정답 및 풀이

1 대푯값과 산포도

개념 Check
⊙ 본책 10~11쪽

01-1 (1) $(\text{평균})=\dfrac{3+5+8+7+9+10}{6}$

$=\dfrac{42}{6}=7$

(2) $(\text{평균})=\dfrac{28+25+21+24+22+24+31}{7}$

$=\dfrac{175}{7}=25$

답 (1) 7 (2) 25

01-2 $(\text{평균})=\dfrac{65\times3+75\times6+85\times9+95\times2}{20}$

$=\dfrac{1600}{20}=80(\text{점})$

답 80점

02-1 (1) 자료의 변량을 작은 값부터 순서대로 나열하면

2, 2, 3, 4, 4, 4, 5

이므로 중앙값은 4이고, 최빈값도 4이다.

(2) 자료의 변량을 작은 값부터 순서대로 나열하면

5, 16, 18, 20, 23

이므로 중앙값은 18이고, 최빈값은 없다.

(3) 자료의 변량을 작은 값부터 순서대로 나열하면

68, 68, 78, 82, 82, 110

이므로 중앙값은 $\dfrac{78+82}{2}=80$이고, 최빈값은 68, 82이다.

답 (1) 중앙값 : 4, 최빈값 : 4
(2) 중앙값 : 18, 최빈값 : 없다.
(3) 중앙값 : 80, 최빈값 : 68, 82

02-2 변량을 작은 값부터 순서대로 나열할 때 한가운데 놓이는 변량은 13번째 변량이므로 이 변량이 속하는 계급의 계급값이 중앙값이다.

$\therefore (\text{중앙값})=\dfrac{80+90}{2}=85(\text{점})$

최빈값은 도수가 가장 큰 계급의 계급값이므로

$(\text{최빈값})=\dfrac{70+80}{2}=75(\text{점})$

답 중앙값 : 85점, 최빈값 : 75점

유제
⊙ 본책 12~13쪽

001-1 탈퇴한 회원의 키를 x cm라 하면

$\dfrac{165\times10-x}{9}=164,\quad 1650-x=1476$

$\therefore x=174$

답 174 cm

002-1 자료의 변량을 작은 값부터 순서대로 나열할 때, 중앙값은 7번째와 8번째 값의 평균이므로

$\dfrac{5+6}{2}=5.5(\text{권})$

답 5.5권

003-1 영훈이네 반 학생은 모두 30명이므로

$3+8+9+a+4=30$

$24+a=30\quad \therefore a=6$

따라서 주어진 표에서 도수가 가장 큰 것은 파스타이므로 최빈값은 파스타이다.

답 ③

004-1 x를 제외한 4개의 변량의 도수는 모두 1이므로 x는 4개의 변량 중 하나와 같다. 따라서 최빈값은 x이다.

평균과 최빈값이 같으므로 $\dfrac{45+50+43+42+x}{5}=x$

$180+x=5x,\quad 4x=180\quad \therefore x=45$

답 45

개념 Check
⊙ 본책 14~17쪽

03-1 $(\text{평균})=\dfrac{14+22+19+15+20}{5}=\dfrac{90}{5}=18$

따라서 각 변량의 편차와 그 합계는 다음 표와 같다.

변량	14	22	19	15	20	합계
편차	-4	4	1	-3	2	0

답 풀이 참조

03-2 $(\text{평균})=\dfrac{15+6+8+20+11}{5}=\dfrac{60}{5}=12(\text{건})$

이므로 각 변량의 편차는

$3,\ -6,\ -4,\ 8,\ -1$

따라서 편차의 절댓값이 가장 큰 변량은 20건이므로 평균에서 가장 멀리 떨어져 있는 변량은 20건이다.

답 20건

04-1 (1) $(\text{평균})=\dfrac{74+85+82+76+83}{5}=\dfrac{400}{5}=80(\text{점})$

(2)

	1회	2회	3회	4회	5회
성적(점)	74	85	82	76	83
편차(점)	-6	5	2	-4	3
$(\text{편차})^2$	36	25	4	16	9

(3) $(\text{분산})=\dfrac{36+25+4+16+9}{5}=\dfrac{90}{5}=18$

(4) $(\text{표준편차})=\sqrt{18}=3\sqrt{2}(\text{점})$

답 풀이 참조

05-1 a, b, c의 평균이 6이므로

$$\frac{a+b+c}{3}=6 \quad \cdots\cdots ㉠$$

또 분산이 2이므로

$$\frac{(a-6)^2+(b-6)^2+(c-6)^2}{3}=2 \quad \cdots\cdots ㉡$$

변량 $2a+5$, $2b+5$, $2c+5$에 대하여

$$(\text{평균})=\frac{(2a+5)+(2b+5)+(2c+5)}{3}$$
$$=\frac{2(a+b+c)}{3}+5$$
$$=2\times6+5=17 \ (\because ㉠)$$
$$(\text{분산})=\frac{(2a+5-17)^2+(2b+5-17)^2+(2c+5-17)^2}{3}$$
$$=\frac{2^2\{(a-6)^2+(b-6)^2+(c-6)^2\}}{3}$$
$$=2^2\times2=8 \ (\because ㉡)$$

$(\text{표준편차})=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ 답 17, 8, $2\sqrt{2}$

다른 풀이 $(\text{평균})=2\times6+5=17$

$(\text{분산})=2^2\times2=8$

$(\text{표준편차})=2\times\sqrt{2}=2\sqrt{2}$

06-1

계급(시간)	계급값(시간)	도수(명)	(계급값)×(도수)	편차	(편차)^2×(도수)
0이상 ~ 4미만	2	4	8	−5	100
4 ~ 8	6	9	54	−1	9
8 ~ 12	10	5	50	3	45
12 ~ 16	14	2	28	7	98
합계		20	140		252

$\{(\text{편차})^2\times(\text{도수})\}$의 총합이 252이므로 분산은

$$\frac{252}{20}=12.6$$

이고 표준편차는 $\sqrt{12.6}$ (시간) 답 풀이 참조

유제

◉ 본책 18~23쪽

005-1 편차의 총합은 0이므로

$1+(-4)+3+x+2=0 \qquad \therefore x=-2$

D의 영화 관람 횟수가 14회이므로

$(\text{평균})=14-(-2)=16(\text{회})$ 답 16회

REMARK

(편차)=(변량)−(평균)

➡ (변량)=(평균)+(편차)

➡ (평균)=(변량)−(편차)

006-1 6개의 변량의 평균이 11이므로

$$\frac{12+7+10+9+x+13}{6}=11$$

$51+x=66 \qquad \therefore x=15$

각 변량의 편차는 1, -4, -1, -2, 4, 2이므로 분산은

$$\frac{1^2+(-4)^2+(-1)^2+(-2)^2+4^2+2^2}{6}=\frac{42}{6}=7$$

따라서 표준편차는 $\sqrt{7}$

답 $\sqrt{7}$

007-1 6개의 변량의 평균이 9이므로

$$\frac{10+a+b+13+11+5}{6}=9$$

$a+b+39=54 \qquad \therefore a+b=15 \quad \cdots\cdots ㉠$

또 표준편차가 $\sqrt{7}$이므로

$$\frac{1}{6}\{(10-9)^2+(a-9)^2+(b-9)^2+(13-9)^2$$
$$+(11-9)^2+(5-9)^2\}=(\sqrt{7})^2$$

$\therefore a^2+b^2-18(a+b)+199=42 \quad \cdots\cdots ㉡$

㉠을 ㉡에 대입하면

$a^2+b^2-18\times15+199=42$

$\therefore a^2+b^2=113 \quad \cdots\cdots ㉢$

따라서 $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$에 ㉠, ㉢을 대입하면

$15^2=113+2ab, \qquad 2ab=112$

$\therefore ab=56$

답 56

008-1 a, b, c, d의 평균이 8이므로

$$\frac{a+b+c+d}{4}=8$$

또 표준편차가 $\sqrt{10}$이므로 분산은

$$\frac{(a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2+(d-8)^2}{4}=(\sqrt{10})^2=10$$

변량 $a+3$, $b+3$, $c+3$, $d+3$에 대하여

$$(\text{평균})=\frac{(a+3)+(b+3)+(c+3)+(d+3)}{4}$$
$$=\frac{a+b+c+d}{4}+3$$
$$=8+3=11$$

(분산)

$$=\frac{(a+3-11)^2+(b+3-11)^2+(c+3-11)^2+(d+3-11)^2}{4}$$
$$=\frac{(a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2+(d-8)^2}{4}=10$$

$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{10}$

답 11, $\sqrt{10}$

009-1

계급값(시간)	도수(명)	(계급값)×(도수)	편차	(편차)^2×(도수)
0.5	1	0.5	-2	4
1.5	2	3	-1	2
2.5	4	10	0	0
3.5	2	7	1	2
4.5	1	4.5	2	4
합계	10	25		12

위의 표에서 평균은 $\frac{25}{10}=2.5$(시간)

{(편차)^2×(도수)}의 총합이 12이므로 분산은

$\frac{12}{10}=1.2$

따라서 표준편차는 $\sqrt{1.2}$시간이다. 답 ③

010-1 주어진 히스토그램을 이용하여 도수분포표를 만들면 오른쪽과 같다.

계급값(점)	도수(명)
55	1
65	4
75	5
85	6
95	4
합계	20

영어 성적의 평균은

$\frac{55\times1+65\times4+75\times5+85\times6+95\times4}{20}$

$=\frac{1580}{20}=79$(점)

따라서 분산은

$\frac{1}{20}\{(55-79)^2\times1+(65-79)^2\times4+(75-79)^2\times5$

$+(85-79)^2\times6+(95-79)^2\times4\}$

$=\frac{2680}{20}=134$ 답 134

010-2 20분 이상 30분 미만인 계급의 도수를 x명이라 하면 도수의 총합은 10이므로

$1+x+3+2=10 \qquad \therefore x=4$

이때 주어진 히스토그램을 이용하여 도수분포표를 만들면 오른쪽과 같다.

계급값(분)	도수(명)
15	1
25	4
35	3
45	2
합계	10

등교 시간의 평균은

$\frac{15\times1+25\times4+35\times3+45\times2}{10}$

$=\frac{310}{10}=31$(분)

따라서 분산은

$\frac{1}{10}\{(15-31)^2\times1+(25-31)^2\times4+(35-31)^2\times3$

$+(45-31)^2\times2\}$

$=\frac{840}{10}=84$ 답 84

011-1 남학생과 여학생의 수학 성적의 평균이 같으므로 분산은

$\frac{20\times4+20\times8}{20+20}=\frac{80+160}{40}=\frac{240}{40}=6$

따라서 표준편차는 $\sqrt{6}$점이다. 답 $\sqrt{6}$점

012-1 자료가 평균에 가장 밀집되어 있는 것은 ③이므로 표준편차가 가장 작은 것은 ③이다. 답 ③

013-1 B반이 A반보다 평균이 더 크므로 B반이 A반보다 성적이 더 좋다.

또 A반이 B반보다 표준편차가 더 작으므로 A반이 B반보다 분포 상태가 더 고르다. 답 ④

013-2 ㈀ 몸무게가 가장 적게 나가는 학생이 속해 있는 반은 알 수 없다.

㈁ A반의 표준편차가 가장 작으므로 A반 학생들의 몸무게가 평균에 가장 가까이 몰려 있다.

㈂ 몸무게가 70 kg 이상인 학생 수는 알 수 없다.

이상에서 옳은 것은 ㈁뿐이다. 답 ㈁

단원 마무리

본책 24~27쪽

01 ②	**02** 68	**03** ⑤	**04** ③	**05** 26
06 ⑤	**07** $\frac{14}{3}$	**08** $2\sqrt{30}$ kg		**09** ⑤
10 ⑤	**11** ⑤	**12** ③	**13** 25	**14** ㈀, ㈃
15 ④	**16** -22	**17** ⑤	**18** $5\sqrt{3}$점	**19** 4.6
20 6	**21** ㈀, ㈂	**22** ④	**23** 126	**24** ㈁, ㈃

01 해결 Guide (평균)$=\frac{(\text{변량})\text{의 총합}}{(\text{변량})\text{의 개수}}$

5회째의 국어 시험 성적을 x점이라 하면

$\frac{84+92+87+95+x}{5}=90$

$358+x=450$

$\therefore x=92$ 답 ②

02 (해결 Guide) **잎의 수가 가장 많은 값이 최빈값이다.**

자료의 8번째 값이 중앙값이므로　$a=32$

36회의 도수가 3으로 가장 크므로　$b=36$

$\therefore a+b=32+36=68$

답 68

03 (해결 Guide) **변량의 개수가 홀수 개인 자료의 중앙값 ➡ 중앙에 있는 값**

변량 3, 6, a의 중앙값이 6이므로

$a\ge 6$

변량 11, 17, a의 중앙값이 11이므로

$a\le 11$

$\therefore 6\le a\le 11$

답 ⑤

04 (해결 Guide) **선호도 ➡ 최빈값을 대푯값으로 한다.**

가장 좋아하는 드라마 제목을 알 수 있는 것은 최빈값이다.

답 ③

05 (해결 Guide) **변량의 개수가 짝수 개인 자료의 중앙값 ➡ 중앙에 있는 두 값의 평균**

자료의 중앙값은

$\dfrac{18+20}{2}=\dfrac{38}{2}=19$　…40%

자료의 평균은

$\dfrac{12+15+18+20+23+x}{6}=\dfrac{88+x}{6}$　…30%

자료의 평균과 중앙값이 같으므로

$\dfrac{88+x}{6}=19$

$88+x=114$　$\therefore x=26$　…30%

답 26

채점 기준	배점
중앙값 구하기	40%
평균을 x에 대한 식으로 나타내기	30%
x의 값 구하기	30%

06 (해결 Guide) **편차의 총합은 항상 0임을 이용한다.**

C학생의 키의 편차를 x cm라 하면 편차의 총합은 0이므로

$2+(-1)+x+(-4)=0$　$\therefore x=3$

따라서 C학생의 키는

$173+3=176$(cm)

답 ⑤

07 (해결 Guide) **분산은 편차를 제곱한 값의 평균이다.**

도서관 이용 횟수의 평균은

$\dfrac{3+4+5+8+1+3}{6}=\dfrac{24}{6}=4$(회)

각 변량의 편차는 $-1, 0, 1, 4, -3, -1$이므로 분산은

$\dfrac{(-1)^2+0^2+1^2+4^2+(-3)^2+(-1)^2}{6}$

$=\dfrac{28}{6}=\dfrac{14}{3}$

답 $\dfrac{14}{3}$

08 (해결 Guide) **도수분포표에서 평균, 분산 구하기 ➡ 계급값을 이용한다.**

몸무게의 평균은

$\dfrac{35\times2+45\times4+55\times8+65\times4+75\times2}{20}$

$=\dfrac{1100}{20}=55$(kg)　…40%

따라서 분산은

$\dfrac{1}{20}\{(35-55)^2\times2+(45-55)^2\times4+(55-55)^2\times8$

$+(65-55)^2\times4+(75-55)^2\times2\}$

$=\dfrac{2400}{20}=120$　…30%

이므로 표준편차는

$\sqrt{120}=2\sqrt{30}$(kg)　…30%

답 $2\sqrt{30}$ kg

채점 기준	배점
평균 구하기	40%
분산 구하기	30%
표준편차 구하기	30%

09 (해결 Guide) **대푯값 ➡ 자료의 특성을 가장 잘 드러내는 값**

① 대푯값에는 평균, 중앙값, 최빈값 등이 있다.

② 주어진 자료의 값 중에 너무 작거나 너무 큰 변량이 있을 때는 대푯값으로 평균이 적합하지 않을 수도 있다.

③ 중앙값은 자료가 짝수 개이면 한가운데 위치한 두 변량의 평균이므로 자료 안에 없을 수도 있다.

④ 자료의 개수가 적은 경우 최빈값은 자료 전체의 특징을 잘 반영하지 못할 수도 있다.

⑤ 자료에 따라 최빈값은 없거나 2개 이상일 수도 있다.

답 ⑤

10 **해결 Guide** **(변량의 총합) = (평균) × (변량의 개수)**

(A반의 수학 성적의 총합) $=75\times25=1875$(점)

(B반의 수학 성적의 총합) $=86\times30=2580$(점)

∴ (두 반 전체의 수학 성적의 평균)

$=\dfrac{1875+2580}{25+30}=\dfrac{4455}{55}=81$(점) 답 ⑤

11 **해결 Guide** **자료의 값 중에서 매우 크거나 매우 작은 값이 있는 경우 평균은 그 극단적인 값의 영향을 받는다.**

⑤ 100과 같이 다른 변량에 비해 매우 큰 값이 있으므로 평균을 대푯값으로 하기에 적절하지 않다. 답 ⑤

12 **해결 Guide** **중앙값을 이용하여 3번째 변량을 먼저 구한다.**

3번째 학생의 신발 치수를 $x$mm라 하면

$\dfrac{230+x}{2}=235$, $230+x=470$ ∴ $x=240$

신발 치수가 255mm인 학생이 들어와도 3번째 값은 그대로 240mm이므로 5명의 신발 치수의 중앙값은 240mm이다.

답 ③

13 **해결 Guide** **중앙값과 최빈값을 구할 때**
➡ 먼저 자료를 작은 값부터 순서대로 나열한다.

x, y, z를 제외한 자료에서 5의 도수가 2로 가장 크고 9의 도수는 1이므로 최빈값이 9가 되려면 x, y, z 중 적어도 2개는 9이어야 한다. 이때 $x=y=9$라 하자.

z를 제외한 변량을 작은 값부터 순서대로 나열하면

5, 5, 6, 9, 9, 9, 11

중앙값이 8이므로 $6<z<9$

즉 $\dfrac{z+9}{2}=8$이므로

$z+9=16$ ∴ $z=7$

∴ $x+y+z=9+9+7=25$ 답 25

14 **해결 Guide** **변량들이 평균 주위에 분포되어 있으면 산포도는 작다.**

(ㄴ) 변량들이 평균 가까이에 분포되어 있을수록 산포도는 작다.

(ㄷ) 각 편차의 제곱의 평균은 분산이고 표준편차는 $\sqrt{(\text{분산})}$이다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄹ)이다. 답 (ㄱ), (ㄹ)

15 **해결 Guide** **(편차) = (변량) − (평균)임을 이용하여 변량과 편차를 구한다.**

① 편차가 음수이므로 국어 성적은 평균보다 낮다.

② 사회 성적의 편차가 0이므로 5개 과목의 성적의 평균은 사회 성적과 같다.

∴ (평균) $=94$(점)

③ 편차의 총합이 0이므로

$(-3)+4+y+1+0=0$ ∴ $y=-2$

④ $x-94=4$이므로 $x=98$

⑤ (분산) $=\dfrac{(-3)^2+4^2+(-2)^2+1^2+0^2}{5}=\dfrac{30}{5}=6$

이므로 표준편차는 $\sqrt{6}$(점) 답 ④

16 **해결 Guide** **편차의 총합은 항상 0이다.**

편차의 총합은 0이므로

$(-4)+(-2)+a+b+3=0$

∴ $a+b=3$ …30%

또 표준편차가 $2\sqrt{3}$이므로

$\dfrac{(-4)^2+(-2)^2+a^2+b^2+3^2}{5}=(2\sqrt{3})^2$

$a^2+b^2+29=60$

∴ $a^2+b^2=31$ …30%

$(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$에서

$3^2=31+2ab$

∴ $2ab=-22$ …40%

답 −22

채점 기준	배점
$a+b$의 값 구하기	30%
a^2+b^2의 값 구하기	30%
$2ab$의 값 구하기	40%

17 **해결 Guide** **평균과 표준편차를 이용하여 식을 세운다.**

3개의 변량 a, b, c의 평균이 15이므로

$\dfrac{a+b+c}{3}=15$ ∴ $a+b+c=45$ …… ㉠

또 a, b, c의 표준편차가 3이므로

$\dfrac{(a-15)^2+(b-15)^2+(c-15)^2}{3}=3^2$

$(a-15)^2+(b-15)^2+(c-15)^2=27$

∴ $a^2+b^2+c^2-30(a+b+c)+675=27$ …… ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$a^2+b^2+c^2-30\times45+675=27$

∴ $a^2+b^2+c^2=702$

따라서 a^2, b^2, c^2의 평균은

$\dfrac{a^2+b^2+c^2}{3}=\dfrac{702}{3}=234$ 답 ⑤

18 **해결 Guide** **전체 도수를 이용하여 먼저 a의 값을 구한다.**

도수의 총합은 20이므로

$3+a+9+2=20$

$\therefore a=6$

이때 주어진 자료의 평균은

$$\frac{65\times3+75\times6+85\times9+95\times2}{20}=\frac{1600}{20}=80(\text{점})$$

따라서 분산은

$$\frac{1}{20}\{(65-80)^2\times3+(75-80)^2\times6+(85-80)^2\times9+(95-80)^2\times2\}$$
$$=\frac{1500}{20}=75$$

이므로 표준편차는

$\sqrt{75}=5\sqrt{3}$(점) 답 $5\sqrt{3}$점

19 **해결 Guide** **히스토그램에서 평균, 분산 구하기**
➡ 도수분포표를 만든다.

주어진 히스토그램을 이용하여 도수분포표를 만들면 오른쪽과 같다.

계급값(시간)	도수(명)
3	1
5	2
7	7
9	6
11	4
합계	20

인터넷 이용 시간의 평균은

$$\frac{3\times1+5\times2+7\times7+9\times6+11\times4}{20}$$
$$=\frac{160}{20}=8(\text{시간})$$ ⋯50%

따라서 분산은

$$\frac{1}{20}\{(3-8)^2\times1+(5-8)^2\times2+(7-8)^2\times7+(9-8)^2\times6+(11-8)^2\times4\}$$
$$=\frac{92}{20}=4.6$$ ⋯50%

답 4.6

채점 기준	배점
평균 구하기	50%
분산 구하기	50%

20 **해결 Guide** **평균이 같은 두 집단 A, B의 도수가 각각 a, b이고 분산이 각각 s^2, t^2일 때, 두 집단 전체의 분산 ➡ $\frac{as^2+bt^2}{a+b}$**

남학생과 여학생의 제기차기 기록의 평균이 같으므로 분산은

$$\frac{10\times4+20\times7}{10+20}=\frac{180}{30}=6$$ 답 6

21 **해결 Guide** **재용이와 민혁이의 자료의 평균, 분산, 표준편차를 각각 구해 본다.**

재용: $(\text{평균})=\frac{10+12+4+6}{4}=\frac{32}{4}=8(\text{회})$

$(\text{분산})=\frac{2^2+4^2+(-4)^2+(-2)^2}{4}=10$

$(\text{표준편차})=\sqrt{10}(\text{회})$

민혁: $(\text{평균})=\frac{8+7+6+7}{4}=\frac{28}{4}=7(\text{회})$

$(\text{분산})=\frac{1^2+0^2+(-1)^2+0^2}{4}=\frac{2}{4}=0.5$

$(\text{표준편차})=\sqrt{0.5}(\text{회})$

(ㄱ) (재용이의 기록의 평균) > (민혁이의 기록의 평균)이므로 재용이가 민혁이보다 턱걸이를 더 잘하는 편이다.

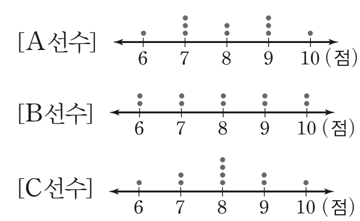
(ㄷ) (재용이의 기록의 표준편차) > (민혁이의 기록의 표준편차)이므로 민혁이의 기록이 재용이의 기록보다 더 고르다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다. 답 (ㄱ), (ㄷ)

REMARK 기록의 비교 ➡ 평균을 비교한다.
기록의 고르기의 비교 ➡ 분산, 표준편차를 비교한다.

22 **해결 Guide** **양궁 점수의 분포를 그림으로 나타낸다.**

A, B, C 세 선수의 양궁 점수의 분포를 그림으로 나타내면 다음과 같다.



A, B, C 세 선수의 양궁 점수의 평균을 각각 구해 보면

$(\text{A의 평균})=\frac{6\times1+7\times3+8\times2+9\times3+10\times1}{10}$
$=8(\text{점})$

$(\text{B의 평균})=\frac{6\times2+7\times2+8\times2+9\times2+10\times2}{10}$
$=8(\text{점})$

$(\text{C의 평균})=\frac{6\times1+7\times2+8\times4+9\times2+10\times1}{10}$
$=8(\text{점})$

즉 세 선수의 평균은 모두 8점이고 평균을 중심으로 점수의 흩어진 정도가 가장 작은 사람은 C, 흩어진 정도가 가장 큰 사람은 B이다.

따라서 변량들이 평균에서 멀리 흩어져 있을수록 표준편차가 크므로 A, B, C 세 선수의 점수의 표준편차 a, b, c의 대소 관계는

$c<a<b$ 답 ④

23 해결 Guide **직육면체의 모서리의 개수는 12개이다.**

직육면체에는 길이가 같은 모서리가 4개씩 있으므로 12개의 변량

$a,\ a,\ a,\ a,\ b,\ b,\ b,\ b,\ c,\ c,\ c,\ c$

의 평균이 6, 분산이 6이다.

즉 $\dfrac{4a+4b+4c}{12}=6$이므로

$a+b+c=18$ …… ㉠

$\dfrac{4(a-6)^2+4(b-6)^2+4(c-6)^2}{12}=6$이므로

$(a-6)^2+(b-6)^2+(c-6)^2=18$

$\therefore a^2+b^2+c^2-12(a+b+c)+108=18$ …… ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$a^2+b^2+c^2-12\times18+108=18$

$\therefore a^2+b^2+c^2=126$

답 126

24 해결 Guide **$\alpha,\ \beta,\ \gamma,\ \delta$의 평균과 분산을 각각 $m,\ s^2$으로 놓은 후 보기의 변량의 평균과 분산, 표준편차를 $m,\ s^2$으로 나타낸다.**

$\alpha, \beta, \gamma, \delta$의 평균을 m, 분산을 s^2이라 하면

$m=\dfrac{\alpha+\beta+\gamma+\delta}{4}$

$s^2=\dfrac{1}{4}\{(\alpha-m)^2+(\beta-m)^2+(\gamma-m)^2+(\delta-m)^2\}$

(ㄱ) $5\alpha,\ 5\beta,\ 5\gamma,\ 5\delta$의 평균은

$\dfrac{5\alpha+5\beta+5\gamma+5\delta}{4}=5\times\dfrac{\alpha+\beta+\gamma+\delta}{4}=5m$

(ㄴ) $2\alpha+1,\ 2\beta+1,\ 2\gamma+1,\ 2\delta+1$의 평균은

$\dfrac{(2\alpha+1)+(2\beta+1)+(2\gamma+1)+(2\delta+1)}{4}$

$=\dfrac{2(\alpha+\beta+\gamma+\delta)}{4}+1$

$=2m+1$

(ㄷ) $\alpha-4,\ \beta-4,\ \gamma-4,\ \delta-4$의 평균은

$\dfrac{(\alpha-4)+(\beta-4)+(\gamma-4)+(\delta-4)}{4}$

$=\dfrac{\alpha+\beta+\gamma+\delta}{4}-4$

$=m-4$

이므로 $\alpha-4,\ \beta-4,\ \gamma-4,\ \delta-4$의 분산은

$\dfrac{1}{4}\{(\alpha-4-m+4)^2+(\beta-4-m+4)^2+(\gamma-4-m+4)^2$

$+(\delta-4-m+4)^2\}$

$=\dfrac{1}{4}\{(\alpha-m)^2+(\beta-m)^2+(\gamma-m)^2+(\delta-m)^2\}$

$=s^2$

(ㄹ) $3\alpha,\ 3\beta,\ 3\gamma,\ 3\delta$의 평균은

$\dfrac{3\alpha+3\beta+3\gamma+3\delta}{4}=\dfrac{3(\alpha+\beta+\gamma+\delta)}{4}=3m$

이므로 $3\alpha,\ 3\beta,\ 3\gamma,\ 3\delta$의 분산은

$\dfrac{1}{4}\{(3\alpha-3m)^2+(3\beta-3m)^2+(3\gamma-3m)^2+(3\delta-3m)^2\}$

$=3^2\times\dfrac{1}{4}\{(\alpha-m)^2+(\beta-m)^2+(\gamma-m)^2+(\delta-m)^2\}$

$=9s^2$

따라서 표준편차는 $\sqrt{9s^2}=3s$

이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄹ)이다.

답 (ㄴ), (ㄹ)

REMARK 변화된 변량의 평균과 분산, 표준편차

변량 $x,\ y,\ z$의 평균이 m, 표준편차가 s일 때, 변량 $ax+b$, $ay+b,\ az+b$에 대하여

(평균)$=am+b$

(분산)$=a^2s^2$

(표준편차)$=|a|s$

1 피타고라스 정리

개념 Check

⊙ 본책 32~35쪽

07-1 (1) $x=\sqrt{8^2+6^2}=10$

(2) $x=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$

(3) $x=\sqrt{7^2-5^2}=2\sqrt{6}$

(4) $x=\sqrt{17^2-8^2}=15$

답 (1) 10 (2) $2\sqrt{2}$ (3) $2\sqrt{6}$ (4) 15

08-1 (1) $\square\mathrm{BHIC}=\square\mathrm{AFGB}-\square\mathrm{ACDE}$

$=90-30=60(\mathrm{cm}^2)$

(2) $\overline{\mathrm{BC}}=\sqrt{60}=2\sqrt{15}\,(\mathrm{cm})$

답 (1) $60\,\mathrm{cm}^2$ (2) $2\sqrt{15}\,\mathrm{cm}$

08-2 (1) $\overline{\mathrm{EF}}=\sqrt{25}=5(\mathrm{cm})$이므로

$\overline{\mathrm{BE}}=\sqrt{5^2-4^2}=3(\mathrm{cm})$

(2) $\overline{\mathrm{AB}}=4+3=7(\mathrm{cm})$이므로

$\square\mathrm{ABCD}=7^2=49(\mathrm{cm}^2)$

답 (1) $3\,\mathrm{cm}$ (2) $49\,\mathrm{cm}^2$

08-3 (1) $\triangle\mathrm{EAH}\equiv\triangle\mathrm{ABC}$이므로

$\overline{\mathrm{AH}}=\overline{\mathrm{BC}}=\sqrt{10^2-8^2}=6(\mathrm{cm})$

(2) $\overline{\mathrm{CH}}=\overline{\mathrm{AC}}-\overline{\mathrm{AH}}=8-6=2(\mathrm{cm})$

$\square\mathrm{CFGH}$는 정사각형이므로

$\square\mathrm{CFGH}=2^2=4(\mathrm{cm}^2)$

답 (1) $6\,\mathrm{cm}$ (2) $4\,\mathrm{cm}^2$

08-4 (1) $\triangle\mathrm{AED}$는 $\overline{\mathrm{AE}}=\overline{\mathrm{ED}}$인 직각이등변삼각형이므로

$\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{AE}}\times\overline{\mathrm{ED}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{AE}}^2=26,\quad \overline{\mathrm{AE}}^2=52$

$\therefore \overline{\mathrm{AE}}=2\sqrt{13}\,(\mathrm{cm})\ (\because \overline{\mathrm{AE}}>0)$

(2) $\triangle\mathrm{ABE}$에서 $\overline{\mathrm{BE}}=\sqrt{(2\sqrt{13})^2-4^2}=6(\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{BE}}+\overline{\mathrm{EC}}$

$=\overline{\mathrm{BE}}+\overline{\mathrm{AB}}$

$=6+4=10(\mathrm{cm})$

(3) $\square\mathrm{ABCD}=\frac{1}{2}\times(\overline{\mathrm{AB}}+\overline{\mathrm{CD}})\times\overline{\mathrm{BC}}$

$=\frac{1}{2}\times(4+6)\times10=50(\mathrm{cm}^2)$

답 (1) $2\sqrt{13}\,\mathrm{cm}$ (2) $10\,\mathrm{cm}$ (3) $50\,\mathrm{cm}^2$

09-1 (1) $1^2+2^2=(\sqrt{5})^2$

(2) $(\sqrt{3})^2+2^2\neq(2\sqrt{2})^2$

(3) $5^2+10^2\neq12^2$

(4) $6^2+8^2=10^2$

답 (1), (4)

09-2 (1) $x^2+9^2=12^2$이므로 $x^2=63$

$\therefore x=3\sqrt{7}\ (\because x>0)$

(2) $9^2+12^2=x^2$이므로 $x^2=225$

$\therefore x=15\ (\because x>0)$

답 (1) $3\sqrt{7}$ (2) 15

유제

⊙ 본책 36~42쪽

014-1 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+3^2}=6(\mathrm{cm})$

점 O가 $\triangle\mathrm{ABC}$의 외심이므로 $\overline{\mathrm{OA}}=\overline{\mathrm{OB}}=\overline{\mathrm{OC}}$

$\therefore \overline{\mathrm{OC}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{AB}}=\frac{1}{2}\times6=3(\mathrm{cm})$

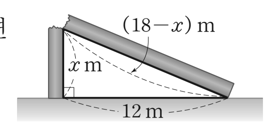
답 ③

REMARK 직각삼각형의 외심

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점과 일치하므로

(외접원의 반지름의 길이)$=\frac{1}{2}\times$(빗변의 길이)

014-2 구하는 높이를 $x\,\mathrm{m}$라 하면 오른쪽 그림에서



$(18-x)^2=x^2+12^2$

$36x=180 \quad \therefore x=5$

따라서 지면으로부터 부러진 부분까지의 높이는 5 m이다.

답 5 m

015-1 $\triangle\mathrm{ABC}$에서 $\overline{\mathrm{BC}}=\sqrt{15^2-9^2}=12$

$\therefore \overline{\mathrm{BD}}=\overline{\mathrm{DC}}=\frac{1}{2}\times12=6$

$\triangle\mathrm{ABD}$에서 $\overline{\mathrm{AD}}=\sqrt{9^2+6^2}=3\sqrt{13}$

답 ①

016-1 $\triangle\mathrm{BCD}$에서 $\overline{\mathrm{BD}}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$

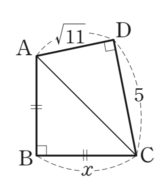
$\therefore \overline{\mathrm{BE}}=\overline{\mathrm{BD}}=2\sqrt{2}$

$\triangle\mathrm{BEF}$에서 $\overline{\mathrm{BF}}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+2^2}=2\sqrt{3}$

$\therefore \overline{\mathrm{BG}}=\overline{\mathrm{BF}}=2\sqrt{3}$

답 $2\sqrt{3}$

017-1 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AC}}$를 그으면 $\triangle\mathrm{ABC}$와 $\triangle\mathrm{ACD}$는 직각삼각형이다.



$\triangle\mathrm{ACD}$에서 $\overline{\mathrm{AC}}^2=(\sqrt{11})^2+5^2=36$

$\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{BC}}=x$라 하면 $\triangle\mathrm{ABC}$에서

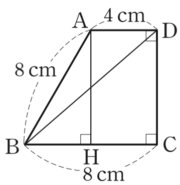
$x^2+x^2=36,\quad x^2=18$

$\therefore x=3\sqrt{2}\ (\because x>0)$

답 $3\sqrt{2}$

018-1 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{BH}=8-4=4(\text{cm})$



$\triangle ABH$에서

$\overline{AH}=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

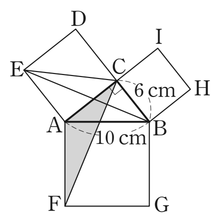
따라서 $\overline{CD}=\overline{AH}=4\sqrt{3}(\text{cm})$이므로 $\triangle BCD$에서

$\overline{BD}=\sqrt{8^2+(4\sqrt{3})^2}=4\sqrt{7}(\text{cm})$

답 $4\sqrt{7}$ cm

019-1 $\triangle ABC$에서

$\overline{AC}=\sqrt{10^2-6^2}=8(\text{cm})$



$\triangle AFC\equiv\triangle ABE$ (SAS 합동)이므로

$\triangle AFC=\triangle ABE$

$=\triangle ACE$

$=\frac{1}{2}\square ACDE$

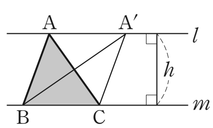
$=\frac{1}{2}\times 8^2=32(\text{cm}^2)$

답 32 cm^2

REMARK 평행선과 삼각형의 넓이

오른쪽 그림에서 두 직선 l과 m이 평행할 때, $\triangle ABC$와 $\triangle A'BC$는 밑변 BC가 공통이고 높이가 h로 같으므로 넓이는 같다.

즉 $l /\!/ m$이면 $\triangle ABC=\triangle A'BC$



020-1 $\triangle AEH=\frac{1}{2}\times\overline{AE}\times\overline{AH}$이므로

$9=\frac{1}{2}\times 6\times\overline{AH}$ $\quad\therefore \overline{AH}=3(\text{cm})$

$\therefore \overline{EH}=\sqrt{6^2+3^2}=3\sqrt{5}(\text{cm})$

한편 $\triangle AEH\equiv\triangle BFE\equiv\triangle CGF\equiv\triangle DHG$ (SAS 합동)이므로 $\square EFGH$는 정사각형이다.

따라서 $\square EFGH$의 둘레의 길이는

$4\times 3\sqrt{5}=12\sqrt{5}(\text{cm})$

답 $12\sqrt{5}$ cm

021-1 $\triangle ABC$에서 $\quad \overline{BC}=\sqrt{12^2+6^2}=6\sqrt{5}$

$\square BEDC$는 정사각형이므로

$\square BEDC=(6\sqrt{5})^2=180$

$\overline{CH}=\overline{BA}=12$이므로

$\overline{AH}=\overline{CH}-\overline{CA}=12-6=6$

이때 $\square AFGH$는 정사각형이므로

$\square AFGH=6^2=36$

따라서 $\square AFGH$와 $\square BEDC$의 넓이의 합은

$36+180=216$

답 216

022-1 $\triangle ABC\equiv\triangle CDE$에서

$\overline{AC}=\overline{CE},\ \angle ACE=90^\circ$

이므로 $\triangle ACE$는 직각이등변삼각형이다.

이때 $\triangle ACE=56\text{ cm}^2$이므로

$\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{CE}=\frac{1}{2}\overline{AC}^2=56,\qquad \overline{AC}^2=112$

$\therefore \overline{AC}=4\sqrt{7}(\text{cm})\ (\because \overline{AC}>0)$

$\triangle ABC$에서

$\overline{AB}=\sqrt{(4\sqrt{7})^2-8^2}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 8\times 4\sqrt{3}=16\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

답 $16\sqrt{3}\text{ cm}^2$

023-1 $7^2+24^2=25^2$이므로 주어진 삼각형은 빗변의 길이가 25인 직각삼각형이다.

따라서 삼각형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times 7\times 24=84$

답 84

024-1 (i) 가장 긴 변의 길이가 9일 때

$7^2+x^2=9^2,\qquad x^2=32$

$\therefore x=4\sqrt{2}\ (\because x>0)$

(ii) 가장 긴 변의 길이가 x일 때

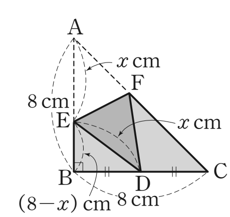
$7^2+9^2=x^2,\qquad x^2=130$

$\therefore x=\sqrt{130}\ (\because x>0)$

답 ①, ⑤

025-1 $\overline{AE}=x\text{ cm}$라 하면

$\overline{DE}=x\text{ cm},\ \overline{EB}=(8-x)\text{cm}$



이때 $\overline{BD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 8=4(\text{cm})$

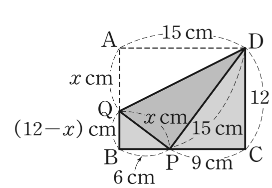
이므로 $\triangle EBD$에서

$x^2=(8-x)^2+4^2,\qquad 16x=80$

$\therefore x=5$

답 ③

025-2 $\overline{DP}=\overline{AD}=15(\text{cm})$



이므로 $\triangle DPC$에서

$\overline{PC}=\sqrt{15^2-12^2}=9(\text{cm})$

$\therefore \overline{BP}=15-9=6(\text{cm})$

$\overline{PQ}=x\text{ cm}$라 하면 $\overline{AQ}=x\text{ cm}$이므로

$\overline{BQ}=(12-x)\text{cm}$

따라서 $\triangle$QBP에서

$(12-x)^2+6^2=x^2$, $\quad 24x=180$

$\therefore x=\dfrac{15}{2}$

답 $\dfrac{15}{2}$ cm

단원 마무리

본책 43~45쪽

01 ⑤	**02** $2\sqrt{19}$ cm	**03** ④	**04** 32
05 $20\sqrt{2}$ cm	**06** ②, ④	**07** ③	**08** ④
09 3	**10** $4\sqrt{5}$ cm	**11** 28	**12** ⑤
13 4	**14** $2\sqrt{26}$ cm	**15** 5 cm	**16** ②
17 ④	**18** $(15-5\sqrt{3})$초		

01 해결 Guide **마름모의 두 대각선은 서로를 수직이등분한다.**

마름모의 두 대각선은 서로를 수직이등분하므로

$\overline{AC}\perp\overline{BD}$, $\overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$

따라서 $\triangle$ABO에서 $\overline{AO}=4$ cm, $\overline{BO}=6$ cm이므로

$\overline{AB}=\sqrt{4^2+6^2}=2\sqrt{13}$ (cm)

답 ⑤

02 해결 Guide **먼저 피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{BD}$의 길이를 구한다.**

$\triangle$ABD에서 $\quad \overline{BD}=\sqrt{4^2-(2\sqrt{3})^2}=2$(cm) $\quad$ …40%

$\therefore \overline{CD}=10-2=8$(cm) $\quad$ …20%

$\triangle$ADC에서

$\overline{AC}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+8^2}=2\sqrt{19}$ (cm) $\quad$ …40%

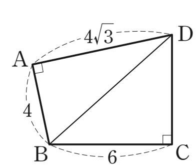
답 $2\sqrt{19}$ cm

채점 기준	배점
$\overline{BD}$의 길이 구하기	40%
$\overline{CD}$의 길이 구하기	20%
$\overline{AC}$의 길이 구하기	40%

03 해결 Guide **보조선을 그어 두 개의 직각삼각형으로 나눈다.**

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면

$\triangle$ABD와 $\triangle$BCD는 직각삼각형이다.



$\triangle$ABD에서

$\overline{BD}=\sqrt{4^2+(4\sqrt{3})^2}=8$

따라서 $\triangle$BCD에서

$\overline{DC}=\sqrt{8^2-6^2}=2\sqrt{7}$

답 ④

04 해결 Guide **□BHIC=□LMGB임을 이용한다.**

$\triangle LMG=\dfrac{1}{2}\square LMGB$

$=\dfrac{1}{2}\square BHIC$

$=\dfrac{1}{2}\times 8^2=32$

답 32

05 해결 Guide **$\triangle AEH\equiv\triangle BFE\equiv\triangle CGF\equiv\triangle DHG$임을 이용한다.**

$\overline{AH}=\overline{AE}=\dfrac{1}{8}\times 40=5$(cm)이므로 $\triangle$AEH에서

$\overline{EH}=\sqrt{5^2+5^2}=5\sqrt{2}$ (cm)

$\triangle AEH\equiv\triangle BFE\equiv\triangle CGF\equiv\triangle DHG$이므로 □EFGH는 정사각형이다.

따라서 □EFGH의 둘레의 길이는

$4\times 5\sqrt{2}=20\sqrt{2}$ (cm)

답 $20\sqrt{2}$ cm

06 해결 Guide **$c^2=a^2+b^2$ ➡ 빗변의 길이가 c인 직각삼각형**

① $4^2\neq 2^2+3^2$ $\quad$ ② $3^2=(\sqrt{3})^2+(\sqrt{6})^2$

③ $4^2\neq 2^2+(\sqrt{5})^2$ $\quad$ ④ $(3\sqrt{2})^2=(2\sqrt{2})^2+(\sqrt{10})^2$

⑤ $7^2\neq 4^2+6^2$

답 ②, ④

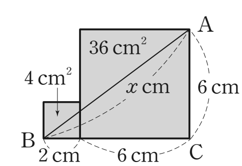
07 해결 Guide **먼저 두 정사각형의 한 변의 길이를 각각 구한다.**

오른쪽 그림에서

$\overline{AC}=6$ cm, $\overline{BC}=8$ cm

이므로 $\triangle$ABC에서

$x=\sqrt{6^2+8^2}=10$



답 ③

08 해결 Guide **먼저 무게중심의 성질을 이용하여 $\overline{AM}$의 길이를 구한다.**

$\overline{AM}:\overline{GM}=3:1$이므로 $\quad \overline{AM}=3\sqrt{2}$

점 M은 $\triangle$ABC의 외심이므로 $\quad \overline{BC}=2\overline{AM}=6\sqrt{2}$

$\therefore \overline{AB}=\sqrt{(6\sqrt{2})^2-4^2}=2\sqrt{14}$

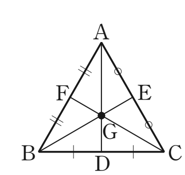
답 ④

REMARK **삼각형의 무게중심의 성질**

삼각형의 무게중심은 세 중선의 길이를 각 꼭짓점으로부터 각각 2 : 1로 나눈다.

➡ $\overline{AG}:\overline{GD}=\overline{BG}:\overline{GE}=\overline{CG}:\overline{GF}$

$=2:1$



09 (해결 Guide) $\overline{CD}=x$로 놓고 $\triangle ADC$와 $\triangle ABC$에서 피타고라스 정리를 이용한다.

$\overline{CD}=x$라 하면

$\triangle ADC$에서 $\quad \overline{AC}^2=6^2-x^2$

$\triangle ABC$에서 $\quad (6\sqrt{3})^2=(6+x)^2+(6^2-x^2)$

$\quad 12x=36 \qquad \therefore x=3$

답 3

10 (해결 Guide) $\overline{AB}=x\,\text{cm}$로 놓고 피타고라스 정리를 연속적으로 이용한다.

$\overline{AB}=x\,\text{cm}$라 하면

$\triangle ABC$에서 $\quad \overline{AC}=\sqrt{x^2+x^2}=\sqrt{2x^2}=\sqrt{2}\,x$

$\triangle ACD$에서 $\quad \overline{AD}=\sqrt{(\sqrt{2}\,x)^2+x^2}=\sqrt{3x^2}=\sqrt{3}\,x$

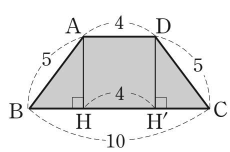
$\triangle ADE$에서 $\quad \overline{AE}=\sqrt{(\sqrt{3}\,x)^2+x^2}=2x$

$\triangle AEF$에서 $\quad \overline{AF}=\sqrt{(2x)^2+x^2}=\sqrt{5}\,x$

즉 $\sqrt{5}\,x=20$이므로 $\quad x=4\sqrt{5}$

답 $4\sqrt{5}\,\text{cm}$

11 (해결 Guide) 두 점 A, D에서 각각 $\overline{BC}$에 수선을 내린다.



두 점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라 하면

$\quad \overline{HH'}=\overline{AD}=4$

이때 $\triangle ABH\equiv\triangle DCH'$(RHA 합동)이므로

$\quad \overline{BH}=\overline{CH'}=\frac{1}{2}\times(10-4)=3$

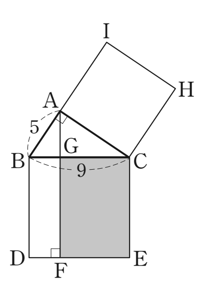
$\triangle ABH$에서 $\quad \overline{AH}=\sqrt{5^2-3^2}=4$ $\qquad$ …50%

$\quad \therefore \square ABCD=\frac{1}{2}\times(4+10)\times 4=28$ $\qquad$ …50%

답 28

채점 기준	배점
□ABCD의 높이 구하기	50%
□ABCD의 넓이 구하기	50%

12 (해결 Guide) □GFEC와 넓이가 같은 사각형을 찾는다.



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 한 변으로 하는 정사각형 ACHI를 그리면

$\quad \square GFEC=\square ACHI$

이때 $\triangle ABC$에서

$\quad \overline{AC}^2=9^2-5^2=56$

$\quad \therefore \square GFEC=\square ACHI$

$\qquad =\overline{AC}^2$

$\qquad =56$

답 ⑤

13 (해결 Guide) □ABCD와 □EFGH는 정사각형이다.

□ABCD는 정사각형이고 넓이가 20이므로

$\quad \overline{AB}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$ $\qquad$ …20%

$\triangle ABE$에서

$\quad \overline{BE}=\sqrt{(2\sqrt{5})^2-2^2}=4$ $\qquad$ …30%

$\overline{BF}=\overline{AE}=2$이므로 $\quad \overline{EF}=4-2=2$ $\qquad$ …20%

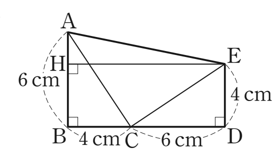
□EFGH는 정사각형이므로

$\quad \square EFGH=2^2=4$ $\qquad$ …30%

답 4

채점 기준	배점
$\overline{AB}$의 길이 구하기	20%
$\overline{BE}$의 길이 구하기	30%
$\overline{EF}$의 길이 구하기	20%
□EFGH의 넓이 구하기	30%

14 (해결 Guide) 점 E에서 $\overline{AB}$에 수선을 내린 후 피타고라스 정리를 이용한다.



점 E에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\quad \overline{AH}=6-4=2(\text{cm})$

$\quad \overline{HE}=\overline{BD}=4+6=10(\text{cm})$

따라서 $\triangle AHE$에서

$\quad \overline{AE}=\sqrt{2^2+10^2}=2\sqrt{26}\,(\text{cm})$

답 $2\sqrt{26}\,\text{cm}$

15 (해결 Guide) $\overline{AC}=x\,\text{cm}$로 놓고 $\triangle ABC$가 $\angle C=90°$인 직각삼각형이 될 조건을 이용한다.

$\overline{AC}=x\,\text{cm}$라 하면 $\quad \overline{BC}=(17-x)\text{cm}$

$\triangle ABC$에서 $\angle C=90°$가 되려면

$\quad x^2+(17-x)^2=13^2$

$\quad x^2-17x+60=0$

$\quad (x-5)(x-12)=0$

$\quad \therefore x=5 \ (\because \overline{AC}<\overline{BC})$

답 5 cm

16 (해결 Guide) $\triangle A'ED$에서 피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{A'E}$의 길이를 구한다.

$\overline{A'D}=\overline{AB}=2\sqrt{15}\,(\text{cm})$이므로 $\triangle A'ED$에서

$\quad \overline{A'E}=\sqrt{8^2-(2\sqrt{15})^2}=2(\text{cm})$

$\overline{AE}=\overline{A'E}=2(\text{cm})$이므로

$\quad \overline{BC}=\overline{AD}=2+8=10(\text{cm})$

답 ②

17 **해결 Guide** $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$**임을 이용한다.**

$\overline{AC}=x$라 하면 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$이므로

$\overline{AB} : x = 8 : 4 \qquad \therefore \overline{AB} = 2x$

$\triangle$ABC에서 $\quad (2x)^2=(8+4)^2+x^2, \quad x^2=48$

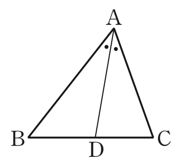
$\therefore x=4\sqrt{3}\ (\because x>0)$

답 ④

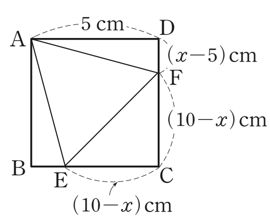
REMARK 삼각형의 내각의 이등분선

$\triangle$ABC에서 $\angle$A의 이등분선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 D라 할 때,

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$



18 **해결 Guide** **(거리)=(속력)×(시간)임을 이용하여 x초 후의 변의 길이에 대한 식을 세운다.**



오른쪽 그림과 같이 x초 후에 $\triangle$AEF가 정삼각형이 된다고 하면 $\triangle$AFD에서

$\overline{AF}^2=5^2+(x-5)^2$

$\triangle$FEC에서

$\overline{EF}^2=(10-x)^2+(10-x)^2$

$\overline{AF}^2=\overline{EF}^2$이므로

$5^2+(x-5)^2=(10-x)^2+(10-x)^2$

$x^2-30x+150=0 \qquad \therefore x=15\pm5\sqrt{3}$

이때 $5<x<10$이므로

$x=15-5\sqrt{3}$

답 $(15-5\sqrt{3})$초

2 피타고라스 정리와 도형

개념 Check ⊙ 본책 48쪽

10-1 (ㄱ) $2^2<1^2+2^2$이므로 예각삼각형이다.

(ㄴ) $2^2=(\sqrt{2})^2+(\sqrt{2})^2$이므로 직각삼각형이다.

(ㄷ) $6^2>3^2+5^2$이므로 둔각삼각형이다.

(ㄹ) $(2\sqrt{5})^2<(\sqrt{5})^2+4^2$이므로 예각삼각형이다.

(ㅁ) $8^2>(\sqrt{10})^2+7^2$이므로 둔각삼각형이다.

(ㅂ) $(3\sqrt{6})^2=(3\sqrt{2})^2+6^2$이므로 직각삼각형이다.

답 (1) (ㄱ), (ㄹ) (2) (ㄴ), (ㅂ) (3) (ㄷ), (ㅁ)

유제 ⊙ 본책 49쪽

026-1 삼각형이 되기 위한 조건에 의하여

$9-5<x<9+5$

$\therefore 4<x<14$

이때 $x<9$이므로 $\quad 4<x<9$ …… ㉠

둔각삼각형이 되려면 $\quad 5^2+x^2<9^2, \quad x^2<56$

$\therefore 0<x<\sqrt{56}\ (\because x>0)$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\quad 4<x<\sqrt{56}$

따라서 자연수 x의 최댓값은 7, 최솟값은 5이므로

$7+5=12$

답 ①

027-1 ① 세 변의 길이를 $2k$, $3k$, $4k\ (k>0)$라 하면

$(4k)^2>(2k)^2+(3k)^2$

따라서 둔각삼각형이다.

② 세 변의 길이를 $2k$, $4k$, $5k\ (k>0)$라 하면

$(5k)^2>(2k)^2+(4k)^2$

따라서 둔각삼각형이다.

③ 세 변의 길이를 $3k$, $4k$, $5k\ (k>0)$라 하면

$(5k)^2=(3k)^2+(4k)^2$

따라서 직각삼각형이다.

④ 세 변의 길이를 $4k$, $5k$, $6k\ (k>0)$라 하면

$(6k)^2<(4k)^2+(5k)^2$

따라서 예각삼각형이다.

⑤ 세 변의 길이를 $5k$, $7k$, $8k\ (k>0)$라 하면

$(8k)^2<(5k)^2+(7k)^2$

따라서 예각삼각형이다.

답 ①, ②

개념 Check

⊙ 본책 50~52쪽

11-1 (1) 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AC}=\sqrt{5^2-3^2}=4$

(2) $\overline{AC}^2=\overline{CD}\times\overline{CB}$이므로

$4^2=\overline{CD}\times 5 \qquad \therefore \overline{CD}=\frac{16}{5}$

(3) $\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{AD}\times\overline{BC}$이므로

$3\times 4=\overline{AD}\times 5 \qquad \therefore \overline{AD}=\frac{12}{5}$

답 (1) 4 (2) $\frac{16}{5}$ (3) $\frac{12}{5}$

다른 풀이 (3) $\overline{CD}=\frac{16}{5}$이므로 $\triangle ADC$에서

$\overline{AD}=\sqrt{4^2-\left(\frac{16}{5}\right)^2}=\frac{12}{5}$

11-2 (1) $(\sqrt{13})^2+3^2=2^2+x^2$이므로 $\quad x^2=18$

$\therefore x=3\sqrt{2}\ (\because x>0)$

(2) $8^2+x^2=5^2+9^2$이므로 $\quad x^2=42$

$\therefore x=\sqrt{42}\ (\because x>0)$

답 (1) $3\sqrt{2}$ (2) $\sqrt{42}$

12-1 (1) $5^2+4^2=x^2+(4\sqrt{2})^2$이므로 $\quad x^2=9$

$\therefore x=3\ (\because x>0)$

(2) $(2\sqrt{2})^2+6^2=x^2+(2\sqrt{7})^2$이므로 $\quad x^2=16$

$\therefore x=4\ (\because x>0)$

(3) $x^2+3^2=4^2+(3\sqrt{2})^2$이므로 $\quad x^2=25$

$\therefore x=5\ (\because x>0)$

(4) $2^2+(4\sqrt{2})^2=x^2+(2\sqrt{5})^2$이므로 $\quad x^2=16$

$\therefore x=4\ (\because x>0)$

답 (1) 3 (2) 4 (3) 5 (4) 4

13-1 (1) $25-9=16(\text{cm}^2)$

(2) $7+21=28(\text{cm}^2)$

(3) $\frac{1}{2}\times 4\times 3=6(\text{cm}^2)$

(4) $9\pi+4\pi=13\pi(\text{cm}^2)$

답 (1) $16\,\text{cm}^2$ (2) $28\,\text{cm}^2$ (3) $6\,\text{cm}^2$ (4) $13\pi\,\text{cm}^2$

유제

⊙ 본책 53~55쪽

028-1 $\triangle BCD$에서 $\quad \overline{BD}=\sqrt{10^2-5^2}=5\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{BC}^2=\overline{CD}\times\overline{CA}$이므로

$10^2=5\times\overline{CA} \qquad \therefore \overline{CA}=20(\text{cm})$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 20\times 5\sqrt{3}=50\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

답 $50\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

029-1 $\triangle ADE$에서

$\overline{DE}=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$

$\overline{BE}^2+\overline{CD}^2=\overline{DE}^2+\overline{BC}^2$이므로

$\overline{BE}^2+\overline{CD}^2=(3\sqrt{2})^2+9^2=99$

답 99

030-1 □ABCD는 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$인 등변사다리꼴이므로

$\overline{CD}=\overline{AB}=9$

$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{BC}^2+\overline{AD}^2$이므로

$9^2+9^2=\overline{BC}^2+8^2, \qquad \overline{BC}^2=98$

$\therefore \overline{BC}=7\sqrt{2}\ (\because \overline{BC}>0)$

답 $7\sqrt{2}$

031-1 $\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$이므로

$(2\sqrt{3})^2+(2\sqrt{2})^2=x^2+(2x)^2$

$5x^2=20, \qquad x^2=4$

$\therefore x=2\ (\because x>0)$

답 2

032-1 색칠한 부분의 넓이는 $\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이와 같으므로

(색칠한 부분의 넓이) $=\frac{1}{2}\times\pi\times 6^2$

$=18\pi$

답 18π

033-1 $\triangle ABC$에서

$\overline{AC}=\sqrt{13^2-12^2}=5(\text{cm})$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이) $=2\triangle ABC$

$=2\times\left(\frac{1}{2}\times 12\times 5\right)$

$=60(\text{cm}^2)$

답 ④

단원 마무리

⊙ 본책 56~58쪽

01 ③	**02** ④	**03** ②	**04** ④	**05** 24
06 50	**07** ④	**08** ⑤	**09** ②	**10** ④
11 55	**12** $2\sqrt{5}$	**13** $3\sqrt{5}$ km		
14 $\frac{13}{2}\pi\,\text{cm}^2$		**15** ③	**16** ④	**17** $4\sqrt{5}$cm
18 $2\sqrt{7}$cm				

01 해결 Guide △ABC에서 ∠B가 예각일 때 항상 성립하는 것을 찾는다.

$\angle B<90^\circ$이므로 $b^2<a^2+c^2$이 항상 성립한다.

답 ③

02 해결 Guide 가장 긴 변의 길이의 제곱과 나머지 두 변의 길이의 제곱의 합을 비교한다.

$7^2>3^2+5^2$이므로 $\angle B>90^\circ$인 둔각삼각형이다.

답 ④

03 해결 Guide 직각삼각형의 닮음의 성질을 이용한다.

$\overline{AD}^2=\overline{BD}\times\overline{CD}$이므로

$4^2=3\times\overline{CD}\qquad\therefore \overline{CD}=\frac{16}{3}$

△ADC에서

$\overline{AC}=\sqrt{4^2+\left(\frac{16}{3}\right)^2}=\frac{20}{3}$

답 ②

다른 풀이 $\overline{CD}=\frac{16}{3}$이므로

$\overline{CB}=3+\frac{16}{3}=\frac{25}{3}$

$\overline{AC}^2=\overline{CD}\times\overline{CB}$이므로

$\overline{AC}^2=\frac{16}{3}\times\frac{25}{3}=\frac{400}{9}$

$\therefore \overline{AC}=\frac{20}{3}\ (\because \overline{AC}>0)$

04 해결 Guide 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용하여 $\overline{DE}$의 길이를 구한다.

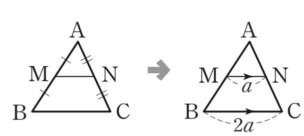
삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의하여

$\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times8=4$

$\therefore \overline{BE}^2+\overline{CD}^2=\overline{DE}^2+\overline{BC}^2=4^2+8^2=80$

답 ④

REMARK 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질



$\overline{AM}=\overline{MB},\ \overline{AN}=\overline{NC} \Rightarrow \overline{MN}/\!/\overline{BC},\ \overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{BC}$

05 해결 Guide □ABCD의 두 대각선이 직교할 때
➡ $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{BC}^2+\overline{AD}^2$

$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{BC}^2+\overline{AD}^2$이므로

$9^2+8^2=(3\sqrt{5})^2+\overline{AD}^2,\qquad \overline{AD}^2=100$

$\therefore \overline{AD}=10\ (\because \overline{AD}>0)$ …40%

△AOD에서 $\overline{AO}=\sqrt{10^2-6^2}=8$ …30%

$\therefore$ △AOD$=\frac{1}{2}\times6\times8=24$ …30%

답 24

채점 기준	배점
$\overline{AD}$의 길이 구하기	40%
$\overline{AO}$의 길이 구하기	30%
△AOD의 넓이 구하기	30%

06 해결 Guide 직사각형 ABCD의 내부의 한 점 P가 주어질 때 ➡ $\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$

$\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$이므로

$\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=5^2+5^2=50$

답 50

07 해결 Guide (색칠한 부분의 넓이)=△ABC

색칠한 부분의 넓이는 △ABC의 넓이와 같으므로

$24=\frac{1}{2}\times8\times\overline{AC}\qquad\therefore \overline{AC}=6(\text{cm})$

따라서 △ABC에서

$\overline{BC}=\sqrt{6^2+8^2}=10(\text{cm})$

답 ④

08 해결 Guide 예각삼각형
➡ (가장 긴 변의 길이의 제곱)<(나머지 두 변의 길이의 제곱의 합)

삼각형이 되기 위한 조건에 의하여

$12-8<x<12+8$

$\therefore 4<x<20$

이때 $x<12$이므로 $4<x<12$ …… ㉠

예각삼각형이 되려면 $12^2<8^2+x^2,\qquad x^2>80$

$\therefore x>4\sqrt{5}\ (\because x>0)$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $4\sqrt{5}<x<12$

따라서 자연수 x의 최솟값은 9이다.

답 ⑤

09 해결 Guide 둔각삼각형
➡ (가장 긴 변의 길이의 제곱)>(나머지 두 변의 길이의 제곱의 합)

삼각형의 세 변의 길이를 $a,\ b,\ c\ (a<b<c)$라 하면

$c^2>a^2+b^2$을 만족시키는 순서쌍 $(a,\ b,\ c)$는

$(6,\ 7,\ 10),\ (6,\ 7,\ 11),\ (6,\ 8,\ 11),\ (7,\ 8,\ 11)$

의 4가지이다.

답 ②

10 해결 Guide $\overline{AB}=3k$, $\overline{BC}=5k\ (k>0)$로 놓고 $\overline{AC}$의 길이를 구한다.

$\overline{AB} : \overline{BC}=3 : 5$이므로

$\overline{AB}=3k$, $\overline{BC}=5k\ (k>0)$

로 놓으면 $\triangle ABC$에서

$\overline{AC}=\sqrt{(5k)^2-(3k)^2}=4k$

$\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{BC}\times\overline{AH}$이므로

$3k\times 4k=5k\times 6 \qquad \therefore k=\frac{5}{2}\ (\because k>0)$

$\therefore \overline{AC}=4\times\frac{5}{2}=10(\text{cm})$

답 ④

11 해결 Guide $\overline{AE}^2+\overline{DC}^2=\overline{DE}^2+\overline{AC}^2$을 이용한다.

$\triangle ABC$에서

$\overline{AC}=\sqrt{8^2+6^2}=10$

$\overline{AE}^2+\overline{DC}^2=\overline{DE}^2+\overline{AC}^2$이므로

$\overline{AE}^2+(3\sqrt{5})^2=\overline{DE}^2+10^2$

$\therefore \overline{AE}^2-\overline{DE}^2=55$

답 55

12 해결 Guide 등변사다리꼴 ➡ 평행하지 않은 한 쌍의 대변의 길이가 같다.

$\triangle AOD$에서

$\overline{AD}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+(\sqrt{2})^2}=2$ …40%

$\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 …20%

$\overline{AD}^2+\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{CD}^2$

$2^2+6^2=2\overline{AB}^2$, $\qquad \overline{AB}^2=20$

$\therefore \overline{AB}=2\sqrt{5}\ (\because \overline{AB}>0)$ …40%

답 $2\sqrt{5}$

채점 기준	배점
$\overline{AD}$의 길이 구하기	40%
$\overline{AB}=\overline{CD}$임을 알기	20%
$\overline{AB}$의 길이 구하기	40%

13 해결 Guide 학교의 위치를 P라 하고 $\overline{DP}$의 길이를 구하는 식을 세운다.

학교의 위치를 P라 하면

$\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$이므로

$5^2+6^2=4^2+\overline{DP}^2$, $\qquad \overline{DP}^2=45$

$\therefore \overline{DP}=3\sqrt{5}(\text{km})\ (\because \overline{DP}>0)$

답 $3\sqrt{5}$ km

14 해결 Guide 직각삼각형의 각 변을 지름으로 하는 세 반원
➡ (가장 큰 반원의 넓이)=(다른 두 반원의 넓이의 합)

$Q=\frac{1}{2}\times\pi\times 3^2=\frac{9}{2}\pi(\text{cm}^2)$

이때 $P=Q+R$이므로

$P=\frac{9}{2}\pi+2\pi=\frac{13}{2}\pi(\text{cm}^2)$

답 $\frac{13}{2}\pi\,\text{cm}^2$

15 해결 Guide (색칠한 부분의 넓이)$=\triangle ABC$

$\overline{AB}=\overline{AC}=x$ cm라 하면 $\triangle ABC$에서

$x^2+x^2=(6\sqrt{2})^2$, $\qquad x^2=36$

$\therefore x=6\ (\because x>0)$

따라서 색칠한 부분의 넓이는 $\triangle ABC$의 넓이와 같으므로

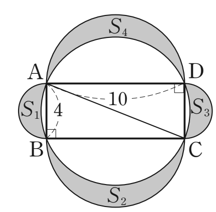
(색칠한 부분의 넓이)$=\frac{1}{2}\times 6\times 6$

$=18(\text{cm}^2)$

답 ③

16 해결 Guide □ABCD의 대각선을 그어 2개의 직각삼각형으로 나누어 생각한다.

오른쪽 그림에서



$S_1+S_2=\triangle ABC$

$S_3+S_4=\triangle ACD$

$\therefore S_1+S_2+S_3+S_4$

$=\triangle ABC+\triangle ACD$

$=\square ABCD$

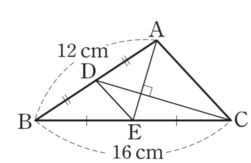
$=4\times 10$

$=40$

답 ④

17 해결 Guide 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용한다.

오른쪽 그림에서 $\overline{DE}$를 그으면 두 점 D, E는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 중점이므로



$\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{AC}$

$\overline{AC}=x$ cm라 하면 $\overline{DE}=\frac{1}{2}x$ cm이므로 □ADEC에서

$\overline{DE}^2+\overline{AC}^2=\overline{AD}^2+\overline{EC}^2$

$\left(\frac{1}{2}x\right)^2+x^2=6^2+8^2$, $\qquad \frac{5}{4}x^2=100$

$x^2=80 \qquad \therefore x=4\sqrt{5}\ (\because x>0)$

답 $4\sqrt{5}$ cm

18 해결 Guide 피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{BD}$의 길이를 먼저 구한다.

$\triangle ABD$에서

$\overline{BD}=\sqrt{4^2+(4\sqrt{3})^2}=8(cm)$ …20%

$\overline{AB}\times\overline{AD}=\overline{AE}\times\overline{BD}$이므로

$4\times4\sqrt{3}=\overline{AE}\times8$

$\therefore \overline{AE}=2\sqrt{3}(cm)$ …20%

$\triangle ABE$에서

$\overline{BE}=\sqrt{4^2-(2\sqrt{3})^2}=2(cm)$ …20%

이므로

$\overline{DE}=\overline{BD}-\overline{BE}=8-2=6(cm)$ …10%

이때 $\overline{AE}^2+\overline{CE}^2=\overline{BE}^2+\overline{DE}^2$이므로

$(2\sqrt{3})^2+\overline{CE}^2=2^2+6^2$, $\overline{CE}^2=28$

$\therefore \overline{CE}=2\sqrt{7}(cm)$ ($\because \overline{CE}>0$) …30%

답 $2\sqrt{7}$ cm

채점 기준	배점
$\overline{BD}$의 길이 구하기	20%
$\overline{AE}$의 길이 구하기	20%
$\overline{BE}$의 길이 구하기	20%
$\overline{DE}$의 길이 구하기	10%
$\overline{CE}$의 길이 구하기	30%

3 피타고라스 정리의 평면도형에의 활용

개념 Check

본책 62~64쪽

14-1 (1) $x=\sqrt{12^2+9^2}=15$

(2) $x=\sqrt{13^2-12^2}=5$

(3) $x=\sqrt{2}\times6=6\sqrt{2}$

(4) $\sqrt{2}x=8$이므로 $x=4\sqrt{2}$

답 (1) 15 (2) 5 (3) $6\sqrt{2}$ (4) $4\sqrt{2}$

15-1 (1) (높이)$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times2=\sqrt{3}(cm)$

(넓이)$=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times2^2=\sqrt{3}(cm^2)$

(2) (높이)$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times8=4\sqrt{3}(cm)$

(넓이)$=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times8^2=16\sqrt{3}(cm^2)$

답 (1) $\sqrt{3}$ cm, $\sqrt{3}$ cm^2 (2) $4\sqrt{3}$ cm, $16\sqrt{3}$ cm^2

15-2 (1) 정삼각형의 한 변의 길이를 a cm라 하면

$\dfrac{\sqrt{3}}{2}a=2\sqrt{3}$ $\therefore a=4$

(2) 정삼각형의 한 변의 길이를 a cm라 하면

$\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2=9\sqrt{3}$, $a^2=36$ $\therefore a=6$ ($\because a>0$)

답 (1) 4 cm (2) 6 cm

16-1 (1) $\overline{BH}=\dfrac{1}{2}\times6=3$

(2) $\overline{AH}=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}$

(3) $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times6\times\sqrt{7}=3\sqrt{7}$

답 (1) 3 (2) $\sqrt{7}$ (3) $3\sqrt{7}$

16-2 (1) $\overline{BH}=x$라 하면 $\overline{CH}=8-x$이므로

$\triangle ABH$에서 $\overline{AH}^2=7^2-x^2$

$\triangle AHC$에서 $\overline{AH}^2=5^2-(8-x)^2$

즉 $7^2-x^2=5^2-(8-x)^2$이므로

$16x=88$ $\therefore x=\dfrac{11}{2}$

(2) $\overline{AH}=\sqrt{7^2-\left(\dfrac{11}{2}\right)^2}=\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$

(3) $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times8\times\dfrac{5\sqrt{3}}{2}=10\sqrt{3}$

답 (1) $\dfrac{11}{2}$ (2) $\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$ (3) $10\sqrt{3}$

유제

⊙ 본책 65~68쪽

034-1 직사각형의 가로의 길이를 $2x$ cm라 하면 세로의 길이는 $3x$ cm이므로

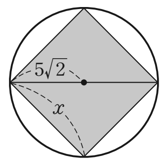
$(2x)^2+(3x)^2=26$, $x^2=2$

$\therefore x=\sqrt{2}$ ($\because x>0$)

따라서 직사각형의 가로의 길이는 $2\sqrt{2}$ cm이다.

답 $2\sqrt{2}$ cm

035-1 정사각형의 한 변의 길이를 x라 하면



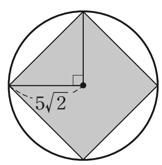
$\sqrt{2}x=2\times5\sqrt{2}=10\sqrt{2}$

$\therefore x=10$

$\therefore$ (정사각형의 넓이)$=10^2=100$

답 100

다른 풀이 정사각형의 한 변의 길이는



$\sqrt{(5\sqrt{2})^2+(5\sqrt{2})^2}=10$

$\therefore$ (정사각형의 넓이)$=10^2=100$

036-1 $\overline{BD}$는 직사각형의 대각선이므로

$\overline{BD}=\sqrt{6^2+8^2}=10$(cm)

$\overline{AB}\times\overline{AD}=\overline{BD}\times\overline{AH}$이므로

$8\times6=10\times\overline{AH}$ $\therefore \overline{AH}=\frac{24}{5}$(cm)

$\overline{AB}^2=\overline{BH}\times\overline{BD}$이므로

$8^2=\overline{BH}\times10$ $\therefore \overline{BH}=\frac{32}{5}$(cm)

따라서 $\triangle ABH$의 둘레의 길이는

$\overline{AB}+\overline{BH}+\overline{HA}=8+\frac{32}{5}+\frac{24}{5}=\frac{96}{5}$(cm)

답 $\frac{96}{5}$ cm

037-1 $\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$이므로

$\overline{AD}:\overline{GD}=3:1$ $\therefore \overline{AD}=3\times4=12$(cm)

즉 $\triangle ABC$의 높이는 12 cm이다.

$\triangle ABC$의 한 변의 길이를 a cm라 하면

$\frac{\sqrt{3}}{2}a=12$ $\therefore a=8\sqrt{3}$

답 ④

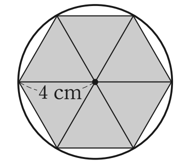
038-1 $\overline{AD}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times4=2\sqrt{3}$(cm)이므로

$\overline{AF}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times2\sqrt{3}=3$(cm)

$\therefore \triangle AFG=\frac{\sqrt{3}}{4}\times3^2=\frac{9\sqrt{3}}{4}$(cm^2)

답 $\frac{9\sqrt{3}}{4}$ cm^2

039-1 주어진 정육각형은 한 변의 길이가 4 cm인 정삼각형 6개로 이루어져 있으므로 구하는 넓이는



$6\times\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\times4^2\right)=24\sqrt{3}$(cm^2)

답 $24\sqrt{3}$ cm^2

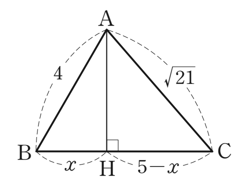
040-1 $\triangle ABH$에서 $\overline{BH}=\sqrt{13^2-12^2}=5$(cm)이므로

$\overline{BC}=2\overline{BH}=2\times5=10$(cm)

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times10\times12=60$(cm^2)

답 60 cm^2

041-1 오른쪽 그림과 같이 세 변의 길이가 각각 4, $\sqrt{21}$, 5인 $\triangle ABC$의 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하자.



$\overline{BH}=x$라 하면 $\overline{CH}=5-x$

$\triangle ABH$에서 $\overline{AH}^2=4^2-x^2$

$\triangle AHC$에서 $\overline{AH}^2=(\sqrt{21})^2-(5-x)^2$

즉 $4^2-x^2=(\sqrt{21})^2-(5-x)^2$이므로

$10x=20$ $\therefore x=2$

따라서 $\overline{AH}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times5\times2\sqrt{3}=5\sqrt{3}$

답 ①

개념 Check

⊙ 본책 69~71쪽

17-1 답 (1) 1, 3, $\sqrt{3}$, $3\sqrt{3}$ (2) $\sqrt{2}$, $4\sqrt{2}$, 1, 4

18-1 답 (1) -1, $\sqrt{5}$ (2) 1, $\sqrt{17}$ (3) 4, 2, $\sqrt{26}$

18-2 (1) $\overline{OP}=\sqrt{2^2+5^2}=\sqrt{29}$

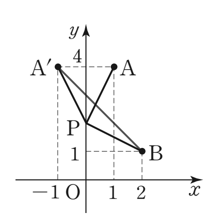
(2) $\overline{AB}=\sqrt{(3-1)^2+(-2-1)^2}=\sqrt{13}$

(3) $\overline{CD}=\sqrt{\{2-(-1)\}^2+\{1-(-2)\}^2}=3\sqrt{2}$

(4) $\overline{EF}=\sqrt{\{5-(-3)\}^2+(0-1)^2}=\sqrt{65}$

답 (1) $\sqrt{29}$ (2) $\sqrt{13}$ (3) $3\sqrt{2}$ (4) $\sqrt{65}$

19-1 점 A와 y축에 대하여 대칭인 점을 A′이라 하면 A′$(-1, 4)$이므로



$\overline{AP}+\overline{BP}$

$=\overline{A'P}+\overline{BP}$

$\geq\overline{A'B}$

$=\sqrt{\{2-(-1)\}^2+(1-4)^2}=3\sqrt{2}$

따라서 $\overline{AP}+\overline{BP}$의 최솟값은 $3\sqrt{2}$이다.

답 $3\sqrt{2}$

유제

⊙ 본책 72~74쪽

042-1 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}:\overline{BC}=1:1$이므로

$\overline{BC}=\overline{AB}=3(\text{cm})$

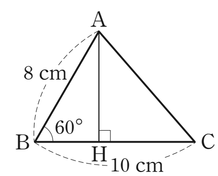
$\triangle BCD$에서 $\overline{BC}:\overline{CD}=\sqrt{3}:1$이므로

$3:\overline{CD}=\sqrt{3}:1$

$\therefore \overline{CD}=\sqrt{3}(\text{cm})$

답 $\sqrt{3}\,\text{cm}$

043-1 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle ABH$에서



$\overline{AB}:\overline{AH}=2:\sqrt{3}$이므로

$8:\overline{AH}=2:\sqrt{3}$

$\therefore \overline{AH}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

또 $\overline{AB}:\overline{BH}=2:1$이므로

$8:\overline{BH}=2:1$

$\therefore \overline{BH}=4(\text{cm})$

$\therefore \overline{CH}=10-4=6(\text{cm})$

따라서 $\triangle AHC$에서

$\overline{AC}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2+6^2}=2\sqrt{21}(\text{cm})$

답 $2\sqrt{21}\,\text{cm}$

044-1 $\overline{AB}=5$이므로 $\overline{AB}^2=5^2$

즉 $(a-2)^2+(3-7)^2=25$이므로

$a^2-4a-5=0, \quad (a-5)(a+1)=0$

$\therefore a=-1$ 또는 $a=5$

이때 점 B는 제2사분면 위의 점이므로 $a<0$

$\therefore a=-1$

답 -1

045-1 $y=\frac{1}{3}x^2-2x+10=\frac{1}{3}(x-3)^2+7$이므로

$P(3,\ 7)$

$x=0$일 때, $y=10$이므로

$Q(0,\ 10)$

$\therefore \overline{PQ}=\sqrt{(0-3)^2+(10-7)^2}=3\sqrt{2}$

답 $3\sqrt{2}$

046-1 $\overline{AB}=\sqrt{(-2-1)^2+(3-1)^2}=\sqrt{13}$

$\overline{BC}=\sqrt{\{3-(-2)\}^2+(4-3)^2}=\sqrt{26}$

$\overline{CA}=\sqrt{(1-3)^2+(1-4)^2}=\sqrt{13}$

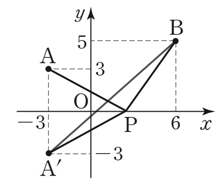
따라서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이고 $\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=\overline{BC}^2$이므로 $\triangle ABC$는 $\angle A=90°$인 직각이등변삼각형이다.

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}$

$=\frac{1}{2}\times\sqrt{13}\times\sqrt{13}=\frac{13}{2}$

답 $\frac{13}{2}$

047-1 점 A와 x축에 대하여 대칭인 점을 A′이라 하면 $A'(-3,\ -3)$이므로



$\overline{AP}+\overline{BP}=\overline{A'P}+\overline{BP}$

$\geq \overline{A'B}$

$=\sqrt{\{6-(-3)\}^2+\{5-(-3)\}^2}=\sqrt{145}$

답 $\sqrt{145}$

단원 마무리

⊙ 본책 75~78쪽

01 $8\sqrt{5}\,\text{cm}^2$ **02** ③ **03** ③ **04** ④

05 (1) $3\sqrt{6}$ (2) $2\sqrt{6}$ **06** $28\sqrt{3}$ **07** ⑤ **08** ⑤

09 $4\sqrt{5}$ **10** ① **11** 4 cm **12** $12+6\sqrt{3}$

13 $6\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ **14** ⑤ **15** ④

16 $3\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ **17** $(6+6\sqrt{2})\,\text{cm}$ **18** ③

19 9 **20** ③ **21** $9\sqrt{2}\,\text{m}$ **22** ②

23 $24+24\sqrt{3}$ **24** $6\sqrt{5}\,\text{m}$

01 해결 Guide **가로, 세로의 길이가 각각 a, b인 직사각형의 대각선의 길이 ➡ $\sqrt{a^2+b^2}$**

$\overline{AB}=\sqrt{6^2-(2\sqrt{5})^2}=4(\text{cm})$이므로

$\square ABCD=2\sqrt{5}\times 4=8\sqrt{5}(\text{cm}^2)$

답 $8\sqrt{5}\,\text{cm}^2$

02 해결 Guide **한 변의 길이가 각각 a, b인 두 정삼각형의 넓이의 비 ➡ $a^2:b^2$**

$\overline{AD}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 6=3\sqrt{3}$이므로

$\triangle ABC:\triangle ADE=6^2:(3\sqrt{3})^2=4:3$

답 ③

REMARK

닮은 두 평면도형의 닮음비가 $m:n$일 때

① 둘레의 길이의 비 ➡ $m:n$

② 넓이의 비 ➡ $m^2:n^2$

03 해결 Guide **한 변의 길이가 a인 정삼각형**

➡ (높이)$=\frac{\sqrt{3}}{2}a$, (넓이)$=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

정삼각형의 한 변의 길이를 $a\,\text{cm}$라 하면

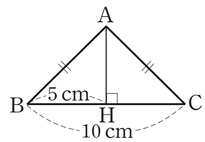
$\frac{\sqrt{3}}{2}a=3 \qquad \therefore a=2\sqrt{3}$

$\therefore$ (넓이)$=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(2\sqrt{3})^2=3\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

답 ③

04 해결 Guide **이등변삼각형의 꼭지각의 꼭짓점에서 밑변에 내린 수선 ➡ 밑변을 이등분한다.**

꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\frac{1}{2}\times10\times\overline{AH}=10\sqrt{6}$

$\therefore \overline{AH}=2\sqrt{6}$(cm)

$\overline{BH}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times10=5$(cm)이므로 △ABH에서

$\overline{AB}=\sqrt{5^2+(2\sqrt{6})^2}=7$(cm)　답 ④

05 해결 Guide **특수한 직각삼각형의 세 변의 길이의 비를 이용한다.**

(1) △ABC에서　$\overline{AC}:\overline{BC}=\sqrt{3}:2$

$\overline{AC}:12=\sqrt{3}:2$　$\therefore \overline{AC}=6\sqrt{3}$

△ACD에서　$\overline{AC}:\overline{DC}=\sqrt{2}:1$

$6\sqrt{3}:x=\sqrt{2}:1$　$\therefore x=3\sqrt{6}$

(2) △ABC에서　$\overline{AB}:\overline{BC}=1:\sqrt{3}$

$4:\overline{BC}=1:\sqrt{3}$　$\therefore \overline{BC}=4\sqrt{3}$

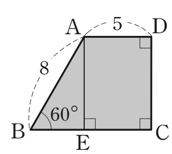
△DBC에서　$\overline{BC}:\overline{DC}=\sqrt{2}:1$

$4\sqrt{3}:x=\sqrt{2}:1$　$\therefore x=2\sqrt{6}$

답 (1) $3\sqrt{6}$　(2) $2\sqrt{6}$

06 해결 Guide **보조선을 그어서 특수한 직각삼각형을 만든다.**

점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 E라 하면 △ABE에서 $\overline{AB}:\overline{BE}=2:1$이므로



$8:\overline{BE}=2:1$　$\therefore \overline{BE}=4$

$\therefore \overline{BC}=\overline{BE}+\overline{EC}=4+5=9$ …40%

또 $\overline{AB}:\overline{AE}=2:\sqrt{3}$이므로

$8:\overline{AE}=2:\sqrt{3}$　$\therefore \overline{AE}=4\sqrt{3}$　…40%

$\therefore$ □ABCD$=\frac{1}{2}\times(9+5)\times4\sqrt{3}=28\sqrt{3}$　…20%

답 $28\sqrt{3}$

채점 기준	배점
$\overline{BC}$의 길이 구하기	40%
$\overline{AE}$의 길이 구하기	40%
□ABCD의 넓이 구하기	20%

REMARK 사다리꼴의 넓이

$\frac{1}{2}\times$\{(윗변의 길이)+(아랫변의 길이)\}$\times$(높이)

07 해결 Guide **두 점 (x_1, y_1), (x_2, y_2) 사이의 거리 ➡ $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$**

두 점 사이의 거리를 각각 구하면

① $\sqrt{\{2-(-2)\}^2+(-1-1)^2}=2\sqrt{5}$

② $\sqrt{(1-5)^2+(-3-0)^2}=5$

③ $\sqrt{(5-3)^2+(2-4)^2}=2\sqrt{2}$

④ $\sqrt{\{-2-(-4)\}^2+(6-7)^2}=\sqrt{5}$

⑤ $\sqrt{(10-7)^2+(13-8)^2}=\sqrt{34}$

따라서 두 점 사이의 거리가 가장 먼 것은 ⑤이다.　답 ⑤

08 해결 Guide **이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프의 꼭짓점의 좌표 ➡ (p, q)**

$y=\frac{1}{2}x^2+4x+10=\frac{1}{2}(x+4)^2+2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-4, 2)$

$y=x^2-8x+16=(x-4)^2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(4, 0)$

따라서 두 꼭짓점 사이의 거리는

$\sqrt{\{4-(-4)\}^2+(0-2)^2}=2\sqrt{17}$　답 ⑤

09 해결 Guide **가로, 세로의 길이가 각각 a, b인 직사각형의 대각선의 길이 ➡ $\sqrt{a^2+b^2}$**

$\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=10^2$이므로　$6^2+\overline{BC}^2=10^2$　$\therefore \overline{BC}=8$

이때 $\overline{BE}=\overline{AB}-\overline{AE}=6-2=4$이므로 △EBC에서

$\overline{CE}=\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5}$　답 $4\sqrt{5}$

10 해결 Guide **한 변의 길이가 a인 정사각형의 대각선의 길이 ➡ $\sqrt{2}a$**

원의 반지름의 길이를 r라 하면 정사각형의 한 변의 길이는 $2r$이므로　$\sqrt{2}\times2r=4\sqrt{2}$　$\therefore r=2$

따라서 원의 넓이는　$\pi\times2^2=4\pi$　답 ①

11 해결 Guide **직사각형의 대각선의 길이를 구한 후 △ABE≡△CDF임을 이용한다.**

$\overline{BD}=\sqrt{4^2+(4\sqrt{3})^2}=8$(cm)　…30%

△ABD에서 $\overline{AB}^2=\overline{BE}\times\overline{BD}$이므로

$4^2=\overline{BE}\times8$,　$16=\overline{BE}\times8$

$\therefore \overline{BE}=2$(cm)　…20%

△ABE≡△CDF (RHA 합동)이므로

$\overline{DF}=\overline{BE}=2$(cm)　…20%

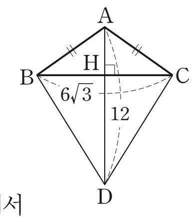
$\therefore \overline{EF}=\overline{BD}-2\overline{DF}$

$=8-2\times2=4$(cm)　…30%

답 4 cm

채점 기준	배점
$\overline{BD}$의 길이 구하기	30%
$\overline{BE}$의 길이 구하기	20%
$\overline{DF}$의 길이 구하기	20%
$\overline{EF}$의 길이 구하기	30%

12 **해결 Guide** **한 변의 길이가 a인 정삼각형의 높이 ➡ $\frac{\sqrt{3}}{2}a$**



$\overline{AD}$와 $\overline{BC}$의 교점을 H라 하면

$\overline{AD}\perp\overline{BC}$이므로 $\triangle BDC$에서

$\overline{DH}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times6\sqrt{3}=9$

$\therefore\ \overline{AH}=\overline{AD}-\overline{DH}=12-9=3$

또 $\overline{BH}=\frac{1}{2}\times6\sqrt{3}=3\sqrt{3}$이므로 $\triangle ABH$에서

$\overline{AB}=\sqrt{3^2+(3\sqrt{3})^2}=6$

따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는

$2\times6+6\sqrt{3}=12+6\sqrt{3}$

답 $12+6\sqrt{3}$

13 **해결 Guide** **한 변의 길이가 a인 정삼각형의 넓이 ➡ $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$**

$\overline{BE}=\overline{EC}=\overline{CF}=2(\text{cm})$이고 $\angle GEC=\angle GCE=60°$이므로

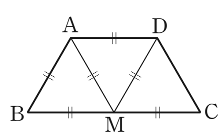
$\triangle GEC$는 한 변의 길이가 2cm인 정삼각형이다.

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$2(\triangle ABC-\triangle GEC)=2\times\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\times4^2-\frac{\sqrt{3}}{4}\times2^2\right)$$
$$=6\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

답 $6\sqrt{3}\text{ cm}^2$

14 **해결 Guide** **보조선을 그어 합동인 정삼각형을 만든다.**



$\overline{BC}$의 중점을 M이라 하면 $\triangle ABM$, $\triangle AMD$, $\triangle DMC$는 모두 합동인 정삼각형이다.

$\overline{AB}=x\text{cm}$라 하면

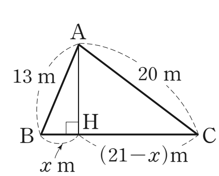
$3\triangle ABM=\square ABCD$이므로

$3\times\frac{\sqrt{3}}{4}x^2=27\sqrt{3}$

$x^2=36\qquad\therefore\ x=6\ (\because\ x>0)$

답 ⑤

15 **해결 Guide** **한 꼭짓점에서 대변에 수선을 내려 직각삼각형을 만든 후 피타고라스 정리를 이용한다.**



오른쪽 그림과 같이 $\triangle ABC$의 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{BH}=x\text{m}$라 하면

$\overline{CH}=(21-x)\text{m}$

$\triangle ABH$에서 $\quad\overline{AH}^2=13^2-x^2$

$\triangle AHC$에서 $\quad\overline{AH}^2=20^2-(21-x)^2$

즉 $13^2-x^2=20^2-(21-x)^2$이므로

$42x=210\qquad\therefore\ x=5$

$\overline{AH}=\sqrt{13^2-5^2}=12(\text{m})$이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times21\times12=126(\text{m}^2)$

따라서 필요한 비용은

$126\times10000=1260000$(원)

답 ④

16 **해결 Guide** **세 내각의 크기가 30°, 60°, 90°인 삼각형의 세 변의 길이의 비 ➡ $1:\sqrt{3}:2$**

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}:\overline{AC}=2:1$이므로

$6:\overline{AC}=2:1$

$\therefore\ \overline{AC}=3(\text{cm})$ ⋯30%

또 $\overline{AB}:\overline{BC}=2:\sqrt{3}$이므로

$6:\overline{BC}=2:\sqrt{3}$

$\therefore\ \overline{BC}=3\sqrt{3}(\text{cm})$ ⋯30%

한편 $\overline{BD}:\overline{CD}=\overline{AB}:\overline{AC}=2:1$이므로

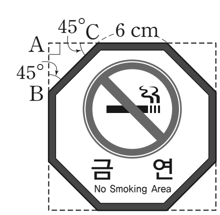
$\overline{BD}=\frac{2}{3}\times3\sqrt{3}=2\sqrt{3}(\text{cm})$ ⋯20%

$\therefore\ \triangle ABD=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times3=3\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ ⋯20%

답 $3\sqrt{3}\text{ cm}^2$

채점 기준	배점
$\overline{AC}$의 길이 구하기	30%
$\overline{BC}$의 길이 구하기	30%
$\overline{BD}$의 길이 구하기	20%
$\triangle ABD$의 넓이 구하기	20%

17 **해결 Guide** **잘라낸 네 귀퉁이는 각각 직각이등변삼각형 모양이다.**



오른쪽 그림과 같이 잘라낸 한 귀퉁이를 $\triangle ABC$라 하면 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\triangle ABC$는 $\angle A=90°$인 직각이등변삼각형이다.

따라서 $\overline{AB}:\overline{BC}=1:\sqrt{2}$이므로

$\overline{AB}:6=1:\sqrt{2}$

$\therefore\ \overline{AB}=3\sqrt{2}(\text{cm})$

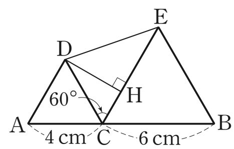
따라서 처음 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이는

$6+2\times3\sqrt{2}=6+6\sqrt{2}(\text{cm})$

답 $(6+6\sqrt{2})\text{cm}$

18 **해결 Guide** **점 D에서 $\overline{CE}$에 수선을 내려 직각삼각형을 만든 후 특수한 직각삼각형의 세 변의 길이의 비를 이용한다.**

점 D에서 $\overline{CE}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\angle DCH=60°$이므로



$\triangle DCH$에서

$\overline{DC}:\overline{DH}=2:\sqrt{3}$이므로

$4:\overline{DH}=2:\sqrt{3}$ $\quad\therefore \overline{DH}=2\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{DC}:\overline{CH}=2:1$이므로

$4:\overline{CH}=2:1$ $\quad\therefore \overline{CH}=2(\text{cm})$

$\overline{EH}=\overline{CE}-\overline{CH}=6-2=4(\text{cm})$이므로 $\triangle DHE$에서

$\overline{DE}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+4^2}=2\sqrt{7}(\text{cm})$

답 ③

19 해결 Guide **두 점 (x_1, y_1), (x_2, y_2) 사이의 거리 ➡ $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$**

$\overline{AB}=\sqrt{\{4-(-2)\}^2+(-1-3)^2}$
$=2\sqrt{13}$ …20%

$\overline{AC}=\sqrt{\{2-(-2)\}^2+(a-3)^2}$
$=\sqrt{a^2-6a+25}$ …20%

$\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$2\sqrt{13}=\sqrt{a^2-6a+25}$ …30%

$a^2-6a+25=52$, $\quad a^2-6a-27=0$

$(a-9)(a+3)=0$ $\quad\therefore a=-3$ 또는 $a=9$

따라서 양수 a의 값은 9이다. …30%

답 9

채점 기준	배점
$\overline{AB}$의 길이 구하기	20%
$\overline{AC}$의 길이를 a에 대한 식으로 나타내기	20%
$\overline{AB}=\overline{AC}$임을 이용하여 식 세우기	30%
양수 a의 값 구하기	30%

20 해결 Guide **$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{AC}$의 길이를 구해 본다.**

$\overline{AB}=\sqrt{(1-3)^2+(-2-2)^2}=2\sqrt{5}$

$\overline{BC}=\sqrt{(-1-1)^2+\{4-(-2)\}^2}=2\sqrt{10}$

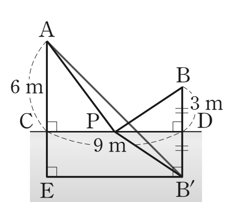
$\overline{AC}=\sqrt{(-1-3)^2+(4-2)^2}=2\sqrt{5}$

즉 $\overline{AB}=\overline{AC}$, $\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{AC}^2$이므로 $\triangle ABC$는 $\angle A=90°$인 직각이등변삼각형이다.

답 ③

21 해결 Guide **점 A 또는 점 B와 대칭인 점을 생각한다.**

오른쪽 그림과 같이 점 B와 $\overline{CD}$에 대하여 대칭인 점을 B′이라 하면



$\overline{AP}+\overline{BP}=\overline{AP}+\overline{B'P}$
$\geq \overline{AB'}$

이때 점 B′을 지나고 $\overline{CD}$와 평행한 직선이 $\overline{AC}$의 연장선과 만나는 점을 E라 하면 $\triangle AEB'$에서

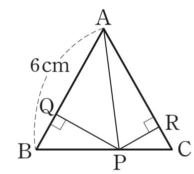
$\overline{AB'}=\sqrt{(6+3)^2+9^2}=9\sqrt{2}\,(\text{m})$

따라서 $\overline{AP}+\overline{BP}$의 최솟값은 $9\sqrt{2}$ m이다.

답 $9\sqrt{2}$ m

22 해결 Guide **한 변의 길이가 a인 정삼각형의 넓이 ➡ $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$**

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AP}$를 그으면



$\triangle ABC=\triangle ABP+\triangle APC$

이므로

$\frac{\sqrt{3}}{4}\times 6^2$

$=\frac{1}{2}\times 6\times\overline{PQ}+\frac{1}{2}\times 6\times\overline{PR}$

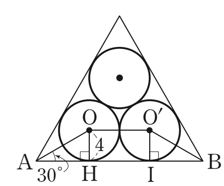
$9\sqrt{3}=3(\overline{PQ}+\overline{PR})$

$\therefore \overline{PQ}+\overline{PR}=3\sqrt{3}\,(\text{cm})$

답 ②

23 해결 Guide **보조선을 그어 특수한 직각삼각형의 세 변의 길이의 비를 이용한다.**

오른쪽 그림의 $\triangle OAH$에서



$\angle OAH=30°$이므로

$\overline{OH}:\overline{AH}=1:\sqrt{3}$

$4:\overline{AH}=1:\sqrt{3}$

$\therefore \overline{AH}=4\sqrt{3}$

같은 방법으로 $\triangle O'IB$에서

$\overline{IB}=4\sqrt{3}$

한편 $\overline{HI}=\overline{OO'}=8$이므로

$\overline{AB}=\overline{AH}+\overline{HI}+\overline{IB}$
$=4\sqrt{3}+8+4\sqrt{3}$
$=8+8\sqrt{3}$

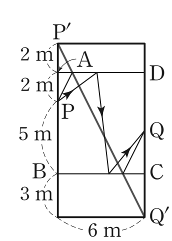
따라서 정삼각형의 둘레의 길이는

$3\overline{AB}=3\times(8+8\sqrt{3})$
$=24+24\sqrt{3}$

답 $24+24\sqrt{3}$

24 해결 Guide **점 P, 점 Q와 각각 대칭인 점을 생각한다.**

오른쪽 그림과 같이 점 P와 $\overline{AD}$에 대하여 대칭인 점을 P′, 점 Q와 $\overline{BC}$에 대하여 대칭인 점을 Q′이라 하자.



명환이가 움직일 수 있는 최단 거리는 $\overline{P'Q'}$의 길이와 같으므로

$\overline{P'Q'}=\sqrt{12^2+6^2}$
$=6\sqrt{5}\,(\text{m})$

답 $6\sqrt{5}$ m

4 피타고라스 정리의 입체도형에의 활용

개념 Check

⊙ 본책 82~86쪽

20-1 (1) $x=\sqrt{5^2+2^2+4^2}=3\sqrt{5}$

(2) $\sqrt{6^2+3^2+x^2}=7$이므로 $\quad x^2=4 \quad \therefore x=2\ (\because x>0)$

(3) $x=\sqrt{3}\times 4=4\sqrt{3}$

(4) $\sqrt{3}x=9$이므로 $\quad x=3\sqrt{3}$

답 (1) $3\sqrt{5}$ (2) 2 (3) $4\sqrt{3}$ (4) $3\sqrt{3}$

21-1 (1) $(\text{높이})=\sqrt{10^2-6^2}=8(\text{cm})$

$(\text{부피})=\frac{1}{3}\times\pi\times 6^2\times 8=96\pi(\text{cm}^3)$

(2) $(\text{높이})=\sqrt{(4\sqrt{2})^2-4^2}=4(\text{cm})$

$(\text{부피})=\frac{1}{3}\times\pi\times 4^2\times 4=\frac{64}{3}\pi(\text{cm}^3)$

(3) $(\text{높이})=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}(\text{cm})$

$(\text{부피})=\frac{1}{3}\times\pi\times 3^2\times 3\sqrt{3}=9\sqrt{3}\pi(\text{cm}^3)$

(4) $(\text{높이})=\sqrt{12^2-4^2}=8\sqrt{2}(\text{cm})$

$(\text{부피})=\frac{1}{3}\times\pi\times 4^2\times 8\sqrt{2}=\frac{128\sqrt{2}}{3}\pi(\text{cm}^3)$

답 (1) $8\text{ cm}, 96\pi\text{ cm}^3$ (2) $4\text{ cm}, \frac{64}{3}\pi\text{ cm}^3$
(3) $3\sqrt{3}\text{ cm}, 9\sqrt{3}\pi\text{ cm}^3$ (4) $8\sqrt{2}\text{ cm}, \frac{128\sqrt{2}}{3}\pi\text{ cm}^3$

22-1 (1) $\overline{AC}=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}(\text{cm})$

(2) $\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{2}=2\sqrt{2}(\text{cm})$

$\triangle OAH$에서

$\overline{OH}=\sqrt{6^2-(2\sqrt{2})^2}=2\sqrt{7}(\text{cm})$

(3) $(\text{부피})=\frac{1}{3}\times 4^2\times 2\sqrt{7}=\frac{32\sqrt{7}}{3}(\text{cm}^3)$

답 (1) $4\sqrt{2}\text{ cm}$ (2) $2\sqrt{7}\text{ cm}$ (3) $\frac{32\sqrt{7}}{3}\text{ cm}^3$

23-1 (1) $\overline{DM}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{3}=\frac{3}{2}$

(2) $\overline{DH}=\frac{2}{3}\overline{DM}=\frac{2}{3}\times\frac{3}{2}=1$

(3) $\triangle AHD$에서 $\quad \overline{AH}=\sqrt{(\sqrt{3})^2-1^2}=\sqrt{2}$

(4) $\triangle BCD=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(\sqrt{3})^2=\frac{3\sqrt{3}}{4}$이므로

$(\text{부피})=\frac{1}{3}\times\frac{3\sqrt{3}}{4}\times\sqrt{2}=\frac{\sqrt{6}}{4}$

답 (1) $\frac{3}{2}$ (2) 1 (3) $\sqrt{2}$ (4) $\frac{\sqrt{6}}{4}$

23-2 (1) $\frac{\sqrt{6}}{3}\times 18=6\sqrt{6}$

(2) 한 모서리의 길이를 a라 하면 $\quad \frac{\sqrt{6}}{3}a=6 \quad \therefore a=3\sqrt{6}$

답 (1) $6\sqrt{6}$ (2) $3\sqrt{6}$

24-1 답 (ㄱ) 2π (ㄴ) 4π (ㄷ) 4π (ㄹ) $2\sqrt{5}\pi$

유제

⊙ 본책 87~92쪽

048-1 직육면체의 세 모서리의 길이를 각각 $k,\ 2k,\ 4k\ (k>0)$라 하면

$\sqrt{k^2+(2k)^2+(4k)^2}=3\sqrt{7}, \quad k^2=3$

$\therefore k=\sqrt{3}\ (\because k>0)$

따라서 세 모서리의 길이가 각각 $\sqrt{3}, 2\sqrt{3}, 4\sqrt{3}$이므로 직육면체의 부피는

$\sqrt{3}\times 2\sqrt{3}\times 4\sqrt{3}=24\sqrt{3}$ 답 ②

049-1 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm라 하면

$\sqrt{3}a=3\sqrt{6} \quad \therefore a=3\sqrt{2}$

$\overline{EG}$는 정사각형 EFGH의 대각선이므로

$\overline{EG}=\sqrt{2}\times 3\sqrt{2}=6(\text{cm})$

$\therefore \triangle AEG=\frac{1}{2}\times 6\times 3\sqrt{2}=9\sqrt{2}(\text{cm}^2)$ 답 $9\sqrt{2}\text{ cm}^2$

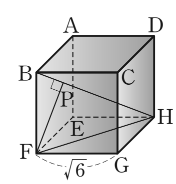
050-1 $\overline{FH}=\sqrt{2}\times\sqrt{6}=2\sqrt{3}$

$\overline{BH}=\sqrt{3}\times\sqrt{6}=3\sqrt{2}$

$\triangle BFH$에서 $\sqrt{6}\times 2\sqrt{3}=3\sqrt{2}\times\overline{FP}$이므로

$\overline{FP}=2$

답 ②



051-1 삼각뿔 F−ABC의 부피는

$\frac{1}{3}\times\triangle ABC\times\overline{BF}=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times 6\times 6\right)\times 6=36$

$\overline{AF}=\overline{FC}=\overline{CA}$이므로 $\triangle AFC$는 정삼각형이다.

따라서 삼각뿔 B−AFC의 부피는

$\frac{1}{3}\times\triangle AFC\times\overline{BI}=\frac{1}{3}\times\left\{\frac{\sqrt{3}}{4}\times(6\sqrt{2})^2\right\}\times\overline{BI}$

$=6\sqrt{3}\times\overline{BI}$

따라서 $6\sqrt{3}\times\overline{BI}=36$이므로 $\quad \overline{BI}=2\sqrt{3}$ 답 $2\sqrt{3}$

052-1 $\triangle OAB$에서 $\overline{AB}:6=1:2$이므로 $\quad \overline{AB}=3(\text{cm})$

또 $\overline{OB}:6=\sqrt{3}:2$이므로 $\quad \overline{OB}=3\sqrt{3}(\text{cm})$

따라서 원뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times 3^2\times 3\sqrt{3}=9\sqrt{3}\pi(\text{cm}^3)$ 답 $9\sqrt{3}\pi\text{ cm}^3$

053-1 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

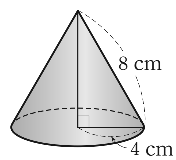
$2\pi r=8\pi \qquad \therefore r=4$

$\overline{OA}=l$ cm라 하면

$2\pi\times l\times\dfrac{180}{360}=8\pi \qquad \therefore l=8$

주어진 전개도로 원뿔을 만들면 오른쪽 그림과 같으므로 원뿔의 높이는

$\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}$ (cm)



답 $4\sqrt{3}$ cm

054-1 $\triangle OBH$에서 $\quad \overline{OH}=\sqrt{8^2-(4\sqrt{3})^2}=4$

$\therefore \overline{AH}=\overline{AO}+\overline{OH}=8+4=12$

따라서 $\triangle ABH$에서 $\quad \overline{AB}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2+12^2}=8\sqrt{3}$

답 $8\sqrt{3}$

055-1 $\square ABCD$는 정사각형이므로

$\overline{DB}=\sqrt{2}\times4=4\sqrt{2}$ (cm)

$\therefore \overline{HB}=\dfrac{1}{2}\overline{DB}=\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{2}=2\sqrt{2}$ (cm)

$\triangle OHB$에서 $\quad \overline{OH}=\sqrt{(2\sqrt{6})^2-(2\sqrt{2})^2}=4$ (cm)

$\therefore \triangle ODB=\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times4=8\sqrt{2}$ (cm^2) $\qquad$ 답 $8\sqrt{2}\,\text{cm}^2$

056-1 정사면체의 한 모서리의 길이를 a cm라 하면

$\dfrac{\sqrt{2}}{12}a^3=\dfrac{2\sqrt{2}}{3} \qquad \therefore a=2$

$\therefore$ (높이) $=\dfrac{\sqrt{6}}{3}\times2=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$ (cm) $\qquad$ 답 $\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$ cm

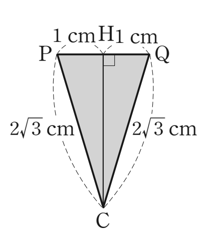
057-1 $\triangle ABD$에서 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의하여

$\overline{PQ}=\dfrac{1}{2}\overline{BD}=\dfrac{1}{2}\times4=2$ (cm)

$\overline{PC}$, $\overline{QC}$는 각각 정삼각형 ABC, ACD의 높이이므로

$\overline{PC}=\overline{QC}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times4=2\sqrt{3}$ (cm)

오른쪽 그림과 같이 $\triangle PCQ$의 꼭짓점 C에서 $\overline{PQ}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{CH}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-1^2}$

$=\sqrt{11}$ (cm)

$\therefore \triangle PCQ=\dfrac{1}{2}\times2\times\sqrt{11}$

$=\sqrt{11}$ (cm^2) $\qquad$ 답 $\sqrt{11}\,\text{cm}^2$

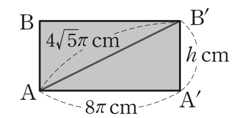
REMARK $\triangle PCQ$는 $\overline{PC}=\overline{QC}$인 이등변삼각형이므로 꼭짓점 C에서 $\overline{PQ}$에 내린 수선은 $\overline{PQ}$의 길이를 이등분한다.

058-1 밑면의 둘레의 길이는

$2\pi\times4=8\pi$ (cm)

원기둥의 높이를 h cm라 하면

$h=\sqrt{(4\sqrt{5}\pi)^2-(8\pi)^2}=4\pi$

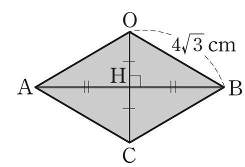


답 4π cm

059-1 $\square OACB$는 마름모이므로

$\overline{AB}\perp\overline{OC}$

$\triangle OAC$는 정삼각형이므로 $\overline{AB}$와 $\overline{OC}$의 교점을 H라 하면



$\overline{AH}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times4\sqrt{3}=6$ (cm)

따라서 구하는 최단 거리는 $\overline{AB}$의 길이이므로

$\overline{AB}=2\overline{AH}=2\times6=12$ (cm) $\qquad$ 답 12 cm

단원 마무리

◉ 본책 93~96쪽

01 $\sqrt{14}$ cm		**02** ②	**03** $5\sqrt{6}$ cm
04 ①	**05** ③	**06** $3\sqrt{2}$	**07** $\dfrac{512}{3}\,\text{cm}^3$
08 ③	**09** ②	**10** ②	**11** $32\sqrt{6}\,\text{cm}^2$
12 ④	**13** $6\sqrt{41}\,\text{cm}^2$		**14** $126\sqrt{2}\pi$
15 ③	**16** ①	**17** $\dfrac{8\sqrt{2}}{3}\,\text{cm}^3$	**18** $\sqrt{2}\,\text{cm}^2$
19 $\dfrac{3\sqrt{2}}{4}\,\text{cm}^2$		**20** ②	**21** ③
22 $4\sqrt{2}$ cm	**23** $\dfrac{8\sqrt{10}}{3}\pi$	**24** $\dfrac{9\sqrt{6}}{4}$ cm	

01 해결 Guide **세 모서리의 길이가 각각 a, b, c인 직육면체의 대각선의 길이 ➡ $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$**

밑면의 한 변의 길이를 x cm라 하면

$\sqrt{x^2+x^2+2^2}=4\sqrt{2}, \qquad x^2=14$

$\therefore x=\sqrt{14}\ (\because x>0)$ $\qquad$ 답 $\sqrt{14}$ cm

02 해결 Guide **한 모서리의 길이가 a인 정육면체의 대각선의 길이 ➡ $\sqrt{3}a$**

정육면체의 한 모서리의 길이를 x라 하면

$\sqrt{2}x=4 \qquad \therefore x=2\sqrt{2}$

따라서 정육면체의 대각선의 길이는

$\sqrt{3}\times2\sqrt{2}=2\sqrt{6}$ $\qquad$ 답 ②

03 해결 Guide 한 변의 길이가 a인 정삼각형의 높이 ➡ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$

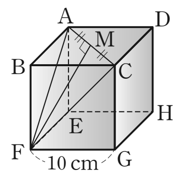
$\overline{AC}=\overline{AF}=\overline{FC}$

$=\sqrt{2}\times10=10\sqrt{2}$(cm) …40%

따라서 △AFC는 정삼각형이므로

$\overline{FM}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times10\sqrt{2}$

$=5\sqrt{6}$(cm) …60%



답 $5\sqrt{6}$cm

채점 기준	배점
△ACF의 각 변의 길이 구하기	40%
$\overline{FM}$의 길이 구하기	60%

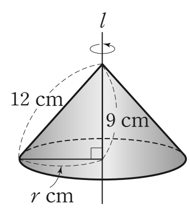
04 해결 Guide 회전체의 밑면의 반지름의 길이부터 구한다.

회전체는 오른쪽 그림과 같은 원뿔이므로 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$r=\sqrt{12^2-9^2}=3\sqrt{7}$

따라서 원뿔의 부피는

$\dfrac{1}{3}\times\pi\times(3\sqrt{7})^2\times9=189\pi$($\text{cm}^3$)



답 ①

05 해결 Guide 중심각의 크기가 $x°$이고 반지름의 길이가 r인 부채꼴의 호의 길이 ➡ $2\pi r\times\dfrac{x}{360}$

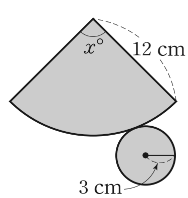
원뿔의 모선의 길이를 l cm라 하면

$l=\sqrt{(3\sqrt{15})^2+3^2}=12$

오른쪽 그림의 전개도에서 부채꼴의 중심각의 크기를 $x°$라 하면

$2\pi\times12\times\dfrac{x}{360}=2\pi\times3$

$\therefore x=90$



답 ③

06 해결 Guide 단면인 원의 반지름의 길이를 구한 후 피타고라스 정리를 이용한다.

단면인 원의 반지름의 길이를 r라 하면

$2\pi r=12\pi$ $\therefore r=6$

즉 $\overline{AB}=6$이므로 △AOB에서

$\overline{OB}=\sqrt{(3\sqrt{6})^2-6^2}=3\sqrt{2}$

답 $3\sqrt{2}$

07 해결 Guide 정사각뿔의 꼭짓점에서 밑면에 내린 수선의 발은 밑면의 두 대각선의 교점임을 이용한다.

주어진 전개도로 만들어지는 정사각뿔은 오른쪽 그림과 같다.

□ABCD는 정사각형이므로

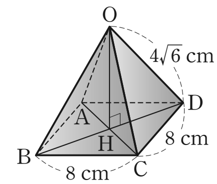
$\overline{BD}=\sqrt{2}\times8=8\sqrt{2}$(cm) …30%

$\overline{DH}=\dfrac{1}{2}\overline{BD}=4\sqrt{2}$(cm)이므로

$\overline{OH}=\sqrt{(4\sqrt{6})^2-(4\sqrt{2})^2}=8$(cm) …40%

따라서 구하는 부피는

$\dfrac{1}{3}\times8^2\times8=\dfrac{512}{3}$($\text{cm}^3$) …30%



답 $\dfrac{512}{3}$ cm^3

채점 기준	배점
밑면의 대각선의 길이 구하기	30%
정사각뿔의 높이 구하기	40%
정사각뿔의 부피 구하기	30%

08 해결 Guide 한 모서리의 길이가 a인 정사면체에서
➡ (높이)$=\dfrac{\sqrt{6}}{3}a$, (부피)$=\dfrac{\sqrt{2}}{12}a^3$

① $\overline{CD}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times12=6\sqrt{3}$(cm)

② $\overline{CH}=\dfrac{2}{3}\overline{CD}=\dfrac{2}{3}\times6\sqrt{3}=4\sqrt{3}$(cm)

③ $\overline{OH}=\sqrt{12^2-(4\sqrt{3})^2}=4\sqrt{6}$(cm)

④ (부피)$=\dfrac{\sqrt{2}}{12}\times12^3=144\sqrt{2}$($\text{cm}^3$)

⑤ (겉넓이)$=4\triangle ABC=4\times\left(\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times12^2\right)=144\sqrt{3}$($\text{cm}^2$)

답 ③

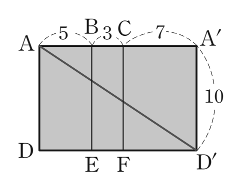
09 해결 Guide 최단 거리
➡ 선이 지나는 면의 전개도를 그려 본다.

오른쪽 전개도에서 최단 거리는 $\overline{AD'}$의 길이이므로

$\overline{AD'}=\sqrt{(5+3+7)^2+10^2}$

$=5\sqrt{13}$

답 ②



10 해결 Guide 세 모서리의 길이가 각각 a, b, c인 직육면체의 대각선의 길이 ➡ $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

$\overline{DH}=x$라 하면

$\sqrt{4^2+8^2+x^2}=12$, $80+x^2=144$

$x^2=64$ $\therefore x=8$ ($\because x>0$)

이때 $\overline{FH}=\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$이므로

□BFHD$=4\sqrt{5}\times8=32\sqrt{5}$

답 ②

11 해결 Guide $\overline{AM}=\overline{MG}=\overline{GN}=\overline{NA}$
➡ □AMGN은 마름모이다.

$\overline{AM}=\overline{MG}=\overline{GN}=\overline{NA}=4\sqrt{5}$이므로 □AMGN은 마름모이다. 이때

$\overline{MN}=\overline{FH}=\sqrt{2}\times 8=8\sqrt{2}(\text{cm})$

$\overline{AG}=\sqrt{3}\times 8=8\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore$ □AMGN$=\frac{1}{2}\times 8\sqrt{2}\times 8\sqrt{3}=32\sqrt{6}(\text{cm}^2)$

답 $32\sqrt{6}\text{ cm}^2$

12 해결 Guide **피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{BD}$, $\overline{BI}$, $\overline{DI}$의 길이를 각각 구해 본다.**

$\overline{BD}=\overline{FH}=\sqrt{2}\times 10=10\sqrt{2}$이므로

$\overline{FI}=\overline{HI}=5\sqrt{2}$

$\therefore \overline{BI}=\overline{DI}=\sqrt{(5\sqrt{2})^2+(5\sqrt{2})^2}=10$

따라서 $\overline{BI}=\overline{DI}$이고 $\overline{BD}^2=\overline{BI}^2+\overline{DI}^2$이므로 △BID는 ∠I$=90°$인 직각이등변삼각형이다.

답 ④

13 해결 Guide **△AEF의 각 변의 길이를 구해 본다.**

△ADE에서

$\overline{AE}=\sqrt{10^2+8^2}=2\sqrt{41}(\text{cm})$

△ADF에서

$\overline{AF}=\sqrt{10^2+10^2}=10\sqrt{2}(\text{cm})$

이때 $\overline{AF}^2=\overline{AE}^2+\overline{EF}^2$이므로 △AEF는 ∠AEF$=90°$인 직각삼각형이다.

$\therefore$ △AEF$=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{41}\times 6=6\sqrt{41}(\text{cm}^2)$ 답 $6\sqrt{41}\text{ cm}^2$

14 해결 Guide **삼각형의 닮음비와 피타고라스 정리를 이용한다.**

△OAD∽△OBC(AA 닮음)이므로

$\overline{OD}:(\overline{OD}+9)=3:6=1:2$

$\overline{OD}+9=2\overline{OD}$ $\therefore \overline{OD}=9$

△OAD에서 $\overline{OA}=\sqrt{9^2-3^2}=6\sqrt{2}$이므로

$\overline{OB}=2\overline{OA}=12\sqrt{2}$

따라서 원뿔대의 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times 6^2\times 12\sqrt{2}-\frac{1}{3}\times\pi\times 3^2\times 6\sqrt{2}=126\sqrt{2}\pi$

답 $126\sqrt{2}\pi$

15 해결 Guide **원뿔의 전개도에서 부채꼴의 호의 길이는 밑면인 원의 둘레의 길이와 같다.**

$\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

$\angle OAB=\angle OBA=\frac{1}{2}\times(180°-90°)=45°$

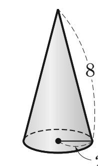
따라서 $\overline{OA}:\overline{AB}=1:\sqrt{2}$이므로

$\overline{OA}:8\sqrt{2}=1:\sqrt{2}$ $\therefore \overline{OA}=8$

밑면의 반지름의 길이를 r라 하면

$2\pi\times 8\times\frac{90}{360}=2\pi r$ $\therefore r=2$

따라서 주어진 전개도로 원뿔을 만들면 오른쪽 그림과 같으므로 원뿔의 높이는



$\sqrt{8^2-2^2}=2\sqrt{15}$

답 ③

16 해결 Guide **△OHC와 △AHC에서 피타고라스 정리를 이용한다.**

$\overline{OA}=\overline{OC}=17$이므로 $\overline{OH}=25-17=8$

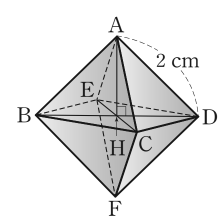
△OHC에서 $\overline{HC}=\sqrt{17^2-8^2}=15$

따라서 △AHC에서

$\overline{AC}=\sqrt{25^2+15^2}=5\sqrt{34}$ 답 ①

17 해결 Guide **정팔면체는 모든 모서리의 길이가 같은 정사각뿔 2개를 붙여 놓은 것이다.**

주어진 정팔면체는 한 모서리의 길이가 2 cm인 정사각뿔 2개를 붙여 놓은 것과 같다.



꼭짓점 A에서 □BCDE에 내린 수선의 발을 H라 하면 □BCDE는 한 변의 길이가 2 cm인 정사각형이므로

$\overline{BD}=\sqrt{2}\times 2=2\sqrt{2}(\text{cm})$

따라서 $\overline{BH}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{2}=\sqrt{2}(\text{cm})$이므로

$\overline{AH}=\sqrt{2^2-(\sqrt{2})^2}=\sqrt{2}(\text{cm})$

따라서 정팔면체의 부피는

$2\times\left(\frac{1}{3}\times 2^2\times\sqrt{2}\right)=\frac{8\sqrt{2}}{3}(\text{cm}^3)$ 답 $\frac{8\sqrt{2}}{3}\text{ cm}^3$

18 해결 Guide **한 모서리의 길이가 a인 정사면체의 높이**
➡ $\frac{\sqrt{6}}{3}a$

$\overline{OC}=a$ cm라 하면 $\frac{\sqrt{6}}{3}\times a=2$ $\therefore a=\sqrt{6}$

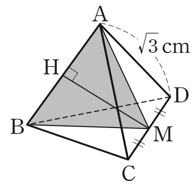
따라서 △OHC에서 $\overline{CH}=\sqrt{(\sqrt{6})^2-2^2}=\sqrt{2}(\text{cm})$

$\therefore$ △OHC$=\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times 2=\sqrt{2}(\text{cm}^2)$ 답 $\sqrt{2}\text{ cm}^2$

19 해결 Guide **보조선을 그어 직각삼각형을 만든다.**

$\overline{AM}=\overline{BM}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{3}=\frac{3}{2}$(cm)

점 M에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 △MAH에서



$\overline{AH}=\frac{\sqrt{3}}{2}$(cm)이므로

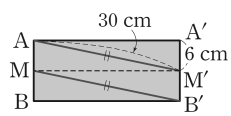
$\overline{MH}=\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{6}}{2}$(cm)

$\therefore \triangle ABM=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{6}}{2}=\frac{3\sqrt{2}}{4}$(cm²)

답 $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ cm²

20 해결 Guide **점 A에서 옆면을 따라 점 M에 이르는 최단 거리를 생각한다.**

오른쪽 전개도에서



$\overline{AM'}=\overline{MB'}=\frac{1}{2}\times60$

$=30$(cm)

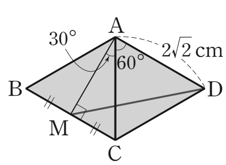
밑면인 원의 둘레의 길이는 $\overline{AA'}$의 길이와 같으므로

$\overline{AA'}=\sqrt{30^2-6^2}=12\sqrt{6}$(cm)

답 ②

21 해결 Guide **입체도형에서 선이 지나는 부분만 전개도를 그린다.**

오른쪽 전개도에서



$\angle MAC=30°$, $\angle CAD=60°$

△ABC에서

$\overline{AM}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times2\sqrt{2}=\sqrt{6}$(cm)

따라서 구하는 최단 거리는 $\overline{MD}$의 길이이므로 △AMD에서

$\overline{MD}=\sqrt{(\sqrt{6})^2+(2\sqrt{2})^2}=\sqrt{14}$(cm)

답 ③

22 해결 Guide **△AOD의 넓이를 정육면체의 한 모서리의 길이에 대한 식으로 나타낸다.**

정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm라 하면

$\overline{EO}=\frac{1}{2}\overline{EG}=\frac{1}{2}\times\sqrt{2}a=\frac{\sqrt{2}}{2}a$

이므로 $\overline{AO}=\sqrt{a^2+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)^2}=\frac{\sqrt{6}}{2}a$

△AOD에서 $\overline{OA}=\overline{OD}$이므로 $\overline{AI}=\overline{ID}=\frac{a}{2}$

$\therefore \overline{OI}=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{6}}{2}a\right)^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{5}}{2}a$

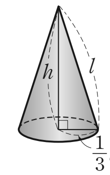
$\therefore \triangle AOD=\frac{1}{2}\times a\times\frac{\sqrt{5}}{2}a=\frac{\sqrt{5}}{4}a^2=8\sqrt{5}$

$\therefore a=4\sqrt{2}$

답 $4\sqrt{2}$ cm

23 해결 Guide **먼저 처음 원의 반지름의 길이 l을 구한다.**

원의 반지름의 길이가 l이고 원뿔 A의 밑면의 반지름의 길이가 r, 높이가 h이므로



$2\pi l\times\frac{120}{360}=2\pi r$

$\therefore r=\frac{1}{3}l$ ...... ㉠

이때 원뿔 A의 옆넓이가 6π이므로

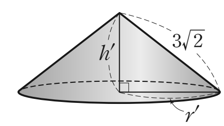
$\frac{1}{2}\times l\times2\pi r=6\pi$ $\quad\therefore rl=6$ ...... ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$\frac{1}{3}l^2=6$, $\quad l^2=18$

$\therefore l=3\sqrt{2}$ ($\because l>0$)

원뿔 B의 밑면의 반지름의 길이가 r', 높이가 h'이므로



$2\pi\times3\sqrt{2}\times\frac{240}{360}=2\pi r'$

$\therefore r'=2\sqrt{2}$

$\therefore h'=\sqrt{(3\sqrt{2})^2-(2\sqrt{2})^2}=\sqrt{10}$

따라서 원뿔 B의 부피는

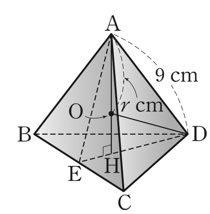
$\frac{1}{3}\times\pi\times(2\sqrt{2})^2\times\sqrt{10}=\frac{8\sqrt{10}}{3}\pi$

답 $\frac{8\sqrt{10}}{3}\pi$

24 해결 Guide **한 모서리의 길이가 a인 정사면체의 높이**

➡ $\frac{\sqrt{6}}{3}a$

오른쪽 그림과 같이 구의 중심 O는 정사면체의 꼭짓점 A에서 △BCD에 내린 수선 AH 위에 있다. 이때



$\overline{AH}=\frac{\sqrt{6}}{3}\times9$

$=3\sqrt{6}$(cm) ··· 40%

점 H는 △BCD의 무게중심이므로

$\overline{DH}=\frac{2}{3}\overline{DE}=\frac{2}{3}\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\times9\right)=3\sqrt{3}$(cm)

정사면체가 구에 내접하므로 $\overline{OA}=\overline{OD}=r$ cm라 하면

△OHD에서

$r^2=(3\sqrt{6}-r)^2+(3\sqrt{3})^2$, $\quad 6\sqrt{6}r=81$

$\therefore r=\frac{9\sqrt{6}}{4}$ ··· 60%

답 $\frac{9\sqrt{6}}{4}$ cm

채점 기준	배점
정사면체의 높이 구하기	40%
외접하는 구의 반지름의 길이 구하기	60%

1 삼각비

개념 Check

⊙ 본책 100쪽

25-1 답 (1) $\overline{\mathrm{BC}}$, 3 (2) $\overline{\mathrm{AC}}$, 5 (3) $\overline{\mathrm{BC}}$, 3
(4) $\overline{\mathrm{AC}}$, 5 (5) $\overline{\mathrm{BC}}$, 3 (6) $\overline{\mathrm{AB}}$, 4

유제

⊙ 본책 101~103쪽

060-1 $\overline{\mathrm{AC}}=\sqrt{6^2+4^2}=2\sqrt{13}$이므로

$$\sin A=\frac{\overline{\mathrm{BC}}}{\overline{\mathrm{AC}}}=\frac{4}{2\sqrt{13}}=\frac{2\sqrt{13}}{13}$$

$$\cos A=\frac{\overline{\mathrm{AB}}}{\overline{\mathrm{AC}}}=\frac{6}{2\sqrt{13}}=\frac{3\sqrt{13}}{13}$$

$$\therefore \sin A+\cos A=\frac{5\sqrt{13}}{13}$$

답 ④

REMARK 직각삼각형에서 두 변의 길이가 주어지면 피타고라스 정리를 이용하여 나머지 한 변의 길이를 구할 수 있다.

061-1 $\tan C=\frac{\overline{\mathrm{AB}}}{\overline{\mathrm{BC}}}=\frac{\overline{\mathrm{AB}}}{9}=\frac{4}{3}$이므로 $\overline{\mathrm{AB}}=12$

$\overline{\mathrm{AC}}=\sqrt{12^2+9^2}=15$이므로

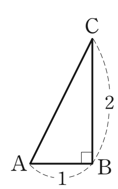
$$\sin C=\frac{\overline{\mathrm{AB}}}{\overline{\mathrm{AC}}}=\frac{12}{15}=\frac{4}{5}$$

답 $\frac{4}{5}$

062-1 $\tan A=2$이므로 오른쪽 그림과 같이

$\angle B=90°$, $\overline{\mathrm{AB}}=1$, $\overline{\mathrm{BC}}=2$

인 직각삼각형 ABC를 생각하면



$\overline{\mathrm{AC}}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$

따라서

$$\sin A=\frac{\overline{\mathrm{BC}}}{\overline{\mathrm{AC}}}=\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5},$$

$$\cos A=\frac{\overline{\mathrm{AB}}}{\overline{\mathrm{AC}}}=\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$$

이므로

$$\sin A-\cos A=\frac{2\sqrt{5}}{5}-\frac{\sqrt{5}}{5}=\frac{\sqrt{5}}{5}$$

답 ①

063-1 $x-y+7=0$에 $x=0$, $y=0$을 각각 대입하면

A$(-7, 0)$, B$(0, 7)$

따라서 △AOB에서 $\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{7^2+7^2}=7\sqrt{2}$이므로

$$\sin a=\frac{\overline{\mathrm{BO}}}{\overline{\mathrm{AB}}}=\frac{7}{7\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2},\ \cos a=\frac{\overline{\mathrm{AO}}}{\overline{\mathrm{AB}}}=\frac{7}{7\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore \sin a\times\cos a=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{1}{2}$$

답 $\frac{1}{2}$

064-1 △ABC와 △DBA에서

$\angle BAC=\angle BDA=90°$, $\angle B$는 공통

이므로 △ABC∽△DBA (AA 닮음)

$\therefore \angle C=\angle BAD=x$

△ABC에서 $\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{15^2-9^2}=12$이므로

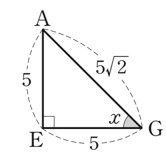
$$\sin x=\frac{\overline{\mathrm{AB}}}{\overline{\mathrm{BC}}}=\frac{12}{15}=\frac{4}{5},\ \cos x=\frac{\overline{\mathrm{AC}}}{\overline{\mathrm{BC}}}=\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$$

$$\therefore \sin x+\cos x=\frac{4}{5}+\frac{3}{5}=\frac{7}{5}$$

답 $\frac{7}{5}$

REMARK 닮은 직각삼각형에서 대응각에 대한 삼각비의 값은 일정하다.

065-1 △AEG에서 $\angle AEG=90°$이고



$\overline{\mathrm{EG}}=\sqrt{3^2+4^2}=5$,

$\overline{\mathrm{AG}}=\sqrt{3^2+4^2+5^2}=5\sqrt{2}$

이므로 $\sin x=\frac{\overline{\mathrm{AE}}}{\overline{\mathrm{AG}}}=\frac{5}{5\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

답 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

REMARK **직육면체의 대각선의 길이**

세 모서리의 길이가 각각 a, b, c인 직육면체의 대각선의 길이
➜ $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

개념 Check

⊙ 본책 104~106쪽

26-1 (1) $\sin 30°+\cos 60°=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$

(2) $\tan 60°\div\tan 30°=\sqrt{3}\div\frac{\sqrt{3}}{3}=3$

(3) $\cos 45°-\sin 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}=0$

(4) $\cos 30°\times\sin 60°+\tan 45°=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}+1=\frac{7}{4}$

답 (1) 1 (2) 3 (3) 0 (4) $\frac{7}{4}$

27-1 (1) $\sin 90°+\cos 90°=1+0=1$

(2) $\tan 0°-\cos 0°=0-1=-1$

(3) $\sin 0°\times\cos 50°+\tan 0°=0\times\cos 50°+0=0$

(4) $\sin 45°\times\tan 45°\div\cos 0°=\frac{\sqrt{2}}{2}\times 1\div 1=\frac{\sqrt{2}}{2}$

답 (1) 1 (2) -1 (3) 0 (4) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

28-1 답 (1) 0.8746 (2) 0.4384 (3) 1.9626

28-2 답 (1) 64° (2) 62° (3) 61°

유제

◉ 본책 107~112쪽

066-1 ① $\tan 45^\circ - \sin 30^\circ = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

② $\sin 60^\circ \times \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{4}$

③ $\sin^2 45^\circ + \cos^2 45^\circ = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1$

④ $\tan 30^\circ \times \cos 30^\circ \div \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \div \frac{1}{2} = 1$

⑤ $\sin 30^\circ - \tan 30^\circ(\cos 30^\circ + \tan 60^\circ)$

$= \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3}\right) = -1$

답 ④

067-1 $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$ 이므로 $3x + 30^\circ = 60^\circ$

$3x = 30^\circ \quad \therefore x = 10^\circ$

$\therefore \sin(x + 20^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$

답 $\frac{1}{2}$

068-1 $\triangle$ABC에서

$\tan 30^\circ = \frac{6}{\overline{BC}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad \therefore \overline{BC} = 6\sqrt{3}$

$\triangle$ADC에서

$\tan 45^\circ = \frac{6}{\overline{DC}} = 1 \quad \therefore \overline{DC} = 6$

$\therefore \overline{BD} = \overline{BC} - \overline{DC} = 6\sqrt{3} - 6$

답 $6\sqrt{3} - 6$

068-2 $\angle BAC = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$이므로

$\angle BAD = \angle DAC = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$

$\triangle$ABC에서

$\sin 30^\circ = \frac{\overline{AC}}{6} = \frac{1}{2} \quad \therefore \overline{AC} = 3(\text{cm})$

$\triangle$ADC에서

$\cos 30^\circ = \frac{3}{\overline{AD}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \therefore \overline{AD} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$

답 ②

069-1 $\triangle$ABC에서

$\sin 45^\circ = \frac{2}{\overline{AB}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \therefore \overline{AB} = 2\sqrt{2}$

$\tan 45^\circ = \frac{2}{\overline{BC}} = 1 \quad \therefore \overline{BC} = 2$

$\triangle$ADB에서

$\angle ADB = \angle DAB = \frac{1}{2} \times 45^\circ = 22.5^\circ$

$\therefore \tan 22.5^\circ = \frac{2}{2\sqrt{2} + 2} = \sqrt{2} - 1$

답 $\sqrt{2} - 1$

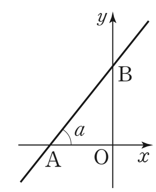
070-1 $x - y + 5 = 0$에서 $y = x + 5$이므로 직선의 기울기는 1이다. 직선이 x축과 이루는 예각의 크기를 a라 하면

$\tan a = 1 \quad \therefore a = 45^\circ$

답 ③

REMARK

직선 $y = mx + n\ (m > 0)$이 x축과 이루는 예각의 크기를 a라 할 때, 직선의 기울기 m은



$m = \frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}$

$= \frac{\overline{BO}}{\overline{AO}}$

$= \tan a$

071-1 ① $\sin a = \frac{\overline{CD}}{\overline{OC}} = \frac{\overline{CD}}{1} = \overline{CD}$

② $\cos a = \frac{\overline{OD}}{\overline{OC}} = \frac{\overline{OD}}{1} = \overline{OD}$

③ $\tan a = \frac{\overline{BE}}{\overline{OB}} = \frac{\overline{BE}}{1} = \overline{BE}$

답 ③

072-1 $\sin 0^\circ \times \cos 60^\circ + \sin 90^\circ \times \tan 45^\circ - \cos 0^\circ$

$= 0 \times \frac{1}{2} + 1 \times 1 - 1 = 0$

답 0

073-1 $\cos 60^\circ = \frac{1}{2},\ \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2},$

$\tan 60^\circ = \sqrt{3},\ \cos 0^\circ = 1$

이므로 크기가 작은 것부터 차례대로 나열하면

$\cos 60^\circ,\ \sin 45^\circ,\ \cos 0^\circ,\ \tan 60^\circ$

답 $\cos 60^\circ,\ \sin 45^\circ,\ \cos 0^\circ,\ \tan 60^\circ$

074-1 $45^\circ < x < 90^\circ$일 때, $\tan x > 1$이므로

$1 - \tan x < 0$

$\therefore \sqrt{(1 - \tan x)^2} - \sqrt{\tan^2 x}$

$= |1 - \tan x| - |\tan x|$

$= -(1 - \tan x) - \tan x$

$= -1 + \tan x - \tan x = -1$

답 -1

REMARK 삼각비의 값의 대소 관계

① $0^\circ \le x < 45^\circ$이면

$\sin x < \cos x,\ \tan x < 1$

② $x = 45^\circ$이면

$\sin x = \cos x,\ \tan x = 1$

③ $45^\circ < x \le 90^\circ$이면

$\sin x > \cos x,\ \tan x > 1$

075-1 $\sin 42^\circ=0.6691$이므로 $\quad x=42^\circ$

$\cos 40^\circ=0.7660$이므로 $\quad y=40^\circ$

$\tan 43^\circ=0.9325$이므로 $\quad z=43^\circ$

$\therefore x-y+z=42^\circ-40^\circ+43^\circ=45^\circ$ 답 45°

076-1 (1) $\sin 58^\circ=\dfrac{x}{5}=0.8480$이므로

$x=4.24$

(2) $\angle A=90^\circ-33^\circ=57^\circ$이므로

$\tan 57^\circ=\dfrac{x}{2}=1.5399$

$\therefore x=3.0798$ 답 (1) 4.24 (2) 3.0798

단원 마무리

◎ 본책 113~116쪽

01 ④	**02** $\frac{1}{4}$	**03** $\frac{1}{2}$	**04** $5\sqrt{2}$	**05** $2\sqrt{3}$
06 1.48	**07** ③	**08** 0.8564	**09** ④	**10** $\frac{17}{13}$
11 $\frac{4}{5}$	**12** ②	**13** $\frac{3}{4}$	**14** ③	**15** $16\sqrt{2}$
16 $6\sqrt{3}\text{cm}^2$		**17** ③	**18** $\frac{3\sqrt{3}}{8}$	**19** ②
20 $\frac{\sqrt{3}}{3}$	**21** 0.87	**22** $2\sqrt{2}$	**23** ④	**24** ②

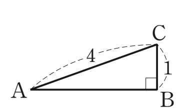
01 해결 Guide **먼저 $\overline{AC}$의 길이를 구한 후 삼각비를 이용한다.**

$\overline{AC}=\sqrt{3^2+(\sqrt{7})^2}=4$

④ $\sin C=\dfrac{3}{4}$ 답 ④

02 해결 Guide **주어진 삼각비의 값을 갖는 직각삼각형을 그려 본다.**

$\sin A=\dfrac{1}{4}$이므로 오른쪽 그림과 같이



$\angle B=90^\circ$, $\overline{AC}=4$, $\overline{BC}=1$

인 직각삼각형 ABC를 생각하면

$\overline{AB}=\sqrt{4^2-1^2}=\sqrt{15}$ …30%

따라서 $\cos A=\dfrac{\sqrt{15}}{4}$, $\tan A=\dfrac{1}{\sqrt{15}}$이므로 …60%

$\cos A\times\tan A=\dfrac{\sqrt{15}}{4}\times\dfrac{1}{\sqrt{15}}=\dfrac{1}{4}$ …10%

답 $\dfrac{1}{4}$

채점 기준	배점
삼각비에 맞는 △ABC의 세 변의 길이 구하기	30%
$\cos A$, $\tan A$의 값 구하기	60%
$\cos A\times\tan A$의 값 구하기	10%

03 해결 Guide **기울기가 양수인 직선이 x축과 이루는 예각의 크기가 a ➡ (직선의 기울기)$=\tan a$**

$2y-x-4=0$에서 $\quad y=\dfrac{1}{2}x+2$

$\therefore \tan a=(\text{직선의 기울기})=\dfrac{1}{2}$ 답 $\dfrac{1}{2}$

04 해결 Guide **닮은 직각삼각형에서 대응각에 대한 삼각비의 값은 일정하다.**

△ABC와 △CBD에서

$\angle ACB=\angle CDB=90^\circ$, $\angle B$는 공통

이므로 $\quad$ △ABC∽△CBD (AA 닮음)

$\therefore \angle A=\angle BCD=x$

$\tan x=\dfrac{\overline{BC}}{5}=\sqrt{2}$이므로 $\quad \overline{BC}=5\sqrt{2}$ 답 $5\sqrt{2}$

05 해결 Guide **특수한 각의 삼각비의 값을 이용하여 변의 길이를 구한다.**

△ABD에서

$\sin 45^\circ=\dfrac{\overline{AD}}{3\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad\therefore \overline{AD}=3$ …50%

△ADC에서

$\sin 60^\circ=\dfrac{3}{\overline{AC}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad\therefore \overline{AC}=2\sqrt{3}$ …50%

답 $2\sqrt{3}$

채점 기준	배점
$\overline{AD}$의 길이 구하기	50%
$\overline{AC}$의 길이 구하기	50%

06 해결 Guide **분모가 되는 변의 길이가 1인 직각삼각형을 찾는다.**

$\sin x=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\overline{AB}=0.64$

$\tan x=\dfrac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\overline{CD}=0.84$

$\therefore \sin x+\tan x=0.64+0.84=1.48$ 답 1.48

07 해결 Guide $\sin 0^\circ=\cos 90^\circ=\tan 0^\circ=0$,

$\sin 90^\circ=\cos 0^\circ=1$

① $\sin^2 0° + \cos^2 0° = 0 + 1 = 1$

② $\sin 90° \times \cos 90° = 1 \times 0 = 0$

③ $(1 - \tan 0°)(1 + \tan 45°) = (1 - 0)(1 + 1) = 2$

④ $\sin 90° + \cos 0° + \tan 45° = 1 + 1 + 1 = 3$

⑤ $\sin 60° \times \tan 60° - \cos 0° = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3} - 1 = \dfrac{1}{2}$ 답 ③

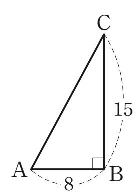
08 해결 Guide **삼각비의 값 ➡ 삼각비의 표의 가로줄과 세로줄이 만나는 곳의 수**

$\sin 22° = 0.3746$, $\cos 25° = 0.9063$, $\tan 23° = 0.4245$이므로

$\sin 22° + \cos 25° - \tan 23°$
$= 0.3746 + 0.9063 - 0.4245$
$= 0.8564$ 답 0.8564

09 해결 Guide **주어진 삼각비의 값을 갖는 직각삼각형을 그려 본다.**

$8 \tan A - 15 = 0$에서 $\tan A = \dfrac{15}{8}$이므로



오른쪽 그림과 같이

$\angle B = 90°$, $\overline{AB} = 8$, $\overline{BC} = 15$

인 직각삼각형 ABC를 생각하면

$\overline{AC} = \sqrt{8^2 + 15^2} = 17$

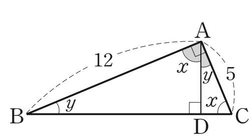
따라서 $\sin A = \dfrac{15}{17}$, $\cos A = \dfrac{8}{17}$이므로

$\sin A + \cos A = \dfrac{15}{17} + \dfrac{8}{17} = \dfrac{23}{17}$ 답 ④

10 해결 Guide **닮은 직각삼각형에서 대응각에 대한 삼각비의 값은 일정하다.**

$\triangle ABD \backsim \triangle CAD$ (AA 닮음)

이므로 $\angle B = y$, $\angle C = x$



$\triangle ABC$에서

$\overline{BC} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$

이므로 $\sin x = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \dfrac{12}{13}$, $\sin y = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \dfrac{5}{13}$

$\therefore \sin x + \sin y = \dfrac{12}{13} + \dfrac{5}{13} = \dfrac{17}{13}$ 답 $\dfrac{17}{13}$

11 해결 Guide **$\overline{BD}$를 빗변으로 하고 $\triangle HAD$와 닮은 직각삼각형을 찾는다.**

$\triangle ABD$와 $\triangle HAD$에서

$\angle BAD = \angle AHD = 90°$, $\angle D$는 공통

이므로 $\triangle ABD \backsim \triangle HAD$ (AA 닮음)

$\therefore \angle DBA = \angle DAH = x$ …30%

$\triangle ABD$에서 $\overline{BD} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ …20%

이므로 $\tan x = \dfrac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \dfrac{4}{3}$, $\cos x = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{BD}} = \dfrac{3}{5}$ …40%

$\therefore \tan x \times \cos x = \dfrac{4}{3} \times \dfrac{3}{5} = \dfrac{4}{5}$ …10%

답 $\dfrac{4}{5}$

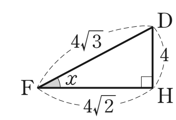
채점 기준	배점
$\angle DBA = x$임을 보이기	30%
$\overline{BD}$의 길이 구하기	20%
$\tan x$, $\cos x$의 값 구하기	40%
$\tan x \times \cos x$의 값 구하기	10%

12 해결 Guide **$\triangle DFH$는 $\angle DHF = 90°$인 직각삼각형이다.**

$\triangle DFH$에서 $\angle DHF = 90°$이고

$\overline{FH} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$, $\overline{DF} = \sqrt{4^2 + 4^2 + 4^2} = 4\sqrt{3}$

이므로



$\sin x = \dfrac{4}{4\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$\cos x = \dfrac{4\sqrt{2}}{4\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$

$\therefore \sin x \times \cos x = \dfrac{\sqrt{3}}{3} \times \dfrac{\sqrt{6}}{3} = \dfrac{\sqrt{2}}{3}$ 답 ②

13 해결 Guide **$\triangle ABC$에서 $\angle A : \angle B : \angle C = a : b : c$**
➡ $\angle A = 180° \times \dfrac{a}{a+b+c}$

$\angle A = 180° \times \dfrac{1}{1+2+3} = 30°$이므로

$\sin A \times \cos A \div \tan A$
$= \sin 30° \times \cos 30° \div \tan 30°$
$= \dfrac{1}{2} \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} \div \dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{3}{4}$ 답 $\dfrac{3}{4}$

14 해결 Guide **특수한 각의 삼각비의 값을 이용하여 각의 크기를 구한다.**

$\sin 60° = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$이므로

$x + 15° = 60°$ $\therefore x = 45°$

$\therefore \tan x \times \cos(x - 15°) = \tan 45° \times \cos 30°$
$= 1 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 답 ③

15 해결 Guide **$30°$와 $45°$의 삼각비의 값을 이용하여 x, y의 값을 구한다.**

△ACD에서

$\tan 30° = \frac{y}{4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ $\therefore y = 4$

또 $\cos 30° = \frac{4\sqrt{3}}{\overline{AC}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $\overline{AC} = 8$

△ABC에서

$\sin 45° = \frac{x}{8} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\therefore x = 4\sqrt{2}$

$\therefore xy = 4\sqrt{2} \times 4 = 16\sqrt{2}$ 답 $16\sqrt{2}$

16 해결 Guide △ABD에서 $\overline{AD}$의 길이를 구한 후 △ADC에서 $\overline{AC}$, $\overline{DC}$의 길이를 구한다.

△ABD에서 $\angle BAD = 60° - 30° = 30°$

$\therefore \overline{AD} = \overline{BD} = 4(\text{cm})$ …20%

△ADC에서

$\sin 60° = \frac{\overline{AC}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $\overline{AC} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$ …30%

$\cos 60° = \frac{\overline{DC}}{4} = \frac{1}{2}$이므로 $\overline{DC} = 2(\text{cm})$ …30%

$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times (4+2) \times 2\sqrt{3} = 6\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ …20%

답 $6\sqrt{3}\text{cm}^2$

채점 기준	배점
$\overline{AD}$의 길이 구하기	20%
$\overline{AC}$의 길이 구하기	30%
$\overline{DC}$의 길이 구하기	30%
△ABC의 넓이 구하기	20%

17 해결 Guide x절편과 $\tan 30°$의 값을 이용하여 직선의 방정식을 구한다.

$a = \tan 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$

한편 직선 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + b$가 점 $(-3, 0)$을 지나므로

$0 = \frac{\sqrt{3}}{3} \times (-3) + b$ $\therefore b = \sqrt{3}$

$\therefore ab = \frac{\sqrt{3}}{3} \times \sqrt{3} = 1$ 답 ③

18 해결 Guide 특수한 각의 삼각비의 값을 이용하여 $\overline{CD}$, $\overline{BE}$, $\overline{BD}$의 길이를 구한다.

$\overline{OB} = \overline{OC} = \overline{OA} = 1$이므로

$\sin 60° = \frac{\overline{CD}}{\overline{OC}} = \overline{CD} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\tan 60° = \frac{\overline{BE}}{\overline{OB}} = \overline{BE} = \sqrt{3}$

또 $\cos 60° = \frac{\overline{OD}}{\overline{OC}} = \overline{OD} = \frac{1}{2}$이므로

$\overline{DB} = \overline{OB} - \overline{OD} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이) $= \frac{1}{2} \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3}\right) \times \frac{1}{2}$

$= \frac{3\sqrt{3}}{8}$ 답 $\frac{3\sqrt{3}}{8}$

19 해결 Guide $45° < x < 90°$일 때 ➡ $\cos x < \sin x < \tan x$

$45° < a < 90°$일 때, $\cos a < \sin a$이므로

$\cos 80° < \sin 80°$

또 $45° < a < 90°$일 때, $\tan a > 1$이므로

$\tan 80° > 1 = \sin 90° > \sin 80°$

$\therefore \cos 80° < \sin 80° < \tan 80°$ 답 ②

다른 풀이 $\cos 80° < \cos 45° = \sin 45° < \sin 80°$이므로

$\cos 80° < \sin 80°$

$\tan 80° > \tan 45° = \sin 90° > \sin 80°$이므로

$\sin 80° < \tan 80°$

$\therefore \cos 80° < \sin 80° < \tan 80°$

20 해결 Guide $0° < x < 45°$일 때 ➡ $0 < \sin x < \cos x$

$0° < x < 45°$일 때, $0 < \sin x < \cos x$이므로

$\cos x + \sin x > 0$, $\cos x - \sin x > 0$

$\therefore \sqrt{(\cos x + \sin x)^2} - \sqrt{(\cos x - \sin x)^2}$

$= (\cos x + \sin x) - (\cos x - \sin x)$

$= \cos x + \sin x - \cos x + \sin x = 2\sin x$ …40%

따라서 $2\sin x = 1$, 즉 $\sin x = \frac{1}{2}$이므로 $x = 30°$ …30%

$\therefore \tan 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$ …30%

답 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

채점 기준	배점
좌변을 간단히 하기	40%
x의 크기 구하기	30%
$\tan x$의 값 구하기	30%

21 해결 Guide $\overline{OB}$의 길이를 구한 후 삼각비의 표를 이용하여 $\angle AOB$의 크기를 구한다.

$\overline{BC} = 0.25$이므로 $\overline{OB} = 1 - 0.25 = 0.75$

$\angle AOB = x$라 하면

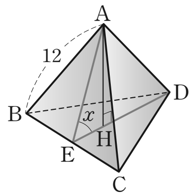
$\cos x = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \overline{OB} = 0.75$ $\therefore x = 41°$

$\tan 41° = \frac{\overline{CD}}{\overline{OC}} = \overline{CD}$에서 $\overline{CD} = 0.87$ 답 0.87

22 (해결 Guide) **정사면체의 꼭짓점 A에서 △BCD에 내린 수선의 발을 H라 하면 점 H는 △BCD의 무게중심이다.**

두 정삼각형 ABC, BCD에서

$\overline{AE}=\overline{DE}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times12=6\sqrt{3}$



꼭짓점 A에서 $\overline{DE}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{EH}=\dfrac{1}{3}\overline{DE}=\dfrac{1}{3}\times6\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

△AEH에서 $\overline{AH}=\sqrt{(6\sqrt{3})^2-(2\sqrt{3})^2}=4\sqrt{6}$이므로

$\tan x=\dfrac{\overline{AH}}{\overline{EH}}=\dfrac{4\sqrt{6}}{2\sqrt{3}}=2\sqrt{2}$ 　　답 $2\sqrt{2}$

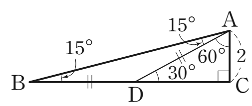
REMARK 도형의 높이

① 한 변의 길이가 a인 정삼각형의 높이 ➡ $\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$

② 한 모서리의 길이가 a인 정사면체의 높이 ➡ $\dfrac{\sqrt{6}}{3}a$

23 (해결 Guide) $30°$**의 삼각비의 값을 이용하여 먼저 $\overline{AD}$, $\overline{DC}$의 길이를 구한다.**

△ADC에서



$\sin30°=\dfrac{2}{\overline{AD}}=\dfrac{1}{2}$

$\therefore \overline{AD}=4$

$\tan30°=\dfrac{2}{\overline{DC}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore \overline{DC}=2\sqrt{3}$

$\overline{BD}=\overline{AD}=4$이고 $\angle ADC=30°$이므로

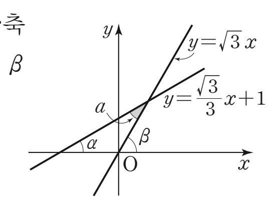
$\angle BAD=\angle ABD=\dfrac{1}{2}\times30°=15°$

△ABC에서 $\angle BAC=75°$이므로

$\tan75°=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\dfrac{4+2\sqrt{3}}{2}=2+\sqrt{3}$ 　　답 ④

24 (해결 Guide) **기울기가 양수인 직선 $y=mx+n$이 x축과 이루는 예각의 크기를 α라 할 때 ➡ $m=\tan\alpha$**

오른쪽 그림과 같이 두 직선이 x축과 이루는 예각의 크기를 각각 α, β라 하면



$\tan\alpha=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$, $\tan\beta=\sqrt{3}$

이므로

$\alpha=30°$, $\beta=60°$

따라서 $a=\beta-\alpha=30°$이므로

$\sin a=\sin30°=\dfrac{1}{2}$ 　　답 ②

2 삼각비의 활용

개념 Check 　　⊙ 본책 120~122쪽

29-1 답 (1) 10, 8.2 　　(2) 10, 5.7

30-1 (1) △ABH에서

$\overline{AH}=4\sin60°=4\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$

$\overline{BH}=4\cos60°=4\times\dfrac{1}{2}=2$

$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=6-2=4$이므로

△AHC에서 　$\overline{AC}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+4^2}=2\sqrt{7}$

(2) △CBH에서 　$\overline{CH}=8\sin30°=8\times\dfrac{1}{2}=4$

△CAH에서 $\angle A=180°-(30°+105°)=45°$이므로

$\overline{AC}=\dfrac{4}{\sin45°}=4\times\sqrt{2}=4\sqrt{2}$

답 (1) $2\sqrt{7}$ 　(2) $4\sqrt{2}$

31-1 (1) △ABH에서 $\angle BAH=90°-30°=60°$이므로

$\overline{BH}=h\tan60°=\sqrt{3}h$

(2) △ACH에서 $\angle CAH=90°-45°=45°$이므로

$\overline{CH}=h\tan45°=h$

(3) $\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로 　$6=\sqrt{3}h-h$

$(\sqrt{3}-1)h=6$ 　　$\therefore h=\dfrac{6}{\sqrt{3}-1}=3(\sqrt{3}+1)$

답 (1) $\sqrt{3}h$ 　(2) h 　(3) $3(\sqrt{3}+1)$

유제 　　⊙ 본책 123~127쪽

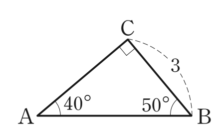
077-1 　$\tan40°=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\dfrac{3}{\overline{AC}}$이므로

$\overline{AC}=\dfrac{3}{\tan40°}$ 　　답 ⑤

REMARK $\angle B=90°-40°=50°$이므로

$\tan50°=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\dfrac{\overline{AC}}{3}$

$\therefore \overline{AC}=3\tan50°$

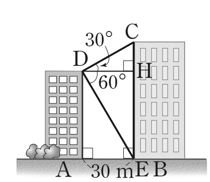


078-1 　점 D에서 $\overline{CE}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{DH}=30\,\text{m}$이므로

△CDH에서

$\overline{CH}=30\tan30°$

$=30\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=10\sqrt{3}(\text{m})$



$\triangle$HDE에서

$\overline{EH}=30\tan 60^\circ=30\times\sqrt{3}=30\sqrt{3}(m)$

따라서 B건물의 높이는

$\overline{CE}=\overline{CH}+\overline{EH}=10\sqrt{3}+30\sqrt{3}=40\sqrt{3}(m)$

답 $40\sqrt{3}$m

079-1 $\triangle$AHC에서

$x=4\sqrt{2}\sin 45^\circ=4\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=4$

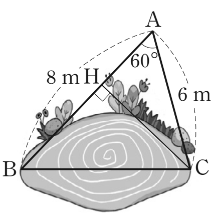
$\overline{CH}=\overline{AH}=4$이고

$\overline{BH}=\overline{BC}-\overline{CH}=7-4=3$이므로

$\triangle$ABH에서 $y=\sqrt{3^2+4^2}=5$

답 $x=4$, $y=5$

079-2 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle$CAH에서

$\overline{CH}=6\sin 60^\circ$

$=6\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}\,(m)$

$\overline{AH}=6\cos 60^\circ=6\times\dfrac{1}{2}=3\,(m)$

$\overline{BH}=\overline{AB}-\overline{AH}=8-3=5(m)$이므로

$\triangle$CBH에서

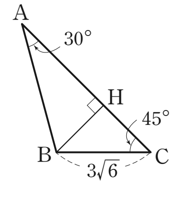
$\overline{BC}=\sqrt{5^2+(3\sqrt{3})^2}=2\sqrt{13}(m)$

답 ④

080-1 $\triangle$ABC에서

$\angle A=180^\circ-(105^\circ+45^\circ)=30^\circ$

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle$BCH에서

$\overline{CH}=\overline{BH}=3\sqrt{6}\sin 45^\circ$

$=3\sqrt{6}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{3}$

$\triangle$BAH에서

$\overline{AH}=\dfrac{3\sqrt{3}}{\tan 30^\circ}=3\sqrt{3}\times\sqrt{3}=9$

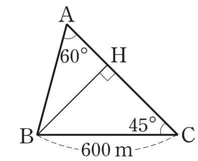
$\therefore\ \overline{AC}=\overline{AH}+\overline{CH}=9+3\sqrt{3}$

답 $9+3\sqrt{3}$

080-2 $\triangle$ABC에서

$\angle A=180^\circ-(75^\circ+45^\circ)=60^\circ$

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle$BCH에서

$\overline{BH}=600\sin 45^\circ$

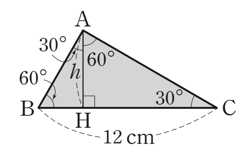
$=600\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=300\sqrt{2}\,(m)$

따라서 $\triangle$BAH에서

$\overline{AB}=\dfrac{300\sqrt{2}}{\sin 60^\circ}=300\sqrt{2}\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=200\sqrt{6}\,(m)$

답 $200\sqrt{6}$m

081-1 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발 H에 대하여 $\overline{AH}=h$라 하면



$\triangle$ABH에서 $\angle$BAH$=30^\circ$이므로

$\overline{BH}=h\tan 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h$

$\triangle$AHC에서 $\angle$CAH$=60^\circ$이므로

$\overline{CH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h$

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로

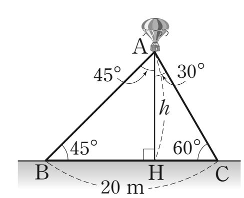
$12=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h+\sqrt{3}h,\quad \dfrac{4\sqrt{3}}{3}h=12$

$\therefore\ h=12\times\dfrac{3}{4\sqrt{3}}=3\sqrt{3}\,(cm)$

$\therefore\ \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 12\times 3\sqrt{3}=18\sqrt{3}(cm^2)$

답 ②

081-2 $\overline{AH}=h$라 하자.



$\triangle$ABH에서 $\angle$BAH$=45^\circ$이므로

$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h$

$\triangle$AHC에서 $\angle$CAH$=30^\circ$이므로

$\overline{CH}=h\tan 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h$

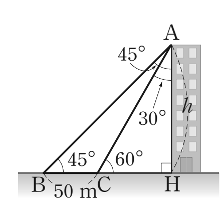
$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로

$20=h+\dfrac{\sqrt{3}}{3}h,\quad \dfrac{3+\sqrt{3}}{3}h=20$

$\therefore\ h=\dfrac{60}{3+\sqrt{3}}=10(3-\sqrt{3})\,(m)$

답 $10(3-\sqrt{3})$m

082-1 $\triangle$ABH에서 $\angle$BAH$=45^\circ$이므로 $\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h$



$\triangle$ACH에서 $\angle$CAH$=30^\circ$이므로

$\overline{CH}=h\tan 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h$

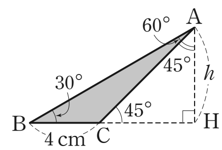
$\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로

$$50=h-\frac{\sqrt{3}}{3}h,\quad \frac{3-\sqrt{3}}{3}h=50$$

$$\therefore h=\frac{150}{3-\sqrt{3}}=25(3+\sqrt{3})(\text{m})$$

답 ②

082-2 $\overline{AH}=h$라 하자.



△ABH에서 ∠BAH=60°이므로

$\overline{BH}=h\tan 60°=\sqrt{3}h$

△ACH에서 ∠CAH=45°이므로

$\overline{CH}=h\tan 45°=h$

$\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로 $\quad 4=\sqrt{3}h-h$

$$(\sqrt{3}-1)h=4 \qquad \therefore h=\frac{4}{\sqrt{3}-1}=2(\sqrt{3}+1)(\text{cm})$$

$$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\times2(\sqrt{3}+1)=4(\sqrt{3}+1)(\text{cm}^2)$$

답 $4(\sqrt{3}+1)\text{cm}^2$

개념 Check

⊙ 본책 128~129쪽

32-1 (1) $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times5\times4\times\sin 60°$

$$=\frac{1}{2}\times5\times4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=5\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

(2) $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times7\times12\times\sin(180°-135°)$

$$=\frac{1}{2}\times7\times12\times\frac{\sqrt{2}}{2}=21\sqrt{2}(\text{cm}^2)$$

답 (1) $5\sqrt{3}\text{cm}^2$ (2) $21\sqrt{2}\text{cm}^2$

33-1 (1) ∠A=360°−(60°+120°+60°)=120°이므로

□ABCD는 평행사변형이다.

$$\therefore \square ABCD=4\times5\times\sin 60°$$

$$=4\times5\times\frac{\sqrt{3}}{2}=10\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

(2) $\square ABCD=\frac{1}{2}\times9\times8\times\sin 45°$

$$=\frac{1}{2}\times9\times8\times\frac{\sqrt{2}}{2}=18\sqrt{2}(\text{cm}^2)$$

답 (1) $10\sqrt{3}\text{cm}^2$ (2) $18\sqrt{2}\text{cm}^2$

유제

⊙ 본책 130~132쪽

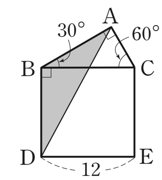
083-1 ∠A=180°−2×75°=30°

$$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times10\times10\times\sin 30°$$

$$=\frac{1}{2}\times10\times10\times\frac{1}{2}=25(\text{cm}^2)$$

답 25 cm²

084-1 △ABC에서



∠ABC=90°−60°=30°이므로

∠ABD=30°+90°=120°

$\overline{AB}=12\sin 60°=12\times\frac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}$이므로

$$\triangle ABD=\frac{1}{2}\times6\sqrt{3}\times12\times\sin(180°-120°)$$

$$=\frac{1}{2}\times6\sqrt{3}\times12\times\frac{\sqrt{3}}{2}=54$$

답 54

085-1 △ABD에서 $\overline{BD}=\frac{7\sqrt{3}}{\cos 30°}=7\sqrt{3}\times\frac{2}{\sqrt{3}}=14$이므로

□ABCD=△ABD+△DBC

$$=\frac{1}{2}\times7\sqrt{3}\times14\times\sin 30°+\frac{1}{2}\times16\times6\times\sin 60°$$

$$=\frac{1}{2}\times7\sqrt{3}\times14\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times16\times6\times\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$=\frac{97\sqrt{3}}{2}$$

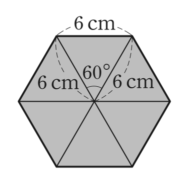
답 $\frac{97\sqrt{3}}{2}$

REMARK △ABD는 직각삼각형이므로 그 넓이를 다음과 같이 구해도 된다.

$\overline{AD}=7\sqrt{3}\tan 30°=7\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=7$이므로

$$\triangle ABD=\frac{1}{2}\times7\sqrt{3}\times7=\frac{49\sqrt{3}}{2}$$

086-1 오른쪽 그림과 같이 정육각형은 6개의 합동인 정삼각형으로 나누어진다. 따라서 정육각형의 넓이는



$$6\times\left(\frac{1}{2}\times6\times6\times\sin 60°\right)$$

$$=6\times\left(\frac{1}{2}\times6\times6\times\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=54\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

답 ⑤

087-1 $\triangle AED=\frac{1}{2}\square ABCD$

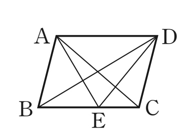
$$=\frac{1}{2}\times7\times10\times\sin 60°$$

$$=\frac{1}{2}\times7\times10\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{35\sqrt{3}}{2}$$

답 $\frac{35\sqrt{3}}{2}$

REMARK 평행사변형에서 삼각형의 넓이

오른쪽 그림의 □ABCD가 평행사변형일 때



$$\triangle ABD=\triangle AED=\triangle ACD$$

$$=\frac{1}{2}\square ABCD$$

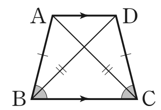
088-1 $\square ABCD=\frac{1}{2}\times4\times4\times\sin(180°-120°)$

$=\frac{1}{2}\times4\times4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$ 답 $4\sqrt{3}$

REMARK 등변사다리꼴의 성질

① 평행하지 않은 한 쌍의 대변의 길이가 같다. ➡ $\overline{AB}=\overline{DC}$

② 두 대각선의 길이가 같다.
➡ $\overline{AC}=\overline{BD}$



단원 마무리

◉ 본책 133~136쪽

01 ①, ⑤ **02** 18 m **03** ③ **04** $3(3-\sqrt{3})$
05 ② **06** ② **07** ③ **08** ③ **09** ①
10 $9\sqrt{6}$ cm^3 **11** ① **12** $2\sqrt{39}$ cm
13 $36(\sqrt{3}-1)$ **14** ⑤ **15** ③
16 $\frac{40\sqrt{3}}{9}$ cm **17** ⑤ **18** $21\sqrt{3}$
19 $(36\pi-27\sqrt{3})$cm^2 **20** $50+30\sqrt{2}$
21 16 cm **22** 99 **23** ② **24** $8\sqrt{2}$

01 **해결 Guide** 삼각비를 이용하여 변의 길이를 식으로 나타낸다.

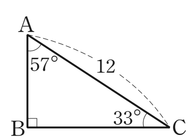
오른쪽 그림에서 $\sin 33°=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$이므로

$\overline{AB}=\overline{AC}\sin 33°=12\sin 33°$

또 $\angle A=90°-33°=57°$이고

$\cos 57°=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$이므로

$\overline{AB}=\overline{AC}\cos 57°=12\cos 57°$



답 ①, ⑤

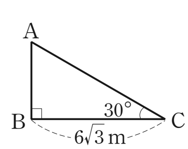
02 **해결 Guide** 삼각비를 이용하여 두 부분으로 나누어진 나무의 길이를 각각 구한다.

오른쪽 그림에서

$\overline{AB}=6\sqrt{3}\tan 30°$

$=6\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=6$(m)

$\overline{AC}=\frac{6\sqrt{3}}{\cos 30°}=6\sqrt{3}\times\frac{2}{\sqrt{3}}=12$(m)



따라서 부러지기 전의 나무의 높이는

$\overline{AB}+\overline{AC}=6+12=18$(m)

답 18 m

03 **해결 Guide** 수선을 그어 특수한 직각삼각형을 만든 후 삼각비를 이용하여 변의 길이를 구한다.

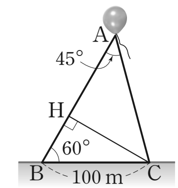
$\triangle ABC$에서 $\angle A=180°-(60°+75°)=45°$

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle BCH$에서

$\overline{CH}=100\sin 60°=100\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=50\sqrt{3}$(m)



따라서 $\triangle AHC$에서

$\overline{AC}=\frac{50\sqrt{3}}{\sin 45°}=50\sqrt{3}\times\sqrt{2}=50\sqrt{6}$(m)

답 ③

04 **해결 Guide** 두 직각삼각형에서 탄젠트의 값을 이용하여 $\overline{BH}$, $\overline{CH}$의 길이를 $\overline{AH}$에 대한 식으로 나타낸다.

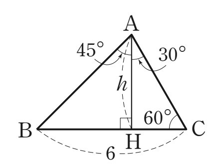
$\overline{AH}=h$라 하자.

$\triangle ABH$에서

$\overline{BH}=h\tan 45°=h$

$\triangle AHC$에서 $\angle CAH=30°$이므로

$\overline{CH}=h\tan 30°=\frac{\sqrt{3}}{3}h$



$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로 $6=h+\frac{\sqrt{3}}{3}h$ ···70%

$\frac{3+\sqrt{3}}{3}h=6$

$\therefore h=\frac{18}{3+\sqrt{3}}=3(3-\sqrt{3})$ ···30%

답 $3(3-\sqrt{3})$

채점 기준	배점
$\overline{AH}$에 대한 식 세우기	70%
$\overline{AH}$의 길이 구하기	30%

05 **해결 Guide** $\angle B$가 둔각일 때
➡ $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{BC}\times\sin(180°-B)$

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\times9\times\sin(180°-120°)$

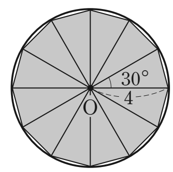
$=\frac{1}{2}\times6\times9\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=\frac{27\sqrt{3}}{2}$(cm^2)

답 ②

06 **해결 Guide** 보조선을 그어 여러 개의 이등변삼각형으로 나눈 후 삼각형의 넓이의 합을 구한다.

오른쪽 그림과 같이 정십이각형은 12개의 합동인 이등변삼각형으로 나누어지므로 구하는 넓이는



$$12\times\left(\frac{1}{2}\times4\times4\times\sin30^\circ\right)$$
$$=12\times\left(\frac{1}{2}\times4\times4\times\frac{1}{2}\right)=48$$

답 ②

07 해결 Guide 평행사변형 ABCD에서 $\angle B$가 둔각일 때
➡ $\square ABCD=\overline{AB}\times\overline{BC}\times\sin(180^\circ-B)$

$$\square ABCD=2\sqrt{5}\times6\times\sin(180^\circ-135^\circ)$$
$$=2\sqrt{5}\times6\times\frac{\sqrt{2}}{2}=6\sqrt{10}$$

답 ③

08 해결 Guide $\square ABCD=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BD}\times\sin90^\circ$

$$\square ABCD=\frac{1}{2}\times6\times11\times\sin90^\circ=33$$

답 ③

REMARK 두 대각선이 직교하는 사각형의 넓이
두 대각선이 직교하고 그 길이가 각각 a, b인 $\square ABCD$의 넓이 S ➡ $S=\frac{1}{2}ab\sin90^\circ=\frac{1}{2}ab$

09 해결 Guide 먼저 $\sin C$의 값을 이용하여 $\overline{AB}$의 길이를 구한다.

$\triangle ABC$에서
$$\overline{AB}=25\sin C=25\times\frac{4}{5}=20$$
$$\therefore \overline{AC}=\sqrt{25^2-20^2}=15$$

답 ①

10 해결 Guide (삼각뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times$(밑넓이)$\times$(높이)

$\triangle OBC$에서
$$\overline{OC}=\frac{3\sqrt{2}}{\tan45^\circ}=3\sqrt{2}\,(\mathrm{cm})$$ …30%

$\triangle ABO$에서
$$\overline{OA}=3\sqrt{2}\tan60^\circ=3\sqrt{2}\times\sqrt{3}=3\sqrt{6}\,(\mathrm{cm})$$ …30%

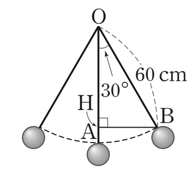
$$\therefore (\text{삼각뿔의 부피})=\frac{1}{3}\times\left\{\frac{1}{2}\times(3\sqrt{2})^2\right\}\times3\sqrt{6}$$
$$=9\sqrt{6}\,(\mathrm{cm}^3)$$ …40%

답 $9\sqrt{6}\,\mathrm{cm}^3$

채점 기준	배점
$\overline{OC}$의 길이 구하기	30%
$\overline{OA}$의 길이 구하기	30%
삼각뿔의 부피 구하기	40%

11 해결 Guide 보조선을 그어 직각삼각형을 만든 후 삼각비를 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{OA}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

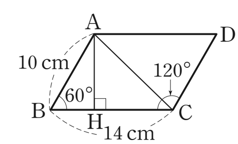


$\triangle OHB$에서
$$\overline{OH}=60\cos30^\circ=60\times\frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$=30\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$$
$$\therefore \overline{HA}=\overline{OA}-\overline{OH}$$
$$=60-30\sqrt{3}=30(2-\sqrt{3})\,(\mathrm{cm})$$

답 ①

12 해결 Guide $\overline{AC}$를 빗변으로 하는 직각삼각형을 만든 후 삼각비를 이용한다.

$\angle B=180^\circ-120^\circ=60^\circ$
오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

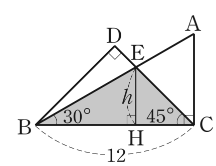


$\triangle ABH$에서
$$\overline{AH}=10\sin60^\circ=10\times\frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$=5\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$$
$$\overline{BH}=10\cos60^\circ=10\times\frac{1}{2}=5\,(\mathrm{cm})$$
이때 $\overline{CH}=14-5=9\,(\mathrm{cm})$이므로 $\triangle AHC$에서
$$\overline{AC}=\sqrt{(5\sqrt{3})^2+9^2}=2\sqrt{39}\,(\mathrm{cm})$$

답 $2\sqrt{39}\,\mathrm{cm}$

13 해결 Guide 삼각비를 이용하여 겹쳐진 부분의 높이를 구한다.

오른쪽 그림과 같이 점 E에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발 H에 대하여 $\overline{EH}=h$라 하면



$\triangle EBH$에서 $\angle BEH=60^\circ$이므로
$$\overline{BH}=h\tan60^\circ=\sqrt{3}h$$
$\triangle EHC$에서 $\angle CEH=45^\circ$이므로
$$\overline{CH}=h\tan45^\circ=h$$
$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로
$$12=\sqrt{3}h+h,\qquad (\sqrt{3}+1)h=12$$
$$\therefore h=\frac{12}{\sqrt{3}+1}=6(\sqrt{3}-1)$$
따라서 겹쳐진 부분의 넓이는
$$\frac{1}{2}\times12\times6(\sqrt{3}-1)=36(\sqrt{3}-1)$$

답 $36(\sqrt{3}-1)$

14 해결 Guide $\overline{BH}$, $\overline{CH}$를 x에 대한 식으로 나타낸 후 $\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$임을 이용한다.

$\overline{BH}=\dfrac{x}{\tan 35°}$ (m), $\overline{CH}=\dfrac{x}{\tan 65°}$ (m)

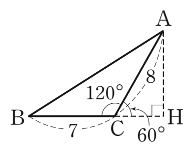
$\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로

$$\frac{x}{\tan 35°}-\frac{x}{\tan 65°}=40$$

답 ⑤

15 해결 Guide **점 A에서 대변의 연장선에 수선을 그어 직각삼각형을 만든 후 삼각비를 이용한다.**

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\angle ACH=180°-120°=60°$

△ACH에서

$\overline{AH}=8\sin 60°=8\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$

$\overline{CH}=8\cos 60°=8\times\dfrac{1}{2}=4$

$\overline{BH}=\overline{BC}+\overline{CH}=7+4=11$이므로

△ABH에서

$\overline{AB}=\sqrt{11^2+(4\sqrt{3})^2}=13$

답 ③

16 해결 Guide **△ABC=△ABD+△ADC임을 이용한다.**

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 8\times 10\times\sin 60°$

$=\dfrac{1}{2}\times 8\times 10\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=20\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$ …30%

$\triangle ABD=\dfrac{1}{2}\times 8\times\overline{AD}\times\sin 30°$

$=\dfrac{1}{2}\times 8\times\overline{AD}\times\dfrac{1}{2}=2\overline{AD}\,(\text{cm}^2)$ …20%

$\triangle ADC=\dfrac{1}{2}\times\overline{AD}\times 10\times\sin 30°$

$=\dfrac{1}{2}\times\overline{AD}\times 10\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{5}{2}\overline{AD}\,(\text{cm}^2)$ …20%

이때 △ABC=△ABD+△ADC이므로

$20\sqrt{3}=2\overline{AD}+\dfrac{5}{2}\overline{AD}=\dfrac{9}{2}\overline{AD}$

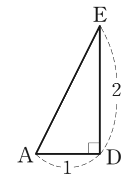
$\therefore\ \overline{AD}=\dfrac{40\sqrt{3}}{9}$ (cm) …30%

답 $\dfrac{40\sqrt{3}}{9}$ cm

채점 기준	배점
△ABC의 넓이 구하기	30%
△ABD의 넓이를 $\overline{AD}$에 대한 식으로 나타내기	20%
△ADC의 넓이를 $\overline{AD}$에 대한 식으로 나타내기	20%
$\overline{AD}$의 길이 구하기	30%

17 해결 Guide **$\tan A$의 값을 이용하여 $\sin A$의 값을 구한다.**

$\tan A=2$이므로 오른쪽 그림과 같은 △ADE에서



$\overline{AE}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$

$\therefore\ \sin A=\dfrac{2}{\sqrt{5}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

$\therefore\ \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 5\times 8\times\dfrac{2\sqrt{5}}{5}=8\sqrt{5}$

답 ⑤

18 해결 Guide **점 I가 △ABC의 내심임을 이용하여 ∠BIC의 크기를 구한다.**

점 I는 △ABC의 내심이므로

$\angle BIC=90°+\dfrac{1}{2}\angle A=120°$

$\therefore\ \triangle IBC=\dfrac{1}{2}\times 12\times 7\times\sin(180°-120°)$

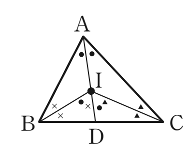
$=\dfrac{1}{2}\times 12\times 7\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=21\sqrt{3}$

답 $21\sqrt{3}$

REMARK 삼각형의 내심의 활용

점 I가 △ABC의 내심일 때



$\angle BIC=\angle BID+\angle CID$

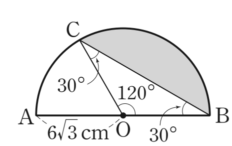
$=(\bullet+\times)+(\bullet+\blacktriangle)$

$=(\bullet+\times+\blacktriangle)+\bullet$

$=90°+\dfrac{1}{2}\angle A$

19 해결 Guide **(색칠한 부분의 넓이)**
=(부채꼴 BOC의 넓이)−(삼각형 BOC의 넓이)

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면



△BOC에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$이므로

$\angle OCB=\angle OBC=30°$

$\therefore\ \angle BOC=180°-2\times 30°$

$=120°$

∴ (색칠한 부분의 넓이)

=(부채꼴 BOC의 넓이)−(삼각형 BOC의 넓이)

$=\pi\times(6\sqrt{3})^2\times\dfrac{120}{360}-\dfrac{1}{2}\times 6\sqrt{3}\times 6\sqrt{3}\times\sin(180°-120°)$

$=36\pi-\dfrac{1}{2}\times 6\sqrt{3}\times 6\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=36\pi-27\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

답 $(36\pi-27\sqrt{3})\,\text{cm}^2$

20 해결 Guide $\square$ABCD$=\triangle$ABD$+\triangle$DBC임을 이용한다.

$\overline{\text{BD}}=\dfrac{10}{\sin 45°}=10\sqrt{2}$이므로

$$\begin{aligned}\square\text{ABCD}&=\triangle\text{ABD}+\triangle\text{DBC}\\&=\frac{1}{2}\times10\times10\sqrt{2}\times\sin 45°\\&\quad+\frac{1}{2}\times10\sqrt{2}\times12\times\sin 30°\\&=\frac{1}{2}\times10\times10\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2}\times10\sqrt{2}\times12\times\frac{1}{2}\\&=50+30\sqrt{2}\end{aligned}$$

답 $50+30\sqrt{2}$

REMARK $\triangle$ABD는 직각이등변삼각형이므로 그 넓이를 다음과 같이 구해도 된다.

$$\triangle\text{ABD}=\frac{1}{2}\times10\times10=50$$

21 해결 Guide 마름모 ➡ 네 변의 길이가 모두 같은 평행사변형이다.

마름모 ABCD의 한 변의 길이를 $x$cm라 하면

$\square\text{ABCD}=x\times x\times\sin 45°=\dfrac{\sqrt{2}}{2}x^2\,(\text{cm}^2)$ …40%

즉 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}x^2=8\sqrt{2}$이므로 $x^2=16$

$\therefore x=4\ (\because x>0)$ …40%

따라서 마름모 ABCD의 둘레의 길이는

$4\times4=16(\text{cm})$ …20%

답 16 cm

채점 기준	배점
□ABCD의 넓이에 대한 식 세우기	40%
한 변의 길이 구하기	40%
둘레의 길이 구하기	20%

22 해결 Guide $\triangle\text{ABC}=\dfrac{1}{2}\times\overline{\text{AB}}\times\overline{\text{BC}}\times\sin B$

$\triangle\text{ABC}=\dfrac{1}{2}\times\overline{\text{AB}}\times\overline{\text{BC}}\times\sin B=100$

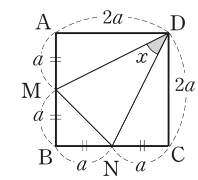
이때 $\overline{\text{AB}}$는 10 % 줄이고 $\overline{\text{BC}}$는 10 % 늘였으므로

$\overline{\text{A'B}}=0.9\,\overline{\text{AB}},\ \overline{\text{BC'}}=1.1\,\overline{\text{BC}}$

$$\begin{aligned}\therefore\ \triangle\text{A'BC'}&=\frac{1}{2}\times\overline{\text{A'B}}\times\overline{\text{BC'}}\times\sin B\\&=\frac{1}{2}\times0.9\,\overline{\text{AB}}\times1.1\,\overline{\text{BC}}\times\sin B\\&=0.9\times1.1\times\frac{1}{2}\times\overline{\text{AB}}\times\overline{\text{BC}}\times\sin B\\&=0.9\times1.1\times100=99\end{aligned}$$

답 99

23 해결 Guide 주어진 정사각형의 한 변의 길이를 $2a$로 놓고 정사각형의 넓이를 삼각형의 넓이의 합으로 나타낸다.



오른쪽 그림과 같이 $\overline{\text{MN}}$을 긋고 $\overline{\text{AD}}=2a$라 하면

$\overline{\text{DM}}=\overline{\text{DN}}=\sqrt{(2a)^2+a^2}=\sqrt{5}a$

$$\begin{aligned}\therefore\ \square\text{ABCD}&=\triangle\text{AMD}+\triangle\text{DMN}+\triangle\text{MBN}\\&\quad+\triangle\text{DNC}\\&=\frac{1}{2}\times2a\times a+\frac{1}{2}\times\sqrt{5}a\times\sqrt{5}a\times\sin x+\frac{1}{2}\times a\times a\\&\quad+\frac{1}{2}\times2a\times a\end{aligned}$$

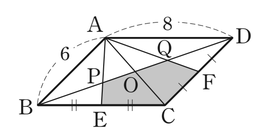
따라서 $4a^2=\dfrac{5}{2}a^2+\dfrac{5}{2}a^2\sin x$이므로

$\dfrac{5}{2}\sin x=\dfrac{3}{2}\qquad\therefore\ \sin x=\dfrac{3}{5}$

답 ②

24 해결 Guide 두 점 P, Q가 각각 $\triangle$ABC, $\triangle$ACD의 무게중심임을 이용한다.

$$\begin{aligned}\square\text{ABCD}&=6\times8\times\sin 45°\\&=6\times8\times\frac{\sqrt{2}}{2}=24\sqrt{2}\end{aligned}$$



오른쪽 그림과 같이 $\overline{\text{AC}}$를 긋고 $\overline{\text{AC}}$와 $\overline{\text{BD}}$의 교점을 O라 하면 $\overline{\text{AO}}=\overline{\text{CO}},\ \overline{\text{BE}}=\overline{\text{CE}},\ \overline{\text{CF}}=\overline{\text{DF}}$이므로 두 점 P, Q는 각각 $\triangle$ABC, $\triangle$ACD의 무게중심이다.

따라서 오각형 PECFQ의 넓이는

$$\begin{aligned}\square\text{PECO}+\square\text{OCFQ}&=\frac{1}{3}\triangle\text{ABC}+\frac{1}{3}\triangle\text{ACD}\\&=\frac{1}{3}\square\text{ABCD}\\&=\frac{1}{3}\times24\sqrt{2}=8\sqrt{2}\end{aligned}$$

답 $8\sqrt{2}$

1 원과 직선

개념 Check

⊙ 본책 140~141쪽

34-1 (1) $\overline{AM}=\overline{BM}$이므로 $x=2\times7=14$

(2) $\overline{AM}=\overline{BM}$이므로 $\overline{AM}=\frac{1}{2}\times12=6$

$\therefore x=\sqrt{6^2+4^2}=2\sqrt{13}$

(3) $\overline{AM}=\sqrt{7^2-2^2}=3\sqrt{5}$이므로

$x=2\overline{AM}=6\sqrt{5}$

(4) $\overline{BM}=\overline{AM}=8$이므로

$x=\sqrt{10^2-8^2}=6$

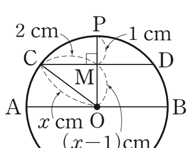
답 (1) 14 (2) $2\sqrt{13}$ (3) $6\sqrt{5}$ (4) 6

35-1 답 (1) 10 (2) 5 (3) 10 (4) 4

유제

⊙ 본책 142~144쪽

089-1 $\overline{CD}\perp\overline{PO}$이므로



$\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{CD}=2(\text{cm})$

$\overline{OC}=x\,\text{cm}$라 하면

$\overline{OM}=(x-1)\text{cm}$이므로 △OMC에서

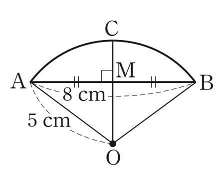
$x^2=(x-1)^2+2^2$

$x^2=x^2-2x+1+4$

$2x=5 \quad \therefore x=\frac{5}{2}$

$\therefore \overline{AB}=2\times\frac{5}{2}=5(\text{cm})$ 답 5 cm

090-1 $\overline{CM}$은 현 AB의 수직이등분선이므로 원의 중심을 O라 하면 $\overline{CM}$의 연장선은 점 O를 지난다.



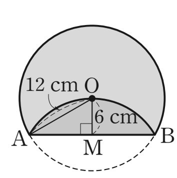
이때 $\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=4(\text{cm})$이므로

△AOM에서

$\overline{MO}=\sqrt{5^2-4^2}=3(\text{cm})$

$\therefore \overline{CM}=5-3=2(\text{cm})$ 답 2 cm

091-1 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면



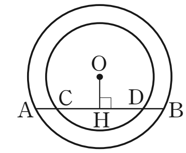
$\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OA}=6(\text{cm})$

△OAM에서

$\overline{AM}=\sqrt{12^2-6^2}=6\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=12\sqrt{3}(\text{cm})$ 답 $12\sqrt{3}$ cm

092-1 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{HB}=\frac{1}{2}\overline{AB}=15$

한편 $\overline{AB}:\overline{CD}=3:2$이므로

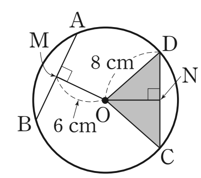
$30:\overline{CD}=3:2 \quad \therefore \overline{CD}=20$

따라서 $\overline{HD}=\frac{1}{2}\overline{CD}=10$이므로

$\overline{DB}=\overline{HB}-\overline{HD}=15-10=5$

답 5

093-1 원의 중심 O에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 N이라 하자.



$\overline{AB}=\overline{CD}$이므로

$\overline{ON}=\overline{OM}=6(\text{cm})$

△OND에서

$\overline{DN}=\sqrt{8^2-6^2}=2\sqrt{7}(\text{cm})$

따라서 $\overline{CD}=2\overline{DN}=4\sqrt{7}(\text{cm})$이므로

$\triangle OCD=\frac{1}{2}\times4\sqrt{7}\times6=12\sqrt{7}(\text{cm}^2)$

답 $12\sqrt{7}\text{ cm}^2$

094-1 $\overline{OL}=\overline{OM}=\overline{ON}$이므로

$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$

즉 △ABC는 정삼각형이므로

$\angle BAC=60°$

답 60°

개념 Check

⊙ 본책 145~148쪽

36-1 (1) $\angle PAO=\angle PBO=90°$이므로 □APBO에서

$\angle P=360°-(90°+90°+130°)=50°$

$\therefore x=50$

(2) $\angle OAP=90°$이므로 $x=\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}$

(3) $\overline{PB}=\overline{PA}$이므로 $x=7$

(4) $\overline{PA}=\overline{PB}=6$이고 $\angle OAP=90°$이므로

$x=\sqrt{6^2+4^2}=2\sqrt{13}$

답 (1) 50 (2) $4\sqrt{2}$ (3) 7 (4) $2\sqrt{13}$

37-1 (1) $\overline{AD}=\overline{AF}=4$이므로 $\overline{BE}=\overline{BD}=9-4=5$

$\overline{CE}=\overline{CF}=8$이므로 $x=5+8=13$

(2) $\overline{BE}=\overline{BD}=4$이므로 $\overline{CF}=\overline{CE}=7-4=3$

$\therefore x=\overline{AF}=5-3=2$

답 (1) 13 (2) 2

37-2 (1) $\overline{BE}=\overline{BD}=11-x$

(2) $\overline{AF}=\overline{AD}=x$이므로 $\overline{CE}=\overline{CF}=10-x$

(3) $\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}$이므로 $(11-x)+(10-x)=11$

$2x=10$ $\therefore x=5$

답 (1) $11-x$ (2) $10-x$ (3) 5

38-1 (1) $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$x+3=2+5$ $\therefore x=4$

(2) $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$10+12=7+x$ $\therefore x=15$

(3) $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

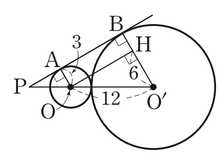
$4+(2+x)=3+7$ $\therefore x=4$

(4) $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$(x+5)+(2+4)=5+9$ $\therefore x=3$

답 (1) 4 (2) 15 (3) 4 (4) 3

39-1 점 O에서 $\overline{BO'}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{HO'}=\overline{BO'}-\overline{BH}=9-3=6$,

$\overline{OO'}=3+9=12$

$\triangle OO'H$에서

$\overline{OH}=\sqrt{12^2-6^2}=6\sqrt{3}$

이때 $\triangle POA \backsim \triangle OO'H$(AA 닮음)이고 닮음비가

$3:6=1:2$

이므로 $\overline{PA}:6\sqrt{3}=1:2$ $\therefore \overline{PA}=3\sqrt{3}$

$\therefore \overline{PB}=\overline{PA}+\overline{AB}=9\sqrt{3}$

답 $9\sqrt{3}$

유제

⊙ 본책 149~154쪽

095-1 $\overline{OB}=\overline{OA}=5(\text{cm})$이므로

$\overline{PO}=8+5=13(\text{cm})$

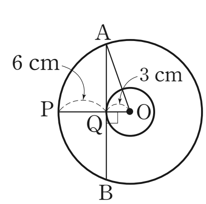
$\angle OAP=90^\circ$이므로 $\triangle OPA$에서

$\overline{PA}=\sqrt{13^2-5^2}=12(\text{cm})$

$\therefore \triangle OPA=\frac{1}{2}\times 12\times 5=30(\text{cm}^2)$

답 30 cm^2

096-1 오른쪽 그림에서



$\angle AQO=90^\circ$이므로

$\triangle AQO$에서

$\overline{AQ}=\sqrt{9^2-3^2}=6\sqrt{2}(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AQ}=12\sqrt{2}(\text{cm})$

답 $12\sqrt{2}\text{ cm}$

097-1 (1) $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $\triangle PBA$는 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle PAB=\angle PBA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-30^\circ)=75^\circ$

$\therefore x=75$

(2) $\overline{PB}=\overline{PA}=4$, $\overline{OP}=x+2$이고 $\angle OBP=90^\circ$이므로

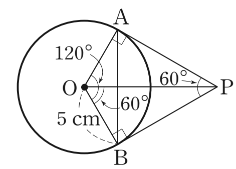
$\triangle OBP$에서

$(x+2)^2=x^2+4^2$, $4x=12$

$\therefore x=3$

답 (1) 75 (2) 3

098-1 오른쪽 그림에서



$\triangle AOP\equiv\triangle BOP$ (RHS 합동)

이므로

$\angle AOP=\angle BOP=60^\circ$

$\triangle BOP$에서

$\overline{PB}=\overline{OB}\tan 60^\circ=5\tan 60^\circ$

$=5\sqrt{3}(\text{cm})$

또 $\overline{PA}=\overline{PB}$이고 $\angle APB=60^\circ$이므로 $\triangle ABP$는 정삼각형이다.

$\therefore \overline{AB}=\overline{PB}=5\sqrt{3}(\text{cm})$

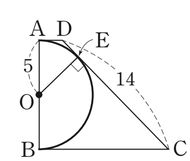
답 $5\sqrt{3}\text{ cm}$

099-1 $\overline{BD}=x$라 하면 $\overline{BF}=x$, $\overline{CE}=\overline{CF}=4-x$

$\overline{AD}=\overline{AE}$이므로 $6+x=5+(4-x)$ $\therefore x=\frac{3}{2}$

답 $\frac{3}{2}$

100-1 오른쪽 그림과 같이 점 O에서 $\overline{DC}$에 내린 수선의 발을 E라 하면



$\overline{AD}=\overline{DE}$, $\overline{BC}=\overline{CE}$이므로

$\square ABCD$의 둘레의 길이는

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{AD}$

$=\overline{AB}+(\overline{BC}+\overline{AD})+\overline{CD}$

$=\overline{AB}+(\overline{CE}+\overline{DE})+\overline{CD}$

$=\overline{AB}+\overline{CD}+\overline{CD}$

$=10+14+14$

$=38$

답 38

101-1 $\overline{AF}=\overline{AD}=8(\text{cm})$이므로

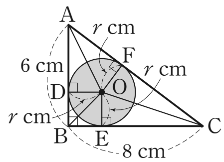
$\overline{CE}=\overline{CF}=10-8=2(\text{cm})$

$\overline{BD}=x\text{ cm}$라 하면 $\overline{BE}=x\text{ cm}$이고 $\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}$이므로

$x+2=14$ $\therefore x=12$

답 12 cm

102-1 $\overline{AC}=\sqrt{6^2+8^2}=10(cm)$ 이고



$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times8\times6=24(cm^2)$

원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\triangle ABC=\triangle OAB+\triangle OBC+\triangle OCA$

이므로

$\frac{1}{2}\times6\times r+\frac{1}{2}\times8\times r+\frac{1}{2}\times10\times r=24$

$12r=24 \qquad \therefore r=2$

따라서 원 O의 넓이는 $\quad \pi\times2^2=4\pi(cm^2)$ 답 4π cm^2

다른 풀이 $\overline{AC}=\sqrt{6^2+8^2}=10(cm)$

□DBEO는 정사각형이므로 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{BD}=\overline{BE}=r$ cm,

$\overline{AF}=\overline{AD}=6-r$ (cm),

$\overline{CF}=\overline{CE}=8-r$ (cm)

$\overline{AC}=\overline{AF}+\overline{CF}$이므로

$10=(6-r)+(8-r) \qquad \therefore r=2$

따라서 원 O의 넓이는 $\quad \pi\times2^2=4\pi(cm^2)$

103-1 □ABCD가 원 O에 외접하므로

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}=\frac{1}{2}\times24=12(cm)$

$\overline{AD}=5$ cm이므로 $\quad \overline{BC}=12-5=7(cm)$

$\overline{AB}=6$ cm이므로 $\quad \overline{CD}=12-6=6(cm)$

답 $\overline{BC}=7$ cm, $\overline{CD}=6$ cm

104-1 $\overline{CD}=2\times4=8(cm)$이고 □ABCD가 원 O에 외접하므로 $\quad \overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$

$10+8=\overline{AD}+12$

$\therefore \overline{AD}=6(cm)$

$\therefore \overline{AD}+\overline{CD}=6+8=14(cm)$

답 14 cm

105-1 $\overline{DE}=x$라 하면 □ABED가 원 O에 외접하므로

$\overline{AB}+\overline{DE}=\overline{AD}+\overline{BE}$

$6+x=10+\overline{BE}$

$\therefore \overline{BE}=x-4$

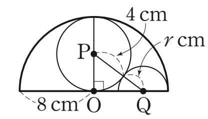
$\overline{CE}=10-(x-4)=14-x$이므로 △DEC에서

$x^2=(14-x)^2+6^2$

$28x=232 \qquad \therefore x=\frac{58}{7}$

답 $\frac{58}{7}$

106-1 반원 Q의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\overline{PQ}=(4+r)$cm,

$\overline{OQ}=(8-r)$cm

직각삼각형 POQ에서 $\quad (4+r)^2=4^2+(8-r)^2$

$24r=64 \qquad \therefore r=\frac{8}{3}$ 답 $\frac{8}{3}$ cm

단원 마무리

⊙ 본책 155~158쪽

01 ④	**02** 26π cm	**03** ④	**04** 14 cm
05 ③	**06** ①, ③ **07** 11	**08** 4 cm	**09** ②
10 ④	**11** 34 cm **12** ④	**13** 54 cm	**14** ⑤
15 ②	**16** $(8\pi+12\sqrt{3})$m	**17** ③	**18** 12
19 4π	**20** ③ **21** 2 cm	**22** ①	**23** 5 cm
24 $(6\sqrt{2}+6)$cm			

01 해결 Guide **원의 중심에서 현에 내린 수선 ➡ 현을 이등분한다.**

$\overline{OC}=\overline{CD}=\frac{1}{2}\overline{OD}=5(cm)$

△AOC에서

$\overline{AC}=\sqrt{10^2-5^2}=5\sqrt{3}(cm)$

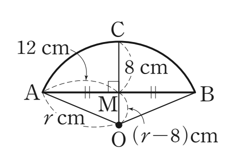
이때 $\overline{AB}\perp\overline{OC}$이므로

$\overline{AB}=2\overline{AC}=10\sqrt{3}(cm)$

답 ④

02 해결 Guide **현의 수직이등분선 ➡ 원의 중심을 지난다.**

원의 중심을 O, 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\overline{OM}=(r-8)$cm

△OAM에서

$r^2=12^2+(r-8)^2$ ···30%

$16r=208 \qquad \therefore r=13$ ···30%

따라서 원의 둘레의 길이는

$2\pi\times13=26\pi(cm)$ ···40%

답 26π cm

채점 기준	배점
원의 반지름의 길이에 대한 식 세우기	30%
원의 반지름의 길이 구하기	30%
원의 둘레의 길이 구하기	40%

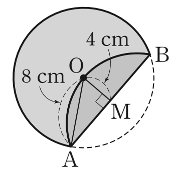
03 해결 Guide 원주 위의 한 점이 원의 중심에 겹치도록 접었을 때 원의 중심에서 현에 이르는 거리 ➡ $\frac{1}{2}\times$(반지름의 길이)

$\overline{OA}=2\overline{OM}=8\,(cm)$이므로

△OAM에서

$\overline{AM}=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}\,(cm)$

$\therefore\ \overline{AB}=2\overline{AM}=8\sqrt{3}\,(cm)$



답 ④

04 해결 Guide 원의 중심으로부터 같은 거리에 있는 두 현 ➡ 길이가 같다.

원의 중심으로부터 같은 거리에 있는 두 현의 길이는 같으므로

$\overline{CD}=\overline{AB}=2\overline{AM}=14(cm)$

답 14 cm

05 해결 Guide $\overline{OM}=\overline{ON}$ ➡ $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 △ABC는 이등변삼각형이다.

□AMON에서

$\angle MAN=360°-(90°+100°+90°)=80°$

$\overline{OM}=\overline{ON}$이므로

$\overline{AB}=\overline{AC}$

따라서 △ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180°-80°)=50°$

답 ③

06 해결 Guide 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

② $\overline{BP}=\overline{AP}=10$

④ $\angle OAP=\angle OBP=90°$이므로 □OBPA에서

$\angle AOB+\angle P=360°-(90°+90°)=180°$

⑤ △AOP와 △BOP에서

$\overline{OP}$는 공통, $\angle OAP=\angle OBP=90°$,

$\overline{OA}=\overline{OB}$ (반지름)

$\therefore$ △AOP≡△BOP (RHS 합동)

답 ①, ③

07 해결 Guide $\overline{AF}=\overline{AE}$, $\overline{BD}=\overline{BE}$, $\overline{CD}=\overline{CF}$임을 이용한다.

$\overline{AF}=\overline{AE}=20$이므로 …30%

$\overline{CD}=\overline{CF}=20-17=3$ …20%

또 $\overline{BD}=\overline{BE}=20-12=8$이므로 …20%

$\overline{BC}=\overline{BD}+\overline{CD}=8+3=11$ …30%

답 11

채점 기준	배점
$\overline{AF}$의 길이 구하기	30%
$\overline{CD}$의 길이 구하기	20%
$\overline{BD}$의 길이 구하기	20%
$\overline{BC}$의 길이 구하기	30%

08 해결 Guide 접선의 성질을 이용하여 길이가 같은 선분을 찾는다.

$\overline{CF}=x$ cm라 하면

$\overline{CE}=\overline{CF}=x(cm)$, $\overline{AD}=\overline{AF}=4(cm)$,

$\overline{BD}=\overline{BE}=3(cm)$

이므로 △ABC의 둘레의 길이는

$4+4+3+3+x+x=22$

$2x=8 \qquad \therefore\ x=4$

답 4 cm

09 해결 Guide 원에 외접하는 사각형 ➡ 대변의 길이의 합이 같다.

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$\overline{AD}+\overline{BC}=11+7=18(cm)$

$\therefore\ \overline{AD}=18\times\frac{4}{9}=8(cm)$

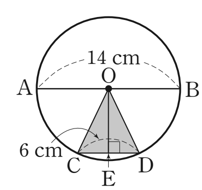
답 ②

10 해결 Guide 원의 중심에서 현에 내린 수선 ➡ 현을 이등분한다.

오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 E라 하면

$\overline{OC}=\frac{1}{2}\overline{AB}=7(cm)$,

$\overline{CE}=\frac{1}{2}\overline{CD}=3(cm)$



△OCE에서

$\overline{OE}=\sqrt{7^2-3^2}=2\sqrt{10}(cm)$

$\therefore$ △OCD$=\frac{1}{2}\times6\times2\sqrt{10}=6\sqrt{10}(cm^2)$

답 ④

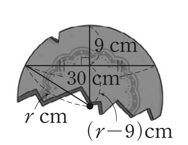
11 해결 Guide 현의 수직이등분선 ➡ 원의 중심을 지난다.

토기의 반지름의 길이를 r cm라 하면

오른쪽 그림에서

$r^2=(r-9)^2+15^2$

$18r=306 \qquad \therefore\ r=17$



따라서 원래 토기의 지름의 길이는 34 cm이다.

답 34 cm

12 해결 Guide 길이가 같은 두 현
➡ 중심으로부터 같은 거리에 있다.

① $\overline{AB}=2\overline{AM}=2\overline{DN}=\overline{CD}$

② $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 $\overline{OM}=\overline{ON}$

③ $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 $\angle AOB=\angle COD$ $\therefore \widehat{AB}=\widehat{CD}$

⑤ $\triangle AOB=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{OM}$

$=\frac{1}{2}\times\overline{CD}\times\overline{ON}=\triangle COD$

답 ④

13 해결 Guide 원의 중심으로부터 같은 거리에 있는 두 현
➡ 길이가 같다.

$\overline{ON}=\overline{OM}$이므로 $\overline{AC}=\overline{BC}$ ··· 40%

$\therefore \angle ABC=\angle BAC=\frac{1}{2}\times(180°-60°)=60°$

즉 $\triangle ABC$는 정삼각형이다. ··· 30%

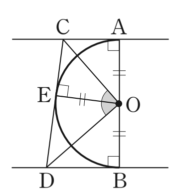
$\overline{AC}=2\overline{AN}=18(\text{cm})$이므로 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는

$18\times3=54(\text{cm})$ ··· 30%

답 54 cm

채점 기준	배점
$\overline{AC}=\overline{BC}$임을 알기	40%
$\triangle ABC$는 정삼각형임을 알기	30%
$\triangle ABC$의 둘레의 길이 구하기	30%

14 해결 Guide 보조선을 그어 합동인 삼각형을 찾는다.



오른쪽 그림에서

$\triangle AOC\equiv\triangle EOC$ (RHS 합동),

$\triangle EOD\equiv\triangle BOD$ (RHS 합동)

이므로 $\angle AOC=\angle EOC$,

$\angle EOD=\angle BOD$

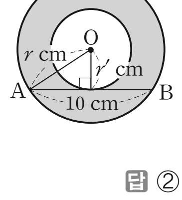
$\therefore \angle COD=\angle COE+\angle EOD$

$=\frac{1}{2}\angle AOE+\frac{1}{2}\angle EOB$

$=\frac{1}{2}\angle AOB=90°$

답 ⑤

15 해결 Guide 원의 접선은 그 접점을 지나는 반지름과 수직이다.



큰 원의 반지름의 길이를 r cm, 작은 원의 반지름의 길이를 r'cm라 하면

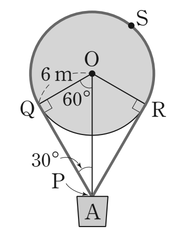
$r^2=r'^2+5^2$ $\therefore r^2-r'^2=25$

이때 색칠한 부분의 넓이는 큰 원의 넓이에서 작은 원의 넓이를 뺀 것과 같으므로

$\pi r^2-\pi r'^2=\pi(r^2-r'^2)=25\pi(\text{cm}^2)$

답 ②

16 해결 Guide (줄의 전체 길이)
=(부채꼴의 호의 길이)+(두 접선의 길이)



오른쪽 그림에서

$\triangle PQO\equiv\triangle PRO$ (RHS 합동)

이므로

$\angle QPO=30°$, $\angle POQ=60°$

$\triangle POQ$에서

$\overline{PQ}=\overline{OQ}\tan 60°=6\tan 60°$

$=6\sqrt{3}(\text{m})$

$\therefore \overline{PR}=\overline{PQ}=6\sqrt{3}(\text{m})$

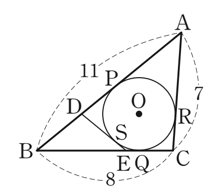
또 $\widehat{QSR}$에 대한 중심각의 크기가 $360°-120°=240°$이므로 줄의 전체 길이는

$\widehat{QSR}+\overline{PQ}+\overline{PR}=\left(2\pi\times6\times\frac{240}{360}\right)+6\sqrt{3}+6\sqrt{3}$

$=8\pi+12\sqrt{3}(\text{m})$

답 $(8\pi+12\sqrt{3})$ m

17 해결 Guide 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.



오른쪽 그림에서

$\overline{BP}=\overline{BQ}=x$라 하면

$\overline{AR}=\overline{AP}=11-x$,

$\overline{CR}=\overline{CQ}=8-x$

이므로 $(11-x)+(8-x)=7$

$2x=12$ $\therefore x=6$

$\therefore$ ($\triangle DBE$의 둘레의 길이)

$=\overline{BE}+\overline{ED}+\overline{DB}$

$=\overline{BE}+(\overline{ES}+\overline{SD})+\overline{DB}$

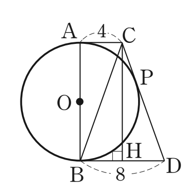
$=\overline{BE}+(\overline{EQ}+\overline{PD})+\overline{DB}$

$=\overline{BQ}+\overline{BP}$

$=12$

답 ③

18 해결 Guide 보조선을 그어 접선의 성질을 이용한다.



$\overline{CP}=\overline{CA}=4$, $\overline{DP}=\overline{DB}=8$이므로

$\overline{CD}=\overline{CP}+\overline{DP}=4+8=12$

점 C에서 $\overline{BD}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{DH}=8-4=4$이므로 $\triangle CHD$에서

$\overline{CH}=\sqrt{12^2-4^2}=8\sqrt{2}$

따라서 $\triangle CBH$에서

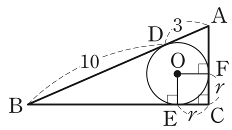
$\overline{BC}=\sqrt{(8\sqrt{2})^2+4^2}=12$

답 12

다른 풀이 $\overline{BD}\perp\overline{CH}$, $\overline{BH}=\overline{DH}=4$에서 $\triangle CBD$는 이등변삼각형이므로 $\overline{BC}=\overline{CD}=12$

19 해결 Guide **원의 접선의 성질과 피타고라스 정리를 이용한다.**

원 O의 반지름의 길이를 r라 하면



□OECF가 정사각형이므로

$\overline{CE}=\overline{CF}=r$

또 $\overline{BE}=10$, $\overline{AF}=3$이므로

$\overline{BC}=10+r$, $\overline{AC}=3+r$

따라서 △ABC에서

$13^2=(10+r)^2+(3+r)^2$

$r^2+13r-30=0$, $\quad (r-2)(r+15)=0$

$\therefore r=2(\because r>0)$

따라서 원 O의 둘레의 길이는

$2\pi\times2=4\pi$

답 4π

20 해결 Guide **외접사각형의 성질을 이용한다.**

$\overline{AB}=2\times2=4$(cm)이고 □ABCD는 원 O에 외접하므로

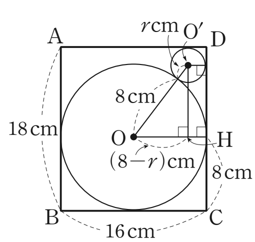
$\overline{AD}+\overline{BC}=\overline{AB}+\overline{CD}=4+5=9$(cm)

$\therefore$ □ABCD$=\frac{1}{2}\times9\times4=18(\text{cm}^2)$

답 ③

21 해결 Guide **두 원의 중심을 이은 선분을 빗변으로 하는 직각삼각형에서 피타고라스 정리를 이용한다.**

오른쪽 그림에서 원 O′의 반지름의 길이를 $r$cm라 하면



$\overline{OO'}=8+r$(cm),

$\overline{OH}=8-r$(cm),

$\overline{O'H}=18-(8+r)$

$=10-r$(cm)

△OHO′에서 $\quad (8+r)^2=(8-r)^2+(10-r)^2$

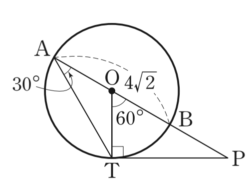
$r^2-52r+100=0$, $\quad (r-50)(r-2)=0$

$\therefore\ r=2\ (\because 0<r<8)$

답 2 cm

22 해결 Guide **원의 접선은 그 접점을 지나는 반지름과 수직이다.**

$\overline{OT}$를 그으면 오른쪽 그림에서



$\overline{OT}=2\sqrt{2}$, $\angle OTP=90°$

$\overline{OA}=\overline{OT}$이므로 △OAT에서

$\angle TOP=30°+30°=60°$

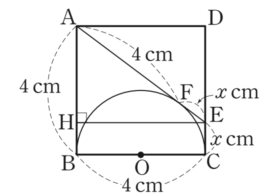
따라서 △OTP에서

$\overline{PT}=\overline{OT}\tan60°=2\sqrt{2}\tan60°=2\sqrt{6}$

답 ①

23 해결 Guide **$\overline{AB}=\overline{AF}$, $\overline{EF}=\overline{EC}$임을 이용한다.**

오른쪽 그림과 같이 점 E에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하고



$\overline{EC}=x$cm라 하면

$\overline{EF}=\overline{EC}=x$(cm)

또 $\overline{AF}=\overline{AB}=4$(cm)이므로

$\overline{AH}=(4-x)$cm, $\overline{AE}=(4+x)$cm

△AHE에서

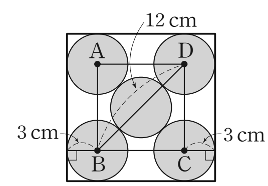
$(4-x)^2+4^2=(4+x)^2$, $\quad 16x=16 \quad \therefore x=1$

$\therefore \overline{AE}=4+1=5$(cm)

답 5 cm

24 해결 Guide **한 변의 길이가 a인 정사각형의 대각선의 길이 ➡ $\sqrt{2}a$**

오른쪽 그림과 같이 상자의 이웃한 두 테두리와 접하는 네 개의 원의 중심을 각각 A, B, C, D라 하면 □ABCD는 각 변이 상자의 테두리와 평행한 정사각형이다.



정사각형 ABCD의 대각선 BD의 길이가 12 cm이므로

$\overline{BC}=\frac{12}{\sqrt{2}}=6\sqrt{2}$(cm)

따라서 상자의 밑면의 한 변의 길이는

$6\sqrt{2}+2\times3=6\sqrt{2}+6$(cm)

답 $(6\sqrt{2}+6)$cm

2 원주각 (1)

개념 Check

◉ 본책 162~165쪽

40-1 (1) $\angle x=\frac{1}{2}\angle \mathrm{AOB}=\frac{1}{2}\times 70°=35°$

(2) $\angle x=2\angle \mathrm{APB}=2\times 105°=210°$

(3) $\angle x=\angle \mathrm{OPB}=\frac{1}{2}\angle \mathrm{AOB}=\frac{1}{2}\times 50°=25°$

(4) $\angle x=\frac{1}{2}\angle \mathrm{AOB}=\frac{1}{2}\times(360°-260°)=\frac{1}{2}\times 100°=50°$

답 (1) 35° (2) 210° (3) 25° (4) 50°

41-1 (1) $\angle x=\angle \mathrm{BDC}=45°$

(2) $\angle x=\angle \mathrm{ACD}=30°$

(3) $\angle \mathrm{BOC}=180°$이므로

$\angle x=\frac{1}{2}\angle \mathrm{BOC}=\frac{1}{2}\times 180°=90°$

(4) $\angle \mathrm{BOC}=180°$이므로

$\angle \mathrm{BAC}=\frac{1}{2}\angle \mathrm{BOC}=\frac{1}{2}\times 180°=90°$

$\therefore \angle x=90°-35°=55°$

답 (1) 45° (2) 30° (3) 90° (4) 55°

42-1 (1) $\widehat{\mathrm{DE}}=\widehat{\mathrm{BC}}$이므로 $\angle \mathrm{DFE}=\angle \mathrm{BAC}=20°$

$\therefore x=20$

(2) $\angle \mathrm{BEC}=\angle \mathrm{ADB}$이므로 $\widehat{\mathrm{BC}}=\widehat{\mathrm{AB}}=8(\mathrm{cm})$

$\therefore x=8$

(3) $\angle \mathrm{BAC}:\angle \mathrm{CAD}=\widehat{\mathrm{BC}}:\widehat{\mathrm{CD}}=3:6=1:2$이므로

$\angle \mathrm{CAD}=2\angle \mathrm{BAC}=2\times 15°=30°$

$\therefore x=30$

(4) $\angle \mathrm{AEC}:\angle \mathrm{BDC}=\widehat{\mathrm{AC}}:\widehat{\mathrm{BC}}$이므로

$5:3=(x+6):6$, $3x=12$

$\therefore x=4$

답 (1) 20 (2) 8 (3) 30 (4) 4

43-1 (ㄱ) $\angle \mathrm{A}\neq\angle \mathrm{D}$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있지 않다.

(ㄴ) $\angle \mathrm{D}=\angle \mathrm{C}$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

(ㄷ) $\angle \mathrm{A}=\angle \mathrm{D}$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

(ㄹ) $\angle \mathrm{ABD}\neq\angle \mathrm{ACD}$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있지 않다.

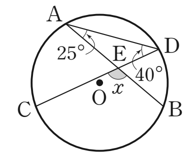
이상에서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있는 것은 (ㄴ), (ㄷ)이다.

답 (ㄴ), (ㄷ)

유제

◉ 본책 166~170쪽

107-1 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AD}}$를 그으면



$\angle \mathrm{ADC}=\frac{1}{2}\angle \mathrm{AOC}$

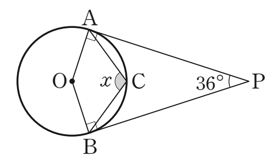
$=\frac{1}{2}\times 80°=40°$

$\angle \mathrm{BAD}=\frac{1}{2}\angle \mathrm{BOD}=\frac{1}{2}\times 50°=25°$

$\therefore \angle x=\angle \mathrm{AED}=180°-(25°+40°)=115°$

답 115°

108-1 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{OA}}$, $\overline{\mathrm{OB}}$를 그으면



$\angle \mathrm{PAO}=\angle \mathrm{PBO}=90°$이므로

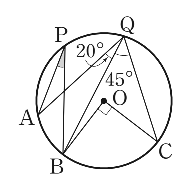
$\angle \mathrm{AOB}=180°-36°=144°$

$\therefore \angle x=\frac{1}{2}\times(360°-144°)$

$=108°$

답 108°

109-1 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{BQ}}$를 그으면



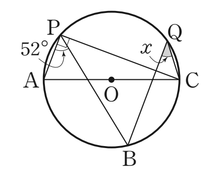
$\angle \mathrm{BQC}=\frac{1}{2}\angle \mathrm{BOC}=\frac{1}{2}\times 90°=45°$

$\angle \mathrm{AQB}=65°-45°=20°$이므로

$\angle \mathrm{APB}=\angle \mathrm{AQB}=20°$

답 20°

110-1 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{PC}}$를 그으면 $\overline{\mathrm{AC}}$는 원 O의 지름이므로



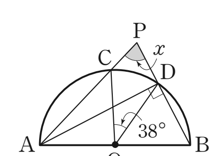
$\angle \mathrm{APC}=90°$

따라서 $\angle \mathrm{BPC}=90°-52°=38°$이므로

$\angle x=\angle \mathrm{BPC}=38°$

답 38°

111-1 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AD}}$를 그으면 $\overline{\mathrm{AB}}$는 반원 O의 지름이므로



$\angle \mathrm{ADB}=90°$

$\angle \mathrm{CAD}=\frac{1}{2}\angle \mathrm{COD}$

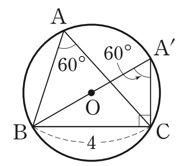
$=\frac{1}{2}\times 38°=19°$

이므로 $\triangle \mathrm{PAD}$에서

$\angle x=90°-19°=71°$

답 71°

112-1 오른쪽 그림과 같이 원 O의 지름 $\overline{A'B}$를 그으면



$\angle BA'C=\angle BAC=60°$

반원에 대한 원주각의 크기는 90°이므로

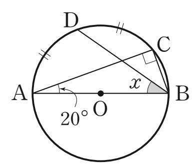
$\angle BCA'=90°$

△A′BC에서

$\sin 60°=\dfrac{4}{\overline{A'B}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad\therefore \overline{A'B}=\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$

답 $\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$

113-1 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면 $\overline{AB}$는 원 O의 지름이므로



$\angle ACB=90°$

$\therefore \angle ABC=90°-20°=70°$

$\widehat{AD}=\widehat{CD}$이므로

$\angle x=\angle CBD=\dfrac{1}{2}\angle ABC$

$=\dfrac{1}{2}\times 70°=35°$

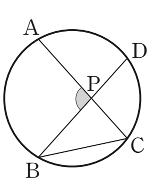
답 35°

114-1 $\angle BAC : \angle ABD=\widehat{BC} : \widehat{AD}=3 : 7$이고 △ABP에서 $\angle BAC+\angle ABD=100°$이므로

$\angle BAC=100°\times\dfrac{3}{10}=30°$

답 30°

115-1 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



$\widehat{AB}$의 길이가 원주의 $\dfrac{1}{3}$이므로

$\angle ACB=180°\times\dfrac{1}{3}=60°$

$\widehat{CD}$의 길이가 원주의 $\dfrac{1}{5}$이므로

$\angle DBC=180°\times\dfrac{1}{5}=36°$

△PBC에서 $\quad\angle APB=60°+36°=96°$

답 96°

116-1 △DPB에서 $\quad\angle DBC=55°+25°=80°$

네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로

$\angle x=\angle DBC=80°$, $\angle y=\angle D=25°$

$\therefore \angle x+\angle y=80°+25°=105°$

답 ④

개념 Check

◉ 본책 171~172쪽

44-1 (1) $\angle BAD+\angle BCD=180°$이므로

$\angle x+87°=180°$ $\quad\therefore \angle x=93°$

(2) △ABC에서

$\angle ABC=180°-(33°+24°)=123°$

$\angle ADC+\angle ABC=180°$이므로

$\angle x+123°=180°$ $\quad\therefore \angle x=57°$

(3) $\angle x=\angle BAD=92°$

(4) $\angle x=\angle ABC=180°-73°=107°$

답 (1) 93° (2) 57° (3) 92° (4) 107°

45-1 (ㄱ) $\angle A+\angle C=112°+78°=190°\neq180°$

이므로 □ABCD는 원에 내접하지 않는다.

(ㄴ) △BCD에서

$\angle C=180°-(43°+51°)=86°$

$\angle A+\angle C=94°+86°=180°$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.

(ㄷ) $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로

$\angle A=180°-75°=105°$

$\angle A+\angle C=105°+75°=180°$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.

(ㄹ) $\angle D=\angle CBE$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.

이상에서 □ABCD가 원에 내접하는 것은 (ㄴ), (ㄷ), (ㄹ)이다.

답 (ㄴ), (ㄷ), (ㄹ)

유제

◉ 본책 173~175쪽

117-1 $\angle BOD=2\angle BAD=2\times80°=160°$

□ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle BAD+\angle BCD=180°$

$\therefore \angle BCD=180°-80°=100°$

□OBCD에서

$\angle x+\angle y+160°+100°=360°$

$\therefore \angle x+\angle y=100°$

답 100°

118-1 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle ADC=\angle ABE=120°$, $\quad 55°+\angle y=120°$

$\therefore \angle y=65°$

$\widehat{AD}$에 대한 원주각의 크기는 같으므로

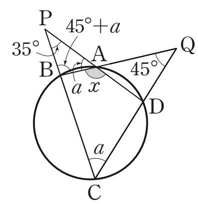
$\angle ABD=\angle ACD=25°$

따라서 △ABD에서 $\angle x+25^\circ+55^\circ=180^\circ$

$\therefore \angle x=100^\circ$

답 $\angle x=100^\circ$, $\angle y=65^\circ$

119-1 $\angle BCD=\angle a$라 하면



□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle PAB=\angle BCD=\angle a$

△QBC에서

$\angle QBP=45^\circ+\angle a$

△APB에서

$\angle a+35^\circ+(45^\circ+\angle a)=180^\circ$

$\therefore \angle a=50^\circ$

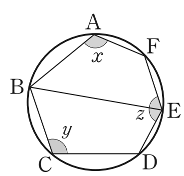
$\angle BAD+\angle BCD=180^\circ$이므로

$\angle x+50^\circ=180^\circ$

$\therefore \angle x=130^\circ$

답 130°

120-1 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$를 그으면



□ABEF가 원에 내접하므로

$\angle x+\angle BEF=180^\circ$

□BCDE가 원에 내접하므로

$\angle y+\angle BED=180^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y+\angle z=\angle x+\angle BEF+\angle BED+\angle y$

$=180^\circ+180^\circ$

$=360^\circ$

답 ④

121-1 □PQCD가 원 O′에 내접하므로

$\angle BQP=\angle PDC=102^\circ$

□ABQP가 원 O에 내접하므로

$\angle BAP+\angle BQP=180^\circ$

따라서 $\angle BAP=180^\circ-102^\circ=78^\circ$이므로

$\angle x=2\angle BAP$

$=2\times 78^\circ$

$=156^\circ$

답 156°

122-1 $\angle DAC=\angle DBC=35^\circ$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.

즉 $\angle ABC+\angle ADC=180^\circ$이므로

$\angle ADC=180^\circ-(24^\circ+35^\circ)=121^\circ$

답 121°

단원 마무리

⊙ 본책 176~179쪽

01 50°	**02** 38°	**03** ②	**04** 67.5°	**05** ③
06 ③	**07** 80°	**08** ④	**09** ③	**10** 121°
11 ⑤	**12** $50\sqrt{3}\,\text{cm}^2$		**13** ④	**14** 90°
15 ②, ⑤	**16** 106°	**17** ②	**18** ④	**19** ④
20 75°	**21** ⑤	**22** 26°	**23** 100π	**24** ②

01 해결 Guide (원주각의 크기)$=\frac{1}{2}\times$(중심각의 크기)

$\angle AOB=2\angle APB=2\times 40^\circ=80^\circ$

△OAB는 $\overline{OA}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OAB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-80^\circ)=50^\circ$

답 50°

02 해결 Guide 원에서 한 호에 대한 원주각의 크기는 모두 같다.

$\angle CDB=\angle CAB=52^\circ$ …30%

이때 $\angle ADB=90^\circ$이므로 …30%

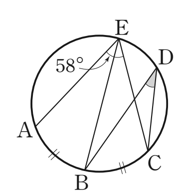
$\angle ADC=90^\circ-52^\circ=38^\circ$ …40%

답 38°

채점 기준	배점
$\angle CDB$의 크기 구하기	30%
$\angle ADB$의 크기 구하기	30%
$\angle ADC$의 크기 구하기	40%

03 해결 Guide 한 원에서 길이가 같은 호에 대한 원주각의 크기는 같다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$를 그으면



$\angle BDC=\angle BEC=\angle AEB$

$=\frac{1}{2}\angle AEC=\frac{1}{2}\times 58^\circ$

$=29^\circ$

답 ②

04 해결 Guide 반원에 대한 원주각의 크기 ➡ 90°

$\overline{AB}$는 원 O의 지름이므로 $\angle APB=90^\circ$

$\angle PBA:\angle PAB=\overset{\frown}{PA}:\overset{\frown}{PB}=1:3$이므로

$\angle PAB=90^\circ\times\frac{3}{4}=67.5^\circ$

답 67.5°

05 해결 Guide 네 점이 한 원 위에 있을 조건

➡ $\angle ABD=\angle ACD$

네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로

$\angle ABD = \angle ACD = 42°$

이때 $\angle ABD = \angle DBC$이므로

$\angle ABC = 2\angle ABD = 2 \times 42° = 84°$

답 ③

06 해결 Guide **원에 내접하는 사각형**
➡ 한 외각의 크기는 그 내대각의 크기와 같다.

□ABCE가 원에 내접하므로

$(25° + \angle BAD) + 95° = 180°$

$\therefore \angle BAD = 60°$

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle DCF = \angle BAD = 60°$

답 ③

다른 풀이 $\angle ECD = \angle EAD = 25°$이므로

$95° + 25° + \angle DCF = 180°$

$\therefore \angle DCF = 60°$

07 해결 Guide **원에 내접하는 사각형**
➡ 한 쌍의 대각의 크기의 합은 $180°$이다.

□ACDB가 원에 내접하므로

$\angle CAB = 180° - 65° = 115°$

$\triangle PCA$에서

$35° + \angle PCA = 115°$

$\therefore \angle PCA = 80°$

답 $80°$

다른 풀이 $\triangle PDB$에서 $\angle PBD = 180° - (35° + 65°) = 80°$

□ACDB가 원에 내접하므로

$\angle PCA = \angle ABD = 80°$

08 해결 Guide **한 쌍의 대각의 크기의 합이 $180°$인 사각형**
➡ 원에 내접한다.

(ㄴ) 등변사다리꼴은 아랫변의 양 끝 각의 크기가 같고 윗변의 양 끝 각의 크기가 같으므로 대각의 크기의 합이 $180°$이다.

(ㄹ), (ㅂ) 직사각형과 정사각형은 네 내각의 크기가 모두 $90°$이므로 대각의 크기의 합이 $180°$이다.

이상에서 항상 원에 내접하는 사각형은 (ㄴ), (ㄹ), (ㅂ)이다.

답 ④

09 해결 Guide **(중심각의 크기)$= 2 \times$(원주각의 크기)**

$\angle COA = 2\angle CBA = 2 \times 34° = 68°$

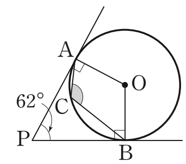
$\angle DOB = 2\angle DAB = 2 \times 26° = 52°$

$\therefore \angle COD = 180° - (68° + 52°) = 60°$

답 ③

10 해결 Guide **원의 접선 ➡ 접점을 지나는 반지름과 수직이다.**

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면



$\angle PAO = \angle PBO = 90°$이므로

$\angle AOB = 180° - 62° = 118°$

$\therefore \angle ACB = \frac{1}{2} \times (360° - 118°)$

$= 121°$

답 $121°$

11 해결 Guide **반원에 대한 원주각의 크기 ➡ $90°$**

$\overline{AB}$는 원 O의 지름이므로 $\angle ACB = 90°$

$\therefore \angle x = 90° - 20° = 70°$

$\angle ABD = \angle ACD = 20°$이므로 $\triangle PDB$에서

$\angle y = 32° + 20° = 52°$

$\therefore \angle x - \angle y = 70° - 52° = 18°$

답 ⑤

12 해결 Guide **$\angle ACB = 90°$이므로 삼각비를 이용하여 변의 길이를 구한다.**

$\overline{AB}$는 원 O의 지름이므로 $\angle ACB = 90°$ …20%

$\angle CAB = 60°$이므로

$\overline{AC} = \overline{AB}\cos 60° = 20 \times \frac{1}{2} = 10(\text{cm})$ …30%

$\overline{BC} = \overline{AB}\sin 60° = 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}(\text{cm})$ …30%

$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BC}$

$= \frac{1}{2} \times 10 \times 10\sqrt{3}$

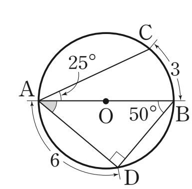
$= 50\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ …20%

답 $50\sqrt{3}\text{ cm}^2$

채점 기준	배점
$\angle ACB = 90°$임을 알기	20%
$\overline{AC}$의 길이 구하기	30%
$\overline{BC}$의 길이 구하기	30%
$\triangle ABC$의 넓이 구하기	20%

13 해결 Guide **한 원에서 호의 길이는 원주각의 크기에 정비례한다.**

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



$\angle ABD : \angle BAC = \widehat{AD} : \widehat{BC}$

$= 6 : 3$

$= 2 : 1$

이므로

$\angle ABD = 2 \times 25° = 50°$

$\overline{AB}$는 원 O의 지름이므로

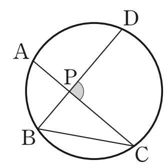
$\angle ADB=90°$

$\therefore \angle BAD=90°-50°=40°$

답 ④

14 해결 Guide **호의 길이의 비를 이용하여 원주각의 크기를 구한다.**

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



$\angle ACB=180°\times\frac{1}{6}=30°$

$\angle ACB:\angle DBC=\widehat{AB}:\widehat{CD}$이므로

$30°:\angle DBC=1:2$

$\therefore \angle DBC=60°$

따라서 $\triangle PBC$에서

$\angle DPC=30°+60°=90°$

답 $90°$

15 해결 Guide **한 선분에 대하여 같은 쪽에 있는 각의 크기를 비교한다.**

① $\angle A=\angle D$ ② $\angle A\neq\angle B$

③ $\angle D=95°-55°=40°$이므로 $\angle A=\angle D$

④ $\angle C=62°-40°=22°$이므로 $\angle D=\angle C$

⑤ $\angle BAC\neq\angle BDC$

답 ②, ⑤

16 해결 Guide **원에 내접하는 사각형**

➡ **한 쌍의 대각의 크기의 합은 $180°$이다.**

$\triangle ABC$가 이등변삼각형이므로

$\angle ABC=\frac{1}{2}\times(180°-32°)=74°$ …40%

$\square ABCD$가 원에 내접하므로

$\angle ABC+\angle ADC=180°$

$\therefore \angle ADC=180°-74°=106°$ …60%

답 $106°$

채점 기준	배점
$\angle ABC$의 크기 구하기	40%
$\angle ADC$의 크기 구하기	60%

17 해결 Guide **원에 내접하는 사각형**

➡ **한 외각의 크기는 그 내대각의 크기와 같다.**

$\triangle OBC$가 이등변삼각형이므로

$\angle BOC=180°-2\times20°=140°$

$\angle BAC=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times140°=70°$이므로

$\angle BAD=70°+30°=100°$

$\square ABCD$가 원 O에 내접하므로

$\angle x=\angle BAD=100°$

답 ②

18 해결 Guide **삼각형의 한 외각의 크기**

➡ **그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.**

$\square ABCD$가 원에 내접하므로

$\angle BCD=\angle QAD=180°-140°=40°$

$\triangle QAD$에서

$\angle ADC=55°+40°=95°$

$\triangle PCD$에서

$\angle x+40°+95°=180°$

$\therefore \angle x=45°$

답 ④

다른 풀이 $\triangle QBC$에서

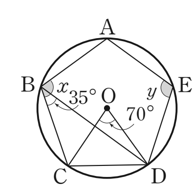
$\angle ABP=55°+40°=95°$

$\triangle APB$에서

$\angle x=140°-95°=45°$

19 해결 Guide **보조선을 그어 원에 내접하는 사각형을 만든다.**

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



$\angle CBD=\frac{1}{2}\angle COD$

$=\frac{1}{2}\times70°$

$=35°$

$\square ABDE$가 원 O에 내접하므로

$\angle ABD+\angle AED=180°$

$\therefore \angle x+\angle y$

$=\angle CBD+\angle ABD+\angle AED$

$=35°+180°$

$=215°$

답 ④

20 해결 Guide **원에 내접하는 사각형의 성질을 이용하여 크기가 같은 각을 찾는다.**

$\square ABQP$가 원 O에 내접하므로

$\angle APQ=\angle ABE=75°$

$\square PQCD$가 원 O′에 내접하므로

$\angle x=\angle APQ=75°$

답 $75°$

21 해결 Guide **한 쌍의 대각의 크기의 합이 180°인 사각형**
➡ 원에 내접한다.

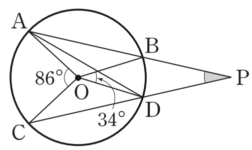
①, ④ □ADHF에서 $\angle ADH+\angle AFH=180^\circ$이므로 □ADHF는 원에 내접하고 같은 방법으로 □CFHE도 원에 내접한다.

②, ③ □ABEF에서 $\angle AFB=\angle AEB=90^\circ$이므로 네 점 A, B, E, F는 한 원 위에 있다. 즉 □ABEF는 원에 내접하고 같은 방법으로 □BCFD도 원에 내접한다.

답 ⑤

22 해결 Guide **(원주각의 크기)$=\frac{1}{2}\times$(중심각의 크기)**

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



$\angle ADC=\frac{1}{2}\angle AOC$

$=\frac{1}{2}\times 86^\circ$

$=43^\circ$ …30%

$\angle BAD=\frac{1}{2}\angle BOD=\frac{1}{2}\times 34^\circ=17^\circ$ …30%

△ADP에서 $\angle ADC=\angle P+\angle PAD$이므로

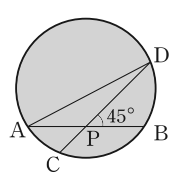
$\angle P=43^\circ-17^\circ=26^\circ$ …40%

답 26°

채점 기준	배점
$\angle ADC$의 크기 구하기	30%
$\angle BAD$의 크기 구하기	30%
$\angle P$의 크기 구하기	40%

23 해결 Guide **$\overset{\frown}{AC}$와 $\overset{\frown}{BD}$에 대한 원주각의 크기의 합을 먼저 구한다.**

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



△ADP에서

$\angle ADP+\angle DAP=45^\circ$

즉 $\overset{\frown}{AC}$와 $\overset{\frown}{BD}$에 대한 원주각의 크기의 합이 45°이므로 $\overset{\frown}{AC}$와 $\overset{\frown}{BD}$에 대한 중심각의 크기의 합은

$2\times 45^\circ=90^\circ$

따라서 원의 반지름의 길이를 r라 하면

$\overset{\frown}{AC}+\overset{\frown}{BD}=2\pi r\times\frac{90}{360}=\frac{1}{2}\pi r$

이때 $\overset{\frown}{AC}+\overset{\frown}{BD}=5\pi$이므로 $\frac{1}{2}\pi r=5\pi$

$\therefore r=10$

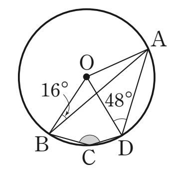
따라서 원의 넓이는

$\pi\times 10^2=100\pi$

답 100π

24 해결 Guide **원에 내접하는 사각형**
➡ 한 쌍의 대각의 크기의 합은 180°이다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면 △OAB, △OAD는 이등변삼각형이므로



$\angle OAB=\angle OBA=16^\circ$

$\angle OAD=\angle ODA=48^\circ$

$\therefore \angle BAD=48^\circ-16^\circ=32^\circ$

□ABCD가 원 O에 내접하므로

$\angle BAD+\angle BCD=180^\circ$

$\therefore \angle BCD=180^\circ-32^\circ=148^\circ$

답 ②

3 원주각 (2)

개념 Check

⊙ 본책 182쪽

46-1 (1) $\angle x=\angle \mathrm{BPT}=56^\circ$

(2) $\angle \mathrm{ABP}=\angle \mathrm{APT}=45^\circ$이므로 $\triangle \mathrm{BAP}$에서

$\angle x=180^\circ-(45^\circ+105^\circ)=30^\circ$

(3) $\angle \mathrm{BAP}=\angle \mathrm{BPT}=65^\circ$, $\angle \mathrm{APB}=90^\circ$이므로 $\triangle \mathrm{APB}$에서

$\angle x=180^\circ-(65^\circ+90^\circ)=25^\circ$

(4) $\angle \mathrm{BAP}=\angle \mathrm{BPT}=\angle x$이므로 $\triangle \mathrm{APT}$에서

$\angle x+35^\circ=80^\circ \qquad \therefore \angle x=45^\circ$

답 (1) 56° (2) 30° (3) 25° (4) 45°

유제

⊙ 본책 183~185쪽

123-1 $\triangle \mathrm{PAT}$는 이등변삼각형이므로

$\angle \mathrm{PAT}=\angle \mathrm{PTA}=50^\circ$

직선 PT는 원의 접선이므로 $\quad \angle \mathrm{TPB}=\angle \mathrm{PAB}=50^\circ$

$\triangle \mathrm{PBT}$에서

$\angle x=\angle \mathrm{TPB}+\angle \mathrm{PTB}=50^\circ+50^\circ=100^\circ$

답 100°

124-1 □ABCD가 원에 내접하므로

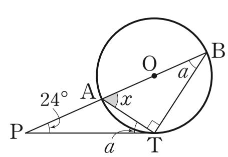
$\angle \mathrm{DAB}=180^\circ-100^\circ=80^\circ$

이때 $\angle \mathrm{ABP}=\angle \mathrm{ADB}=30^\circ$이므로 $\triangle \mathrm{APB}$에서

$\angle \mathrm{P}+30^\circ=80^\circ \qquad \therefore \angle \mathrm{P}=50^\circ$

답 50°

125-1 $\angle \mathrm{ABT}=\angle a$라 하면



$\angle \mathrm{ATP}=\angle \mathrm{ABT}=\angle a$

$\triangle \mathrm{BPT}$에서

$\angle a+24^\circ+(\angle a+90^\circ)=180^\circ$

$2\angle a=66^\circ \qquad \therefore \angle a=33^\circ$

$\triangle \mathrm{APT}$에서 $\quad \angle x=24^\circ+33^\circ=57^\circ$

답 57°

126-1 $\widehat{\mathrm{AQ}}:\widehat{\mathrm{QB}}=4:3$이므로

$\angle \mathrm{ABQ}:\angle \mathrm{QAB}=4:3$

$\therefore \angle \mathrm{QAB}=\dfrac{3}{4}\angle \mathrm{ABQ}=\dfrac{3}{4}\angle x$

$\triangle \mathrm{PBA}$에서 $\overline{\mathrm{PA}}=\overline{\mathrm{PB}}$이므로

$\angle \mathrm{BAP}=\angle \mathrm{ABP}=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-44^\circ)=68^\circ$

$\therefore \angle \mathrm{AQB}=\angle \mathrm{ABP}=68^\circ$

$\triangle \mathrm{ABQ}$에서 $\quad \angle x+\dfrac{3}{4}\angle x+68^\circ=180^\circ$

$\dfrac{7}{4}\angle x=112^\circ \qquad \therefore \angle x=64^\circ$

답 64°

127-1 접선과 현이 이루는 각의 성질에 의하여

$\angle \mathrm{BTP}=\angle \mathrm{BAT}=70^\circ$

접선과 현이 이루는 각의 성질에 의하여

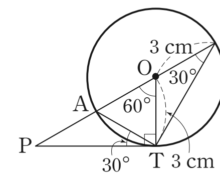
$\angle \mathrm{CDT}=\angle \mathrm{CTP}=70^\circ$

$\triangle \mathrm{CTD}$에서

$70^\circ+\angle x=110^\circ \qquad \therefore \angle x=40^\circ$

답 40°

128-1 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{OT}}$, $\overline{\mathrm{BT}}$를 그으면



$\angle \mathrm{ABT}=\angle \mathrm{ATP}=30^\circ$

$\therefore \angle \mathrm{AOT}=2\angle \mathrm{ABT}$

$=2\times30^\circ=60^\circ$

$\angle \mathrm{OTP}=90^\circ$이므로 $\triangle \mathrm{OPT}$에서

$\overline{\mathrm{PT}}=\overline{\mathrm{OT}}\tan 60^\circ=3\tan 60^\circ=3\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$

답 $3\sqrt{3}$ cm

REMARK 원의 접선과 반지름

원의 접선은 그 접점을 지나는 반지름과 수직이다.

개념 Check

⊙ 본책 186~188쪽

47-1 (1) $\overline{\mathrm{PA}}\times\overline{\mathrm{PB}}=\overline{\mathrm{PC}}\times\overline{\mathrm{PD}}$이므로

$2\times6=x\times3 \qquad \therefore x=4$

(2) $\overline{\mathrm{PA}}\times\overline{\mathrm{PB}}=\overline{\mathrm{PC}}\times\overline{\mathrm{PD}}$이므로

$3\times(3+5)=4\times x \qquad \therefore x=6$

답 (1) 4 (2) 6

48-1 (1) $\overline{\mathrm{PC}}=\overline{\mathrm{PD}}=4$이므로

$x\times2=4\times4 \qquad \therefore x=8$

(2) $\overline{\mathrm{PC}}=x-4$, $\overline{\mathrm{PD}}=x+4$이므로

$(x-4)(x+4)=5\times4, \qquad x^2-16=20$

$x^2=36 \qquad \therefore x=6\ (\because x>0)$

(3) $\overline{\mathrm{PC}}=7-5=2$, $\overline{\mathrm{PD}}=7+5=12$이므로

$3\times(3+x)=2\times12, \qquad 9+3x=24$

$3x=15 \qquad \therefore x=5$

답 (1) 8 (2) 6 (3) 5

49-1 (1) $\overline{\mathrm{PT}}^2=\overline{\mathrm{PA}}\times\overline{\mathrm{PB}}$이므로

$(4\sqrt{2})^2=4\times x \qquad \therefore x=8$

(2) $\overline{\mathrm{PT}}^2=\overline{\mathrm{PA}}\times\overline{\mathrm{PB}}$이므로

$x^2=4\times(4+6)=40$

$\therefore x=2\sqrt{10}\ (\because x>0)$

(3) $\overline{\mathrm{PT}}^2=\overline{\mathrm{PA}}\times\overline{\mathrm{PB}}$이므로

$4^2=2\times(2+x) \qquad \therefore x=6$

(4) $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

$6^2=x(x+5)$,　$x^2+5x-36=0$

$(x+9)(x-4)=0$　$\therefore x=4(\because x>0)$

답 (1) 8　(2) $2\sqrt{10}$　(3) 6　(4) 4

유제

⊙ 본책 189~193쪽

129-1 $\overline{PC}=x$cm라 하면

$8\times(8+12)=x\times2x$,　$2x^2=160$

$x^2=80$　$\therefore x=4\sqrt{5}\ (\because x>0)$　답 $4\sqrt{5}$cm

130-1 □ABCD가 원에 내접하려면 $\overline{PA}\times\overline{PC}=\overline{PB}\times\overline{PD}$가 성립해야 하므로

$12\times x=15\times16$　$\therefore x=20$　답 ③

131-1 $\overline{CP}=\overline{DP}=12$(cm)이고 $\overline{BP}=x$cm라 하면 $\overline{AP}=4x$(cm)이므로

$4x\times x=12\times12$,　$x^2=36$　$\therefore x=6\ (\because x>0)$

$\therefore \overline{AB}=5x=5\times6=30$(cm)　답 30cm

132-1 원 O의 반지름의 길이를 $r$cm라 하면 $\overline{PC}=(12-2r)$cm이므로

$(12-2r)\times12=4\times9$,　$24r=108$　$\therefore r=\dfrac{9}{2}$

따라서 원 O의 둘레의 길이는

$2\pi\times\dfrac{9}{2}=9\pi$(cm)　답 9πcm

133-1 원 O′에서 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PE}\times\overline{PF}$이므로

$y\times(y+5)=6\times(6+8)$,　$y^2+5y-84=0$

$(y+12)(y-7)=0$　$\therefore y=7(\because y>0)$

원 O에서 $\overline{PC}\times\overline{PD}=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

$4\times(4+x)=7\times(7+5)$,　$4x=68$　$\therefore x=17$

$\therefore x+y=24$　답 24

134-1 $\overline{PT}$는 원 O의 접선이므로　$\angle BTP=90°$

직각삼각형 BPT에서 $\overline{PT}=8$cm, $\overline{BT}=6$cm이므로

$\overline{PB}=\sqrt{8^2+6^2}=10$(cm)

따라서 $8^2=\overline{PA}\times10$이므로

$\overline{PA}=\dfrac{32}{5}$(cm)　답 $\dfrac{32}{5}$cm

135-1 원 O의 반지름의 길이를 $r$cm라 하면

$12^2=8\times(8+2r)$,　$16r=80$　$\therefore r=5$

따라서 원 O의 넓이는　$\pi\times5^2=25\pi$(cm^2)　답 25πcm^2

136-1 $\overline{PA}=x$cm라 하면

$6^2=x\times(x+5)$,　$x^2+5x-36=0$

$(x+9)(x-4)=0$　$\therefore x=4\ (\because x>0)$

△PTA와 △PBT에서

∠PTA=∠PBT, ∠P는 공통

이므로　△PTA∽△PBT (AA 닮음)

따라서 $\overline{PT}:\overline{PB}=\overline{AT}:\overline{TB}$이므로

$6:(4+5)=\overline{AT}:5$　$\therefore \overline{AT}=\dfrac{10}{3}$(cm)

답 $\dfrac{10}{3}$ cm

137-1 원 O에서 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

$x^2=6\times(6+18)=144$　$\therefore x=12\ (\because x>0)$

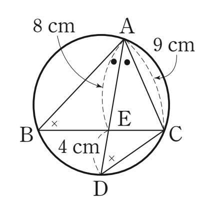
원 O′에서 $\overline{PT}^2=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로

$12^2=8\times(8+y)$,　$8y=80$　$\therefore y=10$

$\therefore x-y=12-10=2$

답 2

138-1 오른쪽 그림과 같이 $\overline{DC}$를 그으면



△ABE와 △ADC에서

∠BAE=∠DAC,

∠ABE=∠ADC

이므로

△ABE∽△ADC (AA 닮음)

따라서 $\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{AE}:\overline{AC}$이므로

$\overline{AB}:(8+4)=8:9$　$\therefore \overline{AB}=\dfrac{32}{3}$(cm)

답 $\dfrac{32}{3}$cm

단원 마무리

⊙ 본책 194~197쪽

01 ③	**02** $\angle x=36°$, $\angle y=76°$			**03** 15°
04 ②	**05** 7	**06** $40\sqrt{15}$m		**07** 6cm
08 ②	**09** ①	**10** ③	**11** 60°	**12** ②
13 ②	**14** $\dfrac{55\sqrt{3}}{2}$cm^2		**15** ②	**16** $\dfrac{119}{13}$cm
17 3	**18** ④	**19** 6cm	**20** ②	**21** ①
22 $3\sqrt{5}$cm		**23** ③	**24** 5cm	

01 해결 Guide 원의 접선과 그 접점을 지나는 현이 이루는 각의 크기 ➡ 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같다.

$\triangle APT$에서 $\angle ATP=70°-35°=35°$

접선과 현이 이루는 각의 성질에 의하여

$\angle ABT=\angle ATP=35°$ 답 ③

02 해결 Guide 원에 내접하는 사각형
➡ 한 쌍의 대각의 크기의 합은 $180°$이다.

직선 PT는 원의 접선이므로

$\angle x=\angle BPT=36°$

$\angle BPC=180°-(36°+40°)=104°$이고 □ABPC는 원에 내접하므로

$\angle y=180°-\angle BPC=180°-104°=76°$

답 $\angle x=36°$, $\angle y=76°$

03 해결 Guide 두 원에서 접선과 현이 이루는 각의 성질을 각각 이용한다.

접선과 현이 이루는 각의 성질에 의하여

$\angle x=\angle BAT=75°$

접선과 현이 이루는 각의 성질에 의하여

$\angle y=\angle CTP=60°$

$\therefore \angle x-\angle y=15°$ 답 $15°$

04 해결 Guide 원에서의 비례 관계
➡ $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$

$\overline{PC}=x$ cm라 하면 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로

$3\times(3+13)=x\times(x+8)$

$x^2+8x-48=0$

$(x+12)(x-4)=0$

$\therefore x=4\ (\because x>0)$ 답 ②

05 해결 Guide 원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분한다.

$\overline{PA}=\overline{PB}$이고 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로

$(2\sqrt{10})^2=10\,\overline{PD}$ $\therefore \overline{PD}=4$ …70%

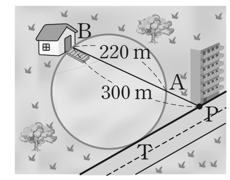
따라서 원 O의 반지름의 길이는

$\frac{1}{2}\times(10+4)=7$ …30%

답 7

채점 기준	배점
$\overline{PD}$의 길이 구하기	70%
원 O의 반지름의 길이 구하기	30%

06 해결 Guide 원의 할선과 접선 사이의 관계를 이용한다.



$\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

$\overline{PT}^2=(300-220)\times300$

$=24000$

$\therefore \overline{PT}=40\sqrt{15}\,(\text{m})\ (\because \overline{PT}>0)$

답 $40\sqrt{15}$ m

07 해결 Guide 할선이 원의 중심을 지나면 ➡ 원의 반지름의 길이를 이용하여 할선과 접선 사이의 관계를 식으로 나타낸다.

원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면 $\overline{PB}=(16-2r)$ cm이고 $\overline{PT}^2=\overline{PB}\times\overline{PA}$이므로

$8^2=(16-2r)\times16$, $32r=192$

$\therefore r=6$ 답 6 cm

08 해결 Guide $\overline{PT}$가 원의 접선 ➡ $\triangle PTA \backsim \triangle PBT$

① 할선과 접선 사이의 관계에 의하여

$\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$

③ 원의 접선과 그 접점을 지나는 현이 이루는 각의 크기는 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같으므로

$\angle ATP=\angle ABT$

④, ⑤ $\triangle PTA$와 $\triangle PBT$에서

$\angle PTA=\angle PBT$, $\angle P$는 공통

이므로 $\triangle PTA \backsim \triangle PBT$ (AA 닮음)

$\therefore \angle PAT=\angle PTB$

따라서 옳지 않은 것은 ②이다. 답 ②

09 해결 Guide 접선과 그 접점을 지나는 현이 이루는 각의 크기는 그 각의 내부에 있는 호에 대한 원주각의 크기와 같다.

원주각의 크기는 호의 길이에 정비례하므로

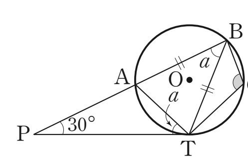
$\angle ACB : \angle BAC : \angle ABC=\widehat{AB} : \widehat{BC} : \widehat{CDA}$

$=3 : 1 : 5$

따라서 $\angle BAC=180°\times\frac{1}{9}=20°$이므로

$\angle BCT=\angle BAC=20°$ 답 ①

10 해결 Guide 원에 내접하는 사각형
➡ 한 외각의 크기는 그 내대각의 크기와 같다.



$\angle ATP=\angle a$라 하면

$\angle ABT=\angle a$이고

$\triangle APT$에서

$\angle BAT=30°+\angle a$

$\triangle$BAT는 $\overline{BA}=\overline{BT}$인 이등변삼각형이므로

$\angle a+2\times(30^\circ+\angle a)=180^\circ,\quad 3\angle a=120^\circ$

$\therefore \angle a=40^\circ$

$\square$ATCB는 원 O에 내접하므로

$\angle BCT=\angle PAT=180^\circ-(30^\circ+40^\circ)=110^\circ$

답 ③

11 **해결 Guide** **$\triangle$BDE는 $\overline{BD}=\overline{BE}$인 이등변삼각형이다.**

$\triangle$DEF에서 $\quad \angle DFE=180^\circ-(55^\circ+65^\circ)=60^\circ$

접선과 현이 이루는 각의 성질에 의하여

$\angle BED=\angle DFE=60^\circ$ ⋯60%

$\triangle$DBE에서 $\overline{BD}=\overline{BE}$이므로

$\angle B=180^\circ-2\times 60^\circ=60^\circ$ ⋯40%

답 60°

채점 기준	배점
$\angle$BED의 크기 구하기	60%
$\angle$B의 크기 구하기	40%

12 **해결 Guide** **두 원 O, O′에서 접선과 현이 이루는 각의 성질을 각각 이용한다.**

① $\angle ABT=\angle ATP=\angle CTQ$

② $\angle BAT=\angle BTQ=\angle PTD=\angle DCT$

③ $\angle BAT=\angle DCT$이므로 $\quad \overline{AB}/\!/\overline{CD}$

④ $\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로 $\quad \triangle ABT\backsim\triangle CDT$ (AA 닮음)

⑤ $\triangle ABT\backsim\triangle CDT$이므로

$\overline{AB}:\overline{CD}=\overline{AT}:\overline{CT}$

답 ②

13 **해결 Guide** **직각삼각형 ATB에서 $\angle$A의 크기를 구하여 $\overline{AB}$의 길이를 구한다.**

$\angle BAT=\angle BTP=60^\circ$이고 $\angle ATB=90^\circ$이므로

$$\overline{AB}=\frac{\overline{BT}}{\sin 60^\circ}=6\times\frac{2}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}$$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $2\sqrt{3}$이므로

원 O의 넓이는 $\quad \pi\times(2\sqrt{3})^2=12\pi$

답 ②

14 **해결 Guide** **원에서의 비례 관계를 이용하여 먼저 $\overline{AP}$의 길이를 구한다.**

$\overline{PA}\times\overline{PC}=\overline{PB}\times\overline{PD}$이므로

$\overline{PA}\times 4=8\times 3 \quad \therefore \overline{PA}=6$(cm)

$$\therefore \square ABCD=\frac{1}{2}\times(6+4)\times(8+3)\times\sin 60^\circ$$

$$=\frac{1}{2}\times 10\times 11\times\frac{\sqrt{3}}{2}$$

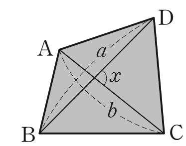
$$=\frac{55\sqrt{3}}{2}(\text{cm}^2)$$

답 $\frac{55\sqrt{3}}{2}$ cm²

REMARK **사각형의 넓이**

두 대각선의 길이가 a, b이고 두 대각선이 이루는 예각의 크기가 $\angle x$일 때, 사각형 ABCD의 넓이 S는

$S=\frac{1}{2}ab\sin x$



15 **해결 Guide** **네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있을 조건**
➡ $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$

$\overline{CP}=x$ cm라 하면

$\overline{DP}=(13-x)$cm, $\overline{AP}=\overline{BP}=6$(cm)

네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으려면

$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$가 성립해야 하므로

$6\times 6=x\times(13-x),\quad x^2-13x+36=0$

$(x-4)(x-9)=0 \quad \therefore x=4$ 또는 $x=9$

이때 $\overline{CP}<\overline{DP}$이므로 $\quad \overline{CP}=4$(cm)

답 ②

16 **해결 Guide** **직각삼각형 COP에서 $\overline{PC}$의 길이를 먼저 구한다.**

$\triangle$COP에서 $\quad \overline{PC}=\sqrt{5^2+12^2}=13$(cm) ⋯30%

$\overline{PA}=12+5=17$(cm), $\overline{PB}=12-5=7$(cm)이고 ⋯20%

$\overline{PD}\times\overline{PC}=\overline{PB}\times\overline{PA}$이므로 $\quad \overline{PD}\times 13=7\times 17$

$\therefore \overline{PD}=\frac{119}{13}$(cm) ⋯50%

답 $\frac{119}{13}$ cm

채점 기준	배점
$\overline{PC}$의 길이 구하기	30%
$\overline{PA}$, $\overline{PB}$의 길이 구하기	20%
$\overline{PD}$의 길이 구하기	50%

17 **해결 Guide** **두 원에서의 비례 관계**
➡ $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PE}\times\overline{PF}=\overline{PC}\times\overline{PD}$

$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PE}\times\overline{PF}$이고 $\overline{PC}\times\overline{PD}=\overline{PE}\times\overline{PF}$이므로

$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$

이때 $\overline{CP}=x$라 하면

$(12+x)\times 2=x\times(2+8)$

$8x=24 \quad \therefore x=3$

답 3

18 해결 Guide **원에서의 비례 관계와 할선과 접선 사이의 관계를 이용하여 선분의 길이를 구한다.**

$\overline{AQ}\times\overline{BQ}=\overline{CQ}\times\overline{DQ}$이므로

$2\times\overline{BQ}=4\times1 \qquad \therefore \overline{BQ}=2$

$\overline{PB}=x$라 하면 $\overline{PT}^2=\overline{PB}\times\overline{PA}$이므로

$(4\sqrt{2})^2=x\times(x+4)$

$x^2+4x-32=0, \qquad (x+8)(x-4)=0$

$\therefore x=4 \ (\because x>0)$

답 ④

19 해결 Guide **원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.**

원 O′에서 $\quad \overline{PQ}=\overline{PT}=15(\text{cm})$

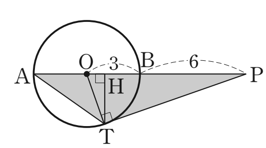
$\overline{PA}=x\,\text{cm}$라 하면 원 O에서 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

$15^2=x\times(15+10) \qquad \therefore x=9$

$\therefore \overline{AQ}=\overline{PQ}-\overline{PA}=15-9=6(\text{cm})$

답 6 cm

20 해결 Guide **$\overline{PT}$의 길이를 먼저 구한 후 △ATP의 높이를 구한다.**



$\overline{OT}$를 긋고 점 T에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하자.

$\overline{PT}^2=\overline{PB}\times\overline{PA}$이므로

$\overline{PT}^2=6\times(6+6)=72$

$\therefore \overline{PT}=6\sqrt{2} \ (\because \overline{PT}>0)$

$\overline{OT}=\overline{OB}=3$이므로 직각삼각형 OTP에서

$\frac{1}{2}\times\overline{OT}\times\overline{PT}=\frac{1}{2}\times\overline{OP}\times\overline{TH}$

$\frac{1}{2}\times3\times6\sqrt{2}=\frac{1}{2}\times9\times\overline{TH} \qquad \therefore \overline{TH}=2\sqrt{2}$

$\therefore \triangle ATP=\frac{1}{2}\times\overline{AP}\times\overline{TH}=\frac{1}{2}\times12\times2\sqrt{2}=12\sqrt{2}$

답 ②

21 해결 Guide **두 점 A, B에서 만나는 두 원 O, O′의 접선 PT, PT′에 대하여 ➡ $\overline{PT}=\overline{PT'}$**

원 O에서 $\quad \overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$

원 O′에서 $\quad \overline{PT'}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$

$\therefore \overline{PT}=\overline{PT'}=\frac{1}{2}\overline{TT'}=\frac{1}{2}\times2\sqrt{6}=\sqrt{6}(\text{cm})$

$\overline{PA}=x\,\text{cm}$라 하면 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

$(\sqrt{6})^2=x\times(x+5)$

$x^2+5x-6=0, \qquad (x+6)(x-1)=0$

$\therefore x=1 \ (\because x>0)$

답 ①

22 해결 Guide **닮음인 삼각형을 찾아 선분의 길이를 구한다.**

$\overline{AB}$는 원 O의 지름이므로 $\quad \angle ATB=90°$

$\angle BAT=\angle BTH$이므로

$\triangle ATB \backsim \triangle THB$ (AA 닮음) ⋯40%

따라서 $\overline{AB}:\overline{TB}=\overline{TB}:\overline{HB}$이므로

$9:\overline{TB}=\overline{TB}:4, \qquad \overline{TB}^2=36$

$\therefore \overline{TB}=6(\text{cm}) \ (\because \overline{TB}>0)$ ⋯30%

△ATB에서

$\overline{AT}=\sqrt{9^2-6^2}=3\sqrt{5}(\text{cm})$ ⋯30%

답 $3\sqrt{5}$ cm

채점 기준	배점
△ATB∽△THB임을 보이기	40%
$\overline{TB}$의 길이 구하기	30%
$\overline{AT}$의 길이 구하기	30%

23 해결 Guide **△ABC의 두 변의 길이가 a, c이고 그 끼인 예각의 크기가 B일 때 ➡ $\triangle ABC=\frac{1}{2}ac\sin B$**

$\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

$12^2=8\times\overline{PB} \qquad \therefore \overline{PB}=18$

$\therefore \triangle ATB$

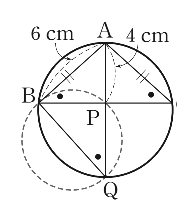
$=\triangle BPT-\triangle APT$

$=\frac{1}{2}\times12\times18\times\sin30°-\frac{1}{2}\times12\times8\times\sin30°$

$=54-24=30$

답 ③

24 해결 Guide **$\overline{AB}$가 세 점 B, P, Q를 지나는 원의 접선이 되기 위한 조건을 이용한다.**



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BQ}$를 그으면

$\angle AQB=\angle ACB=\angle ABC$이므로

$\overline{AB}$는 세 점 B, P, Q를 지나는 원의 접선이다.

따라서 $\overline{AB}^2=\overline{AP}\times\overline{AQ}$이므로

$6^2=4\times(4+\overline{PQ}), \qquad 4\overline{PQ}=20 \qquad \therefore \overline{PQ}=5(\text{cm})$

답 5 cm

REMARK 접선이 되기 위한 조건

원 O에서 ∠BAT=∠BCA이면 직선 AT는 이 원 O의 접선이다.