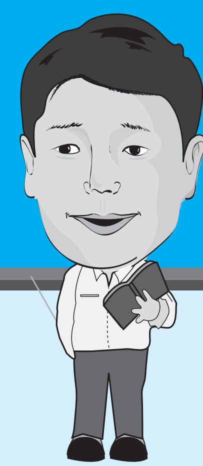
하나를 알면 10개, 20개를 풀 수 있는 개념원리수학

개념원리® 중학수학



이홍섭 선생님의 기본서

정답과 풀이

3-2

SINCE 1991
개념원리 수학연구소

I 통계

1 대푯값과 산포도

01 대푯값

개념원리 확인하기 본문 10쪽

01 (1) ① 3, 5, 5, 6, 8, 9, 10 ② 7, 7, 4, 6
(2) ① 2, 5, 7, 7, 8, 9, 10, 13
② 8, 8, 4, 8, 5, 7, 8, 7.5

02 6

03 (1) 18 (2) 9, 12 (3) 없다.

02 자료의 개수가 6개이고 중앙값이 8이므로

$\frac{x+10}{2}=8 \quad \therefore x=6$

03 (1) 18의 도수가 3으로 가장 크므로 최빈값은 18이다.
(2) 9와 12의 도수가 3으로 가장 크므로 최빈값은 9, 12 이다.
(3) 자료의 값의 도수가 모두 2로 같으므로 최빈값은 없다.

핵심문제 익히기 (확인문제) 본문 11~12쪽

1 평균 : 11권, 중앙값 : 11권, 최빈값 : 9권, 12권

2 (1) 63 (2) 225 **3** 20

4 평균 : 16회, 중앙값 : 15회, 최빈값 : 20회

1 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면
8, 9, 9, 9, 11, 12, 12, 12, 17

$\therefore$ (평균)$=\frac{8+9+9+9+11+12+12+12+17}{9}$

$=\frac{99}{9}=11$(권)

자료의 개수가 9개이므로 중앙값은 $\frac{9+1}{2}=5$번째 자료의 값인 11권이다.
9권과 12권의 도수가 3으로 가장 크므로 최빈값은 9권, 12권이다.

2 (1) 나머지 변량을 x라고 하면 중앙값이 67이므로 $58 \le x \le 71$이어야 한다.
이때 중앙값은 2번째와 3번째 변량의 평균이므로

$\frac{x+71}{2}=67,\ x+71=134 \quad \therefore x=63$

(2) 자료의 개수가 8개이므로 중앙값은 4번째와 5번째 자료의 값인 221과 x의 평균이다.

즉, $\frac{221+x}{2}=223$

$\therefore x=225$

3 x를 제외한 자료에서 13의 도수는 3이고 그 이외의 자료의 값의 도수는 1이므로 x의 값에 상관없이 최빈값은 13이다.
따라서 평균이 13이므로

$\frac{8+13+11+16+13+10+x+13}{8}=13$

$\therefore x=20$

4 (평균)$=\frac{1}{20}(5\times3+10\times4+15\times4+20\times6+25\times1+30\times2)$

$=\frac{320}{20}=16$(회)

또, 자료의 개수가 짝수 개이고 윗몸일으키기 횟수를 작은 값부터 크기순으로 나열하면
5, 5, 5, 10, 10, 10, 10, 15, 15, 15, 15,
20, 20, 20, 20, 20, 20, 25, 30, 30
이므로 중앙값은 $\frac{20}{2}=10$번째와 $\frac{20}{2}+1=11$번째 자료의 값인 15와 15의 평균인 $\frac{15+15}{2}=15$(회)
또, 최빈값은 도수가 가장 큰 변량이므로 20회이다.

이런 문제가 시험에 나온다 본문 13쪽

01 중앙값 **02** ⑤

03 평균 : 17.4회, 중앙값 : 16.5회, 최빈값 : 15회

04 중앙값 : 5시간, 최빈값 : 4시간

05 4 **06** 중앙값 : 50분, 최빈값 : 70분

01 9명의 점수는 60점대이고 한 명의 점수만 90점보다 높으므로 자료의 값 중 극단적인 값이 있는 경우이다.
따라서 중앙값이 평균보다 중심 경향을 더 잘 나타낸다.

02 주어진 자료의 중앙값과 최빈값을 차례로 구하면 다음과 같다.
① 5.5, 없다.
② 4, 없다.
③ 4, 5
④ 5, 없다.
⑤ 4, 4

03 $(\text{평균})=\dfrac{5+7+13+15+15+18+20+21+24+36}{10}$
$=\dfrac{174}{10}$
$=17.4$(회)
$(\text{중앙값})=\dfrac{15+18}{2}$
$=16.5$(회)
(최빈값)$=15$회

04 평균이 5시간이므로
$\dfrac{4+x+6+7+4+7+6+2}{8}=5$
$\dfrac{x+36}{8}=5$
$\therefore x=4$
주어진 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면
2, 4, 4, 4, 6, 6, 7, 7
$\therefore (\text{중앙값})=\dfrac{4+6}{2}$
$=5$(시간)
(최빈값)$=4$시간

05 평균이 3이므로
$\dfrac{-1+6+a-2+9-8-5+4+b}{9}=3$
$a+b+3=27$
$\therefore a+b=24$
$a-b=-4$이므로 이 두 식을 연립하여 풀면
$a=10,\ b=14$
따라서 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면
$-8,\ -5,\ -2,\ -1,\ 4,\ 6,\ 9,\ 10,\ 14$
이므로 중앙값은 $\dfrac{9+1}{2}=5$번째 자료의 값인 4이다.

06 도수의 총합이 20이므로
$2+3+a+b+2=20$
$\therefore a+b=13$ $\cdots\cdots$ ㉠
또, 평균이 54분이므로
$\dfrac{10\times2+30\times3+50\times a+70\times b+90\times2}{20}=54$
$50a+70b+290=1080$
$\therefore 5a+7b=79$ $\cdots\cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면
$a=6,\ b=7$
이때 중앙값은 $\dfrac{20}{2}=10$번째와 $\dfrac{20}{2}+1=11$번째 자료의 값인 50과 50의 평균인 $\dfrac{50+50}{2}=50$(분)
또, 최빈값은 도수가 가장 큰 변량이므로 70분이다.

02 산포도와 표준편차

개념원리 확인하기

본문 16쪽

01 표는 풀이 참조, 분산 : 50, 표준편차 : $5\sqrt{2}$점
02 $\sqrt{9.2}$점 **03** -2 **04** 4

01

평균을 구하면	$\dfrac{60+65+70+75+80}{5}=\dfrac{350}{5}=70$(점)
각 자료의 편차를 구하면	-10점, -5점, 0점, 5점, 10점
(편차)^{2}의 총합을 구하면	$(-10)^2+(-5)^2+0^2+5^2+10^2$ $=100+25+0+25+100=250$
분산을 구하면	$\dfrac{250}{5}=50$
표준편차를 구하면	$\sqrt{50}=5\sqrt{2}$(점)

02 $(\text{평균})=\dfrac{89+92+90+85+84}{5}$
$=\dfrac{440}{5}=88$(점)
(분산)
$=\dfrac{(89-88)^2+(92-88)^2+(90-88)^2+(85-88)^2+(84-88)^2}{5}$
$=\dfrac{46}{5}=9.2$
$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{9.2}$(점)

03 편차의 합은 0이므로
$6-4+x+3-2-1=0$
$\therefore x=-2$

04 편차의 합은 0이므로

$-2+a+b+0-3=0 \qquad \therefore a+b=5$

또, 분산이 6이므로

$$\frac{(-2)^2+a^2+b^2+0^2+(-3)^2}{5}=6$$

$\therefore a^2+b^2=17$

이때 $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$이므로

$17=5^2-2ab \qquad \therefore ab=4$

핵심문제 익히기 (확인문제) 본문 17~19쪽

1 분산 : 28, 표준편차 : $2\sqrt{7}$점

2 D의 국어 성적 : 70점, 표준편차 : $2\sqrt{3}$점

3 3

4 (1) 38 (2) 30

5 (1) 20 (2) 평균 : 9, 표준편차 : 2

1 $$(\text{평균})=\frac{84+82+78+93+87+76+81}{7}$$

$$=\frac{581}{7}=83(\text{점})$$

$\{(\text{편차})^2\text{의 총합}\}$

$=1^2+(-1)^2+(-5)^2+10^2+4^2+(-7)^2+(-2)^2$

$=196$

$\therefore (\text{분산})=\frac{196}{7}=28$

$(\text{표준편차})=\sqrt{28}=2\sqrt{7}(\text{점})$

2 편차의 합은 항상 0이므로

$-2+6-2+x=0 \qquad \therefore x=-2$

이때 D의 국어 성적은 평균보다 2점이 낮으므로

$72-2=70(\text{점})$

$$(\text{분산})=\frac{(-2)^2+6^2+(-2)^2+(-2)^2}{4}=\frac{48}{4}=12$$

$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{12}=2\sqrt{3}(\text{점})$

3 A, B 두 그룹의 평균이 같고 분산이 각각 2^2, a^2이므로 $(\text{편차})^2$의 총합은 각각

$2^2\times4=16,\ a^2\times6=6a^2$

따라서 전체 10명에 대한 $(\text{편차})^2$의 총합은 $16+6a^2$이고 분산은 $(\sqrt{7})^2=7$이므로

$$\frac{16+6a^2}{10}=7,\ 16+6a^2=70$$

$a^2=9 \qquad \therefore a=3\ (\because a\geq0)$

4 (1) A, B, C의 평균이 6이므로

$$\frac{A+B+C}{3}=6 \qquad \therefore A+B+C=18 \qquad \cdots\cdots ㉠$$

또, 분산이 $(\sqrt{2})^2=2$이므로

$$\frac{(A-6)^2+(B-6)^2+(C-6)^2}{3}=2$$

$(A-6)^2+(B-6)^2+(C-6)^2=6$

$A^2+B^2+C^2-12(A+B+C)+102=0$

$\therefore A^2+B^2+C^2=114\,(\because ㉠)$

따라서 A^2, B^2, C^2의 평균은

$$\frac{A^2+B^2+C^2}{3}=\frac{114}{3}=38$$

(2) 평균이 6이므로

$$\frac{4+10+x+y+5}{5}=6,\ x+y+19=30$$

$\therefore x+y=11 \qquad \cdots\cdots ㉠$

또, 분산이 4.4이므로

$$\frac{(4-6)^2+(10-6)^2+(x-6)^2+(y-6)^2+(5-6)^2}{5}$$

$=4.4$

$(x-6)^2+(y-6)^2+21=22$

$x^2+y^2-12(x+y)=-71 \qquad \cdots\cdots ㉡$

㉠을 ㉡에 대입하면

$x^2+y^2-12\times11=-71 \qquad \therefore x^2+y^2=61$

이때 $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$에서

$61=11^2-2xy,\ 2xy=60$

$\therefore xy=30$

5 (1) 변량 a, b, c의 평균이 8이므로

$$\frac{a+b+c}{3}=8$$

또, 변량 a, b, c의 분산이 14이므로

$$\frac{(a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2}{3}=14$$

따라서 변량 $a-2$, $b-2$, $c-2$에 대하여

$$(\text{평균})=\frac{(a-2)+(b-2)+(c-2)}{3}$$

$$=\frac{a+b+c}{3}-2$$

$=8-2=6$

$$(\text{분산})=\frac{(a-2-6)^2+(b-2-6)^2+(c-2-6)^2}{3}$$

$$=\frac{(a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2}{3}=14$$

$\therefore (\text{평균})+(\text{분산})=6+14=20$

(2) 변량 a, b, c, d, e의 평균이 6이므로

$$\frac{a+b+c+d+e}{5}=6$$

또, 변량 a, b, c, d, e의 표준편차가 2, 즉 분산이 4이므로

$$\frac{(a-6)^2+(b-6)^2+(c-6)^2+(d-6)^2+(e-6)^2}{5}=4$$

따라서 변량 $a+3$, $b+3$, $c+3$, $d+3$, $e+3$에 대하여

(평균)

$$=\frac{(a+3)+(b+3)+(c+3)+(d+3)+(e+3)}{5}$$

$$=\frac{a+b+c+d+e}{5}+3=6+3=9$$

$$(\text{분산})=\frac{1}{5}\{(a+3-9)^2+(b+3-9)^2+(c+3-9)^2+(d+3-9)^2+(e+3-9)^2\}$$

$$=\frac{1}{5}\{(a-6)^2+(b-6)^2+(c-6)^2+(d-6)^2+(e-6)^2\}$$

$$=4$$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{4}=2$

이런 문제가 시험에 나온다 본문 20쪽

01 $\sqrt{3}$회

02 3회째의 수학 성적 : 82점, 표준편차 : $\frac{\sqrt{258}}{3}$점

03 -2 **04** ㄴ, ㄷ, ㄹ **05** 7점

06 (1) 평균 : 17, 분산 : 100 (2) 평균 : 6, 분산 : 15

01 $(\text{평균})=\frac{11+7+9+12+8+10+7+8}{8}$

$$=\frac{72}{8}=9(\text{회})$$

$$\therefore (\text{분산})=\frac{1}{8}\{(11-9)^2+(7-9)^2+(9-9)^2+(12-9)^2+(8-9)^2+(10-9)^2+(7-9)^2+(8-9)^2\}$$

$$=\frac{1}{8}\times 24=3$$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{3}$(회)

02 3회째의 편차를 x점이라고 하면 편차의 합은 항상 0이므로

$6-3+x-7-5+2=0$

$\therefore x=7$(점)

이때 3회째의 수학 성적은 평균보다 7점이 높으므로

$75+7=82$(점)

$$\therefore (\text{분산})=\frac{6^2+(-3)^2+7^2+(-7)^2+(-5)^2+2^2}{6}$$

$$=\frac{172}{6}=\frac{86}{3}$$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{\frac{86}{3}}=\frac{\sqrt{258}}{3}$(점)

03 편차의 합은 항상 0이므로

$a-2+0+b+1=0$ $\therefore a+b=1$

분산이 2.8이므로

$$\frac{a^2+(-2)^2+0^2+b^2+1^2}{5}=2$$

$\therefore a^2+b^2=5$

$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$이므로

$5=1^2-2ab$ $\therefore ab=-2$

04 ㄱ. 평균을 m점이라고 하면

(B의 점수)$=(m-1)$점

(C의 점수)$=(m+3)$점

따라서 B와 C의 점수의 차는 4점이다.

ㄴ. D의 편차가 0이므로 D의 점수는 평균과 같다.

ㄷ. $(\text{분산})=\frac{(-3)^2+(-1)^2+3^2+0^2+1^2}{5}$

$$=\frac{20}{5}=4$$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{4}=2$(점)

ㄹ. 점수가 가장 낮은 학생은 편차가 가장 작은 A이다.

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ, ㄹ이다.

05 남학생과 여학생의 평균은 같고 표준편차가 각각 5점, 11점이므로 분산은 각각 5^2, 11^2이다.

이때 남학생과 여학생의 (편차)^{2}의 총합은 각각

$30\times 5^2=750$, $10\times 11^2=1210$

따라서 전체 40명에 대한 (편차)^{2}의 총합은

$750+1210=1960$

$\therefore (\text{분산})=\frac{1960}{40}=49$

(표준편차)$=\sqrt{49}=7$(점)

06 (1) a, b, c, d의 평균이 10이므로

$$\frac{a+b+c+d}{4}=10$$

$\therefore a+b+c+d=40$

또, a, b, c, d의 분산이 25이므로

$$\frac{(a-10)^2+(b-10)^2+(c-10)^2+(d-10)^2}{4}=25$$

$\therefore (a-10)^2+(b-10)^2+(c-10)^2+(d-10)^2$

$=100$

$\therefore$ (평균)

$$=\frac{(2a-3)+(2b-3)+(2c-3)+(2d-3)}{4}$$

$$=\frac{2(a+b+c+d)}{4}-3$$

$$=\frac{2\times40}{4}-3=17$$

$\therefore$ (분산)

$$=\frac{(2a-20)^2+(2b-20)^2+(2c-20)^2+(2d-20)^2}{4}$$

$$=\frac{4\{(a-10)^2+(b-10)^2+(c-10)^2+(d-10)^2\}}{4}$$

$$=\frac{4\times100}{4}=100$$

(2) 변량 x_1, x_2, x_3의 평균이 4이므로

$$\frac{x_1+x_2+x_3}{3}=4$$

$\therefore x_1+x_2+x_3=12$ …… ㉠

또, 변량 x_1, x_2, x_3의 분산이 9이므로

$$\frac{(x_1-4)^2+(x_2-4)^2+(x_3-4)^2}{3}=9$$

$(x_1-4)^2+(x_2-4)^2+(x_3-4)^2=27$

${x_1}^2+{x_2}^2+{x_3}^2-8(x_1+x_2+x_3)+48=27$

…… ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

${x_1}^2+{x_2}^2+{x_3}^2-8\times12+48=27$

$\therefore {x_1}^2+{x_2}^2+{x_3}^2=75$

따라서 변량 x_1, x_2, x_3, 6, 12에 대하여

$$(\text{평균})=\frac{x_1+x_2+x_3+6+12}{5}$$

$$=\frac{12+18}{5}$$

$$=\frac{30}{5}=6$$

(분산)

$$=\frac{(x_1-6)^2+(x_2-6)^2+(x_3-6)^2+(6-6)^2+(12-6)^2}{5}$$

$$=\frac{{x_1}^2+{x_2}^2+{x_3}^2-12(x_1+x_2+x_3)+144}{5}$$

$$=\frac{75-12\times12+144}{5}$$

$$=\frac{75}{5}=15$$

▶ 다른풀이

(2) $(\text{분산})=\dfrac{(\text{변량})^2\text{의 총합}}{(\text{변량의 개수})}-(\text{평균})^2$을 이용하자.

변량 x_1, x_2, x_3의 평균이 4이므로

$$\frac{x_1+x_2+x_3}{3}=4$$

$\therefore x_1+x_2+x_3=12$

또, 변량 x_1, x_2, x_3의 평균이 4이고 분산이 9이므로

$$\frac{{x_1}^2+{x_2}^2+{x_3}^2}{3}-4^2=9$$

$\therefore {x_1}^2+{x_2}^2+{x_3}^2=75$

따라서 변량 x_1, x_2, x_3, 6, 12에 대하여

$$(\text{평균})=\frac{x_1+x_2+x_3+6+12}{5}$$

$$=\frac{12+18}{5}=\frac{30}{5}=6$$

$$(\text{분산})=\frac{{x_1}^2+{x_2}^2+{x_3}^2+6^2+12^2}{5}-6^2$$

$$=\frac{75+6^2+12^2}{5}-36$$

$=51-36=15$

03 도수분포표에서의 분산과 표준편차

본문 22쪽

개념원리 확인하기

01 (1) 계급값, 평균 (2) 편차 (3) 분산

02 풀이 참조

03 평균 : 7회, 분산 : 5.8, 표준편차 : $\sqrt{5.8}$회

02

통학 시간(분)	도수(명)	계급값(분)	(계급값)×(도수)	편차(분)	$(\text{편차})^2\times(\text{도수})$
$0^{\text{이상}}\sim10^{\text{미만}}$	2	5	10	-14	392
10 ~20	3	15	45	-4	48
20 ~30	4	25	100	6	144
30 ~40	1	35	35	16	256
합계	10		190		840

$$\therefore (\text{평균})=\frac{190}{10}=19(\text{분})$$

$$(\text{분산})=\frac{840}{10}=84$$

$(\text{표준편차})=\sqrt{84}=2\sqrt{21}(\text{분})$

03 주어진 자료를 표로 나타내면 다음과 같다.

턱걸이 횟수(회)	도수(명)	계급값(회)	(계급값)×(도수)	편차(회)	(편차)^2×(도수)
$3^{이상}$ ~ $5^{미만}$	2	4	8	-3	18
5 ~ 7	4	6	24	-1	4
7 ~ 9	2	8	16	1	2
9 ~ 11	1	10	10	3	9
11 ~ 13	1	12	12	5	25
합계	10		70		58

$\therefore$ (평균)$=\dfrac{70}{10}=7$(회)

(분산)$=\dfrac{58}{10}=5.8$

(표준편차)$=\sqrt{5.8}$(회)

핵심문제 익히기 (확인문제) 본문 23~25쪽

1 분산 : 180, 표준편차 : $6\sqrt{5}$회 **2** 8 kg
3 $\sqrt{69}$분 **4** 5.8 **5** ③ **6** C

1 다음과 같이 표를 만들어 구한다.

횟수(회)	도수(명)	(계급값)×(도수)	(편차)^2×(도수)
$0^{이상}$ ~ $10^{미만}$	7	35	2268
10 ~ 20	18	270	1152
20 ~ 30	12	300	48
30 ~ 40	7	245	1008
40 ~ 50	3	135	1452
50 ~ 60	3	165	3072
합계	50	1150	9000

(평균)$=\dfrac{1150}{50}=23$(회)

$\therefore$ (분산)$=\dfrac{9000}{50}=180$

(표준편차)$=\sqrt{180}=6\sqrt{5}$(회)

2 다음과 같이 표를 만들어 구한다.

몸무게(kg)	도수(명)	(계급값)×(도수)	(편차)^2×(도수)
$45^{이상}$ ~ $55^{미만}$	2	100	800
55 ~ 65	9	540	900
65 ~ 75	27	1890	0
75 ~ 85	11	880	1100
85 ~ 95	1	90	400
합계	50	3500	3200

(평균)$=\dfrac{3500}{50}=70$(kg)

(분산)$=\dfrac{3200}{50}=64$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{64}=8$(kg)

3 전체 학생 수는 $(35+x)$명이고 평균이 76분이므로

$$\frac{55\times2+65\times8+75\times24+85\times x+95\times1}{35+x}=76$$

$\dfrac{2525+85x}{35+x}=76$, $2525+85x=2660+76x$

$9x=135$ $\quad\therefore x=15$

$$\begin{aligned}(\text{분산})&=\frac{1}{50}\{(55-76)^2\times2+(65-76)^2\times8\\&\quad+(75-76)^2\times24+(85-76)^2\times15\\&\quad+(95-76)^2\times1\}\\&=\frac{1}{50}\times3450=69\end{aligned}$$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{69}$(분)

4 주어진 히스토그램을 도수분포표로 나타내면 다음과 같다.

횟수(회)	도수(일)	(계급값)×(도수)	(편차)^2×(도수)
$3^{이상}$ ~ $5^{미만}$	2	8	18
5 ~ 7	4	24	4
7 ~ 9	2	16	2
9 ~ 11	1	10	9
11 ~ 13	1	12	25
합계	10	70	58

(평균)$=\dfrac{70}{10}=7$(회)

$\therefore$ (분산)$=\dfrac{58}{10}=5.8$

5 ① 평균이 낮다고 고득점자가 없는 것은 아니다.
② B반의 표준편차가 가장 크므로 성적이 가장 고르지 못하다.
③ A반의 표준편차가 가장 작으므로 성적이 가장 고르다.
④ 성적이 평균 이상인 학생 수는 평균과 표준편차만으로는 알 수 없다.
⑤ 각 반의 점수대별 학생 수는 알 수 없다.

6 가장 불규칙하게 운동한 사람은 표준편차가 가장 큰 사람이므로 C이다.

이런 문제가 **시험**에 나온다 본문 26쪽

01 2반

02 (1) 13명 (2) 분산 : 277.3, 표준편차 : $\sqrt{277.3}$점

03 116 **04** $a=0$, $b=2$ **05** 8

01 평균이 같을 때 평균을 중심으로 밀집되어 있다는 것은 표준편차가 작은 것을 말하고 표준편차가 작으면 분산이 작다.
따라서 평균을 중심으로 성적이 가장 밀집되어 있는 학급은 2반이다.

02 (1) (편차)×(도수)의 총합은 0이므로
$(-30)\times4+(-20)\times6+(-10)\times9$
$+0\times2+10\times x+20\times10=0$
$-120-120-90+10x+200=0$
$\therefore\ x=13$(명)
(2) (분산)
$=\frac{1}{44}\{(-30)^2\times4+(-20)^2\times6+(-10)^2\times9$
$+0^2\times2+10^2\times13+20^2\times10\}$
$=\frac{12200}{44}=277.27\times\times\times$
따라서 분산이 약 277.3이므로
(표준편차)$=\sqrt{277.3}$점

03 총 가구 수가 10이므로 $1+1+x+y+1=10$
$\therefore\ x+y=7$ ...... ㉠
평균이 52분이므로
$\frac{30\times1+40\times1+50\times x+60\times y+70\times1}{10}=52$
$50x+60y+140=520$
$\therefore\ 5x+6y=38$ ...... ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=4$, $y=3$
$\therefore$ (분산)$=\frac{1}{10}\{(30-52)^2\times1+(40-52)^2\times1$
$+(50-52)^2\times4+(60-52)^2\times3$
$+(70-52)^2\times1\}$
$=\frac{1}{10}\times1160=116$

04 평균이 3이므로
$\frac{0\times1+1\times a+2\times1+3\times5+4\times b+5\times1}{1+a+1+5+b+1}=3$
$\frac{a+4b+22}{a+b+8}=3$
$a+4b+22=3a+3b+24$
$\therefore\ 2a-b=-2$ ...... ㉠
또, 표준편차가 $\sqrt{1.6}$, 즉 분산이 1.6이므로
$\frac{(-3)^2\times1+(-2)^2\times a+(-1)^2\times1+0^2\times5+1^2\times b+2^2\times1}{a+b+8}$
$=1.6$
$\frac{4a+b+14}{a+b+8}=1.6$
$4a+b+14=1.6a+1.6b+12.8$
$2.4a-0.6b=-1.2$
$\therefore\ 4a-b=-2$ ...... ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면
$a=0$, $b=2$

05 전체 학생 수는 $(x+y+7)$명이고, 평균이 80점이므로
$\frac{60\times2+70\times x+80\times y+90\times4+100\times1}{x+y+7}=80$
$\frac{70x+80y+580}{x+y+7}=80$
$70x+80y+580=80x+80y+560$
$10x=20$ $\therefore\ x=2$
또, 분산이 120이므로
$\frac{(60-80)^2\times2+(70-80)^2\times2+(90-80)^2\times4+(100-80)^2\times1}{y+9}$
$=120$
$\frac{1800}{y+9}=120$
$120y+1080=1800$ $\therefore\ y=6$
$\therefore\ x+y=2+6=8$

1 Step (기본문제) 본문 27~29쪽

01 ③ **02** ③, ⑤ **03** ②, ④
04 평균 : 4점, 중앙값 : 4점, 최빈값 : 3점과 5점
05 ① **06** ④ **07** (1) A반 (2) B반
08 ③ **09** ③ **10** ① **11** ③
12 9 **13** 98점 **14** (1) 73점 (2) $\sqrt{6.8}$점
15 229점 **16** 82 **17** 평균 : 75점, 분산 : 125
18 22 **19** 자료 A와 자료 B의 분산은 같다.
20 -2

01 자료가 수치로 주어지지 않은 경우에는 대푯값으로 최빈값이 적절하다.

02 변량들이 흩어져 있는 정도를 하나의 수로 나타낸 값이 산포도이고, 산포도에는 여러 가지가 있으나 분산과 표준편차가 가장 많이 쓰인다.

03 ① (편차)=(변량)−(평균)
③ 분산은 편차의 제곱의 평균이다.
⑤ 편차의 절댓값이 클수록 산포도는 크다.

04 (평균)
$=\dfrac{3+4+5+2+1+7+3+6+5+5+4+2+3+6}{14}$
$=\dfrac{56}{14}=4$(점)
또, 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면
1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 5, 6, 6, 7
이므로 중앙값은 7번째와 8번째 자료의 값인 4와 4의 평균인
$\dfrac{4+4}{2}=4$(점)
또, 최빈값은 가장 많이 나타난 값이므로 3점과 5점이다.

05 ① $a=4$이면 중앙값은 4이다.

06 중앙값과 최빈값은 각각 다음과 같다.
① 중앙값 : 5, 최빈값 : 4
② 중앙값 : 6, 최빈값 : 3
③ 중앙값 : 6, 최빈값 : 7
④ 중앙값 : 3, 최빈값 : 3
⑤ 중앙값 : 7, 최빈값 : 8

07 (1) 변량이 평균 주위에서 멀리 흩어져 있을수록 곡선의 폭이 더 크므로 A반의 산포도가 B반의 산포도보다 더 크다. 따라서 A반의 표준편차가 B반의 표준편차보다 더 크다.
(2) 하루 평균 인터넷 접속 시간이 더 고른 반은 산포도가 더 작은 B반이다.

08 ③ 표준편차가 작을수록 성적이 고르다.
$3\sqrt{2}<5$이므로 A반의 표준편차가 B반의 표준편차보다 더 작다.
따라서 A반의 성적이 B반의 성적보다 고르다.

09 8명의 학생의 수학 성적이 각각 1점씩 올라가면 평균은 1점 올라가지만 각 변량들이 평균을 중심으로 흩어져 있는 정도는 그대로이므로 표준편차는 변함없다.

10 각 변량에 일정한 수를 더하면 평균은 변하여도 표준편차는 변하지 않으므로 변량 $a+5$, 6, 7, 8, 9의 표준편차는 a, 1, 2, 3, 4의 표준편차와 같다.
따라서 구하는 표준편차는 $\sqrt{2}$이다.
▶ 참고
변량에 일정한 수를 더하거나 빼어도 분산과 표준편차에는 영향을 주지 않는다.

11 작은 값부터 크기순으로 15번째, 16번째 값은 모두 400타/분 이상 500타/분 미만인 계급에 속하므로 이 계급의 계급값인 450타/분이 중앙값이다.

12 자료의 개수가 8개이고 중앙값이 12이므로
$\dfrac{x+15}{2}=12,\ x+15=24 \qquad \therefore x=9$

13 5회째의 시험 성적을 x점이라고 하면
$\dfrac{80+76+87+84+x}{5}\geq 85$
$327+x\geq 425 \qquad \therefore x\geq 98$
따라서 5회째의 시험에서 98점 이상을 받아야 한다.

14 (1) 편차의 합은 항상 0이므로
$-3+2+4+x-1=0 \qquad \therefore x=-2$
따라서 학생 D의 성적은 평균보다 2점 낮으므로
$75-2=73$(점)
(2) (분산)$=\dfrac{(-3)^2+2^2+4^2+(-2)^2+(-1)^2}{5}$
$=\dfrac{34}{5}=6.8$
$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{6.8}$(점)

15 남학생 수가 여학생 수의 1.5배이므로
(여학생 수) : (남학생 수)=1 : 1.5=2 : 3
이때 여학생 수를 $2x$명, 남학생 수를 $3x$명이라고 하면
3학년 전체 학생의 평균은
$\dfrac{225\times 3x+235\times 2x}{5x}=\dfrac{1145x}{5x}$
$=229$(점)

16 변량 a, b, c, d, e의 평균이 80이므로
$\dfrac{a+b+c+d+e}{5}=80$
따라서 변량 $a+4$, $b+8$, $c-3$, $d+2$, $e-1$의 평균은

$\dfrac{(a+4)+(b+8)+(c-3)+(d+2)+(e-1)}{5}$

$=\dfrac{a+b+c+d+e+10}{5}=\dfrac{a+b+c+d+e}{5}+2$

$=80+2=82$

17 주어진 히스토그램을 도수분포표로 나타내면 다음과 같다.

성적(점)	도수(명)	(계급값)×(도수)	(편차)^2×(도수)
$50^{이상}$ ~ $60^{미만}$	3	165	1200
60 ~ 70	12	780	1200
70 ~ 80	11	825	0
80 ~ 90	10	850	1000
90 ~ 100	4	380	1600
합계	40	3000	5000

$\therefore$ (평균)$=\dfrac{3000}{40}=75$(점)

(분산)$=\dfrac{5000}{40}=125$

18 편차의 합은 항상 0이므로

$1+x^2-3-2x-2+1=0$

$x^2-2x-3=0$, $(x+1)(x-3)=0$

$\therefore x=3$ ($\because x>0$)

$\therefore$ (분산)

$=\dfrac{1^2+9^2+(-3)^2+(-6)^2+(-2)^2+1^2}{6}$

$=\dfrac{132}{6}=22$

19 자료 B의 값은 자료 A의 각 값에 50을 더한 것이므로 자료 B의 평균은 자료 A의 평균에 50을 더한 것이다. 따라서 자료 B의 각 편차와 자료 A의 각 편차가 같으므로 그 분산도 같다.

20 (평균)$=\dfrac{(x+1)+(2x+2)+(3x+3)+(4x+4)+(5x+5)}{5}$

$=\dfrac{15x+15}{5}=3x+3$

이므로 각 변량의 편차를 순서대로 구하면 다음과 같다.

$x+1-(3x+3)=-2x-2$

$2x+2-(3x+3)=-x-1$

$3x+3-(3x+3)=0$

$4x+4-(3x+3)=x+1$

$5x+5-(3x+3)=2x+2$

이때 분산이 2이므로

$\dfrac{(-2x-2)^2+(-x-1)^2+(x+1)^2+(2x+2)^2}{5}=2$

$10x^2+20x+10=10$, $x^2+2x=0$

$x(x+2)=0$ $\quad\therefore x=-2$ ($\because x\neq 0$)

2 Step (발전문제)

본문 30~31쪽

01 ② **02** $\sqrt{5}$점 **03** $\dfrac{16}{5}$ **04** ③ **05** 9점

06 10 **07** 2.6 **08** ㄱ, ㄴ, ㄷ **09** 83

10 $\dfrac{3}{2}$ **11** (1) 15 (2) 29 (3) 1

12 남학생의 분산 : $\dfrac{12}{5}$, 여학생의 분산 : $\dfrac{17}{5}$

여학생의 분산이 남학생의 분산보다 더 크다.

01 ㄱ. C의 편차가 0점이므로 C의 점수는 평균과 같다.

ㄴ. 평균을 m점이라고 하면

(A의 점수)$=(m+2)$점, (B의 점수)$=(m-1)$점

따라서 A, B의 점수의 차는 3점이다.

ㄷ. (분산)$=\dfrac{2^2+(-1)^2+(-2)^2+1^2}{5}=\dfrac{10}{5}=2$

ㄹ. 점수가 가장 높은 학생은 A이다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

02 A, B 두 반의 평균이 같고 분산이 각각 2^2, $(\sqrt{7})^2$, 즉 4, 7이므로

A반의 (편차)^{2}의 총합은 $4\times20=80$

B반의 (편차)^{2}의 총합은 $7\times10=70$

따라서 전체 30명에 대한 (편차)^{2}의 총합은

$80+70=150$이므로

(분산)$=\dfrac{150}{30}=5$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{5}$(점)

03 중앙값과 최빈값이 7이므로 $a\le b\le c$라고 하면 $a=7$, $b=7$이다.

또, 평균이 6이므로

$\dfrac{3+5+7+7+c}{5}=6$

$22+c=30$ $\quad\therefore c=8$

$\therefore$ (분산)

$$=\frac{(3-6)^2+(5-6)^2+(7-6)^2+(7-6)^2+(8-6)^2}{5}$$

$$=\frac{16}{5}$$

04 (전체 점수의 총합)$=77\times5=385$(점)이고
(여학생의 점수의 총합)$=71\times2=142$(점)이므로
(남학생의 점수의 총합)
=(전체 점수의 총합)−(여학생의 점수의 총합)
$=385-142$
$=243$(점)

$\therefore$ (남학생의 평균)$=\frac{243}{3}=81$(점)

05 전체 학생 수가 10명이므로 70점 이상 80점 미만인 계급의 학생 수는
$10-(2+3+1)=4$(명)
주어진 히스토그램을 도수분포표로 나타내면 다음과 같다.

성적(점)	도수(명)	(계급값)×(도수)	(편차)^2×(도수)
60이상 ~ 70미만	2	130	338
70 ~ 80	4	300	36
80 ~ 90	3	255	147
90 ~ 100	1	95	289
합계	10	780	810

(평균)$=\frac{780}{10}=78$(점)

(분산)$=\frac{810}{10}=81$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{81}=9$(점)

06 평균이 5회이므로

$$\frac{a+1+8+b+9}{5}=5$$

$\therefore a+b=7$

또, 분산이 10이므로

$$\frac{(a-5)^2+(-4)^2+3^2+(b-5)^2+4^2}{5}=10$$

$a^2+b^2-10(a+b)+91=50$
$a^2+b^2-10\times7=-41$
$\therefore a^2+b^2=29$
이때 $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$이므로
$29=7^2-2ab$ $\quad\therefore ab=10$

07 민수의 사격 점수는 각각 1점, 1점, 1점, 2점, 3점, 3점, 4점, 5점, 5점, 5점이므로

$$(\text{평균})=\frac{1\times3+2+3\times2+4+5\times3}{10}$$

$$=\frac{30}{10}=3(\text{점})$$

$$(\text{분산})=\frac{(-2)^2\times3+(-1)^2+1^2+2^2\times3}{10}$$

$$=\frac{26}{10}=2.6$$

08 주어진 꺾은선그래프를 도수분포표로 나타내면 다음과 같다.

성적(점)	50	60	70	80	90	100	합계
남학생(명)	2	3	7	9	4	5	30
여학생(명)	3	4	8	7	2	1	25

ㄱ. 남학생 중에서 최빈값은 도수가 가장 큰 변량이므로 80점이다.
ㄴ. 남학생은 30명이므로 중앙값은 15번째와 16번째의 변량의 평균인 80점이고, 최빈값도 80점이므로 같다.
ㄷ. 여학생은 25명이므로 중앙값은 13번째 변량인 70점이다.
또, 최빈값은 도수가 가장 큰 변량이므로 70점이다.
따라서 여학생의 중앙값과 최빈값은 같다.
ㄹ. 남학생의 평균은

$$\frac{50\times2+60\times3+70\times7+80\times9+90\times4+100\times5}{30}$$

$$=\frac{2350}{30}$$

$=78.\times\times\times$ (점)
여학생의 평균은

$$\frac{50\times3+60\times4+70\times8+80\times7+90\times2+100\times1}{25}$$

$$=\frac{1790}{25}$$

$=71.6$(점)
따라서 남학생과 여학생의 평균은 같지 않다.
이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

09 최빈값은 x의 값에 따라 달라진다.
(i) x의 값이 86, 72, 83, 91 중 어느 것과도 같지 않다면 최빈값은 없다.
(ii) x의 값이 86, 72, 83, 91 중 어느 하나의 값과 같다면 그 값의 도수가 2가 되므로 최빈값은 x의 값과 같다.

그런데 평균과 최빈값이 같으므로

(평균)=(최빈값)=x

$\frac{86+72+83+91+x}{5}=x$

$4x=332 \qquad \therefore x=83$

10 주어진 자료의 평균이 1이므로

$\frac{2-5-3+4+b+5+1+a}{8}=1$

$\frac{4+a+b}{8}=1 \qquad \therefore a+b=4$

그런데 최빈값이 -3이고 $a<b$이므로

$a=-3$, $b=7$

따라서 주어진 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

-5, -3, -3, 1, 2, 4, 5, 7

따라서 중앙값은 4번째와 5번째의 자료의 값의 평균이므로

$\frac{1+2}{2}=\frac{3}{2}$

11 (1) 변량 a, b, c의 평균이 4이므로

$\frac{a+b+c}{3}=4 \qquad \therefore a+b+c=12$

또, 변량 a, b, c의 표준편차가 $\sqrt{2}$, 즉 분산이 2이므로

$\frac{(a-4)^2+(b-4)^2+(c-4)^2}{3}=2$

$a^2+b^2+c^2-8(a+b+c)+48=6$

$a^2+b^2+c^2=8(a+b+c)-42$

$=8\times12-42=54$

이때 $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$이므로

$12^2=54+2(ab+bc+ca)$

$\therefore ab+bc+ca=45$

따라서 변량 ab, bc, ca의 평균은

$\frac{ab+bc+ca}{3}=\frac{45}{3}=15$

(2) 변량 a, b, c, d의 평균이 5이므로

$\frac{a+b+c+d}{4}=5 \qquad \therefore a+b+c+d=20$

또, 변량 a, b, c, d의 표준편차가 2, 즉 분산이 4이므로

$\frac{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2}{4}=4$

$a^2+b^2+c^2+d^2-10(a+b+c+d)+100=16$

$\therefore a^2+b^2+c^2+d^2=10(a+b+c+d)-84$

$=10\times20-84=116$

따라서 변량 a^2, b^2, c^2, d^2의 평균은

$\frac{a^2+b^2+c^2+d^2}{4}=\frac{116}{4}=29$

(3) 변량 x_1, x_2, $\cdots$, x_{10}의 평균이 2이므로

$\frac{x_1+x_2+\cdots+x_{10}}{10}=2$

$\therefore x_1+x_2+\cdots+x_{10}=20$

또, 변량 x_1^2, x_2^2, $\cdots$, x_{10}^2의 평균이 5이므로

$\frac{x_1^2+x_2^2+\cdots+x_{10}^2}{10}=5$

$\therefore x_1^2+x_2^2+\cdots+x_{10}^2=50$

이때 변량 x_1, x_2, $\cdots$, x_{10}의 분산은

$\frac{(x_1-2)^2+(x_2-2)^2+\cdots+(x_{10}-2)^2}{10}$

$=\frac{(x_1^2+x_2^2+\cdots+x_{10}^2)-4(x_1+x_2+\cdots+x_{10})+40}{10}$

$=\frac{50-4\times20+40}{10}=\frac{10}{10}=1$

따라서 변량 x_1, x_2, $\cdots$, x_{10}의 표준편차는 1이다.

▶ 다른풀이

(2) 변량 a, b, c, d의 평균이 5, 분산이 $2^2=4$이므로

(분산)$=\frac{a^2+b^2+c^2+d^2}{4}-5^2=4$

$\therefore \frac{a^2+b^2+c^2+d^2}{4}=29$

즉, 변량 a^2, b^2, c^2, d^2의 평균은 29이다.

12 (남학생의 평균)

$=\frac{1}{20}(1\times3+2\times5+3\times7+4\times2+5\times1+6\times1+7\times1)$

$=\frac{60}{20}=3$(권)

(남학생의 분산)

$=\frac{1}{20}\{(-2)^2\times3+(-1)^2\times5+0^2\times7+1^2\times2$

$+2^2\times1+3^2\times1+4^2\times1\}$

$=\frac{48}{20}=\frac{12}{5}$

(여학생의 평균)

$=\frac{1}{20}(1\times2+2\times2+3\times5+4\times4+5\times2+6\times2+7\times3)$

$=\frac{80}{20}=4$(권)

(여학생의 분산)

$=\frac{1}{20}\{(-3)^2\times2+(-2)^2\times2+(-1)^2\times5+0^2\times4$

$+1^2\times2+2^2\times2+3^2\times3\}$

$=\frac{68}{20}=\frac{17}{5}$

따라서 여학생의 분산이 남학생의 분산보다 더 크다.

3 Step (실력UP) 본문 32쪽

01 34 **02** $a=22$, $b=25$ 또는 $a=24$, $b=22$
03 20 **04** $\sqrt{30}$점 **05** 1

01 a, b, c를 제외한 자료에서 9의 도수가 2로 가장 크고 12의 도수가 1이므로 최빈값이 12가 되려면 a, b, c 중 적어도 2개는 12가 되어야 한다.
즉, a, b, c의 값을 12, 12, x라고 하면
8, 9, 9, 12, 12, 12, 14, x
이때 중앙값이 11이므로 위의 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면 4번째와 5번째 값의 평균이 11이다.
즉, $9\le x\le 12$이어야 하므로
(중앙값)$=\dfrac{x+12}{2}=11$ $\quad\therefore x=10$
$\therefore a+b+c=12+12+10=34$

02 자료 A의 중앙값이 22이므로 $a=22$ 또는 $b=22$이다.
이때 $a=22$, $b=22$이면 전체 자료의 개수는 10개이고 중앙값은 5번째와 6번째 자료의 값의 평균인 22가 되므로 전체 자료의 중앙값이 23이라는 조건을 만족하지 않는다.
(i) $a=22$일 때
$b-1$, b를 제외한 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면
15, 17, 20, 22, 22, 25, 25, 26
이므로 전체 자료의 중앙값은
$\dfrac{22+(b-1)}{2}=23$ $\quad\therefore b=25$
(ii) $b=22$일 때
a를 제외한 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면
15, 17, 20, 21, 22, 25, 25, 26
이므로 전체 자료의 중앙값은
$\dfrac{22+a}{2}=23$ $\quad\therefore a=24$
따라서 $a=22$, $b=25$ 또는 $a=24$, $b=22$이다.

03 모서리 12개의 길이의 평균이 5이므로
$\dfrac{4a+4b+4c}{12}=5$
$\therefore a+b+c=15$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠
또, 분산이 10이므로
$\dfrac{(a-5)^2\times4+(b-5)^2\times4+(c-5)^2\times4}{12}=10$
$(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2=30$
$\therefore a^2+b^2+c^2-10(a+b+c)=-45$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡
㉠을 ㉡에 대입하면
$a^2+b^2+c^2=105$
면 6개의 넓이의 합은 $2ab+2bc+2ca$이고
$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$
이므로
$$\begin{aligned}2ab+2bc+2ca&=(a+b+c)^2-(a^2+b^2+c^2)\\&=15^2-105\\&=120\end{aligned}$$
따라서 면 6개의 넓이의 평균은
$\dfrac{2ab+2bc+2ca}{6}=\dfrac{120}{6}=20$

04 전체 학생 10명의 성적의 평균은
$\dfrac{80\times4+70\times6}{10}=\dfrac{740}{10}=74$(점)
이때 남학생 4명의 성적을 x_1, x_2, x_3, x_4라 하고, 여학생 6명의 성적을 y_1, y_2, $\cdots$, y_6이라고 하면
남학생 4명의 성적의 분산은 $3^2=9$이므로
$\dfrac{{x_1}^2+{x_2}^2+{x_3}^2+{x_4}^2}{4}-80^2=9$
$\therefore {x_1}^2+{x_2}^2+{x_3}^2+{x_4}^2=25636$
또, 여학생 6명의 성적의 분산은 $2^2=4$이므로
$\dfrac{{y_1}^2+{y_2}^2+\cdots+{y_6}^2}{6}-70^2=4$
$\therefore {y_1}^2+{y_2}^2+\cdots+{y_6}^2=29424$
따라서 전체 학생 10명의 성적의 분산은
$\dfrac{{x_1}^2+\cdots+{x_4}^2+{y_1}^2+\cdots+{y_6}^2}{10}-74^2$
$=\dfrac{25636+29424}{10}-74^2$
$=5506-5476$
$=30$
따라서 전체 10명의 학생의 수학 성적의 표준편차는 $\sqrt{30}$점이다.

▶ 참고
$$\begin{aligned}(\text{분산})&=\frac{(\text{편차})^2\text{의 총합}}{(\text{변량의 개수})}\\&=\frac{(\text{변량})^2\text{의 총합}}{(\text{변량의 개수})}-(\text{평균})^2\end{aligned}$$
임을 설명하여 보자.
n개의 변량 x_1, x_2, $\cdots$, x_n의 평균을 m이라고 하면
$\dfrac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}=m$
$\therefore x_1+x_2+\cdots+x_n=mn$
따라서 변량 x_1, x_2, $\cdots$, x_n의 분산은

$$\frac{(x_1-m)^2+(x_2-m)^2+\cdots+(x_n-m)^2}{n}$$

$$=\frac{(x_1{}^2+x_2{}^2+\cdots+x_n{}^2)-2m(x_1+x_2+\cdots+x_n)+m^2n}{n}$$

$$=\frac{x_1{}^2+x_2{}^2+\cdots+x_n{}^2}{n}-2m\times m+m^2$$

$$=\frac{x_1{}^2+x_2{}^2+\cdots+x_n{}^2}{n}-m^2$$

05 자료 A의 평균과 분산을 각각 m_{A}, $s_{\mathrm{A}}{}^2$이라고 하면

$$m_{\mathrm{A}}=\frac{a\times2+2a\times1+3a\times2}{5}=2a$$

$$s_{\mathrm{A}}{}^2=\frac{(a-2a)^2\times2+(2a-2a)^2\times1+(3a-2a)^2\times2}{5}$$

$$=\frac{4}{5}a^2$$

자료 B의 평균과 분산을 각각 m_{B}, $s_{\mathrm{B}}{}^2$이라고 하면

$$m_{\mathrm{B}}=\frac{b\times4+2b\times2+3b\times4}{10}=2b$$

$$s_{\mathrm{B}}{}^2=\frac{(b-2b)^2\times4+(2b-2b)^2\times2+(3b-2b)^2\times4}{10}$$

$$=\frac{4}{5}b^2$$

자료 A와 B의 분산이 서로 같으므로

$$\frac{4}{5}a^2=\frac{4}{5}b^2$$

$\therefore a=b$ ($\because a$, b는 자연수)

$$\therefore \frac{a}{b}=1$$

서술형 대비 문제

본문 33~34쪽

1 평균 : 11.2회, 중앙값 : 10회, 최빈값 : 10회

2 -11 **3** $2\sqrt{6}$권 **4** 16

5 중앙값 : 50분, 최빈값 : 70분

6 평균 : 5, 분산 : 8

1 1단계 $(\text{평균})=\dfrac{6\times2+10\times4+14\times3+18\times1}{10}$

$$=\frac{112}{10}=11.2(\text{회})$$

2단계 중앙값은 5번째와 6번째 학생이 속하는 8회 이상 12회 미만인 계급의 계급값인 10회이다.

3단계 최빈값은 도수가 가장 큰 계급인 8회 이상 12회 미만의 계급값이므로 10회이다.

2 1단계 편차의 합은 항상 0이므로

$-2+1+a+b+3=0$

$\therefore a+b=-2$

2단계 표준편차가 $2\sqrt{2}$이므로 분산은 8이다.

즉, $\dfrac{(-2)^2+1^2+a^2+b^2+3^2}{5}=8$

$\therefore a^2+b^2=26$

3단계 $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$에서

$26=(-2)^2-2ab$

$\therefore ab=-11$

3 1단계 도수의 총합이 20이므로

$2+x+y+4+3=20$

$\therefore x+y=11$ …… ㉠

평균이 10권이므로

$$\frac{2\times2+6\times x+10\times y+14\times4+18\times3}{20}=10$$

$$\frac{114+6x+10y}{20}=10$$

$\therefore 3x+5y=43$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$x=6$, $y=5$

2단계

책의 수(권)	도수(명)	계급값(권)	편차(권)	$(\text{편차})^2\times(\text{도수})$
0이상 ~ 4미만	2	2	-8	128
4 ~ 8	6	6	-4	96
8 ~ 12	5	10	0	0
12 ~ 16	4	14	4	64
16 ~ 20	3	18	8	192
합계	20			480

$\therefore (\text{분산})=\dfrac{480}{20}=24$

$(\text{표준편차})=\sqrt{24}=2\sqrt{6}(\text{권})$

단계	채점요소	배점
1	x, y의 값 구하기	3점
2	표준편차 구하기	3점

4 1단계 학생 8명의 수학 성적의 총합은 $60\times8=480$(점)

이때 나머지 7명의 평균은

$$\frac{480-60}{7}=60(\text{점})$$

2단계 학생 8명의 (편차)^{2}의 총합은
(분산)$\times$(변량의 개수)이므로 $8\times14=112$이고,
3단계 빠진 한 학생의 편차는 0점이므로 나머지 학생 7명의 수학 성적의 분산은

$\frac{1}{7}$[{8명의 (편차)^{2}의 총합}
$-${빠진 한 학생의 (편차)^2}]

$=\frac{1}{7}(112-0)=16$

단계	채점요소	배점
1	7명의 수학 성적의 평균 구하기	2점
2	8명의 (편차)^{2}의 총합 구하기	2점
3	7명의 수학 성적의 분산 구하기	3점

5 1단계 도수의 총합이 20이므로

$2+4+a+b+2=20$

$\therefore a+b=12$ …… ㉠

2단계 인터넷 사용 시간의 평균이 53분이므로

$$\frac{10\times2+30\times4+50\times a+70\times b+90\times2}{20}=53$$

$$\frac{320+50a+70b}{20}=53$$

$\therefore 5a+7b=74$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=5,\ b=7$

3단계 중앙값은 자료를 크기순으로 나열할 때 10번째와 11번째 자료의 값의 평균이므로 $\frac{50+50}{2}=50$(분)

4단계 70분의 도수가 7로 가장 크므로 최빈값은 70분이다.

단계	채점요소	배점
1	도수의 총합을 이용하여 a, b에 대한 식 세우기	1점
2	a, b의 값 구하기	2점
3	중앙값 구하기	2점
4	최빈값 구하기	2점

6 1단계 변량 a, b, c, d의 평균이 5이므로

$$\frac{a+b+c+d}{4}=5$$

2단계 변량 a, b, c, d의 분산이 2이므로

$$\frac{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2}{4}=2$$

3단계 따라서 변량 $2a-5$, $2b-5$, $2c-5$, $2d-5$에 대하여

(평균)

$$=\frac{(2a-5)+(2b-5)+(2c-5)+(2d-5)}{4}$$

$$=\frac{2(a+b+c+d)}{4}-5$$

$$=2\times\frac{a+b+c+d}{4}-5$$

$$=2\times5-5=5$$

4단계 (분산)

$$=\frac{(2a-10)^2+(2b-10)^2+(2c-10)^2+(2d-10)^2}{4}$$

$$=\frac{4(a-5)^2+4(b-5)^2+4(c-5)^2+4(d-5)^2}{4}$$

$$=4\times\frac{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2}{4}$$

$$=4\times2=8$$

단계	채점요소	배점
1	평균이 5임을 이용하여 식 세우기	1점
2	분산이 2임을 이용하여 식 세우기	1점
3	주어진 변량의 평균 구하기	3점
4	주어진 변량의 분산 구하기	3점

생활 속의 수학

본문 35쪽

1 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면
79, 95, 126, 142, 189, 221,
221, 221, 252, 252, 315, 378
이때 자료의 개수는 12개이므로 중앙값은 6번째와 7번째의 자료의 값인 221과 221의 평균인

$$\frac{221+221}{2}=221(\text{kcal})$$

또, 최빈값은 가장 많이 나타난 자료의 값인 221 kcal이다.

답 중앙값 : 221 kcal, 최빈값 : 221 kcal

2 (평균)$=\frac{8+9+9+7+4+5}{6}=\frac{42}{6}=7$(개)

$\therefore$ (분산)

$$=\frac{(8-7)^2+(9-7)^2+(9-7)^2+(7-7)^2+(4-7)^2+(5-7)^2}{6}$$

$$=\frac{22}{6}=\frac{11}{3}$$

답 $\frac{11}{3}$

Ⅱ 피타고라스 정리

1 피타고라스 정리

01 피타고라스 정리

개념원리 확인하기 본문 41쪽

01 (1) 12　(2) $\sqrt{7}$　(3) $5\sqrt{2}$　(4) 8　(5) $3\sqrt{13}$　(6) $2\sqrt{6}$

02 (1) 15　(2) 13　**03** (1) $4\sqrt{5}$　(2) $4\sqrt{2}$

01 (1) $13^2=x^2+5^2$에서 $x^2=144$

$\therefore x=12$ ($\because x>0$)

(2) $5^2=(3\sqrt{2})^2+x^2$, $x^2=7$　$\therefore x=\sqrt{7}$ ($\because x>0$)

(3) $x^2=5^2+5^2$, $x^2=50$　$\therefore x=5\sqrt{2}$ ($\because x>0$)

(4) $10^2=6^2+x^2$, $x^2=64$　$\therefore x=8$ ($\because x>0$)

(5) $x^2=6^2+9^2=117$　$\therefore x=\sqrt{117}=3\sqrt{13}$ ($\because x>0$)

(6) $7^2=x^2+5^2$, $x^2=24$　$\therefore x=2\sqrt{6}$ ($\because x>0$)

02 (1) $(x+2)^2=x^2+8^2$에서 $4x=60$　$\therefore x=15$

(2) $x^2=(x-1)^2+5^2$에서 $2x=26$　$\therefore x=13$

03 (1) $\triangle$ADC에서 $5^2=4^2+\overline{DC}^2$

$\overline{DC}^2=9$　$\therefore \overline{DC}=3$ ($\because \overline{DC}>0$)

또, $\triangle$ABC에서 $x^2=(5+3)^2+4^2$

$x^2=80$　$\therefore x=4\sqrt{5}$ ($\because x>0$)

(2) $\triangle$ABC에서 $\overline{AC}^2=(2\sqrt{3})^2+2^2=16$

$\therefore \overline{AC}=4$ ($\because \overline{AC}>0$)

또, $\triangle$ACD에서 $x^2=4^2+4^2=32$

$\therefore x=4\sqrt{2}$ ($\because x>0$)

핵심문제 익히기 (확인문제) 본문 42~45쪽

1 $2\sqrt{13}$ cm　**2** $3\sqrt{5}$　**3** $\sqrt{6}$

4 (1) $\sqrt{43}$　(2) $2\sqrt{14}$　(3) $3\sqrt{2}$　(4) 25　**5** $14\sqrt{3}$ cm²

6 8 cm²　**7** 2 cm　**8** 36 cm²　**9** 29 cm²

1 $\triangle$ADC에서

$\overline{AD}=\sqrt{10^2-8^2}=\sqrt{36}=6$(cm)

$\triangle$ABD에서

$\overline{AB}=\sqrt{4^2+6^2}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$(cm)

2 $\overline{AC}=\sqrt{3^2+3^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

$\overline{AD}=\sqrt{(3\sqrt{2})^2+3^2}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}$

$\overline{AE}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+3^2}=\sqrt{36}=6$

$\therefore \overline{AF}=\sqrt{6^2+3^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$

3 $\overline{AA_2}=\overline{AB_1}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$

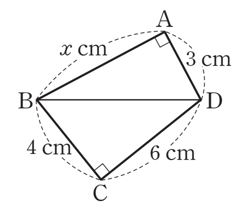
$\overline{AA_3}=\overline{AB_2}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+1^2}=\sqrt{3}$

$\overline{AA_4}=\overline{AB_3}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}=\sqrt{4}=2$

$\overline{AA_5}=\overline{AB_4}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$

$\therefore \overline{AB_5}=\sqrt{(\sqrt{5})^2+1^2}=\sqrt{6}$

4 (1) $\overline{BD}$를 그으면



$\triangle$BCD에서

$\overline{BD}=\sqrt{4^2+6^2}=\sqrt{52}$

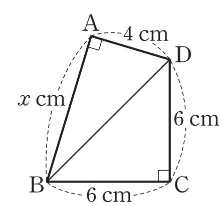
$=2\sqrt{13}$(cm)

$\triangle$ABD에서

$x=\sqrt{(2\sqrt{13})^2-3^2}$

$=\sqrt{43}$

(2) $\overline{BD}$를 그으면



$\triangle$BCD에서

$\overline{BD}=\sqrt{6^2+6^2}=\sqrt{72}$

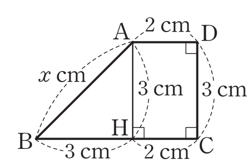
$=6\sqrt{2}$(cm)

$\triangle$ABD에서

$x=\sqrt{(6\sqrt{2})^2-4^2}$

$=\sqrt{56}=2\sqrt{14}$

(3) 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\overline{AH}=\overline{DC}=3$ cm이고

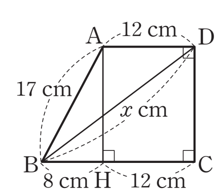
$\overline{HC}=\overline{AD}=2$ cm이므로

$\overline{BH}=5-2=3$(cm)

따라서 $\triangle$ABH에서

$x=\sqrt{3^2+3^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

(4) 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\overline{HC}=\overline{AD}=12$ cm이므로

$\overline{BH}=20-12=8$(cm)

$\triangle$ABH에서

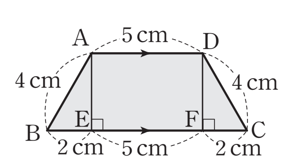
$\overline{AH}=\sqrt{17^2-8^2}=\sqrt{225}$

$=15$(cm)

그런데 $\overline{DC}=\overline{AH}=15$ cm이므로

$\triangle$DBC에서 $x=\sqrt{20^2+15^2}=\sqrt{625}=25$

5 오른쪽 그림과 같이 두 꼭짓점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 E, F라고 하면



$\overline{EF}=\overline{AD}=5$ cm

$\overline{BE}=\overline{CF}=\frac{1}{2}(9-5)=2$(cm)

따라서 △ABE에서

$\overline{AE}=\sqrt{4^2-2^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$(cm)

∴ □ABCD$=\frac{1}{2}\times(5+9)\times2\sqrt{3}=14\sqrt{3}$(cm^2)

6 △BDL$=\frac{1}{2}$□BDML$=\frac{1}{2}\times\overline{AB}^2$

$=\frac{1}{2}\times4^2=8$(cm^2)

7 □ACHI, □BFGC의 넓이가 각각 13 cm^2, 9 cm^{2}이므로

$\overline{AB}^2=\overline{AC}^2-\overline{BC}^2=13-9=4$

∴ $\overline{AB}=2$(cm) (∵ $\overline{AB}>0$)

8 △AEH≡△BFE≡△CGF≡△DHG (SAS 합동)

이므로 □EFGH는 정사각형이다.

이때 □EFGH의 넓이가 20 cm^{2}이므로

$\overline{EH}^2=20$ ∴ $\overline{EH}=2\sqrt{5}$(cm) (∵ $\overline{EH}>0$)

△AEH에서

$\overline{AH}=\sqrt{(2\sqrt{5})^2-2^2}=\sqrt{16}=4$(cm)

$\overline{EB}=\overline{AH}=4$ cm이므로

$\overline{AB}=2+4=6$(cm)

∴ □ABCD$=6^2=36$(cm^2)

9 □EFGH의 넓이가 9 cm^{2}이므로

$\overline{EF}^2=9$ ∴ $\overline{EF}=3$(cm) (∵ $\overline{EF}>0$)

$\overline{BF}=\overline{AE}=2$ cm이고 $\overline{AF}=2+3=5$(cm)이므로

△ABF에서 $\overline{AB}=\sqrt{5^2+2^2}=\sqrt{29}$(cm)

따라서 □ABCD는 정사각형이므로

□ABCD$=(\sqrt{29})^2=29$(cm^2)

이런 문제가 시험에 나온다 본문 46~47쪽

01 (1) 5 (2) $2\sqrt{34}$ (3) $6\sqrt{2}$ **02** ②

03 $4\sqrt{2}$ cm **04** 넓이 : 25 cm^2, 둘레의 길이 : 20 cm

05 $4\sqrt{5}$ cm^2 **06** ② **07** ④ **08** 49

09 (1) $(60+18\sqrt{13})$ cm^2 (2) 192 cm^2 **10** 50 cm^2

11 18 cm^2 **12** $6\sqrt{5}$ cm

01 (1) △ADC에서

$\overline{AD}=\sqrt{(2\sqrt{13})^2-6^2}=\sqrt{16}=4$

△ABD에서

$x=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{25}=5$

(2) △ABC에서

$\overline{AB}=\sqrt{8^2+6^2}=\sqrt{100}=10$

△DBA에서

$x=\sqrt{10^2+6^2}=\sqrt{136}=2\sqrt{34}$

(3) △AMC에서

$\overline{MC}=\sqrt{(3\sqrt{5})^2-6^2}=\sqrt{9}=3$

$\overline{BC}=2\overline{MC}=2\times3=6$이므로

△ABC에서

$x=\sqrt{6^2+6^2}=\sqrt{72}=6\sqrt{2}$

02 ① $\overline{OB}=\overline{OA'}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$

② $\overline{OC}=\overline{OB'}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+1}=\sqrt{3}$

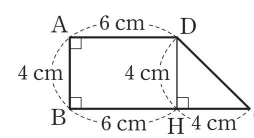
③, ④ $\overline{OD}=\overline{OC'}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+1}=2$

$\overline{AD}=\overline{OD}-\overline{OA}=2-1=1$

⑤ $\overline{BD}=\overline{OD}-\overline{OB}=2-\sqrt{2}$

따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

03 꼭짓점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\overline{DH}=\overline{AB}=4$ cm이고

$\overline{BH}=\overline{AD}=6$ cm이므로

$\overline{HC}=10-6=4$(cm)

따라서 △DHC에서

$\overline{CD}=\sqrt{4^2+4^2}=\sqrt{32}$

$=4\sqrt{2}$(cm)

04 $\overline{AH}=7-4=3$(cm)이므로

△AEH에서

$\overline{EH}=\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{25}=5$(cm)

이때 □EFGH는 정사각형이므로

□EFGH$=\overline{EH}^2=5^2=25$(cm^2)

또, □EFGH의 둘레의 길이는

$4\overline{EH}=4\times5=20$(cm)

05 △ABH에서

$\overline{AH}=\sqrt{10^2-(4\sqrt{5})^2}$

$=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$(cm)

△AHC에서

$\overline{HC}=\sqrt{6^2-(2\sqrt{5})^2}$

$=\sqrt{16}=4$(cm)

∴ △AHC$=\frac{1}{2}\times4\times2\sqrt{5}$

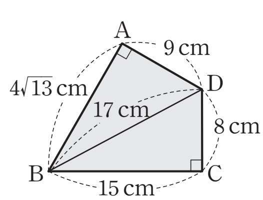
$=4\sqrt{5}$(cm^2)

06 ① $\overline{EB} /\!/ \overline{DC}$이므로 $\triangle ABC = \triangle AEC$
③ $\triangle EBC \equiv \triangle ABF$ (SAS 합동)
④ $\triangle HAC = \triangle HBC = \triangle AGC = \triangle JGC$이므로
$\square ACHI = \square JKGC$
⑤ $\triangle EBA = \triangle EBC = \triangle ABF = \triangle JBF$이므로
$\triangle EBA = \frac{1}{2}\square BFKJ$

07 $\overline{AB} = x$라고 하면
$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF} = \overline{FG} = x$
$\overline{AC} = \sqrt{x^2 + x^2} = \sqrt{2x^2} = \sqrt{2}x$
$\overline{AD} = \sqrt{x^2 + (\sqrt{2}x)^2} = \sqrt{3x^2} = \sqrt{3}x$
$\overline{AE} = \sqrt{x^2 + (\sqrt{3}x)^2} = \sqrt{4x^2} = 2x$
$\overline{AF} = \sqrt{x^2 + (2x)^2} = \sqrt{5x^2} = \sqrt{5}x$
$\overline{AG} = \sqrt{x^2 + (\sqrt{5}x)^2} = \sqrt{6x^2} = \sqrt{6}x$
이때 $\sqrt{6}x = 12$이므로 $x = \frac{12}{\sqrt{6}} = 2\sqrt{6}$
$\therefore \triangle AGF = \frac{1}{2} \times \overline{FG} \times \overline{AF}$
$= \frac{1}{2} \times 2\sqrt{6} \times (\sqrt{5} \times 2\sqrt{6})$
$= 12\sqrt{5}$

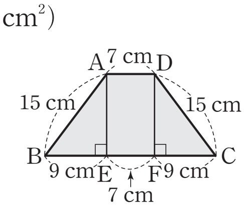
08 $\overline{BQ} = \overline{AP} = 8$이므로
$\triangle ABQ$에서
$\overline{AQ} = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{225} = 15$
$\therefore \overline{PQ} = \overline{AQ} - \overline{AP} = 15 - 8 = 7$
이때 $\square PQRS$는 정사각형이므로
$\square PQRS = 7 \times 7 = 49$

09 (1) $\overline{BD}$를 그으면
$\triangle ABD$에서



$\overline{BD} = \sqrt{(4\sqrt{13})^2 + 9^2}$
$= \sqrt{289}$
$= 17(\text{cm})$
$\triangle BCD$에서
$\overline{BC} = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{225}$
$= 15(\text{cm})$
$\therefore \square ABCD = \triangle ABD + \triangle BCD$
$= \frac{1}{2} \times 4\sqrt{13} \times 9 + \frac{1}{2} \times 15 \times 8$
$= 60 + 18\sqrt{13}(\text{cm}^2)$

(2) 두 꼭짓점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 E, F라고 하면



$\overline{EF} = \overline{AD} = 7$ cm
$\overline{BE} = \overline{CF} = \frac{1}{2} \times (25 - 7)$
$= 9(\text{cm})$
따라서 $\triangle ABE$에서
$\overline{AE} = \sqrt{15^2 - 9^2} = \sqrt{144} = 12(\text{cm})$
$\therefore \square ABCD = \frac{1}{2} \times (7 + 25) \times 12$
$= 192(\text{cm}^2)$

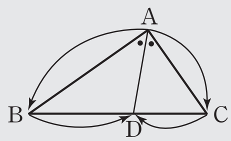
10 $\triangle ABC$에서
$\overline{AC} = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{36} = 6(\text{cm})$
$\triangle ABF = \frac{1}{2}\square ADEB = \frac{1}{2}\overline{AB}^2$
$= \frac{1}{2} \times 8^2$
$= 32(\text{cm}^2)$
$\triangle AGC = \frac{1}{2}\square ACHI = \frac{1}{2}\overline{AC}^2$
$= \frac{1}{2} \times 6^2$
$= 18(\text{cm}^2)$
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이) $= \triangle ABF + \triangle AGC$
$= 32 + 18$
$= 50(\text{cm}^2)$

11 $\triangle ABC \equiv \triangle CDE$이므로 $\triangle ACE$는 $\angle ACE = 90°$인 직각이등변삼각형이다.
이때 $\triangle ACE$의 넓이가 10 cm^2이므로
$\frac{1}{2}\overline{AC}^2 = 10$, $\overline{AC}^2 = 20$
$\therefore \overline{AC} = 2\sqrt{5}(\text{cm})$ ($\because \overline{AC} > 0$)
$\triangle ABC$에서
$\overline{AB} = \sqrt{(2\sqrt{5})^2 - 4^2} = \sqrt{4} = 2(\text{cm})$
$\therefore \overline{CD} = \overline{AB} = 2(\text{cm})$, $\overline{DE} = \overline{BC} = 4(\text{cm})$
$\therefore \square ABDE = \frac{1}{2} \times (4 + 2) \times (4 + 2)$
$= 18(\text{cm}^2)$

12 $\triangle ABC$에서
$\overline{BC} = \sqrt{20^2 - 12^2} = \sqrt{256} = 16(\text{cm})$
$\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선이므로
$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$
$20 : 12 = 5 : 3 = \overline{BD} : \overline{CD}$
$\therefore \overline{CD} = \frac{3}{8}\overline{BC} = \frac{3}{8} \times 16 = 6(\text{cm})$
따라서 $\triangle ADC$에서
$\overline{AD} = \sqrt{6^2 + 12^2} = \sqrt{180} = 6\sqrt{5}(\text{cm})$

Key Point

삼각형의 각의 이등분선의 성질



$\triangle$ABC에서 $\angle$A의 이등분선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 D라 하면
$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$

02 직각삼각형이 될 조건

핵심문제 익히기 (확인문제) 본문 49쪽

1 ③ **2** (1) 8 (2) 15

1 ③ $7^2 \neq (\sqrt{17})^2 + 5^2$이므로 직각삼각형이 아니다.

2 (1) 가장 긴 변의 길이는 $x+2$이므로
$(x+2)^2 = (x-2)^2 + x^2$
$x^2 - 8x = 0,\ x(x-8) = 0$
$\therefore x=0$ 또는 $x=8$ …… ㉠
그런데 변의 길이는 양수이므로
$x-2>0 \quad \therefore x>2$ …… ㉡
㉠, ㉡에서 $x=8$

(2) 가장 긴 변의 길이가 $x+2$이므로
$(x+2)^2 = x^2 + (x-7)^2$
$x^2 - 18x + 45 = 0,\ (x-3)(x-15) = 0$
$\therefore x=3$ 또는 $x=15$ …… ㉠
그런데 변의 길이는 양수이므로
$x-7>0 \quad \therefore x>7$ …… ㉡
㉠, ㉡에서 $x=15$

이런 문제가 시험에 나온다 본문 50쪽

01 ①, ③ **02** (1) 3 (2) 8 **03** 30
04 $2\sqrt{15}$, $3\sqrt{10}$, $5\sqrt{6}$ **05** 15, $3\sqrt{7}$
06 ②, ③

01 ① $2^2 = 1^2 + (\sqrt{3})^2$ (직각삼각형)
② $(\sqrt{6})^2 \neq 1^2 + 2^2$
③ $8^2 = (\sqrt{15})^2 + 7^2$ (직각삼각형)
④ $10^2 \neq 6^2 + 7^2$
⑤ $12^2 \neq 7^2 + 9^2$

02 (1) 가장 긴 변의 길이가 $x+3$이므로
$(x+3)^2 = (3\sqrt{3})^2 + x^2$
$6x = 18 \quad \therefore x=3$
(2) 가장 긴 변의 길이가 $x+5$이므로
$(x+5)^2 = 12^2 + (x-3)^2$
$16x = 128 \quad \therefore x=8$

03 주어진 삼각형이 직각삼각형이고
가장 긴 변의 길이가 $2a+1$이므로
$(2a+1)^2 = (a-1)^2 + (2a)^2$
$a^2 - 6a = 0,\ a(a-6) = 0$
$\therefore a=0$ 또는 $a=6$ …… ㉠
그런데 변의 길이는 양수이므로
$a-1>0 \quad \therefore a>1$ …… ㉡
㉠, ㉡에서 $a=6$
따라서 구하는 직각삼각형의 넓이는
$\frac{1}{2} \times (a-1) \times 2a = \frac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30$

04 $2\sqrt{15} = \sqrt{60}$, $2\sqrt{3} = \sqrt{12}$, $3\sqrt{3} = \sqrt{27}$,
$3\sqrt{10} = \sqrt{90}$, $5\sqrt{6} = \sqrt{150}$
이때 $(2\sqrt{15})^2 + (3\sqrt{10})^2 = (5\sqrt{6})^2$이므로
직각삼각형의 세 변의 길이가 될 수 있는 세 수는
$2\sqrt{15}$, $3\sqrt{10}$, $5\sqrt{6}$이다.

05 (i) x cm가 가장 긴 변의 길이일 때
$x^2 = 9^2 + 12^2$
$x^2 = 225 \quad \therefore x=15\ (\because x>0)$
(ii) 12 cm가 가장 긴 변의 길이일 때
$12^2 = x^2 + 9^2,\ x^2 = 63$
$\therefore x = 3\sqrt{7}\ (\because x>0)$
(i), (ii)에서 x의 값은 15 또는 $3\sqrt{7}$이다.

06 필요한 막대의 길이를 x cm라고 하면
(i) x cm가 가장 긴 변의 길이인 경우
$x^2 = 3^2 + 4^2$에서 $x^2 = 25$
$\therefore x = 5(\text{cm})\ (\because x>0)$

(ii) 4 cm가 가장 긴 변의 길이인 경우

$4^2=x^2+3^2$에서 $x^2=7$

$\therefore x=\sqrt{7}$(cm) ($\because x>0$)

(i), (ii)에서 막대의 길이로 가능한 것은 $\sqrt{7}$ cm, 5 cm 이다.

03 삼각형의 변과 각 사이의 관계

개념원리 확인하기

본문 52쪽

01 (1) $=$ (2) $<$ (3) $>$

02 (1) $<$, 예각 (2) $>$, 둔각 (3) $>$, 둔각

03 (1) 2, 10, 4^2, 0, $2\sqrt{13}$, 2, $2\sqrt{13}$

(2) 2, 8, 3^2, $\sqrt{34}$, $\sqrt{34}$, 8

핵심문제 익히기 (확인문제)

본문 53쪽

1 ② **2** (1) $8<a<10$ (2) 12

1 ① $8^2<5^2+7^2$ ∴ 예각삼각형

② $12^2>5^2+10^2$ ∴ 둔각삼각형

③ $10^2<7^2+8^2$ ∴ 예각삼각형

④ $25^2=7^2+24^2$ ∴ 직각삼각형

⑤ $15^2=9^2+12^2$ ∴ 직각삼각형

2 (1) $8-6<a<8+6$이므로 $2<a<14$

그런데 $a>8$이므로

$8<a<14$ ...... ㉠

또, 예각삼각형이 되려면

$a^2<6^2+8^2$, $a^2<100$

$\therefore 0<a<10$ ($\because a>0$) ...... ㉡

㉠, ㉡에서 $8<a<10$

(2) $9-5<a<9+5$이므로 $4<a<14$

그런데 $0<a<9$이므로

$4<a<9$ ...... ㉠

또, 둔각삼각형이 되려면

$9^2>5^2+a^2$

$a^2<56$

$\therefore 0<a<2\sqrt{14}$ ($\because a>0$) ...... ㉡

㉠, ㉡에서 $4<a<2\sqrt{14}$

이때 a는 자연수이므로 a의 최댓값은 7, 최솟값은 5 이다.

따라서 a의 최댓값과 최솟값의 합은

$7+5=12$

이런 문제가 시험에 나온다

본문 54쪽

01 ③ **02** ③ **03** ⑤ **04** ⑤

05 ② **06** 12

07 $5<x<5\sqrt{3}$ 또는 $5\sqrt{5}<x<15$

01 ① $3^2>(\sqrt{3})^2+2^2$ ∴ 둔각삼각형

② $7^2>3^2+5^2$ ∴ 둔각삼각형

③ $9^2<6^2+7^2$ ∴ 예각삼각형

④ $10^2=6^2+8^2$ ∴ 직각삼각형

⑤ $20^2>12^2+15^2$ ∴ 둔각삼각형

02 △ABC에서 $\overline{AB}^2>\overline{BC}^2+\overline{CA}^2$이면 $\angle C>90°$인 둔각삼각형이다.

03 ⑤ $a^2<b^2+c^2$이면 $\angle A<90°$이다.

여기서 a가 가장 긴 변의 길이가 아닐 때, ∠A는 예각이지만 다른 두 각 중 한 각이 둔각 또는 직각일 수도 있다. 따라서 △ABC는 예각삼각형이라고 말할 수 없다.

04 $3-2<a<3+2$이므로 $1<a<5$

그런데 $0<a<3$이므로

$1<a<3$ ...... ㉠

또, ∠C가 둔각이 되려면

$3^2>2^2+a^2$, $a^2<5$

$\therefore 0<a<\sqrt{5}$ ($\because a>0$) ...... ㉡

㉠, ㉡에서 $1<a<\sqrt{5}$

05 세 변의 길이를 각각 제곱하면

$(2m)^2=4m^2$

$(m^2-1)^2=m^4-2m^2+1$

$(m^2+1)^2=m^4+2m^2+1$

따라서 $(2m)^2+(m^2-1)^2=(m^2+1)^2$이므로 직각삼각형이다.

06 삼각형의 세 변의 길이 사이의 관계에 의해
$5<a<25$
이때 $0<a<15$이므로
$5<a<15$ $\cdots\cdots$ ㉠
예각삼각형이 되려면
$15^2<10^2+a^2$, $a^2>125$
$\therefore a>5\sqrt{5}$ ($\because a>0$) $\cdots\cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서 $5\sqrt{5}<a<15$
따라서 자연수 a의 최솟값은 12이다.

07 x cm가 가장 긴 변의 길이인 경우와 10 cm가 가장 긴 변의 길이인 경우로 나누어 생각한다.
(i) x cm가 가장 긴 변의 길이인 경우
삼각형의 세 변의 길이 사이의 관계에 의해
$5<x<15$
이때 $x>10$이므로 $10<x<15$ $\cdots\cdots$ ㉠
둔각삼각형이 되려면
$5^2+10^2<x^2$ $\therefore x>5\sqrt{5}$ ($\because x>0$) $\cdots\cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서 $5\sqrt{5}<x<15$
(ii) 10 cm가 가장 긴 변의 길이인 경우
삼각형의 세 변의 길이 사이의 관계에 의해
$5<x<15$
이때 $0<x<10$이므로 $5<x<10$ $\cdots\cdots$ ㉢
둔각삼각형이 되려면
$5^2+x^2<10^2$, $x^2<75$
$\therefore 0<x<5\sqrt{3}$($\because x>0$) $\cdots\cdots$ ㉣
㉢, ㉣에서 $5<x<5\sqrt{3}$
따라서 구하는 x의 값의 범위는
$5<x<5\sqrt{3}$ 또는 $5\sqrt{5}<x<15$

04 피타고라스 정리의 이용 (1)

핵심문제 익히기 (확인문제) 본문 56쪽

1 $6\sqrt{3}$ **2** (1) $\frac{48}{5}$ (2) $\frac{120}{17}$

1 $\triangle$BCD에서
$y=\sqrt{4^2-2^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$
또, $\overline{CD}^2=\overline{AD}\times\overline{BD}$이므로
$(2\sqrt{3})^2=\overline{AD}\times 2$
$\therefore \overline{AD}=6$
$\overline{AC}^2=\overline{AD}\times\overline{AB}$이므로
$x^2=6\times(6+2)=48$
$\therefore x=4\sqrt{3}$ ($\because x>0$)
$\therefore x+y=4\sqrt{3}+2\sqrt{3}=6\sqrt{3}$

2 (1) $\triangle$ABC에서 $\overline{AC}=\sqrt{20^2-12^2}=\sqrt{256}=16$(cm)
$\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{BC}\times\overline{AD}$이므로
$12\times16=20\times x$ $\therefore x=\frac{48}{5}$(cm)
(2) $\triangle$ABC에서 $\overline{AB}=\sqrt{17^2-15^2}=\sqrt{64}=8$(cm)
$\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{BC}\times\overline{AD}$이므로
$8\times15=17\times x$ $\therefore x=\frac{120}{17}$(cm)

이런 문제가 시험에 나온다 본문 57쪽

01 ② **02** 12 cm **03** $x=4$, $y=\frac{4\sqrt{3}}{3}$
04 $\frac{40}{3}$ cm **05** $18\sqrt{3}$ cm^2 **06** 25

01 ② $\overline{AC}^2=\overline{BC}\times\overline{CH}$

02 $\triangle$ABC에서
$\overline{AC}=\sqrt{25^2-15^2}=\sqrt{400}=20$(cm)
또, $\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{AH}\times\overline{BC}$이므로
$15\times20=\overline{AH}\times25$ $\therefore \overline{AH}=12$(cm)

03 $\triangle$ABH에서
$x=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+2^2}=\sqrt{16}=4$
$\overline{AB}^2=\overline{AH}\times\overline{AC}$이므로
$4^2=2\sqrt{3}\times\overline{AC}$ $\therefore \overline{AC}=\frac{8\sqrt{3}}{3}$
또, $\overline{AB}\times\overline{BC}=\overline{AC}\times\overline{BH}$이므로
$4\times y=\frac{8\sqrt{3}}{3}\times2$ $\therefore y=\frac{4\sqrt{3}}{3}$

04 $\triangle$ABD에서
$\overline{BD}=\sqrt{10^2-8^2}=\sqrt{36}=6$(cm)
$\overline{AB}^2=\overline{BD}\times\overline{BC}$이므로
$10^2=6\times\overline{BC}$ $\therefore \overline{BC}=\frac{50}{3}$(cm)
또, $\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{BC}\times\overline{AD}$이므로
$10\times\overline{AC}=\frac{50}{3}\times8$ $\therefore \overline{AC}=\frac{40}{3}$(cm)

05 △BCD에서

$\overline{BD}=\sqrt{6^2-3^2}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}(cm)$

$\overline{BC}^2=\overline{CD}\times\overline{CA}$이므로

$6^2=3\times\overline{CA}$　　$\therefore \overline{CA}=12(cm)$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times12\times3\sqrt{3}=18\sqrt{3}\ (cm^2)$

06 $\overline{AB}:\overline{AC}=3:4$이므로

$\overline{AB}=3a\ (a>0)$라고 하면 $\overline{AC}=4a$

△ABC에서

$\overline{BC}=\sqrt{(3a)^2+(4a)^2}=\sqrt{25a^2}=5a$

또, $\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{AH}\times\overline{BC}$이므로

$3a\times4a=12\times5a,\ 12a^2-60a=0$

$a^2-5a=0,\ a(a-5)=0$

$\therefore a=5\ (\because a>0)$

$\therefore \overline{BC}=5\times5=25$

05 피타고라스 정리의 이용 (2)

개념원리 확인하기

본문 60쪽

01 (1) $x^2,\ 5^2,\ \sqrt{5}$　(2) $7^2,\ 6^2,\ 2\sqrt{3}$

(3) $9^2,\ 8^2,\ \sqrt{19}$　(4) $(2\sqrt{3})^2,\ 5^2,\ 7$

02 (1) $x^2,\ 4^2,\ \sqrt{5}$　(2) $3^2,\ 2^2,\ \sqrt{13}$

03 (1) $30\pi\ cm^2$　(2) $\frac{25}{2}\pi$

03 (1) 색칠한 부분의 넓이를 $S\ cm^2$라 하면

$60\pi+S=90\pi$　　$\therefore S=30\pi(cm^2)$

(2) △ABC에서 ∠A=90°이므로

$\overline{BC}=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}=10$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\pi\times5^2=\frac{25}{2}\pi$

핵심문제 익히기 (확인문제)

본문 61~63쪽

1 (1) $3\sqrt{2}$ cm　(2) $3\sqrt{5}$ cm　**2** (1) 9　(2) 13　**3** 1 cm

4 (1) $25\pi\ cm^2$　(2) $54\ cm^2$　**5** $\frac{75}{2}\ cm^2$　**6** $\frac{40}{3}\ cm^2$

1 (1) $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$이므로

$4^2+\overline{CD}^2=3^2+5^2$

$\overline{CD}^2=18$

$\therefore \overline{CD}=3\sqrt{2}(cm)\ (\because \overline{CD}>0)$

(2) △ABO에서

$\overline{AB}=\sqrt{3^2+4^2}=5(cm)$

$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$이므로

$5^2+\overline{CD}^2=(2\sqrt{13})^2+(3\sqrt{2})^2,\ \overline{CD}^2=45$

$\therefore \overline{CD}=3\sqrt{5}(cm)\ (\because \overline{CD}>0)$

2 (1) $\overline{BE}^2+\overline{CD}^2=\overline{DE}^2+\overline{BC}^2$이므로

$13^2+x^2=5^2+15^2,\ x^2=81$

$\therefore x=9\ (\because x>0)$

(2) $\overline{BE}^2+\overline{CD}^2=\overline{DE}^2+\overline{BC}^2$이므로

$9^2+12^2=(2\sqrt{14})^2+x^2,\ x^2=169$

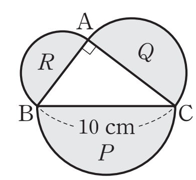
$\therefore x=13\ (\because x>0)$

3 $\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$이므로

$(\sqrt{3})^2+(\sqrt{2})^2=2^2+\overline{DP}^2,\ \overline{DP}^2=1$

$\therefore \overline{DP}=1(cm)\ (\because \overline{DP}>0)$

4 (1) 직각삼각형 ABC에서 세 변을 지름으로 하는 세 반원의 넓이를 각각 $P,\ Q,\ R$라고 하면



$P=Q+R$

$P=\frac{1}{2}\times\pi\times5^2=\frac{25}{2}\pi(cm^2)$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=P+Q+R=2P$

$=2\times\frac{25}{2}\pi$

$=25\pi(cm^2)$

(2) △ABC에서

$\overline{AC}=\sqrt{15^2-12^2}=\sqrt{81}=9(cm)$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=\triangle ABC$

$=\frac{1}{2}\times12\times9$

$=54(cm^2)$

5 $\overline{AP}=\overline{AD}=15$ cm이므로

△ABP에서

$\overline{BP}=\sqrt{15^2-9^2}=\sqrt{144}=12(cm)$

$\overline{PQ}=x$ cm라고 하면

$\overline{DQ}=\overline{PQ}=x$ cm이므로 $\overline{QC}=(9-x)$ cm

$\overline{PC}=15-12=3(cm)$이므로

△PCQ에서

$x^2=3^2+(9-x)^2$

$18x=90$　　$\therefore x=5(cm)$

이때 $\triangle APQ$는 $\angle P=90^\circ$인 직각삼각형이므로

$\triangle APQ=\frac{1}{2}\times\overline{AP}\times\overline{PQ}$

$=\frac{1}{2}\times 15\times 5=\frac{75}{2}(\text{cm}^2)$

6 $\overline{PB}=x$ cm라고 하면
$\overline{CP}=\overline{AP}=(12-x)$ cm
$\triangle PBC$에서 $(12-x)^2=x^2+8^2$

$24x=80$ $\quad\therefore x=\frac{10}{3}(\text{cm})$

$\therefore \triangle PBC=\frac{1}{2}\times 8\times\frac{10}{3}$

$=\frac{40}{3}(\text{cm}^2)$

이런 문제가 시험에 나온다 본문 64~65쪽

01 $5\sqrt{3}$ **02** 18π cm^2 **03** $\frac{25}{2}\pi$ **04** $4\sqrt{10}$ cm
05 125 **06** 5 cm **07** 100 **08** 4 cm^2
09 $\frac{5}{3}$ cm **10** 96 cm^2 **11** $2\sqrt{5}$
12 (1) 6 cm^2 (2) 10 cm^2

01 $\overline{BE}^2+\overline{CD}^2=\overline{DE}^2+\overline{BC}^2$이므로
$6^2+8^2=5^2+\overline{BC}^2$, $\overline{BC}^2=75$
$\therefore \overline{BC}=5\sqrt{3}$ ($\because \overline{BC}>0$)

02 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$를 각각 지름으로 하는 반원의 넓이의 합은 $\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이와 같다.

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=\frac{1}{2}\times\pi\times 6^2$

$=18\pi(\text{cm}^2)$

03 $P=\frac{1}{2}\times\pi\times 3^2=\frac{9}{2}\pi$

$\therefore R=P+Q=\frac{9}{2}\pi+8\pi=\frac{25}{2}\pi$

04 $\square ABCD$는 등변사다리꼴이므로 $\overline{AB}=\overline{DC}$이고
$\overline{AC}\perp\overline{BD}$이므로
$\overline{AB}^2+\overline{DC}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$
$2\overline{AB}^2=8^2+16^2$, $\overline{AB}^2=160$
$\therefore \overline{AB}=4\sqrt{10}(\text{cm})$ ($\because \overline{AB}>0$)

05 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해

$\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 10=5$

$\overline{AE}^2+\overline{BD}^2=\overline{AB}^2+\overline{DE}^2$이므로
$\overline{AE}^2+\overline{BD}^2=10^2+5^2=125$

06 $\overline{PQ}=x$ cm라고 하면 $\overline{AP}=\overline{PQ}=x$ cm이므로
$\overline{PB}=(8-x)$cm
$\triangle PBQ$에서 $x^2=(8-x)^2+4^2$
$16x=80$ $\quad\therefore x=5(\text{cm})$

07 $\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{(10\sqrt{5})^2-20^2}=10$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 20\times 10$

$=100$

08 $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$이므로
$(2\sqrt{2})^2+5^2=\overline{AD}^2+(\sqrt{13})^2$, $\overline{AD}^2=20$
$\therefore \overline{AD}=2\sqrt{5}(\text{cm})$
$\triangle AOD$에서 $\overline{OD}=\sqrt{(2\sqrt{5})^2-2^2}=4(\text{cm})$

$\therefore \triangle AOD=\frac{1}{2}\times\overline{OD}\times\overline{AO}=\frac{1}{2}\times 4\times 2=4(\text{cm}^2)$

09 $\overline{AE}=\overline{AD}=5$ cm이므로
$\triangle ABE$에서 $\overline{BE}=\sqrt{5^2-3^2}=\sqrt{16}=4(\text{cm})$
$\overline{EF}=x$ cm라고 하면
$\overline{DF}=\overline{EF}=x$ cm이므로 $\overline{CF}=(3-x)$ cm
$\overline{EC}=5-4=1(\text{cm})$이므로
$\triangle ECF$에서 $x^2=1^2+(3-x)^2$

$6x=10$ $\quad\therefore x=\frac{5}{3}(\text{cm})$

10 $\frac{1}{2}\pi\left(\frac{\overline{AB}}{2}\right)^2=18\pi$에서 $\overline{AB}^2=144$

$\therefore \overline{AB}=12(\text{cm})$ ($\because \overline{AB}>0$)

또, $\frac{1}{2}\pi\left(\frac{\overline{AC}}{2}\right)^2=50\pi$에서 $\overline{AC}^2=400$

$\therefore \overline{AC}=20(\text{cm})$ ($\because \overline{AC}>0$)
$\triangle ABC$에서
$\overline{BC}=\sqrt{20^2-12^2}=\sqrt{256}=16(\text{cm})$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 12\times 16=96(\text{cm}^2)$

11 $\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$이므로
$\overline{AP}^2+6^2=4^2+5^2$ $\quad\therefore \overline{AP}^2=5$
$\therefore \overline{AP}=\sqrt{5}$ ($\because \overline{AP}>0$)
$\triangle ABP$에서 $(\sqrt{21})^2=(\sqrt{5})^2+4^2$이므로

$\overline{AB}^2=\overline{AP}^2+\overline{BP}^2$, 즉 $\angle APB=90^\circ$이다.

$\therefore \triangle ABP=\frac{1}{2}\times\overline{AP}\times\overline{BP}$

$=\frac{1}{2}\times\sqrt{5}\times4=2\sqrt{5}$

12 $\triangle PBD$에서 $\angle PBD=\angle DBC$ ($\because$ 접은 각)이고
$\angle PDB=\angle DBC$ ($\because$ 엇각)이므로
$\angle PBD=\angle PDB$ $\quad\therefore \overline{BP}=\overline{DP}$
따라서 $\triangle PBD$는 $\overline{PB}=\overline{PD}$인 이등변삼각형이다.
$\overline{AP}=x$ cm라고 하면
$\overline{BP}=\overline{DP}=(8-x)$ cm
$\triangle ABP$에서 $(8-x)^2=4^2+x^2$
$16x=48$ $\quad\therefore x=3(\text{cm})$

(1) $\triangle ABP=\frac{1}{2}\times\overline{AP}\times\overline{AB}=\frac{1}{2}\times3\times4=6(\text{cm}^2)$

(2) $\triangle PBD=\frac{1}{2}\times\overline{PD}\times\overline{AB}=\frac{1}{2}\times5\times4=10(\text{cm}^2)$

1 Step (기본문제)

본문 66~67쪽

01 ② **02** ③ **03** 6 cm **04** ② **05** ③
06 (1) $\frac{15\sqrt{3}}{2}+12$ (2) 32 **07** $3\sqrt{13}$ cm
08 $\frac{48}{5}$ cm **09** 20 cm **10** ③ **11** $2\sqrt{13}<x<10$
12 15 cm **13** 15 **14** 25초

01 $\triangle ABD$에서
$x=\sqrt{15^2-9^2}=\sqrt{144}=12$
또, $\triangle ABC$에서
$y=\sqrt{12^2+16^2}=\sqrt{400}=20$
$\therefore x+y=12+20=32$

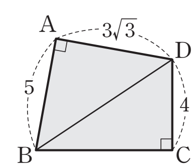
02 ① $(\sqrt{29})^2=2^2+5^2$ $\quad\therefore$ 직각삼각형
② $7^2>(2\sqrt{2})^2+6^2$ $\quad\therefore$ 둔각삼각형
③ $9^2<3^2+(5\sqrt{3})^2$ $\quad\therefore$ 예각삼각형
④ $(12\sqrt{2})^2>9^2+10^2$ $\quad\therefore$ 둔각삼각형
⑤ $41^2=9^2+40^2$ $\quad\therefore$ 직각삼각형

03 $\overline{BE}^2+\overline{CD}^2=\overline{DE}^2+\overline{BC}^2$이므로
$5^2+4^2=(\sqrt{5})^2+\overline{BC}^2$, $\overline{BC}^2=36$
$\therefore \overline{BC}=6(\text{cm})$ ($\because \overline{BC}>0$)

04 $\triangle AEH\equiv\triangle BFE\equiv\triangle CGF\equiv\triangle DHG$(SAS 합동)이므로 □EFGH는 정사각형이다.
$\overline{AH}=4$ cm이므로 $\triangle AEH$에서
$\overline{HE}=\sqrt{8^2+4^2}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}(\text{cm})$
따라서 □EFGH는 한 변의 길이가 $4\sqrt{5}$ cm인 정사각형이므로 넓이는
$4\sqrt{5}\times4\sqrt{5}=80(\text{cm}^2)$

05 $\overline{AB}=x$라고 하면
$\overline{AC}=\sqrt{x^2+x^2}=\sqrt{2}x$
$\overline{AD}=\sqrt{(\sqrt{2}x)^2+x^2}=\sqrt{3}x$
$\overline{AE}=\sqrt{(\sqrt{3}x)^2+x^2}=\sqrt{4x^2}=2x$
$\overline{AF}=\sqrt{(2x)^2+x^2}=\sqrt{5}x$
따라서 $\sqrt{5}x=3\sqrt{5}$이므로 $x=3$

06 (1) $\overline{BD}$를 그으면 $\triangle ABD$와 $\triangle BCD$는 직각삼각형이다.

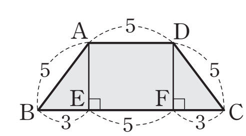


$\triangle ABD$에서
$\overline{BD}=\sqrt{5^2+(3\sqrt{3})^2}=\sqrt{52}$
$=2\sqrt{13}$
$\triangle BCD$에서
$\overline{BC}=\sqrt{(2\sqrt{13})^2-4^2}=\sqrt{36}=6$
$\therefore$ □ABCD$=\triangle ABD+\triangle BCD$

$=\frac{1}{2}\times3\sqrt{3}\times5+\frac{1}{2}\times6\times4$

$=\frac{15\sqrt{3}}{2}+12$

(2) 두 꼭짓점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 E, F라고 하면



$\overline{EF}=\overline{AD}=5$이므로

$\overline{BE}=\overline{FC}=\frac{1}{2}\times(11-5)=3$

$\triangle ABE$에서 $\overline{AE}=\sqrt{5^2-3^2}=\sqrt{16}=4$

$\therefore$ □ABCD$=\frac{1}{2}\times(5+11)\times4$

$=32$

07 (색칠한 부분의 넓이)$=\triangle ABC$이므로

$\frac{1}{2}\times6\times\overline{AC}=27$ $\quad\therefore \overline{AC}=9(\text{cm})$

따라서 $\triangle ABC$에서
$\overline{BC}=\sqrt{6^2+9^2}=\sqrt{117}=3\sqrt{13}(\text{cm})$

08 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\overline{BF}=15$ cm이므로
$\overline{AB}=\sqrt{15^2-9^2}=\sqrt{144}=12(\text{cm})$

이때 □ADEB=□BFML이므로

$12^2=15\times\overline{BL}$

$\therefore \overline{BL}=\dfrac{48}{5}$ (cm)

09 $\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이는

$S_1+S_2=34\pi+16\pi=50\pi(\text{cm}^2)$

$\overline{BC}=x$ cm라고 하면

$\dfrac{1}{2}\pi\left(\dfrac{x}{2}\right)^2=50\pi,\ x^2=400$

$\therefore x=20(\text{cm})\ (\because x>0)$

10 △ABC에서

$\overline{BC}=\sqrt{8^2+6^2}=\sqrt{100}=10(\text{cm})$

$\overline{BD}\,/\!/\,\overline{AG}$이므로 △BDA=△BDF

$\overline{CE}\,/\!/\,\overline{AG}$이므로 △CEA=△CEF

∴ △BDA+△CAE=△BDF+△CFE

$=\dfrac{1}{2}$□BDEC

$=\dfrac{1}{2}\times 10^2$

$=50(\text{cm}^2)$

11 $\angle C>90^\circ$이므로 가장 긴 변의 길이는 x cm이다.

$6-4<x<6+4$이므로 $2<x<10$

그런데 $x>6$이므로 $6<x<10$ …… ㉠

또, △ABC가 둔각삼각형이 되려면

$x^2>4^2+6^2,\ x^2>52$

$\therefore x>2\sqrt{13}\ (\because x>0)$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $2\sqrt{13}<x<10$

12 △ABD에서

$\overline{AD}=\sqrt{20^2-12^2}=\sqrt{256}=16(\text{cm})$

$\overline{AB}^2=\overline{AD}\times\overline{AC}$이므로

$20^2=16\times\overline{AC}$ $\quad\therefore \overline{AC}=25(\text{cm})$

또, $\overline{AB}\times\overline{BC}=\overline{AC}\times\overline{BD}$이므로

$20\times\overline{BC}=25\times 12$

$\therefore \overline{BC}=15(\text{cm})$

13 $x+6$이 가장 긴 변의 길이이므로 직각삼각형이 되려면

$(x+6)^2=x^2+(x+3)^2$

$x^2-6x-27=0,\ (x+3)(x-9)=0$

$\therefore x=9\ (\because x>0)$

따라서 이 직각삼각형의 빗변의 길이는

$x+6=9+6=15$

14 B동에서 놀이터 P까지의 거리를 x m라고 하면

$60^2+30^2=x^2+(20\sqrt{5})^2$

$x^2=2500$ $\quad\therefore x=50(\text{m})$

따라서 초속 2 m로 가는 데 걸리는 시간은

$\dfrac{50}{2}=25$(초)

2 Step (발전문제)

본문 68~69쪽

01 ② **02** ② **03** 15 cm **04** 45
05 $18(\sqrt{3}+\pi)\text{ cm}^2$ **06** $\sqrt{10}$ cm **07** 40 cm²
08 (1) ④ (2) $\dfrac{25}{2}$ cm² (3) $4\sqrt{6}$ cm² **09** ④
10 $\dfrac{21}{4}$ **11** ⑤ **12** $2<x<4$ 또는 $\sqrt{34}<x<8$

01 □ABCD는 등변사다리꼴이므로 $\overline{AB}=\overline{DC}$이고

$\overline{AC}\perp\overline{BD}$이므로 $\overline{AB}^2+\overline{DC}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$

$2\overline{CD}^2=6^2+8^2,\ \overline{CD}^2=50$

$\therefore \overline{CD}=5\sqrt{2}\ (\because \overline{CD}>0)$

△DOC에서

$x=\sqrt{(5\sqrt{2})^2-(3\sqrt{2})^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$

02 $\overline{AB}=x$ cm라고 하면

$\overline{AC}=\sqrt{x^2+x^2}=\sqrt{2}x(\text{cm})$

$\overline{AD}=\sqrt{(\sqrt{2}x)^2+x^2}=\sqrt{3}x(\text{cm})$

$\triangle ADE=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{3}x\times x=9\sqrt{3}$이므로

$x^2=18$ $\quad\therefore x=3\sqrt{2}(\text{cm})\ (\because x>0)$

03 $\overline{CD}=x$ cm라고 하면

△ADC에서 $\overline{AC}^2=10^2-x^2$

또, △ABC에서 $\overline{AC}^2=17^2-(9+x)^2$

$10^2-x^2=17^2-(9+x)^2$이므로

$18x=108$ $\quad\therefore x=6(\text{cm})$

$\therefore \overline{BC}=9+6=15(\text{cm})$

04 $\overline{BH}=x$라고 하면 $\overline{AB}^2=\overline{BH}\times\overline{BC}$이므로

$(6\sqrt{5})^2=x(x+3),\ x^2+3x-180=0$

$(x+15)(x-12)=0$ $\quad\therefore x=12\ (\because x>0)$

또, $\overline{AC}^2=\overline{CH}\times\overline{CB}$이므로

$\overline{AC}^2=3\times(12+3)=45$

$\therefore \overline{AC}=3\sqrt{5}\ (\because \overline{AC}>0)$

∴ (색칠한 부분의 넓이)$=\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 6\sqrt{5}\times 3\sqrt{5}$

$=45$

05 △ABC에서

$\overline{AB}=\sqrt{(6\sqrt{3})^2+6^2}=\sqrt{144}=12(cm)$

∴ (색칠한 부분의 넓이)

=(△ABC의 넓이)

+($\overline{AB}$를 지름으로 하는 반원의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times6\sqrt{3}\times6+\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{12}{2}\right)^2$

$=18(\sqrt{3}+\pi)(cm^2)$

06 $\overline{AC}=x$ cm라고 하면 삼각형의 각의 이등분선의 성질에 의해

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$

$\overline{AB}:x=3\sqrt{5}:\sqrt{5}$

$\therefore \overline{AB}=3x(cm)$

△ABC에서 피타고라스 정리에 의하여

$(3x)^2=(4\sqrt{5})^2+x^2,\ x^2=10$

$\therefore x=\sqrt{10}(cm)\ (\because x>0)$

07 △ABC에서

$\overline{BC}=\sqrt{8^2+4^2}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}(cm)$

$\triangle FDE=\triangle BDE=\frac{1}{2}\square BDEC$이므로

$\triangle FDE=\frac{1}{2}\times\overline{BC}^2=\frac{1}{2}\times(4\sqrt{5})^2=40(cm^2)$

08 (1) $\frac{1}{2}\square EBAD=\triangle AEB=\triangle EBC$

$=\triangle ABF=\triangle BFL$

따라서 넓이가 나머지 넷과 다른 하나는 ④ △ALF이다.

(2) △ABC에서

$\overline{AB}=\sqrt{13^2-12^2}=\sqrt{25}=5(cm)$

$\therefore \triangle BFL=\frac{1}{2}\square EBAD=\frac{1}{2}\times5^2=\frac{25}{2}(cm^2)$

(3) □ACHI의 넓이가 32 cm²이므로

$\overline{AC}^2=32 \qquad \therefore \overline{AC}=4\sqrt{2}(cm)\ (\because \overline{AC}>0)$

$\square EBAD=\square BFGC-\square ACHI$

$=44-32=12(cm^2)$

이므로 $\overline{AB}^2=12$

$\therefore \overline{AB}=2\sqrt{3}(cm)\ (\because \overline{AB}>0)$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times2\sqrt{3}=4\sqrt{6}(cm^2)$

09 $\overline{EB'}=\overline{EB}=18-8=10(cm)$이므로

△AEB′에서

$\overline{AB'}=\sqrt{10^2-8^2}=\sqrt{36}=6(cm)$

$\therefore \overline{B'D}=18-6=12(cm)$

△AEB′∽△DB′G (AA 닮음)이므로

$\overline{AE}:\overline{DB'}=\overline{EB'}:\overline{B'G}$에서

$8:12=10:\overline{B'G},\ 8\overline{B'G}=120$

$\therefore \overline{B'G}=15(cm)$

10 △AEB′≡△CED (ASA 합동)이므로

$\overline{EB'}=\overline{ED}$이고 $\overline{AB'}=\overline{CD}=\overline{AB}=6$

△ABC에서

$\overline{BC}=\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{64}=8$

한편, $\overline{EB'}=\overline{ED}=x$라고 하면 $\overline{AE}=8-x$

△AEB′에서

$(8-x)^2=6^2+x^2,\ 16x=28$

$\therefore x=\frac{7}{4}$

$\therefore \triangle AEB'=\frac{1}{2}\times6\times\frac{7}{4}=\frac{21}{4}$

11 $\overline{BQ}=\overline{BC}=5$ cm이므로

△ABQ에서 $\overline{AQ}=\sqrt{5^2-4^2}=\sqrt{9}=3(cm)$

$\therefore \overline{QD}=5-3=2(cm)$

또, $\overline{PQ}=\overline{PC}=x$ cm라고 하면

$\overline{DP}=(4-x)$ cm

△QPD에서

$x^2=(4-x)^2+2^2,\ 8x=20$

$\therefore x=\frac{5}{2}(cm)$

이때 $\overline{DP}=4-\frac{5}{2}=\frac{3}{2}(cm)$이고

$\overline{DH}\perp\overline{QP}$이므로 $\overline{DP}^2=\overline{PH}\times\overline{PQ}$

$\left(\frac{3}{2}\right)^2=\overline{PH}\times\frac{5}{2} \qquad \therefore \overline{PH}=\frac{9}{10}(cm)$

12 (i) x가 가장 긴 변, 즉 $x>5$일 때

삼각형의 세 변의 길이 사이의 관계에 의해

$2<x<8$

그런데 $x>5$이므로 $5<x<8$ …… ㉠

또, 둔각삼각형이 되기 위해서는

$x^2>3^2+5^2,\ x^2>34$

$\therefore x>\sqrt{34}\ (\because x>0)$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\sqrt{34}<x<8$

(ii) 5가 가장 긴 변, 즉 $0<x<5$일 때

삼각형의 세 변의 길이 사이의 관계에 의해

$2<x<8$

그런데 $0<x<5$이므로

$2<x<5$ …… ㉢

또, 둔각삼각형이 되기 위해서는

$5^2>x^2+3^2$, $x^2<16$

$\therefore 0<x<4$ ($\because x>0$) ...... ㄹ

ㄷ, ㄹ에서 $2<x<4$

(i), (ii)에서 둔각삼각형이 되기 위한 x의 값의 범위는

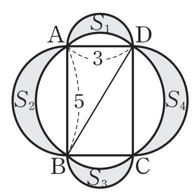
$2<x<4$ 또는 $\sqrt{34}<x<8$

3 Step (실력 UP) 본문 70쪽

01 15 **02** $\frac{16}{5}$ cm **03** 96 cm^2 **04** 5가지

05 $4\sqrt{2}$ **06** $2\sqrt{5}$ cm

01 $\overline{BD}$를 그으면



$S_1+S_2=\triangle ABD$

$S_3+S_4=\triangle DBC$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$=\triangle ABD+\triangle DBC$

$=\square ABCD$

$=3\times5=15$

02 $\triangle ABC$에서 $\overline{AH}^2=\overline{BH}\times\overline{CH}$이므로

$\overline{AH}^2=8\times2=16$

$\therefore \overline{AH}=4$(cm) ($\because \overline{AH}>0$)

그런데 직각삼각형의 빗변의 중점은 외심과 일치하므로

$\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}$

$=\frac{1}{2}\times(8+2)=5$(cm)

또, $\triangle AMH$에서 $\overline{AH}^2=\overline{AQ}\times\overline{AM}$이므로

$4^2=\overline{AQ}\times5$ $\therefore \overline{AQ}=\frac{16}{5}$(cm)

03 점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{CG}:\overline{GD}=2:1$

$\frac{2}{3}\overline{CD}=\frac{20}{3}$ $\therefore \overline{CD}=10$(cm)

이때 점 D는 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{CD}=10$ cm

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AD}=2\times10=20$(cm)

따라서 $\triangle ABC$에서

$\overline{AC}=\sqrt{20^2-12^2}=\sqrt{256}=16$(cm)

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times12\times16=96(\text{cm}^2)$

04 5개의 끈에서 3개를 골라 삼각형을 만들 수 있는 경우를 순서쌍으로 나타내면

(5, 7, 8), (5, 7, 11), (5, 8, 11), (5, 11, 13),
(7, 8, 11), (7, 8, 13), (7, 11, 13), (8, 11, 13)

의 8가지이다.

$8^2<5^2+7^2$ $\therefore$ 예각삼각형

$11^2>5^2+7^2$ $\therefore$ 둔각삼각형

$11^2>5^2+8^2$ $\therefore$ 둔각삼각형

$13^2>5^2+11^2$ $\therefore$ 둔각삼각형

$11^2>7^2+8^2$ $\therefore$ 둔각삼각형

$13^2>7^2+8^2$ $\therefore$ 둔각삼각형

$13^2<7^2+11^2$ $\therefore$ 예각삼각형

$13^2<8^2+11^2$ $\therefore$ 예각삼각형

따라서 둔각삼각형이 되는 경우의 수는 5가지이다.

05 $\triangle ABC$에서 $\angle BAD=\angle CAD$이므로

삼각형의 각의 이등분선의 성질에 의해

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{DC}$에서

$9:6=3:\overline{DC}$, $9\overline{DC}=18$

$\therefore \overline{DC}=2$

이때 $\overline{CH}=x$라고 하면 $\triangle ABH$에서

$\overline{AH}^2=9^2-(3+2+x)^2$ ...... ㉠

또, $\triangle ACH$에서 $\overline{AH}^2=6^2-x^2$ ...... ㉡

㉠, ㉡에서 $9^2-(5+x)^2=6^2-x^2$

$10x=20$ $\therefore x=2$

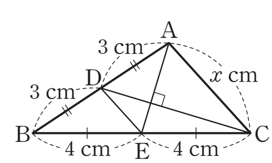
$x=2$를 ㉡에 대입하면

$\overline{AH}^2=6^2-2^2=32$

$\therefore \overline{AH}=4\sqrt{2}$ ($\because \overline{AH}>0$)

06 $\overline{AC}=x$ cm라 하고 $\overline{DE}$를 그으면 점 D, E는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 중점이므로

$\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}x$(cm)



이때 $\square ADEC$에서 $\overline{AE}\perp\overline{DC}$이므로

$\overline{AD}^2+\overline{EC}^2=\overline{DE}^2+\overline{AC}^2$

$3^2+4^2=\left(\frac{1}{2}x\right)^2+x^2$

$\frac{5}{4}x^2=25$, $x^2=20$

$\therefore x=2\sqrt{5}$(cm) ($\because x>0$)

서술형 대비 문제

본문 71~72쪽

1 $6<x<2\sqrt{21}$ **2** 6 cm^2 **3** $5\sqrt{3}$
4 3, 12 **5** $\frac{41}{5}$ **6** $\frac{25}{2}\text{ cm}^2$

1 1단계 삼각형의 세 변의 길이 사이의 관계에 의해
$10-4<x<10+4 \quad \therefore 6<x<14$
그런데 $0<x<10$이므로
$6<x<10$ …… ㉠
2단계 또, 둔각삼각형이 되려면
$10^2>x^2+4^2,\ x^2<84$
$\therefore 0<x<2\sqrt{21}\ (\because x>0)$ …… ㉡
3단계 ㉠, ㉡에서 $6<x<2\sqrt{21}$

2 1단계 $\overline{BE}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 8=4(\text{cm})$이고
$\overline{DB}=x$ cm라고 하면 $\overline{DE}=\overline{AD}=(8-x)$ cm
$\triangle DBE$에서 $(8-x)^2=x^2+4^2$
$16x=48 \quad \therefore x=3(\text{cm})$
$\therefore \overline{DB}=3(\text{cm})$
2단계 $\therefore \triangle DBE=\frac{1}{2}\times\overline{BE}\times\overline{DB}=\frac{1}{2}\times 4\times 3$
$=6(\text{cm}^2)$

3 1단계 사각형 ABCD의 두 대각선이 직교하므로
$\overline{BC}^2+(\sqrt{15})^2=4^2+6^2,\ \overline{BC}^2=37$
$\therefore \overline{BC}=\sqrt{37}\ (\because \overline{BC}>0)$
2단계 $\triangle OBC$에서 피타고라스 정리에 의해
$\overline{OC}^2+(2\sqrt{3})^2=(\sqrt{37})^2$
$\overline{OC}^2=25 \quad \therefore \overline{OC}=5\ (\because \overline{OC}>0)$
3단계 $\therefore \triangle OBC=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 5=5\sqrt{3}$

단계	채점요소	배점
1	$\overline{BC}$의 길이 구하기	2점
2	$\overline{OC}$의 길이 구하기	2점
3	$\triangle OBC$의 넓이 구하기	2점

4 1단계 (i) 가장 긴 변의 길이가 $x+1$일 때
피타고라스 정리에 의해
$(x+1)^2=x^2+5^2,\ 2x=24$
$\therefore x=12$
2단계 (ii) 가장 긴 변의 길이가 5일 때
피타고라스 정리에 의해
$5^2=x^2+(x+1)^2$
$x^2+x-12=0,\ (x+4)(x-3)=0$
$\therefore x=3\ (\because x>0)$
3단계 (i), (ii)에서 x의 값은 3 또는 12이다.

단계	채점요소	배점
1	가장 긴 변의 길이가 $x+1$일 때 x의 값 구하기	3점
2	가장 긴 변의 길이가 5일 때 x의 값 구하기	3점
3	답 구하기	1점

5 1단계 직사각형 ABCD를 대각선 BD를 접는 선으로 하여 접었으므로
$\angle FBD=\angle DBC$ ($\because$ 접은 각),
$\angle DBC=\angle BDF$ ($\because$ 엇각)
$\therefore \angle FBD=\angle BDF$
따라서 $\triangle FBD$는 $\overline{FB}=\overline{FD}$인 이등변삼각형이다.
2단계 $\overline{FD}=x$라고 하면
$\overline{FB}=\overline{FD}=x,\ \overline{AF}=5-x$
$\triangle ABF$에서
$x^2=4^2+(5-x)^2,\ 10x=41$
$\therefore x=\frac{41}{10}$
3단계 $\therefore \triangle BDF=\frac{1}{2}\times\overline{FD}\times\overline{AB}$
$=\frac{1}{2}\times\frac{41}{10}\times 4=\frac{41}{5}$

단계	채점요소	배점
1	$\triangle FBD$가 이등변삼각형임을 알기	2점
2	$\overline{FD}$의 길이 구하기	3점
3	$\triangle BDF$의 넓이 구하기	2점

6 1단계 $\triangle HBC\equiv\triangle AGC$ (SAS 합동)이므로
$\triangle HBC=\triangle AGC$ …… ㉠
또, $\triangle AGC$와 $\triangle JGC$는 $\overline{CG}$를 밑변으로 하고 높이가 $\overline{JC}$로 같으므로
$\triangle AGC=\triangle JGC$ …… ㉡
㉠, ㉡에서 $\triangle HBC=\triangle JGC$
2단계 $\square JKGC=\square BFGC-\square BFKJ$
$=13\times 13-144$
$=25(\text{cm}^2)$
3단계 $\therefore \triangle HBC=\triangle JGC=\frac{1}{2}\square JKGC$
$=\frac{1}{2}\times 25=\frac{25}{2}\ (\text{cm}^2)$

단계	채점요소	배점
1	$\triangle HBC=\triangle JGC$임을 알기	4점
2	$\square JKGC$의 넓이 구하기	2점
3	$\triangle HBC$의 넓이 구하기	2점

2 피타고라스 정리의 활용

01 평면도형에의 활용 (1)

개념원리 확인하기 본문 76쪽

01 (1) 8 (2) $8\sqrt{2}$ (3) $5\sqrt{2}$ (4) $5\sqrt{2}$

02 (1) 4 (2) 4

03 (1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$, $5\sqrt{3}$, $\frac{\sqrt{3}}{4}$, $25\sqrt{3}$ (2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 4

(3) 3, $3\sqrt{3}$ (4) $9\sqrt{3}$

01 (1) $x=\sqrt{(4\sqrt{3})^2+4^2}=8$

(2) $x=\sqrt{2}\times 8=8\sqrt{2}$

(3) $5\sqrt{3}=\sqrt{x^2+5^2}$에서

$75=x^2+25$ $\quad\therefore x=5\sqrt{2}$ ($\because x>0$)

(4) $10=\sqrt{2}x$ $\quad\therefore x=5\sqrt{2}$

02 (1) 직사각형의 세로의 길이를 a라 하면

대각선의 길이가 $2\sqrt{7}$이므로

$2\sqrt{7}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+a^2}$

$28=a^2+12$, $a^2=16$

$\therefore a=4$ ($\because a>0$)

(2) 정사각형의 한 변의 길이를 a라 하면

대각선의 길이가 $4\sqrt{2}$이므로

$4\sqrt{2}=\sqrt{2}a$

$\therefore a=4$

03 (1) (높이)$=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 10=5\sqrt{3}$

(넓이)$=\frac{\sqrt{3}}{4}\times 10^2=25\sqrt{3}$

(2) (높이)$=\frac{\sqrt{3}}{2}\times x=2\sqrt{3}$

$\therefore x=4$

(3) (높이)$=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 2\sqrt{3}=3$

(넓이)$=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(2\sqrt{3})^2=3\sqrt{3}$

(4) 정삼각형의 한 변의 길이를 a라 하면

$\frac{\sqrt{3}}{2}\times a=3\sqrt{3}$

$\therefore a=6$

$\therefore$ (넓이)$=\frac{\sqrt{3}}{4}\times 6^2=9\sqrt{3}$

핵심문제 익히기 (확인문제) 본문 77~79쪽

1 (1) $2\sqrt{2}$ (2) 둘레의 길이 : $40\sqrt{2}$, 넓이 : 200 (3) 28

2 $\frac{60}{13}$ cm **3** (1) $36\sqrt{3}$ cm^2 (2) 4 cm (3) $12\sqrt{2}$ cm

4 $12\sqrt{3}$ cm^2 **5** $3\sqrt{7}$ cm^2 **6** 210 cm^2

1 (1) 가로와 세로의 길이를 각각 $\sqrt{2}k$, $2k$ ($k>0$)라고 하면

$(\sqrt{2}k)^2+(2k)^2=(2\sqrt{6})^2$, $6k^2=24$

$k^2=4$ $\quad\therefore k=2$ ($\because k>0$)

$\therefore$ (가로의 길이)$=\sqrt{2}\times 2=2\sqrt{2}$

(2) 정사각형의 한 변의 길이를 a라 하면

$\sqrt{2}a=20$ $\quad\therefore a=10\sqrt{2}$

$\therefore$ (둘레의 길이)$=4\times 10\sqrt{2}=40\sqrt{2}$

(넓이)$=(10\sqrt{2})^2=200$

(3) 직사각형의 가로, 세로의 길이를 각각 x, y라 하면

대각선의 길이가 10이므로

$x^2+y^2=10^2$ …… ㉠

또, 넓이가 48이므로

$xy=48$ …… ㉡

이때 $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$이므로 ㉠, ㉡에서

$100=(x+y)^2-2\times 48$, $(x+y)^2=196$

$\therefore x+y=14$ ($\because x+y>0$)

$\therefore$ (둘레의 길이)$=2(x+y)=2\times 14=28$

2 $\triangle$BCD에서

$\overline{BD}=\sqrt{12^2+5^2}=\sqrt{169}=13$(cm)

$\overline{BC}\times\overline{CD}=\overline{BD}\times\overline{CH}$이므로

$12\times 5=13\times\overline{CH}$ $\quad\therefore \overline{CH}=\frac{60}{13}$(cm)

3 (1) 정삼각형의 한 변의 길이를 a cm라 하면

$\frac{\sqrt{3}}{2}a=6\sqrt{3}$ $\quad\therefore a=12$(cm)

$\therefore$ (넓이)$=\frac{\sqrt{3}}{4}\times 12^2=36\sqrt{3}$(cm^2)

(2) 정삼각형의 한 변의 길이를 a cm라 하면

$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=4\sqrt{3}$, $a^2=16$

$\therefore a=4$(cm) ($\because a>0$)

(3) 정육각형은 합동인 6개의 정삼각형으로 나누어지므로 정육각형의 한 변의 길이를 a cm라 하면

$6\times\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=12\sqrt{3}$, $a^2=8$

$\therefore a=2\sqrt{2}$(cm) ($\because a>0$)

따라서 정육각형의 둘레의 길이는

$6\times 2\sqrt{2}=12\sqrt{2}$(cm)

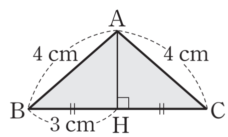
4 $\frac{\sqrt{3}}{4}\overline{AB}^2=16\sqrt{3}$이므로 $\overline{AB}^2=64$

$\therefore \overline{AB}=8(cm)(\because \overline{AB}>0)$

$\overline{AD}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 8=4\sqrt{3}(cm)$이므로

$\triangle ADE=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(4\sqrt{3})^2=12\sqrt{3}(cm^2)$

5 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하자.



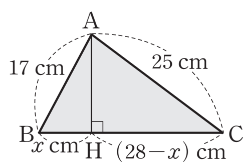
$\overline{BH}=\overline{CH}=3$ cm이므로

△ABH에서

$\overline{AH}=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}(cm)$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 6\times\sqrt{7}=3\sqrt{7}(cm^2)$

6 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하자.



$\overline{BH}=x$ cm라 하면

$\overline{CH}=(28-x)$ cm

△ABH에서

$\overline{AH}^2=17^2-x^2$

△AHC에서 $\overline{AH}^2=25^2-(28-x)^2$

$17^2-x^2=25^2-(28-x)^2$이므로

$56x=448 \qquad \therefore x=8(cm)$

$\therefore \overline{AH}=\sqrt{17^2-8^2}=\sqrt{225}=15(cm)$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 28\times 15=210(cm^2)$

이런 문제가 시험에 나온다 본문 80~81쪽

01 (1) $7\sqrt{2}$ cm (2) 3 cm

(3) 한 변의 길이 : 20 cm, 높이 : $10\sqrt{3}$ cm (4) 22 cm^2

02 3π cm^2 **03** ③ **04** $4\sqrt{3}$ cm^2 **05** ④

06 가로의 길이 : 15인치, 세로의 길이 : 10인치

07 $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ cm **08** $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ cm **09** $50\sqrt{3}$ cm^2 **10** 8 cm

11 (1) 120 cm^2 (2) $5\sqrt{3}$ cm^2

12 (1) 10 cm (2) $\frac{18}{5}$ cm (3) $\frac{14}{5}$ cm

01 (1) (세로의 길이)$=\sqrt{(7\sqrt{3})^2-7^2}$

$=\sqrt{98}=7\sqrt{2}(cm)$

(2) 정사각형의 한 변의 길이를 a cm라 하면

$\sqrt{2}a=3\sqrt{2} \qquad \therefore a=3(cm)$

(3) 정삼각형의 한 변의 길이를 a cm라 하면

$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=100\sqrt{3},\ a^2=400$

$\therefore a=20(cm)(\because a>0)$

$\therefore$ (높이)$=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 20=10\sqrt{3}(cm)$

(4) 직사각형의 가로와 세로의 길이를 각각 a cm, b cm라 하면

대각선의 길이가 10 cm이므로

$a^2+b^2=10^2$ ······ ㉠

또, 둘레의 길이가 24 cm이므로

$2(a+b)=24$

$\therefore a+b=12$ ······ ㉡

이때 $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$이므로 ㉠, ㉡에서

$100=12^2-2ab,\ 2ab=44$

$\therefore ab=22$

$\therefore$ (직사각형의 넓이)$=ab=22(cm^2)$

02 정사각형의 한 변의 길이를 a cm라 하면

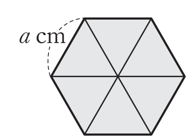
$\sqrt{2}a=2\sqrt{6} \qquad \therefore a=2\sqrt{3}(cm)$

따라서 원의 반지름의 길이는 $\sqrt{3}$ cm이므로

(원의 넓이)$=\pi\times(\sqrt{3})^2$

$=3\pi(cm^2)$

03 정육각형은 합동인 6개의 정삼각형으로 나누어진다.



이때 정육각형의 한 변의 길이를 a cm라 하면

$6\times\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=150\sqrt{3},\ a^2=100$

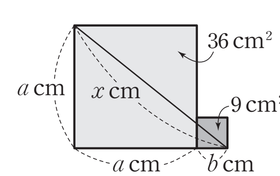
$\therefore a=10(cm)\ (\because a>0)$

04 $\overline{AD}=a$ cm라 하면

$\sqrt{2}a=4\sqrt{2} \qquad \therefore a=4(cm)$

$\therefore \triangle ADE=\frac{\sqrt{3}}{4}\times 4^2=4\sqrt{3}(cm^2)$

05 큰 정사각형의 한 변의 길이를 a cm라 하면



$a^2=36$

$\therefore a=6(cm)\ (\because a>0)$

또, 작은 정사각형의 한 변의 길이를 b cm라 하면

$b^2=9 \qquad \therefore b=3(cm)\ (\because b>0)$

$\therefore x=\sqrt{(6+3)^2+6^2}=\sqrt{117}=3\sqrt{13}$ (cm)

06 모니터 화면의 가로와 세로의 길이를 각각 $3k$인치, $2k$인치($k>0$)라고 하면

$(3k)^2+(2k)^2=(5\sqrt{13})^2$

$13k^2=325$, $k^2=25$ $\quad\therefore k=5$(인치) $(\because k>0)$

따라서 모니터 화면의 가로의 길이는 15인치, 세로의 길이는 10인치이다.

07 정삼각형의 한 변의 길이를 a cm라고 하면

$\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2=25\sqrt{3}$, $a^2=100$

$\therefore a=10(\text{cm})\ (\because a>0)$

$\therefore \overline{AH}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 10=5\sqrt{3}(\text{cm})$

이때 점 G는 무게중심이므로

$\overline{GH}=\dfrac{1}{3}\overline{AH}=\dfrac{1}{3}\times 5\sqrt{3}=\dfrac{5\sqrt{3}}{3}(\text{cm})$

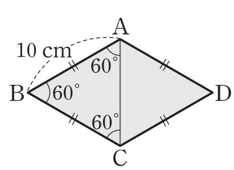
08 정사각형의 한 변의 길이를 a cm라 하면

$(3a)^2+a^2=5^2$, $10a^2=25$, $a^2=\dfrac{5}{2}$

$\therefore \overline{AC}=\sqrt{(2a)^2+a^2}=\sqrt{5a^2}$

$=\sqrt{5\times\dfrac{5}{2}}=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}(\text{cm})$

09 대각선 AC를 그으면 $\overline{AB}=\overline{BC}$이고 $\angle B=60°$이므로 $\triangle ABC$는 한 변의 길이가 10 cm인 정삼각형이다.



$\therefore \square ABCD=2\triangle ABC$

$=2\times\left(\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times 10^2\right)$

$=50\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

10 정삼각형 ADE의 한 변의 길이를 a cm라 하면

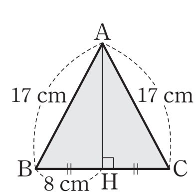
$\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2=12\sqrt{3}$, $a^2=48$ $\quad\therefore a=4\sqrt{3}(\text{cm})\ (\because a>0)$

정삼각형 ABC의 한 변의 길이를 x cm라 하면

$\dfrac{\sqrt{3}}{2}x=4\sqrt{3}$ $\quad\therefore x=8(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=8(\text{cm})$

11 (1) 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하자.



$\overline{BH}=\overline{CH}=8$ cm이므로

$\triangle ABH$에서

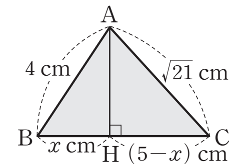
$\overline{AH}=\sqrt{17^2-8^2}=\sqrt{225}$

$=15(\text{cm})$

$\therefore \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 16\times 15$

$=120(\text{cm}^2)$

(2) 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하자.



$\overline{BH}=x$ cm라 하면

$\overline{CH}=(5-x)$ cm

$\triangle ABH$에서

$\overline{AH}^2=4^2-x^2$

$\triangle AHC$에서

$\overline{AH}^2=(\sqrt{21})^2-(5-x)^2$

$4^2-x^2=(\sqrt{21})^2-(5-x)^2$이므로

$10x=20$ $\quad\therefore x=2(\text{cm})$

$\therefore \overline{AH}=\sqrt{4^2-2^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 5\times 2\sqrt{3}=5\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

12 (1) $\overline{BD}=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}=10(\text{cm})$

(2) $\triangle ABD$에서 $\overline{AB}^2=\overline{BP}\times\overline{BD}$이므로

$6^2=\overline{BP}\times 10$ $\quad\therefore \overline{BP}=\dfrac{18}{5}(\text{cm})$

(3) $\triangle ABP\equiv\triangle CDQ$ (RHA 합동)이므로

$\overline{BP}=\overline{DQ}$

$\therefore \overline{PQ}=\overline{BD}-(\overline{BP}+\overline{DQ})=\overline{BD}-2\overline{BP}$

$=10-2\times\dfrac{18}{5}=\dfrac{14}{5}(\text{cm})$

02 평면도형에의 활용 (2)

개념원리 확인하기

본문 83쪽

01 (1) $\sqrt{3}$, 2, 1, 10, 2, $10\sqrt{3}$

(2) 1, $\sqrt{2}$, 1, 5, $\sqrt{2}$, $5\sqrt{2}$

02 (1) $x=3\sqrt{6}$, $y=3\sqrt{3}$ (2) $x=6$, $y=3\sqrt{2}$

03 (1) 2, $\sqrt{13}$ (2) 3, 5 (3) $\sqrt{29}$ (4) $2\sqrt{5}$

02 (1) $\triangle ADC$에서 $\overline{AC}:\overline{AD}=2:\sqrt{3}$이므로

$6:y=2:\sqrt{3}$ $\quad\therefore y=3\sqrt{3}$

$\triangle ABD$에서 $\overline{AB}:\overline{AD}=\sqrt{2}:1$

$x:3\sqrt{3}=\sqrt{2}:1$ $\quad\therefore x=3\sqrt{6}$

(2) $\triangle ACD$에서 $\overline{AD}:\overline{AC}=2:1$이므로

$12:x=2:1$ $\quad\therefore x=6$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}:\overline{AC}=1:\sqrt{2}$이므로

$y:6=1:\sqrt{2}$ $\quad\therefore y=3\sqrt{2}$

03 (3) $\overline{PQ}=\sqrt{\{0-(-2)\}^2+(5-0)^2}=\sqrt{29}$

(4) $\overline{PQ}=\sqrt{\{3-(-1)\}^2+(4-2)^2}=2\sqrt{5}$

핵심문제 익히기 (확인문제) 본문 84~87쪽

1 (1) $x=4\sqrt{2}$ (2) $x=\dfrac{3\sqrt{6}}{2}$ (3) $x=6$ (4) $x=2\sqrt{3},\ y=3$

(5) $x=\sqrt{3}+1$

2 $32(\sqrt{3}+1)$ **3** (1) $x=2\sqrt{3}$ (2) $x=3\sqrt{3},\ y=3\sqrt{2}$

4 (1) $8\sqrt{3}\ \text{cm}^2$ (2) $4\sqrt{7}\ \text{cm}$

5 (1) -6 (2) $\text{P}(3,\ 0)$ **6** ③ **7** $2\sqrt{5}$

8 $5\sqrt{2}$

1 (1) $\overline{BC}:\overline{AC}=1:\sqrt{2}$이므로

$x:8=1:\sqrt{2},\ \sqrt{2}x=8$

$\therefore x=4\sqrt{2}(\text{cm})$

(2) $\triangle$ABD에서 $\overline{AB}:\overline{BD}=1:\sqrt{2}$이므로

$3:\overline{BD}=1:\sqrt{2}\qquad \therefore \overline{BD}=3\sqrt{2}(\text{cm})$

$\triangle$BCD에서 $\overline{BD}:\overline{CD}=2:\sqrt{3}$이므로

$3\sqrt{2}:x=2:\sqrt{3},\ 2x=3\sqrt{6}$

$\therefore x=\dfrac{3\sqrt{6}}{2}(\text{cm})$

(3) $\triangle$ABD에서 $\overline{AB}:\overline{AD}=\sqrt{2}:1$이므로

$3\sqrt{6}:\overline{AD}=\sqrt{2}:1\qquad \therefore \overline{AD}=3\sqrt{3}(\text{cm})$

$\triangle$ADC에서 $\overline{AD}:\overline{AC}=\sqrt{3}:2$이므로

$3\sqrt{3}:x=\sqrt{3}:2,\ \sqrt{3}x=6\sqrt{3}$

$\therefore x=6(\text{cm})$

(4) $\triangle$ABC에서 $\overline{BC}:\overline{AC}=\sqrt{3}:1$이므로

$6:x=\sqrt{3}:1,\ \sqrt{3}x=6$

$\therefore x=2\sqrt{3}(\text{cm})$

$\triangle$BCD에서 $\overline{BC}:\overline{CD}=2:1$이므로

$6:y=2:1,\ 2y=6$

$\therefore y=3(\text{cm})$

(5) $\angle ADC=45^\circ$이므로

$\overline{DC}=\overline{AC}=x$ cm에서 $\overline{BC}=(2+x)$ cm

$\triangle$ABC에서 $\overline{BC}:\overline{AC}=\sqrt{3}:1$이므로

$(2+x):x=\sqrt{3}:1,\ \sqrt{3}x=2+x$

$(\sqrt{3}-1)x=2\qquad \therefore x=\sqrt{3}+1(\text{cm})$

2 $\triangle$ABH에서 $\overline{AH}:\overline{BH}=1:\sqrt{3}$이므로

$8:\overline{BH}=1:\sqrt{3}\qquad \therefore \overline{BH}=8\sqrt{3}$

또한, $\triangle$AHC는 직각이등변삼각형이므로

$\overline{HC}=\overline{AH}=8$

$\therefore \overline{BC}=\overline{BH}+\overline{HC}=8\sqrt{3}+8=8(\sqrt{3}+1)$

$\therefore \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 8(\sqrt{3}+1)\times 8$

$=32(\sqrt{3}+1)$

3 (1) $\triangle$ABC에서 $\overline{AC}=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$

$\triangle$CEA에서 $\overline{AC}:\overline{CE}=\sqrt{3}:2$이므로

$3\sqrt{2}:\overline{CE}=\sqrt{3}:2\qquad \therefore \overline{CE}=2\sqrt{6}$

$\triangle$CDE에서 $\overline{CE}:\overline{CD}=\sqrt{2}:1$이므로

$2\sqrt{6}:x=\sqrt{2}:1\qquad \therefore x=2\sqrt{3}$

(2) $\triangle$BCD에서 $\overline{BD}:\overline{CD}=2:1$이므로

$6\sqrt{2}:y=2:1,\ 2y=6\sqrt{2}$

$\therefore y=3\sqrt{2}$

또, $\overline{BC}:\overline{BD}=\sqrt{3}:2$이므로

$\overline{BC}:6\sqrt{2}=\sqrt{3}:2,\ 2\overline{BC}=6\sqrt{6}$

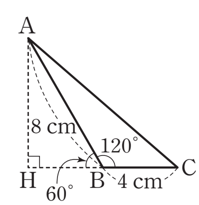
$\therefore \overline{BC}=3\sqrt{6}$

$\triangle$ABC에서 $\overline{AB}:\overline{BC}=1:\sqrt{2}$이므로

$x:3\sqrt{6}=1:\sqrt{2},\ \sqrt{2}x=3\sqrt{6}$

$\therefore x=3\sqrt{3}$

4 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$의 연장선 위에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\angle ABH=180^\circ-120^\circ=60^\circ$

(1) $\triangle$AHB에서

$\overline{AB}:\overline{AH}=2:\sqrt{3}$이므로

$8:\overline{AH}=2:\sqrt{3},\ 2\overline{AH}=8\sqrt{3}$

$\therefore \overline{AH}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 4\times 4\sqrt{3}=8\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

(2) $\overline{AB}:\overline{BH}=2:1$이므로

$8:\overline{BH}=2:1,\ 2\overline{BH}=8$

$\therefore \overline{BH}=4(\text{cm})$

$\triangle$AHC에서

$\overline{AC}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2+8^2}=\sqrt{112}=4\sqrt{7}(\text{cm})$

5 (1) $\overline{AB}=\sqrt{\{2-(-3)\}^2+\{a-(-1)\}^2}=5\sqrt{2}$이므로

$5^2+(a+1)^2=(5\sqrt{2})^2$

$a^2+2a-24=0,\ (a+6)(a-4)=0$

$\therefore a=-6$ 또는 $a=4$

그런데 점 B는 제4사분면 위의 점이므로 $a<0$

$\therefore a=-6$

(2) x축 위의 점 P의 좌표를 $(a,\ 0)$이라 하면

$\overline{AP}=\overline{BP}$, 즉 $\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$이므로

$(a+2)^2+(-1)^2=(a-4)^2+(-5)^2$

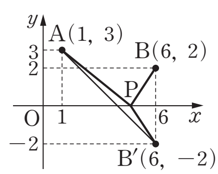
$12a=36\qquad \therefore a=3$

$\therefore \text{P}(3,\ 0)$

6 $\overline{AB}=\sqrt{\{2-(-1)\}^2+(1-3)^2}=\sqrt{13}$
$\overline{BC}=\sqrt{(4-2)^2+(4-1)^2}=\sqrt{13}$
$\overline{CA}=\sqrt{(-1-4)^2+(3-4)^2}=\sqrt{26}$
따라서 $\overline{AB}=\overline{BC}$이고 $\overline{CA}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$이므로
$\triangle ABC$는 $\angle B=90^\circ$인 직각이등변삼각형이다.

7 $y=-x^2+4x-2=-(x-2)^2+2$
따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ 2)$이므로 $P(2,\ 2)$이고
y절편은 -2이므로 $Q(0,\ -2)$이다.
$\therefore \overline{PQ}=\sqrt{(0-2)^2+(-2-2)^2}$
$=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

8 점 $B(6,\ 2)$를 x축에 대하여 대칭이동한 점을 B'이라 하면 $B'(6,\ -2)$이다.



이때 $\overline{BP}=\overline{B'P}$이므로
$\overline{AP}+\overline{BP}=\overline{AP}+\overline{B'P}$
$\geq \overline{AB'}$
$=\sqrt{(6-1)^2+(-2-3)^2}$
$=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

이런 문제가 시험에 나온다 본문 88~89쪽

01 ④ **02** (1) $\sqrt{6}$ (2) $2\sqrt{6}$ (3) $3\sqrt{6}$ **03** 9
04 ⑤ **05** (1) $P(1,\ 0)$ (2) $Q(0,\ 2)$ **06** $2\sqrt{3}$
07 (1) $6\ \text{cm}^2$ (2) $30\sqrt{3}\ \text{cm}^2$ (3) $5\sqrt{3}\ \text{cm}^2$ **08** 18
09 $6\sqrt{3}\ \text{cm}$ **10** $2\sqrt{5}$ **11** $(42+6\sqrt{3})\text{cm}^2$
12 $5\sqrt{2}$ **13** $\sqrt{265}$

01 ① $\sqrt{\{-1-(-3)\}^2+(-3-2)^2}=\sqrt{29}$
② $\sqrt{(2-4)^2+(1-6)^2}=\sqrt{29}$
③ $\sqrt{(0-5)^2+\{-2-(-4)\}^2}=\sqrt{29}$
④ $\sqrt{(5-3)^2+(1-7)^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$
⑤ $\sqrt{\{-1-(-6)\}^2+(5-3)^2}=\sqrt{29}$

02 (1) $\triangle BCD$에서 $\overline{BD}:\overline{BC}=\sqrt{3}:2$이므로
$\overline{BD}:4=\sqrt{3}:2,\ 2\overline{BD}=4\sqrt{3}$
$\therefore \overline{BD}=2\sqrt{3}(\text{cm})$
$\triangle ABD$에서 $\overline{AD}:\overline{BD}=1:\sqrt{2}$이므로
$x:2\sqrt{3}=1:\sqrt{2},\ \sqrt{2}x=2\sqrt{3}$
$\therefore x=\sqrt{6}(\text{cm})$

(2) $\triangle ABH$에서 $\overline{AH}:\overline{AB}=1:\sqrt{2}$이므로
$\overline{AH}:4=1:\sqrt{2},\ \sqrt{2}\overline{AH}=4$
$\therefore \overline{AH}=2\sqrt{2}(\text{cm})$
$\triangle AHC$에서 $\overline{AH}:\overline{HC}=1:\sqrt{3}$이므로
$2\sqrt{2}:x=1:\sqrt{3}$
$\therefore x=2\sqrt{6}(\text{cm})$

(3) $\triangle BCD$에서 $\overline{BC}:\overline{DC}=\sqrt{3}:1$이므로
$\overline{BC}:6=\sqrt{3}:1$
$\therefore \overline{BC}=6\sqrt{3}(\text{cm})$
$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}:\overline{BC}=1:\sqrt{2}$이므로
$x:6\sqrt{3}=1:\sqrt{2},\ \sqrt{2}x=6\sqrt{3}$
$\therefore x=3\sqrt{6}(\text{cm})$

03 $\overline{PQ}=\sqrt{(a-3)^2+(-1-2)^2}=3\sqrt{5}$이므로
$(a-3)^2+(-3)^2=(3\sqrt{5})^2$
$a^2-6a-27=0,\ (a+3)(a-9)=0$
$\therefore a=-3$ 또는 $a=9$
그런데 점 Q는 제4사분면 위의 점이므로 $a>0$
$\therefore a=9$

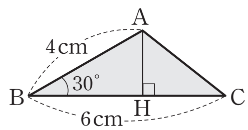
04 $\overline{AB}=\sqrt{\{2-(-1)\}^2+(1-3)^2}=\sqrt{13}$
$\overline{BC}=\sqrt{(6-2)^2+(6-1)^2}=\sqrt{41}$
$\overline{CA}=\sqrt{(-1-6)^2+(3-6)^2}=\sqrt{58}$
따라서 $\overline{CA}^2>\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$이므로 $\triangle ABC$는 둔각삼각형이다.

05 (1) x축 위의 점 P의 좌표를 $(a,\ 0)$이라 하면
$\overline{AP}=\overline{BP}$, 즉 $\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$이므로
$(a-3)^2+2^2=(a+1)^2+(-2)^2$
$8a=8 \quad \therefore a=1$
$\therefore P(1,\ 0)$

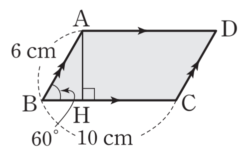
(2) y축 위의 점 Q의 좌표를 $(0,\ b)$라 하면
$\overline{AQ}=\overline{BQ}$, 즉 $\overline{AQ}^2=\overline{BQ}^2$이므로
$(-5)^2+(b-4)^2=(-2)^2+(b+3)^2$
$14b=28 \quad \therefore b=2$
$\therefore Q(0,\ 2)$

06 $\triangle BCD$에서 $\overline{BD}:\overline{BC}=\sqrt{2}:1$이므로
$6\sqrt{2}:\overline{BC}=\sqrt{2}:1,\ \sqrt{2}\,\overline{BC}=6\sqrt{2}$
$\therefore \overline{BC}=6(\text{cm})$
$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}:\overline{BC}=2:\sqrt{3}$이므로
$x:6=2:\sqrt{3},\ \sqrt{3}x=12$
$\therefore x=4\sqrt{3}(\text{cm})$

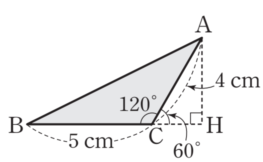
또, $\overline{AB}:\overline{BC}=1:\sqrt{3}$이므로
$y:6=1:\sqrt{3}$, $\sqrt{3}y=6$
$\therefore y=2\sqrt{3}(\text{cm})$
$\therefore x-y=4\sqrt{3}-2\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

07 (1) 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면


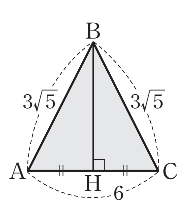
△ABH에서
$\overline{AB}:\overline{AH}=2:1$이므로
$4:\overline{AH}=2:1$, $2\overline{AH}=4$
$\therefore \overline{AH}=2(\text{cm})$
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 6\times 2$
$=6(\text{cm}^2)$

(2) 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면


△ABH에서
$\overline{AB}:\overline{AH}=2:\sqrt{3}$
이므로
$6:\overline{AH}=2:\sqrt{3}$, $2\overline{AH}=6\sqrt{3}$
$\therefore \overline{AH}=3\sqrt{3}(\text{cm})$
$\therefore \square ABCD=10\times 3\sqrt{3}$
$=30\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

(3) 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$의 연장선 위에 내린 수선의 발을 H라 하면


$\angle ACH=180^\circ-120^\circ$
$=60^\circ$
△ACH에서 $\overline{AC}:\overline{AH}=2:\sqrt{3}$이므로
$4:\overline{AH}=2:\sqrt{3}$, $2\overline{AH}=4\sqrt{3}$
$\therefore \overline{AH}=2\sqrt{3}(\text{cm})$
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 5\times 2\sqrt{3}$
$=5\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

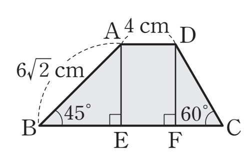
08 $\overline{AB}=\sqrt{\{1-(-2)\}^2+(-3-3)^2}$
$=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$
$\overline{BC}=\sqrt{(4-1)^2+\{3-(-3)\}^2}$
$=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$
$\overline{CA}=\sqrt{(-2-4)^2+(3-3)^2}$
$=\sqrt{36}=6$
따라서 △ABC는 $\overline{AB}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이다.


이때 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면
$\overline{AH}=\frac{1}{2}\times 6=3$

△BAH에서
$\overline{BH}=\sqrt{(3\sqrt{5})^2-3^2}=\sqrt{36}=6$
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 6\times 6=18$

09 △ABC에서 $\overline{AB}:\overline{AC}=2:1$이므로
$18:\overline{AC}=2:1$, $2\overline{AC}=18$
$\therefore \overline{AC}=9(\text{cm})$
$\angle BAC=180^\circ-(30^\circ+90^\circ)=60^\circ$이므로
$\angle DAC=\frac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$
△ADC에서 $\overline{AC}:\overline{AD}=\sqrt{3}:2$이므로
$9:\overline{AD}=\sqrt{3}:2$, $\sqrt{3}\,\overline{AD}=18$
$\therefore \overline{AD}=6\sqrt{3}(\text{cm})$

10 $A(a,\ 0)$, $B(0,\ b)$라 하면
$y=-2a+10 \qquad \therefore a=5$
$b=10$
$\therefore A(5,\ 0)$, $B(0,\ 10)$
$\overline{AB}=\sqrt{(0-5)^2+(10-0)^2}$
$=\sqrt{125}=5\sqrt{5}$
이므로 △BOA의 넓이를 이용하면
$\overline{AB}\times\overline{OH}=\overline{OA}\times\overline{OB}$
$5\sqrt{5}\times\overline{OH}=5\times 10$
$\therefore \overline{OH}=2\sqrt{5}$

11 두 꼭짓점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하면


△ABE에서
$\overline{AB}:\overline{BE}:\overline{AE}=\sqrt{2}:1:1$이므로
$6\sqrt{2}:\overline{BE}:\overline{AE}=\sqrt{2}:1:1$
$\therefore \overline{BE}=\overline{AE}=6(\text{cm})$
△CDF에서 $\overline{CF}:\overline{DF}=1:\sqrt{3}$이므로
$\overline{CF}:6=1:\sqrt{3}$, $\sqrt{3}\,\overline{CF}=6$
$\therefore \overline{CF}=2\sqrt{3}(\text{cm})$
$\therefore \overline{BC}=\overline{BE}+\overline{EF}+\overline{CF}$
$=6+4+2\sqrt{3}$
$=10+2\sqrt{3}(\text{cm})$
$\therefore \square ABCD=\frac{1}{2}\times\{4+(10+2\sqrt{3})\}\times 6$
$=42+6\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

12 $y=x^2-2x$의 그래프와 $y=x+4$의 그래프가 두 점 A, B에서 만나므로

$x^2-2x=x+4$, $x^2-3x-4=0$

$(x+1)(x-4)=0$

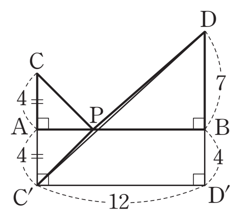
$\therefore x=-1$ 또는 $x=4$

$\therefore \mathrm{A}(-1,\ 3)$, $\mathrm{B}(4,\ 8)$

$\therefore \overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{\{4-(-1)\}^2+(8-3)^2}=\sqrt{50}$

$=5\sqrt{2}$

13 오른쪽 그림과 같이 점 C를 $\overline{\mathrm{AB}}$에 대하여 대칭이동한 점을 C′이라 하면



$\overline{\mathrm{CP}}+\overline{\mathrm{PD}}=\overline{\mathrm{C'P}}+\overline{\mathrm{PD}}$

$\geq \overline{\mathrm{C'D}}$

따라서 점 C′을 지나고 $\overline{\mathrm{AB}}$와 평행한 직선이 $\overline{\mathrm{DB}}$의 연장선과 만나는 점을 D′이라 하면 △DC′D′에서

$\overline{\mathrm{C'D}}=\sqrt{12^2+(7+4)^2}=\sqrt{265}$

이므로 구하는 최솟값은 $\sqrt{265}$이다.

03 입체도형에의 활용 (1)

개념원리 확인하기

본문 92쪽

01 (1) 5, $3\sqrt{10}$ (2) 6, 6, $6\sqrt{3}$ (3) 5 (4) 10

02 (1) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $\dfrac{9\sqrt{2}}{2}$ (2) $\dfrac{9\sqrt{2}}{2}$, $3\sqrt{2}$ (3) $3\sqrt{6}$, $3\sqrt{2}$, 6

(4) $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$, 6, $27\sqrt{3}$

03 (1) 높이 : $\sqrt{6}$, 부피 : $\dfrac{9\sqrt{2}}{4}$

(2) 높이 : $6\sqrt{2}$, 부피 : $54\sqrt{6}$

01 (3) $\sqrt{77}=\sqrt{6^2+4^2+x^2}$

$77=36+16+x^2$ $\quad\therefore x=5$ ($\because x>0$)

(4) $\sqrt{3}x=10\sqrt{3}$ $\quad\therefore x=10$

03 (1) (높이)$=\dfrac{\sqrt{6}}{3}\times 3=\sqrt{6}$

(부피)$=\dfrac{\sqrt{2}}{12}\times 3^3=\dfrac{9\sqrt{2}}{4}$

(2) (높이)$=\dfrac{\sqrt{6}}{3}\times 6\sqrt{3}=6\sqrt{2}$

(부피)$=\dfrac{\sqrt{2}}{12}\times(6\sqrt{3})^3=54\sqrt{6}$

핵심문제 익히기 (확인문제)

본문 93~95쪽

1 $2\sqrt{2}\ \mathrm{cm}^2$ **2** $2\sqrt{2}\ \mathrm{cm}$ **3** $18\sqrt{6}\ \mathrm{cm}^2$

4 (1) $\dfrac{9\sqrt{2}}{4}\ \mathrm{cm}^3$ (2) $\dfrac{9\sqrt{2}}{4}\ \mathrm{cm}^3$

5 (1) $12\sqrt{2}\ \mathrm{cm}^2$ (2) $144\sqrt{2}\ \mathrm{cm}^3$

6 $\dfrac{500\sqrt{2}}{3}\ \mathrm{cm}^3$

1 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm라 하면 대각선의 길이가 $2\sqrt{3}$ cm이므로

$2\sqrt{3}=\sqrt{3}a$ $\quad\therefore a=2(\mathrm{cm})$

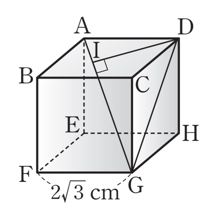
△FGH에서 $\overline{\mathrm{FH}}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

$\therefore$ △BFH$=\dfrac{1}{2}\times\overline{\mathrm{FH}}\times\overline{\mathrm{BF}}$

$=\dfrac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times 2$

$=2\sqrt{2}(\mathrm{cm}^2)$

2 $\overline{\mathrm{DG}}$를 그으면



$\overline{\mathrm{DG}}=\sqrt{2}\times 2\sqrt{3}$

$=2\sqrt{6}(\mathrm{cm})$

$\overline{\mathrm{AG}}=\sqrt{3}\times 2\sqrt{3}=6(\mathrm{cm})$

△AGD에서

$\overline{\mathrm{AG}}\times\overline{\mathrm{DI}}=\overline{\mathrm{AD}}\times\overline{\mathrm{DG}}$

$6\times\overline{\mathrm{DI}}=2\sqrt{3}\times 2\sqrt{6}$

$\therefore \overline{\mathrm{DI}}=2\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

3 $\overline{\mathrm{AM}}=\overline{\mathrm{MG}}=\overline{\mathrm{GN}}=\overline{\mathrm{NA}}$이므로 □AMGN은 마름모이다.

$\overline{\mathrm{MN}}=\overline{\mathrm{BD}}=\sqrt{2}\times 6=6\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

또, $\overline{\mathrm{AG}}=\sqrt{3}\times 6=6\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

$\therefore$ □AMGN$=\dfrac{1}{2}\times\overline{\mathrm{AG}}\times\overline{\mathrm{MN}}$

$=\dfrac{1}{2}\times 6\sqrt{3}\times 6\sqrt{2}$

$=18\sqrt{6}(\mathrm{cm}^2)$

4 (1) 정사면체의 한 모서리의 길이를 a cm라 하면

$\dfrac{\sqrt{6}}{3}a=\sqrt{6}$ $\quad\therefore a=3(\mathrm{cm})$

따라서 정사면체의 부피는

$\dfrac{\sqrt{2}}{12}\times 3^3=\dfrac{9\sqrt{2}}{4}(\mathrm{cm}^3)$

(2) 정사면체의 한 모서리의 길이를 a cm라 하면

$\overline{\mathrm{CM}}=3\,\overline{\mathrm{MH}}=3\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}(\mathrm{cm})$

$\overline{CM}$은 정삼각형 ABC의 높이이므로

$\frac{\sqrt{3}}{2}a=\frac{3\sqrt{3}}{2}$ $\quad\therefore a=3(\text{cm})$

$\therefore$ (부피)$=\frac{\sqrt{2}}{12}\times 3^3=\frac{9\sqrt{2}}{4}(\text{cm}^3)$

5 (1) $\overline{AH}$는 정사면체의 높이이므로

$\overline{AH}=\frac{\sqrt{6}}{3}\times 12=4\sqrt{6}(\text{cm})$

$\overline{MD}$는 $\triangle BCD$의 높이이므로

$\overline{MD}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 12=6\sqrt{3}(\text{cm})$

이때 점 H는 $\triangle BCD$의 무게중심이므로

$\overline{MH}=\frac{1}{3}\overline{MD}=\frac{1}{3}\times 6\sqrt{3}$

$=2\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore \triangle AMH=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 4\sqrt{6}$

$=12\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

(2) (부피)$=\frac{\sqrt{2}}{12}\times 12^3=144\sqrt{2}(\text{cm}^3)$

6 $\overline{CH}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 10\sqrt{2}=5\sqrt{2}(\text{cm})$

$\triangle OHC$에서

$\overline{OH}=\sqrt{10^2-(5\sqrt{2})^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}(\text{cm})$

$\therefore$ (부피)$=\frac{1}{3}\times 10^2\times 5\sqrt{2}=\frac{500\sqrt{2}}{3}(\text{cm}^3)$

이런 문제가 시험에 나온다 본문 96쪽

01 $81\sqrt{3}\text{ cm}^3$ **02** $24\sqrt{2}\text{ cm}^2$ **03** $72\sqrt{2}\text{ cm}^3$

04 $96\sqrt{31}\text{ cm}^3$ **05** $4\sqrt{2}\text{ cm}^2$

06 (1) $32\sqrt{3}\text{ cm}^2$ (2) $\frac{8\sqrt{3}}{3}\text{ cm}$ **07** $2\sqrt{34}\text{ cm}^2$

01 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm라 하면

$\sqrt{3}a=9$ $\quad\therefore a=3\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore$ (부피)$=(3\sqrt{3})^3=81\sqrt{3}(\text{cm}^3)$

02 $\overline{OH}=\frac{\sqrt{6}}{3}\times 12=4\sqrt{6}(\text{cm})$이고

$\overline{CM}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 12=6\sqrt{3}(\text{cm})$

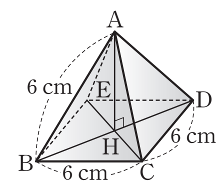
이때 점 H는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{CH}=\frac{2}{3}\overline{CM}=\frac{2}{3}\times 6\sqrt{3}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore \triangle OHC=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times 4\sqrt{6}$

$=24\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

03 꼭짓점 A에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{BD}=\sqrt{2}\times 6=6\sqrt{2}(\text{cm})$

이므로

$\overline{BH}=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{2}=3\sqrt{2}(\text{cm})$

$\triangle ABH$에서

$\overline{AH}=\sqrt{6^2-(3\sqrt{2})^2}$

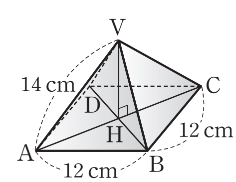
$=\sqrt{18}=3\sqrt{2}(\text{cm})$

$\therefore$ (정팔면체의 부피)$=2\times$(정사각뿔의 부피)

$=2\times\left(\frac{1}{3}\times 6^2\times 3\sqrt{2}\right)$

$=72\sqrt{2}(\text{cm}^3)$

04 주어진 전개도로 만들어지는 정사각뿔은 오른쪽 그림과 같다.



$\overline{AC}=\sqrt{2}\times 12=12\sqrt{2}(\text{cm})$

이므로

$\overline{AH}=\frac{1}{2}\times 12\sqrt{2}=6\sqrt{2}(\text{cm})$

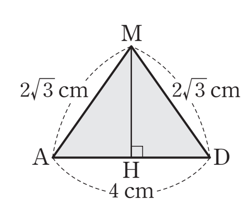
$\triangle VAH$에서

$\overline{VH}=\sqrt{14^2-(6\sqrt{2})^2}=\sqrt{124}=2\sqrt{31}(\text{cm})$

$\therefore$ (정사각뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times 12^2\times 2\sqrt{31}$

$=96\sqrt{31}(\text{cm}^3)$

05 $\overline{MA}=\overline{MD}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 4$



$=2\sqrt{3}(\text{cm})$

이때 점 M에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{AH}=\frac{1}{2}\times 4=2(\text{cm})$이므로

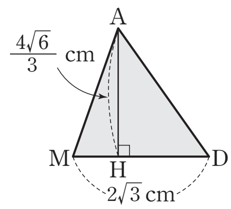
$\overline{MH}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-2^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}(\text{cm})$

$\therefore \triangle AMD=\frac{1}{2}\times 4\times 2\sqrt{2}$

$=4\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

▶ 다른풀이

꼭짓점 A에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라 하면 점 H는 △BCD의 무게중심이므로 중선 MD 위에 있다.



$\overline{AH}=\frac{\sqrt{6}}{3}\times4=\frac{4\sqrt{6}}{3}$(cm)

$\overline{MD}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times4=2\sqrt{3}$(cm)

$\therefore$ $\triangle AMD=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times\frac{4\sqrt{6}}{3}$

$=4\sqrt{2}$(cm^2)

06 (1) △AFC에서

$\overline{AF}=\overline{FC}=\overline{CA}$

$=\sqrt{2}\times8=8\sqrt{2}$(cm)

따라서 △AFC는 한 변의 길이가 $8\sqrt{2}$ cm인 정삼각형이므로

$\triangle AFC=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(8\sqrt{2})^2$

$=32\sqrt{3}$(cm^2)

(2) (삼각뿔 B−AFC의 부피)

$=\frac{1}{3}\times\triangle ABC\times\overline{BF}$

$=\frac{1}{3}\times\triangle AFC\times\overline{BI}$

이므로

$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times8\times8\right)\times8=\frac{1}{3}\times32\sqrt{3}\times\overline{BI}$

$\therefore$ $\overline{BI}=\frac{8\sqrt{3}}{3}$(cm)

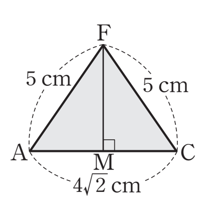
07 $\overline{AC}=\sqrt{4^2+4^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$(cm)

$\overline{AF}=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{25}=5$(cm)

$\overline{CF}=\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{25}=5$(cm)

따라서 △FAC는 $\overline{FA}=\overline{FC}$인 이등변삼각형이다.

이때 꼭짓점 F에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면



$\overline{AM}=\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}=2\sqrt{2}$(cm)

△FAM에서

$\overline{FM}=\sqrt{5^2-(2\sqrt{2})^2}=\sqrt{17}$(cm)

$\therefore$ $\triangle FAC=\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times\sqrt{17}$

$=2\sqrt{34}$(cm^2)

04 입체도형에의 활용 (2)

개념원리 확인하기 본문 98쪽

01 (1) 8, 15, 8, 15, 320π (2) 3, $6\sqrt{2}$, 3, $6\sqrt{2}$, $18\sqrt{2}\pi$

(3) 높이 : $2\sqrt{7}$ cm, 부피 : $24\sqrt{7}\pi$ cm^3

(4) 높이 : $3\sqrt{3}$ cm, 부피 : $9\sqrt{3}\pi$ cm^3

02 풀이 참조 **03** 풀이 참조

01 (3) (높이)$=\sqrt{8^2-6^2}=2\sqrt{7}$(cm)

(부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times6^2\times2\sqrt{7}$

$=24\sqrt{7}\pi$(cm^3)

(4) 원뿔의 높이를 h cm라 하면

$6 : h=2 : \sqrt{3}$ $\therefore$ $h=3\sqrt{3}$(cm)

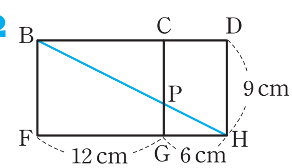
원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$6 : r=2 : 1$ $\therefore$ $r=3$(cm)

$\therefore$ (부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times3\sqrt{3}$

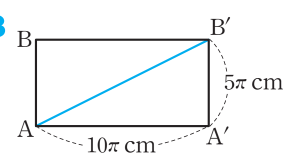
$=9\sqrt{3}\pi$(cm^3)

02



$\overline{BH}=\sqrt{18^2+9^2}=9\sqrt{5}$(cm)

03



$\overline{AB'}=\sqrt{(10\pi)^2+(5\pi)^2}=5\sqrt{5}\pi$(cm)

핵심문제 익히기 (확인문제) 본문 99~100쪽

1 13 cm **2** $36\sqrt{5}\pi$ cm^3 **3** 13 cm **4** 16π cm^2

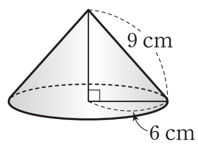
1 원뿔의 높이를 h cm라 하면

(부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times5^2\times h=100\pi$

$\therefore$ $h=12$(cm)

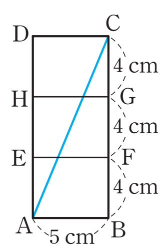
$\triangle$ABO에서 $\overline{AO}=12$ cm이므로
$\overline{AB}=\sqrt{5^2+12^2}=\sqrt{169}=13(\text{cm})$
따라서 원뿔의 모선의 길이는 13 cm이다.

2 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$2\pi\times9\times\frac{240}{360}=2\pi r$ $\quad\therefore r=6(\text{cm})$
이때 주어진 전개도로 만들어지는 원뿔은 오른쪽 그림과 같으므로



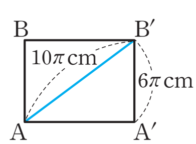
(높이)$=\sqrt{9^2-6^2}=\sqrt{45}$
$=3\sqrt{5}(\text{cm})$
따라서 원뿔의 부피는
$\frac{1}{3}\times\pi\times6^2\times3\sqrt{5}=36\sqrt{5}\pi(\text{cm}^3)$

3 구하는 최단 거리는 오른쪽 그림에서 $\overline{AC}$의 길이와 같으므로



$\overline{AC}=\sqrt{5^2+12^2}$
$=\sqrt{169}$
$=13(\text{cm})$

4 원기둥의 옆면의 전개도를 그리면 오른쪽 그림과 같다.

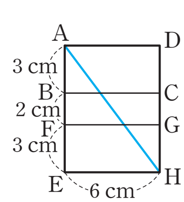


이때 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면 $\overline{AA'}$의 길이는 밑면의 둘레의 길이와 같으므로
$\sqrt{(10\pi)^2-(6\pi)^2}=2\pi r$
$8\pi=2\pi r$ $\quad\therefore r=4(\text{cm})$
따라서 원기둥의 밑넓이는 $\pi\times4^2=16\pi(\text{cm}^2)$

이런 문제가 시험에 나온다 본문 101쪽

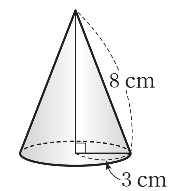
01 10 cm	**02** $3\sqrt{55}\pi$ cm^3	**03** $243\sqrt{3}\pi$ cm^3
04 80π cm^2	**05** $8\sqrt{2}$ cm	**06** $8\sqrt{10}\pi$ cm

01 구하는 최단 거리는 오른쪽 그림에서 $\overline{AH}$의 길이와 같으므로



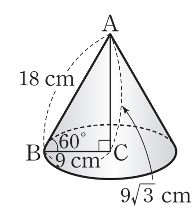
$\overline{AH}=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}$
$=10(\text{cm})$

02 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$2\pi\times8\times\frac{135}{360}=2\pi r$
$\therefore r=3(\text{cm})$
이때 주어진 전개도로 만들어지는 원뿔은 오른쪽 그림과 같으므로



(높이)$=\sqrt{8^2-3^2}$
$=\sqrt{55}(\text{cm})$
따라서 원뿔의 부피는
$\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times\sqrt{55}=3\sqrt{55}\pi(\text{cm}^3)$

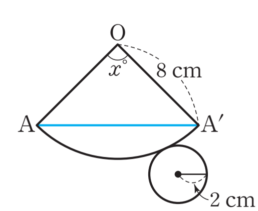
03 $\triangle$ABC에서 $\overline{AB}:\overline{BC}=2:1$이므로
$18:\overline{BC}=2:1$, $2\overline{BC}=18$
$\therefore \overline{BC}=9(\text{cm})$
또, $\overline{AB}:\overline{AC}=2:\sqrt{3}$이므로
$18:\overline{AC}=2:\sqrt{3}$, $2\overline{AC}=18\sqrt{3}$
$\therefore \overline{AC}=9\sqrt{3}(\text{cm})$
이때 $\triangle$ABC를 직선 l을 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같다.



따라서 입체도형의 부피는
$\frac{1}{3}\times\pi\times9^2\times9\sqrt{3}$
$=243\sqrt{3}\pi(\text{cm}^3)$

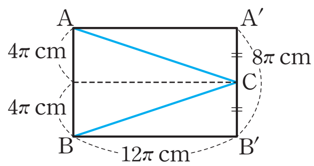
04 $\overline{OP}=12$ cm이므로 $\triangle$POH에서
$\overline{PH}=\sqrt{12^2-8^2}$
$=\sqrt{80}=4\sqrt{5}(\text{cm})$
따라서 단면인 원의 반지름의 길이가 $4\sqrt{5}$ cm이므로 구하는 넓이는
$\pi\times(4\sqrt{5})^2=80\pi(\text{cm}^2)$

05 원뿔의 전개도를 그리면 오른쪽 그림과 같다.
이때 중심각의 크기를 $x°$라 하면



$2\pi\times8\times\frac{x}{360}=2\pi\times2$
$\therefore x=90$
따라서 $\triangle$OAA′은 직각삼각형이고 구하는 최단 거리는 $\overline{AA'}$의 길이와 같으므로
$\overline{AA'}=\sqrt{8^2+8^2}$
$=\sqrt{128}=8\sqrt{2}(\text{cm})$

06 밑면인 원의 둘레의 길이는
$2\pi\times6=12\pi(\mathrm{cm})$
점 A에서 B까지 갈 때 지나는 원기둥의 옆면의 전개도를 그리면 다음 그림과 같다.



∴ (필요한 실의 최소 길이)$=\overline{AC}+\overline{BC}=2\,\overline{BC}$
$=2\sqrt{(12\pi)^2+(4\pi)^2}$
$=2\times4\sqrt{10}\pi$
$=8\sqrt{10}\pi(\mathrm{cm})$

1 Step (기본문제)

본문 102~104쪽

01 ④	**02** ③	**03** ①	**04** ①
05 $72\sqrt{3}$	**06** $14\ \mathrm{cm}^2$	**07** $\frac{9\sqrt{3}}{4}$	**08** ③
09 $\frac{448}{3}\ \mathrm{cm}^3$	**10** ⑤	**11** ①	**12** ⑤
13 $4\sqrt{3}$ cm **14** 12	**15** $27\sqrt{3}\ \mathrm{cm}^2$		**16** ④
17 ④	**18** 6 cm	**19** $2\sqrt{58}$ cm	

01 $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=25\sqrt{3}$이므로 $a^2=100$
$\therefore a=10(\mathrm{cm})\ (\because a>0)$
$\therefore h=\frac{\sqrt{3}}{2}\times10=5\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

02 ① $\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{25}=5$
② $\sqrt{(-3-2)^2+\{2-(-3)\}^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$
③ $\sqrt{(5-1)^2+(3-4)^2}=\sqrt{17}$
④ $\sqrt{\{1-(-4)\}^2+(6-7)^2}=\sqrt{26}$
⑤ $\sqrt{\{1-(-3)\}^2+\{-3-(-1)\}^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

03 $\overline{DH}=x$ cm라 하면
$\sqrt{(4\sqrt{2})^2+4^2+x^2}=8$
$48+x^2=64,\ x^2=16$
$\therefore x=4(\mathrm{cm})\ (\because x>0)$

04 $\overline{AB}=\sqrt{\{a-(-1)\}^2+(-2-2)^2}=4\sqrt{2}$이므로
$(a+1)^2+(-4)^2=(4\sqrt{2})^2$
$a^2+2a-15=0,\ (a+5)(a-3)=0$
$\therefore a=-5$ 또는 $a=3$
그런데 점 B는 제3사분면 위의 점이므로 $a<0$
$\therefore a=-5$

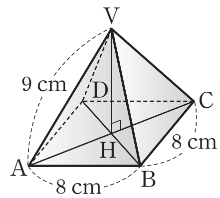
05 $\triangle$OCD는 높이가 6인 정삼각형이므로 $\triangle$OCD의 한 변의 길이를 a라 하면
$\frac{\sqrt{3}}{2}a=6\qquad\therefore a=4\sqrt{3}$
$\therefore \triangle\mathrm{OCD}=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(4\sqrt{3})^2$
$=12\sqrt{3}$
따라서 정육각형의 넓이는
$6\triangle\mathrm{OCD}=6\times12\sqrt{3}=72\sqrt{3}$

06 $\triangle$ABD에서 $\overline{AB}:\overline{AD}:\overline{BD}=\sqrt{2}:1:1$이므로
$4\sqrt{2}:\overline{AD}:\overline{BD}=\sqrt{2}:1:1$
$\therefore \overline{AD}=\overline{BD}=4(\mathrm{cm})$
$\triangle$ADC에서
$\overline{CD}=\sqrt{5^2-4^2}=\sqrt{9}=3(\mathrm{cm})$
$\therefore \triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\times7\times4$
$=14(\mathrm{cm}^2)$

07 점 G는 $\triangle$ABC의 무게중심이므로
$\overline{AM}=\frac{3}{2}\overline{AG}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$
이때 정삼각형 ABC의 한 변의 길이를 a라 하면
$\frac{\sqrt{3}}{2}a=\frac{3\sqrt{3}}{2}\qquad\therefore a=3$
$\therefore \triangle\mathrm{ABC}=\frac{\sqrt{3}}{4}\times3^2=\frac{9\sqrt{3}}{4}$

08 $\overline{BD}=\sqrt{16^2+12^2}=\sqrt{400}=20(\mathrm{cm})$
$\triangle$ABD에서 $\overline{AB}^2=\overline{BG}\times\overline{BD}$이므로
$12^2=\overline{BG}\times20\qquad\therefore \overline{BG}=\frac{36}{5}(\mathrm{cm})$
이때 $\triangle\mathrm{ABG}\equiv\triangle\mathrm{CDH}$(RHA 합동)이므로
$\overline{BG}=\overline{DH}$
$\therefore \overline{GH}=\overline{BD}-(\overline{BG}+\overline{DH})$
$=\overline{BD}-2\overline{BG}$
$=20-2\times\frac{36}{5}$
$=\frac{28}{5}(\mathrm{cm})$

09 꼭짓점 V에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라 하자.



$\overline{AC}=\sqrt{2}\times 8=8\sqrt{2}(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AH}=\dfrac{1}{2}\times 8\sqrt{2}=4\sqrt{2}(\text{cm})$

$\triangle$VAH에서

$\overline{VH}=\sqrt{9^2-(4\sqrt{2})^2}=\sqrt{49}=7(\text{cm})$

$\therefore$ (부피)$=\dfrac{1}{3}\times 8^2\times 7=\dfrac{448}{3}(\text{cm}^3)$

10 $\triangle$ABC의 한 변의 길이를 a cm라 하면

$\overline{AD}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$ cm

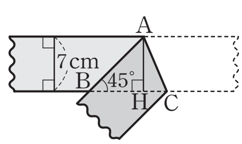
$\triangle ADE=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}a\right)^2=24\sqrt{3}$

$\dfrac{3\sqrt{3}}{16}a^2=24\sqrt{3},\ a^2=128$

$\therefore\ a=8\sqrt{2}(\text{cm})\ (\because\ a>0)$

$\therefore\ \triangle ABC=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times(8\sqrt{2})^2=32\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

11 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle$ABH에서

$\overline{AB}:\overline{AH}=\sqrt{2}:1$이므로

$\overline{AB}:7=\sqrt{2}:1$ $\quad\therefore\ \overline{AB}=7\sqrt{2}(\text{cm})$

12 $\triangle$ABH에서 $\overline{AB}:\overline{AH}=2:\sqrt{3}$이므로

$12:\overline{AH}=2:\sqrt{3},\ 2\overline{AH}=12\sqrt{3}$

$\therefore\ \overline{AH}=6\sqrt{3}(\text{cm})$

또, $\overline{AB}:\overline{BH}=2:1$이므로

$12:\overline{BH}=2:1,\ 2\overline{BH}=12$

$\therefore\ \overline{BH}=6(\text{cm})$

따라서 원뿔의 부피는

$\dfrac{1}{3}\times\pi\times 6^2\times 6\sqrt{3}=72\sqrt{3}\pi(\text{cm}^3)$

13 $\triangle$ABC에서 $\overline{AB}:\overline{AC}=2:1$이므로

$12:\overline{AC}=2:1,\ 2\overline{AC}=12$

$\therefore\ \overline{AC}=6(\text{cm})$

$\angle BAC=180^\circ-(30^\circ+90^\circ)=60^\circ$이므로

$\angle DAC=\dfrac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$

$\triangle$ADC에서 $\overline{AD}:\overline{AC}=2:\sqrt{3}$이므로

$\overline{AD}:6=2:\sqrt{3},\ \sqrt{3}\,\overline{AD}=12$

$\therefore\ \overline{AD}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

14 $\overline{AC}=x$라 하면 $\overline{AB}=\sqrt{3}x$, $\overline{BC}=2x$

색칠한 부분의 넓이는 $\triangle$ABC의 넓이와 같으므로

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times x\times\sqrt{3}x$

$\qquad\quad=18\sqrt{3}$

$x^2=36\quad\therefore\ x=6\ (\because\ x>0)$

$\therefore\ \overline{BC}=2x=12$

15 $\overline{AB}=\sqrt{3^2+3^2}$

$\qquad=\sqrt{18}=3\sqrt{2}(\text{cm})$

이때 정육각형은 합동인 6개의 정삼각형으로 나누어지므로 구하는 정육각형의 넓이는

$6\times\left\{\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times(3\sqrt{2})^2\right\}=27\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

16 $y=2x^2-12x+14=2(x-3)^2-4$

따라서 꼭짓점 A$(3,\ -4)$이고

y절편은 14이므로 B$(0,\ 14)$

$\therefore\ \overline{AB}=\sqrt{(0-3)^2+\{14-(-4)\}^2}$

$\qquad=\sqrt{333}$

$\qquad=3\sqrt{37}$

17 $\overline{AG}=\sqrt{3^2+5^2+4^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$이고

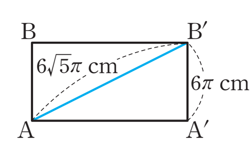
$\triangle$EFG에서 $\overline{EG}=\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{25}=5$

$\triangle$AEG에서 $\overline{AE}\times\overline{EG}=\overline{AG}\times\overline{EI}$이므로

$5\times 5=5\sqrt{2}\times\overline{EI}$

$\therefore\ \overline{EI}=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$

18 원기둥의 옆면의 전개도를 그리면 오른쪽 그림과 같다.



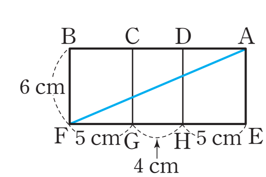
이때 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면 $\overline{AA'}$의 길이는 밑면인 원의 둘레의 길이와 같으므로

$\sqrt{(6\sqrt{5}\pi)^2-(6\pi)^2}=2\pi r$

$12\pi=2\pi r$

$\therefore\ r=6(\text{cm})$

19 구하는 최단 거리는 $\overline{FA}$의 길이와 같으므로



$\overline{FA}=\sqrt{14^2+6^2}$

$\qquad=\sqrt{232}$

$\qquad=2\sqrt{58}(\text{cm})$

2 Step (발전문제) 본문 105~107쪽

01 $6(\sqrt{2}+1)$	**02** ②	**03** $4\sqrt{7}$ cm
04 $28\sqrt{3}$ cm^2	**05** 32 cm	**06** $4\sqrt{5}$
07 $18\sqrt{2}$	**08** ⑤	**09** 39 km
10 $6\sqrt{2}$	**11** 5 cm	**12** (1) 10 (2) 14
13 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$	**14** $3(\sqrt{3}-1)$	**15** $4\sqrt{5}$ cm
16 $2\sqrt{6}$ cm	**17** $\frac{16\sqrt{3}}{3}\pi$	**18** $12\sqrt{11}$ cm^2
19 $30\sqrt{3}$		

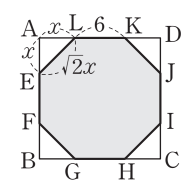
01 $\overline{AE}=x$라 하면

$\sqrt{2}x=6$ $\quad\therefore x=3\sqrt{2}$

따라서 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는

$2x+6=6\sqrt{2}+6$

$=6(\sqrt{2}+1)$



02 $\overline{AC}$, $\overline{AF}$를 그으면

$\overline{AF}=\overline{FC}=\overline{CA}$

$=\sqrt{2^2+2^2}$

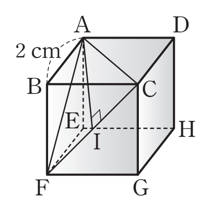
$=\sqrt{8}$

$=2\sqrt{2}$(cm)

이므로 △AFC는 정삼각형이다.

이때 $\overline{AI}$는 △AFC의 높이이므로

$\overline{AI}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 2\sqrt{2}=\sqrt{6}$(cm)



03 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\angle ABH=180^\circ-(90^\circ+60^\circ)$

$=30^\circ$

△ABH에서

$\overline{AB}:\overline{BH}=2:\sqrt{3}$이므로

$8:\overline{BH}=2:\sqrt{3}$, $2\overline{BH}=8\sqrt{3}$

$\therefore \overline{BH}=4\sqrt{3}$(cm)

또, $\overline{AB}:\overline{AH}=2:1$이므로

$8:\overline{AH}=2:1$, $2\overline{AH}=8$

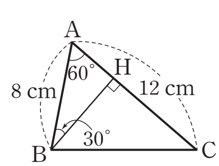
$\therefore \overline{AH}=4$(cm)

$\therefore \overline{CH}=12-4=8$(cm)

△BCH에서

$\overline{BC}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2+8^2}$

$=\sqrt{112}=4\sqrt{7}$(cm)



04 (색칠한 부분의 넓이)

$=2\times$(한 변의 길이가 8 cm인 정삼각형의 넓이)

$-$(한 변의 길이가 4 cm인 정삼각형의 넓이)

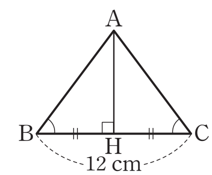
$=2\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times 8^2-\frac{\sqrt{3}}{4}\times 4^2$

$=32\sqrt{3}-4\sqrt{3}$

$=28\sqrt{3}$(cm^2)

05 $\angle B=\angle C$이므로 △ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이다.

꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 △ABC의 넓이가 48 cm^{2}이므로



$\frac{1}{2}\times 12\times\overline{AH}=48$

$\therefore \overline{AH}=8$(cm)

$\overline{BH}=\frac{1}{2}\times 12=6$(cm)이므로

△ABH에서

$\overline{AB}=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}=10$(cm)

따라서 △ABC의 둘레의 길이는

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=10+12+10$

$=32$(cm)

06 $\overline{AD}=\overline{BD}=x$라 하면

$\overline{AC}=\overline{BC}=\sqrt{x^2+2^2+4^2}=\sqrt{x^2+20}$

이때 △ABC는 직각이등변삼각형이므로

$\overline{AC}^2+\overline{BC}^2=\overline{AB}^2$에서

$(\sqrt{x^2+20})^2+(\sqrt{x^2+20})^2=(2x)^2$

$2x^2+40=4x^2$, $x^2=20$

$\therefore x=2\sqrt{5}$ ($\because x>0$)

$\therefore \overline{AB}=2\times 2\sqrt{5}=4\sqrt{5}$

07 정사면체의 한 모서리의 길이를 a라 하면

$\overline{DM}=\frac{\sqrt{3}}{2}a$

점 H는 △BCD의 무게중심이므로

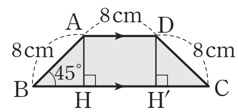
$\overline{DH}=\frac{2}{3}\overline{DM}$에서

$2\sqrt{3}=\frac{2}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}a$ $\quad\therefore a=6$

따라서 정사면체의 부피는

$\frac{\sqrt{2}}{12}\times 6^3=18\sqrt{2}$

08 두 꼭짓점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라 하자.



△ABH에서

$\overline{AB} : \overline{AH} : \overline{BH} = \sqrt{2} : 1 : 1$이므로

$8 : \overline{AH} : \overline{BH} = \sqrt{2} : 1 : 1$

$\therefore \overline{AH} = \overline{BH} = 4\sqrt{2}(\text{cm})$

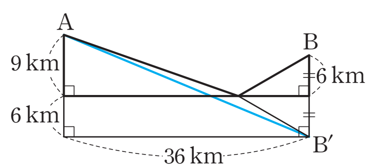
이때 △ABH≡△DCH′ (RHA 합동)이므로

$\overline{CH'} = \overline{BH} = 4\sqrt{2}\text{ cm}$

$\therefore \square ABCD = \frac{1}{2} \times \{8 + (8 + 8\sqrt{2})\} \times 4\sqrt{2}$

$= 32(\sqrt{2}+1)(\text{cm}^2)$

09 다음 그림과 같이 강가에 대하여 점 B와 대칭인 점을 B′이라 하면

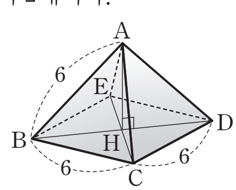


$\therefore$ (최단 거리)$= \overline{AB'} = \sqrt{36^2 + 15^2}$

$= \sqrt{1521} = 39(\text{km})$

10 정팔면체는 모든 모서리의 길이가 같은 정사각뿔 2개의 밑면을 꼭맞게 붙인 것과 같으므로 $\overline{AF}$는 모든 모서리의 길이가 6인 정사각뿔의 높이의 2배이다.

오른쪽 그림의 정사각뿔에서



$\overline{BD} = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2}$

$\therefore \overline{BH} = 3\sqrt{2}$

△ABH에서

$\overline{AH} = \sqrt{6^2 - (3\sqrt{2})^2} = \sqrt{18}$

$= 3\sqrt{2}$

$\therefore \overline{AF} = 2\,\overline{AH}$

$= 2 \times 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$

11 단면인 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\pi r^2 = 39\pi \qquad \therefore r = \sqrt{39}(\text{cm})\ (\because r > 0)$

△OAH에서

$\overline{OH} = \sqrt{8^2 - (\sqrt{39})^2} = \sqrt{25} = 5(\text{cm})$

12 (1) $\overline{AB} = \sqrt{(-3-2)^2 + (0-5)^2}$

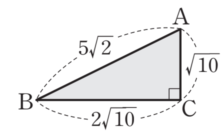
$= \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

$\overline{BC} = \sqrt{\{3-(-3)\}^2 + (2-0)^2}$

$= \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

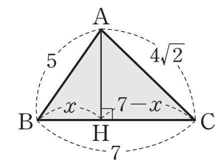
$\overline{CA} = \sqrt{(2-3)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{10}$

따라서 $\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{CA}^2$이므로 △ABC는 오른쪽 그림과 같이 ∠C=90°인 직각삼각형이다.



$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{10} \times \sqrt{10} = 10$

(2) 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하자.



$\overline{BH} = x$라 하면

$\overline{CH} = 7 - x$

△ABH에서

$\overline{AH}^2 = 5^2 - x^2$

△AHC에서

$\overline{AH}^2 = (4\sqrt{2})^2 - (7-x)^2$

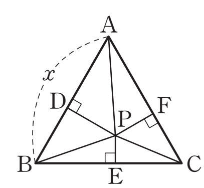
$5^2 - x^2 = (4\sqrt{2})^2 - (7-x)^2$이므로

$14x = 42 \qquad \therefore x = 3$

$\therefore \overline{AH} = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4$

$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 7 \times 4 = 14$

13 정삼각형의 한 변의 길이를 x라 하고 $\overline{AP}$, $\overline{BP}$, $\overline{CP}$를 그으면



△ABC

$= \triangle ABP + \triangle BCP + \triangle CAP$

$= \frac{1}{2} \times x \times \overline{PD} + \frac{1}{2} \times x \times \overline{PE}$

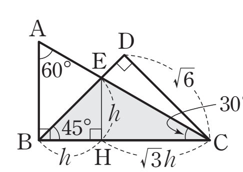
$+ \frac{1}{2} \times x \times \overline{PF}$

$= \frac{1}{2}x(\overline{PD} + \overline{PE} + \overline{PF})$

$= \frac{1}{2}x \times 2 = x$

따라서 $\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 = x$이므로 $x = \frac{4\sqrt{3}}{3}$

14 △DBC에서



$\sqrt{6} : \overline{BC} = 1 : \sqrt{2}$

$\therefore \overline{BC} = 2\sqrt{3}$

점 E에서 변 BC에 내린 수선의 발을 H라 하면

∠ECH=30°

$\overline{EH} = h$라 하면 $\overline{BH} = h$, $\overline{CH} = \sqrt{3}h$이므로

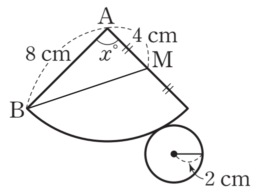
$h + \sqrt{3}h = 2\sqrt{3}$

$\therefore h = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1} = 3 - \sqrt{3}$

$\therefore \triangle EBC = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times (3 - \sqrt{3})$

$= 3(\sqrt{3} - 1)$

15 원뿔의 전개도를 그리면 오른쪽 그림과 같다.



이때 부채꼴의 중심각의 크기를 $x°$라 하면

$2\pi\times8\times\frac{x}{360}=2\pi\times2$

$\therefore x=90$

따라서 $\triangle$ABM은 $\angle A=90°$인 직각삼각형이고 구하는 최단 거리는 $\overline{BM}$의 길이와 같으므로

$\overline{BM}=\sqrt{8^2+4^2}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$(cm)

16 $\square$ADEF에서 $\overline{AE}=\sqrt{2}\times3=3\sqrt{2}$(cm)이고

$\angle AEF=45°$이므로 $\angle AEC=45°+45°=90°$

이때 $\overline{AE}$는 $\triangle$ABC의 높이이므로

$\overline{BC}=x$ cm라 하면

$\frac{\sqrt{3}}{2}x=3\sqrt{2}$

$\therefore x=2\sqrt{6}$(cm)

▶ 다른풀이

$\square$ADEF에서 $\overline{AE}=\sqrt{2}\times3=3\sqrt{2}$(cm)이고

$\angle AEF=45°$이므로

$\angle AEC=45°+45°=90°$

$\triangle$AEC에서 $\angle C=60°$, $\angle EAC=30°$이므로

$\overline{EC}:\overline{AE}=1:\sqrt{3}$, $\overline{EC}:3\sqrt{2}=1:\sqrt{3}$

$\sqrt{3}\,\overline{EC}=3\sqrt{2}$

$\therefore \overline{EC}=\sqrt{6}$(cm)

$\therefore \overline{BC}=2\times\sqrt{6}=2\sqrt{6}$(cm)

17 $\triangle$AOC에서 $\overline{AO}=\overline{CO}$이고

$\overline{AO}:\overline{AC}=1:\sqrt{2}$이므로

$\overline{AO}:2\sqrt{6}=1:\sqrt{2}$, $\sqrt{2}\,\overline{AO}=2\sqrt{6}$

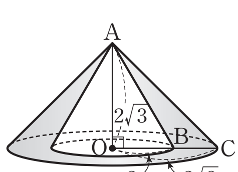
$\therefore \overline{AO}=\overline{CO}=2\sqrt{3}$

$\triangle$AOB에서 $\overline{AO}:\overline{BO}=\sqrt{3}:1$이므로

$2\sqrt{3}:\overline{BO}=\sqrt{3}:1$, $\sqrt{3}\,\overline{BO}=2\sqrt{3}$

$\therefore \overline{BO}=2$

$\triangle$ABC를 직선 l을 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형은 다음 그림과 같다. 이때 $\overline{OC}$를 밑면의 반지름으로 하는 원뿔의 부피를 V_1, $\overline{OB}$를 밑면의 반지름으로 하는 원뿔의 부피를 V_2라 하면 구하는 부피는 V_1-V_2이다.



$V_1=\frac{1}{3}\times\pi\times(2\sqrt{3})^2\times2\sqrt{3}=8\sqrt{3}\pi$

$V_2=\frac{1}{3}\times\pi\times2^2\times2\sqrt{3}=\frac{8\sqrt{3}}{3}\pi$

$\therefore V_1-V_2=8\sqrt{3}\pi-\frac{8\sqrt{3}}{3}\pi$

$=\frac{16\sqrt{3}}{3}\pi$

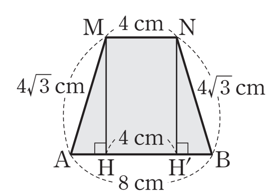
18 $\overline{AM}$과 $\overline{BN}$은 한 변의 길이가 8 cm인 정삼각형의 높이이므로

$\overline{AM}=\overline{BN}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times8=4\sqrt{3}$(cm)

$\triangle$VDC에서 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의하여

$\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{DC}=\frac{1}{2}\times8=4$(cm)

이때 두 꼭짓점 M, N에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라 하면



$\overline{HH'}=\overline{MN}=4$ cm,

$\overline{AH}=\overline{BH'}=\frac{1}{2}\times(8-4)$

$=2$(cm)

$\triangle$MAH에서

$\overline{MH}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2-2^2}=\sqrt{44}=2\sqrt{11}$(cm)

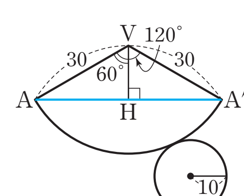
$\therefore \square MABN=\frac{1}{2}\times(4+8)\times2\sqrt{11}$

$=12\sqrt{11}$(cm^2)

19 원뿔의 전개도를 그렸을 때 옆면인 부채꼴의 중심각의 크기를 $x°$라 하면

$2\pi\times30\times\frac{x}{360}=2\pi\times10$ $\quad\therefore x=120$

이때 원뿔의 전개도를 그리면 다음 그림과 같다.



점 V에서 $\overline{AA'}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\angle AVH=60°$이므로

$\triangle$VAH에서

$\overline{AH}:\overline{VA}=\sqrt{3}:2$이므로

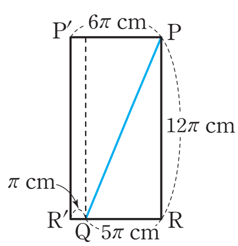
$\overline{AH}:30=\sqrt{3}:2$, $2\overline{AH}=30\sqrt{3}$

$\therefore \overline{AH}=15\sqrt{3}$
$\therefore \overline{AA'}=2\times15\sqrt{3}=30\sqrt{3}$

3 Step (실력UP) 본문 108쪽

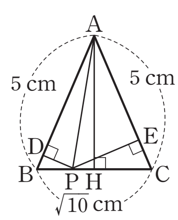
01 13π cm **02** 3 cm **03** $\dfrac{3\sqrt{6}}{2}$ cm
04 $4\sqrt{6}$ **05** $6\sqrt{2}$ cm

01 전개도에서 가장 짧은 실의 길이는 $\overline{PQ}$의 길이이다.



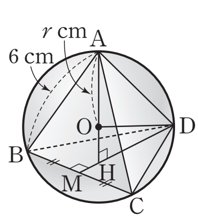
$\overline{R'Q}=6\pi\times\dfrac{60}{360}$
$=\pi(\text{cm})$
$\therefore \overline{RQ}=6\pi-\pi$
$=5\pi(\text{cm})$
$\triangle PQR$에서
$\overline{PQ}=\sqrt{(5\pi)^2+(12\pi)^2}$
$=\sqrt{169\pi^2}=13\pi(\text{cm})$

02 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



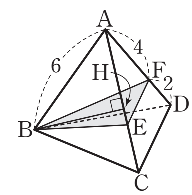
$\overline{BH}=\dfrac{\sqrt{10}}{2}$ cm
$\triangle ABH$에서
$\overline{AH}=\sqrt{5^2-\left(\dfrac{\sqrt{10}}{2}\right)^2}$
$=\sqrt{\dfrac{90}{4}}=\dfrac{3\sqrt{10}}{2}(\text{cm})$
$\overline{AP}$를 그으면 $\triangle ABC=\triangle ABP+\triangle ACP$이므로
$\dfrac{1}{2}\times\sqrt{10}\times\dfrac{3\sqrt{10}}{2}=\dfrac{1}{2}\times5\times\overline{PD}+\dfrac{1}{2}\times5\times\overline{PE}$
$\dfrac{15}{2}=\dfrac{5}{2}(\overline{PD}+\overline{PE})$
$\therefore \overline{PD}+\overline{PE}=3(\text{cm})$

03 꼭짓점 A에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{AH}$는 구의 중심 O를 지나고 점 H는 $\triangle BCD$의 무게중심이다.

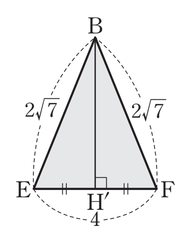


$\triangle AHD$에서
$\overline{DH}=\dfrac{2}{3}\overline{DM}=\dfrac{2}{3}\times\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times6\right)$
$=2\sqrt{3}(\text{cm})$
$\overline{AH}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}\times6=2\sqrt{6}(\text{cm})$
구의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$\overline{OH}=2\sqrt{6}-r(\text{cm})$
$\triangle OHD$에서
$r^2=(2\sqrt{6}-r)^2+(2\sqrt{3})^2$
$4\sqrt{6}r=36 \qquad \therefore r=\dfrac{3\sqrt{6}}{2}(\text{cm})$

04 $\triangle ABC$는 정삼각형이고 점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

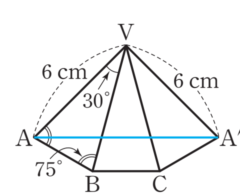


$\overline{BH}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times6=3\sqrt{3}$
$\overline{AE}=\dfrac{2}{3}\overline{AC}=\dfrac{2}{3}\times6=4$이고
$\overline{AH}=\dfrac{1}{2}\times6=3$이므로
$\overline{EH}=4-3=1$
$\triangle BEH$에서
$\overline{BE}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+1^2}=\sqrt{28}=2\sqrt{7}$
이때 $\triangle ACD$에서 $\overline{AE}:\overline{AC}=\overline{AF}:\overline{AD}=2:3$이므로
$\overline{EF}\,/\!/\,\overline{CD}$
즉, $\overline{AF}:\overline{AD}=\overline{EF}:\overline{CD}$이므로
$2:3=\overline{EF}:6,\ 3\overline{EF}=12$
$\therefore \overline{EF}=4$
따라서 $\triangle BEF$는 $\overline{BE}=\overline{BF}=2\sqrt{7}$, $\overline{EF}=4$인 이등변삼각형이므로 꼭짓점 B에서 $\overline{EF}$에 내린 수선의 발을 H′이라 하면 $\triangle BEH'$에서



$\overline{BH'}=\sqrt{(2\sqrt{7})^2-2^2}$
$=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$
$\therefore \triangle BEF=\dfrac{1}{2}\times4\times2\sqrt{6}$
$=4\sqrt{6}$

05 구하는 최단 거리는 $\overline{AA'}$의 길이이다.



$\overline{VA}=\overline{VB}=\overline{VC}=\overline{VA'}$이고
$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA'}$이므로
$\triangle VAB\equiv\triangle VBC$
$\equiv\triangle VCA'$ (SSS 합동)이다.
$\triangle VAB$에서 $\angle VAB=\angle VBA=75°$이므로
$\angle AVB=180°-2\times75°=30°$
$\therefore \angle AVB=\angle BVC=\angle CVA'=30°$
따라서 $\triangle VAA'$은 $\angle AVA'=90°$인 직각삼각형이므로
$\overline{AA'}=\sqrt{6^2+6^2}=\sqrt{72}=6\sqrt{2}(\text{cm})$

서술형 대비 문제

본문 109~110쪽

1 $96\pi\ \text{cm}^3$ **2** $\dfrac{27\sqrt{2}}{2}$ **3** $2\sqrt{19}$ **4** $10\sqrt{3}$

5 $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$ **6** 20π cm

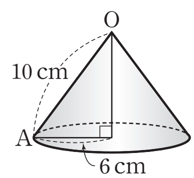
1

1단계 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi r=12\pi$

$\therefore r=6(\text{cm})$

2단계 이때 주어진 전개도로 만들어지는 원뿔은 오른쪽 그림과 같으므로



$(\text{높이})=\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{64}$

$=8(\text{cm})$

3단계 $\therefore (\text{부피})=\dfrac{1}{3}\times(\pi\times6^2)\times8$

$=96\pi(\text{cm}^3)$

2

1단계 $\overline{\text{DM}}$은 정삼각형의 높이이므로

$\overline{\text{DM}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times9=\dfrac{9\sqrt{3}}{2}$

점 H는 △BCD의 무게중심이므로

$\overline{\text{DH}}=\dfrac{2}{3}\overline{\text{DM}}=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{9\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$

2단계 직각삼각형 AHD에서

$\overline{\text{AH}}=\sqrt{9^2-(3\sqrt{3})^2}$

$=\sqrt{54}=3\sqrt{6}$

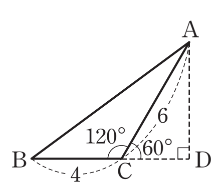
3단계 $\therefore \triangle\text{AHD}=\dfrac{1}{2}\times\overline{\text{DH}}\times\overline{\text{AH}}$

$=\dfrac{1}{2}\times3\sqrt{3}\times3\sqrt{6}$

$=\dfrac{27\sqrt{2}}{2}$

3

1단계 점 A에서 $\overline{\text{BC}}$의 연장선에 내린 수선의 발을 D라 하면



△ACD에서

$\overline{\text{AC}}:\overline{\text{AD}}=2:\sqrt{3}$

즉, $6:\overline{\text{AD}}=2:\sqrt{3}$

$2\overline{\text{AD}}=6\sqrt{3}$

$\therefore \overline{\text{AD}}=3\sqrt{3}$

2단계 △ACD에서

$\overline{\text{AC}}:\overline{\text{CD}}=2:1$이므로

$6:\overline{\text{CD}}=2:1$, $2\overline{\text{CD}}=6$

$\therefore \overline{\text{CD}}=3$

3단계 △ABD에서

$\overline{\text{AB}}=\sqrt{(\overline{\text{BC}}+\overline{\text{CD}})^2+\overline{\text{AD}}^2}$

$=\sqrt{(4+3)^2+(3\sqrt{3})^2}$

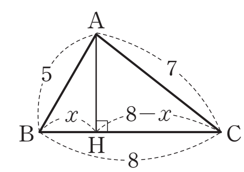
$=\sqrt{76}$

$=2\sqrt{19}$

단계	채점요소	배점
1	$\overline{\text{AD}}$의 길이 구하기	2점
2	$\overline{\text{CD}}$의 길이 구하기	2점
3	$\overline{\text{AB}}$의 길이 구하기	2점

4

1단계 꼭짓점 A에서 $\overline{\text{BC}}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{\text{BH}}=x$라 하면



$\overline{\text{CH}}=8-x$

2단계 △ABH에서

$\overline{\text{AH}}^2=5^2-x^2$ …… ㉠

△ACH에서

$\overline{\text{AH}}^2=7^2-(8-x)^2$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $5^2-x^2=7^2-(8-x)^2$

$16x=40$

$\therefore x=\dfrac{5}{2}$

△ABH에서

$\overline{\text{AH}}=\sqrt{5^2-\left(\dfrac{5}{2}\right)^2}=\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$

3단계 $\therefore \triangle\text{ABC}=\dfrac{1}{2}\times8\times\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$

$=10\sqrt{3}$

단계	채점요소	배점
1	$\overline{\text{BH}}$, $\overline{\text{CH}}$를 미지수 x를 사용하여 나타내기	1점
2	$\overline{\text{AH}}$의 길이 구하기	4점
3	△ABC의 넓이 구하기	2점

5

1단계 △ABF에서 $\overline{\text{AB}}=\overline{\text{BF}}=4$이므로

$\overline{\text{AF}}=4\sqrt{2}$

즉, △AFC는 한 변의 길이가 $4\sqrt{2}$인 정삼각형이므로

$\triangle\text{AFC}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times(4\sqrt{2})^2=8\sqrt{3}$

2단계 꼭짓점 B에서 △AFC에 내린 수선의 발을 I라 하면

(삼각뿔 B−AFC의 부피)

=(삼각뿔 F−ABC의 부피)이므로

3단계 $\frac{1}{3}\times\triangle\mathrm{AFC}\times\overline{\mathrm{BI}}=\frac{1}{3}\times\triangle\mathrm{ABC}\times\overline{\mathrm{BF}}$

$\frac{1}{3}\times 8\sqrt{3}\times\overline{\mathrm{BI}}=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times 4\times 4\right)\times 4$

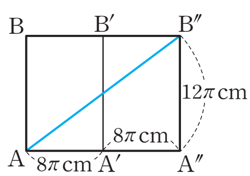
$\therefore\ \overline{\mathrm{BI}}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$

단계	채점요소	배점
1	$\triangle$AFC의 넓이 구하기	2점
2	(삼각뿔 B$-$AFC의 부피)$=$(삼각뿔 F$-$ABC의 부피)임을 알기	3점
3	$\overline{\mathrm{BI}}$의 길이 구하기	3점

6 1단계 밑면인 원의 둘레의 길이는

$2\pi\times 4=8\pi(\mathrm{cm})$

2단계 다음 그림의 전개도에서 구하는 최단 거리는 $\overline{\mathrm{AB''}}$의 길이이므로



3단계 $\overline{\mathrm{AB''}}$

$=\sqrt{(12\pi)^2+(8\pi+8\pi)^2}$

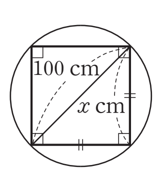
$=\sqrt{400\pi^2}=20\pi(\mathrm{cm})$

단계	채점요소	배점
1	밑면인 원의 둘레의 길이 구하기	2점
2	전개도에 최단 거리 나타내기	3점
3	최단 거리 구하기	3점

생활 속의 수학

본문 111쪽

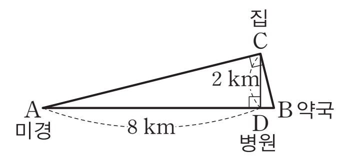
1 정사각형의 대각선의 길이가 100 cm일 때 밑면의 넓이가 최대이므로 밑면의 한 변의 길이를 x cm라 하면



$\sqrt{2}x=100\qquad\therefore\ x=50\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

답 $50\sqrt{2}$ cm

2



$\overline{\mathrm{CD}}^2=\overline{\mathrm{AD}}\times\overline{\mathrm{BD}}$이므로

$2^2=8\times\overline{\mathrm{BD}}\qquad\therefore\ \overline{\mathrm{BD}}=\frac{1}{2}(\mathrm{km})$

$\triangle$CDB에서

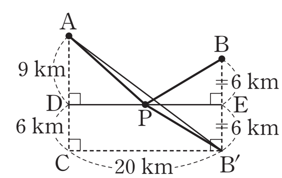
$\overline{\mathrm{BC}}=\sqrt{2^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{17}{4}}=\frac{\sqrt{17}}{2}(\mathrm{km})$

따라서 미경이가 가야 할 총 거리는

$\overline{\mathrm{AD}}+\overline{\mathrm{DB}}+\overline{\mathrm{BC}}=8+\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{17}}{2}=\frac{17+\sqrt{17}}{2}(\mathrm{km})$

답 $\frac{17+\sqrt{17}}{2}$ km

3 다음 그림과 같이 도로를 $\overline{\mathrm{DE}}$라 하자.



$\overline{\mathrm{DE}}$에 대하여 점 B를 대칭이동한 점을 B′이라 하면 $\overline{\mathrm{AB'}}$의 길이가 구하는 최단 거리이다.

이때 점 B′에서 $\overline{\mathrm{AD}}$의 연장선에 내린 수선의 발을 C라 하면 $\overline{\mathrm{CB'}}=\overline{\mathrm{DE}}=20$ km, $\overline{\mathrm{DC}}=\overline{\mathrm{EB'}}=6$ km

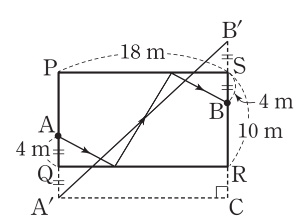
따라서 $\triangle$ACB′에서

$\overline{\mathrm{AB'}}=\sqrt{20^2+(9+6)^2}$

$=\sqrt{625}=25(\mathrm{km})$

답 25 km

4



$\overline{\mathrm{QR}}$에 대하여 점 A를 대칭이동한 점을 A′, $\overline{\mathrm{PS}}$에 대하여 점 B를 대칭이동한 점을 B′이라 하면 $\overline{\mathrm{A'B'}}$의 길이가 구하는 최단 거리이다.

점 A′에서 $\overline{\mathrm{SR}}$의 연장선에 내린 수선의 발을 C라 하면 $\overline{\mathrm{A'C}}=\overline{\mathrm{PS}}=18$ m, $\overline{\mathrm{RC}}=\overline{\mathrm{QA'}}=4$ m

따라서 $\triangle$A′CB′에서

$\overline{\mathrm{A'B'}}=\sqrt{18^2+(4+10+4)^2}$

$=\sqrt{648}=18\sqrt{2}(\mathrm{m})$

답 $18\sqrt{2}$ m

III 삼각비

1 삼각비

01 삼각비

개념원리 확인하기 본문 115쪽

01 (1) 높이, 6, $\frac{3}{5}$ (2) 밑변의 길이, 8, $\frac{4}{5}$

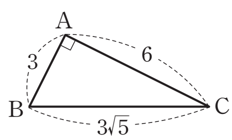
(3) 밑변의 길이, 8, $\frac{3}{4}$

02 (1) ① $\frac{8}{17}$ ② $\frac{15}{17}$ ③ $\frac{8}{15}$

(2) $\sqrt{10}$ ① $\frac{\sqrt{10}}{10}$ ② $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ ③ $\frac{1}{3}$

03 ④ **04** $\frac{\sqrt{2}}{2}$

03 $\overline{BC}=\sqrt{3^2+6^2}=3\sqrt{5}$



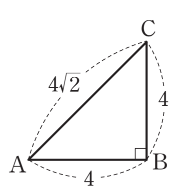
① $\sin B=\frac{6}{3\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

② $\cos B=\frac{3}{3\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$

③ $\tan B=\frac{6}{3}=2$

⑤ $\cos C=\frac{6}{3\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

04 $\overline{AB}=\sqrt{(4\sqrt{2})^2-4^2}=\sqrt{16}=4$



$\cos A=\frac{4}{4\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\tan A=\frac{4}{4}=1$

$\therefore \cos A \tan A=\frac{\sqrt{2}}{2}\times 1=\frac{\sqrt{2}}{2}$

핵심문제 익히기 (확인문제) 본문 116~119쪽

1 (1) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ (2) $\frac{2}{3}$ (3) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (4) $\frac{2}{3}$ (5) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ (6) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

2 4 **3** (1) $\frac{\sqrt{5}+2}{3}$ (2) $\frac{24}{35}$ **4** $\frac{5}{3}$

5 $\frac{3}{4}$ **6** $\frac{10}{13}$ **7** $\frac{3}{4}$ **8** $\sqrt{2}$

1 $\overline{AC}=\sqrt{2^2+(\sqrt{5})^2}=\sqrt{9}=3$이므로

(1) $\sin A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{\sqrt{5}}{3}$

(2) $\cos A=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{2}{3}$

(3) $\tan A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{\sqrt{5}}{2}$

(4) $\sin C=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{2}{3}$

(5) $\cos C=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{\sqrt{5}}{3}$

(6) $\tan C=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

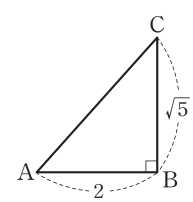
2 $\cos B=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$이므로 $\frac{\overline{BC}}{6}=\frac{\sqrt{5}}{3}$

$3\overline{BC}=6\sqrt{5}$ $\therefore \overline{BC}=2\sqrt{5}$

피타고라스 정리에 의해

$\overline{AC}=\sqrt{6^2-(2\sqrt{5})^2}=\sqrt{16}=4$

3 (1) $\tan A=\frac{\sqrt{5}}{2}$이므로 오른쪽 그림과 같이 $\angle B=90^\circ$, $\overline{AB}=2$, $\overline{BC}=\sqrt{5}$인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



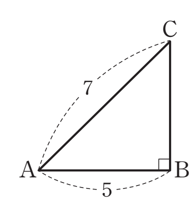
$\overline{AC}=\sqrt{2^2+(\sqrt{5})^2}=\sqrt{9}=3$

이므로

$\sin A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{\sqrt{5}}{3}$, $\cos A=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{2}{3}$

$\therefore \sin A+\cos A=\frac{\sqrt{5}}{3}+\frac{2}{3}=\frac{\sqrt{5}+2}{3}$

(2) $\cos A=\frac{5}{7}$이므로 오른쪽 그림과 같이 $\angle B=90^\circ$, $\overline{AB}=5$, $\overline{AC}=7$인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



$\overline{BC}=\sqrt{7^2-5^2}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$

이므로

$\sin A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{2\sqrt{6}}{7}$, $\tan A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{2\sqrt{6}}{5}$

$\therefore \sin A\times\tan A=\frac{2\sqrt{6}}{7}\times\frac{2\sqrt{6}}{5}=\frac{24}{35}$

4 $\triangle ABC\backsim\triangle EDC$ (AA 닮음)이므로

$\angle x=\angle CDE=\angle CBA$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{9^2-3^2}=\sqrt{72}=6\sqrt{2}$이므로

$\sin x=\sin B=\dfrac{\overline{\mathrm{AC}}}{\overline{\mathrm{BC}}}=\dfrac{6\sqrt{2}}{9}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

$\cos x=\cos B=\dfrac{\overline{\mathrm{AB}}}{\overline{\mathrm{BC}}}=\dfrac{3}{9}=\dfrac{1}{3}$

$\therefore \sqrt{2}\sin x+\cos x=\sqrt{2}\times\dfrac{2\sqrt{2}}{3}+\dfrac{1}{3}$

$=\dfrac{4}{3}+\dfrac{1}{3}=\dfrac{5}{3}$

5 $\triangle\mathrm{ABC}\backsim\triangle\mathrm{HAC}$ (AA 닮음)이므로

$\angle x=\angle\mathrm{HAC}=\angle\mathrm{ABC}$

$\triangle\mathrm{ABC}$에서 $\overline{\mathrm{AC}}=\sqrt{5^2-4^2}=\sqrt{9}=3$이므로

$\tan x=\tan B=\dfrac{\overline{\mathrm{AC}}}{\overline{\mathrm{AB}}}=\dfrac{3}{4}$

6 $\triangle\mathrm{ABC}\backsim\triangle\mathrm{HBA}\backsim\triangle\mathrm{HAC}$ (AA 닮음)이므로

$\angle x=\angle\mathrm{BAH}=\angle\mathrm{BCA}$

$\angle y=\angle\mathrm{HAC}=\angle\mathrm{ABC}$

$\triangle\mathrm{ABC}$에서 $\overline{\mathrm{BC}}=\sqrt{5^2+12^2}=\sqrt{169}=13$이므로

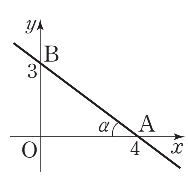
$\sin x=\sin C=\dfrac{\overline{\mathrm{AB}}}{\overline{\mathrm{BC}}}=\dfrac{5}{13}$

$\cos y=\cos B=\dfrac{\overline{\mathrm{AB}}}{\overline{\mathrm{BC}}}=\dfrac{5}{13}$

$\therefore \sin x+\cos y=\dfrac{5}{13}+\dfrac{5}{13}$

$=\dfrac{10}{13}$

7 $3x+4y-12=0$의 그래프가 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라고 하면 직각삼각형 OAB에서 $\overline{\mathrm{OA}}=4$, $\overline{\mathrm{OB}}=3$이므로



$\tan\alpha=\dfrac{\overline{\mathrm{OB}}}{\overline{\mathrm{OA}}}=\dfrac{3}{4}$

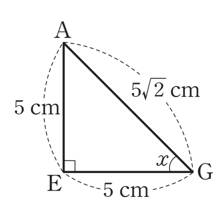
8 $\overline{\mathrm{EG}}=\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{25}$

$=5(\mathrm{cm})$

$\overline{\mathrm{AG}}=\sqrt{4^2+3^2+5^2}=\sqrt{50}$

$=5\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

$\triangle\mathrm{AEG}$는 $\angle\mathrm{AEG}=90^\circ$인 직각삼각형이므로



$\sin x=\dfrac{\overline{\mathrm{AE}}}{\overline{\mathrm{AG}}}=\dfrac{5}{5\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\cos x=\dfrac{\overline{\mathrm{EG}}}{\overline{\mathrm{AG}}}=\dfrac{5}{5\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore \sin x+\cos x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$

이런 문제가 시험에 나온다 본문 120쪽

01 ①	**02** 9 cm	**03** (1) $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$	(2) 2
04 $\dfrac{7}{5}$	**05** $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$	**06** $\dfrac{1}{3}$	**07** $\dfrac{7}{5}$

01 $\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$이므로

① $\sin A=\dfrac{\overline{\mathrm{BC}}}{\overline{\mathrm{AB}}}=\dfrac{2}{\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

② $\tan A=\dfrac{\overline{\mathrm{BC}}}{\overline{\mathrm{AC}}}=\dfrac{2}{1}=2$

③ $\sin B=\dfrac{\overline{\mathrm{AC}}}{\overline{\mathrm{AB}}}=\dfrac{1}{\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

④ $\cos B=\dfrac{\overline{\mathrm{BC}}}{\overline{\mathrm{AB}}}=\dfrac{2}{\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

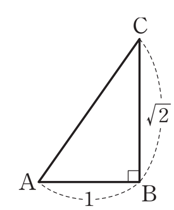
⑤ $\tan B=\dfrac{\overline{\mathrm{AC}}}{\overline{\mathrm{BC}}}=\dfrac{1}{2}$

02 $\tan A=\dfrac{\overline{\mathrm{BC}}}{\overline{\mathrm{AB}}}$이므로

$\dfrac{12}{\overline{\mathrm{AB}}}=\dfrac{4}{3}$

$4\overline{\mathrm{AB}}=36$ $\quad\therefore \overline{\mathrm{AB}}=9(\mathrm{cm})$

03 (1) $\tan A=\sqrt{2}$이므로 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}}=1$, $\overline{\mathrm{BC}}=\sqrt{2}$인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



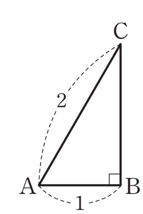
$\overline{\mathrm{AC}}=\sqrt{1^2+(\sqrt{2})^2}=\sqrt{3}$이므로

$\sin A=\dfrac{\overline{\mathrm{BC}}}{\overline{\mathrm{AC}}}=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

$\cos A=\dfrac{\overline{\mathrm{AB}}}{\overline{\mathrm{AC}}}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore \sin A\times\cos A=\dfrac{\sqrt{6}}{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

(2) $\cos A=\dfrac{1}{2}$이므로 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}}=1$, $\overline{\mathrm{AC}}=2$인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



$\overline{\mathrm{BC}}=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$

이므로

$\sin A=\dfrac{\overline{\mathrm{BC}}}{\overline{\mathrm{AC}}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\tan A=\dfrac{\overline{\mathrm{BC}}}{\overline{\mathrm{AB}}}=\sqrt{3}$

$\therefore \dfrac{2\sin A+\tan A}{\tan A}=\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=2$

04 $\triangle ABC \backsim \triangle ADE$ (AA 닮음)이므로

$\angle y = \angle EDA = \angle CBA$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = \sqrt{12^2+9^2} = \sqrt{225} = 15$이므로

$\sin x = \sin A = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \dfrac{12}{15} = \dfrac{4}{5}$

$\sin y = \sin B = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \dfrac{9}{15} = \dfrac{3}{5}$

$\therefore \sin x + \sin y = \dfrac{4}{5} + \dfrac{3}{5} = \dfrac{7}{5}$

05 $\triangle ABC \backsim \triangle HBA \backsim \triangle HAC$ (AA 닮음)이므로

$\angle x = \angle BAH = \angle BCA$, $\angle y = \angle HAC = \angle ABC$

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2+2^2} = \sqrt{16} = 4$이므로

$\cos x = \cos C = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$

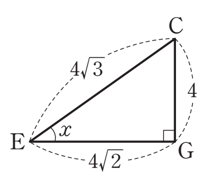
$\tan y = \tan B = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \dfrac{2}{2\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore \cos x \times \tan y = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{\sqrt{3}}{6}$

06 $\overline{EG} = \sqrt{4^2+4^2} = 4\sqrt{2}$

$\overline{CE} = \sqrt{4^2+4^2+4^2} = 4\sqrt{3}$

$\triangle CEG$는 $\angle EGC = 90^\circ$인 직각 삼각형이므로



$\sin x = \dfrac{\overline{CG}}{\overline{CE}} = \dfrac{4}{4\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

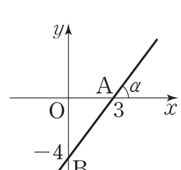
$\cos x = \dfrac{\overline{EG}}{\overline{CE}} = \dfrac{4\sqrt{2}}{4\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$

$\tan x = \dfrac{\overline{CG}}{\overline{EG}} = \dfrac{4}{4\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore \sin x \times \cos x \times \tan x = \dfrac{\sqrt{3}}{3} \times \dfrac{\sqrt{6}}{3} \times \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$= \dfrac{1}{3}$

07 직선 $4x-3y=12$가 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하면



A(3, 0), B(0, -4)

따라서 직각삼각형 OBA에서

$\overline{OA} = 3$, $\overline{OB} = 4$

$\overline{AB} = \sqrt{3^2+4^2} = 5$

$\therefore \sin a = \dfrac{4}{5}$, $\cos a = \dfrac{3}{5}$

$\therefore \sin a + \cos a = \dfrac{4}{5} + \dfrac{3}{5} = \dfrac{7}{5}$

02 삼각비의 값

본문 122쪽

개념원리 확인하기

01 (1) 그림은 풀이 참조

① $\overline{BD}$, $8\sqrt{2}$, $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\overline{BD}$, $8\sqrt{2}$, $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ ③ $\overline{BC}$, 8, 1

(2) 그림은 풀이 참조

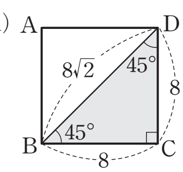
① $\overline{BD}$, 3, $\dfrac{1}{2}$ ② $\overline{BD}$, 3, $\dfrac{1}{2}$ ③ $\overline{AD}$, $3\sqrt{3}$, $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

02 풀이 참조

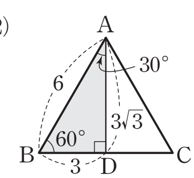
03 (1) $\sqrt{3}-1$ (2) $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$

04 (1) $x=2\sqrt{3}$, $y=2$ (2) $x=8$, $y=4\sqrt{3}$

01 (1)



(2)



02

삼각비 \ A	30°	45°	60°
$\sin A$	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos A$	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	$\dfrac{1}{2}$
$\tan A$	$\dfrac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

03 (1) (주어진 식)$= \dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2} - 1 = \sqrt{3}-1$

(2) (주어진 식)$= \dfrac{1}{2} \times \dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{\sqrt{3}}{6}$

04 (1) $\cos 30^\circ = \dfrac{x}{4} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $2x = 4\sqrt{3}$ $\quad \therefore x = 2\sqrt{3}$

$\sin 30^\circ = \dfrac{y}{4} = \dfrac{1}{2}$, $2y = 4$ $\quad \therefore y = 2$

(2) $\cos 60^\circ = \dfrac{4}{x} = \dfrac{1}{2}$ $\quad \therefore x = 8$

$\tan 60^\circ = \dfrac{y}{4} = \sqrt{3}$ $\quad \therefore y = 4\sqrt{3}$

핵심문제 익히기 (확인문제) 본문 123~125쪽

1 (1) 1 (2) 2 (3) $\frac{3}{4}$ (4) $\frac{7}{4}$

2 (1) $\sqrt{3}$ (2) 0 (3) $\frac{2-\sqrt{3}}{2}$

3 (1) $x=4\sqrt{3}$, $y=2\sqrt{3}$ (2) $x=2\sqrt{2}$, $y=4$
(3) $x=\sqrt{6}$, $y=\sqrt{6}$

4 $4\sqrt{3}$ cm **5** $\sqrt{2}-1$ **6** $y=\sqrt{3}x+\sqrt{3}$

1 (1) (주어진 식)$=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2\times 1$

$=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$

(2) (주어진 식)$=\frac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}\times\left\{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2\right\}$

$=2\times\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{4}\right)=2\times1=2$

(3) (주어진 식)$=\frac{\frac{1}{2}\times6\times1}{1+\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{3}{4}$

(4) (주어진 식)$=\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2}\right)$

$=\left(\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$=\frac{9}{4}-\frac{1}{2}=\frac{7}{4}$

2 (1) $\cos 2x=\frac{1}{2}$이고 $\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$이므로

$2x=60^\circ$ $\therefore x=30^\circ$

$\therefore \tan(x+30^\circ)=\tan 60^\circ=\sqrt{3}$

(2) $\tan 60^\circ=\sqrt{3}$이므로

$4x-20^\circ=60^\circ$ $\therefore x=20^\circ$

$\therefore \sin 3x-\cos(x+10^\circ)=\sin 60^\circ-\cos 30^\circ$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}=0$

(3) $\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로

$2x+30^\circ=60^\circ$ $\therefore x=15^\circ$

$\therefore \tan 3x-\cos 2x=\tan 45^\circ-\cos 30^\circ$

$=1-\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{2-\sqrt{3}}{2}$

3 (1) $\cos 30^\circ=\frac{6}{x}=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sqrt{3}x=12$ $\therefore x=4\sqrt{3}$

$\tan 30^\circ=\frac{y}{6}=\frac{\sqrt{3}}{3}$, $3y=6\sqrt{3}$ $\therefore y=2\sqrt{3}$

(2) $\tan 45^\circ=\frac{2\sqrt{2}}{x}=1$ $\therefore x=2\sqrt{2}$

$\sin 45^\circ=\frac{2\sqrt{2}}{y}=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sqrt{2}y=4\sqrt{2}$

$\therefore y=4$

(3) $\triangle$ABC에서

$\tan 60^\circ=\frac{x}{\sqrt{2}}=\sqrt{3}$ $\therefore x=\sqrt{6}$

$\triangle$DBC에서

$\tan 45^\circ=\frac{\sqrt{6}}{y}=1$ $\therefore y=\sqrt{6}$

4 $\triangle$ABC에서

$\sin 30^\circ=\frac{\overline{AC}}{12}=\frac{1}{2}$

$2\overline{AC}=12$ $\therefore \overline{AC}=6(\text{cm})$

$\triangle$ADC에서

$\sin 60^\circ=\frac{6}{\overline{AD}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sqrt{3}\,\overline{AD}=12$ $\therefore \overline{AD}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

$\triangle$ABD에서 $30^\circ+\angle BAD=60^\circ$이므로

$\angle BAD=30^\circ$

즉, $\angle BAD=\angle B$이므로

$\overline{BD}=\overline{AD}=4\sqrt{3}$ cm

5 $\triangle$ADC에서

$\cos 45^\circ=\frac{\overline{DC}}{\overline{AD}}=\frac{\overline{DC}}{2}$

$\therefore \overline{DC}=2\times\cos 45^\circ$

$=2\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=\sqrt{2}$

$\therefore \overline{AC}=\overline{DC}=\sqrt{2}$

$\triangle$ABD에서

$\angle B=\angle BAD=\frac{1}{2}\times45^\circ=22.5^\circ$

$\therefore \tan 22.5^\circ=\tan B=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$

$=\frac{\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}=\sqrt{2}-1$

6 (기울기)$=\tan 60^\circ=\sqrt{3}$

이때 구하는 직선의 방정식을 $y=\sqrt{3}x+b$로 놓으면 점 $(-1, 0)$을 지나므로

$0=-\sqrt{3}+b$ $\therefore b=\sqrt{3}$

$\therefore y=\sqrt{3}x+\sqrt{3}$

이런 문제가 **시험**에 나온다 본문 126쪽

01 (1) $-2\sqrt{3}$ (2) 2 **02** (1) 20° (2) $\sqrt{2}$ (3) 2

03 $24\sqrt{3}$

04 (1) $x=3$, $y=3\sqrt{2}$ (2) $x=5\sqrt{6}$, $y=5+5\sqrt{3}$

(3) $x=4\sqrt{3}$

05 $y=\sqrt{3}x-3$ **06** $2+\sqrt{3}$

01 (1) (주어진 식)$=\dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}}+\dfrac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}}$

$=\dfrac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{2}}+\dfrac{\sqrt{3}}{1-\sqrt{2}}$

$=\dfrac{\sqrt{3}(1-\sqrt{2})+\sqrt{3}(1+\sqrt{2})}{(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})}$

$=-2\sqrt{3}$

(2) (주어진 식)$=\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{\sqrt{3}}{3}\times\sqrt{3}+\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$

$=\dfrac{1}{4}+1+\dfrac{3}{4}=2$

02 (1) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}\cos(3x-30^\circ)=\dfrac{1}{2}$에서

$\cos(3x-30^\circ)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$이므로

$3x-30^\circ=30^\circ \qquad \therefore x=20^\circ$

(2) $\sin(x-15^\circ)=\dfrac{1}{2}$이고 $\sin 30^\circ=\dfrac{1}{2}$이므로

$x-15^\circ=30^\circ \qquad \therefore x=45^\circ$

$\therefore \sin x+\cos x=\sin 45^\circ+\cos 45^\circ$

$=\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$

(3) 이차방정식의 한 근이 $x=\cos 60^\circ=\dfrac{1}{2}$이므로

$4x^2+2x-a=0$에 $x=\dfrac{1}{2}$을 대입하면

$4\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+2\times\dfrac{1}{2}-a=0$

$1+1-a=0 \qquad \therefore a=2$

03 $\triangle$ABC에서 $\angle C=180^\circ-(30^\circ+90^\circ)=60^\circ$

$\triangle$ADC에서 $\sin 60^\circ=\dfrac{\overline{AD}}{8}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$이므로

$2\overline{AD}=8\sqrt{3} \qquad \therefore \overline{AD}=4\sqrt{3}$

$\triangle$ABD에서

$\tan 30^\circ=\dfrac{4\sqrt{3}}{\overline{BD}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$\sqrt{3}\,\overline{BD}=12\sqrt{3} \qquad \therefore \overline{BD}=12$

$\therefore \triangle ABD=\dfrac{1}{2}\times 12\times 4\sqrt{3}$

$=24\sqrt{3}$

04 (1) $\triangle$ABC에서 $\tan 60^\circ=\dfrac{x}{\sqrt{3}}=\sqrt{3} \qquad \therefore x=3$

$\triangle$DBC에서

$\sin 45^\circ=\dfrac{3}{y}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\sqrt{2}y=6 \qquad \therefore y=3\sqrt{2}$

(2) $\triangle$ABH에서 $\cos 60^\circ=\dfrac{\overline{BH}}{10}=\dfrac{1}{2}$

$2\overline{BH}=10 \qquad \therefore \overline{BH}=5$

$\sin 60^\circ=\dfrac{\overline{AH}}{10}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$2\overline{AH}=10\sqrt{3} \qquad \therefore \overline{AH}=5\sqrt{3}$

$\triangle$AHC에서 $\angle CAH=180^\circ-(90^\circ+45^\circ)=45^\circ$이므로

$\overline{CH}=\overline{AH}=5\sqrt{3}$

$\therefore y=\overline{BH}+\overline{CH}=5+5\sqrt{3}$

$\triangle$AHC에서

$\sin 45^\circ=\dfrac{5\sqrt{3}}{x}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\sqrt{2}x=10\sqrt{3} \qquad \therefore x=5\sqrt{6}$

(3) $\triangle$ABC에서 $\angle A=180^\circ-(90^\circ+30^\circ)=60^\circ$

$\angle BAD=\angle CAD=\dfrac{1}{2}\angle A=30^\circ$

$\triangle$DAB는 $\overline{BD}=\overline{AD}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{AD}=\overline{BD}=4$

$\triangle$ADC에서 $\sin 30^\circ=\dfrac{1}{2}=\dfrac{\overline{DC}}{4}$

$\therefore \overline{DC}=2$

$\triangle$ABC에서 $\cos 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{4+2}{x}=\dfrac{6}{x}$

$\sqrt{3}x=12 \qquad \therefore x=4\sqrt{3}$

05 $\cos a=\dfrac{1}{2}$이므로 $a=60^\circ$

(직선의 기울기)$=\tan 60^\circ=\sqrt{3}$이므로 기울기가 $\sqrt{3}$이고 y절편이 -3인 직선의 방정식은 $y=\sqrt{3}x-3$

06 $\angle ACB=30^\circ$이고 $\overline{AC}=\overline{DC}$이므로

$\angle CAD=\angle CDA=15^\circ$

$\triangle$ABC에서 $\cos 60^\circ = \frac{1}{2} = \frac{1}{\overline{AC}}$

$\therefore \overline{AC}=2,\ \overline{DC}=2$

$\tan 60^\circ = \sqrt{3} = \frac{\overline{CB}}{1}$이므로 $\overline{CB}=\sqrt{3}$

$\therefore \tan 75^\circ = \frac{\overline{DB}}{\overline{AB}} = \frac{2+\sqrt{3}}{1} = 2+\sqrt{3}$

03 임의의 예각의 삼각비의 값

개념원리 확인하기 본문 129쪽

01 (1) $\overline{AB}$ (2) $\overline{OB}$ (3) $\overline{CD}$

02 (1) -1 (2) 1 (3) 0 (4) -1

03 (1) $<$, $<$ (2) $>$, $>$ (3) $<$, $<$

04 (1) 0.5736 (2) 0.8090 (3) 0.7536 (4) 37 (5) 35 (6) 38

02 (1) (주어진 식)$=0-1\times1=-1$

(2) (주어진 식)$=1-0=1$

(3) (주어진 식)$=0\times0+1-1=0$

(4) (주어진 식)$=0\times0-1\times1+0=-1$

핵심문제 익히기 (확인문제) 본문 130~132쪽

1 ②, ④ **2** (1) 0 (2) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (3) 0 **3** ③

4 ① **5** (1) 0 (2) 2 (3) $\tan A-\cos A$

6 (1) 68 (2) 66 (3) 67 **7** 13.289

1 ① $\sin x = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \overline{AB}$

② $\cos x = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \overline{OB}$

③ $\tan x = \frac{\overline{CD}}{\overline{OD}} = \overline{CD}$

④ $\sin y = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \overline{OB}$

⑤ $\cos y = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \overline{AB}$

따라서 $\overline{OB}$의 길이와 그 값이 같은 것은 ②, ④이다.

2 (1) (주어진 식)$=1\times0+1\times0+1\times0=0$

(2) (주어진 식)$=0\times0-1\times\sqrt{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

(3) (주어진 식)$=\frac{\sqrt{2}}{2}\times0+1^2\times1+0^2-1^2=0$

3 ① $\sin 0^\circ=0$

② $\cos 0^\circ=1$

$\cos 80^\circ<\sin 80^\circ<\tan 80^\circ$이고 $\sin 80^\circ<1<\tan 80^\circ$이므로 큰 것부터 차례로 나열하면

$\tan 80^\circ$, $\cos 0^\circ$, $\sin 80^\circ$, $\cos 80^\circ$, $\sin 0^\circ$

따라서 세 번째에 해당하는 것은 ③이다.

4 ① A의 값이 0°에서 90°까지 커질 때, $\cos A$의 값은 1에서 0까지 작아진다.

5 (1) $0^\circ<A<45^\circ$일 때, $0<\tan A<1$이므로

$1-\tan A>0$, $\tan A-1<0$

$\therefore$ (주어진 식)$=(1-\tan A)+(\tan A-1)$
$=1-\tan A+\tan A-1$
$=0$

(2) $0^\circ<A<90^\circ$일 때, $0<\cos A<1$이므로

$\cos A-1<0$, $\cos A+1>0$

$\therefore$ (주어진 식)$=-(\cos A-1)+(\cos A+1)$
$=-\cos A+1+\cos A+1$
$=2$

(3) $45^\circ<A<90^\circ$일 때, $\cos A<\sin A<\tan A$이므로

$\sin A-\tan A<0$, $\cos A-\sin A<0$

$\therefore$ (주어진 식)
$=-(\sin A-\tan A)-(\cos A-\sin A)$
$=-\sin A+\tan A-\cos A+\sin A$
$=\tan A-\cos A$

6 (1) $\sin 68^\circ=0.9272$이므로 $x=68$

(2) $\cos 66^\circ=0.4067$이므로 $x=66$

(3) $\tan 67^\circ=2.3559$이므로 $x=67$

7 $\angle B=180^\circ-(90^\circ+65^\circ)=25^\circ$이고

주어진 삼각비의 표에서 $\sin 25^\circ=0.4226$이므로

$\sin 25^\circ=\frac{x}{10}=0.4226 \quad \therefore x=4.226$

또, $\cos 25^\circ=0.9063$이므로

$\cos 25^\circ=\frac{y}{10}=0.9063 \quad \therefore y=9.063$

$\therefore x+y=13.289$

이런 문제가 시험에 나온다 본문 133쪽

01 $\frac{\sqrt{3}}{3}$	**02** ③, ④	**03** ㅂ, ㅁ, ㄷ, ㄹ, ㄴ, ㄱ
04 ④	**05** 5.12	**06** (1) 0 (2) $-\frac{3\sqrt{10}}{5}$

01 $\tan x=\frac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\overline{CD}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

02 ① $\sin 30^\circ+\sin 60^\circ=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin 90^\circ=1$

② $\cos 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan 45^\circ=1$

③ $\sin 60^\circ=\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$

④ $\sin 0^\circ+\cos 90^\circ=0+0=0$

⑤ $\sin 90^\circ\times\cos 0^\circ\times\tan 45^\circ=1\times1\times1=1$

따라서 옳은 것은 ③, ④이다.

03 $0^\circ\le x<90^\circ$일 때 x의 값이 증가하면 $\tan x$의 값도 증가하므로

$\tan 65^\circ>\tan 50^\circ>\tan 45^\circ=1$

$0^\circ\le x\le 90^\circ$일 때 x의 값이 증가하면 $\sin x$의 값도 증가하므로

$\sin 90^\circ(=\cos 0^\circ)>\sin 75^\circ>\sin 60^\circ(=\cos 30^\circ)$
$>\sin 45^\circ$

$\therefore \tan 65^\circ>\tan 50^\circ>\cos 0^\circ>\sin 75^\circ>\cos 30^\circ$
$>\sin 45^\circ$

따라서 삼각비의 값을 큰 것부터 차례로 나열하면

ㅂ, ㅁ, ㄷ, ㄹ, ㄴ, ㄱ

04 ① $\sin x=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\overline{AB}$

② $\sin y=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\overline{OB}$

③ $\cos y=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\overline{AB}$

④ $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$이므로 $\angle z=\angle y$ (동위각)

$\therefore \sin z=\sin y=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\overline{OB}$

⑤ $\tan x=\frac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\overline{CD}$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

05 $\angle A=180^\circ-(90^\circ+40^\circ)=50^\circ$이므로

$\cos 50^\circ=0.64=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{AC}}{8}$

$\therefore \overline{AC}=0.64\times 8=5.12$

06 (1) $0^\circ<A<45^\circ$일 때, $\sin A<\cos A$이므로

$\sin A-\cos A<0$, $\cos A-\sin A>0$

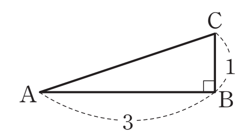
$\therefore$ (주어진 식)

$=-(\sin A-\cos A)-(\cos A-\sin A)$

$=-\sin A+\cos A-\cos A+\sin A$

$=0$

(2) $\tan A=\frac{1}{3}$이므로 오른쪽 그림과 같이 $\angle B=90^\circ$, $\overline{AB}=3$, $\overline{BC}=1$인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



$\overline{AC}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$

$\therefore \cos A=\frac{3}{\sqrt{10}}=\frac{3\sqrt{10}}{10}$

한편, $0<\cos A<1$이므로

(주어진 식)$=-(\cos A-1)-(1+\cos A)$

$=-2\cos A=-\frac{3\sqrt{10}}{5}$

1 Step (기본문제) 본문 134~135쪽

01 $-\frac{1}{2}$	**02** ④	**03** ⑤	**04** ②
05 3 cm	**06** $\frac{15}{17}$	**07** ⑤	**08** 62°
09 ①	**10** $\frac{3}{4}$	**11** $6\sqrt{3}$	**12** ③
13 (1) $\frac{5}{12}$ (2) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$	**14** $\frac{6}{5}$		

01 (주어진 식)$=1+1-\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}+0-2\times1$

$=-\frac{1}{2}$

02 ① (주어진 식)$=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{3}=2$

② (주어진 식)$=2\times\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=2$

③ (주어진 식)$=4\left\{\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2\right\}=4\times\frac{1}{2}=2$

④ (주어진 식)$=2\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)=2\times\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}=\frac{3}{2}$

⑤ (주어진 식)$=1^2\times\sqrt{3}\div\frac{\sqrt{3}}{2}=1\times\sqrt{3}\times\frac{2}{\sqrt{3}}=2$

따라서 계산 결과가 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

03 ① $\sin 52^\circ=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\overline{AB}=0.79$

② $\cos 52^\circ=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\overline{OB}=0.62$

③ $\tan 52^\circ=\dfrac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\overline{CD}=1.28$

④ $\cos 38^\circ=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\overline{AB}=0.79$

⑤ $\tan 38^\circ=\dfrac{\overline{OD}}{\overline{CD}}=\dfrac{1}{1.28}=0.78125$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

04 $\overline{BC}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+3^2}=\sqrt{36}=6$이므로

① $\sin B=\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2}$ ② $\cos B=\dfrac{3\sqrt{3}}{6}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

③ $\tan B=\dfrac{3}{3\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ ④ $\sin C=\dfrac{3\sqrt{3}}{6}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

⑤ $\tan C=\dfrac{3\sqrt{3}}{3}=\sqrt{3}$

따라서 옳은 것은 ②이다.

05 $\triangle ABC$에서 $\sin 45^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{2\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$2\overline{AC}=4\sqrt{3}$ $\therefore \overline{AC}=2\sqrt{3}(\text{cm})$

$\triangle ACD$에서 $\sin 60^\circ=\dfrac{\overline{CD}}{2\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$2\overline{CD}=6$ $\therefore \overline{CD}=3(\text{cm})$

06 $\sin A=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$이므로 $\dfrac{8}{17}=\dfrac{\overline{BC}}{34}$

$17\overline{BC}=272$ $\therefore \overline{BC}=16$

$\overline{AB}=\sqrt{34^2-16^2}=\sqrt{900}=30$이므로

$\sin C=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\dfrac{30}{34}=\dfrac{15}{17}$

07 $\tan 45^\circ-\cos 60^\circ=1-\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}$

따라서 이차방정식 $2x^2+ax-4=0$에 $x=\dfrac{1}{2}$을 대입하면

$2\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+a\times\dfrac{1}{2}-4=0$

$\dfrac{1}{2}a=\dfrac{7}{2}$

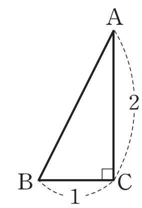
$\therefore a=7$

08 $\sin B=\dfrac{17.658}{20}=0.8829$이고

주어진 삼각비의 표에서 $\sin 62^\circ=0.8829$이므로

$\angle B=62^\circ$

09 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형



ABC를 생각하면 $\tan A=\dfrac{1}{2}$이므로

$\overline{AB}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$

$\therefore \sin A=\dfrac{1}{\sqrt{5}},\ \cos A=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$

$\therefore \dfrac{\sin A+\cos A}{\sin A-\cos A}=\dfrac{\dfrac{1}{\sqrt{5}}+\dfrac{2}{\sqrt{5}}}{\dfrac{1}{\sqrt{5}}-\dfrac{2}{\sqrt{5}}}=-3$

10 $\overline{BD}=\sqrt{12^2+9^2}=\sqrt{225}=15$

$\angle x=90^\circ-\angle ABH=\angle BDA$이므로

직각삼각형 ABD에서

$\sin x=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BD}}=\dfrac{9}{15}=\dfrac{3}{5}$

$\cos x=\dfrac{\overline{AD}}{\overline{BD}}=\dfrac{12}{15}=\dfrac{4}{5}$

$\therefore \dfrac{\sin x}{\cos x}=\dfrac{3}{5}\div\dfrac{4}{5}=\dfrac{3}{5}\times\dfrac{5}{4}=\dfrac{3}{4}$

11 $\angle BAD=\angle CAD=\dfrac{1}{2}\angle BAC=\dfrac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$

$\triangle BDA$는 $\overline{DB}=\overline{DA}$인 이등변삼각형이므로 $\overline{DA}=6$

$\triangle ADC$에서 $\sin 30^\circ=\dfrac{\overline{DC}}{6}=\dfrac{1}{2}$

$2\overline{DC}=6$ $\therefore \overline{DC}=3$

$\triangle ABC$에서 $\cos 30^\circ=\dfrac{9}{\overline{AB}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\sqrt{3}\overline{AB}=18$ $\therefore \overline{AB}=6\sqrt{3}$

12 $\angle A=180^\circ\times\dfrac{1}{1+2+3}=30^\circ$이므로

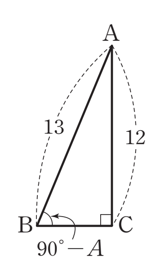
$\sin A : \cos A : \tan A$

$=\sin 30^\circ : \cos 30^\circ : \tan 30^\circ$

$=\dfrac{1}{2} : \dfrac{\sqrt{3}}{2} : \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$=\sqrt{3} : 3 : 2$

13 (1) $\sin(90^\circ-A)=\sin B=\dfrac{12}{13}$를 만족



하는 직각삼각형 ABC를 그리면 오른쪽 그림과 같다.

이때 피타고라스 정리에 의해

$\overline{BC}=\sqrt{13^2-12^2}=\sqrt{25}=5$

$\therefore \tan A=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\dfrac{5}{12}$

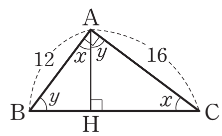
(2) $\sin x=\cos x$이므로 $x=45°$

$\therefore \tan(2x-30°)-\tan(75°-x)$

$=\tan 60°-\tan 30°$

$=\sqrt{3}-\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

14 $\triangle$ABC$\backsim\triangle$HBA$\backsim\triangle$HAC



(AA 닮음)이므로

$\angle x=\angle BAH=\angle BCA$

$\angle y=\angle HAC=\angle ABC$

$\triangle$ABC에서

$\overline{BC}=\sqrt{12^2+16^2}=\sqrt{400}=20$이므로

$\sin x=\sin C=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\dfrac{12}{20}=\dfrac{3}{5}$

$\cos y=\cos B=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\dfrac{12}{20}=\dfrac{3}{5}$

$\therefore \sin x+\cos y=\dfrac{3}{5}+\dfrac{3}{5}=\dfrac{6}{5}$

2 Step (발전문제)

본문 136~137쪽

01 ③ **02** $4\sqrt{6}$ **03** ② **04** ②

05 $\sqrt{3}+2$ **06** (1) $-\tan A$ (2) 2 **07** $\sqrt{2}-1$

08 $\dfrac{9}{10}$ **09** $\dfrac{9}{2}$ **10** (1) $\dfrac{3}{5}$ (2) $\dfrac{5}{6}$

11 $2(\sqrt{3}-1)$ cm **12** ①

13 (1) $2\sqrt{3}$ (2) $45°$ (3) $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

01 $45°<A<90°$일 때

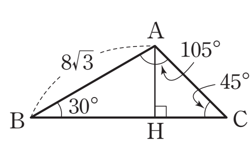
$\cos A<\sin A<1$이고

$\tan A>1$이므로

$\cos A<\sin A<\tan A$

02 $\angle ABC=180°-(105°+45°)$

$=30°$



이고 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle$ABH에서

$\sin 30°=\dfrac{\overline{AH}}{\overline{AB}}$이므로

$\dfrac{1}{2}=\dfrac{\overline{AH}}{8\sqrt{3}}$ $\quad\therefore \overline{AH}=4\sqrt{3}$

또, $\angle C=45°$이므로 $\triangle$AHC에서

$\sin 45°=\dfrac{\overline{AH}}{\overline{AC}}$이므로

$\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{4\sqrt{3}}{\overline{AC}}$, $\sqrt{2}\,\overline{AC}=8\sqrt{3}$ $\quad\therefore \overline{AC}=4\sqrt{6}$

03 $\triangle$ADC에서 $\angle DAC=45°$이므로 $\overline{CD}=\overline{AC}$

$\triangle$ABC에서 $\tan 30°=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$

$\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$

$\therefore \overline{BC}=\sqrt{3}\,\overline{AC}$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

한편, $\overline{BD}=\overline{BC}-\overline{CD}$에서

$2=\overline{BC}-\overline{AC}$

$\therefore \overline{BC}=2+\overline{AC}$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $2+\overline{AC}=\sqrt{3}\,\overline{AC}$, $\overline{AC}(\sqrt{3}-1)=2$

$\therefore \overline{AC}=\dfrac{2}{\sqrt{3}-1}=\dfrac{2(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}=\sqrt{3}+1$

04 (기울기)$=\tan 45°=1$

이때 구하는 직선의 방정식을 $y=x+b$로 놓으면 점 $(-2, 0)$을 지나므로

$0=-2+b$ $\quad\therefore b=2$

$\therefore y=x+2$

05 $\triangle$ABC에서

$\cos 60°=\dfrac{1}{\overline{AC}}=\dfrac{1}{2}$ $\quad\therefore \overline{AC}=2(\text{cm})$

$\tan 60°=\dfrac{\overline{BC}}{1}=\sqrt{3}$ $\quad\therefore \overline{BC}=\sqrt{3}(\text{cm})$

또, $\triangle$ACD는 이등변삼각형이고

$\angle ACB=180°-(90°+60°)=30°$이므로

$\angle CAD=\angle CDA=15°$

$\therefore \angle DAB=60°+15°=75°$

따라서 $\triangle$ABD에서

$\tan 75°=\dfrac{\overline{BD}}{\overline{AB}}=\dfrac{\overline{BC}+\overline{CD}}{1}=\sqrt{3}+2$

06 (1) $45°<A<90°$일 때, $0<\cos A<\sin A<\tan A$이므로

$\cos A+\sin A>0$, $\tan A-\sin A>0$,

$\cos A>0$

$\therefore$ (주어진 식)

$=-(\cos A+\sin A)-(\tan A-\sin A)+\cos A$

$=-\cos A-\sin A-\tan A+\sin A+\cos A$

$=-\tan A$

(2) $0^\circ<A<45^\circ$일 때, $0<\tan A<1$이므로

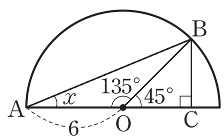
$\tan A+1>0$

$\tan 45^\circ-\tan A=1-\tan A>0$

$\therefore$ (주어진 식)$=(\tan A+1)+(1-\tan A)$

$=2$

07 $\overline{OA}=\overline{OB}=6$이므로 직각삼각형 OCB에서



$\sin 45^\circ=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{OB}}$

$\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{\overline{BC}}{6}$ $\quad\therefore \overline{BC}=3\sqrt{2}$

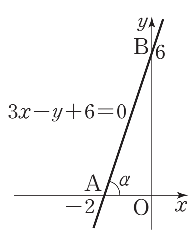
$\cos 45^\circ=\dfrac{\overline{OC}}{\overline{OB}}$, $\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{\overline{OC}}{6}$

$\therefore \overline{OC}=3\sqrt{2}$

$\therefore \tan x=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{6+3\sqrt{2}}$

$=\dfrac{\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}=\sqrt{2}-1$

08 일차방정식 $3x-y+6=0$의 그래프가 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라고 하자.



$3x-y+6=0$에 $y=0$, $x=0$을 각각 대입하면

A$(-2, 0)$, B$(0, 6)$

직각삼각형 AOB에서

$\overline{OA}=2$, $\overline{OB}=6$이므로

$\overline{AB}=\sqrt{2^2+6^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$

$\therefore \sin a\times\cos a\times\tan a=\dfrac{6}{2\sqrt{10}}\times\dfrac{2}{2\sqrt{10}}\times\dfrac{6}{2}$

$=\dfrac{9}{10}$

09 $\triangle$ABC에서 $\sin 30^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{12}=\dfrac{1}{2}$

$2\overline{AC}=12$ $\quad\therefore \overline{AC}=6$

$\angle A=180^\circ-(30^\circ+90^\circ)=60^\circ$이고

$\triangle$ADC에서 $\sin 60^\circ=\dfrac{\overline{CD}}{6}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$이므로

$2\overline{CD}=6\sqrt{3}$ $\quad\therefore \overline{CD}=3\sqrt{3}$

$\triangle$DEC에서

$\angle DCE=180^\circ-(30^\circ+90^\circ)=60^\circ$

$\sin 60^\circ=\dfrac{\overline{DE}}{3\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$이므로

$2\overline{DE}=9$ $\quad\therefore \overline{DE}=\dfrac{9}{2}$

10 (1) $4\tan^2 x+\tan x-3=0$에서

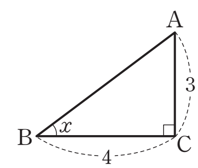
$(\tan x+1)(4\tan x-3)=0$

$\therefore \tan x=-1$ 또는 $\tan x=\dfrac{3}{4}$

그런데 $0^\circ<x<45^\circ$에서 $0<\tan x<1$이므로

$\tan x=\dfrac{3}{4}$

따라서 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC를 생각하면

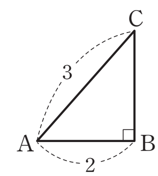


$\overline{AB}=\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{25}=5$

$\therefore \sin x=\dfrac{3}{5}$

(2) 두 근의 합이 $\cos A$이므로 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해 $\cos A=\dfrac{2}{3}$

따라서 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC를 그리면



$\overline{BC}=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$

$\therefore \sin A=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$, $\tan A=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

$\therefore \sin A\times\tan A=\dfrac{\sqrt{5}}{3}\times\dfrac{\sqrt{5}}{2}=\dfrac{5}{6}$

11 $\tan 30^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{4\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$이므로

$3\overline{AC}=12$ $\quad\therefore \overline{AC}=4$(cm)

$\cos 30^\circ=\dfrac{4\sqrt{3}}{\overline{AB}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$이므로

$\sqrt{3}\,\overline{AB}=8\sqrt{3}$ $\quad\therefore \overline{AB}=8$(cm)

이때 내접원 I의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

$\triangle ABC=\triangle BCI+\triangle CAI+\triangle ABI$이므로

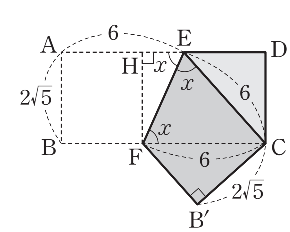
$\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times4$

$=\left(\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times r\right)+\left(\dfrac{1}{2}\times4\times r\right)+\left(\dfrac{1}{2}\times8\times r\right)$

$8\sqrt{3}=6r+2\sqrt{3}r$, $(3+\sqrt{3})r=4\sqrt{3}$

$\therefore r=\dfrac{4\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}=2(\sqrt{3}-1)$(cm)

12 오른쪽 그림과 같이 점 F에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\angle CEF$

$=\angle AEF$(접은 각)

$=\angle EFC$(엇각)

이므로 $\triangle$EFC는 $\overline{CE}=\overline{CF}$인 이등변삼각형이다.

즉, $\overline{FC}=\overline{EC}=\overline{AE}=6$,

$\overline{CB'}=\overline{AB}=2\sqrt{5}$이므로

△CFB′에서 $\overline{FB'}=\sqrt{6^2-(2\sqrt{5})^2}=\sqrt{16}=4$
$\overline{AH}=\overline{BF}=\overline{FB'}=4$이므로
$\overline{EH}=\overline{AE}-\overline{AH}=6-4=2$
따라서 △HFE에서
$\tan x=\dfrac{\overline{HF}}{\overline{EH}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{2}=\sqrt{5}$

13 (1) $\tan A=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$이므로 $\angle A=30^\circ$

$\therefore$ (주어진 식)$=\dfrac{2}{1-\sin 30^\circ}-\dfrac{1}{1+\cos 30^\circ}$

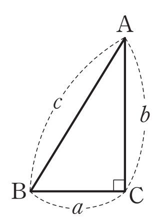
$=\dfrac{2}{1-\frac{1}{2}}-\dfrac{1}{1+\frac{\sqrt{3}}{2}}$

$=4-(4-2\sqrt{3})$

$=2\sqrt{3}$

(2) $\dfrac{\sin A}{\sin A-1}=-1-\sqrt{2}$에서
$\sin A=(\sin A-1)(-1-\sqrt{2})$
$(2+\sqrt{2})\sin A=1+\sqrt{2}$
$\therefore \sin A=\dfrac{1+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}=\dfrac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}(1+\sqrt{2})}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
$\therefore \angle A=45^\circ$

(3) 오른쪽 그림과 같은 △ABC에서
$\overline{AB}=c$, $\overline{AC}=b$, $\overline{BC}=a$라고 하면



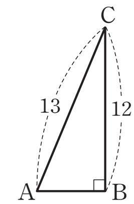
$\sin A=\dfrac{a}{c}$, $\cos A=\dfrac{b}{c}$
$2\sin A=\cos A$이므로
$\dfrac{2a}{c}=\dfrac{b}{c}$ $\quad\therefore b=2a$
$\therefore c=\sqrt{a^2+(2a)^2}=\sqrt{5}a$
$\therefore \sin B=\dfrac{b}{c}=\dfrac{2a}{\sqrt{5}a}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

3 Step (실력UP) 본문 138쪽

01 $\dfrac{12}{13}$ **02** $25(\sqrt{3}-1)$ **03** $\dfrac{2\sqrt{5}}{13}$
04 $\dfrac{3\sqrt{3}}{8}$ **05** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ **06** 15° **07** 9π

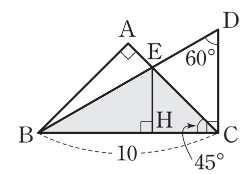
01 $45^\circ<A<90^\circ$일 때, $0<\cos A<\sin A$이므로
$\sqrt{(\sin A+\cos A)^2}+\sqrt{(\cos A-\sin A)^2}$
$=\sin A+\cos A-(\cos A-\sin A)$
$=2\sin A$

$2\sin A=\dfrac{24}{13}$이므로 $\sin A=\dfrac{12}{13}$
따라서 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC를 생각하면



$\overline{AB}=\sqrt{13^2-12^2}=\sqrt{25}=5$
$\therefore \tan A=\dfrac{12}{5}$, $\cos A=\dfrac{5}{13}$
$\therefore \tan A\times\cos A=\dfrac{12}{5}\times\dfrac{5}{13}=\dfrac{12}{13}$

02 점 E에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{EH}=x$라 하면 △EHC에서



$\overline{HC}=\overline{EH}=x$
$\overline{EH}/\!/\overline{DC}$이므로
$\angle BEH=60^\circ$
△EBH에서
$\tan 60^\circ=\dfrac{\overline{BH}}{\overline{EH}}=\dfrac{10-x}{x}=\sqrt{3}$이므로
$10-x=\sqrt{3}x$, $(\sqrt{3}+1)x=10$
$\therefore x=\dfrac{10}{\sqrt{3}+1}=5(\sqrt{3}-1)$
$\therefore$ △EBC$=\dfrac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{EH}$
$=\dfrac{1}{2}\times10\times5(\sqrt{3}-1)$
$=25(\sqrt{3}-1)$

03 △ABD에서 $\sin x=\dfrac{6}{\overline{AD}}$이므로
$\dfrac{2}{3}=\dfrac{6}{\overline{AD}}$
$2\,\overline{AD}=18$ $\quad\therefore \overline{AD}=9$
△ABD∽△CED (AA 닮음)이므로
$\overline{AD}:\overline{CD}=\overline{BD}:\overline{ED}$
$9:6=6:\overline{ED}$
$9\,\overline{ED}=36$ $\quad\therefore \overline{ED}=4$
또, $\overline{CE}=\sqrt{6^2-4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$이므로
△AEC에서 $\overline{AE}=\overline{AD}+\overline{DE}=9+4=13$
$\therefore \tan y=\dfrac{\overline{EC}}{\overline{AE}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{13}$

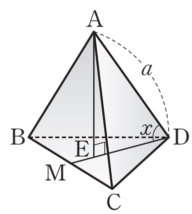
04 $\sin 60^\circ=\dfrac{\overline{CB}}{\overline{AC}}=\overline{CB}$이므로 $\overline{CB}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos 60^\circ=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\overline{AB}$이므로 $\overline{AB}=\dfrac{1}{2}$

$\tan 60^\circ = \frac{\overline{ED}}{\overline{AD}} = \overline{ED}$이므로 $\overline{ED} = \sqrt{3}$

$\therefore \square BDEC = \frac{1}{2} \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3}\right) \times \frac{1}{2}$

$= \frac{3\sqrt{3}}{8}$

05 정사면체의 한 모서리의 길이를 a라고 하면 꼭짓점 A에서 밑면 BCD에 내린 수선의 발 E는 △BCD의 무게중심이므로 중선 DM을 2 : 1로 나눈다.



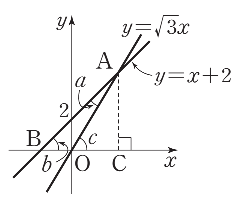
$\overline{DM} = \frac{\sqrt{3}}{2}a$이므로

$\overline{DE} = \frac{\sqrt{3}}{2}a \times \frac{2}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}a$

따라서 △AED에서

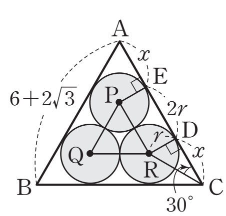
$\cos x = \frac{\overline{DE}}{\overline{AD}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}a}{a} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

06 오른쪽 그림과 같이



$\angle BAO = \angle a$, $\angle ABO = \angle b$,
$\angle AOC = \angle c$라고 하면
△ABC에서 $1 = \tan b$
$\therefore \angle b = 45^\circ$
△AOC에서 $\sqrt{3} = \tan c$
$\therefore \angle c = 60^\circ$
또, △ABO에서 $\angle a + \angle b = \angle c$이므로
$\angle a + 45^\circ = 60^\circ \quad \therefore \angle a = 15^\circ$

07 세 원의 중심을 각각 P, Q, R라 하고, $\overline{CD} = x$라고 하면
$\overline{AE} = \overline{CD} = x$
△ABC는 정삼각형이므로
$\angle RCD = 30^\circ$
따라서 △CDR에서 $\overline{RD} = r$라고 하면



$\tan 30^\circ = \frac{r}{x} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore x = \sqrt{3}r \quad \cdots\cdots$ ㉠

그런데 $\overline{AC} = 6 + 2\sqrt{3}$이므로

$2x + 2r = 6 + 2\sqrt{3} \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$2(\sqrt{3}+1)r = 6 + 2\sqrt{3} \quad \therefore r = \frac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1} = \sqrt{3}$

따라서 세 원의 넓이의 합은
$3 \times \pi \times (\sqrt{3})^2 = 9\pi$

서술형 대비 문제

본문 139~140쪽

1 1 **2** $\sqrt{2}-1$ **3** 0 **4** 6 **5** $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ **6** $\frac{9}{10}$

1 1단계 △AEG에서 $\angle AEG = 90^\circ$이고

$\overline{EG} = \sqrt{2} \times 2 = 2\sqrt{2}$

$\overline{AG} = \sqrt{3} \times 2 = 2\sqrt{3}$

2단계 $\cos x = \frac{\overline{EG}}{\overline{AG}} = \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

$\tan x = \frac{\overline{AE}}{\overline{EG}} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

3단계 $\therefore \sqrt{6}\cos x - \sqrt{2}\tan x$

$= \sqrt{6} \times \frac{\sqrt{6}}{3} - \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$

$= 2 - 1 = 1$

2 1단계 △ABD에서 외각의 성질에 의해

$\angle ADC = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$

△ADC에서

$\tan 45^\circ = \frac{2\sqrt{3}}{\overline{DC}} = 1 \quad \therefore \overline{DC} = 2\sqrt{3}$

$\sin 45^\circ = \frac{2\sqrt{3}}{\overline{AD}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \therefore \overline{AD} = 2\sqrt{6}$

2단계 $\therefore \tan B = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{BD} + \overline{DC}}$

$= \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{6} + 2\sqrt{3}}$

$= \sqrt{2} - 1$

3 1단계 $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$이므로

$3x - 15^\circ = 30^\circ \quad \therefore x = 15^\circ$

2단계 $\therefore \sin(x+45^\circ) + \cos(90^\circ - 4x) - \tan 4x$

$= \sin 60^\circ + \cos 30^\circ - \tan 60^\circ$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3}$

$= 0$

단계	채점요소	배점
1	x의 값 구하기	3점
2	주어진 식의 값 구하기	3점

4 1단계 △ABH에서 $\sin 45^\circ = \frac{x}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$2x = 6 \quad \therefore x = 3$

2단계 $\triangle$AHC에서 $\tan 60^\circ=\dfrac{3}{y}=\sqrt{3}$

$\sqrt{3}y=3 \qquad \therefore y=\sqrt{3}$

3단계 $\therefore x+\sqrt{3}y=3+\sqrt{3}\times\sqrt{3}$

$=3+3=6$

단계	채점요소	배점
1	x의 값 구하기	2점
2	y의 값 구하기	2점
3	$x+\sqrt{3}y$의 값 구하기	2점

5 1단계 $\triangle$DBC에서

$\angle$DBC$=45^\circ$이므로

$\overline{BC}=\overline{DC}=3$

2단계 $\triangle$ABC에서 $\tan 60^\circ=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$

$\sqrt{3}=\dfrac{3}{\overline{AB}} \qquad \therefore \overline{AB}=\sqrt{3}$

3단계 $\therefore \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AB}$

$=\dfrac{1}{2}\times3\times\sqrt{3}$

$=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

단계	채점요소	배점
1	$\overline{BC}$의 길이 구하기	2점
2	$\overline{AB}$의 길이 구하기	2점
3	$\triangle$ABC의 넓이 구하기	2점

6 1단계 $\triangle ABC\backsim\triangle ADE$ (AA 닮음)이므로

$\angle ACB=\angle x$

2단계 $\overline{AC}=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$

$\triangle$ABC에서

$\sin x=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\dfrac{3}{\sqrt{10}}$

$\cos x=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\dfrac{1}{\sqrt{10}}$

$\tan x=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\dfrac{3}{1}=3$

3단계 $\therefore \sin x\times\cos x\times\tan x$

$=\dfrac{3}{\sqrt{10}}\times\dfrac{1}{\sqrt{10}}\times3=\dfrac{9}{10}$

단계	채점요소	배점
1	$\angle ACB=\angle x$임을 이해하기	2점
2	$\sin x$, $\cos x$, $\tan x$의 값 구하기	4점
3	$\sin x\times\cos x\times\tan x$의 값 구하기	1점

2 삼각비의 활용

01 길이 구하기

개념원리 확인하기

본문 145쪽

01 (1) $\cos 30^\circ$, $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $6\sqrt{3}$, $\sin 30^\circ$, $\dfrac{1}{2}$, 6

(2) $x=3\sqrt{3}$, $y=3$ (3) $x=8$, $y=4\sqrt{2}$

(4) $x=2\sqrt{6}$, $y=3\sqrt{2}$ (5) $x=8$, $y=8\sqrt{2}$

02 (1) $\sin 60^\circ$, $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $3\sqrt{3}$ (2) $\cos 60^\circ$, $\dfrac{1}{2}$, 3

(3) $\overline{BH}$, 3, 7 (4) 7, $2\sqrt{19}$

03 (1) $5\sqrt{3}$ (2) 45° (3) $5\sqrt{6}$

01 (2) $x=6\sin 60^\circ=6\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$

$y=6\cos 60^\circ=6\times\dfrac{1}{2}=3$

(3) $y=4\sqrt{2}\tan 45^\circ=4\sqrt{2}\times1=4\sqrt{2}$

$x=\dfrac{4\sqrt{2}}{\cos 45^\circ}=\dfrac{4\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=8$

(4) $x=\dfrac{\sqrt{6}}{\sin 30^\circ}=\dfrac{\sqrt{6}}{\frac{1}{2}}=2\sqrt{6}$

$y=\dfrac{\sqrt{6}}{\tan 30^\circ}=\dfrac{\sqrt{6}}{\frac{\sqrt{3}}{3}}=3\sqrt{2}$

(5) $x=8\tan 45^\circ=8\times1=8$

$y=\dfrac{8}{\cos 45^\circ}=\dfrac{8}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=8\sqrt{2}$

03 (1) $\overline{AH}=10\times\sin 60^\circ=10\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=5\sqrt{3}$

(2) $\angle C=180^\circ-(60^\circ+75^\circ)=45^\circ$

(3) $\overline{AC}=\dfrac{\overline{AH}}{\sin 45^\circ}=\dfrac{5\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=5\sqrt{6}$

핵심문제 익히기 (확인문제)

본문 146~148쪽

1 $x=7.431$, $y=6.691$ **2** 3 m

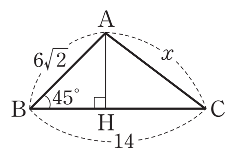
3 (1) 10 (2) $4\sqrt{7}$ **4** $6\sqrt{6}$ cm

5 $60(3-\sqrt{3})$m **6** $4(3+\sqrt{3})$ m

1 $x=10\cos 42^\circ=10\times 0.7431=7.431$
$y=10\sin 42^\circ=10\times 0.6691=6.691$

2 $\overline{BC}=3\sqrt{2}\sin 45^\circ=3\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=3(\text{m})$

3 (1) 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



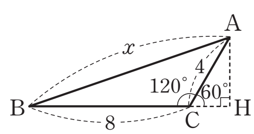
△ABH에서

$\overline{AH}=6\sqrt{2}\sin 45^\circ$
$=6\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=6$

$\overline{BH}=6\sqrt{2}\cos 45^\circ=6\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=6$

$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=14-6=8$이므로
△AHC에서
$x=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}=10$

(2) 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라고 하면



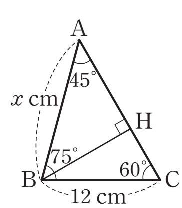
$\angle ACH=180^\circ-120^\circ$
$=60^\circ$
이므로 △ACH에서

$\overline{AH}=4\sin 60^\circ=4\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$

$\overline{CH}=4\cos 60^\circ=4\times\dfrac{1}{2}=2$

$\overline{BH}=\overline{BC}+\overline{CH}=8+2=10$이므로
△ABH에서
$x=\sqrt{10^2+(2\sqrt{3})^2}=\sqrt{112}=4\sqrt{7}$

4 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\overline{AB}=x$ cm라고 하면



$\angle A=180^\circ-(75^\circ+60^\circ)=45^\circ$
이므로
△ABH에서

$\overline{BH}=x\sin 45^\circ=\dfrac{\sqrt{2}}{2}x(\text{cm})$

△BCH에서

$\overline{BH}=12\sin 60^\circ=12\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}(\text{cm})$

$\dfrac{\sqrt{2}}{2}x=6\sqrt{3}$이므로 $x=6\sqrt{6}(\text{cm})$

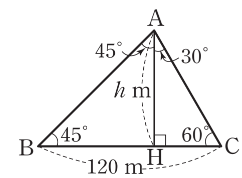
▶ 다른풀이
△BCH에서

$\overline{BH}=12\sin 60^\circ=12\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}(\text{cm})$

△BHA에서

$\overline{AB}=\dfrac{6\sqrt{3}}{\sin 45^\circ}=\dfrac{6\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=6\sqrt{6}(\text{cm})$

5 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고
$\overline{AH}=h$ m라고 하면



$\angle BAH=45^\circ$, $\angle CAH=30^\circ$
이므로
△ABH에서
$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h(\text{m})$
△AHC에서

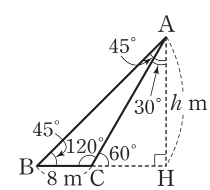
$\overline{CH}=h\tan 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h(\text{m})$

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로

$120=h+\dfrac{\sqrt{3}}{3}h$, $\left(\dfrac{3+\sqrt{3}}{3}\right)h=120$

$\therefore h=60(3-\sqrt{3})(\text{m})$

6 $\overline{AH}=h$ m라고 하면



$\angle BAH=45^\circ$, $\angle CAH=30^\circ$
이므로
△ABH에서
$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h(\text{m})$
△ACH에서

$\overline{CH}=h\tan 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h(\text{m})$

$\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로

$8=h-\dfrac{\sqrt{3}}{3}h$, $\left(\dfrac{3-\sqrt{3}}{3}\right)h=8$

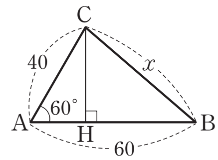
$\therefore h=4(3+\sqrt{3})(\text{m})$

이런 문제가 시험에 나온다 본문 149쪽

01 $9\sqrt{3}\pi$ cm^3
02 (1) $20\sqrt{7}$ (2) $2\sqrt{37}$ (3) $8\sqrt{2}$ **03** $300\sqrt{6}$ m
04 $6(3-\sqrt{3})$ cm
05 (1) $100(\sqrt{3}+1)$ (2) 50 (3) 8
06 $20(\sqrt{3}+1)$ cm

01 $\overline{AO}=3\times\tan 60^\circ=3\times\sqrt{3}=3\sqrt{3}(\text{cm})$
$\therefore$ (원뿔의 부피)$=\dfrac{1}{3}\times\pi\times 3^2\times 3\sqrt{3}=9\sqrt{3}\pi(\text{cm}^3)$

02 (1) 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



△AHC에서

$\overline{CH}=40\sin 60^\circ$

$=40\times\frac{\sqrt{3}}{2}=20\sqrt{3}$

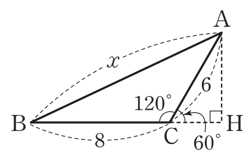
$\overline{AH}=40\cos 60^\circ=40\times\frac{1}{2}=20$

$\overline{BH}=\overline{AB}-\overline{AH}=60-20=40$이므로

△CHB에서

$x=\overline{BC}=\sqrt{(20\sqrt{3})^2+40^2}=\sqrt{2800}=20\sqrt{7}$

(2) 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\angle ACH=180^\circ-120^\circ$

$=60^\circ$

이므로 △ACH에서

$\overline{AH}=6\sin 60^\circ=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$

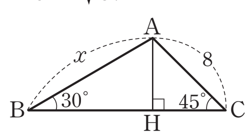
$\overline{CH}=6\cos 60^\circ=6\times\frac{1}{2}=3$

$\overline{BH}=\overline{BC}+\overline{CH}=8+3=11$이므로

△ABH에서

$x=\overline{AB}=\sqrt{11^2+(3\sqrt{3})^2}=\sqrt{148}=2\sqrt{37}$

(3) 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



△AHC에서

$\overline{AH}=8\sin 45^\circ$

$=8\times\frac{\sqrt{2}}{2}=4\sqrt{2}$

△ABH에서

$x=\overline{AB}=\frac{\overline{AH}}{\sin 30^\circ}=4\sqrt{2}\div\frac{1}{2}=8\sqrt{2}$

03 △ABH에서

$\overline{AH}=600\cos 45^\circ$

$=600\times\frac{\sqrt{2}}{2}=300\sqrt{2}(\text{m})$

△AHC에서

$\overline{CH}=\overline{AH}\tan 60^\circ$

$=300\sqrt{2}\times\sqrt{3}=300\sqrt{6}(\text{m})$

04 $\overline{AH}=h$ cm라고 하면 $\angle BAH=45^\circ$, $\angle CAH=30^\circ$이므로

△ABH에서

$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h(\text{cm})$

△AHC에서 $\overline{CH}=h\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}h(\text{cm})$

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로

$12=h+\frac{\sqrt{3}}{3}h$, $\left(\frac{3+\sqrt{3}}{3}\right)h=12$

$\therefore h=6(3-\sqrt{3})(\text{cm})$

▶ 다른풀이

공식을 이용하면

$\overline{AH}=\frac{12}{\tan(90^\circ-45^\circ)+\tan(90^\circ-60^\circ)}$

$=\frac{12}{\tan 45^\circ+\tan 30^\circ}=\frac{12}{1+\frac{\sqrt{3}}{3}}=\frac{36}{3+\sqrt{3}}$

$=6(3-\sqrt{3})(\text{cm})$

05 (1) $\angle ACH=60^\circ$, $\angle BCH=45^\circ$이므로

△AHC에서 $\overline{AH}=x\tan 60^\circ=\sqrt{3}x(\text{m})$

△BHC에서 $\overline{BH}=x\tan 45^\circ=x(\text{m})$

$\overline{AB}=\overline{AH}-\overline{BH}$이므로

$200=\sqrt{3}x-x$, $(\sqrt{3}-1)x=200$

$\therefore x=100(\sqrt{3}+1)(\text{m})$

(2) △ABC에서 $15^\circ+\angle ACB=30^\circ$이므로

$\angle ACB=15^\circ$

이때 △ABC는 이등변삼각형이므로

$\overline{BC}=\overline{AB}=100$ m

△CBH에서

$\overline{CH}=100\sin 30^\circ=100\times\frac{1}{2}=50(\text{m})$

(3) $\angle ACD=30^\circ$이므로 △ADC에서

$\overline{AD}=4\sin 30^\circ=4\times\frac{1}{2}=2(\text{m})$

$\overline{CD}=4\cos 30^\circ=4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}(\text{m})$

△BCD에서

$\overline{BD}=\overline{CD}\tan 60^\circ=2\sqrt{3}\times\sqrt{3}=6(\text{m})$

$\therefore \overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}=2+6=8(\text{m})$

▶ 다른풀이

(1) 공식을 이용하면

$\overline{CH}=\frac{200}{\tan(90^\circ-30^\circ)-\tan(90^\circ-45^\circ)}$

$=\frac{200}{\tan 60^\circ-\tan 45^\circ}=\frac{200}{\sqrt{3}-1}$

$=100(\sqrt{3}+1)(\text{m})$

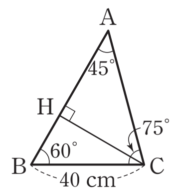
(3) △ABC에서 $\angle BAC=60^\circ$, $\angle ACD=30^\circ$이므로

$\angle BCA=60^\circ+30^\circ=90^\circ$

따라서 △ABC는 $\angle C=90^\circ$인 직각삼각형이므로

$\overline{AB}=\frac{4}{\cos 60^\circ}=4\div\frac{1}{2}=8(\text{m})$

06 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\angle A = 180^\circ - (60^\circ + 75^\circ)$
$= 45^\circ$
이므로 △BCH에서

$\overline{BH} = 40\cos 60^\circ = 40 \times \frac{1}{2} = 20(\text{cm})$

$\overline{CH} = 40\sin 60^\circ = 40 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3}(\text{cm})$

△AHC에서

$\overline{AH} = \frac{\overline{CH}}{\tan 45^\circ} = 20\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AB} = \overline{AH} + \overline{BH} = 20\sqrt{3} + 20$
$= 20(\sqrt{3}+1)(\text{cm})$

02 넓이 구하기

개념원리 확인하기 본문 153쪽

01 (1) 10, 60°, $15\sqrt{3}$ (2) 6, 135°, $\frac{15\sqrt{2}}{2}$ (3) $6\sqrt{2}$ (4) 30

02 (1) 8, 30°, 24 (2) 7, 60°, $14\sqrt{3}$ (3) $21\sqrt{2}$ (4) $48\sqrt{3}$

01 (1) $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 10 \times \sin 60^\circ$
$= \frac{1}{2} \times 6 \times 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 15\sqrt{3}$

(2) $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 5 \times 6 \times \sin(180^\circ - 135^\circ)$
$= \frac{1}{2} \times 5 \times 6 \times \sin 45^\circ$
$= \frac{1}{2} \times 5 \times 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{15\sqrt{2}}{2}$

(3) $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 3 \times 8 \times \sin 45^\circ$
$= \frac{1}{2} \times 3 \times 8 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$
$= 6\sqrt{2}$

(4) $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 10 \times 12 \times \sin(180^\circ - 150^\circ)$
$= \frac{1}{2} \times 10 \times 12 \times \sin 30^\circ$
$= \frac{1}{2} \times 10 \times 12 \times \frac{1}{2}$
$= 30$

02 (1) $\square ABCD = 6 \times 8 \times \sin 30^\circ$
$= 6 \times 8 \times \frac{1}{2} = 24$

(2) $\square ABCD = \frac{1}{2} \times 8 \times 7 \times \sin 60^\circ$
$= \frac{1}{2} \times 8 \times 7 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 14\sqrt{3}$

(3) $\square ABCD = 6 \times 7 \times \sin(180^\circ - 135^\circ)$
$= 6 \times 7 \times \sin 45^\circ$
$= 6 \times 7 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 21\sqrt{2}$

(4) $\square ABCD = \frac{1}{2} \times 12 \times 16 \times \sin(180^\circ - 120^\circ)$
$= \frac{1}{2} \times 12 \times 16 \times \sin 60^\circ$
$= \frac{1}{2} \times 12 \times 16 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 48\sqrt{3}$

핵심문제 익히기 (확인문제) 본문 154~156쪽

1 (1) $20\sqrt{3}$ cm^2 (2) 9 cm^2 **2** $8\sqrt{3}$ cm **3** 8 cm
4 $14\sqrt{3}$ cm^2 **5** 60°
6 (1) $30\sqrt{3}$ cm^2 (2) 20 cm^2 (3) $14\sqrt{3}$ cm^2 **7** $48\sqrt{3}$ cm^2

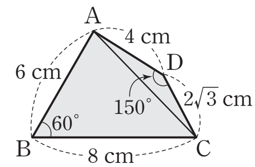
1 (1) △ABH에서
$\overline{BH} = 8 \times \cos 60^\circ = 8 \times \frac{1}{2} = 4(\text{cm})$
$\therefore\ \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{BC} \times \sin 60^\circ$
$= \frac{1}{2} \times 8 \times (4+6) \times \frac{\sqrt{3}}{2}$
$= 20\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

(2) △ABC는 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle C = \angle B = 75^\circ$
$\therefore\ \angle A = 180^\circ - 2 \times 75^\circ = 30^\circ$
$\therefore\ \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times \sin 30^\circ = 9(\text{cm}^2)$

2 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times \overline{BC} \times \sin 30^\circ = 24$에서
$\sqrt{3}\,\overline{BC} = 24 \qquad \therefore\ \overline{BC} = \frac{24}{\sqrt{3}} = 8\sqrt{3}(\text{cm})$

3 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BC} \times \sin(180^\circ - 120^\circ)$이므로
$18\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times 9 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$
$\frac{9\sqrt{3}}{4}\overline{AC} = 18\sqrt{3} \qquad \therefore\ \overline{AC} = 8(\text{cm})$

4 $\overline{AC}$를 그으면



$\triangle ABC$

$=\frac{1}{2}\times 6\times 8\times \sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 6\times 8\times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$=12\sqrt{3}(cm^2)$

$\triangle ACD=\frac{1}{2}\times 4\times 2\sqrt{3}\times \sin(180^\circ-150^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 4\times 2\sqrt{3}\times \frac{1}{2}$

$=2\sqrt{3}(cm^2)$

$\therefore \square ABCD=\triangle ABC+\triangle ACD$

$=12\sqrt{3}+2\sqrt{3}=14\sqrt{3}(cm^2)$

5 $\square ABCD=\overline{AB}\times\overline{BC}\times\sin B$이므로

$4\sqrt{3}=2\times 4\times \sin B \qquad \therefore \sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \angle B=60^\circ$

6 (1) $\square ABCD=\frac{1}{2}\times 12\times 10\times \sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 12\times 10\times \frac{\sqrt{3}}{2}$

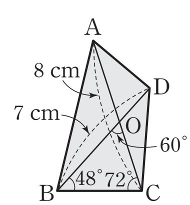
$=30\sqrt{3}(cm^2)$

(2) $\square ABCD=\frac{1}{2}\times 8\times 10\times \sin(180^\circ-150^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 8\times 10\times \frac{1}{2}$

$=20(cm^2)$

(3) 두 대각선의 교점을 O라고 하면



$\angle BOC=180^\circ-(48^\circ+72^\circ)$

$=60^\circ$

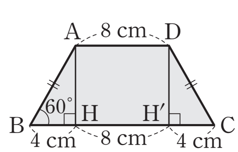
$\therefore \square ABCD$

$=\frac{1}{2}\times 8\times 7\times \sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 8\times 7\times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$=14\sqrt{3}(cm^2)$

7 두 꼭짓점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라고 하면



$\overline{HH'}=\overline{AD}=8$ cm이므로

$\overline{BH}=\overline{CH'}=\frac{1}{2}\times(16-8)=4(cm)$

$\triangle ABH$에서

$\overline{AH}=\overline{BH}\tan 60^\circ=4\times\sqrt{3}=4\sqrt{3}(cm)$

$\therefore \square ABCD=\frac{1}{2}\times(8+16)\times 4\sqrt{3}=48\sqrt{3}(cm^2)$

이런 문제가 시험에 나온다 본문 157~158쪽

01 ② **02** ④

03 (1) $14\sqrt{3}$ cm² (2) $23\sqrt{3}$ cm² (3) $56\sqrt{3}$ cm²

04 $24\sqrt{3}$ cm² **05** 135° **06** ② **07** $25\sqrt{3}$ cm²

08 $48\sqrt{3}$ cm² **09** $10\sqrt{2}$ cm² **10** 15 cm² **11** $10\sqrt{3}$ cm²

12 ②

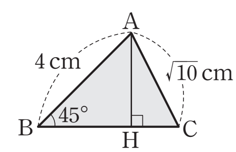
01 $\angle A=180^\circ-2\times 75^\circ=30^\circ$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 5\sqrt{3}\times 5\sqrt{3}\times \sin 30^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 5\sqrt{3}\times 5\sqrt{3}\times \frac{1}{2}$

$=\frac{75}{4}(cm^2)$

02 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{BH}=4\cos 45^\circ=2\sqrt{2}(cm)$

$\overline{AH}=4\sin 45^\circ=2\sqrt{2}(cm)$

$\triangle AHC$에서

$\overline{CH}=\sqrt{(\sqrt{10})^2-(2\sqrt{2})^2}=\sqrt{2}(cm)$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AH}$

$=\frac{1}{2}\times(2\sqrt{2}+\sqrt{2})\times 2\sqrt{2}$

$=6(cm^2)$

03 (1) $\triangle ABC$에서

$\overline{AC}=8\sin 60^\circ=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}(cm)$

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 4\times 8\times \sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 4\times 8\times \frac{\sqrt{3}}{2}=8\sqrt{3}(cm^2)$

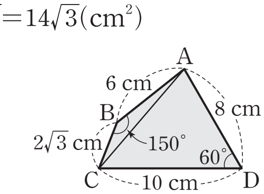
$\triangle ACD=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times 6\times \sin 30^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times 6\times \frac{1}{2}=6\sqrt{3}(cm^2)$

$\therefore \square ABCD=\triangle ABC+\triangle ACD$

$=8\sqrt{3}+6\sqrt{3}=14\sqrt{3}(cm^2)$

(2) $\overline{AC}$를 그으면



$\triangle ABC$

$=\frac{1}{2}\times 6\times 2\sqrt{3}$

$\times\sin(180^\circ-150^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 6\times 2\sqrt{3}\times\frac{1}{2}=3\sqrt{3}(cm^2)$

$\triangle ACD=\frac{1}{2}\times 10\times 8\times \sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 10\times 8\times \frac{\sqrt{3}}{2}$

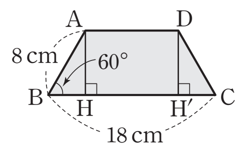
$=20\sqrt{3}(cm^2)$

$\therefore \square ABCD=\triangle ABC+\triangle ACD$

$=3\sqrt{3}+20\sqrt{3}$

$=23\sqrt{3}(cm^2)$

(3) 오른쪽 그림과 같이 등변 사다리꼴 ABCD의 꼭짓점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라 하면



$\overline{BH}=\overline{CH'}=8\times\cos 60^\circ$

$=4(cm)$

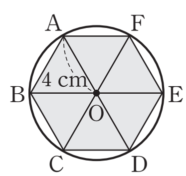
$\overline{AH}=8\times\sin 60^\circ=4\sqrt{3}(cm)$

$\overline{AD}=\overline{HH'}=18-2\times 4=10(cm)$

$\therefore \square ABCD=\frac{1}{2}\times(10+18)\times 4\sqrt{3}$

$=56\sqrt{3}(cm^2)$

04 원의 중심 O에서 각 꼭짓점을 연결하는 선분을 그으면 정육각형은 6개의 합동인 삼각형으로 나누어진다.



$\angle AOB=\frac{1}{6}\times 360^\circ=60^\circ$이므로

$\triangle ABO=\frac{1}{2}\times 4\times 4\times\sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 4\times 4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}(cm^2)$

따라서 구하는 정육각형 ABCDEF의 넓이는

$6\triangle ABO=6\times 4\sqrt{3}=24\sqrt{3}(cm^2)$

▶ 다른풀이

$\triangle ABO=\frac{\sqrt{3}}{4}\times 4^2=4\sqrt{3}(cm^2)$

$\therefore$ (정육각형의 넓이)$=6\times 4\sqrt{3}=24\sqrt{3}(cm^2)$

05 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BC}\times\sin(180^\circ-\angle C)$이므로

$5\sqrt{2}=\frac{1}{2}\times 5\times 4\times\sin(180^\circ-\angle C)$

$\sin(180^\circ-\angle C)=\frac{\sqrt{2}}{2}$

따라서 $180^\circ-\angle C=45^\circ$이므로 $\angle C=135^\circ$

06 마름모 ABCD의 한 변의 길이를 x라고 하면

$8\sqrt{3}=x\times x\times\sin 60^\circ$

$8\sqrt{3}=x\times x\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$x^2=16 \quad \therefore x=4\ (\because x>0)$

07 등변사다리꼴의 두 대각선의 길이는 같으므로

$\overline{AC}=\overline{BD}=10$ cm

$\therefore \square ABCD=\frac{1}{2}\times 10\times 10\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 10\times 10\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=25\sqrt{3}(cm^2)$

08 $\triangle ABE$에서

$\overline{BE}=8\cos 30^\circ=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}(cm)$

$\therefore \square EBCF=\overline{BE}\times\overline{BC}=4\sqrt{3}\times 12=48\sqrt{3}(cm^2)$

09 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 10\times 12\times\sin 45^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 10\times 12\times\frac{\sqrt{2}}{2}=30\sqrt{2}(cm^2)$

이때 $\triangle AGC=\frac{1}{3}\triangle ABC$이므로

$\triangle AGC=\frac{1}{3}\times 30\sqrt{2}=10\sqrt{2}(cm^2)$

10 $\angle BAD=\angle CAD=\angle x$라 하면

$\triangle ABD=\frac{1}{2}\times 16\times\overline{AD}\times\sin x=24$

$\therefore \overline{AD}\sin x=3$

$\therefore \triangle ADC=\frac{1}{2}\times 10\times\overline{AD}\times\sin x$

$=\frac{1}{2}\times 10\times 3=15(cm^2)$

▶ 다른풀이

$\overline{AB} : \overline{AC}=\overline{BD} : \overline{CD}$에서 $16 : 10=\overline{BD} : \overline{CD}$

$\therefore \overline{BD} : \overline{CD}=8 : 5$

이때 $\triangle ABD : \triangle ADC=\overline{BD} : \overline{CD}=8 : 5$이므로

$\triangle ADC=\frac{5}{8}\triangle ABD=\frac{5}{8}\times 24=15(cm^2)$

11 $\overline{AE}/\!/\overline{DB}$이므로 $\overline{DE}$를 그으면 $\triangle ABD=\triangle EBD$

$\therefore \square ABCD=\triangle ABD+\triangle DBC$

$=\triangle EBD+\triangle DBC$

$=\triangle DEC$

$=\frac{1}{2}\times 5\times 8\times\sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 5\times 8\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=10\sqrt{3}(cm^2)$

12 $\square ABCD=4\times6\times\sin60^\circ$

$=4\times6\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=12\sqrt{3}(cm^2)$

$\therefore \triangle ABP=\dfrac{1}{4}\square ABCD=\dfrac{1}{4}\times12\sqrt{3}$

$=3\sqrt{3}(cm^2)$

1 Step (기본문제)

본문 159~160쪽

01 ④ **02** ① **03** ⑤ **04** $2\sqrt{5}$

05 ②

06 (1) $6\sqrt{3}$ cm² (2) $36\sqrt{3}$ cm² (3) 10 cm²

(4) 50 cm² (5) $12\sqrt{2}$ cm² (6) $14\sqrt{3}$ cm²

07 $8\sqrt{3}$ cm **08** ⑤ **09** $128\sqrt{2}$ cm²

10 (1) $\sqrt{6}$ (2) $\sqrt{7}$ (3) $\sqrt{3}+3$ **11** $8\sqrt{6}$ cm²

12 $64\sqrt{3}$ m² **13** ②

01 ④ $\tan A=\dfrac{a}{b}$ $\therefore a=b\tan A$

02 $\triangle AHB$에서

$\overline{AH}=6\sin60^\circ=6\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}(cm)$

$\overline{BH}=6\cos60^\circ=6\times\dfrac{1}{2}=3(cm)$

따라서 구하는 원뿔의 부피는

$\dfrac{1}{3}\times\pi\times3^2\times3\sqrt{3}=9\sqrt{3}\pi(cm^3)$

03 $\overline{AC}=15\tan30^\circ=15\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=5\sqrt{3}(m)$

$\overline{AB}=\dfrac{15}{\cos30^\circ}=15\div\dfrac{\sqrt{3}}{2}=10\sqrt{3}(m)$

따라서 부러지기 전의 나무의 높이는

$\overline{AC}+\overline{AB}=5\sqrt{3}+10\sqrt{3}=15\sqrt{3}(m)$

04 $\triangle ABH$에서

$\overline{AH}=4\sqrt{2}\sin45^\circ=4\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=4$

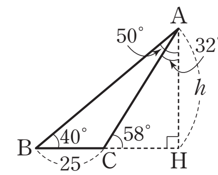
$\overline{BH}=4\sqrt{2}\cos45^\circ=4\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=4$

$\overline{HC}=\overline{BC}-\overline{BH}=6-4=2$이므로

$\triangle AHC$에서

$\overline{AC}=\sqrt{4^2+2^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

05 $\overline{AH}=h$라 하면



$\angle BAH=50^\circ$, $\angle CAH=32^\circ$

이므로

$\triangle ABH$에서 $\overline{BH}=h\tan50^\circ$

$\triangle ACH$에서 $\overline{CH}=h\tan32^\circ$

$\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로

$25=h\tan50^\circ-h\tan32^\circ$

$h(\tan50^\circ-\tan32^\circ)=25$

$\therefore h=\dfrac{25}{\tan50^\circ-\tan32^\circ}$

06 (1) $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times4\times6\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\dfrac{1}{2}\times4\times6\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}(cm^2)$

(2) $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle A=180^\circ-2\times60^\circ=60^\circ$

$\therefore \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times12\times12\times\sin60^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times12\times12\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=36\sqrt{3}(cm^2)$

(3) $\square ABCD=4\times5\times\sin(180^\circ-150^\circ)$

$=4\times5\times\dfrac{1}{2}=10(cm^2)$

(4) $\square ABCD=10\times10\times\sin30^\circ$

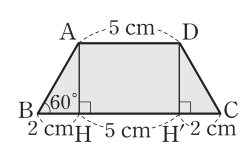
$=10\times10\times\dfrac{1}{2}=50(cm^2)$

(5) $\square ABCD=\dfrac{1}{2}\times8\times6\times\sin(180^\circ-135^\circ)$

$=\dfrac{1}{2}\times8\times6\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$=12\sqrt{2}(cm^2)$

(6) 두 꼭짓점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라고 하면



$\overline{BH}=\overline{CH'}$

$=\dfrac{1}{2}\times(9-5)=2(cm)$

$\triangle ABH$에서

$\overline{AH}=\overline{BH}\tan60^\circ=2\times\sqrt{3}=2\sqrt{3}(cm)$

$\therefore \square ABCD=\dfrac{1}{2}\times(5+9)\times2\sqrt{3}$

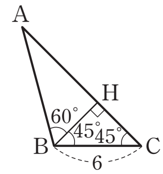
$=14\sqrt{3}(cm^2)$

07 $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BC}\times\sin(180^\circ-150^\circ)$이므로

$20\sqrt{3}=\dfrac{1}{2}\times\overline{AC}\times10\times\dfrac{1}{2}$, $\dfrac{5}{2}\overline{AC}=20\sqrt{3}$

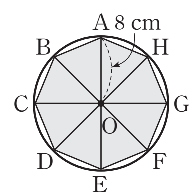
$\therefore \overline{AC}=8\sqrt{3}(cm)$

08 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



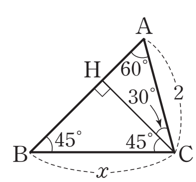
$\angle CBH = 180° - (90° + 45°)$
$= 45°$
$\angle ABH = 105° - 45° = 60°$
$\triangle BCH$에서
$\overline{BH} = 6\sin 45° = 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$
$\overline{CH} = 6\cos 45° = 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$
$\triangle ABH$에서
$\overline{AH} = \overline{BH}\tan 60° = 3\sqrt{2} \times \sqrt{3} = 3\sqrt{6}$
$\therefore\ \overline{AC} = \overline{AH} + \overline{CH} = 3\sqrt{6} + 3\sqrt{2} = 3(\sqrt{2} + \sqrt{6})$

09 원의 중심 O에서 각 꼭짓점을 연결하는 선분을 그으면 정팔각형은 8개의 합동인 삼각형으로 나누어진다.



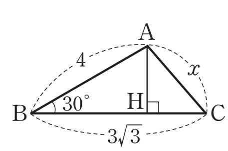
$\angle AOB = \frac{1}{8} \times 360° = 45°$이므로
$\triangle ABO = \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \sin 45°$
$= \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 16\sqrt{2}(\text{cm}^2)$
따라서 구하는 정팔각형의 넓이는
$8\triangle ABO = 8 \times 16\sqrt{2} = 128\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

10 (1) 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



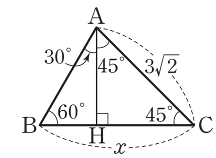
$\angle ACH = 30°,\ \angle BCH = 45°$이므로 $\triangle AHC$에서
$\overline{CH} = 2\sin 60° = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$
$\triangle CHB$에서
$x = \frac{\overline{CH}}{\cos 45°} = \frac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{6}$

(2) 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



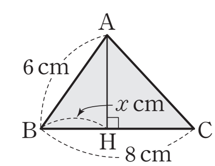
$\triangle ABH$에서
$\overline{AH} = 4\sin 30° = 4 \times \frac{1}{2} = 2$
$\overline{BH} = 4\cos 30° = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$
$\therefore\ \overline{CH} = 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = \sqrt{3}$
$\triangle AHC$에서
$x = \sqrt{2^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{7}$

(3) 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



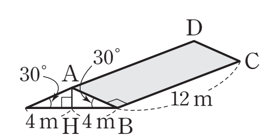
$\angle BAH = 30°$,
$\angle CAH = 45°$이므로
$\triangle AHC$에서
$\overline{AH} = 3\sqrt{2}\sin 45° = 3\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 3$
$\overline{CH} = 3\sqrt{2}\cos 45° = 3\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 3$
$\triangle ABH$에서
$\overline{BH} = \overline{AH}\tan 30° = 3 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$
$\therefore\ x = \overline{BH} + \overline{CH} = \sqrt{3} + 3$

11 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



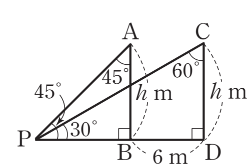
$\overline{AH} = \overline{BH} \times \tan B = \sqrt{2}\,\overline{BH}$
이때, $\overline{BH} = x$ cm라 하면
$\overline{AH} = \sqrt{2}x$ cm이므로
$\triangle ABH$에서 $x^2 + (\sqrt{2}x)^2 = 6^2$
$3x^2 = 36,\ x^2 = 12$
$\therefore\ x = 2\sqrt{3}(\text{cm})\ (\because\ x > 0)$
따라서 $\overline{AH} = \sqrt{2}x = 2\sqrt{6}$ cm이므로
$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AH}$
$= \frac{1}{2} \times 8 \times 2\sqrt{6} = 8\sqrt{6}(\text{cm}^2)$

12 $\triangle AHB$에서



$\overline{AB} = \frac{\overline{BH}}{\cos 30°} = 4 \div \frac{\sqrt{3}}{2}$
$= \frac{8\sqrt{3}}{3}(\text{m})$
$\therefore$ (지붕의 넓이)$= 2 \times \square ABCD = 2 \times \overline{AB} \times \overline{BC}$
$= 2 \times \frac{8\sqrt{3}}{3} \times 12 = 64\sqrt{3}(\text{m}^2)$

13 건물의 높이를 h m라고 하면



$\triangle APB$에서 $\angle PAB = 45°$
이므로
$\overline{PB} = h\tan 45° = h(\text{m})$
$\triangle CPD$에서 $\angle PCD = 60°$
이므로
$\overline{PD} = h\tan 60° = \sqrt{3}h(\text{m})$
$\overline{BD} = \overline{PD} - \overline{PB}$이므로
$6 = \sqrt{3}h - h,\ (\sqrt{3} - 1)h = 6$
$\therefore\ h = 3(\sqrt{3} + 1)(\text{m})$

2 Step (발전문제) 본문 161~162쪽

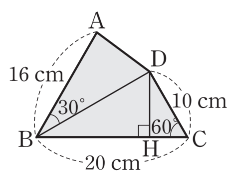
01 ②	**02** (1) $90\sqrt{3}$ cm^2 (2) $40\sqrt{3}$ cm^2	**03** 60°
04 ①	**05** 8 cm **06** $30(3+\sqrt{3})$ m	
07 $(3+\sqrt{3})$ m	**08** ⑤	**09** 10 cm^2
10 $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ cm	**11** ②	**12** $\frac{21}{10}$ cm
13 24	**14** $(40-20\sqrt{3})$ cm	

01 $\overline{CG}=4\times\tan 60^\circ=4\sqrt{3}$(cm)

∴ (직육면체의 부피)$=4\times2\sqrt{3}\times4\sqrt{3}$

$=96$(cm^3)

02 (1) 꼭짓점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



△DHC에서

$\overline{CH}=10\cos 60^\circ$

$=10\times\frac{1}{2}=5$(cm)

$\overline{DH}=10\sin 60^\circ=10\times\frac{\sqrt{3}}{2}=5\sqrt{3}$(cm)

$\overline{BH}=\overline{BC}-\overline{CH}=20-5=15$(cm)이므로

△DBH에서

$\overline{BD}=\sqrt{15^2+(5\sqrt{3})^2}=\sqrt{300}=10\sqrt{3}$(cm)

∴ □ABCD

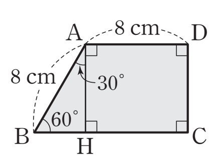
$=$△ABD$+$△DBC

$=\frac{1}{2}\times16\times10\sqrt{3}\times\sin 30^\circ+\frac{1}{2}\times20\times5\sqrt{3}$

$=40\sqrt{3}+50\sqrt{3}$

$=90\sqrt{3}$(cm^2)

(2) 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



△ABH에서

∠B$=60^\circ$이므로

$\overline{BH}=8\cos 60^\circ=8\times\frac{1}{2}=4$(cm)

$\overline{AH}=8\sin 60^\circ=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$(cm)

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=4+8=12$(cm)이므로

□ABCD$=\frac{1}{2}\times(8+12)\times4\sqrt{3}$

$=40\sqrt{3}$(cm^2)

03 □ABCD$=\frac{1}{2}\times18\times6\sqrt{3}\times\sin x=81$

$\sin x=\frac{\sqrt{3}}{2}$ ∴ $\angle x=60^\circ$

04 △ABH에서 ∠ABH$=60^\circ$이므로

$\overline{AH}=200\sin 60^\circ=200\times\frac{\sqrt{3}}{2}=100\sqrt{3}$(m)

△AHC에서 ∠CAH$=45^\circ$이므로

$\overline{CH}=\overline{AH}\tan 45^\circ=100\sqrt{3}\times1=100\sqrt{3}$(m)

05 등변사다리꼴의 두 대각선의 길이는 같으므로

$\overline{AC}=\overline{BD}=x$ cm라고 하면

□ABCD$=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BD}\times\sin(180^\circ-120^\circ)$이므로

$16\sqrt{3}=\frac{1}{2}\times x^2\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$x^2=64$ ∴ $x=8$(cm)(∵ $x>0$)

06 지면으로부터 기구까지의 높이를 h m라고 하면

∠ACH$=45^\circ$, ∠BCH$=30^\circ$이므로

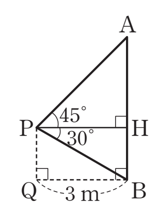
$\overline{AH}=h\tan 45^\circ=h$(m)

$\overline{BH}=h\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}h$(m)

$\overline{AB}=\overline{AH}-\overline{BH}=h-\frac{\sqrt{3}}{3}h=60$

$\frac{3-\sqrt{3}}{3}h=60$ ∴ $h=30(3+\sqrt{3})$(m)

07 $\overline{PH}=\overline{QB}=3$ m이므로



△PBH에서

$\overline{BH}=\overline{PH}\tan 30^\circ=3\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\sqrt{3}$(m)

△APH에서

$\overline{AH}=\overline{PH}\tan 45^\circ=3\times1=3$(m)

∴ $\overline{AB}=\overline{AH}+\overline{BH}=3+\sqrt{3}$(m)

08 $\overline{AD}=x$ cm라고 하면

△ABC$=$△ABD$+$△ADC이므로

$\frac{1}{2}\times15\times10\times\sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times15\times x\times\sin 30^\circ+\frac{1}{2}\times10\times x\times\sin 30^\circ$

$\frac{75\sqrt{3}}{2}=\frac{15}{4}x+\frac{5}{2}x$, $\frac{25}{4}x=\frac{75\sqrt{3}}{2}$

∴ $x=6\sqrt{3}$(cm)

09 두 대각선이 이루는 각의 크기를 a라고 하면 □ABCD의 넓이 S는

$S=\frac{1}{2}\times5\times4\times\sin a$

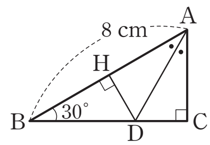
이때 $0<\sin a\le1$이므로 $a=90^\circ$일 때 □ABCD의 넓이가 최대가 된다.

따라서 □ABCD의 넓이의 최댓값은

$S=\frac{1}{2}\times5\times4\times1=10(\text{cm}^2)$

10 $\angle\text{BAC}=180^\circ-(30^\circ+90^\circ)$

$=60^\circ$



이므로 $\angle\text{BAD}=30^\circ$

이때 점 D에서 $\overline{\text{AB}}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면 △ABD는 이등변삼각형이므로

$\overline{\text{BH}}=\overline{\text{AH}}=4\text{ cm}$

따라서 △BDH에서

$\overline{\text{BD}}=\frac{\overline{\text{BH}}}{\cos30^\circ}=4\div\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{8\sqrt{3}}{3}(\text{cm})$

11 $\square\text{ABCD}=6\times8\times\sin45^\circ$

$=6\times8\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=24\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

$\therefore\ \triangle\text{ABP}=\frac{1}{4}\square\text{ABCD}$

$=\frac{1}{4}\times24\sqrt{2}$

$=6\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

12 $\angle\text{BAC}=120^\circ$이므로

$\triangle\text{ABC}=\frac{1}{2}\times7\times3\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times7\times3\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=\frac{21\sqrt{3}}{4}(\text{cm}^2)$

$\overline{\text{AD}}=x\text{ cm}$라고 하면

$\triangle\text{ABD}+\triangle\text{ADC}$

$=\frac{1}{2}\times7\times x\times\sin60^\circ+\frac{1}{2}\times3\times x\times\sin60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times7\times x\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\times3\times x\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=\frac{7\sqrt{3}}{4}x+\frac{3\sqrt{3}}{4}x$

$=\frac{5\sqrt{3}}{2}x(\text{cm}^2)$

$\triangle\text{ABC}=\triangle\text{ABD}+\triangle\text{ADC}$이므로

$\frac{21\sqrt{3}}{4}=\frac{5\sqrt{3}}{2}x\qquad\therefore\ x=\frac{21}{10}(\text{cm})$

13 $\triangle\text{BCD}=\frac{1}{2}\times6\sqrt{3}\times8\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

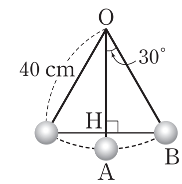
$=\frac{1}{2}\times6\sqrt{3}\times8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=36$

$\overline{\text{BE}}=\frac{2}{3}\overline{\text{BC}}$이므로

$\triangle\text{BED}=\frac{2}{3}\triangle\text{BCD}$

$=\frac{2}{3}\times36=24$

14 오른쪽 그림에서 구하는 높이는 $\overline{\text{AH}}$의 길이이다.



$\overline{\text{OA}}=\overline{\text{OB}}=40\text{ cm}$이므로

△OHB에서

$\overline{\text{OH}}=\overline{\text{OB}}\cos30^\circ=40\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=20\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{\text{AH}}=\overline{\text{OA}}-\overline{\text{OH}}$

$=40-20\sqrt{3}(\text{cm})$

3 Step (실력 UP)

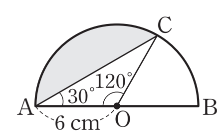
본문 163쪽

01 $(12\pi-9\sqrt{3})\text{ cm}^2$	**02** 64 cm^2
03 $3\sqrt{3}\text{ cm}^2$	**04** $25(\sqrt{3}-1)$
05 $36\sqrt{3}\text{ cm}^2$	**06** $\frac{16\sqrt{3}}{3}\text{ cm}^2$

01 $\overline{\text{OC}}$를 그으면

$\angle\text{AOC}=180^\circ-2\times30^\circ$

$=120^\circ$



∴ (색칠한 부분의 넓이)

=(부채꼴 AOC의 넓이) − △AOC

$=\pi\times6^2\times\frac{120}{360}-\frac{1}{2}\times6\times6\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=12\pi-9\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

02 $\overline{\text{BC}}=\overline{\text{DE}}=16\text{ cm}$이므로 △ABC에서

$\overline{\text{AB}}=16\cos45^\circ$

$=16\times\frac{\sqrt{2}}{2}=8\sqrt{2}(\text{cm})$

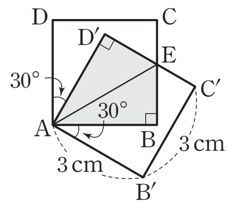
$\angle\text{ABD}=45^\circ+90^\circ=135^\circ$이므로

$\triangle\text{ABD}=\frac{1}{2}\times8\sqrt{2}\times16\times\sin(180^\circ-135^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times8\sqrt{2}\times16\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=64(\text{cm}^2)$

03 다음 그림과 같이 $\overline{AE}$를 그으면 $\overline{AD'}=\overline{AB}$이므로



$\triangle AED' \equiv \triangle AEB$ (RHS 합동)

$\angle D'AE=\angle BAE=\frac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$

이므로

$\triangle ABE$에서

$\overline{BE}=3\times \tan 30^\circ=3\times \frac{\sqrt{3}}{3}=\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore \triangle ABE=\frac{1}{2}\times 3\times \sqrt{3}=\frac{3\sqrt{3}}{2}(\text{cm}^2)$

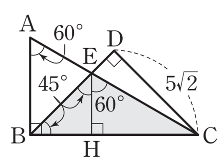
$\therefore \square ABED'=2\triangle ABE=2\times \frac{3\sqrt{3}}{2}$

$=3\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

04 $\triangle DBC$에서

$\overline{BC}=\frac{5\sqrt{2}}{\sin 45^\circ}=5\sqrt{2}\div \frac{\sqrt{2}}{2}=10$

또, 오른쪽 그림과 같이 점 E에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{EH}=h$라고 하면



$\angle BEH=180^\circ-(90^\circ+45^\circ)$

$=45^\circ$

$\angle CEH=\angle CAB=60^\circ$(동위각)

$\triangle EBH$에서 $\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h$

$\triangle EHC$에서 $\overline{CH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h$

$\overline{BH}+\overline{CH}=\overline{BC}$이므로

$h+\sqrt{3}h=10$, $(1+\sqrt{3})h=10$

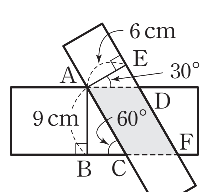
$\therefore h=\frac{10}{\sqrt{3}+1}=5(\sqrt{3}-1)$

$\therefore \triangle EBC=\frac{1}{2}\times \overline{BC}\times h$

$=\frac{1}{2}\times 10\times 5(\sqrt{3}-1)$

$=25(\sqrt{3}-1)$

05 $\triangle ABC$에서



$\overline{AC}=\frac{9}{\sin 60^\circ}=9\times \frac{2}{\sqrt{3}}$

$=6\sqrt{3}(\text{cm})$

또한, $\triangle ADE$에서

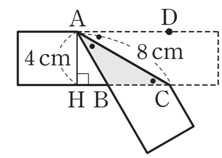
$\overline{AD}=\frac{6}{\sin 60^\circ}=6\times \frac{2}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

$\square ACFD$는 평행사변형이므로

$\square ACFD=6\sqrt{3}\times 4\sqrt{3}\times \sin 60^\circ$

$=72\times \frac{\sqrt{3}}{2}=36\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

06 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\overline{AH}=4$ cm

$\triangle AHC$에서

$\sin C=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$ $\quad\therefore \angle C=30^\circ$

$\angle DAC=\angle BAC$ (접은 각),

$\angle DAC=\angle BCA$ (엇각)이므로

$\angle BAC=\angle BCA$

즉, $\triangle ABC$는 $\overline{BA}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이고

$\angle ABC=180^\circ-(30^\circ+30^\circ)=120^\circ$

$\therefore \angle ABH=60^\circ$

$\overline{BC}=\overline{AB}=\frac{4}{\sin 60^\circ}=4\div \frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{8\sqrt{3}}{3}$이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times \frac{8\sqrt{3}}{3}\times \frac{8\sqrt{3}}{3}\times \sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times \frac{8\sqrt{3}}{3}\times \frac{8\sqrt{3}}{3}\times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$=\frac{16\sqrt{3}}{3}(\text{cm}^2)$

서술형 대비 문제

본문 164~165쪽

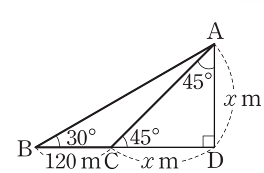
1 $60(\sqrt{3}+1)$ m　**2** $(6+25\sqrt{3})$ cm^2

3 $\frac{3(3+\sqrt{3})}{2}$　**4** $10(\sqrt{3}+1)$ m

5 $16(\sqrt{2}+1)$ cm^2

6 (1) $(6+18\sqrt{3})$ cm　(2) $42\sqrt{3}$ cm^2

1 1단계 오른쪽 그림과 같이 산의 높이를 x m라고 하면



$\angle CAD=\angle ACD$

$=45^\circ$

이므로

$\overline{CD}=\overline{AD}=x$ m

2단계 $\triangle ABD$에서

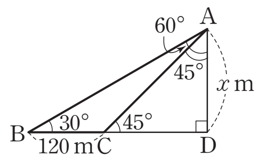
$\tan 30^\circ=\frac{\overline{AD}}{\overline{BD}}$, $\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{x}{120+x}$

$\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)x=120\sqrt{3}$

$\therefore\ x=\dfrac{120}{\sqrt{3}-1}=60(\sqrt{3}+1)(\text{m})$

▶ 다른풀이

오른쪽 그림과 같이 산의 높이를 x m라고 하자.



$\angle BAD=60^\circ$, $\angle CAD=45^\circ$이므로

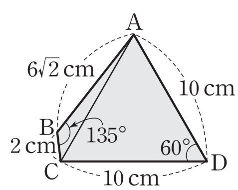
$\triangle ABD$에서 $\overline{BD}=x\tan 60^\circ=\sqrt{3}x(\text{m})$

$\triangle ACD$에서 $\overline{CD}=x\tan 45^\circ=x(\text{m})$

$\overline{BC}=\overline{BD}-\overline{CD}$이므로 $120=\sqrt{3}x-x$

$\therefore\ x=\dfrac{120}{\sqrt{3}-1}=60(\sqrt{3}+1)(\text{m})$

2 1단계 다음 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그어 $\triangle ABC$와 $\triangle ACD$로 나누면



$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 6\sqrt{2}\times 2\times\sin(180^\circ-135^\circ)$

$=\dfrac{1}{2}\times 6\sqrt{2}\times 2\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=6(\text{cm}^2)$

2단계 $\triangle ACD=\dfrac{1}{2}\times 10\times 10\times\sin 60^\circ$

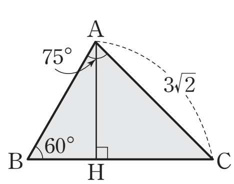
$=\dfrac{1}{2}\times 10\times 10\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=25\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

3단계 $\therefore\ \square ABCD=\triangle ABC+\triangle ACD$

$=6+25\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

3 1단계 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\angle BAH=30^\circ$, $\angle CAH=45^\circ$이므로

$\overline{AH}=\overline{AC}\cos 45^\circ$

$=3\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=3$

2단계 $\triangle ABH$에서 $\overline{AH}=\overline{BH}\tan 60^\circ$

$3=\sqrt{3}\,\overline{BH}$ $\quad\therefore\ \overline{BH}=\sqrt{3}$

$\triangle AHC$에서

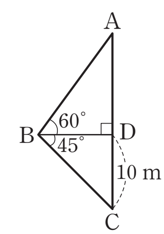
$\overline{CH}=3\sqrt{2}\sin 45^\circ=3\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=3$

$\therefore\ \overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=\sqrt{3}+3$

3단계 $\therefore\ \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times(3+\sqrt{3})\times 3=\dfrac{3(3+\sqrt{3})}{2}$

단계	채점요소	배점
1	$\overline{AH}$의 길이 구하기	2점
2	$\overline{BC}$의 길이 구하기	3점
3	$\triangle ABC$의 넓이 구하기	2점

4 1단계 $\overline{CD}=10$ m이므로 $\triangle BCD$에서



$\overline{BD}=\dfrac{\overline{CD}}{\tan 45^\circ}=10(\text{m})$

2단계 $\triangle ABD$에서

$\overline{AD}=\overline{BD}\tan 60^\circ=10\times\sqrt{3}$

$=10\sqrt{3}(\text{m})$

3단계 $\therefore$ (송전탑의 높이)$=\overline{AC}$

$=\overline{AD}+\overline{CD}$

$=10\sqrt{3}+10$

$=10(\sqrt{3}+1)(\text{m})$

단계	채점요소	배점
1	$\overline{BD}$의 길이 구하기	2점
2	$\overline{AD}$의 길이 구하기	3점
3	송전탑의 높이 구하기	2점

5 1단계 $\overline{OC}=\overline{OA}=8$ cm이고

$\angle COD=180^\circ-135^\circ=45^\circ$이므로

2단계 $\overline{CD}=\overline{OC}\sin 45^\circ$

$=8\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=4\sqrt{2}(\text{cm})$

$\overline{OD}=\overline{OC}\cos 45^\circ$

$=8\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=4\sqrt{2}(\text{cm})$

3단계 $\overline{AD}=\overline{AO}+\overline{OD}=8+4\sqrt{2}(\text{cm})$이므로

$\triangle ADC=\dfrac{1}{2}\times(8+4\sqrt{2})\times 4\sqrt{2}$

$=16(\sqrt{2}+1)(\text{cm}^2)$

단계	채점요소	배점
1	$\overline{OC}$의 길이와 $\angle COD$의 크기 구하기	2점
2	$\overline{CD}$, $\overline{OD}$의 길이 구하기	3점
3	$\triangle ADC$의 넓이 구하기	2점

6 1단계 (1) $\triangle ABD$에서

$\overline{AB}=\dfrac{6}{\tan 30^\circ}=6\div\dfrac{\sqrt{3}}{3}=6\sqrt{3}(\text{cm})$

$$\overline{BD}=\frac{6}{\sin 30^\circ}=6\div\frac{1}{2}=12(\text{cm})$$

$\triangle$BCD에서

$$\overline{CD}=\frac{12}{\tan 60^\circ}=12\div\sqrt{3}=4\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\overline{BC}=\frac{12}{\sin 60^\circ}=12\div\frac{\sqrt{3}}{2}=8\sqrt{3}(\text{cm})$$

따라서 □ABCD의 둘레의 길이는

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DA}$

$=6\sqrt{3}+8\sqrt{3}+4\sqrt{3}+6$

$=6+18\sqrt{3}(\text{cm})$

2단계 (2) $\triangle ABD=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{3}\times 6=18\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

$\triangle BCD=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times 12=24\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

$\therefore$ □ABCD$=\triangle ABD+\triangle BCD$

$=18\sqrt{3}+24\sqrt{3}$

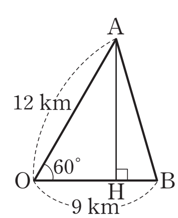
$=42\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

단계	채점요소	배점
1	□ABCD의 둘레의 길이 구하기	4점
2	□ABCD의 넓이 구하기	4점

생활 속의 수학

본문 166쪽

1 1시간 30분 후의 예지와 민지의 위치를 각각 A, B라고 하면



$\overline{OA}=8\times 1.5=12(\text{km})$

$\overline{OB}=6\times 1.5=9(\text{km})$

점 A에서 $\overline{OB}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면

$\triangle$AOH에서

$\overline{AH}=12\sin 60^\circ=12\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=6\sqrt{3}(\text{km})$

$\overline{OH}=12\cos 60^\circ=12\times\frac{1}{2}$

$=6(\text{km})$

$\overline{BH}=\overline{OB}-\overline{OH}=9-6=3(\text{km})$이므로

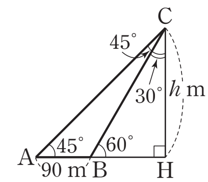
$\triangle$AHB에서

$\overline{AB}=\sqrt{(6\sqrt{3})^2+3^2}=\sqrt{117}$

$=3\sqrt{13}(\text{km})$

답 $3\sqrt{13}$ km

2 $\overline{CH}=h$ m라고 하면



$\angle ACH=45^\circ$, $\angle BCH=30^\circ$

이므로 $\triangle$CAH에서

$\overline{AH}=h\tan 45^\circ=h(\text{m})$

$\triangle$CBH에서

$\overline{BH}=h\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}h(\text{m})$

$\overline{AB}=\overline{AH}-\overline{BH}$이므로

$90=h-\frac{\sqrt{3}}{3}h$, $90=\left(\frac{3-\sqrt{3}}{3}\right)h$

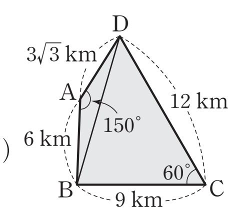
$\therefore h=45(3+\sqrt{3})(\text{m})$

따라서 이 건물의 높이는

$1.6+45(3+\sqrt{3})=136.6+45\sqrt{3}(\text{m})$

답 $(136.6+45\sqrt{3})$ m

3 $\overline{BD}$를 그으면



□ABCD

$=\triangle ABD+\triangle BCD$

$=\frac{1}{2}\times 6\times 3\sqrt{3}\times\sin(180^\circ-150^\circ)$

$+\frac{1}{2}\times 9\times 12\times\sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 6\times 3\sqrt{3}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times 9\times 12\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=\frac{9\sqrt{3}}{2}+27\sqrt{3}=\frac{63\sqrt{3}}{2}(\text{km}^2)$

답 $\frac{63\sqrt{3}}{2}$ km^2

Ⅳ 원의 성질

1 원과 직선

01 원과 현

개념원리 확인하기 본문 172쪽

01 (1) 이등분, $\overline{AM}$, $\overline{BM}$ (2) 중심
02 (1) 5 (2) $3\sqrt{2}$ (3) 24 (4) 6
03 (1) 현, $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ (2) 같은, $\overline{OM}$, $\overline{ON}$
04 (1) 7 (2) 2 (3) 4 (4) 10

02 원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분하므로

(1) $\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times10=5$
$\therefore x=5$

(2) $\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times6=3$이므로
$\triangle$OAM에서
$\overline{OA}=\sqrt{3^2+3^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$
$\therefore x=3\sqrt{2}$

(3) $\triangle$OAM에서
$\overline{AM}=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12$
$\overline{AM}=\overline{BM}$이므로
$\overline{AB}=2\overline{AM}=2\times12=24$
$\therefore x=24$

(4) $\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times16=8$이므로
$\triangle$OAM에서
$\overline{OM}=\sqrt{10^2-8^2}=\sqrt{36}=6$
$\therefore x=6$

04 (1) $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로
$\overline{AB}=\overline{CD}$ $\quad\therefore x=7$

(2) $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로
$\overline{OM}=\overline{ON}$ $\quad\therefore x=2$

(3) $\overline{AC}=2\overline{CN}=2\times6=12$
$\overline{AB}=\overline{AC}$이므로
$\overline{OM}=\overline{ON}$ $\quad\therefore x=4$

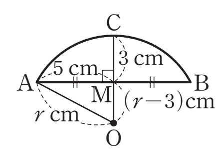
(4) $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로
$\overline{AB}=\overline{AC}$
이때 $\angle A=60^\circ$이므로 $\triangle$ABC는 정삼각형이다.
$\overline{AC}=2\overline{AN}=2\times5=10$ $\quad\therefore x=10$

핵심문제 익히기 (확인문제) 본문 173~174쪽

1 $4\sqrt{3}$ cm **2** $\frac{17}{3}$ cm
3 (1) 6 (2) $6\sqrt{3}$ (3) $2\sqrt{13}$
4 $30\sqrt{3}$ cm **5** 8

1 $\triangle$OMB에서
$\overline{BM}=\sqrt{6^2-2^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$(cm)
$\overline{AB}\perp\overline{OC}$이므로 $\overline{AM}=\overline{BM}=4\sqrt{2}$ cm
또, $\overline{OC}=\overline{OB}=6$ cm이므로
$\overline{MC}=6-2=4$(cm)
$\triangle$ACM에서
$\overline{AC}=\sqrt{(4\sqrt{2})^2+4^2}$
$=\sqrt{48}=4\sqrt{3}$(cm)

2 원의 중심을 O라 하면 $\overline{CM}$의 연장선은 이 원의 중심 O를 지난다.



이때 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$\overline{OA}=r$ cm, $\overline{OM}=(r-3)$ cm
$\triangle$AOM에서 $r^2=5^2+(r-3)^2$
$6r=34$ $\quad\therefore r=\frac{17}{3}$(cm)

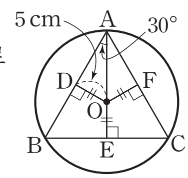
3 (1) $\overline{CD}\perp\overline{ON}$이므로
$\overline{CD}=2\overline{DN}=2\times7=14$
$\overline{AB}=\overline{CD}=14$이므로
$\overline{OM}=\overline{ON}=6$ $\quad\therefore x=6$

(2) $\overline{ON}=\overline{OM}=3$이므로
$\triangle$OND에서
$\overline{DN}=\sqrt{6^2-3^2}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}$
$\overline{CD}\perp\overline{ON}$이므로
$\overline{CD}=2\overline{DN}=2\times3\sqrt{3}=6\sqrt{3}$
$\therefore x=6\sqrt{3}$

(3) $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{CD}=\overline{AB}=8$
$\therefore \overline{DM}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times8=4$
$\triangle$OMD에서
$\overline{OD}=\sqrt{6^2+4^2}=2\sqrt{13}$ $\quad\therefore x=2\sqrt{13}$

4 $\overline{OD}=\overline{OE}=\overline{OF}$이므로 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$
즉, $\triangle$ABC는 정삼각형이다.
$\therefore \angle A=60^\circ$

$\overline{OA}$를 그으면



$\triangle ADO \equiv \triangle AFO$(RHS 합동)이므로

$\angle OAD = \frac{1}{2}\angle A = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$

$\triangle ADO$에서 $\angle AOD = 60^\circ$이므로

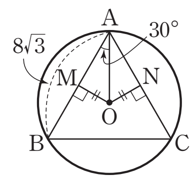
$\overline{AD} = \overline{OD}\tan 60^\circ = 5 \times \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$(cm)

$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AD} = 10\sqrt{3}$(cm)

따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는

$3\overline{AB} = 3 \times 10\sqrt{3} = 30\sqrt{3}$(cm)

5 $\overline{OM} = \overline{ON}$이므로 $\overline{AB} = \overline{AC}$



$\overline{OA}$를 그으면

$\triangle AMO \equiv \triangle ANO$ (RHS 합동)

이므로

$\angle OAM = \frac{1}{2}\angle A = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$

이때 $\overline{AM} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$이므로

$\triangle AMO$에서

$\overline{OA} = \dfrac{\overline{AM}}{\cos 30^\circ} = 4\sqrt{3} \div \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 8$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 8이다.

이런 문제가 시험에 나온다 본문 175쪽

01 17 cm	**02** 5 cm	**03** 3 cm	**04** $4\sqrt{5}$ cm
05 25	**06** 6 cm	**07** 10 cm	

01 $\overline{AB} \perp \overline{OM}$이므로

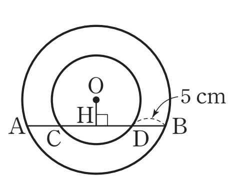
$\overline{AM} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2} \times 30 = 15$(cm)

$\overline{OA}$를 그으면 $\triangle OAM$에서

$\overline{OA} = \sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{289} = 17$(cm)

따라서 원 O의 반지름의 길이는 17 cm이다.

02 원의 중심 O에서 현 AB에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH} = \overline{BH}$

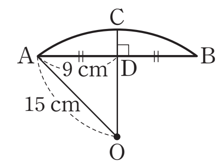
또, $\overline{OH}$는 현 CD의 수선이기도 하므로

$\overline{CH} = \overline{DH}$

$\therefore \overline{AC} = \overline{AH} - \overline{CH} = \overline{BH} - \overline{DH}$

$= \overline{BD} = 5$ cm

03 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$이므로



$\overline{AD} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2} \times 18 = 9$(cm)

원의 중심을 O라 하면

$\triangle AOD$에서

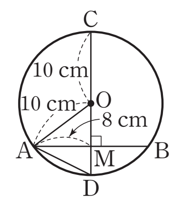
$\overline{OD} = \sqrt{15^2 - 9^2}$

$= \sqrt{144} = 12$(cm)

$\therefore \overline{CD} = 15 - 12$

$= 3$(cm)

04 $\overline{OA}$를 그으면 $\triangle OAM$에서



$\overline{OM} = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{36}$

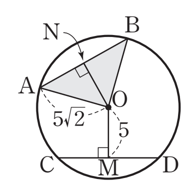
$= 6$(cm)

$\therefore \overline{MD} = 10 - 6 = 4$(cm)

$\triangle ADM$에서

$\overline{AD} = \sqrt{8^2 + 4^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$(cm)

05 원 O의 중심에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 N이라 하면



$\overline{AB} = \overline{CD}$이므로 $\overline{ON} = \overline{OM} = 5$

$\triangle OAN$에서

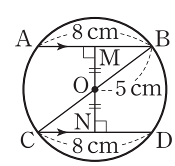
$\overline{AN} = \sqrt{(5\sqrt{2})^2 - 5^2} = 5$이므로

$\overline{AB} = 2\overline{AN} = 2 \times 5 = 10$

$\therefore \triangle OAB = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{ON}$

$= \frac{1}{2} \times 10 \times 5 = 25$

06 오른쪽 그림과 같이 원 O의 중심에서 두 현 AB, CD에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라 하면



$\overline{AB} = \overline{CD}$이므로 $\overline{OM} = \overline{ON}$

$\overline{BM} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2} \times 8 = 4$(cm)

$\triangle OBM$에서

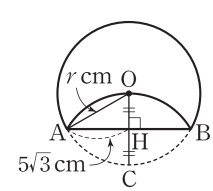
$\overline{OM} = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{9} = 3$(cm)이므로

$\overline{ON} = 3$ cm

이때 $\overline{AB}$와 $\overline{CD}$ 사이의 거리는 $\overline{MN}$의 길이와 같으므로

$\overline{MN} = \overline{OM} + \overline{ON} = 3 + 3 = 6$(cm)

07 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하고 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 수선을 그으면



$\overline{OH} = \overline{HC} = \frac{1}{2}r$ cm

△OAH에서

$\overline{\mathrm{AH}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{AB}}=\frac{1}{2}\times10\sqrt{3}=5\sqrt{3}$ (cm)이므로

$r^2=\left(\frac{1}{2}r\right)^2+(5\sqrt{3})^2$, $r^2=100$

$\therefore r=10$(cm) ($\because r>0$)

02 원의 접선 (1)

개념원리 확인하기 본문 178쪽

01 (1) 90° (2) 30° (3) 55° (4) 47°

02 (1) 7 (2) 12

03 (1) 50° (2) 110°

04 (1) 59° (2) 40°

01 (1) $\overline{\mathrm{PA}}$가 원 O의 접선이므로

$\overline{\mathrm{OA}}\perp\overline{\mathrm{PA}}$ $\therefore \angle x=90^\circ$

(2) $\angle\mathrm{OAP}=90^\circ$이므로

$\angle x=180^\circ-(60^\circ+90^\circ)=30^\circ$

(3) $\angle\mathrm{OAP}=90^\circ$이므로

$\angle x=180^\circ-(35^\circ+90^\circ)=55^\circ$

(4) $\angle\mathrm{OAP}=90^\circ$이므로

$\angle x=180^\circ-(43^\circ+90^\circ)=47^\circ$

02 (1) $\overline{\mathrm{PA}}=\overline{\mathrm{PB}}$이므로 $x=7$

(2) $\angle\mathrm{PAO}=90^\circ$이므로 △POA에서

$\overline{\mathrm{PA}}=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12$

$\overline{\mathrm{PB}}=\overline{\mathrm{PA}}$이므로 $x=12$

03 (1) □APBO의 내각의 크기의 합은 360°이고

$\angle\mathrm{PAO}=\angle\mathrm{PBO}=90^\circ$이므로

$\angle x=360^\circ-(90^\circ+130^\circ+90^\circ)=50^\circ$

(2) □APBO의 내각의 크기의 합은 360°이고

$\angle\mathrm{PAO}=\angle\mathrm{PBO}=90^\circ$이므로

$\angle x=360^\circ-(90^\circ+70^\circ+90^\circ)=110^\circ$

04 (1) $\overline{\mathrm{PA}}=\overline{\mathrm{PB}}$이므로 △PBA는 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle x=\frac{1}{2}\times(180^\circ-62^\circ)=59^\circ$

(2) $\overline{\mathrm{PA}}=\overline{\mathrm{PB}}$이므로 △PBA는 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle x=180^\circ-(70^\circ+70^\circ)=40^\circ$

핵심문제 익히기 (확인문제) 본문 179~180쪽

1 (1) 12 (2) $2\sqrt{21}$ (3) 62

2 (1) 120° (2) $4\sqrt{3}$ cm (3) 30°

3 (1) 10 cm (2) 36 cm

4 $27\sqrt{2}$ cm^2

1 (1) $\overline{\mathrm{PO}}=6+9=15$(cm)

$\angle\mathrm{OBP}=90^\circ$이므로 △OPB에서

$\overline{\mathrm{PB}}=\sqrt{15^2-9^2}=\sqrt{144}=12$(cm)

$\therefore \overline{\mathrm{PA}}=\overline{\mathrm{PB}}=12$(cm)

$\therefore x=12$(cm)

(2) $\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OC}}=\overline{\mathrm{OB}}=4$ cm이므로

$\overline{\mathrm{OP}}=6+4=10$(cm)

$\angle\mathrm{PAO}=90^\circ$이므로 △POA에서

$x=\sqrt{10^2-4^2}=\sqrt{84}=2\sqrt{21}$(cm)

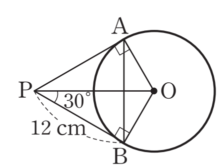
(3) $\overline{\mathrm{PA}}=\overline{\mathrm{PB}}$이므로

$\angle x=\frac{1}{2}\times(180^\circ-56^\circ)=62^\circ$

2 (1) $\angle\mathrm{PAO}=\angle\mathrm{PBO}=90^\circ$이므로

$\angle\mathrm{AOB}=360^\circ-(90^\circ+60^\circ+90^\circ)=120^\circ$

(2) $\overline{\mathrm{OP}}$를 그으면 △PBO에서



$\angle\mathrm{OPB}=30^\circ$이므로

$\overline{\mathrm{OB}}=\overline{\mathrm{PB}}\tan 30^\circ$

$=12\times\frac{\sqrt{3}}{3}$

$=4\sqrt{3}$(cm)

(3) $\angle\mathrm{AOB}=120^\circ$이고 △OAB는

$\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OB}}$인 이등변삼각형이므로

$\angle\mathrm{BAO}=\frac{1}{2}\times(180^\circ-120^\circ)=30^\circ$

3 (1) $\overline{\mathrm{BD}}=\overline{\mathrm{BE}}$, $\overline{\mathrm{CF}}=\overline{\mathrm{CE}}$이고

$\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{AF}}=18$ cm이므로

$\overline{\mathrm{AD}}+\overline{\mathrm{AF}}=\overline{\mathrm{AB}}+\overline{\mathrm{BD}}+\overline{\mathrm{AC}}+\overline{\mathrm{CF}}$

$=\overline{\mathrm{AB}}+\overline{\mathrm{BE}}+\overline{\mathrm{AC}}+\overline{\mathrm{CE}}$

$=\overline{\mathrm{AB}}+\overline{\mathrm{BC}}+\overline{\mathrm{AC}}$

$18+18=12+\overline{\mathrm{BC}}+14$

$\therefore \overline{\mathrm{BC}}=10$(cm)

(2) (△ABC의 둘레의 길이)$=\overline{\mathrm{AB}}+\overline{\mathrm{BC}}+\overline{\mathrm{AC}}$

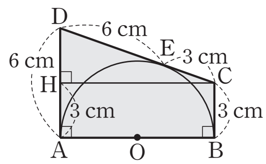
$=12+10+14$

$=36$(cm)

4 $\overline{\mathrm{DE}}=\overline{\mathrm{DA}}=6$ cm, $\overline{\mathrm{CE}}=\overline{\mathrm{CB}}=3$ cm이므로

$\overline{\mathrm{DC}}=6+3=9$(cm)

꼭짓점 C에서 $\overline{DA}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{HA}=\overline{CB}=3$ cm이므로

$\overline{DH}=6-3=3(\text{cm})$

$\triangle$DHC에서

$\overline{HC}=\sqrt{9^2-3^2}=\sqrt{72}=6\sqrt{2}(\text{cm})$

$\therefore \square\text{ABCD}=\frac{1}{2}\times(6+3)\times6\sqrt{2}$

$=27\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

이런 문제가 시험에 나온다 본문 181~182쪽

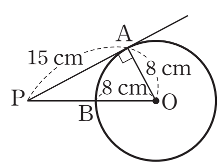
01 $\sqrt{21}$ cm	**02** 9 cm	**03** 4 cm	**04** $9\sqrt{2}$ cm^2
05 ⑤	**06** $8\sqrt{3}$ cm	**07** ③	**08** 24 cm
09 75π cm^2	**10** $27\sqrt{3}$ cm^2	**11** $\frac{16}{3}\pi$ cm^2	**12** ③

01 $\angle$PAO$=90^\circ$이므로 $\triangle$POA에서

$\overline{PA}=\sqrt{5^2-2^2}=\sqrt{21}(\text{cm})$

$\therefore \overline{PB}=\overline{PA}=\sqrt{21}$ cm

02 $\overline{OA}$를 그으면 $\angle$PAO$=90^\circ$



$\overline{OA}=\overline{OB}=8$ cm이므로

$\triangle$POA에서

$\overline{PO}=\sqrt{15^2+8^2}$

$=\sqrt{289}=17(\text{cm})$

$\therefore \overline{PB}=17-8=9(\text{cm})$

03 $\angle$PTO$=90^\circ$이므로 $\triangle$POT에서

$\overline{OT}=\frac{\overline{PT}}{\tan 60^\circ}=\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=4(\text{cm})$

$\overline{PO}=\frac{\overline{OT}}{\cos 60^\circ}=4\div\frac{1}{2}=8(\text{cm})$

$\overline{OA}=\overline{OT}=4$ cm이므로

$\overline{PA}=\overline{PO}-\overline{OA}=8-4=4(\text{cm})$

04 $\overline{OA}=\overline{OT}=3$ cm이고

$\angle$OTP$=90^\circ$이므로 $\triangle$OTP에서

$\overline{PT}=\sqrt{(3+6)^2-3^2}=6\sqrt{2}(\text{cm})$

$\therefore \triangle\text{OTP}=\frac{1}{2}\times\overline{OT}\times\overline{PT}$

$=\frac{1}{2}\times3\times6\sqrt{2}$

$=9\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

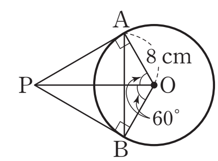
05 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $\triangle$PBA에서

$\angle\text{PAB}=\frac{1}{2}\times(180^\circ-48^\circ)=66^\circ$

이때 $\angle$PAO$=90^\circ$이므로

$\angle x=90^\circ-66^\circ=24^\circ$

06 $\overline{OP}$를 그으면



$\triangle\text{POA}\equiv\triangle\text{POB}$ (RHS 합동)

이므로

$\angle\text{POA}=\angle\text{POB}$

$=\frac{1}{2}\times120^\circ$

$=60^\circ$

$\triangle$POA에서

$\overline{PA}=\overline{OA}\tan 60^\circ=8\times\sqrt{3}=8\sqrt{3}(\text{cm})$

그런데 $\overline{PA}=\overline{PB}$이고 $\angle\text{APB}=180^\circ-120^\circ=60^\circ$이므로 $\triangle$APB는 정삼각형이다.

$\therefore \overline{AB}=\overline{PA}=8\sqrt{3}(\text{cm})$

07 $\overline{BD}=\overline{BF}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$이므로

$\overline{AE}=\frac{1}{2}(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC})$

$=\frac{1}{2}\times(10+8+12)=15(\text{cm})$

08 $\angle$PBO$=90^\circ$이므로 $\triangle$PBO에서

$\overline{PB}=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12(\text{cm})$

$\overline{PA}=\overline{PB}$, $\overline{DA}=\overline{DC}$, $\overline{EB}=\overline{EC}$이므로

($\triangle$PED의 둘레의 길이)

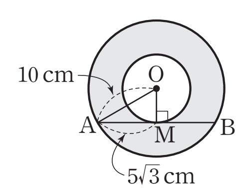
$=\overline{PD}+\overline{DE}+\overline{PE}$

$=\overline{PD}+\overline{DC}+\overline{EC}+\overline{PE}$

$=(\overline{PD}+\overline{DA})+(\overline{EB}+\overline{PE})$

$=\overline{PA}+\overline{PB}=12+12=24(\text{cm})$

09 $\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}$



$=\frac{1}{2}\times10\sqrt{3}$

$=5\sqrt{3}(\text{cm})$

큰 원의 반지름의 길이가 10 cm이므로 $\overline{OA}$를 그으면

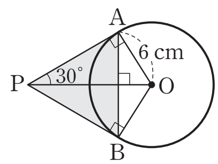
$\triangle$OAM에서

$\overline{OM}=\sqrt{10^2-(5\sqrt{3})^2}=\sqrt{25}=5(\text{cm})$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\pi\times10^2-\pi\times5^2=75\pi(\text{cm}^2)$

10 $\overline{\mathrm{OP}}$를 그으면



$\triangle\mathrm{PAO}\equiv\triangle\mathrm{PBO}$ (RHS 합동)

$\therefore \angle\mathrm{APO}=\frac{1}{2}\angle\mathrm{APB}$

$=\frac{1}{2}\times 60^\circ$

$=30^\circ$

$\triangle\mathrm{PAO}$에서

$\overline{\mathrm{PA}}=\frac{\overline{\mathrm{OA}}}{\tan 30^\circ}=6\div\frac{\sqrt{3}}{3}$

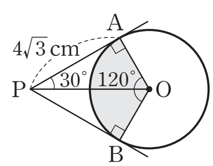
$=6\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

그런데 $\overline{\mathrm{PA}}=\overline{\mathrm{PB}}$이고 $\angle\mathrm{P}=60^\circ$이므로 $\triangle\mathrm{APB}$는 한 변의 길이가 $6\sqrt{3}$ cm인 정삼각형이다.

$\therefore \triangle\mathrm{APB}=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(6\sqrt{3})^2$

$=27\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$

11 $\angle\mathrm{AOB}=180^\circ-60^\circ=120^\circ$



이고 $\overline{\mathrm{OP}}$를 그으면

$\angle\mathrm{APO}=\frac{1}{2}\angle\mathrm{APB}$

$=\frac{1}{2}\times 60^\circ$

$=30^\circ$

$\triangle\mathrm{POA}$에서

$\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{PA}}\tan 30^\circ$

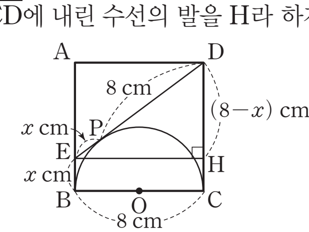
$=4\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}$

$=4(\mathrm{cm})$

따라서 부채꼴 AOB의 넓이는

$\pi\times 4^2\times\frac{120}{360}=\frac{16}{3}\pi(\mathrm{cm}^2)$

12 점 E에서 $\overline{\mathrm{CD}}$에 내린 수선의 발을 H라 하자.



$\overline{\mathrm{EB}}=\overline{\mathrm{EP}}=x$ cm라 하면 $\overline{\mathrm{HC}}=\overline{\mathrm{EB}}=x$ cm 이므로

$\overline{\mathrm{DH}}=(8-x)$ cm

$\overline{\mathrm{DP}}=\overline{\mathrm{DC}}=8$ cm

$\triangle\mathrm{DEH}$에서

$(8+x)^2=8^2+(8-x)^2$

$32x=64$

$\therefore x=2(\mathrm{cm})$

03 원의 접선 (2)

개념원리 확인하기

본문 185쪽

01 (1) $x=6,\ y=5,\ z=4$ (2) $x=4,\ y=7,\ z=5$

02 6, 4, 4, 7 **03** (1) 9 (2) 19 (3) 2

04 6 cm

01 (1) $x=\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{AF}}=6$

$y=\overline{\mathrm{BE}}=\overline{\mathrm{BD}}=5$

$z=\overline{\mathrm{CF}}=\overline{\mathrm{CE}}=4$

(2) $x=\overline{\mathrm{AF}}=\overline{\mathrm{AD}}=4$

$y=\overline{\mathrm{BE}}=\overline{\mathrm{BD}}=7$

$z=\overline{\mathrm{CF}}=\overline{\mathrm{CE}}=5$

03 □ABCD가 원 O에 외접하므로

$\overline{\mathrm{AB}}+\overline{\mathrm{CD}}=\overline{\mathrm{AD}}+\overline{\mathrm{BC}}$

(1) $x+9=8+10$ $\therefore x=9$

(2) $15+17=13+x$ $\therefore x=19$

(3) $4+(3x+1)=5+(x+4)$ $\therefore x=2$

04 □ABCD가 원 O에 외접하므로

$\overline{\mathrm{AB}}+\overline{\mathrm{CD}}=\overline{\mathrm{AD}}+\overline{\mathrm{BC}}$

$\overline{\mathrm{AB}}+4=3+7$이므로

$\overline{\mathrm{AB}}=6$ cm

핵심문제 익히기 (확인문제)

본문 186~187쪽

1 (1) 6 (2) 4 **2** (1) 2 cm (2) 2 cm

3 162 cm^2 **4** $\frac{8}{3}$ cm

1 (1) $\overline{\mathrm{AF}}=\overline{\mathrm{AD}}=3$ cm이므로

$\overline{\mathrm{BE}}=\overline{\mathrm{BD}}=7-3=4(\mathrm{cm})$

$\overline{\mathrm{CE}}=\overline{\mathrm{CF}}=5-3=2(\mathrm{cm})$

$\overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{BE}}+\overline{\mathrm{CE}}=4+2=6(\mathrm{cm})$이므로

$x=6$

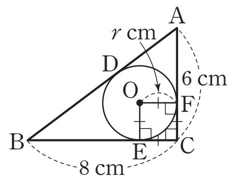
(2) $\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{AF}}=x$ cm이므로

$\overline{\mathrm{BE}}=\overline{\mathrm{BD}}=(9-x)$ cm

$\overline{\mathrm{CE}}=\overline{\mathrm{CF}}=(10-x)$ cm

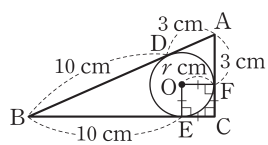
$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}$이므로
$11=(9-x)+(10-x)$
$2x=8 \qquad \therefore x=4$

2 (1) 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면



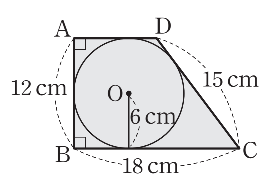
$\overline{CE}=\overline{CF}=r$ cm이므로
$\overline{AD}=\overline{AF}$
$=(6-r)$ cm
$\overline{BD}=\overline{BE}$
$=(8-r)$ cm
$\overline{AB}=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}=10(\text{cm})$이므로
$\overline{AB}=\overline{BD}+\overline{AD}$에서
$10=(8-r)+(6-r)$
$2r=4 \qquad \therefore r=2(\text{cm})$

(2) 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\overline{CE}=\overline{CF}=r$ cm
$\overline{AF}=\overline{AD}=3$ cm
$\overline{BE}=\overline{BD}=10$ cm
$\triangle$ABC에서
$13^2=(10+r)^2+(3+r)^2$
$r^2+13r-30=0$
$(r+15)(r-2)=0$
$\therefore r=2(\text{cm})\ (\because r>0)$

3 원 O의 반지름의 길이가 6 cm이므로



$\overline{AB}=2\times 6=12(\text{cm})$
$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$
이므로
$12+15=\overline{AD}+18 \qquad \therefore \overline{AD}=9(\text{cm})$

$$\therefore \square ABCD=\frac{1}{2}\times(\overline{AD}+\overline{BC})\times\overline{AB}$$
$$=\frac{1}{2}\times(9+18)\times 12$$
$$=162(\text{cm}^2)$$

4 $\overline{AF}=\overline{BF}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 8=4(\text{cm})$이므로
$\overline{BG}=\overline{BF}=4$ cm, $\overline{AE}=\overline{AF}=4$ cm
$\therefore \overline{DH}=\overline{DE}=10-4=6(\text{cm})$
$\overline{GI}=\overline{HI}=x$ cm라 하면
$\overline{IC}=10-(4+x)=6-x(\text{cm})$
$\overline{DI}=(6+x)$ cm
$\triangle$DIC에서
$(6+x)^2=8^2+(6-x)^2$
$24x=64 \qquad \therefore x=\frac{8}{3}(\text{cm})$

이런 문제가 시험에 나온다 본문 188쪽

01 ③ **02** 6π cm **03** $\frac{36}{5}$ cm **04** 16 cm
05 ① **06** 16 cm

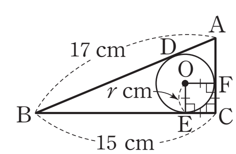
01 $\overline{AF}=\overline{AD}=4$ cm이므로
$\overline{BE}=\overline{BD}=11-4=7(\text{cm})$
$\overline{CE}=\overline{CF}=10-4=6(\text{cm})$
$\therefore \overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}=7+6=13(\text{cm})$

▶ 다른풀이

$\overline{AD}=\frac{1}{2}(\overline{AB}+\overline{AC}-\overline{BC})$이므로

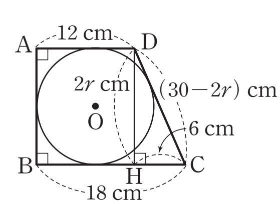
$4=\frac{1}{2}\times(11+10-\overline{BC}) \qquad \therefore \overline{BC}=13(\text{cm})$

02 $\triangle$ABC에서



$\overline{AC}=\sqrt{17^2-15^2}$
$=\sqrt{64}=8(\text{cm})$
원 O와 $\triangle$ABC의 세 변과의 접점을 D, E, F라 하고 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$\overline{CE}=\overline{CF}=r$ cm이므로
$\overline{AD}=\overline{AF}=(8-r)$ cm
$\overline{BD}=\overline{BE}=(15-r)$ cm
$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}$이므로
$17=(8-r)+(15-r)$
$2r=6 \qquad \therefore r=3(\text{cm})$
따라서 원 O의 둘레의 길이는
$2\pi\times 3=6\pi(\text{cm})$

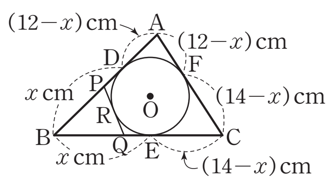
03 꼭짓점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{CH}=18-12=6(\text{cm})$
이때 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

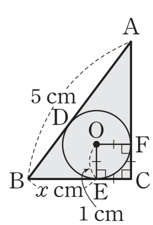
$\overline{AB}=\overline{DH}=2r$ cm
또, $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로
$2r+\overline{CD}=12+18$
$\therefore \overline{CD}=30-2r(\text{cm})$
$\triangle$DHC에서
$(30-2r)^2=(2r)^2+6^2$
$120r=864 \qquad \therefore r=\dfrac{36}{5}(\text{cm})$

04 $\triangle$ABC의 세 변이 원 O의 접선이므로
$\overline{BD}=\overline{BE}=x$ cm라 하면



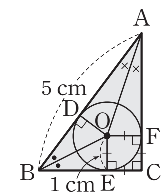
$\overline{AF}=\overline{AD}=(12-x)$ cm
$\overline{CF}=\overline{CE}=(14-x)$ cm
$\overline{AC}=\overline{AF}+\overline{CF}$이므로
$10=(12-x)+(14-x)$
$2x=16 \qquad \therefore x=8(\text{cm})$
이때 $\overline{PQ}$가 원 O와 점 R에서 접하므로
$\overline{PD}=\overline{PR}$, $\overline{QE}=\overline{QR}$
$\therefore$ ($\triangle$PBQ의 둘레의 길이)
$=\overline{PB}+\overline{BQ}+\overline{PQ}$
$=\overline{BD}+\overline{BE}$
$=2\overline{BD}=2\times 8=16(\text{cm})$

05 원 O와 $\triangle$ABC의 세 변과의 접점을 D, E, F라 하자.



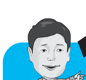
$\overline{BE}=\overline{BD}=x$ cm라 하면
$\overline{AF}=\overline{AD}=(5-x)$ cm이므로
$\overline{AC}=(5-x)+1$
$\quad =6-x(\text{cm})$
$\triangle$ABC에서
$5^2=(x+1)^2+(6-x)^2$
$x^2-5x+6=0$
$(x-2)(x-3)=0$
$\therefore x=2$ 또는 $x=3 \qquad \cdots\cdots$ ㉠
그런데 $\overline{BC}<\overline{AC}$이므로
$x+1<6-x$, $2x<5$
$\therefore 0<x<\dfrac{5}{2} \qquad \cdots\cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서 $x=2$
$\overline{BC}=2+1=3(\text{cm})$, $\overline{AC}=6-2=4(\text{cm})$이므로
$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 3\times 4=6(\text{cm}^2)$

▶ 다른풀이
원 O의 중심에서 $\triangle$ABC의 각 변에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F라 하면



$\triangle ADO\equiv\triangle AFO$ (RHS 합동)
$\triangle BDO\equiv\triangle BEO$ (RHS 합동)
이때 □OECF는 한 변의 길이가 1 cm인 정사각형이므로
$\triangle ABC=2\triangle ABO+\square OECF$
$\qquad =2\times\left(\dfrac{1}{2}\times 5\times 1\right)+1\times 1$
$\qquad =6(\text{cm}^2)$

06 ($\triangle$CDI의 둘레의 길이)$=\overline{CD}+\overline{CI}+\overline{DI}$
$=\overline{CD}+\overline{CI}+(\overline{DH}+\overline{HI})$
$=\overline{CD}+\overline{CI}+\overline{DE}+\overline{IG}$
$=\overline{CD}+(\overline{CI}+\overline{IG})+\overline{DE}$
$=\overline{CD}+\overline{CG}+\overline{DE}$
이때 $\overline{AE}=\overline{AF}=3$ cm이므로
$\overline{DE}=8-3=5(\text{cm})$
또, $\overline{BG}=\overline{BF}=3$ cm이므로
$\overline{CG}=8-3=5(\text{cm})$
따라서 $\triangle$CDI의 둘레의 길이는
$\overline{CD}+\overline{CG}+\overline{DE}=6+5+5$
$\qquad =16(\text{cm})$



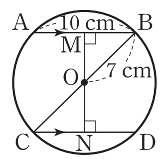
1 Step (기본문제) 본문 189~190쪽

01 ②	**02** ③	**03** ①	**04** ④	**05** ③
06 ⑤	**07** ④	**08** ⑤	**09** $16\sqrt{3}$ cm^2	
10 3 cm	**11** 10	**12** ③	**13** 9π cm^2	

01 $\overline{AB}\perp\overline{OC}$이므로 $\overline{BM}=\overline{AM}=8$ cm
$\overline{OB}=x$ cm라 하면 $\overline{OC}=\overline{OB}$이므로
$\overline{OM}=(x-4)$ cm
$\triangle$OMB에서 $x^2=(x-4)^2+8^2$
$8x=80$
$\therefore x=10(\text{cm})$

02 $\angle OTP=90^\circ$이므로 $\triangle$TOP에서
$\overline{OP}=\sqrt{5^2+(5\sqrt{3})^2}=\sqrt{100}=10(\text{cm})$
$\therefore \overline{PQ}=10-5=5(\text{cm})$

03 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 $\overline{OF}=\overline{OE}=4$ cm
또, $\overline{AB}\perp\overline{OE}$이므로
$\overline{AB}=2\overline{BE}=2\times5=10(\text{cm})$
$\therefore\ \overline{CD}=\overline{AB}=10(\text{cm})$
$\therefore\ \triangle OCD=\dfrac{1}{2}\times10\times4$
$=20(\text{cm}^2)$

04 원 O의 중심에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라 하면


$\overline{AB}=\overline{CD}=10$ cm이므로
$\overline{OM}=\overline{ON}$이고
$\overline{BM}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}=\dfrac{1}{2}\times10=5(\text{cm})$
$\triangle MOB$에서
$\overline{OM}=\sqrt{7^2-5^2}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}(\text{cm})$
$\therefore\ \overline{ON}=\overline{OM}=2\sqrt{6}(\text{cm})$
따라서 두 현 AB와 CD 사이의 거리는 $\overline{MN}$의 길이이므로
$\overline{MN}=2\overline{OM}=2\times2\sqrt{6}=4\sqrt{6}(\text{cm})$

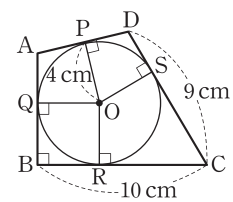
05 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$이다.
따라서 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이다.
□AMON에서
$\angle A=360^\circ-(90^\circ+140^\circ+90^\circ)=40^\circ$
$\therefore\ \angle B=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$

06 □ABCD가 원 O에 외접하므로
$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$
$(x+4)+(x+3)=x+(3x-1)$
$2x+7=4x-1$
$2x=8\qquad\therefore\ x=4$
따라서 □ABCD의 둘레의 길이는
$2(\overline{AB}+\overline{CD})=2\times(8+7)=30$

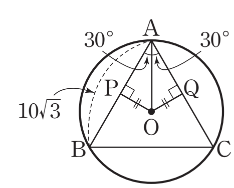
07 $\overline{OD}=\overline{OE}$이므로 $\triangle ABC$는 $\overline{AC}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이다.
$\angle ABC=\angle BAC=52^\circ$이므로
$\angle ACB=180^\circ-(52^\circ+52^\circ)=76^\circ$

08 $\overline{OP}=8+9=17(\text{cm})$
$\triangle TOP$에서 $\angle OTP=90^\circ$이므로
$\overline{PT}=\sqrt{17^2-8^2}=\sqrt{225}=15(\text{cm})$
이때 $\overline{PT'}=\overline{PT}=15$ cm이고
$\overline{AT}=\overline{AC}$, $\overline{BC}=\overline{BT'}$이므로
($\triangle ABP$의 둘레의 길이)$=\overline{PA}+\overline{AB}+\overline{BP}$
$=\overline{PA}+\overline{AC}+\overline{BC}+\overline{BP}$
$=\overline{PA}+\overline{AT}+\overline{BT'}+\overline{BP}$
$=\overline{PT}+\overline{PT'}$
$=2\overline{PT}$
$=2\times15$
$=30(\text{cm})$

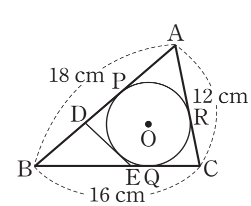
09 $\overline{PB}=\overline{PA}=8$ cm이고
$\angle PAB=\angle PBA=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$
이므로 $\triangle ABP$는 정삼각형이다.
$\therefore\ \triangle ABP=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times8^2=16\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

10 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 각각 Q, R, S라 하면 □QBRO는 한 변의 길이가 4 cm인 정사각형이므로


$\overline{CS}=\overline{CR}=10-4=6(\text{cm})$
$\therefore\ \overline{DP}=\overline{DS}=9-6=3(\text{cm})$

11 $\overline{AO}$를 그으면


$\triangle AOP\equiv\triangle AOQ$ (RHS 합동)
이므로
$\angle OAP=\angle OAQ=30^\circ$
$\overline{OP}\perp\overline{AB}$이므로
$\overline{AP}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}=\dfrac{1}{2}\times10\sqrt{3}$
$=5\sqrt{3}$
따라서 $\triangle APO$에서
$\overline{OA}=\dfrac{\overline{AP}}{\cos30^\circ}$
$=5\sqrt{3}\div\dfrac{\sqrt{3}}{2}=10$
이므로 원 O의 반지름의 길이는 10이다.

12 원 O와 $\triangle ABC$의 세 변과의 접점을 각각 P, Q, R라 하자.


$\overline{BP}=\overline{BQ}=x$ cm라 하면
$\overline{AR}=\overline{AP}=(18-x)$ cm
$\overline{CR}=\overline{CQ}=(16-x)$ cm
$\overline{AC}=\overline{AR}+\overline{CR}$이므로
$12=(18-x)+(16-x)$
$2x=22\qquad\therefore\ x=11(\text{cm})$

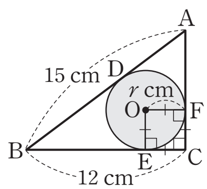
$\therefore$ ($\triangle$DBE의 둘레의 길이)$=\overline{BD}+\overline{DE}+\overline{BE}$

$=\overline{BP}+\overline{BQ}$

$=2\overline{BP}$

$=2\times 11=22(\text{cm})$

13 $\overline{AC}=\sqrt{15^2-12^2}=\sqrt{81}=9(\text{cm})$



이때 원 O의 반지름의 길이를

r cm라 하면

$\overline{CE}=\overline{CF}=r$ cm이므로

$\overline{AD}=\overline{AF}=(9-r)$ cm

$\overline{BD}=\overline{BE}=(12-r)$ cm

$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}$이므로

$15=(9-r)+(12-r)$

$2r=6 \qquad \therefore r=3(\text{cm})$

따라서 원 O의 넓이는

$\pi\times 3^2=9\pi(\text{cm}^2)$

2 Step (발전문제)

본문 191~192쪽

01 2 cm	**02** ③	**03** 2 cm	**04** ④	**05** ②
06 10 cm	**07** ⑤	**08** ①	**09** $\frac{4}{3}$ cm	**10** 5
11 $8\sqrt{5}$	**12** $\frac{39}{10}$ cm			

01 $\overline{BD}=\overline{BE}$, $\overline{CF}=\overline{CE}$이므로

$\overline{AD}+\overline{AF}=\overline{AB}+\overline{BD}+\overline{AC}+\overline{CF}$

$=\overline{AB}+\overline{BE}+\overline{AC}+\overline{CE}$

$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}$

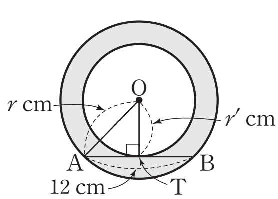
$=7+6+5=18(\text{cm})$

$\overline{AD}=\overline{AF}$이므로

$2\overline{AD}=18 \qquad \therefore \overline{AD}=9(\text{cm})$

$\therefore \overline{BE}=\overline{BD}=9-7=2(\text{cm})$

02 작은 원과 현 AB의 접점을 T라 하면



$\angle ATO=90^\circ$이고

$\overline{AT}=\frac{1}{2}\overline{AB}$

$=\frac{1}{2}\times 12=6(\text{cm})$

이때 큰 원의 반지름을 r cm, 작은 원의 반지름을 r' cm라 하면

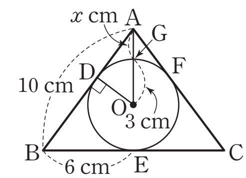
$\triangle$OAT에서 $r^2-r'^2=6^2=36$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=\pi r^2-\pi r'^2$

$=\pi(r^2-r'^2)$

$=36\pi(\text{cm}^2)$

03 $\overline{AG}=x$ cm라 하면



$\overline{BD}=\overline{BE}=6$ cm이므로

$\overline{AD}=10-6=4(\text{cm})$

$\overline{OD}$를 그으면 $\angle ADO=90^\circ$

이므로

$\triangle$ADO에서

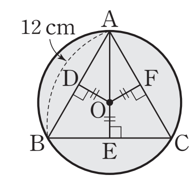
$(x+3)^2=3^2+4^2$

$x^2+6x-16=0$

$(x+8)(x-2)=0$

$\therefore x=2(\text{cm})$ ($\because x>0$)

04 $\overline{OD}=\overline{OE}=\overline{OF}$이므로



$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$

즉, $\triangle$ABC는 정삼각형이므로

$\overline{AO}$를 그으면

$\triangle ADO\equiv\triangle AFO$ (RHS 합동)

$\therefore \angle DAO=\frac{1}{2}\angle BAC=\frac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$

$\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 12=6(\text{cm})$

$\triangle$ADO에서

$\overline{AO}=\dfrac{\overline{AD}}{\cos 30^\circ}=6\div\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=4\sqrt{3}(\text{cm})$

따라서 원 O의 반지름의 길이가 $4\sqrt{3}$ cm이므로 넓이는

$\pi\times(4\sqrt{3})^2=48\pi(\text{cm}^2)$

05 □ABCD가 원 O에 외접하므로

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$

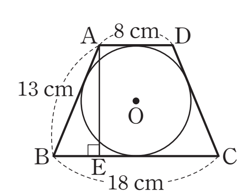
$=8+18$

$=26(\text{cm})$

그런데 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로

$\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 26=13(\text{cm})$

꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 E라 하면



$\overline{BE}=\frac{1}{2}\times(18-8)$

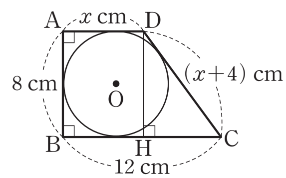
$=5(\text{cm})$

$\triangle$ABE에서

$\overline{AE}=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12(\text{cm})$

따라서 원 O의 지름의 길이는 12 cm이다.

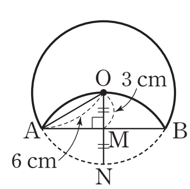
06 $\overline{AD}=x$ cm라 하면
$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로
$8+\overline{CD}=x+12$
$\therefore \overline{CD}=x+4$(cm)
꼭짓점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면
$\overline{CH}=(12-x)$ cm



△DHC에서
$(x+4)^2=8^2+(12-x)^2$
$32x=192 \quad \therefore x=6$(cm)
$\therefore \overline{CD}=6+4=10$(cm)

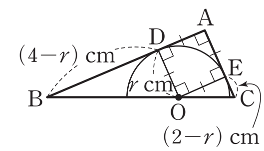
07 $\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로
□APBO에서
$\angle APB=360^\circ-(90^\circ+120^\circ+90^\circ)=60^\circ$
$\triangle PAO \equiv \triangle PBO$ (RHS 합동)이므로
$\angle APO=\angle BPO=30^\circ$
△APO에서
$$\overline{PO}=\frac{\overline{AO}}{\sin 30^\circ}=12\div\frac{1}{2}=24\text{(cm)}$$
$$\overline{PA}=\frac{\overline{AO}}{\tan 30^\circ}=12\div\frac{\sqrt{3}}{3}=12\sqrt{3}\text{(cm)}$$
이때 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 △APB는 정삼각형이다.
$\therefore \overline{AB}=\overline{PA}=\overline{PB}=12\sqrt{3}$(cm)
또, $\angle POA=\angle POB=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times 120^\circ=60^\circ$
이고, △AMO에서 $\angle MAO=90^\circ-60^\circ=30^\circ$이므로
$\angle AMO=90^\circ$
$\therefore \overline{OM}=\overline{OA}\cos 60^\circ=12\times\frac{1}{2}=6$(cm)
$\therefore \triangle OAB=\frac{1}{2}\times 12\sqrt{3}\times 6=36\sqrt{3}$(cm^2)

08 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$에 수직인 $\overline{ON}$을 긋고 $\overline{AB}$와 $\overline{ON}$의 교점을 M이라 하자.



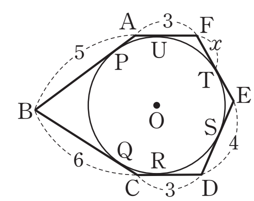
$\overline{ON}=\overline{OA}=6$ cm이므로
$$\overline{OM}=\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{ON}$$
$$=\frac{1}{2}\times 6=3\text{(cm)}$$
△AMO에서
$\overline{AM}=\sqrt{6^2-3^2}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}$(cm)
$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=2\times 3\sqrt{3}=6\sqrt{3}$(cm)

09 △ABC에서 $(2\sqrt{5})^2=4^2+2^2$
즉, $\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{AC}^2$이므로 $\angle A=90^\circ$이다.
반원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하고 $\overline{OD}$, $\overline{OE}$를 그으면 □ADOE는 한 변의 길이가 r cm인 정사각형이므로



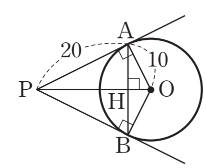
$\overline{BD}=(4-r)$ cm
$\overline{CE}=(2-r)$ cm
△ABC=□ADOE+△DBO+△EOC이므로
$$\frac{1}{2}\times 4\times 2=r^2+\frac{1}{2}r(4-r)+\frac{1}{2}r(2-r)$$
$3r=4 \quad \therefore r=\frac{4}{3}$(cm)

10 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$, $\overline{EF}$, $\overline{FA}$와 원 O가 만나는 점을 각각 P, Q, R, S, T, U라 하자.



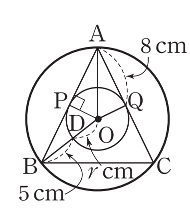
$\overline{FT}=\overline{FU}=x$라 하면
$\overline{AP}=\overline{AU}=3-x$
$\overline{BQ}=\overline{BP}=5-(3-x)=2+x$
$\overline{CR}=\overline{CQ}=6-(2+x)=4-x$
$\overline{DS}=\overline{DR}=3-(4-x)=x-1$
$\overline{ET}=\overline{ES}=4-(x-1)=5-x$
$\therefore \overline{EF}=(5-x)+x=5$

11 $\overline{PO}$를 그어 $\overline{AB}$와의 교점을 H라 하면



$\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로
$\overline{PO}=\sqrt{10^2+20^2}=\sqrt{500}=10\sqrt{5}$
이때 $\overline{PO}\perp\overline{AH}$이므로
△APO에서
$\overline{AP}\times\overline{AO}=\overline{PO}\times\overline{AH}$
$20\times 10=10\sqrt{5}\times\overline{AH}$
$\therefore \overline{AH}=4\sqrt{5}$
$\therefore \overline{AB}=2\overline{AH}=2\times 4\sqrt{5}=8\sqrt{5}$

12 작은 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\overline{OD}=r$ cm이므로
$\overline{BO}=(5+r)$ cm
$\overline{OP}$를 그으면 $\overline{OP}=r$ cm이고
$\overline{OP}\perp\overline{AB}$이므로
$\overline{BP}=\overline{AP}=\overline{AQ}=8$ cm
△BOP에서
$(5+r)^2=8^2+r^2$

$10r=39 \qquad \therefore r=\frac{39}{10}(\text{cm})$

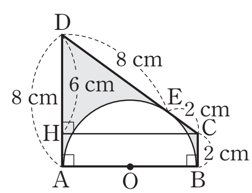
따라서 작은 원의 반지름의 길이는 $\frac{39}{10}$ cm이다.

3 Step (실력UP)

본문 193쪽

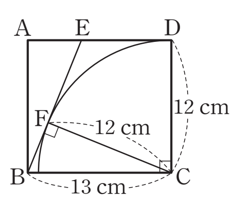
01 $(40-8\pi)\text{cm}^2$ **02** 13 cm **03** 13 cm
04 4 cm **05** $(4\pi-3\sqrt{3})\text{cm}^2$ **06** (1) 5 (2) 50°

01 $\overline{DE}=\overline{DA}=8$ cm,
$\overline{CE}=\overline{CB}=2$ cm이므로
$\overline{DC}=8+2=10(\text{cm})$
이때 꼭짓점 C에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



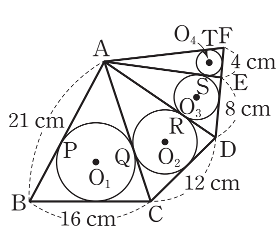
$\overline{HA}=\overline{CB}=2$ cm이므로
$\overline{DH}=8-2=6(\text{cm})$
$\therefore \overline{AB}=\overline{HC}=\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{64}=8(\text{cm})$
따라서 반원 O의 반지름의 길이가 4 cm이므로
(색칠한 부분의 넓이)
$=\square\text{ABCD}-$(반원 O의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times(8+2)\times8-\frac{1}{2}\times\pi\times4^2$
$=40-8\pi(\text{cm}^2)$

02 $\overline{CF}$를 그으면
$\overline{CF}=12$ cm, $\angle\text{CFB}=90°$
이므로 $\triangle$BCF에서



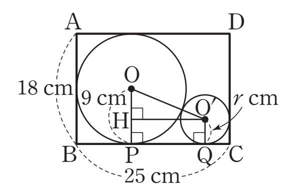
$\overline{BF}=\sqrt{13^2-12^2}$
$\quad=\sqrt{25}=5(\text{cm})$
이때 $\overline{EF}=\overline{ED}=x$ cm라 하면
$\overline{AE}=(13-x)$cm
$\overline{BE}=(5+x)$cm
따라서 $\triangle$ABE에서
$(5+x)^2=12^2+(13-x)^2$
$36x=288 \qquad \therefore x=8(\text{cm})$
$\therefore \overline{BE}=5+8=13(\text{cm})$

03



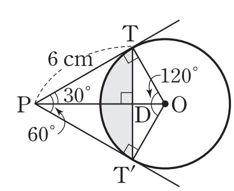
$\overline{AP}=\overline{AQ}=\overline{AR}=\overline{AS}=\overline{AT}$
$\overline{AP}=x$ cm라 하면
$\overline{BP}=(21-x)$ cm
$\overline{CQ}=16-(21-x)=x-5(\text{cm})$
$\overline{DR}=12-(x-5)=17-x(\text{cm})$
$\overline{ES}=8-(17-x)=x-9(\text{cm})$
$\overline{FT}=4-(x-9)=13-x(\text{cm})$
$\therefore \overline{AF}=x+(13-x)=13(\text{cm})$

04 두 원 O, O′과 $\overline{BC}$와의 접점을 각각 P, Q라 하고 원 O′의 중심에서 $\overline{OP}$에 내린 수선의 발을 H라 하자.



원 O의 반지름의 길이는
$\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times18=9(\text{cm})$
원 O′의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$\overline{OH}=(9-r)$ cm
$\overline{OO'}=(9+r)$ cm
$\overline{O'H}=25-(9+r)=16-r(\text{cm})$
$\triangle$OHO′은 직각삼각형이므로
$(9+r)^2=(9-r)^2+(16-r)^2$
$r^2-68r+256=0, \ (r-4)(r-64)=0$
$\therefore r=4$ 또는 $r=64$
그런데 $0<r<9$이므로
$r=4$ cm

05 $\overline{PO}$를 긋고, $\overline{TT'}$과 $\overline{OP}$의 교점을 D라 하면
$\triangle$POT에서
$\angle\text{PTO}=90°$, $\angle\text{TPO}=30°$
이므로



$\overline{OT}=\overline{PT}\tan30°=6\times\frac{\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}(\text{cm})$
이때 $\overline{PT}=\overline{PT'}$이고 $\angle\text{TPT}'=60°$이므로 $\triangle$PT′T는 정삼각형이다.
즉, $\overline{TT'}=6$ cm이고 $\overline{PO}\perp\overline{TT'}$이므로
$\overline{TD}=\frac{1}{2}\overline{TT'}=\frac{1}{2}\times6=3(\text{cm})$
$\triangle$OTD에서
$\overline{OD}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-3^2}=\sqrt{3}(\text{cm})$
따라서 $\angle\text{TOT}'=180°-60°=120°$이므로

(색칠한 부분의 넓이)

$=$(부채꼴 TOT′의 넓이)$-\triangle$TOT′

$=\pi\times(2\sqrt{3})^2\times\frac{120}{360}-\frac{1}{2}\times6\times\sqrt{3}$

$=4\pi-3\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

06 (1) $\overline{AD}=\overline{CD}$, $\overline{BD}=\overline{CD}$이므로

$\overline{AD}=\overline{CD}=\overline{BD}$

$\therefore\ \overline{CD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times10=5$

(2) $\overline{AD}=\overline{CD}=\overline{BD}$이므로 $\triangle$ADC, $\triangle$CDB는 모두 이등변삼각형이다.

$\angle ACD=\angle CAD=40^\circ$이므로

$\angle DCB=\angle DBC=\angle x$라 하면

$\triangle$ABC에서 $80^\circ+2\angle x=180^\circ$이므로

$\angle x=50^\circ$

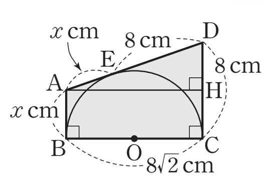
$\therefore\ \angle DCB=\angle x=50^\circ$

서술형 대비 문제

본문 194~195쪽

1 $48\sqrt{2}$ cm^2 **2** (1) 1 (2) 6 **3** 8 cm **4** 5 cm
5 16 **6** 15π cm

1 1단계 꼭짓점 A에서 $\overline{DC}$에 내린 수선의 발을 H라 하자.



$\overline{AB}=\overline{AE}=x$ cm라 하면

$\overline{DE}=\overline{DC}=8$ cm이므로

$\overline{AD}=(8+x)$ cm, $\overline{DH}=(8-x)$ cm,

$\overline{AH}=\overline{BC}=8\sqrt{2}$ cm이므로

$\triangle$AHD에서 $(x+8)^2=(8-x)^2+(8\sqrt{2})^2$

$32x=128\qquad\therefore\ x=4(\text{cm})$

2단계 $\therefore\ \square ABCD=\frac{1}{2}\times(4+8)\times8\sqrt{2}$

$=48\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

2 1단계 (1) 원 O의 반지름의 길이를 r라 하면

$\overline{EC}=\overline{CF}=r$

$\overline{BE}=\overline{BD}=2$이므로

$\overline{BC}=2+r$

$\overline{AF}=\overline{AD}=3$이므로

$\overline{AC}=3+r$

$\triangle$ABC에서

$5^2=(2+r)^2+(3+r)^2$

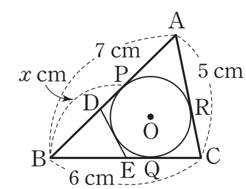
$r^2+5r-6=0$, $(r+6)(r-1)=0$

$\therefore\ r=1\ (\because\ r>0)$

2단계 (2) $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AC}$

$=\frac{1}{2}\times3\times4=6$

3 1단계 원 O와 $\triangle$ABC의 세 변과의 접점을 각각 P, Q, R라 하자.



$\overline{BP}=\overline{BQ}=x$ cm라고 하면

$\overline{AR}=\overline{AP}=(7-x)$ cm

$\overline{CR}=\overline{CQ}=(6-x)$ cm

2단계 $\overline{AC}=\overline{AR}+\overline{CR}$이므로

$5=(7-x)+(6-x)$

$2x=8\qquad\therefore\ x=4(\text{cm})$

3단계 $\therefore$ ($\triangle$DBE의 둘레의 길이)$=\overline{BD}+\overline{DE}+\overline{BE}$

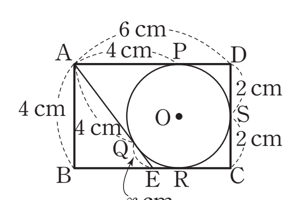
$=\overline{BP}+\overline{BQ}$

$=2\overline{BP}$

$=2\times4=8(\text{cm})$

단계	채점요소	배점
1	$\overline{BP}=x$ cm로 놓고 $\overline{AR}$, $\overline{CR}$의 길이를 x로 나타내기	2점
2	x의 값 구하기	2점
3	$\triangle$DBE의 둘레의 길이 구하기	2점

4 1단계 $\overline{DS}=\overline{CS}=\frac{1}{2}\overline{DC}$



$=\frac{1}{2}\times4$

$=2(\text{cm})$

이므로

$\overline{DP}=\overline{DS}=2$ cm,

$\overline{CR}=\overline{CS}=2$ cm

$\therefore\ \overline{AQ}=\overline{AP}=6-2=4(\text{cm})$

2단계 $\overline{EQ}=\overline{ER}=x$ cm라 하면

$\overline{BE}=6-(2+x)=4-x(\text{cm})$

$\overline{AE}=(4+x)$ cm

3단계 $\triangle$ABE에서

$(4+x)^2=(4-x)^2+4^2$

$16x=16\qquad\therefore\ x=1(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AE}=4+1=5(\text{cm})$

단계	채점요소	배점
1	$\overline{AQ}$, $\overline{AP}$의 길이 구하기	2점
2	$\overline{EQ}=\overline{ER}=x$ cm로 놓고 $\overline{BE}$, $\overline{AE}$의 길이를 x로 나타내기	2점
3	$\overline{AE}$의 길이 구하기	3점

5 1단계 $\overline{DG}=\overline{DF}=x$라 하면

$\overline{GE}=\overline{EH}=8-x$

$\overline{BF}=\overline{BH}$이므로

$10+x=12+(8-x)$

$2x=10 \qquad \therefore x=5$

$\therefore \overline{BF}=\overline{BH}=15$

2단계 $\triangle ABC$의 둘레의 길이가 62이므로

$\overline{AF}+15+15+\overline{CH}+\overline{CI}+\overline{AI}=62$

3단계 $\overline{AF}+\overline{CH}+\overline{CI}+\overline{AI}=32$

이때 $\overline{AF}=\overline{AI}$, $\overline{CH}=\overline{CI}$이므로

$2(\overline{AI}+\overline{CI})=32 \qquad \therefore \overline{AI}+\overline{CI}=16$

$\therefore \overline{AC}=16$

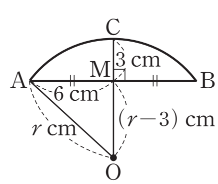
단계	채점요소	배점
1	$\overline{BF}$, $\overline{BH}$의 길이 구하기	2점
2	$\triangle ABC$의 둘레의 길이를 이용한 식 세우기	2점
3	$\overline{AC}$의 길이 구하기	4점

6 1단계 $\overline{CM}$은 현 AB의 수직이등분선이므로 원의 중심을 O라 하면 점 O는 $\overline{CM}$의 연장선 위에 있다.

2단계 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{OA}=r$ cm

$\overline{OM}=(r-3)$ cm



3단계 $\overline{AM}=\frac{1}{2}\times 12=6(\text{cm})$

이므로

$\triangle AOM$에서 $r^2=6^2+(r-3)^2$

$6r=45 \qquad \therefore r=\frac{15}{2}(\text{cm})$

4단계 따라서 구하는 원의 둘레의 길이는

$2\pi\times\frac{15}{2}=15\pi(\text{cm})$

단계	채점요소	배점
1	원의 중심의 위치 알기	2점
2	원의 반지름의 길이를 r cm로 놓고 $\overline{OA}$, $\overline{OM}$의 길이를 r로 나타내기	2점
3	원의 반지름의 길이 구하기	2점
4	원의 둘레의 길이 구하기	2점

2 원주각

01 원주각

개념원리 확인하기

본문 201쪽

01 (1) $65°$ (2) $80°$ (3) $148°$

02 (1) $\angle x=58°$, $\angle y=30°$ (2) $\angle x=35°$, $\angle y=75°$

(3) $\angle x=70°$

03 (1) $90°$ (2) $52°$ (3) $66°$

04 (1) 60 (2) 12 (3) 45

01 (1) $\angle x=\frac{1}{2}\times 130°=65°$

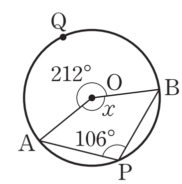
(2) $\angle x=2\angle APB=2\times 40°=80°$

(3) $\overset{\frown}{AQB}$에 대한 중심각의 크기는

$2\times 106°=212°$이므로

$\angle x=360°-212°$

$=148°$



02 (1) $\angle x=\angle DBC=58°$

$\angle y=\angle ADB=30°$

(2) $\angle x=\angle BAC=35°$

$\triangle DPC$에서

$\angle y=40°+35°=75°$

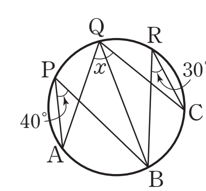
(3) $\overline{BQ}$를 그으면

$\angle AQB=\angle APB=40°$

$\angle BQC=\angle BRC=30°$

$\therefore \angle x=40°+30°$

$=70°$



03 (2) $\angle APB=90°$이므로 $\triangle PAB$에서

$\angle x=180°-(90°+38°)=52°$

(3) $\angle APB=90°$이므로

$\angle APO=90°-24°=66°$

$\triangle OPA$에서 $\overline{OA}=\overline{OP}$이므로

$\angle x=\angle APO=66°$

04 (1) $\angle APB : \angle CQD=\overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{CD}$이므로

$20 : x=2 : 6 \qquad \therefore x=60$

(2) $\angle APB : \angle BPC=\overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{BC}$이므로

$28 : 56=x : 24 \qquad \therefore x=12$

(3) $\angle APB : \angle BPC=\overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{BC}$이므로

$x : 15=9 : 3 \qquad \therefore x=45$

핵심문제 익히기 (확인문제) 본문 202~205쪽

1 (1) 40° (2) 50° (3) 70° **2** (1) 60° (2) 56° (3) 13°

3 (1) 40° (2) 124° (3) 48° **4** $3\sqrt{3}$ cm

5 (1) 20 (2) 8 (3) 42 **6** 80° **7** ④

8 20°

1 (1) $\angle AOB=2\angle APB=2\times 50^\circ=100^\circ$

이때 $\triangle OAB$는 $\overline{OA}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle x=\frac{1}{2}(180^\circ-100^\circ)=40^\circ$

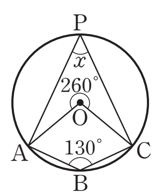
(2) $\widehat{APC}$에 대한 중심각의 크기는

$2\times 130^\circ=260^\circ$이므로

$\widehat{ABC}$에 대한 중심각의 크기는

$360^\circ-260^\circ=100^\circ$

$\therefore\ \angle x=\frac{1}{2}\times 100^\circ=50^\circ$



(3) $\angle AOB=2\angle ACB=2\times 55^\circ=110^\circ$이고

$\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로 □APBO에서

$\angle x=360^\circ-(90^\circ+110^\circ+90^\circ)=70^\circ$

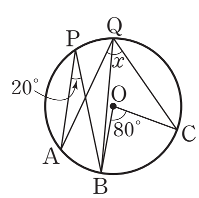
2 (1) $\overline{BQ}$를 그으면

$\angle AQB=\angle APB=20^\circ$

$\angle BQC=\frac{1}{2}\angle BOC$

$=\frac{1}{2}\times 80^\circ=40^\circ$

$\therefore\ \angle x=20^\circ+40^\circ=60^\circ$



(2) $\angle AQB=\angle APB=63^\circ$,

$\angle PBA=\angle PQA=36^\circ$이므로

$\angle ABQ=25^\circ+36^\circ=61^\circ$

따라서 $\triangle ABQ$에서

$\angle x=180^\circ-(63^\circ+61^\circ)=56^\circ$

(3) $\overline{OP}$를 그으면 $\triangle OPA$에서

$\overline{OP}=\overline{OA}$이고

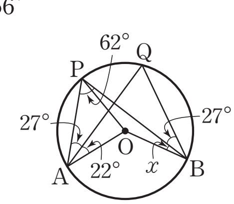
$\angle PAQ=\angle PBQ=27^\circ$이므로

$\angle APO=\angle PAO$

$=27^\circ+22^\circ=49^\circ$

$\triangle OBP$에서 $\overline{OP}=\overline{OB}$이므로

$\angle x=\angle OPB=62^\circ-49^\circ=13^\circ$



3 (1) $\angle ACB=\angle ADB=50^\circ$

$\angle CAB=90^\circ$이므로

$\triangle CAB$에서

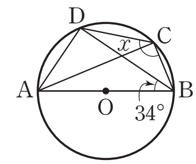
$\angle x=180^\circ-(90^\circ+50^\circ)=40^\circ$

(2) $\overline{AC}$를 그으면 $\angle ACB=90^\circ$

$\angle ACD=\angle ABD=34^\circ$

$\therefore\ \angle x=90^\circ+34^\circ$

$=124^\circ$

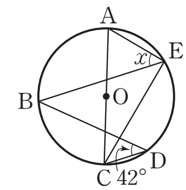


(3) $\overline{CE}$를 그으면 $\angle AEC=90^\circ$

$\angle BEC=\angle BDC=42^\circ$

$\therefore\ \angle x=90^\circ-42^\circ$

$=48^\circ$



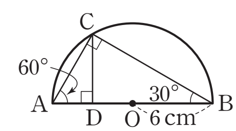
4 $\overline{BC}$를 그으면

$\angle ACB=90^\circ$이므로

$\triangle ABC$에서

$\angle B=180^\circ-(60^\circ+90^\circ)$

$=30^\circ$



이때 $\overline{AB}=2\times 6=12$(cm)이므로

$\overline{AC}=\overline{AB}\sin B=12\sin 30^\circ$

$=12\times\frac{1}{2}=6$(cm)

따라서 $\triangle ADC$에서

$\overline{CD}=\overline{AC}\sin A=6\sin 60^\circ$

$=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$(cm)

5 (1) $\triangle PCD$에서

$\angle PCD=80^\circ-30^\circ=50^\circ$

$\angle ACD:\angle BDC=\widehat{AD}:\widehat{BC}$이므로

$50:30=x:12\qquad\therefore\ x=20$

(2) $\triangle ABP$에서

$\angle ABP=70^\circ-30^\circ=40^\circ$

$\angle ABD:\angle BDC=\widehat{AD}:\widehat{BC}$이므로

$40:30=x:6\qquad\therefore\ x=8$

(3) $\angle ACD=\angle ABD=56^\circ$이고

$\angle ADB=\angle BDC$

$\triangle ACD$에서

$40^\circ+56^\circ+2\angle BDC=180^\circ\qquad\therefore\ \angle BDC=42^\circ$

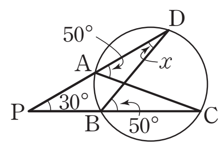
$\therefore\ x=42$

6 한 원에서 원주각의 크기와 호의 길이는 정비례하므로 $\widehat{CA}$에 대한 원주각, 즉 $\angle B$의 크기가 가장 크다.

$\therefore\ \angle B=180^\circ\times\frac{4}{2+3+4}=80^\circ$

7 ④ 선분 CD에 대하여 $\angle CAD$와 $\angle CBD$의 크기가 같은지 알 수 없으므로 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있다고 할 수 없다.

8 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로
$\angle DBC=\angle DAC=50^\circ$
$\triangle PBD$에서
$30^\circ+\angle x=50^\circ \quad \therefore \angle x=20^\circ$

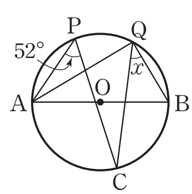


이런 문제가 시험에 나온다 본문 206~207쪽

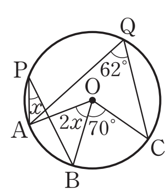
01 (1) $\angle x=55^\circ$, $\angle y=125^\circ$ (2) $\angle x=38^\circ$ (3) $\angle x=27^\circ$ (4) $\angle x=130^\circ$, $\angle y=50^\circ$ (5) $\angle x=15^\circ$
02 125° **03** 40° **04** 50° **05** ①, ④
06 $16\sqrt{3}\text{ cm}^2$ **07** (1) 100° (2) 36° (3) 50° **08** 30°
09 30° **10** 45° **11** $\sqrt{6}$ cm **12** 2π cm

01 (1) $\angle x=\frac{1}{2}\times110^\circ=55^\circ$
또, $\overset{\frown}{AQB}$에 대한 중심각의 크기는
$360^\circ-110^\circ=250^\circ$
$\therefore \angle y=\frac{1}{2}\times250^\circ=125^\circ$

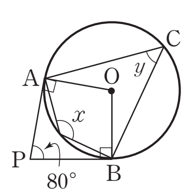
(2) $\overline{AQ}$를 그으면
$\angle AQB=90^\circ$
$\angle AQC=\angle APC=52^\circ$
$\therefore \angle x=90^\circ-52^\circ$
$=38^\circ$



(3) $\overline{OA}$를 그으면
$\angle AOC=2\angle AQC$
$=2\times62^\circ=124^\circ$
$\angle AOB=2\angle APB=2\angle x$이므로
$124^\circ=2\angle x+70^\circ$
$\therefore \angle x=27^\circ$

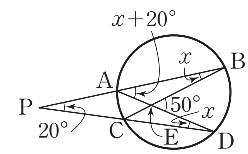


(4) $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면
$\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$
□APBO에서
$\angle AOB$
$=360^\circ-(90^\circ+80^\circ+90^\circ)$
$=100^\circ$
$\angle y=\frac{1}{2}\angle AOB$
$=\frac{1}{2}\times100^\circ$
$=50^\circ$



또, $\overset{\frown}{ACB}$에 대한 중심각의 크기는
$360^\circ-100^\circ=260^\circ$
$\therefore \angle x=\frac{1}{2}\times260^\circ=130^\circ$

(5) $\angle ABC=\angle ADC=\angle x$이므로
$\triangle APD$에서
$\angle BAD=\angle x+20^\circ$
따라서 $\triangle AEB$에서
$(\angle x+20^\circ)+\angle x=50^\circ$
$2\angle x=30^\circ \quad \therefore \angle x=15^\circ$



02 $\overset{\frown}{AB}=\frac{1}{2}\overset{\frown}{BC}$이므로 $\angle x=2\angle AEB=2\times25^\circ=50^\circ$
$\therefore \angle y=\angle AEC=25^\circ+50^\circ=75^\circ$
$\therefore \angle x+\angle y=50^\circ+75^\circ=125^\circ$

03 $\angle APB=\frac{1}{2}\times240^\circ=120^\circ$
$\overset{\frown}{PA}:\overset{\frown}{PB}=1:2$이므로 $\angle PBA:\angle PAB=1:2$
$\angle PAB=\angle x$라고 하면 $\angle PBA=\frac{1}{2}\angle x$
$\triangle PAB$에서
$\angle x+\frac{1}{2}\angle x+120^\circ=180^\circ$
$\frac{3}{2}\angle x=60^\circ \quad \therefore \angle x=40^\circ$

04 $\angle ADB:\angle DBC=\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{CD}$이므로
$25^\circ:\angle DBC=3:9 \quad \therefore \angle DBC=75^\circ$
$\triangle PBD$에서
$\angle DPB+25^\circ=75^\circ \quad \therefore \angle DPB=50^\circ$

05 ① $\angle BAC=90^\circ-35^\circ=55^\circ$이므로
$\angle BAC=\angle BDC$
따라서 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.
② $\angle ACB\neq\angle ADB$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있지 않다.
③ $\angle ACB$와 $\angle ADB$의 크기가 같은지는 알 수 없으므로 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있다고 할 수 없다.
④ $\angle ADB=180^\circ-(98^\circ+37^\circ)=45^\circ$이므로
$\angle ACB=\angle ADB$
따라서 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.
⑤ $\angle ADB=180^\circ-(30^\circ+110^\circ)=40^\circ$이므로
$\angle ACB\neq\angle ADB$
따라서 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있지 않다.

06 $\angle BOC=2\angle A=2\times60^\circ=120^\circ$

$\therefore \triangle OBC=\frac{1}{2}\times8\times8\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times8\times8\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=16\sqrt{3}(cm^2)$

07 (1) $\angle ABD=\angle ACD=30^\circ$이므로

$\triangle ABE$에서

$\angle x=70^\circ+30^\circ=100^\circ$

(2) $\angle BAC=\angle BDC=58^\circ$이므로

$\triangle ABC$에서

$\angle x=180^\circ-(58^\circ+86^\circ)=36^\circ$

(3) $\angle ADB=\angle ACB=15^\circ$

$\triangle EBC$에서 $\angle DBC=80^\circ-15^\circ=65^\circ$

$\triangle DPB$에서 $\angle x=65^\circ-15^\circ=50^\circ$

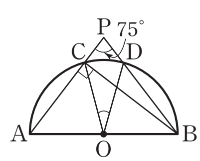
08 한 원에서 원주각의 크기와 호의 길이는 정비례하므로

$\widehat{AB}:\widehat{BC}:\widehat{CA}=3:1:2$에서

$\angle C:\angle A:\angle B=3:1:2$

$\therefore \angle A=180^\circ\times\frac{1}{3+1+2}=30^\circ$

09 $\overline{BC}$를 그으면



$\angle ACB=90^\circ$

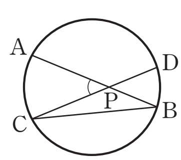
$\triangle PCB$에서

$\angle CBD=90^\circ-75^\circ=15^\circ$

$\therefore \angle COD=2\angle CBD$

$=2\times15^\circ=30^\circ$

10 $\overline{BC}$를 그으면 $\widehat{AC}$의 길이는 원주의 $\frac{1}{6}$이므로



$\angle ABC=180^\circ\times\frac{1}{6}=30^\circ$

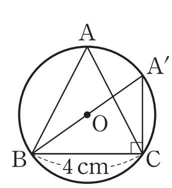
이때 $\widehat{AC}:\widehat{BD}=2:1$이므로

$\angle BCD=30^\circ\times\frac{1}{2}=15^\circ$

따라서 $\triangle PCB$에서

$\angle APC=15^\circ+30^\circ=45^\circ$

11 $\overline{BO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 A′이라고 하면



$\angle BAC=\angle BA'C$

또, 반원에 대한 원주각의 크기는 90°이므로

$\angle BCA'=90^\circ$

$\triangle A'BC$에서

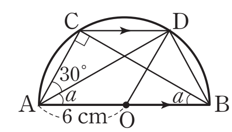
$\tan A=\tan A'=\frac{\overline{BC}}{\overline{A'C}}$에서

$\sqrt{2}=\frac{4}{\overline{A'C}}$ $\quad\therefore \overline{A'C}=2\sqrt{2}(cm)$

$\overline{A'B}=\sqrt{4^2+(2\sqrt{2})^2}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}(cm)$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $\frac{1}{2}\times2\sqrt{6}=\sqrt{6}(cm)$

12 $\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로



$\angle CDA=\angle DAB$

$\overline{BC}$, $\overline{BD}$, $\overline{OD}$를 그으면

$\angle CDA=\angle CBA$

$\therefore \angle DAB=\angle CBA$

$\angle DAB=\angle a$라고 하면

$\angle ACB=90^\circ$이므로 $\triangle ABC$에서

$(\angle a+30^\circ)+\angle a+90^\circ=180^\circ$

$2\angle a=60^\circ$ $\quad\therefore \angle a=30^\circ$

따라서 $\angle BOD=2\angle BAD=2\times30^\circ=60^\circ$이므로

$\widehat{BD}=2\pi\times6\times\frac{60}{360}=2\pi(cm)$

02 원과 사각형

개념원리 **확인하기**

본문 210쪽

01 (1) $\angle x=105^\circ$, $\angle y=80^\circ$ (2) $\angle x=85^\circ$, $\angle y=95^\circ$
(3) $\angle x=70^\circ$, $\angle y=110^\circ$ (4) $\angle x=38^\circ$, $\angle y=58^\circ$

02 (1) 130° (2) 114° (3) 55° (4) 105°

03 (1) 96° (2) 70°

01 (1) □ABCD는 원에 내접하므로

$\angle x+75^\circ=180^\circ$ $\quad\therefore \angle x=105^\circ$

$\angle y+100^\circ=180^\circ$ $\quad\therefore \angle y=80^\circ$

(2) $\triangle BCD$에서

$\angle y=180^\circ-(35^\circ+50^\circ)=95^\circ$

또, □ABCD는 원에 내접하므로

$\angle x+95^\circ=180^\circ$ $\quad\therefore \angle x=85^\circ$

(3) $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle x=\frac{1}{2}(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$

또, □ABCD는 원에 내접하므로

$\angle y=180^\circ-70^\circ=110^\circ$

(4) $\angle BDC=90°$이므로 $\triangle BCD$에서
$\angle y=180°-(90°+32°)=58°$
또, □ABCD는 원에 내접하므로
$(\angle x+32°)+(20°+90°)=180°$
$\therefore \angle x=38°$

02 (2) $\triangle ACD$에서
$\angle D=180°-(30°+36°)=114°$
$\therefore \angle x=\angle D=114°$
(3) $\angle C=75°$이므로 $\triangle DBC$에서
$\angle x=180°-(50°+75°)=55°$
(4) $\angle BDC=\angle BAC=55°$이므로
$\angle x=\angle ADC=50°+55°=105°$

03 (1) □ABCD가 원에 내접하려면
$\angle x+84°=180°$ $\therefore \angle x=96°$
(2) □ABCD가 원에 내접하려면
$\angle x=\angle BAD=70°$

핵심문제 익히기 (확인문제) 본문 211~213쪽

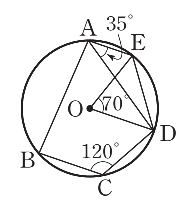
1 (1) $\angle x=115°$, $\angle y=65°$ (2) $\angle x=110°$, $\angle y=140°$
(3) $\angle x=104°$, $\angle y=96°$
2 (1) $\angle x=40°$, $\angle y=40°$ (2) $\angle x=45°$, $\angle y=35°$
3 $50°$ **4** $95°$ **5** $50°$
6 (1) $100°$ (2) $160°$

1 (1) $\angle DBC=90°$이므로 $\triangle BCD$에서
$\angle y=180°-(90°+25°)=65°$
또, □ABCD는 원에 내접하므로
$\angle x+65°=180°$ $\therefore \angle x=115°$
(2) □ABCD는 원에 내접하므로
$\angle x+70°=180°$
$\therefore \angle x=110°$
$\angle y=2\angle ABC=2\times 70°=140°$
(3) □ABCD는 원에 내접하므로
$\angle x+76°=180°$
$\therefore \angle x=104°$
또, 한 호에 대한 원주각의 크기가 같으므로
$\angle ECD=\angle EAD=20°$
$\triangle FCD$에서 $\angle y=20°+76°=96°$

2 (1) 한 호에 대한 원주각의 크기가 같으므로
$\angle y=\angle BAC=40°$
또, □ABCD가 원에 내접하므로
$\angle x+40°=80°$ $\therefore \angle x=40°$
(2) 한 호에 대한 원주각의 크기가 같으므로
$\angle BDC=\angle BAC=55°$
또, □ABCD는 원에 내접하므로
$\angle ADC=\angle ABE=100°$
$\angle x+55°=100°$ $\therefore \angle x=45°$
또, $\angle BCD=90°$이므로 $\triangle BCD$에서
$\angle y=180°-(90°+55°)$
$=35°$

3 □ABCD는 원에 내접하므로
$\angle A+80°=180°$ $\therefore \angle A=100°$
따라서 $\triangle ABD$에서
$\angle ABD=180°-(100°+30°)$
$=50°$

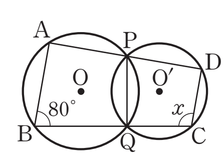
4 $\overline{AD}$를 그으면



$\angle DAE=\frac{1}{2}\angle DOE$
$=\frac{1}{2}\times 70°=35°$
이때 □ABCD는 원 O에 내접하므로
$120°+\angle BAD=180°$
$\therefore \angle BAD=60°$
$\therefore \angle BAE=60°+35°=95°$

5 $\angle x=\angle FAB$이고
$\triangle EBC$에서 $\angle FBA=\angle x+43°$
따라서 $\triangle AFB$에서
$\angle x+37°+(\angle x+43°)=180°$이므로
$2\angle x=100°$ $\therefore \angle x=50°$

6 (1) $\overline{PQ}$를 그으면 □ABQP는 원 O에 내접하므로



$\angle DPQ=\angle ABQ=80°$
또, □PQCD는 원 O′에 내접하므로
$80°+\angle x=180°$ $\therefore \angle x=100°$
(2) □PQCD는 원 O′에 내접하므로
$\angle BQP=\angle PDC=100°$
□ABQP는 원 O에 내접하므로
$\angle BAP+100°=180°$ $\therefore \angle BAP=80°$
$\therefore \angle x=2\angle BAP=2\times 80°=160°$

이런 문제가 **시험**에 나온다 본문 214쪽

01 (1) $\angle x=65^\circ$, $\angle y=115^\circ$ (2) $\angle x=72^\circ$, $\angle y=104^\circ$
(3) $\angle x=36^\circ$, $\angle y=110^\circ$

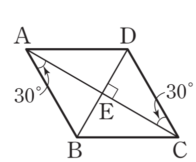
02 (1) 120° (2) 65° **03** ⑤ **04** 217°

05 256° **06** 120°

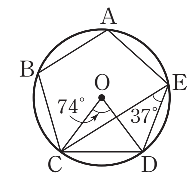
01 (1) $\angle x=\frac{1}{2}\times130^\circ=65^\circ$
또, □ABCD가 원에 내접하므로
$65^\circ+\angle y=180^\circ$
$\therefore \angle y=115^\circ$
(2) □ABCD가 원에 내접하므로
$\angle x+36^\circ=108^\circ$
$\therefore \angle x=72^\circ$
$\angle ACD=\angle ABD=40^\circ$이므로
△ACD에서
$\angle y=180^\circ-(36^\circ+40^\circ)=104^\circ$
(3) □ABCD는 원에 내접하므로
$56^\circ=\angle x+20^\circ$ $\therefore \angle x=36^\circ$
또, $\angle ACD=90^\circ$이므로
△ACD에서
$\angle ADC=180^\circ-(20^\circ+90^\circ)=70^\circ$
$\angle y+70^\circ=180^\circ$
$\therefore \angle y=110^\circ$

2 (1) $\angle BAC=90^\circ$이므로 △ABC에서
$\angle ABC=180^\circ-(90^\circ+30^\circ)=60^\circ$
□ABCD는 원에 내접하므로
$60^\circ+\angle x=180^\circ$ $\therefore \angle x=120^\circ$
(2) △APB에서
$\angle PAB=105^\circ-40^\circ=65^\circ$
□ABCD는 원에 내접하므로
$\angle x=\angle PAB=65^\circ$
▶ 다른풀이
(2) □ABCD가 원에 내접하므로
$105^\circ+\angle ADC=180^\circ$ $\therefore \angle ADC=75^\circ$
△PCD에서
$\angle x=180^\circ-(40^\circ+75^\circ)=65^\circ$

3 ⑤ $\angle DEC=90^\circ$이므로
$\angle CDE=180^\circ-(90^\circ+30^\circ)$
$=60^\circ$
$\therefore \angle BAC\neq\angle BDC$
따라서 □ABCD는 원에 내접하지 않는다.



4 $\overline{CE}$를 그으면
$\angle CED=\frac{1}{2}\angle COD$
$=\frac{1}{2}\times74^\circ=37^\circ$



이때 □ABCE는 원에 내접하므로
$\angle ABC+\angle AEC=180^\circ$
$\therefore \angle ABC+\angle AED=\angle ABC+\angle AEC+\angle CED$
$=180^\circ+37^\circ$
$=217^\circ$

5 □PQCD가 원 O′에 내접하므로
$\angle y=\angle PDC=104^\circ$
또, □ABQP는 원 O에 내접하므로
$\angle BAP+104^\circ=180^\circ$ $\therefore \angle BAP=76^\circ$
따라서 $\angle x=2\angle BAP=2\times76^\circ=152^\circ$이므로
$\angle x+\angle y=152^\circ+104^\circ=256^\circ$

6 □ABCD는 원에 내접하므로
$\angle ADE=\angle B$
△ABF에서 $\angle EAD=25^\circ+\angle B$
△ADE에서
$35^\circ+(25^\circ+\angle B)+\angle B=180^\circ$
$2\angle B=120^\circ$ $\therefore \angle B=60^\circ$
$60^\circ+\angle x=180^\circ$ $\therefore \angle x=120^\circ$

03 접선과 현이 이루는 각

개념원리 확인하기 본문 217쪽

01 (1) 60° (2) 100° (3) 75° (4) 71° (5) 28°

02 180°, 80°, $\angle BAT$, 70°, 70°, 80°, 30°

03 (1) 85° (2) 37° (3) 40°

01 (3) $\angle BAT=180^\circ-(35^\circ+70^\circ)=75^\circ$
$\therefore \angle x=\angle BAT=75^\circ$
(4) $\angle ACB=\angle BAT=38^\circ$이고
△ABC는 $\overline{CA}=\overline{CB}$인 이등변삼각형이므로
$\angle x=\frac{1}{2}(180^\circ-38^\circ)=71^\circ$
(5) $\angle CAB=90^\circ$이고
$\angle BCA=\angle BAT=62^\circ$이므로
△ABC에서 $\angle x=180^\circ-(62^\circ+90^\circ)=28^\circ$

03 (1) $\angle ABD=\angle DAT=50^\circ$이므로
$\triangle ABD$에서 $\angle DAB=180^\circ-(35^\circ+50^\circ)=95^\circ$
$\square ABCD$는 원에 내접하므로
$\angle x+95^\circ=180^\circ \quad \therefore \angle x=85^\circ$

(2) $\square ABCD$는 원에 내접하므로
$\angle CDA+127^\circ=180^\circ$
$\therefore \angle CDA=53^\circ$
$\angle DAC=90^\circ$이므로 $\triangle ACD$에서
$\angle DCA=180^\circ-(90^\circ+53^\circ)=37^\circ$
$\therefore \angle x=\angle DCA=37^\circ$

(3) $\square ABCD$는 원에 내접하므로
$100^\circ+\angle CBA=180^\circ$
$\therefore \angle CBA=80^\circ$
$\triangle APB$에서 $80^\circ=\angle BAP+40^\circ$이므로
$\angle BAP=40^\circ$
$\therefore \angle x=\angle BAP=40^\circ$

핵심문제 익히기 (확인문제) 본문 218~220쪽

1 (1) $\angle x=90^\circ$, $\angle y=25^\circ$ (2) $\angle x=70^\circ$, $\angle y=20^\circ$
2 (1) $\angle x=60^\circ$ (2) $\angle x=35^\circ$, $\angle y=45^\circ$
(3) $\angle x=70^\circ$, $\angle y=45^\circ$ **3** (1) 40° (2) 30° **4** 42°
5 (1) $\angle x=70^\circ$ (2) $\angle x=70^\circ$, $\angle y=30^\circ$
6 (1) $\angle x=68^\circ$, $\angle y=68^\circ$ (2) $\angle x=70^\circ$, $\angle y=70^\circ$

1 (1) $\angle BCA=90^\circ$
$\therefore \angle x=\angle BCA=90^\circ$
$\angle y=\angle CBA=25^\circ$

(2) $\angle x=\angle BAT=70^\circ$
$\angle AOB=2\angle x=2\times70^\circ=140^\circ$이고
$\triangle OAB$는 $\overline{OA}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이므로
$\angle y=\frac{1}{2}(180^\circ-140^\circ)=20^\circ$

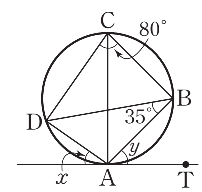
2 (1) $\square ABCD$는 원에 내접하므로
$\angle DAB=180^\circ-110^\circ=70^\circ$
$\triangle ABD$에서
$\angle BDA=180^\circ-(50^\circ+70^\circ)=60^\circ$
$\therefore \angle x=\angle BDA=60^\circ$

(2) $\angle x=\angle DBA=35^\circ$
$\square ABCD$는 원에 내접하므로
$\angle DAB=180^\circ-80^\circ=100^\circ$
$\triangle ABD$에서
$\angle BDA=180^\circ-(100^\circ+35^\circ)=45^\circ$
$\therefore \angle y=\angle BDA=45^\circ$

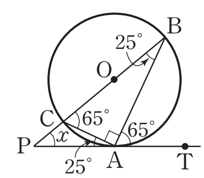
(3) $\angle x=\angle DAT=70^\circ$
$\square ABCD$는 원에 내접하므로
$\angle CBA=180^\circ-75^\circ=105^\circ$
$\triangle AEB$에서
$\angle BAE=105^\circ-60^\circ=45^\circ$
$\therefore \angle y=\angle BAE=45^\circ$

▶ 다른풀이

(2) $\overline{AC}$를 그으면
$\angle DCA=\angle DBA=35^\circ$이므로
$\angle ACB=80^\circ-35^\circ=45^\circ$
$\therefore \angle x=\angle DBA=35^\circ$,
$\angle y=\angle ACB=45^\circ$



3 (1) $\overline{AC}$를 그으면
$\angle CAB=90^\circ$이고
$\angle BCA=\angle BAT$
$=65^\circ$



$\triangle ABC$에서
$\angle ABC=180^\circ-(65^\circ+90^\circ)=25^\circ$
$\angle CAP=\angle ABC=25^\circ$이므로
$\triangle CPA$에서
$65^\circ=\angle x+25^\circ \quad \therefore \angle x=40^\circ$

(2) $\angle CAB=90^\circ$이고 $\angle ABC=\angle CAP=\angle x$
$\triangle CPA$에서
$\angle BCA=30^\circ+\angle x$
$\triangle ABC$에서 $(30^\circ+\angle x)+90^\circ+\angle x=180^\circ$
$2\angle x=60^\circ \quad \therefore \angle x=30^\circ$

4 $\angle EDC=\angle EFD=52^\circ$
이때 $\triangle DCE$는 $\overline{CD}=\overline{CE}$인 이등변삼각형이므로
$\angle DEC=\angle EDC=52^\circ$
$\therefore \angle DCE=180^\circ-(52^\circ+52^\circ)=76^\circ$
따라서 $\triangle ABC$에서
$\angle x=180^\circ-(62^\circ+76^\circ)=42^\circ$

5 (1) $\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로
$\angle x=\angle BAP=70^\circ$ ($\because$ 엇각)

(2) $\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로
$\angle x=\angle PDC=70^\circ$ ($\because$ 엇각)
또, $\angle PCD=\angle BAP=80^\circ$ ($\because$ 엇각)이므로
$\triangle PCD$에서
$\angle y=180^\circ-(80^\circ+70^\circ)=30^\circ$

6 (1) 두 원에서 접선과 현이 이루는 각의 성질에 의해

$\angle x=\angle \mathrm{CTQ}=68^\circ$, $\angle y=\angle \mathrm{BTQ}=68^\circ$

(2) 작은 원에서 접선과 현이 이루는 각의 성질에 의해

$\angle y=\angle \mathrm{DCT}=70^\circ$

$\overline{\mathrm{AB}}/\!/\overline{\mathrm{CD}}$이므로

$\angle x=\angle \mathrm{DCT}=70^\circ$ ($\because$ 동위각)

이런 문제가 시험에 나온다 본문 221~222쪽

01 (1) $\angle x=45^\circ$, $\angle y=45^\circ$ (2) $\angle x=26^\circ$, $\angle y=38^\circ$
(3) $\angle x=40^\circ$ (4) $\angle x=50^\circ$, $\angle y=35^\circ$
(5) $\angle x=111^\circ$ (6) $\angle x=48^\circ$, $\angle y=40^\circ$

02 ② **03** 40° **04** 65° **05** 60°
06 $8\sqrt{3}$ cm **07** ⑤ **08** 45° **09** 62°
10 ⑤ **11** 55°

01 (1) $\angle \mathrm{ACD}=\angle \mathrm{DAT'}=50^\circ$이므로

$\triangle \mathrm{ACD}$에서 $\angle x=180^\circ-(50^\circ+85^\circ)=45^\circ$

이때 $\square \mathrm{ABCD}$는 원에 내접하므로

$(\angle y+45^\circ)+(40^\circ+50^\circ)=180^\circ$

$\therefore \angle y=45^\circ$

(2) $\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OB}}$이므로 $\angle \mathrm{OAB}=\angle \mathrm{OBA}=\angle x$

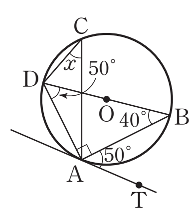
$\angle \mathrm{OAT'}=90^\circ$이므로

$\angle x+64^\circ=90^\circ \qquad \therefore \angle x=26^\circ$

또, $\triangle \mathrm{ABT}$에서

$26^\circ+\angle y=64^\circ \qquad \therefore \angle y=38^\circ$

(3) $\overline{\mathrm{AD}}$를 그으면



$\angle \mathrm{BDA}=\angle \mathrm{BAT}=50^\circ$이고

$\angle \mathrm{DAB}=90^\circ$이므로

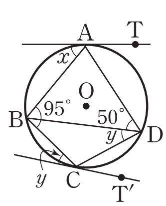
$\triangle \mathrm{DAB}$에서

$\angle \mathrm{DBA}=180^\circ-(90^\circ+50^\circ)$

$=40^\circ$

$\therefore \angle x=\angle \mathrm{DBA}=40^\circ$

(4) $\angle x=\angle \mathrm{ADB}=50^\circ$,



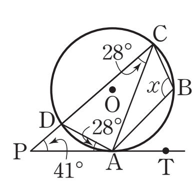
$\angle \mathrm{BDC}=\angle y$이고

$\square \mathrm{ABCD}$는 원에 내접하므로

$95^\circ+(50^\circ+\angle y)=180^\circ$

$\therefore \angle y=35^\circ$

(5) $\overline{\mathrm{AD}}$를 그으면



$\angle \mathrm{DAP}=\angle \mathrm{ACD}=28^\circ$

$\triangle \mathrm{DPA}$에서

$\angle \mathrm{CDA}=41^\circ+28^\circ=69^\circ$

$\square \mathrm{ABCD}$는 원에 내접하므로

$69^\circ+\angle x=180^\circ$

$\therefore \angle x=111^\circ$

(6) $\angle x=\angle \mathrm{BAT}=48^\circ$

$\square \mathrm{ABCD}$는 원에 내접하므로

$\angle \mathrm{CDA}+110^\circ=180^\circ$

$\therefore \angle \mathrm{CDA}=70^\circ$

$\triangle \mathrm{DPA}$에서

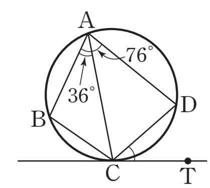
$70^\circ=30^\circ+\angle y \qquad \therefore \angle y=40^\circ$

02 $\triangle \mathrm{PAB}$에서 $\overline{\mathrm{PA}}=\overline{\mathrm{PB}}$이므로

$\angle \mathrm{PAB}=\frac{1}{2}(180^\circ-64^\circ)=58^\circ$

$\therefore \angle \mathrm{ACB}=\angle \mathrm{PAB}=58^\circ$

03 $\overline{\mathrm{AC}}$를 그으면 $\widehat{\mathrm{BC}}$의 길이는



원주의 $\frac{1}{5}$이므로

$\angle \mathrm{BAC}=180^\circ\times\frac{1}{5}=36^\circ$

$\therefore \angle \mathrm{DCT}=\angle \mathrm{CAD}$

$=76^\circ-36^\circ=40^\circ$

04 $\angle \mathrm{ABT}=180^\circ\times\frac{13}{15+8+13}=65^\circ$

$\therefore \angle x=\angle \mathrm{ABT}=65^\circ$

05 $\overline{\mathrm{PT}}$가 원의 접선이므로

$\angle \mathrm{BTP}=\angle \mathrm{BAT}=40^\circ$

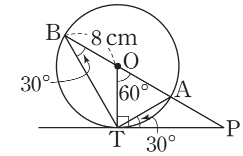
이때 $\overline{\mathrm{BT}}=\overline{\mathrm{BP}}$이므로 $\angle \mathrm{BPT}=\angle \mathrm{BTP}=40^\circ$

$\triangle \mathrm{BTP}$에서 $\angle \mathrm{ABT}=40^\circ+40^\circ=80^\circ$

따라서 $\triangle \mathrm{ATB}$에서

$\angle \mathrm{ATB}=180^\circ-(40^\circ+80^\circ)=60^\circ$

06 $\overline{\mathrm{OT}}$를 그으면



$\angle \mathrm{TBA}=\angle \mathrm{ATP}=30^\circ$

이므로

$\angle \mathrm{TOA}=2\angle \mathrm{TBA}$

$=2\times30^\circ=60^\circ$

$\triangle \mathrm{OTP}$에서 $\angle \mathrm{OTP}=90^\circ$이므로

$\tan 60^\circ=\frac{\overline{\mathrm{PT}}}{8}$, $\sqrt{3}=\frac{\overline{\mathrm{PT}}}{8}$

$\therefore \overline{\mathrm{PT}}=8\sqrt{3}$(cm)

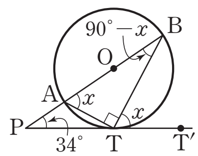
07 $\angle \mathrm{ACT}=\angle \mathrm{BDT}=\angle \mathrm{ATT'}$이므로

$\angle x=\angle y=75^\circ$

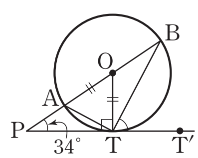
$\therefore 2\angle x-\angle y=2\times75^\circ-75^\circ=75^\circ$

08 $\angle CPT' = \angle CAP = 80^\circ$, $\angle BPT' = \angle BDP = 55^\circ$
이므로
$\angle DPB = 180^\circ - (80^\circ + 55^\circ)$
$= 45^\circ$

09 $\overline{AT}$를 그으면 $\angle ATB = 90^\circ$

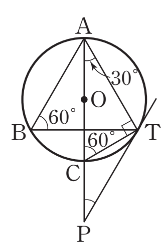


$\angle BTT' = \angle x$라고 하면
$\angle BAT = \angle BTT' = \angle x$
이때 $\triangle ATB$에서
$\angle ABT = 90^\circ - \angle x$이므로
$\angle ATP = \angle ABT = 90^\circ - \angle x$
따라서 $\triangle APT$에서
$\angle x = 34^\circ + (90^\circ - \angle x)$
$2\angle x = 124^\circ$
$\therefore \angle x = 62^\circ$
▶ 다른풀이
$\overline{OT}$, $\overline{AT}$를 그으면



$\angle OTP = 90^\circ$이므로 $\triangle OPT$에서
$\angle POT = 180^\circ - (90^\circ + 34^\circ)$
$= 56^\circ$
이때 $\triangle OAT$는 $\overline{OA} = \overline{OT}$인
이등변삼각형이므로
$\angle OAT = \frac{1}{2}(180^\circ - 56^\circ) = 62^\circ$
$\therefore \angle BTT' = \angle OAT = 62^\circ$

10 $\overline{CT}$를 그으면



$\angle ATC = 90^\circ$이고
$\angle ACT = \angle ABT = 60^\circ$
$\triangle ACT$에서
$\angle CAT = 180^\circ - (60^\circ + 90^\circ)$
$= 30^\circ$
이때 접선과 현이 이루는 각의 성질에 의해
$\angle CTP = \angle CAT = 30^\circ$
따라서 $\triangle CPT$에서
$60^\circ = \angle CPT + 30^\circ$
$\therefore \angle CPT = 30^\circ$

11 $\triangle CFE$는 $\overline{CF} = \overline{CE}$인 이등변삼각형이므로
$\angle FEC = \frac{1}{2}(180^\circ - 50^\circ) = 65^\circ$
$\therefore \angle FDE = \angle FEC = 65^\circ$
따라서 $\triangle DEF$에서
$\angle DFE = 180^\circ - (65^\circ + 60^\circ) = 55^\circ$

1 Step (기본문제)

본문 223~225쪽

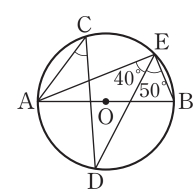
01 20°	**02** ④	**03** 100°	**04** ①
05 ③	**06** ④	**07** ④	**08** ④
09 ②	**10** 6°	**11** ③	**12** 100°
13 20°	**14** 67.5°	**15** ③	**16** 115°
17 50°	**18** 130°	**19** ①, ⑤	**20** 45°

01 $\overset{\frown}{CD} = 2\overset{\frown}{AB}$이므로 $\angle AOB = \frac{1}{2} \times 80^\circ = 40^\circ$
$\therefore \angle x = \frac{1}{2}\angle AOB = \frac{1}{2} \times 40^\circ = 20^\circ$

02 $\angle x = \frac{1}{2} \times 130^\circ = 65^\circ$
이때 □ABCD는 원에 내접하므로
$65^\circ + \angle y = 180^\circ$ $\therefore \angle y = 115^\circ$
$\therefore \angle y - \angle x = 115^\circ - 65^\circ = 50^\circ$

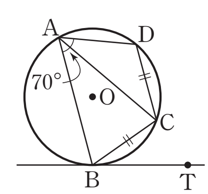
03 $\angle BAD = \frac{1}{2} \times 200^\circ = 100^\circ$
$\therefore \angle DCE = \angle BAD = 100^\circ$

04 $\overline{AE}$를 그으면 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로



$\angle AEB = 90^\circ$
$\therefore \angle AED = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$
따라서 $\overset{\frown}{AD}$에 대한 원주각의 크기는 같으므로
$\angle ACD = \angle AED = 40^\circ$

05 $\overline{AC}$를 그으면 $\overline{BC} = \overline{CD}$이므로



$\angle CAB = \angle CAD = 35^\circ$
직선 BT가 원 O의 접선이므로
$\angle CBT = \angle CAB = 35^\circ$

06 정사각형, 직사각형, 등변사다리꼴은 모두 한 쌍의 대각의 크기의 합이 180°이므로 항상 원에 내접한다.

07 ④ $\angle ADB = 180^\circ - (50^\circ + 90^\circ) = 40^\circ$
$\angle ACB = \angle ADB = 40^\circ$이므로
네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

08 ① $\angle B + \angle D \neq 180^\circ$
② $\angle A + \angle C = 180^\circ$인지 알 수 없다.

③ $\angle BDC = 180^\circ - (90^\circ + 40^\circ) = 50^\circ$

$\therefore\ \angle BAC \neq \angle BDC$

④ $\angle ABC = 180^\circ - (65^\circ + 35^\circ) = 80^\circ$

따라서 $\angle B + \angle D = 180^\circ$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.

⑤ $\angle BCD = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$

$\therefore\ \angle EAB \neq \angle BCD$

09 $\overset{\frown}{AD} : \overset{\frown}{BC} = \pi : 2\pi = 1 : 2$이므로

$\angle BAC = \angle x$라고 하면 $\angle ABD = \frac{1}{2}\angle x$

$\triangle ABP$에서

$45^\circ = \angle x + \frac{1}{2}\angle x$

$\frac{3}{2}\angle x = 45^\circ \qquad \therefore\ \angle x = 30^\circ$

10 $\overline{AC}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ABC = 90^\circ$

$\therefore\ \angle PBC = 90^\circ - 62^\circ = 28^\circ$

$\triangle PBC$에서

$28^\circ + \angle x = 70^\circ \qquad \therefore\ \angle x = 42^\circ$

또, $\triangle ACD$에서 $\angle ADC = 90^\circ$이고

$\angle ADB = \angle x = 42^\circ$이므로

$\angle y = 90^\circ - 42^\circ = 48^\circ$

$\therefore\ \angle y - \angle x = 48^\circ - 42^\circ = 6^\circ$

11 $\angle BAD = \angle DCE$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.

$\therefore\ \angle x = \angle ADB = 50^\circ$

12 $\triangle ABP$에서 $\angle BAP = 180^\circ - (50^\circ + 70^\circ) = 60^\circ$

네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로

$\angle x = \angle BAC = 60^\circ$

또, $\angle DBC = \angle DAC = 30^\circ$이므로

$\triangle PBC$에서 $30^\circ + \angle y = 70^\circ \qquad \therefore\ \angle y = 40^\circ$

$\therefore\ \angle x + \angle y = 60^\circ + 40^\circ = 100^\circ$

13 $\overline{AB}$는 원 O의 지름이므로 $\angle ADB = 90^\circ$

$\triangle ABD$에서

$\angle DAB = 180^\circ - (90^\circ + 50^\circ) = 40^\circ$

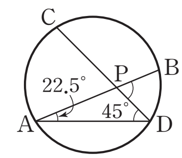
이때 $\overset{\frown}{BC} = \overset{\frown}{CD}$이므로 $\angle DAC = \angle CAB$

$\therefore\ \angle CAB = \frac{1}{2}\angle DAB = \frac{1}{2} \times 40^\circ = 20^\circ$

따라서 $\overset{\frown}{BC}$에 대한 원주각의 크기는 같으므로

$\angle BDC = \angle CAB = 20^\circ$

14 $\overline{AD}$를 그으면 $\overset{\frown}{BD}$의 길이는 원주의 $\frac{1}{8}$이므로



$\angle BAD = 180^\circ \times \frac{1}{8} = 22.5^\circ$

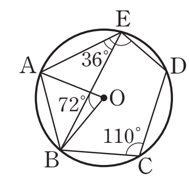
이때 $\overset{\frown}{AC} = 2\overset{\frown}{BD}$이므로

$\angle CDA = 2 \times 22.5^\circ = 45^\circ$

따라서 $\triangle PAD$에서

$\angle BPD = 22.5^\circ + 45^\circ = 67.5^\circ$

15 $\overline{BE}$를 그으면



$\angle AEB = \frac{1}{2}\angle AOB$

$= \frac{1}{2} \times 72^\circ$

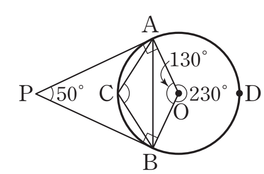
$= 36^\circ$

이때 □BCDE는 원 O에 내접하므로

$\angle BED = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$

$\therefore\ \angle AED = 36^\circ + 70^\circ = 106^\circ$

16 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면



$\angle AOB$

$= 360^\circ - (90^\circ + 50^\circ + 90^\circ)$

$= 130^\circ$

이때 $\overset{\frown}{ADB}$에 대한 중심각의 크기는 $360^\circ - 130^\circ = 230^\circ$

$\therefore\ \angle ACB = \frac{1}{2} \times 230^\circ = 115^\circ$

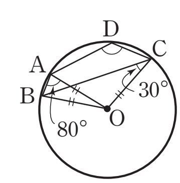
17 $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$이므로

$\angle DCT = \angle BAT = 80^\circ$ (엇각)

따라서 $\triangle DTC$에서

$\angle x = 180^\circ - (80^\circ + 50^\circ) = 50^\circ$

18 $\overline{OB}$를 그으면 $\triangle OAB$와 $\triangle OCB$는 각각 이등변삼각형이므로



$\angle OBA = 80^\circ$, $\angle OBC = 30^\circ$

$\therefore\ \angle ABC = 80^\circ - 30^\circ = 50^\circ$

이때 □ABCD는 원 O에 내접하므로

$50^\circ + \angle ADC = 180^\circ$

$\therefore\ \angle ADC = 130^\circ$

19 원 O에서 접선과 현이 이루는 각의 성질에 의해

$\angle ACP = \angle APT$

또, $\angle APT = \angle BPT'$ (맞꼭지각)

원 O′에서 접선과 현이 이루는 각의 성질에 의해

$\angle BPT' = \angle BDP$

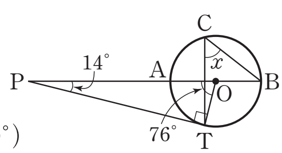
20 □ABDC는 원 O에 내접하므로
$\angle DCP = \angle ABD = 65^\circ$
또, $\angle DPT = \angle DCP = 65^\circ$
$\therefore \angle CPD = 180^\circ - (70^\circ + 65^\circ)$
$= 45^\circ$

2 Step (발전문제)

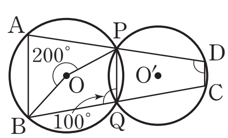
본문 226~227쪽

01 52°	**02** 100°	**03** ③	**04** 54°
05 ③	**06** 22°	**07** $18\sqrt{3}\,\text{cm}^2$	
08 110°	**09** $32\sqrt{3}\,\text{cm}^2$		**10** 88°
11 107°	**12** ③	**13** 15π cm	**14** 45°

01 $\overline{OT}$를 그으면
$\angle PTO = 90^\circ$이므로
△PTO에서
$\angle POT = 180^\circ - (14^\circ + 90^\circ)$
$= 76^\circ$
$\angle TOB = 180^\circ - 76^\circ = 104^\circ$이므로
$\angle x = \frac{1}{2}\angle TOB = \frac{1}{2} \times 104^\circ = 52^\circ$



02 $\overline{PQ}$를 그으면
$\angle BQP = \frac{1}{2} \times 200^\circ$
$= 100^\circ$
이때 □PQCD가 원 O′에 내접하므로
$\angle CDP = \angle BQP = 100^\circ$

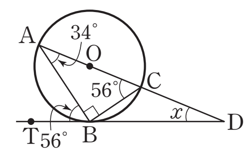


03 □ABCD가 원에 내접하므로
$\angle ABC = 180^\circ - 127^\circ = 53^\circ$
△BCP에서 $\angle DCQ = \angle x + 53^\circ$
따라서 △DCQ에서
$(\angle x + 53^\circ) + 36^\circ = 127^\circ$이므로
$\angle x = 38^\circ$

04 $\angle DEB = \angle DFE = 50^\circ$이고
△BED는 $\overline{BD} = \overline{BE}$인 이등변삼각형이므로
$\angle DBE = 180^\circ - 2 \times 50^\circ = 80^\circ$
따라서 △ABC에서
$\angle BCA = 180^\circ - (46^\circ + 80^\circ) = 54^\circ$

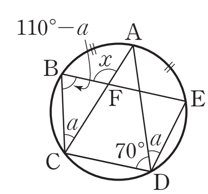
05 $\widehat{AD} : \widehat{DC} : \widehat{CB} = 2 : 3 : 4$이므로
$\angle AOD = 180^\circ \times \frac{2}{2+3+4} = 40^\circ$
$\therefore \angle ABD = \frac{1}{2}\angle AOD = \frac{1}{2} \times 40^\circ = 20^\circ$
또, $\angle DOC = 180^\circ \times \frac{3}{2+3+4} = 60^\circ$
$\therefore \angle DBC = \frac{1}{2}\angle DOC = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$
$\therefore \angle ABC = \angle ABD + \angle DBC$
$= 20^\circ + 30^\circ = 50^\circ$

06 $\overline{BC}$를 그으면
$\angle ABC = 90^\circ$이고
$\angle ACB = \angle ABT = 56^\circ$
△ABC에서
$\angle BAC = 180^\circ - (56^\circ + 90^\circ)$
$= 34^\circ$
따라서 △ABD에서
$56^\circ = 34^\circ + \angle x \qquad \therefore \angle x = 22^\circ$



07 $\angle ACB = \angle BAT = 60^\circ$
또, $\overline{AC}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ABC = 90^\circ$
△ABC에서
$\overline{BC} = 12\cos 60^\circ = 12 \times \frac{1}{2} = 6(\text{cm})$
$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 12 \times 6 \times \sin 60^\circ$
$= \frac{1}{2} \times 12 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$
$= 18\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

08 $\angle ACB = \angle a$라고 하면
$\angle ADE = \angle a$
□BCDE는 원에 내접하므로
$\angle CBE + (70^\circ + \angle a) = 180^\circ$
$\therefore \angle CBE = 110^\circ - \angle a$
따라서 △BCF에서
$\angle x = (110^\circ - \angle a) + \angle a = 110^\circ$

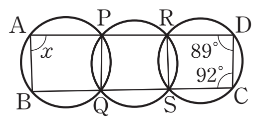


09 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ATB = 90^\circ$이고
$\angle ABT = \angle ATP = 30^\circ$이므로
△ATB에서
$\overline{BT} = 16\cos 30^\circ$
$= 16 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore \triangle ATB = \frac{1}{2} \times 16 \times 8\sqrt{3} \times \sin 30^\circ$

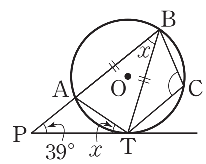
$= \frac{1}{2} \times 16 \times 8\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 32\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

10 $\overline{PQ}$, $\overline{RS}$를 그으면



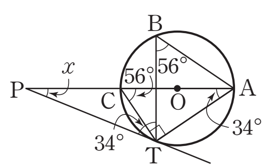
□ABQP, □PQSR,
□RSCD는 원에 내접한다.
□ABQP에서 $\angle PQS = \angle x$
□PQSR에서 $\angle SRD = \angle PQS = \angle x$
□RSCD에서 $\angle SRD + 92^\circ = 180^\circ$
$\therefore \angle SRD = 88^\circ$
$\therefore \angle x = \angle SRD = 88^\circ$

11 $\overline{AT}$를 긋고



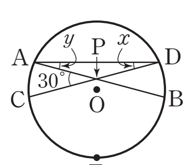
$\angle ATP = \angle ABT = \angle x$
라고 하면 $\triangle APT$에서
$\angle BAT = 39^\circ + \angle x$
$\triangle BAT$는 $\overline{BA} = \overline{BT}$인 이등변 삼각형이므로
$\angle x + (39^\circ + \angle x) + (39^\circ + \angle x) = 180^\circ$
$3\angle x = 102^\circ$
$\therefore \angle x = 34^\circ$
이때 $\angle BAT = 39^\circ + 34^\circ = 73^\circ$이고
□ATCB는 원 O에 내접하므로
$73^\circ + \angle BCT = 180^\circ$
$\therefore \angle BCT = 107^\circ$

12 $\overline{CT}$를 그으면



$\angle CTA = 90^\circ$이고
$\angle TCA = \angle TBA = 56^\circ$
$\triangle ACT$에서
$\angle TAC$
$= 180^\circ - (90^\circ + 56^\circ) = 34^\circ$
이때 접선과 현이 이루는 각의 성질에 의해
$\angle PTC = \angle TAC = 34^\circ$
$\triangle PTC$에서 $\angle x + 34^\circ = 56^\circ$
$\therefore \angle x = 22^\circ$

13 $\overline{AD}$를 긋고



$\angle ADC = \angle x$, $\angle DAB = \angle y$라고 하면
$\triangle APD$에서
$30^\circ = \angle x + \angle y$
그런데 $\overparen{AC}$, $\overparen{DB}$에 대한 원주각의 크기의 합, 즉 $\angle x + \angle y = 30^\circ$이므로 중심각의 크기의 합은 60°이다.
따라서 $\overparen{AD} + \overparen{BEC}$에 대한 중심각의 크기의 합은 $360^\circ - 60^\circ = 300^\circ$이므로 $\overparen{AD} + \overparen{BEC}$의 길이는

$2\pi \times 9 \times \frac{300}{360} = 15\pi(\text{cm})$

14 반지름의 길이가 6 cm이므로 원 O의 둘레의 길이는
$2\pi \times 6 = 12\pi(\text{cm})$
그런데 $\overparen{AC} + \overparen{BD} = 3\pi$ cm이므로 $\overparen{AC} + \overparen{BD}$의 길이는 원 O의 둘레의 길이의 $\frac{3\pi}{12\pi} = \frac{1}{4}$이다.

즉, $\angle AOC + \angle BOD = \frac{1}{4} \times 360^\circ = 90^\circ$이므로

$\angle ABC + \angle DCB = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ$

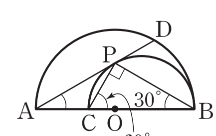
따라서 $\triangle CPB$에서
$\angle BPD = \angle PBC + \angle PCB$
$= 45^\circ$

3 Step (실력UP) 본문 228쪽

01 100° **02** 30° **03** 40° **04** 140°
05 104° **06** $36(3+\sqrt{3})\text{cm}^2$

01 $\overparen{AC} : \overparen{BD} = 1 : 3$이므로 $\angle ABC = \angle x$라고 하면
$\angle BCD = 3\angle x$
$\triangle BPC$에서
$3\angle x = 50^\circ + \angle x$, $2\angle x = 50^\circ$ $\therefore \angle x = 25^\circ$
따라서 $\triangle CDQ$에서
$\angle ADC = \angle ABC = 25^\circ$이고
$\angle BCD = 3 \times 25^\circ = 75^\circ$이므로
$\angle BQD = 25^\circ + 75^\circ = 100^\circ$

02 $\overline{PC}$를 그으면 $\overline{CB}$가 작은 반원의 지름이므로



$\angle CPB = 90^\circ$
$\triangle PCB$에서
$\angle PCB = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ$
또, $\angle APC = \angle PBC = 30^\circ$이므로
$\triangle ACP$에서
$\angle PAB = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$

03 $\angle CAD=\angle PBC=\angle x$라고 하면 $\angle BCP=90^\circ$이므로

$\angle BPE=\frac{1}{2}\angle BPC=\frac{1}{2}(90^\circ-\angle x)$

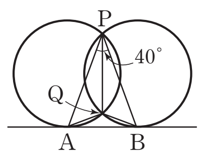
$\triangle BPE$에서

$\angle BPE+\angle PBE=\angle PEC$이므로

$\frac{1}{2}(90^\circ-\angle x)+\angle x=180^\circ-115^\circ$

$\frac{1}{2}\angle x=20^\circ \qquad \therefore \angle x=40^\circ$

04 $\overline{PQ}$를 그으면



$\angle QAB=\angle QPA$

$\angle QBA=\angle QPB$

$\triangle QAB$에서

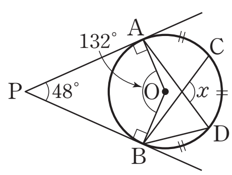
$\angle QAB+\angle QBA=\angle APB$

$=40^\circ$

$\therefore \angle AQB=180^\circ-40^\circ$

$=140^\circ$

05 $\overline{BD}$를 그으면 $\square APBO$에서



$\angle AOB$

$=360^\circ-(90^\circ+90^\circ+48^\circ)$

$=132^\circ$

$\therefore \angle ADB=\frac{1}{2}\angle AOB$

$=\frac{1}{2}\times 132^\circ=66^\circ$

또, $\angle AOB=132^\circ$이고 $\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{BD}$이므로

$\overset{\frown}{AC}$, $\overset{\frown}{CD}$, $\overset{\frown}{BD}$에 대한 중심각의 크기는

$\frac{1}{3}\times(360^\circ-132^\circ)=76^\circ$

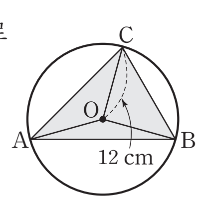
$\therefore \angle CBD=\frac{1}{2}\times 76^\circ=38^\circ$

$\therefore \angle x=\angle ADB+\angle CBD$

$=66^\circ+38^\circ$

$=104^\circ$

06 $\angle A : \angle B : \angle C=3:4:5$이므로



$\angle A=180^\circ\times\frac{3}{12}=45^\circ$

$\angle B=180^\circ\times\frac{4}{12}=60^\circ$

$\angle C=180^\circ\times\frac{5}{12}=75^\circ$

$\therefore \angle AOB=2\angle C=2\times 75^\circ=150^\circ$

$\angle BOC=2\angle A=2\times 45^\circ=90^\circ$

$\angle COA=2\angle B=2\times 60^\circ=120^\circ$

$\therefore \triangle ABC=\triangle ABO+\triangle BCO+\triangle CAO$

$=\frac{1}{2}\times 12\times 12\times\{\sin(180^\circ-150^\circ)$

$+\sin 90^\circ+\sin(180^\circ-120^\circ)\}$

$=72\times\left(\frac{1}{2}+1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$=36(3+\sqrt{3})(\mathrm{cm}^2)$

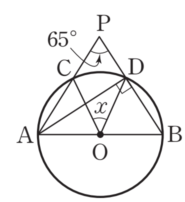
서술형 대비 문제

본문 229~230쪽

1 50° **2** 45° **3** 36° **4** 26°

5 168° **6** 10π

1



1단계 $\overline{AD}$를 그으면

$\angle ADB$는 반원에 대한 원주각이므로

$\angle ADB=90^\circ$

2단계 $\triangle PAD$에서

$65^\circ+\angle PAD=90^\circ$

$\therefore \angle PAD=25^\circ$

3단계 $\overset{\frown}{CD}$에 대한 원주각의 크기가 25°이므로

$\angle x=2\angle CAD=2\times 25^\circ=50^\circ$

2

1단계 $\square ABCD$는 원 O에 내접하므로

$\angle CDA+80^\circ=180^\circ$

$\therefore \angle CDA=100^\circ$

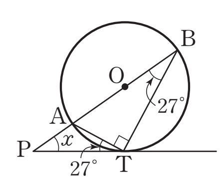
2단계 접선과 현이 이루는 각의 성질에 의해

$\angle PAD=\angle ACD=\angle x$

3단계 $\triangle DPA$에서

$55^\circ+\angle x=100^\circ \qquad \therefore \angle x=45^\circ$

3



1단계 $\overline{AT}$를 그으면

$\angle ATB=90^\circ$

2단계 접선과 현이 이루는 각의 성질에 의해

$\angle ATP=\angle ABT=27^\circ$

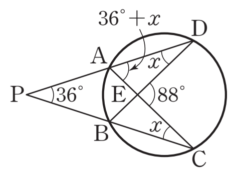
3단계 $\triangle BPT$에서

$27^\circ+\angle x+(27^\circ+90^\circ)=180^\circ$

$\therefore \angle x=36^\circ$

단계	채점요소	배점
1	보조선을 그어 $\angle ATB$의 크기 구하기	2점
2	$\angle ATP$의 크기 구하기	2점
3	$\angle x$의 크기 구하기	2점

4 1단계 $\angle ADB$와 $\angle ACB$는
$\overset{\frown}{AB}$에 대한 원주각이므로
$\angle ACB=\angle ADB$
$=\angle x$



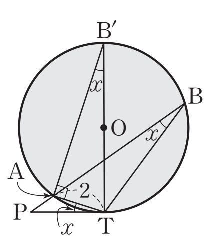
2단계 $\triangle PCA$에서
$\angle DAC=36°+\angle x$
3단계 따라서 $\triangle AED$에서
$(36°+\angle x)+\angle x=88°$
$2\angle x=52°$ $\therefore \angle x=26°$

단계	채점요소	배점
1	$\angle ACB$의 크기를 $\angle x$로 나타내기	2점
2	$\angle DAC$의 크기를 $\angle x$로 나타내기	2점
3	$\angle x$의 크기 구하기	3점

5 1단계 □ABQP는 원 O에 내접하므로
$\angle PQC=\angle BAP=96°$
2단계 또, □PQCD는 원 O′에 내접하므로
$\angle PDC=180°-\angle PQC$
$=180°-96°$
$=84°$
3단계 $\therefore \angle PO'C=2\angle PDC$
$=2\times84°$
$=168°$

단계	채점요소	배점
1	$\angle PQC$의 크기 구하기	2점
2	$\angle PDC$의 크기 구하기	3점
3	$\angle PO'C$의 크기 구하기	2점

6 1단계 점 T를 지나는 원 O의 지름을 $\overline{B'T}$라고 하면
$\angle B'AT=90°$
$\angle ATP=\angle ABT$
$=\angle AB'T$
$=\angle x$



2단계 $\tan x=\dfrac{2}{\overline{AB'}}=\dfrac{1}{3}$이므로 $\overline{AB'}=6$
$\therefore \overline{B'T}=\sqrt{6^2+2^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$
3단계 $\therefore$ (원 O의 넓이)$=\pi\times(\sqrt{10})^2=10\pi$

단계	채점요소	배점
1	$\angle x$와 크기가 같은 각 찾기	3점
2	원 O의 지름의 길이 구하기	3점
3	원 O의 넓이 구하기	2점

3 원주각의 활용

01 원과 비례

개념원리 **확인하기**

본문 235쪽

01 (1) 4 (2) 16 (3) 4
02 (1) 8 (2) $\dfrac{50}{3}$ (3) 5
03 (1) 4 (2) 24
04 (1) $\dfrac{13}{2}$ (2) 5

01 (1) $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로
$5\times8=x\times10$
$\therefore x=4$
(2) $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로
$2\times x=4\times8,\ 2x=32$
$\therefore x=16$
(3) $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로
$x\times(10-x)=8\times3$
$x^2-10x+24=0,\ (x-4)(x-6)=0$
$\therefore x=4\ (\because \overline{PA}<\overline{PB})$

02 (1) $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로
$(10-6)\times10=(x-3)\times x$
$x^2-3x-40=0,\ (x+5)(x-8)=0$
$\therefore x=8\ (\because x>0)$
(2) $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로
$6\times(6+x)=8\times(8+9)$
$6x=100$ $\therefore x=\dfrac{50}{3}$
(3) $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로
$3\times(3+9)=4\times(4+x)$
$4x=20$ $\therefore x=5$

03 (1) $\overline{PD}=\overline{PC}=x$이므로
$2\times8=x^2$ $\therefore x=4\ (\because x>0)$
(2) $\overline{AP}=\overline{BP}$이므로
$6\times(30-6)=\overline{AP}^2$에서
$\overline{AP}^2=144$
$\therefore \overline{AP}=\overline{BP}=12\ (\because \overline{AP}>0)$
$\therefore x=\overline{AB}=2\overline{AP}$
$=24$

04 (1) $\overline{PD}=2x+3$이므로
$4(4+8)=3(2x+3)$ $\therefore x=\dfrac{13}{2}$

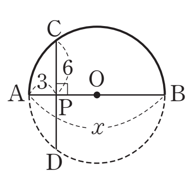
(2) $\overline{\mathrm{PD}}=7+x$, $\overline{\mathrm{PC}}=7-x$이므로
$3\times(3+5)=(7-x)(7+x)$
$24=49-x^2$, $x^2=25$
$\therefore x=5\ (\because x>0)$

핵심문제 익히기 (확인문제) 본문 236~238쪽

1 $2\sqrt{6}$ cm	**2** (1) 4 (2) 2 (3) 15
3 (1) 5 (2) $\sqrt{10}$ (3) $4\sqrt{2}$	**4** 12π
5 6	**6** (1) 8 (2) 3

1 $\overline{\mathrm{PC}}=x$ cm라 하면
$\overline{\mathrm{PD}}=2x$ cm
$\overline{\mathrm{PA}}\cdot\overline{\mathrm{PB}}=\overline{\mathrm{PC}}\cdot\overline{\mathrm{PD}}$이므로
$4\times(4+8)=x\times 2x$
$x^2=24 \quad \therefore x=2\sqrt{6}(\mathrm{cm})\ (\because x>0)$

2 (1) $\overline{\mathrm{PC}}=\overline{\mathrm{PD}}=x$이므로
$8\times 2=x^2$, $x^2=16$
$\therefore x=4\ (\because x>0)$
(2) $\overline{\mathrm{PC}}=\overline{\mathrm{PD}}=\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{CD}}$
$=\frac{1}{2}\times 12=6$
$\overline{\mathrm{AP}}=x$이므로 $\overline{\mathrm{PB}}=20-x$
$\overline{\mathrm{PA}}\cdot\overline{\mathrm{PB}}=\overline{\mathrm{PC}}^2$에서
$x(20-x)=6^2$, $x^2-20x+36=0$
$(x-18)(x-2)=0$
$\therefore x=2\ (\because 0<x<10)$
(3) $\overline{\mathrm{AB}}$를 지름으로 하는 원을 그려 $\overline{\mathrm{CP}}$의 연장선이 원과 만나는 점을 D라고 하면 $\overline{\mathrm{AB}}\perp\overline{\mathrm{CD}}$이므로



$\overline{\mathrm{PC}}=\overline{\mathrm{PD}}$
$\therefore \overline{\mathrm{PD}}=\overline{\mathrm{PC}}=6$
$\overline{\mathrm{PB}}=x-3$이고 $\overline{\mathrm{PA}}\cdot\overline{\mathrm{PB}}=\overline{\mathrm{PC}}^2$이므로
$3\times(x-3)=6^2$
$3x-9=36 \quad \therefore x=15$

3 (1) $\overline{\mathrm{PA}}=9-x$, $\overline{\mathrm{PB}}=9+x$이므로
$(9-x)(9+x)=8\times 7$
$x^2=25 \quad \therefore x=5\ (\because x>0)$
(2) $\overline{\mathrm{AP}}=5-x$, $\overline{\mathrm{PB}}=5+x$이므로
$(5-x)(5+x)=3\times 5$
$25-x^2=15$, $x^2=10$
$\therefore x=\sqrt{10}\ (\because x>0)$
(3) $\overline{\mathrm{AP}}=\frac{x}{2}$, $\overline{\mathrm{PB}}=x+\frac{x}{2}=\frac{3}{2}x$이므로
$\frac{x}{2}\times\frac{3}{2}x=4\times 6$
$x^2=32 \quad \therefore x=4\sqrt{2}\ (\because x>0)$

4 원 O의 반지름의 길이를 r라 하면
$\overline{\mathrm{PA}}\cdot\overline{\mathrm{PD}}=\overline{\mathrm{PB}}\cdot\overline{\mathrm{PC}}$이므로
$3\times 8=(6-r)(6+r)$
$r^2=12 \quad \therefore r=2\sqrt{3}\ (\because r>0)$
따라서 원의 넓이는
$\pi\cdot(2\sqrt{3})^2=12\pi$

5 $\overline{\mathrm{PC}}\cdot\overline{\mathrm{PD}}=\overline{\mathrm{PE}}\cdot\overline{\mathrm{PF}}$에서
$\overline{\mathrm{PC}}\times 4=3\times 8$
$\therefore \overline{\mathrm{PC}}=6$

6 (1) $3\times x=6\times 4$, $3x=24$
$\therefore x=8$
(2) $4\times(4+6)=5\times(5+x)$
$40=25+5x$, $5x=15$
$\therefore x=3$

이런 문제가 시험에 나온다 본문 239~240쪽

01 (1) $4\sqrt{5}$ (2) $\frac{11}{2}$ (3) 12 (4) 10		
02 (1) 11 (2) $\frac{13}{2}$	**03** ④	**04** ②, ④
05 28π cm^2	**06** (1) 2 (2) 2	
07 4 cm	**08** $16\sqrt{3}\pi$ cm	**09** 7
10 8 cm	**11** 19	

01 (1) $2\times(4+6)=\left(\frac{x}{2}\right)^2$, $x^2=80$
$\therefore x=4\sqrt{5}\ (\because x>0)$
(2) $2\times(2x-2)=3\times 6$, $4x-4=18$
$4x=22 \quad \therefore x=\frac{11}{2}$
(3) $x\times 3=6^2$, $3x=36$
$\therefore x=12$

(4) $\overline{PA}=x-8$이므로

$(x-8)(x+8)=6\times 6$

$x^2-64=36,\ x^2=100$

$\therefore x=10\ (\because x>0)$

02 (1) $4\times(4+x)=5\times 12$

$\therefore x=11$

(2) $3\times(3+7)=2\times(2+2x)$

$4x=26 \qquad \therefore x=\dfrac{13}{2}$

03 ① $4\times 4\neq 5\times 3$

② $4\times(4+3)\neq 3\times(3+4)$

③ $\triangle$APD에서

$\overline{PD}=\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{64}=8$이므로

$6\times 2\neq 3\times 8$

④ $3\times(3+5)=4\times(4+2)$

⑤ $3\times 3\neq 5\times 2$

따라서 □ABCD가 원에 내접하는 것은 ④이다.

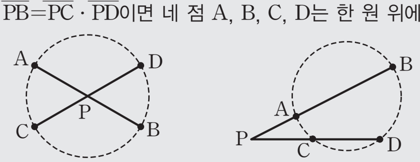
04 ② $10\times 10\neq 12\times 8$

④ $2\times(2+5)\neq 5\times(5+2)$

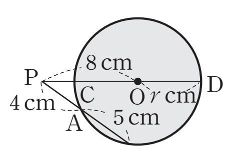
따라서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있지 않은 것은 ②, ④이다.

Key Point

두 선분 AB, CD 또는 그 연장선이 점 P에서 만나고 $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이면 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.



05 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\overline{PC}=(8-r)$cm,

$\overline{PD}=(8+r)$cm이므로

$4\times(4+5)=(8-r)(8+r)$

$r^2=28 \qquad \therefore r=2\sqrt{7}$(cm) $(\because r>0)$

따라서 원 O의 넓이는

$\pi\times(2\sqrt{7})^2=28\pi(\text{cm}^2)$

06 (1) $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PD}\cdot\overline{PC}$이어야 하므로

$4\times(4+8)=6\times(6+x),\ 48=36+6x$

$6x=12 \qquad \therefore x=2$

(2) $\overline{PA}\cdot\overline{PC}=\overline{PB}\cdot\overline{PD}$이어야 하므로

$3\times(x+4)=x\times(x+7)$

$x^2+4x-12=0,\ (x-2)(x+6)=0$

$\therefore x=2\ (\because x>0)$

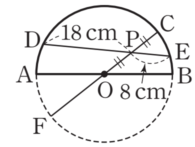
07 $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로

$(8+2)\times 1=2\times\overline{PD}$

$2\,\overline{PD}=10 \qquad \therefore \overline{PD}=5$(cm)

$\therefore \overline{BD}=\overline{PD}-\overline{PB}=5-1=4$(cm)

08 $\overline{AB}$를 지름으로 하는 원을 완성하여 $\overline{OC}$의 연장선이 원과 만나는 점을 F라 하자.



$\overline{PO}=\overline{PC}=x$ cm라 하면

$\overline{OF}=2x$ cm

$\therefore \overline{PF}=x+2x=3x$(cm)

$\overline{PD}\cdot\overline{PE}=\overline{PF}\cdot\overline{PC}$이므로 $18\times 8=3x\times x$

$x^2=48 \qquad \therefore x=4\sqrt{3}$(cm)

따라서 반지름의 길이는 $\overline{OC}=2x=8\sqrt{3}$(cm)이므로 원 O의 둘레의 길이는

$2\pi\times 8\sqrt{3}=16\sqrt{3}\pi$(cm)

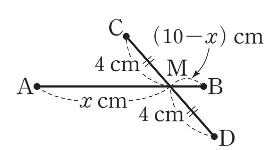
09 $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$에서

$5\times(5+x)=6\times(6+4)$

$25+5x=60,\ 5x=35$

$\therefore x=7$

10 $\overline{AM}=x$ cm라고 하면



$\overline{BM}=(10-x)$ cm

이때 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으려면

$\overline{MA}\cdot\overline{MB}=\overline{MC}\cdot\overline{MD}$이어야 하므로

$x\times(10-x)=4\times 4$

$x^2-10x+16=0,\ (x-2)(x-8)=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=8$

그런데 $\overline{AM}>\overline{BM}$이므로 $x=8$(cm)

11 원 O에서 $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PE}\cdot\overline{PT}$이므로

$4\times 12=x(x+2),\ x^2+2x-48=0$

$(x-6)(x+8)=0$

$\therefore x=6\ (\because x>0)$

또 원 O′에서 $\overline{PE}\cdot\overline{PT}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로

$6\times 8=3\times(3+y),\ 48=9+3y$

$\therefore y=13$

$\therefore x+y=6+13=19$

02 할선과 접선

개념원리 확인하기

본문 244쪽

01 (1) 5 (2) 10 (3) 6 (4) 4

02 (1) 12 (2) 2 (3) 8

03 (1) $x=3$, $y=7$ (2) $x=\frac{11}{2}$, $y=\sqrt{15}$

04 (1) $x=2\sqrt{6}$, $y=2$ (2) $x=8$, $y=12$

01 (1) $6^2=4\times(4+x)$, $36=16+4x$

$\therefore x=5$

(2) $12^2=8\times(8+x)$, $144=64+8x$

$\therefore x=10$

(3) $x^2=3\times(3+9)$, $x^2=36$

$\therefore x=6$ $(\because x>0)$

(4) $8^2=x\times(x+12)$, $x^2+12x-64=0$

$(x+16)(x-4)=0$

$\therefore x=4$ $(\because x>0)$

02 (1) $\overline{OA}=\overline{OB}=x$이므로

$\overline{PB}=3+2x$

$\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$에서

$9^2=3\times(3+2x)$, $6x=72$

$\therefore x=12$

(2) $\overline{OA}=\overline{OB}=3$이므로

$\overline{PB}=x+6$

$\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$에서

$4^2=x\times(x+6)$, $x^2+6x-16=0$

$(x+8)(x-2)=0$

$\therefore x=2$ $(\because x>0)$

(3) $\overline{PB}=x+10$

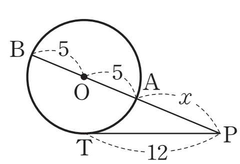
$\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$에서

$12^2=x(x+10)$

$x^2+10x-144=0$

$(x+18)(x-8)=0$

$\therefore x=8$ $(\because x>0)$



03 (1) $\overline{AQ}\cdot\overline{BQ}=\overline{TQ}\cdot\overline{CQ}$에서

$x\times4=6\times2$ $\quad\therefore x=3$

또, $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$에서

$(7\sqrt{2})^2=y\times(y+3+4)$

$y^2+7y-98=0$

$(y-7)(y+14)=0$ $\quad\therefore y=7$ $(\because y>0)$

(2) $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로

$3\times(3+2)=2\times(2+x)$

$15=4+2x$ $\quad\therefore x=\frac{11}{2}$

또, $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$에서

$y^2=3\times(3+2)$

$\therefore y=\sqrt{15}$ $(\because y>0)$

04 (1) 원 O에서 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로

$x^2=3\times8$ $\quad\therefore x=2\sqrt{6}$ $(\because x>0)$

원 O′에서 $\overline{PT}^2=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로

$(2\sqrt{6})^2=4\times(4+y)$ $\quad\therefore y=2$

(2) 원 O에서 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로

$8^2=4\times(4+y)$ $\quad\therefore y=12$

원 O′에서 $\overline{PT'}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로

$x^2=4\times(4+12)=64$

$\therefore x=8$ $(\because x>0)$

핵심문제 익히기 (확인문제)

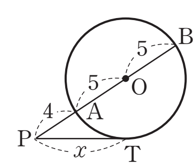
본문 245~249쪽

1 (1) $2\sqrt{14}$ (2) $6\sqrt{3}$ **2** (1) 2 (2) $\frac{9}{4}$

3 4 **4** 36° **5** $\frac{16}{3}$ **6** 4

7 2 cm **8** 6 cm **9** 6 cm **10** 4 cm

1 (1) 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 B라 하면



$\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로

$x^2=4\times(4+10)=56$

$\therefore x=2\sqrt{14}$ $(\because x>0)$

(2) $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로

$6^2=3\times(3+\overline{AB})$ $\quad\therefore \overline{AB}=9$

$\triangle$PTB에서 피타고라스 정리에 의해

$x=\sqrt{(3+9)^2-6^2}$

$=\sqrt{108}=6\sqrt{3}$

2 (1) $\overline{QA}\cdot\overline{QB}=\overline{QC}\cdot\overline{QD}$에서

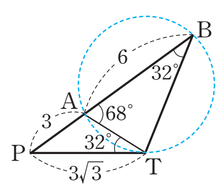
$\overline{QA}\times6=3\times4$

$\therefore \overline{QA}=2$

$\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$에서
$(2\sqrt{5})^2=x\times(x+2+6)$
$x^2+8x-20=0$, $(x+10)(x-2)=0$
$\therefore x=2$ ($\because x>0$)
(2) $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$에서
$6^2=3\times(3+\overline{QA}+6)$
$\therefore \overline{QA}=3$
$\overline{QA}\cdot\overline{QB}=\overline{QC}\cdot\overline{QD}$에서
$3\times6=x\times8 \qquad \therefore x=\frac{9}{4}$

3 $\overline{PA}=x$라 하면
$\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$에서
$6^2=x\times(x+9)$, $x^2+9x-36=0$
$(x-3)(x+12)=0 \qquad \therefore x=3$ ($\because x>0$)
$\triangle PAT\backsim\triangle PTB$ (AA 닮음)이므로
$\overline{PA}:\overline{PT}=\overline{AT}:\overline{TB}$에서
$3:6=\overline{AT}:8$
$\therefore \overline{AT}=4$

4 $(3\sqrt{3})^2=3\times(3+6)$
즉, $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로
오른쪽 그림과 같이 $\overline{PT}$는 세 점 A, B, T를 지나는 원의 접선이다.

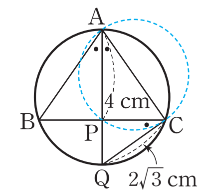


$\therefore \angle ATP=\angle PBT=32°$
$\triangle APT$에서
$68°=\angle APT+32°$이므로
$\angle APT=36°$

5 $\overline{PT}=\overline{PT'}=\frac{1}{2}\overline{TT'}$
$=\frac{1}{2}\times10=5$
$\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$에서
$5^2=3\times(3+x)$, $25=9+3x$
$3x=16 \qquad \therefore x=\frac{16}{3}$

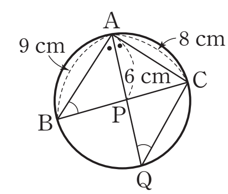
6 $\overline{PA}=x$라고 하면
$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$에서
$x\times(x+5)=3\times(3+9)$
$x^2+5x-36=0$, $(x+9)(x-4)=0$
$\therefore x=4$ ($\because x>0$)

7 $\angle BAQ=\angle CAQ$,
$\angle BCQ=\angle BAQ$
($\because \overset{\frown}{BQ}$에 대한 원주각)이므로
$\angle BCQ=\angle CAQ$
따라서 $\overline{CQ}$는 세 점 A, C, P를 지나는 원의 접선이다.



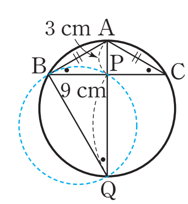
$\overline{PQ}=x$ cm라고 하면 $\overline{QC}^2=\overline{QP}\cdot\overline{QA}$에서
$(2\sqrt{3})^2=x\times(x+4)$, $x^2+4x-12=0$
$(x+6)(x-2)=0$
$\therefore x=2$(cm) ($\because x>0$)

8 $\overline{CQ}$를 그으면
$\triangle ABP$와 $\triangle AQC$에서
$\angle BAP=\angle QAC$,
$\angle ABP=\angle AQC$
($\because \overset{\frown}{AC}$에 대한 원주각)이므로
$\triangle ABP\backsim\triangle AQC$ (AA 닮음)



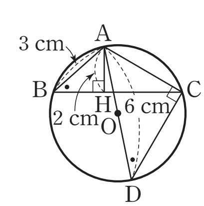
$\overline{PQ}=x$ cm라고 하면
$\overline{AB}:\overline{AQ}=\overline{AP}:\overline{AC}$에서
$9:(6+x)=6:8$, $9\times8=6\times(6+x)$
$72=36+6x$, $6x=36$
$\therefore x=6$(cm)

9 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로
$\angle ABC=\angle ACB$
$\overline{BQ}$를 그으면
$\angle AQB=\angle ACB$
($\because \overset{\frown}{AB}$에 대한 원주각)
$\therefore \angle ABC=\angle AQB$



따라서 $\overline{AB}$는 세 점 B, P, Q를 지나는 원의 접선이므로
$\overline{AB}^2=\overline{AP}\cdot\overline{AQ}$에서
$\overline{AB}^2=3\times(3+9)=36$
$\therefore \overline{AB}=6$(cm) ($\because \overline{AB}>0$)

10 $\overline{CD}$를 그으면
$\triangle ABH$와 $\triangle ADC$에서
$\angle ABH=\angle ADC$,
($\because \overset{\frown}{AC}$에 대한 원주각)
$\angle AHB=\angle ACD=90°$
$\therefore \triangle ABH\backsim\triangle ADC$ (AA 닮음)

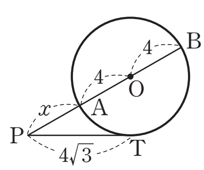


따라서 $\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{AH}:\overline{AC}$이므로
$3:6=2:\overline{AC}$, $3\overline{AC}=12$
$\therefore \overline{AC}=4$(cm)

이런 문제가 시험에 나온다 본문 250~251쪽

01 (1) 5 (2) 2 (3) 2 (4) 4 **02** (1) 4 (2) 5
03 24 cm^2 **04** 43° **05** $2\sqrt{6}$ cm **06** $3\sqrt{5}$ cm
07 $\sqrt{3}$ **08** $2\sqrt{10}$ cm **09** 6 cm **10** $2\sqrt{10}$ cm
11 10 cm

01 (1) $\overline{QA}\cdot\overline{QB}=\overline{QT}\cdot\overline{QC}$에서
$\overline{QA}\times4=6\times2$ $\therefore \overline{AQ}=3$
또, $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$에서
$(2\sqrt{15})^2=x\times(x+7)$
$x^2+7x-60=0$, $(x+12)(x-5)=0$
$\therefore x=5\,(\because x>0)$
(2) $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$에서
$\overline{PB}=6+\overline{AQ}$이므로
$(3\sqrt{2})^2=2(6+\overline{AQ})$
$\therefore \overline{AQ}=3$
또, $\overline{QA}\cdot\overline{QB}=\overline{QC}\cdot\overline{QD}$에서
$3\times4=x\times6$
$\therefore x=2$
(3) $\angle ATP=90°$이므로 $\triangle APT$에서
$\overline{AP}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2+4^2}=\sqrt{64}=8$
$(4\sqrt{3})^2=(8-x)\times8$, $48=64-8x$
$8x=16$ $\therefore x=2$
(4) $\overline{PO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 B라고 하면

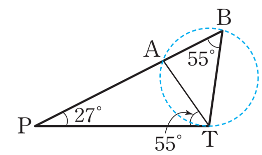


$\overline{OB}=\overline{OA}=4$
$\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$에서
$(4\sqrt{3})^2=x\times(x+8)$
$x^2+8x-48=0$, $(x-4)(x+12)=0$
$\therefore x=4\,(\because x>0)$

02 (1) $\overline{PT}=\overline{PT'}=\frac{1}{2}\overline{TT'}=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}=2\sqrt{3}(\text{cm})$
$\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$에서
$(2\sqrt{3})^2=2\times(2+x)$, $12=4+2x$
$2x=8$ $\therefore x=4(\text{cm})$
(2) $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$에서
$6\times(6+8)=7\times(7+x)$, $84=49+7x$
$7x=35$ $\therefore x=5(\text{cm})$

03 $\overline{PB}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PC}$이므로
$\overline{PB}^2=8\times(8+10)=144$
$\therefore \overline{PB}=12(\text{cm})\ (\because \overline{PB}>0)$
$\therefore \triangle APB=\frac{1}{2}\times8\times12\times\sin30°$
$=\frac{1}{2}\times8\times12\times\frac{1}{2}$
$=24(\text{cm}^2)$

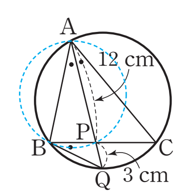
04 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로
$\overline{PT}$는 세 점 A, B, T를 지나는 원의 접선이다.



$\therefore \angle ABT=\angle ATP$
$=55°$
$\triangle BPT$에서
$55°+27°+(55°+\angle ATB)=180°$
$\therefore \angle ATB=43°$

05 $\overline{PT}$는 원의 접선이므로 $\angle ATP=\angle ABT$
또, $\angle APT=\angle ABT$이므로
$\angle ATP=\angle APT$
즉, $\triangle APT$는 이등변삼각형이므로
$\overline{AP}=\overline{AT}=3$ cm
따라서 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$에서
$\overline{PT}^2=3\times(3+5)=24$
$\therefore \overline{PT}=2\sqrt{6}(\text{cm})\ (\because \overline{PT}>0)$

06 $\angle BAQ=\angle CAQ$,
$\angle CBQ=\angle CAQ$
($\because$ $\overset{\frown}{CQ}$에 대한 원주각)

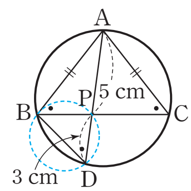


$\therefore \angle BAQ=\angle CBQ$
따라서 $\overline{BQ}$는 세 점 A, B, P를 지나는 원의 접선이므로
$\overline{BQ}^2=\overline{QP}\cdot\overline{QA}$에서
$\overline{BQ}^2=3\times(3+12)$
$=45$
$\therefore \overline{BQ}=3\sqrt{5}(\text{cm})\ (\because \overline{BQ}>0)$

07 $\angle ACB=90°$이므로
$\angle BAC=180°-(90°+60°)=30°$
$\triangle ABC$에서
$\overline{BC}:\overline{AC}=1:\sqrt{3}$이므로
$\overline{BC}:6=1:\sqrt{3}$
$\sqrt{3}\,\overline{BC}=6$ $\therefore \overline{BC}=2\sqrt{3}(\text{cm})$
또, $\overline{AB}:\overline{BC}=2:1$이므로
$\overline{AB}:2\sqrt{3}=2:1$
$\therefore \overline{AB}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{BC}^2=\overline{BD}\cdot\overline{BA}$이므로
$(2\sqrt{3})^2=x\times4\sqrt{3}$, $4\sqrt{3}x=12$
$\therefore x=\sqrt{3}$(cm)

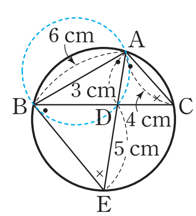
08 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로
$\angle ABC=\angle ACB$
$\overline{BD}$를 그으면
$\angle ADB=\angle ACB$
($\because$ $\widehat{AB}$에 대한 원주각)
$\therefore \angle ABC=\angle ADB$



따라서 $\overline{AB}$는 세 점 B, D, P를 지나는 원의 접선이므로
$\overline{AB}^2=\overline{AP}\cdot\overline{AD}$에서
$\overline{AB}^2=5\times(5+3)=40$
$\therefore \overline{AB}=2\sqrt{10}$(cm) ($\because$ $\overline{AB}>0$)

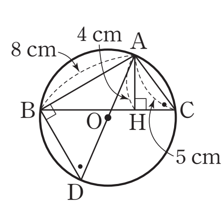
09 $\overline{PA}=x$ cm라고 하면 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$에서
$8^2=x\times(x+12)$
$x^2+12x-64=0$, $(x+16)(x-4)=0$
$\therefore x=4$(cm) ($\because$ $x>0$)
또, △PTA와 △PBT에서
∠P는 공통, ∠PTA=∠PBT
∴ △PTA∽△PBT (AA 닮음)
따라서 $\overline{PT}:\overline{PB}=\overline{TA}:\overline{BT}$이므로
$8:(4+12)=\overline{AT}:12$, $16\overline{AT}=96$
$\therefore \overline{AT}=6$(cm)

10 △ABE∽△ADC (AA 닮음)이므로
$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{AE}:\overline{AC}$
$6:3=\overline{AE}:4$
$3\overline{AE}=24$
$\therefore \overline{AE}=8$(cm)



이때 $\overline{DE}=8-3=5$(cm)이고 $\overline{AE}$는 ∠A의 이등분선이므로
∠BAE=∠CAE,
∠EBC=∠CAE ($\because$ $\widehat{EC}$에 대한 원주각)
∴ ∠BAE=∠EBC
따라서 $\overline{BE}$는 세 점 A, B, D를 지나는 원의 접선이므로
$\overline{BE}^2=\overline{ED}\cdot\overline{EA}$에서 $\overline{BE}^2=5\times8=40$
$\therefore \overline{BE}=2\sqrt{10}$(cm) ($\because$ $\overline{BE}>0$)

11 $\overline{BD}$를 그으면
△ABD와 △AHC에서
∠ADB=∠ACH
($\because$ $\widehat{AB}$에 대한 원주각),
∠ABD=∠AHC=90°



∴ △ABD∽△AHC (AA 닮음)
따라서 $\overline{AB}:\overline{AH}=\overline{AD}:\overline{AC}$이므로
$8:4=\overline{AD}:5$, $4\overline{AD}=40$
$\therefore \overline{AD}=10$(cm)

1 Step (기본문제)

본문 252~253쪽

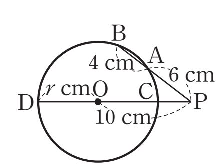
01 4 cm	**02** ③	**03** ③	**04** $2\sqrt{10}$ cm
05 ⑤	**06** ④	**07** 11	**08** ②
09 10 cm	**10** ②	**11** 4	**12** 4
13 2			

01 $\overline{PA}=x$ cm라고 하면 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$에서
$(2\sqrt{10})^2=x\times(x+6)$
$x^2+6x-40=0$, $(x+10)(x-4)=0$
$\therefore x=4$(cm) ($\because$ $x>0$)

02 $\overline{PO}=x$ cm라고 하면
$\overline{PC}\cdot\overline{PD}=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$에서
$3\times(3+5)=(x-4)(x+4)$
$24=x^2-16$, $x^2=40$
$\therefore x=2\sqrt{10}$(cm) ($\because$ $x>0$)

03 원 O의 반지름의 길이를 x라고 하면
$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$에서
$6\times4=\left(x+\dfrac{x}{2}\right)\times\dfrac{x}{2}$, $24=\dfrac{3}{4}x^2$
$96=3x^2$, $x^2=32$
$\therefore x=4\sqrt{2}$ ($\because$ $x>0$)

04 $\overline{PO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 D, 원의 반지름의 길이를 r cm라고 하면
$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$에서
$6\times(6+4)=(10-r)(10+r)$
$60=100-r^2$, $r^2=40$
$\therefore r=2\sqrt{10}$(cm) ($\because$ $r>0$)



05 $\overline{PC}=\overline{PD}=x$ cm라고 하면
$\overline{PC}\cdot\overline{PD}=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$에서

$x^2=2\times(3+5)=16$
$\therefore x=4(\text{cm})\ (\because x>0)$

06 ① $3\times4=2\times6$
② $6\times4=3\times8$
③ $6\times5=3\times10$
④ $4\times(4+4)\neq3\times(3+9)$
⑤ $6\times(6+14)=8\times(8+7)$
따라서 □ABCD가 원에 내접하지 않는 것은 ④이다.

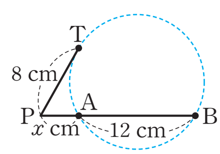
07 $\overline{PA}\cdot\overline{PD}=\overline{PB}\cdot\overline{PC}$이어야 하므로
$8\times(8+2)=5\times(5+x)$
$80=25+5x,\ 5x=55$
$\therefore x=11$

08 $\overline{PC}\cdot\overline{PD}=\overline{PE}\cdot\overline{PF}$에서
$4\times\overline{PD}=2\times6,\ 4\overline{PD}=12$
$\therefore \overline{PD}=3(\text{cm})$

09 $\overline{PA}\cdot\overline{PC}=\overline{PB}\cdot\overline{PD}$에서
$(8+4)\times5=4\times(5+\overline{CD})$
$60=20+4\overline{CD},\ 4\overline{CD}=40$
$\therefore \overline{CD}=10(\text{cm})$

10 $\overline{PA}=x$ cm라고 하면
$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$에서
$x\times(x+9)=4\times(4+5)$
$x^2+9x-36=0,\ (x+12)(x-3)=0$
$\therefore x=3(\text{cm})\ (\because x>0)$

11 오른쪽 그림과 같이 세 점 A, B, T는 한 원 위에 있으므로 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$가 성립한다.



$8^2=x\times(x+12)$
$x^2+12x-64=0$
$(x+16)(x-4)=0$
$\therefore x=4(\text{cm})\ (\because x>0)$

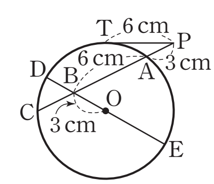
12 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으려면 $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이어야 한다.
$\overline{PB}=x$라고 하면 $\overline{PA}=5-x$이므로
$x\times(5-x)=2\times2$
$x^2-5x+4=0,\ (x-1)(x-4)=0$
$\therefore x=4\ (\because \overline{PA}<\overline{PB})$

13 $\overline{PQ}=\overline{PT}=6$이고
$\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로
$6^2=\overline{PA}\times(6+3)\qquad\therefore \overline{PA}=4$
$\therefore \overline{AQ}=\overline{PQ}-\overline{PA}$
$=6-4=2$

2 Step (발전문제) 본문 254~255쪽

01 $3\sqrt{3}$ cm	**02** 4 cm	**03** 7	**04** ④
05 60°	**06** $\frac{13}{2}\pi+13$		**07** 10 cm
08 18 cm	**09** 16 cm	**10** 6 cm	**11** $\sqrt{65}$ cm
12 $\frac{24}{5}$	**13** $5\sqrt{3}$ cm	**14** $\frac{25\sqrt{3}}{2}$ cm^2	

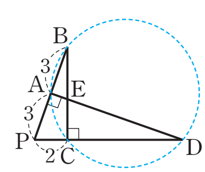
01 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$, $\overline{BO}$의 연장선을 그어 원 O와 만나는 점을 각각 C, D, E라 하자.



$\overline{BC}=x$ cm라 하면
$\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PC}$이므로
$6^2=3\times(3+6+x)\qquad\therefore x=3(\text{cm})$
$\overline{OE}=r$ cm라 하면
$\overline{BA}\cdot\overline{BC}=\overline{BD}\cdot\overline{BE}$이므로
$6\times3=(r-3)(r+3)$
$r^2=27\qquad\therefore r=3\sqrt{3}(\text{cm})\ (\because r>0)$
따라서 원 O의 반지름의 길이는 $3\sqrt{3}$ cm이다.

02 $\overline{PC}\cdot\overline{PD}=\overline{PE}\cdot\overline{PF}$에서
$5\times(5+\overline{CD})=3\times(3+12)$
$25+5\overline{CD}=45,\ 5\overline{CD}=20$
$\therefore \overline{CD}=4(\text{cm})$

03 $\angle BAD=\angle BCD=90^\circ$이므로 다음 그림과 같이 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.



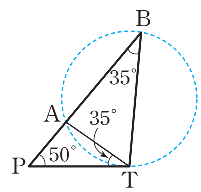
따라서 $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로 $\overline{CD}=x$라고 하면
$3\times(3+3)=2\times(2+x)$
$18=4+2x,\ 2x=14$
$\therefore x=7$

04 $\overline{PC}\cdot\overline{PD}=\overline{PE}\cdot\overline{PF}$이므로 네 점 C, D, E, F는 한 원 위에 있다.

$\therefore$ $\angle DFP=\angle ECP$ ($\because$ $\overset{\frown}{DE}$에 대한 원주각)

05 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로

$\overline{PT}$는 세 점 A, B, T를 지나는 원의 접선이다.



$\angle ABT=\angle ATP=35^\circ$이므로

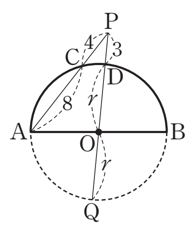
$\triangle BPT$에서

$35^\circ+50^\circ+(35^\circ+\angle ATB)$

$=180^\circ$

$\therefore$ $\angle ATB=60^\circ$

06 $\overline{PO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 Q라 하고 원 O의 반지름의 길이를 r라 하면



$\overline{OD}=\overline{OQ}=r$

$\overline{PQ}=3+2r$이므로

$4\times(4+8)=3\times(3+2r)$

$48=9+6r$, $6r=39$

$\therefore$ $r=\frac{13}{2}$

따라서 반원 O의 둘레의 길이는

$2\pi\times\frac{13}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{13}{2}\times2=\frac{13}{2}\pi+13$

07 $\overline{AQ}=x$ cm라 하면

$\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로

$12^2=4\sqrt{2}\times(4\sqrt{2}+x+6\sqrt{2})$

$4\sqrt{2}x=64$ $\quad\therefore$ $x=8\sqrt{2}$(cm)

$\overline{OT}=r$ cm라 하면

$\overline{QA}\cdot\overline{QB}=\overline{QC}\cdot\overline{QT}$이므로

$8\sqrt{2}\times6\sqrt{2}=(r-2)(r+2)$

$r^2=100$ $\quad\therefore$ $r=10$(cm) ($\because$ $r>0$)

따라서 원 O의 반지름의 길이는 10 cm이다.

08 $\triangle BPT$에서

$\overline{BT}=2\times6=12$(cm)

$\tan 30^\circ=\frac{\overline{BT}}{\overline{PT}}$에서

$\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{12}{\overline{PT}}$ $\quad\therefore$ $\overline{PT}=12\sqrt{3}$(cm)

$\sin 30^\circ=\frac{\overline{BT}}{\overline{PB}}$에서

$\frac{1}{2}=\frac{12}{\overline{PB}}$ $\quad\therefore$ $\overline{PB}=24$(cm)

한편, $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$에서

$(12\sqrt{3})^2=\overline{PA}\times24$ $\quad\therefore$ $\overline{PA}=18$(cm)

09 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{PB}=8+2r$이고 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로

$(4\sqrt{14})^2=8\times(8+2r)$

$224=64+16r$ $\quad\therefore$ $r=10$(cm)

$\overline{AB}=2r=20$(cm)이므로 $\overline{EA}=x$ cm라 하면

$\overline{EB}=(20-x)$cm

$\overline{EA}\cdot\overline{EB}=\overline{EC}\cdot\overline{ED}$에서

$x\times(20-x)=8\times8$

$x^2-20x+64=0$, $(x-4)(x-16)=0$

$\therefore$ $x=4$ 또는 $x=16$

그런데 $\overline{EA}>\overline{EB}$이므로

$x=\overline{EA}=16$(cm)

10 직각삼각형 APT에서

$\cos 60^\circ=\frac{\overline{PT}}{\overline{AP}}$

$\frac{1}{2}=\frac{4}{\overline{AP}}$ $\quad\therefore$ $\overline{AP}=8$(cm)

따라서 $\overline{PT}^2=\overline{PB}\cdot\overline{PA}$에서

$4^2=\overline{PB}\times8$ $\quad\therefore$ $\overline{PB}=2$(cm)

$\therefore$ $\overline{AB}=8-2=6$(cm)

11 $\overline{OT'}\perp\overline{AB}$이므로

$\overline{AT'}=\overline{BT'}=\sqrt{5^2-3^2}=\sqrt{16}=4$(cm)

이때 $\overline{PT}$는 큰 원의 접선이므로

$\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$에서 $\overline{PT}^2=5\times(5+8)=65$

$\therefore$ $\overline{PT}=\sqrt{65}$(cm) ($\because$ $\overline{PT}>0$)

12 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$에서

$\overline{PT}^2=4\times(4+12)=64$

$\therefore$ $\overline{PT}=8$ ($\because$ $\overline{PT}>0$)

$\triangle POT$에서 $\angle PTO=90^\circ$이므로

$\overline{PT}\cdot\overline{TO}=\overline{PO}\cdot\overline{TH}$

$8\times6=10\times\overline{TH}$ $\quad\therefore$ $\overline{TH}=\frac{24}{5}$

13 $\overline{PT}$는 원의 접선이므로 $\angle ATP=\angle ABT$

또, $\angle APT=\angle ABT$이므로

$\angle ATP=\angle APT$

즉, $\triangle APT$는 이등변삼각형이므로

$\overline{PA}=\overline{AT}=5$ cm

따라서 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$에서

$\overline{PT}^2=5\times(5+10)=75$

$\therefore$ $\overline{PT}=5\sqrt{3}$(cm) ($\because$ $\overline{PT}>0$)

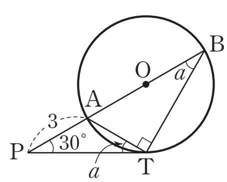
14 $\overline{AB}=x$ cm라 하면
$\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로
$(5\sqrt{3})^2=5\times(5+x)$
$\therefore x=\overline{AB}=10$(cm)
$\angle B=\angle ATP=30^\circ$이고 $\angle ATB=90^\circ$이므로
$\triangle ATB$에서
$\sin 30^\circ=\dfrac{\overline{AT}}{\overline{AB}}$, $\dfrac{1}{2}=\dfrac{\overline{AT}}{10}$ $\quad\therefore \overline{AT}=5$(cm)
$\cos 30^\circ=\dfrac{\overline{BT}}{\overline{AB}}$, $\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{\overline{BT}}{10}$ $\quad\therefore \overline{BT}=5\sqrt{3}$(cm)
$\therefore \triangle ATB=\dfrac{1}{2}\times\overline{AT}\times\overline{BT}$
$=\dfrac{1}{2}\times5\times5\sqrt{3}$
$=\dfrac{25\sqrt{3}}{2}$(cm^2)

3 Step (실력 UP)

본문 256쪽

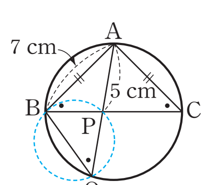
01 $3\sqrt{3}$ **02** $\dfrac{24}{5}$ cm **03** $8\sqrt{2}$ cm **04** 2 cm
05 10 cm **06** (1) 6 cm (2) 4 cm

01 $\overline{AT}$, $\overline{BT}$를 긋고
$\angle ATP=\angle ABT=\angle a$
라고 하면
$\angle BAT=90^\circ-\angle a$
$\triangle APT$에서



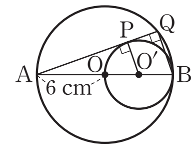
$90^\circ-\angle a=30^\circ+\angle a$
$2\angle a=60^\circ \quad \therefore \angle a=30^\circ$
따라서 $\angle APT=\angle ATP$이므로 $\overline{AT}=\overline{AP}=3$
$\triangle ATB$에서 $\overline{AB}:\overline{AT}=2:1$이므로
$\overline{AB}:3=2:1 \quad \therefore \overline{AB}=6$
또, $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$에서
$\overline{PT}^2=3\times(3+6)=27$
$\therefore \overline{PT}=3\sqrt{3}$ ($\because \overline{PT}>0$)

02 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로
$\angle ABC=\angle ACB$
이때 $\overline{BQ}$를 그으면
$\angle AQB=\angle ACB$
($\because \overparen{AB}$에 대한 원주각)
$\therefore \angle ABC=\angle AQB$

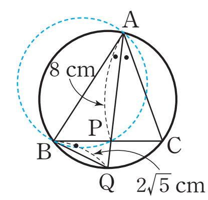


따라서 $\overline{AB}$는 세 점 B, P, Q를 지나는 원의 접선이므로
$\overline{AB}^2=\overline{AP}\cdot\overline{AQ}$에서 $7^2=5\times(5+\overline{PQ})$
$49=25+5\overline{PQ}$, $5\overline{PQ}=24$
$\therefore \overline{PQ}=\dfrac{24}{5}$(cm)

03 $\overline{AP}$는 원 O′의 접선이므로
$\overline{AP}^2=\overline{AO}\cdot\overline{AB}$에서 $\overline{AP}^2=6\times(6+6)=72$
$\therefore \overline{AP}=6\sqrt{2}$(cm) ($\because \overline{AP}>0$)
$\overline{PO'}$을 그으면 $\triangle APO'\backsim\triangle AQB$
(AA 닮음)이므로
$\overline{AP}:\overline{AQ}=\overline{AO'}:\overline{AB}$
$6\sqrt{2}:\overline{AQ}=9:12$
$9\overline{AQ}=72\sqrt{2} \quad \therefore \overline{AQ}=8\sqrt{2}$(cm)

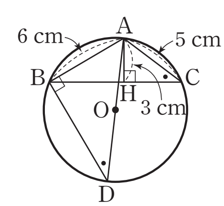


04 $\angle BAQ=\angle CAQ$,
$\angle CBQ=\angle CAQ$
($\because \overparen{CQ}$에 대한 원주각)
이므로 $\angle BAQ=\angle CBQ$
따라서 $\overline{BQ}$는 세 점 A, B, P를
지나는 원의 접선이다.



$\overline{PQ}=x$ cm라고 하면 $\overline{BQ}^2=\overline{QP}\cdot\overline{QA}$이므로
$(2\sqrt{5})^2=x\times(x+8)$
$x^2+8x-20=0$, $(x+10)(x-2)=0$
$\therefore x=2$(cm) ($\because x>0$)

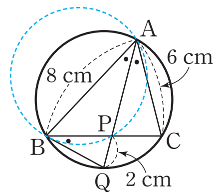
05 $\overline{BD}$를 그으면
$\triangle ABD$와 $\triangle AHC$에서
$\angle ABD=\angle AHC=90^\circ$,
$\angle ADB=\angle ACH$
($\because \overparen{AB}$에 대한 원주각)
$\therefore \triangle ABD\backsim\triangle AHC$
(AA 닮음)



따라서 $\overline{AB}:\overline{AH}=\overline{AD}:\overline{AC}$이므로
$6:3=\overline{AD}:5$, $3\overline{AD}=30$
$\therefore \overline{AD}=10$(cm)

06 (1) $\triangle ABQ$와 $\triangle APC$에서
$\angle BAQ=\angle PAC$,
$\angle BQA=\angle PCA$ ($\because \overparen{AB}$에 대한 원주각)
$\therefore \triangle ABQ\backsim\triangle APC$ (AA 닮음)
따라서 $\overline{AB}:\overline{AP}=\overline{AQ}:\overline{AC}$이므로
$\overline{AP}=x$ cm라고 하면
$8:x=(x+2):6$, $x\times(x+2)=8\times6$
$x^2+2x-48=0$, $(x+8)(x-6)=0$
$\therefore x=6$(cm) ($\because x>0$)

(2) $\angle CBQ=\angle CAQ=\angle BAP$ 이므로 $\overline{BQ}$는 세 점 A, B, P를 지나는 원의 접선이 된다.
따라서 $\overline{BQ}^2=\overline{QP}\cdot\overline{QA}$이므로
$\overline{BQ}^2=2\times(2+6)=16$
$\therefore \overline{BQ}=4(\text{cm})$ ($\because \overline{BQ}>0$)

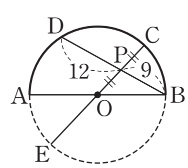


서술형 대비 문제

본문 257~258쪽

1 12	**2** 6 cm	**3** 3	**4** 10
5 24π cm^2	**6** 6 cm		

1 1단계 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CO}$의 연장선과 원 O가 만나는 점을 E라 하자.



$\overline{PO}=\overline{PC}=x$라 하면
$\overline{OE}=2x$
$\overline{PD}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PE}$에서
$12\times9=x\times(x+2x)$
$x^2=36 \qquad \therefore x=6$ ($\because x>0$)
$\therefore \overline{PO}=6$
2단계 따라서 반원의 반지름의 길이는
$\overline{OC}=2x=2\times6=12$

2 1단계 $\overline{AD}\cdot\overline{BD}=\overline{CD}\cdot\overline{DT}$에서
$\overline{AD}\times6=9\times2 \qquad \therefore \overline{AD}=3(\text{cm})$
2단계 $\overline{PA}=x$ cm라고 하면
$\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$에서
$(3\sqrt{10})^2=x\times(x+9)$
3단계 $90=x^2+9x$, $x^2+9x-90=0$
$(x+15)(x-6)=0$
$\therefore x=6$ ($\because x>0$)
$\therefore \overline{PA}=6(\text{cm})$

3 1단계 $\overline{PT}=\overline{PT'}$이므로
$\overline{PT}=\overline{PT'}=3\sqrt{3}$
2단계 $\overline{PA}=x$라 하면 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$에서
$(3\sqrt{3})^2=x\times(x+6)$
$x^2+6x-27=0$
$(x-3)(x+9)=0$
$\therefore x=3$ ($\because x>0$)
$\therefore \overline{PA}=3$

단계	채점요소	배점
1	$\overline{PT}$, $\overline{PT'}$의 길이 구하기	2점
2	$\overline{PA}$의 길이 구하기	3점

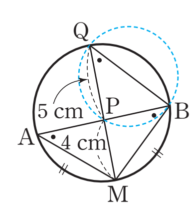
4 1단계 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로
$\overline{PT}^2=6\times(6+9)=90$
$\therefore \overline{PT}=3\sqrt{10}$ ($\because \overline{PT}>0$)
2단계 $\triangle PTA$와 $\triangle PBT$에서
$\angle ATP=\angle TBP$, $\angle P$는 공통
$\therefore \triangle PTA\backsim\triangle PBT$ (AA 닮음)
3단계 $\overline{PA}:\overline{PT}=\overline{AT}:\overline{TB}$이므로
$6:3\sqrt{10}=2\sqrt{10}:\overline{TB}$
$6\overline{TB}=60 \qquad \therefore \overline{BT}=10$

단계	채점요소	배점
1	$\overline{PT}$의 길이 구하기	3점
2	닮음인 삼각형 찾기	2점
3	$\overline{BT}$의 길이 구하기	2점

5 1단계 원 O의 반지름의 길이를 x cm라고 하면
$\overline{PA}=(6-x)$ cm, $\overline{PB}=(6+x)$ cm
2단계 $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$에서
$(6-x)(6+x)=2\times(2+4)$, $36-x^2=12$
$x^2=24 \qquad \therefore x=2\sqrt{6}(\text{cm})$($\because x>0$)
3단계 따라서 원 O의 넓이는
$\pi\times(2\sqrt{6})^2=24\pi(\text{cm}^2)$

단계	채점요소	배점
1	원 O의 반지름의 길이를 x cm로 놓고 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$의 길이를 x를 사용하여 나타내기	2점
2	원 O의 반지름의 길이 구하기	3점
3	원 O의 넓이 구하기	2점

6 1단계 $\overline{AM}$, $\overline{BQ}$를 그으면
$\widehat{AM}=\widehat{BM}$이므로
$\angle ABM=\angle BAM$,
$\angle BQM=\angle BAM$
($\because \widehat{BM}$에 대한 원주각)
$\therefore \angle BQM=\angle ABM$



2단계 따라서 $\overline{BM}$은 세 점 B, P, Q를 지나는 원의 접선이므로

3단계 $\overline{BM}^2=\overline{MP}\cdot\overline{MQ}$에서

$\overline{BM}^2=4\times(4+5)=36$

$\therefore \overline{BM}=6(\text{cm})$ ($\because \overline{BM}>0$)

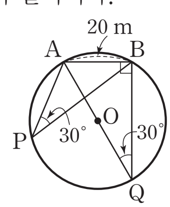
단계	채점요소	배점
1	$\angle BQM=\angle ABM$임을 알기	3점
2	$\overline{BM}$은 세 점 B, P, Q를 지나는 원의 접선임을 이해하기	2점
3	$\overline{BM}$의 길이 구하기	3점

생활 속의 수학

본문 259쪽

1 무대의 왼쪽 끝지점 A에서 가장 멀리 앉아 있는 관객까지의 거리는 원의 중심을 지나는 지름의 길이이다.

이때 $\overline{AQ}$는 원 O의 지름이므로



$\angle ABQ=90^\circ$이고

$\angle AQB=\angle APB=30^\circ$

$\triangle AQB$에서

$\angle BAQ=180^\circ-(90^\circ+30^\circ)$

$=60^\circ$

$\sin 30^\circ=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AQ}}$이므로

$\dfrac{1}{2}=\dfrac{20}{\overline{AQ}}$

$\therefore \overline{AQ}=40(\text{m})$

답 40 m

2 연못의 반지름의 길이를 x m라고 하면

$60\times(60+80)=40\times(40+2x)$

$8400=1600+80x,\ 80x=6800$

$\therefore x=85(\text{m})$

따라서 연못의 반지름의 길이는 85 m이다.

답 85 m

3 점 O에서 네 지점 A, B, C, D는 같은 거리에 있으므로 점 O를 중심으로 모두 한 원 위에 있다.

따라서 $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로

$5\times6=\overline{PC}\times4,\ 4\overline{PC}=30 \qquad \therefore \overline{PC}=\dfrac{15}{2}(\text{km})$

따라서 C지점은 P지점에서 $\dfrac{15}{2}$ km 떨어진 곳이다.

답 $\dfrac{15}{2}$ km