정답 및 풀이

빠른 정답 찾기

I. 삼각비

1 삼각비

본책 8~11쪽 01 ③ 02 $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ 03 4

04 $\frac{2\sqrt{7}}{21}$ 05 $\frac{5}{13}$ 06 $\frac{3}{10}$ 07 ④ 08 (ㄴ)

09 $\frac{7}{5}$ 10 ③ 11 $\frac{11}{9}$ 12 ② 13 ⑤

14 $\sqrt{3}$ 15 $9\sqrt{2}$ 16 $2-\sqrt{3}$ 17 $y=\sqrt{3}x+6\sqrt{3}$

18 ③ 19 -3 20 ⑤ 21 $83°$ 22 55.056

본책 12~16쪽 01 $\frac{4}{5}$ 02 ③ 03 ③

04 ② 05 $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ 06 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 07 ② 08 $8-4\sqrt{2}$

09 24 10 $1-\frac{4\sqrt{5}}{9}$ 11 ④ 12 ④

13 $\frac{6\sqrt{21}}{5}$ 14 ⑤ 15 $\frac{2\sqrt{10}}{5}$ 16 ④ 17 $\frac{7}{5}$

18 ①, ③ 19 $\frac{1}{4}$ 20 $\frac{5}{2}$ 21 ① 22 ②

23 $6(\sqrt{3}+1)$ cm 24 ② 25 ④ 26 ③

27 ⑤ 28 4.663 29 1.4272 30 (1) $47°$ (2) 1.8038

본책 17쪽 01 $\frac{1+\sqrt{5}}{4}$ 02 $\frac{5\sqrt{3}}{9}$ 03 ①

04 $96\pi-72\sqrt{3}$ 05 ⑤

본책 25쪽 01 ② 02 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ 03 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

04 $24\sqrt{2}-12\sqrt{6}$ 05 $600\sqrt{3}-200\pi$ 06 ①

본책 26~29쪽 01 ⑤ 02 ③ 03 ③

04 ③ 05 ④ 06 ② 07 ⑤ 08 ①

09 ② 10 ④ 11 ③ 12 ④ 13 ⑤

14 ④ 15 $\frac{4\sqrt{5}}{3}$ 16 $18+5\sqrt{3}$ 17 11.874

18 60 m 19 $60°$ 20 $20\sqrt{2}$ cm²

본책 30~33쪽 01 ② 02 ④ 03 ⑤

04 ⑤ 05 ⑤ 06 ② 07 ② 08 ④

09 ③ 10 ③ 11 ② 12 ⑤ 13 ③

14 ④ 15 $\frac{8}{17}$ 16 $6\sqrt{2}+4\sqrt{6}$ 17 157 m

18 $3\sqrt{3}$ cm² 19 $4\sqrt{3}$ 20 $\frac{99\sqrt{3}}{4}$

본책 34~35쪽

유제 1 1.1184 유제 2 $\frac{4}{3}-\frac{2\sqrt{3}}{3}$

유제 3 $40\sqrt{3}$ m 유제 4 $\frac{80\sqrt{3}}{3}$ m/s

2 삼각비의 활용

본책 18~20쪽 01 7 02 $360\sqrt{3}$ cm³

03 30.45 m 04 $3\sqrt{7}$ 05 ③ 06 $4(\sqrt{3}-1)$

07 $4\sqrt{3}$ 08 $75(3+\sqrt{3})$ m 09 $\frac{15}{2}$ cm² 10 $135°$

11 ② 12 $15\sqrt{3}$ 13 ④ 14 ⑤ 15 $\frac{25\sqrt{3}}{2}$

16 $60\sqrt{6}$ 17 ③

본책 21~24쪽 01 ② 02 $(6\sqrt{2}+2\sqrt{6})$ cm

03 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ 04 ③ 05 8 06 ⑤ 07 $\sqrt{29}$ cm

08 $\sqrt{2}$ cm 09 ② 10 ③ 11 $2(3-\sqrt{3})$ m

12 ② 13 $25(\sqrt{3}+1)$ 14 ② 15 2

16 ③ 17 $\frac{3}{2}$ 18 588 19 ④ 20 $10+\sqrt{13}$

21 $25\sqrt{3}$ 22 ③ 23 $4\sqrt{3}$ 24 ①

25 $75(\pi-\sqrt{3})$ cm² 26 ④

II. 원의 성질

1 원과 직선

본책 38~40쪽 01 8 cm 02 $16\sqrt{2}$ cm

03 ② 04 $6\sqrt{2}$ cm 05 48 cm² 06 $55°$

07 $16\sqrt{3}$ cm² 08 ③ 09 $12(3+\sqrt{3})$ cm

10 3 cm 11 ③ 12 78 cm² 13 6 cm 14 14 cm

15 2 16 5 cm 17 4 cm 18 ②

본책 41~44쪽 01 ③ 02 ③

03 $4\sqrt{3}\pi$ cm 04 ② 05 $4\pi-\sqrt{3}$

06 $4\sqrt{3}+\frac{4}{3}\pi$ 07 ③ 08 8 cm 09 $40°$

10 ③ 11 ③ 12 $3(3\sqrt{3}-\pi)$ cm² 13 ④

14 ③ 15 249 16 ③ 17 $\sqrt{3}-1$ 18 $\sqrt{7}$

19 $12\sqrt{3}+18$ 20 $6+3\sqrt{2}-\sqrt{6}$ 21 ①

22 24π cm² 23 ③ 24 ①

본책 45쪽 01 ② 02 4 03 $\frac{2\sqrt{3}}{3}r$

04 ⑤ 05 9 cm² 06 $18+(6\sqrt{5}-18)\pi$

2 원주각

본책 46~48쪽

01 $18°$ 02 ③ 03 $16°$
04 $62°$ 05 $\frac{3}{5}$ 06 ① 07 8 cm 08 $54°$
09 ④, ⑤ 10 $15°$ 11 $100°$ 12 $18°$ 13 $82°$
14 $57°$ 15 $48°$ 16 ③ 17 ②

본책 49~52쪽

01 $68°$ 02 ③ 03 ④
04 $60°$ 05 3π 06 ⑤ 07 24 08 ④
09 $\frac{7}{5}$ 10 16 cm 11 ④ 12 ② 13 ④
14 ② 15 $148°$ 16 $20°$ 17 ③ 18 $42°$
19 ⑤ 20 $96°$ 21 6 22 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 23 ④
24 $85°$

본책 53쪽

01 14 02 ③
03 $(1+\sqrt{5})\text{ cm}$ 04 $115°$ 05 ④ 06 $2\sqrt{6}$

본책 54~57쪽

01 ② 02 ④ 03 ③
04 ⑤ 05 ③ 06 ⑤ 07 ③ 08 ⑤
09 ③ 10 ① 11 ⑤ 12 ③ 13 ③
14 ⑤ 15 $6\sqrt{2}\text{ cm}$ 16 6 cm 17 5 cm
18 $17°$ 19 $265°$ 20 5π

본책 58~61쪽

01 ④ 02 ① 03 ③
04 ⑤ 05 ⑤ 06 ③ 07 ⑤ 08 ④
09 ④ 10 ③ 11 ③ 12 ③ 13 ②
14 ④ 15 $16\pi\text{ cm}^2$ 16 $8\sqrt{3}\pi\text{ cm}$
17 $(110-25\pi)\text{cm}^2$ 18 36π 19 $127.5°$ 20 $59°$

본책 62쪽

유제 1 $(48\pi+108\sqrt{3})\text{m}^2$

Ⅲ. 통계

1 대푯값과 산포도

본책 64~65쪽

01 95점 02 26회 03 ⑤
04 86 05 ②, ④ 06 6점 07 4.8 08 ③
09 4반 10 ④

본책 66~67쪽

01 ② 02 ③ 03 252
04 ㈁, ㈂ 05 81, 123 06 ② 07 ②
08 ⑤ 09 2 10 $\sqrt{17}$점 11 A 모둠 12 ③
13 풀이 55쪽

본책 68쪽

01 56 02 ③ 03 ①
04 ③ 05 C, E 06 113

2 상관관계

본책 70~71쪽

01 ④ 02 40 % 03 ③
04 9명 05 ②, ⑤ 06 ④ 07 ④

본책 72~73쪽

01 ③, ④ 02 20점 03 ④
04 25 % 05 2명 06 160점 07 ④ 08 ㈀, ㈂
09 ③ 10 (1) 상관관계가 없다. (2) 양의 상관관계

본책 74쪽

01 ⑤ 02 20 03 14시간
04 ③ 05 C, B

본책 76~77쪽

01 ② 02 ⑤ 03 ⑤
04 ⑤ 05 ② 06 ④ 07 ④ 08 3
09 77점 10 (1) 60 % (2) 7.5점

본책 78~79쪽

01 ⑤ 02 ③ 03 ④
04 ③ 05 ④ 06 ③ 07 ③, ④ 08 $2\sqrt{2}$
09 10 10 120

본책 80~81쪽

유제 1 20 g, 23 g, 24 g, 26 g, 32 g
유제 2 B 팀

I 삼각비

1 삼각비

개념 & 핵심 기출

본책 8~11쪽

01 $\overline{BC}=\sqrt{(\sqrt{6})^2-2^2}=\sqrt{2}$

일품 BOX

직각삼각형에서 두 변의 길이를 알면 피타고라스 정리를 이용하여 나머지 한 변의 길이를 구할 수 있다.

① $\sin A=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ ② $\cos A=\dfrac{2}{\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

③ $\tan A=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $\sin B=\dfrac{2}{\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

⑤ $\cos B=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

답 ③

02 직선 $y=2x+6$이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자.

$y=0$을 $y=2x+6$에 대입하면

$x=-3$ $\quad\therefore$ A$(-3,\ 0)$

$x=0$을 $y=2x+6$에 대입하면

$y=6$ $\quad\therefore$ B$(0,\ 6)$

따라서 △AOB에서

$\overline{OA}=3,\ \overline{OB}=6,\ \overline{AB}=\sqrt{3^2+6^2}=3\sqrt{5}$

$\therefore \sin a+\cos a=\dfrac{6}{3\sqrt{5}}+\dfrac{3}{3\sqrt{5}}=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$

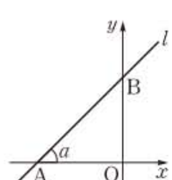
답 $\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$

$\dfrac{6}{3\sqrt{5}}+\dfrac{3}{3\sqrt{5}}=\dfrac{9}{3\sqrt{5}}$
$=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$

만점 비법

직선의 방정식과 삼각비의 값

직선 l이 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 a라 할 때, $\sin a$, $\cos a$, $\tan a$의 값은 다음과 같은 순서로 구한다.



(i) 직선 l이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하고 두 점의 좌표를 구한다.

(ii) 피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{AB}$의 길이를 구한다.

(iii) △AOB에서 삼각비의 값을 구한다.

→ $\sin a=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{AB}},\ \cos a=\dfrac{\overline{OA}}{\overline{AB}},\ \tan a=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}}$

03 $\cos A=\dfrac{\overline{AC}}{4}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$에서 $\quad\overline{AC}=2\sqrt{2}$

$\therefore \overline{BC}=\sqrt{4^2-(2\sqrt{2})^2}=2\sqrt{2}$

$\therefore$ △ABC$=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times2\sqrt{2}=4$

답 4

04 $\sin B=\dfrac{2\sqrt{14}}{\overline{BC}}=\dfrac{\sqrt{7}}{3}$에서 $\quad\overline{BC}=6\sqrt{2}$

$\therefore \overline{AB}=\sqrt{(6\sqrt{2})^2-(2\sqrt{14})^2}=4$

따라서 $\sin C=\dfrac{4}{6\sqrt{2}},\ \tan C=\dfrac{4}{2\sqrt{14}}$이므로

$\sin C\times\tan C=\dfrac{4}{6\sqrt{2}}\times\dfrac{4}{2\sqrt{14}}=\dfrac{2\sqrt{7}}{21}$

답 $\dfrac{2\sqrt{7}}{21}$

05 $\tan B=\dfrac{12}{\overline{BC}}=\dfrac{6}{5}$에서 $\quad\overline{BC}=10$

$\therefore \overline{DC}=\dfrac{1}{2}\overline{BC}=5$

△ADC에서 $\quad\overline{AD}=\sqrt{5^2+12^2}=13$

$\therefore \sin x=\dfrac{5}{13}$

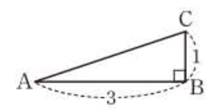
답 $\dfrac{5}{13}$

06 $3\tan A-1=0$에서 $\quad\tan A=\dfrac{1}{3}$

따라서 오른쪽 그림과 같이

$\angle B=90°,\ \overline{AB}=3,\ \overline{BC}=1$

인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



조건을 만족시키는 가장 간단한 직각삼각형을 그리는 것이 계산이 편리하다.

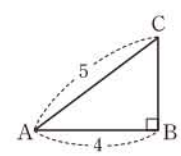
이때 $\overline{AC}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$이므로

$\sin A=\dfrac{1}{\sqrt{10}},\ \cos A=\dfrac{3}{\sqrt{10}}$

$\therefore \sin A\times\cos A=\dfrac{1}{\sqrt{10}}\times\dfrac{3}{\sqrt{10}}=\dfrac{3}{10}$

답 $\dfrac{3}{10}$

07 $\cos A=\dfrac{4}{5}$이므로 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}=5,\ \overline{AB}=4$로 놓으면



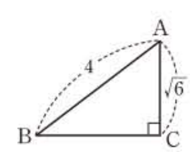
$\overline{BC}=\sqrt{5^2-4^2}=3$

④ $\dfrac{\cos A}{\sin A}=\dfrac{4}{5}\times\dfrac{5}{3}=\dfrac{4}{3}$

⑤ $\sin^2 A+\cos^2 A=\left(\dfrac{3}{5}\right)^2+\left(\dfrac{4}{5}\right)^2=1$

답 ④

08 $\sin B=\dfrac{\sqrt{6}}{4}$이므로 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=4,\ \overline{AC}=\sqrt{6}$으로 놓으면



$\overline{BC}=\sqrt{4^2-(\sqrt{6})^2}=\sqrt{10}$

$\therefore \sin A=\dfrac{\sqrt{10}}{4},\ \cos A=\dfrac{\sqrt{6}}{4},$

$\tan A=\dfrac{\sqrt{10}}{\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{15}}{3},\ \sin B=\dfrac{\sqrt{6}}{4},$

$\cos B=\dfrac{\sqrt{10}}{4},\ \tan B=\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{10}}=\dfrac{\sqrt{15}}{5}$

이상에서 옳은 것은 (ㄴ)뿐이다.

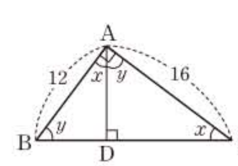
답 (ㄴ)

09 △ABC에서

$\overline{BC}=\sqrt{12^2+16^2}=20$

$\angle C=\angle DAB=x,$

$\angle B=\angle DAC=y$이므로



△ABC와 △DBA에서
∠B는 공통,
∠BAC=∠BDA
=90°
이므로
△ABC∽△DBA
(AA 닮음)
마찬가지로
△ABC∽△DAC
(AA 닮음)

$\cos x=\frac{16}{20}=\frac{4}{5}$, $\cos y=\frac{12}{20}=\frac{3}{5}$

$\therefore \cos x+\cos y=\frac{4}{5}+\frac{3}{5}=\frac{7}{5}$ 답 $\frac{7}{5}$

다른풀이 $\triangle$ABC에서 $\overline{BC}=\sqrt{12^2+16^2}=20$

$\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{AD}\times\overline{BC}$에서

$12\times16=\overline{AD}\times20$ $\therefore \overline{AD}=9.6$

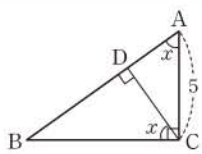
따라서 $\triangle$ABD와 $\triangle$ACD에서

$\cos x=\frac{9.6}{12}=\frac{4}{5}$, $\cos y=\frac{9.6}{16}=\frac{3}{5}$

이므로 $\cos x+\cos y=\frac{7}{5}$

10 $\angle A=\angle BCD=x$이고

> 일품 BOX: $\triangle$ABC와 $\triangle$CBD에서 $\angle B$는 공통, $\angle ACB=\angle CDB=90^\circ$ 이므로 $\triangle ABC\backsim\triangle CBD$ (AA닮음)



$\triangle$ABC에서 $\tan x=\frac{\overline{BC}}{5}=\frac{7}{5}$

이므로

$\overline{BC}=7$

$\therefore \overline{AB}=\sqrt{7^2+5^2}=\sqrt{74}$ 답 ③

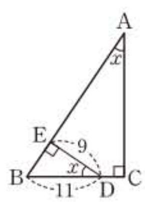
11 $\triangle$ABC와 $\triangle$DBE에서

$\angle B$는 공통, $\angle C=\angle DEB=90^\circ$

이므로

$\triangle ABC\backsim\triangle DBE$ (AA 닮음)

$\therefore \angle BDE=\angle A=x$



$\triangle$DBE에서 $\overline{BE}=\sqrt{11^2-9^2}=2\sqrt{10}$이므로

$\sin x=\frac{2\sqrt{10}}{11}$, $\tan x=\frac{2\sqrt{10}}{9}$

$\therefore \frac{\tan x}{\sin x}=\frac{2\sqrt{10}}{9}\times\frac{11}{2\sqrt{10}}=\frac{11}{9}$ 답 $\frac{11}{9}$

12 $\frac{\sqrt{2}\sin 45^\circ\times\tan 60^\circ}{2\tan 45^\circ}+\cos 30^\circ-\sqrt{2}\cos 45^\circ$

$=\frac{\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\times\sqrt{3}}{2\times1}+\frac{\sqrt{3}}{2}-\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}-1=\sqrt{3}-1$ 답 ②

13 $20^\circ<x<90^\circ$에서 $0^\circ<x-20^\circ<70^\circ$

$\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$이고 $\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$이므로

$x-20^\circ=60^\circ$ $\therefore x=80^\circ$ 답 ⑤

14 $15^\circ<x<75^\circ$에서 $0^\circ<x-15^\circ<60^\circ$

$\tan 45^\circ=1$이므로

$x-15^\circ=45^\circ$ $\therefore x=60^\circ$

$\therefore \sin x+\cos\frac{1}{2}x=\sin 60^\circ+\cos 30^\circ$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$ 답 $\sqrt{3}$

15 $\triangle$ABD에서 $\sin 60^\circ=\frac{\overline{AD}}{6\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \overline{AD}=9$

$\triangle$ADC에서 $\sin 45^\circ=\frac{9}{\overline{AC}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

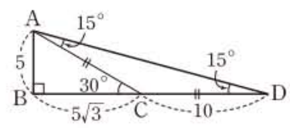
$\therefore \overline{AC}=9\sqrt{2}$ 답 $9\sqrt{2}$

16 $\triangle$ABC에서

$\sin 30^\circ=\frac{5}{\overline{AC}}=\frac{1}{2}$ $\therefore \overline{AC}=10$

$\tan 30^\circ=\frac{5}{\overline{BC}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ $\therefore \overline{BC}=5\sqrt{3}$

$\triangle$ACD에서



$\angle DAC=30^\circ-15^\circ$

$=15^\circ$

> 일품 BOX: 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

$\therefore \angle ADC=\angle DAC$

즉 $\triangle$ACD는 이등변삼각형이므로

$\overline{CD}=\overline{AC}=10$

$\triangle$ABD에서

$\tan 15^\circ=\frac{\overline{AB}}{\overline{BD}}$

$=\frac{5}{10+5\sqrt{3}}=\frac{1}{2+\sqrt{3}}$

$=\frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}$

$=2-\sqrt{3}$ 답 $2-\sqrt{3}$

17 구하는 직선의 방정식을 $y=ax+b$라 하면

$a=\tan 60^\circ=\sqrt{3}$

> 일품 BOX: 직선 $y=mx+n$이 x축의 양의 방향과 이루는 예각의 크기를 a라 할 때, $m=\tan a$

x절편이 -6이므로 $x=-6$, $y=0$을 $y=\sqrt{3}x+b$에 대입하면

$-6\sqrt{3}+b=0$ $\therefore b=6\sqrt{3}$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$y=\sqrt{3}x+6\sqrt{3}$ 답 $y=\sqrt{3}x+6\sqrt{3}$

18 ① $\sin x=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{BC}}{1}=\overline{BC}$

② $\sin y=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}$

③ $\cos z=\cos y=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{BC}}{1}=\overline{BC}$

> 일품 BOX: $\overline{BC}\,/\!/\,\overline{DE}$이므로 $\angle ACB=\angle AED$ (동위각) $\therefore y=z$

④ $\tan x=\frac{\overline{DE}}{\overline{AD}}=\frac{\overline{DE}}{1}=\overline{DE}$

⑤ $\tan z=\frac{\overline{AD}}{\overline{DE}}=\frac{1}{\overline{DE}}$ 답 ③

19 $(\cos 90^\circ-\sin 90^\circ)(\sin 0^\circ+3\cos 0^\circ-\tan 0^\circ)$

$=(0-1)\times(0+3\times1-0)$

$=-3$ 답 -3

20 ① $0° \le x \le 90°$인 범위에서 x의 크기가 커지면 $\sin x$의 값도 커지므로 $\quad \sin 16° < \sin 20°$

② $0° \le x \le 90°$인 범위에서 x의 크기가 커지면 $\cos x$의 값은 작아지므로 $\quad \cos 61° > \cos 63°$

③ $0° \le x < 90°$인 범위에서 x의 크기가 커지면 $\tan x$의 값도 커지므로 $\quad \tan 8° < \tan 10°$

tan 90°의 값은 정할 수 없다.

④ $\sin 70° > \sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos 70° < \cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$이므로 $\quad \sin 70° > \cos 70°$

⑤ $\sin 90° = 1$, $\tan 50° > \tan 45° = 1$이므로
$\quad \sin 90° < \tan 50°$ 답 ⑤

21 주어진 삼각비의 표에서 $\sin 43° = 0.6820$, $\tan 40° = 0.8391$이므로

$x = 43°$, $y = 40°$ $\quad \therefore x + y = 83°$ 답 83°

22 $\angle A = 36°$이므로 $\quad \angle B = 90° - 36° = 54°$
주어진 삼각비의 표에서 $\tan 54° = 1.3764$이므로

$\tan 54° = \frac{\overline{AC}}{40} = 1.3764$

$\therefore \overline{AC} = 1.3764 \times 40 = 55.056$ 답 55.056

만점 도전을 위한 고난도 문제

본책 12~16쪽

01 전략 피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$의 길이를 차례대로 구한다.

풀이 △DBC에서 $\quad \overline{BC} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12$ ···· ❶

△ABC에서 $\quad \overline{AC} = \sqrt{20^2 - 12^2} = 16$ ···· ❷

$\therefore \cos x = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$ ···· ❸

답 $\frac{4}{5}$

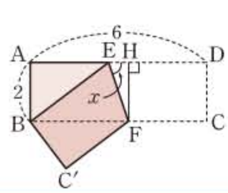
채점 기준	비율
❶ $\overline{BC}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %
❷ $\overline{AC}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %
❸ $\cos x$의 값을 구할 수 있다.	40 %

02 전략 $\overline{DE} = a$로 놓고 길이가 같은 선분을 찾은 후 피타고라스 정리를 이용한다.

풀이 $\overline{DE} = \overline{BE} = a$라 하면 $\overline{AE} = 6 - a$이므로 △ABE에서 $\quad a^2 = (6-a)^2 + 2^2$, $\quad 12a = 40$

$\therefore a = \frac{10}{3}$

오른쪽 그림과 같이 점 F에서 $\overline{DE}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 △BFE는 $\overline{BF} = \overline{BE}$인 이등변삼각형이므로



$\angle DEF = \angle BFE$ (엇각),
$\angle DEF = \angle BEF$ (접은 각)
이므로
$\angle BFE = \angle BEF$
$\therefore \overline{BF} = \overline{BE}$

$\overline{HD} = \overline{FC} = 6 - \overline{BF} = 6 - \frac{10}{3} = \frac{8}{3}$

$\therefore \overline{EH} = \overline{DE} - \overline{HD} = \frac{10}{3} - \frac{8}{3} = \frac{2}{3}$

따라서 △EFH에서

$\overline{EF} = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + 2^2} = \frac{2\sqrt{10}}{3}$

$\therefore \sin x + \cos x$

$= \frac{\overline{FH}}{\overline{EF}} + \frac{\overline{EH}}{\overline{EF}} = 2 \times \frac{3}{2\sqrt{10}} + \frac{2}{3} \times \frac{3}{2\sqrt{10}}$

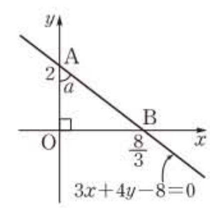
$= \frac{3\sqrt{10}}{10} + \frac{\sqrt{10}}{10} = \frac{2\sqrt{10}}{5}$ 답 ③

03 전략 주어진 직선을 좌표평면 위에 나타내고 직선과 x축, y축으로 둘러싸인 직각삼각형을 생각한다.

풀이 주어진 직선이 y축, x축과 만나는 점을 각각 A, B라 하면 $\quad A(0, 2)$, $B\left(\frac{8}{3}, 0\right)$

$x=0$을 $3x+4y-8=0$에 대입하면
$4y-8=0$
$\therefore y=2$
$y=0$을 $3x+4y-8=0$에 대입하면
$3x-8=0$
$\therefore x=\frac{8}{3}$

직선 $3x+4y-8=0$은 오른쪽 그림과 같으므로 △AOB에서



$\overline{OA} = 2$, $\overline{OB} = \frac{8}{3}$,

$\overline{AB} = \sqrt{2^2 + \left(\frac{8}{3}\right)^2} = \frac{10}{3}$

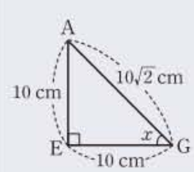
따라서 $\sin a = \frac{\overline{OB}}{\overline{AB}} = \frac{8}{3} \times \frac{3}{10} = \frac{4}{5}$,

$\cos a = \frac{\overline{OA}}{\overline{AB}} = 2 \times \frac{3}{10} = \frac{3}{5}$이므로

$5(\sin a + \cos a) = 5 \times \left(\frac{4}{5} + \frac{3}{5}\right) = 7$ 답 ③

04 전략 직각삼각형 AEG에서 삼각비의 값을 구한다.

풀이 △AEG는 $\angle AEG = 90°$인 직각삼각형이다.
이때 △EFG에서 $\quad \overline{EG} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10\,(\text{cm})$
△AEG에서 $\quad \overline{AG} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2}\,(\text{cm})$
따라서 △AEG에서



$\sin x = \frac{10}{10\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos x = \frac{10}{10\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$,

$\tan x = \frac{10}{10} = 1$

$\therefore \sin x \times \cos x - \tan x = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 1$

$= -\frac{1}{2}$ 답 ②

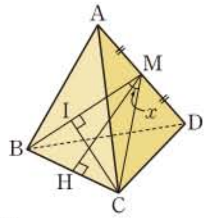
05 전략 두 점 M, C에서 각각 $\overline{BC}$와 $\overline{BM}$에 수선을 그어 직각삼각형을 만든 후 △MBC의 넓이를 이용한다.

풀이 정사면체의 한 모서리의 길이를 a라 하면
$\overline{AM} = \frac{a}{2}$이고 △ABM은 $\angle AMB = 90°$인 직각삼각형이므로

일품 BOX

$$\overline{BM}=\sqrt{a^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}a$$

또 △MBC는 $\overline{BM}=\overline{CM}$인 이등변삼각형이고 오른쪽 그림과 같이 점 M에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 △MBH에서



$$\overline{MH}=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}a\right)^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{2}}{2}a$$

$\overline{BH}=\frac{1}{2}\overline{BC}$

점 C에서 $\overline{BM}$에 내린 수선의 발을 I라 하면 △MBC에서

$$\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{MH}=\frac{1}{2}\times\overline{BM}\times\overline{CI}$$

$$\frac{1}{2}\times a\times\frac{\sqrt{2}}{2}a=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}a\times\overline{CI}$$

$$\therefore\ \overline{CI}=\frac{\sqrt{6}}{3}a$$

따라서 △MIC에서

$$\sin x=\frac{\overline{CI}}{\overline{CM}}=\frac{\sqrt{6}}{3}a\times\frac{2}{\sqrt{3}a}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

답 $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

06

전략 닮은 두 도형을 이용하여 한 예각의 크기가 $x+y$인 직각삼각형을 찾는다.

풀이 △ABC에서 $\overline{AB}=\sqrt{2^2+(4\sqrt{2})^2}=6$

△ADC에서 $\overline{AD}=\sqrt{2^2+(3\sqrt{2})^2}=\sqrt{22}$

$\overline{DC}=\frac{3}{4}\overline{BC}=3\sqrt{2}$

△AEC에서 $\overline{AE}=\sqrt{2^2+(2\sqrt{2})^2}=2\sqrt{3}$

$\overline{EC}=\frac{1}{2}\overline{BC}=2\sqrt{2}$

△AFC에서 $\overline{AF}=\sqrt{2^2+(\sqrt{2})^2}=\sqrt{6}$

$\overline{FC}=\frac{1}{4}\overline{BC}=\sqrt{2}$

이때 △AEF와 △BAF에서

$\overline{AE}:\overline{BA}=2\sqrt{3}:6=1:\sqrt{3}$,

$\overline{EF}:\overline{AF}=\sqrt{2}:\sqrt{6}=1:\sqrt{3}$,

$\overline{AF}:\overline{BF}=\sqrt{6}:3\sqrt{2}=1:\sqrt{3}$

이므로

△AEF∽△BAF (SSS 닮음)

$\therefore\ \angle EAF=\angle B=x$

△AEF에서

$\angle AFC=\angle EAF+\angle AEF=x+y$

따라서 △AFC에서

$$\cos(x+y)=\cos(\angle AFC)=\frac{\overline{FC}}{\overline{AF}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

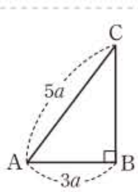
답 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

07

전략 주어진 삼각비의 값을 갖는 직각삼각형을 그린다.

풀이 $\cos A=\frac{3}{5}$이므로 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=3a$, $\overline{AC}=5a$로 놓으면

직각삼각형의 크기에 관계없이 각의 크기가 일정하면 삼각비의 값은 항상 일정하다.



$\overline{BC}=\sqrt{(5a)^2-(3a)^2}=4a$

$\therefore$ △ABC$=\frac{1}{2}\times3a\times4a=6a^2$

즉 $6a^2=150$이므로

$a^2=25$ $\quad\therefore\ a=5\ (\because\ a>0)$

따라서 △ABC의 세 변의 길이는 15, 20, 25이므로 둘레의 길이는 $15+20+25=60$

답 ②

08

전략 주어진 삼각비의 값을 이용하여 $\overline{AC}$의 길이를 구한 후 두 삼각형의 닮음을 이용한다.

풀이 △ABC에서 $\tan B=\frac{\overline{AC}}{4}=2$

$\therefore\ \overline{AC}=8$ ⋯ ❶

△ADE∽△ABC (AA 닮음)이므로

$\angle AED=\angle C=90^\circ$, $\angle A$는 공통이므로 △ADE∽△ABC (AA 닮음)

$\overline{DE}:\overline{BC}=\overline{AE}:\overline{AC}$

$2\sqrt{2}:4=\overline{AE}:8$ $\quad\therefore\ \overline{AE}=4\sqrt{2}$ ⋯ ❷

$\therefore\ \overline{EC}=\overline{AC}-\overline{AE}=8-4\sqrt{2}$ ⋯ ❸

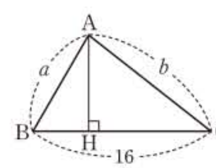
답 $8-4\sqrt{2}$

채점 기준	비율
❶ $\overline{AC}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %
❷ $\overline{AE}$의 길이를 구할 수 있다.	50 %
❸ $\overline{EC}$의 길이를 구할 수 있다.	20 %

09

전략 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 △ABC의 넓이를 이용하여 먼저 $\overline{AH}$의 길이를 구한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



△ABC$=\frac{1}{2}\times16\times\overline{AH}$

$=40\sqrt{3}$

$\therefore\ \overline{AH}=5\sqrt{3}$

$\sin B=\frac{5\sqrt{3}}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2}$에서 $\quad a=10$

△ABH에서 $\overline{BH}=\sqrt{10^2-(5\sqrt{3})^2}=5$이므로

$\overline{CH}=16-5=11$

또 △ACH에서 $\quad b=\sqrt{(5\sqrt{3})^2+11^2}=14$

$\therefore\ a+b=24$

답 24

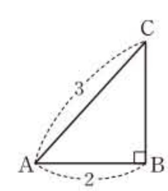
10

전략 주어진 이차방정식의 해를 구한 후 조건을 만족시키는 직각삼각형을 그린다.

풀이 $9x^2-12x+4=0$에서

$(3x-2)^2=0$ $\quad\therefore\ x=\frac{2}{3}$ ⋯ ❶

따라서 $\cos A=\frac{2}{3}$이므로 오른쪽 그림과 같이



$\angle B=90^\circ$, $\overline{AC}=3$, $\overline{AB}=2$

인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.

이때 $\overline{BC}=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$이므로

$$\sin A=\frac{\sqrt{5}}{3} \quad \cdots ❷$$

$$\therefore (\cos A-\sin A)^2=\left(\frac{2}{3}-\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^2$$

$$=1-\frac{4\sqrt{5}}{9} \quad \cdots ❸$$

답 $1-\frac{4\sqrt{5}}{9}$

채점 기준	비율
❶ 이차방정식의 해를 구할 수 있다.	20 %
❷ $\sin A$의 값을 구할 수 있다.	50 %
❸ $(\cos A-\sin A)^2$의 값을 구할 수 있다.	30 %

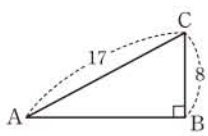
11 전략 주어진 삼각비의 값을 갖는 직각삼각형을 그린다.

풀이 $17\sin A-8=0$에서 $\quad \sin A=\frac{8}{17}$

따라서 오른쪽 그림과 같이

$\angle B=90°$, $\overline{AC}=17$,

$\overline{BC}=8$



인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.

이때 $\overline{AB}=\sqrt{17^2-8^2}=15$이므로

$$\cos A=\frac{15}{17},\ \tan A=\frac{8}{15}$$

$$\therefore \cos A-\sin A=\frac{15}{17}-\frac{8}{17}=\frac{7}{17},$$

$$\cos A\times\tan A+\sin A=\frac{15}{17}\times\frac{8}{15}+\frac{8}{17}=\frac{16}{17}$$

$$\therefore \frac{\cos A-\sin A}{\cos A\times\tan A+\sin A}=\frac{7}{17}\times\frac{17}{16}=\frac{7}{16}$$

답 ④

12 전략 $\sin A$와 $\cos A$의 값의 비를 이용하여 직각삼각형을 그린다.

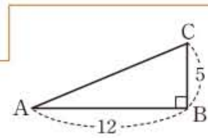
풀이 $12\sin A=5\cos A$에서

$\sin A : \cos A=5 : 12$이므로

오른쪽 그림과 같이

$\angle B=90°$, $\overline{AB}=12$,

$\overline{BC}=5$



인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.

이때 $\overline{AC}=\sqrt{12^2+5^2}=13$이므로

$$\cos(90°-A)=\cos C=\frac{5}{13}$$

답 ④

일품 BOX

△ABC에서 $\sin A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$, $\cos A=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$ 이므로 $\sin A : \cos A=\overline{BC} : \overline{AB}$

13 전략 평행선의 성질을 이용하여 닮음인 두 삼각형을 찾은 후 주어진 삼각비를 이용한다.

풀이 △ABD와 △DCB에서

$\angle A=\angle BDC=90°$,

$\angle BDA=\angle CBD$ (엇각)

이므로 $\quad$ △ABD∽△DCB (AA 닮음)

$\therefore \angle DBA=\angle C=x$

일품 BOX

평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 엇각의 크기는 같다.

따라서 △ABD에서

$$\tan x=\frac{15}{\overline{AB}}=\frac{5\sqrt{3}}{3} \qquad \therefore \overline{AB}=3\sqrt{3}$$

$$\therefore \overline{BD}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+15^2}=6\sqrt{7}$$

한편 $\overline{AB} : \overline{DC}=\overline{AD} : \overline{DB}$에서

$3\sqrt{3} : \overline{DC}=15 : 6\sqrt{7}$

$$\therefore \overline{DC}=\frac{3\sqrt{3}\times6\sqrt{7}}{15}=\frac{6\sqrt{21}}{5}$$

답 $\frac{6\sqrt{21}}{5}$

14 전략 닮은 두 삼각형에서 대응변의 길이의 비는 일정함을 이용하여 $\overline{AD}$의 길이를 구한다.

풀이 △ACD∽△ADE (AA 닮음)이므로

$4 : \overline{AD}=\overline{AD} : 5,\quad \overline{AD}^2=20$

$\therefore \overline{AD}=2\sqrt{5}$ ($\because \overline{AD}>0$)

$$\therefore \cos(\angle BAC)=\cos(\angle DAE)=\frac{2\sqrt{5}}{5}$$

일품 BOX

$\cos(\angle BAC)$
$=\cos(\angle CAD)$
$=\frac{4}{2\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$
와 같이 구할 수도 있다.

답 ⑤

15 전략 △ADC에서 직각삼각형의 닮음을 이용하여 $\overline{DE}$, $\overline{CD}$의 길이를 구한다.

풀이 △ADC에서

$\overline{DE}^2=\overline{CE}\times\overline{AE}=24$이므로

$\overline{DE}=2\sqrt{6}$ ($\because \overline{DE}>0$)

$\overline{CD}^2=\overline{CE}\times\overline{CA}=60$이므로

$\overline{CD}=2\sqrt{15}$ ($\because \overline{CD}>0$) $\quad \cdots ❶$

일품 BOX

△CDE에서
$\overline{CD}=\sqrt{\overline{CE}^2+\overline{DE}^2}$
$=\sqrt{6^2+(2\sqrt{6})^2}$
$=2\sqrt{15}$
와 같이 구할 수도 있다.

한편 △CAD∽△ABD (AA 닮음)이므로

$\angle ACD=\angle BAD=x$

△CDE에서

$$\sin x=\frac{2\sqrt{6}}{2\sqrt{15}}=\frac{\sqrt{10}}{5}$$

또 △CDE∽△DAE (AA 닮음)이므로

$\angle CDE=\angle DAE=y$

△CDE에서

$$\cos y=\frac{2\sqrt{6}}{2\sqrt{15}}=\frac{\sqrt{10}}{5} \quad \cdots ❷$$

$$\therefore \sin x+\cos y=\frac{2\sqrt{10}}{5} \quad \cdots ❸$$

답 $\frac{2\sqrt{10}}{5}$

채점 기준	비율
❶ $\overline{DE}$, $\overline{CD}$의 길이를 구할 수 있다.	40 %
❷ $\sin x$, $\cos y$의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $\sin x+\cos y$의 값을 구할 수 있다.	20 %

16 전략 닮은 두 직각삼각형에서 대응각에 대한 삼각비의 값은 일정함을 이용하여 $\overline{AO}$, $\overline{BO}$의 길이를 구한다.

풀이 $\triangle AOB$와 $\triangle OHB$에서

$\angle ABO$는 공통, $\angle AOB = \angle OHB = 90^\circ$

이므로 $\triangle AOB \backsim \triangle OHB$ (AA 닮음)

$\therefore \angle BAO = \angle BOH$

즉 $\tan(\angle BAO) = \tan(\angle BOH) = \dfrac{3}{4}$이므로

$\overline{AO} = 4k$, $\overline{BO} = 3k$ $(k>0)$

라 하면 $\overline{AB} = \sqrt{(4k)^2 + (3k)^2} = 5k$

$\overline{AO} \times \overline{BO} = \overline{AB} \times \overline{OH}$이므로

$4k \times 3k = 5k \times 6 \qquad \therefore k = \dfrac{5}{2}$

$\overline{AO} = 4k = 4 \times \dfrac{5}{2} = 10$, $\overline{BO} = 3k = 3 \times \dfrac{5}{2} = \dfrac{15}{2}$이므로

$A(-10,\ 0)$, $B\left(0,\ \dfrac{15}{2}\right)$

직선 $y = ax + b$가 점 $B\left(0,\ \dfrac{15}{2}\right)$를 지나므로

$b = \dfrac{15}{2}$

직선 $y = ax + \dfrac{15}{2}$가 점 $A(-10,\ 0)$을 지나므로

$-10a + \dfrac{15}{2} = 0 \qquad \therefore a = \dfrac{3}{4}$

$\therefore a + b = \dfrac{33}{4}$

답 ④

다른풀이 $\triangle AOB \backsim \triangle OHB$ (AA 닮음)이므로

$\tan(\angle BAO) = \dfrac{3}{4}$

$y = ax + b$에서 $a = \tan(\angle BAO) = \dfrac{3}{4}$

> 직선 $y = mx + n$이 x축의 양의 방향과 이루는 예각의 크기를 a라 할 때,
> $m = \tan a$

$\triangle OHB$에서

$\tan(\angle BOH) = \dfrac{\overline{BH}}{6} = \dfrac{3}{4} \qquad \therefore \overline{BH} = \dfrac{9}{2}$

$\therefore \overline{OB} = \sqrt{6^2 + \left(\dfrac{9}{2}\right)^2} = \dfrac{15}{2}$

직선 $y = \dfrac{3}{4}x + b$가 점 $\left(0,\ \dfrac{15}{2}\right)$를 지나므로

$b = \dfrac{15}{2} \qquad \therefore a + b = \dfrac{33}{4}$

17 전략 삼각형의 닮음을 이용하여 x, y와 크기가 같은 각을 찾는다.

풀이 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$

$\triangle ABC \backsim \triangle EBD$ (AA 닮음)이므로

> $\angle A = \angle BED = 90^\circ$, $\angle B$는 공통이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle EBD$ (AA 닮음)

$\angle C = \angle BDE = x$

$\therefore \cos x = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \dfrac{8}{10} = \dfrac{4}{5}$ ⋯ ❶

$\triangle ABC \backsim \triangle GFC$ (AA 닮음)이므로

> $\angle A = \angle FGC = 90^\circ$, $\angle C$는 공통이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle GFC$ (AA 닮음)

$\angle B = \angle GFC = y$

$\therefore \cos y = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \dfrac{6}{10} = \dfrac{3}{5}$ ⋯ ❷

$\therefore \cos x + \cos y = \dfrac{4}{5} + \dfrac{3}{5} = \dfrac{7}{5}$ ⋯ ❸

답 $\dfrac{7}{5}$

채점 기준	비율
❶ $\cos x$의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ $\cos y$의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $\cos x + \cos y$의 값을 구할 수 있다.	20 %

> | A / 삼각비 | 30° | 45° | 60° |
> |---|---|---|---|
> | $\sin A$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ |
> | $\cos A$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ |
> | $\tan A$ | $\frac{\sqrt{3}}{3}$ | 1 | $\sqrt{3}$ |

18 전략 30°, 45°, 60°의 삼각비의 값을 이용한다.

풀이 ① $\sin 60^\circ + \cos 60^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{1}{2} = \dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$,

$\sin 60^\circ - \cos 60^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{1}{2} = \dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$

$\therefore \dfrac{1}{\sin 60^\circ + \cos 60^\circ} - \dfrac{1}{\sin 60^\circ - \cos 60^\circ}$

$= \dfrac{2}{\sqrt{3}+1} - \dfrac{2}{\sqrt{3}-1}$

$= \dfrac{2(\sqrt{3}-1) - 2(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} = -2$

② $2\sin 30^\circ - \sqrt{2}\sin 45^\circ + \tan 30^\circ$

$= 2 \times \dfrac{1}{2} - \sqrt{2} \times \dfrac{\sqrt{2}}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$= 1 - 1 + \dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

③ $\sin 45^\circ \times (\cos 30^\circ - \tan 30^\circ)$

$= \dfrac{\sqrt{2}}{2} \times \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{\sqrt{3}}{3}\right) = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \times \dfrac{\sqrt{3}}{6} = \dfrac{\sqrt{6}}{12}$

④ $\sqrt{3}\sin 60^\circ - \dfrac{\sqrt{2}\cos 45^\circ \times \tan 45^\circ}{\sqrt{3}\tan 60^\circ}$

$= \sqrt{3} \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{\sqrt{2} \times \dfrac{\sqrt{2}}{2} \times 1}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \dfrac{3}{2} - \dfrac{1}{3} = \dfrac{7}{6}$

⑤ (좌변) $= \tan 45^\circ \div \sin 45^\circ$

$= 1 \div \dfrac{\sqrt{2}}{2} = 1 \times \dfrac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

(우변) $= \cos 45^\circ = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

답 ①, ③

19 전략 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°임을 이용하여 A의 크기를 구한다.

풀이 삼각형의 세 내각의 크기를 a, $2a$, $3a$ $(a>0^\circ)$라 하면 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$a + 2a + 3a = 180^\circ$

$6a = 180^\circ \qquad \therefore a = 30^\circ$

> $a = 30^\circ$이므로 삼각형의 세 내각의 크기는 30°, 60°, 90°이다.

따라서 $A = 30^\circ$이므로

$\sin A \times \cos A \times \tan A$

$= \sin 30^\circ \times \cos 30^\circ \times \tan 30^\circ$

$= \dfrac{1}{2} \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times \dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{1}{4}$

답 $\dfrac{1}{4}$

20 전략 주어진 이차방정식의 해를 구하여 A의 크기를 구한다.

풀이 $x^2+4x-5=0$에서 $(x+5)(x-1)=0$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=1$ ···· ❶

$0° \le A \le 45°$에서 $0 \le \tan A \le 1$이므로

$\tan A=1$

$\therefore A=45°$ ···· ❷

$\therefore \sin^2 A-\sqrt{2}\cos A+3$

$=\sin^2 45°-\sqrt{2}\cos 45°+3$

$=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2-\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}+3=\frac{5}{2}$ ···· ❸

답 $\frac{5}{2}$

채점 기준	비율
❶ 이차방정식의 해를 구할 수 있다.	30 %
❷ A의 크기를 구할 수 있다.	30 %
❸ $\sin^2 A-\sqrt{2}\cos A+3$의 값을 구할 수 있다.	40 %

21 전략 $30°$, $45°$의 삼각비의 값을 이용하여 $\overline{BC}$, $\overline{DC}$의 길이를 구한다.

풀이 $\triangle ABC$에서 $\tan 30°=\frac{6}{\overline{BC}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore \overline{BC}=6\sqrt{3}$

$\triangle ABD$에서

$\angle ADC=30°+15°=45°$

$\triangle ADC$에서 $\tan 45°=\frac{6}{\overline{DC}}=1$

$\therefore \overline{DC}=6$

$\therefore \overline{BD}=\overline{BC}-\overline{DC}=6\sqrt{3}-6=6(\sqrt{3}-1)$

답 ①

22 전략 $\sin 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$임을 이용하여 x의 크기를 구한다.

풀이 $10°<x<45°$에서 $20°<2x<90°$

$\therefore 5°<2x-15°<75°$

$\sin 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}$이므로 $\sin(2x-15°)=\frac{\sqrt{2}}{2}$에서

$2x-15°=45°$, $2x=60°$

$\therefore x=30°$

$\triangle OAB$에서 $\cos 30°=\frac{\overline{OB}}{8}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \overline{OB}=4\sqrt{3}$

$\triangle OBC$에서 $\cos 30°=\frac{\overline{OC}}{4\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \overline{OC}=6$

$\triangle OCD$에서 $\sin 30°=\frac{\overline{CD}}{6}=\frac{1}{2}$

$\therefore \overline{CD}=3$

답 ②

일품 BOX

한 예각의 크기가 $30°$ 또는 $45°$ 또는 $60°$인 직각삼각형을 찾아 삼각비의 값을 이용하여 변의 길이를 구한다.

삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

□FEDB에서
$\angle BFE=\angle FED$
$=\angle D$
$=90°$
이므로
$\angle DBF=90°$

23 전략 점 C에서 $\overline{AB}$에 수선을 그어 두 직각삼각형을 만든 후 삼각비의 값을 이용한다.

풀이 $2\angle AOC=3\angle COB$에서

$\angle AOC : \angle COB=3:2$

이므로

$\angle AOC=150°\times\frac{3}{5}=90°$

$\triangle OAC$는 $\overline{OA}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

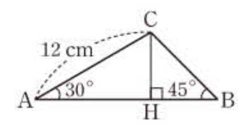
$\angle OAC=\frac{1}{2}\times(180°-90°)=45°$

$\triangle OAB$는 $\overline{OA}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OAB=\frac{1}{2}\times(180°-150°)=15°$

$\therefore \angle CAB=45°-15°=30°$ ···· ❶

오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle CAH$에서



$\cos 30°=\frac{\overline{AH}}{12}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \overline{AH}=6\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\sin 30°=\frac{\overline{CH}}{12}=\frac{1}{2}$ $\therefore \overline{CH}=6\,(\text{cm})$

$\triangle CHB$에서 $\tan 45°=\frac{6}{\overline{BH}}=1$

$\therefore \overline{BH}=6\,(\text{cm})$ ···· ❷

$\therefore \overline{AB}=\overline{AH}+\overline{BH}=6\sqrt{3}+6$

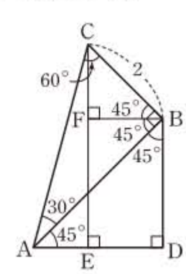
$=6(\sqrt{3}+1)\,(\text{cm})$ ···· ❸

답 $6(\sqrt{3}+1)$ cm

채점 기준	비율
❶ $\angle CAB$의 크기를 구할 수 있다.	30 %
❷ $\overline{AH}$, $\overline{BH}$의 길이를 구할 수 있다.	60 %
❸ $\overline{AB}$의 길이를 구할 수 있다.	10 %

24 전략 한 예각의 크기가 $75°$인 직각삼각형을 찾는다.

풀이 $\triangle ABC$에서



$\angle CAB=180°-(90°+60°)$

$=30°$

이므로

$\tan 30°=\frac{2}{\overline{AB}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore \overline{AB}=2\sqrt{3}$

$\triangle ADB$에서 $\overline{AD}=\overline{BD}$이므로

$\angle BAD=\angle ABD=\frac{1}{2}\times(180°-90°)=45°$

$\sin 45°=\frac{\overline{BD}}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$이므로 $\overline{BD}=\sqrt{6}$

$\therefore \overline{AD}=\overline{BD}=\sqrt{6}$

$\angle DBF=90°$이므로 $\angle ABF=90°-45°=45°$

$\therefore \angle FBC = 90° - 45° = 45°$

$\triangle CFB$에서 $\sin 45° = \dfrac{\overline{CF}}{2} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$이므로

$\overline{CF} = \sqrt{2}$ $\quad \therefore \overline{BF} = \overline{CF} = \sqrt{2}$

한편 $\square FEDB$는 직사각형이므로

$\overline{ED} = \overline{BF} = \sqrt{2}$, $\overline{FE} = \overline{BD} = \sqrt{6}$

$\therefore \overline{CE} = \overline{CF} + \overline{FE} = \sqrt{2} + \sqrt{6}$,

$\overline{AE} = \overline{AD} - \overline{ED} = \sqrt{6} - \sqrt{2}$

$\triangle CAE$에서 $\angle CAE = 30° + 45° = 75°$이므로

$\tan 75° = \dfrac{\overline{CE}}{\overline{AE}} = \dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} = 2 + \sqrt{3}$ 답 ②

> $\triangle CFB$는 $\angle CFB = 90°$, $\overline{FC} = \overline{FB}$인 직각이등변 삼각형이다.

25 전략 x와 크기가 같은 각을 찾아 $\sin x$의 값과 길이가 같은 선분을 찾는다.

풀이 $\triangle EOF$에서 $\quad \tan x = \dfrac{\overline{OF}}{\overline{EF}} = \overline{OF}$

$\overline{AB} /\!/ \overline{EF}$에서 $\angle OAB = \angle OEF = x$ (동위각)이므로

> 평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 동위각의 크기는 같다.

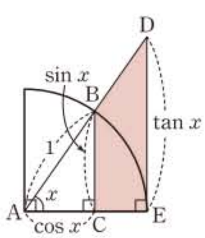
$\triangle AOB$에서

$\sin x = \sin(\angle OAB) = \dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \overline{OB}$

$\therefore \tan x - \sin x = \overline{OF} - \overline{OB} = \overline{BF}$ 답 ④

26 전략 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$, $\overline{DE}$의 길이를 각각 x의 삼각비로 나타낸다.

풀이 $\triangle ACB$에서



$\sin x = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \overline{BC}$,

$\cos x = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \overline{AC}$

$\triangle AED$에서

$\tan x = \dfrac{\overline{DE}}{\overline{AE}} = \overline{DE}$

$\therefore \square BCED$

$= \triangle AED - \triangle ACB$

$= \dfrac{1}{2} \times \overline{AE} \times \overline{DE} - \dfrac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BC}$

$= \dfrac{1}{2} \times 1 \times \tan x - \dfrac{1}{2} \times \cos x \times \sin x$

$= \dfrac{\tan x - \sin x \cos x}{2}$ 답 ③

> $\square BCED$의 넓이를 사다리꼴의 넓이를 구하는 공식을 이용하여 다음과 같이 구할 수도 있다.
> $\dfrac{1}{2}(\sin x + \tan x) \times (1 - \cos x)$

27 전략 $45° < A < 90°$ ◎ $\sin A > \cos A$

풀이 $45° < A < 90°$일 때, $\sin A > 0$, $\cos A > 0$, $\sin A > \cos A$이므로

> $45° < A < 90°$일 때,
> $\sin A > \sin 45° = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$,
> $\cos A < \cos 45° = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$
> 이므로
> $\sin A > \cos A$

$\sin A + \cos A > 0$, $\cos A - \sin A < 0$

$\therefore |\sin A + \cos A| - \sqrt{(\cos A - \sin A)^2}$

$= (\sin A + \cos A) - \{-(\cos A - \sin A)\}$

$= \sin A + \cos A + \cos A - \sin A$

$= 2 \cos A$ 답 ⑤

> $\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a & (a \ge 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$

만점 비법

① $0° \le x < 45°$일 때, $\quad \sin x < \cos x$
② $45° < x \le 90°$일 때, $\quad \sin x > \cos x$

28 전략 $\sin 45° = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$임을 이용하여 $\overline{AC}$의 길이를 구한다.

풀이 $\triangle ABC$에서

$\sin 45° = \dfrac{\overline{AC}}{10\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad \therefore \overline{AC} = 10$ ··· ❶

$\angle BAC = 90° - 45° = 45°$이므로

$\angle DAC = 45° - 20° = 25°$ ··· ❷

따라서 $\triangle ADC$에서

$\tan 25° = \dfrac{\overline{CD}}{10} = 0.4663$

$\therefore \overline{CD} = 4.663$ ··· ❸

답 4.663

채점 기준	비율
❶ $\overline{AC}$의 길이를 구할 수 있다.	40 %
❷ $\angle DAC$의 크기를 구할 수 있다.	20 %
❸ $\overline{CD}$의 길이를 구할 수 있다.	40 %

29 전략 삼각비의 값 ◎ 삼각비의 표에서 각도의 가로줄과 삼각비의 세로줄이 만나는 곳에 있는 수

풀이 $\dfrac{0.2123 + \tan x}{0.5877 - \tan x} = 7$에서

$0.2123 + \tan x = 4.1139 - 7 \tan x$

$8 \tan x = 3.9016$

$\therefore \tan x = 0.4877$

주어진 삼각비의 표에서 $\tan 26° = 0.4877$이므로

$x = 26°$

$\therefore \cos(x + 34°) + \sin(x + 42°)$

$= \cos 60° + \sin 68°$

$= 0.5 + 0.9272 = 1.4272$ 답 1.4272

30 전략 $\angle OAC$의 삼각비의 값을 이용한다.

풀이 (1) $\triangle AOC$에서

$\sin(\angle OAC) = \dfrac{\overline{OC}}{\overline{OA}} = 0.6820$

주어진 삼각비의 표에서 $\sin 43° = 0.6820$이므로

$\angle OAC = 43°$

$\therefore x = 90° - 43° = 47°$

(2) $\triangle DOB$에서 $\tan 47° = \dfrac{\overline{DB}}{\overline{OB}} = 1.0724$이므로

$\overline{DB} = 1.0724$

또 $\triangle AOC$에서 $\cos 43° = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{OA}} = 0.7314$이므로

$\overline{AC} = 0.7314$

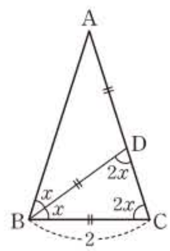
$\therefore \overline{AC}+\overline{DB}=0.7314+1.0724$
$=1.8038$

답 (1) $47°$ (2) 1.8038

최상위로 가는 최고 수준 문제

본책 17쪽

01 전략 먼저 이등변삼각형의 성질을 이용하여 $\angle A$의 크기를 구한다.



풀이 $\angle ABD=\angle DBC=x$라 하면 $\triangle ABC$와 $\triangle BCD$는 이등변삼각형이므로

$\angle ACB=\angle BDC=2x$

$\triangle BCD$에서

$5x=180°$

$\therefore x=36°$

삼각형의 세 내각의 크기의 합은 $180°$이다.

$\triangle ABC$에서

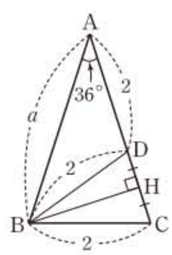
$\angle A=180°-4\times 36°=36°$

따라서 $\triangle ABD$는 $\overline{AD}=\overline{BD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle A=\angle ABD=36°$이므로 $\overline{AD}=\overline{BD}$

$\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{BC}=2$

오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 H, $\overline{AB}=a$라 하면



$\triangle ABC \backsim \triangle BCD$ (AA 닮음)

이므로

$\angle A=\angle CBD$, $\angle ABC=\angle C$이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle BCD$ (AA 닮음)

$\overline{AB} : \overline{BC}=\overline{BC} : \overline{CD}$

$a : 2=2 : (a-2)$

$a(a-2)=4, \quad a^2-2a-4=0$

$\therefore a=1+\sqrt{5}$ ($\because a>0$)

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 해는 $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$\therefore \overline{AH}=\overline{AD}+\dfrac{1}{2}\overline{CD}$

$=2+\dfrac{(1+\sqrt{5})-2}{2}$

$=\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}$

따라서 $\triangle ABH$에서

$\cos 36°=\dfrac{\overline{AH}}{\overline{AB}}$

$=\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}\times\dfrac{1}{1+\sqrt{5}}$

$=\dfrac{1+\sqrt{5}}{4}$

답 $\dfrac{1+\sqrt{5}}{4}$

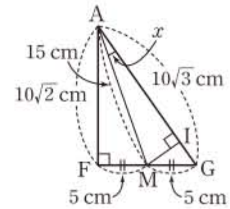
02 전략 세 점 A, F, G를 지나는 삼각형을 그린 후 $\triangle AMG$의 넓이를 이용한다.

풀이 $\triangle AEF$에서 $\overline{AF}=\sqrt{10^2+10^2}=10\sqrt{2}$ (cm)

$\overline{FM}=\overline{MG}=5$ (cm)이므로 $\triangle AFM$에서

$\overline{AM}=\sqrt{(10\sqrt{2})^2+5^2}=15$ (cm) ⋯ ❶

오른쪽 그림과 같이 점 M에서 $\overline{AG}$에 내린 수선의 발을 I라 하자.



$\triangle AFG$에서

$\overline{AG}=\sqrt{(10\sqrt{2})^2+10^2}$

$=10\sqrt{3}$ (cm)

이므로 $\triangle AMG$에서

$\dfrac{1}{2}\times 10\sqrt{3}\times\overline{MI}=\dfrac{1}{2}\times 5\times 10\sqrt{2}$

$\therefore \overline{MI}=\dfrac{5\sqrt{6}}{3}$ (cm) ⋯ ❷

$\triangle AMI$에서

$\overline{AI}=\sqrt{15^2-\left(\dfrac{5\sqrt{6}}{3}\right)^2}=\dfrac{25\sqrt{3}}{3}$ (cm) ⋯ ❸

$\therefore \cos x=\dfrac{\overline{AI}}{\overline{AM}}=\dfrac{25\sqrt{3}}{3}\times\dfrac{1}{15}$

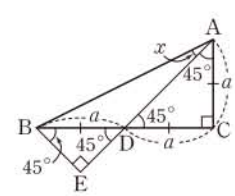
$=\dfrac{5\sqrt{3}}{9}$ ⋯ ❹

답 $\dfrac{5\sqrt{3}}{9}$

채점 기준	비율
❶ $\overline{AM}$의 길이를 구할 수 있다.	20 %
❷ $\overline{MI}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %
❸ $\overline{AI}$의 길이를 구할 수 있다.	20 %
❹ $\cos x$의 값을 구할 수 있다.	30 %

03 전략 점 B에서 $\overline{AD}$의 연장선에 수선을 그어 $\angle BAD$를 한 예각으로 하는 직각삼각형을 생각한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{AD}$의 연장선에 내린 수선의 발을 E라 하고, $\overline{AC}=\overline{BD}=\overline{DC}=a$라 하자.



$\triangle ADC$는 $\overline{AC}=\overline{DC}$인 직각이등변삼각형이므로 $\angle CAD=\angle CDA=45°$이고 $\angle BDE=\angle CDA$ (맞꼭지각)이므로 $\triangle BED$도 직각이등변삼각형이다.

$\triangle ADC$에서

$\cos 45°=\dfrac{a}{\overline{AD}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2} \qquad \therefore \overline{AD}=\sqrt{2}a$

$\triangle BED$에서

$\cos 45°=\dfrac{\overline{DE}}{a}=\dfrac{\sqrt{2}}{2} \qquad \therefore \overline{DE}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}a$

따라서 $\overline{AE}=\overline{AD}+\overline{DE}=\sqrt{2}a+\frac{\sqrt{2}}{2}a=\frac{3\sqrt{2}}{2}a$이므로

△ABE에서

$$\tan x=\frac{\overline{BE}}{\overline{AE}}$$

$$=\frac{\sqrt{2}}{2}a\times\frac{2}{3\sqrt{2}a}=\frac{1}{3}$$ 답 ①

$\overline{BE}=\overline{DE}=\frac{\sqrt{2}}{2}a$

04 전략 60°의 삼각비의 값을 이용하여 $\overline{IE}$, $\overline{AI}$의 길이를 원의 반지름에 대한 식으로 나타낸다.

풀이 원 O의 반지름의 길이를 r라 하면 △AOI에서

$$\cos 60°=\frac{\overline{OI}}{r}=\frac{1}{2}$$

$$\therefore \overline{OI}=\frac{1}{2}r$$

$$\therefore \overline{IE}=\overline{OE}-\overline{OI}=r-\frac{1}{2}r=\frac{1}{2}r$$

$\sin 60°=\frac{\overline{AI}}{r}=\frac{\sqrt{3}}{2}$에서

$$\overline{AI}=\frac{\sqrt{3}}{2}r$$

또 $\widehat{AE}=2\pi r\times\frac{60}{360}=\frac{1}{3}\pi r$이므로

$\overline{IE}+\overline{AI}+\widehat{AE}$

$$\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{3}\pi\right)r=6+6\sqrt{3}+4\pi$$

$\therefore r=12$ ···· ❶

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$4\times\{(\text{부채꼴 AOE의 넓이})-\triangle AOI\}$$

$$=4\times\left(\pi\times12^2\times\frac{60}{360}-\frac{1}{2}\times6\times6\sqrt{3}\right)$$

$=96\pi-72\sqrt{3}$ ···· ❷

답 $96\pi-72\sqrt{3}$

반지름의 길이가 r, 중심각의 크기가 $x°$인 부채꼴의 넓이 S는 $S=\pi r^2\times\frac{x}{360}$

채점 기준	비율
❶ 원의 반지름의 길이를 구할 수 있다.	60 %
❷ 색칠한 부분의 넓이를 구할 수 있다.	40 %

05 전략 원의 접선은 그 접점을 지나는 반지름에 수직임을 이용한다.

풀이 (ㄱ) △OAB에서 ∠OAB=90°이므로

$$\tan a=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\overline{AB}$$

(ㄴ) $\overline{AB}\perp\overline{OC}$, $\overline{OB}\perp\overline{BC}$이므로 △OBC에서

$$\overline{AB}^2=\overline{OA}\times\overline{AC}=\overline{AC}$$

$$\therefore \overline{AC}=\overline{AB}^2=\tan^2 a$$

(ㄷ) △OAB에서 $\cos a=\frac{\overline{OA}}{\overline{OB}}=\frac{1}{\overline{OB}}$

$$\therefore \overline{OB}=\frac{1}{\cos a}$$

이상에서 (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ) 모두 옳다. 답 ⑤

2 삼각비의 활용

개념 & 핵심 기출

본책 18~20쪽

01 △ABH에서

$\overline{AH}=10\sin 34°=10\times0.56=5.6$

△AHC에서 $\overline{AC}=\frac{5.6}{\sin 53°}=\frac{5.6}{0.8}=7$ 답 7

02 △CFG에서

$\overline{FG}=12\cos 30°=12\times\frac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}\ (\text{cm})$,

$\overline{CG}=12\sin 30°=12\times\frac{1}{2}=6\ (\text{cm})$

(직육면체의 부피) =(가로의 길이) ×(세로의 길이) ×(높이)

따라서 직육면체의 부피는

$6\sqrt{3}\times10\times6=360\sqrt{3}\ (\text{cm}^3)$ 답 $360\sqrt{3}\ \text{cm}^3$

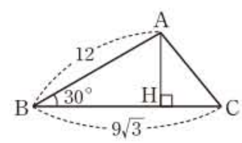
03 진영이의 눈높이에서 국기 게양대 꼭대기까지의 높이는

$45\sin 40°=45\times0.64=28.8\ (\text{m})$

따라서 국기 게양대의 높이는

$1.65+28.8=30.45\ (\text{m})$ 답 30.45 m

04 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 △ABH에서



한 꼭짓점에서 그 대변에 수선을 그어 만든 직각삼각형을 이용한다.

$\overline{AH}=12\sin 30°$

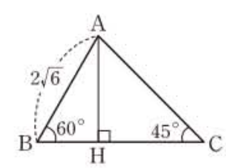
$=12\times\frac{1}{2}=6$,

$\overline{BH}=12\cos 30°=12\times\frac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}$

$\overline{CH}=9\sqrt{3}-6\sqrt{3}=3\sqrt{3}$이므로 △AHC에서

$\overline{AC}=\sqrt{6^2+(3\sqrt{3})^2}=3\sqrt{7}$ 답 $3\sqrt{7}$

05 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 △ABH에서



$\overline{AH}=2\sqrt{6}\sin 60°$

$=2\sqrt{6}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{2}$

△AHC에서

$\overline{AC}=\frac{3\sqrt{2}}{\sin 45°}=3\sqrt{2}\times\frac{2}{\sqrt{2}}=6$ 답 ③

∠C =180°−(60°+75°) =45°

06 ∠BAH=45°, ∠CAH=60°이므로 $\overline{AH}=h$라 하면

$\overline{BH}=h\tan 45°=h$,

$\overline{CH}=h\tan 60°=\sqrt{3}h$

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$

$h+\sqrt{3}h=8$이므로 $(1+\sqrt{3})h=8$

$\therefore h=\dfrac{8}{1+\sqrt{3}}=\dfrac{8(1-\sqrt{3})}{(1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})}$

$=4(\sqrt{3}-1)$　　답 $4(\sqrt{3}-1)$

07 $\angle BAH=60°$, $\angle CAH=30°$이므로

$\overline{BH}=6\tan 60°=6\times\sqrt{3}=6\sqrt{3}$,

$\overline{CH}=6\tan 30°=6\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}$

$\therefore \overline{BC}=6\sqrt{3}-2\sqrt{3}=4\sqrt{3}$　　답 $4\sqrt{3}$

일품 BOX

$\triangle ABH$에서 $\angle BAH=90°-30°=60°$

$\triangle ACH$에서 $\angle CAH=120°-90°=30°$

08 $\angle ACD=45°$, $\angle BCD=30°$이므로 $\overline{CD}=h$ m라 하면

$\overline{AD}=h\tan 45°=h$ (m),

$\overline{BD}=h\tan 30°=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h$ (m)

$h-\dfrac{\sqrt{3}}{3}h=150$이므로　$\dfrac{3-\sqrt{3}}{3}h=150$

$\therefore h=150\times\dfrac{3}{3-\sqrt{3}}=150\times\dfrac{3(3+\sqrt{3})}{(3-\sqrt{3})(3+\sqrt{3})}$

$=75(3+\sqrt{3})$

따라서 건물의 높이는 $75(3+\sqrt{3})$ m이다.

답 $75(3+\sqrt{3})$ m

09 $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times5\times6\times\sin 30°$

$=\dfrac{1}{2}\times5\times6\times\dfrac{1}{2}$

$=\dfrac{15}{2}$ (cm^2)　　답 $\dfrac{15}{2}$ cm^2

10 $\dfrac{1}{2}\times8\times12\times\sin(180°-C)=24\sqrt{2}$이므로

$\sin(180°-C)=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

따라서 $180°-C=45°$이므로

$\angle C=135°$　　답 $135°$

11 $\overline{BC}=12$이므로 $\triangle ABC$에서

$\overline{AB}=12\sin 30°=12\times\dfrac{1}{2}=6$

$\angle ABD=60°+90°=150°$이므로

$\triangle ABD=\dfrac{1}{2}\times6\times12\times\sin(180°-150°)$

$=\dfrac{1}{2}\times6\times12\times\dfrac{1}{2}=18$　　답 ②

$\angle ABC=90°-30°=60°$

12 $\square ABCD=\triangle ABC+\triangle ACD$

$=\dfrac{1}{2}\times6\times8\times\sin 60°+\dfrac{1}{2}\times6\times2\times\sin(180°-120°)$

$=\dfrac{1}{2}\times6\times8\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{2}\times6\times2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=12\sqrt{3}+3\sqrt{3}=15\sqrt{3}$　　답 $15\sqrt{3}$

참고 보조선을 그을 때 넓이를 구할 수 있는 삼각형, 즉 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기를 알 수 있는 삼각형이 만들어지도록 긋는다.

13 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\dfrac{16}{\tan 45°}=16\times1=16$이므로

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times16\times16=128$

또 $\overline{AC}=\dfrac{16}{\sin 45°}=16\times\dfrac{2}{\sqrt{2}}=16\sqrt{2}$이므로

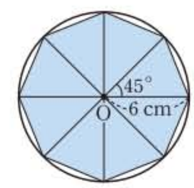
$\triangle ACD=\dfrac{1}{2}\times16\sqrt{2}\times4\sqrt{6}\times\sin(180°-120°)$

$=\dfrac{1}{2}\times16\sqrt{2}\times4\sqrt{6}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=96$

$\therefore \square ABCD=\triangle ABC+\triangle ACD$

$=128+96=224$　　답 ④

14 오른쪽 그림과 같이 정팔각형은 8개의 합동인 이등변삼각형으로 나뉜다.



따라서 정팔각형의 넓이는

$8\times\left(\dfrac{1}{2}\times6\times6\times\sin 45°\right)$

$=8\times\left(\dfrac{1}{2}\times6\times6\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)=72\sqrt{2}$ (cm^2)　　답 ⑤

$\dfrac{360°}{8}=45°$

15 $\square ABCD=5\times5\sqrt{3}\times\sin(180°-150°)$

$=5\times5\sqrt{3}\times\dfrac{1}{2}$

$=\dfrac{25\sqrt{3}}{2}$　　답 $\dfrac{25\sqrt{3}}{2}$

16 $\square ABCD=\dfrac{1}{2}\times20\times12\sqrt{2}\times\sin 60°$

$=\dfrac{1}{2}\times20\times12\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=60\sqrt{6}$　　답 $60\sqrt{6}$

등변사다리꼴의 성질
① 평행하지 않은 두 대변의 길이가 같다.
② 두 대각선의 길이가 같다.

17 등변사다리꼴의 두 대각선의 길이는 서로 같으므로 $\overline{BD}=x$ cm라 하면

$\dfrac{1}{2}\times x\times x\times\sin(180°-120°)=32\sqrt{3}$

$\dfrac{1}{2}\times x^2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=32\sqrt{3}$

$x^2=128$　　$\therefore x=8\sqrt{2}$ ($\because x>0$)

따라서 $\overline{BD}$의 길이는 $8\sqrt{2}$ cm이다.　　답 ③

만점 도전을 위한 고난도 문제

본책 21~24쪽

01 전략 $\triangle ABD$에서 $\overline{AD}$의 길이를 구한 후 삼각비를 이용하여 $\overline{AC}$, $\overline{DC}$의 길이를 구한다.

풀이 $\triangle ABD$에서　$\angle BAD=30°-15°=15°$

즉 $\triangle ABD$는 이등변삼각형이므로 $\overline{AD}=\overline{BD}=4$

> 일품 BOX: $\angle B=\angle BAD=15^\circ$

$\triangle ADC$에서

$$\overline{AC}=4\sin 30^\circ=4\times\frac{1}{2}=2,$$

$$\overline{DC}=4\cos 30^\circ=4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$$

$$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times(4+2\sqrt{3})\times 2=4+2\sqrt{3}$$

> $\overline{BC}=\overline{BD}+\overline{DC}$

답 ②

02

전략 직각삼각형을 찾아 삼각비를 이용하여 변의 길이를 구한다.

풀이 $\triangle ABC$에서

$$\overline{AC}=\frac{4}{\cos 45^\circ}=4\times\frac{2}{\sqrt{2}}=4\sqrt{2}\ (\text{cm})$$

> $\square ABCD$는 정사각형이므로 $\angle CAB=45^\circ$

이므로

$$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{2}=2\sqrt{2}\ (\text{cm}) \quad \cdots ❶$$

$\triangle OAH$에서

$$\overline{OA}=\frac{2\sqrt{2}}{\cos 60^\circ}=2\sqrt{2}\times 2=4\sqrt{2}\ (\text{cm}),$$

$$\overline{OH}=2\sqrt{2}\tan 60^\circ=2\sqrt{2}\times\sqrt{3}=2\sqrt{6}\ (\text{cm}) \quad \cdots ❷$$

따라서 $\triangle OAH$의 둘레의 길이는

$$4\sqrt{2}+2\sqrt{2}+2\sqrt{6}=6\sqrt{2}+2\sqrt{6}\ (\text{cm}) \quad \cdots ❸$$

답 $(6\sqrt{2}+2\sqrt{6})$ cm

채점 기준	비율
❶ $\overline{AH}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %
❷ $\overline{OA}$, $\overline{OH}$의 길이를 구할 수 있다.	50 %
❸ $\triangle OAH$의 둘레의 길이를 구할 수 있다.	20 %

03

전략 두 직각삼각형 OBC, AOC에서 삼각비를 이용하여 삼각뿔의 부피를 구하는데 필요한 변의 길이를 구한다.

풀이 $\triangle OBC$에서

$$\overline{OB}=4\sin 60^\circ=4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3},$$

$$\overline{OC}=4\cos 60^\circ=4\times\frac{1}{2}=2$$

$\triangle AOC$에서 $\overline{AO}=2\tan 45^\circ=2\times 1=2$

따라서 삼각뿔의 부피는

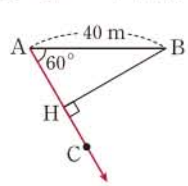
> (삼각뿔의 부피) $=\frac{1}{3}\times$(밑넓이) $\times$(높이)

$$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 2\right)\times 2=\frac{4\sqrt{3}}{3}$$

답 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

04

전략 두 사람이 가장 가까워지는 경우를 그림으로 나타낸다.



풀이 오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 점 B에서 $\overline{AC}$까지의 최단 거리는 $\overline{BH}$이므로 예지와 지훈이가 가장 가까워졌을 때 지훈이가 이동한 거리는 $\overline{AH}$의 길이와 같다. $\triangle AHB$에서

$$\overline{AH}=40\cos 60^\circ=40\times\frac{1}{2}=20\ (\text{m})$$

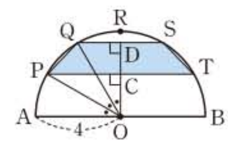
따라서 지훈이가 초속 2 m로 걸으므로 출발한 지 $\frac{20}{2}=10$ (초) 후 가장 가까워진다.

> (시간) $=\frac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$

답 ③

05

전략 반원의 중심 O에서 $\overline{PT}$, $\overline{QS}$에 수선을 긋고 직각삼각형을 만들어 삼각비를 이용한다.



풀이 오른쪽 그림과 같이 반원의 중심 O에서 $\overline{PT}$, $\overline{QS}$에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하면 $\triangle OCP$에서

$\angle POC=60^\circ$이므로

> $\angle POC=\frac{2}{6}\times 180^\circ=60^\circ$

$$\overline{OC}=\overline{OP}\cos 60^\circ=4\times\frac{1}{2}=2,$$

$$\overline{PC}=\overline{OP}\sin 60^\circ=4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$$

또 $\triangle ODQ$에서 $\angle QOD=30^\circ$이므로

> $\angle QOD=\frac{1}{6}\times 180^\circ=30^\circ$

$$\overline{OD}=\overline{OQ}\cos 30^\circ=4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3},$$

$$\overline{QD}=\overline{OQ}\sin 30^\circ=4\times\frac{1}{2}=2$$

$$\therefore \overline{CD}=\overline{OD}-\overline{OC}=2(\sqrt{3}-1)$$

$$\therefore \square QPTS=2\square QPCD$$

> $\square QPCD$는 $\overline{QD}\,/\!/\,\overline{PC}$인 사다리꼴이다.

$$=2\times\frac{1}{2}\times(\overline{QD}+\overline{PC})\times\overline{CD}$$

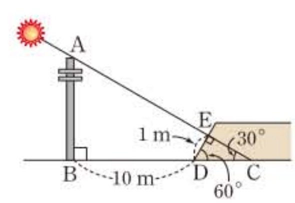
$$=2\times\frac{1}{2}\times(2+2\sqrt{3})\times 2(\sqrt{3}-1)$$

$$=8$$

답 8

06

전략 삼각비를 이용할 수 있도록 직각삼각형을 그린다.



풀이 오른쪽 그림에서

$\angle EDC=60^\circ$,

$\angle ECD=30^\circ$

이므로 $\triangle EDC$는 $\angle DEC=90^\circ$인 직각삼각형이다.

$$\therefore \overline{DC}=\frac{1}{\cos 60^\circ}=1\times 2=2\ (\text{m})$$

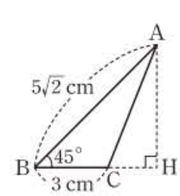
따라서 $\overline{BC}=10+2=12$ (m)이므로 $\triangle ABC$에서

$$\overline{AB}=12\tan 30^\circ=12\times\frac{\sqrt{3}}{3}=4\sqrt{3}\ (\text{m})$$

답 ⑤

07

전략 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$의 연장선에 수선을 그어 직각삼각형을 만든다.



풀이 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle ABH$에서

$$\overline{AH}=5\sqrt{2}\sin 45^\circ=5\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=5\ (\text{cm}),$$

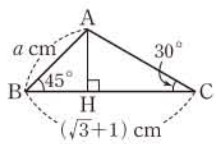
$\overline{BH}=5\sqrt{2}\cos 45^\circ=5\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=5\ (\text{cm})$

$\overline{CH}=5-3=2\ (\text{cm})$이므로 △ACH에서

$\overline{AC}=\sqrt{2^2+5^2}=\sqrt{29}\ (\text{cm})$ 답 $\sqrt{29}$ cm

08 전략 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 수선을 그어 직각삼각형을 만든다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{AB}=a$ cm라 하면 △ABH에서



$\overline{BH}=a\cos 45^\circ=\dfrac{\sqrt{2}}{2}a\ (\text{cm})$,

$\overline{AH}=a\sin 45^\circ=\dfrac{\sqrt{2}}{2}a\ (\text{cm})$

△AHC에서

$\overline{CH}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}a\times\dfrac{1}{\tan 30^\circ}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}a\ (\text{cm})$ ⋯ ❶

즉 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}a+\dfrac{\sqrt{6}}{2}a=\sqrt{3}+1$이므로

$\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}a=\sqrt{3}+1$

$\therefore a=(\sqrt{3}+1)\times\dfrac{2}{\sqrt{2}+\sqrt{6}}=\sqrt{2}$

따라서 $\overline{AB}$의 길이는 $\sqrt{2}$ cm이다. ⋯ ❷

답 $\sqrt{2}$ cm

채점 기준	비율
❶ $\overline{BH}$, $\overline{CH}$의 길이를 a에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	60 %
❷ $\overline{AB}$의 길이를 구할 수 있다.	40 %

다른풀이 $\overline{AH}=x$ cm라 하면 △ABH에서

$\overline{BH}=\dfrac{x}{\tan 45^\circ}=x\ (\text{cm})$

또 △AHC에서

$\overline{CH}=\dfrac{x}{\tan 30^\circ}=x\times\dfrac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}x\ (\text{cm})$

즉 $x+\sqrt{3}x=\sqrt{3}+1$이므로

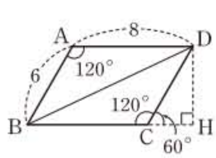
$(1+\sqrt{3})x=\sqrt{3}+1 \qquad \therefore x=1$

따라서 △ABH에서

$\overline{AB}=\dfrac{1}{\sin 45^\circ}=1\times\dfrac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}\ (\text{cm})$

09 전략 꼭짓점 D에서 $\overline{BC}$의 연장선에 수선을 그어 직각삼각형을 만든다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 D에서 $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면 △DCH에서



$\overline{DH}=6\sin 60^\circ=6\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$,

$\overline{CH}=6\cos 60^\circ=6\times\dfrac{1}{2}=3$

$\overline{BH}=8+3=11$이므로 △DBH에서

$\overline{BD}=\sqrt{11^2+(3\sqrt{3})^2}=2\sqrt{37}$ 답 ②

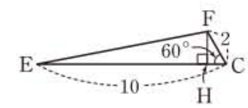
평행사변형의 성질
① 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
② 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
③ 두 대각선은 서로를 이등분한다.

10 전략 △FEC에서 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기를 이용하여 $\overline{EF}$의 길이를 구한다.

풀이 $\overline{CF}=\overline{BE}=2$이고, $\overline{BE}:\overline{EC}=1:5$이므로

$\overline{EC}=10$

오른쪽 그림과 같이 점 F에서 $\overline{EC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 △CFH에서



$\overline{FH}=\overline{CF}\sin 60^\circ=2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$,

△ABC는 정삼각형이므로
∠C=60°

$\overline{CH}=\overline{CF}\cos 60^\circ=2\times\dfrac{1}{2}=1$

$\therefore \overline{EH}=\overline{EC}-\overline{CH}=10-1=9$

△EHF에서

$\overline{EF}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+9^2}=\sqrt{84}=2\sqrt{21}$ 답 ③

다른풀이 $\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{BE}:\overline{EC}=\overline{CF}:\overline{FA}=1:5$,

$\overline{BE}=2$이므로

$\overline{AD}=\overline{BE}=\overline{CF}=2$, $\overline{DB}=\overline{EC}=\overline{FA}=10$

또 ∠A=∠B=∠C=60°이므로

△ADF≡△BED≡△CFE (SAS 합동)

즉 $\overline{DE}=\overline{EF}=\overline{FD}$이므로 △DEF도 정삼각형이다.

△DEF의 한 변의 길이를 a라 하면

△DEF=△ABC−3△ADF에서

$\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2=\dfrac{1}{2}\times 12\times 12\times\sin 60^\circ$

$\qquad -3\times\left(\dfrac{1}{2}\times\overline{AD}\times\overline{AF}\times\sin 60^\circ\right)$

△DEF
$=\dfrac{1}{2}\times a\times a\times\sin 60^\circ$
$=\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2$

$\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2=36\sqrt{3}-3\times\left(\dfrac{1}{2}\times 2\times 10\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$

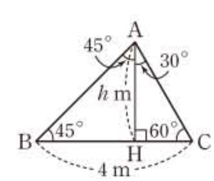
$\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2=21\sqrt{3}, \qquad a^2=84$

$\therefore a=2\sqrt{21}\ (\because a>0)$

11 전략 나무의 높이를 h m라 하고 삼각비를 이용하여 $\overline{BC}$의 길이를 h로 나타낸다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\overline{AH}=h$ m라 하면 ∠BAH=45°, ∠CAH=30°이므로

$\overline{AH}$의 길이는 나무의 높이와 같다.



$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h\ (\text{m})$,

$\overline{CH}=h\tan 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h\ (\text{m})$

즉 $h+\frac{\sqrt{3}}{3}h=4$이므로 $\quad \frac{3+\sqrt{3}}{3}h=4$

$\therefore h=4\times\frac{3}{3+\sqrt{3}}=\frac{12(3-\sqrt{3})}{(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})}$

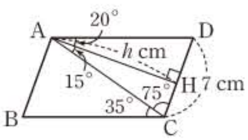
$=2(3-\sqrt{3})$

따라서 나무의 높이는 $2(3-\sqrt{3})$ m이다.

답 $2(3-\sqrt{3})$ m

12 전략 점 A와 $\overline{CD}$ 사이의 거리를 h cm라 하고 삼각비를 이용하여 $\overline{CD}$의 길이를 h로 나타낸다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{AH}=h$ cm라 하면



$\angle CAH=15°$, $\angle DAH=20°$

> 점 A와 $\overline{CD}$ 사이의 거리는 $\overline{AH}$의 길이와 같다.

> $\angle DAC=\angle ACB=35°$(엇각)이므로 $\angle DAH=35°-15°=20°$

이므로

$\overline{CH}=h\tan 15°=0.27h$ (cm),

$\overline{DH}=h\tan 20°=0.36h$ (cm)

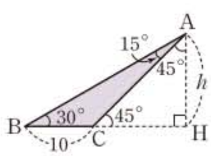
$0.27h+0.36h=7$이므로

$0.63h=7 \qquad \therefore h=\frac{100}{9}$

즉 점 A와 $\overline{CD}$ 사이의 거리는 $\frac{100}{9}$ cm이다. 답 ②

13 전략 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$의 연장선에 수선을 그어 직각삼각형을 만든 후 △ABC의 높이를 구한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\angle ACH=30°+15°=45°$

> 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

$\therefore \angle CAH=90°-45°=45°$

$\overline{AH}=h$라 하면

$\overline{CH}=h\tan 45°=h$,

$\overline{BH}=h\tan 60°=\sqrt{3}h$ ··· ❶

$\sqrt{3}h-h=10$이므로 $\quad (\sqrt{3}-1)h=10$

$\therefore h=\frac{10}{\sqrt{3}-1}=\frac{10(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}$

$=5(\sqrt{3}+1)$ ··· ❷

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times10\times5(\sqrt{3}+1)$

$=25(\sqrt{3}+1)$ ··· ❸

답 $25(\sqrt{3}+1)$

채점 기준	비율
❶ $\overline{CH}$, $\overline{BH}$의 길이를 h에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	50 %
❷ h의 값을 구할 수 있다.	30 %
❸ △ABC의 넓이를 구할 수 있다.	20 %

14 전략 한 원에서 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례함을 이용한다.

풀이 $\widehat{AB}:\widehat{BC}:\widehat{CA}=3:4:5$이므로

$\angle AOB=360°\times\frac{3}{12}=90°$,

> $3+4+5=12$

$\angle BOC=360°\times\frac{4}{12}=120°$,

$\angle COA=360°\times\frac{5}{12}=150°$,

$\therefore \triangle ABC=\triangle OAB+\triangle OBC+\triangle OCA$

$=\frac{1}{2}\times2\times2$

$+\frac{1}{2}\times2\times2\times\sin(180°-120°)$

$+\frac{1}{2}\times2\times2\times\sin(180°-150°)$

$=2+2\times\frac{\sqrt{3}}{2}+2\times\frac{1}{2}$

$=3+\sqrt{3}$ (cm²) 답 ②

15 전략 △ABC=△ABD+△ACD임을 이용한다.

풀이 △ABC=△ABD+△ACD이므로

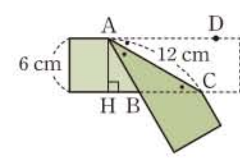
$\frac{1}{2}\times6\times3\times\sin(180°-120°)$

$=\frac{1}{2}\times6\times\overline{AD}\times\sin 60°+\frac{1}{2}\times3\times\overline{AD}\times\sin 60°$

$\frac{9\sqrt{3}}{2}=\frac{9\sqrt{3}}{4}\overline{AD} \qquad \therefore \overline{AD}=2$ 답 2

16 전략 접은 각과 엇각의 크기가 같으므로 △ABC는 이등변삼각형임을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하자.



△AHC에서

$\sin(\angle ACH)=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$

$\therefore \angle ACH=30°$

이때 △ABC에서 $\angle BAC=\angle BCA=30°$이므로

> $\angle DAC=\angle BAC$ (접은 각), $\angle DAC=\angle BCA$ (엇각) 이므로 $\angle BAC=\angle BCA$

$\angle ABH=30°+30°=60°$

$\therefore \overline{BC}=\overline{AB}=\frac{6}{\sin 60°}=6\times\frac{2}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}$ (cm)

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times12\times\sin 30°$

> △ABC에서 $\overline{BC}$를 밑변이라 하면 $\overline{AH}$가 높이이므로 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times6=12\sqrt{3}$ (cm²) 과 같이 구할 수도 있다.

$=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times12\times\frac{1}{2}$

$=12\sqrt{3}$ (cm²) 답 ③

17 전략 $\overline{CN}=a$, $\overline{CQ}=b$, $\angle C=x$로 놓고 삼각형의 넓이를 이용하여 S_1, S_2를 a, b에 대한 식으로 나타낸다.

풀이 $\overline{CN}=a$, $\overline{CQ}=b$, $\angle C=x$라 하면

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times4a\times3b\times\sin x=6ab\sin x$,

$\triangle LPC=\frac{1}{2}\times3a\times2b\times\sin x=3ab\sin x$,

$$\triangle MQC=\frac{1}{2}\times 2a\times b\times \sin x=ab\sin x \quad \cdots ❶$$

따라서 $S_1=\triangle ABC-\triangle LPC=3ab\sin x$,

$S_2=\triangle LPC-\triangle MQC=2ab\sin x$이므로 ⋯ ❷

$$\frac{S_1}{S_2}=\frac{3ab\sin x}{2ab\sin x}=\frac{3}{2} \quad \cdots ❸$$

답 $\frac{3}{2}$

채점 기준	비율
❶ △ABC, △LPC, △MQC의 넓이를 a, b에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	50 %
❷ S_1, S_2를 a, b에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	30 %
❸ $\frac{S_1}{S_2}$의 값을 구할 수 있다.	20 %

18 전략 외접원의 중심에서 각 꼭짓점을 연결하는 선분을 그으면 정십이각형은 합동인 이등변삼각형 12개로 나뉘고, 정구각형은 합동인 이등변삼각형 9개로 나뉜다.

풀이 반지름의 길이가 10인 원에 내접하는

정십이각형의 넓이는

$$12\times\left(\frac{1}{2}\times 10\times 10\times \sin 30°\right)$$

$$=12\times\left(\frac{1}{2}\times 10\times 10\times \frac{1}{2}\right)=300$$

$\frac{360°}{12}=30°$

정구각형의 넓이는

$$9\times\left(\frac{1}{2}\times 10\times 10\times \sin 40°\right)$$

$$=9\times\left(\frac{1}{2}\times 10\times 10\times 0.64\right)=288$$

$\frac{360°}{9}=40°$

따라서 두 도형의 넓이의 합은

$300+288=588$

답 588

19 전략 $\angle ABD=x$라 하고 x의 크기에 따라 □ABCD의 넓이를 식으로 나타낸 후 □ABCD의 넓이가 최대인 경우를 생각한다.

풀이 $\angle ABD=x$라 하자.

(i) x가 예각일 때,

$$\square ABCD=\triangle ABD+\triangle BCD$$

$$=\frac{1}{2}\times 1\times\sqrt{3}\times\sin x+\frac{1}{2}\times 2\times\sqrt{3}\times\sin 30°$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x+\frac{\sqrt{3}}{2}$$

이때 $0<\sin x<1$이므로

$$\frac{\sqrt{3}}{2}<\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x+\frac{\sqrt{3}}{2}<\sqrt{3}$$

$0<\sin x<1$에서 $0<\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x<\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \frac{\sqrt{3}}{2}<\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x+\frac{\sqrt{3}}{2}<\sqrt{3}$

(ii) x가 직각일 때,

$$\square ABCD=\triangle ABD+\triangle BCD$$

$$=\frac{1}{2}\times 1\times\sqrt{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$$

△BCD의 넓이는 변하지 않는다.

(iii) x가 둔각일 때,

$$\square ABCD$$

$$=\triangle ABD+\triangle BCD$$

$$=\frac{1}{2}\times 1\times\sqrt{3}\times\sin(180°-x)+\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin(180°-x)+\frac{\sqrt{3}}{2}$$

이때 $0<\sin(180°-x)<1$이므로

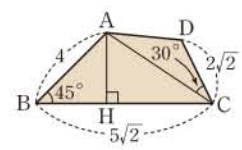
$$\frac{\sqrt{3}}{2}<\frac{\sqrt{3}}{2}\sin(180°-x)+\frac{\sqrt{3}}{2}<\sqrt{3}$$

이상에서 □ABCD 중 넓이가 최대인 것의 넓이는 $\sqrt{3}$이다.

답 ④

20 전략 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 수선을 긋고 직각삼각형을 만들어 삼각비를 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$$\overline{AH}=4\sin 45°$$

$$=4\times\frac{\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2},$$

$$\overline{BH}=4\cos 45°=4\times\frac{\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}$$

$\overline{CH}=5\sqrt{2}-2\sqrt{2}=3\sqrt{2}$이므로 △AHC에서

$$\overline{AC}=\sqrt{(3\sqrt{2})^2+(2\sqrt{2})^2}=\sqrt{26} \quad \cdots ❶$$

$$\therefore \square ABCD=\triangle ABC+\triangle ACD$$

$$=\frac{1}{2}\times 5\sqrt{2}\times 2\sqrt{2}+\frac{1}{2}\times\sqrt{26}\times 2\sqrt{2}\times\sin 30°$$

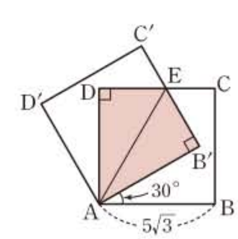
$$=10+\sqrt{13} \quad \cdots ❷$$

답 $10+\sqrt{13}$

채점 기준	비율
❶ $\overline{AC}$의 길이를 구할 수 있다.	60 %
❷ □ABCD의 넓이를 구할 수 있다.	40 %

21 전략 □DAB′E를 합동인 두 직각삼각형으로 나눈다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$를 그으면 △AED와 △AEB′에서



$\overline{AE}$는 공통,

$\angle D=\angle B'=90°$,

$\overline{AD}=\overline{AB'}$

이므로

△AED≡△AEB′ (RHS 합동)

△AEB′에서 $\angle EAB'=\frac{1}{2}\angle DAB'=30°$이므로

$\angle DAB'=90°-30°=60°$

$$\overline{EB'}=\overline{AB'}\tan 30°=5\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=5$$

$\therefore \triangle AEB' = \frac{1}{2} \times 5\sqrt{3} \times 5 = \frac{25\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \square DAB'E = 2\triangle AEB' = 25\sqrt{3}$ 답 $25\sqrt{3}$

22 전략 $\triangle ABC$와 $\square DEFG$의 넓이를 이용하여 a, c에 대한 식을 구한다.

풀이 $\triangle ABC = \frac{1}{2}ab \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{4}ab$

$\square DEFG = bc \sin (180° - 150°) = \frac{1}{2}bc$

이때 $\triangle ABC = \square DEFG$이므로

$\frac{\sqrt{3}}{4}ab = \frac{1}{2}bc$, $\quad \sqrt{3}a = 2c \; (\because b > 0)$

$\therefore a : c = 2 : \sqrt{3}$ 답 ③

23 전략 $\square ABCD$의 넓이를 구한 후 평행사변형의 성질을 이용한다.

풀이 $\angle BAD : \angle ABC = 2 : 1$이므로

$\angle ABC = 180° \times \frac{1}{3} = 60°$

> 평행사변형에서 이웃하는 두 내각의 크기의 합은 180°이므로
> $\angle BAD + \angle ABC = 180°$

$\therefore \square ABCD = 4 \times 8 \times \sin 60°$

$= 4 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 16\sqrt{3}$ ··· ❶

평행사변형의 두 대각선은 서로를 이등분하므로

$\triangle OAB = \triangle OBC = \triangle OCD = \triangle ODA$

$\therefore \triangle OBC = \frac{1}{4}\square ABCD = 4\sqrt{3}$ ··· ❷

답 $4\sqrt{3}$

채점 기준	비율
❶ 평행사변형 ABCD의 넓이를 구할 수 있다.	50 %
❷ △OBC의 넓이를 구할 수 있다.	50 %

24 전략 $0° < x \le 90°$에서 $\sin x$의 값은 $x = 90°$일 때 최대이다.

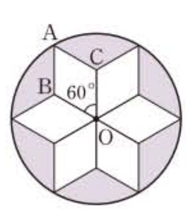
풀이 두 대각선이 이루는 각의 크기를 $x \; (0° < x \le 90°)$라 하면

$\square ABCD = \frac{1}{2} \times 8 \times 12 \times \sin x = 48 \sin x$

즉 $\square ABCD$는 $\sin x$의 값이 가장 클 때 넓이가 가장 크고, $\sin x$의 값 중 가장 큰 값이 1이므로 구하는 넓이는 48이다. 답 ①

25 전략 마름모는 네 변의 길이가 모두 같은 평행사변형임을 이용하여 넓이를 구한다.

풀이 오른쪽 그림의 마름모 ABOC에서

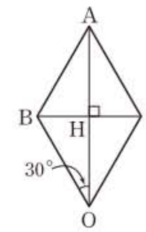


$\angle BOC = \frac{360°}{6}$

$= 60°$

이때 오른쪽 그림과 같이 마름모 ABOC의 두 대각선의 교점을 H라 하면 $\overline{AO} \perp \overline{BC}$이고, $\overline{AO}$는 원의 반지름의 길이와 같으므로

> 마름모의 두 대각선은 서로를 수직이등분한다.



$\overline{AO} = \frac{10\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$ (cm)

또 $\overline{AH} = \overline{OH} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$(cm)이므로 $\triangle BOH$에서

$\overline{OB} = \frac{\overline{OH}}{\cos 30°} = \frac{5\sqrt{3}}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 5$ (cm)

마름모는 네 변의 길이가 모두 같은 평행사변형이므로

$\square ABOC = 5 \times 5 \times \sin 60°$

$= 5 \times 5 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{25\sqrt{3}}{2}$ (cm²)

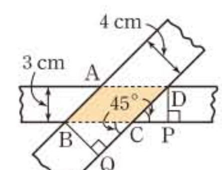
따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\pi \times (5\sqrt{3})^2 - 6 \times \frac{25\sqrt{3}}{2} = 75(\pi - \sqrt{3})$ (cm²)

답 $75(\pi - \sqrt{3})$ cm²

26 전략 겹친 부분이 평행사변형임을 알고 이웃하는 두 변의 길이를 구한다.

풀이 오른쪽 그림에서 겹친 부분을 $\square ABCD$라 하고 점 D에서 $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 P라 하면 $\triangle CPD$에서



$\overline{CD} = \frac{3}{\sin 45°} = 3 \times \frac{2}{\sqrt{2}}$

$= 3\sqrt{2}$ (cm)

점 B에서 $\overline{CD}$의 연장선에 내린 수선의 발을 Q라 하면 $\triangle BQC$에서

$\overline{BC} = \frac{4}{\sin 45°} = 4 \times \frac{2}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2}$ (cm)

이때 $\square ABCD$는 평행사변형이므로

$\square ABCD = 3\sqrt{2} \times 4\sqrt{2} \times \sin (180° - 135°)$

> $\square ABCD$에서 $\overline{BC}$를 밑변이라 하면 $\overline{DP}$는 높이이므로
> $4\sqrt{2} \times 3 = 12\sqrt{2}$ (cm²)
> 와 같이 구할 수도 있다.

$= 3\sqrt{2} \times 4\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$

$= 12\sqrt{2}$ (cm²) 답 ④

최상위로 가는 최고 수준 문제

본책 25쪽

01 전략 $\overline{EC} = b$로 놓고 세 직각삼각형 ABC, BCD, AEC에서 삼각비를 이용한다.

풀이 $\overline{EC} = b$라 하면 $\quad \overline{AC} = \overline{BC} = a + b$

> $\angle C = 90°$, $\angle ABC = 45°$이므로 $\triangle ABC$는 직각이등변삼각형이다.

$\triangle BCD$에서 $\quad \overline{CD} = (a+b) \tan 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}(a+b)$

$\triangle AEC$에서 $\quad \tan 75° = \frac{a+b}{b} = 2 + \sqrt{3}$

$a+b=b(2+\sqrt{3})$, $\quad a=b(1+\sqrt{3})$

$\therefore b=\dfrac{a}{1+\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}a$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

$\therefore \overline{AD}=\overline{AC}-\overline{CD}=(a+b)-\dfrac{\sqrt{3}}{3}(a+b)$

$=\dfrac{3-\sqrt{3}}{3}\left(a+\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}a\right)$ ($\because$ ㉠)

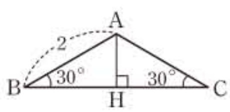
$=\dfrac{3-\sqrt{3}}{3}\times\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}a=\dfrac{\sqrt{3}}{3}a$

답 ②

02

전략 두 변 CF, CD의 길이와 그 끼인각 $\angle FCD$의 크기를 구하여 $\triangle FCD$의 넓이를 구한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{BH}=2\cos 30°=2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

$\therefore \overline{BC}=2\overline{BH}=2\sqrt{3}$

$\triangle ABC$, $\triangle DCE$의 닮음비가 $1:2$이므로

$2:\overline{DC}=1:2 \quad \therefore \overline{DC}=4$

이때 $\triangle DBC=\triangle FBC+\triangle FCD$이므로

$\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times4\times\sin(180°-150°)$

$=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times\overline{FC}\times\sin 30°$

$+\dfrac{1}{2}\times\overline{FC}\times4\times\sin(180°-120°)$

$2\sqrt{3}=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\overline{FC} \quad \therefore \overline{FC}=\dfrac{4}{3}$

$\therefore \triangle FCD=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{4}{3}\times4\times\sin(180°-120°)$

$=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$

답 $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$

다른풀이 $\triangle ABF$와 $\triangle CDF$에서

$\angle A=\angle DCF$, $\angle AFB=\angle CFD$ (맞꼭지각)

이므로 $\triangle ABF\backsim\triangle CDF$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AF}:\overline{CF}=\overline{AB}:\overline{CD}=1:2$이고 $\overline{AC}=2$이므로 $\overline{CF}=2\times\dfrac{2}{3}=\dfrac{4}{3}$

03

전략 $\overline{PB}=x$, $\overline{PC}=y$로 놓고 $\triangle PBC$의 넓이를 이용하여 $\sin a$를 x, y에 대한 식으로 나타낸다.

풀이 $\overline{PB}=x$, $\overline{PC}=y$라 하면 $\triangle PBC$에서

$\dfrac{1}{2}\times4\times2=\dfrac{1}{2}xy\sin a$

$\therefore \sin a=\dfrac{8}{xy}$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠ $\quad$ ➊

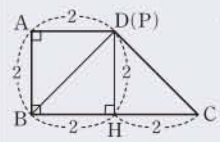
(i) 점 P가 점 A에 있을 때,

$x=2$, $y=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$이므로 ㉠에서

$\sin a=\dfrac{8}{4\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

일품 BOX

$x=\overline{BD}$, $y=\overline{DC}$



위의 그림의 $\triangle DHC$에서

$y=\overline{DC}$

$=\sqrt{2^2+2^2}$

$=2\sqrt{2}$

$\angle BCD$

$=180°-\angle DCE$

$=180°-30°$

$=150°$

$\angle FCD$

$=\angle BCD-\angle ACB$

$=150°-30°$

$=120°$

정n각형의 한 내각의 크기

$\rightarrow \dfrac{180°\times(n-2)}{n}$

정육각형의 외접원의 중심에서 각 꼭짓점을 연결하는 선분을 그으면 정육각형은 합동인 정삼각형 6개로 나뉜다.

$x=\overline{AB}$, $y=\overline{AC}$

(ii) 점 P가 점 D에 있을 때,

$x=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$, $y=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$이므로 ㉠에서 $\quad\sin a=\dfrac{8}{8}=1$

(i), (ii)에서 $\quad\dfrac{2\sqrt{5}}{5}\le\sin a\le1$ $\quad$ ➋

따라서 $\sin a$의 값 중 가장 큰 값은 1, 가장 작은 값은 $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$이므로 구하는 곱은

$1\times\dfrac{2\sqrt{5}}{5}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$ $\quad$ ➌

답 $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

채점 기준	비율
➊ $\sin a$를 x, y에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	30%
➋ $\sin a$의 값의 범위를 구할 수 있다.	50%
➌ $\sin a$의 값 중 가장 큰 값과 가장 작은 값의 곱을 구할 수 있다.	20%

참고 점 P가 점 A에 있을 때, $\triangle PBC$에서 가장 긴 변은 $\overline{PC}$이므로 $\angle PBC$가 크기가 가장 큰 각이 되고, 점 P가 점 D에 있을 때, $\triangle PBC$에서 가장 긴 변은 $\overline{BC}$이므로 $\angle BPC$가 크기가 가장 큰 각이 된다.
따라서 점 P가 점 A에서 점 D로 이동할수록 $\angle BPC$의 크기는 커진다.

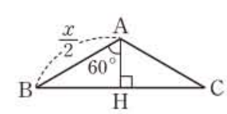
04

전략 정육각형의 한 내각의 크기를 구한 후 직각삼각형을 만들어 삼각비를 이용한다.

풀이 정육각형의 한 내각의 크기는

$\dfrac{180°\times(6-2)}{6}=120°$

오른쪽 그림과 같이 큰 정육각형의 한 꼭짓점을 A, 작은 정육각형의 두 꼭짓점을 각각 B, C라 하자.



큰 정육각형의 한 변의 길이를 x라 하면 $\overline{AB}=\dfrac{x}{2}$이고

점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\angle BAH=\dfrac{1}{2}\times120°=60°$이므로

$\overline{BH}=\dfrac{x}{2}\sin 60°=\dfrac{\sqrt{3}}{4}x$

$\therefore \overline{BC}=2\overline{BH}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}x$

즉 작은 정육각형의 한 변의 길이는 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}x$이다. $\quad$ ➊

두 정육각형의 넓이의 차가 $12\sqrt{3}$이므로

$6\times\dfrac{1}{2}\times x^2\times\sin 60°-6\times\dfrac{1}{2}\times\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}x\right)^2\times\sin 60°$

$=12\sqrt{3}$

$x^2=32 \quad \therefore x=4\sqrt{2}$ ($\because x>0$) $\quad$ ➋

즉 큰 정육각형의 둘레의 길이는

$$6\times4\sqrt{2}=24\sqrt{2}$$

작은 정육각형의 둘레의 길이는

$$6\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times4\sqrt{2}=12\sqrt{6}\quad \cdots ❸$$

작은 정육각형의 한 변의 길이

따라서 두 정육각형의 둘레의 길이의 차는

$$24\sqrt{2}-12\sqrt{6}\quad \cdots ❹$$

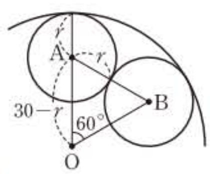
답 $24\sqrt{2}-12\sqrt{6}$

채점 기준	비율
❶ 작은 정육각형의 한 변의 길이를 큰 정육각형의 한 변의 길이를 이용하여 나타낼 수 있다.	40 %
❷ 큰 정육각형의 한 변의 길이를 구할 수 있다.	30 %
❸ 큰 정육각형과 작은 정육각형의 둘레의 길이를 각각 구할 수 있다.	20 %
❹ 두 정육각형의 둘레의 길이의 차를 구할 수 있다.	10 %

05 전략 색칠한 부분의 넓이

◎ (작은 원의 각 중심을 연결하여 만든 정육각형의 넓이) $-2\times$(작은 원의 넓이)

풀이 오른쪽 그림과 같이 작은 원의 반지름의 길이를 r라 하고 두 작은 원의 중심을 각각 A, B라 하면 $\angle AOB=60°$, $\overline{OA}=\overline{OB}=30-r$이므로



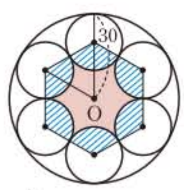
$\frac{360°}{6}=60°$

$$\angle OAB=\angle OBA=60°$$

즉 $\triangle OAB$는 정삼각형이므로 $\overline{AB}=\overline{OA}$

$$2r=30-r \qquad \therefore r=10$$

따라서 오른쪽 그림에서 색칠한 부분의 넓이는



(정육각형의 넓이)

$-$(빗금 친 부분의 넓이)

$$=6\times\frac{1}{2}\times20^2\times\sin60°-2\times\pi\times10^2$$

$$=600\sqrt{3}-200\pi$$

답 $600\sqrt{3}-200\pi$

(빗금 친 부분의 넓이)
=(반지름의 길이가 10이고 중심각의 크기가 120°인 부채꼴 6개의 넓이)
=2×(반지름의 길이가 10인 원의 넓이)

06 전략 두 대각선의 길이가 a, b이고 두 대각선이 이루는 예각의 크기가 x인 사각형의 넓이 ◎ $\frac{1}{2}ab\sin x$

풀이 짧은 대각선의 길이를 줄이기 전의 사각형과 줄인 후의 사각형의 넓이의 차가 3이므로

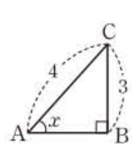
$$\frac{1}{2}\times8\times3\times\sin x-\frac{1}{2}\times8\times2\times\sin x=3$$

$$\therefore \sin x=\frac{3}{4}$$

따라서 오른쪽 그림과 같이

$$\angle B=90°,\ \overline{AC}=4,\ \overline{BC}=3$$

인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



이때 $\overline{AB}=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}$이므로

$$\tan x=\frac{3}{\sqrt{7}}=\frac{3\sqrt{7}}{7}$$

답 ①

학교 시험 실전 TEST Level 1

본책 26~29쪽

01 전략 직각삼각형의 빗변의 중점은 외심임을 이용한다.

풀이 점 D는 직각삼각형 ABC의 외심이므로

$$\overline{AD}=\overline{DC}=\overline{DB}$$

삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 모두 같다.

따라서 $\triangle DBC$는 이등변삼각형이므로

$$\angle C=\angle DBC=x$$

$$\therefore \tan x=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{12}{9}=\frac{4}{3}$$

답 ⑤

02 전략 $\sin C$의 값을 이용하여 $\overline{BC}$의 길이를 구한다.

풀이 $\sin C=\frac{6}{\overline{BC}}=\frac{1}{3}$에서 $\overline{BC}=18$

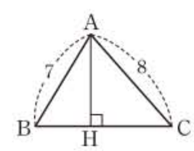
따라서 $\overline{AC}=\sqrt{18^2-6^2}=12\sqrt{2}$이므로

$$\sin B=\frac{12\sqrt{2}}{18}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

답 ③

03 전략 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 수선을 긋고 직각삼각형을 만든 후 주어진 삼각비를 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle AHC$에서



$$\cos C=\frac{\overline{CH}}{8}=\frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\therefore \overline{CH}=2\sqrt{7}$$

$\overline{AH}=\sqrt{8^2-(2\sqrt{7})^2}=6$이므로 $\triangle ABH$에서

$$\overline{BH}=\sqrt{7^2-6^2}=\sqrt{13}$$

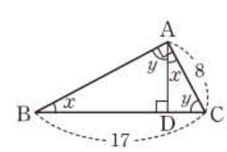
$$\therefore \cos B=\frac{\sqrt{13}}{7}$$

답 ③

04 전략 닮은 두 평면도형에서의 대응각의 크기는 같음을 이용하여 x, y와 크기가 같은 각을 찾는다.

풀이 $\triangle ABC$에서

$$\overline{AB}=\sqrt{17^2-8^2}=15$$



$\angle B=\angle DAC=x$,

$\angle C=\angle DAB=y$이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle DBA \backsim \triangle DAC$ (AA 닮음)

$\triangle ABC$에서

$$\sin x=\frac{8}{17},\ \sin y=\frac{15}{17}$$

$$\therefore \sin x+\sin y=\frac{23}{17}$$

답 ③

05 전략 30°, 45°, 60°의 삼각비의 값을 구한 후 곱셈 공식을 이용한다.

풀이 (주어진 식)$=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)+1$

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

$$=\left(1-\frac{1}{4}\right)+1=\frac{7}{4}$$

답 ④

06 전략 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 $180°$임을 이용하여 $\angle A$의 크기를 구한다.

풀이 $\angle B=90°$이므로 $\quad \angle A+\angle C=90°$

이때 $\angle A=2\angle C$, 즉 $\angle C=\frac{1}{2}\angle A$이므로

$$\angle A+\frac{1}{2}\angle A=90°, \qquad \frac{3}{2}\angle A=90°$$

$$\therefore\ \angle A=60°$$

$$\therefore\ \cos A=\cos 60°=\frac{1}{2}$$

답 ②

07 전략 $\triangle DCF$에서 삼각비를 이용하여 $\overline{CF}$의 길이를 구한다.

풀이 $\triangle DCF$에서 $\quad \cos 45°=\frac{\overline{CF}}{12}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\therefore\ \overline{CF}=6\sqrt{2}\ (\text{m})$$

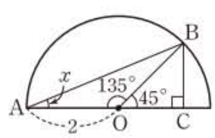
$$\therefore\ \square EBCF=6\sqrt{2}\times 16=96\sqrt{2}\ (\text{m}^2)$$

답 ⑤

08 전략 $\triangle OBC$에서 삼각비를 이용하여 $\overline{OC}$, $\overline{BC}$의 길이를 구한다.

풀이 $\overline{OB}=\overline{OA}=2$이므로

$\triangle OCB$에서



$$\sin 45°=\frac{\overline{BC}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore\ \overline{BC}=\sqrt{2}$$

$\angle BOC=180°-135°$
$=45°$

또 $\cos 45°=\frac{\overline{OC}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$이므로 $\quad \overline{OC}=\sqrt{2}$

따라서 $\triangle ACB$에서

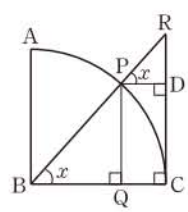
$$\tan x=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}(2-\sqrt{2})}{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})}$$

$$=\sqrt{2}-1$$

답 ①

09 전략 $\angle RBC$와 크기가 같은 각을 찾을 수 있도록 보조선을 긋는다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 P를 지나고 $\overline{BC}$에 평행한 직선과 $\overline{CR}$의 교점을 D라 하면 $\triangle PDR$는 $\angle PDR=90°$, $\angle RPD=x$인 직각삼각형이다.



반지름의 길이가 r이고 중심각의 크기가 $x°$인 부채꼴의 넓이 S는
$S=\pi r^2\times\frac{x}{360}$

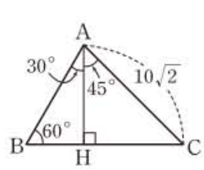
$\overline{PD}/\!/\overline{BC}$이므로
$\angle RPD=\angle RBC$
(동위각)

$$\therefore\ \frac{\overline{QC}}{\overline{PR}}=\frac{\overline{PD}}{\overline{PR}}=\cos x$$

답 ②

10 전략 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 수선을 그어 2개의 직각삼각형을 만든 후 삼각비를 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\angle BAH=30°$, $\angle CAH=45°$이므로



$\triangle AHC$에서

$$\overline{AH}=10\sqrt{2}\cos 45°=10\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=10,$$

$$\overline{CH}=10\sqrt{2}\sin 45°=10\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=10$$

또 $\triangle ABH$에서

$$\overline{BH}=\frac{10}{\tan 60°}=10\times\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{10\sqrt{3}}{3},$$

$$\overline{AB}=\frac{10}{\sin 60°}=10\times\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{20\sqrt{3}}{3}$$

$$\therefore\ \overline{AB}+\overline{BC}=\frac{20\sqrt{3}}{3}+\left(\frac{10\sqrt{3}}{3}+10\right)$$

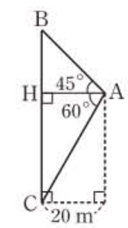
$$=10(1+\sqrt{3})$$

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$
$=\frac{10\sqrt{3}}{3}+10$

답 ④

11 전략 직각삼각형을 찾아 삼각비를 이용한다.

풀이 오른쪽 그림의 $\triangle BHA$에서



$$\overline{BH}=20\tan 45°$$

$$=20\times 1=20\ (\text{m})$$

$\triangle AHC$에서

$$\overline{CH}=20\tan 60°$$

$$=20\times\sqrt{3}=20\sqrt{3}\ (\text{m})$$

따라서 병원의 높이는

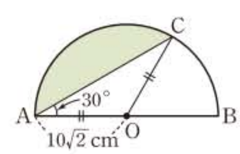
$$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=20+20\sqrt{3}$$

$$=20(1+\sqrt{3})\ (\text{m})$$

답 ③

12 전략 (색칠한 부분의 넓이)
⊙ (부채꼴 AOC의 넓이) $-\triangle AOC$

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면



$$\overline{OC}=\overline{OA}=10\sqrt{2}\ (\text{cm})$$

즉 $\triangle AOC$는 이등변삼각형이므로

$$\angle AOC=180°-2\times 30°=120°$$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$=$(부채꼴 AOC의 넓이)$-\triangle AOC$

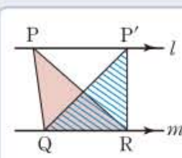
$$=\pi\times(10\sqrt{2})^2\times\frac{120}{360}$$

$$-\frac{1}{2}\times 10\sqrt{2}\times 10\sqrt{2}\times\sin(180°-120°)$$

$$=\frac{200}{3}\pi-50\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$$

답 ④

13 전략 $\square ABED$와 넓이가 같은 삼각형을 찾는다.



$l/\!/m$이면
$\triangle PQR=\triangle P'QR$

풀이 $\overline{AE}/\!/\overline{DC}$이므로 $\quad \triangle AED=\triangle AEC$

$$\therefore\ \square ABED=\triangle ABE+\triangle AED$$

$$=\triangle ABE+\triangle AEC$$

$$=\triangle ABC$$

$$=\frac{1}{2}\times 4\times 5\times\sin 60°$$

$$=\frac{1}{2}\times 4\times 5\times\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$=5\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$$

답 ⑤

14 전략 마름모는 네 변의 길이가 모두 같은 평행사변형이다.

풀이 마름모 ABCD의 한 변의 길이를 x라 하면

$x\times x\times\sin(180^\circ-120^\circ)=8\sqrt{3}$

$\frac{\sqrt{3}}{2}x^2=8\sqrt{3},\quad x^2=16$

$\therefore x=4\ (\because x>0)$

답 ④

15 전략 $\overline{AD}$가 $\angle BAC$의 이등분선이므로 $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$임을 이용한다.

풀이 $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$이므로

$15:\overline{AC}=3:2\quad\therefore \overline{AC}=10$ ···· ①

△ABC에서 $\overline{BC}=\sqrt{15^2-10^2}=5\sqrt{5}$

$\therefore \overline{CD}=5\sqrt{5}\times\frac{2}{5}=2\sqrt{5}$ ···· ②

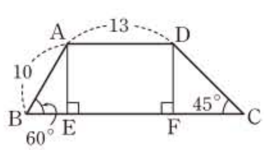
$\therefore \cos x+\tan y=\frac{5\sqrt{5}}{15}+\frac{10}{2\sqrt{5}}=\frac{4\sqrt{5}}{3}$ ···· ③

답 $\frac{4\sqrt{5}}{3}$

채점 기준	배점
① $\overline{AC}$의 길이를 구할 수 있다.	2점
② $\overline{BC}$, $\overline{CD}$의 길이를 구할 수 있다.	2점
③ $\cos x+\tan y$의 값을 구할 수 있다.	2점

16 전략 두 꼭짓점 A, D에서 $\overline{BC}$에 각각 수선을 그어 직각삼각형을 만든 후 삼각비를 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 두 꼭짓점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하면 △ABE에서



$\cos 60^\circ=\frac{\overline{BE}}{10}=\frac{1}{2}\quad\therefore \overline{BE}=5$

$\sin 60^\circ=\frac{\overline{AE}}{10}=\frac{\sqrt{3}}{2}\quad\therefore \overline{AE}=5\sqrt{3}$

△DFC에서 $\tan 45^\circ=\frac{5\sqrt{3}}{\overline{FC}}=1$

$\therefore \overline{FC}=5\sqrt{3}$

$\therefore \overline{BC}=\overline{BE}+\overline{EF}+\overline{FC}=5+13+5\sqrt{3}$

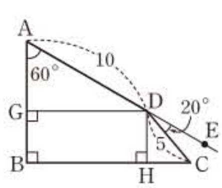
$=18+5\sqrt{3}$

답 $18+5\sqrt{3}$

17 전략 꼭짓점 D에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 G, H라 하고 $\overline{BC}=\overline{GD}+\overline{HC}$임을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 D에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 G, H라 하자.

△AGD에서



$\sin 60^\circ=\frac{\overline{GD}}{10}=0.8660$

$\therefore \overline{GD}=0.8660\times10=8.66$

일품 BOX

$\angle B=\angle DHC=90^\circ$에서 $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{DH}$이므로 $\angle EDH=\angle A$ (동위각)

한편 $\angle EDH=\angle A=60^\circ$이므로

$\angle CDH=60^\circ-20^\circ=40^\circ$

△DHC에서

$\sin 40^\circ=\frac{\overline{HC}}{5}=0.6428$

$\therefore \overline{HC}=0.6428\times5=3.214$

$\therefore \overline{BC}=\overline{BH}+\overline{HC}$

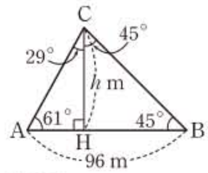
$=\overline{GD}+\overline{HC}$

$=8.66+3.214=11.874$

답 11.874

18 전략 지면으로부터 기구까지의 높이를 h m라 하고 $\overline{AB}$의 길이를 h에 대한 식으로 나타낸다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 기구의 위치를 C, 점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H, 지면으로부터 기구까지의 높이를 h m라 하면 $\angle ACH=29^\circ$, $\angle BCH=45^\circ$이므로



일품 BOX

$\angle ACH=90^\circ-61^\circ=29^\circ$

$\angle BCH=90^\circ-45^\circ=45^\circ$

$\overline{AH}=h\tan 29^\circ=0.6h\,(\text{m})$,

$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h\,(\text{m})$ ···· ①

$\overline{AH}+\overline{BH}=96\,(\text{m})$이므로

$0.6h+h=96$

$1.6h=96\quad\therefore h=60$

따라서 지면으로부터 기구까지의 높이는 60 m이다. ···· ②

답 60 m

채점 기준	배점
① $\overline{AH}$, $\overline{BH}$의 길이를 h에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	3점
② 지면으로부터 기구까지의 높이를 구할 수 있다.	2점

19 전략 두 변의 길이가 a, b이고 그 끼인각의 크기가 x(예각)인 삼각형의 넓이 ◯ $\frac{1}{2}ab\sin x$

풀이 $\frac{1}{2}\times6\times10\times\sin x=15\sqrt{3}$이므로

$30\sin x=15\sqrt{3}$

$\therefore \sin x=\frac{\sqrt{3}}{2}$ ···· ①

$\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $\quad x=60^\circ$ ···· ②

답 60°

채점 기준	배점
① $\sin x$의 값을 구할 수 있다.	3점
② x의 크기를 구할 수 있다.	2점

20 전략 △AMD의 넓이는 □ABCD의 넓이의 $\frac{1}{2}$임을 이용한다.

풀이 $\triangle \text{AMD}=\frac{1}{2}\square\text{ABCD}$

$$=\frac{1}{2}\times(8\times10\times\sin 45^\circ)$$

$$=\frac{1}{2}\times\left(8\times10\times\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$=20\sqrt{2}\,(\text{cm}^2)$$

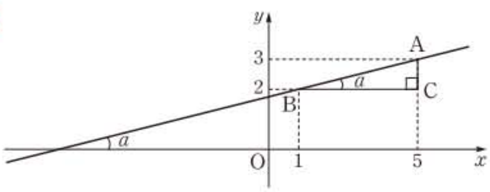
답 $20\sqrt{2}\ \text{cm}^2$

학교 시험 실전 TEST Level 2

본책 30~33쪽

01 전략 주어진 직선이 x축의 양의 방향과 이루는 각의 동위각을 찾아 삼각비의 값을 구한다.

풀이



두 점 A, B를 지나는 직선은 위의 그림과 같으므로

$\angle\text{ABC}=a$

이때 $\triangle$ABC에서

$\overline{\text{AC}}=1,\ \overline{\text{BC}}=4,\ \overline{\text{AB}}=\sqrt{4^2+1^2}=\sqrt{17}$

$\therefore \sin a=\frac{\overline{\text{AC}}}{\overline{\text{AB}}}=\frac{1}{\sqrt{17}}=\frac{\sqrt{17}}{17}$

답 ②

02 전략 정육면체의 한 모서리의 길이를 a라 하고 피타고라스 정리를 이용하여 $\triangle$CEG의 세 변의 길이를 구한다.

풀이 정육면체의 한 모서리의 길이를 a라 하자.

$\triangle$EFG에서 $\overline{\text{EG}}=\sqrt{a^2+a^2}=\sqrt{2}a$

$\triangle$CEG에서 $\overline{\text{CE}}=\sqrt{(\sqrt{2}a)^2+a^2}=\sqrt{3}a$

따라서 $\triangle$CEG에서

$\angle\text{CGE}=90^\circ$인 직각삼각형이다.

$$\sin x=\frac{a}{\sqrt{3}a}=\frac{\sqrt{3}}{3},$$

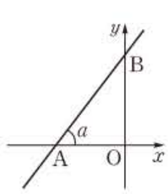
$$\cos x=\frac{\sqrt{2}a}{\sqrt{3}a}=\frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\therefore \sin x+\cos x=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{6}}{3}$$

답 ④

03 전략 주어진 삼각비의 값을 이용하여 일차함수의 그래프를 그린 후 일차함수의 그래프의 기울기를 구한다.

풀이 주어진 일차함수의 그래프가 오른쪽 그림과 같다고 하자.



$\sin a=\frac{4}{5}$이므로 $\overline{\text{AB}}=5k$,

$\overline{\text{OB}}=4k\ (k>0)$라 하면

$\overline{\text{OA}}=\sqrt{(5k)^2-(4k)^2}=3k$

따라서 일차함수의 그래프의 기울기는

$$\tan a=\frac{\overline{\text{OB}}}{\overline{\text{OA}}}=\frac{4k}{3k}=\frac{4}{3}$$

구하는 일차함수의 식을 $y=\frac{4}{3}x+b$라 하면 이 일차함수의 그래프가 점 $(-2,\ 6)$을 지나므로

일차함수의 식에 $x=-2,\ y=6$을 대입하면 성립한다.

$$6=-\frac{8}{3}+b \qquad \therefore b=\frac{26}{3}$$

따라서 구하는 일차함수의 식은

$$y=\frac{4}{3}x+\frac{26}{3}$$

답 ⑤

04 전략 닮은 두 삼각형을 찾은 후 주어진 삼각비의 값을 이용하여 필요한 선분의 길이를 구한다.

풀이 $\triangle\text{ABC}\backsim\triangle\text{EDC}$ (AA 닮음)이므로

$\angle\text{B}=\angle\text{D}=90^\circ$, $\angle\text{ACB}=\angle\text{ECD}$ (맞꼭지각)이므로 $\triangle\text{ABC}\backsim\triangle\text{EDC}$ (AA 닮음)

$\angle\text{CAB}=\angle\text{CED}=x$

$\triangle$ABC에서

$$\sin x=\frac{\overline{\text{BC}}}{10}=\frac{1}{5} \qquad \therefore \overline{\text{BC}}=2$$

$\overline{\text{CE}}=\overline{\text{BC}}=2$이므로 $\triangle$EDC에서

$$\sin x=\frac{\overline{\text{CD}}}{2}=\frac{1}{5} \qquad \therefore \overline{\text{CD}}=\frac{2}{5}$$

$$\therefore \overline{\text{AD}}=\overline{\text{AC}}+\overline{\text{CD}}=10+\frac{2}{5}=\frac{52}{5}$$

따라서 $\overline{\text{DE}}=\sqrt{2^2-\left(\frac{2}{5}\right)^2}=\frac{4\sqrt{6}}{5}$이므로 $\triangle$ADE에서

$$\tan y=\frac{\overline{\text{DE}}}{\overline{\text{AD}}}=\frac{4\sqrt{6}}{5}\times\frac{5}{52}=\frac{\sqrt{6}}{13}$$

답 ⑤

05 전략 $0^\circ<A<90^\circ$일 때, $\tan A=1$ ○ $A=45^\circ$

풀이 $0^\circ<x<30^\circ$에서 $\quad 9^\circ<69^\circ-2x<69^\circ$

$\tan(69^\circ-2x)=1$이므로

$$69^\circ-2x=45^\circ \qquad \therefore x=12^\circ$$

$$\therefore \sin 5x+\cos(3x-6^\circ)$$

$$=\sin 60^\circ+\cos 30^\circ$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$$

답 ⑤

06 전략 $\tan 60^\circ$를 선분의 길이의 비로 나타낸 후 $\tan 60^\circ=\sqrt{3}$임을 이용한다.

풀이 $\overline{\text{OA}}=\overline{\text{OC}}$이므로 $\triangle$ADO에서

$$\tan 60^\circ=\frac{\overline{\text{OA}}}{\overline{\text{OD}}}=\frac{\overline{\text{OC}}}{\overline{\text{OD}}}=\sqrt{3}$$

$$\therefore \overline{\text{OC}}:\overline{\text{OD}}=\sqrt{3}:1$$

답 ②

07 전략 $\overline{\text{FG}}=a$라 하고 60°, 45°의 삼각비의 값을 이용하여 $\triangle$BGD의 세 변의 길이를 구한다.

풀이 $\overline{\text{FG}}=a$라 하면 $\triangle$BFG에서

$$\tan 60^\circ=\frac{\overline{\text{BF}}}{a}=\sqrt{3} \qquad \therefore \overline{\text{BF}}=\sqrt{3}a$$

$$\cos 60^\circ=\frac{a}{\overline{\text{BG}}}=\frac{1}{2} \qquad \therefore \overline{\text{BG}}=2a$$

$\triangle$DGH에서 $\overline{\text{DH}}=\overline{\text{BF}}=\sqrt{3}a$이므로

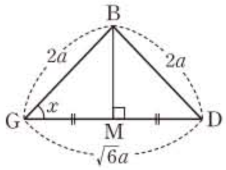
$\tan 45° = \dfrac{\sqrt{3}a}{\overline{GH}} = 1 \qquad \therefore \overline{GH} = \sqrt{3}a$

$\sin 45° = \dfrac{\sqrt{3}a}{\overline{DG}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \qquad \therefore \overline{DG} = \sqrt{6}a$

△FGH에서 $\quad \overline{FH} = \sqrt{a^2 + (\sqrt{3}a)^2} = 2a \ (\because \ a > 0)$

$\therefore \overline{BD} = \overline{FH} = 2a$

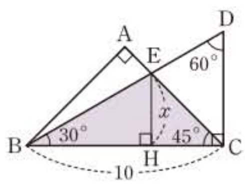
따라서 △BGD는 $\overline{BG} = \overline{BD}$인 이등변삼각형이므로 오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{GD}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면



$\cos x = \dfrac{\overline{GM}}{\overline{BG}} = \dfrac{\sqrt{6}}{2}a \times \dfrac{1}{2a} = \dfrac{\sqrt{6}}{4}$ 답 ②

08 전략 △EBC에서 변 BC를 밑변으로 할 때의 높이를 구한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 E에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{EH} = x$라 하면 △EHC에서



$\tan 45° = \dfrac{x}{\overline{CH}} = 1$

$\therefore \overline{CH} = x \qquad \therefore \overline{BH} = 10 - x$

△EBH에서

$\tan 30° = \dfrac{\overline{EH}}{\overline{BH}} = \dfrac{x}{10-x} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

△DBC에서 $\angle DBC = 90° - 60° = 30°$

$3x = 10\sqrt{3} - \sqrt{3}x, \qquad (3+\sqrt{3})x = 10\sqrt{3}$

$\therefore x = \dfrac{10\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}} = \dfrac{10\sqrt{3}(3-\sqrt{3})}{(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})} = 5(\sqrt{3}-1)$

$\therefore \triangle EBC = \dfrac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{EH}$

$= \dfrac{1}{2} \times 10 \times 5(\sqrt{3}-1)$

$= 25(\sqrt{3}-1)$ 답 ④

09 전략 $0 \le x < 90°$인 범위에서 x의 크기가 커지면 $\sin x$, $\tan x$의 값은 커지고 $\cos x$의 값은 작아진다.

풀이 ① $\sin 25° < \sin 30° = \dfrac{1}{2}$

② $\tan 45° = 1$

③ $\dfrac{1}{2} = \cos 60° < \cos 50° < \cos 45° = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

④ $\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60° < \sin 65° < \sin 90° = 1$

⑤ $\tan 80° > \tan 45° = 1$

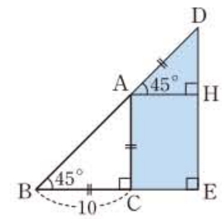
따라서 작은 것부터 차례대로 나열하면

$\sin 25°,\ \cos 50°,\ \sin 65°,\ \tan 45°,\ \tan 80°$

이므로 두 번째로 작은 것은 ③이다. 답 ③

10 전략 점 A에서 $\overline{DE}$에 수선을 긋고 45°의 삼각비의 값을 이용하여 선분의 길이를 구한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{DE}$에 내린 수선의 발을 H라 하자.



△ABC가 직각이등변삼각형이므로 ∠B=45°이고, $\overline{AH} /\!/ \overline{BE}$이므로

$\angle DAH = \angle B = 45°$

△DAH에서

$\overline{AD} = \overline{AC} = \overline{BC} = 10$

$\overline{AH} = 10 \cos 45° = 10 \times \dfrac{\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}$,

$\overline{DH} = 10 \sin 45° = 10 \times \dfrac{\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}$

(사다리꼴의 넓이) $= \dfrac{1}{2} \times \{$(윗변의 길이) $+$ (아랫변의 길이)$\} \times$ (높이)

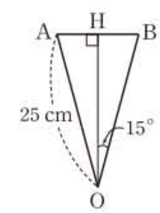
$\therefore \square ACED = \dfrac{1}{2} \times (10 + 10 + 5\sqrt{2}) \times 5\sqrt{2}$

$= 25 + 50\sqrt{2}$

$= 25(1 + 2\sqrt{2})$ 답 ③

11 전략 시계의 중심에서 $\overline{AB}$에 수선을 그어 직각삼각형 2개를 만든다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 원 모양의 시계의 중심을 O, 점 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\angle AOB = \dfrac{360°}{12} = 30°$

이때 △AOB는 $\overline{AO} = \overline{OB}$인 이등변삼각형이므로 $\quad \angle BOH = 15°$

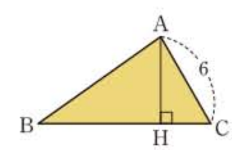
△BOH에서 $\quad \sin 15° = \dfrac{\overline{BH}}{25} = 0.26$

$\therefore \overline{BH} = 6.5\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB} = 2\overline{BH} = 13\,(\text{cm})$ 답 ②

12 전략 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 수선을 긋고 주어진 삼각비의 값을 이용하여 △ABC의 밑변의 길이와 높이를 구한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 △AHC에서



$\overline{CH} = 6 \cos C = 6 \times \dfrac{1}{2} = 3$

$\therefore \overline{AH} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}$

△ABH에서 $\quad \overline{AB} = \dfrac{3\sqrt{3}}{\sin B} = 3\sqrt{3} \times \dfrac{3}{\sqrt{3}} = 9$

$\therefore \overline{BH} = \sqrt{9^2 - (3\sqrt{3})^2} = 3\sqrt{6}$

$\overline{BC} = \overline{BH} + \overline{CH}$

$\therefore \triangle ABC = \dfrac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AH}$

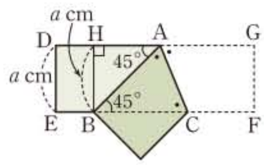
$= \dfrac{1}{2} \times (3\sqrt{6} + 3) \times 3\sqrt{3}$

$= \dfrac{9}{2}(3\sqrt{2} + \sqrt{3})$ 답 ⑤

일품 BOX

13 전략 크기가 같은 각을 찾은 후 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 길이를 a에 대한 식으로 나타낸다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{DA}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\angle BAH=\angle ABC$
$=45°$ (엇각)

$\overline{BH}=a$ cm이므로 △ABH에서

$$\overline{AB}=\frac{a}{\sin 45°}=a\times\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}a\ (\text{cm})$$

이때 $\angle BAC=\angle GAC$ (접은 각),
$\angle GAC=\angle BCA$ (엇각)이므로
$\angle BAC=\angle BCA$
$\therefore \overline{BC}=\overline{AB}=\sqrt{2}a$ (cm)

△ABC$=40\sqrt{2}$ (cm^2)이므로

$$\frac{1}{2}\times\sqrt{2}a\times\sqrt{2}a\times\sin 45°=40\sqrt{2}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}a^2=40\sqrt{2},\qquad a^2=80$$

$\therefore a=4\sqrt{5}$ ($\because a>0$)

답 ③

14 전략 평행사변형 AB′C′D′의 넓이를 평행사변형 ABCD의 넓이에 대한 식으로 나타낸다.

풀이 □ABCD$=\overline{AB}\times\overline{BC}\times\sin B$이므로

□AB′C′D′$=0.7\overline{AB}\times1.2\overline{BC}\times\sin B'$
$=0.84\times\overline{AB}\times\overline{BC}\times\sin B$
$=0.84\times$□ABCD

$\overline{BC}/\!/\overline{B'C'}$이므로 $\angle B=\angle B'$

따라서 평행사변형의 넓이는 16 % 감소한다.

답 ④

15 전략 주어진 삼각비의 값을 이용하여 $\overline{BC}$의 길이를 먼저 구한다.

풀이 △ABC에서

$$\tan x=\frac{15}{\overline{BC}}=\frac{3}{5}\qquad \therefore \overline{BC}=25$$

$\overline{AD}=\overline{BD}=a$라 하면 $\overline{CD}=25-a$이므로 △ADC에서

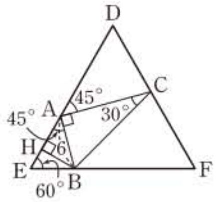
$a^2=(25-a)^2+15^2,\qquad 50a=850$
$\therefore a=17$
$\therefore \overline{AD}=\overline{BD}=17$, $\overline{CD}=25-17=8$

$$\therefore \cos y=\frac{\overline{CD}}{\overline{AD}}=\frac{8}{17}$$

답 $\frac{8}{17}$

16 전략 삼각비의 값을 이용하여 $\overline{AE}$의 길이를 구한 후 삼각형의 닮음을 이용하여 $\overline{DA}$의 길이를 구한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{AE}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 △AHB에서



$$\cos 45°=\frac{\overline{AH}}{6}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\therefore \overline{AH}=3\sqrt{2}$

$$\sin 45°=\frac{\overline{BH}}{6}=\frac{\sqrt{2}}{2}\text{이므로}\qquad \overline{BH}=3\sqrt{2}$$

또 △BHE에서

정삼각형의 한 내각의 크기는 60°이다.

$$\tan 60°=\frac{3\sqrt{2}}{\overline{EH}}=\sqrt{3}\qquad \therefore \overline{EH}=\sqrt{6}$$

$\therefore \overline{AE}=\overline{AH}+\overline{EH}=3\sqrt{2}+\sqrt{6}$ ··· ❶

$$\triangle ABC\text{에서}\qquad \tan 30°=\frac{6}{\overline{AC}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$\therefore \overline{AC}=6\sqrt{3}$

$\angle DAC=\angle EAB=45°$, $\angle D=\angle E=60°$ 이므로 △DAC∽△EAB (AA 닮음)

△DAC∽△EAB (AA 닮음)이므로

$\overline{AC}:\overline{AB}=\overline{DA}:\overline{EA}$
$6\sqrt{3}:6=\overline{DA}:(3\sqrt{2}+\sqrt{6})$
$\therefore \overline{DA}=3\sqrt{6}+3\sqrt{2}$ ··· ❷
$\therefore \overline{DE}=\overline{DA}+\overline{AE}=(3\sqrt{6}+3\sqrt{2})+(3\sqrt{2}+\sqrt{6})$
$=6\sqrt{2}+4\sqrt{6}$

따라서 정삼각형 DEF의 한 변의 길이는 $6\sqrt{2}+4\sqrt{6}$이다. ··· ❸

답 $6\sqrt{2}+4\sqrt{6}$

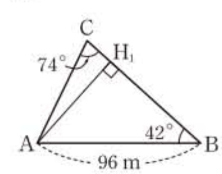
채점 기준	배점
❶ $\overline{AE}$의 길이를 구할 수 있다.	3점
❷ $\overline{DA}$의 길이를 구할 수 있다.	2점
❸ 정삼각형 DEF의 한 변의 길이를 구할 수 있다.	1점

17 전략 두 점 A, B에서 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$에 각각 수선을 그어 직각삼각형을 만든 후 주어진 삼각비의 값을 이용한다.

풀이 △ABC에서

$\angle C=180°-(64°+42°)=74°$

오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H_1이라 하면

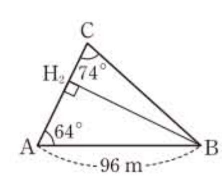


$\overline{AH_1}=\overline{AC}\sin 74°$
$=96\sin 42°$

$$\therefore \overline{AC}=\frac{96\sin 42°}{\sin 74°}$$

$$=\frac{96\times0.67}{0.96}=67\ (\text{m})$$ ··· ❶

오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H_2라 하면



$\overline{BH_2}=\overline{BC}\sin 74°$
$=96\sin 64°$

$$\therefore \overline{BC}=\frac{96\sin 64°}{\sin 74°}$$

$$=\frac{96\times0.9}{0.96}=90\ (\text{m})$$ ··· ❷

따라서 구하는 거리의 합은

$67+90=157\,(\mathrm{m})$ ⋯ ❸

답 157 m

채점 기준	배점
❶ 두 지점 A, C 사이의 거리를 구할 수 있다.	2점
❷ 두 지점 B, C 사이의 거리를 구할 수 있다.	2점
❸ 두 지점 A, C 사이의 거리와 두 지점 B, C 사이의 거리의 합을 구할 수 있다.	1점

18 전략 두 변의 길이가 a, b이고 그 끼인각의 크기가 x(둔각)인 삼각형의 넓이 ◎ $\frac{1}{2}ab\sin(180°-x)$

풀이 $\triangle ABC=\triangle ABD+\triangle CBD$이므로 $\overline{BD}=x$ cm라 하면

$$\frac{1}{2}\times 6\times 3\sqrt{3}\times\sin(180°-150°)$$

$$=\frac{1}{2}\times 6\times x\times\sin(180°-120°)$$

$$+\frac{1}{2}\times x\times 3\sqrt{3}\times\sin 30°$$

$18\sqrt{3}=9\sqrt{3}x \qquad \therefore x=2$

$$\therefore \triangle ABD=\frac{1}{2}\times 6\times 2\times\sin(180°-120°)$$

$$=3\sqrt{3}\,(\mathrm{cm}^2)$$

답 $3\sqrt{3}$ cm²

19 전략 $\triangle DEF=\triangle PDE+\triangle PEF+\triangle PFD$임을 이용한다.

풀이 □ADPF에서

$\angle ADP=\angle AFP=90°$, $\angle A=60°$

이므로

$\angle DPF=360°-(90°+90°+60°)$

$=120°$

같은 방법으로 하면 $\angle DPE=120°$, $\angle EPF=120°$이므로 ⋯ ❶

$$\triangle PDE=\frac{1}{2}xy\sin(180°-120°)=\frac{\sqrt{3}}{4}xy,$$

$$\triangle PEF=\frac{1}{2}yz\sin(180°-120°)=\frac{\sqrt{3}}{4}yz,$$

$$\triangle PFD=\frac{1}{2}zx\sin(180°-120°)=\frac{\sqrt{3}}{4}zx$$

⋯ ❷

$$\therefore \triangle DEF=\triangle PDE+\triangle PEF+\triangle PFD$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{4}(xy+yz+zx)$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{4}\times 16=4\sqrt{3}$$ ⋯ ❸

답 $4\sqrt{3}$

채점 기준	배점
❶ $\angle DPF$, $\angle DPE$, $\angle EPF$의 크기를 구할 수 있다.	2점
❷ $\triangle PDE$, $\triangle PEF$, $\triangle PFD$의 넓이를 식으로 나타낼 수 있다.	2점
❸ $\triangle DEF$의 넓이를 구할 수 있다.	2점

일품 BOX

$\overline{AC}=6+3=9$이므로
$9+\overline{BD}=20$
$\therefore \overline{BD}=11$

$\angle ABC=120°+30°$
$=150°$

$\triangle OQP$는 $\overline{OQ}=\overline{OP}$인 이등변삼각형이므로
$\overline{PH}=\overline{HQ}$
$\therefore \overline{PQ}=2\overline{PH}$

$\overline{A_2B_2}=\overline{B_2C_2}-\overline{A_2C_2}$

$\overline{A_3B_3}=\overline{B_3C_3}-\overline{A_3C_3}$

$\overline{A_4B_4}=\overline{B_4C_4}-\overline{A_4C_4}$

20 전략 두 대각선의 길이가 a, b이고 두 대각선이 이루는 예각의 크기가 x인 사각형의 넓이 ◎ $\frac{1}{2}ab\sin x$

풀이 $\triangle AOD$에서 $\angle AOD=180°-120°=60°$이므로

$$\triangle AOD=\frac{1}{2}\times\overline{AO}\times 3\times\sin 60°=\frac{9\sqrt{3}}{2}$$

$\frac{3\sqrt{3}}{4}\overline{AO}=\frac{9\sqrt{3}}{2} \qquad \therefore \overline{AO}=6$

두 대각선의 길이의 합이 20이므로 $\overline{BD}=11$

$$\therefore \square ABCD=\frac{1}{2}\times 11\times 9\times\sin 60°$$

$$=\frac{99\sqrt{3}}{4}$$

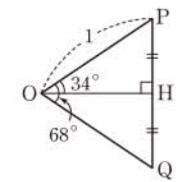
답 $\frac{99\sqrt{3}}{4}$

교과서 속 창의유형

본책 34~35쪽

유제 1 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

❶ 점 O에서 $\overline{PQ}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 주어진 삼각비의 값을 이용하여 $\overline{PH}$의 길이를 구한다.
❷ $\overline{PQ}=2\overline{PH}$임을 이용하여 두 별 P, Q사이의 거리를 구한다.



풀이 ❶ 오른쪽 그림과 같이 점 O에서 $\overline{PQ}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{PH}=1\times\sin 34°$

$=0.5592$

❷ 따라서 두 별 사이의 거리는

$\overline{PQ}=2\overline{PH}=2\times 0.5592=1.1184$

답 1.1184

유제 2 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

❶ $\overline{A_2B_2}$, $\overline{A_3B_3}$, ⋯의 길이를 구하여 규칙을 찾아 $\overline{A_nB_n}$의 길이를 구한다.
❷ ❶의 결과를 이용하여 $\frac{\overline{A_6B_6}}{\overline{A_4B_4}}$의 값을 구한다.

풀이 ❶ $\overline{A_2B_2}=1-1\times\tan 30°=1-\frac{\sqrt{3}}{3}$

$$\overline{A_3B_3}=\left(1-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)-\left(1-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)\tan 30°=\left(1-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2$$

$$\overline{A_4B_4}=\left(1-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2-\left(1-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2\tan 30°=\left(1-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^3$$

⋮

$$\therefore \overline{A_nB_n}=\left(1-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{n-1}$$

❷ 따라서 $\overline{A_4B_4}=\left(1-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^3$, $\overline{A_6B_6}=\left(1-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^5$이므로

$$\frac{\overline{A_6B_6}}{\overline{A_4B_4}}=\left(1-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2=\frac{4}{3}-\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

답 $\frac{4}{3}-\frac{2\sqrt{3}}{3}$

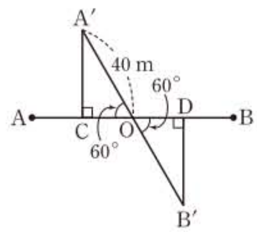
유제 3 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

❶ 5분 후의 두 사람의 위치를 나타내고 삼각비를 이용할 수 있도록 직각삼각형을 만든다.

❷ 삼각비의 값을 이용하여 두 사람의 위치의 차를 구한다.

풀이 ❶ 1분에 $12°$씩 회전하므로 5분 동안 $60°$를 회전한다.

오른쪽 그림과 같이 대관람차의 중심을 O, 5분 후의 A 칸의 위치를 A′, B 칸의 위치를 B′이라 하고 A′, B′에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하자.



❷ $\overline{A'O}=\overline{B'O}=40\text{ (m)}$이므로

$$\overline{A'C}=\overline{A'O}\sin 60°=40\times\frac{\sqrt{3}}{2}=20\sqrt{3}\text{ (m)},$$

$$\overline{B'D}=\overline{B'O}\sin 60°=40\times\frac{\sqrt{3}}{2}=20\sqrt{3}\text{ (m)}$$

따라서 5분 후에 한 사람은 다른 사람보다

$$20\sqrt{3}+20\sqrt{3}=40\sqrt{3}\text{ (m)}$$

만큼 더 높은 곳에 있다. 답 $40\sqrt{3}$ m

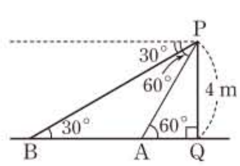
$\overline{A'C}+\overline{B'D}$

유제 4 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

❶ 삼각비를 이용할 수 있도록 직각삼각형을 만든 후 자동차가 0.1초 동안 움직인 거리를 구한다.

❷ $(\text{속력})=\dfrac{(\text{거리})}{(\text{시간})}$임을 이용하여 자동차의 속력을 구한다.

풀이 ❶ 오른쪽 그림과 같이 감시카메라의 위치를 P, 감시카메라에서 관측한 각의 크기가 $60°$, $30°$일 때 자동차의 위치를 각각 A, B라 하고 점 P에서 직선 도로에 내린 수선의 발을 Q라 하자.



△PAQ, △PBQ에서

$\angle PAQ=60°$, $\angle PBQ=30°$

이므로

$$\overline{AQ}=\frac{4}{\tan 60°}=4\times\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{3}}{3}\text{ (m)},$$

$$\overline{BQ}=\frac{4}{\tan 30°}=4\times\frac{3}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}\text{ (m)}$$

자동차가 0.1초 동안 움직인 거리는

$$\overline{AB}=\overline{BQ}-\overline{AQ}=4\sqrt{3}-\frac{4\sqrt{3}}{3}=\frac{8\sqrt{3}}{3}\text{ (m)}$$

❷ 따라서 구하는 자동차의 속력은

$$\frac{8\sqrt{3}}{3}\times\frac{1}{0.1}=\frac{80\sqrt{3}}{3}\text{ (m/s)}$$ 답 $\dfrac{80\sqrt{3}}{3}$ m/s

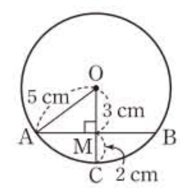
Ⅱ 원의 성질

1 원과 직선

개념 & 핵심 기출 본책 38~40쪽

01 $\overline{OM}=5-2=3\text{ (cm)}$이므로

$\overline{OM}=\overline{OC}-\overline{CM}$



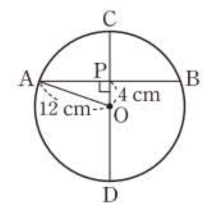
△OAM에서

$\overline{AM}=\sqrt{5^2-3^2}=4\text{ (cm)}$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=8\text{ (cm)}$

답 8 cm

02 원 O의 반지름의 길이는



$\dfrac{1}{2}\overline{CD}=\dfrac{1}{2}\times(8+16)$

$=12\text{ (cm)}$

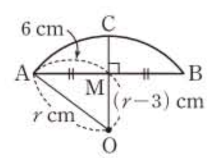
이때 $\overline{OP}=16-12=4\text{ (cm)}$이므로 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면 △OAP에서

$\overline{OP}=\overline{DP}-\overline{DO}$

$\overline{AP}=\sqrt{12^2-4^2}=8\sqrt{2}\text{ (cm)}$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AP}=16\sqrt{2}\text{ (cm)}$ 답 $16\sqrt{2}$ cm

03 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O, 반지름의 길이를 r cm라 하면 $\overline{OM}=r-3\text{ (cm)}$,



$\overline{AM}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}=6\text{ (cm)}$이므로

△OAM에서

$r^2=6^2+(r-3)^2,\quad 6r=45$

$\therefore r=\dfrac{15}{2}$

따라서 원의 반지름의 길이는 $\dfrac{15}{2}$ cm이다. 답 ②

04 △OAM에서

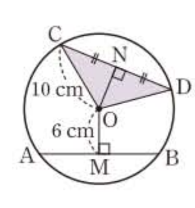
$\overline{AM}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2-3^2}=3\sqrt{2}\text{ (cm)}$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=6\sqrt{2}\text{ (cm)}$

이때 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로

$\overline{CD}=\overline{AB}=6\sqrt{2}\text{ (cm)}$ 답 $6\sqrt{2}$ cm

05 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 N이라 하면 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로



$\overline{ON}=\overline{OM}=6\text{ (cm)}$

△OCN에서

$\overline{CN}=\sqrt{10^2-6^2}=8\text{ (cm)}$

따라서 $\overline{CD}=2\overline{CN}=16$ (cm)이므로

$\triangle ODC=\frac{1}{2}\times16\times6=48\ (cm^2)$ 답 48 cm²

06 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$

즉 △ABC는 이등변삼각형이다.

이때 □AMON에서

$\angle MAN=360^\circ-(110^\circ+90^\circ+90^\circ)=70^\circ$

$\therefore\ \angle ABC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-70^\circ)=55^\circ$ 답 55°

07 $\overline{PA}=\overline{PB}$에서 △APB는 이등변삼각형이므로

$\angle PAB=\angle PBA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$

따라서 △APB는 정삼각형이므로

$\triangle APB=\frac{\sqrt{3}}{4}\times8^2=16\sqrt{3}\ (cm^2)$

답 $16\sqrt{3}$ cm²

다른풀이 $\overline{PB}=\overline{PA}=8$ (cm)이므로

$\triangle APB=\frac{1}{2}\times8\times8\times\sin60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times8\times8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=16\sqrt{3}\ (cm^2)$

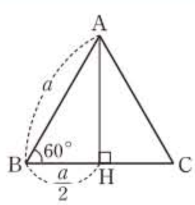
만점 비법

△ABC가 한 변의 길이가 a인 정삼각형일 때

① $\overline{AH}=\sqrt{a^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}a$

② $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times a\times\frac{\sqrt{3}}{2}a$

$=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$



직선 PB가 원 O의 접선이고 점 B가 접점이므로 $\overline{PB}\perp\overline{OB}$

08 $\overline{PO}=6+9=15$ (cm)이고 $\angle PBO=90^\circ$이므로

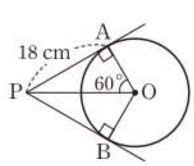
△PBO에서

$\overline{PB}=\sqrt{15^2-9^2}=12$ (cm)

$\therefore\ \overline{PA}=\overline{PB}=12$ (cm) 답 ③

09 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OP}$를 그으면 $\angle PAO=90^\circ$,

$\angle POA=60^\circ$이므로 △PAO에서



△PAO≡△PBO (RHS 합동)이므로 ∠POA=∠POB

$\therefore\ \angle POA=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times120^\circ=60^\circ$

$\overline{AO}=\frac{18}{\tan60^\circ}=6\sqrt{3}$ (cm)

따라서 □PBOA의 둘레의 길이는

$2(18+6\sqrt{3})=12(3+\sqrt{3})$ (cm)

답 $12(3+\sqrt{3})$ cm

만점 비법

∠C=90°인 직각삼각형 ABC에서

(1) ∠B의 크기와 빗변 AB의 길이 c를 알 때

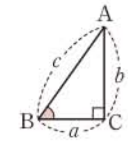
→ $a=c\cos B,\ b=c\sin B$

(2) ∠B의 크기와 변 BC의 길이 a를 알 때

→ $b=a\tan B,\ c=\frac{a}{\cos B}$

(3) ∠B의 크기와 변 AC의 길이 b를 알 때

→ $a=\frac{b}{\tan B},\ c=\frac{b}{\sin B}$



10 $\overline{BD}=\overline{BE},\ \overline{CF}=\overline{CE}$이므로

$\overline{AD}+\overline{AF}=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$

$=11+7+10=28$ (cm)

이때 $\overline{AD}=\overline{AF}$이므로 $\overline{AD}=14$ (cm)

$\overline{BD}=\overline{AD}-\overline{AB}$

$\therefore\ \overline{BD}=14-11=3$ (cm) 답 3 cm

다른풀이 $\overline{BD}=\overline{BE}=x$ cm라 하면

$\overline{CF}=\overline{CE}=7-x$ (cm)

이때 $\overline{AD}=\overline{AF}$이므로

$11+x=10+(7-x)$ $\therefore\ x=3$

11 $\overline{BD}=\overline{BE},\ \overline{CE}=\overline{CF}$이므로 △ABC의 둘레의 길이는

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=\overline{AD}+\overline{AF}=2\overline{AD}$

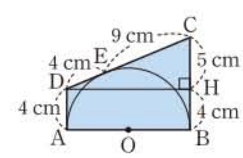
$=24$ (cm) 답 ③

$\overline{AD}=8+4=12$ (cm)

12 오른쪽 그림과 같이 반원 O와 $\overline{CD}$의 접점을 E라 하면

$\overline{DE}=\overline{DA}=4$ (cm),

$\overline{CE}=\overline{CB}=9$ (cm)



점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 △DHC에서 $\overline{DH}=\sqrt{13^2-5^2}=12$ (cm)

$\overline{CD}=4+9=13$ (cm), $\overline{CH}=9-4=5$ (cm)

$\therefore\ \square ABCD=\frac{1}{2}\times(4+9)\times12=78\ (cm^2)$

답 78 cm²

13 $\overline{AD}=\overline{AF}=x$ cm라 하면

$\overline{BE}=\overline{BD}=16-x$ (cm),

$\overline{CE}=\overline{CF}=14-x$ (cm)

$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}$이므로 $18=(16-x)+(14-x)$

$2x=12$ $\therefore\ x=6$

따라서 $\overline{AD}$의 길이는 6 cm이다. 답 6 cm

14 $\overline{BD}=\overline{BE}=x$ cm라 하면

$\overline{AF}=\overline{AD}=2$ (cm), $\overline{CE}=\overline{CF}=9$ (cm)이므로

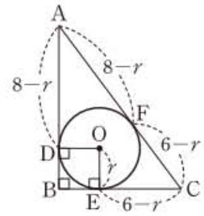
$2(x+2+9)=32,$ $x+11=16$ $\therefore\ x=5$

$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}$

$\therefore\ \overline{BC}=5+9=14$ (cm) 답 14 cm

15 △ABC에서

$\overline{AB}=\sqrt{10^2-6^2}=8$



원 O의 반지름의 길이를 r라 하면 $\overline{BD}=\overline{BE}=r$이므로

$\overline{AF}=\overline{AD}=8-r$,

$\overline{CF}=\overline{CE}=6-r$

$\overline{AC}=\overline{AF}+\overline{CF}$이므로

$10=(8-r)+(6-r)$

$2r=4 \qquad \therefore r=2$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 2이다. 답 2

다른풀이 △ABC=△OAB+△OBC+△OCA이므로

$\frac{1}{2}\times6\times8=\frac{1}{2}\times8\times r+\frac{1}{2}\times6\times r+\frac{1}{2}\times10\times r$

$24=12r \qquad \therefore r=2$

$\overline{AB}\perp\overline{OD}\rightarrow\overline{OD}=r$
$\overline{BC}\perp\overline{OE}\rightarrow\overline{OE}=r$
$\overline{AC}\perp\overline{OF}\rightarrow\overline{OF}=r$

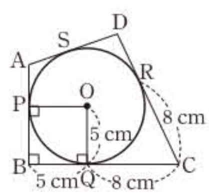
16 $\overline{AB}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$\overline{AD}+\overline{BC}=8+7=15\ (\text{cm})$

$\overline{AD}:\overline{BC}=1:2$이므로

$\overline{AD}=15\times\frac{1}{3}=5\ (\text{cm})$ 답 5 cm

17 원 O의 반지름의 길이가 5 cm이므로



$\overline{BQ}=5\ (\text{cm})$

따라서

$\overline{CR}=\overline{CQ}=13-5$

$=8\ (\text{cm})$

이므로

$\overline{DS}=\overline{DR}=12-8=4\ (\text{cm})$ 답 4 cm

∠B=90°이므로 □PBQO는 한 변의 길이가 5 cm인 정사각형이다.

18 $\overline{CE}=x$ cm라 하면 $\overline{BE}=6-x\ (\text{cm})$

□ABED가 원 O에 외접하므로 $\overline{AB}+\overline{DE}=\overline{AD}+\overline{BE}$에서

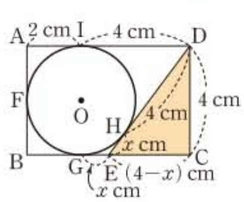
$4+\overline{DE}=6+(6-x) \qquad \therefore \overline{DE}=8-x\ (\text{cm})$

△DEC에서

$(8-x)^2=x^2+4^2 \qquad 16x=48 \qquad \therefore x=3$

$\therefore$ △DEC$=\frac{1}{2}\times3\times4=6\ (\text{cm}^2)$ 답 ②

다른풀이 오른쪽 그림에서 $\overline{EG}=\overline{EH}=x$ cm라 하면 $\overline{AI}=2\ (\text{cm})$이므로



$\overline{DH}=\overline{DI}=6-2$

$=4\ (\text{cm})$

원 O의 지름의 길이가 4 cm이므로 반지름의 길이는 2 cm이다.

$\overline{CE}=\overline{CG}-\overline{EG}=4-x\ (\text{cm})$이므로 △DEC에서

$(4+x)^2=(4-x)^2+4^2$

$16x=16 \qquad \therefore x=1$

$\therefore$ △DEC$=\frac{1}{2}\times(4-1)\times4=6\ (\text{cm}^2)$

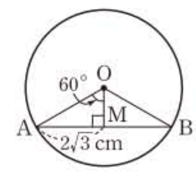
일품 BOX

만점 도전을 위한 고난도 문제

본책 41~44쪽

01 전략 원의 중심 O에서 현 AB에 내린 수선의 발을 M이라 하면 $\overline{AM}=\overline{BM}$, ∠AOM=∠BOM임을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면



$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=2\sqrt{3}\ (\text{cm})$,

$\angle AOM=\frac{1}{2}\angle AOB=60°$

△OAM과 △OBM에서
∠OMA=∠OMB=90°, $\overline{OA}=\overline{OB}$, $\overline{OM}$은 공통
이므로
△OAM≡△OBM (RHS 합동)
∴ ∠AOM=∠BOM$=\frac{1}{2}$∠AOB

△OAM에서

$\overline{OA}=\frac{2\sqrt{3}}{\sin 60°}=4\ (\text{cm})$

따라서 원 O의 둘레의 길이는

$2\pi\times4=8\pi\ (\text{cm})$ 답 ③

02 전략 원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분함을 이용한다.

풀이 $\overline{OM}\perp\overline{AB}$, $\overline{ON}\perp\overline{AC}$이므로

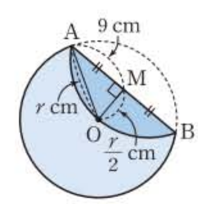
$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=4\ (\text{cm})$,

$\overline{AN}=\frac{1}{2}\overline{AC}=3\ (\text{cm})$

$\therefore$ □AMON$=4\times3=12\ (\text{cm}^2)$ 답 ③

03 전략 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$까지의 거리는 원의 반지름의 길이의 $\frac{1}{2}$임을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면



$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=9\ (\text{cm})$

원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면 $\overline{OM}=\frac{r}{2}$ (cm)이므로 △OAM에서

$r^2=\left(\frac{r}{2}\right)^2+9^2, \qquad r^2=108$

$\therefore r=6\sqrt{3}\ (\because r>0)$

$\cos(\angle AOM)=\frac{1}{2}$이므로

$\angle AOM=60°$

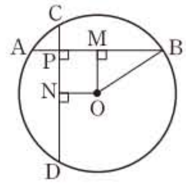
따라서 ∠AOB=2∠AOM=120°이므로

$\widehat{AB}=2\pi\times6\sqrt{3}\times\frac{120}{360}=4\sqrt{3}\pi\ (\text{cm})$

답 $4\sqrt{3}\pi$ cm

04 전략 원의 중심에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$에 각각 수선을 긋고 $\overline{DP}-\overline{CP}$와 길이가 같은 선분을 찾는다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O라 하고 점 O에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라 하면 $\overline{CN}=\overline{DN}$이므로



$\overline{DP}-\overline{CP}=(\overline{DN}+\overline{NP})-(\overline{CN}-\overline{NP})$
$=2\overline{NP}=2\overline{OM}$

한편 $\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=10\,(\text{cm})$이므로 △OBM에서

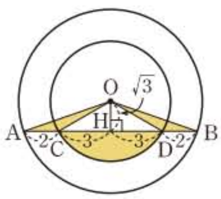
$\overline{OM}=\sqrt{12^2-10^2}=2\sqrt{11}\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{DP}-\overline{CP}=2\overline{OM}=4\sqrt{11}\,(\text{cm})$ 답 ②

05

전략 색칠한 부분은 두 삼각형과 활꼴로 이루어진 도형임을 이용하여 넓이를 구한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=\overline{BH}=5$,
$\overline{CH}=\overline{DH}=3$
$\therefore \overline{AC}=\overline{BD}=2$

△OCH에서 $\overline{OC}=\sqrt{3^2+(\sqrt{3})^2}=2\sqrt{3}$

$\tan(\angle COH)=\frac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$이므로 $\angle COH=60°$

$\therefore \angle COD=120°$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

2△OAC+(부채꼴 COD의 넓이)−△OCD

$=2\times\left(\frac{1}{2}\times2\times\sqrt{3}\right)+\pi\times(2\sqrt{3})^2\times\frac{120}{360}$
$-\frac{1}{2}\times6\times\sqrt{3}$
$=4\pi-\sqrt{3}$ 답 $4\pi-\sqrt{3}$

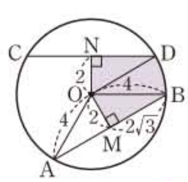
> △OAC와 △OBD는 밑변의 길이와 높이가 같으므로 넓이가 같다.

> 반지름의 길이가 r, 중심각의 크기가 $x°$인 부채꼴의 넓이는 $\pi\times r^2\times\frac{x}{360}$

06

전략 $\overline{OB}$, $\overline{OD}$를 그어 색칠한 부분을 두 직각삼각형과 부채꼴로 나눈 후 넓이를 구한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$, $\overline{OD}$를 그으면 $\overline{OB}=4$이므로 △OBM에서



$\overline{BM}=\sqrt{4^2-2^2}$
$=2\sqrt{3}$ ··· ❶

$\cos(\angle BOM)=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$이므로 $\angle BOM=60°$

이때 △OBM≡△ODN(RHS 합동)이므로

$\angle DON=\angle BOM=60°$

$\therefore \angle DOB=150°-(60°+60°)=30°$ ··· ❷

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$2\times\left(\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times2\right)+\pi\times4^2\times\frac{30}{360}$

$=4\sqrt{3}+\frac{4}{3}\pi$ ··· ❸

> (색칠한 부분의 넓이)
> =△OBM+△ODN+(부채꼴 DOB의 넓이)
> =2△OBM+(부채꼴 DOB의 넓이)

답 $4\sqrt{3}+\frac{4}{3}\pi$

채점 기준	비율
❶ $\overline{BM}$의 길이를 구할 수 있다.	20 %
❷ ∠DOB의 크기를 구할 수 있다.	50 %
❸ 색칠한 부분의 넓이를 구할 수 있다.	30 %

07

전략 한 원에서 중심으로부터 같은 거리에 있는 두 현의 길이는 같음을 이용하여 ∠BAC, ∠ABC, ∠BCA의 크기의 비를 구한다.

풀이 $\overline{OD}=\overline{OE}$이므로 $\overline{AB}=\overline{BC}$

> △ABC는 $\overline{AB}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle BAC=\angle BCA$

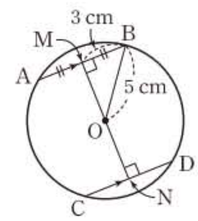
따라서 ∠BAC : ∠ABC : ∠BCA=5 : 2 : 5이므로

$\angle BAC=180°\times\frac{5}{5+2+5}=75°$ 답 ③

08

전략 원의 중심 O에서 두 현 AB, CD에 수선을 긋고 한 원에서 길이가 같은 두 현은 원의 중심으로부터 같은 거리에 있음을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라 하면



$\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=3\,(\text{cm})$

이므로 △OBM에서

$\overline{OM}=\sqrt{5^2-3^2}=4\,(\text{cm})$

이때 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 $\overline{ON}=\overline{OM}=4\,(\text{cm})$

따라서 $\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로 두 현 AB, CD 사이의 거리는 8 cm이다. 답 8 cm

> $\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로 세 점 M, O, N은 한 직선 위에 있다.

09

전략 중심각의 크기와 호의 길이는 정비례함을 이용하여 ∠BOC의 크기를 구한다.

풀이 $\angle PAO=\angle PBO=90°$이므로

$\angle AOB=180°-55°=125°$ ··· ❶

$\angle AOC : \angle BOC=\widehat{AC} : \widehat{BC}=3 : 2$이므로

$\angle BOC=\frac{2}{5}\angle AOB=\frac{2}{5}\times125°=50°$ ··· ❷

△ODB에서 $\angle ODB=90°-50°=40°$ ··· ❸

답 40°

채점 기준	비율
❶ ∠AOB의 크기를 구할 수 있다.	30 %
❷ ∠BOC의 크기를 구할 수 있다.	50 %
❸ ∠ODB의 크기를 구할 수 있다.	20 %

10

전략 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같음을 이용하여 △PAT, △PBT가 어떤 삼각형인지 생각한다.

풀이 $\overline{PA}=\overline{PT}=\overline{PB}$이므로 △PAT, △PBT는 모두 이등변삼각형이다.

일품 BOX

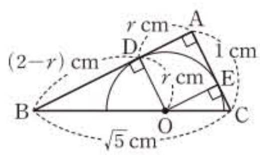
따라서 $\angle PTA=\angle PAT=40°$이므로 $\triangle PAT$에서

$\angle BPT=40°+40°=80°$

$\therefore\ \angle PBT=\frac{1}{2}\times(180°-80°)=50°$ 답 ③

11 전략 먼저 주어진 변의 길이를 이용하여 $\triangle ABC$가 어떤 삼각형인지 생각한다.

풀이 $\triangle ABC$에서 $(\sqrt{5})^2=2^2+1^2$, 즉 $\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{AC}^2$이므로 $\triangle ABC$는 $\angle A=90°$인 직각삼각형이다.



위의 그림과 같이 반원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하고 점 O에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 각각 D, E라 하면 $\triangle DBO$와 $\triangle ABC$에서

$\angle BDO=\angle A=90°$, $\angle B$는 공통

이므로 $\triangle DBO \backsim \triangle ABC$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{BD}:\overline{BA}=\overline{DO}:\overline{AC}$이므로

$(2-r):2=r:1$

$2-r=2r,\quad 3r=2\quad \therefore\ r=\frac{2}{3}$

따라서 반원 O의 둘레의 길이는

$\frac{1}{2}\times 2\pi\times\frac{2}{3}+2\times\frac{2}{3}=\frac{2}{3}\pi+\frac{4}{3}$ (cm)

답 ③

다른풀이 $\triangle ABC=\triangle DBO+\square ADOE+\triangle EOC$이므로

$\frac{1}{2}\times 2\times 1=\frac{1}{2}\times r\times(2-r)+r^2+\frac{1}{2}\times r\times(1-r)$

$1=r-\frac{1}{2}r^2+r^2+\frac{1}{2}r-\frac{1}{2}r^2$

$\frac{3}{2}r=1\quad \therefore\ r=\frac{2}{3}$

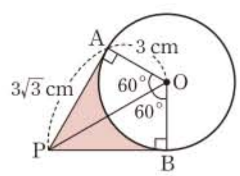
참고 반원의 둘레의 길이를 구할 때 지름의 길이를 더해주는 것을 빠뜨리지 않도록 주의한다.

12 전략 색칠한 부분의 넓이는 $\square APBO-$(부채꼴 AOB의 넓이)와 같음을 이용한다.

풀이 $\angle APB+\angle AOB=180°$이므로

$\angle AOB=180°\times\frac{2}{3}=120°$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OP}$를 그으면 $\angle PAO=90°$, $\angle AOP=60°$이므로



> $\triangle PAO\equiv\triangle PBO$ (RHS 합동)이므로
> $\angle AOP=\angle BOP$
> $=\frac{1}{2}\angle AOB$
> $=60°$

$\triangle PAO$에서

$\overline{AP}=3\tan 60°$

$=3\sqrt{3}$ (cm)

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$2\triangle PAO-$(부채꼴 AOB의 넓이)

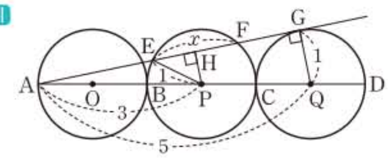
> $\triangle PAO\equiv\triangle PBO$이므로
> $\square APBO$
> $=\triangle PAO+\triangle PBO$
> $=2\triangle PAO$

$=2\times\left(\frac{1}{2}\times 3\times 3\sqrt{3}\right)-\pi\times 3^2\times\frac{120}{360}$

$=3(3\sqrt{3}-\pi)$ (cm^2) 답 $3(3\sqrt{3}-\pi)$ cm^2

13 전략 점 P에서 $\overline{AG}$에 수선을 긋고 닮음인 삼각형을 찾는다.

풀이



위의 그림과 같이 점 P에서 $\overline{AG}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle APH$와 $\triangle AQG$에서

$\angle AHP=\angle AGQ=90°$, $\angle A$는 공통

이므로 $\triangle APH \backsim \triangle AQG$ (AA 닮음)

> $\overline{AP}:\overline{AQ}=3:5$이므로 $\triangle APH$와 $\triangle AQG$의 닮음비는 $3:5$이다.

따라서 $\overline{AP}:\overline{AQ}=\overline{PH}:\overline{QG}$이므로

$3:5=\overline{PH}:1\quad \therefore\ \overline{PH}=\frac{3}{5}$

$\triangle PEH$에서

$\overline{EH}=\sqrt{1^2-\left(\frac{3}{5}\right)^2}=\frac{4}{5}$

$\therefore\ x=2\overline{EH}=\frac{8}{5}$

$\sqrt{ax}=\sqrt{\frac{8}{5}a}=\sqrt{2^2\times\frac{2}{5}\times a}$가 자연수가 되어야 하므로 $a=5\times 2\times$(자연수)^2 꼴이어야 한다.

따라서 구하는 a의 값은 10이다. 답 ④

> $5\times 2\times 1^2=10$

14 전략 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같음을 이용한다.

풀이 $\overline{DE}=\overline{DA}=x$라 하면

$\overline{CB}=\overline{CE}=8-x$

$\overline{PA}=\overline{PB}$이므로

$10+x=12+(8-x)$

$2x=10\quad \therefore\ x=5$

> $\overline{DA}$의 길이를 다음과 같이 구할 수도 있다.
> ($\triangle PCD$의 둘레의 길이)$=2\overline{PA}$이므로
> $12+8+10=2\overline{PA}$
> $\therefore\ \overline{PA}=15$
> $\therefore\ \overline{DA}=15-10$
> $=5$

이때 $\overline{GF}=\overline{GE}$, $\overline{HF}=\overline{HA}$이므로

($\triangle DGH$의 둘레의 길이)

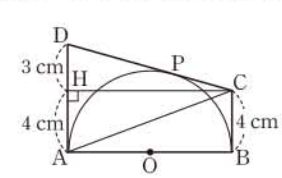
$=\overline{DG}+\overline{GF}+\overline{HF}+\overline{DH}$

$=(\overline{DG}+\overline{GE})+(\overline{HA}+\overline{DH})$

$=\overline{DE}+\overline{DA}=5+5=10$ 답 ③

15 전략 점 C에서 $\overline{AD}$에 수선을 그어 직각삼각형을 만든다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=\overline{BC}=4$ (cm),

$\overline{DH}=7-4=3$ (cm)

이때

$\overline{CD}=\overline{CP}+\overline{DP}=\overline{CB}+\overline{DA}$

$=4+7=11\ (\text{cm})$

이고 $\triangle$DHC에서 $\overline{HC}=\sqrt{11^2-3^2}=4\sqrt{7}\ (\text{cm})$이므로

$\triangle$HAC에서

$\overline{AC}^2=(4\sqrt{7})^2+4^2=128$

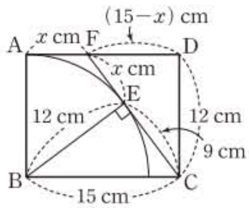
$\therefore \overline{AC}^2+\overline{CD}^2=128+11^2$

$=249$

답 249

16 전략 $\overline{AF}=x$ cm라 하고 $\triangle$CDF의 변의 길이를 x에 대한 식으로 나타낸 후 피타고라스 정리를 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$를 그으면 $\angle BEC=90°$이므로 $\triangle$BCE에서



$\overline{CE}=\sqrt{15^2-12^2}$

$=9\ (\text{cm})$

$\overline{AF}=\overline{EF}=x$ cm라 하면

$\triangle$CDF에서

$(9+x)^2=(15-x)^2+12^2$

$48x=288 \qquad \therefore x=6$

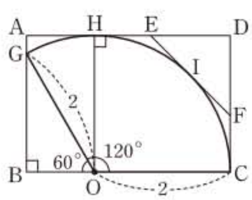
$\overline{CF}^2=\overline{DF}^2+\overline{CD}^2$

따라서 $\overline{AF}$의 길이는 6 cm이다.

답 ③

17 전략 삼각비를 이용하여 $\overline{BG}$, $\overline{BO}$의 길이를 구한다.

풀이 오른쪽 그림에서



$\overline{OG}=\overline{OC}=2$이고

$\angle GOB=60°$이므로

$\triangle$GBO에서

$\overline{BG}=2\sin 60°=\sqrt{3}$,

$\overline{BO}=2\cos 60°=1$

따라서 $\triangle$GBO의 둘레의 길이는

$1+2+\sqrt{3}=3+\sqrt{3}$ ··· ❶

점 O에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{OH}=\overline{OC}=2$이고 $\overline{EH}=\overline{EI}$, $\overline{FC}=\overline{FI}$이므로 $\triangle$DEF의 둘레의 길이는

$\overline{ED}+\overline{EI}+\overline{IF}+\overline{DF}$

$=(\overline{ED}+\overline{EH})+(\overline{CF}+\overline{DF})$

$=\overline{DH}+\overline{CD}$

$=2+2=4$ ··· ❷

따라서 구하는 길이의 차는

$(3+\sqrt{3})-4=\sqrt{3}-1$ ··· ❸

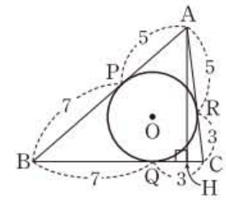
$1<\sqrt{3}<2$이므로 $4<3+\sqrt{3}<5$

답 $\sqrt{3}-1$

채점 기준	비율
❶ $\triangle$GBO의 둘레의 길이를 구할 수 있다.	40 %
❷ $\triangle$DEF의 둘레의 길이를 구할 수 있다.	40 %
❸ 길이의 차를 구할 수 있다.	20 %

18 전략 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{AH}$의 길이를 구하여 삼각형의 넓이를 이용한다.

풀이 오른쪽 그림에서



$\overline{BC}=7+3=10$ ··· ❶

$\overline{AR}=\overline{AP}=5$이므로 $\overline{BQ}=\overline{BP}=12-5=7$, $\overline{CQ}=\overline{CR}=8-5=3$

꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{BH}=x$라 하면 $\triangle$ABH와 $\triangle$ACH에서

직각삼각형이 만들어지도록 한 꼭짓점에서 그 대변에 수선의 발을 내린다.

$\overline{AH}^2=12^2-x^2=8^2-(10-x)^2$

$20x=180 \qquad \therefore x=9$

$\therefore \overline{AH}=\sqrt{12^2-9^2}=3\sqrt{7}$ ··· ❷

원 O의 반지름의 길이를 r라 하면

$\triangle ABC=\triangle OAB+\triangle OBC+\triangle OCA$

$\frac{1}{2}\times 10\times 3\sqrt{7}$

$=\frac{1}{2}\times 12\times r+\frac{1}{2}\times 10\times r+\frac{1}{2}\times 8\times r$

$15\sqrt{7}=15r$

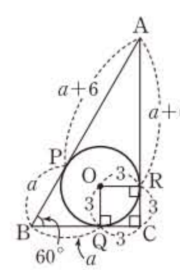
$\therefore r=\sqrt{7}$ ··· ❸

답 $\sqrt{7}$

채점 기준	비율
❶ $\overline{BC}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %
❷ $\overline{AH}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %
❸ 원 O의 반지름의 길이를 구할 수 있다.	40 %

19 전략 $\overline{QC}$, $\overline{CR}$의 길이가 내접원의 반지름의 길이와 같음을 이용하여 $\triangle$ABC의 변의 길이를 식으로 나타낸다.

풀이 원 O의 반지름의 길이를 r라 하면 원 O의 넓이가 9π이므로



$\pi r^2=9\pi, \qquad r^2=9$

$\therefore r=3\ (\because r>0)$

$\therefore \overline{OQ}=\overline{OR}=3$

$\overline{BP}=\overline{BQ}=a$라 하면 $\triangle$ABC에서

$\overline{AB}=\frac{a+3}{\cos 60°}=2a+6$

따라서 $\overline{AR}=\overline{AP}=(2a+6)-a=a+6$이므로

$\tan 60°=\frac{a+9}{a+3}, \qquad \sqrt{3}=\frac{a+9}{a+3}$

$a+9=\sqrt{3}a+3\sqrt{3}, \qquad (\sqrt{3}-1)a=9-3\sqrt{3}$

$\therefore a=\frac{9-3\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}=\frac{3\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}-1}=3\sqrt{3}$

$\therefore$ ($\triangle$ABC의 둘레의 길이)

$=(2a+6)+(a+3)+(a+9)$

$=4a+18=12\sqrt{3}+18$

답 $12\sqrt{3}+18$

다른풀이 $\overline{BC}=x$라 하면

$\overline{AC}=x\tan 60°=\sqrt{3}x$, $\overline{AB}=\frac{x}{\cos 60°}=2x$

원 O의 반지름의 길이가 3이므로

$\triangle ABC=\triangle OAB+\triangle OBC+\triangle OCA$

$\frac{1}{2} \times x \times \sqrt{3}x$

$= \frac{1}{2} \times 2x \times 3 + \frac{1}{2} \times x \times 3 + \frac{1}{2} \times \sqrt{3}x \times 3$

$\sqrt{3}x = 9 + 3\sqrt{3}$ ($\because x>0$)

$\therefore x = \frac{9+3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3}+3$

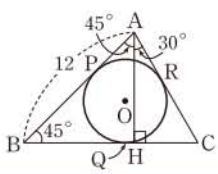
$\therefore$ ($\triangle$ABC의 둘레의 길이)

$= 2x + x + \sqrt{3}x = (3+\sqrt{3})x$

$= (3+\sqrt{3})(3\sqrt{3}+3) = 12\sqrt{3}+18$

20 전략 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 수선을 그어 직각삼각형을 만들고 삼각비를 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\angle B = \angle BAH = 45°$

이므로 $\triangle$ABH에서

$\overline{AH} = \overline{BH} = 12\cos 45° = 12 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2}$

$\angle HAC = 75° - 45° = 30°$이므로 $\triangle$AHC에서

$\overline{CH} = 6\sqrt{2}\tan 30° = 6\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{6}$,

$\overline{AC} = \frac{6\sqrt{2}}{\cos 30°} = 6\sqrt{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{6}$ ··· ❶

$\overline{BQ} = \overline{BP} = x$라 하면 $\overline{AR} = \overline{AP} = 12 - x$이므로

$\overline{CQ} = \overline{CR} = 4\sqrt{6} - (12-x) = 4\sqrt{6} - 12 + x$

$\overline{BC} = \overline{BQ} + \overline{QC} = \overline{BH} + \overline{CH}$이므로

$x + 4\sqrt{6} - 12 + x = 6\sqrt{2} + 2\sqrt{6}$

$2x = 12 + 6\sqrt{2} - 2\sqrt{6}$

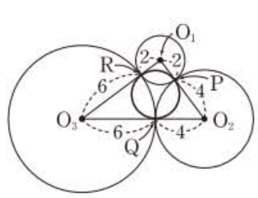
$\therefore x = 6 + 3\sqrt{2} - \sqrt{6}$ ··· ❷

답 $6+3\sqrt{2}-\sqrt{6}$

채점 기준	비율
❶ $\overline{AH}$, $\overline{CH}$, $\overline{AC}$의 길이를 구할 수 있다.	60 %
❷ $\overline{BQ}$의 길이를 구할 수 있다.	40 %

21 전략 $\triangle O_1O_2O_3$의 세 변의 길이를 구하여 $\triangle O_1O_2O_3$이 어떤 삼각형인지 생각한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 세 원의 중심을 꼭짓점으로 하는 삼각형을 그리면 $\triangle O_1O_2O_3$의 세 변의 길이는 각각 6, 8, 10이고



$10^2 = 8^2 + 6^2$

이므로 $\triangle O_1O_2O_3$은 $\angle O_1 = 90°$인 직각삼각형이다.

세 점 P, Q, R를 지나는 원은 $\triangle O_1O_2O_3$의 내접원이므로 내접원의 반지름의 길이를 r라 하면 $\triangle O_1O_2O_3$에서

$\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = \frac{1}{2} \times 6 \times r + \frac{1}{2} \times 8 \times r + \frac{1}{2} \times 10 \times r$

$24 = 12r$ $\therefore r = 2$

따라서 구하는 원의 둘레의 길이는

$2\pi \times 2 = 4\pi$

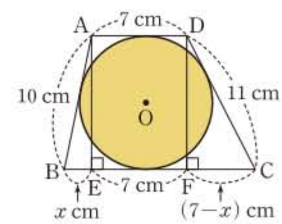
답 ①

22 전략 원에 외접하는 사각형에서 두 쌍의 대변의 길이의 합은 같음을 이용한다.

풀이 $\overline{AB} + \overline{DC} = \overline{AD} + \overline{BC}$이므로

$10 + 11 = 7 + \overline{BC}$ $\therefore \overline{BC} = 14$ (cm) ··· ❶

오른쪽 그림과 같이 두 꼭짓점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하고



$\overline{BE} = x$ cm라 하면

$\overline{AE}^2 = \overline{DF}^2$이므로

$10^2 - x^2 = 11^2 - (7-x)^2$

$14x = 28$ $\therefore x = 2$

$\therefore \overline{AE} = \sqrt{10^2 - 2^2} = 4\sqrt{6}$ (cm) ··· ❷

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $2\sqrt{6}$ cm이므로 넓이는

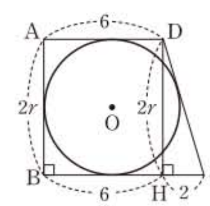
$\pi \times (2\sqrt{6})^2 = 24\pi$ (cm^2) ··· ❸

답 24π cm^2

채점 기준	비율
❶ $\overline{BC}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %
❷ $\overline{AE}$의 길이를 구할 수 있다.	50 %
❸ 원 O의 넓이를 구할 수 있다.	20 %

23 전략 원 O의 반지름의 길이를 r라 하면 $\overline{AB} = 2r$임을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 원 O의 반지름의 길이를 r라 하고 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AB} + \overline{DC} = \overline{AD} + \overline{BC}$이므로

$2r + \overline{DC} = 6 + 8$

$\therefore \overline{DC} = 14 - 2r$

$\triangle$DHC에서

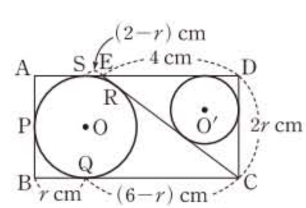
$(14-2r)^2 = (2r)^2 + 2^2$

$56r = 192$ $\therefore r = \frac{24}{7}$

답 ③

24 전략 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같음을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 원 O와 □ABCE의 접점을 각각 P, Q, R, S라 하고 원 O의



일품 BOX

$\overline{FC} = \overline{BC} - \overline{BF}$
$= 14 - (x+7)$
$= 7 - x$ (cm)

$\angle AHB = 90°$이므로
$\angle BAH = 90° - 45°$
$= 45°$

$\overline{AE}$의 길이는 원 O의 지름의 길이와 같다.

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$, $\angle B = 90°$이므로 $\angle A = 90°$이다. 따라서 $\overline{AB}$의 길이는 원 O의 지름의 길이와 같다.

반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{BQ}=\overline{AS}=r\ (cm)$

이므로

$\overline{CR}=\overline{CQ}=6-r\ (cm)$,

$\overline{ER}=\overline{ES}=2-r\ (cm)$

> $\overline{AE}=6-4=2\ (cm)$ 이므로
> $\overline{ES}=\overline{AE}-\overline{AS}$
> $=2-r\ (cm)$

$\therefore\ \overline{EC}=\overline{ER}+\overline{CR}=(2-r)+(6-r)$

$=8-2r\ (cm)$

이때 $\overline{DC}=2r$ cm이므로 △ECD에서

$(8-2r)^2=4^2+(2r)^2$

$32r=48 \qquad \therefore\ r=\frac{3}{2}$

$\overline{CD}=3$ cm, $\overline{EC}=5$ cm이므로 원 O′의 반지름의 길이를 r' cm라 하면 △ECD에서

$\frac{1}{2}\times4\times3=\frac{1}{2}\times4\times r'+\frac{1}{2}\times5\times r'+\frac{1}{2}\times3\times r'$

$6=6r' \qquad \therefore\ r'=1$

따라서 두 원 O, O′의 반지름의 길이의 합은

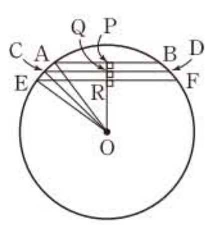
$\frac{3}{2}+1=\frac{5}{2}$ (cm) 답 ①

최상위로 가는 최고 수준 문제

본책 45쪽

01 전략 점 O에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{EF}$에 수선을 그어 세 직각삼각형을 만든다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 O에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{EF}$에 내린 수선의 발을 각각 P, Q, R라 하면



$\overline{AP}=\frac{1}{2}\overline{AB}=6\ (cm)$,

$\overline{CQ}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\sqrt{51}\ (cm)$,

$\overline{ER}=\frac{1}{2}\overline{EF}=8\ (cm)$

원 O의 반지름의 길이를 r cm, $\overline{OR}=a$ cm, $\overline{PQ}=\overline{QR}=b$ cm라 하면 △OER, △OCQ, △OAP에서

$r^2=a^2+64$ …… ㉠

$r^2=(a+b)^2+51$ …… ㉡

$r^2=(a+2b)^2+36$ …… ㉢

㉠, ㉡에서 $a^2+64=(a+b)^2+51$

$a^2+64=a^2+2ab+b^2+51$

$\therefore\ 2ab+b^2=13$ …… ㉣

㉠, ㉢에서 $a^2+64=(a+2b)^2+36$

$a^2+64=a^2+4ab+4b^2+36$

$\therefore\ ab+b^2=7$ …… ㉤

㉣, ㉤을 연립하여 풀면 $b=1$

> ㉤×2−㉣을 하면
> $b^2=1$
> $\therefore\ b=1\ (\because\ b>0)$

$b=1$을 ㉣에 대입하면

$2a+1=13 \qquad \therefore\ a=6$

$a=6$을 ㉠에 대입하면

$r^2=36+64=100 \qquad \therefore\ r=10\ (\because\ r>0)$

따라서 원 O의 둘레의 길이는

$2\pi\times10=20\pi\ (cm)$ 답 ②

02 전략 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 접선의 길이는 같음을 이용하여 먼저 $\overline{EI}$의 길이를 구한다.

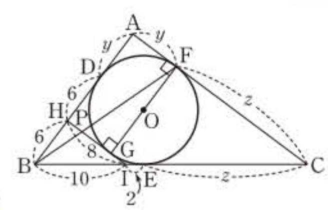
풀이 $\overline{EI}=\overline{GI}=x$라 하면

$\overline{DH}=\overline{GH}=8-x$

이때 $\overline{BD}=\overline{BE}$이므로 $6+(8-x)=10+x$

$2x=4 \qquad \therefore\ x=2$ ⋯➊

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}=\overline{AF}=y$, $\overline{CE}=\overline{CF}=z$라 하면



$\overline{HI}\,/\!/\,\overline{AC}$이므로

> $\overline{GF}$가 지름이고
> $\overline{HI}\perp\overline{GF}$, $\overline{AC}\perp\overline{GF}$이므로
> $\overline{HI}\,/\!/\,\overline{AC}$

△BIH∽△BCA (AA 닮음)

> ∠BHI=∠A(동위각),
> ∠HBI는 공통이므로
> △BIH∽△BCA
> (AA 닮음)

$\overline{BH}:\overline{BA}=\overline{BI}:\overline{BC}=\overline{HI}:\overline{AC}$이므로

$6:(12+y)=10:(12+z)=8:(y+z)$

$6:(12+y)=10:(12+z)$에서

$72+6z=120+10y$

$\therefore\ 5y-3z=-24$ …… ㉠

$10:(12+z)=8:(y+z)$에서

$10y+10z=96+8z$

$\therefore\ 5y+z=48$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $y=6$, $z=18$ ⋯➋

> ㉡−㉠을 하면
> $4z=72 \quad \therefore\ z=18$
> $z=18$을 ㉡에 대입하면
> $5y=30 \quad \therefore\ y=6$

또 △BPH∽△BFA (AA 닮음)이므로

$\overline{BH}:\overline{BA}=\overline{HP}:\overline{AF}$에서

$6:18=\overline{HP}:6 \qquad \therefore\ \overline{HP}=2$ ⋯➌

$\therefore\ \overline{PG}=\overline{HI}-(\overline{HP}+\overline{GI})$

$=8-(2+2)=4$ ⋯➍

답 4

채점 기준	비율
➊ $\overline{GI}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %
➋ $\overline{AD}$, $\overline{CE}$의 길이를 구할 수 있다.	40 %
➌ $\overline{HP}$의 길이를 구할 수 있다.	20 %
➍ $\overline{PG}$의 길이를 구할 수 있다.	10 %

03 전략 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같음을 이용하여 △FGH의 둘레의 길이를 간단히 나타낸다.

풀이 $\overline{FB}=\overline{FC}$, $\overline{GE}=\overline{GB}$, $\overline{HC}=\overline{HE}$이므로 △FGH의 둘레의 길이는

$$\begin{aligned}\overline{FG}+\overline{GH}+\overline{HF}&=\overline{FG}+(\overline{GE}+\overline{EH})+\overline{HF}\\&=\overline{FG}+(\overline{GB}+\overline{HC})+\overline{HF}\\&=(\overline{FG}+\overline{GB})+(\overline{HC}+\overline{HF})\\&=\overline{FB}+\overline{FC}=2\overline{FB}\end{aligned}$$

△AOC에서 $\sin(\angle CAO)=\dfrac{r}{2r}=\dfrac{1}{2}$이므로

$\angle CAO=30°$

△ABF에서 $\angle FAB=30°$, $\overline{AB}=r$이므로

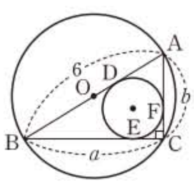
$\overline{FB}=r\tan 30°=\dfrac{\sqrt{3}}{3}r$

따라서 △FGH의 둘레의 길이는

$2\overline{FB}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}r$ 　　　답 $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}r$

04 전략 직각삼각형의 외접원의 중심은 빗변의 중점임을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 △ABC와 내접원의 접점을 각각 D, E, F라 하고 $\overline{BC}=a$, $\overline{AC}=b\ (a>b)$라 하면 직각삼각형의 빗변은 외접원의 지름이므로



$a^2+b^2=6^2=36$

△ABC의 넓이가 7이므로

$\dfrac{1}{2}ab=7$ 　　$\therefore ab=14$

따라서 $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab=36+28=64$이므로

$a+b=8\ (\because a+b>0)$

즉 $b=8-a$이므로 이것을 $ab=14$에 대입하면

$a(8-a)=14$, 　　$a^2-8a+14=0$

$\therefore a=4\pm\sqrt{2}$

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 해는 $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

그런데 $a>b$이므로 　　$a=4+\sqrt{2}$, $b=4-\sqrt{2}$

△ABC의 내접원의 반지름의 길이를 r라 하면

$\overline{AD}=\overline{AF}=4-\sqrt{2}-r$, $\overline{BD}=\overline{BE}=4+\sqrt{2}-r$

$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}$이므로

$6=(4-\sqrt{2}-r)+(4+\sqrt{2}-r)$

$2r=2$ 　　$\therefore r=1$ 　　　답 ⑤

다른풀이 △ABC의 내접원의 반지름의 길이를 r라 하면

△ABC에서 　$\dfrac{1}{2}\times a\times b=\dfrac{1}{2}\times r\times(6+a+b)$

$\dfrac{1}{2}\times 14=\dfrac{1}{2}\times r\times 14$ 　　$\therefore r=1$

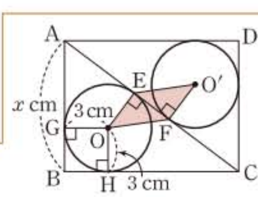
05 전략 직사각형의 둘레의 길이를 이용하여 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$를 한 문자를 이용하여 나타낸다.

풀이 오른쪽 그림에서

$\overline{AB}=x$ cm라 하면

$\overline{AB}+\overline{BC}=21$(cm)이므로 　$\overline{BC}=(21-x)$ cm

□ABCD의 둘레의 길이가 42 cm이므로 $2(\overline{AB}+\overline{BC})=42$ $\therefore \overline{AB}+\overline{BC}=21$ (cm)



$$\begin{aligned}\therefore \overline{AC}&=\overline{AE}+\overline{CE}=\overline{AG}+\overline{CH}\\&=(x-3)+(21-x-3)\\&=15\ (\text{cm})\end{aligned}$$ ··· ❶

△ABC에서

$x^2+(21-x)^2=15^2$, 　　$x^2-21x+108=0$

$(x-9)(x-12)=0$ 　　$\therefore x=9$ 또는 $x=12$

그런데 $\overline{AB}<\overline{BC}$이므로

$\overline{AB}=9$ (cm), $\overline{BC}=12$ (cm) ··· ❷

따라서 $\overline{AE}=\overline{AG}=6$ (cm)이고 마찬가지로

$\overline{CF}=6$ (cm)이므로

$\overline{EF}=\overline{AC}-(\overline{AE}+\overline{CF})$

$=15-(6+6)=3$ (cm) ··· ❸

$\therefore$ □EOFO′$=3\times 3=9$ (cm²) ··· ❹

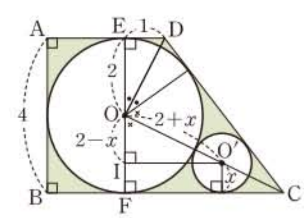
$\overline{OE}\,/\!/\,\overline{FO'}$, $\overline{OE}=\overline{FO'}$이므로 □EOFO′은 평행사변형이다.

답 9 cm²

채점 기준	비율
❶ $\overline{AC}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %
❷ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 길이를 구할 수 있다.	20 %
❸ $\overline{EF}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %
❹ □EOFO′의 넓이를 구할 수 있다.	20 %

06 전략 $\angle DOE+\angle IOO'=90°$임을 이용하여 △DEO∽△OIO′임을 보인다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 원 O′의 반지름의 길이를 x라 하고, 점 O에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 F, 점 O′에서 $\overline{OF}$에 내린 수선의 발을 I라 하면 △DEO와 △OIO′에서



$\angle DEO=\angle OIO'=90°$,

$\angle EDO=90°-\angle DOE=\angle IOO'$

$2\angle DOE+2\angle IOO'=180°$이므로 $\angle DOE+\angle IOO'=90°$ $\therefore 90°-\angle DOE=\angle IOO'$

이므로 　　△DEO∽△OIO′ (AA 닮음)

따라서 $\overline{ED}:\overline{IO}=\overline{EO}:\overline{IO'}$이므로

$1:(2-x)=2:\overline{IO'}$ 　　$\therefore \overline{IO'}=4-2x$

△OIO′에서

$(2+x)^2=(2-x)^2+(4-2x)^2$

$x^2-6x+4=0$ 　　$\therefore x=3-\sqrt{5}\ (\because x<2)$

$2<\sqrt{5}<3$에서 $-3<-\sqrt{5}<-2$ $\therefore 0<3-\sqrt{5}<1$

한편 △OFC∽△OIO′ (AA 닮음)이므로

$\overline{OF}:\overline{OI}=\overline{FC}:\overline{IO'}$

$2:(\sqrt{5}-1)=\overline{FC}:(2\sqrt{5}-2)$ 　　$\therefore \overline{FC}=4$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

□ABCD−(원 O의 넓이)−(원 O′의 넓이)

$=\dfrac{1}{2}\times(3+6)\times 4-\pi\times 2^2-\pi\times(3-\sqrt{5})^2$

$=18+(6\sqrt{5}-18)\pi$

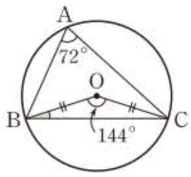
답 $18+(6\sqrt{5}-18)\pi$

2 원주각

개념 & 핵심 기출

본책 46~48쪽

01 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면



$\angle BOC = 2\angle BAC$

$= 2 \times 72°$

$= 144°$

$\triangle OBC$는 $\overline{OB} = \overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OBC = \frac{1}{2} \times (180° - 144°) = 18°$ 답 18°

02 $\angle y = 2\angle BCD = 2 \times 100° = 200°$

$\angle BOD = 360° - \angle y = 360° - 200° = 160°$이므로

$\angle x = \frac{1}{2}\angle BOD = \frac{1}{2} \times 160° = 80°$

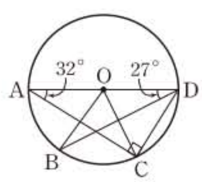
$\therefore \angle x + \angle y = 80° + 200° = 280°$ 답 ③

03 $\angle x = \angle BDC = 38°$

$\triangle ABP$에서 $\angle y = 60° - 38° = 22°$

$\therefore \angle x - \angle y = 38° - 22° = 16°$ 답 16°

04 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$를 그으면 $\overline{AD}$가 원 O의 지름이므로



$\angle ACD = 90°$

$\triangle ACD$에서

$\angle BDC = 90° - (32° + 27°)$

$= 31°$

$\therefore \angle BOC = 2\angle BDC = 2 \times 31° = 62°$

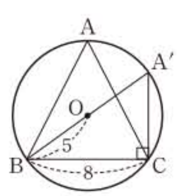
답 62°

다른풀이 $\angle COD = 2\angle CAD = 2 \times 32° = 64°$

$\angle AOB = 2\angle ADB = 2 \times 27° = 54°$

$\therefore \angle BOC = 180° - (64° + 54°) = 62°$

05 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 A'이라 하면



$\angle BAC = \angle BA'C$

$\overline{A'B}$가 원 O의 지름이므로

$\angle A'CB = 90°$

$\overline{A'B} = 10$이므로 $\triangle A'BC$에서

$\overline{A'C} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$

$\therefore \cos A = \cos A' = \frac{\overline{A'C}}{\overline{A'B}} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ 답 $\frac{3}{5}$

일품 BOX

$\angle BOC = 2\angle A$이므로

$\angle A = \frac{1}{2}\angle BOC$

$= \angle BOM$

$\overparen{BCD}$에 대한 중심각의 크기

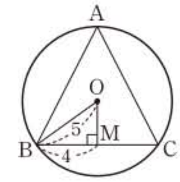
한 원에서 모든 호에 대한 중심각의 크기의 합은 360°, 원주각의 크기의 합은 180°이다.

네 점이 한 원 위에 있는지 알아보려면 한 직선에 대하여 같은 쪽에 있는 두 점을 꼭짓점으로 하는 각의 크기가 같은지 확인한다.

$\overparen{CD}$에 대한 원주각

$\overparen{AD}$에 대한 원주각

다른풀이 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면 $\triangle OBM$에서



$\overline{BM} = \frac{1}{2}\overline{BC} = 4$,

$\overline{OM} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$

$\therefore \cos A = \cos(\angle BOM) = \frac{\overline{OM}}{\overline{OB}} = \frac{3}{5}$

06 $\overparen{AC} = \overparen{BD}$이므로 $\angle DCB = \angle ABC = 25°$

$\triangle PCB$에서 $\angle x = 25° + 25° = 50°$ 답 ①

07 $\triangle ABP$에서

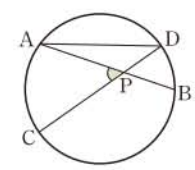
$\angle BAP = \angle BPC - \angle ABP = 81° - 54° = 27°$

$\overparen{AD} : \overparen{BC} = \angle ABD : \angle BAC$이므로

$\overparen{AD} : 4 = 54 : 27$

$\therefore \overparen{AD} = 8\,(cm)$ 답 8 cm

08 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면 $\overparen{AC}$의 길이가 원주의 $\frac{1}{5}$이므로



$\angle ADC = 180° \times \frac{1}{5} = 36°$

$\overparen{BD}$의 길이가 원주의 $\frac{1}{10}$이므로

$\angle DAB = 180° \times \frac{1}{10} = 18°$

따라서 $\triangle APD$에서

$\angle APC = \angle ADP + \angle DAP$

$= 36° + 18° = 54°$ 답 54°

09 ① $\angle BAC \neq \angle BDC$

② $\angle ADB \neq \angle ACB$

③ $\angle BDC = 80° - 35° = 45°$이므로

$\angle BAC \neq \angle BDC$

④ $\angle BAC = 180° - (80° + 30°) = 70°$이므로

$\angle BAC = \angle BDC$

⑤ $\angle BDC = 90° - 30° = 60°$이므로

$\angle BAC = \angle BDC$

따라서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있는 것은 ④, ⑤이다. 답 ④, ⑤

10 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로

$\angle x = \angle DBC$, $\angle y = \angle ABD$

$\triangle PBC$에서 $\angle PBC = 180° - (95° + 60°) = 25°$

$\therefore \angle x = 25°$

$\triangle ABP$에서 $\angle ABP = 95° - 55° = 40°$

$\therefore \angle y = 40°$

$\therefore \angle y - \angle x = 40° - 25° = 15°$ 답 15°

11 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로
$\angle ADB=\angle ACB=25°$
$\triangle APC$에서
$\angle DAC=50°+25°=75°$
따라서 $\triangle DAQ$에서
$\angle x=25°+75°=100°$ 답 $100°$

12 □ABCD가 원에 내접하므로
$\angle x+\angle ADC=180°$
$\therefore \angle x=180°-85°=95°$
$\angle ECD=\angle EAD=28°$이므로 $\triangle FCD$에서
$\angle y=28°+85°=113°$
$\therefore \angle y-\angle x=113°-95°=18°$ 답 $18°$

네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로 □ABCD가 원에 내접한다.

13 $\triangle OBC$는 $\overline{OB}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle OCB=\angle OBC=35°$
따라서 $\angle BOC=180°-(35°+35°)=110°$이므로
$\angle BAC=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times110°=55°$
$\therefore \angle x=\angle BAD=55°+27°=82°$ 답 $82°$

이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같다.

14 □ABCD가 원에 내접하려면
$\angle CDF=\angle ABC=\angle x$
$\triangle EBC$에서 $\angle ECF=39°+\angle x$
따라서 $\triangle DCF$에서
$\angle x+(39°+\angle x)+27°=180°$
$2\angle x=114°$ $\therefore \angle x=57°$ 답 $57°$

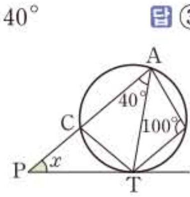
다른풀이 $\triangle EBC$에서 $\angle ECF=39°+\angle x$
$\triangle ABF$에서 $\angle EAF=27°+\angle x$
□ABCD가 원에 내접하므로
$\angle ECF=\angle BAD=180°-\angle EAF$
$39°+\angle x=180°-(27°+\angle x)$
$2\angle x=114°$ $\therefore \angle x=57°$

15 $\angle ACB : \angle BAC : \angle ABC$
$=\overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{BC} : \overset{\frown}{CA}=3:4:8$
이므로 $\angle CAB=180°\times\frac{4}{3+4+8}=48°$
$\therefore \angle CBT=\angle CAB=48°$ 답 $48°$

한 원에서 호의 길이는 그 호에 대한 원주각의 크기에 정비례한다.

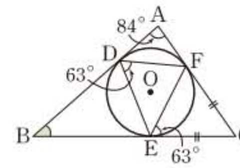
16 $\angle ATP=\angle ABT=100°$이므로 $\triangle APT$에서
$\angle x=180°-(100°+40°)=40°$ 답 ③

다른풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PA}$와 원의 교점을 C라 하고 $\overline{CT}$를 그으면 □ACTB가 원에 내접하므로



$\angle ABT+\angle ACT=180°$
$\therefore \angle ACT=180°-100°=80°$
$\angle CTP=\angle CAT=40°$이므로 $\triangle CPT$에서
$\angle x=80°-40°=40°$

17 $\angle FEC=\angle FDE$
$=63°$
$\triangle FEC$는 $\overline{CE}=\overline{CF}$인 이등변삼각형이므로



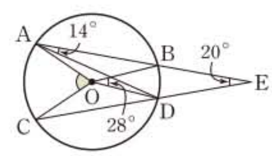
$\angle FCE=180°-2\times63°=54°$
따라서 $\triangle ABC$에서
$\angle ABC=180°-(84°+54°)=42°$ 답 ②

만점 도전을 위한 고난도 문제

본책 49~52쪽

01 전략 $\overline{AD}$를 긋고 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같음을 이용한다.

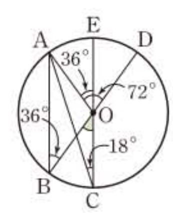
풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



$\angle BAD$
$=\frac{1}{2}\angle BOD$
$=\frac{1}{2}\times28°=14°$
$\triangle ADE$에서 $\angle ADC=14°+20°=34°$이므로
$\angle AOC=2\angle ADC=2\times34°=68°$ 답 $68°$

02 전략 원에서 한 호에 대한 원주각의 크기는 그 호에 대한 중심각의 크기의 $\frac{1}{2}$임을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AO}$를 긋고 $\overline{BO}$, $\overline{CO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 각각 D, E라 하면



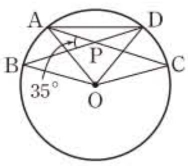
$\angle AOE=2\angle ACE$
$=2\times18°=36°$,
$\angle AOD=2\angle ABD$
$=2\times36°=72°$
이므로 $\angle EOD=72°-36°=36°$
$\therefore \angle BOC=\angle EOD=36°$(맞꼭지각) 답 ③

두 직선이 만날 때, 맞꼭지각의 크기는 서로 같다.

다른풀이 $\triangle OAC$는 $\overline{OA}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle OAC=\angle OCA=18°$
또 $\triangle OAB$는 $\overline{OA}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이므로
$\angle OAB=\angle OBA=36°$
$\therefore \angle CAB=36°-18°=18°$
$\therefore \angle BOC=2\angle CAB=2\times18°=36°$

03 전략 $\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{CD}$에 대한 원주각을 이용하여 중심각의 크기의 합을 구한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면 $\triangle APD$에서



$\angle DAP+\angle ADP=35^\circ$

$\angle AOB=2\angle ADB$, $\angle COD=2\angle CAD$이므로

$\angle AOB+\angle COD=2(\angle ADB+\angle CAD)$
$=2\times 35^\circ=70^\circ$

원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\widehat{AB}+\widehat{CD}=2\pi r\times\dfrac{70}{360}=\dfrac{7}{18}\pi r$

즉 $\dfrac{7}{18}\pi r=7\pi$이므로 $r=18$

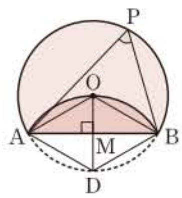
따라서 원 O의 둘레의 길이는

$2\pi\times 18=36\pi\,(\text{cm})$

답 ④

04 전략 $\angle APB$가 호 AB에 대한 원주각이므로 호 AB에 대한 중심각의 크기를 구한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하고, $\overline{OM}$의 연장선과 원 O의 교점을 D라 하자.



$\triangle AOM\equiv\triangle ADM$ (SAS 합동)

이므로 $\overline{AO}=\overline{AD}$

또 $\overline{AO}=\overline{OD}$이므로 $\triangle AOD$는 정삼각형이다.

같은 방법으로 하면 $\overline{BO}=\overline{BD}=\overline{OD}$이므로 $\triangle BOD$도 정삼각형이다.

따라서

$\angle AOB=\angle AOD+\angle BOD$
$=60^\circ+60^\circ=120^\circ$

이므로

$\angle APB=\dfrac{1}{2}\angle AOB=\dfrac{1}{2}\times 120^\circ=60^\circ$

답 60°

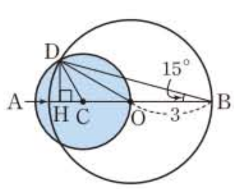
일품 BOX

$\triangle AOM$과 $\triangle ADM$에서
$\overline{AM}$은 공통,
$\overline{OM}=\overline{DM}$,
$\angle OMA=\angle DMA=90^\circ$
이므로
$\triangle AOM\equiv\triangle ADM$ (SAS 합동)

원 O의 반지름의 길이

05 전략 점 D에서 $\overline{OA}$에 수선의 발을 내리고 $\overline{OD}$, $\overline{CD}$를 그어 직각삼각형을 만든다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$를 그으면



$\angle AOD=2\angle ABD$
$=2\times 15^\circ$
$=30^\circ$ ··· ❶

점 D에서 $\overline{OA}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{OD}=\overline{OB}=3$이므로 $\triangle DHO$에서

$\overline{DH}=3\sin 30^\circ=3\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{2}$

$\overline{CD}$를 그으면 $\angle ACD=2\angle AOD=2\times 30^\circ=60^\circ$이므로 $\triangle DHC$에서

$\overline{DC}=\dfrac{3}{2}\times\dfrac{1}{\sin 60^\circ}=\sqrt{3}$ ··· ❷

$\triangle DHC$에서 $\overline{DC}=\dfrac{\overline{DH}}{\sin 60^\circ}$

따라서 원 C의 넓이는

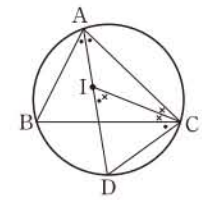
$\pi\times(\sqrt{3})^2=3\pi$ ··· ❸

답 3π

채점 기준	비율
❶ $\angle AOD$의 크기를 구할 수 있다.	30 %
❷ $\overline{DC}$의 길이를 구할 수 있다.	60 %
❸ 원 C의 넓이를 구할 수 있다.	10 %

06 전략 $\overline{AI}$, $\overline{CI}$는 각각 $\angle BAC$, $\angle ACB$의 이등분선임을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CI}$를 그으면 점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로



$\angle BAI=\angle CAI$,
$\angle ACI=\angle BCI$

$\triangle AIC$에서

$\angle CID=\angle CAI+\angle ACI$

또 $\angle BCD=\angle BAD$이므로 $\angle CID=\angle ICD$

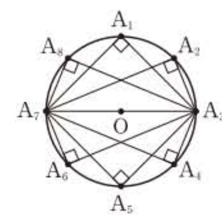
따라서 $\triangle IDC$는 $\overline{DI}=\overline{DC}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{CD}=\overline{DI}=9\,(\text{cm})$

답 ⑤

07 전략 원 위의 세 점으로 만든 직각삼각형의 빗변은 원의 지름임을 이용한다.

풀이 반원에 대한 원주각의 크기는 90°이므로 지름이 되는 두 점과 나머지 한 점을 연결하면 직각삼각형을 만들 수 있다. 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O라 하면 한 지름에 대하여 만들 수 있는 직각삼각형이 6개이고, 지름은 모두 4개이므로 구하는 직각삼각형의 개수는



8개의 점이 같은 간격으로 놓여 있으므로 지름은 $\overline{A_1A_5}$, $\overline{A_2A_6}$, $\overline{A_3A_7}$, $\overline{A_4A_8}$의 4개이다.

$6\times 4=24$

답 24

08 전략 먼저 반원에 대한 원주각의 크기는 90°임을 이용하여 $\angle CPE$의 크기를 구한다.

풀이 $\overline{AB}$는 반원 O의 지름이므로 $\angle ACB=90^\circ$

$\triangle PCE$에서

$\angle CPE=\angle CED-\angle PCE=104^\circ-90^\circ=14^\circ$

직선 BP는 반원 O의 접선이므로

$\angle PBA=90^\circ$

$\angle APB=2\times 14^\circ=28^\circ$이므로 $\triangle PAB$에서

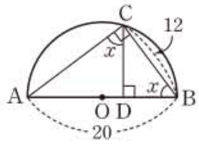
$\angle CAB=90^\circ-28^\circ=62^\circ$

답 ④

09 전략 반원에 대한 원주각의 크기는 90°임을 이용하여 $\angle ACD$와 크기가 같은 각을 찾는다.

일품 BOX

풀이 $\overline{AB}$는 반원 O의 지름이므로



$\angle ACB = 90°$

$\therefore \angle ABC = 90° - \angle DCB$

$= x$ ⋯ ❶

이때 $\triangle ABC$에서 $\overline{AC} = \sqrt{20^2 - 12^2} = 16$이므로

$\sin x = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$, $\cos x = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$ ⋯ ❷

$\sin x = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$

$\cos x = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$

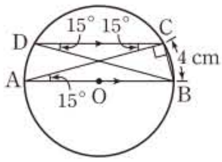
$\therefore \sin x + \cos x = \frac{7}{5}$ ⋯ ❸

답 $\frac{7}{5}$

채점 기준	비율
❶ $\angle ABC = x$임을 알 수 있다.	40 %
❷ $\sin x$, $\cos x$의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $\sin x + \cos x$의 값을 구할 수 있다.	20 %

10 전략 원주각의 성질과 평행선의 성질을 이용하여 $\overset{\frown}{CD}$에 대한 원주각의 크기를 구한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



$\angle BDC = \angle BAC$

$= 15°$

$\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$이므로

$\angle DCA = \angle BAC = 15°$ (엇각)

평행한 두 직선이 한 직선과 만날 때 엇각의 크기는 서로 같다.

이때 $\angle ACB = 90°$이므로 $\triangle BCD$에서

$\angle CBD = 180° - (90° + 15°) - 15° = 60°$

$\overset{\frown}{CD}$에 대한 원주각의 크기

$\overset{\frown}{BC} : \overset{\frown}{CD} = \angle BAC : \angle CBD$이므로

$4 : \overset{\frown}{CD} = 15 : 60$

$\therefore \overset{\frown}{CD} = 16\,(\text{cm})$

답 16 cm

11 전략 한 원에서 호의 길이는 그 호에 대한 원주각의 크기에 정비례함을 이용한다.

풀이 $\overset{\frown}{AB} = 2a$, $\overset{\frown}{BC} = 2b$, $\overset{\frown}{CA} = 2c$라 하면

$\angle PQR = 180° \times \frac{a+c}{2a+2b+2c} = 69°$

한 원에서 모든 호에 대한 원주각의 크기의 합은 180°이다.

$\therefore \angle x = 180° \times \frac{2b}{2a+2b+2c}$

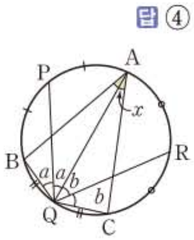
$= 180° \times \left(\frac{2a+2b+2c}{2a+2b+2c} - \frac{2a+2c}{2a+2b+2c}\right)$

$= 180° - 2 \times 69°$

$= 42°$

답 ④

다른풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AQ}$를 긋고 $\angle PQA = \angle a$, $\angle AQR = \angle b$라 하면 $\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{BC}$, $\overset{\frown}{CA}$에 대한 원주각의 크기의 합은 180°이므로



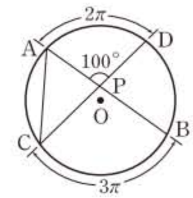
$2\angle a + 2\angle b + \angle x = 180°$

$\angle a + \angle b = 69°$이므로 앞의 식에 대입하면

$2 \times 69° + \angle x = 180°$ $\therefore \angle x = 42°$

12 전략 한 원에서 호의 길이는 그 호에 대한 원주각의 크기에 정비례함을 이용하여 $\angle ACD$의 크기를 구한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면 $\overset{\frown}{AD} : \overset{\frown}{BC} = 2 : 3$이므로



$\angle ACD : \angle CAB = 2 : 3$

$\triangle ACP$에서

$\angle ACP + \angle CAP = 100°$

이므로

$\angle ACD = 100° \times \frac{2}{5} = 40°$

따라서 $\angle AOD = 2\angle ACD = 2 \times 40° = 80°$이므로 원 O의 반지름의 길이를 r라 하면

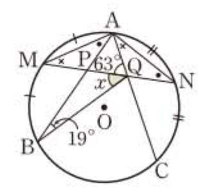
$2\pi \times r \times \frac{80}{360} = 2\pi$ $\therefore r = \frac{9}{2}$

$\angle CAB$의 크기를 구하여 계산해도 결과는 같다.

답 ②

13 전략 $\overset{\frown}{AM}$과 $\overset{\frown}{MB}$에 대한 원주각의 크기가 같고, $\overset{\frown}{AN}$과 $\overset{\frown}{NC}$에 대한 원주각의 크기가 같음을 이용할 수 있도록 보조선을 긋는다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AM}$, $\overline{AN}$을 그으면 $\overset{\frown}{AM} = \overset{\frown}{MB}$이므로



$\angle ANM = \angle MAB$

또 $\overset{\frown}{AN} = \overset{\frown}{NC}$이므로

$\angle AMN = \angle NAC$

$\triangle AMP$와 $\triangle ANQ$에서

$\angle APQ = \angle MAP + \angle AMP$

$= \angle ANQ + \angle NAQ$

$= \angle AQP$

$= 63°$

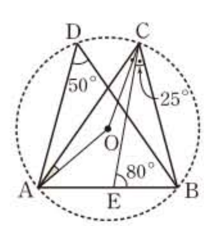
따라서 $\triangle PBQ$에서

$\angle x = 63° - 19° = 44°$

답 ④

14 전략 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로 $\angle ACB = \angle ADB$임을 이용한다.

풀이 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로



$\angle ACB = \angle ADB = 50°$

$\therefore \angle ACE = \angle BCE$

$= 25°$

$\triangle CEB$에서

$\angle EBC = 180° - (80° + 25°) = 75°$

$\overline{OC}$를 그으면 $\angle AOC = 2\angle ABC = 150°$이고

$\triangle OAC$는 $\overline{OA} = \overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

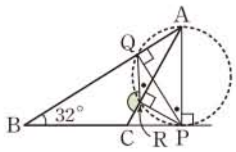
$\angle CAO = \frac{1}{2} \times (180° - 150°) = 15°$

답 ②

일품 BOX

15 전략 $\angle AQP=\angle ARP$이므로 네 점 A, Q, R, P가 한 원 위에 있음을 이용한다.

풀이 $\angle AQP=\angle ARP$이므로 네 점 A, Q, R, P는 한 원 위에 있다.



$\therefore \angle ARQ=\angle APQ$

$\widehat{AQ}$에 대한 원주각

$\triangle AQP \backsim \triangle APB$ (AA 닮음)이므로

$\angle BAP$는 공통, $\angle AQP=\angle APB=90°$이므로 $\triangle AQP \backsim \triangle APB$ (AA 닮음)

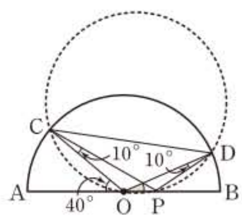
$\angle APQ=\angle B=32°$

$\therefore \angle ARQ=\angle APQ=32°$

$\therefore \angle QRC=180°-32°=148°$ 답 $148°$

16 전략 $\angle OCP=\angle ODP$이므로 네 점 C, O, P, D가 한 원 위에 있음을 이용한다.

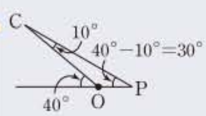
풀이 $\angle OCP=\angle ODP$이므로 네 점 C, O, P, D는 한 원 위에 있다.



$\therefore \angle CDO=\angle CPO$

$\triangle COP$에서

$\angle CPO=40°-10°$
$=30°$



$\therefore \angle CDO=\angle CPO=30°$ ⋯ ❶

$\widehat{CO}$에 대한 원주각

$\triangle COD$는 $\overline{OC}=\overline{OD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle COD=180°-2\times 30°=120°$ ⋯ ❷

$\therefore \angle DOB=180°-(40°+120°)$
$=20°$ ⋯ ❸

답 $20°$

채점 기준	비율
❶ $\angle CDO$의 크기를 구할 수 있다.	50%
❷ $\angle COD$의 크기를 구할 수 있다.	30%
❸ $\angle DOB$의 크기를 구할 수 있다.	20%

17 전략 한 원에서 길이가 같은 호에 대한 원주각의 크기는 같음을 이용하여 $\angle ABD$, $\angle DBC$의 크기를 $\angle x$로 나타낸다.

풀이 $\widehat{AB}=\widehat{AD}$이므로

$\angle ABD=\angle ADB=\angle x$

$\therefore \angle DBC=\frac{4}{3}\angle ABD=\frac{4}{3}\angle x$

$\overline{BC}$는 원 O의 지름이므로 $\angle BDC=90°$

$\square ABCD$가 원 O에 내접하므로

$\angle ABC+\angle ADC=180°$

$\left(\angle x+\frac{4}{3}\angle x\right)+(\angle x+90°)=180°$

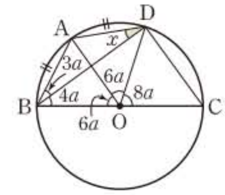
$\frac{10}{3}\angle x=90°$ $\therefore \angle x=27°$ 답 ③

다른풀이 $\angle DBC=\frac{4}{3}\angle ABD$에서

$3\angle DBC=4\angle ABD$이므로

$\angle DBC:\angle ABD=4:3$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OD}$를 긋고 $\angle DBC=4\angle a$, $\angle ABD=3\angle a$라 하면



$\angle BOA=\angle AOD$
$=2\times 3\angle a$
$=6\angle a$,

$\angle DOC=2\times 4\angle a=8\angle a$

따라서 $\angle BOA+\angle AOD+\angle DOC=180°$이므로

$\angle BOC$는 평각이다.

$6\angle a+6\angle a+8\angle a=180°$

$20\angle a=180°$ $\therefore \angle a=9°$

$\therefore \angle x=3\angle a=3\times 9°=27°$

18 전략 $\square BCDE$가 원에 내접함을 이용하여 먼저 $\angle BED$의 크기를 구한다.

풀이 $\square BCDE$가 원 O에 내접하므로

$\angle BED=180°-114°=66°$ ⋯ ❶

또 $\overline{BE}$는 원 O의 지름이므로

$\angle BDE=90°$

$\therefore \angle DBE=180°-(66°+90°)=24°$ ⋯ ❷

따라서 $\angle ABD=2\times 24°=48°$이므로 $\triangle FBD$에서

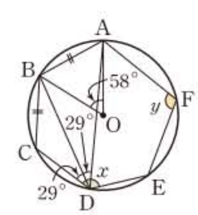
$\angle BFD=180°-(48°+90°)=42°$ ⋯ ❸

답 $42°$

채점 기준	비율
❶ $\angle BED$의 크기를 구할 수 있다.	30%
❷ $\angle DBE$의 크기를 구할 수 있다.	30%
❸ $\angle BFD$의 크기를 구할 수 있다.	40%

19 전략 $\widehat{AB}$, $\widehat{BC}$에 대한 원주각의 크기가 같음을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$, $\overline{BD}$를 그으면



$\angle ADB=\frac{1}{2}\angle AOB$
$=\frac{1}{2}\times 58°=29°$

$\overline{AB}=\overline{BC}$이므로

$\angle BDC=\angle ADB=29°$

한 원에서 길이가 같은 두 현에 대한 원주각의 크기는 같다.

또 $\square ADEF$가 원 O에 내접하므로

$\angle ADE+\angle AFE=180°$에서

$\angle x-(29°+29°)+\angle y=180°$

$\therefore \angle x+\angle y=238°$ 답 ⑤

20 전략 $\square ABQP$, $\square PQSR$, $\square RSCD$가 각각 원 O_1, O_2, O_3에 내접함을 이용한다.

풀이 $\square ABQP$가 원 O_1에 내접하므로

$\angle PAB=\angle PQS$

Ⅱ 원의 성질

□PQSR가 원 O_2에 내접하므로

$\angle PQS = \angle DRS$

$\therefore \angle PAB = \angle DRS$ ⋯ ❶

□RSCD가 원 O_3에 내접하므로

$\angle DRS + \angle DCS = 180°$

$\therefore \angle DRS = 180° - \angle DCS$

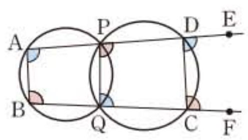
$= 180° - 84° = 96°$ ⋯ ❷

$\therefore \angle PAB = \angle DRS = 96°$ ⋯ ❸

답 $96°$

채점 기준	비율
❶ $\angle PAB = \angle DRS$임을 알 수 있다.	40 %
❷ $\angle DRS$의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❸ $\angle PAB$의 크기를 구할 수 있다.	20 %

만점 비법



네 점 A, P, D, E와 네 점 B, Q, C, F가 각각 한 직선 위에 있고, □ABQP와 □PQCD가 각각 원에 내접할 때

① $\angle BAP = \angle PQC = \angle CDE$, $\angle ABQ = \angle QPD = \angle DCF$

② $\angle BAP + \angle PDC = 180°$, $\angle ABQ + \angle QCD = 180°$

③ $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$

21

전략 사각형이 원에 내접하기 위한 조건을 생각한다.

풀이 (ⅰ) 한 쌍의 대각의 크기의 합이 $180°$인 경우

□ADHF, □BEHD, □CFHE

(ⅱ) 한 직선에 대하여 같은 쪽에 있는 두 점을 꼭짓점으로 하는 각의 크기가 같은 경우

□ABEF, □BCFD, □CADE

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 사각형의 개수는 6이다. 답 6

22

전략 접선과 현이 이루는 각의 성질을 이용하여 $\angle CTP$의 크기를 구한다.

풀이 직선 PT가 원의 접선이므로

$\angle BTP = \angle BAT$

△TAC에서 $\angle ATC + \angle CAT = 75°$

이때 $\angle ATC = \angle CTB$이므로

$\angle CTP = \angle CTB + \angle BTP$

$= \angle ATC + \angle BAT$

$= 75°$

△TCP에서

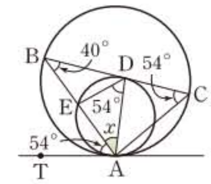
$x = 180° - 2 \times 75° = 30°$

$\therefore \tan x = \tan 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 답 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

일품 BOX

23

전략 $\overline{ED}$를 긋고 큰 원과 작은 원에서 접선과 현이 이루는 각의 성질을 이용한다.



풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{ED}$를 그으면 $\angle BAT = \angle BCA = 54°$ 이므로

$\overset{\frown}{AB}$에 대한 원주각

$\angle EDA = \angle EAT = 54°$

$\overset{\frown}{EA}$에 대한 원주각

$\angle EAD = \angle x$라 하면

$\angle BDE = \angle x$이므로 △BAD에서

$40° + \angle x + (54° + \angle x) = 180°$

$2\angle x = 86°$ $\therefore \angle x = 43°$ 답 ④

24

전략 호 BT에 대한 원주각의 크기가 $40°$이고 접선과 현이 이루는 각의 성질을 이용하여 $\angle TCD$의 크기를 구한다.

풀이 $\angle BTQ = \angle BAT = 40°$ ⋯ ❶

이때 $\angle PTD = \angle BTQ = 40°$(맞꼭지각)이므로

$\angle TCD = \angle PTD = 40°$ ⋯ ❷

따라서 △DTC에서

$\angle DTC = 180° - (55° + 40°) = 85°$ ⋯ ❸

답 $85°$

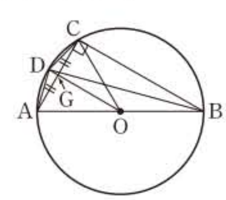
채점 기준	비율
❶ $\angle BTQ$의 크기를 구할 수 있다.	30 %
❷ $\angle TCD$의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❸ $\angle DTC$의 크기를 구할 수 있다.	30 %

최상위로 가는 최고 수준 문제

본책 53쪽

01

전략 $\overline{AC}$, $\overline{DO}$를 긋고 닮음인 삼각형을 찾는다.



풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$와 $\overline{DO}$의 교점을 G라 하자.

$\overline{AD} = \overline{CD}$이므로

$\angle AOD = \angle DOC$

길이가 같은 두 현에 대한 중심각의 크기는 같다.

△OAC는 $\overline{OA} = \overline{OC}$인 이등변삼각형이고 $\overline{OD}$는 꼭지각의 이등분선이므로

$\overline{AC} \perp \overline{OG}$

△ADB와 △DGA에서

$\angle ADB = \angle DGA = 90°$, $\angle ABD = \angle DAG$

$\overline{AD} = \overline{DC}$이므로 $\angle ABD = \angle DAG$

이므로 △ADB∽△DGA (AA 닮음)

따라서 $\overline{AB} : \overline{DA} = \overline{AD} : \overline{DG}$이므로

$16 : 4 = 4 : \overline{DG}$ $\therefore \overline{DG} = 1$

$\therefore \overline{OG} = \overline{OD} - \overline{DG} = 8 - 1 = 7$

△AOG에서

$\overline{AG} = \sqrt{8^2 - 7^2} = \sqrt{15}$

$\therefore \overline{AC} = 2\overline{AG} = 2\sqrt{15}$

$\triangle ABC$에서

$\overline{BC}=\sqrt{16^2-(2\sqrt{15})^2}=14$ 답 14

다른풀이 $\triangle AOG$와 $\triangle ABC$에서

$\angle A$는 공통, $\angle AGO=\angle ACB=90^\circ$

이므로 $\triangle AOG \backsim \triangle ABC$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AO}:\overline{AB}=\overline{OG}:\overline{BC}$이므로

$8:16=7:\overline{BC}$ $\therefore \overline{BC}=14$

02 전략 반원에 대한 원주각의 크기는 90°임을 이용한다.

풀이 $l_1^2+l_2^2+l_3^2+\cdots+l_{16}^2=l$이라 하면

$l=(l_1^2+l_{15}^2)+(l_2^2+l_{14}^2)$
$+\cdots+(l_7^2+l_9^2)+l_8^2+l_{16}^2$

$\angle P_0OP_1=\angle P_1OP_2=\cdots=\angle P_{15}OP_{16}$에서 중심각의 크기가 같으면 현의 길이가 같으므로

$l_{15}=\overline{P_1P_{16}}$, $l_{14}=\overline{P_2P_{16}}$, $\cdots$, $l_9=\overline{P_7P_{16}}$

따라서

$l=(l_1^2+\overline{P_1P_{16}}^2)+(l_2^2+\overline{P_2P_{16}}^2)$
$+\cdots+(l_7^2+\overline{P_7P_{16}}^2)+l_8^2+l_{16}^2$

에서 $l_1^2+\overline{P_1P_{16}}^2$, $l_2^2+\overline{P_2P_{16}}^2$, $\cdots$, $l_7^2+\overline{P_7P_{16}}^2$의 값은 각각 직각삼각형 $P_0P_1P_{16}$, $P_0P_2P_{16}$, $\cdots$, $P_0P_7P_{16}$의 빗변의 길이의 제곱과 같고 이 직각삼각형들의 빗변은 모두 원 O의 지름이다.

$\therefore l=\overline{P_{16}P_0}^2+\overline{P_{16}P_0}^2+\cdots+\overline{P_{16}P_0}^2+l_8^2+l_{16}^2$
$=7\times 2^2+(\sqrt{2})^2+2^2=34$ 답 ③

$\triangle P_0P_8P_{16}$은 $\angle P_0P_8P_{16}=90^\circ$, $\overline{P_0P_8}=\overline{P_8P_{16}}$인 직각이등변삼각형이므로 $l_8=2\cos 45^\circ=\sqrt{2}$

03 전략 호에 대한 원주각의 크기는 그 호의 길이에 정비례함을 이용한다.

풀이 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DE}=\overline{EA}$이므로

$\widehat{AB}=\widehat{BC}=\widehat{CD}=\widehat{DE}=\widehat{EA}$

따라서 $\widehat{AB}$의 길이는 원주의 $\frac{1}{5}$이므로

$\angle ACB=180^\circ\times\frac{1}{5}=36^\circ$

또 $\widehat{CDE}$의 길이는 원주의 $\frac{2}{5}$이므로

$\angle CBE=180^\circ\times\frac{2}{5}=72^\circ$

$\triangle BCF$에서 $\angle CFB=180^\circ-(36^\circ+72^\circ)=72^\circ$

$\therefore \overline{BC}=\overline{CF}$ ➊

$\triangle ABC$와 $\triangle AFB$에서

$\angle BAC$는 공통, $\angle ACB=\angle ABF$

이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle AFB$ (AA 닮음) ➋

$\widehat{AB}=\widehat{AE}$이므로 $\angle ACB=\angle ABE$

$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{FC}=x$ cm라 하면

$\overline{AB}:\overline{AF}=\overline{AC}:\overline{AB}$이므로

$x:2=(2+x):x$, $x^2=4+2x$

$x^2-2x-4=0$

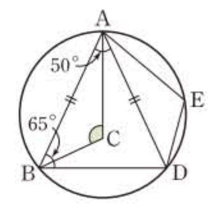
$\therefore x=1+\sqrt{5}$ ($\because x>0$)

따라서 $\overline{FC}$의 길이는 $(1+\sqrt{5})$ cm이다. ➌

답 $(1+\sqrt{5})$ cm

채점 기준	비율
➊ $\overline{BC}=\overline{CF}$임을 알 수 있다.	40 %
➋ $\triangle ABC \backsim \triangle AFB$임을 알 수 있다.	30 %
➌ $\overline{FC}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %

04 전략 $\overline{AB}=\overline{AD}$임을 이용하여 $\angle ABD$의 크기를 구한다.



풀이 $\triangle ABC$와 $\triangle ADE$가 합동이므로

$\overline{AB}=\overline{AD}$

$\therefore \angle ABD=\frac{1}{2}\times(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$ ➊

네 점 A, B, D, E가 한 원 위에 있으므로 $\square ABDE$에서

$\square ABDE$가 원에 내접한다.

$\angle ABD+\angle AED=180^\circ$

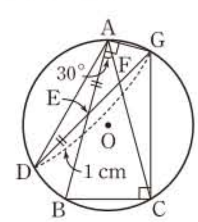
$\therefore \angle AED=180^\circ-65^\circ=115^\circ$ ➋

$\therefore \angle ACB=\angle AED=115^\circ$ ➌

답 115°

채점 기준	비율
➊ $\angle ABD$의 크기를 구할 수 있다.	30 %
➋ $\angle AED$의 크기를 구할 수 있다.	50 %
➌ $\angle ACB$의 크기를 구할 수 있다.	20 %

05 전략 한 원에서 길이가 같은 호에 대한 원주각의 크기는 같음을 이용하여 $\triangle EAD$가 어떤 삼각형인지 생각한다.



풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면

$\angle DAB=\angle ADG$
$=180^\circ\times\frac{1}{12}$
$=15^\circ$

이므로 $\triangle EAD$는 $\overline{EA}=\overline{ED}$인 이등변삼각형이다.

한편 $\triangle ABC$에서

$\angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-30^\circ)=75^\circ$

이고, $\angle ACG=\angle ADG=15^\circ$이므로

$\angle BCG=\angle ACB+\angle ACG$
$=75^\circ+15^\circ=90^\circ$

이때 $\square ABCG$가 원 O에 내접하므로

$\angle BAG=180^\circ-\angle BCG=180^\circ-90^\circ=90^\circ$

또 $\triangle EAD$에서

$\angle AEG=\angle EAD+\angle EDA$
$=15^\circ+15^\circ=30^\circ$

$\overline{AE}=\overline{ED}=x$ cm라 하면 $\overline{EG}=1-x$ (cm)이므로

△AEG에서

$$\cos 30^\circ=\frac{\overline{AE}}{\overline{EG}}=\frac{x}{1-x}$$

즉 $\frac{x}{1-x}=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로

$$2x=\sqrt{3}(1-x),\qquad (2+\sqrt{3})x=\sqrt{3}$$

$$\therefore\ x=\frac{\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}=\sqrt{3}(2-\sqrt{3})$$

따라서 $\overline{AE}$의 길이는 $\sqrt{3}(2-\sqrt{3})$ cm이다. 답 ④

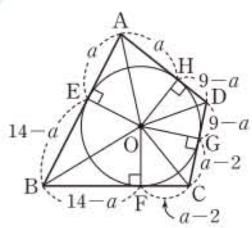
06 전략 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 접선의 길이는 같음을 이용하여 □ABCD의 각 꼭짓점에서 내접원 O의 접점까지의 거리를 각각 한 문자로 나타낸다.

풀이 □ABCD는 원에 내접하므로

$\angle BAD+\angle BCD=180^\circ$

원에 내접하는 사각형에서 한 쌍의 대각의 크기의 합은 180°이다.

오른쪽 그림과 같이 사각형 ABCD와 내접원 O의 접점을 각각 E, F, G, H라 하고 $\overline{AE}=\overline{AH}=a$라 하면



$\overline{BF}=\overline{BE}=14-a$,

$\overline{DG}=\overline{DH}=9-a$,

$\overline{CG}=\overline{CF}=a-2$

$\overline{CG}=\overline{CF}$
$=\overline{BC}-\overline{BF}$
$=12-(14-a)$
$=a-2$

△AEO와 △OFC에서

$\angle AEO=\angle OFC=90^\circ$,

$$\angle EAO=\frac{1}{2}\angle BAD=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle BCD)$$
$$=90^\circ-\frac{1}{2}\angle BCD$$
$$=90^\circ-\angle OCF$$
$$=\angle FOC$$

이므로 △AEO∽△OFC (AA 닮음)

이때 내접원 O의 반지름의 길이를 r라 하면

$\overline{AE}:\overline{OF}=\overline{EO}:\overline{FC}$에서

$a:r=r:(a-2)$

$\therefore\ r^2=a(a-2)$ …… ㉠

같은 방법으로 하면 △BFO∽△OGD (AA 닮음)이므로 $\overline{BF}:\overline{OG}=\overline{FO}:\overline{GD}$에서

$(14-a):r=r:(9-a)$

$\therefore\ r^2=(14-a)(9-a)$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $a(a-2)=(14-a)(9-a)$

$21a=126\qquad \therefore\ a=6$

$a=6$을 ㉠에 대입하면 $r^2=24$

$\therefore\ r=2\sqrt{6}\ (\because r>0)$

따라서 내접원 O의 반지름의 길이는 $2\sqrt{6}$이다.

답 $2\sqrt{6}$

학교 시험 실전 TEST Level 1

본책 54~57쪽

01 전략 원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분함을 이용한다.

풀이 $\overline{AM}=\overline{MP}$, $\overline{PN}=\overline{NB}$이므로

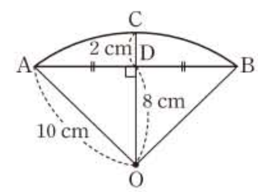
$$\overline{AB}=(\overline{AM}+\overline{MP})+(\overline{PN}+\overline{NB})$$
$$=2\overline{MP}+2\overline{PN}$$
$$=2(\overline{MP}+\overline{PN})$$
$$=2\overline{MN}$$

따라서 $2\overline{MN}=16$ (cm)이므로

$\overline{MN}=8$ (cm) 답 ②

02 전략 원에서 현의 수직이등분선은 원의 중심을 지남을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O라 하면



$\overline{OD}=10-2=8$ (cm)

이므로 △OAD에서

$\overline{AD}=\sqrt{10^2-8^2}$

$=6$ (cm)

$\therefore\ \overline{AB}=2\overline{AD}=12$ (cm) 답 ④

03 전략 원의 중심으로부터 같은 거리에 있는 두 현의 길이는 같음을 이용한다.

풀이 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로

$\overline{CD}=\overline{AB}=14\sqrt{2}$ (cm)

$\overline{DN}=\frac{1}{2}\overline{CD}=7\sqrt{2}$ (cm)이므로 △ODN에서

$$\overline{OD}=\frac{7\sqrt{2}}{\cos 45^\circ}=7\sqrt{2}\times\frac{2}{\sqrt{2}}=14\ (\text{cm})$$

따라서 원 O의 둘레의 길이는

$2\pi\times 14=28\pi$ (cm) 답 ③

04 전략 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같음을 이용하여 합동인 삼각형을 찾는다.

풀이 ① △BOD와 △POD에서

$\angle OBD=\angle OPD=90^\circ$,

$\overline{DB}$, $\overline{DP}$가 원 O의 접선이므로
$\overline{DB}\perp\overline{OB}$, $\overline{DP}\perp\overline{OP}$

$\overline{OB}=\overline{OP}$, $\overline{OD}$는 공통

이므로 △BOD≡△POD (RHS 합동)

② △AOC와 △POC에서

$\angle OAC=\angle OPC=90^\circ$,

$\overline{OA}=\overline{OP}$, $\overline{OC}$는 공통

이므로 △AOC≡△POC (RHS 합동)

$\therefore\ \angle OCA=\angle OCP$

③ $\angle AOC=\angle POC$, $\angle BOD=\angle POD$이므로

일품 BOX

$\angle COD = \angle POC + \angle POD$

$= \frac{1}{2}(\angle AOP + \angle BOP)$

$= \frac{1}{2} \times 180^\circ$

$= 90^\circ$

④ $\overline{AC} = \overline{PC}$, $\overline{BD} = \overline{PD}$이므로

$\overline{AC} + \overline{BD} = \overline{PC} + \overline{PD} = \overline{CD}$

⑤ △OCP와 △DOP에서

$\angle CPO = \angle OPD = 90^\circ$, $\angle OCP = \angle DOP$

> $\angle OCP = 90^\circ - \angle ODP = \angle DOP$

이므로 $\triangle OCP \backsim \triangle DOP$ (AA 닮음)

$\therefore \overline{OC} : \overline{DO} = \overline{CP} : \overline{OP}$

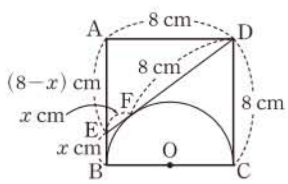
답 ⑤

05

전략 $\overline{BE} = x$ cm라 하고 △AED에서 피타고라스 정리를 이용한다.

풀이 $\overline{BE} = \overline{FE} = x$ cm

라 하면



$\overline{AE} = 8 - x$ (cm),

$\overline{DE} = 8 + x$ (cm)

이므로 △AED에서

$(8+x)^2 = 8^2 + (8-x)^2$

$32x = 64 \qquad \therefore x = 2$

$\therefore \overline{DE} = 8 + 2 = 10$ (cm)

답 ③

06

전략 내접원의 중심에서 세 변에 이르는 거리
◎ 내접원의 반지름의 길이

풀이 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\frac{1}{2} \times r \times (7+13+12) = 24\sqrt{3}$

> 세 변의 길이가 각각 a, b, c이고 내접원의 반지름의 길이가 r인 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2}r(a+b+c)$

$16r = 24\sqrt{3} \qquad \therefore r = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

이때 $\overline{CF} = \overline{CE} = a$ cm라 하면

$\overline{AD} = \overline{AF} = 12 - a$ (cm),

$\overline{BD} = \overline{BE} = 13 - a$ (cm)

$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{BD}$이므로 $\quad 7 = (12 - a) + (13 - a)$

$2a = 18 \qquad \therefore a = 9$

△OEC에서

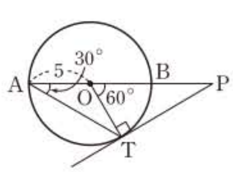
$\overline{OC} = \sqrt{\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2 + 9^2} = \frac{3\sqrt{39}}{2}$ (cm)

답 ⑤

07

전략 $\overline{OT}$를 긋고 △OTP의 내각의 크기를 구한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OT}$를 그으면



$\angle BOT = 2\angle BAT$

$= 2 \times 30^\circ = 60^\circ$

이때 $\overline{PT}$는 원 O의 접선이므로

$\angle OTP = 90^\circ$

△OTP에서 $\quad \overline{OP} = \frac{5}{\cos 60^\circ} = 5 \times 2 = 10$

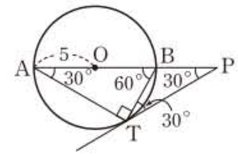
> 세 내각의 크기가 30°, 60°, 90°인 직각삼각형이다.

$\overline{OP} = \overline{OB} + \overline{BP}$에서

$\overline{BP} = 10 - 5 = 5$

답 ③

다른풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BT}$를 그으면



$\angle BTP = \angle BAT$

$= 30^\circ$

$\overline{AB}$는 원 O의 지름이므로

$\angle ATB = 90^\circ$

△ATB에서 $\quad \angle ABT = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

△BTP에서 $\quad \angle BPT = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$

즉 $\angle BTP = \angle BPT$이므로 △BTP는 $\overline{BP} = \overline{BT}$인 이등변삼각형이다.

이때 △ATB에서

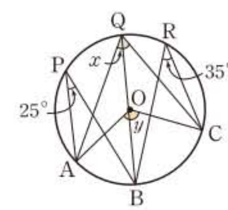
$\overline{BT} = 10 \sin 30^\circ = 10 \times \frac{1}{2} = 5$

$\therefore \overline{BP} = \overline{BT} = 5$

08

전략 $\overline{QB}$를 긋고 한 호에 대한 원주각의 크기는 모두 같음을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{QB}$를 그으면



$\angle AQB = \angle APB = 25^\circ$,

$\angle BQC = \angle BRC = 35^\circ$

이므로

$\angle x = 25^\circ + 35^\circ = 60^\circ$

$\therefore \angle y = 2\angle x = 120^\circ$

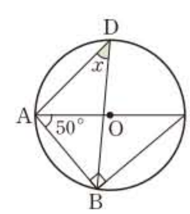
$\therefore \angle x + \angle y = 60^\circ + 120^\circ = 180^\circ$

답 ⑤

09

전략 반원에 대한 원주각의 크기는 90°임을 이용하여 $\widehat{AB}$에 대한 원주각의 크기를 구한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



$\angle ABC = 90^\circ$

△ABC에서

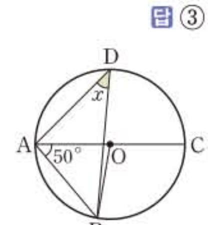
$\angle ACB = 90^\circ - 50^\circ$

$= 40^\circ$

이므로 $\quad \angle x = \angle ACB = 40^\circ$

답 ③

다른풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$를 그으면 △OAB는 $\overline{OA} = \overline{OB}$인 이등변삼각형이므로



$\angle AOB = 180^\circ - 2 \times 50^\circ$

$= 80^\circ$

$\therefore \angle x = \frac{1}{2}\angle AOB = \frac{1}{2} \times 80^\circ = 40^\circ$

Ⅱ 원의 성질

10 전략 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같음을 이용하여 $\overset{\frown}{BC}$에 대한 원주각의 크기를 구한다.

풀이 $\triangle ACP$에서 $\quad \angle CAP=70°-25°=45°$

$\therefore \angle COB=2\angle CAP=90°$

원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi \times r \times \frac{90}{360}=2\pi \qquad \therefore r=4$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 4 cm이다. 답 ①

11 전략 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있고 두 점 A, D가 $\overline{BC}$에 대하여 같은 쪽에 있을 때, $\angle BAC=\angle BDC$임을 이용한다.

풀이 $\triangle ABP$에서

$\angle BAP=180°-(55°+70°)=55°$

$\therefore \angle x=\angle BAP=55°$

> $\overset{\frown}{BC}$에 대한 원주각의 크기

$\angle DBC=\angle DAC=30°$이므로 $\triangle PBC$에서

> $\overset{\frown}{CD}$에 대한 원주각의 크기

$\angle y=70°-30°=40°$

$\therefore \angle x+\angle y=55°+40°=95°$ 답 ⑤

다른풀이 $\angle ADB=\angle ACB=\angle y$,

$\angle DBC=\angle DAC=30°$이고 □ABCD는 원에 내접하므로

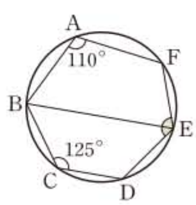
$(55°+30°)+(\angle x+\angle y)=180°$

> $\angle ABC+\angle ADC=180°$

$\therefore \angle x+\angle y=95°$

12 전략 $\overline{BE}$를 긋고 □ABEF와 □BCDE가 원에 내접함을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$를 그으면 □ABEF는 원에 내접하므로



$110°+\angle BEF=180°$

$\therefore \angle BEF=70°$

또 □BCDE는 원에 내접하므로

$125°+\angle BED=180° \qquad \therefore \angle BED=55°$

$\therefore \angle FED=70°+55°=125°$ 답 ③

13 전략 한 쌍의 대각의 크기의 합이 180°인 사각형은 원에 내접함을 이용한다.

풀이 (ㄷ) 직사각형의 네 내각의 크기는 모두 90°이므로 대각의 크기의 합이 180°이다.

(ㅁ) 정사각형의 네 내각의 크기는 모두 90°이므로 대각의 크기의 합이 180°이다.

(ㅂ) 등변사다리꼴의 아랫변의 양 끝 각의 크기가 서로 같고 윗변의 양 끝 각의 크기가 서로 같으므로 대각의 크기의 합이 180°이다.

이상에서 항상 원에 내접하는 사각형은 (ㄷ), (ㅁ), (ㅂ)의 3개이다. 답 ③

일품 BOX

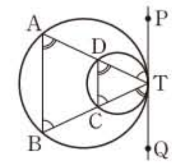
> **두 직선이 평행할 조건**
> ① 동위각의 크기가 서로 같으면 두 직선은 평행하다.
> ② 엇각의 크기가 서로 같으면 두 직선은 평행하다.

> $\triangle ABC$는 $\angle ACB=90°$인 직각삼각형이다.

> **등변사다리꼴**
> ① 등변사다리꼴은 아랫변의 양 끝 각의 크기가 같은 사다리꼴이다.
> ② 등변사다리꼴의 평행하지 않은 두 대변의 길이는 같다.

14 전략 접선과 현이 이루는 각의 성질을 이용하여 크기가 같은 각을 찾는다.

풀이 ① 직선 PQ가 큰 원의 접선이므로



$\angle ABT=\angle ATP$

② 직선 PQ가 두 원의 공통인 접선이므로

$\angle BAT=\angle BTQ$,

$\angle CDT=\angle BTQ$

$\therefore \angle BAT=\angle CDT$

③ $\angle BAT=\angle CDT$이므로 동위각의 크기가 같다.

$\therefore \overline{AB} /\!/ \overline{DC}$

④ $\triangle ABT$와 $\triangle DCT$에서

$\angle BAT=\angle CDT$, $\angle ATB$는 공통

이므로 $\quad \triangle ABT \backsim \triangle DCT$ (AA 닮음)

⑤ $\triangle ABT \backsim \triangle DCT$ (AA 닮음)이므로

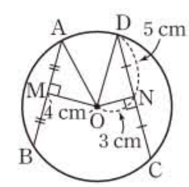
$\overline{TA} : \overline{TD}=\overline{TB} : \overline{TC}$

$\therefore \overline{TA}\times\overline{TC}=\overline{TB}\times\overline{TD}$

답 ⑤

15 전략 $\overline{OA}$, $\overline{OD}$를 그어 두 직각삼각형을 만든다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OD}$를 그으면



$\overline{DN}=\frac{1}{2}\overline{CD}=5$ (cm)

이므로 $\triangle ODN$에서

$\overline{OD}=\sqrt{3^2+5^2}$

$=\sqrt{34}$ (cm) ··· ❶

$\overline{OA}=\overline{OD}=\sqrt{34}$ (cm)이므로 $\triangle OAM$에서

$\overline{AM}=\sqrt{(\sqrt{34})^2-4^2}=3\sqrt{2}$ (cm) ··· ❷

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=6\sqrt{2}$ (cm) ··· ❸

답 $6\sqrt{2}$ cm

채점 기준	배점
❶ $\overline{OD}$의 길이를 구할 수 있다.	2점
❷ $\overline{AM}$의 길이를 구할 수 있다.	2점
❸ $\overline{AB}$의 길이를 구할 수 있다.	2점

16 전략 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같음을 이용한다.

풀이 $\triangle ABC$에서

$\overline{AB}=\sqrt{3^2+4^2}=5$ (cm)

$\overline{BP}=\overline{BR}=x$ cm라 하면

$\overline{CQ}=\overline{CR}=4-x$ (cm)

이때 $\overline{AP}=\overline{AQ}$이므로 $\quad 5+x=3+(4-x)$

$2x=2 \qquad \therefore x=1$

$\therefore \overline{AP}=5+1=6$ (cm) 답 6 cm

다른풀이 ($\triangle ABC$의 둘레의 길이)$=\overline{AP}+\overline{AQ}$
$=2\overline{AP}$

이므로

$2\overline{AP}=5+4+3=12$　　$\therefore\ \overline{AP}=6\,(\text{cm})$

17 전략 □ABCD, □DCEF에서 각각 원에 외접하는 사각형의 두 쌍의 대변의 길이의 합은 같음을 이용한다.

풀이 $\overline{AB}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$\overline{AB}+\overline{DC}=7+5=12\,(\text{cm})$　　…… ㉠

$\overline{DC}+\overline{EF}=\overline{DF}+\overline{CE}$이므로

$\overline{DC}+\overline{EF}=6+11=17\,(\text{cm})$　　…… ㉡

㉡－㉠을 하면

$\overline{EF}-\overline{AB}=17-12=5\,(\text{cm})$　　답 5 cm

18 전략 원에서 한 호에 대한 원주각의 크기는 그 호에 대한 중심각의 크기의 $\frac{1}{2}$임을 이용한다.

풀이 $\angle ACD=\frac{1}{2}\angle AOD=\frac{1}{2}\times 56^\circ=28^\circ$

$\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로　　$\angle ACB=90^\circ$

이때 $\overline{CE}$가 $\angle ACB$의 이등분선이므로

$\angle ACE=45^\circ$

$\therefore\ \angle x=\angle ACE-\angle ACD$
$=45^\circ-28^\circ=17^\circ$　　답 17°

19 전략 원에 내접하는 사각형에서 한 외각의 크기는 그와 이웃하는 내각의 대각의 크기와 같음을 이용하여 $\angle y$의 크기를 먼저 구한다.

풀이 □PQCD가 원 O′에 내접하므로

$\angle y=\angle PDC=95^\circ$　　⋯➊

□ABQP가 원 O에 내접하므로

$\angle BAP=180^\circ-\angle y=180^\circ-95^\circ=85^\circ$

$\therefore\ \angle x=2\angle BAP=2\times 85^\circ=170^\circ$　　⋯➋

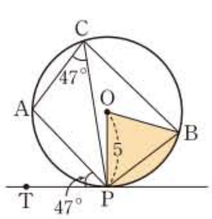
$\therefore\ \angle x+\angle y=170^\circ+95^\circ=265^\circ$　　⋯➌

답 265°

채점 기준	배점
➊ $\angle y$의 크기를 구할 수 있다.	2점
➋ $\angle x$의 크기를 구할 수 있다.	3점
➌ $\angle x+\angle y$의 크기를 구할 수 있다.	1점

20 전략 $\overline{CP}$를 긋고 접선과 현이 이루는 각의 성질을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CP}$를 그으면



$\angle ACP=\angle APT$
$=47^\circ$　　⋯➊

$\angle PCB=83^\circ-47^\circ=36^\circ$이므로

$\angle POB=2\times 36^\circ=72^\circ$　　⋯➋

따라서 부채꼴 POB의 넓이는

$\pi\times 5^2\times\frac{72}{360}=5\pi$　　⋯➌

답 5π

일품 BOX

반지름의 길이가 r, 중심각의 크기가 x°인 부채꼴에서
① (호의 길이) $=2\pi r\times\frac{x}{360}$
② (넓이) $=\pi r^2\times\frac{x}{360}$

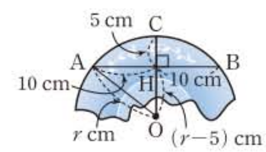
채점 기준	배점
➊ $\angle ACP$의 크기를 구할 수 있다.	2점
➋ $\angle POB$의 크기를 구할 수 있다.	2점
➌ 부채꼴 POB의 넓이를 구할 수 있다.	2점

학교 시험 실전 TEST Level 2

본책 58~61쪽

01 전략 원에서 현의 수직이등분선은 원의 중심을 지남을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O, 반지름의 길이를 r cm라 하자.



$\triangle OAH$에서

$r^2=10^2+(r-5)^2$

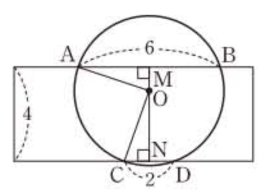
$10r=125$　　$\therefore\ r=12.5$

따라서 접시의 지름의 길이는

$2\times 12.5=25\,(\text{cm})$　　답 ④

02 전략 원의 중심 O를 잡고 점 O에서 두 현 AB, CD에 수선을 그어 직각삼각형을 만든다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O라 하고 점 O에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라 하면



$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=3$,

$\overline{CN}=\frac{1}{2}\overline{CD}=1$

$\overline{OM}=x$라 하면　　$\overline{ON}=4-x$

$\overline{MN}$의 길이는 직사각형의 세로의 길이와 같다.

이때 $\overline{OA}^2=\overline{OC}^2$이므로

$3^2+x^2=1^2+(4-x)^2$

$\triangle OAM$에서
$\overline{OA}^2=\overline{AM}^2+\overline{OM}^2$
$\triangle OCN$에서
$\overline{OC}^2=\overline{CN}^2+\overline{ON}^2$
$\therefore\ \overline{AM}^2+\overline{OM}^2$
$=\overline{CN}^2+\overline{ON}^2$

$8x=8$　　$\therefore\ x=1$

따라서 구하는 원의 반지름의 길이는

$\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$　　답 ①

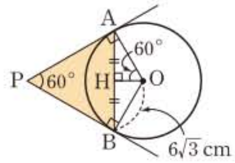
03 전략 $\angle APB$의 크기를 구하여 $\triangle APB$가 어떤 삼각형인지 생각한다.

풀이 $\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로

$\angle APB=180^\circ-120^\circ=60^\circ$

또 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $\triangle APB$는 정삼각형이다.

오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\angle AOH=60°$이므로



$$\overline{AH}=6\sqrt{3}\sin 60°=6\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=9\,(\text{cm})$$

$$\therefore\ \overline{AB}=2\overline{AH}=18\,(\text{cm})$$

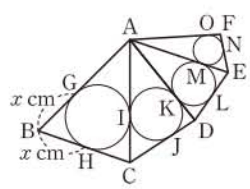
$$\therefore\ \triangle APB=\frac{\sqrt{3}}{4}\times 18^2=81\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$$

답 ③

04

전략 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같음을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 접점을 각각 G, H, I, J, K, L, M, N, O라 하고



$\overline{BG}=\overline{BH}=x$ cm라 하면

$$\overline{CH}=15-x\,(\text{cm})$$

$\overline{CJ}=\overline{CI}=\overline{CH}$이므로

$$\overline{DJ}=12-(15-x)=x-3\,(\text{cm})$$

$\overline{DL}=\overline{DK}=\overline{DJ}$이므로

$$\overline{EL}=9-(x-3)=12-x\,(\text{cm})$$

$\overline{EN}=\overline{EM}=\overline{EL}$이므로

$$\overline{FN}=6-(12-x)=x-6\,(\text{cm})$$

$$\therefore\ \overline{FO}=\overline{FN}=x-6\,(\text{cm})$$

한편 $\overline{AO}=\overline{AM}=\overline{AK}=\overline{AI}=\overline{AG}=20-x\,(\text{cm})$이므로

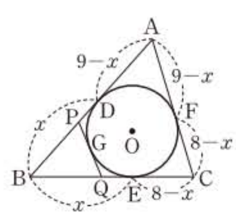
$$\overline{AF}=\overline{AO}+\overline{FO}=(20-x)+(x-6)=14\,(\text{cm})$$

답 ⑤

05

전략 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같음을 이용한다.

풀이 $\overline{BD}=\overline{BE}=x$라 하면



$\overline{AF}=\overline{AD}=9-x$,

$\overline{CF}=\overline{CE}=8-x$

$\overline{AC}=\overline{AF}+\overline{CF}$이므로

$$7=(9-x)+(8-x)$$

$$2x=10 \qquad \therefore\ x=5$$

이때 $\overline{PG}=\overline{PD}$, $\overline{QG}=\overline{QE}$이므로 $\triangle PBQ$의 둘레의 길이는

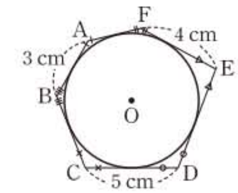
$$\begin{aligned}\overline{BP}+\overline{PQ}+\overline{BQ}&=\overline{BP}+\overline{PG}+\overline{QG}+\overline{BQ}\\&=(\overline{BP}+\overline{PD})+(\overline{QE}+\overline{BQ})\\&=\overline{BD}+\overline{BE}\\&=5+5=10\end{aligned}$$

답 ⑤

06

전략 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같음을 이용하여 $\overline{BC}+\overline{DE}+\overline{AF}$의 길이를 구한다.

풀이 오른쪽 그림에서



$$\begin{aligned}&\overline{AB}+\overline{CD}+\overline{EF}\\&=\overline{BC}+\overline{DE}+\overline{AF}\\&=3+5+4\\&=12\,(\text{cm})\end{aligned}$$

따라서 육각형 ABCDEF의 둘레의 길이는

$$12+12=24\,(\text{cm})$$

답 ③

07

전략 사각형의 네 내각의 크기의 합은 360°임을 이용한다.

풀이 $\angle PAO=\angle PBO=90°$이므로 $\square APBO$에서

$$\angle AOB=180°-52°=128°$$

$$\therefore\ \angle ACB=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times 128°=64°$$

따라서 $\square APBC$에서

$$(\angle x+90°)+52°+(\angle y+90°)+64°=360°$$

$$\therefore\ \angle x+\angle y=64°$$

답 ⑤

08

전략 한 호에 대한 원주각의 크기는 모두 같음을 이용한다.

풀이
$$\begin{aligned}\angle BPQ&=90°-\angle DPQ\\&=\angle PDQ\\&=43°\end{aligned}$$

$\therefore\ \angle APR=\angle BPQ=43°$ (맞꼭지각)

또 $\angle CAB=\angle CDB=43°$이므로 $\triangle ARP$에서

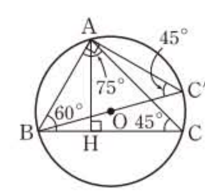
$$\begin{aligned}\angle x&=\angle RAP+\angle APR\\&=43°+43°=86°\end{aligned}$$

답 ④

09

전략 점 B와 원의 중심을 지나는 직선을 그어 직각삼각형을 만들고 삼각비를 이용하여 변의 길이를 구한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O라 하고 $\overline{BO}$의 연장선과 원의 교점을 C′이라 하면



$\angle BAC'=90°$,

$\angle AC'B=\angle ACB=45°$

$\triangle ABC'$에서

$$\overline{AB}=\overline{BC'}\sin 45°=8\times\frac{\sqrt{2}}{2}=4\sqrt{2}\,(\text{cm})$$

$\triangle ABC$에서 $\quad\angle ABC=180°-(75°+45°)=60°$

점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle ABH$에서

$$\overline{AH}=\overline{AB}\sin 60°=4\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{6}\,(\text{cm}),$$

$$\overline{BH}=\overline{AB}\cos 60°=4\sqrt{2}\times\frac{1}{2}=2\sqrt{2}\,(\text{cm})$$

따라서 $\overline{CH}=\overline{AH}=2\sqrt{6}\,(\text{cm})$이므로

$$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=2(\sqrt{2}+\sqrt{6})\,(\text{cm})$$

답 ④

일품 BOX

한 변의 길이가 a인 정삼각형의 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

원의 접선은 그 접점을 지나는 반지름과 서로 수직이다.

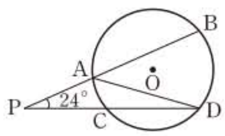
$\overset{\frown}{CB}$에 대한 원주각

삼각형에서 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

일품 BOX

10 전략 한 원에서 호의 길이는 그 호에 대한 원주각의 크기에 정비례함을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



$\widehat{AC} : \widehat{BD} = 4\pi : 10\pi = 2 : 5$

이므로

$\angle ADC : \angle BAD = 2 : 5$

$\therefore \angle ADC = \frac{2}{5}\angle BAD$

$\triangle APD$에서 $\angle BAD = 24° + \frac{2}{5}\angle BAD$

$\frac{3}{5}\angle BAD = 24°$ $\therefore \angle BAD = 40°$

따라서 $\angle BOD = 2\angle BAD = 80°$이므로

$80 : 360 = 10\pi :$ (원 O의 둘레의 길이)

$\therefore$ (원 O의 둘레의 길이)$=45\pi$ 답 ③

한 원에서 모든 호에 대한 원주각의 크기의 합은 180°이므로 다음과 같이 식을 세울 수도 있다.
$40 : 180$
$=10\pi :$ (원 O의 둘레의 길이)

11 전략 $\angle BEC = \angle BDC$이므로 네 점 B, C, D, E가 한 원 위에 있음을 이용한다.

풀이 $\angle BEC = \angle BDC$이므로 네 점 B, C, D, E는 한 원 위에 있다.

이때 $\angle BEC = 90°$이고 $\overline{BM} = \overline{CM}$이므로 점 M은 이 원의 중심이다.

직각삼각형의 빗변의 중점은 외심이다.

$\triangle ABD$에서 $\angle ABD = 90° - 70° = 20°$

$\therefore \angle EMD = 2\angle EBD = 2 \times 20° = 40°$ 답 ③

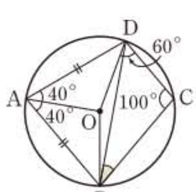
12 전략 원에 내접하는 사각형에서 한 쌍의 대각의 크기의 합은 180°임을 이용한다.

풀이 $\square ABCD$는 원 O에 내접하므로

$\angle DAB = 180° - \angle DCB$

$= 180° - 100° = 80°$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면



$\triangle OAD \equiv \triangle OAB$ (SSS 합동)

이므로

$\angle OAD = \angle OAB$

$= \frac{1}{2}\angle DAB = 40°$

이때 $\triangle OAD$는 이등변삼각형이므로

$\angle ODA = \angle OAD = 40°$

또 $\triangle ABD$는 이등변삼각형이므로

$\angle ABD = \frac{1}{2} \times (180° - 80°) = 50°$

따라서 $\square ABCD$는 원 O에 내접하므로

$\angle ADC + \angle ABC = 180°$

$(40° + 60°) + (50° + \angle DBC) = 180°$

$\therefore \angle DBC = 30°$ 답 ③

13 전략 한 외각의 크기가 그와 이웃하는 내각의 대각의 크기와 같은 사각형은 원에 내접함을 이용한다.

풀이 $\triangle APB$에서

$\angle ABP = 180° - (75° + 33°) = 72°$

이때 $\angle ADC = 25° + 47° = 72°$이므로

$\angle ABP = \angle ADC$

따라서 $\square ABCD$는 원에 내접하므로

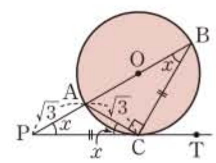
$\angle BAC = \angle BDC = 47°$

$\therefore \angle DAC = 180° - (75° + 47°) = 58°$

$\triangle AED$에서 $\angle DEC = 25° + 58° = 83°$ 답 ②

14 전략 $\overline{AC}$를 긋고 접선과 현이 이루는 각의 성질을 이용한다.

풀이 $\triangle BPC$에서 $\overline{PC} = \overline{BC}$이므로 $\angle BPC = \angle PBC = \angle x$라 하자.



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면

$\angle ACP = \angle ABC = \angle x$

즉 $\angle APC = \angle ACP$이므로 $\triangle APC$는 $\overline{AP} = \overline{AC}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{AC} = \overline{AP} = \sqrt{3}$

$\overline{AB}$는 원 O의 지름이므로 $\angle ACB = 90°$

$\triangle BPC$에서 $\angle x + (\angle x + 90°) + \angle x = 180°$

$3\angle x = 90°$ $\therefore \angle x = 30°$

$\triangle BAC$에서 $\angle ABC = 30°$이므로

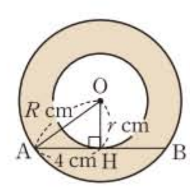
$\overline{AB} = \frac{\sqrt{3}}{\sin 30°} = \sqrt{3} \times 2 = 2\sqrt{3}$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $\sqrt{3}$이므로 넓이는

$\pi \times (\sqrt{3})^2 = 3\pi$ 답 ④

15 전략 원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분함을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 4$ (cm)

큰 원의 반지름의 길이를 R cm, 작은 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면 $\triangle OAH$에서

$R^2 = r^2 + 4^2$ $\therefore R^2 - r^2 = 16$

이때 색칠한 부분의 넓이는

$\pi R^2 - \pi r^2 = \pi(R^2 - r^2) = 16\pi$ (cm^2)

(큰 원의 넓이)
$-$(작은 원의 넓이)

답 16π cm^2

16 전략 한 원에서 중심으로부터 같은 거리에 있는 두 현의 길이는 같음을 이용한다.

일품 BOX

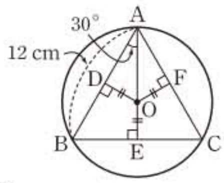
풀이 $\overline{OD}=\overline{OE}=\overline{OF}$이므로

$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$

즉 $\triangle ABC$는 정삼각형이므로

$\angle BAC=60^\circ$

$\therefore \angle DAO=\frac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$



$\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=6\,(\text{cm})$이므로 $\triangle ADO$에서

$\overline{AO}=\frac{6}{\cos 30^\circ}=6\times\frac{2}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$

원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분하므로

$\overline{AD}=\overline{DB}=\frac{1}{2}\overline{AB}$

$=\frac{1}{2}\times 12$

$=6\,(\text{cm})$

따라서 원 O의 둘레의 길이는

$2\pi\times 4\sqrt{3}=8\sqrt{3}\pi\,(\text{cm})$ 답 $8\sqrt{3}\pi$ cm

다른풀이 $\overline{AE}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 12=6\sqrt{3}\,(\text{cm})$

점 O는 정삼각형 ABC의 무게중심이므로

$\overline{AO}=\frac{2}{3}\overline{AE}=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$

정삼각형은 외심, 내심, 무게중심이 모두 일치한다.

따라서 원 O의 둘레의 길이는

$2\pi\times 4\sqrt{3}=8\sqrt{3}\pi\,(\text{cm})$

참고 삼각형의 무게중심은 세 중선의 길이를 각 꼭짓점으로부터 각각 2 : 1로 나눈다.

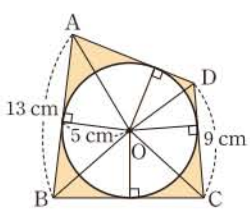
17 전략 $\square ABCD=\triangle OAB+\triangle OBC+\triangle OCD+\triangle ODA$임을 이용한다.

풀이 $\overline{AD}+\overline{BC}$

$=\overline{AB}+\overline{CD}$

$=13+9$

$=22\,(\text{cm})$ ➊



이때 오른쪽 그림에서

$\square ABCD$

$=\triangle OAB+\triangle OBC+\triangle OCD+\triangle ODA$

$=\frac{1}{2}\times 13\times 5+\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times 5+\frac{1}{2}\times 9\times 5$

$+\frac{1}{2}\times\overline{AD}\times 5$

$=55+\frac{5}{2}(\overline{AD}+\overline{BC})$

$=55+\frac{5}{2}\times 22=110\,(\text{cm}^2)$ ➋

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$110-\pi\times 5^2=110-25\pi\,(\text{cm}^2)$ ➌

답 $(110-25\pi)\,\text{cm}^2$

채점 기준	배점
➊ $\overline{AD}+\overline{BC}$의 길이를 구할 수 있다.	2점
➋ $\square ABCD$의 넓이를 구할 수 있다.	3점
➌ 색칠한 부분의 넓이를 구할 수 있다.	1점

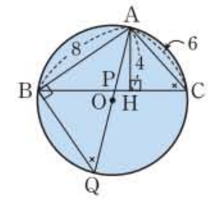
18 전략 $\overline{BQ}$를 긋고 원에서 한 호에 대한 원주각의 크기는 모두 같음을 이용하여 닮음인 삼각형을 찾는다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BQ}$를 그으면

$\angle ACB=\angle AQB$ ➊

$\overline{AQ}$는 원 O의 지름이므로

$\angle ABQ=90^\circ$



$\triangle AHC$와 $\triangle ABQ$에서

$\angle ACH=\angle AQB$, $\angle AHC=\angle ABQ=90^\circ$

이므로 $\triangle AHC\backsim\triangle ABQ$ (AA 닮음) ➋

즉 $\overline{AH}:\overline{AB}=\overline{AC}:\overline{AQ}$이므로

$4:8=6:\overline{AQ}$ $\therefore \overline{AQ}=12$ ➌

따라서 원 O의 반지름의 길이가 6이므로 넓이는

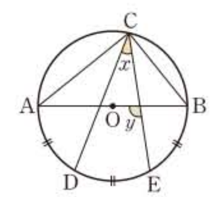
$\pi\times 6^2=36\pi$ ➍

답 36π

채점 기준	배점
➊ $\angle ACB=\angle AQB$임을 알 수 있다.	1점
➋ $\triangle AHC\backsim\triangle ABQ$임을 알 수 있다.	2점
➌ $\overline{AQ}$의 길이를 구할 수 있다.	2점
➍ 원 O의 넓이를 구할 수 있다.	1점

19 전략 한 원에서 길이가 같은 호에 대한 원주각의 크기는 같음을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$를 그으면 $\widehat{AD}=\widehat{DE}=\widehat{BE}$이므로



$\angle ACD=\angle DCE$

$=\angle ECB$

$=\frac{1}{3}\angle ACB$

$=\frac{1}{3}\times 90^\circ=30^\circ$

$\therefore \angle x=30^\circ$ ➊

$\widehat{AC}:\widehat{BC}=7:5$이므로

$\angle CAB=90^\circ\times\frac{5}{12}=37.5^\circ$

$\angle CAB$의 크기를 다음과 같이 구할 수도 있다.

$\angle COB=180^\circ\times\frac{5}{12}$

$=75^\circ$

에서

$\angle CAB=\frac{1}{2}\angle COB$

$=\frac{1}{2}\times 75^\circ$

$=37.5^\circ$

$\therefore \angle y=\angle ACE+\angle CAB$

$=60^\circ+37.5^\circ=97.5^\circ$ ➋

$\therefore \angle x+\angle y=30^\circ+97.5^\circ$

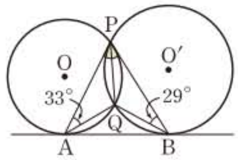
$=127.5^\circ$ ➌

답 127.5°

채점 기준	배점
➊ $\angle x$의 크기를 구할 수 있다.	2점
➋ $\angle y$의 크기를 구할 수 있다.	2점
➌ $\angle x+\angle y$의 크기를 구할 수 있다.	1점

20 전략 $\overline{PQ}$를 긋고 접선과 현이 이루는 각의 성질을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PQ}$를 그으면



$\angle APQ = \angle QAB$,

$\angle BPQ = \angle QBA$

$\triangle ABP$에서

$\angle APB + (33° + \angle QAB) + (29° + \angle QBA)$
$= 180°$

$\angle APB + (33° + \angle APQ) + (29° + \angle BPQ)$
$= 180°$

$2\angle APB + 62° = 180°$

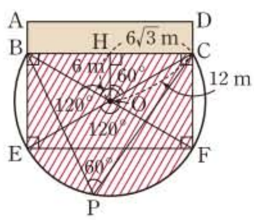
$\therefore \angle APB = 59°$ 답 $59°$

교과서 속 창의유형 본책 62쪽

유제 1 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

❶ 공원을 원 O라 하고 원 O의 반지름의 길이를 구한다.
❷ 원 O에서 객석으로 만들 수 있는 영역을 생각한다.
❸ 객석으로 만들 수 있는 영역의 넓이를 구한다.

풀이 ❶ 오른쪽 그림과 같이 공원을 원 O라 하면 $\angle BPC = 60°$이므로



$\angle BOC = 2\angle BPC$
$= 120°$

점 O에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\angle HOC = \frac{1}{2}\angle BOC = 60°$,

$\overline{HC} = \frac{1}{2}\overline{BC} = 6\sqrt{3}\,(\text{m})$

이므로 $\triangle HOC$에서

$\overline{OC} = \frac{6\sqrt{3}}{\sin 60°} = 6\sqrt{3} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 12\,(\text{m})$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 12 m이다.

❷ 이때 객석의 방향이 모두 무대를 향하고 있으므로 객석으로 만들 수 있는 영역은 위의 그림의 빗금 친 부분과 같다.

❸ $\triangle HOC$에서

$\overline{OH} = 12\cos 60° = 12 \times \frac{1}{2} = 6\,(\text{m})$

이므로 $\square BEFC = 12\sqrt{3} \times 12 = 144\sqrt{3}\,(\text{m}^2)$

현 EF와 호 EF로 이루어진 활꼴의 넓이는

$\pi \times 12^2 \times \frac{120}{360} - \frac{1}{2} \times 12\sqrt{3} \times 6$
$= 48\pi - 36\sqrt{3}\,(\text{m}^2)$

따라서 객석으로 만들 수 있는 영역의 넓이는

$144\sqrt{3} + (48\pi - 36\sqrt{3}) = 48\pi + 108\sqrt{3}\,(\text{m}^2)$

답 $(48\pi + 108\sqrt{3})\,\text{m}^2$

일품 BOX

(평균) $= \frac{(\text{변량의 총합})}{(\text{변량의 개수})}$

십의 자리의 숫자가 2이고 일의 자리의 숫자가 a이므로
$2\times10 + a\times1$
$= 20 + a$
이때 $2a$로 나타내지 않도록 주의한다.

$\square BEFC$
$= \overline{BC} \times \overline{BE}$
$= \overline{BC} \times 2\overline{OH}$
$= 12\sqrt{3} \times 12$

$\triangle OEF$
$= \triangle OCB$
$= \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{OH}$
$= \frac{1}{2} \times 12\sqrt{3} \times 6$

Ⅲ 통계

1 대푯값과 산포도

개념 & 핵심 기출 본책 64~65쪽

01 5회째 시험의 수학 점수를 x점이라 하면

$\frac{85+87+92+96+x}{5} = 91$

$360 + x = 455 \quad \therefore x = 95$ 답 95점

02 변량의 총합은

$16+19+21+23+(20+a)+(20+a)+28$
$+29+30+32+33+33$
$= 304 + 2a$

이고 평균이 26회이므로

$\frac{304+2a}{12} = 26, \quad 304 + 2a = 312$

$2a = 8 \quad \therefore a = 4$

이때 자료의 변량은 모두 12개이므로 중앙값은 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 6번째, 7번째에 오는 두 값, 즉 24와 28의 평균이다.

따라서 구하는 중앙값은

$\frac{24+28}{2} = 26\,(\text{회})$ 답 26회

03 주어진 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

72, 75, 77, 79, 79, 80, 81, 82,
84, 86, 86, 86, 88, 90, 93, 97

이므로 중앙값은 $\frac{82+84}{2} = 83\,(\text{회})$

$\therefore a = 83$

최빈값은 86회이므로 $b = 86$

$\therefore a + b = 169$ 답 ⑤

04 x를 제외한 변량이 모두 다르므로 x는 이 자료의 최빈값이다.

또 평균과 최빈값이 같으므로 x는 최빈값이면서 평균이다.

즉 $\frac{78+92+86+88+x}{5} = x$이므로

$344 + x = 5x, \quad 4x = 344$

$\therefore x = 86$ 답 86

05 ② 변량의 개수가 짝수이면 한가운데에 있는 두 값의 평균이 중앙값이므로 자료에 있는 값이 아닐 수도 있다.

④ 평균은 모든 변량의 값을 이용하여 계산한다.

답 ②, ④

만점 비법

(1) 평균의 성질
① 대푯값으로 가장 많이 사용한다.
② 장점: 모든 변량의 값을 이용하여 계산한다.
③ 단점: 극단적인 값에 영향을 받는다.

(2) 중앙값의 성질
① 장점: 자료의 변량 중에 극단적인 값이 있는 경우 자료 전체의 중심적인 경향을 더 잘 나타낼 수 있다.
② 단점: 자료의 모든 정보를 활용한다고 볼 수 없다.

(3) 최빈값의 성질
① 선호도를 조사할 때 주로 사용한다.
② 장점: 자료의 변량이 많은 경우에 쉽게 구할 수 있고, 수량으로 나타나지 않는 자료에서도 구할 수 있다.
③ 단점: 자료의 변량이 적은 경우에 자료 전체의 중심적인 경향을 반영하지 못할 수도 있다.

06 편차의 총합은 0이므로

$-2+1+3+x+(-1)=0 \qquad \therefore x=-1$

따라서 4회의 사격 점수는

$-1+7=6$(점) 답 6점

(변량) = (편차) + (평균)

07 6, 7, 10, 12, x의 평균이 9이므로

$\dfrac{6+7+10+12+x}{5}=9$

$35+x=45 \qquad \therefore x=10$

각 변량의 편차는 $-3,\ -2,\ 1,\ 3,\ 1$이므로

$(\text{분산})=\dfrac{(-3)^2+(-2)^2+1^2+3^2+1^2}{5}$

$=\dfrac{24}{5}=4.8$ 답 4.8

08 편차의 총합은 0이므로

$-4+2+0+(-1)+x=0 \qquad \therefore x=3$

$\therefore (\text{분산})=\dfrac{(-4)^2+2^2+0^2+(-1)^2+3^2}{5}$

$=\dfrac{30}{5}=6$

$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{6}$ (kg) 답 ③

표준편차는 변량과 같은 단위를 갖는다.

09 표준편차가 작을수록 변량들이 평균을 중심으로 가까이 모여 있다. 따라서 영어 점수가 가장 고른 학급은 표준편차가 가장 작은 4반이다. 답 4반

10 변량 $x_1,\ x_2,\ x_3,\ \cdots,\ x_n$의 평균을 m이라 하면

$\dfrac{x_1+x_2+x_3+\cdots+x_n}{n}=m \qquad \cdots\cdots ㉠$

또 변량 $x_1,\ x_2,\ x_3,\ \cdots,\ x_n$의 표준편차가 3이므로

$\dfrac{(x_1-m)^2+(x_2-m)^2+(x_3-m)^2+\cdots+(x_n-m)^2}{n}$

$=9 \qquad \cdots\cdots ㉡$

(분산) = (표준편차)^2 $=3^2=9$

변량 $2x_1-1,\ 2x_2-1,\ 2x_3-1,\ \cdots,\ 2x_n-1$의 평균은

$\dfrac{(2x_1-1)+(2x_2-1)+(2x_3-1)+\cdots+(2x_n-1)}{n}$

$=\dfrac{2(x_1+x_2+x_3+\cdots+x_n)-n}{n}=2m-1 \ (\because ㉠)$

변량 $2x_1-1,\ 2x_2-1,\ 2x_3-1,\ \cdots,\ 2x_n-1$의 분산은

$\dfrac{1}{n}\{(2x_1-1-2m+1)^2+(2x_2-1-2m+1)^2$
$+(2x_3-1-2m+1)^2$
$+\cdots+(2x_n-1-2m+1)^2\}$

$=4\times\dfrac{1}{n}\{(x_1-m)^2+(x_2-m)^2+(x_3-m)^2$
$+\cdots+(x_n-m)^2\}$

$=4\times 9=36 \ (\because ㉡)$

따라서 구하는 표준편차는 $\sqrt{36}=6$ 답 ④

다른풀이 변량 $x_1,\ x_2,\ x_3,\ \cdots,\ x_n$의 표준편차가 3이므로 변량 $2x_1-1,\ 2x_2-1,\ 2x_3-1,\ \cdots,\ 2x_n-1$의 표준편차는 $|2|\times3=6$

만점 도전을 위한 고난도 문제

본책 66~67쪽

01 전략 A, B, C 세 학생의 과학 점수의 총합을 구한다.

풀이 A, B, C 세 학생의 과학 점수를 각각 a점, b점, c점이라 하면 A와 B의 평균이 85점이므로

$\dfrac{a+b}{2}=85 \qquad \therefore a+b=170 \qquad \cdots\cdots ㉠$

B와 C의 평균이 88점이므로

$\dfrac{b+c}{2}=88 \qquad \therefore b+c=176 \qquad \cdots\cdots ㉡$

A와 C의 평균이 82점이므로

$\dfrac{a+c}{2}=82 \qquad \therefore a+c=164 \qquad \cdots\cdots ㉢$

㉠+㉡+㉢을 하면 $2(a+b+c)=510$

$\therefore a+b+c=255$

㉠에서 $c=85$
㉡에서 $a=79$
㉢에서 $b=91$

따라서 A, B, C의 과학 점수의 평균은

$\dfrac{a+b+c}{3}=\dfrac{255}{3}=85$(점) 답 ②

02 전략 처음 모둠에서 5번째 학생의 점수와 중앙값을 이용하여 6번째 학생의 점수를 구한다.

풀이 처음 모둠에서 수학 점수를 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 6번째 학생의 점수를 a점이라 하면 중앙값이 83점이므로

$\dfrac{79+a}{2}=83, \qquad 79+a=166 \qquad \therefore a=87$

이때 수학 점수가 91점인 학생이 추가되면 $87<91$이므로 11명의 학생의 수학 점수의 중앙값은 6번째 학생의 점수이다.

6번째 학생의 점수

따라서 구하는 중앙값은 87점이다. 답 ③

03 전략 $a\le b\le c$로 놓고 중앙값과 최빈값을 이용하여 a, b의 값을 먼저 구한다.

풀이 중앙값과 최빈값이 6이므로 $a\le b\le c$라 하면

5개의 변량 중 적어도 2개는 6이어야 한다.

$a=6$, $b=6$ ⋯ ❶

이때 평균이 5이므로

$$\frac{2+4+6+6+c}{5}=5$$

$18+c=25\qquad \therefore c=7$ ⋯ ❷

$\therefore abc=252$ ⋯ ❸

답 252

채점 기준	비율
❶ a, b의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ c의 값을 구할 수 있다.	50 %
❸ abc의 값을 구할 수 있다.	10 %

04 전략 주어진 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하여 생각한다.

풀이 (ㄱ) 평균은 추가되는 변량에 따라 변할 수도 있다.

주어진 자료의 평균은 $\frac{198}{11}=18$이므로 추가되는 변량이 18이면 평균은 변하지 않지만 18이 아니면 평균은 변한다.

(ㄴ) 주어진 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

2, 11, 13, 14, 17, 17, 17, 20, 25, 29, 33

이므로 중앙값은 17이다.

이때 추가되는 변량을 a라 하자.

$a\le 17$이면 중앙값은 $\frac{17+17}{2}=17$

$a\ge 17$이면 중앙값은 $\frac{17+17}{2}=17$

따라서 중앙값은 변하지 않는다.

(ㄷ) 주어진 변량에서 17이 3개이고, 나머지는 모두 1개씩이므로 하나의 변량을 추가하더라도 최빈값은 변하지 않는다.

이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄷ)이다. 답 (ㄴ), (ㄷ)

05 전략 편차의 총합은 0임을 이용하여 x의 값을 구한다.

풀이 편차의 총합은 0이므로

$(2x-4)+(-6)+(2x^2+3)+(-3)+(x-2)+(-x^2+2)=0$

$x^2+3x-10=0,\qquad (x+5)(x-2)=0$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=2$ ⋯ ❶

(i) $x=-5$일 때,

평균이 70이므로

$C=\{2\times(-5)^2+3\}+70=123$

(ii) $x=2$일 때,

평균이 70이므로

$C=(2\times 2^2+3)+70=81$

(i), (ii)에서 변량 C의 값은 81 또는 123이다. ⋯ ❷

답 81, 123

채점 기준	비율
❶ x의 값을 구할 수 있다.	50 %
❷ 변량 C의 값을 모두 구할 수 있다.	50 %

06 전략 (편차)=(변량)−(평균)임을 이용한다.

풀이 (ㄱ) B의 편차가 0이므로 B의 국어 점수는 A, B, C, D, E의 국어 점수의 평균과 같다.

(ㄴ) A, B, C, D, E의 국어 점수의 평균을 m점이라 하면 D는 $(m+2)$점, E는 $(m-1)$점이므로 D와 E의 국어 점수의 차는

$(m+2)-(m-1)=3$(점)

$m+2>m-1$

(ㄷ) $(\text{분산})=\frac{(-2)^2+0^2+1^2+2^2+(-1)^2}{5}=\frac{10}{5}=2$

$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{2}$(점)

(ㄹ) A의 편차가 가장 작으므로 점수가 가장 낮은 학생은 A이다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다. 답 ②

참고 평균을 m점이라 할 때, 5명의 학생 A, B, C, D, E의 국어 점수는 다음과 같다.

학생	A	B	C	D	E
점수(점)	$m-2$	m	$m+1$	$m+2$	$m-1$

따라서 점수가 가장 높은 학생은 D이고, 가장 낮은 학생은 A이다.

07 전략 평균을 이용하여 m, n의 값을 먼저 구한다.

풀이 A 팀의 안타 수의 평균이 41개이므로

$$\frac{38+m+45+42}{4}=41$$

$125+m=164\qquad \therefore m=39$

A 팀의 분산은

$39-41=-2$

$$\frac{(-3)^2+(-2)^2+4^2+1^2}{4}=\frac{30}{4}=7.5$$

B 팀의 안타 수의 평균이 35개이므로

$$\frac{31+36+n+33}{4}=35$$

$100+n=140\qquad \therefore n=40$

B 팀의 분산은

$40-35=5$

$$\frac{(-4)^2+1^2+5^2+(-2)^2}{4}=\frac{46}{4}=11.5$$

따라서 $a=7.5$, $b=11.5$이므로

$b-a=4$ 답 ②

08 전략 평균을 먼저 구한다.

풀이 $(\text{평균})=\dfrac{4+x+(11-x)+5+10}{5}=\dfrac{30}{5}=6$

이고 분산이 9.2이므로

$$\frac{(-2)^2+(x-6)^2+(5-x)^2+(-1)^2+4^2}{5}=9.2$$

$2x^2-22x+82=46,\qquad x^2-11x+18=0$

$(x-2)(x-9)=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=9$

따라서 구하는 x의 값의 합은

$2+9=11$

답 ⑤

09 전략 주어진 평균을 이용하여 세 정육면체의 한 모서리의 길이에 대한 식을 세운다.

풀이 세 정육면체의 한 모서리의 길이를 각각 x, y, z라 하면 세 정육면체의 한 모서리의 길이의 평균이 10이므로

$\dfrac{x+y+z}{3}=10$

$\therefore x+y+z=30$ ······ ㉠ ··· ❶

세 정육면체의 겉넓이의 평균이 624이므로

$\dfrac{6(x^2+y^2+z^2)}{3}=624$

$\therefore x^2+y^2+z^2=312$ ······ ㉡ ··· ❷

따라서 세 정육면체의 한 모서리의 길이의 분산은

$$\frac{(x-10)^2+(y-10)^2+(z-10)^2}{3}$$

$$=\frac{x^2+y^2+z^2-20(x+y+z)+300}{3}$$

$$=\frac{312-20\times30+300}{3}\ (\because ㉠, ㉡)$$

$$=\frac{12}{3}=4$$

$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{4}=2$ ··· ❸

답 2

채점 기준	비율
❶ 세 정육면체의 한 모서리의 길이의 합을 구할 수 있다.	30 %
❷ 세 정육면체의 한 모서리의 길이의 제곱의 합을 구할 수 있다.	30 %
❸ 세 정육면체의 한 모서리의 길이의 표준편차를 구할 수 있다.	40 %

10 전략 남학생과 여학생의 표준편차를 이용하여 전체 학생의 편차의 제곱의 총합을 구한다.

풀이 남학생의 분산이 $3^2=9$이므로 편차의 제곱의 총합은

$9\times20=180$

여학생의 분산이 $5^2=25$이므로 편차의 제곱의 총합은

$25\times20=500$

이때 남학생과 여학생의 음악 점수의 평균이 같으므로 학급 전체 학생의 분산은

$\dfrac{180+500}{20+20}=\dfrac{680}{40}=17$

$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{17}\ (\text{점})$

답 $\sqrt{17}$ 점

만점 비법

평균이 같은 두 집단 전체의 표준편차

평균이 같은 두 집단 A, B의 표준편차와 변량의 개수가 오른쪽 표와 같을 때, A, B 두 집단 전체의 표준편차는

	A	B
표준편차	x	y
변량의 개수	a	b

$$\sqrt{\frac{ax^2+by^2}{a+b}}$$

일품 BOX

①분산과 표준편차가 작다.
→ 자료의 분포 상태가 고르다.
②분산과 표준편차가 크다.
→ 자료의 분포 상태가 고르지 않다.

$\{(\text{편차})^2\text{의 총합}\}$
$=(\text{분산})$
$\times(\text{변량의 개수})$

11 전략 세 모둠의 분산을 구하여 비교한다.

풀이 A 모둠의 평균은

$$\frac{2\times2+3\times4+4\times8+5\times4+6\times2}{20}=\frac{80}{20}$$
$$=4\,(\text{회})$$

이므로 분산은

$$\frac{(-2)^2\times2+(-1)^2\times4+0^2\times8+1^2\times4+2^2\times2}{20}$$
$$=\frac{24}{20}=\frac{6}{5}$$

B 모둠의 평균은

$$\frac{1\times3+2\times4+3\times6+4\times4+5\times3}{20}=\frac{60}{20}$$
$$=3\,(\text{회})$$

이므로 분산은

$$\frac{(-2)^2\times3+(-1)^2\times4+0^2\times6+1^2\times4+2^2\times3}{20}$$
$$=\frac{32}{20}=\frac{8}{5}$$

C 모둠의 평균은

$$\frac{2\times3+3\times5+4\times4+5\times5+6\times3}{20}=\frac{80}{20}$$
$$=4\,(\text{회})$$

이므로 분산은

$$\frac{(-2)^2\times3+(-1)^2\times5+0^2\times4+1^2\times5+2^2\times3}{20}$$
$$=\frac{34}{20}=\frac{17}{10}$$

따라서 $\dfrac{6}{5}<\dfrac{8}{5}<\dfrac{17}{10}$이므로 A 모둠의 전시회 관람 횟수가 가장 고르다.

$\dfrac{12}{10}<\dfrac{16}{10}<\dfrac{17}{10}$

답 A 모둠

12 전략 표준편차는 평균을 중심으로 변량이 흩어져 있는 정도를 나타낸다.

풀이 자료 A는 1, 2, 3, ⋯, 50
자료 B는 51, 52, 53, ⋯, 100
자료 C는 2, 4, 6, ⋯, 100
표준편차는 자료가 평균을 중심으로 흩어진 정도를 나타내므로 자료 A와 자료 B의 표준편차는 같고 자료 C의 표준편차는 자료 A, 자료 B의 표준편차보다 크다.

$\therefore a=b<c$ 답 ③

만점 비법

표준편차의 직관적 비교

① ┌ 변량이 평균 가까이에 밀집되어 있을수록
└ 변량 간의 격차가 작을수록
→ 표준편차가 작다.

② ┌ 변량이 평균에서 멀리 떨어져 있을수록
└ 변량 간의 격차가 클수록
→ 표준편차가 크다.

13 전략 평균과 분산의 뜻을 이용한다.

풀이 (1) $\dfrac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}=m$이므로

(분산)

$$=\frac{(x_1-m)^2+(x_2-m)^2+\cdots+(x_n-m)^2}{n}$$
$$=\frac{x_1{}^2+x_2{}^2+\cdots+x_n{}^2}{n}-2m\times\frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}+m^2$$
$$=\frac{x_1{}^2+x_2{}^2+\cdots+x_n{}^2}{n}-2m^2+m^2$$
$$=\frac{x_1{}^2+x_2{}^2+\cdots+x_n{}^2}{n}-m^2$$

(2) $10^2=\dfrac{x_1{}^2+x_2{}^2+\cdots+x_n{}^2}{n}-50^2$이므로

$$\frac{x_1{}^2+x_2{}^2+\cdots+x_n{}^2}{n}=2600$$

답 풀이 참조

최상위로 가는 최고 수준 문제

본책 68쪽

01 전략 조건을 만족시키도록 7개의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열한다.

풀이 7개의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 때, 조건 (가)에서 중앙값이 81이므로 4번째에 81이 오고, 조건 (나)에서 최빈값이 75이므로 x가 75보다 작다고 하면 두 번째와 세 번째에 각각 75가 온다. 또 조건 (다)에서 가장 큰 변량이 92이므로 7번째에 92가 온다.

변량이 7개이므로 $\dfrac{7+1}{2}=4$ 번째에 오는 값이 중앙값이다.

따라서 5번째와 6번째에 오는 변량을 각각 a, b라 하면 7개의 변량은

x, 75, 75, 81, a, b, 92

이때 최빈값이 75이므로 $81<a<b<92$이어야 하고 조건 (라)에서 평균이 정해져 있으므로 x의 값이 최소이려면 a, b의 값이 최대이어야 한다.

즉 $a=90$, $b=91$일 때 x의 값이 최소가 되고, 평균이 80이므로

$$\frac{x+75+75+81+90+91+92}{7}=80$$

$x+504=560$ $\therefore x=56$

즉 x의 값 중 가장 작은 값은 56이다. 답 56

02 전략 남자와 여자의 인구수를 문자로 놓고 전체 인구의 나이의 평균을 이용하여 식을 세운다.

풀이 남자와 여자의 인구수를 각각 a명, b명이라 하면

$\dfrac{46a+52b}{a+b}=48$, $46a+52b=48(a+b)$

a명의 평균이 x, b명의 평균이 y일 때, $(a+b)$명 전체의 평균은 $\dfrac{ax+by}{a+b}$

$2a=4b$ $\therefore a=2b$

따라서 이 도시의 남자와 여자의 인구수의 비는

$a:b=2b:b=2:1$ 답 ③

03 전략 자료 A의 중앙값이 15임을 이용하여 a, b의 조건을 찾고, 각 경우에 대하여 두 자료 A, B를 합친 전체 자료의 중앙값을 구한다.

풀이 자료 A의 중앙값이 15이므로 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

변량이 5개이므로 $\dfrac{5+1}{2}=3$ 번째에 오는 값이 중앙값이다.

12, 14, 15, ○, 16 또는 12, 14, 15, 16, ○

와 같아야 한다.

$\therefore a=15$, $b=15$ 또는 $a=15$, $b\geq16$ 또는 $b=15$, $a\geq16$

(i) $a=15$, $b=15$일 때,

$b-1=14$

두 자료 A, B를 합친 전체 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

11, 12, 13, 14, 14, 14, 15, 15, 16, 18

이므로 중앙값은

$$\frac{14+14}{2}=14$$

따라서 주어진 조건을 만족시키지 않는다.

(ii) $a=15$, $b\geq16$일 때,

$b-1\geq15$

두 자료 A, B를 합친 전체 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

11, 12, 13, 14, 14, 15, □, □, □, □

$b-1$, 16, b, 18은 b의 값에 따라 순서가 달라진다.

이므로 중앙값은

$$\frac{14+15}{2}=14.5$$

따라서 주어진 조건을 만족시킨다.

(iii) $b=15$, $a \ge 16$일 때,

두 자료 A, B를 합친 전체 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

$11, 12, 13, 14, 14, 14, 15, 16, \square, \square$

이므로 중앙값은

$\dfrac{14+14}{2}=14$

따라서 주어진 조건을 만족시키지 않는다.

이상에서 주어진 조건을 만족시키는 순서쌍 (a, b)는

$(15, 16), (15, 17), (15, 18), (15, 19), (15, 20)$

의 5개이다. 답 ①

$b-1=14$

a, 18 또는 18, a

04 전략 평균과 분산의 뜻을 이용한다.

풀이 변량 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5의 평균이 m이므로

$\dfrac{x_1+x_2+x_3+x_4+x_5}{5}=m$

$\therefore x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=5m$ …… ㉠

또 변량 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5의 표준편차가 s이므로

$$\frac{1}{5}\{(x_1-m)^2+(x_2-m)^2+(x_3-m)^2+(x_4-m)^2+(x_5-m)^2\}=s^2$$

$$\therefore (x_1-m)^2+(x_2-m)^2+(x_3-m)^2+(x_4-m)^2+(x_5-m)^2=5s^2 \quad \cdots\cdots \text{㉡}$$

(분산) $=\dfrac{\{(\text{편차})^2\text{의 총합}\}}{(\text{변량의 개수})}$

따라서 변량 $\dfrac{x_1-m}{s}, \dfrac{x_2-m}{s}, \dfrac{x_3-m}{s}, \dfrac{x_4-m}{s}, \dfrac{x_5-m}{s}$의 평균은

$$\frac{1}{5}\left(\frac{x_1-m}{s}+\frac{x_2-m}{s}+\frac{x_3-m}{s}+\frac{x_4-m}{s}+\frac{x_5-m}{s}\right)$$
$$=\frac{(x_1+x_2+x_3+x_4+x_5)-5m}{5s}$$
$$=\frac{5m-5m}{5s}\ (\because \text{㉠})$$
$$=0$$

이므로 분산은

$$\frac{1}{5}\left\{\left(\frac{x_1-m}{s}\right)^2+\left(\frac{x_2-m}{s}\right)^2+\left(\frac{x_3-m}{s}\right)^2+\left(\frac{x_4-m}{s}\right)^2+\left(\frac{x_5-m}{s}\right)^2\right\}$$
$$=\frac{1}{5s^2}\{(x_1-m)^2+(x_2-m)^2+(x_3-m)^2+(x_4-m)^2+(x_5-m)^2\}$$
$$=\frac{1}{5s^2}\times 5s^2\ (\because \text{㉡})$$
$$=1$$

$\therefore$ (표준편차)$=1$ 답 ③

05 전략 물컵을 4개로 만들 때, 물의 양의 평균을 구하여 표준편차를 가능한 작게 하기 위한 조건을 생각한다.

풀이 5개의 컵 A, B, C, D, E에 들어 있는 물의 양의 총합은

$120+60+30+100+50=360\,(\text{mL})$

이므로 물컵을 4개로 만들 때, 물의 양의 평균은

$\dfrac{360}{4}=90\,(\text{mL})$ ⋯➊

물의 양의 표준편차를 가능한 작게 하려면 평균 90 mL보다 적게 들어 있는 컵 B, C, E 중 2개의 컵에 들어 있는 물을 합하면 된다.

평균보다 많이 들어 있는 컵에 물을 추가할 경우 편차는 더 커진다.

3개의 컵 B, C, E 중에서 2개의 컵에 들어 있는 물을 합했을 때, $(\text{편차})^2$의 합을 구하면 다음과 같다.

	물의 양(mL)	편차(mL)	$(\text{편차})^2$의 합
B+C, E	90, 50	0, -40	1600
B, C+E	60, 80	-30, -10	1000
B+E, C	110, 30	20, -60	4000

⋯➋

따라서 C, E를 합할 때 표준편차가 가장 작다. ⋯➌

답 C, E

채점 기준	비율
➊ 물컵을 4개로 만들 때, 물의 양의 평균을 구할 수 있다.	30 %
➋ B, C, E 중 2개의 컵에 들어 있는 물을 합했을 때 $(\text{편차})^2$의 합을 구할 수 있다.	50 %
➌ 표준편차가 가장 작은 경우를 말할 수 있다.	20 %

06 전략 표준편차가 최소이려면 $(\text{편차})^2$의 총합이 최소이어야 한다.

풀이 평균이 8점이므로

$\dfrac{8+6+9+10+x+y}{6}=8$, $\quad 33+x+y=48$

$\therefore x+y=15$ …… ㉠ ⋯➊

이때 분산은

$$\frac{0^2+(-2)^2+1^2+2^2+(x-8)^2+(y-8)^2}{6}=\frac{(x-8)^2+(y-8)^2+9}{6}$$

이고, 분산이 최소일 때 표준편차도 최소이다.

따라서 ㉠을 만족시키는 자연수 x, y에 대하여 $(x-8)^2+(y-8)^2$의 값이 최소이어야 하므로

$x=8$, $y=7$ 또는 $x=7$, $y=8$ ⋯➋

$\therefore x^2+y^2=113$ ⋯➌

$(\text{실수})^2 \ge 0$이므로 $x-8=0$ 또는 $y-8=0$인 경우를 생각한다.

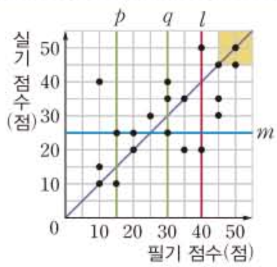
답 113

채점 기준	비율
➊ $x+y$의 값을 구할 수 있다.	30 %
➋ x, y의 값을 구할 수 있다.	50 %
➌ x^2+y^2의 값을 구할 수 있다.	20 %

2 상관관계

개념 & 핵심 기출 본책 70~71쪽

01 ① 필기 점수가 40점 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 직선 l 위의 점의 개수와 직선 l의 오른쪽에 있는 점의 개수의 합과 같으므로 7명이다.



② 실기 점수가 25점 미만인 학생 수는 위의 산점도에서 직선 m보다 아래쪽에 있는 점의 개수와 같으므로 6명이다.

③ 필기 점수가 15점 이상 30점 이하인 학생 수는 위의 산점도에서 두 직선 p, q 위의 점의 개수와 두 직선 p, q 사이에 있는 점의 개수의 합과 같으므로 8명이다.

④ 필기 점수와 실기 점수가 모두 45점 이상인 학생 수는 위의 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 그 경계선 위의 점의 개수의 합과 같으므로 3명이다.

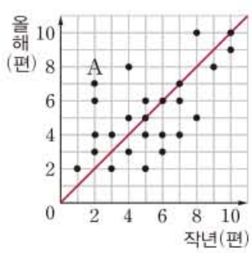
⑤ 필기 점수와 실기 점수가 같은 학생 수는 위의 산점도에서 오른쪽 위로 향하는 대각선 위에 있는 점의 개수와 같으므로 5명이다.

답 ④

산점도를 분석할 때 '이상' 또는 '이하'에 대한 조건이 주어지면 가로축 또는 세로축에 평행한 기준선을 그어 생각한다.

산점도를 분석할 때 '~와 같은', '~보다 높은', '~보다 낮은'과 같이 두 변량을 비교하는 조건이 주어지면 대각선을 그어 생각한다.

02 올해 관람한 영화 편수가 작년에 관람한 영화 편수보다 많은 학생 수는 오른쪽 산점도에서 오른쪽 위로 향하는 대각선보다 위쪽에 있는 점의 개수와 같으므로 10명이다.

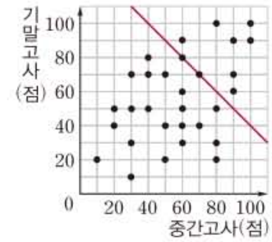


(작년에 관람한 영화 편수)
=(올해 관람한 영화 편수)

$\therefore \dfrac{10}{25}\times 100=40\,(\%)$ 답 40 %

03 02의 산점도에서 오른쪽 위로 향하는 대각선에서 멀리 떨어질수록 작년과 올해 관람한 영화 편수의 차가 크므로 A가 관람한 영화 편수의 차가 가장 크다.
A가 작년에 관람한 영화는 2편, 올해 관람한 영화는 7편이므로 관람한 영화 편수의 차는
$7-2=5\,(\text{편})$ 답 ③

04 중간고사와 기말고사의 과학 점수의 평균이 70점 이상이려면 두 점수의 합이 140점 이상이어야 한다.
중간고사와 기말고사의 과학 점수의 합이 140점 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 오른쪽 아래로 향하는 직선 위의 점의 개수와 그 직선보다 위쪽에 있는 점의 개수의 합과 같으므로 9명이다.



답 9명

05 주어진 산점도는 x의 값이 커짐에 따라 y의 값이 대체로 작아지므로 음의 상관관계를 나타낸다.
①, ③ 양의 상관관계
②, ⑤ 음의 상관관계
④ 상관관계가 없다.

답 ②, ⑤

06 ① 양의 상관관계를 나타내는 것은 (ㄱ), (ㅂ)이다.
② 상관관계가 없는 것은 (ㄷ), (ㄹ)이다.
③ (ㄴ)은 (ㅁ)보다 약한 상관관계를 나타낸다.
⑤ (ㅂ)은 양의 상관관계를 나타내고 물건의 공급량과 판매 가격 사이에는 음의 상관관계가 있다.

(ㅁ)이 (ㄴ)보다 한 직선에 가까이 모여 있다.

답 ④

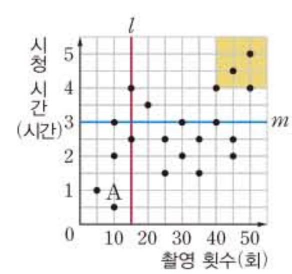
07 ④ B는 D보다 독서량이 적다.

답 ④

만점 도전을 위한 고난도 문제 본책 72~73쪽

01 전략 기준이 되는 보조선을 그어 생각한다.

풀이 ① 동영상 시청 시간이 가장 짧은 것은 오른쪽 산점도에서 A이고, A의 사진 촬영 횟수는 10회이다.



② 사진 촬영 횟수가 15회 미만인 학생 수는 위의 산점도에서 직선 l의 왼쪽에 있는 점의 개수와 같으므로 4명이다.

③ 사진 촬영 횟수가 40회 이상이고 동영상 시청 시간이 4시간 이상인 학생 수는 위의 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 그 경계선 위의 점의 개수의 합과 같으므로 4명이다.

④ 동영상 시청 시간이 3시간 이상인 학생 수는 위의 산점도에서 직선 m 위의 점의 개수와 직선 m보다 위쪽에 있는 점의 개수의 합과 같으므로 9명이다.

Ⅲ 통계

$\therefore \frac{9}{20}\times 100=45(\%)$

⑤ 사진 촬영 횟수가 45회인 학생은 3명이고 그 학생들의 동영상 시청 시간은

2시간, 2.5시간, 4.5시간

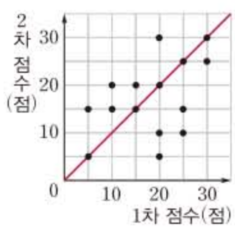
이므로 동영상 시청 시간의 평균은

$\frac{2+2.5+4.5}{3}=3(\text{시간})$

답 ③, ④

02 전략 오른쪽 위로 향하는 대각선을 그어 조건을 만족시키는 점을 찾는다.

풀이 1차보다 2차 점수가 높은 학생의 점수를 나타내는 점은 오른쪽 산점도에서 오른쪽 위로 향하는 대각선보다 위쪽에 있는 점이다.



따라서 1차보다 2차 점수가 높은 학생은 5명이고 그 학생들의 2차 점수는

15점, 15점, 20점, 20점, 30점

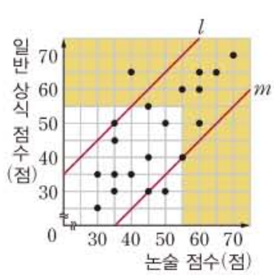
이므로 2차 점수의 평균은

$\frac{15+15+20+20+30}{5}=20(\text{점})$

답 20점

03 전략 적어도 하나의 점수가 55점 이상이려면 논술 점수가 55점 이상 또는 일반 상식 점수가 55점 이상이어야 한다.

풀이 논술 점수와 일반 상식 점수 중 적어도 하나의 점수가 55점 이상인 지원자 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 그 경계선 위의 점의 개수의 합과 같으므로 9명이다.



답 ④

04 전략 두 점수의 차가 15점일 때의 직선을 그어 생각한다.

풀이 논술 점수와 일반 상식 점수의 차가 15점 이상인 지원자 수는 **03**의 산점도에서 두 직선 l, m 위의 점의 개수, 직선 l보다 위쪽에 있는 점의 개수, 직선 m보다 아래쪽에 있는 점의 개수의 합과 같으므로 5명이다. ··· ❶

$\therefore \frac{5}{20}\times 100=25(\%)$ ··· ❷

답 25 %

채점 기준	비율
❶ 두 점수의 차가 15점 이상인 지원자 수를 구할 수 있다.	70 %
❷ 두 점수의 차가 15점 이상인 지원자는 전체의 몇 %인지 구할 수 있다.	30 %

일품 BOX

중간고사와 기말고사의 점수의 평균이 80점 이상이려면 두 점수의 합이 160점 이상이어야 한다.

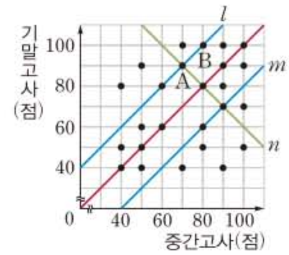
본선에 진출하는 참가자 중 예선 1차 점수와 2차 점수의 합이 가장 낮은 참가자이다.

① 이상, 이하
→ 경계선 포함
② 초과, 미만
→ 경계선 제외

① 한 변량이 증가하면 다른 변량도 대체로 증가
→ 양의 상관관계
② 한 변량이 증가하면 다른 변량은 대체로 감소
→ 음의 상관관계
③ 양의 상관관계도 아니고 음의 상관관계도 아니다.
→ 상관관계가 없다.

05 전략 기준이 되는 보조선을 그어 각 조건을 만족시키는 점을 찾는다.

풀이 조건 (가)를 만족시키는 학생의 점수를 나타내는 점은 오른쪽 산점도에서 오른쪽 위로 향하는 대각선보다 위쪽에 있는 점이다.



조건 (나)를 만족시키는 학생의 점수를 나타내는 점은 위의 산점도에서 두 직선 l, m 위에 있는 점이다.

조건 (다)를 만족시키는 학생의 점수를 나타내는 점은 위의 산점도에서 직선 n 위의 점과 직선 n보다 위쪽에 있는 점이다.

따라서 주어진 조건을 모두 만족시키는 학생 수는 A, B의 2명이다.

답 2명

06 전략 먼저 예선 1차 점수와 2차 점수의 합이 상위 20 % 이내에 드는 참가자 수를 구한다.

풀이 예선 1차 점수와 2차 점수의 합이 상위 20 % 이내에 드는 참가자 수는

$30\times\frac{20}{100}=6(\text{명})$ ··· ❶

따라서 예선 1차 점수와 2차 점수의 합이 6번째로 높은 참가자의 예선 1차 점수는 90점, 2차 점수는 70점이므로 두 점수의 합은

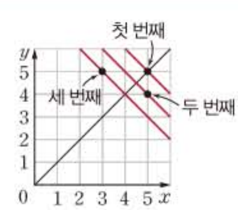
$90+70=160(\text{점})$ ··· ❷

답 160점

채점 기준	비율
❶ 상위 20 % 이내에 드는 참가자 수를 구할 수 있다.	40 %
❷ 본선에 진출하는 참가자 중 두 점수의 합이 가장 낮은 참가자의 두 점수의 합을 구할 수 있다.	60 %

만점 비법

산점도에서 두 변량의 합이 n 번째로 높은 점은 오른쪽 위로 향하는 대각선에 수직인 직선을 위에서부터 차례로 그어 찾는다.



07 전략 두 변량 중 한 변량이 증가하면 다른 변량은 어떻게 변하는지 생각해 본다.

풀이 ①, ②, ③, ⑤ 음의 상관관계

④ 양의 상관관계

답 ④

08 전략 주어진 산점도에서 키와 몸무게 사이에 어떤 상관관계가 있는지 생각해 본다.

풀이 (ㄴ) A, B, C, D, E 5명의 학생 중 키에 비해 몸무게가 가장 적게 나가는 학생은 C이다.

(ㄷ) A, B, C, D, E 5명의 학생 중 키도 크고 몸무게도 많이 나가는 학생은 E이고, 키에 비해 몸무게가 많이 나가는 학생은 A이다.

E의 키는 170 cm이고 A의 키는 155 cm이므로

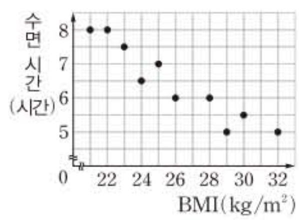
$170-155=15\,(\text{cm})$

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다. **답** (ㄱ), (ㄷ)

09

전략 산점도를 그리고 점이 분포된 모양을 살펴본다.

풀이 신체 질량 지수(BMI)와 하루 평균 수면 시간의 산점도는 오른쪽 그림과 같다.

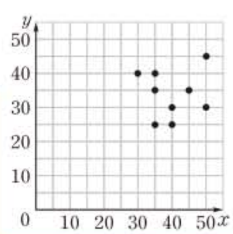


신체 질량 지수(BMI)와 하루 평균 수면 시간 사이에는 음의 상관관계가 있고 음의 상관관계를 나타내는 산점도는 ③이다. **답** ③

10

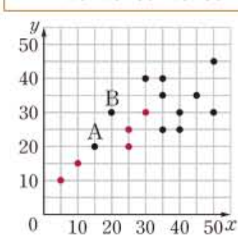
전략 주어진 산점도에서 점을 지우거나 추가했을 때, 어떤 상관관계가 있는지 생각해 본다.

풀이 (1) 두 점 A, B를 지우면 오른쪽 그림과 같으므로 두 변량 x, y 사이에는 상관관계가 없다. ···➊



x의 값이 커짐에 따라 y의 값이 커지는지 작아지는지 분명하지 않다.

(2) 5개의 점을 추가하면 오른쪽 그림과 같으므로 두 변량 x, y 사이에는 양의 상관관계가 있다. ···➋



답 (1) 상관관계가 없다. (2) 양의 상관관계

채점 기준	비율
➊ 두 점 A, B를 지웠을 때의 상관관계를 말할 수 있다.	40%
➋ 5개의 점을 추가했을 때의 상관관계를 말할 수 있다.	60%

최상위로 가는 최고 수준 문제

본책 74쪽

01

전략 먼저 재성이의 수학 점수를 구한다.

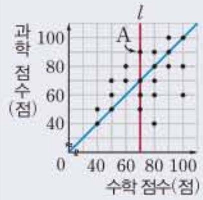
풀이 재성이보다 수학 점수가 낮은 학생은 7명이므로 재성이의 수학 점수는 70점이다.

이때 재성이의 과학 점수가 수학 점수보다 높으므로 재성이의 과학 점수는 90점이다.

따라서 재성이의 수학 점수와 과학 점수의 합은

$70+90=160\,(\text{점})$ **답** ⑤

일품 BOX



위의 산점도에서 재성이의 점수를 나타내는 점은 직선 l 위의 점이면서 오른쪽 위로 향하는 대각선보다 위쪽에 있는 점 A이다.

02

전략 산점도에서 오른쪽 위에 있을수록 두 과목의 점수의 평균이 높음을 이용한다.

풀이 2등인 학생의 수학 점수는 90점, 과학 점수는 100점이므로 $a=\dfrac{90+100}{2}=95$ ···➊

10등인 학생의 수학 점수는 80점, 과학 점수는 70점이므로 $b=\dfrac{80+70}{2}=75$ ···➋

$\therefore a-b=20$ ···➌

답 20

채점 기준	비율
➊ a의 값을 구할 수 있다.	40%
➋ b의 값을 구할 수 있다.	40%
➌ $a-b$의 값을 구할 수 있다.	20%

03

전략 중복된 점에 해당하는 학생의 1학기, 2학기 봉사활동 시간을 각각 a시간, b시간으로 놓고 평균을 이용하여 식을 세운다.

풀이 중복된 점에 해당하는 학생의 1학기 봉사활동 시간을 a시간이라 하면 1학기 봉사활동 시간의 평균이 7.6시간이므로

$$\frac{4+6\times2+7+8\times2+9+10\times2+a}{10}=7.6$$

$68+a=76 \qquad \therefore a=8$ ···➊

중복된 점에 해당하는 학생의 2학기 봉사활동 시간을 b시간이라 하면 2학기 봉사활동 시간의 평균이 7.2시간이므로

$$\frac{4+5+6+7\times2+8+9+10\times2+b}{10}=7.2$$

$66+b=72 \qquad \therefore b=6$ ···➋

따라서 중복된 점에 해당하는 학생의 1학기, 2학기 봉사활동 시간의 합은

$8+6=14\,(\text{시간})$ ···➌

답 14시간

채점 기준	비율
➊ 중복된 점에 해당하는 학생의 1학기 봉사활동 시간을 구할 수 있다.	40%
➋ 중복된 점에 해당하는 학생의 2학기 봉사활동 시간을 구할 수 있다.	40%
➌ 중복된 점에 해당하는 학생의 1학기, 2학기 봉사활동 시간의 합을 구할 수 있다.	20%

04

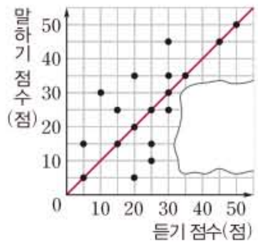
전략 찢어진 부분에 있는 자료의 개수를 파악한 후 듣기 점수와 말하기 점수를 미지수로 놓고 평균을 이용하여 식을 세운다.

Ⅲ 통계

풀이 주어진 산점도에 18개의 점이 있으므로 찢어진 부분에 2개의 점이 있다.

중복되는 점이 없으므로 전체 학생 수와 산점도에서의 점의 개수는 같다.

말하기 점수보다 듣기 점수가 높은 학생의 점수를 나타내는 점은 오른쪽 산점도에서 오른쪽 위로 향하는 대각선보다 아래쪽에 있는 점이다.



찢어진 부분에 있는 2명의 학생의 듣기 점수를 각각 a점, b점($a \le b$)이라 하면 듣기 점수의 평균이 30점이므로

$$\frac{20+25\times2+30+a+b}{6}=30$$

$\therefore a+b=80$

이때 찢어진 부분의 듣기 점수는 35점, 40점, 45점, 50점이므로

$a=35$, $b=45$ 또는 $a=40$, $b=40$ ($\because a \le b$)

찢어진 부분에 있는 2명의 학생의 말하기 점수를 각각 c점, d점($c \le d$)이라 하면 말하기 점수의 평균이 15점이므로

$$\frac{5+10+15+25+c+d}{6}=15$$

$\therefore c+d=35$

이때 찢어진 부분의 말하기 점수는 10점, 15점, 20점, 25점, 30점이므로

$c=10$, $d=25$ 또는 $c=15$, $d=20$ ($\because c \le d$)

따라서 가능한 자료를 순서쌍 (듣기 점수, 말하기 점수)로 나타내면

(35, 10)과 (45, 25), (35, 25)와 (45, 10),
(35, 15)와 (45, 20), (35, 20)과 (45, 15),
(40, 10)과 (40, 25), (40, 15)와 (40, 20)

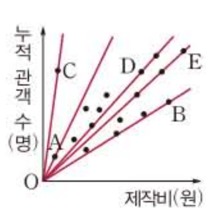
의 6가지이다. 답 ③

05

전략 5개의 점 A, B, C, D, E와 두 축의 교점을 각각 연결한 직선을 그린다.

풀이 두 축의 교점을 O라 하자.

$\frac{(\text{누적 관객 수})}{(\text{제작비})}$의 값은 5개의 점 A, B, C, D, E와 점 O를 각각 연결한 직선의 기울기를 의미한다. 각 직선을 산점도 위에 그려 보면 위의 그림과 같으므로 기울기가 가장 큰 직선은 점 C를 지나는 직선이고 기울기가 가장 작은 직선은 점 B를 지나는 직선이다.



따라서 $\frac{(\text{누적 관객 수})}{(\text{제작비})}$의 값이 가장 큰 영화는 C, 가장 작은 영화는 B이다. 답 C, B

학교 시험 실전 TEST Level 1

본책 76~77쪽

01

전략 평균은 극단적인 값에 영향을 받는다.

풀이 ② 다른 변량들과 비교했을 때, 자료에 극단적인 값인 80이 있으므로 평균을 대푯값으로 하기에 적절하지 않다.

$$\frac{2+1+1+2+2+80}{6}=\frac{44}{3}$$

답 ②

02

전략 분산과 표준편차를 구한다.

풀이 ① (평균) $=\frac{5+4+1+4+1+2+4+3}{8}$

$=\frac{24}{8}=3$ (개)

② 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

1, 1, 2, 3, 4, 4, 4, 5

이므로 중앙값은 $\frac{3+4}{2}=3.5$ (개)

③ 최빈값은 4개이다.

④ 편차의 총합은 항상 0이다.

⑤ (분산)

$$=\frac{2^2+1^2+(-2)^2+1^2+(-2)^2+(-1)^2+1^2+0^2}{8}$$

$$=\frac{16}{8}=2$$

$\therefore$ (표준편차) $=\sqrt{2}$ (개) 답 ⑤

03

전략 3개 과목의 중간고사 점수를 각각 a점, b점, c점으로 놓고 평균과 분산을 이용하여 식을 세운다.

풀이 3개 과목의 중간고사 점수를 각각 a점, b점, c점이라 하면 평균이 84점, 표준편차가 6점이므로

$$\frac{a+b+c}{3}=84 \quad \cdots\cdots ㉠$$

$$\frac{1}{3}\{(a-84)^2+(b-84)^2+(c-84)^2\}=6^2 \quad \cdots\cdots ㉡$$

3개 과목의 기말고사 점수는 각각 $(a+5)$점, $(b+5)$점, $(c+5)$점이므로 평균은

$$\frac{(a+5)+(b+5)+(c+5)}{3}$$

$$=\frac{a+b+c}{3}+5=84+5=89 \text{ (점) } (\because ㉠)$$

3개 과목의 중간고사 점수의 평균

또 분산은

$$\frac{1}{3}\{(a+5-89)^2+(b+5-89)^2+(c+5-89)^2\}$$

$$=\frac{1}{3}\{(a-84)^2+(b-84)^2+(c-84)^2\}$$

3개 과목의 중간고사 점수의 분산

$=6^2=36$ ($\because$ ㉡) 답 ⑤

참고 기말고사에서는 3개 과목 모두 점수가 5점씩 올랐으므로

(기말고사 점수의 평균) = (중간고사 점수의 평균) + 5

이고, 분산은 변함없다.

일품 BOX

04 전략 분산은 편차의 제곱의 평균임을 이용한다.

풀이 남학생 4명과 여학생 6명의 국어 점수의 평균은 같고, 분산은 각각 4, 9이므로 전체 학생 10명의 국어 점수의 편차의 제곱의 합은

$4\times4+9\times6=70$

따라서 전체 학생 10명의 국어 점수의 표준편차는

$\sqrt{\frac{70}{10}}=\sqrt{7}$(점)

답 ⑤

05 전략 표준편차가 작을수록 변량들이 평균을 중심으로 가까이 모여 있으므로 자료가 더 고르다.

풀이 (ㄱ) A 반의 표준편차가 C 반의 표준편차보다 크므로 A 반의 기록이 C 반의 기록보다 넓게 흩어져 있다.

(ㄴ) B 반의 표준편차가 가장 크므로 달리기 기록이 가장 고르지 않은 반은 B 반이다.

(ㄷ) 각 반의 평균과 표준편차만으로 알 수 없다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ)이다.

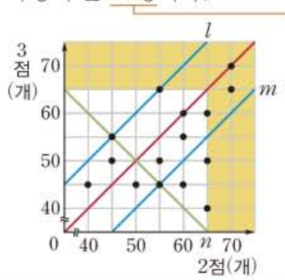
답 ②

06 전략 기준이 되는 보조선을 그어 생각한다.

풀이 ① 보희네 농구 동아리 학생 수는 15명이다.

> 중복되는 점이 없으므로 전체 학생 수는 산점도에서의 점의 개수와 같다.

② 2점짜리 슛보다 3점짜리 슛을 더 많이 넣은 학생 수는 오른쪽 산점도에서 오른쪽 위로 향하는 대각선보다 위쪽에 있는 점의 개수와 같으므로 4명이다.



> (2점짜리 슛의 개수)=(3점짜리 슛의 개수)

③ 2점짜리 슛의 개수와 3점짜리 슛의 개수의 차가 10개인 학생 수는 위의 산점도에서 두 직선 l, m 위에 있는 점의 개수와 같으므로 3명이다.

$\therefore \frac{3}{15}\times100=20(\%)$

④ 2점짜리 슛 또는 3점짜리 슛을 65개 이상 넣은 학생 수는 위의 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 그 경계선 위의 점의 개수의 합과 같으므로 6명이다.

⑤ 2점짜리 슛의 개수와 3점짜리 슛의 개수의 합이 100개 이하인 학생 수는 위의 산점도에서 직선 n 위에 있는 점의 개수와 직선 n보다 아래쪽에 있는 점의 개수의 합과 같으므로 5명이다.

$\therefore \frac{5}{15}\times100=\frac{100}{3}(\%)$

답 ④

07 전략 x, y의 산점도에서 오른쪽 위로 향하는 대각선보다 위쪽에 있는 점은 x의 값에 비하여 y의 값이 크다.

풀이 ④ A, B, C, D, E 5명의 학생 중 하루 평균 학습 시간에 비해 전 과목 평균이 가장 높은 학생은 A이다.

> 오른쪽 위로 향하는 대각선에서 위쪽으로 가장 멀리 떨어져 있다.

답 ④

08 전략 중앙값이 $3a$임을 이용하여 먼저 주어진 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열한다.

풀이 중앙값이 $3a$이므로 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

$a,\ a^2,\ 3a,\ a^2+2a,\ a^2+3a$ ··· ❶

> a는 자연수이므로 $3a>a$, $a^2<a^2+2a<a^2+3a$

최빈값이 $3a$이므로

$a^2=3a$ 또는 $3a=a^2+2a$

이어야 한다.

(i) $a^2=3a$인 경우

$a^2-3a=0$에서

$a(a-3)=0 \quad \therefore a=0$ 또는 $a=3$

그런데 a는 자연수이므로 $a=3$

이때 주어진 자료는 3, 9, 9, 15, 18이므로 중앙값과 최빈값이 모두 9이다. ··· ❷

(ii) $3a=a^2+2a$인 경우

$a^2-a=0$에서

$a(a-1)=0 \quad \therefore a=0$ 또는 $a=1$

그런데 a는 자연수이므로 $a=1$

이때 주어진 자료는 1, 1, 3, 3, 4이므로 중앙값은 3이지만 최빈값은 1과 3이다. ··· ❸

(i), (ii)에서 $a=3$ ··· ❹

답 3

채점 기준	배점
❶ 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열할 수 있다.	1점
❷ $a^2=3a$인 경우의 a의 값을 구하고, 중앙값과 최빈값을 구할 수 있다.	2점
❸ $3a=a^2+2a$인 경우의 a의 값을 구하고, 중앙값과 최빈값을 구할 수 있다.	2점
❹ a의 값을 구할 수 있다.	1점

09 전략 편차의 총합은 0임을 이용한다.

풀이 C의 수학 점수의 편차를 x점이라 하면 편차의 총합은 0이므로

> (편차)=(변량)−(평균)

$-3+0+x+(-2)+4=0$

$\therefore x=1$

따라서 C의 수학 점수는

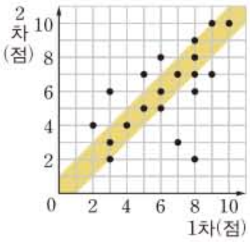
$1+76=77$(점)

답 77점

10 전략 산점도에서 오른쪽 위에 있을수록 두 점수의 합이 높음을 이용한다.

Ⅲ 통계

풀이 (1) 1차와 2차의 사격 점수의 차가 1점 이하인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 그 경계선 위의 점의 개수의 합과 같으므로 12명이다.



$\therefore \frac{12}{20}\times 100=60(\%)$ ··· ❶

(2) 6등인 학생의 1차 점수는 8점, 2차 점수는 7점이므로 1차와 2차의 사격 점수의 평균은

$\frac{8+7}{2}=7.5$(점) ··· ❷

답 (1) 60 % (2) 7.5점

채점 기준	배점
❶ 1차와 2차의 사격 점수의 차가 1점 이하인 학생은 전체의 몇 %인지 구할 수 있다.	3점
❷ 6등인 선수의 1차와 2차의 사격 점수의 평균을 구할 수 있다.	3점

학교 시험 실전 TEST Level 2

본책 78~79쪽

01 전략 월요일부터 금요일까지 팔린 음료수의 개수를 미지수로 놓고 평균을 이용하여 식을 세운다.

(평균)$=\frac{(\text{변량의 총합})}{(\text{변량의 개수})}$

풀이 월요일부터 금요일까지 팔린 음료수의 개수를 각각 a개, b개, c개, d개, e개라 하자.

월요일부터 목요일까지 팔린 음료수의 개수의 평균이 48개이므로 $\frac{a+b+c+d}{4}=48$

$\therefore a+b+c+d=192$ ······ ㉠

월요일부터 금요일까지 팔린 음료수의 개수의 평균이 52개이므로 $\frac{a+b+c+d+e}{5}=52$

$\therefore a+b+c+d+e=260$

위의 식에 ㉠을 대입하면 $192+e=260$

$\therefore e=68$

따라서 금요일에 팔린 음료수는 68개이다. 답 ⑤

02 전략 x의 값의 범위에 따라 중앙값을 구한다.

풀이 5개의 변량의 평균은

$\frac{9+12+15+20+x}{5}=\frac{56+x}{5}$

(i) $x\le 12$일 때,

중앙값은 12이므로

$\frac{56+x}{5}=12,\quad 56+x=60 \quad \therefore x=4$

(ii) $12<x\le 15$일 때,

중앙값은 x이므로

$\frac{56+x}{5}=x,\quad 4x=56 \quad \therefore x=14$

(iii) $x>15$일 때,

중앙값은 15이므로

$\frac{56+x}{5}=15,\quad 56+x=75 \quad \therefore x=19$

이상에서 모든 x의 값의 합은

$4+14+19=37$ 답 ③

03 전략 (편차)=(변량)−(평균)임을 이용한다.

풀이 ① 편차의 총합은 0이므로

$-2+7+(-15)+x+(-6)+12+18=0$

$x+14=0 \quad \therefore x=-14$

② 수요일에 휴대폰을 사용한 시간은

$-15+142=127$(분)

③ 평균보다 휴대폰을 오래 사용한 요일은 화요일, 토요일, 일요일이다.

④ 토요일의 편차가 화요일의 편차보다 5분 더 크므로 토요일은 화요일보다 휴대폰을 5분 더 사용하였다.

$(12+142)-(7+142)=5$(분)

⑤ 일요일에 휴대폰을 사용한 시간은

$18+142=160$(분)

금요일에 휴대폰을 사용한 시간은

$-6+142=136$(분) 답 ④

04 전략 $x,\ y,\ z$의 평균과 분산을 각각 $m,\ s^2$으로 놓고 식으로 나타낸다.

풀이 $x,\ y,\ z$의 평균을 m, 분산을 $s^2\ (s>0)$이라 하면

표준편차는 $\sqrt{s^2}$, 즉 s이다.

$m=\frac{x+y+z}{3}$ ······ ㉠

$s^2=\frac{(x-m)^2+(y-m)^2+(z-m)^2}{3}$ ··· ㉡

(ㄱ) $x+3,\ y+3,\ z+3$의 평균은

$\frac{(x+3)+(y+3)+(z+3)}{3}=\frac{x+y+z}{3}+3$

$=m+3$ ($\because$ ㉠)

(ㄴ) $x-1,\ y-1,\ z-1$의 평균은

$\frac{(x-1)+(y-1)+(z-1)}{3}=\frac{x+y+z}{3}-1$

$=m-1$ ($\because$ ㉠)

$x-1,\ y-1,\ z-1$의 분산은

$\frac{(x-1-m+1)^2+(y-1-m+1)^2+(z-1-m+1)^2}{3}$

$=\frac{(x-m)^2+(y-m)^2+(z-m)^2}{3}=s^2$ ($\because$ ㉡)

(ㄷ) $-2x,\ -2y,\ -2z$의 평균은

$\frac{(-2x)+(-2y)+(-2z)}{3}$

$=-2\times\frac{x+y+z}{3}=-2m$ ($\because$ ㉠)

$-2x$, $-2y$, $-2z$의 분산은

$$\frac{(-2x+2m)^2+(-2y+2m)^2+(-2z+2m)^2}{3}$$

$$=4\times\frac{(x-m)^2+(y-m)^2+(z-m)^2}{3}$$

$$=4s^2\ (\because ㉡)$$

따라서 $-2x$, $-2y$, $-2z$의 표준편차는 $\sqrt{4s^2}=2s$이다.

이상에서 옳은 것은 ㉠, ㉡이다. 답 ③

일품 BOX: x, y, z의 표준편차가 s이므로 $-2x$, $-2y$, $-2z$의 표준편차는 $|-2|\times s=2s$와 같이 구할 수도 있다.

05 전략 각 모둠의 분산을 구하여 크기를 비교한다.

풀이 A 모둠의 평균은

$$\frac{1\times1+2\times3+3\times2+4\times3+5\times1}{10}=\frac{30}{10}=3(\text{회})$$

이므로 분산은

$$\frac{(-2)^2\times1+(-1)^2\times3+0^2\times2+1^2\times3+2^2\times1}{10}$$

$$=\frac{14}{10}=\frac{7}{5}$$

B 모둠의 평균은

$$\frac{1\times2+2\times2+3\times2+4\times2+5\times2}{10}=\frac{30}{10}=3(\text{회})$$

이므로 분산은

$$\frac{(-2)^2\times2+(-1)^2\times2+0^2\times2+1^2\times2+2^2\times2}{10}$$

$$=\frac{20}{10}=2$$

C 모둠의 평균은

$$\frac{1\times1+2\times2+3\times4+4\times2+5\times1}{10}=\frac{30}{10}=3(\text{회})$$

이므로 분산은

$$\frac{(-2)^2\times1+(-1)^2\times2+0^2\times4+1^2\times2+2^2\times1}{10}$$

$$=\frac{12}{10}=\frac{6}{5}$$

따라서 $\frac{6}{5}<\frac{7}{5}<2$이므로 전시회 관람 횟수가 고른 모둠부터 차례대로 나열하면 C, A, B이다. 답 ④

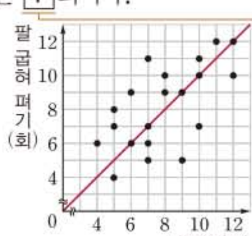
자료의 분석
분산과 표준편차가 작다.
→ 변량들이 평균을 중심으로 가까이 모여 있다.
→ 자료가 고르다.

06 전략 산점도에 오른쪽 위로 향하는 대각선을 그어 생각한다.

풀이 (가) 턱걸이 횟수의 최빈값은 $\boxed{7}$회이다.

일품 BOX: 턱걸이를 7회한 회원이 4명으로 가장 많다.

(나) 턱걸이 횟수와 팔 굽혀 펴기 횟수가 같은 회원 수는 오른쪽 산점도에서 오른쪽 위로 향하는 대각선 위의 점의 개수와 같으므로 5명이다.



$$\therefore \frac{5}{20}\times100=\boxed{25}(\%)$$

(다) 팔 굽혀 펴기 횟수보다 턱걸이 횟수가 많은 회원 수는 앞의 산점도에서 오른쪽 위로 향하는 대각선보다 아래쪽에 있는 점의 개수와 같으므로 $\boxed{6}$명이다.

따라서 $\square$ 안에 알맞은 수의 합은

$7+25+6=38$ 답 ③

07 전략 왼쪽 위에서부터 오른쪽 아래로 향하는 분포를 보이면 음의 상관관계이다.

풀이 ③ 신발의 크기와 가격 사이에는 상관관계가 없다.
④ 여름철 실외 기온과 전력 사용량 사이에는 양의 상관관계가 있다. 답 ③, ④

08 전략 연속하는 5개의 홀수를 $2n-1$, $2n+1$, $2n+3$, $2n+5$, $2n+7$ (n은 자연수)로 놓는다.

풀이 연속하는 5개의 홀수를

$2n-1$, $2n+1$, $2n+3$, $2n+5$,
$2n+7$ (n은 자연수) ··· ❶

이라 하면 평균은

$$\frac{(2n-1)+(2n+1)+(2n+3)+(2n+5)+(2n+7)}{5}$$

$=2n+3$ ··· ❷

따라서 분산은

$$\frac{(-4)^2+(-2)^2+0^2+2^2+4^2}{5}=\frac{40}{5}=8$$

이므로 표준편차는 $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ ··· ❸

답 $2\sqrt{2}$

채점 기준	배점
❶ 연속하는 5개의 홀수를 식으로 나타낼 수 있다.	1점
❷ 평균을 구할 수 있다.	2점
❸ 표준편차를 구할 수 있다.	2점

09 전략 평균과 분산이 각각 같음을 이용하여 식을 세운다.

풀이 A 모둠과 B 모둠의 평균이 같으므로

$$\frac{7+x+y+2}{4}=\frac{6+6+1+3}{4}$$

$$\frac{9+x+y}{4}=4,\qquad 9+x+y=16$$

일품 BOX: A 모둠과 B 모둠의 학생이 읽은 책의 권수의 평균은 4권이다.

$\therefore x+y=7$ ······ ㉠ ··· ❶

A 모둠과 B 모둠의 분산이 같으므로

$$\frac{(7-4)^2+(x-4)^2+(y-4)^2+(2-4)^2}{4}$$

$$=\frac{(6-4)^2+(6-4)^2+(1-4)^2+(3-4)^2}{4}$$

$x^2+y^2-8(x+y)+27=0$

$x^2+y^2-8\times7+27=0\ (\because ㉠)$

$\therefore x^2+y^2=29$ ······ ㉡ ··· ❷

$(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$이므로 ㉠, ㉡에서

$7^2=29+2xy\qquad \therefore xy=10$ ··· ❸

답 10

Ⅲ 통계

채점 기준	배점
❶ $x+y$의 값을 구할 수 있다.	2점
❷ x^2+y^2의 값을 구할 수 있다.	2점
❸ xy의 값을 구할 수 있다.	2점

10 전략 먼저 상위 15 %와 하위 15 %에 속하는 학생 수를 구한다.

풀이 상위 15 %와 하위 15 %에 속하는 학생 수는 각각

$$20\times\frac{15}{100}=3(\text{명})$$

상위 15 %에 속하는 학생들의 중간고사 점수와 기말고사 점수의 순서쌍은

$(100, 100), (100, 90), (90, 90)$

이므로 중간고사 점수와 기말고사 점수의 합은

$100+100=200(\text{점}),\ 100+90=190(\text{점}),$

$90+90=180(\text{점})$

$$\therefore a=\frac{200+190+180}{3}=190$$

하위 15 %에 속하는 학생들의 중간고사 점수와 기말고사 점수의 순서쌍은

$(40, 20), (30, 40), (50, 30)$

이므로 중간고사 점수와 기말고사 점수의 합은

$40+20=60(\text{점}),\ 30+40=70(\text{점}),$

$50+30=80(\text{점})$

$$\therefore b=\frac{60+70+80}{3}=70$$

$\therefore a-b=190-70=120$ 답 120

교과서 속 창의유형

본책 80~81쪽

유제 1 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

❶ 중앙값과 주어진 변량을 이용하여 나머지 변량을 미지수로 놓는다.
❷ 평균을 이용하여 x, y에 대한 식을 구한다.
❸ 표준편차를 이용하여 x, y의 값을 구한다.
❹ 5종류의 초콜릿의 무게를 구한다.

풀이 ❶ 조건 (나), (다), (라)에서 5종류의 초콜릿의 무게를 23 g, 24 g, 32 g, x g, y g이라 하자.

$32-9=23(\text{g})$

❷ 조건 (가)에서 초콜릿의 무게의 평균이 25 g이므로

$$\frac{23+24+32+x+y}{5}=25, \qquad 79+x+y=125$$

$\therefore y=46-x$ …… ㉠

❸ 조건 (마)에서 초콜릿의 무게의 표준편차가 4 g, 즉 분산이 16이므로

$$\frac{(-2)^2+(-1)^2+7^2+(x-25)^2+(y-25)^2}{5}=16$$

$(x-25)^2+(y-25)^2=26$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$(x-25)^2+(21-x)^2=26$

$x^2-46x+520=0, \qquad (x-20)(x-26)=0$

$\therefore x=20$ 또는 $x=26$

$\therefore x=20,\ y=26$ 또는 $x=26,\ y=20$

❹ 따라서 5종류의 초콜릿의 무게는 20 g, 23 g, 24 g, 26 g, 32 g이다. 답 20 g, 23 g, 24 g, 26 g, 32 g

유제 2 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

❶ B 팀의 스트라이크 횟수의 평균과 분산을 구한다.
❷ A 팀에서 스트라이크를 1회, 2회 성공시킨 선수가 각각 3명, 2명일 때, 대표 팀으로 적합한 팀을 구한다.
❸ A 팀에서 스트라이크를 1회, 2회 성공시킨 선수가 각각 2명, 3명일 때, 대표 팀으로 적합한 팀을 구한다.
❹ 학교 대표 팀으로 적합한 팀을 구한다.

풀이 ❶ B 팀의 스트라이크 횟수의 평균은

$$\frac{1\times2+2\times2+3\times1+4\times4+5\times1}{10}=\frac{30}{10}=3(\text{회})$$

이므로 분산은

$$\frac{(-2)^2\times2+(-1)^2\times2+0^2\times1+1^2\times4+2^2\times1}{10}$$

$$=\frac{18}{10}=1.8$$

❷ (i) A 팀에서 스트라이크를 1회, 2회 성공시킨 선수가 각각 3명, 2명인 경우

A 팀에서 스트라이크를 1회, 2회 성공시킨 선수를 각각 x명, y명이라 하면 전체 선수는 10명이므로
$x+y+1+1+3=10$
$\therefore x+y=5$
이때 $x\geq2$, $y\geq2$이므로
$x=3,\ y=2$
또는 $x=2,\ y=3$
이다.

A 팀의 스트라이크 횟수의 평균은

$$\frac{1\times3+2\times2+3\times1+4\times1+5\times3}{10}=\frac{29}{10}=2.9(\text{회})$$

따라서 B 팀의 평균이 더 높으므로 대표 팀으로 적합한 팀은 B이다.

❸ (ii) A 팀에서 스트라이크를 1회, 2회 성공시킨 선수가 각각 2명, 3명인 경우

A 팀의 스트라이크 횟수의 평균은

$$\frac{1\times2+2\times3+3\times1+4\times1+5\times3}{10}=\frac{30}{10}=3(\text{회})$$

즉 B 팀과 평균이 같으므로 횟수가 고른 팀을 대표 팀으로 뽑아야 한다.

이때 A 팀의 분산은

$$\frac{(-2)^2\times2+(-1)^2\times3+0^2\times1+1^2\times1+2^2\times3}{10}$$

$$=\frac{24}{10}=2.4$$

따라서 B 팀의 분산이 A 팀의 분산보다 작으므로 횟수가 고른 팀은 B이다.

❹ (i), (ii)에서 대표 팀으로 적합한 팀은 B이다.

답 B 팀