최상위 수학

중 2-2

Light 라이트

정답과 풀이

디딤돌

1 삼각형의 성질

주제별 실력다지기

본문 9~31쪽

01 (가) $\overline{AC}$ (나) $\overline{AD}$ (다) SAS (라) 90°				**02** ③	**03** ①	**04** 35°	**05** 80°
06 ③	**07** ④	**08** ②	**09** 81°	**10** ②	**11** ③	**12** 20°	**13** ①
14 64°	**15** ④	**16** ②	**17** ⑤	**18** 60°	**19** ②	**20** ③	**21** 25°
22 $22.5^\circ \le \angle O < 30^\circ$		**23** 8 cm	**24** ④, ⑤	**25** ②	**26** 90°	**27** 10 cm	**28** $\frac{55}{2}\ \mathrm{cm}^2$
29 7 cm	**30** ②	**31** ④	**32** ③	**33** ④	**34** 6 cm	**35** ④	**36** 정삼각형
37 (가) $\angle D$ (나) $\overline{DE}$ (다) ASA			**38** ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ		**39** RHA 합동, ASA 합동		**40** ③
41 ①, ⑤	**42** ⑤	**43** 12 cm	**44** 70°	**45** ②	**46** ④	**47** 55°	**48** 3 cm
49 ④	**50** ④	**51** $18\ \mathrm{cm}^2$	**52** $\frac{25}{2}\ \mathrm{cm}^2$	**53** 4 cm	**54** ②	**55** ⑤	**56** 110°
57 ②	**58** ②	**59** 120°	**60** 70°	**61** ①	**62** ④	**63** 6 cm	**64** 36 cm
65 100°	**66** ⑤	**67** ②	**68** 6 cm	**69** ④	**70** ⑤	**71** ①, ④	**72** 125°
73 ②	**74** 52°	**75** 140°	**76** ⑤	**77** $\frac{75}{2}\ \mathrm{cm}^2$	**78** ⑤	**79** ④	**80** ②
81 40 cm	**82** ③	**83** $26\ \mathrm{cm}^2$	**84** ②	**85** ③	**86** ③	**87** ③	**88** 8 cm
89 ④	**90** 34°	**91** 115°	**92** ②	**93** 135°	**94** ⑤	**95** 1 cm	**96** $24\ \mathrm{cm}^2$
97 3 : 2	**98** 3 : 2	**99** ②	**100** $32\ \mathrm{cm}^2$	**101** ③	**102** ②	**103** ①, ④	**104** ①

01 이등변삼각형 ABC에서 $\angle A$의 이등분선과 변 BC가 만나는 점을 D라 하면

$\triangle ABD$와 $\triangle ACD$에서

$\overline{AB}=\boxed{\overline{AC}}$ ······ ㉠

$\angle BAD=\angle CAD$ ······ ㉡

$\boxed{\overline{AD}}$는 공통 ······ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에서

$\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ ($\boxed{\text{SAS}}$ 합동)

$\therefore \overline{BD}=\overline{CD}$

또한, $\angle ADB=\angle ADC$이고

$\angle ADB+\angle ADC=180^\circ$이므로

$\angle ADB=\angle ADC=\boxed{90^\circ}$이다.

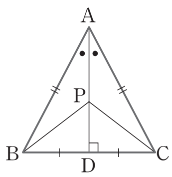
$\therefore \overline{AD}\perp\overline{BC}$

02 ①, ④, ⑤ $\triangle ABP \equiv \triangle ACP$ (SAS 합동)이므로

$\overline{BP}=\overline{CP}$

즉, $\triangle PBC$는 이등변삼각형이다.

또한, $\angle ABP=\angle ACP$



② 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.

③ $\overline{AP}=\overline{PD}$인지 알 수 없다.

03 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle C=\angle B=2\angle x+10^\circ$

$\triangle ABC$의 세 내각의 크기의 합이 180°이므로

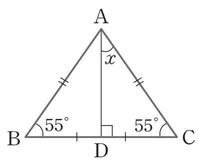
$2\times(2\angle x+10^\circ)+\angle x=180^\circ$

$5\angle x=160^\circ \qquad \therefore \angle x=32^\circ$

04 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle C=\angle B=55^\circ$

$\overline{AD}$는 밑변의 수직이등분선이므로



$\triangle ADC$에서

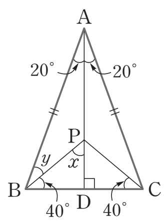
$\angle x=90^\circ-55^\circ=35^\circ$

05 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle ABC=\angle ACB$

$=\frac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)$

$=70^\circ$



$\triangle PBD \equiv \triangle PCD$이므로

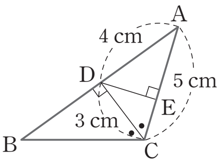
$\angle PBD=\angle PCD=40^\circ$

$\therefore \angle y=70^\circ-40^\circ=30^\circ$

$\angle x=20^\circ+\angle y=20^\circ+30^\circ=50^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=50^\circ+30^\circ=80^\circ$

06 $\angle CDB = \angle CDA = 90^\circ$이므로



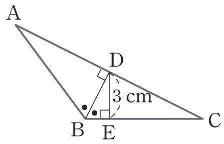
$\triangle ADC = \dfrac{1}{2} \times \overline{AD} \times \overline{CD}$

$= \dfrac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{DE}$

$\dfrac{1}{2} \times 4 \times 3 = \dfrac{1}{2} \times 5 \times \overline{DE}$

$\therefore\ \overline{DE} = \dfrac{12}{5}(\text{cm})$

07 $\triangle BAD \equiv \triangle BCD$이므로



$\triangle BAD = \triangle BCD = 12\ \text{cm}^2$

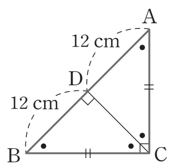
$\triangle BCD = \dfrac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{DE}$

$= 12(\text{cm}^2)$

$\dfrac{1}{2} \times \overline{BC} \times 3 = 12 \qquad \therefore\ \overline{BC} = 8(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AB} = \overline{BC} = 8\ \text{cm}$

08 이등변삼각형의 꼭지각에서 밑변에 내린 수선은 밑변을 이등분하므로



$\overline{AD} = \overline{BD} = 12\ \text{cm}$

또 $\overline{CA} = \overline{CB}$이므로

$\angle A = \angle B = 45^\circ$

$\triangle ADC$에서

$\angle DCA = 180^\circ - (90^\circ + 45^\circ) = 45^\circ$

$\angle A = \angle DCA$이므로 $\triangle ADC$는 이등변삼각형이다.

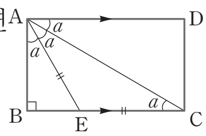
$\therefore\ \overline{CD} = \overline{AD} = 12\ \text{cm}$

09 $\angle B = \angle ACB = \dfrac{1}{2} \times (180^\circ - 48^\circ) = 66^\circ$

$\angle ACD = \angle BCD = \dfrac{1}{2} \times 66^\circ = 33^\circ$

$\triangle ADC$에서 $\angle BDC = 48^\circ + 33^\circ = 81^\circ$

10 $\angle BAE = \angle EAC = \angle a$라 하면



$\overline{EA} = \overline{EC}$이므로

$\angle ECA = \angle EAC = \angle a$

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\angle DAC = \angle BCA = \angle a$ (엇각)

즉 $\angle BAD = 3\angle a = 90^\circ$이므로

$\angle a = 30^\circ$

$\therefore\ \angle AEB = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

11 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로

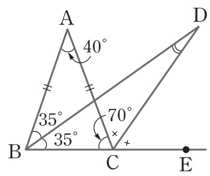
$\angle DAC = \angle BCA = 55^\circ$(엇각)

$\overline{AB} = \overline{AC}$이므로

$\angle ABC = \angle ACB = 55^\circ$

$\therefore\ \angle EAD = \angle ABC = 55^\circ$(동위각)

12 $\overline{AB} = \overline{AC}$이므로



$\angle ABC = \angle ACB$

$= \dfrac{1}{2} \times (180^\circ - 40^\circ)$

$= 70^\circ$

$\therefore\ \angle ABD = \angle CBD = 35^\circ$

$\angle ACE = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$

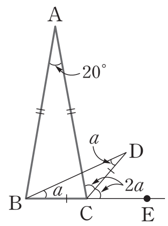
$\angle ACD = \angle ECD = \dfrac{1}{2} \times 110^\circ = 55^\circ$

$\triangle BCD$에서

$35^\circ + (70^\circ + 55^\circ) + \angle BDC = 180^\circ$

$\therefore\ \angle BDC = 20^\circ$

13 $\angle ABC = \angle ACB$



$= \dfrac{1}{2} \times (180^\circ - 20^\circ) = 80^\circ$

이므로

$\angle ACE = 180^\circ - \angle ACB$

$= 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$

$\angle DBC = \angle BDC = \angle a$라 하면

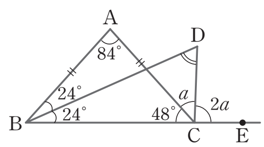
$\triangle BCD$에서 $\angle DCE = 2\angle a$이므로

$\angle ACD = \angle DCE = 2\angle a$

$\angle ACE = 4\angle a = 100^\circ$이므로 $\angle a = 25^\circ$

$\therefore\ \angle DBC = 25^\circ$

14 $\overline{AB} = \overline{AC}$이므로



$\angle ABC = \angle ACB$

$= \dfrac{1}{2} \times (180^\circ - 84^\circ)$

$= 48^\circ$

$\angle ABD = \angle DBC = 24^\circ$

$\angle ACE = 180^\circ - 48^\circ = 132^\circ$

$\angle ACD = \angle a$라 하면 $\angle DCE = 2\angle a$이므로

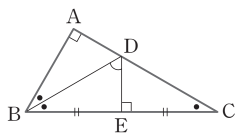
$3\angle a = 132^\circ \qquad \therefore\ \angle a = 44^\circ$

$\triangle BCD$에서

$24^\circ + (48^\circ + 44^\circ) + \angle BDC = 180^\circ$

$\therefore\ \angle BDC = 64^\circ$

15 $\triangle DBE$와 $\triangle DCE$에서



$\overline{BE} = \overline{CE}$,

$\angle DEB = \angle DEC$,

$\overline{DE}$는 공통이므로

$\triangle DBE \equiv \triangle DCE$ (SAS 합동)

$\therefore\ \angle DBE = \angle DCE$

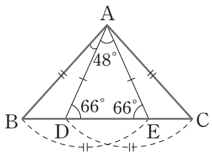
$\triangle ABC$에서 $\angle C = \angle a$라 하면 $\angle ABC = 2\angle a$이므로

$\angle a + \angle 2a = 90^\circ$, $3\angle a = 90^\circ$ $\quad\therefore\ \angle a = 30^\circ$

따라서 $\triangle DBE$에서 $\angle DBE = 30^\circ$이므로

$\angle BDE = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

16 $\overline{AB} = \overline{AC}$이므로



$\angle B = \angle C$

$\triangle BAE$와 $\triangle CAD$에서

$\overline{BA} = \overline{CA}$, $\overline{BE} = \overline{CD}$,

$\angle B = \angle C$이므로

$\triangle BAE \equiv \triangle CAD$ (SAS 합동)

$\therefore\ \overline{AE} = \overline{AD}$

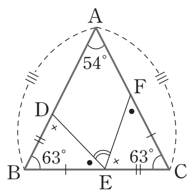
$\triangle ADE$는 이등변삼각형이므로

$\angle ADE = \angle AED = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 48^\circ) = 66^\circ$

$\overline{BA} = \overline{BE}$이므로 $\angle BAE = \angle BEA = 66^\circ$

$\therefore\ \angle BAD = \angle BAE - \angle DAE = 66^\circ - 48^\circ = 18^\circ$

17 $\overline{AB} = \overline{AC}$이므로



$\angle B = \angle C$

$= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 54^\circ)$

$= 63^\circ$

$\triangle BED$와 $\triangle CFE$에서

$\overline{DB} = \overline{EC}$, $\overline{EB} = \overline{FC}$, $\angle B = \angle C$이므로

$\triangle BED \equiv \triangle CFE$ (SAS 합동)

$\therefore\ \angle BED = \angle CFE$, $\angle EDB = \angle FEC$

$\triangle EBD$에서

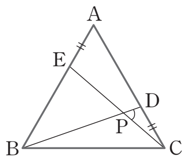
$\angle BED + \angle EDB = 180^\circ - 63^\circ = 117^\circ$이므로

$\angle BED + \angle FEC = 117^\circ$

$\therefore\ \angle DEF = 180^\circ - (\angle BED + \angle FEC)$

$= 180^\circ - 117^\circ = 63^\circ$

18 $\triangle CAE$와 $\triangle BCD$에서



$\overline{CA} = \overline{BC}$, $\angle A = \angle C = 60^\circ$,

$\overline{AE} = \overline{CD}$이므로

$\triangle CAE \equiv \triangle BCD$ (SAS 합동)

즉 $\angle ACE = \angle CBD$이고

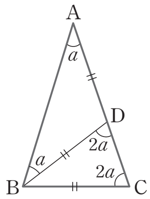
$\angle ACE + \angle BCE = 60^\circ$이므로

$\angle CBD + \angle BCE = 60^\circ$

따라서 $\triangle PBC$에서

$\angle DPC = \angle CBP + \angle BCP = 60^\circ$

19 $\triangle ABD$에서 $\overline{AD} = \overline{BD}$이므로



$\angle DAB = \angle DBA = \angle a$라 하면

$\angle BDC = \angle a + \angle a = 2\angle a$

$\overline{BC} = \overline{BD}$이므로

$\angle BCD = \angle BDC = 2\angle a$

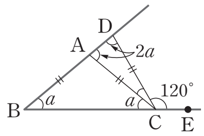
$\angle ABC = \angle C = 2\angle a$이므로

$\triangle ABC$에서 $\angle a + 2\angle a + 2\angle a = 180^\circ$

$5\angle a = 180^\circ$ $\quad\therefore\ \angle a = 36^\circ$

$\therefore\ \angle A = 36^\circ$

20 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$이므로



$\angle B = \angle ACB = \angle a$라 하면

$\angle CAD = \angle a + \angle a = 2\angle a$

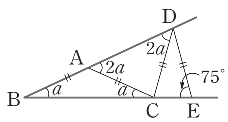
또 $\triangle CAD$에서 $\overline{CA} = \overline{CD}$이므로 $\angle CDA = \angle CAD = 2\angle a$

$\triangle DBC$에서 $\angle DCE = \angle a + 2\angle a = 3\angle a$

$3\angle a = 120^\circ$ $\quad\therefore\ \angle a = 40^\circ$

$\therefore\ \angle B = 40^\circ$

21 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$이므로



$\angle B = \angle ACB = \angle a$라 하면

$\angle CAD = \angle a + \angle a = 2\angle a$

$\overline{AC} = \overline{DC}$이므로

$\angle CDA = \angle CAD = 2\angle a$

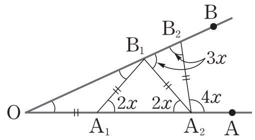
$\overline{DC} = \overline{DE}$이므로 $\angle DCE = \angle DEC = 75^\circ$

즉 $\triangle DBC$에서 $\angle DCE = \angle a + 2\angle a = 3\angle a$이므로

$3\angle a = 75^\circ$ $\quad\therefore\ \angle a = 25^\circ$

$\therefore\ \angle B = 25^\circ$

22 이등변삼각형이 되려면 두 밑각의 크기가 같으므로 한 밑각의 크기가 90°보다 작아야 한다.



이등변삼각형 $B_1A_2B_2$는 만들어지므로 $\angle B_1B_2A_2$의 크기는 90°보다 작아야 한다.

$\angle O = \angle x$라 하면

$\angle B_1B_2A_2 < 90^\circ$에서

$3\angle x < 90^\circ$ $\quad\therefore\ \angle x < 30^\circ$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

또 $\triangle B_2A_2A_3$은 만들어지지 않으므로 $\angle B_2A_2A_3$의 크기는 90°보다 크거나 같아야 한다.

즉 $\angle B_2A_2A_3 \geq 90^\circ$에서

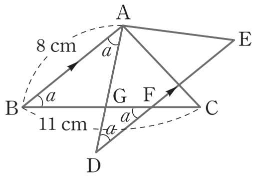
$4\angle x \geq 90^\circ$ $\quad\therefore\ \angle x \geq 22.5^\circ$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

따라서 ㉠, ㉡에서 구하는 $\angle x$의 범위는

$22.5^\circ \leq \angle x < 30^\circ$

$\therefore\ 22.5^\circ \leq \angle O < 30^\circ$

23 $\overline{BC}$와 $\overline{AD}$의 교점을 G,



$\angle B = \angle a$라 하면

$\triangle ABC \equiv \triangle ADE$이므로

$\angle D = \angle B = \angle a$

$\overline{AD} = \overline{AB} = 8\text{ cm}$

$\overline{AB} /\!/ \overline{ED}$이므로

$\angle BAG = \angle GDF = \angle a$ (엇각)

$\angle GFD = \angle ABG = \angle a$ (엇각)

$\triangle GAB$, $\triangle GDF$는 이등변삼각형이므로

$\overline{AG} = \overline{BG}$, $\overline{GD} = \overline{GF}$

$\therefore\ \overline{BF} = \overline{BG} + \overline{GF} = \overline{AG} + \overline{GD}$

$\qquad = \overline{AD} = \overline{AB} = 8\text{ cm}$

24 $\angle B = \angle C$인 $\triangle ABC$에서

$\angle A$의 이등분선과 변 BC의 교점을 D라 하면

$\angle BAD = \boxed{\angle CAD}$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

$\angle BDA = \boxed{\angle CDA}$ ($\because\ \angle B = \angle C$) $\quad\cdots\cdots$ ㉡

$\boxed{\overline{AD}}$는 공통 $\quad\cdots\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에서

$\triangle ABD \boxed{\equiv} \triangle ACD$ ($\boxed{\text{ASA}}$ 합동)

$\therefore\ \overline{AB} = \overline{AC}$

25 $\angle B = \angle C$이므로 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이다.

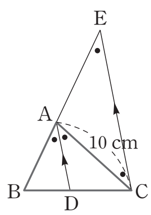
따라서 점 D는 $\overline{BC}$의 중점이므로

$\overline{BD} = \overline{DC} = \frac{1}{2} \times 20 = 10(\text{cm})$

26 $\angle A = \angle C$이므로 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \angle x = \angle BDC = \angle BDA = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ$

27 $\overline{AD} /\!/ \overline{EC}$이므로



$\angle BAD = \angle BEC$ (동위각),

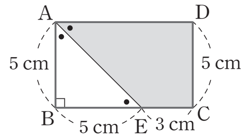
$\angle DAC = \angle ECA$ (엇각)

즉 $\angle AEC = \angle ACE$이므로

$\triangle ACE$는 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \overline{AE} = \overline{AC} = 10\text{ cm}$

28 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로



$\angle DAE = \angle BEA$ (엇각)

따라서 $\angle BEA = \angle BAE$

이므로 $\triangle ABE$는 이등변삼각형이다.

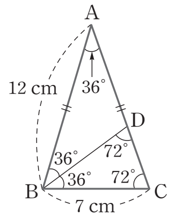
$\overline{BE} = \overline{AB} = 5\text{ cm}$

$\overline{AD} = \overline{BC} = 5 + 3 = 8(\text{cm})$

$\therefore\ \square AECD = \frac{1}{2} \times (3+8) \times 5$

$\qquad = \frac{55}{2}(\text{cm}^2)$

29 $\triangle ABC$에서



$\angle ABC = \angle C$

$\qquad = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 36^\circ)$

$\qquad = 72^\circ$

$\therefore\ \angle ABD = \angle CBD = 36^\circ$

즉 $\angle A = \angle DBA$이므로 $\triangle DAB$는 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \overline{AD} = \overline{BD}$

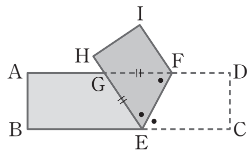
또 $\angle BDC = 36^\circ + 36^\circ = 72^\circ$

즉 $\angle BDC = \angle BCD$이므로 $\triangle BCD$는 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \overline{BD} = \overline{BC} = 7\text{ cm}$

$\therefore\ \overline{AD} = \overline{BD} = 7\text{ cm}$

30 $\angle CEF = \angle FEG$ (접은 각)



$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로

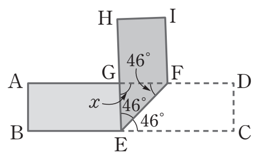
$\angle FEC = \angle EFG$ (엇각)

$\therefore\ \angle FEG = \angle EFG$

따라서 $\triangle GEF$는 $\overline{GE} = \overline{GF}$인 이등변삼각형이다.

② $\overline{EF} = \overline{FG}$인지 알 수 없다.

31 $\angle CEF = \angle FEG$



$\qquad = 46^\circ$(접은 각)

$\angle GFE = \angle CEF$

$\qquad = 46^\circ$(엇각)

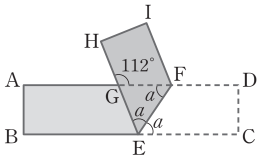
따라서 $\triangle GEF$는 이등변삼각형이므로

$\angle x = 180^\circ - (\angle GEF + \angle GFE)$

$\quad = 180^\circ - (46^\circ + 46^\circ)$

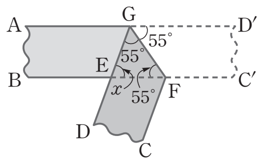
$\quad = 88^\circ$

32 $\angle FEC=\angle a$라 하면



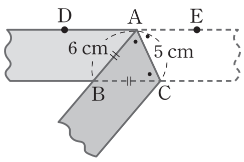
$\angle GEF=\angle FEC$
$=\angle a$ (접은 각)
$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로
$\angle GFE=\angle FEC$
$=\angle a$ (엇각)
$\triangle GEF$에서
$2\angle a=112^\circ \qquad \therefore\ \angle a=56^\circ$
$\therefore\ \angle FEC=56^\circ$

33 $\angle EGF=\angle D'GF$



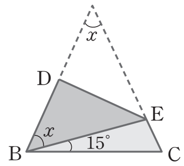
$=55^\circ$ (접은 각)
$\overline{AD'}/\!/\overline{BC'}$이므로
$\angle EFG=\angle D'GF$
$=55^\circ$ (엇각)
따라서 $\triangle EFG$에서
$\angle GEF=180^\circ-(\angle EGF+\angle EFG)$
$=180^\circ-(55^\circ+55^\circ)$
$=70^\circ$

34 $\angle EAC=\angle BAC$ (접은 각)



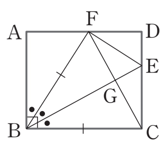
$\overline{DE}/\!/\overline{BC}$이므로
$\angle EAC=\angle BCA$ (엇각)
따라서 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로
$\overline{BC}=\overline{BA}=6\text{ cm}$

35 $\angle A=\angle x$라 하면



$\angle DBE=\angle A=\angle x$ (접은 각)
$\overline{AB}=\overline{AC}$에서
$\angle C=\angle ABC=\angle x+15^\circ$
$\triangle ABC$에서
$\angle x+(\angle x+15^\circ)\times 2=180^\circ$
$3\angle x=150^\circ \qquad \therefore\ \angle x=50^\circ$
$\therefore\ \angle DBE=50^\circ$

36 오른쪽 그림과 같이 점 C가 $\overline{AD}$ 위에 오도록 접으므로



$\overline{BC}=\overline{BF}$, $\angle CBE=\angle FBE$
또 $\overline{BF}$를 접는 선으로 하여 점 A가 $\overline{BE}$ 위에 오면 $\angle ABF=\angle FBE$
즉 $\angle CBE=\angle FBE=\angle ABF$이고
$\angle CBE+\angle FBE+\angle ABF=90^\circ$이므로
$\angle CBE=\angle FBE=\angle ABF=30^\circ$
따라서 $\triangle BCF$는 $\overline{BC}=\overline{BF}$이고, $\angle CBF=60^\circ$이므로 정삼각형이다.

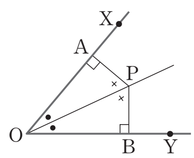
37 $\triangle ABC$와 $\triangle DEF$에서
$\angle B=\angle E$ …… ㉠
$\angle A=90^\circ-\angle B=90^\circ-\angle E$
$=\boxed{\angle D}$ …… ㉡
$\overline{AB}=\boxed{\overline{DE}}$ …… ㉢
따라서 ㉠, ㉡, ㉢에 의하여
$\triangle ABC\equiv\triangle DEF$ ($\boxed{\text{ASA}}$ 합동)

38 ㄱ, ㄷ. ASA 합동
ㄴ. SAS 합동
ㄹ. RHS 합동
따라서 합동이 되기 위한 조건은 ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ이다.

39 $\triangle BDE$와 $\triangle CDF$에서
(ⅰ) $\angle B=\angle C$, $\angle BED=\angle CFD=90^\circ$, $\overline{BD}=\overline{CD}$
$\therefore\ \triangle BDE\equiv\triangle CDF$ (RHA 합동)
(ⅱ) $\angle B=\angle C$, $\angle BED=\angle CFD=90^\circ$이므로
$\angle EDB=\angle FDC$, $\overline{BD}=\overline{CD}$
$\therefore\ \triangle BDE\equiv\triangle CDF$ (ASA 합동)

40 $\triangle COP$와 $\triangle DOP$에서
$\angle COP=\angle DOP$, $\angle OCP=\angle ODP=90^\circ$
$\overline{OP}$는 공통이므로
$\triangle COP\equiv\triangle DOP$ (RHA 합동)
$\therefore\ \overline{PC}=\overline{PD}$

41 $\triangle AOP$와 $\triangle BOP$에서



① $\angle AOP=\angle BOP$,
$\angle OAP=\angle OBP=90^\circ$
$\overline{OP}$는 공통이므로
$\triangle AOP\equiv\triangle BOP$ (RHA 합동)
⑤ $\angle AOP=\angle BOP$, $\angle OAP=\angle OBP=90^\circ$이므로
$\angle OPA=\angle OPB$
$\overline{OP}$는 공통이므로
$\triangle AOP\equiv\triangle BOP$ (ASA 합동)

42 $\triangle DEC$와 $\triangle DEF$에서

$\overline{DC}=\overline{DF}$, $\angle DCE=\angle DFE=90^\circ$, $\overline{DE}$는 공통이므로

$\triangle DEC\equiv\triangle DEF$ (RHS 합동)

$\therefore$ $\overline{EC}=\overline{EF}$, $\angle CED=\angle FED$,

$\angle EDC=\angle EDF$

⑤ $\overline{BF}=\overline{DF}$인지 알 수 없다.

43 $\triangle ADE\equiv\triangle ACE$ (RHS 합동)이므로

$\overline{DE}=\overline{CE}$, $\overline{AD}=\overline{AC}=6\text{ cm}$

$\therefore$ $\overline{BD}=10-6=4(\text{cm})$

따라서 $\triangle BED$의 둘레의 길이는

$\overline{BD}+\overline{BE}+\overline{DE}=\overline{BD}+\overline{BE}+\overline{EC}$

$=\overline{BD}+\overline{BC}$

$=4+8$

$=12(\text{cm})$

44 $\triangle BEC\equiv\triangle BED$ (RHS 합동)이므로

$\angle EBC=\angle EBD$

$\triangle ABC$에서 $\angle B=90^\circ-50^\circ=40^\circ$이므로

$\angle EBC=\frac{1}{2}\angle B=\frac{1}{2}\times40^\circ=20^\circ$

$\triangle EBC$에서 $\angle BEC=90^\circ-20^\circ=70^\circ$

45 $\triangle ACE$와 $\triangle ADE$에서

$\overline{AC}=\overline{AD}$, $\overline{AE}$는 공통, $\angle C=\angle ADE=90^\circ$이므로

$\triangle ACE\equiv\triangle ADE$ (RHS 합동)

$\therefore$ $\overline{DE}=\overline{CE}=8\text{ cm}$, $\overline{AD}=\overline{AC}=24\text{ cm}$,

$\overline{BD}=30-24=6(\text{cm})$

$\therefore$ $\triangle BDE=\frac{1}{2}\times\overline{BD}\times\overline{DE}$

$=\frac{1}{2}\times6\times8=24(\text{cm}^2)$

46 $\triangle OBD\equiv\triangle OBF$ (RHA 합동)이므로

$\angle DOB=\angle FOB$, $\overline{OD}=\overline{OF}$, $\overline{BD}=\overline{BF}$

$\triangle OCF\equiv\triangle OCE$ (RHA 합동)이므로

$\angle FOC=\angle EOC$, $\overline{OF}=\overline{OE}$, $\overline{CF}=\overline{CE}$

④ $\overline{BF}=\overline{FC}$인지 알 수 없다.

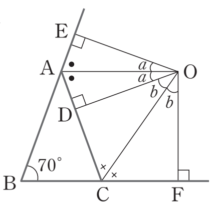
47 $\triangle OAE\equiv\triangle OAD$ (RHA 합동),

$\triangle OCD\equiv\triangle OCF$ (RHA 합동)

$\angle AOE=\angle AOD=\angle a$,

$\angle COD=\angle COF=\angle b$라 하면

□OEBF에서



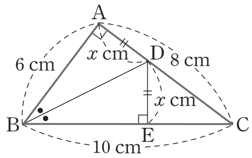
$\angle EOF=2(\angle a+\angle b)$

$=360^\circ-(90^\circ+70^\circ+90^\circ)=110^\circ$

$\therefore$ $\angle a+\angle b=55^\circ$

$\therefore$ $\angle AOC=\angle a+\angle b=55^\circ$

48 $\overline{AD}=x\text{ cm}$라 하고 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 E라 하면



$\triangle ABD\equiv\triangle EBD$

(RHA 합동)

$\overline{DE}=\overline{AD}=x\text{ cm}$

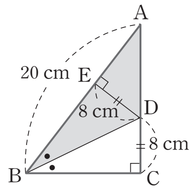
$\triangle ABC=\triangle ABD+\triangle DBC$이므로

$\frac{1}{2}\times6\times8=\frac{1}{2}\times6\times x+\frac{1}{2}\times10\times x$

$8x=24$ $\quad\therefore$ $x=3$

$\therefore$ $\overline{AD}=3\text{ cm}$

49 점 D에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 E라 하면



$\triangle BCD\equiv\triangle BED$ (RHA 합동)

이므로 $\overline{DE}=\overline{DC}=8\text{ cm}$

$\therefore$ $\triangle ABD=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{DE}$

$=\frac{1}{2}\times20\times8=80(\text{cm}^2)$

50 $\triangle ABE$와 $\triangle ECD$에서

$\overline{AE}=\overline{ED}$, $\angle B=\angle C=90^\circ$,

$\angle BAE+\angle BEA=90^\circ$, $\angle BEA+\angle CED=90^\circ$

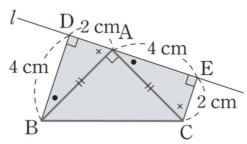
이므로 $\angle BAE=\angle CED$

$\therefore$ $\triangle ABE\equiv\triangle ECD$ (RHA 합동)

$\overline{EC}=\overline{AB}=6\text{ cm}$, $\overline{BE}=\overline{CD}=3\text{ cm}$이므로

$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{EC}=3+6=9(\text{cm})$

51 $\triangle ABD$와 $\triangle CAE$에서



$\overline{BA}=\overline{AC}$,

$\angle BDA=\angle AEC=90^\circ$

$\angle ABD+\angle BAD=90^\circ$

$\angle BAD+\angle CAE=90^\circ$이므로

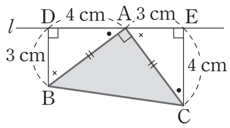
$\angle ABD=\angle CAE$

$\therefore$ $\triangle ABD\equiv\triangle CAE$ (RHA 합동)

즉 $\overline{AD}=\overline{CE}=2\text{ cm}$, $\overline{AE}=\overline{BD}=4\text{ cm}$이므로

$\square DBCE=\frac{1}{2}\times(4+2)\times6=18(\text{cm}^2)$

52 $\triangle ABD \equiv \triangle CAE$



(RHA 합동)이므로

$\overline{AD}=\overline{CE}=4$ cm,

$\overline{AE}=\overline{BD}=3$ cm

즉 $\overline{DE}=4+3=7$(cm)

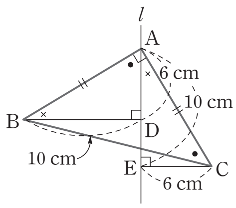
$\square DBCE=\frac{1}{2}\times(3+4)\times 7=\frac{49}{2}(\text{cm}^2)$

$\triangle ABD=\triangle CAE=\frac{1}{2}\times 3\times 4=6(\text{cm}^2)$

$\therefore\ \triangle ABC=\square DBCE-(\triangle ABD+\triangle CAE)$

$=\frac{49}{2}-(6+6)=\frac{25}{2}(\text{cm}^2)$

53 $\triangle ABD$와 $\triangle CAE$에서



$\overline{AB}=\overline{CA}$

$\angle ADB=\angle CEA=90^\circ$

$\angle BAD+\angle ABD=90^\circ$

$\angle BAD+\angle CAE=90^\circ$이므로

$\angle ABD=\angle CAE$

$\therefore\ \triangle ABD\equiv\triangle CAE$ (RHA 합동)

$\overline{AE}=\overline{BD}=10$ cm, $\overline{AD}=\overline{CE}=6$ cm이므로

$\overline{DE}=\overline{AE}-\overline{AD}=10-6=4$(cm)

54 ② 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리가 같다.

55 ① 외심은 세 변의 수직이등분선의 교점이므로

$\overline{BE}=\overline{CE}$

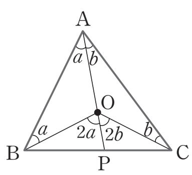
② 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리가 같으므로

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$

③ $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

$\angle OAB=\angle OBA$

④ 오른쪽 그림에서 $\angle OAB=\angle a$,



$\angle OAC=\angle b$라 하면

$\triangle OAB$, $\triangle OCA$가 이등변삼각형이므로

$\angle BOC=2\angle a+2\angle b$

$=2(\angle a+\angle b)$

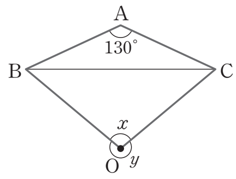
$=2\angle BAC$

⑤ $\triangle OFC\equiv\triangle OFA$, $\triangle OEC\equiv\triangle OEB$

56 $\angle BOC=2\angle A=2\times 55^\circ$

$=110^\circ$

57 오른쪽 그림에서



$\angle y=2\angle A=2\times 130^\circ$

$=260^\circ$

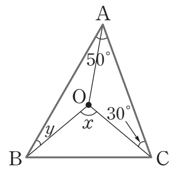
$\therefore\ \angle x=360^\circ-260^\circ=100^\circ$

58 $\angle AOB : \angle BOC : \angle COA=3:4:5$이므로

$\angle BOC=\frac{4}{3+4+5}\times 360^\circ=120^\circ$

$\therefore\ \angle BAC=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times 120^\circ=60^\circ$

59 $\angle x=2\angle A=2\times 50^\circ=100^\circ$



오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면

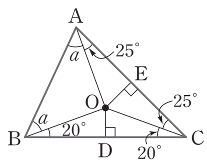
$\triangle OAB$, $\triangle OCA$는 이등변삼각형이므로

$\angle OAC=\angle OCA=30^\circ$

$\angle y=\angle OAB=50^\circ-30^\circ=20^\circ$

$\therefore\ \angle x+\angle y=100^\circ+20^\circ=120^\circ$

60 $\angle OAB=\angle OBA=\angle a$라 하면



$\triangle ABC$에서

$\angle a+20^\circ+25^\circ=90^\circ$이므로

$\angle a=45^\circ$

$\therefore\ \angle A=45^\circ+25^\circ=70^\circ$

다른 풀이 $\angle OBD=\angle OCD=20^\circ$이므로

$\triangle OBC$에서

$\angle BOC=180^\circ-(20^\circ+20^\circ)=140^\circ$

$\angle BOC=2\angle A=140^\circ$

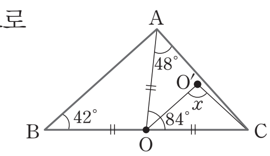
$\therefore\ \angle A=70^\circ$

61 $\angle OAB+\angle OBC+\angle OCA=90^\circ$이므로

$\angle x+30^\circ+40^\circ=90^\circ$

$\therefore\ \angle x=20^\circ$

62 점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로



$\angle AOC=2\angle B=2\times 42^\circ$

$=84^\circ$

$\overline{OA}=\overline{OC}$이므로

$\angle OAC=\angle OCA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-84^\circ)$

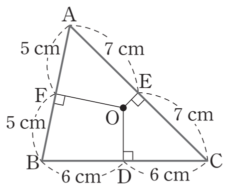
$=48^\circ$

점 O′이 $\triangle AOC$의 외심이므로

$\angle x=2\angle OAC=2\times 48^\circ=96^\circ$

63 점 O가 외심이므로
(외접원의 반지름의 길이)$=\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$
$\triangle$OBC의 둘레의 길이가 19 cm이므로
$\overline{OB}+\overline{OC}+7=19$(cm)
$\overline{OB}+\overline{OC}=19-7=12$(cm)
$\therefore\ \overline{OB}=\overline{OC}=6$ cm
따라서 $\triangle$ABC의 외접원의 반지름의 길이는 6 cm이다.

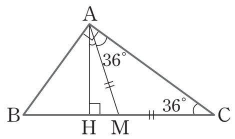
64 삼각형의 외심은 세 변의 수직이등분선의 교점이므로



$\overline{FB}=\overline{AF}=5$ cm
$\overline{BD}=\overline{DC}=6$ cm
$\overline{EA}=\overline{CE}=7$ cm
$\therefore$ ($\triangle$ABC의 둘레의 길이)$=2\times(5+6+7)$
$=36$(cm)

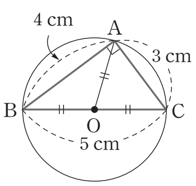
65 $\angle BAD=90^\circ\times\frac{4}{9}=40^\circ$
$\overline{BD}=\overline{AD}$이므로 $\angle ABD=\angle BAD=40^\circ$
$\therefore\ \angle BDA=180^\circ-2\times40^\circ=100^\circ$

66 직각삼각형의 빗변의 중점은 외심이므로



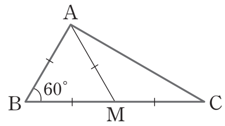
$\overline{MA}=\overline{MB}=\overline{MC}$
$\triangle$MAC는 이등변삼각형이므로
$\angle MAC=\angle C=36^\circ$
$\triangle$AHC에서
$\angle CAH=90^\circ-\angle MCA$
$=90^\circ-36^\circ=54^\circ$
$\therefore\ \angle HAM=\angle CAH-\angle MAC$
$=54^\circ-36^\circ=18^\circ$

67 오른쪽 그림과 같이 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 위치하므로



(외접원의 반지름의 길이)
$=\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$
$=\frac{5}{2}$ cm
$\therefore$ (외접원의 둘레의 길이)$=2\pi\times\frac{5}{2}=5\pi$(cm)

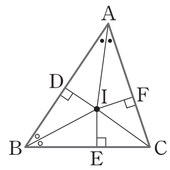
68 $\triangle$ABM에서 $\angle B=60^\circ$



$\overline{AB}=\overline{BM}$이므로
$\triangle$ABM은 정삼각형이다.
$\overline{BM}=\overline{MC}=\overline{AM}$이므로
점 M은 $\triangle$ABC의 외심이다.
따라서 $\overline{AM}$은 외접원의 반지름이므로
$\pi\times\overline{AM}^2=36\pi$, $\overline{AM}^2=36$
$\therefore\ \overline{AM}=6$(cm) ($\because\ \overline{AM}>0$)

69 ④ 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같다.

70 오른쪽 그림의 $\triangle$ABC에서 $\angle$A와 $\angle$B의 이등분선의 교점을 I라 하고, 점 I에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F라 하자.

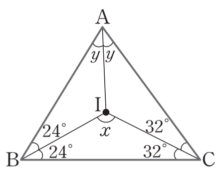


$\triangle IAD\equiv\boxed{\triangle IAF}$ (RHA 합동)이므로
$\overline{ID}=\boxed{\overline{IF}}$
$\triangle IBD\equiv\boxed{\triangle IBE}$ (RHA 합동)이므로
$\overline{ID}=\boxed{\overline{IE}}$
$\triangle$ICF와 $\triangle$ICE에서
$\overline{IC}$는 공통, $\boxed{\overline{IF}}=\boxed{\overline{IE}}$,
$\angle IFC=\angle IEC=90^\circ$이므로
$\triangle ICF\equiv\triangle ICE$ (RHS 합동)
$\therefore\ \angle ICF=\boxed{\angle ICE}$
따라서 점 I는 $\angle$C의 이등분선 위에 있으므로 $\triangle$ABC의 세 내각의 이등분선은 한 점 I에서 만난다.

71 점 I는 $\triangle$ABC의 내심이므로
① $\overline{AI}=\overline{BI}$인지 알 수 없다.
④ $\angle IBE=\angle IBD$, $\angle ICE=\angle ICF$

72 $\angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A=90^\circ+\frac{1}{2}\times70^\circ=125^\circ$

73 $\angle IAB=\angle IAC=\angle y$,

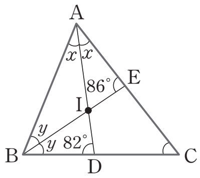


$\angle IBC=\angle IBA=24^\circ$
$\angle ICB=\angle ICA=32^\circ$이므로
$\angle y+24^\circ+32^\circ=90^\circ$
$\therefore\ \angle y=34^\circ$
$\angle BAC=2\times34^\circ=68^\circ$
또 $\angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle BAC$이므로

$\angle \mathrm{BIC}=90^\circ+\frac{1}{2}\times 68^\circ=124^\circ$ $\quad\therefore\ \angle x=124^\circ$

$\therefore\ \angle x+\angle y=124^\circ+34^\circ=158^\circ$

74 $\angle \mathrm{BAC}=2\angle x$,



$\angle \mathrm{ABC}=2\angle y$라 하면

$\triangle \mathrm{ABE}$에서

$2\angle x+\angle y+86^\circ=180^\circ$

$2\angle x+\angle y=94^\circ$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

$\triangle \mathrm{ABD}$에서

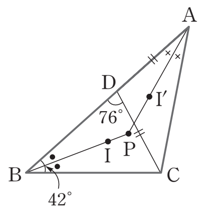
$\angle x+2\angle y+82^\circ=180^\circ$, $\angle x+2\angle y=98^\circ$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\angle x=30^\circ$, $\angle y=34^\circ$

$\triangle \mathrm{ABC}$에서 $60^\circ+68^\circ+\angle \mathrm{C}=180^\circ$

$\therefore\ \angle \mathrm{C}=52^\circ$

75 점 I가 $\triangle \mathrm{BCD}$의 내심이므로



$\angle \mathrm{IBD}=\angle \mathrm{IBC}=\frac{1}{2}\angle \mathrm{DBC}$

$=\frac{1}{2}\times 42^\circ=21^\circ$

$\triangle \mathrm{DCA}$에서 $\overline{\mathrm{DA}}=\overline{\mathrm{DC}}$이므로

$\angle \mathrm{DAC}=\angle \mathrm{DCA}$이고

$\angle \mathrm{BDC}=\angle \mathrm{DAC}+\angle \mathrm{DCA}=76^\circ$이므로

$\angle \mathrm{DAC}=\frac{1}{2}\times 76^\circ=38^\circ$

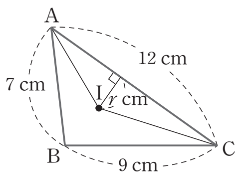
점 I′이 $\triangle \mathrm{DCA}$의 내심이므로

$\angle \mathrm{I'AD}=\angle \mathrm{I'AC}=\frac{1}{2}\angle \mathrm{DAC}=\frac{1}{2}\times 38^\circ=19^\circ$

따라서 $\triangle \mathrm{ABP}$에서

$\angle \mathrm{IPI'}=\angle \mathrm{APB}=180^\circ-(21^\circ+19^\circ)=140^\circ$

76 $\triangle \mathrm{ABC}$의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\triangle \mathrm{ICA}=\frac{1}{2}\times r\times 12$

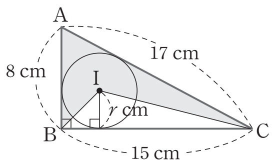
$=6r(\mathrm{cm}^2)$

$\triangle \mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\times r\times(7+9+12)$

$=14r(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore\ \triangle \mathrm{ABC} : \triangle \mathrm{ICA}=14r : 6r=7 : 3$

77 $\triangle \mathrm{ABC}$의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\triangle \mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\times 15\times 8$

$=\frac{1}{2}\times r\times(8+15+17)$

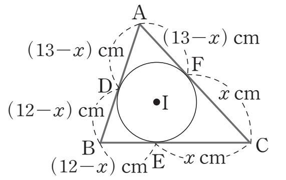
$\therefore\ r=3$

따라서 어두운 부분의 넓이는

$\triangle \mathrm{ABC}-\triangle \mathrm{IBC}=\left(\frac{1}{2}\times 15\times 8\right)-\left(\frac{1}{2}\times 15\times 3\right)$

$=\frac{75}{2}(\mathrm{cm}^2)$

78 $\overline{\mathrm{CE}}=\overline{\mathrm{CF}}=x$ cm라 하면



$\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{AF}}=(13-x)$ cm,

$\overline{\mathrm{BD}}=\overline{\mathrm{BE}}=(12-x)$ cm

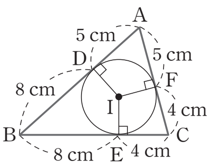
$\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AD}}+\overline{\mathrm{BD}}$이므로

$10=(13-x)+(12-x)$

$\therefore\ x=\frac{15}{2}$

$\therefore\ \overline{\mathrm{CF}}=\frac{15}{2}$ cm

79 $\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{AF}}=5$ cm

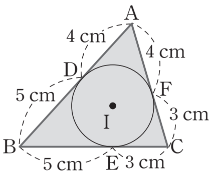


$\overline{\mathrm{BE}}=\overline{\mathrm{BD}}=13-5=8(\mathrm{cm})$

$\overline{\mathrm{CF}}=\overline{\mathrm{CE}}=9-5=4(\mathrm{cm})$

$\therefore\ \overline{\mathrm{BC}}=8+4=12(\mathrm{cm})$

80 $\overline{\mathrm{FC}}=\overline{\mathrm{EC}}=3$ cm



$\overline{\mathrm{BD}}=\overline{\mathrm{BE}}=5$ cm

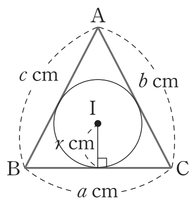
$\overline{\mathrm{AF}}=\overline{\mathrm{AD}}=9-5=4(\mathrm{cm})$

$\overline{\mathrm{AC}}=4+3=7(\mathrm{cm})$

$\therefore\ \triangle \mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\times 2\times(9+8+7)$

$=24(\mathrm{cm}^2)$

81 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\pi r^2=16\pi$, $r^2=16$

$\therefore\ r=4$ ($\because\ r>0$)

또 $\triangle \mathrm{ABC}$의 세 변의 길이를 각각 a cm, b cm, c cm라 하면

$\triangle \mathrm{ABC}=\frac{1}{2}r(a+b+c)$이므로

$80=\frac{1}{2}\times 4\times(a+b+c)$

$\therefore\ a+b+c=40$

따라서 $\triangle \mathrm{ABC}$의 둘레의 길이는 40 cm이다.

82 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\triangle \mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{BC}}\times\overline{\mathrm{AC}}=\frac{1}{2}r(\overline{\mathrm{AB}}+\overline{\mathrm{BC}}+\overline{\mathrm{CA}})$

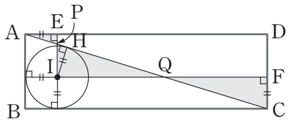
이므로

$\frac{1}{2} \times 12 \times 5 = \frac{1}{2} \times r \times (13+12+5)$

$30 = 15r \qquad \therefore r = 2$ (cm)

따라서 내접원 I의 넓이는 $\pi \times 2^2 = 4\pi(\text{cm}^2)$

83 오른쪽 그림과 같이 점 I에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하자.



△PEA와 △PHI에서

∠PEA=∠PHI=90°, ∠EPA=∠HPI (맞꼭지각)이므로 ∠EAP=∠HIP

또 $\overline{IH} = \overline{AE}$

∴ △PEA≡△PHI (ASA 합동)

△QFC와 △QHI에서

∠QFC=∠QHI=90°, ∠FQC=∠HQI (맞꼭지각)이므로 ∠FCQ=∠HIQ

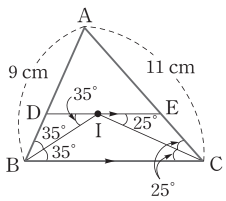
또 $\overline{FC} = \overline{HI}$

∴ △QFC≡△QHI (ASA 합동)

따라서 □EIFD의 넓이는 △ACD의 넓이와 같으므로

□EIFD=△ACD$= \frac{1}{2} \times 13 \times 4 = 26(\text{cm}^2)$

84 점 I가 △ABC의 내심이므로



∠IBC=∠IBD=35°

$\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$이므로

∠BID=∠IBC=35° (엇각)

∴ $\overline{DB} = \overline{DI}$

또 ∠ICB=∠ICE=25°이고,

∠EIC=∠ICB=25° (엇각)이므로

∠EIC=∠ECI

∴ $\overline{EC} = \overline{EI}$

∴ (△ADE의 둘레의 길이)

$= (\overline{AD} + \overline{DI}) + (\overline{AE} + \overline{EI})$

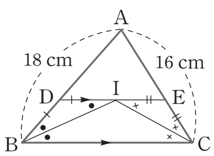
$= (\overline{AD} + \overline{DB}) + (\overline{AE} + \overline{EC})$

$= \overline{AB} + \overline{AC} = 20$(cm)

또 ∠ABC=70°, ∠ACB=50°이므로

∠A=180°−(70°+50°)=60°

85 점 I가 △ABC의 내심이므로



∠IBD=∠IBC이고,

∠IBC=∠DIB (엇각)이므로

∠IBD=∠DIB

∴ $\overline{DB} = \overline{DI}$

또 ∠ICE=∠ICB이고,

∠ICB=∠EIC (엇각)이므로

∠ICE=∠EIC

∴ $\overline{EC} = \overline{EI}$

∴ (△ADE의 둘레의 길이)

$= \overline{AD} + \overline{DE} + \overline{AE}$

$= \overline{AD} + (\overline{DI} + \overline{EI}) + \overline{AE}$

$= \overline{AD} + (\overline{DB} + \overline{EC}) + \overline{AE}$

$= \overline{AB} + \overline{AC}$

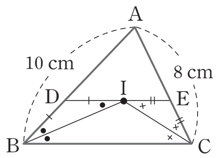
$= 18 + 16 = 34$(cm)

86 $\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC}$

$= 4 + 3 = 7$(cm)

∴ □DBCE$= \frac{1}{2} \times (7+10) \times 2 = 17(\text{cm}^2)$

87 점 I가 △ABC의 내심이므로



$\overline{DB} = \overline{DI}$, $\overline{EC} = \overline{EI}$

△ADE의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

△ADE$= \frac{1}{2} r(\overline{AD} + \overline{DE} + \overline{AE})$

$= \frac{1}{2} r(\overline{AD} + \overline{DI} + \overline{EI} + \overline{EA})$

$= \frac{1}{2} r(\overline{AD} + \overline{DB} + \overline{EC} + \overline{EA})$

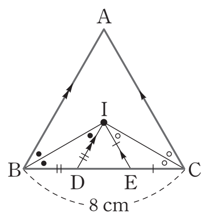
$= \frac{1}{2} r(\overline{AB} + \overline{AC})$

$= \frac{1}{2} r \times 18 = 18(\text{cm}^2)$

$\therefore r = 2$

따라서 구하는 반지름의 길이는 2 cm이다.

88 점 I가 △ABC의 내심이므로



∠IBD=∠IBA이고,

$\overline{AB} /\!/ \overline{ID}$이므로

∠IBA=∠BID (엇각)

∴ $\overline{ID} = \overline{DB}$

또 ∠ICE=∠ICA이고,

$\overline{AC} /\!/ \overline{IE}$이므로

∠ICA=∠CIE (엇각)

∴ $\overline{EI} = \overline{EC}$

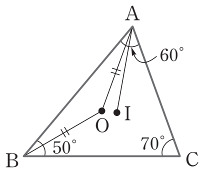
∴ (△IDE의 둘레의 길이)

$= \overline{ID} + \overline{DE} + \overline{IE}$

$= \overline{BD} + \overline{DE} + \overline{EC}$

$= \overline{BC} = 8$(cm)

89 $\angle C=180^\circ-(60^\circ+50^\circ)=70^\circ$



$\angle AOB=2\angle C$

$=2\times70^\circ=140^\circ$

이므로

$\angle ABO=\angle BAO$

$=\frac{1}{2}\times(180^\circ-140^\circ)$

$=20^\circ$

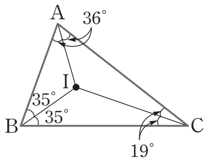
$\angle BAI=\angle CAI=\frac{1}{2}\angle A=\frac{1}{2}\times60^\circ=30^\circ$

이므로

$\angle OAI=\angle BAI-\angle BAO=30^\circ-20^\circ=10^\circ$

90 $\angle B=180^\circ-(72^\circ+38^\circ)$

$=70^\circ$



[그림 1]

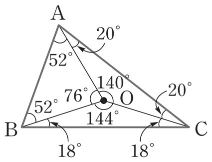
[그림 1]에서 점 I는 내심이므로

$\angle IAB=\angle IAC=\frac{1}{2}\angle A=36^\circ$

$\angle IBA=\angle IBC=\frac{1}{2}\angle B=35^\circ$

$\angle ICB=\angle ICA=\frac{1}{2}\angle C=19^\circ$

[그림 2]에서 점 O는 외심이므로



[그림 2]

$\angle BOC=2\angle A=144^\circ$

$\angle COA=2\angle B=140^\circ$

$\angle AOB=2\angle C=76^\circ$

또, $\triangle OAB$, $\triangle OBC$, $\triangle OCA$

는 각각 이등변삼각형이므로

$\angle OAB=\angle OBA=52^\circ$, $\angle OBC=\angle OCB=18^\circ$,

$\angle OCA=\angle OAC=20^\circ$

따라서

$\angle x=\angle OAB-\angle IAB=52^\circ-36^\circ=16^\circ$

$\angle y=\angle OBA-\angle IBA=52^\circ-35^\circ=17^\circ$

$\angle z=\angle OCA-\angle ICA=20^\circ-19^\circ=1^\circ$

이므로

$\angle x+\angle y+\angle z=16^\circ+17^\circ+1^\circ=34^\circ$

91 점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\angle BOC=2\angle A$, $100^\circ=2\angle A$

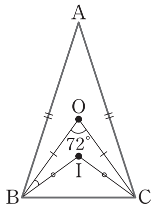
$\therefore\ \angle A=50^\circ$

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A$

$=90^\circ+\frac{1}{2}\times50^\circ=115^\circ$

92 이등변삼각형의 내심과 외심은 꼭지각의 이등분선 위에 있으므로



$\overline{OB}=\overline{OC}$, $\overline{IB}=\overline{IC}$

$\therefore\ \angle OBC=\angle OCB$

$=\frac{1}{2}\times(180^\circ-72^\circ)=54^\circ$

$\angle A=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times72^\circ=36^\circ$

또 $\angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A$이므로

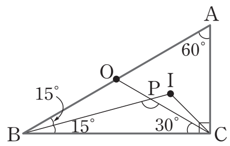
$\angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\times36^\circ=108^\circ$

$\angle IBC=\angle ICB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-108^\circ)=36^\circ$

$\therefore\ \angle OBI=\angle OBC-\angle IBC$

$=54^\circ-36^\circ=18^\circ$

93 $\angle B=90^\circ-60^\circ=30^\circ$



$\angle IBC=\frac{1}{2}\angle B$

$=\frac{1}{2}\times30^\circ=15^\circ$

점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\overline{OB}=\overline{OC}$

$\therefore\ \angle OCB=\angle OBC=30^\circ$

$\triangle PBC$에서 $\angle BPC=180^\circ-(15^\circ+30^\circ)=135^\circ$

94 외접원의 지름의 길이가 13 cm이므로

(외접원의 둘레의 길이)$=13\pi$ cm

내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

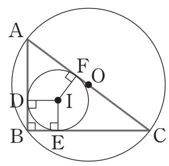
$\frac{1}{2}\times12\times5=\frac{1}{2}\times r\times(5+12+13)\qquad\therefore\ r=2$

(내접원의 둘레의 길이)$=4\pi$ cm

따라서 외접원과 내접원의 둘레의 길이의 합은

$13\pi+4\pi=17\pi$(cm)

95 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\frac{1}{2}\times8\times6=\frac{1}{2}\times r\times(6+8+10)$

$\therefore\ r=2$

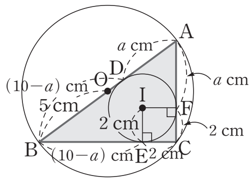
□DBEI는 한 변의 길이가 2 cm인 정사각형이므로

$\overline{AF}=\overline{AD}=\overline{AB}-\overline{DB}=6-2=4$(cm)

한편 $\overline{AO}=5$ cm이므로

$\overline{FO}=\overline{AO}-\overline{AF}=5-4=1$(cm)

96 $\overline{\mathrm{AB}}$의 중점이 외심이므로 $\triangle\mathrm{ABC}$는 $\overline{\mathrm{AB}}$를 빗변으로 하는 직각삼각형이다.



$\overline{\mathrm{IF}}$를 그으면 $\square\mathrm{IECF}$는 정사각형이므로

$\overline{\mathrm{EC}}=\overline{\mathrm{FC}}=2\ \mathrm{cm}$

$\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{AF}}=a\ \mathrm{cm}$라 하면

$\overline{\mathrm{BE}}=\overline{\mathrm{BD}}=\overline{\mathrm{AB}}-\overline{\mathrm{AD}}=10-a(\mathrm{cm})$

$\overline{\mathrm{AB}}+\overline{\mathrm{BC}}+\overline{\mathrm{CA}}=10+(10-a+2)+(a+2)=24$

$\therefore\ \triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{IE}}\times(\overline{\mathrm{AB}}+\overline{\mathrm{BC}}+\overline{\mathrm{CA}})$

$=\frac{1}{2}\times2\times24=24(\mathrm{cm}^2)$

97 $\overline{\mathrm{BD}}:\overline{\mathrm{DC}}=1:2$에서 $\overline{\mathrm{BD}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{DC}}$이고,

$\overline{\mathrm{DE}}:\overline{\mathrm{EC}}=2:1$에서 $\overline{\mathrm{EC}}=\frac{1}{3}\overline{\mathrm{DC}}$이므로

$\triangle\mathrm{ABD}:\triangle\mathrm{AEC}=\overline{\mathrm{BD}}:\overline{\mathrm{EC}}$

$=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{DC}}:\frac{1}{3}\overline{\mathrm{DC}}=3:2$

98 $\overline{\mathrm{BM}}=\overline{\mathrm{CM}}$이므로

$\triangle\mathrm{ABM}=\triangle\mathrm{ACM}=\frac{1}{2}\triangle\mathrm{ABC}$

또 $\overline{\mathrm{AN}}:\overline{\mathrm{NM}}=3:2$이므로

$\triangle\mathrm{ANC}=\frac{3}{5}\triangle\mathrm{ACM}=\frac{3}{10}\triangle\mathrm{ABC}$

$\triangle\mathrm{BMN}=\frac{2}{5}\triangle\mathrm{ABM}=\frac{1}{5}\triangle\mathrm{ABC}$

$\therefore\ \triangle\mathrm{ANC}:\triangle\mathrm{BMN}=\frac{3}{10}\triangle\mathrm{ABC}:\frac{1}{5}\triangle\mathrm{ABC}$

$=3:2$

99 $\triangle\mathrm{ABP}:\triangle\mathrm{ACP}=\overline{\mathrm{BP}}:\overline{\mathrm{CP}}=2:3$이므로

$\triangle\mathrm{ACP}=\frac{3}{2+3}\triangle\mathrm{ABC}=\frac{3}{5}\times50=30(\mathrm{cm}^2)$

또, $\overline{\mathrm{AQ}}=\overline{\mathrm{CQ}}$이므로 $\triangle\mathrm{APQ}=\triangle\mathrm{CPQ}$

$\therefore\ \triangle\mathrm{APQ}=\frac{1}{2}\triangle\mathrm{ACP}=\frac{1}{2}\times30=15(\mathrm{cm}^2)$

100 $\overline{\mathrm{AM}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{AD}}$

$\overline{\mathrm{AN}}:\overline{\mathrm{ND}}=3:1$이므로 $\overline{\mathrm{AN}}=\frac{3}{4}\overline{\mathrm{AD}}$

$\overline{\mathrm{MN}}=\overline{\mathrm{AN}}-\overline{\mathrm{AM}}=\frac{3}{4}\overline{\mathrm{AD}}-\frac{1}{2}\overline{\mathrm{AD}}=\frac{1}{4}\overline{\mathrm{AD}}$

$\triangle\mathrm{BMN}:\triangle\mathrm{ABD}=\overline{\mathrm{MN}}:\overline{\mathrm{AD}}$

$=\frac{1}{4}\overline{\mathrm{AD}}:\overline{\mathrm{AD}}=1:4$

$\triangle\mathrm{BMN}=4\ \mathrm{cm}^2$이므로

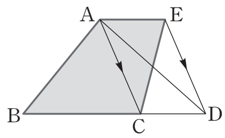
$4:\triangle\mathrm{ABD}=1:4$

$\therefore\ \triangle\mathrm{ABD}=16(\mathrm{cm}^2)$

또 $\overline{\mathrm{BD}}=\overline{\mathrm{DC}}$이므로 $\triangle\mathrm{ABD}=\triangle\mathrm{ACD}=16\ \mathrm{cm}^2$

$\therefore\ \triangle\mathrm{ABC}=32\ \mathrm{cm}^2$

101 $\overline{\mathrm{BC}}:\overline{\mathrm{CD}}=3:2$이므로



$\triangle\mathrm{ABC}:\triangle\mathrm{ACD}=3:2$

$18:\triangle\mathrm{ACD}=3:2$

$3\triangle\mathrm{ACD}=36$

$\therefore\ \triangle\mathrm{ACD}=12(\mathrm{cm}^2)$

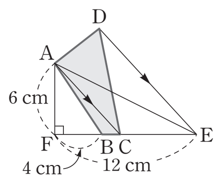
$\overline{\mathrm{AC}}/\!/\overline{\mathrm{DE}}$이므로 $\triangle\mathrm{ACE}=\triangle\mathrm{ACD}$

$\therefore\ \square\mathrm{ABCE}=\triangle\mathrm{ABC}+\triangle\mathrm{ACE}$

$=\triangle\mathrm{ABC}+\triangle\mathrm{ACD}$

$=18+12=30(\mathrm{cm}^2)$

102 $\overline{\mathrm{AC}}/\!/\overline{\mathrm{DE}}$이므로



$\triangle\mathrm{ACD}=\triangle\mathrm{ACE}$

$\therefore\ \square\mathrm{ABCD}$

$=\triangle\mathrm{ABC}+\triangle\mathrm{ACD}$

$=\triangle\mathrm{ABC}+\triangle\mathrm{ACE}$

$=\triangle\mathrm{ABE}$

$=\frac{1}{2}\times8\times6$

$=24(\mathrm{cm}^2)$

103 $\overline{\mathrm{BM}}=\overline{\mathrm{ME}}$이므로 $\triangle\mathrm{DBM}=\triangle\mathrm{DME}$

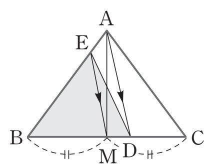
$\overline{\mathrm{DC}}/\!/\overline{\mathrm{AE}}$이므로 $\triangle\mathrm{DCA}=\triangle\mathrm{DCE}$

$\therefore\ \triangle\mathrm{DME}=\triangle\mathrm{DMC}+\triangle\mathrm{DCE}$

$=\triangle\mathrm{DMC}+\triangle\mathrm{DCA}$

$=\square\mathrm{ADMC}$

104 $\overline{\mathrm{AD}}/\!/\overline{\mathrm{EM}}$이므로



$\triangle\mathrm{EMD}=\triangle\mathrm{EMA}$

점 M이 $\overline{\mathrm{BC}}$의 중점이므로

$\triangle\mathrm{BDE}=\triangle\mathrm{BME}+\triangle\mathrm{EMD}$

$=\triangle\mathrm{BME}+\triangle\mathrm{EMA}$

$=\triangle\mathrm{ABM}$

$=\frac{1}{2}\triangle\mathrm{ABC}$

$=\frac{1}{2}\times20=10(\mathrm{cm}^2)$

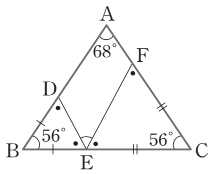
단원 종합 문제

본문 32~34쪽

01 ④	**02** 56°	**03** ②	**04** 15°	**05** 54°	**06** ③	**07** ⑤	**08** ③, ⑤
09 140°	**10** ④	**11** ③, ⑤	**12** 36°	**13** ⑤	**14** ④	**15** ④	**16** ②
17 ③	**18** ③						

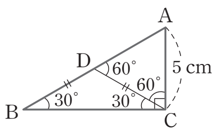
01 ②, ⑤ $\angle ABC=\angle ACB$이므로 $\angle CBP=\angle BCP$
따라서 $\triangle PBC$는 $\overline{BP}=\overline{CP}$인 이등변삼각형이다.
①, ④ $\triangle BAD\equiv\triangle CAE$ (ASA 합동)이므로
$\overline{BD}=\overline{CE}$
$\triangle BCD\equiv\triangle CBE$ (ASA 합동)
③ $\triangle BPE\equiv\triangle CPD$ (ASA 합동)

02 $\angle B=\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-68^\circ)$
$=56^\circ$
이므로



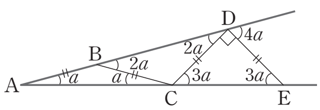
$\angle BDE=\angle BED=\angle CEF$
$=\angle CFE$
$=\frac{1}{2}\times(180^\circ-56^\circ)=62^\circ$
$\therefore\ \angle DEF=180^\circ-(62^\circ+62^\circ)=56^\circ$

03 $\angle DCB=\angle B=30^\circ$이므로



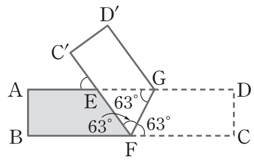
$\triangle DBC$에서
$\angle ADC=30^\circ+30^\circ=60^\circ$
또 $\angle ACD=90^\circ-30^\circ=60^\circ$
$\angle ADC=\angle ACD=\angle A=60^\circ$이므로 $\triangle ADC$는 정삼각형이다.
$\therefore\ \overline{AD}=\overline{AC}=5\text{ cm}$

04 $\angle A=\angle a$라 하면



$\overline{AB}=\overline{BC}$이므로
$\angle BCA=\angle a$
$\triangle ABC$에서
$\angle DBC=\angle A+\angle BCA=2\angle a$
또 $\triangle BCD$에서 $\overline{BC}=\overline{CD}$이므로
$\triangle ACD$에서
$\angle CDB=\angle CBD=2\angle a$
$\angle DCE=\angle A+\angle ADC=\angle a+2\angle a=3\angle a$
$\triangle DCE$에서 $\overline{CD}=\overline{DE}$이므로
$\angle DEC=\angle DCE=3\angle a$
$90^\circ+3\angle a+3\angle a=180^\circ$
$6\angle a=90^\circ \qquad \therefore\ \angle a=15^\circ$
$\therefore\ \angle A=15^\circ$

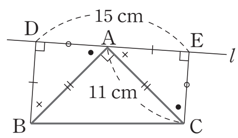
05 $\angle EFG=\angle CFG$



$=63^\circ$ (접은 각)
$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로
$\angle CFG=\angle EGF$
$=63^\circ$ (엇각)
$\therefore\ \angle C'EA=\angle GEF=180^\circ-2\times63^\circ=54^\circ$

06 $\triangle BCD$와 $\triangle CBE$에서
$\overline{CD}=\overline{BE}$, $\overline{BC}$는 공통, $\angle BDC=\angle CEB=90^\circ$이므로
$\triangle BCD\equiv\triangle CBE$ (RHS 합동)
즉 $\angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-56^\circ)=62^\circ$
$\triangle ADB$에서 $\angle ABD=90^\circ-56^\circ=34^\circ$이므로
$\angle DBC=\angle ABC-\angle ABD=62^\circ-34^\circ=28^\circ$

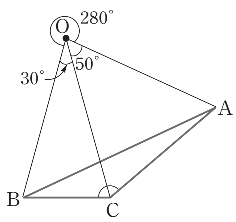
07 $\triangle ABD$와 $\triangle CAE$에서



$\overline{AB}=\overline{CA}$, $\angle D=\angle E=90^\circ$,
$\angle BAD+\angle ABD=90^\circ$
이고,
$\angle BAD+\angle CAE=90^\circ$이므로
$\angle ABD=\angle CAE$
$\therefore\ \triangle ABD\equiv\triangle CAE$ (RHA 합동)
따라서 $\overline{AD}=\overline{CE}$, $\overline{BD}=\overline{AE}$이므로
$\overline{BD}+\overline{CE}=\overline{AE}+\overline{AD}=\overline{DE}=15\text{ cm}$

08 ③ $\triangle AOF\equiv\triangle COF$, $\triangle AOD\equiv\triangle BOD$
⑤ 점 O가 내심일 때 성립한다.

09 $\angle AOB=80^\circ$이므로



($\angle AOB$의 외각)
$=360^\circ-80^\circ=280^\circ$이고,
($\angle AOB$의 외각)
$=2\angle ACB$이므로

$280^\circ=2\angle ACB$

$\therefore\ \angle ACB=140^\circ$

다른 풀이 점 O가 △ABC의 외심이므로

$\overline{OB}=\overline{OC}=\overline{OA}$

△OBC에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$이므로

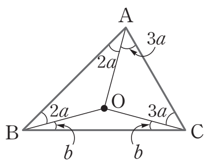
$\angle OCB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-30^\circ)=75^\circ$

△OAC에서 $\overline{OA}=\overline{OC}$이므로

$\angle OCA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$

$\therefore\ \angle ACB=\angle OCB+\angle OCA=75^\circ+65^\circ=140^\circ$

10 $\angle BAO : \angle CAO=2:3$이므로



$\angle BAO=2\angle a$라 하면

$\angle CAO=3\angle a$

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$이므로

$\angle ABO=\angle BAO=2\angle a$

$\angle ACO=\angle CAO=3\angle a$

$\angle OBC=\angle OCB=\angle b$라 하면

$\angle ABC : \angle ACB=3:4$이므로

$(2\angle a+\angle b):(3\angle a+\angle b)=3:4$

$3(3\angle a+\angle b)=4(2\angle a+\angle b)$

$9\angle a+3\angle b=8\angle a+4\angle b$

$\therefore\ \angle a=\angle b$

△ABC에서

$2\angle a+\angle b+3\angle a=90^\circ$이므로

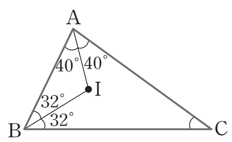
$6\angle a=90^\circ \qquad \therefore\ \angle a=15^\circ$

$\therefore\ \angle ABC=2\angle a+\angle b=3\angle a=3\times15^\circ=45^\circ$

11 ③ 내심은 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이다.

⑤ 내심에서 삼각형의 세 변에 이르는 거리는 같다.

12 $\angle IAB=\angle IAC=40^\circ$



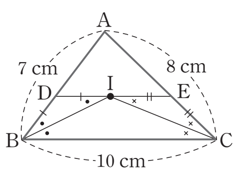
$\angle IBA=\angle IBC=32^\circ$이므로

$\angle BAC=80^\circ,\ \angle ABC=64^\circ$

$\therefore\ \angle C=180^\circ-(80^\circ+64^\circ)$

$=36^\circ$

13 점 I가 △ABC의 내심이므로



$\angle DBI=\angle CBI$

$\overline{DE}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로

$\angle CBI=\angle BID$ (엇각)

$\therefore\ \angle DBI=\angle BID$

즉 △DBI는 이등변삼각형이므로 $\overline{DB}=\overline{DI}$

같은 방법으로 △EIC는 이등변삼각형이므로

$\overline{EI}=\overline{EC}$

$\therefore$ (△ADE의 둘레의 길이)

$=\overline{AD}+\overline{DE}+\overline{EA}$

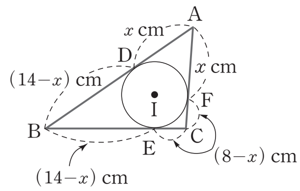
$=\overline{AD}+(\overline{DI}+\overline{IE})+\overline{EA}$

$=\overline{AD}+(\overline{DB}+\overline{CE})+\overline{EA}$

$=\overline{AB}+\overline{AC}$

$=7+8=15$(cm)

14 $\overline{AD}=\overline{AF}=x$ cm라



하면

$\overline{BE}=\overline{BD}$

$=14-x$(cm),

$\overline{CE}=\overline{CF}$

$=8-x$(cm)

$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}$이므로

$11=(14-x)+(8-x)$

$2x=11 \qquad \therefore\ x=\frac{11}{2}$

$\therefore\ \overline{AD}=\frac{11}{2}$ cm

15 외심과 내심이 일치하는 삼각형은 정삼각형이다.

16 점 O가 △ABC의 외심이므로

$\angle A=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times104^\circ=52^\circ$

점 I가 △ABC의 내심이므로

$\angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A$

$=90^\circ+\frac{1}{2}\times52^\circ=116^\circ$

17 $\overline{AC}\,/\!/\,\overline{DE}$이므로 △ACD=△ACE

$\therefore$ □ABCD=△ABC+△ACD

=△ABC+△ACE

=△ABE=12(cm^2)

18 $\overline{AC}\,/\!/\,\overline{DE}$이므로 △ACE=△ACD

□ABCD=△ABC+△ACD

=△ABC+△ACE

이므로

42=25+△ACE

$\therefore$ △ACE=17(cm^2)

1 평행사변형

본문 37~47쪽

주제별 실력다지기

01 (가) $\angle$DCA (나) $\overline{AC}$ (다) ASA (라) $\overline{AB}=\overline{DC}$				**02** 90°	**03** ③	**04** ④	**05** ③
06 ②	**07** 140°	**08** ②	**09** 3 cm	**10** ④	**11** ②	**12** 35°	**13** 113°
14 ④	**15** 50°	**16** 18°	**17** (가) $\angle$DFC (나) $\overline{DF}$ (다) 평행사변형				**18** 2 cm
19 ①	**20** ③	**21** ③	**22** ①	**23** ④	**24** ③	**25** 평행사변형	
26 4초	**27** ㄱ, ㄷ, ㅁ		**28** 3개	**29** 12	**30** ②	**31** 40 cm^2	**32** ③
33 ②	**34** 1 : 2	**35** ⑤	**36** 28 cm^2	**37** ②	**38** 14 cm^2	**39** ⑤	**40** ①
41 ①	**42** 25 cm^2	**43** ②	**44** 10 cm^2	**45** 9 cm^2	**46** ①	**47** ③	**48** ②
49 4 cm^2	**50** 4 cm^2						

01 평행사변형 ABCD에서 대각선 AC를 그으면
$\triangle$ABC와 $\triangle$CDA에서 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로
$\angle BAC = \boxed{\angle DCA}$ (엇각)
$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로
$\angle BCA=\angle DAC$ (엇각)
$\boxed{\overline{AC}}$는 공통
따라서 $\triangle ABC\equiv\triangle CDA$ ($\boxed{\text{ASA}}$ 합동)이므로
$\boxed{\overline{AB}=\overline{DC}}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$

02 $\angle PBC+\angle PCB=\frac{1}{2}\times(\angle ABC+\angle BCD)$
$=\frac{1}{2}\times180^\circ=90^\circ$
$\therefore\ \angle BPC=180^\circ-(\angle PBC+\angle PCB)$
$=180^\circ-90^\circ=90^\circ$

03 평행사변형 ABCD에서 두 대각선의 교점을 O라 하면 $\triangle$ABO와 $\triangle$CDO에서
$\overline{AB}=\boxed{\overline{CD}}$
$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로
$\angle ABO=\boxed{\angle CDO}$ (엇각),
$\angle BAO=\angle DCO$ ($\boxed{\text{엇각}}$)
따라서 $\triangle ABO\equiv\triangle CDO$ ($\boxed{\text{ASA}}$ 합동)이므로
$\overline{AO}=\overline{CO}$, $\boxed{\overline{BO}=\overline{DO}}$

04 ④ $\angle ABD=\angle BDC$ (엇각), $\angle BAC=\angle ACD$ (엇각)이지만 $\angle ABD=\angle ACD$는 알 수 없다.

05 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 $\overline{AO}=\overline{CO}=4$ cm, $\overline{BO}=\overline{DO}=5$ cm
또 평행사변형의 두 대변의 길이는 각각 같으므로
$\overline{BC}=\overline{AD}=6$ cm
따라서 $\triangle$BCO의 둘레의 길이는
$\overline{BO}+\overline{BC}+\overline{CO}=5+6+4=15$(cm)

06 $\triangle$AOP와 $\triangle$COQ에서
$\overline{AO}=\overline{CO}$, $\angle AOP=\angle COQ$ (맞꼭지각),
$\angle OAP=\angle OCQ$ (엇각)이므로
$\triangle AOP\equiv\triangle COQ$ (ASA 합동)
$\therefore\ \overline{PO}=\overline{QO}$, $\overline{AP}=\overline{CQ}$, $\angle OPA=\angle OQC$
② $\angle AOB=\angle COD$, $\angle OPB=\angle OQD$

07 $\angle ADC=180^\circ-100^\circ=80^\circ$이므로
$\angle ADE=\angle CDE=40^\circ$
또 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로
$\angle CED=\angle ADE=40^\circ$ (엇각)
$\therefore\ \angle x=180^\circ-40^\circ=140^\circ$

08 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle BEA=\angle DAE$ (엇각)
$\triangle$ABE가 이등변삼각형이므로
$\overline{BE}=\overline{AB}=12$ cm
$\therefore\ \overline{CE}=\overline{BC}-\overline{BE}=16-12=4$(cm)

09 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle DAE=\angle BEA$ (엇각)
즉 $\triangle$ABE는 이등변삼각형이므로
$\overline{BE}=\overline{AB}=6$ cm
$\therefore\ \overline{CE}=\overline{BC}-\overline{BE}=9-6=3$(cm)
$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle DFC=\angle ADF$ (엇각)
즉 $\triangle$CDF는 이등변삼각형이므로
$\overline{CF}=\overline{CD}=6$ cm
$\therefore\ \overline{FE}=\overline{CF}-\overline{CE}=6-3=3$(cm)

10 $\overline{AB} /\!/ \overline{DE}$이므로

$\angle BAE = \angle DEA = 55^\circ$ (엇각)

$\angle DAE = \angle BAE = 55^\circ$이므로

$\angle BAD = 55^\circ + 55^\circ = 110^\circ$

$\therefore \angle BCD = \angle BAD = 110^\circ$

11 $\overline{AB} /\!/ \overline{CE}$이므로 $\angle ABE = \angle CEB$ (엇각)

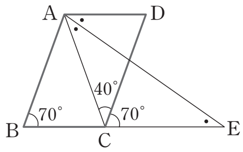
$\angle ABE = \angle CBE$이므로 $\angle CBE = \angle CEB$

즉 $\triangle BCE$는 이등변삼각형이므로

$\overline{CE} = \overline{CB} = 7\text{ cm}$

$\therefore \overline{DE} = \overline{CE} - \overline{CD} = 7 - 5 = 2(\text{cm})$

12 $\overline{AD} /\!/ \overline{BE}$이므로



$\angle DAE = \angle E$ (엇각)

$\therefore \angle CAE = \angle E$

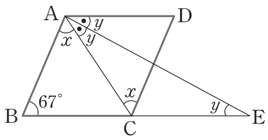
$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$이므로

$\angle DCE = \angle B = 70^\circ$ (동위각)

$\therefore \angle ACE = 40^\circ + 70^\circ = 110^\circ$

$\therefore \angle E = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 110^\circ) = 35^\circ$

13 $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$이므로



$\angle BAC = \angle DCA = \angle x$ (엇각)

$\overline{AD} /\!/ \overline{BE}$이므로

$\angle DAE = \angle E = \angle y$ (엇각)

$\angle BAD = \angle x + 2\angle y$이고

$\angle B + \angle BAD = 180^\circ$이므로

$67^\circ + \angle x + 2\angle y = 180^\circ$

$\therefore \angle x + 2\angle y = 113^\circ$

14 ②, ③ $\triangle ABE$와 $\triangle CDF$에서

$\overline{AB} = \overline{CD}$, $\angle AEB = \angle CFD = 90^\circ$

$\angle ABE = \angle CDF$ (엇각)이므로

$\triangle ABE \equiv \triangle CDF$ (RHA 합동)

$\therefore \overline{BE} = \overline{DF}$, $\triangle ABE = \triangle CDF$

④ $\angle ADE = \angle CBF$ (엇각), $\angle DCF = \angle BAE$

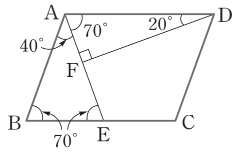
⑤ $\triangle AED$와 $\triangle CFB$에서

$\overline{AD} = \overline{CB}$, $\angle AED = \angle CFB = 90^\circ$

$\angle ADE = \angle CBF$ (엇각)이므로

$\triangle AED \equiv \triangle CFB$ (RHA 합동)

15 $\triangle ABE$는 이등변삼각형이므로



$\angle AEB = \angle B = 70^\circ$

$\therefore \angle BAE = 180^\circ - 2 \times 70^\circ$

$= 40^\circ$

$\angle BAD = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$이므로

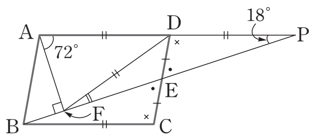
$\angle DAF = 110^\circ - 40^\circ = 70^\circ$

$\triangle AFD$에서 $\angle ADF = 180^\circ - (90^\circ + 70^\circ) = 20^\circ$

$\angle ADC = \angle B = 70^\circ$이므로

$\angle CDF = 70^\circ - 20^\circ = 50^\circ$

16 $\overline{AD}$와 $\overline{BE}$의 연장선이 만나는 점을 P라 하면 $\triangle BCE$와 $\triangle PDE$에서



$\overline{CE} = \overline{DE}$, $\angle BEC = \angle PED$ (맞꼭지각)

$\overline{AP} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\angle BCE = \angle PDE$ (엇각)

따라서 $\triangle BCE \equiv \triangle PDE$ (ASA 합동)이므로

$\overline{AD} = \overline{BC} = \overline{PD}$

직각삼각형 AFP에서 $\angle P = 90^\circ - 72^\circ = 18^\circ$이고 점 D는 빗변의 중점, 즉 외심이므로 $\overline{AD} = \overline{FD} = \overline{PD}$이다.

따라서 $\triangle DFP$는 이등변삼각형이므로

$\angle DFE = \angle P = 18^\circ$

17 $\overline{ED} /\!/ \overline{BF}$이므로

$\angle EDF = \boxed{\angle DFC}$ (엇각)

이때 $\angle DFC = \angle EBF$ (동위각)이므로

$\overline{EB} /\!/ \boxed{\overline{DF}}$

따라서 □EBFD는 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로

$\boxed{\text{평행사변형}}$이다.

18 $\angle ABC = \angle ADC$이므로 $\angle EBF = \angle EDF$ …… ㉠

또 $\angle AEB = \angle EBF$ (엇각), $\angle CFD = \angle EDF$ (엇각)이므로

$\angle AEB = \angle CFD$, 즉 $\angle DEB = \angle BFD$ …… ㉡

㉠, ㉡에 의해 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로

□EBFD는 평행사변형이다.

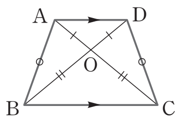
$\therefore \overline{ED} = \overline{BF} = 5 - 3 = 2(\text{cm})$

19 ① $\angle D = 360^\circ - (130^\circ + 50^\circ + 130^\circ) = 50^\circ$

즉 $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$이므로 두 쌍의 대각

의 크기가 각각 같다. 따라서 □ABCD는 평행사변형이 된다.

20 ③ 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{CD}$인 등변사다리꼴일 수도 있다.



21 ① △AEH≡△CGF (SAS 합동),
△BEF≡△DGH (SAS 합동)이므로
$\overline{EH}=\overline{GF}$, $\overline{EF}=\overline{GH}$
즉 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로
□EFGH는 평행사변형이다.
② □AECG와 □HBFD가 각각 평행사변형이므로
$\overline{PS}/\!/\overline{QR}$, $\overline{PQ}/\!/\overline{SR}$
즉, 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 □PQRS는 평행사변형이다.
④ $\overline{ED}/\!/\overline{BF}$이고 $\overline{ED}=\overline{BF}$
즉 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로
□EBFD는 평행사변형이다.
⑤ □AFCE와 □EBFD가 각각 평행사변형이므로
$\overline{GF}/\!/\overline{EH}$, $\overline{EG}/\!/\overline{HF}$
즉 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 □EGFH는 평행사변형이다.

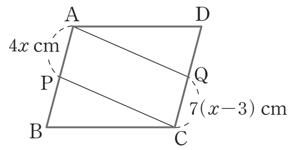
22 □ABCD가 평행사변형이 되려면 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이고 $\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이어야 한다. 즉 각각의 엇각의 크기가 같아야 하므로
$\angle x=\angle DBC=35^\circ$, $\angle y=\angle BAC=45^\circ$
$\therefore \angle y-\angle x=45^\circ-35^\circ=10^\circ$

23 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 사각형은 평행사변형이므로
$x=\overline{BO}=8$, $y=2\overline{CO}=2\times7=14$
$\therefore x+y=8+14=22$

24 $\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{OE}=\overline{OF}$이므로 □AECF는 평행사변형이다.
따라서 $\overline{AE}=\overline{FC}$이고 △AOE≡△COF이다.
③ ∠EAO=∠FCO (엇각),
∠FAO=∠ECO (엇각)

25 △ABE와 △CDF에서
$\overline{AB}=\overline{CD}$, ∠AEB=∠CFD=90°,
$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 ∠BAE=∠DCF (엇각)
∴ △ABE≡△CDF (RHA 합동)
∴ $\overline{EB}=\overline{FD}$ …… ㉠
또 ∠BEF=∠DFE=90°이므로
$\overline{EB}/\!/\overline{FD}$ …… ㉡
따라서 ㉠, ㉡에서 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 □EBFD는 평행사변형이다.

26 $\overline{AQ}/\!/\overline{PC}$가 되는 때는 □APCQ가 평행사변형이 될 때이다.



점 P가 점 A를 출발한 지 x초 후에 □APCQ가 평행사변형이 된다고 하면
$\overline{AP}=4x$ cm, $\overline{CQ}=7(x-3)$ cm
이때 $\overline{AP}=\overline{CQ}$이어야 하므로
$4x=7(x-3)$, $3x=21$
$\therefore x=7$
따라서 점 Q가 출발한 지 $7-3=4$(초) 후에 □APCQ는 평행사변형이 된다.

27 △ABC와 △PBQ에서
$\overline{AB}=\overline{PB}$, $\overline{BC}=\overline{BQ}$,
∠ABC=∠QBC−∠QBA=60°−∠QBA,
∠PBQ=∠PBA−∠QBA=60°−∠QBA
이므로
∠ABC=∠PBQ
∴ △ABC≡△PBQ (SAS 합동)
∴ $\overline{AC}=\overline{PQ}$ …… ㉠
또, △ABC와 △RQC에서
$\overline{AC}=\overline{RC}$, $\overline{BC}=\overline{QC}$,
∠ACB=∠QCB−∠QCA=60°−∠QCA,
∠RCQ=∠RCA−∠QCA=60°−∠QCA
이므로
∠ACB=∠RCQ
∴ △ABC≡△RQC (SAS 합동)
∴ $\overline{AB}=\overline{RQ}$ …… ㉡
△RAC가 정삼각형이므로 $\overline{AR}=\overline{AC}$
∴ $\overline{AR}=\overline{PQ}$ (∵ ㉠) …… ㉢
△PAB가 정삼각형이므로 $\overline{AP}=\overline{AB}$
∴ $\overline{AP}=\overline{RQ}$ (∵ ㉡) …… ㉣
따라서 ㉢, ㉣에서 □PARQ는 평행사변형이다.
그러므로 보기 중 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㅁ이다.

28 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$이므로

$\overline{AH} /\!/ \overline{FC}$, $\overline{AH}=\overline{FC}$

따라서 □AFCH는 평행사변형이다. …… ㉠

$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\overline{AB}=\overline{DC}$이므로

$\overline{AE} /\!/ \overline{GC}$, $\overline{AE}=\overline{GC}$

따라서 □AECG는 평행사변형이다. …… ㉡

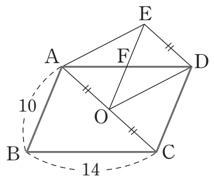
또 ㉠, ㉡에서 $\overline{AP} /\!/ \overline{QC}$, $\overline{AQ} /\!/ \overline{PC}$이므로

□APCQ는 평행사변형이다.

즉 평행사변형은 모두 3개이다.

29 $\overline{AE}$, $\overline{OD}$를 그어

□AODE를 만들면



$\overline{AO}=\overline{ED}$, $\overline{AO} /\!/ \overline{ED}$이므로

□AODE는 평행사변형이다.

이때 $\overline{EO}=\overline{DC}=10$이므로

$\overline{OF}=\overline{EF}=5$

$\overline{AD}=\overline{BC}=14$이므로 $\overline{AF}=\overline{DF}=7$

$\therefore\ \overline{AF}+\overline{OF}=7+5=12$

30 $\triangle PNM=\frac{1}{4}$□ABNM, $\triangle QMN=\frac{1}{4}$□MNCD

이므로

□PNQM $=\triangle PNM+\triangle QMN$

$=\frac{1}{4}$□ABNM$+\frac{1}{4}$□MNCD

$=\frac{1}{4}$(□ABNM+□MNCD)

$=\frac{1}{4}$□ABCD

$=\frac{1}{4}\times 48$

$=12(\mathrm{cm}^2)$

31 △OAE와 △OCF에서

$\overline{OA}=\overline{OC}$, $\angle AOE=\angle COF$ (맞꼭지각),

$\angle OAE=\angle OCF$ (엇각)이므로

$\triangle OAE\equiv\triangle OCF$ (ASA 합동)

따라서 어두운 부분의 넓이의 합은

$\triangle EOD+\triangle OCF=\triangle EOD+\triangle OAE$

$=\triangle OAD=\frac{1}{4}$□ABCD

$=\frac{1}{4}\times 160=40(\mathrm{cm}^2)$

32 □BFED는 평행사변형이므로

$\triangle BCD=\frac{1}{4}$□BFED$=\frac{1}{4}\times 100=25(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore\ \triangle ABC=\triangle BCD=25\ \mathrm{cm}^2$

33 $\triangle AOD=\frac{1}{4}$□ABCD$=8\ \mathrm{cm}^2$이므로

□ABCD$=32(\mathrm{cm}^2)$

□BEFD는 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이고,

$\triangle CBD=\frac{1}{2}$□ABCD$=\frac{1}{2}\times 32=16(\mathrm{cm}^2)$이므로

□BEFD$=4\triangle BCD=4\times 16=64(\mathrm{cm}^2)$

① $\triangle DCF=\frac{1}{4}$□BEFD$=\frac{1}{4}\times 64=16(\mathrm{cm}^2)$

② $\triangle BEF=\frac{1}{2}$□BEFD$=\frac{1}{2}\times 64=32(\mathrm{cm}^2)$

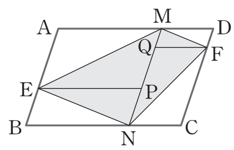
④ □ACFD$=\triangle ACD+\triangle CDF$

$=\frac{1}{2}$□ABCD$+\frac{1}{4}$□BEFD

$=\frac{1}{2}\times 32+\frac{1}{4}\times 64$

$=32(\mathrm{cm}^2)$

34 $\overline{AD}=\overline{BC}$이고



$\overline{AM} : \overline{MD}=2 : 1$,

$\overline{BN} : \overline{NC}=2 : 1$이므로

$\overline{AM}=\overline{BN}$, $\overline{DM}=\overline{CN}$이다.

따라서 □ABNM, □MNCD는 각각 평행사변형이다.

점 E, F를 지나고 $\overline{AD}$와 평행한 직선이 $\overline{MN}$과 만나는 점을 각각 P, Q라 하면 □AEPM, □EBNP, □MQFD, □QNCF는 모두 평행사변형이므로

$\triangle MEP=\triangle AEM$, $\triangle ENP=\triangle EBN$,

$\triangle MQF=\triangle MFD$, $\triangle QNF=\triangle FNC$이다.

따라서 □MENF$=\frac{1}{2}$□ABCD이므로

□MENF : □ABCD$=1 : 2$

35 $\triangle ABP+\triangle CDP=\triangle ADP+\triangle BCP$이므로

$32+\triangle CDP=42+18$

$\therefore\ \triangle CDP=28(\mathrm{cm}^2)$

36 $\triangle APD+\triangle BPC=\frac{1}{2}$□ABCD이므로

$\frac{1}{2}$□ABCD$=6+8=14$

$\therefore$ □ABCD$=28(\mathrm{cm}^2)$

37 $\triangle PAB+\triangle PCD=\frac{1}{2}$□ABCD

$=\frac{1}{2}\times(10\times8)$

$=40(cm^2)$

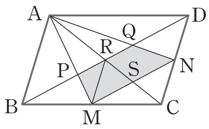
38 $\square ABCD=8\times5=40(cm^2)$이고,

$\triangle PAD+\triangle PBC=\frac{1}{2}\square ABCD$이므로

$\triangle PAD+6=\frac{1}{2}\times40$

$\therefore \triangle PAD=14(cm^2)$

39 $\triangle APR=\frac{1}{2}\triangle APQ$



$=\frac{1}{2}\times4=2(cm^2)$

점 P는 △ABC의 무게중심이므로

$\triangle APR:\triangle PRM=2:1$

$2:\triangle PRM=2:1$

$\therefore \triangle PRM=1(cm^2)$

점 R는 $\overline{AC}$의 중점이므로

$\triangle AMR=\triangle CMR=3\,cm^2$

$\triangle RMS=\triangle CMS=\frac{1}{2}\triangle CMR=\frac{1}{2}\times3=\frac{3}{2}(cm^2)$

$\therefore \square PMSR=\triangle PRM+\triangle RMS=1+\frac{3}{2}=\frac{5}{2}(cm^2)$

마찬가지로 $\square RSNQ=\frac{5}{2}\,cm^2$

$\therefore \square PMNQ=2\square PMSR=5(cm^2)$

40 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\square ABCD=\frac{1}{2}\times36=18(cm^2)$

또, $\overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BM}=\overline{CM}$이므로 점 P는 △ABC의 무게중심이다.

$\therefore \triangle PBM=\frac{1}{6}\triangle ABC=\frac{1}{6}\times18=3(cm^2)$

41 $\triangle ADC=\frac{1}{2}\square ABCD=\frac{1}{2}\times60=30(cm^2)$

$\overline{AP}=\overline{PQ}=\overline{QC}$이므로

$\triangle DPQ=\frac{1}{3}\triangle ADC=\frac{1}{3}\times30=10(cm^2)$

42 $\triangle BCD=\frac{1}{2}\square ABCD=\frac{1}{2}\times80=40(cm^2)$

$\overline{BP}:\overline{BD}=5:8$에서 $\overline{BP}:\overline{PD}=5:3$이므로

$\triangle PBC:\triangle PDC=\overline{BP}:\overline{PD}=5:3$

$\therefore \triangle PBC=\frac{5}{8}\triangle BCD=\frac{5}{8}\times40=25(cm^2)$

43 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle DAE=\angle BEA$ (엇각)

△ABE는 이등변삼각형이므로

$\overline{BE}=\overline{AB}=4\,cm$

$\therefore \overline{EC}=\overline{BC}-\overline{BE}=6-4=2(cm)$

그런데 높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같으므로 높이가 같은 두 삼각형 ABE와 DEC의 넓이의 비는 $4:2=2:1$

44 $\triangle ACE:\triangle AED=\overline{CE}:\overline{ED}=2:3$이므로

$\triangle ACE=\frac{2}{5}\triangle ACD$

$=\frac{2}{5}\times\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{5}\square ABCD$

$=\frac{1}{5}\times100=20(cm^2)$

$\overline{AP}=\overline{PC}$이므로

$\triangle APE=\frac{1}{2}\triangle ACE=\frac{1}{2}\times20=10(cm^2)$

45 △FBE와 △FCD에서

$\overline{BE}=\overline{CD}$, $\angle FBE=\angle FCD$ (엇각),

$\angle BEF=\angle CDF$ (엇각)이므로

$\triangle FBE\equiv\triangle FCD$ (ASA 합동)

$\therefore \overline{FE}=\overline{FD}$, $\overline{BF}=\overline{CF}$

$\overline{FE}=\overline{FD}$이므로 $\triangle FEC=\triangle FDC$이고

$\triangle FDC=\triangle AFC$

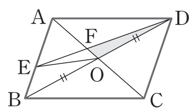
또 $\overline{BF}=\overline{CF}$이므로

$\triangle AFC=\frac{1}{2}\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{4}\square ABCD=\frac{1}{4}\times36=9(cm^2)$

$\therefore \triangle FEC=\triangle AFC=9\,cm^2$

46 $\triangle ABD=\frac{1}{2}\square ABCD$



$=\frac{1}{2}\times160$

$=80(cm^2)$

$\triangle DEA:\triangle EBD=\overline{AE}:\overline{EB}=3:2$이므로

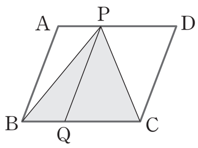
$\triangle EBD=\frac{2}{5}\triangle ABD=\frac{2}{5}\times80=32(cm^2)$

$\triangle EOD=\frac{1}{2}\triangle EBD=\frac{1}{2}\times32=16(cm^2)$

$\triangle OFD:\triangle OFE=\overline{DF}:\overline{FE}=5:3$이므로

$\triangle DFO=\frac{5}{8}\triangle EOD=\frac{5}{8}\times16=10(cm^2)$

47 점 P를 지나고 $\overline{AB}$에 평행한 선분을 그으면 □ABQP, □PQCD는 각각 평행사변형이므로



$\triangle PBQ=\frac{1}{2}\square ABQP$

$\triangle PQC=\frac{1}{2}\square PQCD$

$\therefore\ \triangle PBC=\triangle PBQ+\triangle PQC$

$=\frac{1}{2}\square ABQP+\frac{1}{2}\square PQCD$

$=\frac{1}{2}(\square ABQP+\square PQCD)$

$=\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{2}\times 36$

$=18(\text{cm}^2)$

48 $\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로

$\triangle BFD=\triangle AFD=10\ \text{cm}^2$

$\overline{BD}/\!/\overline{EF}$이므로

$\triangle BED=\triangle BFD=10\ \text{cm}^2$

49 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$, $\overline{AB}=\overline{DC}$이므로

$\triangle ABE=\triangle BCD$

$\triangle ABF+\triangle BEF=\triangle DFE+\triangle BEF+\triangle BCE$

$\therefore\ \triangle DFE=\triangle ABF-\triangle BCE$

$=20-16=4(\text{cm}^2)$

50 $\triangle BCD=\frac{1}{2}\square ABCD=\frac{1}{2}\times 28=14(\text{cm}^2)$

$\triangle BFD=\triangle BCD-\triangle BCF=14-10=4(\text{cm}^2)$

따라서 $\overline{DE}/\!/\overline{BC}$이므로

$\triangle BED=\triangle DCE$

$\therefore\ \triangle CEF=\triangle BFD=4\ \text{cm}^2$

2 여러 가지 사각형

본문 50~61쪽

주제별 실력다지기

01 (가) 평행사변형 (나) ∠DEC (다) 이등변삼각형 (라) $\overline{AB}=\overline{DC}$					**02** ④	**03** 84°	**04** ④
05 42 cm	**06** 8 cm	**07** ④	**08** 5 cm^2	**09** 64 cm^2	**10** ④	**11** ④	**12** 65°
13 60°	**14** 45 cm^2	**15** 126°	**16** 13 cm	**17** ③	**18** 10 cm	**19** 24	**20** ③
21 ③	**22** 90°	**23** 30°	**24** 150°	**25** 30°	**26** ①, ③	**27** ⑤	**28** ③
29 ㄷ, ㄹ, ㅂ		**30** ㄴ, ㄹ, ㅁ, ㅂ		**31** ⑤	**32** ③, ⑤	**33** ④	**34** ③, ④
35 ②	**36** ④	**37** 40°	**38** (가) 180 (나) 90 (다) ∠C (라) ∠D			**39** ①, ⑤	**40** ①, ⑤
41 직사각형	**42** 60°	**43** 정사각형	**44** ㄱ, ㄷ, ㅁ		**45** ②, ⑤	**46** ②, ⑤	**47** ④
48 ①, ④	**49** ⑤	**50** ②, ③	**51** ②	**52** ②			

01 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$인 등변사다리꼴 ABCD의 꼭짓점 D에서 $\overline{AB}$와 평행한 직선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 E라 하면 □ABED는 $\boxed{\text{평행사변형}}$이다.

∠B=∠C (등변사다리꼴) …… ㉠

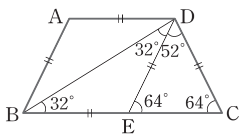
∠B=$\boxed{\angle DEC}$ (동위각) …… ㉡

㉠, ㉡에 의해 ∠C=$\boxed{\angle DEC}$이므로 △DEC는 $\boxed{\text{이등변삼각형}}$이다.

따라서 □ABCD에서 $\overline{DE}=\overline{DC}$이고 $\overline{AB}=\overline{DE}$이므로 $\boxed{\overline{AB}=\overline{DC}}$이다.

02 ④ $\overline{AC}\perp\overline{BD}$가 아닐 수도 있다.

03 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 D에서 $\overline{AB}$에 평행한 선분을 그어 $\overline{BC}$와 만나는 점을 E라 하면 □ABED는 평행사변형이고 $\overline{AB}=\overline{AD}$이므로 마름모이다.



$\therefore\ \overline{AB}=\overline{BE}=\overline{ED}=\overline{DA}$, ∠BDE=∠DBE=32°

△BED에서

$\angle DEC=\angle DBE+\angle BDE=32^\circ+32^\circ=64^\circ$

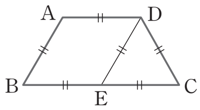
또 $\triangle DEC$는 $\overline{DE}=\overline{DC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle DCE=\angle DEC=64^\circ$

$\therefore\ \angle EDC=180^\circ-2\times64^\circ=52^\circ$

$\therefore\ \angle BDC=\angle BDE+\angle EDC=32^\circ+52^\circ=84^\circ$

04 꼭짓점 D에서 $\overline{BC}$의 중점 E를 이으면 $\overline{BE}=\overline{EC}=\overline{AD}$



$\overline{AD}/\!/\overline{BE}$이고 $\overline{AD}=\overline{BE}$이므로

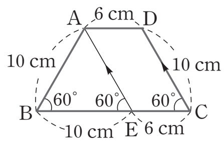
$\square ABED$는 평행사변형이다.

$\therefore\ \overline{AB}=\overline{DE}$

따라서 $\triangle DEC$는 정삼각형이므로

$\angle C=60^\circ$

05 $\angle B=\angle C=180^\circ-120^\circ=60^\circ$



꼭짓점 A에서 $\overline{CD}$에 평행한 선분을 그어 $\overline{BC}$와의 교점을 E라 하면

$\angle AEB=\angle C=60^\circ$ (동위각)

따라서 $\triangle ABE$는 정삼각형이므로

$\overline{BE}=\overline{AB}=10$ cm

또 $\square AECD$는 평행사변형이므로

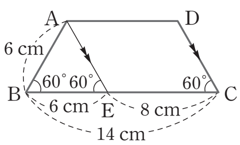
$\overline{EC}=\overline{AD}=6$ cm $\qquad\therefore\ \overline{BC}=10+6=16$(cm)

$\therefore$ ($\square ABCD$의 둘레의 길이)

$=\overline{AD}+2\overline{AB}+\overline{BC}$

$=6+2\times10+16=42$(cm)

06 꼭짓점 A에서 $\overline{CD}$에 평행한 선분을 그어 $\overline{BC}$와 만나는 점을 E라 하면



$\square ABCD$는

$\angle B=\angle C=60^\circ$인 등변사다리꼴이므로

$\angle AEB=\angle C=60^\circ$ (동위각)

$\triangle ABE$는 정삼각형이므로

$\overline{BE}=\overline{AB}=6$ cm

$\therefore\ \overline{EC}=\overline{BC}-\overline{BE}=14-6=8$(cm)

따라서 $\square AECD$는 평행사변형이므로

$\overline{AD}=\overline{EC}=8$ cm

07 $\triangle DBC=\triangle ABC=30\text{ cm}^2$이므로

$\triangle BOC=\triangle DBC-\triangle DOC$

$=30-12=18(\text{cm}^2)$

08 $\triangle OAB=\triangle ABC-\triangle OBC$

$=30-20=10(\text{cm}^2)$

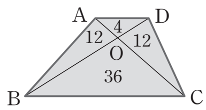
$\overline{AO}:\overline{OC}=\triangle OAB:\triangle OBC=10:20=1:2$

또 $\triangle DOC=\triangle OAB=10\text{ cm}^2$이고,

$\triangle AOD:\triangle DOC=\overline{AO}:\overline{OC}=1:2$이므로

$\triangle AOD:10=1:2 \qquad \therefore\ \triangle AOD=5(\text{cm}^2)$

09 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로



$\triangle ACD=\triangle ABD=16\text{ cm}^2$

또 $\triangle DOA:\triangle DOC$

$=\overline{AO}:\overline{OC}=1:3$이므로

$\triangle DOA=\frac{1}{4}\triangle ACD=\frac{1}{4}\times16=4(\text{cm}^2)$

$\triangle AOB=\triangle DOC=16-4=12(\text{cm}^2)$

$\triangle AOB:\triangle BOC=\overline{AO}:\overline{OC}$이므로

$12:\triangle BOC=1:3$에서 $\triangle BOC=36(\text{cm}^2)$

$\therefore\ \square ABCD=4+12+12+36=64(\text{cm}^2)$

10 $\angle ODC=\angle ODA=30^\circ$이므로 $\angle ADC=60^\circ$이고

$\overline{AD}=\overline{CD}$이므로 $\triangle ACD$는 정삼각형이다.

즉 $\overline{AC}=\overline{AD}=\overline{CD}=20$ cm

$\therefore\ \overline{AO}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times20=10$(cm)

11 $\angle BAD=\angle C=100^\circ$이고, $\angle PAD=60^\circ$이므로

$\angle BAP=100^\circ-60^\circ=40^\circ$

또 $\overline{AP}=\overline{AD}=\overline{AB}$이므로

$\triangle ABP$는 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \angle APB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$

12 $\angle ABC=180^\circ-130^\circ=50^\circ$이므로

$\angle ABP=\angle PBE=\frac{1}{2}\angle ABC=\frac{1}{2}\times50^\circ=25^\circ$

따라서 $\triangle PBE$에서

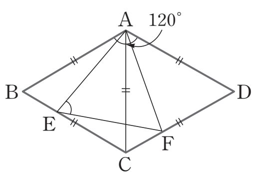
$\angle x=\angle BPE=180^\circ-(\angle PBE+\angle PEB)$

$=180^\circ-(25^\circ+90^\circ)=65^\circ$

13 $\overline{BE}=\frac{1}{3}\overline{BC}$, $\overline{CF}=\frac{1}{3}\overline{CD}$이고, $\overline{BC}=\overline{CD}$이므로

$\overline{BE}=\overline{CF}$ …… ㉠

선분 AC를 그으면



$\square ABCD$는

$\angle BAD=120^\circ$인 마름모

이므로

$\angle BAC = \angle CAD = 60°$
즉 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$는 모두 정삼각형이다.
$\therefore \overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle ABE = \angle ACF = 60°$ …… ㉡
㉠, ㉡에서 $\triangle ABE \equiv \triangle ACF$ (SAS 합동)이므로
$\overline{AE} = \overline{AF}$
또 $\angle BAE = \angle CAF$이므로
$$\begin{aligned}\angle EAF &= \angle EAC + \angle CAF \\ &= \angle EAC + \angle BAE \\ &= 60°\end{aligned}$$
따라서 $\triangle AEF$는 정삼각형이다.
$\therefore \angle AEF = 60°$

14 $\square ABCD = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BD}$
$$\begin{aligned}&= \frac{1}{2} \times 12 \times 20 \\ &= 120(\mathrm{cm}^2)\end{aligned}$$
$\triangle ABC = \frac{1}{2} \square ABCD = \frac{1}{2} \times 120 = 60(\mathrm{cm}^2)$
$\triangle ABP : \triangle APC = \overline{BP} : \overline{PC} = 1 : 3$이므로
$\triangle APC = \frac{3}{4} \triangle ABC = \frac{3}{4} \times 60 = 45(\mathrm{cm}^2)$

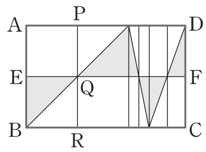
15 $\angle BAD = 90°$이므로 $\angle DAO = 42°$
$\overline{AO} = \overline{DO}$이므로 $\triangle AOD$는 이등변삼각형이다.
$\therefore \angle y = \angle DAO = 42°$
삼각형의 한 외각의 크기는 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같으므로
$\angle x = 42° + 42° = 84°$
$\therefore \angle x + \angle y = 84° + 42° = 126°$

16 $\overline{OC} = \overline{OD} = 4$ cm, $\overline{CD} = \overline{AB} = 5$ cm이므로
($\triangle COD$의 둘레의 길이)$= 4 + 4 + 5 = 13$(cm)

17 $\overline{OA} = \overline{OD}$이므로 $\angle OAD = \angle ODA = 36°$
$\angle BAD = 90°$이므로
$\angle x = 90° - 36° = 54°$
또 $\overline{AC} = \overline{BD}$이므로
$y = \frac{1}{2} \overline{BD} = \frac{1}{2} \times 12 = 6$(cm)

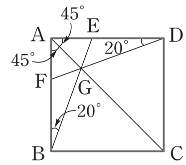
18 직사각형의 대각선의 길이는 같으므로
$\overline{OC} = \overline{AB} = 10$ cm
따라서 원 O의 반지름의 길이는 $\overline{OC}$의 길이와 같으므로 10 cm이다.

19 $\overline{AB}$에 평행한 $\overline{PR}$를 그으면 직사각형 ABRP에서 점 E, Q는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{PR}$의 중점이므로



$\square EBRQ : \square ABRP = 1 : 2$,
$\triangle EBQ : \square EBRQ = 1 : 2$이다.
$\therefore \square ABRP = 4 \triangle EBQ$
다른 직사각형에서도 같은 방법으로 하면 직사각형 ABCD의 넓이는 어두운 부분의 넓이의 4배가 된다.
$\therefore \square ABCD = 4 \times 6 = 24$

20 $\triangle AGB$와 $\triangle AGD$에서



$\overline{AB} = \overline{AD}$,
$\overline{AG}$는 공통,
$\angle BAG = \angle DAG = 45°$
$\therefore \triangle AGB \equiv \triangle AGD$ (SAS 합동)
$\angle ABG = \angle ADG = 20°$
$\therefore \angle AGB = 180° - (45° + 20°) = 115°$
③ $\triangle ABG$에서 $\angle BGC = 45° + 20° = 65°$

21 $\triangle ABE$와 $\triangle CBE$에서
$\overline{AB} = \overline{CB}$, $\angle ABE = \angle CBE = 45°$,
$\overline{BE}$는 공통이므로
$\triangle ABE \equiv \triangle CBE$ (SAS 합동)
$\therefore \angle BEC = \angle BEA = 70°$
$\triangle BCE$에서
$\angle BCE = 180° - (45° + 70°) = 65°$
$\therefore \angle DCE = 90° - 65° = 25°$

22 $\triangle ABE$와 $\triangle BCF$에서
$\overline{AB} = \overline{BC}$, $\angle ABE = \angle BCF$, $\overline{BE} = \overline{CF}$이므로
$\triangle ABE \equiv \triangle BCF$ (SAS 합동)
$\angle BAE = \angle CBF$이고, $\angle BAE + \angle BEA = 90°$이므로
$\angle CBF + \angle BEA = 90°$
따라서 $\triangle BEG$에서
$$\begin{aligned}\angle BGE &= 180° - (\angle CBF + \angle BEA) \\ &= 180° - 90° = 90°\end{aligned}$$
이므로
$\angle AGF = \angle BGE = 90°$

23 $\triangle ADE$에서 $\overline{AD} = \overline{ED}$이므로
$\angle DEA = \angle DAE = 75°$

$\therefore\ \angle ADE = 180^\circ - 2\times 75^\circ = 30^\circ$

따라서 $\angle CDE = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ$이고

$\triangle DEC$는 $\overline{DE} = \overline{DC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ECD = \frac{1}{2}\times(180^\circ - 120^\circ) = 30^\circ$

24 $\angle PBC = \angle PCB = 60^\circ$이므로

$\angle PBA = \angle PCD = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

$\triangle BAP$와 $\triangle CDP$는 모두 이등변삼각형이므로

$\angle BPA = \angle BAP = \angle CPD = \angle CDP$

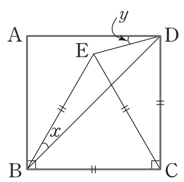
$= \frac{1}{2}\times(180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$

$\therefore\ \angle APD = 360^\circ - (\angle BPA + \angle BPC + \angle CPD)$

$= 360^\circ - (75^\circ + 60^\circ + 75^\circ)$

$= 150^\circ$

25 $\square ABCD$는 정사각형이고



$\triangle EBC$는 정삼각형이므로

$\overline{BC} = \overline{BE} = \overline{CE} = \overline{CD}$이다.

따라서 $\triangle BCD$는 직각이등변삼각형이고, $\triangle CDE$는 이등변삼각형이다.

$\triangle BCD$에서

$\angle x = \angle EBC - \angle DBC = 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ$

또 $\triangle CDE$에서

$\angle DCE = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$이므로

$\angle CDE = \frac{1}{2}\times(180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$

$\therefore\ \angle y = \angle ADC - \angle CDE = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$

$\therefore\ \angle x + \angle y = 15^\circ + 15^\circ = 30^\circ$

26 ② 마름모는 직사각형이 아니고 직사각형도 마름모가 아니다.

④ 평행사변형은 사다리꼴이다.

⑤ 등변사다리꼴은 사다리꼴이다.

27 ⑤ 등변사다리꼴은 평행사변형이 아니고 평행사변형도 등변사다리꼴이 아니다.

28 ③ 평행사변형이 직사각형이 되기 위해서는 한 내각의 크기가 90°이거나 대각선의 길이가 같아야 한다.

31 ① $\angle BAD = \angle ABC$이면 직사각형이다.

② $\overline{AC}\perp\overline{BD}$이면 마름모이다.

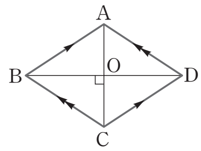
③ 평행사변형이므로 항상 $\angle BAD = \angle BCD$이다.

④ $\overline{AC} = \overline{BD}$이면 직사각형이다.

32 ③ 이웃하는 두 변의 길이가 같은 평행사변형은 마름모이다.

⑤ 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이다.

33 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$인 평행사변형 ABCD의 $\triangle ABO$와 $\triangle ADO$에서



$\overline{BO} = \boxed{\overline{DO}}$, $\boxed{\overline{AO}}$는 공통,

$\angle AOB = \angle AOD = \boxed{90}^\circ$

이므로

$\triangle ABO \equiv \triangle ADO$ ($\boxed{\text{SAS}}$ 합동)

$\therefore\ \overline{AB} = \boxed{\overline{AD}}$ …… ㉠

$\square ABCD$는 평행사변형이므로

$\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{BC} = \overline{AD}$ …… ㉡

따라서 ㉠, ㉡에서 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$이므로

$\square ABCD$는 마름모이다.

34 평행사변형이 마름모가 되기 위해서는

③ 대각선이 서로 수직이거나

④ 이웃하는 두 변의 길이가 같아야 한다.

35 $\angle BAF + \angle ABE = 180^\circ$이므로

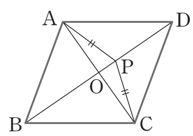
$\triangle OAB$에서 $\angle OAB + \angle OBA = 90^\circ$

$\therefore\ \angle AOB = 90^\circ$

따라서 $\square ABEF$는 두 대각선이 서로 수직인 평행사변형이므로 마름모이다.

② $\overline{AE} = \overline{BF}$는 마름모의 성질이 아니다.

36 $\overline{AC}$를 그어 $\overline{BD}$와 만나는 점을 O라 하자.



$\triangle AOP$와 $\triangle COP$에서

$\overline{AP} = \overline{CP}$, $\overline{PO}$는 공통,

$\overline{AO} = \overline{CO}$이므로

$\triangle AOP \equiv \triangle COP$ (SSS 합동)

따라서 $\angle AOP = \angle COP = 90^\circ$, 즉 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$이므로 $\square ABCD$는 마름모이다.

37 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle ADB=\angle CBD=40°$ (엇각)
$\triangle AOD$에서
$\angle AOD=180°-(50°+40°)=90°$
즉 □ABCD는 두 대각선이 서로 수직인 평행사변형이므로 마름모이다.
$\therefore\ \angle BDC=\angle DBC=40°$

38 $\angle A=90°$인 평행사변형 ABCD에서
$\angle A+\angle B=\boxed{180}°$
$\angle A=90°$이므로 $\angle B=\boxed{90}°$
또 $\angle A=\boxed{\angle C}$, $\angle B=\boxed{\angle D}$이므로
$\angle A=\angle B=\angle C=\angle D=\boxed{90}°$
따라서 □ABCD는 직사각형이다.

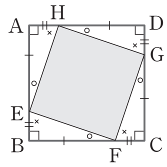
39 평행사변형이 직사각형이 되기 위해서는
① 한 내각의 크기가 90°이거나
⑤ 대각선의 길이가 같아야 한다.

40 평행사변형이 직사각형이 되기 위해서는
②, ④ 한 내각의 크기가 90°이거나
③ 대각선의 길이가 같아야 한다.

41 $\angle BAD+\angle ABC=180°$이므로 $\triangle EAB$에서
$\angle EAB+\angle EBA=90°$
$\therefore\ \angle HEF=\angle AEB=180°-90°=90°$
같은 방법으로
$\triangle HBC$에서 $\angle EHG=90°$
$\triangle GCD$에서 $\angle HGF=90°$
$\triangle FDA$에서 $\angle EFG=90°$
따라서 □EFGH는 네 내각의 크기가 모두 90°이므로 직사각형이다.

42 $\triangle ABM$과 $\triangle DCM$에서
$\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AM}=\overline{DM}$, $\overline{MB}=\overline{MC}$이므로
$\triangle ABM\equiv\triangle DCM$ (SSS 합동)
따라서 $\angle A=\angle D$이고, $\angle A+\angle D=180°$이므로
$\angle A=\angle D=90°$
즉 □ABCD는 직사각형이므로
$\angle MBC=\angle MCB=90°-30°=60°$
따라서 $\triangle BMC$에서
$\angle BMC=180°-2\times60°=60°$

43 $\triangle AEH$와 $\triangle BFE$에서



$\overline{AH}=\overline{BE}$, $\angle A=\angle B$,
$\overline{AE}=\overline{BF}$이므로
$\triangle AEH\equiv\triangle BFE$ (SAS 합동)
따라서 $\overline{EH}=\overline{FE}$이고, ○+×=90°이므로
$\angle HEF=90°$이다.
같은 방법으로
$\triangle AEH\equiv\triangle BFE\equiv\triangle CGF\equiv\triangle DHG$이므로
$\overline{HE}=\overline{EF}=\overline{FG}=\overline{GH}$이고,
$\angle HEF=\angle EFG=\angle FGH=\angle GHE=90°$이므로
□EFGH는 정사각형이다.

44 ㄱ. 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AB}=\overline{AD}$이면 마름모가 되고, 여기에 $\angle BAD=\angle ABC$가 추가되면 정사각형이 된다.
ㄴ. 마름모가 된다.
ㄷ. 평행사변형 ABCD에서 $\angle BAD=90°$이면 직사각형이 되고, 여기에 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$가 추가되면 정사각형이 된다.
ㄹ. 직사각형이 된다.
ㅁ. 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AO}=\overline{BO}=\overline{CO}=\overline{DO}$이면 직사각형이 되고, 여기에 $\angle AOB=90°$가 추가되면 정사각형이 된다.
따라서 평행사변형 ABCD가 정사각형이 될 수 있는 조건은 ㄱ, ㄷ, ㅁ이다.

45 ② 직사각형 ⑤ 마름모

46 마름모가 정사각형이 되기 위해서는
② 두 대각선의 길이가 같거나
⑤ 한 내각의 크기가 90°이어야 한다.

47 □ABCD가 마름모이므로 $\angle OBC=\angle OBA$
$\angle OBC=\angle OAB$이므로 $\angle OBA=\angle OAB$
따라서 $\triangle ABO$에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로 □ABCD는 정사각형이다.
④ $\triangle AOD=\dfrac{1}{4}\square ABCD=\dfrac{1}{4}\times25=\dfrac{25}{4}(\text{cm}^2)$

48 직사각형이 정사각형이 되기 위해서는
① 이웃하는 두 변의 길이가 같거나
④ 두 대각선이 서로 수직이어야 한다.

49 $\triangle APS \equiv \boxed{\triangle CQR}$ ($\boxed{SAS}$ 합동)

$\therefore \angle APS = \angle ASP = \angle CQR = \angle CRQ$

$\triangle BPQ \equiv \boxed{\triangle DSR}$ ($\boxed{SAS}$ 합동)

$\therefore \angle BPQ = \angle BQP = \angle DSR = \angle DRS$

□PQRS에서

$\angle QPS = 180^\circ - (\angle APS + \angle BPQ)$

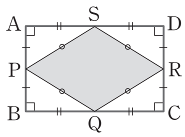
$\qquad = \angle PQR = \angle QRS = \angle RSP$

따라서 □PQRS는 $\boxed{\text{직사각형}}$이다.

50 $\triangle APS \equiv \triangle BPQ \equiv \triangle CRQ$

$\qquad \equiv \triangle DRS$ (SAS 합동)

이므로



$\overline{PS} = \overline{PQ} = \overline{RQ} = \overline{RS}$

따라서 □PQRS는 마름모이다.

51 ① 사각형 ➡ 평행사변형

③ 직사각형 ➡ 마름모

④ 마름모 ➡ 직사각형

⑤ 등변사다리꼴 ➡ 마름모

52 □PQRS는 마름모이므로 □PQRS의 둘레의 길이는

$4 \times \overline{SP} = 4 \times 4 = 16(\text{cm})$

단원 종합 문제

본문 62~64쪽

01 $\angle x = 45^\circ$, $\angle y = 100^\circ$ **02** (1) ㄹ (2) ㄷ (3) ㅁ (4) ㄴ **03** ③ **04** ⑤ **05** 65°

06 8 cm^2 **07** ②, ④ **08** ⑤ **09** ⑤ **10** ② **11** $x=6$, $y=30$ **12** ⑤

13 ① **14** ②, ③ **15** ④ **16** ① **17** 128° **18** 12 cm^2

01 평행사변형의 대각의 크기는 같으므로

$\angle y = \angle A = 100^\circ$

$\triangle BCD$에서 $\angle x + \angle y + 35^\circ = 180^\circ$이므로

$\angle x = 45^\circ$

02 (1) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이 된다. (ㄹ)

(2) $\angle BCD = 360^\circ - (100^\circ + 80^\circ + 80^\circ) = 100^\circ$

즉 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 평행사변형이 된다. (ㄷ)

(3) 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이 된다. (ㅁ)

(4) 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이 된다. (ㄴ)

03 $\triangle ABE$와 $\triangle FCE$에서

$\angle AEB = \angle FEC$ (맞꼭지각),

$\angle EBA = \angle ECF$ (엇각), $\overline{BE} = \overline{CE}$이므로

$\triangle ABE \equiv \triangle FCE$ (ASA 합동)

$\therefore \overline{CF} = \overline{BA} = 8$ cm

$\therefore \overline{DF} = \overline{DC} + \overline{CF} = 8 + 8 = 16(\text{cm})$

04 $\angle BAD + \angle D = 180^\circ$에서 $\angle BAD = 100^\circ$이고

$\angle BAE : \angle EAD = 3 : 2$이므로

$\angle BAE = \frac{3}{3+2} \times 100^\circ = 60^\circ$

$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$이므로 $\angle AED = \angle BAE = 60^\circ$ (엇각)

$\therefore \angle AEC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

05 $\angle BAD = 180^\circ - \angle ADC = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$

$\angle FAD = 180^\circ - (90^\circ + 25^\circ) = 65^\circ$

$\therefore \angle BAF = 130^\circ - 65^\circ = 65^\circ$

06 $\triangle PAB + \triangle PCD = \frac{1}{2}\square ABCD$이므로

$17 + \triangle PCD = 25$

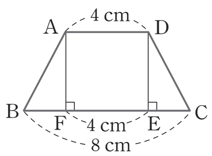
$\therefore \triangle PCD = 8(\text{cm}^2)$

07 두 대각선이 서로 수직인 평행사변형은 마름모이다.

따라서 옳은 것은 ②, ④이다.

08 $\triangle GAB$와 $\triangle GDF$에서
$\overline{AB}=\overline{DF}$, $\overline{AB} /\!/ \overline{EF}$이므로
$\angle GAB=\angle GDF$ (엇각),
$\angle ABG=\angle DFG$ (엇각)
$\therefore$ $\triangle GAB \equiv \triangle GDF$ (ASA 합동)
$\therefore$ $\overline{AG}=\overline{DG}$
마찬가지 방법으로 $\triangle ABH \equiv \triangle ECH$ (ASA 합동)
이므로 $\overline{BH}=\overline{CH}$
따라서 $\square ABHG$는 네 변의 길이가 모두 같으므로 마름모이다.
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

09 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 F라 하면



$\overline{FE}=\overline{AD}=4$ cm
$\triangle ABF \equiv \triangle DCE$이므로
$\overline{BF}=\overline{CE}=\frac{1}{2}\times(8-4)=2(\text{cm})$
$\therefore$ $\overline{BE}=\overline{BF}+\overline{FE}=2+4=6(\text{cm})$

10 $\triangle ABD$에서 $\overline{AB}=\overline{AD}$이므로
$\angle ABD=\angle ADB=35^\circ$
$\therefore$ $\angle BAD=180^\circ-2\times35^\circ=110^\circ$
$\square ABCD$가 등변사다리꼴이므로
$\angle ADC=\angle DAB=110^\circ$
$\therefore$ $\angle BDC=110^\circ-35^\circ=75^\circ$

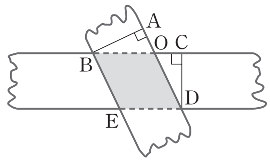
11 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DA}=6$ cm이므로 $x=6$
대각선이 내각을 이등분하므로 $\angle BAD=120^\circ$
$\therefore$ $\angle ADC=180^\circ-\angle BAD=180^\circ-120^\circ=60^\circ$
$\angle BDC=\frac{1}{2}\angle ADC=\frac{1}{2}\times60^\circ=30^\circ$
$\therefore$ $y=30$

12 $\angle x=\angle OBA=25^\circ$
마름모의 두 대각선은 서로 수직이므로
$\angle y=90^\circ$
$\therefore$ $\angle x+\angle y=25^\circ+90^\circ=115^\circ$

13 $\triangle AEH \equiv \boxed{\triangle CGF}$ (SAS 합동)이므로
$\overline{EH}=\boxed{\overline{GF}}$
$\triangle EBF \equiv \boxed{\triangle GDH}$ (SAS 합동)이므로
$\overline{EF}=\boxed{\overline{GH}}$
따라서 $\square EFGH$는 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 $\boxed{\text{평행사변형}}$이다.

14 마름모의 네 변의 중점을 이어 만든 사각형은 직사각형이다.
따라서 직사각형에 대한 설명으로 옳지 않은 것은 ②, ③이다.

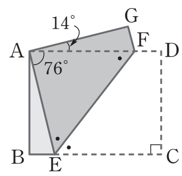
15 $\triangle ABO$와 $\triangle CDO$에서



$\overline{AB}=\overline{CD}$,
$\angle BAO=\angle DCO=90^\circ$,
$\angle AOB=\angle COD$
(맞꼭지각)이므로
$\angle ABO=\angle CDO$
$\therefore$ $\triangle ABO \equiv \triangle CDO$ (ASA 합동)
즉 $\overline{BO}=\overline{DO}$
따라서 $\square BEDO$는 이웃하는 두 변의 길이가 같은 평행사변형이므로 마름모이다.

16 $\triangle ODE$와 $\triangle OBF$에서
$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로
$\angle ODE=\angle OBF$ (엇각),
$\angle DOE=\angle BOF=90^\circ$, $\overline{BO}=\overline{DO}$
$\therefore$ $\triangle ODE \equiv \triangle OBF$ (ASA 합동)
즉 $\overline{OE}=\overline{OF}$
따라서 $\square EBFD$는 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하므로 마름모이다.
따라서 옳지 않은 것은 ①이다.

17 $\angle EAF=90^\circ-14^\circ=76^\circ$



$\angle AEF=\angle CEF$ (접은 각)
$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로
$\angle CEF=\angle AFE$ (엇각)
$\therefore$ $\angle AEF=\angle AFE$
$=\frac{1}{2}\times(180^\circ-76^\circ)=52^\circ$
$\therefore$ $\angle EFD=180^\circ-52^\circ=128^\circ$

18 $\triangle OAD : \triangle OAB=\overline{OD} : \overline{OB}=4:6=2:3$
$\triangle OCD : \triangle OBC=\overline{OD} : \overline{OB}$이므로
$8 : \triangle OBC=2:3$
$\therefore$ $\triangle OBC=12(\text{cm}^2)$

1 도형의 닮음

주제별 실력다지기

본문 68~78쪽

01 ⑤	02 ⑤	03 ㄱ, ㄷ, ㅁ		04 ④	05 ④, ⑤	06 ②	07 $\frac{9}{4}\pi$ cm^2
08 6	09 ③	10 5 cm	11 ①	12 5 cm	13 18 cm	14 6	15 ⑤
16 14 cm	17 ②	18 $\frac{200}{3}$ cm^2		19 ⑤	20 ⑤	21 25 : 9	
22 (1) 8 cm (2) 10 cm (3) $\frac{32}{5}$ cm (4) $\frac{24}{5}$ cm				23 6	24 ②	25 ③	26 ④
27 $\frac{23}{5}$ cm	28 9 cm	29 $\frac{65}{12}$ cm	30 $\frac{75}{4}$ cm^2	31 3 cm	32 $\frac{10}{3}$ cm	33 ①	34 ③
35 $\frac{25}{4}$ cm	36 4	37 $\frac{18}{5}$	38 $\frac{28}{5}$ cm	39 6 cm	40 ④	41 7	42 77
43 2	44 55°						

01 두 닮은 도형의 대응각의 크기는 각각 같다.
또 대응변의 길이의 비, 대응하는 면의 넓이의 비는 일정하다.
⑤ 닮음비는 두 닮은 도형에서 대응변의 길이의 비와 같다.

02 두 정다각형, 두 원, 두 직각이등변삼각형, 두 정다면체, 두 구 등은 각각 항상 닮음이다.
따라서 항상 닮은 도형인 것은 ㄷ, ㄹ, ㅅ, ㅇ의 4개이다.

03 □ABCD∽□PQRS이므로
ㄱ. $\angle A=\angle P=50°$
ㄴ. $\angle PQR=\angle ABC$이지만 크기는 알 수 없다.
ㄷ. $\overline{BC}:\overline{QR}=\overline{CD}:\overline{RS}=3:4$이고
$\angle C=\angle R$이므로
△BCD∽△QRS (SAS 닮음)
ㄹ. $\overline{BD}:\overline{QS}=3:4$이므로 $9:\overline{QS}=3:4$
$\therefore \overline{QS}=12(\text{cm})$
ㅁ. 닮음비는 $\overline{AD}:\overline{PS}=6:8=3:4$
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㅁ이다.

04 △ABC∽△DFE이면 닮음비는
$\overline{BC}:\overline{FE}=8:6=4:3$이고
$\angle B=\angle F=55°$, $\angle E=\angle C=80°$,
$\angle A=\angle D=180°-(55°+80°)=45°$
④ $\angle B=\angle F$, $\angle A=\angle D$이므로
△ABC∽△DFE (AA 닮음)

05 주어진 삼각형의 나머지 한 내각의 크기는
$180°-(45°+60°)=75°$이므로 세 각 45°, 60°, 75° 중 두 각의 크기가 같은 삼각형을 찾는다.
④, ⑤ AA 닮음

06 두 입체도형의 대응하는 면은 서로 닮음이므로
△ABC∽△A′B′C′
① 닮음비는 $\overline{AB}:\overline{A'B'}=6:3=2:1$
② $\overline{AD}:\overline{A'D'}=2:1$이므로
$10:\overline{A'D'}=2:1$ $\quad\therefore \overline{A'D'}=5$
③ $\overline{DF}=\overline{AC}=x$이고 $\overline{AC}:\overline{A'C'}=2:1$이므로
$x:4=2:1$ $\quad\therefore x=8$
④ △ABC∽△D′E′F′이지만 넓이는 같지 않다.
⑤ $\overline{D'E'}=\overline{A'B'}$이므로 $y=3$ $\quad\therefore x+y=8+3=11$

07 두 원기둥이 닮음이므로
$6:8=x:2$ $\quad\therefore x=\frac{3}{2}$
따라서 작은 원기둥의 한 밑면의 넓이는
$\pi\times\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}\pi(\text{cm}^2)$

08 $\overline{O'B}^2\pi=16\pi$이므로 $\overline{O'B}=4$
△AO′B∽△AOC (AA 닮음)이므로
$\overline{AO'}:\overline{AO}=\overline{O'B}:\overline{OC}$
$12:18=4:\overline{OC}$ $\quad\therefore \overline{OC}=6$

09 △ABC와 △EBD에서
∠B는 공통, $\angle ACB=\angle EDB$
이므로 △ABC∽△EBD (AA 닮음)

따라서 $\overline{AB} : \overline{EB} = \overline{BC} : \overline{BD}$이므로
$18 : 8 = (8+\overline{EC}) : 12$, $9 : 4 = (8+\overline{EC}) : 12$
$4(8+\overline{EC}) = 108$, $8+\overline{EC} = 27$
$\therefore \overline{EC} = 19$

10 $\triangle ABC$와 $\triangle ACD$에서
$\angle A$는 공통, $\angle ABC = \angle ACD$
이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle ACD$ (AA 닮음)
따라서 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AC} : \overline{AD}$이므로
$9 : 6 = 6 : \overline{AD}$ $\quad \therefore \overline{AD} = 4(\text{cm})$
$\therefore \overline{BD} = \overline{AB} - \overline{AD} = 9 - 4 = 5(\text{cm})$

11 $\triangle ABC$와 $\triangle DAC$에서
$\angle C$는 공통, $\angle ABC = \angle DAC$
이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle DAC$ (AA 닮음)
따라서 $\overline{BC} : \overline{AC} = \overline{AC} : \overline{DC}$에서
$\overline{AC}^2 = \overline{BC} \times \overline{DC}$이므로
$8^2 = 12 \times \overline{DC}$ $\quad \therefore \overline{DC} = \frac{16}{3}(\text{cm})$

12 $\triangle ABC$와 $\triangle AED$에서
$\overline{AC} : \overline{AD} = 8 : 4 = 2 : 1$,
$\overline{AB} : \overline{AE} = 6 : 3 = 2 : 1$, $\angle A$는 공통
이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle AED$ (SAS 닮음)
따라서 $\overline{BC} : \overline{DE} = 2 : 1$이므로 $10 : \overline{DE} = 2 : 1$
$\therefore \overline{DE} = 5(\text{cm})$

13 $\triangle ABC$와 $\triangle AED$에서
$\angle A$는 공통, $\overline{AB} : \overline{AE} = 12 : 4 = 3 : 1$,
$\overline{AC} : \overline{AD} = 15 : 5 = 3 : 1$
이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle AED$ (SAS 닮음)
따라서 $\overline{CB} : \overline{DE} = 3 : 1$이므로
$\overline{BC} : 6 = 3 : 1$ $\quad \therefore \overline{BC} = 18(\text{cm})$

14 $\triangle ABC$와 $\triangle EBD$에서
$\overline{AB} : \overline{EB} = 10 : 5 = 2 : 1$,
$\overline{BC} : \overline{BD} = 8 : 4 = 2 : 1$, $\angle B$는 공통
이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle EBD$ (SAS 닮음)
따라서 $\overline{AC} : \overline{ED} = 2 : 1$이므로 $\overline{AC} : 3 = 2 : 1$
$\therefore \overline{AC} = 6$

15 $\triangle ABC$와 $\triangle ACD$에서
$\overline{AB} : \overline{AC} = 9 : 6 = 3 : 2$
$\overline{AC} : \overline{AD} = 6 : 4 = 3 : 2$
$\angle A$는 공통
이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle ACD$ (SAS 닮음)
따라서 $\overline{BC} : \overline{CD} = 3 : 2$이므로 $\overline{BC} : 10 = 3 : 2$
$\therefore \overline{BC} = 15(\text{cm})$

16 $\triangle ABC$와 $\triangle BDC$에서
$\overline{AC} : \overline{BC} = 27 : 18 = 3 : 2$
$\overline{BC} : \overline{DC} = 18 : 12 = 3 : 2$
$\angle C$는 공통이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle BDC$ (SAS 닮음)
따라서 $\overline{AB} : \overline{BD} = 3 : 2$이므로 $21 : \overline{BD} = 3 : 2$
$\therefore \overline{BD} = 14(\text{cm})$

17 $\overline{AD}^2 = \overline{BD} \times \overline{CD}$이므로
$12^2 = 24 \times \overline{CD}$ $\quad \therefore \overline{CD} = 6(\text{cm})$

18 $\overline{AB}^2 = \overline{BD} \times \overline{BC}$이므로
$10^2 = 6 \times \overline{BC}$ $\quad \therefore \overline{BC} = \frac{50}{3}(\text{cm})$
$\overline{CD} = \overline{BC} - \overline{BD} = \frac{50}{3} - 6 = \frac{32}{3}(\text{cm})$
$\overline{AD}^2 = \overline{BD} \times \overline{CD}$이므로
$\overline{AD}^2 = 6 \times \frac{32}{3} = 64$ $\quad \therefore \overline{AD} = 8(\text{cm})$
$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AD}$
$= \frac{1}{2} \times \frac{50}{3} \times 8 = \frac{200}{3}(\text{cm}^2)$

19 $\overline{AB}^2 = \overline{BH} \times \overline{BC}$이므로
$5^2 = 3(3+x)$ $\quad \therefore x = \frac{16}{3}$
$\overline{AC}^2 = \overline{CH} \times \overline{CB}$이므로
$y^2 = x(x+3) = \frac{16}{3} \times \frac{25}{3} = \frac{400}{9}$ $\quad \therefore y = \frac{20}{3}$
$\therefore x + y = \frac{16}{3} + \frac{20}{3} = 12$

20 $\overline{AB} \times \overline{AC} = \overline{AD} \times \overline{BC}$이므로
$15 \times 20 = 12 \times (x+y)$
$\therefore x + y = 25$
다른 풀이 $\overline{AB}^2 = \overline{BD} \times \overline{BC}$이므로
$x(x+y) = 225$ …… ㉠
$\overline{AD}^2 = \overline{DB} \times \overline{DC}$이므로
$xy = 144$ …… ㉡

따라서 ㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$x=9$, $y=16$

$\therefore x+y=9+16=25$

21 $\triangle$ABC에서 $\overline{AD}^2=\overline{BD}\times\overline{CD}$이므로

$4^2=\overline{BD}\times 3 \quad \therefore \overline{BD}=\frac{16}{3}(\text{cm})$

$\overline{AB}^2=\overline{BD}\times\overline{BC}=\frac{16}{3}\times\frac{25}{3}=\frac{400}{9}$

$\therefore \overline{AB}=\frac{20}{3}(\text{cm})$

또 $\triangle$ABD에서 $\overline{DA}^2=\overline{AE}\times\overline{AB}$이므로

$4^2=\overline{AE}\times\frac{20}{3} \quad \therefore \overline{AE}=\frac{12}{5}(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}:\overline{AE}=\frac{20}{3}:\frac{12}{5}=25:9$

22 (1) $\overline{AD}^2=\overline{BD}\times\overline{CD}$이므로

$\overline{AD}^2=16\times 4=64 \quad \therefore \overline{AD}=8(\text{cm})$

(2) 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 점 M은 $\triangle$ABC의 외심이다.

$\therefore \overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{BC}$

$=\frac{1}{2}\times 20=10(\text{cm})$

(3) $\triangle$DAM에서 $\overline{DA}^2=\overline{AH}\times\overline{AM}$이므로

$8^2=\overline{AH}\times 10 \quad \therefore \overline{AH}=\frac{32}{5}(\text{cm})$

(4) $\overline{CM}=10$ cm이므로 $\overline{DM}=10-4=6(\text{cm})$

$\triangle$DAM에서 $\overline{DA}\times\overline{DM}=\overline{DH}\times\overline{AM}$이므로

$8\times 6=\overline{DH}\times 10 \quad \therefore \overline{DH}=\frac{24}{5}(\text{cm})$

23 $\triangle$ABC에서 $\overline{AD}^2=\overline{BD}\times\overline{CD}$이므로

$\overline{AD}^2=5\times 20=100 \quad \therefore \overline{AD}=10$

또 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 점 M은 $\triangle$ABC의 외심이다.

$\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 25=\frac{25}{2}$

$\overline{DM}=\overline{BM}-\overline{BD}=\frac{25}{2}-5=\frac{15}{2}$

따라서 $\triangle$ADM에서 $\overline{AD}\times\overline{DM}=\overline{DH}\times\overline{AM}$이므로

$10\times\frac{15}{2}=\overline{DH}\times\frac{25}{2}$

$\therefore \overline{DH}=6$

24 $\overline{AD}^2=\overline{BD}\times\overline{CD}$이므로

$4^2=\overline{BD}\times 8 \quad \therefore \overline{BD}=2(\text{cm})$

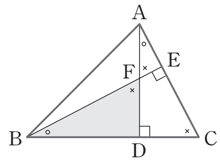
$\overline{BC}=10$ cm이고, 점 M은 직각삼각형 ABC의 외심이므로 $\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}=5$ cm

또 $\overline{DM}=\overline{BM}-\overline{BD}=5-2=3(\text{cm})$

따라서 $\triangle$ADM에서 $\overline{AD}\times\overline{DM}=\overline{DH}\times\overline{AM}$이므로

$4\times 3=\overline{DH}\times 5 \quad \therefore \overline{DH}=\frac{12}{5}(\text{cm})$

25 $\triangle$BDF$\backsim\triangle$AEF$\backsim\triangle$ADC $\backsim\triangle$BEC(AA 닮음)이므로 $\triangle$BDF와 닮은 삼각형은 3개이다.



26 $\triangle$ACD와 $\triangle$BCE에서

$\angle$C는 공통, $\angle$ADC$=\angle$BEC$=90^\circ$이므로

$\triangle$ACD$\backsim\triangle$BCE(AA 닮음)

따라서 $\overline{AC}:\overline{BC}=\overline{CD}:\overline{CE}$이므로

$16:12=8:\overline{CE} \quad \therefore \overline{CE}=6$

$\therefore \overline{AE}=\overline{AC}-\overline{CE}=16-6=10$

27 $\triangle$ABD와 $\triangle$ACE에서

$\angle$A는 공통, $\angle$ADB$=\angle$AEC$=90^\circ$이므로

$\triangle$ABD$\backsim\triangle$ACE(AA 닮음)

따라서 $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{AD}:\overline{AE}$이므로

$10:9=6:\overline{AE}$

$\therefore \overline{AE}=\frac{27}{5}(\text{cm})$

$\therefore \overline{BE}=\overline{AB}-\overline{AE}=10-\frac{27}{5}=\frac{23}{5}(\text{cm})$

28 $\overline{AF}=15-3=12(\text{cm})$

$\triangle$AFD와 $\triangle$EFC에서

$\angle$AFD$=\angle$EFC(맞꼭지각),

$\angle$ADF$=\angle$ECF$=90^\circ$이므로

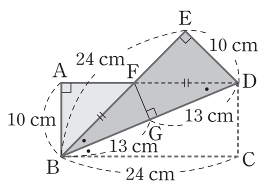
$\triangle$AFD$\backsim\triangle$EFC(AA 닮음)

따라서 $\overline{AF}:\overline{EF}=\overline{FD}:\overline{FC}$이므로

$12:\overline{EF}=4:3$

$\therefore \overline{EF}=9(\text{cm})$

29 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 C가 점 E에 오도록 접었으므로



$\angle$CBD$=\angle$EBD

(접은 각)

또 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로

$\angle$CBD$=\angle$ADB(엇각)

따라서 $\angle FBD=\angle FDB$이므로 $\triangle FBD$는 $\overline{FB}=\overline{FD}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{BG}=\overline{GD}=\frac{1}{2}\times 26=13(\text{cm})$

또한 $\triangle FBG \backsim \triangle DBC$ (AA 닮음)이므로

$\overline{BG}:\overline{BC}=\overline{FG}:\overline{DC}$

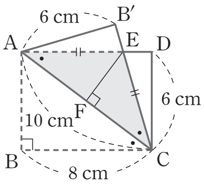
$13:24=\overline{FG}:10 \qquad \therefore \overline{FG}=\frac{65}{12}\text{ cm}$

다른 풀이 $\triangle FBG \backsim \triangle DBE$ (AA 닮음)임을 이용해도 된다.

즉 $\overline{BG}:\overline{BE}=\overline{FG}:\overline{DE}$이므로

$13:24=\overline{FG}:10 \qquad \therefore \overline{FG}=\frac{65}{12}(\text{cm})$

30 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B를 점 B′에 오도록 접었으므로



$\angle ACB=\angle ACB'$ (접은 각)

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\angle ACB=\angle CAD$ (엇각)

따라서 $\angle EAC=\angle ECA$이므로 $\triangle EAC$는 $\overline{EA}=\overline{EC}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{AF}=\overline{FC}=\frac{1}{2}\times 10=5(\text{cm})$

또 $\triangle CEF \backsim \triangle CAB$ (AA 닮음)이므로

$\overline{CF}:\overline{CB}=\overline{EF}:\overline{AB}$

$5:8=\overline{EF}:6 \qquad \therefore \overline{EF}=\frac{15}{4}(\text{cm})$

$\therefore \triangle EAC=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{EF}$

$=\frac{1}{2}\times 10\times\frac{15}{4}=\frac{75}{4}(\text{cm}^2)$

31 $\triangle ADC \equiv \triangle ADE$ (RHA 합동)이므로

$\overline{DE}=\overline{DC}=x\text{ cm}$라 하면 $\overline{BD}=8-x(\text{cm})$

$\triangle BDE \backsim \triangle BAC$ (AA 닮음)이므로

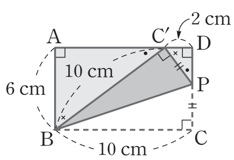
$\overline{BD}:\overline{BA}=\overline{DE}:\overline{AC}$에서

$(8-x):10=x:6,\ 16x=48$

$\therefore x=3$

따라서 $\overline{DE}$의 길이는 3 cm이다.

32 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 C가 점 C′에 오도록 접었으므로



$\overline{BC'}=\overline{BC}=10\text{ cm}$,

$\overline{PC}=\overline{PC'}$

또 $\angle ABC'+\angle AC'B=90^\circ$이고

$\angle PC'D+\angle AC'B=90^\circ$이므로

$\angle ABC'=\angle PC'D$

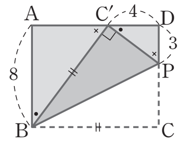
$\therefore \triangle ABC' \backsim \triangle DC'P$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{C'B}:\overline{PC'}=\overline{AB}:\overline{DC'}$에서

$10:\overline{PC'}=6:2 \qquad \therefore \overline{PC'}=\frac{10}{3}(\text{cm})$

$\therefore \overline{PC}=\overline{PC'}=\frac{10}{3}\text{ cm}$

33 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 C가 점 C′에 오도록 접었으므로



$\overline{BC'}=\overline{BC}$

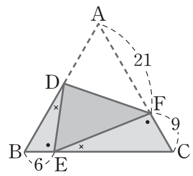
$\triangle BAC' \backsim \triangle C'DP$ (AA 닮음)

이므로 $\overline{BA}:\overline{C'D}=\overline{AC'}:\overline{DP}$에서

$8:4=\overline{AC'}:3 \qquad \therefore \overline{AC'}=6$

$\therefore \overline{BC'}=\overline{BC}=\overline{AD}=\overline{AC'}+\overline{C'D}=6+4=10$

34 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A가 점 E에 오도록 접었으므로



$\overline{DE}=\overline{DA},\ \overline{FE}=\overline{FA}=21$,

$\angle A=\angle B=\angle C=60^\circ$이므로

$\angle DEF=\angle A=60^\circ$

그런데 $\triangle DBE$와 $\triangle ECF$에서

$\angle BED+\angle BDE=120^\circ$이고,

$\angle BED+\angle CEF=120^\circ$이므로 $\angle BDE=\angle CEF$

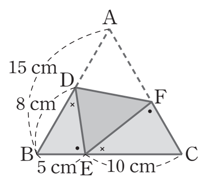
따라서 $\triangle DBE \backsim \triangle ECF$ (AA 닮음)이므로

$\overline{BE}:\overline{CF}=\overline{DE}:\overline{EF},\ 6:9=\overline{DE}:21$

$\therefore \overline{DE}=14$

$\therefore \overline{AD}=\overline{DE}=14$

35 $\triangle DBE \backsim \triangle ECF$ (AA 닮음)



이므로 $\overline{BE}:\overline{CF}=\overline{DB}:\overline{EC}$

$\overline{BE}=15-10=5(\text{cm})$이므로

$5:\overline{CF}=8:10$

$\therefore \overline{CF}=\frac{25}{4}(\text{cm})$

참고 $\triangle DBE$와 $\triangle ECF$에서

$\angle BED+\angle BDE=120^\circ$이고,

$\angle BED+\angle CEF=120^\circ$이므로

$\angle BDE=\angle CEF$

$\therefore \triangle DBE \backsim \triangle ECF$ (AA 닮음)

36 $\triangle ABF \backsim \triangle EFC$ (AA 닮음)에서

$\overline{AB}:\overline{EF}=\overline{AF}:\overline{EC}$이고

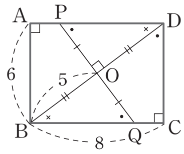
$\triangle AFE \backsim \triangle ECD$ (AA 닮음)에서
$\overline{AF} : \overline{EC} = \overline{EF} : \overline{DC}$
따라서 $\overline{AB} : \overline{EF} = \overline{EF} : \overline{DC}$이므로
$2 : \overline{EF} = \overline{EF} : 8$
$\overline{EF}^2 = 16 \qquad \therefore \overline{EF} = 4$

37 $\triangle AFE \backsim \triangle ADC$ (AA 닮음)에서
$\overline{AF} : \overline{AD} = \overline{FE} : \overline{DC}$
$\triangle FDE \backsim \triangle DBC$ (AA 닮음)에서
$\overline{FE} : \overline{DC} = \overline{DE} : \overline{BC}$
$\triangle ADE \backsim \triangle ABC$ (AA 닮음)에서
$\overline{DE} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{AB}$
따라서 $\overline{AF} : \overline{AD} = \overline{AD} : \overline{AB}$이므로
$x : 6 = 6 : 10 \qquad \therefore x = \frac{18}{5}$

38 $\overline{DC} = 14\,\text{cm}$이고 $\overline{DF} : \overline{FC} = 2 : 5$이므로
$\overline{DF} = \frac{2}{2+5}\overline{DC} = \frac{2}{7} \times 14 = 4(\text{cm})$
$\overline{FC} = 14 - 4 = 10(\text{cm})$
또 $\triangle CFE \backsim \triangle CDB$ (AA 닮음)이므로
$\overline{EF} : \overline{BD} = \overline{CF} : \overline{CD} = 10 : 14 = 5 : 7$
$\triangle DEF \backsim \triangle ABD$ (AA 닮음)에서
$\overline{EF} : \overline{BD} = \overline{FD} : \overline{DA}$이므로
$5 : 7 = 4 : \overline{DA}$
$\therefore \overline{AD} = \frac{28}{5}(\text{cm})$
다른 풀이 $\overline{BD} /\!/ \overline{EF}$이므로
$\triangle CFE \backsim \triangle CDB$ (AA 닮음)이고
$\overline{DF} : \overline{FC} = 2 : 5$이므로
$\overline{CE} : \overline{EB} = \overline{CF} : \overline{FD} = 5 : 2$
$\overline{AB} /\!/ \overline{DE}$이므로
$\triangle CDE \backsim \triangle CAB$ (AA 닮음)이고
$\overline{CD} : \overline{DA} = \overline{CE} : \overline{EB} = 5 : 2$에서
$14 : \overline{DA} = 5 : 2 \qquad \therefore \overline{DA} = \frac{28}{5}(\text{cm})$

39 $\triangle BED \backsim \triangle BCA$ (AA 닮음)에서
$\overline{BD} : \overline{BA} = \overline{DE} : \overline{AC}$
$\triangle DHE \backsim \triangle ADC$ (AA 닮음)에서
$\overline{DE} : \overline{AC} = \overline{EH} : \overline{CD}$
따라서 $\overline{BD} : \overline{BA} = \overline{EH} : \overline{CD}$이므로
$6 : (6+3) = 4 : \overline{CD} \qquad \therefore \overline{CD} = 6(\text{cm})$

40 $\triangle OBQ \backsim \triangle CBD$ (AA 닮음)



이므로
$\overline{OB} : \overline{CB} = \overline{OQ} : \overline{CD}$
$5 : 8 = \overline{OQ} : 6$
$\therefore \overline{OQ} = \frac{15}{4}$
이때 $\triangle POD \equiv \triangle QOB$ (ASA 합동)이므로
$\overline{OP} = \overline{OQ}$
$\therefore \overline{PQ} = 2\overline{OQ} = 2 \times \frac{15}{4} = \frac{15}{2}$

41 $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$이므로 $\triangle RAQ \backsim \triangle RCD$ (AA 닮음)이고, 닮음비는 $\overline{RQ} : \overline{RD} = 9 : 12 = 3 : 4$이다.
$\overline{AQ} = 3k$, $\overline{CD} = 4k$라 하면 $\overline{AB} = \overline{CD}$이므로
$\overline{QB} = \overline{AB} - \overline{AQ} = \overline{CD} - \overline{AQ}$
$= 4k - 3k = k$
또 $\overline{QB} /\!/ \overline{DC}$이므로 $\triangle QPB \backsim \triangle DPC$ (AA 닮음)이고, 닮음비는 $\overline{QB} : \overline{DC} = k : 4k = 1 : 4$이다.
따라서 $\overline{PQ} : \overline{PD} = \overline{PQ} : (\overline{PQ} + 9 + 12) = 1 : 4$이므로
$\overline{PQ} + 21 = 4\overline{PQ} \qquad \therefore \overline{PQ} = 7$

42 정사각형 ABCD의 한 변의 길이를 d라 하면 $\square ABCD$의 넓이는 d^2이다.
$\triangle DPH$와 $\triangle DQC$에서
$\angle PDB = 45° - \angle BDQ = \angle QDC$이고
$\angle PHD = \angle QCD = 90°$이므로
$\triangle DPH \backsim \triangle DQC$ (AA 닮음)
$\therefore \overline{PD} : \overline{QD} = \overline{DH} : \overline{DC} = 11 : d \quad \cdots\cdots$ ㉠
$\triangle APD$와 $\triangle GQD$에서
$\angle PDA = 45° - \angle PDB = \angle QDG$,
$\angle PAD = \angle QGD = 90°$이므로
$\triangle APD \backsim \triangle GQD$ (AA 닮음)
$\therefore \overline{PD} : \overline{QD} = \overline{AD} : \overline{GD} = d : 7 \quad \cdots\cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서 $11 : d = d : 7$이므로
$d^2 = 7 \times 11 = 77$
따라서 $\square ABCD$의 넓이는 77이다.

43 $\triangle CED$는 이등변삼각형이므로
$\angle CDE = \angle CED$
$\angle AEC = 180° - \angle CED$이고
$\angle ADB = 180° - \angle CDE$이므로
$\angle AEC = \angle ADB$

그런데 $\triangle ABD$와 $\triangle ACE$에서
$\angle BAD=\angle CAE$이므로
$\triangle ABD \backsim \triangle ACE$ (AA 닮음)
따라서 $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{AD}:\overline{AE}$이므로
$12:9=8:\overline{AE}$ $\therefore \overline{AE}=6$
$\therefore \overline{DE}=\overline{AD}-\overline{AE}=8-6=2$

44 $\angle AED=180^\circ-(20^\circ+75^\circ)=85^\circ$이고,
$\triangle ABC \backsim \triangle AED$이므로
$\angle ABC=\angle AED=85^\circ$
$\angle BAC=\angle EAD=20^\circ$
$\therefore \angle BAE=20^\circ+\angle CAE=\angle CAD$
그런데 $\triangle ABE$와 $\triangle ACD$에서
$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{AE}:\overline{AD}$이므로
$\triangle ABE \backsim \triangle ACD$ (SAS 닮음)
따라서 $\angle ABE=\angle ACE=30^\circ$이므로
$\angle CBE=\angle ABC-\angle ABE$
$=85^\circ-30^\circ=55^\circ$

2 평행선과 선분의 길이의 비

본문 83~103쪽

주제별 실력다지기

01 ③	02 ③	03 3 cm	04 $\frac{7}{2}$ cm	05 3	06 3 cm	07 $\frac{24}{5}$	08 40
09 ②, ③	10 ②, ④	11 ④	12 ④	13 27 cm	14 ②	15 $\frac{36}{5}$ cm	16 ②
17 ⑤	18 $\frac{3}{2}$	19 ③	20 $\frac{40}{3}$	21 4	22 ②	23 2 : 3	24 10
25 60 cm^2	26 ①	27 8	28 ①	29 $\frac{23}{2}$	30 ⑤	31 ③	32 ②
33 12	34 $\frac{40}{3}$	35 15 cm	36 5 cm	37 (1) 2 : 3 (2) 5 : 3 (3) 2 : 5			38 ③
39 75 cm^2	40 3 cm	41 2	42 6 m	43 19 cm	44 5 cm	45 ②	46 ④
47 9	48 ①	49 6 cm	50 3 : 1	51 15 cm	52 ①	53 ②	54 14 cm
55 ⑤	56 ③	57 ③	58 30°	59 ②	60 22 cm	61 ③	62 ②
63 40 cm^2	64 ④	65 24 cm	66 ④	67 ④	68 36 cm	69 24 cm	70 ①
71 ③	72 ①	73 ④	74 8 cm^2	75 ⑤	76 4 cm^2	77 10 cm^2	78 ③
79 72 cm^2	80 ④	81 8 cm^2	82 ③	83 ③	84 ⑤	85 20 cm^2	86 16 cm^2
87 8 cm							

01 $\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EC}$이므로
$8:x=6:3$ $\therefore x=4$
$\overline{AE}:\overline{AC}=\overline{DE}:\overline{BC}$이므로
$6:9=4:y$ $\therefore y=6$
$\therefore xy=4\times 6=24$

02 $\overline{CD}=x$ cm라 하면 $\overline{AC}=(14-x)$ cm이고
$\overline{AB}:\overline{DE}=\overline{AC}:\overline{DC}$이므로
$(14-x):x=10:4$
$\therefore x=4$

03 $\overline{AD}/\!/\overline{EC}$이므로 $\overline{AF}:\overline{CF}=\overline{AD}:\overline{CE}$이므로
$10:8=15:\overline{CE}$ $\therefore \overline{CE}=12$(cm)
$\therefore \overline{BE}=\overline{BC}-\overline{CE}=15-12=3$(cm)

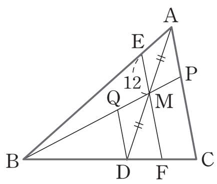
04 $\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{BC}:\overline{DE}$이므로
$2:\overline{AD}=4:10$ $\therefore \overline{AD}=5$(cm)
또 $\overline{EF}:\overline{ED}=\overline{GF}:\overline{AD}$이므로
$7:10=\overline{GF}:5$ $\therefore \overline{FG}=\frac{7}{2}$(cm)

05 $\triangle ABQ$에서 $\overline{AP} : \overline{AQ} = \overline{DP} : \overline{BQ} = 6 : 8 = 3 : 4$
$\triangle AQC$에서 $\overline{AP} : \overline{AQ} = \overline{PE} : \overline{QC}$이므로
$3 : 4 = \overline{PE} : 4 \quad \therefore \overline{PE} = 3$

06 □DBFE는 평행사변형이므로
$\overline{EF} = \overline{DB} = 2\text{ cm}$, $\overline{BF} = \overline{DE} = 6\text{ cm}$
$\triangle CAB$에서 $\overline{FC} : \overline{BC} = \overline{EF} : \overline{AB}$이므로
$\overline{FC} : (6 + \overline{FC}) = 2 : 6$, $4\overline{FC} = 12$
$\therefore \overline{FC} = 3(\text{cm})$

07 $\triangle EAD$에서 $\overline{EF} : \overline{EA} = \overline{FG} : \overline{AD}$이므로
$3 : 5 = \overline{FG} : 6 \quad \therefore \overline{FG} = \frac{18}{5}$
또 $\triangle FHC$에서 $\overline{FG} : \overline{GH} = \overline{FE} : \overline{EC}$이므로
$\frac{18}{5} : \overline{GH} = 3 : 4 \quad \therefore \overline{GH} = \frac{24}{5}$

08 오른쪽 그림과 같이 점 D를 지나면서 $\overline{AC}$와 평행한 직선이 $\overline{BP}$와 만나는 점을 Q라 하면
$\triangle MQD \equiv \triangle MPA$
(ASA 합동)



이므로
$\overline{AP} = \overline{DQ}$, $\overline{PM} = \overline{QM}$
$\triangle BCP$에서 $\overline{BQ} : \overline{QP} = \overline{BD} : \overline{CD} = 3 : 2$이므로
$\overline{BM} : \overline{PM} = (\overline{BQ} + \overline{QM}) : (\overline{QP} - \overline{QM}) = 4 : 1$
$\triangle ABP$에서 $\overline{EM} : \overline{AP} = \overline{BM} : \overline{BP} = 4 : 5$이므로
$12 : \overline{AP} = 4 : 5$
$\therefore \overline{AP} = 15$
$\overline{DQ} = \overline{AP} = 15$이고
$\triangle BCP$에서 $\overline{DQ} : \overline{CP} = \overline{BD} : \overline{BC} = 3 : 5$이므로
$15 : \overline{CP} = 3 : 5$
$\therefore \overline{CP} = 25$
$\therefore \overline{AC} = \overline{AP} + \overline{CP} = 15 + 25 = 40$

09 ① $\overline{AD} : \overline{AB} \neq \overline{AE} : \overline{AC}$이므로 $\overline{BC}$와 $\overline{DE}$는 평행하지 않다.
② $\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{AE} : \overline{AC} = 2 : 3$이므로 $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$
③ $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC} = 1 : 2$이므로 $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$
④ $\overline{AE} : \overline{EC} \neq \overline{AD} : \overline{DB}$이므로 $\overline{BC}$와 $\overline{DE}$는 평행하지 않다.
⑤ $\overline{AD} : \overline{AB} \neq \overline{DE} : \overline{BC}$이므로 $\overline{BC}$와 $\overline{DE}$는 평행하지 않다.

10 $\overline{CF} : \overline{FA} = \overline{CE} : \overline{EB} = 3 : 4$이므로 $\overline{AB} /\!/ \overline{FE}$이고
$\triangle CFE \backsim \triangle CAB$이다.
$\therefore \angle BAC = \angle EFC$
따라서 옳은 것은 ②, ④이다.

11 $\angle BAD = \angle DAC$인 $\triangle ABC$에서 점 C를 지나고 $\overline{AD}$에 평행한 직선과 $\overline{BA}$의 연장선과의 교점을 E라 하면
$\overline{DA} /\!/ \overline{CE}$이므로
$\angle BAD = \boxed{\angle AEC}$ (동위각),
$\angle DAC = \boxed{\angle ACE}$ (엇각),
$\angle BAD = \boxed{\angle DAC}$이므로
$\boxed{\angle AEC} = \boxed{\angle ACE}$
따라서 $\triangle ACE$는 $\boxed{\text{이등변삼각형}}$이므로
$\overline{AC} = \boxed{\overline{AE}}$ $\cdots\cdots$ ㉠
또 $\overline{DA} /\!/ \overline{CE}$이므로
$\overline{BA} : \overline{AE} = \overline{BD} : \overline{DC}$ $\cdots\cdots$ ㉡
따라서 ㉠, ㉡에서 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$이다.

12 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$이므로
$\overline{BD} : \overline{CD} = 16 : 12 = 4 : 3$
$\therefore \overline{BD} = \frac{4}{7}\overline{BC} = \frac{4}{7} \times 20 = \frac{80}{7}(\text{cm})$
또한 $\triangle ABD : \triangle ACD = \overline{BD} : \overline{CD} = 4 : 3$
따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ이다.

13 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$이므로
$8 : 10 = \overline{BD} : 5 \quad \therefore \overline{BD} = 4(\text{cm})$
$\therefore$ ($\triangle ABC$의 둘레의 길이)$= 8 + 10 + 4 + 5$
$= 27(\text{cm})$

14 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$에서
$12 : 9 = \overline{BD} : \overline{CD}$이므로
$\overline{BD} : \overline{CD} = 4 : 3$
또 $\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle ADC$이고,
$\triangle ABD : \triangle ADC = \overline{BD} : \overline{CD} = 4 : 3$이므로
$\triangle ABD = \frac{4}{4+3}\triangle ABC$
$= \frac{4}{7} \times 35 = 20(\text{cm}^2)$

15 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BE} : \overline{EC}$에서
$18 : 12 = \overline{BE} : \overline{EC}$이므로 $\overline{BE} : \overline{EC} = 3 : 2$
또 $\triangle BCA$에서 $\overline{BE} : \overline{BC} = \overline{DE} : \overline{AC}$이므로

$3:5=\overline{DE}:12 \qquad \therefore \overline{DE}=\frac{36}{5}(\text{cm})$

16 $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$이므로

$14:\overline{AC}=4:3 \qquad \therefore \overline{AC}=\frac{21}{2}$

$\overline{AE}=x$라 하면 $\overline{BA}:\overline{BC}=\overline{AE}:\overline{CE}$이므로

$14:7=x:\left(\frac{21}{2}-x\right) \qquad \therefore x=7$

17 점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로 $\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선이다.

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$이므로

$9:6=\overline{BD}:(12-\overline{BD})$

$\therefore \overline{BD}=\frac{36}{5}(\text{cm})$

또 $\overline{BE}$는 $\angle B$의 이등분선이므로

$\overline{BA}:\overline{BD}=\overline{AI}:\overline{ID}$에서

$9:\frac{36}{5}=\overline{AI}:\overline{ID}$

$\therefore \overline{AI}:\overline{ID}=5:4$

18 $\triangle ABC \backsim \triangle EAC$ (AA 닮음)이고 닮음비는

$\overline{BC}:\overline{AC}=6:3=2:1$이므로

$\overline{AC}:\overline{EC}=2:1,\ 3:\overline{EC}=2:1 \qquad \therefore \overline{EC}=\frac{3}{2}$

$\therefore \overline{BE}=6-\frac{3}{2}=\frac{9}{2}$

$\triangle ABE$에서 $\overline{AB}:\overline{AE}=2:1$이고

$\overline{AD}$가 $\angle BAE$의 이등분선이므로

$\overline{BD}:\overline{DE}=2:1$

$\therefore \overline{DE}=\frac{1}{3}\overline{BE}=\frac{1}{3}\times\frac{9}{2}=\frac{3}{2}$

19 점 C를 지나고 $\overline{AD}$에 평행한 직선이 $\overline{AB}$와 만나는 점을 F라 하면

$\overline{AD}/\!/\overline{FC}$이므로

$\angle EAD=\boxed{\angle AFC}$ (동위각),

$\angle DAC=\boxed{\angle ACF}$ (엇각),

$\angle EAD=\angle DAC$이므로

$\boxed{\angle AFC}=\boxed{\angle ACF}$

따라서 $\triangle AFC$는 이등변삼각형이므로

$\overline{AF}=\overline{AC}$ …… ㉠

또 $\triangle ABD$에서 $\overline{AD}/\!/\overline{FC}$이므로

$\overline{AB}:\boxed{\overline{AF}}=\overline{BD}:\overline{CD}$ …… ㉡

따라서 ㉠, ㉡에서 $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$이다.

20 $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$이므로

$20:x=48:(48-16)=3:2$

$\therefore x=\frac{40}{3}$

21 $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$이므로

$6:3=(4+\overline{CD}):\overline{CD}$

$\therefore \overline{CD}=4$

22 $\overline{AD}$가 $\angle A$의 외각의 이등분선이므로

$\overline{AC}:\overline{AB}=\overline{CD}:\overline{BD}$에서

$8:6=(\overline{BC}+7):7$

$\therefore \overline{BC}=\frac{7}{3}$

23 $\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}=20:12=5:3$

$\therefore \triangle ABC:\triangle ACD=\overline{BC}:\overline{CD}=2:3$

24 $\triangle ABC$에서 $\overline{AP}$가 $\angle BAC$의 이등분선이므로

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BP}:\overline{CP}$에서

$6:4=3:\overline{CP} \qquad \therefore \overline{CP}=2$

또 $\overline{AQ}$가 $\angle A$의 외각의 이등분선이므로

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BQ}:\overline{CQ}$에서

$6:4=(5+\overline{CQ}):\overline{CQ} \qquad \therefore \overline{CQ}=10$

25 $\triangle ABC$에서 $\overline{AD}$가 $\angle A$의 이등분선이므로

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$에서

$12:8=\overline{BD}:4 \qquad \therefore \overline{BD}=6(\text{cm})$

또 $\overline{AE}$가 $\angle A$의 외각의 이등분선이므로

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BE}:\overline{CE}$에서

$12:8=(10+\overline{CE}):\overline{CE} \qquad \therefore \overline{CE}=20(\text{cm})$

따라서 $\triangle ABD:\triangle ADE=\overline{BD}:\overline{DE}$이므로

$15:\triangle ADE=6:24$

$\therefore \triangle ADE=60(\text{cm}^2)$

26 $\triangle ABC$에서 $\overline{AP}$가 $\angle A$의 이등분선이므로

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BP}:\overline{CP}$에서

$9:12=\overline{BP}:2 \qquad \therefore \overline{BP}=\frac{3}{2}$

또 $\overline{AQ}$가 $\angle A$의 외각의 이등분선이므로

$\overline{AC}:\overline{AB}=\overline{CQ}:\overline{BQ}$에서

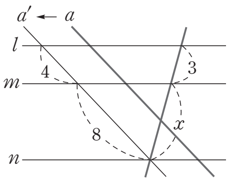
$12:9=\left(\frac{7}{2}+\overline{BQ}\right):\overline{BQ}$

$\therefore \overline{BQ}=\frac{21}{2}$

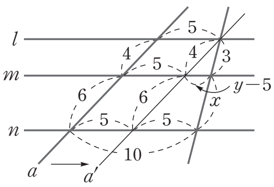
$\therefore \overline{PQ}=\overline{BP}+\overline{BQ}=\frac{3}{2}+\frac{21}{2}=12$

27 $\triangle ABC$에서 $\overline{AD}$가 $\angle A$의 외각의 이등분선이므로
$\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}=8:4=2:1$
따라서 $\overline{BC}=\overline{CD}$이므로 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\triangle ABD$
$\overline{AE}$가 $\angle BAC$의 이등분선이므로
$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BE}:\overline{EC}$에서
$8:4=4:\overline{EC}$ $\quad\therefore \overline{EC}=2$
또 $\overline{BF}$가 $\angle B$의 이등분선이므로
$\overline{AF}:\overline{CF}=\overline{AB}:\overline{BC}=8:(4+2)=4:3$
따라서 $\triangle ABC:\triangle ABF=\overline{CA}:\overline{AF}=7:4$이므로
$\triangle ABF=\frac{4}{7}\triangle ABC$
$=\frac{4}{7}\times\frac{1}{2}\triangle ABD$
$=\frac{2}{7}\triangle ABD$
$=\frac{2}{7}\times 28=8$

28 직선 a를 a'으로 평행이동하면
$8:4=x:3$
$\therefore x=6$

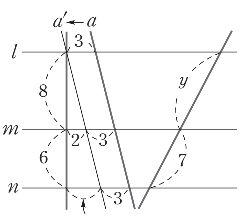


29 직선 a를 a'으로 평행이동하면
$3:x=4:6$이므로
$4x=18$ $\quad\therefore x=\frac{9}{2}$



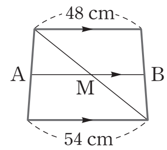
$4:(4+6)=(y-5):5$이므로
$10y=70$ $\quad\therefore y=7$
$\therefore x+y=\frac{9}{2}+7=\frac{23}{2}$
다른 풀이 공식에 의해
$y=\frac{4\times10+6\times5}{4+6}=\frac{70}{10}=7$

30 직선 a를 a'로 평행이동하면
$8:6=y:7$이므로
$6y=56$ $\quad\therefore y=\frac{28}{3}$
$8:14=2:(x-3)$이므로
$8x=52$ $\quad\therefore x=\frac{13}{2}$
$\therefore 3xy=3\times\frac{13}{2}\times\frac{28}{3}=182$

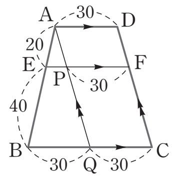


다른 풀이 공식에 의해
$\frac{8\times x+6\times 3}{8+6}=5$ $\quad\therefore x=\frac{13}{2}$

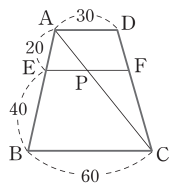
31 $\overline{AB}=\overline{AM}+\overline{MB}$
$=\left(\frac{1}{2}\times54\right)+\left(\frac{1}{2}\times48\right)$
$=27+24=51(\text{cm})$



32 점 A에서 $\overline{DC}$에 평행한 선을 그어 $\overline{EF}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 P, Q라 하면 □PQCF는 평행사변형이므로

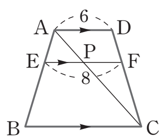


$\overline{PF}=\overline{QC}=\overline{AD}=30$
$\triangle ABQ$에서 $\overline{AE}:\overline{AB}=\overline{EP}:\overline{BQ}$이므로
$20:60=\overline{EP}:30$ $\quad\therefore \overline{EP}=10$
$\therefore \overline{EF}=\overline{EP}+\overline{PF}=10+30=40$
다른 풀이 대각선 AC를 그으면
$\triangle ABC$에서
$\overline{AE}:\overline{AB}=\overline{EP}:\overline{BC}$이므로
$20:60=\overline{EP}:60$
$\therefore \overline{EP}=20$

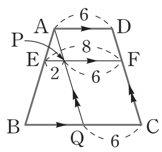


또 $\triangle CDA$에서 $\overline{CF}:\overline{CD}=\overline{PF}:\overline{AD}$이고
$\overline{CF}:\overline{CD}=\overline{BE}:\overline{BA}=40:60=2:3$이므로
$\overline{PF}:30=2:3$ $\quad\therefore \overline{PF}=20$
$\therefore \overline{EF}=\overline{EP}+\overline{PF}=20+20=40$
다른 풀이 공식에 의해
$\overline{EF}=\frac{20\times60+40\times30}{20+40}=40$

33 $\overline{CF}:\overline{FD}=\overline{BE}:\overline{EA}=2:1$
대각선 AC를 그으면 $\triangle CDA$에서
$\overline{CF}:\overline{CD}=\overline{PF}:\overline{AD}$이므로
$2:3=\overline{PF}:6$ $\quad\therefore \overline{PF}=4$
$\therefore \overline{PE}=\overline{EF}-\overline{PF}=8-4=4$
또 $\triangle ABC$에서
$\overline{AE}:\overline{AB}=\overline{EP}:\overline{BC}$이므로
$1:3=4:\overline{BC}$ $\quad\therefore \overline{BC}=12$



다른 풀이 점 A에서 $\overline{DC}$에 평행한 선을 그어 $\overline{EF}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 P, Q라 하면 □PQCF는 평행사변형이므로



$\overline{PF}=\overline{QC}=\overline{AD}=6$,
$\overline{EP}=\overline{EF}-\overline{PF}=8-6=2$

$\triangle$ABQ에서

$\overline{AE}:\overline{AB}=\overline{EP}:\overline{BQ}$이므로

$1:3=2:\overline{BQ}\quad\therefore\ \overline{BQ}=6$

$\therefore\ \overline{BC}=\overline{BQ}+\overline{QC}=6+6=12$

다른 풀이 공식에 의해

$\dfrac{1\times\overline{BC}+2\times 6}{1+2}=8\quad\therefore\ \overline{BC}=12$

34 $\triangle$ODA$\backsim\triangle$OBC (AA 닮음)이고,

닮음비는 $10:20=1:2$이다.

$\triangle$ABC에서 $\overline{AO}:\overline{AC}=\overline{PO}:\overline{BC}$이므로

$1:3=\overline{PO}:20\quad\therefore\ \overline{PO}=\dfrac{20}{3}$

$\triangle$DBC에서 $\overline{DO}:\overline{DB}=\overline{OQ}:\overline{BC}$이므로

$1:3=\overline{OQ}:20\quad\therefore\ \overline{OQ}=\dfrac{20}{3}$

$\therefore\ \overline{PQ}=\overline{PO}+\overline{OQ}=\dfrac{20}{3}+\dfrac{20}{3}=\dfrac{40}{3}$

다른 풀이 $\overline{AO}:\overline{CO}=\overline{AD}:\overline{CB}=10:20=1:2$

이므로

$\overline{AP}:\overline{PB}=\overline{AO}:\overline{CO}=1:2$

$\therefore\ \overline{PQ}=\dfrac{1\times 20+2\times 10}{1+2}=\dfrac{40}{3}$

35 $\triangle$ABC에서

$\overline{AE}:\overline{AB}=\overline{EO}:\overline{BC}=6:18=1:3$

$\triangle$BDA에서

$\overline{EB}:\overline{AB}=\overline{EO}:\overline{AD}$이므로

$2:3=6:\overline{AD}\quad\therefore\ \overline{AD}=9(\text{cm})$

또 $\triangle$DBC에서

$\overline{OF}:\overline{BC}=\overline{DO}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{AB}=1:3$

$\overline{OF}:18=1:3\quad\therefore\ \overline{OF}=6(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AD}+\overline{OF}=9+6=15(\text{cm})$

36 $\triangle$ABC에서

$\overline{AE}:\overline{AB}=\overline{EH}:\overline{BC}$이므로

$3:5=\overline{EH}:15\quad\therefore\ \overline{EH}=9(\text{cm})$

또 $\triangle$BDA에서

$\overline{BE}:\overline{BA}=\overline{EG}:\overline{AD}$이므로

$2:5=\overline{EG}:10\quad\therefore\ \overline{EG}=4(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{GH}=\overline{EH}-\overline{EG}=9-4=5(\text{cm})$

다른 풀이 공식에 의해

$\overline{EF}=\dfrac{3\times 15+2\times 10}{3+2}=13(\text{cm})$

$\triangle$BDA에서

$\overline{BE}:\overline{BA}=\overline{EG}:\overline{AD}$이므로

$2:5=\overline{EG}:10\quad\therefore\ \overline{EG}=4(\text{cm})$

$\triangle$CDA에서

$\overline{CF}:\overline{CD}=\overline{HF}:\overline{AD}$이므로

$2:5=\overline{HF}:10\quad\therefore\ \overline{HF}=4(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{GH}=\overline{EF}-\overline{EG}-\overline{HF}$

$=13-4-4=5(\text{cm})$

37 (1) $\overline{BE}:\overline{DE}=\overline{AB}:\overline{CD}$

$=12:18=2:3$

(2) $\overline{CA}:\overline{CE}=\overline{CB}:\overline{CF}=\overline{DB}:\overline{DE}$

$=(2+3):3=5:3$

(3) $\overline{BF}:\overline{BC}=\overline{BE}:\overline{BD}=2:5$

38 $\triangle$ACB에서

$\overline{CP}:\overline{CA}=\overline{PQ}:\overline{AB}=9:12=3:4$

$\therefore\ \overline{CP}:\overline{PA}=3:1$

$\triangle$ACD에서

$\overline{AP}:\overline{AC}=\overline{PQ}:\overline{CD}$이므로

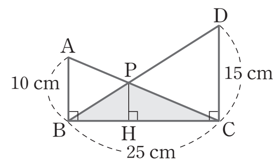
$1:4=9:\overline{CD}$

$\therefore\ \overline{CD}=36$

다른 풀이 $\overline{DC}=x$라 하면 공식에 의해

$\overline{PQ}=\dfrac{12\times x}{12+x}=9$에서 $x=36$

39 점 P에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AB}/\!/\overline{PH}/\!/\overline{DC}$이므로

$\overline{BP}:\overline{DP}=\overline{AB}:\overline{CD}$

$=10:15=2:3$

즉 $\triangle$BCD에서 $\overline{BP}:\overline{BD}=\overline{PH}:\overline{DC}$이므로

$2:5=\overline{PH}:15$

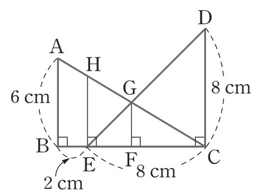
$\therefore\ \overline{PH}=6(\text{cm})$

$\therefore\ \triangle\text{PBC}=\dfrac{1}{2}\times 25\times 6=75(\text{cm}^2)$

다른 풀이 $\overline{PH}=\dfrac{10\times 15}{10+15}=6(\text{cm})$

$\therefore\ \triangle\text{PBC}=\dfrac{1}{2}\times 25\times 6=75(\text{cm}^2)$

40 점 E에서 $\overline{BC}$에 수직인 직선을 그어 $\overline{AC}$와 만나는 점을 H라 하면



$\overline{AB}/\!/\overline{HE}/\!/\overline{GF}/\!/\overline{DC}$이므

로 △ABC에서

$\overline{HE} : \overline{AB} = \overline{CE} : \overline{CB}$

$\overline{HE} : 6 = 8 : 10$

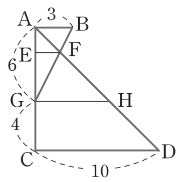
$\therefore \overline{HE} = \frac{24}{5}(\text{cm})$

$\overline{EG} : \overline{DG} = \overline{HE} : \overline{CD} = \frac{24}{5} : 8 = 3 : 5$이므로

$\overline{EG} : \overline{ED} = \overline{GF} : \overline{DC}$에서 $3 : 8 = \overline{GF} : 8$

$\therefore \overline{GF} = 3(\text{cm})$

41 점 G를 지나고 $\overline{CD}$에 평행한 직선이 $\overline{AD}$와 만나는 점을 H라 하면 $\overline{AG} : \overline{AC} = \overline{GH} : \overline{CD}$이므로



$6 : 10 = \overline{GH} : 10$

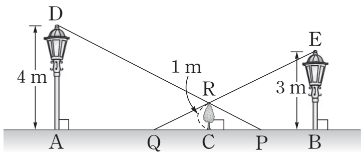
$\therefore \overline{GH} = 6$

$\overline{GF} : \overline{FB} = \overline{GH} : \overline{BA} = 6 : 3 = 2 : 1$이므로

$\overline{GF} : \overline{GB} = \overline{EF} : \overline{AB}$에서 $2 : 3 = \overline{EF} : 3$

$\therefore \overline{EF} = 2$

42 오른쪽 그림과 같이 A 지점의 가로등의 꼭대기를 D, B 지점의 가로등의 꼭대기를 E, 나무의 꼭대기를 R라 하고, A 지점의 가로등에 의해 생기는 그림자의 끝을 P, B 지점의 가로등에 의해 생기는 그림자의 끝을 Q라 하자.



$\overline{CP} = \overline{CQ}$이므로 $\overline{CP} = \overline{CQ} = d$라 하면

$\overline{AD} /\!/ \overline{CR} /\!/ \overline{BE}$이므로

$\overline{CP} : \overline{AP} = \overline{CR} : \overline{AD} = 1 : 4$에서

$d : \overline{AP} = 1 : 4 \qquad \therefore \overline{AP} = 4d$

$\therefore \overline{AC} = \overline{AP} - \overline{CP} = 4d - d = 3d$

$\overline{CQ} : \overline{BQ} = \overline{CR} : \overline{BE} = 1 : 3$에서

$d : \overline{BQ} = 1 : 3 \qquad \therefore \overline{BQ} = 3d$

$\therefore \overline{BC} = \overline{BQ} - \overline{CQ} = 3d - d = 2d$

$\overline{AB} = \overline{AC} + \overline{BC} = 3d + 2d = 5d$이고, $\overline{AB} = 10$이므로

$5d = 10 \qquad \therefore d = 2$

$\therefore \overline{AC} = 3d = 3 \times 2 = 6$

따라서 A 지점에서 C 지점까지의 거리는 6 m이다.

43 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해

$\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \times 12 = 6(\text{cm})$

$\overline{DF} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 16 = 8(\text{cm})$

$\overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2} \times 10 = 5(\text{cm})$

$\therefore$ (△DEF의 둘레의 길이)

$= \overline{DF} + \overline{DE} + \overline{EF}$

$= 8 + 6 + 5 = 19(\text{cm})$

44 △ABC에서 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해

$\overline{BC} = 2\overline{MN} = 2 \times 5 = 10(\text{cm})$

따라서 △DBC에서 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해

$\overline{PQ} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 10 = 5(\text{cm})$

45 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해

$\overline{AB} = 2\overline{EF} = 2 \times 2 = 4(\text{cm})$

□ADEF는 평행사변형이므로

$\overline{AD} = \overline{EF} = 2$ cm

$\therefore \overline{BD} = \overline{AB} - \overline{AD} = 4 - 2 = 2(\text{cm})$

46 △BDF에서 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해

$\overline{DF} = 2\overline{CG} = 2 \times 6 = 12(\text{cm})$

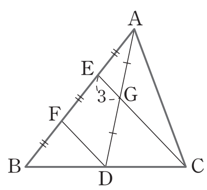
또 △AGC에서 $\overline{EF} /\!/ \overline{CG}$이고, $\overline{AE} : \overline{EC} = 2 : 1$이므로

$\overline{AE} : \overline{AC} = \overline{EF} : \overline{CG}$, $2 : 3 = \overline{EF} : 6$

$\therefore \overline{EF} = 4(\text{cm})$

$\therefore \overline{ED} = \overline{DF} - \overline{EF} = 12 - 4 = 8(\text{cm})$

47 $\overline{FD}$를 그으면 △AFD에서 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해



$\overline{EG} /\!/ \overline{FD}$

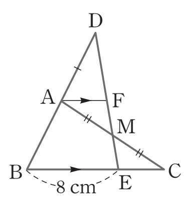
$\overline{FD} = 2\overline{EG} = 2 \times 3 = 6$

△BCE에서 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질의 응용에 의해

$\overline{EC} = 2\overline{FD} = 2 \times 6 = 12$

$\therefore \overline{GC} = \overline{EC} - \overline{EG} = 12 - 3 = 9$

48 점 A에서 $\overline{BC}$에 평행한 선을 그어 $\overline{DE}$와 만나는 점을 F라 하면



△AMF≡△CME(ASA 합동)

이므로 $\overline{AF} = \overline{CE}$

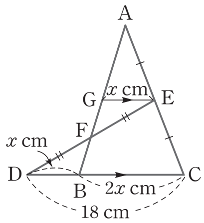
△DBE에서 삼각형의 두 변의

중점을 연결한 선분의 성질에 의해

$\overline{AF}=\frac{1}{2}\overline{BE}=\frac{1}{2}\times8=4$(cm)

$\therefore \overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}=\overline{BE}+\overline{AF}=8+4=12$(cm)

49 점 E를 지나고 $\overline{BC}$에 평행한 직선이 $\overline{AB}$와 만나는 점을 G라 하면



△FDB≡△FEG (ASA 합동)

이므로 $\overline{BD}=\overline{GE}$

$\overline{BD}=\overline{GE}=x$ cm라 하면

△ABC에서

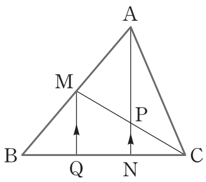
$\overline{BC}=2\overline{GE}=2x$ cm 이므로

△ABC에서

$\overline{DC}=3x=18$　　$\therefore x=6$

$\therefore \overline{BD}=6$ cm

50 점 M을 지나면서 $\overline{AN}$과 평행한 직선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 Q라 하면 △ABN에서 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질의 응용에 의해



$\overline{BQ}=\overline{QN}$이고, $\overline{AN}=2\overline{QM}$

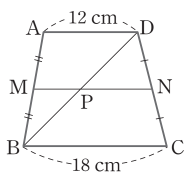
△MQC에서 $\overline{QN}:\overline{NC}=1:1$이고, $\overline{MQ}/\!/\overline{PN}$이므로

$\overline{PN}=\frac{1}{2}\overline{QM}$

$\therefore \overline{AP}=\overline{AN}-\overline{PN}=2\overline{QM}-\frac{1}{2}\overline{QM}=\frac{3}{2}\overline{QM}$

$\therefore \overline{AP}:\overline{PN}=\frac{3}{2}\overline{QM}:\frac{1}{2}\overline{QM}=3:1$

51 $\overline{AD}/\!/\overline{MN}/\!/\overline{BC}$이므로 $\overline{BD}$를 그으면 △ABD와 △DBC에서 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질의 응용에 의해



$\overline{PM}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times12=6$(cm)

$\overline{PN}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times18=9$(cm)

$\therefore \overline{MN}=\overline{PM}+\overline{PN}=6+9=15$(cm)

다른 풀이 공식에 의해

$\overline{MN}=\frac{1}{2}(\overline{AD}+\overline{BC})=\frac{1}{2}(12+18)=15$(cm)

52 $\overline{AD}/\!/\overline{MN}/\!/\overline{BC}$이므로 △ABC에서 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질의 응용에 의해

$\overline{MQ}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times8=4$(cm)

또 △BDA에서 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질의 응용에 의해

$\overline{MP}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times6=3$(cm)

$\therefore \overline{PQ}=\overline{MQ}-\overline{MP}=4-3=1$(cm)

53 $\overline{AD}/\!/\overline{MN}/\!/\overline{BC}$이므로 △ABD에서 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질의 응용에 의해

$\overline{ME}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times6=3$(cm)

$\overline{EN}=6$ cm

따라서 △BCD에서 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질의 응용에 의해

$\overline{BC}=2\overline{EN}=2\times6=12$(cm)

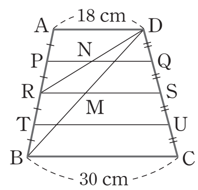
54 $\overline{AD}/\!/\overline{MN}/\!/\overline{BC}$이므로 △ABD에서 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질의 응용에 의해

$\overline{MP}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times8=4$(cm)

또 △ABC에서 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질의 응용에 의해

$\overline{BC}=2\overline{MQ}=2\times7=14$(cm)

55 $\overline{AD}/\!/\overline{RS}/\!/\overline{BC}$이므로 $\overline{BD}$를 그으면 △ABD와 △DBC에서 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질의 응용에 의해



$\overline{RM}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times18=9$(cm)

$\overline{MS}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times30=15$(cm)

$\therefore \overline{RS}=\overline{RM}+\overline{MS}=9+15=24$(cm)

$\overline{AD}/\!/\overline{PQ}/\!/\overline{RS}$이므로 $\overline{RD}$를 그으면 △ARD와 △DRS에서 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질의 응용에 의해

$\overline{PN}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times18=9$(cm)

$\overline{NQ}=\frac{1}{2}\overline{RS}=\frac{1}{2}\times24=12$(cm)

$\therefore \overline{PQ}=\overline{PN}+\overline{NQ}=9+12=21$(cm)

다른 풀이 □ABCD에서

$\overline{RS}=\frac{1}{2}(\overline{AD}+\overline{BC})=\frac{1}{2}(18+30)=24$(cm)

□ARSD에서

$\overline{PQ}=\frac{1}{2}(\overline{AD}+\overline{RS})=\frac{1}{2}(18+24)=21$(cm)

56 $\triangle$ABC에서 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해

$\overline{EN}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times14=7$

$\overline{AD}/\!/\overline{EN}/\!/\overline{BC}$이므로 $\triangle$ABD에서 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질의 응용에 의해

$\overline{EM}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times8=4$

$\therefore\ \overline{MN}=\overline{EN}-\overline{EM}=7-4=3$

57 $\triangle$ABC와 $\triangle$ACD에서 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해

$\overline{QR}=\frac{1}{2}\overline{AB},\ \overline{PQ}=\frac{1}{2}\overline{CD}$

$\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 $\triangle$QPR는 $\overline{QP}=\overline{QR}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \angle PQR=180^\circ-2\times20^\circ=140^\circ$

58 $\triangle$ABC와 $\triangle$ACD에서 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해

$\overline{PR}=\frac{1}{2}\overline{AB},\ \overline{PQ}=\frac{1}{2}\overline{CD}$

$\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 $\overline{PR}=\overline{PQ}$

즉 $\triangle$PQR는 이등변삼각형이다.

$\overline{PR}/\!/\overline{AB}$이므로 $\angle RPC=\angle BAC=85^\circ$ (동위각)

$\therefore\ \angle APR=180^\circ-85^\circ=95^\circ$

또 $\overline{QP}/\!/\overline{DC}$이므로 $\angle APQ=\angle ACD=25^\circ$ (동위각)

따라서 $\triangle$PQR에서

$\angle QPR=\angle APQ+\angle APR=25^\circ+95^\circ=120^\circ$이므로

$\angle PQR=\frac{1}{2}\times(180^\circ-120^\circ)=30^\circ$

59 □ABCD에 대각선 AC를 그으면 $\triangle$ABC에서 점 E, F는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 중점이므로

$\overline{EF}/\!/\boxed{\overline{AC}},\ \overline{EF}=\boxed{\frac{1}{2}}\overline{AC}$ …… ㉠

$\triangle$ACD에서 점 G, H는 각각 $\overline{CD}$, $\overline{DA}$의 중점이므로

$\boxed{\overline{HG}}/\!/\overline{AC},\ \overline{HG}=\boxed{\frac{1}{2}\overline{AC}}$ …… ㉡

따라서 ㉠, ㉡에서 $\overline{EF}\ \boxed{/\!/}\ \overline{HG},\ \overline{EF}=\overline{HG}$이므로

□EFGH는 평행사변형이다.

60 $\triangle$ABD와 $\triangle$CDB에서

$\overline{PS}=\overline{QR}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times12=6(\text{cm})$

$\triangle$BCA와 $\triangle$DAC에서

$\overline{PQ}=\overline{SR}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times10=5(\text{cm})$

$\therefore$ (□PQRS의 둘레의 길이)$=2\times(5+6)$

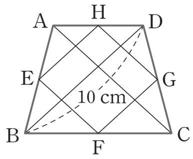
$=22(\text{cm})$

61 $\triangle$ABD와 $\triangle$CDA에서

$\overline{PS}=\overline{QR}=\frac{1}{2}\overline{AD},\ \overline{PS}/\!/\overline{AD}/\!/\overline{QR}$

따라서 □PRQS는 평행사변형이다.

62 $\triangle$ABD와 $\triangle$CDB에서



$\overline{EH}=\overline{FG}=\frac{1}{2}\overline{BD}$

$=\frac{1}{2}\times10=5(\text{cm})$

□ABCD에 대각선 AC를 그으면 □ABCD가 등변사다리꼴이므로 두 대각선의 길이는 같다.

즉 $\overline{AC}=\overline{BD}=10$ cm이고, $\triangle$BCA와 $\triangle$DAC에서

$\overline{EF}=\overline{HG}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times10=5(\text{cm})$

따라서 □EFGH는 한 변의 길이가 5 cm인 마름모이고, 둘레의 길이는 $4\times5=20(\text{cm})$

63 $\triangle$ABD와 $\triangle$CDB에서

$\overline{EH}=\overline{FG}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times16=8(\text{cm})$

$\triangle$BCA와 $\triangle$DAC에서

$\overline{EF}=\overline{HG}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times10=5(\text{cm})$

또 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$이고 $\overline{EH}/\!/\overline{BD}/\!/\overline{FG},\ \overline{EF}/\!/\overline{AC}/\!/\overline{HG}$이므로

$\angle HEF=90^\circ$

따라서 □EFGH는 한 내각의 크기가 90°인 평행사변형이므로 직사각형이다.

$\therefore$ □EFGH$=8\times5=40(\text{cm}^2)$

64 □AECG$=\frac{1}{2}$□ABCD$=\frac{1}{2}\times40=20(\text{cm}^2)$

$\overline{EQ}=a$ cm라 하면

$\triangle$ABP에서 $\overline{AP}=2\overline{EQ}=2a$ cm

$\triangle$ASD에서 $\overline{PS}=\overline{AP}=2a$ cm

□PQRS는 $\overline{PQ}/\!/\overline{SR},\ \overline{PS}/\!/\overline{QR}$이므로 평행사변형이다.

$\overline{QR}=\overline{PS}=2a$ cm

$\triangle$CQB에서 $\overline{RC}=\overline{QR}=2a$ cm

따라서 $\overline{EQ}:\overline{QR}:\overline{RC}=a:2a:2a=1:2:2$이므로 □AEQP와 □SRCG를 붙인 사각형과

□PQRS의 넓이의 비는 $3:2$이다.

$\therefore$ □PQRS$=\frac{2}{5}\times 20=8(\mathrm{cm}^2)$

65 점 G′이 △GBC의 무게중심이므로 $\overline{GM}$은 △GBC의 중선이다.

$\therefore \overline{BM}=\overline{MC}=\frac{1}{2}\times 18=9(\mathrm{cm})$

또 △GBC는 직각삼각형이고 점 M이 빗변의 중점이므로 외심이다.

$\overline{MG}=\overline{MB}=\overline{MC}=9\,\mathrm{cm}$

$\therefore \overline{GG'}=\frac{2}{3}\overline{GM}=\frac{2}{3}\times 9=6(\mathrm{cm})$

점 G가 △ABC의 무게중심이므로

$\overline{AG}=2\overline{GM}=2\times 9=18(\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{AG'}=\overline{AG}+\overline{GG'}=18+6=24(\mathrm{cm})$

66 △ABC에서

$\overline{GD}=\frac{1}{3}\overline{AD}=\frac{1}{3}\times 18=6(\mathrm{cm})$

△GBC에서

$\overline{GG'}=\frac{2}{3}\overline{GD}=\frac{2}{3}\times 6=4(\mathrm{cm})$

67 $\overline{GD}=\frac{1}{3}\overline{AD}=\frac{1}{3}\times 27=9(\mathrm{cm})$

△GFE∽△GDC (AA 닮음)이므로

$\overline{GE}:\overline{GC}=\overline{GF}:\overline{GD}$에서 $1:2=\overline{GF}:9$

$\therefore \overline{GF}=\frac{9}{2}(\mathrm{cm})$

68 △GFB∽△GME (AA 닮음)이므로

$\overline{GB}:\overline{GE}=\overline{GF}:\overline{GM}$에서

$2:1=\overline{GF}:6 \qquad \therefore \overline{GF}=12(\mathrm{cm})$

따라서 $\overline{GC}=2\overline{GF}=2\times 12=24(\mathrm{cm})$이므로

$\overline{FC}=\overline{FG}+\overline{GC}=12+24=36(\mathrm{cm})$

69 △AGG′과 △AEF에서

$\overline{AG}:\overline{AE}=\overline{AG'}:\overline{AF}=2:3$이고 ∠A는 공통이므로 △AGG′∽△AEF (SAS 닮음)

따라서 $\overline{AG}:\overline{AE}=\overline{GG'}:\overline{EF}$이므로

$2:3=8:\overline{EF} \qquad \therefore \overline{EF}=12(\mathrm{cm})$

또 $\overline{BE}=\overline{ED}$, $\overline{DF}=\overline{FC}$이므로

$\overline{BC}=2\overline{EF}=2\times 12=24(\mathrm{cm})$

70 $\overline{GE}=\frac{1}{2}\overline{BG}=\frac{1}{2}\times 8=4(\mathrm{cm})$

$\overline{BE}=\overline{BG}+\overline{GE}=8+4=12(\mathrm{cm})$

△BCE에서 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해

$\overline{DF}=\frac{1}{2}\overline{BE}=\frac{1}{2}\times 12=6(\mathrm{cm})$

71 △ABD에서 $\overline{AD}=2\overline{EF}=2\times 6=12(\mathrm{cm})$

점 G가 △ABC의 무게중심이므로

$\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$

$\therefore \overline{AG}=\frac{2}{3}\overline{AD}=\frac{2}{3}\times 12=8(\mathrm{cm})$

72 점 D가 직각삼각형 ABC의 외심이므로

$\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{CD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 30=15(\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{AG}=\frac{2}{3}\overline{AD}=\frac{2}{3}\times 15=10(\mathrm{cm})$

73 ④ $\overline{GF}=\overline{GE}$인지 알 수 없다.

74 □DBFG$=$△DBG$+$△BFG

$=\frac{1}{6}$△ABC$+\frac{1}{6}$△ABC

$=\frac{1}{3}$△ABC

$=\frac{1}{3}\times 24=8(\mathrm{cm}^2)$

75 △ABC$=6$△GBD$=6\times 4=24(\mathrm{cm}^2)$

76 △GBD$=\frac{1}{6}$△ABC$=\frac{1}{6}\times 72=12(\mathrm{cm}^2)$

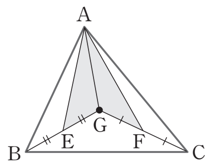
$\overline{GM}:\overline{BM}=1:2$이므로

△GMD : △MBD$=1:2$

$\therefore$ △GMD$=\frac{1}{3}$△GBD

$=\frac{1}{3}\times 12=4(\mathrm{cm}^2)$

77 $\overline{AG}$를 그으면



△GAB$=$△GBC$=$△GCA

$=\frac{1}{3}$△ABC

이므로

△AEG$=\frac{1}{2}$△GAB

$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}$△ABC$=\frac{1}{6}$△ABC

$\triangle AGF=\frac{1}{2}\triangle GCA=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\triangle ABC$

$=\frac{1}{6}\triangle ABC$

$\therefore$ (어두운 부분의 넓이) $=\triangle AEG+\triangle AGF$

$=\frac{1}{6}\triangle ABC+\frac{1}{6}\triangle ABC$

$=\frac{1}{3}\triangle ABC$

$=\frac{1}{3}\times 30=10(cm^2)$

78 $\triangle GBG'=\frac{2}{3}\triangle GBD$이므로

$\triangle GBD=\frac{3}{2}\triangle GBG'=\frac{3}{2}\times 8=12(cm^2)$

$\triangle ABC=6\triangle GBD=6\times 12=72(cm^2)$이므로

$\triangle GCA=\frac{1}{3}\triangle ABC=\frac{1}{3}\times 72=24(cm^2)$

79 $\triangle BCE=\frac{1}{2}\triangle ABC$

$\triangle EBD=\frac{1}{2}\triangle BCE=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\triangle ABC=\frac{1}{4}\triangle ABC$

점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로 $\triangle EBD$에서

$\overline{BG}:\overline{GE}=2:1$

$\triangle GDE=\frac{1}{3}\triangle EBD=\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}\triangle ABC$

$=\frac{1}{12}\triangle ABC=6$

$\therefore$ $\triangle ABC=72(cm^2)$

80 $\triangle AED$에서 $\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$이므로

$\triangle EDG=\frac{1}{3}\triangle AED=5$

$\therefore$ $\triangle AED=15(cm^2)$

$\triangle ABD$에서 $\overline{AE}:\overline{EB}=\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$이므로

$\triangle AED:\triangle EBD=2:1$

$15:\triangle EBD=2:1$

$\therefore$ $\triangle EBD=\frac{15}{2}(cm^2)$

81 $\triangle ABD=\frac{1}{2}\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 72=36(cm^2)$

점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\triangle APD:\triangle PBD=\overline{AP}:\overline{PB}=\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$

$\therefore$ $\triangle APD=\frac{2}{3}\triangle ABD=\frac{2}{3}\times 36=24(cm^2)$

또 $\triangle APG:\triangle GPD=2:1$이므로

$\triangle GPD=\frac{1}{3}\triangle APD=\frac{1}{3}\times 24=8(cm^2)$

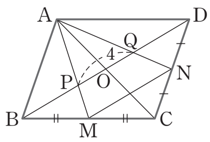
82 $\square ABCD$가 평행사변형이므로 $\overline{OA}=\overline{OC}$

즉 점 E는 중선의 교점이므로 $\triangle ACD$의 무게중심이다.

따라서 $\overline{OD}=\overline{OB}=15$, $\overline{DE}:\overline{OE}=2:1$이므로

$\overline{OE}=\frac{1}{3}\overline{OD}=\frac{1}{3}\times 15=5$

83 대각선 AC를 긋고 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 O라 하면 점 P, Q는 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$의 무게중심이므로



$\overline{BP}:\overline{PO}=2:1$,

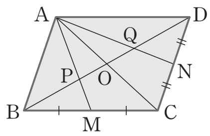
$\overline{DQ}:\overline{QO}=2:1$, $\overline{OB}=\overline{OD}$이므로

$\overline{BP}=\overline{PQ}=\overline{QD}=4$ $\therefore$ $\overline{BD}=12$

따라서 $\triangle CDB$에서 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해

$\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times 12=6$

84 대각선 AC를 그으면 $\square ABCD$는 평행사변형이므로



$\overline{OB}=\overline{OD}$

점 P, Q는 각각 $\triangle ABC$와 $\triangle ACD$의 무게중심이므로

$\overline{BP}:\overline{PO}=2:1$, $\overline{DQ}:\overline{QO}=2:1$

따라서 $\overline{BP}=\overline{PQ}=\overline{QD}$이므로

$\triangle ABP=\triangle APQ=\triangle AQD=12\ cm^2$

$\therefore$ $\triangle ABD=36\ cm^2$

따라서 $\triangle ABD=\triangle CDB$이므로

$\square ABCD=2\triangle ABD$

$=2\times 36=72(cm^2)$

85 점 P, Q는 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$의 무게중심이므로

$\square PMCO=\triangle PMC+\triangle PCO$

$=\frac{1}{6}\triangle ABC+\frac{1}{6}\triangle ABC$

$=\frac{1}{3}\triangle ABC=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{6}\square ABCD$

$=\frac{1}{6}\times 60=10(cm^2)$

마찬가지로 $\square QOCN=10\ cm^2$

$\therefore$ (어두운 부분의 넓이) $=\square PMCO+\square QOCN$

$=10+10=20(cm^2)$

86 $\triangle ABD=\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{2}\times 12\times 8=48(cm^2)$

$\overline{AE}=\overline{ED}$, $\overline{BO}=\overline{OD}$이므로 점 G는 △ABD의 무게중심이다.

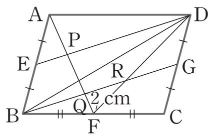
$\therefore \square GODE=\triangle GDE+\triangle GOD$

$=\frac{1}{6}\triangle ABD+\frac{1}{6}\triangle ABD$

$=\frac{1}{3}\triangle ABD$

$=\frac{1}{3}\times 48=16(cm^2)$

87 오른쪽 그림과 같이 $\overline{DF}$와 $\overline{BG}$의 교점을 R라 하자.
점 R는 △DBC의 무게중심이므로



$\overline{FR}:\overline{RD}=1:2$

□EBGD는 $\overline{EB}/\!/\overline{DG}$, $\overline{EB}=\overline{DG}$이므로 평행사변형이다.

$\therefore \overline{ED}/\!/\overline{BG}$

△PFD에서 $\overline{FQ}:\overline{QP}=\overline{FR}:\overline{RD}=1:2$

또한 △ABQ에서 $\overline{AE}=\overline{EB}$이고 $\overline{EP}/\!/\overline{BQ}$이므로 $\overline{AP}=\overline{PQ}$

따라서 $\overline{AP}:\overline{PQ}:\overline{QF}=2:2:1$이므로

$\overline{AQ}:\overline{QF}=4:1$, $\overline{AQ}:2=4:1$

$\therefore \overline{AQ}=8(cm)$

3 닮음의 활용

본문 105~111쪽

주제별 실력다지기

01 ④	**02** ③	**03** 25 : 9	**04** 12 cm²	**05** 135 cm²	**06** 48 cm²	**07** ④	**08** ⑤
09 ⑤	**10** 2 : 1	**11** ⑤	**12** ③	**13** ⑤	**14** 1 : 3	**15** 130	**16** 27 : 64
17 ③	**18** ③	**19** ②	**20** ②	**21** ①	**22** ①	**23** 10.5 m	**24** ③
25 6 m	**26** ③	**27** ②	**28** ④				

01 △ABC∽△AED (AA 닮음)이고, 닮음비는 $\overline{AC}:\overline{AD}=12:6=2:1$이므로

$\triangle ABC:\triangle AED=2^2:1^2=4:1$

$\triangle ABC:9=4:1$

$\therefore \triangle ABC=36(cm^2)$

$\therefore \square DBCE=\triangle ABC-\triangle AED$

$=36-9=27(cm^2)$

02 △ABC∽△ACD (AA 닮음)이고, 닮음비는 $\overline{AC}:\overline{AD}=10:6=5:3$이므로

$\triangle ABC:\triangle ACD=5^2:3^2=25:9$

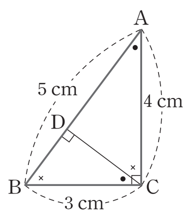
$\triangle ABC:24=25:9$

$\therefore \triangle ABC=\frac{200}{3}(cm^2)$

$\therefore \triangle DBC=\triangle ABC-\triangle ACD$

$=\frac{200}{3}-24=\frac{128}{3}(cm^2)$

03 △ABC∽△CBD (AA 닮음)이고, 닮음비는 $\overline{AB}:\overline{CB}=5:3$이므로



$\triangle ABC:\triangle CBD=5^2:3^2$

$=25:9$

04 △ABC에서 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해

$\overline{AC} /\!/ \overline{MN}$, $\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{AC}$ …… ㉠

$\overline{AC} /\!/ \overline{MP}$이므로 $\angle MPA=\angle CAQ$ (엇각)

즉 △MPA는 이등변삼각형이므로

$\overline{MP}=\overline{MA}=\overline{MB}=\overline{AC}$ …… ㉡

㉠, ㉡에 의하여 $\overline{NP}=\frac{1}{2}\overline{AC}$

$\triangle NPQ \backsim \triangle CAQ$ (AA 닮음)이고 닮음비는

$\overline{NP}:\overline{CA}=1:2$이므로

$\triangle NPQ : \triangle CAQ=1^2:2^2=1:4$

$1:\triangle CAQ=1:4$ $\therefore \triangle CAQ=4(\text{cm}^2)$

$\overline{BQ}:\overline{QC}=\overline{AB}:\overline{AC}=2:1$이므로

$\triangle ABQ=2\triangle CAQ=2\times4=8(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle ABC=\triangle ABQ+\triangle CAQ=8+4=12(\text{cm}^2)$

05 $\triangle OAD \backsim \triangle OCB$ (AA 닮음)이고, 닮음비는

$\overline{AD}:\overline{CB}=8:16=1:2$

△DAC에서

$\triangle OAD:\triangle OCD=\overline{AO}:\overline{OC}=1:2$이므로

$\triangle OAD:30=1:2$

$\therefore \triangle OAD=15(\text{cm}^2)$

또 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\triangle ABD=\triangle DCA$에서

$\triangle OAB=\triangle OCD=30\text{ cm}^2$

$\triangle OAD:\triangle OBC=1^2:2^2=1:4$

$15:\triangle OBC=1:4$

$\therefore \triangle OBC=60(\text{cm}^2)$

$\therefore \square ABCD$

$=\triangle OAD+\triangle OAB+\triangle OBC+\triangle OCD$

$=15+30+60+30$

$=135(\text{cm}^2)$

06 $\triangle PAD \backsim \triangle PCB$ (AA 닮음)에서

$\overline{PD}:\overline{PB}=\overline{AD}:\overline{CB}=8:10=4:5$이므로

$\overline{PD}=4k$, $\overline{PB}=5k\,(k>0)$라 하면 $\overline{BD}=9k$이다.

또 $\triangle BMQ \backsim \triangle BAD$ (AA 닮음)이므로

$\overline{BQ}:\overline{BD}=\overline{BM}:\overline{BA}=1:3$

이때 $\overline{BQ}=\frac{1}{3}\overline{BD}=\frac{1}{3}\times9k=3k$이므로

$\overline{PQ}=\overline{PB}-\overline{BQ}=5k-3k=2k$

따라서 $\triangle PQR \backsim \triangle PDA$ (AA 닮음)이고, 닮음비가

$\overline{PQ}:\overline{PD}=2k:4k=1:2$이므로

$\triangle PQR:\triangle PDA=1^2:2^2=1:4$

$12:\triangle PDA=1:4$

$\therefore \triangle APD=48(\text{cm}^2)$

07 △ABE와 △BCF에서

$\overline{AB}=\overline{BC}$, $\overline{BE}=\overline{CF}$, $\angle B=\angle C$

이므로 $\triangle ABE \equiv \triangle BCF$ (SAS 합동)

이때 △GBE와 △CBF에서 $\angle GEB=\angle CFB$이고

$\angle B$는 공통이므로

$\triangle GBE \backsim \triangle CBF$ (AA 닮음)이고, 닮음비는

$\overline{BE}:\overline{BF}=3:5$이다.

$\triangle CBF=\frac{1}{2}\times4\times3=6(\text{cm}^2)$이므로

$\triangle GBE:\triangle CBF=3^2:5^2=9:25$에서

$\triangle GBE:6=9:25$

$\therefore \triangle GBE=\frac{54}{25}(\text{cm}^2)$

08 △ABC에서 점 Q는 △ABC의 무게중심이므로

$\overline{PQ}:\overline{PB}=1:3$

△BCD에서 점 R는 △BCD의 무게중심이므로

$\overline{PR}:\overline{PC}=1:3$

△PQR와 △PBC에서

$\overline{PQ}:\overline{PB}=\overline{PR}:\overline{PC}=1:3$이고,

$\angle BPC$가 공통이므로

$\triangle PQR \backsim \triangle PBC$ (SAS 닮음)

$\triangle PQR:\triangle PBC=1^2:3^2=1:9$

$4:\triangle PBC=1:9$ $\therefore \triangle PBC=3(\text{cm}^2)$

$\therefore \square ABCD=4\triangle PBC$

$=4\times36=144(\text{cm}^2)$

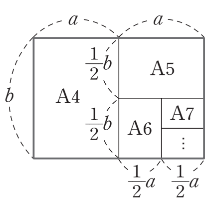
09 두 직사각형 모양의 액자의 가로, 세로의 길이의 비가 $40:30=120:90=4:3$이므로 두 액자는 닮음이고, 닮음비는 $40:120=1:3$이다.

따라서 두 액자의 넓이의 비는 $1^2:3^2=1:9$이므로

$5:$(큰 액자의 가격)$=1:9$

$\therefore$ (큰 액자의 가격)$=45$(만 원)

10 오른쪽 그림에서 A4 용지의 가로와 세로의 길이를 각각 a, b라 하면



A4∽A6이고, 닮음비는

$a:\frac{1}{2}a=b:\frac{1}{2}b$

$=2:1$

11 두 정사면체의 닮음비는 $1:\frac{2}{3}=3:2$이므로
겉넓이의 비는 $3^2:2^2=9:4$이다.
따라서 정사면체 A−BCD의 겉넓이를 S_1, 정사면체 A−EFG의 겉넓이를 S_2라 하면
$S_1:S_2=9:4$, $60:S_2=9:4$
$\therefore S_2=\frac{80}{3}(\text{cm}^2)$
따라서 정사면체 A−EFG의 겉넓이는 $\frac{80}{3}\text{ cm}^2$이다.

12 두 정육면체 A, B의 닮음비가 $1:3$이므로 겉넓이의 비는 $1^2:3^2$, 즉 $1:9$이다.
(A에 사용되는 색종이의 넓이)$:$(B에 사용되는 색종이의 넓이)$=1:9$이므로
$15:$(B에 사용되는 색종이의 넓이)$=1:9$
$\therefore$ (B에 사용되는 색종이의 넓이)$=135(\text{cm}^2)$

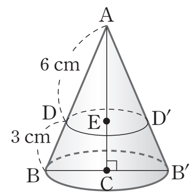
13 두 정육면체 A와 B의 부피의 비가 $8:27=2^3:3^3$이므로 닮음비는 $2:3$이다.
또 두 정육면체 B와 C의 겉넓이의 비가
$16:9=4^2:3^2$이므로 닮음비는 $4:3$이다.
따라서 세 정육면체 A, B, C의 닮음비는 $8:12:9$이므로 A와 C의 닮음비는 $8:9$이다.

14 A 상자와 B 상자에 들어 있는 구슬 한 개의 반지름의 길이를 각각 r_1, r_2라 하면 두 정육면체의 한 변의 길이는 같으므로 $2r_1=6r_2$이다.
즉 $r_1:r_2=3:1$이므로 A 상자와 B 상자에 들어 있는 구슬 1개의 겉넓이의 비는 $3^2:1^2=9:1$이다.
그런데 A 상자와 B 상자에 들어 있는 구슬은 각각 1개, 27개이므로 두 상자 A, B에 들어 있는 구슬 전체의 겉넓이의 비는
$(9\times1):(1\times27)=9:27=1:3$

15 큰 금구슬과 작은 금구슬의 닮음비가 $5:1$이므로 부피의 비는 $5^3:1^3=125:1$이다.
즉 반지름의 길이가 5 cm인 금구슬 1개로 반지름의 길이가 1 cm인 금구슬 125개를 만들 수 있으므로
$a=125$
또 반지름의 길이가 5 cm인 금구슬의 겉넓이는
$4\pi\times5^2=100\pi(\text{cm}^2)$
이고, 반지름의 길이가 1 cm인 금구슬 125개의 겉넓이는 $(4\pi\times1^2)\times125=500\pi(\text{cm}^2)$이므로
$b=\frac{500\pi}{100\pi}=5$
$\therefore a+b=125+5=130$

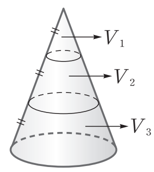
16 두 원뿔 A, B의 겉넓이의 비가 $9:16=3^2:4^2$이므로 닮음비는 $3:4$이다.
따라서 두 원뿔 A, B의 부피의 비는
$3^3:4^3=27:64$

17 $\triangle ABC$를 $\overline{AC}$를 축으로 1회전하여 생기는 회전체는 원뿔이고 오른쪽 그림과 같다.



$\overline{AD}$를 모선으로 하는 원뿔과 $\overline{AB}$를 모선으로 하는 원뿔은 닮음이고, 닮음비가 $\overline{AD}:\overline{AB}=6:9=2:3$이므로 부피의 비는 $2^3:3^3=8:27$
즉 $\overline{AD}$를 모선으로 하는 원뿔의 부피를 V_1, $\overline{AB}$를 모선으로 하는 원뿔의 부피를 V_2라 하면
$V_1:V_2=8:27$이므로 $V_1:54=8:27$
$\therefore V_1=16(\text{cm}^3)$
따라서 구하는 부피는
$V_2-V_1=54-16=38(\text{cm}^3)$

18 오른쪽 그림에서 나누어진 세 부분의 부피를 각각 V_1, V_2, V_3라 하면



V_1, (V_1+V_2), $(V_1+V_2+V_3)$의 닮음비가 $1:2:3$이므로 부피의 비는
$1^3:2^3:3^3=1:8:27$이다.
따라서 V_1, V_2, V_3의 부피의 비는
$1:(8-1):(27-8)=1:7:19$
이고, 처음 원뿔의 부피가 81 cm^3이므로 원뿔대 V_2의 부피는
$V_2=\frac{7}{27}\times81=21(\text{cm}^3)$

19 작은 원뿔과 큰 원뿔은 서로 닮음이고, 닮음비가 $8:20=2:5$이므로 부피의 비는 $2^3:5^3=8:125$이다.
(작은 원뿔을 채우는 데 걸리는 시간)
$:$(큰 원뿔을 채우는 데 걸리는 시간)
$=$(작은 원뿔의 부피)$:$(큰 원뿔의 부피)
$=8:125$
이므로

16 : (큰 원뿔을 채우는 데 걸리는 시간) $=8:125$

∴ (큰 원뿔을 채우는 데 걸리는 시간) $=250$(초)

따라서 남은 부분을 채우는 데 걸리는 시간은

$250-16=234$(초), 즉 3분 54초이다.

20 작은 원뿔과 큰 원뿔은 서로 닮음이고, 닮음비는 $\frac{3}{4}:1=3:4$이므로 부피의 비는 $3^3:4^3=27:64$이다.

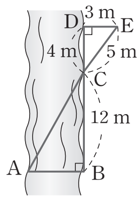
현재 들어 있는 물의 부피와 더 채워야 하는 물의 부피의 비가 $27:(64-27)=27:37$이므로 물을 가득 채우는 데 더 걸리는 시간을 x분이라 하면

$27:37=54:x$

∴ $x=74$

따라서 그릇에 물을 가득 채우려면 74분이 더 걸린다.

21 △CAB∽△CED (AA 닮음)이므로



$\overline{CB}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{ED}$

$12:4=\overline{AB}:3$

∴ $\overline{AB}=9$(m)

22 △OAB∽△ODC (AA 닮음)이므로

$\overline{OB}:\overline{OC}=\overline{AB}:\overline{DC}$

$15:6=\overline{AB}:8$ ∴ $\overline{AB}=20$(m)

23 △ABC∽△DEF (AA 닮음)이므로

$\overline{BC}:\overline{EF}=\overline{AC}:\overline{DF}$에서

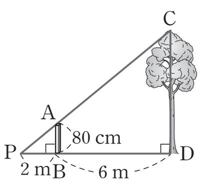
$1500:5=\overline{AC}:3$

∴ $\overline{AC}=900$(cm)$=9$(m)

따라서 건물의 실제 높이는

(나연이의 눈높이)$+\overline{AC}=1.5+9=10.5$(m)

24 나무의 끝과 막대의 끝을 선분으로 연결하면 오른쪽 그림과 같이 그림자의 끝과 만난다.



△APB∽△CPD (AA 닮음)

이므로

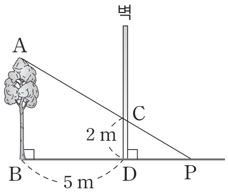
$\overline{PB}:\overline{PD}=\overline{AB}:\overline{CD}$

$2:8=0.8:\overline{CD}$

∴ $\overline{CD}=3.2$(m)

따라서 나무의 높이는 3.2 m이다.

25 오른쪽 그림과 같이 나무의 꼭대기를 A, 나무의 바닥을 B, 벽에 생긴 나무 그림자의 꼭대기를 C, 벽의 바닥을 D, $\overline{AC}$의 연장선이 지면과 만나는 점을 P라 하면



△PCD∽△PAB (AA 닮음)

막대와 막대의 그림자의 길이의 비가 $4:5$이므로

$\overline{CD}:\overline{DP}=4:5$, $2:\overline{DP}=4:5$

∴ $\overline{DP}=2.5$(m)

즉 $\overline{BP}=\overline{BD}+\overline{DP}=5+2.5=7.5$(m)이고

$\overline{AB}:\overline{BP}=4:5$이므로

$\overline{AB}:7.5=4:5$ ∴ $\overline{AB}=6$(m)

따라서 나무의 높이는 6 m이다.

26 축척은 (지도에서의 거리) : (실제 거리) 또는 $\frac{(\text{지도에서의 거리})}{(\text{실제 거리})}$로 표시되므로 두 지점 A, B 사이의 지도에서의 거리를 $\overline{AB}$라 하면

20 km$=2000000$ cm이므로

$1:100000=\overline{AB}:2000000$

∴ $\overline{AB}=20$(cm)

27 축척이 $\frac{1}{20000}$이므로

(지도에서의 거리) : (실제 거리) $=1:20000$에서

$4:$ (실제 거리) $=1:20000$

∴ (실제 거리) $=80000$ cm$=800$ m$=0.8$ km

따라서 구하는 시간은

$\frac{0.8}{3}$시간$=\frac{4}{15}$시간$=16$분

28 축척이 $\frac{1}{5000}$이므로 닮음비는 $1:5000$이고, 넓이의 비는 $1^2:5000^2=1:25000000$이다.

즉 실제 넓이가

2.5 km$^2=(25\times10^5)$ m$^2=(25\times10^9)$ cm^{2}이고,

(지도에서의 넓이) : (실제 넓이) $=1:25000000$

이므로

(지도에서의 넓이) $:25\times10^9=1:25000000$

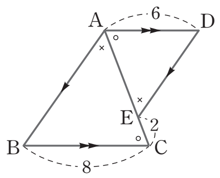
∴ (지도에서의 넓이) $=1000$(cm^2)

단원 종합 문제

본문 112~116쪽

01 ②	**02** 128	**03** 3 cm	**04** 12 cm	**05** ②	**06** ②	**07** 3	**08** $\frac{1}{4}$
09 ③	**10** 18 cm^2	**11** (가) 1 : 2 (나) SAS (다) $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$ (라) $\frac{1}{2}$				**12** ③	**13** ②
14 12	**15** 12 cm	**16** ④	**17** ③, ⑤	**18** ①	**19** 100 cm^2	**20** ③	**21** ①
22 ⑤	**23** 144 m	**24** 36 cm^2	**25** 32 cm^2	**26** ①	**27** 405 cm^3	**28** 3배	**29** ③
30 ①							

01 △ABC와 △EDA에서



$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\angle DAE = \angle ACB$ (엇각)

$\overline{AB} /\!/ \overline{DE}$이므로

$\angle BAC = \angle DEA$ (엇각)

따라서 △ABC∽△EDA (AA 닮음)이므로

$\overline{AC} : \overline{EA} = \overline{BC} : \overline{DA}$에서

$(\overline{AE}+2) : \overline{AE} = 8 : 6$ $\quad \therefore \overline{AE} = 6$

02 $\overline{AE} : \overline{AC} = \overline{DE} : \overline{BC}$이므로

$8 : 12 = x : 16$ $\quad \therefore x = \frac{32}{3}$

$\overline{AE} : \overline{EC} = \overline{AD} : \overline{DB}$이므로

$8 : 4 = y : 6$ $\quad \therefore y = 12$

$\therefore xy = \frac{32}{3} \times 12 = 128$

03 △FAE와 △FCB에서 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\angle FAE = \angle FCB$ (엇각), $\angle FEA = \angle FBC$ (엇각)

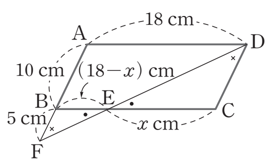
$\therefore$ △FAE∽△FCB (AA 닮음)

$\overline{FA} : \overline{FC} = \overline{AE} : \overline{CB}$에서

$6 : 8 = \overline{AE} : 12$ $\quad \therefore \overline{AE} = 9(\text{cm})$

$\therefore \overline{DE} = \overline{AD} - \overline{AE} = 12 - 9 = 3(\text{cm})$

04 △EBF와 △ECD에서



$\overline{AF} /\!/ \overline{CD}$이므로

$\angle BFE = \angle CDE$ (엇각)

또 $\angle BEF = \angle CED$

(맞꼭지각)이므로

△EBF∽△ECD (AA 닮음)

$\therefore \overline{BE} : \overline{CE} = \overline{BF} : \overline{CD}$

$\overline{EC} = x$ cm라 하면 $\overline{BE} = (18-x)$ cm이므로

$(18-x) : x = 5 : 10$, $15x = 180$

$\therefore x = 12$

따라서 $\overline{EC} = 12$ cm이다.

05 $\overline{AB}^2 = \overline{BD} \times \overline{BC}$이므로

$6^2 = 4 \times \overline{BC}$ $\quad \therefore \overline{BC} = 9(\text{cm})$

$\therefore \overline{CD} = \overline{BC} - \overline{BD} = 9 - 4 = 5(\text{cm})$

06 ② △ACE와 △ABD에서

$\angle A$는 공통, $\angle AEC = \angle ADB = 90°$이므로

△ACE∽△ABD (AA 닮음)

07 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$이므로

$8 : 6 = 4 : x$ $\quad \therefore x = 3$

08 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$이므로

$4 : 3 = (\overline{BC}+5) : 5$

$3\overline{BC} = 5$ $\quad \therefore \overline{BC} = \frac{5}{3}$

따라서 $\overline{BD} = \frac{5}{3} + 5 = \frac{20}{3}$이므로

$\frac{\overline{BC}}{\overline{BD}} = \frac{5}{3} \div \frac{20}{3} = \frac{5}{3} \times \frac{3}{20} = \frac{1}{4}$

09 △ABM $= 2$△ABD $= 2 \times 9 = 18$

$\therefore$ △ABC $= 2$△ABM $= 2 \times 18 = 36$

10 △ABM $= \frac{1}{2}$△ABC $= \frac{1}{2} \times 60 = 30(\text{cm}^2)$

△BPM $=$ △CPM $= 12\ \text{cm}^2$

$\therefore$ △ABP $=$ △ABM $-$ △BPM

$= 30 - 12 = 18(\text{cm}^2)$

11 $\overline{AD} = \overline{DB}$, $\overline{AE} = \overline{EC}$인 △ABC의

△ADE와 △ABC에서

$\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{AE} : \overline{AC} = \boxed{1 : 2}$이고,

$\angle A$는 공통이므로

$\triangle ADE \backsim \triangle ABC$ ($\boxed{\text{ SAS }}$ 닮음)

따라서 $\angle ADE = \angle ABC$ (동위각)이므로

$\boxed{\overline{DE} /\!/ \overline{BC}}$이고,

$\overline{DE} : \overline{BC} = \boxed{\ 1:2\ }$이므로 $\overline{DE} = \boxed{\frac{1}{2}} \times \overline{BC}$

12 $\overline{AD}=\overline{DB}$, $\overline{AE}=\overline{EC}$이므로 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해

$\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$, $\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{BC}$

따라서 $\triangle GED \backsim \triangle GBC$ (AA 닮음)이고, 닮음비는 $1:2$이므로

$\triangle GED : \triangle GBC = 1^2 : 2^2 = 1:4$

$6 : \triangle GBC = 1:4$

$\therefore \triangle GBC = 24(\text{cm}^2)$

13 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해

$\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{AC}$, $\overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{AB}$, $\overline{DF}=\frac{1}{2}\overline{BC}$

$\therefore$ ($\triangle DEF$의 둘레의 길이)

$=\overline{DE}+\overline{EF}+\overline{DF}$

$=\frac{1}{2}(\overline{AC}+\overline{AB}+\overline{BC})$

$=\frac{1}{2}\times 16 = 8(\text{cm})$

14 $\triangle BCD$에서 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해

$\overline{BD} /\!/ \overline{EF}$, $\overline{BD}=2\overline{EF}=2\times 9=18$

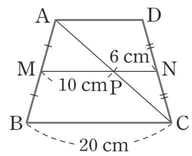
$\triangle AEF$에서 $\overline{AG}:\overline{GE}=2:1$이므로

$\overline{AG}:\overline{AE}=\overline{GD}:\overline{EF}$

$2:3=\overline{GD}:9$ $\quad \therefore \overline{GD}=6$

$\therefore \overline{BG}=\overline{BD}-\overline{GD}=18-6=12$

15 오른쪽 그림과 같이 대각선 AC를 그어 $\overline{MN}$과 만나는 점을 P라 하면 $\overline{AD} /\!/ \overline{MN} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\triangle ABC$에서 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질의 응용에 의해



$\overline{MP}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 20=10(\text{cm})$

따라서 $\overline{PN}=\overline{MN}-\overline{MP}=16-10=6(\text{cm})$이므로 $\triangle CDA$에서 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질의 응용에 의해

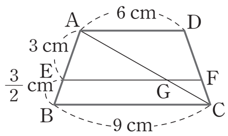
$\overline{AD}=2\overline{PN}=2\times 6=12(\text{cm})$

다른 풀이 사다리꼴의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해

$\overline{MN}=\frac{1}{2}(\overline{AD}+\overline{BC})$이므로

$16=\frac{1}{2}\times(\overline{AD}+20)$ $\quad \therefore \overline{AD}=12(\text{cm})$

16 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그어 $\overline{EF}$와 만나는 점을 G라 하면 $\triangle ABC$에서



$\overline{AE}:\overline{AB}=\overline{EG}:\overline{BC}$

이므로

$3:\frac{9}{2}=\overline{EG}:9$

$\therefore \overline{EG}=6(\text{cm})$

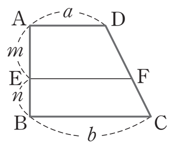
또 $\triangle CDA$에서 $\overline{CG}:\overline{CA}=\overline{GF}:\overline{AD}$이고,

$\overline{CG}:\overline{CA}=\overline{BE}:\overline{BA}=\frac{3}{2}:\frac{9}{2}=1:3$이므로

$1:3=\overline{GF}:6$ $\quad \therefore \overline{GF}=2(\text{cm})$

$\therefore \overline{EF}=\overline{EG}+\overline{GF}=6+2=8(\text{cm})$

다른 풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD} /\!/ \overline{EF} /\!/ \overline{BC}$인 사다리꼴 ABCD에서



$\overline{EF}=\dfrac{mb+na}{m+n}$이므로

$\overline{EF}=\dfrac{3\times 9+\frac{3}{2}\times 6}{3+\frac{3}{2}}=\dfrac{36}{\frac{9}{2}}=8(\text{cm})$

17 $\triangle ABD$와 $\triangle CDB$에서 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해

$\overline{PS}=\overline{QR}=\frac{1}{2}\overline{BD}$, $\overline{PS} /\!/ \overline{BD} /\!/ \overline{QR}$

이므로 □PQRS는 평행사변형이다.

18 $\triangle ABP \backsim \triangle DCP$ (AA 닮음)이므로

$\overline{BP}:\overline{CP}=\overline{AB}:\overline{DC}=10:15=2:3$

또 $\triangle BDC$에서 $\overline{BP}:\overline{BC}=\overline{PQ}:\overline{CD}$이므로

$2:5=\overline{PQ}:15$ $\quad \therefore \overline{PQ}=6$

19 $\triangle ODA \backsim \triangle OBC$ (AA 닮음)이고, 닮음비는

$\overline{AD}:\overline{CB}=6:15=2:5$이므로

$\triangle ODA : \triangle OBC = 2^2 : 5^2 = 4:25$

$16 : \triangle OBC = 4:25$

$\therefore \triangle OBC = 100(\text{cm}^2)$

20 □ABCD는 평행사변형이므로 $\overline{OB}=\overline{OD}$
점 P, Q는 각각 △ABC와 △ACD의 무게중심이므로
$\overline{BP}:\overline{PO}=2:1$, $\overline{DQ}:\overline{QO}=2:1$
따라서 $\overline{BP}=\overline{PQ}=\overline{QD}$이고, $\overline{PO}=\overline{QO}$이므로
$\overline{BD}=6\overline{PO}=6\times2=12(\text{cm})$

21 ① 닮은 두 입체도형에서 대응하는 면은 닮은 도형이므로 대응각의 크기는 각각 같다.

22 △ABB′∽△ACC′∽△ADD′(AA 닮음)이고, 닮음비는 $3:(3+2):(3+2+1)=3:5:6$이므로
넓이의 비는 $3^2:5^2:6^2=9:25:36$

23 △ABC∽△DEF이므로
$\overline{AC}:\overline{DF}=\overline{BC}:\overline{EF}$에서
$\overline{AC}:6=12000:5$
∴ $\overline{AC}=14400\text{ cm}=144\text{ m}$

24 작은 원과 큰 원은 서로 닮음이고, 닮음비는 $1:2$이므로 넓이의 비는 $1^2:2^2=1:4$이다.
(작은 원의 넓이) : (큰 원의 넓이) $=1:4$이므로
12 : (큰 원의 넓이) $=1:4$
∴ (큰 원의 넓이) $=48(\text{cm}^2)$
∴ (어두운 부분의 넓이)
=(큰 원의 넓이)−(작은 원의 넓이)
$=48-12$
$=36(\text{cm}^2)$

25 그림을 80 % 축소하면 닮음비는 $1:0.8$
즉 $5:4$이므로
(원래 그림의 넓이) : (축소 복사된 그림의 넓이)
$=5^2:4^2=25:16$
에서
50 : (축소 복사된 그림의 넓이) $=25:16$
∴ (축소 복사된 그림의 넓이) $=32(\text{cm}^2)$

26 $800\text{ m}=80000\text{ cm}$이므로
(실제 거리) : (지도에서의 거리) $=80000:4$
$=20000:1$
∴ (실제 넓이) : (지도에서의 넓이)
$=20000^2:1^2$
$=400000000:1$
지도 위의 직사각형의 넓이가 $2\times6=12(\text{cm}^2)$이므로
(실제 넓이) : $12=400000000:1$
∴ (실제 넓이) $=4800000000\text{ cm}^2$
$=480000\text{ m}^2$
$=0.48\text{ km}^2$

27 닮음비가 $2:3$이므로 부피의 비는 $2^3:3^3=8:27$
따라서 (A의 부피) : (B의 부피) $=8:27$에서
120 : (B의 부피) $=8:27$
∴ (B의 부피) $=405(\text{cm}^3)$

28 큰 쇠구슬과 작은 쇠구슬의 닮음비는 $1:\frac{1}{3}=3:1$
이므로 부피의 비는 $3^3:1^3=27:1$이다.
즉 큰 쇠구슬 1개로 작은 쇠구슬 27개를 만들 수 있다.
또 큰 쇠구슬과 작은 쇠구슬의 겉넓이의 비는
$3^2:1^2=9:1$이므로 큰 쇠구슬 1개의 겉넓이를 $9S$라 하면 작은 쇠구슬 1개의 겉넓이는 S이다.
따라서 27개의 작은 쇠구슬의 겉넓이의 합은 $27S$이므로 큰 쇠구슬의 겉넓이 $9S$의 3배가 된다.

29 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$를 각각 높이로 하는 세 원뿔의 닮음비가 $1:2:3$이므로 부피의 비는
$1^3:2^3:3^3=1:8:27$
따라서 잘려진 세 부분의 부피의 비는
$1:(8-1):(27-8)=1:7:19$

30 작은 원뿔과 큰 원뿔은 서로 닮음이고, 닮음비가
$18:30=3:5$이므로 부피의 비는
$3^3:5^3=27:125$
즉 (물의 부피) : (그릇의 부피) $=27:125$이므로
(물의 부피) $=\frac{27}{125}\times$(그릇의 부피)
따라서 물의 부피는 그릇의 부피의 $\frac{27}{125}$배이다.

1 피타고라스 정리

본문 123~148쪽

주제별 실력다지기

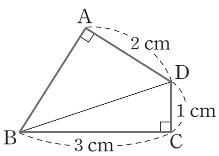
01 248	**02** ④	**03** ④	**04** ③	**05** 15 cm	**06** ⑤	**07** 6 m	**08** 4개
09 30 cm^2	**10** ①	**11** ②	**12** ③, ⑤	**13** ③	**14** ㄷ, ㅂ	**15** 196 cm^2	**16** 72 cm^2
17 ③	**18** 50 cm^2	**19** 40 cm^2	**20** ㈎ □AGHB ㈏ □CDEF ㈐ $\frac{1}{2}ab$ ㈑ c^2				
21 ②	**22** (1) 정사각형 (2) 49 cm^2			**23** ③	**24** (1) 90° (2) 50 cm^2		**25** ③
26 ⑤	**27** ②	**28** ①	**29** 5	**30** 3	**31** ②	**32** ③	**33** ④
34 ②	**35** ②	**36** 80	**37** 56	**38** 55	**39** 6	**40** 3	**41** ⑤
42 12	**43** ①, ④	**44** ②	**45** ①	**46** 5	**47** ④	**48** 8 cm	**49** ④
50 ③	**51** 45	**52** 68	**53** 8π cm^2	**54** ④	**55** ④	**56** 24 cm^2	**57** ④
58 ④	**59** ㄴ, ㄷ, ㅂ	**60** ③	**61** $\frac{25}{2}$	**62** $A\left(\frac{16}{5}, \frac{12}{5}\right)$		**63** ①	**64** ③, ④
65 ①, ⑤	**66** ④	**67** ④	**68** ③	**69** 2개	**70** ④	**71** ①	**72** ③
73 20	**74** ①	**75** $\frac{84}{25}$ cm^2	**76** ③	**77** ⑤	**78** ②	**79** ③	**80** ⑤
81 15 cm	**82** 48 cm^2	**83** $\frac{60}{13}$ cm	**84** 5	**85** ㄱ, ㄹ	**86** ①	**87** ㄱ, ㅂ	**88** ②, ⑤
89 ∠B=90°인 직각이등변삼각형, 5			**90** ③	**91** ②	**92** 84 cm^2	**93** 52	**94** ④
95 125	**96** 10	**97** 13 cm	**98** 17 cm	**99** ③	**100** 26 cm	**101** 10π cm	
102 ①	**103** 13π cm	**104** 20 cm	**105** 75π cm^2		**106** $\frac{256}{3}\pi$ cm^3		**107** ③

01 $x^2=2^2+3^2=13$, $y^2=3^2+1^2=10$
$17^2=8^2+z^2$에서 $z^2=289-64=225$
$\therefore x^2+y^2+z^2=13+10+225=248$

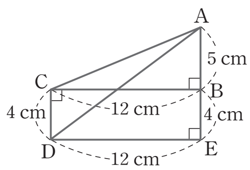
02 △ABC에서 $x^2=5^2+12^2=169$ $\quad\therefore x=13$
△DEF에서 $5^2=3^2+y^2$, $y^2=16$ $\quad\therefore y=4$
따라서 $x+y=13+4=17$

03 △ABC에서 $\overline{AC}^2=3^2+4^2=9+16=25$이므로
△ACD에서 $x^2=\overline{AC}^2+12^2=25+144=169$
$\therefore x=13$

04 오른쪽 그림과 같이 대각선 BD를 그으면 △BCD에서
$\overline{BD}^2=3^2+1^2=10$
따라서 △ABD에서
$\overline{AB}^2=\overline{BD}^2-\overline{AD}^2=10-2^2=6$



05 오른쪽 그림과 같이 □CDEB가 직사각형이 되도록 보조선을 그으면
$\overline{DE}=\overline{CB}=12$ cm,



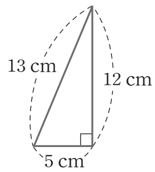
$\overline{BE}=\overline{CD}=4$ cm이므로
△ADE에서
$\overline{AD}^2=12^2+(5+4)^2=144+81=225$
$\therefore \overline{AD}=15$(cm)

06 $y^2=6^2+x^2$이고 $y^2=x^2+4x+4$이므로
$x^2+4x+4=36+x^2$, $4x=32$ $\quad\therefore x=8$

07 피타고라스의 수 중에서 한 변의 길이가 8 m가 되는 경우는 (6, 8, 10)과 (8, 15, 17)의 두 가지이고, 이 중 나머지 두 변의 길이의 합이 16 m인 경우는 6, 8, 10이다.
따라서 벽면의 C지점에서 A지점까지의 거리는 6 m이다.

08 ㄱ. $4^2\neq2^2+3^2$ ㄴ. $6^2\neq4^2+5^2$
ㄷ. $13^2=5^2+12^2$ ㄹ. $15^2=9^2+12^2$
ㅁ. $17^2=8^2+15^2$ ㅂ. $25^2=7^2+24^2$
따라서 직각삼각형인 것은 ㄷ, ㄹ, ㅁ, ㅂ의 4개이다.

09 $13^2=5^2+12^2$이므로 이 삼각형은 빗변의 길이가 13 cm인 직각삼각형이다.



따라서 구하는 삼각형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times5\times12=30(\mathrm{cm}^2)$

10 $\angle B=90°$이면 $\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$이므로

$y^2=8^2+x^2$에서 $x^2+8x+16=64+x^2$

$8x=48\qquad\therefore x=6$

11 추가하는 선분의 길이를 x cm라 하면

(ⅰ) 가장 긴 선분의 길이가 x cm일 때

$x^2=4^2+6^2=52$

(ⅱ) 가장 긴 선분의 길이가 6 cm일 때

$6^2=x^2+4^2,\ x^2=6^2-4^2=20$

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 직각삼각형이 될 수 있는 것은 ㄱ, ㄷ이다.

12 (ⅰ) 가장 긴 변의 길이가 x cm일 때

$x^2=3^2+5^2=34$

(ⅱ) 가장 긴 변의 길이가 5 cm일 때

$5^2=x^2+3^2,\ x^2=5^2-3^2=16$

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 $x^2=34$ 또는 $x^2=16$

13 ③ $\triangle LAF$

14 ㄱ. $\triangle BCH\equiv\triangle GCA$ (SAS 합동)이므로

$\triangle BCH=\triangle GCA$

ㄴ. $\triangle ACH=\triangle BCH=\triangle GCA=\triangle GCL$이므로

$\square ACHI=\square LMGC$

ㄹ. $\triangle AIH=\triangle ACH=\triangle CGL=\triangle CGM$

ㅁ. $\triangle BCE=\triangle BFA=\triangle BFL=\frac{1}{2}\square BFML$

따라서 옳지 않은 것은 ㄷ, ㅂ이다.

15 $\square ADEB+\square ACFG=\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=\overline{BC}^2$

$=14^2=196(\mathrm{cm}^2)$

16 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}^2=13^2-5^2=144$

$\therefore \overline{AB}=12(\mathrm{cm})$

$\square ADEB=\square BFML$이므로

$\triangle LFM=\frac{1}{2}\square BFML=\frac{1}{2}\square ADEB$

$=\frac{1}{2}\times12^2=72(\mathrm{cm}^2)$

17 $\triangle ABF\equiv\triangle EBC$이고 $\triangle EBC=\triangle EBA$이므로

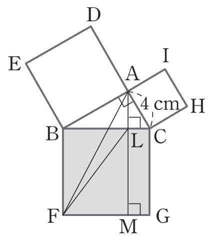
$\square ADEB=2\times\triangle EBA=2\times\triangle ABF=48(\mathrm{cm}^2)$

또 $\square ACHI=\overline{AC}^2=16(\mathrm{cm}^2)$이므로

$\square BFGC=\square ADEB+\square ACHI$

$=48+16=64(\mathrm{cm}^2)$

다른 풀이 오른쪽 그림에서



$\triangle ABF=\triangle LBF$

$=\frac{1}{2}\square BFML$

$=24\ \mathrm{cm}^2$

$\therefore \square BFML=48(\mathrm{cm}^2)$

또 $\square LMGC=\square ACHI$

$=4^2=16(\mathrm{cm}^2)$이므로

$\square BFGC=\square BFML+\square LMGC$

$=48+16=64(\mathrm{cm}^2)$

18 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}^2=6^2+8^2=100$

$\therefore \overline{BC}=10(\mathrm{cm})$

$\triangle ABD=\triangle FBD=\frac{1}{2}\square BDGF$

$\triangle ACE=\triangle FCE=\frac{1}{2}\square CFGE$

$\therefore \triangle ABD+\triangle ACE=\frac{1}{2}\square BDGF+\frac{1}{2}\square CFGE$

$=\frac{1}{2}\square BDEC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}^2$

$=\frac{1}{2}\times10^2=50(\mathrm{cm}^2)$

19 $\square DLME+\square DKJF=\square ABEF$

$\square GPQH+\square GINO=\square ACIH$

$\therefore$ (어두운 부분의 넓이)$=2\square ABEF+2\square ACIH$

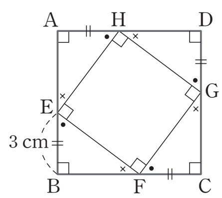
$=2\times\overline{AB}^2+2\times\overline{AC}^2$

$=2\times2^2+2\times4^2=40(\mathrm{cm}^2)$

21 $\triangle AEH\equiv\triangle BFE\equiv\triangle CGF$

$\equiv\triangle DHG$ (SAS 합동)

이므로 오른쪽 그림에서



$\square EFGH$는 정사각형이다.

$\square EFGH=25\ \mathrm{cm}^2$에서

$\overline{EF}^2=25\qquad\therefore \overline{EF}=5(\mathrm{cm})$

$\triangle BFE$에서

$\overline{BF}^2=5^2-3^2=16\qquad\therefore \overline{BF}=4(\mathrm{cm})$

따라서 □ABCD의 한 변의 길이는

$\overline{BF}+\overline{FC}=4+3=7(\text{cm})$

22 (1) (i) 네 내각의 크기가 모두 $90°$로 같다.

(ii) $\triangle ABC \equiv \triangle FCD \equiv \triangle GDE \equiv \triangle HEB$이므로

$\overline{AC}=\overline{FD}=\overline{GE}=\overline{HB}$이고

$\overline{AB}=\overline{FC}=\overline{GD}=\overline{HE}$

즉 $\overline{AC}-\overline{FC}=\overline{FD}-\overline{GD}=\overline{GE}-\overline{HE}$

$=\overline{HB}-\overline{AB}$

이므로 $\overline{AF}=\overline{FG}=\overline{GH}=\overline{HA}$

(i), (ii)에 의해 □AFGH는 정사각형이다.

(2) △ABC에서

$\overline{AC}^2=13^2-5^2=144 \quad \therefore \overline{AC}=12(\text{cm})$

또 $\overline{FC}=\overline{AB}=5\text{ cm}$이므로

$\overline{AF}=\overline{AC}-\overline{FC}=12-5=7(\text{cm})$

$\therefore$ □AFGH$=\overline{AF}^2=7^2=49(\text{cm}^2)$

23 ① △ABC에서 $\overline{AC}=\overline{DG}=b$, $\overline{AB}=\overline{BD}=c$이므로

피타고라스 정리에 의해 $a^2+b^2=c^2$

② $\overline{BF}=\overline{DG}=b$이므로 $\overline{CF}=a-b$

③ □CFGH의 넓이가 점점 커지도록 작도하면

△ABC의 넓이는 점점 작아진다.

따라서 □CFGH와 △ABC의 넓이가 항상 같지는 않다.

④ □CFGH에서

$\overline{CF}=\overline{FG}=\overline{GH}=\overline{HC}=a-b$이고

$\angle C=\angle F=\angle G=\angle H=90°$이므로

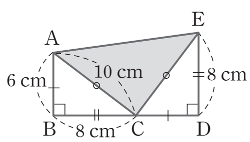
□CFGH는 정사각형이다.

⑤ $\triangle ABC \equiv \triangle BDF \equiv \triangle DEG \equiv \triangle EAH$

$\therefore$ □ABDE$=$□CFGH$+\triangle ABC \times 4$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

24 (1) △ABC에서



$\angle CAB+\angle ACB=90°$

이고,

$\triangle ABC \equiv \triangle CDE$이므로

$\angle CAB=\angle ECD$

따라서 $\angle ECD+\angle ACB=90°$이므로

$\angle ACE=90°$

(2) $\triangle ABC \equiv \triangle CDE$이므로

$\overline{BC}=\overline{DE}=8\text{ cm}$

△ABC에서

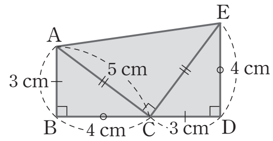
$\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=6^2+8^2=100$

$\therefore \overline{AC}=10(\text{cm})$

따라서 $\overline{AC}=\overline{CE}=10\text{ cm}$, $\angle ACE=90°$이므로

$\triangle ACE=\frac{1}{2}\times 10\times 10=50(\text{cm}^2)$

25 $\triangle ACE=\frac{1}{2}\times\overline{AC}^2$



$=\frac{25}{2}$

이므로 $\overline{AC}^2=25$

$\therefore \overline{AC}=5(\text{cm})$

△ABC에서

$\overline{AB}^2=\overline{AC}^2-\overline{BC}^2$

$=5^2-4^2=9$

$\therefore \overline{AB}=3(\text{cm})$

따라서 $\overline{CD}=\overline{AB}=3\text{ cm}$, $\overline{DE}=\overline{BC}=4\text{ cm}$이므로

□ABDE$=\frac{1}{2}\times(3+4)\times 7=\frac{49}{2}(\text{cm}^2)$

26 $\overline{AD}^2+\overline{BC}^2=5^2+7^2=74$

27 $x^2+7^2=5^2+y^2$이므로

$x^2-y^2=5^2-7^2=-24$

28 △OBC에서 $\overline{BC}^2=3^2+4^2=25$

□ABCD에서 $8^2+\overline{CD}^2=25+10^2$

$\therefore \overline{CD}^2=61$

29 $\overline{AB}^2+8^2=3^2+9^2$에서 $\overline{AB}^2=26$

△ABO에서 $\overline{AB}^2=x^2+1$, $26=x^2+1$

$x^2=25 \quad \therefore x=5$

30 △COD에서 $\overline{CD}^2=5^2+6^2=61$

□ABCD에서 $\overline{AB}^2+61=\overline{AD}^2+8^2$

$\therefore \overline{AB}^2-\overline{AD}^2=8^2-61=3$

31 $\overline{PA}^2+54=9^2+3^2$이므로

$\overline{PA}^2=36 \quad \therefore \overline{PA}=6$

32 $6^2+y^2=x^2+2^2$이므로

$x^2-y^2=6^2-2^2=32$

33 $\overline{CD}=\overline{AB}=5$이므로

△DPC에서

$\overline{PC}^2=5^2-3^2=16$　　$\therefore \overline{PC}=4$

□ABCD에서 $\overline{PA}^2+\overline{PC}^2=\overline{PB}^2+\overline{PD}^2$이므로

$\overline{PA}^2+4^2=7^2+3^2$　　$\therefore \overline{PA}^2=42$

34 $\overline{DE}^2+\overline{BC}^2=\overline{BE}^2+\overline{CD}^2$이므로

$\overline{DE}^2+8^2=5^2+7^2$　　$\therefore \overline{DE}^2=10$

35 $\overline{DE}^2+\overline{BC}^2=\overline{BE}^2+\overline{CD}^2$이므로

$4^2+\overline{BC}^2=6^2+8^2$　　$\therefore \overline{BC}^2=84$

36 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해

$\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 8=4$

또 $\overline{DE}^2+\overline{BC}^2=\overline{BE}^2+\overline{CD}^2$이므로

$4^2+8^2=\overline{BE}^2+\overline{CD}^2$

$\therefore \overline{BE}^2+\overline{CD}^2=80$

37 △CDE에서 $\overline{DE}^2=3^2+4^2=25$

또 $\overline{AB}^2+\overline{DE}^2=\overline{AD}^2+\overline{BE}^2$이므로

$\overline{AB}^2+25=9^2+\overline{BE}^2$에서

$\overline{AB}^2-\overline{BE}^2=81-25=56$

38 △ADE에서 $\overline{DE}^2=3^2+4^2=25$

△BDE의 넓이는 10이므로

$\frac{1}{2}\times\overline{BD}\times\overline{AE}=10$

$\frac{1}{2}\times\overline{BD}\times 4=10$　　$\therefore \overline{BD}=5$

△ABE에서

$\overline{BE}^2=\overline{AB}^2+\overline{AE}^2=8^2+4^2=80$

따라서 $\overline{DE}^2+\overline{BC}^2=\overline{BE}^2+\overline{CD}^2$이므로

$\overline{BC}^2-\overline{CD}^2=\overline{BE}^2-\overline{DE}^2=80-5^2=55$

다른 풀이 △ABC에서 $\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{AC}^2$이고,

△ACD에서 $\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{AC}^2$이므로

$$\begin{aligned}\overline{BC}^2-\overline{CD}^2&=(\overline{AB}^2+\overline{AC}^2)-(\overline{AD}^2+\overline{AC}^2)\\&=\overline{AB}^2-\overline{AD}^2\\&=8^2-3^2=55\end{aligned}$$

39 △ABC에서 $\overline{AC}^2=1^2+1^2=2$

△ACD에서 $\overline{AD}^2=2+1^2=3$

△ADE에서 $\overline{AE}^2=3+1^2=4$

△AEF에서 $\overline{AF}^2=4+1^2=5$

△AFG에서 $\overline{AG}^2=5+1^2=6$

40 $\overline{AB}=a$라 하면

$\overline{AC}^2=2a^2$, $\overline{AD}^2=3a^2$, $\cdots$, $\overline{AH}^2=7a^2$이므로

$7a^2=63$, $a^2=9$　　$\therefore a=3$

따라서 $\overline{AB}$의 길이는 3이다.

41 △ABC에서 $\overline{AC}^2=2^2+3^2=13$

$\overline{AD}^2=13+4^2=29$

△ADE에서 $\overline{AE}=29+5^2=54$

42 △ACD에서 $\overline{AC}^2=2^2+2^2=8$

$\therefore \overline{AF}^2=\overline{AC}^2=8$

△AEF에서 $\overline{AE}^2=8+2^2=12$

$\therefore \overline{AG}^2=\overline{AE}^2=12$

43 $\overline{OB}^2=\overline{OA'}^2=1^2+1^2=2$, $\overline{OC}^2=\overline{OB'}^2=2+1^2=3$

$\overline{OD}^2=\overline{OC'}^2=3+1^2=4$, $\overline{OE}^2=\overline{OD'}^2=4+1^2=5$

$\overline{OE'}^2=5+1^2=6$

따라서 원점 O로부터 거리가 2인 점은 점 C′, 점 D이다.

44 $\overline{OA}=\overline{OP}=a$라 하면

$\overline{OA'}^2=2a^2$, $\overline{OB'}^2=3a^2$, $\overline{OC'}^2=4a^2$, $\overline{OD'}^2=5a^2$

이므로

$\overline{OD'}^2=10$에서 $5a^2=10$　　$\therefore a^2=2$

$\therefore$ □OAA′P$=a^2=2$

45 △ACD에서 $\overline{AD}^2=10^2-6^2=64$

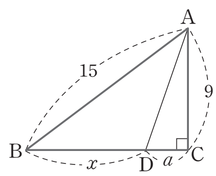
△ABD에서 $\overline{BD}^2=9^2-64=17$

46 △ACH에서 $\overline{CH}=6^2-4^2=20$

△BCH에서 $\overline{BC}^2=\overline{CH}^2+\overline{BH}^2=20+5=25$

$\therefore \overline{BC}=5$

47 $\overline{BD}=x$, $\overline{DC}=a$라 하면



△ACD에서

$a^2=90-9^2=9$　　$\therefore a=3$

△ABC에서

$(x+3)^2=15^2-9^2=144$이므로

$x+3=12$　　$\therefore x=9$

따라서 $\overline{BD}$의 길이는 9이다.

48 점 O가 직각삼각형 ABC의 외심이므로

$\overline{BO}=\overline{CO}=\overline{AO}=5$ cm

$\therefore\ \overline{BC}=5+5=10$(cm)

$\triangle$ABC에서 $\overline{AC}^2=10^2-6^2=64$

$\therefore\ \overline{AC}=8$(cm)

49 $\triangle$ABC에서 $\overline{BC}^2=12^2+16^2=400$

$\therefore\ \overline{BC}=20$(cm)

점 G가 $\triangle$ABC의 무게중심이므로 $\overline{BM}=\overline{CM}$

즉 점 M은 $\triangle$ABC의 외심이므로

$\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}=10$ cm

$\therefore\ \overline{AG}=\frac{2}{3}\overline{AM}=\frac{2}{3}\times10=\frac{20}{3}$(cm)

50 $\triangle$ABC에서 $\overline{AC}^2=15^2-9^2=144$

$\therefore\ \overline{AC}=12$(cm)

$\therefore\ \overline{AE}=\overline{AC}-\overline{CE}=12-2=10$(cm)

이때 $\triangle$ADE와 $\triangle$ACB에서

$\angle ADE=\angle ACB=90^\circ$, $\angle$A는 공통이므로

$\triangle ADE\backsim\triangle ACB$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AE}:\overline{AB}=\overline{AD}:\overline{AC}$에서

$10:15=\overline{AD}:12$

$\therefore\ \overline{AD}=8$(cm)

51 $\triangle$ABC에서 $\overline{BC}^2=10^2-6^2=64$ $\quad\therefore\ \overline{BC}=8$

이때 $\overline{AD}$가 $\angle$A의 이등분선이므로

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$에서

$\overline{BD}:\overline{CD}=6:10=3:5$

$\therefore\ \overline{BD}=\frac{3}{8}\overline{BC}=\frac{3}{8}\times8=3$

따라서 $\triangle$ABD에서 $\overline{AD}^2=6^2+3^2=45$

52 $\triangle$ABP와 $\triangle$CAQ에서

$\overline{AB}=\overline{CA}$, $\angle APB=\angle CQA=90^\circ$

$\angle ABP=90^\circ-\angle BAP=\angle CAQ$이므로

$\triangle ABP\equiv\triangle CAQ$ (RHA 합동)

$\overline{AQ}=\overline{BP}=8$, $\overline{AP}=\overline{CQ}=6$이므로

$\overline{PQ}=\overline{AQ}-\overline{AP}=8-6=2$

따라서 $\triangle$PBQ에서 $\overline{BQ}^2=8^2+2^2=68$

53 $P+Q=$($\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times\pi\times4^2=8\pi$(cm^2)

54 ($\overline{AC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이)$=24\pi-6\pi$

$=18\pi$(cm^2)

이므로

$\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{1}{2}\overline{AC}\right)^2=18\pi$

$\overline{AC}^2=144$ $\quad\therefore\ \overline{AC}=12$(cm)

55 (반원 Q의 넓이)$=\frac{1}{2}\times\pi\times2^2=2\pi$(cm^2)

따라서 (반원 P의 넓이)$+2\pi=32\pi$이므로

(반원 P의 넓이)$=32\pi-2\pi=30\pi$(cm^2)

56 $\triangle$ABC에서 $\overline{AB}^2=10^2-6^2=64$

$\therefore\ \overline{AB}=8$(cm)

$\therefore$ (어두운 부분의 넓이)$=\triangle ABC=\frac{1}{2}\times8\times6$

$=24$(cm^2)

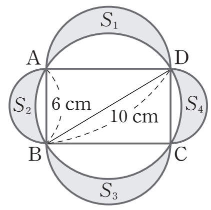
57 $S_1+S_2=\triangle ABC=7\pi$ cm^{2}이므로

(빗금친 부분의 넓이)

$=$($\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이)$-\triangle$ABC

$=\frac{1}{2}\times\pi\times8^2-7\pi=25\pi$(cm^2)

58 $\triangle$ABD에서



$\overline{AD}^2=10^2-6^2=64$

$\therefore\ \overline{AD}=8$(cm)

두 직각삼각형 ABD와 BCD

에서

$S_1+S_2=\triangle ABD$

$S_3+S_4=\triangle BCD$

$\therefore\ S_1+S_2+S_3+S_4=\triangle ABD+\triangle BCD$

$=\square ABCD$

$=8\times6=48$(cm^2)

다른 풀이 (어두운 부분의 넓이)

$=2\times${($\overline{AB}$를 지름으로 하는 반원의 넓이)

$+$($\overline{AD}$를 지름으로 하는 반원의 넓이)}$+\square$ABCD

$-$($\overline{BD}$를 지름으로 하는 원의 넓이)

$=2\times\left(\frac{1}{2}\times9\pi+\frac{1}{2}\times16\pi\right)+48-25\pi$

$=48$(cm^2)

59 ㄴ. $b^2=ay$

ㄷ. $c^2=ax$

ㅂ. $h^2=xy$

따라서 옳지 않은 것은 ㄴ, ㄷ, ㅂ이다.

60 $\overline{AD}^2=\overline{BD}\times\overline{CD}$이므로

$y^2=3\times2=6$

또 $\overline{AB}^2=\overline{BD}\times\overline{BC}$이므로

$x^2=3\times5=15$

$\therefore (xy)^2=x^2y^2=15\times6=90$

61 $\overline{AB}:\overline{AC}=3:4$이므로 $\overline{AB}=3a$라 하면 $\overline{AC}=4a$

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}^2=(3a)^2+(4a)^2=25a^2$

$\therefore \overline{BC}=5a$

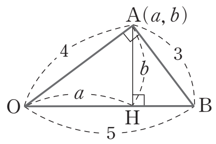
$\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{AH}\times\overline{BC}$이므로

$3a\times4a=6\times5a$, $2a^2-5a=0$에서 $a\neq0$이므로

$2a-5=0 \qquad \therefore a=\frac{5}{2}$

$\therefore \overline{BC}=5a=5\times\frac{5}{2}=\frac{25}{2}$

62 $\triangle AOB$에서



$\overline{OB}^2=\overline{OA}^2+\overline{AB}^2$이므로

$\angle A=90^\circ$

점 A의 좌표를 $A(a, b)$,

점 A에서 $\overline{OB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{OA}^2=\overline{OH}\times\overline{OB}$에서

$4^2=a\times5 \qquad \therefore a=\frac{16}{5}$

$\overline{OA}\times\overline{AB}=\overline{OB}\times\overline{AH}$에서

$4\times3=5\times b \qquad \therefore b=\frac{12}{5}$

따라서 점 A의 좌표는 $A\left(\frac{16}{5}, \frac{12}{5}\right)$이다.

63 점 M은 $\overline{AC}$의 중점이므로

$\overline{AM}=\overline{MC}=5\,\text{cm}$

$\overline{AB}^2=\overline{AH}\times\overline{AC}$이므로

$6^2=\overline{AH}\times10 \qquad \therefore \overline{AH}=\frac{18}{5}(\text{cm})$

$\therefore \overline{HM}=\overline{AM}-\overline{AH}=5-\frac{18}{5}=\frac{7}{5}(\text{cm})$

또 $\triangle ABH$에서 $\overline{BH}^2=6^2-\left(\frac{18}{5}\right)^2=\frac{576}{25}$

$\therefore \overline{BH}=\frac{24}{5}(\text{cm})$

$\therefore \triangle BMH=\frac{1}{2}\times\overline{HM}\times\overline{BH}$

$=\frac{1}{2}\times\frac{7}{5}\times\frac{24}{5}=\frac{84}{25}(\text{cm}^2)$

다른 풀이 $\triangle ABC$에서

$\overline{BC}^2=10^2-6^2=64 \qquad \therefore \overline{BC}=8(\text{cm})$

이때 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\times8=24(\text{cm}^2)$이므로

$\triangle BHM=\triangle ABC\times\frac{\overline{HM}}{\overline{AC}}$

$=24\times\frac{\frac{7}{5}}{10}=24\times\frac{7}{5}\times\frac{1}{10}=\frac{84}{25}(\text{cm}^2)$

64 $\angle A>90^\circ$이므로 $a^2>b^2+c^2$

$\angle B<90^\circ$이므로 $b^2<a^2+c^2$

$\angle C<90^\circ$이므로 $c^2<a^2+b^2$

따라서 옳은 것은 ③, ④이다.

65 ① $\angle A>90^\circ$이면 $a^2>b^2+c^2$이다.

⑤ $c^2<a^2+b^2$이면 $\angle C<90^\circ$이다. 그러나 $\angle C<90^\circ$라 해서 $\triangle ABC$가 예각삼각형인 것은 아니다.

따라서 옳지 않은 것은 ①, ⑤이다.

66 ① $4^2>2^2+3^2 \quad \therefore$ 둔각삼각형

② $5^2=3^2+4^2 \quad \therefore$ 직각삼각형

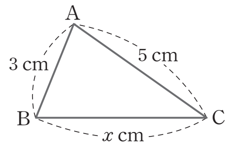
③ $13^2=5^2+12^2 \quad \therefore$ 직각삼각형

④ $11^2<7^2+9^2 \quad \therefore$ 예각삼각형

⑤ $10^2<8^2+9^2 \quad \therefore$ 예각삼각형

따라서 바르게 연결되지 않은 것은 ④이다.

67



① $x=4$이면 $3^2+4^2=5^2$이므로 $\angle B=90^\circ$

② $x=5$이면 $5^2<3^2+5^2$이므로 $\angle A<90^\circ$

③ $x=6$이면 $6^2>3^2+5^2$이므로 $\angle A>90^\circ$

④ $x=2.5$이면 가장 긴 변의 길이가 $5\,\text{cm}$이므로

$5^2>3^2+2.5^2$

즉 $\angle B>90^\circ$이므로 $\triangle ABC$는 둔각삼각형이다.

⑤ $x=7$이면 가장 긴 변의 길이가 $7\,\text{cm}$이므로

$7^2>3^2+5^2$

즉 $\angle A>90^\circ$이므로 $\triangle ABC$는 둔각삼각형이다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

68 ① $x=3$이면 $8^2>6^2+3^2$이므로 $\angle B>90^\circ$, 즉 둔각삼각형이다.

② $x^2=28$이면 $8^2=6^2+28$이므로 $\angle B=90^\circ$, 즉 직각삼각형이다.

③ $x=6$이면 $8^2<6^2+6^2$이므로 $\angle B<90^\circ$, 즉 예각

삼각형이다.

④ $x>8$이므로 $\overline{BC}$가 가장 긴 변이다.
따라서 예각삼각형이 될 조건은
$x^2<6^2+8^2$에서 $x^2<100$이므로 $x<10$
따라서 $8<x<10$일 때 주어진 삼각형은 예각삼각형이다.

⑤ $x>10$이므로 $\overline{BC}$가 가장 긴 변이다.
따라서 둔각삼각형이 될 조건은
$x^2>6^2+8^2$에서 $x^2>100$이므로 $x>10$
그런데 삼각형이 만들어지려면 가장 긴 변의 길이가 나머지 두 변의 길이의 합보다는 작아야 하므로 $x<6+8$ $\quad\therefore x<14$
따라서 $10<x<14$일 때 주어진 삼각형은 둔각삼각형이다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

69 (ⅰ) 세 변의 길이가 2 cm, 3 cm, 4 cm일 때,
$4^2>2^2+3^2$이므로 둔각삼각형
(ⅱ) 세 변의 길이가 2 cm, 3 cm, 5 cm이면 삼각형이 만들어지지 않는다.
(ⅲ) 세 변의 길이가 2 cm, 4 cm, 5 cm일 때,
$5^2>2^2+4^2$이므로 둔각삼각형
(ⅳ) 세 변의 길이가 3 cm, 4 cm, 5 cm일 때,
$5^2=3^2+4^2$이므로 직각삼각형
따라서 만들 수 있는 둔각삼각형은 (ⅰ), (ⅲ)의 2개이다.

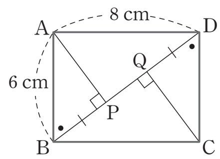
70 □ABCD에서 $\overline{AC}^2=3^2+4^2=25$
$\therefore \overline{AC}=5(\text{cm})$
또 $\overline{CG}=12$ cm, $\overline{CE}=5$ cm이므로
□CEFG에서 $\overline{CF}^2=12^2+5^2=169$
$\therefore \overline{CF}=13(\text{cm})$
$\therefore \overline{AC}+\overline{CF}=5+13=18(\text{cm})$

71 직사각형에서 가장 긴 선분은 대각선이고, 직사각형의 가로, 세로의 길이가 각각 80 m, 60 m이므로 대각선의 길이는
$80^2+60^2=10000$
따라서 대각선의 길이는 100 m이다.
그러므로 최대 100 m까지 직선 달리기를 할 수 있다.

72 가로의 길이를 $8a$ cm라 하면 세로의 길이는 $15a$ cm이므로
△ABC에서
$(8a)^2+(15a)^2=34^2$, $64a^2+225a^2=1156$,
$289a^2=1156$, $a^2=4$ $\quad\therefore a=2$
따라서 직사각형 ABCD의 둘레의 길이는
$2(8a+15a)=46a=46\times2=92(\text{cm})$

73 정사각형의 한 변의 길이를 a라 하면
$\overline{AP}^2=2a^2=4$ $\quad\therefore a^2=2$
$\therefore \overline{AQ}^2=(3a)^2+a^2=10a^2=10\times2=20$

74 △ABD에서



$\overline{BD}^2=6^2+8^2=100$
$\therefore \overline{BD}=10(\text{cm})$
△ABP≡△CDQ
(RHA 합동)이므로 $\overline{BP}=\overline{DQ}$
$\overline{AB}^2=\overline{BP}\times\overline{BD}$, $6^2=\overline{BP}\times10$ $\quad\therefore \overline{BP}=3.6(\text{cm})$
$\therefore \overline{PQ}=\overline{BD}-2\times\overline{BP}=10-2\times3.6=2.8(\text{cm})$

75 △ABD에서
$\overline{BD}^2=3^2+4^2=25$ $\quad\therefore \overline{BD}=5(\text{cm})$
$\overline{AB}^2=\overline{BE}\times\overline{BD}$에서
$3^2=\overline{BE}\times5$ $\quad\therefore \overline{BE}=\frac{9}{5}(\text{cm})$
$\overline{AB}\times\overline{AD}=\overline{AE}\times\overline{BD}$에서
$3\times4=\overline{AE}\times5$ $\quad\therefore \overline{AE}=\frac{12}{5}(\text{cm})$
△ABE≡△CDF (RHA 합동)에서 $\overline{BE}=\overline{DF}$이므로
$\overline{EF}=\overline{BD}-2\times\overline{BE}=5-2\times\frac{9}{5}=\frac{7}{5}(\text{cm})$
$\therefore$ □AECF$=2\times$△AEF
$=2\times\left(\frac{1}{2}\times\frac{7}{5}\times\frac{12}{5}\right)=\frac{84}{25}(\text{cm}^2)$

76 주어진 정사각형의 한 변의 길이를 a cm라 하면
$2a^2=64$ $\quad\therefore a^2=32$
또 원의 반지름의 길이는 $\frac{a}{2}$ cm이므로
(원의 넓이)$=\pi\times\left(\frac{a}{2}\right)^2=\frac{a^2}{4}\pi=\frac{32}{4}\pi=8\pi(\text{cm}^2)$

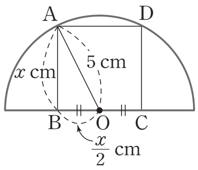
77 버려지는 부분이 최소가 되려면 정사각형의 대각선과 원의 지름이 일치해야 한다.
나무의 단면인 원의 반지름을 r cm라 하면
$\pi r^2=25\pi$에서 $r^2=25$ $\quad\therefore r=5$

또 정사각형의 한 변의 길이를 a cm라 하면

$2a^2=10^2$ $\quad\therefore a^2=50$

따라서 정사각형의 넓이는 $a^2=50\text{ cm}^2$이다.

78 $\overline{OA}$는 반원 O의 반지름이므로



$\overline{OA}=\frac{1}{2}\times10=5(\text{cm})$

$\overline{AB}=x$ cm라 하면

$\overline{BO}=\overline{OC}=\frac{x}{2}$ cm

$\triangle$OAB에서 $5^2=x^2+\left(\frac{x}{2}\right)^2$, $x^2=20$

$\therefore \square ABCD=x^2=20(\text{cm}^2)$

79 $\overline{BH}=\overline{CH}=5$ cm이므로

$\triangle$ABH에서 $\overline{AH}^2=13^2-5^2=144$

$\therefore \overline{AH}=12(\text{cm})$

80 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AH}$

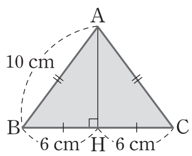
$=\frac{1}{2}\times10\times12=60(\text{cm}^2)$

81 $\overline{BH}=\overline{HC}=8$ cm이므로

$\triangle$ABH에서 $\overline{AH}^2=17^2-8^2=225$

$\therefore \overline{AH}=15(\text{cm})$

82 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



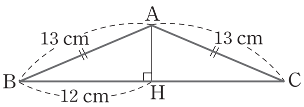
$\overline{BH}=\overline{HC}=6$ cm

$\triangle$ABH에서

$\overline{AH}^2=10^2-6^2=64$ $\quad\therefore \overline{AH}=8(\text{cm})$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times12\times8=48(\text{cm}^2)$

83 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

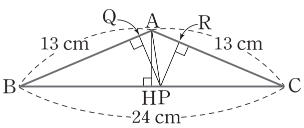


$\overline{BH}=\overline{CH}=12$ cm이므로

$\overline{AH}^2=13^2-12^2=25$ $\quad\therefore \overline{AH}=5(\text{cm})$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times24\times5=60(\text{cm}^2)$

한편 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AP}$를 그으면



$\triangle$ABC

$=\triangle ABP+\triangle ACP$

이므로

$30=\frac{1}{2}\times13\times\overline{PQ}+\frac{1}{2}\times13\times\overline{PR}$

$=\frac{13}{2}(\overline{PQ}+\overline{PR})$

$\therefore \overline{PQ}+\overline{PR}=\frac{60}{13}(\text{cm})$

84 (두 점 사이의 거리)^2

$=\{(a-3)-a\}^2+\{(b+4)-b\}^2$

$=(-3)^2+4^2=25$

$\therefore$ (두 점 사이의 거리)$=5$

85 ㄱ. $\overline{OA}^2=(-2-0)^2+(3-0)^2=13$

ㄴ. $\overline{BC}^2=\{1-(-3)\}^2+(2-4)^2=20$

ㄷ. $\overline{DE}^2=(-1-2)^2+(0-5)^2=34$

ㄹ. $\overline{FG}^2=(2-5)^2+(-3-3)^2=45$

또 두 점 사이의 거리의 순서와 그 제곱한 값의 순서는 일치한다.

따라서 두 점 사이의 거리가 가장 짧은 것은 ㄱ, 가장 긴 것은 ㄹ이다.

86 $\overline{AB}^2=(x+7)^2+(2+3)^2=13^2$이므로

$(x+7)^2=144$, $x+7=-12$ 또는 $x+7=12$

$\therefore x=5$ 또는 $x=-19$

따라서 모든 x의 값의 합은

$5+(-19)=-14$

87 $\overline{AB}^2=(0+3)^2+(-1-1)^2=13$

$\overline{BC}^2=(2-0)^2+(2+1)^2=13$

$\overline{CA}^2=(-3-2)^2+(1-2)^2=26$

이때 $\overline{AB}=\overline{BC}$이고 $\overline{CA}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$이므로

$\triangle$ABC는 $\angle B=90°$인 직각이등변삼각형이다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㅂ이다.

88 $\overline{AB}^2=(1-0)^2+(-1+3)^2=5$

$\overline{BC}^2=(-2-1)^2+(4+1)^2=34$

$\overline{CA}^2=(0+2)^2+(-3-4)^2=53$

이때 $\overline{CA}^2>\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$이므로 $\triangle$ABC는 둔각삼각형이다.

89 $\overline{AB}^2=(-1-2)^2+(-3+2)^2=10$

$\overline{BC}^2=(-2+1)^2+(0+3)^2=10$

$\overline{CA}^2=(2+2)^2+(-2-0)^2=20$

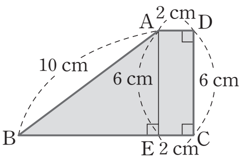
이때 $\overline{AB}=\overline{BC}$이고 $\overline{CA}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$이므로

$\triangle ABC$는 $\angle B=90^\circ$인 직각이등변삼각형이다.

$\therefore\ \triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{BC}=\frac{1}{2}\times\overline{AB}^2$

$=\frac{1}{2}\times10=5$

90 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 E라 하면 □AECD는 직사각형이므로



$\overline{AE}=\overline{DC}=6\text{ cm}$, $\overline{EC}=\overline{AD}=2\text{ cm}$

$\triangle ABE$에서

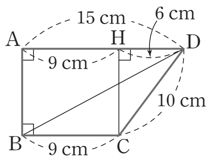
$\overline{BE}^2=\overline{AB}^2-\overline{AE}^2=10^2-6^2=64$

$\therefore\ \overline{BE}=8(\text{cm})$

따라서 $\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}=8+2=10(\text{cm})$이므로

$\square ABCD=\frac{1}{2}\times(2+10)\times6=36(\text{cm}^2)$

91 오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{AH}=\overline{BC}=9\text{ cm}$이므로



$\overline{DH}=15-9=6(\text{cm})$

$\triangle CDH$에서

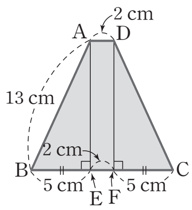
$\overline{CH}^2=10^2-6^2=64\qquad\therefore\ \overline{CH}=8(\text{cm})$

$\overline{AB}=\overline{CH}=8\text{ cm}$이므로 $\triangle ABD$에서

$\overline{BD}^2=8^2+15^2=289\qquad\therefore\ \overline{BD}=17(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AB}+\overline{BD}=8+17=25(\text{cm})$

92 오른쪽 그림과 같이 두 점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하면



$\overline{EF}=\overline{AD}=2\text{ cm}$

$\overline{BE}=\overline{FC}=\frac{1}{2}(\overline{BC}-\overline{EF})$

$=5\text{ cm}$

$\triangle ABE$에서

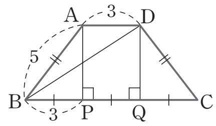
$\overline{AE}^2=\overline{AB}^2-\overline{BE}^2=13^2-5^2=144$

$\therefore\ \overline{AE}=12(\text{cm})$

따라서 □ABCD의 넓이는

$\frac{1}{2}\times(2+12)\times12=84(\text{cm}^2)$

93 오른쪽 그림과 같이 두 점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 P, Q라 하면



$\overline{AD}=\overline{PQ}=3$

$\overline{BP}=\overline{QC}=\frac{1}{2}(\overline{BC}-\overline{PQ})=3$

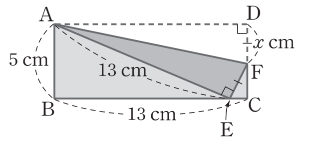
또 $\triangle ABP$에서 $\overline{AP}^2=5^2-3^2=16$에서

$\overline{AP}=4$이므로 $\overline{DQ}=\overline{AP}=4$

따라서 $\triangle DBQ$에서 $\overline{BQ}=6$, $\overline{DQ}=4$이므로

$\overline{BD}^2=4^2+6^2=52$

94 $\overline{AE}=\overline{AD}=13\text{ cm}$이므로 $\triangle ABE$에서



$\overline{BE}^2=13^2-5^2$

$=144$

$\therefore\ \overline{BE}=12(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{CE}=\overline{BC}-\overline{BE}=13-12=1(\text{cm})$

$\overline{DF}=x\text{ cm}$라 하면

$\overline{FC}=(5-x)\text{ cm}$, $\overline{EF}=x\text{ cm}$이고,

$\triangle ABE\backsim\triangle ECF$이므로

$x:(5-x)=13:12$, $65-13x=12x$

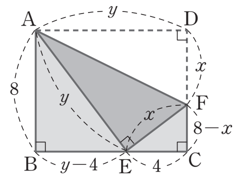
$25x=65\qquad\therefore\ x=\frac{13}{5}$

따라서 직각삼각형 AEF의 넓이는

$\triangle AEF=\frac{1}{2}\times\overline{AE}\times\overline{EF}$

$=\frac{1}{2}\times13\times\frac{13}{5}=\frac{169}{10}(\text{cm}^2)$

95 $\overline{DF}=\overline{EF}=x$,



$\overline{AD}=\overline{AE}=y$라 하면

$\triangle ABE\backsim\triangle ECF$이므로

$\overline{AB}:\overline{BE}=\overline{EC}:\overline{CF}$에서

$8:(y-4)=4:(8-x)$

$\therefore\ y=20-2x$ …… ㉠

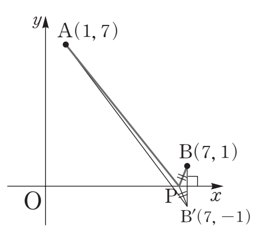
또 $\overline{AE}:\overline{AB}=\overline{EF}:\overline{EC}$에서

$y:8=x:4\qquad\therefore\ y=2x$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=5$, $y=10$

따라서 $\triangle AEF$에서 $\overline{AF}^2=10^2+5^2=125$

96 오른쪽 그림과 같이 점 B와 x축에 대하여 대칭인 점을 B′이라 하면



$B'(7,\ -1)$

$\overline{AP}+\overline{BP}$의 최솟값은

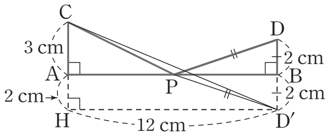
$\overline{AB'}$의 길이와 같으므로

$\overline{AB'}^2=(7-1)^2+(-1-7)^2=100$

$\therefore\ \overline{AB'}=10$

따라서 $\overline{AP}+\overline{BP}$의 최솟값은 10이다.

97 다음 그림과 같이 점 D와 $\overline{AB}$에 대하여 대칭인 점을 D′이라 하고 점 D′에서 $\overline{CA}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{CP}+\overline{PD}$의 최솟값은 $\overline{CD'}$의 길이와 같으므로

$\triangle CHD'$에서

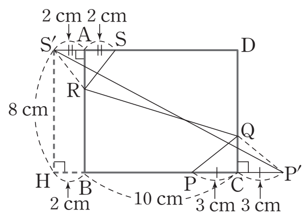
$\overline{CD'}^2=5^2+12^2=169 \qquad \therefore\ \overline{CD'}=13(\text{cm})$

따라서 $\overline{CP}+\overline{PD}$의 최솟값은 13 cm이다.

98 다음 그림과 같이 점 P와 S를 각각 $\overline{CD}$와 $\overline{AB}$에 대하여 대칭이동한 점을 P′, S′이라 하면

$\overline{SR}+\overline{RQ}+\overline{QP}$의 최솟값은 $\overline{S'P'}$의 길이와 같다.

점 S′에서 $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면

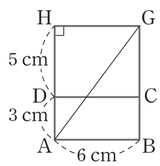


$\triangle S'HP'$에서 $\overline{HP'}=2+10+3=15(\text{cm})$이므로

$\overline{S'P'}^2=8^2+15^2=289 \qquad \therefore\ \overline{S'P'}=17(\text{cm})$

따라서 $\overline{PQ}+\overline{QR}+\overline{RS}$의 최솟값은 17 cm이다.

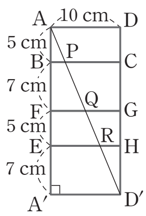
99 오른쪽 그림의 전개도에서 구하는 최단 거리는 $\overline{AG}$의 길이이므로



$\overline{AG}^2=8^2+6^2=100$

$\therefore\ \overline{AG}=10(\text{cm})$

100 선이 지나는 부분의 전개도는 오른쪽 그림과 같다. 전개도에서 구하는 최단 거리는 $\overline{AD'}$의 길이이므로

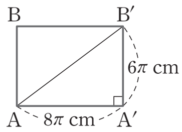


$\triangle AA'D'$에서

$\overline{AD'}^2=24^2+10^2=676$

$\therefore\ \overline{AD'}=26(\text{cm})$

101 오른쪽 그림과 같은 전개도에서 구하는 실의 길이의 최솟값은 $\overline{AB'}$의 길이이다.



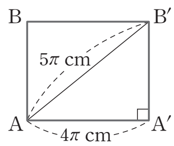
이때 $\overline{AA'}$은 원기둥의 밑면의 둘레의 길이와 같으므로

$\overline{AA'}=2\pi\times4=8\pi(\text{cm})$

따라서 $\overline{AB'}^2=(8\pi)^2+(6\pi)^2=100\pi^2$이므로

$\overline{AB'}=10\pi(\text{cm})$

102 원기둥의 전개도에서 옆면의 가로의 길이 $\overline{AA'}$은 밑면인 원의 둘레의 길이인 $2\pi\times2=4\pi(\text{cm})$이고, 최단 거리는 $\overline{AB'}$의 길이와 같다.



$\triangle AB'A'$에서

$\overline{A'B'}^2=(5\pi)^2-(4\pi)^2=9\pi^2$

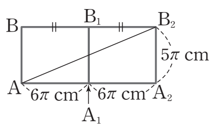
$\therefore\ \overline{A'B'}=3\pi(\text{cm})$

따라서 원기둥의 높이는 3π cm이다.

103 주어진 원기둥의 밑면인 원의 둘레의 길이는

$2\pi\times3=6\pi(\text{cm})$

오른쪽 그림의 전개도에서 구하는 최단 거리는 $\overline{AB_2}$의 길이이다.

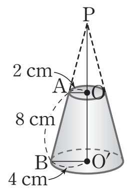


$\overline{AB_2}^2=(12\pi)^2+(5\pi)^2=169\pi^2$

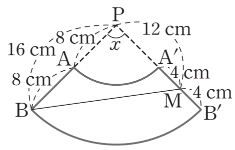
$\therefore\ \overline{AB_2}=13\pi(\text{cm})$

따라서 최단 거리는 13π cm이다.

104



[그림 1]



[그림 2]

[그림 1]과 같이 주어진 원뿔대로 원뿔을 만들면

$\triangle PAO \backsim \triangle PBO'$이고 닮음비가 $2:4=1:2$이므로

$\overline{PA}:(\overline{PA}+8)=1:2 \qquad \therefore\ \overline{PA}=8(\text{cm})$

[그림 2]와 같이 원뿔의 전개도를 그리면 $\overset{\frown}{BB'}$의 길이는 원뿔대의 밑면의 둘레의 길이와 같으므로

부채꼴 PBB′의 중심각의 크기를 $\angle x$라 하면

$2\pi\times16\times\dfrac{\angle x}{360^\circ}=2\pi\times4$

$\therefore\ \angle x=90^\circ$

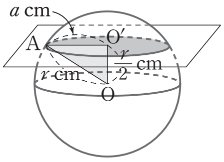
$\triangle PBM$에서 $\overline{PM}=12$ cm, $\overline{PB}=16$ cm이므로

$\overline{BM}^2=16^2+12^2=400 \qquad \therefore\ \overline{BM}=20(\text{cm})$

따라서 구하는 최단 거리는 20 cm이다.

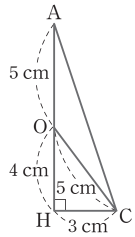
105 △OAB는 직각삼각형이므로
$\overline{AB}^2=10^2-5^2=75$
∴ (구하는 단면의 넓이)$=\pi\times\overline{AB}^2=75\pi(cm^2)$

106 오른쪽 그림과 같이 단면인 원 O′의 반지름의 길이를 a cm라 하면



$\pi a^2=12\pi$ ∴ $a^2=12$
구 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$\overline{OO'}=\frac{r}{2}$ cm, $\overline{OA}=r$ cm이므로
△OAO′에서 $r^2=\left(\frac{r}{2}\right)^2+a^2=\left(\frac{r}{2}\right)^2+12$
$r^2=16$ ∴ $r=4$
∴ (구의 부피)$=\frac{4}{3}\pi\times4^3=\frac{256}{3}\pi(cm^3)$

107 $\overline{OA}=\overline{OC}=5$ cm이므로



$\overline{OH}=9-5=4(cm)$
△OHC에서
$\overline{CH}^2=5^2-4^2=9$ ∴ $\overline{CH}=3(cm)$
따라서 구하는 원뿔의 부피는
$\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times9=27\pi(cm^3)$

단원 종합 문제

본문 149~150쪽

01 ②, ⑤	**02** ③	**03** ①	**04** 30	**05** ③	**06** 21 cm^2	**07** ①	**08** ④
09 $\frac{60}{13}$ cm	**10** ④	**11** ④	**12** 5 cm	**13** ①	**14** ④	**15** 6800 m^2	

01 △CDE=△EAC
$\overline{AE}$ // $\overline{DB}$이므로 △EAC=△EAB
△EAB≡△CAF(SAS 합동)
$\overline{AF}$ // $\overline{CM}$이므로 △CAF=△LAF
△LAF=△FML
∴ △CDE=△EAC=△EAB=△CAF
=△LAF=△FML
따라서 △CDE와 넓이가 같지 않은 것은 ②, ⑤이다.

02 △ABC에서
$\overline{AB}^2=3^2+5^2=34$
∴ □AGHB$=\overline{AB}^2=34(cm^2)$
참고 △ABC≡△GAD≡△HGE≡△BHF이므로 $\overline{AB}=\overline{GA}=\overline{HG}=\overline{BH}$
또 △ABC와 △GAD에서 ∠ABC=∠GAD이고
∠ABC+∠BAC=90°이므로
∠GAD+∠BAC=90°
∴ ∠BAG=90°
따라서 □AGHB는 한 변의 길이가 $\overline{AB}$인 정사각형이다.

03 $2^2+6^2=x^2+y^2$이므로
$x^2+y^2=40$

04 △ABC에서 $\overline{AB}^2=6^2+8^2=100$
∴ $\overline{AB}=10(cm)$
또 $\overline{AB}^2+\overline{DE}^2=\overline{AD}^2+\overline{BE}^2$이므로
$10^2+\overline{DE}^2=7^2+9^2$
∴ $\overline{DE}^2=30$

05 △ABC에서 $\overline{AC}^2=1^2+1^2=2$
△ACD에서 $\overline{AD}^2=1^2+2=3$
△ADE에서 $\overline{AE}^2=1^2+3=4$ ∴ $\overline{AE}=2$

06 $\overline{BH}=\overline{HC}=2$ cm이므로
△ABH에서
$\overline{AH}^2=5^2-2^2=21$
따라서 $\overline{AH}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는 21 cm^2이다.

07 $\overline{AB}^2=(-5-7)^2+\{a-(-1)\}^2=13^2$에서

$(a+1)^2=25$, $a+1=-5$

$\therefore a=4$ 또는 $a=-6$

이때 $a<0$이므로 $a=-6$

08 $\overline{AB}^2=(0-2)^2+(-5-1)^2=40$

$\overline{BC}^2=(-4-0)^2+(-1+5)^2=32$

$\overline{CA}^2=(2+4)^2+(1+1)^2=40$

따라서 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이다.

09 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}^2=13^2-12^2=25$

$\therefore \overline{BC}=5(\text{cm})$

$\overline{AC}\times\overline{BC}=\overline{AB}\times\overline{CH}$이므로

$12\times5=13\times\overline{CH}$

$\therefore \overline{CH}=\dfrac{60}{13}(\text{cm})$

10 ㄴ. $\angle B<90^\circ$이면 $b^2<a^2+c^2$

ㄹ. $\angle C>90^\circ$이면 $\angle A<90^\circ$이므로

$a^2<b^2+c^2$

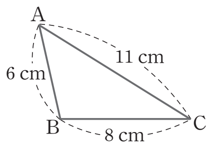
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ, ㅁ의 4개이다.

11 오른쪽 그림에서 $11^2>6^2+8^2$

이므로 $\angle B>90^\circ$

따라서 $\triangle ABC$는 $\angle B>90^\circ$

인 둔각삼각형이다.

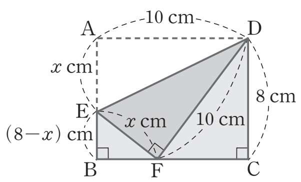


12 $\overline{DF}=\overline{AD}=10$ cm이

므로

$\triangle CDF$에서 피타고

라스 정리에 의해



$\overline{CF}^2=\overline{DF}^2-\overline{CD}^2$

$=10^2-8^2=36$

$\therefore \overline{CF}=6(\text{cm})$

$\therefore \overline{BF}=\overline{BC}-\overline{CF}=10-6=4(\text{cm})$

이때 $\overline{EF}=x$ cm라 하면 $\overline{AE}=x$ cm이므로

$\overline{BE}=(8-x)$ cm

$\triangle BEF\backsim\triangle CFD$이므로

$x:(8-x)=10:6$, $80-10x=6x$, $16x=80$

$\therefore x=5$

따라서 $\overline{EF}$의 길이는 5 cm이다.

13 어두운 부분의 넓이는 직각삼각형 ABC의 넓이와

같으므로 구하는 넓이는 $\dfrac{1}{2}\times12\times5=30(\text{cm}^2)$

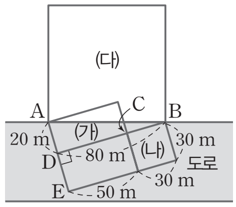
14 $\overline{BC}^2=4$에서 $\overline{BC}=2(\text{cm})$

$\overline{CE}^2=36$에서 $\overline{CE}=\overline{EF}=6$ cm

따라서 $\triangle BEF$에서 $\overline{BF}^2=8^2+6^2=100$

$\therefore \overline{BF}=10(\text{cm})$

15 건물 (가), (나)의 밑면의 넓이가 각각 2500 m^2, 900 m^2이므로 건물 (가), (나)의 밑면의 한 변의 길이는 각각 50 m, 30 m이다. 오른쪽 그림과 같이 건물 (나)의 밑면의 한 변 $\overline{BC}$의 연장선이 건물 (가)의 밑면의 한 변과 만나는 점을 D라 하면



$\overline{AD}=\overline{AE}-\overline{DE}=50-30=20(\text{m})$

$\overline{BD}=\overline{CD}+\overline{BC}=50+30=80(\text{m})$

$\triangle ABD$에서

$\overline{AB}^2=\overline{AD}^2+\overline{BD}^2=20^2+80^2=6800$

따라서 건물 (다)의 밑면의 넓이는

$\overline{AB}^2=6800\text{ m}^2$

1 경우의 수

주제별 실력다지기 본문 154~168쪽

01 10	02 ④	03 ①	04 288	05 ②	06 ③	07 ③	08 ④
09 120가지	10 ③	11 48	12 ⑤	13 8	14 32	15 ④	16 14번째
17 ③	18 ④	19 4	20 10	21 ③	22 ②	23 ③	24 20
25 27개	26 12	27 4	28 9	29 27	30 ④	31 ①	32 ⑤
33 ③	34 ④	35 42	36 ③	37 7개	38 ③	39 20개	40 24
41 ③	42 ③	43 12	44 72	45 ③	46 ①	47 ⑤	48 12
49 ②	50 ③	51 34	52 ③	53 ①	54 21번	55 ③	56 10
57 ⑤	58 ④	59 ⑤	60 24	61 ③	62 18	63 ⑤	64 ③
65 7	66 35	67 20	68 70개	69 19	70 36개	71 18개	72 80
73 6	74 ④	75 ②					

01 빨간색 또는 파란색 또는 검정색 펜 중에서 1자루를 사는 경우의 수는

$3+5+2=10$

02 1부터 20까지의 자연수 중 4의 배수는 4, 8, 12, 16, 20의 5가지이고, 9의 배수는 9, 18의 2가지이므로 구하는 경우의 수는

$5+2=7$

03 3의 배수는 3, 6, 9, 12, 15의 5가지, 4의 배수는 4, 8, 12의 3가지이고 3과 4의 공배수는 12의 1가지이므로 구하는 경우의 수는

$5+3-1=7$

04 동전 1개를 던지면 앞면, 뒷면의 2가지, 주사위 1개를 던지면 눈의 수가 1에서 6까지의 6가지가 나오므로 구하는 경우의 수는

$(2\times2\times2)\times(6\times6)=288$

05 순서쌍 (a, b)에서 a의 값은 3개이고, 그 각각의 경우에 대하여 b의 값이 4개가 올 수 있으므로 구하는 순서쌍은

$3\times4=12$(개)

06 1부터 10까지의 자연수 중 3의 배수는 3, 6, 9의 3가지이고, 4의 배수는 4, 8의 2가지이므로 구하는 경우의 수는

$3\times2=6$

07 서로 다른 두 개의 동전을 A, B라 하면 동전 A에서 나오는 경우는 앞면과 뒷면의 2가지이고, 이때 동전 B의 경우는 1가지로 정해진다. 이 각각의 경우에 대하여 주사위의 홀수의 눈이 나오는 경우는 1, 3, 5의 3가지이므로 구하는 경우의 수는 $2\times1\times3=6$

다른 풀이 서로 다른 두 개의 동전을 A, B, 주사위를 C라 하면

A　B　C　　　A　B　C

　　　　1　　　　　　　1

앞 — 뒤　3　　뒤 — 앞　3

　　　　5　　　　　　　5

따라서 구하는 경우의 수는 6이다.

08 각 전구는 불이 켜진 경우와 꺼진 경우로 2가지가 있고, 불이 모두 꺼진 경우는 신호로 생각하지 않으므로 구하는 신호의 가짓수는

$(2\times2\times2\times2\times2)-1=31$(가지)

09 A에 칠할 수 있는 색은 5가지, 그 각각의 경우에 대하여 B, C, D에 칠할 수 있는 색은 차례로 4가지, 3가지, 2가지이므로 색칠할 수 있는 방법은

$5\times4\times3\times2=120$(가지)

10 A에 칠할 수 있는 색은 3가지, B에는 A에 칠하지 않은 2가지의 색을 칠할 수 있고, C에는 B에 칠하지 않은 2가지의 색을 칠할 수 있으므로 구하는 방법의 수는

$3\times2\times2=12$

11 A에 칠할 수 있는 색은 4가지, B에는 A에 칠하지 않은 3가지의 색을 칠할 수 있고, C에는 A, B에 칠하지 않은 2가지의 색을 칠할 수 있다. 또한 D에는 A, C에 칠하지 않은 2가지의 색을 칠할 수 있으므로 구하는 방법의 수는
$4\times3\times2\times2=48$

12 다, 나, 가, 라, 마에 칠할 수 있는 색은 차례로 5가지, 4가지, 3가지, 3가지, 3가지이므로 구하는 경우의 수는
$5\times4\times3\times3\times3=540$

13 (i) A → B로 가는 방법은 2가지
(ii) A → P → B로 가는 방법은 $3\times2=6$(가지)
(i), (ii)에 의하여 구하는 방법의 수는 $2+6=8$

14 (i) A → B → C로 가는 방법은
$4\times1=4$(가지)
(ii) A → B → D → C로 가는 방법은
$4\times2\times2=16$(가지)
(iii) A → D → C로 가는 방법은
$3\times2=6$(가지)
(iv) A → D → B → C로 가는 방법은
$3\times2\times1=6$(가지)
(i)~(iv)에 의하여 구하는 방법의 수는
$4+16+6+6=32$

15 두 수의 합이 짝수가 되는 경우는 (짝수)+(짝수), (홀수)+(홀수)일 때이다.
두 주사위 A, B를 동시에 던져서 나온 눈의 수를 순서쌍 (a, b)로 나타낼 때
(i) (짝수, 짝수)인 경우는 $3\times3=9$(가지)
(ii) (홀수, 홀수)인 경우는 $3\times3=9$(가지)
(i), (ii)에 의하여 구하는 경우의 수는
$9+9=18$

16 (i) $a\square\square\square$인 경우
$3\times2\times1=6$(가지)
(ii) $b\square\square\square$인 경우
$3\times2\times1=6$(가지)
(iii) $cabd$, $cadb$의 2가지
(i)~(iii)에 의하여 $6+6+2=14$이므로 $cadb$는 14번째에 오는 문자이다.

17 두 눈의 수의 합이 6이 되는 경우의 수는
$(1, 5)$, $(2, 4)$, $(3, 3)$, $(4, 2)$, $(5, 1)$이므로 5이다.

18 한 개의 동전이 앞면 또는 뒷면이 나오는 경우의 수는 2가지이고, 그 각각의 경우에 대하여 두 주사위의 눈의 수의 합이 8이 되는 경우는 $(2, 6)$, $(3, 5)$, $(4, 4)$, $(5, 3)$, $(6, 2)$의 5가지이므로 구하는 경우의 수는
$2\times5=10$

19 두 직선의 교점의 x좌표가 1이므로 $y=a+1$, $y=2+b$에서 $a+1=2+b$　　$\therefore a-b=1$
$a-b=1$을 만족하는 순서쌍 (a, b)는
$(2, 1)$, $(3, 2)$, $(4, 3)$, $(5, 4)$, $(6, 5)$이고, 이 중에서 $(2, 1)$일 때 두 직선은 일치한다.
따라서 구하는 경우의 수는 $(3, 2)$, $(4, 3)$, $(5, 4)$, $(6, 5)$의 4이다.

20 (i) 합이 13인 경우
$(3, 5, 5)$, $(5, 3, 5)$, $(5, 5, 3)$, $(4, 4, 5)$, $(4, 5, 4)$, $(5, 4, 4)$의 6가지
(ii) 합이 14인 경우
$(4, 5, 5)$, $(5, 4, 5)$, $(5, 5, 4)$의 3가지
(iii) 합이 15인 경우
$(5, 5, 5)$의 1가지
(i)~(iii)에 의하여 구하는 경우의 수는
$6+3+1=10$

21 세 사람이 가위바위보를 할 때, 일어나는 모든 경우의 수는 $3\times3\times3=27$
이때 비기는 경우는 다음과 같다.
(i) 세 사람이 모두 같은 것을 내는 경우
모두 가위 또는 모두 바위 또는 모두 보를 내는 경우의 3가지
(ii) 세 사람이 모두 다른 것을 내는 경우
첫 번째 사람이 낼 수 있는 경우 3가지에 대하여 두 번째, 세 번째 사람은 각각 2가지, 1가지를 낼 수 있으므로
$3\times2\times1=6$(가지)
따라서 승패가 결정되는 경우의 수는 모든 경우의 수에서 (i), (ii)의 경우를 뺀 것이므로
$27-(3+6)=18$

22 삼각형이 되려면 가장 긴 변의 길이가 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 한다.

따라서 삼각형은 2 cm, 5 cm, 6 cm와 3 cm, 5 cm, 6 cm로 만들 수 있으므로 구하는 경우의 수는 2이다.

다른 풀이 4개의 선분 중 3개를 선택하는 경우는

$\frac{4\times3\times2}{3\times2\times1}=4$(가지)

이고, 이 중 2 cm, 3 cm, 5 cm 와 2 cm, 3 cm, 6 cm로는 삼각형을 만들 수 없으므로 구하는 경우의 수는

$4-2=2$

23 $f(a)$, $f(b)$, $f(c)$의 값이 될 수 있는 수는 y의 값인 1, 2, 3이고 중복해서 사용해도 되므로

$f(a)+f(b)+f(c)=5$가 되는 경우는 다음과 같다.

$f(a)$ $f(b)$ $f(c)$

1 — 1 — 3
1 — 2 — 2
1 — 3 — 1
2 — 1 — 2
2 — 2 — 1
3 — 1 — 1

따라서 구하는 경우의 수는 6이다.

24 $x_1<x_2$이면 $f(x_1)<f(x_2)$이므로 x의 값이 다르면 함숫값도 다르다.

따라서 함숫값은 3개이고 선택된 함숫값들은 x의 값에 따라 정해진다.

예를 들어 함숫값이 2, 4, 5가 되는 경우는

$f(1)=2$, $f(2)=4$, $f(3)=5$로 1가지이다.

그러므로 위의 조건을 만족하는 함수의 개수는 6개의 y의 값 중 3개를 순서에 상관없이 뽑는 경우의 수와 같으므로

$\frac{6\times5\times4}{3\times2\times1}=20$

25 (i) 같은 숫자가 1인 경우

$11a$, $1a1$의 2가지이고, 그 각각에 대하여 a는 0, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9의 9가지

$\therefore\ 2\times9=18$

(ii) 같은 숫자가 1이 아닌 경우

$1aa$의 1가지이고, a는 0, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9의 9가지

$\therefore\ 1\times9=9$

(i), (ii)에 의하여 구하는 자연수는

$18+9=27$(개)

26 $\frac{10a+b}{75}=\frac{10a+b}{3\times5^2}$이므로 유한소수가 되기 위해서는 $10a+b$가 3의 배수가 되어야 한다.

$10a+b=9a+(a+b)$이므로 $10a+b$가 3의 배수가 되기 위해서는 $a+b$가 3의 배수가 되어야 한다.

$1\le a\le6$, $1\le b\le6$이므로 $2\le a+b\le12$에서 가능한 $a+b$의 값은 3, 6, 9, 12이다.

(i) $a+b=3$일 때,

(a, b)는 $(1, 2)$, $(2, 1)$의 2가지

(ii) $a+b=6$일 때,

(a, b)는 $(1, 5)$, $(2, 4)$, $(3, 3)$, $(4, 2)$, $(5, 1)$의 5가지

(iii) $a+b=9$일 때,

(a, b)는 $(3, 6)$, $(4, 5)$, $(5, 4)$, $(6, 3)$의 4가지

(iv) $a+b=12$일 때,

(a, b)는 $(6, 6)$의 1가지

(i)~(iv)에 의하여 $\frac{10a+b}{75}$를 유한소수로 나타낼 수 있는 경우의 수는 $2+5+4+1=12$

27 문섭이와 강식이가 자장면을 받으면 기훈이와 승우는 짬뽕을 받게 되어 4명이 모두 자신이 주문한 음식을 받게 된다. 2명만이 자신이 주문한 음식을 받으려면 문섭이와 강식이 중 한 명만이 자장면을 받아야 하고, 기훈이와 승우 중 한 명만이 짬뽕을 받아야 한다. 따라서 문섭 또는 강식이가 자장면을 받는 사람인 경우는 2가지, 기훈 또는 승우가 짬뽕을 받는 사람인 경우는 2가지이므로 구하는 경우의 수는

$2\times2=4$

28 수험생 4명을 A, B, C, D라 하고, 4명의 이름이 적힌 4개의 의자를 차례로 a, b, c, d라 하면 모두 자신의 자리가 아닌 의자에 앉게 되는 경우는 다음과 같다.

A B C D

b — a — d — c
b — c — d — a
b — d — a — c
c — a — d — b
c — d — a — b
c — d — b — a
d — a — b — c
d — c — a — b
d — c — b — a

따라서 구하는 경우의 수는 9이다.

29 각각의 동전을 적어도 1개 이상 사용하여 돈을 지불하는 방법은 각 동전마다 1개, 2개, 3개를 사용하는 3가지씩이다.
따라서 구하는 방법의 수는
$3\times3\times3=27$

30 500원짜리 동전을 지불하는 방법은 0개, 1개, 2개의 3가지이고, 100원짜리 동전을 지불하는 방법은 0개, 1개, 2개, 3개의 4가지이므로 지불할 수 있는 금액은
$3\times4=12$(가지)
그런데 문제에서 지불하는 금액이 0원인 경우는 제외한다고 했으므로 지불할 수 있는 금액은
$12-1=11$(가지)

다른 풀이 지불할 수 있는 금액은 다음 표와 같다.

500원짜리 \ 100원짜리	0개	1개	2개	3개
0개	0원	100원	200원	300원
1개	500원	600원	700원	800원
2개	1000원	1100원	1200원	1300원

이때 지불하는 금액이 0원인 경우를 제외하면 모두 11가지이다.

31 주어진 동전을 이용하여 700원을 지불할 수 있는 방법을 표로 나타내면 다음과 같다.

100원짜리 동전의 개수	7	6	6	5	5	4
50원짜리 동전의 개수	0	2	1	4	3	5
10원짜리 동전의 개수	0	0	5	0	5	5

따라서 지불할 수 있는 경우의 수는 6이다.

32 천의 자리, 백의 자리, 십의 자리, 일의 자리에 차례로 5가지, 4가지, 3가지, 2가지의 숫자가 올 수 있으므로 만들 수 있는 네 자리의 정수는
$5\times4\times3\times2=120$(개)

33 짝수이려면 일의 자리의 수가 짝수, 즉 2 또는 4이어야 한다.
(i) □2인 경우는 12, 32, 42의 3개
(ii) □4인 경우는 14, 24, 34의 3개
(i), (ii)에 의하여 구하는 짝수는
$3+3=6$(개)

34 350보다 작은 세 자리의 정수는 다음과 같다.
(i) 1□□인 경우는 $4\times3=12$(개)
(ii) 2□□인 경우는 $4\times3=12$(개)
(iii) 31□, 32□, 34□인 경우는 각각 3개
(i)~(iii)에 의하여 구하는 정수는
$12+12+3+3+3=33$(개)

35 한 개의 주사위에서 나올 수 있는 눈의 수는 1, 2, 3, 4, 5, 6으로 모두 6가지이다. 두 개의 주사위를 동시에 던져서 나온 눈의 수는 중복될 수 있으므로
(i) 1□인 경우는 6개
(ii) 2□인 경우는 6개
(iii) 3□인 경우는 6개
(iv) 41, 42의 2개
(i)~(iv)에 의하여 20번째로 작은 수는 42이다.

36 백의 자리에는 0을 제외한 1, 2, 3, 4, 5의 5가지가 올 수 있고, 십의 자리에는 0을 포함하고 백의 자리에 사용한 숫자를 제외한 5가지가 올 수 있고, 일의 자리에는 0을 포함하고 백의 자리와 십의 자리에 사용한 숫자를 제외한 4가지가 올 수 있다.

□ □ □
↓ ↓ ↓
5가지 5가지 4가지

따라서 만들 수 있는 세 자리의 정수는
$5\times5\times4=100$(개)

37 짝수이려면 일의 자리의 수가 0, 2, 6이어야 한다.
(i) □0인 경우는 20, 50, 60의 3개
(ii) □2인 경우는 52, 62의 2개
(iii) □6인 경우는 26, 56의 2개
(i)~(iii)에 의하여 구하는 짝수는
$3+2+2=7$(개)

38 43 이하인 두 자리의 정수는 다음과 같다.
(i) 1□인 경우는 5개
(ii) 2□인 경우는 5개
(iii) 3□인 경우는 5개
(iv) 40, 41, 42, 43의 4개
(i)~(iv)에 의하여 구하는 정수는
$5+5+5+4=19$(개)

39 3의 배수가 되려면 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수가 되어야 한다.
(i) (0, 1, 2)로 만들 수 있는 세 자리의 정수는
$2\times2\times1=4$(개)
(ii) (0, 2, 4)로 만들 수 있는 세 자리의 정수는
$2\times2\times1=4$(개)

(iii) (1, 2, 3)으로 만들 수 있는 세 자리의 정수는
$3\times2\times1=6$(개)
(iv) (2, 3, 4)로 만들 수 있는 세 자리의 정수는
$3\times2\times1=6$(개)
(i)~(iv)에 의하여 구하는 정수는
$4+4+6+6=20$(개)

40 남학생을 A, B, 여학생을 C, D, E라 하고, 남학생과 여학생을 각각 한 묶음으로 생각하면
(A, B), (C, D, E)를 한 줄로 세우는 경우의 수는
$2\times1=2$
남학생끼리의 묶음 안에서 자리를 바꾸는 경우의 수는 $2\times1=2$
여학생끼리의 묶음 안에서 자리를 바꾸는 경우의 수는 $3\times2\times1=6$
따라서 구하는 경우의 수는
$2\times2\times6=24$

41 곰 인형을 A, B, C, D, 강아지 인형을 E, F라 하면 구하는 경우의 수는 E, F를 1개로 묶어서
A, B, C, D, (E, F)의 5개를 한 줄로 세우는 경우의 수에 E, F의 위치가 바뀌는 경우의 수 2를 곱한 것과 같다.
따라서 구하는 경우의 수는
$(5\times4\times3\times2\times1)\times2=240$

42 할아버지, 할머니, 아버지, 어머니를 각각 A, B, C, D라 하고 자녀 2명을 E, F라 하자. A, B와 C, D를 각각 묶어 (A, B), (C, D), E, F의 4명을 한 줄로 세우는 경우의 수는
$4\times3\times2\times1=24$
2개의 묶음 안에서 자리를 바꾸어 서는 경우의 수는
$(2\times1)\times(2\times1)=4$
따라서 구하는 경우의 수는
$24\times4=96$

43 민주와 은빛이를 제외한 보라와 정원이를 다음 그림과 같이 먼저 세운다.

(　) (보라) (　) (정원) (　)

이때 보라와 정원이가 한 줄로 서는 경우의 수는
$2\times1=2$
세 개의 (　) 중 두 군데에 민주와 은빛이가 서는 경우의 수는
$3\times2=6$
따라서 구하는 경우의 수는
$2\times6=12$
다른 풀이 전체의 경우의 수에서 민주와 은빛이가 이웃하여 서는 경우의 수를 빼면 된다.
모든 경우의 수는
$4\times3\times2\times1=24$
민주와 은빛이가 이웃하여 서는 경우의 수는
$(3\times2\times1)\times(2\times1)=12$
따라서 구하는 경우의 수는
$24-12=12$

44 다음 그림과 같이 한자리씩 띄워 배열된 세 군데의 ○에 홀수인 수 1, 3, 5를 먼저 배열한 후 그 사이사이인 네 군데의 × 중 두 군데에 짝수인 수 2, 4를 배열한다.

× ○ × ○ × ○ ×

따라서 구하는 정수의 개수는
$(3\times2\times1)\times(4\times3)=72$

45 현정이를 가운데 서도록 고정한 후 나머지 4명 중 2명을 뽑아 한 줄로 세우는 경우와 같으므로 구하는 경우의 수는
$4\times3=12$

□ 현정 □
↑　　　↑
4가지　3가지

46 문제의 조건을 그림으로 나타내면 다음과 같다.

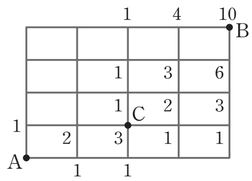
(빨간색 CD) □ □ □ □ □ (보라색 CD)

따라서 구하는 경우의 수는 다섯 군데의 □에 남은 5가지 색깔의 CD를 한 줄로 세우는 경우의 수와 같으므로
$5\times4\times3\times2\times1=120$

47 (i) □□□□K인 경우는
$4\times3\times2\times1=24$(가지)
(ii) □□□□E인 경우는
$4\times3\times2\times1=24$(가지)
(i), (ii)에 의하여 K 또는 E가 맨 뒤에 오는 경우의 수는
$24+24=48$

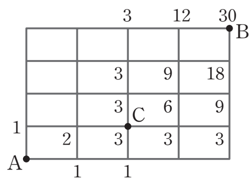
48 (ⅰ) A ○○○인 경우
$3\times2\times1=6$(가지)
(ⅱ) ○ A ○○인 경우
B가 A 앞에 설 수 없으므로 A 앞자리에는 C 또는 D만 설 수 있다.
$\therefore 2\times2\times1=4$(가지)
(ⅲ) ○○ A ○인 경우
B가 A 앞에 설 수 없으므로 A 뒷자리에 B가 서게 된다.
$\therefore 2\times1=2$(가지)
(ⅰ)~(ⅲ)에 의하여 구하는 경우의 수는
$6+4+2=12$

49 오른쪽 그림에서

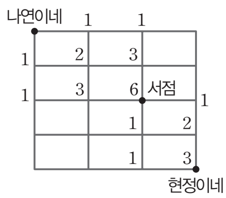


(ⅰ) A에서 C까지 최단 거리로 가는 방법은 3가지
(ⅱ) C에서 B까지 최단 거리로 가는 방법은 10가지
(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 A에서 C를 거쳐 B까지 최단 거리로 가는 방법의 수는
$3\times10=30$

다른 풀이 오른쪽 그림과 같은 방법을 사용하면 구하는 경우의 수는 30이다.

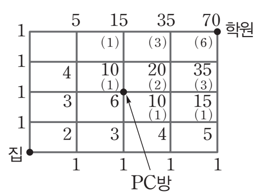


50 오른쪽 그림에서



(ⅰ) 나연이네 집에서 서점까지 최단 거리로 가는 방법은 6가지
(ⅱ) 서점에서 현정이네 집까지 최단 거리로 가는 방법은 3가지
(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 나연이네 집에서 서점을 들러 현정이네 집까지 최단 거리로 가는 방법의 수는
$6\times3=18$

51 오른쪽 그림에서



(ⅰ) 집에서 학원까지 최단 거리로 가는 방법은 70가지
(ⅱ) 집에서 PC방까지 최단 거리로 가는 방법은 6가지이고, PC방에서 학원까지 최단 거리로 가는 방법이 6가지이므로 집에서 PC방을 지나 학원까지 최단 거리로 가는 방법은
$6\times6=36$(가지)
(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 집에서 PC방을 지나지 않고 학원까지 최단 거리로 가는 방법의 수는
(전체 방법의 수)$-$(PC방을 지나는 방법의 수)
$=70-36=34$

52 다음 그림과 같이 윷짝의 등과 배를 각각 H, T라 하면

 ➡ H,  ➡ T

개는 H가 2개, T가 2개 나오는 경우이다.
따라서 4개의 윷짝 중 순서를 생각하지 않고 2개를 선택하는 경우의 수는 4개의 윷짝 중 자격이 같은 2개를 뽑는 경우의 수와 같으므로 $\frac{4\times3}{2\times1}=6$

53 A팀과 B팀이 시합하는 경우와 B팀과 A팀이 시합하는 경우가 같으므로 5개의 축구팀 중 자격이 같은 2팀을 뽑는 경우와 같다.
$\therefore \frac{5\times4}{2\times1}=10$(번)

54 A와 B가 악수하는 경우와 B와 A가 악수하는 경우가 같으므로 7명 중 자격이 같은 2명을 뽑는 경우와 같다.
$\therefore \frac{7\times6}{2\times1}=21$(번)

55 동창회에 참석한 인원을 n명이라 하면 n명 중 자격이 같은 2명을 뽑는 경우의 수가 45이므로
$\frac{n(n-1)}{2\times1}=45$, $n(n-1)=90$ $\therefore n=10$
따라서 동창회에 참석한 인원은 모두 10명이다.

56 서로 다른 5개의 축구공 중 3개를 순서에 관계없이 뽑는 방법의 수이므로
$\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=10$

57 7명 중에서 자격이 다른 3명을 뽑는 경우의 수이므로
$7\times6\times5=210$

58 (ⅰ) 남자가 회장, 여자가 부회장이 되는 경우의 수는

$3\times2=6$

(ii) 여자가 회장, 남자가 부회장이 되는 경우의 수는

$2\times3=6$

(i), (ii)에 의하여 구하는 경우의 수는

$6+6=12$

59 현정이가 회장 또는 부회장 또는 총무가 되는 경우의 수는 3이고, 그 각각의 경우에 대하여 나머지 자격이 다른 두 학생이 뽑히는 경우의 수는

$4\times3=12$

따라서 구하는 경우의 수는

$3\times12=36$

60 (i) 김씨 4명 중에서 대표와 부대표가 모두 뽑히는 경우의 수는

$4\times3=12$

(ii) 박씨 3명 중에서 대표와 부대표가 모두 뽑히는 경우의 수는

$3\times2=6$

(iii) 이씨 3명 중에서 대표와 부대표가 모두 뽑히는 경우의 수는

$3\times2=6$

(i)~(iii)에 의하여 구하는 경우의 수는

$12+6+6=24$

61 4명 중에서 자격이 같은 3명을 뽑는 경우의 수이므로

$\dfrac{4\times3\times2}{3\times2\times1}=4$

62 (i) 농구공 6개 중에서 2개를 꺼내는 경우의 수는

$\dfrac{6\times5}{2\times1}=15$

(ii) 축구공 3개 중에서 2개를 꺼내는 경우의 수는

$\dfrac{3\times2}{2\times1}=3$

(i), (ii)에 의하여 구하는 경우의 수는

$15+3=18$

63 (i) 남학생 5명 중 2명을 뽑는 경우의 수는

$\dfrac{5\times4}{2\times1}=10$

(ii) 여학생 4명 중 2명을 뽑는 경우의 수는

$\dfrac{4\times3}{2\times1}=6$

(i), (ii)에 의하여 구하는 경우의 수는

$10\times6=60$

64 여학생 2명 중 1명을 먼저 뽑는 경우는 2가지이고, 그 각각의 경우에 대하여 나머지 2명의 대표를 남학생 5명 중에서 뽑는 경우는

$\dfrac{5\times4}{2\times1}=10$(가지)

따라서 구하는 경우의 수는

$2\times10=20$

65 (i) 5명 중에서 2명의 대표를 뽑는 모든 경우의 수는

$\dfrac{5\times4}{2\times1}=10$

(ii) 여학생이 한 명도 뽑히지 않는 경우의 수는 남학생 3명 중에서 2명의 대표를 뽑는 경우의 수와 같으므로

$\dfrac{3\times2}{2\times1}=3$

(i), (ii)에 의하여 구하는 경우의 수는 $10-3=7$

다른 풀이 (i) 여학생이 1명 뽑히는 경우의 수는 2이고, 그 각각의 경우에 대하여 남학생이 1명 뽑히는 경우의 수는 3이므로

$2\times3=6$

(ii) 여학생이 2명 모두 뽑히는 경우의 수는 1

(i), (ii)에 의하여 구하는 경우의 수는

$6+1=7$

66 6개의 점 중 2개를 연결하여 만들 수 있는 선분의 개수 a는

$a=\dfrac{6\times5}{2\times1}=15$

6개의 점 중 3개를 연결하여 만들 수 있는 삼각형의 개수 b는

$b=\dfrac{6\times5\times4}{3\times2\times1}=20$

$\therefore a+b=15+20=35$

67 $\overrightarrow{AB}\neq\overrightarrow{BA}$이므로 5개의 점 중 2개를 연결하여 만들 수 있는 반직선의 개수는 5개의 점 중 2개를 선택하여 순서대로 나열하는 경우의 수와 같다.

따라서 구하는 반직선의 개수는 $5\times4=20$

68 (ⅰ) 직선 l 위의 한 점과 직선 m 위의 두 점을 연결하여 만드는 경우

$4\times\dfrac{5\times4}{2\times1}=40$(개)

(ⅱ) 직선 l 위의 두 점과 직선 m 위의 한 점을 연결하여 만드는 경우

$\dfrac{4\times3}{2\times1}\times5=30$(개)

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 만들 수 있는 삼각형의 개수는

$40+30=70$(개)

다른 풀이 전체 A～I까지의 9개의 점 중 3개를 선택하는 경우는

$\dfrac{9\times8\times7}{3\times2\times1}=84$(가지)

이고, 이 중 직선 l 위의 점 4개 중 3개를 선택하면 삼각형이 되지 않고, 직선 m 위의 점 5개 중 3개를 선택해도 삼각형이 되지 않는다.

따라서 만들 수 있는 삼각형의 개수는

$84-\left(\dfrac{4\times3\times2}{3\times2\times1}+\dfrac{5\times4\times3}{3\times2\times1}\right)$

$=84-(4+10)=70$

69 세 점을 연결하여 삼각형을 만들 수 있는 경우는 다음과 같다.

(ⅰ) $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$에서 각각 한 점씩을 선택하여 삼각형을 만드는 경우

$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$에서 한 점을 선택하는 경우는 각각 2가지, 3가지, 1가지이므로 만들 수 있는 삼각형의 개수는

$2\times3\times1=6$

(ⅱ) $\overline{AB}$에서 두 점을 선택하고 $\overline{BC}$ 또는 $\overline{AC}$에서 한 점을 선택하여 삼각형을 만드는 경우

$\overline{AB}$에서 두 점을 선택하는 경우는 1가지이고, 나머지 두 변에서 한 점을 선택하는 경우는 $3+1=4$(가지)이므로 만들 수 있는 삼각형의 개수는

$1\times4=4$

(ⅲ) $\overline{BC}$에서 두 점을 선택하고 $\overline{AB}$ 또는 $\overline{AC}$에서 한 점을 선택하여 만드는 경우

$\overline{BC}$에서 두 점을 선택하는 경우는

$\dfrac{3\times2}{2\times1}=3$(가지)이고, 나머지 두 변에서 한 점을 선택하는 경우는 $2+1=3$(가지)이므로 만들 수 있는 삼각형의 개수는

$3\times3=9$

(ⅰ)～(ⅲ)에 의하여 구하는 삼각형의 개수는

$6+4+9=19$

다른 풀이 6개의 점 중 3개를 순서에 상관없이 선택하는 경우는

$\dfrac{6\times5\times4}{3\times2\times1}=20$(가지)

세 점을 선택했을 때 삼각형이 만들어지지 않는 경우는 $\overline{BC}$ 위의 세 점을 선택하는 경우이므로 1가지

따라서 구하는 삼각형의 개수는

$20-1=19$

70 4개의 가로선 중 2개를 선택하고, 4개의 세로선 중 2개를 선택하여 직사각형을 만들 수 있으므로

$\dfrac{4\times3}{2\times1}\times\dfrac{4\times3}{2\times1}=36$(개)

71 직선 a, b, c, d 4개 중 2개를 선택하는 경우는

$\dfrac{4\times3}{2\times1}=6$(가지)

직선 l, m, n 3개 중 2개를 선택하는 경우는

$\dfrac{3\times2}{2\times1}=3$(가지)

따라서 만들 수 있는 평행사변형은

$6\times3=18$(개)

72 가로선의 개수가 4, 세로선의 개수가 5이므로 만들 수 있는 직사각형의 개수는

$\dfrac{4\times3}{2\times1}\times\dfrac{5\times4}{2\times1}=60\qquad\therefore a=60$

(ⅰ) 작은 정사각형 1개로 만들 수 있는 정사각형은 12개

(ⅱ) 작은 정사각형 4개로 만들 수 있는 정사각형은 6개

(ⅲ) 작은 정사각형 9개로 만들 수 있는 정사각형은 2개

(ⅰ)～(ⅲ)에 의하여 구하는 정사각형의 개수는

$12+6+2=20\qquad\therefore b=20$

$\therefore a+b=60+20=80$

73 4개의 공을 A, B, C, D라 하면 먼저 2개를 선영이에게 주고, 나머지 2개는 은정이에게 주면 된다. 즉 A, B, C, D 4개 중 2개를 뽑는 경우이므로 구하는 방법의 수는

$\dfrac{4\times3}{2\times1}=6$

74 먼저 7개의 귤 중 각각 1개씩 두 바구니에 담은 후 남은 5개를 두 바구니에 나누어 담는 경우의 수를 구한다. 5개의 귤을 두 바구니에 나누어 담은 개수를 순서쌍 (흰색, 노란색)으로 나타내면
$(0, 5), (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1), (5, 0)$
이므로 구하는 방법은 모두 6가지이다.

75 각 바구니에 구슬이 반드시 담겨 있어야 하므로 구슬 1개씩을 넣어 둔다. 이제 남은 3개의 구슬을 세 바구니에 나누어 담는 방법의 수를 구한다.
(i) 0개, 0개, 3개로 나누는 경우
순서쌍 (A, B, C)로 나타내면
$(0, 0, 3), (0, 3, 0), (3, 0, 0)$의 3가지
(ii) 0개, 1개, 2개로 나누는 경우
A, B, C를 한 줄로 세우는 경우와 같으므로
$3\times2\times1=6$(가지)
(iii) 1개, 1개, 1개의 구슬을 담는 경우 1가지
(i)~(iii)에 의하여 구하는 방법의 수는
$3+6+1=10$

다른 풀이 A, B, C 세 바구니에 나누어 담는 구슬의 개수를 순서쌍 (A, B, C)로 나타내면 구하는 방법은
$(1, 1, 4), (1, 2, 3), (1, 3, 2), (1, 4, 1)$,
$(2, 1, 3), (2, 2, 2), (2, 3, 1), (3, 1, 2)$,
$(3, 2, 1), (4, 1, 1)$의 10가지이다.

2 확률

주제별 실력다지기

본문 171~186쪽

01 ④, ⑤	02 ①	03 ②	04 ①	05 ③	06 $\frac{3}{4}$	07 $\frac{1}{3}$	08 ③
09 빨간 구슬 : 6개, 파란 구슬 : 35개			10 ⑤	11 ②	12 ⑤	13 $\frac{2}{9}$	14 $\frac{1}{4}$
15 ③	16 ①	17 ③	18 $\frac{5}{18}$	19 ⑤	20 ⑤	21 $\frac{3}{20}$	22 ⑤
23 $\frac{11}{30}$	24 ③	25 $\frac{4}{15}$	26 ③	27 ⑤	28 $\frac{1}{21}$	29 $\frac{1}{4}$	30 ④
31 ⑤	32 $\frac{19}{20}$	33 ⑤	34 $\frac{3}{4}$	35 ④	36 $\frac{8}{9}$	37 $\frac{17}{25}$	38 $\frac{1}{2}$
39 $\frac{27}{28}$	40 ④	41 $\frac{2}{3}$	42 ④	43 $\frac{11}{12}$	44 $\frac{4}{9}$	45 ③	46 $\frac{109}{216}$
47 ③	48 $\frac{43}{108}$	49 ②	50 ①	51 ⑤	52 $\frac{7}{8}$	53 ⑤	54 ②
55 $\frac{5}{12}$	56 ④	57 $\frac{2}{9}$	58 ⑤	59 $\frac{5}{36}$	60 ③	61 $\frac{7}{36}$	62 $\frac{32}{81}$
63 ②	64 $\frac{3}{8}$	65 $\frac{8}{81}$					

01 ④, ⑤ $0\le p\le1$이므로 어떤 경우에도 확률은 1보다 클 수 없다.

02 주머니 속에 들어 있는 공의 개수는
$3+2+5=10$
파란 공의 개수는 2이므로 구하는 확률은
$\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$

03 5장의 카드에서 2장을 뽑아 두 자리의 정수를 만드는 경우의 수는
$5\times4=20$
이 중에서 짝수인 경우는 □2, □4의 2가지이고, 각각의 경우가 4가지씩이므로 모두
$2\times4=8$(가지)
따라서 구하는 확률은
$\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$

04 모든 경우의 수는 $5\times4\times3\times2\times1=120$

부모님이 양 끝에 서는 경우는 '부○○○모' 또는 '모○○○부'의 2가지이고, 그 각각의 경우에 대하여 가운데 세 사람이 서는 경우는 $3\times2\times1=6$(가지)씩이므로 모두

$2\times6=12$(가지)

따라서 구하는 확률은 $\frac{12}{120}=\frac{1}{10}$

05 세 사람이 가위바위보를 할 때 모든 경우의 수는

$3\times3\times3=27$

이때 비기는 경우의 수는 다음과 같이 9이다.

A	B	C
가위	가위	가위
	보	바위
	바위	보
바위	바위	바위
	가위	보
	보	가위
보	보	보
	바위	가위
	가위	바위

따라서 구하는 확률은 $\frac{9}{27}=\frac{1}{3}$

참고 A가 가위를 낼 때 비기는 경우는 3가지이므로 바위, 보를 낼 때도 각각 3가지라고 생각하면 된다.

06 4명 중 3명을 뽑는 경우의 수는

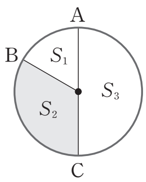
$\frac{4\times3\times2}{3\times2\times1}=4$

A가 반드시 뽑히는 경우의 수는 B, C, D 3명 중 2명만 뽑으면 되므로

$\frac{3\times2}{2\times1}=3$

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{4}$이다.

07 호의 길이와 부채꼴의 넓이는 중심각의 크기에 정비례하므로 부채꼴의 넓이는 호의 길이에 정비례한다. 즉



$\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{CA}=1:2:3$이므로

각각의 부채꼴의 넓이를 S_1, S_2, S_3라 하면

$S_1:S_2:S_3=1:2:3$이다.

$S_1=a$라 하면 $S_2=2a$, $S_3=3a$이므로 구하는 확률은

$\frac{2a}{a+2a+3a}=\frac{2a}{6a}=\frac{1}{3}$

08 전체 넓이는 $\pi\times6^2=36\pi(\mathrm{cm}^2)$

5점인 부분의 넓이는 $\pi\times4^2-\pi\times2^2=12\pi(\mathrm{cm}^2)$

따라서 구하는 확률은

$\frac{(5\text{점인 부분의 넓이})}{(\text{전체 넓이})}=\frac{12\pi}{36\pi}=\frac{1}{3}$

09 주머니 속에 들어 있는 빨간 구슬의 개수를 x, 파란 구슬의 개수를 y라 하면

(가)에서

$(x+y-1)\times\frac{1}{8}=x-1$, $7x-y=7$ …… ㉠

(나)에서

$(x+y-5)\times\frac{1}{6}=x$, $5x-y=-5$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$x=6$, $y=35$

따라서 주머니 속에 들어 있는 빨간 구슬은 6개이고, 파란 구슬은 35개이다.

10 (흰 공 또는 붉은 공이 나올 확률)

$=$(흰 공이 나올 확률)$+$(붉은 공이 나올 확률)

$=\frac{1}{3}+\frac{2}{5}=\frac{11}{15}$

11 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

두 눈의 수의 합이 4인 경우는 (1, 3), (2, 2), (3, 1)의 3가지이므로 확률은 $\frac{3}{36}$

두 눈의 수의 곱이 6인 경우는 (1, 6), (2, 3), (3, 2), (6, 1)의 4가지이므로 확률은 $\frac{4}{36}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{36}+\frac{4}{36}=\frac{7}{36}$

12 모든 경우의 수는 첫 번째 자리에 0이 올 수 없으므로 $4\times4=16$

(i) 25 미만일 확률

1□인 경우가 4가지이고, 2□인 경우가 4가지이므로

$\frac{4}{16}+\frac{4}{16}=\frac{1}{2}$

(ii) 35 이상일 확률

4□인 경우가 4가지이므로 $\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 구하는 확률은

$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

13 한 개의 주사위를 두 번 던져서 나오는 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

6 이하의 자연수 a, b에 대하여 $\frac{a}{b}$가 무한소수가 되려면 기약분수로 나타내었을 때 분모 b가 2나 5 이외의 소인수를 반드시 가져야 한다.

(ⅰ) $b=3$일 때,

$\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{5}{3}$의 4가지

(ⅱ) $b=6$일 때,

$\frac{1}{6}$, $\frac{2}{6}\left(=\frac{1}{3}\right)$, $\frac{4}{6}\left(=\frac{2}{3}\right)$, $\frac{5}{6}$의 4가지

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 구하는 확률은

$\frac{4}{36}+\frac{4}{36}=\frac{2}{9}$

14 동전의 앞면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$

주사위의 짝수의 눈이 나올 확률은 $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

15 문제를 맞힐 확률과 틀릴 확률은 모두 $\frac{1}{2}$이므로 4문제를 모두 틀릴 확률은

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{16}$

16 윷짝 4개를 던질 때의 모든 경우의 수는

$2\times2\times2\times2=16$

도가 나오는 경우는 4개 중 1개를 뽑는 경우와 같으므로 4가지이고, 개가 나오는 경우는 4개 중 순서에 상관없이 2개를 뽑는 경우와 같으므로

$\frac{4\times3}{2\times1}=6$(가지)

따라서 도가 나올 확률은 $\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$, 개가 나올 확률은 $\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$이므로 구하는 확률은 $\frac{1}{4}\times\frac{3}{8}=\frac{3}{32}$

다른 풀이 윷의 등()을 H, 윷의 배()를 T라 하면 도가 나오는 경우는 HHHT, HHTH, HTHH, THHH의 4가지이므로 확률은 $\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$

개가 나오는 경우는

H ⟨ H — T — T / T ⟨ H — T / T — H , T ⟨ H ⟨ H — T / T — H / T — H — H

의 6가지이므로 확률은 $\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{4}\times\frac{3}{8}=\frac{3}{32}$

17 4등분 된 원판의 3이 적힌 부분을 가리킬 확률은 $\frac{1}{4}$

6등분 된 원판의 3이 적힌 부분을 가리킬 확률은

$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{12}$

18 (ⅰ) 처음에 -1, 두 번째에 1을 맞힐 확률은

$\frac{1}{6}\times\frac{3}{6}=\frac{1}{12}$

(ⅱ) 처음에 1, 두 번째에 -1을 맞힐 확률은

$\frac{3}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{12}$

(ⅲ) 두 번 모두 0을 맞힐 확률은

$\frac{2}{6}\times\frac{2}{6}=\frac{1}{9}$

(ⅰ)~(ⅲ)에 의하여 구하는 확률은

$\frac{1}{12}+\frac{1}{12}+\frac{1}{9}=\frac{5}{18}$

19 안타를 칠 확률은 $\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$

안타를 치지 못할 확률은 $1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$

따라서 두 번의 타석에서 안타를 한 개만 칠 확률은

$\left(\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}\right)+\left(\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}\right)=\frac{12}{25}$

20 첫 번째 뽑은 제비를 다시 넣으므로 첫 번째와 두 번째에 당첨되지 않을 확률은 모두 $\frac{7}{10}$이다.

따라서 구하는 확률은

$\frac{7}{10}\times\frac{7}{10}=\frac{49}{100}$

21 20 이하의 홀수는 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19의 10가지이므로 처음에 홀수가 나올 확률은

$\frac{10}{20}=\frac{1}{2}$

20의 약수는 1, 2, 4, 5, 10, 20의 6가지이고 처음에 꺼낸 구슬을 다시 넣으므로 두 번째에 20의 약수가

나올 확률은 $\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{3}{10}=\frac{3}{20}$

22 민서는 당첨되고 호승이는 당첨되지 않을 확률은

$\frac{3}{10}\times\frac{7}{10}=\frac{21}{100}$

민서는 당첨되지 않고 호승이는 당첨될 확률은

$\frac{7}{10}\times\frac{3}{10}=\frac{21}{100}$

따라서 한 사람만 당첨될 확률은

$\frac{21}{100}+\frac{21}{100}=\frac{21}{50}$

23 (i) A 주머니에서 흰 공을 꺼내어 B 주머니에 넣게 되면 B 주머니에는 흰 공 7개와 빨간 공 3개가 들어 있게 되므로

(A 주머니에서 흰 공을 꺼내고 B 주머니에서 빨간 공을 꺼낼 확률)$=\frac{2}{6}\times\frac{3}{10}=\frac{1}{10}$

(ii) A 주머니에서 빨간 공을 꺼내어 B 주머니에 넣게 되면 B 주머니에는 흰 공 6개와 빨간 공 4개가 들어 있게 되므로

(A 주머니에서 빨간 공을 꺼내고 B 주머니에서 빨간 공을 꺼낼 확률)$=\frac{4}{6}\times\frac{4}{10}=\frac{4}{15}$

(i), (ii)에 의하여 구하는 확률은

$\frac{1}{10}+\frac{4}{15}=\frac{11}{30}$

24 처음에 파란 구슬이 나올 확률은 $\frac{5}{12}$

꺼낸 구슬을 다시 넣지 않으므로 두 번째에 파란 구슬이 나올 확률은 $\frac{4}{11}$이다.

따라서 구하는 확률은

$\frac{5}{12}\times\frac{4}{11}=\frac{5}{33}$

25 지영이가 간장을 선택하여 마실 확률은 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$이고, 선영이가 콜라 4개와 간장 1개 중에 콜라를 선택하여 마실 확률은 $\frac{4}{5}$이다.

따라서 구하는 확률은

$\frac{1}{3}\times\frac{4}{5}=\frac{4}{15}$

26 여학생이 반장에 뽑힐 확률은 $\frac{5}{8}$이고, 이때 여학생이 부반장에 뽑힐 확률은 반장이 된 1명의 여학생을 제외한 여학생 4명 중 1명이 뽑힐 확률인 $\frac{4}{7}$이므로 구하는 확률은

$\frac{5}{8}\times\frac{4}{7}=\frac{5}{14}$

27 두 개 모두 흰 바둑돌일 확률은

$\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{10}$

두 개 모두 검은 바둑돌일 확률은

$\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}=\frac{3}{10}$

따라서 구하는 확률은

$\frac{1}{10}+\frac{3}{10}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$

28 9 이하의 짝수는 2, 4, 6, 8의 4가지이므로 백의 자리에 짝수가 뽑힐 확률은 $\frac{4}{9}$이고, 십의 자리에 짝수가 뽑힐 확률은 $\frac{3}{8}$, 일의 자리에 짝수가 뽑힐 확률은 $\frac{2}{7}$이다.

따라서 구하는 확률은

$\frac{4}{9}\times\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}=\frac{1}{21}$

29 고른 두 장의 카드의 그림이 모두 일 확률은

$\frac{3}{9}\times\frac{2}{8}=\frac{1}{12}$

와 인 경우의 확률도 마찬가지로 $\frac{1}{12}$이므로 구하는 확률은

$\frac{1}{12}+\frac{1}{12}+\frac{1}{12}=\frac{1}{4}$

다른 풀이 9장의 카드 중 두 장의 카드를 고르는 경우의 수는

$\frac{9\times8}{2\times1}=36$

같은 그림의 세 장의 카드 중 두 장을 고르는 경우의 수는

$\frac{3\times2}{2\times1}=3$

세 가지 종류의 그림 각각에 대하여 가능한 경우가 3가지씩이므로 같은 그림이 나오는 경우의 수는

$3\times3=9$

따라서 구하는 확률은

$\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$

30 오지선다형 문제의 정답은 1개이므로 정답률은 $\frac{1}{5}$, 오답률은 $\frac{4}{5}$이다.

$\therefore$ (적어도 한 문제는 맞힐 확률)
$=1-$(세 문제 모두 틀릴 확률)
$=1-\left(\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}\right)$
$=1-\frac{64}{125}=\frac{61}{125}$

31 (적어도 한 면은 뒷면이 나올 확률)
$=1-$(모두 앞면이 나올 확률)
$=1-\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)$
$=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$

32 (적어도 한 사람은 통과할 확률)
$=1-$(세 사람 모두 통과하지 못할 확률)
$=1-\left(\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{5}\right)$
$=1-\frac{1}{20}=\frac{19}{20}$

33 어두운 부분을 맞힐 확률은 $\frac{4}{9}$이므로
(적어도 한 발은 어둡지 않은 부분을 맞힐 확률)
$=1-$(두 발 모두 어두운 부분을 맞힐 확률)
$=1-\left(\frac{4}{9}\times\frac{4}{9}\right)$
$=1-\frac{16}{81}=\frac{65}{81}$

34 6의 약수는 1, 2, 3, 6이므로 6의 약수가 적힌 부분을 맞힐 확률은 $\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$이다.

$\therefore$ (적어도 한 발은 6의 약수가 적힌 부분을 맞힐 확률)
$=1-$(두 발 모두 6의 약수가 쓰이지 않은 부분을 맞힐 확률)
$=1-\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)$
$=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

35 전체 6명 중 회장, 부회장을 각각 1명씩 뽑는 경우의 수는
$6\times5=30$
회장, 부회장이 모두 여학생 중에서 뽑히는 경우의 수는
$2\times1=2$
따라서 회장, 부회장 모두 여학생이 뽑힐 확률은
$\frac{2}{30}=\frac{1}{15}$
$\therefore$ (남학생이 적어도 1명 뽑힐 확률)
$=1-$(모두 여학생이 뽑힐 확률)
$=1-\frac{1}{15}=\frac{14}{15}$

36 10점인 과녁에 맞힐 확률이 $\frac{2}{3}$이므로 못 맞힐 확률은 $\frac{1}{3}$이다.

(i) 4발 모두 10점인 과녁에 못 맞힐 확률은
$\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{81}$

(ii) 4발 중 1발만 10점인 과녁에 맞히는 경우는
(○, ×, ×, ×), (×, ○, ×, ×),
(×, ×, ○, ×), (×, ×, ×, ○)
의 4가지이므로 확률은
$\left(\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\right)\times4=\frac{8}{81}$

(i), (ii)에 의하여
(적어도 2발 이상을 10점인 과녁에 맞힐 확률)
$=1-$(10점인 과녁에 못 맞히거나 1발만 맞힐 확률)
$=1-\left(\frac{1}{81}+\frac{8}{81}\right)=\frac{8}{9}$

37 3의 배수가 나오는 경우는 3, 6, 9, ⋯, 48의 16가지이므로 3의 배수가 나올 확률은 $\frac{16}{50}=\frac{8}{25}$
따라서 구하는 확률은
$1-$(3의 배수가 나올 확률)$=1-\frac{8}{25}=\frac{17}{25}$

38 나연이가 약속 장소에 나갈 확률은 $1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$
현정이가 약속 장소에 나갈 확률은 $\frac{2}{3}$이므로
(두 사람이 공원에서 만나지 못할 확률)
$=$(적어도 한 사람은 약속 장소에 나가지 않을 확률)
$=1-$(두 사람 모두 약속 장소에 나갈 확률)
$=1-\left(\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}\right)=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

39 화살이 사과에 꽂히려면 두 사람 중 적어도 한 사람의 화살이 꽂혀야 한다.

$\therefore$ (화살이 사과에 꽂힐 확률)

$=1-$(두 사람의 화살이 모두 빗나갈 확률)

$=1-\left(\frac{1}{7}\times\frac{1}{4}\right)$

$=1-\frac{1}{28}=\frac{27}{28}$

40 세 사람이 명중시키지 못할 확률은 각각 $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{2}$ 이므로 새가 총에 맞을 확률은

$1-$(세 사람 모두 명중시키지 못할 확률)

$=1-\left(\frac{2}{3}\times\frac{2}{5}\times\frac{1}{2}\right)$

$=1-\frac{2}{15}=\frac{13}{15}$

41 두 사람이 비기는 경우를 제외하면 승패가 결정된다. 두 사람이 가위바위보를 할 때 일어나는 모든 경우는 $3\times3=9$(가지)

이고, 비기는 경우는 (가위, 가위), (바위, 바위), (보, 보)의 3가지이므로 비길 확률은

$\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

따라서 승패가 결정될 확률은

$1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

42 (짝수)$\times$(짝수)$=$(짝수), (짝수)$\times$(홀수)$=$(짝수), (홀수)$\times$(짝수)$=$(짝수), (홀수)$\times$(홀수)$=$(홀수)

이고

각 주사위에서 홀수의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$이므로

(두 눈의 수의 곱이 짝수일 확률)

$=1-$(두 주사위 모두 홀수의 눈이 나올 확률)

$=1-\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

43 두 눈의 수의 합이 11 또는 12가 되는 경우는 (5, 6), (6, 5), (6, 6)의 3가지이므로 확률은

$\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$

$\therefore$ (두 눈의 수의 합이 10 이하일 확률)

$=1-$(두 눈의 수의 합이 11 이상일 확률)

$=1-\frac{1}{12}=\frac{11}{12}$

44 $x-y$, $y-z$, $z-x$의 값 중 적어도 하나가 0이면 $(x-y)(y-z)(z-x)=0$이 되므로

(구하는 확률)

$=1-\{(x-y)(y-z)(z-x)\neq0$일 확률$\}$

$(x-y)(y-z)(z-x)\neq0$일 확률, 즉 $x\neq y$이고 $y\neq z$이고 $z\neq x$일 확률은 x, y, z가 모두 다른 수일 확률이므로

$\frac{6}{6}\times\frac{5}{6}\times\frac{4}{6}=\frac{5}{9}$

따라서 구하는 확률은

$1-$($x\neq y$이고 $y\neq z$이고 $z\neq x$일 확률)

$=1-\frac{5}{9}=\frac{4}{9}$

다른 풀이 세 개의 서로 다른 주사위를 동시에 던져서 나오는 모든 경우의 수는 $6\times6\times6=216$

$x\neq y$, $y\neq z$, $z\neq x$일 경우의 수는 x, y, z 모두 다른 수가 나오는 경우의 수이므로 $6\times5\times4=120$

따라서 구하는 확률은

$1-\frac{120}{216}=\frac{96}{216}=\frac{4}{9}$

45 눈이 온 다음 날 눈이 올 확률이 $\frac{1}{3}$이므로 눈이 온 다음 날 눈이 오지 않을 확률은

$1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

눈이 온 날을 ○, 눈이 오지 않은 날을 ×로 나타내고, 목요일에 눈이 왔을 때 토요일에 눈이 오는 경우를 순서쌍 (목, 금, 토)로 나타내면 (○, ○, ○), (○, ×, ○)이므로 구하는 확률은

$\left(\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{2}{3}\times\frac{1}{5}\right)=\frac{11}{45}$

46 밥을 먹은 다음 날 토스트를 먹을 확률이 $\frac{2}{3}$이므로 밥을 먹은 다음 날 밥을 먹을 확률은

$1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$

토스트를 먹은 다음 날 밥을 먹을 확률이 $\frac{3}{4}$이므로 토스트를 먹은 다음 날 토스트를 먹을 확률은

$1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$

화요일에 밥을 먹었을 때 금요일에 토스트를 먹는 경우를 순서쌍 (화, 수, 목, 금)으로 나타내면

(밥, 밥, 밥, 토스트), (밥, 밥, 토스트, 토스트), (밥, 토스트, 밥, 토스트), (밥, 토스트, 토스트, 토스트)이므로 구하는 확률은

$\left(\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}\right)$
$+\left(\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}\right)$
$=\frac{2}{27}+\frac{1}{18}+\frac{1}{3}+\frac{1}{24}$
$=\frac{109}{216}$

47 경기에서 이긴 후 다음 경기에서 질 확률은
$1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$
경기에서 진 후 다음 경기에서 질 확률은
$1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$
이긴 경기를 ○, 진 경기를 ×로 나타내고, 첫 번째 경기에서 진 후 세 번째 경기에서 이기는 경우를 순서쌍 (1회, 2회, 3회)로 나타내면 (×, ○, ○), (×, ×, ○)이므로 구하는 확률은
$\left(\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{3}{4}\times\frac{1}{4}\right)=\frac{13}{48}$

48 버스를 탄 다음 날 버스를 탈 확률은
$1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$
지하철을 탄 다음 날 지하철을 탈 확률은
$1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$
버스를 탄 날을 B, 지하철을 탄 날을 S라 하고, 월요일에 버스를 타고 출근하였을 때 그 주 목요일에 지하철을 타고 출근하는 경우를 순서쌍 (월, 화, 수, 목)으로 나타내면 (B, B, B, S), (B, B, S, S), (B, S, B, S), (B, S, S, S)이므로 구하는 확률은
$\left(\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\right)$
$+\left(\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)$
$=\frac{4}{27}+\frac{1}{9}+\frac{1}{18}+\frac{1}{12}=\frac{43}{108}$

49 합격품을 ○, 불량품을 ×라 하면 꺼낸 제품을 다시 넣지 않으므로 세 번째에 검사가 끝나는 경우는 (○, ×, ×), (×, ○, ×)의 2가지이다.
(i) (○, ×, ×)인 경우의 확률은
$\frac{18}{20}\times\frac{2}{19}\times\frac{1}{18}=\frac{1}{190}$
(ii) (×, ○, ×)인 경우의 확률은
$\frac{2}{20}\times\frac{18}{19}\times\frac{1}{18}=\frac{1}{190}$
(i), (ii)에 의하여 구하는 확률은
$\frac{1}{190}+\frac{1}{190}=\frac{2}{190}=\frac{1}{95}$

50 주머니 속에 검은 바둑돌 4개, 흰 바둑돌 2개가 들어 있으므로 모두 6개의 바둑돌이 들어 있고, 꺼낸 바둑돌은 다시 넣지 않는다.
B가 이기는 경우는 다음과 같이 2가지이다.

A	B	C	A	B	C
검	흰	·	·	·	·
검	검	검	검	흰	·

따라서 B가 이길 확률은
$\left(\frac{4}{6}\times\frac{2}{5}\right)+\left(\frac{4}{6}\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{4}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{2}\right)=\frac{4}{15}+\frac{1}{15}$
$=\frac{1}{3}$

51 두 번째 게임에서 A가 이길 확률은 $\frac{3}{4}$
두 번째 게임에서 B가 이기고, 세 번째 게임에서 A가 이길 확률은
$\left(1-\frac{3}{4}\right)\times\frac{3}{4}=\frac{3}{16}$
따라서 A가 승리할 확률은
$\frac{3}{4}+\frac{3}{16}=\frac{15}{16}$

52 이기거나 질 확률이 모두 $\frac{1}{2}$씩이고, 현재까지 두 번을 준형이가 이겼으므로 남은 세 번의 시합 중 한 번만 준형이가 이겨도 이 대회의 우승자는 준형이가 된다.
준형이가 이기는 경우는 다음의 3가지이다.

세 번째	네 번째	다섯 번째
준형	·	·
현수	준형	·
현수	현수	준형

따라서 준형이가 우승할 확률은
$\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)=\frac{7}{8}$
다른 풀이 현수가 우승하는 경우는 남은 3번의 시합을 다 이기는 경우이므로 현수가 우승할 확률은
$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$
따라서 준형이가 우승할 확률은
$1-(\text{현수가 우승할 확률})=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$

53 모든 경우의 수는 $4\times4=16$

a와 b는 모두 4 이하의 자연수이고, 방정식 $ax=b$의 해가 $x=\frac{b}{a}$이므로 $\frac{b}{a}$가 정수이려면

$a=1$일 때, $b=1, 2, 3, 4$의 4가지

$a=2$일 때, $b=2, 4$의 2가지

$a=3$일 때, $b=3$의 1가지

$a=4$일 때, $b=4$의 1가지

이므로 $4+2+1+1=8$(가지)

따라서 구하는 확률은 $\frac{8}{16}=\frac{1}{2}$

54 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

x와 y는 모두 6 이하의 자연수이므로 $y=7-2x$를 만족하는 순서쌍 (x, y)는 $(1, 5)$, $(2, 3)$, $(3, 1)$의 3가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$

55 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

$a>b$인 경우는

$a=2$일 때, $b=1$의 1가지

$a=3$일 때, $b=1, 2$의 2가지

$a=4$일 때, $b=1, 2, 3$의 3가지

$a=5$일 때, $b=1, 2, 3, 4$의 4가지

$a=6$일 때, $b=1, 2, 3, 4, 5$의 5가지

이므로 $1+2+3+4+5=15$(가지)

따라서 구하는 확률은 $\frac{15}{36}=\frac{5}{12}$

56 부등식 $4x-2>7$의 해가 $x>\frac{9}{4}$이므로 이를 만족하는 정수 x는 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10의 8가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$

57 (i) 교점의 x좌표가 1일 때

$y=2-a$와 $y=-a+b$에서

$2-a=-a+b \qquad \therefore b=2$

이때 $a=1, 2, 3, 4, 5, 6$의 6가지이므로

확률은 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

(ii) 교점의 x좌표가 2일 때

$y=4-a$와 $y=-2a+b$에서

$4-a=-2a+b \qquad \therefore b=a+4$

이를 만족하는 순서쌍 (a, b)는 $(1, 5)$, $(2, 6)$의 2가지이므로 확률은 $\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$

(i), (ii)에 의하여 구하는 확률은

$\frac{1}{6}+\frac{1}{18}=\frac{4}{18}=\frac{2}{9}$

58 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

두 직선이 한 점에서 만나려면 기울기가 달라야 하므로 $a\neq4$이어야 한다.

즉 a는 1, 2, 3, 5, 6의 5가지이고, b는 어떤 값이어도 상관없으므로 6가지이다.

따라서 두 직선이 한 점에서 만나는 경우는 $5\times6=30$(가지)이므로 구하는 확률은

$\frac{30}{36}=\frac{5}{6}$

59 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

두 직선 $y=3x+1$과 $y=ax+b$가 평행하려면 기울기가 같고 y절편이 달라야 하므로 $a=3$, $b\neq1$이어야 한다.

$a=3$일 때, $b=2, 3, 4, 5, 6$의 5가지이므로 구하는 확률은 $\frac{5}{36}$이다.

60 주사위를 두 번 던진 후 점 P가 꼭짓점 D에 있으려면 두 눈의 수의 합이 3, 7, 11이어야 한다.

두 눈의 수의 합이 3인 경우는 $(1, 2)$, $(2, 1)$이므로 확률은 $\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$

두 눈의 수의 합이 7인 경우는 $(1, 6)$, $(2, 5)$, $(3, 4)$, $(4, 3)$, $(5, 2)$, $(6, 1)$이므로 확률은 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

두 눈의 수의 합이 11인 경우는 $(5, 6)$, $(6, 5)$이므로 확률은 $\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{18}+\frac{1}{6}+\frac{1}{18}=\frac{5}{18}$

61 점 P가 꼭짓점 D에 있으려면 주사위의 두 눈의 수의 합이 3 또는 8이어야 한다.

두 눈의 수의 합이 3인 경우는 $(1, 2)$, $(2, 1)$이므로 확률은 $\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$

두 눈의 수의 합이 8인 경우는 $(2, 6)$, $(3, 5)$, $(4, 4)$, $(5, 3)$, $(6, 2)$이므로 확률은 $\frac{5}{36}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{18}+\frac{5}{36}=\frac{7}{36}$

62 6의 약수는 1, 2, 3, 6의 4가지이므로 6의 약수의 눈이 나올 확률은 $\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$이고, 그 이외의 눈이 나올 확률은

$1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$

또 점 P가 2에 위치하려면 주사위를 4번 던졌을 때 6의 약수가 3번, 그 이외의 수가 1번 나와야 한다. 6의 약수가 나오는 사건을 A, 그 이외의 수가 나오는 사건을 B라 하면 (A, A, A, B), (A, A, B, A), (A, B, A, A), (B, A, A, A)의 4가지 경우이고 그 각각의 경우의 확률은 모두 같으므로 구하는 확률은

$\left(\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\right)\times4=\frac{32}{81}$

63 앞면과 뒷면이 나올 확률은 각각 $\frac{1}{2}$이고, 점 P가 처음의 위치에 있으려면 앞면이 2번, 뒷면이 2번 나와야 한다. 동전의 앞면을 H, 뒷면을 T라 하면

H — H — T — T
H — T — H — T
H — T — T — H,
T — H — H — T
T — H — T — H
T — T — H — H

의 6가지 경우이고, 그 각각의 경우의 확률은 모두 같으므로 구하는 확률은

$\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)\times6=\frac{3}{8}$

64 앞면과 뒷면이 나올 확률은 각각 $\frac{1}{2}$이고, 처음보다 세 계단 위로 올라가려면 앞면이 2번, 뒷면이 1번 나와야 한다.
동전의 앞면을 H, 뒷면을 T라 하면
(H, H, T), (H, T, H), (T, H, H)
의 3가지이고, 그 각각의 경우의 확률은 모두 같으므로 구하는 확률은

$\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)\times3=\frac{3}{8}$

65 6의 약수가 나올 확률은

$\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

6의 약수가 나오지 않을 확률은

$1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$

주사위를 네 번 던진 후 말이 (마)의 위치에 있으려면 6의 약수가 1번, 그 이외의 수가 3번 나와야 한다.
6의 약수가 나올 경우를 ○, 나오지 않을 경우를 ×라 할 때, 가능한 경우의 순서쌍 (1회, 2회, 3회, 4회)는 (○, ×, ×, ×), (×, ○, ×, ×), (×, ×, ○, ×), (×, ×, ×, ○)이므로 구하는 확률은

$\left(\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\right)\times4=\frac{8}{81}$

단원 종합 문제

본문 187~189쪽

01 ⑤	**02** ②	**03** 24가지	**04** ①	**05** ⑤	**06** ②	**07** ③	**08** 2
09 ③	**10** ③	**11** ③	**12** 14	**13** ③	**14** ④	**15** ④	**16** $\frac{2}{3}$
17 ①	**18** ⑤	**19** $\frac{5}{16}$	**20** ③				

01 ① 개가 나오는 경우의 수는

$\frac{4\times3}{2\times1}=6$

걸이 나오는 경우의 수는

$\frac{4\times3\times2}{3\times2\times1}=4$

따라서 구하는 경우의 수는

$6+4=10$

② 순서쌍 (A, B)가 (주먹, 보), (가위, 주먹), (보, 가위)의 3가지 경우일 때 A가 지게 된다.

③ 눈의 수의 합이 4인 경우는 (1, 3), (2, 2), (3, 1)의 3가지이고, 눈의 수의 합이 6인 경우는 (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)의 5가지이므로 구하는 경우의 수는 $3+5=8$

⑤ A가 이기는 경우는 다음과 같다.

A	B	C	A	B	C
주먹	가위	가위	가위	보	보
	주먹	가위		가위	보
	가위	주먹		보	가위
보	주먹	주먹			
	보	주먹			
	주먹	보			

따라서 A가 이기는 경우의 수는 9이다.

주의 'A만 이기는 경우'는 3가지이다.

02 20 이하의 소수가 나오는 경우는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19의 8가지이다.

03 4명을 일렬로 세우는 경우의 수와 같으므로

$4\times3\times2\times1=24$(가지)

04 $\overline{AB}=\overline{BA}$이므로 만들 수 있는 선분의 개수는 5개의 점 중에서 2개의 점을 순서에 상관없이 뽑는 경우의 수와 같다.

$\therefore \frac{5\times4}{2\times1}=10$(개)

05 A에 칠할 수 있는 색은 5가지, B에는 A에 칠하지 않은 4가지의 색을 칠할 수 있고, C에는 A, B에 칠하지 않은 3가지의 색을 칠할 수 있으므로 구하는 방법의 수는

$5\times4\times3=60$

06 240보다 작은 세 자리의 정수는 다음과 같다.

(i) 1□□인 경우는 $4\times3=12$(개)

(ii) 21□인 경우는 3개

(iii) 23□인 경우는 3개

(i)~(iii)에 의하여 구하는 정수는

$12+3+3=18$(개)

07 십의 자리에는 0을 제외한 4가지의 숫자가 올 수 있고, 일의 자리에는 십의 자리에 사용한 숫자를 제외하고 0을 포함하여 4가지의 숫자가 올 수 있으므로 만들 수 있는 두 자리의 정수는

$4\times4=16$(개)

08 아버지와 어머니를 맨 앞과 맨 뒤에 서도록 고정한 후 그 사이에 나머지 2명을 한 줄로 세우는 경우의 수와 같으므로

$2\times1=2$

09 A팀의 팀원을 A_1, A_2, B팀의 팀원을 B_1, B_2, C팀의 팀원을 C_1, C_2라 하고 같은 팀원을 각각 한 묶음으로 생각하면 A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2의 3명을 한 줄로 세우는 경우의 수는

$3\times2\times1=6$

각 묶음 안의 두 사람이 자리를 바꾸어 서는 경우의 수는 각각 $2\times1=2$

따라서 구하는 경우의 수는

$6\times2\times2\times2=48$

10 A, C, E가 이웃하므로 한 묶음으로 생각하면 A, C, E, B, D의 3명을 한 줄로 세우는 경우의 수와 같으므로

$3\times2\times1=6$

이때 A, C, E가 묶음 안에서 한 줄로 서는 경우의 수는

$3\times2\times1=6$

따라서 구하는 경우의 수는

$6\times6=36$

11 $\frac{a}{b}<1$이 성립하려면 $b>a$이어야 한다.

a가 1일 때, b는 2, 3, 4, 5, 6의 5가지

a가 2일 때, b는 3, 4, 5, 6의 4가지

a가 3일 때, b는 4, 5, 6의 3가지

a가 4일 때, b는 5, 6의 2가지

a가 5일 때, b는 6의 1가지

따라서 구하는 경우의 수는

$5+4+3+2+1=15$

12 두 사람이 시킬 수 있는 메뉴의 가격은 3500원짜리 2개 또는 3000원짜리와 4000원짜리 각각 1개씩이다.

(i) 3500원짜리 2개를 선택하는 경우

딸기, 키위, 파인애플 중 2개를 선택하는 경우이므로

$3\times2=6$(가지)

(ii) 3000원짜리와 4000원짜리를 각각 1개씩 선택하는 경우

각각의 메뉴가 2가지씩이므로 $2\times2=4$(가지)

각각에 대하여 수현이와 호주가 바꾸어 마시는 2가지의 경우가 있으므로

$4\times2=8$(가지)

(i), (ii)에 의하여 구하는 경우의 수는

$6+8=14$

13 ① A 주머니에서 검은 구슬이 나오는 확률은

$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

③ 적어도 한 주머니에서 흰 구슬이 나올 확률은

1−(모두 검은 구슬이 나올 확률)

$=1-\left(\frac{1}{3}\times\frac{3}{5}\right)=\frac{4}{5}$

④ (서로 같은 색 구슬이 나올 확률)

=(모두 흰 구슬 또는 모두 검은 구슬이 나올 확률)

$=\left(\frac{2}{3}\times\frac{2}{5}\right)+\left(\frac{1}{3}\times\frac{3}{5}\right)$

$=\frac{4}{15}+\frac{3}{15}=\frac{7}{15}$

⑤ (서로 다른 색 구슬이 나올 확률)

=1−(서로 같은 색 구슬이 나올 확률)

$=1-\frac{7}{15}=\frac{8}{15}$

14 ④ $p+q$는 항상 1이다.

15 꺼낸 공을 다시 넣지 않으므로

(i) 두 번 모두 검은 공이 나올 확률

첫 번째에 검은 공이 나올 확률은 $\frac{3}{5}$이고, 두 번째에 검은 공 2개, 흰 공 2개 중에 검은 공이 나올 확률은

$\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$이므로 두 번 모두 검은 공이 나올 확률은

$\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{10}$

(ii) 두 번 모두 흰 공이 나올 확률

처음에 흰 공이 나올 확률은 $\frac{2}{5}$이고, 두 번째에 검은 공 3개, 흰 공 1개 중에 흰 공이 나올 확률은 $\frac{1}{4}$이므로 두 번 모두 흰 공이 나올 확률은

$\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{10}$

(i), (ii)에 의하여 구하는 확률은

$\frac{3}{10}+\frac{1}{10}=\frac{2}{5}$

16 뽑은 제비는 다시 넣지 않으므로 첫 번째에 당첨되지 않을 확률은 $\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$이고, 두 번째에 당첨되지 않을 확률은 $\frac{5}{9}$이다.

두 번 모두 당첨되지 않을 확률은

$\frac{3}{5}\times\frac{5}{9}=\frac{1}{3}$

따라서 구하는 확률은

1−(두 번 모두 당첨되지 않을 확률)$=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

17 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

직선 $2ax-3by-1=0$이 점 $(1,\ 1)$을 지나므로

$x=1$, $y=1$을 대입하면

$2a-3b-1=0 \qquad \therefore a=\frac{3b+1}{2}$

a와 b는 모두 6 이하의 자연수이므로 $a=\frac{3b+1}{2}$을 만족하는 순서쌍 $(a,\ b)$는 $(2,\ 1)$, $(5,\ 3)$의 2가지

따라서 구하는 확률은

$\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$

18 (C의 넓이)

=(전체 넓이)−{(A의 넓이)+(B의 넓이)}

$=\pi\times3^2-\pi\times2^2=5\pi$

따라서 구하는 확률은

$\frac{(\text{C의 넓이})}{(\text{전체 넓이})}=\frac{5\pi}{9\pi}=\frac{5}{9}$

19 모든 경우의 수는 $4\times4=16$

A, B가 각각 맞힌 숫자를 순서쌍 (A, B)로 나타내면 A가 이기는 경우는 $(3,\ 2)$, $(4,\ 2)$, $(7,\ 2)$, $(7,\ 5)$, $(7,\ 6)$의 5가지이므로 구하는 확률은 $\frac{5}{16}$이다.

20 점 P는 두 눈의 수의 합이 4 또는 10일 때 꼭짓점 E에 놓이게 된다. 즉 $(1,\ 3)$, $(2,\ 2)$, $(3,\ 1)$, $(4,\ 6)$, $(5,\ 5)$, $(6,\ 4)$의 6가지이므로 구하는 확률은

$\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$