정답 및 풀이

I. 도형의 성질

1 삼각형의 성질

본책 8~11쪽
01 ④ 02 12 cm 03 5 cm
04 14 cm 05 6 cm 06 ⑤ 07 ② 08 ③
09 28 cm^2 10 45° 11 ⑤ 12 66° 13 55°
14 120° 15 ③ 16 30° 17 123° 18 6 cm^2

본책 12~16쪽
01 ② 02 ④ 03 61°
04 12 cm 05 ① 06 3 cm 07 22 cm 08 ②
09 ④ 10 120 cm^2 11 12 cm 12 ① 13 3°
14 ② 15 24° 16 ④ 17 62° 18 ③
19 (1) 66° (2) 32° 20 112° 21 ⑤ 22 192°
23 ⑤ 24 ④ 25 ③ 26 $(120-16\pi)\,\text{cm}^2$
27 7 cm 28 42 cm 29 ③ 30 ③

본책 17쪽
01 3 cm 02 ② 03 20 cm
04 180° 05 ① 06 14°

2 평행사변형의 성질

본책 18~19쪽
01 89° 02 ②, ⑤ 03 ⑤
04 88 05 ③ 06 ② 07 17 cm^2 08 45 cm^2
09 18 cm^2

본책 20~21쪽
01 20 cm 02 3 cm 03 ③
04 32° 05 36° 06 ⑤ 07 ② 08 ④
09 72 cm^2 10 ③ 11 36 cm^2

본책 22쪽
01 ③ 02 16 cm 03 105°
04 ② 05 12초 06 60 cm^2

3 여러 가지 사각형의 성질

본책 24~27쪽
01 60° 02 ③ 03 40°
04 24 cm^2 05 ② 06 65° 07 ④ 08 ②
09 ② 10 ④ 11 직사각형
12 (가) 직사각형 (나) SAS (다) SAS (라) $\angle\text{CGF}$
13 $x=95$, $y=4$ 14 49 cm^2 15 20π cm^2 16 52 cm^2
17 15 cm^2 18 12 cm^2 19 40 cm^2

본책 28~32쪽
01 56° 02 ⑤ 03 ①
04 직사각형 05 81° 06 10 cm 07 ④
08 90° 09 6 cm 10 ③ 11 ② 12 61°
13 ⑤ 14 36° 15 ② 16 7 cm 17 60°
18 ⑤ 19 13 20 ④ 21 22 cm 22 ③
23 ④ 24 ③ 25 12 cm^2 26 ④ 27 10 cm^2
28 ① 29 5 cm^2 30 ⑤

본책 33쪽
01 16 cm^2 02 ② 03 10 cm
04 3 cm 05 ② 06 44 cm^2

본책 34~37쪽
01 ③ 02 ③ 03 ④
04 ③ 05 ①, ③ 06 ① 07 ② 08 ②
09 ② 10 ⑤ 11 ⑤ 12 ③ 13 ①, ③
14 ④ 15 34° 16 142°
17 (가) $\overline{\text{DM}}$ (나) $\angle\text{EDM}$ (다) $\overline{\text{DE}}$ 18 $\frac{45}{2}$ cm^2
19 76 cm^2 20 32 cm

본책 38~41쪽
01 ② 02 ④ 03 ④
04 ④ 05 ③ 06 ① 07 ② 08 ③
09 ③ 10 ③, ⑤ 11 ⑤ 12 ③ 13 ⑤
14 ③ 15 7 cm 16 54 cm^2 17 1 cm 18 5 cm
19 정사각형, 32 cm^2 20 $\frac{39}{5}$

본책 42~43쪽
유제 1 풀이 34쪽 유제 2 풀이 34쪽 유제 3 풀이 35쪽
유제 4 풀이 35쪽

II. 도형의 닮음

1 도형의 닮음

본책 46~48쪽
01 ④ 02 모서리 HK, 면 GJLI
03 ⑤ 04 $\frac{8}{3}$ cm 05 15 cm 06 $x=30$, $y=10$
07 40π cm 08 $\frac{10}{3}$ cm 09 ⑤ 10 8 cm 11 ③
12 $\frac{5}{2}$ cm 13 $\frac{58}{5}$ 14 $\frac{28}{5}$ cm 15 3 cm 16 $\frac{15}{8}$ cm

본책 49~51쪽

01 ③ 02 ① 03 $\frac{16}{3}$ cm
04 4 : 5 05 ② 06 (ㄴ), (ㄷ) 07 48π cm^3
08 9 cm 09 ③ 10 6 cm 11 ⑤ 12 4 : 7
13 ② 14 $\frac{144}{25}$ cm^2 15 ④ 16 ③
17 ⑤ 18 8 cm

본책 52쪽

01 $\frac{48}{7}$ cm 02 65° 03 $\frac{28}{3}$ cm
04 5 : 6 : 4 05 ⑤ 06 ⑤

2 평행선 사이의 선분의 길이의 비

본책 54~56쪽

01 9 02 $\frac{45}{2}$ cm 03 15 cm
04 (ㄱ), (ㄴ), (ㅁ), (ㅂ) 05 ④ 06 $x=3$, $y=10$
07 $\frac{15}{4}$ cm 08 6 cm 09 ③ 10 9
11 $x=6$, $y=\frac{15}{2}$ 12 27 cm 13 29
14 (1) 3 : 5 (2) $\frac{45}{4}$ cm 15 ③ 16 ④

본책 57~60쪽

01 ⑤ 02 $\frac{81}{2}$ cm 03 ③
04 $\frac{54}{5}$ cm 05 7 cm 06 ② 07 (ㄱ), (ㄷ), (ㄹ), (ㅂ)
08 45 cm 09 3 cm 10 8 cm 11 ① 12 ③
13 16 cm 14 ⑤ 15 30 16 14 cm 17 ③
18 ② 19 5 20 ① 21 ④ 22 15 cm^2
23 ⑤ 24 ③

본책 61쪽

01 ① 02 ③ 03 4 : 3
04 10 cm 05 $\frac{7}{5}$ 06 $\frac{16}{3}$ cm

3 닮음의 활용

본책 62~65쪽

01 15 cm 02 2 cm 03 12 cm
04 16 cm 05 4 cm 06 14 cm 07 7 cm^2 08 8 cm^2
09 ③ 10 ③ 11 27 cm 12 4 cm 13 ②
14 12 cm^2 15 ③ 16 ④ 17 $\frac{54}{5}$ cm^2
18 64 cm^2 19 ④ 20 ③ 21 3.4 m 22 500 km^2

본책 66~70쪽

01 ④ 02 130° 03 ④
04 3 : 1 05 ② 06 16 cm 07 ① 08 8 cm
09 $\frac{20}{9}$ cm^2 10 ③ 11 ⑤ 12 100π cm^2
13 ④ 14 84 cm^2 15 ② 16 5 cm^2 17 ⑤
18 60 cm^2 19 15 cm 20 3 cm^2 21 ① 22 ③
23 16 cm^2 24 ③ 25 1 : 9 26 $\frac{3}{8}$분
27 (1) 125 (2) 5배 28 ④ 29 ② 30 ②

본책 71쪽

01 8 cm 02 ③ 03 2 : 1
04 6 cm^2 05 9 : 2 06 3 cm^3

본책 72~75쪽

01 ②, ⑤ 02 ③ 03 ②
04 ③ 05 ③ 06 ④ 07 ③ 08 ③
09 ③ 10 ④ 11 ③ 12 ③ 13 ③
14 ④ 15 $\frac{21}{2}$ 16 1 : 2 17 30 18 96 cm^2
19 36 cm^2 20 2.5

본책 76~79쪽

01 ⑤ 02 ② 03 ②
04 ② 05 ② 06 ⑤ 07 ① 08 ④
09 ③ 10 ③ 11 ① 12 ④ 13 ⑤
14 ③ 15 $\frac{20}{3}$ cm 16 816 cm^2 17 $\frac{3}{5}$ cm 18 $\frac{80}{9}$ cm
19 $\frac{25}{2}$ cm 20 3.2 m

본책 80~81쪽

유제 1 4 : 1 유제 2 81 : 1 유제 3 2.8 m

Ⅲ. 피타고라스 정리

1 피타고라스 정리

본책 84~86쪽

01 10 cm 02 $\frac{48}{5}$ cm 03 7 cm
04 $\frac{16}{5}$ cm 05 20 cm^2 06 ③ 07 12 08 84
09 1 10 ③ 11 19 12 8
13 $\frac{49}{2}\pi$ cm^2 14 15 cm 15 80 16 ④
17 6

빠른 정답 찾기

본책 87~90쪽 01 10 02 ① 03 $\frac{8}{3}$ cm²
04 7 05 11 cm 06 ③ 07 216π cm³
08 25π 09 28 cm 10 ④ 11 ⑤ 12 196
13 ① 14 114 15 51 16 ⑤ 17 ⑤
18 ① 19 ② 20 32 21 $(9\pi+36)$ cm²
22 ③ 23 ④ 24 ②

본책 91쪽 01 20 02 16 cm 03 ⑤
04 20 cm 05 336 cm² 06 2

본책 92~93쪽 01 ② 02 ② 03 ⑤
04 ④ 05 ② 06 ① 07 ③ 08 $\frac{21}{25}$ cm²
09 (1) 9 (2) 10, 11, 12 10 125

본책 94~95쪽 01 ① 02 ③ 03 ④
04 ③ 05 ② 06 ③ 07 ③ 08 20 m
09 30 cm 10 261

본책 96쪽
유제 1 300 cm 유제 2 45

Ⅳ. 확률

1 경우의 수

본책 98~100쪽 01 ⑤ 02 13 03 6
04 5 05 8 06 ⑤ 07 ③ 08 10
09 7가지 10 120 11 ⑤ 12 24 13 ③
14 180 15 13 16 72 17 360 18 ③

본책 101~103쪽 01 ⑤ 02 2 03 ④
04 10 05 9 06 ⑤ 07 31 08 29
09 38 10 ④ 11 384 12 144 13 ④
14 ④ 15 18 16 ④ 17 840 18 ①
19 ② 20 55 21 ①

본책 104쪽 01 7 02 180
03 (1) 63 (2) 8 04 1260 05 52번째 06 ②

2 확률

본책 106~107쪽 01 ③ 02 $\frac{1}{12}$ 03 $\frac{57}{100}$
04 ① 05 $\frac{3}{5}$ 06 $\frac{4}{5}$ 07 $\frac{1}{45}$ 08 $\frac{9}{64}$
09 ④ 10 ① 11 $\frac{3}{4}$ 12 $\frac{21}{100}$

본책 108~110쪽 01 $\frac{25}{49}$ 02 $\frac{4}{21}$ 03 ①
04 ③ 05 ② 06 $\frac{1}{4}$ 07 $\frac{9}{10}$ 08 $\frac{2}{3}$
09 ④ 10 ④ 11 $\frac{12}{125}$ 12 ④ 13 $\frac{2}{9}$
14 ④ 15 $\frac{67}{256}$ 16 ② 17 ④ 18 $\frac{17}{28}$

본책 111쪽 01 ④ 02 6 03 $\frac{70}{243}$
04 ③ 05 $\frac{1}{4}$ 06 $\frac{1}{4}$

본책 112~115쪽 01 ④ 02 ③ 03 ④
04 ⑤ 05 ① 06 ② 07 ① 08 ④
09 ④ 10 ③ 11 ⑤ 12 ③ 13 ③
14 ② 15 6 16 4 17 18 18 $\frac{13}{14}$
19 $\frac{3}{8}$ 20 $\frac{2}{35}$

본책 116~119쪽 01 ③ 02 ② 03 ⑤
04 ③ 05 ② 06 ④ 07 ③ 08 ④
09 ② 10 ④ 11 ⑤ 12 ③ 13 ③
14 ② 15 28 16 60 17 $\frac{1}{3}$ 18 $\frac{5}{17}$
19 $\frac{23}{50}$ 20 10

본책 120쪽
유제 1 0.18

I 도형의 성질

1 삼각형의 성질

개념 & 핵심 기출

본책 8~11쪽

01 △ABD가 $\overline{AB}=\overline{AD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BAD=180^\circ-(\angle B+\angle ADB)$
$=180^\circ-(68^\circ+68^\circ)=44^\circ$

이때 △ABC가 $\overline{AC}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BAC=\angle B=68^\circ$

$\therefore \angle CAD=\angle BAC-\angle BAD$
$=68^\circ-44^\circ=24^\circ$

답 ④

02 △ABC가 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{AD}\perp\overline{BC}$, $\overline{BD}=\overline{CD}$

△ABD의 넓이가 30 cm²이므로

$\frac{1}{2}\times\overline{BD}\times10=30$

$5\overline{BD}=30$ $\therefore \overline{BD}=6\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{BC}=2\overline{BD}=2\times6$
$=12\,(\text{cm})$

답 12 cm

03 △ABC가 $\overline{AC}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle CAB=\angle B=\frac{1}{2}\times(180^\circ-36^\circ)=72^\circ$

$\therefore \angle CAD=\frac{1}{2}\angle CAB=\frac{1}{2}\times72^\circ=36^\circ$

따라서 △ADC는 $\overline{AD}=\overline{CD}$인 이등변삼각형이다.

이때 △ADC에서

$\angle ADB=36^\circ+36^\circ=72^\circ$

즉 $\angle B=\angle ADB=72^\circ$이므로 △ABD는 $\overline{AB}=\overline{AD}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{CD}=\overline{AD}=\overline{AB}=5\,(\text{cm})$

답 5 cm

04 △ABC에서

$\angle A=180^\circ-(30^\circ+90^\circ)=60^\circ$

△ADC에서 $\overline{AD}=\overline{CD}$이므로

$\angle DCA=\angle A=60^\circ$

즉 △ADC는 정삼각형이므로

$\overline{AD}=\overline{CD}=\overline{AC}=7\,(\text{cm})$

한편 $\angle DCB=90^\circ-60^\circ=30^\circ$이므로 △DBC는 $\overline{DB}=\overline{DC}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{DB}=\overline{DC}=7\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=\overline{AD}+\overline{DB}=14\,(\text{cm})$

답 14 cm

일품 BOX

(사다리꼴의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times\{$(윗변의 길이)+(아랫변의 길이)$\}\times$(높이)

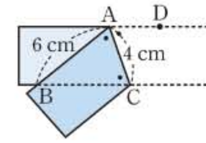
이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.

$\overline{DE}=\overline{DB}+\overline{BE}$

△ABC는 $\overline{BA}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이다.

삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

05 오른쪽 그림에서



$\angle BAC=\angle DAC$ (접은 각),

$\angle DAC=\angle BCA$ (엇각)

이므로

$\angle BAC=\angle BCA$

따라서 △ABC는 $\overline{BA}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{BC}=\overline{BA}=6\,(\text{cm})$

답 6 cm

06 △ADB와 △BEC에서

$\angle ADB=\angle BEC=90^\circ$,

$\overline{AB}=\overline{BC}$,

$\angle DBA=90^\circ-\angle EBC=\angle ECB$

이므로

△ADB≡△BEC (RHA 합동)

따라서 $\overline{DB}=\overline{EC}=6\,(\text{cm})$, $\overline{BE}=\overline{AD}=8\,(\text{cm})$이므로 사각형 ADEC의 넓이는

$\frac{1}{2}\times(6+8)\times(6+8)=98\,(\text{cm}^2)$

답 ⑤

07 △ADM과 △CEM에서

$\angle ADM=\angle CEM=90^\circ$,

$\overline{AM}=\overline{CM}$, $\overline{MD}=\overline{ME}$

이므로

△ADM≡△CEM (RHS 합동)

따라서 $\angle A=\angle C=35^\circ$이므로 △ABC에서

$\angle B=180^\circ-2\times35^\circ=110^\circ$

답 ②

08 △AOP와 △BOP에서

$\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$,

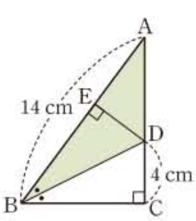
$\overline{OP}$는 공통, $\overline{PA}=\overline{PB}$

이므로 △AOP≡△BOP (RHS 합동)

$\therefore \angle APO=\angle BPO$, $\angle AOP=\angle BOP$, $\overline{AO}=\overline{BO}$

답 ③

09 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 E라 하면 △BED와 △BCD에서



$\angle BED=\angle C=90^\circ$,

$\overline{BD}$는 공통,

$\angle DBE=\angle DBC$

이므로

△BED≡△BCD (RHA 합동)

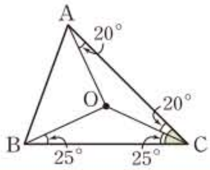
따라서 $\overline{ED}=\overline{CD}=4\,(\text{cm})$이므로

$\triangle ABD=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{ED}$
$=\frac{1}{2}\times14\times4=28\,(\text{cm}^2)$

답 28 cm²

일품 BOX

10 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면



$\angle OCA = \angle OAC = 20°$,
$\angle OCB = \angle OBC = 25°$
이므로

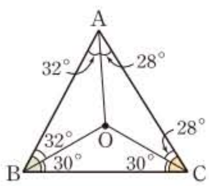
$\angle C = \angle OCA + \angle OCB$
$= 20° + 25° = 45°$ 답 $45°$

> $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$이므로 $\triangle OAC$는 $\overline{OA} = \overline{OC}$인 이등변삼각형이고, $\triangle OBC$는 $\overline{OB} = \overline{OC}$인 이등변삼각형이다.
> $\therefore \angle OCA = \angle OAC$, $\angle OCB = \angle OBC$

11 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\triangle ABC$의 외접원의 반지름의 길이는 $\frac{13}{2}$ cm이다.
따라서 $\triangle ABC$의 외접원의 둘레의 길이는

$2\pi \times \frac{13}{2} = 13\pi$ (cm) 답 ⑤

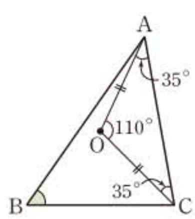
12 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$, $\overline{OC}$를 그으면



$\angle OBA = \angle OAB = 32°$,
$\angle OCA = \angle OAC = 28°$
$\angle OAB + \angle OBC + \angle OCA = 90°$에서
$\angle OBC = 90° - 32° - 28° = 30°$
따라서
$\angle x = 32° + 30° = 62°$,
$\angle y = 28° + 30° = 58°$
이므로
$2\angle x - \angle y = 2 \times 62° - 58° = 66°$ 답 $66°$

> 점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\triangle OBC$는 $\overline{OB} = \overline{OC}$인 이등변삼각형이다.
> $\therefore \angle OCB = \angle OBC$

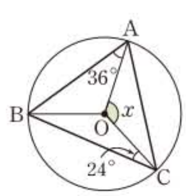
13 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면



$\angle OCA = \angle OAC = 35°$
$\triangle AOC$에서
$\angle AOC = 180° - 2 \times 35°$
$= 110°$
$\therefore \angle B = \frac{1}{2} \angle AOC$
$= \frac{1}{2} \times 110° = 55°$ 답 $55°$

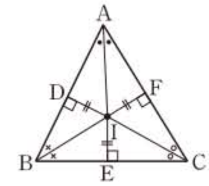
> 점 O가 $\triangle ABC$의 외심일 때,
> $\angle A = \frac{1}{2} \angle BOC$,
> $\angle B = \frac{1}{2} \angle AOC$,
> $\angle C = \frac{1}{2} \angle AOB$

14 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$를 그으면



$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$
$\triangle OAB$, $\triangle OBC$에서
$\angle OBA = \angle OAB = 36°$,
$\angle OBC = \angle OCB = 24°$
$\angle ABC = \angle ABO + \angle OBC = 36° + 24° = 60°$이므로
$\angle x = 2\angle ABC = 2 \times 60° = 120°$ 답 $120°$

15 ① $\triangle IBD$와 $\triangle IBE$에서



$\angle IDB = \angle IEB = 90°$,
$\overline{IB}$는 공통,
$\angle IBD = \angle IBE$
이므로
$\triangle IBD \equiv \triangle IBE$ (RHA 합동)
$\therefore \overline{BD} = \overline{BE}$

② 삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같으므로
$\overline{ID} = \overline{IE} = \overline{IF}$

④ $\triangle IFC$와 $\triangle IEC$에서
$\angle IFC = \angle IEC = 90°$,
$\overline{IC}$는 공통,
$\angle ICF = \angle ICE$
이므로
$\triangle IFC \equiv \triangle IEC$ (RHA 합동)

⑤ $\triangle IAD$와 $\triangle IAF$에서
$\angle IDA = \angle IFA = 90°$,
$\overline{IA}$는 공통,
$\angle IAD = \angle IAF$
이므로
$\triangle IAD \equiv \triangle IAF$ (RHA 합동) 답 ③

16 점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로
$\angle IBC = \frac{1}{2} \angle ABC$
$= \frac{1}{2} \times 70° = 35°$
$\triangle BCI$에서
$\angle ICB = 180° - (\angle BIC + \angle IBC)$
$= 180° - (115° + 35°) = 30°$
$\therefore \angle ICA = \angle ICB = 30°$ 답 $30°$

17 점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로
$\angle ACB = 2 \times 33° = 66°$
$\therefore \angle AIB = 90° + \frac{1}{2} \angle ACB$
$= 90° + \frac{1}{2} \times 66°$
$= 123°$ 답 $123°$

18 내접원 I의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = \frac{1}{2} \times r \times (10 + 6 + 8)$
$24 = 12r$ $\therefore r = 2$
$\therefore \triangle IBC = \frac{1}{2} \times 6 \times 2 = 6$ (cm^2)

> $\triangle ABC$
> $= \triangle ABI + \triangle BCI + \triangle CAI$

답 $6\ cm^2$

만점 도전을 위한 고난도 문제 본책 12~16쪽

01 전략 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 $180°$임을 이용하여 $\angle DAC$의 크기를 구한다.

풀이 $\triangle ADC$에서

$\angle DAC = 180° - (90° + 60°) = 30°$

$\triangle AEF$가 $\overline{AE} = \overline{AF}$인 이등변삼각형이므로

$\angle AFE = \frac{1}{2} \times (180° - 30°) = 75°$

따라서 $\triangle BCF$에서

$\angle BFA = \angle FBC + \angle C$

$75° = \angle FBC + 60°$

$\therefore \angle FBC = 15°$

답 ②

> 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

02 전략 $\angle B$의 크기를 구한 후 $\triangle ABE$에서 $\angle AEF = \angle BAE + \angle B$임을 이용한다.

풀이 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$이므로

$\angle B = \frac{1}{2} \times (180° - 120°) = 30°$

$\angle BAE = \frac{2}{5} \times 120° = 48°$이므로 $\triangle ABE$에서

$\angle AEF = \angle BAE + \angle B$

$= 48° + 30°$

$= 78°$

답 ④

다른풀이 $\triangle ABD \equiv \triangle ACG$ (ASA 합동)이므로

$\overline{AD} = \overline{AG}$

따라서 $\triangle ADG$는 이등변삼각형이다.

또 $\triangle ADE \equiv \triangle AGF$ (ASA 합동)이므로

$\overline{AE} = \overline{AF}$

따라서 $\triangle AEF$는 이등변삼각형이다.

이때 $\angle EAF = \frac{1}{5} \times 120° = 24°$이므로

$\angle AEF = \frac{1}{2} \times (180° - 24°)$

$= 78°$

> $\triangle ABD$와 $\triangle ACG$에서
> $\overline{AB} = \overline{AC}$,
> $\angle BAD = \angle CAG$,
> $\angle B = \angle C$
> $\therefore \triangle ABD \equiv \triangle ACG$

> $\triangle ADE$와 $\triangle AGF$에서
> $\overline{AD} = \overline{AG}$,
> $\angle DAE = \angle GAF$,
> $\angle ADE = \angle AGF$
> $\therefore \triangle ADE \equiv \triangle AGF$

03 전략 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같음을 이용하여 합동인 삼각형을 찾는다.

풀이 $\triangle ABC$에서

$\angle B = \frac{1}{2} \times (180° - 64°) = 58°$

$\triangle FBD$와 $\triangle DCE$에서

$\overline{BF} = \overline{CD}$, $\overline{BD} = \overline{CE}$,

$\angle B = \angle C$

이므로

$\triangle FBD \equiv \triangle DCE$ (SAS 합동) ··· ❶

> $\triangle DCE \equiv \triangle FBD$이므로
> $\angle EDC = \angle DFB$

따라서 $\overline{DF} = \overline{ED}$이므로 $\triangle DEF$는 이등변삼각형이고

$\angle FDE = 180° - (\angle FDB + \angle EDC)$

$= 180° - (\angle FDB + \angle DFB)$

$= \angle B = 58°$ ··· ❷

이므로

$\angle x = \frac{1}{2} \times (180° - 58°) = 61°$ ··· ❸

답 $61°$

채점 기준	비율
❶ $\triangle FBD \equiv \triangle DCE$임을 알 수 있다.	40 %
❷ $\angle FDE$의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❸ $\angle x$의 크기를 구할 수 있다.	20 %

04 전략 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분함을 이용한다.

풀이 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로

$\overline{AD} \perp \overline{BC}$, $\overline{BD} = \overline{CD}$

$\triangle ABD$에서

$\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{DE} = \frac{1}{2} \times \overline{BD} \times \overline{AD}$

이므로

$\frac{1}{2} \times 10 \times \frac{24}{5} = \frac{1}{2} \times \overline{BD} \times 8$

$24 = 4\overline{BD}$

$\therefore \overline{BD} = 6$ (cm) ··· ❶

$\therefore \overline{BC} = 2\overline{BD} = 2 \times 6$

$= 12$ (cm) ··· ❷

답 12 cm

채점 기준	비율
❶ $\overline{BD}$의 길이를 구할 수 있다.	80 %
❷ $\overline{BC}$의 길이를 구할 수 있다.	20 %

05 전략 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같음을 이용하여 $\triangle ABC$와 $\triangle ACD$가 어떤 삼각형인지 조사한다.

풀이 $\triangle ABD$에서 $\angle EAB = \angle B + \angle D$

$81° = \angle B + 27°$

$\therefore \angle B = 81° - 27° = 54°$

즉 $\angle B = \angle ACB = 54°$이므로 $\triangle ABC$는 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형이다.

또 $\triangle ACD$에서

$\angle ACB = \angle CAD + \angle D$

$54° = \angle CAD + 27°$

$\therefore \angle CAD = 54° - 27° = 27°$

즉 $\angle CAD = \angle D = 27°$이므로 $\triangle ACD$는 $\overline{CA} = \overline{CD}$인 이등변삼각형이다.

따라서 $\overline{AB}=\overline{AC}=\overline{CD}=3(\text{cm})$이므로

$\overline{AB}+\overline{AC}=3+3=6(\text{cm})$ 　답 ①

06 전략 두 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형임을 이용한다.

풀이 $\triangle ABC$에서 　$\angle B=\angle C$

$\triangle DEC$에서

$\angle D=90°-\angle C=90°-\angle B$

$\triangle BEF$에서

$\angle BFE=90°-\angle B$

이므로 　$\angle AFD=\angle BFE=\angle D$

따라서 $\triangle ADF$는 $\overline{AD}=\overline{AF}$인 이등변삼각형이므로

$6+\overline{AF}=12-\overline{AD}$에서

$6+\overline{AD}=12-\overline{AD}$, 　$2\overline{AD}=6$

$\therefore \overline{AD}=3(\text{cm})$ 　답 3 cm

07 전략 평행한 두 직선이 한 직선과 만날 때, 동위각의 크기는 같음을 이용하여 크기가 같은 각을 찾는다.

풀이 $\triangle ABC$에서 　$\angle B=\angle C$

$\overline{AB}\,/\!/\,\overline{EF}$이므로 　$\angle B=\angle FEC$ (동위각)

$\overline{AC}\,/\!/\,\overline{DE}$이므로 　$\angle C=\angle DEB$ (동위각)

따라서 $\angle B=\angle DEB$이므로 $\triangle DBE$는 $\overline{DB}=\overline{DE}$인 이등변삼각형이고, $\angle C=\angle FEC$이므로 $\triangle FEC$는 $\overline{FE}=\overline{FC}$인 이등변삼각형이다.

즉 사각형 ADEF의 둘레의 길이는

$$\begin{aligned}\overline{AD}+\overline{DE}+\overline{EF}+\overline{AF}&=\overline{AD}+\overline{DB}+\overline{CF}+\overline{AF}\\&=\overline{AB}+\overline{AC}\\&=11+11=22(\text{cm})\end{aligned}$$

답 22 cm

08 전략 $\triangle ABF\equiv\triangle BCG$임을 이용하여 $\overline{FG}$의 길이를 구한다.

풀이 $\triangle ABF$와 $\triangle BCG$에서

$\angle AFB=\angle BGC=90°$, $\overline{AB}=\overline{BC}$,

$\angle BAF=90°-\angle ABF=\angle CBG$

이므로

$\triangle ABF\equiv\triangle BCG$ (RHA 합동)

따라서 $\overline{BF}=\overline{CG}=4(\text{cm})$, $\overline{BG}=\overline{AF}=6(\text{cm})$이므로

$\overline{FG}=\overline{BG}-\overline{BF}=6-4=2(\text{cm})$

$$\begin{aligned}\therefore \triangle AFG&=\frac{1}{2}\times\overline{AF}\times\overline{FG}\\&=\frac{1}{2}\times6\times2\\&=6(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

답 ②

두 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

맞꼭지각의 크기는 같다.

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\overline{BF}+\overline{AF}=\overline{CD}-\overline{AD}$

사각형 ABCD는 정사각형이므로 $\overline{AB}=\overline{BC}$

09 전략 $\triangle ABD\equiv\triangle BAE$임을 이용한다.

풀이 $\triangle ABD$와 $\triangle BAE$에서

$\angle ADB=\angle BEA=90°$,

$\overline{AB}$는 공통, $\overline{AD}=\overline{BE}$

이므로 　$\triangle ABD\equiv\triangle BAE$ (RHS 합동)

$\therefore \angle BAD=\angle ABE$

즉 $\triangle ABC$는 $\overline{CA}=\overline{CB}$인 이등변삼각형이므로

$y=12$

또 $\angle ABE=\frac{1}{2}\times(180°-54°)=63°$이므로 $\triangle ABE$에서

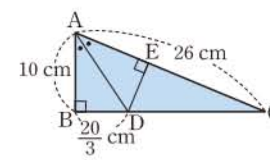
$\angle BAE=90°-\angle ABE=90°-63°=27°$

$\therefore x=27$

$\therefore x+y=39$ 　답 ④

10 전략 점 D에서 $\overline{AC}$에 수선을 그은 후 합동인 삼각형을 찾는다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 E라 하면



$\triangle ABD$와 $\triangle AED$에서

$\angle B=\angle AED=90°$,

$\overline{AD}$는 공통, $\angle BAD=\angle EAD$

이므로

$\triangle ABD\equiv\triangle AED$ (RHA 합동) ⋯ ❶

따라서 $\overline{ED}=\overline{BD}=\frac{20}{3}(\text{cm})$이므로 ⋯ ❷

$$\begin{aligned}\triangle ABC&=\triangle ABD+\triangle ADC\\&=\frac{1}{2}\times\frac{20}{3}\times10+\frac{1}{2}\times26\times\frac{20}{3}\\&=\frac{100}{3}+\frac{260}{3}\\&=120(\text{cm}^2)\end{aligned}$$ ⋯ ❸

답 120 cm²

채점 기준	비율
❶ $\triangle ABD\equiv\triangle AED$임을 알 수 있다.	40 %
❷ $\overline{ED}$의 길이를 구할 수 있다.	20 %
❸ $\triangle ABC$의 넓이를 구할 수 있다.	40 %

11 전략 $\triangle AED\equiv\triangle ACD$임을 이용하여 $\overline{AE}$의 길이를 구한다.

풀이 $\triangle AED$와 $\triangle ACD$에서

$\angle AED=\angle C=90°$,

$\overline{AD}$는 공통, $\angle EAD=\angle CAD$

이므로

$\triangle AED\equiv\triangle ACD$ (RHA 합동) ⋯ ❶

$\therefore \overline{AE}=\overline{AC}=6(\text{cm})$, $\overline{ED}=\overline{CD}$ ⋯ ❷

따라서 $\triangle$BDE의 둘레의 길이는

$$\begin{aligned}\overline{BD}+\overline{DE}+\overline{EB}&=\overline{BD}+\overline{DC}+\overline{EB}\\&=\overline{BC}+\overline{EB}\\&=8+4=12\,(\text{cm})\end{aligned}$$ ···· ❸

일품 BOX

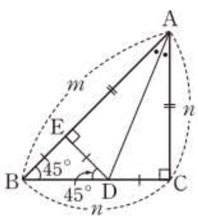
$\overline{EB}=\overline{AB}-\overline{AE}$
$=10-6$
$=4\,(\text{cm})$

답 12 cm

채점 기준	비율
❶ $\triangle AED\equiv\triangle ACD$임을 알 수 있다.	40 %
❷ $\overline{AE}$의 길이를 구하고, $\overline{ED}=\overline{CD}$임을 알 수 있다.	20 %
❸ $\triangle$BDE의 둘레의 길이를 구할 수 있다.	40 %

12 전략 점 D에서 $\overline{AB}$에 수선을 그은 후 합동인 삼각형을 찾는다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 E라 하면 $\triangle$AED와 $\triangle$ACD에서



$\angle AED=\angle C=90°$,
$\overline{AD}$는 공통,
$\angle EAD=\angle CAD$

이므로 $\triangle AED\equiv\triangle ACD$ (RHA 합동)

$\therefore \overline{AE}=\overline{AC}$, $\overline{ED}=\overline{CD}$

이때 $\triangle$ABC가 직각이등변삼각형이므로

$\angle B=45°$

$\triangle$EBD에서 $\angle DEB=90°$, $\angle B=45°$이므로

$\angle EDB=45°$

즉 $\triangle$EBD는 $\overline{EB}=\overline{ED}$인 직각이등변삼각형이므로

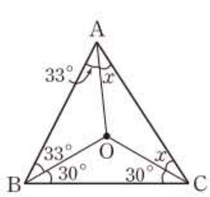
$\overline{CD}=\overline{ED}=\overline{EB}$

$$\begin{aligned}\therefore \overline{AC}+\overline{CD}&=\overline{AE}+\overline{EB}\\&=\overline{AB}=m\end{aligned}$$

답 ①

13 전략 $\overline{OA}$, $\overline{OC}$를 그으면 $\angle OAB=\angle OBA$, $\angle OCB=\angle OBC$임을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OC}$를 그으면



$\angle OAB=\angle OBA=33°$,
$\angle OCB=\angle OBC=30°$ ···· ❶

이때 $\angle OAC=\angle OCA=\angle x$라 하면

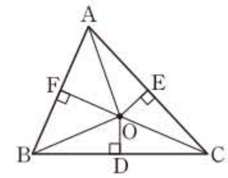
$$\begin{aligned}\angle A-\angle C&=(33°+\angle x)-(30°+\angle x)\\&=33°+\angle x-30°-\angle x\\&=3°\end{aligned}$$ ···· ❷

답 3°

채점 기준	비율
❶ $\angle OAB$, $\angle OCB$의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❷ $\angle A-\angle C$의 크기를 구할 수 있다.	60 %

14 전략 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$를 그은 후 합동인 삼각형을 찾는다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$를 그으면



$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$

$\therefore \triangle AOF\equiv\triangle BOF$,
$\triangle BOD\equiv\triangle COD$,
$\triangle COE\equiv\triangle AOE$

$\triangle$AOF와 $\triangle$BOF에서
$\angle AFO=\angle BFO=90°$,
$\overline{OA}=\overline{OB}$,
$\angle OAF=\angle OBF$
$\therefore \triangle AOF\equiv\triangle BOF$
(RHA 합동)

합동인 두 삼각형의 넓이는 같으므로

$\triangle AOF=\triangle BOF$,
$\triangle BOD=\triangle COD$,
$\triangle COE=\triangle AOE$

이때 사각형 BDOF의 넓이가 20 cm^2이므로

$20=\triangle BOF+\triangle BOD=\triangle AOF+\triangle COD$

$$\begin{aligned}\therefore\ &\triangle ABC\\&=\triangle AOF+\triangle BOF+\triangle BOD+\triangle COD\\&\quad+\triangle COE+\triangle AOE\\&=(\triangle AOF+\triangle COD)+(\triangle BOF+\triangle BOD)\\&\quad+(\triangle COE+\triangle AOE)\\&=40+2\triangle AOE\end{aligned}$$

즉 $62=40+2\triangle AOE$이므로

$2\triangle AOE=22$

$\therefore \triangle AOE=11\,(\text{cm}^2)$

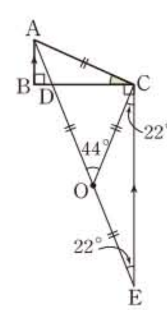
한편 $\triangle AOE=\frac{1}{2}\times\overline{AE}\times\overline{OE}$이므로

$11=\frac{1}{2}ab \qquad \therefore ab=22$

답 ②

15 전략 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점임을 이용하여 $\triangle$DCE의 외심을 찾는다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{DE}$의 중점을 O라 하면 점 O는 직각삼각형 DCE의 외심이므로



$\overline{OC}=\overline{OD}=\overline{OE}$

$\triangle$OCE에서

$\angle COD=22°+22°=44°$

$\triangle$COD는 $\overline{OC}=\overline{OD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OCD=\angle ODC=\frac{1}{2}\times(180°-44°)=68°$

또 $\triangle$ACO는 $\overline{CA}=\overline{CO}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{OC}=\overline{OD}=\overline{OE}$이고,
주어진 조건에서
$\overline{DE}=2\overline{AC}$이므로
$\overline{AC}=\frac{1}{2}\overline{DE}$
$=\overline{OD}$
$=\overline{OC}$

$\angle CAO=\angle COA=44°$

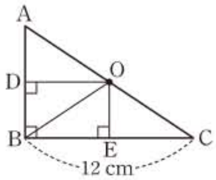
따라서 $\triangle$ADC에서

$\angle ACB=68°-44°=24°$

답 24°

16 전략 점 O에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$에 수선을 그어 만든 사각형은 직사각형임을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 O에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 D, E라 하면 △OBC의 넓이가 24 cm^2이므로



$\frac{1}{2}\times 12\times \overline{OE}=24$

$6\,\overline{OE}=24 \quad \therefore \overline{OE}=4\,(cm)$

이때 $\angle ODB=\angle DBE=\angle OEB=90°$이므로

$\angle DOE=90°$

따라서 사각형 DBEO는 직사각형이므로

$\overline{OE}=\overline{DB}$

점 O가 △ABC의 외심이므로

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$

즉 △OAB는 $\overline{OA}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이므로

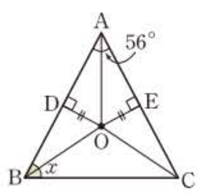
$\overline{AD}=\overline{DB}=\overline{OE}=4\,(cm)$

$\therefore \overline{AB}=\overline{AD}+\overline{DB}=4+4=8\,(cm)$

답 ④

17 전략 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$를 그은 후 합동인 삼각형을 찾는다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$를 그으면



$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$

△OAD와 △OAE에서

$\angle ODA=\angle OEA=90°$,

$\overline{OA}$는 공통, $\overline{OD}=\overline{OE}$

이므로 $\quad$ △OAD≡△OAE (RHS 합동) ⋯ ❶

$\therefore \angle OAD=\angle OAE=\frac{1}{2}\times 56°=28°$ ⋯ ❷

$\angle OBD=\angle OAD=28°$이므로

$\angle OBC=\angle x-28°$

따라서 $28°+28°+(\angle x-28°)=90°$이므로

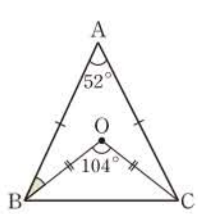
$\angle x=62°$ ⋯ ❸

답 62°

채점 기준	비율
❶ △OAD≡△OAE임을 알 수 있다.	50 %
❷ ∠OAD의 크기를 구할 수 있다.	20 %
❸ $\angle x$의 크기를 구할 수 있다.	30 %

18 전략 점 O가 △ABC의 외심이므로 $\angle BOC=2\angle A$임을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면 점 O가 △ABC의 외심이므로



$\angle BOC=2\angle A$

$=2\times 52°$

$=104°$

일품 BOX

이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같다.

△ABO는 $\overline{OA}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이다.

점 O는 △ABC의 외심이므로 $\angle OAD+\angle OAE+\angle OBC=90°$

△OBC는 $\overline{OB}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OBC=\angle OCB$

$=\frac{1}{2}\times(180°-104°)$

$=38°$

△ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABC=\angle ACB$

$=\frac{1}{2}\times(180°-52°)$

$=64°$

$\therefore \angle ABO=\angle ABC-\angle OBC$

$=64°-38°$

$=26°$

답 ③

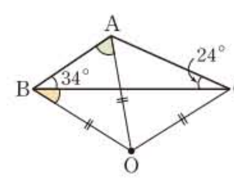
다른풀이 이등변삼각형의 외심은 꼭지각의 이등분선 위에 있으므로 $\overline{AO}$는 ∠A의 이등분선이다.

따라서 $\angle BAO=\angle CAO=\frac{1}{2}\angle A=26°$이므로

$\angle ABO=\angle BAO=26°$

19 전략 점 O가 △ABC의 외심이므로 $\angle AOC=2\angle ABC$임을 이용한다.

풀이 (1) 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면 점 O가 △ABC의 외심이므로



$\angle AOC=2\angle ABC$

$=2\times 34°$

$=68°$

△OAC는 $\overline{OA}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OAC=\angle OCA$

$=\frac{1}{2}\times(180°-68°)=56°$ ⋯ ❶

따라서 △ABC에서

$\angle BAO$

$=180°-(\angle ABC+\angle ACB+\angle OAC)$

$=180°-(34°+24°+56°)$

$=66°$ ⋯ ❷

(2) △OAB는 $\overline{OA}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABO=\angle BAO=66°$ ⋯ ❸

$\therefore \angle OBC=\angle ABO-\angle ABC$

$=66°-34°$

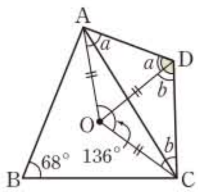
$=32°$ ⋯ ❹

답 (1) 66° (2) 32°

채점 기준	비율
❶ ∠OAC의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❷ ∠BAO의 크기를 구할 수 있다.	20 %
❸ ∠ABO의 크기를 구할 수 있다.	20 %
❹ ∠OBC의 크기를 구할 수 있다.	20 %

20 전략 점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\angle AOC=2\angle B$임을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OC}$, $\overline{OD}$를 그으면 점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로



$\angle AOC=2\angle B$
$=2\times 68^\circ$
$=136^\circ$

점 O가 $\triangle ACD$의 외심이므로

$\angle OAD=\angle ODA=\angle a$,
$\angle OCD=\angle ODC=\angle b$

라 하면 사각형 AOCD에서

$\angle a+136^\circ+\angle b+(\angle a+\angle b)=360^\circ$
$2(\angle a+\angle b)=224^\circ$
$\therefore\ \angle a+\angle b=112^\circ$
$\therefore\ \angle D=\angle a+\angle b=112^\circ$

답 112°

다른풀이 점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\angle AOC=2\angle B=2\times 68^\circ=136^\circ$

또 점 O가 $\triangle ACD$의 외심이므로

$360^\circ-\angle AOC=2\angle D$에서

$360^\circ-136^\circ=2\angle D$
$\therefore\ \angle D=112^\circ$

21 전략 $\overline{BI}$, $\overline{CI}$는 각각 $\angle B$, $\angle C$의 이등분선임을 이용한다.

풀이 점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle IBA=\angle IBC=28^\circ$
$\therefore\ \angle ABC=2\times 28^\circ=56^\circ$

$\triangle ABC$에서

$\angle ACB=180^\circ-(\angle A+\angle ABC)$
$=180^\circ-(64^\circ+56^\circ)$
$=60^\circ$

$\therefore\ \angle ICA=\frac{1}{2}\angle ACB$
$=\frac{1}{2}\times 60^\circ$
$=30^\circ$

답 ⑤

다른풀이 1 $\angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A$
$=90^\circ+\frac{1}{2}\times 64^\circ$
$=122^\circ$

$\therefore\ \angle ICA=\angle ICB$
$=180^\circ-(\angle BIC+\angle IBC)$
$=180^\circ-(122^\circ+28^\circ)$
$=30^\circ$

일품 BOX

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이면
$\angle IAB+\angle IBC+\angle ICA=90^\circ$

사각형의 내각의 크기의 합은 360°이다.

$\angle A+\angle ABC+\angle ACB=180^\circ$

㉠$\times 2-$㉡을 하면
$3\angle x=90^\circ$
$\therefore\ \angle x=30^\circ$
$\angle x=30^\circ$를 ㉠에 대입하면
$60^\circ+\angle y=100^\circ$
$\therefore\ \angle y=40^\circ$

다른풀이 2 $\angle IAB=\frac{1}{2}\angle A=\frac{1}{2}\times 64^\circ=32^\circ$이므로

$\angle ICA=90^\circ-(\angle IBC+\angle IAB)$
$=90^\circ-(28^\circ+32^\circ)=30^\circ$

22 전략 $\overline{BI}$, $\overline{CI}$는 각각 $\angle B$, $\angle C$의 이등분선임을 이용하여 $\angle IBC+\angle ICB$의 크기를 구한다.

풀이 점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle ABD=\angle CBD$, $\angle ACE=\angle BCE$
$\therefore\ \angle IBC+\angle ICB=\frac{1}{2}(\angle ABC+\angle ACB)$
$=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle A)$
$=\frac{1}{2}\times(180^\circ-68^\circ)$
$=56^\circ$ ··· ❶

$\triangle BCD$에서

$\angle BDC=180^\circ-(\angle DBC+\angle DCB)$
$=180^\circ-(\angle IBC+2\angle ICB)$ ··· ㉠

$\triangle BCE$에서

$\angle BEC=180^\circ-(\angle EBC+\angle ECB)$
$=180^\circ-(2\angle IBC+\angle ICB)$ ··· ㉡

㉠, ㉡에서

$\angle BDC+\angle BEC$
$=360^\circ-\{(\angle IBC+2\angle ICB)+(2\angle IBC+\angle ICB)\}$
$=360^\circ-3(\angle IBC+\angle ICB)$
$=360^\circ-3\times 56^\circ$
$=192^\circ$ ··· ❷

답 192°

채점 기준	비율
❶ $\angle IBC+\angle ICB$의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❷ $\angle BDC+\angle BEC$의 크기를 구할 수 있다.	60 %

23 전략 $\overline{AI}$, $\overline{BI}$는 각각 $\angle A$, $\angle B$의 이등분선이고 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°임을 이용한다.

풀이 점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle CAI=\angle BAI=\angle x$,
$\angle CBI=\angle ABI=\angle y$

$\triangle ABE$에서

$2\angle x+\angle y+80^\circ=180^\circ$
$\therefore\ 2\angle x+\angle y=100^\circ$ ······ ㉠

$\triangle ABD$에서

$\angle x+2\angle y+70^\circ=180^\circ$
$\therefore\ \angle x+2\angle y=110^\circ$ ······ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$\angle x=30^\circ$, $\angle y=40^\circ$

따라서 △ABC에서

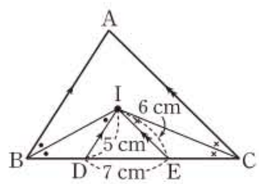
$\angle z=180°-(2\angle x+2\angle y)$
$=180°-(60°+80°)$
$=40°$

$\therefore \angle x-\angle y+\angle z=30°-40°+40°$
$=30°$

답 ⑤

24 전략 $\overline{BI}$, $\overline{CI}$를 그은 후 $\overline{BI}$, $\overline{CI}$가 각각 $\angle B$, $\angle C$의 이등분선임을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BI}$, $\overline{CI}$를 그으면 점 I가 △ABC의 내심이므로



$\angle ABI=\angle CBI$,
$\angle ACI=\angle BCI$

이때 $\overline{AB} /\!/ \overline{ID}$이므로

$\angle ABI=\angle DIB$ (엇각)

$\overline{AC} /\!/ \overline{IE}$이므로

$\angle ACI=\angle EIC$ (엇각)

따라서 $\angle DIB=\angle DBI$, $\angle EIC=\angle ECI$이므로

$\overline{BD}=\overline{ID}$, $\overline{EC}=\overline{IE}$

$\therefore \overline{BC}=\overline{BD}+\overline{DE}+\overline{EC}$
$=\overline{ID}+\overline{DE}+\overline{IE}$
$=5+7+6$
$=18\,(\text{cm})$

답 ④

평행한 두 직선이 한 직선과 만날 때, 엇각의 크기는 같다.

두 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

25 전략 점 I가 △ABC의 내심이므로 $\angle BIC=90°+\frac{1}{2}\angle BAC$임을 이용한다.

풀이 $\angle AIB+\angle BIC+\angle CIA=360°$이고

$\angle AIB : \angle BIC : \angle CIA=5:6:7$

이므로

$\angle AIB=360°\times\frac{5}{18}=100°$,

$\angle BIC=360°\times\frac{6}{18}=120°$,

$\angle CIA=360°\times\frac{7}{18}=140°$

$5+6+7=18$

따라서

$\angle BAC=2(\angle BIC-90°)$
$=2\times(120°-90°)$
$=60°$,

$\angle BIC=90°+\frac{1}{2}\angle BAC$에서 $\frac{1}{2}\angle BAC=\angle BIC-90°$
$\therefore \angle BAC=2(\angle BIC-90°)$

$\angle ABC=2(\angle CIA-90°)$
$=2\times(140°-90°)$
$=100°$,

$\angle ACB=2(\angle AIB-90°)$
$=2\times(100°-90°)$
$=20°$

이므로

$\angle ABC+\angle ACB-\angle BAC=100°+20°-60°$
$=60°$

답 ③

26 전략 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times$(내접원의 반지름의 길이)$\times$(△ABC의 둘레의 길이)

풀이 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면 △ABC의 넓이가 120 cm^2이므로

$120=\frac{1}{2}r\times 60$

$\therefore r=4$

원 O의 넓이는

$\pi\times 4^2=16\pi\,(\text{cm}^2)$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$120-16\pi\,(\text{cm}^2)$

답 $(120-16\pi)\text{ cm}^2$

27 전략 점 I가 △ABC의 내심이므로 $\overline{AF}=\overline{AD}$, $\overline{BE}=\overline{DB}$, $\overline{CF}=\overline{CE}$임을 이용한다.

풀이 $\overline{CE}=x$ cm라 하면

$\overline{CF}=\overline{CE}=x\,(\text{cm})$

이때 $\overline{AF}=\overline{AD}$, $\overline{BE}=\overline{DB}$이므로

$\overline{AF}+\overline{BE}=\overline{AD}+\overline{DB}=9\,(\text{cm})$

△ABC의 둘레의 길이는

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$
$=\overline{AB}+\overline{BE}+\overline{EC}+\overline{CF}+\overline{AF}$
$=\overline{AB}+(\overline{AF}+\overline{BE})+(\overline{CE}+\overline{CF})$
$=9+9+2x$
$=2x+18\,(\text{cm})$

즉 $2x+18=32$이므로 $\quad 2x=14$

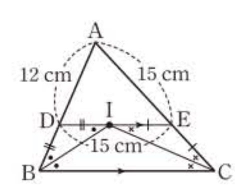
$\therefore x=7$

따라서 $\overline{CE}$의 길이는 7 cm이다.

답 7 cm

28 전략 $\overline{BI}$, $\overline{CI}$를 그은 후 $\overline{BI}$, $\overline{CI}$가 각각 $\angle B$, $\angle C$의 이등분선임을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BI}$, $\overline{CI}$를 그으면 점 I가 △ABC의 내심이므로



$\angle DBI=\angle IBC$,
$\angle ECI=\angle ICB$

$\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\angle DIB=\angle IBC$, $\angle EIC=\angle ICB$ (엇각)

△BID에서 $\angle DBI=\angle DIB$이므로

$\overline{DB}=\overline{DI}$

△CEI에서 $\angle ECI=\angle EIC$이므로

$\overline{EC}=\overline{EI}$ ⋯ ❶

△BID, △CEI는 모두 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{AB}+\overline{AC}=(\overline{AD}+\overline{DB})+(\overline{AE}+\overline{EC})$
$=(\overline{AD}+\overline{DI})+(\overline{AE}+\overline{EI})$
$=\overline{AD}+(\overline{DI}+\overline{EI})+\overline{AE}$
$=\overline{AD}+\overline{DE}+\overline{AE}$
$=12+15+15$
$=42\,(\text{cm})$ ⋯ ❷

답 42 cm

채점 기준	비율
❶ $\overline{DB}=\overline{DI}$, $\overline{EC}=\overline{EI}$임을 알 수 있다.	60 %
❷ $\overline{AB}+\overline{AC}$의 길이를 구할 수 있다.	40 %

29 전략 점 I가 △ABC의 내심이므로 $\angle BIC=90°+\frac{1}{2}\angle A$임을 이용한다.

풀이 점 I는 △ABC의 내심이므로

$\angle BIC=90°+\frac{1}{2}\angle A=90°+\frac{1}{2}\times 54°=117°$

$\angle IBC=\angle ABD=30°$이고, 점 I′이 △DBC의 내심이므로

$\angle IBI'=\angle I'BC=\frac{1}{2}\angle IBC=\frac{1}{2}\times 30°=15°$

△IBI′에서

$\angle II'B=180°-(117°+15°)=48°$ 답 ③

다른풀이 △ABD에서 $\angle BDC=54°+30°=84°$

점 I′이 △DBC의 내심이므로

$\angle BI'C=90°+\frac{1}{2}\angle BDC$
$=90°+\frac{1}{2}\times 84°=132°$

$\therefore \angle II'B=180°-132°=48°$

30 전략 두 점 O, I가 각각 △ABC의 외심과 내심이므로 $\angle A=\frac{1}{2}\angle BOC$, $\angle BIC=90°+\frac{1}{2}\angle A$임을 이용한다.

풀이 점 O가 △ABC의 외심이므로

$\angle A=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times 104°=52°$

또 점 I가 △ABC의 내심이므로

$\angle BIC=90°+\frac{1}{2}\angle A$
$=90°+\frac{1}{2}\times 52°=116°$ 답 ③

최상위로 가는 최고 수준 문제

본책 17쪽

01 전략 평행한 두 직선이 한 직선과 만날 때, 엇각의 크기는 같음을 이용하여 크기가 같은 각을 찾는다.

일품 BOX

평행한 두 직선이 한 직선과 만날 때, 엇각의 크기는 같다.

풀이 $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{C'B'}$이므로

$\angle B=\angle EDB'$ (엇각),
$\angle BAE=\angle B'$ (엇각)

이때 $\triangle ABC\equiv\triangle AB'C'$이므로

△AB′C′은 △ABC를 회전시킨 것이므로 서로 합동이다.

$\angle B=\angle B'$
$\therefore \angle B=\angle BAE$, $\angle B'=\angle EDB'$

따라서 △ABE, △EB′D는 각각 $\overline{EB}=\overline{EA}$, $\overline{EB'}=\overline{ED}$인 이등변삼각형이므로 ⋯ ❶

$\overline{BD}=\overline{BE}+\overline{ED}=\overline{AE}+\overline{EB'}$
$=\overline{AB'}=\overline{AB}=11\,(\text{cm})$ ⋯ ❷

$\therefore \overline{CD}=\overline{BC}-\overline{BD}$
$=14-11=3\,(\text{cm})$ ⋯ ❸

답 3 cm

채점 기준	비율
❶ △ABE와 △EB′D가 이등변삼각형임을 알 수 있다.	50 %
❷ $\overline{BD}$의 길이를 구할 수 있다.	40 %
❸ $\overline{CD}$의 길이를 구할 수 있다.	10 %

02 전략 이등변삼각형의 성질과 동위각을 이용하여 크기가 같은 각을 찾는다.

풀이 △BPQ와 △PBR에서

$\angle BQP=\angle PRB=90°$

△ABC가 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABC=\angle C$

$\overline{RP}\,/\!/\,\overline{AC}$에서 $\angle RPB=\angle C$ (동위각)이므로

$\overline{RP}\perp\overline{BD}$, $\overline{AC}\perp\overline{BD}$이므로 $\overline{RP}\,/\!/\,\overline{AC}$

$\angle QBP=\angle RPB$

이때 $\overline{BP}$는 공통이므로

$\triangle BPQ\equiv\triangle PBR$ (RHA 합동)

$\therefore \overline{BR}=\overline{PQ}=3\,(\text{cm})$

이때 △ABC의 넓이가 40 cm^2이므로

$\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BD}=40$

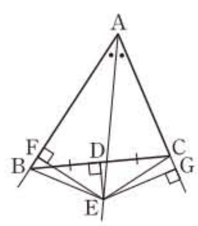
$\frac{1}{2}\times 10\times\overline{BD}=40$, $5\overline{BD}=40$

$\therefore \overline{BD}=8\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{RD}=\overline{BD}-\overline{BR}$
$=8-3=5\,(\text{cm})$ 답 ②

03 전략 $\overline{BE}$, $\overline{CE}$를 긋고, 합동인 삼각형을 찾는다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$, $\overline{CE}$를 그으면 △EDB와 △EDC에서



$\angle BDE=\angle CDE=90°$,
$\overline{BD}=\overline{CD}$, $\overline{DE}$는 공통

이므로

$\triangle EDB \equiv \triangle EDC$ (SAS 합동)

$\therefore \overline{EB} = \overline{EC}$ ···➊

$\triangle EBF$와 $\triangle ECG$에서

$\angle BFE = \angle CGE = 90^\circ$,

$\overline{EB} = \overline{EC}$, $\overline{EF} = \overline{EG}$

이므로

$\triangle EBF \equiv \triangle ECG$ (RHS 합동)

$\therefore \overline{BF} = \overline{CG}$ ···➋

$\therefore \overline{AB} + \overline{AC} = \overline{AF} + \overline{AG}$

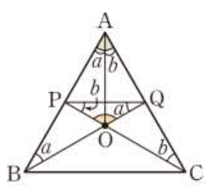
$= 20\,(\mathrm{cm})$ ···➌

답 20 cm

채점 기준	비율
➊ $\overline{EB} = \overline{EC}$임을 알 수 있다.	40 %
➋ $\overline{BF} = \overline{CG}$임을 알 수 있다.	40 %
➌ $\overline{AB} + \overline{AC}$의 길이를 구할 수 있다.	20 %

04 전략 점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$임을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 긋고 $\angle PBO = \angle a$, $\angle QCO = \angle b$라 하면



$\overline{BP} = \overline{PQ}$이므로

$\angle PQB = \angle PBQ = \angle a$

$\overline{OA} = \overline{OB}$이므로

$\angle OAB = \angle OBA = \angle a$

$\overline{PQ} = \overline{QC}$이므로 $\angle QPC = \angle QCP = \angle b$

$\overline{OA} = \overline{OC}$이므로 $\angle OAC = \angle OCA = \angle b$

따라서 $\angle A = \angle a + \angle b$이고, $\triangle POQ$에서

$\angle POQ = 180^\circ - (\angle a + \angle b)$

이므로

$\angle A + \angle POQ$

$= (\angle a + \angle b) + \{180^\circ - (\angle a + \angle b)\}$

$= 180^\circ$

답 180°

05 전략 삼각형의 내심은 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점임을 이용한다.

풀이 $\triangle ABD$는 $\overline{AB} = \overline{AD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABD = \angle ADB$

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\angle ADB = \angle CBD$ (엇각)

$\therefore \angle ABD = \angle CBD$ ······ ㉠

점 I는 $\triangle ABD$의 내심이므로

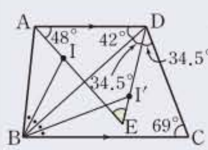
$\angle IBA = \angle IBD = \frac{1}{2} \angle ABD$ ······ ㉡

일품 BOX

각의 이등분선 위의 임의의 점은 그 각의 두 변에서 같은 거리에 있다.

$\angle ADB$
$= \angle ABD$
$= \angle IBA + \angle IBD$
$= \angle I'BD + \angle IBD$
$= \angle IBI'$

$\overline{AB} + \overline{AC}$
$= \overline{AF} + \overline{BF} + \overline{AC}$
$= \overline{AF} + \overline{CG} + \overline{AC}$
$= \overline{AF} + \overline{AG}$



점 I′은 $\triangle BCD$의 내심이므로

$\angle I'BC = \angle I'BD = \frac{1}{2} \angle DBC$ ······ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에서

$\angle IBA = \angle IBD = \angle I'BC = \angle I'BD$

$\therefore \angle ADB = \angle ABD = \angle IBI' = 42^\circ$

$\triangle ABD$에서

$\angle BAD = 180^\circ - (42^\circ + 42^\circ) = 96^\circ$

이므로

$\angle IAD = \frac{1}{2} \angle BAD$

$= \frac{1}{2} \times 96^\circ = 48^\circ$

한편 $\triangle BCD$는 $\overline{BC} = \overline{BD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle C = \angle BDC$

$= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 42^\circ) = 69^\circ$

이때 점 I′은 $\triangle BCD$의 내심이므로

$\angle BDI' = \frac{1}{2} \angle BDC$

$= \frac{1}{2} \times 69^\circ = 34.5^\circ$

$\therefore \angle ADE = 42^\circ + 34.5^\circ = 76.5^\circ$

따라서 $\triangle AED$에서

$\angle AED = 180^\circ - (\angle EAD + \angle ADE)$

$= 180^\circ - (48^\circ + 76.5^\circ)$

$= 55.5^\circ$

답 ①

06 전략 $\angle IBO = \angle ABO - \angle IBA$임을 이용한다.

풀이 $\triangle ABC$에서

$\angle ABC = 180^\circ - (\angle A + \angle C)$

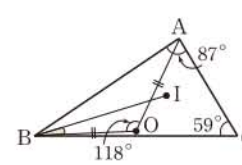
$= 180^\circ - (87^\circ + 59^\circ) = 34^\circ$

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle IBA = \angle IBC = \frac{1}{2} \angle ABC$

$= \frac{1}{2} \times 34^\circ = 17^\circ$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면 점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로



$\angle AOB = 2\angle C$

$= 2 \times 59^\circ$

$= 118^\circ$

$\triangle AOB$가 $\overline{OA} = \overline{OB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABO = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 118^\circ) = 31^\circ$

$\therefore \angle IBO = \angle ABO - \angle IBA$

$= 31^\circ - 17^\circ = 14^\circ$

답 14°

2 평행사변형의 성질

개념 & 핵심 기출

본책 18~19쪽

01 $\angle ACD=\angle BAC=56^\circ$ (엇각)
이때 $\angle BCD+\angle ADC=180^\circ$이므로
$\angle x+56^\circ+\angle y+35^\circ=180^\circ$
$\therefore\ \angle x+\angle y=89^\circ$

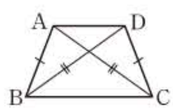
답 89°

02 ① $\overline{OA}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 14=7\,(\text{cm})$
③ $\overline{DC}=\overline{AB}=10\,(\text{cm})$
④ $\angle BAD=180^\circ-\angle ABC$
$=180^\circ-68^\circ=112^\circ$

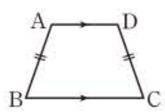
답 ②, ⑤

> 평행사변형의 성질
> ① 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.
> ② 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같다.
> ③ 두 대각선은 서로를 이등분한다.

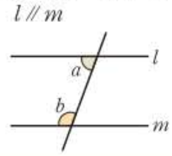
03 (ㄱ) 오른쪽 그림의 □ABCD는 $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AC}=\overline{BD}$이지만 평행사변형이 아니다.



(ㄴ) 오른쪽 그림의 □ABCD는 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$, $\overline{AB}=\overline{DC}$이지만 평행사변형이 아니다.



(ㄷ) $\angle ABC+\angle BCD=180^\circ$에서
$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$
따라서 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같으므로 □ABCD는 평행사변형이다.

> 다음 그림에서 $\angle a+\angle b=180^\circ$이면 $l/\!/m$
>
> 
>

(ㄹ) $\angle OAB=\angle OCD$이므로 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$
또 $\angle ODA=\angle OBC$이므로 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$
따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 □ABCD는 평행사변형이다.
이상에서 □ABCD가 평행사변형이 되는 조건은 (ㄷ), (ㄹ)이다.

답 ⑤

04 □ABCD가 평행사변형이 되려면 $\overline{AD}=\overline{BC}$이어야 하므로
$x=8$
또 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이어야 하므로
$\angle ADE=\angle DEC=50^\circ$ (엇각)
$\therefore\ \angle ADC=2\angle ADE=2\times 50^\circ=100^\circ$
$\angle A+\angle ADC=180^\circ$이어야 하므로
$\angle A+100^\circ=180^\circ\qquad\therefore\ \angle A=80^\circ$
$\therefore\ y=80$
$\therefore\ x+y=88$

답 88

> 평행선의 성질
> 평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때
> ① 동위각의 크기는 같다.
> ② 엇각의 크기는 같다.

05 □ABCD가 평행사변형이므로
$\angle BAD=180^\circ-\angle D=180^\circ-60^\circ=120^\circ$
$\therefore\ \angle QAP=\frac{1}{2}\angle BAD=\frac{1}{2}\times 120^\circ=60^\circ$
$\angle QAP=\frac{1}{2}\angle BAD=\frac{1}{2}\angle BCD=\angle QCP$이고,
$\overline{AQ}/\!/\overline{PC}$에서
$\angle APB=\angle QAP$ (엇각),
$\angle DQC=\angle QCP$ (엇각)
이므로 $\angle APB=\angle DQC$
$\therefore\ \angle APC=\angle AQC$
따라서 □APCQ가 평행사변형이므로
$\angle APC=180^\circ-\angle QAP$
$=180^\circ-60^\circ=120^\circ$

답 ③

06 □ABCD가 평행사변형이므로
$\overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$
이때 점 E, F가 각각 $\overline{AO}$, $\overline{CO}$의 중점이므로
$\overline{AE}=\overline{EO}=\overline{FO}=\overline{CF}$
따라서 $\overline{EO}=\overline{FO}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$이므로 □BFDE는 평행사변형이다.
$\therefore\ \overline{BE}=\overline{DF}$, $\angle BED=\angle DFB$
또 $\overline{ED}/\!/\overline{BF}$이므로
$\angle EDO=\angle FBO$
이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다.

답 ②

07 △AEO와 △CFO에서
$\angle AOE=\angle COF$ (맞꼭지각), $\overline{OA}=\overline{OC}$,
$\angle OAE=\angle OCF$ (엇각)
이므로 $\triangle AEO\equiv\triangle CFO$ (ASA 합동)
이때 $\triangle OAB=\frac{1}{4}$□ABCD이므로
$\triangle BOE+\triangle CFO=\triangle BOE+\triangle AEO$
$=\triangle OAB$
$=\frac{1}{4}$□ABCD
$=\frac{1}{4}\times 68$
$=17\,(\text{cm}^2)$

답 17 cm^2

08 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$에서 $\overline{AB}/\!/\overline{ED}$이고 $\overline{AB}=\overline{DC}=\overline{ED}$이므로 □ABDE는 평행사변형이다.

> 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

평행사변형의 넓이는 한 대각선에 의하여 이등분되므로
$\triangle ADE=\triangle ABD=30\,(\text{cm}^2)$
□ABCD에서 $\triangle OAB=\triangle ODA$이므로
$\triangle ODA=\frac{1}{2}\triangle ABD=\frac{1}{2}\times 30=15\,(\text{cm}^2)$

$\therefore \square ODEA=\triangle ADE+\triangle ODA$

$=30+15$

$=45\,(cm^2)$ 답 $45\ cm^2$

09 $\triangle PAB+\triangle PCD=\triangle PDA+\triangle PBC$이므로

$8+23=\triangle PDA+13$

$\therefore \triangle PDA=18\,(cm^2)$ 답 $18\ cm^2$

> 평행사변형 ABCD의 내부의 임의의 점 P에 대하여
> $\triangle PAB+\triangle PCD$
> $=\triangle PDA+\triangle PBC$
> $=\frac{1}{2}\square ABCD$

만점 도전을 위한 고난도 문제

본책 20~21쪽

01 전략 $\square APQR$가 평행사변형
⭘ $\overline{AP}\,/\!/\,\overline{RQ}$, $\overline{AR}\,/\!/\,\overline{PQ}$

풀이 $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{RQ}$이므로

$\angle RQC=\angle B$ (동위각) ······ ㉠

$\overline{AC}\,/\!/\,\overline{PQ}$이므로

$\angle PQB=\angle C$ (동위각) ······ ㉡

이때 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle B=\angle C$ ······ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의하여

$\angle B=\angle PQB=\angle RQC=\angle C$

이므로 $\triangle PBQ$는 $\overline{PB}=\overline{PQ}$인 이등변삼각형이고,

$\triangle RQC$는 $\overline{RQ}=\overline{RC}$인 이등변삼각형이다.

따라서 $\square APQR$의 둘레의 길이는

$\overline{AP}+\overline{PQ}+\overline{RQ}+\overline{AR}$

$=(\overline{AP}+\overline{PB})+(\overline{RC}+\overline{AR})$

$=\overline{AB}+\overline{AC}$

$=10+10=20\,(cm)$ 답 20 cm

02 전략 평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때 엇각의 크기는 같음을 이용하여 크기가 같은 각을 찾는다.

풀이 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로

$\angle DAE=\angle AEB$ (엇각)

$\overline{AE}$는 $\angle A$의 이등분선이므로

$\angle DAE=\angle EAB$

$\therefore \angle AEB=\angle EAB$

즉 $\triangle ABE$는 $\overline{BA}=\overline{BE}$인 이등변삼각형이므로

> 두 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

$\overline{BE}=8\,(cm)$ ···➊

또 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로

$\angle ADF=\angle DFC$ (엇각)

$\overline{DF}$는 $\angle D$의 이등분선이므로

$\angle ADF=\angle CDF$

$\therefore \angle DFC=\angle CDF$

즉 $\triangle CDF$는 $\overline{CD}=\overline{CF}$인 이등변삼각형이므로

> $\overline{CD}=\overline{AB}=8\,(cm)$

$\overline{CF}=8\,(cm)$ ···➋

따라서 $\overline{CE}=\overline{BC}-\overline{BE}=13-8=5\,(cm)$이므로

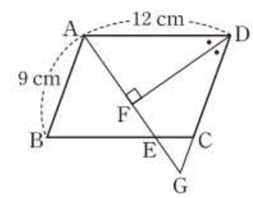
$\overline{EF}=\overline{CF}-\overline{CE}=8-5=3\,(cm)$ ···➌

답 3 cm

채점 기준	비율
➊ $\overline{BE}$의 길이를 구할 수 있다.	40 %
➋ $\overline{CF}$의 길이를 구할 수 있다.	40 %
➌ $\overline{EF}$의 길이를 구할 수 있다.	20 %

03 전략 $\overline{DC}$의 연장선과 $\overline{AE}$의 연장선의 교점을 G라 할 때, $\triangle DAF\equiv\triangle DGF$임을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{DC}$의 연장선과 $\overline{AE}$의 연장선의 교점을 G라 하면



$\triangle DAF$와 $\triangle DGF$에서

$\angle ADF=\angle GDF$,

$\overline{DF}$는 공통,

$\angle DFA=\angle DFG=90°$

이므로 $\triangle DAF\equiv\triangle DGF$ (ASA 합동)

$\therefore \overline{DG}=\overline{DA}=12\,(cm)$

또 $\angle DAF=\angle G$이고, $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$에서

$\angle DAF=\angle CEG$ (동위각)이므로

$\angle G=\angle CEG$

따라서 $\triangle CEG$는 $\overline{CE}=\overline{CG}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{CE}=\overline{CG}=\overline{DG}-\overline{DC}=12-9=3\,(cm)$

> $\overline{CD}=\overline{AB}=9\,(cm)$

답 ③

04 전략 $\square ABCD$가 평행사변형
⭘ $\angle A=\angle C$, $\angle B=\angle D$, $\angle A+\angle B=180°$

풀이 $\angle DAB+\angle B=180°$이므로

$\angle DAB=180°-68°=112°$

이때 $\angle BAC=\angle ACD=48°$ (엇각)이므로

$\angle DAC=112°-48°=64°$

따라서 $\angle x=\angle DAE$ (엇각)이므로

$\angle x=\frac{1}{2}\angle DAC=\frac{1}{2}\times 64°=32°$ 답 32°

다른풀이 $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{DC}$이므로

$\angle B=\angle DCE$ (동위각)

$\therefore \angle ACE=\angle ACD+\angle DCE$

$=48°+68°=116°$

이때 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BE}$에서 $\angle DAE=\angle E$ (엇각)이므로

$\triangle ACE$는 $\overline{CA}=\overline{CE}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle x=\frac{1}{2}\times(180°-116°)=32°$

일품 BOX

05 전략 정오각형의 한 내각의 크기는 108°임을 이용한다.

풀이 $\angle C=\frac{180^\circ\times(5-2)}{5}=108^\circ$ ···· ❶

$\triangle CDF$는 $\overline{CD}=\overline{CF}$인 이등변삼각형이므로

$\angle CFD=\frac{1}{2}\times(180^\circ-108^\circ)=36^\circ$ ···· ❷

이때 $\overline{ED}/\!/\overline{FC}$이므로

$\therefore \angle x=\angle CFD=36^\circ$ (엇각) ···· ❸

답 36°

채점 기준	비율
❶ $\angle C$의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❷ $\angle CFD$의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❸ $\angle x$의 크기를 구할 수 있다.	20 %

만점 비법

① 정n각형의 한 내각의 크기 → $\frac{180^\circ\times(n-2)}{n}$

② 정n각형의 한 외각의 크기 → $\frac{360^\circ}{n}$

06 전략 평행사변형의 뜻과 성질을 이용한다.

풀이 ① 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이다.

② 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이다.

③ $\angle D=360^\circ-(\angle A+\angle B+\angle C)$

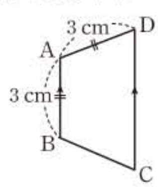
$=360^\circ-(92^\circ+88^\circ+92^\circ)=88^\circ$

따라서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 평행사변형이다.

$\angle A=\angle C=92^\circ$, $\angle B=\angle D=88^\circ$

④ 두 대각선이 서로를 이등분하므로 평행사변형이다.

⑤ 오른쪽 그림에서 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이고 $\overline{AB}=\overline{AD}=3\,(cm)$이지만 □ABCD는 평행사변형이 아니다.



답 ⑤

07 전략 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점 ⊙ 내심

풀이 $\triangle ABC$에서 점 E가 $\angle ABC$와 $\angle ACB$의 이등분선의 교점이므로 점 E는 $\triangle ABC$의 $\boxed{\text{내심}}$이다.

$\therefore \angle EAC=\boxed{\frac{1}{2}}\angle BAC$

이때 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$에서 $\angle BAC=\angle ACD$ (엇각)이므로

$\frac{1}{2}\angle BAC=\frac{1}{2}\angle ACD$

$\therefore \boxed{\angle EAC}=\angle FCA$

$\therefore \overline{AE}\ \boxed{/\!/}\ \overline{FC}$

같은 방법으로 $\overline{AF}\ \boxed{/\!/}\ \overline{EC}$

따라서 두 쌍의 대변이 각각 $\boxed{\text{평행}}$하므로 □AECF는 평행사변형이다.

답 ②

08 전략 합동인 두 삼각형을 찾는다.

풀이 ①, ② $\triangle ABM$과 $\triangle CDN$에서

$\angle AMB=\angle CND=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{CD}$,

$\angle BAM=\angle DCN$ (엇각)

이므로 $\triangle ABM\equiv\triangle CDN$ (RHA 합동)

$\therefore \overline{AM}=\overline{CN}$, $\overline{BM}=\overline{DN}$

③, ⑤ $\angle BMN=\angle DNM=90^\circ$이므로

$\overline{BM}/\!/\overline{DN}$

엇각의 크기가 같으므로 $\overline{BM}/\!/\overline{DN}$

이때 $\overline{BM}=\overline{DN}$이므로 □BNDM은 평행사변형이다.

$\therefore \overline{BN}/\!/\overline{MD}$, $\angle MBN=\angle NDM$

답 ④

참고 ④ □ABCD가 마름모일 때만 $\angle BAC=\angle ACB$가 성립한다.

09 전략 □ABNM이 평행사변형임을 보이고, 합동인 삼각형을 찾는다.

풀이 □ABCD가 평행사변형이므로

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$

즉 □ABNM에서 $\overline{AM}/\!/\overline{BN}$이고 $\overline{AM}=\overline{BN}$이므로

$\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{BC}$

□ABNM은 평행사변형이다.

이때 □ABNM의 넓이가 32 cm²이므로

$\triangle PNM=\frac{1}{4}\square ABNM=\frac{1}{4}\times32=8\,(cm^2)$

$\triangle ABM$과 $\triangle DFM$에서

$\angle AMB=\angle DMF$ (맞꼭지각), $\overline{AM}=\overline{DM}$,

$\angle BAM=\angle FDM$ (엇각)

이므로 $\triangle ABM\equiv\triangle DFM$ (ASA 합동)

같은 방법으로 $\triangle ABN\equiv\triangle ECN$ (ASA 합동)이므로

$\triangle ABN$과 $\triangle ECN$에서
$\angle ANB=\angle ENC$ (맞꼭지각),
$\overline{BN}=\overline{CN}$,
$\angle ABN=\angle ECN$ (엇각)
$\therefore \triangle ABN\equiv\triangle ECN$

$\triangle DFM=\triangle ECN=\frac{1}{2}\square ABNM$

$=\frac{1}{2}\times32=16\,(cm^2)$

또 $\square MNCD=\square ABNM=32\,(cm^2)$이므로

$\triangle PEF=\triangle PNM+\square MNCD+\triangle DFM+\triangle ECN$

$=8+32+16+16$

$=72\,(cm^2)$

답 72 cm²

10 전략 평행사변형 ABCD의 내부의 임의의 점 P에 대하여 $\triangle PAB+\triangle PCD=\triangle PDA+\triangle PBC=\frac{1}{2}\square ABCD$임을 이용한다.

일품 BOX

풀이 $\square ABCD=16\times9=144\,(\text{cm}^2)$이므로

$$\triangle PAB+\triangle PCD=\frac{1}{2}\square ABCD$$
$$=\frac{1}{2}\times144=72\,(\text{cm}^2)$$
$$\therefore\ \triangle PCD=72\times\frac{3}{8}=27\,(\text{cm}^2)$$

답 ③

11 전략 $\square ABCD=2(\triangle DAP+\triangle DPQ)$임을 이용한다.

풀이 $\triangle DAP=x\text{ cm}^2$라 하면 $\triangle DPQ=2x\text{ cm}^2$이므로

$$\triangle DAQ=\triangle DAP+\triangle DPQ$$
$$=x+2x=3x\,(\text{cm}^2)$$
$$\therefore\ \square ABCD=2\triangle DAQ=2\times3x$$
$$=6x\,(\text{cm}^2)$$ ··· ❶

점 Q에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 H라 하면
$\square ABCD$
$=\overline{AD}\times\overline{QH}$
$\triangle DAQ$
$=\frac{1}{2}\times\overline{AD}\times\overline{QH}$
$\therefore\ \square ABCD$
$=2\triangle DAQ$

그런데 $\triangle DAP+\triangle PBC=\frac{1}{2}\square ABCD$이므로

$$x+12=\frac{1}{2}\times6x,\qquad x+12=3x$$
$$2x=12\qquad \therefore\ x=6$$ ··· ❷
$$\therefore\ \square ABCD=6x=6\times6=36\,(\text{cm}^2)$$ ··· ❸

답 36 cm²

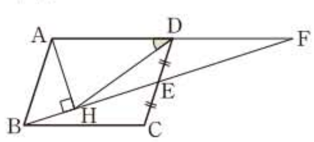
채점 기준	비율
❶ $\square ABCD$의 넓이를 x에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	50 %
❷ x의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $\square ABCD$의 넓이를 구할 수 있다.	10 %

최상위로 가는 최고 수준 문제

본책 22쪽

01 전략 $\overline{AD}$의 연장선과 $\overline{BE}$의 연장선의 교점을 F라 하고 합동인 삼각형을 찾는다.

풀이 다음 그림과 같이 $\overline{AD}$의 연장선과 $\overline{BE}$의 연장선의 교점을 F라 하자.



$\triangle DEF$와 $\triangle CEB$에서

$\angle EDF=\angle C$ (엇각), $\overline{DE}=\overline{CE}$,

$\angle DEF=\angle CEB$ (맞꼭지각)

이므로 $\triangle DEF\equiv\triangle CEB$ (ASA 합동)

$\therefore\ \overline{FD}=\overline{BC}=\overline{AD}$

따라서 직각삼각형 AHF에서 점 D가 $\overline{AF}$의 중점이므로 점 D는 $\triangle AHF$의 외심이다.

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이다.

$\therefore\ \overline{DA}=\overline{DF}=\overline{DH}$

즉 $\triangle DAH$는 $\overline{DA}=\overline{DH}$인 이등변삼각형이므로

$$\angle AHD=\angle HAD$$

$\angle ABC=72°$, $\angle ABE : \angle EBC=3:1$에서

$$\angle ABE=72°\times\frac{3}{4}=54°$$

이때 $\triangle ABH$에서

$$\angle BAH=90°-\angle ABH=90°-54°=36°$$

$\angle BAD+\angle ABC=180°$에서

$$\angle BAD=180°-72°=108°$$

이므로

$$\angle HAD=108°-36°=72°$$
$$\therefore\ \angle ADH=180°-(72°+72°)=36°$$

답 ③

다른풀이 점 D는 $\triangle AHF$의 외심이므로 $\triangle DHF$는 $\overline{DH}=\overline{DF}$인 이등변삼각형이다.

$$\therefore\ \angle F=\angle DHF$$

$\overline{DF}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로

$$\angle EBC=\angle F\ (\text{엇각})$$

이때 $\angle ABC=72°$, $\angle ABE : \angle EBC=3:1$이므로

$$\angle EBC=72°\times\frac{1}{4}=18°$$
$$\therefore\ \angle DHF=\angle F=\angle EBC=18°$$

$\triangle DHF$에서

$$\angle ADH=\angle DHF+\angle F$$
$$=18°+18°=36°$$

삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

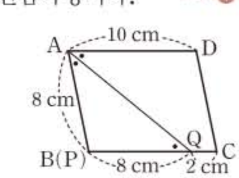
02 전략 $\triangle PQA$가 이등변삼각형임을 이용한다.

풀이 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$에서 $\angle DAQ=\angle PQA$ (엇각)이고, $\angle PAQ=\angle DAQ$이므로

$$\angle PQA=\angle PAQ$$

즉 $\triangle PQA$는 $\overline{PA}=\overline{PQ}$인 이등변삼각형이다. ··· ❶

(i) 점 P가 점 B에 있을 때,



오른쪽 그림에서

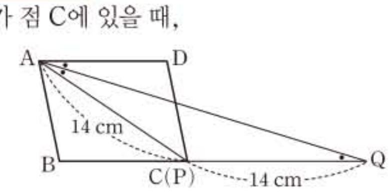
$$\overline{PQ}=\overline{PA}=8\,(\text{cm})$$

이므로

$$\overline{QC}=\overline{PC}-\overline{PQ}$$
$$=10-8$$
$$=2\,(\text{cm})$$ ··· ❷

점 Q가 점 C까지 움직인 거리

(ii) 점 P가 점 C에 있을 때,



위의 그림에서 $\overline{PQ}=\overline{PA}=14\,(\text{cm})$ ··· ❸

점 Q가 점 C를 지난 후 움직인 거리

(i), (ii)에서 점 Q가 움직인 거리는

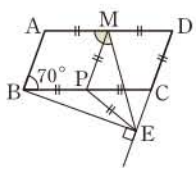
$$2+14=16\,(\text{cm})$$ ··· ❹

답 16 cm

채점 기준	비율
❶ △PQA가 이등변삼각형임을 알 수 있다.	30 %
❷ 점 P가 점 B에 있을 때 $\overline{QC}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %
❸ 점 P가 점 C에 있을 때 $\overline{PQ}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %
❹ 점 Q가 움직인 거리를 구할 수 있다.	10 %

03 전략 점 M을 지나고 $\overline{AB}$에 평행한 직선을 긋고 이등변삼각형의 성질을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 M을 지나고 $\overline{AB}$에 평행한 직선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 P라 하자.



점 P는 직각삼각형 BEC의 빗변의 중점이므로 외심이고,

$\overline{AB}:\overline{AD}=1:2$이므로 $\quad \overline{PB}=\overline{PC}=\overline{PE}=\overline{PM}$

이때 $\angle PCE=\angle ABC$ (엇각)이므로 △PEC에서

$\angle PEC=\angle PCE=70°$

$\therefore \angle EPC=180°-(70°+70°)=40°$ ··· ❶

한편 □ABPM은 평행사변형이므로

$\angle MPC=\angle ABC=70°$ (동위각)

△PEM에서

$\angle PME=\frac{1}{2}\times\{180°-(40°+70°)\}=35°$ ··· ❷

또 $\angle AMP=70°$이므로

$\angle AME=\angle AMP+\angle PME$

$=70°+35°=105°$ ··· ❸

답 105°

채점 기준	비율
❶ ∠EPC의 크기를 구할 수 있다.	50 %
❷ ∠PME의 크기를 구할 수 있다.	30 %
❸ ∠AME의 크기를 구할 수 있다.	20 %

04 전략 △ABC와 합동인 삼각형을 찾는다.

풀이 ① △ABC와 △DBE에서

$\overline{AB}=\overline{DB}$, $\overline{BC}=\overline{BE}$,

$\angle ABC=\angle EBC-\angle EBA$

$=60°-\angle EBA$

$=\angle DBE$

$\therefore$ △ABC≡△DBE (SAS 합동) ··· ㉠

③, ④ △ABC와 △FEC에서

$\overline{AC}=\overline{FC}$, $\overline{BC}=\overline{EC}$,

$\angle ACB=\angle ECB-\angle ECA$

$=60°-\angle ECA$

$=\angle FCE$

$\therefore$ △ABC≡△FEC (SAS 합동) ··· ㉡

㉠, ㉡에서 △DBE≡△FEC이므로

$\overline{BD}=\overline{EF}$, $\overline{DE}=\overline{FC}$, $\angle BDE=\angle EFC$

⑤ $\overline{DA}=\overline{BD}=\overline{EF}$, $\overline{DE}=\overline{FC}=\overline{AF}$

즉 □AFED의 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 □AFED는 평행사변형이다. 답 ②

> 일품 BOX
>
> 정삼각형의 세 변의 길이는 같다.

만점 비법

삼각형의 합동 조건

두 삼각형은 다음 각 경우에 서로 합동이다.

① 세 쌍의 대응변의 길이가 각각 같을 때(SSS 합동)

② 두 쌍의 대응변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같을 때(SAS 합동)

③ 한 쌍의 대응변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같을 때(ASA 합동)

05 전략 □PBQD가 평행사변형이 되는 조건을 생각한다.

풀이 $\overline{PB}\,/\!/\,\overline{DQ}$이므로 $\overline{PB}=\overline{DQ}$이면 □PBQD는 평행사변형이다.

> 한 쌍의 대변이 평행하므로 그 길이가 같으면 평행사변형이 된다.

점 Q가 점 C를 출발한 지 x초 후에 $\overline{PB}=\overline{DQ}$가 된다고 하면

$\overline{PB}=80-2(6+x)=-2x+68$ (cm),

$\overline{QD}=80-4x$ (cm)

> 점 P가 출발한 지 6초 후에 점 Q가 출발하므로 점 Q가 x초 동안 움직일 때 점 P는 $(6+x)$초 동안 움직였다.

이므로 $\quad -2x+68=80-4x$

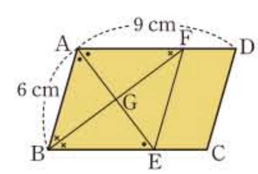
$2x=12 \qquad \therefore x=6$

따라서 □PBQD가 평행사변형이 되는 것은 점 Q가 출발한 지 6초 후, 즉 점 P가 출발한 지 12초 후이다.

답 12초

06 전략 △ABF, △ABE가 이등변삼각형임을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{EF}$를 그으면



$\angle AFB=\angle EBF$

$=\angle ABF$

> 엇각

에서 △ABF는 $\overline{AF}=\overline{AB}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{AF}=\overline{AB}=6$ (cm)

또 $\angle BEA=\angle FAE=\angle BAE$에서 △ABE는 $\overline{AB}=\overline{BE}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{BE}=\overline{AB}=6$ (cm)

따라서 $\overline{AF}\,/\!/\,\overline{BE}$, $\overline{AF}=\overline{BE}$이므로 □ABEF는 평행사변형이다.

$\therefore$ □ABEF$=4$△GBE

$=4\times10=40\,(\text{cm}^2)$

□ABEF : □ABCD$=6:9$이므로

> 두 평행사변형 ABEF와 ABCD의 높이가 같으므로 두 평행사변형의 넓이의 비는 $\overline{AF}:\overline{AD}$와 같다.

$40:$ □ABCD$=6:9$

6□ABCD$=360$

$\therefore$ □ABCD$=60\,(\text{cm}^2)$

답 60 cm²

3 여러 가지 사각형의 성질

개념 & 핵심 기출

본책 24~27쪽

01 $\angle BDE=\angle EDC=\angle a$라 하면 $\triangle BDE$에서
$\overline{BE}=\overline{ED}$이므로

$\angle DBE=\angle BDE=\angle a$

$\triangle DBC$에서 $\angle C=90°$이므로

$3\angle a=90°$ $\quad\therefore \angle a=30°$

$\triangle DEC$에서

$\angle DEC=180°-(90°+30°)=60°$

답 $60°$

02 (ㄱ), (ㄹ) □ABCD는 마름모이다.
(ㄴ) $\overline{AC}=10$ cm이면 $\overline{AC}=\overline{BD}$이므로 □ABCD는 직사각형이다.
(ㄷ) $\angle ADC=90°$이면 □ABCD는 직사각형이다.
이상에서 필요한 조건은 (ㄴ), (ㄷ)이다.

답 ③

03 $\angle A=\angle C=100°$이고 □ABCD가 마름모이므로

$\overline{AB}=\overline{AD}$

즉 $\triangle ABD$에서 $\angle ABD=\angle ADB$이므로

$\angle x=\frac{1}{2}\times(180°-100°)=40°$

답 $40°$

04 $\overline{OC}=\overline{OA}=6$(cm), $\overline{OD}=\overline{OB}=8$(cm)이고
$\angle DOC=90°$이므로

$\triangle OCD=\frac{1}{2}\times6\times8=24(\text{cm}^2)$

답 24 cm^2

05 평행사변형 ABCD가 마름모가 되려면
$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}$이어야 하므로

$3x+2y=x+4y=6y-3$

$\therefore x=3,\ y=3$

$\therefore x+y=6$

답 ②

06 $\triangle PBC$와 $\triangle PDC$에서

$\overline{BC}=\overline{DC}$,

$\angle PCB=\angle PCD=45°$,

$\overline{PC}$는 공통

이므로

$\triangle PBC\equiv\triangle PDC$ (SAS 합동)

$\therefore \angle PDC=\angle PBC=20°$

따라서 $\triangle PCD$에서

$\angle x=\angle PCD+\angle PDC$

$=45°+20°=65°$

답 $65°$

일품 BOX

마름모가 정사각형이 되는 조건
① 한 내각이 직각이다.
② 두 대각선의 길이가 같다.

$\triangle ABD$와 $\triangle DCA$에서
$\overline{AD}$는 공통,
$\overline{AB}=\overline{DC}$,
$\overline{BD}=\overline{CA}$
$\therefore \triangle ABD\equiv\triangle DCA$

$\angle OBC$
$=\angle ABC-\angle ABO$
$=\angle DCB-\angle DCO$
$=\angle OCB$

마름모는 평행사변형이므로 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

연립방정식
$\begin{cases}3x+2y=x+4y\\x+4y=6y-3\end{cases}$, 즉
$\begin{cases}x=y\\x=2y-3\end{cases}$에서
$x=y$를 $x=2y-3$에 대입하면
$y=2y-3\quad\therefore y=3$
$\therefore x=3$

07 $\overline{AB}=\overline{BC}$인 평행사변형 ABCD는 마름모이다.
①, ⑤ 평행사변형의 성질이다.
②, ③ 평행사변형이 마름모가 되는 조건이다.
④ $\angle C=90°$이면 마름모 ABCD는 정사각형이다.

답 ④

08 ①, ⑤ 등변사다리꼴의 성질
③, ④ $\triangle ABD\equiv\triangle DCA$ (SSS 합동)이므로

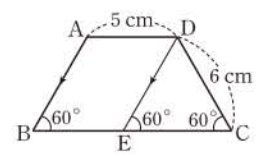
$\angle ABO=\angle DCO$

따라서 $\angle OBC=\angle OCB$이므로 $\triangle OBC$에서

$\overline{OB}=\overline{OC}$

답 ②

09 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}/\!/\overline{DE}$가 되도록 $\overline{BC}$ 위에 점 E를 잡으면 □ABED는 평행사변형이므로



$\overline{BE}=\overline{AD}=5$(cm)

□ABCD가 등변사다리꼴이므로

$\overline{AB}=\overline{DC}=6$(cm)

또 $\angle C=\angle B=60°$이고, $\overline{AB}/\!/\overline{DE}$이므로

$\angle DEC=\angle B=60°$ (동위각)

즉 $\triangle DEC$는 정삼각형이므로

$\overline{EC}=\overline{DC}=6$(cm)

따라서 □ABCD의 둘레의 길이는

$\overline{AB}+\overline{BE}+\overline{EC}+\overline{CD}+\overline{DA}=6+5+6+6+5$
$=28$(cm)

답 ②

10 ① 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이다.
② 이웃하는 두 내각의 크기가 같은 평행사변형은 직사각형이다.
③ 한 내각의 크기가 $90°$이고, 두 대각선이 서로 수직인 평행사변형은 정사각형이다.
⑤ 두 대각선이 서로를 수직이등분하는 평행사변형은 마름모이다.

답 ④

11 $\angle DAB+\angle ADC=180°$이므로

$\angle DAF+\angle ADF=90°$

따라서 $\triangle AFD$에서 $\quad\angle EFG=90°$

같은 방법으로

$\angle FGH=\angle GHE=\angle HEF=90°$

즉 네 각이 모두 직각이므로 □EFGH는 직사각형이다.

답 직사각형

일품 BOX

12 $\triangle AEH \equiv \triangle CGF$ ($\boxed{SAS}$ 합동),

$\triangle BFE \equiv \triangle DHG$ ($\boxed{SAS}$ 합동)이므로

$\angle AEH = \angle AHE = \angle CFG = \boxed{\angle CGF}$,

$\angle BEF = \angle BFE = \angle DHG = \angle DGH$

□EFGH에서

$\angle HEF = 180° - (\angle AEH + \angle BEF)$

$= 180° - (\angle CFG + \angle BFE)$

$= \angle EFG$

같은 방법으로

$\angle HEF = \angle EFG = \angle FGH = \angle GHE$

따라서 □EFGH는 $\boxed{\text{직사각형}}$이다.

답 (가) 직사각형 (나) SAS (다) SAS (라) $\angle CGF$

$\triangle AEH$와 $\triangle CGF$에서
$\overline{AE} = \overline{CG}$,
$\overline{AH} = \overline{CF}$,
$\angle EAH = \angle GCF$
$\therefore \triangle AEH \equiv \triangle CGF$

13 □ABCD의 각 변의 중점을 연결하여 만든 □EFGH는 평행사변형이므로

$\angle EHG + \angle FGH = 180°$

에서 $85° + \angle FGH = 180°$

$\therefore \angle FGH = 95°$ $\quad \therefore x = 95$

또 $\overline{HG} = \overline{EF} = 4$ (cm)이므로

$y = 4$

답 $x = 95$, $y = 4$

14 $\triangle ACD = \triangle ACE$이므로

$\square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD$

$= \triangle ABC + \triangle ACE$

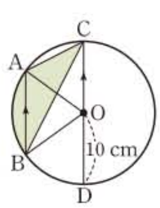
$= \triangle ABE$

$= \frac{1}{2} \times (10+4) \times 7$

$= 49\,(\text{cm}^2)$

답 49 cm^2

15 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면 $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$이므로



$\triangle CAB = \triangle OAB$

따라서 색칠한 부분의 넓이는 부채꼴 AOB의 넓이와 같다.

이때 $\widehat{AB}$의 길이가 원주의 $\frac{1}{5}$이므로 부채꼴 AOB의 중심각의 크기는

$\frac{1}{5} \times 360° = 72°$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\pi \times 10^2 \times \frac{72}{360} = 20\pi\,(\text{cm}^2)$

답 $20\pi\text{ cm}^2$

16 $\triangle AED = \triangle AEC$이므로

$\square ABED = \triangle ABE + \triangle AED$

$= \triangle ABE + \triangle AEC$

$= \triangle ABC$

$\therefore \square ABCD = \square ABED + \triangle DEC$

$= \triangle ABC + \triangle DEC$

$= \left(\frac{1}{2} \times 10 \times 8\right) + \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 8\right)$

$= 52\,(\text{cm}^2)$

답 52 cm^2

다른풀이 $\overline{AD} /\!/ \overline{EC}$, $\overline{AE} /\!/ \overline{DC}$이므로 □AECD는 평행사변형이다.

따라서 $\overline{AD} = \overline{EC} = 3$ (cm)이므로

$\square ABCD = \frac{1}{2} \times (3+10) \times 8 = 52\,(\text{cm}^2)$

높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같다.

17 $\triangle CAQ : \triangle CQP = 3 : 2$이므로

$6 : \triangle CQP = 3 : 2$, $\quad 3\triangle CQP = 12$

$\therefore \triangle CQP = 4\,(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle APC = \triangle CAQ + \triangle CQP$

$= 6 + 4 = 10\,(\text{cm}^2)$

또 $\triangle ABP : \triangle APC = 1 : 2$이므로

$\triangle ABP : 10 = 1 : 2$, $\quad 2\triangle ABP = 10$

$\therefore \triangle ABP = 5\,(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle ABC = \triangle ABP + \triangle APC$

$= 5 + 10 = 15\,(\text{cm}^2)$

답 15 cm^2

$\overline{MN} : \overline{BD} = 1 : 3$이므로
$\triangle AMN : \triangle ABD = 1 : 3$
$\therefore \triangle AMN = \frac{1}{3}\triangle ABD$

18 $\triangle AMN = \frac{1}{3}\triangle ABD = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}\square ABCD$

$= \frac{1}{6} \times 36 = 6\,(\text{cm}^2)$

$\triangle CNM = \frac{1}{3}\triangle CDB = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}\square ABCD$

$= \frac{1}{6} \times 36 = 6\,(\text{cm}^2)$

$\therefore \square AMCN = \triangle AMN + \triangle CNM$

$= 6 + 6 = 12\,(\text{cm}^2)$

답 12 cm^2

19 $\overline{BD} : \overline{BO} = 8 : 5$에서

$\overline{BO} : \overline{OD} = 5 : 3$

즉 $\triangle OAB : \triangle ODA = 5 : 3$이므로

$\triangle OAB = \frac{5}{8}\triangle ABD = \frac{5}{8} \times 24 = 15\,(\text{cm}^2)$

또 $\triangle OCD : \triangle OBC = 3 : 5$이고,

$\triangle OCD = \triangle OAB = 15\,(\text{cm}^2)$이므로

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로
$\triangle ABD = \triangle ACD$
$\therefore \triangle OCD$
$= \triangle ACD - \triangle AOD$
$= \triangle ABD - \triangle AOD$
$= \triangle OAB$

$15 : \triangle OBC = 3 : 5$, $\quad 3\triangle OBC = 75$

$\therefore \triangle OBC = 25\,(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle DBC = \triangle OCD + \triangle OBC$

$= 15 + 25 = 40\,(\text{cm}^2)$

답 40 cm^2

일품 BOX

만점 도전을 위한 고난도 문제

본책 28~32쪽

01 전략 직사각형의 내각의 크기는 $90°$이고, 접은 각과 엇각의 크기가 각각 같음을 이용한다.

풀이 $\angle A'DE=90°$이므로

$\angle FDE=\angle A'DE-\angle A'DF$

$=90°-22°=68°$ ⋯ ❶

$\angle FED=\angle FEB$ (접은 각)이고, $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$에서

$\angle DFE=\angle FEB$ (엇각)이므로

$\angle FED=\angle DFE$ ⋯ ❷

$\therefore \angle FED=\frac{1}{2}\times(180°-68°)=56°$ ⋯ ❸

답 $56°$

채점 기준	비율
❶ $\angle FDE$의 크기를 구할 수 있다.	30 %
❷ $\angle FED=\angle DFE$임을 알 수 있다.	50 %
❸ $\angle FED$의 크기를 구할 수 있다.	20 %

직사각형
① 직사각형은 네 각이 모두 직각인 사각형이다.
② 직사각형은 평행사변형이다.

02 전략 □ABCD가 직사각형이므로 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=\overline{OD}$임을 이용한다.

풀이 직사각형은 두 대각선의 길이가 같고, 서로를 이등분하므로

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=\overline{OD}=\frac{1}{2}\overline{AC}$

$=\frac{1}{2}\times15=\frac{15}{2}$ (cm)

따라서 △OBC의 둘레의 길이는

$\overline{BC}+\overline{OB}+\overline{OC}=12+\frac{15}{2}+\frac{15}{2}=27$ (cm)

답 ⑤

03 전략 $\angle ABE$의 크기를 $\angle a$라 하고 직사각형의 한 내각의 크기는 $90°$임을 이용한다.

풀이 $\angle ABE=\angle EBD=\angle a$라 하면 $\angle DAB=90°$이므로

△ABE에서 $\angle AEB=90°-\angle a$

△FBH에서 $\angle BFH=90°-\angle a$

이때 $\angle AFE=\angle BFH=90°-\angle a$ (맞꼭지각)이므로

$\angle AEF=\angle AFE$ $\therefore \overline{AE}=\overline{AF}$ 답 ①

04 전략 평행사변형의 대변의 길이는 같음을 이용하여 합동인 삼각형을 찾는다.

풀이 △ABM과 △DCM에서

$\overline{AM}=\overline{DM}$, $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{BM}=\overline{CM}$

이므로 △ABM≡△DCM (SSS 합동)

따라서 $\angle A=\angle D$이고, $\angle A+\angle D=180°$이므로

$\angle A=\angle D=90°$

따라서 □ABCD는 $\angle A=\angle D=90°$인 평행사변형이므로 직사각형이다. 답 직사각형

평행사변형이 직사각형이 되는 조건
① 한 내각이 직각이다.
② 두 대각선의 길이가 같다.

05 전략 마름모의 네 변의 길이는 모두 같음을 이용한다.

풀이 △ABD에서 $\overline{AB}=\overline{AD}$이므로

$\angle ADB=\angle ABD=33°$ ⋯ ❶

또 △APD에서 $\overline{PA}=\overline{PD}$이므로

$\angle PAD=\angle PDA=33°$ ⋯ ❷

따라서 △ABD에서

$\angle BAP=180°-(33°+33°+33°)=81°$ ⋯ ❸

답 $81°$

채점 기준	비율
❶ $\angle ADB$의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❷ $\angle PAD$의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❸ $\angle BAP$의 크기를 구할 수 있다.	20 %

06 전략 △ABP≡△ADQ임을 이용한다.

풀이 △ABP와 △ADQ에서

$\angle APB=\angle AQD=90°$,

$\overline{AB}=\overline{AD}$, $\angle B=\angle D$

이므로 △ABP≡△ADQ (RHA 합동) ⋯ ❶

△ABP의 넓이가 20 cm^2이므로

$\frac{1}{2}\times4\times\overline{AP}=20$ $\therefore \overline{AP}=10$ (cm) ⋯ ❷

$\therefore \overline{AQ}=\overline{AP}=10$ (cm) ⋯ ❸

답 10 cm

마름모의 네 변의 길이는 모두 같고 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같다.

채점 기준	비율
❶ △ABP≡△ADQ임을 알 수 있다.	40 %
❷ $\overline{AP}$의 길이를 구할 수 있다.	40 %
❸ $\overline{AQ}$의 길이를 구할 수 있다.	20 %

07 전략 △FOD≡△EOB임을 이용하여 □FBED가 어떤 사각형인지 조사한다.

풀이 △FOD와 △EOB에서

$\angle FDO=\angle EBO$ (엇각), $\overline{OD}=\overline{OB}$,

$\angle FOD=\angle EOB=90°$

이므로 △FOD≡△EOB (ASA 합동)

즉 $\overline{FD}=\overline{BE}$이고, $\overline{FD}/\!/\overline{BE}$이므로 □FBED는 평행사변형이다.

이때 $\overline{FE}\perp\overline{BD}$이므로 □FBED는 마름모이다.

따라서 □FBED의 둘레의 길이는

$4\overline{FD}=4\times(10-2)=4\times8=32$ (cm) 답 ④

만점 비법

직사각형과 마름모의 대각선의 성질 비교

직사각형	마름모
길이가 같다.	서로 수직이다.
서로를 이등분한다.	

일품 BOX

08 전략 합동인 두 삼각형을 찾고, □ABGH가 어떤 사각형인지 조사한다.

풀이 △ABH와 △DEH에서

$\angle HAB=\angle HDE$ (엇각), $\overline{AB}=\overline{DE}$,

$\angle HBA=\angle HED$ (엇각)

이므로 △ABH≡△DEH (ASA 합동)

$\therefore \overline{AH}=\overline{DH}$

즉 $\overline{AD}=2\overline{AB}=2\overline{AH}$이므로

$\overline{AH}=\overline{AB}$

같은 방법으로 △ABG≡△FCG (ASA 합동)이므로

$\overline{BG}=\overline{CG}$

$\overline{BC}=\overline{AD}$에서 $2\overline{BG}=2\overline{AH}$이므로

$\overline{BG}=\overline{AH}$

따라서 $\overline{AH}/\!/\overline{BG}$, $\overline{AH}=\overline{BG}=\overline{AB}$이므로 □ABGH는 마름모이다.

$\therefore \angle HIG=90^\circ$ 답 90°

$\overline{AB}=\overline{DC}=\overline{DE}$

마름모의 두 대각선은 서로를 수직이등분한다.

09 전략 정사각형의 두 대각선의 길이는 같고, 서로를 수직이등분함을 이용한다.

풀이 부채꼴의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{BD}=r$ cm이므로 $\overline{AC}=\overline{BD}=r$ (cm)

이때 정사각형의 넓이가 18 cm^2이므로

$\frac{1}{2}\times r\times r=18$, $r^2=36$

$\therefore r=6$

따라서 부채꼴의 반지름의 길이는 6 cm이다. 답 6 cm

정사각형은 마름모이므로 $\frac{1}{2}\times$(한 대각선의 길이) $\times$(다른 대각선의 길이)를 이용하여 넓이를 구할 수 있다.

10 전략 △OBH≡△OCI임을 이용하여 □OHCI와 넓이가 같은 도형을 찾는다.

풀이 $\angle BOC=90^\circ$이므로

$\angle BOH=90^\circ-\angle HOC$

또 $\angle HOI=90^\circ$이므로

$\angle COI=90^\circ-\angle HOC$

$\therefore \angle BOH=\angle COI$

△OBH와 △OCI에서

$\angle BOH=\angle COI$, $\overline{OB}=\overline{OC}$,

$\angle OBH=\angle OCI=45^\circ$

이므로 △OBH≡△OCI (ASA 합동)

$\therefore$ □OHCI$=$△OHC$+$△OCI

$=$△OHC$+$△OBH

$=$△OBC$=\frac{1}{4}$□ABCD

$=\frac{1}{4}\times(4\times4)=4\,(cm^2)$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

□OEFG$-$□OHCI$=4\times4-4$

$=12\,(cm^2)$ 답 ③

11 전략 이등변삼각형의 두 밑각의 크기가 같음을 이용한다.

풀이 △AEB에서 $\overline{AE}=\overline{AB}$이므로

$\angle AEB=\angle ABE=58^\circ$

즉 $\angle EAB=180^\circ-(58^\circ+58^\circ)=64^\circ$이므로

$\angle EAD=64^\circ+90^\circ=154^\circ$

또 △AED에서 $\overline{AE}=\overline{AD}$이므로

$\angle ADE=\frac{1}{2}\times(180^\circ-154^\circ)=13^\circ$

따라서 △AFD에서

$\angle BFD=\angle FAD+\angle ADF$

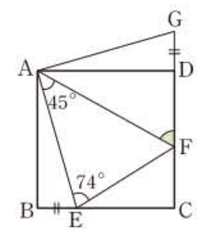
$=90^\circ+13^\circ=103^\circ$ 답 ②

$\angle EAD$
$=\angle EAB+\angle BAD$

$\overline{AE}=\overline{AB}=\overline{AD}$

12 전략 $\overline{CD}$의 연장선 위에 $\overline{BE}=\overline{DG}$가 되도록 점 G를 잡은 후 합동인 삼각형을 찾는다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$의 연장선 위에 $\overline{BE}=\overline{DG}$가 되도록 점 G를 잡으면 △ABE와 △ADG에서



$\overline{AB}=\overline{AD}$,

$\angle B=\angle ADG=90^\circ$,

$\overline{BE}=\overline{DG}$

이므로 △ABE≡△ADG (SAS 합동)

$\therefore \overline{AE}=\overline{AG}$ ··· ❶

△AFG와 △AFE에서

$\overline{AG}=\overline{AE}$, $\angle FAG=\angle FAE=45^\circ$,

$\overline{AF}$는 공통

이므로 △AFG≡△AFE (SAS 합동)

$\therefore \angle G=\angle AEF=74^\circ$ ··· ❷

따라서 △AFG에서

$\angle AFD=180^\circ-(\angle FAG+\angle G)$

$=180^\circ-(45^\circ+74^\circ)$

$=61^\circ$ ··· ❸

답 61°

$\angle BAE=\angle DAG$이므로

$\angle FAG$
$=\angle FAD+\angle DAG$
$=\angle FAD+\angle BAE$
$=90^\circ-\angle EAF$
$=90^\circ-45^\circ$
$=45^\circ$

채점 기준	비율
❶ $\overline{AE}=\overline{AG}$임을 알 수 있다.	40 %
❷ $\angle G$의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❸ $\angle AFD$의 크기를 구할 수 있다.	20 %

13 전략 한 내각이 직각인 마름모는 정사각형이다.

풀이 마름모 ABCD의 한 내각이 직각이므로

□ABCD는 정사각형이다.

△ABF와 △ADF에서

$\overline{AB}=\overline{AD}$, $\angle BAF=\angle DAF=45^\circ$,

$\overline{AF}$는 공통

이므로 △ABF≡△ADF (SAS 합동)

$\therefore \angle ADF = \angle ABF = 19°$

따라서 △AFD에서

$\angle CFD = \angle DAF + \angle ADF$

$= 45° + 19° = 64°$ 답 ⑤

14 전략 △ABC≡△DCB임을 이용하여 ∠DBC의 크기를 구한다.

풀이 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\angle ACB = \angle DAC = 36°$ (엇각) ···· ❶

△ABC와 △DCB에서

$\overline{BC}$는 공통, $\angle ABC = \angle DCB$, $\overline{AB} = \overline{DC}$

이므로 △ABC≡△DCB (SAS 합동)

$\therefore \angle DBC = \angle ACB = 36°$ ···· ❷

$\overline{AE} /\!/ \overline{DB}$이므로

$\angle E = \angle DBC = 36°$ (동위각) ···· ❸

답 $36°$

채점 기준	비율
❶ ∠ACB의 크기를 구할 수 있다.	20 %
❷ ∠DBC의 크기를 구할 수 있다.	60 %
❸ ∠E의 크기를 구할 수 있다.	20 %

15 전략 □ABCD가 등변사다리꼴이므로 ∠B=∠DCB임을 이용한다.

풀이 $\angle DAC = \angle x$, $\angle BAC = \angle y$라 하면

$\angle BAD = \angle x + \angle y$

△ACD가 $\overline{DA} = \overline{DC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle DCA = \angle DAC = \angle x$

또 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\angle ACB = \angle DAC = \angle x$ (엇각)

$\therefore \angle DCB = \angle x + \angle x = 2\angle x$

한편 △ABC는 $\overline{CA} = \overline{CB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle B = \angle BAC = \angle y$

이때 등변사다리꼴 ABCD에서 ∠B=∠DCB이므로

$\angle y = 2\angle x$

$\therefore \angle BAD : \angle DCB = (\angle x + \angle y) : 2\angle x$

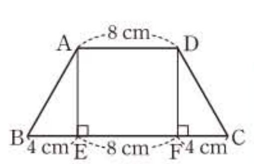
$= (\angle x + 2\angle x) : 2\angle x$

$= 3\angle x : 2\angle x$

$= 3 : 2$ 답 ②

16 전략 점 D에서 $\overline{BC}$에 수선을 그은 후 합동인 삼각형을 찾는다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 F라 하면



△ABE≡△DCF (RHA 합동)

△ABE와 △DCF에서 $\angle AEB = \angle DFC = 90°$, $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\angle B = \angle C$ ∴ △ABE≡△DCF

이므로 $\overline{CF} = \overline{BE} = 4\,(\text{cm})$ ···· ❶

이때 $\overline{EF} = \overline{AD} = 8\,(\text{cm})$이고 □ABCD의 넓이가 84 cm^2이므로

$\frac{1}{2} \times (8+16) \times \overline{AE} = 84$, $\quad 12\overline{AE} = 84$

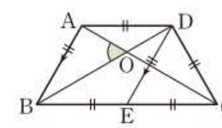
$\therefore \overline{AE} = 7\,(\text{cm})$ ···· ❷

답 7 cm

채점 기준	비율
❶ $\overline{CF}$의 길이를 구할 수 있다.	50 %
❷ $\overline{AE}$의 길이를 구할 수 있다.	50 %

17 전략 점 D를 지나고 $\overline{AB}$와 평행한 직선을 그어 길이가 같은 선분을 찾는다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 D를 지나고 $\overline{AB}$와 평행한 직선을 그어 $\overline{BC}$와 만나는 점을 E라 하면 □ABED는 마름모



□ABED는 이웃하는 두 변의 길이가 같은 평행사변형이므로 마름모이다.

이므로

$\overline{AB} = \overline{BE} = \overline{ED} = \overline{DA}$

이때 $\overline{BC} = 2\overline{AD} = 2\overline{BE}$이므로 $\quad \overline{BE} = \overline{EC}$

즉 △DEC는 정삼각형이므로 $\quad \angle DEC = 60°$

$\therefore \angle ABE = \angle DEC = 60°$ (동위각)

△ABD는 $\overline{AB} = \overline{AD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABD = \angle ADB = \angle DBC = \frac{1}{2}\angle ABE$

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\angle ADB = \angle DBC$ (엇각)

$= \frac{1}{2} \times 60° = 30°$

△DAC는 $\overline{DA} = \overline{DC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle DCA = \angle DAC = \angle ACB = \frac{1}{2}\angle DCE = 30°$

따라서 △OBC에서

$\angle AOB = \angle OBC + \angle OCB$

$= 30° + 30° = 60°$ 답 $60°$

18 전략 이웃하는 두 변의 길이가 같은 평행사변형은 마름모이다.

풀이 ⑤ ∠ABO=∠ADO이면 △ABD에서

$\overline{AB} = \overline{AD}$

두 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

따라서 □ABCD는 마름모이다. 답 ⑤

19 전략 정사각형의 개수를 x라 하고, 평행사변형의 총개수를 x에 대한 식으로 나타낸다.

풀이 정사각형의 개수를 x라 하면 정사각형이 아닌 직사각형은 $(40-x)$개, 정사각형이 아닌 마름모는 $(22-x)$개이고, 평행사변형이 총 60개이므로

$x+(40-x)+(22-x)+11=60$

$73-x=60 \quad \therefore x=13$

따라서 정사각형의 개수는 13이다. 답 13

(정사각형의 개수)
+(정사각형이 아닌 직사각형의 개수)
+(정사각형이 아닌 마름모의 개수)
+(직사각형도 아니고 마름모도 아닌 사각형의 개수)

20 전략 각 사각형의 대각선의 성질을 이용한다.

풀이 (가) 사다리꼴 (나) 평행사변형 (다) 마름모
(라) 직사각형 (마) 정사각형 (바) 등변사다리꼴

① 마름모는 (다), (마)의 2개이다.

② 두 대각선의 길이가 같은 사각형은 (라), (마), (바)의 3개이다.

③ 두 대각선이 서로를 이등분하는 사각형은 (나), (다), (라), (마)의 4개이다.

④ 두 대각선이 서로를 수직이등분하는 사각형은 (다), (마)의 2개이다.

⑤ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형은 (나), (다), (라), (마)의 4개이다. 답 ④

21 전략 사다리꼴의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 평행사변형이다.

풀이 □ABNM과 □DCNM은 합동인 사다리꼴이므로 □EFGH와 □KJIH는 합동인 평행사변형이다.

□ABNM과 □DCNM, □EFGH와 □KJIH는 $\overline{MN}$을 대칭축으로 하는 선대칭도형이므로 각각 합동이다.

따라서 □HIJK의 둘레의 길이는

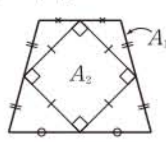
$2\times(6+5)=22\,(\text{cm})$ 답 22 cm

22 전략 사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형을 생각한다.

풀이 (ㄱ) 사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 평행사변형이므로 사각형 A_1에 대하여 $A_n(n=2, 3, 4, \cdots)$은 평행사변형이다.

(ㄴ) A_1이 직사각형이면 A_2는 마름모, A_3은 직사각형, A_4는 마름모, …이므로 A_{2n}은 마름모이다.

(ㄷ) 오른쪽 그림에서 A_2는 정사각형이지만 A_1은 등변사다리꼴이다.



이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ)이다. 답 ③

23 전략 평행한 두 직선 사이의 거리는 일정함을 이용하여 밑변이 공통이고 높이가 같은 삼각형을 찾는다.

풀이 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 $\triangle BFD=\triangle AFD$

$\overline{BD}/\!/\overline{EF}$이므로 $\triangle BFD=\triangle BED$

두 삼각형은 밑변이 $\overline{BD}$로 공통이고 높이가 같다.

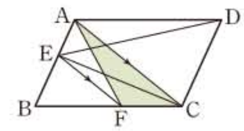
$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\triangle BED=\triangle ABE$

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이고, $\overline{BE}=\overline{EC}$이므로

$\triangle ABE=\triangle CDE$

$\therefore \triangle BFD=\triangle AFD=\triangle BED$
$=\triangle ABE=\triangle CDE$ 답 ④

24 전략 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$, $\overline{AC}/\!/\overline{EF}$임을 이용하여 △AFC와 넓이가 같은 삼각형을 찾는다.



풀이 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로

$\triangle AEC=\triangle AED$

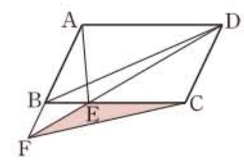
$\overline{AC}/\!/\overline{EF}$이므로

$\triangle AEC=\triangle AFC$

$\therefore \triangle AFC=\triangle AED=24\,(\text{cm}^2)$

답 ③

25 전략 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$, $\overline{BF}/\!/\overline{DC}$임을 이용하여 넓이가 같은 삼각형을 찾는다.



풀이 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\triangle ABE=\triangle DBE$ ··· ❶

$\overline{BF}/\!/\overline{DC}$이므로

$\triangle DBF=\triangle CBF$

이때 $\triangle DBF=\triangle DBE+\triangle EBF$,

$\triangle CBF=\triangle EFC+\triangle EBF$이므로

$\triangle DBE=\triangle EFC$ ··· ❷

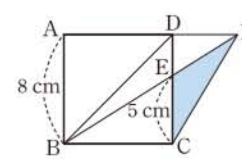
$\therefore \triangle EFC=\triangle DBE=\triangle ABE$

$=12\,(\text{cm}^2)$ ··· ❸

답 12 cm^2

채점 기준	비율
❶ △ABE=△DBE임을 알 수 있다.	20%
❷ △DBE=△EFC임을 알 수 있다.	60%
❸ △EFC의 넓이를 구할 수 있다.	20%

26 전략 △BCF와 넓이가 같은 삼각형을 찾는다.



풀이 $\overline{AF}/\!/\overline{BC}$이므로

$\triangle BCF=\triangle BCD$

$=\dfrac{1}{2}\times8\times8$

$=32\,(\text{cm}^2)$

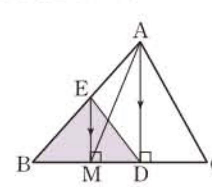
이때 $\triangle BCE=\dfrac{1}{2}\times8\times5=20\,(\text{cm}^2)$이므로

$\triangle CFE=\triangle BCF-\triangle BCE$

$=32-20=12\,(\text{cm}^2)$

답 ④

27 전략 △EMD와 넓이가 같은 삼각형을 찾는다.



$\overline{AD}\perp\overline{BC}$, $\overline{EM}\perp\overline{BC}$이므로
$\overline{AD}/\!/\overline{EM}$

풀이 $\overline{AD}/\!/\overline{EM}$이므로

$\triangle EMD=\triangle AEM$

$\therefore \triangle EBD=\triangle ABM$ ··· ❶

△EMD=△AEM이므로
△EBD
=△EBM+△EMD
=△EBM+△AEM
=△ABM

이때 $\overline{BM}:\overline{MC}=1:2$이므로

$\overline{BM}:\overline{BC}=1:3$

$\therefore \triangle ABM:\triangle ABC=1:3$ ··· ❷

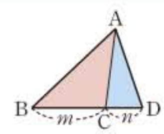
$\triangle ABM=\frac{1}{3}\triangle ABC=\frac{1}{3}\times 30=10\,(cm^2)$이므로

$\triangle EBD=\triangle ABM=10\,(cm^2)$ ··· ❸

답 $10\ cm^2$

채점 기준	비율
❶ △EBD=△ABM임을 알 수 있다.	40 %
❷ △ABM과 △ABC의 넓이의 비를 구할 수 있다.	30 %
❸ △EBD의 넓이를 구할 수 있다.	30 %

28 전략 (높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비)
=(밑변의 길이의 비)



$\triangle ABC : \triangle ACD = m : n$

풀이 $\triangle ACD=\frac{1}{2}\square ABCD=\frac{1}{2}\times 60=30\,(cm^2)$

$\overline{AP} : \overline{PC}=2 : 1$이므로

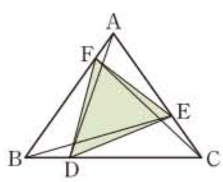
$\triangle DPC=\frac{1}{3}\triangle ACD=\frac{1}{3}\times 30=10\,(cm^2)$

$\overline{DQ} : \overline{QP}=3 : 2$이므로

$\triangle PCQ=\frac{2}{5}\triangle DPC=\frac{2}{5}\times 10=4\,(cm^2)$ 답 ①

29 전략 $\overline{AD}$, $\overline{BE}$, $\overline{CF}$를 긋고 △AFE, △BDF, △CED의 넓이를 구한다.

풀이 $\overline{AF} : \overline{AB}=1 : 5$,
$\overline{BD} : \overline{BC}=1 : 4$,
$\overline{CE} : \overline{CA}=1 : 3$이므로



$\triangle AFE=\frac{1}{5}\triangle ABE$
$=\frac{1}{5}\times\frac{2}{3}\triangle ABC$
$=\frac{2}{15}\triangle ABC$
$=\frac{2}{15}\times 12=\frac{8}{5}\,(cm^2)$

$\triangle BDF=\frac{1}{4}\triangle BCF=\frac{1}{4}\times\frac{4}{5}\triangle ABC$
$=\frac{1}{5}\triangle ABC=\frac{1}{5}\times 12=\frac{12}{5}\,(cm^2)$

$\triangle CED=\frac{1}{3}\triangle ADC=\frac{1}{3}\times\frac{3}{4}\triangle ABC$
$=\frac{1}{4}\triangle ABC=\frac{1}{4}\times 12=3\,(cm^2)$

$\therefore\ \triangle DEF$
$=\triangle ABC-(\triangle AFE+\triangle BDF+\triangle CED)$
$=12-\left(\frac{8}{5}+\frac{12}{5}+3\right)=5\,(cm^2)$

답 $5\ cm^2$

30 전략 $\overline{AP}=\overline{PQ}=\overline{QR}=\overline{RS}=\overline{SC}$이므로 $\overline{AC} : \overline{PQ}=5 : 1$이다.

풀이 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 20\times 18=180\,(cm^2)$

$\triangle ACD=\frac{1}{2}\times 10\times 18=90\,(cm^2)$

이때 $\overline{AP}=\overline{PQ}=\overline{QR}=\overline{RS}=\overline{SC}$이므로

$\triangle PBQ=\frac{1}{5}\triangle ABC=\frac{1}{5}\times 180=36\,(cm^2)$

$\triangle DPQ=\frac{1}{5}\triangle ACD=\frac{1}{5}\times 90=18\,(cm^2)$

$\therefore\ \square DPBQ=\triangle PBQ+\triangle DPQ$
$=36+18=54\,(cm^2)$ 답 ⑤

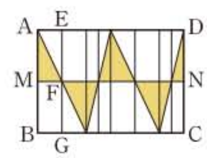
참고 □DPBQ의 넓이는 사다리꼴 ABCD의 넓이의 $\frac{1}{5}$이다.

최상위로 가는 최고 수준 문제

본책 33쪽

01 전략 직사각형의 대각선은 직사각형의 넓이를 이등분함을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$와 평행한 선분 EG를 그으면 두 점 M, F는 각각 $\overline{AB}$와 $\overline{EG}$의 중점이므로



$\triangle AMF : \square AMFE=1 : 2$

$\square AMFE : \square ABGE=1 : 2$

$\triangle AMF=\frac{1}{2}\square AMFE=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\square ABGE$
$=\frac{1}{4}\square ABGE$

같은 방법으로 직사각형 EGCD에 대하여 $\overline{EG}$와 평행한 선분을 그으면 □EGCD에서 색칠한 부분의 넓이는 □EGCD의 넓이의 $\frac{1}{4}$이다.

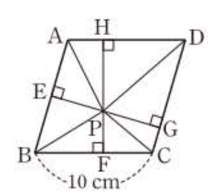
따라서 □ABCD에서 색칠한 부분의 넓이는 □ABCD의 넓이의 $\frac{1}{4}$이므로

$\frac{1}{4}\square ABCD=4\,(cm^2)$

$\therefore\ \square ABCD=4\times 4=16\,(cm^2)$ 답 $16\ cm^2$

02 전략 □ABCD
$=\triangle PAB+\triangle PBC+\triangle PCD+\triangle PDA$

풀이 오른쪽 그림에서



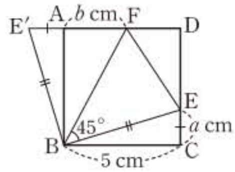
□ABCD
$=\triangle PAB+\triangle PBC$
$+\triangle PCD+\triangle PDA$
$=\left(\frac{1}{2}\times 10\times\overline{PE}\right)$
$+\left(\frac{1}{2}\times 10\times\overline{PF}\right)+\left(\frac{1}{2}\times 10\times\overline{PG}\right)$
$+\left(\frac{1}{2}\times 10\times\overline{PH}\right)$
$=\frac{1}{2}\times 10\times(\overline{PE}+\overline{PF}+\overline{PG}+\overline{PH})$
$=5(\overline{PE}+\overline{PF}+\overline{PG}+\overline{PH})$

(마름모의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times$(한 대각선의 길이)
$\times$(다른 대각선의 길이)

이므로 $\frac{1}{2}\times 12\times 16=5(\overline{PE}+\overline{PF}+\overline{PG}+\overline{PH})$

$\therefore \overline{PE}+\overline{PF}+\overline{PG}+\overline{PH}=\frac{96}{5}$ (cm)　　답 ②

03 전략 $\overline{DA}$의 연장선 위에 $\overline{EC}=\overline{E'A}$가 되도록 점 E′을 잡은 후 합동인 삼각형을 찾는다.



풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{DA}$의 연장선 위에 $\overline{EC}=\overline{E'A}$가 되도록 점 E′을 잡으면

△BCE와 △BAE′에서

$\overline{BC}=\overline{BA}$,

$\angle C=\angle BAE'=90°$, $\overline{CE}=\overline{AE'}$

이므로　△BCE≡△BAE′ (SAS 합동)

$\therefore \overline{BE}=\overline{BE'}$, $\angle EBC=\angle E'BA$　⋯ ❶

이때 △EBF와 △E′BF에서

$\overline{BE}=\overline{BE'}$, $\angle EBF=\angle E'BF$, $\overline{BF}$는 공통

이므로　△EBF≡△E′BF (SAS 합동)　⋯ ❷

$\angle E'BF$
$=\angle E'BA+\angle ABF$
$=\angle EBC+\angle ABF$
$=\angle ABC-\angle EBF$
$=90°-45°=45°$
이므로
$\angle EBF=\angle E'BF$

$\overline{CE}=a$ cm, $\overline{AF}=b$ cm라 하면

$\overline{DE}=5-a$ (cm), $\overline{DF}=5-b$ (cm)

$\overline{EF}=\overline{E'F}=a+b$ (cm)

따라서 △DFE의 둘레의 길이는

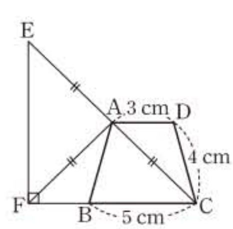
$\overline{DE}+\overline{DF}+\overline{EF}=(5-a)+(5-b)+(a+b)$

$=10$ (cm)　⋯ ❸

답 10 cm

채점 기준	비율
❶ $\overline{BE}=\overline{BE'}$, $\angle EBC=\angle E'BA$임을 알 수 있다.	40 %
❷ △EBF≡△E′BF임을 알 수 있다.	30 %
❸ △DFE의 둘레의 길이를 구할 수 있다.	30 %

04 전략 점 A가 직각삼각형 EFC의 외심임을 이용한다.



풀이 점 A는 직각삼각형 EFC의 외심이므로 오른쪽 그림과 같이 $\overline{FA}$를 그으면

$\overline{AE}=\overline{AC}=\overline{AF}$　⋯ ❶

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle DAC=\angle ACB$ (엇각)

또 $\angle AFB=\angle ACB$이므로　$\angle DAC=\angle AFB$

$\angle DCB=\angle ABC$,
$\angle ACB=\angle AFB$

△CAD와 △AFB에서

$\angle DAC=\angle BFA$, $\overline{AC}=\overline{FA}$,

$\angle ACD=\angle DCB-\angle ACB$

$=\angle ABC-\angle AFB$

$=\angle FAB$

삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

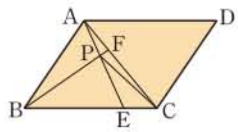
이므로　△CAD≡△AFB (ASA 합동)　⋯ ❷

$\therefore \overline{FB}=\overline{AD}=3$ (cm)　⋯ ❸

답 3 cm

채점 기준	비율
❶ $\overline{AE}=\overline{AC}=\overline{AF}$임을 알 수 있다.	20 %
❷ △CAD≡△AFB임을 알 수 있다.	60 %
❸ $\overline{FB}$의 길이를 구할 수 있다.	20 %

05 전략 주어진 선분의 길이의 비를 이용하여 높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비를 구한다.



풀이 $\overline{AF}:\overline{FC}=1:2$이므로

△APF : △APC

$=1:3$

$2:\triangle APC=1:3$

$\therefore \triangle APC=6$ (cm²)

$\overline{AP}:\overline{PE}=2:3$이므로

△APC : △AEC $=2:5$

$6:\triangle AEC=2:5$

$2\triangle AEC=30$　$\therefore \triangle AEC=15$ (cm²)

$\overline{BE}:\overline{EC}=3:1$이므로

△ABC : △AEC $=4:1$

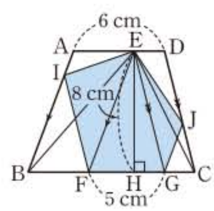
△ABC : $15=4:1$

$\therefore \triangle ABC=60$ (cm²)

$\therefore \square ABCD=2\triangle ABC=2\times 60$

$=120$ (cm²)　답 ②

06 전략 평행선과 삼각형의 넓이를 이용하여 오각형 EIFGJ와 넓이가 같은 삼각형을 찾는다.



풀이 $\overline{AB}/\!/\overline{EF}$이므로

△EIF=△EBF

또 $\overline{EG}/\!/\overline{DC}$이므로

△EJG=△EGC

즉 오각형 EIFGJ의 넓이는 △EBC의 넓이와 같다.

오각형 EIFGJ의 넓이를 S라 하면
S
$=\triangle EIF+\triangle EFG+\triangle EGJ$
$=\triangle EBF+\triangle EFG+\triangle EGC$
$=\triangle EBC$

이때 $\overline{AB}/\!/\overline{EF}$, $\overline{AE}/\!/\overline{BF}$이므로 □ABFE는 평행사변형이다.

$\therefore \overline{AE}=\overline{BF}$

또 $\overline{EG}/\!/\overline{DC}$, $\overline{ED}/\!/\overline{GC}$이므로 □EGCD는 평행사변형이다.

$\therefore \overline{ED}=\overline{GC}$

이때 $\overline{AE}+\overline{ED}=\overline{AD}=6$ (cm)이므로

$\overline{BC}=\overline{FG}+\overline{BF}+\overline{GC}=\overline{FG}+(\overline{AE}+\overline{ED})$

$=5+6=11$ (cm)

$\therefore \triangle EBC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{EH}$

$=\frac{1}{2}\times 11\times 8=44$ (cm²)

따라서 오각형 EIFGJ의 넓이는 44 cm²이다.

답 44 cm²

학교 시험 실전 TEST Level 1

본책 34~37쪽

일품 BOX

01 전략 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같다.

풀이 $\triangle ABC$가 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABC=\angle ACB$

$=\frac{1}{2}\times(180^\circ-80^\circ)=50^\circ$

$\therefore\ \angle ABD=\angle DBC=\frac{1}{2}\times 50^\circ=25^\circ$

$\triangle ABC$에서

$\angle ACE=180^\circ-50^\circ=130^\circ$

> 다각형의 한 꼭짓점에서의 내각과 외각의 크기의 합은 180°이다.

$\therefore\ \angle ACD=\angle DCE=\frac{1}{2}\times 130^\circ=65^\circ$

따라서 $\angle BCD=50^\circ+65^\circ=115^\circ$이므로 $\triangle BCD$에서

$\angle D=180^\circ-(25^\circ+115^\circ)=40^\circ$ 답 ③

> 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이다.

02 전략 직각삼각형의 합동 조건을 이용한다.

풀이 (ㄴ), (ㄷ)의 직각삼각형에서 빗변의 길이가 4 cm이고 한 예각의 크기가 35°로 같으므로 두 삼각형은 RHA 합동이다. 답 ③

03 전략 $\triangle ABE\equiv\triangle BCF$임을 이용한다.

풀이 $\triangle ABE$와 $\triangle BCF$에서

$\angle AEB=\angle BFC=90^\circ$,

$\overline{AB}=\overline{BC}$, $\angle ABE=\angle BCF$

> $\angle ABE$
> $=90^\circ-\angle FBC$
> $=\angle BCF$

이므로 $\triangle ABE\equiv\triangle BCF$ (RHA 합동)

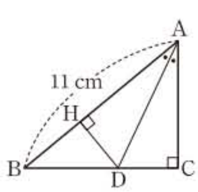
따라서 $\overline{BE}=\overline{CF}=15$ (cm), $\overline{BF}=\overline{AE}=8$ (cm)이므로

$\overline{EF}=\overline{BE}-\overline{BF}$

$=15-8=7$ (cm) 답 ④

04 전략 점 D에서 $\overline{AB}$에 수선을 그은 후 $\triangle ADC$와 합동인 삼각형을 찾는다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle ABD$의 넓이는



$\frac{1}{2}\times 11\times\overline{DH}=22$

$\therefore\ \overline{DH}=4$ (cm)

$\triangle ADH$와 $\triangle ADC$에서

$\angle AHD=\angle C=90^\circ$, $\overline{AD}$는 공통,

$\angle HAD=\angle CAD$

이므로 $\triangle ADH\equiv\triangle ADC$ (RHA 합동)

$\therefore\ \overline{CD}=\overline{HD}=4$ (cm) 답 ③

05 전략 삼각형의 외심의 뜻과 성질을 이용한다.

풀이 ⑤ 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 있고, 둔각삼각형의 외심은 삼각형의 외부에 있다.

답 ①, ③

06 전략 점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\angle AOC=2\angle B$이다.

풀이 점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\angle AOC=2\angle B=2\times 25^\circ=50^\circ$

또 점 O′이 $\triangle AOC$의 외심이므로

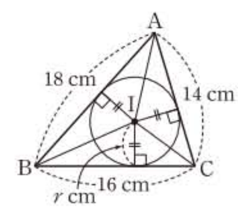
$\angle AO'C=2\angle AOC$

$=2\times 50^\circ=100^\circ$ 답 ①

07 전략 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times$(내접원의 반지름의 길이)

$\times$($\triangle ABC$의 둘레의 길이)

풀이 $\triangle ABC$의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\triangle ABC$

$=\frac{1}{2}r\times(18+16+14)$

$=24r\,(\text{cm}^2)$

$\triangle IBC=\frac{1}{2}\times 16\times r=8r\,(\text{cm}^2)$

$\therefore\ \triangle ABC : \triangle IBC=24r : 8r=3 : 1$ 답 ②

08 전략 세 점 D, E, F가 접점이면

○ $\overline{AD}=\overline{AF}$, $\overline{BD}=\overline{BE}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$

풀이 $\overline{AD}=\overline{AF}=x$ (cm)라 하면

$\overline{BE}=\overline{BD}=8-x$ (cm),

$\overline{CE}=\overline{CF}=11-x$ (cm)

이때 $\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}=10$ (cm)이므로

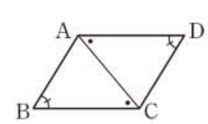
$(8-x)+(11-x)=10$, $\quad 19-2x=10$

$2x=9 \qquad \therefore\ x=\frac{9}{2}$

$\therefore\ \overline{AF}=\frac{9}{2}$ (cm) 답 ②

09 전략 평행사변형의 뜻 또는 성질을 만족시키는 조건을 찾는다.

풀이 (ㄱ) 오른쪽 그림과 같이



$\triangle ABC$와 $\triangle ACD$에서

$\angle BCA=\angle DAC$,

$\angle B=\angle D$이므로

$\angle BAC=\angle DCA$

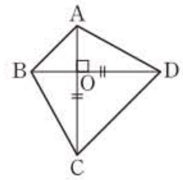
$\therefore\ \angle BAD=\angle BCD$

> $\angle BAD$
> $=\angle BAC+\angle DAC$
> $=\angle DCA+\angle BCA$
> $=\angle BCD$

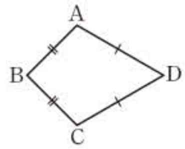
따라서 $\angle BAD=\angle BCD$, $\angle B=\angle D$이므로

□ABCD는 평행사변형이다.

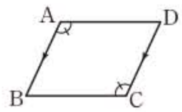
(ㄴ) 오른쪽 그림의 □ABCD는 $\overline{AC}=\overline{BD}$, $\overline{AC}\perp\overline{BD}$이지만 평행사변형이 아니다.



(ㄷ) 오른쪽 그림의 □ABCD는 $\overline{AB}=\overline{BC}$, $\overline{AD}=\overline{CD}$이지만 평행사변형이 아니다.



(ㄹ) 오른쪽 그림에서 $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{DC}$이므로



$\angle A+\angle D=\angle B+\angle C$
$=180°$

이때 $\angle A=\angle C$이므로 $\angle B=\angle D$

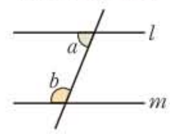
따라서 $\angle A=\angle C$, $\angle B=\angle D$이므로 □ABCD는 평행사변형이다.

이상에서 평행사변형이 되는 것은 (ㄱ), (ㄹ)이다.

답 ②

일품 BOX

다음 그림에서 $l\,/\!/\,m$이면
$\angle a+\angle b=180°$



10 전략 직사각형은 두 대각선의 길이가 같음을 이용한다.

풀이 직사각형의 두 대각선의 길이는 같으므로

$\overline{OA}=\overline{BC}=12\,(\text{cm})$

이때 $\overline{OA}$는 원 O의 반지름이므로 원 O의 넓이는

$\pi\times12^2=144\pi\,(\text{cm}^2)$

답 ⑤

11 전략 마름모의 네 변의 길이는 모두 같음을 이용하여 △APD가 어떤 삼각형인지 조사한다.

풀이 □ABCD가 마름모이므로 $\overline{AB}=\overline{AD}$

△ABP가 정삼각형이므로 $\overline{AB}=\overline{AP}$

$\therefore \overline{AD}=\overline{AP}$

이때 $\angle BAD=\angle C=110°$이므로

$\angle PAD=\angle BAD-\angle BAP$
$=110°-60°=50°$

따라서 △APD에서

$\angle APD=\dfrac{1}{2}\times(180°-50°)$
$=\dfrac{1}{2}\times130°=65°$

답 ⑤

삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이다.

△APD는 $\overline{AD}=\overline{AP}$인 이등변삼각형이다.

이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같다.

12 전략 여러 가지 사각형의 대각선의 성질을 이용한다.

풀이 (가)에 알맞은 사각형은 정사각형이 아닌 직사각형이다.

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

답 ③

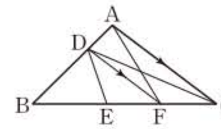
13 전략 직사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 마름모임을 이용한다.

풀이 직사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 마름모이고, 마름모는 이웃하는 두 변의 길이가 같고, 두 대각선이 수직으로 만난다.

답 ①, ③

14 전략 $\overline{DC}$를 그은 후 □ADEF와 넓이가 같은 삼각형을 찾는다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{DC}$를 그으면



△ADF=△CDF

이므로

□ADEF=△DEF+△ADF
=△DEF+△CDF
=△DEC

이때 △DBE : △DEC=$\overline{BE}$: $\overline{EC}$=2 : 3이므로

△DBE : □ADEF=2 : 3

2□ADEF=3△DBE

∴ □ADEF=$\dfrac{3}{2}$△DBE

따라서 □ADEF의 넓이는 △DBE의 넓이의 $\dfrac{3}{2}$배이다.

답 ④

15 전략 이등변삼각형의 밑각을 $\angle x$를 이용하여 나타낸다.

풀이 $\angle DCE=\angle A=\angle x$이고, △ABC가 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle B=\angle ACB=\angle x+39°$ ··· ❶

△ABC에서

$\angle x+2\times(\angle x+39°)=180°$

$3\angle x+78°=180°$

$3\angle x=102°$

$\therefore \angle x=34°$ ··· ❷

답 34°

채점 기준	배점
❶ ∠B와 ∠ACB를 $\angle x$에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	3점
❷ $\angle x$의 크기를 구할 수 있다.	2점

16 전략 평행한 두 직선이 한 직선과 만날 때, 엇각의 크기는 같음을 이용한다.

풀이 $\angle AEB=180°-128°=52°$이고, $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로

$\angle FAE=\angle AEB=52°$ (엇각)

$\therefore \angle BAD=2\angle FAE=2\times52°=104°$

$\angle BAD+\angle ABE=180^\circ$이므로

$\angle ABE=180^\circ-\angle BAD=180^\circ-104^\circ=76^\circ$

$\therefore\ \angle ABF=\frac{1}{2}\angle ABE=\frac{1}{2}\times 76^\circ=38^\circ$

$\triangle ABF$에서

$\angle DFB=\angle BAD+\angle ABF$

$=104^\circ+38^\circ=142^\circ$

답 142°

다른풀이 $\overline{AE}$와 $\overline{BF}$의 교점을 G라 하면

$\angle BAD+\angle ABE=180^\circ$이므로

$\angle GAB+\angle GBA=90^\circ$

따라서 $\triangle ABG$에서

$\angle AGB=180^\circ-(\angle GAB+\angle GBA)$

$=180^\circ-90^\circ=90^\circ$

$\therefore\ \angle FGE=\angle AGB=90^\circ$ (맞꼭지각)

이때 오각형 FGECD에서 $\angle GEC=128^\circ$,

$\angle FGE=90^\circ$, $\angle C+\angle D=180^\circ$이고, 오각형의 내각의 크기의 합은 540°이므로

$\angle DFB=540^\circ-(128^\circ+90^\circ+180^\circ)=142^\circ$

17 전략 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같은 사각형은 평행사변형이다.

풀이 $\triangle ABM$과 $\triangle DEM$에서

$\angle AMB=\angle DME$ (맞꼭지각),

$\overline{AM}=\boxed{\overline{DM}}$

$\overline{AB}/\!/\overline{ED}$이므로 $\angle BAM=\boxed{\angle EDM}$ (엇각)

즉 $\triangle ABM\equiv\triangle DEM$ (ASA 합동)이므로

$\overline{AB}=\boxed{\overline{DE}}$

따라서 $\overline{AB}/\!/\overline{DE}$이고, $\overline{AB}=\overline{DE}$이므로 $\square ABDE$는 평행사변형이다.

답 (가) $\overline{DM}$ (나) $\angle EDM$ (다) $\overline{DE}$

18 전략 평행한 두 직선이 한 직선과 만날 때, 엇각의 크기는 같음을 이용한다.

풀이 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle DAE=\angle BEA$ (엇각)

즉 $\angle BAE=\angle BEA$이므로 $\triangle ABE$는 $\overline{BA}=\overline{BE}$인 이등변삼각형이다. ··· ❶

$\therefore\ \overline{BE}=\overline{BA}=\overline{CD}=5\,(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AD}=\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{EC}$

$=5+2=7\,(\text{cm})$ ··· ❷

따라서 $\square AECD$의 넓이는

$\frac{1}{2}\times(7+2)\times 5=\frac{45}{2}\,(\text{cm}^2)$ ··· ❸

답 $\frac{45}{2}\ \text{cm}^2$

일품 BOX

평행사변형에서 이웃하는 두 내각의 크기의 합은 180°이다.

$\angle AOP+\angle COP=180^\circ$,
$\angle AOP=\angle COP$
이므로
$2\angle AOP=180^\circ$
$\therefore\ \angle AOP=\angle COP=90^\circ$

점 M은 $\overline{AD}$의 중점이다.

(사다리꼴의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times\{$(윗변의 길이)$+$(아랫변의 길이)$\}\times$(높이)

채점 기준	배점
❶ $\triangle ABE$가 $\overline{BA}=\overline{BE}$인 이등변삼각형임을 알 수 있다.	2점
❷ $\overline{AD}$의 길이를 구할 수 있다.	2점
❸ $\square AECD$의 넓이를 구할 수 있다.	1점

19 전략 두 대각선이 서로를 이등분하는 사각형은 평행사변형이다.

풀이 $\square BFED$에서 $\overline{BC}=\overline{CE}$, $\overline{DC}=\overline{CF}$이므로 $\square BFED$는 평행사변형이다.

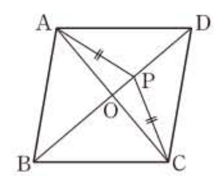
$\therefore\ \square BFED=4\triangle BCD=4\times\frac{1}{2}\square ABCD$

$=2\square ABCD$

$=2\times 38=76\,(\text{cm}^2)$

답 $76\ \text{cm}^2$

20 전략 $\overline{AC}$를 그어 합동인 삼각형을 찾는다.



풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그어 $\overline{BD}$와 만나는 점을 O라 하면 $\triangle PAO$와 $\triangle PCO$에서

$\overline{AP}=\overline{CP}$, $\overline{AO}=\overline{CO}$,

$\overline{PO}$는 공통

이므로

$\triangle PAO\equiv\triangle PCO$ (SSS 합동)

$\therefore\ \angle AOP=\angle COP=90^\circ$ ··· ❶

즉 두 대각선이 서로를 수직이등분하므로 $\square ABCD$는 마름모이다. ··· ❷

따라서 $\square ABCD$의 둘레의 길이는

$4\times 8=32\,(\text{cm})$ ··· ❸

답 32 cm

채점 기준	배점
❶ $\angle AOP$, $\angle COP$의 크기를 구할 수 있다.	3점
❷ $\square ABCD$가 마름모임을 알 수 있다.	2점
❸ $\square ABCD$의 둘레의 길이를 구할 수 있다.	1점

학교 시험 실전 TEST Level 2

본책 38~41쪽

01 전략 한 원에서 부채꼴의 넓이는 중심각의 크기에 정비례함을 이용한다.

풀이 $\triangle ODC$에서 $\overline{CO}=\overline{CD}$이므로

$\angle COD=\angle D=\angle x$라 하면 $\triangle ODC$에서

$\angle OCB=\angle x+\angle x=2\angle x$

$\triangle OCB$에서 $\overline{OC}=\overline{OB}$이므로

$\angle OBC=\angle OCB=2\angle x$

△ODB에서

$\angle AOB = \angle OBD + \angle D$

$= 2\angle x + \angle x = 3\angle x$

따라서 두 부채꼴 AOB와 COE의 넓이의 비는

$\angle AOB : \angle COE = 3\angle x : \angle x$

$= 3 : 1$

답 ②

02 전략 이등변삼각형의 성질을 이용하여 합동인 두 삼각형을 찾는다.

풀이 △ABD와 △ACE에서

$\overline{AB}=\overline{AC}$, $\overline{AD}=\overline{AE}$, ∠A는 공통

이므로

△ABD≡△ACE (SAS 합동)

∴ $\angle ACE = \angle ABD = 28°$

따라서 △AEC에서

$\angle BEC = \angle A + \angle ACE$

$= 38° + 28° = 66°$

답 ④

03 전략 △CPE≡△CPF, △APD≡△APE임을 이용하여 $\overline{PE}$, $\overline{AD}$, $\overline{PD}$의 길이를 각각 구한다.

풀이 △CPE와 △CPF에서

$\angle PEC = \angle PFC = 90°$, $\overline{PC}$는 공통,

$\angle PCE = \angle PCF$

이므로

△CPE≡△CPF (RHA 합동)

∴ $\overline{PE}=\overline{PF}=4\,(\text{cm})$

△APD와 △APE에서

$\angle PDA = \angle PEA = 90°$, $\overline{PA}$는 공통,

$\angle PAD = \angle PAE$

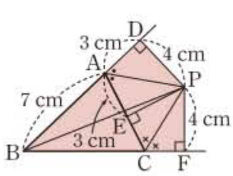
이므로

△APD≡△APE (RHA 합동)

∴ $\overline{AD}=\overline{AE}=3\,(\text{cm})$,

$\overline{PD}=\overline{PE}=4\,(\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BP}$를 그으면 △BPD와 △BPF에서



$\angle BDP = \angle BFP = 90°$,

$\overline{BP}$는 공통, $\overline{PD}=\overline{PF}$

이므로

△BPD≡△BPF (RHS 합동)

따라서 □PDBF의 넓이는

$2\triangle BPD = 2 \times \frac{1}{2} \times \overline{BD} \times \overline{PD}$

$= 2 \times \frac{1}{2} \times (7+3) \times 4$

$= 40\,(\text{cm}^2)$

답 ④

04 전략 점 O가 △ABC의 외심이므로 △AOD≡△BOD, △BOE≡△COE, △COF≡△AOF이다.

풀이 점 O가 △ABC의 외심이므로

△AOD≡△BOD (RHS 합동)

합동인 두 삼각형의 넓이는 같으므로

$\triangle AOB = 2\triangle AOD = 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 12 \times 5\right)$

$= 60\,(\text{cm}^2)$

같은 방법으로 △BOE=△COE, △AOF=△COF 이므로

△BOE+△AOF

=△ABC−△AOB−△COE−△COF

=△ABC−△AOB−△BOE−△AOF

2(△BOE+△AOF)=△ABC−△AOB

$= 200 - 60$

$= 140\,(\text{cm}^2)$

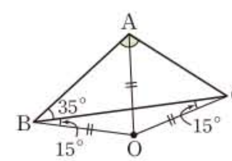
∴ $\triangle BOE + \triangle AOF = \frac{1}{2} \times 140 = 70\,(\text{cm}^2)$

답 ④

참고 $\triangle AOD + \triangle BOE + \triangle AOF = \frac{1}{2}\triangle ABC$임을 이용할 수도 있다.

05 전략 삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면 점 O가 △ABC의 외심이므로



$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$

즉 △OBC는 $\overline{OB}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OBC = \angle OCB = 15°$

△OAB는 $\overline{OA}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OAB = \angle OBA = 35° + 15° = 50°$

이때 △ABC에서

$\angle AOC = 2\angle ABC = 2 \times 35° = 70°$

이고 △OAC는 $\overline{OA}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OAC = \frac{1}{2} \times (180° - 70°) = 55°$

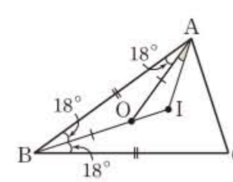
∴ $\angle A = \angle OAB + \angle OAC$

$= 50° + 55° = 105°$

답 ③

06 전략 △ABC가 이등변삼각형이므로 두 점 O, I는 꼭지각의 이등분선 위에 있다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BI}$를 그으면 점 O가 △ABC의 외심이므로



$\overline{OA}=\overline{OB}$

따라서 △ABO는 $\overline{OA}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이므로 $\angle OBA = \angle OAB = 18°$

일품 BOX

△AOD와 △BOD에서 $\angle ADO = \angle BDO = 90°$, $\overline{OA}=\overline{OB}$, $\overline{OD}$는 공통 ∴ △AOD≡△BOD

$\overline{AD}=\overline{AC}-\overline{CD}$
$=\overline{AB}-\overline{BE}$
$=\overline{AE}$

점 O가 △ABC의 외심일 때, $\angle AOC = 2\angle B$

△ABC는 이등변삼각형이고 이등변삼각형의 외심과 내심은 꼭지각의 이등분선 위에 있으므로 점 O는 $\overline{BI}$ 위에 있다.

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle IBC = \angle IBA = 18^\circ$

$\therefore\ \angle B = 18^\circ + 18^\circ = 36^\circ$

$\triangle ABC$가 $\overline{BA} = \overline{BC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BAC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 36^\circ) = 72^\circ$

이고, $\overline{AI}$가 $\angle BAC$의 이등분선이므로

$\angle IAB = \frac{1}{2}\angle BAC = \frac{1}{2} \times 72^\circ = 36^\circ$

$\therefore\ \angle OAI = \angle IAB - \angle OAB$

$= 36^\circ - 18^\circ = 18^\circ$

답 ①

07 전략 평행한 두 직선이 한 직선과 만날 때, 엇각의 크기는 같음을 이용한다.

풀이 $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$이므로

$\angle ECD = \angle BEC = 90^\circ$ (엇각)

즉 $\angle BAD = \angle BCD = \angle y + 90^\circ$이므로

$\angle FAD = \angle BAD - \angle BAC$

$= (\angle y + 90^\circ) - 55^\circ = \angle y + 35^\circ$

$\triangle AFD$에서 $\angle DFC = \angle ADF + \angle FAD$이므로

$68^\circ = \angle x + (\angle y + 35^\circ)$

$\therefore\ \angle x + \angle y = 68^\circ - 35^\circ = 33^\circ$

답 ②

다른풀이 $\triangle AEC$에서

$\angle ECA = 180^\circ - (90^\circ + 55^\circ) = 35^\circ$

$\therefore\ \angle BCA = \angle y + 35^\circ$

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로

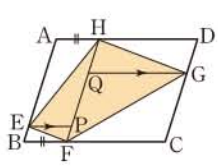
$\angle DAC = \angle BCA = \angle y + 35^\circ$ (엇각)

따라서 $\triangle AFD$에서 $68^\circ = \angle x + (\angle y + 35^\circ)$

$\therefore\ \angle x + \angle y = 33^\circ$

08 전략 평행사변형의 넓이는 한 대각선에 의하여 이등분됨을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{HF}$를 그으면 $\overline{AH} /\!/ \overline{BF}$, $\overline{AH} = \overline{BF}$이므로 $\square ABFH$는 평행사변형이다.



$\therefore\ \overline{AB} /\!/ \overline{HF} /\!/ \overline{DC}$

한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형 → 평행사변형

또 두 점 E, G에서 $\overline{AD}$에 평행한 직선을 그어 $\overline{HF}$와 만나는 점을 각각 P, Q라 하면 $\square AEPH$, $\square EBFP$, $\square HQGD$, $\square QFCG$는 모두 평행사변형이므로

$\square EFGH = \triangle EPH + \triangle EFP + \triangle HQG + \triangle QFG$

$= \frac{1}{2}(\square AEPH + \square EBFP$

$+ \square HQGD + \square QFCG)$

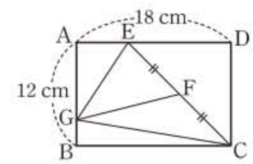
$= \frac{1}{2}\square ABCD$

$= \frac{1}{2} \times 50 = 25\,(cm^2)$

답 ③

09 전략 $\overline{EG}$, $\overline{CG}$를 긋고 $\triangle EGF = \triangle CFG$임을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{EG}$, $\overline{CG}$를 그으면 $\overline{EF} = \overline{CF}$이므로



$\triangle EGF = \triangle CFG$

$\triangle EGF$와 $\triangle CFG$에서 $\overline{EF} = \overline{FC}$이고 높이가 같으므로 $\triangle EGF = \triangle CFG$

$\overline{FG}$가 $\square ABCE$의 넓이를 이등분하므로

$\square AGFE = \square BCFG$

이때 $\square AGFE = \triangle AGE + \triangle EGF$,

$\square BCFG = \triangle BCG + \triangle CFG$이므로

$\triangle AGE = \triangle BCG$

$\overline{GB} = x$ cm라 하면 $\overline{AG} = 12 - x\,(cm)$이고

$\overline{AE} : \overline{ED} = 1 : 2$에서

$\overline{AE} = \frac{1}{3}\overline{AD} = \frac{1}{3} \times 18 = 6\,(cm)$

이므로

$\triangle AGE = \frac{1}{2} \times (12 - x) \times 6 = 36 - 3x\,(cm^2)$,

$\triangle BCG = \frac{1}{2} \times x \times 18 = 9x\,(cm^2)$

$\triangle AGE = \triangle BCG$에서 $36 - 3x = 9x$

$12x = 36$ $\quad\therefore\ x = 3$

$\therefore\ \overline{GB} = 3\,(cm)$

답 ③

10 전략 $\triangle ABE \equiv \triangle BCF$임을 이용한다.

풀이 $\triangle ABE$와 $\triangle BCF$에서

$\overline{AB} = \overline{BC}$, $\angle ABE = \angle C = 90^\circ$,

$\overline{BE} = \overline{CF}$

이므로 $\triangle ABE \equiv \triangle BCF$ (SAS 합동)

$\therefore\ \angle BAE = \angle CBF$

① $\triangle ABE$에서 $\angle AEC = \angle BAE + \angle ABE$이고 $\angle ABE = 90^\circ$이므로

$\angle AEC = \angle BAE + 90^\circ = \angle CBF + 90^\circ$

$\therefore\ \angle AEC - \angle CBF = 90^\circ$

② $\angle BAE + \angle AEB = \angle CBF + \angle AEB = 90^\circ$

$\therefore\ \angle AGF = \angle BGE$

맞꼭지각

$= 180^\circ - (\angle CBF + \angle AEB)$

$= 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

④ $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$이므로

$\angle ABG = \angle BFC$ (엇각)

답 ③, ⑤

11 전략 $\overline{AC}$는 정사각형 ABCD의 대각선임을 이용한다.

풀이 $\triangle ABE$가 정삼각형이므로

$\angle EAB = 60^\circ$

$\overline{AC}$는 정사각형 ABCD의 대각선이므로

$\angle CAB=45^\circ$

$\therefore\ \angle x=\angle EAB-\angle CAB$

$=60^\circ-45^\circ=15^\circ$

$\triangle BCE$는 $\overline{BC}=\overline{BE}$인 이등변삼각형이고,

$\angle EBC=90^\circ-60^\circ=30^\circ$이므로

$\angle ECB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-30^\circ)=75^\circ$

$\therefore\ \angle y=90^\circ-75^\circ=15^\circ$

$\therefore\ \angle x+\angle y=15^\circ+15^\circ=30^\circ$

답 ⑤

일품 BOX

$\triangle ABC$는 직각이등변삼각형이므로
$\angle CAB$
$=\frac{1}{2}\times(180^\circ-90^\circ)$
$=45^\circ$

12

전략 □ABED와 □AECD가 평행사변형임을 이용한다.

풀이 $\overline{AD}/\!/\overline{BE}$, $\overline{AB}/\!/\overline{DE}$이므로 □ABED는 평행사변형이다.

$\therefore\ \overline{AD}=\overline{BE}$

또 $\overline{AD}/\!/\overline{EC}$, $\overline{AD}=\overline{EC}$이므로 □AECD는 평행사변형이다.

$\therefore\ \overline{AE}/\!/\overline{DC}$

따라서 $\angle EDC=\angle AED=38^\circ$ (엇각)이고

$\angle DEC=\angle B=70^\circ$ (동위각)이므로 $\triangle DEC$에서

$\angle C=180^\circ-(\angle EDC+\angle DEC)$

$=180^\circ-(38^\circ+70^\circ)=72^\circ$

답 ③

두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형
→ 평행사변형

한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형
→ 평행사변형

$\overline{AD}=\overline{BE}=\overline{EC}$

13

전략 높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같음을 이용한다.

풀이 $\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{EC}=\overline{CF}+\overline{EC}=4+6=10\,(\text{cm})$

이므로 □ABCD$=10\times10=100\,(\text{cm}^2)$

$\therefore\ \triangle BOC=\frac{1}{4}$□ABCD$=\frac{1}{4}\times100=25\,(\text{cm}^2)$

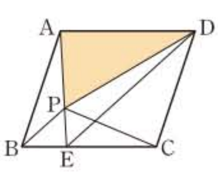
이때 $\triangle BOE:\triangle EOC=\overline{BE}:\overline{EC}=4:6$이므로

$\triangle EOC=\frac{6}{10}\triangle BOC=\frac{6}{10}\times25=15\,(\text{cm}^2)$

답 ⑤

14

전략 $\triangle PED$와 넓이가 같은 삼각형을 찾는다.



풀이 $\triangle PDA+\triangle PBC$

$=\frac{1}{2}$□ABCD ...... ㉠

$\triangle AED=\frac{1}{2}$□ABCD이므로

$\triangle PDA+\triangle PED$

$=\frac{1}{2}$□ABCD ...... ㉡

㉠, ㉡에서 $\triangle PED=\triangle PBC=20\,(\text{cm}^2)$

$\overline{AP}:\overline{PE}=3:2$이므로

$\triangle PDA:\triangle PED=3:2$

$\triangle PDA:20=3:2,\quad 2\triangle PDA=60$

$\therefore\ \triangle PDA=30\,(\text{cm}^2)$

답 ③

15

전략 $\triangle ABC\equiv\triangle ADC$임을 이용한다.

풀이 $\triangle ABC$와 $\triangle ADC$에서

$\overline{AB}=\overline{AD}$, $\overline{BC}=\overline{DC}$, $\overline{AC}$는 공통

이므로 $\triangle ABC\equiv\triangle ADC$ (SSS 합동)

$\therefore\ \angle BAC=\angle DAC$ ···· ❶

따라서 $\overline{AC}$는 이등변삼각형 ABD의 꼭지각의 이등분선이므로 $\overline{BP}=\overline{DP}$, $\overline{AP}\perp\overline{BD}$

$\therefore\ \overline{BP}=\frac{1}{2}\times14=7\,(\text{cm})$ ···· ❷

답 7 cm

채점 기준	배점
❶ $\angle BAC=\angle DAC$임을 알 수 있다.	3점
❷ $\overline{BP}$의 길이를 구할 수 있다.	2점

16

전략 $\triangle BDM\equiv\triangle CEM$임을 이용한다.

풀이 $\triangle BDM$과 $\triangle CEM$에서

$\angle D=\angle CEM=90^\circ$,

$\overline{BM}=\overline{CM}$, $\angle BMD=\angle CME$ (맞꼭지각)

이므로 $\triangle BDM\equiv\triangle CEM$ (RHA 합동)

$\therefore\ \overline{DM}=\overline{EM}=6\,(\text{cm})$, $\overline{BD}=\overline{CE}=9\,(\text{cm})$

$\therefore\ \triangle ABM=\frac{1}{2}\times\overline{AM}\times\overline{BD}$

$=\frac{1}{2}\times(18-6)\times9$

$=54\,(\text{cm}^2)$

답 54 cm²

$\overline{AM}=\overline{AD}-\overline{DM}$

17

전략 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점임을 이용한다.

풀이 점 O가 직각삼각형 ABC의 외심이므로

$\overline{AO}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times10=5\,(\text{cm})$ ···· ❶

$\overline{AD}=\overline{AF}=x\,(\text{cm})$라 하면

$\overline{BE}=\overline{BD}=8-x\,(\text{cm})$,

$\overline{CE}=\overline{CF}=10-x\,(\text{cm})$

이때 $\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}$이므로

$(8-x)+(10-x)=6,\qquad -2x+18=6$

$-2x=-12\qquad\therefore\ x=6$ ···· ❷

$\therefore\ \overline{OF}=\overline{AF}-\overline{AO}=6-5=1\,(\text{cm})$ ···· ❸

답 1 cm

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로
$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$
$=\frac{1}{2}\overline{AC}$

채점 기준	배점
❶ $\overline{AO}$의 길이를 구할 수 있다.	1점
❷ $\overline{AF}$의 길이를 구할 수 있다.	3점
❸ $\overline{OF}$의 길이를 구할 수 있다.	1점

18

전략 접은 각은 그 크기가 같음을 이용한다.

풀이 $\angle BAE=\angle EAM$ (접은 각),

$\angle BAE=\angle F$ (엇각)

이므로 $\angle EAM=\angle F$

따라서 $\triangle AFM$은 $\overline{MA}=\overline{MF}$인 이등변삼각형이므로

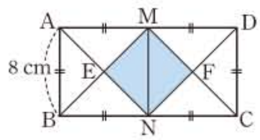
$\overline{MF}=\overline{MA}=\overline{AB}=10\,(cm)$

이때 점 M은 $\overline{CD}$의 중점이므로

$\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times 10=5\,(cm)$

$\therefore\ \overline{CF}=\overline{MF}-\overline{CM}=10-5=5\,(cm)$ 답 5 cm

19 전략 □ABNM, □MNCD가 정사각형임을 이용한다.



풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{MN}$을 그으면 $\overline{AD}=2\overline{AB}$이므로 □ABNM과 □MNCD는 정사각형이다.

□ABNM에서 $\overline{EM}=\overline{EN}$, $\angle MEN=90^\circ$,

□MNCD에서 $\overline{FM}=\overline{FN}$, $\angle MFN=90^\circ$

또 $\angle EMF=\angle EMN+\angle FMN=45^\circ+45^\circ=90^\circ$,

$\angle ENF=\angle ENM+\angle FNM=45^\circ+45^\circ=90^\circ$에서

□MENF는 이웃하는 두 변의 길이가 같고 네 내각의 크기가 같으므로 정사각형이다. ⋯ ❶

∴ □MENF

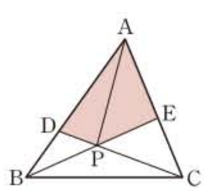
$=2\triangle ENM=2\times\frac{1}{4}$□ABNM

$=\frac{1}{2}$□ABNM$=\frac{1}{2}\times 8\times 8=32\,(cm^2)$ ⋯ ❷

답 정사각형, $32\,cm^2$

채점 기준	배점
❶ □MENF가 어떤 사각형인지 말할 수 있다.	4점
❷ □MENF의 넓이를 구할 수 있다.	2점

20 전략 $\overline{AP}$를 그은 후 높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같음을 이용한다.



풀이 $\triangle PAD$의 넓이를 x, $\triangle PAE$의 넓이를 y라 하자.

$\triangle PAB:\triangle PAE$

$=\overline{BP}:\overline{EP}$

$=\triangle PBC:\triangle PCE$

$=4:3$

이므로 $(x+2):y=4:3$, $3(x+2)=4y$

$\therefore\ 3x-4y=-6$ ⋯⋯ ㉠

$\triangle PAD:\triangle PAC=\overline{DP}:\overline{CP}$

$=\triangle PDB:\triangle PBC$

$=2:4$

이므로 $x:(y+3)=2:4$, $4x=2(y+3)$

$\therefore\ 2x-y=3$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=\frac{18}{5}$, $y=\frac{21}{5}$

$\therefore$ □ADPE$=\triangle PAD+\triangle PAE$

$=x+y$

$=\frac{18}{5}+\frac{21}{5}=\frac{39}{5}$ 답 $\frac{39}{5}$

일품 BOX

정사각형의 두 대각선은 길이가 같고 서로를 수직이등분한다.

$\angle LBI$
$=\frac{1}{2}\angle B=\frac{1}{2}\angle F$
$=\angle QFI'$

$\begin{cases} 3x-4y=-6 & \cdots ㉠ \\ 2x-y=3 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡$\times 4$를 하면

$-5x=-18$

$\therefore\ x=\frac{18}{5}$

$x=\frac{18}{5}$을 ㉡에 대입하면

$2\times\frac{18}{5}-y=3$

$\therefore\ y=\frac{21}{5}$

교과서 속 창의유형

본책 42~43쪽

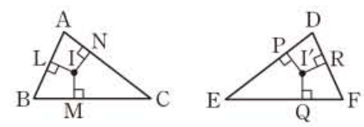
유제 1 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

❶ 두 삼각형의 내심을 각각 찾는다.

❷ 삼각형의 합동을 이용하여 세 쌍의 사각형이 합동임을 보인다.

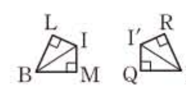
❸ 사각형 모양의 세 조각으로 나누는 방법을 설명한다.

풀이 ❶ 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$, $\triangle DEF$의 내심을 각각 I, I′이라 하자.



❷ $\triangle ABC\equiv\triangle DFE$ (SSS 합동)이고 두 점 I, I′은 각각 $\triangle ABC$, $\triangle DEF$의 내심이므로

$\overline{IL}=\overline{IM}=\overline{IN}=\overline{I'P}=\overline{I'Q}=\overline{I'R}$



오른쪽 그림과 같이 두 사각형 ILBM, I′QFR에서 각각 $\overline{IB}=\overline{I'F}$를 그으면 $\triangle ILB$, $\triangle I'QF$에서

$\angle ILB=\angle I'QF=90^\circ$, $\overline{IL}=\overline{I'Q}$

또 $\angle LBI=\angle QFI'$이므로

$\angle LIB=90^\circ-\angle LBI=90^\circ-\angle QFI'=\angle QI'F$

$\therefore\ \triangle ILB\equiv\triangle I'QF$ (ASA 합동)

같은 방법으로 $\triangle IMB\equiv\triangle I'RF$ (ASA 합동)

따라서 두 사각형 ILBM, I′QFR는 합동인 두 삼각형을 합친 것이므로 합동이다.

같은 방법으로 하면 두 사각형 IMCN와 I′PEQ, 두 사각형 INAL과 I′RDP도 각각 합동이다.

❸ 따라서 주문한 삼각형 모양의 잔디의 내심을 찾아 사각형 모양의 세 조각으로 나누면 잔디밭을 메울 수 있다.

답 풀이 참조

유제 2 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

❶ 삼각형의 외심에서 각 꼭짓점에 이르는 거리가 같음을 이용한다.

❷ 삼각형의 세 변의 수직이등분선의 교점이 삼각형의 외심임을 이용한다.

풀이 ❶ 오른쪽 그림과 같이 세 학교를 연결하면 세 학교에서 같은 거리에 있는 지점은 삼각형 ABC의 외심이다.

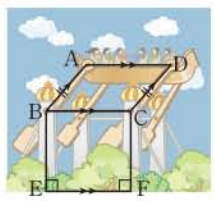
❷ 삼각형의 세 변의 수직이등분선의 교점이 삼각형의 외심이므로 앞의 그림과 같이 삼각형 ABC의 세 변의 수직이등분선의 교점을 찾는다.

답 풀이 참조

유제 3 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

❶ 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같은 사각형은 평행사변형임을 이용한다.
❷ 한 내각의 크기가 $90°$인 평행사변형은 직사각형임을 이용한다.
❸ 한 직선에 평행한 서로 다른 두 직선은 평행함을 이용하여 양탄자 모양의 판의 바닥면이 항상 지면과 수평을 유지할 수 있는 이유를 설명한다.

풀이 ❶ 오른쪽 그림에서



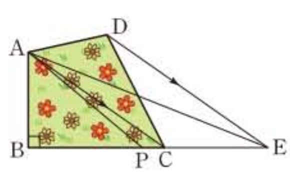
$\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로
□ABCD는 평행사변형이다.
$\therefore \overline{AD}/\!/\overline{BC}$ …… ㉠
❷ 또 $\overline{BE}=\overline{CF}$, $\overline{BE}/\!/\overline{CF}$이고, $\angle E=90°$이므로
□BEFC는 직사각형이다.
$\therefore \overline{BC}/\!/\overline{EF}$ …… ㉡
❸ ㉠, ㉡에서 $\overline{AD}/\!/\overline{EF}$이므로 양탄자 모양의 판의 바닥면은 항상 지면과 수평을 유지할 수 있다.

답 풀이 참조

유제 4 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

❶ 점 D를 지나고 $\overline{AC}$와 평행한 직선을 그어 □ABCD와 넓이가 같은 △ABE를 찾는다.
❷ 높이가 같은 삼각형의 넓이의 비를 이용하여 점 P의 위치를 정한다.

풀이 ❶ 오른쪽 그림과 같이 □ABCD에서 점 D를 지나고 $\overline{AC}$와 평행한 직선을 그어 $\overline{BC}$의 연장선과 만나는 점을 E라 하자.



$\overline{AC}/\!/\overline{DE}$이므로
△ACD=△ACE
∴ □ABCD=△ABC+△ACD
=△ABC+△ACE
=△ABE
❷ 이때 △ABE에서 점 P가 $\overline{BE}$의 중점이면,
즉 $\overline{BP}=\overline{EP}$이면
△ABP=△APE=$\frac{1}{2}$△ABE=$\frac{1}{2}$□ABCD
따라서 □ABCD와 같은 넓이를 갖는 △ABE를 찾은 후 $\overline{BE}$의 중점을 점 P로 한다.

답 풀이 참조

일품 BOX

닮은 두 도형을 기호로 나타낸 △ABC∽△DEF에서 대응하는 꼭짓점을 찾을 수 있다.

$a:b=c:d$이면 $ad=bc$

한 직선에 평행한 서로 다른 두 직선은 평행하다.

□ABCD=△ABE이므로 △ABE의 넓이를 이등분하는 점 P의 위치를 찾는다.

Ⅱ 도형의 닮음

1 도형의 닮음

개념 & 핵심 기출
본책 46~48쪽

01 △ABC∽△DEF이므로 $\overline{BC}$의 대응변은 $\overline{EF}$이고, ∠E의 대응각은 ∠B이다.

답 ④

02 면 ABC에 대응하는 면이 면 GHI이므로 모서리 BE에 대응하는 모서리는 모서리 HK이고, 면 ADFC에 대응하는 면은 면 GJLI이다.

답 모서리 HK, 면 GJLI

03 ① □ABCD와 □EFGH의 닮음비는
$\overline{BC}:\overline{FG}=9:6=3:2$
$\therefore \overline{AD}:\overline{EH}=3:2$
② $\overline{AB}:\overline{EF}=3:2$, 즉 $6:\overline{EF}=3:2$이므로
$3\overline{EF}=12$ $\therefore \overline{EF}=4\,(\text{cm})$
③ $\angle A=\angle E=105°$
④ $\angle G=\angle C=70°$
⑤ $\angle H=360°-(105°+90°+70°)=95°$

답 ⑤

04 △ABC와 △DBE의 닮음비는
$\overline{BC}:\overline{BE}=(3+1):3=4:3$
따라서 $\overline{AC}:\overline{DE}=4:3$, 즉 $\overline{AC}:2=4:3$이므로
$3\overline{AC}=8$ $\therefore \overline{AC}=\frac{8}{3}\,(\text{cm})$

답 $\frac{8}{3}$ cm

05 △ABC와 △DEF의 닮음비는
$\overline{AB}:\overline{DE}=6:12=1:2$
$\overline{BC}:\overline{EF}=1:2$, 즉 $\overline{BC}:10=1:2$이므로
$2\overline{BC}=10$ $\therefore \overline{BC}=5\,(\text{cm})$
$\overline{AC}:\overline{DF}=1:2$, 즉 $\overline{AC}:8=1:2$이므로
$2\overline{AC}=8$ $\therefore \overline{AC}=4\,(\text{cm})$
따라서 △ABC의 둘레의 길이는
$6+5+4=15\,(\text{cm})$

답 15 cm

다른풀이 두 삼각형 ABC와 DEF의 둘레의 길이의 비는 두 삼각형의 닮음비와 같으므로 $1:2$이다.
이때 △DEF의 둘레의 길이가
$12+10+8=30\,(\text{cm})$
이므로 △ABC의 둘레의 길이를 l cm라 하면
$l:30=1:2$, $2l=30$ $\therefore l=15$
따라서 △ABC의 둘레의 길이는 15 cm이다.

06 두 직육면체의 닮음비는

$\overline{DH} : \overline{LP} = 20 : 8 = 5 : 2$

$\overline{FG} : \overline{NO} = 5 : 2$, 즉 $x : 12 = 5 : 2$이므로

$2x = 60 \qquad \therefore x = 30$

$\overline{GH} : \overline{OP} = 5 : 2$, 즉 $25 : y = 5 : 2$이므로

$5y = 50 \qquad \therefore y = 10$ 　　 답 $x=30$, $y=10$

07 두 원기둥 A, B의 닮음비는

$18 : 30 = 3 : 5$

원기둥 B의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$12 : r = 3 : 5, \qquad 3r = 60 \qquad \therefore r = 20$

따라서 원기둥 B의 밑면의 둘레의 길이는

$2\pi \times 20 = 40\pi\,(\text{cm})$ 　　 답 40π cm

반지름의 길이가 r인 원의 둘레의 길이는 $2\pi r$

다른풀이 두 원기둥의 밑면의 둘레의 길이의 비는 두 원기둥의 닮음비와 같으므로 $3 : 5$이다.

이때 원기둥 A의 밑면의 둘레의 길이가

$2\pi \times 12 = 24\pi\,(\text{cm})$

이므로 원기둥 B의 밑면의 둘레의 길이를 l cm라 하면

$24\pi : l = 3 : 5, \qquad 3l = 120\pi$

$\therefore l = 40\pi$

따라서 원기둥 B의 밑면의 둘레의 길이는 40π cm이다.

08 처음 원뿔과 밑면에 평행한 평면으로 잘랐을 때 생기는 작은 원뿔의 닮음비는

$(6+4) : 6 = 5 : 3$

닮은 두 원뿔의 (닮음비) =(높이의 비) =(밑면의 반지름의 길이의 비) =(밑면의 둘레의 길이의 비)

처음 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$r : 2 = 5 : 3, \qquad 3r = 10 \qquad \therefore r = \frac{10}{3}$

따라서 구하는 반지름의 길이는 $\frac{10}{3}$ cm이다.

답 $\frac{10}{3}$ cm

09 ⑤ $\triangle ABC$에서 $\angle C = 75°$이면

$\angle A = 180° - (50° + 75°) = 55°$

$\triangle DFE$에서 $\angle D = 55°$이면

$\angle A = \angle D$, $\angle C = \angle E$

$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle DFE$ (AA 닮음) 　　 답 ⑤

10 $\triangle ABC$와 $\triangle DAC$에서

$\overline{AC} : \overline{DC} = 6 : 4 = 3 : 2$,

$\overline{BC} : \overline{AC} = (5+4) : 6 = 3 : 2$,

$\angle C$는 공통

이므로 　 $\triangle ABC \backsim \triangle DAC$ (SAS 닮음)

따라서 $\overline{AB} : \overline{DA} = 3 : 2$, 즉 $12 : \overline{AD} = 3 : 2$이므로

$3\overline{AD} = 24 \qquad \therefore \overline{AD} = 8\,(\text{cm})$ 　　 답 8 cm

11 $\triangle ABC$와 $\triangle DEC$에서

$\angle A = \angle EDC = 90°$, $\angle C$는 공통

이므로 　 $\triangle ABC \backsim \triangle DEC$ (AA 닮음)

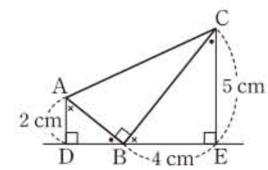
따라서 $\overline{AC} : \overline{DC} = \overline{BC} : \overline{EC}$,

즉 $(\overline{AE} + 5) : 4 = (6+4) : 5$이므로

$5(\overline{AE} + 5) = 40$

$\overline{AE} + 5 = 8 \qquad \therefore \overline{AE} = 3\,(\text{cm})$ 　　 답 ③

12 오른쪽 그림과 같이 $\triangle ADB$와 $\triangle BEC$에서



$\angle ADB = \angle BEC = 90°$,

$\angle DAB = \angle EBC$

$\angle DAB + \angle ABD = 90°$, $\angle ABD + \angle EBC = 90°$ 이므로 $\angle DAB = \angle EBC$

이므로 　 $\triangle ADB \backsim \triangle BEC$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AD} : \overline{BE} = \overline{BD} : \overline{CE}$, 즉 $2 : 4 = \overline{BD} : 5$이므로

$4\overline{BD} = 10 \qquad \therefore \overline{BD} = \frac{5}{2}\,(\text{cm})$ 　　 답 $\frac{5}{2}$ cm

13 $\overline{AB}^2 = \overline{BH} \times \overline{BC}$이므로

$6^2 = x \times 10 \qquad \therefore x = \frac{18}{5}$

또 $\overline{AC}^2 = \overline{CH} \times \overline{CB}$이고 $\overline{CH} = \overline{BC} - \overline{BH}$이므로

$y^2 = \left(10 - \frac{18}{5}\right) \times 10 = 64 \qquad \therefore y = 8$

$\therefore x + y = \frac{58}{5}$ 　　 답 $\frac{58}{5}$

14 $\overline{CF} = \overline{AC} - \overline{AF} = 12 - 7 = 5\,(\text{cm})$

$\triangle BED$와 $\triangle CFE$에서

$\angle B = \angle C = 60°$,

$\angle BDE = 120° - \angle BED = \angle CEF$

이므로 　 $\triangle BED \backsim \triangle CFE$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{BE} : \overline{CF} = \overline{DE} : \overline{EF}$, 즉 $4 : 5 = \overline{DE} : 7$이므로

$\overline{EF} = \overline{AF} = 7\,(\text{cm})$

$5\overline{DE} = 28$

$\therefore \overline{DE} = \frac{28}{5}\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{AD} = \overline{DE} = \frac{28}{5}\,(\text{cm})$ 　　 답 $\frac{28}{5}$ cm

15 $\overline{AB'} = \overline{AD} - \overline{B'D} = 10 - 6 = 4\,(\text{cm})$

$\triangle AEB'$과 $\triangle DB'C$에서

$\angle A = \angle D = 90°$,

$\angle AEB' = 90° - \angle AB'E = \angle DB'C$

이므로 　 $\triangle AEB' \backsim \triangle DB'C$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AE} : \overline{DB'} = \overline{AB'} : \overline{DC}$, 즉 $\overline{AE} : 6 = 4 : 8$이므로

$8\overline{AE} = 24$

$\therefore \overline{AE} = 3\,(\text{cm})$ 　　 답 3 cm

16 $\overline{AC}$가 접는 선이므로

$\angle ECA=\angle ACB$ (접은 각)

$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로

$\angle EAC=\angle ACB$ (엇각)

즉 $\angle ECA=\angle EAC$이므로 $\triangle EAC$는 $\overline{EA}=\overline{EC}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \overline{AF}=\overline{CF}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{5}{2}$ (cm)

이등변삼각형에서 (꼭지각의 꼭짓점에서 밑변에 그은 수선) =(밑변의 수직이등분선)

$\triangle EFC$와 $\triangle AB'C$에서

$\angle EFC=\angle B'=90°$,

$\angle ECF$는 공통

이므로 $\triangle EFC \backsim \triangle AB'C$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{EF} : \overline{AB'}=\overline{FC} : \overline{B'C}$, 즉 $\overline{EF} : 3=\frac{5}{2} : 4$이므로

$\overline{B'C}=\overline{BC}=4$ (cm)

$4\overline{EF}=\frac{15}{2}$

$\therefore\ \overline{EF}=\frac{15}{8}$ (cm)

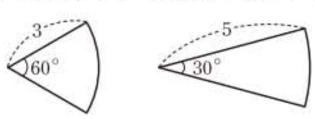
답 $\frac{15}{8}$ cm

만점 도전을 위한 고난도 문제

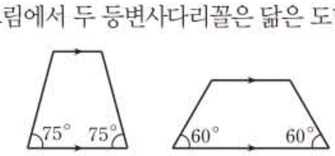
본책 49~51쪽

01 전략 닮음이 아닌 경우의 예를 찾아본다.

풀이 (ㄱ) 다음 그림에서 두 부채꼴은 닮은 도형이 아니다.

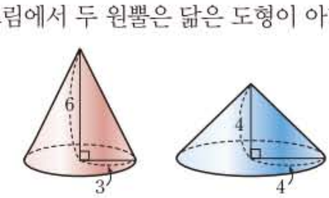


(ㄴ) 다음 그림에서 두 등변사다리꼴은 닮은 도형이 아니다.



(ㄷ) 직각이등변삼각형의 세 내각의 크기는 45°, 45°, 90°이므로 두 직각이등변삼각형은 항상 닮음이다.

(ㄹ) 다음 그림에서 두 원뿔은 닮은 도형이 아니다.



(ㅁ) 꼭지각의 크기가 같은 두 이등변삼각형은 대응하는 두 밑각의 크기도 각각 같으므로 항상 닮은 도형이다.

이등변삼각형의 꼭지각의 크기를 $a°$라 하면 한 밑각의 크기는 $\frac{1}{2}\times(180°-a°)$이다.

이상에서 항상 닮은 도형이라고 할 수 없는 것은 (ㄱ), (ㄴ), (ㄹ)이다.

답 ③

만점 비법

다음 도형은 항상 닮음이다.

① 두 원 ② 중심각의 크기가 같은 두 부채꼴

③ 두 직각이등변삼각형

④ 변의 개수가 같은 두 정다각형

⑤ 두 구 ⑥ 면의 개수가 같은 두 정다면체

02 전략 닮은 두 삼각형에서 닮음비를 구한 후 대응변의 길이의 비는 일정함을 이용한다.

풀이 $\triangle ABC$와 $\triangle ADE$의 닮음비는

$\overline{AC} : \overline{AE}=(2+10) : 4=3 : 1$

$\overline{AB} : \overline{AD}=3 : 1$, 즉 $(4+\overline{EB}) : 2=3 : 1$이므로

$4+\overline{EB}=6 \qquad \therefore\ \overline{EB}=2$ (cm)

$\overline{BC} : \overline{DE}=3 : 1$, 즉 $9 : \overline{DE}=3 : 1$이므로

$3\overline{DE}=9 \qquad \therefore\ \overline{DE}=3$ (cm)

$\therefore\ \overline{EB}+\overline{ED}=5$ (cm)

답 ①

03 전략 닮은 두 사각형에서 닮음비를 구한 후 대응변의 길이의 비는 일정함을 이용한다.

풀이 □ABCD와 □DEFC의 닮음비는

$\overline{AB} : \overline{DE}=5 : 3$ ··· ❶

따라서 $\overline{BC} : \overline{EF}=5 : 3$, 즉 $(\overline{BF}+3) : 5=5 : 3$이므로

$3(\overline{BF}+3)=25, \qquad \overline{BF}+3=\frac{25}{3}$

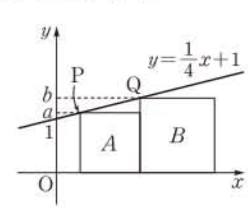
$\therefore\ \overline{BF}=\frac{16}{3}$ (cm) ··· ❷

답 $\frac{16}{3}$ cm

채점 기준	비율
❶ □ABCD와 □DEFC의 닮음비를 구할 수 있다.	30%
❷ $\overline{BF}$의 길이를 구할 수 있다.	70%

04 전략 직선 $y=\frac{1}{4}x+1$ 위에 있는 두 정사각형 A, B의 꼭짓점의 y좌표를 각각 a, b로 놓고 x좌표를 구한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 직선 $y=\frac{1}{4}x+1$ 위에 있는 두 정사각형 A, B의 꼭짓점을 각각 P, Q라 하자.



두 점 P, Q의 y좌표를 각각 a, b라 하면 x좌표는 각각 $4a-4$, $4b-4$이다.

$y=a$를 $y=\frac{1}{4}x+1$에 대입하면

$a=\frac{1}{4}x+1$

$\therefore\ x=4a-4$

이때 정사각형 A의 한 변의 길이는 a이므로

$4b-4-(4a-4)=a$

$4b=5a \qquad \therefore\ b=\frac{5}{4}a$

따라서 두 정사각형의 닮음비는

$a : b=a : \frac{5}{4}a=4 : 5$

답 4 : 5

Ⅱ 도형의 닮음

05 전략 두 원은 항상 닮은 도형이고, 원의 닮음비는 두 원의 반지름의 길이의 비와 같다.

풀이 원 A의 반지름의 길이를 a라 하면 원 B의 반지름의 길이는 $2a$, 원 C의 반지름의 길이는 $4a$이다.
이때 원의 닮음비는 원의 반지름의 길이의 비와 같으므로 세 원 A, B, C의 닮음비는

$a : 2a : 4a = 1 : 2 : 4$ 답 ②

06 전략 입체도형에서 닮음의 성질을 이용한다.

풀이 (ㄱ) 입체도형의 닮음비가 1 : 1일 때만 대응하는 면이 합동이다.
(ㄴ) 닮은 두 입체도형에서 대응하는 면은 닮은 도형이므로
$\triangle ABD \backsim \triangle EFH$
(ㄷ) 닮은 두 입체도형에서 대응하는 모서리의 길이의 비는 일정하므로 $\overline{AB} : \overline{EF} = \overline{BC} : \overline{FG}$
(ㄹ) 입체도형의 닮음비가 1 : 1일 때만 대응하는 면의 넓이가 같다.
이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄷ)이다. 답 (ㄴ), (ㄷ)

07 전략 물이 채워진 부분과 원뿔 모양의 그릇의 닮음비가 1 : 4임을 이용한다.

풀이 물이 채워진 부분의 높이가 원뿔 모양의 그릇의 높이의 $\frac{1}{4}$이므로 물의 높이는

$36 \times \frac{1}{4} = 9\,(\text{cm})$ ➊

물이 채워진 부분과 원뿔 모양의 그릇의 닮음비가 $9 : 36 = 1 : 4$이므로 수면의 반지름의 길이를 r cm라 하면 $r : 16 = 1 : 4$

$4r = 16 \quad \therefore r = 4$ ➋

따라서 구하는 물의 부피는

$\frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 9 = 48\pi\,(\text{cm}^3)$ ➌

답 48π cm^3

밑면의 반지름의 길이가 r, 높이가 h인 원뿔의 부피는
$\frac{1}{3}\pi r^2 h$

채점 기준	비율
➊ 물이 채워진 부분의 높이를 구할 수 있다.	20 %
➋ 수면의 반지름의 길이를 구할 수 있다.	50 %
➌ 물의 부피를 구할 수 있다.	30 %

08 전략 닮은 두 삼각형을 찾아 닮음비를 이용한다.

풀이 $\triangle ABC$와 $\triangle DBE$에서
$\overline{AB} : \overline{DB} = 12 : 8 = 3 : 2$,
$\overline{BC} : \overline{BE} = (8+1) : 6 = 3 : 2$,
$\angle B$는 공통
이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle DBE$ (SAS 닮음)
따라서 $\overline{AC} : \overline{DE} = 3 : 2$, 즉 $\overline{AC} : 6 = 3 : 2$이므로
$2\overline{AC} = 18 \quad \therefore \overline{AC} = 9\,(\text{cm})$ 답 9 cm

$\overline{DE} = \overline{BE} = \frac{1}{2}\overline{AB}$
$= \frac{1}{2} \times 12$
$= 6\,(\text{cm})$

09 전략 $\overline{AB} /\!/ \overline{DE}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 엇각의 크기가 같음을 이용하여 닮은 두 삼각형을 찾는다.

풀이 $\triangle ABC$와 $\triangle EDA$에서
$\angle BAC = \angle DEA$ (엇각),
$\angle C = \angle DAE$ (엇각)
이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle EDA$ (AA 닮음)
따라서 $\overline{BC} : \overline{DA} = \overline{AC} : \overline{EA}$, 즉
$12 : 8 = (10 + \overline{EC}) : 10$이므로
$8(10 + \overline{EC}) = 120, \quad 10 + \overline{EC} = 15$
$\therefore \overline{EC} = 5\,(\text{cm})$ 답 ③

평행사변형은 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

10 전략 $\overline{AB} /\!/ \overline{EC}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 엇각의 크기가 같음을 이용하여 닮은 두 삼각형을 찾는다.

풀이 $\triangle ABF$와 $\triangle CEB$에서
$\angle ABF = \angle E$ (엇각),
$\angle AFB = \angle CBE$ (엇각)
이므로 $\triangle ABF \backsim \triangle CEB$ (AA 닮음) ➊
따라서 $\overline{AF} : \overline{CB} = \overline{BF} : \overline{EB}$, 즉 $4 : \overline{BC} = 6 : (3+6)$이므로
$6\,\overline{BC} = 36$
$\therefore \overline{BC} = 6\,(\text{cm})$ ➋

답 6 cm

채점 기준	비율
➊ $\triangle ABF \backsim \triangle CEB$임을 알 수 있다.	50 %
➋ $\overline{BC}$의 길이를 구할 수 있다.	50 %

11 전략 닮은 두 삼각형을 찾아 닮음비를 이용한다.

풀이 $\overline{BP} : \overline{PC} = 2 : 3$이므로 $\overline{BP} = 4a$, $\overline{PC} = 6a$라 하면
$\overline{BC} = \overline{BP} + \overline{PC} = 4a + 6a = 10a$
$\overline{AB} : \overline{BC} = 3 : 2$, 즉 $\overline{AB} : 10a = 3 : 2$이므로
$2\overline{AB} = 30a \quad \therefore \overline{AB} = 15a$
이때 $\triangle ABP$와 $\triangle PCQ$에서
$\angle B = \angle C$, $\angle BAP = \angle CPQ$
이므로 $\triangle ABP \backsim \triangle PCQ$ (AA 닮음)
따라서 $\overline{AB} : \overline{PC} = \overline{BP} : \overline{CQ}$, 즉 $15a : 6a = 4a : \overline{CQ}$이므로

$15a \times \overline{CQ} = 24a^2 \quad \therefore \overline{CQ} = \frac{8}{5}a$

$\therefore \overline{AQ} = \overline{AC} - \overline{QC} = \overline{AB} - \overline{QC}$
$= 15a - \frac{8}{5}a = \frac{67}{5}a$

$\therefore \overline{AQ} : \overline{QC} = \frac{67}{5}a : \frac{8}{5}a = 67 : 8$ 답 ⑤

$\triangle ABC$는 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle B = \angle C$

$\triangle ABP$에서
$\angle APC$
$= \angle B + \angle BAP$
이고,
$\angle APC$
$= \angle APQ + \angle CPQ$
$= \angle B + \angle CPQ$
이므로
$\angle BAP = \angle CPQ$

12 전략 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같음을 이용하여 닮은 두 삼각형을 찾는다.

풀이 $\triangle CDE$에서 $\overline{CD}=\overline{CE}$이므로

$\angle CDE=\angle CED$

$\triangle BCE$와 $\triangle BAD$에서

$\angle CBE=\angle ABD$,

$\angle BEC=180°-\angle CED$

$=180°-\angle CDE=\angle BDA$

이므로 $\triangle BCE \backsim \triangle BAD$ (AA 닮음)

$\therefore \overline{CD}:\overline{DA}=\overline{CE}:\overline{AD}=\overline{BE}:\overline{BD}$

$=8:14=4:7$ 답 $4:7$

13 전략 □ABCD가 직사각형 ◎ $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=\overline{OD}$

풀이 □ABCD가 직사각형이므로

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=\overline{OD}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{15}{2}$ (cm)

$\overline{BE}:\overline{EC}=2:1$이고 $\overline{BC}=12$ cm이므로

$\overline{BE}=12\times\frac{2}{3}=8$ (cm),

$\overline{EC}=12\times\frac{1}{3}=4$ (cm)

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$에서 $\triangle AFD \backsim \triangle EFB$ (AA 닮음)이므로

$\overline{FD}:\overline{FB}=\overline{AD}:\overline{EB}=12:8=3:2$

$\overline{BD}=15$ cm이므로 $\overline{FB}=15\times\frac{2}{5}=6$ (cm)

$\therefore \overline{OF}=\overline{OB}-\overline{FB}=\frac{15}{2}-6=\frac{3}{2}$ (cm)

같은 방법으로 $\triangle AGD \backsim \triangle CGE$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AG}:\overline{CG}=\overline{AD}:\overline{CE}=12:4=3:1$

$\overline{AC}=15$ cm이므로 $\overline{CG}=15\times\frac{1}{4}=\frac{15}{4}$ (cm)

$\therefore \overline{OG}=\overline{OC}-\overline{CG}=\frac{15}{2}-\frac{15}{4}=\frac{15}{4}$ (cm)

$\therefore \overline{OF}:\overline{OG}=\frac{3}{2}:\frac{15}{4}=2:5$ 답 ②

14 전략 $\triangle ABC \backsim \triangle ADF$임을 이용하여 □DECF의 한 변의 길이를 구한다.

풀이 $\triangle ABC$와 $\triangle ADF$에서

$\angle A$는 공통, $\angle C=\angle AFD=90°$

이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle ADF$ (AA 닮음) ··· ❶

$\overline{DF}=x$ cm라 하면

$\overline{AC}:\overline{AF}=\overline{BC}:\overline{DF}$

이므로 $4:(4-x)=6:x$

$4x=24-6x$, $10x=24$

$\therefore x=\frac{12}{5}$ ··· ❷

따라서 $\overline{DF}=\frac{12}{5}$ (cm)이므로 □DECF의 넓이는

$\left(\frac{12}{5}\right)^2=\frac{144}{25}$ (cm^2) ··· ❸

답 $\frac{144}{25}$ cm^2

일품 BOX

$\angle BHD=\angle AHE$ (맞꼭지각)

직사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로를 이등분한다.

$\triangle AFD$와 $\triangle EFB$에서
$\angle AFD=\angle EFB$ (맞꼭지각),
$\angle ADF=\angle EBF$ (엇각)
$\therefore \triangle AFD \backsim \triangle EFB$

$\overline{DC}=\overline{BC}=15+9$
$=24$ (cm)

$\overline{FC}=\overline{DF}=x$ (cm)이므로
$\overline{AF}=\overline{AC}-\overline{FC}$
$=4-x$ (cm)

접히기 전과 접힌 후의 두 도형은 합동이다.

채점 기준	비율
❶ $\triangle ABC \backsim \triangle ADF$임을 알 수 있다.	30 %
❷ □DECF의 한 변의 길이를 구할 수 있다.	50 %
❸ □DECF의 넓이를 구할 수 있다.	20 %

15 전략 $\angle DBH$와 크기가 같은 각을 찾아 $\triangle BDH$와 닮은 삼각형을 찾는다.

풀이 $\triangle BDH$와 $\triangle ADC$에서

$\angle HDB=\angle CDA=90°$,

$\angle DBH=90°-\angle BHD$

$=90°-\angle AHE$

$=\angle DAC$

이므로 $\triangle BDH \backsim \triangle ADC$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{BD}:\overline{AD}=\overline{DH}:\overline{DC}$, 즉

$12:(\overline{AH}+8)=8:12$이므로

$8(\overline{AH}+8)=144$

$\overline{AH}+8=18$ $\therefore \overline{AH}=10$ (cm) 답 ④

16 전략 $\triangle ABC \backsim \triangle HBA \backsim \triangle HAC$임을 이용한다.

풀이 $\overline{AB}^2=\overline{BH}\times\overline{BC}$이므로

$30^2=18\times\overline{BC}$ $\therefore \overline{BC}=50$ (cm)

$\therefore \overline{CH}=\overline{CB}-\overline{HB}=50-18=32$ (cm)

$\overline{AC}^2=\overline{CH}\times\overline{CB}$이므로

$\overline{AC}^2=32\times50=1600$ $\therefore \overline{AC}=40$ (cm)

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}$

$=\frac{1}{2}\times30\times40=600$ (cm^2) 답 ③

17 전략 $\triangle CQF \backsim \triangle DPQ$임을 이용한다.

풀이 $\triangle CQF$와 $\triangle DPQ$에서

$\angle C=\angle D=90°$,

$\angle QFC=90°-\angle FQC$

$=\angle PQD$

이므로 $\triangle CQF \backsim \triangle DPQ$ (AA 닮음)

이때 $\overline{QF}=\overline{BF}=15$ (cm), $\overline{DQ}=24-12=12$ (cm)

이므로

$\overline{CF}:\overline{DQ}=\overline{QF}:\overline{PQ}$

$9:12=15:\overline{PQ}$, $9\overline{PQ}=180$

$\therefore \overline{PQ}=20$ (cm) 답 ⑤

18 전략 $\triangle A'DB \backsim \triangle EA'C$임을 이용한다.

풀이 $\overline{DB}=x$ cm, $\overline{EC}=y$ cm라 하면

$\overline{A'D}=\overline{AD}=(15-x)$ cm,

$\overline{A'E}=\overline{AE}=(15-y)$ cm ··· ❶

$\triangle A'DB$와 $\triangle EA'C$에서

$\angle B=\angle C=60°$,

$\angle BA'D=120°-\angle CA'E=\angle CEA'$

이므로 $\triangle A'DB \backsim \triangle EA'C$ (AA 닮음) ⋯ ❷

$\overline{A'B}:\overline{EC}=\overline{DB}:\overline{A'C}$, 즉 $10:y=x:5$이므로

일품 BOX: $\overline{A'C}=\overline{BC}-\overline{A'B}=15-10=5\,(\text{cm})$

$xy=50$ ⋯⋯ ㉠

또 $\overline{A'D}:\overline{EA'}=\overline{A'B}:\overline{EC}$, 즉

$(15-x):(15-y)=10:y$이므로

$15y-xy=150-10y$

$\therefore 25y=150+xy$ ⋯⋯ ㉡ ⋯ ❸

㉠을 ㉡에 대입하면

$25y=150+50=200 \qquad \therefore y=8$

$\therefore \overline{EC}=8\,(\text{cm})$ ⋯ ❹

답 8 cm

채점 기준	비율
❶ $\overline{DB}=x$ cm, $\overline{EC}=y$ cm라 하고 $\overline{A'D}$, $\overline{A'E}$의 길이를 x, y로 나타낼 수 있다.	20 %
❷ $\triangle A'DB \backsim \triangle EA'C$임을 알 수 있다.	20 %
❸ x, y 사이의 관계식을 구할 수 있다.	40 %
❹ $\overline{EC}$의 길이를 구할 수 있다.	20 %

최상위로 가는 최고 수준 문제

본책 52쪽

01 전략 두 삼각형 ABC와 DCE의 닮음을 이용하여 $\overline{DC}$, $\overline{FC}$의 길이를 구한다.

풀이 $\triangle ABC \backsim \triangle DCE$이므로

$\overline{AB}:\overline{DC}=\overline{BC}:\overline{CE}$

$9:\overline{DC}=6:8, \qquad 6\overline{DC}=72$

일품 BOX: $\overline{CE}=\overline{BE}-\overline{BC}=14-6=8\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{DC}=12\,(\text{cm})$ ⋯ ❶

$\triangle ABE$와 $\triangle FCE$에서

$\angle B=\angle FCE$, $\angle FEC$는 공통

이므로 $\triangle ABE \backsim \triangle FCE$ (AA 닮음) ⋯ ❷

따라서 $\overline{AB}:\overline{FC}=\overline{BE}:\overline{CE}$, 즉 $9:\overline{FC}=14:8$이므로

$14\overline{FC}=72 \qquad \therefore \overline{FC}=\frac{36}{7}\,(\text{cm})$ ⋯ ❸

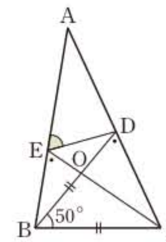
$\therefore \overline{DF}=\overline{DC}-\overline{FC}$

$=12-\frac{36}{7}=\frac{48}{7}\,(\text{cm})$ ⋯ ❹

답 $\frac{48}{7}$ cm

채점 기준	비율
❶ $\overline{DC}$의 길이를 구할 수 있다.	20 %
❷ $\triangle ABE \backsim \triangle FCE$임을 알 수 있다.	30 %
❸ $\overline{FC}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %
❹ $\overline{DF}$의 길이를 구할 수 있다.	20 %

02 전략 닮은 삼각형을 모두 찾은 후 $\angle AED=180°-(\angle CED+\angle BEC)$임을 이용한다.



풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{EC}$와 $\overline{DB}$의 교점을 O라 하면 $\triangle OBE$와 $\triangle OCD$에서

$\angle BEO=\angle CDO$,

$\angle EOB=\angle DOC$ (맞꼭지각)

이므로

$\triangle OBE \backsim \triangle OCD$ (AA 닮음)

$\therefore \overline{OE}:\overline{OD}=\overline{OB}:\overline{OC}$ ⋯⋯ ㉠

한편 $\triangle OED$와 $\triangle OBC$에서

$\angle EOD=\angle BOC$ (맞꼭지각)

이고, ㉠에 의하여

$\triangle OED \backsim \triangle OBC$ (SAS 닮음)

$\therefore \angle OED=\angle OBC=50°$ ⋯⋯ ㉡

또 $\triangle BCD$는 이등변삼각형이므로

$\angle BDC=\angle BCD$

$=\frac{1}{2}\times(180°-50°)=65°$ ⋯⋯ ㉢

$\therefore \angle BEC=\angle BDC=65°$

㉡, ㉢에서

$\angle AED=180°-(\angle OED+\angle BEC)$

$=180°-(50°+65°)=65°$

답 65°

03 전략 $\triangle ABQ \backsim \triangle RDQ$, $\triangle ARD \backsim \triangle PRC$임을 이용한다.

풀이 $\triangle ABQ$와 $\triangle RDQ$에서

$\angle ABQ=\angle RDQ$ (엇각),

$\angle BAQ=\angle DRQ$ (엇각)

이므로 $\triangle ABQ \backsim \triangle RDQ$ (AA 닮음)

$\therefore \overline{AB}:\overline{RD}=\overline{AQ}:\overline{RQ}$

$=16:12=4:3$

그런데 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 $\overline{CD}:\overline{RD}=4:3$

$\therefore \overline{DR}:\overline{CR}=3:1$

이때 $\triangle ARD$와 $\triangle PRC$에서

$\angle DAR=\angle CPR$ (엇각),

$\angle ADR=\angle PCR$ (엇각)

이므로 $\triangle ARD \backsim \triangle PRC$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AR}:\overline{PR}=\overline{DR}:\overline{CR}=3:1$이므로

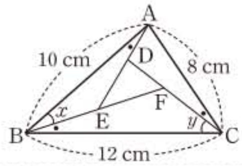
$(16+12):\overline{PR}=3:1$

$3\overline{PR}=28 \qquad \therefore \overline{PR}=\frac{28}{3}\,(\text{cm})$

답 $\frac{28}{3}$ cm

04 전략 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같음을 이용하여 크기가 같은 각을 찾는다.

풀이 오른쪽 그림과 같이



$\angle ABE=\angle x$,

$\angle BCF=\angle y$라 하면

$\triangle ABE$에서

$\angle DEF=\angle x+\bullet$
$=\angle ABC$

$\triangle FBC$에서

$\angle DFE=\angle y+\bullet=\angle ACB$

$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle DEF$ (AA 닮음) ··· ❶

$\therefore \overline{DE}:\overline{EF}:\overline{FD}=\overline{AB}:\overline{BC}:\overline{CA}$
$=10:12:8$
$=5:6:4$ ··· ❷

답 $5:6:4$

채점 기준	비율
❶ $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$임을 알 수 있다.	60%
❷ $\overline{DE}:\overline{EF}:\overline{FD}$를 가장 간단한 자연수의 비로 나타낼 수 있다.	40%

05 전략 평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때 동위각의 크기가 같음을 이용하여 닮은 두 삼각형을 찾는다.

풀이 $\triangle ADC \backsim \triangle EFD$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AD}:\overline{EF}=\overline{AC}:\overline{ED}=4:3$

또 $\triangle DAE \backsim \triangle FEG$ (AA 닮음)이므로

$\overline{DE}:\overline{FG}=\overline{AD}:\overline{EF}=4:3$

이때 $\overline{AC}=4a$, $\overline{ED}=3a$라 하면

$3a:\overline{FG}=4:3$

$4\overline{FG}=9a$ $\therefore \overline{FG}=\frac{9}{4}a$

$\therefore \overline{AC}:\overline{FG}=4a:\frac{9}{4}a=16:9$

답 ⑤

06 전략 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AD}^2=\overline{BD}\times\overline{CD}$임을 이용한다.

풀이 $\overline{AD}^2=\overline{BD}\times\overline{CD}$이므로

$\overline{AD}^2=4\times 9=36$ $\therefore \overline{AD}=6$ (cm)

이때 점 M은 직각삼각형 ABC의 외심이므로

$\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{13}{2}$ (cm)

$\therefore \overline{DM}=\overline{BM}-\overline{BD}$
$=\frac{13}{2}-4=\frac{5}{2}$ (cm)

직각삼각형 ADM에서

$\overline{AD}\times\overline{DM}=\overline{AM}\times\overline{DE}$

$6\times\frac{5}{2}=\frac{13}{2}\times\overline{DE}$

$\therefore \overline{DE}=\frac{30}{13}$ (cm)

답 ⑤

일품 BOX

삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

$\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EC}$임을 이용하여
$4:x=(12-6):6$
$6x=24$
$\therefore x=4$
와 같이 구할 수도 있다.

$\triangle ADC$와 $\triangle EFD$에서
$\angle ADC=\angle EFD=90^\circ$,
$\angle C=\angle EDF$ (동위각)
$\therefore \triangle ADC \backsim \triangle EFD$

$\triangle DAE$와 $\triangle FEG$에서
$\angle DEA=\angle FGE=90^\circ$,
$\angle DAE=\angle FEG$ (동위각)
$\therefore \triangle DAE \backsim \triangle FEG$

$\overline{CD}=\overline{BC}-\overline{BD}$
$=13-4=9$ (cm)

$\overline{DF}+\overline{FE}$

직각삼각형의 빗변의 중점 → 외심

2 평행선 사이의 선분의 길이의 비

개념 & 핵심 기출

본책 54~56쪽

01 $(4+x):4=12:(12-6)$이므로

$6(4+x)=48$, $4+x=8$ $\therefore x=4$

또 $8:4=10:y$이므로

$8y=40$ $\therefore y=5$

$\therefore x+y=9$

답 9

02 $5:2=\overline{AC}:3$이므로

$2\overline{AC}=15$ $\therefore \overline{AC}=\frac{15}{2}$ (cm)

또 $5:2=\overline{BC}:4$이므로

$2\overline{BC}=20$ $\therefore \overline{BC}=10$ (cm)

따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=5+10+\frac{15}{2}=\frac{45}{2}$ (cm)

답 $\frac{45}{2}$ cm

다른풀이 $\overline{AB}:\overline{AD}=5:2$에서 $\triangle ABC$와 $\triangle ADE$의 닮음비는 $5:2$이므로 두 삼각형의 둘레의 길이의 비도 $5:2$이다.

따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이를 l cm라 하면

$l:(3+2+4)=5:2$

$2l=45$ $\therefore l=\frac{45}{2}$

즉 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는 $\frac{45}{2}$ cm이다.

03 $\triangle ABG$에서 $\overline{BG}/\!/\overline{DF}$이므로

$\overline{AF}:\overline{AG}=9:12=3:4$

$\triangle AGC$에서 $\overline{GC}/\!/\overline{FE}$이므로

$\overline{AF}:\overline{AG}=\overline{FE}:8$

따라서 $\overline{FE}:8=3:4$이므로 $4\overline{FE}=24$

$\therefore \overline{FE}=6$ (cm)

$\therefore \overline{DE}=9+6=15$ (cm)

답 15 cm

04 (ㄱ) $\overline{AD}:\overline{DB}=4:2=2:1$,

$\overline{AE}:\overline{EC}=5:2.5=2:1$이므로

$\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EC}$ $\therefore \overline{BC}/\!/\overline{DE}$

(ㄴ) $\overline{AB}:\overline{BD}=6:3=2:1$, $\overline{AC}:\overline{CE}=8:4=2:1$이므로

$\overline{AB}:\overline{BD}=\overline{AC}:\overline{CE}$ $\therefore \overline{BC}/\!/\overline{DE}$

(ㄷ) $\overline{AD}:\overline{DB}=5:5=1:1$,

$\overline{AE}:\overline{EC}=(10-4):4=3:2$이므로

$\overline{AD}:\overline{DB}\neq\overline{AE}:\overline{EC}$

따라서 $\overline{BC}$와 $\overline{DE}$는 평행하지 않다.

Ⅱ 도형의 닮음

(ㄹ) $\overline{AB}:\overline{AD}=6:4=3:2$, $\overline{AC}:\overline{AE}=7:3$이므로

$\overline{AB}:\overline{AD}\neq\overline{AC}:\overline{AE}$

따라서 $\overline{BC}$와 $\overline{DE}$는 평행하지 않다.

(ㅁ) $\overline{AB}:\overline{AD}=6:3=2:1$,

$\overline{AC}:\overline{AE}=7:3.5=2:1$이므로

$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{AC}:\overline{AE}$ $\quad\therefore \overline{BC}/\!/\overline{DE}$

(ㅂ) $\overline{AD}:\overline{DB}=(15-10):15=1:3$,

$\overline{AE}:\overline{EC}=(12-8):12=1:3$이므로

$\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EC}$ $\quad\therefore \overline{BC}/\!/\overline{DE}$

이상에서 $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$인 것은 (ㄱ), (ㄴ), (ㅁ), (ㅂ)이다.

답 (ㄱ), (ㄴ), (ㅁ), (ㅂ)

05 ① $\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EC}$이므로 $\quad\overline{BC}/\!/\overline{DE}$

②, ③ $\triangle ABC$와 $\triangle ADE$에서

$\angle A$는 공통, $\angle B=\angle ADE$ (동위각)

이므로 $\quad\triangle ABC\backsim\triangle ADE$ (AA 닮음)

④, ⑤ $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$이므로

$\overline{BC}:\overline{DE}=\overline{AC}:\overline{AE}=(6+8):6=7:3$

$14:\overline{DE}=7:3$, $\quad 7\overline{DE}=42$

$\therefore \overline{DE}=6$ (cm)

답 ④

06 $\triangle ABC$에서 $\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선이므로

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$

$4:10=x:\frac{15}{2}$, $\quad 10x=30$

$\therefore x=3$

$\triangle BCE$에서 $\overline{AD}/\!/\overline{EC}$이므로

$\overline{BD}:\overline{DC}=\overline{BA}:\overline{AE}$

$3:\frac{15}{2}=4:y$, $\quad 3y=30$

$\therefore y=10$

답 $x=3$, $y=10$

다른풀이 $\overline{AD}/\!/\overline{EC}$이므로

$\angle DAC=\angle ECA$ (엇각),

$\angle BAD=\angle E$ (동위각)

따라서 $\triangle ACE$는 $\overline{AC}=\overline{AE}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{AE}=\overline{AC}=10$ (cm) $\quad\therefore y=10$

07 $\overline{AD}$가 $\angle A$의 외각의 이등분선이므로

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$

$8:6=15:\overline{CD}$, $\quad 8\overline{CD}=90$

$\therefore \overline{CD}=\frac{45}{4}$ (cm)

$\therefore \overline{BC}=\overline{BD}-\overline{CD}=15-\frac{45}{4}$

$=\frac{15}{4}$ (cm)

답 $\frac{15}{4}$ cm

일품 BOX

삼각형의 세 내각의 이등분선은 한 점(내심)에서 만난다.

평행선의 성질

평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때

① 동위각의 크기는 같다.

② 엇각의 크기는 같다.

$\angle DAC=\angle BAD$이므로

$\angle ECA=\angle AEC$

$\overline{AE}:\overline{EB}=2:3$이고

$\overline{AB}=\overline{AE}+\overline{EB}$이므로

$\overline{AE}:\overline{AB}=2:5$

$\triangle ABC$에서

$\overline{CP}:\overline{PA}$

$=\overline{BE}:\overline{EA}$

$=4:12$

08 점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로 $\overline{BE}$는 $\angle B$의 이등분선이다.

$\overline{BC}:\overline{BA}=\overline{CE}:\overline{AE}=5:5=1:1$

$\therefore \overline{BA}=\overline{BC}=15$ (cm)

또 $\overline{CD}$는 $\angle C$의 이등분선이므로

$\overline{CA}:\overline{CB}=\overline{AD}:\overline{BD}=10:15=2:3$

따라서 $\overline{AB}:\overline{AD}=(2+3):2=5:2$이므로

$15:\overline{AD}=5:2$, $\quad 5\overline{AD}=30$

$\therefore \overline{AD}=6$ (cm)

답 6 cm

09 $6:8=9:(x-9)$이므로

$6(x-9)=72$, $\quad x-9=12$

$\therefore x=21$

답 ③

다른풀이 $6:(6+8)=9:x$이므로

$6x=126$ $\quad\therefore x=21$

10 $x:4.5=2:3$이므로 $\quad 3x=9$ $\quad\therefore x=3$

$4:y=2:3$이므로 $\quad 2y=12$ $\quad\therefore y=6$

$\therefore x+y=9$

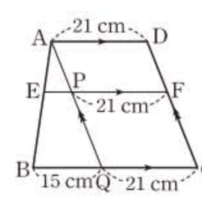
답 9

11 $x:4=(6+3):6$이므로 $\quad 6x=36$ $\quad\therefore x=6$

$6:5=(6+3):y$이므로 $\quad 6y=45$ $\quad\therefore y=\frac{15}{2}$

답 $x=6$, $y=\frac{15}{2}$

12 오른쪽 그림과 같이 점 A를 지나고 $\overline{CD}$와 평행한 직선을 그어 $\overline{EF}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 P, Q라 하면



$\overline{PF}=\overline{QC}=\overline{AD}$

$=21$ (cm)

이므로 $\quad\overline{BQ}=\overline{BC}-\overline{QC}=36-21=15$ (cm)

$\triangle ABQ$에서 $\overline{EP}/\!/\overline{BQ}$이므로

$\overline{EP}:\overline{BQ}=\overline{AE}:\overline{AB}$

$\overline{EP}:15=2:5$, $\quad 5\overline{EP}=30$

$\therefore \overline{EP}=6$ (cm)

$\therefore \overline{EF}=\overline{EP}+\overline{PF}$

$=6+21=27$ (cm)

답 27 cm

13 $\triangle ABC$에서 $\overline{EP}/\!/\overline{BC}$이므로

$12:(12+4)=x:32$

$16x=384$ $\quad\therefore x=24$

$\triangle CAD$에서 $\overline{AD}/\!/\overline{PF}$이므로

$y:15=4:12$

$12y=60$ $\quad\therefore y=5$

$\therefore x+y=29$

답 29

14 (1) $\triangle AOD \backsim \triangle COB$ (AA 닮음)이므로

$\overline{OA} : \overline{OC} = \overline{AD} : \overline{CB} = 9 : 15 = 3 : 5$

> 일품 BOX: $\triangle AOD$와 $\triangle COB$에서
> $\angle OAD = \angle OCB$ (엇각),
> $\angle ODA = \angle OBC$ (엇각)
> $\therefore \triangle AOD \backsim \triangle COB$

(2) $\triangle ABC$에서 $\overline{EO} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\overline{AC} : \overline{AO} = \overline{BC} : \overline{EO}$

$8 : 3 = 15 : \overline{EO}$, $\quad 8\overline{EO} = 45$

$\therefore \overline{EO} = \frac{45}{8}$ (cm)

$\triangle ACD$에서 $\overline{OF} /\!/ \overline{AD}$이므로

$\overline{AC} : \overline{OC} = \overline{AD} : \overline{OF}$

$8 : 5 = 9 : \overline{OF}$, $\quad 8\overline{OF} = 45$

> $\overline{OA} : \overline{OC} = 3 : 5$이고 $\overline{AC} = \overline{OA} + \overline{OC}$이므로
> $\overline{AC} : \overline{OA} = 8 : 3$,
> $\overline{AC} : \overline{OC} = 8 : 5$

$\therefore \overline{OF} = \frac{45}{8}$ (cm)

$\therefore \overline{EF} = \overline{EO} + \overline{OF} = \frac{45}{8} + \frac{45}{8} = \frac{45}{4}$ (cm)

답 (1) $3 : 5$ (2) $\frac{45}{4}$ cm

15 $\triangle ABE \backsim \triangle CDE$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AE} : \overline{CE} = \overline{AB} : \overline{CD} = 8 : 6 = 4 : 3$

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC} : \overline{BF} = \overline{AC} : \overline{AE} = 7 : 4$이므로

$12 : x = 7 : 4$, $\quad 7x = 48$

$\therefore x = \frac{48}{7}$

또 $\overline{AB} : \overline{EF} = \overline{AC} : \overline{CE} = 7 : 3$이므로

> $\overline{AE} : \overline{CE} = 4 : 3$이고 $\overline{AC} = \overline{AE} + \overline{CE}$이므로
> $\overline{AC} : \overline{AE} = 7 : 4$,
> $\overline{AC} : \overline{CE} = 7 : 3$

$8 : y = 7 : 3$, $\quad 7y = 24$

$\therefore y = \frac{24}{7}$

$\therefore x + y = \frac{72}{7}$

답 ③

16 $\triangle ABC$에서 $\overline{EF} /\!/ \overline{AB}$이므로

$\overline{AE} : \overline{EC} = \overline{BF} : \overline{FC} = 1 : (3-1) = 1 : 2$

$\triangle ABE \backsim \triangle CDE$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AB} : \overline{CD} = \overline{AE} : \overline{CE}$, $\quad 5 : \overline{CD} = 1 : 2$

$\therefore \overline{CD} = 10$ (cm)

답 ④

만점 도전을 위한 고난도 문제

본책 57~60쪽

01 전략 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE} /\!/ \overline{GF}$이므로 삼각형에서 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용한다.

풀이 $\overline{BC} /\!/ \overline{GF}$이므로 $\quad 5 : x = 4 : 12$

$4x = 60 \quad \therefore x = 15$

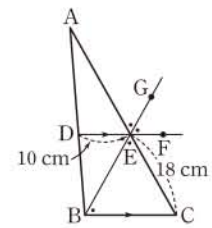
$\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$이므로 $\quad 12 : y = 15 : 5$

$15y = 60 \quad \therefore y = 4$

$\therefore x + y = 19$

답 ⑤

02 전략 평행한 두 직선이 한 직선과 만날 때 엇각의 크기가 같음을 이용하여 크기가 같은 각을 찾는다.



풀이 오른쪽 그림과 같이 직선 BE 위의 한 점을 G라 하면

$\angle GEF = \angle DEB$,

$\angle AEG = \angle CEB$

(맞꼭지각)

$\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\angle DEB = \angle EBC$ (엇각)

$\therefore \angle CEB = \angle EBC$

즉 $\triangle CEB$는 $\overline{CE} = \overline{CB}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{CB} = \overline{CE} = 18$ (cm)

$\triangle ABC$에서 $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\overline{AE} : \overline{AC} = \overline{DE} : \overline{BC} = 10 : 18 = 5 : 9$

$(\overline{AC} - 18) : \overline{AC} = 5 : 9$

$9\overline{AC} - 162 = 5\overline{AC}$

$4\overline{AC} = 162$

$\therefore \overline{AC} = \frac{81}{2}$ (cm)

답 $\frac{81}{2}$ cm

03 전략 $\triangle ABE$에서 $\overline{DF} /\!/ \overline{BE}$이고 $\triangle ABC$에서 $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$임을 이용한다.

풀이 $\triangle ABE$에서 $\overline{DF} /\!/ \overline{BE}$이고 $\overline{AF} = 2\overline{FE}$이므로

$\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{AF} : \overline{AE} = 2 : 3$

> $\overline{AE} = \overline{AF} + \overline{FE} = 2\overline{FE} + \overline{FE} = 3\overline{FE}$이므로
> $\overline{AF} : \overline{AE} = 2\overline{FE} : 3\overline{FE} = 2 : 3$

$\triangle ABC$에서 $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\overline{AE} : \overline{AC} = \overline{AD} : \overline{AB} = 2 : 3$

즉 $\overline{AE} : \overline{EC} = 2 : 1$이므로

$\frac{3}{2}\overline{AF} : \overline{EC} = 2 : 1$, $\quad \frac{3}{2}\overline{AF} = 2\overline{EC}$

> $\overline{AE} = \overline{AF} + \overline{FE} = \overline{AF} + \frac{1}{2}\overline{AF} = \frac{3}{2}\overline{AF}$

$\therefore \overline{AF} = \frac{4}{3}\overline{EC}$

$\therefore \overline{AF} : \overline{EC} = \frac{4}{3}\overline{EC} : \overline{EC} = 4 : 3$

따라서 $a = 4$, $b = 3$이므로

$a + b = 7$

답 ③

04 전략 $\triangle ADF$와 $\triangle CEB$에서 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용한다.

풀이 $\triangle ADF$에서 $\overline{AE} : \overline{EF} = \overline{AG} : \overline{GD}$이므로

$36 : \overline{EF} = 2 : 1$, $\quad 2\overline{EF} = 36$

$\therefore \overline{EF} = 18$ (cm) ⋯ ❶

$\triangle ADF$에서 $\overline{GE} /\!/ \overline{DF}$이므로

$\overline{GE} : \overline{DF} = \overline{AG} : \overline{AD} = 2 : 3$

$\overline{BG} : \overline{GE} = 3 : 1$이고, $\overline{GE} : \overline{DF} = 2 : 3$이므로

$\overline{BG} : \overline{GE} : \overline{DF} = 6 : 2 : 3$

> $\overline{BG} : \overline{GE} = 3 : 1 = 6 : 2$이고 $\overline{GE} : \overline{DF} = 2 : 3$이므로
> $\overline{BG} : \overline{GE} : \overline{DF} = 6 : 2 : 3$

$\therefore \overline{BE} : \overline{DF} = (6+2) : 3 = 8 : 3$ ⋯ ❷

$\triangle$CEB에서 $\overline{CE} : \overline{CF} = \overline{BE} : \overline{DF}$이므로

$(\overline{CF}+18) : \overline{CF} = 8 : 3$

$8\overline{CF} = 3\overline{CF}+54, \quad 5\overline{CF}=54$

$\therefore \overline{CF} = \frac{54}{5}$ (cm) ···➌

답 $\frac{54}{5}$ cm

채점 기준	비율
➊ $\overline{EF}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %
➋ $\overline{BE} : \overline{DF}$를 구할 수 있다.	40 %
➌ $\overline{CF}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %

05 전략 삼각형에서 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용하여 $\overline{AE}$, $\overline{CG}$의 길이를 구한다.

풀이 $3\overline{AD} = \overline{AB}$이므로 $\quad \overline{AD} : \overline{AB} = 1 : 3$

$\triangle$ABC에서 $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\overline{AE} : \overline{AC} = \overline{AD} : \overline{AB}$

$\overline{AE} : 21 = 1 : 3, \quad 3\overline{AE} = 21$

$\therefore \overline{AE} = 7$ (cm) ···➊

$\overline{DF} /\!/ \overline{AC}$이므로

$\overline{BC} : \overline{FC} = \overline{BA} : \overline{DA} = 3 : 1$

$\overline{GF} /\!/ \overline{AB}$이므로

$\overline{CA} : \overline{CG} = \overline{BC} : \overline{FC} = 3 : 1$

$21 : \overline{CG} = 3 : 1, \quad 3\overline{CG} = 21$

$\therefore \overline{CG} = 7$ (cm) ···➋

$\therefore \overline{EG} = \overline{AC} - (\overline{AE}+\overline{CG})$

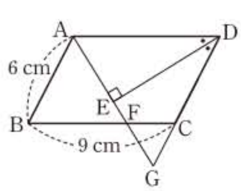
$= 21-(7+7) = 7$ (cm) ···➌

답 7 cm

채점 기준	비율
➊ $\overline{AE}$의 길이를 구할 수 있다.	40 %
➋ $\overline{CG}$의 길이를 구할 수 있다.	50 %
➌ $\overline{EG}$의 길이를 구할 수 있다.	10 %

06 전략 $\overline{AF}$와 $\overline{DC}$의 연장선의 교점을 G라 하고 합동인 두 삼각형을 찾는다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AF}$와 $\overline{DC}$의 연장선의 교점을 G라 하면 $\triangle$DAE와 $\triangle$DGE에서



$\angle ADE = \angle GDE$,

$\overline{DE}$는 공통,

$\angle DEA = \angle DEG = 90°$

이므로 $\quad \triangle DAE \equiv \triangle DGE$ (ASA 합동)

따라서 $\overline{AD} = \overline{DG} = \overline{DC} + \overline{CG}$이므로

$9 = 6 + \overline{CG} \quad \therefore \overline{CG} = 3$ (cm)

$\triangle$GDA에서 $\overline{FC} /\!/ \overline{AD}$이므로

$\overline{GC} : \overline{GD} = \overline{FC} : \overline{AD}$

$3 : 9 = \overline{CF} : 9 \quad \therefore \overline{CF} = 3$ (cm)

답 ②

07 전략 $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AF} : \overline{FC}$이면 $\overline{DF} /\!/ \overline{BC}$임을 이용한다.

풀이 (ㄱ), (ㄷ) $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AF} : \overline{FC} = 2 : 3$이므로

$\overline{BC} /\!/ \overline{DF}$

$\therefore \angle FDE = \angle DEB$ (엇각)

(ㄴ) $\overline{BD} : \overline{DA} \neq \overline{BE} : \overline{EC}$이므로 $\overline{DE}$와 $\overline{AC}$는 평행하지 않다.

$3 : 2 \neq 5 : 4$

(ㄹ) $\triangle$ABC와 $\triangle$ADF에서

$\angle A$는 공통, $\angle B = \angle ADF$ (동위각)

이므로 $\quad \triangle ABC \backsim \triangle ADF$ (AA 닮음)

(ㅁ) $\overline{AB} : \overline{BD} \neq \overline{BC} : \overline{BE}$이므로 $\triangle$ABC와 $\triangle$DBE는 닮음이 아니다.

(ㅂ) $\overline{BC} : \overline{DF} = \overline{AB} : \overline{AD}$이므로

$9 : \overline{DF} = 5 : 2, \quad 5\overline{DF} = 18$

$\therefore \overline{DF} = \frac{18}{5}$ (cm)

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ), (ㄹ), (ㅂ)이다.

답 (ㄱ), (ㄷ), (ㄹ), (ㅂ)

08 전략 $\overline{PQ} : \overline{QR} = 1 : 4$이므로 $\overline{PQ} = x$, $\overline{QR} = 4x\,(x>0)$로 놓는다.

풀이 $\overline{AP} : \overline{AB} = \overline{AS} : \overline{AC}$이므로

$\overline{PS} /\!/ \overline{BC}$

따라서 □PQRS는 직사각형이다.

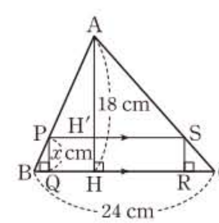
직사각형 → 네 각이 모두 직각인 사각형

$\overline{PQ} = x$ cm라 하면

$\overline{PQ} : \overline{QR} = 1 : 4$이므로

$\overline{QR} = 4x$ (cm)

$\overline{AH}$와 $\overline{PS}$의 교점을 H′이라 하면 $\triangle$ABH에서 $\overline{PH'} /\!/ \overline{BH}$이므로



$\overline{AP} : \overline{AB} = \overline{AH'} : \overline{AH}$ ······ ㉠

$\triangle$ABC에서 $\overline{PS} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\overline{AP} : \overline{AB} = \overline{PS} : \overline{BC}$ ······ ㉡

㉠, ㉡에서

$\overline{AH'} : \overline{AH} = \overline{PS} : \overline{BC}$

$(18-x) : 18 = 4x : 24$

□PQRS는 직사각형이므로
$\overline{PQ} = \overline{H'H} = \overline{SR}$,
$\overline{PS} = \overline{QR}$

$24(18-x) = 72x, \quad 18-x = 3x$

$4x = 18 \quad \therefore x = \frac{9}{2}$

따라서 □PQRS의 둘레의 길이는

$\overline{PQ}+\overline{QR}+\overline{RS}+\overline{SP} = 2(x+4x) = 10x$

$= 10 \times \frac{9}{2} = 45$ (cm)

답 45 cm

일품 BOX

09 전략 삼각형의 내각의 이등분선의 성질을 이용하여 $\overline{DC}$의 길이를 구한다.

풀이 $\triangle ABC$에서 $\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선이므로

$\overline{BD} : \overline{DC} = \overline{AB} : \overline{AC} = 10 : 6 = 5 : 3$

$\therefore \overline{DC} = 8 \times \frac{3}{8} = 3\,(cm)$ ⋯ ❶

한편 $\triangle AED$와 $\triangle ACD$에서

$\angle AED = \angle C = 90°$, $\overline{AD}$는 공통,

$\angle EAD = \angle CAD$

이므로 $\triangle AED \equiv \triangle ACD$ (RHA 합동) ⋯ ❷

$\therefore \overline{DE} = \overline{DC} = 3\,(cm)$ ⋯ ❸

답 3 cm

두 직각삼각형의 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같으면 두 삼각형은 합동이다.

채점 기준	비율
❶ $\overline{DC}$의 길이를 구할 수 있다.	40 %
❷ $\triangle AED \equiv \triangle ACD$임을 알 수 있다.	30 %
❸ $\overline{DE}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %

10 전략 $\triangle CBD \backsim \triangle ABC$임을 이용하여 $\overline{BD}$의 길이를 구한 후 $\triangle CAD$에서 삼각형의 내각의 이등분선의 성질을 이용한다.

풀이 $\triangle CBD$와 $\triangle ABC$에서

$\angle DCB = \angle A$, $\angle B$는 공통

이므로 $\triangle CBD \backsim \triangle ABC$ (AA 닮음)

$\overline{CB} : \overline{AB} = \overline{DB} : \overline{CB}$에서

$8 : 16 = \overline{DB} : 8$, $16\overline{DB} = 64$

$\therefore \overline{DB} = 4\,(cm)$

$\therefore \overline{AD} = 16 - 4 = 12\,(cm)$

또 $\overline{AC} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{CB} = 16 : 8 = 2 : 1$이고,

$\triangle CAD$에서 $\overline{CE}$는 $\angle ACD$의 이등분선이므로

$\overline{AE} : \overline{ED} = \overline{CA} : \overline{CD} = 2 : 1$

$\therefore \overline{AE} = 12 \times \frac{2}{3} = 8\,(cm)$

답 8 cm

11 전략 삼각형의 내각과 외각의 이등분선의 성질을 이용한다.

풀이 $\triangle ABC$에서 $\overline{AD}$가 $\angle A$의 이등분선이므로

$9 : 6 = 3 : \overline{CD}$, $9\overline{CD} = 18$

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$

$\therefore \overline{CD} = 2\,(cm)$

$\overline{AE}$가 $\angle A$의 외각의 이등분선이므로

$9 : 6 = (5 + \overline{CE}) : \overline{CE}$

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BE} : \overline{CE}$

$9\overline{CE} = 30 + 6\overline{CE}$, $3\overline{CE} = 30$

$\therefore \overline{CE} = 10\,(cm)$

따라서 $\overline{BC} : \overline{CE} = 5 : 10 = 1 : 2$이므로

$\triangle ABC : \triangle ACE = 1 : 2$

답 ①

12 전략 높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같다.

풀이 $\triangle ABC$에서 $\overline{AD}$는 $\angle A$의 외각의 이등분선이므로

$\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC} = 6 : \frac{15}{4} = 8 : 5$

따라서 $\overline{BC} : \overline{CD} = 3 : 5$이므로

$\triangle ABC : \triangle ACD = 3 : 5$

$5\triangle ABC = 3\triangle ACD$

$\therefore \triangle ABC = \frac{3}{5}\triangle ACD = \frac{3}{5} \times 18 = \frac{54}{5}\,(cm^2)$

답 ③

13 전략 $\triangle EBD \backsim \triangle FCD$임을 이용하여 $\overline{ED}$의 길이를 구하고 $\triangle ABE \backsim \triangle ACF$임을 이용하여 $\overline{AE}$의 길이를 구한다.

풀이 $\triangle ABC$에서 $\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선이므로

$\overline{BD} : \overline{CD} = \overline{AB} : \overline{AC} = 16 : 20 = 4 : 5$

이때 $\triangle EBD$와 $\triangle FCD$에서

$\angle BED = \angle F = 90°$,

$\angle EDB = \angle FDC$ (맞꼭지각)

이므로 $\triangle EBD \backsim \triangle FCD$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{ED} : \overline{FD} = \overline{BD} : \overline{CD} = 4 : 5$이므로

$\overline{ED} = \frac{4}{9}\overline{EF} = \frac{4}{9} \times 3.6 = 1.6\,(cm)$ ⋯ ❶

또 $\triangle ABE$와 $\triangle ACF$에서

$\angle BAE = \angle CAF$, $\angle BEA = \angle F = 90°$

이므로 $\triangle ABE \backsim \triangle ACF$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AE} : \overline{AF}$이므로

$16 : 20 = \overline{AE} : (\overline{AE} + 3.6)$

$16(\overline{AE} + 3.6) = 20\overline{AE}$, $4\overline{AE} = 57.6$

$\therefore \overline{AE} = 14.4\,(cm)$ ⋯ ❷

$\therefore \overline{AD} = \overline{AE} + \overline{ED} = 14.4 + 1.6$

$= 16\,(cm)$ ⋯ ❸

답 16 cm

채점 기준	비율
❶ $\overline{ED}$의 길이를 구할 수 있다.	50 %
❷ $\overline{AE}$의 길이를 구할 수 있다.	40 %
❸ $\overline{AD}$의 길이를 구할 수 있다.	10 %

14 전략 세 평행선 l, m, n이 다른 두 직선과 만날 때, 평행선 사이의 선분의 길이의 비는 같음을 이용한다.

풀이 $3 : (4+3) = 3.6 : \overline{BG}$이므로

$\overline{CF} : \overline{AF} = \overline{DG} : \overline{BG}$

$3\overline{BG} = 25.2$ $\therefore \overline{BG} = 8.4\,(cm)$

$7 : 3 = 10.5 : \overline{EH}$이므로

$\overline{AF} : \overline{CF} = \overline{BH} : \overline{EH}$

$7\overline{EH} = 31.5$ $\therefore \overline{EH} = 4.5\,(cm)$

$\therefore \overline{BG} + \overline{EH} = 8.4 + 4.5 = 12.9\,(cm)$

답 ⑤

15 전략 세 평행선 l, m, n이 다른 두 직선과 만날 때, 평행선 사이의 선분의 길이의 비는 같음을 이용한다.

풀이 $5:x=3:6$이므로　$3x=30$

$\therefore x=10$

$4:(y+5)=3:6$이므로　$3(y+5)=24$

$y+5=8$　$\therefore y=3$

$\therefore xy=30$　답 30

16 전략 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용하여 $\triangle ABC$에서 $\overline{EN}$, $\triangle ABD$에서 $\overline{EM}$의 길이를 구한다.

풀이 $\triangle ABC$에서 $\overline{EN} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\overline{EN}:\overline{BC}=\overline{AE}:\overline{AB}=2:3$

$\overline{EN}:30=2:3$,　$3\overline{EN}=60$

$\therefore \overline{EN}=20\,(\text{cm})$　··· ❶

$\triangle ABD$에서 $\overline{AD} /\!/ \overline{EM}$이므로

$\overline{EM}:\overline{AD}=\overline{EB}:\overline{AB}=1:3$

$\overline{EM}:18=1:3$,　$3\overline{EM}=18$

$\therefore \overline{EM}=6\,(\text{cm})$　··· ❷

$\therefore \overline{MN}=\overline{EN}-\overline{EM}=20-6=14\,(\text{cm})$　··· ❸

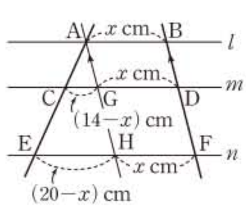
답 14 cm

$\overline{AB}=\overline{AE}+\overline{EB}$
$=2\overline{EB}+\overline{EB}$
$=3\overline{EB}$
이므로
$\overline{AE}:\overline{AB}$
$=2\overline{EB}:3\overline{EB}$
$=2:3$

채점 기준	비율
❶ $\overline{EN}$의 길이를 구할 수 있다.	40 %
❷ $\overline{EM}$의 길이를 구할 수 있다.	40 %
❸ $\overline{MN}$의 길이를 구할 수 있다.	20 %

17 전략 점 A를 지나고 직선 BF와 평행한 직선을 긋고 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 A를 지나고 직선 BF와 평행한 직선을 그어 두 직선 m, n과 만나는 점을 각각 G, H라 하자.



$\overline{AB}=x$ cm라 하면

$\overline{GD}=\overline{HF}=x\,(\text{cm})$,

$\overline{CG}=14-x\,(\text{cm})$,

$\overline{EH}=20-x\,(\text{cm})$

$\triangle AEH$에서 $\overline{CG} /\!/ \overline{EH}$이므로

$\overline{AC}:\overline{AE}=\overline{CG}:\overline{EH}$

$2:5=(14-x):(20-x)$

$40-2x=70-5x$,　$3x=30$

$\therefore x=10$

$\therefore \overline{AB}=10\,(\text{cm})$　답 ③

$\overline{AC}:\overline{CE}=2:3$이고
$\overline{AE}=\overline{AC}+\overline{CE}$이므로
$\overline{AC}:\overline{AE}=2:5$

18 전략 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용하여 $\triangle ABC$에서 $\overline{EO}$, $\triangle OBC$에서 $\overline{GH}$의 길이를 구한다.

풀이 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\overline{AO}:\overline{CO}=\overline{AD}:\overline{BC}=9:18=1:2$

$\triangle ABC$에서 $\overline{EO} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\overline{AO}:\overline{AC}=\overline{EO}:\overline{BC}$

$1:3=\overline{EO}:18$,　$3\overline{EO}=18$

$\therefore \overline{EO}=6\,(\text{cm})$

한편 $\overline{EO} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\overline{OG}:\overline{BG}=\overline{EO}:\overline{CB}=6:18=1:3$

$\triangle OBC$에서 $\overline{GH} /\!/ \overline{BC}$이므로

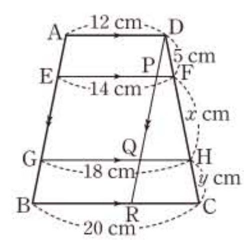
$\overline{OG}:\overline{OB}=\overline{GH}:\overline{BC}$

$1:4=\overline{GH}:18$,　$4\overline{GH}=18$

$\therefore \overline{GH}=\frac{9}{2}\,(\text{cm})$　답 ②

19 전략 점 D를 지나고 $\overline{AB}$와 평행한 선분을 긋고 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 D를 지나고 $\overline{AB}$와 평행한 선분을 그어 $\overline{EF}$, $\overline{GH}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 P, Q, R라 하면



$\overline{PF}=14-12=2\,(\text{cm})$,

$\overline{QH}=18-12=6\,(\text{cm})$, $\overline{RC}=20-12=8\,(\text{cm})$

$\triangle DQH$에서 $\overline{PF} /\!/ \overline{QH}$이므로

$\overline{PF}:\overline{QH}=\overline{DF}:\overline{DH}$

$2:6=5:(5+x)$,　$10+2x=30$

$2x=20$　$\therefore x=10$

$\triangle DRC$에서 $\overline{PF} /\!/ \overline{RC}$이므로

$\overline{PF}:\overline{RC}=\overline{DF}:\overline{DC}$

$2:8=5:(15+y)$,　$30+2y=40$

$2y=10$　$\therefore y=5$

$\therefore x-y=5$　답 5

20 전략 $\overline{AB}=\overline{AP}+\overline{PR}+\overline{RB}$이므로 $\overline{AP}=\frac{1}{6}\overline{AB}$, $\overline{PR}=\frac{1}{2}\overline{AB}$, $\overline{RB}=\frac{1}{3}\overline{AB}$이다.

풀이 $\triangle ABD$에서 $\overline{RG} /\!/ \overline{AD}$이므로

$\overline{AD}:\overline{RG}=\overline{AB}:\overline{RB}=\overline{AB}:\frac{1}{3}\overline{AB}=3:1$

$12:\overline{RG}=3:1$,　$3\overline{RG}=12$

$\therefore \overline{RG}=4\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{GS}=\overline{RS}-\overline{RG}=18-4=14\,(\text{cm})$

$\triangle DBC$에서 $\overline{GS} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\overline{GS}:\overline{BC}=\overline{DG}:\overline{DB}=\overline{AR}:\overline{AB}$

$=\frac{2}{3}\overline{AB}:\overline{AB}=2:3$

$14:y=2:3$,　$2y=42$　$\therefore y=21$

$\overline{AR}=\frac{1}{6}\overline{AB}+\frac{1}{2}\overline{AB}$
$=\frac{2}{3}\overline{AB}$

△ABD에서 $\overline{AD}/\!/\overline{PF}$이므로

$\overline{AD}:\overline{PF}=\overline{AB}:\overline{PB}=\overline{AB}:\frac{5}{6}\overline{AB}=6:5$

일품 BOX: $\overline{PB}=\frac{1}{2}\overline{AB}+\frac{1}{3}\overline{AB}=\frac{5}{6}\overline{AB}$

$12:\overline{PF}=6:5,\quad 6\overline{PF}=60$

$\therefore\ \overline{PF}=10\,(\mathrm{cm})$

△ABC에서 $\overline{PE}/\!/\overline{BC}$이므로

$\overline{PE}:\overline{BC}=\overline{AP}:\overline{AB}=\frac{1}{6}\overline{AB}:\overline{AB}=1:6$

$\overline{PE}:21=1:6,\quad 6\overline{PE}=21$

$\therefore\ \overline{PE}=\frac{7}{2}\,(\mathrm{cm})$

따라서 $\overline{EF}=\overline{PF}-\overline{PE}=10-\frac{7}{2}=\frac{13}{2}\,(\mathrm{cm})$이므로

$x=\frac{13}{2}$

$\therefore\ x+y=\frac{55}{2}$

답 ①

21 전략 점 E에서 $\overline{BC}$에 수선을 그은 후 삼각형의 닮음을 이용한다.

풀이 $\overline{AB}$, $\overline{DC}$는 모두 $\overline{BC}$에 수직이므로

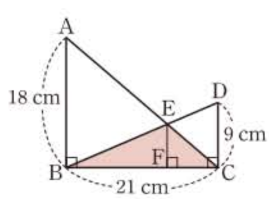
$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$

즉 △ABE∽△CDE (AA 닮음)이므로

$\overline{AE}:\overline{CE}=\overline{AB}:\overline{CD}=18:9=2:1$

$\therefore\ \overline{AC}:\overline{EC}=3:1$

오른쪽 그림과 같이 점 E에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 F라 하면



$\overline{EF}/\!/\overline{AB}$

이므로 △ABC에서

$\overline{AB}:\overline{EF}=\overline{AC}:\overline{EC}$

$18:\overline{EF}=3:1,\quad 3\overline{EF}=18$

$\therefore\ \overline{EF}=6\,(\mathrm{cm})$

$\therefore\ \triangle EBC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{EF}=\frac{1}{2}\times21\times6$

$=63\,(\mathrm{cm}^2)$

답 ④

22 전략 △ACD=△BCD임을 이용하여 △AED의 넓이를 구한다.

풀이 $\overline{AB}$, $\overline{EF}$, $\overline{DC}$가 모두 $\overline{BC}$에 수직이므로

$\overline{AB}/\!/\overline{EF}/\!/\overline{DC}$

△ABE∽△CDE (AA 닮음)이므로

일품 BOX: △ABE와 △CDE에서 ∠ABE=∠CDE (엇각), ∠BAE=∠DCE (엇각) ∴ △ABE∽△CDE

$\overline{BE}:\overline{DE}=\overline{AB}:\overline{CD}=12:4=3:1$

$\therefore\ \overline{BE}:\overline{BD}=3:4$

△DBC에서 $\overline{EF}/\!/\overline{DC}$이므로

$\overline{EF}:\overline{DC}=\overline{BF}:\overline{BC}=\overline{BE}:\overline{BD}=3:4$

$\overline{EF}:4=3:4$에서 $\quad\overline{EF}=3\,(\mathrm{cm})$

$\overline{BF}:8=3:4$에서 $\quad\overline{BF}=6\,(\mathrm{cm})$

따라서 $\overline{CF}=\overline{BC}-\overline{BF}=8-6=2\,(\mathrm{cm})$이므로

$\triangle CEF=\frac{1}{2}\times\overline{CF}\times\overline{EF}$

$=\frac{1}{2}\times2\times3=3\,(\mathrm{cm}^2)$ ··· ❶

$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 $\quad$ △ACD=△BCD

즉 △AED+△CDE=△BCE+△CDE이므로

$\triangle AED=\triangle BCE=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{EF}$

$=\frac{1}{2}\times8\times3=12\,(\mathrm{cm}^2)$ ··· ❷

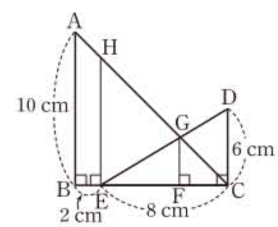
$\therefore\ \triangle CEF+\triangle AED=3+12=15\,(\mathrm{cm}^2)$ ··· ❸

답 $15\ \mathrm{cm}^2$

채점 기준	비율
❶ △CEF의 넓이를 구할 수 있다.	40%
❷ △AED의 넓이를 구할 수 있다.	40%
❸ △CEF와 △AED의 넓이의 합을 구할 수 있다.	20%

23 전략 점 E를 지나고 $\overline{BC}$에 수직인 직선을 긋고 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 E를 지나고 $\overline{BC}$에 수직인 직선을 그어 $\overline{AC}$와 만나는 점을 H라 하자.



$\overline{AB}$, $\overline{HE}$, $\overline{GF}$, $\overline{DC}$가 모두 $\overline{BC}$에 수직이므로

$\overline{AB}/\!/\overline{HE}/\!/\overline{GF}/\!/\overline{DC}$

△ABC에서 $\overline{AB}/\!/\overline{HE}$이므로

$\overline{AB}:\overline{HE}=\overline{BC}:\overline{EC}$

$10:\overline{HE}=10:8\qquad\therefore\ \overline{HE}=8\,(\mathrm{cm})$

△HEG∽△CDG (AA 닮음)이므로

일품 BOX: △HEG와 △CDG에서 ∠HEG=∠D (엇각), ∠EHG=∠DCG (엇각) ∴ △HEG∽△CDG

$\overline{HG}:\overline{CG}=\overline{HE}:\overline{CD}=8:6=4:3$

△HEC에서 $\overline{HE}/\!/\overline{GF}$이므로

$\overline{GF}:\overline{HE}=\overline{GC}:\overline{HC}$

$\overline{GF}:8=3:7,\quad 7\overline{GF}=24$

$\therefore\ \overline{GF}=\frac{24}{7}\,(\mathrm{cm})$

답 ⑤

만점 비법

주어진 그림에서 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용할 수 없을 때에는 보조선을 적당히 그어 닮은 삼각형을 찾는다.

24 전략 $\overline{PF}=a$ cm, $\overline{FQ}=b$ cm로 놓고 △ABQ, △PCD에서 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용한다.

풀이 $\overline{PF}=a$ cm, $\overline{FQ}=b$ cm라 하자.

△PCD에서 $\overline{EF}/\!/\overline{DC}$이므로

$\overline{PF}:\overline{PC}=\overline{EF}:\overline{DC},\quad a:\overline{PC}=3:15$

$3\overline{PC}=15a\qquad\therefore\ \overline{PC}=5a\,(\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{FC}=4a\,(\text{cm})$ ...... ㉠

또 $\triangle ABQ$에서 $\overline{AB} /\!/ \overline{EF}$이므로

$\overline{QF} : \overline{QB}=\overline{EF} : \overline{AB}$, $\quad b : \overline{QB}=3 : 15$

$3\overline{QB}=15b \quad \therefore \overline{QB}=5b\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{BF}=4b\,(\text{cm})$ ...... ㉡

㉠, ㉡에서

$\overline{BC}=\overline{BF}+\overline{FC}=4(a+b)=28$

이므로 $\quad a+b=7$

$\therefore \overline{PQ}=7\,(\text{cm})$

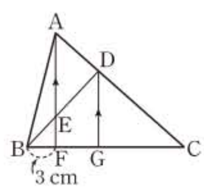
답 ③

최상위로 가는 최고 수준 문제

본책 61쪽

01 전략 점 D를 지나고 $\overline{AF}$와 평행한 직선을 긋고 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 D를 지나고 $\overline{AF}$와 평행한 직선을 그어 $\overline{BC}$와 만나는 점을 G라 하자.



$\triangle BGD$에서 $\overline{DG} /\!/ \overline{EF}$이므로

$\overline{BF} : \overline{FG}=\overline{BE} : \overline{DE}$

$=1 : \frac{3}{2}=2 : 3$

$3 : \overline{FG}=2 : 3, \quad 2\overline{FG}=9$

$\therefore \overline{FG}=\frac{9}{2}\,(\text{cm})$

또 $\triangle AFC$에서 $\overline{DG} /\!/ \overline{AF}$이므로

$\overline{CG} : \overline{FG}=\overline{CD} : \overline{AD}=2 : 1$

$\overline{CG} : \frac{9}{2}=2 : 1 \quad \therefore \overline{CG}=9\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{CF}=\overline{CG}+\overline{GF}=9+\frac{9}{2}=\frac{27}{2}\,(\text{cm})$

답 ①

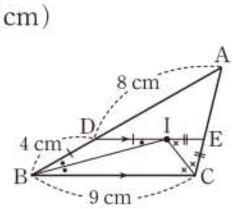
02 전략 삼각형의 내심은 세 내각의 이등분선의 교점임을 이용한다.

풀이 $\triangle ABC$에서 $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\overline{DE} : \overline{BC}=\overline{AD} : \overline{AB}$, $\quad \overline{DE} : 9=8 : 12$

$12\overline{DE}=72 \quad \therefore \overline{DE}=6\,(\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{IB}$, $\overline{IC}$를 그으면 점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로



$\angle ABI=\angle IBC$,

$\angle ACI=\angle ICB$

또 $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\angle DIB=\angle CBI$ (엇각), $\angle EIC=\angle BCI$ (엇각)

즉 $\triangle DBI$와 $\triangle EIC$는 이등변삼각형이므로

$\overline{DI}=\overline{DB}=4\,(\text{cm})$, $\overline{EI}=\overline{EC}$

$\therefore \overline{EC}=\overline{EI}=\overline{DE}-\overline{DI}=6-4=2\,(\text{cm})$

답 ③

일품 BOX

$\overline{AF}=\overline{AD}+\overline{DF}$
$=3+1$
$=4\,(\text{cm})$

높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같다.

두 직각삼각형의 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같으면 두 삼각형은 합동이다.

03 전략 마름모의 네 변의 길이는 모두 같고, 두 쌍의 대변이 각각 평행함을 이용한다.

풀이 $\triangle ABF$에서 $\overline{DE} /\!/ \overline{AB}$이므로

$\overline{DE} : \overline{AB}=\overline{DF} : \overline{AF}$, $\quad \overline{DE} : 3=1 : 4$

$4\overline{DE}=3 \quad \therefore \overline{DE}=\frac{3}{4}\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{CE}=\overline{CD}-\overline{DE}=3-\frac{3}{4}=\frac{9}{4}\,(\text{cm})$ ··· ❶

$\triangle BCE$에서 $\overline{CG}$는 $\angle C$의 이등분선이므로

$\overline{BG} : \overline{EG}=\overline{CB} : \overline{CE}=3 : \frac{9}{4}=4 : 3$

$\triangle BCG : \triangle CEG=4 : 3$ ··· ❷

답 $4 : 3$

채점 기준	비율
❶ $\overline{CE}$의 길이를 구할 수 있다.	50 %
❷ $\triangle BCG : \triangle CEG$를 가장 간단한 자연수의 비로 나타낼 수 있다.	50 %

04 전략 $\triangle ABD\equiv\triangle CBD$임을 이용하여 $\overline{DC}$, $\overline{BA}$의 길이를 구하고 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용한다.

풀이 $\triangle ABD$와 $\triangle CBD$에서

$\angle BAD=\angle C=90°$,

$\overline{BD}$는 공통, $\angle ABD=\angle CBD$

이므로 $\quad \triangle ABD\equiv\triangle CBD$ (RHA 합동)

$\therefore \overline{DC}=\overline{DA}=10\,(\text{cm})$,

$\overline{BA}=\overline{BC}=20\,(\text{cm})$ ··· ❶

이때 $\triangle DBC$에서 $\overline{FE} /\!/ \overline{DC}$이므로

$\overline{FE} : \overline{DC}=\overline{BE} : \overline{BC}$

$\overline{FE} : 10=12 : 20, \quad 20\overline{FE}=120$

$\therefore \overline{FE}=6\,(\text{cm})$ ··· ❷

$\triangle ABE$에서 $\overline{BF}$는 $\angle B$의 이등분선이므로

$\overline{BE} : \overline{BA}=\overline{EF} : \overline{AF}$

$12 : 20=6 : \overline{AF}, \quad 12\overline{AF}=120$

$\therefore \overline{AF}=10\,(\text{cm})$ ··· ❸

답 10 cm

채점 기준	비율
❶ $\overline{DC}$, $\overline{BA}$의 길이를 구할 수 있다.	40 %
❷ $\overline{FE}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %
❸ $\overline{AF}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %

05 전략 $\triangle OAD \backsim \triangle OCB$임을 알고 닮음비를 이용하여 선분의 길이를 문자로 나타낸다.

풀이 $\triangle OAD \backsim \triangle OCB$ (AA 닮음)이므로

$\overline{OD} : \overline{OB}=\overline{AD} : \overline{CB}=16 : 24=2 : 3$

또 $\overline{DP} : \overline{BP}=3 : 1$이므로

$\overline{OD}=2x$ cm, $\overline{OB}=3x$ cm,

$\overline{BP}=y$ cm, $\overline{DP}=3y$ cm

라 하자.

따라서 $\overline{BD}=5x=4y$이므로 $\quad y=\frac{5}{4}x$

$\therefore \overline{OP}=\overline{OB}-\overline{BP}=3x-y$

$=3x-\frac{5}{4}x=\frac{7}{4}x\,(\text{cm})$

$\overline{OP}=k\overline{BP}$이므로 $\quad \frac{7}{4}x=k\times\frac{5}{4}x$

$\therefore k=\frac{7}{5}$ 답 $\frac{7}{5}$

일품 BOX

$\overline{OD}+\overline{OB}=2x+3x$
$=5x$

$\overline{BP}+\overline{DP}=y+3y$
$=4y$

삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분은 나머지 한 변과 평행하고, 그 길이는 나머지 한 변의 길이의 $\frac{1}{2}$이다.

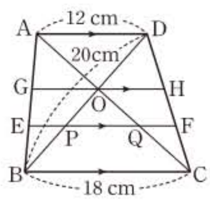
06 전략 점 O를 지나고 $\overline{BC}$와 평행한 직선을 그어 삼각형에서 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용한다.

풀이 $\triangle AOD\sim\triangle COB$ (AA 닮음)이므로

$\overline{OD}:\overline{OB}=\overline{AD}:\overline{CB}=12:18=2:3$

$\therefore \overline{OB}=\frac{3}{5}\overline{BD}=\frac{3}{5}\times20=12\,(\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 점 O를 지나고 $\overline{BC}$와 평행한 직선을 그어 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$와 만나는 점을 각각 G, H라 하면 △ABD에서 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{GO}$이므로



$\overline{GO}:\overline{AD}=\overline{BO}:\overline{BD}$

$\overline{GO}:12=12:20$

$20\overline{GO}=144 \qquad \therefore \overline{GO}=\frac{36}{5}\,(\text{cm})$

$\overline{OP}=x$ cm라 하면

$\overline{BP}=\overline{OB}-\overline{OP}=12-x\,(\text{cm})$

이때 △GBO에서 $\overline{EP}\,/\!/\,\overline{GO}$이므로

$\overline{GO}:\overline{EP}=\overline{BO}:\overline{BP}$

$\frac{36}{5}:\overline{EP}=12:(12-x)$

$12\overline{EP}=\frac{36}{5}(12-x)$

$\therefore \overline{EP}=\frac{3}{5}(12-x)\,(\text{cm})$ …… ㉠

△OBC에서 $\overline{PQ}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로

$\overline{PQ}:\overline{BC}=\overline{OP}:\overline{OB}$

$\overline{PQ}:18=x:12, \qquad 12\overline{PQ}=18x$

$\therefore \overline{PQ}=\frac{3}{2}x\,(\text{cm})$

이때 $\overline{PQ}=2\overline{EP}$에서 $\quad \frac{3}{2}x=2\overline{EP}$

$\therefore \overline{EP}=\frac{3}{4}x\,(\text{cm})$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\quad \frac{3}{5}(12-x)=\frac{3}{4}x$

$12(12-x)=15x \qquad \therefore x=\frac{16}{3}$

$144-12x=15x$이므로
$27x=144$
$\therefore x=\frac{16}{3}$

$\therefore \overline{OP}=\frac{16}{3}\,(\text{cm})$ 답 $\frac{16}{3}$ cm

3 닮음의 활용

개념 & 핵심 기출

본책 62~65쪽

01 $\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times12=6\,(\text{cm})$

$\overline{FE}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times8=4\,(\text{cm})$

$\overline{DF}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times10=5\,(\text{cm})$

따라서 △DEF의 둘레의 길이는

$\overline{DE}+\overline{FE}+\overline{DF}=6+4+5=15\,(\text{cm})$

답 15 cm

02 △ABC에서 $\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{MN}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로

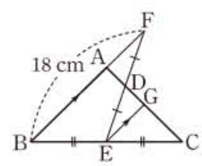
$\overline{BC}=2\overline{MN}=2\times8=16\,(\text{cm})$

△DBC에서 $\overline{DQ}=\overline{QC}$, $\overline{PQ}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로

$\overline{PQ}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times16=8\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{PR}=\overline{PQ}-\overline{RQ}=8-6=2\,(\text{cm})$ 답 2 cm

03 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BF}\,/\!/\,\overline{EG}$가 되도록 $\overline{AC}$ 위에 점 G를 잡으면 △ABC에서 $\overline{BE}=\overline{EC}$, $\overline{BA}\,/\!/\,\overline{EG}$이므로



$\overline{AG}=\overline{GC} \qquad \therefore \overline{GE}=\frac{1}{2}\overline{AB}$

△DFA≡△DEG (ASA 합동)이므로

△DFA와 △DEG에서
$\overline{AF}\,/\!/\,\overline{EG}$이므로
$\angle F=\angle GED$ (엇각),
$\overline{DF}=\overline{DE}$,
$\angle ADF=\angle GDE$ (맞꼭지각)
$\therefore$ △DFA≡△DEG

$\overline{AF}=\overline{GE}$

$\therefore \overline{AB}=\overline{BF}-\overline{AF}=\overline{BF}-\overline{GE}$

$=\overline{BF}-\frac{1}{2}\overline{AB}=18-\frac{1}{2}\overline{AB}$

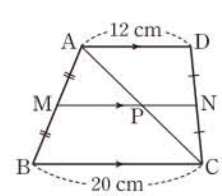
따라서 $\frac{3}{2}\overline{AB}=18$이므로 $\quad \overline{AB}=12\,(\text{cm})$

답 12 cm

04 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$, $\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{DN}=\overline{NC}$이므로

$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{MN}\,/\!/\,\overline{BC}$

오른쪽 그림과 같이 대각선 AC를 그어 $\overline{AC}$와 $\overline{MN}$의 교점을 P라 하면 △ABC에서 $\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{MP}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로



$\overline{MP}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times20$

$=10\,(\text{cm})$

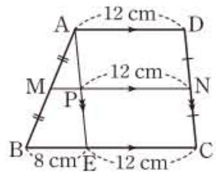
△ACD에서 $\overline{CN}=\overline{ND}$, $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{PN}$이므로

$\overline{PN}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times12=6\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{MN}=\overline{MP}+\overline{PN}=10+6=16\,(\text{cm})$

답 16 cm

다른풀이 오른쪽 그림과 같이 점 A를 지나고 $\overline{DC}$와 평행한 직선을 그어 $\overline{BC}$와 만나는 점을 E라 하고 $\overline{AE}$와 $\overline{MN}$의 교점을 P라 하면



$\overline{BE}=\overline{BC}-\overline{EC}$
$=20-12=8\,(\text{cm})$

이므로 $\overline{MP}=\frac{1}{2}\overline{BE}=\frac{1}{2}\times8=4\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{MN}=\overline{MP}+\overline{PN}=4+12=16\,(\text{cm})$

두 사각형 APND, PECN은 평행사변형이므로
$\overline{EC}=\overline{PN}=\overline{AD}$
$=12\,(\text{cm})$

05 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$, $\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{DN}=\overline{NC}$이므로

$\overline{AD}/\!/\overline{MN}/\!/\overline{BC}$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{MQ}/\!/\overline{BC}$이므로

$\overline{MQ}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times16=8\,(\text{cm})$

$\triangle ABD$에서 $\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{AD}/\!/\overline{MP}$이므로

$\overline{MP}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times8=4\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{PQ}=\overline{MQ}-\overline{MP}=8-4=4\,(\text{cm})$ 답 4 cm

06 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$, $\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{DN}=\overline{NC}$이므로

$\overline{AD}/\!/\overline{MN}/\!/\overline{BC}$

$\triangle ABD$에서 $\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{AD}/\!/\overline{MP}$이므로

$\overline{MP}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times10=5\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{MQ}=\overline{MP}+\overline{PQ}=5+2=7\,(\text{cm})$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{MQ}/\!/\overline{BC}$이므로

$\overline{BC}=2\overline{MQ}=2\times7=14\,(\text{cm})$ 답 14 cm

07 $\overline{PD}$가 $\triangle APC$의 중선이므로

$\triangle PCD=\triangle PDA$

$\therefore \triangle ABP=\triangle ABD-\triangle PDA$
$=\frac{1}{2}\triangle ABC-\triangle PCD$
$=\frac{1}{2}\times20-3=7\,(\text{cm}^2)$ 답 7 cm²

높이가 같은 삼각형의 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같다.

08 $\triangle AMN=\frac{1}{3}\triangle ABD$
$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\triangle ABC$
$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times48$
$=8\,(\text{cm}^2)$ 답 8 cm²

09 $\triangle ABQ=2\triangle ABR=2\times\frac{9}{2}=9\,(\text{cm}^2)$이므로

$\triangle ABP=2\triangle ABQ=2\times9=18\,(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle ABC=2\triangle ABP=2\times18=36\,(\text{cm}^2)$

답 ③

일품 BOX

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점과 일치한다.

10 점 D는 직각삼각형 ABC의 외심이므로

$\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{CD}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times18=9\,(\text{cm})$

점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{BG}:\overline{BD}=2:3$, $\overline{BG}:9=2:3$

$3\overline{BG}=18$

$\therefore \overline{BG}=6\,(\text{cm})$ 답 ③

11 점 G′은 $\triangle AGC$의 무게중심이므로

$\overline{GM}:\overline{GG'}=3:2$, $\overline{GM}:6=3:2$

$2\overline{GM}=18$ $\therefore \overline{GM}=9\,(\text{cm})$

또 점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{BM}:\overline{GM}=3:1$, $\overline{BM}:9=3:1$

$\therefore \overline{BM}=27\,(\text{cm})$ 답 27 cm

12 점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{GD}=\frac{1}{3}\overline{AD}=\frac{1}{3}\times24=8\,(\text{cm})$

$\overline{BD}/\!/\overline{EF}$이므로 $\overline{BG}:\overline{GF}=\overline{GD}:\overline{EG}$에서

$2:1=8:\overline{EG}$

$2\overline{EG}=8$ $\therefore \overline{EG}=4\,(\text{cm})$ 답 4 cm

13 ① $\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$이므로

$\overline{AG}=2\overline{GD}$

② $\overline{GD}=\frac{1}{3}\overline{AD}$, $\overline{GE}=\frac{1}{3}\overline{BE}$, $\overline{GF}=\frac{1}{3}\overline{CF}$이지만 $\overline{AD}$, $\overline{BE}$, $\overline{CF}$의 길이가 같은지 알 수 없으므로 $\overline{GD}$, $\overline{GE}$, $\overline{GF}$의 길이는 같다고 할 수 없다.

③ $\triangle GBC$에서 점 D는 $\overline{BC}$의 중점이므로

$\triangle GBD=\triangle GDC$

④ $\triangle CAG=\frac{1}{3}\triangle ABC$이므로

$\triangle ABC=3\triangle CAG$

⑤ $\square GDCE=\triangle GDC+\triangle EGC$
$=\frac{1}{6}\triangle ABC+\frac{1}{6}\triangle ABC$
$=\frac{1}{3}\triangle ABC$
$=\triangle ABG$

답 ②

14 점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\triangle GBD=\frac{1}{6}\triangle ABC=\frac{1}{6}\times108=18\,(\text{cm}^2)$

점 G′은 $\triangle GBC$의 무게중심이므로

$\overline{GG'}:\overline{G'D}=2:1$

$\therefore \triangle GBG'=\frac{2}{3}\triangle GBD$
$=\frac{2}{3}\times18=12\,(\text{cm}^2)$ 답 12 cm²

$\triangle GBG':\triangle G'BD=2:1$이므로 $\triangle GBG'=\frac{2}{3}\triangle GBD$

15 $\overline{BE}=\overline{CE}$, $\overline{AO}=\overline{CO}$이므로 점 F는 △ABC의 무게중심이다.

$\therefore \overline{FO}=\frac{1}{3}\overline{BO}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\overline{BD}$

$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 30=5\,(\text{cm})$ 답 ③

평행사변형의 두 대각선은 서로를 이등분한다.

$\overline{BO}=\overline{DO}=\frac{1}{2}\overline{BD}$

16 ① 점 P는 △ABC의 무게중심이므로

$\overline{BP}:\overline{PO}=2:1$이고 $\overline{PO}=\overline{OQ}$이므로

$\overline{BP}=2\overline{OQ}$

② 점 Q는 △ACD의 무게중심이므로

$\overline{AQ}:\overline{QN}=2:1$, 즉 $\overline{AN}:\overline{AQ}=3:2$

$\therefore 2\overline{AN}=3\overline{AQ}$

③ △BCD에서 $\overline{BM}=\overline{MC}$, $\overline{DN}=\overline{NC}$이므로

$\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\overline{OD}$

④ △APO와 △AQO는 합동인지 합동이 아닌지 알 수 없다.

⑤ $\triangle ABM=\frac{1}{2}\triangle ABC=\frac{1}{4}\square ABCD$

$\triangle AND=\frac{1}{2}\triangle ACD=\frac{1}{4}\square ABCD$

$\therefore \triangle ABM=\triangle AND$ 답 ④

$\overline{BP}:\overline{PO}=2:1$에서
$\overline{PO}=\frac{1}{3}\overline{BO}$
$\overline{DQ}:\overline{QO}=2:1$에서
$\overline{QO}=\frac{1}{3}\overline{DO}$
$\overline{BO}=\overline{DO}$이므로
$\overline{PO}=\overline{QO}$

17 △AOD와 △COB에서

∠DAO=∠BCO (엇각),

∠ADO=∠CBO (엇각)

이므로 △AOD∽△COB (AA 닮음)

이때 닮음비는

$\overline{AD}:\overline{CB}=6:10=3:5$

이므로

$\triangle AOD:\triangle COB=3^2:5^2$

$\triangle AOD:30=9:25$

$25\triangle AOD=270$

$\therefore \triangle AOD=\frac{54}{5}\,(\text{cm}^2)$ 답 $\frac{54}{5}$ cm^2

18 △ABC와 △EBD에서

∠C=∠EDB, ∠B는 공통

이므로 △ABC∽△EBD (AA 닮음)

이때 닮음비는

$\overline{AB}:\overline{EB}=12:4=3:1$

이므로

$\triangle ABC:\triangle EBD=3^2:1^2$

$\triangle ABC:8=9:1$ $\quad\therefore \triangle ABC=72\,(\text{cm}^2)$

$\therefore \square ADEC=\triangle ABC-\triangle EBD$

$=72-8=64\,(\text{cm}^2)$ 답 64 cm^2

19 $\overline{OA}:\overline{AB}=3:2$이므로 $\overline{OA}:\overline{OB}=3:5$

즉 원뿔 A와 처음 원뿔의 닮음비가 3 : 5이므로 부피의 비는 $3^3:5^3=27:125$

따라서 두 입체도형 A, B의 부피의 비는

$27:(125-27)=27:98$ 답 ④

20 △ABC와 △EDC에서

∠B=∠D=90°,

∠ACB=∠ECD (맞꼭지각)

이므로 △ABC∽△EDC (AA 닮음)

즉 $\overline{BC}:\overline{DC}=\overline{AB}:\overline{ED}$이므로

$10:2=\overline{AB}:4$, $\quad 2\overline{AB}=40$

$\therefore \overline{AB}=20\,(\text{m})$

따라서 두 지점 A, B 사이의 실제 거리는 20 m이다.

답 ③

21 6 (m)=600 (cm)이므로

$(\text{축척})=\frac{2}{600}=\frac{1}{300}$

$\therefore \overline{AC}=0.6\div\frac{1}{300}=0.6\times 300$

$=180\,(\text{cm})=1.8\,(\text{m})$

따라서 나무의 실제 높이는

$1.6+1.8=3.4\,(\text{m})$ 답 3.4 m

(실제 길이) $=\frac{(\text{축도에서의 길이})}{(\text{축척})}$

(사람의 눈높이) +($\overline{AC}$의 길이)

22 3 (km)=300000 (cm)이므로

$(\text{축척})=\frac{6}{300000}=\frac{1}{50000}$

땅의 실제 가로의 길이는

$40\div\frac{1}{50000}=40\times 50000=2000000\,(\text{cm})$

$=20\,(\text{km})$

땅의 실제 세로의 길이는

$50\div\frac{1}{50000}=50\times 50000=2500000\,(\text{cm})$

$=25\,(\text{km})$

따라서 땅의 실제 넓이는

$20\times 25=500\,(\text{km}^2)$ 답 500 km^2

다른풀이 지도에 나타난 거리와 실제 거리의 비가 6 : 300000=1 : 50000이므로 넓이의 비는

$1^2:50000^2=1:2500000000$

이때 지도에 그려진 직사각형 모양의 땅의 넓이가

$40\times 50=2000\,(\text{cm}^2)=0.2\,(\text{m}^2)$

이므로 땅의 실제 넓이를 x m^{2}라 하면

$0.2:x=1:2500000000$

$\therefore x=500000000$

따라서 땅의 실제 넓이는 500 km^{2}이다.

1 (km)=1000 (m), 1 (m)=100 (cm) 이므로
3 (km) =3000 (m) =300000 (cm)

1 (m)=100 (cm) 이므로
1 (m^2) $=100^2$ (cm^2) =10000 (cm^2)

1 (km)=1000 (m) 이므로
1 (km^2) $=1000^2$ (m^2) =1000000 (m^2)

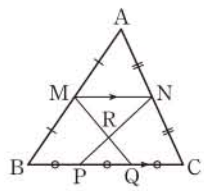
Ⅱ 도형의 닮음

만점 도전을 위한 고난도 문제

본책 66~70쪽

01 전략 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용하여 닮은 두 삼각형을 찾는다.

풀이 $\triangle ABC$에서



$\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{AN}=\overline{NC}$이므로

$\overline{MN}/\!/\overline{BC}$, $\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{BC}$

또 $\triangle MRN \backsim \triangle QRP$ (AA 닮음)이므로

$\overline{MR} : \overline{QR}=\overline{MN} : \overline{QP}=\frac{1}{2}\overline{BC} : \frac{1}{3}\overline{BC}=3 : 2$

$2\overline{MR}=3\overline{QR}$

$\therefore \overline{MR}=\frac{3}{2}\overline{QR}$

따라서 $\overline{MR}$의 길이는 $\overline{QR}$의 길이의 $\frac{3}{2}$배이다.

답 ④

02 전략 $\triangle ABD$, $\triangle BCD$에서 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용한다.

풀이 $\triangle ABD$에서 $\overline{DE}=\overline{EA}$, $\overline{DG}=\overline{GB}$이므로

$\overline{EG}=\frac{1}{2}\overline{AB}$ …… ㉠

$\triangle BCD$에서 $\overline{BF}=\overline{FC}$, $\overline{BG}=\overline{GD}$이므로

$\overline{GF}=\frac{1}{2}\overline{CD}$ …… ㉡

이때 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 ㉠, ㉡에서

$\overline{EG}=\overline{GF}$

따라서 $\triangle EGF$는 $\overline{EG}=\overline{GF}$인 이등변삼각형이므로

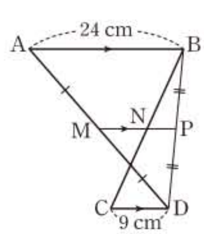
$\angle EGF=180°-2\angle GFE$

$=180°-2\times25°=130°$

답 $130°$

03 전략 $\overline{BD}$를 그은 후 $\triangle ADB$와 $\triangle BCD$에서 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 긋고 $\overline{MN}$의 연장선을 그어 $\overline{BD}$와 만나는 점을 P라 하면 $\triangle ADB$에서 $\overline{AM}=\overline{MD}$, $\overline{AB}/\!/\overline{MP}$이므로



$\overline{MP}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times24$

$=12\,(\text{cm})$

$\triangle BCD$에서 $\overline{BP}=\overline{PD}$, $\overline{NP}/\!/\overline{CD}$이므로

$\overline{NP}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times9=\frac{9}{2}\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{MN}=\overline{MP}-\overline{NP}$

$=12-\frac{9}{2}=\frac{15}{2}\,(\text{cm})$

답 ④

일품 BOX

$\triangle GDF$와 $\triangle CEF$에서
$\overline{DF}=\overline{EF}$,
$\angle GDF=\angle E$ (엇각),
$\angle GFD=\angle CFE$ (맞꼭지각)
$\therefore \triangle GDF\equiv\triangle CEF$

$\overline{AG}+\overline{GF}$
$=\overline{AG}+\frac{1}{2}\overline{AG}$
$=\frac{3}{2}\overline{AG}$

$\triangle ABC$에서
$\overline{AG}=\overline{GB}$, $\overline{GM}/\!/\overline{BC}$이므로
$\overline{GM}=\frac{1}{2}\overline{BC}$

$\triangle CAD$에서
$\overline{CH}=\overline{HD}$, $\overline{MH}/\!/\overline{AD}$이므로
$\overline{MH}=\frac{1}{2}\overline{AD}$

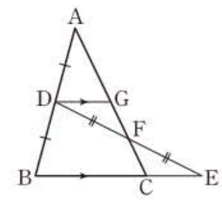
$\triangle AGH$에서
$\overline{AE}=\overline{EG}$, $\overline{EN}/\!/\overline{GH}$이므로
$\overline{EN}=\frac{1}{2}\overline{GH}$

$\triangle HAD$에서
$\overline{HF}=\overline{FD}$, $\overline{NF}/\!/\overline{AD}$이므로
$\overline{NF}=\frac{1}{2}\overline{AD}$

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$인 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AB}$의 중점을 M, $\overline{DC}$의 중점을 N이라 할 때
$\overline{MN}=\frac{1}{2}(\overline{AD}+\overline{BC})$

04 전략 $\overline{DG}/\!/\overline{BE}$가 되도록 $\overline{AC}$ 위에 점 G를 잡은 후 $\triangle ABC$에서 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{DG}/\!/\overline{BE}$가 되도록 $\overline{AC}$ 위에 점 G를 잡으면 $\triangle ABC$에서



$\overline{AD}=\overline{DB}$, $\overline{DG}/\!/\overline{BC}$이므로

$\overline{AG}=\overline{GC}$ ··· ❶

$\triangle GDF\equiv\triangle CEF$ (ASA 합동)이므로

$\overline{GF}=\overline{CF}=\frac{1}{2}\overline{GC}=\frac{1}{2}\overline{AG}$ ··· ❷

$\therefore \overline{AF} : \overline{FC}=(\overline{AG}+\overline{GF}) : \overline{FC}$

$=\frac{3}{2}\overline{AG} : \frac{1}{2}\overline{AG}$

$=3 : 1$ ··· ❸

답 $3 : 1$

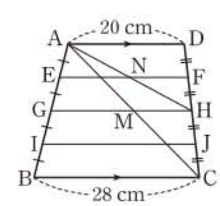
채점 기준	비율
❶ $\overline{AG}=\overline{GC}$임을 알 수 있다.	30 %
❷ $\overline{GF}=\frac{1}{2}\overline{AG}$임을 알 수 있다.	40 %
❸ $\overline{AF} : \overline{FC}$를 가장 간단한 자연수의 비로 나타낼 수 있다.	30 %

05 전략 $\overline{AC}$, $\overline{AH}$를 그은 후 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용한다.

풀이 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이고, $\overline{AE}=\overline{EG}=\overline{GI}=\overline{IB}$, $\overline{DF}=\overline{FH}=\overline{HJ}=\overline{JC}$이므로

$\overline{AD}/\!/\overline{EF}/\!/\overline{GH}/\!/\overline{IJ}/\!/\overline{BC}$

오른쪽 그림과 같이 대각선 AC를 그어 $\overline{GH}$와 만나는 점을 M이라 하면



$\overline{GM}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times28$

$=14\,(\text{cm})$

$\overline{MH}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times20=10\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{GH}=\overline{GM}+\overline{MH}=14+10=24\,(\text{cm})$

또 $\overline{AH}$를 그어 $\overline{EF}$와 만나는 점을 N이라 하면

$\overline{EN}=\frac{1}{2}\overline{GH}=\frac{1}{2}\times24=12\,(\text{cm})$

$\overline{NF}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times20=10\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{EF}=\overline{EN}+\overline{NF}=12+10=22\,(\text{cm})$

답 ②

다른풀이 □ABCD에서 두 점 G, H가 각각 $\overline{AB}$, $\overline{DC}$의 중점이므로

$\overline{GH}=\frac{1}{2}(\overline{AD}+\overline{BC})$

$=\frac{1}{2}\times(20+28)=24\,(\text{cm})$

일품 BOX

□AGHD에서 점 E, F가 각각 $\overline{AG}$, $\overline{DH}$의 중점이므로

$$\overline{EF}=\frac{1}{2}(\overline{AD}+\overline{GH})$$
$$=\frac{1}{2}\times(20+24)=22\,(\text{cm})$$

06 전략 △ABC와 △ABD에서 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용한다.

풀이 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$, $\overline{AE}=\overline{EB}$, $\overline{DF}=\overline{FC}$이므로

$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{EF}\,/\!/\,\overline{BC}$ ···➊

△ABC에서 $\overline{AE}=\overline{EB}$, $\overline{EH}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로

$\overline{EH}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times32=16\,(\text{cm})$ ···➋

이때 $\overline{EG}=\overline{GH}$이므로

$\overline{EG}=\frac{1}{2}\overline{EH}=\frac{1}{2}\times16=8\,(\text{cm})$ ···➌

따라서 △ABD에서 $\overline{AE}=\overline{EB}$, $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{EG}$이므로

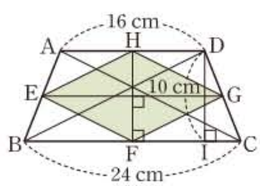
$\overline{AD}=2\overline{EG}=2\times8=16\,(\text{cm})$ ···➍

답 16 cm

채점 기준	비율
➊ $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{EF}\,/\!/\,\overline{BC}$임을 알 수 있다.	20 %
➋ $\overline{EH}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %
➌ $\overline{EG}$의 길이를 구할 수 있다.	20 %
➍ $\overline{AD}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %

07 전략 □ABCD의 두 대각선을 그어 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 두 대각선 AC, BD를 그으면 $\overline{AC}=\overline{BD}$이고,



$\overline{EH}=\overline{FG}=\frac{1}{2}\overline{BD}$,

$\overline{EF}=\overline{HG}=\frac{1}{2}\overline{AC}$

이므로 $\overline{EF}=\overline{FG}=\overline{GH}=\overline{HE}$

즉 □EFGH는 마름모이다.

따라서 $\overline{EG}\perp\overline{HF}$이고 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{EG}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로

$\overline{BC}\perp\overline{HF}$ $\quad\therefore\ \overline{HF}=\overline{DI}=10\,(\text{cm})$

한편 등변사다리꼴 ABCD에서 두 점 E, G는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$의 중점이므로

$$\overline{EG}=\frac{1}{2}(\overline{AD}+\overline{BC})=\frac{1}{2}\times(16+24)$$
$$=20\,(\text{cm})$$
$$\therefore\ \square EFGH=\frac{1}{2}\times\overline{EG}\times\overline{HF}$$
$$=\frac{1}{2}\times20\times10$$
$$=100\,(\text{cm}^2)$$

답 ①

(삼각형의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times$(밑변의 길이)$\times$(높이)

등변사다리꼴의 두 대각선의 길이는 같다.

마름모의 두 대각선은 서로를 수직이등분한다.

△ABC에서 두 점 E, F가 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$의 중점이므로
$\overline{EF}\,/\!/\,\overline{BC}$
$\therefore\ \angle GBD=\angle GFH$

(마름모의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times$(한 대각선의 길이)$\times$(다른 대각선의 길이)

$\overline{GB}:\overline{GF}=2:1$

08 전략 삼각형의 한 중선은 그 삼각형의 넓이를 이등분한다.

풀이 $\overline{BD}$가 △ABC의 중선이므로

$\triangle ABC=2\triangle ABD=2\times14=28\,(\text{cm}^2)$

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BE}$이므로

$28=\frac{1}{2}\times7\times\overline{BE}$

$\therefore\ \overline{BE}=8\,(\text{cm})$

답 8 cm

09 전략 삼각형의 내각의 이등분선의 성질을 이용하여 △AEC의 넓이를 구한다.

풀이 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times10\times8=40\,(\text{cm}^2)$

$\overline{CD}$가 △ABC의 중선이므로

$\triangle ADC=\frac{1}{2}\triangle ABC=\frac{1}{2}\times40=20\,(\text{cm}^2)$ ···➊

한편 △ABC에서 ∠BCE=∠ECA이므로

$\overline{BE}:\overline{AE}=\overline{CB}:\overline{CA}=10:8=5:4$

$$\therefore\ \triangle AEC=\frac{4}{9}\triangle ABC$$
$$=\frac{4}{9}\times40=\frac{160}{9}\,(\text{cm}^2)$$ ···➋

$$\therefore\ \triangle DCE=\triangle ADC-\triangle AEC$$
$$=20-\frac{160}{9}$$
$$=\frac{20}{9}\,(\text{cm}^2)$$ ···➌

답 $\frac{20}{9}$ cm²

채점 기준	비율
➊ △ADC의 넓이를 구할 수 있다.	40 %
➋ △AEC의 넓이를 구할 수 있다.	40 %
➌ △DCE의 넓이를 구할 수 있다.	20 %

10 전략 닮은 두 삼각형을 찾아 닮음비를 구한다.

풀이 점 G가 △ABC의 무게중심이므로

$\overline{AG}=2\overline{GD}=2\times4=8\,(\text{cm})$

△GBD와 △GFH에서

∠BGD=∠FGH (맞꼭지각),

∠GBD=∠GFH (엇각)

이므로

△GBD∽△GFH (AA 닮음)

이때 닮음비가 2 : 1이므로

$\overline{GD}:\overline{GH}=2:1$, $\quad 2\overline{GH}=\overline{GD}$

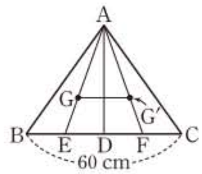
$\therefore\ \overline{GH}=\frac{1}{2}\overline{GD}=\frac{1}{2}\times4=2\,(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AH}=\overline{AG}-\overline{GH}$

$=8-2=6\,(\text{cm})$

답 ③

11 전략 두 직선 AG, AG′을 그은 후 두 점 G, G′이 각각 △ABD, △ADC에서 중선의 길이를 점 A로부터 2 : 1로 나눔을 이용한다.



풀이 오른쪽 그림과 같이 두 직선 AG, AG′과 $\overline{BC}$의 교점을 각각 E, F라 하면 $\overline{AE}$와 $\overline{AF}$는 각각 △ABD, △ADC의 중선이므로

$$\overline{BE}=\overline{ED}=\frac{1}{2}\overline{BD},\ \overline{DF}=\overline{FC}=\frac{1}{2}\overline{DC}$$

$$\therefore \overline{EF}=\overline{ED}+\overline{DF}=\frac{1}{2}\overline{BD}+\frac{1}{2}\overline{DC}$$

$$=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 60=30\,(\text{cm})$$

두 점 G, G′이 각각 △ABD, △ADC의 무게중심이므로

$$\overline{AG}:\overline{GE}=\overline{AG'}:\overline{G'F}=2:1$$

즉 △AEF에서 $\overline{GG'}\,/\!/\,\overline{EF}$이므로

$$\overline{GG'}:\overline{EF}=\overline{AG}:\overline{AE}=2:3$$

$$\overline{GG'}:30=2:3,\quad 3\overline{GG'}=60$$

$$\therefore \overline{GG'}=20\,(\text{cm})$$

답 ⑤

12 전략 점 F가 △ABC의 무게중심임을 이용한다.

풀이 점 F는 △ABC의 외심이고, 정삼각형의 외심과 무게중심은 일치하므로 점 F는 △ABC의 무게중심이다. ···· ❶

즉 $\overline{BF}:\overline{FD}=2:1$이므로

$\overline{BF}:5=2:1\quad \therefore \overline{BF}=10\,(\text{cm})$ ···· ❷

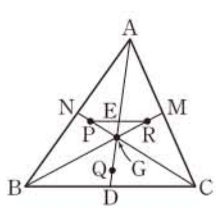
이때 $\overline{BF}$가 △ABC의 외접원의 반지름이므로 구하는 넓이는

$\pi\times 10^2=100\pi\,(\text{cm}^2)$ ···· ❸

답 $100\pi\ \text{cm}^2$

채점 기준	비율
❶ 점 F가 △ABC의 무게중심임을 알 수 있다.	40 %
❷ $\overline{BF}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %
❸ △ABC의 외접원의 넓이를 구할 수 있다.	30 %

13 전략 삼각형의 무게중심은 세 중선의 길이를 각 꼭짓점으로부터 각각 2 : 1로 나눈다.



풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BG}$, $\overline{CG}$의 연장선과 $\overline{AC}$, $\overline{AB}$의 교점을 각각 M, N이라 하면 두 점 P, R는 각각 $\overline{CN}$, $\overline{BM}$ 위의 점이다. 이때

$$\overline{BG}:\overline{GR}=2\overline{GM}:\frac{2}{3}\overline{GM}=3:1,$$

$$\overline{CG}:\overline{GP}=2\overline{GN}:\frac{2}{3}\overline{GN}=3:1$$

이므로 $\quad\overline{PR}\,/\!/\,\overline{BC}$

따라서 △GBD∽△GRE(AA 닮음)이고, 닮음비는 3 : 1이므로

$$\overline{DG}:\overline{EG}=3:1,\quad 3\overline{EG}=\overline{DG}$$

$$\therefore \overline{EG}=\frac{1}{3}\overline{DG}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\overline{AD}$$

$$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times 27=3\,(\text{cm})$$

답 ④

14 전략 $\overline{DE}$가 △GBD의 중선임을 이용하여 먼저 △GBD의 넓이를 구한다.

풀이 △GBD=2△BDE

$=2\times 7=14\,(\text{cm}^2)$ ···· ❶

점 G가 △ABC의 무게중심이므로

$$\triangle GBD=\frac{1}{6}\triangle ABC$$

$\therefore$ △ABC=6△GBD

$=6\times 14=84\,(\text{cm}^2)$ ···· ❷

답 $84\ \text{cm}^2$

채점 기준	비율
❶ △GBD의 넓이를 구할 수 있다.	30 %
❷ △ABC의 넓이를 구할 수 있다.	70 %

15 전략 삼각형의 무게중심은 세 중선의 길이를 각 꼭짓점으로부터 각각 2 : 1로 나눔을 이용하여 먼저 △ADF의 넓이를 구한다.

풀이 △ADF에서 $\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$이므로

△ADF=3△GDF

$=3\times 3=9\,(\text{cm}^2)$

△ADC에서 $\overline{GF}\,/\!/\,\overline{DC}$이므로

$$\overline{AF}:\overline{FC}=\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$$

따라서 △ADF : △FDC=2 : 1이므로

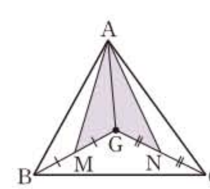
9 : △FDC=2 : 1

2△FDC=9

$$\therefore \triangle FDC=\frac{9}{2}\,(\text{cm}^2)$$

답 ②

16 전략 $\overline{AG}$를 그은 후 높이가 같은 삼각형의 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같음을 이용한다.



풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AG}$를 그으면

$$\triangle AMG=\frac{1}{2}\triangle ABG,$$

$$\triangle AGN=\frac{1}{2}\triangle AGC$$

$\triangle ABG=\triangle AGC=\frac{1}{3}\triangle ABC$이므로

$$\triangle AMG=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\triangle ABC=\frac{1}{6}\triangle ABC,$$

$$\triangle AGN=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\triangle ABC=\frac{1}{6}\triangle ABC$$

일품 BOX

삼각형의 한 중선은 그 삼각형의 넓이를 이등분한다.

정삼각형은 이등변삼각형이므로 정삼각형의 한 꼭짓점에서 그 대변에 내린 수선은 그 대변을 수직이등분한다.

반지름의 길이가 r인 원의 넓이는 πr^2

따라서 구하는 넓이는

$$\triangle AMG+\triangle AGN=\frac{1}{6}\triangle ABC+\frac{1}{6}\triangle ABC$$
$$=\frac{1}{3}\triangle ABC=\frac{1}{3}\times 15$$
$$=5\,(\text{cm}^2)$$

답 5 cm²

17 전략 □MDEF의 넓이를 △ABC의 넓이에 대한 식으로 나타낸다.

풀이 $\overline{BD}:\overline{DC}=1:2$이므로

$$\triangle ADC=\frac{2}{3}\triangle ABC$$

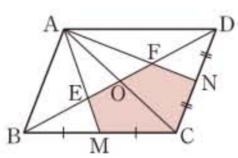
△ADC에서 $\overline{AM}=\overline{MD}$, $\overline{DE}=\overline{EC}$이므로 점 F는 △ADC의 무게중심이다.

$$\therefore\ \square MDEF=\frac{1}{3}\triangle ADC$$
$$=\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\triangle ABC$$
$$=\frac{2}{9}\triangle ABC$$
$$\therefore\ \triangle ABC:\square MDEF=\triangle ABC:\frac{2}{9}\triangle ABC$$
$$=9:2$$

답 ⑤

일품 BOX: $\square MDEF$
$=\triangle MDF+\triangle FDE$
$=\frac{1}{6}\triangle ADC+\frac{1}{6}\triangle ADC$
$=\frac{1}{3}\triangle ADC$

18 전략 대각선 AC를 긋고 △ABC, △ACD의 무게중심을 이용한다.



풀이 오른쪽 그림과 같이 대각선 AC를 그어 $\overline{BD}$와 만나는 점을 O라 하면
$\overline{AO}=\overline{OC}$이므로 두 점 E, F는 각각 △ABC, △ACD의 무게중심이다. ···· ❶

일품 BOX: 평행사변형의 두 대각선은 서로를 이등분한다.

$$\square EMCO=\frac{1}{3}\triangle ABC=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\square ABCD$$
$$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 180=30\,(\text{cm}^2) \quad \cdots\text{❷}$$
$$\square FOCN=\frac{1}{3}\triangle ACD=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\square ABCD$$
$$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 180=30\,(\text{cm}^2) \quad \cdots\text{❸}$$

∴ (오각형 EMCNF의 넓이)
$=\square EMCO+\square FOCN$
$=30+30=60\,(\text{cm}^2)$ ···· ❹

답 60 cm²

채점 기준	비율
❶ 두 점 E, F가 각각 △ABC, △ACD의 무게중심임을 알 수 있다.	20 %
❷ □EMCO의 넓이를 구할 수 있다.	30 %
❸ □FOCN의 넓이를 구할 수 있다.	30 %
❹ 오각형 EMCNF의 넓이를 구할 수 있다.	20 %

19 전략 점 G가 △BCD의 무게중심임을 이용한다.

풀이 $\overline{AO}=\overline{CO}$이고 점 G는 △BCD의 무게중심이므로

일품 BOX: △BCD에서 $\overline{CO}$, $\overline{BF}$는 △BCD의 중선이고 점 G는 $\overline{CO}$, $\overline{BF}$의 교점이므로 점 G는 △BCD의 무게중심이다.

$$\overline{CG}=\frac{2}{3}\overline{CO}=\frac{2}{3}\overline{AO}=\frac{2}{3}\times 6=4\,(\text{cm}) \quad \cdots\text{❶}$$

한편 $\overline{EB}\,/\!/\,\overline{DF}$, $\overline{EB}=\overline{DF}$이므로 □EBFD는 평행사변형이다.

즉 $\overline{BF}=\overline{ED}=15\,(\text{cm})$이므로

$$\overline{GF}=\frac{1}{3}\overline{BF}=\frac{1}{3}\times 15=5\,(\text{cm}) \quad \cdots\text{❷}$$

이때 $\overline{CF}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times 12=6\,(\text{cm})$이므로 ···· ❸

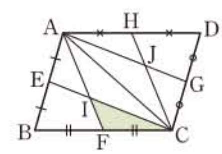
△GCF의 둘레의 길이는

$$\overline{CG}+\overline{CF}+\overline{GF}=4+6+5=15\,(\text{cm}) \quad \cdots\text{❹}$$

답 15 cm

채점 기준	비율
❶ $\overline{CG}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %
❷ $\overline{GF}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %
❸ $\overline{CF}$의 길이를 구할 수 있다.	20 %
❹ △GCF의 둘레의 길이를 구할 수 있다.	20 %

20 전략 $\overline{AC}$를 그은 후 두 점 I, J가 각각 △ABC, △ACD의 무게중심임을 이용한다.

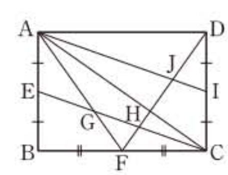


풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면 두 점 I, J가 각각 △ABC, △ACD의 무게중심이므로

$$\triangle AIC=\frac{1}{3}\triangle ABC=\frac{1}{3}\triangle ACD=\triangle AJC$$
$$\therefore\ \triangle IFC=\frac{1}{2}\triangle AIC=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\square AICJ$$
$$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times 12=3\,(\text{cm}^2)$$

답 3 cm²

21 전략 $\overline{AC}$를 그은 후 점 G가 △ABC의 무게중심임을 이용한다.



풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면 점 G는 △ABC의 무게중심이므로

$$\overline{AG}:\overline{GF}=2:1$$

$\overline{CD}$의 중점을 I라 하면

□AECI는 평행사변형이므로 $\overline{AI}\,/\!/\,\overline{EC}$

일품 BOX: $\overline{AE}\,/\!/\,\overline{IC}$, $\overline{AE}=\overline{IC}$이므로 □AECI는 평행사변형이다.

$\overline{DF}$와 $\overline{AI}$의 교점을 J라 하면 △AFJ에서 $\overline{GH}\,/\!/\,\overline{AJ}$이므로

$$\overline{FH}:\overline{HJ}=\overline{FG}:\overline{GA}=1:2 \quad \cdots\cdots ㉠$$

△DHC에서 $\overline{DI}=\overline{IC}$, $\overline{JI}\,/\!/\,\overline{HC}$이므로

$$\overline{DJ}=\overline{JH} \quad \cdots\cdots ㉡$$

㉠, ㉡에 의하여 $\overline{DJ}:\overline{JH}:\overline{HF}=2:2:1$

$$\therefore\ \overline{DH}:\overline{HF}=4:1$$

답 ①

22 전략 삼각형의 합동을 이용하여 $\overline{BE}$의 길이를 구한 후 닮은 두 삼각형을 찾는다.

풀이 $\triangle BCE$와 $\triangle CDF$에서

$\overline{BC}=\overline{CD}$, $\angle BCE=\angle D=90°$, $\overline{CE}=\overline{DF}$

이므로

$\triangle BCE\equiv\triangle CDF$ (SAS 합동)

$\therefore\ \overline{BE}=\overline{CF}=10\,(cm)$

$\triangle BCE$와 $\triangle CGE$에서

$\angle EBC=90°-\angle CEG=\angle ECG$,

$\angle CEG$는 공통

이므로 $\triangle BCE\backsim\triangle CGE$ (AA 닮음)

이때 닮음비는 $\overline{BE}:\overline{CE}=10:6=5:3$이므로 넓이의 비는 $5^2:3^2=25:9$

$\triangle BCE=\frac{1}{2}\times8\times6=24\,(cm^2)$이므로

$\triangle BCE:\triangle CGE=25:9$

$24:\triangle CGE=25:9,\quad 25\triangle CGE=216$

$\therefore\ \triangle CGE=\frac{216}{25}\,(cm^2)$ 답 ③

23 전략 $\triangle ABC$의 넓이를 구한 후 닮은 두 삼각형을 찾아 넓이의 비를 이용한다.

풀이 $\overline{EF}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로

$\triangle BDE=\triangle BDG=\triangle BDF=12\,(cm^2)$ ···➊

또 $\overline{BD}=\overline{CD}$이므로

$\triangle CFD=\triangle BDE=12\,(cm^2)$ ···➋

이때 $\triangle BDG=\frac{1}{6}\triangle ABC$이므로

삼각형의 세 중선은 삼각형의 넓이를 6등분 한다.

$\triangle ABC=6\triangle BDG=6\times12=72\,(cm^2)$

$\triangle ABC$와 $\triangle AEF$에서 $\overline{EF}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로

$\angle ABC=\angle AEF$ (동위각),

$\angle C=\angle AFE$ (동위각)

즉 $\triangle ABC\backsim\triangle AEF$ (AA 닮음)이고, 닮음비가 $3:2$이므로 넓이의 비는

$\triangle ADC$에서 $\overline{GF}\,/\!/\,\overline{DC}$이므로 $\overline{AC}:\overline{AF}=\overline{AD}:\overline{AG}=3:2$

$3^2:2^2=9:4$

$\therefore\ \square BCFE=\frac{9-4}{9}\times\triangle ABC$

$=\frac{5}{9}\times72=40\,(cm^2)$ ···➌

$\therefore\ \triangle DFE=\square BCFE-\triangle BDE-\triangle CFD$

$=40-12-12$

$=16\,(cm^2)$ ···➍

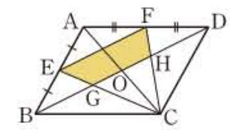
답 $16\ cm^2$

채점 기준	비율
➊ $\triangle BDE$의 넓이를 구할 수 있다.	20 %
➋ $\triangle CFD$의 넓이를 구할 수 있다.	20 %
➌ $\square BCFE$의 넓이를 구할 수 있다.	40 %
➍ $\triangle DFE$의 넓이를 구할 수 있다.	20 %

일품 BOX

24 전략 두 점 G, H가 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$의 무게중심임을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 긋고 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 O라 하자.



두 점 G, H는 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$의 무게중심이므로 $\triangle CHG$와 $\triangle CFE$에서

$\overline{CG}:\overline{CE}=\overline{CH}:\overline{CF}=2:3$,

$\angle GCH$는 공통

$\therefore\ \triangle CHG\backsim\triangle CFE$ (SAS 닮음)

이때 $\triangle CHG$와 $\triangle CFE$의 닮음비는 $2:3$이므로

$\triangle CHG:\triangle CFE=2^2:3^2=4:9$

$\therefore\ \triangle CHG:\square EGHF=4:(9-4)$

$=4:5$ ······ ㉠

한편 $\overline{BG}=\overline{GH}=\overline{HD}$에서 $\overline{GH}=\frac{1}{3}\overline{BD}$이므로

$\overline{BG}=2\overline{GO}$, $\overline{HD}=2\overline{OH}$이므로 $\overline{BO}=3\overline{GO}$, $\overline{DO}=3\overline{OH}$ 이때 $\overline{BO}=\overline{DO}$이므로 $\overline{GO}=\overline{OH}$ $\therefore\ \overline{BG}=\overline{GH}=\overline{HD}$

$\triangle CHG=\frac{1}{3}\triangle BCD$

$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times108=18\,(cm^2)$

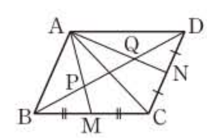
따라서 ㉠에서 $18:\square EGHF=4:5$이므로

$4\square EGHF=90$

$\therefore\ \square EGHF=\frac{45}{2}\,(cm^2)$ 답 ③

만점 비법

평행사변형 ABCD에서 두 점 M, N이 각각 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$의 중점이고, $\overline{AM}$, $\overline{AN}$이 대각선 BD와 만나는 점을 각각 P, Q라 하면



① 점 P는 $\triangle ABC$의 무게중심이고, 점 Q는 $\triangle ACD$의 무게중심이다.

② $\overline{BP}=\overline{PQ}=\overline{QD}=\frac{1}{3}\overline{BD}$

25 전략 닮은 삼각형을 찾아 $\overline{FP}$, $\overline{EI}$, $\overline{PG}$의 길이의 비를 구한다.

풀이 $\overline{DE}\,/\!/\,\overline{AB}$, $\overline{FG}\,/\!/\,\overline{BC}$, $\overline{HI}\,/\!/\,\overline{AC}$이므로

$\triangle ABC$, $\triangle HFP$, $\triangle PEI$, $\triangle DPG$는 모두 닮음이다.

이때 $\triangle HFP$, $\triangle PEI$, $\triangle DPG$의 넓이의 비가 $4:9:16=2^2:3^2:4^2$이므로 닮음비는 $2:3:4$이다.

$\therefore\ \overline{FP}:\overline{EI}:\overline{PG}=2:3:4$

$\overline{FP}=2a$라 하면

$\overline{EI}=3a$, $\overline{PG}=4a$

이때 $\overline{FP}=\overline{BE}$, $\overline{PG}=\overline{IC}$이므로

$\square FBEP$와 $\square PICG$는 평행사변형이므로 대변의 길이가 각각 같다.

$\overline{BC}=2a+3a+4a=9a$

따라서 △PEI와 △ABC의 닮음비는 $3a : 9a = 1 : 3$ 이므로

$$\triangle PEI : \triangle ABC = 1^2 : 3^2 = 1 : 9$$ 답 1 : 9

26 전략 원뿔의 부피와 위쪽 원뿔에 남아 있는 모래의 부피의 비를 이용한다.

풀이 위쪽 원뿔과 모래가 남은 부분의 닮음비가 4 : 1이므로 부피의 비는 $4^3 : 1^3 = 64 : 1$

이때 모래가 내려가는 데 걸리는 시간은 모래의 부피에 정비례하므로 모래가 모두 내려가는 데 걸리는 시간을 x분이라 하면

$$64 : 1 = 24 : x, \quad 64x = 24 \quad \therefore x = \frac{3}{8}$$

따라서 남은 모래가 모두 아래쪽 원뿔로 내려가는 데 $\frac{3}{8}$분이 걸린다. 답 $\frac{3}{8}$분

27 전략 반지름의 길이를 이용하여 두 초콜릿의 닮음비를 구한 후 부피의 비, 겉넓이의 비를 이용한다.

풀이 (1) 반지름의 길이가 각각 1 cm, 5 cm인 초콜릿의 닮음비는 1 : 5이므로 부피의 비는

$1^3 : 5^3 = 1 : 125$ ··· ❶

따라서 반지름의 길이가 1 cm인 초콜릿은 125개 만들 수 있다. ··· ❷

(2) 반지름의 길이가 각각 1 cm, 5 cm인 초콜릿의 겉넓이의 비는 $1^2 : 5^2 = 1 : 25$이므로 반지름의 길이가 1 cm인 초콜릿 125개의 겉넓이의 합과 반지름의 길이가 5 cm인 초콜릿 한 개의 겉넓이의 비는

$(1 \times 125) : (25 \times 1) = 5 : 1$ ··· ❸

따라서 반지름의 길이가 1 cm인 초콜릿 125개의 겉넓이의 합은 반지름의 길이가 5 cm인 초콜릿 한 개의 겉넓이의 5배이다. ··· ❹

답 (1) 125 (2) 5배

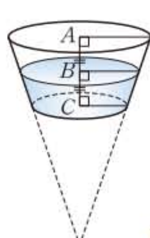
채점 기준	비율
❶ 부피의 비를 구할 수 있다.	30 %
❷ 만들 수 있는 초콜릿의 개수를 구할 수 있다.	20 %
❸ 겉넓이의 비를 구할 수 있다.	30 %
❹ 답을 구할 수 있다.	20 %

일품 BOX

닮음비가 $a : b$인 두 닮은 입체도형에서
① 겉넓이의 비 → $a^2 : b^2$
② 부피의 비 → $a^3 : b^3$

28 전략 원뿔대의 모선을 연장하여 원뿔을 만든다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 원뿔대의 모선을 연장하여 원뿔을 만들고 세 원뿔의 밑면을 각각 A, B, C라 하면 두 원 A와 C의 넓이의 비가 9 : 4이므로 반지름의 길이의 비는 3 : 2이다.



$9 : 4 = 3^2 : 2^2$

이때 두 원 A와 C의 반지름의 길이를 각각 $3a$, $2a$라 하면 원 B의 반지름의 길이는

$$\frac{1}{2}(3a + 2a) = \frac{5}{2}a$$

이므로 세 원 A, B, C의 닮음비는

$$3a : \frac{5}{2}a : 2a = 6 : 5 : 4$$

즉 세 원 A, B, C를 각각 밑면으로 하는 원뿔의 부피의 비는

$$6^3 : 5^3 : 4^3 = 216 : 125 : 64$$

$\therefore$ (물의 부피) : (그릇의 부피)

$= (125 - 64) : (216 - 64)$

$= 61 : 152$

답 ④

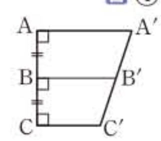
참고 오른쪽 그림에서

$\angle A = \angle B'BC = \angle C = 90°$

이므로

$\overline{AA'} \,/\!/\, \overline{BB'} \,/\!/\, \overline{CC'}$

$\therefore \overline{A'B'} = \overline{B'C'}$

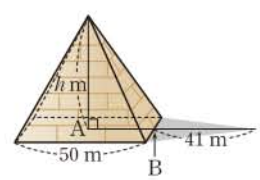


따라서 사다리꼴에서 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의하여

$$\overline{BB'} = \frac{1}{2}(\overline{AA'} + \overline{CC'})$$

29 전략 닮은 두 도형의 대응변의 길이의 비는 일정함을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 피라미드의 높이를 h m라 하면



$\overline{AB} = \frac{1}{2} \times 50$

$= 25\,(\mathrm{m})$

이므로

$h : 3 = (25 + 41) : 4.5$

$4.5h = 198$

$\therefore h = 44$

따라서 피라미드의 높이는 44 m이다. 답 ②

30 전략 $(\text{실제 거리}) = \dfrac{(\text{축도에서의 길이})}{(\text{축척})}$임을 이용하여 음식점에서 영화관까지의 실제 거리를 구한다.

풀이 음식점에서 영화관까지의 실제 거리는

$5 \div \frac{1}{30000} = 5 \times 30000$

$= 150000\,(\mathrm{cm})$

$= 1.5\,(\mathrm{km})$

따라서 음식점에서 영화관까지 시속 18 km로 갈 때 걸리는 시간은

$\frac{1.5}{18} = \frac{1}{12}$ (시간) $= 5$ (분) 답 ②

$(\text{시간}) = \dfrac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$

$\frac{1}{12}$(시간)
$= \frac{1}{12} \times 60$(분)
$= 5$(분)

최상위로 가는 최고 수준 문제

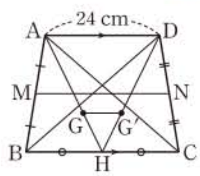
본책 71쪽

01 전략 $\overline{AG}$와 $\overline{DG'}$의 연장선을 그어 교점 H를 잡고 △AHD에서 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용한다.

풀이 $\overline{MN}=\frac{1}{2}(\overline{AD}+\overline{BC})$이므로

$28=\frac{1}{2}(\overline{AD}+32)$, $\quad \overline{AD}+32=56$

$\therefore \overline{AD}=24\,(\text{cm})$ ···· ❶



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AG}$와 $\overline{DG'}$의 연장선을 그어 교점을 H라 하면 점 H는 $\overline{BC}$의 중점이다.

△AHD에서

$\overline{AG}:\overline{GH}=\overline{DG'}:\overline{G'H}$

$=2:1$

이므로

$\overline{GG'}\,/\!/\,\overline{AD}$ ···· ❷

따라서 $\overline{GG'}:\overline{AD}=\overline{HG}:\overline{HA}=1:3$이므로

$\overline{GG'}:24=1:3$, $\quad 3\overline{GG'}=24$

$\therefore \overline{GG'}=8\,(\text{cm})$ ···· ❸

답 8 cm

채점 기준	비율
❶ $\overline{AD}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %
❷ $\overline{GG'}\,/\!/\,\overline{AD}$임을 알 수 있다.	40 %
❸ $\overline{GG'}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %

02 전략 $\overline{AD}$와 $\overline{BE}$가 중선이므로 점 G는 △ABC의 무게중심이다.

풀이 $\overline{GE}=a$ cm라 하면 $\overline{BE}:\overline{GE}=3:1$이므로

$\overline{BE}=3a\,(\text{cm})$

$\overline{HE}=\overline{BH}=\frac{1}{2}\overline{BE}=\frac{3}{2}a\,(\text{cm})$이므로

$\overline{HG}=\overline{HE}-\overline{GE}=\frac{3}{2}a-a=\frac{1}{2}a\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{HG}:\overline{GE}=\frac{1}{2}a:a=1:2$ ······ ㉠

같은 방법으로 하면

$\overline{FG}:\overline{GD}=1:2$ ······ ㉡

$\triangle BDG:\triangle GDE=\overline{BG}:\overline{GE}=2:1$이므로

$\triangle GDE=\frac{1}{2}\triangle BDG=\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}\triangle ABC$

$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}\times144$

$=12\,(\text{cm}^2)$

㉠, ㉡에 의하여

$\triangle HDG=\triangle FGE=\frac{1}{2}\triangle GDE$

$=\frac{1}{2}\times12=6\,(\text{cm}^2)$

일품 BOX

㉠에서

$\triangle HDG=\frac{1}{2}\triangle GDE$

㉡에서

$\triangle FGE=\frac{1}{2}\triangle GDE$

또 $\triangle FHG=\frac{1}{2}\triangle FGE=\frac{1}{2}\times6=3\,(\text{cm}^2)$이므로

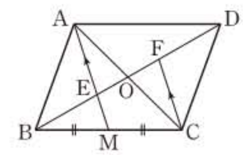
$\square DEFH=\triangle GDE+\triangle FGE+\triangle HDG$

$+\triangle FHG$

$=12+6+6+3=27\,(\text{cm}^2)$

답 ③

03 전략 $\overline{AC}$를 그은 후 점 E가 △ABC의 무게중심임을 이용한다.



풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그어 $\overline{BD}$와 만나는 점을 O라 하면 △ABC에서

$\overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BM}=\overline{MC}$이므로 점 E는 △ABC의 무게중심이다.

$\therefore \triangle BME=\frac{1}{6}\triangle ABC$

$=\frac{1}{6}\times\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{12}\square ABCD$

△BCF에서 $\overline{BM}=\overline{MC}$, $\overline{ME}\,/\!/\,\overline{CF}$이므로

$\overline{BE}=\overline{EF}$

$\therefore \overline{BE}=\frac{1}{3}\overline{BD}$

$\overline{BE}=\overline{EF}$에서

$2\overline{EO}=\overline{EO}+\overline{FO}$

$\therefore \overline{EO}=\overline{FO}$

$\overline{BO}=\overline{DO}$이므로

$\overline{BE}=\overline{BO}-\overline{EO}$

$=\overline{DO}-\overline{FO}$

$=\overline{FD}$

$\therefore \overline{BE}=\overline{EF}=\overline{FD}$

따라서 $\overline{BF}:\overline{FD}=2:1$이므로

$\triangle FCD=\frac{1}{3}\triangle BCD$

$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{6}\square ABCD$

$\therefore \triangle FCD:\triangle BME$

$=\frac{1}{6}\square ABCD:\frac{1}{12}\square ABCD$

$=2:1$

답 2 : 1

04 전략 $\triangle EGF=\square ABFE-\square ABGE-\triangle BFG$임을 이용한다.

풀이 두 점 E, G가 각각 $\overline{AD}$, $\overline{BD}$의 중점이므로

△DEG∽△DAB (SAS 닮음)이고 닮음비는 1 : 2이다.

△DEG와 △DAB에서

$\overline{DE}:\overline{DA}=\overline{DG}:\overline{DB}$

$=1:2$,

∠EDG는 공통

∴ △DEG∽△DAB

즉 넓이의 비는 $1^2:2^2=1:4$이므로

$\square ABGE=\triangle ABD-\frac{1}{4}\triangle ABD$

$=\frac{3}{4}\triangle ABD$

$=\frac{3}{4}\times\left(\frac{1}{2}\times12\times8\right)$

$=36\,(\text{cm}^2)$ ···· ❶

두 점 G, F가 각각 $\overline{BD}$, $\overline{BC}$의 중점이므로

△BFG∽△BCD (SAS 닮음)이고 닮음비는 1 : 2이다.

일품 BOX

즉 넓이의 비는 $1^2 : 2^2 = 1 : 4$이므로

$$\triangle BFG = \frac{1}{4}\triangle BCD$$
$$= \frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{2} \times 18 \times 8\right)$$
$$= 18\,(\text{cm}^2) \quad \cdots ❷$$

$\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AD} = \frac{1}{2} \times 12 = 6\,(\text{cm})$,

$\overline{BF} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 18 = 9\,(\text{cm})$이므로

$$\square ABFE = \frac{1}{2} \times (6+9) \times 8$$
$$= 60\,(\text{cm}^2) \quad \cdots ❸$$
$$\therefore \triangle EGF = \square ABFE - \square ABGE - \triangle BFG$$
$$= 60 - 36 - 18 = 6\,(\text{cm}^2) \quad \cdots ❹$$

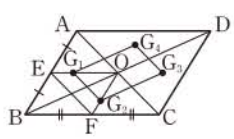
답 $6\,\text{cm}^2$

채점 기준	비율
❶ □ABGE의 넓이를 구할 수 있다.	30 %
❷ △BFG의 넓이를 구할 수 있다.	30 %
❸ □ABFE의 넓이를 구할 수 있다.	20 %
❹ △EGF의 넓이를 구할 수 있다.	20 %

05

전략 $\overline{OG_1}$, $\overline{OG_2}$의 연장선이 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 E, F라 하고 $\triangle OG_1G_2$와 $\triangle OEF$의 닮음비를 구한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OG_1}$, $\overline{OG_2}$의 연장선이 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 E, F라 하자.



$\triangle OG_1G_2$와 $\triangle OEF$에서

$\overline{OG_1} : \overline{OE} = \overline{OG_2} : \overline{OF} = 2 : 3$,

$\angle G_1OG_2$는 공통

이므로 $\triangle OG_1G_2 \backsim \triangle OEF$ (SAS 닮음)이고 닮음비는 $2 : 3$이다.

즉 넓이의 비는 $2^2 : 3^2 = 4 : 9$이므로

$$\triangle OG_1G_2 = \frac{4}{9}\triangle OEF$$

이때 $\square OEBF$는 평행사변형이므로

> $\triangle ABC$에서 세 점 E, F, O가 각각 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$의 중점이므로
> $\overline{EO} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \overline{BF}$,
> $\overline{OF} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \overline{EB}$
> 따라서 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 $\square OEBF$는 평행사변형이다.

$$\triangle OEF = \triangle BFE$$
$$\therefore \square OEBF : \triangle OG_1G_2$$
$$= 2\triangle OEF : \frac{4}{9}\triangle OEF$$
$$= 9 : 2$$

이때 $\square G_1G_2G_3G_4$는 평행사변형이므로

> $\overline{G_1G_2} /\!/ \overline{G_3G_4} /\!/ \overline{AC}$,
> $\overline{G_1G_4} /\!/ \overline{G_2G_3} /\!/ \overline{BD}$
> 이므로 $\square G_1G_2G_3G_4$는 평행사변형이다.

$\square G_1G_2G_3G_4 = 4\triangle OG_1G_2$이고, $\square ABCD = 4\square OEBF$이므로

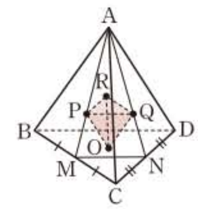
$$\square ABCD : \square G_1G_2G_3G_4$$
$$= 4\square OEBF : 4\triangle OG_1G_2$$
$$= 9 : 2$$

답 $9 : 2$

06

전략 정사면체의 각 면은 모두 합동임을 이용하여 사면체 OPQR가 정사면체임을 보인다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$의 중점을 각각 M, N이라 하면



$\triangle CBD$에서

$$\overline{MN} = \frac{1}{2}\overline{BD}$$

이고, 두 점 P, Q는 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$의 무게중심이므로

$$\overline{AP} : \overline{AM} = \overline{AQ} : \overline{AN}$$
$$= 2 : 3$$
$$\therefore \overline{PQ} : \overline{MN} = 2 : 3$$
$$\therefore \overline{PQ} = \frac{2}{3}\overline{MN}$$
$$= \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}\overline{BD} = \frac{1}{3}\overline{BD}$$

같은 방법으로 하면

$$\overline{RQ} = \frac{1}{3}\overline{BC},\ \overline{PR} = \frac{1}{3}\overline{CD}$$

이므로 $\triangle PQR \backsim \triangle DBC$ (SSS 닮음)이고, 닮음비는

$$\overline{PQ} : \overline{DB} = \frac{1}{3}\overline{BD} : \overline{BD} = 1 : 3$$

마찬가지로 $\triangle OPQ \backsim \triangle ADB$, $\triangle OQR \backsim \triangle ABC$, $\triangle ORP \backsim \triangle ACD$이고, 닮음비는 모두 $1 : 3$이다.

이때 네 삼각형 DBC, ADB, ABC, ACD는 합동인 정삼각형이므로 사면체 OPQR는 정사면체이다.

> 면의 개수가 같은 두 정다면체는 항상 닮음이다.

따라서 두 정사면체 OPQR와 ABCD는 닮음이고 닮음비는 $1 : 3$이므로 부피의 비는

$$1^3 : 3^3 = 1 : 27$$
$$\therefore (\text{사면체 OPQR의 부피})$$
$$= \frac{1}{27} \times (\text{사면체 ABCD의 부피})$$
$$= \frac{1}{27} \times 81$$
$$= 3\,(\text{cm}^3)$$

답 $3\,\text{cm}^3$

학교 시험 실전 TEST Level 1

본책 72~75쪽

01 전략 한 도형을 일정한 비율로 확대 또는 축소했을 때 다른 도형과 합동이 되는 것을 찾는다.

풀이 ② 변의 개수가 같은 두 정다각형은 항상 닮음이다.

답 ②, ⑤

참고 ① 두 이등변삼각형은 꼭지각의 크기가 같을 때 닮음이다.

02 전략 평면도형과 입체도형에서 닮음의 성질을 생각해 본다.

풀이 ③ 닮은 두 평면도형은 항상 합동인 것은 아니므로 넓이가 항상 같은 것은 아니다.

답 ③

03 전략 닮은 두 입체도형에서 대응하는 면은 닮은 도형이다.

풀이 주어진 원뿔을 평면으로 잘라서 생긴 원뿔과 처음 원뿔은 닮음이고, 닮음비는

$8:(8+4)=2:3$

이므로 새로 생긴 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$r:5=2:3,\quad 3r=10$

$\therefore r=\dfrac{10}{3}$

따라서 구하는 넓이는

$\pi\times\left(\dfrac{10}{3}\right)^2=\dfrac{100}{9}\pi\,(\text{cm}^2)$

답 ②

04 전략 두 쌍의 대응각의 크기가 각각 같으면 두 삼각형은 닮음이다.

풀이 $\triangle ABC$와 $\triangle EBD$에서

$\angle A=\angle DEB$, $\angle B$는 공통

이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle EBD$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AB}:\overline{EB}=\overline{BC}:\overline{BD}$이므로

$(x+9):6=15:9$

$9(x+9)=90,\quad x+9=10$

$\therefore x=1$

또 $\overline{AC}:\overline{ED}=\overline{BC}:\overline{BD}$이므로

$10:y=15:9,\quad 15y=90$

$\therefore y=6$

$\therefore x+y=7$

답 ③

05 전략 평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때 엇각의 크기가 같음을 이용하여 닮은 두 삼각형을 찾는다.

풀이 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\triangle AFE$와 $\triangle CFB$에서

$\angle EAF=\angle BCF$ (엇각),

$\angle AEF=\angle CBF$ (엇각)

이므로 $\triangle AFE \backsim \triangle CFB$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{EF}:\overline{BF}=\overline{AE}:\overline{CB}=8:20=2:5$이므로

$\overline{EF}=\dfrac{2}{7}\overline{BE}=\dfrac{2}{7}\times16=\dfrac{32}{7}\,(\text{cm})$

답 ③

06 전략 닮은 두 삼각형을 찾아 대응변의 길이의 비가 같음을 이용한다.

풀이 $\triangle BGF$와 $\triangle BCD$에서

$\angle BGF=\angle C=90°$, $\angle GBF$는 공통

이므로 $\triangle BGF \backsim \triangle BCD$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{BF}:\overline{BD}=\overline{BG}:\overline{BC}$이므로

$\overline{BF}:(12+12)=12:18$

$18\overline{BF}=288\qquad \therefore \overline{BF}=16\,(\text{cm})$

답 ④

07 전략 평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때 엇각의 크기가 같음을 이용하여 $\triangle BCE$가 어떤 삼각형인지 조사한다.

풀이 $\overline{DE}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle DEB=\angle CBE$ (엇각)

$\therefore \angle BEC=\angle CBE$

즉 $\triangle BCE$는 이등변삼각형이므로

$\overline{CE}=\overline{BC}=10\,(\text{cm})$

또 $\triangle ABC$에서 $\overline{DE}/\!/\overline{BC}$이므로

$\overline{AE}:\overline{AC}=\overline{DE}:\overline{BC}$

$\overline{AE}:(\overline{AE}+10)=3:10$

$10\overline{AE}=3\overline{AE}+30,\quad 7\overline{AE}=30$

$\therefore \overline{AE}=\dfrac{30}{7}\,(\text{cm})$

답 ③

08 전략 $\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{AC}:\overline{AE}=\overline{BC}:\overline{DE}$이면 $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$이다.

풀이 $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$이려면 $\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{BC}:\overline{DE}$이어야 하므로

$x:6=15:8,\quad 8x=90$

$\therefore x=\dfrac{45}{4}$

또 $\overline{AC}:\overline{AE}=\overline{BC}:\overline{DE}$이어야 하므로

$12:y=15:8,\quad 15y=96$

$\therefore y=\dfrac{32}{5}$

$\therefore xy=\dfrac{45}{4}\times\dfrac{32}{5}=72$

답 ③

다른풀이 $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$이려면 $\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{AC}:\overline{AE}$이어야 하므로

$x:6=12:y\qquad \therefore xy=72$

일품 BOX

항상 닮음인 평면도형
① 두 원
② 두 직각이등변삼각형
③ 변의 개수가 같은 두 정다각형
④ 중심각의 크기가 같은 두 부채꼴

닮은 두 평면도형의 닮음비가 $m:n$일 때, 넓이의 비는 $m^2:n^2$

두 원뿔의 밑면은 서로 닮음이고, 닮음비가 2 : 3이다.

두 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

일품 BOX

09 전략 닮은 두 삼각형을 찾아 $\overline{AB}$와 $\overline{EB}$의 길이를 먼저 구한다.

풀이 $\triangle AEB$와 $\triangle CEA$에서

$\angle BAE=\angle C$,

$\angle E$는 공통

이므로 $\triangle AEB \backsim \triangle CEA$ (AA 닮음)

$\overline{AE}:\overline{CE}=\overline{AB}:\overline{CA}$이므로

$12:18=\overline{AB}:15$, $18\overline{AB}=180$

$\therefore \overline{AB}=10\,(\text{cm})$

또 $\overline{AE}:\overline{CE}=\overline{EB}:\overline{EA}$이므로

$12:18=\overline{EB}:12$, $18\overline{EB}=144$

$\therefore \overline{EB}=8\,(\text{cm})$

따라서 $\overline{BC}=\overline{EC}-\overline{EB}=18-8=10\,(\text{cm})$이고,

$\triangle ABC$에서 $\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선이므로

$10:15=\overline{BD}:(10-\overline{BD})$

$100-10\overline{BD}=15\overline{BD}$, $25\overline{BD}=100$

$\therefore \overline{BD}=4\,(\text{cm})$

답 ③

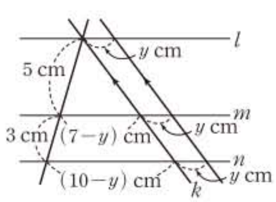
$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$

10 전략 주어진 직선에 평행한 보조선을 그어 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용한다.

풀이 $l /\!/ m /\!/ n$이므로 $5:3=6:x$

$5x=18$ $\therefore x=\frac{18}{5}$

오른쪽 그림과 같이 평행선 k를 그으면



$5:(5+3)$

$=(7-y):(10-y)$

$5(10-y)=8(7-y)$

$50-5y=56-8y$, $3y=6$

$\therefore y=2$

$\therefore x-y=\frac{8}{5}$

답 ④

11 전략 $\triangle ABD$, $\triangle ABC$, $\triangle BCO$의 변 또는 그 연장선에서 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용한다.

풀이 ① $\triangle ABD$에서 $\overline{EP} /\!/ \overline{AD}$이므로

$\overline{BE}:\overline{BA}=\overline{EP}:\overline{AD}$

$2:7=\overline{EP}:7$ $\therefore \overline{EP}=2\,(\text{cm})$

② $\triangle ABC$에서 $\overline{EQ} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\overline{AE}:\overline{AB}=\overline{EQ}:\overline{BC}$

$5:7=\overline{EQ}:21$, $7\overline{EQ}=105$

$\therefore \overline{EQ}=15\,(\text{cm})$

③ $\overline{PQ}=\overline{EQ}-\overline{EP}=15-2=13\,(\text{cm})$

④ $\triangle AOD$와 $\triangle COB$에서 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\overline{AO}:\overline{OC}=\overline{AD}:\overline{BC}=7:21=1:3$

⑤ $\overline{AD} /\!/ \overline{EF} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\overline{DF}:\overline{DC}=\overline{AE}:\overline{AB}=5:7$

답 ③

12 전략 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용한다.

풀이 $\overline{AD}=\overline{DB}$, $\overline{DF} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\overline{AF}=\overline{FC}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 10=5\,(\text{cm})$

또 $\overline{BD}=\overline{DA}$, $\overline{DE} /\!/ \overline{AC}$이므로

$\overline{BE}=\overline{EC}=6\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{AF}+\overline{BE}=5+6=11\,(\text{cm})$

답 ③

13 전략 삼각형의 한 중선은 그 삼각형의 넓이를 이등분한다.

풀이 $\overline{AD}=\overline{DE}=\overline{EM}$이므로

$\overline{AE}:\overline{AM}=2:3$

즉 $\triangle AEC:\triangle AMC=2:3$이므로

$6:\triangle AMC=2:3$, $2\triangle AMC=18$

$\therefore \triangle AMC=9\,(\text{cm}^2)$

$\overline{AM}$은 $\triangle ABC$의 중선이므로

$\triangle ABC=2\triangle AMC$

$=2\times 9=18\,(\text{cm}^2)$

답 ③

높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같다.

$\triangle ABC$에서 $\overline{AM}$이 중선일 때,
$\triangle ABM$
$=\triangle AMC$
$=\frac{1}{2}\triangle ABC$

14 전략 닮은 삼각형을 찾아 닮음비를 구한다.

풀이 $\triangle ADE \backsim \triangle AFG \backsim \triangle ABC$ (SAS 닮음)이고

닮음비는 $1:2:3$이므로 넓이의 비는

$1^2:2^2:3^2=1:4:9$

즉 $\triangle AFG=4\triangle ADE$, $\triangle ABC=9\triangle ADE$이므로

$\square DFGE=\triangle AFG-\triangle ADE$

$=4\triangle ADE-\triangle ADE$

$=3\triangle ADE$

$\square FBCG=\triangle ABC-\triangle AFG$

$=9\triangle ADE-4\triangle ADE$

$=5\triangle ADE$

$\therefore \square DFGE:\square FBCG=3\triangle ADE:5\triangle ADE$

$=3:5$

답 ④

$\overline{AD}:\overline{AF}:\overline{AB}$
$=1:2:3$

15 전략 $\triangle ABD \backsim \triangle HBA \backsim \triangle HAD$임을 이용한다.

풀이 $\overline{AD}=\overline{BC}=10\,(\text{cm})$이고 직각삼각형 ABD에서

$\overline{AD}^2=\overline{DH}\times\overline{DB}$이므로

$10^2=8(8+x)$, $8+x=\frac{25}{2}$

$\therefore x=\frac{9}{2}$

Ⅱ 도형의 닮음

또 $\overline{AH}^2=\overline{BH}\times\overline{DH}$이므로

$y^2=\frac{9}{2}\times 8=36 \qquad \therefore y=6$

$\therefore x+y=\frac{21}{2}$ 답 $\frac{21}{2}$

16 전략 닮은 두 삼각형을 찾아 대응변의 길이의 비를 구한다.

풀이 $\overline{ME}=\overline{CE}$이므로

$\overline{DE}:\overline{EC}=\overline{DE}:\overline{EM}$ …… ㉠ ⋯❶

$\triangle ABM$과 $\triangle DME$에서

$\angle A=\angle D=90°$,

$\angle ABM=90°-\angle AMB$

$=\angle DME$

이므로 $\triangle ABM \backsim \triangle DME$ (AA 닮음) ⋯❷

$\therefore \overline{DE}:\overline{EM}=\overline{AM}:\overline{MB}=\overline{AM}:\overline{CB}$

$=1:2$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\overline{DE}:\overline{EC}=1:2$ ⋯❸

답 $1:2$

채점 기준	배점
❶ $\overline{DE}:\overline{EC}=\overline{DE}:\overline{EM}$임을 알 수 있다.	1점
❷ $\triangle ABM \backsim \triangle DME$임을 알 수 있다.	2점
❸ $\overline{DE}:\overline{EC}$를 가장 간단한 자연수의 비로 나타낼 수 있다.	2점

17 전략 $\triangle ABD$, $\triangle DBC$에서 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용한다.

풀이 $\triangle ABD$에서 $\overline{AD}/\!/\overline{EG}$이므로

$\overline{AD}:\overline{EG}=\overline{AB}:\overline{EB}$

$x:1.5=8:3, \qquad 3x=12$

$\therefore x=4$ ⋯❶

$\triangle DBC$에서 $\overline{GF}/\!/\overline{BC}$이므로

$\overline{BC}:\overline{GF}=\overline{DB}:\overline{DG}$

$12:y=8:5, \qquad 8y=60$

$\therefore y=\frac{15}{2}$ ⋯❷

$\therefore xy=30$ ⋯❸

답 30

채점 기준	배점
❶ x의 값을 구할 수 있다.	2점
❷ y의 값을 구할 수 있다.	2점
❸ xy의 값을 구할 수 있다.	1점

18 전략 삼각형의 세 중선에 의하여 삼각형의 넓이는 6등분된다.

풀이 $\triangle EGF \backsim \triangle AGD$ (AA 닮음)이므로

$\overline{GF}:\overline{GD}=\overline{EG}:\overline{AG}=1:2$

$\therefore \overline{GD}=2\overline{GF}$

일품 BOX

$\triangle BEG$와 $\triangle EGF$는 높이가 같으므로
$\triangle BEG:\triangle EGF$
$=\overline{BG}:\overline{GF}$

축척이 $\frac{1}{n}$인 지도에서의 두 지점 사이의 거리가 a일 때, 두 지점 사이의 실제 거리는
$a\div\frac{1}{n}=a\times n$

$\overline{AE}:\overline{EB}=5:3$이고 $\overline{AB}=\overline{AE}+\overline{EB}$이므로
$\overline{AB}:\overline{EB}=8:3$

$\triangle ABD$에서
$\overline{DB}:\overline{DG}$
$=\overline{AB}:\overline{AE}$
$=8:5$

$\triangle EGF$와 $\triangle AGD$에서
$\angle FEG=\angle DAG$ (엇각),
$\angle GFE=\angle GDA$ (엇각)
$\therefore \triangle EGF \backsim \triangle AGD$

점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이다.

또 $\overline{BG}:\overline{GD}=2:1$이므로

$\overline{BG}=2\overline{GD}=2\times 2\overline{GF}=4\overline{GF}$

$\therefore \triangle BEG=4\triangle EGF=4\times 4=16\,(cm^2)$

$\therefore \triangle ABC=6\triangle BEG=6\times 16=96\,(cm^2)$

답 $96\ cm^2$

다른풀이 $\triangle EGF$와 $\triangle AGD$의 넓이의 비는

$1^2:2^2=1:4$이므로

$4:\triangle AGD=1:4 \qquad \therefore \triangle AGD=16\,(cm^2)$

$\therefore \triangle ABC=6\triangle AGD=6\times 16=96\,(cm^2)$

19 전략 닮은 두 입체도형의 닮음비가 $m:n$이면 두 도형의 겉넓이의 비는 $m^2:n^2$이다.

풀이 두 정사면체 ABCD와 AEFG의 닮음비는

$1:\frac{2}{3}=3:2$

이므로 겉넓이의 비는 $3^2:2^2=9:4$

정사면체 AEFG의 겉넓이를 $S\ cm^2$라 하면

$81:S=9:4, \qquad 9S=324$

$\therefore S=36$

따라서 구하는 겉넓이는 $36\ cm^2$이다. 답 $36\ cm^2$

20 전략 (실제 거리) $=\frac{(\text{축도에서의 길이})}{(\text{축척})}$임을 이용한다.

풀이 두 지점 A, B 사이의 실제 거리는

$20\div\frac{1}{50000}=20\times 50000=1000000\,(cm)$

$=10\,(km)$ ⋯❶

따라서 $\frac{10}{4}=2.5$이므로 지민이가 걸은 속력은 시속 2.5 km이다.

$\therefore a=2.5$ ⋯❷

답 2.5

채점 기준	배점
❶ 두 지점 A, B 사이의 실제 거리를 구할 수 있다.	3점
❷ a의 값을 구할 수 있다.	2점

학교 시험 실전 TEST Level 2

본책 76~79쪽

01 전략 닮음비 ◎ 닮은 두 도형에서 대응변의 길이의 비

풀이 $\triangle ABO$와 $\triangle CDO$의 닮음비가 $3:5$이므로

$\overline{OB}:\overline{OD}=3:5$, 즉 $6:\overline{OD}=3:5$

$3\overline{OD}=30 \qquad \therefore \overline{OD}=10$

또 $\overline{AB}:\overline{CD}=3:5$, 즉 $9:\overline{CD}=3:5$이므로

$3\overline{CD}=45 \qquad \therefore \overline{CD}=15$

$\therefore C(-10,\ 15)$ 답 ⑤

02 전략 □ABCD와 □BCFE가 닮음임을 이용하여 먼저 □BCFE의 나머지 변의 길이를 구한다.

풀이 □ABCD∽□BCFE이므로

$\overline{BC} : \overline{CF} = \overline{AB} : \overline{BC}$

$6 : \overline{CF} = 8 : 6$, $\quad 8\,\overline{CF} = 36$

$\therefore \overline{CF} = \frac{9}{2}\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{AE} = \overline{DF} = \overline{DC} - \overline{CF} = 8 - \frac{9}{2} = \frac{7}{2}\,(\text{cm})$

□ABCD∽□AEHG이므로

$\overline{AD} : \overline{AG} = \overline{AB} : \overline{AE}$

$6 : \overline{AG} = 8 : \frac{7}{2}$, $\quad 8\,\overline{AG} = 21$

$\therefore \overline{AG} = \frac{21}{8}\,(\text{cm})$ 답 ②

03 전략 △ABC∽△DBP임을 이용한다.

풀이 △ABC와 △DBP에서

$\angle ABC = \angle DBP = 90°$,

$\angle A = \angle D$

이므로 △ABC∽△DBP (AA 닮음)

따라서 $\overline{AB} : \overline{DB} = \overline{BC} : \overline{BP}$이므로

$\overline{AB} : 15 = 15 : 10$

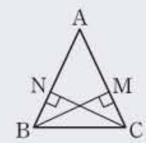
$10\,\overline{AB} = 225 \quad \therefore \overline{AB} = \frac{45}{2}\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{AP} = \overline{AB} - \overline{BP}$

$= \frac{45}{2} - 10 = \frac{25}{2}\,(\text{cm})$ 답 ②

일품 BOX

△ABC에서
$\angle A + \angle C = 90°$
△DCE에서
$\angle D + \angle C = 90°$
$\therefore \angle A = \angle D$



△BCN과 △CBM에서
$\angle BNC = \angle CMB = 90°$,
$\overline{BC}$는 공통,
$\angle CBN = \angle BCM$
$\therefore \triangle BCN \equiv \triangle CBM$
$\therefore \overline{CN} = \overline{BM}$

04 전략 두 직각삼각형에서 한 예각의 크기가 같으면 두 직각삼각형은 닮음임을 이용한다.

풀이 △ABC와 △EBD에서

$\angle A = \angle BED = 90°$, ∠B는 공통

이므로 △ABC∽△EBD (AA 닮음)

따라서 $\overline{AB} : \overline{EB} = \overline{BC} : \overline{BD}$이므로

$20 : 12 = 24 : \overline{BD}$, $\quad 20\,\overline{BD} = 288$

$\therefore \overline{BD} = \frac{72}{5}\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{AD} = \overline{AB} - \overline{BD}$

$= 20 - \frac{72}{5} = \frac{28}{5}\,(\text{cm})$ 답 ②

$\overline{EB} = \overline{EC} = \frac{1}{2}\overline{BC}$
$= \frac{1}{2} \times 24$
$= 12\,(\text{cm})$

05 전략 두 사각형 DBGE와 DFCE가 평행사변형임을 이용한다.

풀이 △ABC에서 $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{DE} : \overline{BC}$

$3 : (3+4) = \overline{DE} : 28$, $\quad 7\,\overline{DE} = 84$

$\therefore \overline{DE} = 12\,(\text{cm})$

□DBGE는 평행사변형이므로

$\overline{BG} = \overline{DE} = 12\,(\text{cm})$

또 □DFCE도 평행사변형이므로

$\overline{FC} = \overline{DE} = 12\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{GF} = \overline{BC} - \overline{BG} - \overline{FC}$

$= 28 - 12 - 12 = 4\,(\text{cm})$ 답 ②

06 전략 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용하여 □BCEF의 넓이를 □BCGD의 넓이로 나타낸다.

풀이 $\overline{FB} /\!/ \overline{AE}$이므로

$\overline{AD} : \overline{BD} = \overline{AE} : \overline{BF}$

$3 : \overline{BD} = 2 : \overline{BF}$, $\quad 3\,\overline{BF} = 2\,\overline{BD}$

$\therefore \overline{BF} = \frac{2}{3}\overline{BD}$

또 $\overline{AD} /\!/ \overline{GC}$이므로

$\overline{AD} : \overline{CG} = \overline{AE} : \overline{CE}$

$3 : \overline{CG} = 2 : \overline{CE}$, $\quad 3\,\overline{CE} = 2\,\overline{CG}$

$\therefore \overline{CE} = \frac{2}{3}\overline{CG}$

이때 △ABC가 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형이므로 점 B에서 $\overline{AC}$까지의 거리와 점 C에서 $\overline{AB}$까지의 거리가 같다.

따라서 두 사다리꼴 BCEF와 BCGD의 높이가 같으므로 이 사다리꼴의 높이를 h cm라 하면

$\square BCEF = \frac{1}{2} \times (\overline{BF} + \overline{CE}) \times h$

$= \frac{1}{2} \times \left(\frac{2}{3}\overline{BD} + \frac{2}{3}\overline{CG}\right) \times h$

$= \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times (\overline{BD} + \overline{CG}) \times h$

$= \frac{2}{3}\square BCGD$

$= \frac{2}{3} \times 51 = 34\,(\text{cm}^2)$ 답 ⑤

07 전략 삼각형의 내각의 이등분선의 성질을 이용하여 $\overline{BD}$의 길이를 구한다.

풀이 △ABC에서 $\overline{AD}$가 ∠A의 이등분선이므로

$5 : 11 = \overline{BD} : (8 - \overline{BD})$

$40 - 5\,\overline{BD} = 11\,\overline{BD}$, $\quad 16\,\overline{BD} = 40$

$\therefore \overline{BD} = \frac{5}{2}\,(\text{cm})$

△ADC에서

$\angle ADB = \angle C + \angle CAD$

$= \angle ADE + \angle BDE$

삼각형에서 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

이고, $\angle ADE = \angle C$이므로

$\angle BDE = \angle CAD$

즉 △BDE와 △BAD에서

∠B는 공통, $\angle BDE = \angle CAD = \angle BAD$

이므로 △BDE∽△BAD (AA 닮음)

따라서 $\overline{BD}:\overline{BA}=\overline{BE}:\overline{BD}$이므로

$\frac{5}{2}:5=\overline{BE}:\frac{5}{2}$, $5\overline{BE}=\frac{25}{4}$

$\therefore \overline{BE}=\frac{5}{4}\,(\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{AE}=\overline{AB}-\overline{BE}=5-\frac{5}{4}=\frac{15}{4}\,(\mathrm{cm})$

답 ①

08 전략 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용한다.

풀이 $\triangle OAD$와 $\triangle OCB$에서 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\overline{AO}:\overline{CO}=\overline{AD}:\overline{BC}=12:20=3:5$

$\triangle ABC$에서 $\overline{EO}/\!/\overline{BC}$이므로

$\overline{EO}:\overline{BC}=\overline{AO}:\overline{AC}$

$\overline{EO}:20=3:8$, $8\overline{EO}=60$

$\therefore \overline{EO}=\frac{15}{2}\,(\mathrm{cm})$

답 ④

09 전략 $\triangle ABD$, $\triangle ACD$, $\triangle ABC$, $\triangle BCD$에서 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용한다.

풀이 $\triangle ABD$에서 $\overline{BP}=\overline{PA}$, $\overline{BS}=\overline{SD}$이므로

$\overline{AD}=2\overline{PS}=2\times7=14\,(\mathrm{cm})$

$\triangle ACD$에서 $\overline{CQ}=\overline{QD}$, $\overline{CR}=\overline{RA}$이므로

$\overline{RQ}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times14=7\,(\mathrm{cm})$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AP}=\overline{PB}$, $\overline{AR}=\overline{RC}$이므로

$\overline{BC}=2\overline{PR}=2\times8=16\,(\mathrm{cm})$

$\triangle BCD$에서 $\overline{DQ}=\overline{QC}$, $\overline{DS}=\overline{SB}$이므로

$\overline{SQ}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times16=8\,(\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{RQ}+\overline{SQ}=7+8=15\,(\mathrm{cm})$

답 ③

다른풀이 $\triangle ABC$와 $\triangle DBC$에서 $\overline{PR}/\!/\overline{BC}$이고 $\overline{SQ}/\!/\overline{BC}$이므로 $\overline{PR}/\!/\overline{SQ}$

또 $\triangle ABD$와 $\triangle ACD$에서 $\overline{PS}/\!/\overline{AD}$이고 $\overline{RQ}/\!/\overline{AD}$이므로 $\overline{PS}/\!/\overline{RQ}$

따라서 □PRQS는 평행사변형이므로

$\overline{RQ}+\overline{SQ}=\overline{PS}+\overline{PR}=7+8=15\,(\mathrm{cm})$

10 전략 삼각형의 무게중심의 성질과 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 이용한다.

풀이 점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{AG}:\overline{GM}=2:1$

또 점 G′이 $\triangle BCD$의 무게중심이므로

$\overline{DG'}:\overline{G'M}=2:1$

따라서 $\overline{AD}/\!/\overline{GG'}$이므로 $\triangle AMD$에서

$\overline{GG'}:\overline{AD}=\overline{MG}:\overline{MA}=1:3$

$\overline{GG'}:12=1:3$, $3\overline{GG'}=12$

$\therefore \overline{GG'}=4\,(\mathrm{cm})$

답 ③

일품 BOX

삼각형의 세 중선에 의하여 삼각형의 넓이는 6등분 된다.

$\triangle GBC$와 $\triangle GED$에서
$\overline{GB}:\overline{GE}$
$=\overline{GC}:\overline{GD}=2:1$
$\angle BGC=\angle EGD$
$\therefore \triangle GBC\backsim\triangle GED$

점 P는 $\triangle ABD$의 두 중선 AO, BM의 교점이다.

$\square DMPO$
$=\triangle DMP+\triangle DPO$
$=\frac{1}{6}\triangle ABD$
$+\frac{1}{6}\triangle ABD$
$=\frac{1}{3}\triangle ABD$

삼각형의 무게중심은 세 중선의 길이를 각 꼭짓점으로부터 각각 2 : 1로 나눈다.

11 전략 무게중심은 삼각형의 세 중선의 교점임을 이용한다.

풀이 점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\triangle BGD=\frac{1}{6}\triangle ABC$

$=\frac{1}{6}\times60=10\,(\mathrm{cm}^2)$

이때 $\overline{BG}:\overline{GE}=2:1$이므로

$\triangle BGD:\triangle GED=2:1$

$10:\triangle GED=2:1$, $2\triangle GED=10$

$\therefore \triangle GED=5\,(\mathrm{cm}^2)$

답 ①

다른풀이 $\triangle GBC\backsim\triangle GED$ (SAS 닮음)이고, 닮음비는 $\overline{GB}:\overline{GE}=2:1$이므로 넓이의 비는 $2^2:1^2=4:1$이다.

$\therefore \triangle GED=\frac{1}{4}\triangle GBC=\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}\triangle ABC$

$=\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}\times60=5\,(\mathrm{cm}^2)$

12 전략 두 점 P, Q는 각각 $\triangle ABD$, $\triangle BCD$의 무게중심임을 이용한다.

풀이 점 P가 $\triangle ABD$의 무게중심이므로

$\square DMPO=\frac{1}{3}\triangle ABD$

$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{6}\square ABCD$

$=\frac{1}{6}\times48=8\,(\mathrm{cm}^2)$

점 Q가 $\triangle BCD$의 무게중심이므로

$\triangle CNQ=\frac{1}{6}\triangle BCD$

$=\frac{1}{6}\times\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{12}\square ABCD$

$=\frac{1}{12}\times48=4\,(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore \square DMPO+\triangle CNQ=8+4=12\,(\mathrm{cm}^2)$

답 ④

13 전략 그릇에 15초 동안 채운 물이 담긴 부분과 그릇의 닮음비를 이용하여 그릇의 부피를 구한다.

풀이 그릇에 15초 동안 채운 물이 담긴 부분과 그릇은 닮은 도형이고 닮음비는

$\frac{1}{3}:1=1:3$

이므로 부피의 비는 $1^3:3^3=1:27$

그릇에 물을 가득 채울 때까지 더 걸리는 시간을 x초라 하면

$15:(x+15)=1:27$

$x+15=405$ $\therefore x=390$

일품 BOX

따라서 그릇에 물을 가득 채울 때까지 390초, 즉 6분 30초가 더 걸린다. 답 ⑤

14 전략 닮음비가 $1:a$인 닮은 도형의 넓이의 비는 $1^2:a^2$임을 이용한다.

풀이 30 m는 3000 cm이므로 지도의 축척은

$\dfrac{6}{3000}=\dfrac{1}{500}$

즉 지도에서의 거리와 실제 거리의 비는 $1:500$이므로 넓이의 비는

$1^2:500^2=1:250000$

따라서 지도에서 넓이가 $14\,\text{cm}^2$인 땅의 실제 넓이는

$14\times250000=3500000\,(\text{cm}^2)$

$=350\,(\text{m}^2)$ 답 ③

15 전략 $\angle ABC=\angle BCD=90°$이므로 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$임을 이용한다.

풀이 $\angle ABC=\angle BCD=90°$이므로 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$

$\triangle ABF$와 $\triangle CDF$에서

$\angle A=\angle DCF$ (엇각),

$\angle ABF=\angle D$ (엇각)

이므로 $\triangle ABF\backsim\triangle CDF$ (AA 닮음)

$\therefore\ \overline{AF}:\overline{CF}=\overline{AB}:\overline{CD}=12:6=2:1$

이때 $\triangle ABC\backsim\triangle AEF$ (AA 닮음)이고

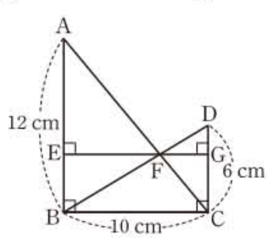
$\overline{AC}:\overline{AF}=3:2$이므로

$\overline{BC}:\overline{EF}=3:2$, 즉 $10:\overline{EF}=3:2$

$3\overline{EF}=20\quad\therefore\ \overline{EF}=\dfrac{20}{3}\,(\text{cm})$ 답 $\dfrac{20}{3}$ cm

> $\triangle ABC$와 $\triangle AEF$에서
> $\angle A$는 공통,
> $\angle ABC=\angle AEF=90°$
> $\therefore\ \triangle ABC\backsim\triangle AEF$

다른풀이 오른쪽 그림과 같이 점 F에서 $\overline{DC}$에 내린 수선의 발을 G라 하면 $\triangle ABF$와 $\triangle CDF$의 닮음비가 $2:1$이므로



$\overline{EF}:\overline{GF}=2:1$

$\therefore\ \overline{EF}=10\times\dfrac{2}{3}=\dfrac{20}{3}\,(\text{cm})$

> 두 삼각형의 높이의 비

16 전략 닮은 두 직각삼각형을 찾아 대응변의 길이의 비가 일정함을 이용한다.

풀이 $\triangle ABD$와 $\triangle DBC$에서

$\angle A=\angle BDC=90°$,

$\angle ADB=\angle C$

이므로 $\triangle ABD\backsim\triangle DBC$ (AA 닮음) ➊

따라서 $\overline{AD}:\overline{DC}=\overline{BD}:\overline{BC}$이므로

$24:\overline{CD}=30:(90-\overline{CD})$

$24(90-\overline{CD})=30\overline{CD}$

$54\overline{CD}=2160\quad\therefore\ \overline{CD}=40\,(\text{cm})$ ➋

> $\overline{BC}+\overline{CD}=90\,(\text{cm})$이므로
> $\overline{BC}=90-\overline{CD}\,(\text{cm})$

또 $\overline{AB}:\overline{DB}=\overline{AD}:\overline{DC}$이므로

$\overline{AB}:30=24:40,\quad 40\overline{AB}=720$

$\therefore\ \overline{AB}=18\,(\text{cm})$ ➌

$\therefore\ \square ABCD=\triangle ABD+\triangle BDC$

$=\dfrac{1}{2}\times24\times18+\dfrac{1}{2}\times40\times30$

$=216+600$

$=816\,(\text{cm}^2)$ ➍

답 $816\,\text{cm}^2$

채점 기준	배점
➊ $\triangle ABD\backsim\triangle DBC$임을 알 수 있다.	1점
➋ $\overline{CD}$의 길이를 구할 수 있다.	2점
➌ $\overline{AB}$의 길이를 구할 수 있다.	1점
➍ $\square ABCD$의 넓이를 구할 수 있다.	1점

만점 비법

사각형의 넓이를 직접 구할 수 없을 때에는 2개의 삼각형으로 나눈 후 각 삼각형의 넓이를 구하여 합한다.

17 전략 $\triangle BCE\backsim\triangle AEF$임을 이용한다.

풀이 $\triangle BCE$와 $\triangle AEF$에서

$\angle B=\angle FAE=90°$,

$\angle BCE=90°-\angle BEC=\angle AEF$

이므로 $\triangle BCE\backsim\triangle AEF$ (AA 닮음) ➊

따라서 $\overline{CE}:\overline{EF}=\overline{BC}:\overline{AE}$이므로

$5:\overline{EF}=3:1$

> $\overline{AE}=\overline{AB}-\overline{BE}$
> $=\overline{CD}-\overline{BE}$
> $=5-4=1\,(\text{cm})$

$3\overline{EF}=5\quad\therefore\ \overline{EF}=\dfrac{5}{3}\,(\text{cm})$ ➋

따라서 직각삼각형 AEF에서 $\overline{AE}^2=\overline{EH}\times\overline{EF}$이므로

$1^2=\dfrac{5}{3}\overline{EH}\quad\therefore\ \overline{EH}=\dfrac{3}{5}\,(\text{cm})$ ➌

답 $\dfrac{3}{5}$ cm

채점 기준	배점
➊ $\triangle BCE\backsim\triangle AEF$임을 알 수 있다.	2점
➋ $\overline{EF}$의 길이를 구할 수 있다.	2점
➌ $\overline{EH}$의 길이를 구할 수 있다.	2점

18 전략 삼각형의 내각의 이등분선의 성질을 이용한다.

풀이 $\triangle ABC$에서 $\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선이므로

$\overline{BD}:\overline{DC}=\overline{AB}:\overline{AC}$

$=16:20=4:5$

이때 $\overline{ED}/\!/\overline{AC}$이므로

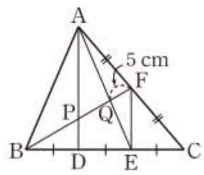
$\overline{DE}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{BC}$

$\overline{DE}:20=4:9,\quad 9\overline{DE}=80$

$\therefore\ \overline{DE}=\dfrac{80}{9}\,(\text{cm})$ 답 $\dfrac{80}{9}$ cm

19 전략 $\overline{EF}$를 긋고 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{EF}$를 그으면 $\triangle ADC$에서 $\overline{CF}=\overline{FA}$, $\overline{CE}=\overline{ED}$이므로



$\overline{FE} /\!/ \overline{AD}$, $\overline{AD}=2\overline{EF}$ …… ㉠

$\triangle BEF$에서 $\overline{BD}=\overline{DE}$, $\overline{PD} /\!/ \overline{FE}$이므로

$\overline{BP}=\overline{PF}$

$\therefore \overline{PD}=\frac{1}{2}\overline{EF}$ …… ㉡

㉠, ㉡에서

$\overline{AP}=\overline{AD}-\overline{PD}=2\overline{EF}-\frac{1}{2}\overline{EF}$

$=\frac{3}{2}\overline{EF}$

이때 $\triangle APQ \backsim \triangle EFQ$ (AA 닮음)이므로

$\overline{PQ} : \overline{FQ}=\overline{AP} : \overline{EF}=\frac{3}{2}\overline{EF} : \overline{EF}$

$=3 : 2$

따라서 $\overline{BP}=\overline{PF}=\overline{PQ}+\overline{QF}$이므로

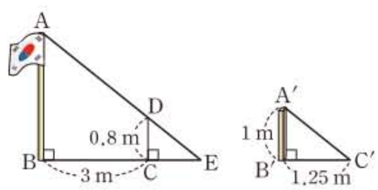
$\overline{BP} : \overline{QF}=5 : 2$

$\overline{BP} : 5=5 : 2$, $2\overline{BP}=25$

$\therefore \overline{BP}=\frac{25}{2}$ (cm) 답 $\frac{25}{2}$ cm

20 전략 주어진 상황을 닮은 두 도형으로 나타낸다.

풀이 다음 그림과 같이 벽면이 그림자를 가리지 않았다고 할 때, $\overline{AD}$와 $\overline{BC}$의 연장선의 교점을 E라 하자.



$\triangle DCE \backsim \triangle A'B'C'$ (AA 닮음)이므로

$\overline{CE} : \overline{B'C'}=\overline{DC} : \overline{A'B'}$

$\overline{CE} : 1.25=0.8 : 1$

$\therefore \overline{CE}=1$ (m) ··· ❶

또 $\triangle ABE \backsim \triangle DCE$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AB} : \overline{DC}=\overline{BE} : \overline{CE}$

$\overline{AB} : 0.8=(3+1) : 1$

$\therefore \overline{AB}=3.2$ (m)

따라서 국기 게양대의 높이는 3.2 m이다. ··· ❷

답 3.2 m

채점 기준	배점
❶ $\overline{CE}$의 길이를 구할 수 있다.	2점
❷ 국기 게양대의 높이를 구할 수 있다.	3점

일품 BOX

$\triangle APQ$와 $\triangle EFQ$에서
$\angle PAQ=\angle FEQ$ (엇각),
$\angle APQ=\angle EFQ$ (엇각)
$\therefore \triangle APQ \backsim \triangle EFQ$

각 단계에서 지운 정사각형의 한 변의 길이는
[1단계]: $\frac{1}{3}$
[2단계]: $\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{3^2}$
[3단계]: $\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{3^3}$
⋮
[n단계]: $\frac{1}{3^n}$

$\triangle ABE$와 $\triangle DCE$에서
$\angle B=\angle DCE=90°$,
$\angle E$는 공통
$\therefore \triangle ABE \backsim \triangle DCE$

(입사각의 크기)=(반사각의 크기)이므로
$\angle AOP=\angle COP$

교과서 속 창의유형

본책 80~81쪽

유제 1 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

❶ A0 용지의 긴 변의 길이를 a, 짧은 변의 길이를 b라 하고, A1, A2, A3, A4 용지의 긴 변의 길이를 a, b에 대한 식으로 나타낸다.

❷ A0 용지와 A4 용지의 닮음비를 구한다.

풀이 ❶ A0 용지의 긴 변의 길이를 a, 짧은 변의 길이를 b라 하면 A1, A2, A3, A4 용지의 긴 변의 길이는 각각

b, $\frac{1}{2}a$, $\frac{1}{2}b$, $\frac{1}{4}a$

❷ 따라서 A0 용지와 A4 용지의 닮음비는

$a : \frac{1}{4}a=4 : 1$ 답 4 : 1

유제 2 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

❶ [n단계]에서 지운 정사각형의 한 변의 길이를 구하여 [3단계], [5단계]에서 지운 정사각형의 한 변의 길이를 구한다.

❷ [3단계]와 [5단계]에서 지운 정사각형의 닮음비를 이용하여 넓이의 비를 구한다.

풀이 ❶ [n단계]에서 지운 정사각형의 한 변의 길이는 처음 정사각형의 한 변의 길이의 $\frac{1}{3^n}$이므로 [3단계], [5단계]에서 지운 정사각형의 한 변의 길이는 각각 $\frac{1}{3^3}$, $\frac{1}{3^5}$이다.

❷ 따라서 [3단계], [5단계]에서 지운 정사각형의 닮음비는

$\frac{1}{3^3} : \frac{1}{3^5}=9 : 1$

이므로 구하는 넓이의 비는

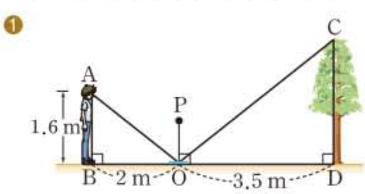
$9^2 : 1^2=81 : 1$ 답 81 : 1

유제 3 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

❶ $\triangle AOB \backsim \triangle COD$임을 안다.

❷ 닮음비를 이용하여 나무의 높이를 구한다.

풀이 ❶



위의 그림의 $\triangle AOB$와 $\triangle COD$에서

$\angle B=\angle D=90°$,

$\angle AOB=90°-\angle AOP$

$=90°-\angle COP=\angle COD$

이므로 $\triangle AOB \backsim \triangle COD$ (AA 닮음)

❷ 이때 $\overline{OB} : \overline{OD}=2 : 3.5=4 : 7$이므로

$\overline{AB} : \overline{CD}=4 : 7$, $1.6 : \overline{CD}=4 : 7$

$4\overline{CD}=11.2$ $\therefore \overline{CD}=2.8$ (m)

따라서 나무의 높이는 2.8 m이다. 답 2.8 m

Ⅲ 피타고라스 정리

1 피타고라스 정리

개념 & 핵심 기출 본책 84~86쪽

01 △ADC의 넓이가 24 cm^2이므로

$\frac{1}{2}\times\overline{DC}\times8=24$ $\quad\therefore\ \overline{DC}=6\,(cm)$

△ADC에서 $\overline{AD}^2=6^2+8^2=100$

$\therefore\ \overline{AD}=10\,(cm)$

$\therefore\ \overline{BD}=\overline{AD}=10\,(cm)$ 답 10 cm

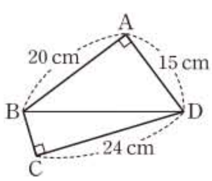
02 $\overline{BD}^2=12^2+9^2=225$이므로 $\overline{BD}=15\,(cm)$

△ABD에서 $\overline{AD}^2=\overline{DH}\times\overline{DB}$이므로

$12^2=\overline{DH}\times15$

$\therefore\ \overline{DH}=\frac{48}{5}\,(cm)$ 답 $\frac{48}{5}$ cm

03 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면 △ABD에서



$\overline{BD}^2=20^2+15^2=625$

$\therefore\ \overline{BD}=25\,(cm)$

△BCD에서

$\overline{BC}^2=25^2-24^2=49$

$\therefore\ \overline{BC}=7\,(cm)$ 답 7 cm

04 △ABC에서

$\overline{BC}^2=3^2+4^2=25$ $\quad\therefore\ \overline{BC}=5\,(cm)$

□ACHI=□LMGC이므로 $4^2=5\times\overline{MG}$

$\therefore\ \overline{MG}=\frac{16}{5}\,(cm)$ 답 $\frac{16}{5}$ cm

05 $\overline{AH}=\overline{BE}=\overline{CF}=\overline{DG}$,

$\angle A=\angle B=\angle C=\angle D=90°$,

$\overline{AE}=\overline{BF}=\overline{CG}=\overline{DH}=6-2=4\,(cm)$이므로

△AEH≡△BFE≡△CGF≡△DHG (SAS 합동)

따라서 $\overline{EH}=\overline{FE}=\overline{GF}=\overline{HG}$이고,

$\angle HEF=\angle EFG=\angle FGH=\angle GHE=90°$이므로

□EFGH는 정사각형이다.

$\overline{AE}=4\,(cm)$이므로 △AEH에서

$\overline{EH}^2=4^2+2^2=20$

$\therefore$ □EFGH$=\overline{EH}^2=20\,(cm^2)$ 답 20 cm^2

$\angle AEH=\angle BFE$, $\angle BFE+\angle BEF=90°$이므로 $\angle AEH+\angle BEF=90°$ $\therefore\ \angle HEF=90°$ 같은 방법으로 하면 $\angle EFG=\angle FGH=\angle GHE=90°$

06 ① $2^2+5^2\neq6^2$ ② $4^2+6^2\neq7^2$

③ $8^2+15^2=17^2$ ④ $9^2+11^2\neq14^2$

⑤ $11^2+15^2\neq20^2$

따라서 직각삼각형인 것은 ③이다. 답 ③

07 주어진 삼각형이 직각삼각형이 되려면

$x^2+16^2=20^2$

이어야 하므로 $x^2=144$ $\quad\therefore\ x=12$ 답 12

08 $7^2+24^2=25^2$이므로 주어진 삼각형은 빗변의 길이가 25인 직각삼각형이다.

따라서 삼각형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times7\times24=84$ 답 84

09 $x>9$에서 x가 가장 긴 변의 길이이므로 삼각형이 되기 위한 조건에 의하여

$9<x<\underbrace{14}_{5+9}$

$\therefore\ x=10,\ 11,\ 12,\ 13$ ...... ㉠

또 예각삼각형이 되려면

$5^2+9^2>x^2$ $\quad\therefore\ x^2<106$ ...... ㉡

㉠, ㉡을 모두 만족시키는 자연수 x는 10의 1개이다. 답 1

$10^2<106$, $11^2>106$, $12^2>106$, $13^2>106$

10 (ㄱ) $3^2+6^2<8^2$이므로 둔각삼각형이다.

(ㄴ) $6^2+9^2<11^2$이므로 둔각삼각형이다.

(ㄷ) $7^2+8^2>10^2$이므로 예각삼각형이다.

(ㄹ) $9^2+12^2=15^2$이므로 직각삼각형이다.

(ㅁ) $12^2+14^2<19^2$이므로 둔각삼각형이다.

이상에서 둔각삼각형은 (ㄱ), (ㄴ), (ㅁ)의 3개이다. 답 ③

세 변의 길이가 a, b, c인 삼각형에서 c가 가장 긴 변의 길이일 때
① $a^2+b^2>c^2$ → 예각삼각형
② $a^2+b^2=c^2$ → 직각삼각형
③ $a^2+b^2<c^2$ → 둔각삼각형

11 x가 가장 긴 변의 길이이므로 삼각형이 되기 위한 조건에 의하여

$7<x<\underbrace{11}_{4+7}$

$\therefore\ x=8,\ 9,\ 10$ ...... ㉠

또 둔각삼각형이 되려면

$4^2+7^2<x^2$ $\quad\therefore\ x^2>65$ ...... ㉡

㉠, ㉡을 모두 만족시키는 자연수 x는 9, 10이므로 구하는 합은

$9+10=19$ 답 19

12 △ABC가 $\angle C=90°$인 직각삼각형이므로

$P=Q+R$

$\therefore\ Q=P-R=\frac{25}{2}\pi-\frac{9}{2}\pi=8\pi$

따라서 $\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이가 8π이므로

$\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{\overline{BC}}{2}\right)^2=8\pi$, $\quad\overline{BC}^2=64$

$\therefore\ \overline{BC}=8$ 답 8

직각삼각형의 세 변을 지름으로 하는 세 반원을 각각 그리면 작은 두 반원의 넓이의 합은 큰 반원의 넓이와 같다.

13 △ABC가 $\angle A=90°$인 직각삼각형이므로

($\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이)

$=$($\overline{AB}$를 지름으로 하는 반원의 넓이)

$+$($\overline{AC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이)

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=\frac{1}{2}\times\pi\times7^2$

$=\frac{49}{2}\pi\,(\text{cm}^2)$

답 $\frac{49}{2}\pi\text{ cm}^2$

14 (색칠한 부분의 넓이)$=$△ABC이므로

$54=\frac{1}{2}\times12\times\overline{AC}$

$\therefore \overline{AC}=9\,(\text{cm})$

따라서 △ABC에서

$\overline{BC}^2=12^2+9^2=225$

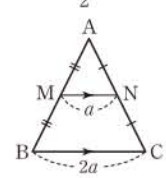
$\therefore \overline{BC}=15\,(\text{cm})$ 답 15 cm

15 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의하여

$\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times8=4$

$\therefore \overline{AD}^2+\overline{BE}^2=\overline{DE}^2+\overline{AB}^2$

$=4^2+8^2=80$ 답 80

> △ABC에서
> $\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{AN}=\overline{NC}$
> 이면
> $\overline{MN}\,/\!/\,\overline{BC}$,
> $\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{BC}$
>
> 
>

16 $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{BC}^2+\overline{DA}^2$이므로

$3^2+\overline{CD}^2=2^2+4^2$

$\therefore \overline{CD}^2=11$

△CDO에서 $\overline{CD}^2=x^2+y^2$이므로

$x^2+y^2=11$ 답 ④

17 $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{BC}^2+\overline{DA}^2$이므로

$15^2+\overline{CD}^2=13^2+9^2$, $\overline{CD}^2=25$

$\therefore \overline{CD}=5$

△CDO에서 $\overline{OD}^2=5^2-4^2=9$

$\therefore \overline{OD}=3$

$\therefore$ △CDO$=\frac{1}{2}\times4\times3=6$ 답 6

만점 도전을 위한 고난도 문제 본책 87~90쪽

01 전략 $\overline{AB}=3k$, $\overline{AC}=4k$라 하고 직각삼각형의 닮음을 이용한다.

풀이 $\overline{AB}:\overline{AC}=3:4$이므로

$\overline{AB}=3k$, $\overline{AC}=4k\,(k>0)$

라 하면 △ABC에서

$\overline{BC}^2=(3k)^2+(4k)^2=25k^2$ $\therefore \overline{BC}=5k$

$\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{BC}\times\overline{AD}$이므로

$3k\times4k=5k\times6$ $\therefore k=\frac{5}{2}$

$\therefore \overline{AC}=4k=4\times\frac{5}{2}=10$ 답 10

02 전략 직선의 방정식에 $x=0$, $y=0$을 각각 대입하여 두 점 A, B의 좌표를 구하고 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$의 길이를 구한다.

풀이 $x=0$을 $y=\frac{12}{5}x+12$에 대입하면 $y=12$

$\therefore$ A$(0,\ 12)$

$y=0$을 $y=\frac{12}{5}x+12$에 대입하면

$0=\frac{12}{5}x+12$ $\therefore x=-5$

$\therefore$ B$(-5,\ 0)$

> y절편
> → $x=0$일 때의 y의 값
> x절편
> → $y=0$일 때의 x의 값

즉 $\overline{OA}=12$, $\overline{OB}=5$이므로 △ABO에서

$\overline{AB}^2=12^2+5^2=169$ $\therefore \overline{AB}=13$

$\overline{OA}\times\overline{OB}=\overline{AB}\times\overline{OH}$이므로

$12\times5=13\times\overline{OH}$

$\therefore \overline{OH}=\frac{60}{13}$ 답 ①

03 전략 피타고라스 정리를 이용하여 먼저 $\overline{DF}$의 길이를 구한 후 삼각형의 닮음을 이용한다.

풀이 △AFD에서

$\overline{DF}^2=10^2-8^2=36$ $\therefore \overline{DF}=6\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{CF}=\overline{DC}-\overline{DF}=8-6=2\,(\text{cm})$ ··· ❶

△AFD와 △EFC에서

$\angle D=\angle ECF=90°$,

$\angle AFD=\angle EFC$ (맞꼭지각)

이므로 △AFD∽△EFC (AA 닮음)

따라서 $\overline{AD}:\overline{EC}=\overline{DF}:\overline{CF}$이므로

> 닮은 두 평면도형에서
> ① 대응변의 길이의 비는 일정하다.
> ② 대응각의 크기는 각각 같다.

$8:\overline{EC}=6:2$

$\therefore \overline{EC}=\frac{8}{3}\,(\text{cm})$ ··· ❷

$\therefore$ △CEF$=\frac{1}{2}\times\overline{EC}\times\overline{CF}=\frac{1}{2}\times\frac{8}{3}\times2$

$=\frac{8}{3}\,(\text{cm}^2)$ ··· ❸

답 $\frac{8}{3}\text{ cm}^2$

채점 기준	비율
❶ $\overline{CF}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %
❷ $\overline{EC}$의 길이를 구할 수 있다.	50 %
❸ △CEF의 넓이를 구할 수 있다.	20 %

04 전략 $\overline{AB}=x$라 하고 피타고라스 정리를 이용하여 직사각형의 대각선의 길이의 제곱을 구한다.

풀이 $\overline{AB}=x$라 하면

$\overline{AA_2}^2=\overline{AB_1}^2=x^2+x^2=2x^2$

$\overline{AA_3}^2=\overline{AB_2}^2=2x^2+x^2=3x^2$

$\overline{AA_4}^2=\overline{AB_3}^2=3x^2+x^2=4x^2$

따라서 $4x^2=196$이므로 $x^2=49$

> 일품 BOX: $\overline{AA_4}=14$이므로 $\overline{AA_4}^2=14^2=196$

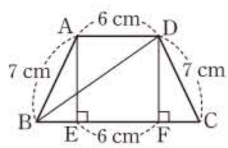
$\therefore x=7$

$\therefore \overline{AB}=7$

답 7

05 전략 보조선을 그어 직각삼각형을 만든 후 피타고라스 정리를 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 두 꼭짓점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하면



$\overline{BE}=\overline{CF}$

$=\frac{1}{2}\times(12-6)=3\,(\text{cm})$ ··· ❶

> 일품 BOX: $\triangle ABE\equiv\triangle DCF$이므로 $\overline{BE}=\overline{CF}$

$\triangle DFC$에서

$\overline{DF}^2=7^2-3^2=40$ ··· ❷

따라서 $\triangle DBF$에서

$\overline{BD}^2=9^2+40=121$ $\therefore \overline{BD}=11\,(\text{cm})$ ··· ❸

> 일품 BOX: $\overline{BF}=\overline{BE}+\overline{EF}=3+6=9\,(\text{cm})$

답 11 cm

채점 기준	비율
❶ $\overline{BE}$, $\overline{CF}$의 길이를 구할 수 있다.	40 %
❷ $\overline{DF}^2$의 값을 구할 수 있다.	30 %
❸ $\overline{BD}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %

06 전략 직각삼각형을 찾아 피타고라스 정리를 이용한 후 삼각형의 닮음을 이용한다.

풀이 $\triangle DFC$에서 $\overline{FC}^2=10^2-8^2=36$

> 일품 BOX: $\overline{DF}=\overline{AD}=10\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{FC}=6\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{BF}=10-6=4\,(\text{cm})$

> 일품 BOX: $\overline{BF}:\overline{CD}=4:8=1:2$

$\triangle BFE\backsim\triangle CDF$ (AA 닮음)이고 닮음비가 $1:2$이므로

> 일품 BOX: $\triangle BFE$와 $\triangle CDF$에서 $\angle B=\angle C=90°$, $\angle BEF=90°-\angle EFB=\angle DFC$ $\therefore \triangle BFE\backsim\triangle CDF$

$\triangle BFE:\triangle CDF=1^2:2^2$

이때

$\triangle CDF=\frac{1}{2}\times\overline{FC}\times\overline{CD}$

$=\frac{1}{2}\times6\times8$

$=24\,(\text{cm}^2)$

이므로

$\triangle BFE:24=1:4$ $\therefore \triangle BFE=6\,(\text{cm}^2)$

답 ③

07 전략 $\triangle OHB$에서 피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{HB}$의 길이를 구한다.

풀이 $\overline{OH}=18-10=8\,(\text{cm})$이므로 $\triangle OHB$에서

$\overline{HB}^2=10^2-8^2=36$ $\therefore \overline{HB}=6\,(\text{cm})$ ··· ❶

따라서 원뿔의 부피는

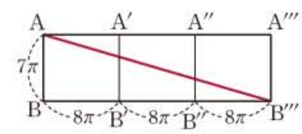
$\frac{1}{3}\times\pi\times6^2\times18=216\pi\,(\text{cm}^3)$ ··· ❷

답 $216\pi\text{ cm}^3$

채점 기준	비율
❶ $\overline{HB}$의 길이를 구할 수 있다.	50 %
❷ 원뿔의 부피를 구할 수 있다.	50 %

08 전략 선이 지나는 부분의 전개도를 그린 후 피타고라스 정리를 이용한다.

풀이 밑면의 둘레의 길이는 $2\pi\times4=8\pi$ ··· ❶



위의 그림에서 구하는 최단 거리는 $\overline{AB'''}$의 길이이다. ··· ❷

$\therefore \overline{AB'''}^2=(7\pi)^2+(24\pi)^2=625\pi^2$

$\therefore \overline{AB'''}=25\pi$ ··· ❸

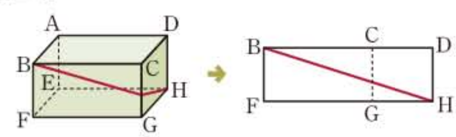
답 25π

채점 기준	비율
❶ 밑면의 둘레의 길이를 구할 수 있다.	20 %
❷ 선이 지나는 부분의 전개도를 그려 최단 거리를 찾을 수 있다.	40 %
❸ 최단 거리를 구할 수 있다.	40 %

만점 비법

입체도형에서의 최단 거리

입체도형의 한 꼭짓점에서 출발하여 겉면을 따라 한 점에 이르는 최단 거리는 다음 그림과 같이 선이 지나는 부분을 펼쳐서 그린 후 직사각형의 대각선의 길이를 이용한다.



이때 옆면을 따라 세 바퀴를 돌면 옆면을 세 번 지나게 되므로 최단 거리는 전개도에서 옆면 3개가 붙여진 직사각형의 대각선의 길이이다.

09 전략 합동인 삼각형을 이용하여 □PQRS가 어떤 사각형인지 알아본다.

풀이 $\triangle ABQ\equiv\triangle BCR\equiv\triangle CDS\equiv\triangle DAP$이므로

$\overline{PQ}=\overline{QR}=\overline{RS}=\overline{SP}$

또 $\angle PQR=90°$이므로 □PQRS는 정사각형이다.

이때 $\triangle ABQ$에서

$\overline{AQ}^2=17^2-8^2=225$ $\therefore \overline{AQ}=15\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{PQ}=\overline{AQ}-\overline{AP}=15-8=7\,(\text{cm})$

따라서 □PQRS의 둘레의 길이는

$4\overline{PQ}=4\times7=28\,(\text{cm})$

답 28 cm

일품 BOX

10 전략 먼저 $\triangle ACH$와 넓이가 같은 삼각형을 찾는다.

풀이 $\triangle ACG \equiv \triangle HCB$ (SAS 합동)이므로

$\triangle ACH = \triangle BCH = \triangle ACG$
$\quad = \triangle LCG = \triangle LMG$

$\therefore \square ACHI = 2\triangle ACH = 2\triangle BCH = 2\triangle ACG$
$\quad = 2\triangle LCG = 2\triangle LMG = \square LMGC$

이때 $\triangle AMG > \triangle LMG$이므로

$2\triangle AMG > \square ACHI$이고, $\triangle ALG < \triangle LMG$이므로

$2\triangle ALG < \square ACHI$이다.

이상에서 $\square ACHI$와 넓이가 같은 것은 (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ), (ㅁ)의 4개이다. 답 ④

> $\overline{AC} = \overline{HC}$, $\overline{CG} = \overline{CB}$,
> $\angle ACG$
> $= \angle ACB + 90^\circ$
> $= \angle HCB$
> $\therefore \triangle ACG \equiv \triangle HCB$
> (SAS 합동)

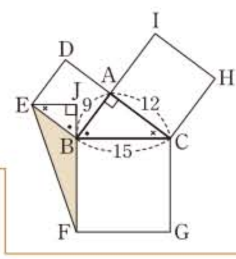
> $\overline{AL} < \overline{BC} = \overline{LM}$이므로 높이가 같은 삼각형의 넓이의 비에 의하여
> $\triangle ALG < \triangle LMG$

11 전략 점 E에서 $\overline{BF}$의 연장선 위에 수선을 그은 후 닮은 삼각형을 찾는다.

풀이 $\triangle ABC$에서 $\quad \overline{AC}^2 = 15^2 - 9^2 = 144$

$\therefore \overline{AC} = 12$

오른쪽 그림과 같이 점 E에서 $\overline{BF}$의 연장선 위에 내린 수선의 발을 J라 하면



$\triangle ABC \backsim \triangle JBE$
(AA 닮음)

이므로

$\overline{AC} : \overline{JE} = \overline{BC} : \overline{BE}$

$12 : \overline{JE} = 15 : 9, \quad 15\overline{JE} = 108$

$\therefore \overline{JE} = \frac{36}{5}$

$\therefore \triangle BEF = \frac{1}{2} \times \overline{BF} \times \overline{JE}$

$\quad = \frac{1}{2} \times 15 \times \frac{36}{5} = 54$ 답 ⑤

> $\triangle ABC$와 $\triangle JBE$에서
> $\angle BAC = \angle BJE$
> $= 90^\circ$,
> $\angle ABC$
> $= 90^\circ - \angle JBA$
> $= \angle JBE$
> $\therefore \triangle ABC \backsim \triangle JBE$

12 전략 합동인 삼각형을 이용하여 $\square EFGH$가 어떤 사각형인지 알아본다.

풀이 $\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH} = 10$,

$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$,

$\overline{AH} = \overline{BE} = \overline{CF} = \overline{DG}$이므로

$\triangle AEH \equiv \triangle BFE \equiv \triangle CGF \equiv \triangle DHG$
(SAS 합동)

따라서 $\overline{EH} = \overline{FE} = \overline{GF} = \overline{HG}$이고,

$\angle HEF = \angle EFG = \angle FGH = \angle GHE = 90^\circ$이므로

$\square EFGH$는 정사각형이다.

이때 $\square EFGH$의 넓이가 116이므로 $\quad \overline{EH}^2 = 116$

$\triangle AEH$에서 $\quad \overline{AH}^2 = \overline{EH}^2 - \overline{AE}^2 = 116 - 100 = 16$

$\therefore \overline{AH} = 4$

따라서 $\overline{AB} = 10 + 4 = 14$이므로

$\square ABCD = 14^2 = 196$ 답 196

> $\angle AEH + \angle BEF$
> $= \angle AEH + \angle AHE$
> $= 90^\circ$
> 이므로
> $\angle HEF = 180^\circ - 90^\circ$
> $= 90^\circ$
> 같은 방법으로 하면
> $\angle EFG = \angle FGH$
> $= \angle GHE$
> $= 90^\circ$

13 전략 $\triangle ABC$의 세 변의 길이 사이의 관계를 이용하여 $\triangle ABC$가 어떤 삼각형인지 알아본다.

풀이 $\overline{AB}^2 = 144$, $\overline{BC}^2 = 400$, $\overline{AC}^2 = 256$이므로

$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$

따라서 $\triangle ABC$는 $\angle A = 90^\circ$인 직각삼각형이다.

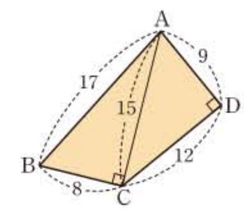
$\overline{AB} = 12\text{ cm}$, $\overline{AC} = 16\text{ cm}$이므로

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AC}$

$\quad = \frac{1}{2} \times 12 \times 16 = 96\,(\text{cm}^2)$ 답 ①

14 전략 $\overline{AC}$를 그어 두 삼각형을 만든 후 피타고라스 정리를 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면 $\triangle ACD$에서



$\overline{AC}^2 = 12^2 + 9^2 = 225$

$\therefore \overline{AC} = 15$ ⋯ ❶

이때 $\triangle ABC$에서

$\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AC}^2$이 성립하므로 $\triangle ABC$는

$\angle ACB = 90^\circ$인 직각삼각형이다. ⋯ ❷

$\therefore \square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD$

$\quad = \frac{1}{2} \times 8 \times 15 + \frac{1}{2} \times 12 \times 9$

$\quad = 114$ ⋯ ❸

답 114

채점 기준	비율
❶ $\overline{AC}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %
❷ $\triangle ABC$가 직각삼각형임을 알 수 있다.	40 %
❸ $\square ABCD$의 넓이를 구할 수 있다.	30 %

15 전략 가장 긴 변의 길이의 제곱이 나머지 두 변의 길이의 제곱의 합과 같아지는 경우를 찾는다.

풀이 $7^2 + 24^2 = 25^2$, $10^2 + 24^2 = 26^2$이므로 주어진 수들 중 직각삼각형의 세 변의 길이가 되는 세 수를 순서쌍으로 나타내면

$(7, 24, 25)$, $(10, 24, 26)$

이다. ⋯ ❶

따라서 두 직각삼각형의 빗변의 길이는 각각 25, 26이므로 구하는 합은

$25 + 26 = 51$ ⋯ ❷

답 51

채점 기준	비율
❶ 직각삼각형의 세 변의 길이가 되는 세 수를 찾을 수 있다.	80 %
❷ 빗변의 길이의 합을 구할 수 있다.	20 %

16 전략 직각삼각형을 찾고, 평행사변형의 성질을 이용한다.

풀이 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$이 성립하므로

$\triangle ABC$는 $\angle BAC = 90^\circ$인 직각삼각형이다.

즉 $\triangle ABO$는 $\angle BAO=90°$인 직각삼각형이고

$\overline{BO}^2=\overline{AB}^2+\overline{AO}^2=6^2+4^2=52$

평행사변형의 두 대각선은 서로를 이등분하므로
$\overline{AO}=\frac{1}{2}\overline{AC}=4$

이므로

$\overline{BD}^2=(2\overline{BO})^2=4\overline{BO}^2=4\times52=208$

답 ⑤

17 전략 삼각형의 세 변의 길이가 a, b, c이고 c가 가장 긴 변의 길이일 때, $a^2+b^2<c^2$이면 둔각삼각형이다.

풀이 $\triangle ABH$에서

$\overline{AH}^2=5^2-2^2=21$

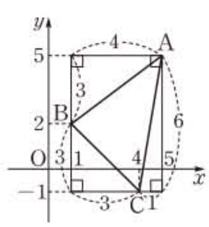
$\triangle AHC$에서

$\overline{AC}^2=21+11^2=142$

$\triangle ABC$에서 $5^2+142<(2+11)^2$이므로 $\triangle ABC$는 둔각삼각형이다.

답 ⑤

18 전략 좌표평면 위의 세 점을 연결하여 삼각형을 그리고 각 변의 길이를 빗변으로 하는 직각삼각형을 이용한다.



풀이 오른쪽 그림에서

$\overline{AB}^2=4^2+3^2=25$,

$\overline{BC}^2=3^2+3^2=18$,

$\overline{CA}^2=1^2+6^2=37$

따라서 $\overline{AB}^2+\overline{BC}^2>\overline{CA}^2$이므로 $\triangle ABC$는 예각삼각형이다.

답 ①

19 전략 직각삼각형의 각 변을 지름으로 하는 세 반원의 넓이 사이의 관계를 이용한다.

풀이 $\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이는

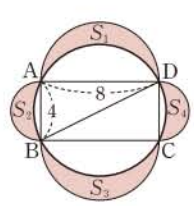
$\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{8}{2}\right)^2=8\pi$

따라서 $\overline{AC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이는

$18\pi+8\pi=26\pi$

답 ②

20 전략 $\overline{BD}$를 그은 후 두 부분으로 나누어 생각한다.



풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면 $\triangle ABD$, $\triangle BCD$는 각각 직각삼각형이므로

$S_1+S_2=\triangle ABD$,

$S_3+S_4=\triangle BCD$ ⋯ ❶

$\therefore S_1+S_2+S_3+S_4$

$=\triangle ABD+\triangle BCD=\square ABCD$

$=8\times4=32$ ⋯ ❷

답 32

채점 기준	비율
❶ 색칠한 부분의 넓이를 $\triangle ABD$, $\triangle BCD$의 넓이로 나타낼 수 있다.	50 %
❷ 색칠한 부분의 넓이를 구할 수 있다.	50 %

다른풀이 (색칠한 부분의 넓이)

$=$(전체 넓이)$-$(가운데 큰 원의 넓이)

$=(\pi\times4^2+\pi\times2^2+8\times4)-\pi\times\left(\frac{\overline{BD}}{2}\right)^2$

$\overline{BD}^2=4^2+8^2=80$
이므로
$\left(\frac{\overline{BD}}{2}\right)^2=\frac{\overline{BD}^2}{4}=20$

$=20\pi+32-20\pi=32$

21 전략 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$를 각각 지름으로 하는 반원의 넓이의 합은 $\overline{CA}$를 지름으로 하는 반원의 넓이와 같다.

풀이 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$를 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3이라 하면

$S_3=S_1+S_2$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$S_1+S_3+\triangle ABC-S_2$

$=S_1+(S_1+S_2)+\triangle ABC-S_2$

$=2S_1+\triangle ABC$

$=2\times\left(\frac{1}{2}\times\pi\times3^2\right)+\frac{1}{2}\times12\times6$

$=9\pi+36\,(\text{cm}^2)$

답 $(9\pi+36)\text{ cm}^2$

22 전략 $\overline{MN}^2+\overline{BC}^2=\overline{BN}^2+\overline{CM}^2$임을 이용한다.

풀이 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의하여

$\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{BC}$, 즉 $\overline{BC}=2\overline{MN}$

이때 $\overline{MN}^2+\overline{BC}^2=\overline{BN}^2+\overline{CM}^2$이므로

$\overline{MN}^2+(2\overline{MN})^2=12^2+9^2$

$5\overline{MN}^2=225$

$\therefore \overline{MN}^2=45$

답 ③

다른풀이 $\overline{AM}=a$, $\overline{AN}=b$라 하면

$\triangle ABN$에서 $(2a)^2+b^2=144$ ⋯⋯ ㉠

$\triangle AMC$에서 $a^2+(2b)^2=81$ ⋯⋯ ㉡

㉠+㉡을 하면 $5(a^2+b^2)=225$

$\therefore a^2+b^2=45$

$\therefore \overline{MN}^2=a^2+b^2=45$

23 전략 $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{BC}^2+\overline{DA}^2$임을 이용한다.

풀이 $\triangle AOD$에서

$\overline{AD}^2=2^2+2^2=8$

등변사다리꼴의 평행하지 않은 두 대변의 길이는 같다.

$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{BC}^2+\overline{DA}^2$이고 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로

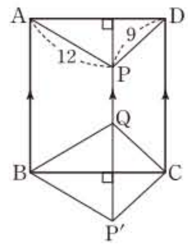
$2\overline{AB}^2=4^2+8$

$\therefore \overline{AB}^2=12$

답 ④

24 전략 $\triangle APD$와 합동이고 $\overline{BC}$를 한 변으로 하는 삼각형을 그려본다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\triangle APD \equiv \triangle BP'C$가 되도록 점 P'을 잡으면



$\overline{QP'} \perp \overline{BC}$

$\square QBP'C$에서

$\overline{BQ}^2+\overline{P'C}^2=\overline{BP'}^2+\overline{QC}^2$

$\overline{BQ}^2+9^2=12^2+\overline{QC}^2$

$\therefore \overline{BQ}^2-\overline{QC}^2=63$

답 ②

$\overline{P'C}=\overline{PD}=9$, $\overline{BP'}=\overline{AP}=12$

최상위로 가는 최고 수준 문제

본책 91쪽

01 전략 한 변의 길이가 a인 정사각형의 대각선의 길이를 l이라 할 때, $l^2=2a^2$임을 이용한다.

풀이 $\square BEFG$의 한 변의 길이를 a라 하면

$\overline{BF}^2=2a^2$

이때 $\overline{FC}=a$이므로 $\triangle BFC$에서

$\overline{BC}^2=2a^2+a^2=3a^2$

따라서

$\square ABCD : \square BEFG=3a^2 : a^2=3 : 1$

이므로

$60 : \square BEFG=3 : 1$

$\therefore \square BEFG=20$

답 20

02 전략 각의 이등분선의 성질과 피타고라스 정리를 이용한다.

풀이 $\triangle ABC$에서 $\overline{AD}$가 $\angle A$의 이등분선이므로

$\overline{AB} : \overline{AC}=\overline{BD} : \overline{CD}=5 : 3$ ···· ❶

$\overline{AB}=5k\,(cm)$, $\overline{AC}=3k\,(cm)\,(k>0)$라 하면

$\triangle ABC$에서

$(5k)^2=(3k)^2+8^2$

$16k^2=64$, $k^2=4$

$\therefore k=2$ ···· ❷

따라서 $\overline{AB}=10\,(cm)$, $\overline{AC}=6\,(cm)$이므로

$\overline{AB}+\overline{AC}=16\,(cm)$ ···· ❸

답 16 cm

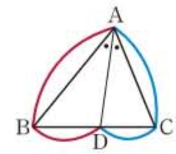
채점 기준	비율
❶ $\overline{AB} : \overline{AC}$를 구할 수 있다.	30 %
❷ k의 값을 구할 수 있다.	50 %
❸ $\overline{AB}+\overline{AC}$의 길이를 구할 수 있다.	20 %

만점 비법

삼각형의 내각의 이등분선의 성질

$\triangle ABC$에서 $\angle A$의 이등분선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 D라 하면

$\overline{AB} : \overline{AC}=\overline{BD} : \overline{CD}$



03 전략 $\triangle ABF$, $\triangle ABG$, $\triangle ADF$, $\triangle AEG$는 모두 $\angle A=90°$인 직각삼각형이므로 각각의 삼각형에서 피타고라스 정리를 이용한다.

풀이 $\overline{AD}=x$, $\overline{AF}=y\,(x>0,\ y>0)$라 하자.

$\triangle ADF$에서 $x^2+y^2=25$ ······ ㉠

$\triangle ABG$에서 $(3x)^2+(2y)^2=140$

$\therefore 9x^2+4y^2=140$ ······ ㉡

㉡$-$㉠$\times 4$를 하면 $5x^2=40$

$\therefore x^2=8$

$x^2=8$을 ㉠에 대입하면 $y^2=17$

$\triangle AEG$에서

$\overline{EG}^2=(2x)^2+(2y)^2=4x^2+4y^2=100$

$\triangle ABF$에서

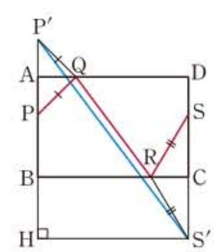
$\overline{BF}^2=(3x)^2+y^2=9x^2+y^2=89$

$\therefore \overline{EG}^2+\overline{BF}^2=189$

답 ⑤

04 전략 변에 대하여 대칭인 점을 그려 $\overline{PQ}+\overline{QR}+\overline{RS}$를 한 선분으로 나타낸다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 P와 $\overline{AD}$에 대하여 대칭인 점을 P', 점 S와 $\overline{BC}$에 대하여 대칭인 점을 S'이라 하면



$\overline{PQ}+\overline{QR}+\overline{RS}$

$=\overline{P'Q}+\overline{QR}+\overline{RS'} \ge \overline{P'S'}$

점 S'에서 $\overline{AB}$의 연장선 위에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle P'HS'$에서

$\overline{P'S'}^2=\overline{P'H}^2+\overline{HS'}^2=16^2+12^2=400$

$\therefore \overline{P'S'}=20\,(cm)$

따라서 구하는 길이는 20 cm이다.

답 20 cm

$\overline{P'H}=\overline{P'A}+\overline{AB}+\overline{BH}=3+8+5=16\,(cm)$

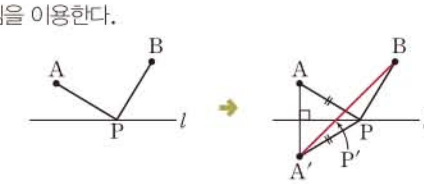
만점 비법

최단 거리 구하기

다음 그림에서 $\overline{AP}+\overline{PB}$의 길이 중 가장 짧은 길이를 구할 때에는 점 A와 직선 l에 대하여 대칭인 점을 A'이라 하고

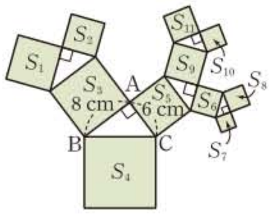
$\overline{AP}+\overline{PB}=\overline{A'P}+\overline{PB} \ge \overline{A'B}$

임을 이용한다.



05 전략 직각삼각형에서 빗변을 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는 나머지 두 변을 각각 한 변으로 하는 두 정사각형의 넓이의 합과 같음을 이용한다.

풀이 다음 그림과 같이 색칠한 정사각형의 넓이를 각각 S_1, S_2, $\cdots$, S_{11}이라 하자.



따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$\begin{aligned} & S_1+S_2+S_3+S_4+S_5+S_6+S_7+S_8+S_9+S_{10}+S_{11} \\ &= (S_1+S_2)+(S_3+S_5)+(S_7+S_8)+(S_{10}+S_{11}) \\ &\quad +S_4+S_6+S_9 \\ &= S_3+S_4+S_6+S_9+S_4+S_6+S_9 \\ &= S_3+2S_4+2(S_6+S_9) \\ &= S_3+2S_4+2S_5 \\ &= S_3+2(S_3+S_5)+2S_5 \\ &= 3S_3+4S_5 \\ &= 3\times8^2+4\times6^2 \\ &= 336\,(\mathrm{cm}^2) \end{aligned}$$

일품 BOX: $S_1+S_2=S_3$, $S_3+S_5=S_4$, $S_7+S_8=S_6$, $S_{10}+S_{11}=S_9$

일품 BOX: $S_6+S_9=S_5$

답 $336\ \mathrm{cm}^2$

06 전략 먼저 삼각형이 되기 위한 조건을 만족시키는 세 변의 길이를 구한다.

풀이 5개의 끈 중에서 3개를 골라 삼각형을 만들 수 있는 경우를 순서쌍으로 나타내면

$(5,\ 6,\ 8)$, $(5,\ 8,\ 12)$, $(5,\ 12,\ 13)$, $(6,\ 8,\ 12)$, $(6,\ 8,\ 13)$, $(6,\ 12,\ 13)$, $(8,\ 12,\ 13)$

의 7가지이다. ··· ❶

일품 BOX: $(5,\ 6,\ 12)$, $(5,\ 6,\ 13)$, $(5,\ 8,\ 13)$인 경우에는 삼각형이 만들어지지 않는다.

$5^2+6^2<8^2$ ➡ 둔각삼각형

$5^2+8^2<12^2$ ➡ 둔각삼각형

$5^2+12^2=13^2$ ➡ 직각삼각형

$6^2+8^2<12^2$ ➡ 둔각삼각형

$6^2+8^2<13^2$ ➡ 둔각삼각형

$6^2+12^2>13^2$ ➡ 예각삼각형

$8^2+12^2>13^2$ ➡ 예각삼각형 ··· ❷

따라서 $a=2$, $b=4$이므로

$b-a=2$ ··· ❸

답 2

채점 기준	비율
❶ 삼각형을 만들 수 있는 경우를 구할 수 있다.	30 %
❷ 어떤 삼각형인지 구할 수 있다.	50 %
❸ $b-a$의 값을 구할 수 있다.	20 %

학교 시험 실전 TEST Level 1

본책 92~93쪽

01 전략 두 직각삼각형 ABC와 ADC에서 피타고라스 정리를 이용한다.

풀이 △ABC에서 $\overline{AC}^2=20^2-16^2=144$

$\therefore\ \overline{AC}=12\,(\mathrm{cm})$

△ADC에서 $\overline{AD}^2=9^2+12^2=225$

$\therefore\ \overline{AD}=15\,(\mathrm{cm})$

답 ②

02 전략 피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{BM}$의 길이를 구한 후 삼각형의 닮음을 이용한다.

풀이 $\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times6=3\,(\mathrm{cm})$이므로 △ABM에서 $\overline{BM}^2=3^2+4^2=25$

$\therefore\ \overline{BM}=5\,(\mathrm{cm})$

$\overline{AF}\,/\!/\,\overline{BC}$에서 $\angle FBC=\angle F$ (엇각)이므로

$\angle MBF=\angle F$

따라서 △BFM은 이등변삼각형이므로

$\overline{MF}=\overline{BM}=5\,(\mathrm{cm})$

$\therefore\ \overline{DF}=5-3=2\,(\mathrm{cm})$

이때 △ABF∽△DEF (AA 닮음)이므로

일품 BOX: △ABF와 △DEF에서 ∠F는 공통, $\angle A=\angle FDE=90°$ ∴ △ABF∽△DEF

$\overline{AB}:\overline{DE}=\overline{AF}:\overline{DF}$

$4:\overline{DE}=8:2$, $\quad 8\overline{DE}=8$

$\therefore\ \overline{DE}=1\,(\mathrm{cm})$

답 ②

참고 △BCE∽△FDE (AA 닮음)임을 이용하여 $\overline{DE}$의 길이를 구할 수도 있다.

03 전략 직각삼각형 ABD에서 $\overline{AB}\times\overline{AD}=\overline{BD}\times\overline{AE}$, $\overline{AB}^2=\overline{BE}\times\overline{BD}$임을 이용한다.

풀이 $\overline{BD}^2=6^2+8^2=100 \qquad \therefore\ \overline{BD}=10\,(\mathrm{cm})$

△ABD에서 $\overline{AB}\times\overline{AD}=\overline{BD}\times\overline{AE}$이므로

$6\times8=10\times\overline{AE} \qquad \therefore\ \overline{AE}=\frac{24}{5}\,(\mathrm{cm})$

또 $\overline{AB}^2=\overline{BE}\times\overline{BD}$이므로

$6^2=\overline{BE}\times10 \qquad \therefore\ \overline{BE}=\frac{18}{5}\,(\mathrm{cm})$

같은 방법으로 하면 $\overline{DF}=\frac{18}{5}\,(\mathrm{cm})$이므로

$\overline{EF}=10-2\times\frac{18}{5}=\frac{14}{5}\,(\mathrm{cm})$

$\therefore\ \square AECF=\frac{24}{5}\times\frac{14}{5}=\frac{336}{25}\,(\mathrm{cm}^2)$

일품 BOX: $\overline{AE}\,/\!/\,\overline{FC}$, $\overline{AE}=\overline{FC}$에서 □AECF는 평행사변형이므로 $\overline{AE}$를 밑변으로 생각하면 $\overline{EF}$가 높이이다. $\therefore\ \square AECF=\overline{AE}\times\overline{EF}$

답 ⑤

다른풀이 △ABE=△AFD=△EBC=△FCD이므로

$$\begin{aligned} \square AECF &= \square ABCD-4\triangle ABE \\ &= 6\times8-4\times\left(\frac{1}{2}\times\frac{18}{5}\times\frac{24}{5}\right) \\ &= 48-\frac{864}{25}=\frac{336}{25}\,(\mathrm{cm}^2) \end{aligned}$$

04 전략 피타고라스 정리를 이용하여 단면인 원의 넓이를 구한다.

풀이 단면인 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

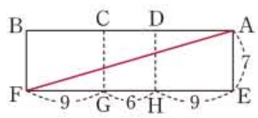
$r^2=12^2-6^2=108$

따라서 단면인 원의 넓이는

$\pi\times r^2=\pi\times108=108\pi\,(\text{cm}^2)$ 답 ④

05 전략 선이 지나는 부분의 전개도를 그려 최단 거리를 구한다.

풀이 오른쪽 그림과 같은 전개도의 일부에서 구하는 최단 거리는 $\overline{AF}$의 길이이므로

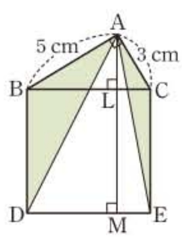


$\overline{AF}^2=(9+6+9)^2+7^2=625$

$\therefore\ \overline{AF}=25$ 답 ②

06 전략 색칠한 두 삼각형과 각각 넓이가 같은 삼각형을 찾는다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$, $\overline{DE}$에 내린 수선의 발을 각각 L, M이라 하면



$\triangle ABD=\triangle LBD$

$=\frac{1}{2}\square BDML$

$=\frac{1}{2}\times5^2=\frac{25}{2}\,(\text{cm}^2)$

$\square BDML$
$=(\overline{AB}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이)

$\triangle AEC=\triangle LEC=\frac{1}{2}\square LMEC$

$=\frac{1}{2}\times3^2=\frac{9}{2}\,(\text{cm}^2)$

$\square LMEC$
$=(\overline{AC}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이)

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\triangle ABD+\triangle AEC=\frac{25}{2}+\frac{9}{2}=17\,(\text{cm}^2)$

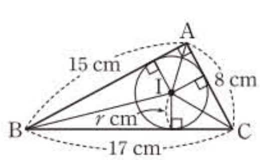
답 ①

07 전략 세 변의 길이 사이의 관계를 조사하여 △ABC가 어떤 삼각형인지 알아본다.

풀이 $\overline{AB}^2+\overline{CA}^2=\overline{BC}^2$이므로 △ABC는 ∠A=90°인 직각삼각형이다.

$15^2+8^2=17^2$

오른쪽 그림과 같이 내접원 I의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\frac{1}{2}\times15\times8$

$=\frac{1}{2}\times r\times(15+17+8)$

$\triangle ABC$
$=\triangle ABI+\triangle BCI$
$+\triangle CAI$

$60=20r\qquad\therefore\ r=3$ 답 ③

08 전략 피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{AC}$의 길이를 구한 후 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점임을 이용한다.

풀이 △ABC에서 $\overline{AC}^2=3^2+4^2=25$

$\therefore\ \overline{AC}=5\,(\text{cm})$

$3^2=\overline{AH}\times5$에서 $\overline{AH}=\frac{9}{5}\,(\text{cm})$

이때 점 M이 △ABC의 외심이므로

$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{5}{2}\,(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{HM}=\frac{5}{2}-\frac{9}{5}=\frac{7}{10}\,(\text{cm})$ ··· ❶

$\overline{HM}=\overline{AM}-\overline{AH}$

또 $\overline{BH}\times5=3\times4$에서 $\overline{BH}=\frac{12}{5}\,(\text{cm})$이므로 ··· ❷

$\triangle BMH=\frac{1}{2}\times\frac{7}{10}\times\frac{12}{5}=\frac{21}{25}\,(\text{cm}^2)$ ··· ❸

답 $\frac{21}{25}$ cm^2

채점 기준	배점
❶ $\overline{HM}$의 길이를 구할 수 있다.	3점
❷ $\overline{BH}$의 길이를 구할 수 있다.	2점
❸ △BMH의 넓이를 구할 수 있다.	1점

09 전략 삼각형이 되기 위한 조건과 예각, 둔각삼각형이 되기 위한 조건을 동시에 만족시키는 x의 값을 구한다.

풀이 삼각형이 되기 위한 조건에 의하여

$8<x<13$

$x<5+8$

$\therefore\ x=9,\ 10,\ 11,\ 12$ ······ ㉠ ··· ❶

(1) $x^2<5^2+8^2$에서 $x^2<89$ ······ ㉡

㉠, ㉡을 모두 만족시키는 자연수 x는 9이다. ··· ❷

(2) $x^2>5^2+8^2$에서 $x^2>89$ ······ ㉢

㉠, ㉢을 모두 만족시키는 자연수 x는 10, 11, 12이다. ··· ❸

답 (1) 9 (2) 10, 11, 12

채점 기준	배점
❶ 삼각형이 되기 위한 자연수 x의 값을 구할 수 있다.	2점
❷ 예각삼각형이 되기 위한 자연수 x의 값을 구할 수 있다.	2점
❸ 둔각삼각형이 되기 위한 자연수 x의 값을 구할 수 있다.	2점

10 전략 $\overline{AB}$의 길이를 구한 후 $\overline{BD}^2+\overline{AE}^2=\overline{AB}^2+\overline{DE}^2$임을 이용한다.

풀이 △ABC에서 $\overline{AB}^2=6^2+8^2=100$

$\therefore\ \overline{BD}^2+\overline{AE}^2=\overline{AB}^2+\overline{DE}^2$

$=100+5^2=125$ 답 125

학교 시험 실전 TEST Level 2

본책 94~95쪽

01 전략 피타고라스 정리와 직각삼각형의 닮음을 이용한다.

풀이 △ABC에서 $x^2=25^2-15^2=400$

$\therefore\ x=20$

$15^2=y\times25$이므로　　$y=9$

$z^2=16\times9=144$이므로　　$z=12$

$\therefore\ x+y-z=20+9-12=17$　　답 ①

$\overline{BD}=25-9=16$

02 전략 $\triangle A_0OB$, $\triangle A_1A_0B$, $\triangle A_2A_1B$, …에서 차례대로 빗변의 길이를 구해 본다.

풀이 $\triangle A_0OB$에서　$\overline{A_0B}^2=2^2+2^2=8$

$\triangle A_1A_0B$에서　$\overline{A_1B}^2=2^2+8=12$

$\triangle A_2A_1B$에서　$\overline{A_2B}^2=2^2+12=16$

$\triangle A_3A_2B$에서　$\overline{A_3B}^2=2^2+16=20$

$\triangle A_4A_3B$에서　$\overline{A_4B}^2=2^2+20=24$

$\triangle A_5A_4B$에서　$\overline{A_5B}^2=2^2+24=28$

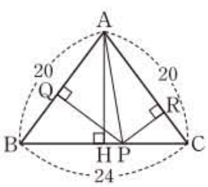
$\triangle A_6A_5B$에서　$\overline{A_6B}^2=2^2+28=32$

$\triangle A_7A_6B$에서　$\overline{A_7B}^2=2^2+32=36$

$\therefore\ \overline{A_7B}=6$　　답 ③

03 전략 $\triangle ABC$의 꼭지각에서 밑변에 수선을 그은 후 피타고라스 정리를 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AP}$를 긋고 점 A에서 밑변에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{BH}=\overline{CH}=12$이므로 $\triangle AHC$에서



$\overline{AH}^2=20^2-12^2=256$　　$\therefore\ \overline{AH}=16$

이때

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AH}=\frac{1}{2}\times24\times16=192$

이고 $\triangle ABC=\triangle ABP+\triangle APC$이므로

$192=\frac{1}{2}\times20\times\overline{PQ}+\frac{1}{2}\times20\times\overline{PR}$

$192=\frac{1}{2}\times20\times(\overline{PQ}+\overline{PR})$

$\therefore\ \overline{PQ}+\overline{PR}=\frac{96}{5}$　　답 ④

04 전략 주어진 조건을 이용하여 원뿔의 밑면의 반지름의 길이와 모선의 길이를 구한다.

풀이 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

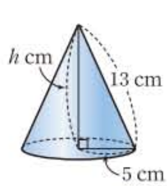
$2\pi r=10\pi$　　$\therefore\ r=5$

모선의 길이를 l cm라 하면

$\frac{1}{2}\times l\times10\pi=65\pi$　　$\therefore\ l=13$

반지름의 길이가 r, 호의 길이가 l인 부채꼴의 넓이 → $\frac{1}{2}rl$

주어진 전개도로 원뿔을 만들면 오른쪽 그림과 같으므로 원뿔의 높이를 h cm라 하면

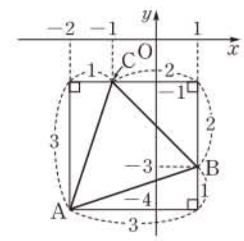


$h^2=13^2-5^2=144$

$\therefore\ h=12$　　답 ③

05 전략 좌표평면 위의 세 점을 연결하여 각 변의 길이를 빗변으로 하는 직각삼각형을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림에서



$\overline{AB}^2=3^2+1^2=10$,

$\overline{BC}^2=2^2+2^2=8$,

$\overline{CA}^2=1^2+3^2=10$

따라서 $\overline{AB}=\overline{CA}$,

$\overline{BC}^2+\overline{CA}^2>\overline{AB}^2$이므로

$\triangle ABC$는 이등변삼각형이면서 예각삼각형이다.　　답 ②

06 전략 넓이가 같은 삼각형을 모두 찾는다.

풀이 ① $\triangle BCH$와 $\triangle GCA$에서

$\overline{BC}=\overline{GC}$, $\angle BCH=\angle GCA$, $\overline{CH}=\overline{CA}$

$\angle BCH=\angle BCA+90^\circ=\angle GCA$

이므로　$\triangle BCH\equiv\triangle GCA$ (SAS 합동)

$\therefore\ \overline{BH}=\overline{AG}$

② $\triangle ABH=\triangle ABC=\frac{1}{2}\times5\times12=30\,(\text{cm}^2)$

④ $\triangle FML=\triangle BFL=\triangle ABF=\triangle EBC=\triangle EBA$

$=\frac{1}{2}\square DEBA=\frac{25}{2}\,(\text{cm}^2)$

⑤ $\triangle BMC=\triangle BML+\triangle CLM$

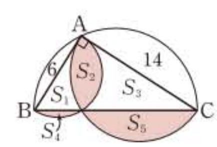
$\triangle CLM=\triangle CLG=\triangle AGC=\triangle BCH=\triangle ACH=\frac{1}{2}\square ACHI$

$=\triangle BFL+\frac{1}{2}\square ACHI$

$=\frac{25}{2}+\frac{1}{2}\times144=\frac{169}{2}\,(\text{cm}^2)$　　답 ③

07 전략 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$를 각각 지름으로 하는 반원의 넓이의 합은 $\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이와 같다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 각 부분의 넓이를 S_1, S_2, S_3, S_4, S_5라 하자.



이때

($\overline{AB}$를 지름으로 하는 반원의 넓이)

$+$($\overline{AC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이)

$=$($\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이)

이므로

$(S_1+S_2+S_4)+(S_2+S_3+S_5)$

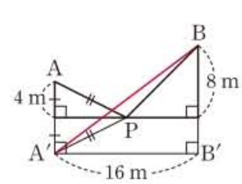
$=S_1+S_2+S_3+6+14$

$\therefore\ S_2+S_4+S_5=20$

따라서 색칠한 부분의 넓이는 20이다.　　답 ③

08 전략 직선으로 뻗어 있는 강가에 대하여 점 A와 대칭인 점 A′을 잡아 최단 거리를 구한다.

풀이 오른쪽 그림에서 토끼가 이동하는 거리는



$\overline{AP}+\overline{BP}=\overline{A'P}+\overline{BP}$

$\geq\overline{A'B}$ ⋯ ❶

$\triangle BA'B'$에서

$\triangle BA'B'$은 빗변이 $\overline{A'B}$이고 직각을 낀 두 변의 길이가 각각 12 m, 16 m인 직각삼각형이다.

$\overline{A'B}^2=16^2+(8+4)^2=400$

$\therefore \overline{A'B}=20\,(\mathrm{m})$

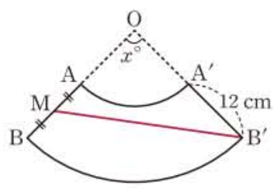
따라서 토끼가 이동하는 최단 거리는 20 m이다. ···· ❷

답 20 m

채점 기준	배점
❶ $\overline{A'B}$가 최단 거리임을 알 수 있다.	3점
❷ 최단 거리를 구할 수 있다.	3점

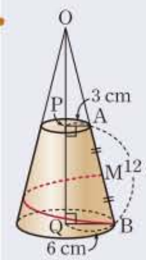
09 전략 선이 지나는 부분의 전개도를 그려 최단 거리가 되는 길이를 구한다.

풀이 오른쪽 그림과 같은 전개도의 일부에서 구하는 최단 거리는 $\overline{MB'}$의 길이이다. ···· ❶



이때 $\overline{OA}:\overline{OB}=1:2$이므로

일품 BOX



$\overline{OA}:\overline{OB}=\overline{PA}:\overline{QB}$
$=3:6$
$=1:2$

$\overline{OA}:(\overline{OA}+12)=1:2$

$\therefore \overline{OA}=12\,(\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{OB}=12+12=24\,(\mathrm{cm})$ ···· ❷

부채꼴의 중심각의 크기를 $x°$라 하면

$2\pi\times24\times\dfrac{x}{360}=2\pi\times6$

원뿔의 전개도에서 부채꼴의 호의 길이는 밑면의 둘레의 길이와 같다.

$\therefore x=90$ ···· ❸

$\overline{OM}=12+\dfrac{1}{2}\times12=18\,(\mathrm{cm})$이므로 $\triangle OMB'$에서

$\overline{MB'}^2=24^2+18^2=900$

$\therefore \overline{MB'}=30\,(\mathrm{cm})$

따라서 구하는 최단 거리는 30 cm이다. ···· ❹

답 30 cm

채점 기준	배점
❶ 선이 지나는 부분의 전개도를 그려 최단 거리를 찾을 수 있다.	1점
❷ $\overline{OB}$의 길이를 구할 수 있다.	2점
❸ 전개도에서 부채꼴의 중심각의 크기를 구할 수 있다.	2점
❹ 최단 거리를 구할 수 있다.	1점

만점 비법

부채꼴의 호의 길이와 넓이

반지름의 길이가 r, 중심각의 크기가 $x°$인 부채꼴의 호의 길이를 l, 넓이를 S라 하면

$l=2\pi r\times\dfrac{x}{360},\ S=\pi r^2\times\dfrac{x}{360}$

10 전략 $\overline{CD}^2+\overline{BE}^2=\overline{DE}^2+\overline{BC}^2$임을 이용한다.

풀이 $\triangle ABC$에서 $\overline{DE}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로

$\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{DE}:\overline{BC}$

$2:5=\overline{DE}:15,\quad 5\overline{DE}=30$

$\therefore \overline{DE}=6$

$\therefore \overline{CD}^2+\overline{BE}^2=\overline{DE}^2+\overline{BC}^2=6^2+15^2=261$

답 261

교과서 속 창의유형

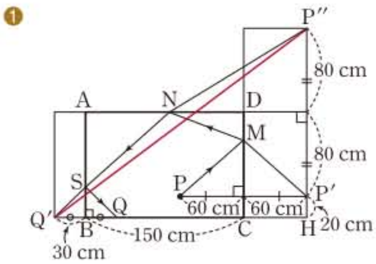
본책 96쪽

유제 1 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

❶ 두 점 P, Q와 대칭인 점을 이용하여 로봇청소기가 움직인 거리와 길이가 같은 선분을 찾는다.

❷ 피타고라스 정리를 이용하여 로봇청소기가 움직인 거리를 구한다.

풀이 ❶



위의 그림과 같이 점 P와 $\overline{CD}$에 대하여 대칭인 점을 P′, 점 P′과 직선 AD에 대하여 대칭인 점을 P″이라 하고 점 Q와 $\overline{AB}$에 대하여 대칭인 점을 Q′이라 하면 로봇청소기가 움직인 거리는

$\overline{PM}+\overline{MN}+\overline{NS}+\overline{SQ}$

$=\overline{P'M}+\overline{MN}+\overline{NS}+\overline{SQ'}$

$\geq\overline{P'N}+\overline{Q'N}=\overline{P''N}+\overline{Q'N}$

$\geq\overline{P''Q'}$

❷ 점 C에서 $\overline{P'P''}$의 연장선 위에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle P''Q'H$에서

$\overline{P''Q'}^2=240^2+180^2=90000$

$\therefore \overline{P''Q'}=300\,(\mathrm{cm})$

따라서 로봇청소기가 움직인 거리는 300 cm이다.

답 300 cm

유제 2 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

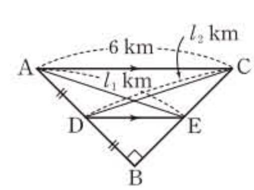
❶ 주어진 상황을 간단한 도형으로 나타낸다.

❷ (거리)=(속력)×(시간)임을 이용하여 집과 공원 사이의 거리를 구한다.

❸ 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용하여 도서관과 꽃가게 사이의 거리를 구한다.

❹ 직각삼각형에서 변의 길이 사이에 성립하는 관계를 이용하여 $l_1^2+l_2^2$의 값을 구한다.

풀이 ❶ 주어진 상황을 오른쪽 그림과 같이 나타내면



20분은 $\dfrac{20}{60}$시간, 즉 $\dfrac{1}{3}$시간이다.

❷ $\overline{AC}=18\times\dfrac{1}{3}=6\,(\mathrm{km})$

❸ $\overline{AD}=\overline{DB}$이고 $\overline{AC}\,/\!/\,\overline{DE}$이므로

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}$의 중점 M을 지나고 $\overline{BC}$에 평행한 직선과 $\overline{AC}$의 교점을 N이라 하면
$\overline{AN}=\overline{NC}$

$\overline{CE}=\overline{EB}$

$\therefore \overline{DE}=\dfrac{1}{2}\overline{AC}=3\,(\mathrm{km})$

❹ $\overline{AE}^2+\overline{CD}^2=\overline{DE}^2+\overline{AC}^2$이므로

$l_1^2+l_2^2=3^2+6^2=45$

답 45

Ⅳ 확률

1 경우의 수

개념 & 핵심 기출 본책 98~100쪽

01 ① 홀수의 눈이 나오는 경우는 1, 3, 5의 3가지이다.
② 4의 배수의 눈이 나오는 경우는 4의 1가지이다.
③ 2의 약수의 눈이 나오는 경우는 1, 2의 2가지이다.
④ 소수의 눈이 나오는 경우는 2, 3, 5의 3가지이다.
⑤ 3 이상의 눈이 나오는 경우는 3, 4, 5, 6의 4가지이다.
따라서 경우의 수가 가장 큰 사건은 ⑤이다. 답 ⑤

02 두 자리 자연수 중 7의 배수는
14, 21, 28, ⋯, 98
이므로 구하는 경우의 수는 13이다. 답 13

03 550원을 지불하는 경우를 표로 나타내면 오른쪽과 같으므로 구하는 경우의 수는 6이다. 답 6

(단위: 개)

500원	100원	50원
1	0	1
0	5	1
0	4	3
0	3	5
0	2	7
0	1	9

04 울릉도에서 강릉항으로 가는 경우의 수가 3, 포항항으로 가는 경우의 수가 2이므로 울릉도에서 강릉항 또는 포항항으로 가는 경우의 수는
$3+2=5$ 답 5

05 3의 배수는 3, 6, 9, 12, 15, 18이므로 3의 배수가 적힌 공을 꺼내는 경우의 수는 6
8의 배수는 8, 16이므로 8의 배수가 적힌 공을 꺼내는 경우의 수는 2
따라서 3의 배수 또는 8의 배수가 적힌 공을 꺼내는 경우의 수는 $6+2=8$ 답 8

06 두 주사위에서 나오는 눈의 수를 순서쌍으로 나타내면 눈의 수의 차가 2인 경우는
(1, 3), (2, 4), (3, 5), (4, 6),
(3, 1), (4, 2), (5, 3), (6, 4)
의 8가지이다.
또 눈의 수의 차가 4인 경우는
(1, 5), (2, 6), (5, 1), (6, 2)
의 4가지이다.

일품 BOX

액수가 큰 동전의 개수부터 정하는 것이 편리하다.

이웃하는 것을 하나로 묶는다.

'또는' → 두 사건이 일어나는 경우의 수를 더한다.

(4명의 순서를 정하는 경우의 수)
=(4명을 일렬로 세우는 경우의 수)

짝수 또는 홀수를 찾는 경우에는 일의 자리의 숫자를 먼저 정한다.

따라서 눈의 수의 차가 2 또는 4가 되는 경우의 수는
$8+4=12$ 답 ⑤

07 동전 한 개를 던져서 나오는 경우의 수는 앞, 뒤의 2이고, 주사위 한 개를 던져서 나오는 경우의 수는 1, 2, 3, 4, 5, 6의 6이므로 구하는 경우의 수는
$2\times2\times6=24$ 답 ③

08 (i) A → B → C로 가는 경우의 수
$2\times4=8$
(ii) A → C로 가는 경우의 수
2
(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는 $8+2=10$ 답 10

09 각 전구는 켜진 경우와 꺼진 경우의 2가지가 있고, 전구가 모두 꺼진 경우는 제외해야 하므로 3개의 전구로 만들 수 있는 신호는
$2\times2\times2-1=7$ (가지) 답 7가지

10 $5\times4\times3\times2=120$ 답 120

11 어린이 2명을 1명으로 생각하여 5명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $5\times4\times3\times2\times1=120$
이때 어린이끼리 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는 2이므로 구하는 경우의 수는 $120\times2=240$ 답 ⑤

12 A와 C의 순서는 정해져 있으므로 A와 C를 제외한 4명의 순서를 정하면 된다.
따라서 구하는 경우의 수는
$4\times3\times2\times1=24$ 답 24

13 홀수인 두 자리 자연수의 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 홀수, 즉 3, 5, 7 중 하나이다.
(i) 일의 자리의 숫자가 3인 경우
43, 53, 63, 73의 4개
(ii) 일의 자리의 숫자가 5인 경우
35, 45, 65, 75의 4개
(iii) 일의 자리의 숫자가 7인 경우
37, 47, 57, 67의 4개
이상에서 구하는 홀수의 개수는
$4+4+4=12$ 답 ③

다른풀이 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 3, 5, 7의 3가지, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 일의 자리에 온 숫자를 제외한 4가지이므로 구하는 홀수의 개수는
$3\times4=12$

14 백의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 5가지, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 포함한 6가지, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 포함한 6가지이다.

Ⅳ 확률

따라서 구하는 자연수의 개수는

$5\times6\times6=180$ 답 180

15 (i) 십의 자리의 숫자가 3인 경우

32, 34, 35의 3개

(ii) 십의 자리의 숫자가 4인 경우

40, 41, 42, 43, 45의 5개

(iii) 십의 자리의 숫자가 5인 경우

50, 51, 52, 53, 54의 5개

이상에서 32 이상인 두 자리 자연수의 개수는

$3+5+5=13$ 답 13

> 특정한 수 이상의 수의 개수를 구하는 경우에는 맨 앞자리에 오는 숫자부터 정한다.

16 여학생 4명 중에서 회장 1명, 부회장 1명을 뽑는 경우의 수는 $4\times3=12$

남학생 6명 중에서 회장 1명을 뽑는 경우의 수는 6

따라서 구하는 경우의 수는 $12\times6=72$ 답 72

> n명 중에서 자격이 다른 2명의 대표를 뽑는 경우의 수
> → $n\times(n-1)$

17 10명의 후보 중에서 대의원 1명을 뽑는 경우의 수는 10

의원 2명을 뽑는 경우의 수는 대의원 1명을 제외한 9명 중에서 자격이 같은 대표 2명을 뽑는 경우의 수와 같으므로 $\dfrac{9\times8}{2}=36$

따라서 구하는 경우의 수는 $10\times36=360$ 답 360

18 삼각형의 개수는 9개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 3개를 뽑는 경우의 수와 같으므로

$\dfrac{9\times8\times7}{3\times2\times1}=84$ 답 ③

만점 도전을 위한 고난도 문제

본책 101~103쪽

01 전략 나뭇가지 모양의 그림을 이용하여 구하는 경우를 나타낸다.

풀이 나루, 민정, 수민, 현희의 모자를 각각 a, b, c, d라 하자.

네 학생 모두 자기 자신의 모자가 아닌 것을 받는 경우를 나뭇가지 모양의 그림으로 나타내면 다음과 같다.

따라서 구하는 경우의 수는 9이다. 답 ⑤

02 전략 두 직선이 평행하려면 두 직선의 기울기는 같고 y절편은 달라야 한다.

풀이 두 직선 $y=2ax+3$, $y=(b+1)x+a$가 서로 평행하려면

$2a=b+1$, $a\neq3$, 즉 $b=2a-1$, $a\neq3$

이어야 한다. ⋯ ❶

$a=1$일 때, $b=2\times1-1=1$

$a=2$일 때, $b=2\times2-1=3$

$a\geq4$일 때, 주어진 조건을 만족시키는 6 이하의 자연수 b는 없다.

> $a=4$일 때, $b=2\times4-1=7$
> $a=5$일 때, $b=2\times5-1=9$
> $a=6$일 때, $b=2\times6-1=11$

따라서 조건을 만족시키는 a, b의 순서쌍 (a, b)는

$(1, 1)$, $(2, 3)$

이므로 구하는 경우의 수는 2이다. ⋯ ❷

답 2

채점 기준	비율
❶ a, b의 조건을 구할 수 있다.	40 %
❷ 두 직선이 서로 평행한 경우의 수를 구할 수 있다.	60 %

03 전략 각 상자에 담는 4개의 공의 개수를 순서쌍으로 나타내어 경우의 수를 센다.

풀이 구하는 경우의 수는 각각의 상자에 야구공을 한 개씩 담은 후 나머지 4개의 공을 세 상자에 나누어 담는 경우의 수와 같다.

각 상자에 담는 4개의 공의 개수를 순서쌍으로 나타내면 각 경우의 수는 다음과 같다.

(i) 0개, 0개, 4개로 나누어 담는 경우

$(0, 0, 4)$, $(0, 4, 0)$, $(4, 0, 0)$의 3가지

(ii) 0개, 1개, 3개로 나누어 담는 경우

$(0, 1, 3)$, $(0, 3, 1)$, $(1, 0, 3)$,
$(1, 3, 0)$, $(3, 0, 1)$, $(3, 1, 0)$의 6가지

> 3명을 일렬로 세우는 경우의 수와 같다.

(iii) 0개, 2개, 2개로 나누어 담는 경우

$(0, 2, 2)$, $(2, 0, 2)$, $(2, 2, 0)$의 3가지

(iv) 1개, 1개, 2개로 나누어 담는 경우

$(1, 1, 2)$, $(1, 2, 1)$, $(2, 1, 1)$의 3가지

이상에서 구하는 경우의 수는

$3+6+3+3=15$ 답 ④

04 전략 공에 적힌 두 수의 곱이 9의 배수인 경우와 10의 배수인 경우를 각각 순서쌍으로 나타내 본다.

풀이 두 주머니에서 꺼낸 공에 적힌 수를 순서쌍으로 나타내면 두 수의 곱이

(i) 9의 배수인 경우

$(3, 3)$, $(3, 6)$, $(6, 3)$,
$(6, 6)$의 4가지 ⋯ ❶

(ii) 10의 배수인 경우

$(2, 5), (5, 2), (4, 5),$

$(5, 4), (5, 6), (6, 5)$의 6가지 ···❷

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$4+6=10$ ···❸

답 10

채점 기준	비율
❶ 9의 배수인 경우의 수를 구할 수 있다.	40 %
❷ 10의 배수인 경우의 수를 구할 수 있다.	40 %
❸ 9의 배수 또는 10의 배수인 경우의 수를 구할 수 있다.	20 %

05 전략 카드에 적힌 세 수의 합이 5인 경우와 8인 경우를 각각 순서쌍으로 나타내 본다.

풀이 3개의 묶음에서 각각 뽑은 카드에 적힌 수를 순서쌍으로 나타내면

(i) 합이 5인 경우

$(1, 1, 3), (1, 3, 1), (3, 1, 1),$

$(1, 2, 2), (2, 1, 2), (2, 2, 1)$의 6가지

(ii) 합이 8인 경우

$(2, 3, 3), (3, 2, 3), (3, 3, 2)$의 3가지

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$6+3=9$

답 9

06 전략 2의 배수는 짝수이므로 두 수의 곱이 짝수가 되는 경우를 모두 찾아본다.

풀이 (i) a가 짝수, b가 홀수인 순서쌍 (a, b)의 개수

$4\times5=20$

(ii) a가 홀수, b가 짝수인 순서쌍 (a, b)의 개수

$5\times4=20$

(iii) a, b가 모두 짝수인 순서쌍 (a, b)의 개수

$4\times4=16$

이상에서 구하는 순서쌍 (a, b)의 개수는

$20+20+16=56$

답 ⑤

다른풀이 a, b는 각각 1부터 9까지의 값을 가질 수 있으므로 순서쌍 (a, b)의 총개수는

$9\times9=81$

이때 a와 b의 곱이 2의 배수가 되지 않는 경우는 a와 b의 곱이 홀수일 때이므로 a, b가 모두 홀수인 순서쌍 (a, b)의 개수는

$5\times5=25$

따라서 구하는 순서쌍 (a, b)의 개수는

$81-25=56$

일품 BOX

3개의 묶음이 서로 다르므로
$(1, 1, 3), (1, 3, 1), (3, 1, 1)$
은 서로 다른 경우이다.

경우의 수를 중복되지 않게 빠짐없이 구할 수 있도록 경우를 나누어 생각한다.

(사건 A가 일어나지 않는 경우의 수)
=(모든 경우의 수)
−(사건 A가 일어나는 경우의 수)

만점 비법

(짝수)×(짝수) → (짝수), (짝수)×(홀수) → (짝수),
(홀수)×(짝수) → (짝수), (홀수)×(홀수) → (홀수)
이므로 어떤 두 수의 곱이 짝수인 경우의 수는 일어날 수 있는 모든 경우의 수에서 두 수가 모두 홀수인 경우의 수를 뺀 것과 같다.

07 전략 각 깃발이 나타낼 수 있는 신호는 2가지이다.

풀이 각 깃발을 올리거나 올리지 않는 경우의 2가지가 있고, 깃발을 모두 올리지 않는 경우는 제외해야 하므로 5개의 깃발로 만들 수 있는 신호의 개수는

$2\times2\times2\times2\times2-1=2^5-1$

$=32-1=31$

답 31

08 전략 각각의 동전을 지불하는 방법의 수를 생각해 본다.

풀이 500원짜리 동전 4개, 100원짜리 동전 2개, 50원짜리 동전 1개를 지불하는 방법의 수는 각각 5, 3, 2이다.

따라서 돈을 지불하는 방법의 수는

$5\times3\times2=30$

이때 0원을 지불하는 경우는 제외해야 하므로 구하는 방법의 수는

$30-1=29$

답 29

참고 500원, 100원, 50원짜리 동전 중 일부 동전은 지불하지 않아도 되므로 동전을 0개 지불하는 경우를 포함하여 전체 경우의 수를 구한 후, 500원, 100원, 50원 모두 지불하지 않는 경우를 제외한다.

09 전략 집에서 도서관까지 가는 여러 경우를 나누어 각각의 경우의 수를 구한다.

풀이 (i) 집 → 학교 → 도서관으로 가는 경우의 수

$3\times3=9$

(ii) 집 → 서점 → 도서관으로 가는 경우의 수

$1\times2=2$

(iii) 집 → 학교 → 서점 → 도서관으로 가는 경우의 수

$3\times3\times2=18$

(iv) 집 → 서점 → 학교 → 도서관으로 가는 경우의 수

$1\times3\times3=9$

이상에서 구하는 경우의 수는

$9+2+18+9=38$

답 38

10 전략 지은이와 희진이 사이에 세울 한 명의 학생을 고른 후 이 3명을 1명으로 생각한다.

풀이 지은이와 희진이를 제외한 3명의 학생 중 지은이와 희진이 사이에 세울 학생을 선택하는 경우의 수는

3

지은이와 희진이 사이에 세운 학생과 지은이, 희진이를 1명으로 생각하여 3명을 일렬로 세우는 경우의 수는

$3\times2\times1=6$

지은이와 희진이가 자리를 바꾸는 경우의 수는

2

따라서 구하는 경우의 수는

$3\times6\times2=36$ 답 ④

지은□ 희진, 희진□ 지은의 2가지

11 전략 모음 a, e와 자음 f, t, h, r를 이용하여 주어진 상황에 맞는 경우의 수를 구한다.

풀이 (i) 맨 앞에 모음, 맨 뒤에 자음이 오는 경우

맨 앞에 올 수 있는 문자는 a, e의 2개, 맨 뒤에 올 수 있는 문자는 f, t, h, r의 4개이므로

$2\times4\times(4\times3\times2\times1)=192$ ··· ❶

(ii) 맨 앞에 자음, 맨 뒤에 모음이 오는 경우

맨 앞에 올 수 있는 문자는 f, t, h, r의 4개, 맨 뒤에 올 수 있는 문자는 a, e의 2개이므로

$4\times2\times(4\times3\times2\times1)=192$ ··· ❷

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$192+192=384$ ··· ❸

답 384

맨 앞과 맨 뒤에 오는 문자를 제외한 나머지 4개의 문자를 일렬로 배열하는 경우의 수

채점 기준	비율
❶ 맨 앞에 모음, 맨 뒤에 자음이 오는 경우의 수를 구할 수 있다.	40%
❷ 맨 앞에 자음, 맨 뒤에 모음이 오는 경우의 수를 구할 수 있다.	40%
❸ 한쪽 끝에만 자음이 오는 경우의 수를 구할 수 있다.	20%

12 전략 흥민이와 지수의 자리를 먼저 정한 후 나머지 학생들의 자리를 정한다.

풀이 2명씩 짝을 이루어 세 줄로 줄을 서므로 흥민이와 지수가 짝을 이루어 첫 번째, 두 번째, 세 번째 줄 중에서 1곳에 줄을 서는 경우의 수는

3

이때 흥민이와 지수가 서로 자리를 바꾸는 경우의 수는

2

또 나머지 4명이 2명씩 짝을 이루어 줄을 서는 경우의 수는 4명이 일렬로 서는 경우의 수와 같으므로

$4\times3\times2\times1=24$

따라서 구하는 경우의 수는

$3\times2\times24=144$ 답 144

13 전략 각 영역에 칠할 수 있는 색의 가짓수를 각각 구한 후 곱한다.

모두 다른 색을 칠하는 경우 한 번 칠한 색은 다시 사용할 수 없다.

풀이 6개의 도를 A, B, C, D, E, F라 하면 A에 칠할 수 있는 색은 6가지, B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 5가지, C에 칠할 수 있는 색은 A, B에 칠한 색을 제외한 4가지, D에 칠할 수 있는 색은 A, B, C에 칠한 색을 제외한 3가지, E에 칠할 수 있는 색은 A, B, C, D에 칠한 색을 제외한 2가지, F에 칠할 수 있는 색은 A, B, C, D, E에 칠한 색을 제외한 1가지이므로 구하는 경우의 수는

$6\times5\times4\times3\times2\times1=720$ 답 ④

14 전략 4의 배수는 끝의 두 자리의 수가 4의 배수인 수이다.

풀이 백의 자리에 올 수 있는 숫자는

1, 2, 3, 4의 4개

끝의 두 자리의 수가 4의 배수가 되는 경우는

□00, □04, □12, □20,

□24, □32, □40, □44의 8가지

꺼낸 공을 다시 주머니에 넣으므로 일의 자리의 숫자와 십의 자리의 숫자가 서로 같을 수 있다.

따라서 구하는 4의 배수의 개수는

$4\times8=32$ 답 ④

만점 비법

배수의 판정

① 3의 배수: 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수인 수

② 4의 배수: 끝의 두 자리의 수가 4의 배수인 수

③ 5의 배수: 끝의 한 자리의 숫자가 0 또는 5인 수

④ 9의 배수: 각 자리의 숫자의 합이 9의 배수인 수

15 전략 조건을 만족시키도록 십의 자리와 일의 자리에 올 수 있는 숫자를 각각 찾는다.

풀이 십의 자리에 올 수 있는 숫자는

3, 4, 5, 6, 7, 8의 6개 ··· ❶

일의 자리에 올 수 있는 숫자는

1, 3, 5의 3개 ··· ❷

따라서 30 이상인 홀수의 개수는

$6\times3=18$ ··· ❸

답 18

채점 기준	비율
❶ 십의 자리에 올 수 있는 수의 개수를 구할 수 있다.	40%
❷ 일의 자리에 올 수 있는 수의 개수를 구할 수 있다.	40%
❸ 30 이상인 홀수의 개수를 구할 수 있다.	20%

16 전략 천의 자리의 숫자가 1, 3, 5, 6인 경우로 나누어 생각한다.

풀이 (i) 천의 자리의 숫자가 1인 경우

백의 자리에 올 수 있는 숫자는 5가지, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 4가지, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 3가지이므로 $5\times4\times3=60$

(ii) 천의 자리의 숫자가 3인 경우

백의 자리에 올 수 있는 숫자는 5가지, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 4가지, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 3가지이므로 $5\times4\times3=60$

(iii) 천의 자리의 숫자가 5인 경우

백의 자리에 올 수 있는 숫자는 5가지, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 4가지, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 3가지이므로 $5\times4\times3=60$

(iv) 천의 자리의 숫자가 6인 경우

백의 자리에 올 수 있는 숫자는 5가지, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 4가지, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 3가지이므로 $5\times4\times3=60$

이상에서 $60+60+60+60=240$이므로 240번째에 나타나는 수는 천의 자리의 숫자가 6인 수 중에서 가장 큰 수인 6853이고, 239번째에 나타나는 수는 6851이므로 238번째에 나타나는 수는 6850이다. 답 ④

17 전략 8명 중에서 회장, 부회장을 뽑는 경우의 수와 나머지 6명 중에서 대의원 2명을 뽑는 경우의 수를 각각 구한다.

풀이 8명 중에서 회장, 부회장을 각각 1명씩 뽑는 경우의 수는 $8\times7=56$ ··· ❶

나머지 6명 중에서 대의원 2명을 뽑는 경우의 수는

$\frac{6\times5}{2}=15$ ··· ❷

따라서 구하는 경우의 수는 $56\times15=840$ ··· ❸

답 840

채점 기준	비율
❶ 8명 중에서 회장, 부회장을 뽑는 경우의 수를 구할 수 있다.	40 %
❷ 나머지 중에서 대의원 2명을 뽑는 경우의 수를 구할 수 있다.	40 %
❸ 답을 구할 수 있다.	20 %

18 전략 2문제, 3문제, 4문제를 맞히는 경우의 수를 각각 구한다.

풀이 (i) 2문제를 맞히는 경우의 수는 $\frac{4\times3}{2}=6$

(ii) 3문제를 맞히는 경우의 수는 $\frac{4\times3\times2}{3\times2\times1}=4$

(iii) 4문제를 모두 맞히는 경우의 수는 1

이상에서 구하는 경우의 수는

$6+4+1=11$ 답 ①

다른풀이 4문제에 ○, ×를 표시하는 모든 경우의 수는

$2\times2\times2\times2=16$

(i) 4문제 모두 틀리는 경우의 수는 1

(ii) 1문제만 맞히는 경우의 수는 4

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$16-(1+4)=11$

일품 BOX

여자 회원 한 명당 악수할 수 있는 남자 회원은 4명이다.

n명의 후보 중에서
① 자격이 다른 대표 2명을 뽑는 경우의 수는 $n\times(n-1)$
② 자격이 같은 대표 2명을 뽑는 경우의 수는 $\frac{n\times(n-1)}{2}$

한 직선 위의 세 점으로는 삼각형을 만들 수 없다.

19 전략 n명이 다른 모든 사람과 한 사람도 빠짐없이 한 번씩 악수를 하는 경우의 수는 $\frac{n\times(n-1)}{2}$이다.

풀이 (i) 여자 회원들이 남자 회원들과만 한 사람도 빠짐없이 한 번씩 악수를 하는 경우의 수는

$5\times4=20$

(ii) 여자 회원들끼리 한 사람도 빠짐없이 한 번씩 악수를 하는 경우의 수는

$\frac{5\times4}{2}=10$

(i), (ii)에서 구하는 횟수는

$20+10=30$ 답 ②

다른풀이 9명의 회원이 다른 모든 회원들과 한 사람도 빠짐없이 한 번씩 악수를 하는 경우의 수는

$\frac{9\times8}{2}=36$

이때 남자 회원들끼리 한 사람도 빠짐없이 한 번씩 악수를 하는 경우의 수는

$\frac{4\times3}{2}=6$

따라서 구하는 횟수는 $36-6=30$

만점 비법

n명 중 서로 다른 2명은 악수를 1번 하므로 n명이 한 악수의 총횟수는 n명 중 자격이 같은 대표 2명을 뽑는 경우의 수와 같다.

20 전략 세 점을 연결하여 만들 수 있는 삼각형의 개수는 n개의 점 중에서 순서에 관계없이 3개를 뽑는 경우의 수와 같다.

풀이 8개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 3개를 뽑는 경우의 수는

$\frac{8\times7\times6}{3\times2\times1}=56$ ··· ❶

반원의 지름 위에 있는 점 중에서 3개를 뽑는 경우의 수는 1 ··· ❷

따라서 구하는 삼각형의 개수는

$56-1=55$ ··· ❸

답 55

채점 기준	비율
❶ 8개의 점 중에서 3개를 뽑는 경우의 수를 구할 수 있다.	50 %
❷ 반원의 지름 위에 있는 점 중에서 3개를 뽑는 경우의 수를 구할 수 있다.	30 %
❸ 삼각형의 개수를 구할 수 있다.	20 %

만점 비법

한 직선 위에 있는 서로 다른 n개의 점 중에서
① 서로 다른 두 점으로 만든 직선은 모두 일치하므로 만들 수 있는 직선은 한 개뿐이다.
② 서로 다른 세 점으로 만들 수 있는 삼각형은 없다.

IV 확률

일품 BOX

21 전략 한 직선 위의 세 점으로는 삼각형을 만들 수 없다.

풀이 7개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 3개를 뽑는 경우의 수는

$\frac{7\times6\times5}{3\times2\times1}=35$

직선 l 위의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 3개를 뽑는 경우의 수는

$\frac{4\times3\times2}{3\times2\times1}=4$

직선 m 위의 점 중에서 3개를 뽑는 경우의 수는

1

따라서 구하는 삼각형의 개수는

$35-(4+1)=30$ 답 ①

다른풀이 (i) 직선 l 위의 한 점과 직선 m 위의 두 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 개수는

$4\times\frac{3\times2}{2}=12$

(ii) 직선 l 위의 두 점과 직선 m 위의 한 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 개수는

$\frac{4\times3}{2}\times3=18$

(i), (ii)에서 구하는 삼각형의 개수는

$12+18=30$

최상위로 가는 최고 수준 문제

본책 104쪽

01 전략 점 P가 점 A에 오려면 나오는 눈의 수의 합이 5의 배수이어야 함을 이용한다.

풀이 점 P가 점 A에 오려면 나오는 눈의 수의 합이 5의 배수이어야 한다.

두 개의 주사위를 던질 때, 나오는 눈의 수를 각각 a, b라 하면 a, b의 순서쌍 (a, b)는

(i) $a+b=5$인 경우

$(1, 4)$, $(2, 3)$, $(3, 2)$, $(4, 1)$의 4가지

(ii) $a+b=10$인 경우

$(4, 6)$, $(5, 5)$, $(6, 4)$의 3가지

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$4+3=7$ 답 7

02 전략 모든 경우의 수에서 $M-m\le1$인 경우의 수를 뺀다.

$M-m>1$인 경우는 $M-m$의 값이 2, 3, 4, 5인 경우이므로 모든 경우의 수에서 $M-m$의 값이 0, 1인 경우의 수를 빼면 답을 편리하게 구할 수 있다.

풀이 3개의 주사위를 동시에 던질 때, 나올 수 있는 모든 경우의 수는 $6\times6\times6=216$

(i) $M-m=0$인 경우

$(1, 1, 1)$, $(2, 2, 2)$, $(3, 3, 3)$, $(4, 4, 4)$, $(5, 5, 5)$, $(6, 6, 6)$의 6가지

(ii) $M-m=1$인 경우

$(1, 1, 2)$, $(1, 2, 2)$, $(2, 2, 3)$, $(2, 3, 3)$, $(3, 3, 4)$, $(3, 4, 4)$, $(4, 4, 5)$, $(4, 5, 5)$, $(5, 5, 6)$, $(5, 6, 6)$

의 10가지에서 각각의 경우에 순서가 바뀌는 경우가 3가지씩 있으므로

(■, ■, ●), (■, ●, ■), (●, ■, ■)

$10\times3=30$ (가지)

(i), (ii)에서 $M-m\le1$인 경우의 수는

$6+30=36$

따라서 구하는 경우의 수는

$216-36=180$ 답 180

03 전략 n개의 점이 나타낼 수 있는 문자의 개수를 구하여 부등식을 세운다.

풀이 (1) 점자판의 각 점은 볼록하게 튀어나오거나 튀어나오지 않는 경우의 2가지가 있다.

따라서 6개의 점으로 나타낼 수 있는 문자의 개수는

$2\times2\times2\times2\times2\times2-1=2^6-1=64-1$

$=63$ ··· ❶

튀어나온 점이 하나도 없는 경우는 제외한다.

(2) 점 n개로 만들 수 있는 문자의 개수는 2^n-1이므로

$\underbrace{2\times2\times\cdots\times2}_{n\text{개}}-1$

255개의 문자를 만들려면

$2^n-1\ge255$, $2^n\ge256$

이때 $2^7=128$, $2^8=256$, $2^9=512$, $\cdots$이므로

$n\ge8$

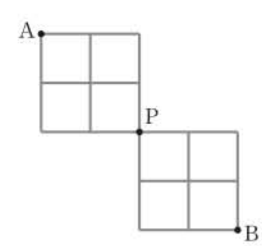
따라서 구하는 값은 8이다. ··· ❷

답 (1) 63 (2) 8

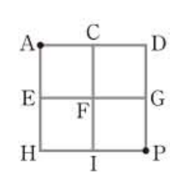
채점 기준	비율
❶ 6개의 점으로 나타낼 수 있는 모든 문자의 개수를 구할 수 있다.	40 %
❷ n이 될 수 있는 값 중 가장 작은 값을 구할 수 있다.	60 %

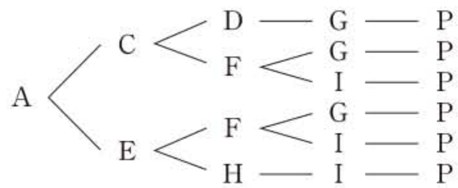
04 전략 A 지점에서 B 지점으로 이동하는 길을 두 구간으로 나누어 생각한다.

풀이 조건 (가), (나)에 의하여 윤주는 최단 거리로 이동해야 하고, A 지점에서 B 지점 또는 B 지점에서 A 지점으로 이동하려면 오른쪽 그림에서 P 지점을 반드시 지나야 한다.



이때 오른쪽 그림에서 A 지점에서 P 지점까지 이동하는 경우를 나뭇가지 모양의 그림으로 나타내면 다음과 같다.





따라서 A → P, P → B로 이동하는 경우의 수는 각각 6이다.

(i) A 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 이동하는 경우의 수는 $6\times6=36$ ⋯ ❶

(ii) B 지점에서 A 지점까지 최단 거리로 이동하는 경우의 수는 $6\times6=36$

이때 A 지점에서 B 지점까지 이동한 길은 제외해야 하므로 $36-1=35$ ⋯ ❷

(i), (ii)에서 구하는 경우의 수는

$36\times35=1260$ ⋯ ❸

답 1260

채점 기준	비율
❶ A → B로 이동하는 경우의 수를 구할 수 있다.	40 %
❷ B → A로 이동하는 경우의 수를 구할 수 있다.	40 %
❸ A → B → A로 이동하는 경우의 수를 구할 수 있다.	20 %

05 전략 먼저 A, B로 시작하는 단어의 개수를 각각 구한다.

풀이 A로 시작하는 단어의 개수는

$4\times3\times2\times1=24$

맨 앞의 A를 제외한 B, C, D, E를 일렬로 배열하는 경우의 수

B로 시작하는 단어의 개수는

$4\times3\times2\times1=24$

CAB로 시작하는 단어의 개수는 CABDE, CABED의 2이고, CAD로 시작하는 단어의 개수는 CADBE, CADEB의 2이다.

따라서 ABCDE에서 CADEB까지의 단어의 총개수는

$24+24+2+2=52$

이므로 CADEB는 52번째에 온다.

답 52번째

06 전략 이웃하는 영역이 가장 많은 영역에 칠하는 경우의 수를 먼저 구한다.

풀이 C에 칠할 수 있는 색은 5가지, D에 칠할 수 있는 색은 C에 칠한 색을 제외한 4가지, E에 칠할 수 있는 색은 C, D에 칠한 색을 제외한 3가지이다.

또 A에 칠할 수 있는 색은 C에 칠한 색을 제외한 4가지, B에 칠할 수 있는 색은 A, C에 칠한 색을 제외한 3가지이다.

따라서 구하는 경우의 수는

$5\times4\times3\times4\times3=720$

답 ②

2 확률

개념 & 핵심 기출

본책 106~107쪽

01 모든 경우의 수는 $4\times3\times2\times1=24$

3이 적힌 카드를 가장 앞에 놓는 경우의 수는

$3\times2\times1=6$

3을 제외한 나머지 3장의 카드를 나열하는 경우의 수

따라서 구하는 확률은 $\dfrac{6}{24}=\dfrac{1}{4}$

답 ③

02 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

$2a+b=8$을 만족시키는 a, b의 순서쌍 (a, b)는

a, b 중 계수가 큰 a의 값이 1, 2, 3일 때의 b의 값을 구한다.

$(1, 6)$, $(2, 4)$, $(3, 2)$

의 3가지이므로 구하는 확률은 $\dfrac{3}{36}=\dfrac{1}{12}$

답 $\dfrac{1}{12}$

03 6장의 카드 중에서 3장을 뽑아 만들 수 있는 세 자리 자연수의 개수는 $5\times5\times4=100$

0은 백의 자리의 숫자가 될 수 없다.

(i) 백의 자리의 숫자가 1인 경우

십의 자리에 올 수 있는 숫자는 0, 2, 3, 4, 5의 5가지이고, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 4가지이므로

백의 자리의 숫자인 1과 십의 자리에 온 숫자를 제외한 나머지 숫자의 개수

$5\times4=20$ (가지)

(ii) 백의 자리의 숫자가 2인 경우

십의 자리에 올 수 있는 숫자는 0, 1, 3, 4, 5의 5가지이고, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 4가지이므로

$5\times4=20$ (가지)

(iii) 백의 자리의 숫자가 3인 경우

십의 자리의 숫자가 0, 1, 2, 4 중 하나이면 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 각각 4가지씩이고, 십의 자리의 숫자가 5이면 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 0의 1가지이므로

$4\times4+1=17$ (가지)

이상에서 세 자리 자연수가 350 이하인 경우의 수는

$20+20+17=57$

따라서 구하는 확률은 $\dfrac{57}{100}$

답 $\dfrac{57}{100}$

04 (ㄷ) $0\le pq\le1$

(ㄹ) $q=0$이면 $p+q=1$에서 $p=1$이므로 사건 A는 반드시 일어난다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ)이다.

답 ①

05 5명의 학생을 일렬로 세우는 경우의 수는

$5\times4\times3\times2\times1=120$

이때 A, B가 이웃하는 경우의 수는

$(4\times3\times2\times1)\times2=48$

A와 B를 1명으로 생각하여 4명을 일렬로 세운 후 A와 B가 자리를 바꾸는 경우의 수를 곱한다.

이므로 그 확률은 $\dfrac{48}{120}=\dfrac{2}{5}$

따라서 구하는 확률은

$1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$ 답 $\frac{3}{5}$

06 6명 중에서 대표 2명을 뽑는 경우의 수는

$\frac{6\times5}{2}=15$

이때 2명 모두 여학생이 뽑히는 경우의 수는

$\frac{3\times2}{2}=3$

이므로 그 확률은 $\frac{3}{15}=\frac{1}{5}$

따라서 구하는 확률은

$1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$ 답 $\frac{4}{5}$

다른풀이 남학생 2명이 뽑히는 경우의 수는

$\frac{3\times2}{2}=3$

남학생 1명, 여학생 1명이 뽑히는 경우의 수는

$3\times3=9$

따라서 적어도 1명은 남학생이 뽑힐 확률은

$\frac{3+9}{15}=\frac{4}{5}$

07 1등에 당첨될 확률은 $\frac{1}{180}$

2등에 당첨될 확률은 $\frac{3}{180}=\frac{1}{60}$

따라서 구하는 확률은

$\frac{1}{180}+\frac{1}{60}=\frac{1}{45}$ 답 $\frac{1}{45}$

08 모든 경우의 수는 $8\times8=64$

바닥에 오는 면에 적힌 수를 순서쌍으로 나타내면

(i) 두 수의 합이 6인 경우

(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)

의 5가지이므로 그 확률은 $\frac{5}{64}$

(ii) 두 수의 차가 6인 경우

(1, 7), (2, 8), (7, 1), (8, 2)

의 4가지이므로 그 확률은 $\frac{4}{64}=\frac{1}{16}$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$\frac{5}{64}+\frac{1}{16}=\frac{9}{64}$ 답 $\frac{9}{64}$

09 모든 경우의 수는 $2\times2\times2\times2=16$

윷가락에서 나오는 면을 순서쌍으로 나타내면

(i) 개가 나오는 경우

(배, 배, 등, 등), (배, 등, 배, 등), (배, 등, 등, 배),
(등, 배, 배, 등), (등, 배, 등, 배), (등, 등, 배, 배)

의 6가지이므로 그 확률은

$\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$

(ii) 윷이 나오는 경우

(배, 배, 배, 배)의 1가지뿐이므로 그 확률은

$\frac{1}{16}$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$\frac{3}{8}+\frac{1}{16}=\frac{7}{16}$ 답 ④

10 주사위 1개를 던질 때, 6의 약수의 눈이 나올 확률은

$\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

동전 1개를 던질 때, 뒷면이 나올 확률은

$\frac{1}{2}$

따라서 구하는 확률은

$\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{3}$ 답 ①

11 두 사람 모두 문제를 맞히지 못할 확률은

$\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\left(1-\frac{2}{3}\right)=\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{4}$

따라서 구하는 확률은

$1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$ 답 $\frac{3}{4}$

12 A가 당첨 제비를 뽑지 않을 확률은 $\frac{7}{10}$

B가 당첨 제비를 뽑을 확률은 $\frac{3}{10}$

따라서 구하는 확률은

$\frac{7}{10}\times\frac{3}{10}=\frac{21}{100}$ 답 $\frac{21}{100}$

일품 BOX

윷가락 4개 중 2개가 배가 나오면 되므로 경우의 수는 $\frac{4\times3}{2}=6$

1, 2, 3, 6의 4가지

사건 A가 일어날 확률을 p라 하면 사건 A가 일어나지 않을 확률은 $1-p$이다.

처음 꺼낸 제비를 다시 넣으므로 두 번째 꺼낼 때도 제비의 총개수는 10이다.

윷가락 한 개를 던질 때 나올 수 있는 경우는 등, 배의 2가지이다.

첫 번째 꺼낸 공을 다시 넣으므로 두 번째 꺼낸 공에 적힌 수가 첫 번째 꺼낸 공에 적힌 수와 같을 수 있다.

만점 도전을 위한 고난도 문제

본책 108~110쪽

01 전략 첫 번째 꺼낸 공에 적힌 수가 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7인 경우로 나누어 경우의 수를 구한다.

풀이 모든 경우의 수는

$7\times7=49$ ··· ❶

두 공에 적힌 수를 순서쌍으로 나타내면

(i) 첫 번째 꺼낸 공에 적힌 수가 1인 경우

(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4),
(1, 5), (1, 6), (1, 7)의 7가지

(ii) 첫 번째 꺼낸 공에 적힌 수가 2인 경우

(2, 1), (2, 2), (2, 4), (2, 6)의 4가지

(iii) 첫 번째 꺼낸 공에 적힌 수가 3인 경우

(3, 1), (3, 3), (3, 6)의 3가지

(iv) 첫 번째 꺼낸 공에 적힌 수가 4인 경우

(4, 1), (4, 2), (4, 4)의 3가지

(v) 첫 번째 꺼낸 공에 적힌 수가 5인 경우

(5, 1), (5, 5)의 2가지

(vi) 첫 번째 꺼낸 공에 적힌 수가 6인 경우

(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 6)의 4가지

(vii) 첫 번째 꺼낸 공에 적힌 수가 7인 경우

(7, 1), (7, 7)의 2가지

이상에서 어느 한 공에 적힌 수가 다른 공에 적힌 수의 약수가 되는 경우의 수는

$7+4+3+3+2+4+2=25$ ··· ❷

따라서 구하는 확률은

$\frac{25}{49}$ ··· ❸

답 $\frac{25}{49}$

채점 기준	비율
❶ 모든 경우의 수를 구할 수 있다.	10 %
❷ 꺼낸 두 공 중 어느 한 공에 적힌 수가 다른 공에 적힌 수의 약수가 되는 경우의 수를 구할 수 있다.	70 %
❸ 답을 구할 수 있다.	20 %

02

전략 한 장의 카드에 적힌 수가 9인 경우와 3의 배수인 경우로 나누어 생각한다.

풀이 15장의 카드에서 2장의 카드를 뽑는 경우의 수는

$\frac{15\times14}{2}=105$

(i) 한 장의 카드에 적힌 수가 9인 경우

나머지 한 장의 카드에 적힌 수에 관계없이 두 수의 곱은 항상 9의 배수가 되므로

14가지

(ii) 한 장의 카드에 적힌 수가 3의 배수인 경우

나머지 한 장의 카드에 적힌 수도 3의 배수이어야 하므로 카드에 적힌 수를 순서쌍으로 나타내면

(3, 6), (3, 9), (3, 12), (3, 15),
(6, 9), (6, 12), (6, 15), (9, 12),
(9, 15), (12, 15)의 10가지

이때 카드에 적힌 수가 9인 경우는 (i)의 경우에 중복되므로

(3, 9), (6, 9), (9, 12), (9, 15)의 4가지

$10-4=6$ (가지)

(i), (ii)에서 두 수의 곱이 9의 배수가 되는 경우의 수는

$14+6=20$

따라서 구하는 확률은

$\frac{20}{105}=\frac{4}{21}$

답 $\frac{4}{21}$

일품 BOX

03

전략 연립방정식의 해가 존재하지 않으려면 두 일차방정식의 그래프가 서로 평행해야 한다.

두 직선
$y=mx+n$,
$y=m'x+n'$
이 서로 평행할 조건
→ $m=m'$, $n\neq n'$

풀이 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

주어진 연립방정식의 해가 존재하지 않으려면 두 직선 $ax-y+5=0$, $3x-y+b=0$, 즉 $y=ax+5$, $y=3x+b$가 서로 평행해야 하므로 기울기는 같고 y절편은 달라야 한다.

$\therefore a=3$, $b\neq5$

따라서 $a=3$일 때, b는 1, 2, 3, 4, 6의 5가지이므로 구하는 확률은

$\frac{5}{36}$

답 ①

04

전략 더 넣어야 하는 파란 구슬의 개수를 x로 놓고 식을 세운다.

풀이 파란 구슬을 x개 더 넣는다고 하면

$\frac{3}{3+7+x}=\frac{1}{5}$, $10+x=15$

(빨간 구슬이 나올 확률) $=\frac{(\text{빨간 구슬의 개수})}{(\text{전체 구슬의 개수})}$

$\therefore x=5$

따라서 파란 구슬을 5개 더 넣어야 한다.

답 ③

05

전략 4명의 학생을 키가 작은 학생부터 차례로 A, B, C, D라 하고 왼쪽에서 두 번째에 올 수 있는 학생을 생각한다.

풀이 4명의 학생을 일렬로 세우는 경우의 수는

$4\times3\times2\times1=24$

4명의 학생을 키가 작은 학생부터 차례로 A, B, C, D라 하자.

가장 왼쪽에서 두 번째의 학생이 이웃한 두 학생보다 키가 크려면 두 번째의 학생은 C 또는 D이어야 한다.

(i) 두 번째의 학생이 C인 경우

ACBD, BCAD의 2가지

(ii) 두 번째의 학생이 D인 경우

D는 키가 가장 큰 학생이므로 두 번째의 학생이 D이면 나머지 자리에 A, B, C를 어떻게 세워도 조건을 만족시킨다.

$3\times2\times1=6$(가지)

(i), (ii)에서 가장 왼쪽에서 두 번째의 학생이 자신과 이웃한 두 학생보다 키가 큰 경우의 수는

$2+6=8$

따라서 구하는 확률은

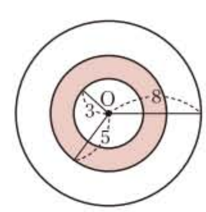
$\frac{8}{24}=\frac{1}{3}$

답 ②

06

전략 점 O를 중심으로 하고 반지름의 길이가 3인 원과 5인 원을 각각 그린 후 원의 넓이를 이용한다.

풀이 오른쪽 그림에서 $3\leq\overline{OA}\leq5$가 되려면 색칠한 부분(경계선 포함)에 점 A가 있어야 한다.



따라서 구하는 확률은

$$\frac{(\text{색칠한 부분의 넓이})}{(\text{원 O의 넓이})}=\frac{\pi\times5^2-\pi\times3^2}{\pi\times8^2}=\frac{16\pi}{64\pi}=\frac{1}{4}$$

답 $\frac{1}{4}$

07 전략 두 사원 A, B의 여행 날짜가 1일도 겹치지 않을 확률을 이용한다.

풀이 A 사원은 2박 3일 동안 여행을 가므로 여행을 출발할 수 있는 날은 1일, 2일, 3일, 4일, 5일의 5가지이고, B 사원은 3박 4일 동안 여행을 가므로 여행을 출발할 수 있는 날은 1일, 2일, 3일, 4일의 4가지이다.
따라서 A, B 두 사원이 여행을 가는 경우의 수는

$5\times4=20$ ··· ❶

이때 A, B 두 사원의 여행 날짜가 1일도 겹치지 않는 경우는 A 사원이 1일부터 3일까지, B 사원이 4일부터 7일까지 여행을 가거나 A 사원이 5일부터 7일까지, B 사원이 1일부터 4일까지 여행을 가는 경우의 2가지이므로 그 확률은

$\frac{2}{20}=\frac{1}{10}$ ··· ❷

따라서 구하는 확률은

$1-\frac{1}{10}=\frac{9}{10}$ ··· ❸

답 $\frac{9}{10}$

채점 기준	비율
❶ 두 사원이 여행을 가는 경우의 수를 구할 수 있다.	40 %
❷ 두 사원의 여행 날짜가 겹치지 않을 확률을 구할 수 있다.	40 %
❸ 두 사원의 여행 날짜가 1일 이상 겹치게 될 확률을 구할 수 있다.	20 %

08 전략 두 남학생이 연속으로 면접을 볼 확률을 이용한다.

풀이 6명의 학생이 면접을 보는 순서를 정하는 경우의 수는

$6\times5\times4\times3\times2\times1=720$

두 남학생을 한 사람으로 생각하여 5명의 순서를 정하는 경우의 수는

$5\times4\times3\times2\times1=120$

이때 두 남학생이 순서를 바꾸는 경우의 수는 2이므로 두 남학생이 연속으로 면접을 보는 경우의 수는

$120\times2=240$

즉 두 남학생이 연속으로 면접을 볼 확률은

$\frac{240}{720}=\frac{1}{3}$

따라서 두 남학생이 연속으로 면접을 보지 않을 확률은

$1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

답 $\frac{2}{3}$

일품 BOX

도형에서의 확률
도형의 전체 넓이를 일어나는 모든 경우의 수로, 사건에 해당하는 부분의 넓이를 어떤 사건이 일어나는 경우의 수로 생각한다.

양 끝에 서는 여학생 2명이 자리를 바꾸는 경우의 수

여학생이 양 끝에 서는 사건과 이웃하여 서는 사건은 동시에 일어나지 않으므로 각각의 확률을 더한다.

사건 A가 일어날 확률이 p일 때, 사건 A가 일어나지 않을 확률은
$1-p$

09 전략 여학생이 양 끝에 설 확률과 여학생이 이웃하여 설 확률을 각각 구한다.

풀이 모든 경우의 수는

$5\times4\times3\times2\times1=120$

(i) 여학생이 양 끝에 서는 경우의 수는

$(3\times2\times1)\times2=12$

이므로 그 확률은 $\frac{12}{120}=\frac{1}{10}$

(ii) 여학생이 이웃하여 서는 경우의 수는

$(4\times3\times2\times1)\times2=48$

이므로 그 확률은 $\frac{48}{120}=\frac{2}{5}$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$\frac{1}{10}+\frac{2}{5}=\frac{1}{2}$

답 ④

10 전략 방정식 $ax-b=0$의 해가 2인 경우와 3인 경우의 확률을 각각 구한다.

풀이 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

x에 대한 방정식 $ax-b=0$의 해는 $x=\frac{b}{a}$

(i) 해가 2인 경우

$\frac{b}{a}=2$, 즉 $b=2a$를 만족시키는 a, b의 순서쌍 (a, b)는

$(1, 2)$, $(2, 4)$, $(3, 6)$

의 3가지이므로 그 확률은 $\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$

(ii) 해가 3인 경우

$\frac{b}{a}=3$, 즉 $b=3a$를 만족시키는 a, b의 순서쌍 (a, b)는

$(1, 3)$, $(2, 6)$

의 2가지이므로 그 확률은 $\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$\frac{1}{12}+\frac{1}{18}=\frac{5}{36}$

답 ④

11 전략 3개의 문제를 각각 A, B, C라 하고 A, B, C를 각각 1개씩 맞히지 못할 확률을 구한다.

풀이 한 개의 5지선다형 문제를 맞힐 확률은 $\frac{1}{5}$이고, 맞히지 못할 확률은 $1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$이다. ··· ❶

3개의 문제를 각각 A, B, C라 하면

(i) A와 B는 맞히고 C는 맞히지 못할 확률은

$\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}\times\frac{4}{5}=\frac{4}{125}$

(ii) A와 C는 맞히고 B는 맞히지 못할 확률은

$\frac{1}{5}\times\frac{4}{5}\times\frac{1}{5}=\frac{4}{125}$

(iii) B와 C는 맞히고 A는 맞히지 못할 확률은

$$\frac{4}{5}\times\frac{1}{5}\times\frac{1}{5}=\frac{4}{125}$$ ⋯ ❷

이상에서 구하는 확률은

$$\frac{4}{125}+\frac{4}{125}+\frac{4}{125}=\frac{12}{125}$$ ⋯ ❸

답 $\frac{12}{125}$

채점 기준	비율
❶ 한 개의 5지선다형 문제를 맞힐 확률과 맞히지 못할 확률을 구할 수 있다.	20 %
❷ 3개의 문제 A, B, C 중 A, B, C를 각각 1개씩 맞히지 못할 확률을 구할 수 있다.	60 %
❸ 두 문제만 맞힐 확률을 구할 수 있다.	20 %

12 전략 금요일에 비가 오는 경우와 비가 오지 않는 경우로 나누어 생각한다.

풀이 (i) 금요일에 비가 오는 경우

목요일에 비가 오지 않았으므로 금요일에 비가 올 확률은 0.3이고, 금요일에 비가 온 경우 토요일에 비가 올 확률은 0.6이다.

따라서 토요일에 비가 올 확률은

$0.3\times0.6=0.18$

(ii) 금요일에 비가 오지 않는 경우

목요일에 비가 오지 않았으므로 금요일에 비가 오지 않을 확률은 0.7이고, 금요일에 비가 오지 않은 경우 토요일에 비가 올 확률은 0.3이다.

따라서 토요일에 비가 올 확률은

$0.7\times0.3=0.21$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$0.18+0.21=0.39$

답 ④

13 전략 화영이가 세 번째 문제를 풀어서 이길 확률과 다섯 번째 문제를 풀어서 이길 확률을 각각 구한다.

풀이 (i) 화영이가 세 번째 문제를 풀어서 이기는 경우

화영이와 현서가 첫 번째 문제와 두 번째 문제를 모두 맞히지 못하고, 화영이가 세 번째 문제를 맞혀야 하므로 그 확률은

$$\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$$

(ii) 화영이가 다섯 번째 문제를 풀어서 이기는 경우

화영이와 현서가 첫 번째 문제부터 네 번째 문제까지 모두 맞히지 못하고, 화영이가 다섯 번째 문제를 맞혀야 하므로 그 확률은

$$\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{2}$$
$$=\frac{1}{18}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{6}+\frac{1}{18}=\frac{2}{9}$$

답 $\frac{2}{9}$

14 전략 세 선수 중 두 선수만 이길 확률과 세 선수 모두 이길 확률을 각각 구한다.

풀이 (i) 두 선수만 이길 확률은

$$\frac{2}{3}\times\frac{1}{5}\times\left(1-\frac{3}{4}\right)+\frac{2}{3}\times\left(1-\frac{1}{5}\right)\times\frac{3}{4}$$
$$+\left(1-\frac{2}{3}\right)\times\frac{1}{5}\times\frac{3}{4}$$
$$=\frac{1}{30}+\frac{2}{5}+\frac{1}{20}$$
$$=\frac{29}{60}$$

(ii) 세 선수가 모두 이길 확률은

$$\frac{2}{3}\times\frac{1}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{1}{10}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{29}{60}+\frac{1}{10}=\frac{7}{12}$$

답 ④

15 전략 목표물을 맞힐 확률이 $0.25=\frac{1}{4}$이므로 맞히지 못할 확률은 $1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$이다.

풀이 목표물을 맞힐 확률이 $0.25=\frac{1}{4}$이므로 맞히지 못할 확률은 $1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$이다.

(i) 4번 모두 맞히지 못할 확률은

$$\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{81}{256}$$ ⋯ ❶

(ii) 1번만 맞힐 확률은

$$\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}+\frac{3}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}$$
$$+\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}+\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{4}$$
$$=\frac{27}{256}+\frac{27}{256}+\frac{27}{256}+\frac{27}{256}$$
$$=\frac{27}{64}$$ ⋯ ❷

(i), (ii)에서 4번 모두 목표물을 맞히지 못하거나 1번만 맞힐 확률은

$$\frac{81}{256}+\frac{27}{64}=\frac{189}{256}$$

따라서 2번 이상 목표물을 맞힐 확률은

$$1-\frac{189}{256}=\frac{67}{256}$$ ⋯ ❸

답 $\frac{67}{256}$

채점 기준	비율
❶ 4번 모두 맞히지 못할 확률을 구할 수 있다.	30 %
❷ 1번만 맞힐 확률을 구할 수 있다.	30 %
❸ 2번 이상 목표물을 맞힐 확률을 구할 수 있다.	40 %

일품 BOX

A, B, C 세 선수 중 두 선수만 이기는 경우는 A와 B가 이기는 경우, B와 C가 이기는 경우, A와 C가 이기는 경우의 3가지이다.

$1-0.3=0.7$

목표물을 2번, 3번, 4번 맞힐 확률을 각각 구한 후 더하여 답을 구할 수도 있다.

Ⅳ 확률

16 전략 당첨 제비를 현민이만 뽑거나 지원이만 뽑거나 재영이만 뽑는 경우로 나누어 확률을 구한다.

풀이 현민이만 당첨 제비를 뽑을 확률은

$$\frac{4}{9}\times\frac{5}{8}\times\frac{4}{7}=\frac{10}{63}$$

지원이만 당첨 제비를 뽑을 확률은

$$\frac{5}{9}\times\frac{4}{8}\times\frac{4}{7}=\frac{10}{63}$$

재영이만 당첨 제비를 뽑을 확률은

$$\frac{5}{9}\times\frac{4}{8}\times\frac{4}{7}=\frac{10}{63}$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{10}{63}+\frac{10}{63}+\frac{10}{63}=\frac{10}{21}$$

답 ②

뽑은 제비를 다시 넣지 않으므로 앞사람이 뽑은 제비에 따라 다음 사람이 당첨 제비를 뽑을 확률이 달라진다.

17 전략 처음에 꺼낸 공이 파란 공인 경우와 빨간 공인 경우로 나누어 각각의 확률을 구한다.

풀이 (i) 처음에 파란 공을 꺼내고 나중에도 파란 공을 꺼낼 확률은 $\frac{3}{7}\times\frac{4}{8}=\frac{3}{14}$

(ii) 처음에 빨간 공을 꺼내고 나중에 파란 공을 꺼낼 확률은 $\frac{4}{7}\times\frac{3}{8}=\frac{3}{14}$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{3}{14}+\frac{3}{14}=\frac{3}{7}$$

답 ④

주머니에 파란 공을 한 개 더 넣으므로 파란 공 4개, 빨간 공 4개가 된다.

주머니에 빨간 공을 한 개 더 넣으므로 파란 공 3개, 빨간 공 5개가 된다.

18 전략 소담이가 이기려면 1회 또는 3회 또는 5회에서 처음으로 검은 구슬을 꺼내야 한다.

풀이 소담이가 이기려면 1회 또는 3회 또는 5회에 처음으로 검은 구슬을 꺼내야 한다.

(i) 1회에 검은 구슬을 꺼낼 확률은

$$\frac{3}{8}$$ ⋯ ❶

(ii) 3회에 처음으로 검은 구슬을 꺼낼 확률은

$$\frac{5}{8}\times\frac{4}{7}\times\frac{3}{6}=\frac{5}{28}$$ ⋯ ❷

(iii) 5회에 처음으로 검은 구슬을 꺼낼 확률은

$$\frac{5}{8}\times\frac{4}{7}\times\frac{3}{6}\times\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{56}$$ ⋯ ❸

이상에서 구하는 확률은

$$\frac{3}{8}+\frac{5}{28}+\frac{3}{56}=\frac{17}{28}$$ ⋯ ❹

답 $\frac{17}{28}$

채점 기준	비율
❶ 1회에 검은 구슬을 꺼낼 확률을 구할 수 있다.	30%
❷ 3회에 검은 구슬을 꺼낼 확률을 구할 수 있다.	30%
❸ 5회에 검은 구슬을 꺼낼 확률을 구할 수 있다.	30%
❹ 소담이가 이길 확률을 구할 수 있다.	10%

검은 구슬을 ○, 흰 구슬을 ×라 하면 소담이가 이기는 경우는 다음 표와 같다.

1	2	3	4	5
○				
×	×	○		
×	×	×	×	○

만점 비법

상자 속에 들어 있는 흰 구슬의 개수가 5이므로 여섯 번째에는 반드시 승부가 나게 된다. 즉 소담이가 이기려면 다섯 번째까지는 소담이가 검은 구슬을 꺼내야 한다.

최상위로 가는 최고 수준 문제

본책 111쪽

01 전략 삼각형이 만들어지려면 (가장 긴 변의 길이)<(나머지 두 변의 길이의 합)이어야 한다.

풀이 6개의 막대 중 3개의 막대를 택하는 모든 경우의 수는 $\frac{6\times5\times4}{3\times2\times1}=20$

세 개의 막대를 택하여 삼각형이 만들어질 수 있는 경우를 순서쌍으로 나타내면

(2 cm, 3 cm, 4 cm), (2 cm, 4 cm, 5 cm),
(2 cm, 5 cm, 6 cm), (3 cm, 4 cm, 5 cm),
(3 cm, 4 cm, 6 cm), (3 cm, 5 cm, 6 cm),
(4 cm, 5 cm, 6 cm)

의 7가지이므로 구하는 확률은 $\frac{7}{20}$

답 ④

02 전략 처음 주머니 속에 들어 있는 흰 공과 검은 공의 개수를 각각 x, y라 하고 x, y에 대한 방정식을 세운다.

풀이 처음 주머니 속에 들어 있는 흰 공과 검은 공의 개수를 각각 x, y라 하면

$\frac{x}{x+y}=\frac{3}{5}$, $5x=3(x+y)$

$\therefore 2x-3y=0$ ⋯⋯ ㉠ ⋯ ❶

처음 주머니에 12개의 흰 공을 더 넣으면 흰 공의 개수가 $x+12$가 되므로

$\frac{x+12}{(x+12)+y}=\frac{7}{9}$

$9(x+12)=7(x+y+12)$

$\therefore 2x-7y+24=0$ ⋯⋯ ㉡ ⋯ ❷

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=9$, $y=6$

따라서 처음 주머니 속에 들어 있는 검은 공의 개수는 6이다. ⋯ ❸

답 6

㉠−㉡을 하면
$4y-24=0$
$\therefore y=6$
$y=6$을 ㉠에 대입하면
$2x-18=0$
$\therefore x=9$

채점 기준	비율
❶ ㉠을 구할 수 있다.	40%
❷ ㉡을 구할 수 있다.	40%
❸ 검은 공의 개수를 구할 수 있다.	20%

03 전략 4점, 6점, 8점을 세 번 더하여 16점이 되는 경우를 모두 구한다.

풀이 8점에 꽂힐 확률은 $\frac{\pi}{9\pi}=\frac{1}{9}$

6점에 꽂힐 확률은 $\frac{4\pi-\pi}{9\pi}=\frac{1}{3}$

4점에 꽂힐 확률은 $\frac{9\pi-4\pi}{9\pi}=\frac{5}{9}$

화살을 3번 쏘아 16점이 되는 경우를 순서쌍으로 나타내면

(4점, 4점, 8점), (4점, 8점, 4점), (8점, 4점, 4점), (4점, 6점, 6점), (6점, 4점, 6점), (6점, 6점, 4점)

(i) (4점, 4점, 8점), (4점, 8점, 4점), (8점, 4점, 4점)에 꽂힐 확률은 각각

$$\frac{5}{9}\times\frac{5}{9}\times\frac{1}{9}=\frac{25}{729}$$

(ii) (4점, 6점, 6점), (6점, 4점, 6점), (6점, 6점, 4점)에 꽂힐 확률은 각각

$$\frac{5}{9}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{5}{81}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$3\times\frac{25}{729}+3\times\frac{5}{81}=\frac{25}{243}+\frac{45}{243}=\frac{70}{243}$$

답 $\frac{70}{243}$

04

전략 점 P가 원점에 오려면 짝수인 눈이 나오는 횟수와 홀수인 눈이 나오는 횟수가 같아야 한다.

풀이 주사위 한 개를 4번 던질 때, 점 P가 원점에 오려면 짝수인 눈이 2번, 홀수인 눈이 2번 나와야 하므로 그 경우를 순서쌍으로 나타내면

(짝수, 짝수, 홀수, 홀수), (짝수, 홀수, 짝수, 홀수), (짝수, 홀수, 홀수, 짝수), (홀수, 짝수, 짝수, 홀수), (홀수, 짝수, 홀수, 짝수), (홀수, 홀수, 짝수, 짝수)

의 6가지이다.

이때 각 경우의 확률은

$$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{16}$$

이므로 구하는 확률은

$$6\times\frac{1}{16}=\frac{3}{8}$$

답 ③

만점 비법

주사위 한 개를 던질 때, 짝수인 눈이 나올 확률과 홀수인 눈이 나올 확률은 각각 $\frac{1}{2}$로 같다.

따라서 주사위 한 개를 4번 던졌을 때 나오는 각 경우의 확률은 짝수 또는 홀수인 눈이 나오는 횟수나 순서에 관계없이 항상 $\frac{1}{16}$로 일정하다.

05

전략 각 갈림길에서 구슬이 어느 한 방향으로 이동할 확률은 $\frac{1}{2}$이다.

일품 BOX

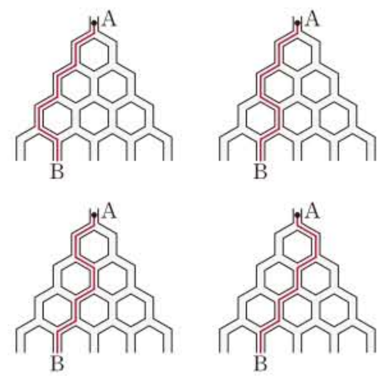
반지름의 길이가 각각 1, 2, 3인 원의 넓이는 차례로 π, 4π, 9π이다.

$4+4+8=16$, $4+6+6=16$

$3^1=3$, $3^2=9$, $3^3=27$, $3^4=81$, $3^5=243$, $\cdots$

$4^1=4$, $4^2=16$, $4^3=64$, $4^4=256$, $\cdots$

풀이 다음 그림과 같이 구슬이 B 지점으로 나오는 경우는 4가지이다.



이때 각 갈림길에서 구슬이 어느 한 방향으로 이동할 확률은 $\frac{1}{2}$이므로 각 경우의 확률은

$$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{16}$$

따라서 구하는 확률은 $4\times\frac{1}{16}=\frac{1}{4}$

답 $\frac{1}{4}$

06

전략 3과 4의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자의 규칙을 이용하여 각 경우를 나눈다.

풀이 3^m의 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1이 반복되고, 4^n의 일의 자리의 숫자는 4, 6이 반복되므로 3^m+4^n의 일의 자리의 숫자가 5인 경우는 다음과 같다.

(i) 3^m의 일의 자리의 숫자가 9이고, 4^n의 일의 자리의 숫자가 6인 경우

3^m의 일의 자리의 숫자가 9일 확률은 $\frac{1}{4}$, 4^n의 일의 자리의 숫자가 6일 확률은 $\frac{1}{2}$이므로 그 확률은

$$\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$$ ··· ❶

(ii) 3^m의 일의 자리의 숫자가 1이고, 4^n의 일의 자리의 숫자가 4인 경우

3^m의 일의 자리의 숫자가 1일 확률은 $\frac{1}{4}$, 4^n의 일의 자리의 숫자가 4일 확률은 $\frac{1}{2}$이므로 그 확률은

$$\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$$ ··· ❷

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{1}{4}$$ ··· ❸

답 $\frac{1}{4}$

채점 기준	비율
❶ 3^m의 일의 자리의 숫자가 9이고, 4^n의 일의 자리의 숫자가 6일 확률을 구할 수 있다.	40 %
❷ 3^m의 일의 자리의 숫자가 1이고, 4^n의 일의 자리의 숫자가 4일 확률을 구할 수 있다.	40 %
❸ 3^m+4^n의 일의 자리의 숫자가 5일 확률을 구할 수 있다.	20 %

일품 BOX

학교 시험 실전 TEST Level 1

본책 112~115쪽

01 전략 100원짜리 동전의 사용 개수를 먼저 정하여 경우의 수를 구한다.

풀이 스티커 값을 지불하는 경우를 표로 나타내면 오른쪽과 같으므로 구하는 경우의 수는 7이다.

답 ④

(단위: 개)

100원	50원	10원
4	0	0
3	2	0
3	1	5
2	4	0
2	3	5
1	6	0
1	5	5

만점 비법

① 지불하는 경우의 수
동전이 n개 있을 때, 동전을 0개, 1개, 2개, $\cdots$, n개 지불할 수 있으므로 지불하는 경우의 수는 $n+1$이다.

② 지불할 수 있는 금액의 종류
(10원짜리 동전 5개)=(50원짜리 동전 1개),
(50원짜리 동전 2개)=(100원짜리 동전 1개)임을 이용한다.

02 전략 화장실에서 홀, 홀에서 주방으로 가는 경우의 수를 각각 구한다.

풀이 화장실에서 홀로 가는 문은 2개, 홀에서 주방으로 가는 문은 3개이므로 구하는 경우의 수는

$2\times3=6$ 답 ③

03 전략 두 사건 A와 B가 동시에 일어나는 경우의 수는 각 사건이 일어나는 경우의 수를 곱하여 구한다.

풀이 음악 강좌에서 한 가지를 선택하는 경우의 수는

3

음악 강좌를 제외한 나머지 강좌에서 한 가지를 선택하는 경우의 수는 $4+3=7$

(운동 강좌의 개수)+(어학 강좌의 개수)

따라서 구하는 경우의 수는

$3\times7=21$ 답 ④

04 전략 태훈이네 가족을 1명으로 생각하여 일렬로 세운 후 태훈이네 가족끼리 자리를 바꾸는 경우의 수를 구한다.

풀이 태훈이네 가족을 1명으로 생각하여 5명을 일렬로 세우는 경우의 수는

$5\times4\times3\times2\times1=120$

이때 태훈이네 가족끼리 자리를 바꾸는 경우의 수는

3명을 일렬로 세우는 경우의 수와 같다.

$3\times2\times1=6$

따라서 구하는 경우의 수는

$120\times6=720$ 답 ⑤

05 전략 일의 자리의 숫자가 각각 0, 2, 6인 경우로 나누어 경우의 수를 구한다.

풀이 (i) 일의 자리의 숫자가 0인 경우
백의 자리에 올 수 있는 숫자는 2, 3, 5, 6, 7의 5개이고, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리에 온 숫자와 0을 제외한 4개이므로

$5\times4=20$

(ii) 일의 자리의 숫자가 2인 경우
백의 자리에 올 수 있는 숫자는 3, 5, 6, 7의 4개이고, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리에 온 숫자와 2를 제외한 4개이므로

$4\times4=16$

(iii) 일의 자리의 숫자가 6인 경우
백의 자리에 올 수 있는 숫자는 2, 3, 5, 7의 4개이고, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리에 온 숫자와 6을 제외한 4개이므로

$4\times4=16$

이상에서 구하는 짝수의 개수는

$20+16+16=52$ 답 ①

06 전략 여학생 수를 x라 하고 식을 세운다.

풀이 여학생 수를 x라 하면 x명 중에서 대표 2명을 뽑는 경우의 수가 36이므로

$\frac{x(x-1)}{2}=36$

$x(x-1)=72=9\times8$

연속한 두 자연수의 곱이 72인 경우를 찾는다.

$\therefore x=9$

따라서 여학생 수가 9이므로 남학생 수는

$20-9=11$ 답 ②

07 전략 A가 이기려면 A와 B가 각각 어떤 손을 남겨야 하는지 생각한다.

풀이 모든 경우의 수는

$2\times2=4$

A가 이기는 경우는 A가 바위를 남기고, B가 가위를 남기거나 A가 가위를 남기고 B가 보를 남기는 경우의 2가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$ 답 ①

다른풀이 (i) A가 바위를 남기고 B가 가위를 남길 확률은

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

(ii) A가 가위를 남기고 B가 보를 남길 확률은

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$

일품 BOX

08 전략 C를 제외한 나머지 5명 중에서 당번 한 명을 정하면 된다.

풀이 6명 중에서 당번 2명을 뽑는 경우의 수는

$$\frac{6\times5}{2}=15$$

C는 반드시 당번이 되어야 하므로 나머지 5명 중에서 당번 한 명을 뽑으면 되고, 이때의 경우의 수는 5이다.

A, B, D, E, F

따라서 구하는 확률은 $\frac{5}{15}=\frac{1}{3}$ 답 ④

09 전략 모든 카드가 처음 위치에 있지 않을 확률을 이용한다.

풀이 세 장의 카드를 임의로 나열하는 경우의 수는

$3\times2\times1=6$

모든 카드가 처음 위치에 있지 않는 경우는

의 2가지이므로 그 확률은 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

따라서 적어도 한 카드는 처음 위치에 있을 확률은

$$1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$$ 답 ④

사건 A가 일어날 확률이 p일 때, 사건 A가 일어나지 않을 확률은 $1-p$

10 전략 점수의 합이 0점 이상이 되는 경우를 모두 찾는다.

나올 수 있는 점수의 합은 $-3-3-3=-9$, $-3-3+2=-4$, $-3+2+2=1$, $2+2+2=6$ 의 4가지이다.

풀이 한 개의 동전을 3번 던져서 나오는 모든 경우의 수는

$2\times2\times2=8$

동전을 던져서 나오는 면을 순서쌍으로 나타내면 다음과 같다.

(i) 점수의 합이 1점인 경우

앞면이 1번, 뒷면이 2번 나와야 하므로

(앞, 뒤, 뒤), (뒤, 앞, 뒤), (뒤, 뒤, 앞)

의 3가지이고, 그 확률은 $\frac{3}{8}$이다.

(ii) 점수의 합이 6점인 경우

뒷면이 3번 나와야 하므로

(뒤, 뒤, 뒤)

의 1가지이고, 그 확률은 $\frac{1}{8}$이다.

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{3}{8}+\frac{1}{8}=\frac{1}{2}$$ 답 ③

11 전략 (자유투를 성공하지 못할 확률)
=1−(자유투 성공률)
임을 이용한다.

풀이 두 농구 선수 A, B가 자유투를 성공하지 못할 확률은 각각

$$1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5},\ 1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$$

이므로 구하는 확률은

$$\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}+\frac{3}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{1}{10}+\frac{9}{20}=\frac{11}{20}$$ 답 ⑤

12 전략 전구에 불이 들어오려면 스위치 A, B 또는 A, C가 동시에 닫혀야 한다.

풀이 (i) 스위치 A, B만 닫힐 확률은

$$\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\left(1-\frac{1}{3}\right)=\frac{2}{27}$$

(ii) 스위치 A, C만 닫힐 확률은

$$\frac{1}{3}\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{3}=\frac{2}{27}$$

(iii) 스위치 A, B, C가 모두 닫힐 확률은

$$\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{27}$$

이상에서 구하는 확률은

$$\frac{2}{27}+\frac{2}{27}+\frac{1}{27}=\frac{5}{27}$$ 답 ③

13 전략 서로 다른 두 개의 주사위를 던져서 나오는 눈의 수의 곱이 홀수일 확률이 p이면 짝수일 확률은 $1-p$이다.

풀이 서로 다른 두 개의 주사위를 던져서 나오는 눈의 수의 곱이 홀수인 경우는 (홀수)×(홀수)이므로 그 확률은 $\frac{3}{6}\times\frac{3}{6}=\frac{1}{4}$

두 눈의 수의 곱이 짝수일 확률은

$$1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$$

두 개의 주사위를 던져 세 번째 만에 도형을 모두 색칠하는 경우를 순서쌍으로 나타내면 (A, A, B), (B, B, A)이므로 구하는 확률은

$$\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{9}{64}+\frac{3}{64}=\frac{3}{16}$$ 답 ③

14 전략 원판 위의 숫자 중에서 두 수의 합이 4가 되는 경우를 모두 찾는다.

$1+3=2+2=4$

풀이 화살을 한 번 쏘아 0, 1, 2, 3이 적힌 부분에 꽂힐 확률은 각각

$$\frac{2}{8}=\frac{1}{4},\ \frac{3}{8},\ \frac{2}{8}=\frac{1}{4},\ \frac{1}{8}$$

화살이 꽂힌 부분에 적힌 수의 합이 4가 되려면 1과 3이 적힌 부분에 한 번씩 꽂히거나 2가 적힌 부분에 두 번 꽂히면 된다.

(i) 1, 3이 적힌 부분에 각각 한 번씩 꽂힐 확률은

$$\frac{3}{8}\times\frac{1}{8}+\frac{1}{8}\times\frac{3}{8}=\frac{3}{32}$$

(ii) 2가 적힌 부분에 두 번 꽂힐 확률은

$$\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{16}$$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

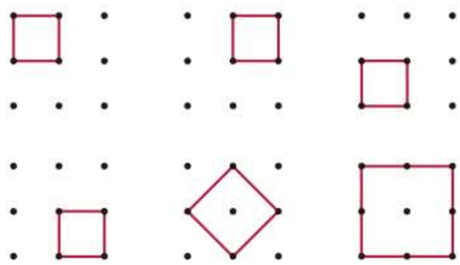
$$\frac{3}{32}+\frac{1}{16}=\frac{5}{32}$$ 답 ②

Ⅳ 확률

일품 BOX

15 전략 정사각형이 되는 각각의 경우를 그려본다.

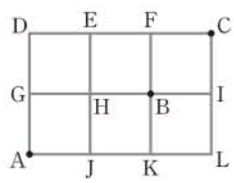
풀이 정사각형이 되는 경우는 다음 그림과 같다.



따라서 구하는 경우의 수는 6이다. 답 6

16 전략 B 마을을 거치지 않고 가는 길을 나뭇가지 모양의 그림으로 나타내어 본다.

풀이 오른쪽 그림에서 A 마을에서 B 마을을 거치지 않고 C 마을까지 최단 거리로 가는 경우를 나뭇가지 모양의 그림으로 나타내면 다음과 같다.



$$
A \begin{cases} G \begin{cases} D - E - F - C \\ H - E - F - C \end{cases} \\ J \begin{cases} H - E - F - C \\ K - L - I - C \end{cases} \end{cases}
$$

따라서 구하는 경우의 수는 4이다. 답 4

17 전략 x, y 중 한 미지수의 값에 대하여 나머지 미지수의 값이 될 수 있는 수를 찾는다.

풀이 (i) $x=1$일 때, $2+y<11$, 즉 $y<9$이므로 y는
$1, 2, 3, 4, 5, 6$의 6개 ⋯ ❶

(ii) $x=2$일 때, $4+y<11$, 즉 $y<7$이므로 y는
$1, 2, 3, 4, 5, 6$의 6개 ⋯ ❷

(iii) $x=3$일 때, $6+y<11$, 즉 $y<5$이므로 y는
$1, 2, 3, 4$의 4개 ⋯ ❸

(iv) $x=4$일 때, $8+y<11$, 즉 $y<3$이므로 y는
$1, 2$의 2개 ⋯ ❹

(v) $x\ge5$일 때, 주어진 부등식을 만족시키는 자연수 y는 없다.

이상에서 구하는 순서쌍 (x, y)의 개수는
$6+6+4+2=18$ ⋯ ❺

답 18

x, y는 주사위의 눈의 수이므로 모두 6 이하의 자연수이다.

$x=5$일 때, $10+y<11$ $\therefore y<1$
$x=6$일 때, $12+y<11$ $\therefore y<-1$

채점 기준	배점
❶ $x=1$일 때, 순서쌍 (x, y)의 개수를 구할 수 있다.	1점
❷ $x=2$일 때, 순서쌍 (x, y)의 개수를 구할 수 있다.	1점
❸ $x=3$일 때, 순서쌍 (x, y)의 개수를 구할 수 있다.	1점
❹ $x=4$일 때, 순서쌍 (x, y)의 개수를 구할 수 있다.	1점
❺ 순서쌍 (x, y)의 개수를 구할 수 있다.	1점

만점 비법
미지수가 2개 이상인 방정식 또는 부등식을 풀 때에는 계수가 가장 큰 미지수의 값을 정한 후 나머지 미지수의 값을 찾는 것이 편리하다.

18 전략 두 사람이 서로 같은 층에서 내릴 확률을 이용한다.

풀이 모든 경우의 수는 $14\times14=196$ ⋯ ❶

두 사람이 같은 층에서 내리는 경우는 14가지이므로 두 사람이 같은 층에서 내릴 확률은 $\frac{14}{196}=\frac{1}{14}$ ⋯ ❷

따라서 구하는 확률은

$1-\frac{1}{14}=\frac{13}{14}$ ⋯ ❸

답 $\frac{13}{14}$

채점 기준	배점
❶ 모든 경우의 수를 구할 수 있다.	2점
❷ 두 사람이 같은 층에서 내릴 확률을 구할 수 있다.	2점
❸ 두 사람이 서로 다른 층에서 내릴 확률을 구할 수 있다.	1점

19 전략 주사위 한 개를 3번 던져서 처음 위치에 있으려면 소수의 눈이 몇 번 나와야 하는지 생각한다.

풀이 주사위 한 개를 3번 던져서 처음 위치에 있으려면 소수의 눈이 1번 나오고, 소수가 아닌 눈이 2번 나와야 한다. ⋯ ❶

주사위 한 개를 한 번 던져서 소수의 눈이 나올 확률은 $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$이므로 첫 번째만 소수의 눈이 나올 확률은

$\frac{1}{2}\times\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{8}$

두 번째 또는 세 번째만 소수의 눈이 나올 확률도 각각 $\frac{1}{8}$이다. ⋯ ❷

따라서 구하는 확률은

$\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{3}{8}$ ⋯ ❸

답 $\frac{3}{8}$

소수는 2, 3, 5의 3개이다.

두 번째만 소수의 눈이 나올 확률은
$\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\frac{1}{2}\times\left(1-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{8}$
세 번째만 소수의 눈이 나올 확률은
$\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$

채점 기준	배점
❶ 처음 위치에 있기 위한 조건을 알 수 있다.	2점
❷ 첫 번째 또는 두 번째 또는 세 번째만 소수의 눈이 나올 확률을 구할 수 있다.	3점
❸ 처음 위치에 있을 확률을 구할 수 있다.	1점

20 전략 1회부터 3회까지는 홀수가 적힌 카드를 뽑고, 4회에는 짝수가 적힌 카드를 뽑아야 한다.

풀이 1회에 A가 홀수, 2회에 B가 홀수, 3회에 A가 홀수, 4회에 B가 짝수가 적힌 카드를 뽑아야 하므로 구하는 확률은

$\frac{4}{8}\times\frac{3}{7}\times\frac{2}{6}\times\frac{4}{5}=\frac{2}{35}$ 답 $\frac{2}{35}$

학교 시험 실전 TEST Level 2

본책 116~119쪽

01 전략 $x=\frac{1}{2}$을 $y=ax+1$, $y=-2x+b$에 각각 대입하여 a, b 사이의 관계식을 찾는다.

풀이 두 일차함수 $y=ax+1$, $y=-2x+b$의 그래프에서 x좌표가 $\frac{1}{2}$일 때 y좌표는 각각 $\frac{1}{2}a+1$, $-1+b$이므로

$$\frac{1}{2}a+1=-1+b \qquad \therefore b=\frac{1}{2}a+2$$

일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 점 (p, q)를 지나면
→ $q=ap+b$가 성립

따라서 위의 식을 만족시키는 a, b의 순서쌍 (a, b)는

$(2, 3)$, $(4, 4)$, $(6, 5)$

$a=2$일 때, $b=\frac{1}{2}\times2+2=3$
$a=4$일 때, $b=\frac{1}{2}\times4+2=4$
$a=6$일 때, $b=\frac{1}{2}\times6+2=5$

이므로 구하는 경우의 수는 3이다.

답 ③

02 전략 1 또는 2 또는 3을 더하여 7이 되는 경우를 생각한다.

풀이 USB저장장치에 파일을 담는 경우를 표로 나타내면 오른쪽과 같으므로 구하는 경우의 수는 8이다.

답 ②

(단위: 개)

3 GB	2 GB	1 GB
2	0	1
1	2	0
1	1	2
1	0	4
0	3	1
0	2	3
0	1	5
0	0	7

03 전략 유한소수로 나타낼 수 있는 분수는 기약분수로 나타내었을 때 분모의 소인수가 2 또는 5뿐인 수이다.

풀이 $a\times b$를 소인수분해하였을 때, 소인수가 2 또는 5뿐이려면 a, b는 2, 4, 5, 8, 10 중 하나이어야 한다.
따라서 구하는 경우의 수는

$$5\times5=25$$

답 ⑤

04 전략 뒷줄에 네 사람이 서는 경우의 수는 현우와 석원이를 1명으로 생각하여 구한다.

풀이 앞줄에 준호와 재용이가 서는 경우의 수는

2

뒷줄에 현우, 지빈, 석원, 재훈이가 설 때, 현우와 석원이가 이웃하여 서는 경우의 수는

$$(3\times2\times1)\times2=12$$

현우와 석원이를 1명으로 생각하여 3명을 일렬로 세우는 경우의 수

현우와 석원이가 자리를 바꾸는 경우의 수

따라서 구하는 경우의 수는 $2\times12=24$

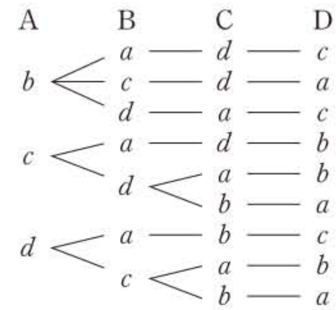
답 ③

05 전략 6명의 학생 중 자신의 이름표가 붙어 있는 의자에 앉을 2명을 뽑는 경우의 수를 먼저 구한다.

풀이 6명의 학생 중 자신의 이름표가 붙어 있는 의자에 앉을 2명을 뽑는 경우의 수는

$$\frac{6\times5}{2}=15$$

나머지 4명의 학생을 A, B, C, D, 각 학생의 이름표가 붙어 있는 의자를 a, b, c, d라 하면 네 학생이 다른 학생의 이름표가 붙어 있는 의자에 앉는 경우는 다음과 같이 9가지이다.



따라서 구하는 경우의 수는

$$15\times9=135$$

답 ②

06 전략 만들 수 있는 반직선의 개수는 만들 수 있는 직선의 개수의 2배이다.

풀이 (i) 직선의 개수는 7개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 2개를 뽑는 경우의 수와 같으므로

$$\frac{7\times6}{2}=21 \qquad \therefore a=21$$

(ii) 반직선의 개수는 7명 중에서 2명을 뽑아 일렬로 세우는 경우의 수와 같으므로

$\overrightarrow{AB}\neq\overrightarrow{BA}$이므로 뽑는 순서를 생각해야 한다.

$$7\times6=42 \qquad \therefore b=42$$

(i), (ii)에서 $a+b=63$

답 ④

만점 비법
① 직선 AB($\overleftrightarrow{AB}$): 서로 다른 두 점 A, B를 지나는 직선
② 반직선 AB($\overrightarrow{AB}$): 직선 AB 위의 점 A에서 출발하여 점 B의 방향으로 뻗은 부분
③ 선분 AB($\overline{AB}$): 직선 AB 위의 점 A에서 점 B까지의 부분

07 전략 액션 영화, 코미디 영화, 공포 영화를 각각 1편씩은 고르므로 1편을 더 고르게 되는 장르에 따라 경우를 나누어 생각한다.

풀이 혜선이가 액션 영화, 코미디 영화, 공포 영화를 각각 1편씩 고르려면 액션 영화, 코미디 영화, 공포 영화를 각각 1편, 1편, 2편 또는 1편, 2편, 1편 또는 2편, 1편, 1편씩 골라야 한다.

(i) 액션 영화 1편, 코미디 영화 1편, 공포 영화 2편을 고르는 경우

$$4\times5\times\frac{6\times5}{2}=300\,(\text{가지})$$

(ii) 액션 영화 1편, 코미디 영화 2편, 공포 영화 1편을 고르는 경우

$$4\times\frac{5\times4}{2}\times6=240\,(\text{가지})$$

(ⅲ) 액션 영화 2편, 코미디 영화 1편, 공포 영화 1편을 고르는 경우

$$\frac{4\times3}{2}\times5\times6=180\,(\text{가지})$$

이상에서 구하는 경우의 수는

$$300+240+180=720$$

답 ③

08 전략 끝의 두 자리의 수가 4의 배수이면 그 수는 4의 배수이다.

풀이 5장의 카드 중에서 3장을 뽑아 만들 수 있는 세 자리 자연수의 개수는

$$4\times4\times3=48$$

(ⅰ) $\square\boxed{0}\boxed{4}$ 꼴인 경우

104, 204, 304의 3개

(ⅱ) $\square\boxed{1}\boxed{2}$ 꼴인 경우

312, 412의 2개

(ⅲ) $\square\boxed{2}\boxed{0}$ 꼴인 경우

120, 320, 420의 3개

(ⅳ) $\square\boxed{2}\boxed{4}$ 꼴인 경우

124, 324의 2개

(ⅴ) $\square\boxed{3}\boxed{2}$ 꼴인 경우

132, 432의 2개

(ⅵ) $\square\boxed{4}\boxed{0}$ 꼴인 경우

140, 240, 340의 3개

이상에서 4의 배수의 개수는

$$3+2+3+2+2+3=15$$

따라서 구하는 확률은

$$\frac{15}{48}=\frac{5}{16}$$

답 ④

09 전략 나오는 수의 곱이 9이려면 1과 9 또는 3과 3의 숫자가 나와야 한다.

풀이 한 개의 정육면체를 던져 1, 3, 6, 9가 나올 확률은 각각

$$\frac{2}{6}=\frac{1}{3},\ \frac{2}{6}=\frac{1}{3},\ \frac{1}{6},\ \frac{1}{6}$$

정육면체 2개를 동시에 던져서 나오는 수의 곱이 9이려면 1과 9가 한 번씩 나오거나 3이 한 번씩 나오면 된다.

(ⅰ) 1, 9가 나올 확률은

$$\frac{1}{3}\times\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$$

(ⅱ) 3, 3이 나올 확률은

$$\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$$

(ⅰ), (ⅱ)에서 나오는 수의 곱이 9일 확률은

$$\frac{1}{9}+\frac{1}{9}=\frac{2}{9}$$

답 ②

일품 BOX

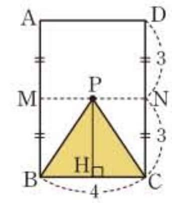
△PBC의 밑변의 길이가 정해져 있으므로 △PBC의 넓이는 높이에 따라 달라진다.

백의 자리에는 0이 올 수 없다.

짝수의 눈을 ○, 홀수의 눈을 ×라 하면 헤리가 이기는 경우는 다음 표와 같다.

1회	2회	3회	4회
×	○		
×	×	×	○

10 전략 조건을 만족시키는 △PBC의 높이의 범위를 구한다.



풀이 오른쪽 그림과 같이 점 P에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\triangle PBC=\frac{1}{2}\times4\times\overline{PH}=2\overline{PH}$$

이때 $\triangle PBC<6$이려면

$$0<2\overline{PH}<6$$

$$\therefore\ 0<\overline{PH}<3$$

따라서 $\overline{AB}$, $\overline{DC}$의 중점을 각각 M, N이라 하면 점 P는 □MBCN의 내부에 존재해야 하므로 구하는 확률은

$$\frac{\square MBCN}{\square ABCD}=\frac{4\times3}{4\times6}=\frac{1}{2}$$

답 ④

11 전략 약속 장소에 나올 확률이 p이면 약속 장소에 나오지 않을 확률은 $1-p$이다.

풀이 약속 장소에 한 사람도 나오지 않을 확률은

$$\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\left(1-\frac{3}{5}\right)\times\left(1-\frac{2}{3}\right)=\frac{3}{4}\times\frac{2}{5}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{10}$$

따라서 구하는 확률은

$$1-\frac{1}{10}=\frac{9}{10}$$

답 ⑤

12 전략 헤리는 2회 또는 4회에서 이길 수 있다.

풀이 헤리가 이기려면 2회 또는 4회에서 처음으로 짝수의 눈이 나와야 한다.

(ⅰ) 헤리가 2회에서 이기는 경우

1회에 서준이는 홀수의 눈, 2회에 헤리가 짝수의 눈이 나올 확률은

$$\frac{3}{6}\times\frac{3}{6}=\frac{1}{4}$$

(ⅱ) 헤리가 4회에서 이기는 경우

1, 2, 3회에 서준이와 헤리는 모두 홀수의 눈, 4회에 헤리가 짝수의 눈이 나올 확률은

$$\frac{3}{6}\times\frac{3}{6}\times\frac{3}{6}\times\frac{3}{6}=\frac{1}{16}$$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{16}=\frac{5}{16}$$

답 ③

13 전략 정육면체 A에서 나온 수로 경우를 나눈다.

풀이 (ⅰ) 정육면체 A에서 나온 수가 2인 경우

정육면체 B에서 나온 수가 1이어야 하므로

$$\frac{3}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{12}$$

(ii) 정육면체 A에서 나온 수가 3인 경우

정육면체 B에서 나온 수가 1 또는 2이어야 하므로

$\frac{1}{6}\times\frac{2}{6}=\frac{1}{18}$

(iii) 정육면체 A에서 나온 수가 5인 경우

정육면체 B에서 나온 수가 1 또는 2 또는 3이어야 하므로

$\frac{2}{6}\times\frac{4}{6}=\frac{2}{9}$

이상에서 구하는 확률은

$\frac{1}{12}+\frac{1}{18}+\frac{2}{9}=\frac{13}{36}$ 답 ③

14 전략 두 번째 또는 세 번째에 불량품을 모두 찾아낼 확률을 구한다.

풀이 (i) 두 번째에 불량품을 모두 찾아내는 경우

첫 번째와 두 번째에 검사한 제품이 모두 불량품이어야 하므로 그 확률은

$\frac{2}{8}\times\frac{1}{7}=\frac{1}{28}$

(ii) 세 번째에 불량품을 모두 찾아내는 경우

첫 번째와 두 번째에 검사한 제품 중 한 개만 불량품일 확률은

$\frac{2}{8}\times\frac{6}{7}+\frac{6}{8}\times\frac{2}{7}=\frac{3}{7}$

이고, 세 번째에 검사한 제품이 불량품일 확률은 $\frac{1}{6}$

이므로 그 확률은

$\frac{3}{7}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{14}$

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$\frac{1}{28}+\frac{1}{14}=\frac{3}{28}$ 답 ②

만점 비법

세 번째에 불량품을 모두 찾아내려면 세 번째에 검사한 제품이 불량품이어야 하므로 첫 번째와 두 번째에 검사한 제품 중 한 개만 불량품이어야 함에 주의한다.

15 전략 B 지점을 갈 때 지나는 경우, 올 때 지나는 경우, 지나지 않는 경우로 나누어 생각한다.

풀이 (i) A → B → C → A인 경우

A 지점에서 B 지점으로 가는 경우의 수는 3, B 지점에서 C 지점으로 가는 경우의 수는 2, C 지점에서 B 지점을 지나지 않고 A 지점으로 가는 경우의 수는 2이므로

$3\times2\times2=12$(가지) ··· ❶

(ii) A → C → B → A인 경우

A 지점에서 B 지점을 지나지 않고 C 지점으로 가는 경우의 수는 2, C 지점에서 B 지점으로 가는 경우의 수는 2, B 지점에서 A 지점으로 가는 경우의 수는 3이므로

$2\times2\times3=12$(가지) ··· ❷

(iii) A → C → A인 경우

A 지점에서 B 지점을 지나지 않고 C 지점으로 가는 경우의 수는 2, 돌아올 때도 B 지점을 지나지 않으므로

$2\times2=4$(가지) ··· ❸

이상에서 구하는 경우의 수는

$12+12+4=28$ ··· ❹

답 28

채점 기준	배점
❶ A → B → C → A인 경우의 수를 구할 수 있다.	1점
❷ A → C → B → A인 경우의 수를 구할 수 있다.	1점
❸ A → C → A인 경우의 수를 구할 수 있다.	1점
❹ 답을 구할 수 있다.	2점

16 전략 직사각형의 가로, 세로가 될 수 있는 직선을 찾는다.

풀이 가로 방향의 평행한 직선 2개, 세로 방향의 평행한 직선 2개로 한 개의 직사각형을 만들 수 있으므로 만들 수 있는 직사각형의 개수는

$\frac{4\times3}{2}\times\frac{5\times4}{2}=60$ 답 60

17 전략 승부가 나지 않는 경우는 세 사람 모두 같은 것을 내거나 모두 다른 것을 내는 경우이다.

풀이 모든 경우의 수는 $3\times3\times3=27$

정은, 진영, 승우가 낸 것을 순서쌍으로 나타내면 승부가 나지 않는 경우는 다음과 같다.

(i) 세 사람이 모두 같은 것을 내는 경우

(가위, 가위, 가위), (바위, 바위, 바위), (보, 보, 보)

의 3가지이므로 그 확률은 $\frac{3}{27}=\frac{1}{9}$ ··· ❶

(ii) 세 사람이 모두 다른 것을 내는 경우

(가위, 바위, 보), (가위, 보, 바위), (바위, 가위, 보), (바위, 보, 가위), (보, 가위, 바위), (보, 바위, 가위)

의 6가지이므로 그 확률은 $\frac{6}{27}=\frac{2}{9}$ ··· ❷

(i), (ii)에서 구하는 확률은

$\frac{1}{9}+\frac{2}{9}=\frac{1}{3}$ ··· ❸

답 $\frac{1}{3}$

일품 BOX

첫 번째는 불량품이 나오고, 두 번째는 정상품이 나올 확률

첫 번째는 정상품이 나오고, 두 번째는 불량품이 나올 확률

가로 방향의 평행한 직선 4개 중에서 순서를 생각하지 않고 2개를 뽑는 경우의 수와 같다.

가위, 바위, 보를 일렬로 나열하는 것과 같다.

Ⅳ 확률

일품 BOX

채점 기준	배점
❶ 세 사람이 모두 같은 것을 낼 확률을 구할 수 있다.	2점
❷ 세 사람이 모두 다른 것을 낼 확률을 구할 수 있다.	2점
❸ 승부가 나지 않을 확률을 구할 수 있다.	1점

18 전략 6개의 점 중에서 3개의 점을 택할 때, 삼각형이 되는 경우의 수를 먼저 구한다.

풀이 6개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 3개의 점을 택하는 경우의 수는

$$\frac{6\times5\times4}{3\times2\times1}=20$$

이때 한 직선 위에 있는 세 점은 삼각형을 이룰 수 없으므로 삼각형이 되는 경우의 수는

$20-3=17$ ···· ❶

다음 그림에서 정삼각형이 만들어지는 경우는 5가지이다.

···· ❷

따라서 구하는 확률은

$\frac{5}{17}$ ···· ❸

답 $\frac{5}{17}$

채점 기준	배점
❶ 만들 수 있는 삼각형의 개수를 구할 수 있다.	2점
❷ 만들 수 있는 정삼각형의 개수를 구할 수 있다.	2점
❸ 정삼각형일 확률을 구할 수 있다.	1점

19 전략 3점 슛을 성공할 확률이 p이면 성공하지 못할 확률은 $1-p$이다.

풀이 (i) A만 성공할 확률은

$$\frac{50}{100}\times\left(1-\frac{20}{100}\right)\times\left(1-\frac{40}{100}\right)$$
$$=\frac{1}{2}\times\frac{4}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{6}{25}$$

(ii) B만 성공할 확률은

$$\left(1-\frac{50}{100}\right)\times\frac{20}{100}\times\left(1-\frac{40}{100}\right)$$
$$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}\times\frac{3}{5}$$
$$=\frac{3}{50}$$

(iii) C만 성공할 확률은

$$\left(1-\frac{50}{100}\right)\times\left(1-\frac{20}{100}\right)\times\frac{40}{100}$$
$$=\frac{1}{2}\times\frac{4}{5}\times\frac{2}{5}$$
$$=\frac{4}{25}$$

이상에서 구하는 확률은

$$\frac{6}{25}+\frac{3}{50}+\frac{4}{25}=\frac{23}{50}$$

답 $\frac{23}{50}$

20 전략 빨간 구슬의 개수를 x라 하고 두 번 모두 빨간 구슬이 나올 확률을 이용한다.

풀이 적어도 한 번은 흰 구슬이 나올 확률이 $\frac{7}{22}$이므로 두 번 모두 빨간 구슬이 나올 확률은

$$1-\frac{7}{22}=\frac{15}{22}$$

주머니에 들어 있는 빨간 구슬의 개수를 x라 하면 두 번 모두 빨간 구슬이 나올 확률은

빨간 구슬이 1개이면 적어도 한 번은 흰 구슬이 나올 확률이 1이다. $\therefore x\geq2$

$$\frac{x}{12}\times\frac{x-1}{11}=\frac{15}{22}$$

$x(x-1)=90=10\times9$

$\therefore x=10$

따라서 빨간 구슬의 개수는 10이다. 답 10

교과서 속 창의유형

본책 120쪽

유제 1 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

❶ B와 C가 준결승전에서 이기고 결승전에 올라갈 확률을 각각 구한다.

❷ ❶에서 구한 확률을 이용하여 결승전에서 B가 C를 이길 확률을 구한다.

풀이 ❶ 준결승전에서 B가 A를 이기고 결승전에 올라갈 확률은

0.6

준결승전에서 C가 D를 이기고 결승전에 올라갈 확률은

0.5

❷ B가 C를 이길 확률은 0.6이므로 결승전에서 B가 C를 이기고 우승할 확률은

$(0.6\times0.5)\times0.6=0.18$ 답 0.18