\text{OP}_3}$

$\therefore\ \overline{\text{OP}_3}=\sqrt{6^2+7^2}=\sqrt{85}$

(2) $\angle\text{P}_3\text{SB}=\angle\text{P}_2\text{SB}$이고 직선 OP_3의 기울기가 $\frac{7}{6}$이므로

직선 SP_2의 기울기는 $-\frac{7}{6}$이다.

직선 SP_2의 식은 $y=-\frac{7}{6}(x-6)-1$

$\therefore\ y=-\frac{7}{6}x+6$ ……㉠

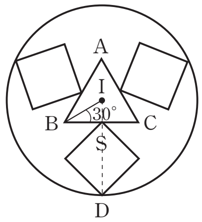
점 R의 x좌표는 4이므로 $x=4$를 ㉠에 대입하면

$y=-\frac{7}{6}\times4+6=\frac{4}{3}$

따라서 점 $\text{R}\left(4,\ \frac{4}{3}\right)$이다.

답 (1) $\sqrt{85}$ (2) $\text{R}\left(4,\ \frac{4}{3}\right)$

27



정사각형의 한 변의 길이를 x라 놓으면 $\overline{\text{SD}}=\sqrt{2}x$이므로

$\triangle$IBS에서

$\overline{\text{IS}}=1-\sqrt{2}x$, $\overline{\text{BS}}=\sqrt{3}(1-\sqrt{2}x)$

$\overline{\text{BC}}=\overline{\text{SD}}$이므로

$2\sqrt{3}(1-\sqrt{2}x)=\sqrt{2}x$

$2\sqrt{3}-2\sqrt{6}x=\sqrt{2}x$

$(\sqrt{2}+2\sqrt{6})x=2\sqrt{3}$

$x=\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}+2\sqrt{6}}=\frac{12\sqrt{2}-2\sqrt{6}}{22}=\frac{6\sqrt{2}-\sqrt{6}}{11}$

따라서 정사각형의 한 변의 길이는 $\frac{6\sqrt{2}-\sqrt{6}}{11}$이다.

답 $\frac{6\sqrt{2}-\sqrt{6}}{11}$

28

(1) $\triangle$APB를 점 B를 중심으로 하여 시계 방향으로 90° 회전시켜 합동인 $\triangle$CQB를 그린다.

점 P와 점 Q를 이으면

$\angle\text{PBQ}=90^\circ$, $\overline{\text{PB}}=\overline{\text{BQ}}$이므로

$\angle\text{PQB}=\angle\text{QPB}=45^\circ$에서

$\overline{\text{PQ}}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$이다.

$\triangle$PQC에서 $\overline{\text{CQ}}=\overline{\text{PA}}=1$이므로

$\overline{\text{PC}}^2=\overline{\text{CQ}}^2+\overline{\text{PQ}}^2$이다.

$(\because\ 3^2=1^2+(2\sqrt{2})^2)$

$\therefore\ \angle\text{PQC}=90^\circ$

$\therefore\ \angle\text{CQB}=90^\circ+45^\circ=135^\circ=\angle\text{APB}$

(2) $\angle\text{APB}+\angle\text{BPQ}=135^\circ+45^\circ=180^\circ$이므로

세 점 A, P, Q는 한 직선 위에 있다.

$\therefore \angle AQC=90°$, $\overline{AQ}=2\sqrt{2}+1$

직각삼각형 AQC에서

$\overline{AC}=\sqrt{1^2+(1+2\sqrt{2})^2}=\sqrt{10+4\sqrt{2}}$ 이다.

$\therefore \overline{AB}=\frac{1}{\sqrt{2}}\overline{AC}=\frac{\sqrt{10+4\sqrt{2}}}{\sqrt{2}}=\sqrt{5+2\sqrt{2}}$

따라서 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $\sqrt{5+2\sqrt{2}}$ 이다.

답 (1) $135°$ (2) $\sqrt{5+2\sqrt{2}}$

29

꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle ABH$에서 $\overline{AH}^2+\overline{BH}^2=4^2$ ……㉠

$\triangle ACH$에서

$\overline{AH}^2+\overline{CH}^2=\overline{AH}^2+(8-\overline{BH})^2=6^2$ ……㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$\overline{BH}=\frac{11}{4}$, $\overline{AH}=\frac{3\sqrt{15}}{4}$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AH}$

$=\frac{1}{2}\times 8\times\frac{3\sqrt{15}}{4}=3\sqrt{15}$

$\triangle ABC=\triangle ABP+\triangle BCP+\triangle CAP$에서

$\frac{1}{2}(4\overline{PK}+8\overline{PL}+6\overline{PM})=3\sqrt{15}$

$2\overline{PK}+4\overline{PL}+3\overline{PM}=3\sqrt{15}$ ……㉢

$\triangle ABD=\triangle ABP+\triangle BDP$에서

$\frac{1}{2}(4\overline{PK}+2\overline{PL})=\frac{1}{4}\times 3\sqrt{15}$

$2\overline{PK}+\overline{PL}=\frac{3\sqrt{15}}{4}$ ……㉣

$\triangle ABE=\triangle ABP+\triangle AEP$에서

$\frac{1}{2}(4\overline{PK}+2\overline{PM})=\frac{1}{3}\times 3\sqrt{15}$

$2\overline{PK}+\overline{PM}=\sqrt{15}$ ……㉤

㉢, ㉣, ㉤을 연립하여 풀면

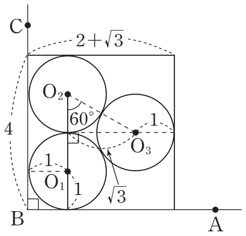
$\overline{PK}=\overline{PL}=\frac{\sqrt{15}}{4}$, $\overline{PM}=\frac{\sqrt{15}}{2}$

$\therefore \overline{PK}+\overline{PL}+\overline{PM}=\sqrt{15}$

답 $\sqrt{15}$

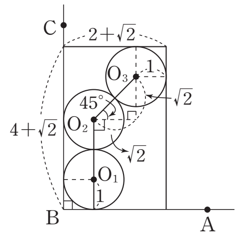
30

(1) (i) $\angle x=60°$일 때



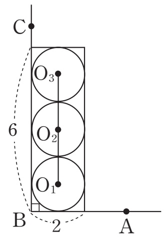
$y=4(2+\sqrt{3})=8+4\sqrt{3}$

(ii) $\angle x=135°$일 때



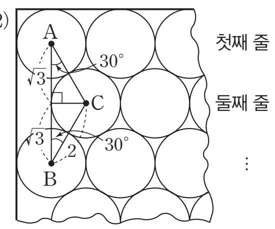
$y=(4+\sqrt{2})\times(2+\sqrt{2})=10+6\sqrt{2}$

(iii) $\angle x=180°$일 때



$y=2\times 6=12$

(2)



홀수째 줄에 그릴 수 있는 원은 $20\div 2=10$(개),

짝수째 줄에 그릴 수 있는 원은 $10-1=9$(개)이다.

그릴 수 있는 줄의 수를 n줄이라 하면 한 줄씩 늘어날 때마다 세로의 길이가 $\sqrt{3}$씩 늘어나므로

$2+(n-1)\sqrt{3}\le 20$ $\quad\therefore n\le 6\sqrt{3}+1$

$11<6\sqrt{3}+1<12$이므로 $n=11$이다.

따라서 홀수째 줄은 6줄, 짝수째 줄은 5줄 그려지므로 그릴 수 있는 원은 $10\times 6+9\times 5=105$(개)이다.

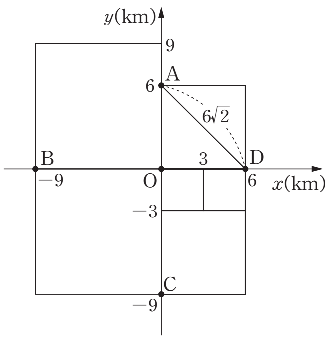
답 (1) $\angle x=60°$일 때 $y=8+4\sqrt{3}$,
$\angle x=135°$일 때 $y=10+6\sqrt{2}$,
$\angle x=180°$일 때 $y=12$
(2) 105개

II 피타고라스 정리

사고력의 날개

본문 P. 78~79

1



슈퍼를 원점 O라 하고 건호네 집, 학교, 악기점, 승범이네 집을 각각 A, B, C, D라 하자.

$\overline{AD}=6\sqrt{2}$ km이므로 $\overline{OA}=\overline{OD}=6$ km이고 각 지점의 위치를 좌표평면에 나타내면 위의 그림과 같다.

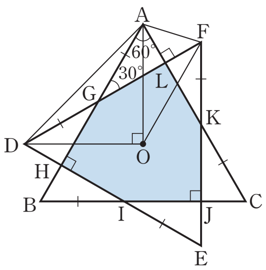
건호의 위치를 P, 승범이의 위치를 Q라 하면 건호가 t km를 갈 때, 승범이는 $2t$ km를 가므로 P$(0,\ 6-t)$, Q$(-9+2t,\ 0)$이다.

$$\overline{PQ}=\sqrt{(2t-9)^2+(t-6)^2}=\sqrt{5\left(t-\frac{24}{5}\right)^2+\frac{9}{5}}\text{(km)}$$

따라서 둘이 가장 가까울 때의 거리는 건호가 $\frac{24}{5}$ km 갔을 때, $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ km이다.

답 $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ km

2



△OAD에서 $\overline{OA}=\overline{OD}$이므로

$\angle OAD=\angle ODA=45°$

$\angle OAG=\angle ODG=30°$

$\angle GAD=\angle GDA=45°-30°=15°$이므로

$\overline{AG}=\overline{DG}$, $\angle GAL=\angle GDH=60°$,

$\angle ALG=\angle DHG=90°$

$\therefore$ △ALG≡△DHG(RHA 합동) …㉠

△OAF에서 $\overline{OA}=\overline{OF}=\overline{OD}$,

$\angle DOF=120°$이므로 $\angle AOF=30°$

$\therefore \angle OAF=\angle OFA=(180°-30°)\div 2=75°$

$\angle LAF=\angle LFA=75°-30°=45°$이므로

$\overline{LA}=\overline{LF}$, $\angle GAL=\angle KFL=60°$,

$\angle ALG=\angle FLK=90°$

$\therefore$ △ALG≡△FLK(ASA 합동) ……㉡

㉠, ㉡과 같은 방법으로 △ALG, △BHI, △CJK, △DHG, △EJI, △FLK는 합동인 직각삼각형이다.

△ALG에서 $\angle GAL=60°$, $\angle AGL=30°$, $\angle ALG=90°$이므로 $\overline{AL}=x$라 하면 $\overline{AG}=2x$, $\overline{GL}=\sqrt{3}x$이다.

$\overline{AB}=\overline{AG}+\overline{GH}+\overline{HB}$

$\quad=\overline{AG}+\overline{GL}+\overline{LA}$

$\quad=2x+\sqrt{3}x+x=3x+\sqrt{3}x=6$

$\therefore x=3-\sqrt{3}$

$\triangle ALG=\frac{1}{2}\times\overline{AL}\times\overline{GL}$

$\quad=\frac{\sqrt{3}}{2}x^2=\frac{\sqrt{3}}{2}(3-\sqrt{3})^2=6\sqrt{3}-9$

$\therefore$ (육각형 GHIJKL의 넓이)$=\triangle ABC-3\triangle ALG$

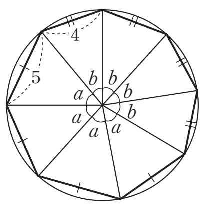
$\quad=\frac{\sqrt{3}}{4}\times 6^2-3(6\sqrt{3}-9)$

$\quad=27-9\sqrt{3}$

답 $27-9\sqrt{3}$

3

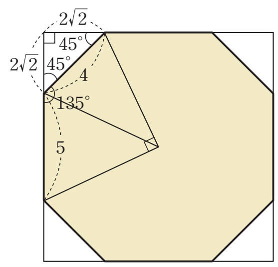
팔각형의 각 변을 외접원의 현으로 보았을 때, 다음 그림과 같이 그려진다.



길이가 5인 현의 중심각의 크기를 $\angle a$, 길이가 4인 현의 중심각의 크기를 $\angle b$라 하면 $4\angle a+4\angle b=360°$

$\therefore \angle a+\angle b=90°$

이를 이용하여 길이가 4와 5인 현을 번갈아 붙이면 다음 그림과 같은 팔각형이 된다.



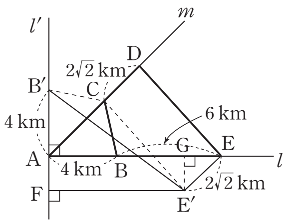
$\therefore$ (팔각형의 넓이)$=(2\sqrt{2}\times 2+5)^2-\frac{1}{2}\times(2\sqrt{2})^2\times 4$

$\quad=32+40\sqrt{2}+25-16$

$=40\sqrt{2}+41$ 답 $40\sqrt{2}+41$

4

본점에서 1호점으로 가는 길을 직선 l, 본점에서 2호점으로 가는 길을 직선 m이라 하고, 본점, 1호점, 2호점, 3호점, 4호점을 각각 A, B, C, D, E라 하자.



직선 m에 대하여 직선 l을 대칭이동한 직선을 l', 직선 m에 대하여 점 B를 대칭이동한 점을 B′이라 하고, 위 그림과 같이 $\overline{CD}\,/\!/\,\overline{EE'}$, $\overline{CD}=\overline{EE'}$이 되도록 점 E′을 잡고 점 E′에서 직선 l, l'에 내린 수선의 발을 각각 G, F라 한다.

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DE}=\overline{AB'}+\overline{B'C}+\overline{CD}+\overline{DE}$

$=\overline{AB'}+\overline{B'C}+\overline{EE'}+\overline{CE'}$

$\geq\overline{AB'}+\overline{B'E'}+\overline{EE'}$

$\angle GEE'=45^\circ$이므로 $\overline{GE}=\overline{GE'}=\overline{AF}=2(\text{km})$

$\triangle B'FE'$에서 $\overline{B'E'}=\sqrt{6^2+8^2}=10(\text{km})$

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DE}$의 최솟값은

$\overline{AB'}+\overline{B'E'}+\overline{EE'}=14+2\sqrt{2}(\text{km})$이다.

따라서 가능한 최단 거리는

$(14+2\sqrt{2})\text{km}$이다. 답 $(14+2\sqrt{2})\text{km}$

III 삼각비

STEP C 필수체크문제 본문 P. 88~98

01 $\frac{14}{13}$ **02** (1) $2\sqrt{7}$ (2) $\frac{3\sqrt{7}}{7}$

03 $\sin\theta=\frac{5}{13}$, $\tan\theta=\frac{5}{12}$

04 (1) $\frac{3}{5}$ (2) $2\sqrt{5}$ **05** $\frac{119}{169}$ **06** $\frac{\sqrt{6}}{3}$

07 $\frac{27}{20}$ **08** (1) $\frac{3}{4}$ (2) $\frac{8}{3}$ **09** $\frac{50}{3}{}^\circ$

10 $\overline{AH}=\sqrt{3}$, $\overline{BC}=1+\sqrt{3}$ **11** $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ **12** 0

13 $8\sqrt{3}$ **14** 1.6384

15 $\tan 60^\circ$, $\cos 0^\circ$, $\cos 28^\circ$, $\sin 45^\circ$, $\sin 25^\circ$

16 $2-\sin A$ **17** $\sqrt{2}-1$ **18** $27\sqrt{3}$ **19** 10.634

20 15.095 m **21** 25 m **22** 100 m

23 $\overline{AC}=2\sqrt{3}$, $\overline{BC}=3+\sqrt{3}$

24 $4(\sqrt{3}+1)\text{m}$ **25** $3(\sqrt{3}-1)$

26 $6(3+\sqrt{3})\text{m}$

27 (1) $10\sqrt{19}$ (2) $100\sqrt{19}+375\sqrt{3}$

28 45° **29** $26\sqrt{3}$ **30** $\frac{\sqrt{3}}{2}x$

31 (1) $(96\sqrt{2}+72\sqrt{3})\text{cm}^2$ (2) $100\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

32 $\frac{15\sqrt{3}}{2}$

01

$\triangle AHC$에서 $\sin A=\frac{\overline{CH}}{14}$, $\triangle CHB$에서 $\sin B=\frac{\overline{CH}}{13}$

$\therefore \frac{\sin B}{\sin A}=\frac{\overline{CH}}{13}\times\frac{14}{\overline{CH}}=\frac{14}{13}$ 답 $\frac{14}{13}$

02

(1) $\sin B=\frac{\overline{CA}}{\overline{BC}}=\frac{3}{4}$에서

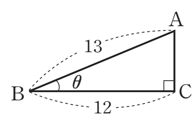
$\frac{\overline{CA}}{8}=\frac{3}{4}$ $\therefore \overline{CA}=6(\text{cm})$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\sqrt{8^2-6^2}=2\sqrt{7}$

(2) $\tan B=\frac{\overline{CA}}{\overline{AB}}=\frac{6}{2\sqrt{7}}=\frac{3\sqrt{7}}{7}$ 답 (1) $2\sqrt{7}$ (2) $\frac{3\sqrt{7}}{7}$

03

$\cos\theta=\frac{12}{13}$인 직각삼각형을 그리면 오른쪽 그림과 같다.



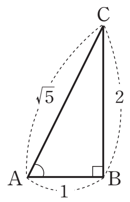
$\overline{AC}=\sqrt{13^2-12^2}=5$이므로

ㅈㅣㄷㅗㅅㅓ1ㄱㅕㄴ1ㄷㅐㄷㅏㄴㅇㅕㄴ.indb 39 18. 2. 9. 오후 1:34

$\sin\theta=\frac{5}{13}$, $\tan\theta=\frac{5}{12}$ 답 $\sin\theta=\frac{5}{13}$, $\tan\theta=\frac{5}{12}$

04

$\tan A=2(0°<\angle A<90°)$이므로 오른쪽 그림과 같이 $\angle B=90°$, $\overline{AB}=1$, $\overline{BC}=2$인 직각삼각형 ABC를 그릴 수 있다.



이때 $\overline{AC}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$이므로

$\sin A=\frac{2}{\sqrt{5}}$, $\cos A=\frac{1}{\sqrt{5}}$

(1) $\sin^2 A-\cos^2 A=\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2-\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2=\frac{3}{5}$

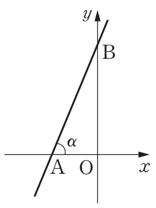
(2) $\frac{1+\sin A}{\cos A}+\frac{\cos A}{1+\sin A}$

$=\frac{1+\frac{2}{\sqrt{5}}}{\frac{1}{\sqrt{5}}}+\frac{\frac{1}{\sqrt{5}}}{1+\frac{2}{\sqrt{5}}}=\frac{\sqrt{5}+2}{1}+\frac{1}{\sqrt{5}+2}$

$=\sqrt{5}+2+\sqrt{5}-2=2\sqrt{5}$ 답 (1) $\frac{3}{5}$ (2) $2\sqrt{5}$

05

$A\left(-\frac{5}{2}, 0\right)$, $B(0, 6)$이므로



$\overline{OA}=\frac{5}{2}$, $\overline{OB}=6$

$\therefore \overline{AB}=\sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2+6^2}=\frac{13}{2}$

$\sin\alpha=6\div\frac{13}{2}=\frac{12}{13}$,

$\cos\alpha=\frac{5}{2}\div\frac{13}{2}=\frac{5}{13}$

$\therefore \sin^2\alpha-\cos^2\alpha=\left(\frac{12}{13}\right)^2-\left(\frac{5}{13}\right)^2$

$=\frac{119}{169}$ 답 $\frac{119}{169}$

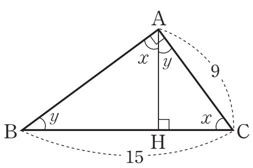
06

$\triangle BHF$에서

$\overline{HF}=\sqrt{x^2+x^2}=\sqrt{2}x$, $\overline{BH}=\sqrt{x^2+x^2+x^2}=\sqrt{3}x$이므로

$\cos\alpha=\frac{\overline{HF}}{\overline{BH}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$이다. 답 $\frac{\sqrt{6}}{3}$

07



$\angle BAH=\angle BCA=\angle x$, $\angle CAH=\angle CBA=\angle y$이므로

직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=\sqrt{15^2-9^2}=12$

$\cos x=\cos C=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$

$\tan y=\tan B=\frac{9}{12}=\frac{3}{4}$

$\therefore \cos x+\tan y=\frac{3}{5}+\frac{3}{4}=\frac{27}{20}$ 답 $\frac{27}{20}$

08

(1) $\triangle ABC$에서

$\overline{AB}=\sqrt{3^2+(\sqrt{7})^2}=4$이므로

$\overline{AE}=\overline{BE}=2$

$\angle ABD=90°-\angle x$이므로

$\angle BAC=90°-(90°-\angle x)=\angle x$

$\therefore \sin x=\sin(\angle BAC)=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{3}{4}$

(2) $\triangle EBD$에서 $\sin x=\frac{\overline{BE}}{\overline{BD}}=\frac{3}{4}$이므로

$\frac{2}{\overline{BD}}=\frac{3}{4}$ $\therefore \overline{BD}=\frac{8}{3}$ 답 (1) $\frac{3}{4}$ (2) $\frac{8}{3}$

09

$\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $3\angle x+10°=60°$

$3\angle x=50°$ $\therefore \angle x=\frac{50}{3}^{\circ}$ 답 $\frac{50}{3}^{\circ}$

10

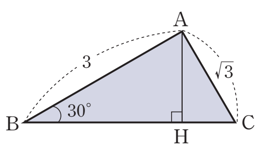
$\triangle ABH$에서 $\sin 60°=\frac{\overline{AH}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $\overline{AH}=\sqrt{3}$

또 $\cos 60°=\frac{\overline{BH}}{2}=\frac{1}{2}$이므로 $\overline{BH}=1$

$\triangle AHC$에서 $\tan 45°=\frac{\overline{AH}}{\overline{HC}}=1$이므로 $\overline{HC}=\overline{AH}=\sqrt{3}$

$\therefore \overline{BC}=\overline{BH}+\overline{HC}=1+\sqrt{3}$ 답 $\overline{AH}=\sqrt{3}$, $\overline{BC}=1+\sqrt{3}$

11



점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle ABH$에서

$\overline{AH}=3\sin 30°=3\times\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

$\overline{BH}=3\cos 30°=3\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$

$\triangle$AHC에서

$\overline{HC}=\sqrt{(\sqrt{3})^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\overline{BC}=\frac{3\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times\frac{3}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$ 답 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

12

$\overline{BH}=18$ cm이므로

$\tan B=1$이고, $\angle B=45^\circ$

$\angle A=180^\circ-45^\circ-45^\circ=90^\circ$

$\therefore \cos A=\cos 90^\circ=0$ 답 0

13

$\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$이므로 $\frac{1}{2}\angle x+15^\circ=30^\circ$

$\frac{1}{2}\angle x=15^\circ \qquad \therefore \angle x=30^\circ$

$\triangle$OAB에서 $\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로

$\frac{9}{\overline{OB}}=\frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \therefore \overline{OB}=6\sqrt{3}$

$\triangle$OBC에서 $\frac{6\sqrt{3}}{\overline{OC}}=\frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \therefore \overline{OC}=12$

$\triangle$OCD에서 $\frac{12}{\overline{OD}}=\frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \therefore \overline{OD}=8\sqrt{3}$ 답 $8\sqrt{3}$

14

$\angle OAB=180^\circ-(90^\circ+55^\circ)=35^\circ$이므로

$\sin 55^\circ+\cos 35^\circ=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}+\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=2\overline{AB}$

$=2\times0.8192=1.6384$ 답 1.6384

15

$\angle x$가 예각일 때 $\angle x$의 크기가 클수록 $\sin x$의 값은 커지고, $\cos x$의 값은 작아진다.

$0^\circ<\angle x<45^\circ$일 때 $\sin x<\cos x$이고,

$45^\circ<\angle x<90^\circ$일 때 $\sin x>\cos x$이다.

$\tan 60^\circ>\cos 0^\circ=\sin 90^\circ>\cos 28^\circ>\sin 45^\circ=\cos 45^\circ$

$>\sin 25^\circ$이므로 크기가 큰 순서대로 나열하면

$\tan 60^\circ$, $\cos 0^\circ$, $\cos 28^\circ$, $\sin 45^\circ$, $\sin 25^\circ$이다.

답 $\tan 60^\circ$, $\cos 0^\circ$, $\cos 28^\circ$, $\sin 45^\circ$, $\sin 25^\circ$

16

$0^\circ<\angle A<45^\circ$이므로

$\cos A>\sin A$, $2-\cos A>0$

$\therefore \sqrt{(\sin A-\cos A)^2}+|2-\cos A|$

$=-\sin A+\cos A+2-\cos A$

$=2-\sin A$ 답 $2-\sin A$

17

$\angle BDC=45^\circ$이므로

$\angle ABD=45^\circ-22.5^\circ=22.5^\circ$

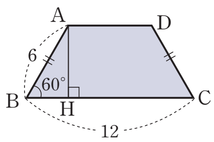
$\therefore \overline{AD}=\overline{BD}$

$\overline{BC}=\overline{CD}=x$라 하면

$\overline{BD}=\overline{AD}=\sqrt{2}x$이므로

$\tan 22.5^\circ=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{x}{\sqrt{2}x+x}=\frac{1}{\sqrt{2}+1}=\sqrt{2}-1$ 답 $\sqrt{2}-1$

18



점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle$ABH에서

$\overline{AH}=6\sin 60^\circ=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$

$\overline{BH}=6\cos 60^\circ=6\times\frac{1}{2}=3$

$\overline{AD}=12-3-3=6$이므로

$\square ABCD=\frac{1}{2}\times(6+12)\times3\sqrt{3}=27\sqrt{3}$ 답 $27\sqrt{3}$

19

$\angle A=90^\circ-62^\circ=28^\circ$이므로

$\tan 28^\circ=\frac{\overline{BC}}{20}=0.5317$

$\therefore \overline{BC}=20\times0.5317=10.634$ 답 10.634

20

깃대의 높이를 x m라 하면

$\tan 15^\circ=\frac{x-1.7}{50}$에서

$x=50\tan 15^\circ+1.7$

$=50\times0.2679+1.7=15.095$

따라서 깃대의 높이는 15.095 m이다. 답 15.095 m

21

탑의 높이 $\overline{PQ}$의 길이를 h m라 하면

직각삼각형 PQA에서 $\tan 30^\circ=\frac{h}{\overline{AQ}}$이므로

$\overline{AQ}=\frac{h}{\tan 30^\circ}=\sqrt{3}h$(m)

직각삼각형 PQB에서 $\tan 45^\circ = \dfrac{h}{\overline{BQ}}$이므로

$\overline{BQ} = \dfrac{h}{\tan 45^\circ} = h(\mathrm{m})$

△ABQ에서 $\overline{AQ}^2 + \overline{BQ}^2 = \overline{AB}^2$이므로

$(\sqrt{3}h)^2 + h^2 = 50^2$, $h^2 = 625$

$\therefore h = 25$ ($\because h > 0$)

따라서 탑의 높이는 25 m이다. 답 25 m

22

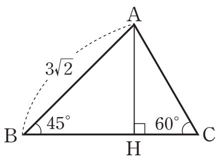
△ABQ에서

$\overline{BQ} = 100 \tan 30^\circ = 100 \times \dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{100\sqrt{3}}{3}(\mathrm{m})$이므로

△PBQ에서

$\overline{PQ} = \dfrac{100\sqrt{3}}{3} \tan 60^\circ = \dfrac{100\sqrt{3}}{3} \times \sqrt{3} = 100(\mathrm{m})$ 답 100 m

23



점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

△ABH에서 $\overline{AH} = \overline{AB} \sin 45^\circ = 3$,

$\overline{BH} = \overline{AB} \cos 45^\circ = 3$

△AHC에서 $\overline{AC} = \dfrac{\overline{AH}}{\sin 60^\circ} = 2\sqrt{3}$,

$\overline{CH} = \overline{AC} \cos 60^\circ = \sqrt{3}$

$\therefore \overline{AC} = 2\sqrt{3}$, $\overline{BC} = 3 + \sqrt{3}$ 답 $\overline{AC} = 2\sqrt{3}$, $\overline{BC} = 3 + \sqrt{3}$

24

관측지점에서 건물까지의 거리를 x m라 하면

$x = \dfrac{4}{\tan 30^\circ} = 4\sqrt{3}$

건물의 높이를 h m라 하면

$h = x \tan 45^\circ + 4$

$= 4\sqrt{3} \times 1 + 4 = 4(\sqrt{3} + 1)$

따라서 건물의 높이는 $4(\sqrt{3}+1)$m이다. 답 $4(\sqrt{3}+1)$m

25

$\overline{AH} = h$라 하면

$\angle BAH = 45^\circ$, $\angle CAH = 60^\circ$이므로

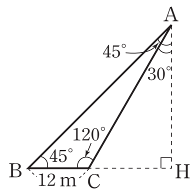
$\overline{BH} = \overline{AH} \tan 45^\circ = h$,

$\overline{CH} = \overline{AH} \tan 60^\circ = \sqrt{3}h$

$h + \sqrt{3}h = 6$, $(1+\sqrt{3})h = 6$

$\therefore h = 3(\sqrt{3} - 1)$ 답 $3(\sqrt{3}-1)$

26



나무의 높이를 $\overline{AH} = h$ m라 하면

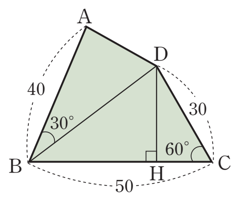
$\overline{BH} = h \tan 45^\circ = h$,

$\overline{CH} = h \tan 30^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{3}h$

$h - \dfrac{\sqrt{3}}{3}h = 12 \qquad \therefore h = 6(3+\sqrt{3})$

따라서 나무의 높이는 $6(3+\sqrt{3})$m이다. 답 $6(3+\sqrt{3})$m

27



(1) 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

△DHC에서

$\overline{DH} = 30 \sin 60^\circ = 15\sqrt{3}$,

$\overline{CH} = 30 \cos 60^\circ = 15$

△DBH에서

$\overline{BD} = \sqrt{(15\sqrt{3})^2 + 35^2} = \sqrt{1900} = 10\sqrt{19}$

(2) □ABCD

$=$△ABD$+$△BCD

$= \dfrac{1}{2} \times 40 \times 10\sqrt{19} \times \sin 30^\circ + \dfrac{1}{2} \times 50 \times 30 \times \sin 60^\circ$

$= 100\sqrt{19} + 375\sqrt{3}$

답 (1) $10\sqrt{19}$ (2) $100\sqrt{19} + 375\sqrt{3}$

28

△ABC$= \dfrac{1}{2} \times 4 \times 3\sqrt{2} \times \sin A = 6$에서

$\sin A = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \qquad \therefore \angle A = 45^\circ$ 답 45°

29

△ABC$= \dfrac{1}{2} \times 8 \times 13 \times \sin(180^\circ - 120^\circ)$

$= \dfrac{1}{2} \times 8 \times 13 \times \sin 60^\circ = 26\sqrt{3}$ 답 $26\sqrt{3}$

30

$\triangle$ABC는 한 변의 길이가 x인 정삼각형이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times x\times x\times \sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{4}x^2$

$\triangle$ABC$=\triangle$PBC$+\triangle$PCA$+\triangle$PAB에서

$\frac{\sqrt{3}}{4}x^2=\frac{1}{2}x(a+b+c)$

$\therefore a+b+c=\frac{\sqrt{3}}{2}x$ 　　답 $\frac{\sqrt{3}}{2}x$

31

(1) $\triangle$BCD에서

$\overline{BD}=\frac{12}{\cos 60^\circ}=24(\text{cm})$

$\therefore$ □ABCD

$=\triangle ABD+\triangle BCD$

$=\frac{1}{2}\times 16\times 24\times \sin 45^\circ+\frac{1}{2}\times 24\times 12\times \sin 60^\circ$

$=96\sqrt{2}+72\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

(2) □ABCD는 등변사다리꼴이므로

$\overline{AC}=\overline{BD}=20$ cm

$\therefore$ □ABCD$=\frac{1}{2}\times 20\times 20\times \sin(180^\circ-120^\circ)$

$=100\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

답 (1) $(96\sqrt{2}+72\sqrt{3})\text{cm}^2$ (2) $100\sqrt{3}\ \text{cm}^2$

32

$\overline{AB}=\overline{CD}$, $\overline{BC}=\overline{AD}$이므로 □ABCD는 평행사변형이다.

$\therefore$ □ABCD$=\overline{AB}\times\overline{BC}\times \sin 60^\circ$

$=3\times 5\times \frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{15\sqrt{3}}{2}$ 　　답 $\frac{15\sqrt{3}}{2}$

STEP B 내신만점문제 　　본문 P. 99~109

01 $\frac{47}{63}$ **02** $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ **03** $\sin A=\frac{2}{3}$, $\cos A=\frac{\sqrt{5}}{3}$, $\tan A=\frac{2\sqrt{5}}{5}$ **04** $\frac{\sqrt{3}+1}{3}$

05 풀이 참조 **06** (1) $3\sin\theta$ (2) $\frac{2}{a^2-1}$

07 $\frac{1}{2}$ **08** $\sqrt{13}$ **09** $\frac{3\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}\ \text{cm}^2$

10 (1) ③ (2) $\frac{2\sqrt{10}}{5}$ **11** (1) 30° (2) $\frac{3\sqrt{7}}{8}$ **12** 30°

13 $6\sqrt{3}$ cm **14** $4\sqrt{3}$ **15** $\frac{\sqrt{15}}{8}$

16 ③, ⑤ **17** $174\ \text{cm}^2$

18 수평 분력 : 9 N, 수직 분력 : $9\sqrt{3}$ N

19 (1) $\sqrt{b^2+c^2-bc}$ (2) $\frac{\sqrt{3}}{4}bc$ **20** $\frac{a^2\tan^2\alpha\tan^2\beta}{\tan^2\beta-\tan^2\alpha}$

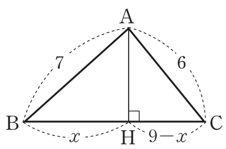
21 $15\sqrt{6}$ m **22** 2.1 cm

23 $\frac{\sqrt{3}}{b}$ **24** $\frac{a(\tan\alpha+\tan\beta)}{\tan\beta(1-\tan\alpha)}$

25 $(50\sqrt{3}+51.5)$m **26** $3+\sqrt{3}$ **27** $\frac{40}{41}$

28 $\frac{3}{4}(5\pi-3)\text{cm}^2$ **29** 45° **30** $112\ \text{cm}^2$

01

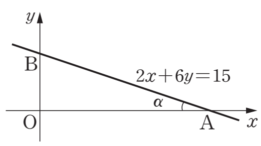


점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\overline{BH}=x$라 하면 $\overline{HC}=9-x$이다.

$7^2-x^2=6^2-(9-x)^2$에서 $x=\frac{47}{9}$

$\therefore \cos B=\frac{x}{7}=\frac{47}{63}$ 　　답 $\frac{47}{63}$

02



$2x+6y=15$를 y에 관하여 풀면

$y=-\frac{1}{3}x+\frac{5}{2}$

이 일차함수의 x절편은 $\frac{15}{2}$, y절편은 $\frac{5}{2}$이므로

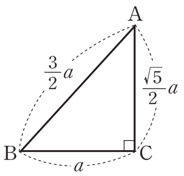
$\overline{AB}=\sqrt{\left(\frac{15}{2}\right)^2+\left(\frac{5}{2}\right)^2}=\frac{5\sqrt{10}}{2}$

III 삼각비

$\angle ABO=90^\circ-\angle\alpha$이므로

$\sin(90^\circ-\alpha)=\dfrac{\overline{AO}}{\overline{AB}}=\dfrac{15}{2}\times\dfrac{2}{5\sqrt{10}}=\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$　　답 $\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$

03



$c=\dfrac{3}{2}a$에서 $\overline{AB}=\dfrac{3}{2}a$, $\overline{BC}=a$이므로

$\overline{AC}=\sqrt{\dfrac{9}{4}a^2-a^2}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}a$

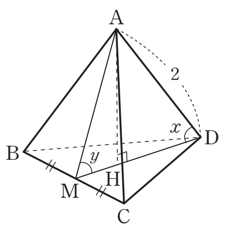
$\therefore \sin A=\dfrac{a}{\frac{3}{2}a}=\dfrac{2}{3}$

$\cos A=\dfrac{\frac{\sqrt{5}}{2}a}{\frac{3}{2}a}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

$\tan A=\dfrac{a}{\frac{\sqrt{5}}{2}a}=\dfrac{2}{\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

답 $\sin A=\dfrac{2}{3}$, $\cos A=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$, $\tan A=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

04



점 A에서 밑면 BCD에 내린 수선의 발을 H라 하자.

$\overline{DM}=\overline{AM}=2\sin 60^\circ=\sqrt{3}$

점 H는 △BCD의 무게중심이므로

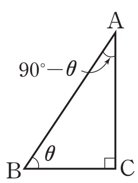
$\overline{DH}=\dfrac{2}{3}\overline{DM}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

$\therefore \cos x=\dfrac{\overline{DH}}{\overline{AD}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$\overline{MH}=\dfrac{1}{3}\overline{DM}=\dfrac{1}{3}\overline{AM}$이므로 $\cos y=\dfrac{1}{3}$

$\therefore \cos x+\cos y=\dfrac{\sqrt{3}+1}{3}$　　답 $\dfrac{\sqrt{3}+1}{3}$

05



$\angle B=\angle\theta$, $\angle C=90^\circ$인 직각삼각형을 그리면 오른쪽 그림과 같다.

(1) $\sin\theta=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$이고

$\angle A=90^\circ-\angle\theta$이므로

$\cos(90^\circ-\theta)=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$

따라서 $\sin\theta=\cos(90^\circ-\theta)$이다.

(2) $\sin^2\theta+\cos^2\theta=\left(\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}}\right)^2+\left(\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}\right)^2$

$=\dfrac{\overline{AC}^2+\overline{BC}^2}{\overline{AB}^2}=\dfrac{\overline{AB}^2}{\overline{AB}^2}$

$=1$　　답 풀이 참조

06

(1) $45^\circ<\angle\theta<90^\circ$에서 $0<\cos\theta<\sin\theta$

또한 $1+2\sin\theta\cos\theta$

$=\sin^2\theta+\cos^2\theta+2\sin\theta\cos\theta$

$=(\sin\theta+\cos\theta)^2$

$\therefore$ (주어진 식)$=\sin\theta-(\cos\theta-\sin\theta)+(\sin\theta+\cos\theta)$

$=3\sin\theta$

(2) $\tan\theta+\dfrac{1}{\tan\theta}=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}+\dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}$

$=\dfrac{\sin^2\theta+\cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}$

$=\dfrac{1}{\sin\theta\cos\theta}$

또한 $\sin\theta+\cos\theta=a$의 양변을 제곱하면

$\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=a^2$에서

$\sin\theta\cos\theta=\dfrac{a^2-1}{2}$

$\therefore \tan\theta+\dfrac{1}{\tan\theta}=\dfrac{1}{\sin\theta\cos\theta}=\dfrac{2}{a^2-1}$

답 (1) $3\sin\theta$ (2) $\dfrac{2}{a^2-1}$

07

$y=x^2-2x\sin\theta+\cos^2\theta$

$=(x-\sin\theta)^2-\sin^2\theta+\cos^2\theta$에서

꼭짓점 $(\sin\theta,\ -\sin^2\theta+\cos^2\theta)$는

$y=x$의 그래프 위의 점이므로

$-\sin^2\theta+\cos^2\theta=\sin\theta$

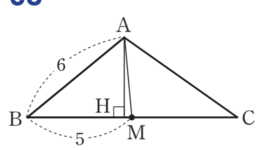
$-\sin^2\theta+1-\sin^2\theta=\sin\theta$

$2\sin^2\theta+\sin\theta-1=0$

$(\sin\theta+1)(2\sin\theta-1)=0$

$\therefore \sin\theta=\dfrac{1}{2}$ ($\because 0^\circ\le\angle\theta\le 90^\circ$)　　답 $\dfrac{1}{2}$

08



꼭짓점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{BH}=6\cos B=6\times\frac{4}{5}=\frac{24}{5}$

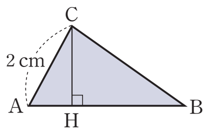
$\overline{AH}=\sqrt{6^2-\left(\frac{24}{5}\right)^2}=\frac{18}{5}$

$\triangle$AHM에서

$\overline{HM}=5-\frac{24}{5}=\frac{1}{5}$이므로

$\overline{AM}=\sqrt{\left(\frac{1}{5}\right)^2+\left(\frac{18}{5}\right)^2}=\sqrt{13}$ 답 $\sqrt{13}$

09



점 C에서 $\overline{AB}$에 수선을 그어 만나는 점을 H라 하면

$\triangle$AHC에서

$\overline{CH}=\overline{AC}\sin A=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{AH}=\sqrt{2^2-(\sqrt{3})^2}=1$

$\triangle$CHB에서

$\overline{BC}=\frac{\overline{CH}}{\sin B}=\frac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{3}}=3(\text{cm})$

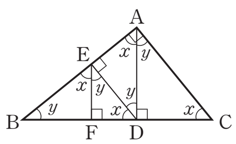
$\overline{BH}=\sqrt{3^2-(\sqrt{3})^2}=\sqrt{6}$

$\overline{AB}=\overline{AH}+\overline{BH}=1+\sqrt{6}(\text{cm})$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times(\sqrt{6}+1)\times\sqrt{3}$

$=\frac{3\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}(\text{cm}^2)$ 답 $\frac{3\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}\text{ cm}^2$

10



(1) $\angle$BAD에 대하여

$\tan x=\frac{\overline{BD}}{\overline{AD}}=\frac{\overline{ED}}{\overline{AE}}$

$\angle$ACB에 대하여

$\tan x=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{AD}}{\overline{CD}}$

$\angle$BEF에 대하여 $\tan x=\frac{\overline{BF}}{\overline{EF}}$

$\angle$EDB에 대하여

$\tan x=\frac{\overline{BE}}{\overline{DE}}=\frac{\overline{EF}}{\overline{DF}}$

(2) $\overline{AE}:\overline{BE}=2:3$이므로

$\overline{AE}=2a,\ \overline{BE}=3a\,(a>0)$라 하면

$\overline{DE}^2=\overline{AE}\times\overline{BE}=2a\times3a=6a^2$에서

$\overline{DE}=\sqrt{6}a$

$\overline{AD}=\sqrt{(2a)^2+(\sqrt{6}a)^2}=\sqrt{10}a$

$\therefore \cos x+\sin y=\frac{2a}{\sqrt{10}a}+\frac{2a}{\sqrt{10}a}=\frac{4}{\sqrt{10}}=\frac{2\sqrt{10}}{5}$

답 (1) ③ (2) $\frac{2\sqrt{10}}{5}$

11

(1) $3^{2\sin x+1}=81^{\sin x}=3^{4\sin x}$에서

$2\sin x+1=4\sin x$

$\therefore \sin x=\frac{1}{2}$

$\therefore \angle x=30^\circ$

(2) $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}=128^{\cos x}$에서

$2\sqrt{2\sqrt{2}}=128^{2\cos x}$, $8\sqrt{2}=128^{4\cos x}$,

$128=128^{8\cos x}$이므로 $8\cos x=1$

$\therefore \cos x=\frac{1}{8}$

$\therefore \sin x=\sqrt{1-\cos^2 x}=\sqrt{\frac{63}{64}}=\frac{3\sqrt{7}}{8}$

답 (1) 30° (2) $\frac{3\sqrt{7}}{8}$

12

$4x^2-2(\sqrt{3}+1)x+\sqrt{3}=0$

$(2x-\sqrt{3})(2x-1)=0$

$\therefore x=\frac{\sqrt{3}}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

$\sin\alpha>\sin\beta$에서

$\sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin\beta=\frac{1}{2}$이므로

$\angle\alpha=60^\circ$, $\angle\beta=30^\circ$

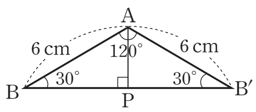
$\therefore \angle\alpha-\angle\beta=60^\circ-30^\circ=30^\circ$ 답 30°

13

원뿔의 전개도에서 옆면인 부채꼴의 중심각의 크기를 $\angle\theta$라 하면

$\angle\theta=360^\circ\times\frac{2}{6}=120^\circ$이다.

따라서 줄의 길이는 중심각의 크기가 120°이고 반지름의 길이가 6 cm인 부채꼴의 현의 길이와 같다.



$\therefore\ \overline{BP}=6\cos 30^\circ=3\sqrt{3}(\text{cm})$

따라서 구하는 줄의 길이는 $6\sqrt{3}$ cm이다. 답 $6\sqrt{3}$ cm

14

$\angle ABC=60^\circ$이므로

$\overline{AB}=12\cos 60^\circ=6$,

$\overline{AC}=12\sin 60^\circ=6\sqrt{3}$

$\overline{BD}$는 $\angle B$의 이등분선이므로

$\overline{AD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{BC}=6:12=1:2$에서

$\overline{CD}=\frac{2}{3}\overline{AC}=4\sqrt{3}$ 답 $4\sqrt{3}$

15

$45^\circ<\angle A<90^\circ$이므로 $\sin A>\cos A>0$

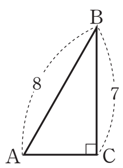
$\sqrt{(\sin A-\cos A)^2}+\sqrt{(\sin A+\cos A)^2}$

$=\sin A-\cos A+(\sin A+\cos A)$

$=2\sin A=\frac{7}{4}$

$\therefore\ \sin A=\frac{7}{8}$

$\sin A=\frac{7}{8}$인 직각삼각형을 그리면 오른쪽 그림과 같다.



$\overline{AC}=\sqrt{8^2-7^2}=\sqrt{15}$이므로

$\cos A=\frac{\sqrt{15}}{8}$

답 $\frac{\sqrt{15}}{8}$

16

점 $P(x, y)$라 하면

$x=\overline{OP}\cos\alpha=a\cos\alpha$,

$y=\overline{OP}\sin\alpha=a\sin\alpha$

점 Q의 x좌표는 b이므로 점 Q의 y좌표는

$\overline{QB}=\overline{OB}\tan\alpha=b\tan\alpha$

$\overline{OC}=\overline{OQ}=\frac{b}{\cos\alpha}$이므로 점 C의 x좌표는 $-\frac{b}{\cos\alpha}$이다.

$\therefore\ P(a\cos\alpha,\ a\sin\alpha)$, $Q(b,\ b\tan\alpha)$, $C\left(-\frac{b}{\cos\alpha},\ 0\right)$

답 ③, ⑤

17

점 H는 $\overline{BC}$의 중점이므로 $\overline{BH}=9$ cm

$\triangle ABH$에서

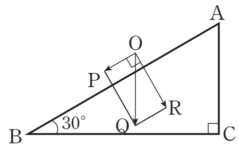
$\overline{AH}=\overline{BH}\tan 65^\circ=9\tan 65^\circ$

$=9\times 2.1445=19.3005(\text{cm})$

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 18\times 19.3005$

$=173.7045(\text{cm}^2)$ ⇨ 174 cm^2 답 174 cm^2

18



$\overline{OQ}$는 무게이고, $\overline{OP}$는 수평 분력, $\overline{OR}$는 수직 분력이다.

$\angle ABC=\angle OQP=\angle QOR=30^\circ$이고 $\overline{OQ}=18$ N이므로

$\overline{OP}=\overline{OQ}\sin 30^\circ=18\times\frac{1}{2}=9(\text{N})$,

$\overline{OR}=\overline{OQ}\cos 30^\circ=18\times\frac{\sqrt{3}}{2}=9\sqrt{3}(\text{N})$

답 수평 분력 : 9 N, 수직 분력 : $9\sqrt{3}$ N

19

(1) 꼭짓점 B에서 변 AC에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{BH}=c\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}c$,

$\overline{AH}=c\cos 60^\circ=\frac{c}{2}$이므로

$\overline{CH}=b-\frac{1}{2}c$

$\therefore\ \overline{BC}=\sqrt{\overline{BH}^2+\overline{CH}^2}$

$=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}c\right)^2+\left(b-\frac{1}{2}c\right)^2}$

$=\sqrt{b^2+c^2-bc}$

(2) $\triangle ABC=\frac{1}{2}bc\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{4}bc$

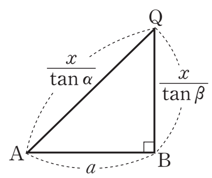
답 (1) $\sqrt{b^2+c^2-bc}$ (2) $\frac{\sqrt{3}}{4}bc$

20

$\overline{PQ}$는 $\overline{AQ}$, $\overline{BQ}$에 각각 수직이므로

$\triangle PAQ$에서 $\overline{AQ}=\frac{x}{\tan\alpha}$,

$\triangle PBQ$에서 $\overline{BQ}=\frac{x}{\tan\beta}$



$\triangle ABQ$에서

$\left(\frac{x}{\tan\alpha}\right)^2=a^2+\left(\frac{x}{\tan\beta}\right)^2$

이 식을 전개하여 x^2에 관하여 풀면

$x^2=\dfrac{a^2\tan^2\alpha\tan^2\beta}{\tan^2\beta-\tan^2\alpha}$ 답 $\dfrac{a^2\tan^2\alpha\tan^2\beta}{\tan^2\beta-\tan^2\alpha}$

21

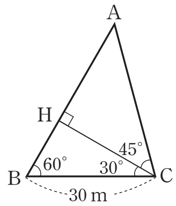
점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

△BCH에서

$\overline{CH}=30\sin 60^\circ=15\sqrt{3}$(m)

△AHC에서

$\overline{AC}=\dfrac{15\sqrt{3}}{\cos 45^\circ}=15\sqrt{6}$(m)



답 $15\sqrt{6}$ m

22

△ABC=△ABD+△ACD이고,

$\overline{AD}$의 길이를 x cm라 하면

$\dfrac{1}{2}\times7\times3\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\dfrac{1}{2}\times7\times x\times\sin 60^\circ+\dfrac{1}{2}\times3\times x\times\sin 60^\circ$

$21=7x+3x$ $\quad\therefore x=2.1$

따라서 $\overline{AD}=2.1$ cm이다. 답 2.1 cm

23

△OXY+△OYZ=△OXZ이므로

$\dfrac{1}{2}ab\sin 30^\circ+\dfrac{1}{2}bc\sin 30^\circ=\dfrac{1}{2}ac\sin 60^\circ$에서

$ab+bc=\sqrt{3}ac$

양변을 abc로 나누어 정리하면

$\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{c}=\dfrac{\sqrt{3}}{b}$ 답 $\dfrac{\sqrt{3}}{b}$

24

눈의 위치에서 탑까지의 거리를 x m라 하면

$\begin{cases} x=\dfrac{h-a}{\tan\alpha} \\ x-h=\dfrac{a}{\tan\beta} \end{cases}$

$\dfrac{h-a}{\tan\alpha}-h=\dfrac{a}{\tan\beta}$

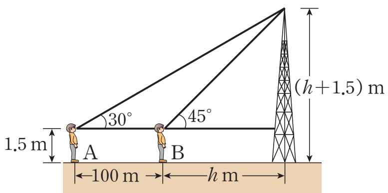
$\dfrac{h-a-h\tan\alpha}{\tan\alpha}=\dfrac{a}{\tan\beta}$

$h-h\tan\alpha-a=\dfrac{a\tan\alpha}{\tan\beta}$

$h-h\tan\alpha=\dfrac{a\tan\alpha}{\tan\beta}+a$

$\therefore h=\dfrac{a(\tan\alpha+\tan\beta)}{\tan\beta(1-\tan\alpha)}$ 답 $\dfrac{a(\tan\alpha+\tan\beta)}{\tan\beta(1-\tan\alpha)}$

25



안테나 탑의 높이를 $(h+1.5)$m라 하면

$\dfrac{h}{100+h}=\tan 30^\circ$

즉, $\dfrac{h}{100+h}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$에서 $h=\dfrac{100}{\sqrt{3}-1}=50(\sqrt{3}+1)$

∴ (안테나 탑의 높이)$=h+1.5$

$=50(\sqrt{3}+1)+1.5$

$=50\sqrt{3}+51.5$(m)

답 $(50\sqrt{3}+51.5)$m

다른풀이

(안테나 탑의 높이)

$=\dfrac{100}{\tan(90^\circ-30^\circ)-\tan(90^\circ-45^\circ)}+1.5$

$=\dfrac{100}{\sqrt{3}-1}+1.5=50\sqrt{3}+51.5$(m)

26

삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle A=180^\circ\times\dfrac{3}{12}=45^\circ$,

$\angle B=180^\circ\times\dfrac{4}{12}=60^\circ$,

$\angle C=180^\circ\times\dfrac{5}{12}=75^\circ$

$\angle BOC=2\angle A=90^\circ$

$\angle COA=2\angle B=120^\circ$

$\angle AOB=2\angle C=150^\circ$

∴ △ABC

=△OBC+△OCA+△OAB

$=\dfrac{1}{2}\times2^2\times\{1+\sin(180^\circ-120^\circ)+\sin(180^\circ-150^\circ)\}$

$=3+\sqrt{3}$ 답 $3+\sqrt{3}$

27

$\overline{AC}=\overline{BD}=\sqrt{10^2+8^2}=2\sqrt{41}$에서

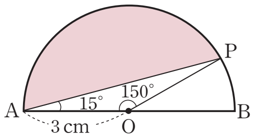
$\square ABCD=\dfrac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BD}\times\sin\theta$

$=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{41}\times2\sqrt{41}\times\sin\theta$

$=10\times8=80$

$\therefore \sin\theta=\dfrac{40}{41}$ 답 $\dfrac{40}{41}$

28



구하고자 하는 넓이를 S라 하면

$S=$(부채꼴 AOP의 넓이)$-\triangle$OAP

$=\pi\times3^2\times\dfrac{150^\circ}{360^\circ}-\dfrac{1}{2}\times3^2\times\sin(180^\circ-150^\circ)$

$=\dfrac{15}{4}\pi-\dfrac{9}{4}$

$=\dfrac{3}{4}(5\pi-3)(\text{cm}^2)$ 답 $\dfrac{3}{4}(5\pi-3)\text{cm}^2$

29

$\angle$AOB$=\angle x$라 하면

$\square$ABCD$=\dfrac{1}{2}\times6\times9\times\sin x=\dfrac{27\sqrt{2}}{2}$

$\therefore \sin x=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$0^\circ<\angle x<90^\circ$이므로 $\angle x=45^\circ$ 답 45°

30

$\angle$AOD$=\angle x$라 하면

(i) $0^\circ<\angle x\le90^\circ$인 경우

$\square$ABCD$=\dfrac{1}{2}\times16\times14\times\sin x$

$=112\sin x$

$0<\sin x\le1$이므로 $\square$ABCD의 넓이의 최댓값은 112 cm^2이다.

(ii) $90^\circ<\angle x<180^\circ$인 경우

$\square$ABCD$=\dfrac{1}{2}\times16\times14\times\sin(180^\circ-x)$

$=112\sin(180^\circ-x)$

$0<\sin(180^\circ-x)<1$이므로

$\square$ABCD$<112\text{ cm}^2$이다.

(i), (ii)에서 $\square$ABCD의 넓이의 최댓값은 112 cm^2이다.

답 112 cm^2

STEP A 최고수준문제 본문 P. 110~119

01 $\dfrac{4}{5}$ **02** (1) $\dfrac{9}{25}$ (2) $18\sqrt{34}$ **03** $\dfrac{6303}{625}$ **04** $\dfrac{24}{25}$

05 $\dfrac{27\sqrt{3}}{2}$ m **06** $\dfrac{1}{24}(5\pi-6\sqrt{3})$ **07** $6\sqrt{3}$

08 $c\cos^3\theta+c\sin^3\theta$ **09** $\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$ **10** $\sqrt{5}$ **11** $\dfrac{1}{4}$ cm

12 $a=-\dfrac{\sqrt{6}}{2}$, $x^2-4x+1=0$ **13** $2+3\sqrt{7}$

14 45, $\sqrt{6}$, $\sqrt{3}+1$ **15** $\dfrac{\sqrt{21}}{14}$ **16** 5

17 $\dfrac{196\sqrt{3}}{11}\text{cm}^2$ **18** $\dfrac{2}{9}$ **19** $\dfrac{7}{8}$ **20** $\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$

21 $\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ **22** $\dfrac{3\sqrt{6}+3\sqrt{2}}{2}$ **23** 1460 m

24 $\dfrac{76\sqrt{3}+12\sqrt{19}}{57}$ **25** $\dfrac{15\sqrt{57}}{19}$ m

26 $72+36\sqrt{3}$

27 $\cos 36^\circ=\dfrac{1+\sqrt{5}}{4}$, $\sin 18^\circ=\dfrac{\sqrt{5}-1}{4}$

01

$\overline{\text{AC}}=\overline{\text{AB}}+\overline{\text{BM}}$에서 $b=c+\dfrac{a}{2}$

$b^2=a^2+c^2$에서 $\left(c+\dfrac{a}{2}\right)^2=a^2+c^2$

$ac+\dfrac{a^2}{4}=a^2$

$\therefore c=\dfrac{3}{4}a$ ($\because a\ne0$)

$b=\dfrac{3}{4}a+\dfrac{a}{2}=\dfrac{5}{4}a$

$\therefore \sin A=\dfrac{a}{b}=\dfrac{a}{\frac{5}{4}a}=\dfrac{4}{5}$ 답 $\dfrac{4}{5}$

02

(1) $\overline{\text{BB}'}$, $\overline{\text{CC}'}$은 서로 평행하고 길이가 같으므로 $\square$BCC′B′은 평행사변형이다.

$\therefore \overline{\text{BC}}=\overline{\text{B}'\text{C}'}=\sqrt{12^2\times2}=12\sqrt{2}$

$\overline{\text{AB}}=\overline{\text{AC}}=\sqrt{12^2+9^2}=15$

점 B에서 $\overline{\text{CA}}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{\text{AH}}=a$ cm라 하면

$(12\sqrt{2})^2-(15-a)^2=15^2-a^2$ $\therefore a=\dfrac{27}{5}$

$\therefore \cos x=\dfrac{27}{5}\times\dfrac{1}{15}=\dfrac{9}{25}$

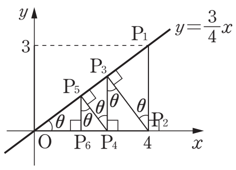
(2) $\cos x=\dfrac{9}{25}$이므로

$\sin x=\sqrt{1-\left(\dfrac{9}{25}\right)^2}=\dfrac{4\sqrt{34}}{25}$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times15\times15\times\frac{4\sqrt{34}}{25}=18\sqrt{34}$

답 (1) $\frac{9}{25}$ (2) $18\sqrt{34}$

03



$\angle P_1OP_2=\angle\theta$라 하면 $\triangle P_1OP_2$에서

$\overline{OP_1}=\sqrt{4^2+3^2}=5$이므로 $\cos\theta=\frac{4}{5}$

$\overline{P_1P_2}=3$

$\overline{P_2P_3}=\overline{P_1P_2}\cos\theta=3\times\frac{4}{5}=\frac{12}{5}$

$\overline{P_3P_4}=\overline{P_2P_3}\cos\theta=\frac{48}{25}$

$\overline{P_4P_5}=\overline{P_3P_4}\cos\theta=\frac{192}{125}$

$\overline{P_5P_6}=\overline{P_4P_5}\cos\theta=\frac{768}{625}$

$\therefore \overline{P_1P_2}+\overline{P_2P_3}+\overline{P_3P_4}+\overline{P_4P_5}+\overline{P_5P_6}$

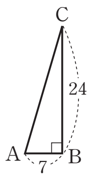
$=3+\frac{12}{5}+\frac{48}{25}+\frac{192}{125}+\frac{768}{625}$

$=\frac{6303}{625}$

답 $\frac{6303}{625}$

04

sin A : cos A=24 : 7을 만족하는 직각삼각형을 그리면 오른쪽 그림과 같다.

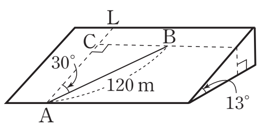


$\overline{AC}=\sqrt{24^2+7^2}=25$이므로

$\sin A=\frac{24}{25}$

답 $\frac{24}{25}$

05



A지점에서 똑바로 오르는 방향을 $\overline{AL}$, $\overline{AL}$보다 오른쪽으로 30°되는 방향으로 120 m 올라간 지점을 B라 하고, B지점에서 $\overline{AL}$에 내린 수선의 발을 C라 하면

$\overline{AC}=\overline{AB}\cos30^\circ=120\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

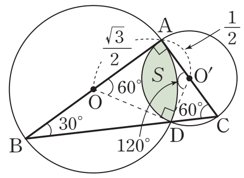
$=60\sqrt{3}$ (m)

$\overline{AC}$는 수평면과 이루는 각도가 13°이므로 C지점의 높이는

$\overline{AC}\sin13^\circ=60\sqrt{3}\times0.2250=\frac{27\sqrt{3}}{2}$(m)이다.

답 $\frac{27\sqrt{3}}{2}$ m

06



구하는 넓이를 S라 하면

S=(부채꼴 AOD의 넓이)$-\triangle AOD$

+(부채꼴 AO′D의 넓이)$-\triangle AO'D$

$=\pi\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2\times\frac{60^\circ}{360^\circ}-\frac{1}{2}\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2\times\sin60^\circ$

$+\pi\times\left(\frac{1}{2}\right)^2\times\frac{120^\circ}{360^\circ}-\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}\right)^2\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{\pi}{8}-\frac{3\sqrt{3}}{16}+\frac{\pi}{12}-\frac{\sqrt{3}}{16}$

$=\frac{1}{24}(5\pi-6\sqrt{3})$

답 $\frac{1}{24}(5\pi-6\sqrt{3})$

07

$\sin^3x=4(1-\sin^2x)-2\sin x$

$\sin x=t$로 놓으면

$t^3=4(1-t^2)-2t$

$t^3+4t^2+2t-4=0$

$t(t+2)^2-2(t+2)=0$

$(t+2)(t^2+2t-2)=0$

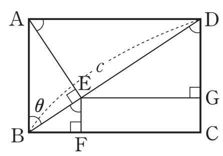
$\therefore t=-1+\sqrt{3}$ ($\because 0\le t\le1$)

$\therefore \sin^3x+10=t^3+10=(-1+\sqrt{3})^3+10$

$=6\sqrt{3}$

답 $6\sqrt{3}$

08



$\angle ABD=\angle DAE=\angle BDC=\angle BEF=\angle\theta$

$\overline{AB}=c\cos\theta$, $\overline{AD}=c\sin\theta$

$\overline{BE}=\overline{AB}\cos\theta=c\cos^2\theta$

$\therefore \overline{EF}=\overline{BE}\cos\theta=c\cos^3\theta$

같은 방법으로

$\overline{DE}=\overline{AD}\sin\theta=c\sin^2\theta$

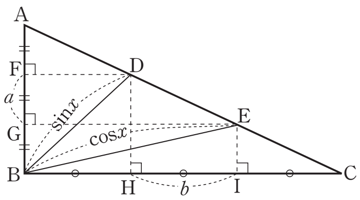
III 삼각비

$\therefore\ \overline{EG}=\overline{DE}\sin\theta=c\sin^3\theta$

$\therefore\ \overline{EF}+\overline{EG}=c\cos^3\theta+c\sin^3\theta$

답 $c\cos^3\theta+c\sin^3\theta$

09



두 점 D, E에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 F, G, H, I라 하고

$\overline{AF}=\overline{FG}=\overline{GB}=a$, $\overline{BH}=\overline{HI}=\overline{IC}=b$라 하면

$\triangle$DBH에서 $(2a)^2+b^2=\overline{BD}^2$이므로

$4a^2+b^2=\sin^2 x$ ……㉠

$\triangle$EBI에서 $a^2+(2b)^2=\overline{BE}^2$이므로

$a^2+4b^2=\cos^2 x$ ……㉡

㉠+㉡을 하면

$5(a^2+b^2)=\sin^2 x+\cos^2 x=1$

$\therefore\ a^2+b^2=\dfrac{1}{5}$

$\therefore\ \overline{AC}=\sqrt{(3a)^2+(3b)^2}=\sqrt{9(a^2+b^2)}$

$=\sqrt{\dfrac{9}{5}}=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$

답 $\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$

10

(i) $\angle B<90°$일 때

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times1\times2\times\sin B=\sin B<1$

(ii) $\angle B=90°$일 때

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times1\times2=1$

(iii) $\angle B>90°$일 때

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times1\times2\times\sin(180°-B)$

$=\sin(A+C)<1$ ($\because\ \angle A+\angle C<90°$)

따라서 $\angle B=90°$일 때 최대이므로 $x=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$이다.

답 $\sqrt{5}$

11

$\angle BFC=60°$이므로 $\triangle$FBC는 정삼각형이고 $\overline{AF}=2$ cm, $\overline{FD}=1$ cm이다.

$\square ABCD=\triangle FBC-\triangle FAD$

$=\dfrac{1}{2}\times3\times3\times\sin60°-\dfrac{1}{2}\times2\times1\times\sin60°$

$=\dfrac{9\sqrt{3}}{4}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{7\sqrt{3}}{4}(\text{cm}^2)$

$\overline{AE}$가 $\square$ABCD의 넓이를 이등분하므로

$\triangle AED=\dfrac{7\sqrt{3}}{8}\text{ cm}^2$

$\overline{DF}:\overline{DE}=\triangle AFD:\triangle AED$

$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}:\dfrac{7\sqrt{3}}{8}=4:7$이므로

$\overline{DE}=\dfrac{7}{4}(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{CE}=\overline{CD}-\overline{DE}=2-\dfrac{7}{4}=\dfrac{1}{4}(\text{cm})$

답 $\dfrac{1}{4}$ cm

12

근과 계수의 관계에서

$\sin\theta+\cos\theta=-a$ ……㉠

$\sin\theta\cos\theta=\dfrac{1}{4}$ ……㉡

㉠의 양변을 제곱하면

$1+2\sin\theta\cos\theta=a^2$

여기에 ㉡을 대입하면 $a^2=\dfrac{3}{2}$

$\therefore\ a=-\dfrac{\sqrt{6}}{2}$ ($\because\ \sin\theta>0,\ \cos\theta>0$)

또, $\tan\theta$, $\dfrac{1}{\tan\theta}$을 두 근으로 하며 x^2의 계수가 1인 이차방정식은 $x^2-\left(\tan\theta+\dfrac{1}{\tan\theta}\right)x+\tan\theta\times\dfrac{1}{\tan\theta}=0$이다.

여기에서

$\tan\theta+\dfrac{1}{\tan\theta}=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}+\dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}=\dfrac{1}{\sin\theta\cos\theta}=4$

$\therefore\ x^2-4x+1=0$

답 $a=-\dfrac{\sqrt{6}}{2}$, $x^2-4x+1=0$

13

$\triangle ABD+\triangle ACD=\triangle ABC$이므로

$\dfrac{1}{2}\times6\times x\times\sin60°+\dfrac{1}{2}\times3\times x\times\sin60°$

$=\dfrac{1}{2}\times6\times3\times\sin(180°-120°)$

$9x=18$에서 $x=2$

점 C에서 $\overline{AF}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{AH}=3\cos60°=\dfrac{3}{2}(\text{cm})$,

$\overline{CH}=3\sin60°=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}(\text{cm})$이므로

$\triangle$BCH에서

$\overline{BC}=\sqrt{\left(\dfrac{15}{2}\right)^2+\left(\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\sqrt{63}=3\sqrt{7}$

$\overline{AE}$는 $\angle A$의 외각의 이등분선이므로

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BE} : \overline{CE}$에서

$6 : 3 = (3\sqrt{7}+y) : y$

$9\sqrt{7}+3y=6y$, $3y=9\sqrt{7}$ $\quad\therefore y=3\sqrt{7}$

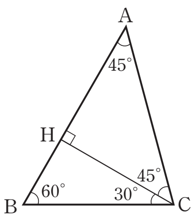
$\therefore x+y=2+3\sqrt{7}$ 답 $2+3\sqrt{7}$

14

삼각형의 세 내각의 크기의 합은 $180°$이므로

$\angle A + \frac{4}{3}\angle A + \frac{5}{3}\angle A = 180°$에서

$\angle A = 45°$, $\angle B = 60°$, $\angle C = 75°$



$\triangle ABC$의 꼭짓점 C에서 변 AB에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\overline{AH}=a$라 하면

$\triangle AHC$에서

$\angle AHC = 90°$, $\angle ACH = 45°$이므로

$\overline{HC} = a \tan 45° = a$,

$\overline{AC} = \frac{a}{\cos 45°} = \sqrt{2}a$

$\triangle BCH$에서

$\angle BHC = 90°$, $\angle BCH = 30°$이므로

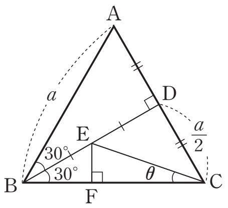
$\overline{BH} = a \tan 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}a$,

$\overline{BC} = \frac{a}{\cos 30°} = \frac{2\sqrt{3}}{3}a$

$\therefore \overline{BC} : \overline{CA} : \overline{AB} = 2 : \sqrt{6} : (\sqrt{3}+1)$

답 45, $\sqrt{6}$, $\sqrt{3}+1$

15



정삼각형 ABC의 한 변의 길이를 a라 하면 $\overline{CD} = \frac{a}{2}$이고,

$\triangle BCD$는 직각삼각형이므로

$\overline{BD} = a \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}a$

$\overline{BE} = \overline{ED} = \frac{\sqrt{3}}{4}a$이므로

$\triangle CDE$에서

$\overline{CE} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{4}a\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{7}{16}a^2}$

$= \frac{\sqrt{7}}{4}a$

점 E에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 F라 하면

$\triangle BFE$에서 $\overline{EF} = \frac{\sqrt{3}}{4}a \sin 30° = \frac{\sqrt{3}}{8}a$

$\triangle CEF$에서

$\sin\theta = \frac{\overline{EF}}{\overline{CE}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{8}a}{\frac{\sqrt{7}}{4}a} = \frac{\sqrt{21}}{14}$ 답 $\frac{\sqrt{21}}{14}$

16

$0° \le \angle\theta \le 90°$에서 $0 \le \sin\theta \le 1$이므로

$\sin\theta = t$로 놓으면 $0 \le t \le 1$이다.

$\therefore y = \cos^2\theta + a\sin\theta - 2$

$= 1 - \sin^2\theta + a\sin\theta - 2$

$= -t^2 + at - 1$

$= -\left(t - \frac{a}{2}\right)^2 + \frac{a^2}{4} - 1$

(i) $0 < \frac{a}{2} \le 1$일 때, 즉 $0 < a \le 2$일 때

y의 최댓값은 꼭짓점의 y좌표이므로

$\frac{a^2}{4} - 1 = 3$ $\quad\therefore a = \pm 4$

⇨ 이것은 $0 < a \le 2$라는 조건을 만족하지 않는다.

(ii) $\frac{a}{2} > 1$일 때, 즉 $a > 2$일 때

y는 $t=1$에서 최대이므로

$-1 + a - 1 = 3$ $\quad\therefore a = 5$

(i), (ii)에서 $a=5$이다. 답 5

17

$\overline{AD}$가 $\angle A$의 이등분선이므로

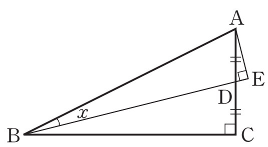
$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD} = 14 : 8 = 7 : 4$

$\triangle ABD = \frac{7}{11}\triangle ABC$

$= \frac{7}{11} \times \frac{1}{2} \times 14 \times 8 \times \sin 60°$

$= \frac{196\sqrt{3}}{11}(\text{cm}^2)$ 답 $\frac{196\sqrt{3}}{11}\text{ cm}^2$

18



점 A에서 $\overline{BD}$의 연장선에 내린 수선의 발을 E라 하자.

$\overline{AD}=\overline{CD}=a$라 하면 $\overline{BC}=4a$이므로

$\overline{BD}=\sqrt{(4a)^2+a^2}=\sqrt{17}a$

$\triangle BCD \backsim \triangle AED$(AA 닮음)이므로

$\overline{BD}:\overline{AD}=\overline{CD}:\overline{ED}$에서

$\sqrt{17}a : a = a : \overline{ED} \qquad \therefore \overline{ED}=\frac{\sqrt{17}}{17}a$

$\overline{BC}:\overline{AE}=\overline{CD}:\overline{ED}$에서

$4a : \overline{AE} = a : \frac{\sqrt{17}}{17}a \qquad \therefore \overline{AE}=\frac{4\sqrt{17}}{17}a$

$\triangle ABE$에서

$\overline{BE}=\sqrt{17}a+\frac{\sqrt{17}}{17}a=\frac{18\sqrt{17}}{17}a$이므로

$\tan x=\frac{4\sqrt{17}}{17}a\times\frac{17}{18\sqrt{17}a}=\frac{2}{9}$ 답 $\frac{2}{9}$

19

점 C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6은 호 AB를 6등분하는 점이므로

$\angle AOC_1=\angle C_1OC_2=\angle C_2OC_3=\angle C_3OC_4=\angle C_4OC_5$
$=\angle C_5OC_6=15^\circ$

$\therefore S_1^2+S_2^2+S_3^2+S_4^2+S_5^2+S_6^2$

$=\left(\frac{1}{2}\times1\times1\times\sin 15^\circ\right)^2+\left(\frac{1}{2}\times1\times1\times\sin 30^\circ\right)^2$

$+\left(\frac{1}{2}\times1\times1\times\sin 45^\circ\right)^2+\left(\frac{1}{2}\times1\times1\times\sin 60^\circ\right)^2$

$+\left(\frac{1}{2}\times1\times1\times\sin 75^\circ\right)^2+\left(\frac{1}{2}\times1\times1\times\sin 90^\circ\right)^2$

$=\frac{1}{4}(\sin^2 15^\circ+\sin^2 30^\circ+\sin^2 45^\circ+\sin^2 60^\circ+\sin^2 75^\circ$
$+\sin^2 90^\circ)$

$=\frac{1}{4}(\sin^2 15^\circ+\sin^2 30^\circ+\sin^2 45^\circ+\cos^2 30^\circ+\cos^2 15^\circ$
$+\sin^2 90^\circ)$

$(\because \sin A=\cos(90^\circ-A))$

$=\frac{1}{4}\left\{1\times2+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+1^2\right\}=\frac{7}{8}$ 답 $\frac{7}{8}$

20

$\overline{BC}=\overline{CD}=4$이므로

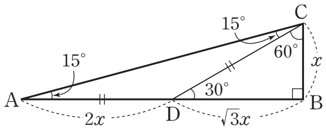
$\overline{AC}=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$,

$\overline{CE}=\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$

$\sin x=\frac{3}{5}$이므로 $\overline{CF}=4\sqrt{5}\sin x=\frac{12\sqrt{5}}{5}$

$\therefore \overline{AF}=\sqrt{(4\sqrt{2})^2-\left(\frac{12\sqrt{5}}{5}\right)^2}=\frac{4\sqrt{5}}{5}$ 답 $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

21



$\angle CAB=90^\circ-75^\circ=15^\circ$이고

$\angle ACD=15^\circ$가 되도록 점 D를 $\overline{AB}$ 위에 잡으면

$\angle DCB=75^\circ-15^\circ=60^\circ$

$\overline{BC}=x$라 하면 $\triangle DBC$에서

$\overline{DB}=x\tan 60^\circ=\sqrt{3}x$,

$\overline{DC}=\frac{x}{\cos 60^\circ}=2x$

$\overline{AD}=\overline{DC}=2x$이므로

$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{DB}$에서 $1=2x+\sqrt{3}x$

$\therefore x=\frac{1}{2+\sqrt{3}}=2-\sqrt{3}$

$\triangle ABC$에서

$\overline{AC}=\sqrt{1^2+(2-\sqrt{3})^2}=\sqrt{8-4\sqrt{3}}$
$=\sqrt{8-2\sqrt{12}}=\sqrt{(\sqrt{6}-\sqrt{2})^2}$
$=\sqrt{6}-\sqrt{2}$

$\therefore \cos 15^\circ=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

답 $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

22

$\triangle ACE$에서 $\overline{AC}=\overline{CE}=3\sqrt{2}\cos 45^\circ=3$

점 A, E에서 $\overline{BD}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라 하면

$\triangle ABC$는 정삼각형이므로

$\overline{AH}=3\sin 60^\circ=\frac{3\sqrt{3}}{2}$,

$\overline{HC}=3\cos 60^\circ=\frac{3}{2}$

$\angle ECH'=180^\circ-60^\circ-90^\circ=30^\circ$이므로

$\triangle ECH'$에서 $\overline{EH'}=3\sin 30^\circ=\frac{3}{2}$

$\overline{ED}=x$라 하면

$\triangle AHD \backsim \triangle EH'D$(AA 닮음)이므로

$\sin(\angle ADH)=\frac{\overline{AH}}{\overline{AD}}=\frac{\overline{EH'}}{\overline{ED}}$에서

$\overline{AH}\times\overline{ED}=\overline{AD}\times\overline{EH'}$,

$\frac{3\sqrt{3}}{2}\times x=(3\sqrt{2}+x)\times\frac{3}{2}$

$(\sqrt{3}-1)x=3\sqrt{2}$

$\therefore x=\frac{3\sqrt{6}+3\sqrt{2}}{2}$ 답 $\frac{3\sqrt{6}+3\sqrt{2}}{2}$

ㅈㅣㄷㅗㅅㅓ1ㄱㅕㄴ1ㄷㅐㄷㅏㄴㅇㅕㄴ.indb 52 18. 2. 9. 오후 1:34

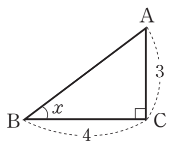
23

경사도가 75 %인 길의 경사각을 $\angle x$라 하면

$\dfrac{(\text{수직 이동 거리})}{(\text{수평 이동 거리})}=\tan x$이므로

$\tan x\times 100=75\qquad \therefore \tan x=\dfrac{3}{4}$

$\tan x=\dfrac{3}{4}$인 직각삼각형을 그리면 오른쪽 그림과 같고



$\overline{AB}=\sqrt{4^2+3^2}=5$

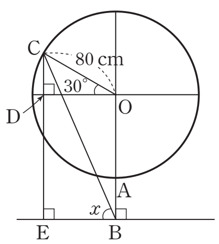
따라서 민호의 현재 위치는 해발

$500+1600\sin x=500+1600\times\dfrac{3}{5}=1460(\text{m})$이다.

답 1460 m

24

한 바퀴를 도는데 3분이 걸리므로 1분 동안에는 $\dfrac{360^\circ}{3}=120^\circ$ 회전한다.



따라서 8분 후에는 위의 그림과 같이 C지점에 도달한다.

$\angle COD=30^\circ$이므로

$\triangle CDO$에서

$\overline{CD}=80\sin 30^\circ=40(\text{cm})$

$\overline{OD}=80\cos 30^\circ=40\sqrt{3}(\text{cm})$

$\triangle CEB$에서

$\overline{CE}=\overline{CD}+\overline{DE}=40+120=160(\text{cm})$

$\overline{BE}=\overline{OD}=40\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{BC}=\sqrt{160^2+(40\sqrt{3})^2}=40\sqrt{19}(\text{cm})$

$\therefore \sin x+\tan x$

$=\dfrac{\overline{CE}}{\overline{BC}}+\dfrac{\overline{CE}}{\overline{BE}}=\dfrac{160}{40\sqrt{19}}+\dfrac{160}{40\sqrt{3}}$

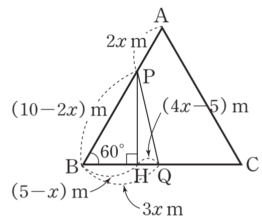
$=\dfrac{76\sqrt{3}+12\sqrt{19}}{57}$

답 $\dfrac{76\sqrt{3}+12\sqrt{19}}{57}$

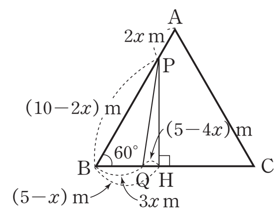
25

민정이의 위치를 점 P, 보리의 위치를 점 Q라 하자.

(i) $\angle PQB$가 예각일 때



(ii) $\angle PQB$가 둔각일 때



$\overline{AP}=2x$ m, $\overline{BQ}=3x$ m이고 점 P에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle PBH$에서

$\overline{PB}=(10-2x)$m이고 $\angle PBC=60^\circ$이므로

$\overline{BH}=(10-2x)\cos 60^\circ=5-x(\text{m})$

$\overline{PH}=(10-2x)\sin 60^\circ=\sqrt{3}(5-x)(\text{m})$

$\overline{PQ}=\sqrt{\overline{PH}^2+\overline{HQ}^2}$

$=\sqrt{3(5-x)^2+(4x-5)^2}$

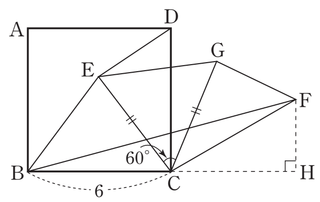
$=\sqrt{19\left(x-\dfrac{35}{19}\right)^2+\dfrac{675}{19}}$

따라서 민정이와 보리 사이의 거리의 최솟값은

$\sqrt{\dfrac{675}{19}}=\dfrac{15\sqrt{57}}{19}(\text{m})$이다.

답 $\dfrac{15\sqrt{57}}{19}$ m

26



위 그림과 같이 $\triangle CDE$를 점 C를 중심으로 시계 방향으로 60° 회전이동하면

$\triangle CFG$가 되고 $\triangle CGE$는 정삼각형이 된다.

$\therefore\ \overline{BE}+\overline{CE}+\overline{DE}=\overline{BE}+\overline{EG}+\overline{GF}\geq\overline{BF}$

따라서 $(\overline{BE}+\overline{CE}+\overline{DE})^2$의 최솟값은 $\overline{BF}^2$의 값이다.

점 F에서 $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{CF}=\overline{CD}=6$,

$\angle BCF=\angle BCD+\angle DCF=90^\circ+60^\circ=150^\circ$이므로

$\angle FCH=180^\circ-150^\circ=30^\circ$

$\triangle FCH$에서 $\overline{FH}=6\sin 30^\circ=3$,

III 삼각비

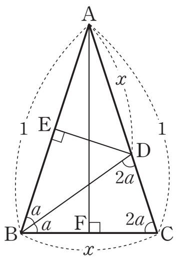
$\overline{CH}=6\cos 30^\circ=3\sqrt{3}$

$\therefore\ \overline{BF}^2=(\overline{BC}+\overline{CH})^2+(\overline{FH})^2$

$\quad=(6+3\sqrt{3})^2+3^2=72+36\sqrt{3}$

답 $72+36\sqrt{3}$

27



$\angle ABD=\angle DBC=\angle a$라 하면

$\angle ABC=\angle BCD=\angle BDC=2\angle a$

$\triangle BCD$에서

$\angle a+2\angle a+2\angle a=180^\circ$

$\therefore\ \angle a=36^\circ$

$\triangle ABC \backsim \triangle BCD$(AA 닮음)이므로

$\overline{BC}=x$라 하면 $\overline{AD}=\overline{BD}=x$

$\overline{AB}:\overline{BC}=\overline{BC}:\overline{CD}$에서

$1:x=x:(1-x)$

$x^2+x-1=0$

$\therefore\ x=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}\ (\because\ x>0)$

점 D에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 E라 하면 $\triangle DAB$는 이등변삼각형이므로

$\overline{AE}=\overline{BE}=\dfrac{1}{2}$

$\therefore\ \cos 36^\circ=\dfrac{\overline{AE}}{\overline{AD}}=\dfrac{1}{2}\div\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$

$\quad=\dfrac{1+\sqrt{5}}{4}$

점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 F라 하면

$\angle BAF=36^\circ\div 2=18^\circ$이므로

$\triangle ABF$에서

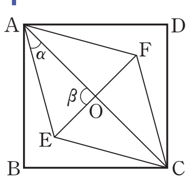
$\sin 18^\circ=\dfrac{\overline{BF}}{\overline{AB}}=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{4}$

답 $\cos 36^\circ=\dfrac{1+\sqrt{5}}{4}$, $\sin 18^\circ=\dfrac{-1+\sqrt{5}}{4}$

사고력의 날개

본문 P. 120~121

1



$\angle BAE=45^\circ-\angle EAC$이므로 $\angle EAC$의 크기가 최대일 때, $\angle BAE$의 크기가 최소가 된다.

$\square AECF$는 평행사변형($\because\ \overline{AE}=\overline{FC}$, $\overline{AE}\,/\!/\,\overline{FC}$)이고 평행사변형의 대각선은 서로를 이등분하므로

$\overline{EO}=\overline{FO}=\dfrac{1}{2}\overline{EF}=\dfrac{1}{2}\overline{AE}$

점 E에서 $\overline{AO}$에 내린 수선의 발을 H라 하자.

$\angle EAO=\angle\alpha$, $\angle AOE=\angle\beta$라고 하면

$\overline{EH}=\overline{AE}\sin\alpha=\overline{EO}\sin\beta$에서

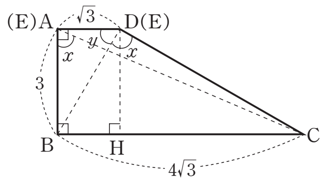
$\sin\alpha=\dfrac{\overline{EO}}{\overline{AE}}\sin\beta=\dfrac{1}{2}\sin\beta$

$\sin\beta$는 $\angle\beta=90^\circ$일 때 최댓값 1을 가지므로 $\sin\alpha$의 최댓값은 $\dfrac{1}{2}$이고, $\angle\alpha=30^\circ$일 때 최대이다.

따라서 $\angle BAE$의 크기의 최솟값은 $45^\circ-30^\circ=15^\circ$이다.

답 15°

2



$\triangle EBC$에서 $\angle BEC=\angle x$라 하면

(i) 점 E가 점 A에 있을 때

$\sin x=\dfrac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3^2+(4\sqrt{3})^2}}=\dfrac{4\sqrt{3}}{\sqrt{57}}$

$\quad=\dfrac{4\sqrt{19}}{19}$

(ii) 점 E가 점 D에 있을 때

점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H, $\angle ADB=\angle y$라 하면

$\tan y=\dfrac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$이므로

$\angle y=60^\circ$, $\angle BDH=30^\circ$

$\tan(x-30^\circ)=\dfrac{4\sqrt{3}-\sqrt{3}}{3}=\sqrt{3}$이므로

$\angle x-30^\circ=60^\circ$, $\angle x=90^\circ$

$\therefore\ \sin x=1$

(i), (ii)에서 $\dfrac{4\sqrt{19}}{19}\le\sin x\le 1$

$\triangle EBC=\dfrac{1}{2}ab\sin x=\dfrac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times 3$

$\therefore\ \sin x=\dfrac{12\sqrt{3}}{ab}$

$\dfrac{4\sqrt{19}}{19}\le\dfrac{12\sqrt{3}}{ab}\le 1$

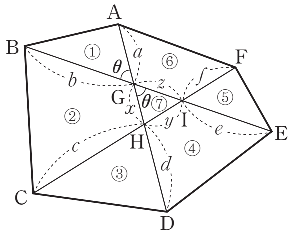
$\dfrac{\sqrt{57}}{171}\le\dfrac{1}{ab}\le\dfrac{1}{12\sqrt{3}}$

따라서 $12\sqrt{3}\le ab\le 3\sqrt{57}$이다.

답 $12\sqrt{3}\le ab\le 3\sqrt{57}$

3

답



위의 그림과 같이 세 대각선 AD, BE, CF가 각각 육각형 ABCDEF의 넓이를 이등분하면서 한 점에서 만나지 않는다고 하면

$\square$ABEF$=\square$ADEF$=\frac{1}{2}\times$(육각형 ABCDEF의 넓이)

①+⑤+⑥=④+⑤+⑥+⑦

①=④+⑦

$\therefore$ △ABG=△GDE

$\frac{1}{2}ab\sin\theta=\frac{1}{2}(d+x)(e+z)\sin\theta$

$\therefore ab=(d+x)(e+z)\geq de$ ……㉠

마찬가지 방법으로 생각하면

$cd=(a+x)(f+y)\geq af$ ……㉡

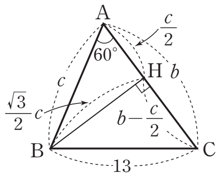
$ef=(b+z)(c+y)\geq bc$ ……㉢

㉠, ㉡, ㉢에서 $x=y=z=0$이다.

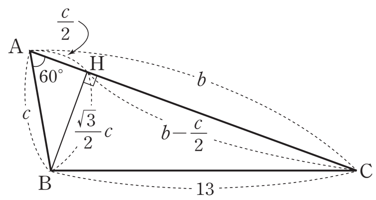
따라서 세 대각선 AD, BE, CF는 모두 한 점에서 만난다.

4

(i) ∠B가 예각일 때



(ii) ∠B가 둔각일 때



△ABC에서 $\overline{AB}=c$, $\overline{AC}=b$라 하고, 점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$13^2=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}c\right)^2+\left(b-\frac{c}{2}\right)^2$

$13^2=c^2+b^2-bc$

$\therefore (b+c)^2-3bc=169$

$b+c=k$ ($k>1$인 자연수)라 하면

$bc=\frac{k^2-169}{3}$이므로

b, c는 이차방정식

$x^2-kx+\frac{k^2-169}{3}=0$의 두 근이다.

$D\geq0$이므로 $k^2-4\times\frac{k^2-169}{3}\geq0$

$3k^2-4k^2+676\geq0$, $-k^2+676\geq0$, $k^2\leq676$

$\therefore 1<k\leq26$($\because k>1$) ……㉠

삼각형의 두 변의 길이의 합은 나머지 한 변의 길이보다 길므로

$k>13$ ……㉡

㉠, ㉡에서 $13<k\leq26$

$k=14$, 15, …, 26을 이차방정식 $x^2-kx+\frac{k^2-169}{3}=0$에 대입하여 두 근이 자연수인 k의 값을 찾는다.

$k=14$, 15, …, 21, 24, 25일 때, 조건을 만족하지 않는다.

$k=22$일 때,

$x^2-22x+105=0$, $(x-15)(x-7)=0$

$\therefore x=15$ 또는 $x=7$

$k=23$일 때,

$x^2-23x+120=0$, $(x-15)(x-8)=0$

$\therefore x=15$ 또는 $x=8$

$k=26$일 때,

$x^2-26x+169=0$, $(x-13)^2=0$ $\quad\therefore x=13$

따라서 만들 수 있는 삼각형 ABC의 둘레의 길이는

$22+13=35$, $23+13=36$, $26+13=39$이다.

답 35, 36, 39

IV 원의 성질

STEP C 필수체크문제 본문 P. 131~145

01 풀이 참조 **02** 4 **03** $\frac{\sqrt{65}}{2}$

04 $4\sqrt{7}$ cm **05** $135°$ **06** 30 cm

07 (1) $x=3$, $y=12$ (2) $x=6$, $y=8$

08 (1) $\angle b-\frac{1}{2}\angle a$ (2) 5π cm

09 $\angle x=72°$, $\angle y=108°$, $\angle z=36°$

10 $\angle \mathrm{BAC}=20°$, $\angle \mathrm{ACD}=60°$

11 $11:12:7$ **12** 4π cm **13** $40°$

14 $\angle \mathrm{A}=30°$, $\angle \mathrm{C}=150°$ **15** (1) $60°$ (2) $30°$

16 (1) 풀이 참조 (2) $36°$ **17** $68°$ **18** 10 cm

19 (1) $\angle x=75°$, $\angle y=105°$ (2) $\angle x=110°$, $\angle y=20°$ (3) $\angle x=50°$, $\angle y=22°$ (4) $\angle x=115°$

20 (1) $30°$ (2) $\frac{20}{3}\pi$ cm (3) 30 cm (4) $10\sqrt{3}$ cm (5) $75\sqrt{3}\ \mathrm{cm}^2$

21 $12\sqrt{2}$ **22** 2 **23** $\frac{27\sqrt{7}}{4}\ \mathrm{cm}^2$

24 $56°$ **25** (1) $110°$ (2) $125°$ (3) $65°$

26 (1) $120°$ (2) $7:5$ **27** 4 cm **28** ②

29 $\frac{2}{3}(180°-\angle a)$ **30** $20°$ **31** $\frac{330}{49}$

32 $\angle \mathrm{BAD}=110°$, $\angle \mathrm{FED}=55°$ **33** $4\sqrt{13}$ cm

34 $\angle x=70°$, $\angle y=60°$ **35** $\angle x=30°$, $\angle y=100°$

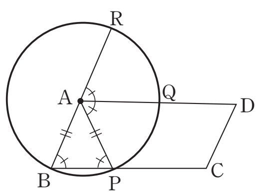
36 4π cm **37** 4 **38** $\frac{1}{4}\pi\ \mathrm{cm}^2$

39 $2(\sqrt{3}-1)$cm **40** $\frac{3\sqrt{7}+9\sqrt{3}}{2}$ cm

41 12 cm **42** $35°$

01

답



$\triangle$ABP에서 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AP}}$이므로

$\angle \mathrm{ABP}=\angle \mathrm{APB}$이다.

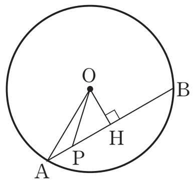
또, $\overline{\mathrm{AD}}/\!/\overline{\mathrm{BC}}$이므로 $\angle \mathrm{APB}=\angle \mathrm{PAQ}$,

$\angle \mathrm{ABP}=\angle \mathrm{RAQ}$이다.

따라서 $\angle \mathrm{PAQ}=\angle \mathrm{RAQ}$이다.

$\therefore \overset{\frown}{\mathrm{PQ}}=\overset{\frown}{\mathrm{RQ}}$

02



원의 중심 O에서 현 AB에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{\mathrm{AH}}=\overline{\mathrm{BH}}=\frac{5}{2}$이므로 $\overline{\mathrm{PH}}=\frac{3}{2}$

$\triangle$OAH에서 $\overline{\mathrm{OH}}^2=3^2-\left(\frac{5}{2}\right)^2=\frac{11}{4}$

$\triangle$OPH에서 $\overline{\mathrm{OP}}^2=\frac{11}{4}+\left(\frac{3}{2}\right)^2=5$

$\therefore \overline{\mathrm{OA}}^2-\overline{\mathrm{OP}}^2=3^2-5=4$ 답 4

03

점 O에서 $\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{CD}}$에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라 하면

$\triangle$OAM에서

$\overline{\mathrm{AM}}=\overline{\mathrm{BM}}=\frac{7}{2}$,

$\overline{\mathrm{OM}}=\overline{\mathrm{NP}}=\overline{\mathrm{DN}}-\overline{\mathrm{DP}}=4-2=2$

$\therefore \overline{\mathrm{OA}}=\sqrt{\left(\frac{7}{2}\right)^2+2^2}=\frac{\sqrt{65}}{2}$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $\frac{\sqrt{65}}{2}$이다. 답 $\frac{\sqrt{65}}{2}$

04

큰 원의 반지름의 길이를 R cm, 작은 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\pi R^2-\pi r^2=\pi(R^2-r^2)=28\pi$

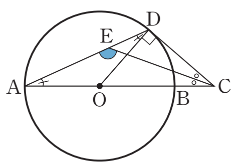
$\therefore R^2-r^2=28$

점 O에서 $\overline{\mathrm{AB}}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{\mathrm{AH}}=\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{28}=2\sqrt{7}$(cm)

$\therefore \overline{\mathrm{AB}}=2\overline{\mathrm{AH}}=4\sqrt{7}$(cm) 답 $4\sqrt{7}$ cm

05



$\angle \mathrm{ECA}=\angle \mathrm{ECD}=\angle a$,

$\angle \mathrm{OAD}=\angle \mathrm{ODA}=\angle b$라 하면

$\angle \mathrm{DOC}=2\angle b$이므로

$90°+2\angle a+2\angle b=180°$

$\therefore \angle a+\angle b=45°$

또, △AEC에서

$\angle AEC = 180° - (\angle a + \angle b)$

$= 180° - 45° = 135°$ 답 135°

06

(△DPE의 둘레의 길이)

$= \overline{PD} + (\overline{DC} + \overline{CE}) + \overline{EP}$

$= (\overline{PD} + \overline{DA}) + (\overline{PE} + \overline{EB})$

$= \overline{PA} + \overline{PB} = 2\overline{PA} = 30(\text{cm})$ 답 30 cm

07

(1) $\overline{AF} = \overline{AE} = 3$ cm이므로 $x = 3$

또한, $\overline{BF} = \overline{BD} = 7$ cm, $\overline{CD} = \overline{CE} = 5$ cm이므로

$y = 7 + 5 = 12$

(2) $\overline{AE} = \overline{AH} = 3$ cm, $\overline{BE} = \overline{BF} = x$ cm이므로

$x = 9 - 3 = 6$

$\overline{AB} + \overline{DC} = \overline{AD} + \overline{BC}$이므로

$9 + y = 7 + 10$ $\therefore y = 8$

답 (1) $x=3$, $y=12$ (2) $x=6$, $y=8$

08

(1) $\angle APB = \frac{1}{2}\angle a$이므로

$\angle a + \angle OBP = \angle b + \frac{1}{2}\angle a$

$\therefore \angle OBP = \angle b - \frac{1}{2}\angle a$

(2) $\angle AOB = 2\angle APB = 2 \times 37.5° = 75°$이므로

$\overset{\frown}{AB} = 2\pi \times 12 \times \frac{75°}{360°} = 5\pi(\text{cm})$

답 (1) $\angle b - \frac{1}{2}\angle a$ (2) 5π cm

09

중심각의 크기는 호의 길이에 정비례한다.

$\overset{\frown}{BE}$의 중심각의 크기는

$360° \times \frac{2}{5} = 144°$이므로

$\angle x = \frac{1}{2} \times 144° = 72°$

원주각의 크기는 호의 길이에 정비례하므로

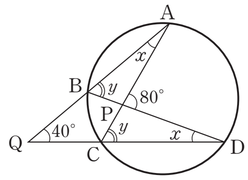
$\angle z = \frac{1}{2}\angle x = \frac{1}{2} \times 72° = 36°$

$\angle CBD = \angle CED$이므로

$\angle y = \angle x + \angle z = 72° + 36° = 108°$

답 $\angle x = 72°$, $\angle y = 108°$, $\angle z = 36°$

10



$\angle BAC = \angle x$, $\angle ACD = \angle y$라 하면

$\angle BDC = \angle BAC = \angle x$, $\angle ABD = \angle ACD = \angle y$이다.

△PCD에서

$\angle PDC + \angle PCD = \angle x + \angle y = 80°$ ……㉠

△AQC에서

$\angle ACD - \angle QAC = \angle y - \angle x = 40°$ ……㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$\angle x = 20°$, $\angle y = 60°$이다.

$\therefore \angle BAC = 20°$, $\angle ACD = 60°$

답 $\angle BAC = 20°$, $\angle ACD = 60°$

11

$\angle C = 180° - 96° - 48° = 36°$

$\angle DIE = 180° - 48° = 132°$

$\angle EIF = 180° - 36° = 144°$

$\angle FID = 180° - 96° = 84°$

호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로

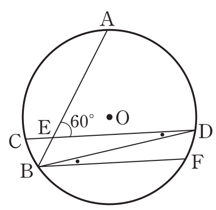
$\overset{\frown}{DE} : \overset{\frown}{EF} : \overset{\frown}{FD}$

$= \angle DIE : \angle EIF : \angle FID$

$= 132° : 144° : 84°$

$= 11 : 12 : 7$ 답 11 : 12 : 7

12



$\overline{CD} /\!/ \overline{BF}$이므로 $\angle ABF = \angle AED = 60°$

$\angle BDC = \angle DBF$이므로

$\overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{DF}$에서

$\overset{\frown}{AD} + \overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{AD} + \overset{\frown}{DF} = \overset{\frown}{AF}$

$\overset{\frown}{AF}$에 대한 원주각의 크기는 60°이므로 중심각의 크기는 120°이다.

$\therefore \overset{\frown}{AD} + \overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{AF} = 2\pi \times 6 \times \frac{120°}{360°}$

$= 4\pi(\text{cm})$ 답 4π cm

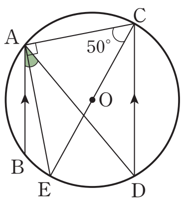
13

$\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$이므로

$\angle BAD = \angle ADC = \frac{1}{2}\angle AOC$

$= \frac{1}{2} \times (180° - 50° - 50°) = 40°$ 답 $40°$

다른풀이



$\angle CAE = 90°$이므로

$\angle BAD = \angle ADC = \angle AEC$

$= 180° - (90° + 50°) = 40°$

14

$\triangle OBD$는 $\overline{OB} = \overline{OD} = \overline{BD}$이므로 $\angle BOD = 60°$

$\angle A = \frac{1}{2}\angle BOD = \frac{1}{2} \times 60° = 30°$

$\angle C = 180° - \angle A = 150°$

답 $\angle A = 30°$, $\angle C = 150°$

15

(1) $\overset{\frown}{BC} = \frac{1}{3}\overset{\frown}{AB}$이므로

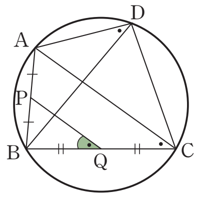
$\angle COB = 180° \times \frac{1}{3} = 60°$

(2) $\triangle COB$는 정삼각형이므로 $\angle OBC = 60°$

$\therefore \angle CBD = 90° - 60° = 30°$ 답 (1) $60°$ (2) $30°$

16

(1)



대각선 AC를 그으면 $\overline{PQ} /\!/ \overline{AC}$이므로

$\angle BQP = \angle ACB$ ······㉠

$\angle ACB$는 $\overset{\frown}{AB}$의 원주각이므로

$\angle ADB = \angle ACB$ ······㉡

㉠, ㉡에서 $\angle BQP = \angle BDA$

(2) $\angle BQP = \angle BDA = 180° \times \frac{1}{5} = 36°$

답 (1) 풀이 참조 (2) $36°$

17

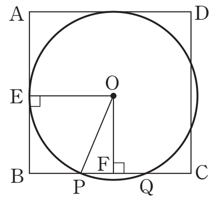
$\triangle OBC$는 $\overline{OB} = \overline{OC} = \overline{BC}$이므로 정삼각형이다.

$\angle BOC = 60°$이므로

$\angle BDC = \frac{1}{2}\angle BOC = 30°$

$\triangle ECD$에서 $\angle ECD = \angle ACD = 98° - 30° = 68°$ 답 $68°$

18



점 O에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하자.

□ABCD는 한 변의 길이가 25 cm인 정사각형이고, □OEBF는 직사각형이다.

$\overline{OP} = x$ cm$(12.5 < x < 25)$라 하면

$\triangle OPF$는 직각삼각형이므로

$\overline{OP}^2 = \overline{PF}^2 + \overline{OF}^2$

$x^2 = (x-8)^2 + (25-x)^2$

$x^2 - 66x + 689 = 0$

$(x-13)(x-53) = 0$

$\therefore x = 13$

따라서 $\overline{PQ} = 2 \times \overline{PF} = 2 \times (13-8) = 10$(cm)이다.

답 10 cm

19

(1) $\angle ABE = \angle ADE = 15°$

$\angle x = 180° - (90° + 15°) = 75°$

$\angle y = 180° - 75° = 105°$

(2) $\angle x = 110°$

$\angle y = 110° - 90° = 20°$

(3) $\angle BOC = 180° - (40° + 40°) = 100°$이므로

$\angle x = 100° \times \frac{1}{2} = 50°$

또, $\angle BCD = 180° - 112° = 68°$,

$\angle DBC = 180° - (50° + 68°) = 62°$

$\therefore \angle y = 62° - 40° = 22°$

(4) $\angle BAF = 180° - (10° + 60°) = 110°$이므로

$\angle BDF = 180° - 110° = 70°$

$\angle FCE = \angle FDE = 45°$

$\therefore \angle x = \angle BDF + \angle FDE = 70° + 45° = 115°$

답 (1) $\angle x = 75°$, $\angle y = 105°$ (2) $\angle x = 110°$, $\angle y = 20°$

(3) $\angle x = 50°$, $\angle y = 22°$ (4) $\angle x = 115°$

20

(1) $\angle\mathrm{PCO}=90^\circ$, $\angle\mathrm{OCA}=30^\circ$이므로

$\angle\mathrm{CPA}=180^\circ-(90^\circ+30^\circ+30^\circ)$

$=30^\circ$

(2) $\angle\mathrm{AOC}=120^\circ$이고, 원 O의 반지름의 길이는 10 cm이므로 호 AC의 길이는

$2\pi\times10\times\dfrac{120^\circ}{360^\circ}=\dfrac{20}{3}\pi(\mathrm{cm})$이다.

(3) $\triangle\mathrm{ABC}\equiv\triangle\mathrm{POC}$(ASA 합동)이므로

$\overline{\mathrm{PO}}=\overline{\mathrm{AB}}=20(\mathrm{cm})$

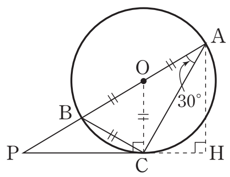
$\therefore\ \overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{PO}}+\overline{\mathrm{OA}}=30(\mathrm{cm})$

(4) $\overline{\mathrm{PC}}^2=\overline{\mathrm{PB}}\cdot\overline{\mathrm{PA}}$

$=(30-20)\times30=300$

$\therefore\ \overline{\mathrm{PC}}=10\sqrt{3}(\mathrm{cm})\ (\because\ \overline{\mathrm{PC}}>0)$

(5)



점 A에서 직선 PC에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle\mathrm{POC}\backsim\triangle\mathrm{PAH}$이므로

$\overline{\mathrm{PO}}:\overline{\mathrm{PA}}=\overline{\mathrm{OC}}:\overline{\mathrm{AH}}$

$20:30=10:\overline{\mathrm{AH}}$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AH}}=15(\mathrm{cm})$

$\therefore\ \triangle\mathrm{APC}=\dfrac{1}{2}\times15\times10\sqrt{3}=75\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$

다른풀이

$\triangle\mathrm{APC}=\dfrac{3}{2}\triangle\mathrm{OPC}$

$=\dfrac{3}{2}\times\dfrac{1}{2}\times10\sqrt{3}\times10$

$=75\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$

답 (1) 30° (2) $\dfrac{20}{3}\pi$ cm (3) 30 cm (4) $10\sqrt{3}$ cm (5) $75\sqrt{3}$ cm^2

21

$\overline{\mathrm{PC}}=3x$, $\overline{\mathrm{PD}}=x$라 하면

$\overline{\mathrm{PA}}\cdot\overline{\mathrm{PB}}=\overline{\mathrm{PC}}\cdot\overline{\mathrm{PD}}$에서

$9\times6=3x\times x$, $x^2=18$

$\therefore\ x=3\sqrt{2}\ (\because\ x>0)$

$\therefore\ \overline{\mathrm{CD}}=\overline{\mathrm{CP}}+\overline{\mathrm{PD}}=9\sqrt{2}+3\sqrt{2}=12\sqrt{2}$

답 $12\sqrt{2}$

22

$\overline{\mathrm{PD}}=x$라 하면

$\overline{\mathrm{PD}}\cdot\overline{\mathrm{PA}}=\overline{\mathrm{PC}}\cdot\overline{\mathrm{PB}}$에서

$x(x+6)=5(5+3)$

$x^2+6x-40=0$

$(x-4)(x+10)=0$

$\therefore\ x=4\ (\because\ x>0)$

$\triangle\mathrm{PCD}$와 $\triangle\mathrm{PAB}$에서

$\angle\mathrm{P}$는 공통, $\angle\mathrm{PCD}=\angle\mathrm{PAB}$이므로

$\triangle\mathrm{PCD}\backsim\triangle\mathrm{PAB}$(AA 닮음)이다.

$\overline{\mathrm{PD}}:\overline{\mathrm{PB}}=\overline{\mathrm{CD}}:\overline{\mathrm{AB}}$에서

$4:8=\overline{\mathrm{CD}}:4$ $\quad\therefore\ \overline{\mathrm{CD}}=2$

답 2

23

$\overline{\mathrm{PA}}=x$ cm라 하면

$\overline{\mathrm{PT}}^2=\overline{\mathrm{PA}}\cdot\overline{\mathrm{PB}}$이므로 $6^2=x(x+5)$

$x^2+5x-36=0$,

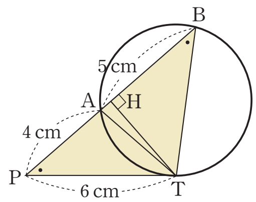
$(x+9)(x-4)=0$

$\therefore\ x=4\ (\because\ x>0)$

$\overline{\mathrm{PA}}=4$ cm, $\overline{\mathrm{PB}}=9$ cm

$\triangle\mathrm{PTB}$는 $\angle\mathrm{BPT}=\angle\mathrm{PBT}$이므로

$\overline{\mathrm{BT}}=6$ cm이다.



점 T에서 $\overline{\mathrm{PB}}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{\mathrm{TH}}=\sqrt{\overline{\mathrm{PT}}^2-\overline{\mathrm{PH}}^2}$

$=\sqrt{6^2-\left(\dfrac{9}{2}\right)^2}=\dfrac{3\sqrt{7}}{2}(\mathrm{cm})$

$\therefore\ \triangle\mathrm{PTB}=\dfrac{1}{2}\times9\times\dfrac{3\sqrt{7}}{2}$

$=\dfrac{27\sqrt{7}}{4}(\mathrm{cm}^2)$

답 $\dfrac{27\sqrt{7}}{4}$ cm^2

24

$\angle\mathrm{DEF}=\angle\mathrm{ABD}=62^\circ$

$\overline{\mathrm{ED}}/\!/\overline{\mathrm{AC}}$이므로 $\widehat{\mathrm{AE}}=\widehat{\mathrm{CD}}$에서

$\angle\mathrm{ACD}=\angle\mathrm{CAE}$이고

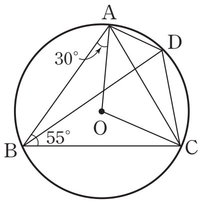
$\angle\mathrm{FCA}=\angle\mathrm{FDE}=62^\circ$

$\therefore\ \angle\mathrm{DFE}=180^\circ-(62^\circ+62^\circ)$

$=56^\circ$

답 56°

25



(1) $\angle AOC=2\angle ABC=2\times55^\circ=110^\circ$

(2) $\angle ADC=180^\circ-\angle ABC=125^\circ$

(3) $\angle OAC=(180^\circ-110^\circ)\div2=35^\circ$

$\angle BDC=\angle BAC=30^\circ+35^\circ=65^\circ$

답 (1) 110° (2) 125° (3) 65°

26

(1) $\angle ACB=180^\circ-\angle APB=120^\circ$

(2) $\angle CAB=\angle BCY=35^\circ$이고

$\angle CBA=180^\circ-35^\circ-120^\circ=25^\circ$

$\therefore\ \angle CAB : \angle CBA=35^\circ : 25^\circ=7 : 5$

답 (1) 120° (2) $7 : 5$

27

$\triangle ABD$와 $\triangle CTB$에서

$\angle DAB=\angle BCT$,

$\angle ADB=\angle BDC=\angle CBT$

$\therefore\ \triangle ABD \backsim \triangle CTB$(AA 닮음)

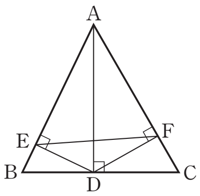
$\overline{AB} : \overline{CT}=\overline{AD} : \overline{CB}$에서

$\overline{AB}=\overline{BC}$이므로 $6 : \overline{CT}=9 : 6$

$\therefore\ \overline{CT}=4(\text{cm})$

답 4 cm

28



①, ⑤ 모든 삼각형은 원에 내접하므로 세 점 A, B, C와 세 점 D, E, F는 각각 한 원 위에 있다.

② □ABDF는 대각의 크기의 합이 180°가 아니므로 원에 내접하지 않는다. 즉, 네 점 A, B, D, F는 한 원 위에 있지 않다.

③ □AEDF에서 $\angle AED+\angle DFA=180^\circ$

따라서 □AEDF는 원에 내접하므로 네 점 A, E, D, F는 한 원 위에 있다.

④ □AEDF는 원에 내접하므로

$\angle AFE=\angle ADE$ ……㉠

직각삼각형 ADB에서

$\angle ADE=\angle ABD$ ……㉡

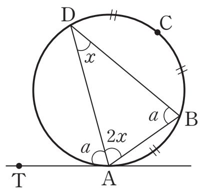
㉠, ㉡에서 $\angle AFE=\angle ABD$

즉, $\angle AFE=\angle EBC$

따라서 □EBCF는 원에 내접하므로 네 점 E, B, C, F는 한 원 위에 있다.

답 ②

29



$\triangle ABD$에서 $\angle ADB=\angle x$라 하면

$\overset{\frown}{BD}=2\overset{\frown}{AB}$이므로

$\angle BAD=2\angle ADB=2\angle x$

또, $\angle ABD=\angle TAD=\angle a$

$\triangle ABD$의 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle x+2\angle x+\angle a=180^\circ$

$\angle x=\dfrac{180^\circ-\angle a}{3}$

$\therefore\ \angle BAD=2\angle x=\dfrac{2}{3}(180^\circ-\angle a)$

답 $\dfrac{2}{3}(180^\circ-\angle a)$

30

$\overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{BC} : \overset{\frown}{CA}=\angle C : \angle A : \angle B$

$=3 : 4 : 2$이므로

$\angle A=180^\circ\times\dfrac{4}{9}=80^\circ$,

$\angle B=180^\circ\times\dfrac{2}{9}=40^\circ$,

$\angle C=180^\circ\times\dfrac{3}{9}=60^\circ$

$\overline{AC}\,/\!/\,\overline{BE}$이므로

$\angle ACB=\angle CBE=60^\circ$

$\overline{BD}$는 원 O의 접선이므로

$\angle CAB=\angle CBD=80^\circ$

$\therefore\ \angle EBD=\angle CBD-\angle CBE$

$=80^\circ-60^\circ=20^\circ$

답 20°

31

$\triangle PBD$와 $\triangle PTC$에서

$\angle BPD=\angle TPC$, $\angle PBD=\angle PTC$이므로

$\triangle PBD \backsim \triangle PTC$(AA 닮음)이다.

$\overline{PB} : \overline{PT} = \overline{PD} : \overline{PC}$이므로

$10 : \overline{PT} = 7 : 4 \qquad \therefore \overline{PT} = \frac{40}{7}$

$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PB}$이므로

$\left(\frac{40}{7}\right)^2 = \overline{PA} \times 10$에서 $\overline{PA} = \frac{160}{49}$

$\therefore \overline{AB} = 10 - \frac{160}{49} = \frac{330}{49}$ 답 $\frac{330}{49}$

32

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle BAD = 180° - 70° = 110°$

또, △ABE는 이등변삼각형이므로

$\angle AEB = 20°$

$\angle BAE = 180° - 20° \times 2 = 140°$

$\therefore \angle EAD = 140° - 110° = 30°$

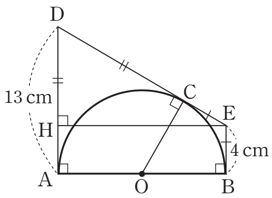
△ADE는 이등변삼각형이므로

$\angle AED = (180° - 30°) \div 2 = 75°$

$\therefore \angle FED = 75° - 20° = 55°$

답 $\angle BAD = 110°$, $\angle FED = 55°$

33



$\overline{AD} = \overline{CD}$, $\overline{BE} = \overline{CE}$이므로

$\overline{DE} = \overline{DC} + \overline{CE} = \overline{AD} + \overline{EB} = 17(cm)$

점 E에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 △DHE에서

$\overline{DH} = 13 - 4 = 9(cm)$이므로

$\overline{HE} = \sqrt{\overline{DE}^2 - \overline{DH}^2} = \sqrt{17^2 - 9^2}$

$= \sqrt{208} = 4\sqrt{13}(cm)$

$\therefore \overline{AB} = \overline{HE} = 4\sqrt{13}(cm)$ 답 $4\sqrt{13}$ cm

다른풀이

△DAO≡△DCO, △ECO≡△EBO이므로

△AOD∽△BEO

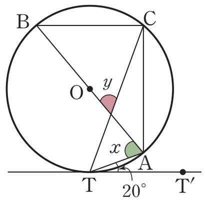
$\overline{AO} : \overline{BE} = \overline{AD} : \overline{BO}$,

$\overline{AO} : 4 = 13 : \overline{AO}$

$\overline{AO} = 2\sqrt{13}(cm)$ ($\because \overline{AO} > 0$)

$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AO} = 4\sqrt{13}(cm)$

34



두 점 C와 A를 이으면

$\angle TCA = \angle ATT' = 20°$,

$\angle BCA = 90°$이므로

$\angle BCT = \angle x = 90° - 20° = 70°$

$\overline{BC} /\!/ \overline{TT'}$이므로

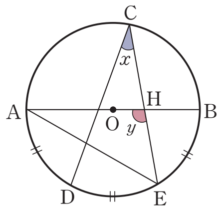
$\angle CTT' = \angle BCT = 70°$에서

$\angle CBA = \angle CTA = 70° - 20° = 50°$

$\therefore \angle y = 180° - 50° - 70° = 60°$

답 $\angle x = 70°$, $\angle y = 60°$

35



$\widehat{AD} = \widehat{DE} = \widehat{EB}$이므로

$\angle AOD = \angle DOE = \angle EOB$

$= 180° \times \frac{1}{3} = 60°$

$\therefore \angle x = \frac{1}{2}\angle DOE = \frac{1}{2} \times 60° = 30°$

호 AC는 반원의 $\frac{5}{9}$이므로

$\angle AOC = 180° \times \frac{5}{9} = 100°$이고

$\angle AEC = 100° \times \frac{1}{2} = 50°$

$\angle BAE = \angle DCE = 30°$이므로

△AHE에서

$\angle y = 180° - (30° + 50°) = 100°$ 답 $\angle x = 30°$, $\angle y = 100°$

36

$\angle BAD + \angle BCD = 180°$이므로

$\angle QAD + \angle DCR = 90°$이다.

$\angle RBD = \angle DCR$ ($\because \widehat{RD}$에 대한 원주각),

$\angle QBD = \angle DAQ$ ($\because \widehat{DQ}$에 대한 원주각)이므로

$\angle RBQ = \angle RBD + \angle QBD = 90°$이다.

IV 원의 성질

즉, $\overline{QR}$는 원의 지름이므로

$\overset{\frown}{QDR}=2\pi\times4\div2=4\pi(\text{cm})$ 답 4π cm

37

$\overline{AH}=x$라 하면

$\overline{AH}\cdot\overline{AI}=\overline{AG}\cdot\overline{AF}$에서

$x(x+7)=2\times15 \quad \therefore x=3$

이때 $\triangle ABC$는 한 변의 길이가 16인 정삼각형이므로

$\overline{BI}=16-3-7=6$

또, $\overline{BD}=a$, $\overline{DE}=y$, $\overline{EC}=b$라 하면

$a(a+y)=6\times13$ ……㉠

$b(b+y)=1\times14$ ……㉡

$a+b+y=16$ ……㉢

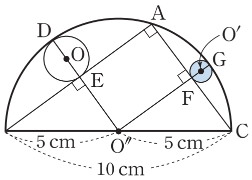
㉠$-$㉡에서 $a^2-b^2+(a-b)y=64$

$(a-b)(a+b+y)=64$ ……㉣

㉢을 ㉣에 대입하면 $a-b=4$

$\therefore \overline{BD}-\overline{EC}=4$ 답 4

38



원 O의 넓이가 π cm^{2}이므로 원 O의 반지름의 길이는 1 cm이다.

$\overline{O''E}=5-2=3(\text{cm})$

$\overline{BE}=\sqrt{5^2-3^2}=4(\text{cm})$

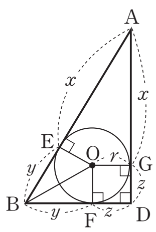
$\overline{O''F}=\overline{AE}=\overline{BE}=4(\text{cm})$

$\overline{FG}=5-4=1(\text{cm})$

원 O′의 지름의 길이가 1 cm이므로 반지름의 길이는 $\frac{1}{2}$ cm이다.

$\therefore$ (원 O′의 넓이)$=\pi\times\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}\pi(\text{cm}^2)$ 답 $\frac{1}{4}\pi$ cm^2

39



$x+y=8$, $y+z=4$, $z+x=4\sqrt{3}$에서

$x+y+z=6+2\sqrt{3}$

$\therefore r=z=(x+y+z)-(x+y)$

$=(6+2\sqrt{3})-8$

$=2\sqrt{3}-2=2(\sqrt{3}-1)(\text{cm})$ 답 $2(\sqrt{3}-1)$cm

다른풀이

$2r=\overline{AD}+\overline{BD}-\overline{AB}=4\sqrt{3}+4-8=4\sqrt{3}-4$

$\therefore r=2\sqrt{3}-2=2(\sqrt{3}-1)(\text{cm})$

40

원의 중심을 O라 하면 $\triangle ABO$는 정삼각형이므로

$\angle ACB=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times60^\circ=30^\circ$

점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle AHC$에서 $\overline{AH}=9\sin30^\circ=\frac{9}{2}(\text{cm})$,

$\overline{CH}=9\cos30^\circ=\frac{9\sqrt{3}}{2}(\text{cm})$

$\triangle ABH$에서

$\overline{BH}=\sqrt{6^2-\left(\frac{9}{2}\right)^2}=\frac{3\sqrt{7}}{2}(\text{cm})$

$\therefore \overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=\frac{3\sqrt{7}+9\sqrt{3}}{2}(\text{cm})$ 답 $\frac{3\sqrt{7}+9\sqrt{3}}{2}$ cm

41

큰 원에서 $\overline{PE}\cdot\overline{PA}=\overline{PF}\cdot\overline{PC}$ ……㉠

작은 원에서 $\overline{PE}\cdot\overline{PB}=\overline{PF}\cdot\overline{PD}$ ……㉡

㉠$\div$㉡을 하면

$\frac{\overline{PE}\cdot\overline{PA}}{\overline{PE}\cdot\overline{PB}}=\frac{\overline{PF}\cdot\overline{PC}}{\overline{PF}\cdot\overline{PD}}$, $\frac{\overline{PA}}{\overline{PB}}=\frac{\overline{PC}}{\overline{PD}}$

$\frac{9}{3}=\frac{\overline{PC}}{4} \quad \therefore \overline{PC}=12(\text{cm})$ 답 12 cm

다른풀이

$\square ACFE$는 내접사각형이므로

$\angle ACF=\angle BEF$ ……㉠

$\overset{\frown}{BF}$에 대하여 $\angle BEF=\angle BDF$ ……㉡

㉠, ㉡에서 $\angle ACD=\angle CDB$이므로

$\overline{AC}\,/\!/\,\overline{DB}$

$9:3=\overline{PC}:4 \quad \therefore \overline{PC}=12(\text{cm})$

42

$\overline{DB}$와 $\overline{DT}$가 작은 원의 접선이므로 $\overline{DB}=\overline{DT}$이다.

즉, $\angle DBT=\angle DTB$이다.

$\angle ATE=\angle ACT=65^\circ$이므로

$\angle BTE=\angle ATE+\angle ATB=65^\circ+40^\circ=105^\circ$

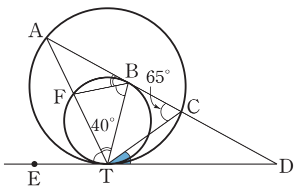
$\angle DTB=\angle DBT=180^\circ-105^\circ=75^\circ$

즉, $\angle BDT=180^\circ-75^\circ\times2=30^\circ$이다.

$\therefore \angle CTD=\angle BCT-\angle BDT=65^\circ-30^\circ=35^\circ$ 답 35°

ㅈㅣㄷㅗㅅㅓ1ㄱㅕㄴ1ㄷㅐㄷㅏㄴㅇㅕㄴ.indb 62 18. 2. 9. 오후 1:34

다른풀이



점 T는 두 원의 접점이므로

$\angle ACT=\angle ATE=\angle FBT=65°$

점 B는 작은 원의 접점이므로

$\angle ABF=\angle ATB=40°$

$\therefore\ \angle CTD=\angle CAT=180°-(40°+40°+65°)=35°$

STEP B 내신만점문제 본문 P. 146~158

01 3배 **02** (1) $\frac{5}{3}$배 (2) $72°$

03 (1) $105°$ (2) $75°$ **04** $\left(\frac{8}{3}\pi+4\sqrt{3}\right)\text{cm}^2$

05 $\angle GBD=105°$, $\angle DFE=65°$ **06** $63°$

07 $\angle BAD=46°$, $\angle ADC=78°$ **08** (1) $\frac{y^2}{x}$ (2) 39

09 (1) $\triangle CQD$ (2) $2(90°-\angle a)$ (3) $\overline{AP}=5.5$, $\overline{AQ}=3.5$

10 $83°$ **11** $4r^2$ **12** 6

13 (1) $\frac{\angle a+\angle b}{2}$ (2) $\frac{48}{x+6}$ (3) $\frac{5x-10}{8}$

14 (1) $x(x+12)$ (2) $\frac{64}{5}$ (3) $6\sqrt{3}$

15 $3\angle x$ **16** (1) $\frac{9}{2}$ (2) $\frac{3\sqrt{7}}{2}$ (3) $\frac{81\sqrt{3}}{40}$

17 (1) $A(2\sqrt{3},\ 0)$ (2) $C(\sqrt{3},\ 1)$ (3) 2 (4) $2(\pi-\sqrt{3})$

18 (1) 풀이 참조 (2) $\frac{13}{6}\pi$ cm **19** $108°$ **20** $7\ \text{cm}^2$

21 (1) $5:4$ (2) $75°$ (3) $9°$

22 (1) $40°$ (2) $60°$ (3) $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형

23 $\frac{24}{5}$ cm **24** $3\sqrt{2}$ cm **25** 58π

26 (1) 4 cm (2) $6(3\sqrt{3}-\pi)\text{cm}^2$

27 (1) $120°$ (2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (3) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$ (4) $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$배

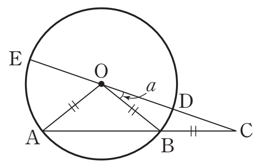
28 24 cm **29** $\frac{5}{2}$ cm **30** $\sqrt{22}$

31 (1) $B(4\sqrt{3},\ 2)$ (2) $y=-\sqrt{3}x+18$

32 (1) $25\ \text{cm}^2$ (2) $75°$ **33** (1) 4 (2) 풀이 참조

34 $4\sqrt{5}$ cm **35** $\frac{16\sqrt{5}}{5}$ cm

01



호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로 $\angle BOD=\angle a$라 하면 $\angle OBA$는 $\triangle OBC$의 한 외각이므로

$\angle OBA=\angle BOC+\angle BCO=2\angle a$

또한, $\triangle OAB$는 이등변삼각형이므로

$\angle OAB=2\angle a$

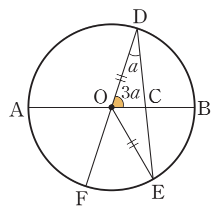
이때 $\angle AOE$는 $\triangle OAC$의 한 외각이므로

$\angle AOE=\angle OAC+\angle OCA=3\angle a$

$\therefore\ \overset{\frown}{BD}:\overset{\frown}{AE}=\angle a:3\angle a=1:3$

따라서 $\overset{\frown}{AE}$의 길이는 $\overset{\frown}{BD}$의 길이의 3배이다. 답 3배

02



(1) $\overline{DO}$의 연장선과 원의 교점을 F, $\angle ODC=\angle a$라 하면

$\angle FOE=2\angle a$, $\angle AOF=\angle DOC=3\angle a$

$\therefore\ \overset{\frown}{AE}:\overset{\frown}{BD}=(3\angle a+2\angle a):3\angle a=5:3$

따라서 $\overset{\frown}{AE}$의 길이는 $\overset{\frown}{BD}$의 길이의 $\frac{5}{3}$배이다.

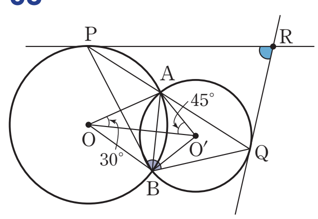
(2) $\angle AOE=360°\times\frac{1}{3}=120°$

(1)에서 $5\angle a=120°$

$\therefore\ \angle a=24°$

$\therefore\ \angle BOD=3\angle a=3\times24°=72°$ 답 (1) $\frac{5}{3}$배 (2) $72°$

03



(1) $\triangle AOO'\equiv\triangle BOO'$(SSS 합동)이므로

$\angle AOB=60°$, $\angle AO'B=90°$

$\therefore\ \angle APB=\frac{1}{2}\angle AOB=\angle AOO'=30°$

$\angle AQB=\frac{1}{2}\angle AO'B=\angle AO'O=45°$

$\triangle PBQ$에서

$\angle PBQ=180°-(30°+45°)=105°$

(2) $\angle PBA=\angle RPQ$, $\angle ABQ=\angle RQP$

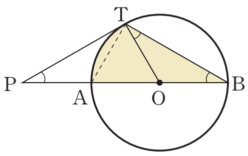
$\triangle RPQ$에서

$\angle RPQ+\angle RQP=\angle PBQ$

$\therefore\ \angle PRQ=180°-105°=75°$

답 (1) 105° (2) 75°

04



$\angle TPB=\angle TBP=\angle BTO$이므로

$\angle TOA=2\angle TPO$이다.

$\therefore\ 3\angle TPO=90°$

$\angle TPO=30°$, $\angle TOP=60°$

$\triangle TPA$는 이등변삼각형이고, $\triangle TAO$는 정삼각형이므로

$\overline{PA}=\overline{AT}=\overline{AO}=4(cm)$

$\overline{PT}=4\tan 60°=4\sqrt{3}(cm)$

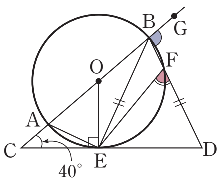
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$=\pi\times4^2\times\frac{1}{6}+\frac{1}{2}\times4\times4\times\sin(180°-120°)$

$=\frac{8}{3}\pi+4\sqrt{3}(cm^2)$

답 $\left(\frac{8}{3}\pi+4\sqrt{3}\right)cm^2$

05



$\angle BOE$는 $\triangle OCE$의 한 외각이므로

$\angle BOE=90°+40°=130°$이다.

또한, $\triangle OBE$는 이등변삼각형이므로

$\angle BEO=\frac{1}{2}(180°-130°)=25°$이고,

$\angle BED=90°-25°=65°$이다.

이때 $\triangle BED$에서 $\angle EBD=50°$이다.

$\therefore\ \angle GBD=180°-(\angle EBD+\angle EBO)$

$=105°$

□AEFB가 원에 내접하므로

$\angle DFE=\angle EAO=\angle BED=65°$이다.

답 $\angle GBD=105°$, $\angle DFE=65°$

06

$\angle CDA=\angle ABC$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

따라서 $\angle DAC=\angle DBC$이다.

$\angle BAD=\angle BCD$, $\overline{PQ}\,/\!/\,\overline{DC}$이므로

$\angle BCD=\angle QPC=180°-(62°+76°)=42°$이다.

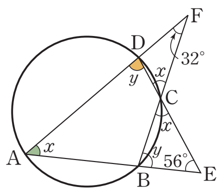
$\therefore\ \angle BAC=\angle BAD+\angle DAC$

$=\angle BCD+\angle DBC$

$=42°+21°=63°$

답 63°

07



$\angle BAD=\angle x$, $\angle ADC=\angle y$라 하면

$\angle DCF=\angle x$이므로 $\triangle DCF$에서

$\angle y=\angle x+32°$ ……㉠

또한, $\angle CBE=\angle y$이므로 $\triangle CBE$에서

$\angle x+\angle y+56°=180°$ ……㉡

㉠, ㉡에서 $\angle x=46°$, $\angle y=78°$

$\therefore\ \angle BAD=46°$, $\angle ADC=78°$

답 $\angle BAD=46°$, $\angle ADC=78°$

08

(1) $\overline{PB}^2=\overline{PD}\cdot\overline{PA}$

$\therefore\ \overline{PD}=\frac{y^2}{x}$

(2) $\triangle ABP$와 $\triangle ADC$에서

$\angle BAP=\angle DAC$,

$\angle ABP=\angle ABD+\angle BAD=\angle ADC$이므로

$\triangle ABP\backsim\triangle ADC$(AA 닮음)이다.

$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{AP}:\overline{AC}$에서

$\overline{AB}\cdot\overline{AC}=\overline{AD}\cdot\overline{AP}$

$=\left(8-\frac{25}{8}\right)\times8=39$

답 (1) $\frac{y^2}{x}$ (2) 39

09

(1) $\triangle PBD$와 $\triangle CQD$에서

$\angle PAD=\angle CAD$이므로

$\overline{PD}=\overline{CD}$ ……㉠

$\angle BAD=\angle QAD$이므로

$\overline{BD}=\overline{QD}$ ……㉡

□APDC는 원에 내접하므로

$\angle PDB = \angle A$ ……㉢

□ABDQ는 원에 내접하므로

$\angle CDQ = \angle A$ ……㉣

㉢, ㉣에서

$\angle PDB = \angle CDQ$ ……㉤

㉠, ㉡, ㉤에서

$\triangle PBD \equiv \triangle CQD$(SAS 합동)

(2) $\angle A = \angle a$이면

$\angle PDB = \angle CDQ = \angle a$

$\therefore \angle PDQ = 180^\circ - 2\angle a = 2(90^\circ - \angle a)$

(3) $\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선이므로

$\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC} = 10 : 8 = 5 : 4$

따라서 $\overline{BD} = 9 \times \frac{5}{9} = 5$, $\overline{CD} = 9 \times \frac{4}{9} = 4$이다.

$\overline{AP} = x$라 하면 $\overline{BP} = 10 - x$

$\overline{BP} \cdot \overline{BA} = \overline{BD} \cdot \overline{BC}$이므로

$(10 - x) \times 10 = 5 \times 9$

$\therefore x = \frac{11}{2} = 5.5$

또, $\overline{AQ} = y$라 하면 $\overline{CQ} = 8 - y$

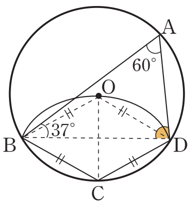
$\overline{CQ} \cdot \overline{AC} = \overline{CD} \cdot \overline{BC}$이므로

$(8 - y) \times 8 = 4 \times 9$

$\therefore y = 3.5$

답 (1) $\triangle CQD$ (2) $2(90^\circ - \angle a)$ (3) $\overline{AP} = 5.5$, $\overline{AQ} = 3.5$

10



점 C가 점 O와 만나므로

$\overline{BC} = \overline{BO} = \overline{CD} = \overline{DO}$

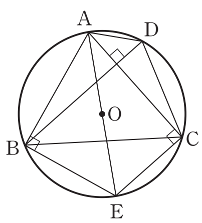
즉, $\triangle OBC$와 $\triangle ODC$는 정삼각형이다.

$\angle BOD = 120^\circ$이므로 $\angle BAD = 60^\circ$

$\therefore \angle ADB = 180^\circ - (\angle ABD + \angle BAD)$

$= 180^\circ - (37^\circ + 60^\circ) = 83^\circ$ 답 83°

11



점 A를 지나는 지름 $\overline{AE}$를 그으면

$\angle ACE = 90^\circ$, $\overline{EC} \perp \overline{AC}$, $\overline{BD} \perp \overline{AC}$이므로 $\overline{BD} /\!/ \overline{EC}$

$\therefore \angle DBC = \angle BCE$

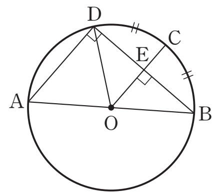
크기가 같은 원주각에 대응하는 현의 길이는 같으므로

$\overline{CD} = \overline{BE}$

이때 $\triangle ABE$는 직각삼각형이므로 $\overline{AB}^2 + \overline{BE}^2 = \overline{AE}^2$이다.

$\therefore \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AE}^2 = (2r)^2 = 4r^2$ 답 $4r^2$

12



원의 반지름의 길이를 r라 하면

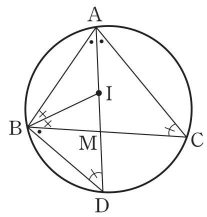
$\triangle BOE$에서 $r^2 = 4^2 + (r-2)^2$ $\therefore r = 5$

또, 원의 중심 O에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분하므로

$\overline{BD} = 2\overline{BE} = 8$

$\therefore \overline{AD} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{BD}^2} = \sqrt{100 - 64} = 6$ 답 6

13



(1) $\angle DBI = \angle IBM + \angle MBD$

$\angle IBM = \frac{1}{2}\angle b$

$\angle MBD = \angle CAM = \frac{1}{2}\angle a$

$\therefore \angle y = \frac{1}{2}\angle a + \frac{1}{2}\angle b = \frac{\angle a + \angle b}{2}$

(2) $\overline{AM}$은 $\angle A$의 이등분선이므로

$\overline{BM} : \overline{MC} = \overline{AB} : \overline{AC}$

$\overline{BM} : (8 - \overline{BM}) = 6 : x$

$(x + 6)\overline{BM} = 48$

$\therefore \overline{BM} = \frac{48}{x + 6}$

(3) $\angle BID = \angle BAI + \angle ABI$

$= \frac{\angle a + \angle b}{2} = \angle y$

따라서 $\triangle DBI$는 $\overline{BD} = \overline{DI}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{BD} = 5$

IV 원의 성질

ㅈㅣㄷㅗㅅㅓ1ㄱㅕㄴ1ㄷㅐㄷㅏㄴㅇㅕㄴ.indb 65 18. 2. 9. 오후 1:34

$\triangle ABD \backsim \triangle BMD$이므로

$\overline{AD}:\overline{BD}=\overline{AB}:\overline{BM}$에서

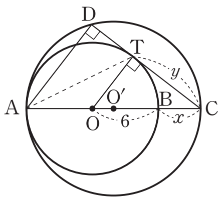
$\overline{AD}:5=6:\dfrac{48}{x+6}$

$\therefore\ \overline{AD}=\dfrac{5x+30}{8}$

$\therefore\ \overline{AI}=\overline{AD}-5=\dfrac{5x-10}{8}$

답 (1) $\dfrac{\angle a+\angle b}{2}$ (2) $\dfrac{48}{x+6}$ (3) $\dfrac{5x-10}{8}$

14



(1) $\overline{CT}^2=\overline{CB}\cdot\overline{CA}$이므로

$y^2=x(x+12)$

(2) $y=8$이므로 (1)에서

$64=x(x+12)$, $x^2+12x-64=0$

$(x-4)(x+16)=0$

$\therefore\ x=4\ (\because\ x>0)$

$\therefore\ \overline{CO}=6+4=10$, $\overline{CA}=4+12=16$

$\triangle COT \backsim \triangle CAD$이므로

$\overline{CT}:\overline{CD}=\overline{CO}:\overline{CA}$

$8:\overline{CD}=10:16$

$\therefore\ \overline{CD}=\dfrac{8\times16}{10}=\dfrac{64}{5}$

(3) $x=6$이므로 (1)에서 $y=\overline{CT}=6\sqrt{3}$

$\overline{OC}=12$이므로 $\triangle OTC$에서

$\angle TOC=60^\circ$, $\angle TCO=30^\circ$이다.

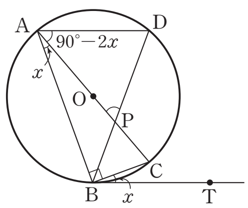
이때 $\angle OAT=30^\circ$이므로

$\triangle ATC$는 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \overline{AT}=\overline{CT}=6\sqrt{3}$

답 (1) $x(x+12)$ (2) $\dfrac{64}{5}$ (3) $6\sqrt{3}$

15



$\overrightarrow{BT}$는 원 O의 접선이므로

$\angle CAB=\angle CBT=\angle x$

$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BT}$이므로

$\angle DAB+\angle ABT=180^\circ$,

$\angle DAP+\angle CAB+\angle ABC+\angle CBT=180^\circ$

여기서 $\overline{AC}$는 지름이므로

$\angle ABC=90^\circ$이고

$\angle ACB=90^\circ-\angle x$이다.

$\angle DAP+\angle x+90^\circ+\angle x=180^\circ$

$\angle DAP=90^\circ-2\angle x$

호 CD의 원주각으로

$\angle DBC=\angle DAP=90^\circ-2\angle x$

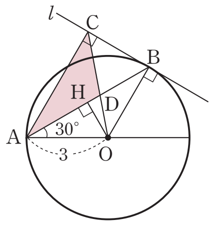
$\therefore\ \angle APD=180^\circ-(\angle DBC+\angle ACB)$

$=180^\circ-(90^\circ-2\angle x+90^\circ-\angle x)$

$=3\angle x$

답 $3\angle x$

16



(1) 점 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 점 H는 $\overline{AB}$의 중점이다.

$\triangle AOH$는 $\angle A=30^\circ$, $\angle H=90^\circ$인 직각삼각형이다.

$\overline{OA}=3$이므로

$\overline{AH}=3\cos 30^\circ=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$,

$\overline{AB}=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\times2=3\sqrt{3}$

또, $\angle OBC=90^\circ$, $\angle OBA=30^\circ$이므로 $\angle ABC=60^\circ$

$\therefore\ \overline{AC}=3\sqrt{3}\sin 60^\circ=\dfrac{9}{2}$

(2) $\overline{BC}=3\sqrt{3}\cos 60^\circ=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$,

$\overline{OB}=3$이므로

$\overline{OC}^2=\left(\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2+3^2=\dfrac{63}{4}$

$\therefore\ \overline{OC}=\dfrac{3\sqrt{7}}{2}\ (\because\ \overline{OC}>0)$

(3) $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{9}{2}\times\dfrac{3\sqrt{3}}{2}=\dfrac{27\sqrt{3}}{8}$

$\overline{AC}\,/\!/\,\overline{OB}$이므로 $\triangle ADC \backsim \triangle BDO$

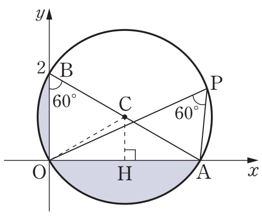
$\overline{AD}:\overline{BD}=\overline{AC}:\overline{BO}=\dfrac{9}{2}:3=3:2$

$\therefore \triangle ACD = \triangle ABC \times \frac{3}{5}$

$= \frac{27\sqrt{3}}{8} \times \frac{3}{5} = \frac{81\sqrt{3}}{40}$

답 (1) $\frac{9}{2}$ (2) $\frac{3\sqrt{7}}{2}$ (3) $\frac{81\sqrt{3}}{40}$

17



(1) $\angle BOA = 90°$이므로

$\overline{AB}$는 원의 지름이고,

$\angle OBA = \angle OPA = 60°$이므로

$\overline{OA} = 2\tan 60° = 2\sqrt{3}$

$\therefore A(2\sqrt{3}, 0)$

(2) 점 C는 두 점 A, B의 중점이므로

$C\left(\frac{2\sqrt{3}+0}{2}, \frac{0+2}{2}\right) = C(\sqrt{3}, 1)$

(3) 원 C의 반지름은 $\overline{BC}(=\overline{CA})$이므로

$\overline{BC} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = 2$

(4) (색칠한 부분의 넓이)

=(반원 C의 넓이)$-\triangle AOB$

$= \frac{1}{2} \times \pi \times 2^2 - \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2$

$= 2\pi - 2\sqrt{3} = 2(\pi - \sqrt{3})$

답 (1) $A(2\sqrt{3}, 0)$ (2) $C(\sqrt{3}, 1)$ (3) 2 (4) $2(\pi - \sqrt{3})$

18

(1) $\angle BAD = \angle CAD = \angle a$,

$\angle ABE = \angle EBC = \angle b$라 하면

$\angle EAC = \angle b$이다. ($\because \widehat{EC}$의 원주각)

$\triangle EAI$에서

$\angle EAI = \angle a + \angle b$이고,

$\angle EIA = \angle a + \angle b$

($\because \triangle ABI$의 한 외각)이므로

$\angle EAI = \angle EIA$이다.

따라서 $\triangle EAI$는 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{AE} = \overline{EI}$

(2) $\triangle ABC$에서

$2\angle a + 2\angle b + 50° = 180°$

$\therefore \angle a + \angle b = 65°$

또, $\angle EAD = \angle a + \angle b = 65°$이므로

$\angle EOD = 130°$이다.

$\therefore \widehat{DE} = 2\pi \times 3 \times \frac{130°}{360°} = \frac{13}{6}\pi(\text{cm})$

답 (1) 풀이 참조 (2) $\frac{13}{6}\pi$ cm

19

$\angle BAC = 13\angle a$, $\angle CAE = 7\angle a$,

$\angle EAD = 5\angle a$, $\angle DBA = 8\angle a$라 하면

$\angle DAB = 13\angle a + 7\angle a + 5\angle a = 25\angle a$

$\angle ABC = 7\angle a + 5\angle a + 8\angle a = 20\angle a$

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로

$25\angle a + 20\angle a = 180°$ $\quad\therefore \angle a = 4°$

$\angle x = 180° - (13\angle a + 5\angle a)$

$= 180° - 72° = 108°$

답 108°

20

두 점 B, C에서 원 O′으로의 접선의 길이를 각각 x cm, y cm 라 하면

$\overline{CB}$는 원의 지름이므로 $x + y = 6$

이때 $\triangle ABC$의 넓이를 S라 하면

$S = \frac{1}{2} \times 6 \times 1 + \frac{1}{2} \times (y+1) \times 1 + \frac{1}{2} \times (x+1) \times 1$

$= \frac{1}{2} \times (x + y + 8)$

$= \frac{1}{2} \times (6+8) = \frac{14}{2} = 7(\text{cm}^2)$

답 7 cm^2

21

(1) $\angle POB = 50°$, $\angle POC = 40°$

$\therefore \widehat{BP} : \widehat{PC} = 50° : 40° = 5 : 4$

(2) $\triangle OPC$는 이등변삼각형이므로

$\angle POC = 60°$, $\angle POB = 30°$

$\triangle POB$도 이등변삼각형이므로

$\angle PBO = (180° - 30°) \times \frac{1}{2} = 75°$

(3) $\angle PBO : \angle PCO = 3 : 2$이므로

$\angle PBO = 3\angle x$라 하면

$\angle BPO = 3\angle x$,

$\angle PCO = 2\angle x$라 하면 $\angle CPO = 2\angle x$

□OBPC에서

$10\angle x + 90° = 360°$

$\therefore \angle x = 27°$

$\therefore \angle PAB = 90° - 3\angle x = 9°$

답 (1) 5 : 4 (2) 75° (3) 9°

IV 원의 성질

22

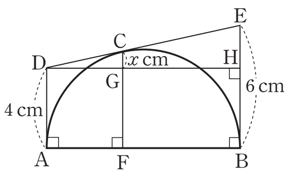
(1) $\angle \mathrm{BAC}=180^\circ\times\frac{2}{9}=40^\circ$

(2) $\overline{\mathrm{BE}}\,/\!/\,\overline{\mathrm{CD}}$이므로 $\overparen{\mathrm{ED}}=\overparen{\mathrm{BC}}$,
$\overparen{\mathrm{BE}}=\overparen{\mathrm{EA}}$, $\overparen{\mathrm{AD}}=\overparen{\mathrm{DC}}$
따라서 $\overparen{\mathrm{BC}}$의 길이는 원주의 $\frac{1}{3}$이다.
$\therefore\ \angle \mathrm{BAC}=180^\circ\times\frac{1}{3}=60^\circ$

(3) $\overline{\mathrm{BD}}=\overline{\mathrm{CE}}$이므로 $\overparen{\mathrm{BD}}=\overparen{\mathrm{CE}}$, $\overparen{\mathrm{CD}}=\overparen{\mathrm{EB}}$이다.
$\therefore\ \angle \mathrm{CBD}=\angle \mathrm{BCE}$, $\angle \mathrm{ABC}=\angle \mathrm{BCA}$
따라서 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AC}}$인 이등변삼각형이다.

답 (1) 40° (2) 60° (3) $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AC}}$인 이등변삼각형

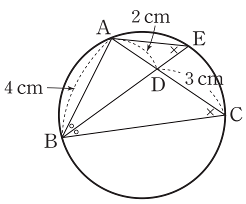
23



점 D에서 $\overline{\mathrm{BE}}$에 수선을 내려 $\overline{\mathrm{FC}}$, $\overline{\mathrm{BE}}$와의 교점을 각각 G, H라 하고, $\overline{\mathrm{GC}}=x$ cm라 하면
$\overline{\mathrm{DC}}=\overline{\mathrm{AD}}=4$ cm, $\overline{\mathrm{CE}}=\overline{\mathrm{BE}}=6$ cm, $\overline{\mathrm{HE}}=2$ cm이므로
$\triangle\mathrm{DHE}\backsim\triangle\mathrm{DGC}$에서 $10:2=4:x$
$\therefore\ x=\frac{4}{5}$
$\therefore\ \overline{\mathrm{CF}}=\overline{\mathrm{FG}}+\overline{\mathrm{GC}}=4+\frac{4}{5}=\frac{24}{5}$(cm)

답 $\frac{24}{5}$ cm

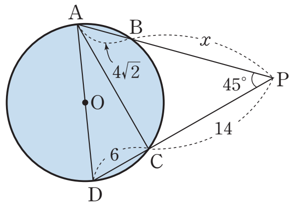
24



$\overline{\mathrm{AB}}:\overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{AD}}:\overline{\mathrm{CD}}$이므로
$4:\overline{\mathrm{BC}}=2:3$ $\quad\therefore\ \overline{\mathrm{BC}}=6$(cm)
$\overline{\mathrm{BD}}$의 연장선이 원과 만나는 점을 E라 하고,
$\overline{\mathrm{BD}}=x$ cm, $\overline{\mathrm{DE}}=y$ cm라 하면
$xy=3\times2=6$
$\triangle\mathrm{ABE}\backsim\triangle\mathrm{DBC}$이므로
$\overline{\mathrm{AB}}\cdot\overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{BD}}\cdot\overline{\mathrm{BE}}$에서
$4\times6=x(x+y)$, $x^2+xy=24$
$x^2+6=24$, $x^2=18$
$\therefore\ x=3\sqrt{2}\ (\because\ x>0)$

답 $3\sqrt{2}$ cm

25



$\overline{\mathrm{BP}}=x$라 하면
$14\times20=x(x+4\sqrt{2})$
$x^2+4\sqrt{2}x-280=0$
$(x+14\sqrt{2})(x-10\sqrt{2})=0$
$\therefore\ x=10\sqrt{2}\ (\because\ x>0)$
$\overline{\mathrm{AP}}:\overline{\mathrm{PC}}=\sqrt{2}:1$, $\angle\mathrm{APC}=45^\circ$
$\therefore\ \angle\mathrm{ACP}=90^\circ$
따라서 $\overline{\mathrm{AD}}$가 원 O의 지름이다.
$\overline{\mathrm{AC}}=14$이므로
$\triangle\mathrm{ACD}$에서 $\overline{\mathrm{AD}}^2=\overline{\mathrm{AC}}^2+\overline{\mathrm{CD}}^2$
$4r^2=14^2+6^2=232$, $r^2=58$
$\therefore$ (원 O의 넓이)$=\pi r^2=58\pi$

답 58π

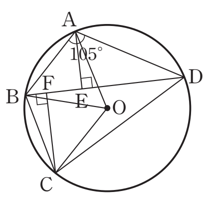
26

(1) $\triangle\mathrm{QBD}\backsim\triangle\mathrm{PAD}$이므로 $\overline{\mathrm{BD}}=x$ cm라 하면
$\overline{\mathrm{QB}}:\overline{\mathrm{PA}}=\overline{\mathrm{BD}}:\overline{\mathrm{AD}}$에서
$2:6=x:(x+8)$ $\quad\therefore\ x=4$
$\therefore\ \overline{\mathrm{BD}}=4$ cm

(2) 색칠한 부분은 $\triangle\mathrm{PAD}$에서 부채꼴 APC를 제외한 부분이다.
$\triangle\mathrm{PAD}$는 직각삼각형이므로
$\overline{\mathrm{PD}}=\sqrt{\overline{\mathrm{AD}}^2-\overline{\mathrm{PA}}^2}$
$=\sqrt{12^2-6^2}=6\sqrt{3}$ (cm)
$\angle\mathrm{PAC}=60^\circ$이므로
(색칠한 부분의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times6\sqrt{3}\times6-\pi\times6^2\times\frac{60^\circ}{360^\circ}$
$=18\sqrt{3}-6\pi$
$=6(3\sqrt{3}-\pi)(\mathrm{cm}^2)$

답 (1) 4 cm (2) $6(3\sqrt{3}-\pi)\mathrm{cm}^2$

27



(1) $\triangle\mathrm{OAB}$와 $\triangle\mathrm{OBC}$는
$\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OB}}=\overline{\mathrm{OC}}=\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{BC}}=1$이므로 정삼각형이다.

∴ $\angle ABC=60^\circ+60^\circ=120^\circ$

(2) $\angle ADB=\angle BDC=\frac{1}{2}\times60^\circ=30^\circ$이므로

△ABD에서

$\angle ABD=180^\circ-(105^\circ+30^\circ)=45^\circ$

∴ $\overline{AE}=1\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$

(3) △AED에서 $\angle DAE=60^\circ$이므로

$\overline{ED}=\frac{\sqrt{2}}{2}\tan 60^\circ=\frac{\sqrt{6}}{2}$

또한, $\overline{BE}=\overline{AE}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

∴ $\overline{BD}=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{6}}{2}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$

(4) △BCD와 △ABD는 변 BD를 밑변으로 하므로 넓이의 비는 높이인 $\overline{CF}$와 $\overline{AE}$의 비와 같다.

△BCD에서

$\angle CDB=30^\circ$,

$\angle BCD=180^\circ-105^\circ=75^\circ$,

$\angle DBC=180^\circ-(30^\circ+75^\circ)=75^\circ$이므로

△BCD는 $\overline{BD}=\overline{DC}$인 이등변삼각형이다.

∴ $\overline{CD}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$

△CDF는 $\angle CDF=30^\circ$인 직각삼각형이므로

$\overline{CF}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}\times\sin 30^\circ=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$

따라서 △BCD의 넓이는 △ABD의 넓이의

$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}\div\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{1+\sqrt{3}}{2}$(배)이다.

답 (1) 120° (2) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (3) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$ (4) $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$배

28

$\overline{DE}=\overline{DA}+\overline{AE}=\overline{AH}+\overline{AI}$

$=\overline{AH}+(\overline{AH}+\overline{HI})$

$=2\overline{AH}+\overline{HI}$

$\overline{GF}=\overline{GB}+\overline{BF}=\overline{BI}+\overline{BH}$

$=\overline{BI}+(\overline{BI}+\overline{IH})$

$=2\overline{BI}+\overline{IH}$

$\overline{DE}=\overline{GF}=\sqrt{26^2-(16-6)^2}=24$(cm)이므로

$2\overline{AH}+\overline{HI}=2\overline{BI}+\overline{IH}$

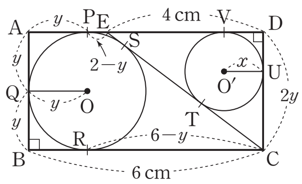
∴ $\overline{AH}=\overline{BI}$

∴ $\overline{AB}=\overline{AI}+\overline{IB}=\overline{AE}+\overline{DA}$

$=\overline{DE}=\overline{GF}=24$(cm)

답 24 cm

29



위의 그림과 같이 원 O, O′의 접점들을 각각 P, Q, R, S, T, U, V라 하고, 원 O의 반지름의 길이를 y, O′의 반지름의 길이를 x라 하면

$\overline{PE}=\overline{ES}=2-y$, $\overline{RC}=\overline{SC}=6-y$,

$\overline{EV}=\overline{ET}=4-x$, $\overline{UC}=\overline{TC}=2y-x$

∴ $\overline{EC}=\overline{ES}+\overline{SC}=\overline{ET}+\overline{TC}$

$2-y+6-y=4-x+2y-x$

∴ $4y-2x=4$ ……㉠

또, △CED에서

$\frac{1}{2}\times\overline{ED}\times\overline{DC}$

$=\frac{1}{2}\times x\times(\overline{ED}+\overline{DC}+\overline{CE})$

$=\frac{1}{2}\times x\times(\overline{ED}+\overline{DC}+\overline{ES}+\overline{SC})$

$\frac{1}{2}\times4\times2y=\frac{1}{2}\times x\times12$

∴ $4y=6x$ ……㉡

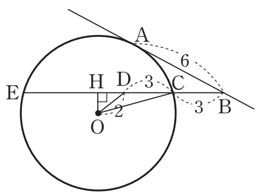
㉠, ㉡에서 $x=1$, $y=\frac{3}{2}$

∴ $x+y=\frac{5}{2}$(cm)

따라서 두 원 O, O′의 반지름의 길이의 합은 $\frac{5}{2}$ cm이다.

답 $\frac{5}{2}$ cm

30



$\overline{BD}$의 연장선과 원이 만나는 점을 E라 하고, 점 O에서 $\overline{EC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{AB}^2=\overline{BC}\cdot\overline{BE}$

$6^2=3\times\overline{BE}$ ∴ $\overline{BE}=12$

$\overline{HD}=\frac{3}{2}$이므로 △OHD에서

$\overline{OH}=\sqrt{2^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{7}}{2}$이다.

△OHC에서

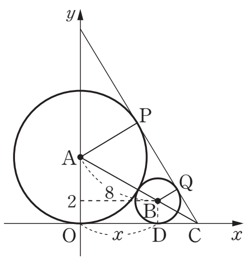
IV 원의 성질

$\overline{OC}^2=\overline{OH}^2+\overline{HC}^2=\frac{7}{4}+\left(3+\frac{3}{2}\right)^2=22$

$\therefore\ \overline{OC}=\sqrt{22}$ ($\because$ $\overline{OC}>0$)

답 $\sqrt{22}$

31



(1) 점 B$(x, 2)$라 하면

$x^2+4^2=8^2$, $x=4\sqrt{3}$ ($\because$ $x>0$)

$\therefore$ B$(4\sqrt{3}, 2)$

(2) 직선 AB가 x축과 만나는 점을 C라 하면 $\triangle$CBD$\backsim\triangle$CAO 이므로

$2:6=\overline{CD}:(\overline{CD}+4\sqrt{3})$, $\overline{CD}=2\sqrt{3}$

$\therefore$ C$(6\sqrt{3}, 0)$

$\overline{AO}:\overline{OC}=1:\sqrt{3}$이고

$\angle$AOC$=90^\circ$이므로 $\angle$ACO$=30^\circ$

$\triangle$APC$\equiv\triangle$AOC(RHS 합동)이므로

직선 PQ는 직선 AB와 점 C$(6\sqrt{3}, 0)$에서 만나고

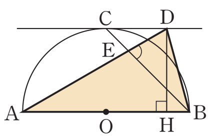
$\angle$PCO$=60^\circ$이다.

따라서 직선 PQ의 방정식은

$y=-\sqrt{3}x+18$이다.

답 (1) B$(4\sqrt{3}, 2)$ (2) $y=-\sqrt{3}x+18$

32



점 D에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

(1) $\overline{AB}=10$ cm, $\overline{DH}=\overline{OC}=5$(cm)

$\therefore\ \triangle ABD=\frac{1}{2}\times10\times5=25(\text{cm}^2)$

(2) $\triangle$DAH에서 $\overline{AD}=10$ cm

$\overline{DH}=5$(cm)이므로

$\overline{AH}=\sqrt{10^2-5^2}=5\sqrt{3}$(cm)이다.

즉, $\overline{AD}:\overline{DH}:\overline{AH}=2:1:\sqrt{3}$이므로 $\angle$DAB$=30^\circ$이다.

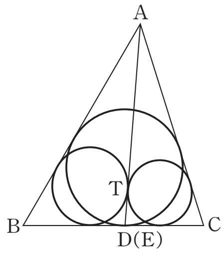
또, $\triangle$COB는 직각이등변삼각형이므로 $\angle$CBO$=45^\circ$이다.

$\therefore\ \angle BED=\angle EAB+\angle EBA$

$=30^\circ+45^\circ=75^\circ$

답 (1) 25 cm^2 (2) 75°

33



(1) $\triangle$ABD에서 $\overline{AT}=\frac{1}{2}(9+\overline{AD}-\overline{BD})$

$\triangle$ACD에서 $\overline{AT}=\frac{1}{2}(8+\overline{AD}-\overline{CD})$

$9+\overline{AD}-\overline{BD}=8+\overline{AD}-\overline{CD}$에서

$\overline{BD}-\overline{CD}=1$ ……㉠

또한, $\overline{BD}+\overline{CD}=7$ ……㉡

따라서 ㉠, ㉡에서 $\overline{BD}=4$이다.

(2) $\triangle$ABC의 내접원이 $\overline{BC}$와 접하는 점을 E라 하면

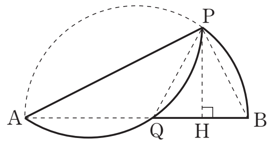
$\overline{BE}=\frac{1}{2}(\overline{AB}+\overline{BC}-\overline{CA})$

$=\frac{1}{2}(9+7-8)=4$

따라서 $\overline{BD}=\overline{BE}$이므로 점 D와 점 E는 일치한다.

답 (1) 4 (2) 풀이 참조

34



$\overset{\frown}{PQ}$와 $\overset{\frown}{PB}$에 대한 원주각의 크기가 같으므로 $\overset{\frown}{PQ}=\overset{\frown}{PB}$이다.

$\therefore\ \overline{PQ}=\overline{PB}$

$\triangle$PQB는 이등변삼각형이고, 점 P에서 $\overline{QB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{AQ}=6$ cm, $\overline{QB}=4$ cm이므로 $\overline{HB}=\overline{HQ}=2$ cm이다.

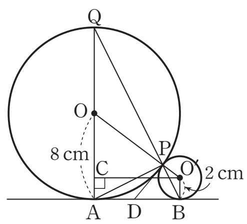
$\triangle$PAB는 직각삼각형이므로

$\overline{AP}^2=\overline{AH}\cdot\overline{AB}=8\times10=80$이다.

$\therefore\ \overline{AP}=4\sqrt{5}$ (cm) ($\because$ $\overline{AP}>0$)

답 $4\sqrt{5}$ cm

35



$\overline{OA}$의 연장선과 원 O가 만나는 점을 Q, 점 O′에서 $\overline{QA}$에 내린 수선의 발을 C, 두 원 O, O′에서 점 P를 지나는 접선을 그어 직선 AB와 만나는 점을 D라 하면

$\triangle OCO'$에서

$\overline{CO'}=\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{64}=8(\text{cm})$이므로

$\overline{AB}=8(\text{cm})$

$\angle OAP=\angle a$, $\angle O'BP=\angle b$라 하면

$\angle OPA=\angle a$, $\angle O'PB=\angle b$이므로

$\angle PAB=90°-\angle a$, $\angle PBA=90°-\angle b$

$\triangle PAB$에서

$\angle APB+\angle PAB+\angle PBA=180°$이므로

$180°-\angle a-\angle b+90°-\angle a+90°-\angle b=180°$

$\therefore\ \angle a+\angle b=90°$

$\angle APB=90°$

$\angle QPA=90°$이므로 $\overline{QP}$를 연장하면 점 B와 만난다.

$\triangle ABQ$에서

$\overline{BQ}=\sqrt{16^2+8^2}=8\sqrt{5}(\text{cm})$

$\triangle ABQ=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AQ}$

$\qquad=\frac{1}{2}\times\overline{BQ}\times\overline{AP}$에서

$8\times16=8\sqrt{5}\times\overline{AP}$

$\therefore\ \overline{AP}=\frac{16\sqrt{5}}{5}(\text{cm})$ 답 $\frac{16\sqrt{5}}{5}$ cm

STEP A 최고수준문제 본문 P. 159~169

01 풀이 참조 **02** $\frac{1}{3}$배 **03** (1) 40° (2) 110°

04 33° **05** (1) $7\sqrt{3}$ cm (2) 60° (3) $7\sqrt{7}$ cm

06 (1) 6 cm (2) $(8-4\sqrt{3})$ cm

07 (1) ① 90° ② 50 cm^2 (2) $\frac{5}{3}\pi$ cm

08 (1) $\angle POQ=72°$, $\angle RPQ=54°$ (2) $a^2 : (100-a^2)$

09 6 **10** (1) 90° (2) 풀이 참조

(3) ① 15° ② $5(2-\sqrt{3})$cm

11 $\overline{DE}=10$ cm, $\overline{AE}=5\sqrt{10}$ cm

12 (1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (2) $\sqrt{3}$ (3) $\frac{\sqrt{7}}{3}$ (4) $\frac{2}{3}$ **13** $\frac{36}{25}$ cm

14 (1) $y=\frac{36}{x}$ (2) $6(\sqrt{2}-1)$ **15** $\frac{9}{2}$

16 (1) 9 cm (2) $\frac{21}{5}$ cm (3) $\frac{25}{2}$ cm

17 (1) $\frac{9\sqrt{3}}{4}+\frac{3}{2}\pi$ (2) 2 **18** $\frac{3}{2}$

19 (1) 65° (2) 풀이 참조 (3) $\frac{5}{2}$ cm (4) $\frac{8}{9}$배

20 (1) $\overline{BE}=3$, $\overline{AE}=4$ (2) 6 (3) $\frac{5\sqrt{5}}{2}$ **21** $\sqrt{2}$ cm

22 (1) $2\sqrt{2}$ (2) $\overline{BC}=\frac{18\sqrt{2}}{7}$, $\overline{BD}=\frac{6\sqrt{2}}{7}$

23 (1) 70° (2) 7배 **24** $2\sqrt{3}-3$

25 (1) 30° (2) $6\sqrt{2}$ cm (3) $3(\sqrt{2}+\sqrt{6})$cm

26 (1) 풀이 참조 (2) $\frac{80}{9}\pi$ cm^2

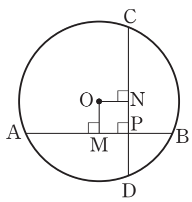
27 (1) 1 : 2 (2) $\overline{NR}=1.5$ cm, $\overline{KQ}=9$ cm

28 (1) 4.1 cm (2) 8.2 cm (3) 1.8 cm

29 20° **30** 4 cm

01

답



원의 중심 O에서부터 현 AB와 CD에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라 하면

$\overline{CP}-\overline{DP}=(\overline{CN}+\overline{NP})-(\overline{ND}-\overline{NP})$

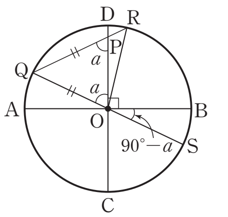
$\qquad=\overline{CN}-\overline{ND}+2\overline{NP}$

$\qquad=2\overline{NP}=2\overline{OM}$

따라서 $\overline{CP}-\overline{DP}$는 항상 일정하다.

IV 원의 성질

02



$\angle QOP = \angle QPO = \angle a$라 하면

$\angle OQP = 180° - 2\angle a$

$\angle SOB = 90° - \angle a$

$\angle ROB = 360° - 4\angle a - (90° - \angle a)$

$= 270° - 3\angle a$

$\therefore \overparen{BS} : \overparen{RB}$

$= \angle BOS : \angle ROB$

$= (90° - \angle a) : 3(90° - \angle a)$

$= 1 : 3$

따라서 $\overparen{BS} = \frac{1}{3}\overparen{RB}$이다.

답 $\frac{1}{3}$배

03

(1) $\angle BEC = 90°$이므로 $\angle ABE = 20°$

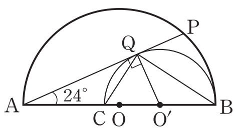
$\therefore \angle DOE = 2\angle ABE = 40°$

(2) $\angle BFC = \angle BDF + \angle DBF$

$= 90° + 20° = 110°$

답 (1) 40° (2) 110°

04



$\angle AQO' = 90°$이므로 $\angle CO'Q = 66°$

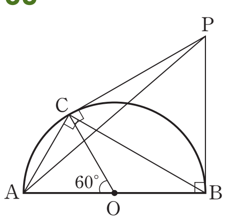
$\overline{AQ}$는 반원 O′의 접선이므로

$\angle AQC = \angle QBC = \frac{1}{2}\angle QO'C$

$= \frac{1}{2} \times 66° = 33°$

답 33°

05



(1) 점 C는 $\overparen{AB}$의 3등분점이므로

$\angle AOC = 60°$이고

$\angle ABC = \frac{1}{2}\angle AOC = 30°$이다.

△ABC에서 △AOC는 정삼각형이므로 $\overline{AC} = 7$ cm

$\therefore \overline{BC} = \sqrt{14^2 - 7^2} = 7\sqrt{3}$(cm)

(2) △BCP에서 $\angle PBC = \angle PCB = 60°$

$\therefore \angle BPC = 60°$

(3) $\overline{BC} = \overline{BP} = 7\sqrt{3}$ cm이므로

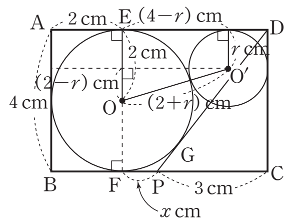
△ABP에서

$\therefore \overline{AP} = \sqrt{14^2 + (7\sqrt{3})^2} = \sqrt{343}$

$= 7\sqrt{7}$(cm) ($\because \overline{AP} > 0$)

답 (1) $7\sqrt{3}$ cm (2) 60° (3) $7\sqrt{7}$ cm

06



(1) $\overline{FP} = \overline{GP} = x$ cm라 하면

△DPC에서

$\overline{DP} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$(cm)이므로

$\overline{DG} = 5 - x$(cm)

또, $\overline{ED} = \overline{FC} = x + 3$(cm)

$\overline{ED} = \overline{DG}$이므로

$x + 3 = 5 - x$, $x = 1$

$\therefore \overline{AD} = \overline{AE} + \overline{ED} = 2 + 4 = 6$(cm)

(2) 원 O′의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$(2+r)^2 = (2-r)^2 + (4-r)^2$

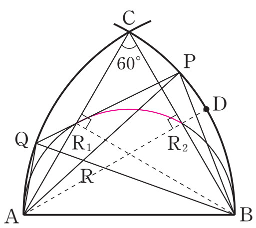
$r^2 - 16r + 16 = 0$

$\therefore r = 8 - 4\sqrt{3}$ ($\because 0 < r < 2$)

따라서 원 O′의 반지름의 길이는 $(8 - 4\sqrt{3})$cm이다.

답 (1) 6 cm (2) $(8 - 4\sqrt{3})$ cm

07



(1) ① $\overline{AP}$와 $\overline{BQ}$가 이루는 각 중 작은 각의 크기를 $\angle x$라 하면

$\square ABPQ=\dfrac{1}{2}\times\overline{AP}\times\overline{BQ}\times\sin x$

$\sin x=1$일 때 $\square ABPQ$의 넓이가 최대가 되므로

$\angle x=90^\circ$이다.

$\therefore\ \angle ARB=90^\circ$

② $\square ABPQ=\dfrac{1}{2}\times10\times10=50(\text{cm}^2)$

(2) $\angle ARB=90^\circ$인 경우 점 R는 $\overline{AB}$를 지름으로 하는 원 위에 있다. 그림에서 $\overset{\frown}{R_1R_2}$의 길이를 구하는 것으로 $\angle CAD=30^\circ$이기 때문에 중심각의 크기가 60°인 호이다.

$\therefore$ (점 R가 그리는 선의 길이)$=10\pi\times\dfrac{60^\circ}{360^\circ}$

$=\dfrac{5}{3}\pi(\text{cm})$

답 (1) ① 90° ② 50 cm^2 (2) $\dfrac{5}{3}\pi\text{ cm}$

08

(1) $\angle POQ=\angle OPA=\angle PAO$, $2\angle POA=\angle POQ$

$\triangle PAO$에서

$\angle PAO=180^\circ\times\dfrac{2}{5}=72^\circ$

$\therefore\ \angle POQ=72^\circ$

$\therefore\ \angle RPQ=180^\circ-(72^\circ+54^\circ)=54^\circ$

(2) $\triangle PQR$와 $\triangle BAR$에서

$\angle RPQ=\angle RBA$

$\angle PRQ=\angle BRA$

$\triangle PQR\backsim\triangle BAR$(AA 닮음)이므로

$\triangle PQR:\triangle BAR$

$=\overline{PQ}^2:\overline{AB}^2=a^2:10^2=a^2:100$

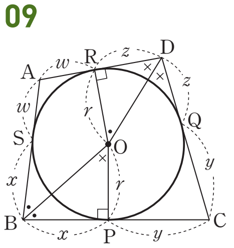
$\therefore\ \triangle PQR:\square PABQ$

$=\triangle PQR:(\triangle BAR-\triangle PQR)$

$=a^2:(100-a^2)$

답 (1) $\angle POQ=72^\circ$, $\angle RPQ=54^\circ$ (2) $a^2:(100-a^2)$

09



내접원의 중심을 O, 반지름의 길이를 r,

또 다른 접점들을 Q, R, S라 하면

$\square ABCD$는 외접원이 존재하므로

$\angle ABC+\angle ADC=180^\circ$에서

$\angle OBP+\angle ODR=90^\circ$이다.

따라서 $\triangle OBP\backsim\triangle DOR$(AA 닮음)이므로 다음 식이 성립한다.

$\dfrac{x}{r}=\dfrac{r}{z}$ ……㉠

같은 방법으로 $\dfrac{y}{r}=\dfrac{r}{w}$ ……㉡

㉠, ㉡에서 $wy=r^2=zx$이다.

$(70-x)y=(80-y)x$에서

$70y-xy=80x-xy$

$70y=80x$ ……㉢

$x+y=90$ ……㉣

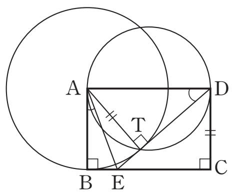
㉢, ㉣에서 $x=42$, $y=48$이다.

따라서 $\overline{BP}$와 $\overline{PC}$의 길이의 차는

$48-42=6$이다.

답 6

10



(1) $\overline{AD}$는 지름이므로 $\angle ATD=90^\circ$

(2) $\triangle ATD$와 $\triangle DCE$에서

$\angle ATD=\angle DCE=90^\circ$,

$\triangle ABE\equiv\triangle ATE$에서

$\overline{AT}=\overline{AB}=\overline{DC}$,

$\angle TAD=90^\circ-\angle ADT=\angle CDE$이므로

$\triangle ATD\equiv\triangle DCE$(ASA 합동)

$\therefore\ \overline{TD}=\overline{CE}$

(3) ① $\triangle ATD$에서 $\angle BAD=90^\circ$이고

$\overline{AD}:\overline{AT}:\overline{TD}=2:1:\sqrt{3}$이므로

$\angle DAT=60^\circ$, $\angle BAT=30^\circ$

$\therefore\ \angle BAE=\dfrac{1}{2}\angle BAT=15^\circ$

② $\overline{DT}=\overline{EC}=\sqrt{10^2-5^2}=5\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{BE}=10-5\sqrt{3}$

$=5(2-\sqrt{3})(\text{cm})$

답 (1) 90° (2) 풀이 참조 (3) ① 15° ② $5(2-\sqrt{3})\text{cm}$

11

$\overline{OD}\perp\overline{DE}$, $\angle ODC=45^\circ$이므로

$\angle CDE=45^\circ$

$\angle DCE=90^\circ$이므로 $\angle DEC=45^\circ$

IV 원의 성질

$\therefore \overline{DE}=\overline{BD}=10(\text{cm})$ ($\because$ △DBE는 직각이등변삼각형)

$\overline{BE}=\sqrt{10^2+10^2}=10\sqrt{2}(\text{cm})$

△AOB에서 ∠AOB=90°이므로

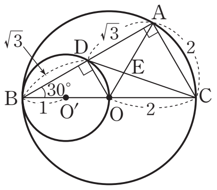
$\overline{AB}=\sqrt{5^2+5^2}=5\sqrt{2}(\text{cm})$

따라서 △ABE에서

$\overline{AE}=\sqrt{(5\sqrt{2})^2+(10\sqrt{2})^2}=\sqrt{250}=5\sqrt{10}\ (\text{cm})$이다.

답 $\overline{DE}=10$ cm, $\overline{AE}=5\sqrt{10}$ cm

12



(1) △BDO의 넓이와 △DOC의 넓이가 같고,
$\overline{BD}=\sqrt{3}$, $\overline{DO}=1$이므로
$\triangle DOC=\triangle BDO=\dfrac{1}{2}\times1\times\sqrt{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

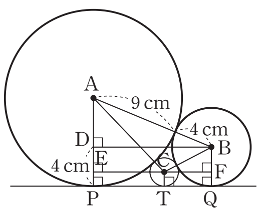
(2) $\triangle ADC=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{3}\times2=\sqrt{3}$

(3) $\overline{AD}=\overline{BD}=\sqrt{3}$, $\overline{BO}=\overline{CO}=2$이므로
점 E는 △ABC의 무게중심이다.
△ACD에서 $\overline{CD}=\sqrt{7}$이므로
$\overline{DE}=\sqrt{7}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{\sqrt{7}}{3}$

(4) $\overline{AO}=2$이므로 $\overline{OE}=2\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{2}{3}$

답 (1) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ (2) $\sqrt{3}$ (3) $\dfrac{\sqrt{7}}{3}$ (4) $\dfrac{2}{3}$

13



점 B에서 $\overline{AP}$에 내린 수선의 발을 D라 하자.

$\overline{PQ}=\overline{DB}=\sqrt{(9+4)^2-(9-4)^2}$
$=\sqrt{13^2-5^2}=12(\text{cm})$

점 C에서 $\overline{AP}$, $\overline{BQ}$에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하고, 원 C의 반지름의 길이를 x cm라 하면

$\overline{PT}=\overline{EC}=\sqrt{(9+x)^2-(9-x)^2}$
$=6\sqrt{x}(\text{cm})$

$\overline{TQ}=\overline{CF}=\sqrt{(4+x)^2-(4-x)^2}$
$=4\sqrt{x}(\text{cm})$

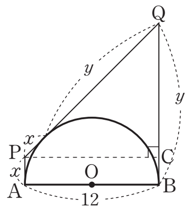
$\overline{PQ}=\overline{PT}+\overline{TQ}$에서

$12=6\sqrt{x}+4\sqrt{x}=10\sqrt{x}$, $\sqrt{x}=\dfrac{6}{5}$

$\therefore x=\dfrac{36}{25}$

따라서 원 C의 반지름의 길이는 $\dfrac{36}{25}$ cm이다. 답 $\dfrac{36}{25}$ cm

14



점 P에서 $\overline{QB}$에 내린 수선의 발을 C라 하면

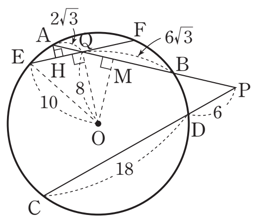
$\overline{PQ}=x+y$, $\overline{QC}=y-x$, $\overline{PC}=12$

(1) $\overline{PQ}^2=\overline{PC}^2+\overline{QC}^2$에서
$(x+y)^2=12^2+(y-x)^2$
$\therefore y=\dfrac{36}{x}$

(2) $\overline{PC}\,/\!/\,\overline{AB}$이므로 ∠QPC=45°이다.
$y-x=12\tan45°=12$ ……㉠
$x+y=\dfrac{12}{\cos45°}=12\sqrt{2}$ ……㉡
㉡−㉠에서 $2x=12\sqrt{2}-12$
$\therefore x=6\sqrt{2}-6=6(\sqrt{2}-1)$

답 (1) $y=\dfrac{36}{x}$ (2) $6(\sqrt{2}-1)$

15



$\overline{PD}\cdot\overline{PC}=\overline{PB}\cdot\overline{PA}$에서

$\overline{AQ}=x$라 하면

$\overline{BP}=2x$, $\overline{AP}=6x$이므로

$144=2x\times6x$

$\therefore x=2\sqrt{3}$ ($\because x>0$)

$\overline{EQ}\cdot\overline{QF}=\overline{AQ}\cdot\overline{QB}=2\sqrt{3}\times6\sqrt{3}=36$,

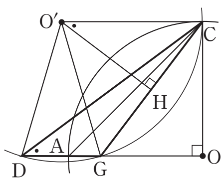
$\overline{EQ}+\overline{QF}=12$이므로

$\overline{EQ}=y$로 놓으면 $y(12-y)=36$이다.

$\therefore\ \overline{EQ}=\overline{QF}=6\ (\because\ y>0)$
이때 $\overline{OQ}\perp\overline{EF}$, $\overline{OE}=10$에서
$\overline{OQ}=\sqrt{10^2-6^2}=8$
또한, $\overline{AB}$의 중점을 M이라 하면
$\overline{OM}\perp\overline{AB}$, $\overline{QM}=2\sqrt{3}$이다.
점 A에서 $\overline{EQ}$에 내린 수선의 발을 H라 하면
$\triangle QAH$와 $\triangle OQM$에서
$\angle AHQ=\angle QMO=90^\circ$이고
$\angle AQH+\angle OQM=90^\circ$이므로
$\angle AQH=\angle QOM$
$\therefore\ \triangle QAH \backsim \triangle OQM$(AA 닮음)
$\overline{AH}:\overline{QM}=\overline{AQ}:\overline{QO}$이므로
$\overline{AH}:2\sqrt{3}=2\sqrt{3}:8$에서 $\overline{AH}=\dfrac{3}{2}$
$\therefore\ \triangle AEQ=\dfrac{1}{2}\times 6\times\dfrac{3}{2}=\dfrac{9}{2}$

답 $\dfrac{9}{2}$

16

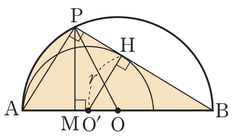
(1) $\overline{DO}=4+12=16$(cm),
$\overline{DC}=\sqrt{16^2+12^2}=20$(cm), $\overline{CA}$는 $\angle DCG$의 이등분선이 되므로
$\overline{GO}=x$ cm라 하면
$\overline{CD}:\overline{CG}=\overline{DA}:\overline{AG}$에서
$20:\sqrt{12^2+x^2}=4:(12-x)$
$x^2-25x+144=0$
$(x-9)(x-16)=0$
$\therefore\ x=9$ 또는 $x=16$
$0<x<12$이므로 $x=9$
$\therefore\ \overline{GO}=9$ cm
(2) $\overline{BG}\cdot\overline{GA}=\overline{GF}\cdot\overline{GC}$
$21\times 3=\overline{GF}\times 15$
$\therefore\ \overline{FG}=\dfrac{21}{5}$(cm)
(3)


$\triangle CDG$의 외접원의 중심을 O′, 점 O′에서 $\overline{CG}$에 내린 수선의 발을 H라 하면
$\triangle CO'H$와 $\triangle CDO$에서
$\angle O'HC=\angle DOC=90^\circ$
$\angle CO'H=\dfrac{1}{2}\angle CO'G=\angle CDO$
$\therefore\ \triangle CO'H \backsim \triangle CDO$(AA 닮음)
원 O′의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$\overline{CO'}:\overline{CD}=\overline{CH}:\overline{CO}$에서
$r:20=\dfrac{15}{2}:12\qquad \therefore\ r=\dfrac{25}{2}$
따라서 구하는 반지름의 길이는 $\dfrac{25}{2}$ cm이다.

다른풀이
$\triangle CDG$의 외접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$\triangle CDG=\dfrac{1}{2}\times 7\times 12=\dfrac{20\times 7\times 15}{4r}$
$\therefore\ r=\dfrac{25}{2}$

답 (1) 9 cm (2) $\dfrac{21}{5}$ cm (3) $\dfrac{25}{2}$ cm

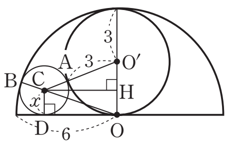
17



(1) $\triangle OPM$에서 $\overline{OP}=3$, $\overline{OM}=\dfrac{3}{2}$
$\angle PMO=90^\circ$이므로
$\overline{PM}=\sqrt{\overline{OP}^2-\overline{MO}^2}$
$=\sqrt{3^2-\left(\dfrac{3}{2}\right)^2}=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$
$\overline{OP}:\overline{OM}:\overline{PM}=2:1:\sqrt{3}$이므로
$\angle POM=60^\circ$
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)
$=\triangle POB+$(부채꼴 AOP의 넓이)
$=\dfrac{1}{2}\times 3\times\dfrac{3\sqrt{3}}{2}+\pi\times 3^2\times\dfrac{60^\circ}{360^\circ}$
$=\dfrac{9\sqrt{3}}{4}+\dfrac{3}{2}\pi$
(2) 구하는 반원의 중심을 O′, 반지름의 길이를 r라 하고 점 O′에서 $\overline{BP}$에 내린 수선의 발을 H라 하면
$\angle OBH=\dfrac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$에서
$\overline{BH}=\dfrac{r}{\tan 30^\circ}=\sqrt{3}r$이므로
$(\sqrt{3}r)^2=(6-2r)\times 6$
$r^2+4r-12=0$
$(r-2)(r+6)=0$
$\therefore\ r=2\ (\because\ 0<r<3)$

답 (1) $\dfrac{9\sqrt{3}}{4}+\dfrac{3}{2}\pi$ (2) 2

18



원 C의 반지름의 길이를 x, 점 C에서 $\overline{O'O}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{O'C}=\overline{CA}+\overline{O'A}=3+x$

$\overline{O'H}=\overline{O'O}-\overline{OH}=3-x$

$\overline{CO}=\overline{BO}-\overline{BC}=6-x$

$\triangle CO'H$에서

$\overline{CH}^2=\overline{O'C}^2-\overline{O'H}^2$

$=(3+x)^2-(3-x)^2=12x$ ……㉠

$\triangle COH$에서

$\overline{CH}^2=\overline{CO}^2-\overline{OH}^2=(6-x)^2-x^2$

$=-12x+36$ ……㉡

㉠=㉡이므로 $12x=-12x+36$

$\therefore x=\frac{3}{2}$

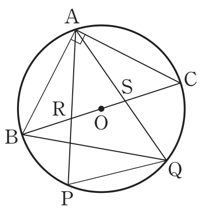
답 $\frac{3}{2}$

19

(1) $\angle ARC=\angle BAR+\angle RBA$

$=20^\circ+45^\circ=65^\circ$

(2)



$\angle ABC=\angle ACB=\angle AQB=45^\circ$

$\angle BAP=\angle BQP$

$\therefore \angle ARC=\angle BAR+\angle ABC$

$=\angle BQP+\angle AQB$

$=\angle AQP$

(3) $\triangle APQ \backsim \triangle ASR$이므로

$\overline{AQ}:\overline{AR}=\overline{AP}:\overline{AS}$

$(8+\overline{SQ}):7=12:8$

$8(8+\overline{SQ})=84$

$64+8\overline{SQ}=84$

$\therefore \overline{SQ}=\frac{5}{2}$(cm)

(4) $\angle PAQ=90^\circ\times\frac{2}{3}=60^\circ$,

$\angle ARS=\angle ASR=60^\circ$이므로 $\triangle ARS$는 정삼각형이다.

원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면 세 점 A, R, S를 지나는 원의 반지름의 길이는 $\frac{2}{3}r$ cm이고 $\overline{AB}$를 지름으로 하는 원의 반지름의 길이는 $\frac{\sqrt{2}}{2}r$ cm이다.

(세 점 A, R, S를 지나는 원의 넓이)

:($\overline{AB}$를 지름으로 하는 원의 넓이)

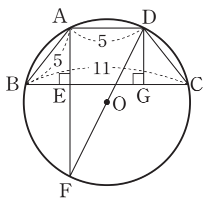
$=\pi\times\left(\frac{2}{3}r\right)^2:\pi\times\left(\frac{\sqrt{2}}{2}r\right)^2$

$=\frac{4}{9}\pi r^2:\frac{1}{2}\pi r^2=\frac{4}{9}:\frac{1}{2}=\frac{8}{9}:1$

따라서 구하는 것은 $\frac{8}{9}$배이다.

답 (1) 65° (2) 풀이 참조 (3) $\frac{5}{2}$ cm (4) $\frac{8}{9}$배

20



(1) $\angle FAD=90^\circ$이므로 $\angle AEB=90^\circ$이다.

점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 G라 하면

$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{EG}+\overline{GC}$에서

$11=2\overline{BE}+5$

($\because \overline{AD}=\overline{EG}$, $\overline{BE}=\overline{GC}$)

$\therefore \overline{BE}=3$

$\therefore \overline{AE}=\sqrt{\overline{AB}^2-\overline{BE}^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$

(2) $\overline{AE}\cdot\overline{EF}=\overline{BE}\cdot\overline{EC}$

$4\times\overline{EF}=3\times8$ $\quad\therefore \overline{EF}=6$

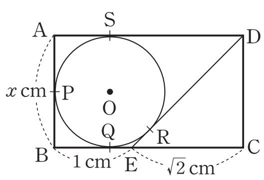
(3) $\overline{DF}=\sqrt{\overline{AD}^2+\overline{AF}^2}=\sqrt{5^2+10^2}$

$=\sqrt{125}=5\sqrt{5}$

$r=\frac{1}{2}\overline{DF}=\frac{1}{2}\times5\sqrt{5}=\frac{5\sqrt{5}}{2}$

답 (1) $\overline{BE}=3$, $\overline{AE}=4$ (2) 6 (3) $\frac{5\sqrt{5}}{2}$

21



$\overline{AB}=x$ cm라 하고 원 O와 □ABED의 접점을 P, Q, R, S라 하면

$\overline{ER}=\overline{EQ}=1-\frac{x}{2}$(cm)

$\overline{RD}=\overline{SD}=1+\sqrt{2}-\frac{x}{2}$(cm)

$\therefore \overline{ED}=\overline{ER}+\overline{RD}=2+\sqrt{2}-x$(cm)

또한, $\overline{ED}^2=\overline{EC}^2+\overline{CD}^2$에서

$(2+\sqrt{2}-x)^2=(\sqrt{2})^2+x^2$

$(4+2\sqrt{2})x=4+4\sqrt{2}$

$\therefore x=\sqrt{2}$ 답 $\sqrt{2}$ cm

22

(1) $\overline{AC}=\sqrt{\overline{CE}^2-\overline{AE}^2}$

$=\sqrt{3^2-1^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

(2) $\overline{ED}\cdot\overline{EC}=\overline{EB}\cdot\overline{EA}$에서

$\overline{ED}\times 3=x\times 1$ $\quad\therefore \overline{ED}=\frac{1}{3}x$

$\overline{CE}$는 $\angle ACB$의 이등분선이므로

$\overline{AC}:\overline{BC}=\overline{AE}:\overline{BE}$에서

$2\sqrt{2}:\overline{BC}=1:x$ $\quad\therefore \overline{BC}=2\sqrt{2}x$

$\angle ECA=\angle BCD$,

$\angle EAC=\angle BDC=90^\circ$이므로

$\triangle AEC\backsim\triangle DBC$이다.

$\overline{AC}:\overline{DC}=\overline{EC}:\overline{BC}$에서

$2\sqrt{2}:\left(\frac{1}{3}x+3\right)=3:2\sqrt{2}x$

$8x=x+9$ $\quad\therefore x=\frac{9}{7}$

$\therefore \overline{BC}=2\sqrt{2}x=2\sqrt{2}\times\frac{9}{7}=\frac{18\sqrt{2}}{7}$

또, $\overline{EA}:\overline{BD}=\overline{EC}:\overline{BC}$에서

$1:\overline{BD}=3:\frac{18\sqrt{2}}{7}$

$3\overline{BD}=\frac{18\sqrt{2}}{7}$

$\therefore \overline{BD}=\frac{6\sqrt{2}}{7}$

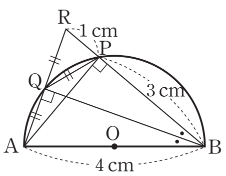
답 (1) $2\sqrt{2}$ (2) $\overline{BC}=\frac{18\sqrt{2}}{7}$, $\overline{BD}=\frac{6\sqrt{2}}{7}$

23

(1) $\angle ABQ=20^\circ$, $\angle AQB=90^\circ$

$\therefore \angle QAB=\angle QPR=70^\circ$ ($\because$ □QABP가 원 O에 내접)

(2)



$\triangle ABQ\equiv\triangle RBQ$(ASA 합동)이므로

$\overline{BR}=\overline{BA}=4$ cm, $\overline{RP}=1$ cm

$\overline{RP}\cdot\overline{RB}=\overline{RQ}\cdot\overline{RA}$에서

$1\times 4=\frac{1}{2}\overline{RA}\cdot\overline{RA}$ ($\because \overline{RQ}=\frac{1}{2}\overline{RA}$)

$\therefore \overline{RA}^2=8$

$\triangle RPQ\backsim\triangle RAB$이므로

$\triangle RPQ:\triangle RAB=\overline{RP}^2:\overline{RA}^2$

$=1:8$

$\triangle RPQ=k$ cm^{2}라 하면

$\square QABP=\triangle RAB-\triangle RPQ$

$=8k-k=7k$(cm^2)

따라서 □QABP의 넓이는 △RPQ의 넓이의 7배이다.

답 (1) 70° (2) 7배

24

$\overset{\frown}{AG}$가 원주의 $\frac{1}{12}$이므로

$\angle ACG=180^\circ\times\frac{1}{12}=15^\circ$

$\angle ACB=(180^\circ-30^\circ)\times\frac{1}{2}=75^\circ$

$\angle GCB=75^\circ+15^\circ=90^\circ$

즉, $\overline{GB}$는 원의 지름이다.

$\triangle DBG$에서 $\angle BDG=90^\circ$,

$\angle EBG=\angle EGB=15^\circ$이므로

$\angle DBE=60^\circ$

또, $\overline{AG}=\overline{DB}$이고

$\angle EAG=\angle EDB=90^\circ$,

$\angle AGE=\angle DBE$이므로

$\triangle EAG\equiv\triangle EDB$이다.

$\angle AGE=60^\circ$, $\angle AEG=30^\circ$이므로

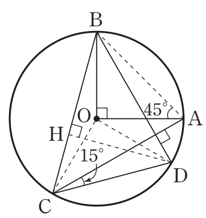
$\overline{AE}=x$라 하면 $\overline{EG}=1-x$이고

$\overline{AE}:\overline{EG}=\sqrt{3}:2$이므로

$x:(1-x)=\sqrt{3}:2$, $(2+\sqrt{3})x=\sqrt{3}$

$\therefore x=2\sqrt{3}-3$ 답 $2\sqrt{3}-3$

25



(1) $\angle BAC=\angle BDC=75^\circ$,

$\angle OBA=\angle BAO=45^\circ$

$\therefore \angle OAC=75^\circ-45^\circ=30^\circ$

(2) $\angle OCA=\angle OAC=30^\circ$

$\triangle OCD$에서

$\angle ODC=\angle OCD=30^\circ+15^\circ=45^\circ$이므로 $\angle COD=90^\circ$

$\therefore \overline{CD}=\sqrt{\overline{OC}^2+\overline{OD}^2}=6\sqrt{2}(\text{cm})$

(3) $\angle BCA=\frac{1}{2}\angle BOA=45^\circ$

$\angle BCD=45^\circ+15^\circ=60^\circ$

점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\angle CDH=30^\circ$,

$\angle BDH=\angle DBH=45^\circ$

$\overline{CH}=6\sqrt{2}\cos 60^\circ=3\sqrt{2}(\text{cm})$

$\overline{BH}=\overline{DH}=6\sqrt{2}\sin 60^\circ=3\sqrt{6}(\text{cm})$

$\therefore \overline{BC}=3\sqrt{2}+3\sqrt{6}$

$=3(\sqrt{2}+\sqrt{6})(\text{cm})$

답 (1) 30° (2) $6\sqrt{2}$ cm (3) $3(\sqrt{2}+\sqrt{6})$cm

26

(1) $\angle BCE=\angle EDA$, $\angle BCE=\angle EAB$이므로

$\angle EDA=\angle EAB$이다.

또, $\angle EAD=\angle EBA$

$\therefore \triangle EDA \backsim \triangle EAB$(AA 닮음)

(2) □ADEB는 오목사각형이다.

$\therefore \angle DAB+\angle EBA+\angle EDA=\angle DEB$

$\angle DAB+\angle EBA+\angle EDA=100^\circ$

$\therefore \angle DAB=50^\circ$ ($\because \angle DAB=\angle EBA+\angle EDA$)

$\therefore$ (부채꼴 BAF의 넓이)

$=\pi\times 8^2\times\frac{50^\circ}{360^\circ}=\frac{80}{9}\pi(\text{cm}^2)$

답 (1) 풀이 참조 (2) $\frac{80}{9}\pi\ \text{cm}^2$

27

(1) $\triangle PKR$와 $\triangle PQK$에서

$\angle P$는 공통,

$\angle PKR=\angle PQK$ ($\because \overline{PL}=\overline{PK}$)

$\therefore \triangle PKR \backsim \triangle PQK$(AA 닮음)

따라서 $\overline{PR}:\overline{PK}=\overline{PK}:\overline{PQ}$에서

$\overline{PK}=\overline{PH}$, $\overline{PQ}=2\overline{PH}$이므로

$\overline{PR}=\frac{1}{2}\overline{PH}$이다.

$\therefore \overline{PR}:\overline{PH}=1:2$

(2) (1)에서 점 R는 $\overline{PH}$의 중점이므로

점 N은 $\triangle PKH$의 무게중심이다.

$\therefore \overline{NR}=\frac{1}{2}\overline{KN}=1.5(\text{cm})$

$\triangle PKH$는 이등변삼각형이므로

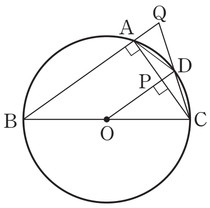
$\overline{KR}=\overline{MH}=4.5(\text{cm})$이다.

또, $\triangle PKQ$에서 중점 연결 정리에 의해 $2\overline{MH}=\overline{KQ}$이다.

$\therefore \overline{KQ}=9(\text{cm})$

답 (1) $1:2$ (2) $\overline{NR}=1.5$ cm, $\overline{KQ}=9$ cm

28



(1) $\overline{AD}=\overline{CD}$이므로 $\angle AOD=\angle COD$

$\triangle AOC$는 이등변삼각형이고,

$\overline{OP}$는 $\angle AOC$의 이등분선이므로

$\overline{OP}\perp\overline{AC}$이다.

따라서 $\overline{CP}\perp\overline{OD}$이다.

$\overline{OP}=x$ cm라 하면 $\overline{PD}=(5-x)$cm이므로

$\overline{OC}^2-\overline{OP}^2=\overline{CD}^2-\overline{PD}^2$에서

$5^2-x^2=3^2-(5-x)^2$, $x=4.1$

$\therefore \overline{OP}=4.1(\text{cm})$

(2) $\overline{OP}\perp\overline{AC}$, $\overline{BA}\perp\overline{AC}$이므로

$\overline{BA}/\!/\overline{OP}$, 점 O는 $\overline{BC}$의 중점이므로

중점 연결 정리에 의해

$\overline{AB}=2\overline{OP}=8.2(\text{cm})$

(3) $\triangle PCD$와 $\triangle ACQ$에서 $\overline{AQ}/\!/\overline{PD}$이고

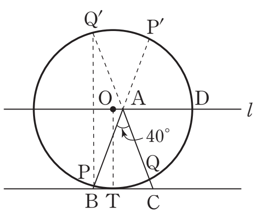
$\overline{CP}=\overline{AP}$이므로

$\overline{AQ}=2\overline{PD}=2\times(5-4.1)$

$=1.8(\text{cm})$

답 (1) 4.1 cm (2) 8.2 cm (3) 1.8 cm

29



$\overline{OA}$를 지나는 직선 l은 $l/\!/\overline{BC}$이고,

$\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로

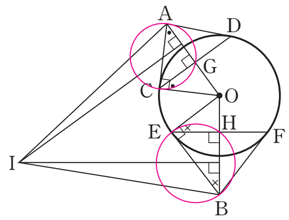
$\angle ABC=\angle ACB=70^\circ$이다.

$\overline{PA}$의 연장선과 원 O의 교점을 P′, $\overline{QA}$의 연장선과 원 O의 교점을 Q′이라 하면

$\angle P'AD=\angle OAP=70^\circ$,

$\angle QAD = \angle OAQ' = 70°$ ($\because$ 맞꼭지각)
점 O에서 $\overline{PP'}$, $\overline{QQ'}$에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라 하면
$\triangle OMA \equiv \triangle ONA$ (RHA 합동)이므로
$\overline{MA} = \overline{NA}$ ……㉠
$\overline{P'M} = \overline{PM} = \overline{QN} = \overline{Q'N}$ ……㉡
㉠, ㉡에서 $\overline{QA} = \overline{P'A}$, $\overline{PA} = \overline{Q'A}$이므로
$\triangle P'OA \equiv \triangle QOA$(SAS 합동),
$\triangle Q'OA \equiv \triangle POA$(SAS 합동)이다.
따라서 점 P′은 직선 l에 대하여 점 Q와, 점 Q′은 직선 l에 대하여 점 P와 대칭임을 알 수 있다.
이때 $\angle PAQ = 40°$이고,
$\angle PAQ = \angle AQ'P + \angle APQ'$이다.
$\therefore \angle PAQ$
$= (\overset{\frown}{PQ}$에 대한 원주각$) + (\overset{\frown}{Q'P'}$에 대한 원주각$)$
$= (\overset{\frown}{PQ}$에 대한 원주각$) + (\overset{\frown}{PQ}$에 대한 원주각$)$
$= 2(\overset{\frown}{PQ}$에 대한 원주각$)$
따라서 $\overset{\frown}{PQ}$의 원주각의 크기는 20°이다. 답 20°

30

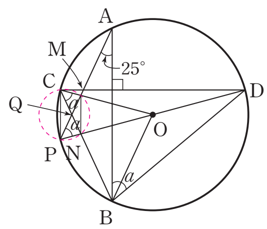


점 O와 C를 연결하면 $\angle OCA = 90°$,
$\overline{CG} \perp \overline{OA}$에서 $\angle OCG = \angle CAG$이므로 $\overline{CO}$를 접선으로 하고 세 점 A, C, G를 지나는 원을 그릴 수 있다.
$\overline{OC}^2 = \overline{OG} \cdot \overline{OA}$ ……㉠
점 O와 E를 연결하면 $\angle OEB = 90°$,
$\overline{EH} \perp \overline{OB}$에서 $\angle OEH = \angle EBH$이므로 $\overline{EO}$를 접선으로 하고 세 점 B, E, H를 지나는 원을 그릴 수 있다.
$\overline{OE}^2 = \overline{OH} \cdot \overline{OB}$ ……㉡
$\overline{OC}$, $\overline{OE}$는 원 O의 반지름이므로 ㉠, ㉡에서
$\overline{OG} \cdot \overline{OA} = \overline{OH} \cdot \overline{OB}$
따라서 네 점 A, G, H, B는 한 원 위에 있고 $\overline{AG}$와 $\overline{BH}$는 그 원의 두 현이므로 점 I는 원의 중심이다.
$\therefore \overline{BI} = \overline{AI} = 4$ cm 답 4 cm

사고력의 날개

본문 P. 170~171

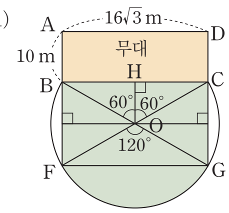
1



$\angle APD = \angle a$라 하면 $\angle ABD = \angle a$
($\because \overset{\frown}{AD}$에 대한 원주각)이고
$\overline{AB} \perp \overline{CD}$에서 $\angle ABD + \angle CDB = 90°$이므로
$\angle CDB = 90° - \angle a$에서 $\angle COB = 180° - 2\angle a$이다.
$\triangle BOC$에서 $\overline{OC} = \overline{OB}$이므로
$\angle OCB = \angle OBC = \angle a$
즉, $\angle MPN = \angle MCN$이므로 네 점 M, N, P, C는 한 원 위에 있다.
$\angle PCN = \angle PMN$ ($\because \overset{\frown}{PN}$에 대한 원주각)이고,
$\angle PCN = \angle PAB$ ($\because \overset{\frown}{PB}$에 대한 원주각)이므로
$\angle PAB = \angle PMN$이다.
$\therefore \angle QMN = \angle PAB = 25°$ 답 25°

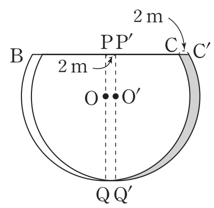
2

(1)



원의 중심을 O라 하면
$\angle BOC = 60° \times 2 = 120°$이므로
$\overline{OB} = \dfrac{8\sqrt{3}}{\sin 60°} = 16(\text{m})$, $\overline{OH} = 16 \cos 60° = 8(\text{m})$이다.
객석의 넓이는 색칠한 부분의 넓이이므로
(객석의 넓이)
$= \dfrac{1}{2} \times 8\sqrt{3} \times 8 \times 6 + \pi \times 16^2 \times \dfrac{120°}{360°}$
$= 192\sqrt{3} + \dfrac{256}{3}\pi(\text{m}^2)$

(2)



구하는 그림자의 넓이는 위의 그림에서 색칠한 부분의 넓이이다.

$\overline{PC}$, $\overline{PQ}$, $\overset{\frown}{CQ}$로 이루어진 도형과

$\overline{P'C'}$, $\overline{P'Q'}$, $\overset{\frown}{C'Q'}$으로 이루어진 도형의 넓이는 같으므로

(색칠한 부분의 넓이)

$=$(도형 PQQ′C′의 넓이)$-$(도형 PQC의 넓이)

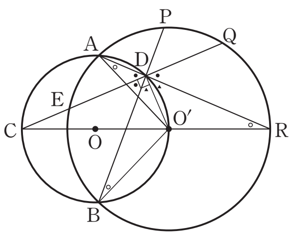
$=$(도형 PQQ′C′의 넓이)$-$(도형 P′Q′C′의 넓이)

$=\square$PQQ′P′$=2\times(16+8)=48(\text{m}^2)$

따라서 그림자의 넓이는 $48\ \text{m}^2$이다.

답 (1) $\left(192\sqrt{3}+\dfrac{256}{3}\pi\right)\ \text{m}^2$ (2) $48\ \text{m}^2$

3



$\overline{BD}$, $\overline{CD}$, $\overline{AD}$의 연장선이 원 O′과 만나는 점을 각각 P, Q, R라 하면 $\overline{CO'}$이 원 O의 지름이므로

$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BC}$에서

$\angle CDB=\angle ADC=\angle QDR$이다.

$\angle CDO'=90^\circ$에서

$\angle BDO'=90^\circ-\angle CDB=90^\circ-\angle QDR=\angle RDO'$이고,

$\angle DBO'=\angle DAO'=\angle DRO'$이므로

$\angle DO'B=\angle DO'R$이다.

또, $\overline{DO'}$은 공통이므로

$\triangle DO'B\equiv\triangle DO'R$(ASA 합동)이다.

$\therefore\ \overline{BD}=\overline{DR}=12(\text{cm})$

이때 $\overline{CQ}\perp\overline{DO'}$이므로 $\overline{ED}=\overline{QD}$이고,

$\overline{AD}\cdot\overline{DR}=\overline{ED}\cdot\overline{DQ}=\overline{ED}^2$이다.

$5\times12=\overline{ED}^2$

$\therefore\ \overline{ED}=2\sqrt{15}(\text{cm})\ (\because\ \overline{ED}>0)$

답 $2\sqrt{15}$ cm

4

$\overline{BH}=x$라 하면 $\overline{CH}=5-x$에서

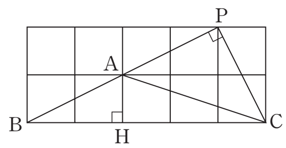
$\overline{AB}^2-\overline{BH}^2=\overline{AC}^2-\overline{CH}^2$

$5-x^2=10-(5-x)^2,\ 10x=20$

$\therefore\ x=2$

$\overline{AH}^2=\overline{AB}^2-\overline{BH}^2=5-4=1$

$\therefore\ \overline{AH}=1$

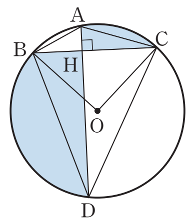


위의 그림과 같이 점 P를 정하면

$\triangle PAC$는 직각이등변삼각형이므로

$\angle PAC=45^\circ$

$\therefore\ \angle BAC=180^\circ-45^\circ=135^\circ$



원의 중심을 O, 반지름의 길이를 r라 하면

$\angle BOC=2\angle BDC=2\times(180^\circ-135^\circ)$

$=90^\circ$이므로

$r^2+r^2=5^2\qquad\therefore\ r=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}\ (\because\ r>0)$

$\overline{AH}\cdot\overline{HD}=\overline{BH}\cdot\overline{HC}$이므로

$1\times\overline{HD}=2\times3\qquad\therefore\ \overline{HD}=6$

색칠한 부분의 넓이를 S라 하면

$S+\triangle ABH+\triangle CHD$

$=$(부채꼴 AOC의 넓이)$+$(부채꼴 BOD의 넓이)

$+\triangle OAB+\triangle OCD$

$\overline{AB}$의 중점을 M이라 하면

$\overline{OM}=\sqrt{\overline{OA}^2-\overline{AM}^2}=\dfrac{3\sqrt{5}}{2}$이므로 $\triangle OAB=\dfrac{15}{4}$

$\overline{CD}$의 중점을 N이라 하면

$\overline{CD}=\sqrt{\overline{HC}^2+\overline{HD}^2}=3\sqrt{5}$에서 $\overline{CN}=\dfrac{3\sqrt{5}}{2}$

$\overline{ON}=\sqrt{\overline{OC}^2-\overline{CN}^2}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$이므로 $\triangle OCD=\dfrac{15}{4}$

$\angle AOC+\angle BOD=2(\angle ADC+\angle BCD)$

$=2\times90^\circ=180^\circ$

(부채꼴 AOC의 넓이)$+$(부채꼴 BOD의 넓이)

$=\dfrac{1}{2}\times\pi\times\left(\dfrac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2=\dfrac{25}{4}\pi$

$\triangle ABH=1$, $\triangle CHD=9$이므로

$S+1+9=\dfrac{25}{4}\pi+\dfrac{15}{4}+\dfrac{15}{4}$

$\therefore\ S=\dfrac{25}{4}\pi-\dfrac{5}{2}$

답 $\dfrac{25}{4}\pi-\dfrac{5}{2}$