우공비Q 중등 수학 ③(하) 표준편

SOLUTION

LECTURE BOOK

WORK BOOK

Q Box

Ⅳ 통계

1 대푯값과 산포도

LECTURE 01 p 8

01 $(\text{평균})=\dfrac{42+48+51+46+54+50}{6}$

$=\dfrac{291}{6}=48.5(\text{kg})$ 답 48.5 kg

01-1 $(\text{평균})=\dfrac{5\times2+6\times3+7\times4+8\times5+9\times1}{15}$

$=\dfrac{105}{15}=7(\text{회})$ 답 7회

01-2 $(\text{평균})=\dfrac{65\times2+75\times3+85\times4+95\times1}{10}$

$=\dfrac{790}{10}=79(\text{점})$ 답 79점

LECTURE 02 p 9

01 (1) 자료의 변량을 작은 값부터 순서대로 나열하면
13, 25, 38, 42, 56, 69
따라서 중앙값은 3번째와 4번째 변량의 평균인
$\dfrac{38+42}{2}=40$이다.
(2) 자료의 변량을 작은 값부터 순서대로 나열하면
200, 290, 340, 410, 580, 600, 650
따라서 중앙값은 4번째 변량인 410이다.
답 (1) 40 (2) 410

01-1 줄기와 잎 그림에서는 자료의 변량을 작은 값부터 순서대로 나열해 놓았으므로 중앙값은 7번째 변량인 169 cm이다. 답 169 cm

02 (1) 자료의 변량을 작은 값부터 순서대로 나열하면
5, 5, 10, 15, 15, 20, 20, 30, 30, 30, 35
따라서 30의 도수가 3으로 가장 크므로 최빈값은 30이다.
(2) 자료의 변량을 작은 값부터 순서대로 나열하면
200, 210, 220, 220, 240, 240, 250, 260, 270
따라서 220과 240의 도수가 각각 2로 가장 크므로 최빈값은 220과 240이다.
답 (1) 30 (2) 220, 240

02-1 자료의 변량을 작은 값부터 순서대로 나열하면
85, 90, 90, 95, 95, 95, 95, 100, 100, 105, 105
따라서 95의 도수가 4로 가장 크므로 최빈값은 95 cm이다. 답 95 cm

핵심유형 익히기 p 10

$(\text{평균})=\dfrac{(\text{변량})\text{의 총합}}{(\text{변량})\text{의 개수}}$

01 학생 B의 점수를 x점이라 하면
$\dfrac{72+x+82+90+76}{5}=80$
$320+x=400$ $\quad\therefore x=80$
따라서 학생 B의 점수는 80점이다. 답 80점

01-1 $\dfrac{a+b+c}{3}=14$에서 $a+b+c=42$이므로
$(\text{평균})=\dfrac{3+a+b+c+10}{5}=\dfrac{3+42+10}{5}=11$
답 ②

변량의 개수가 짝수이므로 중앙에 있는 두 값의 평균이 중앙값이다.

변량의 개수가 홀수이므로 중앙에 있는 값이 중앙값이다.

02 A모둠의 턱걸이 횟수를 작은 값부터 순서대로 나열하면
3, 5, 6, 8, 8, 10
이므로 중앙값은 $a=\dfrac{6+8}{2}=7(\text{회})$
B모둠의 턱걸이 횟수를 작은 값부터 순서대로 나열하면
4, 5, 5, 6, 8, 9, 12
이므로 중앙값은 $b=6(\text{회})$
$\therefore a+b=7+6=13$ 답 13

$x<9$이면 중앙값은 $\dfrac{9+10}{2}=9.5$
$9<x<10$이면 중앙값은 $\dfrac{x+10}{2}$이고 $9.5<\dfrac{x+10}{2}<10$
$10<x<15$이면 중앙값은 $\dfrac{10+x}{2}$이고 $10<\dfrac{10+x}{2}<12.5$
$x>15$이면 중앙값은 $\dfrac{10+15}{2}=12.5$

02-1 중앙값이 12이므로 $10<x<15$
이때 중앙값은 3번째와 4번째 변량의 평균이므로
$\dfrac{10+x}{2}=12$ $\quad\therefore x=14$ 답 ⑤

03 주어진 표에서 도수가 가장 큰 것은 액션이므로 최빈값은 액션이다. 답 ③

03-1 최빈값이 90점이므로 $x=90$
$\therefore (\text{평균})=\dfrac{90+86+92+90}{4}=\dfrac{358}{4}=89.5(\text{점})$
답 ④

LECTURE 03

p 11

01 (1) (평균)$=\dfrac{3+5+1+0+2+6+4}{7}=\dfrac{21}{7}=3$(점)

(2)

득점(점)	3	5	1	0	2	6	4	합계
(득점)−(평균)	0	2	−2	−3	−1	3	1	0
$\{$(득점)−(평균)$\}^2$	0	4	4	9	1	9	1	28

(3) (분산)$=\dfrac{28}{7}=4$

(4) (표준편차)$=\sqrt{4}=2$(점)

답 (1) 3점 (2) 풀이 참조 (3) 4 (4) 2점

01-1 (1) (평균)$=\dfrac{76+84+82+86}{4}=\dfrac{328}{4}=82$(점)

(2) (분산)$=\dfrac{(-6)^2+2^2+0^2+4^2}{4}=\dfrac{56}{4}=14$

(3) (표준편차)$=\sqrt{14}$(점)

답 (1) 82점 (2) 14 (3) $\sqrt{14}$점

LECTURE 04

p 12

01

통학 시간(분)	도수(명)	계급값	(계급값)×(도수)	편차	(편차)^2×(도수)
이상 미만 10～20	4	15	15×4=60	−15	$(-15)^2\times4=900$
20～30	5	25	25×5=125	−5	$(-5)^2\times5=125$
30～40	8	35	35×8=280	5	$5^2\times8=200$
40～50	3	45	45×3=135	15	$15^2\times3=675$
합계	20		600		1900

(2) (평균)$=\dfrac{600}{20}=30$(분)

(3) (분산)$=\dfrac{1900}{20}=95$

(4) (표준편차)$=\sqrt{95}$(분)

답 (1) 풀이 참조 (2) 30분 (3) 95 (4) $\sqrt{95}$분

01-1 (1) (평균)$=\dfrac{4\times3+12\times7+20\times5+28\times1}{16}$

$=\dfrac{224}{16}=14$(권)

(2) (분산)$=\dfrac{(-10)^2\times3+(-2)^2\times7+6^2\times5+14^2\times1}{16}$

$=\dfrac{704}{16}=44$

(3) (표준편차)$=\sqrt{44}=2\sqrt{11}$(권)

답 (1) 14권 (2) 44 (3) $2\sqrt{11}$권

핵심유형 익히기

p 13~15

01 $(-1)+(-2)+4+x+(-3)=0$ ∴ $x=2$

따라서 D의 키는 $2+162=164$(cm)

답 ⑤

Q Box

(편차)=(변량)−(평균)
➡ (평균)=(변량)−(편차)

(분산)$=\dfrac{(\text{편차})^2\text{의 총합}}{(\text{변량})\text{의 개수}}$

분산에는 단위를 붙이지 않으며 표준편차의 단위는 변량의 단위와 같다.

도수분포표에서의 평균
➡ $\dfrac{\{(\text{계급값})\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$

편차의 총합은 0이다.

01-1 $(-6)+2+x+8+(-3)+1=0$ ∴ $x=-2$

C의 도서관 방문 횟수가 16회이므로

(평균)$=16-(-2)=18$(회)

답 18회

02 B학생의 편차를 x점이라 하면

$1+x+(-3)+1+0=0$ ∴ $x=1$

∴ (분산)$=\dfrac{1^2+1^2+(-3)^2+1^2+0^2}{5}=\dfrac{12}{5}=2.4$

답 2.4

02-1 평균이 9이므로

$\dfrac{7+8+11+13+10+x}{6}=9$

$49+x=54$ ∴ $x=5$

(분산)$=\dfrac{(-2)^2+(-1)^2+2^2+4^2+1^2+(-4)^2}{6}$

$=\dfrac{42}{6}=7$

∴ (표준편차)$=\sqrt{7}$

답 ③

03 평균이 8이므로 $\dfrac{6+x+9+y+10}{5}=8$

$25+x+y=40$ ∴ $x+y=15$ ...... ㉠

또 분산이 2이므로

$\dfrac{(-2)^2+(x-8)^2+1^2+(y-8)^2+2^2}{5}=2$

∴ $x^2+y^2-16(x+y)+137=10$ ...... ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$x^2+y^2-16\times15+137=10$

∴ $x^2+y^2=113$

답 ②

03-1 평균이 7이므로 $\dfrac{10+5+6+a+b+11}{6}=7$

$32+a+b=42$ ∴ $a+b=10$ ...... ㉠

또 표준편차가 $\sqrt{6}$이므로

$\dfrac{3^2+(-2)^2+(-1)^2+(a-7)^2+(b-7)^2+4^2}{6}$

$=(\sqrt{6})^2$

∴ $a^2+b^2-14(a+b)+128=36$ ...... ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$a^2+b^2-14\times10+128=36$

따라서 $a^2+b^2=48$이므로

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$에서

$100=48+2ab$ ∴ $2ab=52$

답 52

04 $\dfrac{a+b+c+d}{4}=5$에서 $a+b+c+d=20$이므로

(평균)$=\dfrac{2(a+b+c+d)}{4}=\dfrac{2\times20}{4}=10$

$\dfrac{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2}{4}=3$

에서

$(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2=12$

이므로

(분산)

$=\dfrac{(2a-10)^2+(2b-10)^2+(2c-10)^2+(2d-10)^2}{4}$

$=\dfrac{4\{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2\}}{4}$

$=\dfrac{4\times 12}{4}=12$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

답 평균 : 10, 표준편차 : $2\sqrt{3}$

$(2a-10)^2=\{2(a-5)\}^2$
$=4(a-5)^2$

04-1 $\dfrac{a+b+c+d+e}{5}=6$에서

$a+b+c+d+e=30$이므로

$m=\dfrac{a+b+c+d+e+5\times 5}{5}$

$=\dfrac{30+25}{5}=11$

$\dfrac{(a-6)^2+(b-6)^2+(c-6)^2+(d-6)^2+(e-6)^2}{5}=2$

에서

$(a-6)^2+(b-6)^2+(c-6)^2+(d-6)^2+(e-6)^2=10$

이므로

$n=\dfrac{(a-6)^2+(b-6)^2+(c-6)^2+(d-6)^2+(e-6)^2}{5}$

$=\dfrac{10}{5}=2$

$\therefore m+n=13$

답 ④

a, b, c, d, e의 평균이 k이면 $a+5$, $b+5$, $c+5$, $d+5$, $e+5$의 평균은 $k+5$이다.

$\{(a+5)-11\}^2=(a-6)^2$

05 (평균)$=\dfrac{10\times1+12\times1+14\times2+16\times4+18\times2}{10}$

$=\dfrac{150}{10}=15(℃)$

(분산)$=\dfrac{1}{10}\{(-5)^2\times1+(-3)^2\times1+(-1)^2\times2$
$+1^2\times4+3^2\times2\}$

$=\dfrac{58}{10}=5.8$

답 ④

05-1 $3+6+x+4+4=20$ $\therefore x=3$

(평균)$=\dfrac{1\times3+3\times6+5\times3+7\times4+9\times4}{20}$

$=\dfrac{100}{20}=5$(시간)

(분산)$=\dfrac{1}{20}\{(-4)^2\times3+(-2)^2\times6+0^2\times3$
$+2^2\times4+4^2\times4\}$

$=\dfrac{152}{20}=7.6$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{7.6}$ (시간)

답 $\sqrt{7.6}$ 시간

표준편차에는 변량과 같은 단위를 붙인다.

06

계급값(점)	55	65	75	85	95	합계
도수(명)	2	5	7	3	3	20

(평균)$=\dfrac{55\times2+65\times5+75\times7+85\times3+95\times3}{20}$

$=\dfrac{1500}{20}=75$(점)

(분산)$=\dfrac{1}{20}\{(-20)^2\times2+(-10)^2\times5+0^2\times7$
$+10^2\times3+20^2\times3\}$

$=\dfrac{2800}{20}=140$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{140}=2\sqrt{35}$(점)

답 $2\sqrt{35}$점

06-1

계급값(시간)	2	4	6	8	10	합계
도수(명)	7	10	6	5	2	30

(평균)$=\dfrac{2\times7+4\times10+6\times6+8\times5+10\times2}{30}$

$=\dfrac{150}{30}=5$(시간)

(분산)$=\dfrac{1}{30}\{(-3)^2\times7+(-1)^2\times10+1^2\times6$
$+3^2\times5+5^2\times2\}$

$=\dfrac{174}{30}=5.8$

답 5.8

07 변량들이 평균에서 멀리 흩어져 있을수록 표준편차가 크므로 표준편차가 가장 큰 것은 ①이다.

답 ①

07-1 변량들이 평균에 밀집되어 있을수록 분포가 고르므로 ④모둠의 표준편차가 가장 작다. 답 ④

08 A반의 표준편차가 B반보다 작으므로 A반의 성적이 B반의 성적보다 고르다고 할 수 있다.
또 두 반의 평균은 같으므로 어느 반의 성적이 더 높다고 할 수 없다. 답 ①

08-1 성적이 가장 고른 학생은 표준편차가 가장 작은 학생이므로 D이다. 답 ④

중단원 마무리 p 16~19

01 ② 02 79점 03 15 04 ③ 05 12.5
06 ① 07 (1) 21회 (2) 15회 (3) 5회 08 ②
09 (1) -12 (2) 165명 10 ③ 11 11.8
12 ② 13 ③ 14 $\sqrt{3}$ 15 ⑤
16 $\sqrt{4.2}$시간 17 $3\sqrt{14}$점 18 ②
19 ②, ④ 20 71 kg
21 (1) 180 cm (2) 커진다. 22 $a=2$, $b=12$
23 4 24 (1) 5 (2) 8 25 $\sqrt{89}$분

01 $(\text{평균})=\dfrac{4+3+5+1+3+7+5}{7}=\dfrac{28}{7}=4(\text{개})$

답 ②

02 남학생 4명의 중간고사 성적의 총합은
$76\times4=304$(점)
여학생 6명의 중간고사 성적의 총합은
$81\times6=486$(점)
따라서 10명의 중간고사 성적의 총합은
$304+486=790$(점)
이므로 구하는 평균은 $\dfrac{790}{10}=79$(점)

답 79점

남학생 수와 여학생 수가 다르므로 10명의 평균을 $\dfrac{76+81}{2}=78.5$(점)으로 구하지 않도록 한다.

03 조건 (가)의 변량은 모두 5개이므로 중앙값은 작은 값부터 순서대로 나열했을 때 3번째 변량이다.
이때 중앙값이 45이므로 $a=45$
조건 (나)의 변량은 모두 6개이므로 중앙값은 작은 값부터 순서대로 나열했을 때 3번째와 4번째 변량의 평균이다.
이때 중앙값이 56이므로
$\dfrac{52+b}{2}=56,\ 52+b=112 \qquad \therefore b=60$
$\therefore b-a=60-45=15$

답 15

04 주어진 자료의 중앙값이 6이고 평균과 중앙값이 같으므로
$\dfrac{3+5+6+7+x}{5}=6 \qquad \therefore x=9$

답 ③

05 주어진 자료의 최빈값이 12이므로 $a=12$
자료의 변량을 작은 값부터 순서대로 나열하면
9, 12, 12, 13, 14, 15
따라서 중앙값은 3번째와 4번째 변량의 평균이므로
$\dfrac{12+13}{2}=12.5$

답 12.5

06 자료의 값이 20권과 100권뿐이고, 두 값의 차가 크므로 평균보다는 중앙값 또는 최빈값이 주어진 자료의 경향을 잘 나타내어 준다.

답 ①

$(\text{평균})=\dfrac{320}{8}=40$(권)

중앙값과 최빈값은 각각 20권이다.

07 (1) (평균)
$=\dfrac{5\times12+15\times9+25\times7+35\times7+45\times5}{40}$
$=\dfrac{840}{40}=21$(회)

(2) 작은 값부터 순서대로 나열하면 20번째와 21번째인 변량 모두 10회 이상 20회 미만인 계급에 속하므로 중앙값은 이 계급의 계급값인 15회이다.

(3) 도수가 가장 큰 계급은 0회 이상 10회 미만인 계급이므로 최빈값은 이 계급의 계급값인 5회이다.

답 (1) 21회 (2) 15회 (3) 5회

08 ② (편차)=(변량)−(평균)이므로 평균보다 큰 변량의 편차는 양수이고, 평균보다 작은 변량의 편차는 음수이다.

답 ②

09 (1) $(-11)+(-6)+(-8)+x+12+15+10=0$
$12+x=0 \qquad \therefore x=-12$

(2) 토요일에 온 관람객 수를 a명이라 하면
$15=a-150 \qquad \therefore a=165$
따라서 토요일에 온 관람객 수는 165명이다.

답 (1) −12 (2) 165명

10 $(\text{분산})=\dfrac{3^2+2^2+(-4)^2+2^2+(-3)^2}{5}$
$=\dfrac{42}{5}=8.4$

답 ③

$(\text{분산})=\dfrac{(\text{편차})^2\text{의 총합}}{(\text{변량})\text{의 개수}}$

11 A, B 두 모둠의 $(\text{편차})^2$의 총합은 각각
$16\times3^2=144,\ 14\times(\sqrt{15})^2=210$
따라서 전체 학생의 $(\text{편차})^2$의 총합은
$144+210=354$
$\therefore (\text{분산})=\dfrac{354}{30}=11.8$

답 11.8

12 자료 A에서
$(\text{평균})=\dfrac{1+2+3+4+5}{5}=\dfrac{15}{5}=3$
$(\text{분산})=\dfrac{(-2)^2+(-1)^2+0^2+1^2+2^2}{5}=\dfrac{10}{5}=2$
$\therefore a=(\text{표준편차})=\sqrt{2}$
자료 B에서
$(\text{평균})=\dfrac{6+7+8+9+10}{5}=\dfrac{40}{5}=8$
$(\text{분산})=\dfrac{(-2)^2+(-1)^2+0^2+1^2+2^2}{5}=\dfrac{10}{5}=2$
$\therefore b=(\text{표준편차})=\sqrt{2}$
자료 C에서
$(\text{평균})=\dfrac{1+3+5+7+9}{5}=\dfrac{25}{5}=5$
$(\text{분산})=\dfrac{(-4)^2+(-2)^2+0^2+2^2+4^2}{5}=\dfrac{40}{5}=8$
$\therefore c=(\text{표준편차})=2\sqrt{2}$
$\therefore a=b<c$

답 ②

표준편차를 구할 때는
① 평균
② 편차
③ 분산
④ 표준편차
의 순서로 구한다.

13 $(\text{평균})=\dfrac{4+10+11+a+b}{5}=8$
$\therefore a+b=15$ …… ㉠
$(\text{분산})=\dfrac{(-4)^2+2^2+3^2+(a-8)^2+(b-8)^2}{5}$
$=4.2$
즉 $(a-8)^2+(b-8)^2+29=21$이므로
$a^2+b^2-16(a+b)+157=21$ …… ㉡

Q Box

㉠을 ㉡에 대입하면

$a^2+b^2-16\times15+157=21$

$\therefore a^2+b^2=104$ 답 ③

14 $\dfrac{A+B+C}{3}=9$에서

$A+B+C=27$이므로

$(\text{평균})=\dfrac{A+B+C+5\times3+14}{4}$

$=\dfrac{27+15+14}{4}=\dfrac{56}{4}=14$

$\dfrac{(A-9)^2+(B-9)^2+(C-9)^2}{3}=2^2$에서

$(A-9)^2+(B-9)^2+(C-9)^2=12$이므로

$(\text{분산})=\dfrac{(A-9)^2+(B-9)^2+(C-9)^2+0^2}{4}$

$=\dfrac{12}{4}=3$

$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{3}$ 답 $\sqrt{3}$

15 10개의 변량을 각각 $x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_{10}$이라 하고 평균을 m, 분산을 s^2이라 하면

$m=\dfrac{x_1+x_2+\cdots+x_{10}}{10}$

$s^2=\dfrac{(x_1-m)^2+(x_2-m)^2+\cdots+(x_{10}-m)^2}{10}$

이때 각 변량을 3배씩 하면 $3x_1,\ 3x_2,\ \cdots,\ 3x_{10}$이므로

$(\text{평균})=\dfrac{3x_1+3x_2+\cdots+3x_{10}}{10}$

$=\dfrac{3(x_1+x_2+\cdots+x_{10})}{10}$

$=3m$

$(\text{분산})=\dfrac{(3x_1-3m)^2+(3x_2-3m)^2+\cdots+(3x_{10}-3m)^2}{10}$

$=\dfrac{9\{(x_1-m)^2+(x_2-m)^2+\cdots+(x_{10}-m)^2\}}{10}$

$=9s^2$

따라서 평균은 3배가 되고 분산은 9배가 된다. 답 ⑤

16 $(\text{평균})=\dfrac{1\times1+3\times2+5\times6+7\times8+9\times3}{20}$

$=\dfrac{120}{20}=6(\text{시간})$

$(\text{분산})=\dfrac{1}{20}\{(-5)^2\times1+(-3)^2\times2+(-1)^2\times6$

$+1^2\times8+3^2\times3\}$

$=\dfrac{84}{20}=4.2$

$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{4.2}\,(\text{시간})$ 답 $\sqrt{4.2}$시간

도수분포표에서의 평균

➡ $\dfrac{\{(\text{계급값})\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$

17 80점 이상 90점 미만인 계급의 도수를 x명이라 하면

$2+3+6+x+2=20 \quad \therefore x=7$

계급값(점)	55	65	75	85	95	합계
도수(명)	2	3	6	7	2	20

$(\text{평균})=\dfrac{55\times2+65\times3+75\times6+85\times7+95\times2}{20}$

$=\dfrac{1540}{20}=77(\text{점})$

$(\text{분산})=\dfrac{1}{20}\{(-22)^2\times2+(-12)^2\times3$

$+(-2)^2\times6+8^2\times7+18^2\times2\}$

$=\dfrac{2520}{20}=126$

$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{126}=3\sqrt{14}\,(\text{점})$ 답 $3\sqrt{14}$점

18

점수(점)	1	2	3	4	5	합계
도수(발)	4	3	2	1	0	10

$(\text{평균})=\dfrac{1\times4+2\times3+3\times2+4\times1+5\times0}{10}$

$=\dfrac{20}{10}=2(\text{점})$

$(\text{분산})=\dfrac{(-1)^2\times4+0^2\times3+1^2\times2+2^2\times1}{10}$

$=\dfrac{10}{10}=1$ 답 ②

19 은혁이의 평균과 분산은

$(\text{평균})=\dfrac{12+15+11+18+14}{5}=\dfrac{70}{5}=14(\text{회})$

$(\text{분산})=\dfrac{(-2)^2+1^2+(-3)^2+4^2+0^2}{5}=\dfrac{30}{5}=6$

규현이의 평균과 분산은

$(\text{평균})=\dfrac{16+14+15+13+17}{5}=\dfrac{75}{5}=15(\text{회})$

$(\text{분산})=\dfrac{1^2+(-1)^2+0^2+(-2)^2+2^2}{5}=\dfrac{10}{5}=2$

따라서 규현이가 제기차기를 더 잘하고 시행 결과도 더 고르다. 답 ②, ④

규현이의 제기차기 횟수의 평균이 더 높다.

20

채점 기준		
	식 세우기	3점
	B집단의 평균 몸무게 구하기	3점

B집단의 평균 몸무게를 x kg이라 하면

$\dfrac{5\times74+10x}{15}=72$ … 3점

$10x=710 \quad \therefore x=71$

따라서 B집단의 평균 몸무게는 71 kg이다. … 3점

답 71 kg

21

채점 기준		
	전학을 간 선수의 키 구하기	3점
	중앙값이 188 cm보다 커지는지 말하기	3점

(1) 전학을 간 선수의 키를 x cm라 하면

$11\times189-x+191=190\times11$

$-x=-180 \qquad \therefore x=180$

따라서 전학을 간 선수의 키는 180 cm이다.

… 3점

(2) 처음 11명의 키를 작은 순서대로 나열했을 때, 중앙값 188 cm는 6번째이다.

이때 $180<188<191$이므로 원래 중앙값인 188 cm는 5번째가 된다.

따라서 중앙값은 188 cm보다 커진다. … 3점

답 (1) 180 cm (2) 커진다.

키가 180 cm인 선수가 전학을 가고 191 cm인 선수가 전학을 왔으므로 키가 188 cm인 선수의 순서는 $6-1=5$(번째)가 된다.

22

채점 기준		
	a의 값 구하기	2점
	평균 구하기	2점
	b의 값 구하기	2점

$(-2)+4+(-1)+a+(-3)=0$

$\therefore a=2$ … 2점

학생 A의 TV 시청 시간이 8시간이므로

(평균)$=8-(-2)=10$(시간) … 2점

$\therefore b=10+2=12$ … 2점

답 $a=2$, $b=12$

(편차)=(변량)−(평균)
➡ (평균)=(변량)−(편차)

23

채점 기준		
	평균 구하기	3점
	분산 구하기	3점

(평균)$=\dfrac{7+5+9+3+6}{5}=\dfrac{30}{5}=6$(회) … 3점

(분산)$=\dfrac{1^2+(-1)^2+3^2+(-3)^2+0^2}{5}$

$=\dfrac{20}{5}=4$ … 3점

답 4

24

채점 기준		
	평균 구하기	3점
	분산 구하기	3점

(1) $\dfrac{a+b+c+d}{4}=5$에서

$a+b+c+d=20$이므로

(평균)$=\dfrac{(2a-5)+(2b-5)+(2c-5)+(2d-5)}{4}$

$=\dfrac{2(a+b+c+d)-5\times4}{4}$

$=\dfrac{2\times20-20}{4}=5$ … 3점

(2) $\dfrac{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2}{4}=2$

에서

$(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2=8$

이므로

(분산)

$=\dfrac{(2a-10)^2+(2b-10)^2+(2c-10)^2+(2d-10)^2}{4}$

$=\dfrac{4\{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2\}}{4}$

$=\dfrac{4\times8}{4}=8$ … 3점

답 (1) 5 (2) 8

$(2a-10)^2=\{2(a-5)\}^2$
$=4(a-5)^2$

25

채점 기준		
	평균 구하기	2점
	분산 구하기	2점
	표준편차 구하기	2점

(평균)$=\dfrac{5\times3+15\times4+25\times2+35\times1}{10}$

$=\dfrac{160}{10}=16$(분) … 2점

(분산)$=\dfrac{1}{10}\{(-11)^2\times3+(-1)^2\times4+9^2\times2$

$+19^2\times1\}$

$=\dfrac{890}{10}=89$ … 2점

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{89}$ (분) … 2점

답 $\sqrt{89}$ 분

서술형 따라잡기

p 20

예제 1

채점 기준	배점
a, b의 관계식 세우기	40%
a, b의 값 구하기	40%
$a-b$의 값 구하기	20%

1단계 평균이 2이므로

$\dfrac{(-7)+2+4+a+6+b+(-3)}{7}=2$

$a+b+2=14 \qquad \therefore a+b=12$ 40%

2단계 이때 최빈값이 2이므로 a, b의 값 중 하나는 2이고 $a>b$이므로 $a=10$, $b=2$ 40%

3단계 $\therefore a-b=10-2=8$ 20%

답 8

최빈값 ➡ 자료의 변량 중에서 가장 많이 나타나는 값

$a>b$이므로 $b=2$
$\therefore a=12-2=10$

유제 1

채점 기준	배점
a, b의 관계식 세우기	40%
a, b의 값 구하기	40%
$a+3b$의 값 구하기	20%

1단계 평균이 4이므로

$$\frac{3+7+(-2)+4+(-1)+a+b+5}{8}=4$$

$a+b+16=32$ $\therefore a+b=16$ 40%

2단계 이때 최빈값이 4이므로 a, b의 값 중 하나는 4이고 $a>b$이므로 $a=12$, $b=4$ 40%

3단계 $\therefore a+3b=12+12=24$ 20%

답 24

예제 2

채점 기준	배점
평균을 이용하여 식 세우기	30%
각 변량 구하기	30%
표준편차 구하기	40%

1단계 평균이 14이므로

$$\frac{12+15+x+18+(x+1)}{5}=14$$ 30%

2단계 $2x+46=70$, $2x=24$ $\therefore x=12$

따라서 각 변량은 12, 15, 12, 18, 13이다. 30%

3단계 이때 분산은

$$\frac{(-2)^2+1^2+(-2)^2+4^2+(-1)^2}{5}=\frac{26}{5}=5.2$$

이므로 표준편차는 $\sqrt{5.2}$ 40%

답 $\sqrt{5.2}$

유제 2

채점 기준	배점
평균을 이용하여 식 세우기	30%
각 변량 구하기	30%
표준편차 구하기	40%

1단계 평균이 9이므로

$$\frac{6+x+(x+1)+(x+2)+12}{5}=9$$ 30%

2단계 $3x+21=45$, $3x=24$ $\therefore x=8$

따라서 각 변량은 6, 8, 9, 10, 12이다. 30%

3단계 이때 분산은

$$\frac{(-3)^2+(-1)^2+0^2+1^2+3^2}{5}=\frac{20}{5}=4$$

이므로 표준편차는 $\sqrt{4}=2$ 40%

답 2

Q Box

삼각형의 변의 길이는 항상 양수이다.

$$(\text{평균})=\frac{(\text{변량})\text{의 총합}}{(\text{변량})\text{의 개수}}$$

$\triangle AEH\equiv\triangle BFE$
$\equiv\triangle CGF$
$\equiv\triangle DHG$
(SAS 합동)
이므로
$\angle HEF=\angle EFG$
$=\angle FGH$
$=\angle GHE$
$=90°$
이고
$\overline{EF}=\overline{FG}=\overline{GH}=\overline{HE}$
➡ □EFGH는 정사각형

V 피타고라스 정리

1 피타고라스 정리

LECTURE 05 p 22

01 (1) $x^2=8^2+6^2$이므로 $x^2=100$
$\therefore x=10$ ($\because x>0$)
(2) $(2\sqrt{3})^2=3^2+x^2$이므로 $x^2=3$
$\therefore x=\sqrt{3}$ ($\because x>0$)

답 (1) 10 (2) $\sqrt{3}$

01-1 (1) $x^2=5^2+12^2$이므로 $x^2=169$
$\therefore x=13$ ($\because x>0$)
(2) $4^2=(\sqrt{7})^2+x^2$이므로 $x^2=9$
$\therefore x=3$ ($\because x>0$)

답 (1) 13 (2) 3

02 (1) $x=\sqrt{5^2-3^2}=4$, $y=\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5}$
(2) $x=\sqrt{5^2-4^2}=3$, $y=\sqrt{6^2+3^2}=3\sqrt{5}$

답 (1) $x=4$, $y=4\sqrt{5}$ (2) $x=3$, $y=3\sqrt{5}$

02-1 (1) $x=\sqrt{10^2-6^2}=8$, $y=\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5}$
(2) $x=\sqrt{2^2-(\sqrt{3})^2}=1$, $y=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$

답 (1) $x=8$, $y=4\sqrt{5}$ (2) $x=1$, $y=\sqrt{2}$

LECTURE 06 p 23

01 답 (가) $\overline{GB}$ (나) ∠GBC (다) SAS (라) △GBL

01-1 □AFGB=□BHIC+□ACDE이므로
16=□BHIC+6 $\therefore$ □BHIC=10(cm^2)

답 10 cm^2

01-2 □AFML=□ACDE=3^2=9(cm^2)

답 9 cm^2

LECTURE 07 p 24

01 (1) □EFGH는 정사각형이므로 $\overline{EF}=\sqrt{25}=5$
$\therefore \overline{BE}=\sqrt{5^2-3^2}=4$
(2) $\overline{AB}=3+4=7$이므로 □ABCD$=7^2=49$

답 (1) 4 (2) 49

01-1 △ABC에서 $\overline{AB}=\sqrt{5^2+12^2}=13$
□AEGB는 정사각형이므로
□AEGB$=\overline{AB}^2=169$

답 169

02 (1) $\overline{BC}=\sqrt{5^2-3^2}=4$
(2) $\overline{BC}=4$이고 $\overline{BF}=\overline{AC}=3$이므로
$\overline{CF}=\overline{BC}-\overline{BF}=1$

□CFGH는 정사각형이므로

□CFGH$=1^2=1$ 답 (1) 4 (2) 1

02-1 $\overline{HC}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$이므로 $\overline{AC}=\sqrt{3}+2\sqrt{3}=3\sqrt{3}$

△ABC에서 $\overline{AB}^2=(\sqrt{3})^2+(3\sqrt{3})^2=30$

$\therefore$ □ABDE$=\overline{AB}^2=30$ 답 30

LECTURE 08

p 25

01 (1) $1^2+2^2=(\sqrt{5})^2$

(4) $5^2+12^2=13^2$

답 (1) ○ (2) × (3) × (4) ○

Q Box

직각삼각형 찾는 순서
① 가장 긴 변의 길이를 찾는다.
② 가장 긴 변의 길이의 제곱과 나머지 두 변의 길이의 제곱의 합을 비교한다.

01-1 (ㄷ) $5^2+7^2=(\sqrt{74})^2$

(ㄹ) $6^2+8^2=10^2$ 답 (ㄷ), (ㄹ)

02 $(x+4)^2=x^2+8^2$이어야 하므로 $8x=48$

$\therefore x=6$ 답 6

02-1 $x+6$이 가장 긴 변의 길이이므로

$(x+6)^2=5^2+(x+5)^2$

$x^2+12x+36=x^2+10x+50,\ 2x=14$

$\therefore x=7$ 답 7

핵심유형 익히기

p 26~28

01 △ADC에서 $\overline{AD}=\sqrt{6^2+8^2}=10(\text{cm})$

$\overline{BC}=\overline{BD}+\overline{DC}=10+6=16(\text{cm})$

따라서 △ABC에서

$\overline{AB}=\sqrt{16^2+8^2}=8\sqrt{5}(\text{cm})$ 답 $8\sqrt{5}$ cm

01-1 △ABC에서 $\overline{AC}=\sqrt{4^2+(4\sqrt{3})^2}=8(\text{cm})$

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$이므로

$\overline{OB}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 8=4(\text{cm})$ 답 ①

02 $\overline{BE}=\overline{BD}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}(\text{cm})$

$\therefore \overline{BG}=\overline{BF}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+2^2}=2\sqrt{3}(\text{cm})$ 답 ②

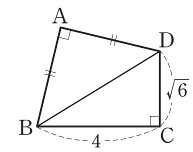
02-1 $\overline{AC}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}(\text{cm})$

$\overline{AD}=\sqrt{1^2+(\sqrt{2})^2}=\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{AE}=\sqrt{1^2+(\sqrt{3})^2}=2(\text{cm})$

$\therefore \overline{AF}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}(\text{cm})$ 답 $\sqrt{5}$ cm

03 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면 △DBC에서



$\overline{DB}^2=4^2+(\sqrt{6})^2=22$

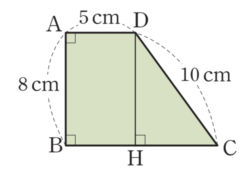
$\overline{AB}=\overline{AD}=x$라 하면

△ABD에서

$x^2+x^2=22,\ x^2=11$

$\therefore x=\sqrt{11}\ (\because x>0)$ 답 $\sqrt{11}$

03-1 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{DH}=\overline{AB}=8\text{cm}$

△DHC에서

$\overline{CH}=\sqrt{10^2-8^2}$

$=6(\text{cm})$

또 $\overline{BH}=\overline{AD}=5\text{cm}$이므로

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=5+6=11(\text{cm})$

$\therefore$ □ABCD$=\frac{1}{2}\times(5+11)\times 8=64(\text{cm}^2)$

답 64cm^2

04 △CDE$=$△ACE$=$△ABE

$=$△AFC$=$△AFL 답 ③

04-1 △ACG≡△HCB (SAS 합동)이고

△HCB$=$△HCA$=\frac{1}{2}$□ACHI

이때 $\overline{AC}=\sqrt{10^2-8^2}=6(\text{cm})$이므로

□ACHI$=6^2=36(\text{cm}^2)$

$\therefore$ △ACG$=\frac{1}{2}$□ACHI$=\frac{1}{2}\times 36=18(\text{cm}^2)$

답 18cm^2

05 □AEGB는 정사각형이므로 $\overline{AB}^2=52$

△ABC≡△EAD
≡△GEF
≡△BGH
➡ □AEGB는 정사각형

△ABC에서

$\overline{AC}^2=\overline{AB}^2-\overline{BC}^2=52-16=36$

$\therefore \overline{AC}=6(\text{cm})\ (\because \overline{AC}>0)$

$\overline{CD}=6+4=10(\text{cm})$이므로

□CDFH$=10^2=100(\text{cm}^2)$ 답 100cm^2

05-1 $\frac{1}{2}\times 12\times\overline{AF}=30$에서 $\overline{AF}=5(\text{cm})$

$\overline{EF}^2=12^2+5^2=169$이므로

$\overline{EF}=13(\text{cm})\ (\because \overline{EF}>0)$

□EFGH는 정사각형이므로 둘레의 길이는

$4\times 13=52(\text{cm})$ 답 52 cm

06 $\overline{AE}=\sqrt{17^2-8^2}=15$이므로 $\overline{HE}=15-8=7$

$\therefore$ □EFGH$=7^2=49$ 답 ③

06-1 ① $\overline{AB}=\sqrt{2^2+5^2}=\sqrt{29}$

② $\overline{EH}=\overline{AC}=2$

③ $\overline{CH}=\overline{AH}-\overline{AC}=5-2=3$

④ $\triangle DFB=\frac{1}{2}\times2\times5=5$

⑤ $\square CFGH=3^2=9$ 답 ④

07 답 (가) $90°$ (나) $\frac{1}{2}ab$ (다) a^2+b^2

07-1 $\triangle ABE\equiv\triangle ECD$이므로 $\overline{AB}=\overline{EC}=4\text{cm}$

$\triangle ABE$에서 $\overline{AE}=\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5}(\text{cm})$

$\overline{DE}=\overline{AE}=4\sqrt{5}\text{cm}$, $\angle AED=90°$이므로

$\triangle AED=\frac{1}{2}\times4\sqrt{5}\times4\sqrt{5}=40(\text{cm}^2)$ 답 ③

$\angle AEB+\angle DEC$
$=\angle AEB+\angle EAB$
$=90°$
이므로 $\angle AED=90°$

08 가장 긴 변의 길이가 $x+2$이므로

$x+2<x+(x-7)$ $\therefore x>9$

직각삼각형이 되기 위한 조건에서

$(x+2)^2=x^2+(x-7)^2$, $x^2-18x+45=0$

$(x-3)(x-15)=0$ $\therefore x=15$ ($\because x>9$)

답 15

08-1 (i) 가장 긴 변의 길이가 x이면

$x=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$

(ii) 가장 긴 변의 길이가 4이면

$x=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$ 답 ②, ④

09 $\overline{DE}=\overline{AE}=x\text{cm}$라 하면 $\overline{EB}=(6-x)\text{cm}$이고

$\overline{BD}=\overline{CD}=3(\text{cm})$

$\triangle EBD$에서 $x^2=(6-x)^2+3^2$이므로

$12x=45$ $\therefore x=\frac{15}{4}$

$\therefore \overline{DE}=\frac{15}{4}(\text{cm})$ 답 $\frac{15}{4}\text{cm}$

09-1 $\overline{BE}=\overline{BC}=10\text{cm}$

이므로

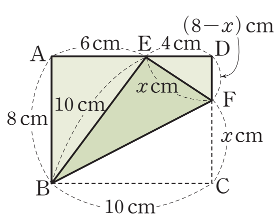
$\triangle ABE$에서

$\overline{AE}=\sqrt{10^2-8^2}$

$=6(\text{cm})$

$\therefore \overline{ED}=10-6$

$=4(\text{cm})$



$\overline{EF}=\overline{CF}=x\text{cm}$라 하면 $\overline{DF}=(8-x)\text{cm}$

$\triangle EFD$에서 $x^2=4^2+(8-x)^2$이므로

$16x=80$ $\therefore x=5$ 답 ③

$\overline{BF}$를 접는 선으로 하여 접었으므로
$\triangle BCF\equiv\triangle BEF$

LECTURE 09 p 29

삼각형의 세 변의 길이가 a, b, c일 때 (단, c는 가장 긴 변의 길이)
① $c^2<a^2+b^2$
➡ 예각삼각형
② $c^2=a^2+b^2$
➡ 직각삼각형
③ $c^2>a^2+b^2$
➡ 둔각삼각형

01 (1) $4^2+6^2>7^2$이므로 예각삼각형이다.

(2) $(\sqrt{3})^2+2^2<3^2$이므로 둔각삼각형이다.

(3) $5^2+8^2<11^2$이므로 둔각삼각형이다.

(4) $(2\sqrt{2})^2+4^2=(2\sqrt{6})^2$이므로 직각삼각형이다.

답 (1) 예각삼각형 (2) 둔각삼각형 (3) 둔각삼각형 (4) 직각삼각형

01-1 (ㄱ) $2^2+2^2<3^2$이므로 둔각삼각형이다.

(ㄴ) $(\sqrt{2})^2+(\sqrt{3})^2>2^2$이므로 예각삼각형이다.

(ㄷ) $2^2+(\sqrt{5})^2=3^2$이므로 직각삼각형이다.

(ㄹ) $3^2+4^2=5^2$이므로 직각삼각형이다.

(ㅁ) $4^2+5^2<7^2$이므로 둔각삼각형이다.

(ㅂ) $5^2+7^2>8^2$이므로 예각삼각형이다.

답 (1) (ㄴ), (ㅂ) (2) (ㄷ), (ㄹ) (3) (ㄱ), (ㅁ)

$90°<\angle B<180°$

삼각형의 한 변의 길이는 나머지 두 변의 길이의 차보다 크고 합보다 작다.

02 x가 가장 긴 변의 길이이므로 $x>8$ …… ㉠

삼각형의 변의 길이 조건에 의하여

$8-6<x<8+6$ $\therefore 2<x<14$ …… ㉡

둔각삼각형이므로

$x^2>6^2+8^2$ $\therefore x>10$ ($\because x>0$) …… ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의하여

$10<x<14$ 답 $10<x<14$

$4-3<x<4+3$

02-1 $x>4$이고 삼각형의 변의 길이 조건에 의하여

$1<x<7$이므로 $4<x<7$ …… ㉠

예각삼각형이므로

$x^2<3^2+4^2$ $\therefore 0<x<5$ ($\because x>0$) …… ㉡

㉠, ㉡에 의하여

$4<x<5$ 답 $4<x<5$

LECTURE 10 p 30

01 (1) $\overline{AB}=\sqrt{10^2-8^2}=6$

(2) $6^2=\overline{BH}\times10$ $\therefore \overline{BH}=\frac{18}{5}$

(3) $6\times8=\overline{AH}\times10$ $\therefore \overline{AH}=\frac{24}{5}$

답 (1) 6 (2) $\frac{18}{5}$ (3) $\frac{24}{5}$

01-1 $\overline{BD}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$이므로

$2^2=2\sqrt{3}\times\overline{CD}$ $\therefore \overline{CD}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 답 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

02 답 (가) $\overline{AB}^2$ (나) $\overline{AC}^2$ (다) $\overline{BC}^2$

02-1 $5^2+6^2=4^2+\overline{BC}^2$이므로 $\overline{BC}^2=45$

$\therefore \overline{BC}=3\sqrt{5}$ ($\because \overline{BC}>0$) 답 $3\sqrt{5}$

LECTURE 11
p 31

01 답 (가) b^2 (나) b^2 (다) d^2 (라) d^2 (마) b^2+d^2

01-1 $(2\sqrt{3})^2+\overline{CD}^2=3^2+(\sqrt{21})^2$이므로 $\overline{CD}^2=18$

$\therefore \overline{CD}=3\sqrt{2}$ ($\because \overline{CD}>0$) 답 $3\sqrt{2}$

02 답 (가) c^2 (나) d^2 (다) b^2+c^2

02-1 $\overline{AP}^2+4^2=5^2+3^2$이므로 $\overline{AP}^2=18$

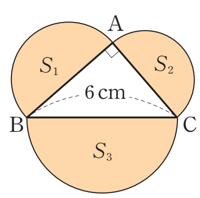
$\therefore \overline{AP}=3\sqrt{2}$ ($\because \overline{AP}>0$) 답 $3\sqrt{2}$

LECTURE 12
p 32

01 $P+Q=R$이므로 $P+5=13$ $\therefore P=8(\text{cm}^2)$

답 $8\,\text{cm}^2$

01-1 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3이라 하면 $S_1+S_2=S_3$이므로



$S_1+S_2+S_3$

$=2S_3$

$=2\times\left(\frac{1}{2}\times\pi\times3^2\right)$

$=9\pi(\text{cm}^2)$ 답 $9\pi\,\text{cm}^2$

직각삼각형의 각 변을 지름으로 하는 세 반원을 그리면 작은 두 반원의 넓이의 합은 큰 반원의 넓이와 같다.

02 답 (가) $\triangle ABC$ (나) S_3

02-1 (색칠한 부분의 넓이)$=\triangle ABC$

$=\frac{1}{2}\times5\times4=10(\text{cm}^2)$

답 $10\,\text{cm}^2$

핵심유형 익히기
p 33~35

01 (ㄱ) $4^2+(2\sqrt{5})^2=6^2$ ➡ 직각삼각형

(ㄴ) $5^2+7^2<(4\sqrt{5})^2$ ➡ 둔각삼각형

(ㄷ) $3^2+(3\sqrt{2})^2<6^2$ ➡ 둔각삼각형

(ㄹ) $5^2+(5\sqrt{3})^2=10^2$ ➡ 직각삼각형

(ㅁ) $8^2+9^2>12^2$ ➡ 예각삼각형 답 ④

01-1 ① $4^2+(\sqrt{10})^2<7^2$이므로 둔각삼각형이다.

② $4^2+(2\sqrt{5})^2<7^2$이므로 둔각삼각형이다.

③ $4^2+5^2<7^2$이므로 둔각삼각형이다.

④ $4^2+6^2>7^2$이므로 예각삼각형이다.

⑤ $4^2+7^2>(5\sqrt{2})^2$이므로 예각삼각형이다.

답 ②

02 삼각형의 변의 길이 조건에 의하여

$1<x<15$ …… ㉠

$8-7<x<8+7$

$\angle B>90°$이므로 $x^2>7^2+8^2$

$x^2>113$ $\therefore x>\sqrt{113}$ ($\because x>0$) …… ㉡

㉠, ㉡에 의하여 $\sqrt{113}<x<15$

답 $\sqrt{113}<x<15$

02-1 $a>6$이고 삼각형의 변의 길이 조건에 의하여

$2<a<10$이므로 $6<a<10$ …… ㉠

$6-4<a<6+4$

예각삼각형이므로 $a^2<4^2+6^2$

$a^2<52$ $\therefore 0<a<2\sqrt{13}$ ($\because a>0$) …… ㉡

㉠, ㉡에 의하여 $6<a<2\sqrt{13}$ 답 $6<a<2\sqrt{13}$

02-2 $x<8$이고 삼각형의 변의 길이 조건에 의하여

$2<x<14$이므로 $2<x<8$ …… ㉠

둔각삼각형이므로 $8^2>6^2+x^2$

$x^2<28$ $\therefore 0<x<2\sqrt{7}$ ($\because x>0$) …… ㉡

㉠, ㉡에 의하여 $2<x<2\sqrt{7}$

따라서 자연수 x의 최댓값은 5이다. 답 5

03 $\overline{BD}=x$라 하면

$(4\sqrt{3})^2=x(x+8)$, $x^2+8x-48=0$

$(x-4)(x+12)=0$ $\therefore x=4$ ($\because x>0$)

$\triangle ABD$에서 $\overline{AD}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2-4^2}=4\sqrt{2}$

$\therefore \triangle ABD=\frac{1}{2}\times4\times4\sqrt{2}=8\sqrt{2}$ 답 $8\sqrt{2}$

직각삼각형에서 두 변의 길이가 주어지면 피타고라스 정리를 이용하여 나머지 한 변의 길이를 구할 수 있다.

03-1 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\sqrt{12^2+9^2}=15$

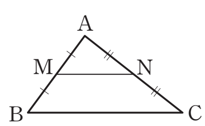
$\overline{AB}\times\overline{CD}=\overline{BC}\times\overline{AC}$이므로

$15\times\overline{CD}=9\times12$ $\therefore \overline{CD}=\frac{36}{5}$ 답 $\frac{36}{5}$

04 $(\sqrt{14})^2+4^2=x^2+5^2$이므로 $x^2=5$

$\therefore x=\sqrt{5}$ ($\because x>0$) 답 ③

삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질



➡ $\overline{MN}\,/\!/\,\overline{BC}$

$\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{BC}$

04-1 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의하여

$\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{AC}=5$

$\therefore \overline{AE}^2+\overline{CD}^2=5^2+10^2=125$ 답 ②

05 $4^2+5^2=\overline{AD}^2+(\sqrt{21})^2$이므로 $\overline{AD}^2=20$

$\therefore \overline{AD}=2\sqrt{5}$ ($\because \overline{AD}>0$)

$\triangle AOD$에서 $\overline{AO}=\sqrt{(2\sqrt{5})^2-4^2}=2$ 답 2

05-1 △ABH에서 $\overline{AB}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$

∴ $\overline{AD}^2+\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{DC}^2$

$=(2\sqrt{2})^2+3^2$

$=17$ 답 17

06 $4^2+6^2=\overline{BP}^2+5^2$이므로 $\overline{BP}^2=27$

∴ $\overline{BP}=3\sqrt{3}$ (∵ $\overline{BP}>0$) 답 ④

06-1 $\overline{AP}^2+7^2=\overline{BP}^2+9^2$

∴ $\overline{AP}^2-\overline{BP}^2=81-49=32$ 답 32

07 $S_1+S_2=S_3$에서

$S_2=S_3-S_1=50\pi-32\pi=18\pi$

$S_2=\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{\overline{AC}}{2}\right)^2=18\pi$에서 $\overline{AC}^2=144$

∴ $\overline{AC}=12$ (∵ $\overline{AC}>0$) 답 12

07-1 색칠한 부분의 넓이는 $\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이와 같으므로

(색칠한 부분의 넓이)$=\frac{1}{2}\times\pi\times4^2=8\pi(\text{cm}^2)$

답 ①

08 (색칠한 부분의 넓이)=△ABC이므로

$\frac{1}{2}\times12\times\overline{AC}=30$ ∴ $\overline{AC}=5(\text{cm})$

∴ $\overline{BC}=\sqrt{12^2+5^2}=13(\text{cm})$ 답 13cm

08-1 $\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=10^2$이므로 $2\overline{AB}^2=100$

$\overline{AB}^2=50$ ∴ $\overline{AB}=5\sqrt{2}(\text{cm})$ (∵ $\overline{AB}>0$)

∴ (색칠한 부분의 넓이)=△ABC

$=\frac{1}{2}\times5\sqrt{2}\times5\sqrt{2}$

$=25(\text{cm}^2)$

답 25cm^2

중단원 마무리 P 36~39

01 ③	02 $2\sqrt{6}$cm	03 $4\sqrt{13}$cm		
04 ③	05 ③	06 $4\sqrt{5}$	07 6cm^2	
08 ①	09 10	10 ①	11 ④	12 ②
13 $\frac{48}{5}$cm		14 $4\sqrt{6}$cm		15 ③
16 5cm	17 ④	18 ③	19 ④	
20 $2\sqrt{41}$cm		21 $10\sqrt{3}$	22 $\frac{9}{2}\text{cm}^2$	
23 10cm^2		24 $\frac{13}{2}$cm		25 $2\sqrt{65}$

Q Box

01 △ABD에서 $\overline{BD}=\sqrt{10^2-8^2}=6$

∴ $\overline{BC}=6+9=15$

△ABC에서 $\overline{AC}=\sqrt{8^2+15^2}=17$ 답 ③

02 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=x$cm라 하면 △ABC에서

$x^2+x^2=4^2$이므로

$x^2=8$ ∴ $x=2\sqrt{2}$ (∵ $x>0$)

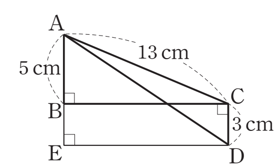
△ACD에서 $\overline{AD}=\sqrt{4^2+(2\sqrt{2})^2}=2\sqrt{6}(\text{cm})$

답 $2\sqrt{6}$cm

직각삼각형에서 빗변의 길이의 제곱은 나머지 두 변의 길이의 제곱의 합과 같다.

03 △ABC에서 $\overline{BC}=\sqrt{13^2-5^2}=12(\text{cm})$

점 D를 지나면서 $\overline{BC}$와 평행한 직선이 $\overline{AB}$의 연장선과 만나는 점을 E라 하면



$\overline{BE}=\overline{CD}=3$cm, $\overline{ED}=\overline{BC}=12$cm

△AED에서 $\overline{AD}=\sqrt{8^2+12^2}=4\sqrt{13}(\text{cm})$

답 $4\sqrt{13}$cm

$\overline{AE}=\overline{AB}+\overline{BE}$
$=5+3=8(\text{cm})$

04 $\overline{BD}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+(\sqrt{3})^2}=\sqrt{6}$

$\overline{BF}=\sqrt{(\sqrt{6})^2+(\sqrt{3})^2}=3$

$\overline{BH}=\sqrt{3^2+(\sqrt{3})^2}=2\sqrt{3}$

∴ $\overline{BI}=\overline{BH}=2\sqrt{3}$ 답 ③

피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{BD}$, $\overline{BF}$, $\overline{BH}$의 길이를 차례로 구한다.

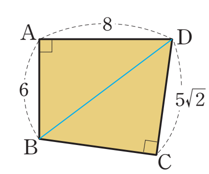
05 $\overline{BD}$를 그으면

△ABD에서

$\overline{BD}=\sqrt{6^2+8^2}=10$

따라서 △BCD에서

$\overline{BC}=\sqrt{10^2-(5\sqrt{2})^2}=5\sqrt{2}$



∴ □ABCD=△ABD+△BCD

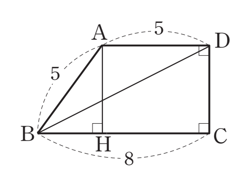
$=\frac{1}{2}\times8\times6+\frac{1}{2}\times5\sqrt{2}\times5\sqrt{2}$

$=24+25=49$ 답 ③

06 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{HC}=\overline{AD}=5$이므로

$\overline{BH}=8-5=3$



△ABH에서

$\overline{AH}=\sqrt{5^2-3^2}=4$이므로 $\overline{DC}=\overline{AH}=4$

△DBC에서 $\overline{BD}=\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5}$ 답 $4\sqrt{5}$

△ABH는 ∠H=90°인 직각삼각형이므로
$\overline{AH}=\sqrt{\overline{AB}^2-\overline{BH}^2}$

07 △ABC에서 $\overline{AB}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2-6^2}=2\sqrt{3}(\text{cm})$

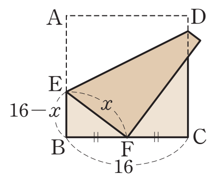
∴ □ADEB$=(2\sqrt{3})^2=12(\text{cm}^2)$

∴ △EBC=△EBA$=\frac{1}{2}$□ADEB

$=\frac{1}{2}\times12=6(\text{cm}^2)$ 답 6cm^2

08 $\overline{AB}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$(cm)이므로
$\overline{BC}=\sqrt{(2\sqrt{5})^2-2^2}=4$(cm)
$\overline{BF}=\overline{DG}=\overline{EH}=\overline{AC}=2$cm이므로
$\overline{CF}=4-2=2$(cm)
$\therefore \square CFGH=2^2=4(cm^2)$ 답 ①

09 $\overline{EF}=x$라 하면
$\overline{EB}=16-x$
$\triangle EBF$에서
$x^2=(16-x)^2+8^2$이므로
$32x=320$
$\therefore x=10$ 답 10



10 $(3\sqrt{6})^2=(3\sqrt{2})^2+6^2$이므로 주어진 삼각형은 빗변의 길이가 $3\sqrt{6}$인 직각삼각형이다.
따라서 구하는 넓이는
$\frac{1}{2}\times 3\sqrt{2}\times 6=9\sqrt{2}$ 답 ①

11 ①, ⑤ 직각삼각형
②, ③ 예각삼각형 답 ④

12 $a>7$이고 삼각형의 변의 길이 조건에 의하여
$3<a<11$이므로 $7<a<11$ ······㉠
예각삼각형이므로 $a^2<4^2+7^2$
$a^2<65$ $\quad\therefore 0<a<\sqrt{65}$ ($\because a>0$) ······㉡
㉠, ㉡에 의하여 $7<a<\sqrt{65}$ 답 ②

13 $\overline{AB}=\sqrt{20^2-16^2}=12$(cm)
$\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{AH}\times\overline{BC}$이므로
$12\times 16=\overline{AH}\times 20$ $\quad\therefore \overline{AH}=\frac{48}{5}$(cm)
답 $\frac{48}{5}$ cm

14 $\overline{BH}=x$cm라 하면 $\overline{CH}=(12-x)$cm
$\overline{AH}^2=\overline{BH}\times\overline{CH}$이므로
$(4\sqrt{2})^2=x(12-x)$, $x^2-12x+32=0$
$(x-4)(x-8)=0$ $\quad\therefore x=8$ ($\because \overline{BH}>\overline{CH}$)
$\triangle ABH$에서 $\overline{AB}=\sqrt{8^2+(4\sqrt{2})^2}=4\sqrt{6}$(cm)
답 $4\sqrt{6}$ cm

15 $\triangle ADE$에서 $\overline{DE}^2=2^2+2^2=8$이므로
$\overline{BE}^2+\overline{CD}^2=\overline{DE}^2+\overline{BC}^2$
$=8+36=44$ 답 ③

$\triangle ABC\equiv\triangle BDF$
$\equiv\triangle DEG$
$\equiv\triangle EAH$
➡ $\square CFGH$는 정사각형

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}$
$=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AH}$

등변사다리꼴은 평행하지 않은 두 대변의 길이가 같다.

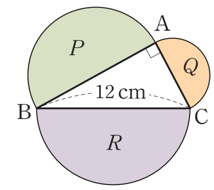
$\overline{BH}=\overline{CH'}=\frac{1}{2}\times(7-3)$
$=2$

(사다리꼴의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times\{$(아랫변의 길이)
$+$(윗변의 길이)$\}$
$\times$(높이)

16 $4^2+\overline{CD}^2=3^2+(4\sqrt{2})^2$이므로 $\overline{CD}^2=25$
$\therefore \overline{CD}=5$(cm) ($\because \overline{CD}>0$)
답 5cm

17 $\overline{BP}^2+\overline{DP}^2=4^2+6^2=52$
답 ④

18 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 P, Q, R라 하면
$R=\frac{1}{2}\times\pi\times 6^2$
$=18\pi(cm^2)$
$P+Q=R$이므로
$P+Q+R=2R=2\times 18\pi=36\pi(cm^2)$
답 ③



19 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\sqrt{15^2-9^2}=12$(cm)
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=2\triangle ABC$
$=2\times\left(\frac{1}{2}\times 12\times 9\right)$
$=108(cm^2)$
답 ④

20

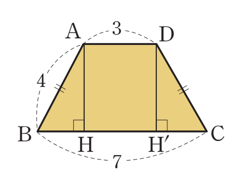
채점 기준		
	$\overline{AO}$, $\overline{BO}$의 길이 구하기	2점
	$\overline{AB}$의 길이 구하기	4점

마름모의 두 대각선은 서로를 수직이등분하므로
$\overline{AO}=\frac{1}{2}\overline{AC}=8$(cm),
$\overline{BO}=\frac{1}{2}\overline{BD}=10$(cm) ··· 2점
따라서 $\triangle ABO$에서 $\angle AOB=90°$이므로
$\overline{AB}=\sqrt{8^2+10^2}=2\sqrt{41}$(cm) ··· 4점
답 $2\sqrt{41}$cm

21

채점 기준		
	사다리꼴의 높이 구하기	4점
	사다리꼴의 넓이 구하기	2점

두 점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라 하면
$\overline{HH'}=\overline{AD}=3$,
$\overline{BH}=\overline{CH'}=2$
$\triangle ABH$에서
$\overline{AH}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$ ··· 4점
$\therefore \square ABCD=\frac{1}{2}\times(3+7)\times 2\sqrt{3}$
$=10\sqrt{3}$ ··· 2점
답 $10\sqrt{3}$



22

채점 기준		
	$\overline{AC}$의 길이 구하기	2점
	$\triangle NMG$의 넓이 구하기	4점

$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{5^2-4^2}=3(cm)$ … 2점

$\therefore\ \triangle NMG=\frac{1}{2}\square NMGC$

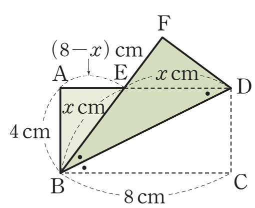
$=\frac{1}{2}\square ACHI$

$=\frac{1}{2}\times 3^2=\frac{9}{2}(cm^2)$ … 4점

답 $\frac{9}{2}cm^2$

23

채점 기준		
	$\overline{ED}$의 길이 구하기	4점
	$\triangle EBD$의 넓이 구하기	2점



$\angle EBD=\angle EDB$
이므로 $\triangle EBD$는
이등변삼각형이다.
$\overline{EB}=\overline{ED}=x$cm라
하면
$\overline{AE}=(8-x)$cm
$\triangle ABE$에서 $x^2=(8-x)^2+4^2$이므로
$16x=80\qquad\therefore\ x=5$ … 4점

$\therefore\ \triangle EBD=\frac{1}{2}\times5\times4=10(cm^2)$ … 2점

답 $10cm^2$

24

채점 기준		
	$\overline{AB}$, $\overline{AC}$의 길이를 한 문자로 나타내기	2점
	문자의 값 구하기	2점
	$\overline{AB}$의 길이 구하기	2점

$\overline{AB}=3k$, $\overline{AC}=2k\,(k>0)$라 하면 … 2점
$\overline{BC}=\sqrt{(3k)^2+(2k)^2}=\sqrt{13}k$

$3k\times2k=\sqrt{13}k\times\sqrt{13}$이므로 $k=\frac{13}{6}$ … 2점

$\therefore\ \overline{AB}=3k=\frac{13}{2}(cm)$ … 2점

답 $\frac{13}{2}cm$

25

채점 기준		
	$\overline{OC}$의 길이 구하기	4점
	$\triangle OCD$의 넓이 구하기	2점

$8^2+\overline{CD}^2=10^2+6^2$이므로
$\overline{CD}^2=72\qquad\therefore\ \overline{CD}=6\sqrt{2}\,(\because\ \overline{CD}>0)$
$\triangle OCD$에서
$\overline{OC}=\sqrt{(6\sqrt{2})^2-(2\sqrt{5})^2}$
$=2\sqrt{13}$ … 4점

$\therefore\ \triangle OCD=\frac{1}{2}\times2\sqrt{5}\times2\sqrt{13}=2\sqrt{65}$ … 2점

답 $2\sqrt{65}$

Q Box

$\angle EBD=\angle DBC$
(접은 각),
$\angle EDB=\angle CBD$ (엇각)
$\therefore\ \angle EBD=\angle EDB$

$\overline{ED}$를 밑변으로 하면 높이는 $\overline{AB}$의 길이와 같은 삼각형이다.

삼각형의 한 변의 길이는 나머지 두 변의 길이의 차보다 크고 합보다 작다.

서술형 따라잡기 p 40~41

예제 1

채점 기준	배점
식 세우기	50%
두 못 B, C 사이의 거리 구하기	50%

1단계 $\overline{BC}=x$cm라 하면 $\overline{AC}=(23-x)$cm
$\triangle ABC$에서 $\angle C=90°$이므로
$17^2=x^2+(23-x)^2$ 50%
2단계 $x^2-23x+120=0$, $(x-15)(x-8)=0$
$\therefore\ x=8\,(\because\ \overline{AC}>\overline{BC})$
따라서 두 못 B, C 사이의 거리는 8cm이다.
50%

답 8cm

유제 1

채점 기준	배점
식 세우기	50%
지면에서 부러진 지점까지의 높이 구하기	50%

1단계 $\overline{AB}=x$m라 하면 $\overline{AC}=(12-x)$m
$\triangle ABC$에서 $\angle B=90°$이므로
$x^2+6^2=(12-x)^2$ 50%
2단계 $24x=108\qquad\therefore\ x=\frac{9}{2}$
따라서 지면에서 부러진 지점까지의 높이는
$\frac{9}{2}$m이다. 50%

답 $\frac{9}{2}$m

예제 2

채점 기준	배점
삼각형이 되도록 하는 x의 값의 범위 구하기	40%
예각삼각형이 되도록 하는 x의 값의 범위 구하기	40%
자연수 x의 값 구하기	20%

1단계 $x<15$이고 삼각형의 변의 길이 조건에 의하여
$8<x<22$이므로
$8<x<15$ …… ㉠ 40%
2단계 예각삼각형이 되려면
$15^2<7^2+x^2$, $x^2>176$
$\therefore\ x>4\sqrt{11}\,(\because\ x>0)$ …… ㉡
㉠, ㉡에서 $4\sqrt{11}<x<15$ 40%
3단계 따라서 자연수 x의 값은 14이다. 20%

답 14

유제 2

채점 기준	배점
삼각형이 되도록 하는 x의 값의 범위 구하기	40%
둔각삼각형이 되도록 하는 x의 값의 범위 구하기	40%
자연수 x의 값의 합 구하기	20%

Q Box

1단계 삼각형의 변의 길이 조건에 의하여

$4<x<16$ ⋯⋯ ㉠ 40%

2단계 둔각삼각형이 되려면

$x^2>6^2+10^2$, $x^2>136$

$\therefore x>2\sqrt{34}$ ($\because x>0$) ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡에서 $2\sqrt{34}<x<16$ 40%

3단계 따라서 자연수 x의 값의 합은

$12+13+14+15=54$ 20%

답 54

$10-6<x<10+6$

삼각형의 세 변의 길이가 a, b, c이고 c가 가장 긴 변의 길이일 때 $c^2>a^2+b^2$ ➡ 둔각삼각형

예제 3

채점 기준	배점
$\overline{DE}$, $\overline{DC}$의 길이 구하기	50%
$\overline{BC}^2-\overline{BE}^2$의 값 구하기	50%

1단계 △ADE에서

$\overline{DE}=\sqrt{4^2+5^2}=\sqrt{41}$

△ADC에서

$\overline{CD}=\sqrt{4^2+10^2}=2\sqrt{29}$ 50%

2단계 $\overline{DE}^2+\overline{BC}^2=\overline{BE}^2+\overline{CD}^2$이므로

$(\sqrt{41})^2+\overline{BC}^2=\overline{BE}^2+(2\sqrt{29})^2$

$\therefore \overline{BC}^2-\overline{BE}^2=116-41=75$ 50%

답 75

유제 3

채점 기준	배점
$\overline{AD}$, $\overline{EC}$의 길이 구하기	20%
$\overline{AC}=2\overline{DE}$임을 알기	30%
$\overline{DE}$의 길이 구하기	50%

1단계 점 D, E는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 중점이므로

$\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=6$(cm),

$\overline{EC}=\frac{1}{2}\overline{BC}=8$(cm) 20%

2단계 $\overline{DE}=x$cm라 하면 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의하여

$\overline{AC}=2\overline{DE}=2x$(cm) 30%

3단계 □ADEC에서 $\overline{AD}^2+\overline{EC}^2=\overline{DE}^2+\overline{AC}^2$이므로

$6^2+8^2=x^2+(2x)^2$, $5x^2=100$

$x^2=20$ $\therefore x=2\sqrt{5}$ ($\because x>0$) 50%

답 $2\sqrt{5}$cm

두 대각선이 직교하는 사각형에서 두 대변의 길이의 제곱의 합은 같다.

예제 4

채점 기준	배점
$\overline{AB}$의 길이 구하기	50%
색칠한 부분의 넓이 구하기	50%

1단계 △ABC에서

$\overline{AB}=\sqrt{(3\sqrt{2})^2-(\sqrt{6})^2}$

$=2\sqrt{3}$(cm) 50%

2단계 색칠한 부분의 넓이는 △ABC의 넓이와 같으므로 구하는 넓이는

$\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times\sqrt{6}=3\sqrt{2}$(cm^2) 50%

답 $3\sqrt{2}$cm^2

유제 4

채점 기준	배점
$\overline{AD}$의 길이 구하기	50%
색칠한 부분의 넓이 구하기	50%

1단계 $\overline{AD}^2=\overline{BD}\times\overline{CD}$이므로

$\overline{AD}^2=9\times6=54$

$\therefore \overline{AD}=3\sqrt{6}$(cm) ($\because \overline{AD}>0$) 50%

2단계 색칠한 부분의 넓이는 △ABC의 넓이와 같으므로 구하는 넓이는

$\frac{1}{2}\times(9+6)\times3\sqrt{6}=\frac{45\sqrt{6}}{2}$(cm^2) 50%

답 $\frac{45\sqrt{6}}{2}$ cm^2

LECTURE BOOK

Q Box

2 피타고라스 정리의 활용

LECTURE 13 P 42

01 (1) $\sqrt{4^2+3^2}=5(\text{cm})$
(2) $\sqrt{6^2+10^2}=2\sqrt{34}(\text{cm})$
답 (1) 5cm (2) $2\sqrt{34}$cm

01-1 (1) $x=\sqrt{15^2-12^2}=9$
(2) $x=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}$ 답 (1) 9 (2) $4\sqrt{3}$

02 (1) $\sqrt{2}\times 2=2\sqrt{2}(\text{cm})$
(2) $\sqrt{2}\times\sqrt{6}=2\sqrt{3}(\text{cm})$
답 (1) $2\sqrt{2}$cm (2) $2\sqrt{3}$cm

02-1 (1) $\sqrt{2}x=8$ $\quad\therefore x=4\sqrt{2}$
(2) $\sqrt{2}x=6$ $\quad\therefore x=3\sqrt{2}$
답 (1) $4\sqrt{2}$ (2) $3\sqrt{2}$

LECTURE 14 P 43

01 답 (가) $\frac{1}{2}$ (나) $\frac{a}{2}$ (다) $\frac{3}{4}$ (라) $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

01-1 (높이) $=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 4=2\sqrt{3}(\text{cm})$
(넓이) $=\frac{\sqrt{3}}{4}\times 4^2=4\sqrt{3}(\text{cm}^2)$
답 높이 : $2\sqrt{3}$cm, 넓이 : $4\sqrt{3}\text{cm}^2$

02 (1) $\overline{\text{BH}}=3(\text{cm})$이므로
$\overline{\text{AH}}=\sqrt{5^2-3^2}=4(\text{cm})$
(2) $\triangle\text{ABC}=\frac{1}{2}\times 6\times 4=12(\text{cm}^2)$
답 (1) 4cm (2) 12cm^2

02-1 (1) $\overline{\text{BH}}=4$이므로 $\overline{\text{AH}}=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}$
(2) $\triangle\text{ABC}=\frac{1}{2}\times 8\times 2\sqrt{5}=8\sqrt{5}$
답 (1) $2\sqrt{5}$ (2) $8\sqrt{5}$

핵심유형 익히기 P 44~45

01 직사각형의 세로의 길이는 $\sqrt{13^2-5^2}=12(\text{cm})$
따라서 직사각형의 넓이는 $5\times 12=60(\text{cm}^2)$
답 ③

01-1 (원의 지름의 길이)=(정사각형의 대각선의 길이)
$=10\text{cm}$
정사각형의 한 변의 길이를 $x$cm라 하면
$\sqrt{2}x=10$ $\quad\therefore x=5\sqrt{2}$
답 $5\sqrt{2}$cm

한 변의 길이가 a인 정사각형의 대각선의 길이
➡ $\sqrt{2}a$

한 변의 길이가 a인 정삼각형에서
(높이) $=\frac{\sqrt{3}}{2}a$
(넓이) $=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

이등변삼각형의 꼭지각의 꼭짓점에서 밑변에 내린 수선은 그 밑변을 이등분하므로
$\overline{\text{BH}}=\overline{\text{CH}}=\frac{1}{2}\overline{\text{BC}}$
$=\frac{1}{2}\times 6=3(\text{cm})$

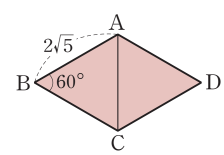
02 $\overline{\text{BD}}$는 대각선이므로 $\overline{\text{BD}}=\sqrt{3^2+4^2}=5(\text{cm})$
$\overline{\text{AB}}\times\overline{\text{AD}}=\overline{\text{BD}}\times\overline{\text{AH}}$이므로
$3\times 4=5\times\overline{\text{AH}}$ $\quad\therefore \overline{\text{AH}}=\frac{12}{5}(\text{cm})$
답 $\frac{12}{5}$cm

02-1 $\overline{\text{BD}}$는 대각선이므로 $\overline{\text{BD}}=\sqrt{5^2+12^2}=13$
$\overline{\text{AB}}^2=\overline{\text{BH}}\times\overline{\text{BD}}$이므로
$5^2=\overline{\text{BH}}\times 13$ $\quad\therefore \overline{\text{BH}}=\frac{25}{13}$ 답 $\frac{25}{13}$

03 정삼각형 ABC의 한 변의 길이를 a라 하면
$\frac{\sqrt{3}}{2}a=5\sqrt{3}$ $\quad\therefore a=10$
$\therefore \triangle\text{ABC}=\frac{\sqrt{3}}{4}\times 10^2=25\sqrt{3}$ 답 ⑤

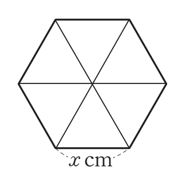
03-1 $\overline{\text{AD}}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 8=4\sqrt{3}(\text{cm})$이므로
$\overline{\text{AF}}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 4\sqrt{3}=6(\text{cm})$
$\therefore \triangle\text{AFG}=\frac{\sqrt{3}}{4}\times 6^2=9\sqrt{3}(\text{cm}^2)$
답 $9\sqrt{3}\text{cm}^2$

04 오른쪽 그림에서
$\triangle\text{ABC}\equiv\triangle\text{ADC}$이고 $\triangle\text{ABC}$는 정삼각형이므로 구하는 넓이는



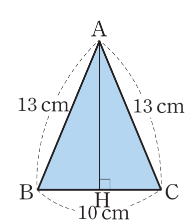
$2\times\left\{\frac{\sqrt{3}}{4}\times(2\sqrt{5})^2\right\}=10\sqrt{3}$ 답 ④

04-1 오른쪽 그림과 같이 정육각형은 6개의 정삼각형으로 이루어져 있으므로



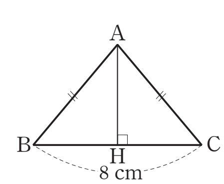
$6\times\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\times x^2\right)=72\sqrt{3}$
$x^2=48$
$\therefore x=4\sqrt{3}$ ($\because x>0$) 답 ③

05 $\overline{\text{BH}}=\frac{1}{2}\overline{\text{BC}}=5(\text{cm})$
$\triangle\text{ABH}$에서
$\overline{\text{AH}}=\sqrt{13^2-5^2}=12(\text{cm})$
$\therefore \triangle\text{ABC}=\frac{1}{2}\times 10\times 12$
$=60(\text{cm}^2)$



답 ④

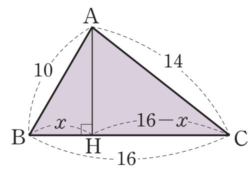
05-1 $\frac{1}{2}\times 8\times\overline{\text{AH}}=8\sqrt{5}$
이므로
$\overline{\text{AH}}=2\sqrt{5}(\text{cm})$
$\triangle\text{ABH}$에서
$\overline{\text{AB}}=\sqrt{4^2+(2\sqrt{5})^2}$
$=6(\text{cm})$



따라서 $\triangle$ABC의 둘레의 길이는

$6+8+6=20(\mathrm{cm})$ 답 20 cm

06 $\overline{\mathrm{BH}}=x$라 하면



$\overline{\mathrm{CH}}=16-x$이므로

10^2-x^2

$=14^2-(16-x)^2$

$32x=160$

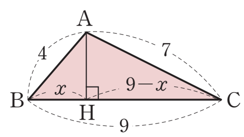
$\therefore x=5$

따라서 $\overline{\mathrm{AH}}=\sqrt{10^2-5^2}=5\sqrt{3}$이므로

$\triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\times16\times5\sqrt{3}=40\sqrt{3}$ 답 $40\sqrt{3}$

삼각형의 높이
➡ 한 꼭짓점에서 대변에 수선을 그은 후 피타고라스 정리를 이용하여 구한다.

06-1 $\triangle$ABC에서



$\overline{\mathrm{BH}}=x$라 하면

$\overline{\mathrm{CH}}=9-x$이므로

$4^2-x^2=7^2-(9-x)^2$

$18x=48$ $\therefore x=\frac{8}{3}$

따라서 $\overline{\mathrm{AH}}=\sqrt{4^2-\left(\frac{8}{3}\right)^2}=\frac{4\sqrt{5}}{3}$이므로

$\triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\times9\times\frac{4\sqrt{5}}{3}=6\sqrt{5}$ 답 ③

LECTURE 15

p 46

01 답 (1) $\sqrt{2}$, $3\sqrt{2}$, 1, 3 (2) 2, 4, $\sqrt{3}$, $2\sqrt{3}$

01-1 (1) $x:4=1:\sqrt{2}$이므로 $x=2\sqrt{2}$

$y:4=1:\sqrt{2}$이므로 $y=2\sqrt{2}$

(2) $x:3=1:\sqrt{3}$이므로 $x=\sqrt{3}$

$y:3=2:\sqrt{3}$이므로 $y=2\sqrt{3}$

답 (1) $x=2\sqrt{2}$, $y=2\sqrt{2}$ (2) $x=\sqrt{3}$, $y=2\sqrt{3}$

LECTURE 16

p 47

01 (1) P$(-1, 3)$이므로 $\overline{\mathrm{OP}}=\sqrt{(-1)^2+3^2}=\sqrt{10}$

(2) Q$(3, 2)$이므로 $\overline{\mathrm{OQ}}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$

(3) $\overline{\mathrm{PQ}}=\sqrt{\{3-(-1)\}^2+(2-3)^2}=\sqrt{17}$

답 (1) $\sqrt{10}$ (2) $\sqrt{13}$ (3) $\sqrt{17}$

두 점 (a, b), (c, d) 사이의 거리
➡ $\sqrt{(c-a)^2+(d-b)^2}$

01-1 (1) $\sqrt{(3-1)^2+(5-1)^2}=2\sqrt{5}$

(2) $\sqrt{(-2-2)^2+(6-0)^2}=2\sqrt{13}$

(3) $\sqrt{(-1-1)^2+(-2-3)^2}=\sqrt{29}$

(4) $\sqrt{\{0-(-3)\}^2+\{-1-(-2)\}^2}=\sqrt{10}$

답 (1) $2\sqrt{5}$ (2) $2\sqrt{13}$ (3) $\sqrt{29}$ (4) $\sqrt{10}$

삼각형의 모양을 결정할 때는 각 변의 길이를 구해 본다.

02 $\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{(3-1)^2+(5-2)^2}=\sqrt{13}$

$\overline{\mathrm{BC}}=\sqrt{(-2-3)^2+(4-5)^2}=\sqrt{26}$

$\overline{\mathrm{CA}}=\sqrt{\{1-(-2)\}^2+(2-4)^2}=\sqrt{13}$

따라서 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{CA}}$이고 $\overline{\mathrm{BC}}^2=\overline{\mathrm{AB}}^2+\overline{\mathrm{CA}}^2$이므로

$\triangle$ABC는 $\angle$A$=90°$인 직각이등변삼각형이다.

답 $\angle$A$=90°$인 직각이등변삼각형

02-1 $\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{\{-1-(-3)\}^2+(-3-0)^2}=\sqrt{13}$

$\overline{\mathrm{BC}}=\sqrt{\{3-(-1)\}^2+\{2-(-3)\}^2}=\sqrt{41}$

$\overline{\mathrm{CA}}=\sqrt{(-3-3)^2+(0-2)^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$

따라서 $\overline{\mathrm{BC}}^2<\overline{\mathrm{AB}}^2+\overline{\mathrm{CA}}^2$이므로 $\triangle$ABC는 예각삼각형이다. 답 예각삼각형

핵심유형 익히기

p 48~49

01 $\triangle$ABC에서 $12:x=2:\sqrt{3}$ $\therefore x=6\sqrt{3}$

$\triangle$BCH에서 $6\sqrt{3}:y=2:1$ $\therefore y=3\sqrt{3}$

$\therefore x+y=9\sqrt{3}$ 답 ②

두 내각의 크기가 30°, 60°인 직각삼각형의 세 변의 길이의 비
➡ $1:\sqrt{3}:2$

01-1 $\triangle$ABC에서

$8:\overline{\mathrm{BC}}=1:\sqrt{3}$ $\therefore \overline{\mathrm{BC}}=8\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

$\triangle$DBC에서

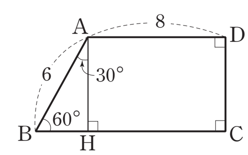
$\overline{\mathrm{BD}}:\overline{\mathrm{DC}}:8\sqrt{3}=1:1:\sqrt{2}$

$\therefore \overline{\mathrm{BD}}=\overline{\mathrm{DC}}=4\sqrt{6}(\mathrm{cm})$

$\therefore \triangle\mathrm{DBC}=\frac{1}{2}\times4\sqrt{6}\times4\sqrt{6}=48(\mathrm{cm}^2)$

답 $48\,\mathrm{cm}^2$

02 꼭짓점 A에서 $\overline{\mathrm{BC}}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle$ABH에서

$\overline{\mathrm{AB}}:\overline{\mathrm{AH}}=2:\sqrt{3}$이므로

$6:\overline{\mathrm{AH}}=2:\sqrt{3}$ $\therefore \overline{\mathrm{AH}}=3\sqrt{3}$

또 $\overline{\mathrm{AB}}:\overline{\mathrm{BH}}=2:1$이므로

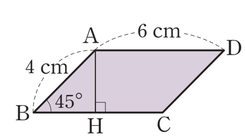
$6:\overline{\mathrm{BH}}=2:1$ $\therefore \overline{\mathrm{BH}}=3$

따라서 사다리꼴 ABCD의 둘레의 길이는

$6+(3+8)+3\sqrt{3}+8=25+3\sqrt{3}$

답 $25+3\sqrt{3}$

02-1 점 A에서 $\overline{\mathrm{BC}}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle$ABH에서



$4:\overline{\mathrm{AH}}=\sqrt{2}:1$

$\therefore \overline{\mathrm{AH}}=2\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

$\therefore \square\mathrm{ABCD}=6\times2\sqrt{2}=12\sqrt{2}(\mathrm{cm}^2)$

답 $12\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

03 $\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{\{3-(-3)\}^2+\{a-(-2)\}^2}=10$

양변을 제곱하여 정리하면

$a^2+4a-60=0$, $(a+10)(a-6)=0$

$\therefore a=-10$ 또는 $a=6$

$a<0$이므로 $a=-10$ 답 ①

점 B가 제4사분면 위의 점이므로 (y좌표)<0

03-1 원의 지름의 길이는
$\overline{AB}=\sqrt{\{1-(-2)\}^2+(7-4)^2}=3\sqrt{2}$
따라서 구하는 원의 넓이는
$\pi\times\left(\dfrac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2=\dfrac{9}{2}\pi$ 답 ②

04 $y=-\dfrac{1}{2}x+5$에 $x=a$, $y=6$을 대입하면
$6=-\dfrac{1}{2}a+5 \quad \therefore a=-2$
또 $x=4$, $y=b$를 대입하면
$b=-\dfrac{1}{2}\times4+5=3$
따라서 $A(-2,\ 6)$, $B(4,\ 3)$이므로
$\overline{AB}=\sqrt{\{4-(-2)\}^2+(3-6)^2}=3\sqrt{5}$ 답 ④

04-1 $y=x^2-6x+15=(x-3)^2+6 \quad \therefore P(3,\ 6)$
$\therefore \overline{OP}=\sqrt{3^2+6^2}=3\sqrt{5}$ 답 ②

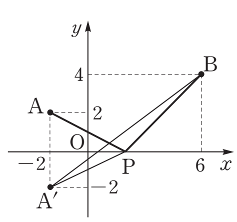
이차함수
$y=a(x-p)^2+q$의 그래프의 꼭짓점의 좌표
➡ $(p,\ q)$

05 $\overline{AB}=\sqrt{(-2-2)^2+(0-2)^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$
$\overline{BC}=\sqrt{\{3-(-2)\}^2+(-5-0)^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$
$\overline{CA}=\sqrt{(2-3)^2+\{2-(-5)\}^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$
따라서 $\triangle ABC$는 $\overline{BC}=\overline{CA}$인 이등변삼각형이다. 답 ②

05-1 $\overline{AB}=\sqrt{\{2-(-1)\}^2+(1-3)^2}=\sqrt{13}$
$\overline{BC}=\sqrt{(6-2)^2+(7-1)^2}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$
$\overline{CA}=\sqrt{(-1-6)^2+(3-7)^2}=\sqrt{65}$
따라서 $\overline{CA}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$이므로 $\triangle ABC$는 $\angle B=90°$인 직각삼각형이다.
$\therefore \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{13}\times2\sqrt{13}=13$ 답 ③

삼각형의 세 변의 길이가 a, b, c일 때(단, c는 가장 긴 변의 길이)
$c^2<a^2+b^2$
➡ 예각삼각형
$c^2=a^2+b^2$
➡ 직각삼각형
$c^2>a^2+b^2$
➡ 둔각삼각형

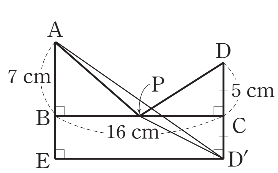
06 점 A와 x축에 대하여 대칭인 점을 A′이라 하면
$A'(-2,\ -2)$
이때
$\overline{AP}+\overline{BP}$
$=\overline{A'P}+\overline{BP}\geq\overline{A'B}$
이고



$\overline{A'B}=\sqrt{\{6-(-2)\}^2+\{4-(-2)\}^2}=10$
따라서 $\overline{AP}+\overline{BP}$의 최솟값은 10이다. 답 10

두 점 A, A′이 x축에 대하여 대칭이므로 x축 위의 점 P에 대하여 $\overline{AP}=\overline{A'P}$

06-1



점 D와 $\overline{BC}$에 대하여 대칭인 점을 D′이라 하면
$\overline{AP}+\overline{DP}=\overline{AP}+\overline{D'P}\geq\overline{AD'}$이고
$\overline{AD'}=\sqrt{(7+5)^2+16^2}=20(\text{cm})$
따라서 $\overline{AP}+\overline{DP}$의 최솟값은 20 cm이다.
답 20 cm

LECTURE 17

p 50

01 (1) $\sqrt{10^2+8^2+6^2}=10\sqrt{2}\,(\text{cm})$
(2) $\sqrt{8^2+6^2+5^2}=5\sqrt{5}\,(\text{cm})$
답 (1) $10\sqrt{2}$ cm (2) $5\sqrt{5}$ cm

01-1 $\overline{DH}=x$라 하면 $\sqrt{2^2+4^2+x^2}=3\sqrt{5}$
$x^2=25 \quad \therefore x=5\ (\because x>0)$ 답 5

02 (1) $\sqrt{3}\times7=7\sqrt{3}(\text{cm})$
(2) $\sqrt{3}\times\sqrt{2}=\sqrt{6}(\text{cm})$
답 (1) $7\sqrt{3}$ cm (2) $\sqrt{6}$ cm

02-1 정육면체의 한 모서리의 길이를 a라 하면
$\sqrt{3}a=6 \quad \therefore a=2\sqrt{3}$ 답 $2\sqrt{3}$

LECTURE 18

p 51

01 (1) $\sqrt{13^2-5^2}=12(\text{cm})$
(2) $\dfrac{1}{3}\times\pi\times5^2\times12=100\pi(\text{cm}^3)$
답 (1) 12 cm (2) $100\pi\ \text{cm}^3$

01-1 (높이)$=\sqrt{5^2-3^2}=4(\text{cm})$
(부피)$=\dfrac{1}{3}\times\pi\times3^2\times4=12\pi(\text{cm}^3)$
답 4 cm, $12\pi\ \text{cm}^3$

02 (1) $\overline{AC}=\sqrt{6^2+6^2}=6\sqrt{2}$
(2) $\overline{CH}=\dfrac{1}{2}\overline{AC}=\dfrac{1}{2}\times6\sqrt{2}=3\sqrt{2}$
$\triangle OHC$에서 $\overline{OH}=\sqrt{6^2-(3\sqrt{2})^2}=3\sqrt{2}$
(3) (부피)$=\dfrac{1}{3}\times6^2\times3\sqrt{2}=36\sqrt{2}$
답 (1) $6\sqrt{2}$ (2) $3\sqrt{2}$ (3) $36\sqrt{2}$

(뿔의 부피)
$=\dfrac{1}{3}\times$(밑넓이)$\times$(높이)

02-1 $\overline{CH}=\dfrac{1}{2}\overline{AC}=\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{2}=2\sqrt{2}$이므로
$h=\sqrt{6^2-(2\sqrt{2})^2}=2\sqrt{7}$
$V=\dfrac{1}{3}\times4^2\times2\sqrt{7}=\dfrac{32\sqrt{7}}{3}$
답 $h=2\sqrt{7}$, $V=\dfrac{32\sqrt{7}}{3}$

핵심유형 익히기 P 52~53

01 정육면체의 한 모서리의 길이를 $a$cm라 하면

$\sqrt{3}a=3 \quad \therefore a=\sqrt{3}$

따라서 정육면체의 부피는

$(\sqrt{3})^3=3\sqrt{3}(\mathrm{cm}^3)$ 답 ②

01-1 $\overline{AE}=x$cm라 하면

$\sqrt{(4\sqrt{3})^2+4^2+x^2}=10,\ 64+x^2=100$

$x^2=36 \quad \therefore x=6\ (\because x>0)$

또 $\overline{EG}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2+4^2}=8(\mathrm{cm})$

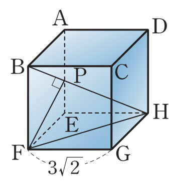
$\therefore \triangle AEG=\frac{1}{2}\times 8\times 6=24(\mathrm{cm}^2)$ 답 $24\mathrm{cm}^2$

02 $\overline{AG}=\sqrt{8^2+6^2+10^2}=10\sqrt{2},\ \overline{EG}=\sqrt{8^2+6^2}=10$

$\triangle AEG$에서 $10\times 10=10\sqrt{2}\times\overline{EP}$이므로

$\overline{EP}=5\sqrt{2}$ 답 ⑤

02-1 $\overline{FH}$를 그으면



$\overline{FH}=\sqrt{2}\times 3\sqrt{2}=6$

$\overline{BH}=\sqrt{3}\times 3\sqrt{2}=3\sqrt{6}$

$\triangle BFH$에서

$3\sqrt{2}\times 6=3\sqrt{6}\times\overline{FP}$

이므로 $\overline{FP}=2\sqrt{3}$ 답 $2\sqrt{3}$

03 $\overline{BD}=\overline{BG}=\overline{DG}=\sqrt{2}\times 2\sqrt{2}=4(\mathrm{cm})$

$\triangle BGD$는 정삼각형이므로 구하는 넓이는

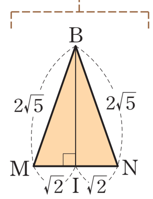
$\frac{\sqrt{3}}{4}\times 4^2=4\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$ 답 $4\sqrt{3}\mathrm{cm}^2$

03-1 $\overline{BM}=\overline{BN}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$

$\overline{MN}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$

꼭짓점 B에서 $\overline{MN}$에 내린

수선의 발을 I라 하면



$\triangle BMI$에서

$\overline{BI}=\sqrt{(2\sqrt{5})^2-(\sqrt{2})^2}$

$=3\sqrt{2}$

$\therefore \triangle BMN=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times 3\sqrt{2}=6$ 답 ②

04 밑면의 반지름의 길이를 $r$cm라 하면

$2\pi r=6\pi \quad \therefore r=3$

$\therefore$ (높이)$=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}(\mathrm{cm})$ 답 $\sqrt{7}\mathrm{cm}$

04-1 $\overline{OA}=r,\ \overline{OB}=h$라 하면 $\triangle OAB$에서

$h:6=\sqrt{3}:2 \quad \therefore h=3\sqrt{3}$

$r:6=1:2 \quad \therefore r=3$

$\therefore$ (부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times 3^2\times 3\sqrt{3}=9\sqrt{3}\pi$

답 $9\sqrt{3}\pi$

Q Box

밑면의 반지름의 길이가 r, 모선의 길이가 l인 원뿔에서 (옆넓이)$=\pi rl$

구를 평면으로 자른 단면 ➡ 원

정사각뿔의 꼭짓점에서 밑면에 내린 수선의 발은 밑면인 정사각형의 두 대각선의 교점이다.

한 변의 길이가 a인 정삼각형의 넓이 ➡ $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

$\triangle BMN$은 이등변삼각형이므로 꼭짓점 B에서 $\overline{MN}$에 내린 수선은 $\overline{MN}$을 이등분한다. 즉 $\overline{MI}=\overline{NI}=\frac{1}{2}\overline{MN}=\sqrt{2}$

정사면체의 꼭짓점 A에서 밑면 BCD에 내린 수선의 발 H는 $\triangle BCD$의 무게중심이다.

05 (높이)$=\sqrt{10^2-8^2}=6(\mathrm{cm})$이므로

(부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times 8^2\times 6=128\pi(\mathrm{cm}^3)$

답 $128\pi\ \mathrm{cm}^3$

05-1 밑면인 원의 반지름의 길이를 $r$cm라 하면

$2\pi r=8\pi \quad \therefore r=4$

모선의 길이를 $l$cm라 하면

$\pi\times 4\times l=48\pi \quad \therefore l=12$

$\therefore$ (높이)$=\sqrt{12^2-4^2}=8\sqrt{2}(\mathrm{cm})$ 답 $8\sqrt{2}\mathrm{cm}$

06 단면인 원의 반지름의 길이는

$\sqrt{7^2-5^2}=2\sqrt{6}$

$\therefore$ (단면의 넓이)$=\pi\times(2\sqrt{6})^2=24\pi$ 답 24π

06-1 단면인 원의 반지름의 길이는

$\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$

$\therefore$ (단면의 넓이)$=\pi\times(2\sqrt{3})^2=12\pi$ 답 ②

07 $\overline{CH}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 8\sqrt{2}=4\sqrt{2}$

$\overline{OH}=\sqrt{9^2-(4\sqrt{2})^2}=7$

$\therefore \triangle OAC=\frac{1}{2}\times 8\sqrt{2}\times 7=28\sqrt{2}$ 답 $28\sqrt{2}$

07-1 (높이)$=\sqrt{7^2-(3\sqrt{2})^2}=\sqrt{31}(\mathrm{cm})$이므로

(부피)$=\frac{1}{3}\times 6^2\times\sqrt{31}=12\sqrt{31}(\mathrm{cm}^3)$

답 $12\sqrt{31}\ \mathrm{cm}^3$

LECTURE 19 P 54

01 (1) $\overline{DM}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 12=6\sqrt{3}$

(2) $\overline{DH}=\frac{2}{3}\overline{DM}=\frac{2}{3}\times 6\sqrt{3}=4\sqrt{3}$

(3) $\overline{AH}=\sqrt{12^2-(4\sqrt{3})^2}=4\sqrt{6}$

(4) $\triangle BCD=\frac{\sqrt{3}}{4}\times 12^2=36\sqrt{3}$

(5) $\frac{1}{3}\times 36\sqrt{3}\times 4\sqrt{6}=144\sqrt{2}$

답 (1) $6\sqrt{3}$ (2) $4\sqrt{3}$ (3) $4\sqrt{6}$ (4) $36\sqrt{3}$ (5) $144\sqrt{2}$

01-1 (1) (높이)$=\frac{\sqrt{6}}{3}\times 3=\sqrt{6}$

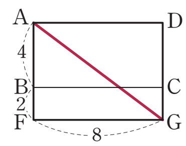
(2) (부피)$=\frac{\sqrt{2}}{12}\times 3^3=\frac{9\sqrt{2}}{4}$

답 (1) $\sqrt{6}$ (2) $\frac{9\sqrt{2}}{4}$

LECTURE 20 p 55

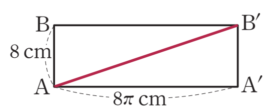
01 답 3, 2, 5, $\sqrt{41}$

01-1 오른쪽 전개도에서
최단 거리는 $\overline{AG}$이므로
$\overline{AG}=\sqrt{8^2+(4+2)^2}$
$=\sqrt{100}=10$



답 10

01-2 오른쪽 전개도에서
최단 거리는 $\overline{AB'}$
이므로
$\overline{AB'}=\sqrt{8^2+(8\pi)^2}$
$=8\sqrt{1+\pi^2}\,(\text{cm})$



답 $8\sqrt{1+\pi^2}\,\text{cm}$

> 원기둥의 전개도에서 옆면의 가로의 길이는 밑면인 원의 둘레의 길이와 같다.

핵심유형 익히기 p 56~57

01 정사면체의 한 모서리의 길이를 a cm라 하면
$\frac{\sqrt{6}}{3}a=2\sqrt{6}$ $\quad\therefore a=6$
따라서 구하는 부피는
$\frac{\sqrt{2}}{12}\times 6^3=18\sqrt{2}\,(\text{cm}^3)$

답 ②

01-1 $\overline{DM}=3\overline{HM}=3\times 3=9\,(\text{cm})$
정사면체의 한 모서리의 길이를 a cm라 하면
$\frac{\sqrt{3}}{2}a=9$ $\quad\therefore a=6\sqrt{3}$
따라서 구하는 부피는
$\frac{\sqrt{2}}{12}\times(6\sqrt{3})^3=54\sqrt{6}\,(\text{cm}^3)$

답 $54\sqrt{6}\,\text{cm}^3$

> 점 H는 △BCD의 무게중심이므로
> $\overline{DH}:\overline{HM}=2:1$에서
> $\overline{DM}=3\overline{HM}$

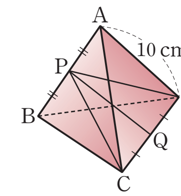
02 $\overline{MN}=\frac{1}{3}\overline{MD}=\frac{1}{3}\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\times 3\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\overline{AH}=\frac{\sqrt{6}}{3}\times 3=\sqrt{6}$
$\therefore\ \triangle AMH=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{6}=\frac{3\sqrt{2}}{4}$

답 $\frac{3\sqrt{2}}{4}$

02-1 $\overline{DH}=\frac{2}{3}\overline{DM}=\frac{2}{3}\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\times 3\sqrt{2}\right)=\sqrt{6}\,(\text{cm})$
$\overline{AH}=\frac{\sqrt{6}}{3}\times 3\sqrt{2}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$
$\therefore\ \triangle AHD=\frac{1}{2}\times\sqrt{6}\times 2\sqrt{3}=3\sqrt{2}\,(\text{cm}^2)$

답 ②

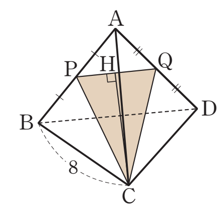
03 $\overline{PC}$, $\overline{PD}$를 그으면
$\triangle PCD$는 이등변삼각형
이므로
$\overline{PC}=\overline{PD}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 10$
$=5\sqrt{3}\,(\text{cm})$
$\overline{CQ}=\overline{DQ}=5\,(\text{cm})$
$\triangle PCQ$에서
$\overline{PQ}=\sqrt{(5\sqrt{3})^2-5^2}=5\sqrt{2}\,(\text{cm})$



답 ④

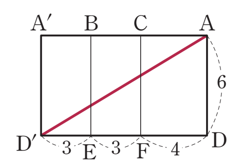
> 이등변삼각형 PCD에서
> $\overline{CQ}=\overline{DQ}$이므로 $\overline{PQ}\perp\overline{CD}$

03-1 $\triangle ABD$에서 삼각형의
두 변의 중점을 연결한
선분의 성질에 의하여
$\overline{PQ}=\frac{1}{2}\overline{BD}=4$
$\overline{CP}=\overline{CQ}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 8$
$=4\sqrt{3}$
점 C에서 $\overline{PQ}$에 내린 수선의 발을 H라 하면
$\overline{CH}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2-2^2}=2\sqrt{11}$
$\therefore\ \triangle PCQ=\frac{1}{2}\times 4\times 2\sqrt{11}=4\sqrt{11}$



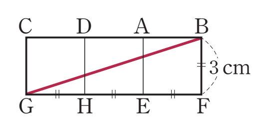
답 $4\sqrt{11}$

04 오른쪽 전개도에서 최단 거리는 $\overline{AD'}$이므로
$\overline{AD'}$
$=\sqrt{(3+3+4)^2+6^2}$
$=2\sqrt{34}$



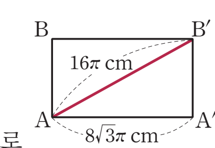
답 $2\sqrt{34}$

04-1 오른쪽 전개도에서
최단 거리는 $\overline{BG}$이
므로
$\overline{BG}$
$=\sqrt{(3+3+3)^2+3^2}$
$=3\sqrt{10}\,(\text{cm})$



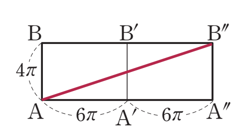
답 ④

05 오른쪽 전개도에서
$\overline{AA'}=2\pi\times 4\sqrt{3}$
$=8\sqrt{3}\pi\,(\text{cm})$
원기둥의 높이는 $\overline{AB}$이므로
$\overline{AB}=\sqrt{(16\pi)^2-(8\sqrt{3}\pi)^2}$
$=8\pi\,(\text{cm})$



답 $8\pi\,\text{cm}$

05-1 오른쪽 전개도에서 최단 거리는 $\overline{AB''}$이므로
$\overline{AB''}$
$=\sqrt{(6\pi+6\pi)^2+(4\pi)^2}$
$=4\sqrt{10}\pi$



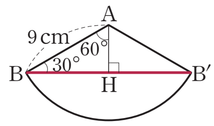
답 $4\sqrt{10}\pi$

Q Box

06 원뿔의 옆면의 전개도에서 부채꼴의 중심각의 크기를 $x°$라 하면

$2\pi\times9\times\frac{x}{360}=2\pi\times3$ $\therefore x=120$

원뿔의 전개도는 부채꼴과 원으로 이루어져 있고 부채꼴의 호의 길이는 원의 둘레의 길이와 같다.



$\triangle$ABH에서

$9:\overline{BH}=2:\sqrt{3}$

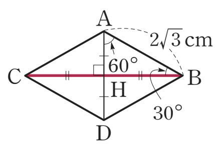
$\therefore \overline{BH}=\frac{9\sqrt{3}}{2}$(cm)

따라서 구하는 최단 거리는

$\overline{BB'}=2\overline{BH}=9\sqrt{3}$(cm) 답 ⑤

06-1 □ACDB는 마름모이므로 $\overline{AD}\perp\overline{CB}$

$\overline{AC}=\overline{CD}=\overline{DB}=\overline{BA}$이므로 □ACDB는 마름모이다.



따라서 구하는 최단 거리는

$\overline{CB}=2\overline{HB}=2\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\times2\sqrt{3}\right)=6$(cm)

△ACD와 △ADB는 각각 한 변의 길이가 $2\sqrt{3}$cm인 정삼각형이다.

답 6cm

중단원 마무리 Ⓟ 58~61

01 ④ 02 $27\sqrt{3}$ 03 ③ 04 48 05 ⑤
06 ③ 07 $24+32\sqrt{3}$ 08 ② 09 ③
10 $8\sqrt{2}$ 11 ④ 12 $6\sqrt{41}$ cm^2 13 ④
14 ③ 15 $7\sqrt{3}$cm 16 ②
17 288 cm^3 18 ② 19 ③
20 $10\sqrt{5}$cm 21 $2\sqrt{7}$cm
22 $2\sqrt{3}$cm 23 18개 24 $4\sqrt{2}$cm^2
25 $8\sqrt{2}$cm

01 정사각형의 한 변의 길이를 $a$cm라 하면

$a^2=50$ $\therefore a=5\sqrt{2}$ ($\because a>0$)

따라서 대각선의 길이는

$\sqrt{2}\times5\sqrt{2}=10$(cm) 답 ④

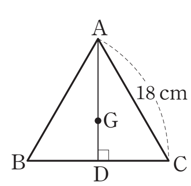
02 큰 정삼각형의 한 변의 길이는

$3\times2\sqrt{3}=6\sqrt{3}$이므로 구하는 넓이는

$\frac{\sqrt{3}}{4}\times(6\sqrt{3})^2=27\sqrt{3}$ 답 $27\sqrt{3}$

03 $\overline{AD}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times18$

$=9\sqrt{3}$ (cm)



점 G는 △ABC의 무게중심이므로

삼각형의 무게중심은 삼각형의 세 중선의 교점이고 세 중선의 길이를 꼭짓점으로부터 2 : 1로 나눈다.

$\overline{AG}=\frac{2}{3}\overline{AD}$

$=\frac{2}{3}\times9\sqrt{3}=6\sqrt{3}$(cm) 답 ③

04 $\overline{BH}=x$라 하면 $\overline{CH}=17-x$이므로

$\overline{AH}^2=(4\sqrt{13})^2-x^2=15^2-(17-x)^2$

$34x=272$ $\therefore x=8$

따라서 $\overline{AH}=\sqrt{(4\sqrt{13})^2-8^2}=12$이므로

$\triangle ABH=\frac{1}{2}\times8\times12=48$ 답 48

05 △ABC에서 $\sqrt{6}:\overline{BC}=1:\sqrt{3}$ $\therefore \overline{BC}=3\sqrt{2}$

△BCD에서 $3\sqrt{2}:\overline{BD}=1:\sqrt{2}$ $\therefore \overline{BD}=6$

답 ⑤

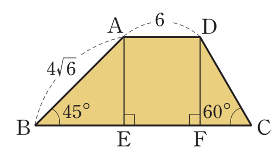
06 △ABC에서 $12:\overline{AC}=2:1$

$\therefore \overline{AC}=6$(cm)

△ADC에서 $\overline{AD}:6=2:\sqrt{3}$

$\therefore \overline{AD}=4\sqrt{3}$(cm) 답 ③

07 두 점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하면 △ABE에서



$\overline{AE}:\overline{BE}:4\sqrt{6}=1:1:\sqrt{2}$

$\therefore \overline{AE}=\overline{BE}=4\sqrt{3}$

$\overline{DF}=\overline{AE}=4\sqrt{3}$이므로 △DFC에서

$\overline{CF}:4\sqrt{3}=1:\sqrt{3}$ $\therefore \overline{CF}=4$

따라서 □ABCD의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\{6+(4\sqrt{3}+6+4)\}\times4\sqrt{3}=24+32\sqrt{3}$

(사다리꼴의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times\{$(윗변의 길이)
+(아랫변의 길이)$\}$
×(높이)

답 $24+32\sqrt{3}$

08 ① $\sqrt{\{1-(-4)\}^2+(2-0)^2}=\sqrt{29}$

② $\sqrt{\{-2-(-3)\}^2+\{0-(-6)\}^2}=\sqrt{37}$

③ $\sqrt{\{3-(-1)\}^2+(-1-2)^2}=5$

④ $\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$

⑤ $\sqrt{(5-3)^2+(9-5)^2}=2\sqrt{5}$ 답 ②

09 $\overline{AB}=\sqrt{\{0-(-4)\}^2+(-3-1)^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$

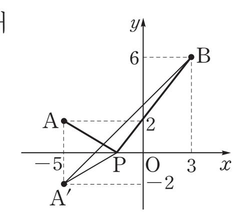
$\overline{BC}=\sqrt{(4-0)^2+\{9-(-3)\}^2}=\sqrt{160}=4\sqrt{10}$

$\overline{AC}=\sqrt{\{4-(-4)\}^2+(9-1)^2}=\sqrt{128}=8\sqrt{2}$

$\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{AC}^2$이므로 △ABC는 ∠A=90°인 직각삼각형이다. 답 ③

10 점 A와 x축에 대하여 대칭인 점을 A′이라 하면

A′(−5, −2)



$\overline{AP}+\overline{BP}$

$=\overline{A'P}+\overline{BP}\geq\overline{A'B}$

이고

$\overline{A'B}=\sqrt{\{3-(-5)\}^2+\{6-(-2)\}^2}=8\sqrt{2}$

따라서 $\overline{AP}+\overline{BP}$의 최솟값은 $8\sqrt{2}$이다.

답 $8\sqrt{2}$

11 $\sqrt{40^2+50^2+30^2}=50\sqrt{2}$(cm) 답 ④

12 $\overline{EF}=\overline{BC}=6$(cm)

$\overline{AF}=\sqrt{10^2+10^2}=10\sqrt{2}$(cm)

$\overline{AE}=\sqrt{10^2+8^2}=2\sqrt{41}$(cm)

이때 $\overline{AF}^2=\overline{AE}^2+\overline{EF}^2$이므로 $\triangle$AEF는

$\angle$AEF$=90°$인 직각삼각형이다.

$\therefore \triangle AEF=\frac{1}{2}\times6\times2\sqrt{41}=6\sqrt{41}$(cm^2)

답 $6\sqrt{41}$ cm^2

> 한 모서리의 길이가 a인 정사면체에서
> (높이)$=\frac{\sqrt{6}}{3}a$
> (부피)$=\frac{\sqrt{2}}{12}a^3$

13 $\overline{AN}=\overline{NG}=\overline{GM}=\overline{MA}=\sqrt{6^2+3^2}=3\sqrt{5}$(cm)

즉 □ANGM은 마름모이다.

$\overline{MN}=\overline{HF}=6\sqrt{2}$(cm), $\overline{AG}=6\sqrt{3}$(cm)이므로

□ANGM$=\frac{1}{2}\times\overline{MN}\times\overline{AG}=\frac{1}{2}\times6\sqrt{2}\times6\sqrt{3}$

$=18\sqrt{6}$(cm^2) 답 ④

> (마름모의 넓이)
> $=\frac{1}{2}\times$(두 대각선의 길이의 곱)

14 점 A에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라 하면

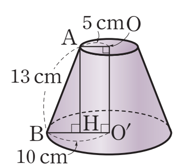
$\overline{HO'}=\overline{AO}=5$(cm)이므로

$\overline{BH}=10-5=5$(cm)

$\triangle$ABH에서

$\overline{AH}=\sqrt{13^2-5^2}=12$(cm)

$\therefore \overline{OO'}=\overline{AH}=12$(cm) 답 ③



15 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

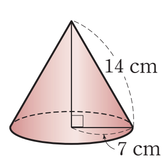
$2\pi r=14\pi$ $\quad\therefore r=7$

$\overline{OA}=l$ cm라 하면 $2\pi\times l\times\frac{180°}{360°}=14\pi$

$\therefore l=14$

주어진 전개도로 원뿔을 만들면 오른쪽 그림과 같으므로 원뿔의 높이는

$\sqrt{14^2-7^2}=7\sqrt{3}$(cm)



답 $7\sqrt{3}$ cm

16 $\overline{AB}=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}$(cm)이므로

(단면의 넓이)$=\pi\times(4\sqrt{3})^2=48\pi$(cm^2)

답 ②

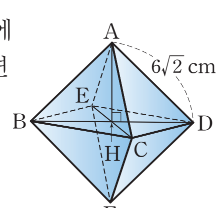
> 구를 평면으로 자른 단면은 원이다.

17 꼭짓점 A에서 □BCDE에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{HD}=\frac{1}{2}\overline{BD}$

$=\frac{1}{2}\times(\sqrt{2}\times6\sqrt{2})$

$=6$(cm)



$\triangle$AHD에서 $\overline{AH}=\sqrt{(6\sqrt{2})^2-6^2}=6$(cm)

$\therefore$ (정팔면체의 부피)$=2\times$(정사각뿔의 부피)

$=2\times\frac{1}{3}\times(6\sqrt{2})^2\times6$

$=288$(cm^3) 답 288 cm^3

18 $\frac{\sqrt{6}}{3}a=6$이므로 $a=3\sqrt{6}$

따라서 정사면체의 부피는

$\frac{\sqrt{2}}{12}\times(3\sqrt{6})^3=27\sqrt{3}$ 답 ②

19 $\overline{MB}=\overline{MC}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times4$

$=2\sqrt{3}$(cm)

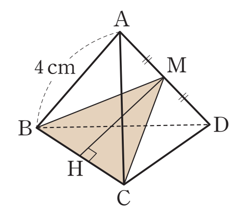
점 M에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{BH}=\overline{CH}=2$(cm)

이므로 $\triangle$MBH에서

$\overline{MH}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-2^2}=2\sqrt{2}$(cm)

$\therefore \triangle MBC=\frac{1}{2}\times4\times2\sqrt{2}=4\sqrt{2}$(cm^2) 답 ③



> $\triangle$MBC는 $\overline{MB}=\overline{MC}$인 이등변삼각형이므로
> $\overline{BH}=\overline{CH}=\frac{1}{2}\overline{BC}$
> $=2$(cm)

20

채점 기준		
	직사각형의 대각선의 길이 구하기	2점
	$\overline{OC}$, $\overline{OD}$의 길이 구하기	2점
	$\triangle$OCD의 둘레의 길이 구하기	2점

직사각형의 두 대각선의 길이는 같으므로

$\overline{AC}=\overline{BD}=\sqrt{10^2+(4\sqrt{5})^2}=6\sqrt{5}$(cm) ··· 2점

두 대각선은 서로를 이등분하므로

$\overline{OC}=\overline{OD}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times6\sqrt{5}=3\sqrt{5}$(cm) ··· 2점

따라서 $\triangle$OCD의 둘레의 길이는

$\overline{OC}+\overline{CD}+\overline{OD}=3\sqrt{5}+4\sqrt{5}+3\sqrt{5}$

$=10\sqrt{5}$(cm) ··· 2점

답 $10\sqrt{5}$ cm

21

채점 기준		
	$\overline{CH}$의 길이 구하기	2점
	$\overline{AH}$의 길이 구하기	2점
	$\overline{AC}$의 길이 구하기	2점

$\triangle$ABH에서 $4:\overline{BH}=2:1$이므로

$\overline{BH}=2$(cm)

$\therefore \overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=6-2=4$(cm) ··· 2점

또 $4:\overline{AH}=2:\sqrt{3}$이므로

$\overline{AH}=2\sqrt{3}$(cm) ··· 2점

따라서 $\triangle$AHC에서

$\overline{AC}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+4^2}=2\sqrt{7}$(cm) ··· 2점

답 $2\sqrt{7}$ cm

22

채점 기준		
채점 기준	삼각뿔 G$-$BCD의 부피 구하기	2점
	$\triangle$BGD의 넓이 구하기	2점
	$\overline{\mathrm{CI}}$의 길이 구하기	2점

삼각뿔 G$-$BCD의 부피는

$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times6\times6\right)\times6=36(\mathrm{cm}^3)$ … 2점

$\triangle\mathrm{BGD}=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(6\sqrt{2})^2=18\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$ … 2점

이므로

$\frac{1}{3}\times18\sqrt{3}\times\overline{\mathrm{CI}}=36$

$\therefore\ \overline{\mathrm{CI}}=2\sqrt{3}(\mathrm{cm})$ … 2점

답 $2\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$

23

채점 기준		
채점 기준	정사각뿔의 부피 구하기	2점
	정육면체의 부피 구하기	2점
	금괴의 최대 개수 구하기	2점

(정사각뿔의 높이)$=\sqrt{30^2-(15\sqrt{2})^2}$

$=15\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

$\therefore$ (정사각뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times30^2\times15\sqrt{2}$

$=4500\sqrt{2}(\mathrm{cm}^3)$ … 2점

이때 정육면체 모양의 금괴 1개의 부피는

$(5\sqrt{2})^3=250\sqrt{2}(\mathrm{cm}^3)$ … 2점

따라서 만들 수 있는 금괴의 최대 개수는

$4500\sqrt{2}\div250\sqrt{2}=18$(개) … 2점

답 18개

24

채점 기준		
채점 기준	$\overline{\mathrm{EH}}$의 길이 구하기	2점
	$\overline{\mathrm{AH}}$의 길이 구하기	2점
	$\triangle$AEH의 넓이 구하기	2점

$\overline{\mathrm{AE}}=\overline{\mathrm{DE}}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times4\sqrt{3}=6(\mathrm{cm})$

$\overline{\mathrm{EH}}=\frac{1}{3}\overline{\mathrm{DE}}=2(\mathrm{cm})$ … 2점

$\triangle$AEH에서 $\overline{\mathrm{AH}}=\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}(\mathrm{cm})$ … 2점

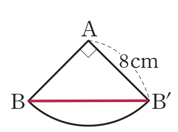
$\therefore\ \triangle\mathrm{AEH}=\frac{1}{2}\times2\times4\sqrt{2}=4\sqrt{2}(\mathrm{cm}^2)$ … 2점

답 $4\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

25

채점 기준		
채점 기준	부채꼴의 중심각의 크기 구하기	3점
	최단 거리 구하기	3점

원뿔의 옆면의 전개도에서 부채꼴의 중심각의 크기를 $x°$라 하면



$2\pi\times8\times\frac{x}{360}=2\pi\times2$

$\therefore\ x=90$ … 3점

$\therefore$ (최단 거리)$=\overline{\mathrm{BB'}}=8\sqrt{2}(\mathrm{cm})$ … 3점

답 $8\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$

- $\triangle$BCD를 밑면으로 생각하면 높이는 $\overline{\mathrm{CG}}$이다.
- $\triangle$BGD는 한 변의 길이가 $6\sqrt{2}$ cm인 정삼각형이다.
- 삼각뿔 C$-$BGD의 부피
- $\angle\mathrm{AEB}=\angle\mathrm{CFD}=90°$, $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{CD}}$, $\angle\mathrm{ABE}=\angle\mathrm{CDF}$ (엇각)
- $\overline{\mathrm{AH}}$는 정사면체의 높이이므로 $\overline{\mathrm{AH}}=\frac{\sqrt{6}}{3}\times4\sqrt{3}=4\sqrt{2}(\mathrm{cm})$
- 원뿔의 전개도에서 옆면인 부채꼴의 호의 길이는 밑면인 원의 둘레의 길이와 같다.

서술형 따라잡기

p 62~63

예제 1

채점 기준	배점
$\overline{\mathrm{BD}}$의 길이 구하기	50%
$\overline{\mathrm{AH}}$의 길이 구하기	50%

1단계 $\overline{\mathrm{BD}}=\sqrt{6^2+(2\sqrt{3})^2}=4\sqrt{3}$ 50%

2단계 $\overline{\mathrm{AB}}\times\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{BD}}\times\overline{\mathrm{AH}}$이므로

$2\sqrt{3}\times6=4\sqrt{3}\times\overline{\mathrm{AH}}$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AH}}=3$ 50%

답 3

유제 1

채점 기준	배점
$\overline{\mathrm{BD}}$의 길이 구하기	30%
$\overline{\mathrm{EF}}$의 길이 구하기	70%

1단계 $\overline{\mathrm{BD}}=\sqrt{8^2+24^2}=8\sqrt{10}(\mathrm{cm})$ 30%

2단계 $\overline{\mathrm{AB}}^2=\overline{\mathrm{BE}}\times\overline{\mathrm{BD}}$에서 $8^2=\overline{\mathrm{BE}}\times8\sqrt{10}$

$\therefore\ \overline{\mathrm{BE}}=\frac{4\sqrt{10}}{5}(\mathrm{cm})$

$\triangle\mathrm{ABE}\equiv\triangle\mathrm{CDF}$ (RHA 합동)이므로

$\overline{\mathrm{BE}}=\overline{\mathrm{DF}}$

$\therefore\ \overline{\mathrm{EF}}=8\sqrt{10}-2\times\frac{4\sqrt{10}}{5}$

$=\frac{32\sqrt{10}}{5}(\mathrm{cm})$ 70%

답 $\frac{32\sqrt{10}}{5}$ cm

예제 2

채점 기준	배점
$\overline{\mathrm{AD}}$의 길이 구하기	50%
$\triangle$ADE의 넓이 구하기	50%

1단계 $\overline{\mathrm{AD}}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times4=2\sqrt{3}(\mathrm{cm})$ 50%

2단계 $\therefore\ \triangle\mathrm{ADE}=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(2\sqrt{3})^2$

$=3\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$ 50%

답 $3\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

유제 2

채점 기준	배점
$\overline{\mathrm{AD}}$의 길이 구하기	50%
$\overline{\mathrm{AB}}$의 길이 구하기	50%

1단계 $\frac{\sqrt{3}}{4}\times\overline{\mathrm{AD}}^2=6\sqrt{3}$이므로 $\overline{\mathrm{AD}}^2=24$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AD}}=2\sqrt{6}(\mathrm{cm})\ (\because\ \overline{\mathrm{AD}}>0)$ 50%

2단계 $\frac{\sqrt{3}}{2}\times\overline{\mathrm{AB}}=2\sqrt{6}$이므로 $\overline{\mathrm{AB}}=4\sqrt{2}(\mathrm{cm})$ 50%

답 $4\sqrt{2}$ cm

예제 3

채점 기준	배점
$\overline{EG}$의 길이 구하기	30%
$\overline{AG}$의 길이 구하기	30%
$\overline{EI}$의 길이 구하기	40%

1단계 $\overline{EG}=\sqrt{2}\times6=6\sqrt{2}(\text{cm})$ 30%

2단계 $\overline{AG}=\sqrt{3}\times6=6\sqrt{3}(\text{cm})$ 30%

3단계 $\triangle AEG$에서 $\overline{AE}\times\overline{EG}=\overline{AG}\times\overline{EI}$이므로

$6\times6\sqrt{2}=6\sqrt{3}\times\overline{EI}$

$\therefore \overline{EI}=2\sqrt{6}(\text{cm})$ 40%

답 $2\sqrt{6}\,\text{cm}$

유제 3

채점 기준	배점
$\overline{OH}$의 길이 구하기	30%
$\overline{DO}$의 길이 구하기	30%
$\overline{HI}$의 길이 구하기	40%

1단계 $\overline{OH}=\frac{1}{2}\overline{FH}=\frac{1}{2}\times8\sqrt{2}=4\sqrt{2}(\text{cm})$ 30%

2단계 $\triangle DOH$에서

$\overline{DO}=\sqrt{8^2+(4\sqrt{2})^2}=4\sqrt{6}(\text{cm})$ 30%

3단계 $\triangle DOH$에서 $\overline{DH}\times\overline{OH}=\overline{DO}\times\overline{HI}$이므로

$8\times4\sqrt{2}=4\sqrt{6}\times\overline{HI}$

$\therefore \overline{HI}=\frac{8\sqrt{3}}{3}(\text{cm})$ 40%

답 $\frac{8\sqrt{3}}{3}\,\text{cm}$

예제 4

채점 기준	배점
밑면의 반지름의 길이 구하기	50%
원뿔의 부피 구하기	50%

1단계 밑면의 반지름의 길이는

$\sqrt{12^2-9^2}=3\sqrt{7}(\text{cm})$ 50%

2단계 따라서 원뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times(3\sqrt{7})^2\times9=189\pi(\text{cm}^3)$ 50%

답 $189\pi\,\text{cm}^3$

유제 4

채점 기준	배점
$\overline{OH}$의 길이 구하기	70%
$\triangle OMN$의 넓이 구하기	30%

1단계 $\overline{CH}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times10\sqrt{2}=5\sqrt{2}(\text{cm})$

$\triangle OHC$에서

$\overline{OH}=\sqrt{10^2-(5\sqrt{2})^2}=5\sqrt{2}(\text{cm})$ 70%

2단계 $\therefore \triangle OMN=\frac{1}{2}\times10\times5\sqrt{2}=25\sqrt{2}(\text{cm}^2)$ 30%

답 $25\sqrt{2}\,\text{cm}^2$

Q Box

피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{AC}$의 길이를 구한다.

한 모서리의 길이가 a인 정육면체의 대각선의 길이 ➡ $\sqrt{3}a$

밑면의 반지름의 길이가 r, 높이가 h인 원뿔의 부피 ➡ $\frac{1}{3}\pi r^2h$

VI 삼각비

1 삼각비

LECTURE 21 p 66

01 $\overline{AC}=\sqrt{8^2+6^2}=10$ 답 (1) $\frac{3}{5}$ (2) $\frac{4}{5}$ (3) $\frac{3}{4}$

01-1 $\overline{AC}=\sqrt{3^2-1^2}=2\sqrt{2}$

답 (1) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) $2\sqrt{2}$ (4) $\frac{1}{3}$ (5) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (6) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

02 (1) $\sin A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{BC}}{10}=\frac{4}{5}$ $\therefore \overline{BC}=8$

(2) $\overline{AB}=\sqrt{10^2-8^2}=6$ 답 (1) 8 (2) 6

02-1 (1) $\cos A=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{6}{\overline{AC}}=\frac{3}{4}$ $\therefore \overline{AC}=8$

(2) $\overline{BC}=\sqrt{8^2-6^2}=2\sqrt{7}$

답 (1) 8 (2) $2\sqrt{7}$ (3) $\frac{\sqrt{7}}{4}$ (4) $\frac{\sqrt{7}}{3}$

LECTURE 22 p 67

01 (1) (주어진 식)$=\frac{1}{2}+1=\frac{3}{2}$

(2) (주어진 식)$=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=1$

답 (1) $\frac{3}{2}$ (2) 1

01-1 (1) (주어진 식)$=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$

(2) (주어진 식)$=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2=1$

(3) (주어진 식)$=1-4\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times1=-2$

(4) (주어진 식)$=\frac{\sqrt{3}}{2}\div\sqrt{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{3}=2$

답 (1) 1 (2) 1 (3) -2 (4) 2

02 $\tan 30°=\frac{x}{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ $\therefore x=\sqrt{3}$

$\cos 30°=\frac{3}{y}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\therefore y=2\sqrt{3}$

답 $x=\sqrt{3}$, $y=2\sqrt{3}$

02-1 (1) $\cos 45°=\frac{x}{10}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\therefore x=5\sqrt{2}$

$\sin 45°=\frac{y}{10}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\therefore y=5\sqrt{2}$

(2) $\sin 60°=\frac{2\sqrt{3}}{x}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\therefore x=4$

$\tan 60°=\frac{2\sqrt{3}}{y}=\sqrt{3}$ $\therefore y=2$

답 (1) $x=5\sqrt{2}$, $y=5\sqrt{2}$ (2) $x=4$, $y=2$

Q Box

핵심유형 익히기

P 68~70

01 $\overline{AC}=\sqrt{5^2+10^2}=5\sqrt{5}$이므로

$\cos A=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{5}{5\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$

$\sin A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{10}{5\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

$\therefore \cos A+\sin A=\frac{\sqrt{5}}{5}+\frac{2\sqrt{5}}{5}=\frac{3\sqrt{5}}{5}$

답 $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

01-1 $\overline{AC}=\sqrt{8^2-6^2}=2\sqrt{7}$이므로

$\cos B=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$

$\sin B=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{2\sqrt{7}}{8}=\frac{\sqrt{7}}{4}$

$\therefore \frac{\cos B}{\sin B}=\frac{3}{4}\div\frac{\sqrt{7}}{4}=\frac{3\sqrt{7}}{7}$

답 $\frac{3\sqrt{7}}{7}$

02 $\tan C=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{9}{\overline{BC}}=\frac{3}{2}$ $\quad\therefore \overline{BC}=6(\text{cm})$

$\therefore \overline{AC}=\sqrt{9^2+6^2}=3\sqrt{13}(\text{cm})$

답 $3\sqrt{13}$ cm

02-1 $\cos A=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{AB}}{6}=\frac{\sqrt{2}}{3}$

$\therefore \overline{AB}=2\sqrt{2}(\text{cm})$

$\therefore \overline{BC}=\sqrt{6^2-(2\sqrt{2})^2}=2\sqrt{7}(\text{cm})$

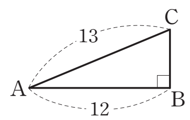
답 ⑤

주어진 삼각비의 값을 만족시키는 직각삼각형을 그려서 해결한다.

03 오른쪽 그림에서

$\overline{BC}=\sqrt{13^2-12^2}=5$

$\therefore \tan A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{5}{12}$



답 ②

주어진 등식에서 $\tan A$의 값을 구한 후, 직각삼각형을 그려 $\overline{AC}$의 길이를 구한다.

03-1 $3\tan A-4=0$에서 $\tan A=\frac{4}{3}$

오른쪽 그림에서

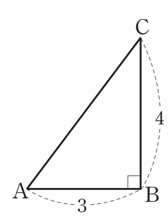
$\overline{AC}=\sqrt{3^2+4^2}=5$이므로

$\sin A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{4}{5}$

$\cos A=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{3}{5}$

$\therefore \sin A-\cos A$

$=\frac{4}{5}-\frac{3}{5}=\frac{1}{5}$



답 ④

$\angle A=\angle BHA=90°$, $\angle B$는 공통이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle HBA$ (AA 닮음)

04 $\triangle ABC \backsim \triangle HBA$ (AA 닮음)이므로

$\angle C=\angle BAH=x$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\sqrt{5^2-4^2}=3$

$\therefore \tan x=\tan C=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{3}{4}$

답 $\frac{3}{4}$

04-1 $\triangle ABC \backsim \triangle EBD$ (AA 닮음)이므로

$\angle A=\angle BED=x$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{12^2-8^2}=4\sqrt{5}$

$\therefore \cos x=\cos A=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{4\sqrt{5}}{12}=\frac{\sqrt{5}}{3}$

답 $\frac{\sqrt{5}}{3}$

$\triangle FGH$는 $\angle FGH=90°$, $\triangle BFH$는 $\angle BFH=90°$인 직각삼각형이다.

05 $\overline{FH}=\sqrt{6^2+6^2}=6\sqrt{2}$

$\overline{BH}=\sqrt{6^2+6^2+6^2}=6\sqrt{3}$

$\therefore \cos x=\frac{\overline{FH}}{\overline{BH}}=\frac{6\sqrt{2}}{6\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$

답 ④

세 모서리의 길이가 각각 a, b, c인 직육면체의 대각선의 길이
➡ $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

05-1 $\overline{EG}=\sqrt{3^2+4^2}=5$,

$\overline{AG}=\sqrt{3^2+4^2+5^2}=5\sqrt{2}$이므로

$\sin x=\frac{\overline{AE}}{\overline{AG}}=\frac{5}{5\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\cos x=\frac{\overline{EG}}{\overline{AG}}=\frac{5}{5\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore \sin x+\cos x=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$

답 ④

06 ⑤ $\tan 30°\times\tan 60°-\sin 30°=\frac{\sqrt{3}}{3}\times\sqrt{3}-\frac{1}{2}$

$=\frac{1}{2}$

답 ⑤

06-1 (주어진 식) $=\frac{\sqrt{3}}{2}\div\frac{\sqrt{3}}{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{3}$

$=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}=1$

답 1

07 $\cos 60°=\frac{1}{2}$이므로 $2x-30°=60°$

$2x=90°\quad\therefore x=45°$

$\therefore \sin 45°+\cos 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=\sqrt{2}$

답 ④

07-1 $\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $3x-15°=60°$

$3x=75°\quad\therefore x=25°$

$\therefore \tan(2x+10°)=\tan 60°=\sqrt{3}$

답 $\sqrt{3}$

08 $\triangle ABC$에서 $\tan 30°=\frac{4}{\overline{BC}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$이므로

$\overline{BC}=4\sqrt{3}$

$\triangle DBC$에서 $\cos 45°=\frac{\overline{DB}}{4\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$이므로

$\overline{DB}=2\sqrt{6}$

답 ②

Q Box

08-1 $\triangle$ABC에서 $\tan 30^\circ=\dfrac{6}{\overline{BC}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$이므로

$\overline{BC}=6\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\triangle$ADC에서 $\tan 60^\circ=\dfrac{6}{\overline{DC}}=\sqrt{3}$이므로

$\overline{DC}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{BD}=\overline{BC}-\overline{DC}=6\sqrt{3}-2\sqrt{3}$

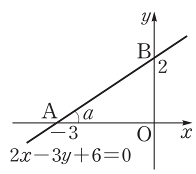
$=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$

답 ③

09 직선 $2x-3y+6=0$의 x절편이 -3, y절편이 2이므로 오른쪽 그림에서

$A(-3,\ 0)$, $B(0,\ 2)$

$\therefore \tan a=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\dfrac{2}{3}$



답 $\dfrac{2}{3}$

09-1 (직선의 기울기)$=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\tan 60^\circ=\sqrt{3}$이므로

$\dfrac{\overline{OB}}{2}=\sqrt{3}\qquad \therefore \overline{OB}=2\sqrt{3}$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$y=\sqrt{3}x+2\sqrt{3}$ 답 $y=\sqrt{3}x+2\sqrt{3}$

기울기가 a이고 y절편이 b인 직선의 방정식
➡ $y=ax+b$

LECTURE 23

p 71

빗변의 길이가 1인 직각삼각형을 이용한다.

01 (1) $\sin 39^\circ=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\dfrac{0.6293}{1}$

$=0.6293$

(2) $\cos 39^\circ=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\dfrac{0.7771}{1}$

$=0.7771$

답 (1) 0.6293 (2) 0.7771

밑변의 길이가 1인 직각삼각형을 이용한다.

01-1 $\tan 39^\circ=\dfrac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\dfrac{0.8098}{1}=0.8098$

답 0.8098

$\sin 0^\circ=0$, $\cos 0^\circ=1$
$\tan 0^\circ=0$, $\sin 90^\circ=1$
$\cos 90^\circ=0$

02 (1) $\sin 90^\circ+\cos 0^\circ=1+1=2$

(2) $\tan 0^\circ\times\sin 20^\circ=0\times\sin 20^\circ=0$

답 (1) 2 (2) 0

02-1 (1) (주어진 식)$=0\times1+1\times1=1$

(2) (주어진 식)$=0\times\cos 36^\circ+\sin 57^\circ\times0$

$=0$ 답 (1) 1 (2) 0

LECTURE 24

p 72

01 답 (1) 0.4540 (2) 0.9063 (3) 0.4877

01-1 답 (1) 0.4067 (2) 0.8829 (3) 0.5095

02 답 (1) 64° (2) 62° (3) 65°

02-1 답 (1) 63° (2) 61° (3) 64°

핵심유형 익히기

p 73

$\overline{BC}\,/\!/\,\overline{DE}$이므로
$z=y$ (동위각)

01 ④ $\cos z=\cos y=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\dfrac{\overline{BC}}{1}=\overline{BC}$ 답 ④

01-1 $\sin x=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\dfrac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}$

$\cos x=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\dfrac{\overline{OB}}{1}=\overline{OB}$

답 $\sin x=\overline{AB}$, $\cos x=\overline{OB}$

02 $\sin 30^\circ=\dfrac{1}{2}$, $\tan 60^\circ=\sqrt{3}$,

$\cos 45^\circ=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, $\sin 90^\circ=1$

답 $\sin 30^\circ$, $\cos 45^\circ$, $\sin 90^\circ$, $\tan 60^\circ$

02-1 ① $\sin 0^\circ=0$, $\sin 30^\circ=\dfrac{1}{2}$이므로

$\sin 0^\circ<\sin 30^\circ$

② $\cos 0^\circ=1$, $\cos 45^\circ=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$이므로

$\cos 0^\circ>\cos 45^\circ$

③ $\tan 0^\circ=0$, $\tan 60^\circ=\sqrt{3}$이므로

$\tan 0^\circ<\tan 60^\circ$

④ $\sin 90^\circ=1$, $\tan 45^\circ=1$이므로

$\sin 90^\circ=\tan 45^\circ$ 답 ⑤

삼각비의 표를 이용한 삼각비의 값
➡ 각도의 가로줄과 sin, cos, tan의 세로줄이 만나는 곳의 수

03 $\cos 15^\circ-\tan 14^\circ=0.9659-0.2493$

$=0.7166$ 답 0.7166

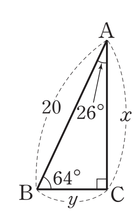
03-1 (1) $x+y=0.2588+0.9744=1.2332$

(2) $x+y=14+15=29$ 답 (1) 1.2332 (2) 29

04 $\tan 63^\circ=\dfrac{x}{10}=1.9626\qquad \therefore x=19.626$

답 19.626

04-1 $\angle B=90^\circ-26^\circ=64^\circ$이므로



$\sin 64^\circ=\dfrac{x}{20}=0.8988$

$\therefore x=17.976$

$\cos 64^\circ=\dfrac{y}{20}=0.4384$

$\therefore y=8.768$

$\therefore x+y=17.976+8.768=26.744$ 답 26.744

Q Box

중단원 마무리 p 74~77

01 ④ 02 ③ 03 ① 04 ③ 05 ③
06 $\frac{\sqrt{2}}{3}$ 07 ② 08 ④ 09 ④
10 $x=3\sqrt{3},\ y=3$ 11 $4\sqrt{2}$ 12 ③ 13 ③
14 $2-\sqrt{3}$ 15 ⑤ 16 1.55 17 ④
18 ③ 19 1.1922 20 $\frac{4}{5}$ 21 $\frac{\sqrt{5}}{5}$
22 $4(1+\sqrt{2})$cm 23 $4(1+\sqrt{3})$cm
24 $2\cos A$ 25 $\frac{3\sqrt{3}}{8}$

01 $\overline{BC}=\sqrt{7^2-5^2}=2\sqrt{6}$

① $\sin A=\frac{2\sqrt{6}}{7}$ ② $\cos A=\frac{5}{7}$

③ $\tan A=\frac{2\sqrt{6}}{5}$ ⑤ $\cos C=\frac{2\sqrt{6}}{7}$ 답 ④

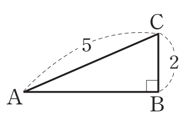
02 $\tan A=\frac{\overline{BC}}{12}=\frac{3}{4}$ $\therefore \overline{BC}=9$

$\therefore \overline{AC}=\sqrt{12^2+9^2}=15$ 답 ③

03 오른쪽 그림에서

$\overline{AB}=\sqrt{5^2-2^2}=\sqrt{21}$

$\therefore \tan A=\frac{2}{\sqrt{21}}=\frac{2\sqrt{21}}{21}$



답 ①

04 $\triangle ABC \backsim \triangle EBD$ (AA 닮음)이므로

$\angle C=\angle BDE=x$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{17^2-15^2}=8$이므로

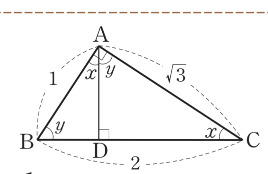
$\tan x=\tan C=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{15}{8}$ 답 ③

05 $\triangle ABC$에서

$\overline{AC}=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$

$\angle C=x,\ \angle B=y$

이므로



$\sin x=\sin C=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{1}{2}$

$\sin y=\sin B=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \sin x+\sin y=\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ 답 ③

$x+y=90°$이고
$\triangle ABD$에서
$\angle B+x=90°$
$\triangle ADC$에서
$\angle C+y=90°$
$\therefore\ \angle C=x,\ \angle B=y$

한 모서리의 길이가 a인 정육면체의 대각선의 길이 ➡ $\sqrt{3}a$
한 변의 길이가 a인 정사각형의 대각선의 길이 ➡ $\sqrt{2}a$

06 $\overline{AG}=\sqrt{3}a,\ \overline{EG}=\sqrt{2}a$

$\triangle AEG$에서 $\angle AEG=90°$이므로

$\sin x=\frac{\overline{AE}}{\overline{AG}}=\frac{a}{\sqrt{3}a}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\cos x=\frac{\overline{EG}}{\overline{AG}}=\frac{\sqrt{2}a}{\sqrt{3}a}=\frac{\sqrt{6}}{3}$

$\therefore \sin x\times\cos x=\frac{\sqrt{3}}{3}\times\frac{\sqrt{6}}{3}=\frac{\sqrt{2}}{3}$ 답 $\frac{\sqrt{2}}{3}$

07 (주어진 식)$=\left(1+\frac{1}{2}\right)\times\frac{\sqrt{3}}{3}-\frac{1}{2}\times\sqrt{3}$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}=0$ 답 ②

08 $\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $x+15°=60°$

$\therefore x=45°$

$\therefore \cos 45°\times\tan 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}\times 1=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 답 ④

삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이다.

09 삼각형의 세 내각의 크기를 $a,\ 2a,\ 3a$라 하면

$a+2a+3a=180°,\ 6a=180°$ $\therefore a=30°$

따라서 $A=30°$이므로

$\sin 30° : \cos 30° : \tan 30°=\frac{1}{2} : \frac{\sqrt{3}}{2} : \frac{\sqrt{3}}{3}$

$=\sqrt{3} : 3 : 2$

답 ④

10 $\sin 60°=\frac{x}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\therefore x=3\sqrt{3}$

$\cos 60°=\frac{y}{6}=\frac{1}{2}$ $\therefore y=3$

답 $x=3\sqrt{3},\ y=3$

$\triangle ABC$에서
$\sin 30°=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$

$\triangle ACD$에서
$\cos 45°=\frac{\overline{AD}}{\overline{AC}}$

11 $\sin 30°=\frac{4}{\overline{AC}}=\frac{1}{2}$에서 $\overline{AC}=8$

$\cos 45°=\frac{\overline{AD}}{8}=\frac{\sqrt{2}}{2}$에서 $\overline{AD}=4\sqrt{2}$

답 $4\sqrt{2}$

12 $\triangle ABH$에서

$\sin 60°=\frac{\overline{AH}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $\overline{AH}=2\sqrt{3}$(cm)

$\cos 60°=\frac{\overline{BH}}{4}=\frac{1}{2}$이므로 $\overline{BH}=2$(cm)

$\overline{CH}=8-2=6$(cm)이므로 $\triangle AHC$에서

$\overline{AC}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+6^2}=4\sqrt{3}$(cm) 답 ③

기울기가 양수인 직선이 x축과 이루는 예각의 크기 a
➡ (직선의 기울기) $=\tan a$

13 $a=\tan 30°=\frac{\sqrt{3}}{3}$

직선 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+b$가 점 $(-3,\ 0)$을 지나므로

$0=\frac{\sqrt{3}}{3}\times(-3)+b$ $\therefore b=\sqrt{3}$

$\therefore ab=1$ 답 ③

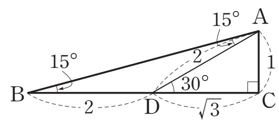
Q Box

14 $\triangle ADC$에서

$\overline{AC}=1$이므로

$\overline{AD}=2$,

$\overline{CD}=\sqrt{3}$



$\triangle ABD$에서

$\angle BAD=30°-15°=15°$이므로

$\overline{BD}=\overline{AD}=2$

$\triangle ABC$에서

$\tan 15°=\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}=2-\sqrt{3}$ 답 $2-\sqrt{3}$

15 ⑤ $\sin 45°\times\cos 45°-\cos 60°$

$=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}-\dfrac{1}{2}=0$ 답 ⑤

16 $\cos x=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\overline{OB}=0.80$

$\tan x=\dfrac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\overline{CD}=0.75$

$\therefore \cos x+\tan x=0.80+0.75=1.55$

답 1.55

17 ① $\cos 90°=0$, $\sin 0°=0$이므로

$\cos 90°=\sin 0°$

② $\tan 45°=1$, $\cos 30°=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$이므로

$\tan 45°>\cos 30°$

③ $\sin 30°=\dfrac{1}{2}$, $\tan 30°=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$이므로

$\sin 30°<\tan 30°$

④ $\cos 0°=1$, $\sin 60°=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$이므로

$\cos 0°>\sin 60°$

⑤ $\sin 90°=1$, $\cos 60°=\dfrac{1}{2}$이므로

$\dfrac{1}{2}\sin 90°=\cos 60°$ 답 ④

18 $\sin 30°-\cos 30°=\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}<0$,

$\cos 30°-\sin 30°=\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{1}{2}>0$이므로

(주어진 식)

$=-(\sin 30°-\cos 30°)-(\cos 30°-\sin 30°)$

$=-\sin 30°+\cos 30°-\cos 30°+\sin 30°=0$

답 ③

19 $\tan 13°+\cos 16°=0.2309+0.9613$

$=1.1922$ 답 1.1922

20

채점 기준		
	$\angle ADB=x$임을 알기	2점
	$\overline{BD}$의 길이 구하기	2점
	$\cos x$의 값 구하기	2점

$\sin 30°=\dfrac{1}{\overline{AD}}=\dfrac{1}{2}$

$\tan 30°=\dfrac{1}{\overline{DC}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

직선 $y=ax+b$에서

x절편 ➡ $-\dfrac{b}{a}$

y절편 ➡ b

$\cos x$의 값은 빗변의 길이가 1인 직각삼각형을, $\tan x$의 값은 밑변의 길이가 1인 직각삼각형을 이용한다.

$\sqrt{a^2}=\begin{cases} a & (a\geq 0) \\ -a & (a<0)\end{cases}$

$\triangle ABH$에서

$\cos 30°=\dfrac{\overline{BH}}{\overline{AB}}$

$\triangle AHC$에서

$\cos 45°=\dfrac{\overline{CH}}{\overline{AC}}$

$\triangle ABD\backsim\triangle HBA$ (AA 닮음)이므로

$\angle ADB=\angle HAB=x$ … 2점

$\triangle ABD$에서

$\overline{BD}=\sqrt{12^2+9^2}=15(\text{cm})$ … 2점

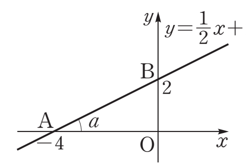
$\therefore \cos x=\dfrac{\overline{AD}}{\overline{BD}}=\dfrac{12}{15}=\dfrac{4}{5}$ … 2점

답 $\dfrac{4}{5}$

21

채점 기준		
	일차함수의 그래프의 x절편, y절편 구하기	2점
	$\sin a$의 값 구하기	4점

직선 $y=\dfrac{1}{2}x+2$의 x절편이 -4, y절편이 2이므로 … 2점



오른쪽 그림에서

$\overline{AB}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$

$\therefore \sin a=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{AB}}=\dfrac{2}{2\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$ … 4점

답 $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

22

채점 기준		
	$\overline{AB}$, $\overline{AC}$의 길이 구하기	4점
	$\triangle ABC$의 둘레의 길이 구하기	2점

$\overline{AB}=\overline{AC}$이고 $\angle B=\angle C=45°$이므로

$\cos B=\cos 45°=\dfrac{\overline{AB}}{4}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore \overline{AB}=\overline{AC}=2\sqrt{2}(\text{cm})$ … 4점

따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는

$4+2\sqrt{2}+2\sqrt{2}=4+4\sqrt{2}(\text{cm})$ … 2점

답 $4(1+\sqrt{2})\text{cm}$

23

채점 기준		
	$\overline{BH}$의 길이 구하기	2점
	$\overline{CH}$의 길이 구하기	2점
	$\overline{BC}$의 길이 구하기	2점

$\cos 30°=\dfrac{\overline{BH}}{8}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$에서

$\overline{BH}=4\sqrt{3}(\text{cm})$ … 2점

$\cos 45°=\dfrac{\overline{CH}}{4\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$에서

$\overline{CH}=4(\text{cm})$ … 2점

$\therefore \overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=4+4\sqrt{3}(\text{cm})$ … 2점

답 $4(1+\sqrt{3})\text{cm}$

24

채점 기준		
	$\cos A+1$, $\cos A-1$의 부호 정하기	3점
	식 간단히 하기	3점

$0°<A<90°$일 때, $0<\cos A<1$이므로

$\cos A+1>0$, $\cos A-1<0$ … 3점

Q Box

$\therefore$ (주어진 식) $=(\cos A+1)-\{-(\cos A-1)\}$
$=\cos A+1+\cos A-1$
$=2\cos A$ … 3점

답 $2\cos A$

25

채점 기준		
	$\overline{DE}$, $\overline{BD}$, $\overline{BC}$의 길이 구하기	3점
	색칠한 부분의 넓이 구하기	3점

$\overline{AD}=\overline{AC}=1$이므로

$\tan 60^\circ=\frac{\overline{DE}}{\overline{AD}}=\overline{DE}=\sqrt{3}$,

$\cos 60^\circ=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\overline{AB}=\frac{1}{2}$,

$\overline{BD}=\overline{AD}-\overline{AB}=\frac{1}{2}$

또 $\sin 60^\circ=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\overline{BC}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ … 3점

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\sqrt{3}\right)\times\frac{1}{2}$

$=\frac{3\sqrt{3}}{8}$ … 3점

답 $\frac{3\sqrt{3}}{8}$

서술형 따라잡기

p 78~79

예제 1

채점 기준	배점
$\overline{AC}$의 길이 구하기	40%
$\overline{BC}$의 길이 구하기	40%
$\tan A$의 값 구하기	20%

1단계 $\sin B=\frac{\overline{AC}}{8}=\frac{3}{4}$이므로

$\overline{AC}=6$(cm) 40%

2단계 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{BC}=\sqrt{8^2-6^2}=2\sqrt{7}$(cm) 40%

3단계 $\therefore \tan A=\frac{2\sqrt{7}}{6}=\frac{\sqrt{7}}{3}$ 20%

답 $\frac{\sqrt{7}}{3}$

유제 1

채점 기준	배점
$\overline{BC}$의 길이 구하기	40%
$\overline{AB}$의 길이 구하기	40%
$\cos B$의 값 구하기	20%

$\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\sin 45^\circ=\cos 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$

(사다리꼴의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times$\{(윗변의 길이)

+(아랫변의 길이)\}

×(높이)

$\sin 30^\circ=\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$

$\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\tan 60^\circ=\sqrt{3}$

$0^\circ<a<90^\circ$이므로

$0<\sin a<1$

1단계 $\cos C=\frac{4}{\overline{BC}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$이므로

$\overline{BC}=4\sqrt{3}$(cm) 40%

2단계 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AB}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2-4^2}=4\sqrt{2}$(cm) 40%

3단계 $\therefore \cos B=\frac{4\sqrt{2}}{4\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$ 20%

답 $\frac{\sqrt{6}}{3}$

예제 2

채점 기준	배점
A의 값 구하기	40%
B의 값 구하기	40%
$A+B$의 값 구하기	20%

1단계 $A=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{1}{2}$ 40%

2단계 $B=\frac{\sqrt{2}}{2}\div\frac{\sqrt{2}}{2}=1$ 40%

3단계 $\therefore A+B=\frac{1}{2}+1=\frac{3}{2}$ 20%

답 $\frac{3}{2}$

유제 2

채점 기준	배점
A의 값 구하기	40%
B의 값 구하기	40%
$2A+3B$의 값 구하기	20%

1단계 $A=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ 40%

2단계 $B=\frac{\sqrt{3}}{3}\div\frac{1}{2}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 40%

3단계 $\therefore 2A+3B=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}+3\times\frac{2\sqrt{3}}{3}$

$=3\sqrt{3}$ 20%

답 $3\sqrt{3}$

예제 3

채점 기준	배점
주어진 이차방정식의 해 구하기	40%
a의 크기 구하기	40%
$\cos a+\tan a$의 값 구하기	20%

1단계 $2x^2-3x+1=0$에서 $(2x-1)(x-1)=0$

$\therefore x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=1$ 40%

2단계 $0<\sin a<1$이므로 $\sin a=\frac{1}{2}$

$\therefore a=30^\circ$ 40%

3단계 $\therefore \cos 30^\circ + \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{3}$

$= \frac{5\sqrt{3}}{6}$ 20%

답 $\frac{5\sqrt{3}}{6}$

유제 3

채점 기준	배점
주어진 이차방정식의 해 구하기	40%
a의 크기 구하기	40%
$\sin a + \tan a$의 값 구하기	20%

1단계 $4x^2 - 8x + 3 = 0$에서 $(2x-1)(2x-3) = 0$

$\therefore x = \frac{1}{2}$ 또는 $x = \frac{3}{2}$ 40%

2단계 $0 < \cos a < 1$이므로 $\cos a = \frac{1}{2}$

$0^\circ < a < 90^\circ$이므로 $0 < \cos a < 1$

$\therefore a = 60^\circ$ 40%

3단계 $\therefore \sin 60^\circ + \tan 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3}$

$= \frac{3\sqrt{3}}{2}$ 20%

답 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

예제 4

채점 기준	배점
$\sin 50^\circ$의 값 구하기	40%
$\cos 50^\circ$의 값 구하기	40%
$\sin 50^\circ + \cos 50^\circ$의 값 구하기	20%

1단계 $\sin 50^\circ = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \overline{AB} = 0.77$ 40%

2단계 $\cos 50^\circ = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \overline{OB} = 0.64$ 40%

3단계 $\therefore \sin 50^\circ + \cos 50^\circ = 0.77 + 0.64$

$= 1.41$ 20%

답 1.41

tan의 값은 $\triangle$COD를, cos의 값은 $\triangle$AOB를 이용하여 구한다.

유제 4

채점 기준	배점
$\tan 42^\circ$의 값 구하기	40%
$\cos 42^\circ$의 값 구하기	40%
$\tan 42^\circ - \cos 42^\circ$의 값 구하기	20%

1단계 $\tan 42^\circ = \frac{\overline{CD}}{\overline{OD}} = \overline{CD} = 0.90$ 40%

2단계 $\cos 42^\circ = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \overline{OB} = 0.74$ 40%

3단계 $\therefore \tan 42^\circ - \cos 42^\circ = 0.90 - 0.74$

$= 0.16$ 20%

답 0.16

Q Box

2 삼각비의 활용

LECTURE 25 p 80

01 (1) $\overline{BC} = \overline{AC} \sin A = 10 \sin 35^\circ$

$= 10 \times 0.57 = 5.7$

(2) $\overline{AB} = \overline{AC} \cos A = 10 \cos 35^\circ$

$= 10 \times 0.82 = 8.2$

답 (1) 5.7 (2) 8.2

01-1 $x = 20 \cos 27^\circ = 20 \times 0.89 = 17.8$

$y = 20 \sin 27^\circ = 20 \times 0.45 = 9$

답 $x = 17.8$, $y = 9$

01-2 $\overline{AC} = 6 \tan 47^\circ = 6 \times 1.07 = 6.42$ 답 6.42

LECTURE 26 p 81

01 (1) $\overline{AH} = 8 \sin 60^\circ = 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$

(2) $\overline{BH} = 8 \cos 60^\circ = 8 \times \frac{1}{2} = 4$

(3) $\overline{CH} = \overline{BC} - \overline{BH} = 10 - 4 = 6$

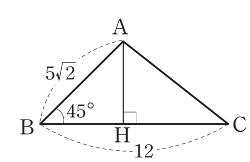
(4) $\triangle$AHC에서

$\overline{AC} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 6^2} = \sqrt{84} = 2\sqrt{21}$

답 (1) $4\sqrt{3}$ (2) 4 (3) 6 (4) $2\sqrt{21}$

특수한 각의 삼각비를 이용할 수 있도록 수선을 긋는다.

01-1 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle$ABH에서



$\overline{AH} = 5\sqrt{2} \sin 45^\circ$

$= 5\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 5$

$\overline{BH} = 5\sqrt{2} \cos 45^\circ = 5\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 5$

$\overline{CH} = \overline{BC} - \overline{BH} = 12 - 5 = 7$이므로

$\triangle$AHC에서 $\overline{AC} = \sqrt{5^2 + 7^2} = \sqrt{74}$ 답 $\sqrt{74}$

02 (1) $\triangle$BCH에서 $\overline{CH} = 6 \sin 30^\circ = 6 \times \frac{1}{2} = 3$

(2) $\angle A = 180^\circ - (30^\circ + 105^\circ) = 45^\circ$

(3) $\triangle$AHC에서 $\overline{AC} = \frac{3}{\sin 45^\circ} = 3 \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

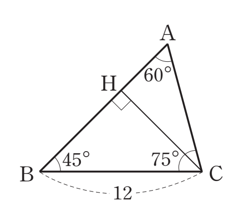
답 (1) 3 (2) 45° (3) $3\sqrt{2}$

02-1 $\triangle$ABC에서

$\angle A$

$= 180^\circ - (45^\circ + 75^\circ)$

$= 60^\circ$



점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle$BCH에서

$\overline{CH} = 12 \sin 45^\circ = 12 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2}$

Q Box

△ACH에서 $\overline{AC}=\frac{6\sqrt{2}}{\sin 60^\circ}=6\sqrt{2}\times\frac{2}{\sqrt{3}}=4\sqrt{6}$

답 $4\sqrt{6}$

LECTURE 27

P 82

01 (1) △ABH에서 $\overline{BH}=h\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}h$

(2) △AHC에서 $\overline{CH}=h\tan 45^\circ=h$

(3) $\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로

$50=\frac{\sqrt{3}}{3}h+h,\ \frac{3+\sqrt{3}}{3}h=50$

$\therefore h=\frac{150}{3+\sqrt{3}}=25(3-\sqrt{3})$

답 (1) $\frac{\sqrt{3}}{3}h$ (2) h (3) $25(3-\sqrt{3})$

01-1 △ABH에서 $\overline{BH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h$

△AHC에서 $\overline{CH}=h\tan 45^\circ=h$

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로

$10=\sqrt{3}h+h,\ (\sqrt{3}+1)h=10$

$\therefore h=\frac{10}{\sqrt{3}+1}=5(\sqrt{3}-1)$ 답 $5(\sqrt{3}-1)$

02 (1) △ABH에서 $\overline{BH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h$

(2) △ACH에서 $\overline{CH}=h\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}h$

(3) $\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로

$2=\sqrt{3}h-\frac{\sqrt{3}}{3}h\quad \therefore h=2\times\frac{3}{2\sqrt{3}}=\sqrt{3}$

답 (1) $\sqrt{3}h$ (2) $\frac{\sqrt{3}}{3}h$ (3) $\sqrt{3}$

02-1 △AHB에서 $\overline{BH}=h\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}h$

△AHC에서 $\overline{CH}=h\tan 45^\circ=h$

$\overline{BC}=\overline{CH}-\overline{BH}$이므로

$6=h-\frac{\sqrt{3}}{3}h,\ \frac{3-\sqrt{3}}{3}h=6$

$\therefore h=\frac{18}{3-\sqrt{3}}=3(3+\sqrt{3})$ 답 $3(3+\sqrt{3})$

핵심유형 익히기

P 83~85

01 $\angle C=90^\circ-\angle A=90^\circ-40^\circ=50^\circ$

$x=9\sin 50^\circ=9\times 0.77=6.93$

$y=9\cos 50^\circ=9\times 0.64=5.76$

$\therefore x+y=6.93+5.76=12.69$ 답 ③

$h=\frac{150}{3+\sqrt{3}}$

$=\frac{150(3-\sqrt{3})}{(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})}$

$=\frac{150(3-\sqrt{3})}{6}$

$=25(3-\sqrt{3})$

$\sqrt{3}h-\frac{\sqrt{3}}{3}h=2$에서

$h\left(\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)=2$

$\frac{2\sqrt{3}}{3}h=2$

$\therefore h=2\times\frac{3}{2\sqrt{3}}=\sqrt{3}$

$h=\frac{18}{3-\sqrt{3}}$

$=\frac{18(3+\sqrt{3})}{(3-\sqrt{3})(3+\sqrt{3})}$

$=\frac{18(3+\sqrt{3})}{6}$

$=3(3+\sqrt{3})$

50°에 대한 삼각비의 값이 주어져 있으므로 크기가 50°인 각을 찾는다.

기준각에 대하여 밑변의 길이가 주어지고 높이를 구해야 하므로 tan를 이용한다.

일반 삼각형의 변의 길이는 특수한 각을 이용할 수 있도록 수선을 그어 2개의 직각삼각형으로 나누어 생각한다.

01-1 $\overline{BC}=\frac{\overline{AC}}{\sin B}=\frac{12}{\sin 63^\circ}$

또 $\angle C=90^\circ-\angle B=90^\circ-63^\circ=27^\circ$이므로

$\overline{BC}=\frac{\overline{AC}}{\cos C}=\frac{12}{\cos 27^\circ}$ 답 ③, ④

02 $\overline{AC}=400\tan 40^\circ=400\times 0.84=336(\text{m})$

$\therefore \overline{AD}=\overline{CD}+\overline{AC}=80+336=416(\text{m})$

답 416 m

02-1 $\overline{AB}=\frac{70}{\cos 60^\circ}=70\times 2=140(\text{m})$ 답 140 m

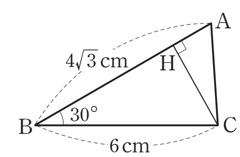
02-2 $\overline{AB}=15\sqrt{3}\tan 30^\circ=15\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=15(\text{m})$

$\overline{AC}=\frac{15\sqrt{3}}{\cos 30^\circ}=15\sqrt{3}\times\frac{2}{\sqrt{3}}=30(\text{m})$

∴ (나무의 높이)$=\overline{AB}+\overline{AC}=15+30$

$=45(\text{m})$ 답 45 m

03 점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{CH}=6\sin 30^\circ$

$=6\times\frac{1}{2}=3(\text{cm})$

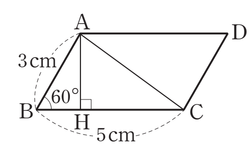
$\overline{BH}=6\cos 30^\circ=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{AH}=\overline{AB}-\overline{BH}=4\sqrt{3}-3\sqrt{3}=\sqrt{3}(\text{cm})$이므로

△AHC에서 $\overline{AC}=\sqrt{3^2+(\sqrt{3})^2}=2\sqrt{3}(\text{cm})$

답 $2\sqrt{3}$ cm

03-1 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=3\sin 60^\circ$

$=3\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}(\text{cm})$

$\overline{BH}=3\cos 60^\circ=3\times\frac{1}{2}=\frac{3}{2}(\text{cm})$

$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=5-\frac{3}{2}=\frac{7}{2}(\text{cm})$이므로

△AHC에서

$\overline{AC}=\sqrt{\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\frac{7}{2}\right)^2}=\sqrt{19}(\text{cm})$ 답 ③

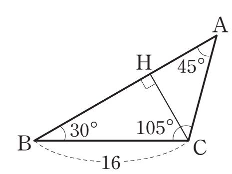
04 △ABC에서

$\angle A$

$=180^\circ-(30^\circ+105^\circ)$

$=45^\circ$

점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle$BCH에서

$\overline{BH}=16\cos 30^\circ=16\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=8\sqrt{3}$

$\overline{CH}=16\sin 30^\circ=16\times\dfrac{1}{2}=8$

$\overline{AH}=\overline{CH}=8$

$\therefore\ \overline{AB}=\overline{AH}+\overline{BH}=8+8\sqrt{3}=8(1+\sqrt{3})$

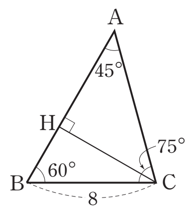
답 $8(1+\sqrt{3})$

04-1 $\triangle$ABC에서

$\angle A=180^\circ-(60^\circ+75^\circ)$

$=45^\circ$

점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle$BCH에서

$\overline{CH}=8\sin 60^\circ=8\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$

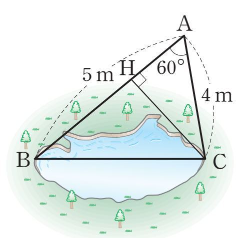
$\triangle$AHC에서

$\overline{AC}=\dfrac{4\sqrt{3}}{\sin 45^\circ}=4\sqrt{3}\times\sqrt{2}=4\sqrt{6}$

답 ③

$\sin 45^\circ=\dfrac{\overline{CH}}{\overline{AC}}$

05 점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle$AHC에서



$\overline{CH}=4\sin 60^\circ$

$=4\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=2\sqrt{3}$ (m)

$\overline{AH}=4\cos 60^\circ$

$=4\times\dfrac{1}{2}=2$(m)

$\overline{BH}=\overline{AB}-\overline{AH}=5-2=3$(m)

$\therefore\ \overline{BC}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+3^2}=\sqrt{21}$ (m)

답 ③

$\overline{AC}$, $\overline{BC}$가 각각 빗변이 되도록 수선을 그어 2개의 직각삼각형을 만든다.

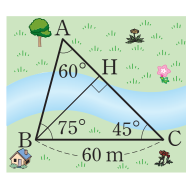
직각삼각형 BCH에서 피타고라스 정리에 의하여 $\overline{BC}^2=\overline{CH}^2+\overline{BH}^2$

05-1 $\triangle$ABC에서

$\angle A=180^\circ-(75^\circ+45^\circ)$

$=60^\circ$

점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle$BCH에서

$\overline{BH}=60\sin 45^\circ=60\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=30\sqrt{2}$(m)

$\triangle$ABH에서

$\overline{AB}=\dfrac{30\sqrt{2}}{\sin 60^\circ}=30\sqrt{2}\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=20\sqrt{6}$(m)

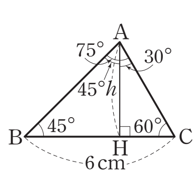
답 $20\sqrt{6}$ m

$\sin 60^\circ=\dfrac{\overline{BH}}{\overline{AB}}$

06 $\angle B=180^\circ-(75^\circ+60^\circ)$

$=45^\circ$

$\overline{AH}=h$라 하면



$\triangle$ABH에서

$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h$

$\triangle$AHC에서 $\overline{CH}=h\tan 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h$

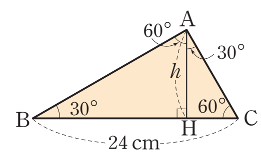
$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로

$6=h+\dfrac{\sqrt{3}}{3}h,\ \dfrac{3+\sqrt{3}}{3}h=6$

$\therefore\ h=\dfrac{18}{3+\sqrt{3}}=3(3-\sqrt{3})$(cm)

답 $3(3-\sqrt{3})$cm

06-1 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{AH}=h$라 하면



$\triangle$ABH에서

$\overline{BH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h$

$\triangle$AHC에서 $\overline{CH}=h\tan 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h$

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로

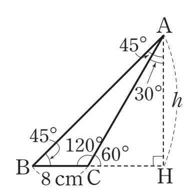
$24=\sqrt{3}h+\dfrac{\sqrt{3}}{3}h,\ \dfrac{4\sqrt{3}}{3}h=24$

$\therefore\ h=24\times\dfrac{3}{4\sqrt{3}}=6\sqrt{3}$(cm)

$\therefore\ \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times24\times6\sqrt{3}=72\sqrt{3}$(cm^2)

답 ③

07 $\overline{AH}=h$라 하면



$\triangle$ABH에서

$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h$

$\triangle$ACH에서

$\overline{CH}=h\tan 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h$

$\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로

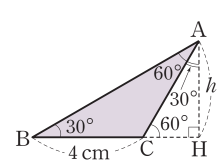
$8=h-\dfrac{\sqrt{3}}{3}h$이므로 $\dfrac{3-\sqrt{3}}{3}h=8$

$\therefore\ h=\dfrac{24}{3-\sqrt{3}}=4(3+\sqrt{3})$(cm)

답 ⑤

$$h=\dfrac{24}{3-\sqrt{3}}=\dfrac{24(3+\sqrt{3})}{(3-\sqrt{3})(3+\sqrt{3})}=\dfrac{24(3+\sqrt{3})}{6}=4(3+\sqrt{3})$$

07-1 $\overline{AH}=h$라 하면



$\triangle$ABH에서

$\overline{BH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h$

$\triangle$ACH에서

$\overline{CH}=h\tan 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h$

$\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로

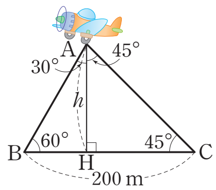
$4=\sqrt{3}h-\dfrac{\sqrt{3}}{3}h,\ \dfrac{2\sqrt{3}}{3}h=4$

$\therefore\ h=4\times\dfrac{3}{2\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$(cm)

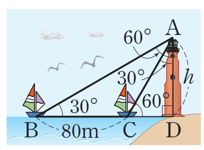
$\therefore\ \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times4\times2\sqrt{3}=4\sqrt{3}$(cm^2)

답 $4\sqrt{3}$cm^2

08 $\overline{AH}=h$라 하면
△ABH에서
$\overline{BH}=h\tan 30°=\frac{\sqrt{3}}{3}h$
△AHC에서
$\overline{CH}=h\tan 45°=h$
$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로
$200=\frac{\sqrt{3}}{3}h+h,\ \frac{\sqrt{3}+3}{3}h=200$
$\therefore h=\frac{600}{\sqrt{3}+3}=100(3-\sqrt{3})(\text{m})$ 답 ②



08-1 $\overline{AD}=h$라 하면
△ABD에서
$\overline{BD}=h\tan 60°=\sqrt{3}h$
△ACD에서
$\overline{CD}=h\tan 30°=\frac{\sqrt{3}}{3}h$
$\overline{BC}=\overline{BD}-\overline{CD}$이므로
$80=\sqrt{3}h-\frac{\sqrt{3}}{3}h,\ \frac{2\sqrt{3}h}{3}=80$
$\therefore h=80\times\frac{3}{2\sqrt{3}}=40\sqrt{3}(\text{m})$ 답 ③



LECTURE 28

p 86

01 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\times6\times\sin 60°$
$=\frac{1}{2}\times4\times6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}(\text{cm}^2)$
답 $6\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

01-1 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\times8\times\sin 30°$
$=\frac{1}{2}\times6\times8\times\frac{1}{2}=12$ 답 12

02 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times5\times8\times\sin(180°-135°)$
$=\frac{1}{2}\times5\times8\times\sin 45°$
$=\frac{1}{2}\times5\times8\times\frac{\sqrt{2}}{2}=10\sqrt{2}$
답 $10\sqrt{2}$

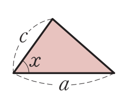
02-1 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times10\times8\times\sin(180°-120°)$
$=\frac{1}{2}\times10\times8\times\sin 60°$
$=\frac{1}{2}\times10\times8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=20\sqrt{3}$
답 $20\sqrt{3}$

Q Box

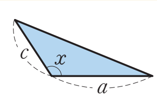
이웃하는 두 변의 길이가 a, b이고 그 끼인 각 x가 둔각인 평행사변형의 넓이
➡ $ab\sin(180°-x)$

$h=\frac{600}{\sqrt{3}+3}$
$=\frac{600(3-\sqrt{3})}{(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})}$
$=\frac{600(3-\sqrt{3})}{6}$
$=100(3-\sqrt{3})$

두 대각선의 길이가 a, b이고 두 대각선이 이루는 각 x가 둔각인 사각형의 넓이
➡ $\frac{1}{2}ab\sin(180°-x)$



➡ (넓이)$=\frac{1}{2}ac\sin x$



➡ (넓이)
$=\frac{1}{2}ac\sin(180°-x)$

LECTURE 29

p 87

01 $\square ABCD=6\times8\times\sin 60°$
$=6\times8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=24\sqrt{3}$ 답 $24\sqrt{3}$

01-1 $\square ABCD=6\times10\times\sin(180°-135°)$
$=6\times10\times\sin 45°$
$=6\times10\times\frac{\sqrt{2}}{2}=30\sqrt{2}$ 답 $30\sqrt{2}$

02 $\square ABCD=\frac{1}{2}\times4\times6\times\sin 45°$
$=\frac{1}{2}\times4\times6\times\frac{\sqrt{2}}{2}=6\sqrt{2}$ 답 $6\sqrt{2}$

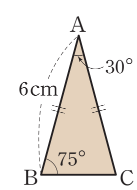
02-1 $\square ABCD=\frac{1}{2}\times16\times12\times\sin(180°-120°)$
$=\frac{1}{2}\times16\times12\times\sin 60°$
$=\frac{1}{2}\times16\times12\times\frac{\sqrt{3}}{2}=48\sqrt{3}$
답 $48\sqrt{3}$

핵심유형 익히기

p 88~89

01 $\frac{1}{2}\times4\times x\times\sin 45°=7\sqrt{2}$이므로
$\sqrt{2}x=7\sqrt{2}\quad\therefore x=7$ 답 ④

01-1 $\angle C=\angle B=75°$이므로
$\angle A=180°-2\times75°=30°$
△ABC
$=\frac{1}{2}\times6\times6\times\sin A$
$=\frac{1}{2}\times6\times6\times\sin 30°$
$=\frac{1}{2}\times6\times6\times\frac{1}{2}$
$=9(\text{cm}^2)$ 답 ②

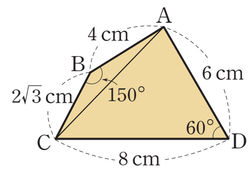


02 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times9\times12\times\sin(180°-150°)$
$=\frac{1}{2}\times9\times12\times\frac{1}{2}=27(\text{cm}^2)$
답 $27\,\text{cm}^2$

02-1 $\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times5\times\sin(180°-120°)=10\sqrt{3}$이므로
$\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times5\times\frac{\sqrt{3}}{2}=10\sqrt{3}$
$\therefore \overline{AB}=8(\text{cm})$ 답 ③

Q Box

03 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



$\square ABCD$
$=\triangle ABC+\triangle ACD$
$=\frac{1}{2}\times4\times2\sqrt{3}\times\sin(180°-150°)+\frac{1}{2}\times6\times8\times\sin60°$
$=\frac{1}{2}\times4\times2\sqrt{3}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times6\times8\times\frac{\sqrt{3}}{2}$
$=2\sqrt{3}+12\sqrt{3}=14\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$ 답 ③

두 변의 길이와 끼인 각의 크기를 이용할 수 있도록 보조선을 그어 2개의 삼각형으로 나눈다.

03-1 $\triangle ABC$에서
$\overline{AC}=6\tan60°=6\times\sqrt{3}=6\sqrt{3}$
$\therefore \square ABCD$
$=\triangle ABC+\triangle ACD$
$=\frac{1}{2}\times6\times6\sqrt{3}+\frac{1}{2}\times6\sqrt{3}\times10\times\sin30°$
$=\frac{1}{2}\times6\times6\sqrt{3}+\frac{1}{2}\times6\sqrt{3}\times10\times\frac{1}{2}$
$=18\sqrt{3}+15\sqrt{3}=33\sqrt{3}$ 답 $33\sqrt{3}$

04 $\overline{AD}=\overline{AB}=6\,\mathrm{cm}$이므로
$\square ABCD=6\times6\times\sin(180°-135°)$
$=6\times6\times\frac{\sqrt{2}}{2}=18\sqrt{2}(\mathrm{cm}^2)$ 답 ④

04-1 $\square ABCD=8\times6\sqrt{3}\times\sin(180°-120°)$
$=8\times6\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=72(\mathrm{cm}^2)$
$\therefore \triangle PBC=\frac{1}{4}\square ABCD=\frac{1}{4}\times72=18(\mathrm{cm}^2)$
답 $18\,\mathrm{cm}^2$

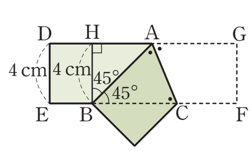
평행사변형의 두 대각선으로 나누어지는 4개의 삼각형의 넓이는 같다.

05 $\square ABCD=\frac{1}{2}\times10\times6\times\sin90°$
$=\frac{1}{2}\times10\times6\times1=30(\mathrm{cm}^2)$ 답 ②

05-1 $\frac{1}{2}\times8\times\overline{BD}\times\sin(180°-135°)=24\sqrt{2}$이므로
$\frac{1}{2}\times8\times\overline{BD}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=24\sqrt{2}$
$\therefore \overline{BD}=12$ 답 12

두 직선이 이루는 각의 크기가 135°이므로 예각의 크기는
$180°-135°=45°$

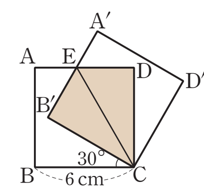
06 오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{DG}$에 내린 수선의 발을 H라 하면
$\overline{BH}=\overline{DE}=4\,\mathrm{cm}$



$\triangle ABH$에서
$\overline{AB}=\frac{4}{\cos45°}=4\times\sqrt{2}=4\sqrt{2}(\mathrm{cm})$
이때 $\angle BAC=\angle GAC$(접은 각),
$\angle GAC=\angle BCA$(엇각)이므로
$\angle BAC=\angle BCA$
즉 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로
$\overline{BC}=\overline{AB}=4\sqrt{2}(\mathrm{cm})$
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times4\sqrt{2}\times\sin45°$
$=\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times4\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=8\sqrt{2}(\mathrm{cm}^2)$
답 $8\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

$\overline{DG}/\!/\overline{EF}$이므로
$\angle GAC=\angle BCA$

06-1 오른쪽 그림과 같이 $\overline{EC}$를 그으면



$\angle EB'C=\angle EDC=90°$
$\overline{EC}$는 공통
$\overline{B'C}=\overline{DC}$이므로
$\triangle EB'C\equiv\triangle EDC$ (RHS 합동)
$\therefore \angle ECB'=\angle ECD=\frac{1}{2}\angle B'CD=30°$
$\triangle ECD$에서
$\overline{ED}=6\tan30°=6\times\frac{\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}(\mathrm{cm})$
$\therefore \square EB'CD=2\triangle ECD$
$=2\times\left(\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times6\right)$
$=12\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$ 답 $12\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

$\angle B'CD=90°-30°=60°$

중단원 마무리

p 90~93

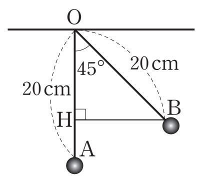
01 ③ 02 ④ 03 252 m 04 ③
05 $4(5+\sqrt{7})$ 06 ⑤ 07 $2\sqrt{37}$
08 $70\sqrt{6}$ m 09 ⑤ 10 $20(\sqrt{3}-1)$m
11 ② 12 ④ 13 ③ 14 4 15 ④
16 60° 17 $8\sqrt{5}$ cm 18 ④ 19 ③
20 $9\sqrt{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$ 21 $15(\sqrt{3}-1)$m
22 $20\sqrt{7}$m 23 120° 24 $32\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$
25 $3\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

01 $\overline{AC}=\frac{\overline{BC}}{\tan A}=\frac{4}{\tan50°}$ 답 ③

02 $\triangle ADB$에서
$\overline{AD}=1\times\cos60°=\frac{1}{2}$
$\therefore \overline{CD}=\overline{AC}-\overline{AD}=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$ 답 ④

03 $300\tan 40^\circ=300\times0.84=252(\text{m})$ 답 252 m

04 B에서 $\overline{OA}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 △OHB에서



$\overline{OH}=20\cos 45^\circ$

$=20\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

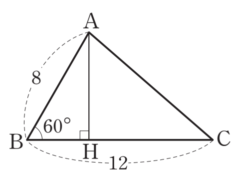
$=10\sqrt{2}(\text{cm})$

$\therefore \overline{AH}=\overline{OA}-\overline{OH}$

$=20-10\sqrt{2}$

$=10(2-\sqrt{2})(\text{cm})$ 답 ③

05 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 △ABH에서



$\overline{AH}=8\sin 60^\circ$

$=8\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=4\sqrt{3}$

$\overline{BH}=8\cos 60^\circ=8\times\dfrac{1}{2}=4$

$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=12-4=8$

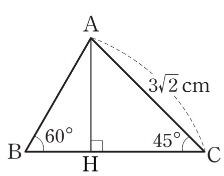
△AHC에서 $\overline{AC}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2+8^2}=4\sqrt{7}$

따라서 △ABC의 둘레의 길이는

$8+12+4\sqrt{7}=4(5+\sqrt{7})$ 답 $4(5+\sqrt{7})$

$\overline{AB}$, $\overline{AC}$가 각각 빗변이 되도록 수선을 그어 2개의 직각삼각형으로 나눈다.

06 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 △AHC에서



$\overline{AH}=3\sqrt{2}\sin 45^\circ$

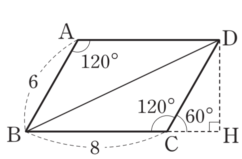
$=3\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$=3(\text{cm})$

△ABH에서

$\overline{AB}=\dfrac{3}{\sin 60^\circ}=3\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}(\text{cm})$ 답 ⑤

07 점 D에서 $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면 △DCH에서



$\overline{DH}=6\sin 60^\circ$

평행사변형에서 두 대변의 길이가 각각 같으므로 $\overline{DC}=\overline{AB}=6$

$=6\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$

$\overline{CH}=6\cos 60^\circ=6\times\dfrac{1}{2}=3$

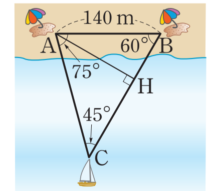
$\overline{BH}=\overline{BC}+\overline{CH}=8+3=11$이므로

△DBH에서

직각삼각형 DBH에서 $\overline{BD}^2=\overline{BH}^2+\overline{DH}^2$

$\overline{BD}=\sqrt{11^2+(3\sqrt{3})^2}=2\sqrt{37}$ 답 $2\sqrt{37}$

08 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



△AHB에서

$\overline{AH}=140\sin 60^\circ$

$=140\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=70\sqrt{3}(\text{m})$

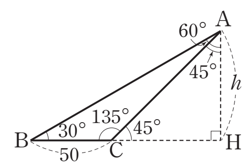
△ACH에서

$\overline{AC}=\dfrac{70\sqrt{3}}{\sin 45^\circ}=70\sqrt{3}\times\sqrt{2}=70\sqrt{6}(\text{m})$

$\angle C$
$=180^\circ-(75^\circ+60^\circ)$
$=45^\circ$

답 $70\sqrt{6}$ m

09 △ABH에서



$\overline{BH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h$

△ACH에서

$\overline{CH}=h\tan 45^\circ=h$

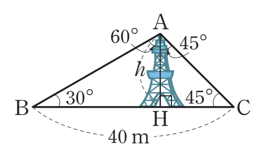
$\angle ACH=180^\circ-135^\circ=45^\circ$이므로 $\angle CAH=45^\circ$

$\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로

$50=\sqrt{3}h-h$, $(\sqrt{3}-1)h=50$

$\therefore h=\dfrac{50}{\sqrt{3}-1}=25(\sqrt{3}+1)$ 답 ⑤

10 $\overline{AH}=h$라 하면



△ABH에서

$\overline{BH}=h\tan 60^\circ$

$=\sqrt{3}h$

△AHC에서

$\overline{CH}=h\tan 45^\circ=h$

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로

$40=\sqrt{3}h+h$, $(\sqrt{3}+1)h=40$

$\therefore h=\dfrac{40}{\sqrt{3}+1}=20(\sqrt{3}-1)(\text{m})$

답 $20(\sqrt{3}-1)$m

11 $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times8\times12\times\sin 60^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times8\times12\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=24\sqrt{3}$ 답 ②

12 $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times9\times12\times\sin 45^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times9\times12\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=27\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle ABG=\dfrac{1}{3}\triangle ABC=\dfrac{1}{3}\times27\sqrt{2}=9\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

점 G가 △ABC의 무게중심일 때
$\triangle ABG=\triangle BCG$
$=\triangle CAG$
$=\dfrac{1}{3}\triangle ABC$

답 ④

13 △ABC에서

$\overline{AC}=12\sin 60^\circ=12\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore \triangle AEC=\dfrac{1}{2}\times6\sqrt{3}\times12\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$\angle ACE=30^\circ+90^\circ=120^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times6\sqrt{3}\times12\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=54(\text{cm}^2)$

답 ③

Q Box

14 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times12\times6\times\sin(180°-120°)$

$=\frac{1}{2}\times12\times6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=18\sqrt{3}$

$\triangle ABC=\triangle ABD+\triangle ADC$이므로

$\overline{AD}=x$라 하면

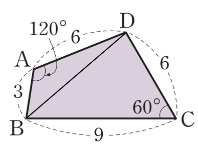
$18\sqrt{3}=\frac{1}{2}\times12\times x\times\sin60°+\frac{1}{2}\times x\times6\times\sin60°$

$18\sqrt{3}=3\sqrt{3}x+\frac{3\sqrt{3}}{2}x$

$\frac{9\sqrt{3}}{2}x=18\sqrt{3}$ $\quad\therefore x=4$ 답 4

두 변의 길이와 끼인 각의 크기를 이용할 수 있도록 보조선을 긋는다.

15 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



$\square ABCD$

$=\triangle ABD+\triangle BCD$

$=\frac{1}{2}\times3\times6\times\sin(180°-120°)$

$+\frac{1}{2}\times9\times6\times\sin60°$

$=\frac{1}{2}\times3\times6\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\times9\times6\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=\frac{9\sqrt{3}}{2}+\frac{27\sqrt{3}}{2}=18\sqrt{3}$ 답 ④

16 $12\times9\times\sin B=54\sqrt{3}$에서

$\sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad\therefore \angle B=60°$ 답 60°

17 마름모 ABCD의 한 변의 길이를 x cm라 하면

$x\times x\times\sin45°=10\sqrt{2}$

$\frac{\sqrt{2}}{2}x^2=10\sqrt{2},\ x^2=20$

$\therefore x=2\sqrt{5}\ (\because x>0)$

따라서 마름모 ABCD의 둘레의 길이는

$2\sqrt{5}\times4=8\sqrt{5}$ (cm) 답 $8\sqrt{5}$ cm

18 $\square ABCD=\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times11\times\sin45°$

$=\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times11\times\frac{\sqrt{2}}{2}=22(\text{cm}^2)$

답 ④

19 $\overline{AC}=\overline{BD}=x$ cm라 하면

등변사다리꼴의 성질
➡ 두 대각선의 길이가 서로 같다.

$\frac{1}{2}\times x\times x\times\sin(180°-120°)=20\sqrt{3}$

$\frac{\sqrt{3}}{4}x^2=20\sqrt{3},\ x^2=80$

$\therefore x=4\sqrt{5}$ (cm) $(\because x>0)$ 답 ③

20

채점 기준		
	원뿔의 높이 구하기	3점
	원뿔의 부피 구하기	3점

원뿔의 높이를 h라 하면

$h=3\tan60°=3\times\sqrt{3}=3\sqrt{3}$ (cm) … 3점

따라서 원뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times3\sqrt{3}=9\sqrt{3}\pi(\text{cm}^3)$ … 3점

답 $9\sqrt{3}\pi\ \text{cm}^3$

21

채점 기준		
	$\overline{BC}$의 길이 구하기	2점
	$\overline{AC}$의 길이 구하기	2점
	$\overline{AD}$의 길이 구하기	2점

$\overline{BC}=\frac{15}{\tan30°}=15\times\sqrt{3}=15\sqrt{3}$ (m) … 2점

$\triangle ABC$에서 $\angle ABC=15°+30°=45°$이므로

$\overline{AC}=15\sqrt{3}\tan45°=15\sqrt{3}\times1=15\sqrt{3}$ (m) … 2점

따라서 국기 게양대의 높이 $\overline{AD}$의 길이는

$15\sqrt{3}-15=15(\sqrt{3}-1)$ (m) … 2점

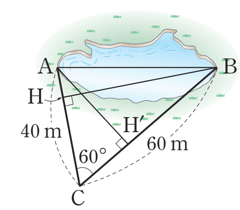
답 $15(\sqrt{3}-1)$ m

22

$\overline{AB}$, $\overline{BC}$가 각각 빗변이 되도록 수선을 그어 2개의 직각삼각형으로 나눈다.

채점 기준		
	$\overline{BH}$, $\overline{CH}$ (또는 $\overline{AH'}$, $\overline{CH'}$)의 길이 구하기	4점
	A, B 사이의 거리 구하기	2점

점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle BHC$에서

$\overline{BH}=60\sin60°$

$=30\sqrt{3}$ (m)

$\overline{CH}=60\cos60°$

$=30$ (m) … 4점

$\overline{AH}=\overline{AC}-\overline{CH}$

$\overline{AH}=40-30=10$ (m)이므로

직각삼각형 AHB에서 $\overline{AB}=\sqrt{\overline{BH}^2+\overline{AH}^2}$

$\overline{AB}=\sqrt{(30\sqrt{3})^2+10^2}=20\sqrt{7}$ (m) … 2점

답 $20\sqrt{7}$ m

23

채점 기준		
	$\sin(180°-C)$의 값 구하기	4점
	$\angle C$의 크기 구하기	2점

$\frac{1}{2}\times6\times10\times\sin(180°-C)=15\sqrt{3}$이므로

$\sin(180°-C)=\frac{\sqrt{3}}{2}$ … 4점

$\sin60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로

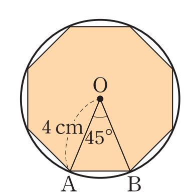
$180°-C=60°$ $\quad\therefore \angle C=120°$ … 2점

답 120°

24

채점 기준		
	$\angle AOB$의 크기 구하기	2점
	정팔각형의 넓이 구하기	4점

$\angle AOB=360°\div8=45°$ … 2점



따라서 정팔각형의 넓이는

정팔각형은 8개의 합동인 이등변삼각형으로 이루어져 있다.

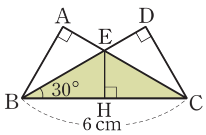
$8\times\left(\frac{1}{2}\times4\times4\times\sin45°\right)$

$=32\sqrt{2}(\text{cm}^2)$ … 4점

답 $32\sqrt{2}\text{cm}^2$

25

채점 기준		
	△EBC가 이등변삼각형임을 알기	2점
	△EBC의 높이 구하기	2점
	△EBC의 넓이 구하기	2점



$\angle EBC = \angle ECB = 30°$ 이므로 △EBC는 이등변삼각형이다. ··· 2점

점 E에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{BH} = \overline{CH} = \frac{1}{2}\overline{BC} = 3(\text{cm})$

△EBH에서

$\overline{EH} = 3\tan 30° = 3 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}(\text{cm})$ ··· 2점

$\therefore$ △EBC $= \frac{1}{2} \times 6 \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ ··· 2점

답 $3\sqrt{3}$ cm²

서술형 따라잡기

P 94~95

예제 1

채점 기준	배점
x의 값 구하기	40%
y의 값 구하기	40%
xy의 값 구하기	20%

1단계 △ABH에서

$x = 6\sin 60° = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}(\text{cm})$ 40%

2단계 $\angle C = 180° - (90° + 60°) = 30°$이므로

$y = \frac{3\sqrt{3}}{\tan 30°} = 3\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 9(\text{cm})$ 40%

3단계 $\therefore xy = 3\sqrt{3} \times 9 = 27\sqrt{3}$ 20%

답 $27\sqrt{3}$

유제 1

채점 기준	배점
x의 값 구하기	40%
y의 값 구하기	40%
$x+y$의 값 구하기	20%

1단계 △ABH에서

$x = 8\sqrt{2}\sin 45° = 8\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 8(\text{cm})$ 40%

2단계 $\overline{BH} = \overline{AH} = 8$ cm이므로

$\overline{CH} = \overline{BC} - \overline{BH} = 14 - 8 = 6(\text{cm})$

△AHC에서 $y = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10(\text{cm})$ 40%

3단계 $\therefore x + y = 8 + 10 = 18$ 20%

답 18

Q Box

특수한 각의 삼각비를 이용할 수 있도록 수선을 긋는다.

$\overline{BC} = \overline{BH} + \overline{CH}$

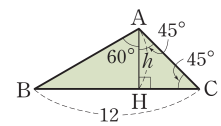
이등변삼각형의 꼭지각의 꼭짓점에서 밑변에 내린 수선은 밑변을 이등분한다.

$\overline{BC} = \overline{BH} - \overline{CH}$

(부채꼴 AOB의 넓이) − △AOB

예제 2

채점 기준	배점
△ABC의 높이 구하기	80%
△ABC의 넓이 구하기	20%



1단계 $\overline{AH} = h$라 하면

$\overline{BH} = h\tan 60° = \sqrt{3}h$,

$\overline{CH} = h\tan 45° = h$

이므로

$12 = \sqrt{3}h + h$, $(\sqrt{3}+1)h = 12$

$\therefore h = 6(\sqrt{3}-1)$ 80%

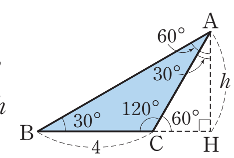
2단계 $\therefore$ △ABC $= \frac{1}{2} \times 12 \times 6(\sqrt{3}-1)$

$= 36(\sqrt{3}-1)$ 20%

답 $36(\sqrt{3}-1)$

유제 2

채점 기준	배점
△ABC의 높이 구하기	80%
△ABC의 넓이 구하기	20%



1단계 $\overline{AH} = h$라 하면

$\overline{BH} = h\tan 60° = \sqrt{3}h$,

$\overline{CH} = h\tan 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}h$

이므로

$4 = \sqrt{3}h - \frac{\sqrt{3}}{3}h$, $\frac{2\sqrt{3}}{3}h = 4$

$\therefore h = 2\sqrt{3}$ 80%

2단계 $\therefore$ △ABC $= \frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$ 20%

답 $4\sqrt{3}$

예제 3

채점 기준	배점
부채꼴 AOB의 넓이 구하기	40%
△AOB의 넓이 구하기	40%
색칠한 부분의 넓이 구하기	20%

1단계 부채꼴 AOB의 넓이는

$\pi \times 8^2 \times \frac{135}{360} = 24\pi(\text{cm}^2)$ 40%

2단계 △AOB의 넓이는

$\frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \sin(180° - 135°)$

$= \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 16\sqrt{2}(\text{cm}^2)$ 40%

3단계 따라서 색칠한 부분의 넓이는

$24\pi - 16\sqrt{2} = 8(3\pi - 2\sqrt{2})(\text{cm}^2)$ 20%

답 $8(3\pi - 2\sqrt{2})$cm²

유제 3

채점 기준	배점
부채꼴 BOC의 넓이 구하기	40%
△BOC의 넓이 구하기	40%
색칠한 부분의 넓이 구하기	20%

1단계 $\angle OCB=\angle OBC=30^\circ$이므로
$\angle BOC=180^\circ-(30^\circ+30^\circ)=120^\circ$
부채꼴 BOC의 넓이는
$\pi\times(4\sqrt{3})^2\times\frac{120}{360}=16\pi(\text{cm}^2)$ 40%

2단계 △BOC의 넓이는
$\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times4\sqrt{3}\times\sin(180^\circ-120^\circ)$
$=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times4\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=12\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ 40%

3단계 따라서 색칠한 부분의 넓이는
$16\pi-12\sqrt{3}=4(4\pi-3\sqrt{3})(\text{cm}^2)$ 20%

답 $4(4\pi-3\sqrt{3})\text{ cm}^2$

예제 4

채점 기준	배점
□ABCD의 넓이 구하기	50%
△ABO의 넓이 구하기	50%

1단계 $\angle ABC=\angle ADC=135^\circ$이므로
$\square ABCD=8\times11\times\sin(180^\circ-135^\circ)$
$=8\times11\times\frac{\sqrt{2}}{2}=44\sqrt{2}(\text{cm}^2)$ 50%

2단계 $\therefore \triangle ABO=\frac{1}{4}\square ABCD$
$=\frac{1}{4}\times44\sqrt{2}$
$=11\sqrt{2}(\text{cm}^2)$ 50%

답 $11\sqrt{2}\text{ cm}^2$

유제 4

채점 기준	배점
□ABCD의 넓이 구하기	50%
△ACM의 넓이 구하기	50%

1단계 $\overline{BC}=\overline{AD}=14\text{ cm}$이므로
$\square ABCD=12\times14\times\sin60^\circ$
$=12\times14\times\frac{\sqrt{3}}{2}=84\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ 50%

2단계 $\therefore \triangle ACM=\frac{1}{4}\square ABCD$
$=\frac{1}{4}\times84\sqrt{3}=21\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ 50%

답 $21\sqrt{3}\text{ cm}^2$

Q Box

△OBC는 $\overline{OB}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이다.

원 O의 반지름의 길이는 $\overline{OC}=\overline{OB}=x\text{ cm}$이므로 $\overline{OM}=(x-2)\text{ cm}$

평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같다.

$\triangle ACM$
$=\frac{1}{2}\triangle ACD$
$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\square ABCD$

이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같다.

Ⅶ 원의 성질

1 원과 직선

LECTURE 30 — p 98

01 (1) $x=\overline{BM}=5$
(2) $\overline{AM}=\sqrt{5^2-3^2}=4$ $\therefore x=2\overline{AM}=8$

답 (1) 5 (2) 8

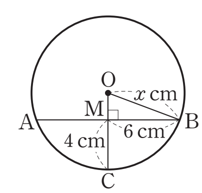
01-1 (1) $\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=8(\text{cm})$
$\therefore x=\sqrt{8^2+6^2}=10$
(2) $\overline{BM}=\overline{AM}=12\text{ cm}$
$\therefore x=\sqrt{13^2-12^2}=5$

답 (1) 10 (2) 5

02 $\overline{BM}=\overline{AM}=4\text{ cm}$이고 $\overline{OM}=(x-2)\text{cm}$이므로
△OMB에서
$(x-2)^2+4^2=x^2$, $4x=20$ $\therefore x=5$

답 5

02-1 $\overline{OB}$를 긋고 $\overline{OB}=x\text{ cm}$라 하면
$\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=6(\text{cm})$이고
$\overline{OM}=(x-4)\text{cm}$이므로
△OMB에서
$(x-4)^2+6^2=x^2$, $8x=52$
$\therefore x=\frac{13}{2}$



답 $\frac{13}{2}$ cm

LECTURE 31 — p 99

01 (1) $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $x=\overline{AB}=13$
(2) $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 $x=\overline{OM}=4$

답 (1) 13 (2) 4

01-1 (1) $\overline{MB}=\sqrt{10^2-6^2}=8$이므로 $\overline{AB}=2\overline{MB}=16$
$\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $x=\overline{AB}=16$
(2) $\overline{OM}\perp\overline{AB}$이므로 $\overline{BM}=\overline{AM}=6$
$\therefore \overline{AB}=12$
따라서 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 $x=\overline{OM}=5$

답 (1) 16 (2) 5

02 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$
따라서 △ABC는 이등변삼각형이므로
$\angle B=\frac{1}{2}\times(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$

답 65°

02-1 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$
따라서 △ABC는 이등변삼각형이므로
$\angle A=180^\circ-2\times55^\circ=70^\circ$

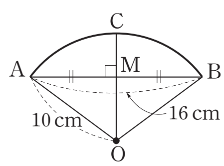
답 70°

핵심유형 익히기 p 100~101

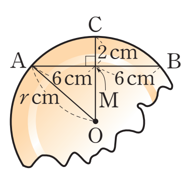
01 $\triangle OAD$에서 $\overline{AD}=\sqrt{13^2-5^2}=12(cm)$
$\overline{AB}\perp\overline{OC}$이므로 $\overline{DB}=\overline{AD}=12\,cm$
$\overline{OC}=\overline{OA}=13\,cm$이므로
$\overline{DC}=13-5=8(cm)$
$\triangle DCB$에서 $\overline{CB}=\sqrt{8^2+12^2}=4\sqrt{13}(cm)$
답 ⑤

01-1 $\overline{AB}\perp\overline{OC}$이므로 $\overline{AM}=\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=4(cm)$
$\overline{OA}=\frac{1}{2}\overline{CD}=5(cm)$이므로
$\triangle OAM$에서 $\overline{OM}=\sqrt{5^2-4^2}=3(cm)$
$\therefore\ \overline{CM}=5-3=2(cm)$
답 2 cm

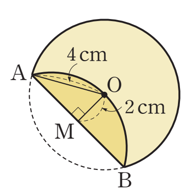
02 원의 중심을 O라 하면
$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=8(cm)$
$\triangle AOM$에서
$\overline{MO}=\sqrt{10^2-8^2}=6(cm)$
$\therefore\ \overline{CM}=10-6=4(cm)$
답 ④



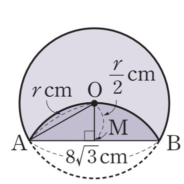
02-1 $\overline{AO}=r\,cm$라 하면
$\overline{OM}=(r-2)cm$
$\triangle OAM$에서
$r^2=(r-2)^2+6^2$
$4r=40\qquad\therefore\ r=10$
따라서 토기의 지름의 길이는
$10\times2=20(cm)$이다.
답 20 cm



03 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면
$\overline{OA}=4\,cm$
$\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OA}=2(cm)$
$\triangle OAM$에서
$\overline{AM}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}(cm)$
$\therefore\ \overline{AB}=2\overline{AM}=4\sqrt{3}(cm)$
답 $4\sqrt{3}$ cm



03-1 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면
$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=4\sqrt{3}(cm)$
$\overline{OA}=r\,cm$라 하면
$\overline{OM}=\frac{r}{2}\,cm$
$\triangle OAM$에서 $r^2=(4\sqrt{3})^2+\left(\frac{r}{2}\right)^2,\ \frac{3}{4}r^2=48$
$r^2=64\qquad\therefore\ r=8\ (\because\ r>0)$
답 8 cm



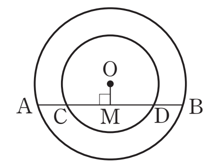
원의 접선은 그 접점을 지나는 반지름과 수직이므로 $\overline{AB}\perp\overline{OT}$

'원의 일부', '잘린 원' 등의 조건이 있으면 원의 중심을 찾아 반지름을 그려서 직각삼각형을 만든다.

원 O의 반지름은 $\overline{OC}$이다.

원의 중심을 지나도록 접었을 때 원의 중심에서 현에 이르는 거리
➡ $\frac{1}{2}\times$(반지름의 길이)

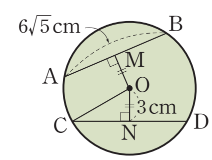
04 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면
$\overline{CM}=\overline{DM}=\frac{1}{2}\overline{CD}$
$=\frac{1}{2}\times6=3(cm)$
$\overline{AM}=\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times10=5(cm)$
$\therefore\ \overline{AC}=\overline{AM}-\overline{CM}=5-3=2(cm)$
답 ①



04-1 $\angle OTA=90^\circ$이므로 $\overline{AT}=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}(cm)$
$\therefore\ \overline{AB}=2\overline{AT}=4\sqrt{5}(cm)$
답 $4\sqrt{5}$ cm

05 $\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=12$
$\triangle OBM$에서 $\overline{OM}=\sqrt{13^2-12^2}=5$
이때 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 $\overline{ON}=\overline{OM}=5$
답 ④

05-1 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로
$\overline{CD}=\overline{AB}=6\sqrt{5}\,cm$
$\therefore\ \overline{CN}=\frac{1}{2}\overline{CD}$
$=3\sqrt{5}(cm)$
$\triangle OCN$에서 $\overline{OC}=\sqrt{3^2+(3\sqrt{5})^2}=3\sqrt{6}(cm)$
$\therefore$ (원 O의 넓이)$=\pi\times(3\sqrt{6})^2=54\pi(cm^2)$
답 ④



06 $\overline{OL}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$
즉 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로
$\angle B=\frac{1}{2}\times(180^\circ-70^\circ)=55^\circ$
$\therefore\ \angle LOM=360^\circ-(90^\circ+90^\circ+55^\circ)=125^\circ$
답 ④

06-1 $\square OMCN$에서 $\angle OMC=\angle ONC=90^\circ$이므로
$\angle C=360^\circ-(90^\circ+90^\circ+120^\circ)=60^\circ$
이때 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AC}=\overline{BC}$
$\therefore\ \angle A=\angle B=\frac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$
즉 $\triangle ABC$는 정삼각형이다.
$\overline{AC}=2\overline{AN}=10(cm)$이므로
($\triangle ABC$의 둘레의 길이)$=30(cm)$
답 30 cm

LECTURE 32 p 102

01 직선 PA, PB는 원 O의 접선이므로
$\angle OAP=\angle OBP=90^\circ$
$\square APBO$에서
$\angle P=360^\circ-(90^\circ+90^\circ+100^\circ)=80^\circ$
답 80°

01-1 $\triangle OPA$는 $\angle OAP=90^\circ$인 직각삼각형이고
$\overline{OA}=3$이므로 $\overline{PA}=\sqrt{5^2-3^2}=4$
답 4

Q Box

02 $\triangle$OPA는 $\angle$OAP$=90°$인 직각삼각형이므로
$\overline{AP}=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}$
$\therefore \overline{AP}+\overline{BP}=2\overline{AP}=8\sqrt{3}$ 답 $8\sqrt{3}$

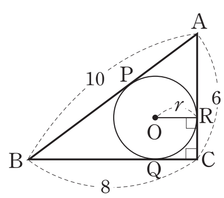
02-1 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로
$\angle PAB=\frac{1}{2}\times(180°-40°)=70°$ 답 $70°$

LECTURE 33 p 103

01 $\overline{AE}=\overline{AF}=4$cm이므로
$\overline{CD}=\overline{CE}=7-4=3$(cm)
또 $\overline{BD}=\overline{BF}=9-4=5$(cm)
$\therefore \overline{BC}=\overline{BD}+\overline{CD}=5+3=8$(cm) 답 8cm

01-1 $\overline{BE}=\overline{BD}=4$이므로
$\overline{CF}=\overline{CE}=8-4=4$
$\therefore \overline{AD}=\overline{AF}=6-4=2$ 답 2

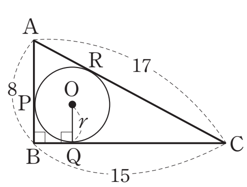
02 $\overline{OR}=\overline{CQ}=\overline{CR}=r$
라 하면



$\overline{AP}=\overline{AR}=6-r$,
$\overline{BP}=\overline{BQ}=8-r$
$\overline{AB}=\overline{AP}+\overline{BP}$에서
$(6-r)+(8-r)=10$
$2r=4$ $\therefore r=2$ 답 2

다른풀이
$\frac{1}{2}\times r\times(10+8+6)=\frac{1}{2}\times8\times6$ $\therefore r=2$

02-1 $\overline{OQ}=\overline{BP}=\overline{BQ}=r$
라 하면



$\overline{AR}=\overline{AP}=8-r$,
$\overline{CR}=\overline{CQ}=15-r$
$\overline{AC}=\overline{AR}+\overline{CR}$
에서 $(8-r)+(15-r)=17$
$2r=6$ $\therefore r=3$ 답 3

다른풀이
$\frac{1}{2}\times r\times(8+15+17)=\frac{1}{2}\times15\times8$ $\therefore r=3$

LECTURE 34 p 104

01 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로
(1) $6+7=x+8$ $\therefore x=5$
(2) $8+x=7+12$ $\therefore x=11$
답 (1) 5 (2) 11

원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

$\frac{1}{2}r(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})$
$=\triangle ABC$

반지름의 길이가 r, 중심각의 크기가 $x°$인 부채꼴의 넓이
➡ $\pi r^2\times\frac{x}{360}$

$\triangle OAP\equiv\triangle OBP$
(RHS 합동)
이므로 $\angle AOP=\angle BOP$

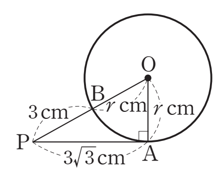
01-1 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로
(1) $11+(3+x)=(5+3)+10$ $\therefore x=4$
(2) $10+(4+x)=8+13$ $\therefore x=7$
답 (1) 4 (2) 7

02 $\overline{CD}=2\overline{OF}=8$(cm)이고
$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로
$\overline{AB}+8=6+12$ $\therefore \overline{AB}=10$(cm)
답 10cm

02-1 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로
$13+\overline{CD}=10+15$ $\therefore \overline{CD}=12$(cm)
$\overline{CD}$는 원 O의 지름과 길이가 같으므로 반지름의 길이는 $\frac{1}{2}\times12=6$(cm) 답 6cm

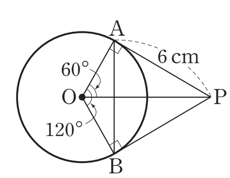
핵심유형 익히기 p 105~107

01 $\overline{OA}=\overline{OB}=r$cm라 하면
$\overline{OP}=(3+r)$cm
$\angle OAP=90°$이므로
$\triangle OAP$에서
$(3+r)^2=r^2+(3\sqrt{3})^2$
$6r=18$ $\therefore r=3$ 답 ③



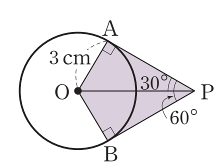
01-1 $\angle OAP=\angle OBP=90°$이므로
$\angle AOB=360°-(90°+90°+30°)=150°$
색칠한 부채꼴의 중심각의 크기는
$360°-150°=210°$
따라서 구하는 넓이는
$\pi\times6^2\times\frac{210}{360}=21\pi$ 답 21π

02 $\overline{OP}$를 그으면 직각삼각형 AOP에서
$\angle AOP=60°$이므로



$\overline{AO}=\frac{6}{\tan60°}$
$=2\sqrt{3}$(cm)
$\angle APB=360°-(90°+90°+120°)=60°$이고
$\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $\triangle PAB$는 정삼각형이다.
$\therefore \overline{AB}=\overline{AP}=6$cm
답 $\overline{AO}=2\sqrt{3}$cm, $\overline{AB}=6$cm

02-1 $\overline{OP}$를 그으면 직각삼각형 AOP에서 $\angle APO=30°$이므로



$\overline{PA}=\frac{3}{\tan30°}$
$=3\sqrt{3}$(cm)

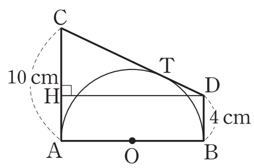
Q Box

$\therefore \square AOBP=2\triangle AOP=2\times\left(\frac{1}{2}\times\overline{AO}\times\overline{PA}\right)$

$=2\times\left(\frac{1}{2}\times3\times3\sqrt{3}\right)=9\sqrt{3}(cm^2)$

답 ②

03 $\overline{CT}=\overline{CA}=10\,cm$,
$\overline{DT}=\overline{DB}=4\,cm$
이므로
$\overline{CD}=10+4$
$=14(cm)$



점 D에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면
$\overline{CH}=10-4=6(cm)$
$\triangle CHD$에서 $\overline{DH}=\sqrt{14^2-6^2}=4\sqrt{10}(cm)$
$\therefore \overline{AB}=\overline{DH}=4\sqrt{10}\,cm$ 답 $4\sqrt{10}\,cm$

03-1 $\overline{CA}=\overline{CT}$, $\overline{DB}=\overline{DT}$이므로
$\overline{CA}+\overline{DB}=\overline{CT}+\overline{DT}=9(cm)$
따라서 $\square ABDC$의 둘레의 길이는
$2\times4+9+9=26(cm)$ 답 26 cm

04 $\overline{BE}=x$라 하면 $\overline{BT}=x$, $\overline{CF}=\overline{CT}=10-x$
$\overline{AE}=\overline{AF}$이므로
$x+7=9+(10-x)$ $\therefore x=6$ 답 ①

원 O 밖의 점 A에서 그은 접선 $\overline{AE}$, $\overline{AF}$의 길이는 같다.

04-1 $\overline{DA}=\overline{DC}$, $\overline{EB}=\overline{EC}$이므로
($\triangle PDE$의 둘레의 길이)
$=\overline{PD}+\overline{DE}+\overline{PE}$
$=\overline{PD}+(\overline{DC}+\overline{EC})+\overline{PE}$
$=\overline{PD}+(\overline{DA}+\overline{EB})+\overline{PE}$
$=\overline{PA}+\overline{PB}=2\overline{PA}=4$
$\therefore \overline{PA}=\frac{1}{2}\times4=2(km)$ 답 2 km

05 $\overline{AF}=\overline{AE}=x\,cm$라 하면
$\overline{BD}=\overline{BF}=(13-x)cm$,
$\overline{CD}=\overline{CE}=(8-x)cm$
$(13-x)+(8-x)=9$이므로
$2x=12$ $\therefore x=6$ 답 6 cm

$\overline{BD}+\overline{CD}=\overline{BC}$

05-1 $\overline{AF}=\overline{AD}$, $\overline{BD}=\overline{BE}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$이므로
($\triangle ABC$의 둘레의 길이)$=2(\overline{AD}+\overline{BE}+\overline{CF})$
$=2\times(5+7+4)$
$=32(cm)$ 답 32 cm

06 $\overline{AC}=\sqrt{15^2+8^2}=17(cm)$
원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$\overline{AF}=\overline{AD}=(15-r)cm$,
$\overline{CF}=\overline{CE}=(8-r)cm$이므로
$(15-r)+(8-r)=17$ $\therefore r=3$ 답 ③

$\overline{AF}+\overline{CF}=\overline{AC}$

다른풀이
$\frac{1}{2}\times r\times(15+8+17)=\frac{1}{2}\times8\times15$
$20r=60$ $\therefore r=3$

06-1 $\overline{BD}=\overline{BE}=10\,cm$, $\overline{CF}=\overline{CE}=2\,cm$
$\overline{AD}=\overline{AF}=x\,cm$라 하면
$\overline{AB}=(10+x)cm$, $\overline{AC}=(x+2)cm$
$\triangle ABC$는 직각삼각형이므로
$(10+x)^2=12^2+(x+2)^2$
$16x=48$ $\therefore x=3$
따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는
$13+12+5=30(cm)$ 답 ②

07 $\overline{AP}=\overline{AS}=3\,cm$이므로
$\overline{AB}=3+3=6(cm)$
$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로
$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DA}=2(\overline{AB}+\overline{CD})$
$=2\times(6+7)$
$=26(cm)$ 답 ③

원에 외접하는 사각형의 대변의 길이의 합은 같다.

07-1 $\overline{CF}=\overline{CG}=6\,cm$이고
$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로
$8+\overline{DG}+6=7+6+6$ $\therefore \overline{DG}=5(cm)$
답 5 cm

08 $\overline{CE}=\sqrt{10^2-8^2}=6(cm)$
$\overline{BE}=x\,cm$라 하면 $\overline{AD}=\overline{BC}=(x+6)cm$
$\overline{AB}+\overline{DE}=\overline{AD}+\overline{BE}$이므로
$8+10=(x+6)+x$ $\therefore x=6$ 답 ③

$\angle C=90°$이므로 $\triangle DEC$에서 피타고라스 정리를 이용한다.

08-1 $\overline{DE}=x$라 하면 $6+x=8+\overline{BE}$에서
$\overline{BE}=x-2$
$\therefore \overline{CE}=8-(x-2)=10-x$
$\triangle DEC$에서 $x^2=(10-x)^2+6^2$
$20x=136$ $\therefore x=\frac{34}{5}$ 답 $\frac{34}{5}$

중단원 마무리 p 108~111

01 ③ 02 $4\sqrt{13}\,cm$ 03 ② 04 ③
05 ② 06 $18\sqrt{5}\,cm^2$ 07 100° 08 ③
09 12000 km 10 ③ 11 $4\sqrt{3}$ 12 ⑤
13 ② 14 ③ 15 ① 16 2 cm 17 ⑤
18 ② 19 ② 20 $8\sqrt{3}\,cm$ 21 4
22 $60\,cm^2$ 23 6 cm 24 $36\pi\,cm^2$
25 36

Q Box

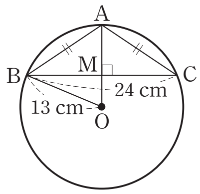
01 $\overline{OM}=10-4=6(cm)$

$\triangle OAM$에서 $\overline{AM}=\sqrt{10^2-6^2}=8(cm)$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=16(cm)$ 답 ③

원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분한다.

02 이등변삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면



$\overline{BM}=\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{BC}$

$=12(cm)$

따라서 $\overline{AM}$은 $\overline{BC}$의 수직이등분선이므로 $\overline{AM}$의 연장선은 원의 중심 O를 지난다.

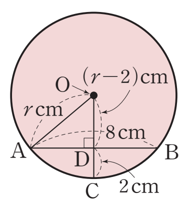
$\triangle OMB$에서 $\overline{OM}=\sqrt{13^2-12^2}=5(cm)$

$\therefore \overline{AM}=13-5=8(cm)$

$\triangle ABM$에서 $\overline{AB}=\sqrt{12^2+8^2}=4\sqrt{13}(cm)$

답 $4\sqrt{13}$ cm

03 $\overline{AB}\perp\overline{OC}$이므로



$\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=4(cm)$

$\overline{OA}=r$ cm라 하면

$\overline{OD}=(r-2)$cm

$\triangle OAD$에서

$\overline{OD}=\overline{OC}-\overline{CD}$

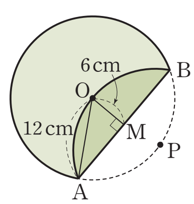
$r^2=(r-2)^2+4^2$

$4r=20 \quad \therefore r=5$

$\therefore$ (원 O의 넓이)$=\pi\times5^2$

$=25\pi(cm^2)$ 답 ②

04 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하고 $\overline{OA}$를 그으면 $\triangle OAM$에서



$\overline{OA}=12$ cm,

$\overline{OM}=\frac{1}{2}\times12=6(cm)$

이므로

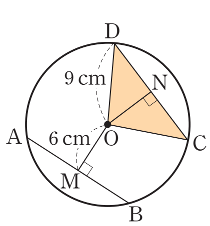
$\overline{AM}=\sqrt{12^2-6^2}=6\sqrt{3}(cm)$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=12\sqrt{3}(cm)$ 답 ③

05 $\overline{AB}\perp\overline{OP}$이므로 $\overline{AP}=\frac{1}{2}\overline{AB}=2$

$\therefore \overline{OP}=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$ 답 ②

06 중심 O에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 N이라 하면



$\overline{AB}=\overline{CD}$이므로

$\overline{ON}=\overline{OM}=6$ cm

$\therefore \overline{DN}=\sqrt{9^2-6^2}$

$=3\sqrt{5}(cm)$

따라서 $\overline{CD}=2\overline{DN}=6\sqrt{5}(cm)$이므로

$\triangle OCD=\frac{1}{2}\times6\sqrt{5}\times6=18\sqrt{5}(cm^2)$

답 $18\sqrt{5}\ cm^2$

07 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$

즉 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로

$\angle BAC=180°-2\times50°=80°$

$\therefore \angle MON=360°-(90°+90°+80°)=100°$

답 100°

08 $\overline{OP}=\overline{OQ}=\overline{OR}$이므로 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$

즉 $\triangle ABC$는 정삼각형이다.

$\therefore \triangle ABC=\frac{\sqrt{3}}{4}\times8^2=16\sqrt{3}(cm^2)$ 답 ③

한 변의 길이가 a인 정삼각형의 넓이

➡ $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

09 $\overline{OP}=7200+6400=13600(km)$

$\angle PTO=90°$이므로 $\triangle OTP$에서

$\overline{PT}=\sqrt{13600^2-6400^2}$

$=\sqrt{(13600+6400)(13600-6400)}$

$=\sqrt{20000\times7200}=12000(km)$

답 12000 km

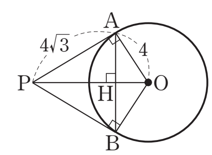
10 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로

$\angle PAB=\angle PBA=\frac{1}{2}\times(180°-60°)=60°$

즉 $\triangle ABP$는 정삼각형이므로

$\overline{AB}=\overline{AP}=10$ cm 답 ③

11 $\angle PAO=90°$이므로



$\triangle APO$에서

$\overline{PO}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2+4^2}=8$

$\triangle OAH\equiv\triangle OBH$ (SAS 합동) 이므로 $\angle OHA=\angle OHB=90°$

$\overline{PO}\perp\overline{AB}$이므로

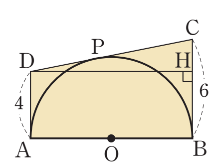
$\frac{1}{2}\times\overline{PA}\times\overline{OA}=\frac{1}{2}\times\overline{PO}\times\overline{AH}$

$\triangle APO$의 넓이

$\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times4=\frac{1}{2}\times8\times\overline{AH} \quad \therefore \overline{AH}=2\sqrt{3}$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AH}=4\sqrt{3}$ 답 $4\sqrt{3}$

12 $\overline{DP}=\overline{DA}=4$,



$\overline{CP}=\overline{CB}=6$이므로

$\overline{CD}=4+6=10$

점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{HB}=\overline{DA}=4$이므로 $\overline{DH}=6-4=2$

$\triangle CDH$에서 $\overline{DH}=\sqrt{10^2-2^2}=4\sqrt{6}$

$\therefore \square ABCD=\frac{1}{2}\times(4+6)\times4\sqrt{6}=20\sqrt{6}$

답 ⑤

13 $\angle ODC=90°$이므로 $\triangle ODC$에서

$\overline{CD}=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}(cm)$

$\overline{AE}=\overline{AD}$, $\overline{BE}=\overline{BF}$이므로

($\triangle ABC$의 둘레의 길이)

$=\overline{AC}+\overline{AB}+\overline{BC}$

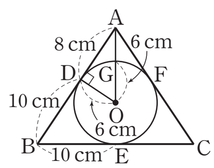
$=\overline{AC}+(\overline{AE}+\overline{BE})+\overline{BC}$

$=(\overline{AC}+\overline{AD})+(\overline{BF}+\overline{BC})$

$=\overline{CD}+\overline{CF}=2\overline{CD}=8\sqrt{3}(cm)$ 답 ②

14 $\overline{AF}=\overline{AD}=2\,\text{cm}$, $\overline{CF}=\overline{CE}=3\,\text{cm}$이므로
$\overline{AC}=2+3=5(\text{cm})$
이때 $\overline{BE}=\overline{BD}=x\,\text{cm}$라 하면
$(2+x)+(x+3)+5=18$
$2x=8 \qquad \therefore x=4$
$\therefore \overline{BC}=4+3=7(\text{cm})$
답 ③

15 $\overline{BD}=\overline{BE}=10\,\text{cm}$이므로
$\overline{AD}=18-10=8(\text{cm})$
$\triangle ADO$에서
$\overline{AO}=\sqrt{8^2+6^2}=10(\text{cm})$
$\therefore \overline{AG}=10-6=4(\text{cm})$



답 ①

16 $\overline{BC}=\sqrt{13^2-5^2}=12(\text{cm})$
원 O의 반지름의 길이를 $r\,\text{cm}$라 하면
$\overline{AR}=\overline{AP}=(5-r)\text{cm}$,
$\overline{CR}=\overline{CQ}=(12-r)\text{cm}$
$\overline{AR}+\overline{CR}=\overline{AC}$이므로
$(5-r)+(12-r)=13$
$2r=4 \qquad \therefore r=2$
답 2 cm

다른풀이
$\underbrace{\frac{1}{2}\times r\times(5+12+13)=\frac{1}{2}\times5\times12}$
이므로 $r=2$

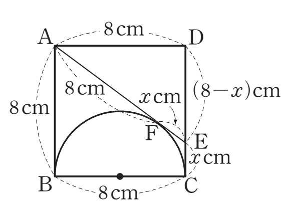
$\triangle ABC$의 넓이

17 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로
$(2x+3)+(x+4)=x+(4x-1)$
$2x=8 \qquad \therefore x=4$
답 ⑤

원에 외접하는 사각형의 대변의 길이의 합은 같다.

18 $\triangle ABE$에서 $\overline{BE}=\sqrt{13^2-12^2}=5$
$\overline{AD}=x$라 하면 $\overline{CE}=x-5$
$\overline{AE}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{EC}$이므로
$13+12=x+(x-5) \qquad \therefore x=15$
답 ②

19 $\overline{EC}=\overline{EF}=x\,\text{cm}$
라 하면
$\overline{DE}=(8-x)\text{cm}$,
$\overline{AF}=\overline{AB}=8\,\text{cm}$
이므로
$\overline{AE}=(8+x)\text{cm}$

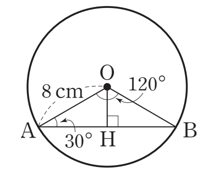


$\triangle ADE$에서 $(8+x)^2=8^2+(8-x)^2$
$32x=64 \qquad \therefore x=2$
$\therefore \overline{AE}=8+2=10(\text{cm})$
답 ②

20

채점 기준		
	$\overline{AH}$의 길이 구하기	4점
	$\overline{AB}$의 길이 구하기	2점

$\overline{OA}=\overline{OB}$이므로
$\angle OAB$
$=\angle OBA$
$=\frac{1}{2}\times(180°-120°)$
$=30°$



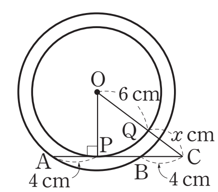
중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면
$\triangle OAH$에서 $\angle OAH=30°$이므로
$\overline{AH}=8\cos30°=4\sqrt{3}(\text{cm})$ … 4점
$\therefore \overline{AB}=2\overline{AH}=8\sqrt{3}(\text{cm})$ … 2점
답 $8\sqrt{3}$ cm

21

채점 기준		
	$\overline{PC}$의 길이 구하기	2점
	$\overline{OC}$의 길이 구하기	2점
	x의 값 구하기	2점

$\overline{OP}$를 그으면
$\overline{OP}\perp\overline{AB}$
즉 $\overline{BP}=\overline{AP}=4\,\text{cm}$
이므로

원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분한다.



$\overline{PC}=4+4$
$=8(\text{cm})$ … 2점
또 $\overline{OP}=6\,\text{cm}$이므로 $\triangle OPC$에서
$\overline{OC}=\sqrt{6^2+8^2}=10(\text{cm})$ … 2점
$\therefore x=10-6=4$ … 2점
답 4

22

채점 기준		
	$\overline{PB}$의 길이 구하기	2점
	$\triangle PBO$의 넓이 구하기	2점
	□APBO의 넓이 구하기	2점

$\angle OBP=90°$이므로 $\triangle PBO$에서
$\overline{PB}=\sqrt{13^2-5^2}=12(\text{cm})$ … 2점

$\overline{OP}=8+5=13(\text{cm})$

$\therefore \triangle PBO=\frac{1}{2}\times12\times5=30(\text{cm}^2)$ … 2점
$\therefore$ □APBO$=2\triangle PBO$
$=2\times30=60(\text{cm}^2)$ … 2점
답 $60\,\text{cm}^2$

23

채점 기준		
	$\overline{AD}$의 길이에 대한 식 세우기	4점
	$\overline{AD}$의 길이 구하기	2점

$\overline{AD}=\overline{AF}=x\,\text{cm}$라 하면 $\overline{AB}=(x+2)\text{cm}$
또 $\overline{CE}=\overline{CF}=(10-x)\text{cm}$이므로
$\overline{BC}=(12-x)\text{cm}$
따라서 $\triangle ABC$에서
$(x+2)^2+(12-x)^2=10^2$ … 4점
$x^2-10x+24=0$
$(x-4)(x-6)=0$
$\therefore x=6$ ($\because \overline{AB}>\overline{BC}$) … 2점
답 6 cm

LECTURE BOOK

24

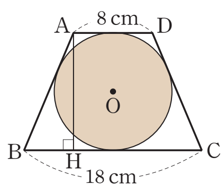
채점 기준		
	$\overline{AB}$의 길이 구하기	2점
	원 O의 지름의 길이 구하기	2점
	원 O의 넓이 구하기	2점

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}=26(\text{cm})$이므로

$\overline{AB}=\overline{CD}=\frac{1}{2}\times 26=13(\text{cm})$ ··· 2점

등변사다리꼴은 평행하지 않은 한 쌍의 대변의 길이가 같다.

점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{BH}=\frac{1}{2}\times(18-8)$

$=5(\text{cm})$

$\overline{BH}=\frac{1}{2}(\overline{BC}-\overline{AD})$

$\triangle$ABH에서

$\overline{AH}=\sqrt{13^2-5^2}=12(\text{cm})$ ··· 2점

따라서 원 O의 반지름의 길이는 6 cm이므로

원의 넓이는 $\pi\times 6^2=36\pi(\text{cm}^2)$ ··· 2점

답 $36\pi\text{ cm}^2$

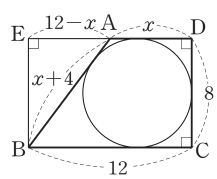
25

채점 기준		
	$\overline{AD}$의 길이 구하기	4점
	□ABCD의 둘레의 길이 구하기	2점

$\overline{AD}=x$라 하면

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$

이므로



$\overline{AB}+8=x+12$

$\therefore \overline{AB}=x+4$

$\triangle$ABE에서 $(x+4)^2=(12-x)^2+8^2$

$32x=192 \quad \therefore x=6$ ··· 4점

따라서 □ABCD의 둘레의 길이는

$10+12+8+6=36$ ··· 2점

답 36

서술형 따라잡기

p 112~113

예제 1

채점 기준	배점
$\overline{BD}$의 길이 구하기	30%
$\overline{OD}$의 길이 구하기	40%
$\overline{CD}$의 길이 구하기	30%

1단계 $\overline{AB}\perp\overline{CO}$이므로

$\overline{BD}=\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=6(\text{cm})$ 30%

2단계 $\triangle$OBD에서

$\overline{OD}=\sqrt{10^2-6^2}=8(\text{cm})$ 40%

3단계 $\overline{OC}=\overline{OB}=10\text{ cm}$이므로

$\overline{CD}=10-8=2(\text{cm})$ 30%

답 2 cm

유제 1

채점 기준	배점
$\overline{OA}$의 길이 구하기	30%
$\overline{CA}$의 길이 구하기	40%
$\overline{CD}$의 길이 구하기	30%

1단계 $\overline{OB}=\overline{OC}=9\text{ cm}$이므로

$\overline{OA}=9-3=6(\text{cm})$ 30%

2단계 $\triangle$OAC에서

$\overline{CA}=\sqrt{9^2-6^2}=3\sqrt{5}(\text{cm})$ 40%

3단계 $\overline{OB}\perp\overline{CD}$이므로

$\overline{CD}=2\overline{CA}=6\sqrt{5}(\text{cm})$ 30%

답 $6\sqrt{5}\text{ cm}$

예제 2

채점 기준	배점
$\overline{AB}$의 길이 구하기	30%
$\overline{OM}$의 길이 구하기	40%
$\triangle$OAB의 넓이 구하기	30%

원의 중심으로부터 같은 거리에 있는 두 현의 길이는 같다.

1단계 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{CD}=12$ 30%

2단계 $\triangle$DON에서 $\overline{DN}=\frac{1}{2}\overline{DC}=6$이므로

$\overline{ON}=\sqrt{10^2-6^2}=8$

$\therefore \overline{OM}=\overline{ON}=8$ 40%

3단계 따라서 $\triangle$OAB의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{OM}=\frac{1}{2}\times 12\times 8=48$ 30%

답 48

유제 2

채점 기준	배점
$\overline{CD}$의 길이 구하기	30%
$\overline{ON}$의 길이 구하기	40%
$\triangle$ODC의 넓이 구하기	30%

1단계 $\overline{AB}=2\overline{MB}=8$이므로 $\overline{CD}=\overline{AB}=8$ 30%

2단계 $\triangle$OBM에서 $\overline{OM}=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}$

$\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 $\overline{ON}=\overline{OM}=2\sqrt{5}$ 40%

3단계 따라서 $\triangle$ODC의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\overline{CD}\times\overline{ON}=\frac{1}{2}\times 8\times 2\sqrt{5}=8\sqrt{5}$ 30%

답 $8\sqrt{5}$

예제 3

채점 기준	배점
$\overline{BF}$, $\overline{BH}$의 길이 구하기	60%
$\overline{AC}$의 길이 구하기	40%

원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

1단계 $\overline{DG}=\overline{DF}=x$라 하면 $\overline{EH}=\overline{EG}=5-x$

$\overline{BF}=\overline{BH}$이므로 $8+x=7+(5-x)$

$2x=4 \quad \therefore x=2$

$\therefore \overline{BH}=\overline{BF}=8+2=10$ 60%

2단계 $\overline{AF}+\overline{AI}+\overline{IC}+\overline{CH}=40-20=20$이고
$\overline{AF}=\overline{AI}$, $\overline{IC}=\overline{CH}$이므로
$\overline{AC}=\overline{AI}+\overline{IC}=\frac{1}{2}\times 20=10$ 40%

답 10

유제 3

채점 기준	배점
$\overline{BF}$, $\overline{BH}$의 길이 구하기	60%
$\triangle BED$의 둘레의 길이 구하기	40%

1단계 $\overline{BF}=\overline{BH}=x$ cm라 하면
$\overline{AI}=\overline{AF}=(6-x)$cm, $\overline{CI}=\overline{CH}=(8-x)$cm
$\overline{AI}+\overline{CI}=6$(cm)이므로
$(6-x)+(8-x)=6$, $2x=8$
$\therefore x=4$ 60%

2단계 따라서 $\triangle BED$의 둘레의 길이는
$\overline{BE}+\overline{ED}+\overline{DB}=\overline{BE}+(\overline{EG}+\overline{GD})+\overline{DB}$
$=\overline{BE}+(\overline{EH}+\overline{DF})+\overline{DB}$
$=\overline{BH}+\overline{BF}=8$(cm) 40%

답 8 cm

예제 4

채점 기준	배점
$\overline{AD}$, $\overline{BC}$의 길이에 대한 식 세우기	60%
$\overline{AD}$, $\overline{BC}$의 길이 구하기	40%

1단계 $\overline{AD}=x$ cm라 하면 $\overline{BC}=2x$ cm
$\overline{AD}+\overline{BC}=\overline{AB}+\overline{CD}$이므로
$x+2x=10+8=18$ $\quad\therefore x=6$ 60%

2단계 $\therefore \overline{AD}=6$ cm, $\overline{BC}=2\times 6=12$(cm) 40%

답 $\overline{AD}=6$ cm, $\overline{BC}=12$ cm

유제 4

채점 기준	배점
$\overline{AB}$, $\overline{AD}$의 길이에 대한 식 세우기	60%
$\overline{AB}$, $\overline{AD}$의 길이 구하기	40%

1단계 $\overline{AB}=3x$ cm라 하면 $\overline{AD}=2x$ cm
$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로
$3x+9=2x+13$ $\quad\therefore x=4$ 60%

2단계 $\therefore \overline{AB}=3\times 4=12$(cm),
$\overline{AD}=2\times 4=8$(cm) 40%

답 $\overline{AB}=12$ cm, $\overline{AD}=8$ cm

2 원주각 (1)

LECTURE 35 p 114

01 (1) $\angle x=\frac{1}{2}\times 120°=60°$
(2) $\angle x=2\times 55°=110°$

답 (1) 60° (2) 110°

01-1 (1) $\angle AOB=360°-250°=110°$
$\therefore \angle x=\frac{1}{2}\times 110°=55°$
(2) $\angle AOB=360°-2\times 115°=130°$
$\therefore \angle x=\frac{1}{2}\times 130°=65°$

$\overset{\frown}{AQB}$에 대한 원주각은 $\angle APB$이므로 중심각의 크기는 $2\times 115°=230°$

답 (1) 55° (2) 65°

01-2 (1) $\angle PAO=\angle PBO=90°$이므로
$\angle AOB=360°-(90°+90°+50°)=130°$
$\therefore \angle x=\frac{1}{2}\times 130°=65°$
(2) $\angle AOB=2\times 75°=150°$
$\angle PAO=\angle PBO=90°$이므로
$\angle x=360°-(90°+90°+150°)=30°$

원의 접선은 접점을 지나는 반지름에 수직이다.

답 (1) 65° (2) 30°

LECTURE 36 p 115

01 (1) 한 호에 대한 원주각의 크기는 같으므로
$\angle x=\angle BCD=50°$
$\angle y=\angle ABC=30°$
(2) $\angle x=\angle ABD=35°$
$\angle y=\angle BAC=40°$

$\angle x$는 $\overset{\frown}{BD}$에 대한 원주각
$\angle y$는 $\overset{\frown}{AC}$에 대한 원주각

답 (1) $\angle x=50°$, $\angle y=30°$
(2) $\angle x=35°$, $\angle y=40°$

01-1 (1) $\angle x=\angle ADC=55°$
$\angle y=115°-55°=60°$
(2) $\angle x=\angle BAC=30°$
$\angle y=95°-30°=65°$

삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

답 (1) $\angle x=55°$, $\angle y=60°$
(2) $\angle x=30°$, $\angle y=65°$

02 (1) $\overline{AB}$는 원 O의 지름이므로 $\angle ACB=90°$
$\therefore \angle x=90°-40°=50°$
$\angle y=\angle x=50°$
(2) $\overline{AB}$는 원 O의 지름이므로 $\angle ADB=90°$
$\therefore \angle x=180°-(90°+35°)=55°$
$\angle y=\angle ADB=90°$

$\overset{\frown}{AD}$에 대한 원주각

답 (1) $\angle x=50°$, $\angle y=50°$
(2) $\angle x=55°$, $\angle y=90°$

02-1 (1) $\angle ACB=90^\circ$이므로

$\angle x=90^\circ-45^\circ=45^\circ$

$\angle CAB=\angle CDB=35^\circ$이므로

$\angle y=180^\circ-(90^\circ+35^\circ)=55^\circ$

(2) $\angle x=\angle CDB=52^\circ$

$\angle ACB=90^\circ$이므로

$\angle y=180^\circ-(90^\circ+52^\circ)=38^\circ$

답 (1) $\angle x=45^\circ$, $\angle y=55^\circ$

(2) $\angle x=52^\circ$, $\angle y=38^\circ$

LECTURE 37

p 116

Q Box: 호의 길이가 같으면 그 호에 대한 원주각의 크기도 같다.

01 (1) $\widehat{AB}=\widehat{CD}$이므로

$\angle CQD=\angle APB=20^\circ$

$\therefore x=20$

(2) $\angle BEC=\angle ADB$이므로

$\widehat{BC}=\widehat{AB}=6(\text{cm})$

$\therefore x=6$

답 (1) 20 (2) 6

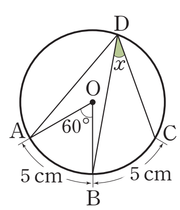
01-1 (1) $\overline{AD}$를 그으면

$\widehat{AB}=\widehat{BC}$이므로

$\angle x=\angle ADB$

$=\frac{1}{2}\angle AOB$

$=30^\circ$



(2) $\widehat{AB}=\widehat{CD}$이므로

$\angle DBC=\angle ACB=40^\circ$

$\therefore \angle x=40^\circ+40^\circ=80^\circ$

답 (1) 30° (2) 80°

Q Box: 호의 길이는 원주각의 크기에 정비례한다.

02 $\widehat{AB}:\widehat{CD}=\angle APB:\angle CQD$이므로

$1:3=25^\circ:\angle CQD$ $\quad\therefore \angle CQD=75^\circ$

답 75°

02-1 $\widehat{AB}:\widehat{BC}=\angle APB:\angle BPC$이므로

$4:8=30^\circ:\angle x$ $\quad\therefore \angle x=60^\circ$ 답 60°

LECTURE 38

p 117

01 (3) $\angle D=180^\circ-(45^\circ+75^\circ)=60^\circ$

$\angle C=\angle D$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

(4) $\angle D=100^\circ-65^\circ=35^\circ$

$\angle C\neq\angle D$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있지 않다.

답 (1) × (2) ○ (3) ○ (4) ×

Q Box

01-1 (ㄴ) $\angle BAC=180^\circ-(105^\circ+45^\circ)=30^\circ$이므로

$\angle BAC=\angle BDC$

(ㄷ) $\angle A=110^\circ-35^\circ=75^\circ$이므로

$\angle A=\angle D$

(ㄹ) $\angle D=60^\circ-35^\circ=25^\circ$이므로

$\angle D\neq\angle C$ 답 (ㄴ), (ㄷ)

02 $\angle C=180^\circ-(25^\circ+110^\circ)=45^\circ$이므로

네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으려면

$\angle B=\angle C=45^\circ$ 답 45°

02-1 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으려면

$\angle BDC=\angle BAC=48^\circ$

$\triangle DEC$에서 $\angle x=48^\circ+58^\circ=106^\circ$ 답 106°

핵심유형 익히기

p 118~120

01 $\angle x=\frac{1}{2}\times150^\circ=75^\circ$

$\angle y=\frac{1}{2}\times(360^\circ-150^\circ)=105^\circ$

Q Box: $\widehat{BAD}$에 대한 중심각

$\therefore \angle y-\angle x=105^\circ-75^\circ=30^\circ$ 답 ④

01-1 $\overline{OP}$를 그으면

Q Box: △OPA, △OPB는 모두 이등변삼각형이다.

$\angle OPA=\angle OAP=20^\circ$

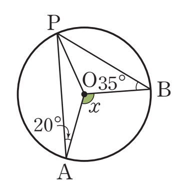
$\angle OPB=\angle OBP=35^\circ$

이므로 $\angle APB=55^\circ$

$\therefore \angle x=2\angle APB$

Q Box: 중심각의 크기는 원주각의 크기의 2배이다.

$=2\times55^\circ=110^\circ$



답 ③

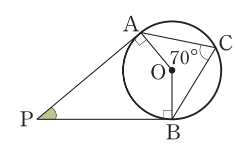
02 $\overline{AO}$, $\overline{BO}$를 그으면

$\angle AOB=2\times70^\circ$

$=140^\circ$

$\angle PAO=\angle PBO$

$=90^\circ$



$\therefore \angle P=360^\circ-(90^\circ+90^\circ+140^\circ)=40^\circ$

답 40°

02-1 $\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로

$\angle AOB=360^\circ-(90^\circ+90^\circ+50^\circ)=130^\circ$

Q Box: $\widehat{AB}$에 대한 중심각

$\therefore \angle x=\frac{1}{2}\times130^\circ=65^\circ$

$\angle y=\frac{1}{2}\times(360^\circ-130^\circ)=115^\circ$

Q Box: $\widehat{ACB}$에 대한 중심각

답 $\angle x=65^\circ$, $\angle y=115^\circ$

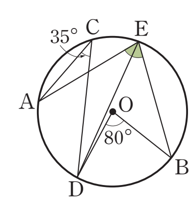
03 $\overline{ED}$를 그으면

$\angle BED=\frac{1}{2}\angle BOD=40^\circ$

$\angle AED=\angle ACD=35^\circ$

$\therefore \angle AEB=35^\circ+40^\circ$

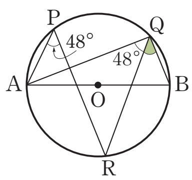
$=75^\circ$



답 ①

03-1 $\angle BDC=\angle BAC=45^\circ$이므로 $\triangle DPC$에서
$\angle BPC=45^\circ+35^\circ=80^\circ$ 답 80°

04 $\overline{AQ}$를 그으면 $\angle AQB$는 반원에 대한 원주각이므로
$\angle AQB=90^\circ$
$\angle AQR=\angle APR=48^\circ$이므로
$\angle BQR=90^\circ-48^\circ=42^\circ$ 답 ④



다른풀이
$\angle AOR=2\angle APR=2\times48^\circ=96^\circ$
따라서 $\angle BOR=180^\circ-96^\circ=84^\circ$이므로
$\angle BQR=\frac{1}{2}\angle BOR=42^\circ$

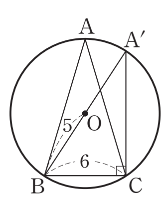
04-1 $\angle BCD=90^\circ$이므로
$\angle y=180^\circ-(35^\circ+90^\circ)=55^\circ$
$\angle ACD=90^\circ-40^\circ=50^\circ$이므로
$\angle x=\angle ACD=50^\circ$
답 $\angle x=50^\circ$, $\angle y=55^\circ$

05 $\angle ADC=\angle ABC=40^\circ$
$\triangle PDA$에서
$\angle BAD=\angle P+\angle ADP$
$=45^\circ+40^\circ=85^\circ$ 답 85°

다른풀이
$\triangle BPC$에서 $\angle BCD=45^\circ+40^\circ=85^\circ$이므로
$\angle BAD=\angle BCD=85^\circ$

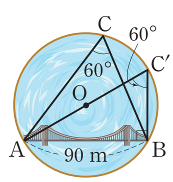
05-1 $\angle BCD=\angle BAD=\angle x$
$\triangle ADQ$에서 $\angle PDC=\angle x+40^\circ$
또 $\triangle PCD$에서 $\angle x+(\angle x+40^\circ)=80^\circ$
$\therefore \angle x=20^\circ$ 답 20°

06 $\overline{BO}$의 연장선과 원 O의 교점을 A′이라 하면 $\triangle A'BC$에서
$\angle A'CB=90^\circ$이므로
$\overline{A'C}=\sqrt{10^2-6^2}=8$
$\therefore \cos A=\cos A'=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$
답 ④



$\widehat{BC}$에 대한 원주각
➡ $\angle A=\angle A'$
➡ $\cos A=\cos A'$

06-1 오른쪽 그림에서
$\angle AC'B=\angle ACB=60^\circ$,
$\angle ABC'=90^\circ$이므로
$\overline{AC'}=\frac{\overline{AB}}{\sin 60^\circ}=60\sqrt{3}(\mathrm{m})$
답 $60\sqrt{3}$ m



$\triangle ABC'$에서
$\sin 60^\circ=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC'}}$

07 $\angle PCD=60^\circ-35^\circ=25^\circ$
$25:35=20:\widehat{BC}$
$\therefore \widehat{BC}=28$ 답 ③

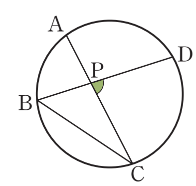
07-1 $\widehat{AB}=\widehat{BC}$이므로
$\angle ACB=\angle BDC=35^\circ$
$\triangle BDC$에서
$\angle PCD=180^\circ-(35^\circ+35^\circ+50^\circ)=60^\circ$
$\therefore \widehat{AB}:\widehat{AD}=\angle ACB:\angle ACD$
$=35:60=7:12$
답 $7:12$

길이가 같은 호에 대한 원주각의 크기는 같다.

08 원주각의 크기는 호의 길이에 정비례하므로
$\angle ACB:\angle BAC:\angle ABC=3:4:2$
$\therefore \angle BAC=180^\circ\times\frac{4}{9}=80^\circ$ 답 ③

한 원에서 모든 호에 대한 원주각의 크기의 합은 180°이다.

08-1 $\overline{BC}$를 그으면
$\angle ACB=\frac{1}{6}\times180^\circ=30^\circ$
$\angle ACB:\angle CBD=2:3$이므로
$30^\circ:\angle CBD=2:3$
$\therefore \angle CBD=45^\circ$
$\therefore \angle DPC=45^\circ+30^\circ=75^\circ$ 답 75°



원주각의 크기는 호의 길이에 정비례한다.

09 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으려면
$\angle ABD=\angle ACD=40^\circ$
$\therefore \angle A=180^\circ-(40^\circ+80^\circ)=60^\circ$ 답 60°

09-1 $\angle ADB=\angle ACB$이므로 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있다.
$\therefore \angle BAC=\angle BDC=60^\circ$ 답 ④

LECTURE 39

p 121

01 (1) $\angle x=180^\circ-110^\circ=70^\circ$
(2) $\angle x=\angle DAB=100^\circ$
답 (1) 70° (2) 100°

01-1 (1) $\angle x=180^\circ-(45^\circ+20^\circ)=115^\circ$
$\angle y=180^\circ-115^\circ=65^\circ$
(2) $\angle x=\angle DCB=180^\circ-80^\circ=100^\circ$
$\angle y=180^\circ-95^\circ=85^\circ$
답 (1) $\angle x=115^\circ$, $\angle y=65^\circ$
(2) $\angle x=100^\circ$, $\angle y=85^\circ$

02 (4) $\angle EAD=\angle BCD=180^\circ-120^\circ=60^\circ$

답 (1) ○ (2) × (3) × (4) ○

02-1 □ABCD가 원에 내접하려면

$\angle x=\angle ABE=85^\circ$

$\angle A+\angle y=180^\circ$이어야 하므로

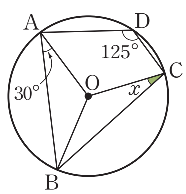
$\angle y=180^\circ-90^\circ=90^\circ$

$\therefore\ \angle x+\angle y=85^\circ+90^\circ=175^\circ$ 답 175°

핵심유형 익히기

p 122~123

01 □ABCD가 원 O에 내접하므로



$\angle ABC+125^\circ=180^\circ$

$\therefore\ \angle ABC=55^\circ$

$\overline{BO}$를 그으면

$\angle OBA=\angle OAB=30^\circ$

이므로

$\angle OBC=55^\circ-30^\circ=25^\circ$

$\therefore\ \angle x=\angle OBC=25^\circ$ 답 ④

01-1 $\overline{AB}$는 반원 O의 지름이므로 $\angle ACB=90^\circ$

△ABC에서

$\angle ABC=180^\circ-(90^\circ+40^\circ)=50^\circ$

□ABCD는 원 O에 내접하므로

$\angle ADC=180^\circ-50^\circ=130^\circ$ 답 ③

02 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle x=\angle ADC=80^\circ$

또 □EBCD가 원에 내접하므로

$65^\circ+\angle y+80^\circ=180^\circ$

$\therefore\ \angle y=35^\circ$

$\therefore\ \angle x-\angle y=80^\circ-35^\circ=45^\circ$ 답 45°

02-1 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle DAB=\angle DCE=55^\circ$

$\angle y+30^\circ=55^\circ$ $\therefore\ \angle y=25^\circ$

이때 $\overline{AB}$는 지름이므로 $\angle ACB=90^\circ$이고

△ABC에서 $\angle B=180^\circ-(90^\circ+30^\circ)=60^\circ$

$\angle x+\angle B=180^\circ$이므로

$\angle x=180^\circ-60^\circ=120^\circ$ 답 ⑤

03 △PAB에서 $\angle PAB=100^\circ-35^\circ=65^\circ$

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle BCD=\angle PAB=65^\circ$ 답 ⑤

한 외각의 크기와 그 내대각의 크기가 같은 사각형은 원에 내접한다.

삼각형의 내각의 크기의 합은 180°이다.

중심각의 크기는 원주각의 크기의 2배이다.

$\angle FCD+\angle E=180^\circ$

$\angle x+\angle BCF=180^\circ$

△OAB, △OBC는 이등변삼각형이다.

$\angle DPQ+\angle C=180^\circ$

삼각형의 외각의 성질

03-1 □ABCD가 원에 내접하므로 $\angle EAD=\angle BCD$

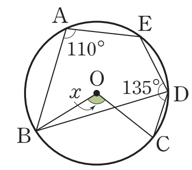
△DFC에서 $\angle EDA=46^\circ+\angle BCD$

따라서 △EAD에서

$38^\circ+\angle BCD+(46^\circ+\angle BCD)=180^\circ$

$2\angle BCD=96^\circ$ $\therefore\ \angle BCD=48^\circ$ 답 ③

04 $\overline{BD}$를 그으면 □ABDE는 원에 내접하므로



$\angle EAB+\angle EDB=180^\circ$

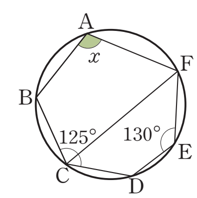
$\therefore\ \angle EDB=180^\circ-110^\circ$

$=70^\circ$

$\angle BDC=135^\circ-70^\circ=65^\circ$

$\therefore\ \angle x=2\angle BDC=2\times65^\circ=130^\circ$ 답 ⑤

04-1 $\overline{CF}$를 그으면 □CDEF가 원에 내접하므로



$\angle FCD=180^\circ-130^\circ$

$=50^\circ$

$\therefore\ \angle BCF=125^\circ-50^\circ$

$=75^\circ$

□ABCF가 원에 내접하므로

$\angle x=180^\circ-75^\circ=105^\circ$ 답 105°

05 □ABQP가 원 O에 내접하므로

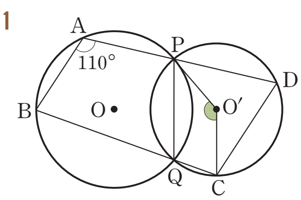
$\angle DPQ=\angle ABQ=95^\circ$

□PQCD가 원 O′에 내접하므로

$95^\circ+\angle QCD=180^\circ$ $\therefore\ \angle QCD=85^\circ$

답 ①

05-1



$\overline{PQ}$를 그으면 □ABQP가 원 O에 내접하므로

$\angle PQC=\angle BAP=110^\circ$

□PQCD가 원 O′에 내접하므로

$\angle PQC+\angle PDC=180^\circ$

따라서 $\angle PDC=180^\circ-110^\circ=70^\circ$이므로

$\angle PO'C=2\angle PDC=2\times70^\circ=140^\circ$

답 140°

06 △ABC에서 $\angle BAC=180^\circ-(65^\circ+55^\circ)=60^\circ$

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle x=\angle BAC=60^\circ$

또 한 외각의 크기가 그 내대각의 크기와 같아야 하므로

$\angle y=\angle BAD=60^\circ+35^\circ=95^\circ$

$\therefore\ \angle x+\angle y=60^\circ+95^\circ=155^\circ$ 답 155°

06-1 △ABC에서 $\angle A=180°-(40°+25°)=115°$

□ABPC가 원에 내접하려면

$\angle A+\angle P=180°$이어야 하므로

$\angle P=180°-115°=65°$ 답 $65°$

중단원 마무리 p 124~127

01 ④	02 ③	03 $35°$	04 ④	05 ④
06 $60°$	07 ④	08 $110°$	09 ③	
10 4πcm	11 ⑤	12 ④	13 ④	
14 ②	15 ⑤	16 ④	17 $125°$	18 ③
19 ⑤	20 3cm	21 $83°$	22 $162°$	23 $30°$
24 $18°$	25 $40°$			

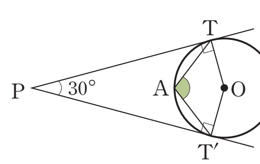
01 $\angle x=2\angle BAD=2\times 35°=70°$

$\angle y=\frac{1}{2}\times(360°-70°)=145°$

> $\widehat{BAD}$에 대한 중심각의 크기

$\therefore \angle y-\angle x=145°-70°=75°$ 답 ④

02 $\overline{TO}$, $\overline{T'O}$를 그으면



$\angle PTO$

$=\angle PT'O$

$=90°$

이므로

□TPT′O에서

$\angle TOT'=360°-(90°+90°+30°)=150°$

$\therefore \angle TAT'=\frac{1}{2}\times(360°-150°)=105°$

답 ③

03 $\angle ADB=\angle ACB=55°$이므로

$\angle x=180°-(90°+55°)=35°$ 답 $35°$

04 $\overline{AC}$가 원의 지름이므로 $\angle ADC=90°$

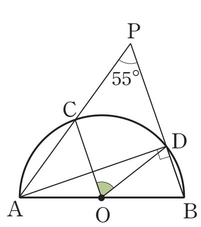
> 반원에 대한 원주각의 크기는 $90°$이다.

△ACD에서

$\angle ACD=180°-(90°+50°)=40°$

$\therefore \angle ABD=\angle ACD=40°$ 답 ④

05 $\overline{AD}$를 그으면



$\angle ADB=90°$이므로

△PAD에서

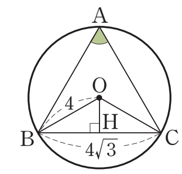
$\angle CAD=90°-55°$

$=35°$

$\therefore \angle COD=2\angle CAD$

$=2\times 35°=70°$ 답 ④

06 점 O에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{BH}=\overline{CH}=2\sqrt{3}$이고

> 원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분한다.

직각삼각형 OBH에서

$\cos B=\frac{2\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로

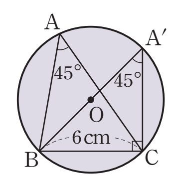
$\angle OBH=30°$

$\therefore \angle BOH=90°-30°=60°$

따라서 $\angle BOC=2\angle BOH=120°$이므로

$\angle BAC=\frac{1}{2}\times 120°=60°$ 답 $60°$

07 $\overline{BO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 A′이라 하면 △A′BC에서



$\angle BA'C=\angle BAC=45°$,

$\angle A'CB=90°$이므로

> △A′BC에서
> $\sin 45°=\frac{\overline{BC}}{\overline{A'B}}$

$\overline{A'B}=\frac{6}{\sin 45°}=6\sqrt{2}$(cm)

따라서 원 O의 반지름의 길이는

$\overline{OB}=\frac{1}{2}\overline{A'B}=3\sqrt{2}$(cm)

이므로 원 O의 넓이는

$\pi\times(3\sqrt{2})^2=18\pi$(cm^2) 답 ④

08 $\widehat{AB}=\widehat{AC}$이므로 $\angle ACB=\angle ABC=35°$

$\therefore \angle BAC=180°-2\times 35°=110°$ 답 $110°$

09 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$

즉 △ABC는 이등변삼각형이므로

$\angle ABC=\angle ACB=55°$

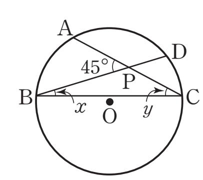
$\therefore \angle BAC=180°-2\times 55°=70°$

$55:70=\widehat{AB}:28\pi$이므로

> 호의 길이는 원주각의 크기에 정비례한다.

$\widehat{AB}=22\pi$ 답 ③

10 $\overline{BC}$를 긋고



$\angle PBC=\angle x$,

$\angle PCB=\angle y$라 하면

△PBC에서

$\angle x+\angle y=\angle APB=45°$

호의 길이는 원주각의 크기에 정비례하므로

$\widehat{AB}+\widehat{CD}=2\pi\times 8\times\frac{45°}{180°}=4\pi$(cm)

> 한 원에서 모든 호에 대한 원주각의 크기의 합은 $180°$이다.

답 4πcm

11 $\angle BAC:\angle ABC:\angle ACB=5:4:6$

$\therefore \angle ACB=180°\times\frac{6}{15}=72°$ 답 ⑤

12 ④ $\angle A=100°-45°=55°$이므로

$\angle A\neq\angle D$ 답 ④

LECTURE BOOK

Q Box

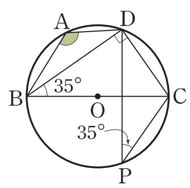
13 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으려면

$\angle BDC = \angle BAC = 60^\circ$

$\triangle DBC$에서 $\angle BCD = 180^\circ - (35^\circ + 60^\circ) = 85^\circ$

답 ④

14 $\overline{BD}$를 그으면



$\angle DBC = \angle DPC = 35^\circ$

이고 $\angle BDC = 90^\circ$이므로

$\triangle DBC$에서

$\angle DCB = 180^\circ - (90^\circ + 35^\circ)$

$= 55^\circ$

□ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle BAD = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$

답 ②

원에 내접하는 사각형의 한 쌍의 대각의 크기의 합은 180°이다.

15 $\angle BCD = \angle EAD = 80^\circ$이므로

$\angle x = \angle ACD = 80^\circ - 50^\circ = 30^\circ$

$\angle DBC = \angle DAC = 35^\circ$이고

$\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$이므로

$30^\circ + 35^\circ + \angle y = 180^\circ$ $\quad\therefore \angle y = 115^\circ$

$\therefore \angle y - \angle x = 115^\circ - 30^\circ = 85^\circ$

답 ⑤

16 $\angle Q = \angle x$라 하면 $\angle P = 2\angle x$이고

$\triangle BCP$에서 $\angle PCQ = 54^\circ + 2\angle x$

삼각형의 외각의 성질

□ABCD가 원에 내접하므로

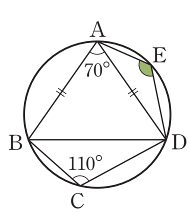
$\angle CDQ = \angle ABC = 54^\circ$

$\triangle CDQ$에서 $54^\circ + (54^\circ + 2\angle x) + \angle x = 180^\circ$

$3\angle x = 72^\circ$ $\quad\therefore \angle x = 24^\circ$

답 ④

17 □ABCD가 원에 내접하므로



$\angle BAD = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$

$\overline{BD}$를 그으면 $\triangle ABD$는 이등변삼각형이므로

$\angle ABD$

$= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 70^\circ) = 55^\circ$

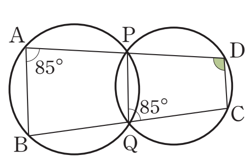
또 □ABDE가 원에 내접하므로

$\angle AED = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$

답 125°

보조선을 그어 원에 내접하는 사각형의 성질을 이용한다.

18



$\overline{PQ}$를 그으면 □ABQP가 원에 내접하므로

$\angle PQC = \angle PAB = 85^\circ$

또 □PQCD가 원에 내접하므로

$\angle PDC = 180^\circ - 85^\circ = 95^\circ$

답 ③

19 □ABCD가 원에 내접하려면

$\angle BCD = \angle PAB = 70^\circ$

$\therefore \angle x = \angle ACB = 70^\circ - 45^\circ = 25^\circ$

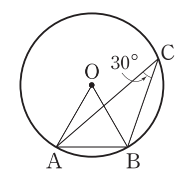
답 ⑤

$\widehat{AB}$에 대한 원주각

20

채점 기준		
	$\angle AOB$의 크기 구하기	3점
	$\overline{AB}$의 길이 구하기	3점

$\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면



$\angle AOB = 2\angle ACB$

$= 60^\circ$ … 3점

이때 $\overline{OA} = \overline{OB}$이므로

$\triangle OAB$는 정삼각형이다.

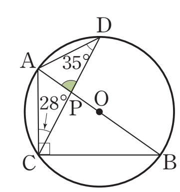
$\therefore \overline{AB} = \overline{OA} = 3(\text{cm})$ … 3점

답 3 cm

21

채점 기준		
	$\angle ACB$의 크기 구하기	2점
	$\angle ABC$의 크기 구하기	2점
	$\angle APD$의 크기 구하기	2점

$\overline{CB}$를 그으면 $\overline{AB}$가 지름이므로



$\angle ACB = 90^\circ$ … 2점

$\angle ABC = \angle ADC$

$= 35^\circ$ … 2점

$\widehat{AC}$에 대한 원주각

$\triangle ACB$에서

$\angle BAC = 180^\circ - (90^\circ + 35^\circ) = 55^\circ$

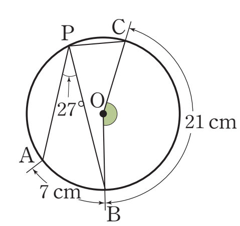
$\therefore \angle APD = 28^\circ + 55^\circ = 83^\circ$ … 2점

답 83°

22

채점 기준		
	$\angle BPC$의 크기 구하기	4점
	$\angle BOC$의 크기 구하기	2점

$\overline{PC}$를 그으면



$\widehat{BC} = 3\widehat{AB}$이므로

$\angle BPC = 3 \times 27^\circ$

$= 81^\circ$ … 4점

원주각의 크기는 호의 길이에 정비례한다.

$\therefore \angle BOC$

$= 2\angle BPC$

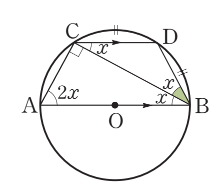
$= 2 \times 81^\circ = 162^\circ$ … 2점

답 162°

23

채점 기준		
	식 세우기	4점
	$\angle CBD$의 크기 구하기	2점

$\angle CBD = \angle DCB = \angle x$



라 하면

$\angle CBA = \angle DCB = \angle x$

$\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$이므로

$\angle CBA = \angle DCB$ (엇각)

$\overline{AC}$를 그으면

$\widehat{CB} = 2\widehat{CD}$이므로

$\angle CAB = 2\angle x$

이때 $\angle ACB=90^\circ$이므로

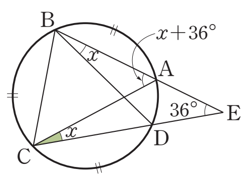
$2\angle x+\angle x=90^\circ$ … 4점

$\therefore\ \angle x=30^\circ$ … 2점

답 30°

24

채점 기준		
	식 세우기	4점
	$\angle ACD$의 크기 구하기	2점



$\overline{BD}$를 긋고

$\angle ACD=\angle ABD$

$=\angle x$

라 하면 $\triangle ACE$에서

$\angle BAC=\angle x+36^\circ$

이때 $\widehat{AB}=\widehat{BC}=\widehat{CD}$이므로

$\angle BCA=\angle BAC=\angle CBD=\angle x+36^\circ$

길이가 같은 호에 대한 원주각의 크기는 같다.

$\triangle ABC$에서

$(\angle x+36^\circ)+(\angle x+36^\circ)+\angle x+(\angle x+36^\circ)$

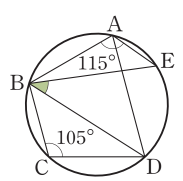
$=180^\circ$ … 4점

$4\angle x=72^\circ \qquad \therefore\ \angle x=18^\circ$ … 2점

답 18°

25

채점 기준		
	$\angle BAD$의 크기 구하기	2점
	$\angle EAD$의 크기 구하기	2점
	$\angle EBD$의 크기 구하기	2점



$\overline{AD}$를 그으면 $\square ABCD$가 원에 내접하므로

$\angle BAD=180^\circ-105^\circ$

$=75^\circ$ … 2점

$\angle EAD=115^\circ-75^\circ$

$=40^\circ$ … 2점

이므로

$\angle EBD=\angle EAD=40^\circ$ … 2점

$\widehat{DE}$에 대한 원주각

답 40°

서술형 따라잡기

p 128~129

예제 1

채점 기준	배점
$\angle AOB$의 크기 구하기	50%
$\angle APB$의 크기 구하기	50%

1단계 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로 $\angle OBA=\angle OAB=36^\circ$

$\therefore\ \angle AOB=180^\circ-2\times 36^\circ=108^\circ$ 50%

2단계 $\therefore\ \angle APB=\frac{1}{2}\angle AOB=54^\circ$ 50%

원주각의 크기는 중심각의 크기의 $\frac{1}{2}$배이다.

답 54°

유제 1

채점 기준	배점
$\angle AOB$의 크기 구하기	50%
$\widehat{AB}$의 길이 구하기	50%

1단계 $\angle AOB=2\angle APB=160^\circ$ 50%

2단계 $\therefore\ \widehat{AB}=2\pi\times 9\times\frac{160}{360}=8\pi\,(\text{cm})$ 50%

답 8π cm

예제 2

채점 기준	배점
$\overline{AC}$의 길이 구하기	40%
$\overline{BC}$의 길이 구하기	40%
$\triangle ABC$의 둘레의 길이 구하기	20%

1단계 $\angle ACB=90^\circ$이므로

반원에 대한 원주각의 크기는 90°이다.

$\overline{AC}=\overline{AB}\cos 60^\circ=12\times\frac{1}{2}=6$ 40%

2단계 $\overline{BC}=\overline{AB}\sin 60^\circ=12\times\frac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}$ 40%

3단계 $\therefore$ ($\triangle ABC$의 둘레의 길이)

$=6+12+6\sqrt{3}$

$=18+6\sqrt{3}$ 20%

답 $18+6\sqrt{3}$

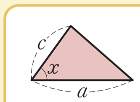
유제 2

채점 기준	배점
$\overline{AC}$의 길이 구하기	50%
$\triangle ABC$의 넓이 구하기	50%

1단계 $\angle ACB=90^\circ$이므로

$\overline{AC}=\overline{AB}\cos 30^\circ=4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$ 50%

2단계 $\therefore\ \triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{AB}\times\sin 30^\circ$



➡ (넓이)$=\frac{1}{2}ac\sin x$

$=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 4\times\frac{1}{2}=2\sqrt{3}$ 50%

답 $2\sqrt{3}$

예제 3

채점 기준	배점
$\angle ECB$의 크기 구하기	40%
$\angle CBA$의 크기 구하기	40%
$\angle BQE$의 크기 구하기	20%

1단계 $\angle ACE:\angle ECB=\widehat{AE}:\widehat{EB}=2:1$

이때 $\angle ACB=90^\circ$이므로

$\angle ECB=\frac{1}{3}\angle ACB=\frac{1}{3}\times 90^\circ=30^\circ$ 40%

2단계 $\angle CAB : \angle CBA = \overset{\frown}{CB} : \overset{\frown}{AC} = 4 : 5$이므로

$\angle CBA = 90° \times \frac{5}{9} = 50°$ 40%

3단계 $\triangle CQB$에서 $\angle BQE = 30° + 50° = 80°$ 20%

답 $80°$

유제 3

채점 기준	배점
$\angle ACD$의 크기 구하기	40%
$\angle CAB$의 크기 구하기	40%
$\angle CEB$의 크기 구하기	20%

1단계 $\angle ACD : \angle DCB = \overset{\frown}{AD} : \overset{\frown}{DB} = 4 : 2 = 2 : 1$

이때 $\angle ACB = 90°$이므로

$\angle ACD = \frac{2}{3}\angle ACB = \frac{2}{3} \times 90° = 60°$ 40%

2단계 $\angle ACD : \angle CAB = \overset{\frown}{AD} : \overset{\frown}{BC} = 4 : 3$이므로

$\angle CAB = \frac{3}{4}\angle ACD = \frac{3}{4} \times 60° = 45°$ 40%

3단계 $\triangle ACE$에서 $\angle CEB = 45° + 60° = 105°$ 20%

답 $105°$

예제 4

채점 기준	배점
$\angle A$에 대한 식 세우기	40%
$\angle A$의 크기 구하기	30%
$\angle DCE$의 크기 구하기	30%

1단계 $\square ABCD$가 원 O에 내접하므로

$\angle B + \angle D = 180°$

즉 $\frac{5}{3}\angle A + \frac{4}{3}\angle A = 180°$ 40%

2단계 $3\angle A = 180°$ $\therefore \angle A = 60°$ 30%

3단계 $\therefore \angle DCE = \angle A = 60°$ 30%

답 $60°$

유제 4

채점 기준	배점
$\angle D$의 크기 구하기	40%
$\angle A$의 크기 구하기	30%
$\angle C$의 크기 구하기	30%

1단계 $\square ABCD$가 원 O에 내접하므로

$\angle D = \angle ABE = 108°$ 40%

2단계 $\angle A : \angle D = 7 : 9$이므로

$\angle A : 108° = 7 : 9$ $\therefore \angle A = 84°$ 30%

3단계 $\angle A + \angle C = 180°$이므로

$\angle C = 180° - 84° = 96°$ 30%

답 $96°$

Q Box

원의 접선과 현이 이루는 각의 크기는 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같다.

원에 내접하는 사각형의 한 외각의 크기는 그 내대각의 크기와 같다.

반원에 대한 원주각의 크기는 $90°$이다.

$5\angle A = 3\angle B$이므로

$\angle B = \frac{5}{3}\angle A$

$4\angle A = 3\angle D$이므로

$\angle D = \frac{4}{3}\angle A$

이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같으므로

$\angle BPC = \angle BCP$

삼각형의 외각의 성질에 의하여

$\angle BPC + \angle BCP = \angle x$

원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

$\overline{CF} = \overline{CE}$이므로

$\angle CFE = \angle CEF$

3 원주각 (2)

LECTURE 40 P 130

01 답 (가) $90°$ (나) $90°$ (다) $\overset{\frown}{DB}$ (라) $\angle BCA$

01-1 (1) $\angle x = \angle CAT = 60°$

(2) $\angle BAT = 85° - 50° = 35°$

$\therefore \angle x = \angle BAT = 35°$

(3) $\angle CAB = 90°$이므로

$\angle x = \angle BCA = 180° - (90° + 20°) = 70°$

(4) $\angle CAB = 90°$이므로

$\angle x = \angle BCA = 120° - 90° = 30°$

답 (1) $60°$ (2) $35°$ (3) $70°$ (4) $30°$

핵심유형 익히기 P 131

01 $\angle CBA = \angle CAT = 70°$

$\therefore \angle COA = 2\angle CBA = 2 \times 70° = 140°$

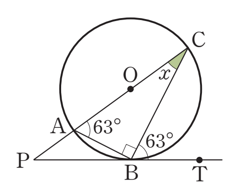
답 $140°$

01-1 $\angle BCP = \angle BAC = 35°$

$\angle PBC = \angle ADC = 120°$

$\therefore \angle x = 180° - (120° + 35°) = 25°$ 답 $25°$

02 $\overline{AB}$를 그으면



$\angle CAB = \angle CBT$

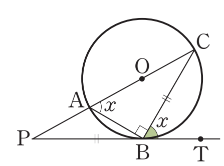
$= 63°$

$\angle ABC = 90°$이므로

$\triangle ABC$에서

$\angle x = 180° - (90° + 63°) = 27°$ 답 $27°$

02-1 $\overline{AB}$를 긋고



$\angle CBT = \angle CAB = \angle x$

라 하면 $\triangle CPB$에서

$\angle BPC = \angle BCP$

$= \frac{1}{2}\angle x$

이때 $\angle ABC = 90°$이므로

$\triangle ABC$에서 $\angle x + 90° + \frac{1}{2}\angle x = 180°$

$\therefore \angle x = 60°$ 답 $60°$

03 $\overline{PA} = \overline{PB}$이므로 $\triangle ABP$에서

$\angle ABP = \frac{1}{2} \times (180° - 40°) = 70°$

$\therefore \angle ACB = \angle ABP = 70°$ 답 $70°$

03-1 $\triangle CFE$에서 $\angle CEF = \frac{1}{2} \times (180° - 60°) = 60°$

Q Box

이때 $\angle DEB=\angle DFE=70°$이므로
$\angle DEF=180°-(60°+70°)=50°$ 답 $50°$

04 $\angle BAP=\angle BPT'=\angle DPT=\angle DCP=80°$이므로 $\triangle CDP$에서
$\angle CDP=180°-(45°+80°)=55°$ 답 $55°$

04-1 $\angle BPT'=\angle BAP=45°$이므로
$\angle CPT=180°-(65°+45°)=70°$

평각의 크기는 $180°$이다.

$\therefore \angle x=\angle CPT=70°$ 답 $70°$

LECTURE 41

p 132

01 답 (가) 원주각 (나) $\angle DPB$ (다) $\angle PBC$ (라) $\triangle PCB$

01-1 (1) $3\times 8=4\times x$ $\therefore x=6$
(2) $x^2=4\times 9=36$ $\therefore x=6\ (\because x>0)$
(3) $4\times(4+8)=6\times x$ $\therefore x=8$
(4) $4\times(4+5)=3\times(3+x)$ $\therefore x=9$
답 (1) 6 (2) 6 (3) 8 (4) 9

LECTURE 42

p 133

01 답 (가) $r+\overline{OP}$ (나) $r^2-\overline{OP}^2$
(다) $\overline{OP}+r$ (라) $\overline{OP}^2-r^2$

01-1 (1) $5\times 2=x^2$ $\therefore x=\sqrt{10}\ (\because x>0)$
(2) $4\times 2=(x+2)(x-2)$이므로
$x^2=12$ $\therefore x=2\sqrt{3}\ (\because x>0)$
(3) $4\times(4+2)=(7-x)(7+x)$이므로
$x^2=25$ $\therefore x=5\ (\because x>0)$
답 (1) $\sqrt{10}$ (2) $2\sqrt{3}$ (3) 5

01-2 (1) $4\times(12-4)=x^2$ $\therefore x=4\sqrt{2}\ (\because x>0)$
(2) $(4+x)(4-x)=3\times 4$이므로
$x^2=4$ $\therefore x=2\ (\because x>0)$
(3) $5\times(5+3)=x\times(x+6)$이므로
$x^2+6x-40=0,\ (x+10)(x-4)=0$
$\therefore x=4\ (\because x>0)$
답 (1) $4\sqrt{2}$ (2) 2 (3) 4

LECTURE 43

p 134

01 답 (가) $\angle PBT$ (나) AA (다) $\overline{PB}$ (라) $\overline{PT}^2$

01-1 (1) $x^2=3\times(3+9)=36$ $\therefore x=6\ (\because x>0)$
(2) $6^2=x(x+5)$이므로 $x^2+5x-36=0$
$(x-4)(x+9)=0$ $\therefore x=4\ (\because x>0)$
(3) $x^2=(10-6)\times(10+6)=64$
$\therefore x=8\ (\because x>0)$
(4) $(3\sqrt{2})^2=2\times(2+2x)$이므로 $4x=14$
$\therefore x=\frac{7}{2}$ 답 (1) 6 (2) 4 (3) 8 (4) $\frac{7}{2}$

핵심유형 익히기

p 135~137

01 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로
$6\times 12=(\overline{CD}-18)\times 18,\ 18\overline{CD}=396$
$\therefore \overline{CD}=22(\text{cm})$ 답 ②

01-1 $\overline{PC}=3x\,\text{cm}$라 하면 $\overline{PD}=5x\,\text{cm}$
$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로
$5\times(5+7)=3x\times 5x,\ 15x^2=60$
$x^2=4$ $\therefore x=2\ (\because x>0)$
$\therefore \overline{PC}=3\times 2=6(\text{cm})$ 답 ④

02 (ㄱ) $2\times 6=3\times 4$
(ㄴ) $4\times 6\neq 2\times 8$
(ㄷ) $3\times(3+3)=2\times(2+7)$
(ㄹ) $4\times(4+3)\neq 3\times(3+4)$ 답 (ㄱ), (ㄷ)

02-1 □ACDB가 원에 내접하려면
$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이어야 하므로
$\overline{AB}=x\,\text{cm}$라 하면
$4\times(4+x)=5\times(5+7),\ 4x=44$
$\therefore x=11$ 답 ②

03 $\overline{PA}=x\,\text{cm}$라 하면 $\overline{PB}=(13-x)\text{cm}$
$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이어야 하므로
$x(13-x)=6^2$
$x^2-13x+36=0,\ (x-4)(x-9)=0$
$\therefore x=4\ (\because \overline{PA}<\overline{PB})$ 답 4 cm

03-1 $3\times(3+5)=4\times(4+2)$
즉 $\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{AF}\times\overline{AE}$이므로 네 점 B, C, E, F는 한 원 위에 있다.

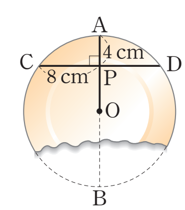
한 호에 대한 원주각의 크기는 같다.

$\therefore \angle CBD=\angle DFE=140°-30°=110°$ 답 ③

04 지름의 길이를 $x\,\text{cm}$라 하면

원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분한다.

$8^2=4\times(x-4),\ 4x=80$
$\therefore x=20$ 답 ④



다른풀이
반지름의 길이를 $r\,\text{cm}$라 하면
피타고라스 정리에 의하여

$\triangle COP$에서 피타고라스 정리를 이용한다.

Q Box

$r^2=8^2+(r-4)^2,\ 8r=80 \qquad \therefore r=10$

따라서 토기의 지름의 길이는 20cm이다.

04-1 $\overline{PD}=x$라 하면 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PD}\times\overline{PC}$이므로

$5\times4=x(x+8),\ x^2+8x-20=0$

$(x-2)(x+10)=0 \qquad \therefore x=2\ (\because x>0)$

답 ③

$\overline{PC}=4+\overline{OC}$
$=4+(x+4)$
$=x+8$

05 $\overline{PA}=x$라 하면 $\overline{PC}\times\overline{PD}=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

$3\times(3+5)=x(x+10),\ x^2+10x-24=0$

$(x+12)(x-2)=0 \qquad \therefore x=2\ (\because x>0)$

답 ⑤

05-1 $\overline{OA}=6$cm이므로 △DOP에서

$\overline{DP}=\sqrt{6^2+8^2}=10$(cm)

$\overline{CD}=x$cm라 하면 $\overline{PC}\times\overline{PD}=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

$(10-x)\times10=2\times14$

$10x=72 \qquad \therefore x=\frac{36}{5}$ 답 $\frac{36}{5}$cm

두 원에서의 비례 관계는 한 원에서의 비례 관계를 각각 적용한다.

06 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PE}\times\overline{PF}$이고

$\overline{PE}\times\overline{PF}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로

$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$

$(9+3)\times2=3\times(2+x),\ 3x=18 \qquad \therefore x=6$

답 ③

06-1 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PE}\times\overline{PF}$이고

$\overline{PE}\times\overline{PF}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로

$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$

$4\times10=x(x+3),\ x^2+3x-40=0$

$(x+8)(x-5)=0 \qquad \therefore x=5\ (\because x>0)$ 답 5

07 △ATP는 ∠T=90°인 직각삼각형이므로

$\overline{AP}=\sqrt{9^2+12^2}=15$(cm)

$\overline{PT}^2=\overline{PB}\times\overline{PA}$이므로

$12^2=\overline{PB}\times15 \qquad \therefore \overline{BP}=\frac{48}{5}$(cm) 답 $\frac{48}{5}$cm

원의 접선은 그 접점을 지나는 반지름과 수직이다.

07-1 $\overline{DC}\times\overline{DT}=\overline{DA}\times\overline{DB}$이므로

$3\times6=\overline{DA}\times9 \qquad \therefore \overline{DA}=2$(cm)

$\overline{PA}=x$cm라 하면 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

$(2\sqrt{15})^2=x(x+2+9),\ x^2+11x-60=0$

$(x-4)(x+15)=0 \qquad \therefore x=4\ (\because x>0)$

답 4cm

08 지름의 길이를 $x$cm라 하면

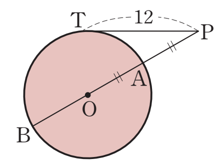
$\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

$6^2=(12-x)\times12,\ 12x=108$

$\therefore x=9$ 답 9cm

원의 접선과 현이 이루는 각의 크기는 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같다.

08-1 반지름의 길이를 r라 하면



$\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

$12^2=r\times3r,\ r^2=48$

$\therefore r=4\sqrt{3}\ (\because r>0)$

따라서 원 O의 넓이는

$\pi\times r^2=\pi\times(4\sqrt{3})^2=48\pi$ 답 48π

09 $\overline{PT}^2=2\times(2+6)=16$

$\therefore \overline{PT}=4$(cm) $(\because \overline{PT}>0)$

△PAT와 △PTB에서

∠P는 공통, ∠PTA=∠PBT이므로

△PAT∽△PTB (AA 닮음)

$\overline{PA}:\overline{PT}=\overline{AT}:\overline{TB}$이므로

$2:4=3:\overline{TB} \qquad \therefore \overline{BT}=6$(cm) 답 6cm

09-1 △PTA와 △PBT에서

∠P는 공통, ∠PTA=∠PBT이므로

△PTA∽△PBT (AA 닮음)

따라서 $\overline{PA}:\overline{PT}=\overline{TA}:\overline{BT}$이므로

$4:\overline{PT}=3:\frac{9}{2} \qquad \therefore \overline{PT}=6$(cm)

$6^2=4\times(4+\overline{AB}),\ 4\overline{AB}=20$

$\therefore \overline{AB}=5$(cm) 답 5cm

$\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$

10 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PT}^2=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로

$3\times(3+3)=2\times(2+\overline{CD})$

$2\overline{CD}=14 \qquad \therefore \overline{CD}=7$ 답 7

원 O에서 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$
원 O′에서 $\overline{PT}^2=\overline{PC}\times\overline{PD}$

10-1 원 O에서 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이고

원 O′에서 $\overline{PT'}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

$\overline{PT}=\overline{PT'}\ (\because \overline{PT}>0,\ \overline{PT'}>0)$

따라서 $\overline{PT}=\overline{PT'}=4$(cm)이므로

$4^2=\overline{PA}\times8 \qquad \therefore \overline{PA}=2$(cm) 답 2cm

중단원 마무리 P 138~141

01 ④	02 95°	03 ④	04 50°	05 ③
06 ③	07 ④	08 $4\sqrt{3}$	09 ③	10 ③
11 ②	12 9πcm^2	13 ③	14 6cm	
15 ②	16 ①	17 ①	18 ③	19 ③
20 8π	21 20°	22 8cm	23 $x=6,\ y=\frac{9}{2}$	
24 $8\sqrt{2}$cm	25 13			

01 ∠ACB=∠ABT=72°

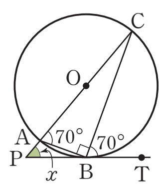
$\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

∠BAC=180°−2×72°=36° 답 ④

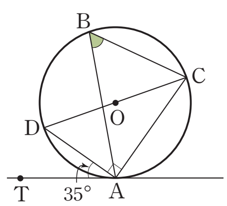
02 $\angle DAC=\angle ABC=\angle x$라 하면
$\angle BAC=\angle CBE=40°$이므로 $\triangle ABD$에서
$\angle x+50°+(\angle x+40°)=180°$
$2\angle x=90°$ $\quad\therefore \angle x=45°$
$\therefore \angle ACB=45°+50°=95°$ 답 $95°$

03 □ABCD가 원에 내접하므로
$\angle CBA=180°-100°=80°$
$\therefore \angle DAT=\angle DBA$
$=80°-35°=45°$ 답 ④

04 $\overline{AB}$를 그으면
$\angle CAB=\angle CBT=70°$
$\angle ABC=90°$이므로
$\angle ACB=180°-(90°+70°)$
$=20°$
$\triangle CPB$에서
$\angle x=70°-20°=50°$ 답 $50°$



05 $\overline{AC}$를 그으면
$\angle DCA=35°$,
$\angle DAC=90°$이므로
$\angle ADC$
$=180°-(90°+35°)$
$=55°$
$\therefore \angle ABC=\angle ADC=55°$ 답 ③



$\angle DCA=\angle DAT$

원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

한 호에 대한 원주각의 크기는 같다.

06 $\angle x=\angle CDT=60°$
$\angle y=\angle BAT=70°$ 답 ③

07 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로
$8\times\overline{BP}=4\times(10-4)$
$\therefore \overline{BP}=3(\text{cm})$ 답 ④

08 $\overline{PC}=x$라 하면 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로
$6\times(6+10)=x\times 2x,\ x^2=48$
$\therefore x=4\sqrt{3}\ (\because x>0)$ 답 $4\sqrt{3}$

09 ① $\angle DAB=\angle DCE=130°$
② $\angle B+\angle D=180°$
③ $5\times5\neq8\times2$
④ $5\times(5+3)=4\times(4+6)$
⑤ $6\times5=10\times3$ 답 ③

10 $\angle EDA=\angle EBA$이므로 네 점 A, B, D, E는 한 원 위에 있다.
$\overline{CB}\times\overline{CA}=\overline{CD}\times\overline{CE}$이므로
$3\times(3+5)=4\times(4+x)$
$4x=8$ $\quad\therefore x=2$ 답 ③

11 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$\overline{CP}=\overline{DP}=6$ cm이므로
$6^2=(r-3)(r+3),\ r^2=45$
$\therefore r=3\sqrt{5}\ (\because r>0)$
$\therefore \overline{AB}=2\times3\sqrt{5}=6\sqrt{5}(\text{cm})$ 답 ②

12 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$(7-r)(7+r)=5\times(5+3)$
$r^2=9$ $\quad\therefore r=3\ (\because r>0)$
$\therefore$ (원 O의 넓이)$=\pi\times3^2=9\pi(\text{cm}^2)$
답 $9\pi\ \text{cm}^2$

13 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PE}\times\overline{PF}$이고
$\overline{PE}\times\overline{PF}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로
$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$
$8\times5=4\times\overline{PD}$ $\quad\therefore \overline{PD}=10$ 답 ③

14 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로 $(4\sqrt{6})^2=\overline{PA}\times16$
$\therefore \overline{PA}=6(\text{cm})$ 답 6 cm

15 $\overline{PQ}=\overline{PT}=6$ cm
$\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로 $6^2=\overline{PA}\times(6+3)$
$\therefore \overline{PA}=4(\text{cm})$ 답 ②

16 $\angle APT=\angle ABT=\angle ATP$이므로 $\triangle APT$는 이등변삼각형이다.
$\therefore \overline{PA}=\overline{TA}=4$
$\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로 $(4\sqrt{3})^2=4\times(4+\overline{AB})$
$4\overline{AB}=32$ $\quad\therefore \overline{AB}=8$ 답 ①

17 $\overline{PA}=x$라 하면 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로
$6^2=x(x+9)$
$x^2+9x-36=0,\ (x+12)(x-3)=0$
$\therefore x=3\ (\because x>0)$
$\triangle PAT\backsim\triangle PTB$ (AA 닮음)이므로
$\overline{AT}:\overline{TB}=\overline{PA}:\overline{PT}=3:6=1:2$ 답 ①

$\angle PTA=\angle PBT$,
$\angle P$는 공통
$\therefore \triangle PAT\backsim\triangle PTB$
(AA 닮음)

18 원 O에서 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이고
원 O′에서 $\overline{PT}^2=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로
$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$
$4\times(4+\overline{AB})=5\times(5+7),\ 4\overline{AB}=44$
$\therefore \overline{AB}=11(\text{cm})$ 답 ③

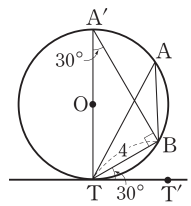
19 $\overline{PT}=\overline{PT'}=\frac{1}{2}\overline{TT'}=6$
원 O에서 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로
$6^2=x(x+5),\ x^2+5x-36=0$
$(x+9)(x-4)=0$ $\quad\therefore x=4\ (\because x>0)$ 답 ③

$\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PT'}^2$
이므로 $\overline{PT}=\overline{PT'}$
$(\because \overline{PT}>0,\ \overline{PT'}>0)$

Q Box

20

채점 기준		
	원 O의 지름의 길이 구하기	4점
	원 O의 둘레의 길이 구하기	2점



지름 $A'T$와 $\overline{A'B}$를 그으면

$\angle BA'T = \angle BTT' = 30^\circ$,

$\angle A'BT = 90^\circ$이므로

$\overline{A'T} = \dfrac{4}{\sin 30^\circ} = 8$ ⋯ 4점

∴ (원 O의 둘레의 길이)

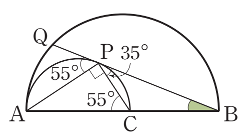
$= 2\pi \times 4 = 8\pi$ ⋯ 2점

답 8π

(원의 둘레의 길이) $= 2\pi \times$ (반지름의 길이)

21

채점 기준		
	$\angle BPC$의 크기 구하기	2점
	$\angle PCA$의 크기 구하기	2점
	$\angle PBA$의 크기 구하기	2점



$\overline{PC}$를 그으면

$\angle APC = 90^\circ$이므로

$\angle BPC$

$= 180^\circ - (90^\circ + 55^\circ)$

$= 35^\circ$ ⋯ 2점

이때 $\angle PCA = \angle QPA = 55^\circ$이므로 ⋯ 2점

$\triangle PCB$에서 $\angle PBA = 55^\circ - 35^\circ = 20^\circ$ ⋯ 2점

답 20°

22

채점 기준		
	$\overline{AM}$의 길이에 대한 식 세우기	4점
	$\overline{AM}$의 길이 구하기	2점

점 M은 $\overline{CD}$의 중점이므로 $\overline{CM} = \overline{DM} = 4$(cm)

$\overline{AM} = x$ cm라 하면 $\overline{BM} = (10 - x)$cm

네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으려면

$\overline{AM} \times \overline{BM} = \overline{CM} \times \overline{DM}$이어야 하므로

$x(10-x) = 4 \times 4$ ⋯ 4점

$x^2 - 10x + 16 = 0$, $(x-2)(x-8) = 0$

∴ $x = 8$ ($\because \overline{AM} > \overline{BM}$) ⋯ 2점

답 8 cm

23

채점 기준		
	x의 값 구하기	2점
	$\triangle PAT \backsim \triangle PTB$임을 알기	2점
	y의 값 구하기	2점

$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$이므로 $x^2 = 4 \times (4+5) = 36$

∴ $x = 6$ ($\because x > 0$) ⋯ 2점

$\angle ATP = \angle TBP$, $\angle P$는 공통이므로

$\triangle PAT \backsim \triangle PTB$ (AA 닮음) ⋯ 2점

따라서 $\overline{PT} : \overline{PB} = \overline{AT} : \overline{TB}$이므로

$6 : 9 = 3 : y$, $6y = 27$

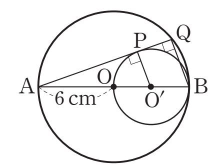
∴ $y = \dfrac{9}{2}$ ⋯ 2점

답 $x = 6$, $y = \dfrac{9}{2}$

원에 내접하는 사각형의 한 쌍의 대각의 크기의 합은 180°이다.

24

채점 기준		
	$\overline{AP}$의 길이 구하기	2점
	$\triangle APO' \backsim \triangle AQB$임을 알기	2점
	$\overline{AQ}$의 길이 구하기	2점



$\overline{AP}^2 = \overline{AO} \times \overline{AB}$이므로

$\overline{AP}^2 = 6 \times 12$

∴ $\overline{AP} = 6\sqrt{2}$(cm)

($\because \overline{AP} > 0$) ⋯ 2점

$\overline{PO'}$, $\overline{QB}$를 그으면

$\angle APO' = \angle AQB = 90^\circ$, $\angle A$는 공통이므로

$\triangle APO' \backsim \triangle AQB$ (AA 닮음) ⋯ 2점

따라서 $\overline{AP} : \overline{AQ} = \overline{AO'} : \overline{AB}$이므로

$6\sqrt{2} : \overline{AQ} = 9 : 12$

∴ $\overline{AQ} = 8\sqrt{2}$(cm) ⋯ 2점

답 $8\sqrt{2}$ cm

25

채점 기준		
	x의 값 구하기	2점
	y의 값 구하기	2점
	$x+y$의 값 구하기	2점

원 O에서 $\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$이므로

$6^2 = x(x+5)$

$x^2 + 5x - 36 = 0$, $(x-4)(x+9) = 0$

∴ $x = 4$ ($\because x > 0$) ⋯ 2점

원 O′에서 $\overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PC} \times \overline{PD}$이므로

$4 \times (4+5) = 3 \times (3+y)$

$3y = 27$ ∴ $y = 9$ ⋯ 2점

∴ $x + y = 4 + 9 = 13$ ⋯ 2점

답 13

서술형 따라잡기

P 142~143

예제 1

채점 기준	배점
$\angle x$의 크기 구하기	40%
$\angle DAB$의 크기 구하기	30%
$\angle y$의 크기 구하기	30%

1단계 $\angle x = \angle BAT = 48^\circ$ 40%

2단계 $\angle DAB = 180^\circ - (15^\circ + 48^\circ) = 117^\circ$ 30%

3단계 ∴ $\angle y = 180^\circ - \angle DAB$

$= 180^\circ - 117^\circ = 63^\circ$ 30%

답 $\angle x = 48^\circ$, $\angle y = 63^\circ$

유제 1

채점 기준	배점
$\angle x$의 크기 구하기	40%
$\angle CDA$의 크기 구하기	30%
$\angle y$의 크기 구하기	30%

1단계 $\overline{DT}=\overline{DA}$이므로 $\angle DAT=\angle DTA=35°$

$\therefore \angle x=\angle DAT=35°$ 40%

2단계 $\angle CDA=\angle DTA+\angle DAT=70°$ 30%

3단계 $\therefore \angle y=180°-\angle CDA$

$=180°-70°=110°$ 30%

답 $\angle x=35°$, $\angle y=110°$

이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같다.

예제 2

채점 기준	배점
$\angle BED$의 크기 구하기	30%
$\angle DFE$의 크기 구하기	40%
$\angle DEF$의 크기 구하기	30%

1단계 $\triangle BDE$에서 $\overline{BD}=\overline{BE}$이므로

$\angle BED=\frac{1}{2}\times(180°-70°)=55°$ 30%

2단계 $\therefore \angle DFE=\angle BED=55°$ 40%

3단계 $\triangle DEF$에서

$\angle DEF=180°-(60°+55°)=65°$ 30%

답 $65°$

원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

유제 2

채점 기준	배점
$\angle DEF$의 크기 구하기	30%
$\angle ADF$의 크기 구하기	40%
$\angle A$의 크기 구하기	30%

1단계 $\triangle DEF$에서

$\angle DEF=180°-(40°+75°)=65°$ 30%

2단계 $\therefore \angle ADF=\angle DEF=65°$ 40%

3단계 $\triangle ADF$에서 $\overline{AD}=\overline{AF}$이므로

$\angle A=180°-2\times65°=50°$ 30%

답 $50°$

예제 3

채점 기준	배점
$\overline{PA}:\overline{PB}$ 구하기	30%
원 O의 반지름의 길이 구하기	40%
원 O의 넓이 구하기	30%

1단계 $\overline{PA}:\overline{AO}=4:3$이므로

$\overline{PA}:\overline{PB}=4:(4+3+3)$

$=4:10=2:5$ 30%

2단계 $\overline{PA}=2x$라 하면 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로

$2x\times5x=5\times(5+3)$, $x^2=4$

$\therefore x=2\ (\because x>0)$

$\therefore \overline{OA}=\frac{3}{4}\overline{PA}=\frac{3}{4}\times4=3$ 40%

3단계 $\therefore$ (원 O의 넓이)$=\pi\times3^2=9\pi$ 30%

답 (1) $2:5$ (2) 9π

$\overline{PA}:\overline{PB}=2:5$이므로 $\overline{PA}=2x$라 하면 $\overline{PB}=5x$

유제 3

채점 기준	배점
$\overline{AP}:\overline{BP}$ 구하기	30%
원 O의 반지름의 길이 구하기	40%
원 O의 둘레의 길이 구하기	30%

1단계 $\overline{AO}:\overline{OP}=3:5$이므로

$\overline{AP}:\overline{BP}=(3+5):(5-3)$

$=8:2=4:1$ 30%

2단계 $\overline{PB}=x$라 하면 $\overline{PB}\times\overline{PA}=\overline{PD}\times\overline{PC}$이므로

$x\times4x=4\times(4+5)$, $x^2=9$

$\therefore x=3\ (\because x>0)$

$\therefore \overline{OA}=\frac{3}{2}\overline{PB}=\frac{3}{2}\times3=\frac{9}{2}$ 40%

3단계 $\therefore$ (원 O의 둘레의 길이)$=2\pi\times\frac{9}{2}=9\pi$ 30%

답 (1) $4:1$ (2) 9π

$\overline{AP}:\overline{BP}=4:1$이므로 $\overline{BP}=x$라 하면 $\overline{AP}=4x$

$\overline{AO}:\overline{OP}=3:5$이고 $\overline{AO}=\overline{BO}$이므로 $\overline{AO}:\overline{BP}=3:2$

$\therefore \overline{OA}=\frac{3}{2}\overline{PB}$

예제 4

채점 기준	배점
$\overline{QC}$의 길이 구하기	40%
x에 대한 식 세우기	40%
x의 값 구하기	20%

1단계 $\overline{QA}\times\overline{QB}=\overline{QC}\times\overline{QD}$이므로

$4\times5=\overline{QC}\times2$

$\therefore \overline{QC}=10$(cm) 40%

2단계 $\overline{PT}^2=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로

$8^2=(x-10)(x+2)$ 40%

3단계 $x^2-8x-84=0$, $(x+6)(x-14)=0$

$\therefore x=14\ (\because x>0)$ 20%

답 14

유제 4

채점 기준	배점
$\overline{AB}$의 길이 구하기	40%
$\overline{AQ}$에 대한 식 세우기	40%
$\overline{AQ}$의 길이 구하기	20%

1단계 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

$(3\sqrt{10})^2=6\times(6+\overline{AB})$

$6\overline{AB}=54$ $\therefore \overline{AB}=9$ 40%

2단계 $\overline{AQ}=x$라 하면

$\overline{QA}\times\overline{QB}=\overline{QT}\times\overline{QC}$이므로

$x\times(9-x)=9\times2$ 40%

3단계 $x^2-9x+18=0$, $(x-3)(x-6)=0$

$\therefore x=6\ (\because \overline{AQ}>\overline{BQ})$ 20%

답 6

Q Box

Ⅳ 통계

1 대푯값과 산포도 p 2~9

001 $(\text{평균})=\dfrac{5+8+11+13+17+24+26+32+35}{9}$

$=\dfrac{171}{9}=19(\text{초})$ 답 19초

002 $(\text{평균})=\dfrac{8+15+20+16+23+26+32}{7}$

$=\dfrac{140}{7}=20(\text{명})$ 답 20명

003 (1) 자료의 변량을 작은 값부터 순서대로 나열하면
11, 12, 13, 15, 17, 25
따라서 중앙값은 3번째와 4번째 변량의 평균인
$\dfrac{13+15}{2}=14$이다.
(2) 자료의 변량을 작은 값부터 순서대로 나열하면
2, 3, 5, 6, 9, 10, 13
따라서 중앙값은 4번째 변량인 6이다.
(3) 자료의 변량을 작은 값부터 순서대로 나열하면
7, 12, 16, 19, 25, 30, 33, 38
따라서 중앙값은 4번째와 5번째 변량의 평균인
$\dfrac{19+25}{2}=22$이다.
(4) 자료의 변량을 작은 값부터 순서대로 나열하면
43, 46, 49, 50, 53, 54, 57, 60, 68
따라서 중앙값은 5번째 변량인 53이다.
답 (1) 14 (2) 6 (3) 22 (4) 53

변량의 개수가 짝수이면 중앙에 있는 두 값의 평균이 중앙값이다.

변량의 개수가 홀수이면 중앙에 있는 값이 중앙값이다.

004 자료의 변량을 작은 값부터 순서대로 나열하면 중앙값은 8번째와 9번째 변량의 평균이므로
$\dfrac{9+10}{2}=9.5(\text{회})$ 답 9.5회

005 도수분포표에서 작은 값부터 순서대로 나열하면 25번째 변량은 10권 이상 15권 미만인 계급에 속하므로 구하는 중앙값은 이 계급의 계급값인 12.5권이다. 답 12.5권

006 (1) 자료의 변량을 작은 값부터 순서대로 나열하면
7, 9, 10, 12, 12
따라서 12의 도수가 2로 가장 크므로 최빈값은 12이다.
(2) 자료의 변량을 작은 값부터 순서대로 나열하면 도수가 모두 같으므로 최빈값은 없다.
(3) 자료의 변량을 작은 값부터 순서대로 나열하면
125, 125, 125, 130, 135, 140, 145, 150
따라서 125의 도수가 3으로 가장 크므로 최빈값은 125이다.
(4) 자료의 변량을 작은 값부터 순서대로 나열하면
24, 27, 27, 34, 35, 35, 38
따라서 27과 35의 도수가 각각 2로 가장 크므로 최빈값은 27과 35이다.
답 (1) 12 (2) 최빈값은 없다.
(3) 125 (4) 27, 35

최빈값은 2개 이상일 수도 있다.

007 줄기와 잎 그림에서 도수가 가장 큰 것은 255 mm이므로 최빈값은 255 mm이다. 답 255 mm

008 도수분포표에서 도수가 가장 큰 계급은 5시간 이상 7시간 미만인 계급이므로 최빈값은 이 계급의 계급값인 6시간이다. 답 6시간

009 6번째 시험에서 얻은 점수를 x점이라 하면
$\dfrac{79\times5+x}{6}\geq82\qquad\therefore x\geq97$
따라서 최소한 97점을 얻어야 한다. 답 ②

010 A반의 몸무게의 총합은 $58\times10=580(\text{kg})$
B반의 몸무게의 총합은 $64\times10=640(\text{kg})$
따라서 20명의 몸무게의 총합은
$580+640=1220(\text{kg})$
이므로 두 반 전체의 평균은 $\dfrac{1220}{20}=61(\text{kg})$
답 61 kg

011 남학생의 키의 평균을 x cm라 하면
$\dfrac{24x+16\times155}{40}=167$
$24x=4200\qquad\therefore x=175$
따라서 남학생의 키의 평균은 175 cm이다.
답 ⑤

012 $\dfrac{a+b+c}{3}=3$에서 $a+b+c=9$이므로
$(\text{평균})=\dfrac{(2a+3)+(2b+3)+(2c+3)}{3}$
$=\dfrac{2(a+b+c)+3\times3}{3}$
$=\dfrac{2\times9+3\times3}{3}=\dfrac{27}{3}=9$ 답 9

013 자료의 변량을 작은 값부터 순서대로 나열하면
25, 32, 46
나머지 변량을 x라 하면 중앙값이 30이므로
$25<x<32$
이때 중앙값은 2번째와 3번째 변량의 평균이므로
$\dfrac{x+32}{2}=30,\ x+32=60$
$\therefore x=28$ 답 ③

$x<25$이면 중앙값은
$\dfrac{25+32}{2}=28.5$
$25<x<32$이면 중앙값은
$\dfrac{x+32}{2}$이고
$28.5<\dfrac{x+32}{2}<32$
$32<x<46$이면 중앙값은
$\dfrac{32+x}{2}$이고
$32<\dfrac{32+x}{2}<39$
$x>46$이면 중앙값은
$\dfrac{32+46}{2}=39$

Q Box

014 조건 (가)에서 변량은 모두 5개이므로 중앙값은 작은 값부터 순서대로 나열할 때 3번째 변량이다.
이때 중앙값이 16이므로 a의 값의 범위는
$a \ge 16$ …… ㉠
조건 (나)에서 변량은 모두 6개이므로 중앙값은 작은 값부터 순서대로 나열할 때 3번째와 4번째 변량의 평균이다.
이때 중앙값이 19이므로 a의 값의 범위는
$a \le 17$ …… ㉡
㉠, ㉡에서 $16 \le a \le 17$이므로 자연수 a의 값은 16, 17이다.
답 16, 17

015 점수를 낮은 것부터 순서대로 나열할 때, 중앙값은 3번째와 4번째 학생의 점수의 평균이므로 4번째 학생의 점수를 x점이라 하면
$\frac{79+x}{2}=82 \quad \therefore x=85$
이때 91점인 학생이 들어오면 중앙값은 4번째 학생의 점수이므로 85점이다.
답 85점

016 도수가 가장 큰 것은 3명이므로 최빈값은 3명이다.
답 ②

017 1은 7명, 2는 8명, 3은 2명, 4는 3명이므로 최빈값은 2이다.
따라서 학생들이 가장 관심을 갖는 홍보 매체는 인터넷이다.
답 인터넷

018 최빈값이 8이므로

x가 어떤 값이 되어도 8의 도수가 3으로 가장 크다.

(평균)$=\frac{8+11+x+7+6+8+5+8}{8}=8$
$x+53=64 \quad \therefore x=11$
답 11

019 (1) (평균)$=\frac{9+8+14+12+6+11}{6}=\frac{60}{6}$
$=10$(회)

(2)

기록 (회)	9	8	14	12	6	11	합계
(기록) − (평균)	−1	−2	4	2	−4	1	0
{(기록) − (평균)}^{2}	1	4	16	4	16	1	42

(3) (분산)$=\frac{42}{6}=7$
(4) (표준편차)$=\sqrt{7}$(회)

표준편차에는 변량과 같은 단위를 붙인다.

답 (1) 10회 (2) 풀이 참조 (3) 7 (4) $\sqrt{7}$회

(분산)$=\frac{(\text{편차})^2\text{의 총합}}{(\text{변량})\text{의 개수}}$

020 (1) (평균)$=\frac{6+7+9+5+8}{5}=\frac{35}{5}=7$(점)
(2) (분산)$=\frac{(-1)^2+0^2+2^2+(-2)^2+1^2}{5}$
$=\frac{10}{5}=2$
(3) (표준편차)$=\sqrt{2}$(점)
답 (1) 7점 (2) 2 (3) $\sqrt{2}$점

021 (1)

성적 (점)	도수	(계급값) × (도수)	편차	(편차)^2 × (도수)
$0^{이상}$ ~ $2^{미만}$	1	$1\times1=1$	−5	$(-5)^2\times1=25$
2 ~ 4	3	$3\times3=9$	−3	$(-3)^2\times3=27$
4 ~ 6	5	$5\times5=25$	−1	$(-1)^2\times5=5$
6 ~ 8	7	$7\times7=49$	1	$1^2\times7=7$
8 ~ 10	4	$9\times4=36$	3	$3^2\times4=36$
합계	20	120		100

(2) (평균)$=\frac{120}{20}=6$(점)
(3) (분산)$=\frac{100}{20}=5$
(4) (표준편차)$=\sqrt{5}$(점)
답 (1) 풀이 참조 (2) 6점 (3) 5 (4) $\sqrt{5}$점

022 (1)

최저 기온(℃)	도수	(계급값) × (도수)	편차	(편차)^2 × (도수)
$14^{이상}$ ~ $16^{미만}$	4	$15\times4=60$	−3	$(-3)^2\times4=36$
16 ~ 18	12	$17\times12=204$	−1	$(-1)^2\times12=12$
18 ~ 20	9	$19\times9=171$	1	$1^2\times9=9$
20 ~ 22	5	$21\times5=105$	3	$3^2\times5=45$
합계	30	540		102

(2) (평균)$=\frac{540}{30}=18$(℃)
(3) (분산)$=\frac{102}{30}=3.4$
(4) (표준편차)$=\sqrt{3.4}$(℃)
답 (1) 풀이 참조 (2) 18℃ (3) 3.4 (4) $\sqrt{3.4}$℃

(편차)=(변량)−(평균)
➡ (변량)=(편차)+(평균)

023 B의 맥박 수는 $-2+58=56$(회)
E의 맥박 수의 편차를 x회라 하면
$6+(-2)+4+(-1)+x=0 \quad \therefore x=-7$
따라서 E의 맥박 수는 $-7+58=51$(회)
$\therefore 56+51=107$(회)
답 107회

024 $(-2)+4+1+x+3+(-5)=0 \quad \therefore x=-1$
D의 독서 시간이 8시간이므로
(평균)$=8-(-1)=9$(시간)
답 9시간

025 ① 편차가 양수이므로 D의 성적은 평균보다 높다.
② A와 B의 점수 차는 $2-(-1)=3$(점)이다.
③ C의 성적의 편차를 x점이라 하면
$2+(-1)+x+3+0=0 \quad \therefore x=-4$
④ E의 성적의 편차가 0이므로 5명의 수학 성적의 평균은 E의 점수와 같다.
$\therefore$ (평균)$=90$점
⑤ (분산)$=\frac{2^2+(-1)^2+(-4)^2+3^2+0^2}{5}=6$
답 ②

WORK BOOK

Q Box

026 $x+0+1+(-1)+2+(-3)+3=0$

$\therefore x=-2$

$(\text{분산})=\dfrac{(-2)^2+0^2+1^2+(-1)^2+2^2+(-3)^2+3^2}{7}$

$=\dfrac{28}{7}=4$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{4}=2$(회) 답 ④

027 (A의 평균)$=\dfrac{7+6+3+4+5}{5}=\dfrac{25}{5}=5$(점)

(A의 분산)$=\dfrac{2^2+1^2+(-2)^2+(-1)^2+0^2}{5}$

$=\dfrac{10}{5}=2$

(B의 평균)$=\dfrac{4+10+7+8+6}{5}=\dfrac{35}{5}=7$(점)

(B의 분산)$=\dfrac{(-3)^2+3^2+0^2+1^2+(-1)^2}{5}$

$=\dfrac{20}{5}=4$

따라서 $a=2$, $b=4$이므로

$a-b=-2$ 답 ①

028 남학생과 여학생의 (편차)^{2}의 총합은 각각

$20\times3=60$, $20\times7=140$

따라서 전체 학생의 (편차)^{2}의 총합은

$60+140=200$

$\therefore$ (분산)$=\dfrac{200}{40}=5$ 답 5

(분산)$=\dfrac{(\text{편차})^2\text{의 총합}}{(\text{변량})\text{의 개수}}$
➡ {(편차)^{2}의 총합}
={(변량)의 개수}×(분산)

029 남학생, 여학생의 (편차)^{2}의 총합은 각각

$6\times2=12$, $4\times12=48$

이므로 전체 학생의 (편차)^{2}의 총합은

$12+48=60$

따라서 분산은 $\dfrac{60}{10}=6$이므로

(표준편차)$=\sqrt{6}$(점) 답 $\sqrt{6}$점

030 평균이 5이므로 $\dfrac{x+y+z}{3}=5$

$\therefore x+y+z=15$ …… ㉠

또 분산이 4이므로

$\dfrac{(x-5)^2+(y-5)^2+(z-5)^2}{3}=4$

$\therefore x^2+y^2+z^2-10(x+y+z)+75=12$ …… ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면 $x^2+y^2+z^2=87$

$\therefore \dfrac{x^2+y^2+z^2}{3}=\dfrac{87}{3}=29$ 답 29

x^2, y^2, z^2의 평균

031 평균이 3이므로 $\dfrac{2+4+a+b}{4}=3$

$6+a+b=12$ $\therefore a+b=6$ …… ㉠

또 분산이 2이므로

$\dfrac{(-1)^2+1^2+(a-3)^2+(b-3)^2}{4}=2$

$\therefore a^2+b^2-6(a+b)+20=8$ …… ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면 $a^2+b^2=24$

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$에서

$36=24+2ab$, $2ab=12$

$\therefore ab=6$ 답 ②

032 편차의 총합이 0이므로

$a+b+(-4)+3+(-1)=0$ $\therefore a+b=2$

표준편차가 $\sqrt{7.2}$이므로

$\dfrac{a^2+b^2+(-4)^2+3^2+(-1)^2}{5}=(\sqrt{7.2})^2$

$a^2+b^2+26=36$ $\therefore a^2+b^2=10$

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$에서

$4=10+2ab$ $\therefore 2ab=-6$ 답 -6

033 $\dfrac{a+b+c+d}{4}=10$에서 $a+b+c+d=40$이므로

$m=\dfrac{2(a+b+c+d)-4}{4}=\dfrac{80-4}{4}=19$

$\dfrac{(a-10)^2+(b-10)^2+(c-10)^2+(d-10)^2}{4}=5$

에서

$(a-10)^2+(b-10)^2+(c-10)^2+(d-10)^2=20$

이므로

n

$=\dfrac{(2a-20)^2+(2b-20)^2+(2c-20)^2+(2d-20)^2}{4}$

$=\dfrac{4\{(a-10)^2+(b-10)^2+(c-10)^2+(d-10)^2\}}{4}$

$=\dfrac{4\times20}{4}=20$

$\therefore m+n=19+20=39$ 답 39

$\{(2a-1)-19\}^2$
$=(2a-20)^2$

034 3개 과목의 중간고사 성적을 각각 a점, b점, c점이라 하면 기말고사 성적은 각각 $(a+2)$점, $(b+2)$점, $(c+2)$점이다.

$\dfrac{a+b+c}{3}=79$에서 $a+b+c=237$이므로 기말고사 성적의 평균은

$\dfrac{a+b+c+6}{3}=\dfrac{237+6}{3}=81$(점)

$\dfrac{(a-79)^2+(b-79)^2+(c-79)^2}{3}=2^2$에서

$(a-79)^2+(b-79)^2+(c-79)^2=12$이므로 기말고사 성적의 분산은

$\dfrac{(a-79)^2+(b-79)^2+(c-79)^2}{3}=\dfrac{12}{3}=4$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{4}=2$(점) 답 ④

a, b, c의 평균이 m이면 $a+2$, $b+2$, $c+2$의 평균은 $m+2$이다.

a, b, c의 분산이 s^2이면 $a+2$, $b+2$, $c+2$의 분산도 s^2이다.
➡ 자료가 흩어져 있는 정도가 변하지 않으므로 분산은 같다.

035 $1+2+4+a+1=10 \qquad \therefore a=2$

$$(\text{평균})=\frac{6\times1+7\times2+8\times4+9\times2+10\times1}{10}=\frac{80}{10}=8(\text{점})$$

$$(\text{분산})=\frac{1}{10}\{(-2)^2\times1+(-1)^2\times2+0^2\times4+1^2\times2+2^2\times1\}=\frac{12}{10}=1.2$$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{1.2}$(점)　　답 $\sqrt{1.2}$점

036 $(\text{평균})=\dfrac{2\times1+4\times a+6\times7+8\times4+10\times2}{14+a}=6$

도수분포표에서의 평균
➡ $\dfrac{\{(\text{계급값})\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$

$96+4a=84+6a,\ 2a=12 \qquad \therefore a=6$

$$(\text{분산})=\frac{1}{20}\{(-4)^2\times1+(-2)^2\times6+0^2\times7+2^2\times4+4^2\times2\}=\frac{88}{20}=4.4$$

답 4.4

037 $3+x+y+1=10 \qquad \therefore x+y=6 \quad \cdots\cdots$ ㉠

$\dfrac{65\times3+75x+85y+95\times1}{10}=76$

$75x+85y=470 \qquad \therefore 15x+17y=94 \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

㉠$\times$15$-$㉡을 하면
$-2y=-4 \qquad \therefore y=2$
$y=2$를 ㉠에 대입하면
$x+2=6 \qquad \therefore x=4$

$x=4,\ y=2$

$$(\text{분산})=\frac{1}{10}\{(-11)^2\times3+(-1)^2\times4+9^2\times2+19^2\times1\}=\frac{890}{10}=89$$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{89}$(점)　　답 $\sqrt{89}$점

그래프가 주어지면 먼저 그래프를 도수분포표로 나타낸다.

038

계급값(시간)	1	3	5	7	9	합계
도수(명)	1	4	6	4	1	16

$$(\text{평균})=\frac{1\times1+3\times4+5\times6+7\times4+9\times1}{16}=\frac{80}{16}=5(\text{시간})$$

$$(\text{분산})=\frac{1}{16}\{(-4)^2\times1+(-2)^2\times4+0^2\times6+2^2\times4+4^2\times1\}=\frac{64}{16}=4$$

답 ③

039

계급값(회)	6	10	14	18	22	합계
도수(명)	3	8	6	2	1	20

$$(\text{평균})=\frac{6\times3+10\times8+14\times6+18\times2+22\times1}{20}=\frac{240}{20}=12(\text{회})$$

$$(\text{분산})=\frac{1}{20}\{(-6)^2\times3+(-2)^2\times8+2^2\times6+6^2\times2+10^2\times1\}=\frac{336}{20}=16.8$$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{16.8}$(회)　　답 $\sqrt{16.8}$회

040 7회 이상 9회 미만인 계급의 도수를 x명이라 하면

$2+3+4+x+1=15 \qquad \therefore x=5$

계급값(회)	2	4	6	8	10	합계
도수(명)	2	3	4	5	1	15

$$(\text{평균})=\frac{2\times2+4\times3+6\times4+8\times5+10\times1}{15}=\frac{90}{15}=6(\text{회})$$

$$\therefore (\text{분산})=\frac{1}{15}\{(-4)^2\times2+(-2)^2\times3+0^2\times4+2^2\times5+4^2\times1\}=\frac{80}{15}=\frac{16}{3}$$

답 ②

041 자유투 성공 횟수의 격차가 클수록 표준편차가 크므로 두 사람 중 자유투 성공 횟수의 표준편차가 큰 사람은 백현이다.　　답 백현

042 표준편차는 자료가 평균을 중심으로 흩어진 정도를 나타내므로 A, C의 표준편차는 같고, B의 표준편차는 A, C의 표준편차보다 크다.

$\therefore a=c<b$　　답 ③

043 표준편차가 클수록 자료의 값이 고르지 않으므로 수면 시간이 가장 불규칙한 사람은 명호이다.　　답 ④

044 ① A반의 그래프가 B반의 그래프보다 더 왼쪽에 치우쳐 있고 평균에 더 집중되어 있으므로 A반이 B반보다 등교 시간은 짧지만 등교 시간의 분포는 고르다고 할 수 있다.　　답 ①

WORK BOOK

V 피타고라스 정리

1 피타고라스 정리 ······ p 10~22

045 (1) $x=\sqrt{5^2+3^2}=\sqrt{34}$

(2) $x=\sqrt{(\sqrt{5})^2+1^2}=\sqrt{6}$

(3) $x=\sqrt{4^2+4^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$

(4) $x=\sqrt{7^2-(\sqrt{33})^2}=4$

(5) $x=\sqrt{10^2-5^2}=\sqrt{75}=5\sqrt{3}$

(6) $x^2+x^2=(2\sqrt{3})^2$이므로 $x^2=6$

$\therefore x=\sqrt{6}$ ($\because x>0$)

답 (1) $\sqrt{34}$ (2) $\sqrt{6}$ (3) $4\sqrt{2}$ (4) 4 (5) $5\sqrt{3}$ (6) $\sqrt{6}$

삼각형의 변의 길이는 항상 양수이다.

046 (1) $x=\sqrt{3^2-(\sqrt{6})^2}=\sqrt{3}$

$y=\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}=2$

(2) $x=\sqrt{13^2-12^2}=5$

$y=\sqrt{5^2-3^2}=4$

답 (1) $x=\sqrt{3}$, $y=2$ (2) $x=5$, $y=4$

직각삼각형을 모두 찾아 피타고라스 정리를 이용한다.

047 (1) □ACHI$=\overline{AC}^2=5^2+12^2=169(\text{cm}^2)$

(2) □ACHI$=$□ADEB$-$□BFGC

$=56-35=21(\text{cm}^2)$

(3) □BFML$=$□ADEB$=4^2=16(\text{cm}^2)$

(4) □ADML$=$□ACHI$=5^2=25(\text{cm}^2)$

답 (1) 169 cm^2 (2) 21cm^2 (3) 16cm^2 (4) 25cm^2

048 답 (가) 3 (나) $\sqrt{58}$ (다) 58

049 (1) △AEH에서 $\overline{EH}=\sqrt{3^2+5^2}=\sqrt{34}$

□EFGH는 정사각형이므로

□EFGH$=\overline{EH}^2=(\sqrt{34})^2=34$

(2) △AEH에서 $\overline{EH}=\sqrt{(\sqrt{10})^2+(\sqrt{2})^2}=2\sqrt{3}$

□EFGH는 정사각형이므로

□EFGH$=\overline{EH}^2=(2\sqrt{3})^2=12$

답 (1) 34 (2) 12

050 답 (가) 2 (나) 5 (다) 3 (라) 9

051 (1) 색칠한 부분은 정사각형이고 한 변의 길이는

$3-2=1$

이므로 색칠한 부분의 넓이는 $1^2=1$

(2) 색칠한 부분은 정사각형이고 한 변의 길이는

$2\sqrt{3}-\sqrt{3}=\sqrt{3}$

이므로 색칠한 부분의 넓이는 $(\sqrt{3})^2=3$

답 (1) 1 (2) 3

052 답 (1) × (2) ○ (3) ○ (4) ×

먼저 가장 긴 변의 길이를 찾고
(긴 변의 길이의 제곱)
=(나머지 두 변의 길이의 제곱의 합)
이면 직각삼각형이다.

053 (1) $(x+1)^2=x^2+3^2$이어야 하므로 $2x=8$

$\therefore x=4$

(2) $(2x)^2=x^2+(5\sqrt{3})^2$이어야 하므로 $3x^2=75$

$x^2=25$ $\therefore x=5$ ($\because x>0$)

답 (1) 4 (2) 5

054 $x+5$가 가장 긴 변의 길이이므로

$(x+5)^2=7^2+(x+4)^2$, $2x=40$

$\therefore x=20$

답 20

$x>2$0이므로 $x+5>7$이고 $x+5>x+4$이므로 가장 긴 변의 길이는 $x+5$이다.

055 $(2x+3)^2=12^2+x^2$이므로

$x^2+4x-45=0$, $(x+9)(x-5)=0$

$\therefore x=5$ ($\because x>0$)

답 5

056 △ABD에서 $\overline{AD}=\sqrt{10^2-8^2}=6(\text{cm})$

△ADC에서 $\overline{CD}=\sqrt{(6\sqrt{2})^2-6^2}=6(\text{cm})$

답 6cm

057 △ABC에서 $\overline{BC}=\sqrt{12^2-6^2}=6\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore \overline{DC}=3\sqrt{3}(\text{cm})$

따라서 △ADC에서

$\overline{AD}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+6^2}=3\sqrt{7}(\text{cm})$

답 ③

058 $\overline{AM}:\overline{GM}=3:1$이므로 $\overline{AM}=5$

$\overline{BM}=\overline{CM}=\overline{AM}$이므로

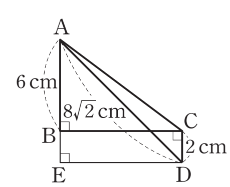
$\overline{BC}=2\overline{AM}=2\times5=10$

$\therefore \overline{AB}=\sqrt{10^2-6^2}=8$

답 8

삼각형의 무게중심은 세 중선의 길이를 각 꼭짓점으로부터 각각 2 : 1로 나눈다.

059 점 D를 지나면서 $\overline{BC}$와 평행한 직선이 $\overline{AB}$의 연장선과 만나는 점을 E라 하면



$\overline{BE}=\overline{CD}=2\text{cm}$

△AED에서 $\overline{ED}=\sqrt{(8\sqrt{2})^2-8^2}=8(\text{cm})$

$\overline{BC}=\overline{ED}=8\text{ cm}$이므로 △ABC에서

$\overline{AC}=\sqrt{6^2+8^2}=10(\text{cm})$

답 ③

060 △ABC에서 $\overline{BC}=\sqrt{15^2-12^2}=9(\text{cm})$

이때 $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$이므로

$\overline{BD}:\overline{CD}=15:12=5:4$

$\therefore \overline{CD}=9\times\frac{4}{9}=4(\text{cm})$

△ADC에서 $\overline{AD}=\sqrt{4^2+12^2}=4\sqrt{10}(\text{cm})$

답 ②

△ABC에서 $\overline{AD}$가 ∠A의 이등분선이면 $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$

061 $\overline{AC}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}(\text{cm})$

$\overline{AD}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+2^2}=2\sqrt{3}(\text{cm})$

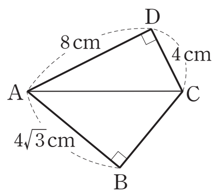
$\overline{AE}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+2^2}=4(\text{cm})$

$\therefore$ △AEF$=\frac{1}{2}\times2\times4=4(\text{cm}^2)$

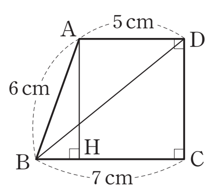
답 4cm^2

062 $\overline{AB'}=\overline{BC'}=\overline{CD'}=\overline{DE'}=\overline{OA'}=1$이므로
$\overline{OB'}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$, $\overline{OC'}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+1^2}=\sqrt{3}$,
$\overline{OD'}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}=2$, $\overline{OE'}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$
$\therefore\ \overline{OE}=\overline{OE'}=\sqrt{5}$ 답 ③

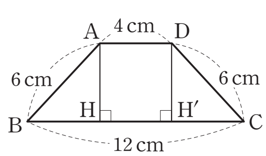
063 $\overline{AB}=x$cm라 하면
$\overline{AC}=\sqrt{x^2+x^2}=\sqrt{2}x$
$\overline{AD}=\sqrt{(\sqrt{2}x)^2+x^2}=\sqrt{3}x$
$\overline{AE}=\sqrt{(\sqrt{3}x)^2+x^2}=2x$
따라서 $2x=6$이므로 $x=3$ 답 3cm

064 $\overline{AC}$를 그으면


$\triangle$ACD에서
$\overline{AC}=\sqrt{8^2+4^2}$
$=4\sqrt{5}$(cm)
$\triangle$ABC에서
$\overline{BC}=\sqrt{(4\sqrt{5})^2-(4\sqrt{3})^2}$
$=4\sqrt{2}$(cm) 답 ①

065 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면


$\overline{HC}=\overline{AD}=5$cm이므로
$\overline{BH}=7-5=2$(cm)
$\triangle$ABH에서
$\overline{AH}=\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}$(cm)
$\overline{DC}=\overline{AH}=4\sqrt{2}$cm이므로 $\triangle$DBC에서
$\overline{BD}=\sqrt{7^2+(4\sqrt{2})^2}=9$(cm) 답 9cm

066 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H′이라 하면


$\overline{HH'}=\overline{AD}=4$cm
이므로 $\overline{BH}=\overline{CH'}=\frac{1}{2}\times(12-4)=4$(cm)
따라서 $\triangle$ABH에서
$\overline{AH}=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}$(cm) 답 ④

067 $\triangle$ABC에서 $\overline{AB}^2=\overline{BC}^2+\overline{AC}^2$이므로
$\overline{AC}^2=60-40=20$
$\therefore\ \overline{AC}=2\sqrt{5}$(cm) ($\because\ \overline{AC}>0$)
또 $\overline{BC}^2=40$이므로
$\overline{BC}=2\sqrt{10}$(cm) ($\because\ \overline{BC}>0$)
$\therefore\ \triangle ABC=\frac{1}{2}\times2\sqrt{5}\times2\sqrt{10}=10\sqrt{2}(\text{cm}^2)$
답 $10\sqrt{2}\text{cm}^2$

068 $\triangle$ABC에서 $\overline{BC}=\sqrt{9^2+12^2}=15$(cm)
$\square$ACHI$=\square$LMGC이므로
$9^2=15\times\overline{MG}$ $\quad\therefore\ \overline{MG}=\frac{27}{5}$(cm)
답 ④

069 $\triangle$ABC에서 $\overline{AB}^2=13^2-5^2=144$이므로
$\square$BDGF$=\overline{AB}^2=144(\text{cm}^2)$ 답 144cm^2

070 $\square$EFGH는 정사각형이고
$\overline{EH}^2=a^2+b^2=25$이므로
$\square$EFGH$=\overline{EH}^2=25$ 답 ③

$\triangle$AEH$\equiv\triangle$BFE
$\equiv\triangle$CGF
$\equiv\triangle$DHG
(SAS 합동)
➡ $\square$EFGH는 정사각형

071 $\square$EFGH는 정사각각형이므로 $\overline{EF}=\sqrt{41}$(cm)
$\triangle$AFE에서 $\overline{AF}=\sqrt{(\sqrt{41})^2-4^2}=5$(cm)
즉 $\square$ABCD는 한 변의 길이가 $4+5=9$(cm)인 정사각형이므로
$\square$ABCD$=81(\text{cm}^2)$ 답 81cm^2

072 $\overline{AH}=x$라 하면 $\triangle$AEH에서
$x^2+x^2=(2\sqrt{6})^2$, $x^2=12$
$\therefore\ x=2\sqrt{3}$ ($\because\ x>0$)
따라서 $\overline{AD}=4\sqrt{3}$이므로 $\square$ABCD의 둘레의 길이는 $4\times4\sqrt{3}=16\sqrt{3}$ 답 $16\sqrt{3}$

073 $\overline{CF}=\sqrt{16}=4$(cm)이므로 $\overline{CB}=4+4=8$(cm)
$\triangle$ABC에서 $\overline{AB}^2=4^2+8^2=80$
$\therefore\ \square$ABDE$=\overline{AB}^2=80(\text{cm}^2)$ 답 80cm^2

$\triangle$AEH$\equiv\triangle$BAC
$\equiv\triangle$DBF
$\equiv\triangle$EDG
(RHA 합동)
➡ $\square$CFGH는 정사각형

074 $\overline{AB}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$(cm)이므로 $\triangle$ABC에서
$\overline{BC}=\sqrt{(2\sqrt{5})^2-(\sqrt{2})^2}=3\sqrt{2}$(cm)
$\therefore\ \overline{CF}=3\sqrt{2}-\sqrt{2}=2\sqrt{2}$(cm)
$\square$CFGH는 정사각형이므로 둘레의 길이는
$4\times2\sqrt{2}=8\sqrt{2}$(cm) 답 ②

075 $\overline{BC}=\sqrt{89}$, $\overline{FG}=3$이므로 $\triangle$FBC에서
$x^2+(x+3)^2=(\sqrt{89})^2$, $x^2+3x-40=0$
$(x+8)(x-5)=0$ $\quad\therefore\ x=5$ ($\because\ x>0$)
답 5

$\triangle$ABH$\equiv\triangle$DCH′
(RHA 합동)
이므로 $\overline{BH}=\overline{CH'}$

076 $\triangle$ABE$\equiv\triangle$CDB (SAS 합동)이므로
$\overline{EB}=\overline{BD}=\sqrt{4^2+3^2}=5$, $\angle$EBD$=90°$
$\therefore\ \triangle BDE=\frac{1}{2}\times5\times5=\frac{25}{2}$ 답 ②

077 $\triangle$ABC$\equiv\triangle$CDE이므로
$\overline{AC}=\overline{CE}$, $\angle$ACE$=90°$
즉 $\triangle$ACE는 직각이등변삼각형이므로
$\frac{1}{2}\overline{CE}^2=29$, $\overline{CE}^2=58$
$\therefore\ \overline{CE}=\sqrt{58}$(cm) ($\because\ \overline{CE}>0$)
$\triangle$CDE에서 $\overline{DE}=\sqrt{(\sqrt{58})^2-7^2}=3$(cm)
$\therefore\ \square ABDE=\frac{1}{2}\times(7+3)\times10=50(\text{cm}^2)$
답 50cm^2

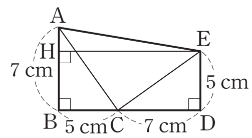
$\angle$ACB$+\angle$ECD
$=\angle$ACB$+\angle$CAB
$=90°$
이므로 $\angle$ACE$=90°$

(사다리꼴의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times$\{(아랫변의 길이)
$+$(윗변의 길이)\}
$\times$(높이)

WORK BOOK

Q Box

078 점 E에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{HE}=\overline{BD}=5+7$
$=12(\text{cm})$
$\overline{AH}=7-5=2(\text{cm})$
$\triangle$AHE에서 $\overline{AE}=\sqrt{2^2+12^2}=2\sqrt{37}\,(\text{cm})$

답 $2\sqrt{37}$ cm

079 가장 긴 변의 길이가 $a+1$이므로
$a+1<(a-7)+a \qquad \therefore a>8$
직각삼각형이 되기 위한 조건에서
$(a+1)^2=(a-7)^2+a^2,\ a^2-16a+48=0$
$(a-4)(a-12)=0 \qquad \therefore a=12\ (\because a>8)$

답 ④

080 (i) 가장 긴 변의 길이가 5이면
$x=\sqrt{5^2-3^2}=4$
(ii) 가장 긴 변의 길이가 x이면
$x=\sqrt{3^2+5^2}=\sqrt{34}$

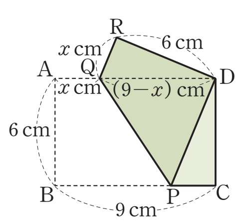
답 ①, ⑤

$c^2=a^2+b^2$
➡ 두 변의 길이가 a, b이고 빗변의 길이가 c인 직각삼각형

081 (i) 가장 긴 변의 길이가 x이면
$x=\sqrt{4^2+6^2}=2\sqrt{13}$
(ii) 가장 긴 변의 길이가 6이면
$x=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}$
(i), (ii)에서 $a=2\sqrt{13}$, $b=2\sqrt{5}$
$\therefore ab=4\sqrt{65}$

답 $4\sqrt{65}$

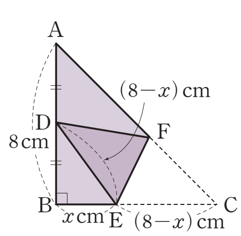
082 $\overline{RQ}=\overline{AQ}=x$cm라 하면



$\overline{QD}=(9-x)$cm
$\triangle$RQD에서
$x^2+6^2=(9-x)^2$
$18x=45$
$\therefore x=\frac{5}{2}$

답 $\frac{5}{2}$ cm

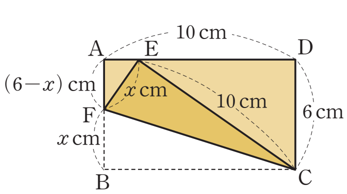
083 $\overline{BD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=4(\text{cm})$



$\overline{BE}=x$cm라 하면
$\overline{DE}=\overline{CE}$
$=(8-x)$cm
$\triangle$DBE에서
$4^2+x^2=(8-x)^2$
$16x=48 \qquad \therefore x=3$

답 ⑤

084



$\overline{EC}=\overline{BC}=10$cm이므로
$\triangle$ECD에서 $\overline{ED}=\sqrt{10^2-6^2}=8(\text{cm})$
$\therefore\ \overline{AE}=10-8=2(\text{cm})$

$\overline{EF}=\overline{BF}=x$cm라 하면 $\overline{AF}=(6-x)$cm
$\triangle$AFE에서 $x^2=(6-x)^2+2^2$이므로
$12x=40 \qquad \therefore x=\frac{10}{3}$
$\therefore\ \triangle CEF=\frac{1}{2}\times10\times\frac{10}{3}=\frac{50}{3}\ (\text{cm}^2)$

$\triangle$CEF는 $\angle$CEF$=90°$인 직각삼각형이다.

답 $\frac{50}{3}$ cm^2

085 (1) $(\sqrt{15})^2+7^2=8^2$ (2) $2^2+4^2<5^2$
(3) $(\sqrt{3})^2+5^2<6^2$ (4) $9^2+10^2>13^2$
(5) $(\sqrt{7})^2+3^2=4^2$ (6) $2^2+(\sqrt{6})^2>3^2$

답 (1) 직각삼각형 (2) 둔각삼각형
(3) 둔각삼각형 (4) 예각삼각형
(5) 직각삼각형 (6) 예각삼각형

삼각형의 한 변의 길이는 나머지 두 변의 길이의 차보다 크고 합보다 작다.

086 (1) $x>7$이고 삼각형의 변의 길이 조건에 의하여
$2<x<12$이므로 $7<x<12$ ······ ㉠
$\angle A<90°$이므로 $x^2<5^2+7^2$
$x^2<74 \qquad \therefore 0<x<\sqrt{74}\ (\because x>0)$ ······ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 $7<x<\sqrt{74}$
(2) $x>7$이고 삼각형의 변의 길이 조건에 의하여
$2<x<12$이므로 $7<x<12$ ······ ㉠
$\angle A>90°$이므로 $x^2>5^2+7^2$
$x^2>74 \qquad \therefore x>\sqrt{74}\ (\because x>0)$ ······ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 $\sqrt{74}<x<12$

답 (1) $7<x<\sqrt{74}$ (2) $\sqrt{74}<x<12$

087 (1) $\overline{AB}^2=3\times(3+12)=45$
$\therefore\ \overline{AB}=3\sqrt{5}\ (\because \overline{AB}>0)$
(2) $\overline{AC}^2=12\times(12+3)=180$
$\therefore\ \overline{AC}=6\sqrt{5}\ (\because \overline{AC}>0)$
(3) $\overline{AD}^2=3\times12=36$
$\therefore\ \overline{AD}=6\ (\because \overline{AD}>0)$

답 (1) $3\sqrt{5}$ (2) $6\sqrt{5}$ (3) 6

088 (1) $(4\sqrt{2})^2=x\times8 \qquad \therefore x=4$
(2) $x^2=5\times8 \qquad \therefore x=2\sqrt{10}\ (\because x>0)$

답 (1) 4 (2) $2\sqrt{10}$

089 (1) $x^2+11^2=9^2+8^2$이므로 $x^2=24$
$\therefore x=2\sqrt{6}\ (\because x>0)$
(2) $4^2+10^2=6^2+x^2$이므로 $x^2=80$
$\therefore x=4\sqrt{5}\ (\because x>0)$

답 (1) $2\sqrt{6}$ (2) $4\sqrt{5}$

두 대각선이 직교하는 사각형에서 두 대변의 길이의 제곱의 합은 같다.

090 (1) $x^2+7^2=10^2+4^2$이므로 $x^2=67$
$\therefore x=\sqrt{67}\ (\because x>0)$
(2) $(\sqrt{17})^2+x^2=2^2+6^2$이므로 $x^2=23$
$\therefore x=\sqrt{23}\ (\because x>0)$
(3) $(\sqrt{13})^2+(2\sqrt{5})^2=(2\sqrt{2})^2+x^2$이므로
$x^2=25 \qquad \therefore x=5\ (\because x>0)$

Q Box

(4) $7^2+x^2=(2\sqrt{15})^2+5^2$이므로 $x^2=36$

$\therefore x=6\ (\because x>0)$

답 (1) $\sqrt{67}$ (2) $\sqrt{23}$ (3) 5 (4) 6

091 (1) $3^2+(4\sqrt{3})^2=6^2+x^2$이므로 $x^2=21$

$\therefore x=\sqrt{21}\ (\because x>0)$

(2) $x^2+5^2=3^2+6^2$이므로 $x^2=20$

$\therefore x=2\sqrt{5}\ (\because x>0)$

(3) $10^2+5^2=x^2+8^2$이므로 $x^2=61$

$\therefore x=\sqrt{61}\ (\because x>0)$

(4) $2^2+x^2=(\sqrt{10})^2+(\sqrt{2})^2$이므로 $x^2=8$

$\therefore x=2\sqrt{2}\ (\because x>0)$

답 (1) $\sqrt{21}$ (2) $2\sqrt{5}$ (3) $\sqrt{61}$ (4) $2\sqrt{2}$

092 (3) 두 변 AB, AC를 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 S_1, S_2라 하면

$S_1+S_2=25\pi$

(4) 세 변 AB, AC, BC를 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3이라 하면

$S_1+S_2=S_3=\frac{1}{2}\times\pi\times2^2=2\pi$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=S_1+S_2+S_3$

$=2\pi+2\pi=4\pi$

답 (1) $14\,\text{cm}^2$ (2) $15\,\text{cm}^2$ (3) 25π (4) 4π

직각삼각형의 각 변을 지름으로 하는 세 반원을 그리면
(큰 반원의 넓이)
=(작은 두 반원의 넓이의 합)

093 (3) (색칠한 부분의 넓이)$=\triangle$ABC

$=\frac{1}{2}\times9\times4=18(\text{cm}^2)$

(4) (색칠한 부분의 넓이)$=\triangle$ABC

$=\frac{1}{2}\times5\times8=20(\text{cm}^2)$

답 (1) $14\,\text{cm}^2$ (2) $19\,\text{cm}^2$ (3) $18\,\text{cm}^2$ (4) $20\,\text{cm}^2$

094 ① $5^2+11^2<14^2$이므로 둔각삼각형이다.

② $6^2+7^2>8^2$이므로 예각삼각형이다.

③ $(\sqrt{34})^2+7^2<10^2$이므로 둔각삼각형이다.

④ $8^2+15^2=17^2$이므로 직각삼각형이다.

⑤ $(3\sqrt{3})^2+(3\sqrt{5})^2<9^2$이므로 둔각삼각형이다.

답 ②

095 ② $a^2+c^2>b^2$이면 $\angle B<90°$이지만 $\angle A$ 또는 $\angle C$의 크기가 $90°$ 이상일 수도 있다.

답 ②

△ABC의 세 내각이 모두 예각일 때 △ABC는 예각삼각형이다.

096 세 변의 길이를 $4k$, $5k$, $7k\ (k>0)$라 하면

$(7k)^2=49k^2$, $(4k)^2+(5k)^2=41k^2$

$\therefore (7k)^2>(4k)^2+(5k)^2$

따라서 주어진 삼각형은 둔각삼각형이다.

답 둔각삼각형

097 $x>12$이고 삼각형의 변의 길이 조건에 의하여

$7<x<17$이므로 $12<x<17$ ······ ㉠

$12-5<x<12+5$

$\angle A<90°$이므로 $x^2<5^2+12^2$

$x^2<169$ $\therefore 0<x<13\ (\because x>0)$ ······ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 $12<x<13$

답 $12<x<13$

098 $a>10$이고 삼각형의 변의 길이 조건에 의하여

$5<a<15$이므로 $10<a<15$ ······ ㉠

$10-5<a<10+5$

둔각삼각형이므로 $a^2>5^2+10^2$

$a^2>125$ $\therefore a>5\sqrt{5}\ (\because a>0)$ ······ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 $5\sqrt{5}<a<15$

$\therefore 12+13+14=39$

답 ⑤

099 $x<14$이고 삼각형의 변의 길이 조건에 의하여

$5<x<23$이므로 $5<x<14$ ······ ㉠

$14-9<x<14+9$

예각삼각형이므로 $x^2+9^2>14^2$

$x^2>115$ $\therefore x>\sqrt{115}\ (\because x>0)$ ······ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 $\sqrt{115}<x<14$

따라서 자연수 x의 최솟값은 11이다.

답 11

100 $\overline{AC}=\sqrt{5^2-4^2}=3$이므로

$4\times3=\overline{AD}\times5$ $\therefore \overline{AD}=\frac{12}{5}$

답 $\frac{12}{5}$

$\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{AD}\times\overline{BC}$

101 $\overline{CH}=x\,\text{cm}$라 하면 $\overline{BH}=(10-x)\,\text{cm}$

$\overline{AH}^2=\overline{BH}\times\overline{CH}$이므로

$4^2=x(10-x)$, $x^2-10x+16=0$

$(x-2)(x-8)=0$ $\therefore x=8\ (\because \overline{BH}<\overline{CH})$

$\therefore \overline{AC}=\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}(\text{cm})$

답 ③

102 $\overline{BH}=x\,\text{cm}$라 하면 $\overline{BC}=(x+6)\,\text{cm}$

$\overline{AB}^2=\overline{BH}\times\overline{BC}$이므로

$4^2=x(x+6)$, $x^2+6x-16=0$

$(x+8)(x-2)=0$ $\therefore x=2\ (\because x>0)$

△ABC에서 $\overline{AC}=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

답 $4\sqrt{3}\,\text{cm}$

103 △AMH에서 $\overline{MH}=\sqrt{6^2-(4\sqrt{2})^2}=2$

점 M은 △ABC의 외심이므로

$\overline{CM}=\overline{BM}=\overline{AM}=6$

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이다.

따라서 $\overline{HC}=\overline{MC}-\overline{MH}=4$이므로

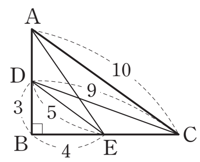
$\triangle AHC=\frac{1}{2}\times4\times4\sqrt{2}=8\sqrt{2}$

답 ③

WORK BOOK

Q Box

104 $\overline{DE}$를 그으면
△BED에서
$\overline{DE}=\sqrt{3^2+4^2}=5$
$5^2+10^2=\overline{AE}^2+9^2$이므로
$\overline{AE}^2=44$
$\therefore\ \overline{AE}=2\sqrt{11}\ (\because\ \overline{AE}>0)$ 답 ③



105 △ADE에서 $\overline{DE}=\sqrt{5^2+3^2}=\sqrt{34}$
△ABE에서 $\overline{BE}=\sqrt{12^2+3^2}=3\sqrt{17}$
따라서 $\overline{BE}^2+\overline{CD}^2=\overline{DE}^2+\overline{BC}^2$이므로
$\overline{BC}^2-\overline{CD}^2=\overline{BE}^2-\overline{DE}^2$
$=(3\sqrt{17})^2-(\sqrt{34})^2$
$=119$ 답 119

106 $x^2+2^2=5^2+y^2$이므로
$x^2-y^2=25-4=21$ 답 21

107 △APD에서 $\overline{AD}=\sqrt{4^2+3^2}=5(\text{cm})$
$8^2+6^2=5^2+\overline{BC}^2$이므로 $\overline{BC}^2=75$
$\therefore\ \overline{BC}=5\sqrt{3}(\text{cm})\ (\because\ \overline{BC}>0)$ 답 $5\sqrt{3}$ cm

108 $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=(\sqrt{29})^2+11^2=150$
이때 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로
$2\overline{AB}^2=150,\ \overline{AB}^2=75$
$\therefore\ \overline{AB}=5\sqrt{3}\ (\because\ \overline{AB}>0)$ 답 ①

등변사다리꼴은 평행하지 않은 두 대변의 길이가 같다.

109 $\overline{AO}^2+\overline{CO}^2=\overline{BO}^2+\overline{DO}^2$
$=7^2+4^2=65$ 답 ⑤

110 $4^2+5^2=3^2+\overline{DP}^2$이므로 $\overline{DP}^2=32$
$\therefore\ \overline{DP}=4\sqrt{2}\ (\because\ \overline{DP}>0)$ 답 $4\sqrt{2}$

111 도서관의 위치를 P라 하면
$\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$이므로
$\overline{AP}^2+5^2=4^2+7^2,\ \overline{AP}^2=40$
$\therefore\ \overline{AP}=2\sqrt{10}(\text{km})\ (\because\ \overline{AP}>0)$
답 $2\sqrt{10}$ km

$\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이

112 $\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{\overline{BC}}{2}\right)^2=5\pi+2\pi$이므로
$\overline{BC}^2=56$　$\therefore\ \overline{BC}=2\sqrt{14}\ (\because\ \overline{BC}>0)$ 답 ④

113 $\overline{AB}$를 지름으로 하는 반원의 넓이는
$\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{8}\pi(\text{cm}^2)$
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=\frac{9}{8}\pi+4\pi=\frac{41}{8}\pi(\text{cm}^2)$
답 $\frac{41}{8}\pi\,\text{cm}^2$

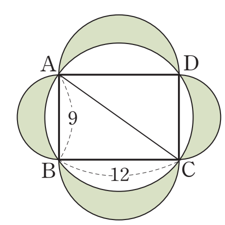
114 $S_2=\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{\overline{AC}}{2}\right)^2=16\pi$에서
$\overline{AC}^2=128$　$\therefore\ \overline{AC}=8\sqrt{2}\,(\text{cm})\ (\because\ \overline{AC}>0)$
$S_1=\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{\overline{AB}}{2}\right)^2=26\pi-16\pi=10\pi$에서
$\overline{AB}^2=80$　$\therefore\ \overline{AB}=4\sqrt{5}\,(\text{cm})\ (\because\ \overline{AB}>0)$
$\therefore\ \triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\sqrt{5}\times8\sqrt{2}$
$=16\sqrt{10}\,(\text{cm}^2)$ 답 $16\sqrt{10}\,\text{cm}^2$

115 $\overline{AC}=\sqrt{13^2-12^2}=5(\text{cm})$
따라서 색칠한 부분의 넓이는
$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times12\times5=30(\text{cm}^2)$ 답 $30\,\text{cm}^2$

116 $\overline{AB}=\sqrt{10^2-6^2}=8(\text{cm})$
따라서 색칠한 부분의 넓이는
$2\triangle ABC=2\times\left(\frac{1}{2}\times8\times6\right)=48(\text{cm}^2)$
답 $48\,\text{cm}^2$

△ABC=△ADC이므로 구하는 넓이는 2△ABC와 같다.

117 $\overline{AC}$를 그으면 색칠한 부분의 넓이는
$2\triangle ABC$
$=2\times\left(\frac{1}{2}\times9\times12\right)$
$=108$
답 ⑤



Q Box

2 피타고라스 정리의 활용 P 23~39

118 (1) $x=\sqrt{6^2+4^2}=2\sqrt{13}$

(2) $x=\sqrt{6^2+7^2}=\sqrt{85}$

(3) $x=\sqrt{(\sqrt{17})^2-3^2}=2\sqrt{2}$

(4) $x=\sqrt{12^2-(4\sqrt{3})^2}=4\sqrt{6}$

답 (1) $2\sqrt{13}$ (2) $\sqrt{85}$ (3) $2\sqrt{2}$ (4) $4\sqrt{6}$

119 (1) $x=\sqrt{2}\times 3=3\sqrt{2}$

(2) $x=\sqrt{2}\times 6\sqrt{2}=12$

(3) $\sqrt{2}x=10$에서 $x=5\sqrt{2}$

(4) $\sqrt{2}x=5\sqrt{2}$에서 $x=5$

답 (1) $3\sqrt{2}$ (2) 12 (3) $5\sqrt{2}$ (4) 5

한 변의 길이가 a인 정삼각형에서

(높이) $=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$

(넓이) $=\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2$

120 답 (1) $4\sqrt{3}$, $16\sqrt{3}$ (2) $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$, $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

121 (1) 정삼각형의 한 변의 길이를 a cm라 하면

$\dfrac{\sqrt{3}}{2}a=9$ $\quad\therefore a=6\sqrt{3}$

(2) 정삼각형의 한 변의 길이를 a cm라 하면

$\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2=\sqrt{3}$, $a^2=4$ $\quad\therefore a=2\ (\because a>0)$

답 (1) $6\sqrt{3}$ cm (2) 2 cm

122 답 (1) 2, $4\sqrt{2}$, $4\sqrt{2}$, $8\sqrt{2}$

(2) 3, $6\sqrt{2}$, $6\sqrt{2}$, $18\sqrt{2}$

123 직사각형의 세로의 길이를 x cm라 하면 가로의 길이는 $2x$ cm이므로

$(2x)^2+x^2=(3\sqrt{10})^2$, $x^2=18$

$\therefore x=3\sqrt{2}\ (\because x>0)$ 답 ②

124 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면

$\sqrt{2}x=16$ $\quad\therefore x=8\sqrt{2}$

이때 원의 반지름의 길이는 $4\sqrt{2}$ cm이므로

(원의 넓이) $=\pi\times(4\sqrt{2})^2=32\pi(\text{cm}^2)$ 답 ②

125 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면

$(2x)^2+(3x)^2=(\sqrt{26})^2$, $x^2=2$

$\therefore x=\sqrt{2}\ (\because x>0)$

$\therefore \overline{AB}=\sqrt{2}\times\sqrt{2}=2(\text{cm})$ 답 2 cm

∠A=90°인 직각삼각형 ABD에서 $\overline{AH}\perp\overline{BD}$이면

➡ $\overline{AB}^2=\overline{BH}\times\overline{BD}$

$\overline{AD}^2=\overline{DH}\times\overline{DB}$

$\overline{AB}\times\overline{AD}$

$=\overline{BD}\times\overline{AH}$

126 △ABD에서 $\overline{BD}=\sqrt{9^2+12^2}=15(\text{cm})$

$\overline{AD}^2=\overline{DH}\times\overline{DB}$이므로

$12^2=\overline{DH}\times 15$ $\quad\therefore \overline{DH}=\dfrac{48}{5}(\text{cm})$

답 $\dfrac{48}{5}$ cm

127 △ABD에서 $\overline{BD}=\sqrt{6^2+8^2}=10(\text{cm})$

$\overline{AB}^2=\overline{BP}\times\overline{BD}$이므로

$6^2=\overline{BP}\times 10$ $\quad\therefore \overline{BP}=\dfrac{18}{5}(\text{cm})$

△ABP≡△CDQ (RHA 합동)이므로

$\overline{DQ}=\overline{BP}=\dfrac{18}{5}(\text{cm})$

$\therefore \overline{PQ}=10-2\times\dfrac{18}{5}=\dfrac{14}{5}(\text{cm})$ 답 ③

128 정삼각형의 한 변의 길이를 a라 하면

$\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2=6\sqrt{3}$, $a^2=24$

$\therefore a=2\sqrt{6}\ (\because a>0)$

따라서 정삼각형의 높이는

$\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 2\sqrt{6}=3\sqrt{2}$ 답 ③

무게중심은 중선을 꼭짓점으로부터 2 : 1로 나눈다.

129 $\overline{AD}=3\overline{GD}=3\times 2\sqrt{3}=6\sqrt{3}$

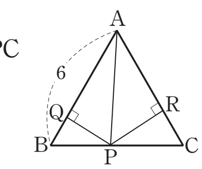
정삼각형의 한 변의 길이를 a라 하면

$\dfrac{\sqrt{3}}{2}a=6\sqrt{3}$ $\quad\therefore a=12$ 답 ③

130 $\overline{AP}$를 그으면

△ABC=△ABP+△APC

이므로



$9\sqrt{3}=3(\overline{PQ}+\overline{PR})$

$\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times 6^2$

$=\dfrac{1}{2}\times 6\times\overline{PQ}+\dfrac{1}{2}\times 6\times\overline{PR}$

$\therefore \overline{PQ}+\overline{PR}=3\sqrt{3}$ 답 $3\sqrt{3}$

131 $\overline{BE}=\overline{EC}=\overline{CF}=\dfrac{1}{2}\times 2\sqrt{2}=\sqrt{2}(\text{cm})$

△GEC는 한 변의 길이가 $\sqrt{2}$ cm인 정삼각형이므로

$\triangle GEC=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times(\sqrt{2})^2=\dfrac{\sqrt{3}}{2}(\text{cm}^2)$

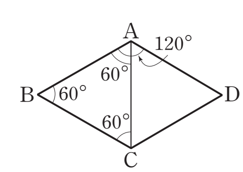
이때 $\triangle ABC=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times(2\sqrt{2})^2=2\sqrt{3}(\text{cm}^2)$이므로

색칠한 부분의 넓이는

$2\times\left(2\sqrt{3}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)=3\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ 답 $3\sqrt{3}\text{cm}^2$

132 $\overline{AC}$를 그으면

△ABC, △ACD는 정삼각형이므로



□ABCD

$=2\triangle ABC$

$=8\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

$\therefore\ \triangle ABC=4\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

즉 $\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times\overline{AB}^2=4\sqrt{3}$이므로 $\overline{AB}^2=16$

$\therefore \overline{AB}=4(\text{cm})\ (\because \overline{AB}>0)$ 답 ④

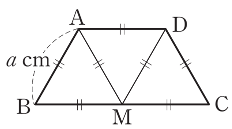
WORK BOOK

133 정육각형은 한 변의 길이가 3 cm인 정삼각형 6개로 이루어져 있으므로

$6\times\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\times3^2\right)=\frac{27\sqrt{3}}{2}\,(\text{cm}^2)$

답 $\frac{27\sqrt{3}}{2}\,\text{cm}^2$

134 $\overline{BC}$의 중점을 M, $\overline{AB}=a\,\text{cm}$라 하면



□ABCD

$=3\triangle ABM$

이므로 $27\sqrt{3}=3\times\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$, $a^2=36$

$\therefore a=6\ (\because a>0)$

답 6 cm

135 $\triangle ABH$에서

$\overline{BH}=\sqrt{10^2-8^2}=6(\text{cm})$

$\therefore \overline{BC}=2\overline{BH}=2\times6=12(\text{cm})$

답 ④

136 $\overline{BH}=\overline{CH}=\frac{1}{2}\overline{BC}=2(\text{cm})$

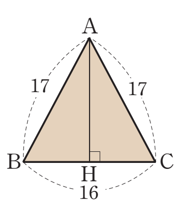
$\triangle ABH$에서

$\overline{AH}=\sqrt{8^2-2^2}=2\sqrt{15}(\text{cm})$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\times2\sqrt{15}=4\sqrt{15}(\text{cm}^2)$

답 $2\sqrt{15}\,\text{cm}$, $4\sqrt{15}\,\text{cm}^2$

137 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{BH}=\overline{CH}=8$이므로

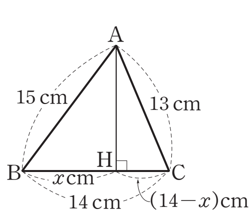
$\overline{AH}=\sqrt{17^2-8^2}=15$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times16\times15=120$

답 ③

138 답 $28-x$, 17, x, 25, $28-x$, x, $28-x$, 8, 8, 15, 15, 210

139 $\overline{BH}=x\,\text{cm}$라 하면



$\overline{CH}=(14-x)\text{cm}$

이므로

15^2-x^2

$=13^2-(14-x)^2$

$28x=252$

$\therefore x=9$

$\therefore \overline{AH}=\sqrt{15^2-9^2}=12(\text{cm})$ 답 12 cm

직각이등변삼각형의 세 변의 길이의 비

➡ $1:1:\sqrt{2}$

세 내각의 크기가 30°, 60°, 90°인 삼각형의 세 변의 길이의 비

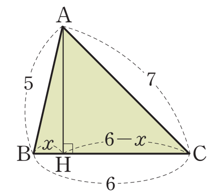
➡ $1:\sqrt{3}:2$

이등변삼각형의 꼭지각의 꼭짓점에서 밑변에 내린 수선은 그 밑변을 이등분한다.

두 점 $(a,\ b)$, $(c,\ d)$ 사이의 거리

➡ $\sqrt{(c-a)^2+(d-b)^2}$

140 $\overline{BH}=x$라 하면



$\overline{CH}=6-x$이므로

$5^2-x^2=7^2-(6-x)^2$

$12x=12 \qquad \therefore x=1$

따라서

$\overline{AH}=\sqrt{5^2-1^2}=2\sqrt{6}$

이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\times2\sqrt{6}=6\sqrt{6}$ 답 $6\sqrt{6}$

141 (1) $x:6=1:2$이므로 $2x=6 \qquad \therefore x=3$

$y:6=\sqrt{3}:2$이므로 $2y=6\sqrt{3} \qquad \therefore y=3\sqrt{3}$

(2) $x:4\sqrt{2}=1:\sqrt{2}$이므로 $\sqrt{2}x=4\sqrt{2}$

$\therefore x=4$

$x:y=1:1$이므로 $y=4$

(3) $x:5=\sqrt{2}:1$이므로 $x=5\sqrt{2}$

$y:5=1:1$이므로 $y=5$

(4) $x:9=2:\sqrt{3}$이므로 $\sqrt{3}x=18$

$\therefore x=6\sqrt{3}$

$y:9=1:\sqrt{3}$이므로 $\sqrt{3}y=9 \qquad \therefore y=3\sqrt{3}$

답 (1) $x=3$, $y=3\sqrt{3}$ (2) $x=4$, $y=4$ (3) $x=5\sqrt{2}$, $y=5$ (4) $x=6\sqrt{3}$, $y=3\sqrt{3}$

142 (1) $\triangle BCD$에서

$\overline{BD}:3=\sqrt{2}:1 \qquad \therefore \overline{BD}=3\sqrt{2}$

$\triangle ABD$에서

$x:3\sqrt{2}=2:\sqrt{3} \qquad \therefore x=2\sqrt{6}$

$y:3\sqrt{2}=1:\sqrt{3} \qquad \therefore y=\sqrt{6}$

(2) $\triangle ADC$에서

$4:x=2:\sqrt{3} \qquad \therefore x=2\sqrt{3}$

$\triangle ABC$에서

$y:2\sqrt{3}=\sqrt{2}:1 \qquad \therefore y=2\sqrt{6}$

(3) $\triangle ABC$에서

$2:x=1:\sqrt{3} \qquad \therefore x=2\sqrt{3}$

$\triangle ABD$에서

$2:y=2:\sqrt{3} \qquad \therefore y=\sqrt{3}$

(4) $\triangle ABC$에서

$\overline{AC}:6=1:\sqrt{2} \qquad \therefore \overline{AC}=3\sqrt{2}$

$\triangle ACD$에서

$x:3\sqrt{2}=1:\sqrt{3} \qquad \therefore x=\sqrt{6}$

$y:3\sqrt{2}=2:\sqrt{3} \qquad \therefore y=2\sqrt{6}$

답 (1) $x=2\sqrt{6}$, $y=\sqrt{6}$ (2) $x=2\sqrt{3}$, $y=2\sqrt{6}$ (3) $x=2\sqrt{3}$, $y=\sqrt{3}$ (4) $x=\sqrt{6}$, $y=2\sqrt{6}$

143 (1) $\overline{AB}=\sqrt{(-4)^2+3^2}=5$

(2) $\overline{AB}=\sqrt{(5-3)^2+\{4-(-2)\}^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$

(3) $\overline{AB}=\sqrt{(-1-4)^2+5^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$

(4) $\overline{AB}=\sqrt{(9-6)^2+(14-13)^2}=\sqrt{10}$

답 (1) 5 (2) $2\sqrt{10}$ (3) $5\sqrt{2}$ (4) $\sqrt{10}$

144 (1) $\overline{AB}=\sqrt{4^2+(-1)^2}=\sqrt{17}$

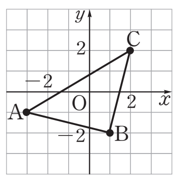
$\overline{BC}=\sqrt{1^2+4^2}=\sqrt{17}$

$\overline{CA}=\sqrt{(-5)^2+(-3)^2}$

$=\sqrt{34}$

$\therefore \overline{AB}=\overline{BC}$,

$\overline{CA}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$

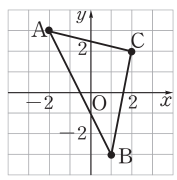


(2) $\overline{AB}=\sqrt{3^2+(-6)^2}=3\sqrt{5}$

$\overline{BC}=\sqrt{1^2+5^2}=\sqrt{26}$

$\overline{CA}=\sqrt{(-4)^2+1^2}=\sqrt{17}$

$\therefore \overline{AB}^2>\overline{BC}^2+\overline{CA}^2$



답 (1) $\angle B=90°$인 직각이등변삼각형
(2) $\angle C>90°$인 둔각삼각형

145 $\triangle ABH$에서

$\overline{AB}:\overline{AH}:\overline{BH}=\sqrt{2}:1:1$이므로

$\overline{AH}=\overline{BH}=4\,(\text{cm})$

또 $\triangle AHC$에서 $\overline{CH}=\sqrt{5^2-4^2}=3(\text{cm})$

$\therefore \overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=4+3=7(\text{cm})$ 답 7 cm

146 $\triangle ACD$에서

$20:\overline{AC}=2:\sqrt{3}$ $\quad\therefore \overline{AC}=10\sqrt{3}(\text{cm})$

$\triangle ABC$에서

$\overline{AB}:10\sqrt{3}=1:\sqrt{2}$ $\quad\therefore \overline{AB}=5\sqrt{6}(\text{cm})$

답 ④

147 $\angle B+\angle DAB=60°$이므로 $\angle DAB=30°$

$\therefore \overline{AD}=\overline{BD}=6\,(\text{cm})$

$\triangle ADC$에서

$6:\overline{AC}=2:\sqrt{3}$ $\quad\therefore \overline{AC}=3\sqrt{3}(\text{cm})$

답 $3\sqrt{3}$cm

삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

148 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

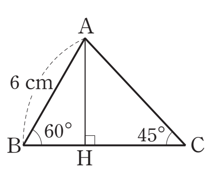
$\triangle ABH$에서

$6:\overline{AH}=2:\sqrt{3}$

$\therefore \overline{AH}=3\sqrt{3}(\text{cm})$

$\triangle AHC$에서

$3\sqrt{3}:\overline{AC}=1:\sqrt{2}$ $\quad\therefore \overline{AC}=3\sqrt{6}(\text{cm})$



답 ②

149 정팔각형의 한 외각의 크기는 $\dfrac{360°}{8}=45°$이므로

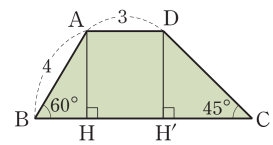
잘라낸 삼각형에서 직각을 낀 한 변의 길이를 x cm라 하면

$x:6=1:\sqrt{2}$ $\quad\therefore x=3\sqrt{2}$

따라서 처음 정사각형의 한 변의 길이는

$6+2\times3\sqrt{2}=6+6\sqrt{2}(\text{cm})$ 답 $(6+6\sqrt{2})$cm

150 두 점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라 하면



$\triangle ABH$에서

$4:\overline{BH}=2:1$ $\quad\therefore \overline{BH}=2$

$4:\overline{AH}=2:\sqrt{3}$ $\quad\therefore \overline{AH}=2\sqrt{3}$

$\triangle DH'C$에서 $\overline{DH'}=\overline{AH}=2\sqrt{3}$이므로

$2\sqrt{3}:\overline{H'C}=1:1$ $\quad\therefore \overline{H'C}=2\sqrt{3}$

$\therefore \square ABCD=\dfrac{1}{2}\times(3+2+3+2\sqrt{3})\times2\sqrt{3}$

$=6+8\sqrt{3}$ 답 $6+8\sqrt{3}$

(사다리꼴의 넓이)

$=\dfrac{1}{2}\times\{$(윗변의 길이)

+(아랫변의 길이)$\}$

×(높이)

151 ① $\sqrt{(7-2)^2+(-1-1)^2}=\sqrt{29}$

② $\sqrt{\{2-(-3)\}^2+(5-2)^2}=\sqrt{34}$

③ $\sqrt{(0-1)^2+(3-8)^2}=\sqrt{26}$

④ $\sqrt{(-2-5)^2+(0-6)^2}=\sqrt{85}$

⑤ $\sqrt{(-1-4)^2+\{-3-(-7)\}^2}=\sqrt{41}$ 답 ③

152 $\overline{AB}=\sqrt{(a-3)^2+(4-2)^2}=2\sqrt{5}$

양변을 제곱하여 정리하면

$a^2-6a-7=0$, $(a-7)(a+1)=0$

$\therefore a=7$ ($\because a>0$) 답 ④

153 x축 위의 점의 좌표를 $(a,\ 0)$이라 하면

$\sqrt{(a-2)^2+\{0-(-4)\}^2}=\sqrt{(a-6)^2+\{0-(-8)\}^2}$

$(a-2)^2+4^2=(a-6)^2+8^2$

$8a=80$ $\quad\therefore a=10$

따라서 구하는 점의 좌표는 $(10,\ 0)$이다.

답 $(10,\ 0)$

154 $y=\dfrac{1}{2}x^2-2x-1=\dfrac{1}{2}(x-2)^2-3$이므로

$A(2,\ -3)$, $B(0,\ -1)$

$\therefore \overline{AB}=\sqrt{(0-2)^2+\{-1-(-3)\}^2}=2\sqrt{2}$

답 $2\sqrt{2}$

$y=\dfrac{1}{2}(x^2-4x+4)-2-1$

$=\dfrac{1}{2}(x-2)^2-3$

155 $y=2x^2-4x=2(x-1)^2-2$

$y=-x^2-6x-3=-(x+3)^2+6$

따라서 두 점 $(1,\ -2)$, $(-3,\ 6)$ 사이의 거리는

$\sqrt{(-3-1)^2+\{6-(-2)\}^2}=4\sqrt{5}$ 답 ⑤

$y=2(x^2-2x+1)-2$

$=2(x-1)^2-2$

$y=-(x^2+6x+9)+9-3$

$=-(x+3)^2+6$

156 $x^2-6x+5=x-5$에서 $x^2-7x+10=0$

$(x-2)(x-5)=0$ $\quad\therefore x=2$ 또는 $x=5$

$x=2$일 때 $y=-3$이고 $x=5$일 때 $y=0$이므로

$P(2,\ -3)$, $Q(5,\ 0)$ 또는 $P(5,\ 0)$, $Q(2,\ -3)$

$\therefore \overline{PQ}=\sqrt{(5-2)^2+\{0-(-3)\}^2}=3\sqrt{2}$ 답 $3\sqrt{2}$

Q Box

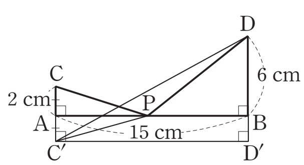
삼각형의 세 변의 길이가 a, b, c일 때(단, c는 가장 긴 변의 길이)
$c^2<a^2+b^2$
➡ 예각삼각형
$c^2=a^2+b^2$
➡ 직각삼각형
$c^2>a^2+b^2$
➡ 둔각삼각형

157 $\overline{AB}=\sqrt{(-1-5)^2+(-3-3)^2}=6\sqrt{2}$
$\overline{BC}=\sqrt{\{2-(-1)\}^2+\{-2-(-3)\}^2}=\sqrt{10}$
$\overline{CA}=\sqrt{(5-2)^2+\{3-(-2)\}^2}=\sqrt{34}$
따라서 가장 긴 변은 $\overline{AB}$이고 $\overline{AB}^2>\overline{BC}^2+\overline{CA}^2$이므로 $\angle C>90°$인 둔각삼각형이다. 답 ④

158 $\overline{AB}=\sqrt{\{3-(-1)\}^2+\{2-(-6)\}^2}=4\sqrt{5}$
$\overline{BC}=\sqrt{(7-3)^2+(0-2)^2}=2\sqrt{5}$
$\overline{CA}=\sqrt{(-1-7)^2+(-6-0)^2}=10$
$\overline{CA}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$이므로 $\angle B=90°$인 직각삼각형이다.
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\sqrt{5}\times2\sqrt{5}=20$ 답 20

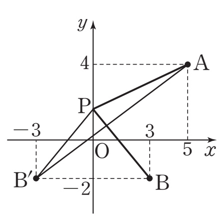
159 ① $\overline{AB}=\sqrt{(5-3)^2+(0-4)^2}=2\sqrt{5}$
② $\overline{BC}=\sqrt{(-1-5)^2+(2-0)^2}=2\sqrt{10}$
③ $\overline{CA}=\sqrt{\{3-(-1)\}^2+(4-2)^2}=2\sqrt{5}$
④ $\overline{AB}=\overline{CA}$, $\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{CA}^2$이므로 $\angle A=90°$인 직각이등변삼각형이다.
⑤ $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times2\sqrt{5}\times2\sqrt{5}=10$ 답 ③

160



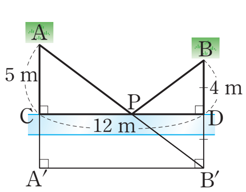
점 C와 $\overline{AB}$에 대하여 대칭인 점을 C′이라 하면
$\overline{CP}+\overline{DP}=\overline{C'P}+\overline{DP}\geq\overline{C'D}$이고
$\overline{C'D}=\sqrt{(6+2)^2+15^2}=17$(cm)
따라서 $\overline{CP}+\overline{DP}$의 최솟값은 17 cm이다. 답 ③

161 점 B와 y축에 대하여 대칭인 점을 B′이라 하면
B′$(-3,\ -2)$
$\overline{AP}+\overline{BP}=\overline{AP}+\overline{B'P}$
$\geq\overline{AB'}$



이고
$\overline{AB'}=\sqrt{(-3-5)^2+(-2-4)^2}=10$
따라서 $\overline{AP}+\overline{BP}$의 최솟값은 10이다. 답 10

162



$\overline{PA}+\overline{PB}=\overline{PA}+\overline{PB'}\geq\overline{AB'}$이고
$\overline{AB'}=\sqrt{(5+4)^2+12^2}=15$(m)
따라서 $\overline{PA}+\overline{PB}$의 최솟값은 15 m이다.
답 15 m

163 (1) $x=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+4^2+6^2}=8$
(2) $x=\sqrt{2^2+4^2+6^2}=2\sqrt{14}$
(3) $\sqrt{x^2+5^2+4^2}=3\sqrt{10}$이므로 $x^2=49$
$\therefore x=7\ (\because x>0)$
(4) $\sqrt{3^2+3^2+x^2}=6$이므로 $x^2=18$
$\therefore x=3\sqrt{2}\ (\because x>0)$
답 (1) 8 (2) $2\sqrt{14}$ (3) 7 (4) $3\sqrt{2}$

164 (1) $x=\sqrt{3}\times8=8\sqrt{3}$
(2) $x=\sqrt{3}\times3\sqrt{3}=9$
(3) $\sqrt{3}x=2\sqrt{3}$에서 $x=2$
(4) $\sqrt{3}x=12$에서 $x=4\sqrt{3}$
답 (1) $8\sqrt{3}$ (2) 9 (3) 2 (4) $4\sqrt{3}$

165 답 10, 6, 8, 6, 8, 96π

166 (1) (높이)$=\sqrt{15^2-9^2}=12$(cm)
(부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times9^2\times12=324\pi$(cm^3)
(2) (높이)$=\sqrt{(4\sqrt{2})^2-(2\sqrt{3})^2}=2\sqrt{5}$(cm)
(부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times(2\sqrt{3})^2\times2\sqrt{5}$
$=8\sqrt{5}\pi$(cm^3)
답 (1) 12 cm, 324π cm^3
(2) $2\sqrt{5}$ cm, $8\sqrt{5}\pi$ cm^3

밑면의 반지름의 길이가 r, 높이가 h인 원뿔의 부피 ➡ $\frac{1}{3}\pi r^2h$

167 (1) 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$\pi r^2=36\pi$ $\therefore r=6\ (\because r>0)$
$\therefore$ (높이)$=\sqrt{8^2-6^2}=2\sqrt{7}$(cm)
(2) 밑면의 반지름의 길이는
$\sqrt{12^2-9^2}=3\sqrt{7}$(cm)
$\therefore$ (부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times(3\sqrt{7})^2\times9=189\pi$(cm^3)
답 (1) $2\sqrt{7}$ cm (2) 189π cm^3

168 답 $8\sqrt{2}$, $4\sqrt{2}$, $4\sqrt{2}$, $4\sqrt{2}$, 8, $4\sqrt{2}$, $\frac{256\sqrt{2}}{3}$

정사각뿔의 꼭짓점에서 밑면에 내린 수선의 발은 밑면인 정사각형의 두 대각선의 교점이다.

169 (1) $\overline{BD}=\sqrt{2}\times2=2\sqrt{2}$
(2) $\overline{BH}=\frac{1}{2}\times2\sqrt{2}=\sqrt{2}$
(3) $\overline{OH}=\sqrt{(\sqrt{6})^2-(\sqrt{2})^2}=2$
(4) $\frac{1}{3}\times2^2\times2=\frac{8}{3}$
답 (1) $2\sqrt{2}$ (2) $\sqrt{2}$ (3) 2 (4) $\frac{8}{3}$

170 $h=\sqrt{5^2-(2\sqrt{2})^2}=\sqrt{17}$
$V=\frac{1}{3}\times4^2\times\sqrt{17}=\frac{16\sqrt{17}}{3}$
답 $h=\sqrt{17}$, $V=\frac{16\sqrt{17}}{3}$

Q Box

171 밑면의 가로, 세로의 길이와 높이를 각각 $3k$, $4k$, $5k$ $(k>0)$라 하면
$\sqrt{(3k)^2+(4k)^2+(5k)^2}=5\sqrt{2}$
$50k^2=50$, $k^2=1$ $\quad\therefore k=1$
따라서 가로의 길이는 3이다. 답 ①

172 정육면체의 한 모서리의 길이를 $a$cm라 하면
$\sqrt{2}a=\sqrt{6}$ $\quad\therefore a=\sqrt{3}$
$\therefore \overline{AG}=\sqrt{3}\times\sqrt{3}=3$(cm) 답 ②

173 $\overline{DH}=a$cm라 하면
$\sqrt{4^2+6^2+a^2}=6\sqrt{2}$
$a^2=20$ $\quad\therefore a=2\sqrt{5}$ $(\because a>0)$
이때 $\overline{FH}=\sqrt{4^2+6^2}=2\sqrt{13}$(cm)이므로
$\square BFHD=2\sqrt{13}\times2\sqrt{5}=4\sqrt{65}$(cm^2)
답 $4\sqrt{65}$cm^2

174 정육면체의 한 모서리의 길이를 $a$cm라 하면
$\sqrt{3}a=4\sqrt{6}$ $\quad\therefore a=4\sqrt{2}$
따라서 구의 반지름의 길이는 $2\sqrt{2}$cm이므로 겉넓이는
$4\pi\times(2\sqrt{2})^2=32\pi$(cm^2)
답 32π cm^2

반지름의 길이가 r인 구의 겉넓이 ➡ $4\pi r^2$

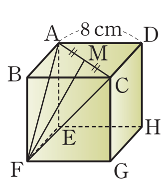
한 변의 길이가 a인 정사각형의 대각선의 길이
➡ $\sqrt{2}a$
한 모서리의 길이가 a인 정육면체의 대각선의 길이
➡ $\sqrt{3}a$

175 $\overline{EG}=\sqrt{2}\times6=6\sqrt{2}$(cm)
$\overline{AG}=\sqrt{3}\times6=6\sqrt{3}$(cm)
$\triangle AEG$에서 $\overline{AE}\times\overline{EG}=\overline{AG}\times\overline{EI}$이므로
$6\times6\sqrt{2}=6\sqrt{3}\times\overline{EI}$ $\quad\therefore \overline{EI}=2\sqrt{6}$(cm)
답 ⑤

176 $\overline{AF}=\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$
$\overline{DF}=\sqrt{8^2+8^2+4^2}=12$
$\triangle AFD$에서 $\overline{AF}\times\overline{AD}=\overline{DF}\times\overline{AI}$이므로
$4\sqrt{5}\times8=12\times\overline{AI}$ $\quad\therefore \overline{AI}=\dfrac{8\sqrt{5}}{3}$ 답 $\dfrac{8\sqrt{5}}{3}$

177 $\overline{BD}=\overline{FH}=\sqrt{(5\sqrt{2})^2+(5\sqrt{2})^2}=10$(cm)이므로
$\overline{FO}=\overline{HO}=5$(cm)
$\therefore \overline{BO}=\overline{DO}=\sqrt{5^2+(5\sqrt{2})^2}=5\sqrt{3}$(cm)
따라서 $\triangle BOD$의 둘레의 길이는
$10+2\times5\sqrt{3}=10(1+\sqrt{3})$(cm)
답 $10(1+\sqrt{3})$cm

178 $\overline{AC}=\overline{AF}=\overline{CF}$
$=\sqrt{8^2+8^2}=8\sqrt{2}$(cm)
$\triangle AFC$는 한 변의 길이가 $8\sqrt{2}$cm인 정삼각형이므로
$\overline{FM}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times8\sqrt{2}$
$=4\sqrt{6}$(cm)



답 $4\sqrt{6}$cm

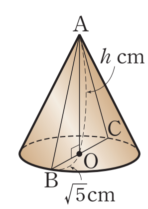
179 $\overline{BD}=\overline{BG}=\overline{DG}=12\sqrt{2}$
즉 $\triangle BGD$는 정삼각형이므로
$\triangle BGD=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times(12\sqrt{2})^2=72\sqrt{3}$
삼각뿔 D$-$BGC의 부피는
$\dfrac{1}{3}\times\left(\dfrac{1}{2}\times12\times12\right)\times12=288$
$\dfrac{1}{3}\times72\sqrt{3}\times\overline{CI}=288$ $\quad\therefore \overline{CI}=4\sqrt{3}$ 답 ①

(삼각뿔 C$-$BGD의 부피)
$=\dfrac{1}{3}\times(\triangle BGD$의 넓이$)\times\overline{CI}$

180 원뿔의 모선의 길이는 $\sqrt{(4\sqrt{2})^2+2^2}=6$(cm)
원뿔의 전개도에서 부채꼴의 중심각의 크기를 $x°$라 하면
$2\pi\times6\times\dfrac{x}{360}=2\pi\times2$ $\quad\therefore x=120$
답 ④

181 회전체는 원뿔이고, 원뿔의 밑면의 반지름의 길이는 $\sqrt{17^2-15^2}=8$(cm)
따라서 구하는 부피는
$\dfrac{1}{3}\times\pi\times8^2\times15=320\pi$(cm^3) 답 ⑤

182 $\dfrac{1}{3}\times\pi\times(\sqrt{5})^2\times h=\dfrac{25}{3}\pi$
$\therefore h=5$
$\therefore \overline{AB}=\sqrt{(\sqrt{5})^2+5^2}$
$=\sqrt{30}$(cm)



답 $\sqrt{30}$cm

183 (높이)$=\sqrt{16^2-4^2}=4\sqrt{15}$(cm)
$\therefore$ (부피)$=\dfrac{1}{3}\times\pi\times4^2\times4\sqrt{15}$
$=\dfrac{64\sqrt{15}}{3}\pi$(cm^3) 답 ④

184 밑면인 원의 반지름의 길이를 $r$cm라 하면
$2\pi r=2\pi\times8\times\dfrac{135}{360}$ $\quad\therefore r=3$
(높이)$=\sqrt{8^2-3^2}=\sqrt{55}$(cm)이므로
(부피)$=\dfrac{1}{3}\times\pi\times3^2\times\sqrt{55}=3\sqrt{55}\pi$(cm^3)
답 $3\sqrt{55}\pi$cm^3

원뿔의 전개도에서 부채꼴의 호의 길이와 밑면인 원의 둘레의 길이는 같다.

185 옆면의 전개도인 부채꼴의 반지름의 길이를 $r$cm라 하면
$2\pi r\times\dfrac{90}{360}=2\pi\times3$ $\quad\therefore r=12$
(높이)$=\sqrt{12^2-3^2}=3\sqrt{15}$(cm)이므로
(부피)$=\dfrac{1}{3}\times\pi\times3^2\times3\sqrt{15}=9\sqrt{15}\pi$(cm^3)
답 $9\sqrt{15}\pi$cm^3

중심각의 크기가 $x°$이고 반지름의 길이가 r인 부채꼴의 호의 길이
➡ $2\pi r\times\dfrac{x}{360}$

WORK BOOK

Q Box

186 $\overline{AB}=\sqrt{10^2-8^2}=6$

따라서 단면의 넓이는 $\pi\times6^2=36\pi$ 답 36π

구를 평면으로 자른 단면은 원이다.

187 단면인 원의 반지름의 길이를 $r$cm라 하면

$\pi r^2=36\pi,\ r^2=36\quad \therefore r=6\ (\because r>0)$

따라서 구의 반지름의 길이는

$\sqrt{6^2+4^2}=2\sqrt{13}$(cm) 답 ④

188 $\triangle OBH$에서 $\overline{OH}=\sqrt{6^2-(3\sqrt{3})^2}=3$(cm)

$\therefore \overline{AH}=\overline{AO}+\overline{OH}=6+3=9$(cm)

따라서 $\triangle ABH$에서

$\overline{AB}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+9^2}=6\sqrt{3}$(cm)

답 $6\sqrt{3}$cm

정팔면체는 모든 모서리의 길이가 같은 정사각뿔 2개를 붙여 놓은 모양이다.

189 $\overline{AH}=\sqrt{8^2-(4\sqrt{2})^2}=4\sqrt{2}$이므로

(부피)$=2\times\left(\frac{1}{3}\times8^2\times4\sqrt{2}\right)=\frac{512\sqrt{2}}{3}$ 답 ⑤

모든 모서리의 길이가 8인 정사각뿔의 부피

190 점 O에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라 하면

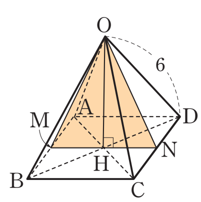
$\overline{ON}=\overline{OM}$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}\times6=3\sqrt{3}$

$\overline{OH}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2-3^2}$

$=3\sqrt{2}$

$\therefore \triangle OMN=\frac{1}{2}\times6\times3\sqrt{2}=9\sqrt{2}$ 답 $9\sqrt{2}$



한 모서리의 길이가 a인 정사면체에서

(높이)$=\frac{\sqrt{6}}{3}a$

(부피)$=\frac{\sqrt{2}}{12}a^3$

191 ① $\overline{AC}=\sqrt{2}\times10=10\sqrt{2}$(cm)

② $\overline{CH}=\frac{1}{2}\overline{AC}=5\sqrt{2}$(cm)이므로

$\overline{OH}=\sqrt{10^2-(5\sqrt{2})^2}=5\sqrt{2}$(cm)

$\therefore \triangle OAC=\frac{1}{2}\times10\sqrt{2}\times5\sqrt{2}=50$(cm^2)

④ (정사각뿔 O－ABCD의 부피)

$=\frac{1}{3}\times10\times10\times5\sqrt{2}$

$=\frac{500\sqrt{2}}{3}$(cm^3)

⑤ (정사각뿔 O－ABCD의 겉넓이)

$=\square ABCD+4\triangle OAB$

$=100+4\times\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\times10^2\right)$

$=100(1+\sqrt{3})$(cm^2) 답 ②

(뿔의 겉넓이)
＝(밑넓이)＋(옆넓이)

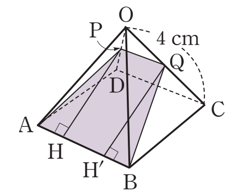
$\triangle ODC$에서 $\overline{OP}=\overline{PD}$, $\overline{OQ}=\overline{QC}$이므로 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의하여

$\overline{PQ}/\!/\overline{DC}$, $\overline{PQ}=\frac{1}{2}\overline{DC}$

192 $\overline{AP}=\overline{BQ}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times4$

$=2\sqrt{3}$(cm)

$\overline{PQ}=\frac{1}{2}\overline{DC}=2$(cm)



두 점 P, Q에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라 하면

$\overline{HH'}=\overline{PQ}=2$cm, $\overline{AH}=\overline{BH'}=1$cm이므로

$\triangle PAH$에서 $\overline{PH}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-1^2}=\sqrt{11}$(cm)

$\therefore \square PABQ=\frac{1}{2}\times(2+4)\times\sqrt{11}=3\sqrt{11}$(cm^2)

답 $3\sqrt{11}$ cm^2

193 답 $3\sqrt{3}$, $2\sqrt{3}$, $2\sqrt{3}$, $2\sqrt{6}$, 6, $2\sqrt{6}$, $18\sqrt{2}$

194 (1) $\overline{DM}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times2\sqrt{3}=3$

(2) $\overline{DH}=\frac{2}{3}\overline{DM}=\frac{2}{3}\times3=2$

(3) $\overline{AH}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-2^2}=2\sqrt{2}$

(4) $\triangle BCD=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(2\sqrt{3})^2=3\sqrt{3}$

(5) $\frac{1}{3}\times3\sqrt{3}\times2\sqrt{2}=2\sqrt{6}$

답 (1) 3 (2) 2 (3) $2\sqrt{2}$ (4) $3\sqrt{3}$ (5) $2\sqrt{6}$

195 (1) 한 모서리의 길이를 $a$cm라 하면

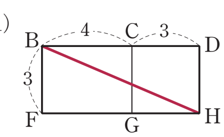
$\frac{\sqrt{6}}{3}a=4\sqrt{3}\qquad\therefore a=6\sqrt{2}$

(2) 한 모서리의 길이를 $a$cm라 하면

$\frac{\sqrt{2}}{12}a^3=\frac{16\sqrt{2}}{3},\ a^3=64\qquad\therefore a=4$

답 (1) $6\sqrt{2}$cm (2) 4cm

196 (1)

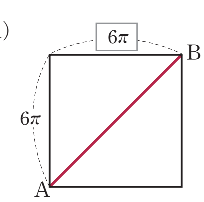


(2) $\overline{BH}=\sqrt{(4+3)^2+3^2}=\sqrt{58}$

답 (1) 풀이 참조 (2) $\sqrt{58}$

원기둥의 전개도에서 옆면의 가로의 길이는 밑면인 원의 둘레의 길이와 같다.

197 (1)



(2) $\overline{AB}=\sqrt{(6\pi)^2+(6\pi)^2}=6\sqrt{2}\pi$

답 (1) 풀이 참조 (2) $6\sqrt{2}\pi$

198 정사면체의 한 모서리의 길이를 $a$cm라 하면

$\frac{\sqrt{2}}{12}a^3=\frac{9\sqrt{2}}{4}$, $a^3=27$ $\quad\therefore a=3$

따라서 구하는 정사면체의 높이는

$\frac{\sqrt{6}}{3}\times 3=\sqrt{6}$(cm)

답 ③

199 $\overline{DM}=\frac{3}{2}\overline{DH}=\frac{3}{2}\times 2\sqrt{6}=3\sqrt{6}$(cm)

$\overline{DH}:\overline{DM}=2:3$에서
$2\overline{DM}=3\overline{DH}$
$\therefore \overline{DM}=\frac{3}{2}\overline{DH}$

정사면체의 한 모서리의 길이를 $a$cm라 하면

$\frac{\sqrt{3}}{2}a=3\sqrt{6}$ $\quad\therefore a=6\sqrt{2}$

따라서 구하는 부피는

$\frac{\sqrt{2}}{12}\times(6\sqrt{2})^3=72$(cm^3)

답 72 cm^3

200 $\overline{OH}=\frac{\sqrt{6}}{3}\times 9=3\sqrt{6}$

$\triangle$ABC에서 $\overline{CD}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 9=\frac{9\sqrt{3}}{2}$이므로

$\overline{CH}=\frac{2}{3}\times\frac{9\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$

$\triangle$OHC에서 $\overline{OC}\times\overline{HE}=\overline{OH}\times\overline{HC}$이므로

$9\overline{HE}=3\sqrt{6}\times 3\sqrt{3}$ $\quad\therefore \overline{HE}=3\sqrt{2}$

답 $3\sqrt{2}$

201 $\overline{EH}=\frac{1}{3}\overline{DE}=\frac{1}{3}\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\times 12\right)=2\sqrt{3}$(cm)

$\overline{AH}=\frac{\sqrt{6}}{3}\times 12=4\sqrt{6}$(cm)

$\therefore \triangle AEH=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 4\sqrt{6}=12\sqrt{2}$(cm^2)

답 $12\sqrt{2}$cm^2

202 $\overline{CH}=\frac{2}{3}\overline{CM}=\frac{2}{3}\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\times 4\right)=\frac{4\sqrt{3}}{3}$(cm)

정사면체의 꼭짓점에서 밑면에 내린 수선의 발은 밑면의 무게중심이다.

$\overline{OH}=\frac{\sqrt{6}}{3}\times 4=\frac{4\sqrt{6}}{3}$(cm)

$\therefore \triangle OHC=\frac{1}{2}\times\frac{4\sqrt{3}}{3}\times\frac{4\sqrt{6}}{3}=\frac{8\sqrt{2}}{3}$(cm^2)

답 ②

203 점 H는 $\triangle$BCD의 무게중심이므로

삼각형의 무게중심은 세 중선의 교점이고 세 중선에 의하여 삼각형의 넓이는 6등분된다.

$\triangle BMH=\frac{1}{6}\triangle BCD=\frac{1}{6}\times\left\{\frac{\sqrt{3}}{4}\times(3\sqrt{2})^2\right\}$

$=\frac{3\sqrt{3}}{4}$

$\overline{AH}=\frac{\sqrt{6}}{3}\times 3\sqrt{2}=2\sqrt{3}$

$\therefore$ (삼각뿔 A$-$BMH의 부피)$=\frac{1}{3}\times\frac{3\sqrt{3}}{4}\times 2\sqrt{3}$

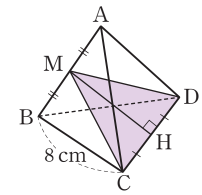
$=\frac{3}{2}$

답 ③

204 $\overline{MC}=\overline{MD}$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 8$

$=4\sqrt{3}$(cm)



점 M에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{CH}=\overline{DH}=4$(cm)이므로

$\overline{MH}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2-4^2}$

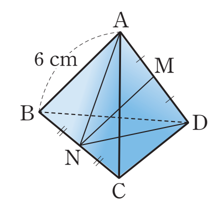
$=4\sqrt{2}$(cm)

$\therefore \triangle MCD=\frac{1}{2}\times 8\times 4\sqrt{2}$

$=16\sqrt{2}$(cm^2)

답 $16\sqrt{2}$cm^2

205 $\overline{AN}$, $\overline{DN}$을 그으면 $\triangle$AND는 이등변삼각형이므로



$\overline{AN}=\overline{DN}$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 6$

$=3\sqrt{3}$(cm)

$\overline{AM}=\overline{DM}=3$(cm)

$\therefore \overline{MN}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2-3^2}=3\sqrt{2}$(cm)

답 ③

206 (1) 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의하여

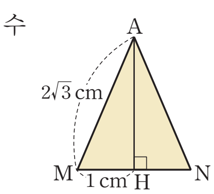
$\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{BC}=2$(cm)

$\overline{AM}=\overline{AN}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 4=2\sqrt{3}$(cm)

따라서 $\triangle$AMN의 둘레의 길이는

$2+2\sqrt{3}+2\sqrt{3}=2+4\sqrt{3}$(cm)

(2) 점 A에서 $\overline{MN}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{MH}=\overline{NH}=1$(cm)

$\triangle$AMH에서

$\overline{AH}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-1^2}$

$=\sqrt{11}$(cm)

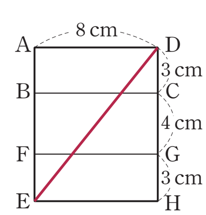
따라서 $\triangle$AMN의 넓이는

$\frac{1}{2}\times 2\times\sqrt{11}=\sqrt{11}$(cm^2)

답 (1) $(2+4\sqrt{3})$cm (2) $\sqrt{11}$cm^2

207 오른쪽 전개도에서 최단 거리는 $\overline{DE}$이므로

입체도형에서 최단 거리
➡ 선이 지나는 면의 전개도를 그려 본다.



$\overline{DE}=\sqrt{8^2+(3+4+3)^2}$

$=2\sqrt{41}$(cm)

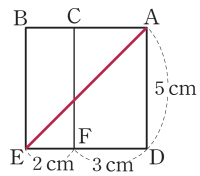
답 $2\sqrt{41}$cm

208 $\overline{AC}=\sqrt{(\sqrt{5})^2+2^2}=3(\text{cm})$

따라서 오른쪽 전개도에서 최단 거리는 $\overline{AE}$이므로

$\overline{AE}=\sqrt{(3+2)^2+5^2}$

$=5\sqrt{2}(\text{cm})$

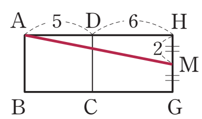


답 $5\sqrt{2}$cm

209 오른쪽 전개도에서 최단 거리는 $\overline{AM}$이므로

$\overline{AM}=\sqrt{(5+6)^2+2^2}$

$=5\sqrt{5}$



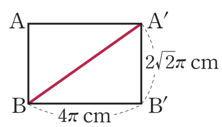
답 ③

210 오른쪽 전개도에서 최단 거리는 $\overline{A'B}$이므로

$\overline{A'B}$

$=\sqrt{(4\pi)^2+(2\sqrt{2}\pi)^2}$

$=2\sqrt{6}\pi(\text{cm})$



답 ⑤

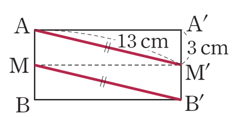
211 오른쪽 전개도에서

$\overline{AM'}=\overline{MB'}$

$=13(\text{cm})$

$\therefore \overline{AA'}=\sqrt{13^2-3^2}$

$=4\sqrt{10}(\text{cm})$



답 ③

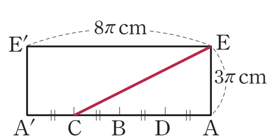
212 오른쪽 전개도에서

$\overline{CA}=\frac{3}{4}\overline{E'E}$

$=\frac{3}{4}\times 8\pi$

$=6\pi(\text{cm})$

$\therefore \overline{EC}=\sqrt{(6\pi)^2+(3\pi)^2}=3\sqrt{5}\pi(\text{cm})$



답 $3\sqrt{5}\pi$cm

213 원뿔의 옆면의 전개도에서 부채꼴의 중심각의 크기를 $x°$라 하면

$2\pi\times 15\times\frac{x}{360}=2\pi\times 5$ $\quad\therefore x=120$

△OHA에서

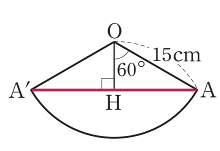
$15:\overline{HA}=2:\sqrt{3}$

$\therefore \overline{HA}=\frac{15\sqrt{3}}{2}(\text{cm})$

∴ (최단 거리)$=\overline{A'A}$

$=2\overline{HA}$

$=15\sqrt{3}(\text{cm})$



답 $15\sqrt{3}$cm

정사면체의 모든 면은 정삼각형이다.

밑면인 원의 둘레의 길이는 전개도에서 $\overline{AA'}$의 길이와 같다.

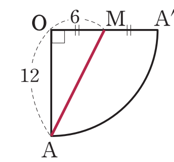
214 원뿔의 옆면의 전개도에서 중심각의 크기를 $x°$라 하면

$2\pi\times 12\times\frac{x}{360}=2\pi\times 3$

$\therefore x=90$

$\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OA}=6$이므로

(최단 거리)$=\overline{AM}=\sqrt{12^2+6^2}=6\sqrt{5}$



답 ④

215 오른쪽 전개도에서

$\angle MAC=30°$,

$\angle CAD=60°$이므로

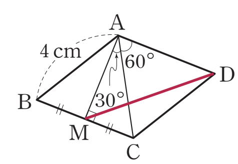
△AMD는 직각삼각형이다.

$\overline{AM}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 4=2\sqrt{3}(\text{cm})$이므로

(최단 거리)$=\overline{MD}$

$=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+4^2}$

$=2\sqrt{7}(\text{cm})$



답 ③

Q Box

Ⅵ 삼각비

1 삼각비 ········· p 40~47

216 $\overline{AC}=\sqrt{8^2+15^2}=17$

답 (1) $\frac{15}{17}$ (2) $\frac{8}{17}$ (3) $\frac{15}{8}$ (4) $\frac{8}{17}$ (5) $\frac{15}{17}$ (6) $\frac{8}{15}$

피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{AC}$의 길이를 구한다.

217 (1) $\sin A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{x}{10}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad\therefore x=5\sqrt{3}$

(2) $\cos A=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{AC}}{6}=\frac{2}{3}$ $\quad\therefore \overline{AC}=4$

$\therefore x=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}$

(3) $\tan A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{2}{\overline{AB}}=\frac{1}{3}$ $\quad\therefore \overline{AB}=6$

$\therefore x=\sqrt{6^2+2^2}=2\sqrt{10}$

답 (1) $5\sqrt{3}$ (2) $2\sqrt{5}$ (3) $2\sqrt{10}$

218 (1) (주어진 식)$=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}=0$

(2) (주어진 식)$=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$

(3) (주어진 식)$=1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

(4) (주어진 식)$=\sqrt{3}\div\frac{1}{2}=2\sqrt{3}$

(5) (주어진 식)$=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=\frac{3}{2}$

답 (1) 0 (2) $\sqrt{2}$ (3) $\frac{3}{2}$ (4) $2\sqrt{3}$ (5) $\frac{3}{2}$

$\sin^2 60^\circ+\cos^2 30^\circ$
$=(\sin 60^\circ)^2+(\cos 30^\circ)^2$
$=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$

219 (1) (주어진 식)$=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\div\frac{1}{2}=\sqrt{3}$

(2) (주어진 식)$=\frac{\sqrt{3}}{2}-1\times\frac{\sqrt{3}}{2}=0$

(3) (주어진 식)$=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-1=0$

(4) (주어진 식)$=\frac{\sqrt{3}}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\div\frac{1}{2}$

$=\frac{1}{2}+\sqrt{2}$

(5) (주어진 식)$=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=1$

답 (1) $\sqrt{3}$ (2) 0 (3) 0 (4) $\frac{1}{2}+\sqrt{2}$ (5) 1

220 답 (1) 60° (2) 30° (3) 45°
(4) 30° (5) 60° (6) 45°

221 (1) $\sin 30^\circ=\frac{x}{7}=\frac{1}{2}$ $\quad\therefore x=\frac{7}{2}$

$\cos 30^\circ=\frac{y}{7}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad\therefore y=\frac{7\sqrt{3}}{2}$

(2) $\cos 45^\circ=\frac{3}{x}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad\therefore x=3\sqrt{2}$

$\tan 45^\circ=\frac{y}{3}=1$ $\quad\therefore y=3$

(3) $\tan 60^\circ=\frac{x}{8}=\sqrt{3}$ $\quad\therefore x=8\sqrt{3}$

$\cos 60^\circ=\frac{8}{y}=\frac{1}{2}$ $\quad\therefore y=16$

(4) $\tan 45^\circ=\frac{4\sqrt{2}}{x}=1$ $\quad\therefore x=4\sqrt{2}$

$\sin 45^\circ=\frac{4\sqrt{2}}{y}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad\therefore y=8$

(5) $\tan 30^\circ=\frac{x}{6\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ $\quad\therefore x=6$

$\cos 30^\circ=\frac{6\sqrt{3}}{y}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad\therefore y=12$

답 (1) $x=\frac{7}{2}$, $y=\frac{7\sqrt{3}}{2}$ (2) $x=3\sqrt{2}$, $y=3$
(3) $x=8\sqrt{3}$, $y=16$ (4) $x=4\sqrt{2}$, $y=8$
(5) $x=6$, $y=12$

222 $\overline{AC}=\sqrt{10^2-6^2}=8$

① $\sin A=\frac{3}{5}$ ② $\sin B=\frac{4}{5}$

④ $\tan A=\frac{3}{4}$ ⑤ $\tan B=\frac{4}{3}$

답 ③

피타고라스 정리를 이용하여 나머지 한 변의 길이를 구한다.

223 $\overline{AB}=\sqrt{5}k$, $\overline{AC}=k\,(k>0)$라 하면

$\overline{BC}=\sqrt{(\sqrt{5}k)^2-k^2}=2k$이므로

$\tan A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{2k}{k}=2$

$\sin B=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{k}{\sqrt{5}k}=\frac{\sqrt{5}}{5}$

$\therefore \tan A\times\sin B=2\times\frac{\sqrt{5}}{5}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

답 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

224 $\triangle ABD$에서 $\overline{AB}=\sqrt{13^2-5^2}=12$

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{20^2-12^2}=16$

$\therefore \sin A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{16}{20}=\frac{4}{5}$

답 ③

225 $\tan B=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{4}{\overline{AB}}=2$이므로

$\overline{AB}=2$

$\therefore \overline{BC}=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$

답 ②

$\tan B=2$를 이용하여 $\overline{AB}$의 길이를 구한다.

226 $\sin A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{BC}}{12}=\frac{\sqrt{3}}{3}$이므로

$\overline{BC}=4\sqrt{3}$(cm)

$\therefore \overline{AC}=\sqrt{12^2-(4\sqrt{3})^2}=4\sqrt{6}$(cm)

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times4\sqrt{6}=24\sqrt{2}$($\text{cm}^2$)

답 $24\sqrt{2}\,\text{cm}^2$

$\sin A=\frac{\sqrt{3}}{3}$을 이용하여 $\overline{BC}$의 길이를 구한다.

WORK BOOK

227 $\cos A=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\dfrac{5}{\overline{AC}}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$이므로

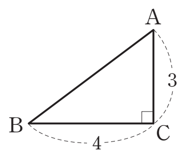
$\overline{AC}=3\sqrt{5}(\text{cm})$

$\therefore \overline{BC}=\sqrt{(3\sqrt{5})^2-5^2}=2\sqrt{5}(\text{cm})$

$\therefore \cos C=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{3\sqrt{5}}=\dfrac{2}{3}$ 답 ④

$\cos A=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$를 이용하여 $\overline{AC}$의 길이를 구한다.

228 오른쪽 그림에서



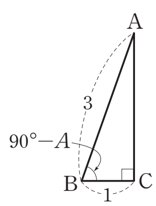
$\overline{AB}=\sqrt{4^2+3^2}=5$이므로

$\sin A=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\dfrac{4}{5}$

$\cos A=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\dfrac{3}{5}$

$\therefore \sin A-\cos A=\dfrac{4}{5}-\dfrac{3}{5}=\dfrac{1}{5}$ 답 $\dfrac{1}{5}$

229 오른쪽 그림에서



$\overline{AC}=\sqrt{3^2-1^2}=2\sqrt{2}$

$\therefore \tan A=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$

$=\dfrac{1}{2\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

답 ①

230 $\triangle ABC \backsim \triangle EDC$ (AA 닮음)이므로

$\angle B=\angle CDE=x$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{12^2-6^2}=6\sqrt{3}$

$\therefore \tan x=\tan B=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\dfrac{6\sqrt{3}}{6}=\sqrt{3}$

답 ⑤

$\angle A=\angle DEC=90°$,
$\angle C$는 공통이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle EDC$
(AA 닮음)

231 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{12^2+5^2}=13$

$\angle C=90°-y=x$, $\angle B=90°-x=y$이므로

$\cos x=\cos C=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\dfrac{5}{13}$

$\cos y=\cos B=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\dfrac{12}{13}$

$\therefore \cos x+\cos y=\dfrac{5}{13}+\dfrac{12}{13}=\dfrac{17}{13}$ 답 ②

232 $\triangle ABD \backsim \triangle HBA$ (AA 닮음)이므로

$\angle ADB=\angle HAB=x$

$\triangle ABD$에서 $\overline{BD}=\sqrt{6^2+8^2}=10$이므로

$\cos x=\dfrac{\overline{AD}}{\overline{BD}}=\dfrac{8}{10}=\dfrac{4}{5}$

$\sin x=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BD}}=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$

$\therefore \cos x+\sin x=\dfrac{4}{5}+\dfrac{3}{5}=\dfrac{7}{5}$ 답 $\dfrac{7}{5}$

233 $\triangle ABC \backsim \triangle AED$ (AA 닮음)이므로

$\angle C=\angle ADE$

$\triangle ADE$에서 $\overline{AE}=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}$이므로

$\cos B=\dfrac{\overline{AE}}{\overline{DE}}=\dfrac{4\sqrt{3}}{8}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos C=\dfrac{\overline{AD}}{\overline{DE}}=\dfrac{4}{8}=\dfrac{1}{2}$

$\therefore \dfrac{\cos B}{\cos C}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\div\dfrac{1}{2}=\sqrt{3}$ 답 ⑤

$\cos B=\cos(\angle AED)$
$\cos C=\cos(\angle ADE)$

234 정육면체의 부피가 $27=3^3$이므로 한 모서리의 길이는 3이다.

$\overline{FH}=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$,

$\overline{DF}=\sqrt{3^2+3^2+3^2}=3\sqrt{3}$이므로

$\cos x=\dfrac{\overline{FH}}{\overline{DF}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

$\tan x=\dfrac{\overline{DH}}{\overline{FH}}=\dfrac{3}{3\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

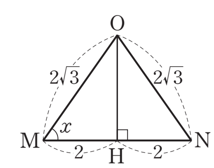
$\therefore \cos x\times\tan x=\dfrac{\sqrt{6}}{3}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ 답 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$\triangle DFH$는 $\angle DHF=90°$인 직각삼각형이다.

235 $\overline{ON}$을 그으면 $\triangle OAB$, $\triangle ODC$는 정삼각형이므로

$\overline{OM}=\overline{ON}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times4=2\sqrt{3}$

점 O에서 $\overline{MN}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{MH}=\overline{NH}=\dfrac{1}{2}\overline{MN}$

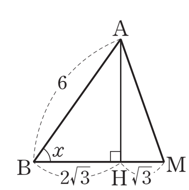
$=2$

$\therefore 3\cos x=3\times\dfrac{2}{2\sqrt{3}}=\sqrt{3}$ 답 $\sqrt{3}$

한 변의 길이가 a인 정삼각형의 높이
➡ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$

236 $\overline{BM}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times6=3\sqrt{3}$

점 A에서 $\overline{BM}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{BH}=\dfrac{2}{3}\overline{BM}=\dfrac{2}{3}\times3\sqrt{3}$

$=2\sqrt{3}$

$\therefore \cos x=\dfrac{\overline{BH}}{\overline{AB}}$

$=\dfrac{2\sqrt{3}}{6}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ 답 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

정사면체의 꼭짓점에서 밑면에 내린 수선의 발은 밑면의 무게중심과 일치한다.

237 (주어진 식)$=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\times\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\div\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=\dfrac{\sqrt{3}}{6}+1$ 답 ⑤

238 (주어진 식)$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{3}-\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)\div\dfrac{1}{2}$

$=\dfrac{3}{2}-1=\dfrac{1}{2}$ 답 $\dfrac{1}{2}$

239 $\tan 45°=1$이므로 $x-15°=45°$

$\therefore x=60°$

$\therefore \sin 60°\times\cos 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{4}$ 답 ②

240 $\sin 30°=\frac{1}{2}$이므로 $2x-30°=30°$

$2x=60°$ $\therefore x=30°$

$\therefore \sin x+\cos 2x=\sin 30°+\cos 60°$

$=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$ 답 1

241 $\triangle$ACD에서 $\cos 30°=\frac{\overline{AC}}{12}=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로

$\overline{AC}=6\sqrt{3}$(cm)

$\triangle$ABC에서 $\cos 30°=\frac{\overline{AB}}{6\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로

$\overline{AB}=9$(cm) 답 9cm

242 $\triangle$ADC에서 $\sin 60°=\frac{\overline{AD}}{8}=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로

$\overline{AD}=4\sqrt{3}$(cm)

$\triangle$ABD에서 $\sin 45°=\frac{4\sqrt{3}}{\overline{AB}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$이므로

$\overline{AB}=4\sqrt{6}$(cm) 답 ⑤

243 $\triangle$BCD에서 $\sin 45°=\frac{\overline{BC}}{10}=\frac{\sqrt{2}}{2}$이므로

$\overline{BC}=5\sqrt{2}$

$\triangle$ABC에서 $\sin 60°=\frac{5\sqrt{2}}{\overline{AC}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로

$\overline{AC}=\frac{10\sqrt{6}}{3}$ 답 ②

244 $\sqrt{3}x-3y+6=0$에서 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+2$이므로 직선의 기울기는 $\frac{\sqrt{3}}{3}$이다.

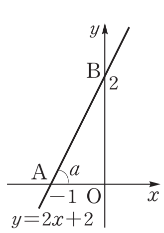
직선이 x축과 이루는 예각의 크기를 a라 하면

$\tan a=\frac{\sqrt{3}}{3}$ $\therefore a=30°$ 답 ②

> 직선 $y=mx+n(m>0)$이 x축과 이루는 예각의 크기가 a이면
> ➡ $\tan a=m$

245 직선 $y=2x+2$의 x절편이 -1, y절편이 2이므로

오른쪽 그림에서



A$(-1,\ 0)$, B$(0,\ 2)$

$\overline{AB}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$

$\sin a=\frac{\overline{OB}}{\overline{AB}}=\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

$\cos a=\frac{\overline{OA}}{\overline{AB}}=\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$

$\therefore \sin a-\cos a=\frac{2\sqrt{5}}{5}-\frac{\sqrt{5}}{5}=\frac{\sqrt{5}}{5}$

답 $\frac{\sqrt{5}}{5}$

> $y=2x+2$에 $y=0$, $x=0$을 각각 대입하면 $x=-1$, $y=2$이므로 x절편은 -1, y절편은 2이다.

Q Box

> 예각의 삼각비의 값을 구할 때, sin, cos은 빗변의 길이가 1인 직각삼각형을, tan는 밑변의 길이가 1인 직각삼각형을 이용한다.

246 (1) $\sin x=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{BC}}{1}=\overline{BC}$

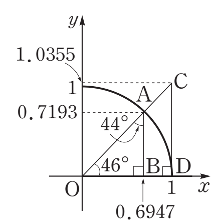
(2) $\cos x=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}$

(3) $\tan x=\frac{\overline{DE}}{\overline{AD}}=\frac{\overline{DE}}{1}=\overline{DE}$

답 (1) $\overline{BC}$ (2) $\overline{AB}$ (3) $\overline{DE}$

247 (1) $\sin 46°=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\overline{AB}$

$=0.7193$



(2) $\cos 46°=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\overline{OB}$

$=0.6947$

(3) $\tan 46°=\frac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\overline{CD}$

$=1.0355$

(4) $\sin 44°=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\overline{OB}=0.6947$

(5) $\cos 44°=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\overline{AB}=0.7193$

> $\triangle$AOB에서
> $\angle$OAB$=90°-46°=44°$

답 (1) 0.7193 (2) 0.6947 (3) 1.0355 (4) 0.6947 (5) 0.7193

248 (1) (주어진 식)$=0+0=0$

(2) (주어진 식)$=1\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

(3) (주어진 식)$=1\div1=1$

(4) (주어진 식)$=1+1+1=3$

(5) (주어진 식)$=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}-0=\frac{1}{2}$

(6) (주어진 식)$=\sqrt{3}\times1\div1=\sqrt{3}$

답 (1) 0 (2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (3) 1 (4) 3 (5) $\frac{1}{2}$ (6) $\sqrt{3}$

249 (1) (주어진 식)$=0-\frac{\sqrt{3}}{2}-1\times\sqrt{3}=-\frac{3\sqrt{3}}{2}$

(2) (주어진 식)$=\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}\times1-1=0$

(3) (주어진 식)$=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\sqrt{3}-0+0=\frac{\sqrt{6}}{2}$

(4) (주어진 식)$=1\times1+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{5}{4}$

(5) (주어진 식)$=(1+1)\div\frac{1}{2}=4$

(6) (주어진 식)$=0^2+0^2=0$

답 (1) $-\frac{3\sqrt{3}}{2}$ (2) 0 (3) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (4) $\frac{5}{4}$ (5) 4 (6) 0

250 (4) $\sin 49°+\cos 46°=0.7547+0.6947=1.4494$

(5) $\tan 48°-\sin 50°=1.1106-0.7660=0.3446$

답 (1) 0.7314 (2) 0.6561 (3) 1.0355 (4) 1.4494 (5) 0.3446

WORK BOOK

251 답 (1) $24°$ (2) $22°$ (3) $25°$ (4) $25°$ (5) $21°$ (6) $23°$

252 ① $\sin x=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\dfrac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}$

⑤ $\cos y=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\dfrac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}$ 답 ①, ⑤

253 $\tan x=\dfrac{\overline{CE}}{\overline{AE}}=\dfrac{\overline{CE}}{1}=\overline{CE}$ 답 ④

밑변의 길이가 1인 직각삼각형을 찾는다.

254 (ㄱ) $\cos 30°=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ (ㄴ) $\sin 45°=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

(ㄷ) $\tan 45°=1$ (ㄹ) $\tan 60°=\sqrt{3}$

(ㅁ) $\cos 90°=0$ 답 ②

255 $\cos 70°<\cos 45°=\sin 45°<\sin 70°<\sin 90°$

$\tan 70°>\tan 45°=\sin 90°$

$\therefore \cos 70°<\sin 70°<\tan 70°$ 답 ②

x가 $0°$에서 $90°$까지 증가할 때
➡ $\sin x$
: 0에서 1까지 증가
$\cos x$
: 1에서 0까지 감소
$\tan x$
: 0에서 무한히 증가

256 (주어진 식)$=2.1445-0.9205+0.4384$

$=1.6624$ 답 1.6624

257 $\cos 18°=0.9511$이므로 $x=18$

$\sin 16°=0.2756$이므로 $y=16$

$\therefore x-y=18-16=2$ 답 2

258 $\tan 33°=\dfrac{\overline{AC}}{10}=0.65$

$\therefore \overline{AC}=6.5$ 답 ④

259 $\angle A=90°-52°=38°$이므로

$\sin 38°=\dfrac{x}{5}=0.6157$ $\therefore x=3.0785$

$\cos 38°=\dfrac{y}{5}=0.7880$ $\therefore y=3.94$

답 $x=3.0785$, $y=3.94$

주어진 삼각비의 표에는 $52°$에 대한 삼각비가 없으므로 $\angle A$의 크기를 구하여 삼각비의 표를 이용한다.

2 삼각비의 활용 ······ P 48~56

260 답 (1) 10, 5, 10, $5\sqrt{3}$ (2) 6, $6\sqrt{2}$, 6, 6

261 (1) $x=10\cos 40°=10\times 0.77=7.7$

$y=10\sin 40°=10\times 0.64=6.4$

(2) $x=20\sin 48°=20\times 0.74=14.8$

$y=20\cos 48°=20\times 0.67=13.4$

답 (1) $x=7.7$, $y=6.4$ (2) $x=14.8$, $y=13.4$

262 (1) $\triangle ABH$에서 $\overline{AH}=8\sin 30°=8\times\dfrac{1}{2}=4$

(2) $\triangle ABH$에서 $\overline{BH}=8\cos 30°=8\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$

(3) $\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=6\sqrt{3}-4\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

(4) $\triangle AHC$에서

$\overline{AC}=\sqrt{4^2+(2\sqrt{3})^2}=2\sqrt{7}$

답 (1) 4 (2) $4\sqrt{3}$ (3) $2\sqrt{3}$ (4) $2\sqrt{7}$

피타고라스 정리에 의하여
$\overline{AC}=\sqrt{\overline{AH}^2+\overline{CH}^2}$

263 (1) $\triangle ABH$에서

$\overline{AH}=4\sin 60°=4\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$

(2) $\angle C=180°-(60°+75°)=45°$

(3) $\triangle AHC$에서

$\overline{AC}=\dfrac{2\sqrt{3}}{\sin 45°}=2\sqrt{3}\times\sqrt{2}=2\sqrt{6}$

답 (1) $2\sqrt{3}$ (2) $45°$ (3) $2\sqrt{6}$

264 답 (가) 30 (나) 60 (다) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ (라) $\sqrt{3}$ (마) $4\sqrt{3}$

265 답 (가) 60 (나) 45 (다) $\sqrt{3}$ (라) 1 (마) $3(\sqrt{3}+1)$

266 $\angle B=90°-34°=56°$

$x=8\cos 56°=8\times 0.56=4.48$

$y=8\sin 56°=8\times 0.83=6.64$

$\therefore y-x=6.64-4.48=2.16$ 답 2.16

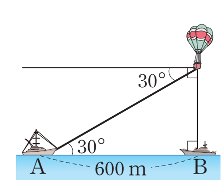
$56°$에 대한 삼각비의 값이 주어져 있으므로 크기가 $56°$인 각을 찾는다.

267 ③ $b=\dfrac{a}{\sin A}$ 답 ③

268 $600\tan 30°$

$=600\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$=200\sqrt{3}$(m)



답 $200\sqrt{3}$ m

Q Box

269 $\overline{AC}=\dfrac{8}{\sin 40^\circ}=\dfrac{25}{2}$(m)

따라서 A지점에서 C지점까지 가는 데 걸리는 시간은

$\dfrac{25}{2}\div 50=\dfrac{1}{4}$(분)$=15$(초) 답 ①

$(\text{시간})=\dfrac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$

270 $\triangle$BDC에서

$\overline{BC}=\dfrac{\overline{CD}}{\tan 30^\circ}=120\times\sqrt{3}=120\sqrt{3}$(m)

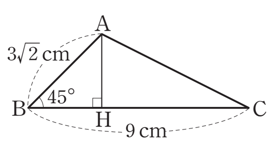
$\triangle$ABC에서 $\overline{AC}=\overline{BC}\tan 45^\circ=120\sqrt{3}$(m)

$\therefore\ \overline{AD}=\overline{CD}+\overline{AC}=120+120\sqrt{3}$

$=120(1+\sqrt{3})$(m)

답 $120(1+\sqrt{3})$m

271 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle$ABH에서

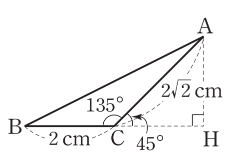
$\overline{AH}=3\sqrt{2}\sin 45^\circ=3\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=3$(cm)

$\overline{BH}=3\sqrt{2}\cos 45^\circ=3\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=3$(cm)

$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=9-3=6$(cm)이므로

$\triangle$AHC에서 $\overline{AC}=\sqrt{3^2+6^2}=3\sqrt{5}$(cm) 답 ③

272 점 A에서 $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle$ACH에서

$\overline{CH}=2\sqrt{2}\cos 45^\circ$

$=2\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=2$(cm)

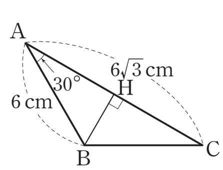
$\overline{AH}=2\sqrt{2}\sin 45^\circ=2\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=2$(cm)

$\overline{BH}=\overline{BC}+\overline{CH}=2+2=4$(cm)이므로

$\triangle$ABH에서 $\overline{AB}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$(cm) 답 ③

$\overline{BC}$가 빗변이 되도록 수선을 긋는다.

273 점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle$ABH에서

$\overline{BH}=6\sin 30^\circ$

$=6\times\dfrac{1}{2}=3$(cm)

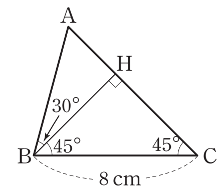
$\overline{AH}=6\cos 30^\circ=6\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$(cm)

$\overline{CH}=\overline{AC}-\overline{AH}=6\sqrt{3}-3\sqrt{3}=3\sqrt{3}$(cm)이므로

$\triangle$BCH에서 $\overline{BC}=\sqrt{3^2+(3\sqrt{3})^2}=6$(cm)

답 6cm

274 점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle$BCH에서

$\overline{BH}=8\sin 45^\circ$

$=8\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$=4\sqrt{2}$(cm)

$\triangle$ABH에서

$\overline{AB}=\dfrac{4\sqrt{2}}{\cos 30^\circ}=4\sqrt{2}\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=\dfrac{8\sqrt{6}}{3}$(cm)

답 ②

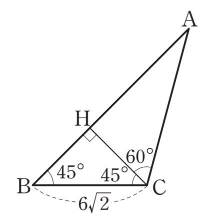
$\triangle$BCH에서

$\angle$HBC$=90^\circ-45^\circ=45^\circ$

이므로

$\angle$ABH$=75^\circ-45^\circ=30^\circ$

275 점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle$BCH에서

$\overline{BH}=\overline{CH}=6\sqrt{2}\sin 45^\circ$

$=6\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=6$

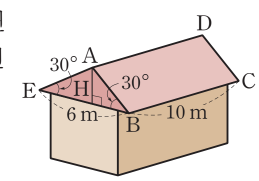
$\triangle$AHC에서

$\overline{AH}=\overline{CH}\tan 60^\circ=6\times\sqrt{3}=6\sqrt{3}$

$\therefore\ \overline{AB}=\overline{AH}+\overline{BH}=6\sqrt{3}+6=6(\sqrt{3}+1)$

답 $6(\sqrt{3}+1)$

276 점 A에서 $\overline{EB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle$AHB에서

$\overline{AB}=\dfrac{3}{\cos 30^\circ}$

$=3\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}$

$=2\sqrt{3}$(m)

$\therefore\ \square ABCD=2\sqrt{3}\times 10=20\sqrt{3}$(m^2)

따라서 지붕의 넓이는

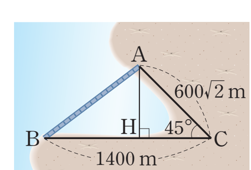
$2\times 20\sqrt{3}=40\sqrt{3}$(m^2)

답 ⑤

이등변삼각형의 꼭지각의 꼭짓점에서 밑변에 내린 수선은 밑변을 이등분하므로

$\overline{BH}=\overline{EH}=\dfrac{1}{2}\times 6=3$(m)

277 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle$AHC에서

$\overline{AH}=600\sqrt{2}\sin 45^\circ$

$=600\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$=600$(m)

$\overline{CH}=600\sqrt{2}\cos 45^\circ=600\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=600$(m)

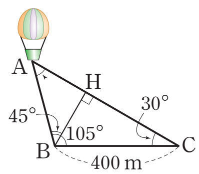
$\overline{BH}=\overline{BC}-\overline{CH}=1400-600=800$(m)이므로

$\triangle$ABH에서 $\overline{AB}=\sqrt{600^2+800^2}=1000$(m)

답 1000m

Q Box

278 점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



△BCH에서

$\overline{BH}=400\sin 30°$

$=400\times\frac{1}{2}=200(\text{m})$

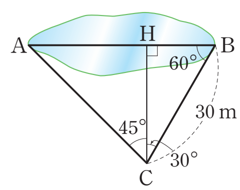
△ABH에서

$\overline{AB}=\frac{200}{\cos 45°}=200\times\sqrt{2}=200\sqrt{2}(\text{m})$

답 $200\sqrt{2}$ m

$\overline{AB}$, $\overline{BC}$가 각각 빗변이 되도록 수선을 그어 2개의 직각삼각형을 만든다.

279 점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



△CBH에서

$\overline{BH}=30\cos 60°$

$=30\times\frac{1}{2}=15(\text{m})$

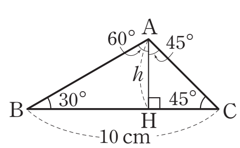
$\overline{CH}=30\sin 60°=30\times\frac{\sqrt{3}}{2}=15\sqrt{3}(\text{m})$

△ACH에서 $\overline{AH}=15\sqrt{3}\tan 45°=15\sqrt{3}(\text{m})$

$\therefore\ \overline{AB}=\overline{AH}+\overline{BH}=15(\sqrt{3}+1)(\text{m})$

답 $15(\sqrt{3}+1)$m

280 $\overline{AH}=h$라 하면



△ABH에서

$\overline{BH}=h\tan 60°$

$=\sqrt{3}h$

△AHC에서

$\overline{CH}=h\tan 45°=h$

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로

$10=\sqrt{3}h+h$, $(\sqrt{3}+1)h=10$

$\therefore\ h=5(\sqrt{3}-1)(\text{cm})$

답 $5(\sqrt{3}-1)$cm

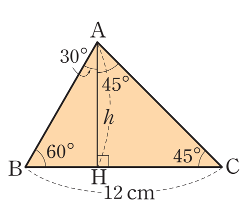
$(\sqrt{3}+1)h=10$에서

$h=\frac{10}{\sqrt{3}+1}$

$=\frac{10(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}$

$=5(\sqrt{3}-1)$

281 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고



$\overline{AH}=h$라 하면

△ABH에서

$\overline{BH}=h\tan 30°$

$=\frac{\sqrt{3}}{3}h$

△AHC에서 $\overline{CH}=h\tan 45°=h$

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로

$12=\frac{\sqrt{3}}{3}h+h$, $\frac{\sqrt{3}+3}{3}h=12$

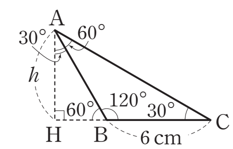
$\therefore\ h=\frac{36}{\sqrt{3}+3}=6(3-\sqrt{3})(\text{cm})$

$\therefore\ \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 12\times 6(3-\sqrt{3})$

$=36(3-\sqrt{3})(\text{cm}^2)$

답 ⑤

282 △AHC에서



$\overline{CH}=h\tan 60°$

$=\sqrt{3}h$

△AHB에서

$\overline{BH}=h\tan 30°$

$=\frac{\sqrt{3}}{3}h$

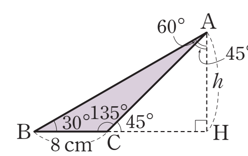
$\overline{BC}=\overline{CH}-\overline{BH}$이므로

$6=\sqrt{3}h-\frac{\sqrt{3}}{3}h$, $\frac{2\sqrt{3}}{3}h=6$

$\therefore\ h=6\times\frac{3}{2\sqrt{3}}=3\sqrt{3}(\text{cm})$

답 $3\sqrt{3}$cm

283 $\overline{AH}=h$라 하면



△ABH에서

$\overline{BH}=h\tan 60°$

$=\sqrt{3}h$

△ACH에서

$\overline{CH}=h\tan 45°=h$

$\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로

$8=\sqrt{3}h-h$, $(\sqrt{3}-1)h=8$

$\therefore\ h=4(\sqrt{3}+1)(\text{cm})$

$\therefore\ \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 8\times 4(\sqrt{3}+1)$

$=16(\sqrt{3}+1)(\text{cm}^2)$

답 $16(\sqrt{3}+1)\text{cm}^2$

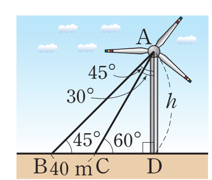
$(\sqrt{3}-1)h=8$에서

$h=\frac{8}{\sqrt{3}-1}$

$=\frac{8(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}$

$=4(\sqrt{3}+1)$

284 $\overline{AD}=h$라 하면



△ABD에서

$\overline{BD}=h\tan 45°=h$

△ACD에서

$\overline{CD}=h\tan 30°=\frac{\sqrt{3}}{3}h$

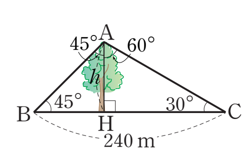
$\overline{BC}=\overline{BD}-\overline{CD}$이므로

$40=h-\frac{\sqrt{3}}{3}h$, $\frac{3-\sqrt{3}}{3}h=40$

$\therefore\ h=\frac{120}{3-\sqrt{3}}=20(3+\sqrt{3})(\text{m})$

답 $20(3+\sqrt{3})$m

285 $\overline{AH}=h$라 하면



△ABH에서

$\overline{BH}=h\tan 45°=h$

△AHC에서

$\overline{CH}=h\tan 60°=\sqrt{3}h$

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로

$240=h+\sqrt{3}h$, $(1+\sqrt{3})h=240$

$\therefore\ h=\frac{240}{1+\sqrt{3}}=120(\sqrt{3}-1)(\text{m})$

답 $120(\sqrt{3}-1)$m

Q Box

286 $\overline{BH}=\dfrac{h}{\tan 25^\circ}(m)$, $\overline{CH}=\dfrac{h}{\tan 40^\circ}(m)$

$\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로

$\dfrac{h}{\tan 25^\circ}-\dfrac{h}{\tan 40^\circ}=36$ 답 ⑤

287 (1) $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times4\times5\times\sin 60^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times4\times5\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=5\sqrt{3}(cm^2)$

(2) $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times6\times10\times\sin 45^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times6\times10\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=15\sqrt{2}(cm^2)$

(3) $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times9\times12\times\sin 30^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times9\times12\times\dfrac{1}{2}=27(cm^2)$

답 (1) $5\sqrt{3}\,cm^2$ (2) $15\sqrt{2}\,cm^2$ (3) $27\,cm^2$

288 (1) $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times4\times6\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\dfrac{1}{2}\times4\times6\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}(cm^2)$

(2) $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times8\times5\times\sin(180^\circ-150^\circ)$

$=\dfrac{1}{2}\times8\times5\times\dfrac{1}{2}=10(cm^2)$

(3) $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times10\times7\times\sin(180^\circ-135^\circ)$

$=\dfrac{1}{2}\times10\times7\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{35\sqrt{2}}{2}(cm^2)$

답 (1) $6\sqrt{3}\,cm^2$ (2) $10\,cm^2$ (3) $\dfrac{35\sqrt{2}}{2}\,cm^2$

289 답 (가) $\dfrac{1}{2}ab\sin x$ (나) $ab\sin x$

290 (1) $\square ABCD=20\times24\times\sin 30^\circ$

$=20\times24\times\dfrac{1}{2}=240$

(2) $\square ABCD=30\times24\times\sin 45^\circ$

$=30\times24\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=360\sqrt{2}$

(3) $\square ABCD=12\times18\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=12\times18\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=108\sqrt{3}$

답 (1) 240 (2) $360\sqrt{2}$ (3) $108\sqrt{3}$

291 답 (가) $ab\sin x$ (나) $\dfrac{1}{2}ab\sin x$

292 (1) $\square ABCD=\dfrac{1}{2}\times8\times10\times\sin 45^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times8\times10\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=20\sqrt{2}$

$\triangle ABH$에서

$\tan 25^\circ=\dfrac{\overline{AH}}{\overline{BH}}$

$\triangle ACH$에서

$\tan 40^\circ=\dfrac{\overline{AH}}{\overline{CH}}$

두 대각선이 이루는 각의 크기가 135°이므로 예각의 크기는 $180^\circ-135^\circ=45^\circ$

점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심일 때
$\triangle ABG=\triangle BCG$
$=\triangle ACG$
$=\dfrac{1}{3}\triangle ABC$

$\tan A$의 값을 이용하여 직각삼각형을 그려 $\sin A$의 값을 구한다.

내심은 각의 이등분선의 교점이므로 $\overline{BI}$, $\overline{CI}$는 각각 $\angle B$, $\angle C$의 이등분선이다.

$\angle BIC$

$=180^\circ-\dfrac{1}{2}(\angle B+\angle C)$

$=180^\circ-\dfrac{1}{2}(180^\circ-\angle A)$

$=90^\circ+\dfrac{1}{2}\angle A$

(부채꼴 AOB의 넓이) $-\triangle AOB$

(2) $\square ABCD=\dfrac{1}{2}\times9\times12\times\sin 60^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times9\times12\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=27\sqrt{3}$

(3) $\square ABCD=\dfrac{1}{2}\times10\times14\times\sin(180^\circ-135^\circ)$

$=\dfrac{1}{2}\times10\times14\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=35\sqrt{2}$

답 (1) $20\sqrt{2}$ (2) $27\sqrt{3}$ (3) $35\sqrt{2}$

293 $6\sqrt{2}=\dfrac{1}{2}\times4\times6\times\sin A$에서

$\sin A=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad\therefore \angle A=45^\circ$ 답 45°

294 $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times6\times10\times\sin 45^\circ$

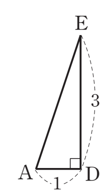
$=\dfrac{1}{2}\times6\times10\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=15\sqrt{2}(cm^2)$

$\therefore \triangle ABG=\dfrac{1}{3}\triangle ABC=\dfrac{1}{3}\times15\sqrt{2}$

$=5\sqrt{2}\,(cm^2)$ 답 $5\sqrt{2}\,cm^2$

295 $\tan A=3=\dfrac{3}{1}$이므로

오른쪽 그림과 같은 $\triangle ADE$에서



$\overline{AE}=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$

$\therefore \sin A=\dfrac{\overline{ED}}{\overline{AE}}=\dfrac{3}{\sqrt{10}}=\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$

$\therefore \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times8\times15\times\sin A$

$=\dfrac{1}{2}\times8\times15\times\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$

$=18\sqrt{10}$ 답 ③

296 $\dfrac{1}{2}\times6\times\overline{BC}\times\sin(180^\circ-150^\circ)=9\sqrt{2}$이므로

$\dfrac{1}{2}\times6\times\overline{BC}\times\dfrac{1}{2}=9\sqrt{2}$, $\dfrac{3}{2}\overline{BC}=9\sqrt{2}$

$\therefore \overline{BC}=6\sqrt{2}(cm)$ 답 ②

297 $\angle BIC=90^\circ+\dfrac{1}{2}\angle A=90^\circ+\dfrac{1}{2}\times60^\circ=120^\circ$

$\therefore \triangle IBC=\dfrac{1}{2}\times4\times6\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\dfrac{1}{2}\times4\times6\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}$ 답 $6\sqrt{3}$

298 (색칠한 부분의 넓이)

$=\pi\times4^2\times\dfrac{135}{360}-\dfrac{1}{2}\times4\times4\times\sin(180^\circ-135^\circ)$

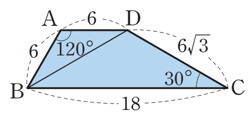
$=\pi\times4^2\times\dfrac{3}{8}-\dfrac{1}{2}\times4\times4\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$=6\pi-4\sqrt{2}\,(cm^2)$ 답 $(6\pi-4\sqrt{2})cm^2$

WORK BOOK

Q Box

299 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



$\square ABCD$
$=\triangle ABD + \triangle BCD$
$=\frac{1}{2}\times6\times6\times\sin(180°-120°)+\frac{1}{2}\times18\times6\sqrt{3}\times\sin30°$
$=\frac{1}{2}\times6\times6\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\times18\times6\sqrt{3}\times\frac{1}{2}$
$=9\sqrt{3}+27\sqrt{3}=36\sqrt{3}$ 답 $36\sqrt{3}$

두 변의 길이와 끼인 각의 크기를 이용할 수 있도록 보조선을 그어 2개의 삼각형으로 나눈다.

300 $\triangle ABD$에서 $\overline{AD}=12$, $\overline{BD}=12\sqrt{2}$이므로
$\square ABCD$
$=\triangle ABD+\triangle BCD$
$=\frac{1}{2}\times12\times12+\frac{1}{2}\times12\sqrt{2}\times14\times\sin30°$
$=\frac{1}{2}\times12\times12+\frac{1}{2}\times12\sqrt{2}\times14\times\frac{1}{2}$
$=72+42\sqrt{2}$ 답 $72+42\sqrt{2}$

$\overline{AD}=\frac{12}{\tan45°}=12$
$\overline{BD}=\frac{12}{\sin45°}=12\sqrt{2}$

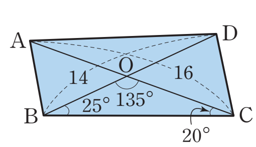
301 $\angle AOB=360°\times\frac{1}{12}=30°$
따라서 정십이각형의 넓이는
$12\times\left(\frac{1}{2}\times2\times2\times\sin30°\right)$
$=12\times\left(\frac{1}{2}\times2\times2\times\frac{1}{2}\right)=12$ 답 ②

정십이각형은 12개의 합동인 이등변삼각형으로 이루어져 있다.

302 $8\times\overline{BC}\times\sin(180°-135°)=20\sqrt{2}$이므로
$8\times\overline{BC}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=20\sqrt{2}$
$\therefore \overline{BC}=5(\mathrm{cm})$ 답 ②

303 $\angle BAD:\angle ADC=2:1$이므로
$\angle BAD=180°\times\frac{2}{3}=120°$,
$\angle ADC=180°\times\frac{1}{3}=60°$
$\angle B=\angle ADC=60°$이므로
$\square ABCD=4\times7\times\sin60°$
$=4\times7\times\frac{\sqrt{3}}{2}=14\sqrt{3}$
$\therefore \triangle AED=\frac{1}{2}\square ABCD=\frac{1}{2}\times14\sqrt{3}=7\sqrt{3}$
답 $7\sqrt{3}$

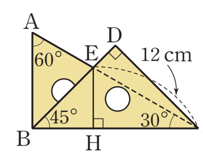
304 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 O라 하면



$\angle BOC$
$=180°-(25°+20°)=135°$
$\therefore \square ABCD=\frac{1}{2}\times14\times16\times\sin(180°-135°)$
$=\frac{1}{2}\times14\times16\times\frac{\sqrt{2}}{2}=56\sqrt{2}$
답 $56\sqrt{2}$

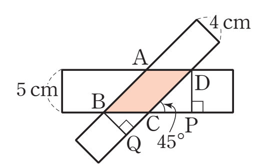
305 두 대각선이 이루는 예각의 크기를 a라 하면
$\frac{1}{2}\times8\times8\times\sin a=16\sqrt{3}$
$\sin a=\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\therefore a=60°$ 답 ②

306 $\angle ECB=30°$이고 점 E에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle EHC$에서
$\overline{CH}=12\cos30°$
$=12\times\frac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}(\mathrm{cm})$
$\overline{EH}=12\sin30°=12\times\frac{1}{2}=6(\mathrm{cm})$
$\overline{BH}=\overline{EH}=6\,\mathrm{cm}$이므로
$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=6+6\sqrt{3}=6(\sqrt{3}+1)(\mathrm{cm})$
$\therefore \triangle EBC=\frac{1}{2}\times6(\sqrt{3}+1)\times6$
$=18(\sqrt{3}+1)(\mathrm{cm}^2)$
답 $18(\sqrt{3}+1)\mathrm{cm}^2$

307 오른쪽 그림과 같이 겹쳐진 부분을 $\square ABCD$라 하고 점 B에서 $\overline{CD}$의 연장선 위에 내린 수선의 발을 Q라 하면



$\triangle BQC$에서
$\overline{BC}=\frac{4}{\sin45°}=4\times\sqrt{2}=4\sqrt{2}(\mathrm{cm})$
$\therefore \square ABCD=4\sqrt{2}\times5=20\sqrt{2}(\mathrm{cm}^2)$
답 $20\sqrt{2}\mathrm{cm}^2$

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$, $\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로 $\square ABCD$는 평행사변형이다.

$\square ABCD=\overline{BC}\times\overline{DP}$

Q Box

Ⅶ 원의 성질

1 원과 직선 p 57~67

308 (1) $x=2\overline{BH}=8$

(2) $x=\overline{AH}=\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}$

(3) $\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=2$이므로 $x=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$

(4) $\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=8$이므로 $x=\sqrt{10^2-8^2}=6$

답 (1) 8 (2) $4\sqrt{2}$ (3) $\sqrt{5}$ (4) 6

> 원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분한다.

309 (1) $\overline{OA}=r$라 하면

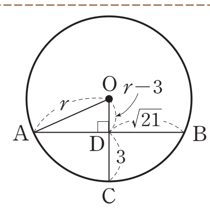
$\overline{OD}=r-3$

$\overline{AD}=\overline{BD}=\sqrt{21}$

이므로 △OAD에서

$r^2=(r-3)^2+(\sqrt{21})^2$

$6r=30$ $\quad\therefore r=5$



> $\overline{OD}=\overline{OC}-\overline{CD}=r-3$

(2) $\overline{OA}=r$라 하면

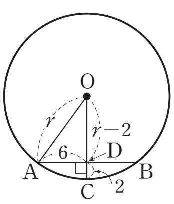
$\overline{OD}=r-2$

$\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=6$

이므로 △OAD에서

$r^2=(r-2)^2+6^2$

$4r=40$ $\quad\therefore r=10$



답 (1) 5 (2) 10

310 답 (1) 10 (2) 3 (3) $4\sqrt{5}$ (4) 7

311 (ㄱ) $\overline{AB}=2\overline{AM}=2\overline{DN}=\overline{CD}$

(ㄴ) $\overline{BM}=\overline{AM}=\overline{DN}=\overline{CN}$

(ㄷ) $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 $\overline{OM}=\overline{ON}$

(ㄹ) $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 $\angle AOB=\angle COD$

$\therefore \overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$

(ㅁ) $\triangle OMB\equiv\triangle OND$ (RHS 합동)

답 (ㄱ), (ㄷ), (ㄹ), (ㅁ)

312 (1) $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 △ABC는 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle x=\frac{1}{2}\times(180^\circ-38^\circ)=71^\circ$

(2) $\angle x=180^\circ-2\times62^\circ=56^\circ$

답 (1) 71° (2) 56°

> 원의 중심으로부터 같은 거리에 있는 두 현의 길이는 같다.

313 (1) $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$

$\therefore \angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$

(2) △ABC는 정삼각형이므로

(△ABC의 둘레의 길이)$=3\times8=24$

(3) $\triangle ABC=\frac{\sqrt{3}}{4}\times8^2=16\sqrt{3}$

답 (1) 60° (2) 24 (3) $16\sqrt{3}$

314 $\overline{CD}=\overline{OD}=\frac{1}{2}\overline{CO}=3$(cm)

△ADO에서 $\overline{AD}=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}$(cm)

이때 $\overline{AB}\perp\overline{CO}$이므로

$\overline{AB}=2\overline{AD}=6\sqrt{3}$(cm)

답 $6\sqrt{3}$cm

315 $\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=15$(cm)

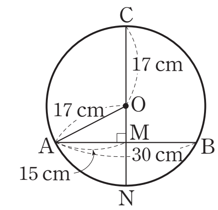
$\overline{OA}$를 그으면

△OAM에서

$\overline{OM}=\sqrt{17^2-15^2}$

$=8$(cm)

$\therefore \overline{MN}=17-8=9$(cm)



답 ②

316 $\overline{OH}=7-2=5$(cm)이므로 △OBH에서

$\overline{BH}=\sqrt{7^2-5^2}=2\sqrt{6}$(cm)

$\therefore \overline{AB}=2\overline{BH}=4\sqrt{6}$(cm)

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\sqrt{6}\times2=4\sqrt{6}$(cm^2)

답 $4\sqrt{6}$cm^2

317 $\overline{OB}=r$cm라 하면

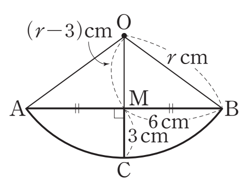
$\overline{OM}=(r-3)$cm

△OMB에서

$r^2=(r-3)^2+6^2$

$6r=45$

$\therefore r=\frac{15}{2}$



> 원의 중심을 찾아 반지름을 그려 직각삼각형을 만든 후 피타고라스 정리를 이용한다.

답 ③

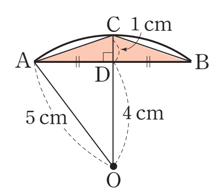
318 $\overline{AD}=\sqrt{5^2-4^2}=3$(cm)

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AD}$

$=6$(cm)

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\times1$

$=3$(cm^2)



답 ④

319 $\overline{AM}=\overline{BM}$

$=\frac{1}{2}\overline{AB}$

$=6$(cm)

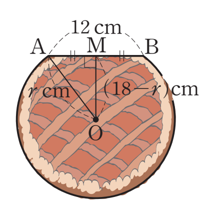
$\overline{OA}=r$cm라 하면

$\overline{OM}=(18-r)$cm

△OMA에서

$r^2=(18-r)^2+6^2$, $36r=360$

$\therefore r=10$

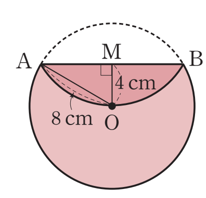


답 10cm

320 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면

$\overline{AO}=8$cm

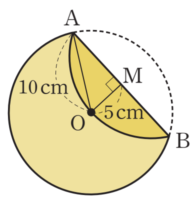
$\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{AO}=4$(cm)



> 원의 중심을 지나도록 접었으므로
> $\overline{OM}=\frac{1}{2}\times$(반지름의 길이)

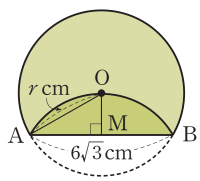
$\triangle AOM$에서
$\overline{AM}=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}(\text{cm})$
$\overline{AB}\perp\overline{OM}$이므로
$\overline{AB}=2\overline{AM}=8\sqrt{3}(\text{cm})$ 답 ⑤

321 $\overline{OA}=2\overline{OM}=10(\text{cm})$
이므로 $\triangle OAM$에서
$\overline{AM}=\sqrt{10^2-5^2}$
$=5\sqrt{3}(\text{cm})$
$\overline{OM}\perp\overline{AB}$이므로
$\overline{AB}=2\overline{AM}$
$=10\sqrt{3}(\text{cm})$



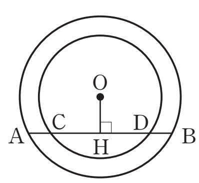
답 $10\sqrt{3}$cm

322 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면
$\overline{AM}=\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}$
$=3\sqrt{3}(\text{cm})$



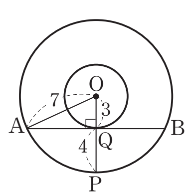
$\overline{OA}=r$cm라 하면 $\overline{OM}=\frac{r}{2}$cm
$\triangle OAM$에서
$r^2=(3\sqrt{3})^2+\left(\frac{r}{2}\right)^2,\ \frac{3}{4}r^2=27$
$r^2=36\qquad\therefore r=6\ (\because r>0)$
따라서 원 O의 둘레의 길이는
$2\pi\times6=12\pi(\text{cm})$ 답 ③

323 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면
$\overline{AB}\perp\overline{OH}$이므로
$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=4$
$\overline{CD}\perp\overline{OH}$이므로
$\overline{CH}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{7}{2}$
$\therefore \overline{AC}=\overline{AH}-\overline{CH}=\frac{1}{2}$



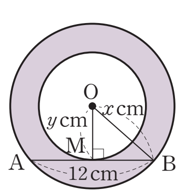
답 $\frac{1}{2}$

324 $\angle OQA=90°$이므로
$\triangle OAQ$에서
$\overline{AQ}=\sqrt{7^2-3^2}=2\sqrt{10}$
$\therefore \overline{AB}=2\overline{AQ}=4\sqrt{10}$



답 ③

325 현 AB와 작은 원의 접점을 M이라 하면
$\overline{OM}\perp\overline{AB}$이므로
$\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=6(\text{cm})$



Q Box

(원의 넓이)
$=\pi\times$(반지름의 길이)^2

$\overline{ON}\perp\overline{CD}$이므로
$\overline{CD}=2\overline{DN}=8(\text{cm})$

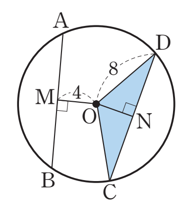
이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같다.

$\overline{OA}=\overline{OP}=\overline{OQ}+\overline{PQ}$
$=3+4=7$

$\overline{OB}=x$cm, $\overline{OM}=y$cm라 하면
$\triangle OMB$에서 $x^2-y^2=6^2$
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=\pi\times x^2-\pi\times y^2$
$=\pi(x^2-y^2)$
$=36\pi(\text{cm}^2)$
답 $36\pi\ \text{cm}^2$

326 $\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=4(\text{cm})$
$\triangle OAM$에서 $\overline{OM}=\sqrt{5^2-4^2}=3(\text{cm})$
$\overline{CD}=\overline{AB}$이므로 $\overline{ON}=\overline{OM}=3(\text{cm})$ 답 ④

327 중심 O에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 N이라 하면
$\overline{AB}=\overline{CD}$이므로
$\overline{ON}=\overline{OM}=4$
$\triangle OND$에서
$\overline{DN}=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}$
$\overline{CD}=2\overline{DN}=8\sqrt{3}$이므로



$\triangle OCD=\frac{1}{2}\times8\sqrt{3}\times4=16\sqrt{3}$ 답 $16\sqrt{3}$

328 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{CD}=\overline{AB}=12$
$\therefore \overline{DN}=\frac{1}{2}\overline{CD}=6$
$\triangle OND$에서 $\overline{OD}=\dfrac{\overline{DN}}{\cos 60°}=12$
따라서 원 O의 둘레의 길이는
$2\pi\times12=24\pi$ 답 24π

329 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$
즉 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로
$\angle BAC=180°-2\times65°=50°$
$\square AMON$에서 $\angle OMA=\angle ONA=90°$이므로
$\angle MON=360°-(90°+90°+50°)=130°$
답 ④

330 $\overline{OL}=\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$
즉 $\triangle ABC$는 정삼각형이므로 $\angle ABC=60°$
답 $60°$

331 $\square OMCN$에서 $\angle OMC=\angle ONC=90°$이므로
$\angle MCN=360°-(90°+90°+110°)=70°$
$\overline{OL}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$
즉 $\triangle ABC$가 이등변삼각형이므로
$\angle BAC=180°-2\times70°=40°$ 답 ③

Q Box

332 (1) $\angle x=360°-(90°+90°+50°)=130°$
(2) $\angle x=360°-(90°+90°+115°)=65°$
(3) $\angle AOB=360°-210°=150°$
$\therefore \angle x=360°-(90°+90°+150°)=30°$
답 (1) $130°$ (2) $65°$ (3) $30°$

333 (1) $x=\sqrt{13^2-5^2}=12$
(2) $x=\sqrt{2^2+6^2}=2\sqrt{10}$
(3) $x=\sqrt{9^2-5^2}=2\sqrt{14}$
답 (1) 12 (2) $2\sqrt{10}$ (3) $2\sqrt{14}$

334 (1) $\overline{OT}=3$, $\overline{OP}=6$이므로
$x=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}$
(2) $\overline{OT}=x$이므로
$(x+9)^2=x^2+15^2$, $18x=144$
$\therefore x=8$
(3) $\overline{OA}=4$이므로
$(x+4)^2=(4\sqrt{3})^2+4^2$, $x^2+8x-48=0$
$(x+12)(x-4)=0$
$\therefore x=4\ (\because x>0)$
답 (1) $3\sqrt{3}$ (2) 8 (3) 4

335 (2) $\overline{PA}=\overline{PB}=4$이므로 $\triangle APO$에서
$x=\sqrt{4^2+3^2}=5$
(3) $\triangle OPB$에서 $\overline{PB}=\sqrt{7^2-5^2}=2\sqrt{6}$
$\therefore x=\overline{PB}=2\sqrt{6}$ 답 (1) 8 (2) 5 (3) $2\sqrt{6}$

336 (1) $\overline{PB}=\overline{PA}=x$이므로 $\triangle OPB$에서
$x^2+3^2=8^2$ $\therefore x=\sqrt{55}\ (\because x>0)$
(2) $\overline{PA}=\overline{PB}=2\sqrt{14}$이므로 $\triangle AOP$에서
$(x+4)^2=x^2+(2\sqrt{14})^2$, $8x=40$
$\therefore x=5$
(3) $\overline{PB}=\overline{PA}=4\sqrt{2}$이므로 $\triangle OPB$에서
$(x+7)^2=(4\sqrt{2})^2+7^2$, $x^2+14x-32=0$
$(x+16)(x-2)=0$ $\therefore x=2\ (\because x>0)$
답 (1) $\sqrt{55}$ (2) 5 (3) 2

337 (1) $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로
$\angle x=180°-2\times55°=70°$
(2) $\angle OAB=30°$이므로
$\angle BAP=90°-30°=60°$
$\overline{PA}=\overline{PB}$이므로
$\angle x=180°-2\times60°=60°$
(3) $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로
$\angle BAP=\frac{1}{2}\times(180°-50°)=65°$
$\angle OAP=90°$이므로 $\angle x=90°-65°=25°$
답 (1) $70°$ (2) $60°$ (3) $25°$

$\overline{AE}=\overline{AF}=3$

338 (1) $\overline{CD}=\overline{CE}=11-3=8$, $\overline{BD}=\overline{BF}=9$이므로
$x=9+8=17$
(2) $\overline{BD}=\overline{BF}=17-8=9$이므로
$x=\overline{CD}=15-9=6$ 답 (1) 17 (2) 6

339 (1) $\overline{CE}=\overline{CD}=x$이므로
$\overline{AF}=\overline{AE}=3-x$, $\overline{BF}=\overline{BD}=4-x$
$\overline{AB}=\sqrt{3^2+4^2}=5$이므로
$5=(3-x)+(4-x)$에서
$2x=2$ $\therefore x=1$
(2) $\overline{AC}=\sqrt{13^2-5^2}=12$
$\overline{AF}=\overline{AE}=x$이므로
$\overline{BD}=\overline{BF}=13-x$, $\overline{CD}=\overline{CE}=12-x$
$5=(13-x)+(12-x)$에서
$2x=20$ $\therefore x=10$ 답 (1) 1 (2) 10

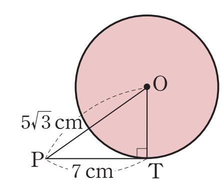
□ABCD가 원에 외접한다.
➡ $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$

340 (1) $4\sqrt{3}+3\sqrt{3}=x+5\sqrt{3}$ $\therefore x=2\sqrt{3}$
(2) $7+x=3+(5+5)$ $\therefore x=6$
답 (1) $2\sqrt{3}$ (2) 6

$\angle OEB=\angle OFB$
$=\angle EBF$
$=90°$
이고 $\overline{EB}=\overline{BF}$이므로
□OEBF는 정사각형이다.

341 (1) $\overline{AH}=\overline{AE}=\overline{EB}=\overline{BF}=\overline{OF}=4$
$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로
$8+10=(4+x)+12$ $\therefore x=2$
(2) $\overline{HD}=\overline{DG}=\overline{GC}=\overline{CF}=x$
$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로
$13+2x=(4+x)+15$ $\therefore x=6$
답 (1) 2 (2) 6

342 $\overline{OT}$를 그으면
$\angle OTP=90°$이므로
$\triangle OPT$에서
$\overline{OT}=\sqrt{(5\sqrt{3})^2-7^2}$
$=\sqrt{26}$(cm)
따라서 원 O의 넓이는
$\pi\times(\sqrt{26})^2=26\pi(\text{cm}^2)$ 답 $26\pi\ \text{cm}^2$

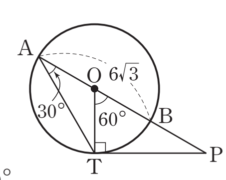


반지름의 길이가 r, 중심각의 크기가 $x°$인 부채꼴의 호의 길이
➡ $2\pi r\times\frac{x}{360}$

343 $\angle OAP=\angle OBP=90°$이므로
$\angle AOB=360°-(90°+90°+45°)=135°$
따라서 구하는 $\overset{\frown}{AB}$의 길이는
$2\pi\times4\times\frac{135}{360}=2\pi\times4\times\frac{3}{8}=3\pi$(cm)
답 3π cm

삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

344 $\overline{OT}$를 그으면
$\overline{OT}=\overline{OA}=3\sqrt{3}$,
$\angle OTP=90°$
$\triangle OAT$에서
$\angle OTA=\angle OAT=30°$
이므로 $\angle POT=60°$
따라서 $\triangle OTP$에서
$\overline{TP}=\overline{OT}\tan60°=3\sqrt{3}\times\sqrt{3}=9$ 답 ④



WORK BOOK

345 직각삼각형 APO에서

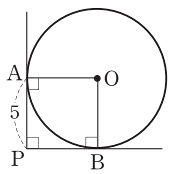
$\angle APO=90^\circ-46^\circ=44^\circ$

$\triangle APO\equiv\triangle BPO$ (RHS 합동)이므로

$\angle APB=2\times44^\circ=88^\circ$ 답 ④

> $\angle OAP=\angle OBP=90^\circ$,
> $\overline{OP}$는 공통, $\overline{OA}=\overline{OB}$
> $\therefore \triangle APO\equiv\triangle BPO$
> (RHS 합동)

346 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면



$\angle OAP=\angle OBP=90^\circ$

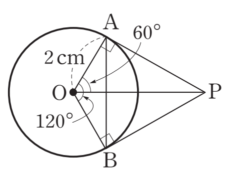
또 $\angle P=90^\circ$, $\overline{PA}=\overline{PB}$

이므로 □APBO는 정사각형이다.

따라서 원 O의 반지름의 길이는

$\overline{OA}=\overline{PA}=5$ 답 5

347 $\overline{OP}$를 그으면



$\triangle AOP\equiv\triangle BOP$

(RHS 합동)

이므로

$\angle AOP=\frac{1}{2}\times120^\circ$

$=60^\circ$

직각삼각형 AOP에서

$\overline{AP}=2\tan60^\circ=2\sqrt{3}$(cm)

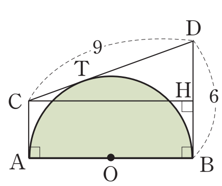
$\angle APB=360^\circ-(90^\circ+90^\circ+120^\circ)=60^\circ$이고

$\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $\triangle ABP$는 정삼각형이다.

따라서 $\triangle ABP$의 둘레의 길이는

$3\times2\sqrt{3}=6\sqrt{3}$(cm) 답 $6\sqrt{3}$cm

348 $\overline{DT}=\overline{DB}=6$이므로



$\overline{CA}=\overline{CT}=9-6=3$

점 C에서 $\overline{BD}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{DH}=6-3=3$

$\triangle DCH$에서

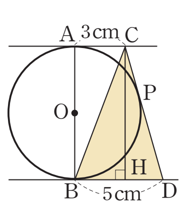
$\overline{CH}=\sqrt{9^2-3^2}=6\sqrt{2}$

$\overline{AO}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\overline{CH}=3\sqrt{2}$

$\therefore$ (반원 O의 넓이)$=\frac{1}{2}\times\pi\times(3\sqrt{2})^2=9\pi$

답 ②

349 $\overline{CP}=\overline{CA}=3$cm,



$\overline{DP}=\overline{DB}=5$cm이므로

$\overline{CD}=\overline{CP}+\overline{DP}=3+5$

$=8$(cm)

점 C에서 $\overline{BD}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{DH}=2$cm이므로 $\triangle CHD$에서

$\overline{CH}=\sqrt{8^2-2^2}=2\sqrt{15}$(cm)

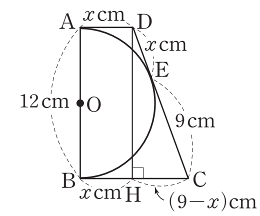
$\therefore \triangle CBD=\frac{1}{2}\times5\times2\sqrt{15}=5\sqrt{15}$(cm^2)

답 $5\sqrt{15}$cm^2

> $\triangle OAP\equiv\triangle OBP$
> (RHS 합동)
> 이므로
> $\angle AOP=\angle BOP$
> $=\frac{1}{2}\angle AOB$

> $\overline{BH}=\overline{AC}=3$cm이므로
> $\overline{DH}=\overline{BD}-\overline{BH}$
> $=5-3=2$(cm)

350 $\overline{AD}=\overline{DE}=x$cm



라 하면

$\overline{CE}=\overline{BC}=9$cm

이므로

$\overline{DC}=(x+9)$cm

점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{BH}=\overline{AD}=x$cm이므로

$\overline{CH}=(9-x)$cm

$\overline{DH}=\overline{AB}=12$cm이므로 $\triangle DHC$에서

$(x+9)^2=(9-x)^2+12^2$

$36x=144$ $\quad\therefore x=4$ 답 ③

351 $\overline{AD}=\overline{AE}=15$(cm)이므로

$\overline{BF}=\overline{BD}=15-12=3$(cm)

$\overline{CF}=\overline{CE}=5$(cm)이므로

$\overline{BC}=\overline{BF}+\overline{CF}=3+5=8$(cm) 답 ④

352 $\overline{CF}=\overline{CD}$, $\overline{BE}=\overline{BD}$이므로

($\triangle ABC$의 둘레의 길이)

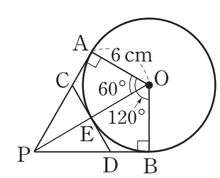
$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$

$=\overline{AB}+(\overline{BD}+\overline{CD})+\overline{CA}$

$=\overline{AB}+(\overline{BE}+\overline{CF})+\overline{CA}$

$=\overline{AE}+\overline{AF}=2\overline{AE}=14$(cm) 답 14cm

353 $\overline{PO}$를 그으면



$\angle AOP=\frac{1}{2}\times120^\circ$

$=60^\circ$

$\triangle APO$에서

$\overline{AP}=6\tan60^\circ=6\times\sqrt{3}$

$=6\sqrt{3}$(cm)

$\overline{CE}=\overline{CA}$, $\overline{DE}=\overline{DB}$이므로 $\triangle PDC$의 둘레의 길이는

$\overline{PD}+\overline{DC}+\overline{CP}=\overline{PD}+(\overline{DE}+\overline{CE})+\overline{CP}$

$=\overline{PD}+(\overline{DB}+\overline{CA})+\overline{CP}$

$=\overline{PB}+\overline{PA}=2\overline{PA}$

$=2\times6\sqrt{3}=12\sqrt{3}$(cm) 답 ③

354 $\overline{AF}=\overline{AD}=4$(cm)

$\overline{BC}=\overline{AB}$, $\overline{BE}=\overline{BD}$이므로

$\overline{CF}=\overline{CE}=\overline{BC}-\overline{BE}=\overline{AB}-\overline{BD}=4$(cm)

$\therefore \overline{AC}=\overline{AF}+\overline{CF}=4+4=8$(cm) 답 ④

355 $\overline{AD}=\overline{AF}=x$cm라 하면

$\overline{BE}=\overline{BD}=(8-x)$cm,

$\overline{CE}=\overline{CF}=(9-x)$cm

$(8-x)+(9-x)=11$이므로

$2x=6$ $\quad\therefore x=3$ 답 ④

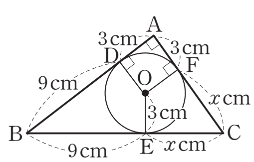
Q Box

356 $\overline{AP}=\overline{AR}=x\,\text{cm}$라 하면
$\overline{BQ}=\overline{BP}=(14-x)\text{cm}$,
$\overline{CQ}=\overline{CR}=(6-x)\text{cm}$
$(14-x)+(6-x)=10$이므로
$2x=10 \quad \therefore x=5$
$\therefore$ ($\triangle ADE$의 둘레의 길이)$=\overline{AP}+\overline{AR}$
$=2\overline{AP}=10(\text{cm})$
답 10 cm

357 $\overline{AB}=\sqrt{10^2-6^2}=8(\text{cm})$
원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$\overline{AF}=\overline{AD}=(8-r)\text{cm}$,
$\overline{CF}=\overline{CE}=(6-r)\text{cm}$
$(8-r)+(6-r)=10 \quad \therefore r=2$
$\therefore$ (원 O의 넓이)$=\pi\times 2^2=4\pi(\text{cm}^2)$
답 $4\pi\ \text{cm}^2$

다른풀이
$\frac{1}{2}\times 6\times 8=\frac{1}{2}\times r\times(8+6+10)$이므로
$12r=24 \quad \therefore r=2$

358 $\overline{AD}=\overline{AF}=3\text{cm}$
$\overline{BE}=\overline{BD}=9\text{cm}$
$\overline{CE}=\overline{CF}=x\,\text{cm}$라
하면



$\triangle ABC$에서
$(x+9)^2=(x+3)^2+12^2$
$12x=72 \quad \therefore x=6$
$\therefore \overline{BC}=9+6=15(\text{cm})$
답 ③

359 $\overline{BD}=\overline{BE}=9\text{cm}$, $\overline{CF}=\overline{CE}=6\text{cm}$
원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$\overline{AD}=\overline{AF}=r\,\text{cm}$
$\triangle ABC$에서
$(9+r)^2+(6+r)^2=15^2$
$r^2+15r-54=0$
$(r+18)(r-3)=0$
$\therefore r=3\ (\because r>0)$
답 3 cm

360 $\overline{CF}=\overline{CG}=5\text{cm}$이므로
$\overline{BC}=7+5=12(\text{cm})$
따라서 □ABCD의 둘레의 길이는
$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DA}$
$=2(\overline{AD}+\overline{BC})$
$=2\times(8+12)$
$=40(\text{cm})$
답 ④

361 $\overline{BC}=x\,\text{cm}$, $\overline{CD}=y\,\text{cm}$라 하면
$8+x+y+5=34 \quad \therefore x+y=21$ …… ㉠

∠B=90°이므로 △ABC에서 피타고라스 정리를 이용한다.

△ABC
=△OAB+△OBC
+△OCA

□ADOF는 내각의 크기가 모두 90°이고 $\overline{AD}=\overline{AF}$이므로 정사각형이다.

원에 외접하는 사각형의 대변의 길이의 합은 같다.

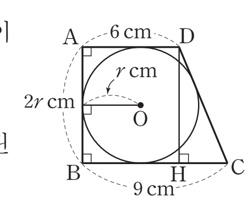
또 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로
$8+y=5+x \quad \therefore x-y=3$ …… ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면
$x=12$, $y=9$
$\therefore \overline{BC}=12\text{cm}$, $\overline{CD}=9\text{cm}$
답 $\overline{BC}=12\text{cm}$, $\overline{CD}=9\text{cm}$

362 (거리)$=$(속력)$\times$(시간)이므로
$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}=50\times 30$
$=1500(\text{m})$
이때 $\overline{BC}=50\times 12=600(\text{m})$이므로
$\overline{AB}+\overline{CD}=1500-600=900(\text{m})$
$\overline{AD}+\overline{BC}=\overline{AB}+\overline{CD}$이므로
$\overline{AD}+600=900 \quad \therefore \overline{AD}=300(\text{m})$
답 300 m

363 $\overline{BE}=\sqrt{5^2-4^2}=3$
$\overline{AD}=x$라 하면 $\overline{EC}=x-3$
$\overline{AE}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{EC}$이므로
$5+4=x+(x-3)$
$2x=12 \quad \therefore x=6$
답 6

364 $\overline{DE}=x$라 하면
$\overline{AB}+\overline{DE}=\overline{AD}+\overline{BE}$이므로
$12+x=16+\overline{BE} \quad \therefore \overline{BE}=x-4$
$\therefore \overline{CE}=16-(x-4)=20-x$
$\triangle DEC$에서 $x^2=(20-x)^2+12^2$
$40x=544 \quad \therefore x=\frac{68}{5}$
따라서 □ABED의 둘레의 길이는
$2(\overline{AB}+\overline{DE})=2\times\left(12+\frac{68}{5}\right)=\frac{256}{5}$
답 $\frac{256}{5}$

365 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$\overline{AB}=2r\,\text{cm}$
점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{BH}=\overline{AD}=6\text{cm}$
$\therefore \overline{CH}=9-6=3(\text{cm})$
$\overline{AB}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로
$2r+\overline{DC}=6+9 \quad \therefore \overline{DC}=15-2r(\text{cm})$
$\overline{DH}=\overline{AB}=2r\,\text{cm}$이므로 $\triangle DHC$에서
$(2r)^2+3^2=(15-2r)^2$
$60r=216 \quad \therefore r=\frac{18}{5}$
답 ③

WORK BOOK

2 원주각 (1) p 68~77

366 (1) $\angle x=\frac{1}{2}\times130^\circ=65^\circ$

(2) $\angle x=2\times35^\circ=70^\circ$

(3) $\angle x=2\times60^\circ=120^\circ$

(4) $\angle x=\frac{1}{2}\times86^\circ=43^\circ$

(5) $\angle x=\frac{1}{2}\times180^\circ=90^\circ$

(6) $\angle x=\frac{1}{2}\times230^\circ=115^\circ$

답 (1) 65° (2) 70° (3) 120° (4) 43° (5) 90° (6) 115°

> 원주각의 크기는 중심각의 크기의 $\frac{1}{2}$배이다.

367 (1) $\angle AOB=360^\circ-220^\circ=140^\circ$이므로

$\angle x=\frac{1}{2}\times140^\circ=70^\circ$

(2) $\overset{\frown}{AQB}$에 대한 중심각의 크기는

$2\times116^\circ=232^\circ$

$\therefore\ \angle x=360^\circ-232^\circ=128^\circ$

(3) $\overset{\frown}{AQB}$에 대한 중심각의 크기는

$360^\circ-90^\circ=270^\circ$

$\therefore\ \angle x=\frac{1}{2}\times270^\circ=135^\circ$

(4) $\overset{\frown}{APB}$에 대한 중심각의 크기는

$2\times98^\circ=196^\circ$

$\therefore\ \angle x=\frac{1}{2}\times(360^\circ-196^\circ)$

$=82^\circ$

답 (1) 70° (2) 128° (3) 135° (4) 82°

368 (1) $\angle AOB=2\times70^\circ=140^\circ$

$\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로

$\angle x=360^\circ-(90^\circ+90^\circ+140^\circ)=40^\circ$

(2) $\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로

$\angle AOB=360^\circ-(90^\circ+90^\circ+60^\circ)$

$=120^\circ$

$\therefore\ \angle x=\frac{1}{2}\angle AOB=60^\circ$

답 (1) 40° (2) 60°

> 원의 접선은 접점을 지나는 반지름에 수직이다.

369 답 (1) 55° (2) 65°

> 한 호에 대한 원주각의 크기는 같다.

370 (4) $\angle y=30^\circ+20^\circ=50^\circ$

답 (1) $\angle x=36^\circ$, $\angle y=52^\circ$

(2) $\angle x=40^\circ$, $\angle y=65^\circ$

(3) $\angle x=33^\circ$, $\angle y=47^\circ$

(4) $\angle x=20^\circ$, $\angle y=50^\circ$

371 (1) $\angle x=25^\circ$, $\angle y=80^\circ-25^\circ=55^\circ$

(2) $\angle x=35^\circ$, $\angle y=95^\circ-35^\circ=60^\circ$

(3) $\angle x=30^\circ$, $\angle y=55^\circ+30^\circ=85^\circ$

(4) $\angle y=88^\circ-40^\circ=48^\circ$, $\angle x=\angle y=48^\circ$

답 (1) $\angle x=25^\circ$, $\angle y=55^\circ$

(2) $\angle x=35^\circ$, $\angle y=60^\circ$

(3) $\angle x=30^\circ$, $\angle y=85^\circ$

(4) $\angle x=48^\circ$, $\angle y=48^\circ$

> 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

372 (3) $\angle ADB=90^\circ$이므로

$\angle DBA=180^\circ-(50^\circ+90^\circ)=40^\circ$

$\therefore\ \angle x=\angle DBA=40^\circ$

$\therefore\ \angle y=48^\circ+40^\circ=88^\circ$

(4) $\angle ADB=90^\circ$이므로

$\angle y=180^\circ-(20^\circ+90^\circ)=70^\circ$

$\angle ADC=\angle ABC=40^\circ$이므로

$\angle x=90^\circ-40^\circ=50^\circ$

답 (1) $\angle x=90^\circ$, $\angle y=60^\circ$

(2) $\angle x=90^\circ$, $\angle y=36^\circ$

(3) $\angle x=40^\circ$, $\angle y=88^\circ$

(4) $\angle x=50^\circ$, $\angle y=70^\circ$

373 (3) $2x=70$ $\quad\therefore\ x=35$

답 (1) 7 (2) 32 (3) 35 (4) 6 (5) 20 (6) 8

374 (1) $8:2=x:15$ $\quad\therefore\ x=60$

(2) $12:4=60:x$ $\quad\therefore\ x=20$

(3) $3:x=23:46$ $\quad\therefore\ x=6$

(4) $x:10=20:(50-20)$ $\quad\therefore\ x=\frac{20}{3}$

답 (1) 60 (2) 20 (3) 6 (4) $\frac{20}{3}$

> 호의 길이는 원주각의 크기에 정비례한다.

375 답 (1) ○ (2) × (3) ○ (4) ○

376 (ㄴ) $\angle A=85^\circ-25^\circ=60^\circ$이므로

$\angle A=\angle D$

(ㄷ) $\angle D=90^\circ-40^\circ=50^\circ$이므로

$\angle A\neq\angle D$

(ㄹ) $\angle DBC=180^\circ-(45^\circ+85^\circ)=50^\circ$이므로

$\angle DAC=\angle DBC$

답 (ㄴ), (ㄹ)

377 (3) $\angle A=\angle D=68^\circ$이어야 하므로

$\angle x=180^\circ-(68^\circ+32^\circ)$

$=80^\circ$

(4) $\angle D=\angle A=60^\circ$이어야 하므로

$\angle x=100^\circ-60^\circ=40^\circ$

답 (1) 35° (2) 42° (3) 80° (4) 40°

Q Box

378 $\angle BOC = 2\times 55° = 110°$

$\therefore \angle x = \frac{1}{2}\times(180° - 110°) = 35°$ 답 ③

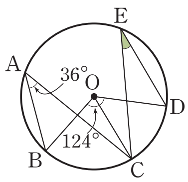
> $\triangle OBC$는 $\overline{OB}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = \angle OCB$

379 $\angle AOB = 2\angle APB = 2\times 75° = 150°$

따라서 구하는 넓이는 $\pi\times 6^2\times\frac{150}{360} = 15\pi$

답 ④

380 $\overline{OC}$를 그으면



$\angle BOC = 2\angle BAC$

$= 2\times 36° = 72°$

이므로

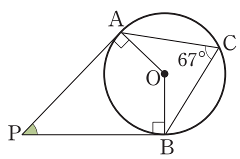
$\angle COD = 124° - 72° = 52°$

$\therefore \angle CED = \frac{1}{2}\angle COD = \frac{1}{2}\times 52° = 26°$

답 ⑤

381 $\overline{AO}$, $\overline{BO}$를 그으면

> 중심각의 크기는 원주각의 크기의 2배이다.



$\angle AOB = 2\angle ACB$

$= 2\times 67°$

$= 134°$

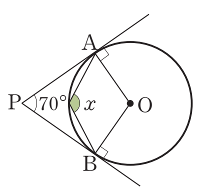
$\angle PAO = \angle PBO$

$= 90°$

$\therefore \angle P = 360° - (90° + 134° + 90°) = 46°$

답 ④

382 $\overline{AO}$, $\overline{BO}$를 그으면



$\angle PAO = \angle PBO = 90°$

이므로

$\angle AOB$

$= 360° - (90° + 70° + 90°)$

$= 110°$

$\therefore \angle x = \frac{1}{2}\times(360° - 110°) = 125°$ 답 125°

383 $\angle DAP = 180° - (40° + 110°) = 30°$

$\therefore \angle PBC = \angle DAC = 30°$ 답 ④

> $\overset{\frown}{CD}$에 대한 원주각

384 $\angle x = \angle ACB = 32°$

> $\overset{\frown}{AB}$에 대한 원주각

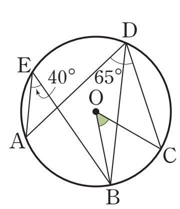
$\angle BDC = \angle BAC = 45°$이므로

$\triangle BCD$에서

$\angle y = 180° - (45° + 32° + 48°) = 55°$

$\therefore \angle x + \angle y = 32° + 55° = 87°$ 답 87°

385 $\overline{BD}$를 그으면



$\angle ADB = \angle AEB = 40°$

이므로

$\angle BDC = 65° - 40° = 25°$

$\therefore \angle BOC = 2\angle BDC$

$= 2\times 25°$

$= 50°$

답 ③

386 $\angle BCD = 90°$이므로

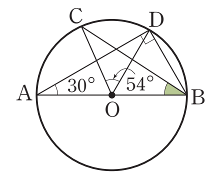
> 반원에 대한 원주각의 크기는 90°이다.

$\angle ACB = 90° - 50° = 40°$

$\angle DBC = \angle DAC = 35°$이므로

$\angle x = 180° - (35° + 40°) = 105°$ 답 105°

387 $\overline{BD}$를 그으면



$\angle ADB = 90°$이므로

$\angle ABD$

$= 180° - (30° + 90°)$

$= 60°$

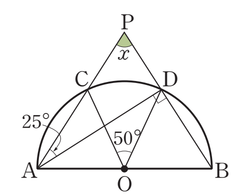
$\angle CBD = \frac{1}{2}\angle COD$

$= \frac{1}{2}\times 54° = 27°$

이므로

$\angle ABC = 60° - 27° = 33°$ 답 33°

388 $\overline{AD}$를 그으면



$\angle CAD = \frac{1}{2}\angle COD$

$= \frac{1}{2}\times 50°$

$= 25°$

이때 $\angle ADB = 90°$

이므로

$\angle x = 90° - 25° = 65°$ 답 ④

389 $\triangle APD$에서 $28° + \angle ADP = 65°$이므로

> 삼각형의 외각의 성질

$\angle ADP = 37°$

$\therefore \angle ABC = \angle ADC = 37°$ 답 37°

390 $\angle ADC = \angle ABC = 35°$

> $\overset{\frown}{AC}$에 대한 원주각

$\triangle APD$에서 $\angle BAD = 45° + 35° = 80°$

$\triangle AQB$에서 $\angle BQD = 80° + 35° = 115°$

답 115°

다른풀이

$\triangle BPC$에서 $\angle BCD = 45° + 35° = 80°$

$\angle BAD = \angle BCD = 80°$이므로

$\triangle AQB$에서 $\angle BQD = 80° + 35° = 115°$

391 $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{CD}$이므로 세 호에 대한 원주각의 크기는 각각 같고, 한 원에서 모든 호에 대한 원주각의 크기의 합은 180°이므로

$3\angle ABC + 30° = 180°$

$\therefore \angle ABC = 50°$

$\triangle BCP$에서 $\angle P = 50° - 30° = 20°$

답 ③

WORK BOOK

Q Box

392 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ACB=90°$

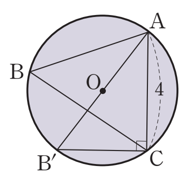
따라서 $\overline{AC}=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}$이므로

$\cos A=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{6}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

$\tan A=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\dfrac{4}{2\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

$\therefore \cos A\times\tan A=\dfrac{\sqrt{5}}{3}\times\dfrac{2\sqrt{5}}{5}=\dfrac{2}{3}$ 답 ③

393 $\overline{AO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 B′이라 하면



$\angle ACB'=90°$이고

$\angle AB'C=\angle ABC$이므로

$\tan B=\tan B'$

$=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{B'C}}=\dfrac{4}{3}$

$\therefore \overline{B'C}=3$

$\triangle AB'C$에서 $\overline{AB'}=\sqrt{3^2+4^2}=5$

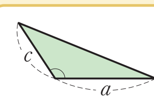
$\therefore$ (원 O의 넓이)$=\pi\times\left(\dfrac{5}{2}\right)^2=\dfrac{25}{4}\pi$ 답 $\dfrac{25}{4}\pi$

$\overset{\frown}{AC}$에 대한 원주각

394 $\angle BOC=2\angle BAC=2\times75°=150°$

$\therefore\ \triangle OBC=\dfrac{1}{2}\times4\times4\times\sin(180°-150°)$

$=\dfrac{1}{2}\times4\times4\times\dfrac{1}{2}=4(\text{cm}^2)$ 답 ①



➡ (넓이)

$=\dfrac{1}{2}ac\sin(180°-x)$

395 $\angle ACB=90°$이므로

$\angle ABC=180°-(90°+30°)=60°$

$\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{AC}=30:60=1:2$이므로

$3:\overset{\frown}{AC}=1:2\qquad\therefore \overset{\frown}{AC}=6(\text{cm})$ 답 ②

호의 길이는 원주각의 크기에 정비례한다.

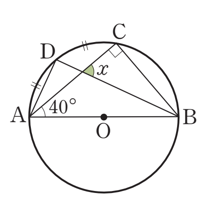
396 $\angle ACB:\angle DBC=4:8=1:2$이므로

$\angle DBC=48°$

따라서 $\triangle PBC$에서 $\angle DPC=48°+24°=72°$

답 ⑤

397 $\overline{BC}$를 그으면



$\angle ACB=90°$이므로

$\angle ABC$

$=180°-(90°+40°)$

$=50°$

$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{DC}$이므로

$\angle DBC=\dfrac{1}{2}\angle ABC=\dfrac{1}{2}\times50°=25°$

$\therefore \angle x=180°-(90°+25°)=65°$ 답 ④

$\angle ABD=\angle DBC$

398 $\angle ACB:\angle BAC:\angle ABC=1:2:3$

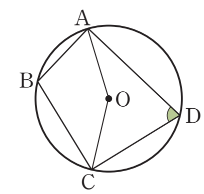
$\therefore \angle ACB=180°\times\dfrac{1}{6}=30°$ 답 ③

한 원에서 모든 호에 대한 원주각의 크기의 합은 180°이다.

399 $\angle ACB:\angle BAC:\angle ABC=4:5:3$

$\therefore \angle ABC=180°\times\dfrac{3}{12}=45°$ 답 45°

400 $\angle ADC$는 $\overset{\frown}{AC}$에 대한 원주각이므로



$\angle ADC=\dfrac{1}{2}\angle AOC$

$=\dfrac{1}{2}\times360°\times\dfrac{5}{12}$

$=75°$ 답 75°

한 원에서 모든 호에 대한 중심각의 크기의 합은 360°이다.

401 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으려면

$\angle C=\angle D=20°$

$\triangle APC$에서 $\angle x=55°+20°=75°$ 답 ③

402 $\triangle ABC$에서 $\angle ABC=180°-2\times40°=100°$

네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으려면

$\angle x=\angle ABD=\dfrac{1}{2}\angle ABC=50°$ 답 50°

$\triangle ABC$는 $\overline{BA}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이므로 $\angle BCA=\angle A=40°$

403 $\angle DAC=\angle DBC$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

$\angle CAB=\angle CDB=60°$이므로 $\triangle ABP$에서

$\angle APD=50°+60°=110°$ 답 ③

404 답 (1) $\angle x=68°$, $\angle y=110°$

(2) $\angle x=120°$, $\angle y=60°$

(3) $\angle x=100°$, $\angle y=160°$

(4) $\angle x=65°$, $\angle y=115°$

405 (3) $\triangle DBC$에서 $\angle x=180°-(65°+40°)=75°$

$\therefore \angle y=\angle x=75°$

(4) $\angle x=\angle EAB=88°$이므로 $\triangle BCD$에서

$\angle y=180°-(47°+88°)=45°$

답 (1) $\angle x=95°$, $\angle y=75°$

(2) $\angle x=100°$, $\angle y=140°$

(3) $\angle x=75°$, $\angle y=75°$

(4) $\angle x=88°$, $\angle y=45°$

□ABCD가 원에 내접하므로 $\angle EAD=\angle C$

406 (ㄴ) $\angle DCE\neq\angle A$

(ㅁ) $\triangle ABC$에서

$\angle B=180°-(70°+60°)=50°$

$\therefore \angle B+\angle D=170°\neq180°$ 답 (ㄴ), (ㅁ)

407 (3) $\angle PBA=120°-30°=90°$이므로

□ABCD가 원에 내접하려면

$\angle x=\angle PBA=90°$

(4) $\angle ABC+\angle ADC=180°$이어야 하므로

$\angle ABD=180°-(55°+95°)=30°$

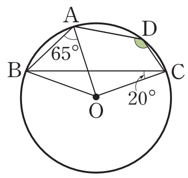
$\therefore \angle x=\angle ABD=30°$

답 (1) 90° (2) 86° (3) 90° (4) 30°

408 □ABCD가 원에 내접하므로
$\angle x=180^\circ-102^\circ=78^\circ$
$\angle AEC=\angle ADC=78^\circ$이므로
$\angle y=112^\circ-78^\circ=34^\circ$
$\therefore \angle x-\angle y=78^\circ-34^\circ=44^\circ$ 답 ③

$\overparen{AC}$에 대한 원주각

409 $\overline{BO}$를 그으면 △OBC와 △OBA는 이등변삼각형이므로



$\angle OBC=\angle OCB=20^\circ$
$\angle OBA=\angle OAB=65^\circ$
$\therefore \angle ABC=65^\circ-20^\circ$
$=45^\circ$
□ABCD가 원 O에 내접하므로
$\angle ADC=180^\circ-45^\circ=135^\circ$ 답 ④

이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같다.

410 □ABCD가 원에 내접하므로
$(\angle x+60^\circ)+90^\circ=180^\circ$ $\therefore \angle x=30^\circ$
$\angle BDC=\angle BAC=60^\circ$이므로
$\angle y=\angle ADC=40^\circ+60^\circ=100^\circ$
$\therefore \angle y-\angle x=100^\circ-30^\circ=70^\circ$ 답 ③

411 $\angle ADC=\angle ABE$이므로
$\angle ADB+55^\circ=115^\circ$ $\therefore \angle ADB=60^\circ$
$\angle BAD=90^\circ$이므로
$\angle ABD=180^\circ-(90^\circ+60^\circ)=30^\circ$
$\therefore \angle ACD=\angle ABD=30^\circ$ 답 30°

반원에 대한 원주각의 크기는 90°이다.

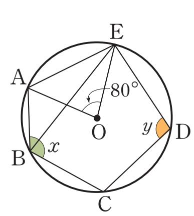
412 □ABCD가 원에 내접하므로
$\angle DAB=180^\circ-75^\circ=105^\circ$
△APB에서 $\angle ABP=105^\circ-30^\circ=75^\circ$ 답 ③

413 □ABCD가 원에 내접하므로
$\angle ADC=180^\circ-120^\circ=60^\circ$
△PCD에서 $\angle BCQ=\angle x+60^\circ$
△BQC에서 $26^\circ+(\angle x+60^\circ)=120^\circ$
$\therefore \angle x=34^\circ$ 답 ②

414 □ABCD가 원에 내접하므로
$\angle ABC=180^\circ-\angle x$
△PBC에서
$\angle DCQ=32^\circ+(180^\circ-\angle x)=212^\circ-\angle x$
△DCQ에서 $\angle x=(212^\circ-\angle x)+42^\circ$
$2\angle x=254^\circ$ $\therefore \angle x=127^\circ$ 답 127°

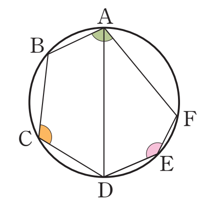
보조선을 그어 원에 내접하는 사각형의 성질을 이용한다.

415 $\overline{BE}$를 그으면



$\angle ABE=\frac{1}{2}\angle AOE$
$=\frac{1}{2}\times 80^\circ$
$=40^\circ$
□EBCD가 원 O에 내접하므로
$(\angle x-40^\circ)+\angle y=180^\circ$
$\therefore \angle x+\angle y=220^\circ$ 답 220°

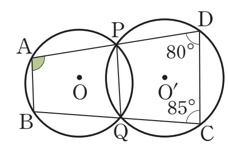
416 $\overline{AD}$를 그으면



□ABCD와 □ADEF가 원에 내접하므로
$\angle C+\angle BAD=180^\circ$,
$\angle DAF+\angle E=180^\circ$
$\therefore \angle A+\angle C+\angle E$
$=(\angle BAD+\angle DAF)+\angle C+\angle E$
$=180^\circ+180^\circ=360^\circ$ 답 ③

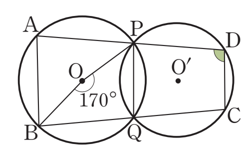
보조선을 그어 두 원 O, O′에 내접하는 사각형을 각각 만든다.

417 $\overline{PQ}$를 그으면



□PQCD가 원 O′에 내접하므로
$\angle PQB=\angle PDC$
$=80^\circ$
□ABQP가 원 O에 내접하므로
$\angle PAB=180^\circ-80^\circ=100^\circ$ 답 ③

418 $\angle BAP$
$=\frac{1}{2}\angle BOP$
$=\frac{1}{2}\times 170^\circ=85^\circ$



$\overline{PQ}$를 그으면
□ABQP가 원 O에 내접하므로
$\angle PQC=\angle BAP=85^\circ$
□PQCD가 원 O′에 내접하므로
$\angle PDC=180^\circ-85^\circ=95^\circ$ 답 95°

419 □ABCD가 원에 내접하려면
$\angle BDC=\angle BAC=45^\circ$
또 $\angle ABE=\angle ADC$이어야 하므로
$80^\circ=\angle x+45^\circ$ $\therefore \angle x=35^\circ$
$\angle ACB=\angle x=35^\circ$이어야 하므로
△PBC에서 $\angle y=60^\circ+35^\circ=95^\circ$
답 $\angle x=35^\circ$, $\angle y=95^\circ$

$\overparen{BC}$에 대한 원주각

420 □ABCD가 원에 내접하려면
$\angle DBC=\angle DAC=25^\circ$
△BDP에서 $\angle BDA=25^\circ+35^\circ=60^\circ$
이때 $\angle ABC+\angle ADC=180^\circ$이어야 하므로
$45^\circ+25^\circ+60^\circ+\angle x=180^\circ$ $\therefore \angle x=50^\circ$
답 ④

WORK BOOK

3 원주각 (2) ………… ⓟ 78~87

421 (3) $\angle x=180^\circ-(48^\circ+60^\circ)=72^\circ$

(4) $\angle x=\angle ACB=180^\circ-(25^\circ+55^\circ)=100^\circ$

답 (1) 52° (2) 47° (3) 72° (4) 100°

422 (1) $\angle x=\angle BCA=180^\circ-(90^\circ+28^\circ)=62^\circ$

(2) $\angle x=\angle CBA=180^\circ-(90^\circ+39^\circ)=51^\circ$

(3) $\angle BCA=65^\circ$이므로

$\angle x=180^\circ-(90^\circ+65^\circ)=25^\circ$

(4) $\angle x=\angle ABC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-90^\circ)=45^\circ$

답 (1) 62° (2) 51° (3) 25° (4) 45°

$\angle BAC=90^\circ$

423 $\angle ACB : \angle CAB : \angle ABC$

$=\overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{BC} : \overset{\frown}{CDA}$

$=1 : 3 : 5$

$\therefore \angle CBT=\angle CAB=180^\circ\times\frac{3}{9}=60^\circ$ 답 60°

원의 접선과 현이 이루는 각의 크기는 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같다.

424 $\angle BPT=\angle PCB=30^\circ$이므로

$\angle x=\angle CPT=2\angle BPT=2\times30^\circ$

$=60^\circ$ 답 ④

425 □ABCD는 원 O에 내접하므로

$\angle BCD=180^\circ-100^\circ=80^\circ$

△BCD에서

$\angle DBC=180^\circ-(80^\circ+35^\circ)=65^\circ$

$\therefore \angle DCT=\angle DBC=65^\circ$ 답 65°

426 $\angle ATB=90^\circ$이므로

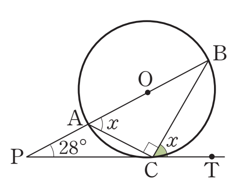
$\angle ABT=180^\circ-(90^\circ+65^\circ)=25^\circ$

따라서 $\angle ATP=\angle ABT=25^\circ$이므로

△APT에서 $\angle APT=65^\circ-25^\circ=40^\circ$ 답 ②

삼각형의 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

427 $\overline{AC}$를 긋고



$\angle BCT=\angle x$라 하면

$\angle BAC=\angle BCT$

$=\angle x$

$\angle ACB=90^\circ$이므로

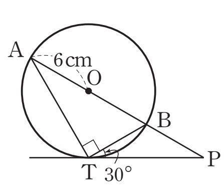
$\angle ABC=90^\circ-\angle x$

△BPC에서 $28^\circ+(90^\circ-\angle x)=\angle x$

$\therefore \angle x=59^\circ$ 답 ④

△BAC에서
$\angle x+90^\circ+\angle ABC$
$=180^\circ$

428 $\angle BAT=\angle BTP$



$=30^\circ$

$\angle ATB=90^\circ$이므로

△ATB에서

$\overline{AT}=12\cos30^\circ$

$=12\times\frac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}(\text{cm})$

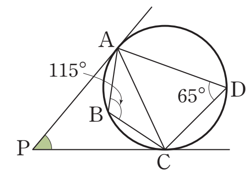
이때 $\angle ABT=90^\circ-30^\circ=60^\circ$이므로

△BTP에서 $\angle P=60^\circ-30^\circ=30^\circ$

즉 △ATP는 $\overline{AT}=\overline{PT}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{PT}=\overline{AT}=6\sqrt{3}(\text{cm})$ 답 $6\sqrt{3}\,\text{cm}$

429 □ABCD는 원에 내접하므로



$\angle ADC=180^\circ-115^\circ$

$=65^\circ$

$\overline{AC}$를 그으면

$\angle ACP=\angle ADC=65^\circ$

△APC에서 $\overline{PA}=\overline{PC}$이므로

$\angle P=180^\circ-2\times65^\circ=50^\circ$ 답 ②

원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

430 △ADF에서 $\overline{AD}=\overline{AF}$이므로

$\angle ADF=\angle AFD=\frac{1}{2}\times(180^\circ-80^\circ)=50^\circ$

$\angle DEF=\angle ADF=50^\circ$

$\therefore \angle x=180^\circ-(65^\circ+50^\circ)=65^\circ$ 답 65°

431 $\angle ABC : \angle BAC=\overset{\frown}{AC} : \overset{\frown}{CB}=2 : 1$이므로

$\angle BAC=\frac{1}{2}\angle x$

△APB에서 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로

$\angle ABP=\frac{1}{2}\times(180^\circ-66^\circ)=57^\circ$

$\therefore \angle ACB=\angle ABP=57^\circ$

따라서 △ABC에서

$\frac{1}{2}\angle x+\angle x+57^\circ=180^\circ,\ \frac{3}{2}\angle x=123^\circ$

$\therefore \angle x=82^\circ$ 답 82°

432 원 O에서 $\angle BAP=\angle BPT'$

맞꼭지각이므로 $\angle BPT'=\angle DPT$

원 O′에서 $\angle DPT=\angle DCP$ 답 ③, ④

433 $\angle BTQ=\angle BAT=55^\circ$

$\angle CTQ=\angle CDT=65^\circ$

$\therefore \angle DTC=180^\circ-(55^\circ+65^\circ)=60^\circ$ 답 60°

434 $\angle CTQ=\angle CDT=180^\circ-110^\circ=70^\circ$

$\angle ATP=\angle ABT=45^\circ$

$\therefore \angle ATB=180^\circ-(70^\circ+45^\circ)=65^\circ$ 답 65°

435 (1) $4\times10=x\times8$ $\therefore x=5$

(2) $x\times9=3\times6$ $\therefore x=2$

(3) $x\times4=2\times(8-2)$ $\therefore x=3$

(4) $6\times12=(x-9)\times9$ $\therefore x=17$

답 (1) 5 (2) 2 (3) 3 (4) 17

436 (1) $4\times x=2\times 18$ $\quad\therefore x=9$
(2) $x\times 15=6\times(6+4)$ $\quad\therefore x=4$
(3) $2\times(2+10)=3\times(3+x)$ $\quad\therefore x=5$
(4) $(x-9)\times x=4\times 9$이므로 $x^2-9x-36=0$
$(x-12)(x+3)=0$ $\quad\therefore x=12\ (\because x>0)$
답 (1) 9 (2) 4 (3) 5 (4) 12

437 (ㄱ) $2\times 9\neq 4\times 6$
(ㄴ) $4\times 4=8\times 2$
(ㄷ) $3\times 8=4\times 6$
(ㄹ) $5\times(5+3)\neq 4\times(4+7)$
답 (ㄴ), (ㄷ)

438 (1) $8\times x=12\times 6$이어야 하므로 $x=9$
(2) $7\times x=6\times 10.5$이어야 하므로 $x=9$
(3) $6\times(6+8)=7\times(7+x)$이어야 하므로
$x=5$
(4) $3\times(3+12)=5\times(5+x)$이어야 하므로
$x=4$
답 (1) 9 (2) 9 (3) 5 (4) 4

439 답 (1) 10, $2\sqrt{5}$ (2) 8, $8-x$, 16, 4
(3) 7, $2+2x$, 6

440 (1) $x\times 4=6^2$이므로 $4x=36$ $\quad\therefore x=9$
(2) $4\times(x-4)=8^2$이므로
$4x=80$ $\quad\therefore x=20$
(3) $(x-5)(x+5)=6\times 4$이므로
$x^2=49$ $\quad\therefore x=7\ (\because x>0)$
(4) $18\times(20-18)=4\times x$이므로
$4x=36$ $\quad\therefore x=9$
(5) $5\times(5+4)=(x-6)(x+6)$이므로
$x^2=81$ $\quad\therefore x=9\ (\because x>0)$
(6) $(18-2x)\times 18=3\times(3+9)$이므로
$36x=288$ $\quad\therefore x=8$
답 (1) 9 (2) 20 (3) 7 (4) 9 (5) 9 (6) 8

441 (1) $\overline{BO}=\overline{CO}=12$
(2) $\overline{PB}=\sqrt{16^2+12^2}=20$
(3) $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로
$\overline{PA}\times 20=4\times 28$ $\quad\therefore \overline{PA}=\dfrac{28}{5}$
답 (1) 12 (2) 20 (3) $\dfrac{28}{5}$

△POB는 ∠POB=90°인 직각삼각형이다.

$\overline{PD}=4+12+12=28$

442 (1) $x\times 9=(3\sqrt{3})^2$ $\quad\therefore x=3$
(2) $4\times(4+x)=(4\sqrt{2})^2$이므로
$4x=16$ $\quad\therefore x=4$
(3) $x^2=6\times(6+2)=48$ $\quad\therefore x=4\sqrt{3}\ (\because x>0)$
(4) $(3-x)\times 3=(\sqrt{6})^2$이므로
$3x=3$ $\quad\therefore x=1$
답 (1) 3 (2) 4 (3) $4\sqrt{3}$ (4) 1

443 (1) $4^2=2\times(2+2x)$이므로 $4x=12$ $\quad\therefore x=3$
(2) $x^2=2\times(2+8)=20$
$\therefore x=2\sqrt{5}\ (\because x>0)$
(3) $8^2=4\times(4+2x)$이므로
$8x=48$ $\quad\therefore x=6$
(4) $x(x+12)=(3\sqrt{5})^2$이므로 $x^2+12x-45=0$
$(x+15)(x-3)=0$ $\quad\therefore x=3\ (\because x>0)$
답 (1) 3 (2) $2\sqrt{5}$ (3) 6 (4) 3

444 답 12, 4, ∠TBP, ∠P, AA, 4, 12

445 $\overline{PA}=\overline{PB}=x$ cm라 하면
$x^2=8\times 4=32$ $\quad\therefore x=4\sqrt{2}\ (\because x>0)$
$\therefore \overline{AB}=2\overline{PA}=2\times 4\sqrt{2}=8\sqrt{2}$ (cm)
답 ③

$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$

446 $\overline{PA}=3x-(2x+2)=x-2$이므로
$x(x+4)=(x-2)\times 3x$
$x^2-5x=0$, $x(x-5)=0$
$\therefore x=5\ (\because x>0)$
답 5

447 $4\times(4+8)=3\times(3+\overline{BC})$, $3\overline{BC}=39$
$\therefore \overline{BC}=13$
△APB와 △CPD에서
∠ABP=∠CDP, ∠P는 공통이므로
△APB∽△CPD (AA 닮음)
$\overline{PA}:\overline{PC}=\overline{AB}:\overline{CD}$에서
$4:(3+13)=2:\overline{CD}$
$4\overline{CD}=32$ $\quad\therefore \overline{CD}=8$
답 8

원에 내접하는 사각형의 한 외각의 크기는 그 내대각의 크기와 같다.

448 ① $4\times 9=6\times 6$
② $(10-8)\times 8\neq 6\times 3$
③ $6\times 8=4\times(16-4)$
④ $6\times(6+3)=3\times(3+15)$
⑤ $3\times(3+4)\neq(8-6)\times 8$
답 ②, ⑤

449 $2\times x=3\times 6$ $\quad\therefore x=9$
$4\times(4+5)=3\times(3+y)$, $3y=27$ $\quad\therefore y=9$
답 $x=9$, $y=9$

450 $\overline{AC}$가 $\overline{BD}$를 수직이등분하므로 $\overline{AC}$는
□ABCD의 외접원의 지름이다.
$\therefore \overline{AC}=2\times 5=10$
$\overline{AM}=x$라 하면
$4\times 4=x(10-x)$, $x^2-10x+16=0$
$(x-2)(x-8)=0$
$\therefore x=2\ (\because \overline{AM}<\overline{CM})$
답 2

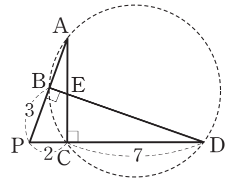
$\overline{BM}\times\overline{DM}=\overline{AM}\times\overline{CM}$

WORK BOOK

451 $8\times(8+4)=x(x+10)$, $x^2+10x-96=0$
$(x+16)(x-6)=0$
$\therefore x=6\ (\because x>0)$ 답 ③

452 $\overline{DP}=2x$ cm라 하면 $\overline{PC}=3x$ cm이므로
$3\times8=2x\times3x$, $x^2=4$
$\therefore x=2\ (\because x>0)$
$\therefore \overline{CD}=5x=5\times2=10$(cm) 답 10 cm

453 $\angle ABD=\angle ACD$
$=90°$
이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.
$3\times(3+\overline{AB})$
$=2\times(2+7)$
$3\overline{AB}=9$ $\therefore \overline{AB}=3$ 답 3



454 $\overline{CD}^2=\overline{DA}\times\overline{DB}$이므로
$\overline{CD}^2=2\times8=16$
$\therefore \overline{CD}=4\ (\because \overline{CD}>0)$ 답 4

455 $\overline{OP}=x$라 하면 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로
$(10+x)(10-x)=4\times9$, $x^2=64$
$\therefore x=8\ (\because x>0)$ 답 ③

456 $\overline{CP}=\overline{PD}=4$ cm이므로 $\triangle CBP$에서
$\overline{PB}=\sqrt{5^2-4^2}=3$(cm)
이때 $\overline{PD}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로
$4^2=y\times3$ $\therefore y=\dfrac{16}{3}$
한편 $\triangle APD \backsim \triangle CPB$ (AA 닮음)이므로
$\overline{AD}:\overline{CB}=\overline{PD}:\overline{PB}$
$x:5=4:3$ $\therefore x=\dfrac{20}{3}$
$\therefore x+y=\dfrac{20}{3}+\dfrac{16}{3}=12$ 답 ④

457 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$\overline{PA}=(11+r)$cm, $\overline{PB}=(11-r)$cm
$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로
$(11+r)(11-r)=(6+6)\times6$
$r^2=49$ $\therefore r=7\ (\because r>0)$
따라서 원 O의 둘레의 길이는
$2\pi\times7=14\pi$(cm) 답 14π cm

458 $\overline{PA}:\overline{AB}=1:4$이므로
$\overline{PA}:\overline{PB}=1:5$
$\overline{PA}=x$라 하면 $\overline{PB}=5x$이므로
$5\times(5+4)=x\times5x$, $x^2=9$
$\therefore x=3\ (\because x>0)$ 답 3

Q Box

$\overline{PA}$의 연장선이 원의 나머지 부분과 만나는 점을 E라 하면
$\overline{PE}=\overline{PA}+\overline{AO}+\overline{OE}$
$=2+r+r$
$=2+2r$(cm)

$\overline{EA}=\overline{EC}+\overline{AC}$
$=2+x$

$\angle DAP=\angle BCP$
($\because$ $\widehat{BD}$에 대한 원주각),
$\angle APD=\angle CPB=90°$
$\therefore \triangle APD \backsim \triangle CPB$
(AA 닮음)

$\triangle APD$는 $\angle APD=90°$인 직각삼각형이므로
$x=\sqrt{y^2+4^2}$
$=\sqrt{\left(\dfrac{16}{3}\right)^2+16}$
$=\sqrt{\dfrac{400}{9}}=\dfrac{20}{3}$

459 반지름의 길이를 r cm라 하면
$2\times(2+2r)=3\times(3+9)$, $4r=32$
$\therefore r=8$ 답 ④

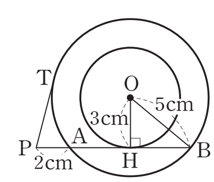
460 원 O에서 $\overline{PC}\times\overline{PD}=\overline{PA}\times\overline{PB}$이고
원 O′에서 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PE}\times\overline{PF}$이므로
$\overline{PC}\times\overline{PD}=\overline{PE}\times\overline{PF}$
$6\times\overline{PD}=2\times9$ $\therefore \overline{PD}=3$(cm) 답 ③

461 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PE}\times\overline{PF}$이므로
$4\times(4+x)=3\times(3+9)$, $4x=20$ $\therefore x=5$
$\overline{PE}\times\overline{PF}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로
$3\times(3+9)=y(y+16)$, $y^2+16y-36=0$
$(y-2)(y+18)=0$ $\therefore y=2\ (\because y>0)$
$\therefore x+y=5+2=7$ 답 ③

462 원 O에서 $\overline{EA}\times\overline{EB}=\overline{EP}\times\overline{EQ}$이고
원 O′에서 $\overline{EP}\times\overline{EQ}=\overline{EC}\times\overline{ED}$이므로
$\overline{EA}\times\overline{EB}=\overline{EC}\times\overline{ED}$
$\overline{AC}=x$라 하면
$(x+2)\times1=2\times(1+3)$
$x+2=8$ $\therefore x=6$ 답 6

463 $\angle PTA=\angle ABT=\angle APT$이므로 $\triangle APT$는 이등변삼각형이다.
$\therefore \overline{AP}=\overline{AT}=4$ cm
즉 $\overline{PT}^2=4\times(4+8)=48$이므로
$\overline{PT}=4\sqrt{3}$(cm) ($\because \overline{PT}>0$) 답 $4\sqrt{3}$ cm

464 $\overline{OH}\perp\overline{AB}$이므로
$\overline{BH}=\sqrt{5^2-3^2}=4$(cm)
$\therefore \overline{AB}=2\overline{BH}=8$(cm)
$\overline{PT}^2=2\times(2+8)=20$
$\therefore \overline{PT}=2\sqrt{5}$(cm)
($\because \overline{PT}>0$) 답 $2\sqrt{5}$ cm



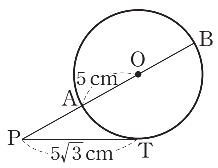
465 원 O′에서 $\overline{PT}=\overline{PQ}=x$라 하면
$\overline{PB}=x+3$
원 O에서 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로
$x^2=4\times(x+3)$, $x^2-4x-12=0$
$(x-6)(x+2)=0$
$\therefore x=6\ (\because x>0)$ 답 ②

466 $\overline{OA}=x$ cm라 하면 $\overline{PB}=(2x+9)$cm
$12^2=9\times(2x+9)$, $18x=63$
$\therefore x=\dfrac{7}{2}$

따라서 원 O의 둘레의 길이는

$2\pi\times\frac{7}{2}=7\pi$ (cm) 답 ②

467 $\overline{PO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 B라 하고 $\overline{PA}=x$ cm라 하면



$(5\sqrt{3})^2=x(x+10)$

$x^2+10x-75=0$

$(x+15)(x-5)=0$

$\therefore x=5$ ($\because x>0$) 답 5cm

$\overline{PB}=\overline{PA}+\overline{AO}+\overline{OB}$
$=x+5+5$
$=x+10$(cm)

468 $\overline{QT}$는 원 O의 접선이므로

$\overline{QT}^2=\overline{QD}\times\overline{QA}$

즉 $\overline{QT}^2=6\times(6+12)=108$이므로

$\overline{QT}=6\sqrt{3}$ ($\because \overline{QT}>0$)

$\therefore \overline{PT}=\overline{QT}=6\sqrt{3}$

또 $\overline{PT}$는 원 O의 접선이므로

$\overline{PT}^2=\overline{PB}\times\overline{PC}$

원 O의 반지름의 길이를 r라 하면

$(6\sqrt{3})^2=4\times(4+2r)$, $8r=92$

$\therefore r=\frac{23}{2}$ 답 ④

$\overline{PC}=\overline{PB}+\overline{BO}+\overline{OC}$
$=4+r+r$
$=4+2r$

469 $\overline{PT}^2=3\times(3+9)=36$

$\therefore \overline{PT}=6$(cm) ($\because \overline{PT}>0$)

△PAT와 △PTB에서

∠P는 공통, ∠PAT=∠PTB이므로

△PAT∽△PTB (AA 닮음)

$\therefore \overline{AT}:\overline{TB}=\overline{PT}:\overline{PB}$

$=6:3=2:1$ 답 ①

470 $\overline{PA}=x$라 하면

$4^2=x(x+6)$, $x^2+6x-16=0$

$(x+8)(x-2)=0$　　$\therefore x=2$ ($\because x>0$)

△PAT와 △PTB에서

∠P는 공통, ∠PTA=∠PBT이므로

△PAT∽△PTB (AA 닮음)

따라서 $\overline{PA}:\overline{PT}=\overline{AT}:\overline{TB}$이므로

$2:4=\overline{AT}:6$　　$\therefore \overline{AT}=3$ 답 3

471 $\overline{PT}^2=1\times(1+3)=4$

$\therefore \overline{PT}=2$ ($\because \overline{PT}>0$)

△PBT에서 $\overline{PB}:\overline{PT}=\overline{BD}:\overline{TD}$이므로

$4:2=2:\overline{DT}$　　$\therefore \overline{DT}=1$

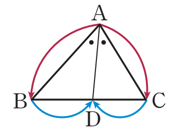
△PBT와 △PTA에서

∠P는 공통, ∠PBT=∠PTA이므로

△PBT∽△PTA (AA 닮음)

따라서 $\overline{BT}:\overline{TA}=\overline{PT}:\overline{PA}$이므로

$3:\overline{TA}=2:1$　　$\therefore \overline{TA}=\frac{3}{2}$ 답 $\frac{3}{2}$



△ABC에서 ∠A의 이등분선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 D라 하면 $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$

472 원 O에서 $\overline{PC}\times\overline{PD}=\overline{PA}\times\overline{PB}$이고

원 O′에서 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

$\overline{PT}^2=\overline{PC}\times\overline{PD}$

$\overline{PT}^2=4\times18=72$

$\therefore \overline{PT}=6\sqrt{2}$ ($\because \overline{PT}>0$) 답 $6\sqrt{2}$

473 원 O에서 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이고

원 O′에서 $\overline{PT'}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

$\overline{PT}=\overline{PT'}$ ($\because \overline{PT}>0$, $\overline{PT'}>0$)

이때 $\overline{PT}^2=4\times(4+6)=40$이므로

$\overline{PT}=2\sqrt{10}$(cm)

$\therefore \overline{TT'}=2\overline{PT}=2\times2\sqrt{10}=4\sqrt{10}$(cm)

답 $4\sqrt{10}$cm

474 원 O에서 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이고

원 O′에서 $\overline{PT}^2=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로

$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$

$\overline{PA}=x$ cm라 하면

$x(x+6)=5\times(5+3)$, $x^2+6x-40=0$

$(x+10)(x-4)=0$　　$\therefore x=4$ ($\because x>0$)

답 ③