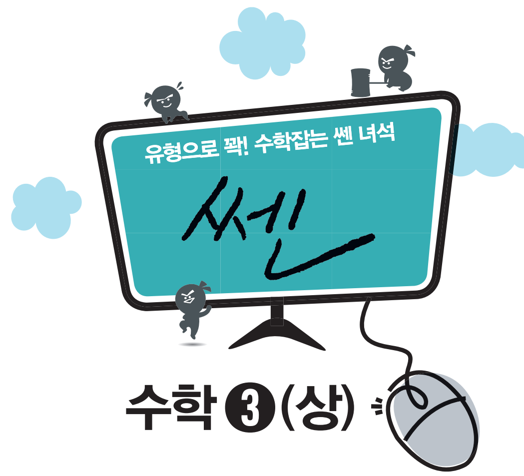


수학 ③(상)

정답 및 풀이

01 제곱근의 뜻과 성질

A단계

0001 $64,\ 64,\ \pm8$ 0002 $\frac{4}{9},\ \frac{4}{9},\ \pm\frac{2}{3}$

0003 0 0004 $1,\ -1$ 0005 $13,\ -13$

0006 없다. 0007 $0.1,\ -0.1$ 0008 $\frac{1}{12},\ -\frac{1}{12}$

0009 × 0010 ○ 0011 × 0012 ×

0013 (1) 6 (2) -6 (3) 3 (4) -3 (5) $\frac{5}{2}$ (6) $-\frac{5}{2}$

0014 $\pm\sqrt{11}$ 0015 $\pm\sqrt{50}$ 0016 $\pm\sqrt{5.4}$ 0017 $\pm\sqrt{\frac{3}{20}}$

0018 2 0019 -9 0020 ±0.8 0021 $\frac{4}{3}$ 0022 $\sqrt{6}$

0023 $-\sqrt{6}$ 0024 $\pm\sqrt{6}$ 0025 $\sqrt{6}$

0026 (1) ±4 (2) 4 (3) $\pm\sqrt{18}$ (4) $\sqrt{18}$ 0027 2.1 0028 $-\frac{4}{13}$

0029 -27 0030 -16 0031 $\frac{9}{8}$ 0032 -2.3 0033 4

0034 -2 0035 $\frac{1}{2}$ 0036 2 0037 (1) a (2) $-a$

(3) a (4) $-a$ (5) $-a$ (6) a (7) $-a$ (8) a

0038 $7a$ 0039 $3a$ 0040 $-7a$ 0041 $-3a$

0042 $>,\ 1-a$ 0043 $<,\ -a+1$

0044 5 0045 2 0046 $<$ 0047 $>$ 0048 $<$

0049 $<$ 0050 $\sqrt{27},\ \sqrt{32},\ \sqrt{35}$ 0051 $9,\ 10,\ 11,\ \cdots,\ 15$

0052 $2,\ 3,\ 4,\ \cdots,\ 8$

B단계

0053 ④, ⑤ 0054 ⑤ 0055 ①, ③ 0056 27

0057 ② 0058 ② 0059 ③, ④ 0060 (ㄱ), (ㄷ), (ㄹ)

0061 ④ 0062 ④ 0063 2 0064 ①, ⑤ 0065 ②

0066 -1 0067 $\sqrt{6}$ 0068 ④ 0069 ③ 0070 $\sqrt{22}$

0071 ③ 0072 ② 0073 ①, ③ 0074 ⑤ 0075 ⑤

0076 $(-\sqrt{6})^2$ 0077 ⑤ 0078 ④ 0079 -4

0080 ⑤ 0081 5 0082 ⑤ 0083 13 0084 ③

0085 40 0086 5 0087 -2 0088 ⑤ 0089 ②

0090 ④ 0091 ④ 0092 ⑤ 0093 1 0094 ①

0095 ⑤ 0096 $2a$ 0097 $\frac{1}{4}a^2$ 0098 $-ab$ 0099 ④

0100 ③ 0101 -3 0102 $2a-2c$ 0103 ②

0104 $-3a-2b$ 0105 ② 0106 ② 0107 ①

0108 5 0109 33 0110 38 0111 42 0112 90

0113 3 0114 ④ 0115 ④ 0116 ⑤ 0117 ①

0118 ② 0119 8 0120 ⑤ 0121 ② 0122 ③

0123 66 0124 ④ 0125 ③

0126 $\sqrt{6},\ 1,\ 0,\ -\sqrt{2},\ -\sqrt{3}$ 0127 $-\sqrt{15},\ \sqrt{\frac{1}{5}}$

0128 ⑤ 0129 27 0130 ④ 0131 ③ 0132 ③

0133 ⑤ 0134 11 0135 ② 0136 ④ 0137 54

0138 ③ 0139 ② 0140 30 0141 ② 0142 3

0143 3 0144 ④ 0145 19

C단계

0146 ⑤ 0147 ③, ⑤ 0148 ② 0149 ⑤

0150 ⑤ 0151 $-2\le a\le2$ 0152 $-2a+2b-2c$

0153 ③ 0154 6 0155 ④ 0156 28 0157 ④

0158 48 0159 ② 0160 34 0161 $\sqrt{2}$ m 0162 $2x+6$

0163 $x+5$ 0164 $3a-1$ 0165 36 0166 $1-ab$ 0167 9

02 무리수와 실수

A단계

0168 무 0169 유 0170 유 0171 무

0172 유 0173 유 0174 × 0175 ○ 0176 ×

0177 ○ 0178 2.665 0179 2.709 0180 2.655 0181 2.687

0182 5 0183 $\sqrt{5}$ 0184 $1+\sqrt{5}$ 0185 $1-\sqrt{5}$ 0186 ○

0187 ○ 0188 × 0189 $<$ 0190 $<$ 0191 $>$

0192 $>$

B단계

0193 ② 0194 ③ 0195 ②, ④ 0196 84

0197 (ㄱ), (ㄷ) 0198 ②, ③ 0199 ④ 0200 (ㄱ), (ㄴ), (ㄹ)

0201 ④ 0202 ②, ⑤ 0203 ⑤ 0204 ① 0205 ③

0206 11.592 0207 -13 0208 ①, ③ 0209 점 C 0210 -2

0211 ③ 0212 $3+\sqrt{2}$ 0213 $\mathrm{P}(2-\sqrt{2}),\ \mathrm{Q}(2+\sqrt{2})$

0214 -2 0215 $-2+\sqrt{10}$ 0216 6 0217 $2-\sqrt{5}$

0218 ③, ⑤ 0219 ②, ⑤ 0220 3 0221 ② 0222 ③

0223 ④ 0224 ③ 0225 ④ 0226 ③

0227 $\sqrt{a-b}>\sqrt{a}-\sqrt{b}$ 0228 ③

0229 (1) $A>B$ (2) $A<C$ (3) $B<A<C$ 0230 B 0231 3

0232 ② 0233 ④ 0234 점 B 0235 ①

0236 구간 F, 구간 B, 구간 C 0237 ④ 0238 ⑤

0239 ② 0240 ①, ⑤ 0241 ② 0242 (ㄱ), (ㄹ), (ㅁ)

C단계 0243 ② 0244 (ㄴ) 0245 ③ 0246 ⑤

0247 9 0248 ⑤ 0249 4030 0250 ②, ④ 0251 456

0252 $-1-\sqrt{2}$ 0253 4 0254 $3+\sqrt{2}$ 0255 10

0256 $\sqrt{6}+\sqrt{5}$, $-\sqrt{5}$

03 근호를 포함한 식의 계산 (1)

A단계 0257 $\sqrt{10}$ 0258 $2\sqrt{42}$ 0259 $15\sqrt{10}$ 0260 2

0261 3 0262 5 0263 10 0264 $2\sqrt{7}$ 0265 $4\sqrt{2}$

0266 $-5\sqrt{2}$ 0267 $-4\sqrt{3}$ 0268 $\sqrt{24}$ 0269 $\sqrt{125}$ 0270 $-\sqrt{90}$

0271 $-\sqrt{98}$ 0272 $\sqrt{7}$ 0273 $\sqrt{5}$ 0274 6

0275 (가) 5 (나) 3 (다) 5 0276 (가) 90 (나) 2 (다) 10 (라) 10

0277 $\frac{\sqrt{7}}{3}$ 0278 $\frac{\sqrt{31}}{10}$ 0279 $\frac{\sqrt{3}}{10}$ 0280 $\frac{\sqrt{3}}{5}$ 0281 $\frac{\sqrt{6}}{6}$

0282 $2\sqrt{5}$ 0283 $\frac{\sqrt{14}}{7}$ 0284 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

B단계 0285 ⑤ 0286 ④ 0287 ② 0288 10

0289 3 0290 2 0291 $2\sqrt{5}$ 0292 ③ 0293 ④

0294 ① 0295 30 0296 (1) 128 (2) $32\sqrt{2}$ 0297 ⑤

0298 4, $\sqrt{17}$, $3\sqrt{2}$, $2\sqrt{5}$ 0299 12 0300 25 0301 ⑤

0302 24 0303 $2\sqrt{2}$ 0304 4배 0305 $\sqrt{3}$ 0306 ①

0307 ② 0308 ① 0309 ③ 0310 $\sqrt{0.75}$, $\frac{\sqrt{3}}{6}$, $\sqrt{\frac{3}{121}}$

0311 ④ 0312 20 0313 ⑤ 0314 ⑤ 0315 15

0316 ④ 0317 ③, ⑤ 0318 ④ 0319 ① 0320 ④

0321 3 0322 ③ 0323 ③ 0324 $\frac{\sqrt{6}}{6}$ 0325 ④

0326 $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$ 0327 ⑤ 0328 4 0329 $\frac{9}{2}$ 0330 ④

0331 ④ 0332 2 0333 ⑤ 0334 $\frac{\sqrt{30}}{15}$ 0335 ④

0336 ④ 0337 8 0338 ① 0339 $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ 0340 ④

0341 $90\sqrt{15}\pi$ cm^3

C단계 0342 ⑤ 0343 ① 0344 ① 0345 ⑤

0346 ④ 0347 7 0348 ⑤ 0349 ② 0350 ⑤

0351 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$배 0352 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ 0353 $\frac{2\sqrt{21}}{7}$ 0354 $\frac{4}{5}$

0355 $5\sqrt{2}$ cm

04 근호를 포함한 식의 계산 (2)

A단계 0356 $9\sqrt{3}$ 0357 $4\sqrt{2}$ 0358 $-25\sqrt{3}$

0359 $10\sqrt{2}-3\sqrt{3}$ 0360 $-8\sqrt{7}+12\sqrt{10}$

0361 (가) 2 (나) 2 (다) 3 (라) 11 (마) 3 0362 $2\sqrt{2}$ 0363 $4\sqrt{3}$

0364 $10\sqrt{5}$ 0365 $2\sqrt{2}+2\sqrt{3}$ 0366 $3\sqrt{3}-4\sqrt{6}$

0367 $\sqrt{15}+\sqrt{21}$ 0368 $3\sqrt{10}-2\sqrt{30}$

0369 $2\sqrt{3}-2\sqrt{6}$ 0370 $\sqrt{5}-\sqrt{3}$

0371 $5-2\sqrt{3}$ 0372 $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{15}}{5}$

0373 $\frac{2\sqrt{6}-\sqrt{10}}{2}$ 0374 $\frac{\sqrt{6}+1}{2}$

0375 $\frac{\sqrt{30}-3}{6}$ 0376 $\sqrt{5}+2$ 0377 $3+\sqrt{7}$ 0378 $\sqrt{6}+2$

0379 $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ 0380 $3+2\sqrt{2}$ 0381 $4+\sqrt{15}$

B단계 0382 ③ 0383 ① 0384 ⑤ 0385 $5\sqrt{2}$

0386 ⑤ 0387 $-2+\sqrt{6}$ 0388 ① 0389 ③

0390 ⑤ 0391 18 0392 ③ 0393 ④ 0394 ③

0395 ①, ③ 0396 $\frac{4}{5}$배 0397 ③ 0398 $-6\sqrt{3}+2\sqrt{7}$

0399 ② 0400 ③ 0401 -7 0402 13 0403 -2

0404 ⑤ 0405 10 0406 $\frac{\sqrt{15}}{15}$ 0407 ① 0408 ①

0409 5 0410 ⑤ 0411 $\sqrt{10}$ 0412 7 0413 -1

0414 ⑤ 0415 ② 0416 $9\sqrt{7}$ 0417 ③ 0418 -1
0419 ⑤ 0420 ③ 0421 ④ 0422 (1) 5 (2) 24
0423 2 0424 4 0425 ④ 0426 ⑤ 0427 ④
0428 ④ 0429 -2 0430 -4 0431 ② 0432 ①
0433 ④ 0434 3.224 0435 26.424 0436 ④ 0437 ⑤
0438 ② 0439 ③ 0440 ① 0441 $2\sqrt{2}-3$
0442 26 0443 ③ 0444 ⑤ 0445 ④ 0446 1
0447 ⑤ 0448 ④ 0449 $\pm\sqrt{21}$ 0450 ③ 0451 ⑤
0452 ① 0453 -44 0454 ② 0455 -1 0456 ②
0457 ③ 0458 ③ 0459 ⑤ 0460 9 0461 $4+\sqrt{3}$
0462 ② 0463 ④ 0464 $(6\sqrt{3}-6)$cm 0465 ⑤
0466 $60\sqrt{2}\,\text{cm}^3$ 0467 $28\sqrt{5}$ cm 0468 ②
0469 ③ 0470 ④ 0471 $4\sqrt{2}$ 0472 ③ 0473 ⑤
0474 ④ 0475 ①
0476 (1) $A<B$ (2) $C<A$ (3) $C<A<B$ 0477 ⑤

C단계 0478 ⑤ 0479 ③ 0480 ②
0481 $\frac{2\sqrt{33}}{3}$ 0482 ② 0483 ③, ⑤ 0484 -24
0485 ④ 0486 ③ 0487 ⑤ 0488 $-2\sqrt{6}$ 0489 $17\sqrt{3}$
0490 2 0491 ① 0492 $4-\sqrt{6}$ 0493 $3-2\sqrt{6}$
0494 5 0495 141 0496 20 0497 $(7+6\sqrt{2})\text{m}^2$
0498 $24-4\sqrt{6}$

05 인수분해 공식

A단계 0499 x^2+3x 0500 $x^2+12x+36$
0501 $2x^2-x-3$ 0502 xy, $xy(x+5)$
0503 x^2, $x^2(x-y+z)$ 0504 $2y$, $2y(x^2-2)$
0505 $2a(2ab-1)$ 0506 $-5xy^2(1-2xy)$
0507 $x(a+2b-5)$ 0508 $(a+3)(xy-2)$
0509 $(a-b)(x+y)$ 0510 $3x(a-1)$
0511 $(a+1)^2$ 0512 $(2x+1)^2$
0513 $(5x+3y)^2$ 0514 $(a-6)^2$
0515 $(4x-3)^2$ 0516 $\left(x-\frac{1}{3}\right)^2$ 0517 25
0518 16 0519 $\frac{1}{4}$ 0520 ±16 0521 ±14 0522 $\pm\frac{2}{5}$
0523 $(x+2)(x-2)$ 0524 $(5a+b)(5a-b)$
0525 $\left(\frac{1}{2}x+\frac{2}{3}y\right)\left(\frac{1}{2}x-\frac{2}{3}y\right)$ 0526 $3(y+5)(y-5)$
0527 2, 4 0528 -1, 5 0529 -5, 3 0530 -7, -5
0531 (가) x (나) -1 (다) $-x$ (라) $-4x$ (마) 1
0532 (가) x (나) -2 (다) 12 (라) $-2x$ (마) 2
0533 $(x+1)(x+2)$ 0534 $(x-4)(x-3)$
0535 $(x+3)(x-8)$ 0536 $(a+3b)(a-2b)$
0537 (가) $2x$ (나) 5 (다) $10x$ (라) $-3x$ (마) 5 (바) 2
0538 (가) $3x$ (나) -1 (다) 1 (라) $-3x$ (마) 1 (바) 3
0539 $(3x+1)(x-2)$ 0540 $(2a+3)(3a+2)$
0541 $(x-2y)(3x+5y)$ 0542 $(-5x+2y)(2x-y)$

B단계 0543 ③ 0544 ② 0545 ④ 0546 ④
0547 ④ 0548 ③ 0549 ② 0550 $2x-3$ 0551 ⑤
0552 ③ 0553 ② 0554 15 0555 21 0556 64
0557 ② 0558 ③ 0559 ④ 0560 8 0561 $\frac{16}{3}$
0562 ⑤ 0563 ③ 0564 $2x$ 0565 $a+2b$ 0566 ①
0567 ①, ③ 0568 21 0569 ④ 0570 ⑤ 0571 ④
0572 ④ 0573 -13 0574 ④ 0575 $(x+4)(x-1)$
0576 ④ 0577 $2x-2$ 0578 ④ 0579 ③ 0580 ②, ③
0581 ④ 0582 2 0583 $8x+3$ 0584 8 0585 ④
0586 ⑤ 0587 17 0588 ④ 0589 ② 0590 ④
0591 ③ 0592 -28 0593 ⑤ 0594 -6 0595 ①
0596 ② 0597 (1) x^2-6x+8 (2) $(x-2)(x-4)$
0598 $(2x+3)(x-5)$ 0599 ⑤ 0600 ② 0601 ③
0602 $8x+6$ 0603 $28x$ 0604 ② 0605 $2a+3$ 0606 $x+5$
0607 ⑤ 0608 24

C단계 0609 ① 0610 ② 0611 ② 0612 380
0613 $2(x+1)(x-10)$ 0614 최댓값: 22, 최솟값: -22
0615 4 0616 ① 0617 ① 0618 $\frac{2}{3}$ 0619 $\frac{3}{x}$
0620 14 0621 5 0622 $x^2+10x+25$

06 인수분해 공식의 활용

A단계

0623 $y(x-4)^2$ 0624 $x^2(x+2)(x-2)$
0625 $2a(a+3)(a-1)$ 0626 $(x+9)^2$
0627 $(a-b-2)^2$ 0628 $(a+5)(a-1)$
0629 $4(x+2)(x+4)$ 0630 $y-1$ 0631 $a+1$ 0632 $b-3$
0633 $x+2$ 0634 $a+7$ 0635 $x-3$ 0636 $(x-y)(x+y+1)$
0637 $(x-y+2)(x-y-2)$ 0638 340 0639 10000
0640 10000 0641 199 0642 2500 0643 100 0644 10
0645 600

B단계

0646 ⑤ 0647 ④ 0648 ①, ② 0649 -8
0650 ②, ③ 0651 ③ 0652 ② 0653 $2x-17$
0654 ① 0655 -108 0656 ② 0657 ④ 0658 ①
0659 $2a+6$ 0660 -6 0661 ②, ④ 0662 ①, ⑤
0663 ㉢, $3(3x-2y)(7x-5y)$ 0664 ③
0665 $-16xy$ 0666 ③
0667 $(x+3)(x-3)(x^2+4)$ 0668 ①, ④ 0669 88
0670 ⑤ 0671 ① 0672 ② 0673 ⑤ 0674 ①
0675 4 0676 ③ 0677 ①, ② 0678 $2x$ 0679 ③
0680 ④ 0681 0 0682 ③ 0683 $x-y+4$
0684 -5 0685 ④ 0686 ⑤ 0687 ① 0688 920
0689 ④ 0690 1 0691 ① 0692 ③ 0693 ⑤
0694 ③ 0695 ① 0696 -6 0697 120 0698 ①
0699 ④ 0700 ① 0701 ① 0702 ①
0703 $5-2\sqrt{5}$ 0704 $9\sqrt{5}$ 0705 ⑤ 0706 ④
0707 $6x^2+4xy-2$

C단계

0708 $(x-4y-3)^2$ 0709 ④ 0710 ②, ④
0711 ① 0712 ① 0713 -6 0714 ⑤ 0715 ①
0716 ③ 0717 7006 0718 ④ 0719 ④ 0720 ②
0721 56 0722 ⑤ 0723 $(xy-3x+9)(xy-3y+9)$
0724 54 0725 $18\sqrt{10}-27$ 0726 5
0727 $-7+7\sqrt{5}$ 0728 $\frac{1}{4}$ 0729 2 0730 2

07 이차방정식의 풀이 (1)

A단계

0731 × 0732 ○ 0733 ○ 0734 ×
0735 ② 0736 ○ 0737 × 0738 ○
0739 $x=0$ 또는 $x=1$ 0740 $x=-1$ 0741 $x=1$
0742 -4 0743 -6 0744 2 0745 (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ)
0746 $x=0$ 또는 $x=2$ 0747 $x=-5$ 또는 $x=1$
0748 $x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=\frac{1}{4}$ 0749 $x=-5$ 또는 $x=5$
0750 $x=0$ 또는 $x=8$ 0751 $x=-\frac{1}{5}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$
0752 $x=-3$ 또는 $x=\frac{2}{3}$ 0753 $x=-5$ (중근)
0754 $x=-\frac{1}{2}$ (중근) 0755 $x=-4$ (중근)
0756 $x=\frac{2}{3}$ (중근) 0757 $x=\pm\sqrt{2}$
0758 $x=\pm\frac{7}{2}$ 0759 $x=-4\pm\sqrt{2}$
0760 $x=-3$ 또는 $x=1$ 0761 (가) 9 (나) 3 (다) 6
0762 $(x-1)^2=5$ 0763 $(x-2)^2=3$
0764 $(x+2)^2=\frac{8}{3}$ 0765 $(x+5)^2=26$
0766 $a=25,\ b=5$ 0767 $a=\frac{9}{4},\ b=-\frac{3}{2}$
0768 $a=\frac{1}{49},\ b=\frac{1}{7}$ 0769 (가) 1 (나) 1 (다) 6 (라) $\pm\sqrt{6}$ (마) $1\pm\sqrt{6}$
0770 $x=4\pm\sqrt{7}$ 0771 $x=\frac{-1\pm\sqrt{26}}{5}$
0772 $x=1\pm\frac{\sqrt{10}}{2}$ 0773 $x=\frac{4\pm\sqrt{13}}{3}$

B단계

0774 ③ 0775 ⑤ 0776 13 0777 ④
0778 ⑤ 0779 ④ 0780 $x=1$ 0781 ② 0782 $x=2$
0783 ④ 0784 37 0785 $a=1,\ b=3$ 0786 ④
0787 ④ 0788 ① 0789 ④ 0790 1 0791 ⑤
0792 14 0793 ③ 0794 13 0795 ② 0796 ③
0797 24 0798 ① 0799 ④ 0800 $x=-1$ 또는 $x=5$
0801 18 0802 ④ 0803 -3 0804 ④ 0805 ①
0806 3 0807 ⑤ 0808 1 0809 ① 0810 ③
0811 (1) 3 (2) $x=\frac{4}{3}$ 0812 ⑤ 0813 3 0814 15
0815 ③ 0816 1 0817 ②, ④ 0818 ③ 0819 8
0820 ⑤ 0821 ② 0822 ①, ⑤ 0823 ① 0824 8
0825 ② 0826 5 0827 $x=-2$ 0828 ①

0829 -4 0830 5 0831 ⑤ 0832 $-\frac{3}{2}$ 0833 ③
0834 ④ 0835 10 0836 ① 0837 5 0838 ③
0839 ③ 0840 6 0841 ⑤ 0842 $\frac{7}{4}$ 0843 4
0844 33 0845 ③ 0846 ④ 0847 ③ 0848 40
0849 ② 0850 16

C단계 0851 ④ 0852 ③ 0853 $x=0$ 또는 $x=5$
0854 ④ 0855 ② 0856 ④ 0857 $x=-3$ 또는 $x=1$
0858 $x=\frac{10}{3}$ 0859 $\frac{3}{2}$ 0860 ③ 0861 ②
0862 -6 0863 ③ 0864 -25 0865 ④ 0866 ⑤
0867 6 0868 -1 0869 (1) $x=-2y$ (2) -3
0870 $-\frac{1}{2}$ 0871 (1) $-\frac{9}{2}$, $\frac{11}{2}$ (2) 95 0872 6
0873 $\frac{5\pm\sqrt{29}}{2}$
0874 (1) $x=\frac{5\pm\sqrt{25-4q}}{2}$ (2) $q\le\frac{25}{4}$ (3) 4, 6

08 이차방정식의 풀이 (2)

A단계 0875 (가) $-\frac{c}{a}$ (나) $\frac{b}{2a}$ (다) b^2-4ac (라) $-b$
0876 $x=\frac{-3\pm\sqrt{41}}{4}$ 0877 $x=\frac{-7\pm\sqrt{13}}{6}$
0878 $x=-1\pm2\sqrt{2}$ 0879 $x=\frac{1\pm\sqrt{7}}{3}$
0880 $x=-3$ 또는 $x=8$ 0881 $x=\frac{2\pm\sqrt{13}}{3}$
0882 $x=\frac{-3\pm\sqrt{17}}{2}$ 0883 $x=1\pm\sqrt{5}$
0884 $x=-9$ 또는 $x=5$ 0885 $x=1$ (중근)
0886 $x=1$ 또는 $x=9$ 0887 $x=-\frac{10}{3}$ 또는 $x=-1$
0888 (1) 33 (2) 2 (3) 0 (4) 1 (5) -16 (6) 0 0889 0
0890 2 0891 1 0892 0 0893 5, -2
0894 0, $-\frac{5}{2}$ 0895 4, $\frac{5}{3}$ 0896 -2, -10

B단계 0897 ① 0898 ③ 0899 ① 0900 ⑤
0901 -24 0902 ② 0903 -8 0904 2 0905 $x=\frac{2}{3}$
0906 ④ 0907 ④ 0908 36 0909 $\sqrt{13}$ 0910 ④
0911 ① 0912 $x=-\frac{7}{6}$ 0913 4 0914 ③
0915 -8 0916 3 0917 ③, ⑤ 0918 ④ 0919 ③
0920 1 0921 ① 0922 3 0923 5 0924 ①
0925 0 0926 ② 0927 ①, ③ 0928 -1 0929 $\frac{3}{2}$
0930 ⑤ 0931 8 0932 ⑤ 0933 ⑤
0934 $-\frac{1}{4}<k\le\frac{3}{2}$ 0935 4 0936 ③ 0937 48
0938 3 0939 -2 0940 ④ 0941 ⑤ 0942 $\frac{3}{8}$
0943 ③ 0944 $\frac{4}{5}$ 0945 10 0946 -4 0947 ⑤
0948 ③ 0949 $x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=3$ 0950 8 0951 -36
0952 ② 0953 ④ 0954 ③ 0955 4 0956 19
0957 ⑤

C단계 0958 ④ 0959 ⑤ 0960 ③ 0961 30
0962 ① 0963 ② 0964 1 0965 ④
0966 $x=\frac{-3\pm\sqrt{17}}{4}$ 0967 ②, ⑤ 0968 11 0969 $\frac{1}{18}$
0970 -5 0971 -6 0972 -9

09 이차방정식의 활용

A단계 0973 $1-\sqrt{2}$ 0974 $3+\sqrt{5}$ 0975 $2-3\sqrt{3}$
0976 $5+7\sqrt{2}$ 0977 $6-2\sqrt{3}$
0978 $4+2\sqrt{5}$ 0979 $x^2-10x+24=0$
0980 $x^2-6x=0$ 0981 $x^2+4x+4=0$
0982 $x^2-\frac{1}{25}=0$ 0983 $x^2+\frac{1}{4}x-\frac{3}{4}=0$
0984 $8x^2-2x-1=0$ 0985 $9x^2-6x+1=0$
0986 $-x^2+3x+10=0$ 0987 $3x^2-9x-8=0$
0988 (1) $x^2-4x+3=0$ (2) 1 또는 3

0989 (1) $2x+1$ (2) 5 (3) 9, 11 **0990** (1) 0 m (2) 8초

0991 (1) $(x^2+13x+40)\text{m}^2$ (2) 2

B단계 **0992** ① **0993** 3 **0994** 8 **0995** -16

0996 ⑤ **0997** ④ **0998** 12 **0999** ③

1000 $2x^2+3x-6=0$ **1001** $5x^2+28x-49=0$ **1002** -6

1003 $x=1$ 또는 $x=2$ **1004** ⑤ **1005** ② **1006** ④

1007 ③ **1008** 2 **1009** ② **1010** ①, ④ **1011** ④

1012 -3 또는 -1 **1013** 182 **1014** 57 **1015** ③

1016 63 **1017** ① **1018** ③ **1019** ④ **1020** 5

1021 12 **1022** ③ **1023** ② **1024** (1) 15 (2) 3초

1025 6초 **1026** 12 cm **1027** ③ **1028** 4 cm

1029 $(-3+3\sqrt{5})$cm **1030** 12 cm **1031** ⑤

1032 $(-2+2\sqrt{2})$cm **1033** ③ **1034** 2 cm **1035** ④

1036 3 **1037** $(6+6\sqrt{2})\pi$ m **1038** ③ **1039** 6초

1040 18 cm^2 **1041** 72 cm^3 **1042** ②, ③ **1043** 2 m **1044** ②

1045 2 m

C단계 **1046** $x=2$ 또는 $x=4$ **1047** 34 **1048** ⑤

1049 12초 **1050** $-12+6\sqrt{6}$ **1051** $(6-\sqrt{14})$cm

1052 ③ **1053** ② **1054** 10 m **1055** 60

1056 $\frac{10-2\sqrt{13}}{3}$ cm **1057** 18 **1058** 20 cm^2

10 이차함수의 그래프 (1)

A단계 **1059** × **1060** ○ **1061** × **1062** ○

1063 $y=4x$, 이차함수가 아니다.

1064 $y=4\pi x^2$, 이차함수이다.

1065 $y=x^2+x$, 이차함수이다. **1066** -5 **1067** -3

1068 -15 **1069** $-\frac{37}{9}$ **1070** (ㄱ), (ㄴ)

1071 (1) (0, 0) (2) $x=0$ (3) $y=\frac{2}{5}x^2$ **1072** (ㄱ), (ㄹ) **1073** (ㄷ)

1074 (ㄴ), (ㄹ) **1075** (ㄴ) **1076** (ㄹ) **1077** (ㄱ) **1078** (ㄷ)

1079 $0<a<2$ **1080** $a<-1$

1081 $y=-4x^2-2$ **1082** $y=\frac{1}{5}x^2-1$

1083 $y=2x^2+\frac{2}{3}$ **1084** (0, -1), $x=0$

1085 (0, 2), $x=0$ **1086** $a<0$, $q>0$

1087 $a>0$, $q<0$ **1088** $y=(x+3)^2$

1089 $y=-2(x-1)^2$ **1090** $y=\frac{4}{3}\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$

1091 (3, 0), $x=3$ **1092** $\left(\frac{1}{5}, 0\right)$, $x=\frac{1}{5}$

1093 $a>0$, $p>0$ **1094** $a<0$, $p<0$

1095 $y=\frac{7}{2}(x-1)^2-1$ **1096** $y=5(x-2)^2+4$

1097 $y=-(x+4)^2-2$ **1098** (1, 2), $x=1$

1099 $\left(\frac{3}{2}, -3\right)$, $x=\frac{3}{2}$

B단계 **1100** ①, ④ **1101** 3 **1102** ② **1103** $a\neq3$

1104 ②, ⑤ **1105** ① **1106** 3 **1107** ④ **1108** ④

1109 -6 **1110** 1 **1111** ⑤ **1112** ④ **1113** (ㄱ), (ㄷ)

1114 ② **1115** $0<a<\frac{3}{4}$ **1116** ③ **1117** ③

1118 -4 **1119** ②, ④ **1120** ③ **1121** 20 **1122** 12

1123 ⑤ **1124** -8 **1125** $\sqrt{6}$ **1126** ② **1127** ⑤

1128 $-\frac{2}{3}$ **1129** 9 **1130** ② **1131** (ㄷ), (ㅂ) **1132** ⑤

1133 ⑤ **1134** ④ **1135** 20 **1136** -3 **1137** ②

1138 제3사분면 **1139** ④ **1140** ② **1141** -8

1142 ① **1143** ③ **1144** 1 **1145** 1 **1146** ③

1147 -1 **1148** ⑤ **1149** 2 **1150** 4 **1151** ②

1152 -2 **1153** ② **1154** ⑤ **1155** ③ **1156** ③, ⑤

1157 7 **1158** ④ **1159** ④ **1160** ④ **1161** ①

1162 ③

C단계 **1163** 3 **1164** ④ **1165** ④ **1166** $\frac{1}{3}$

1167 16 **1168** 5 **1169** ① **1170** ③ **1171** ⑤

1172 3 **1173** ③ **1174** ① **1175** ②

1176 제3사분면 1177 ② 1178 $\frac{64}{9}$

1179 $-5<k<-\frac{1}{2}$ 1180 20 1181 1

1182 $P(-1+2\sqrt{2},\ -8)$ 1183 $y=-x+3$ 1184 $k>3$

1185 52 1186 (1) $\frac{3}{4}$ (2) $y=-\frac{3}{4}x^2-4$

C단계 1246 ④ 1247 ⑤ 1248 9 1249 $\frac{16}{3}$

1250 ④ 1251 $y=-\frac{3}{2}x+3$ 1252 ⑤ 1253 ②

1254 30 1255 $D(-2,\ 4)$ 1256 -21 1257 $\left(1,\ \frac{5}{4}\right)$

1258 16 1259 0

11 이차함수의 그래프 (2)

A단계 1187 (가) 6 (나) 9 (다) 3 (라) -23

1188 $y=(x+2)^2-5$ 1189 $y=-2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{11}{2}$

1190 $y=\frac{1}{3}(x-6)^2$ 1191 $y=-\frac{3}{2}\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{1}{6}$

1192 $(-4,\ -17)$, $x=-4$ 1193 $(1,\ 5)$, $x=1$

1194 $\left(\frac{1}{8},\ \frac{1}{16}\right)$, $x=\frac{1}{8}$ 1195 $(-1,\ -2)$, $x=-1$

1196 (가) $2\pm\sqrt{6}$ (나) $2+\sqrt{6}$ (다) 0 (라) 1

1197 x축: $(1,\ 0)$, y축: $(0,\ 1)$

1198 x축: $(1,\ 0)$, $(3,\ 0)$, y축: $(0,\ -3)$

1199 (1) $>$ (2) $<$, $<$ (3) $>$

1200 (1) $<$ (2) $>$, $<$ (3) $<$

B단계 1201 ① 1202 (ㄷ) 1203 2 1204 55

1205 ③ 1206 ③ 1207 ⑤ 1208 ④ 1209 3

1210 ② 1211 ④ 1212 $(0,\ 3)$ 1213 4

1214 $(-14,\ 0)$ 1215 ① 1216 ② 1217 ⑤

1218 $\frac{5}{4}$ 1219 ⑤ 1220 ⑤ 1221 ④ 1222 ⑤

1223 $-\frac{11}{2}$ 1224 $\frac{1}{2}$ 1225 $k<-4$ 1226 ⑤

1227 3 1228 ② 1229 ① 1230 -3 1231 ④

1232 ③ 1233 (ㄴ), (ㄷ), (ㄹ) 1234 ⑤ 1235 27

1236 ⑤ 1237 ⑤ 1238 $\frac{55}{2}$ 1239 6 1240 ⑤

1241 ② 1242 ③ 1243 ③ 1244 ④ 1245 ⑤

12 이차함수의 활용

A단계 1260 (가) $x+3$ (나) -2 (다) 4 (라) 2

(마) $y=2x^2+12x+20$ 1261 $y=(x-4)^2-1$

1262 $y=-(x-2)^2+5$ 1263 (가) $x-3$ (나) -2 (다) -1 (라) 2

(마) $y=-x^2+6x-7$ 1264 $y=-2(x+2)^2+5$

1265 $y=\frac{1}{2}(x+1)^2-3$ 1266 (가) 3 (나) $4a+2b+c$ (다) 1

(라) -6 (마) $y=x^2-6x+8$ 1267 $y=3x^2-6x+4$

1268 $y=-2x^2+4x$

1269 (가) $x-4$ (나) 0 (다) 12 (라) -1 (마) $y=-x^2+x+12$

1270 $y=3x(x+3)$ 1271 최솟값: 1, $x=0$

1272 최솟값: -4, $x=1$ 1273 최댓값: -1, $x=0$

1274 최댓값: -2, $x=1$ 1275 $y=\frac{1}{2}(x+1)^2-\frac{3}{2}$

1276 최솟값: $-\frac{3}{2}$, $x=-1$

1277 $y=-2(x-5)^2+40$ 1278 최댓값: 40, $x=5$

1279 $x+4$ 1280 $y=x^2+4x$ 1281 -4 1282 -2, 2

1283 $(12-x)$cm 1284 $y=-x^2+12x$ 1285 36 cm^2

1286 6 cm

B단계 1287 ⑤ 1288 $(0,\ 3)$ 1289 ③ 1290 ②

1291 -1 1292 ④ 1293 ⑤ 1294 16 1295 ②

1296 -14 1297 ⑤ 1298 ① 1299 -4 1300 ②

1301 -3 1302 $(5,\ 8)$ 1303 ② 1304 ② 1305 ②

1306 ② 1307 3 1308 ④ 1309 ① 1310 8

1311 ⑤ 1312 ④ 1313 ③ 1314 ⑤ 1315 ①

1316 (1) 2 (2) 최댓값: 12, $x=2$ 1317 ④ 1318 -14

1319 4 1320 ⑤ 1321 2 1322 ③ 1323 8

1324 ① 1325 2 1326 -7 1327 ③ 1328 19

1329 8 1330 ③ 1331 $\frac{3}{2}$ 1332 ③

1333 $y=\frac{1}{2}x^2-4x+8$ 1334 ④ 1335 ⑤ 1336 6

1337 ② 1338 -2 1339 ③ 1340 $-\frac{11}{4}$ 1341 ④

1342 -8, 8 1343 72

1344 (1) $y=10-x$ (2) 25 (3) $x=5$, $y=5$ 1345 ③

1346 ③ 1347 ⑤ 1348 ④ 1349 72 cm^2 1350 6 cm

1351 ② 1352 최댓값: $\frac{49}{2}$, $x=\frac{3}{2}$ 1353 ① 1354 162

1355 36cm^2 1356 4 1357 (1) $(14-x)$cm (2) 98π cm^2

1358 ② 1359 (1) $y=-(x-2)^2+4$ (2) 4, P(2, 4)

1360 $\mathrm{P}\left(\frac{9}{2}, 3\right)$ 1361 ④ 1362 63m 1363 ③

1364 ⑤ 1365 4초 1366 ③

C 단계 1367 ③ 1368 ④ 1369 1 1370 -14

1371 $-\frac{5}{4}$ 1372 ③ 1373 ⑤ 1374 ④ 1375 ④

1376 ④ 1377 $\frac{7}{4}$ 1378 ② 1379 ④ 1380 ④

1381 $\sqrt{10}$ 1382 $8\sqrt{2}$ 1383 12

1384 (1) $k=-a^2-6a$ (2) 9 1385 9 cm^2

1386 (1) (2, 9) (2) $l=-2k^2+12k+2$ (3) 20

1387 (1) $\left(4-\frac{2}{3}x\right)$cm (2) $y=-\frac{2}{3}x^2+4x$ (3) 6 cm^2

01 제곱근의 뜻과 성질

0001 답 64, 64, ± 8

0002 답 $\frac{4}{9}$, $\frac{4}{9}$, $\pm\frac{2}{3}$

0003 답 0

0004 답 1, -1

0005 답 13, -13

0006 답 없다.

0007 답 0.1, -0.1

0008 답 $\frac{1}{12}$, $-\frac{1}{12}$

0009 답 ×

0010 답 ○

0011 답 ×

0012 답 ×

0013 답 (1) 6 (2) -6 (3) 3 (4) -3 (5) $\frac{5}{2}$ (6) $-\frac{5}{2}$

0014 답 $\pm\sqrt{11}$

0015 답 $\pm\sqrt{50}$

0016 답 $\pm\sqrt{5.4}$

0017 답 $\pm\sqrt{\frac{3}{20}}$

0018 답 2

0019 답 -9

0020 답 ± 0.8

0021 답 $\frac{4}{3}$

0022 답 $\sqrt{6}$

0023 답 $-\sqrt{6}$

0024 답 $\pm\sqrt{6}$

0025 답 $\sqrt{6}$

0026 답 (1) ± 4 (2) 4 (3) $\pm\sqrt{18}$ (4) $\sqrt{18}$

0027 답 2.1

0028 답 $-\frac{4}{13}$

0029 답 -27

0030 답 -16

0031 답 $\frac{9}{8}$

0032 답 -2.3

0033 (주어진 식)$=2+2=4$ 답 4

0034 (주어진 식)$=5-7=-2$ 답 -2

0035 (주어진 식)$=\frac{5}{4}\times\frac{2}{5}=\frac{1}{2}$ 답 $\frac{1}{2}$

0036 (주어진 식)$=8\div 4=2$ 답 2

0037 답 (1) a (2) $-a$ (3) a (4) $-a$
(5) $-a$ (6) a (7) $-a$ (8) a

0038 (주어진 식)$=2a+\{-(-5a)\}=7a$ 답 $7a$

0039 (주어진 식)$=6a-\{-(-3a)\}=3a$ 답 $3a$

0040 (주어진 식)$=-2a+(-5a)=-7a$ 답 $-7a$

0041 (주어진 식)$=-6a-(-3a)=-3a$ 답 $-3a$

0042 답 $>$, $1-a$

0043 답 $<$, $-a+1$

0044 답 5

0045 답 2

0046 답 $<$

0047 답 $>$

0048 $\sqrt{8}<\sqrt{9}$이므로 $\sqrt{8}\ \boxed{<}\ 3$ 답 $<$

0049 $\sqrt{11}>\sqrt{10}$이므로 $-\sqrt{11}\ \boxed{<}\ -\sqrt{10}$ 답 $<$

0050 $5=\sqrt{25}$, $6=\sqrt{36}$이므로 5와 6 사이의 수는
$\sqrt{27}$, $\sqrt{32}$, $\sqrt{35}$ 답 $\sqrt{27}$, $\sqrt{32}$, $\sqrt{35}$

0051 $3\le\sqrt{x}<4$에서 각 변을 제곱하면
$9\le x<16$
이때 x는 자연수이므로 $x=9, 10, 11, \cdots, 15$
답 9, 10, 11, $\cdots$, 15

0052 $2<\sqrt{3x}<5$에서
각 변을 제곱하면 $4<3x<25$
각 변을 3으로 나누면 $\frac{4}{3}<x<\frac{25}{3}$
이때 x는 자연수이므로 $x=2, 3, 4, \cdots, 8$
답 2, 3, 4, $\cdots$, 8

0053 x가 a의 제곱근이므로
$x^2=a$ 또는 $x=\pm\sqrt{a}$ 답 ④, ⑤

0054 x는 12의 제곱근이므로
$x^2=12$ 또는 $x=\pm\sqrt{12}$ 답 ⑤

0055 음수의 제곱근은 없으므로 제곱근을 구할 수 없는 수는 ①, ③이다. 답 ①, ③

0056 $a^2=12$, $b^2=15$이므로 $a^2+b^2=27$ 답 27

0057 ① 음수의 제곱근은 없다.
③ 0의 제곱근은 0이다.
④ 제곱근 6은 $\sqrt{6}$이다.
⑤ 제곱근 5는 $\sqrt{5}$이고, 5의 제곱근은 $\pm\sqrt{5}$이므로 같지 않다.
답 ②

0058 ①, ③, ④, ⑤ ± 2 ② 2 답 ②

0059 ① 13의 제곱근은 $\pm\sqrt{13}$이므로 $-\sqrt{13}$은 13의 제곱근이다.
② $\sqrt{0.49}=0.7$

③ $4^2=16$의 제곱근은 ±4이다.
④ 제곱하여 0.1이 되는 수는 $\pm\sqrt{0.1}$의 2개이다.
⑤ 10의 제곱근은 $\pm\sqrt{10}$의 2개이고, $\sqrt{10}+(-\sqrt{10})=0$이다.

답 ③, ④

0060 (ㄱ) $\sqrt{25}=5$이고, 제곱근 5는 $\sqrt{5}$이다.
(ㄴ) $0.\dot{4}=\frac{4}{9}$의 제곱근은 $\pm\frac{2}{3}$이고, $\pm0.\dot{2}=\pm\frac{2}{9}$이므로
$\pm\frac{2}{3}\neq\pm\frac{2}{9}$
(ㄷ) $\left(\frac{1}{5}\right)^2=\frac{1}{25}$의 제곱근은 $\pm\frac{1}{5}$이다.
(ㄹ) 음수의 제곱근은 없다.
(ㅁ) 0의 제곱근은 0의 1개이다.
이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ), (ㄹ)이다.

답 (ㄱ), (ㄷ), (ㄹ)

0061 제곱근 a^2이 16이므로 $a^2=16^2=256$
$\therefore a=\pm16$

답 ④

0062 $\sqrt{81}=9$의 음의 제곱근은 -3이므로 $A=-3$
$(-5)^2=25$의 양의 제곱근은 5이므로 $B=5$
$\therefore A+B=2$

답 ④

0063 $\frac{b}{a}=\sqrt{\frac{25}{49}}=\frac{5}{7}$이므로 $a=7,\ b=5$
$\therefore a-b=2$

답 2

0064 ② 24의 제곱근 ➜ $\pm\sqrt{24}$
③ $\sqrt{4}=2$의 제곱근 ➜ $\pm\sqrt{2}$
④ 125의 제곱근 ➜ $\pm\sqrt{125}$

답 ①, ⑤

0065 $7.\dot{1}=\frac{71-7}{9}=\frac{64}{9}$이므로 $7.\dot{1}$의 음의 제곱근은
$-\sqrt{\frac{64}{9}}=-\frac{8}{3}$

답 ②

0066 제곱근 36은 6이므로 $A=6$ …❶
$\left(-\frac{1}{6}\right)^2=\frac{1}{36}$의 음의 제곱근은 $-\frac{1}{6}$이므로
$B=-\frac{1}{6}$ …❷
$\therefore AB=-1$ …❸

답 -1

채점 기준

❶ A의 값을 구할 수 있다.	40%
❷ B의 값을 구할 수 있다.	40%
❸ AB의 값을 구할 수 있다.	20%

0067 $a=13,\ b=-13\ (\because a>b)$이므로 …❶
$\sqrt{2a-b-3}=\sqrt{2\times13-(-13)-3}=\sqrt{36}=6$ …❷
따라서 제곱근 6은 $\sqrt{6}$이다. …❸

답 $\sqrt{6}$

채점 기준

❶ a, b의 값을 구할 수 있다.	40%
❷ $\sqrt{2a-b-3}$의 값을 구할 수 있다.	30%
❸ 제곱근 $\sqrt{2a-b-3}$의 값을 구할 수 있다.	30%

0068 1번 접었을 때의 정사각형의 넓이는
$\frac{1}{2}\times10\times10=50(\text{cm}^2)$
2번 접었을 때의 정사각형의 넓이는 $\frac{1}{2}\times50=25(\text{cm}^2)$
넓이가 25 cm^2인 정사각형의 한 변의 길이를 $x$cm라 하면
$x^2=25$ $\therefore x=5\ (\because x>0)$
따라서 구하는 정사각형의 한 변의 길이는 5 cm이다.

답 ④

0069 (삼각형의 넓이)$=\frac{1}{2}\times7\times12=42$
넓이가 42인 정사각형의 한 변의 길이를 x라 하면
$x^2=42$ $\therefore x=\sqrt{42}\ (\because x>0)$
따라서 구하는 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{42}$이다.

답 ③

0070 (사다리꼴의 넓이)$=\frac{1}{2}\times(4+7)\times4=22$ …❶
넓이가 22인 정사각형의 한 변의 길이를 x라 하면
$x^2=22$ $\therefore x=\sqrt{22}\ (\because x>0)$
따라서 구하는 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{22}$이다. …❷

답 $\sqrt{22}$

채점 기준

❶ 사다리꼴의 넓이를 구할 수 있다.	50%
❷ 정사각형의 한 변의 길이를 구할 수 있다.	50%

0071 주어진 수의 제곱근을 각각 구해 보면
15 ➜ $\pm\sqrt{15}$, 0.4 ➜ $\pm\sqrt{0.4}$, $\frac{1}{25}$ ➜ $\pm\sqrt{\frac{1}{25}}=\pm\frac{1}{5}$,
$0.\dot{1}=\frac{1}{9}$ ➜ $\pm\sqrt{\frac{1}{9}}=\pm\frac{1}{3}$, $\frac{4}{81}$ ➜ $\pm\sqrt{\frac{4}{81}}=\pm\frac{2}{9}$
따라서 제곱근을 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 수는
$\frac{1}{25}$, $0.\dot{1}$, $\frac{4}{81}$의 3개이다.

답 ③

0072 ② $\pm\sqrt{\frac{144}{25}}=\pm\frac{12}{5}$

답 ②

0073 ① $\sqrt{0.01}=0.1$의 제곱근은 $\pm\sqrt{0.1}$이다.
② $\pm\sqrt{1.\dot{7}}=\pm\sqrt{\frac{16}{9}}=\pm\frac{4}{3}$
④ $\pm\sqrt{\frac{225}{4}}=\pm\frac{15}{2}$
⑤ $\sqrt{625}=25$의 제곱근은 $\pm\sqrt{25}=\pm5$이다.

답 ①, ③

0074 ①, ②, ③, ④ 3 ⑤ -3

답 ⑤

0075 ⑤ $\sqrt{\left(-\frac{4}{9}\right)^2}=\frac{4}{9}$

답 ⑤

0076 $-\sqrt{2^2}=-2$, $\sqrt{3^2}=3$, $-(-\sqrt{5})^2=-5$, $(-\sqrt{6})^2=6$, $\sqrt{(-7)^2}=7$이므로 작은 수부터 나열하면

$-(-\sqrt{5})^2$, $-\sqrt{2^2}$, $\sqrt{3^2}$, $(-\sqrt{6})^2$, $\sqrt{(-7)^2}$

따라서 네 번째에 오는 수는 $(-\sqrt{6})^2$이다. 답 $(-\sqrt{6})^2$

0077 ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{9}$

따라서 가장 작은 수는 ⑤이다. 답 ⑤

0078 (ㄹ) $-\sqrt{(-15)^2}=-15$

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ)이다. 답 ④

0079 $\sqrt{(-1)^2}=1$의 양의 제곱근은 1이므로 $A=1$

$(-\sqrt{25})^2=25$의 음의 제곱근은 -5이므로 $B=-5$

$\therefore A+B=-4$ 답 -4

0080 $(-\sqrt{0.64})^2=0.64$의 제곱근은 $\pm\sqrt{0.64}=\pm 0.8$

답 ⑤

0081 $(\sqrt{8})^2=8$의 음의 제곱근은 $-\sqrt{8}$이므로

$A=-\sqrt{8}$ … ❶

$\sqrt{(-9)^2}=9$의 양의 제곱근은 3이므로 $B=3$ … ❷

$\therefore A^2-B=(-\sqrt{8})^2-3=8-3=5$ … ❸

답 5

채점 기준

❶ A의 값을 구할 수 있다.	40%
❷ B의 값을 구할 수 있다.	40%
❸ A^2-B의 값을 구할 수 있다.	20%

0082 (주어진 식)$=8\div 2+5\times\frac{1}{5}=4+1=5$ 답 ⑤

0083 (주어진 식)$=20-13+6=13$ 답 13

0084 (주어진 식)$=6-3\times\frac{5}{3}+6=6-5+6=7$ 답 ③

0085 $A=0.5\div 0.1\times 10=\frac{1}{2}\times 10\times 10=50$

$B=-8\times\frac{1}{2}-2\times 3=-4-6=-10$

$\therefore A+B=40$ 답 40

0086 $A=4+10+12-1=25$ … ❶

$\therefore \sqrt{A}=\sqrt{25}=5$ … ❷

답 5

채점 기준

❶ A의 값을 구할 수 있다.	70%
❷ $\sqrt{A}$의 값을 구할 수 있다.	30%

0087 (주어진 식)$=2\times(\sqrt{2})^2-3\times(-\sqrt{5})^2+\sqrt{3^2}\times\sqrt{(-3)^2}$

$=2\times 2-3\times 5+3\times 3$

$=4-15+9=-2$ 답 -2

0088 (ㄱ) $a<0$이므로 $-\sqrt{a^2}=-(-a)=a$

(ㄴ) $3a<0$이므로 $\sqrt{(3a)^2}=-3a$

(ㄷ) $-6a>0$이므로 $\sqrt{(-6a)^2}=-6a$

(ㄹ) $-\sqrt{49a^2}=-\sqrt{(7a)^2}$이고, $7a<0$이므로

$-\sqrt{49a^2}=-\sqrt{(7a)^2}=-(-7a)=7a$

이상에서 옳은 것은 (ㄷ), (ㄹ)이다. 답 ⑤

0089 $\sqrt{36a^2}=\sqrt{(6a)^2}$이고, $6a<0$이므로

$\sqrt{36a^2}=\sqrt{(6a)^2}=-6a$ 답 ②

0090 ① $-a<0$이므로 $\sqrt{(-a)^2}=-(-a)=a$

② $2a>0$이므로 $-\sqrt{(2a)^2}=-2a$

③ $-5a<0$이므로 $\sqrt{(-5a)^2}=-(-5a)=5a$

④ $-\sqrt{4a^2}=-\sqrt{(2a)^2}$이고, $2a>0$이므로

$-\sqrt{4a^2}=-\sqrt{(2a)^2}=-2a$

⑤ $-8a<0$이므로 $-\sqrt{(-8a)^2}=-\{-(-8a)\}=-8a$

답 ④

0091 $a<0$일 때, $-a>0$이므로

(ㄱ) $\sqrt{a^2}=-a$ (ㄴ) $-\sqrt{a^2}=a$ (ㄷ) $\sqrt{(-a)^2}=-a$

(ㄹ) $-\sqrt{(-a)^2}=a$ (ㅁ) $(-\sqrt{-a})^2=-a$

이상에서 그 값이 양수인 것은 (ㄱ), (ㄷ), (ㅁ)이다. 답 ④

0092 ① $3a$ ② $\frac{5}{3}a$ ③ $\frac{3}{2}a$ ④ $-3a$ ⑤ $4a$

따라서 그 값이 가장 큰 것은 ⑤이다. 답 ⑤

0093 (i) $2a-1\ge 0$, 즉 $a\ge\frac{1}{2}$일 때,

$\sqrt{(2a-1)^2}=2a-1=7$ $\therefore a=4$

(ii) $2a-1<0$, 즉 $a<\frac{1}{2}$일 때,

$\sqrt{(2a-1)^2}=-(2a-1)=7$ $\therefore a=-3$

(i), (ii)에서 $a=4$ 또는 $a=-3$이므로 구하는 합은 1이다. 답 1

0094 $a>0$이므로 $-a<0$, $2a>0$

$b<0$이므로 $5b<0$

$\therefore$ (주어진 식)$=-(-a)-2a+(-5b)=-a-5b$ 답 ①

0095 (주어진 식)$=-(-2a)-4\times(-b)=2a+4b$ 답 ⑤

0096 (주어진 식)$=\sqrt{a^2}+\sqrt{(4a)^2}-\sqrt{(-7a)^2}$

$=-a+(-4a)-(-7a)=2a$ 답 $2a$

0097 (주어진 식)

$=\sqrt{a^2}\times\sqrt{\left(-\frac{9}{4}a\right)^2}-\sqrt{(4a)^2}\times\sqrt{(0.5a)^2}$

$=-a\times\left(-\frac{9}{4}a\right)-(-4a)\times(-0.5a)$ … ❶

$=\frac{9}{4}a^2-2a^2=\frac{1}{4}a^2$ … ❷ 답 $\frac{1}{4}a^2$

채점 기준

❶ 근호를 없앨 수 있다.	60%
❷ 식을 간단히 할 수 있다.	40%

0098 $a>0$, $ab<0$에서 $\quad b<0$

$\therefore$ (주어진 식)$=2a\times(-b)-\{-(-3a)\}\times\left(-\dfrac{1}{3}b\right)$

$=-2ab+ab=-ab$ 답 $-ab$

0099 $-x-1<0$, $2-x>0$이므로

(주어진 식)$=-(-x-1)-(2-x)$

$=x+1-2+x=2x-1$ 답 ④

0100 $a-2<0$, $2-a>0$이므로

(주어진 식)$=-(a-2)+(2-a)=-2a+4$ 답 ③

0101 $x<1$이므로 $\quad x-1<0$, $x-3<0$ … ❶

$\therefore \sqrt{(x-1)^2}+\sqrt{(x-3)^2}=-(x-1)-(x-3)$ … ❷

$=-2x+4=10$ … ❸

$\therefore x=-3$ … ❹

답 -3

채점 기준

❶ $x-1$, $x-3$의 부호를 결정할 수 있다.	40%
❷ 근호를 없앨 수 있다.	20%
❸ 식을 간단히 할 수 있다.	20%
❹ x의 값을 구할 수 있다.	20%

0102 $a-b>0$, $b-c>0$, $c-a<0$이므로

(주어진 식)$=(a-b)+(b-c)-(c-a)$

$=2a-2c$ 답 $2a-2c$

0103 (ㄱ) $x>1$이면 $\quad 1+x>0$, $1-x<0$

$\therefore A=(1+x)+(1-x)=2$

(ㄴ) $-1<x<1$이면 $\quad 1+x>0$, $1-x>0$

$\therefore A=(1+x)-(1-x)=2x$

(ㄷ) $x<-1$이면 $\quad 1+x<0$, $1-x>0$

$\therefore A=-(1+x)-(1-x)=-2$

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ)이다. 답 ②

0104 $a-b<0$에서 $a<b$이고, $ab<0$에서 a, b는 서로 다른 부호이므로 $\quad a<0$, $b>0$ … ❶

따라서 $3b>0$, $2a-b<0$이므로

(주어진 식)$=\sqrt{a^2}-\sqrt{(3b)^2}+\sqrt{(2a-b)^2}$

$=-a-3b-(2a-b)$ … ❷

$=-3a-2b$ … ❸

답 $-3a-2b$

채점 기준

❶ a, b의 부호를 결정할 수 있다.	40%
❷ 근호를 없앨 수 있다.	40%
❸ 식을 간단히 할 수 있다.	20%

0105 $300x=2^2\times3\times5^2\times x$이므로 $x=3\times$(자연수)^2 꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 두 자리 자연수는 $\quad x=3\times2^2=12$ 답 ②

0106 $x=5\times$(자연수)^2 꼴이어야 한다.

① $5=5\times1^2$ ② $10=5\times2$ ③ $20=5\times2^2$

④ $45=5\times3^2$ ⑤ $80=5\times4^2$ 답 ②

0107 $\dfrac{75}{2}x=\dfrac{3\times5^2}{2}\times x$이므로 $x=2\times3\times$(자연수)^2 꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수는 $\quad x=2\times3=6$ 답 ①

0108 $18n=2\times3^2\times n$이므로 $n=2\times$(자연수)^2 꼴이어야 한다.

따라서 $10\le n<100$인 n은

2×3^2, 2×4^2, 2×5^2, 2×6^2, 2×7^2

의 5개이다. 답 5

0109 $\dfrac{108a}{5}=\dfrac{2^2\times3^3\times a}{5}$이므로 $a=3\times5\times$(자연수)^2 꼴이어야 한다. … ❶

a의 값이 최소일 때, b의 값도 최소이므로 $a+b$의 값도 최소가 된다.

$\therefore$ (a의 최솟값)$=3\times5=15$,

(b의 최솟값)$=\sqrt{2^2\times3^4}=2\times9=18$ … ❷

$\therefore$ ($a+b$의 최솟값)$=33$ … ❸

답 33

채점 기준

❶ a의 조건을 구할 수 있다.	30%
❷ a, b의 최솟값을 구할 수 있다.	50%
❸ $a+b$의 최솟값을 구할 수 있다.	20%

0110 $24a=2^3\times3\times a$이므로 $a=2\times3\times$(자연수)^2 꼴이어야 한다.

이때 $0<a<10$이므로 $\quad a=6$ … ❶

$45b=3^2\times5\times b$이므로 $b=5\times$(자연수)^2 꼴이어야 한다.

이때 $0<b<10$이므로 $\quad b=5$ … ❷

따라서

$\sqrt{24a}+\sqrt{45b}=\sqrt{24\times6}+\sqrt{45\times5}=12+15=27$

이므로 $\quad c=27$ … ❸

$\therefore a+b+c=38$ … ❹

답 38

채점 기준

❶ a의 값을 구할 수 있다.	30%
❷ b의 값을 구할 수 있다.	30%
❸ c의 값을 구할 수 있다.	30%
❹ $a+b+c$의 값을 구할 수 있다.	10%

0111 $\dfrac{168}{x}=\dfrac{2^3\times3\times7}{x}$이므로 $\quad x=2\times3\times7=42$ 답 42

0112 $\dfrac{360}{x}=\dfrac{2^3\times3^2\times5}{x}$이므로 $x=2\times5\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.
이때 x는 360의 약수이면서 가장 큰 두 자리 자연수이므로
$x=2\times5\times3^2=90$ 답 90

0113 $\dfrac{48}{x^3}=\dfrac{2^4\times3}{x^3}$이므로 $x^3=3\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.
이때 x가 자연수이고 가장 작은 수이어야 하므로
$x^3=3\times3^2$ $\therefore x=3$ 답 3

0114 $\dfrac{96}{m}=\dfrac{2^5\times3}{m}$이므로 m은 96의 약수이면서
$2\times3\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.
n의 값이 최대이려면 m의 값은 최소이어야 하므로
$(m\text{의 최솟값})=2\times3=6$
$\therefore (n\text{의 최댓값})=\sqrt{\dfrac{96}{6}}=\sqrt{16}=4$ 답 ④

0115 $312xy=2^3\times3\times13\times xy$이므로
$xy=2\times3\times13\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.
이때 $\sqrt{312xy}$가 가장 작은 자연수이려면
$xy=2\times3\times13=78$
따라서 이를 만족시키는 x, y의 순서쌍 (x, y)가 아닌 것은 ④이다. 답 ④

0116 $120xy=2^3\times3\times5\times xy$이므로
$xy=2\times3\times5\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.
따라서 xy의 최솟값은 $2\times3\times5=30$ 답 ⑤

0117 $80xy=2^4\times5\times xy$이므로 $xy=5\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.
이때 $\sqrt{80xy}$가 가장 작은 자연수이려면 $xy=5$
따라서 x, y의 순서쌍 (x, y)는 $(1, 5)$, $(5, 1)$이므로 이것을 모두 근으로 갖는 일차방정식은 ①이다. 답 ①
참고 ② $(5, 1)$ ➔ $5-1+4\neq0$ ③ $(5, 1)$ ➔ $10-1+3\neq0$
④ $(1, 5)$ ➔ $2-15-7\neq0$ ⑤ $(5, 1)$ ➔ $15-2+7\neq0$

0118 $72ab=2^3\times3^2\times ab$이므로 $ab=2\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다. $\therefore ab=2,\ 2\times2^2,\ 2\times3^2$ $(\because 1\le ab\le36)$
따라서 a, b의 순서쌍 (a, b)는
(i) $ab=2$인 경우: $(1, 2)$, $(2, 1)$의 2개
(ii) $ab=2\times2^2=8$인 경우: $(2, 4)$, $(4, 2)$의 2개
(iii) $ab=2\times3^2=18$인 경우: $(3, 6)$, $(6, 3)$의 2개
이상에서 구하는 경우의 수는 6 답 ②
참고 $ab=2\times4^2=32$인 경우 이를 만족시키는 a, b의 순서쌍 (a, b)는 존재하지 않는다.

0119 56보다 큰 제곱수는 64, 81, 100, ⋯
x가 가장 작은 자연수이므로 $56+x=64$ $\therefore x=8$ 답 8

0120 $15+x=16,\ 25,\ 36,\ 49,\ 64,\ \cdots$이므로
$x=1,\ 10,\ 21,\ 34,\ 49,\ \cdots$
따라서 x의 값이 아닌 것은 ⑤이다. 답 ⑤

0121 78보다 큰 제곱수는 81, 100, 121, ⋯
a가 가장 작은 자연수이므로 $78+a=81$ $\therefore a=3$
$\therefore b=\sqrt{78+a}=\sqrt{78+3}=\sqrt{81}=9$
$\therefore a+b=12$ 답 ②

0122 $30-x$가 30보다 작은 제곱수 또는 0이어야 하므로
$30-x=0,\ 1,\ 4,\ 9,\ 16,\ 25$
$\therefore x=30,\ 29,\ 26,\ 21,\ 14,\ 5$
따라서 자연수 x의 개수는 6이다. 답 ③

0123 $24-x$가 24보다 작은 제곱수이어야 하므로
$24-x=1,\ 4,\ 9,\ 16$ $\therefore x=23,\ 20,\ 15,\ 8$ ⋯❶
따라서 모든 자연수 x의 값의 합은 66이다. ⋯❷
답 66

채점 기준

❶ x의 값을 구할 수 있다.	70%
❷ 모든 x의 값의 합을 구할 수 있다.	30%

0124 $36-x$가 36보다 작은 제곱수 또는 0이어야 하므로
$36-x=0,\ 1,\ 4,\ 9,\ 16,\ 25$
$36-x=0$에서 $x=36$
$36-x=25$에서 $x=11$
따라서 x의 최댓값과 최솟값의 합은 47이다. 답 ④

0125 ① $\sqrt{80}<\sqrt{81}$이므로 $\sqrt{80}<9$
② $\sqrt{5}>\sqrt{3}$이므로 $-\sqrt{5}<-\sqrt{3}$
③ $\sqrt{0.01}<\sqrt{0.1}$이므로 $0.1<\sqrt{0.1}$
④ $\sqrt{\dfrac{1}{3}}>\sqrt{\dfrac{1}{4}}$이므로 $\sqrt{\dfrac{1}{3}}>\dfrac{1}{2}$
⑤ $\sqrt{35}<\sqrt{36}$이므로 $-\sqrt{35}>-\sqrt{36}$ $\therefore -\sqrt{35}>-6$
답 ③

0126 (i) 음수: $\sqrt{2}<\sqrt{3}$이므로 $-\sqrt{2}>-\sqrt{3}$
(ii) 양수: $\sqrt{6}>\sqrt{1}$이므로 $\sqrt{6}>1$
(i), (ii)에서 $\sqrt{6}>1>0>-\sqrt{2}>-\sqrt{3}$
답 $\sqrt{6},\ 1,\ 0,\ -\sqrt{2},\ -\sqrt{3}$

0127 (i) 음수: $\sqrt{15}<\sqrt{16}$이므로 $-\sqrt{15}>-\sqrt{16}$
$\therefore -\sqrt{15}>-4$
(ii) 양수: $\dfrac{1}{3}=\sqrt{\dfrac{1}{9}}$, $\sqrt{0.5}=\sqrt{\dfrac{1}{2}}$이므로 $\dfrac{1}{3}<\sqrt{\dfrac{1}{5}}<\sqrt{0.5}$
(i), (ii)에서 $-4<-\sqrt{15}<\dfrac{1}{3}<\sqrt{\dfrac{1}{5}}<\sqrt{0.5}$
따라서 두 번째에 오는 수는 $-\sqrt{15}$이고, 네 번째에 오는 수는 $\sqrt{\dfrac{1}{5}}$이다. 답 $-\sqrt{15}$, $\sqrt{\dfrac{1}{5}}$

0128 ① $-\sqrt{(-5)^2}=-\sqrt{25}$ ④ $(-\sqrt{7})^2=7$

(음수)<0<(양수)이므로 음수인 수의 대소를 비교하면

$\sqrt{\frac{1}{10}}<\sqrt{25}<\sqrt{27}$ $\therefore -\sqrt{\frac{1}{10}}>-\sqrt{25}>-\sqrt{27}$

$\therefore -\sqrt{\frac{1}{10}}>-\sqrt{(-5)^2}>-\sqrt{27}$ 답 ⑤

0129 (i) 음수: $\sqrt{0.8}<\sqrt{9}<\sqrt{10}$이므로

$-\sqrt{0.8}>-3>-\sqrt{10}$ $\therefore a=-\sqrt{10}$ …❶

(ii) 양수: $\sqrt{(-4)^2}=\sqrt{16}$이고, $\sqrt{\frac{9}{2}}<\sqrt{16}<\sqrt{17}$이므로

$\sqrt{\frac{9}{2}}<\sqrt{(-4)^2}<\sqrt{17}$ $\therefore b=\sqrt{17}$ …❷

(i), (ii)에서

$a^2+b^2=(-\sqrt{10})^2+(\sqrt{17})^2=10+17=27$ …❸ 답 27

채점 기준

❶ a의 값을 구할 수 있다.	40%
❷ b의 값을 구할 수 있다.	40%
❸ a^2+b^2의 값을 구할 수 있다.	20%

0130 ① $0<a^2<1$ ② $0<a<1$ ③ $0<\sqrt{a}<1$

④ $\frac{1}{a}>1$ ⑤ $\sqrt{\frac{1}{a}}>1$

이때 $\frac{1}{a}>\sqrt{\frac{1}{a}}$이므로 $\frac{1}{a}$의 값이 가장 크다. 답 ④

참고 $a=\frac{1}{4}$이라 하면 $a^2=\frac{1}{16}$, $\sqrt{a}=\frac{1}{2}$, $\frac{1}{a}=4$, $\sqrt{\frac{1}{a}}=2$이므로 $a^2<a<\sqrt{a}<\sqrt{\frac{1}{a}}<\frac{1}{a}$임을 알 수 있다.

0131 $\sqrt{9}<\sqrt{10}$이므로 $3<\sqrt{10}$

$\therefore 3-\sqrt{10}<0,\ \sqrt{10}-3>0$

$\therefore$ (주어진 식)$=-(3-\sqrt{10})-(\sqrt{10}-3)$

$=-3+\sqrt{10}-\sqrt{10}+3=0$ 답 ③

0132 $\sqrt{1}<\sqrt{3}<\sqrt{4}$이므로 $1<\sqrt{3}<2$

$\therefore 1-\sqrt{3}<0,\ 2-\sqrt{3}>0$

$\therefore$ (주어진 식)$=-(1-\sqrt{3})+(2-\sqrt{3})$

$=-1+\sqrt{3}+2-\sqrt{3}=1$ 답 ③

0133 $x+y=6+(4+\sqrt{5})=10+\sqrt{5}>0$

$x-y=6-(4+\sqrt{5})=2-\sqrt{5}<0$

$\therefore$ (주어진 식)$=(10+\sqrt{5})+(2-\sqrt{5})=12$ 답 ⑤

0134 $\sqrt{8}<\sqrt{9}$이므로 $\sqrt{8}<3$

$\therefore 3-\sqrt{8}>0,\ \sqrt{8}-3<0$

$\therefore$ (주어진 식)$=(3-\sqrt{8})+(\sqrt{8}-3)+3+8=11$ 답 11

0135 $5<\sqrt{3n}<6$에서 $5^2<(\sqrt{3n})^2<6^2$

$25<3n<36$ $\therefore \frac{25}{3}<n<12$

따라서 자연수 n은 9, 10, 11의 3개이다. 답 ②

0136 $-\sqrt{17}<-\sqrt{3x-1}<-2$에서

$2<\sqrt{3x-1}<\sqrt{17}$, $2^2<(\sqrt{3x-1})^2<(\sqrt{17})^2$

$4<3x-1<17$ $\therefore \frac{5}{3}<x<6$

따라서 자연수 x는 2, 3, 4, 5이므로 구하는 합은 14이다. 답 ④

0137 $\frac{5}{2}<\sqrt{x-2}\le 4$에서 $\left(\frac{5}{2}\right)^2<(\sqrt{x-2})^2\le 4^2$

$\frac{25}{4}<x-2\le 16$ $\therefore \frac{33}{4}<x\le 18$ …❶

따라서 자연수 x 중에서 3의 배수는 9, 12, 15, 18이므로 구하는 합은 54이다. …❷

답 54

채점 기준

❶ x의 값의 범위를 구할 수 있다.	50%
❷ x 중에서 3의 배수의 합을 구할 수 있다.	50%

0138 $\sqrt{3}<x<\sqrt{27}$에서 $(\sqrt{3})^2<x^2<(\sqrt{27})^2$

$\therefore 3<x^2<27$

따라서 자연수 x는 2, 3, 4, 5이므로 $M=5,\ m=2$

$\therefore M-m=3$ 답 ③

0139 (i) $2.4<\sqrt{x}<3.2$에서 $2.4^2<(\sqrt{x})^2<3.2^2$

$\therefore 5.76<x<10.24$

따라서 이를 만족시키는 자연수 x의 값은 6, 7, 8, 9, 10이다.

(ii) $3\sqrt{5}<x<5\sqrt{3}$에서 $(3\sqrt{5})^2<x^2<(5\sqrt{3})^2$

$\therefore 45<x^2<75$

따라서 이를 만족시키는 자연수 x의 값은 7, 8이다.

(i), (ii)에서 두 부등식을 동시에 만족시키는 자연수 x는 7, 8이므로 구하는 합은 15이다. 답 ②

0140 $5\le\sqrt{n}<5.5$에서 $5^2\le(\sqrt{n})^2<5.5^2$

$\therefore 25\le n<30.25$ …❶

n이 자연수이므로 $n=25,\ 26,\ 27,\ 28,\ 29,\ 30$

$\therefore a=30,\ b=25$ …❷

$\sqrt{\frac{30}{25}\times c}=\sqrt{\frac{2\times 3}{5}\times c}$가 자연수가 되려면

$c=2\times3\times5\times$(자연수)^2 꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수는 $c=2\times3\times5=30$ …❸

답 30

채점 기준

❶ n의 값의 범위를 구할 수 있다.	30%
❷ a, b의 값을 구할 수 있다.	30%
❸ c의 값을 구할 수 있다.	40%

0141 $\sqrt{1}=1,\ \sqrt{4}=2,\ \sqrt{9}=3$이므로

$f(1)=f(2)=f(3)=1$

$f(4)=f(5)=f(6)=f(7)=f(8)=2$

$f(9)=3$

$\therefore$ (주어진 식)$=1\times3+2\times5+3=16$ 답 ②

0142 $\sqrt{25}<\sqrt{32}<\sqrt{36}$이므로 $5<\sqrt{32}<6$ $\therefore a=5$

또 $\sqrt{64}<\sqrt{72}<\sqrt{81}$이므로 $8<\sqrt{72}<9$ $\therefore b=8$

$\therefore b-a=3$ 답 3

0143 $2x-1=105$에서 $2x=106$ $\therefore x=53$

이때 $\sqrt{49}<\sqrt{53}<\sqrt{64}$, 즉 $7<\sqrt{53}<8$이므로

$f(105)=7$ … ❶

$2x-1=35$에서 $2x=36$ $\therefore x=18$

이때 $\sqrt{16}<\sqrt{18}<\sqrt{25}$, 즉 $4<\sqrt{18}<5$이므로

$f(35)=4$ … ❷

$\therefore f(105)-f(35)=7-4=3$ … ❸

답 3

채점 기준

❶ $f(105)$의 값을 구할 수 있다.	40%
❷ $f(35)$의 값을 구할 수 있다.	40%
❸ $f(105)-f(35)$의 값을 구할 수 있다.	20%

0144 $f(x)=8$인 자연수 x는 $8\le\sqrt{x}<9$에서

$8^2\le(\sqrt{x})^2<9^2$ $\therefore 64\le x<81$

따라서 자연수 x는 64, 65, 66, …, 80의 17개이다. 답 ④

0145 $f(1)=0$

$f(2)=f(3)=f(4)=1$

$f(5)=f(6)=f(7)=f(8)=f(9)=2$

$f(10)=f(11)=f(12)=f(13)=f(14)=f(15)=f(16)=3$

$f(17)=f(18)=f(19)=4$

$\therefore f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(19)$

$=0+1\times3+2\times5+3\times7+4\times3=46$

$\therefore n=19$ 답 19

0146 전략 양수 A의 제곱근은 $\pm\sqrt{A}$이다.

풀이 (ㄱ) a, b가 양수 A의 제곱근이므로 $a^2=A$, $b^2=A$

$\therefore a^2=b^2$

(ㄴ), (ㄷ) 양수 A의 제곱근은 $\sqrt{A}$, $-\sqrt{A}$이고, $\sqrt{A}>0$, $-\sqrt{A}<0$

이므로 $ab<0$, $a+b=0$

이상에서 (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ) 모두 옳다. 답 ⑤

0147 전략 $a>0$일 때, a의 제곱근은 $\pm\sqrt{a}$, 제곱근 a는 $\sqrt{a}$이다.

풀이 ③ $\sqrt{\dfrac{36}{49}}=\dfrac{6}{7}$

⑤ $\sqrt{16}=4$를 2배 하면 $8=\sqrt{64}$ 답 ③, ⑤

0148 전략 $a>0$일 때, a의 양의 제곱근은 $\sqrt{a}$, 음의 제곱근은 $-\sqrt{a}$이다.

풀이 $A=\sqrt{\left(-\dfrac{14}{15}\right)^2}=\dfrac{14}{15}$

$B=-\sqrt{5.\dot{4}}=-\sqrt{\dfrac{49}{9}}=-\dfrac{7}{3}$

$\therefore B\div A=-\dfrac{7}{3}\div\dfrac{14}{15}=-\dfrac{7}{3}\times\dfrac{15}{14}=-\dfrac{5}{2}$ 답 ②

0149 전략 두 원의 넓이의 비가 $2^2:3^2$임을 이용하여 큰 원의 넓이를 구한다.

풀이 닮음비가 $2:3$이므로 두 원의 넓이의 비는

$2^2:3^2=4:9$

두 원의 넓이를 각각 $4x\,\text{cm}^2$, $9x\,\text{cm}^2$라 하면

$4x+9x=65\pi$, $13x=65\pi$ $\therefore x=5\pi$

따라서 큰 원의 넓이는 $9x=45\pi(\text{cm}^2)$이므로 큰 원의 반지름의 길이는 $\sqrt{45}\,\text{cm}$이다. 답 ⑤

ssen 보충학습

두 닮은 평면도형의 닮음비가 $m:n$이면 넓이의 비는 $m^2:n^2$이다.

0150 전략 $k>0$이면 $\sqrt{k^2}=k$, $k<0$이면 $\sqrt{k^2}=-k$임을 이용한다.

풀이 $a<0$이므로 $b=\sqrt{(-a)^2}=-a$

위의 식에서 $-a>0$, 즉 $b>0$이므로

$c=-\sqrt{16b^2}=-\sqrt{(4b)^2}=-4b=-4\times(-a)=4a$

$\therefore a-b+c=a-(-a)+4a=6a$ 답 ⑤

0151 전략 a의 값의 범위를 나누어 식의 값을 구한다.

풀이 (i) $a\ge2$일 때, $a+2>0$, $a-2\ge0$이므로

$(a+2)+(a-2)=4$, $2a=4$ $\therefore a=2$

(ii) $-2\le a<2$일 때, $a+2\ge0$, $a-2<0$이므로

$(a+2)-(a-2)=4$ $\therefore -2\le a<2$

(iii) $a<-2$일 때, $a+2<0$, $a-2<0$이므로

$-(a+2)-(a-2)=4$, $-2a=4$ $\therefore a=-2$

$a=-2$는 $a<-2$를 만족시키지 않는다.

이상에서 $-2\le a\le2$ 답 $-2\le a\le2$

0152 전략 주어진 조건을 이용하여 a, b, c의 부호를 결정한다.

풀이 $a(b-c)<0$에서 조건 (가)에 의하여 $b-c>0$이므로

$a<0$

조건 (가), (다)에 의하여 $c<0$, $b>0$

따라서 $a-b<0$, $c<0$, $a-b+c<0$이므로

(주어진 식) $=-(a-b)-c-(a-b+c)$

$=-a+b-c-a+b-c$

$=-2a+2b-2c$ 답 $-2a+2b-2c$

0153 전략 80, 180을 각각 소인수분해하여 소인수의 지수가 모두 짝수가 되도록 하는 x의 값을 정한다.

풀이 (i) $80x=2^4\times5\times x$이므로 $x=5\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

(ii) $\dfrac{180}{x}=\dfrac{2^2\times3^2\times5}{x}$이므로 x는 180의 약수이면서

$5\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

(i), (ii)에서 가장 작은 두 자리 자연수는 $x=5\times2^2=20$ 답 ③

0154 전략 1200을 소인수분해하여 소인수의 지수가 모두 짝수가 되도록 하는 n의 값을 정한다.

풀이 $\frac{1200}{n}=\frac{2^4\times3\times5^2}{n}=\frac{3\times20^2}{n}$이므로

$n=3\times a^2$(a는 20의 약수) 꼴이어야 한다.

$20=2^2\times5$이므로 20의 약수의 개수는

$(2+1)\times(1+1)=6$

따라서 자연수 n의 개수는 6이다. 답 6

참고 자연수 n의 값은 다음과 같다.

$3\times1^2=3,\ 3\times2^2=12,\ 3\times4^2=48,$

$3\times5^2=75,\ 3\times10^2=300,\ 3\times20^2=1200$

ssen 보충학습

자연수 A가 $a^m\times b^n$ (a, b는 서로 다른 소수, m, n은 자연수)으로 소인수분해될 때, A의 약수의 개수는 $(m+1)\times(n+1)$이다.

0155 전략 24를 소인수분해하여 소인수의 지수가 모두 짝수가 되도록 하는 xy의 값을 정한다.

풀이 $24xy=2^3\times3\times xy$에서 $xy=2\times3\times$(자연수)^2 꼴이어야 하므로 $xy=2\times3,\ 2\times3\times2^2$ ($\because 1\leq xy\leq36$)

따라서 x, y의 순서쌍 (x, y)는

(i) $xy=2\times3=6$인 경우: (1, 6), (2, 3), (3, 2), (6, 1)의 4개

(ii) $xy=2\times3\times2^2=24$인 경우: (4, 6), (6, 4)의 2개

(i), (ii)에서 구하는 확률은 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$ 답 ④

ssen 보충학습

(사건 A가 일어날 확률)$=\frac{(\text{사건 }A\text{가 일어나는 경우의 수})}{(\text{모든 경우의 수})}$

0156 전략 $\sqrt{x+52}-\sqrt{97-y}$가 가장 작은 정수가 되려면 $\sqrt{x+52}$는 가장 작은 자연수, $\sqrt{97-y}$는 가장 큰 자연수가 되어야 한다.

풀이 $\sqrt{x+52}$가 가장 작은 자연수가 되어야 하므로

$x+52=64 \quad \therefore x=12$

$\sqrt{97-y}$가 가장 큰 자연수가 되어야 하므로

$97-y=81 \quad \therefore y=16$

$\therefore x+y=28$ 답 28

0157 전략 $0<a<1$임을 이용하여 $\frac{1}{a}$, $\sqrt{a}$, a^2, $\frac{1}{\sqrt{a}}$, $a-1$의 값의 범위를 구한다.

풀이 (ㄱ) $0<a<1$이므로 $\frac{1}{a}>1 \quad \therefore a<\frac{1}{a}$

(ㄴ) $0<\sqrt{a}<\sqrt{1}$이므로 $0<\sqrt{a}<1 \quad \therefore \sqrt{a}-1<0$

(ㄷ) $0<a^2<1$이고, $0<\sqrt{a}<1$에서 $\frac{1}{\sqrt{a}}>1$이므로 $a^2<\frac{1}{\sqrt{a}}$

(ㄹ) $a-1<0$이므로 $\sqrt{(a-1)^2}=-(a-1)=1-a$

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ), (ㄹ)의 3개이다. 답 ④

0158 전략 제곱근의 정의를 이용하여 식을 세우고, $a>0$, $b>0$, $x>0$일 때, $a<\sqrt{x}<b$이면 $a^2<(\sqrt{x})^2<b^2$임을 이용한다.

풀이 n의 양의 제곱근이 $5+p$이므로 $\sqrt{n}=5+p$

$1<p<2$이므로 $6<5+p<7 \quad \therefore 6<\sqrt{n}<7$

$\therefore 36<n<49$

따라서 자연수 n의 최댓값은 48이다. 답 48

0159 전략 $2\leq\sqrt{nx}<3$의 각 변을 제곱하고, nx가 자연수임을 이용하여 x의 값을 구한다.

풀이 $2\leq\sqrt{nx}<3$에서 $4\leq nx<9$이고, nx는 자연수이므로

$nx=4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8 \quad \therefore x=\frac{4}{n},\ \frac{5}{n},\ \frac{6}{n},\ \frac{7}{n},\ \frac{8}{n}$

$\frac{4}{n}+\frac{5}{n}+\frac{6}{n}+\frac{7}{n}+\frac{8}{n}=15$이므로

$\frac{30}{n}=15 \quad \therefore n=2$ 답 ②

0160 전략 $x=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 12$에 대하여 $\sqrt{2x-1}$과 가장 가까운 제곱수를 찾는다.

풀이 $\sqrt{1}=1,\ \sqrt{4}=2,\ \sqrt{9}=3,\ \sqrt{16}=4$이므로

$N(1)=N(2)=1$

$N(3)=N(4)=2$

$N(5)=N(6)=N(7)=N(8)=3$

$N(9)=N(10)=N(11)=N(12)=4$

$\therefore$ (주어진 식)$=1\times2+2\times2+3\times4+4\times4=34$ 답 34

0161 전략 각 정사각형의 넓이의 비를 이용하여 A의 넓이를 구한다.

풀이 D의 넓이가 $16\,\text{m}^2$이므로 C의 넓이는 $8\,\text{m}^2$, B의 넓이는 $4\,\text{m}^2$, A의 넓이는 $2\,\text{m}^2$이다. … ❶

따라서 A의 한 변의 길이는 $\sqrt{2}\,\text{m}$이다. … ❷

답 $\sqrt{2}\,\text{m}$

채점 기준

❶ A의 넓이를 구할 수 있다.	60%
❷ A의 한 변의 길이를 구할 수 있다.	40%

0162 전략 $k>0$이면 $\sqrt{k^2}=k$, $k<0$이면 $\sqrt{k^2}=-k$임을 이용한다.

풀이 $5x+6>3x+12$에서 $2x>6 \quad \therefore x>3$ … ❶

따라서 $x+3>0$, $2x>0$, $3-x<0$이므로 … ❷

(주어진 식)$=\sqrt{\{3(x+3)\}^2}-\sqrt{(2x)^2}+\sqrt{(3-x)^2}$

$=3(x+3)-2x-(3-x)$ … ❸

$=2x+6$ … ❹

답 $2x+6$

채점 기준

❶ x의 값의 범위를 구할 수 있다.	20%
❷ $x+3$, $2x$, $3-x$의 부호를 결정할 수 있다.	20%
❸ 근호를 없앨 수 있다.	40%
❹ 식을 간단히 할 수 있다.	20%

0163 전략 x의 값의 범위를 나누어 a, b의 값을 구한다.

풀이 (i) $x>a$, $x>-b$일 때, $x-a>0$, $x+b>0$이므로

$(x-a)+2(x+b)=3x-a+2b$

이때 $3x-a+2b=3x-9$이므로 $-a+2b=-9$

(ii) $x>a$, $x<-b$일 때, $x-a>0$, $x+b<0$이므로

$(x-a)-2(x+b)=-x-a-2b$

$\therefore -x-a-2b \neq 3x-9$

(iii) $x<a$, $x>-b$일 때, $x-a<0$, $x+b>0$이므로

$-(x-a)+2(x+b)=x+a+2b$

$\therefore x+a+2b \neq 3x-9$

(iv) $x<a$, $x<-b$일 때, $x-a<0$, $x+b<0$이므로

$-(x-a)-2(x+b)=-3x+a-2b$

$\therefore -3x+a-2b \neq 3x-9$

이상에서 $-a+2b=-9$ … ❶

이때 $a+b=6$이므로 두 식을 연립하여 풀면

$a=7$, $b=-1$ … ❷

따라서 바르게 계산한 식은

$\underline{-(x-7)}+2(x-1)=x+5$ … ❸

(i)에서 부호를 잘못 본 식이 $x-7>0$이므로 바르게 본 식은 $x-7<0$이다.

답 $x+5$

채점 기준

❶ x의 값의 범위를 나누어 a, b 사이의 관계식을 구할 수 있다.	50%
❷ a, b의 값을 구할 수 있다.	20%
❸ 바르게 계산한 식을 구할 수 있다.	30%

0164

전략 $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-4=\left(a-\frac{1}{a}\right)^2$, $\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+4=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2$임을 이용한다.

풀이 $0<a<1$이므로 $\frac{1}{a}>1$

$\therefore \frac{1}{a}-1>0$, $a-\frac{1}{a}<0$, $a+\frac{1}{a}>0$ … ❶

$\therefore$ (주어진 식)$=\left(\frac{1}{a}-1\right)+2\left(a-\frac{1}{a}\right)+\left(a+\frac{1}{a}\right)$ … ❷

$=3a-1$ … ❸

답 $3a-1$

채점 기준

❶ $\frac{1}{a}-1$, $a-\frac{1}{a}$, $a+\frac{1}{a}$의 부호를 결정할 수 있다.	40%
❷ 근호를 없앨 수 있다.	40%
❸ 식을 간단히 할 수 있다.	20%

ssen 보충학습

$\sqrt{\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-4}=\sqrt{\left(a^2+2+\frac{1}{a^2}\right)-4}=\sqrt{a^2-2+\frac{1}{a^2}}=\sqrt{\left(a-\frac{1}{a}\right)^2}$

$\sqrt{\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+4}=\sqrt{\left(a^2-2+\frac{1}{a^2}\right)+4}=\sqrt{a^2+2+\frac{1}{a^2}}=\sqrt{\left(a+\frac{1}{a}\right)^2}$

0165

전략 $\sqrt{20n}$, $\sqrt{56-n}$이 모두 자연수가 되도록 하는 자연수 n의 값을 정한다.

풀이 진료실과 주사실의 한 변의 길이는 각각 $\sqrt{20n}$, $\sqrt{56-n}$이고, 모두 자연수이다.

$\sqrt{20n}=\sqrt{2^2\times5\times n}$이므로 $n=5\times$(자연수)^2 꼴이어야 한다.

$\therefore n=5,\ 20,\ 45,\ \cdots$ … ❶

$56-n$은 56보다 작은 제곱수이어야 하므로

$56-n=1,\ 4,\ 9,\ 16,\ 25,\ 36,\ 49$

$\therefore n=55,\ 52,\ 47,\ 40,\ 31,\ 20,\ 7$ … ❷

따라서 $n=20$이므로 주사실의 넓이는 $56-20=36$ … ❸

답 36

채점 기준

❶ $\sqrt{20n}$이 자연수가 되도록 하는 n의 값을 구할 수 있다.	40%
❷ $\sqrt{56-n}$이 자연수가 되도록 하는 n의 값을 구할 수 있다.	40%
❸ 주사실의 넓이를 구할 수 있다.	20%

0166

전략 $k>0$이면 $\sqrt{k^2}=k$, $k<0$이면 $\sqrt{k^2}=-k$임을 이용하여 식을 간단히 한 후, 대소를 비교한다.

풀이 $a-1<0$이므로 $\sqrt{(a-1)^2}=-(a-1)=1-a$

$1-b>0$이므로 $\sqrt{(1-b)^2}=1-b$

$ab-1<0$이므로 $\sqrt{(ab-1)^2}=-(ab-1)=1-ab$

$a>0$이므로 $\frac{1}{\sqrt{a^2}}=\frac{1}{a}$

$b>0$이므로 $\frac{1}{\sqrt{b^2}}=\frac{1}{b}$ … ❶

이때 $0<ab<a<b<1$이므로

$\sqrt{(1-b)^2}<\sqrt{(a-1)^2}<\sqrt{(ab-1)^2}<1$

또 $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}>1$이므로 $1<\frac{1}{\sqrt{b^2}}<\frac{1}{\sqrt{a^2}}$

$\therefore \sqrt{(1-b)^2}<\sqrt{(a-1)^2}<\sqrt{(ab-1)^2}<\frac{1}{\sqrt{b^2}}<\frac{1}{\sqrt{a^2}}$ … ❷

따라서 작은 것부터 나열할 때, 세 번째에 오는 식은

$\sqrt{(ab-1)^2}=1-ab$ … ❸

답 $1-ab$

채점 기준

❶ 주어진 식의 부호를 결정할 수 있다.	40%
❷ 주어진 식의 대소를 비교할 수 있다.	40%
❸ 세 번째에 오는 식을 간단히 할 수 있다.	20%

0167

전략 부등식의 각 변을 제곱하여 x의 값의 범위를 구한다.

풀이 $2n-1<\sqrt{x}<2n+1$에서

$(2n-1)^2<x<(2n+1)^2$ … ❶

따라서 위의 부등식을 만족시키는 자연수 x의 개수는

$(2n+1)^2-(2n-1)^2-1$

$=(4n^2+4n+1)-(4n^2-4n+1)-1=8n-1$ … ❷

이때 $8n-1=71$이므로

$8n=72 \quad \therefore n=9$ … ❸

답 9

채점 기준

❶ x의 값의 범위를 구할 수 있다.	20%
❷ 자연수 x의 개수를 n으로 나타낼 수 있다.	50%
❸ n의 값을 구할 수 있다.	30%

ssen 보충학습

a, b, x가 정수일 때,

$a\le x\le b$ ➡ (정수 x의 개수)$=b-a+1$

$a\le x<b$ ➡ (정수 x의 개수)$=b-a$

$a<x\le b$ ➡ (정수 x의 개수)$=b-a$

$a<x<b$ ➡ (정수 x의 개수)$=b-a-1$

02 무리수와 실수

0168 답 무 **0169** 답 유

0170 답 유 **0171** 답 무

0172 답 유 **0173** 답 유

0174 답 × **0175** 답 ○

0176 답 × **0177** 답 ○

0178 답 2.665 **0179** 답 2.709

0180 답 2.655 **0181** 답 2.687

0182 $\square ABCD=3\times3-4\times\left(\frac{1}{2}\times2\times1\right)=5$ 답 5

0183 $\square ABCD=5$이므로 구하는 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$
답 $\sqrt{5}$

0184 $\overline{BC}=\overline{BP}=\sqrt{5}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $1+\sqrt{5}$
답 $1+\sqrt{5}$

0185 $\overline{BA}=\overline{BQ}=\sqrt{5}$이므로 점 Q에 대응하는 수는 $1-\sqrt{5}$
답 $1-\sqrt{5}$

0186 답 ○ **0187** 답 ○

0188 답 ×

0189 $(\sqrt{3}+1)-3=\sqrt{3}-2=\sqrt{3}-\sqrt{4}<0$
$\therefore \sqrt{3}+1<3$ 답 <

0190 $(\sqrt{11}-2)-(\sqrt{11}-1)=-1<0$
$\therefore \sqrt{11}-2<\sqrt{11}-1$ 답 <

0191 $(\sqrt{6}-8)-(\sqrt{5}-8)=\sqrt{6}-\sqrt{5}>0$
$\therefore \sqrt{6}-8>\sqrt{5}-8$ 답 >

0192 $(-\sqrt{3}+\sqrt{10})-(-2+\sqrt{10})=-\sqrt{3}+2$
$=-\sqrt{3}+\sqrt{4}>0$
$\therefore -\sqrt{3}+\sqrt{10}>-2+\sqrt{10}$ 답 >

0193 $\sqrt{\frac{1}{9}}=\frac{1}{3}$, $-\sqrt{(-6)^2}=-6$은 유리수이다.
따라서 무리수는 $-\sqrt{0.4}$, $5+\sqrt{2}$의 2개이다. 답 ②

0194 각 정사각형의 한 변의 길이를 구해 보면 다음과 같다.
① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{6}$ ③ $\sqrt{16}=4$
④ $\sqrt{24}$ ⑤ $2\sqrt{2}$ 답 ③

0195 ① $\pm\sqrt{1.44}=\pm1.2$
③ $\sqrt{0.\dot{4}}=\sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{2}{3}$
⑤ $\sqrt{0.09}-\sqrt{1}=0.3-1=-0.7$ 답 ②, ④

SSEN 보충학습

순환소수를 분수로 나타내기
① $0.\dot{a}=\frac{a}{9}$ ② $0.\dot{a}\dot{b}=\frac{ab}{99}$
③ $0.a\dot{b}=\frac{ab-a}{90}$ ④ $0.a\dot{b}\dot{c}=\frac{abc-ab}{900}$

0196 두 자리 자연수의 개수는
10, 11, 12, ⋯, 99의 90 ⋯ ❶
이 중 유리수의 개수는
$\sqrt{16}$, $\sqrt{25}$, $\sqrt{36}$, $\sqrt{49}$, $\sqrt{64}$, $\sqrt{81}$의 6 ⋯ ❷
따라서 무리수의 개수는
$90-6=84$ ⋯ ❸
답 84

채점 기준

❶ 두 자리 자연수의 개수를 구할 수 있다.	20%
❷ 유리수의 개수를 구할 수 있다.	40%
❸ 무리수의 개수를 구할 수 있다.	40%

0197 (ㄱ) (무리수)+(유리수)=(무리수)이므로 $a+1$은 무리수이다.
(ㄴ) $a=\sqrt{2}$이면 $a-\sqrt{2}=\sqrt{2}-\sqrt{2}=0$
(ㄷ) (유리수)×(무리수)=(무리수)((유리수)≠0)이므로 $2a$는 무리수이다.
(ㄹ) $a=\sqrt{3}$이면 $\sqrt{3}a=\sqrt{3}\times\sqrt{3}=3$
(ㅁ) $a=\sqrt{2}$이면 $(\sqrt{2})^2=2$
이상에서 항상 무리수인 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다. 답 (ㄱ), (ㄷ)

0198 ① 소수는 유한소수와 무한소수로 이루어져 있다.
④ 순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.
⑤ 순환소수는 무한소수이지만 유리수이다. 답 ②, ③

0199 ④ $\sqrt{25}=5$와 같이 근호 안의 수가 제곱수이면 유리수이다. 답 ④

0200 (ㄷ) 근호 안의 수가 제곱수이면 유리수이다.
(ㅁ) 순환소수는 유한소수로 나타낼 수 없지만 유리수이다.
이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ), (ㄹ)이다. 답 (ㄱ), (ㄴ), (ㄹ)

0201 ④ 무리수는 기약분수로 나타낼 수 없다. 답 ④

0202 ② 순환하지 않는 무한소수는 무리수이고 실수이다.
⑤ 실수 중 정수가 아닌 수는 유리수 또는 무리수이다. 답 ②, ⑤

0203 □ 안에 알맞은 것은 무리수이다.

① $\sqrt{0.16}=0.4$　　② $\sqrt{\frac{25}{4}}=\frac{5}{2}$

③ $-\frac{2}{\sqrt{9}}=-\frac{2}{3}$　　④ $3-\sqrt{4}=3-2=1$　　답 ⑤

0204 ② 무리수는 순환소수로 나타낼 수 없다.
③ 실수 중 무리수가 아닌 수는 유리수이다.
④ $\frac{1}{2}$은 정수가 아니지만 유리수이다.
⑤ 정수는 유리수이다.　　답 ①

0205 $a=2.373$, $b=5.83$이므로
$1000a-100b=2373-583=1790$　　답 ③

0206 $a=5.874$, $b=5.718$이므로
$a+b=11.592$　　답 11.592

0207 $a=6.01$, $b=6.14$이므로
$100(a-b)=100\times(6.01-6.14)=-13$　　답 -13

0208 $\overline{AQ}=\overline{AC}=\sqrt{2}$, $\overline{BP}=\overline{BD}=\sqrt{2}$
② 점 Q의 좌표는 $1+\sqrt{2}$이다.
③ $(2-\sqrt{2})+(1+\sqrt{2})=3$
④ $\overline{AQ}=\sqrt{2}$
⑤ $\overline{PA}=\overline{PB}-\overline{AB}=\sqrt{2}-1$　　답 ①, ③

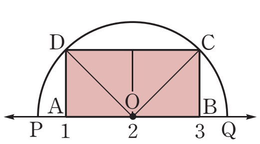
0209 $1-\sqrt{2}$는 1에서 왼쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 이동한 점 C에 대응한다.　　답 점 C

0210 $P(-3+\sqrt{2})$, $Q(1-\sqrt{2})$이므로
$p=-3+\sqrt{2}$, $q=1-\sqrt{2}$
$\therefore\ p+q=-2$　　답 -2

0211 $A(-1-\sqrt{2})$, $D(2+\sqrt{2})$
따라서 좌표를 바르게 나타낸 점은 B, C이다.　　답 ③

0212 $\overline{BP}=\overline{BD}=\sqrt{2}$이고 $P(4-\sqrt{2})$이므로　　$B(4)$
$\overline{AB}=1$이므로　　$A(3)$
따라서 $\overline{AQ}=\overline{AC}=\sqrt{2}$이고 $A(3)$이므로　　$Q(3+\sqrt{2})$
　　답 $3+\sqrt{2}$

0213 오른쪽 그림에서



$\overline{OP}=\overline{OD}=\sqrt{2}$이므로 점 P의 좌표는　$2-\sqrt{2}$　… ❶
$\overline{OQ}=\overline{OC}=\sqrt{2}$이므로 점 Q의 좌표는　$2+\sqrt{2}$　… ❷
　　답 $P(2-\sqrt{2})$, $Q(2+\sqrt{2})$

채점 기준

❶ 점 P의 좌표를 구할 수 있다.	50%
❷ 점 Q의 좌표를 구할 수 있다.	50%

0214 $\square ABCD=3\times3-4\times\left(\frac{1}{2}\times2\times1\right)=5$이므로
$\overline{AP}=\overline{AB}=\sqrt{5}$, $\overline{AQ}=\overline{AD}=\sqrt{5}$
따라서 $P(-1+\sqrt{5})$, $Q(-1-\sqrt{5})$이므로
$(-1+\sqrt{5})+(-1-\sqrt{5})=-2$　　답 -2

0215 $\square ABCD=4\times4-4\times\left(\frac{1}{2}\times3\times1\right)=10$이므로
$\overline{AB}=\sqrt{10}$　… ❶
$\overline{AP}=\overline{AB}=\sqrt{10}$이므로 점 P에 대응하는 수는
$-2+\sqrt{10}$　… ❷
　　답 $-2+\sqrt{10}$

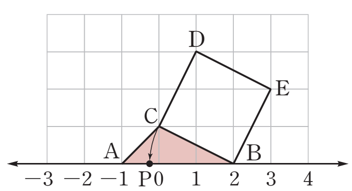
채점 기준

❶ $\overline{AB}$의 길이를 구할 수 있다.	50%
❷ 점 P에 대응하는 수를 구할 수 있다.	50%

0216 (색칠한 정사각형의 넓이)$=3\times3-4\times\left(\frac{1}{2}\times2\times1\right)=5$
이므로 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$이다.
따라서 $A(1-\sqrt{5})$, $B(2-\sqrt{5})$, $C(1+\sqrt{5})$, $D(2+\sqrt{5})$이므로
$(1-\sqrt{5})+(2-\sqrt{5})+(1+\sqrt{5})+(2+\sqrt{5})=6$　　답 6

다른 풀이 점 $A(a)$와 점 $C(c)$, 점 $B(b)$와 점 $D(d)$는 각각 1, 2에 대응하는 점에 대하여 대칭이므로
$\frac{a+c}{2}=1$, $\frac{b+d}{2}=2$　　$\therefore\ a+c=2$, $b+d=4$
$\therefore\ a+b+c+d=6$

0217 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 한 변으로 하는 정사각형 BEDC를 그리면



$\square BEDC$
$=3\times3-4\times\left(\frac{1}{2}\times1\times2\right)$
$=5$　… ❶
이므로　$\overline{BC}=\sqrt{5}$　… ❷
따라서 $\overline{BP}=\overline{BC}=\sqrt{5}$이므로 점 P에 대응하는 수는
$2-\sqrt{5}$　… ❸
　　답 $2-\sqrt{5}$

채점 기준

❶ $\overline{BC}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이를 구할 수 있다.	50%
❷ $\overline{BC}$의 길이를 구할 수 있다.	20%
❸ 점 P에 대응하는 수를 구할 수 있다.	30%

0218 ③ 정수 0과 1 사이에는 정수가 하나도 없다.
⑤ 수직선은 유리수와 무리수, 즉 실수에 대응하는 점으로 완전히 메울 수 있다.　　답 ③, ⑤

0219 ① 1에 가장 가까운 유리수는 찾을 수 없다.
③ $\sqrt{3}$과 $\sqrt{5}$ 사이에는 정수 2가 있다.
④ $\frac{1}{12}$과 $\frac{7}{12}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.　　답 ②, ⑤

0220 (ㄱ) $\sqrt{7}<3<\sqrt{10}$이므로 $\sqrt{7}$과 $\sqrt{10}$ 사이에는 1개의 자연수가 있다.
(ㄴ) 1과 2 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ), (ㄹ)의 3개이다. 답 3

0221 영배: 1에 가장 가까운 무리수는 알 수 없다.
민지: 모든 무리수는 각각 수직선 위의 한 점에 대응한다.
따라서 옳지 않은 설명을 한 학생은 영배, 민지이다. 답 ②

0222 $1<\sqrt{2}<2$이므로
(ㄴ) $x=1$의 1개
(ㄹ) $x=-1, 0, 1$의 3개
이상에서 x의 값이 무수히 많은 것은 (ㄱ), (ㄷ), (ㅁ)의 3개이다. 답 ③

0223 ① $(\sqrt{5}-1)-1=\sqrt{5}-2=\sqrt{5}-\sqrt{4}>0$
$\therefore \sqrt{5}-1>1$
② $(\sqrt{11}-2)-(-2+\sqrt{10})=\sqrt{11}-\sqrt{10}>0$
$\therefore \sqrt{11}-2>-2+\sqrt{10}$
③ $(2-\sqrt{3})-(\sqrt{6}-\sqrt{3})=2-\sqrt{6}=\sqrt{4}-\sqrt{6}<0$
$\therefore 2-\sqrt{3}<\sqrt{6}-\sqrt{3}$
④ $(\sqrt{7}+3)-(\sqrt{7}+\sqrt{8})=3-\sqrt{8}=\sqrt{9}-\sqrt{8}>0$
$\therefore \sqrt{7}+3>\sqrt{7}+\sqrt{8}$
⑤ $\left(5-\sqrt{\frac{1}{6}}\right)-\left(5-\sqrt{\frac{1}{5}}\right)=-\sqrt{\frac{1}{6}}+\sqrt{\frac{1}{5}}>0$
$\therefore 5-\sqrt{\frac{1}{6}}>5-\sqrt{\frac{1}{5}}$ 답 ④

0224 ① $3-(\sqrt{5}+1)=2-\sqrt{5}=\sqrt{4}-\sqrt{5}<0$
$\therefore 3<\sqrt{5}+1$
② $(\sqrt{10}-3)-1=\sqrt{10}-4=\sqrt{10}-\sqrt{16}<0$
$\therefore \sqrt{10}-3<1$
③ $(6-\sqrt{8})-4=2-\sqrt{8}=\sqrt{4}-\sqrt{8}<0$
$\therefore 6-\sqrt{8}<4$
④ $2-(\sqrt{7}-1)=3-\sqrt{7}=\sqrt{9}-\sqrt{7}>0$
$\therefore 2>\sqrt{7}-1$
⑤ $(\sqrt{20}-4)-1=\sqrt{20}-5=\sqrt{20}-\sqrt{25}<0$
$\therefore \sqrt{20}-4<1$ 답 ③

0225 ① $(\sqrt{2}-5)-(\sqrt{3}-5)=\sqrt{2}-\sqrt{3}<0$
$\therefore \sqrt{2}-5\ \boxed{<}\ \sqrt{3}-5$
② $2-(\sqrt{10}-1)=3-\sqrt{10}=\sqrt{9}-\sqrt{10}<0$
$\therefore 2\ \boxed{<}\ \sqrt{10}-1$
③ $(\sqrt{12}+1)-(\sqrt{14}+1)=\sqrt{12}-\sqrt{14}<0$
$\therefore \sqrt{12}+1\ \boxed{<}\ \sqrt{14}+1$
④ $(6-\sqrt{2})-\sqrt{(-4)^2}=2-\sqrt{2}=\sqrt{4}-\sqrt{2}>0$
$\therefore 6-\sqrt{2}\ \boxed{>}\ \sqrt{(-4)^2}$
⑤ $(\sqrt{15}-\sqrt{17})-(-\sqrt{17}+4)=\sqrt{15}-4=\sqrt{15}-\sqrt{16}<0$
$\therefore \sqrt{15}-\sqrt{17}\ \boxed{<}\ -\sqrt{17}+4$ 답 ④

0226 (ㄱ) $(2+\sqrt{5})-(2+\sqrt{6})=\sqrt{5}-\sqrt{6}<0$
$\therefore 2+\sqrt{5}<2+\sqrt{6}$
(ㄴ) $(\sqrt{8}-\sqrt{7})-(3-\sqrt{7})=\sqrt{8}-3=\sqrt{8}-\sqrt{9}<0$
$\therefore \sqrt{8}-\sqrt{7}<3-\sqrt{7}$
(ㄷ) $(-\sqrt{12}-1)-(-\sqrt{12}-\sqrt{2})=-1+\sqrt{2}>0$
$\therefore -\sqrt{12}-1>-\sqrt{12}-\sqrt{2}$
(ㄹ) $(-4+\sqrt{10})-(-4+\sqrt{8})=\sqrt{10}-\sqrt{8}>0$
$\therefore -4+\sqrt{10}>-4+\sqrt{8}$
이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄷ)이다. 답 ③

0227 $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2=a-2\sqrt{ab}+b$이고 $a-b>0$이므로 … ❶
$(\sqrt{a-b})^2-(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2=(a-b)-(a-2\sqrt{ab}+b)$
$=2\sqrt{ab}-2b$
$=2(\sqrt{ab}-\sqrt{b^2})>0$
$\therefore (\sqrt{a-b})^2>(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2$ … ❷
이때 $\sqrt{a-b}>0$, $\sqrt{a}-\sqrt{b}>0$이므로
$\sqrt{a-b}>\sqrt{a}-\sqrt{b}$ … ❸
답 $\sqrt{a-b}>\sqrt{a}-\sqrt{b}$

채점 기준

❶ $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2$을 전개할 수 있다.	30%
❷ $(\sqrt{a-b})^2$과 $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2$의 대소 관계를 나타낼 수 있다.	50%
❸ $\sqrt{a-b}$와 $\sqrt{a}-\sqrt{b}$의 대소 관계를 나타낼 수 있다.	20%

SSEN 보충학습

두 실수 A, B의 대소 관계는 제곱의 차의 부호로도 알 수 있다.
$A>0$, $B>0$일 때
① $A^2-B^2>0$이면 $A>B$
② $A^2-B^2=0$이면 $A=B$
③ $A^2-B^2<0$이면 $A<B$

0228 $a-c=(\sqrt{3}+3)-4=\sqrt{3}-1>0$이므로 $a>c$
$b-c=(5-\sqrt{2})-4=1-\sqrt{2}<0$이므로 $b<c$
$\therefore b<c<a$ 답 ③

0229 (1) $A-B=(\sqrt{5}+3)-(\sqrt{5}+\sqrt{6})=3-\sqrt{6}$
$=\sqrt{9}-\sqrt{6}>0$
$\therefore A>B$ … ❶
(2) $A-C=(\sqrt{5}+3)-(3+\sqrt{6})=\sqrt{5}-\sqrt{6}<0$
$\therefore A<C$ … ❷
(3) $B<A$, $A<C$이므로 $B<A<C$ … ❸
답 (1) $A>B$ (2) $A<C$ (3) $B<A<C$

채점 기준

❶ A, B의 대소 관계를 나타낼 수 있다.	40%
❷ A, C의 대소 관계를 나타낼 수 있다.	40%
❸ A, B, C의 대소 관계를 나타낼 수 있다.	20%

0230 $(4-\sqrt{5})-2=2-\sqrt{5}=\sqrt{4}-\sqrt{5}<0$이므로

$4-\sqrt{5}<2$

$(4-\sqrt{5})-(4-\sqrt{6})=-\sqrt{5}+\sqrt{6}>0$이므로

$4-\sqrt{5}>4-\sqrt{6}$

$\therefore 4-\sqrt{6}<4-\sqrt{5}<2$

따라서 2가 가장 큰 수이므로 B의 넓이가 가장 크다. 답 B

0231 $-1-\sqrt{5}$는 음수이고, $\sqrt{3}+\sqrt{5}$, $1+\sqrt{5}$, 3은 양수이다.

$(\sqrt{3}+\sqrt{5})-(1+\sqrt{5})=\sqrt{3}-1>0$이므로

$\sqrt{3}+\sqrt{5}>1+\sqrt{5}$

$(1+\sqrt{5})-3=-2+\sqrt{5}=-\sqrt{4}+\sqrt{5}>0$이므로

$1+\sqrt{5}>3$

$\therefore \sqrt{3}+\sqrt{5}>1+\sqrt{5}>3>-1-\sqrt{5}$

따라서 세 번째 오는 수는 3이다. 답 3

0232 $0<a<1$이므로 $A>0$, $B>0$, $C>0$이다.

$A-B=(1-a)-(1-\sqrt{a})=\sqrt{a}-a>0$이므로 $\quad A>B$

$A^2-C^2=(1-a)^2-(\sqrt{1-a})^2=(1-2a+a^2)-(1-a)$

$=a^2-a<0$

이므로 $\quad A^2<C^2 \quad \therefore A<C$

$\therefore B<A<C$ 답 ②

0233 $\sqrt{9}<\sqrt{10}<\sqrt{16}$에서 $\quad 3<\sqrt{10}<4$

$3-2<\sqrt{10}-2<4-2 \quad \therefore 1<\sqrt{10}-2<2$

따라서 $\sqrt{10}-2$에 대응하는 점은 점 D이다. 답 ④

0234 $\sqrt{36}<\sqrt{40}<\sqrt{49}$에서 $\quad 6<\sqrt{40}<7$

따라서 $\sqrt{40}$에 대응하는 점은 점 B이다. 답 점 B

0235 $\sqrt{4}<\sqrt{7}<\sqrt{9}$에서 $\quad 2<\sqrt{7}<3$

$-3<-\sqrt{7}<-2$, $\quad 6-3<6-\sqrt{7}<6-2$

$\therefore 3<6-\sqrt{7}<4$

따라서 $6-\sqrt{7}$에 대응하는 점은 구간 A에 있다. 답 ①

0236 (i) $\sqrt{4}<\sqrt{8}<\sqrt{9}$에서 $\quad 2<\sqrt{8}<3$

따라서 $\sqrt{8}$에 대응하는 점은 구간 F에 있다. … ❶

(ii) $1<\sqrt{3}<\sqrt{4}$에서 $\quad 1<\sqrt{3}<2 \quad \therefore -2<-\sqrt{3}<-1$

따라서 $-\sqrt{3}$에 대응하는 점은 구간 B에 있다. … ❷

(iii) $1<\sqrt{2}<\sqrt{4}$에서 $\quad 1<\sqrt{2}<2$, $\quad -2<-\sqrt{2}<-1$

$-2+1<1-\sqrt{2}<-1+1 \quad \therefore -1<1-\sqrt{2}<0$

따라서 $1-\sqrt{2}$에 대응하는 점은 구간 C에 있다. … ❸

이상에서 구하는 구간은 구간 F, 구간 B, 구간 C이다.

답 구간 F, 구간 B, 구간 C

채점 기준

❶ $\sqrt{8}$에 대응하는 점이 있는 구간을 찾을 수 있다.	30%
❷ $-\sqrt{3}$에 대응하는 점이 있는 구간을 찾을 수 있다.	30%
❸ $1-\sqrt{2}$에 대응하는 점이 있는 구간을 찾을 수 있다.	40%

0237 $\sqrt{4}<\sqrt{7}<\sqrt{9}$에서 $\quad 2<\sqrt{7}<3$

$\therefore -3<-\sqrt{7}<-2$

따라서 $-\sqrt{7}$은 점 A에 대응하는 수이므로 $\quad a=-\sqrt{7}$

$1<\sqrt{3}<\sqrt{4}$에서 $\quad 1<\sqrt{3}<2$

$2+1<2+\sqrt{3}<2+2 \quad \therefore 3<2+\sqrt{3}<4$

따라서 $2+\sqrt{3}$은 점 D에 대응하는 수이므로 $\quad b=2+\sqrt{3}$

$\therefore a^2-b=(-\sqrt{7})^2-(2+\sqrt{3})=5-\sqrt{3}$ 답 ④

참고 $1<\sqrt{3}<2$, $\;-2<1-\sqrt{5}<-1$이므로 $\sqrt{3}$, $1-\sqrt{5}$는 각각 점 C, 점 B에 대응하는 수이다.

0238 ⑤ $2<\sqrt{5}<3$이므로 $\quad 0<\sqrt{5}-2<1$

따라서 $\sqrt{5}-2$는 $\sqrt{3}$과 $\sqrt{5}$ 사이의 수가 아니다. 답 ⑤

0239 $2=\sqrt{4}$, $3=\sqrt{9}$이므로 2와 3 사이에 있는 수는

$\sqrt{7}$, $\sqrt{6.25}$, $\sqrt{\dfrac{13}{2}}$, $\sqrt{\dfrac{41}{6}}$

의 4개이다. 답 ②

0240 ① $\sqrt{7}<\sqrt{8}<\sqrt{9}$

② $\sqrt{7}+0.4=3.046>3$

③ $\sqrt{7.29}=\sqrt{2.7^2}=2.7$은 유리수이다.

④ $\dfrac{3-\sqrt{7}}{2}=0.177<\sqrt{7}$

⑤ $\sqrt{7}<\dfrac{3+\sqrt{7}}{2}<3$

따라서 조건을 만족시키는 수는 ①, ⑤이다. 답 ①, ⑤

0241 ② $\sqrt{2}+2=3.414>\sqrt{6}$

④ $\sqrt{2}$와 $\sqrt{6}$ 사이의 정수는 2뿐이다. 답 ②

0242 색칠한 정사각형의 넓이는

$4\times4-4\times\left(\dfrac{1}{2}\times3\times1\right)=10$

따라서 점 P에 대응하는 수는 $\sqrt{10}$이므로 $\quad a=\sqrt{10}$

(ㄱ) $\sqrt{10}<\sqrt{12}<\sqrt{16}$

(ㄴ) $\sqrt{5}+\dfrac{1}{2}=2.736<\sqrt{10}$

(ㄷ) $\sqrt{12.25}=\sqrt{3.5^2}=3.5$는 유리수이다.

(ㄹ) $\sqrt{10}<a+0.1=\sqrt{10}+0.1=3.262<4$

(ㅁ) $\sqrt{10}<\dfrac{a}{2}+2=\dfrac{\sqrt{10}+4}{2}<4$

(ㅂ) $\dfrac{a-1}{2}=\dfrac{\sqrt{10}-1}{2}=1.081<\sqrt{10}$

이상에서 구하는 무리수는 (ㄱ), (ㄹ), (ㅁ)이다. 답 (ㄱ), (ㄹ), (ㅁ)

0243 전략 (유리수)+(무리수)=(무리수)임을 이용한다.

풀이 ① $a=0$, $c=\sqrt{2}$이면 $\quad ac=0$

② (유리수)+(무리수)=(무리수)이므로 $\quad a+d=$(무리수)

③ $c=\sqrt{2}$이면 $\quad c^2=2$

④ $c=\sqrt{2}$, $d=-\sqrt{2}$이면 $\quad c+d=0$

⑤ $c=\sqrt{2}$, $d=\sqrt{2}$이면 $\quad \dfrac{1}{cd}=\dfrac{1}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{1}{2}$

따라서 항상 무리수인 것은 ②이다. 답 ②

0244 전략 (유리수)$\pm$(유리수)$=$(유리수)임을 이용한다.

풀이 (ㄱ) $x=0$일 때, y는 존재하지 않는다.

(ㄴ) 임의의 무리수 x에 대하여 $y=\dfrac{1}{x}$이 존재하고

$xy=x\times\dfrac{1}{x}=1$이다.

(ㄷ) (유리수)$-$(유리수)$=$(유리수)이므로 방정식 $x-y+\sqrt{2}=0$, 즉 $x-y=-\sqrt{2}$를 만족시키는 유리수 x, y는 존재하지 않는다.

(ㄹ) $x=\sqrt{2}$, $y=\sqrt{2}$이면 $x+y=2\sqrt{2}$이므로 무리수이지만 $x-y=\sqrt{2}-\sqrt{2}=0$이다.

이상에서 옳은 것은 (ㄴ)뿐이다. 답 (ㄴ)

0245 전략 반지름의 길이가 r인 원의 둘레의 길이는 $2\pi r$이다.

풀이 점 P와 점 A 사이의 거리는 원의 둘레의 길이와 같으므로

$2\pi\times\dfrac{1}{2}=\pi \qquad \therefore a=\pi$

① π는 무리수이다.

② $\pi-\pi=0$은 유리수이다.

④ 2π는 무리수이다.

⑤ $\pi-1$은 무리수이므로 $\dfrac{n}{m}$ (m, n은 정수, $m\neq0$) 꼴로 나타낼 수 없다. 답 ③

0246 전략 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$임을 이용한다.

풀이 정사각형 ABCD의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$이므로

$\overline{BD}=\overline{BP}=\sqrt{2} \qquad \therefore p=b-\sqrt{2}$

(ㄱ) $p=\sqrt{2}$이면 $a=\sqrt{2}+\sqrt{2}-1$, $b=\sqrt{2}+\sqrt{2}$이다.

(ㄴ) p가 유리수이면 (유리수)$+\sqrt{2}=$(무리수)이므로 b는 무리수이고, (무리수)$-1=$(무리수)이므로 a도 무리수이다.

(ㄷ) a가 유리수이면 (유리수)$+1=$(유리수)이므로 b는 유리수이고, (유리수)$-\sqrt{2}=$(무리수)이므로 p는 무리수이다.

이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄷ)이다. 답 ⑤

0247 전략 넓이가 a인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{a}$임을 이용한다.

풀이 $\overline{PA}=\overline{PR}=\sqrt{5}$이므로 점 A에 대응하는 수는

$a=-1-\sqrt{5}$

$\overline{QB}=\overline{QS}=\sqrt{2}$이므로 점 B에 대응하는 수는

$b=2+\sqrt{2}$

$\therefore (a+1)^2+(b-\sqrt{2})^2=(-\sqrt{5})^2+2^2=5+4=9$

답 9

0248 전략 $A\geq0$일 때 $\sqrt{A^2}=A$이고, $A<0$일 때 $\sqrt{A^2}=-A$임을 이용하여 근호를 없앤 후, a, b의 값을 대입한다.

풀이 ① $a+1=(\sqrt{7}-1)+1=\sqrt{7}$

② $a=\sqrt{7}-1>0$이므로 $\quad -a<0$

$\therefore \sqrt{(-a)^2}=a=\sqrt{7}-1$

③ $-b<0$이므로 $\quad \sqrt{(-b)^2}=b=2$

④ $a-b=(\sqrt{7}-1)-2=\sqrt{7}-3<0$이므로

$\sqrt{(a-b)^2}=-(a-b)=-(\sqrt{7}-3)=3-\sqrt{7}$

⑤ $a+b=(\sqrt{7}-1)+2=\sqrt{7}+1>0$이므로

$\sqrt{(a+b)^2}=a+b=\sqrt{7}+1$

이때 $2<\sqrt{7}<3$이므로 이상에서 가장 큰 수는 ⑤이다. 답 ⑤

참고 $2<\sqrt{7}<3$이므로

$1<\sqrt{7}-1<2$, $0<3-\sqrt{7}<1$, $3<\sqrt{7}+1<4$

$\therefore 3-\sqrt{7}<\sqrt{7}-1<2<\sqrt{7}<\sqrt{7}+1$

0249 전략 $<1,\ 2>=2$, $<2,\ 3>=4$, $<3,\ 4>=6$, $\cdots$임을 이용하여 $<n,\ n+1>$의 값을 구한다.

풀이 $<1,\ 2>=2$, $<2,\ 3>=4$, $<3,\ 4>=6$, $\cdots$이므로

$<n,\ n+1>=2n$

$\therefore <2015,\ 2016>=2\times2015=4030$ 답 4030

다른 풀이 $2015=\sqrt{4060225}$, $2016=\sqrt{4064256}$이므로 2015, 2016 사이에 대응하는 점의 개수는

$<2015,\ 2016>=4064256-4060225-1$

$=4030$

0250 전략 $\sqrt{5}$, $\sqrt{19}$와 가장 가까운 정수를 각각 찾는다.

풀이 ① 실수 x는 무수히 많다.

② $2<\sqrt{5}<3$, $4<\sqrt{19}<5$이므로 정수는 3, 4의 2개이다.

③ 유리수 x는 무수히 많다.

④ $1<\sqrt{3}<2$에서 $\quad 3<\sqrt{3}+2<4$

$\sqrt{5}<3$, $4<\sqrt{19}$이므로 $\quad \sqrt{5}<\sqrt{3}+2<\sqrt{19}$

⑤ 무리수 x는 무수히 많다.

따라서 옳은 것은 ②, ④이다. 답 ②, ④

0251 전략 먼저 $\sqrt{n}$, $\sqrt{3n}$, $\sqrt{5n}$이 각각 유리수가 되도록 하는 n의 개수를 구한다.

풀이 (i) $\sqrt{n}$이 유리수가 되도록 하는 n은

1^2, 2^2, $\cdots$, 22^2의 22개 $\cdots$ ❶

(ii) $\sqrt{3n}$이 유리수가 되도록 하는 n은

3×1^2, 3×2^2, $\cdots$, 3×12^2의 12개 $\cdots$ ❷

(iii) $\sqrt{5n}$이 유리수가 되도록 하는 n은

5×1^2, 5×2^2, $\cdots$, 5×10^2의 10개 $\cdots$ ❸

이상에서 구하는 n의 개수는

$500-(22+12+10)=456$ $\cdots$ ❹

답 456

채점 기준

❶ $\sqrt{n}$이 유리수가 되도록 하는 n의 개수를 구할 수 있다.	30%
❷ $\sqrt{3n}$이 유리수가 되도록 하는 n의 개수를 구할 수 있다.	30%
❸ $\sqrt{5n}$이 유리수가 되도록 하는 n의 개수를 구할 수 있다.	30%
❹ $\sqrt{n}$, $\sqrt{3n}$, $\sqrt{5n}$이 무리수가 되도록 하는 n의 개수를 구할 수 있다.	10%

0252 전략 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$임을 이용하여 두 점 A, B에 대응하는 수를 구한다.

풀이 $\overline{AP}=\overline{AC}=\sqrt{2}$이므로 점 A에 대응하는 수는

$(\sqrt{2}-2)-\sqrt{2}=-2$ $\cdots$ ❶

이때 □ABCD는 한 변의 길이가 1인 정사각형이므로 점 B에 대응하는 수는 $\quad -2+1=-1$ … ❷

$\overline{BQ}=\overline{BD}=\sqrt{2}$이므로 점 Q에 대응하는 수는

$-1-\sqrt{2}$ … ❸

답 $-1-\sqrt{2}$

채점 기준	
❶ 점 A에 대응하는 수를 구할 수 있다.	40%
❷ 점 B에 대응하는 수를 구할 수 있다.	20%
❸ 점 Q에 대응하는 수를 구할 수 있다.	40%

0253 전략 넓이가 a인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{a}$임을 이용한다.

풀이 $□OABC=\frac{1}{2}\times(4\times4)=8$이므로

$\overline{BP}=\overline{BA}=\sqrt{8},\ \overline{OQ}=\overline{OC}=\sqrt{8}$ … ❶

따라서 $p=4-\sqrt{8},\ q=\sqrt{8}$이므로 … ❷

$p+q=4$ … ❸

답 4

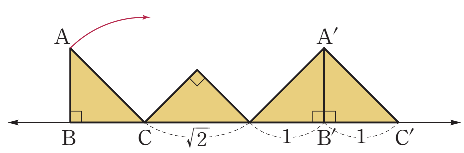
채점 기준	
❶ $\overline{BP}$, $\overline{OQ}$의 길이를 구할 수 있다.	40%
❷ p, q의 값을 구할 수 있다.	40%
❸ $p+q$의 값을 구할 수 있다.	20%

0254 전략 직각을 낀 두 변의 길이가 1인 직각이등변삼각형의 빗변의 길이는 $\sqrt{2}$임을 이용한다.

풀이 $\overline{AC}$는 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이와 같으므로

$\overline{AC}=\sqrt{2}$ … ❶

이때 점 C는 다음 그림과 같이 이동한다.



… ❷

따라서 점 C′에 대응하는 수는

$1+\sqrt{2}+1+1=3+\sqrt{2}$ … ❸

답 $3+\sqrt{2}$

채점 기준	
❶ $\overline{AC}$의 길이를 구할 수 있다.	20%
❷ 점 C가 이동하는 경로를 그릴 수 있다.	50%
❸ 점 C′에 대응하는 수를 구할 수 있다.	30%

0255 전략 $A\geq0$일 때 $\sqrt{A^2}=A$이고, $A<0$일 때 $\sqrt{A^2}=-A$임을 이용하여 근호를 없앤다.

풀이 $a+b=5+(\sqrt{10}+2)=7+\sqrt{10}>0$

$a-b=5-(\sqrt{10}+2)=3-\sqrt{10}=\sqrt{9}-\sqrt{10}<0$ … ❶

$\therefore \sqrt{(a+b)^2}-\sqrt{(a-b)^2}=a+b+(a-b)$ … ❷

$=2a$

$=2\times5=10$ … ❸

답 10

채점 기준	
❶ $a+b$, $a-b$의 부호를 결정할 수 있다.	40%
❷ 주어진 식의 근호를 없앨 수 있다.	30%
❸ 주어진 식의 값을 구할 수 있다.	30%

0256 전략 먼저 음수와 양수로 나눈 후, 각각의 대소를 비교한다.

풀이 (i) 음수: $-\sqrt{6}-\sqrt{2},\ -\sqrt{5}$

$\sqrt{6}>\sqrt{5}$이므로 $\quad -\sqrt{6}<-\sqrt{5}$

$\therefore -\sqrt{6}-\sqrt{2}<-\sqrt{5}$ … ❶

(ii) 양수: $\sqrt{5}+3,\ \sqrt{6}+\sqrt{5},\ 2+\sqrt{5}$

$(\sqrt{5}+3)-(\sqrt{6}+\sqrt{5})=3-\sqrt{6}=\sqrt{9}-\sqrt{6}>0$이므로

$\sqrt{5}+3>\sqrt{6}+\sqrt{5}$

$(\sqrt{6}+\sqrt{5})-(2+\sqrt{5})=\sqrt{6}-2=\sqrt{6}-\sqrt{4}>0$이므로

$\sqrt{6}+\sqrt{5}>2+\sqrt{5}$

$\therefore 2+\sqrt{5}<\sqrt{6}+\sqrt{5}<\sqrt{5}+3$ … ❷

(i), (ii)에서

$-\sqrt{6}-\sqrt{2}<-\sqrt{5}<2+\sqrt{5}<\sqrt{6}+\sqrt{5}<\sqrt{5}+3$

수를 수직선 위에 나타낼 때, 왼쪽에서 오른쪽으로 갈수록 큰 수이므로 오른쪽에서 두 번째에 오는 수는 $\sqrt{6}+\sqrt{5}$이고, 왼쪽에서 두 번째에 오는 수는 $-\sqrt{5}$이다. … ❸

답 $\sqrt{6}+\sqrt{5},\ -\sqrt{5}$

채점 기준	
❶ 음수의 대소 관계를 나타낼 수 있다.	20%
❷ 양수의 대소 관계를 나타낼 수 있다.	50%
❸ 답을 구할 수 있다.	30%

03 근호를 포함한 식의 계산 (1)

0257 답 $\sqrt{10}$

0258 답 $2\sqrt{42}$

0259 답 $15\sqrt{10}$

0260 $\sqrt{\frac{5}{3}}\times\sqrt{\frac{12}{5}}=\sqrt{\frac{5}{3}\times\frac{12}{5}}=\sqrt{4}=2$ 답 2

0261 답 3

0262 답 5

0263 답 10

0264 $\sqrt{28}=\sqrt{2^2\times7}=2\sqrt{7}$ 답 $2\sqrt{7}$

0265 $\sqrt{32}=\sqrt{4^2\times2}=4\sqrt{2}$ 답 $4\sqrt{2}$

0266 $-\sqrt{50}=-\sqrt{5^2\times2}=-5\sqrt{2}$ 답 $-5\sqrt{2}$

0267 $-\sqrt{48}=-\sqrt{4^2\times3}=-4\sqrt{3}$ 답 $-4\sqrt{3}$

0268 $2\sqrt{6}=\sqrt{2^2\times6}=\sqrt{24}$ 답 $\sqrt{24}$

0269 $5\sqrt{5}=\sqrt{5^2\times5}=\sqrt{125}$ 답 $\sqrt{125}$

0270 $-3\sqrt{10}=-\sqrt{3^2\times10}=-\sqrt{90}$ 답 $-\sqrt{90}$

0271 $-7\sqrt{2}=-\sqrt{7^2\times2}=-\sqrt{98}$ 답 $-\sqrt{98}$

0272 $\frac{\sqrt{77}}{\sqrt{11}}=\sqrt{\frac{77}{11}}=\sqrt{7}$ 답 $\sqrt{7}$

0273 $\sqrt{40}\div\sqrt{8}=\frac{\sqrt{40}}{\sqrt{8}}=\sqrt{\frac{40}{8}}=\sqrt{5}$ 답 $\sqrt{5}$

0274 $\sqrt{72}\div\sqrt{2}=\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{72}{2}}=\sqrt{36}=6$ 답 6

0275 답 (가) 5 (나) 3 (다) 5

0276 답 (가) 90 (나) 2 (다) 10 (라) 10

0277 $\sqrt{\frac{7}{9}}=\sqrt{\frac{7}{3^2}}=\frac{\sqrt{7}}{3}$ 답 $\frac{\sqrt{7}}{3}$

0278 $\sqrt{\frac{62}{200}}=\sqrt{\frac{31}{100}}=\sqrt{\frac{31}{10^2}}=\frac{\sqrt{31}}{10}$ 답 $\frac{\sqrt{31}}{10}$

0279 $\sqrt{0.03}=\sqrt{\frac{3}{100}}=\sqrt{\frac{3}{10^2}}=\frac{\sqrt{3}}{10}$ 답 $\frac{\sqrt{3}}{10}$

0280 $\sqrt{0.12}=\sqrt{\frac{12}{100}}=\sqrt{\frac{2^2\times3}{10^2}}=\frac{2\sqrt{3}}{10}=\frac{\sqrt{3}}{5}$ 답 $\frac{\sqrt{3}}{5}$

0281 $\frac{1}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}}{6}$ 답 $\frac{\sqrt{6}}{6}$

0282 $\frac{10}{\sqrt{5}}=\frac{10\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{10\sqrt{5}}{5}=2\sqrt{5}$ 답 $2\sqrt{5}$

0283 $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{14}}{7}$ 답 $\frac{\sqrt{14}}{7}$

0284 $\frac{9}{2\sqrt{3}}=\frac{9\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{9\sqrt{3}}{6}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$ 답 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

0285 $3\sqrt{3}\times\left(-\sqrt{\frac{7}{5}}\right)\times(-2\sqrt{5})=6\sqrt{3\times\frac{7}{5}\times5}$
$=6\sqrt{21}$ 답 ⑤

0286 ④ $\sqrt{\frac{5}{2}}\times\sqrt{\frac{6}{5}}=\sqrt{\frac{5}{2}\times\frac{6}{5}}=\sqrt{3}$ 답 ④

0287 $\sqrt{0.15}\times\sqrt{0.6}=\sqrt{0.15\times0.6}=\sqrt{0.09}=0.3$ 답 ②

0288 $\sqrt{\frac{6}{5}}\times\sqrt{\frac{10}{3}}=\sqrt{\frac{6}{5}\times\frac{10}{3}}=\sqrt{4}=2$ $\therefore a=2$
$\sqrt{\frac{7}{4}}\times5\sqrt{\frac{8}{14}}=5\sqrt{\frac{7}{4}\times\frac{8}{14}}=5$ $\therefore b=5$
$\therefore ab=2\times5=10$ 답 10

0289 $2\times\sqrt{3}\times\sqrt{k}=2\sqrt{3k}$, $\sqrt{2}\times\sqrt{18}=\sqrt{36}=6$이므로
$2\sqrt{3k}=6$, $\sqrt{3k}=3$, $3k=9$
$\therefore k=3$ 답 3

0290 $\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{a}\times\sqrt{18}\times\sqrt{3a}=\sqrt{2\times3\times a\times18\times3a}$
$=\sqrt{18^2\times a^2}=\sqrt{(18a)^2}$
$=18a$ ($\because a>0$) … ❶
따라서 $18a=36$이므로 $a=2$ … ❷
답 2

채점 기준

❶ 주어진 식의 좌변을 간단히 할 수 있다.	70%
❷ a의 값을 구할 수 있다.	30%

0291 $\sqrt{32}=\sqrt{4^2\times2}=4\sqrt{2}$ $\therefore a=4$
$\sqrt{75}=\sqrt{5^2\times3}=5\sqrt{3}$ $\therefore b=5$
$\therefore \sqrt{ab}=\sqrt{4\times5}=\sqrt{2^2\times5}=2\sqrt{5}$ 답 $2\sqrt{5}$

0292 $\sqrt{600}=\sqrt{10^2\times6}=10\sqrt{6}$ $\therefore x=10$
$\sqrt{112}=\sqrt{4^2\times7}=4\sqrt{7}$ $\therefore y=4$
$\therefore x-y=6$ 답 ③

0293 ① $\sqrt{28}=\sqrt{2^2\times7}=2\sqrt{7}$ $\therefore \square=2$
② $-\sqrt{40}=-\sqrt{2^2\times10}=-2\sqrt{10}$ $\therefore \square=10$
③ $\sqrt{80}=\sqrt{4^2\times5}=4\sqrt{5}$ $\therefore \square=4$
④ $\sqrt{99}=\sqrt{3^2\times11}=3\sqrt{11}$ $\therefore \square=11$

⑤ $\sqrt{108}=\sqrt{6^2\times3}=6\sqrt{3}$ $\quad\therefore \square=6$

따라서 가장 큰 것은 ④이다. 답 ④

0294 $\sqrt{54}=\sqrt{3^2\times6}=3\sqrt{6}$ $\quad\therefore a=6$

$\sqrt{180}=\sqrt{6^2\times5}=6\sqrt{5}$ $\quad\therefore b=5$

$\sqrt{1000}=\sqrt{10^2\times10}=10\sqrt{10}$ $\quad\therefore c=10$

$$\therefore \sqrt{\frac{ac}{b}}=\sqrt{\frac{6\times10}{5}}=\sqrt{12}$$
$$=\sqrt{2^2\times3}=2\sqrt{3}$$
답 ①

0295 $\sqrt{15}\times\sqrt{18}\times\sqrt{20}=\sqrt{3\times5\times3^2\times2\times2^2\times5}=30\sqrt{6}$

$\therefore a=30$ 답 30

0296 (1) $\square$EFGH$=256\times\frac{1}{2}=128$ ⋯ ❶

(2) $\square$EFGH의 넓이가 128이므로 한 변의 길이는

$\sqrt{128}=\sqrt{8^2\times2}=8\sqrt{2}$ ⋯ ❷

따라서 $\square$EFGH의 둘레의 길이는

$4\times8\sqrt{2}=32\sqrt{2}$ ⋯ ❸

답 (1) 128 (2) $32\sqrt{2}$

채점 기준

❶ $\square$EFGH의 넓이를 구할 수 있다.	30%
❷ $\square$EFGH의 한 변의 길이를 구할 수 있다.	40%
❸ $\square$EFGH의 둘레의 길이를 구할 수 있다.	30%

0297 ⑤ $-2\sqrt{7}=-\sqrt{2^2\times7}=-\sqrt{28}$ 답 ⑤

0298 $2\sqrt{5}=\sqrt{20}$, $4=\sqrt{16}$, $3\sqrt{2}=\sqrt{18}$이므로

$4<\sqrt{17}<3\sqrt{2}<2\sqrt{5}$ 답 4, $\sqrt{17}$, $3\sqrt{2}$, $2\sqrt{5}$

0299 $4\sqrt{6}=\sqrt{4^2\times6}=\sqrt{96}$이므로

$36+5x=96$, $\quad 5x=60$

$\therefore x=12$ 답 12

0300 $a\sqrt{\frac{9b}{a}}+b\sqrt{\frac{4a}{b}}=\sqrt{a^2\times\frac{9b}{a}}+\sqrt{b^2\times\frac{4a}{b}}$

$=\sqrt{9ab}+\sqrt{4ab}$

$=3\sqrt{ab}+2\sqrt{ab}$

$ab=25$를 위의 식에 대입하면

(주어진 식)$=3\sqrt{25}+2\sqrt{25}=15+10=25$ 답 25

0301 ①, ②, ③, ④ $\frac{\sqrt{5}}{2}$ $\quad$ ⑤ $\frac{2}{\sqrt{5}}$ 답 ⑤

0302 $3\sqrt{2}\div\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{8}}\div\frac{1}{\sqrt{40}}=3\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{5}}\times\sqrt{40}$

$=3\sqrt{2\times\frac{8}{5}\times40}$

$=24\sqrt{2}$

$\therefore n=24$ 답 24

0303 $\frac{\sqrt{24}}{3\sqrt{3}}\div\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{30}}\div\frac{\sqrt{15}}{3\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{24}}{3\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{30}}{\sqrt{12}}\times\frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{15}}$

$=\sqrt{\frac{24}{3}\times\frac{30}{12}\times\frac{6}{15}}$

$=\sqrt{8}=\sqrt{2^2\times2}$

$=2\sqrt{2}$ 답 $2\sqrt{2}$

0304 $\sqrt{20}\div\frac{\sqrt{5}}{2}=\sqrt{20}\times\frac{2}{\sqrt{5}}=2\sqrt{20\times\frac{1}{5}}$

$=2\sqrt{4}=4$

따라서 $\sqrt{20}$은 $\frac{\sqrt{5}}{2}$의 4배이다. 답 4배

0305 $\sqrt{a}=\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{54}{3}}=\sqrt{18}$ ⋯ ❶

$\sqrt{b}=\sqrt{\frac{28}{3}}\div\sqrt{\frac{14}{9}}=\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{3}}\div\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{9}}=\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{14}}$

$=\sqrt{\frac{28}{3}\times\frac{9}{14}}=\sqrt{6}$ ⋯ ❷

$\therefore \sqrt{a}\div\sqrt{b}=\sqrt{18}\div\sqrt{6}=\sqrt{18}\times\frac{1}{\sqrt{6}}$

$=\sqrt{\frac{18}{6}}=\sqrt{3}$ ⋯ ❸

답 $\sqrt{3}$

채점 기준

❶ $\sqrt{a}$의 값을 구할 수 있다.	30%
❷ $\sqrt{b}$의 값을 구할 수 있다.	50%
❸ $\sqrt{a}\div\sqrt{b}$의 값을 구할 수 있다.	20%

0306 $\sqrt{\sqrt{\frac{1}{5}}\div\sqrt{\frac{1}{45}}}=\sqrt{\frac{1}{\sqrt{5}}\times\sqrt{45}}=\sqrt{\sqrt{9}}=\sqrt{3}$ 답 ①

0307 (ㄴ) $\sqrt{\frac{28}{18}}=\sqrt{\frac{14}{9}}=\frac{\sqrt{14}}{3}$

(ㄷ) $\sqrt{0.24}=\sqrt{\frac{24}{100}}=\frac{2\sqrt{6}}{10}=\frac{\sqrt{6}}{5}$

(ㄹ) $-\sqrt{\frac{9}{48}}=-\sqrt{\frac{3}{16}}=-\frac{\sqrt{3}}{4}$

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다. 답 ②

0308 $\sqrt{\frac{15}{108}}=\sqrt{\frac{5}{36}}=\frac{\sqrt{5}}{6}$

따라서 $a=6$, $b=5$이므로 $\quad a+b=11$ 답 ①

0309 $\sqrt{0.4}=\sqrt{\frac{40}{100}}=\frac{2\sqrt{10}}{10}=\frac{\sqrt{10}}{5}$

$\therefore k=\frac{1}{5}$ 답 ③

0310 $\sqrt{\frac{3}{121}}=\frac{\sqrt{3}}{11}$, $\sqrt{0.75}=\sqrt{\frac{75}{100}}=\sqrt{\frac{3}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로

$\sqrt{0.75}>\frac{\sqrt{3}}{6}>\sqrt{\frac{3}{121}}$ 답 $\sqrt{0.75}$, $\frac{\sqrt{3}}{6}$, $\sqrt{\frac{3}{121}}$

0311 $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{10}}=\sqrt{\frac{8}{10}}=\sqrt{\frac{4}{5}}$ $\quad\therefore a=\frac{4}{5}$

$\frac{5}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{12}}=\sqrt{\frac{25}{12}}$ $\quad\therefore b=\frac{25}{12}$

$\therefore ab=\frac{4}{5}\times\frac{25}{12}=\frac{5}{3}$

답 ④

0312 $\sqrt{\frac{128}{25}}=\frac{\sqrt{128}}{\sqrt{25}}=\frac{8\sqrt{2}}{5}$이므로 $a=\frac{8}{5}$ … ❶

$\sqrt{0.0448}=\sqrt{\frac{448}{10000}}=\frac{8\sqrt{7}}{100}=\frac{2\sqrt{7}}{25}$이므로 $b=\frac{2}{25}$ … ❷

$\therefore \frac{a}{b}=a\times\frac{1}{b}=\frac{8}{5}\times\frac{25}{2}=20$ … ❸

답 20

채점 기준

❶ a의 값을 구할 수 있다.	40%
❷ b의 값을 구할 수 있다.	40%
❸ $\frac{a}{b}$의 값을 구할 수 있다.	20%

0313 ① $\sqrt{3290}=\sqrt{32.9\times100}=10\sqrt{32.9}=10\times5.736=57.36$

② $\sqrt{329}=\sqrt{3.29\times100}=10\sqrt{3.29}=10\times1.814=18.14$

③ $\sqrt{0.329}=\sqrt{\frac{32.9}{100}}=\frac{\sqrt{32.9}}{10}=\frac{5.736}{10}=0.5736$

④ $\sqrt{0.0329}=\sqrt{\frac{3.29}{100}}=\frac{\sqrt{3.29}}{10}=\frac{1.814}{10}=0.1814$

⑤ $\sqrt{0.00329}=\sqrt{\frac{32.9}{10000}}=\frac{\sqrt{32.9}}{100}=\frac{5.736}{100}=0.05736$

답 ⑤

0314 ① $\sqrt{172}=\sqrt{1.72\times100}=10\sqrt{1.72}=10\times1.311=13.11$

② $\sqrt{0.0194}=\sqrt{1.94\times\frac{1}{100}}=\frac{\sqrt{1.94}}{10}=\frac{1.393}{10}=0.1393$

③ $\sqrt{15400}=\sqrt{1.54\times10000}=100\sqrt{1.54}=100\times1.241=124.1$

④ $\sqrt{190}-1=\sqrt{1.9\times100}-1=10\sqrt{1.9}-1=10\times1.378-1$

$=13.78-1=12.78$

⑤ $\sqrt{0.00173}=\sqrt{\frac{17.3}{10000}}=\frac{\sqrt{17.3}}{100}$이므로 $\sqrt{17.3}$의 값이 주어져야 한다.

답 ⑤

0315 $\sqrt{230}=10\sqrt{2.3}=10\times1.517=15.17$ … ❶

따라서 $\sqrt{230}$과 가장 가까운 정수는 15이다. … ❷

답 15

채점 기준

❶ $\sqrt{230}$의 값을 구할 수 있다.	70%
❷ $\sqrt{230}$과 가장 가까운 정수를 구할 수 있다.	30%

0316 (ㄱ) $\sqrt{56000}=100\sqrt{5.6}=100\times2.366=236.6$

(ㄴ) $\sqrt{0.056}=\sqrt{\frac{5.6}{100}}=\frac{\sqrt{5.6}}{10}=\frac{2.366}{10}=0.2366$

(ㄷ) $\sqrt{0.56}=\sqrt{\frac{56}{100}}=\frac{\sqrt{56}}{10}=\frac{7.483}{10}=0.7483$

(ㄹ) $\sqrt{5600}=10\sqrt{56}=10\times7.483=74.83$

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ), (ㄹ)이다.

답 ④

0317 ① $\sqrt{0.0245}=\sqrt{\frac{2.45}{100}}=\frac{\sqrt{2.45}}{10}=\frac{1}{10}a=0.1a$

② $\sqrt{0.245}=\sqrt{\frac{24.5}{100}}=\frac{\sqrt{24.5}}{10}=\frac{1}{10}b=0.1b$

③ $\sqrt{980}=\sqrt{2.45\times400}=20\sqrt{2.45}=20a$

④ $\sqrt{2450}=\sqrt{24.5\times100}=10\sqrt{24.5}=10b$

⑤ $\sqrt{24500}=\sqrt{2.45\times10000}=100\sqrt{2.45}=100a$

답 ③, ⑤

0318 $\sqrt{180}=\sqrt{2^2\times3^2\times5}=(\sqrt{2})^2\times3\times\sqrt{5}=3a^2b$

답 ④

0319 $\sqrt{75}-\sqrt{98}=\sqrt{5^2\times3}-\sqrt{7^2\times2}=5\sqrt{3}-7\sqrt{2}$

$=-7x+5y$

답 ①

0320 ① $\sqrt{0.0005}=\sqrt{\frac{5}{100^2}}=\frac{\sqrt{5}}{100}=\frac{a}{100}$

② $\sqrt{0.005}=\sqrt{\frac{50}{100^2}}=\frac{\sqrt{50}}{100}=\frac{b}{100}$

③ $\sqrt{0.5}=\sqrt{\frac{50}{10^2}}=\frac{\sqrt{50}}{10}=\frac{b}{10}$

④ $\sqrt{5000}=\sqrt{50\times10^2}=10\sqrt{50}=10b$

⑤ $\sqrt{50000}=\sqrt{5\times100^2}=100\sqrt{5}=100a$

답 ④

0321 $\sqrt{300}+\sqrt{1.17}=\sqrt{3\times10^2}+\sqrt{\frac{3^2\times13}{10^2}}=10\sqrt{3}+\frac{3\sqrt{13}}{10}$

$=10x+\frac{3}{10}y$ … ❶

따라서 $a=10$, $b=\frac{3}{10}$이므로 … ❷

$ab=3$ … ❸

답 3

채점 기준

❶ 주어진 식을 $ax+by$ 꼴로 정리할 수 있다.	50%
❷ a, b의 값을 구할 수 있다.	30%
❸ ab의 값을 구할 수 있다.	20%

0322 $\sqrt{ab}=\sqrt{10k\times100k}=\sqrt{10^2\times k^2\times10}=10k\sqrt{10}$

답 ③

0323 $8=3+5=(\sqrt{3})^2+(\sqrt{5})^2=a^2+b^2$

$\therefore \sqrt{8}=\sqrt{a^2+b^2}$

답 ③

0324 $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{2}\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{10}}{5}$ $\quad\therefore a=\frac{2}{5}$

$\frac{5}{\sqrt{48}}=\frac{5}{4\sqrt{3}}=\frac{5\sqrt{3}}{4\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{5\sqrt{3}}{12}$ $\quad\therefore b=\frac{5}{12}$

$\therefore \sqrt{ab}=\sqrt{\frac{2}{5}\times\frac{5}{12}}=\sqrt{\frac{1}{6}}=\frac{1}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}}{6}$

답 $\frac{\sqrt{6}}{6}$

0325 ④ $\frac{10}{3\sqrt{5}}=\frac{10\sqrt{5}}{3\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{3}$

답 ④

03 근호를 포함한 식의 계산 (1)

0326 $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{15}}{5}$, $\dfrac{3}{\sqrt{5}}=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}=\dfrac{\sqrt{45}}{5}$, $\dfrac{3}{5}=\dfrac{\sqrt{9}}{5}$,
$\sqrt{5}=\dfrac{5\sqrt{5}}{5}=\dfrac{\sqrt{125}}{5}$ 이므로

$$\frac{\sqrt{3}}{5}<\frac{3}{5}<\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}<\frac{3}{\sqrt{5}}<\sqrt{5}$$

따라서 세 번째에 오는 수는 $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$이다. 답 $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$

0327 (ㄴ) $\sqrt{\dfrac{x}{y}}=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}=\dfrac{\sqrt{x}\sqrt{y}}{\sqrt{y}\sqrt{y}}=\dfrac{\sqrt{xy}}{y}$
이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ), (ㄹ)이다. 답 ⑤

0328 $\dfrac{5a^3}{b}=\dfrac{5\times(\sqrt{3})^3}{\sqrt{5}}=\dfrac{5\times3\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\dfrac{5\times3\sqrt{3}\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=3\sqrt{15}$
따라서 $p=3$, $q=1$이므로 $p+q=4$ 답 4

0329 $\sqrt{\dfrac{27}{50}}=\dfrac{\sqrt{27}}{\sqrt{50}}=\dfrac{3\sqrt{3}}{5\sqrt{2}}=\dfrac{3\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{5\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{3\sqrt{6}}{10}$ …❶

따라서 $a=5$, $b=3$, $c=\dfrac{3}{10}$이므로 …❷

$abc=\dfrac{9}{2}$ …❸

답 $\dfrac{9}{2}$

채점 기준

❶ $\sqrt{\dfrac{27}{50}}$의 분모를 유리화할 수 있다.	50%
❷ a, b, c의 값을 구할 수 있다.	30%
❸ abc의 값을 구할 수 있다.	20%

0330 $\dfrac{\sqrt{14}}{\sqrt{24}}\times\dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{7}}\div\sqrt{\dfrac{2}{9}}=\dfrac{\sqrt{14}}{2\sqrt{6}}\times\dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{7}}\times\dfrac{3}{\sqrt{2}}$
$=\dfrac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$ 답 ④

0331 ④ $\sqrt{\dfrac{3}{2}}\times\dfrac{\sqrt{15}}{2}\div\sqrt{\dfrac{10}{9}}=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\times\dfrac{\sqrt{15}}{2}\times\dfrac{3}{\sqrt{10}}=\dfrac{9}{4}$
답 ④

0332 $\sqrt{18}\times\sqrt{48}\div\sqrt{108}=3\sqrt{2}\times4\sqrt{3}\times\dfrac{1}{6\sqrt{3}}=2\sqrt{2}$
$\therefore a=2$ 답 2

0333 $\dfrac{\sqrt{75}}{2}\div(-6\sqrt{2})\times\sqrt{32}=\dfrac{5\sqrt{3}}{2}\times\left(-\dfrac{1}{6\sqrt{2}}\right)\times4\sqrt{2}$
$=-\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$ 답 ⑤

0334 (주어진 식)$=\dfrac{\sqrt{2a}}{\sqrt{3b}}\times\dfrac{\sqrt{b}}{2\sqrt{a}}\times\dfrac{\sqrt{6a}}{\sqrt{5b}}\times\dfrac{\sqrt{2b}}{\sqrt{3a}}$
$=\dfrac{\sqrt{6}}{3\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{30}}{15}$ 답 $\dfrac{\sqrt{30}}{15}$

0335 $4\times\sqrt{45}\div6\sqrt{2}=4\times3\sqrt{5}\times\dfrac{1}{6\sqrt{2}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{\sqrt{2}}=\sqrt{10}$ 답 ④

0336 $\overline{AB}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이가 8이므로
$\overline{AB}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$
$\overline{BC}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이가 27이므로
$\overline{BC}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}$
$\therefore \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{BC}$
$=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times3\sqrt{3}=3\sqrt{6}$ 답 ④

0337 (삼각형의 넓이)$=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{48}\times x=\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times x$
$=2\sqrt{3}x$ …❶
(직사각형의 넓이)$=\sqrt{32}\times\sqrt{24}=4\sqrt{2}\times2\sqrt{6}=16\sqrt{3}$ …❷
따라서 $2\sqrt{3}x=16\sqrt{3}$이므로
$x=\dfrac{16\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}=8$ …❸

답 8

채점 기준

❶ 삼각형의 넓이를 구할 수 있다.	30%
❷ 직사각형의 넓이를 구할 수 있다.	30%
❸ x의 값을 구할 수 있다.	40%

0338 원뿔의 높이를 $x$cm라 하면
$\dfrac{1}{3}\times\pi\times(2\sqrt{6})^2\times x=16\sqrt{15}\pi$, $8x=16\sqrt{15}$
$\therefore x=\dfrac{16\sqrt{15}}{8}=2\sqrt{15}$
따라서 원뿔의 높이는 $2\sqrt{15}$ cm이다. 답 ①

0339 $S_1=\sqrt{3}$
$S_2=\dfrac{1}{2}S_1$
$S_3=\dfrac{1}{2}S_2=\left(\dfrac{1}{2}\right)^2S_1$
⋮
$S_6=\dfrac{1}{2}S_5=\left(\dfrac{1}{2}\right)^5S_1=\left(\dfrac{1}{2}\right)^5\times\sqrt{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{32}$
여섯 번째 정삼각형의 한 변의 길이를 a라 하면
$\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2=\dfrac{\sqrt{3}}{32}$, $a^2=\dfrac{1}{8}$
$\therefore a=\sqrt{\dfrac{1}{8}}=\dfrac{1}{2\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$
따라서 여섯 번째 정삼각형의 둘레의 길이는
$3\times\dfrac{\sqrt{2}}{4}=\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$ 답 $\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$

0340 정삼각형의 한 변의 길이를 a, 정사각형의 한 변의 길이를 b라 하면 둘레의 길이가 서로 같으므로

$3a=4b \qquad \therefore a=\frac{4}{3}b$

이때 정삼각형의 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$, 정사각형의 넓이는 b^2이므로

$$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2\div b^2=\frac{\sqrt{3}}{4}\times\left(\frac{4}{3}b\right)^2\times\frac{1}{b^2}$$
$$=\frac{4\sqrt{3}}{9}b^2\times\frac{1}{b^2}=\frac{4\sqrt{3}}{9}$$

따라서 정삼각형의 넓이는 정사각형의 넓이의 $\frac{4\sqrt{3}}{9}$배이다.

답 ④

0341 밑면인 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi r=6\sqrt{5}\pi \qquad \therefore r=3\sqrt{5}$ … ❶

따라서 구하는 원기둥의 부피는

$\pi\times(3\sqrt{5})^2\times2\sqrt{15}=90\sqrt{15}\pi\,(\mathrm{cm}^3)$ … ❷

답 $90\sqrt{15}\pi\ \mathrm{cm}^3$

채점 기준

❶ 밑면인 원의 반지름의 길이를 구할 수 있다.	50%
❷ 원기둥의 부피를 구할 수 있다.	50%

0342 전략 먼저 제곱근의 곱셈을 한 후, 근호 안의 제곱인 인수를 근호 밖으로 꺼낸다.

풀이 $3\sqrt{5}\times\sqrt{\frac{32}{5}}=3\sqrt{5\times\frac{32}{5}}=3\sqrt{32}$
$=3\sqrt{4^2\times2}=12\sqrt{2}$

따라서 $a=12$, $b=2$이므로

$a+b=14$

답 ⑤

0343 전략 $x>0$, $y>0$일 때, $x\sqrt{y}=\sqrt{x^2y}$, $\sqrt{\frac{y^2}{x}}=\frac{y}{\sqrt{x}}$임을 이용한다.

풀이 $\frac{1}{b}\sqrt{\frac{b}{a}}-\frac{3}{a}\sqrt{\frac{a}{b}}=\sqrt{\frac{1}{b^2}\times\frac{b}{a}}-\sqrt{\frac{9}{a^2}\times\frac{a}{b}}$
$=\sqrt{\frac{1}{ab}}-\sqrt{\frac{9}{ab}}$
$=\frac{1}{\sqrt{ab}}-\frac{3}{\sqrt{ab}}$
$=\frac{1}{4}-\frac{3}{4}=-\frac{1}{2}$

답 ①

0344 전략 0.016, 2000을 5, 10의 곱으로 나타낼 수 있도록 변형한다.

풀이 $\sqrt{0.016}=\sqrt{\frac{160}{10000}}=\frac{4\sqrt{10}}{100}=\frac{\sqrt{10}}{25}=\frac{1}{25}b$

$\sqrt{2000}=\sqrt{400\times5}=20\sqrt{5}=20a$

$\therefore$ (주어진 식)$=20a+\frac{1}{25}b$

답 ①

0345 전략 근호 안의 수를 소인수분해한 후, 근호를 분리하여 주어진 수를 x, y로 나타낸다.

풀이 ① $\sqrt{63}=\sqrt{3^2\times7}=(\sqrt{3})^2\times\sqrt{7}=x^2y$

② $\sqrt{2100}=\sqrt{3\times7\times10^2}=\sqrt{3}\times\sqrt{7}\times10=10xy$

③ $\sqrt{\frac{7}{3}}=\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}=\frac{y}{x}$

④ $\sqrt{\frac{27}{7}}=\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{7}}=\frac{(\sqrt{3})^3}{\sqrt{7}}=\frac{x^3}{y}$

⑤ $\sqrt{0.07}=\sqrt{\frac{7}{100}}=\frac{\sqrt{7}}{10}=\frac{1}{10}y$

답 ⑤

0346 전략 주어진 식을 간단히 한 후, a의 값을 대입한다.

풀이 $\frac{\sqrt{1+a}}{\sqrt{1-a}}+\frac{\sqrt{1-a}}{\sqrt{1+a}}=\frac{(\sqrt{1+a})^2+(\sqrt{1-a})^2}{\sqrt{1-a}\sqrt{1+a}}$
$=\frac{(1+a)+(1-a)}{\sqrt{1-a^2}}$
$=\frac{2}{\sqrt{1-a^2}}$

위의 식에 $a=\frac{1}{\sqrt{5}}$을 대입하면

(주어진 식)$=2\div\sqrt{1-\frac{1}{5}}=2\div\frac{2}{\sqrt{5}}=2\times\frac{\sqrt{5}}{2}=\sqrt{5}$

답 ④

0347 전략 $\sqrt{300}$을 $a\sqrt{b}$ 꼴로 고쳐 분수를 간단히 한 후 분모를 유리화한다.

풀이 $\frac{\sqrt{300}}{5\sqrt{k}}=\frac{10\sqrt{3}}{5\sqrt{k}}=\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{k}}=\frac{2\sqrt{3k}}{k}$

따라서 $\frac{2\sqrt{3k}}{k}=\frac{2\sqrt{21}}{7}$이므로 $\qquad k=7$

답 7

0348 전략 나눗셈은 역수의 곱셈으로 고친 후, 앞에서부터 순서대로 계산한다.

풀이 $\frac{14}{\sqrt{15}}\times\sqrt{\frac{5}{6}}\div\frac{\sqrt{7}}{3\sqrt{2}}=\frac{14}{\sqrt{15}}\times\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}\times\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$
$=\frac{14}{\sqrt{7}}=2\sqrt{7}$

$\therefore a=7$

답 ⑤

0349 전략 정사각형 D의 한 변의 길이를 x cm로 놓고, A의 넓이를 x에 대한 식으로 나타낸다.

풀이 정사각형 D의 한 변의 길이를 x cm라 하면 D의 넓이는 $x^2\,\mathrm{cm}^2$이므로 A의 넓이는

$x^2\times3\times3\times3=27x^2\,(\mathrm{cm}^2)$

이때 $27x^2=4$이므로 $\qquad x^2=\frac{4}{27}$

$\therefore x=\sqrt{\frac{4}{27}}=\frac{2}{3\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{9}$

따라서 D의 한 변의 길이는 $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ cm이다.

답 ②

0350 전략 (평행사변형의 넓이)$=$(삼각형의 넓이)임을 이용하여 식을 세운다.

풀이 $\sqrt{24}\times x=\frac{1}{2}\times\sqrt{45}\times\sqrt{18}$이므로

$2\sqrt{6}\times x=\frac{1}{2}\times3\sqrt{5}\times3\sqrt{2}$

$\therefore\ x=\dfrac{3\sqrt{5}\times3\sqrt{2}}{2\times2\sqrt{6}}=\dfrac{3\sqrt{15}}{4}$

답 ⑤

0351 전략 두 피자의 반지름의 길이를 각각 a, b로 놓고 비례식을 세운다.

풀이 레귤러사이즈 피자의 반지름의 길이를 a, 라지사이즈 피자의 반지름의 길이를 b라 하면

$a^2\pi : b^2\pi=16500 : 22000$

$a^2 : b^2=3 : 4,\quad 3b^2=4a^2$

$b^2=\dfrac{4}{3}a^2\quad \therefore\ b=\dfrac{2}{\sqrt{3}}a=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}a$

따라서 라지사이즈 피자의 반지름의 길이는 레귤러사이즈 피자의 반지름의 길이의 $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$배이다.

답 $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$배

0352 전략 $\sqrt{x}\times\sqrt{y}=\sqrt{xy}$, $\sqrt{y}\div\sqrt{x}=\sqrt{\dfrac{y}{x}}$임을 이용한다.

풀이 $\sqrt{x}\times\sqrt{y}=6$에서 $\sqrt{xy}=6$이므로

$\sqrt{9m}=6$

따라서 $3\sqrt{m}=6$, 즉 $\sqrt{m}=2$이므로

$m=4$ … ❶

$\sqrt{y}\div\sqrt{x}=n$에서 $\sqrt{\dfrac{y}{x}}=n$이므로

$n=\sqrt{\dfrac{4}{9}}=\dfrac{2}{3}$ … ❷

$\therefore\ \sqrt{2mn}=\sqrt{2\times4\times\dfrac{2}{3}}=\sqrt{\dfrac{16}{3}}=\dfrac{4}{\sqrt{3}}=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$ … ❸

답 $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$

채점 기준

❶ m의 값을 구할 수 있다.	30%
❷ n의 값을 구할 수 있다.	30%
❸ $\sqrt{2mn}$의 값을 구할 수 있다.	40%

0353 전략 $a>0$, $b>0$일 때, $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$임을 이용한다.

풀이 $\sqrt{147}=\sqrt{7^2\times3}=7\sqrt{3}$이므로 $\quad a=7$ … ❶

$\sqrt{288}=\sqrt{12^2\times2}=12\sqrt{2}$이므로 $\quad b=12$ … ❷

$\therefore\ \sqrt{\dfrac{b}{a}}=\sqrt{\dfrac{12}{7}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{7}}=\dfrac{2\sqrt{21}}{7}$ … ❸

답 $\dfrac{2\sqrt{21}}{7}$

채점 기준

❶ a의 값을 구할 수 있다.	35%
❷ b의 값을 구할 수 있다.	35%
❸ $\sqrt{\dfrac{b}{a}}$의 값을 구할 수 있다.	30%

0354 전략 $a>0$, $b>0$일 때, $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$임을 이용하여 분수를 간단히 한 후 분모를 유리화한다.

풀이 $\dfrac{8}{\sqrt{72}}=\dfrac{8}{\sqrt{6^2\times2}}=\dfrac{8}{6\sqrt{2}}=\dfrac{4}{3\sqrt{2}}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$이므로

$a=\dfrac{2}{3}$ … ❶

$\dfrac{6}{\sqrt{5}}=\dfrac{6\sqrt{5}}{5}$이므로 $\quad b=\dfrac{6}{5}$ … ❷

$\therefore\ ab=\dfrac{4}{5}$ … ❸

답 $\dfrac{4}{5}$

채점 기준

❶ a의 값을 구할 수 있다.	40%
❷ b의 값을 구할 수 있다.	30%
❸ ab의 값을 구할 수 있다.	30%

0355 전략 $\overline{DE}=x$ cm로 놓고, $\triangle ADE\backsim\triangle ABC$(AA 닮음)임을 이용한다.

풀이 $\overline{DE}=x$ cm라 하면 $\triangle ADE\backsim\triangle ABC$(AA 닮음)이고 닮음비가 $x : 10$이므로 넓이의 비는

$x^2 : 100$

$\therefore\ \triangle ABC : \square DBCE=100 : (100-x^2)=2 : 1$ … ❶

위의 식에서

$100=200-2x^2,\quad 2x^2=100,\quad x^2=50$

$\therefore\ x=\sqrt{50}=5\sqrt{2}\ (\because\ x>0)$

따라서 $\overline{DE}$의 길이는 $5\sqrt{2}$ cm이다. … ❷

답 $5\sqrt{2}$ cm

채점 기준

❶ $\triangle ABC : \square DBCE$를 x에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	60%
❷ $\overline{DE}$의 길이를 구할 수 있다.	40%

참고 $\triangle ADE$와 $\triangle ABC$에서

$\angle D=\angle B$(동위각), $\angle A$는 공통

이므로 $\quad\triangle ADE\backsim\triangle ABC$(AA 닮음)

ssen 보충학습

닮은 두 평면도형의 닮음비가 $m : n$일 때

① 둘레의 길이의 비 ➜ $m : n$

② 넓이의 비 ➜ $m^2 : n^2$

04 근호를 포함한 식의 계산 (2)

0356 $4\sqrt{3}+5\sqrt{3}=(4+5)\sqrt{3}=9\sqrt{3}$ 답 $9\sqrt{3}$

0357 $3\sqrt{2}+5\sqrt{2}-4\sqrt{2}=(3+5-4)\sqrt{2}=4\sqrt{2}$ 답 $4\sqrt{2}$

0358 $10\sqrt{3}-15\sqrt{3}-20\sqrt{3}=(10-15-20)\sqrt{3}=-25\sqrt{3}$
답 $-25\sqrt{3}$

0359 $4\sqrt{3}+6\sqrt{2}-7\sqrt{3}+4\sqrt{2}=(6+4)\sqrt{2}+(4-7)\sqrt{3}$
$=10\sqrt{2}-3\sqrt{3}$ 답 $10\sqrt{2}-3\sqrt{3}$

0360 $4\sqrt{10}-5\sqrt{7}-3\sqrt{7}+8\sqrt{10}$
$=(-5-3)\sqrt{7}+(4+8)\sqrt{10}$
$=-8\sqrt{7}+12\sqrt{10}$ 답 $-8\sqrt{7}+12\sqrt{10}$

0361 답 (가) 2 (나) 2 (다) 3 (라) 11 (마) 3

0362 $\sqrt{50}-\sqrt{18}=5\sqrt{2}-3\sqrt{2}=2\sqrt{2}$ 답 $2\sqrt{2}$

0363 $\sqrt{27}+\sqrt{75}-2\sqrt{12}=3\sqrt{3}+5\sqrt{3}-2\times2\sqrt{3}=4\sqrt{3}$ 답 $4\sqrt{3}$

0364 $4\sqrt{20}+3\sqrt{45}-7\sqrt{5}=8\sqrt{5}+9\sqrt{5}-7\sqrt{5}=10\sqrt{5}$ 답 $10\sqrt{5}$

0365 $\sqrt{48}-\sqrt{18}+\sqrt{50}-\sqrt{12}=4\sqrt{3}-3\sqrt{2}+5\sqrt{2}-2\sqrt{3}$
$=2\sqrt{2}+2\sqrt{3}$ 답 $2\sqrt{2}+2\sqrt{3}$

0366 $4\sqrt{12}+2\sqrt{6}-3\sqrt{24}-5\sqrt{3}=8\sqrt{3}+2\sqrt{6}-6\sqrt{6}-5\sqrt{3}$
$=3\sqrt{3}-4\sqrt{6}$ 답 $3\sqrt{3}-4\sqrt{6}$

0367 $\sqrt{3}(\sqrt{5}+\sqrt{7})=\sqrt{3}\sqrt{5}+\sqrt{3}\sqrt{7}=\sqrt{15}+\sqrt{21}$
답 $\sqrt{15}+\sqrt{21}$

0368 $\sqrt{5}(3\sqrt{2}-2\sqrt{6})=\sqrt{5}\times3\sqrt{2}-\sqrt{5}\times2\sqrt{6}$
$=3\sqrt{10}-2\sqrt{30}$ 답 $3\sqrt{10}-2\sqrt{30}$

0369 $(\sqrt{6}-\sqrt{12})\sqrt{2}=\sqrt{6}\sqrt{2}-\sqrt{12}\sqrt{2}$
$=\sqrt{12}-\sqrt{24}=2\sqrt{3}-2\sqrt{6}$ 답 $2\sqrt{3}-2\sqrt{6}$

0370 $(\sqrt{40}-\sqrt{24})\div\sqrt{8}=(\sqrt{40}-\sqrt{24})\times\dfrac{1}{\sqrt{8}}$
$=\sqrt{40}\times\dfrac{1}{\sqrt{8}}-\sqrt{24}\times\dfrac{1}{\sqrt{8}}$
$=\sqrt{5}-\sqrt{3}$ 답 $\sqrt{5}-\sqrt{3}$

0371 $(\sqrt{125}-\sqrt{60})\div\sqrt{5}=(\sqrt{125}-\sqrt{60})\times\dfrac{1}{\sqrt{5}}$
$=\sqrt{125}\times\dfrac{1}{\sqrt{5}}-\sqrt{60}\times\dfrac{1}{\sqrt{5}}$
$=\sqrt{25}-\sqrt{12}=5-2\sqrt{3}$ 답 $5-2\sqrt{3}$

0372 $\dfrac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\dfrac{(1+\sqrt{3})\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{15}}{5}$ 답 $\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{15}}{5}$

0373 $\dfrac{\sqrt{12}-\sqrt{5}}{\sqrt{2}}=\dfrac{(\sqrt{12}-\sqrt{5})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{24}-\sqrt{10}}{2}$
$=\dfrac{2\sqrt{6}-\sqrt{10}}{2}$ 답 $\dfrac{2\sqrt{6}-\sqrt{10}}{2}$

0374 $\dfrac{3\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}=\dfrac{(3\sqrt{2}+\sqrt{3})\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{3\sqrt{6}+3}{6}$
$=\dfrac{\sqrt{6}+1}{2}$ 답 $\dfrac{\sqrt{6}+1}{2}$

0375 $\dfrac{2\sqrt{5}-\sqrt{6}}{\sqrt{24}}=\dfrac{2\sqrt{5}-\sqrt{6}}{2\sqrt{6}}=\dfrac{(2\sqrt{5}-\sqrt{6})\times\sqrt{6}}{2\sqrt{6}\times\sqrt{6}}$
$=\dfrac{2\sqrt{30}-6}{12}=\dfrac{\sqrt{30}-3}{6}$ 답 $\dfrac{\sqrt{30}-3}{6}$

0376 $\dfrac{1}{\sqrt{5}-2}=\dfrac{\sqrt{5}+2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}=\sqrt{5}+2$ 답 $\sqrt{5}+2$

0377 $\dfrac{2}{3-\sqrt{7}}=\dfrac{2(3+\sqrt{7})}{(3-\sqrt{7})(3+\sqrt{7})}=3+\sqrt{7}$ 답 $3+\sqrt{7}$

0378 $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}=\sqrt{6}+2$ 답 $\sqrt{6}+2$

0379 $\dfrac{\sqrt{3}}{3-\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{3}(3+\sqrt{6})}{(3-\sqrt{6})(3+\sqrt{6})}=\dfrac{3\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{3}$
$=\sqrt{3}+\sqrt{2}$ 답 $\sqrt{3}+\sqrt{2}$

0380 $\dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}=\dfrac{(\sqrt{2}+1)^2}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}=3+2\sqrt{2}$ 답 $3+2\sqrt{2}$

0381 $\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}=\dfrac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}=\dfrac{8+2\sqrt{15}}{2}$
$=4+\sqrt{15}$ 답 $4+\sqrt{15}$

0382 $\dfrac{3\sqrt{2}}{4}-\dfrac{\sqrt{5}}{3}+\dfrac{\sqrt{5}}{2}-\dfrac{5\sqrt{2}}{12}$
$=\left(\dfrac{3}{4}-\dfrac{5}{12}\right)\sqrt{2}+\left(-\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{2}\right)\sqrt{5}$
$=\dfrac{\sqrt{2}}{3}+\dfrac{\sqrt{5}}{6}=\dfrac{1}{3}a+\dfrac{1}{6}b$ 답 ③

0383 $A=8\sqrt{5}$, $B=-\sqrt{2}$이므로 $A+B=8\sqrt{5}-\sqrt{2}$ 답 ①

0384 $\dfrac{\sqrt{a}}{2}-\dfrac{\sqrt{a}}{7}=\dfrac{5\sqrt{a}}{14}=1$에서 $\sqrt{a}=\dfrac{14}{5}$
$\therefore a=\dfrac{196}{25}$ 답 ⑤

0385 $x+y=\dfrac{\sqrt{10}+\sqrt{5}}{2}+\dfrac{\sqrt{10}-\sqrt{5}}{2}=\dfrac{2\sqrt{10}}{2}=\sqrt{10}$ ⋯ ❶

04 근호를 포함한 식의 계산 (2)

$x-y=\frac{\sqrt{10}+\sqrt{5}}{2}-\frac{\sqrt{10}-\sqrt{5}}{2}=\frac{2\sqrt{5}}{2}=\sqrt{5}$ … ❷

$\therefore (x+y)(x-y)=\sqrt{10}\times\sqrt{5}=5\sqrt{2}$ … ❸

답 $5\sqrt{2}$

채점 기준

❶ $x+y$의 값을 구할 수 있다.	40%
❷ $x-y$의 값을 구할 수 있다.	40%
❸ $(x+y)(x-y)$의 값을 구할 수 있다.	20%

다른 풀이 $x^2=\left(\frac{\sqrt{10}+\sqrt{5}}{2}\right)^2=\frac{10+2\sqrt{50}+5}{4}=\frac{15+10\sqrt{2}}{4}$

$y^2=\left(\frac{\sqrt{10}-\sqrt{5}}{2}\right)^2=\frac{10-2\sqrt{50}+5}{4}=\frac{15-10\sqrt{2}}{4}$

$\therefore (x+y)(x-y)=x^2-y^2=\frac{15+10\sqrt{2}}{4}-\frac{15-10\sqrt{2}}{4}$

$=\frac{20\sqrt{2}}{4}=5\sqrt{2}$

0386 $x^2-4x-(3+2\sqrt{3})=(-\sqrt{3})^2-4\times(-\sqrt{3})-3-2\sqrt{3}$

$=3+4\sqrt{3}-3-2\sqrt{3}$

$=2\sqrt{3}$

답 ⑤

0387 $3-\sqrt{6}>0$, $2\sqrt{6}-5<0$이므로 … ❶

(주어진 식)$=(3-\sqrt{6})+(2\sqrt{6}-5)$

$=-2+\sqrt{6}$ … ❷

답 $-2+\sqrt{6}$

채점 기준

❶ 괄호 안의 식의 부호를 결정할 수 있다.	50%
❷ 주어진 식을 간단히 할 수 있다.	50%

0388 $\sqrt{32}+2\sqrt{54}-\sqrt{98}+\sqrt{24}=4\sqrt{2}+6\sqrt{6}-7\sqrt{2}+2\sqrt{6}$

$=-3\sqrt{2}+8\sqrt{6}$

따라서 $a=-3$, $b=8$이므로 $ab=-24$

답 ①

0389 $\sqrt{72}-3\sqrt{18}+2\sqrt{8}=6\sqrt{2}-9\sqrt{2}+4\sqrt{2}=\sqrt{2}$

답 ③

0390 $\sqrt{27}-\sqrt{12}+5\sqrt{3}=3\sqrt{3}-2\sqrt{3}+5\sqrt{3}=6\sqrt{3}$

$\therefore k=6$

답 ⑤

0391 $2\sqrt{a}-\sqrt{98}+\sqrt{32}=\sqrt{18}$에서

$2\sqrt{a}-7\sqrt{2}+4\sqrt{2}=3\sqrt{2}$

$2\sqrt{a}=6\sqrt{2}$, $\quad \sqrt{a}=3\sqrt{2}$ … ❶

$\therefore a=18$ … ❷

답 18

채점 기준

❶ 주어진 식을 간단히 할 수 있다.	60%
❷ a의 값을 구할 수 있다.	40%

0392 $2-\sqrt{48}+3+x=4+\sqrt{3}+3-1-2\sqrt{12}$이므로

$x+5-4\sqrt{3}=6-3\sqrt{3}$

$\therefore x=6-3\sqrt{3}-(5-4\sqrt{3})=1+\sqrt{3}$

답 ③

0393 $6\sqrt{2}-\sqrt{75}-\frac{6}{\sqrt{2}}+\sqrt{27}=6\sqrt{2}-5\sqrt{3}-3\sqrt{2}+3\sqrt{3}$

$=3\sqrt{2}-2\sqrt{3}$

따라서 $a=3$, $b=-2$이므로 $a+b=1$

답 ④

0394 $-\sqrt{8}-\sqrt{72}+\frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{6}}\times 2=-2\sqrt{2}-6\sqrt{2}+5\sqrt{2}=-3\sqrt{2}$

답 ③

0395 ① $2\sqrt{3}-\sqrt{108}+\sqrt{3}=2\sqrt{3}-6\sqrt{3}+\sqrt{3}=-3\sqrt{3}$

② $3\sqrt{2}-\sqrt{32}+\sqrt{98}-\sqrt{3}=3\sqrt{2}-4\sqrt{2}+7\sqrt{2}-\sqrt{3}$

$=6\sqrt{2}-\sqrt{3}$

③ $\frac{5}{\sqrt{8}}-\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{5}{2\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{5\sqrt{2}}{4}-\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{3\sqrt{2}}{4}$

④ $\frac{5}{\sqrt{20}}+\frac{3}{\sqrt{45}}=\frac{5}{2\sqrt{5}}+\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{2}+\frac{\sqrt{5}}{5}=\frac{7\sqrt{5}}{10}$

⑤ $\frac{2}{\sqrt{6}}+\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}}-\sqrt{24}=\frac{\sqrt{6}}{3}+\frac{4\sqrt{6}}{3}-2\sqrt{6}=-\frac{\sqrt{6}}{3}$

답 ①, ③

0396 $b=a-\frac{1}{a}=\sqrt{5}-\frac{1}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}-\frac{\sqrt{5}}{5}=\frac{4\sqrt{5}}{5}$

따라서 b는 a의 $\frac{4}{5}$배이다.

답 $\frac{4}{5}$배

0397 $\frac{b}{a}+\frac{a}{b}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{10}}{2}+\frac{\sqrt{10}}{5}=\frac{7\sqrt{10}}{10}$

답 ③

다른 풀이 $\frac{b}{a}+\frac{a}{b}=\frac{b^2+a^2}{ab}=\frac{(\sqrt{5})^2+(\sqrt{2})^2}{\sqrt{2}\times\sqrt{5}}$

$=\frac{7}{\sqrt{10}}=\frac{7\sqrt{10}}{10}$

0398 $\sqrt{8}\times\frac{9}{\sqrt{54}}-\frac{14}{\sqrt{7}}+\sqrt{112}-2\sqrt{48}$

$=2\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{6}}{2}-2\sqrt{7}+4\sqrt{7}-8\sqrt{3}$

$=2\sqrt{3}-2\sqrt{7}+4\sqrt{7}-8\sqrt{3}$

$=-6\sqrt{3}+2\sqrt{7}$

답 $-6\sqrt{3}+2\sqrt{7}$

0399 $\sqrt{3}(\sqrt{12}+1)+\sqrt{5}(2\sqrt{5}-\sqrt{15})$

$=\sqrt{36}+\sqrt{3}+2\sqrt{25}-\sqrt{75}$

$=6+\sqrt{3}+10-5\sqrt{3}$

$=-4\sqrt{3}+16$

따라서 $a=-4$, $b=16$이므로 $a+b=12$

답 ②

0400 $\sqrt{8}-\sqrt{3}(3\sqrt{6}-\sqrt{24})=2\sqrt{2}-3\sqrt{18}+\sqrt{72}$

$=2\sqrt{2}-9\sqrt{2}+6\sqrt{2}$

$=-\sqrt{2}$

답 ③

0401 $\sqrt{2}x-\sqrt{5}y=\sqrt{2}(\sqrt{5}-\sqrt{2})-\sqrt{5}(\sqrt{5}+\sqrt{2})$

$=\sqrt{10}-2-5-\sqrt{10}=-7$

답 -7

0402 $\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}}-\sqrt{28}+\sqrt{7}\left(\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}-1\right)=\sqrt{2}-2\sqrt{7}+\sqrt{2}-\sqrt{7}$

$=2\sqrt{2}-3\sqrt{7}$ ⋯ ❶

따라서 $p=2,\ q=-3$이므로 ⋯ ❷

$p^2+q^2=2^2+(-3)^2=13$ ⋯ ❸

답 13

채점 기준

❶ 주어진 식의 좌변을 간단히 할 수 있다.	60%
❷ $p,\ q$의 값을 구할 수 있다.	20%
❸ p^2+q^2의 값을 구할 수 있다.	20%

0403 $\dfrac{\sqrt{72}-18}{\sqrt{12}}=\dfrac{6\sqrt{2}-18}{2\sqrt{3}}=\dfrac{3\sqrt{2}-9}{\sqrt{3}}$

$=\dfrac{(3\sqrt{2}-9)\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{3\sqrt{6}-9\sqrt{3}}{3}$

$=-3\sqrt{3}+\sqrt{6}$

따라서 $a=-3,\ b=1$이므로

$a+b=-2$

답 -2

0404 $\dfrac{\sqrt{12}-\sqrt{15}}{\sqrt{3}}+\sqrt{5}$

$=\dfrac{2\sqrt{3}-\sqrt{15}}{\sqrt{3}}+\sqrt{5}$

$=\dfrac{(2\sqrt{3}-\sqrt{15})\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}+\sqrt{5}$

$=\dfrac{6-3\sqrt{5}}{3}+\sqrt{5}=2-\sqrt{5}+\sqrt{5}=2$

답 ⑤

0405 $x=\dfrac{10+\sqrt{10}}{\sqrt{2}}=\dfrac{(10+\sqrt{10})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{10\sqrt{2}+2\sqrt{5}}{2}$

$=5\sqrt{2}+\sqrt{5}$

$y=\dfrac{10-\sqrt{10}}{\sqrt{2}}=\dfrac{(10-\sqrt{10})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{10\sqrt{2}-2\sqrt{5}}{2}=5\sqrt{2}-\sqrt{5}$

따라서 $x-y=2\sqrt{5}$이므로

$\sqrt{5}(x-y)=\sqrt{5}\times2\sqrt{5}=10$

답 10

0406 $x=\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\dfrac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\dfrac{5+\sqrt{15}}{5}$ ⋯ ❶

$y=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\dfrac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\dfrac{5-\sqrt{15}}{5}$ ⋯ ❷

따라서 $x+y=2,\ x-y=\dfrac{2\sqrt{15}}{5}$이므로 ⋯ ❸

$\dfrac{x+y}{5(x-y)}=\dfrac{2}{2\sqrt{15}}=\dfrac{\sqrt{15}}{15}$ ⋯ ❹

답 $\dfrac{\sqrt{15}}{15}$

채점 기준

❶ x의 분모를 유리화할 수 있다.	25%
❷ y의 분모를 유리화할 수 있다.	25%
❸ $x+y,\ x-y$의 값을 구할 수 있다.	25%
❹ $\dfrac{x+y}{5(x-y)}$의 값을 구할 수 있다.	25%

0407 $\dfrac{2\sqrt{3}+4}{\sqrt{3}}-\sqrt{2}(\sqrt{6}-\sqrt{2})=2+\dfrac{4\sqrt{3}}{3}-2\sqrt{3}+2$

$=4-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

따라서 $a=4,\ b=-\dfrac{2}{3}$이므로

$a+3b=4+3\times\left(-\dfrac{2}{3}\right)=4-2=2$

답 ①

0408 $2\sqrt{3}(1-\sqrt{3})+\dfrac{3}{\sqrt{3}}-\sqrt{12}=2\sqrt{3}-6+\sqrt{3}-2\sqrt{3}$

$=\sqrt{3}-6$

답 ①

0409 $\dfrac{4}{\sqrt{2}}+\dfrac{6}{\sqrt{3}}-\sqrt{2}(1-\sqrt{6})=2\sqrt{2}+2\sqrt{3}-\sqrt{2}+2\sqrt{3}$

$=\sqrt{2}+4\sqrt{3}$

따라서 $a=1,\ b=4$이므로

$a+b=5$

답 5

0410 $\sqrt{3}A-2\sqrt{2}B=\sqrt{3}\left(3\sqrt{2}-\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)-2\sqrt{2}\left(\sqrt{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$=3\sqrt{6}-1-4-\sqrt{6}$

$=2\sqrt{6}-5$

답 ⑤

0411 $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}(3-5\sqrt{2})+\dfrac{12-\sqrt{8}}{\sqrt{3}}$

$=2\sqrt{3}-\dfrac{10\sqrt{6}}{3}+\dfrac{12\sqrt{3}-2\sqrt{6}}{3}$

$=6\sqrt{3}-4\sqrt{6}$ ⋯ ❶

따라서 $m=6,\ n=-4$이므로 ⋯ ❷

$\sqrt{m-n}=\sqrt{6-(-4)}=\sqrt{10}$ ⋯ ❸

답 $\sqrt{10}$

채점 기준

❶ 주어진 식의 좌변을 간단히 할 수 있다.	60%
❷ $m,\ n$의 값을 구할 수 있다.	20%
❸ $\sqrt{m-n}$의 값을 구할 수 있다.	20%

0412 $a=\sqrt{2}(\sqrt{6}+\sqrt{3})-\dfrac{2}{\sqrt{3}}(\sqrt{18}-\sqrt{12})$

$=2\sqrt{3}+\sqrt{6}-2\sqrt{6}+4$

$=4+2\sqrt{3}-\sqrt{6}$

$b=\sqrt{24}-\dfrac{6}{\sqrt{3}}+\sqrt{3}(\sqrt{3}-\sqrt{2})$

$=2\sqrt{6}-2\sqrt{3}+3-\sqrt{6}$

$=3-2\sqrt{3}+\sqrt{6}$

$\therefore\ a+b=7$

답 7

0413 $(3-2\sqrt{2})(4+5\sqrt{2})=12+(15-8)\sqrt{2}-10\times(\sqrt{2})^2$

$=12+7\sqrt{2}-20$

$=-8+7\sqrt{2}$

따라서 $a=-8,\ b=7$이므로

$a+b=-1$

답 -1

ssen 보충학습

곱셈 공식
① $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
② $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
③ $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$
④ $(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$

0414 $(2\sqrt{3}+3)(2\sqrt{3}-a)=(2\sqrt{3})^2+(-2a+6)\sqrt{3}-3a$
$=12-3a+(-2a+6)\sqrt{3}$
이때 $12-3a+(-2a+6)\sqrt{3}=6+b\sqrt{3}$이므로
$12-3a=6$, $-2a+6=b$
$\therefore a=2, b=2$
$\therefore ab=4$ 답 ⑤

0415 $(\sqrt{2}-4)^2-(2\sqrt{2}+3)(2\sqrt{2}-3)$
$=(\sqrt{2})^2-8\sqrt{2}+4^2-\{(2\sqrt{2})^2-3^2\}$
$=18-8\sqrt{2}-(8-9)$
$=19-8\sqrt{2}$ 답 ②

0416 $A=(\sqrt{7}+2)^2=7+4\sqrt{7}+4=11+4\sqrt{7}$ … ❶
$B=(2\sqrt{7}+1)(\sqrt{7}-3)=14-5\sqrt{7}-3=11-5\sqrt{7}$ … ❷
$\therefore A-B=9\sqrt{7}$ … ❸
답 $9\sqrt{7}$

채점 기준

❶ A의 값을 구할 수 있다.	40%
❷ B의 값을 구할 수 있다.	40%
❸ $A-B$의 값을 구할 수 있다.	20%

0417 $(5+2\sqrt{6})(5-2\sqrt{6})(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)$
$=\{(5+2\sqrt{6})(5-2\sqrt{6})\}\{(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)\}$
$=(25-24)(3-4)$
$=1\times(-1)=-1$ 답 ③

0418 $(4\sqrt{3}+7)^{2015}(4\sqrt{3}-7)^{2015}$
$=\{(4\sqrt{3}+7)(4\sqrt{3}-7)\}^{2015}$
$=(48-49)^{2015}=(-1)^{2015}=-1$ 답 -1

ssen 보충학습

m이 자연수일 때
① $(ab)^m=a^mb^m$ ② $\left(\frac{a}{b}\right)^m=\frac{a^m}{b^m}\,(b\neq0)$

0419 $(4+2\sqrt{5})(a-3\sqrt{5})=4a+(-12+2a)\sqrt{5}-30$
$=(4a-30)+(2a-12)\sqrt{5}$
따라서 $2a-12=0$이므로 $a=6$ 답 ⑤

0420 $(3+a\sqrt{2})(b-2\sqrt{2})=3b+(-6+ab)\sqrt{2}-4a$
$=(-4a+3b)+(ab-6)\sqrt{2}$
따라서 $ab-6=0$이므로 $ab=6$ 답 ③

0421 $\frac{a}{\sqrt{2}}(\sqrt{8}-2)+\sqrt{24}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}-\frac{1}{\sqrt{6}}\right)$
$=2a-\sqrt{2}a+2\sqrt{2}-2$
$=(2a-2)+(2-a)\sqrt{2}$
따라서 $2-a=0$이므로 $a=2$ 답 ④

0422 (1) $A=7k-7\sqrt{5}-3\sqrt{5}+2k\sqrt{5}-11$
$=(7k-11)+(2k-10)\sqrt{5}$ … ❶
A가 유리수이므로 $2k-10=0$
$\therefore k=5$ … ❷
(2) $k=5$이므로
$A=7k-11=7\times5-11=24$ … ❸
답 (1) 5 (2) 24

채점 기준

❶ A를 간단히 할 수 있다.	40%
❷ k의 값을 구할 수 있다.	40%
❸ A의 값을 구할 수 있다.	20%

0423 (주어진 식)$=3-4\sqrt{3}+4-3a+2a\sqrt{3}$
$=(7-3a)+(-4+2a)\sqrt{3}$ … ❶
따라서 $-4+2a=0$이므로 … ❷
$a=2$ … ❸
답 2

채점 기준

❶ 주어진 식을 간단히 할 수 있다.	50%
❷ 유리수가 되는 조건을 알 수 있다.	30%
❸ a의 값을 구할 수 있다.	20%

0424 $(a*1)+(2*a)=(a\sqrt{2}-1)+(2\sqrt{2}-a)$
$=(-1-a)+(a+2)\sqrt{2}=b$
따라서 $-1-a=b$, $a+2=0$이므로 $a=-2$, $b=1$
$\therefore b\sqrt{2}*a=\sqrt{2}*(-2)=\sqrt{2}\sqrt{2}-(-2)=4$ 답 4

0425 $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}-\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}+\sqrt{3}}$
$=\frac{\sqrt{3}(\sqrt{6}+\sqrt{3})}{(\sqrt{6}-\sqrt{3})(\sqrt{6}+\sqrt{3})}-\frac{\sqrt{3}(\sqrt{6}-\sqrt{3})}{(\sqrt{6}+\sqrt{3})(\sqrt{6}-\sqrt{3})}$
$=\frac{3\sqrt{2}+3}{3}-\frac{3\sqrt{2}-3}{3}$
$=(\sqrt{2}+1)-(\sqrt{2}-1)=2$ 답 ④

0426 $\frac{2}{2-\sqrt{2}}=\frac{2(2+\sqrt{2})}{(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})}=\frac{2(2+\sqrt{2})}{2}$
$=2+\sqrt{2}$ 답 ⑤

0427 $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}=3+2\sqrt{6}+2$
$=5+2\sqrt{6}$ 답 ④

0428 $\frac{\sqrt{12}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}-\frac{\sqrt{27}-4}{\sqrt{3}-2}$

$=\frac{(2\sqrt{3}-\sqrt{2})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}-\frac{(3\sqrt{3}-4)(\sqrt{3}+2)}{(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)}$

$=\frac{2\sqrt{6}-2}{2}+(9+2\sqrt{3}-8)$

$=\sqrt{6}-1+1+2\sqrt{3}=2\sqrt{3}+\sqrt{6}$ 답 ④

0429 $\frac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}-\frac{6}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$

$=\frac{3(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})}-\frac{6(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{(\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{2})}$

$=\frac{3(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{3}-\frac{6(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{3}$

$=\sqrt{5}-\sqrt{2}-2\sqrt{5}-2\sqrt{2}=-3\sqrt{2}-\sqrt{5}$

따라서 $a=-3$, $b=-1$이므로

$a-b=-2$ 답 -2

0430 $\frac{\sqrt{2}+2}{\sqrt{2}-2}-\frac{\sqrt{2}-2}{\sqrt{2}+2}$

$=\frac{(\sqrt{2}+2)^2}{(\sqrt{2}-2)(\sqrt{2}+2)}-\frac{(\sqrt{2}-2)^2}{(\sqrt{2}+2)(\sqrt{2}-2)}$

$=\frac{2+4\sqrt{2}+4}{-2}-\frac{2-4\sqrt{2}+4}{-2}$

$=-3-2\sqrt{2}+3-2\sqrt{2}=-4\sqrt{2}$ … ❶

따라서 $a=0$, $b=-4$이므로 … ❷

$a+b=-4$ … ❸

답 -4

채점 기준

❶ 주어진 식의 좌변을 간단히 할 수 있다.	60%
❷ a, b의 값을 구할 수 있다.	20%
❸ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	20%

0431 $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{10}-\sqrt{6}}{2}=\frac{1}{2}\times(3.162-2.449)$

$=0.3565$ 답 ②

0432 $\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{5}}{5}=\frac{1}{2}\times1.414-\frac{1}{5}\times2.236$

$=0.707-0.4472=0.2598$ 답 ①

0433 $\sqrt{125}=5\sqrt{5}=5\times2.236=11.18$

$\sqrt{\frac{1}{20}}=\frac{1}{2\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{10}=\frac{2.236}{10}=0.2236$

$\therefore \sqrt{125}+\sqrt{\frac{1}{20}}=11.18+0.2236=11.4036$ 답 ④

0434 $\sqrt{0.6}=\sqrt{\frac{0.6\times4}{4}}=\frac{\sqrt{2.4}}{2}=\frac{1}{2}\times1.549=0.7745$

$\sqrt{6}=\sqrt{\frac{6\times4}{4}}=\frac{\sqrt{24}}{2}=\frac{1}{2}\times4.899=2.4495$

$\therefore \sqrt{0.6}+\sqrt{6}=0.7745+2.4495=3.224$ 답 3.224

0435 $\frac{7}{\sqrt{28}}+\sqrt{630}=\frac{7}{2\sqrt{7}}+3\sqrt{70}=\frac{\sqrt{7}}{2}+3\sqrt{70}$

$=\frac{1}{2}\times2.646+3\times8.367$

$=1.323+25.101=26.424$ 답 26.424

0436 $\sqrt{0.75}+\frac{3}{2\sqrt{3}}-\sqrt{0.12}=\sqrt{\frac{75}{100}}+\frac{3\sqrt{3}}{6}-\sqrt{\frac{12}{100}}$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{5}=\frac{4\sqrt{3}}{5}$

$=\frac{4}{5}\times1.732=1.3856$ 답 ④

0437 $2<\sqrt{5}<3$에서 $4<\sqrt{5}+2<5$이므로

$a=4$, $b=\sqrt{5}-2$

$\therefore a-b=6-\sqrt{5}$ 답 ⑤

0438 $\frac{1}{\sqrt{2}-1}=\frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}=\sqrt{2}+1$

$1<\sqrt{2}<2$에서 $2<\sqrt{2}+1<3$이므로 $a=2$, $b=\sqrt{2}-1$

$\therefore \frac{1}{a+b}+\frac{1}{a-b-2}$

$=\frac{1}{\sqrt{2}+1}+\frac{1}{1-\sqrt{2}}$

$=\frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}+\frac{1+\sqrt{2}}{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})}$

$=\sqrt{2}-1-(1+\sqrt{2})=-2$ 답 ②

0439 $1<\sqrt{2}<2$이므로 $a=\sqrt{2}-1$

$2<\sqrt{5}<3$이므로 $b=\sqrt{5}-2$

$\therefore \sqrt{2}a+\sqrt{5}b+\frac{10}{\sqrt{5}}=\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)+\sqrt{5}(\sqrt{5}-2)+2\sqrt{5}$

$=2-\sqrt{2}+5-2\sqrt{5}+2\sqrt{5}$

$=7-\sqrt{2}$ 답 ③

0440 $2<\sqrt{6}<3$이므로 $k=\sqrt{6}-2$ $\therefore \sqrt{6}=k+2$

이때 $12<\sqrt{150}<13$이므로 $\sqrt{150}$의 소수 부분은

$\sqrt{150}-12=5\sqrt{6}-12=5(k+2)-12=5k-2$ 답 ①

0441 $7<\sqrt{50}<8$이므로 $f(50)=\sqrt{50}-7=5\sqrt{2}-7$ … ❶

$4<\sqrt{18}<5$이므로 $f(18)=\sqrt{18}-4=3\sqrt{2}-4$ … ❷

$\therefore f(50)-f(18)=2\sqrt{2}-3$ … ❸

답 $2\sqrt{2}-3$

채점 기준

❶ $f(50)$의 값을 구할 수 있다.	40%
❷ $f(18)$의 값을 구할 수 있다.	40%
❸ $f(50)-f(18)$의 값을 구할 수 있다.	20%

0442 $\sqrt{n}=a+b$이고 $2<a<5$, $0.3<b<0.6$에서

$2.3<\sqrt{n}<5.6$ $\therefore 5.29<n<31.36$

따라서 구하는 자연수 n은 6, 7, 8, …, 31의 26개이다.

답 26

0443 $a+b=(3+\sqrt{6})+(3-\sqrt{6})=6$

$ab=(3+\sqrt{6})(3-\sqrt{6})=3$

$\therefore \dfrac{b}{a}+\dfrac{a}{b}=\dfrac{a^2+b^2}{ab}=\dfrac{(a+b)^2-2ab}{ab}$

$=\dfrac{6^2-2\times3}{3}=10$

답 ③

SSEN 보충학습

곱셈 공식의 변형

① $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=(a-b)^2+2ab$

② $(a+b)^2=(a-b)^2+4ab$

③ $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab$

0444 $x+y=(\sqrt{5}+\sqrt{3})+(\sqrt{5}-\sqrt{3})=2\sqrt{5}$

$xy=(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})=2$

$\therefore$ (주어진 식) $=x^2+xy-xy+y^2+xy$

$=x^2+y^2+xy=(x+y)^2-xy$

$=(2\sqrt{5})^2-2=18$

답 ⑤

0445 $a+b=(2+\sqrt{5})+(2-\sqrt{5})=4$

$ab=(2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5})=-1$

$\therefore \left(a+\dfrac{1}{b}\right)+\left(b+\dfrac{1}{a}\right)=a+b+\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}=a+b+\dfrac{a+b}{ab}$

$=4+\dfrac{4}{-1}=0$

답 ④

0446 $a=\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}=\dfrac{1-\sqrt{2}}{(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})}=-1+\sqrt{2}$

$b=\dfrac{1}{1-\sqrt{2}}=\dfrac{1+\sqrt{2}}{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})}=-1-\sqrt{2}$ … ❶

$\therefore a+b=(-1+\sqrt{2})+(-1-\sqrt{2})=-2$

$ab=(-1+\sqrt{2})(-1-\sqrt{2})=-1$ … ❷

$\therefore a^2+b^2+5ab=(a+b)^2+3ab$

$=(-2)^2+3\times(-1)=1$ … ❸

답 1

채점 기준

❶ a, b의 분모를 유리화할 수 있다.	30%
❷ $a+b$, ab의 값을 구할 수 있다.	30%
❸ a^2+b^2+5ab의 값을 구할 수 있다.	40%

0447 $\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2+4=4^2+4=20$

$x>1$일 때, $x+\dfrac{1}{x}>0$이므로

$x+\dfrac{1}{x}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

답 ⑤

0448 $x^2+\dfrac{1}{x^2}=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2+2$

$=(3-\sqrt{5})^2+2=16-6\sqrt{5}$

답 ④

0449 $x^2+5x+1=0$의 양변을 x로 나누면

$x+5+\dfrac{1}{x}=0 \qquad \therefore x+\dfrac{1}{x}=-5$

$\therefore \left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2-4=(-5)^2-4=21$

$\therefore x-\dfrac{1}{x}=\pm\sqrt{21}$

답 $\pm\sqrt{21}$

SSEN 보충학습

$x^2+ax\pm1=0$ ($x\neq0$, a는 상수)일 때 $x\neq0$이므로

$x^2+ax\pm1=0$의 양변을 x로 나누면

$x+a\pm\dfrac{1}{x}=0 \qquad \therefore x\pm\dfrac{1}{x}=-a$

0450 $(x+y)^2-(x-y)^2=(x^2+2xy+y^2)-(x^2-2xy+y^2)$

$=4xy=4\times2\sqrt{2}\times(2-\sqrt{3})$

$=16\sqrt{2}-8\sqrt{6}$

답 ③

0451 $(x+y)(x-y)=x^2-y^2=(2+\sqrt{6})^2-(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2$

$=(10+4\sqrt{6})-(5+2\sqrt{6})=5+2\sqrt{6}$

답 ⑤

0452 $\dfrac{2}{x+y}+\dfrac{2}{x-y}=\dfrac{4x}{x^2-y^2}=\dfrac{4\times3\sqrt{2}}{(3\sqrt{2})^2-(2\sqrt{3})^2}$

$=\dfrac{12\sqrt{2}}{6}=2\sqrt{2}$

답 ①

0453 $(x+3y)^2-(2x+y)(2x-y)-6xy$

$=(x^2+6xy+9y^2)-(4x^2-y^2)-6xy=-3x^2+10y^2$

$=-3\times(3\sqrt{2})^2+10\times(-1)^2=-44$

답 -44

0454 $x=\dfrac{2}{\sqrt{6}-2}=\dfrac{2(\sqrt{6}+2)}{(\sqrt{6}-2)(\sqrt{6}+2)}=\sqrt{6}+2$

$y=\dfrac{3}{3-\sqrt{6}}=\dfrac{3(3+\sqrt{6})}{(3-\sqrt{6})(3+\sqrt{6})}=3+\sqrt{6}$

$\therefore x(y+2)-y(x+2)=2x-2y$

$=2(\sqrt{6}+2)-2(3+\sqrt{6})$

$=-2$

답 ②

0455 $x=\dfrac{1}{\sqrt{5}+2}=\dfrac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}=\sqrt{5}-2$ … ❶

$\therefore \dfrac{x+1}{x-1}-\dfrac{x-1}{x+1}=\dfrac{(x+1)^2-(x-1)^2}{(x-1)(x+1)}=\dfrac{4x}{x^2-1}$ … ❷

$=\dfrac{4(\sqrt{5}-2)}{(\sqrt{5}-2)^2-1}=\dfrac{4(\sqrt{5}-2)}{-4(\sqrt{5}-2)}$

$=-1$ … ❸

답 -1

채점 기준

❶ x의 분모를 유리화할 수 있다.	30%
❷ 주어진 식을 간단히 할 수 있다.	40%
❸ 주어진 식의 값을 구할 수 있다.	30%

0456 $x+3=\sqrt{7}$이므로 $\quad (x+3)^2=7$

$x^2+6x+9=7, \quad x^2+6x=-2$

$\therefore x^2+6x-1=-2-1=-3$ 답 ②

0457 $x-2=-\sqrt{3}$이므로 $\quad (x-2)^2=3$

$\therefore x^2-4x+4=(x-2)^2=3$ 답 ③

0458 $x+3=2\sqrt{5}$이므로 $\quad (x+3)^2=20$

$x^2+6x+9=20, \quad x^2+6x=11$

$\therefore \sqrt{x^2+6x+1}=\sqrt{11+1}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ 답 ③

0459 $x=\dfrac{3+2\sqrt{2}}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}=3+2\sqrt{2}$에서 $x-3=2\sqrt{2}$이므로 $\quad (x-3)^2=8, \quad x^2-6x+9=8, \quad x^2-6x=-1$

$\therefore x^2-6x+3=-1+3=2$ 답 ⑤

0460 $x=\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\dfrac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$

$=(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2=5-2\sqrt{6}$ … ❶

$x-5=-2\sqrt{6}$이므로 $\quad (x-5)^2=24$

$x^2-10x+25=24, \quad x^2-10x=-1$ … ❷

$\therefore x^2-10x+10=-1+10=9$ … ❸

답 9

채점 기준

❶ x의 분모를 유리화할 수 있다.	30%
❷ x^2-10x의 값을 구할 수 있다.	50%
❸ $x^2-10x+10$의 값을 구할 수 있다.	20%

0461 $x=\dfrac{1}{4-2\sqrt{3}}=\dfrac{4+2\sqrt{3}}{(4-2\sqrt{3})(4+2\sqrt{3})}=1+\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$x-1=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $\quad (x-1)^2=\dfrac{3}{4}$

$x^2-2x+1=\dfrac{3}{4}, \quad x^2-2x=-\dfrac{1}{4}$

$\therefore 4x^2-6x+3=4(x^2-2x)+2x+3$

$=4\times\left(-\dfrac{1}{4}\right)+2\left(1+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)+3=4+\sqrt{3}$

답 $4+\sqrt{3}$

0462 $\square ABCD=\dfrac{1}{2}\{\sqrt{80}+(\sqrt{45}+\sqrt{20})\}\times\sqrt{72}$

$=\dfrac{1}{2}(4\sqrt{5}+3\sqrt{5}+2\sqrt{5})\times 6\sqrt{2}$

$=\dfrac{1}{2}\times 9\sqrt{5}\times 6\sqrt{2}$

$=27\sqrt{10}\,(\mathrm{cm}^2)$ 답 ②

0463 직육면체의 밑면의 가로의 길이를 x라 하면

$2(\sqrt{8}\times\sqrt{2}+\sqrt{8}x+\sqrt{2}x)=56, \quad 8+6\sqrt{2}x=56$

$6\sqrt{2}x=48 \quad \therefore x=\dfrac{48}{6\sqrt{2}}=4\sqrt{2}$

따라서 이 직육면체의 부피는 $\quad 4\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{8}=16\sqrt{2}$ 답 ④

0464 두 정삼각형은 항상 닮음이고 넓이의 비가 $1:3$이므로 한 변의 길이의 비는 $1:\sqrt{3}$이다.

작은 정삼각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면

$3(x+\sqrt{3}x)=36, \quad (\sqrt{3}+1)x=12$

$\therefore x=\dfrac{12}{\sqrt{3}+1}=\dfrac{12(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}$

$=6\sqrt{3}-6$

따라서 작은 정삼각형의 한 변의 길이는 $(6\sqrt{3}-6)$cm이다.

답 $(6\sqrt{3}-6)$cm

0465 $\overline{AB}=\sqrt{12}+\sqrt{75}=2\sqrt{3}+5\sqrt{3}=7\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$

$\overline{BC}=\sqrt{75}+\sqrt{27}=5\sqrt{3}+3\sqrt{3}=8\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{AB}+\overline{BC}=15\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$ 답 ⑤

0466 (밑면의 가로의 길이)$=\sqrt{128}-2\sqrt{2}$

$=8\sqrt{2}-2\sqrt{2}=6\sqrt{2}\,(\mathrm{cm})$

(밑면의 세로의 길이)$=\sqrt{98}-2\sqrt{2}=7\sqrt{2}-2\sqrt{2}=5\sqrt{2}\,(\mathrm{cm})$

(높이)$=\sqrt{2}$ cm … ❶

따라서 직육면체의 부피는

$6\sqrt{2}\times 5\sqrt{2}\times\sqrt{2}=60\sqrt{2}\,(\mathrm{cm}^3)$ … ❷

답 $60\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^3$

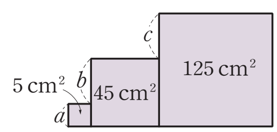
채점 기준

❶ 직육면체의 밑면의 가로의 길이, 세로의 길이와 높이를 구할 수 있다.	60%
❷ 직육면체의 부피를 구할 수 있다.	40%

0467 세 정사각형의 한 변의 길이는 각각

$\sqrt{5}$ cm, $\sqrt{45}=3\sqrt{5}\,(\mathrm{cm})$, $\sqrt{125}=5\sqrt{5}\,(\mathrm{cm})$ … ❶

오른쪽 그림에서



(둘레의 길이)

$=(\sqrt{5}+3\sqrt{5}+5\sqrt{5})\times 2$

$+5\sqrt{5}+\underbrace{(a+b+c)}_{5\sqrt{5}\,\mathrm{cm}}$

$=18\sqrt{5}+5\sqrt{5}+5\sqrt{5}$

$=28\sqrt{5}\,(\mathrm{cm})$ … ❷

답 $28\sqrt{5}$cm

채점 기준

❶ 세 정사각형의 한 변의 길이를 구할 수 있다.	50%
❷ 도형의 둘레의 길이를 구할 수 있다.	50%

0468 $a=2-\sqrt{2}$, $b=3+\sqrt{2}$이므로

$ab=(2-\sqrt{2})(3+\sqrt{2})=4-\sqrt{2}$ 답 ②

0469 $\square PQRS=3\times 3-4\times\left(\dfrac{1}{2}\times 2\times 1\right)=5$

따라서 $\square PQRS$의 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$이므로

$\overline{QP}=\overline{QR}=\sqrt{5}$

$\therefore a=1-\sqrt{5}$, $b=1+\sqrt{5}$

$\therefore a^2+b^2=(1-\sqrt{5})^2+(1+\sqrt{5})^2$

$=6-2\sqrt{5}+6+2\sqrt{5}=12$ 답 ③

0470 $a=-1-\sqrt{2},\ b=-2+\sqrt{2},\ c=2-\sqrt{2}$이므로

$$\begin{aligned} b(a-c)&=(-2+\sqrt{2})(-1-\sqrt{2}-2+\sqrt{2})\\ &=(-2+\sqrt{2})\times(-3)\\ &=6-3\sqrt{2} \end{aligned}$$

답 ④

0471 $\overline{\mathrm{EF}}=\overline{\mathrm{GF}}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$이므로

$p=2+2\sqrt{2},\ q=2-2\sqrt{2}$

$\therefore\ p-q=(2+2\sqrt{2})-(2-2\sqrt{2})=4\sqrt{2}$

답 $4\sqrt{2}$

0472 두 점 P, Q에 대응하는 수를 각각 p, q라 하면

$\overline{\mathrm{AC}}=\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{AQ}}=\sqrt{2}$이므로 $p=1-\sqrt{2},\ q=1+\sqrt{2}$

① $\mathrm{P}(1-\sqrt{2})$

② $\mathrm{Q}(1+\sqrt{2})$

③ $\overline{\mathrm{PQ}}=q-p=(1+\sqrt{2})-(1-\sqrt{2})=2\sqrt{2}$

④, ⑤ $\overline{\mathrm{AQ}}=\overline{\mathrm{PA}}=\sqrt{2}$

답 ③

참고 $\overline{\mathrm{PQ}}=\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{AQ}}=\sqrt{2}+\sqrt{2}=2\sqrt{2}$

0473 정사각형 P의 넓이가 2이므로 정사각형 Q, R의 넓이는 각각 6, 18이다.

따라서 P, Q, R의 한 변의 길이는 각각 $\sqrt{2}$, $\sqrt{6}$, $3\sqrt{2}$이므로

$a=\sqrt{2},\ b=\sqrt{2}+\sqrt{6},\ c=4\sqrt{2}+\sqrt{6}$

$$\begin{aligned} \therefore\ a-b+c&=\sqrt{2}-(\sqrt{2}+\sqrt{6})+4\sqrt{2}+\sqrt{6}\\ &=4\sqrt{2} \end{aligned}$$

답 ⑤

0474 ① $(\sqrt{5}+\sqrt{2})-(\sqrt{5}+1)=\sqrt{2}-1>0$

$\therefore\ \sqrt{5}+\sqrt{2}>\sqrt{5}+1$

② $(3+\sqrt{2})-(\sqrt{9}+2)=\sqrt{2}-2=\sqrt{2}-\sqrt{4}<0$

$\therefore\ 3+\sqrt{2}<\sqrt{9}+2$

③ $-\sqrt{18}<-\sqrt{16}$

$\therefore\ -\sqrt{18}<-4$

④ $(3\sqrt{5}+\sqrt{6})-(2\sqrt{11}+\sqrt{6})=3\sqrt{5}-2\sqrt{11}$

$=\sqrt{45}-\sqrt{44}>0$

$\therefore\ 3\sqrt{5}+\sqrt{6}>2\sqrt{11}+\sqrt{6}$

⑤ $(3\sqrt{3}-4\sqrt{2})-(-\sqrt{12}+\sqrt{8})=3\sqrt{3}-4\sqrt{2}+2\sqrt{3}-2\sqrt{2}$

$=5\sqrt{3}-6\sqrt{2}$

$=\sqrt{75}-\sqrt{72}>0$

$\therefore\ 3\sqrt{3}-4\sqrt{2}>-\sqrt{12}+\sqrt{8}$

답 ④

0475 (ㄱ) $(3+\sqrt{3})-(1+\sqrt{12})=2-\sqrt{3}=\sqrt{4}-\sqrt{3}>0$

$\therefore\ 3+\sqrt{3}>1+\sqrt{12}$

(ㄴ) $(2\sqrt{5}+\sqrt{6})-(\sqrt{5}+2\sqrt{6})=\sqrt{5}-\sqrt{6}<0$

$\therefore\ 2\sqrt{5}+\sqrt{6}<\sqrt{5}+2\sqrt{6}$

(ㄷ) $(\sqrt{5}+\sqrt{18})-(\sqrt{20}+\sqrt{2})=2\sqrt{2}-\sqrt{5}=\sqrt{8}-\sqrt{5}>0$

$\therefore\ \sqrt{5}+\sqrt{18}>\sqrt{20}+\sqrt{2}$

(ㄹ) $(5\sqrt{3}-\sqrt{18})-(\sqrt{12}+\sqrt{2})=3\sqrt{3}-4\sqrt{2}=\sqrt{27}-\sqrt{32}<0$

$\therefore\ 5\sqrt{3}-\sqrt{18}<\sqrt{12}+\sqrt{2}$

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ)이다.

답 ①

0476 (1) $A-B=(2\sqrt{5}+1)-(8-\sqrt{5})=3\sqrt{5}-7$

$=\sqrt{45}-\sqrt{49}<0$

$\therefore\ A<B$ … ❶

(2) $A-C=(2\sqrt{5}+1)-(3\sqrt{2}+1)=2\sqrt{5}-3\sqrt{2}$

$=\sqrt{20}-\sqrt{18}>0$

$\therefore\ C<A$ … ❷

(3) $C<A$, $A<B$이므로 $C<A<B$ … ❸

답 (1) $A<B$ (2) $C<A$ (3) $C<A<B$

채점 기준

❶ A, B의 대소 관계를 나타낼 수 있다.	40%
❷ A, C의 대소 관계를 나타낼 수 있다.	40%
❸ A, B, C의 대소 관계를 나타낼 수 있다.	20%

0477 $A-B=(\sqrt{3}+\sqrt{2})-2\sqrt{2}=\sqrt{3}-\sqrt{2}>0$

$\therefore\ B<A$

$B-C=2\sqrt{2}-(3\sqrt{2}-\sqrt{5})=\sqrt{5}-\sqrt{2}>0$ $\therefore\ C<B$

$\therefore\ C<B<A$

답 ⑤

0478 전략 두 점 $\mathrm{P}(p)$, $\mathrm{Q}(q)$에 대하여 $\overline{\mathrm{PQ}}$의 중점에 대응하는 수는 $\dfrac{p+q}{2}$이다.

풀이 점 M에 대응하는 수는 $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$

$\mathrm{A}(\sqrt{2})$, $\mathrm{M}\left(\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}\right)$에 대하여 $\overline{\mathrm{AM}}$의 중점 N에 대응하는 수는

$$\frac{1}{2}\left(\sqrt{2}+\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{3\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}\right)=\frac{3\sqrt{2}+\sqrt{3}}{4}$$

답 ⑤

0479 전략 먼저 주어진 식을 간단히 한 후 $a+b$, ab의 값을 대입한다.

풀이 $\sqrt{\dfrac{b}{a}}+\sqrt{\dfrac{a}{b}}=\dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}+\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\dfrac{a+b}{\sqrt{ab}}=\dfrac{12}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}$

답 ③

0480 전략 분모의 유리화를 이용하여 x, y를 간단히 한 후 $\dfrac{x-2y}{2x+y}$에 대입한다.

풀이 $x=\dfrac{3\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\dfrac{3\sqrt{6}+3}{3}=\sqrt{6}+1$

$y=\dfrac{2\sqrt{3}-2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\dfrac{2\sqrt{6}-4}{2}=\sqrt{6}-2$

이므로

$2x+y=2(\sqrt{6}+1)+(\sqrt{6}-2)=3\sqrt{6}$

$x-2y=(\sqrt{6}+1)-2(\sqrt{6}-2)=5-\sqrt{6}$

$\therefore\ \dfrac{x-2y}{2x+y}=\dfrac{5-\sqrt{6}}{3\sqrt{6}}=\dfrac{5\sqrt{6}-6}{18}=\dfrac{5\sqrt{6}}{18}-\dfrac{1}{3}$

따라서 $a=\dfrac{5}{18}$, $b=-\dfrac{1}{3}$이므로 $a+b=-\dfrac{1}{18}$

답 ②

0481 전략 분배법칙을 이용하여 괄호를 푼 후 덧셈과 뺄셈을 한다.

풀이 $\sqrt{6}\left(\frac{6}{\sqrt{32}}-\frac{3}{\sqrt{2}}\right)-\sqrt{2}\left(\frac{2}{\sqrt{6}}-\frac{10}{\sqrt{12}}\right)$

$=\frac{3\sqrt{6}}{2\sqrt{2}}-3\sqrt{3}-\frac{2}{\sqrt{3}}+\frac{10}{\sqrt{6}}$

$=\frac{3\sqrt{3}}{2}-3\sqrt{3}-\frac{2\sqrt{3}}{3}+\frac{5\sqrt{6}}{3}$

$=-\frac{13\sqrt{3}}{6}+\frac{5\sqrt{6}}{3}$

따라서 $a=-\frac{13}{6}$, $b=\frac{5}{3}$이므로

$\sqrt{b-6a}=\sqrt{\frac{5}{3}-6\times\left(-\frac{13}{6}\right)}=\sqrt{\frac{44}{3}}=\frac{2\sqrt{11}}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{33}}{3}$

답 $\frac{2\sqrt{33}}{3}$

0482 전략 공통부분을 한 문자로 생각하고, 곱셈 공식을 이용한다.

풀이 $(1-\sqrt{2}+\sqrt{3})^2+(2+\sqrt{2}-\sqrt{3})(2-\sqrt{2}+\sqrt{3})$

$=\{1-(\sqrt{2}-\sqrt{3})\}^2+\{2+(\sqrt{2}-\sqrt{3})\}\{2-(\sqrt{2}-\sqrt{3})\}$

$=1-2(\sqrt{2}-\sqrt{3})+(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2+4-(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2$

$=5-2\sqrt{2}+2\sqrt{3}$

답 ②

0483 전략 주어진 식의 값을 구하여 유리수인 것을 찾는다.

풀이 ① $\sqrt{3}x=\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)=3-\sqrt{3}$

② $3x=3(\sqrt{3}-1)=3\sqrt{3}-3$

③ $x^2+2x=(\sqrt{3}-1)^2+2(\sqrt{3}-1)=4-2\sqrt{3}+2\sqrt{3}-2=2$

④ $x+\frac{1}{x}=\sqrt{3}-1+\frac{1}{\sqrt{3}-1}$

$=\sqrt{3}-1+\frac{\sqrt{3}+1}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}=\frac{3\sqrt{3}-1}{2}$

⑤ $x-\frac{2}{x}=\sqrt{3}-1-\frac{2}{\sqrt{3}-1}$

$=\sqrt{3}-1-\frac{2(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}=-2$

답 ③, ⑤

0484 전략 a, b가 유리수이고 $\sqrt{m}$이 무리수일 때, $a+b\sqrt{m}$이 유리수가 되려면 $b=0$이어야 한다.

풀이 $\sqrt{2}(2\sqrt{2}-6)-\frac{k(1-\sqrt{2})}{2\sqrt{2}}=4-6\sqrt{2}-\frac{k(\sqrt{2}-2)}{4}$

$=\left(4+\frac{k}{2}\right)-\left(6+\frac{k}{4}\right)\sqrt{2}$

따라서 $6+\frac{k}{4}=0$이므로 $\frac{k}{4}=-6$

$\therefore k=-24$

답 -24

0485 전략 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$임을 이용하여 $f(x)$의 분모를 유리화한다.

풀이 $f(x)=\frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}}{(\sqrt{x+1}+\sqrt{x})(\sqrt{x+1}-\sqrt{x})}=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$

$\therefore f(2)+f(3)+f(4)+\cdots+f(49)$

$=(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(\sqrt{4}-\sqrt{3})+(\sqrt{5}-\sqrt{4})+\cdots+(\sqrt{50}-\sqrt{49})$

$=\sqrt{50}-\sqrt{2}=5\sqrt{2}-\sqrt{2}=4\sqrt{2}$

답 ④

0486 전략 주어진 조건을 이용하여 x_1, x_2, x_3의 값을 구한다.

풀이 $1<\sqrt{3}<2$이므로 $\langle\sqrt{3}\rangle=2$

$\therefore x_1=\sqrt{3}+\langle\sqrt{3}\rangle=\sqrt{3}+2$

$x_2=x_1-\langle x_1\rangle$이고, $3<\sqrt{3}+2<4$이므로 $\langle\sqrt{3}+2\rangle=4$

$\therefore x_2=\sqrt{3}+2-\langle\sqrt{3}+2\rangle=\sqrt{3}+2-4=\sqrt{3}-2$

$x_3=x_2-\langle x_2\rangle$이고, $-1<\sqrt{3}-2<0$이므로 $\langle\sqrt{3}-2\rangle=0$

$\therefore x_3=\sqrt{3}-2-\langle\sqrt{3}-2\rangle=\sqrt{3}-2$

$\therefore x_1x_2x_3=(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}-2)$

$=-(\sqrt{3}-2)=-\sqrt{3}+2$

답 ③

0487 전략 무리수 $\sqrt{a}$의 소수 부분은 $\sqrt{a}-(\sqrt{a}$의 정수 부분$)$임을 이용한다.

풀이 $1<\sqrt{2}<2$에서 $3<2+\sqrt{2}<4$

$\therefore a=(2+\sqrt{2})-3=\sqrt{2}-1$

$\frac{2}{3-\sqrt{2}}=\frac{2(3+\sqrt{2})}{(3-\sqrt{2})(3+\sqrt{2})}=\frac{6+2\sqrt{2}}{7}$에서

$8<6+2\sqrt{2}<9$, $\frac{8}{7}<\frac{6+2\sqrt{2}}{7}<\frac{9}{7}$

$\therefore b=\frac{6+2\sqrt{2}}{7}-1=\frac{-1+2\sqrt{2}}{7}$

$a=\sqrt{2}-1$, $b=\frac{-1+2\sqrt{2}}{7}$를 $(a-1)x+7by+6=0$에 대입하면

$(\sqrt{2}-2)x+(-1+2\sqrt{2})y+6=0$

$(-2x-y+6)+(x+2y)\sqrt{2}=0$

$\therefore -2x-y+6=0$, $x+2y=0$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $x=4$, $y=-2$

$\therefore x+y=2$

답 ⑤

0488 전략 $x=5+\sqrt{2}-\sqrt{3}$을 $x-5=\sqrt{2}-\sqrt{3}$으로 변형한 후 양변을 제곱하여 정리한다.

풀이 $x-5=\sqrt{2}-\sqrt{3}$이므로 $(x-5)^2=(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2$

$x^2-10x+25=5-2\sqrt{6}$, $x^2-10x=-20-2\sqrt{6}$

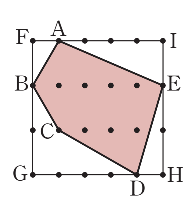
$\therefore x^2-10x+20=-20-2\sqrt{6}+20$

$=-2\sqrt{6}$

답 $-2\sqrt{6}$

0489 전략 직사각형의 넓이에서 삼각형의 넓이를 빼서 오각형의 넓이를 구한다.

풀이 오른쪽 그림에서



(오각형 ABCDE의 넓이)

$=\square$FGHI$-(\triangle$FBA$+\triangle$BGC

$+\triangle$CGD$+\triangle$DHE$+\triangle$AEI$)$

$=5\sqrt{2}\times3\sqrt{6}$

$-\frac{1}{2}\times(\sqrt{2}\times\sqrt{6}+\sqrt{2}\times2\sqrt{6}+4\sqrt{2}\times\sqrt{6}+\sqrt{2}\times2\sqrt{6}$

$+4\sqrt{2}\times\sqrt{6})$

$=30\sqrt{3}-\frac{1}{2}\times(2\sqrt{3}+4\sqrt{3}+8\sqrt{3}+4\sqrt{3}+8\sqrt{3})$

$=30\sqrt{3}-\frac{1}{2}\times26\sqrt{3}=17\sqrt{3}$

답 $17\sqrt{3}$

0490 전략 □ABCD의 넓이를 구한 후 □ABCD의 한 변의 길이를 구한다.

풀이 $\square ABCD=3\times3-\left(\frac{1}{2}\times2\times1\right)\times4=5$

따라서 □ABCD의 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$이므로

$\overline{AP}=\overline{AD}=\sqrt{5},\ \overline{AQ}=\overline{AB}=\sqrt{5}$

$\therefore\ a=4-\sqrt{5},\ b=4+\sqrt{5}$

$2<\sqrt{5}<3$에서 $1<4-\sqrt{5}<2$이므로 $\quad x=1$

$6<4+\sqrt{5}<7$이므로 $\quad y=(4+\sqrt{5})-6=\sqrt{5}-2$

$\therefore\ a+xy=(4-\sqrt{5})+(\sqrt{5}-2)=2$

답 2

0491 전략 제곱근의 덧셈과 실수의 대소 관계를 이용하여 주어진 식을 만족시키는 a, b의 경우의 수를 구한다.

풀이 (i) $a=1,\ b=2$ 또는 $a=2,\ b=1$일 때,

$2<\sqrt{1}+\sqrt{2}<3$, 즉 $1<\sqrt{2}<2$이므로 성립한다.

(ii) $a=1,\ b=3$ 또는 $a=3,\ b=1$일 때,

$2<\sqrt{1}+\sqrt{3}<3$, 즉 $1<\sqrt{3}<2$이므로 성립한다.

(iii) $a=2,\ b=2$일 때,

$2<\sqrt{2}+\sqrt{2}<3$, 즉 $\sqrt{4}<\sqrt{8}<\sqrt{9}$이므로 성립한다.

이상에서 $2<\sqrt{a}+\sqrt{b}<3$을 만족시키는 a, b의 경우의 수는 5이므로 구하는 확률은 $\frac{5}{36}$이다.

답 ①

0492 전략 분배법칙과 분모의 유리화를 이용하여 주어진 식을 간단히 한다.

풀이 $P\triangle Q=\left(\frac{6}{\sqrt{3}},\ \sqrt{8}-2\sqrt{3}\right)\triangle\left(\frac{1}{\sqrt{2}},\ \sqrt{3}-\sqrt{2}\right)$

$=\frac{6}{\sqrt{3}}(\sqrt{3}-\sqrt{2})-(\sqrt{8}-2\sqrt{3})\times\frac{1}{\sqrt{2}}$ … ❶

$=6-\frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}}-2+\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

$=6-2\sqrt{6}-2+\sqrt{6}=4-\sqrt{6}$ … ❷

답 $4-\sqrt{6}$

채점 기준

❶ 주어진 규칙에 의하여 식을 세울 수 있다.	40%
❷ $P\triangle Q$의 값을 구할 수 있다.	60%

0493 전략 A, $3A-5B$의 값을 구하여 주어진 식에 대입한다.

풀이 $A=\sqrt{18}-\frac{5}{\sqrt{3}}=3\sqrt{2}-\frac{5\sqrt{3}}{3}$ … ❶

$3A-5B=3\left(3\sqrt{2}-\frac{5\sqrt{3}}{3}\right)-5\left(\sqrt{3}+\frac{\sqrt{2}}{5}\right)$

$=9\sqrt{2}-5\sqrt{3}-5\sqrt{3}-\sqrt{2}=8\sqrt{2}-10\sqrt{3}$ … ❷

$\therefore\ \sqrt{3}A+\frac{1}{\sqrt{2}}(3A-5B)$

$=\sqrt{3}\left(3\sqrt{2}-\frac{5\sqrt{3}}{3}\right)+\frac{1}{\sqrt{2}}(8\sqrt{2}-10\sqrt{3})$

$=3\sqrt{6}-5+8-5\sqrt{6}=3-2\sqrt{6}$ … ❸

답 $3-2\sqrt{6}$

채점 기준

❶ A의 분모를 유리화할 수 있다.	20%
❷ $3A-5B$의 값을 구할 수 있다.	40%
❸ $\sqrt{3}A+\frac{1}{\sqrt{2}}(3A-5B)$의 값을 구할 수 있다.	40%

0494 전략 $\sqrt{A}$의 정수 부분이 n이면 $n\le\sqrt{A}<n+1$임을 이용한다.

풀이 $\frac{\sqrt{4n}}{\sqrt{n-3}}$의 정수 부분이 5이므로

$5\le\frac{\sqrt{4n}}{\sqrt{n-3}}<6$ … ❶

$5\le\frac{\sqrt{4n}}{\sqrt{n-3}}$에서 $\quad 5\sqrt{n}-15\le2\sqrt{n}$

$3\sqrt{n}\le15,\quad \sqrt{n}\le5\quad \therefore\ n\le25$ …… ㉠

$\frac{\sqrt{4n}}{\sqrt{n-3}}<6$에서 $\quad 2\sqrt{n}<6\sqrt{n}-18$

$4\sqrt{n}>18,\quad \sqrt{n}>\frac{9}{2}$

$\therefore\ n>\frac{81}{4}$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\quad \frac{81}{4}<n\le25$ … ❷

따라서 구하는 자연수 n은 21, 22, 23, 24, 25의 5개이다. … ❸

답 5

채점 기준

❶ 부등식 $5\le\frac{\sqrt{4n}}{\sqrt{n-3}}<6$을 세울 수 있다.	30%
❷ 부등식의 해를 구할 수 있다.	40%
❸ 자연수 n의 개수를 구할 수 있다.	30%

0495 전략 $x+y$, xy의 값을 구한 후, 곱셈 공식의 변형을 이용하여 주어진 식의 값을 구한다.

풀이 $x=\frac{(\sqrt{7}+\sqrt{5})^2}{(\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}+\sqrt{5})}=\frac{12+2\sqrt{35}}{2}=6+\sqrt{35}$

$y=\frac{(\sqrt{7}-\sqrt{5})^2}{(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5})}=\frac{12-2\sqrt{35}}{2}=6-\sqrt{35}$ … ❶

따라서 $x+y=12,\ xy=1$이므로 … ❷

$x^2-xy+y^2=(x+y)^2-3xy=12^2-3\times1=141$ … ❸

답 141

채점 기준

❶ x, y의 분모를 유리화할 수 있다.	40%
❷ $x+y$, xy의 값을 구할 수 있다.	20%
❸ x^2-xy+y^2의 값을 구할 수 있다.	40%

0496 전략 x의 값을 $x-a=\sqrt{b}$로 변형한 후, 양변을 제곱하여 정리한다.

풀이 $x=(2\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-2)=6-3\sqrt{3}-2$

$=4-3\sqrt{3}$ … ❶

$x-4=-3\sqrt{3}$이므로 $\quad (x-4)^2=27$

$x^2-8x+16=27,\quad x^2-8x=11$ … ❷

$\therefore\ x^2-8x+9=11+9=20$ … ❸

답 20

채점 기준

❶ x의 값을 구할 수 있다.	30%
❷ x^2-8x의 값을 구할 수 있다.	50%
❸ x^2-8x+9의 값을 구할 수 있다.	20%

0497 전략 길의 폭을 x m로 놓으면 $2x+\sqrt{2}=2$임을 이용하여 x의 값을 구한다.

풀이 길의 폭을 x m라 하면

$2x+\sqrt{2}=2 \quad \therefore x=\dfrac{2-\sqrt{2}}{2}$ …❶

따라서 길을 제외한 화단의 넓이는

$(\sqrt{5}+\sqrt{10})\times\sqrt{10}-2\times2+\sqrt{2}\left(2-\dfrac{2-\sqrt{2}}{2}\right)$

$=5\sqrt{2}+10-4+\sqrt{2}+1$

$=7+6\sqrt{2}(\text{m}^2)$ …❷

답 $(7+6\sqrt{2})\text{m}^2$

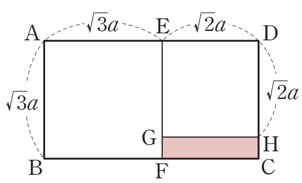
채점 기준

❶ 길의 폭을 구할 수 있다.	30%
❷ 길을 제외한 화단의 넓이를 구할 수 있다.	70%

0498 전략 닮은 두 도형의 넓이의 비가 $a:b$이면 닮음비는 $\sqrt{a}:\sqrt{b}$임을 이용한다.

풀이 두 정사각형 ABFE와 EGHD의 넓이의 비가 $3:2$이므로 닮음비는 $\sqrt{3}:\sqrt{2}$ …❶

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}=\sqrt{3}a$, $\overline{DE}=\sqrt{2}a$라 하면



$2(\sqrt{3}a+\sqrt{3}a+\sqrt{2}a)=40$

$(2\sqrt{3}+\sqrt{2})a=20$

$\therefore a=\dfrac{20}{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

$=\dfrac{20(2\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(2\sqrt{3}+\sqrt{2})(2\sqrt{3}-\sqrt{2})}=2(2\sqrt{3}-\sqrt{2})$

$=4\sqrt{3}-2\sqrt{2}$ …❷

$\overline{GH}=\sqrt{2}a$, $\overline{GF}=\sqrt{3}a-\sqrt{2}a$이므로 □GFCH의 둘레의 길이는

$2(\sqrt{2}a+\sqrt{3}a-\sqrt{2}a)=2\sqrt{3}a=2\sqrt{3}(4\sqrt{3}-2\sqrt{2})$

$=24-4\sqrt{6}$ …❸

답 $24-4\sqrt{6}$

채점 기준

❶ 두 정사각형 ABFE와 EGHD의 닮음비를 구할 수 있다.	20%
❷ a의 값을 구할 수 있다.	40%
❸ □GFCH의 둘레의 길이를 구할 수 있다.	40%

05 인수분해 공식

0499 답 x^2+3x

0500 답 $x^2+12x+36$

0501 답 $2x^2-x-3$

0502 답 xy, $xy(x+5)$

0503 답 x^2, $x^2(x-y+z)$

0504 답 $2y$, $2y(x^2-2)$

0505 답 $2a(2ab-1)$

0506 답 $-5xy^2(1-2xy)$

0507 답 $x(a+2b-5)$

0508 답 $(a+3)(xy-2)$

0509 (주어진 식)$=x(a-b)+y(a-b)$

$=(a-b)(x+y)$ 답 $(a-b)(x+y)$

0510 (주어진 식)$=(a-1)(x-y+2x+y)$

$=3x(a-1)$ 답 $3x(a-1)$

0511 답 $(a+1)^2$

0512 답 $(2x+1)^2$

0513 답 $(5x+3y)^2$

0514 답 $(a-6)^2$

0515 답 $(4x-3)^2$

0516 답 $\left(x-\dfrac{1}{3}\right)^2$

0517 $\square=\left(\dfrac{10}{2}\right)^2=25$ 답 25

0518 $\square=\left(\dfrac{8}{2}\right)^2=16$ 답 16

0519 $\square=\left(\dfrac{-1}{2}\right)^2=\dfrac{1}{4}$ 답 $\dfrac{1}{4}$

0520 $\square=\pm2\sqrt{64}=\pm2\times8=\pm16$ 답 ±16

0521 $\square=\pm2\sqrt{49}=\pm2\times7=\pm14$ 답 ±14

0522 $\square=\pm2\sqrt{\dfrac{1}{25}}=\pm2\times\dfrac{1}{5}=\pm\dfrac{2}{5}$ 답 $\pm\dfrac{2}{5}$

0523 답 $(x+2)(x-2)$

0524 답 $(5a+b)(5a-b)$

0525 답 $\left(\dfrac{1}{2}x+\dfrac{2}{3}y\right)\left(\dfrac{1}{2}x-\dfrac{2}{3}y\right)$

0526 답 $3(y+5)(y-5)$

0527 답 2, 4

0528 답 -1, 5

0529 답 -5, 3

0530 답 -7, -5

0531 답 (가) x (나) -1 (다) $-x$ (라) $-4x$ (마) 1

0532 답 (가) x (나) -2 (다) 12 (라) $-2x$ (마) 2

0533 답 $(x+1)(x+2)$

0534 답 $(x-4)(x-3)$

0535 답 $(x+3)(x-8)$

0536 답 $(a+3b)(a-2b)$

0537 답 (가) $2x$ (나) 5 (다) $10x$ (라) $-3x$ (마) 5 (바) 2

0538 답 (가) $3x$ (나) -1 (다) 1 (라) $-3x$ (마) 1 (바) 3

0539 답 $(3x+1)(x-2)$

0540 답 $(2a+3)(3a+2)$

0541 답 $(x-2y)(3x+5y)$

0542 답 $(-5x+2y)(2x-y)$

0543 답 ③

0544 답 ②

0545 $-2a^3x+10a^2y=-2a^2(ax-5y)$ 답 ④

0546 ④ ㉡의 과정에서 분배법칙이 이용된다. 답 ④

0547 ① $ax-ay=a(x-y)$
② $4xy+2y^2=2y(2x+y)$
③ $3a^2b^2+6ab^2=3ab^2(a+2)$
⑤ $ab^2-4a^2b+2ab=ab(b-4a+2)$ 답 ④

0548 $a(x-1)+b(1-x)=a(x-1)-b(x-1)$
$=(a-b)(x-1)$ 답 ③

0549 $xy(2x+3y)-xy(x+y)=xy(2x+3y-x-y)$
$=xy(x+2y)$
이상에서 주어진 다항식의 인수는 (ㄱ), (ㄷ), (ㅁ)이다. 답 ②

0550 $(x-1)(x+3)-5(x+3)=(x+3)(x-6)$
이때 두 일차식은 $x+3$, $x-6$이므로
$(x+3)+(x-6)=2x-3$ 답 $2x-3$

0551 ⑤ $16x^2-16xy+4y^2=4(4x^2-4xy+y^2)$
$=4(2x-y)^2$ 답 ⑤

0552 $4x^2+12x+9=(2x)^2+2\times 2x\times 3+3^2$
$=(2x+3)^2$ 답 ③

0553 (ㄱ) $(x+7)^2$ (ㄷ) $2(y+1)^2$ (ㅂ) $5a(x+y)^2$
이상에서 완전제곱식으로 인수분해할 수 있는 것은 (ㄱ), (ㄷ), (ㅂ)이다. 답 ②

0554 $x(x+a)+25=x^2+ax+25=(x+b)^2$
$25=b^2$이므로 $b=\pm 5$
$ax=2\times x\times b$이므로 $a=\pm 10$
$a>0$이므로 $a=10,\ b=5$
$\therefore a+b=15$ 답 15

0555 $ax^2=(3x)^2=9x^2$ $\therefore a=9$ …❶
$24x=2\times 3x\times c$이므로 $c=4$ …❷
$\therefore b=c^2=4^2=16$ …❸
$\therefore a+b-c=21$ …❹
답 21

채점 기준

❶ a의 값을 구할 수 있다.	30%
❷ c의 값을 구할 수 있다.	30%
❸ b의 값을 구할 수 있다.	30%
❹ $a+b-c$의 값을 구할 수 있다.	10%

0556 $25x^2+20x+a=(5x)^2+2\times 5x\times 2+a$
$\therefore a=2^2=4$
$b=2\sqrt{64}=16$이므로 $ab=64$ 답 64

0557 $ax^2+12x+9=(\sqrt{a}x)^2+2\times\sqrt{a}x\times 3+3^2$이므로
$\sqrt{a}=2$ $\therefore a=4$ 답 ②

0558 ① $A=\left(\frac{-6}{2}\right)^2=9$
② $A=\pm 2\sqrt{25}=\pm 10$ $\therefore A=10(\because A>0)$
③ $A=\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{16}$
④ $4x^2+Ax+1=(2x\pm 1)^2$이므로
$Ax=\pm 2\times 2x\times 1=\pm 4x$
$\therefore A=4(\because A>0)$
⑤ $\frac{1}{16}x^2-Ax+\frac{1}{9}=\left(\frac{1}{4}x\pm\frac{1}{3}\right)^2$이므로
$-Ax=\pm 2\times\frac{1}{4}x\times\frac{1}{3}=\pm\frac{1}{6}x$
$\therefore A=\frac{1}{6}(\because A>0)$
이상에서 A의 값이 가장 작은 것은 ③이다. 답 ③

0559 $(x+3)(x-7)+k=x^2-4x-21+k$에서
$-21+k=\left(\frac{-4}{2}\right)^2=4$
$\therefore k=25$ 답 ④

0560 $x^2+(2a-8)xy+16y^2=(x\pm 4y)^2$ …❶
이때 $2a-8=\pm 8$이므로 $a=8\ (\because a>0)$ …❷
답 8

채점 기준

❶ 완전제곱식을 만들 수 있다.	40%
❷ 양수 a의 값을 구할 수 있다.	60%

0561 $3x^2-8x+A=3\left(x^2-\frac{8}{3}x+\frac{A}{3}\right)$이므로
$\frac{A}{3}=\left\{\frac{1}{2}\times\left(-\frac{8}{3}\right)\right\}^2=\frac{16}{9}$
$\therefore A=\frac{16}{3}$ 답 $\frac{16}{3}$

0562 $-2<x<2$이므로 $\quad x+2>0,\ x-2<0$

$\therefore$ (주어진 식) $=\sqrt{(x+2)^2}-\sqrt{(x-2)^2}$

$=(x+2)+(x-2)=2x$ 답 ⑤

0563 $-1<a<3$이므로 $\quad a-3<0,\ a+1>0$

$\therefore$ (주어진 식) $=\sqrt{(a-3)^2}+\sqrt{(a+1)^2}$

$=-(a-3)+(a+1)=4$ 답 ③

0564 $x>0,\ y<0$이므로 $\quad x-y>0$

$\therefore$ (주어진 식) $=\sqrt{x^2}-\sqrt{y^2}+\sqrt{(x-y)^2}$

$=x-(-y)+(x-y)$

$=2x$ 답 $2x$

0565 $0<a<b$이므로 $\quad a>0,\ a+b>0,\ a-b<0$ ⋯ ❶

$\therefore$ (주어진 식) $=\sqrt{a^2}+\sqrt{(a+b)^2}+\sqrt{(a-b)^2}$ ⋯ ❷

$=a+(a+b)-(a-b)$

$=a+2b$ ⋯ ❸

답 $a+2b$

채점 기준

❶ a, $a+b$, $a-b$의 부호를 알 수 있다.	20%
❷ 근호 안의 식을 인수분해할 수 있다.	40%
❸ 식을 간단히 할 수 있다.	40%

0566 $0<3x<1$, 즉 $0<x<\frac{1}{3}$이므로

$x-\frac{1}{3}<0,\ x+\frac{1}{3}>0$

$\therefore$ (주어진 식) $=\sqrt{\left(x-\frac{1}{3}\right)^2}-\sqrt{\left(x+\frac{1}{3}\right)^2}$

$=-\left(x-\frac{1}{3}\right)-\left(x+\frac{1}{3}\right)$

$=-2x$ 답 ①

0567 $a^3-a=a(a^2-1)=a(a+1)(a-1)$ 답 ①, ③

0568 $9x^2-49=(3x)^2-7^2=(3x+7)(3x-7)$

따라서 $A=3,\ B=7$이므로 $\quad AB=21$ 답 21

0569 $-12x^2+27y^2=-3(4x^2-9y^2)$

$=-3\{(2x)^2-(3y)^2\}$

$=-3(2x+3y)(2x-3y)$

따라서 $a=-3,\ b=2,\ c=3$이므로

$a+b+c=2$ 답 ④

0570 ① $-x^2-9=-(x^2+9)$

② $x^2-\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(x-\frac{1}{x}\right)$

③ $-75x^2+27y^2=-3(25x^2-9y^2)$

$=-3(5x+3y)(5x-3y)$

④ $a^4-1=(a^2+1)(a^2-1)$

$=(a^2+1)(a+1)(a-1)$

⑤ $xy^2-4x=x(y^2-4)$

$=x(y+2)(y-2)$ 답 ⑤

참고 다항식을 인수분해할 때에는 먼저 공통인수로 묶어 낸 후 유리수의 범위에서 더 이상 인수분해할 수 없을 때까지 계속한다.

0571 $(a-b)x^2+(b-a)y^2=(a-b)x^2-(a-b)y^2$

$=(a-b)(x^2-y^2)$

$=(a-b)(x+y)(x-y)$ 답 ④

0572 $x^8-1=(x^4+1)(x^4-1)$

$=(x^4+1)(x^2+1)(x^2-1)$

$=(x^4+1)(x^2+1)(x+1)(x-1)$ 답 ④

0573 $x^2+ax-24=(x+3)(x-b)=x^2+(3-b)x-3b$이므로

$a=3-b,\ -24=-3b$

$\therefore a=-5,\ b=8 \qquad \therefore a-b=-13$ 답 -13

0574 $x^2-3xy-10y^2=(x+2y)(x-5y)$ 답 ④

0575 $(x+1)(x+2)-6=x^2+3x+2-6$

$=x^2+3x-4$

$=(x+4)(x-1)$ 답 $(x+4)(x-1)$

0576 ① $x^2-3x-4=(x+1)(x-4)$

② $x^2-5x+4=(x-1)(x-4)$

③ $x^2-9x+20=(x-4)(x-5)$

④ $x^2+x-12=(x+4)(x-3)$

⑤ $x^2+2x-24=(x+6)(x-4)$ 답 ④

0577 $(x+4)(x-2)-4x=x^2+2x-8-4x=x^2-2x-8$

$=(x+2)(x-4)$ ⋯ ❶

이때 두 일차식은 $x+2,\ x-4$이므로

$(x+2)+(x-4)=2x-2$ ⋯ ❷

답 $2x-2$

채점 기준

❶ 주어진 식을 인수분해할 수 있다.	70%
❷ 두 일차식의 합을 구할 수 있다.	30%

0578 곱이 12인 두 정수는

$-1,\ -12$ 또는 $-2,\ -6$ 또는 $-3,\ -4$

또는 $3,\ 4$ 또는 $2,\ 6$ 또는 $1,\ 12$

이므로 A의 값이 될 수 있는 것은 $-13,\ -8,\ -7,\ 7,\ 8,\ 13$이다.

따라서 A의 값이 될 수 없는 것은 ④이다. 답 ④

0579 $ax^2+bx-10=(3x+5)(x+c)=3x^2+(3c+5)x+5c$

이므로 $\quad a=3,\ b=3c+5,\ -10=5c$

$\therefore a=3,\ b=-1,\ c=-2$

$\therefore a+b+c=0$ 답 ③

0580 $6x^2-11x+3=(2x-3)(3x-1)$ 답 ②, ③

0581 $8x^2+10x-3=(2x+3)(4x-1)$이므로

$a=3,\ b=-1 \qquad \therefore a-b=4$ 답 ④

0582 $3x^2-10xy-8y^2=(3x+2y)(x-4y)$이므로 … ❶

$a=3,\ b=2,\ c=1,\ d=-4$

또는 $a=1,\ b=-4,\ c=3,\ d=2$ … ❷

$\therefore a+b+c+d=2$ … ❸

답 2

채점 기준

❶ 주어진 식을 인수분해할 수 있다.	50%
❷ $a,\ b,\ c,\ d$의 값을 구할 수 있다.	30%
❸ $a+b+c+d$의 값을 구할 수 있다.	20%

0583 $7x^2-3x-4=(x-1)(7x+4)$

이때 두 일차식은 $x-1,\ 7x+4$이므로

$(x-1)+(7x+4)=8x+3$ 답 $8x+3$

0584 $5x^2+(2a-5)x-14=(x-2)(5x+b)$

$=5x^2+(b-10)x-2b$

이므로 $\quad 2a-5=b-10,\ -14=-2b$ … ❶

$\therefore a=1,\ b=7$ … ❷

$\therefore a+b=8$ … ❸

답 8

채점 기준

❶ $a,\ b$에 대한 식을 세울 수 있다.	60%
❷ $a,\ b$의 값을 구할 수 있다.	30%
❸ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	10%

0585 ④ $4x^2+4x-15=(2x-3)(2x+5)$ 답 ④

0586 ①, ②, ③, ④ 3 ⑤ 4 답 ⑤

0587 $x^2-4x-12=(x+2)(x-6) \qquad \therefore a=2$ … ❶

$x^2-169=(x+13)(x-13) \qquad \therefore b=13$ … ❷

$6x^2-5x-6=(2x-3)(3x+2) \qquad \therefore c=2$ … ❸

$\therefore a+b+c=17$ … ❹

답 17

채점 기준

❶ a의 값을 구할 수 있다.	30%
❷ b의 값을 구할 수 있다.	30%
❸ c의 값을 구할 수 있다.	30%
❹ $a+b+c$의 값을 구할 수 있다.	10%

0588 $12x^2-3=3(4x^2-1)=3\underline{(2x+1)}(2x-1)$

$2x^2-9x-5=\underline{(2x+1)}(x-5)$ 답 ④

0589 $a^2b-ab^2=ab\underline{(a-b)}$

$-2a+2b=-2\underline{(a-b)}$ 답 ②

0590 ① $(x+1)\underline{(x-1)}$ ② $2x\underline{(x-1)}$

③ $(x+7)\underline{(x-1)}$ ④ $(x+1)(3x-2)$

⑤ $(5x+1)\underline{(x-1)}$ 답 ④

0591 $12x^2-ax-12=(4x+3)(3x+m)$으로 놓으면

$4m+9=-a,\ 3m=-12$

$\therefore m=-4,\ a=7$ 답 ③

0592 $5x^2+ax-12=(x-6)(5x+m)$으로 놓으면

$m-30=a,\ -6m=-12$

$\therefore m=2,\ a=-28$ 답 -28

0593 $x^2-5x+k=(x-1)(x+m)$으로 놓으면

$m-1=-5,\ -m=k \qquad \therefore m=-4,\ k=4$ 답 ⑤

0594 $x^2+ax+40=(x-4)(x+m)$으로 놓으면

$m-4=a,\ -4m=40 \qquad \therefore m=-10,\ a=-14$ … ❶

$3x^2-10x+b=(x-4)(3x+n)$으로 놓으면

$n-12=-10,\ -4n=b \qquad \therefore n=2,\ b=-8$ … ❷

$\therefore a-b=-6$ … ❸

답 -6

채점 기준

❶ a의 값을 구할 수 있다.	40%
❷ b의 값을 구할 수 있다.	40%
❸ $a-b$의 값을 구할 수 있다.	20%

0595 $x^2+5x+4=(x+1)(x+4)$이므로 x^2+ax-5는 $x+1$ 또는 $x+4$를 인수로 갖는다.

(i) $x^2+ax-5=(x+1)(x+m)$으로 놓으면

$m+1=a,\ m=-5 \qquad \therefore a=-4$

(ii) $x^2+ax-5=(x+4)(x+n)$으로 놓으면

$n+4=a,\ 4n=-5 \qquad \therefore n=-\frac{5}{4},\ a=\frac{11}{4}$

(i), (ii)에서 a는 정수이므로 $\quad a=-4$ 답 ①

0596 원호: $x^2+7x-18$ ➔ 상수항: -18

지운: x^2+3x+2 ➔ x의 계수: 3

따라서 이 이차식은 $\quad x^2+3x-18=(x+6)(x-3)$ 답 ②

0597 (1) 영채: x^2+9x+8 ➔ 상수항: 8

지영: $x^2-6x-16$ ➔ x의 계수: -6

따라서 이 이차식은 $\quad x^2-6x+8$ … ❶

(2) $x^2-6x+8=(x-2)(x-4)$ … ❷

답 (1) x^2-6x+8 (2) $(x-2)(x-4)$

채점 기준

❶ 이차식을 구할 수 있다.	60%
❷ 이 이차식을 바르게 인수분해할 수 있다.	40%

0598 은주: $4x^2-7x-15$ ➔ x의 계수: -7, 상수항: -15

유민: $2x^2+x-15$ ➔ x^2의 계수: 2, 상수항: -15

따라서 이 이차식은

$2x^2-7x-15=(2x+3)(x-5)$ 답 $(2x+3)(x-5)$

0599 $(\text{넓이})=x^2+4x+3=(x+1)(x+3)$

따라서 새로운 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이의 합은

$(x+1)+(x+3)=2x+4$ 답 ⑤

0600 $(\text{넓이})=x^2+2x+1=(x+1)^2$

따라서 구하는 정사각형의 한 변의 길이는 $x+1$이다. 답 ②

0601 [그림 1]의 도형의 넓이는 x^2-1

[그림 2]의 도형은 가로의 길이가 $x+1$, 세로의 길이가 $x-1$인 직사각형이므로 그 넓이는 $(x+1)(x-1)$

이때 두 도형의 넓이가 같으므로

$x^2-1=(x+1)(x-1)$ 답 ③

0602 $(\text{넓이})=3x^2+5x+2=(x+1)(3x+2)$ … ❶

따라서 새로운 직사각형의 가로, 세로의 길이는 $x+1$, $3x+2$이므로 구하는 둘레의 길이는

$2\{(x+1)+(3x+2)\}=8x+6$ … ❷

답 $8x+6$

채점 기준

❶ 넓이를 인수분해할 수 있다.	50%
❷ 둘레의 길이를 구할 수 있다.	50%

참고 (가로의 길이)$=x+1$, (세로의 길이)$=3x+2$

또는 (가로의 길이)$=3x+2$, (세로의 길이)$=x+1$

0603 $49x^2-25=(7x+5)(7x-5)$

따라서 세로의 길이는 $7x+5$이므로 둘레의 길이는

$2\{(7x+5)+(7x-5)\}=28x$ 답 $28x$

0604 $3x^2-48=3(x+4)(x-4)$이므로 직육면체의 밑면의 가로의 길이는

$(x+4)\text{cm}$ 답 ②

참고 이 직육면체의 밑면의 세로의 길이는 $(x-4)\text{cm}$이다.

0605 사다리꼴의 넓이가 $2a^2+7a+6$이므로

$\frac{1}{2}\times\{(a-1)+(a+5)\}\times(\text{높이})=2a^2+7a+6$ … ❶

$(a+2)\times(\text{높이})=(a+2)(2a+3)$ … ❷

$\therefore$ $(\text{높이})=2a+3$ … ❸

답 $2a+3$

채점 기준

❶ 식을 세울 수 있다.	30%
❷ 넓이를 인수분해할 수 있다.	50%
❸ 높이를 구할 수 있다.	20%

0606 주어진 도형의 넓이는

$(x+2)^2-3^2=x^2+4x-5=(x+5)(x-1)$

따라서 주어진 도형과 넓이가 같은 직사각형의 세로의 길이는

$x+5$ 답 $x+5$

0607 잘라낸 작은 원의 지름의 길이는

$19r-2\times4r=11r(\text{cm})$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$\pi\left(\frac{19}{2}r\right)^2-\pi\left(\frac{11}{2}r\right)^2=\pi\left\{\left(\frac{19}{2}r\right)^2-\left(\frac{11}{2}r\right)^2\right\}$$
$$=\pi\left(\frac{19}{2}r+\frac{11}{2}r\right)\left(\frac{19}{2}r-\frac{11}{2}r\right)$$
$$=\pi\times15r\times4r$$
$$=60\pi r^2(\text{cm}^2)$$
답 ⑤

0608 둘레의 길이의 합이 100이므로

$4a+4b=100$ $\therefore$ $a+b=25$

넓이의 차는 150이므로 $a^2-b^2=150$

$(a+b)(a-b)=150$, $25(a-b)=150$

$\therefore$ $a-b=6$

따라서 두 정사각형의 둘레의 길이의 차는

$4a-4b=4(a-b)=4\times6=24$ 답 24

0609 전략 $a^2\pm2ab+b^2=(a\pm b)^2$ (복호동순)임을 이용한다.

풀이 (가) $x^2+4x+4=(x+2)^2$ ➡ $x+2$

(나) $9x^2-6x+1=(3x-1)^2$ ➡ $3x-1$

따라서 왼쪽의 두 다항식의 합을 인수분해하면 오른쪽 다항식의 제곱이 된다.

(다)에서

$(x^2-15x+4)+(3x^2+3x+5)=4x^2-12x+9$
$=(2x-3)^2$

$\therefore$ $\boxed{}=2x-3$ 답 ①

0610 전략 x^2-ax+b가 완전제곱식이 되려면 $\left(-\frac{a}{2}\right)^2=b$임을 이용한다.

풀이 x^2-ax+b가 완전제곱식이 되려면

$\left(-\frac{a}{2}\right)^2=b$, 즉 $a^2=4b$

이를 만족시키는 a, b의 순서쌍 (a, b)는

$(2, 1)$, $(6, 9)$의 2가지 답 ②

0611 전략 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$임을 이용한다.

풀이 $8n^3-2n=2n(4n^2-1)$
$=(2n-1)2n(2n+1)$

이므로 $8n^3-2n$은 연속된 세 자연수의 곱이다.

이때 연속된 세 자연수의 곱은 2의 배수인 동시에 3의 배수이므로 $8n^3-2n$은 6의 배수이다. 답 ②

0612 전략 a, b가 두 자리 자연수임에 유의한다.

풀이 $\sqrt{a^2-39}=b$의 양변을 제곱하면

$a^2-39=b^2$, $\quad a^2-b^2=39$

$\therefore (a+b)(a-b)=39$

a, b는 자연수이므로

$\begin{cases} a+b=39 \\ a-b=1 \end{cases}$ 또는 $\begin{cases} a+b=13 \\ a-b=3 \end{cases}$

또 a, b는 두 자리 자연수이므로 $\quad a=20$, $b=19$

$\therefore ab=380$ 답 380

참고 $a+b=13$, $a-b=3$이면 $a=8$, $b=5$로 a, b가 두 자리 자연수가 아니다.

0613 전략 주어진 약속에 따라 식을 구하여 전개한 후, 인수분해한다.

풀이 $\ll 2x,\ 4,\ 1\gg - \ll 4,\ -x,\ 2x\gg$

$=(2x-4)(2x+1)-(4+x)(4+2x)$

$=4x^2-6x-4-(16+12x+2x^2)$

$=2x^2-18x-20$

$=2(x^2-9x-10)$

$=2(x+1)(x-10)$ 답 $2(x+1)(x-10)$

0614 전략 곱이 21인 두 정수를 찾아 a의 최댓값과 최솟값을 구한다.

풀이 $x^2+ax+21=(x+b)(x+c)$에서

$a=b+c$, $21=bc$

곱이 21이 되는 두 정수 b, c는

1과 21, -1과 -21, 3과 7, -3과 -7

$\therefore$ (a의 최댓값)$=1+21=22$,

(a의 최솟값)$=-1+(-21)=-22$

답 최댓값: 22, 최솟값: -22

0615 전략 $x^2-3x-k=(x+a)(x+b)\ (a>b)$로 인수분해한다.

풀이 $x^2-3x-k=(x+a)(x+b)\ (a>b)$라 하면

$a+b=-3$, $ab=-k$

이때 $10<k<60$에서 $ab<0$이므로

$a>0$, $b<0$, $-60<ab<-10$

이를 만족시키는 정수 a, b의 순서쌍 (a, b)는

$(3, -6)$, $(4, -7)$, $(5, -8)$, $(6, -9)$

따라서 k는 18, 28, 40, 54의 4개이다. 답 4

0616 전략 인수분해 공식을 이용한다.

풀이 ② $100-\frac{1}{49}x^2=\left(10+\frac{1}{7}x\right)\left(10-\frac{1}{7}x\right)$

③ $\frac{1}{4}x^2+2x+4=\left(\frac{1}{2}x+2\right)^2$

④ $x^2+\frac{5}{3}x-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}(3x^2+5x-2)=\frac{1}{3}(x+2)(3x-1)$

⑤ $10x^2-3x-1=(5x+1)(2x-1)$ 답 ①

0617 전략 $mx+n$이 이차식 ax^2+bx+c의 인수이면 $ax^2+bx+c=(mx+n)(\square x+\triangle)$로 놓는다.

풀이 $2x^2+3xy-2y^2=(x+2y)(2x-y)$이므로 $\quad b=2$

따라서 $x+2y$가 공통인수이므로

$4x^2+5xy+ay^2=(x+2y)(4x+my)$

로 놓으면 $\quad m+8=5$, $2m=a$

$\therefore m=-3$, $a=-6$

$\therefore ab=-12$ 답 ①

0618 전략 실수 A, B에 대하여 $(A-B)^2=0$이면 $A-B=0$임을 이용한다.

풀이 $\frac{1}{9}x^2-\frac{1}{3}xy+\frac{1}{4}y^2=0$에서 $\quad \left(\frac{1}{3}x-\frac{1}{2}y\right)^2=0$

$\frac{1}{3}x-\frac{1}{2}y=0 \quad \therefore x=\frac{3}{2}y$ …❶

$\therefore \frac{y}{x}=y\times\frac{2}{3y}=\frac{2}{3}$ …❷

답 $\frac{2}{3}$

채점 기준

❶ x를 y에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	50%
❷ $\frac{y}{x}$의 값을 구할 수 있다.	50%

0619 전략 $\sqrt{a^2}=\begin{cases} a & (a\ge 0) \\ -a & (a<0) \end{cases}$임을 이용하여 주어진 식을 간단히 한다.

풀이 $0<x<1$이므로 $\quad \frac{1}{x}>1$

$\therefore x-\frac{1}{x}<0$, $x+\frac{1}{x}>0$ …❶

$\therefore$ (주어진 식)$=\sqrt{\frac{1}{x^2}}+\sqrt{\left(x-\frac{1}{x}\right)^2}+\sqrt{\left(x+\frac{1}{x}\right)^2}$ …❷

$=\frac{1}{x}-\left(x-\frac{1}{x}\right)+\left(x+\frac{1}{x}\right)=\frac{3}{x}$ …❸

답 $\frac{3}{x}$

채점 기준

❶ $\frac{1}{x}$, $x-\frac{1}{x}$, $x+\frac{1}{x}$의 부호를 알 수 있다.	30%
❷ 근호 안의 식을 인수분해할 수 있다.	30%
❸ 식을 간단히 할 수 있다.	40%

0620 전략 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$를 이용하여 $f(x)$를 인수분해한다.

풀이 $f(x)=1-\frac{1}{x^2}=\left(1-\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{1}{x}\right)$이므로 …❶

(주어진 식)$=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)$

$\times\cdots\times\left(1-\frac{1}{9}\right)\left(1+\frac{1}{9}\right)$

$=\left(\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\right)\times\left(\frac{2}{3}\times\frac{4}{3}\right)\times\cdots\times\left(\frac{8}{9}\times\frac{10}{9}\right)$

$=\frac{1}{2}\times\frac{10}{9}=\frac{5}{9}$ …❷

따라서 $a=9$, $b=5$이므로 …❸

$a+b=14$ …❹

답 14

채점 기준

❶ $f(x)$를 인수분해할 수 있다.	30%
❷ $f(2)\times f(3)\times\cdots\times f(9)$의 값을 구할 수 있다.	50%
❸ a, b의 값을 구할 수 있다.	10%
❹ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	10%

0621 전략 자연수 A, B에 대하여 $A\times B=(소수)$이려면 $A=1$ 또는 $B=1$이어야 한다.

풀이 $n^2+8n-48=(n+12)(n-4)$ …❶

따라서 $n^2+8n-48$이 소수가 되려면

$n+12=1$ 또는 $n-4=1$ …❷

n은 자연수이므로 $n=5$ …❸

답 5

채점 기준

❶ 주어진 식을 인수분해할 수 있다.	40%
❷ 소수가 되도록 하는 조건을 구할 수 있다.	40%
❸ n의 값을 구할 수 있다.	20%

ssen 보충학습

1보다 큰 자연수 중에서 1과 그 자신만을 약수로 갖는 수를 소수라 한다.

0622 전략 도형 A의 가로의 길이가 $x+7$임을 이용하여 상수 a의 값을 구한다.

풀이 $x^2+10x+a=(x+7)(x+b)$로 놓으면

$7+b=10$, $7b=a$

$\therefore a=21$, $b=3$ …❶

따라서 도형 A의 둘레의 길이는

$2\{(x+3)+(x+7)\}=4x+20=4(x+5)$ …❷

즉 도형 B는 한 변의 길이가 $x+5$인 정사각형이므로 구하는 넓이는 $(x+5)^2=x^2+10x+25$ …❸

답 $x^2+10x+25$

채점 기준

❶ a의 값을 구할 수 있다.	40%
❷ 도형 A의 둘레의 길이를 구할 수 있다.	30%
❸ 도형 B의 넓이를 구할 수 있다.	30%

06 인수분해 공식의 활용

0623 (주어진 식)$=y(x^2-8x+16)=y(x-4)^2$ 답 $y(x-4)^2$

0624 (주어진 식)$=x^2(x^2-4)=x^2(x+2)(x-2)$

답 $x^2(x+2)(x-2)$

0625 (주어진 식)$=2a(a^2+2a-3)=2a(a+3)(a-1)$

답 $2a(a+3)(a-1)$

0626 $x+1=A$로 치환하면

(주어진 식)$=A^2+16A+64=(A+8)^2=(x+9)^2$

답 $(x+9)^2$

0627 $a-b=A$로 치환하면

(주어진 식)$=A^2-4A+4=(A-2)^2=(a-b-2)^2$

답 $(a-b-2)^2$

0628 $a+2=A$로 치환하면

(주어진 식)$=A^2-9=(A+3)(A-3)=(a+5)(a-1)$

답 $(a+5)(a-1)$

0629 $2x+5=A$로 치환하면

(주어진 식)$=A(A+2)-3=A^2+2A-3$

$=(A-1)(A+3)=(2x+4)(2x+8)$

$=4(x+2)(x+4)$ 답 $4(x+2)(x+4)$

0630 답 $y-1$

0631 답 $a+1$

0632 답 $b-3$

0633 답 $x+2$

0634 답 $a+7$

0635 답 $x-3$

0636 (주어진 식)$=(x+y)(x-y)+(x-y)$

$=(x-y)(x+y+1)$ 답 $(x-y)(x+y+1)$

0637 (주어진 식)$=(x-y)^2-2^2=(x-y+2)(x-y-2)$

답 $(x-y+2)(x-y-2)$

0638 $17\times67-17\times47=17\times(67-47)=17\times20=340$

답 340

0639 $95^2+10\times95+5^2=(95+5)^2=10000$ 답 10000

0640 $102^2-4\times102+4=(102-2)^2=10000$ 답 10000

0641 $100^2-99^2=(100+99)(100-99)=199$ 답 199

0642 $x^2-4x+4=(x-2)^2=(52-2)^2=2500$ 답 2500

0643 $x^2+2xy+y^2=(x+y)^2=(6.4+3.6)^2=100$ 답 100

0644 $\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{(a+b)(a-b)}$

$=\sqrt{(14.5+10.5)(14.5-10.5)}$

$=\sqrt{25\times4}=\sqrt{100}=10$ 답 10

0645 $a^2+6a-16=(a+8)(a-2)=(22+8)(22-2)$

$=30\times20=600$ 답 600

0646 (주어진 식)$=x^2(x-1)-9(x-1)=(x-1)(x^2-9)$

$=(x-1)(x+3)(x-3)$ 답 ⑤

0647 (주어진 식)$=2ab(a^2-2ab+b^2)=2ab(a-b)^2$ 답 ④

0648 (주어진 식)$=(x+y)(4x^2-5xy+y^2)$

$=(x+y)(x-y)(4x-y)$ 답 ①, ②

0649 (주어진 식)$=x^2(y+2)-4(y+2)=(y+2)(x^2-4)$

$=(x+2)(x-2)(y+2)$

$\therefore abc=2\times(-2)\times2=-8$ 답 -8

0650 (주어진 식)$=(2x-1)(y^2+3y-10)$

$=(2x-1)(y+5)(y-2)$ 답 ②, ③

0651 $A=-(a-b)+a(a-b)-b(a-b)$

$=(a-b)(a-b-1)$

$B=(a+2)(a^2-b^2)=(a+2)(a+b)(a-b)$

따라서 두 다항식의 공통인수는 $a-b$이다. 답 ③

0652 $2x+1=A$로 치환하면

(좌변)$=A^2-6A+8=(A-2)(A-4)$

$=(2x-1)(2x-3)$

$\therefore a+b=-1+(-3)=-4$ 답 ②

0653 $x-5=A$로 치환하면

$A^2-7A+12=(A-3)(A-4)=(x-8)(x-9)$

따라서 두 일차식의 합은

$(x-8)+(x-9)=2x-17$ 답 $2x-17$

0654 $a+b=A$로 치환하면

(주어진 식)$=A^2+3Ac+2c^2=(A+c)(A+2c)$

$=(a+b+c)(a+b+2c)$ 답 ①

0655 $x-3y=A$로 치환하면

(주어진 식)$=4(x-3y)^2-(x-3y)-3$

$=4A^2-A-3=(4A+3)(A-1)$

$=(4x-12y+3)(x-3y-1)$ ··· ❶

따라서 $a=-12$, $b=3$, $c=-3$, $d=-1$이므로 ··· ❷

$abcd=-12\times3\times(-3)\times(-1)=-108$ ··· ❸

답 -108

채점 기준

❶ 주어진 식을 인수분해할 수 있다.	60%
❷ a, b, c, d의 값을 구할 수 있다.	30%
❸ $abcd$의 값을 구할 수 있다.	10%

0656 $x^2+2x=A$로 치환하면

(주어진 식)$=2A^2-5A-3=(A-3)(2A+1)$

$=(x^2+2x-3)(2x^2+4x+1)$

$=(x+3)(x-1)(2x^2+4x+1)$ 답 ②

0657 $x-y=A$로 치환하면

(주어진 식)$=2A(A+1)-24=2A^2+2A-24$

$=2(A^2+A-12)=2(A-3)(A+4)$

$=2(x-y-3)(x-y+4)$ 답 ④

0658 $2a+3b=A$로 치환하면

(주어진 식)$=A^2-10(A-2)+5=A^2-10A+25$

$=(A-5)^2=(2a+3b-5)^2$ 답 ①

0659 $a+3=A$로 치환하면

(주어진 식)$=(A-b)(A+b)-3b^2=A^2-4b^2$

$=(A+2b)(A-2b)$

$=(a+3+2b)(a+3-2b)$ ··· ❶

따라서 두 일차식의 합은

$(a+3+2b)+(a+3-2b)=2a+6$ ··· ❷

답 $2a+6$

채점 기준

❶ 주어진 식을 인수분해할 수 있다.	70%
❷ 두 일차식의 합을 구할 수 있다.	30%

0660 $3x-y=A$로 치환하면

(주어진 식)$=A(A-8z)-20z^2=A^2-8Az-20z^2$

$=(A-10z)(A+2z)$

$=(3x-y-10z)(3x-y+2z)$

$\therefore a+b+c+d=-1+(-10)+3+2=-6$ 답 -6

0661 $x^2-x=A$로 치환하면

(주어진 식)$=(A-5)(A-9)-21=A^2-14A+24$

$=(A-2)(A-12)=(x^2-x-2)(x^2-x-12)$

$=(x+1)(x-2)(x+3)(x-4)$ 답 ②, ④

0662 $a-1=A$, $b-1=B$로 치환하면

(주어진 식)$=A^2-B^2=(A+B)(A-B)$

$=\{(a-1)+(b-1)\}\{(a-1)-(b-1)\}$

$=(a+b-2)(a-b)$ 답 ①, ⑤

0663 $x+y=A$, $2x-y=B$로 치환하면

(주어진 식)$=A^2-9AB+20B^2=(A-4B)(A-5B)$

$=\{(x+y)-4(2x-y)\}\{x+y-5(2x-y)\}$

$=(-7x+5y)(-9x+6y)$

$=3(3x-2y)(7x-5y)$

답 ㄷ, $3(3x-2y)(7x-5y)$

0664 $x-1=A$, $x+4=B$로 치환하면

$$\begin{aligned}(\text{좌변})&=2A^2+AB-B^2=(A+B)(2A-B)\\&=\{(x-1)+(x+4)\}\{2(x-1)-(x+4)\}\\&=(2x+3)(x-6)\end{aligned}$$

따라서 $a=2$, $b=3$, $c=-6$이므로 $ab+c=0$ 답 ③

0665 $x-4y=A$, $x+4y=B$로 치환하면

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=(x-4y)^2-(-x-4y)^2\\&=(x-4y)^2-(x+4y)^2\\&=A^2-B^2=(A+B)(A-B)\\&=\{(x-4y)+(x+4y)\}\{(x-4y)-(x+4y)\}\\&=2x\times(-8y)=-16xy\end{aligned}$$

답 $-16xy$

0666

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=\{x(x+3)\}\{(x+1)(x+2)\}-8\\&=(\underbrace{x^2+3x}_{A})(\underbrace{x^2+3x}_{A}+2)-8\\&=A(A+2)-8\\&=A^2+2A-8=(A+4)(A-2)\\&=(x^2+3x+4)(x^2+3x-2)\end{aligned}$$

답 ③

0667

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=(\underbrace{x^2}_{A}-1)(\underbrace{x^2}_{A}-4)-40\\&=(A-1)(A-4)-40=A^2-5A-36\\&=(A-9)(A+4)=(x^2-9)(x^2+4)\\&=(x+3)(x-3)(x^2+4)\end{aligned}$$

답 $(x+3)(x-3)(x^2+4)$

0668 (주어진 식)

$$\begin{aligned}&=\{(x+1)(x+6)\}\{(x+2)(x+5)\}-12\\&=(\underbrace{x^2+7x}_{A}+6)(\underbrace{x^2+7x}_{A}+10)-12\\&=(A+6)(A+10)-12=A^2+16A+48\\&=(A+4)(A+12)=(x^2+7x+4)(x^2+7x+12)\\&=(x+3)(x+4)(x^2+7x+4)\end{aligned}$$

답 ①, ④

0669

$$\begin{aligned}(\text{좌변})&=\{(a+1)(a+7)\}\{(a+3)(a+5)\}+16\\&=(\underbrace{a^2+8a}_{A}+7)(\underbrace{a^2+8a}_{A}+15)+16\\&=(A+7)(A+15)+16=A^2+22A+121\\&=(A+11)^2=(a^2+8a+11)^2\end{aligned}$$

… ❶

따라서 $m=8$, $n=11$이므로 … ❷

$mn=88$ … ❸

답 88

채점 기준	
❶ 주어진 식의 좌변을 인수분해할 수 있다.	60%
❷ m, n의 값을 구할 수 있다.	30%
❸ mn의 값을 구할 수 있다.	10%

0670

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=\{x(x-5)\}\{(x-2)(x-3)\}+k\\&=(\underbrace{x^2-5x}_{A})(\underbrace{x^2-5x}_{A}+6)+k\\&=A(A+6)+k=A^2+6A+k\end{aligned}$$

이 식이 완전제곱식이 되려면 $k=\left(\dfrac{6}{2}\right)^2=9$ 답 ⑤

0671

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=a^3-a^2b-a+b=a^2(a-b)-(a-b)\\&=(a-b)(a^2-1)=(a-b)(a+1)(a-1)\end{aligned}$$

따라서 주어진 다항식의 인수인 것은 ㈀, ㈁, ㈂이다. 답 ①

다른 풀이

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=a^3-a-a^2b+b=a(a^2-1)-b(a^2-1)\\&=(a-b)(a^2-1)=(a-b)(a+1)(a-1)\end{aligned}$$

0672

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=(x+y)(x-y)-z(x-y)\\&=(x-y)(x+y-z)\end{aligned}$$

답 ②

0673

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=x^2(x+2)-9(x+2)=(x+2)(x^2-9)\\&=(x+2)(x+3)(x-3)\end{aligned}$$

따라서 세 일차식의 합은

$(x+2)+(x+3)+(x-3)=3x+2$ 답 ⑤

다른 풀이

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=x^3-9x+2x^2-18\\&=x(x^2-9)+2(x^2-9)=(x+2)(x^2-9)\\&=(x+2)(x+3)(x-3)\end{aligned}$$

0674

$$\begin{aligned}xy+5x-y-5&=x(y+5)-(y+5)\\&=(x-1)(y+5)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x^2-x+xy-y&=x(x-1)+y(x-1)\\&=(x-1)(x+y)\end{aligned}$$

따라서 두 다항식의 공통인수는 $x-1$이다. 답 ①

0675 $xy+x+y+1=5$에서 $x(y+1)+(y+1)=5$

$\therefore (x+1)(y+1)=5$ … ❶

x, y가 정수이므로

$x+1$	1	5	-1	-5
$y+1$	5	1	-5	-1

➜

x	0	4	-2	-6
y	4	0	-6	-2

따라서 정수 x, y의 순서쌍 $(x,\ y)$는

$(0,\ 4)$, $(4,\ 0)$, $(-2,\ -6)$, $(-6,\ -2)$의 4개 … ❷

답 4

채점 기준	
❶ 주어진 식의 좌변을 인수분해할 수 있다.	50%
❷ 정수 x, y의 순서쌍 $(x,\ y)$의 개수를 구할 수 있다.	50%

0676

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=a^2-4a+4-b^2=(a-2)^2-b^2\\&=(a+b-2)(a-b-2)\end{aligned}$$

답 ③

0677

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=1-(x^2-2xy+y^2)=1^2-(x-y)^2\\&=(1+x-y)(1-x+y)\end{aligned}$$

답 ①, ②

0678

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=x^2-(y^2-14y+49)=x^2-(y-7)^2\\&=(x+y-7)(x-y+7)\end{aligned}$$

따라서 두 일차식의 합은

$(x+y-7)+(x-y+7)=2x$ 답 $2x$

0679 (주어진 식)$=(a-3b)^2-(5c)^2$
$=(a-3b+5c)(a-3b-5c)$ 답 ③

0680 (주어진 식)$=16x^2y^2-48xy+36-z^2$
$=(4xy-6)^2-z^2$
$=(4xy+z-6)(4xy-z-6)$ 답 ④

0681 (주어진 식)$=16x^2+8xy+y^2-9=(4x+y)^2-3^2$
$=(4x+y+3)(4x+y-3)$ ⋯ ❶
따라서 $a=4$, $b=1$, $c=-3$이므로 ⋯ ❷
$a-b+c=0$ ⋯ ❸
답 0

채점 기준

❶ 주어진 식을 인수분해할 수 있다.	60%
❷ a, b, c의 값을 구할 수 있다.	30%
❸ $a-b+c$의 값을 구할 수 있다.	10%

0682 (주어진 식)$=3(x-1)y+x^2+4x-5$
$=3(x-1)y+(x+5)(x-1)$
$=(x-1)(x+3y+5)$ 답 ③

0683 (좌변)$=x^2+x-(y^2-7y+12)$
$=x^2+x-(y-4)(y-3)$
$=\{x-(y-4)\}\{x+(y-3)\}$
$=(x-y+4)(x+y-3)$
$\therefore A=x-y+4$ 답 $x-y+4$

0684 (주어진 식)$=x^2-2(y+z)x-3(y^2+2yz+z^2)$
$=x^2-2(y+z)x-3(y+z)^2$
$=\{x+(y+z)\}\{x-3(y+z)\}$
$=(x+y+z)(x-3y-3z)$ ⋯ ❶
따라서 $a=1$, $b=-3$, $c=-3$이므로 ⋯ ❷
$a+b+c=-5$ ⋯ ❸
답 -5

채점 기준

❶ 주어진 식을 인수분해할 수 있다.	60%
❷ a, b, c의 값을 구할 수 있다.	30%
❸ $a+b+c$의 값을 구할 수 있다.	10%

0685 (주어진 식)$=x^2-2yx-(3y^2-4y+1)$
$=x^2-2yx-(y-1)(3y-1)$
$=(x+y-1)(x-3y+1)$
따라서 두 일차식의 합은
$(x+y-1)+(x-3y+1)=2x-2y$ 답 ④

0686 (주어진 식)$=2x^2+(5y+2)x+3y^2+4y-4$
$=2x^2+(5y+2)x+(y+2)(3y-2)$
$=(x+y+2)(2x+3y-2)$ 답 ⑤

0687 $7.5^2\times23.8-2.5^2\times23.8$
$=23.8\times(7.5^2-2.5^2)$
$=23.8\times(7.5+2.5)\times(7.5-2.5)$
$=23.8\times10\times5=1190$ 답 ①

0688 $A=33.5^2-2\times33.5\times3.5+3.5^2$
$=(33.5-3.5)^2=30^2=900$ ⋯ ❶
$B=\sqrt{(52+48)(52-48)}=\sqrt{100\times4}=\sqrt{400}=20$ ⋯ ❷
$\therefore A+B=920$ ⋯ ❸
답 920

채점 기준

❶ A의 값을 구할 수 있다.	40%
❷ B의 값을 구할 수 있다.	40%
❸ $A+B$의 값을 구할 수 있다.	20%

0689 $5\times21^2-5\times42+5=5\times(21^2-2\times21+1^2)$
$=5\times(21-1)^2$
$=5\times20^2=2000$ 답 ④

0690 (주어진 식)$=\dfrac{998\times(997+3)}{(999+1)(999-1)}=\dfrac{998\times1000}{1000\times998}=1$
답 1

0691 (주어진 식)$=(1+2)(1-2)+(3+4)(3-4)$
$+(5+6)(5-6)+(7+8)(7-8)$
$=-3+(-7)+(-11)+(-15)$
$=-36$ 답 ①

0692 (주어진 식)$=\dfrac{(2-1)(2+1)}{2\times2}\times\dfrac{(3-1)(3+1)}{3\times3}$
$\times\dfrac{(4-1)(4+1)}{4\times4}\times\cdots\times\dfrac{(10-1)(10+1)}{10\times10}$
$=\dfrac{1\times3}{2\times2}\times\dfrac{2\times4}{3\times3}\times\dfrac{3\times5}{4\times4}\times\cdots\times\dfrac{9\times11}{10\times10}$
$=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{11}{10}=\dfrac{11}{20}$ 답 ③

0693 $x=2+\sqrt{3}$, $y=2-\sqrt{3}$이므로
$x+y=4$, $x-y=2\sqrt{3}$, $xy=1$
$\therefore x^3y-xy^3=xy(x^2-y^2)=xy(x+y)(x-y)$
$=1\times4\times2\sqrt{3}=8\sqrt{3}$ 답 ⑤

0694 (주어진 식)$=2(x^2-2xy-3y^2)=2(x+y)(x-3y)$
$=2(3.75+0.25)(3.75-3\times0.25)$
$=2\times4\times3=24$ 답 ③

0695 (주어진 식)$=\dfrac{x(x^2+2x)+6}{2x+3}=\dfrac{4x+6}{2x+3}$
$=\dfrac{2(2x+3)}{2x+3}=2$ 답 ①

0696 $2x^2-2y^2+4x+2=2(x^2+2x+1-y^2)$

$=2\{(x+1)^2-y^2\}$

$=2(x+1+y)(x+1-y)$ ⋯ ❶

$x+y=2\sqrt{2}$, $x-y=2$이므로

(좌변)$=2(2\sqrt{2}+1)(2+1)=12\sqrt{2}+6$ ⋯ ❷

따라서 $a=6$, $b=12$이므로 ⋯ ❸

$a-b=-6$ ⋯ ❹

답 -6

채점 기준

❶ 주어진 식의 좌변을 인수분해할 수 있다.	40%
❷ 주어진 식의 좌변의 값을 구할 수 있다.	30%
❸ a, b의 값을 구할 수 있다.	20%
❹ $a-b$의 값을 구할 수 있다.	10%

0697 $a=3+\sqrt{5}$, $b=3-\sqrt{5}$이므로 ⋯ ❶

$a+b=6$, $a-b=2\sqrt{5}$ ⋯ ❷

$\therefore$ (주어진 식)$=a^2(a-b)-b^2(a-b)=(a-b)(a^2-b^2)$

$=(a-b)^2(a+b)$ ⋯ ❸

$=(2\sqrt{5})^2\times 6=120$ ⋯ ❹

답 120

채점 기준

❶ a, b의 값을 구할 수 있다.	20%
❷ $a+b$, $a-b$의 값을 구할 수 있다.	10%
❸ 주어진 식을 인수분해할 수 있다.	50%
❹ 주어진 식의 값을 구할 수 있다.	20%

0698 $a=\sqrt{10}-3$, $b=3$이므로　$a+b=\sqrt{10}$

$\therefore$ (주어진 식)$=\dfrac{a^2(a+b)-b^2(a+b)}{a-b}$

$=\dfrac{(a+b)(a^2-b^2)}{a-b}=\dfrac{(a+b)^2(a-b)}{a-b}$

$=(a+b)^2=(\sqrt{10})^2=10$

답 ①

0699 $x^2-y^2=(x+y)(x-y)=7\sqrt{5}$

답 ④

0700 (주어진 식)$=c(a-b)-b(a-b)$

$=(a-b)(c-b)$

$=3\times(-2)=-6$

답 ①

0701 (주어진 식)$=(a+b)(a^2-b^2)$

$=(a+b)^2(a-b)$

$=(2\sqrt{2})^2(\sqrt{2}-1)=8\sqrt{2}-8$

답 ①

0702 (좌변)$=a^2+a-b^2+b$

$=a^2-b^2+a+b$

$=(a+b)(a-b)+(a+b)$

$=(a+b)(a-b+1)=10$

한편 $a+b=-2$이므로　$a-b+1=-5$

$\therefore a-b=-6$

답 ①

0703 $2x+y=\dfrac{\sqrt{5}+2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}=\sqrt{5}+2$

$2x-y=\dfrac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}=\sqrt{5}-2$ ⋯ ❶

$\therefore$ (주어진 식)$=4x^2-y^2-4x+2y$

$=(2x+y)(2x-y)-2(2x-y)$

$=(2x-y)(2x+y-2)$ ⋯ ❷

$=(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2-2)$

$=5-2\sqrt{5}$ ⋯ ❸

답 $5-2\sqrt{5}$

채점 기준

❶ $2x+y$, $2x-y$의 분모를 유리화할 수 있다.	20%
❷ 주어진 식을 인수분해할 수 있다.	50%
❸ 주어진 식의 값을 구할 수 있다.	30%

0704 $(2a+b)^2-(a+2b)^2$

$=(2a+b+a+2b)(2a+b-a-2b)$

$=(3a+3b)(a-b)=3(a+b)(a-b)$

한편 $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab=3^2-4\times1=5$이므로

$a-b=\sqrt{5}$ ($\because a>b$)

$\therefore$ (주어진 식)$=3\times3\times\sqrt{5}=9\sqrt{5}$

답 $9\sqrt{5}$

0705 도형 A의 넓이는

$(3x+7)^2-(x+1)^2=(3x+7+x+1)(3x+7-x-1)$

$=(4x+8)(2x+6)$

이것은 도형 B의 넓이와 같으므로 도형 B의 가로의 길이는 $4x+8$이다.

답 ⑤

0706 $\dfrac{1}{2}\pi(x+y)^2-\dfrac{1}{2}\pi x^2+\dfrac{1}{2}\pi y^2$

$=\dfrac{1}{2}\pi\{(x+y)^2-(x^2-y^2)\}$

$=\dfrac{1}{2}\pi\{(x+y)^2-(x+y)(x-y)\}$

$=\dfrac{1}{2}\pi\times 2y(x+y)=y(x+y)\pi$

답 ④

0707 $x^3+x^2y-x-y=x^2(x+y)-(x+y)$

$=(x+y)(x^2-1)$

$=(x+y)(x+1)(x-1)$ ⋯ ❶

따라서 직육면체의 높이는 $x-1$이므로 겉넓이는

$2\{(x+y)(x-1)+(x-1)(x+1)+(x+1)(x+y)\}$

$=2\{(x^2-x+xy-y)+(x^2-1)+(x^2+xy+x+y)\}$

$=2(3x^2+2xy-1)=6x^2+4xy-2$ ⋯ ❷

답 $6x^2+4xy-2$

채점 기준

❶ 부피를 나타내는 식을 인수분해할 수 있다.	50%
❷ 겉넓이를 구할 수 있다.	50%

06 인수분해 공식의 활용

0708 전략 적당한 항끼리 묶어 공통부분을 찾아 치환하여 인수분해한다.

풀이 $(\text{주어진 식})=(\underbrace{x-4y}_{A})^2-6(\underbrace{x-4y}_{A})+9$

$=A^2-6A+9=(A-3)^2$

$=(x-4y-3)^2$ 답 $(x-4y-3)^2$

다른 풀이 $(\text{주어진 식})=x^2-2(4y+3)x+16y^2+24y+9$

$=x^2-2(\underbrace{4y+3}_{A})x+(\underbrace{4y+3}_{A})^2$

$=x^2-2Ax+A^2=(x-A)^2$

$=(x-4y-3)^2$

0709 전략 공통부분을 한 문자로 치환하여 인수분해한다.

풀이 $x+y=X$로 치환하면

$A=X^2-X+a+1,\ B=X^2-3X+b$

$A=X^2-X+a+1=(X+2)(X+m)$으로 놓으면

$2+m=-1,\ 2m=a+1 \qquad \therefore m=-3,\ a=-7$

$B=X^2-3X+b=(X+2)(X+n)$으로 놓으면

$2+n=-3,\ 2n=b \qquad \therefore n=-5,\ b=-10$

$\therefore a-b=3$ 답 ④

0710 전략 공통부분이 생기도록 2개씩 묶어 전개한 후 공통부분을 치환하여 인수분해한다.

풀이 $(\text{주어진 식})=(x-1)(x-2)(x+2)(x+3)-60$

$=\{(x-1)(x+2)\}\{(x-2)(x+3)\}-60$

$=(\underbrace{x^2+x}_{A}-2)(\underbrace{x^2+x}_{A}-6)-60$

$=(A-2)(A-6)-60$

$=A^2-8A-48$

$=(A-12)(A+4)$

$=(x^2+x-12)(x^2+x+4)$

$=(x-3)(x+4)(x^2+x+4)$ 답 ②, ④

0711 전략 공통부분이 생기도록 양변에 같은 수를 더한다.

풀이 $xy+x-4y-7=0$에서 $\quad x(y+1)-4(y+1)=3$

$\therefore (x-4)(y+1)=3$

$x,\ y$가 정수이므로

$x-4$	1	3	-1	-3
$y+1$	3	1	-3	-1

➜

x	5	7	3	1
y	2	0	-4	-2

따라서 xy의 최솟값은 -12이다. 답 ①

0712 전략 적당한 항끼리 묶어 A^2-B^2 꼴로 변형하여 인수분해한다.

풀이 $(\text{주어진 식})=(x+y)(x-y)+x+y-(x-y)-1$

$=x^2-y^2+2y-1=x^2-(y^2-2y+1)$

$=x^2-(y-1)^2$

$=(x+y-1)(x-y+1)$ 답 ①

0713 전략 $\sqrt{A}$가 자연수이려면 A는 제곱수이어야 함을 이용한다.

풀이 $x^2+6x+4=k^2$($k\neq0$인 정수)이라 하면

$(x^2+6x+9)-k^2=5, \qquad (x+3)^2-k^2=5$

$\therefore (x+k+3)(x-k+3)=5$

$x,\ k$가 정수이므로

(i) $x+k+3=1,\ x-k+3=5$일 때, $\quad x=0,\ k=-2$

(ii) $x+k+3=5,\ x-k+3=1$일 때, $\quad x=0,\ k=2$

(iii) $x+k+3=-1,\ x-k+3=-5$일 때, $\quad x=-6,\ k=2$

(iv) $x+k+3=-5,\ x-k+3=-1$일 때, $\quad x=-6,\ k=-2$

이상에서 0이 아닌 정수 x의 값은 -6이다. 답 -6

0714 전략 한 문자에 대하여 내림차순으로 정리하여 인수분해한다.

풀이 $(\text{주어진 식})=(bc+b+c+1)a+bc+b+c+1$

$=(a+1)(bc+b+c+1)$

$=(a+1)\{b(c+1)+c+1\}$

$=(a+1)(b+1)(c+1)$ 답 ⑤

0715 전략 복잡한 수의 계산을 할 때, 인수분해한 후 계산한다.

풀이 $10^4-81=10^4-3^4=(10^2+3^2)(10^2-3^2)$

$=(10^2+3^2)(10+3)(10-3)$

$=109\times13\times7$

7, 13, 109가 모두 소수이므로 10^4-81의 약수의 개수는

$2\times2\times2=8$ 답 ①

ssen 보충학습

자연수 N이 $a^m\times b^n$($a,\ b$는 서로 다른 소수, $m,\ n$은 자연수)으로 소인수분해될 때

① N의 약수는 $\quad a^k\times b^l(k=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ m,\ l=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ n)$

② N의 약수의 개수는 $\quad (m+1)(n+1)$

0716 전략 복잡한 수의 계산을 할 때, 인수분해한 후 계산한다.

풀이 $2^{16}-1=(2^8+1)(2^8-1)$

$=(2^8+1)(2^4+1)(2^4-1)$

$=(2^8+1)(2^4+1)(2^2+1)(2^2-1)$

$=257\times17\times5\times3$

따라서 자연수 a의 값이 될 수 없는 것은 ③이다. 답 ③

0717 전략 $7005=a$로 놓고 주어진 식을 인수분해한다.

풀이 $7005=a$로 치환하면

$7005\times7007+1=a(a+2)+1=a^2+2a+1$

$=(a+1)^2=7006^2$

따라서 어떤 자연수는 7006이다. 답 7006

0718 전략 치환하여 $A^2-B^2=(A+B)(A-B)$임을 이용한다.

풀이 $\sqrt{6}+\sqrt{3}+\sqrt{2}-1=A,\ \sqrt{6}+\sqrt{3}-\sqrt{2}+1=B$로 치환하면

$A+B=2(\sqrt{6}+\sqrt{3}),\ \ A-B=2(\sqrt{2}-1)$

$\therefore (\text{주어진 식})=A^2-B^2=(A+B)(A-B)$

$=4(\sqrt{6}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-1)$

$=4\sqrt{3}$ 답 ④

0719 전략 $1<\sqrt{3}<2$임을 이용하여 $2+\sqrt{3}$의 정수 부분과 소수 부분을 구한다.

풀이 $a=3,\ b=\sqrt{3}-1$이므로

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=a^2-(b^2+2b+1)=a^2-(b+1)^2\\&=(a+b+1)(a-b-1)\\&=(3+\sqrt{3}-1+1)(3-\sqrt{3}+1-1)\\&=(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})\\&=6\end{aligned}$$

답 ④

0720 전략 $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab$임을 이용한다.

풀이 $$\begin{aligned}(p-q)^2&=\{(ax+by)-(bx+ay)\}^2\\&=\{(a-b)x-(a-b)y\}^2\\&=\{(a-b)(x-y)\}^2\\&=(a-b)^2(x-y)^2\end{aligned}$$

$(a-b)^2=(a+b)^2-4ab=7^2-4\times12=1$,

$(x-y)^2=(x+y)^2-4xy=(-3)^2-4\times(-10)=49$

이므로

$(\text{주어진 식})=1\times49=49$

답 ②

0721 전략 주어진 두 식을 연립하여 $a-b$의 값을 구한다.

풀이 $b-c=2,\ c-a=4$를 변끼리 더하면

$b-a=6\qquad \therefore a-b=-6$

$\therefore$ (주어진 식)

$$\begin{aligned}&=a^2-2ab+b^2+b^2-2bc+c^2+c^2-2ca+a^2\\&=(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\\&=(-6)^2+2^2+4^2=56\end{aligned}$$

답 56

0722 전략 반지름의 길이가 r인 원의 둘레의 길이는 $2\pi r$, 넓이는 πr^2임을 이용한다.

풀이 $\overline{AB}=2r\,\text{cm}$라 하면

$\overline{AC}=2r+3(\text{cm}),\ \overline{AD}=2r+6(\text{cm})$

$\overline{AC}$를 지름으로 하는 원의 둘레의 길이가 $a\pi\,\text{cm}$이므로

$(2r+3)\pi=a\pi\qquad \therefore 2r+3=a$

$$\begin{aligned}\therefore (\text{색칠한 부분의 넓이})&=\left(\frac{2r+6}{2}\right)^2\pi-\left(\frac{2r}{2}\right)^2\pi\\&=\{(r+3)^2-r^2\}\pi\\&=(r+3+r)(r+3-r)\pi\\&=3(2r+3)\pi\\&=3a\pi(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

답 ⑤

0723 전략 공통부분을 한 문자로 치환하여 인수분해 공식을 이용한다.

풀이 $(\text{주어진 식})=(xy+9)(xy-3x-3y+9)+9xy$

이때 $xy+9=A$로 치환하면 …❶

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=A(A-3x-3y)+9xy\\&=A^2-(3x+3y)A+9xy\\&=(A-3x)(A-3y)\\&=(xy-3x+9)(xy-3y+9)\end{aligned}$$ …❷

답 $(xy-3x+9)(xy-3y+9)$

채점 기준

❶ 주어진 식을 전개하여 공통부분을 찾을 수 있다.	30%
❷ 주어진 식을 인수분해할 수 있다.	70%

0724 전략 인수분해 공식 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$를 이용한다.

풀이 $$\begin{aligned}3^{24}-1&=(3^{12}+1)(3^{12}-1)=(3^{12}+1)(3^6+1)(3^6-1)\\&=(3^{12}+1)(3^6+1)(3^3+1)(3^3-1)\end{aligned}$$ …❶

따라서 $3^{24}-1$은 3^3+1과 3^3-1, 즉 28과 26으로 나누어떨어지므로 구하는 합은

$28+26=54$ …❷

답 54

채점 기준

❶ 주어진 식을 인수분해할 수 있다.	50%
❷ 두 자연수의 합을 구할 수 있다.	50%

0725 전략 $x,\ y$의 분모를 유리화한 후, 인수분해 공식을 이용한다.

풀이 $x=\dfrac{\sqrt{10}+3}{(\sqrt{10}-3)(\sqrt{10}+3)}=\sqrt{10}+3$,

$y=\dfrac{\sqrt{10}-3}{(\sqrt{10}+3)(\sqrt{10}-3)}=\sqrt{10}-3$이므로 …❶

$x+y=2\sqrt{10},\ x-y=6$ …❷

$$\begin{aligned}\therefore x^2-y^2+6y-9&=x^2-(y^2-6y+9)=x^2-(y-3)^2\\&=(x+y-3)(x-y+3)\quad\cdots❸\\&=(2\sqrt{10}-3)(6+3)\\&=18\sqrt{10}-27\quad\cdots❹\end{aligned}$$

답 $18\sqrt{10}-27$

채점 기준

❶ $x,\ y$의 분모를 유리화할 수 있다.	20%
❷ $x+y,\ x-y$의 값을 구할 수 있다.	10%
❸ 주어진 식을 인수분해할 수 있다.	50%
❹ 주어진 식의 값을 구할 수 있다.	20%

0726 전략 x를 a에 대한 식으로 나타낸 후, 근호 안의 식을 인수분해한다.

풀이 $\sqrt{x}=a+2$에서 $\quad x=(a+2)^2$ …❶

$$\begin{aligned}&\therefore \sqrt{x-8a}+\sqrt{x+2a+5}\\&=\sqrt{(a+2)^2-8a}+\sqrt{(a+2)^2+2a+5}\\&=\sqrt{a^2-4a+4}+\sqrt{a^2+6a+9}\\&=\sqrt{(a-2)^2}+\sqrt{(a+3)^2}\quad\cdots❷\\&=-(a-2)+a+3\ (\because a-2<0,\ a+3>0)\\&=5\quad\cdots❸\end{aligned}$$

답 5

채점 기준

❶ x를 a에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	20%
❷ 근호 안의 식을 인수분해할 수 있다.	50%
❸ 식을 간단히 할 수 있다.	30%

0727 전략 $x=a+\sqrt{b}$를 $x-a=\sqrt{b}$로 변형한 후, 양변을 제곱하여 정리한다.

풀이 $2x+1=\sqrt{5}$의 양변을 제곱하면

$4x^2+4x+1=5 \quad \therefore 4x^2+4x=4$ … ❶

$\therefore 8x^3+8x^2+6x=2x(4x^2+4x+3)$ … ❷

$=(-1+\sqrt{5})\times 7$

$=-7+7\sqrt{5}$ … ❸

답 $-7+7\sqrt{5}$

채점 기준

❶ $4x^2+4x$의 값을 구할 수 있다.	40%
❷ 주어진 식을 인수분해할 수 있다.	30%
❸ 주어진 식의 값을 구할 수 있다.	30%

0728 전략 주어진 식의 좌변을 인수분해하여 xy의 값을 구한다.

풀이 $x^2y+xy^2+3x+3y=xy(x+y)+3(x+y)$

$=(x+y)(xy+3)=40$ … ❶

$x+y=8$이므로 $\quad xy+3=5 \quad \therefore xy=2$ … ❷

$\therefore \dfrac{x^2y-xy^2}{x^2-y^2}=\dfrac{xy(x-y)}{(x+y)(x-y)}$

$=\dfrac{xy}{x+y}=\dfrac{2}{8}=\dfrac{1}{4}$ … ❸

답 $\dfrac{1}{4}$

채점 기준

❶ $x^2y+xy^2+3x+3y$를 인수분해할 수 있다.	50%
❷ xy의 값을 구할 수 있다.	20%
❸ 주어진 식의 값을 구할 수 있다.	30%

0729 전략 $a=b-1$, $c=b+1$임을 이용하여 주어진 식을 한 문자로 정리한다.

풀이 a, b, c가 연속하는 세 자연수이므로

$a=b-1$, $c=b+1$ … ❶

$\therefore$ (주어진 식)$=(a-b)(b-c)(c-a)$

$=(b-1-b)(b-b-1)(b+1-b+1)$

$=-1\times(-1)\times 2$

$=2$ … ❷

답 2

채점 기준

❶ a, c를 b에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	50%
❷ 주어진 식의 값을 구할 수 있다.	50%

0730 전략 반지름의 길이가 r인 원의 둘레의 길이는 $2\pi r$, 넓이는 πr^2임을 이용한다.

풀이 주어진 그림에서 점선인 원의 반지름의 길이를 r m라 하면

$2\pi r=16\pi \quad \therefore r=8$ … ❶

길의 넓이가 $64\pi\,\text{m}^2$이므로

$\pi(8+x)^2-\pi(8-x)^2=64\pi$ … ❷

$(8+x+8-x)(8+x-8+x)=64$

$32x=64 \quad \therefore x=2$ … ❸

답 2

채점 기준

❶ 점선인 원의 반지름의 길이를 구할 수 있다.	20%
❷ 길의 넓이를 구하는 식을 세울 수 있다.	40%
❸ x의 값을 구할 수 있다.	40%

07 이차방정식의 풀이 (1)

0731 $3x-4=-3x+2$에서 $\quad 6x-6=0$ 답 ×

0732 $2x^2=3x-1$에서 $\quad 2x^2-3x+1=0$ 답 ○

0733 $-x^2+x^3=4x-3+x^3$에서 $\quad x^2+4x-3=0$ 답 ○

0734 $x^2+\dfrac{1}{x^2}=x^2$에서 $\quad \dfrac{1}{x^2}=0$ 답 ×

0735 ax^2+bx+c가 x에 대한 이차식이 되어야 하므로

$a\neq 0$ 답 ②

0736 $2\times 0=0$ 답 ○ **0737** $3^2+3\times 3-1\neq 0$ 답 ×

0738 $-1\times 1=-2\times(-1)-3$ 답 ○

0739 $x=-1$일 때, $\quad -1\times(-2)\neq 0$

$x=0$일 때, $\quad 0\times(-1)=0$

$x=1$일 때, $\quad 1\times 0=0$ 답 $x=0$ 또는 $x=1$

0740 $x=-1$일 때, $\quad (-1)^2-2\times(-1)-3=0$

$x=0$일 때, $\quad -3\neq 0$

$x=1$일 때, $\quad 1^2-2\times 1-3\neq 0$ 답 $x=-1$

0741 $x=-1$일 때, $\quad 3\times(-1)^2-2\times(-1)-1\neq 0$

$x=0$일 때, $\quad -1\neq 0$

$x=1$일 때, $\quad 3\times 1^2-2\times 1-1=0$ 답 $x=1$

0742 $2^2+2a+4=0$이므로 $\quad a=-4$ 답 -4

0743 $(-3)^2+5\times(-3)-a=0$이므로 $\quad a=-6$ 답 -6

0744 $a^2-a-2=0$이므로 $\quad a^2-a=2$ 답 2

0745 (ㄹ) $AB=-2\times 1\neq 0$ 답 (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ)

0746 $3x(x-2)=0$에서 $\quad 3x=0$ 또는 $x-2=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=2$ 답 $x=0$ 또는 $x=2$

0747 $\dfrac{1}{2}(x+5)(x-1)=0$에서 $\quad x+5=0$ 또는 $x-1=0$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=1$ 답 $x=-5$ 또는 $x=1$

0748 $(3x+1)(4x-1)=0$에서 $\quad 3x+1=0$ 또는 $4x-1=0$

$\therefore x=-\dfrac{1}{3}$ 또는 $x=\dfrac{1}{4}$ 답 $x=-\dfrac{1}{3}$ 또는 $x=\dfrac{1}{4}$

0749 $x^2-25=0$에서 $\quad (x+5)(x-5)=0$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=5$ 답 $x=-5$ 또는 $x=5$

0750 $2x^2-16x=0$에서 $\quad 2x(x-8)=0$

$\therefore$ $x=0$ 또는 $x=8$ 답 $x=0$ 또는 $x=8$

0751 $10x^2-3x-1=0$에서 $(5x+1)(2x-1)=0$

$\therefore$ $x=-\frac{1}{5}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$ 답 $x=-\frac{1}{5}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

0752 $3x^2+7x-6=0$이므로 $(x+3)(3x-2)=0$

$\therefore$ $x=-3$ 또는 $x=\frac{2}{3}$ 답 $x=-3$ 또는 $x=\frac{2}{3}$

0753 답 $x=-5$ (중근)

0754 $3(2x+1)^2=0$에서 $(2x+1)^2=0$

$\therefore$ $x=-\frac{1}{2}$ (중근) 답 $x=-\frac{1}{2}$ (중근)

0755 $x^2+8x+16=0$이므로 $(x+4)^2=0$

$\therefore$ $x=-4$ (중근) 답 $x=-4$ (중근)

0756 $9x^2-12x+4=0$이므로 $(3x-2)^2=0$

$\therefore$ $x=\frac{2}{3}$ (중근) 답 $x=\frac{2}{3}$ (중근)

0757 $x^2=2$이므로 $x=\pm\sqrt{2}$ 답 $x=\pm\sqrt{2}$

0758 $x^2=\frac{49}{4}$이므로 $x=\pm\frac{7}{2}$ 답 $x=\pm\frac{7}{2}$

0759 $(x+4)^2=2$이므로 $x+4=\pm\sqrt{2}$

$\therefore$ $x=-4\pm\sqrt{2}$ 답 $x=-4\pm\sqrt{2}$

0760 $(x+1)^2=4$이므로 $x+1=\pm 2$

$\therefore$ $x=-3$ 또는 $x=1$ 답 $x=-3$ 또는 $x=1$

0761 $x^2-6x+3=0$에서 $x^2-6x+\boxed{9}=-3+\boxed{9}$

$(x-\boxed{3})^2=\boxed{6}$ 답 (가) 9 (나) 3 (다) 6

0762 $x^2-2x=4$이므로 $x^2-2x+1=4+1$

$\therefore$ $(x-1)^2=5$ 답 $(x-1)^2=5$

0763 $x^2-4x=-1$이므로 $x^2-4x+4=-1+4$

$\therefore$ $(x-2)^2=3$ 답 $(x-2)^2=3$

0764 양변을 3으로 나누면 $x^2+4x+\frac{4}{3}=0$

$x^2+4x=-\frac{4}{3}$, $x^2+4x+4=-\frac{4}{3}+4$

$\therefore$ $(x+2)^2=\frac{8}{3}$ 답 $(x+2)^2=\frac{8}{3}$

0765 양변에 -1을 곱하면 $x^2+10x-1=0$

$x^2+10x=1$, $x^2+10x+25=1+25$

$\therefore$ $(x+5)^2=26$

답 $(x+5)^2=26$

0766 $a=\left(\frac{10}{2}\right)^2=25$

$x^2+10x+25=(x+5)^2$이므로 $b=5$ 답 $a=25$, $b=5$

0767 $a=\left(\frac{-3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$

$x^2-3x+\frac{9}{4}=\left(x-\frac{3}{2}\right)^2$이므로 $b=-\frac{3}{2}$

답 $a=\frac{9}{4}$, $b=-\frac{3}{2}$

0768 $a=\left(\frac{1}{7}\right)^2=\frac{1}{49}$

$x^2+\frac{2}{7}x+\frac{1}{49}=\left(x+\frac{1}{7}\right)^2$이므로 $b=\frac{1}{7}$

답 $a=\frac{1}{49}$, $b=\frac{1}{7}$

0769 $x^2-2x-5=0$에서 $x^2-2x+\boxed{1}=5+\boxed{1}$

$(x-\boxed{1})^2=\boxed{6}$, $x-\boxed{1}=\boxed{\pm\sqrt{6}}$

$\therefore$ $x=\boxed{1\pm\sqrt{6}}$ 답 (가) 1 (나) 1 (다) 6 (라) $\pm\sqrt{6}$ (마) $1\pm\sqrt{6}$

0770 $x^2-8x+9=0$에서 $x^2-8x+16=-9+16$

$(x-4)^2=7$, $x-4=\pm\sqrt{7}$

$\therefore$ $x=4\pm\sqrt{7}$ 답 $x=4\pm\sqrt{7}$

0771 $x^2+\frac{2}{5}x-1=0$에서 $x^2+\frac{2}{5}x+\frac{1}{25}=1+\frac{1}{25}$

$\left(x+\frac{1}{5}\right)^2=\frac{26}{25}$, $x+\frac{1}{5}=\pm\frac{\sqrt{26}}{5}$

$\therefore$ $x=\frac{-1\pm\sqrt{26}}{5}$ 답 $x=\frac{-1\pm\sqrt{26}}{5}$

0772 $2x^2-4x-3=0$에서 $x^2-2x-\frac{3}{2}=0$

$x^2-2x+1=\frac{3}{2}+1$, $(x-1)^2=\frac{5}{2}$

$x-1=\pm\frac{\sqrt{10}}{2}$ $\therefore$ $x=1\pm\frac{\sqrt{10}}{2}$ 답 $x=1\pm\frac{\sqrt{10}}{2}$

0773 $3x^2-8x+1=0$에서 $x^2-\frac{8}{3}x+\frac{1}{3}=0$

$x^2-\frac{8}{3}x+\frac{16}{9}=-\frac{1}{3}+\frac{16}{9}$, $\left(x-\frac{4}{3}\right)^2=\frac{13}{9}$

$x-\frac{4}{3}=\pm\frac{\sqrt{13}}{3}$ $\therefore$ $x=\frac{4\pm\sqrt{13}}{3}$ 답 $x=\frac{4\pm\sqrt{13}}{3}$

0774 (ㄴ) $5x^2-5x+4=0$ (ㄷ) $-x^2+4=0$

(ㄹ) $-1-\frac{1}{x}=0$ (ㅁ) $-3x-1=0$

이상에서 x에 대한 이차방정식은 (ㄴ), (ㄷ)이다. 답 ③

0775 ⑤ $1-x^2=x-x^2$ $\therefore$ $-x+1=0$ (일차방정식)

답 ⑤

0776 $(2x+1)(x-3)=4x-1$에서

$2x^2-5x-3=4x-1 \qquad \therefore 2x^2-9x-2=0$

따라서 $a=2$, $b=-9$, $c=-2$이므로

$a-b-c=13$ 답 13

0777 $ax^2+4=(x+1)(x-2)$에서 $\qquad (a-1)x^2+x+6=0$

$a-1\neq0$이어야 하므로 $\qquad a\neq1$ 답 ④

0778 ① $(3-1)\times(3+3)\neq0$ ② $(-5)^2+5\neq0$

③ $(-1)^2-(-1)\neq3\times(-1)\times(-1+1)$

④ $2^2-7\times2+6\neq0$ ⑤ $5\times2^2-7\times2-6=0$

답 ⑤

0779 ① $(-1)^2+3\times(-1)-4\neq0$

② $(-1+2)\times(-1-3)\neq4$ ③ $(-1)^2-2\times(-1)+1\neq0$

④ $(-1)^2+7\times(-1)+6=0$ ⑤ $(-1+5)^2\neq36$

답 ④

0780 $x=-2$일 때, $\qquad (-2)^2+2\times(-2)-3\neq0$

$x=-1$일 때, $\qquad (-1)^2+2\times(-1)-3\neq0$

$x=0$일 때, $\qquad -3\neq0$

$x=1$일 때, $\qquad 1^2+2\times1-3=0$

$x=2$일 때, $\qquad 2^2+2\times2-3\neq0$

따라서 해는 $x=1$이다. 답 $x=1$

0781 ① $x=2$일 때, $\qquad 2^2+5\times2+4\neq0$

② $x=-4$일 때, $\qquad -4\times(-4+3)=-4+8$

$x=2$일 때, $\qquad 2\times(2+3)=2+8$

③ $x=-4$일 때, $\qquad (-4)^2-(-4)+10\neq2\times(-4)\times(-4+2)$

④ $x=-4$일 때, $\qquad (-4-1)^2+(-4)-3\neq0$

⑤ $x=-4$일 때, $\qquad (-4+3)^2\neq4$ 답 ②

0782 $3x-4\leq x+2$에서 $\qquad 2x\leq6 \qquad \therefore x\leq3$ … ❶

이때 x는 자연수이므로 $\qquad x=1,\ 2,\ 3$ … ❷

$x=1$일 때, $\qquad 1^2+1-6\neq0$

$x=2$일 때, $\qquad 2^2+2-6=0$

$x=3$일 때, $\qquad 3^2+3-6\neq0$

따라서 해는 $x=2$이다. … ❸

답 $x=2$

채점 기준

❶ 부등식의 해를 구할 수 있다.	30%
❷ 부등식을 만족시키는 자연수 x를 구할 수 있다.	20%
❸ 이차방정식의 해를 구할 수 있다.	50%

0783 $x=1$을 $2x^2-ax-2a+1=0$에 대입하면

$2\times1^2-a\times1-2a+1=0, \qquad -3a+3=0$

$\therefore a=1$ 답 ④

0784 $x=-2$를 $x^2+ax+b=0$에 대입하면

$(-2)^2+a\times(-2)+b=0 \qquad \therefore 2a-b=4$ …… ㉠

$x=3$을 $x^2+ax+b=0$에 대입하면

$3^2+a\times3+b=0 \qquad \therefore 3a+b=-9$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $\qquad a=-1$, $b=-6$

$\therefore a^2+b^2=(-1)^2+(-6)^2=37$ 답 37

0785 $x=1$을 $3x^2-2x-a=0$에 대입하면

$3\times1^2-2\times1-a=0 \qquad \therefore a=1$

$x=3$을 $4x^2-11x-b=0$에 대입하면

$4\times3^2-11\times3-b=0 \qquad \therefore b=3$ 답 $a=1$, $b=3$

0786 $x=\frac{1}{2}$을 $x^2-4x+a=0$에 대입하면

$\left(\frac{1}{2}\right)^2-4\times\frac{1}{2}+a=0 \qquad \therefore a=\frac{7}{4}$

$x=\frac{1}{2}$을 $2x^2+bx-1=0$에 대입하면

$2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2+b\times\frac{1}{2}-1=0 \qquad \therefore b=1$

$\therefore a+b=\frac{11}{4}$ 답 ④

0787 ① $x=\alpha$를 $x^2-5x+3=0$에 대입하면

$\alpha^2-5\alpha+3=0$ …… ㉠

② $4+5\alpha-\alpha^2=4-(\alpha^2-5\alpha)=4-(-3)=7$

③ $2\alpha^2-10\alpha=2(\alpha^2-5\alpha)=2\times(-3)=-6$

④ $3\alpha^2-15\alpha+10=3(\alpha^2-5\alpha)+10=3\times(-3)+10=1$

⑤ ㉠의 양변을 α로 나누면 $\qquad \alpha-5+\frac{3}{\alpha}=0 \qquad \therefore \alpha+\frac{3}{\alpha}=5$

$x=0$일 때, $0^2-5\times0+3\neq0$이므로 $\quad \alpha\neq0$

답 ④

0788 $\alpha^2+4\alpha-1=0$의 양변을 α로 나누면

$\alpha+4-\frac{1}{\alpha}=0 \qquad \therefore \alpha-\frac{1}{\alpha}=-4$ 답 ①

0789 $k^2+k-1=0$이므로

$k^5+k^4-k^3+k^2+k+5=k^3(k^2+k-1)+(k^2+k-1)+6$

$=k^3\times0+0+6=6$ 답 ④

0790 $2a^2+3a-1=0$, $b^2-2b-5=0$이므로

$2a^2+3a=1$, $b^2-2b=5$

$\therefore 2a^2-b^2+3a+2b+5=2a^2+3a-(b^2-2b)+5$

$=1-5+5=1$ 답 1

0791 $\alpha^2-\alpha-1=0$이므로 $\qquad 1+\alpha=\alpha^2$, $1-\alpha^2=-\alpha$

$\therefore \frac{\alpha^2}{1+\alpha}-\frac{3\alpha}{1-\alpha^2}=\frac{\alpha^2}{\alpha^2}-\frac{3\alpha}{-\alpha}=1+3=4$ 답 ⑤

0792 $x^2+7x+2=11x+1$에서 $\qquad x^2-4x+1=0$

따라서 $a^2-4a+1=0$의 양변을 a로 나누면

$a-4+\frac{1}{a}=0 \qquad \therefore a+\frac{1}{a}=4$ … ❶

$\therefore a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2=4^2-2=14$ … ❷

답 14

채점 기준

❶ $\alpha+\frac{1}{\alpha}$의 값을 구할 수 있다.	50%
❷ $\alpha^2+\frac{1}{\alpha^2}$의 값을 구할 수 있다.	50%

0793 ① $x=-4$ 또는 $x=-\frac{1}{3}$

② $x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=4$ ③ $x=-4$ 또는 $x=\frac{1}{3}$

④ $x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=4$ ⑤ $x=0$ 또는 $x=4$ 답 ③

0794 $(x+2)(x-3)=0$에서 $x=-2$ 또는 $x=3$
따라서 $\alpha=-2$, $\beta=3$ 또는 $\alpha=3$, $\beta=-2$이므로
$\alpha^2+\beta^2=(-2)^2+3^2=13$ 답 13

0795 ①, ③, ④, ⑤ $x=-\frac{1}{4}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

② $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{4}$ 답 ②

0796 ① $x=0$ 또는 $x=-4$이므로 $0-4=-4$
② $x=-1$ 또는 $x=4$이므로 $-1+4=3$
③ $x=1$ 또는 $x=3$이므로 $1+3=4$
④ $x=-6$ 또는 $x=2$이므로 $-6+2=-4$
⑤ $x=-5$ 또는 $x=-1$이므로 $-5-1=-6$ 답 ③

0797 $(x+1)(x-5)=0$에서 $x=-1$ 또는 $x=5$
$(3x+1)(x-5)=0$에서 $x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=5$ … ❶
따라서 $\alpha=5$, $\beta=-1$이므로 … ❷
$\alpha^2-\beta^2=5^2-(-1)^2=24$ … ❸
답 24

채점 기준

❶ 두 이차방정식의 근을 구할 수 있다.	40%
❷ α, β의 값을 구할 수 있다.	40%
❸ $\alpha^2-\beta^2$의 값을 구할 수 있다.	20%

0798 $x^2+13x-90=0$에서 $(x+18)(x-5)=0$
$\therefore x=-18$ 또는 $x=5$ 답 ①

0799 $x^2=6x-8$이므로 $x^2-6x+8=0$
$(x-2)(x-4)=0$ $\therefore x=2$ 또는 $x=4$
따라서 $A=2+4=6$, $B=|2-4|=2$이므로
$A-2B=6-2\times2=2$ 답 ④

0800 $(x+4)(x-1)=-2(x+3)-2$에서
$x^2+3x-4=-2x-8$, $x^2+5x+4=0$
$(x+4)(x+1)=0$ $\therefore x=-4$ 또는 $x=-1$
$\therefore a=-4$, $b=-1$ ($\because a<b$)
따라서 $x^2+ax+a+b=0$, 즉 $x^2-4x-5=0$에서
$(x+1)(x-5)=0$ $\therefore x=-1$ 또는 $x=5$
답 $x=-1$ 또는 $x=5$

0801 $2A=3B$에서 $2(x^2+5x+6)=3(x^2-2x-8)$
$2x^2+10x+12=3x^2-6x-24$
$x^2-16x-36=0$, $(x+2)(x-18)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=18$
이때 $x^2+5x+6\neq0$에서 $(x+2)(x+3)\neq0$
$\therefore x\neq-2$이고 $x\neq-3$
따라서 조건을 만족시키는 x의 값은 18이다. 답 18

0802 $3x^2-2x-1=0$에서 $(3x+1)(x-1)=0$
$\therefore x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=1$

$a>b$이므로 $a=1$, $b=-\frac{1}{3}$ $\therefore a-b=\frac{4}{3}$ 답 ④

0803 $2x^2+5x-3=0$에서 $(x+3)(2x-1)=0$
$x=-3$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

따라서 -3과 $\frac{1}{2}$ 사이에 있는 정수는 -2, -1, 0이므로 구하는 합은 -3이다. 답 -3

0804 $2(x-1)(2x-1)=1-x^2$에서
$4x^2-6x+2=1-x^2$, $5x^2-6x+1=0$
$(5x-1)(x-1)=0$ $\therefore x=\frac{1}{5}$ 또는 $x=1$ 답 ④

0805 $3k^2-k^2-10k+3k-4=0$에서 $2k^2-7k-4=0$
$(2k+1)(k-4)=0$ $\therefore k=-\frac{1}{2}$ 또는 $k=4$
k는 양수이므로 $k=4$ 답 ①

0806 $4(2a-1)-2a(a+1)+a+1=0$이므로
$2a^2-7a+3=0$, $(2a-1)(a-3)=0$ … ❶
$\therefore a=\frac{1}{2}$ 또는 $a=3$

그런데 $2a-1\neq0$, 즉 $a\neq\frac{1}{2}$이어야 하므로 $a=3$ … ❷
답 3

채점 기준

❶ a에 대한 이차방정식을 세울 수 있다.	40%
❷ a의 값을 구할 수 있다.	60%

0807 $4-4a-a+11=0$이므로 $a=3$
즉 $x^2+6x+8=0$이므로 $(x+4)(x+2)=0$
$\therefore x=-4$ 또는 $x=-2$
따라서 $b=-4$이므로 $a+b=-1$ 답 ⑤

0808 $9+3a-6=0$이므로 $a=-1$
즉 $x^2-x-6=0$이므로 $(x+2)(x-3)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=3$
따라서 $b=-2$이므로 $a-b=1$ 답 1

0809 $x^2-2ax+6=0$의 한 해가 $x=-2$이므로
$4+4a+6=0$ $\therefore a=-\frac{5}{2}$

즉 $x^2+5x+6=0$이므로 $(x+2)(x+3)=0$

$\therefore b=-3$

$\therefore a+b=-\frac{11}{2}$ 답 ①

0810 $4(a-1)-2(a^2+1)+2(a+1)=0$이므로

$a^2-3a+2=0,\quad (a-1)(a-2)=0$

$\therefore a=1$ 또는 $a=2$

그런데 $a-1\neq 0$, 즉 $a\neq 1$이어야 하므로 $a=2$

즉 $x^2-5x+6=0$이므로 $(x-2)(x-3)=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=3$

따라서 $b=3$이므로 $ab=6$ 답 ③

0811 (1) $x=-1$을 $ax^2+(2-a)x+5-a^2=0$에 대입하면

$a-2+a+5-a^2=0,\quad a^2-2a-3=0$

$(a+1)(a-3)=0$

$\therefore a=3$ ($\because a>0$) …❶

(2) $a=3$을 주어진 이차방정식에 대입하면

$3x^2-x-4=0,\quad (x+1)(3x-4)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=\frac{4}{3}$ …❷

따라서 다른 한 근은 $x=\frac{4}{3}$이다. …❸

답 (1) 3 (2) $x=\frac{4}{3}$

채점 기준

❶ a의 값을 구할 수 있다.	50%
❷ 이차방정식의 두 근을 구할 수 있다.	30%
❸ 다른 한 근을 구할 수 있다.	20%

0812 $x^2-5x+4=0$에서 $(x-1)(x-4)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=4$

따라서 $x^2-x-a=0$의 한 근이 $x=4$이므로

$16-4-a=0\quad \therefore a=12$ 답 ⑤

0813 $x^2+2x-3=0$에서 $(x+3)(x-1)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=1$

따라서 $x^2+ax+a-3=0$의 한 근이 $x=-3$이므로

$9-3a+a-3=0\quad \therefore a=3$ 답 3

0814 $x(x-3)=18$에서 $x^2-3x-18=0$

$(x+3)(x-6)=0\quad \therefore x=-3$ 또는 $x=6$ …❶

따라서 $2x^2+(k+1)x+2k=0$의 한 근이 $x=-3$이므로

$18-3(k+1)+2k=0\quad \therefore k=15$ …❷

답 15

채점 기준

❶ $x(x-3)=18$의 해를 구할 수 있다.	50%
❷ k의 값을 구할 수 있다.	50%

0815 $2x^2-5x=3$에서 $2x^2-5x-3=0$

$(2x+1)(x-3)=0\quad \therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=3$

따라서 $x^2-(m-2)x+m+3=0$의 한 근이 $x=3$이므로

$9-3(m-2)+m+3=0\quad \therefore m=9$

또 $4x^2-nx-3=0$의 한 근이 $x=-\frac{1}{2}$이므로

$1+\frac{1}{2}n-3=0\quad \therefore n=4$

$\therefore m-n=5$ 답 ③

0816 $25+10a-5=0$이므로 $a=-2$

즉 $x^2+4x-5=0$이므로 $(x+5)(x-1)=0$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=1$

따라서 $x^2+(b-2)x-3b=0$의 한 근이 $x=1$이므로

$1+b-2-3b=0\quad \therefore b=-\frac{1}{2}$

$\therefore ab=1$ 답 1

0817 ② $3(x+2)(x+6)=0\quad \therefore x=-6$ 또는 $x=-2$

④ $(x+1)(x-1)=0\quad \therefore x=-1$ 또는 $x=1$

답 ②, ④

0818 (ㄴ) $(x-6)^2=0\quad \therefore x=6$ (중근)

(ㄹ) $(x+1)^2=0\quad \therefore x=-1$ (중근)

이상에서 중근을 갖는 이차방정식은 (ㄴ), (ㄹ)이다. 답 ③

0819 중근 $x=-2$를 해로 갖고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x+2)^2=0$, 즉 $x^2+4x+4=0$

따라서 $a=4$, $b=4$이므로 $a+b=8$ 답 8

0820 $(x-2)(x+a)=b$에서 $x^2+(a-2)x-2a-b=0$

이때 중근 $x=3$을 해로 갖고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x-3)^2=0$, 즉 $x^2-6x+9=0$

이므로 $a-2=-6,\ -2a-b=9$

$\therefore a=-4,\ b=-1$

$\therefore ab=4$ 답 ⑤

0821 $5-2k=\left(\frac{2}{2}\right)^2=1$이므로 $k=2$ 답 ②

0822 $9=\left(\frac{a}{2}\right)^2$이므로 $a^2=36$

$\therefore a=-6$ 또는 $a=6$ 답 ①, ⑤

0823 $x^2+2ax-8a+20=0$에서 $-8a+20=\left(\frac{2a}{2}\right)^2$

$a^2+8a-20=0,\quad (a+10)(a-2)=0$

$\therefore a=-10$ 또는 $a=2$

따라서 a의 값의 합은 -8이다. 답 ①

0824 $x^2+8x+3a+4=0$이 중근을 가지므로

$3a+4=\left(\frac{8}{2}\right)^2=16\quad \therefore a=4$

즉 $x^2+8x+16=0$이므로 $(x+4)^2=0\quad \therefore x=-4$ (중근)

따라서 $b=-4$이므로 $a-b=8$ 답 8

0825 $x^2-(a+b)x+ab=0$이 중근을 가지므로

$ab=\left(-\frac{a+b}{2}\right)^2$, $\quad ab=\frac{a^2+2ab+b^2}{4}$

$a^2-2ab+b^2=0$, $\quad (a-b)^2=0$

$\therefore a-b=0$ 답 ②

0826 $x^2+6x-m=0$이 중근을 가지므로

$-m=\left(\frac{6}{2}\right)^2=9 \quad \therefore m=-9$ …❶

즉 $-3x^2+14x-15=0$이므로 $\quad 3x^2-14x+15=0$

$(3x-5)(x-3)=0 \quad \therefore x=\frac{5}{3}$ 또는 $x=3$ …❷

따라서 두 근의 곱은 $\quad \frac{5}{3}\times3=5$ …❸ 답 5

채점 기준

❶ m의 값을 구할 수 있다.	40%
❷ $(m+6)x^2+14x-15=0$의 해를 구할 수 있다.	40%
❸ 두 근의 곱을 구할 수 있다.	20%

0827 $x^2+7x+10=0$에서 $\quad (x+5)(x+2)=0$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=-2$

$5x^2+7x-6=0$에서 $\quad (x+2)(5x-3)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=\frac{3}{5}$

따라서 공통인 근은 $x=-2$이다. 답 $x=-2$

0828 $x=-1$은 두 이차방정식의 공통인 근이므로

$1+a-4=0$에서 $\quad a=3$

$1-(b-1)+3b=0$에서 $\quad b=-1$

$\therefore ab=-3$ 답 ①

0829 $x=8$은 두 이차방정식의 공통인 근이므로

$128-120+a=0$에서 $\quad a=-8$

$64-8b-24=0$에서 $\quad b=5$ …❶

$2x^2-15x-8=0$에서 $\quad (2x+1)(x-8)=0$

$\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=8 \quad \therefore p=-\frac{1}{2}$

$x^2-5x-24=0$에서 $\quad (x+3)(x-8)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=8 \quad \therefore q=-3$ …❷

$\therefore 2p+q=-4$ …❸ 답 -4

채점 기준

❶ a, b의 값을 구할 수 있다.	40%
❷ p, q의 값을 구할 수 있다.	40%
❸ $2p+q$의 값을 구할 수 있다.	20%

0830 $x^2+x-12=0$에서 $\quad (x+4)(x-3)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=3$ …❶

$x^2-8x+15=0$에서 $\quad (x-3)(x-5)=0$

$\therefore x=3$ 또는 $x=5$ …❷

따라서 두 이차방정식의 공통인 근이 $x=3$이므로

$18-3a+2-a=0 \quad \therefore a=5$ …❸

답 5

채점 기준

❶ $x^2+x-12=0$의 해를 구할 수 있다.	30%
❷ $x^2-8x+15=0$의 해를 구할 수 있다.	30%
❸ a의 값을 구할 수 있다.	40%

0831 $m=\left(\frac{-4}{2}\right)^2=4$

$x^2-10x+21=0$에서 $\quad (x-3)(x-7)=0$

$\therefore x=3$ 또는 $x=7$

$2x^2-13x-7=0$에서 $\quad (2x+1)(x-7)=0$

$\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=7$

따라서 공통인 근은 $x=7$이다. 답 ⑤

0832 $x^2+(a-2)x-a+1=0$에서

$(x-1)(x+a-1)=0 \quad \therefore x=1$ 또는 $x=-a+1$

$x^2-(a+4)x+4a=0$에서

$(x-4)(x-a)=0 \quad \therefore x=4$ 또는 $x=a$

(i) 공통인 근이 $x=1$일 때, $\quad a=1$

(ii) 공통인 근이 $x=4$일 때, $\quad -a+1=4 \quad \therefore a=-3$

(iii) 공통인 근이 $x=a$ 또는 $x=-a+1$일 때, $\quad -a+1=a$

$\therefore a=\frac{1}{2}$

이상에서 a의 값의 합은 $-\frac{3}{2}$이다. 답 $-\frac{3}{2}$

0833 $(x-1)^2=3$이므로 $\quad x-1=\pm\sqrt{3} \quad \therefore x=1\pm\sqrt{3}$

따라서 $a=1$, $b=3$이므로 $\quad a+b=4$ 답 ③

0834 $(x+a)^2=6$이므로 $\quad x+a=\pm\sqrt{6} \quad \therefore x=-a\pm\sqrt{6}$

따라서 $a=2$, $b=6$이므로 $\quad b-a=4$ 답 ④

0835 $(x+a)^2=\frac{b}{4}$이므로 $\quad x+a=\pm\sqrt{\frac{b}{4}}$

$\therefore x=-a\pm\sqrt{\frac{b}{4}}$ …❶

따라서 $-a=2$, $\frac{b}{4}=3$이므로 $\quad a=-2$, $b=12$ …❷

$\therefore a+b=10$ …❸ 답 10

채점 기준

❶ 이차방정식의 해를 구할 수 있다.	50%
❷ a, b의 값을 구할 수 있다.	40%
❸ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	10%

0836 $(x+3)^2=q$이므로 $\quad x+3=\pm\sqrt{q} \quad \therefore x=-3\pm\sqrt{q}$

주어진 이차방정식의 한 근이 $x=\sqrt{3}-3$이므로 $\quad q=3$

따라서 다른 한 근은 $x=-3-\sqrt{3}$이다. 답 ①

다른 풀이 $x=\sqrt{3}-3$을 $(x+3)^2=q$에 대입하면

$q=(\sqrt{3}-3+3)^2=3$

즉 $(x+3)^2=3$이므로 $\quad x=-3\pm\sqrt{3}$

0837 $(x-3)^2=5k$이므로 $\quad x-3=\pm\sqrt{5k}$

$\therefore x=3\pm\sqrt{5k}$

이때 서로 다른 두 근이 정수가 되려면

$5k=1, 4, 9, 16, 25, \cdots$

$\therefore k=\frac{1}{5}, \frac{4}{5}, \frac{9}{5}, \frac{16}{5}, 5, \cdots$

따라서 자연수 k의 최솟값은 5이다. 답 5

0838 (ㄷ) $(x+p)^2=q$에서 $x=-p\pm\sqrt{q}$이므로 이차방정식 $(x+p)^2=q$의 두 근의 절댓값은 다르다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ)이다. 답 ③

0839 $k>0$이면 서로 다른 두 근을 갖고, $k=0$이면 중근을 가지므로 해를 가질 조건은 $k\ge 0$ 답 ③

0840 $3x^2+4x+\frac{a+5}{9}=0$에서

$3\left(x+\frac{2}{3}\right)^2=\frac{7-a}{9}$

이 이차방정식이 서로 다른 두 근을 가지려면

$\frac{7-a}{9}>0 \qquad \therefore a<7$

따라서 정수 a의 최댓값은 6이다. 답 6

0841 $x^2+6x-2=0$에서 $\quad x^2+6x=2$

$x^2+6x+9=2+9 \qquad \therefore (x+3)^2=11$

따라서 $p=3$, $q=11$이므로 $\quad p+q=14$ 답 ⑤

0842 $2x^2-6x+1=0$의 양변을 2로 나누면

$x^2-3x+\frac{1}{2}=0, \quad x^2-3x=-\frac{1}{2}$

$x^2-3x+\frac{9}{4}=-\frac{1}{2}+\frac{9}{4} \qquad \therefore \left(x-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{7}{4}$

$\therefore k=\frac{7}{4}$ 답 $\frac{7}{4}$

0843 $x^2+px+a=(x+b)^2=x^2+2bx+b^2$

$\therefore p=2b, a=b^2$

이때 $a+b=6$, 즉 $a=6-b$이므로

$6-b=b^2, \qquad (b+3)(b-2)=0$

$\therefore b=-3$ 또는 $b=2$

(i) $b=-3$일 때, $\quad p=-6$

(ii) $b=2$일 때, $\quad p=4$

(i), (ii)에서 $p>0$이므로 $\quad p=4$ 답 4

0844 $3(x+1)(x-3)=4x(x+2)$에서 $\quad x^2+14x=-9$

$x^2+14x+49=-9+49 \qquad \therefore (x+7)^2=40$

따라서 $a=7$, $b=40$이므로 $\quad b-a=33$ 답 33

0845 $x^2+7x=5$이므로 $\quad x^2+7x+\frac{49}{4}=5+\frac{49}{4}$

$\left(x+\frac{7}{2}\right)^2=\frac{69}{4}, \qquad x+\frac{7}{2}=\pm\sqrt{\frac{69}{4}}$

$\therefore x=-\frac{7}{2}\pm\sqrt{\frac{69}{4}}$

따라서 $A=\frac{49}{4}$, $B=\frac{7}{2}$, $C=\frac{69}{4}$이므로

$A-B+C=26$ 답 ③

0846 ① $x=\pm 2$ ② $x=-3$ 또는 $x=1$

③ $x=1$ 또는 $x=5$

④ $2x^2+5x-1=0$에서 $\quad x^2+\frac{5}{2}x-\frac{1}{2}=0$

$x^2+\frac{5}{2}x+\frac{25}{16}=\frac{1}{2}+\frac{25}{16}, \qquad \left(x+\frac{5}{4}\right)^2=\frac{33}{16}$

$x+\frac{5}{4}=\pm\frac{\sqrt{33}}{4} \qquad \therefore x=\frac{-5\pm\sqrt{33}}{4}$

⑤ $4x^2-4x+1=3x^2-2x$에서 $\quad x^2-2x+1=0$

$(x-1)^2=0 \qquad \therefore x=1$ (중근) 답 ④

0847 ③ $x^2+x-1=0$에서 $\quad x^2+x+\frac{1}{4}=1+\frac{1}{4}$

$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{5}{4}, \qquad x+\frac{1}{2}=\pm\frac{\sqrt{5}}{2}$

$\therefore x=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$ 답 ③

0848 $3x^2-8x+2=0$에서 $\quad x^2-\frac{8}{3}x=-\frac{2}{3}$

$x^2-\frac{8}{3}x+\frac{16}{9}=-\frac{2}{3}+\frac{16}{9}, \qquad \left(x-\frac{4}{3}\right)^2=\frac{10}{9}$

$x-\frac{4}{3}=\pm\frac{\sqrt{10}}{3} \qquad \therefore x=\frac{4\pm\sqrt{10}}{3}$ … ❶

따라서 $a=4$, $b=10$이므로 … ❷

$ab=40$ … ❸ 답 40

채점 기준

❶ $3x^2-8x+2=0$의 해를 구할 수 있다.	60%
❷ a, b의 값을 구할 수 있다.	20%
❸ ab의 값을 구할 수 있다.	20%

0849 $x^2-2x-3=0$에서 $\quad x^2-2x+1=3+1$

$(x-1)^2=4 \qquad \therefore a=-1, b=4$

$(x-1)^2=4$에서 $\quad x-1=\pm 2 \qquad \therefore x=-1$ 또는 $x=3$

$\therefore c=-1, d=3$

$\therefore ad+bc=-1\times 3+4\times(-1)=-7$ 답 ②

0850 $2x^2-8x+3=0$에서 $\quad x^2-4x+\frac{3}{2}=0$

$x^2-4x+4=-\frac{3}{2}+4, \qquad (x-2)^2=\frac{5}{2}$

$x-2=\pm\sqrt{\frac{5}{2}} \qquad \therefore x=2\pm\sqrt{\frac{5}{2}}=\frac{4\pm\sqrt{10}}{2}$ … ❶

따라서 $a=2$, $b=4$, $c=10$일 때, $a+b+c$의 값이 최소이므로 구하는 값은 16이다. … ❷

답 16

채점 기준

❶ $2x^2-8x+3=0$의 해를 구할 수 있다.	50%
❷ $a+b+c$의 최솟값을 구할 수 있다.	50%

0851 전략 주어진 해를 각각의 이차방정식에 대입한다.

풀이 $x=-1$을 $x^2+2mx+n=0$에 대입하면

$1-2m+n=0 \qquad \therefore 2m-n=1 \qquad \cdots\cdots ㉠$

$x=-2$를 $x^2-3mx-4n=0$에 대입하면

$4+6m-4n=0 \qquad \therefore 3m-2n=-2 \qquad \cdots\cdots ㉡$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $\quad m=4,\ n=7$

$\therefore m+n=11$

답 ④

0852 전략 주어진 이차방정식에 $x=k$를 대입하여 정리한다.

풀이 $3k^2-(2a+1)k-3=0$의 양변을 k로 나누면

$$3k-(2a+1)-\frac{3}{k}=0 \qquad \therefore k-\frac{1}{k}=\frac{2a+1}{3}$$

즉 $\dfrac{2a+1}{3}=a$이므로 $\quad 2a+1=3a \qquad \therefore a=1$

답 ③

0853 전략 $f(x)=ax^2+bx+c\ (a\neq0)$로 놓고 조건을 만족시키는 $f(x)$를 구한다.

풀이 $f(x)=ax^2+bx+c\ (a\neq0)$로 놓으면

$$\begin{aligned}f(x+1)-f(x)&=a(x+1)^2+b(x+1)+c-(ax^2+bx+c)\\&=2ax+a+b\end{aligned}$$

즉 $2ax+a+b=2x-2$이므로

$2a=2,\ a+b=-2$

$\therefore a=1,\ b=-3$

$f(0)=2$에서 $\quad c=2$

따라서 $f(x)=x^2-3x+2$이므로 $f(x)=2x+2$에서

$x^2-3x+2=2x+2, \qquad x^2-5x=0$

$x(x-5)=0 \qquad \therefore x=0$ 또는 $x=5$

답 $x=0$ 또는 $x=5$

0854 전략 주어진 이차방정식의 해를 구한 후 각 경우에 해당되는 주사위 눈의 수의 순서쌍을 구한다.

풀이 $x^2-7x+10=0$에서 $\quad (x-2)(x-5)=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=5$

(i) $x=2$일 때, 두 개의 주사위 눈의 수의 순서쌍은

$(1,\ 3),\ (2,\ 4),\ (3,\ 5),\ (4,\ 6),\ (6,\ 4),\ (5,\ 3),$
$(4,\ 2),\ (3,\ 1)$의 8개

(ii) $x=5$일 때, 두 개의 주사위 눈의 수의 순서쌍은

$(1,\ 6),\ (6,\ 1)$의 2개

(i), (ii)에서 구하는 확률은 $\quad \dfrac{8+2}{36}=\dfrac{5}{18}$

답 ④

0855 전략 곱해서 -6이 되는 두 정수를 찾는다.

풀이 이차방정식 $x^2+mx-6=0$의 두 근이

(i) $x=-6$ 또는 $x=1$일 때, 두 근 중 한 근 $x=1$을 대입하면

$1+m-6=0 \qquad \therefore m=5$

(ii) $x=-3$ 또는 $x=2$일 때, 두 근 중 한 근 $x=2$를 대입하면

$4+2m-6=0 \qquad \therefore m=1$

(iii) $x=-2$ 또는 $x=3$일 때, 두 근 중 한 근 $x=-2$를 대입하면

$4-2m-6=0 \qquad \therefore m=-1$

(iv) $x=-1$ 또는 $x=6$일 때, 두 근 중 한 근 $x=-1$을 대입하면

$1-m-6=0 \qquad \therefore m=-5$

이상에서 m의 값이 될 수 없는 것은 ②이다.

답 ②

0856 전략 이차방정식의 이차항의 계수는 0이 아님을 이용한다.

풀이 $(a^2-4a-5)x^2+(a-1)x-1=0$이 x에 대한 이차방정식이 되려면

$a^2-4a-5\neq0, \qquad (a+1)(a-5)\neq0$

$\therefore a\neq-1$이고 $a\neq5$

답 ④

0857 전략 주어진 이차방정식의 x의 계수와 상수항을 바꾼 후 $x=2$를 대입한다.

풀이 주어진 이차방정식의 x의 계수와 상수항을 바꾸면

$x^2+3ax+a+3=0$

$x=2$를 $x^2+3ax+a+3=0$에 대입하면

$4+6a+a+3=0 \qquad \therefore a=-1$

따라서 $x^2+2x-3=0$이므로 $\quad (x+3)(x-1)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=1$

답 $x=-3$ 또는 $x=1$

0858 전략 $3\le x<4$일 때, $[x]=3$임을 이용한다.

풀이 $[x]=3$이므로 주어진 방정식은

$3x^2-7x-10=0, \qquad (x+1)(3x-10)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=\dfrac{10}{3}$

이때 $3\le x<4$이므로 $\quad x=\dfrac{10}{3}$

답 $x=\dfrac{10}{3}$

0859 전략 연립방정식 $\begin{cases}ax+by=c\\a'x+b'y=c'\end{cases}$의 해가 존재하지 않으려면 $\dfrac{a}{a'}=\dfrac{b}{b'}\neq\dfrac{c}{c'}$임을 이용한다.

풀이 연립방정식 $\begin{cases}(a-1)x+y=1\\x+(5-2a)y=1\end{cases}$의 해가 존재하지 않으므로

$$\frac{a-1}{1}=\frac{1}{5-2a}\neq1 \qquad \cdots\cdots ㉠$$

$(a-1)(5-2a)=1, \qquad 2a^2-7a+6=0$

$(2a-3)(a-2)=0 \qquad \therefore a=\dfrac{3}{2}$ 또는 $a=2$

(i) $a=\dfrac{3}{2}$일 때, $a-1=\dfrac{3}{2}-1\neq1$이므로 ㉠을 만족시킨다.

(ii) $a=2$일 때, $a-1=2-1=1$이므로 ㉠을 만족시키지 않는다.

(i), (ii)에서 $\quad a=\dfrac{3}{2}$

답 $\dfrac{3}{2}$

SSEN 보충학습

연립방정식 $\begin{cases}ax+by=c\\a'x+b'y=c'\end{cases}$이

① 오직 한 쌍의 해를 갖는다. ➡ $\dfrac{a}{a'}\neq\dfrac{b}{b'}$

② 무수히 많은 해를 갖는다. ➡ $\dfrac{a}{a'}=\dfrac{b}{b'}=\dfrac{c}{c'}$

③ 해를 갖지 않는다. ➡ $\dfrac{a}{a'}=\dfrac{b}{b'}\neq\dfrac{c}{c'}$

0860 전략 $f(n)=\frac{n}{n-1}\times\frac{n}{n+1}$임을 이용하여 a의 값을 구한 후, 주어진 이차방정식에 대입한다.

풀이 $f(n)=\frac{n}{n-1}\times\frac{n}{n+1}$이므로

$a=f(2)\times f(3)\times f(4)\times\cdots\times f(2015)$

$=\frac{2}{1}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{2}\times\frac{3}{4}\times\frac{4}{3}\times\frac{4}{5}\times\cdots\times\frac{2015}{2014}\times\frac{2015}{2016}$

$=\frac{2015}{1008}$

따라서 $2015x^2-x-2014=0$에서

$(2015x+2014)(x-1)=0$

$\therefore x=-\frac{2014}{2015}$ 또는 $x=1$

따라서 해가 될 수 있는 것은 ③이다.

답 ③

0861 전략 먼저 $x=10-3a$를 주어진 이차방정식에 대입하여 자연수 a의 값을 구한다.

풀이 $(10-3a)^2-10(10-3a)+a^2=0$이므로

$a^2-3a=0,\quad a(a-3)=0$

$\therefore a=3$ ($\because a$는 자연수)

즉 $x^2-4x-12=0$이므로 $\quad (x+2)(x-6)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=6$

따라서 두 근의 곱은 -12이다.

답 ②

0862 전략 주어진 근을 이차방정식에 대입하여 다른 한 근을 구한다.

풀이 $x=6$을 $x^2+2ax-12=0$에 대입하면

$36+12a-12=0\quad \therefore a=-2$

따라서 $x^2-4x-12=0$에서

$(x+2)(x-6)=0\quad \therefore x=-2$ 또는 $x=6$

$x=-2$가 $2x^2+(b-2)x+5b=0$의 한 근이므로

$8-2(b-2)+5b=0\quad \therefore b=-4$

$\therefore a+b=-6$

답 -6

0863 전략 조건을 만족시키는 두 자리 자연수 b를 구한다.

풀이 $x^2+ax+4b=0$이 중근을 가지려면

$4b=\left(\frac{a}{2}\right)^2\quad \therefore a^2=16b=4^2b$

따라서 b는 제곱수이어야 하고, b가 최대일 때 a가 최대가 된다.

두 자리 자연수 중 가장 큰 제곱수는 81이므로 $\quad b=81$

$\therefore a^2=4^2\times81=(4\times9)^2=36^2$

$\therefore a=36$

답 ③

0864 전략 $x^2+ax+b=0$이 $x=-7$을 중근으로 가짐을 이용한다.

풀이 $x^2+ax+b=0$이 $x=-7$을 중근으로 가지므로

$(x+7)^2=0,\quad x^2+14x+49=0$

$\therefore a=14,\ b=49$

또 $x^2+px+21=0$의 한 근이 $x=-7$이므로

$49-7p+21=0\quad \therefore p=10$

$\therefore a-b+p=-25$

답 -25

0865 전략 k의 값을 이차방정식에 대입한 후, 근을 구한다.

풀이 ① $(x-2)^2=9$이므로 $\quad x-2=\pm3$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=5$

② $(x-2)^2=8$이므로 $\quad x-2=\pm2\sqrt{2}\quad \therefore x=2\pm2\sqrt{2}$

③ $(x-2)^2=5$이므로 $\quad x-2=\pm\sqrt{5}\quad \therefore x=2\pm\sqrt{5}$

④ $(x-2)^2=1$이므로 $\quad x-2=\pm1\quad \therefore x=1$ 또는 $x=3$

⑤ $(x-2)^2=-1$이므로 근이 존재하지 않는다.

답 ④

0866 전략 완전제곱식을 이용하여 주어진 이차방정식의 근을 구한다.

풀이 $x^2-2ax+b=0$에서 $\quad x^2-2ax=-b$

$x^2-2ax+a^2=a^2-b,\quad (x-a)^2=a^2-b$

$x-a=\pm\sqrt{a^2-b}\quad \therefore x=a\pm\sqrt{a^2-b}$

따라서 $a\pm\sqrt{a^2-b}=3\pm2\sqrt{5}=3\pm\sqrt{20}$이므로

$a=3,\ a^2-b=20\quad \therefore a=3,\ b=-11$

$\therefore a+b=-8$

답 ⑤

0867 전략 $x=1$을 주어진 이차방정식에 대입하여 a, b 사이의 관계를 식으로 나타낸다.

풀이 $x=1$을 $x^2+a(b-2)x-b-1=0$에 대입하면

$1+ab-2a-b-1=0$

$\therefore (a-1)(b-2)=2$ … ❶

이때 a, b는 자연수이므로

$a-1=1,\ b-2=2$ 또는 $a-1=2,\ b-2=1$

$\therefore a=2,\ b=4$ 또는 $a=3,\ b=3$ … ❷

$\therefore a+b=6$ … ❸

답 6

채점 기준

❶ a, b 사이의 관계를 식으로 나타낼 수 있다.	50%
❷ a, b의 값을 구할 수 있다.	30%
❸ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	20%

0868 전략 $y=ax+b$의 그래프가 제1사분면을 지나지 않으려면 $a<0,\ b\le0$이어야 한다.

풀이 $y=mx-(2m+5)$에 $x=m-1,\ y=m$을 대입하면

$m=m(m-1)-(2m+5),\quad m^2-4m-5=0$

$(m+1)(m-5)=0\quad \therefore m=-1$ 또는 $m=5$ … ❶

이때 일차함수 $y=mx-(2m+5)$의 그래프가 제1사분면을 지나지 않으려면 $\quad m<0,\ -(2m+5)\le0$

$\therefore -\frac{5}{2}\le m<0$ … ❷

$\therefore m=-1$ … ❸

답 -1

채점 기준

❶ m에 대한 이차방정식의 해를 구할 수 있다.	40%
❷ m의 값의 범위를 구할 수 있다.	40%
❸ m의 값을 구할 수 있다.	20%

0869 전략 $AB=0$이면 $A=0$ 또는 $B=0$임을 이용한다.

풀이 (1) $x^2-xy-6y^2=0$에서 $\quad (x+2y)(x-3y)=0$

$x+2y=0$ 또는 $x-3y=0$

$\therefore x=-2y$ 또는 $x=3y$

그런데 $xy<0$이므로 $\quad x=-2y$ … ❶

(2) $x=-2y$이므로

$$\frac{2y}{x}+\frac{x}{y}=\frac{2y}{-2y}+\frac{-2y}{y}$$

$$=-1-2=-3$$ … ❷

답 (1) $x=-2y$ (2) -3

채점 기준

❶ x를 y에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	60%
❷ $\frac{2y}{x}+\frac{x}{y}$의 값을 구할 수 있다.	40%

0870 전략 인수분해를 이용하여 두 식을 풀어 x의 값을 구한다.

풀이 $x^2+3x-18\neq0$에서 $\quad (x+6)(x-3)\neq0$

$\therefore x\neq-6$이고 $x\neq3$ … ❶

$2x^2-5x-3=0$에서 $\quad (2x+1)(x-3)=0$

$\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=3$ … ❷

따라서 두 식을 동시에 만족시키는 x의 값은 $-\frac{1}{2}$이다. … ❸

답 $-\frac{1}{2}$

채점 기준

❶ $x^2+3x-18\neq0$을 만족시키는 x의 조건을 구할 수 있다.	40%
❷ $2x^2-5x-3=0$의 해를 구할 수 있다.	40%
❸ x의 값을 구할 수 있다.	20%

0871 전략 이차방정식 $x^2+ax+b=0$이 중근을 가질 조건은 $b=\left(\frac{a}{2}\right)^2$이다.

풀이 (1) $x^2-(2k-1)x+25=0$에서 $\quad 25=\left(-\frac{2k-1}{2}\right)^2$

$4k^2-4k-99=0,\quad (2k+9)(2k-11)=0$

$\therefore k=-\frac{9}{2}$ 또는 $k=\frac{11}{2}$ … ❶

(2) (1)에서 두 근이 $x=-\frac{9}{2}$ 또는 $x=\frac{11}{2}$이고 x^2의 계수가 4인 이차방정식은 $\quad 4\left(x+\frac{9}{2}\right)\left(x-\frac{11}{2}\right)=0$

$\therefore 4x^2-4x-99=0$

따라서 $m=-4,\ n=-99$이므로 … ❷

$m-n=95$ … ❸

답 (1) $-\frac{9}{2},\ \frac{11}{2}$ (2) 95

채점 기준

❶ k의 값을 구할 수 있다.	50%
❷ $m,\ n$의 값을 구할 수 있다.	40%
❸ $m-n$의 값을 구할 수 있다.	10%

0872 전략 먼저 주어진 두 이차방정식의 공통인 근을 구한다.

풀이 $x^2+4x-12=0$에서 $\quad (x+6)(x-2)=0$

$\therefore x=-6$ 또는 $x=2$ …… ㉠

$(x+1)^2=25$에서 $\quad x+1=\pm5$

$\therefore x=-6$ 또는 $x=4$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 공통인 근은 $\quad x=-6$ … ❶

$x=-6$을 $\frac{1}{2}x^2+ax+3a=0$에 대입하면

$18-6a+3a=0$

$\therefore a=6$ … ❷

답 6

채점 기준

❶ 공통인 근을 구할 수 있다.	60%
❷ a의 값을 구할 수 있다.	40%

0873 전략 정해진 규칙에 따라 a에 대한 이차방정식을 세운다.

풀이 $(a+4)\diamond(2a-1)=-11$에서

$(a+4)(2a-1)-(a+4)-(2a-1)^2=-11$ … ❶

$2a^2-10a-2=0,\quad a^2-5a+\frac{25}{4}=1+\frac{25}{4}$

$\left(a-\frac{5}{2}\right)^2=\frac{29}{4},\quad a-\frac{5}{2}=\pm\frac{\sqrt{29}}{2}$

$\therefore a=\frac{5\pm\sqrt{29}}{2}$ … ❷

답 $\frac{5\pm\sqrt{29}}{2}$

채점 기준

❶ a에 대한 이차방정식을 세울 수 있다.	60%
❷ a의 값을 구할 수 있다.	40%

0874 전략 주어진 이차방정식의 좌변이 인수분해되지 않으므로 완전제곱식을 이용하여 해를 구한다.

풀이 (1) $x^2-5x+q=0$에서 $\quad x^2-5x+\frac{25}{4}=-q+\frac{25}{4}$

$\left(x-\frac{5}{2}\right)^2=\frac{25-4q}{4},\quad x-\frac{5}{2}=\pm\frac{\sqrt{25-4q}}{2}$

$\therefore x=\frac{5\pm\sqrt{25-4q}}{2}$ … ❶

(2) $25-4q\geq0$이므로 $\quad q\leq\frac{25}{4}$ … ❷

(3) $25-4q$가 0 또는 제곱수이어야 하므로

$25-4q=0,\ 1,\ 4,\ 9,\ 16$

$\therefore q=\frac{25}{4},\ 6,\ \frac{21}{4},\ 4,\ \frac{9}{4}$

그런데 q는 자연수이므로

$q=4,\ 6$ … ❸

답 (1) $x=\frac{5\pm\sqrt{25-4q}}{2}$ (2) $q\leq\frac{25}{4}$ (3) 4, 6

채점 기준

❶ 해를 q에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	30%
❷ q의 값의 범위를 구할 수 있다.	30%
❸ q의 값을 구할 수 있다.	40%

08 이차방정식의 풀이 (2)

0875 $ax^2+bx+c=0$에서 $\quad x^2+\dfrac{b}{a}x+\dfrac{c}{a}=0$

$\therefore x^2+\dfrac{b}{a}x=\boxed{-\dfrac{c}{a}}$

좌변을 완전제곱식으로 만들면

$$x^2+\dfrac{b}{a}x+\left(\boxed{\dfrac{b}{2a}}\right)^2=\boxed{-\dfrac{c}{a}}+\left(\boxed{\dfrac{b}{2a}}\right)^2$$

$$\left(x+\boxed{\dfrac{b}{2a}}\right)^2=\dfrac{\boxed{b^2-4ac}}{4a^2}$$

$$x+\boxed{\dfrac{b}{2a}}=\pm\dfrac{\sqrt{\boxed{b^2-4ac}}}{2a}$$

$$\therefore x=\dfrac{\boxed{-b}\pm\sqrt{\boxed{b^2-4ac}}}{2a}$$

답 (가) $-\dfrac{c}{a}$ (나) $\dfrac{b}{2a}$ (다) b^2-4ac (라) $-b$

0876 $x=\dfrac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times2\times(-4)}}{2\times2}=\dfrac{-3\pm\sqrt{41}}{4}$

답 $x=\dfrac{-3\pm\sqrt{41}}{4}$

0877 $3x^2+7x+3=0$이므로

$x=\dfrac{-7\pm\sqrt{7^2-4\times3\times3}}{2\times3}=\dfrac{-7\pm\sqrt{13}}{6}$ 답 $x=\dfrac{-7\pm\sqrt{13}}{6}$

0878 $x^2+2x-7=0$이므로

$x=-1\pm\sqrt{1^2-1\times(-7)}=-1\pm\sqrt{8}=-1\pm2\sqrt{2}$

답 $x=-1\pm2\sqrt{2}$

0879 $3x^2-2x-2=0$이므로

$x=\dfrac{1\pm\sqrt{(-1)^2-3\times(-2)}}{3}=\dfrac{1\pm\sqrt{7}}{3}$ 답 $x=\dfrac{1\pm\sqrt{7}}{3}$

0880 $(x-2)(x-3)=30$에서 $\quad x^2-5x-24=0$

$(x+3)(x-8)=0 \quad \therefore x=-3$ 또는 $x=8$

답 $x=-3$ 또는 $x=8$

0881 $3x^2-5=-2+4x$에서 $\quad 3x^2-4x-3=0$

$\therefore x=\dfrac{2\pm\sqrt{13}}{3}$ 답 $x=\dfrac{2\pm\sqrt{13}}{3}$

0882 $x^2+2x-1=2x^2+5x-3$에서 $\quad x^2+3x-2=0$

$\therefore x=\dfrac{-3\pm\sqrt{17}}{2}$ 답 $x=\dfrac{-3\pm\sqrt{17}}{2}$

0883 양변에 4를 곱하면 $\quad x^2-2x-4=0$

$\therefore x=1\pm\sqrt{5}$ 답 $x=1\pm\sqrt{5}$

0884 양변에 10을 곱하여 정리하면 $\quad x^2+4x-45=0$

$(x+9)(x-5)=0 \quad \therefore x=-9$ 또는 $x=5$

답 $x=-9$ 또는 $x=5$

0885 $x+1=A$로 치환하면 $\quad A^2-4A+4=0$

$(A-2)^2=0 \quad \therefore A=2$ (중근)

즉 $x+1=2$이므로 $\quad x=1$ 답 $x=1$ (중근)

0886 $x-2=A$로 치환하면 $\quad A^2-6A-7=0$

$(A+1)(A-7)=0 \quad \therefore A=-1$ 또는 $A=7$

즉 $x-2=-1$ 또는 $x-2=7$이므로

$x=1$ 또는 $x=9$ 답 $x=1$ 또는 $x=9$

0887 $x+3=A$로 치환하면 $\quad 3A^2-5A-2=0$

$(3A+1)(A-2)=0 \quad \therefore A=-\dfrac{1}{3}$ 또는 $A=2$

즉 $x+3=-\dfrac{1}{3}$ 또는 $x+3=2$이므로

$x=-\dfrac{10}{3}$ 또는 $x=-1$ 답 $x=-\dfrac{10}{3}$ 또는 $x=-1$

0888

$ax^2+bx+c=0$	b^2-4ac의 값	근의 개수
$x^2-5x-2=0$	$(-5)^2-4\times1\times(-2)=33$	2
$4x^2+4x+1=0$	$4^2-4\times4\times1=0$	1
$x^2-2x+5=0$	$(-2)^2-4\times1\times5=-16$	0

답 (1) 33 (2) 2 (3) 0 (4) 1 (5) -16 (6) 0

0889 $x^2+x+4=0$에서 $\quad 1^2-4\times1\times4=-15<0$ 답 0

0890 $x^2-6x+5=0$에서 $\quad (-6)^2-4\times1\times5=16>0$ 답 2

0891 $9x^2-6x+1=0$에서 $\quad (-6)^2-4\times9\times1=0$ 답 1

0892 $4x^2+5x+3=0$에서 $\quad 5^2-4\times4\times3=-23<0$ 답 0

0893 (두 근의 합)$=-\dfrac{-5}{1}=5$, (두 근의 곱)$=\dfrac{-2}{1}=-2$

답 5, -2

0894 (두 근의 합)$=-\dfrac{0}{-2}=0$, (두 근의 곱)$=\dfrac{5}{-2}=-\dfrac{5}{2}$

답 0, $-\dfrac{5}{2}$

0895 $3x^2-12x+5=0$이므로

(두 근의 합)$=-\dfrac{-12}{3}=4$, (두 근의 곱)$=\dfrac{5}{3}$ 답 4, $\dfrac{5}{3}$

0896 $x^2+2x-10=0$이므로

(두 근의 합)$=-2$, (두 근의 곱)$=-10$ 답 -2, -10

0897 $2x^2+6x-1=0$이므로 $\quad x=\dfrac{-3\pm\sqrt{11}}{2}$

따라서 $A=-3$, $B=11$이므로 $\quad A+B=8$ 답 ①

0898 $x^2-6x+4=0$에서 $x=3\pm\sqrt{5}$

$\therefore\ \alpha=3-\sqrt{5},\ \beta=3+\sqrt{5}$

따라서 $-\sqrt{5}<n<\sqrt{5}$를 만족시키는 정수 n은 $-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$의 5개이다. 답 ③

0899 $x=\dfrac{3\pm\sqrt{9-3A}}{3}=1\pm\dfrac{\sqrt{9-3A}}{3}$이므로

$B=1,\ \sqrt{9-3A}=2\sqrt{6}=\sqrt{24}$

즉 $9-3A=24$이므로 $A=-5$

$\therefore\ A-B=-6$ 답 ①

0900 $x^2-8x-3=0$에서 $x=4\pm\sqrt{19}$ ······ ㉠

$3x-9>6$에서 $x>5$ ······ ㉡

㉠, ㉡에서 $p=4+\sqrt{19}$ $\therefore\ p-4=\sqrt{19}$ 답 ⑤

참고 $16<19<25$이므로 $4<\sqrt{19}<5$

$\therefore\ 8<4+\sqrt{19}<9$

또 $-5<-\sqrt{19}<-4$이므로 $-1<4-\sqrt{19}<0$

0901 $\dfrac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{4a}=-2$이므로

$\dfrac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=-4$ ··· ❶

$\dfrac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{4a}=3$이므로 $\dfrac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=6$ ··· ❷

따라서 이차방정식의 옳은 두 근은 $-4,\ 6$이므로 두 근의 곱은

$-4\times6=-24$ ··· ❸

답 -24

채점 기준

❶ 이차방정식의 옳은 한 근을 구할 수 있다.	40%
❷ 이차방정식의 옳은 다른 한 근을 구할 수 있다.	40%
❸ 옳은 두 근의 곱을 구할 수 있다.	20%

0902 양변에 20을 곱하면 $4x^2-5x=2$

$4x^2-5x-2=0$ $\therefore\ x=\dfrac{5\pm\sqrt{57}}{8}$

따라서 $p=5,\ q=19$이므로 $p+q=24$ 답 ②

0903 양변에 12를 곱하면 $-4x=-3x^2+2$

$3x^2-4x-2=0$ $\therefore\ x=\dfrac{2\pm\sqrt{10}}{3}$

따라서 $p=2,\ q=10$이므로 $p-q=-8$ 답 -8

0904 양변에 15를 곱하면 $9x^2-10x+15A=0$

$\therefore\ x=\dfrac{5\pm\sqrt{25-135A}}{9}$ ··· ❶

따라서 $5=B,\ 25-135A=7$이므로

$A=\dfrac{2}{15},\ B=5$ ··· ❷

$\therefore\ 3AB=2$ ··· ❸ 답 2

채점 기준

❶ 이차방정식의 해를 구할 수 있다.	40%
❷ A, B의 값을 구할 수 있다.	50%
❸ $3AB$의 값을 구할 수 있다.	10%

0905 $\dfrac{1}{2}x^2+\dfrac{7}{6}x-1=0$의 양변에 6을 곱하면

$3x^2+7x-6=0,\quad (x+3)(3x-2)=0$

$\therefore\ x=-3$ 또는 $x=\dfrac{2}{3}$ ··· ❶

$0.3x^2-1.7x+1=0$의 양변에 10을 곱하면

$3x^2-17x+10=0,\quad (3x-2)(x-5)=0$

$\therefore\ x=\dfrac{2}{3}$ 또는 $x=5$ ··· ❷

따라서 공통인 근은 $x=\dfrac{2}{3}$ ··· ❸

답 $x=\dfrac{2}{3}$

채점 기준

❶ $\frac{1}{2}x^2+\frac{7}{6}x-1=0$의 해를 구할 수 있다.	40%
❷ $0.3x^2-1.7x+1=0$의 해를 구할 수 있다.	40%
❸ 공통인 근을 구할 수 있다.	20%

0906 양변에 10을 곱하면

$2x+10=10x-2(3x-1)(x-3)$

$3x^2-14x+8=0,\quad (3x-2)(x-4)=0$

$\therefore\ x=\dfrac{2}{3}$ 또는 $x=4$

따라서 두 근 사이에 있는 자연수는 1, 2, 3이므로 그 합은 6이다. 답 ④

0907 양변에 3을 곱하면 $12x-(x^2+1)=6(x-1)$

$x^2-6x-5=0$ $\therefore\ x=3\pm\sqrt{14}$ 답 ④

0908 양변에 12를 곱하면 $4x(x-3)=3(x-1)(x-2)$

$x^2-3x-6=0$ $\therefore\ x=\dfrac{3\pm\sqrt{33}}{2}$

따라서 $p=3,\ q=33$이므로

$p+q=36$ 답 36

0909 양변에 6을 곱하면 $3(x+1)(x+3)=4x(x+2)$

$x^2-4x-9=0$ $\therefore\ x=2\pm\sqrt{13}$

따라서 $\alpha=2-\sqrt{13}$이므로 $2-\alpha=\sqrt{13}$ 답 $\sqrt{13}$

0910 양변에 4를 곱하면

$2(x+2)^2-(3x+1)(2x-3)=8x+14$

$4x^2-7x+3=0,\quad (4x-3)(x-1)=0$

$\therefore\ x=\dfrac{3}{4}$ 또는 $x=1$

따라서 $\alpha=\dfrac{3}{4},\ \beta=1$이므로

$4\alpha-\beta=2$ 답 ④

0911 $x+\dfrac{1}{2}=A$로 치환하면

$2A^2-4A+1=0$ $\therefore\ A=\dfrac{2\pm\sqrt{2}}{2}$

즉 $x+\dfrac{1}{2}=\dfrac{2\pm\sqrt{2}}{2}$이므로 $x=\dfrac{1\pm\sqrt{2}}{2}$ 답 ①

0912 $2x+1=A$로 치환하면 $\quad 0.3A^2+\frac{1}{10}A=0.4$

양변에 10을 곱하면 $\quad 3A^2+A-4=0$

$(3A+4)(A-1)=0 \qquad \therefore A=-\frac{4}{3}$ 또는 $A=1$

즉 $2x+1=-\frac{4}{3}$ 또는 $2x+1=1$이므로

$x=-\frac{7}{6}$ 또는 $x=0$

따라서 음수인 해는 $\quad x=-\frac{7}{6}$

답 $x=-\frac{7}{6}$

0913 $x-3y=A$로 치환하면

$(A+1)(A+3)+1=0$ … ❶

$A^2+4A+4=0, \qquad (A+2)^2=0$

$\therefore A=-2$ (중근) … ❷

즉 $x-3y=-2$이므로

$6y-2x=-2(x-3y)=-2\times(-2)=4$ … ❸

답 4

채점 기준

❶ 공통부분을 A로 치환할 수 있다.	30%
❷ A의 값을 구할 수 있다.	40%
❸ $6y-2x$의 값을 구할 수 있다.	30%

0914 $2(x^2+2xy+y^2)=8xy-5x+5y+3$이므로

$2(x^2-2xy+y^2)+5(x-y)-3=0$

$2(x-y)^2+5(x-y)-3=0$

$x-y=A$로 치환하면 $\quad 2A^2+5A-3=0$

$(A+3)(2A-1)=0$

$\therefore A=-3$ 또는 $A=\frac{1}{2}$

$\therefore x-y=-3 \ (\because x<y)$

답 ③

0915 $x^2+4x=A$로 치환하면 $\quad A^2-2A-15=0$

$(A+3)(A-5)=0 \qquad \therefore A=-3$ 또는 $A=5$

(i) $A=-3$, 즉 $x^2+4x=-3$일 때,

$x^2+4x+3=0, \qquad (x+3)(x+1)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=-1$

(ii) $A=5$, 즉 $x^2+4x=5$일 때,

$x^2+4x-5=0, \qquad (x+5)(x-1)=0$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=1$

(i), (ii)에서 주어진 방정식의 해는

$x=-5$ 또는 $x=-3$ 또는 $x=-1$ 또는 $x=1$

이므로 구하는 합은 -8이다.

답 -8

0916 $2(3x+y)^2-63x-21y-11=0$에서

$2(3x+y)^2-21(3x+y)-11=0$

$3x+y=A$로 치환하면 $\quad 2A^2-21A-11=0$

$(2A+1)(A-11)=0 \qquad \therefore A=-\frac{1}{2}$ 또는 $A=11$

즉 $3x+y=-\frac{1}{2}$ 또는 $3x+y=11$에서 x, y가 자연수이므로

$3x+y=11$

따라서 구하는 순서쌍은 $(1, 8)$, $(2, 5)$, $(3, 2)$의 3개이다. 답 3

0917 ① $x^2-4x+4=0$이므로

$(-4)^2-4\times1\times4=0$ ➔ 1개

② $1^2-4\times6\times8=-191<0$ ➔ 0개

③ $0^2-4\times4\times(-9)=144>0$ ➔ 2개

④ $2x^2+3x+5=0$이므로

$3^2-4\times2\times5=-31<0$ ➔ 0개

⑤ $x^2+\frac{1}{3}x-\frac{1}{6}=0$이므로

$\left(\frac{1}{3}\right)^2-4\times1\times\left(-\frac{1}{6}\right)=\frac{7}{9}>0$ ➔ 2개

답 ③, ⑤

0918 ① $(-6)^2-4\times2\times(-1)=44>0$ ➔ 2개

② $0^2-4\times4\times(-1)=16>0$ ➔ 2개

③ $3^2-4\times1\times(-18)=81>0$ ➔ 2개

④ $12^2-4\times4\times9=0$ ➔ 1개

⑤ 양변에 10을 곱하여 정리하면 $x^2+4x-5=0$이므로

$4^2-4\times1\times(-5)=36>0$ ➔ 2개

답 ④

0919 ㈀ $(-3)^2-4\times1\times2=1>0$이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.

㈁ $0^2-4\times1\times9=-36<0$이므로 근이 없다.

㈂ $A=2$, $B=1$이면 $2^2-4\times1\times1=0$이므로 중근을 갖는다.

㈃ $B<0$이면 $A^2-4B>0$이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.

이상에서 옳은 것은 ㈀, ㈃이다.

답 ③

0920 $0.3x^2-\frac{1}{2}x+0.1=0$의 양변에 10을 곱하면

$3x^2-5x+1=0$

이때 $(-5)^2-4\times3\times1=13>0$이므로 $\quad a=2$ … ❶

$\frac{1}{5}x^2-2x+5=0$에서 $(-2)^2-4\times\frac{1}{5}\times5=0$이므로

$b=1$ … ❷

$-2(x+1)^2=4$에서 $\quad x^2+2x+3=0$

이때 $2^2-4\times1\times3=-8<0$이므로 $\quad c=0$ … ❸

$\therefore a-b+c=1$ … ❹

답 1

채점 기준

❶ a의 값을 구할 수 있다.	30%
❷ b의 값을 구할 수 있다.	30%
❸ c의 값을 구할 수 있다.	30%
❹ $a-b+c$의 값을 구할 수 있다.	10%

0921 $(-3k)^2-4(-3k+8)=0$이므로

$9k^2+12k-32=0, \qquad (3k+8)(3k-4)=0$

$\therefore k=-\frac{8}{3}$ 또는 $k=\frac{4}{3}$

따라서 모든 상수 k의 값의 합은 $-\frac{4}{3}$이다.

답 ①

0922 $(k+1)^2-4(k+1)=0$이므로
$k^2-2k-3=0$, $(k+1)(k-3)=0$
$\therefore k=-1$ 또는 $k=3$
이때 $\underbrace{k\neq-1}_{(x^2\text{의 계수})\neq0}$이므로 $k=3$ 답 3

0923 $x^2-4x-p=0$에서 $(-4)^2-4\times(-p)=0$
$16+4p=0$ $\therefore p=-4$
$x^2-2(p+1)x+q=0$에서 $\{2(p+1)\}^2-4q=0$
$36-4q=0$ $\therefore q=9$
$\therefore p+q=5$ 답 5

0924 $x^2-5x-A=0$에서 $(-5)^2-4\times(-A)=0$
$25+4A=0$ $\therefore A=-\dfrac{25}{4}$
따라서 주어진 이차방정식은 $x^2-5x+\dfrac{25}{4}=0$이므로
$\left(x-\dfrac{5}{2}\right)^2=0$ $\therefore x=\dfrac{5}{2}$ $\therefore B=\dfrac{5}{2}$
$\therefore \dfrac{A}{B}=A\times\dfrac{1}{B}=-\dfrac{25}{4}\times\dfrac{2}{5}=-\dfrac{5}{2}$ 답 ①

0925 $x^2+2mx-m=0$에서 $(2m)^2-4\times(-m)=0$
$4m^2+4m=0$, $m(m+1)=0$
$\therefore m=-1$ ($\because m\neq0$)
$x=-1$을 $4x^2-7x+a=0$에 대입하면
$4+7+a=0$ $\therefore a=-11$
즉 $4x^2-7x-11=0$에서 $(x+1)(4x-11)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=\dfrac{11}{4}$
따라서 $b=\dfrac{11}{4}$이므로 $a+4b=-11+4\times\dfrac{11}{4}=0$ 답 0

0926 $(-2a)^2-4\times4\times(-a+3)=0$이므로
$a^2+4a-12=0$, $(a+6)(a-2)=0$
$\therefore a=-6$ 또는 $a=2$
(i) $a=-6$이면 $4x^2+12x+9=0$이므로 $(2x+3)^2=0$
$\therefore x=-\dfrac{3}{2}$ (중근)
(ii) $a=2$이면 $4x^2-4x+1=0$이므로 $(2x-1)^2=0$
$\therefore x=\dfrac{1}{2}$ (중근)
(i), (ii)에서 $a=-6$ 답 ②

0927 $(a+2)^2-4\times a\times2=0$이므로 $a^2-4a+4=0$
$(a-2)^2=0$ $\therefore a=2$
즉 $x^2+6x-7=0$이므로 $(x+7)(x-1)=0$
$\therefore x=-7$ 또는 $x=1$ 답 ①, ③

0928 $(k+3)^2-4=0$이므로 $k^2+6k+5=0$
$(k+5)(k+1)=0$ $\therefore k=-5$ 또는 $k=-1$
따라서 $2x^2-2ax+a^2-1=0$의 한 근이 -1이므로
$2+2a+a^2-1=0$, $(a+1)^2=0$
$\therefore a=-1$ 답 -1

0929 $4^2-4(2k-2)=0$이므로 $k=3$ …❶
즉 $2x^2-3x+1=0$이므로 $(2x-1)(x-1)=0$
$\therefore x=\dfrac{1}{2}$ 또는 $x=1$ …❷
따라서 두 근의 합은 $\dfrac{3}{2}$이다. …❸
답 $\dfrac{3}{2}$

채점 기준

❶ k의 값을 구할 수 있다.	40%
❷ 이차방정식의 해를 구할 수 있다.	40%
❸ 두 근의 합을 구할 수 있다.	20%

0930 $4^2-4(k-7)\geq0$이므로
$44-4k\geq0$ $\therefore k\leq11$ 답 ⑤

0931 $(-5)^2-4(k-2)>0$이므로
$33-4k>0$ $\therefore k<\dfrac{33}{4}$
따라서 가장 큰 정수 k의 값은 8이다. 답 8

0932 $\{-(2k+1)\}^2-4\times k\times(k-1)<0$이므로
$8k+1<0$ $\therefore k<-\dfrac{1}{8}$
따라서 k의 값이 될 수 없는 것은 ⑤이다. 답 ⑤

0933 $2^2-4\times(m+1)\times(-1)>0$이므로
$4m+8>0$ $\therefore m>-2$
이때 $\underbrace{m\neq-1}_{(x^2\text{의 계수})\neq0}$이므로
$-2<m<-1$ 또는 $m>-1$ 답 ⑤

0934 $(-4)^2-4\times2\times(2k-1)\geq0$이므로
$24-16k\geq0$ $\therefore k\leq\dfrac{3}{2}$ …… ㉠ …❶
$3^2-4\times(k+1)\times3<0$이므로
$-12k-3<0$ $\therefore k>-\dfrac{1}{4}$ …… ㉡ …❷
㉠, ㉡에서 $-\dfrac{1}{4}<k\leq\dfrac{3}{2}$ …❸
답 $-\dfrac{1}{4}<k\leq\dfrac{3}{2}$

채점 기준

❶ $2x^2-4x+2k-1=0$이 해를 갖도록 하는 k의 값의 범위를 구할 수 있다.	40%
❷ $(k+1)x^2+3x+3=0$이 해를 갖지 않도록 하는 k의 값의 범위를 구할 수 있다.	40%
❸ k의 값의 범위를 구할 수 있다.	20%

0935 양변에 12를 곱하여 정리하면 $3x^2-8x-12=0$
근과 계수의 관계에 의하여 $a=\dfrac{8}{3}$, $b=-4$
$\therefore 3a+b=3\times\dfrac{8}{3}+(-4)=4$ 답 4

0936 근과 계수의 관계에 의하여 $m=4$이므로
$4^2-4+k=0$ $\therefore k=-12$ 답 ③

0937 $\frac{k}{3}=-2$에서 $\quad k=-6$

즉 $3x^2-10x-6=0$이므로 $\quad x=\frac{5\pm\sqrt{43}}{3}$

따라서 $A=5,\ B=43$이므로 $\quad A+B=48$

답 48

다른 풀이 $\frac{A+\sqrt{B}}{3}+\frac{A-\sqrt{B}}{3}=\frac{10}{3}$에서

$\frac{2A}{3}=\frac{10}{3} \qquad \therefore A=5$

$\frac{A+\sqrt{B}}{3}\times\frac{A-\sqrt{B}}{3}=-2$에서

$\frac{25-B}{9}=-2 \qquad \therefore B=43$

$\therefore A+B=48$

0938 $-n=5$이므로 $\quad n=-5$

$4m-1=-9$이므로 $\quad m=-2$

$\therefore m-n=3$

답 3

0939 두 근의 합은 $-m-4$, 곱은 m^2+3m이므로

$-m-4=m^2+3m$ ⋯ ❶

$m^2+4m+4=0, \quad (m+2)^2=0$

$\therefore m=-2$ ⋯ ❷

답 -2

채점 기준

❶ m에 대한 이차방정식을 세울 수 있다.	70%
❷ m의 값을 구할 수 있다.	30%

0940 주어진 이차방정식의 두 근을 $\alpha,\ \beta$라 하면 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=a,\ \alpha\beta=-8$

$\alpha\beta=-8$을 만족시키는 두 정수 $\alpha,\ \beta$의 순서쌍 $(\alpha,\ \beta)$는

$(-8,\ 1),\ (-4,\ 2),\ (-2,\ 4),\ (-1,\ 8),\ (1,\ -8),$
$(2,\ -4),\ (4,\ -2),\ (8,\ -1)$

이므로 a의 값이 될 수 있는 수는 $-7,\ -2,\ 2,\ 7$이다.

답 ④

0941 ①, ② $\alpha+\beta=6,\ \alpha\beta=\frac{7}{2}$

③ $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=6^2-2\times\frac{7}{2}=29$

④ $(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta=6^2-4\times\frac{7}{2}=22$

⑤ $\frac{1}{\alpha^2}+\frac{1}{\beta^2}=\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha^2\beta^2}=29\times\frac{4}{49}=\frac{116}{49}$

답 ⑤

0942 양변에 3을 곱하여 정리하면 $\quad 4x^2+3x-8=0$ ⋯ ❶

근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=-\frac{3}{4},\ \alpha\beta=-2$ ⋯ ❷

$\therefore \frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=-\frac{3}{4}\times\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{8}$ ⋯ ❸

답 $\frac{3}{8}$

채점 기준

❶ 이차방정식을 $ax^2+bx+c=0$ 꼴로 나타낼 수 있다.	30%
❷ $\alpha+\beta,\ \alpha\beta$의 값을 구할 수 있다.	30%
❸ $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}$의 값을 구할 수 있다.	40%

0943 근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha+\beta=4,\ \alpha\beta=-6$이므로

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=4^2-2\times(-6)=28$

$$\therefore \frac{\beta}{\alpha+1}+\frac{\alpha}{\beta+1}=\frac{\beta(\beta+1)+\alpha(\alpha+1)}{(\alpha+1)(\beta+1)}$$
$$=\frac{\alpha^2+\beta^2+\alpha+\beta}{\alpha\beta+\alpha+\beta+1}=\frac{28+4}{-6+4+1}$$
$$=-32$$

답 ③

0944 양변에 5를 곱하면 $\quad -x^2+3x+5(m-1)=0$

근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=3,\ \alpha\beta=-5(m-1)$ ⋯ ❶

$\therefore \alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=3^2+10(m-1)$

$=10m-1$ ⋯ ❷

$\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}=7$에서 $\quad \frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}=7, \quad \frac{10m-1}{-5(m-1)}=7$

$10m-1=-35m+35$

$45m=36 \qquad \therefore m=\frac{4}{5}$ ⋯ ❸

답 $\frac{4}{5}$

채점 기준

❶ $\alpha+\beta,\ \alpha\beta$의 값을 구할 수 있다.	30%
❷ $\alpha^2+\beta^2$의 값을 구할 수 있다.	30%
❸ m의 값을 구할 수 있다.	40%

0945 주어진 직선의 방정식은 $y=-2x-6$이므로

$a=-2,\ b=-6$

따라서 이차방정식 $x^2-2x-6=0$의 두 근이 $\alpha,\ \beta$이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=2,\ \alpha\beta=-6$

$\therefore \alpha^2+\alpha\beta+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-\alpha\beta=2^2-(-6)=10$

답 10

0946 $(x+1)\triangle(2x-1)=4$에서

$(x+1)(2x-1)+(x+1)+(2x-1)+1=4$

$2x^2+4x=4$

$x^2+2x-2=0$

근과 계수의 관계에 의하여 $\quad \alpha+\beta=-2,\ \alpha\beta=-2$

$$\therefore \frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta}{\alpha}=\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}=\frac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta}{\alpha\beta}$$
$$=\frac{(-2)^2-2\times(-2)}{-2}=-4$$

답 -4

0947 근과 계수의 관계에 의하여

$-p=-6+2=-4 \qquad \therefore p=4$

$q=-6\times2=-12$

따라서 $4x^2-12x+7=0$의 두 근의 합은 3이다.

답 ⑤

0948 $x^2-7x-2=0$의 두 근의 곱은 -2이므로

$(-2)^2-2k-3=0 \qquad \therefore k=\frac{1}{2}$

답 ③

0949 근과 계수의 관계에 의하여

$-\frac{a}{4}=-\frac{1}{4}+2=\frac{7}{4} \qquad \therefore a=-7$

$\frac{b}{4}=-\frac{1}{4}\times 2=-\frac{1}{2} \qquad \therefore b=-2$

따라서 $-2x^2+7x-3=0$, 즉 $2x^2-7x+3=0$이므로

$(2x-1)(x-3)=0 \qquad \therefore x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=3$

답 $x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=3$

0950 근과 계수의 관계에 의하여

$-\frac{a}{2}=-4+b \qquad \therefore a=8-2b$ ······ ㉠

$\frac{10}{2}=-4\times b \qquad \therefore b=-\frac{5}{4}$

$b=-\frac{5}{4}$를 ㉠에 대입하면 $\quad a=\frac{21}{2}$

$\therefore a+2b=\frac{21}{2}+2\times\left(-\frac{5}{4}\right)=8$

답 8

0951 $x^2-4x-5=0$의 두 근의 합은 4, 곱은 -5이므로 ··· ❶

$2x^2+ax+b=0$에서

$-\frac{a}{2}=4+(-5)=-1 \qquad \therefore a=2$

$\frac{b}{2}=4\times(-5)=-20 \qquad \therefore b=-40$ ··· ❷

$\therefore 2a+b=2\times 2+(-40)=-36$ ··· ❸

답 -36

채점 기준

❶ $x^2-4x-5=0$의 두 근의 합, 곱을 구할 수 있다.	30%
❷ a, b의 값을 구할 수 있다.	50%
❸ $2a+b$의 값을 구할 수 있다.	20%

0952 $(\alpha+1)+(\beta+1)=-2$이므로 $\quad \alpha+\beta=-4$

$(\alpha+1)(\beta+1)=-6$이므로

$\alpha\beta+\alpha+\beta+1=-6 \qquad \therefore \alpha\beta=-3$

$x^2+ax+2b=0$에서 $\quad \alpha+\beta=-a$, $\alpha\beta=2b$

따라서 $-a=-4$, $2b=-3$이므로

$a=4$, $b=-\frac{3}{2}$

$\therefore ab=-6$

답 ②

0953 두 근을 α, $\alpha+2$로 놓으면

$\alpha+(\alpha+2)=-4k$, $\alpha(\alpha+2)=4k^2-k+3$

따라서 $\alpha=-2k-1$을 $\alpha(\alpha+2)=4k^2-k+3$에 대입하면

$(-2k-1)(-2k+1)=4k^2-k+3$

$4k^2-1=4k^2-k+3$

$\therefore k=4$

답 ④

0954 두 근을 α, 3α로 놓으면 $\quad \alpha+3\alpha=8 \qquad \therefore \alpha=2$

따라서 두 근이 2, 6이므로 $\quad 2\times 6=2k$

$\therefore k=6$

답 ③

0955 두 근을 4α, $3\alpha(\alpha\neq 0)$로 놓으면

$4\alpha+3\alpha=2k-1$, $4\alpha\times 3\alpha=3k$

$k=4\alpha^2$을 $4\alpha+3\alpha=2k-1$에 대입하여 정리하면

$8\alpha^2-7\alpha-1=0, \qquad (8\alpha+1)(\alpha-1)=0$

$\therefore \alpha=-\frac{1}{8}$ 또는 $\alpha=1$

$\therefore k=\frac{1}{16}$ 또는 $k=4$

그런데 k는 정수이므로 $\quad k=4$

답 4

0956 두 근을 α, $\alpha+1$로 놓으면

$(\alpha+1)^2-\alpha^2=11, \qquad 2\alpha+1=11 \qquad \therefore \alpha=5$

따라서 두 근은 5, 6이므로

$5+6=-a$, $5\times 6=b$

$\therefore a=-11$, $b=30$

$\therefore a+b=19$

답 19

0957 두 근을 α, $-\alpha(\alpha>0)$로 놓으면

$a^2-a-6=0, \qquad (a+2)(a-3)=0$

$\therefore a=-2$ 또는 $a=3$

$\alpha\times(-\alpha)=-a+2$에서

(i) $a=-2$일 때,

$-\alpha^2=4$, 즉 $\alpha^2=-4$이므로 이를 만족시키는 α는 존재하지 않는다.

(ii) $a=3$일 때,

$-\alpha^2=-1$, 즉 $\alpha^2=1$이므로 $\quad \alpha=1\ (\because \alpha>0)$

(i), (ii)에서 $\quad a=3$

답 ⑤

0958 전략 근의 공식을 이용하여 주어진 이차방정식의 근을 구한 후 주어진 x의 값과 비교한다.

풀이 $11x^2-6x+A=0$의 근은 $x=\frac{3\pm\sqrt{9-11A}}{11}$이므로

$B=3$, $9-11A=C$

$11A+C=9$, $8A+C=15$를 연립하여 풀면

$A=-2$, $C=31$

$\therefore A-B+C=26$

답 ④

0959 전략 괄호를 풀어 이차방정식을 정리한 후 근의 공식을 이용한다.

풀이 $4x^2-11x-3=2(x^2-4x+4)-10$이므로

$2x^2-3x-1=0 \qquad \therefore x=\frac{3\pm\sqrt{17}}{4}$

따라서 $\alpha=\frac{3-\sqrt{17}}{4}$이고 $4<\sqrt{17}<5$이므로

$-1<-\frac{1}{2}<\alpha<-\frac{1}{4}<0$

$\therefore n=-1$

답 ⑤

0960 전략 $f(x)=k(x-\alpha)(x-\beta)(k\neq0)$로 놓고 $f(4x-3)$을 구한다.

풀이 이차방정식 $f(x)=0$의 두 근이 α, β이므로

$$f(x)=k(x-\alpha)(x-\beta)(k\neq0)$$

로 놓을 수 있다.

$$\therefore f(4x-3)=k(4x-3-\alpha)(4x-3-\beta)$$

$f(4x-3)=0$에서

$$x=\frac{3+\alpha}{4} \text{ 또는 } x=\frac{3+\beta}{4}$$

따라서 방정식 $f(4x-3)=0$의 두 근의 합은

$$\frac{3+\alpha}{4}+\frac{3+\beta}{4}=\frac{6+(\alpha+\beta)}{4}=\frac{6+6}{4}=3$$

답 ③

0961 전략 $x+y=A$로 치환하여 A에 대한 이차방정식으로 나타낸 후 A의 값을 구한다.

풀이 $x+y=A$로 치환하면 $\quad A^2+4A-12=0$

$$(A+6)(A-2)=0 \qquad \therefore A=-6 \text{ 또는 } A=2$$

(i) $A=-6$, 즉 $x+y=-6$일 때,

$$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=(-6)^2-2\times3=30$$

(ii) $A=2$, 즉 $x+y=2$일 때,

$$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=2^2-2\times3=-2$$

이를 만족시키는 실수 x, y는 존재하지 않는다.

(i), (ii)에서 $\quad x^2+y^2=30$

답 30

0962 전략 중근을 가질 조건을 이용하여 a, b 사이의 관계를 그래프로 나타낸다.

풀이 $2^2-4ab=0$이므로 $\quad ab=1$

$ax^2+2x+b=0$이 이차방정식이므로 $\quad a\neq0$

$$\therefore b=\frac{1}{a}$$

따라서 a, b 사이의 관계를 바르게 나타낸 그래프는 ①이다.

답 ①

0963 전략 $a+b+1=A$로 치환한 후 이차방정식이 해를 가질 조건을 이용한다.

풀이 $a+b+1=A$로 치환하면

$$3x^2-2Ax+(A+2)^2+2=0$$

이 이차방정식이 해를 가지려면

$$(-2A)^2-12\{(A+2)^2+2\}\geq0$$

$$A^2+6A+9\leq0, \qquad (A+3)^2\leq0 \qquad \therefore A=-3$$

따라서 $a+b+1=-3$이므로

$$a+b=-4$$

답 ②

0964 전략 먼저 중근을 가질 조건을 이용하여 상수 a의 값을 구한다.

풀이 $a^2-4\times4=0$이므로 $\quad a^2=16 \qquad \therefore a=\pm4$

(i) $a=-4$일 때,

$-6x^2+7x+1=2x^2-x-15$에서 $\quad 8x^2-8x-16=0$

$$\therefore x^2-x-2=0$$

따라서 두 근의 합은 1이다.

(ii) $a=4$일 때,

$2x^2+7x+1=2x^2-x-15$에서 $\quad 8x+16=0$

이것은 이차방정식이 아니다.

(i), (ii)에서 두 근의 합은 1이다.

답 1

0965 전략 $\alpha^2-\beta^2=(\alpha+\beta)(\alpha-\beta)$임을 이용한다.

풀이 근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha+\beta=6$, $\alpha\beta=-8$이므로

$$(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta=6^2-4\times(-8)=68$$

이때 $\alpha>\beta$이므로 $\quad \alpha-\beta=\sqrt{68}=2\sqrt{17}$

$$\therefore \alpha^2-\beta^2=(\alpha+\beta)(\alpha-\beta)$$
$$=6\times2\sqrt{17}=12\sqrt{17}$$

답 ④

0966 전략 이차방정식의 근과 계수의 관계를 이용하여 a, b, c 사이의 관계를 식으로 나타낸다.

풀이 $ax^2+bx+c=0$에서 근과 계수의 관계에 의하여

$$-\frac{b}{a}=3 \qquad \therefore b=-3a \qquad \cdots\cdots ㉠$$

$$\frac{c}{a}=-2 \qquad \therefore c=-2a \qquad \cdots\cdots ㉡$$

㉠, ㉡을 $cx^2+bx+a=0$에 대입하면

$$-2ax^2-3ax+a=0, \qquad 2x^2+3x-1=0$$

$$\therefore x=\frac{-3\pm\sqrt{17}}{4}$$

답 $x=\frac{-3\pm\sqrt{17}}{4}$

다른 풀이 두 근의 합이 3, 곱이 -2이고 x^2의 계수가 a인 이차방정식은

$$a(x^2-3x-2)=0, \text{ 즉 } ax^2-3ax-2a=0$$

으로 놓을 수 있다.

$$\therefore b=-3a, \ c=-2a$$

ssen 보충학습

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근을 α, β라 하면

$$\alpha+\beta=-\frac{b}{a}, \ \alpha\beta=\frac{c}{a}$$

이므로 이차방정식 $cx^2+bx+a=0$의

$$(\text{두 근의 합})=-\frac{b}{c}=-\frac{b}{a}\times\frac{a}{c}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}$$

$$(\text{두 근의 곱})=\frac{a}{c}=\frac{1}{\alpha\beta}$$

0967 전략 두 근을 α, $\alpha+3$으로 놓고 근과 계수의 관계를 이용한다.

풀이 두 근을 α, $\alpha+3$으로 놓으면

$$\alpha+(\alpha+3)=-2a+1, \ \alpha(\alpha+3)=a+1$$

$\alpha=-a-1$을 $\alpha(\alpha+3)=a+1$에 대입하면

$$(-a-1)(-a+2)=a+1$$

$$a^2-2a-3=0, \qquad (a+1)(a-3)=0$$

$$\therefore a=-1 \text{ 또는 } a=3$$

답 ②, ⑤

0968 전략 근의 공식을 이용하여 주어진 이차방정식의 해를 구한다.

풀이 $2x^2+3x+a-4=0$에서

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times2\times(a-4)}}{4}$$

$$=\frac{-3\pm\sqrt{41-8a}}{4} \qquad \cdots ❶$$

이때 x가 유리수이려면 $41-8a=0$ 또는 $41-8a=k^2$ (k는 정수) 꼴이어야 한다.

(i) $41-8a=1$에서 $a=5$

(ii) $41-8a=9$에서 $a=4$

(iii) $41-8a=25$에서 $a=2$ … ❷

이상에서 구하는 합은 $5+4+2=11$ … ❸

답 11

채점 기준

❶ 이차방정식의 해를 구할 수 있다.	30%
❷ a의 값을 구할 수 있다.	50%
❸ 모든 a의 값의 합을 구할 수 있다.	20%

참고 $41-8a=0$, $41-8a=4$, $41-8a=16$, $41-8a=36$, ⋯을 만족시키는 a는 자연수가 아니다.

0969 전략 중근을 가질 조건을 이용하여 a, b 사이의 관계를 식으로 나타낸다.

풀이 주사위를 2번 던져 나올 수 있는 모든 경우의 수는 36이다. … ❶

이차방정식 $x^2+ax+b=0$이 중근을 가지려면

$a^2-4b=0$ $\therefore a^2=4b$ … ❷

따라서 a, b의 순서쌍 (a, b)는 $(2, 1)$, $(4, 4)$의 2가지이므로 구하는 확률은

$\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$ … ❸ 답 $\frac{1}{18}$

채점 기준

❶ 모든 경우의 수를 구할 수 있다.	20%
❷ a, b 사이의 관계를 식으로 나타낼 수 있다.	30%
❸ 확률을 구할 수 있다.	50%

SSEN 복습학습

어떤 실험이나 관찰에서 각 경우가 일어날 가능성이 같을 때 일어날 수 있는 모든 경우의 수가 n이고 어떤 사건 A가 일어나는 경우의 수가 a이면 사건 A가 일어날 확률 p는

$$p=\frac{(\text{사건 } A\text{가 일어나는 경우의 수})}{(\text{모든 경우의 수})}=\frac{a}{n}$$

0970 전략 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$에서 b^2-4ac의 값을 이용한다.

풀이 (i) $x^2-8x+(20+m)=0$에서

$(-8)^2-4(20+m)>0$

$\therefore m<-4$ … ❶

(ii) $(m^2+2)x^2+2(m-4)x+3=0$에서

$\{2(m-4)\}^2-4\times(m^2+2)\times3=0$

$m^2+4m-5=0$, $(m+5)(m-1)=0$

$\therefore m=-5$ 또는 $m=1$ … ❷

(i), (ii)에서 $m=-5$ … ❸

답 -5

채점 기준

❶ $x^2-8x+(20+m)=0$에서 m의 값의 범위를 구할 수 있다.	40%
❷ $(m^2+2)x^2+2(m-4)x+3=0$에서 m의 값을 구할 수 있다.	40%
❸ m의 값을 구할 수 있다.	20%

0971 전략 이차방정식의 근과 계수의 관계를 이용한다.

풀이 $x^2-3x-1=0$에서 $a+b=3$, $ab=-1$

$x^2-4x+2=0$에서 $c+d=4$, $cd=2$ … ❶

$$\therefore (\text{주어진 식})=\frac{bd+ac+bc+ad}{abcd}=\frac{a(c+d)+b(c+d)}{abcd}$$

$$=\frac{(a+b)(c+d)}{abcd} \quad \cdots ❷$$

$$=\frac{3\times4}{(-1)\times2}=-6 \quad \cdots ❸$$

답 -6

채점 기준

❶ $a+b$, ab, $c+d$, cd의 값을 구할 수 있다.	40%
❷ 주어진 식을 간단히 할 수 있다.	40%
❸ 식의 값을 구할 수 있다.	20%

0972 전략 이차방정식의 근과 계수의 관계를 이용하여 p, q의 값을 구한다.

풀이 $x^2+px+q=0$의 두 근의 합이 $-p$, 곱이 q이므로

$x^2+(q-3)x+2p=0$의 두 근이 $-p$, q이다. … ❶

근과 계수의 관계에 의하여

$-p+q=-(q-3)$, $-pq=2p$

$p=2q-3$을 $-pq=2p$에 대입하여 정리하면

$2q^2+q-6=0$, $(q+2)(2q-3)=0$

$\therefore q=-2$ 또는 $q=\frac{3}{2}$ ⋯⋯ ㉠

㉠을 $p=2q-3$에 대입하면 $p=-7$ 또는 $p=0$

그런데 $p=0$, $q=\frac{3}{2}$이면 $x^2+px+q=0$, 즉 $x^2+\frac{3}{2}=0$은 근을 갖지 않으므로

$p=-7$, $q=-2$ … ❷

$\therefore p+q=-9$ … ❸

답 -9

채점 기준

❶ $x^2+(q-3)x+2p=0$의 두 근을 구할 수 있다.	30%
❷ p, q의 값을 구할 수 있다.	60%
❸ $p+q$의 값을 구할 수 있다.	10%

09 이차방정식의 활용

0973 답 $1-\sqrt{2}$

0974 답 $3+\sqrt{5}$

0975 답 $2-3\sqrt{3}$

0976 답 $5+7\sqrt{2}$

0977 $6+\sqrt{12}=6+2\sqrt{3}$이므로 다른 한 근은 $6-2\sqrt{3}$

답 $6-2\sqrt{3}$

0978 $4-\sqrt{20}=4-2\sqrt{5}$이므로 다른 한 근은 $4+2\sqrt{5}$

답 $4+2\sqrt{5}$

0979 $(x-4)(x-6)=0$이므로 $x^2-10x+24=0$

답 $x^2-10x+24=0$

0980 $x(x-6)=0$이므로 $x^2-6x=0$ 답 $x^2-6x=0$

0981 $(x+2)^2=0$이므로 $x^2+4x+4=0$

답 $x^2+4x+4=0$

0982 $\left(x+\frac{1}{5}\right)\left(x-\frac{1}{5}\right)=0$이므로 $x^2-\frac{1}{25}=0$

답 $x^2-\frac{1}{25}=0$

0983 $\left(x-\frac{3}{4}\right)(x+1)=0$이므로 $x^2+\frac{1}{4}x-\frac{3}{4}=0$

답 $x^2+\frac{1}{4}x-\frac{3}{4}=0$

0984 $8\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{4}\right)=0$이므로 $8x^2-2x-1=0$

답 $8x^2-2x-1=0$

0985 $9\left(x-\frac{1}{3}\right)^2=0$이므로 $9x^2-6x+1=0$

답 $9x^2-6x+1=0$

0986 $-(x^2-3x-10)=0$이므로 $-x^2+3x+10=0$

답 $-x^2+3x+10=0$

0987 $3\left(x^2-3x-\frac{8}{3}\right)=0$이므로 $3x^2-9x-8=0$

답 $3x^2-9x-8=0$

0988 (1) $(x+3)^2=10x+6$에서 $x^2-4x+3=0$
(2) $x^2-4x+3=0$에서 $(x-1)(x-3)=0$
$\therefore x=1$ 또는 $x=3$

답 (1) $x^2-4x+3=0$ (2) 1 또는 3

0989 (1) $(2x-1)+2=2x+1$
(2) $(2x-1)(2x+1)=99$에서 $4x^2-1=99$
$x^2=25$ $\therefore x=5$ ($\because x$는 자연수)
(3) $x=5$이므로 연속하는 두 홀수는 9, 11이다.

답 (1) $2x+1$ (2) 5 (3) 9, 11

0990 (1) 물체가 지면에 떨어질 때의 높이는 0 m이다.
(2) $40x-5x^2=0$에서 $x^2-8x=0$
$x(x-8)=0$ $\therefore x=8$ ($\because x>0$)
따라서 물체가 지면에 떨어질 때까지 걸리는 시간은 8초이다.

답 (1) 0 m (2) 8초

0991 (1) $(x+8)(x+5)=x^2+13x+40(\mathrm{m}^2)$
(2) $x^2+13x+40=8\times5+30$이므로
$x^2+13x-30=0$, $(x+15)(x-2)=0$
$\therefore x=2$ ($\because x>0$)

답 (1) $(x^2+13x+40)\mathrm{m}^2$ (2) 2

0992 다른 한 근은 $2+2\sqrt{3}$이므로
$k+1=(2-2\sqrt{3})(2+2\sqrt{3})=-8$
$\therefore k=-9$ 답 ①

0993 다른 한 근은 $2+\sqrt{5}$이므로
$p=(2-\sqrt{5})+(2+\sqrt{5})=4$
$q=(2-\sqrt{5})(2+\sqrt{5})=-1$
$\therefore p+q=3$ 답 3

0994 $3<\sqrt{10}<4$이므로 $2<6-\sqrt{10}<3$
$\therefore a=2,\ b=4-\sqrt{10}$
따라서 $2x^2+px+q=0$의 다른 한 근은 $4+\sqrt{10}$이므로
$-\frac{p}{2}=(4-\sqrt{10})+(4+\sqrt{10})=8$
$\frac{q}{2}=(4-\sqrt{10})(4+\sqrt{10})=6$
$\therefore p=-16,\ q=12$
$\therefore p+2q=-16+2\times12=8$ 답 8

0995 $\frac{1}{2+\sqrt{3}}=\frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}=2-\sqrt{3}$
따라서 $mx^2-8x-n=0$의 다른 한 근은 $2+\sqrt{3}$이므로 … ❶
$\frac{8}{m}=(2-\sqrt{3})+(2+\sqrt{3})=4$
$-\frac{n}{m}=(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})=1$
$\therefore m=2,\ n=-2$ … ❷
따라서 $m-n=4$, $mn=-4$가 이차방정식 $x^2-px+q=0$의 두 근이므로
$p=4+(-4)=0$, $q=4\times(-4)=-16$ … ❸
$\therefore p+q=-16$ … ❹

답 -16

채점 기준

❶ 이차방정식의 다른 한 근을 구할 수 있다.	30%
❷ m, n의 값을 구할 수 있다.	30%
❸ p, q의 값을 구할 수 있다.	30%
❹ $p+q$의 값을 구할 수 있다.	10%

0996 $\alpha+\beta=-2$, $\alpha\beta=-5$이므로 구하는 이차방정식은
$(x+2)(x+5)=0$ $\therefore x^2+7x+10=0$ 답 ⑤

0997 두 근이 -3, 5이고 x^2의 계수가 2인 이차방정식은

$2(x+3)(x-5)=0 \qquad \therefore 2x^2-4x-30=0$

따라서 $a=-4$, $b=-30$이므로 $\quad a-b=26$ 답 ④

다른 풀이 근과 계수의 관계에 의하여

$-\frac{a}{2}=-3+5=2,\ \frac{b}{2}=-3\times5=-15$

따라서 $a=-4$, $b=-30$이므로 $\quad a-b=26$

0998 x^2의 계수가 4이고 중근 -3을 갖는 이차방정식은

$4(x+3)^2=0 \qquad \therefore 4x^2+24x+36=0$

따라서 $A=24$, $B=12$이므로

$A-B=12$ 답 12

0999 $(-6)^2-4\times3m=0$이므로 $\quad m=3$

따라서 두 근이 3, 6이고 x^2의 계수가 2인 이차방정식은

$2(x-3)(x-6)=0 \qquad \therefore 2x^2-18x+36=0$ 답 ③

1000 $\alpha+\beta=\frac{5}{2}$, $\alpha\beta=-2$이므로 ··· ❶

$(\alpha-2)+(\beta-2)=\alpha+\beta-4=\frac{5}{2}-4=-\frac{3}{2}$

$(\alpha-2)(\beta-2)=\alpha\beta-2(\alpha+\beta)+4$

$=-2-2\times\frac{5}{2}+4=-3$ ··· ❷

따라서 구하는 이차방정식은

$2\left(x^2+\frac{3}{2}x-3\right)=0 \qquad \therefore 2x^2+3x-6=0$ ··· ❸

답 $2x^2+3x-6=0$

채점 기준

❶ $\alpha+\beta$, $\alpha\beta$의 값을 구할 수 있다.	30%
❷ $(\alpha-2)+(\beta-2)$, $(\alpha-2)(\beta-2)$의 값을 구할 수 있다.	40%
❸ 이차방정식을 구할 수 있다.	30%

1001 $y=ax+b$의 그래프에서 $\quad a=\frac{7}{5}$, $b=-7$ ··· ❶

따라서 $\frac{7}{5}$, -7을 두 근으로 하고 x^2의 계수가 5인 이차방정식은

$5\left(x-\frac{7}{5}\right)(x+7)=0 \qquad \therefore 5x^2+28x-49=0$ ··· ❷

답 $5x^2+28x-49=0$

채점 기준

❶ a, b의 값을 구할 수 있다.	40%
❷ 이차방정식을 구할 수 있다.	60%

1002 -8과 1을 두 근으로 하고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x+8)(x-1)=0 \qquad \therefore x^2+7x-8=0$

즉 이차방정식의 상수항은 -8이다.

-5와 3을 두 근으로 하고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x+5)(x-3)=0 \qquad \therefore x^2+2x-15=0$

즉 이차방정식의 x의 계수는 2이다.

따라서 처음에 주어진 이차방정식은 $x^2+2x-8=0$이므로

$a=2$, $b=-8 \qquad \therefore a+b=-6$ 답 -6

1003 $x^2-3ax+2a=0$에서 x의 계수와 상수항을 바꾸면

$x^2+2ax-3a=0$

$x=-3$을 위의 식에 대입하면

$(-3)^2-6a-3a=0 \qquad \therefore a=1$

따라서 처음에 주어진 이차방정식은 $x^2-3x+2=0$이므로

$(x-1)(x-2)=0 \qquad \therefore x=1$ 또는 $x=2$

답 $x=1$ 또는 $x=2$

1004 $\frac{n(n-3)}{2}=44$이므로 $\quad n^2-3n-88=0$

$(n+8)(n-11)=0 \qquad \therefore n=11\ (\because n>0)$

따라서 구하는 다각형은 십일각형이다. 답 ⑤

1005 $\frac{n(n+1)}{2}=36$이므로 $\quad n^2+n-72=0$

$(n+9)(n-8)=0 \qquad \therefore n=8\ (\because n>0)$

따라서 구하는 삼각형은 8번째 삼각형이다. 답 ②

1006 $\frac{n(n+1)}{2}=210$이므로 $\quad n^2+n-420=0$

$(n+21)(n-20)=0 \qquad \therefore n=20\ (\because n>0)$

따라서 1부터 20까지 더해야 한다. 답 ④

1007 $n(n-1)=42$이므로 $\quad n^2-n-42=0$

$(n+6)(n-7)=0 \qquad \therefore n=7\ (\because n>0)$ 답 ③

SSEN 보충학습

0이 아닌 서로 다른 한 자리의 숫자가 각각 하나씩 적힌 n장의 카드 중에서

① 2장을 뽑아 만들 수 있는 두 자리 자연수의 개수는 ➜ $n(n-1)$

② 3장을 뽑아 만들 수 있는 세 자리 자연수의 개수는

➜ $n(n-1)(n-2)$

1008 가로, 세로, 대각선에 있는 수의 합이 모두 같으므로 가로에 있는 수의 합은

$\frac{1+2+3+\cdots+9}{3}=\frac{45}{3}=15$

$(x^2+4)+(2x-1)+4=15$에서 $\quad x^2+2x-8=0$

$(x+4)(x-2)=0 \qquad \therefore x=2\ (\because x$는 자연수$)$ 답 2

1009 $\langle x\rangle^2+\langle x\rangle-12=0$에서 $\quad (\langle x\rangle+4)(\langle x\rangle-3)=0$

$\therefore \langle x\rangle=3\ (\because \langle x\rangle>0)$

$\therefore x=4,\ 9$

따라서 모든 자연수 x의 값의 합은 13이다. 답 ②

1010 $(x-2)(x+1)-(-3x)=1$이므로

$x^2+2x-3=0, \qquad (x+3)(x-1)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=1$ 답 ①, ④

1011 $(x-1)(3x+2)-(x-1)+(3x+2)=7$이므로

$3x^2+x-6=0$

따라서 모든 실수 x의 값의 곱은 근과 계수의 관계에 의하여

$\frac{-6}{3}=-2$ 답 ④

1012 어떤 수를 x라 하면 $(x+3)^2=2(x+3)$

$x^2+4x+3=0,\quad (x+3)(x+1)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=-1$ 답 -3 또는 -1

1013 어떤 양수를 x라 하면

$x(x-1)=156,\quad x^2-x-156=0$

$(x+12)(x-13)=0 \quad \therefore x=13\ (\because x>0)$

따라서 원래의 두 수의 곱은 $13\times14=182$ 답 182

1014 십의 자리의 숫자를 x라 하면 일의 자리의 숫자는 $12-x$이므로

$x(12-x)=(10x+12-x)-22$ … ❶

$x^2-3x-10=0,\quad (x+2)(x-5)=0$

$\therefore x=5$ ($\because x$는 자연수) … ❷

따라서 구하는 수는 57이다. … ❸

답 57

채점 기준

❶ 이차방정식을 세울 수 있다.	40%
❷ 이차방정식의 해를 구할 수 있다.	40%
❸ 두 자리 자연수를 구할 수 있다.	20%

1015 연속하는 세 자연수를 $x-1$, x, $x+1$로 놓으면

$5\{(x+1)+(x-1)\}+24=x^2$

$x^2-10x-24=0,\quad (x+2)(x-12)=0$

$\therefore x=12$ ($\because x$는 자연수)

따라서 가장 큰 수는 13이다. 답 ③

참고 세 자연수는 11, 12, 13이다.

1016 연속하는 두 홀수를 x, $x+2$로 놓으면

$x^2+(x+2)^2=130$ … ❶

$x^2+2x-63=0,\quad (x+9)(x-7)=0$

$\therefore x=7$ ($\because x$는 홀수) … ❷

따라서 두 홀수는 7, 9이므로 구하는 곱은 63이다. … ❸

답 63

채점 기준

❶ 이차방정식을 세울 수 있다.	40%
❷ 이차방정식의 해를 구할 수 있다.	40%
❸ 두 수의 곱을 구할 수 있다.	20%

1017 연속하는 세 짝수를 $x-2$, x, $x+2$로 놓으면

$(x+2)^2=2x(x-2)+20,\quad x^2-8x+16=0$

$(x-4)^2=0 \quad \therefore x=4$

따라서 세 짝수는 2, 4, 6이므로 구하는 합은 12이다. 답 ①

1018 동생의 나이를 x살이라 하면 영은이의 나이는 $(x+5)$살이므로

$(x+5)^2=2x^2+1,\quad x^2-10x-24=0$

$(x+2)(x-12)=0 \quad \therefore x=12\ (\because x>0)$

따라서 동생의 나이는 12살이다. 답 ③

1019 여름 캠프의 날짜를 $(x-1)$일, x일, $(x+1)$일이라 하면

$(x-1)^2+x^2+(x+1)^2=245,\quad 3x^2=243$

$x^2=81 \quad \therefore x=9\ (\because x>1)$

따라서 출발 날짜는 8일이다. 답 ④

1020 상품의 가격을 A원, 이때의 판매량을 B개라 하면 가격 인상 전후의 수입이 같으므로

$AB=A\left(1+\frac{5x}{100}\right)B\left(1-\frac{4x}{100}\right)$ … ❶

$20x^2-100x=0,\quad 20x(x-5)=0$

$\therefore x=5\ (\because x>0)$ … ❷

답 5

채점 기준

❶ 이차방정식을 세울 수 있다.	50%
❷ x의 값을 구할 수 있다.	50%

1021 처음 동아리 학생 수를 x라 하면

$\left(\frac{108}{x}-1\right)+4=x,\quad \frac{108}{x}+3=x$

$x^2-3x-108=0,\quad (x+9)(x-12)=0$

$\therefore x=12\ (\because x>0)$

따라서 구하는 학생 수는 12이다. 답 12

1022 $2+9t-5t^2=0$이므로 $5t^2-9t-2=0$

$(5t+1)(t-2)=0 \quad \therefore t=2\ (\because t>0)$

따라서 2초 후에 지면에 떨어진다. 답 ③

1023 $-5t^2+25t+70=100$이므로 $t^2-5t+6=0$

$(t-2)(t-3)=0 \quad \therefore t=2$ 또는 $t=3$

따라서 2초 후에 터지도록 해야 한다. 답 ②

1024 (1) $k=-5\times1^2+20\times1=15$ … ❶

(2) $-5t^2+20t=15$이므로 $t^2-4t+3=0$

$(t-1)(t-3)=0 \quad \therefore t=1$ 또는 $t=3$ … ❷

따라서 3초 후에 높이가 15 m인 지점을 다시 지난다. … ❸

답 (1) 15 (2) 3초

채점 기준

❶ k의 값을 구할 수 있다.	50%
❷ t의 값을 구할 수 있다.	30%
❸ 답을 구할 수 있다.	20%

1025 $50t-5t^2=80$이므로 $t^2-10t+16=0$

$(t-2)(t-8)=0 \quad \therefore t=2$ 또는 $t=8$

따라서 높이가 80m 이상인 지점을 지나는 시간은 2초부터 8초까지이므로 6초 동안이다. 답 6초

1026 가로의 길이를 $x$cm라 하면 세로의 길이는 $(18-x)$cm이므로

$x(18-x)=72,\quad x^2-18x+72=0$

$(x-6)(x-12)=0$

$\therefore x=12\ (\because 9<x<18)$

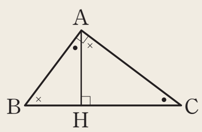
따라서 가로의 길이는 12 cm이다. 답 12 cm

참고 (i) 가로의 길이가 세로의 길이보다 길어야 하므로
$x>18-x$ $\quad\therefore x>9$
(ii) 세로의 길이는 양수이므로 $\quad 18-x>0 \quad \therefore x<18$
(i), (ii)에서 $\quad 9<x<18$

1027 $(x+1)^2=4(4+2x)$이므로 $\quad x^2-6x-15=0$
$\therefore x=3+2\sqrt{6}\ (\because x>0)$ 답 ③

ssen 보충학습

$\angle A=90°$인 직각삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 빗변 BC에 내린 수선의 발을 H라 할 때



① $\overline{AB}^2=\overline{BH}\times\overline{BC}$
② $\overline{AC}^2=\overline{CH}\times\overline{CB}$
③ $\overline{AH}^2=\overline{HB}\times\overline{HC}$

1028 $\overline{BQ}=x$cm라 하면 $\overline{QC}=(6-x)$cm, $\overline{PC}=(8-x)$cm이므로
$\frac{1}{2}(6-x)(8-x)=4$ … ❶
$x^2-14x+40=0, \quad (x-4)(x-10)=0$
$\therefore x=4\ (\because 0<x<6)$ … ❷
따라서 $\overline{BQ}$의 길이는 4cm이다. … ❸
답 4cm

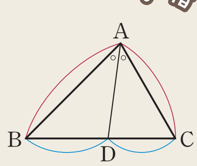
채점 기준

❶ 이차방정식을 세울 수 있다.	50%
❷ 이차방정식의 해를 구할 수 있다.	40%
❸ $\overline{BQ}$의 길이를 구할 수 있다.	10%

1029 $\angle BAC=\angle BCA=\frac{1}{2}\times(180°-36°)=72°$이므로
$\angle BAD=\angle CAD=36°, \angle CDA=72°$
$\therefore \overline{AC}=\overline{AD}=\overline{BD}$
이때 $\overline{AC}=x$cm라 하면 $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$에서
$6:x=x:(6-x), \quad x^2+6x-36=0$
$\therefore x=-3+3\sqrt{5}\ (\because 0<x<6)$
따라서 $\overline{AC}$의 길이는 $(-3+3\sqrt{5})$cm이다. 답 $(-3+3\sqrt{5})$cm

ssen 보충학습

삼각형의 내각의 이등분선의 성질
$\triangle ABC$에서 $\angle A$의 이등분선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 D라 하면
$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$



1030 $\overline{AD}=x$cm라 하면
$\frac{1}{2}\times(x+x+4)\times x=80$ … ❶
$x^2+2x-80=0, \quad (x+10)(x-8)=0$
$\therefore x=8\ (\because x>0)$ … ❷
$\therefore \overline{BC}=2+8+2=12$(cm) … ❸
답 12cm

채점 기준

❶ 이차방정식을 세울 수 있다.	40%
❷ 이차방정식의 해를 구할 수 있다.	40%
❸ $\overline{BC}$의 길이를 구할 수 있다.	20%

1031 큰 정사각형의 한 변의 길이를 $x$cm라 하면
$x^2+(10-x)^2=58, \quad x^2-10x+21=0$
$(x-3)(x-7)=0$
$\therefore x=7\ (\because 5<x<10)$
따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 7cm이다. 답 ⑤

1032 작은 정사각형의 한 변의 길이를 $x$cm라 하면 작은 정사각형의 둘레의 길이는 $4x$cm이므로 큰 정사각형의 둘레의 길이는 $(8-4x)$cm이고, 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $(2-x)$cm이다.
두 정사각형의 넓이의 비가 1 : 2이므로
$x^2:(2-x)^2=1:2, \quad (2-x)^2=2x^2$ … ❶
$x^2+4x-4=0$
$\therefore x=-2+2\sqrt{2}\ (\because x>0)$ … ❷
따라서 작은 정사각형의 한 변의 길이는 $(-2+2\sqrt{2})$cm이다. … ❸
답 $(-2+2\sqrt{2})$cm

채점 기준

❶ 이차방정식을 세울 수 있다.	50%
❷ 이차방정식의 해를 구할 수 있다.	40%
❸ 작은 정사각형의 한 변의 길이를 구할 수 있다.	10%

1033 $\overline{BC}=x$cm라 하면 $\overline{CG}=(13-x)$cm이므로
$10:x=(13-x):4, \quad x(13-x)=40$
$x^2-13x+40=0, \quad (x-5)(x-8)=0$
$\therefore x=8\ \left(\because \frac{13}{2}<x<13\right)$
$\therefore \square ABCD=10\times8=80(\text{cm}^2)$ 답 ③

1034 $\overline{OP}=x$cm라 하면 $\overline{AP}=(6+x)$cm, $\overline{PB}=(6-x)$cm이므로
$(6+x)^2=4(6-x)^2, \quad x^2-20x+36=0$
$(x-2)(x-18)=0 \quad \therefore x=2\ (\because 0<x<6)$
따라서 $\overline{OP}$의 길이는 2cm이다. 답 2cm

1035 가장 작은 반원의 반지름의 길이를 $x$cm라 하면 두 번째로 큰 반원의 반지름의 길이는 $(10-x)$cm이므로
$\frac{1}{2}\pi\times10^2-\frac{1}{2}\pi x^2-\frac{1}{2}\pi(10-x)^2=24\pi$
$x^2-10x+24=0, \quad (x-4)(x-6)=0$
$\therefore x=4\ (\because 0<x<5)$
따라서 가장 작은 반원의 반지름의 길이는 4cm이다. 답 ④

1036 $\pi\times(6+x)^2-\pi\times6^2=45\pi$이므로
$x^2+12x-45=0, \quad (x+15)(x-3)=0$
$\therefore x=3\ (\because x>0)$ 답 3

09 이차방정식의 활용

1037 연못의 반지름의 길이를 xm라 하면

$\pi\times(x+3)^2-\pi\times x^2=\frac{1}{2}\pi\times(x+3)^2$ … ❶

$x^2-6x-9=0$

$\therefore x=3+3\sqrt{2}$ ($\because x>0$) … ❷

따라서 연못의 둘레의 길이는

$2\pi\times(3+3\sqrt{2})=(6+6\sqrt{2})\pi$(m) … ❸

답 $(6+6\sqrt{2})\pi$ m

채점 기준

❶ 이차방정식을 세울 수 있다.	40%
❷ 이차방정식의 해를 구할 수 있다.	40%
❸ 연못의 둘레의 길이를 구할 수 있다.	20%

1038 늘어난 길이를 xm라 하면

$(x+8)(x+4)=8\times4+28$

$x^2+12x-28=0,\quad (x+14)(x-2)=0$

$\therefore x=2$ ($\because x>0$)

따라서 세로의 길이는 2m 만큼 늘어났다. 답 ③

1039 x초 후에 처음 직사각형의 넓이와 같아진다고 하면

$(9-x)(6+2x)=54$

$x^2-6x=0,\quad x(x-6)=0$

$\therefore x=6$ ($\because 0<x<9$)

따라서 6초 후에 처음 직사각형의 넓이와 같아진다. 답 6초

1040 처음 삼각형의 밑변의 길이를 $x$cm라 하면

$\frac{1}{2}(x+2)(x+3)=2\times\left(\frac{1}{2}\times x\times x\right)$ … ❶

$x^2-5x-6=0,\quad (x+1)(x-6)=0$

$\therefore x=6$ ($\because x>0$) … ❷

따라서 처음 삼각형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times6\times6=18$ (cm^2) … ❸

답 18 cm^2

채점 기준

❶ 이차방정식을 세울 수 있다.	40%
❷ 이차방정식의 해를 구할 수 있다.	40%
❸ 처음 삼각형의 넓이를 구할 수 있다.	20%

1041 잘라내는 정사각형의 한 변의 길이를 $x$cm라 하면

$(10-2x)^2=36,\quad x^2-10x+16=0$

$(x-2)(x-8)=0 \quad \therefore x=2$ ($\because 0<x<5$)

따라서 구하는 부피는

$6\times6\times2=72(\text{cm}^3)$ 답 72 cm^3

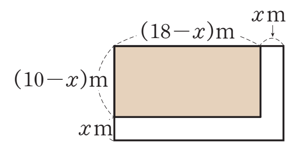
1042 물받이의 높이를 $x$cm라 하면

$x(50-2x)=312,\quad x^2-25x+156=0$

$(x-12)(x-13)=0 \quad \therefore x=12$ 또는 $x=13$

따라서 물받이의 높이는 12cm 또는 13cm이다. 답 ②, ③

1043 도로의 폭을 xm라 하면 도로를 제외한 나머지 부분의 넓이는 가로의 길이가 $(18-x)$m, 세로의 길이가 $(10-x)$m인 직사각형의 넓이와 같으므로



$(18-x)(10-x)=128$

$x^2-28x+52=0$

$(x-2)(x-26)=0$

$\therefore x=2$ ($\because 0<x<10$)

따라서 도로의 폭은 2m이다. 답 2 m

1044 산책로의 폭을 xm라 하면

$(9+2x)(4+2x)-9\times4=48$

$2x^2+13x-24=0,\quad (x+8)(2x-3)=0$

$\therefore x=\frac{3}{2}$ ($\because x>0$)

따라서 산책로의 폭은 $\frac{3}{2}$m이다. 답 ②

1045 길의 폭을 xm라 하면 남은 땅은 가로의 길이가 $(13-x)$m, 세로의 길이가 $(10-2x)$m인 직사각형 모양이므로

$(13-x)(10-2x)=66,\quad x^2-18x+32=0$

$(x-2)(x-16)=0$

$\therefore x=2$ ($\because 0<x<5$)

따라서 길의 폭은 2m이다. 답 2m

1046 전략 이차방정식 $9x^2+ax-b=0$의 계수가 모두 유리수이므로 다른 한 근은 $\frac{-2+\sqrt{6}}{3}$이다.

풀이 다른 한 근은 $\frac{-2+\sqrt{6}}{3}$이므로

$-\frac{a}{9}=\frac{-2-\sqrt{6}}{3}+\frac{-2+\sqrt{6}}{3}=-\frac{4}{3} \quad \therefore a=12$

$-\frac{b}{9}=\frac{-2-\sqrt{6}}{3}\times\frac{-2+\sqrt{6}}{3}=-\frac{2}{9} \quad \therefore b=2$

따라서 $2x^2-12x+16=0$, 즉 $x^2-6x+8=0$이므로

$(x-2)(x-4)=0 \quad \therefore x=2$ 또는 $x=4$

답 $x=2$ 또는 $x=4$

1047 전략 $\langle x\rangle+1=A$로 치환하여 이차방정식을 푼다.

풀이 $\langle x\rangle+1=A$로 치환하면

$A^2-2(A+3)-9=0,\quad A^2-2A-15=0$

$(A+3)(A-5)=0$

$\therefore A=-3$ 또는 $A=5$

(i) $\langle x\rangle+1=-3$에서 $\quad\langle x\rangle=-4$

(ii) $\langle x\rangle+1=5$에서 $\quad\langle x\rangle=4$

(i), (ii)에서 $\quad\langle x\rangle=4$ ($\because \langle x\rangle\ge0$)

따라서 자연수 x는 7, 8, 9, 10이므로 구하는 합은 34이다.

답 34

참고 소수는 2, 3, 5, 7, 11, …이므로 6 이하의 소수의 개수는 3이고, 11 이하의 소수의 개수는 5이다.

1048 전략 (소금의 양)$=\frac{(\text{농도})}{100}\times$(소금물의 양)임을 이용한다.

풀이 20%의 소금물 $100g$에서 xg의 소금물을 퍼내면 남아 있는 소금물의 양은 $(100-x)g$이므로 소금의 양은

$$\frac{20}{100}(100-x)(g)$$

이 소금물에 물 xg을 넣으면 소금물의 양은 $100g$이므로 소금물의 농도는

$$\frac{20}{100}(100-x)(\%)$$

이 소금물에서 다시 xg의 소금물을 퍼내면 남아 있는 소금물의 양은 $(100-x)g$이므로 소금의 양은

$$\frac{20}{100}(100-x)\times\frac{1}{100}\times(100-x)=\frac{1}{500}(100-x)^2(g)$$

이 소금물에 물 xg을 넣으면 소금물의 양은 $100g$이므로 소금물의 농도는

$$\frac{1}{500}(100-x)^2(\%)$$

이때 이 소금물의 농도가 5%이므로

$$\frac{1}{500}(100-x)^2=5,\qquad (100-x)^2=2500$$

$$100-x=\pm50\qquad \therefore x=50\ (\because 0<x<100)$$

답 ⑤

1049 전략 트랙의 둘레의 길이는 모형 자동차가 8초 동안 움직인 거리와 같다.

풀이 트랙의 둘레의 길이는 모형 자동차가 8초 동안 움직인 거리와 같으므로

$$8^2+4\times8=96(m)$$

모형 자동차가 트랙을 두 바퀴를 돌 때 움직인 거리는 $96\times2=192\,(m)$이므로

$$t^2+4t=192,\qquad t^2+4t-192=0$$

$$(t+16)(t-12)=0$$

$$\therefore t=12\ (\because t>0)$$

따라서 두 바퀴를 도는 데 12초 걸린다.

답 12초

1050 전략 점 A의 좌표를 $\left(a,\ -\frac{1}{2}a+3\right)$으로 놓는다.

풀이 점 A의 좌표를 $\left(a,\ -\frac{1}{2}a+3\right)$이라 하면

$$\overline{BD}=6-a,\ \overline{CE}=3-\left(-\frac{1}{2}a+3\right)=\frac{1}{2}a$$

$\triangle ABD:\triangle ECA=3:2$이므로

$$2\triangle ABD=3\triangle ECA$$

$$2\left\{\frac{1}{2}\times(6-a)\times\left(-\frac{1}{2}a+3\right)\right\}=3\left(\frac{1}{2}\times a\times\frac{1}{2}a\right)$$

$$\frac{1}{2}a^2-6a+18=\frac{3}{4}a^2,\qquad a^2+24a-72=0$$

$$\therefore a=-12+6\sqrt{6}\ (\because 0<a<6)$$

따라서 점 A의 x좌표는 $-12+6\sqrt{6}$ 이다.

답 $-12+6\sqrt{6}$

1051 전략 $\overline{AH}=x\text{cm}$로 놓고 정사각형 ABCD의 넓이를 x에 대한 식으로 나타낸다.

풀이 $\triangle AEH\equiv\triangle BFE\equiv\triangle CGF\equiv\triangle DHG$이므로

$$\square ABCD=\square EFGH+4\triangle AEH$$

$\overline{AH}=x\text{cm}$라 하면

$$12^2=10^2+4\times\frac{1}{2}x(12-x),\qquad x^2-12x+22=0$$

$$\therefore x=6-\sqrt{14}\ (\because 0<x<6)$$

따라서 $\overline{AH}$의 길이는 $(6-\sqrt{14})\text{cm}$이다.

답 $(6-\sqrt{14})\text{cm}$

1052 전략 $\overline{AD}=x$로 놓고 두 직사각형 ABCD와 BCEF가 닮음임을 이용한다.

풀이 $\overline{AD}=x$라 하면 $\square ABCD\backsim\square BCEF$이므로

$$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{BC}:\overline{BF}$$

$$2:x=x:(2-x),\qquad x^2+2x-4=0$$

$$\therefore x=-1+\sqrt{5}\ (\because x>0)$$

따라서 $\overline{AD}$의 길이는 $-1+\sqrt{5}$이다.

답 ③

1053 전략 오각형 APQCD의 넓이가 258cm^2일 때의 $\triangle PBQ$의 넓이를 구한다.

풀이 x초 후에 오각형 APQCD의 넓이가 258cm^2가 된다고 하면 그때의 $\triangle PBQ$의 넓이는 $300-258=42\,(\text{cm}^2)$이므로

$$\frac{1}{2}\times(15-2x)\times3x=42,\qquad 2x^2-15x+28=0$$

$$(2x-7)(x-4)=0$$

$$\therefore x=\frac{7}{2}\ \text{또는}\ x=4$$

따라서 구하는 시간은 $\frac{7}{2}$, 즉 3.5초이다.

답 ②

1054 전략 길의 폭을 $x\text{m}$로 놓고 길을 제외한 부분의 넓이를 x에 대한 식으로 나타낸다.

풀이 길의 폭을 $x\text{m}$라 하면

$$(70-x)(60-2x)=2400,\qquad x^2-100x+900=0$$

$$(x-10)(x-90)=0\qquad \therefore x=10\ (\because 0<x<30)$$

따라서 길의 폭은 10m이다.

답 10m

1055 전략 연속하는 다섯 개의 자연수를 $x-2,\ x-1,\ x,\ x+1,\ x+2$로 놓고 이차방정식을 세운다.

풀이 다섯 개의 자연수를 $x-2,\ x-1,\ x,\ x+1,\ x+2$로 놓으면

$$(x-2)^2+(x-1)^2+x^2=(x+1)^2+(x+2)^2 \qquad \cdots ❶$$

$$x^2-12x=0,\qquad x(x-12)=0$$

$$\therefore x=12\ (\because x\text{는 자연수}) \qquad \cdots ❷$$

따라서 연속하는 다섯 개의 자연수는 10, 11, 12, 13, 14이므로 구하는 합은 60이다. … ❸

답 60

채점 기준

❶ 이차방정식을 세울 수 있다.	40%
❷ 이차방정식의 해를 구할 수 있다.	40%
❸ 다섯 개의 자연수의 합을 구할 수 있다.	20%

1056 전략 $\overline{EP}=x$ cm로 놓고 $\triangle QCP \backsim \triangle ABP$임을 이용하여 이차방정식을 세운다.

풀이 $\overline{EP}=x$ cm라 하면 $\overline{PC}=(4-x)$ cm, $\overline{PB}=(12-x)$ cm 이고 $\triangle QCP : \square ABCQ=1:12$이므로

$\triangle QCP : \triangle ABP=1:13$ … ❶

이때 $\triangle QCP \backsim \triangle ABP$(AA 닮음)이므로

$(4-x)^2 : (12-x)^2=1:13$

$(12-x)^2=13(4-x)^2$ … ❷

$3x^2-20x+16=0$

$\therefore x=\dfrac{10-2\sqrt{13}}{3}$ ($\because 0<x<4$) … ❸

따라서 $\overline{EP}$의 길이는 $\dfrac{10-2\sqrt{13}}{3}$ cm이다. … ❹

답 $\dfrac{10-2\sqrt{13}}{3}$ cm

채점 기준

❶ $\triangle QCP$와 $\triangle ABP$의 넓이의 비를 구할 수 있다.	10%
❷ 이차방정식을 세울 수 있다.	40%
❸ 이차방정식의 해를 구할 수 있다.	40%
❹ $\overline{EP}$의 길이를 구할 수 있다.	10%

1057 전략 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x로 놓으면 작은 정사각형의 한 변의 길이가 $x-6$임을 이용하여 이차방정식을 세운다.

풀이 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x라 하면 작은 정사각형의 한 변의 길이는 $x-6$이므로

$x^2+(x-6)^2=468$ … ❶

$x^2-6x-216=0$, $(x+12)(x-18)=0$

$\therefore x=18$ ($\because x>6$) … ❷

따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 18이다. … ❸

답 18

채점 기준

❶ 이차방정식을 세울 수 있다.	50%
❷ 이차방정식의 해를 구할 수 있다.	40%
❸ 큰 정사각형의 한 변의 길이를 구할 수 있다.	10%

1058 전략 색지의 짧은 변의 길이를 x cm로 놓고 널빤지의 넓이를 x에 대한 식으로 나타낸다.

풀이 색지의 짧은 변의 길이를 x cm라 하면 긴 변의 길이는

$\dfrac{1}{3}(6x-9)=2x-3$(cm)

널빤지의 넓이가 216 cm^{2}이므로

$6x(2x-3+x)=216$ … ❶

$x^2-x-12=0$, $(x+3)(x-4)=0$

$\therefore x=4$ $\left(\because x>\dfrac{3}{2}\right)$ … ❷

따라서 색지의 짧은 변의 길이는 4 cm, 긴 변의 길이는 5 cm이므로 그 넓이는 $4\times5=20$(cm^2) … ❸

답 20 cm^2

채점 기준

❶ 이차방정식을 세울 수 있다.	40%
❷ 이차방정식의 해를 구할 수 있다.	40%
❸ 색지 한 장의 넓이를 구할 수 있다.	20%

10 이차함수의 그래프 (1)

1059 답 × **1060** 답 ○

1061 $y=-3x$이므로 이차함수가 아니다. 답 ×

1062 $y=x^2+10x+25$이므로 이차함수이다. 답 ○

1063 답 $y=4x$, 이차함수가 아니다.

1064 답 $y=4\pi x^2$, 이차함수이다.

1065 답 $y=x^2+x$, 이차함수이다.

1066 $f(0)=-5$ 답 -5

1067 $f(1)=-1^2+3\times1-5=-3$ 답 -3

1068 $f(-2)=-(-2)^2+3\times(-2)-5=-15$ 답 -15

1069 $f\left(\dfrac{1}{3}\right)=-\left(\dfrac{1}{3}\right)^2+3\times\dfrac{1}{3}-5=-\dfrac{37}{9}$ 답 $-\dfrac{37}{9}$

1070 (ㄷ) $x>0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.
(ㄹ) $y=-x^2$의 그래프와 x축에 대칭이다.
이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ)이다. 답 (ㄱ), (ㄴ)

1071 답 (1) (0, 0) (2) $x=0$ (3) $y=\dfrac{2}{5}x^2$

1072 답 (ㄱ), (ㄹ) **1073** 답 (ㄷ)

1074 답 (ㄴ), (ㄹ) **1075** 답 (ㄴ)

1076 답 (ㄹ) **1077** 답 (ㄱ)

1078 답 (ㄷ)

1079 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$
a의 절댓값이 2보다 작으므로 $a<2$
$\therefore 0<a<2$ 답 $0<a<2$

1080 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$
a의 절댓값이 -1의 절댓값보다 크므로 $a<-1$
$\therefore a<-1$ 답 $a<-1$

1081 답 $y=-4x^2-2$ **1082** 답 $y=\dfrac{1}{5}x^2-1$

1083 답 $y=2x^2+\dfrac{2}{3}$ **1084** 답 $(0, -1)$, $x=0$

1085 답 $(0, 2)$, $x=0$ **1086** 답 $a<0$, $q>0$

1087 답 $a>0$, $q<0$ **1088** 답 $y=(x+3)^2$

1089 답 $y=-2(x-1)^2$

1090 답 $y=\frac{4}{3}\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$

1091 답 $(3,\ 0)$, $x=3$

1092 답 $\left(\frac{1}{5},\ 0\right)$, $x=\frac{1}{5}$

1093 답 $a>0$, $p>0$

1094 답 $a<0$, $p<0$

1095 답 $y=\frac{7}{2}(x-1)^2-1$

1096 답 $y=5(x-2)^2+4$

1097 답 $y=-(x+4)^2-2$

1098 답 $(1,\ 2)$, $x=1$

1099 답 $\left(\frac{3}{2},\ -3\right)$, $x=\frac{3}{2}$

1100 ① $y=-x^2+6x$ ③ $y=2x-1$
⑤ $y=x^3+x^2-4x+4$ 답 ①, ④

1101 (ㄴ) $y=-x^2$ (ㄷ) $y=x^2-6x+9$
(ㄹ) $y=-2x$ (ㅁ) $y=4x-1$
(ㅂ) $y=2x^2-x-3$
이상에서 이차함수인 것은 (ㄴ), (ㄷ), (ㅂ)의 3개이다. 답 3

1102 (ㄱ) $y=\pi x^2$ (ㄴ) $y=4x$
(ㄷ) $y=6x^2$ (ㄹ) $y=10x$
이상에서 이차함수인 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다. 답 ②

1103 $y=(a-3)x^2+x+2a$가 이차함수이려면
$a-3\neq 0$ $\therefore a\neq 3$ 답 $a\neq 3$

1104 $y=(k^2-2k-3)x^2+5x$가 이차함수이려면
$k^2-2k-3\neq 0$, $(k+1)(k-3)\neq 0$
$k\neq -1$이고 $k\neq 3$ 답 ②, ⑤

1105 $f(2)=2^2+3\times 2-4=6$, $f(0)=-4$이므로
$f(2)-f(0)=6-(-4)=10$ 답 ①

1106 $f(-3)=-(-3)^2-2\times(-3)+6=3$ 답 3

1107 $f(-1)=a\times(-1)^2-5\times(-1)-4=3$이므로
$a+1=3$ $\therefore a=2$ 답 ④

1108 $f(a)=-a^2+5a+a=9$이므로
$a^2-6a+9=0$, $(a-3)^2=0$ $\therefore a=3$ 답 ④

1109 $f(-1)=a\times(-1)^2-6\times(-1)-4=4$이므로
$a+2=4$ $\therefore a=2$ …❶
즉 $f(x)=2x^2-6x-4$이므로
$b=f(2)=2\times 2^2-6\times 2-4=-8$ …❷
$\therefore a+b=-6$ …❸ 답 -6

채점 기준

❶ a의 값을 구할 수 있다.	40%
❷ b의 값을 구할 수 있다.	40%
❸ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	20%

1110 $f(-2)=(-2)^2-a(-2)+b=6$이므로
$2a+b=2$ …… ㉠
$f(1)=1-a+b=-3$이므로
$-a+b=-4$ …… ㉡ …❶
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2$, $b=-2$ …❷
따라서 $f(x)=x^2-2x-2$이므로
$f(3)=3^2-2\times 3-2=1$ …❸
답 1

채점 기준

❶ a, b에 대한 연립방정식을 세울 수 있다.	30%
❷ a, b의 값을 구할 수 있다.	50%
❸ $f(3)$의 값을 구할 수 있다.	20%

1111 ⑤ $a<0$일 때, 함숫값의 범위는 $y\leq 0$이다. 답 ⑤

1112 ① 위로 볼록한 포물선이다.
② 점 $(-1,\ -3)$을 지난다.
③ 모든 실수 x에 대하여 $y\leq 0$이다.
⑤ $x<0$일 때, y의 값은 x^2의 값에 정비례한다. 답 ④

1113 (ㄴ) $y=-\frac{1}{3}x^2$의 그래프는 위로 볼록하다.
(ㄹ) $y=-\frac{1}{3}x^2$의 그래프는 $x<0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.
이상에서 공통점은 (ㄱ), (ㄷ)이다. 답 (ㄱ), (ㄷ)

1114 $-2<a<-\frac{2}{3}$ 답 ②

1115 $0<4a<3$이므로 $0<a<\frac{3}{4}$ 답 $0<a<\frac{3}{4}$

1116 a의 부호가 음수이면서 절댓값의 크기가 가장 작은 것은 ③이다. 답 ③

1117 그래프가 색칠한 부분을 지나는 이차함수의 식을 $y=ax^2$으로 놓으면
$-1<a<0$ 또는 $0<a<\frac{1}{3}$
따라서 구하는 이차함수는 ③이다. 답 ③

1118 포물선 ㉠은 위로 볼록하면서 $y=x^2$, $y=\frac{3}{2}x^2$의 그래프보다 폭이 넓으므로 이차함수의 식은
$y=-\frac{1}{4}x^2$ …❶
이 그래프가 점 $(4,\ a)$를 지나므로
$a=-\frac{1}{4}\times 4^2=-4$ …❷
답 -4

채점 기준

❶ 포물선 ㉠을 나타내는 이차함수의 식을 구할 수 있다.	50%
❷ a의 값을 구할 수 있다.	50%

1119 답 ②, ④

1120 답 ③

1121 $y=4x^2$의 그래프가 점 $(-2,\ a)$를 지나므로

$a=4\times(-2)^2=16$ … ❶

$y=4x^2$의 그래프는 $y=-4x^2$의 그래프와 x축에 대칭이므로

$b=-4$ … ❷

$\therefore\ a-b=20$ … ❸

답 20

채점 기준

❶ a의 값을 구할 수 있다.	40%
❷ b의 값을 구할 수 있다.	40%
❸ $a-b$의 값을 구할 수 있다.	20%

1122 $y=\frac{1}{4}x^2$의 그래프가 점 $(a-4,\ a-1)$을 지나므로

$a-1=\frac{1}{4}(a-4)^2,\qquad a^2-12a+20=0$

따라서 근과 계수의 관계에 의하여 모든 a의 값의 합은 12이다.

답 12

1123 이차함수의 식을 $y=ax^2$으로 놓으면 이 그래프가 점 $\left(\frac{1}{2},\ 1\right)$을 지나므로

$1=a\left(\frac{1}{2}\right)^2\qquad\therefore\ a=4\qquad\therefore\ y=4x^2$ 답 ⑤

1124 $f(x)=ax^2$으로 놓으면 $y=f(x)$의 그래프가 점 $(3,\ -2)$를 지나므로

$f(3)=9a=-2\qquad\therefore\ a=-\frac{2}{9}$ … ❶

따라서 $f(x)=-\frac{2}{9}x^2$이므로

$f(6)=-\frac{2}{9}\times 6^2=-8$ … ❷

답 -8

채점 기준

❶ a의 값을 구할 수 있다.	50%
❷ $f(6)$의 값을 구할 수 있다.	50%

1125 포물선의 식을 $y=ax^2$으로 놓으면 이 그래프가 점 $(-3,\ 27)$을 지나므로

$27=a(-3)^2\qquad\therefore\ a=3$ … ❶

따라서 $y=3x^2$의 그래프가 점 $(k,\ 18)$을 지나므로

$18=3k^2,\qquad k^2=6$

$\therefore\ k=\sqrt{6}\ (\because\ k>0)$ … ❷

답 $\sqrt{6}$

채점 기준

❶ a의 값을 구할 수 있다.	50%
❷ 양수 k의 값을 구할 수 있다.	50%

1126 포물선의 식을 $y=ax^2$으로 놓으면 이 그래프가 점 $(-3,\ -6)$을 지나므로

$-6=a(-3)^2\qquad\therefore\ a=-\frac{2}{3}$

$y=-\frac{2}{3}x^2$의 그래프와 x축에 대칭인 포물선의 식은

$y=\frac{2}{3}x^2$

따라서 이 포물선이 지나는 점이 아닌 것은 ②이다. 답 ②

참고 $-\frac{2}{3}\neq\frac{2}{3}(-1)^2$

1127 $y=-2x^2+4$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ 4)$이고, 축의 방정식은 $x=0$이므로

$p=0,\ q=4,\ m=0$

$\therefore\ p+q+m=4$ 답 ⑤

1128 $y=ax^2+5$의 그래프가 점 $(3,\ -1)$을 지나므로

$-1=9a+5\qquad\therefore\ a=-\frac{2}{3}$ 답 $-\frac{2}{3}$

1129 $f(x)=-3x^2+3$이므로

$f(1)=0,\ f(2)=-9$

$\therefore\ f(1)-f(2)=0-(-9)=9$ 답 9

1130 (ㄴ) $y=ax^2$의 그래프를 y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 것이다.

(ㄹ) $y=-ax^2-q$의 그래프와 x축에 대칭이다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다. 답 ②

1131 (ㄷ) 이차함수 $y=-\frac{3}{4}x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 2만큼 평행이동하면 $y=-\frac{3}{4}x^2+2$의 그래프와 포개어진다.

(ㅂ) 이차함수 $y=-\frac{3}{4}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동하면 $y=-\frac{3}{4}(x-2)^2$의 그래프와 포개어진다.

이상에서 완전히 포갤 수 있는 그래프는 (ㄷ), (ㅂ)이다. 답 (ㄷ), (ㅂ)

1132 ① $y=\frac{1}{2}x^2-1$의 그래프는 점 $\left(\frac{1}{2},\ -\frac{7}{8}\right)$을 지난다.

② $y=\frac{1}{2}x^2-1$의 그래프의 축의 방정식은 $x=0$이고, $y=-\frac{1}{2}(x+1)^2$의 그래프의 축의 방정식은 $x=-1$이다.

③ $y=-\frac{1}{2}(x+1)^2$의 그래프는 $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 평행이동한 것이다.

④ $y=\frac{1}{2}x^2-1$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ -1)$이고, $y=-\frac{1}{2}(x+1)^2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ 0)$이다.

답 ⑤

1133 $y=-\frac{4}{5}(x-4)^2$이므로 $x>4$이면 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소한다. 답 ⑤

1134 $y=-4(x+1)^2$
① 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 0)$이다.
② $|-4|>1$이므로 $y=-4(x+1)^2$의 그래프가 $y=x^2$의 그래프보다 폭이 좁다.
③ 위로 볼록한 포물선이다.
⑤ $x=-1$일 때, $y=0$이다. 답 ④

1135 이차함수 $y=2(x-5)^2$의 그래프가 점 $(4, m)$을 지나므로
$m=2\times(4-5)^2=2$ … ❶
또 점 $(8, n)$을 지나므로
$n=2\times(8-5)^2=18$ … ❷
$\therefore m+n=20$ … ❸
답 20

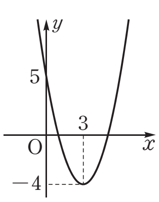
채점 기준

❶ m의 값을 구할 수 있다.	40%
❷ n의 값을 구할 수 있다.	40%
❸ $m+n$의 값을 구할 수 있다.	20%

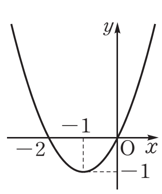
1136 $y=-2(x-1)^2-1$의 그래프가 점 $(2, k)$를 지나므로
$k=-2\times(2-1)^2-1=-3$ 답 -3

1137 주어진 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구해 보면
(ㄱ) $(-1, 1)$ ➡ 제2사분면
(ㄴ) $(1, -2)$ ➡ 제4사분면
(ㄷ) $(-1, -4)$ ➡ 제3사분면
(ㄹ) $(3, 2)$ ➡ 제1사분면
이상에서 그래프의 꼭짓점이 제4사분면에 있는 이차함수는 (ㄴ)뿐이다. 답 ②

1138 $y=(x-3)^2-4$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(3, -4)$이고 아래로 볼록하므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.
따라서 그래프가 지나지 않는 사분면은 제3사분면이다. 답 제3사분면



1139 ④ $y=(x+1)^2-1$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제4사분면을 지나지 않는다. 답 ④



1140 꼭짓점의 좌표가 $(p, 2p^2)$이고, 이 점이 직선 $y=-x+3$ 위에 있으므로
$2p^2=-p+3,\quad 2p^2+p-3=0$
$(2p+3)(p-1)=0$
$\therefore p=-\frac{3}{2}\ (\because p<0)$ 답 ②

1141 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프가 x축과 두 점 $(-2, 0)$, $(6, 0)$에서 만나므로 꼭짓점의 x좌표는
$\frac{-2+6}{2}=2\quad \therefore p=2$ … ❶
또 꼭짓점이 직선 $y=-8$ 위에 있으므로 꼭짓점의 y좌표는 -8이다. $\therefore q=-8$ … ❷
따라서 꼭짓점의 좌표가 $(2, -8)$인 이차함수의 식은
$y=a(x-2)^2-8$
이 이차함수의 그래프가 점 $(-2, 0)$을 지나므로
$0=a(-2-2)^2-8,\quad 16a-8=0\quad \therefore a=\frac{1}{2}$ … ❸
$\therefore apq=\frac{1}{2}\times2\times(-8)=-8$ … ❹
답 -8

채점 기준

❶ p의 값을 구할 수 있다.	30%
❷ q의 값을 구할 수 있다.	30%
❸ a의 값을 구할 수 있다.	30%
❹ apq의 값을 구할 수 있다.	10%

SSEN 보충학습

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프가 x축과 두 점 $(m, 0)$, $(n, 0)$에서 만나면 ➡ $\frac{m+n}{2}=p$

1142 $y=4(x-p-1)^2-2+q$와 $y=4x^2$의 그래프가 일치하므로 $-p-1=0$, $-2+q=0$
따라서 $p=-1$, $q=2$이므로
$p-q=-3$ 답 ①

1143 $y=-3(x-1-1)^2+2+4=-3(x-2)^2+6$ 답 ③

1144 $y=a(x-7)^2$의 그래프를 y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=a(x-7)^2-3$ … ❶
이 그래프가 점 $(5, 1)$을 지나므로
$1=a(-2)^2-3\quad \therefore a=1$ … ❷
답 1

채점 기준

❶ 평행이동한 그래프의 식을 구할 수 있다.	50%
❷ a의 값을 구할 수 있다.	50%

1145 $y=(x-k+1)^2-1+2k$의 그래프가 점 $(-1, 2)$를 지나므로
$2=(-1-k+1)^2-1+2k,\quad k^2+2k-3=0$
$(k+3)(k-1)=0\quad \therefore k=1\ (\because k>0)$ 답 1

1146 $y=-(x+5+b)^2+c-4$와 $y=a(x+3)^2-2$의 그래프가 일치하므로
$a=-1$, $5+b=3$, $c-4=-2$
따라서 $a=-1$, $b=-2$, $c=2$이므로
$a+b+c=-1$ 답 ③

1147 $y=-2(x-1)^2+3+a$의 그래프가 점 $(3,\ -1)$을 지나므로

$-1=-2\times(3-1)^2+3+a \qquad \therefore a=4$ …❶

$y=-2(x-b-1)^2+3$의 그래프가 점 $(-1,\ -15)$를 지나므로

$-15=-2\times(-1-b-1)^2+3, \qquad (b+2)^2=9$

$b+2=\pm3 \qquad \therefore b=-5\ (\because b<0)$ …❷

$\therefore a+b=-1$ …❸

답 -1

채점 기준

❶ a의 값을 구할 수 있다.	40%
❷ b의 값을 구할 수 있다.	40%
❸ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	20%

1148 $y=3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -4만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은 $\quad y=3(x+4)^2+2$

이 그래프를 y축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은

$y=3(-x+4)^2+2 \qquad \therefore y=3(x-4)^2+2$

따라서 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(4,\ 2)$이다. 답 ⑤

1149 $y=\frac{1}{2}(x-1)^2-4$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은 $\quad -y=\frac{1}{2}(x-1)^2-4 \qquad \therefore y=-\frac{1}{2}(x-1)^2+4$

이 그래프가 점 $(3,\ k)$를 지나므로

$k=-\frac{1}{2}\times(3-1)^2+4=2$ 답 2

1150 $y=a(x+1)^2$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은 $\quad -y=a(x+1)^2 \qquad \therefore y=-a(x+1)^2$

이 그래프를 y축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은

$y=-a(-x+1)^2 \qquad \therefore y=-a(x-1)^2$

이 그래프가 점 $(2,\ -4)$를 지나므로

$-4=-a(2-1)^2 \qquad \therefore a=4$ 답 4

1151 $y=2x^2-5$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은 $\quad -y=2x^2-5 \qquad \therefore y=-2x^2+5$

이 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-2x^2+5+b$

이 그래프가 $y=ax^2+6$의 그래프와 일치하므로

$a=-2,\ b=1 \qquad \therefore a+b=-1$ 답 ②

1152 $y=(x+a)^2$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은 $\quad -y=(x+a)^2 \qquad \therefore y=-(x+a)^2$ …❶

이 그래프를 y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-(x+a)^2+2$ …❷

이 그래프의 꼭짓점 $(-a,\ 2)$가 직선 $y=4x-6$ 위에 있으므로

$2=-4a-6 \qquad \therefore a=-2$ …❸

답 -2

채점 기준

❶ x축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식을 구할 수 있다.	40%
❷ 평행이동한 그래프의 식을 구할 수 있다.	40%
❸ a의 값을 구할 수 있다.	20%

1153 주어진 조건을 만족시키는 이차함수의 식은

$y=-\frac{1}{2}(x-4)^2-5$이므로 $\qquad a=-\frac{1}{2},\ p=-4,\ q=-5$

$\therefore apq=-10$ 답 ②

1154 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ -3)$이므로

$p=-2,\ q=-3$

$y=a(x+2)^2-3$의 그래프가 점 $(0,\ 1)$을 지나므로

$1=a\times2^2-3 \qquad \therefore a=1$

$\therefore a+pq=1+(-2)\times(-3)=7$ 답 ⑤

1155 꼭짓점의 좌표가 $(0,\ -1)$이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2-1$로 놓을 수 있다.

$y=ax^2-1$의 그래프가 점 $(-3,\ 8)$을 지나므로

$8=a(-3)^2-1 \qquad \therefore a=1$

따라서 $y=x^2-1$의 그래프 위의 점인 것은 ③이다. 답 ③

1156 $y=-x^2$의 그래프를 평행이동한 그래프의 식은

$y=-(x+3)^2+2$

이 그래프가 점 $(k,\ -2)$를 지나므로

$-2=-(k+3)^2+2, \qquad (k+3)^2=4$

$k+3=\pm2 \qquad \therefore k=-5$ 또는 $k=-1$ 답 ③, ⑤

1157 $y=-2(x-a-2)^2+b$의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(a+2,\ b)$이므로

$a+2=c,\ b=3$ …❶

즉 $y=-2(x-c)^2+3$의 그래프가 점 $(1,\ -5)$를 지나므로

$-5=-2(1-c)^2+3, \qquad (1-c)^2=4$

$1-c=\pm2 \qquad \therefore c=3\ (\because c>0)$ …❷

$\therefore a=c-2=3-2=1$ …❸

$\therefore a+b+c=7$ …❹

답 7

채점 기준

❶ b의 값을 구할 수 있다.	30%
❷ c의 값을 구할 수 있다.	30%
❸ a의 값을 구할 수 있다.	30%
❹ $a+b+c$의 값을 구할 수 있다.	10%

1158 그래프가 아래로 볼록하므로 $\qquad a>0$

꼭짓점 $(p,\ q)$가 제4사분면에 있으므로

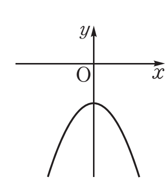
$p>0,\ q<0$ 답 ④

1159 그래프가 위로 볼록하므로 $\qquad a<0$

꼭짓점 $(p,\ 0)$이 y축의 왼쪽에 있으므로

$p<0$ 답 ④

1160 이차함수 $y=ax^2-q$의 그래프가 제1사분면과 제2사분면을 지나지 않으려면 오른쪽 그림과 같아야 하므로



$a<0$이고 $-q\le0$, 즉 $q\ge0$

$\therefore aq\le0$ 답 ④

1161 $a>0$, $p>0$, $q=0$이므로 $y=p(x-q)^2+a$, 즉 $y=px^2+a$의 그래프의 개형으로 알맞은 것은 ①이다. 답 ①

1162 $a<0$, $-b>0$이므로 $a<0$, $b<0$
따라서 $y=a(x-b)^2$의 그래프의 개형으로 알맞은 것은 ③이다.
답 ③

1163 전략 y가 x에 대한 이차함수 ➜ $y=(x$에 대한 이차식$)$
풀이 (ⅰ) $a^2-1\neq0$이어야 하므로 $a\neq-1$이고 $a\neq1$
(ⅱ) $a^2-2a-3=0$이어야 하므로
$(a+1)(a-3)=0$ $\therefore a=-1$ 또는 $a=3$
(ⅰ), (ⅱ)에서 $a=3$ 답 3

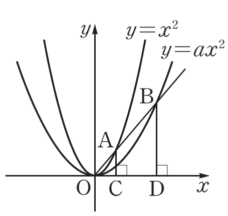
1164 전략 $y=\frac{1}{3}x^2$에 두 점 $(-3,\ p)$, $(q,\ 27)$의 좌표를 각각 대입하여 p, q의 값을 구한 후, 두 점을 지나는 직선의 기울기를 구한다.
풀이 $p=\frac{1}{3}\times(-3)^2=3$
$27=\frac{1}{3}q^2$이므로 $q^2=81$ $\therefore q=9$ $(\because q>0)$
두 점 $(-3,\ 3)$, $(9,\ 27)$을 지나는 직선의 기울기는 $\frac{27-3}{9-(-3)}=2$이므로 직선의 방정식을 $y=2x+b$로 놓으면 이 직선이 점 $(-3,\ 3)$을 지나므로
$3=-6+b$ $\therefore b=9$ $\therefore y=2x+9$ 답 ④

ssen 보충학습

서로 다른 두 점 $(x_1,\ y_1)$, $(x_2,\ y_2)$를 지나는 직선의 방정식 구하기
(ⅰ) 기울기 a를 구한다. ➜ $a=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ (단, $x_1\neq x_2$)
(ⅱ) $y=ax+b$에 한 점의 좌표를 대입하여 b의 값을 구한다.

1165 전략 점 D의 x좌표를 $3k(k>0)$로 놓고 k에 대한 식을 세운다.
풀이 $3\overline{AB}=2\overline{BC}$에서 $\overline{AB}:\overline{BC}=2:3$
이때 $y=2x^2$, $y=ax^2$의 그래프는 각각 y축에 대칭이므로
$\overline{DE}:\overline{CD}=2:3$
점 D의 x좌표를 $3k(k>0)$라 하면 점 E의 x좌표는 $5k$이고, 두 점 D, E의 y좌표는 같으므로
$2\times(3k)^2=a\times(5k)^2$ $\therefore a=\frac{18}{25}$ 답 ④

1166 전략 두 점 A, B에서 x축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 한 후 $\triangle OCA\backsim\triangle ODB$임을 이용한다.
풀이 오른쪽 그림과 같이 두 점 A, B에서 x축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하자.



점 A의 좌표를 $(p,\ p^2)$으로 놓으면
$C(p,\ 0)$
$\triangle OCA\backsim\triangle ODB$이므로
$\overline{OC}:\overline{OD}=\overline{OA}:\overline{OB}=1:3$
$\therefore \overline{OD}=3\overline{OC}=3p$ $\therefore D(3p,\ 0)$
또 $\overline{AC}:\overline{BD}=1:3$이므로
$\overline{BD}=3\overline{AC}=3p^2$ $\therefore B(3p,\ 3p^2)$
점 B는 $y=ax^2$의 그래프 위의 점이므로
$3p^2=a\times(3p)^2$ $\therefore a=\frac{1}{3}$ 답 $\frac{1}{3}$

1167 전략 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표와 x축과 만나는 점의 좌표를 각각 구한다.
풀이 $y=-\frac{3}{4}x^2+12$에서 $A(0,\ 12)$
또 $0=-\frac{3}{4}x^2+12$에서 $x^2=16$ $\therefore x=\pm4$
$\therefore B(-4,\ 0)$, $C(4,\ 0)$
$y=-\frac{1}{2}x^2+8$에서 $A'(0,\ 8)$
$\therefore$ (다각형 $ABA'C$의 넓이)$=\triangle ABC-\triangle A'BC$
$=\frac{1}{2}\times8\times12-\frac{1}{2}\times8\times8$
$=16$ 답 16

1168 전략 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=a(x-p)^2$이다.
풀이 $y=(x-1)^2$의 그래프는 $y=(x+4)^2$의 그래프를 x축의 방향으로 5만큼 평행이동한 것이므로
$\overline{AB}=5$ 답 5

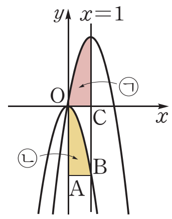
1169 전략 $y=ax+b$에서 a는 직선의 기울기, b는 y절편임을 이용하여 a, b의 값을 구한다.
풀이 $a=\frac{1}{2}$, $b=-3$이므로 $y=\frac{1}{2}(x+3)^2$
따라서 $x<-3$이면 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소한다.
답 ①

1170 전략 이차함수 $y=a(x-p)^2$의 그래프가
(ⅰ) x축과 만나는 점의 x좌표 ➜ $y=0$을 대입
(ⅱ) y축과 만나는 점의 y좌표 ➜ $x=0$을 대입
풀이 $y=(x-3k)^2$에서 $A(3k,\ 0)$, $B(0,\ 9k^2)$
$\triangle OAB=\frac{1}{2}\times3k\times9k^2=4$이므로
$27k^3=8$, $k^3=\frac{8}{27}=\left(\frac{2}{3}\right)^3$ $\therefore k=\frac{2}{3}$ 답 ③

1171 전략 점 $(a,\ b)$가 직선 $y=-4x$ 위에 있으면 $b=-4a$가 성립함을 이용한다.
풀이 꼭짓점 $(p,\ q)$가 직선 $y=-4x$ 위에 있으므로
$q=-4p$
즉 $y=(x-p)^2-4p$의 그래프는 점 $(2,\ -3)$을 지나므로
$-3=(2-p)^2-4p$, $p^2-8p+7=0$
$(p-1)(p-7)=0$ $\therefore p=1$ 또는 $p=7$
$\therefore p=1$, $q=-4$ 또는 $p=7$, $q=-28$
따라서 $p+q$의 값은 -3 또는 -21이므로 최댓값은 -3이다.
답 ⑤

1172 전략 평행이동한 두 이차함수의 그래프의 모양이 같음을 이용하여 넓이가 같은 부분을 찾는다.

풀이 두 이차함수 $y=-3x^2$,
$y=-3(x-1)^2+3$의 그래프의 폭이 같으므로 ㉠의 넓이와 ㉡의 넓이는 같다.
따라서 구하는 넓이는 □OABC의 넓이와 같다.



$y=-3x^2$에 $x=1$을 대입하면 $\quad y=-3$
따라서 $B(1, -3)$이므로
$\square OABC=1\times3=3$

답 3

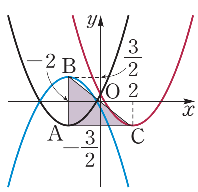
1173 전략 꼭짓점의 좌표를 이용하여 조건을 만족시키는 이차함수의 그래프의 개형을 생각해 본다.

풀이 꼭짓점의 좌표가 $(-3, -2)$이므로 제3사분면 위의 점이다.
이때 그래프가 모든 사분면을 지나려면 아래로 볼록해야 하므로
$k>0$
또 y축과의 교점이 x축의 아래쪽에 위치해야 하므로
$$k\times3^2-2<0 \qquad \therefore k<\frac{2}{9}$$
$$\therefore 0<k<\frac{2}{9}$$
따라서 상수 k의 값이 될 수 있는 것은 ③이다.

답 ③

1174 전략 대칭이동한 그래프의 꼭짓점의 좌표를 이용하여 △ABC의 넓이를 구한다.

풀이 세 이차함수의 그래프가 오른쪽 그림과 같으므로 세 점 A, B, C의 좌표는
$$A\left(-2, -\frac{3}{2}\right), B\left(-2, \frac{3}{2}\right), C\left(2, -\frac{3}{2}\right)$$



$$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\times3=6$$

답 ①

1175 전략 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$로 놓고 조건을 만족시키는 a의 값과 p, q의 부호를 구한다.

풀이 $y=a(x-p)^2+q$로 놓으면 조건 (가), (다)에 의하여
$a=-3$
조건 (나)에 의하여 $\quad p<0, q>0$
따라서 주어진 조건을 모두 만족시키는 이차함수의 식은 ②이다.

답 ②

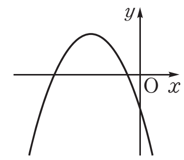
1176 전략 이차함수의 그래프의 축 $x=p$가 y축의 왼쪽에 위치하면 $p<0$, 오른쪽에 위치하면 $p>0$임을 이용한다.

풀이 주어진 이차함수의 그래프의 축의 방정식은
$x=-a-2$
축이 y축의 왼쪽에 위치하므로 $\quad -a-2<0 \quad \therefore a>-2$
주어진 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는
$(-a-2, -3a-6)$
$a>-2$이므로 $\quad -3a-6<0$
따라서 꼭짓점 $(-a-2, -3a-6)$은 제3사분면에 있다.

답 제3사분면

1177 전략 제2, 3, 4 사분면을 지나는 이차함수의 그래프를 그린 후 a, p, q의 부호를 조사한다.

풀이 $y=a(x+p)^2-q$의 그래프가 오른쪽 그림과 같이 위로 볼록하고 꼭짓점 $(-p, -q)$가 제2사분면에 있어야 하므로



$a<0, -p<0, -q>0$
$\therefore a<0, p>0, q<0$

답 ②

1178 전략 점 A의 좌표를 $(-a, a^2)(a>0)$으로 놓고 나머지 세 점 B, C, D의 좌표를 구한다.

풀이 점 A의 좌표를 $(-a, a^2)(a>0)$으로 놓으면
$$B(a, a^2), C\left(-a, -\frac{1}{2}a^2\right), D\left(a, -\frac{1}{2}a^2\right) \quad \cdots ❶$$
따라서 $\overline{AB}=2a$, $\overline{AC}=\frac{3}{2}a^2$이고 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로
$$2a=\frac{3}{2}a^2 \qquad \therefore a=\frac{4}{3}\ (\because a>0) \quad \cdots ❷$$
$$\therefore \square ACDB=\overline{AB}^2=(2a)^2$$
$$=\left(2\times\frac{4}{3}\right)^2=\frac{64}{9} \quad \cdots ❸$$

답 $\frac{64}{9}$

채점 기준

❶ 네 점 A, B, C, D의 좌표를 a로 나타낼 수 있다.	30%
❷ a의 값을 구할 수 있다.	40%
❸ □ACDB의 넓이를 구할 수 있다.	30%

1179 전략 모든 x의 값에 대하여 y의 값이 음수가 되려면 이차함수의 그래프는 위로 볼록하고, 꼭짓점의 y좌표가 음수이어야 함을 이용한다.

풀이 $y=(2k+1)x^2-k-5$에서 모든 x의 값에 대하여 y의 값이 음수이려면 그래프가 위로 볼록해야 하므로
$$2k+1<0 \qquad \therefore k<-\frac{1}{2} \qquad \cdots\cdots ㉠ \quad \cdots ❶$$
또 꼭짓점의 y좌표가 음수이어야 하므로
$$-k-5<0 \qquad \therefore k>-5 \qquad \cdots\cdots ㉡ \quad \cdots ❷$$
㉠, ㉡에서 $\quad -5<k<-\frac{1}{2} \quad \cdots ❸$

답 $-5<k<-\frac{1}{2}$

채점 기준

❶ ㉠을 구할 수 있다.	40%
❷ ㉡을 구할 수 있다.	40%
❸ k의 값의 범위를 구할 수 있다.	20%

1180 전략 $y=f(x)$에 $x=0$을 대입하여 y절편을 구한다.

풀이 $f(x)=(x-p)^2$이고 $f(1)=9$이므로
$9=(1-p)^2, \quad 1-p=\pm3$
$\therefore p=-2$ 또는 $p=4 \quad \cdots ❶$
$\therefore f(x)=(x+2)^2$ 또는 $f(x)=(x-4)^2 \quad \cdots ❷$

따라서 두 이차함수의 그래프의 y절편은 4, 16이므로 구하는 합은 20이다. ··· ❸

답 20

채점 기준

❶ p의 값을 구할 수 있다.	50%
❷ 두 이차함수의 식을 구할 수 있다.	20%
❸ y절편의 합을 구할 수 있다.	30%

1181 전략 두 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 먼저 구한다.

풀이 $y=x^2-4$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ -4)$

$y=a(x-p)^2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(p,\ 0)$ ··· ❶

$y=x^2-4$의 그래프가 점 $(p,\ 0)$을 지나므로

$0=p^2-4 \qquad \therefore p=-2\ (\because p<0)$ ··· ❷

즉 $y=a(x+2)^2$의 그래프가 점 $(0,\ -4)$를 지나므로

$-4=a(0+2)^2 \qquad \therefore a=-1$ ··· ❸

$\therefore a-p=1$ ··· ❹

답 1

채점 기준

❶ 두 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구할 수 있다.	30%
❷ p의 값을 구할 수 있다.	30%
❸ a의 값을 구할 수 있다.	30%
❹ $a-p$의 값을 구할 수 있다.	10%

1182 전략 $\triangle$OAP의 넓이를 이용하여 점 P의 좌표를 구한다.

풀이 꼭짓점 A의 좌표는 $\mathrm{A}(-1,\ 0)$ ··· ❶

점 P의 좌표를 $(a,\ -(a+1)^2)$으로 놓으면

$\triangle\mathrm{OAP}=\frac{1}{2}\times1\times(a+1)^2=4$ ··· ❷

$(a+1)^2=8, \qquad a+1=\pm2\sqrt{2}$

$\therefore a=-1+2\sqrt{2}\ (\because a>0)$ ··· ❸

따라서 점 P의 좌표는 $\mathrm{P}(-1+2\sqrt{2},\ -8)$ ··· ❹

답 $\mathrm{P}(-1+2\sqrt{2},\ -8)$

채점 기준

❶ 점 A의 좌표를 구할 수 있다.	20%
❷ $\triangle\mathrm{OAP}=4$임을 이용하여 식을 세울 수 있다.	30%
❸ a의 값을 구할 수 있다.	30%
❹ 점 P의 좌표를 구할 수 있다.	20%

1183 전략 기울기가 -1인 직선의 방정식을 $y=-x+b$로 놓고 꼭짓점의 좌표를 대입하여 b의 값을 구한다.

풀이 꼭짓점의 좌표는 $(-a,\ a+3)$ ··· ❶

구하는 직선의 방정식을 $y=-x+b$로 놓으면 이 직선이 점 $(-a,\ a+3)$을 지나므로

$a+3=-(-a)+b \qquad \therefore b=3$ ··· ❷

$\therefore y=-x+3$ ··· ❸

답 $y=-x+3$

채점 기준

❶ 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구할 수 있다.	30%
❷ 직선의 y절편을 구할 수 있다.	50%
❸ 직선의 방정식을 구할 수 있다.	20%

1184 전략 이차함수 $y=a(x-p)^2$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=a(x-m-p)^2+n$이다.

풀이 $y=-2(x-k-1)^2+3-k$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$(k+1,\ 3-k)$ ··· ❶

이 꼭짓점이 제4사분면에 있으므로

$k+1>0,\ 3-k<0$

$\therefore k>3$ ··· ❷

답 $k>3$

채점 기준

❶ 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구할 수 있다.	50%
❷ k의 값의 범위를 구할 수 있다.	50%

1185 전략 이차함수 $y=f(x)$의 그래프가 y축과 만나는 점의 좌표는 $(0,\ f(0))$이다.

풀이 점 P의 좌표는 $\mathrm{P}(0,\ -26)$ ··· ❶

$y=-(x-5)^2-1$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은

$-y=-(x-5)^2-1 \qquad \therefore y=(x-5)^2+1$

따라서 점 Q의 좌표는 $\mathrm{Q}(0,\ 26)$ ··· ❷

$\therefore \overline{\mathrm{PQ}}=26-(-26)=52$ ··· ❸

답 52

채점 기준

❶ 점 P의 좌표를 구할 수 있다.	40%
❷ 점 Q의 좌표를 구할 수 있다.	40%
❸ $\overline{\mathrm{PQ}}$의 길이를 구할 수 있다.	20%

1186 전략 함수 $y=g(x)$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은 $-y=g(x)$, 즉 $y=-g(x)$이다.

풀이 (1) $f(3)-f(1)=(3\times3-2)-(3\times1-2)=6$,

$g(3)-g(1)=(9a+4)-(a+4)=8a$이므로

$8a=6 \qquad \therefore a=\frac{3}{4}$ ··· ❶

(2) $g(x)=\frac{3}{4}x^2+4$이므로 $y=g(x)$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은

$-y=\frac{3}{4}x^2+4 \qquad \therefore y=-\frac{3}{4}x^2-4$ ··· ❷

답 (1) $\frac{3}{4}$ (2) $y=-\frac{3}{4}x^2-4$

채점 기준

❶ a의 값을 구할 수 있다.	60%
❷ 대칭이동한 그래프의 식을 구할 수 있다.	40%

11 이차함수의 그래프 (2)

1187 답 (가) 6 (나) 9 (다) 3 (라) -23

1188 $y=x^2+4x-1=(x^2+4x+4-4)-1$
$=(x+2)^2-5$ 답 $y=(x+2)^2-5$

1189 $y=-2x^2+2x+5=-2\left(x^2-x+\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\right)+5$
$=-2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{11}{2}$ 답 $y=-2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{11}{2}$

1190 $y=\frac{1}{3}x^2-4x+12=\frac{1}{3}(x^2-12x+36-36)+12$
$=\frac{1}{3}(x-6)^2$ 답 $y=\frac{1}{3}(x-6)^2$

1191 $y=-\frac{3}{2}x^2+x=-\frac{3}{2}\left(x^2-\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}-\frac{1}{9}\right)$
$=-\frac{3}{2}\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{1}{6}$ 답 $y=-\frac{3}{2}\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{1}{6}$

1192 $y=x^2+8x-1=(x+4)^2-17$ 답 $(-4,\ -17),\ x=-4$

1193 $y=-3x^2+6x+2=-3(x-1)^2+5$ 답 $(1,\ 5),\ x=1$

1194 $y=-4x^2+x=-4\left(x-\frac{1}{8}\right)^2+\frac{1}{16}$
답 $\left(\frac{1}{8},\ \frac{1}{16}\right),\ x=\frac{1}{8}$

1195 $y=\frac{1}{2}x^2+x-\frac{3}{2}=\frac{1}{2}(x+1)^2-2$
답 $(-1,\ -2),\ x=-1$

1196 $-\frac{1}{2}x^2+2x+1=0$, 즉 $x^2-4x-2=0$의 해는
$x=\boxed{2\pm\sqrt{6}}$
이므로 x축과의 교점의 좌표는
$(2-\sqrt{6},\ 0),\ (\boxed{2+\sqrt{6}},\ \boxed{0})$
$x=0$일 때의 함숫값이 $\boxed{1}$이므로 y축과의 교점의 좌표는
$(0,\ \boxed{1})$
답 (가) $2\pm\sqrt{6}$ (나) $2+\sqrt{6}$ (다) 0 (라) 1

1197 $y=0$을 대입하면 $x^2-2x+1=0$, $(x-1)^2=0$
$\therefore x=1$
$x=0$을 대입하면 $y=1$
답 x축: $(1,\ 0)$, y축: $(0,\ 1)$

1198 $y=0$을 대입하면 $-x^2+4x-3=0$
$x^2-4x+3=0$, $(x-1)(x-3)=0$
$\therefore x=1$ 또는 $x=3$
$x=0$을 대입하면 $y=-3$
답 x축: $(1,\ 0),\ (3,\ 0)$, y축: $(0,\ -3)$

1199 답 (1) $>$ (2) $<$, $<$ (3) $>$

1200 답 (1) $<$ (2) $>$, $<$ (3) $<$

1201 $y=3x^2-12x+1=3(x-2)^2-11$
따라서 $a=3$, $p=2$, $q=-11$이므로
$a+p+q=-6$
답 ①

1202 $y=-\frac{1}{2}x^2+3x+1$
$=-\frac{1}{2}(x^2-6x)+1$
$=-\frac{1}{2}(x^2-6x+9-9)+1$
$=-\frac{1}{2}(x^2-6x+9)+\frac{9}{2}+1$
$=-\frac{1}{2}(x-3)^2+\frac{11}{2}$
답 (ㄷ)

1203 $y=-3x^2-x-1$
$=-3\left(x^2+\frac{1}{3}x+\frac{1}{36}-\frac{1}{36}\right)-1$
$=-3\left(x+\frac{1}{6}\right)^2-\frac{11}{12}$ … ❶
따라서 $-p=\frac{1}{6}$, $\frac{11}{q}=-\frac{11}{12}$이므로
$p=-\frac{1}{6}$, $q=-12$ … ❷
$\therefore pq=2$ … ❸
답 2

채점 기준

❶ $y=a(x-b)^2+c$ 꼴로 변형할 수 있다.	50%
❷ p, q의 값을 구할 수 있다.	40%
❸ pq의 값을 구할 수 있다.	10%

1204 $y=-x^2+10x=-(x-5)^2+25$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(5,\ 25)$
$y=x^2-2px+q=(x-p)^2-p^2+q$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는
$(p,\ -p^2+q)$
따라서 $p=5$, $-p^2+q=25$이므로 $q=50$
$\therefore p+q=55$
답 55

1205 ① $x=0$ ② $x=-1$ ③ $x=-4$
④ $y=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{5}{4}$이므로 $x=\frac{1}{2}$
⑤ $y=\frac{1}{5}\left(x+\frac{5}{2}\right)^2+\frac{3}{4}$이므로 $x=-\frac{5}{2}$
따라서 그래프의 축이 가장 왼쪽에 있는 것은 ③이다.
답 ③

1206 $y=4x^2+2x+q=4\left(x+\frac{1}{4}\right)^2+q-\frac{1}{4}$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{1}{4},\ q-\frac{1}{4}\right)$이므로

$p=-\frac{1}{4},\ q-\frac{1}{4}=0 \qquad \therefore p=-\frac{1}{4},\ q=\frac{1}{4}$

$\therefore p+q=0$

답 ③

1207 ① $y=-3(x+1)^2$이므로 $(-1,\ 0)$
② $y=-2(x-3)^2+2$이므로 $(3,\ 2)$
③ $y=-(x-1)^2-2$이므로 $(1,\ -2)$
④ $y=(x+3)^2+1$이므로 $(-3,\ 1)$
⑤ $y=2(x+1)^2-1$이므로 $(-1,\ -1)$
따라서 꼭짓점이 제3사분면에 있는 것은 ⑤이다.

답 ⑤

1208 $y=x^2-2ax+b$의 그래프가 점 $(1,\ 2)$를 지나므로

$2=1-2a+b \qquad \therefore b=2a+1$

$\therefore y=x^2-2ax+2a+1$
$=(x^2-2ax+a^2-a^2)+2a+1$
$=(x-a)^2-a^2+2a+1$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(a,\ -a^2+2a+1)$
이 꼭짓점이 직선 $y=x-5$ 위에 있으므로

$-a^2+2a+1=a-5, \qquad a^2-a-6=0$

$(a+2)(a-3)=0 \qquad \therefore a=3\ (\because a>0)$

$\therefore b=2\times3+1=7$

$\therefore b-a=4$

답 ④

1209 $y=x^2-2kx+5=(x-k)^2-k^2+5$
이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(k,\ -k^2+5)$
$y=-2x+2$의 그래프가 이 점을 지나므로

$-k^2+5=-2k+2, \qquad k^2-2k-3=0$

$(k+1)(k-3)=0 \qquad \therefore k=3\ (\because k>0)$

답 3

1210 $y=0$을 대입하면

$x^2-4x-5=0, \qquad (x+1)(x-5)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=5$

$\therefore p=-1,\ q=5$ 또는 $p=5,\ q=-1$

$x=0$을 대입하면 $y=-5 \qquad \therefore r=-5$

$\therefore p+q+r=-1$

답 ②

1211 $y=\frac{1}{3}x^2-2x-9=\frac{1}{3}(x-3)^2-12$

$\therefore \mathrm{C}(3,\ -12)$

$y=0$을 대입하면

$\frac{1}{3}x^2-2x-9=0, \qquad x^2-6x-27=0$

$(x+3)(x-9)=0 \qquad \therefore x=-3$ 또는 $x=9$

$\therefore \mathrm{A}(-3,\ 0),\ \mathrm{E}(9,\ 0)$

$x=0$을 대입하면 $y=-9 \qquad \therefore \mathrm{B}(0,\ -9)$

$y=-9$를 대입하면 $\frac{1}{3}x^2-2x-9=-9$

$x^2-6x=0, \qquad x(x-6)=0 \qquad \therefore x=0$ 또는 $x=6$

$\therefore \mathrm{D}(6,\ -9)$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

답 ④

1212 $y=2x^2-7x+a$에 $x=\frac{1}{2},\ y=0$을 대입하면

$0=\frac{1}{2}-\frac{7}{2}+a \qquad \therefore a=3$

따라서 $y=2x^2-7x+3$에 $x=0$을 대입하면

$y=3$

따라서 이 그래프가 y축과 만나는 점의 좌표는 $(0,\ 3)$

답 $(0,\ 3)$

1213 $y=0$을 대입하면 $0=-2x^2+4x+6$

$x^2-2x-3=0, \qquad (x+1)(x-3)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=3$ … ❶

따라서 $\mathrm{A}(-1,\ 0),\ \mathrm{B}(3,\ 0)$으로 놓으면

$\overline{\mathrm{AB}}=4$ … ❷

답 4

채점 기준

❶ x축과의 교점의 x좌표를 구할 수 있다.	50%
❷ $\overline{\mathrm{AB}}$의 길이를 구할 수 있다.	50%

1214 $y=ax^2-3x+7$에 $x=2,\ y=0$을 대입하면

$0=4a-6+7 \qquad \therefore a=-\frac{1}{4}$ … ❶

즉 $y=-\frac{1}{4}x^2-3x+7$에 $y=0$을 대입하면

$0=-\frac{1}{4}x^2-3x+7, \qquad x^2+12x-28=0$

$(x+14)(x-2)=0 \qquad \therefore x=-14$ 또는 $x=2$ … ❷

따라서 다른 한 점의 좌표는 $(-14,\ 0)$ … ❸

답 $(-14,\ 0)$

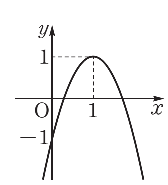
채점 기준

❶ a의 값을 구할 수 있다.	30%
❷ x축과의 교점의 x좌표를 구할 수 있다.	50%
❸ 다른 한 점의 좌표를 구할 수 있다.	20%

1215 $y=-\frac{1}{2}x^2+2x+1=-\frac{1}{2}(x-2)^2+3$
따라서 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 3)$이고, y축과의 교점의 좌표가 $(0,\ 1)$이므로 주어진 이차함수의 그래프는 ①과 같다.

답 ①

1216 $y=-2x^2+4x-1=-2(x-1)^2+1$
따라서 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ 1)$이고, y축과의 교점의 좌표가 $(0,\ -1)$이므로 주어진 이차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 제2사분면을 지나지 않는다.



답 ②

1217 ①, ② 제1, 2사분면을 지나지 않는다.

③ $y=-4x^2+12x=-4\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+9$

따라서 꼭짓점의 좌표가 $\left(\frac{3}{2},\ 9\right)$이고, 원점을 지나므로 제2사분면을 지나지 않는다.

④ $y=-3x^2-x-1=-3\left(x+\frac{1}{6}\right)^2-\frac{11}{12}$

따라서 꼭짓점의 좌표가 $\left(-\frac{1}{6},\ -\frac{11}{12}\right)$이고, y축과의 교점의 좌표가 $(0,\ -1)$이므로 제1, 2사분면을 지나지 않는다.

⑤ $y=-5x^2-4x+1=-5\left(x+\frac{2}{5}\right)^2+\frac{9}{5}$

따라서 꼭짓점의 좌표가 $\left(-\frac{2}{5},\ \frac{9}{5}\right)$이고, y축과의 교점의 좌표가 $(0,\ 1)$이므로 모든 사분면을 지난다.

답 ⑤

1218 $y=-x^2+4x-4a+1=-(x-2)^2-4a+5$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ -4a+5)$이므로 그래프가 x축에 접하려면

$-4a+5=0 \qquad \therefore\ a=\frac{5}{4}$

답 $\frac{5}{4}$

1219 ① $y=9x^2-6x+1=(3x-1)^2$

따라서 이 그래프는 x축과 한 점에서 만난다.

② $y=x^2-2x+4=(x-1)^2+3$

따라서 이 그래프는 x축과 만나지 않는다.

③ $y=-\frac{1}{2}x^2+3x-\frac{13}{2}=-\frac{1}{2}(x-3)^2-2$

따라서 이 그래프는 x축과 만나지 않는다.

④ $y=-\frac{1}{4}x^2+x-1=-\frac{1}{4}(x-2)^2$

따라서 이 그래프는 x축과 한 점에서 만난다.

⑤ $y=-x^2-x=-\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{4}$

따라서 이 그래프는 x축과 서로 다른 두 점에서 만난다.

답 ⑤

1220 $y=x^2+4x-k+6=(x+2)^2-k+2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-2,\ -k+2)$이므로 이 그래프가 x축과 서로 다른 두 점에서 만나려면

$-k+2<0 \qquad \therefore\ k>2$

답 ⑤

1221 $y=x^2+2x-4=(x+1)^2-5$의 그래프를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=(x-a+1)^2-5+b$

$y=x^2-8x+14=(x-4)^2-2$이므로

$-a+1=-4,\ -5+b=-2$

따라서 $a=5,\ b=3$이므로

$ab=15$

답 ④

1222 $y=\frac{1}{3}x^2+2x-4=\frac{1}{3}(x+3)^2-7$의 그래프는 $y=\frac{1}{3}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼, y축의 방향으로 -7만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $a=\frac{1}{3},\ b=-3,\ c=-7$이므로

$abc=7$

답 ⑤

1223 $y=4x^2-12x-1=4\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-10$의 그래프를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 7만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=4\left(x-a-\frac{3}{2}\right)^2-10+7=4\left(x-a-\frac{3}{2}\right)^2-3$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ b)$이므로

$a+\frac{3}{2}=-1,\ -3=b$

$\therefore\ a=-\frac{5}{2},\ b=-3$

$\therefore\ a+b=-\frac{11}{2}$

답 $-\frac{11}{2}$

1224 $y=-\frac{1}{2}x^2-3x-2=-\frac{1}{2}(x+3)^2+\frac{5}{2}$ … ❶

이 그래프를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-\frac{1}{2}(x-2+3)^2+\frac{5}{2}$

$=-\frac{1}{2}(x+1)^2+\frac{5}{2}$ … ❷

이 그래프가 점 $(1,\ m)$을 지나므로

$m=-\frac{1}{2}\times 2^2+\frac{5}{2}=\frac{1}{2}$ … ❸

답 $\frac{1}{2}$

채점 기준

❶ $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 변형할 수 있다.	40%
❷ 평행이동한 그래프의 식을 구할 수 있다.	40%
❸ m의 값을 구할 수 있다.	20%

1225 $y=-x^2+6x+k=-(x-3)^2+k+9$의 그래프를 y축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-(x-3)^2+k+9-5=-(x-3)^2+k+4$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(3,\ k+4)$이므로 그래프가 x축과 만나지 않으려면

$k+4<0 \qquad \therefore\ k<-4$

답 $k<-4$

1226 $y=-3x^2-6x-7=-3(x+1)^2-4$이므로 구하는 범위가 될 수 있는 것은

$x>-1$

답 ⑤

1227 $y=-\frac{1}{2}x^2+ax-5=-\frac{1}{2}(x-a)^2+\frac{1}{2}a^2-5$
이때 축의 방정식이 $x=a$이므로 $a=3$ 답 3

1228 $y=2x^2-8x+7=2(x-2)^2-1$의 그래프를 x축의 방향으로 k만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=2(x-k-2)^2-1$
이때 축의 방정식이 $x=k+2$이므로
$k+2=1$ $\therefore k=-1$ 답 ②

1229 $y=5x^2+kx+9$의 그래프가 점 $(-2, -1)$을 지나므로
$-1=20-2k+9$ $\therefore k=15$
따라서 $y=5x^2+15x+9=5\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{9}{4}$이므로 구하는 범위가 될 수 있는 것은
$x<-\frac{3}{2}$ 답 ①

1230 주어진 그래프가 점 $(0, -2)$를 지나므로 $-2=b$
꼭짓점의 좌표가 $(k, -3)$이므로
$y=\frac{1}{4}(x-k)^2-3=\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{2}kx+\frac{1}{4}k^2-3$
이 그래프가 $y=\frac{1}{4}x^2+ax+b$의 그래프와 일치하므로
$-\frac{1}{2}k=a,\ \frac{1}{4}k^2-3=b$
$\therefore k=-2,\ a=1\ (\because k<0)$
$\therefore a+b+k=-3$ 답 -3

1231 $y=-x^2+4x+5=-(x-2)^2+9$
③ $-x^2+4x+5=0$에서 $x^2-4x-5=0$
$(x+1)(x-5)=0$ $\therefore x=-1$ 또는 $x=5$
따라서 x축과의 교점의 좌표는 $(-1, 0)$, $(5, 0)$이다.
④ $x>2$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.
답 ④

1232 $y=-3x^2+6x=-3(x-1)^2+3$
③ 함숫값의 범위는 $y\le 3$이다.
⑤ $y=-3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프이다. 답 ③

1233 $y=2x^2-4x+1=2(x-1)^2-1$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=2(x+1-1)^2-1+2=2x^2+1$
(ㄱ) 꼭짓점의 좌표는 $(0, 1)$
이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄷ), (ㄹ)이다. 답 (ㄴ), (ㄷ), (ㄹ)

1234 ① $a>0$이면 아래로 볼록하다.
② 축의 방정식은 $x=-\frac{b}{2a}$이다.
③ 이차함수 $y=ax^2$의 그래프와 폭이 같다.
④ x축과의 교점의 개수는 알 수 없다. 답 ⑤

1235 $y=-x^2+2x+8=-(x-1)^2+9$
$\therefore A(1, 9)$
$y=0$을 대입하면 $-x^2+2x+8=0$
$x^2-2x-8=0,\ (x+2)(x-4)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=4$
따라서 $B(-2, 0)$, $C(4, 0)$이므로 $\overline{BC}=6$
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 6\times 9=27$ 답 27

1236 $y=-\frac{1}{2}x^2-2x+\frac{5}{2}=-\frac{1}{2}(x+2)^2+\frac{9}{2}$이므로
$C\left(-2, \frac{9}{2}\right)$
$x=0$을 대입하면 $y=\frac{5}{2}$ $\therefore D\left(0, \frac{5}{2}\right)$
$\therefore \triangle ABC : \triangle ABD$
$=\left(\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\frac{9}{2}\right):\left(\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\frac{5}{2}\right)$
$=9:5$ 답 ⑤

1237 그래프가 원점을 지나므로 $c=0$
축의 방정식이 $x=3$이므로 $B(6, 0)$
$-\frac{1}{2}\times 6^2+6b=0$이므로 $b=3$
즉 $y=-\frac{1}{2}x^2+3x=-\frac{1}{2}(x-3)^2+\frac{9}{2}$이므로
$A\left(3, \frac{9}{2}\right)$
$\therefore \triangle AOB=\frac{1}{2}\times 6\times\frac{9}{2}=\frac{27}{2}$ 답 ⑤

1238 $x=0$을 대입하면 $y=-5$ $\therefore A(0, -5)$ … ❶
$y=x^2-4x-5=(x-2)^2-9$이므로 $B(2, -9)$ … ❷
$y=0$을 대입하면 $x^2-4x-5=0$
$(x+1)(x-5)=0$ $\therefore x=-1$ 또는 $x=5$
$\therefore C(5, 0)$ … ❸
$\therefore \square OABC=\triangle OAB+\triangle OBC$
$=\frac{1}{2}\times 5\times 2+\frac{1}{2}\times 5\times 9$
$=\frac{55}{2}$ … ❹
답 $\frac{55}{2}$

채점 기준

❶ 점 A의 좌표를 구할 수 있다.	20%
❷ 점 B의 좌표를 구할 수 있다.	20%
❸ 점 C의 좌표를 구할 수 있다.	20%
❹ □OABC의 넓이를 구할 수 있다.	40%

1239 $y=x^2+ax-8$의 그래프가 점 $(-4, 0)$을 지나므로
$0=16-4a-8$ $\therefore a=2$
$y=x^2+2x-8=(x+1)^2-9$이므로 $B(-1, -9)$
$x=0$을 대입하면 $y=-8$ $\therefore C(0, -8)$

$\therefore \triangle ABC = \triangle OAB + \triangle OBC - \triangle OAC$

$= \frac{1}{2} \times 4 \times 9 + \frac{1}{2} \times 8 \times 1 - \frac{1}{2} \times 4 \times 8$

$= 6$

답 6

1240 $a>0,\ b<0,\ c<0$

① $ac<0$ ② $ab<0$ ③ $\frac{b}{c}>0$

④ $x=-1$일 때 $y>0$이므로 $a-b+c>0$

⑤ $x=2$일 때 $y<0$이므로 $4a+2b+c<0$

답 ⑤

1241 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$

축이 y축의 오른쪽에 위치하므로 $ab<0$ $\therefore b<0$

y축과의 교점이 원점의 위쪽에 위치하므로 $c>0$

답 ②

1242 $a<0,\ -b<0$이므로 $a<0,\ b>0$

$y=ax^2+bx+a-b$의 그래프에서

(i) $a<0$이므로 위로 볼록

(ii) $ab<0$이므로 축은 y축의 오른쪽에 위치

(iii) $a-b<0$이므로 y축과의 교점이 원점의 아래쪽에 위치

이상에서 $y=ax^2+bx+a-b$의 그래프의 개형은 ③과 같다.

답 ③

1243 이차방정식 $x^2+bx-c=0$의 두 근이 모두 양수이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$-b>0,\ -c>0$

$\therefore b<0,\ c<0$

$y=-bx^2+x+c$의 그래프에서

(i) $-b>0$이므로 아래로 볼록

(ii) $-b\times 1>0$이므로 축은 y축의 왼쪽에 위치

(iii) $c<0$이므로 y축과의 교점이 원점의 아래쪽에 위치

이상에서 $y=-bx^2+x+c$의 그래프의 개형은 ③과 같다.

답 ③

ssen 보충학습

이차방정식의 근과 계수의 관계

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근을 $\alpha,\ \beta$라 할 때

① 두 근의 합: $\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$

② 두 근의 곱: $\alpha\beta=\frac{c}{a}$

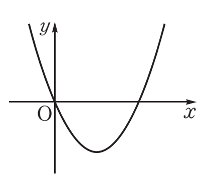
1244 $a<0,\ b=0,\ c>0$이므로 $y=cx^2+ax+b$의 그래프에서

(i) $c>0$이므로 아래로 볼록

(ii) $ac<0$이므로 축은 y축의 오른쪽에 위치

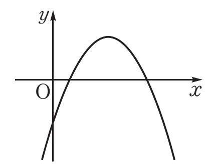
(iii) $b=0$이므로 원점을 지난다.

이상에서 $y=cx^2+ax+b=cx^2+ax$의 그래프의 개형은 오른쪽 그림과 같으므로 제1, 2, 4사분면을 지난다.



답 ④

1245 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 오른쪽 그림과 같으므로



$a<0,\ b>0,\ c\le 0$

이때 $y=cx^2-bx+a$가 이차함수이므로

$c\ne 0$

$\therefore a<0,\ b>0,\ c<0$

$y=cx^2-bx+a$의 그래프에서

(i) $c<0$이므로 위로 볼록

(ii) $-bc>0$이므로 축은 y축의 왼쪽에 위치

(ii) $a<0$이므로 y축과의 교점이 원점의 아래쪽에 위치

이상에서 $y=cx^2-bx+a$의 그래프의 개형은 ⑤와 같다.

답 ⑤

1246 전략 직선의 기울기가 $\frac{5}{2}$, y절편이 5임을 이용하여 a, b의 값을 구하고 주어진 이차함수를 표준형으로 변형한다.

풀이 $a=\frac{5}{2},\ b=5$이므로

$y=5x^2-\frac{5}{2}x+2=5\left(x-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{27}{16}$

따라서 이 그래프의 축의 방정식은 $x=\frac{1}{4}$

답 ④

1247 전략 주어진 이차함수를 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 변형하여 꼭짓점의 좌표를 k에 대한 식으로 나타낸다.

풀이 $y=x^2-4kx+4k^2-k+2=(x-2k)^2-k+2$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(2k,\ -k+2)$

이 점이 제4사분면에 있으려면

$2k>0,\ -k+2<0$

$\therefore k>2$

따라서 실수 k의 값이 될 수 있는 것은 ⑤이다.

답 ⑤

1248 전략 □ABCD가 평행사변형임을 이용하여 넓이를 구한다.

풀이 $y=x^2-x-2=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{9}{4}$이므로

$B\left(\frac{1}{2},\ -\frac{9}{4}\right)$

$y=x^2-9x+18=\left(x-\frac{9}{2}\right)^2-\frac{9}{4}$이므로

$C\left(\frac{9}{2},\ -\frac{9}{4}\right)$

즉 $y=x^2-9x+18$의 그래프는 $y=x^2-x-2$의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼 평행이동한 것이므로 □ABCD는 평행사변형이다.

$\therefore$ □ABCD$=4\times\frac{9}{4}=9$

답 9

1249 전략 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프를 x축에 대칭이동한 그래프의 식은 $y=-a(x-p)^2-q$이다.

풀이 $y=3x^2-2x+1=3\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{2}{3}$

이 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y=3\left(x-p-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{2}{3}+q$$

이 그래프를 x축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은

$$y=-3\left(x-p-\frac{1}{3}\right)^2-\frac{2}{3}-q \qquad \cdots\cdots \text{㉠}$$

한편 $y=ax^2+6x-1=a\left(x+\frac{3}{a}\right)^2-\frac{9}{a}-1$이고, 이 그래프와 ㉠의 그래프가 일치하므로

$$a=-3,\ -p-\frac{1}{3}=\frac{3}{a},\ -\frac{2}{3}-q=-\frac{9}{a}-1$$

따라서 $a=-3$, $p=\frac{2}{3}$, $q=-\frac{8}{3}$이므로

$$apq=\frac{16}{3}$$

답 $\frac{16}{3}$

1250 전략 이차함수 $y=-x^2+4x+5$의 그래프가 x축과 만나는 두 점 사이의 거리를 구한다.

풀이 $y=0$을 대입하면 $\quad -x^2+4x+5=0$

$x^2-4x-5=0,\quad (x+1)(x-5)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=5$

따라서 $y=-x^2+4x+5$의 그래프가 x축과 만나는 두 점 사이의 거리는 6이다.

$y=-x^2+4x+5=-(x-2)^2+9$의 그래프를 y축의 방향으로 k만큼 평행이동한 그래프의 식은

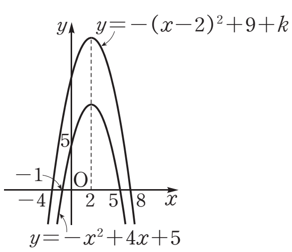
$y=-(x-2)^2+9+k$

이 그래프의 축의 방정식은

$x=2$

이때 평행이동한 그래프와 x축과의 교점 사이의 거리가 12이므로 교점의 좌표는

$(-4,\ 0)$, $(8,\ 0)$



따라서 $y=-(x-2)^2+9+k$에 $x=-4$, $y=0$을 대입하면

$0=-(-4-2)^2+9+k$

$\therefore k=27$

답 ④

1251 전략 직선 l이 $\triangle$ABC의 넓이를 이등분하려면 선분 AB의 중점을 지나야 함을 이용한다.

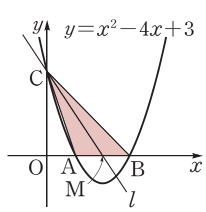
풀이 $y=0$을 대입하면

$x^2-4x+3=0$

$(x-1)(x-3)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=3$

$\therefore$ A$(1,\ 0)$, B$(3,\ 0)$



$x=0$을 대입하면

$\therefore y=3\qquad$ C$(0,\ 3)$

직선 l이 $\triangle$ABC의 넓이를 이등분하므로 $\overline{\text{AB}}$의 중점을 지난다.

이 중점을 M이라 하면

M$(2,\ 0)$

따라서 두 점 C$(0,\ 3)$, M$(2,\ 0)$을 지나는 직선 l의 방정식은

$$y=-\frac{3}{2}x+3$$

답 $y=-\frac{3}{2}x+3$

1252 전략 주어진 이차함수의 그래프를 이용하여 a, b, c의 부호를 결정한다.

풀이 $a<0$, $b>0$, $c>0$

② $a<0$, $b>0$이므로 $\quad 4a<0,\ -2b<0$

$\therefore 4a-2b<0$

③ $x=-1$일 때 $y=0$이므로 $\quad a-b+c=0$

⑤ 축이 직선 $x=1$이므로 $x=3$일 때 $y=0$이다.

따라서 $x=2$일 때 $y>0$이므로

$4a+2b+c>0$

답 ⑤

1253 전략 $x=1$에서 함숫값의 부호를 이용하면 $a+b$의 부호를 알 수 있다.

풀이 $a<0$, $b>0$이므로 $\quad ab<0$

$y=ax+b$에서 $x=1$일 때 $y>0$이므로 $\quad a+b>0$

$y=x^2+(a+b)x+ab$의 그래프에서

(i) $1>0$이므로 아래로 볼록

(ii) $a+b>0$이므로 축이 y축의 왼쪽에 위치

(iii) $ab<0$이므로 y축과의 교점이 원점의 아래쪽에 위치

이상에서 $y=x^2+(a+b)x+ab$의 그래프의 개형은 ②와 같다.

답 ②

1254 전략 주어진 이차함수를 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 변형하여 꼭짓점의 좌표를 a에 대한 식으로 나타낸다.

풀이 $y=(x+a)^2+2(a+1)x+6$

$=x^2+(4a+2)x+a^2+6$

$=(x+2a+1)^2-3a^2-4a+5 \qquad \cdots$ ❶

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-2a-1,\ -3a^2-4a+5)$이므로

$-2a-1=5,\ -3a^2-4a+5=b$

$\therefore a=-3,\ b=-10 \qquad \cdots$ ❷

$\therefore ab=30 \qquad \cdots$ ❸

답 30

채점 기준

❶ $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 변형할 수 있다.	50%
❷ a, b의 값을 구할 수 있다.	40%
❸ ab의 값을 구할 수 있다.	10%

1255 전략 □ABCD가 평행사변형이면 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

풀이 $y=0$을 대입하면 $\quad \frac{1}{2}x^2+x-4=0$에서

$x^2+2x-8=0,\quad (x+4)(x-2)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=2$

$\therefore$ A$(-4,\ 0)$, C$(2,\ 0)$

$x=0$을 대입하면 $\quad y=-4$

$\therefore$ B$(0,\ -4) \qquad \cdots$ ❶

D$(a,\ b)$라 하면 □ABCD가 평행사변형이므로

$\overline{\text{AB}}/\!/\overline{\text{CD}}$에서 $\quad \frac{-4-0}{0-(-4)}=\frac{b-0}{a-2}$

$\therefore a+b=2 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

$\overline{\text{AD}}/\!/\overline{\text{BC}}$에서 $\quad \frac{b-0}{a-(-4)}=\frac{0-(-4)}{2-0}$

$\therefore 2a-b=-8 \qquad \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-2$, $b=4$

$\therefore$ D$(-2,\ 4)$ … ❷

답 D$(-2,\ 4)$

채점 기준

❶ 세 점 A, B, C의 좌표를 구할 수 있다.	40%
❷ 점 D의 좌표를 구할 수 있다.	60%

ssen 보충학습

① 두 점 $(x_1,\ y_1)$, $(x_2,\ y_2)$를 지나는 직선의 기울기

➜ $\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ (단, $x_1\neq x_2$)

② 두 직선 $y=ax+b$, $y=a'x+b'$이 평행하면 ➜ $a=a'$, $b\neq b'$

1256 전략 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은 $y=-a(x-p)^2-q$이다.

풀이 $y=2x^2+2px+5=2\left(x+\dfrac{p}{2}\right)^2-\dfrac{p^2}{2}+5$

이 그래프를 x축에 대칭이동한 그래프의 식은

$$y=-2\left(x+\frac{p}{2}\right)^2+\frac{p^2}{2}-5$$

이 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y=-2\left(x+2+\frac{p}{2}\right)^2+\frac{p^2}{2}-5+q$$ … ❶

이 그래프가 $y=a(x-1)^2$의 그래프와 일치하므로

$$a=-2,\ 2+\frac{p}{2}=-1,\ \frac{p^2}{2}-5+q=0$$

$\therefore$ $a=-2$, $p=-6$, $q=-13$ … ❷

$\therefore$ $a+p+q=-21$ … ❸

답 -21

채점 기준

❶ 대칭이동 · 평행이동한 그래프의 식을 구할 수 있다.	60%
❷ a, p, q의 값을 구할 수 있다.	30%
❸ $a+p+q$의 값을 구할 수 있다.	10%

1257 전략 주어진 이차함수의 그래프의 축의 방정식이 $x=1$임을 이용한다.

풀이 $y=-\dfrac{1}{4}x^2+\dfrac{1}{2}mx+2m-1$

$=-\dfrac{1}{4}(x-m)^2+\dfrac{1}{4}m^2+2m-1$ … ❶

이 그래프의 축의 방정식이 $x=1$이므로 $m=1$ … ❷

따라서 $\dfrac{1}{4}m^2+2m-1=\dfrac{5}{4}$이므로 꼭짓점의 좌표는

$\left(1,\ \dfrac{5}{4}\right)$ … ❸

답 $\left(1,\ \dfrac{5}{4}\right)$

채점 기준

❶ $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 변형할 수 있다.	40%
❷ m의 값을 구할 수 있다.	30%
❸ 꼭짓점의 좌표를 구할 수 있다.	30%

1258 전략 축의 방정식과 $\overline{AB}=4$임을 이용하여 두 점 A, B의 좌표를 구한다.

풀이 $y=2x^2+4x+k=2(x+1)^2+k-2$

이 그래프의 축의 방정식이 $x=-1$이고, $\overline{AB}=4$이므로

A$(-3,\ 0)$, B$(1,\ 0)$ … ❶

$y=2x^2+4x+k$에 $x=1$, $y=0$을 대입하면

$0=2+4+k$ $\quad\therefore k=-6$ … ❷

즉 $y=2x^2+4x-6=2(x+1)^2-8$이므로

$\therefore$ C$(-1,\ -8)$ … ❸

$\therefore$ $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times4\times8=16$ … ❹

답 16

채점 기준

❶ 두 점 A, B의 좌표를 구할 수 있다.	30%
❷ k의 값을 구할 수 있다.	20%
❸ 점 C의 좌표를 구할 수 있다.	30%
❹ $\triangle ABC$의 넓이를 구할 수 있다.	20%

1259 전략 주어진 이차함수의 그래프를 이용하여 a, b의 부호를 결정한다.

풀이 그래프의 축이 y축의 오른쪽에 위치하므로

$-a<0$ $\quad\therefore a>0$

y축과의 교점이 원점의 아래쪽에 위치하므로

$b<0$ … ❶

$\therefore$ $a-b>0$, $b-a<0$ … ❷

$\therefore$ $\sqrt{(a-b)^2}-\sqrt{(b-a)^2}=a-b+(b-a)$

$=0$ … ❸

답 0

채점 기준

❶ a, b의 부호를 결정할 수 있다.	40%
❷ $a-b$, $b-a$의 부호를 결정할 수 있다.	30%
❸ 주어진 식을 간단히 할 수 있다.	30%

ssen 보충학습

$\sqrt{(a-b)^2}$의 성질

① $a>b$이면 ➜ $\sqrt{(a-b)^2}=a-b$

② $a<b$이면 ➜ $\sqrt{(a-b)^2}=-(a-b)$

12 이차함수의 활용

1260 답 (가) $x+3$ (나) -2 (다) 4 (라) 2 (마) $y=2x^2+12x+20$

1261 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-4)^2-1$로 놓으면 그래프가 점 $(1,\ 8)$을 지나므로
$8=9a-1 \qquad \therefore a=1$
$\therefore y=(x-4)^2-1$ 답 $y=(x-4)^2-1$

1262 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2+5$로 놓으면 그래프가 점 $(0,\ 1)$을 지나므로
$1=4a+5 \qquad \therefore a=-1$
$\therefore y=-(x-2)^2+5$ 답 $y=-(x-2)^2+5$

1263 답 (가) $x-3$ (나) -2 (다) -1 (라) 2 (마) $y=-x^2+6x-7$

1264 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2+q$로 놓으면 그래프가 두 점 $(-4,\ -3)$, $(-1,\ 3)$을 지나므로
$-3=4a+q,\ 3=a+q$
$\therefore a=-2,\ q=5$
$\therefore y=-2(x+2)^2+5$ 답 $y=-2(x+2)^2+5$

1265 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+1)^2+q$로 놓으면 그래프가 두 점 $\left(0,\ -\frac{5}{2}\right)$, $(1,\ -1)$을 지나므로
$-\frac{5}{2}=a+q,\ -1=4a+q$
$\therefore a=\frac{1}{2},\ q=-3$
$\therefore y=\frac{1}{2}(x+1)^2-3$ 답 $y=\frac{1}{2}(x+1)^2-3$

1266 답 (가) 3 (나) $4a+2b+c$ (다) 1 (라) -6 (마) $y=x^2-6x+8$

1267 구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$로 놓고,
$x=0,\ y=4$를 대입하면 $4=c$ …… ㉠
$x=1,\ y=1$을 대입하면 $1=a+b+c$ …… ㉡
$x=2,\ y=4$를 대입하면 $4=4a+2b+c$ …… ㉢
㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면
$a=3,\ b=-6,\ c=4$
$\therefore y=3x^2-6x+4$ 답 $y=3x^2-6x+4$

1268 구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$로 놓고,
$x=-1,\ y=-6$을 대입하면 $-6=a-b+c$ …… ㉠
$x=0,\ y=0$을 대입하면 $0=c$ …… ㉡
$x=3,\ y=-6$을 대입하면 $-6=9a+3b+c$ …… ㉢
㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면
$a=-2,\ b=4,\ c=0$
$\therefore y=-2x^2+4x$ 답 $y=-2x^2+4x$

1269 답 (가) $x-4$ (나) 0 (다) 12 (라) -1 (마) $y=-x^2+x+12$

1270 구하는 이차함수의 식을 $y=ax(x+3)$으로 놓으면 그래프가 점 $(-1,\ -6)$을 지나므로
$-6=-2a \qquad \therefore a=3$
$\therefore y=3x(x+3)$ 답 $y=3x(x+3)$

1271 답 최솟값: 1, $x=0$

1272 답 최솟값: -4, $x=1$

1273 답 최댓값: -1, $x=0$

1274 답 최댓값: -2, $x=1$

1275 $y=\frac{1}{2}x^2+x-1=\frac{1}{2}(x^2+2x+1-1)-1$
$=\frac{1}{2}(x+1)^2-\frac{3}{2}$ 답 $y=\frac{1}{2}(x+1)^2-\frac{3}{2}$

1276 답 최솟값: $-\frac{3}{2}$, $x=-1$

1277 $y=-2x^2+20x-10=-2(x^2-10x+25-25)-10$
$=-2(x-5)^2+40$ 답 $y=-2(x-5)^2+40$

1278 답 최댓값: 40, $x=5$

1279 답 $x+4$

1280 $y=x(x+4)=x^2+4x$ 답 $y=x^2+4x$

1281 $y=x^2+4x=(x+2)^2-4$
따라서 두 수의 곱의 최솟값은 -4이다. 답 -4

1282 $x=-2$일 때, 두 수의 곱이 최소이므로 구하는 두 수는 $-2,\ 2$이다. 답 $-2,\ 2$

1283 답 $(12-x)$cm

1284 $y=x(12-x)=-x^2+12x$ 답 $y=-x^2+12x$

1285 $y=-x^2+12x=-(x-6)^2+36$
따라서 직사각형의 넓이의 최댓값은 36cm^2이다. 답 36cm^2

1286 $x=6$일 때, 직사각형의 넓이가 최대이므로 구하는 가로의 길이는 6cm이다. 답 6cm

1287 $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ -1)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2-1$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(0,\ 7)$을 지나므로
$7=4a-1 \qquad \therefore a=2$
따라서 $y=2(x-2)^2-1=2x^2-8x+7$이므로
$b=-8,\ c=7$
$\therefore a-b+c=17$ 답 ⑤

1288 꼭짓점의 좌표가 $(1, 4)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-1)^2+4$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(3, 0)$을 지나므로

$0=4a+4 \quad \therefore a=-1$

따라서 $y=-(x-1)^2+4=-x^2+2x+3$이므로 이 그래프가 y축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 3)$이다. 답 $(0, 3)$

1289 꼭짓점의 좌표가 $(0, -6)$이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2-6$으로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(3, 0)$을 지나므로

$0=9a-6 \quad \therefore a=\frac{2}{3}$

따라서 $y=\frac{2}{3}x^2-6$의 그래프가 점 $(4, k)$를 지나므로

$k=\frac{2}{3}\times4^2-6=\frac{14}{3}$ 답 ③

1290 조건 (가), (나)에서 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(3, 0)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-3)^2$으로 놓을 수 있다.
조건 (다)에서 이 그래프가 점 $(-3, 9)$를 지나므로

$9=36a \quad \therefore a=\frac{1}{4}$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$y=\frac{1}{4}(x-3)^2$ 답 ②

1291 $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $\left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$이므로 이차함수의 식을 $y=a\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{2}$으로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(0, 1)$을 지나므로

$1=\frac{1}{4}a+\frac{3}{2} \quad \therefore a=-2$ … ❶

따라서 $y=-2\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{2}=-2x^2-2x+1$이므로

$b=-2,\ c=1$ … ❷

$\therefore a-2b-3c=-2-2\times(-2)-3\times1=-1$ … ❸

답 -1

채점 기준

❶ a의 값을 구할 수 있다.	50%
❷ b, c의 값을 구할 수 있다.	40%
❸ $a-2b-3c$의 값을 구할 수 있다.	10%

1292 꼭짓점의 좌표가 $(1, -3)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-1)^2-3$으로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(0, -2)$를 지나므로

$-2=a-3 \quad \therefore a=1$

즉 $y=(x-1)^2-3=x^2-2x-2$이므로 $y=0$을 대입하면

$x^2-2x-2=0 \quad \therefore x=1\pm\sqrt{3}$

따라서 $\mathrm{B}(1-\sqrt{3}, 0)$, $\mathrm{C}(1+\sqrt{3}, 0)$이므로

$\overline{\mathrm{BC}}=(1+\sqrt{3})-(1-\sqrt{3})=2\sqrt{3}$

$\therefore \triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times3=3\sqrt{3}$ 답 ④

1293 축의 방정식이 $x=-4$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+4)^2+q$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 두 점 $(-2, 1)$, $(1, 22)$를 지나므로

$1=4a+q,\ 22=25a+q$

$\therefore a=1,\ q=-3$

따라서 $y=(x+4)^2-3=x^2+8x+13$이므로 그래프가 y축과 만나는 점의 y좌표는 13이다. 답 ⑤

1294 $y=x^2+ax+b$의 그래프의 축의 방정식이 $x=-3$이므로 $y=(x+3)^2+q$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(-1, 5)$를 지나므로

$5=4+q \quad \therefore q=1$

따라서 $y=(x+3)^2+1=x^2+6x+10$이므로

$a=6,\ b=10$

$\therefore a+b=16$ 답 16

1295 축의 방정식이 $x=1$이고, 평행이동하면 함수 $y=-2x^2$의 그래프와 완전히 포개어지므로 이차함수의 식을 $y=-2(x-1)^2+q$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(0, 3)$을 지나므로

$3=-2+q \quad \therefore q=5$

따라서 $y=-2(x-1)^2+5$이므로 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(1, 5)$이다. 답 ②

1296 $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 축의 방정식이 $x=-2$이므로 $y=a(x+2)^2+q$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 두 점 $(0, 5)$, $(1, 0)$을 지나므로

$5=4a+q,\ 0=9a+q$

$\therefore a=-1,\ q=9$ … ❶

따라서 $y=-(x+2)^2+9=-x^2-4x+5$이므로

$b=-4,\ c=5$ … ❷

$\therefore a+2b-c=-14$ … ❸

답 -14

채점 기준

❶ a의 값을 구할 수 있다.	50%
❷ b, c의 값을 구할 수 있다.	30%
❸ $a+2b-c$의 값을 구할 수 있다.	20%

1297 축의 방정식이 $x=-1$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+1)^2+q$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 두 점 $(0, 3)$, $(-3, -3)$을 지나므로

$3=a+q,\ -3=4a+q$

$\therefore a=-2,\ q=5$

따라서 $y=-2(x+1)^2+5$의 그래프가 점 $(2, k)$를 지나므로

$k=-2\times3^2+5=-13$ 답 ⑤

1298 $y=ax^2+bx+c$에

$x=-1,\ y=8$을 대입하면 $\quad 8=a-b+c$ …… ㉠

$x=0,\ y=1$을 대입하면 $\quad 1=c$ …… ㉡

$x=2,\ y=-1$을 대입하면 $\quad -1=4a+2b+c \quad \cdots\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면
$a=2,\ b=-5,\ c=1$
$\therefore abc=-10$
답 ①

1299 $y=ax^2+4x+b$에
$x=0,\ y=-3$을 대입하면 $\quad -3=b \quad \cdots\cdots$ ㉠
$x=1,\ y=c$를 대입하면 $\quad c=a+4+b \quad \cdots\cdots$ ㉡
$x=3,\ y=0$을 대입하면 $\quad 0=9a+12+b \quad \cdots\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면
$a=-1,\ b=-3,\ c=0$
$\therefore a+b+c=-4$
답 -4

1300 주어진 세 점을 지나는 그래프의 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$로 놓고
$x=0,\ y=-5$를 대입하면 $\quad -5=c \quad \cdots\cdots$ ㉠
$x=5,\ y=0$을 대입하면 $\quad 0=25a+5b+c \quad \cdots\cdots$ ㉡
$x=2,\ y=3$을 대입하면 $\quad 3=4a+2b+c \quad \cdots\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면
$a=-1,\ b=6,\ c=-5$
따라서 $y=-x^2+6x-5=-(x-3)^2+4$이므로 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(3,\ 4)$이다.
답 ②

1301 주어진 그래프의 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$로 놓고
$x=-1,\ y=-3$을 대입하면 $\quad -3=a-b+c \quad \cdots\cdots$ ㉠
$x=0,\ y=-\frac{1}{3}$을 대입하면 $\quad -\frac{1}{3}=c \quad \cdots\cdots$ ㉡
$x=2,\ y=1$을 대입하면 $\quad 1=4a+2b+c \quad \cdots\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면
$a=-\frac{2}{3},\ b=2,\ c=-\frac{1}{3}$
$\therefore y=-\frac{2}{3}x^2+2x-\frac{1}{3}$ ··· ❶
따라서 $y=-\frac{2}{3}x^2+2x-\frac{1}{3}$의 그래프가 점 $(4,\ k)$를 지나므로
$k=-\frac{2}{3}\times 4^2+2\times 4-\frac{1}{3}=-3$ ··· ❷
답 -3

채점 기준

❶ 이차함수의 식을 구할 수 있다.	60%
❷ k의 값을 구할 수 있다.	40%

1302 주어진 세 점을 지나는 그래프의 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$로 놓고
$x=-5,\ y=12$를 대입하면 $\quad 12=25a-5b+c \quad \cdots\cdots$ ㉠
$x=0,\ y=-3$을 대입하면 $\quad -3=c \quad \cdots\cdots$ ㉡
$x=10,\ y=-3$을 대입하면 $\quad -3=100a+10b+c \quad \cdots\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면
$a=\frac{1}{5},\ b=-2,\ c=-3$

즉 $y=\frac{1}{5}x^2-2x-3$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동한 이차함수의 그래프의 식은
$-y=\frac{1}{5}x^2-2x-3$
$\therefore y=-\frac{1}{5}x^2+2x+3=-\frac{1}{5}(x-5)^2+8$
따라서 구하는 꼭짓점의 좌표는 $(5,\ 8)$이다.
답 $(5,\ 8)$

ssen 보충학습

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프를
① x축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은
$y=-ax^2-bx-c$
② y축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은
$y=ax^2-bx+c$

1303 주어진 세 점을 지나는 그래프의 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$로 놓고
$x=-1,\ y=5$를 대입하면 $\quad 5=a-b+c \quad \cdots\cdots$ ㉠
$x=0,\ y=2$를 대입하면 $\quad 2=c \quad \cdots\cdots$ ㉡
$x=2,\ y=-10$을 대입하면 $\quad -10=4a+2b+c \quad \cdots\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면
$a=-1,\ b=-4,\ c=2$
즉 $y=-x^2-4x+2$이므로 $y=0$을 대입하면
$-x^2-4x+2=0 \qquad \therefore x=-2\pm\sqrt{6}$
따라서 x축과의 두 교점의 좌표가 $(-2-\sqrt{6},\ 0),\ (-2+\sqrt{6},\ 0)$이므로
$\overline{AB}=(-2+\sqrt{6})-(-2-\sqrt{6})=2\sqrt{6}$
답 ②

1304 x축과 두 점 $(-2,\ 0),\ (4,\ 0)$에서 만나므로 이차함수의 식을 $y=a(x+2)(x-4)$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(0,\ 8)$을 지나므로
$8=-8a \qquad \therefore a=-1$
$\therefore y=-(x+2)(x-4)=-x^2+2x+8=-(x-1)^2+9$
따라서 이 그래프의 꼭짓점의 y좌표는 9이다.
답 ②

1305 $y=x^2+ax+b$의 그래프가 x축과 두 점 $(-3,\ 0)$, $(2,\ 0)$에서 만나므로
$y=(x+3)(x-2)=x^2+x-6$
따라서 $a=1,\ b=-6$이므로 $\quad ab=-6$
답 ②

1306 $y=-4(x+2)(x-1)=-4x^2-4x+8$
답 ②

1307 x축과 두 점 $(-3,\ 0),\ (2,\ 0)$에서 만나므로 이차함수의 식을 $y=a(x+3)(x-2)$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(-2,\ 2)$를 지나므로
$2=-4a \qquad \therefore a=-\frac{1}{2}$
따라서 $y=-\frac{1}{2}(x+3)(x-2)=-\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x+3$이므로 그래프가 y축과 만나는 점의 y좌표는 3이다.
답 3

1308 x축과 두 점 $(2,\ 0)$, $(6,\ 0)$에서 만나므로 이차함수의 식을 $y=a(x-2)(x-6)$으로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(0,\ 6)$을 지나므로

$$6=12a \qquad \therefore a=\frac{1}{2}$$

$$\therefore y=\frac{1}{2}(x-2)(x-6)=\frac{1}{2}x^2-4x+6=\frac{1}{2}(x-4)^2-2$$

따라서 구하는 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(4,\ -2)$이다. 답 ④

1309 $y=x^2+ax+b$의 그래프가 x축과 두 점 $(-3,\ 0)$, $(3,\ 0)$에서 만나므로

$$y=(x+3)(x-3)=x^2-9$$

즉 $a=0,\ b=-9$이므로 $\quad a+b=-9$ 답 ①

1310 $y=-2x^2+4x+1=-2(x-1)^2+3$이므로

$$M=3$$

$y=\frac{1}{2}x^2-4x+3=\frac{1}{2}(x-4)^2-5$이므로

$$m=-5$$

$$\therefore M-m=8$$

답 8

1311 답 ⑤

1312 $y=-5x^2+10x+15=-5(x-1)^2+20$
따라서 $x=1$일 때 최댓값 20을 가지므로

$$a=1,\ b=20$$

$$\therefore a+b=21$$

답 ④

1313 (ㄱ) $x=0$일 때 최댓값 2를 갖는다.
(ㄴ) $x=0$일 때 최솟값 2를 갖는다.
(ㄷ) $x=1$일 때 최솟값 2를 갖는다.
(ㄹ) $x=2$일 때 최솟값 0을 갖는다.
(ㅁ) $y=-x^2-2x+1=-(x+1)^2+2$는 $x=-1$일 때 최댓값 2를 갖는다.
(ㅂ) $y=3x^2+6x+5=3(x+1)^2+2$는 $x=-1$일 때 최솟값 2를 갖는다.
이상에서 최솟값이 2인 것은 (ㄴ), (ㄷ), (ㅂ)의 3개이다. 답 ③

1314 ① 최댓값은 -2이다.
② $y=-x^2-2x+2=-(x+1)^2+3$의 최댓값은 3이다.
③ $y=-2x^2+4x+\frac{1}{2}=-2(x-1)^2+\frac{5}{2}$의 최댓값은 $\frac{5}{2}$이다.
④ $y=-\frac{1}{2}x^2+2x+1=-\frac{1}{2}(x-2)^2+3$의 최댓값은 3이다.
⑤ $y=-\frac{1}{4}x^2-2x=-\frac{1}{4}(x+4)^2+4$의 최댓값은 4이다.

답 ⑤

1315 $y=3(x-1-2)^2+\frac{1}{2}-3=3(x-3)^2-\frac{5}{2}$

따라서 이차함수의 최솟값은 $-\frac{5}{2}$이다. 답 ①

ssen 보충학습

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y=a(x-m-p)^2+q+n$$

1316 (1) $y=-x^2+2kx+8$의 그래프가 점 $(k+2,\ 2k^2)$을 지나므로

$$2k^2=-(k+2)^2+2k(k+2)+8$$

$$k^2=4 \qquad \therefore k=2\ (\because k>0)$$ … ❶

(2) $y=-x^2+4x+8=-(x-2)^2+12$이므로 $x=2$일 때 최댓값 12를 갖는다. … ❷

답 (1) 2 (2) 최댓값: 12, $x=2$

채점 기준

❶ 양수 k의 값을 구할 수 있다.	40%
❷ 최댓값과 그때의 x의 값을 구할 수 있다.	60%

1317 조건 (가), (나)에서 주어진 이차함수의 식을 $y=\frac{2}{3}(x-5)^2+q$로 놓으면 조건 (다)에서 이 그래프가 점 $(2,\ 3)$을 지나므로

$$3=6+q \qquad \therefore q=-3$$

따라서 $y=\frac{2}{3}(x-5)^2-3$의 최솟값은 -3이다. 답 ④

1318 $y=2x^2-12x+3p+1=2(x-3)^2+3p-17$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$$(3,\ 3p-17)$$ … ❶

$y=-4x-2$에 $x=3,\ y=3p-17$을 대입하면

$$3p-17=-12-2 \qquad \therefore p=1$$ … ❷

따라서 $y=2(x-3)^2-14$의 최솟값은 -14이다. … ❸

답 -14

채점 기준

❶ 꼭짓점의 좌표를 구할 수 있다.	40%
❷ p의 값을 구할 수 있다.	40%
❸ 최솟값을 구할 수 있다.	20%

1319 주어진 이차함수의 식을 $y=a(x-1)(x-5)$로 놓고 $x=0,\ y=-5$를 대입하면

$$-5=5a \qquad \therefore a=-1$$

따라서 $y=-(x-1)(x-5)=-(x-3)^2+4$의 최댓값은 4이다. 답 4

1320 $y=-3x^2+12x+k-7=-3(x-2)^2+k+5$
이 함수의 최댓값이 1이므로

$$k+5=1 \qquad \therefore k=-4$$

답 ⑤

1321 $y=ax^2+4ax+7=a(x+2)^2-4a+7$
이 함수의 최솟값이 -1이므로

$$-4a+7=-1 \qquad \therefore a=2$$

답 2

1322 $y=\frac{7}{2}x^2+7x+k-\frac{5}{2}=\frac{7}{2}(x+1)^2+k-6$

$y=-3x^2+6x-2k=-3(x-1)^2-2k+3$

따라서 $k-6=-2k+3$이므로 $3k=9$

$\therefore k=3$

답 ③

1323 $y=-x^2+3ax=-\left(x-\frac{3}{2}a\right)^2+\frac{9}{4}a^2$

이 함수의 최댓값이 9이므로

$\frac{9}{4}a^2=9,\quad a^2=4\quad \therefore a=2\ (\because a>0)$ … ❶

따라서 $y=-x^2+6x$의 그래프가 점 $(2,\ k)$를 지나므로

$k=-2^2+6\times2=8$ … ❷

답 8

채점 기준

❶ a의 값을 구할 수 있다.	50%
❷ k의 값을 구할 수 있다.	50%

1324 $y=-2x^2+3x+a=-2\left(x-\frac{3}{4}\right)^2+a+\frac{9}{8}$

이 함수의 최댓값이 $\frac{1}{8}$ 이하가 되려면

$a+\frac{9}{8}\le\frac{1}{8}\quad \therefore a\le-1$

따라서 a의 최댓값은 -1이다.

답 ①

1325 $y=-2x^2-8px-4p=-2(x+2p)^2+8p^2-4p$

이 함수의 최댓값이 12이므로

$8p^2-4p=12,\quad (p+1)(2p-3)=0$

$\therefore p=-1\ (\because p<0)$

따라서 $y=-2(x-2)^2+12$이므로 구하는 꼭짓점의 x좌표는 2이다.

답 2

1326 $y=-2x^2+ax+b$가 $x=-\frac{1}{2}$에서 최댓값 4를 가지므로

$y=-2\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+4=-2x^2-2x+\frac{7}{2}$

$\therefore a=-2,\ b=\frac{7}{2}\quad \therefore ab=-7$

답 -7

1327 $y=kx^2+10x-3$이 $x=-1$에서 최솟값 p를 가지므로

$y=k(x+1)^2+p=kx^2+2kx+k+p$

따라서 $10=2k,\ -3=k+p$이므로

$k=5,\ p=-8$

답 ③

1328 $y=x^2-2ax+b=(x-a)^2-a^2+b$의 그래프를 x축의 방향으로 $2a$만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=(x-2a-a)^2-a^2+b=(x-3a)^2-a^2+b$

이 그래프의 축의 방정식이 $x=4$이고, 최솟값이 -1이므로

$3a=4,\ -a^2+b=-1\quad \therefore a=\frac{4}{3},\ b=\frac{7}{9}$

$\therefore 9(a+b)=9\times\left(\frac{4}{3}+\frac{7}{9}\right)=19$

답 19

1329 $y=-\frac{1}{4}x^2+ax-2$가 $x=6$에서 최댓값 b를 가지므로

$y=-\frac{1}{4}(x-6)^2+b=-\frac{1}{4}x^2+3x+b-9$

따라서 $a=3,\ -2=b-9$이므로 $a=3,\ b=7$ … ❶

$y=-\frac{1}{4}x^2+3x-2$의 그래프가 점 $(k,\ -9)$를 지나므로

$-9=-\frac{1}{4}k^2+3k-2,\quad k^2-12k-28=0$

$(k+2)(k-14)=0\quad \therefore k=-2\ (\because k<0)$ … ❷

$\therefore a+b+k=8$ … ❸

답 8

채점 기준

❶ $a,\ b$의 값을 구할 수 있다.	40%
❷ k의 값을 구할 수 있다.	40%
❸ $a+b+k$의 값을 구할 수 있다.	20%

1330 $y=-x^2+4(2-a)x-1$이 $x=-2$에서 최댓값 k를 가지므로

$y=-(x+2)^2+k=-x^2-4x+k-4$

따라서 $4(2-a)=-4,\ -1=k-4$이므로

$a=3,\ k=3\quad \therefore ak=9$

답 ③

1331 $y=ax^2+bx+c$가 $x=-2$일 때 최솟값 5를 가지므로 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2+5$로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(0,\ 6)$을 지나므로

$6=4a+5\quad \therefore a=\frac{1}{4}$

따라서 $y=\frac{1}{4}(x+2)^2+5=\frac{1}{4}x^2+x+6$이므로

$b=1,\ c=6\quad \therefore abc=\frac{3}{2}$

답 $\frac{3}{2}$

1332 축의 방정식이 $x=-2$이고, 최댓값이 6이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2+6$으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(0,\ 0)$을 지나므로

$0=4a+6\quad \therefore a=-\frac{3}{2}$

$\therefore y=-\frac{3}{2}(x+2)^2+6=-\frac{3}{2}x^2-6x$

이 그래프가 점 $\left(-\frac{1}{3},\ k\right)$를 지나므로

$k=-\frac{3}{2}\times\left(-\frac{1}{3}\right)^2-6\times\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{11}{6}$

답 ③

1333 조건 (가), (나)에서 이차함수가 $x=4$에서 최솟값 0을 가지므로 $y=a(x-4)^2$으로 놓을 수 있다.

조건 (다)에서 이 그래프가 점 $(-2,\ 18)$을 지나므로

$18=36a\quad \therefore a=\frac{1}{2}$

$\therefore y=\frac{1}{2}(x-4)^2=\frac{1}{2}x^2-4x+8$

답 $y=\frac{1}{2}x^2-4x+8$

12 이차함수의 활용

1334 $x=-\frac{4}{3}$에서 최솟값 5를 가지므로 이차함수의 식을 $y=a\left(x+\frac{4}{3}\right)^2+5$로 놓을 수 있다.

이 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 m만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y=a\left(x-1+\frac{4}{3}\right)^2+5+m=a\left(x+\frac{1}{3}\right)^2+5+m$$
$$=ax^2+\frac{2}{3}ax+\frac{a}{9}+5+m$$

이 그래프가 $y=6x^2+nx+\frac{8}{3}$의 그래프와 완전히 포개어지므로

$$a=6,\ \frac{2}{3}a=n,\ \frac{a}{9}+5+m=\frac{8}{3}$$
$$\therefore a=6,\ n=4,\ m=-3$$
$$\therefore m^2+n^2=(-3)^2+4^2=25$$

답 ④

1335 두 점 $(-2,\ 0)$, $(6,\ 0)$을 지나므로 이차함수의 식을 $y=a(x+2)(x-6)$으로 놓으면

$$y=a(x^2-4x-12)=a(x-2)^2-16a$$

이 함수의 최댓값이 16이므로 $-16a=16$ $\therefore a=-1$

따라서 $y=-(x^2-4x-12)=-x^2+4x+12$이므로 이 그래프는 점 $(-3,\ -9)$를 지난다.

답 ⑤

1336 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근이 $-1,\ 3$이므로 $y=ax^2+bx+c$의 그래프와 x축과의 두 교점의 x좌표는 $-1,\ 3$이다. … ❶

$$\therefore y=a(x+1)(x-3)=a(x^2-2x-3)$$
$$=a(x-1)^2-4a$$

이 함수의 최솟값이 -4이므로 $-4a=-4$ $\therefore a=1$

따라서 $y=x^2-2x-3$이므로

$b=-2,\ c=-3$ … ❷

$\therefore abc=6$ … ❸

답 6

채점 기준

❶ 이차함수의 그래프와 x축과의 두 교점의 x좌표를 구할 수 있다.	30%
❷ $a,\ b,\ c$의 값을 구할 수 있다.	50%
❸ abc의 값을 구할 수 있다.	20%

1337 $y=-2x^2+4ax+4a=-2(x-a)^2+2a^2+4a$

$$\therefore M=2a^2+4a=2(a+1)^2-2$$

따라서 M은 $a=-1$일 때 최솟값 -2를 갖는다.

답 ②

1338 $y=-x^2-2kx+4k=-(x+k)^2+k^2+4k$

$$\therefore M=k^2+4k=(k+2)^2-4$$

따라서 M의 값이 최소가 되도록 하는 k의 값은 -2이다.

답 -2

1339 $y=\frac{1}{2}x^2-mx+3m=\frac{1}{2}(x-m)^2-\frac{1}{2}m^2+3m$

$$\therefore f(m)=-\frac{1}{2}m^2+3m=-\frac{1}{2}(m-3)^2+\frac{9}{2}$$

따라서 $f(m)$은 $m=3$일 때 최댓값 $\frac{9}{2}$를 갖는다.

답 ③

1340 $y=x^2+4ax-b=(x+2a)^2-4a^2-b$이므로 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$$(-2a,\ -4a^2-b)$$

이 점이 직선 $y=-x+3$ 위에 있으므로

$$-4a^2-b=2a+3$$
$$\therefore b=-4a^2-2a-3=-4\left(a+\frac{1}{4}\right)^2-\frac{11}{4}$$

따라서 b의 최댓값은 $-\frac{11}{4}$이다.

답 $-\frac{11}{4}$

1341 두 수를 x, $24-x$라 하고, 두 수의 곱을 y라 하면

$$y=x(24-x)=-x^2+24x$$
$$=-(x-12)^2+144$$

따라서 두 수의 곱의 최댓값은 144이다.

답 ④

1342 두 수를 x, $x+16$이라 하고, 두 수의 곱을 y라 하면

$$y=x(x+16)=x^2+16x$$
$$=(x+8)^2-64$$

따라서 두 수의 곱이 최소가 될 때의 두 수는 -8, 8이다.

답 -8, 8

1343 두 수를 x, $12-x$라 하고, 두 수의 제곱의 합을 y라 하면

$$y=x^2+(12-x)^2=2x^2-24x+144$$

$=2(x-6)^2+72$ … ❶

따라서 두 수의 제곱의 합의 최솟값은 72이다. … ❷

답 72

채점 기준

❶ 이차함수의 식을 세울 수 있다.	70%
❷ 최솟값을 구할 수 있다.	30%

1344 (1) $y=10-x$ … ❶

(2) $xy=x(10-x)=-(x^2-10x)=-(x-5)^2+25$이므로 xy의 최댓값은 25이다. … ❷

(3) $x=5$일 때 xy가 최대이므로 $x=5,\ y=5$ … ❸

답 (1) $y=10-x$ (2) 25 (3) $x=5,\ y=5$

채점 기준

❶ y를 x에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	20%
❷ xy의 최댓값을 구할 수 있다.	50%
❸ 두 수 $x,\ y$를 구할 수 있다.	30%

1345 꽃밭의 넓이를 $y\,\mathrm{m}^2$라 하면

$$y=x(16-2x)=-2x^2+16x$$
$$=-2(x-4)^2+32$$

따라서 꽃밭의 최대 넓이는 $32\,\mathrm{m}^2$이다.

답 ③

1346 직사각형의 세로의 길이를 $x\,\mathrm{cm}$, 넓이를 $y\,\mathrm{cm}^2$라 하면

$$y=x(24-x)=-x^2+24x$$
$$=-(x-12)^2+144$$

따라서 $x=12$일 때 직사각형의 넓이는 최대이므로 세로의 길이는 $12\,\mathrm{cm}$이다.

답 ③

1347 삼각형의 밑변의 길이를 $x$cm, 넓이를 $y$cm^{2}라 하면

$$y=\frac{1}{2}x(60-x)=\frac{1}{2}(-x^2+60x)$$
$$=-\frac{1}{2}(x-30)^2+450$$

따라서 삼각형의 최대 넓이는 450cm^{2}이다. 답 ⑤

1348 물받이의 높이를 $x$cm, 빗금친 부분의 넓이를 $y$cm^{2}라 하면

$$y=x(18-2x)=-2x^2+18x$$
$$=-2\left(x-\frac{9}{2}\right)^2+\frac{81}{2}$$

따라서 $x=\frac{9}{2}=4.5$일 때 빗금친 부분의 넓이는 최대이므로 물받이의 높이는 4.5cm이다. 답 ④

1349 색칠한 두 사각형은 모두 정사각형이므로 $\overline{\mathrm{HI}}=x$cm, 두 정사각형의 넓이의 합을 $y$cm^{2}라 하면 $\overline{\mathrm{IF}}=(12-x)$cm이므로

$$y=x^2+(12-x)^2=2x^2-24x+144$$
$$=2(x-6)^2+72 \quad \cdots ❶$$

따라서 두 정사각형의 넓이의 합의 최솟값은 72cm^{2}이다. … ❷

답 72cm^2

채점 기준	
❶ 이차함수의 식을 세울 수 있다.	70%
❷ 최솟값을 구할 수 있다.	30%

1350 $\overline{\mathrm{AP}}=x$cm, 두 도형의 넓이의 합을 $y$cm^{2}라 하면 $\overline{\mathrm{BP}}=(18-x)$cm이므로

$$y=x^2+\frac{1}{2}(18-x)^2=\frac{3}{2}x^2-18x+162$$
$$=\frac{3}{2}(x-6)^2+108$$

따라서 $x=6$일 때 두 도형의 넓이의 합은 최소이므로 $\overline{\mathrm{AP}}$의 길이는 6cm이다. 답 6cm

1351 새로운 직사각형의 넓이를 $y$cm^{2}라 하면 이 직사각형의 가로의 길이는 $(5+x)$cm, 세로의 길이는 $(9-x)$cm이므로

$$y=(5+x)(9-x)=-x^2+4x+45$$
$$=-(x-2)^2+49$$

따라서 $x=2$일 때 직사각형의 넓이는 최대이다. 답 ②

1352 새로운 직사각형의 가로의 길이는 $(10-2x)$cm, 세로의 길이는 $(2+x)$cm이므로

$$y=(10-2x)(2+x)=-2x^2+6x+20$$
$$=-2\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{49}{2} \quad \cdots ❶$$

따라서 y의 최댓값은 $\frac{49}{2}$이고 그때의 x의 값은 $\frac{3}{2}$이다. … ❷

답 최댓값: $\frac{49}{2}$, $x=\frac{3}{2}$

채점 기준	
❶ 이차함수의 식을 세울 수 있다.	70%
❷ y의 최댓값과 그때의 x의 값을 구할 수 있다.	30%

1353 새로운 삼각형의 넓이를 $y$cm^{2}라 하면 이 삼각형의 밑변의 길이는 $(10+x)$cm, 높이는 $(14-x)$cm이므로

$$y=\frac{1}{2}(10+x)(14-x)=\frac{1}{2}(-x^2+4x+140)$$
$$=-\frac{1}{2}(x-2)^2+72$$

따라서 삼각형의 최대 넓이는 72cm^{2}이다. 답 ①

1354 x초 후 직사각형의 가로의 길이는 $(15-x)$cm, 세로의 길이는 $(6+2x)$cm이므로

$$y=(15-x)(6+2x)=-2x^2+24x+90$$
$$=-2(x-6)^2+162$$

따라서 y의 최댓값은 162이다. 답 162

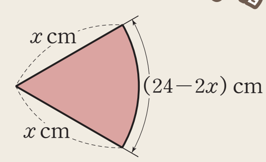
1355 부채꼴의 반지름의 길이를 $x$cm, 넓이를 $y$cm^{2}라 하면 호의 길이는 $(24-2x)$cm이므로

$$y=\frac{1}{2}x(24-2x)=-x^2+12x$$
$$=-(x-6)^2+36$$

따라서 부채꼴의 넓이의 최댓값은 36cm^{2}이다. 답 36cm^2

ssen 보충학습

오른쪽 그림과 같이 부채꼴의 반지름의 길이를 $x$cm라 하면 호의 길이는 $(24-2x)$cm이다.



1356 부채꼴의 넓이를 $y$cm^{2}라 하면 호의 길이는 $(16-2x)$cm이므로

$$y=\frac{1}{2}x(16-2x)=-x^2+8x$$
$$=-(x-4)^2+16$$

따라서 $x=4$일 때 부채꼴의 넓이는 최대이다. 답 4

1357 (1) 두 원의 반지름의 길이의 합은 14cm이므로 원 O'의 반지름의 길이는 $(14-x)$cm이다. … ❶

(2) 두 원의 넓이의 합을 $y$cm^{2}라 하면

$$y=\pi x^2+\pi(14-x)^2=\pi(2x^2-28x+196)$$
$$=2\pi(x-7)^2+98\pi$$

따라서 두 원의 넓이의 합의 최솟값은 98π cm^{2}이다. … ❷

답 (1) $(14-x)$cm (2) 98π cm^2

채점 기준	
❶ 원 O'의 반지름의 길이를 x에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	30%
❷ 최솟값을 구할 수 있다.	70%

1358 점 P의 좌표를 $(x, -x+6)$, □OQPR의 넓이를 y라 하면

$$y=x(-x+6)=-x^2+6x$$
$$=-(x-3)^2+9$$

따라서 □OQPR의 최대 넓이는 9이다. 답 ②

1359 (1) 점 P의 좌표가 $(x,\ -2x+8)$이므로

$$y=\frac{1}{2}x(-2x+8)=-x^2+4x$$
$$=-(x-2)^2+4 \quad \cdots ❶$$

(2) $x=2$일 때 △POA의 최대 넓이는 4이므로 그때의 점 P의 좌표는 $(2,\ 4)$ ⋯ ❷

답 (1) $y=-(x-2)^2+4$ (2) 4, P$(2,\ 4)$

채점 기준

❶ y를 x에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	60%
❷ △POA의 최대 넓이와 점 P의 좌표를 구할 수 있다.	40%

1360 직선 l은 두 점 $(9,\ 0)$, $(0,\ 6)$을 지나므로

$$y=-\frac{6}{9}x+6=-\frac{2}{3}x+6$$

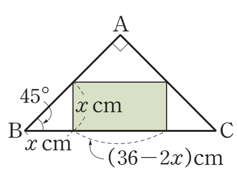
점 P의 좌표를 $\left(x,\ -\frac{2}{3}x+6\right)$, □OQPR의 넓이를 y라 하면

$$y=x\left(-\frac{2}{3}x+6\right)=-\frac{2}{3}x^2+6x$$
$$=-\frac{2}{3}\left(x-\frac{9}{2}\right)^2+\frac{27}{2}$$

따라서 $x=\frac{9}{2}$일 때 □OQPR의 넓이가 최대이므로 그때의 점 P의 좌표는 $\left(\frac{9}{2},\ 3\right)$이다.

답 P$\left(\frac{9}{2},\ 3\right)$

1361 직사각형의 세로의 길이를 $x$cm, 넓이를 $y\text{cm}^2$라 하면 가로의 길이는 $(36-2x)$cm이므로



$$y=x(36-2x)=-2x^2+36x$$
$$=-2(x-9)^2+162$$

따라서 직사각형의 최대 넓이는 162cm^2이다. 답 ④

1362 $h=-5t^2+30t+18=-5(t-3)^2+63$

따라서 최고 높이에 도달했을 때의 지면으로부터의 높이는 63m이다. 답 63m

1363 $y=-\frac{1}{10}x^2+x+\frac{3}{2}=-\frac{1}{10}(x-5)^2+4$

따라서 5초 후에 공이 가장 높이 올라간다. 답 ③

1364 이익을 y만 원이라 하면

$$y=-\frac{1}{20}x^2+30x-500=-\frac{1}{20}(x-300)^2+4000$$

따라서 하루에 300개의 제품을 생산할 때 이익이 최대가 된다.

답 ⑤

1365 $y=40x-5x^2=-5(x-4)^2+80$이므로 4초 후에 최고 높이에 도달한다. ⋯ ❶

물 로켓이 쏘아 올린 지 x초 후에 지면에 떨어진다고 하면

$$40x-5x^2=0, \quad x(x-8)=0$$
$$\therefore x=8 \ (\because x>0) \quad \cdots ❷$$

따라서 최고 높이에 도달한 지 4초 후에 지면에 떨어진다. ⋯ ❸

답 4초

채점 기준

❶ 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간을 구할 수 있다.	40%
❷ 지면에 떨어질 때까지 걸린 시간을 구할 수 있다.	40%
❸ 답을 구할 수 있다.	20%

1366 $y=-5x^2+150x+2000=-5(x-15)^2+3125$

① 15초 후에 높이가 최대이다.

② 최대 높이는 3125m이다.

③ $0=-5x^2+150x+2000$에서

$$x^2-30x-400=0, \quad (x+10)(x-40)=0$$
$$\therefore x=40 \ (\because x>0)$$

따라서 40초 후에 지면에 떨어진다.

④ $x=1$을 대입하면

$$y=-5+150+2000=2145$$

따라서 분출한 지 1초 후의 용암의 지면으로부터의 높이는 2145m이다.

⑤ $3000=-5x^2+150x+2000$에서

$$x^2-30x+200=0, \quad (x-10)(x-20)=0$$
$$\therefore x=10 \text{ 또는 } x=20$$

따라서 용암의 지면으로부터의 높이가 3000m가 되는 때는 분출한 지 10초 후와 20초 후이다. 답 ③

1367 전략 h를 t에 대한 식으로 나타낸 후, $h=0$일 때의 $t(t>0)$의 값을 구한다.

풀이 꼭짓점의 좌표가 $(4,\ 50)$이므로 $h=a(t-4)^2+50$으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(0,\ 18)$을 지나므로

$$18=16a+50 \quad \therefore a=-2$$
$$\therefore h=-2(t-4)^2+50$$

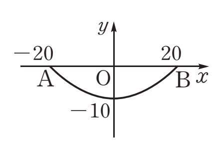
물체가 지면에 떨어질 때 $h=0$이므로

$$0=-2(t-4)^2+50, \quad (t-4)^2=25$$
$$t-4=\pm5 \quad \therefore t=9 \ (\because t>0)$$

따라서 구하는 시간은 9초이다. 답 ③

1368 전략 호수의 중앙 M을 원점으로 하는 좌표평면 위에 포물선을 놓는다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 M을 원점으로 하는 좌표평면 위에 포물선을 놓으면 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식은



$$y=ax^2-10$$

B지점의 좌표는 $(20,\ 0)$이므로

$$0=400a-10 \quad \therefore a=\frac{1}{40}$$
$$\therefore y=\frac{1}{40}x^2-10$$

$x=16$을 대입하면

$$y=\frac{1}{40}\times16^2-10=-\frac{18}{5}=-3.6$$

따라서 구하는 수심은 3.6m이다. 답 ④

1369 전략 △ABC의 넓이를 이용하여 점 C의 좌표를 구한 후, 이차함수의 식을 구한다.

풀이 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{OC}$이므로

$$3=\frac{1}{2}\times6\times\overline{OC}\qquad\therefore\ \overline{OC}=1\qquad\therefore\ C(0,\ -1)$$

$y=ax^2+bx+c$의 그래프가 x축과 두 점 $(-5,\ 0)$, $(1,\ 0)$에서 만나므로

$$y=a(x+5)(x-1)$$

이 그래프가 점 $(0,\ -1)$을 지나므로

$$-1=-5a\qquad\therefore\ a=\frac{1}{5}$$

$$\therefore\ y=\frac{1}{5}(x+5)(x-1)=\frac{1}{5}x^2+\frac{4}{5}x-1$$

따라서 $a=\frac{1}{5}$, $b=\frac{4}{5}$, $c=-1$이므로

$$a-bc=1$$

답 1

1370 전략 이차함수의 그래프의 축의 방정식을 이용하여 두 점 A, B의 좌표를 구한다.

풀이 $y=\frac{1}{2}x^2+2x+k=\frac{1}{2}(x+2)^2+k-2$의 그래프의 축의 방정식은 $x=-2$이고, $\overline{AB}=8$이므로

$$A(-6,\ 0),\ B(2,\ 0)$$

$$\therefore\ y=\frac{1}{2}(x+6)(x-2)=\frac{1}{2}x^2+2x-6$$

$$=\frac{1}{2}(x+2)^2-8$$

따라서 $k=-6$, $m=-8$이므로

$$k+m=-14$$

답 -14

ssen 보충학습

x축과의 두 교점의 좌표가 $(m,\ 0)$, $(n,\ 0)$이면 이차함수의 그래프는 축에 대칭이므로 축의 방정식은 $x=\frac{m+n}{2}$이다.

1371 전략 $a+b$를 a에 대한 이차함수로 나타낸 후 $a+b=m(a-p)^2+q$ 꼴로 변형한다.

풀이 $y=x^2-4x+1$의 그래프가 점 $(a,\ b)$를 지나므로

$$b=a^2-4a+1$$

$$\therefore\ a+b=a+a^2-4a+1=a^2-3a+1$$

$$=\left(a-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{5}{4}$$

따라서 $a+b$의 최솟값은 $-\frac{5}{4}$이다.

답 $-\frac{5}{4}$

1372 전략 주어진 이차함수의 그래프가 x축과 만나는 점의 좌표가 $(3,\ 0)$, $(7,\ 0)$임을 이용한다.

풀이 주어진 이차함수의 식을 $y=a(x-3)(x-7)$로 놓으면

$$y=a(x-3)(x-7)=a(x^2-10x+21)$$

$$=a(x-5)^2-4a$$

이 함수의 최솟값이 -8이므로

$$-4a=-8\qquad\therefore\ a=2$$

따라서 $f(x)=2(x-3)(x-7)$이므로

$$f(2)=2\times(-1)\times(-5)=10$$

답 ③

1373 전략 이차함수 $y=ax^2+bx+c\,(a<0)$에서 y의 값이 항상 음수이려면 y의 최댓값이 음수이어야 한다.

풀이 $y=-x^2+6x+a-2=-(x-3)^2+a+7$

y의 값이 항상 음수가 되려면 y의 최댓값이 음수이어야 하므로

$$a+7<0\qquad\therefore\ a<-7$$

따라서 정수 a의 최댓값은 -8이다.

답 ⑤

1374 전략 $x=p$일 때 최솟값 q를 갖는 이차함수의 식은 $y=a(x-p)^2+q\,(a>0)$로 놓는다.

풀이 $y=x^2+ax+b$가 $x=k$일 때 최솟값 7을 가지므로

$$y=(x-k)^2+7$$

이 그래프가 점 $(1,\ k^2)$을 지나므로

$$k^2=(1-k)^2+7,\qquad 2k=8\qquad\therefore\ k=4$$

따라서 $y=(x-4)^2+7=x^2-8x+23$이므로

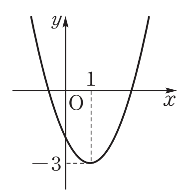
$$a=-8,\ b=23$$

$$\therefore\ a+b+k=19$$

답 ④

1375 전략 모든 사분면을 지나도록 함수의 그래프를 그려 y절편의 범위를 생각한다.

풀이 $y=a(x-1)^2-3=ax^2-2ax+a-3$



오른쪽 그림과 같이 함수의 그래프가 모든 사분면을 지나려면 $a>0$이고, $x=0$일 때 $y<0$이어야 하므로

$$a-3<0\qquad\therefore\ a<3$$

따라서 실수 a의 값의 범위는

$$0<a<3$$

답 ④

1376 전략 그래프가 x축과 두 점 $(m,\ 0)$, $(n,\ 0)$에서 만나는 이차함수의 식은 $y=a(x-m)(x-n)$으로 놓는다.

풀이 $y=p(x+1)(x-3)$으로 놓으면

$$y=p(x^2-2x-3)=p(x-1)^2-4p$$

이 함수의 최솟값이 -4이므로

$$-4p=-4\qquad\therefore\ p=1$$

$$\therefore\ y=x^2-2x-3$$

$y=x^2-2x-3$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은

$$-y=x^2-2x-3\qquad\therefore\ y=-x^2+2x+3$$

따라서 $a=-1$, $b=2$, $c=3$이므로

$$2a+b+c=2\times(-1)+2+3=3$$

답 ④

1377 전략 두 점 P, Q의 좌표를 x에 대한 식으로 나타내고 $\overline{PQ}$의 길이를 y라 한 후, x, y 사이의 관계를 식으로 나타낸다.

풀이 $P(x,\ x^2+2)$, $Q(x,\ x)$, $\overline{PQ}$의 길이를 y라 하면

$$y=(x^2+2)-x=x^2-x+2$$

$$=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7}{4}$$

따라서 $\overline{PQ}$의 길이의 최솟값은 $\frac{7}{4}$이다. 답 $\frac{7}{4}$

1378 전략 밭의 가로, 세로의 길이를 각각 x에 대한 식으로 나타낸 후, (밭의 넓이)=(가로의 길이)×(세로의 길이)임을 이용한다.

풀이 밭의 세로의 길이를 xm, 넓이를 $y\text{m}^2$라 하면 가로의 길이는 $(80-5x)$m이므로

$$y=x(80-5x)=-5x^2+80x$$
$$=-5(x-8)^2+320$$

따라서 밭의 최대 넓이는 320m^2이다. 답 ②

1379 전략 x초 후에 $\overline{PB}=(20-2x)$cm, $\overline{BQ}=3x$cm임을 이용한다.

풀이 x초 후에 $\overline{AP}=2x$cm, $\overline{BQ}=3x$cm이므로

$\overline{PB}=(20-2x)$cm

△PBQ의 넓이를 $y\text{cm}^2$라 하면

$$y=\frac{1}{2}\times(20-2x)\times3x=-3x^2+30x$$
$$=-3(x-5)^2+75$$

따라서 5초 후에 △PBQ의 넓이는 최대가 된다. 답 ④

1380 전략 총 판매 금액이 최대일 때의 x의 값을 구한다.

풀이 총 판매 금액을 y원이라 하면

$$y=(200+2x)(600-3x)=-6x^2+600x+120000$$
$$=-6(x-50)^2+135000$$

따라서 $x=50$일 때 총 판매 금액이 최대이므로 그때의 사탕 한 개의 가격은

$200+2\times50=300$(원) 답 ④

1381 전략 그래프의 꼭짓점의 좌표가 (p, q)인 이차함수의 식은 $y=a(x-p)^2+q$로 놓는다.

풀이 $y=-4x^2-5$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$(0, -5)$ … ❶

이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2-5$로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(3, 13)$을 지나므로

$13=9a-5$ $\quad\therefore a=2$

$\therefore y=2x^2-5$ … ❷

$0=2x^2-5$에서 $\quad x^2=\frac{5}{2}$

$\therefore x=\pm\frac{\sqrt{10}}{2}$

따라서 이차함수의 그래프가 x축과 만나는 두 점의 좌표는

$\left(-\frac{\sqrt{10}}{2}, 0\right)$, $\left(\frac{\sqrt{10}}{2}, 0\right)$이므로 두 점 사이의 거리는

$$\frac{\sqrt{10}}{2}-\left(-\frac{\sqrt{10}}{2}\right)=\sqrt{10}$$ … ❸

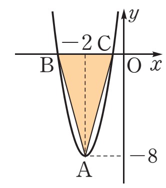
답 $\sqrt{10}$

채점 기준

❶ $y=-4x^2-5$의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구할 수 있다.	30%
❷ 이차함수의 식을 구할 수 있다.	50%
❸ x축과 만나는 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다.	20%

1382 전략 축의 방정식이 $x=p$인 이차함수의 식은 $y=a(x-p)^2+q$로 놓는다.

풀이 축의 방정식이 $x=-2$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2+q$로 놓을 수 있다.



이 그래프가 두 점 $(0, 8)$, $(-1, -4)$를 지나므로

$8=4a+q$, $-4=a+q$

$\therefore a=4$, $q=-8$

즉 $y=4(x+2)^2-8$이므로 $\quad$A$(-2, -8)$ … ❶

$0=4(x+2)^2-8$에서 $\quad (x+2)^2=2$

$x+2=\pm\sqrt{2}$ $\quad\therefore x=-2\pm\sqrt{2}$

따라서 이차함수의 그래프가 x축과 만나는 두 점의 좌표는

$(-2-\sqrt{2}, 0)$, $(-2+\sqrt{2}, 0)$ … ❷

이므로

$\overline{BC}=(-2+\sqrt{2})-(-2-\sqrt{2})=2\sqrt{2}$

$\therefore$ △ABC$=\frac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times8=8\sqrt{2}$ … ❸

답 $8\sqrt{2}$

채점 기준

❶ 점 A의 좌표를 구할 수 있다.	50%
❷ x축과 만나는 두 점의 좌표를 구할 수 있다.	20%
❸ △ABC의 넓이를 구할 수 있다.	30%

1383 전략 주어진 조건에 맞는 이차함수의 식을 구한 후 최댓값을 구한다.

풀이 $y=-3x^2+ax+b$에 $x=4$, $y=0$을 대입하면

$0=-48+4a+b$ …… ㉠

또 $y=-9$를 대입하면

$-9=-3x^2+ax+b$

$\therefore 3x^2-ax-b-9=0$

두 점의 x좌표의 합이 4이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$-\frac{-a}{3}=4$ $\quad\therefore a=12$ … ❶

$a=12$를 ㉠에 대입하면

$-48+4\times12+b=0$ $\quad\therefore b=0$ … ❷

따라서 $y=-3x^2+12x=-3(x-2)^2+12$이므로 구하는 최댓값은 12이다. … ❸

답 12

채점 기준

❶ a의 값을 구할 수 있다.	40%
❷ b의 값을 구할 수 있다.	30%
❸ 최댓값을 구할 수 있다.	30%

ssen 보충학습

이차방정식의 근과 계수의 관계

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근을 α, β라 할 때

(1) 두 근의 합: $\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$

(2) 두 근의 곱: $\alpha\beta=\frac{c}{a}$

1384 전략 $a+b$, ab의 값을 구한 후 k를 a에 대한 식으로 나타낸다.

풀이 (1) $x^2-6x+k=x^2+(a+b)x+ab$에서

$a+b=-6,\ ab=k$ … ❶

$b=-6-a$이므로

$k=a(-6-a)=-a^2-6a$ … ❷

(2) $k=-a^2-6a=-(a+3)^2+9$

따라서 $a=-3$일 때 k의 최댓값은 9이다. … ❸

답 (1) $k=-a^2-6a$ (2) 9

채점 기준

❶ $a+b$, ab의 값을 구할 수 있다.	20%
❷ k를 a에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	40%
❸ k의 최댓값을 구할 수 있다.	40%

1385 전략 $\overline{AP}=\overline{AQ}=x$cm라 하고 △PQR의 넓이에 대한 이차함수의 식을 세운다.

풀이 $\overline{AP}=\overline{AQ}=x$cm, △PQR의 넓이를 $y$cm²라 하면
$\overline{BQ}=\overline{BR}=(6-x)$cm이므로

$y=\square ABRP-(\triangle AQP+\triangle QBR)$

$=\frac{1}{2}\times\{x+(6-x)\}\times 6$

$-\left\{\frac{1}{2}\times x\times x+\frac{1}{2}\times(6-x)\times(6-x)\right\}$

$=-x^2+6x$

$=-(x-3)^2+9$ … ❶

따라서 △PQR의 넓이의 최댓값은 9cm²이다. … ❷

답 9cm²

채점 기준

❶ 이차함수의 식을 세울 수 있다.	60%
❷ △PQR의 넓이의 최댓값을 구할 수 있다.	40%

참고 □ABRP=□PRCD이므로

$\triangle PQR=\frac{1}{2}\square ABCD-(\triangle AQP+\triangle QBR)$

임을 이용하여 풀 수도 있다.

1386 전략 이차함수의 그래프의 축의 방정식을 이용하여 두 점 A, B의 좌표를 구한다.

풀이 (1) $y=-x^2+4x+5=-(x-2)^2+9$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ 9)$ … ❶

(2) 오른쪽 그림에서

$\overline{AB}=2(k-2)$

점 C의 좌표는 $(k,\ -k^2+4k+5)$이므로

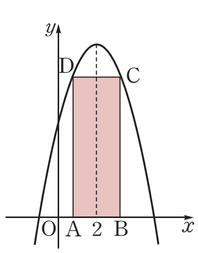
$\overline{BC}=-k^2+4k+5$

$\therefore\ l=2(\overline{AB}+\overline{BC})$

$=2\{2(k-2)$

$+(-k^2+4k+5)\}$

$=-2k^2+12k+2$ … ❷



(3) $l=-2k^2+12k+2=-2(k-3)^2+20$

따라서 □ABCD의 둘레의 길이의 최댓값은 20이다. … ❸

답 (1) (2, 9) (2) $l=-2k^2+12k+2$ (3) 20

채점 기준

❶ 꼭짓점의 좌표를 구할 수 있다.	20%
❷ l을 k에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	40%
❸ □ABCD의 둘레의 길이의 최댓값을 구할 수 있다.	40%

1387 전략 △BQP∽△BAC(AA 닮음)임을 이용하여 $\overline{PQ}$의 길이를 x에 대한 식으로 나타낸다.

풀이 (1) △BQP∽△BAC(AA 닮음)이므로

$\overline{BQ}:\overline{BA}=\overline{PQ}:\overline{CA}$

$(6-x):6=\overline{PQ}:4,\quad 6\overline{PQ}=24-4x$

$\therefore\ \overline{PQ}=4-\frac{2}{3}x$(cm) … ❶

(2) $y=x\left(4-\frac{2}{3}x\right)=-\frac{2}{3}x^2+4x$ … ❷

(3) $y=-\frac{2}{3}x^2+4x=-\frac{2}{3}(x-3)^2+6$

따라서 □AQPR의 최대 넓이는 6cm²이다. … ❸

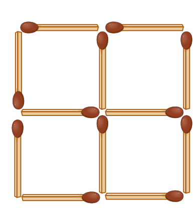
답 (1) $\left(4-\frac{2}{3}x\right)$cm (2) $y=-\frac{2}{3}x^2+4x$ (3) 6cm²

채점 기준

❶ $\overline{PQ}$의 길이를 x에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	40%
❷ y를 x에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	30%
❸ □AQPR의 최대 넓이를 구할 수 있다.	30%

ssen 징검다리

18쪽



23쪽 1부터 9까지의 자연수의 합은 45이므로

$45\times 3=135$

따라서 합이 10인 카드를 계속 내려 놓으면 내려 놓은 카드의 합은 10의 배수가 되므로 마지막에 남은 카드에 적힌 숫자는 5이다.

84쪽 $1+2+34+5+6+7=55$

MEMO