개념편

# 01 제곱근의 뜻과 성질

**P. 8**

개념 확인 (1) $3,\ -3$ (2) $0$ (3) 없다.

(1) $3^2=9,\ (-3)^2=9$

(3) 제곱하여 음수가 되는 수는 없다.

필수 예제 1 (1) $5,\ -5$ (2) $0.8,\ -0.8$ (3) $6,\ -6$

(1) $5^2=25,\ (-5)^2=25$이므로 $x^2=25$를 만족하는 $x$의 값은 $5,\ -5$이다.

(2) $0.8^2=0.64,\ (-0.8)^2=0.64$이므로 제곱하여 $0.64$가 되는 수는 $0.8,\ -0.8$이다.

(3) $6^2=36,\ (-6)^2=36$이므로 $36$의 제곱근은 $6,\ -6$이다.

유제 1 ㅁ

ㄱ. 0의 제곱근은 0이다.

ㄴ. 제곱하여 음수가 되는 수는 없으므로 $-9$의 제곱근은 없다.

ㄷ. $0.2^2=0.04,\ (-0.2)^2=0.04$이므로 제곱하여 $0.04$가 되는 수는 $0.2,\ -0.2$이다.

ㄹ. 모든 수는 제곱하면 0 또는 양수가 된다.

ㅁ. 49의 제곱근은 $7,\ -7$로 2개이고, 두 제곱근의 합은 $7+(-7)=0$이다.

필수 예제 2 (1) $4,\ -4$ (2) $0.1,\ -0.1$ (3) $\frac{3}{5},\ -\frac{3}{5}$ (4) $3,\ -3$

(1) $4^2=16,\ (-4)^2=16$이므로 $16$의 제곱근은 $4,\ -4$이다.

(2) $0.1^2=0.01,\ (-0.1)^2=0.01$이므로 $0.01$의 제곱근은 $0.1,\ -0.1$이다.

(3) $\left(\frac{3}{5}\right)^2=\frac{9}{25},\ \left(-\frac{3}{5}\right)^2=\frac{9}{25}$이므로 $\frac{9}{25}$의 제곱근은 $\frac{3}{5},\ -\frac{3}{5}$이다.

(4) $(-3)^2=9$이고, $3^2=9,\ (-3)^2=9$이므로 $(-3)^2$의 제곱근은 $3,\ -3$이다.

유제 2 (1) $11,\ -11$ (2) $2,\ -2$ (3) $0.5,\ -0.5$ (4) $\frac{1}{8},\ -\frac{1}{8}$

(1) $11^2=121,\ (-11)^2=121$이므로 $121$의 제곱근은 $11,\ -11$이다.

(2) $2^2=4$이고, $2^2=4,\ (-2)^2=4$이므로 $2^2$의 제곱근은 $2,\ -2$이다.

(3) $(-0.5)^2=0.25$이고, $0.5^2=0.25,\ (-0.5)^2=0.25$이므로 $(-0.5)^2$의 제곱근은 $0.5,\ -0.5$이다.

(4) $\left(\frac{1}{8}\right)^2=\frac{1}{64}$이고, $\left(\frac{1}{8}\right)^2=\frac{1}{64},\ \left(-\frac{1}{8}\right)^2=\frac{1}{64}$이므로 $\left(\frac{1}{8}\right)^2$의 제곱근은 $\frac{1}{8},\ -\frac{1}{8}$이다.

**P. 9**

개념 확인

| $a$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $a$의 양의 제곱근 | $\sqrt{1}=1$ | $\sqrt{2}$ | $\sqrt{3}$ | $\sqrt{4}=2$ | $\sqrt{5}$ |
| $a$의 음의 제곱근 | $-\sqrt{1}=-1$ | $-\sqrt{2}$ | $-\sqrt{3}$ | $-\sqrt{4}=-2$ | $-\sqrt{5}$ |
| $a$의 제곱근 | $\pm1$ | $\pm\sqrt{2}$ | $\pm\sqrt{3}$ | $\pm2$ | $\pm\sqrt{5}$ |

| $a$ | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|
| $a$의 양의 제곱근 | $\sqrt{6}$ | $\sqrt{7}$ | $\sqrt{8}$ | $\sqrt{9}=3$ | $\sqrt{10}$ |
| $a$의 음의 제곱근 | $-\sqrt{6}$ | $-\sqrt{7}$ | $-\sqrt{8}$ | $-\sqrt{9}=-3$ | $-\sqrt{10}$ |
| $a$의 제곱근 | $\pm\sqrt{6}$ | $\pm\sqrt{7}$ | $\pm\sqrt{8}$ | $\pm3$ | $\pm\sqrt{10}$ |

필수 예제 3 (1) $\sqrt{11}$ (2) $-\sqrt{\frac{5}{2}}$ (3) $\pm\sqrt{13}$ (4) $\sqrt{13}$

유제 3 (1) $\sqrt{0.5}$ (2) $-\sqrt{17}$ (3) $\pm\sqrt{21}$ (4) $\sqrt{\frac{3}{2}}$

유제 4 (1) $5$ (2) $-0.3$ (3) $\pm8$ (4) $\frac{1}{9}$

(1) $\sqrt{25}$는 25의 양의 제곱근이므로 5이다.

(2) $-\sqrt{0.09}$는 $0.09$의 음의 제곱근이므로 $-0.3$이다.

(3) $\pm\sqrt{64}$는 64의 제곱근이므로 $\pm8$이다.

(4) $\sqrt{\frac{1}{81}}$은 $\frac{1}{81}$의 양의 제곱근이므로 $\frac{1}{9}$이다.

유제 5 $2,\ -\sqrt{2},\ 9,\ 3$

$\sqrt{4}$의 음의 제곱근은 2의 음의 제곱근이므로 $-\sqrt{2}$이고, $(-3)^2$의 양의 제곱근은 9의 양의 제곱근이므로 3이다.

**P. 10** 개념 누르기 한판

**1** ③

**2** (1) $\pm1$ (2) $\pm\frac{1}{4}$ (3) $\pm0.5$ (4) $\pm10$
(5) $\pm\sqrt{11}$ (6) $\pm\sqrt{\frac{1}{3}}$ (7) $\pm\sqrt{0.7}$ (8) 없다.
(9) $\pm\sqrt{6}$ (10) $\pm\sqrt{\frac{1}{2}}$ (11) $\pm\sqrt{1.2}$ (12) $\pm\sqrt{\frac{3}{7}}$

**3** (1) × (2) × (3) ○ (4) × (5) ○ (6) ○

**4** ② **5** 7

**1** $a\,(a\ge0)$의 제곱근은 제곱하여 $a$가 되는 수이므로 $x$가 $a$의 제곱근임을 나타내는 것은 ③ $x^2=a$이다.

참고 $x$가 $a$의 제곱근$(a\ge0)$ ⇨ $x^2=a$
⇨ $x=\pm\sqrt{a}$

**2** (9) $\sqrt{36}=6$이므로 6의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$이다.

(10) $\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$이므로 $\frac{1}{2}$의 제곱근은 $\pm\sqrt{\frac{1}{2}}$이다.

(11) $\sqrt{1.44}=1.2$이므로 1.2의 제곱근은 $\pm\sqrt{1.2}$이다.

(12) $\sqrt{\frac{9}{49}}=\frac{3}{7}$이므로 $\frac{3}{7}$의 제곱근은 $\pm\sqrt{\frac{3}{7}}$이다.

**3** (1) 10의 제곱근은 $\pm\sqrt{10}$이다.

(2) $\sqrt{64}$는 8이다.

(3) 0의 제곱근은 0의 1개뿐이다.

(4) 음수의 제곱근은 없다.

(5) 양수 $a$의 제곱근은 $\pm\sqrt{a}$이므로 절댓값이 같은 양수와 음수 2개이다.

(6) $(-5)^2=25$, $5^2=25$이므로 두 수의 제곱근은 $\pm5$로 같다.

**4** (4의 제곱근)$=$($x^2=4$를 만족하는 $x$의 값)

$=$(2 또는 $-2$)

$=$(제곱하여 4가 되는 수)

(제곱근 4)$=\sqrt{4}=2$

**5** $\sqrt{16}=4$이므로 4의 음의 제곱근 $a=-2$

$(-9)^2=81$이므로 81의 양의 제곱근 $b=9$

$\therefore a+b=-2+9=7$

## P. 11

필수 예제 4 (1) **7** (2) **0.8** (3) **$-5$** (4) **3** (5) **11** (6) **$-2$**

유제 6 (1) **$-10$** (2) **$\frac{1}{3}$** (3) **$-13$** (4) **0.4** (5) **$-9$** (6) **$-\frac{2}{5}$**

필수 예제 5 (1) **5** (2) **$-2$** (3) **24** (4) **3**

(1) (주어진 식)$=2+3=5$

(2) (주어진 식)$=3-5=-2$

(3) (주어진 식)$=4\times6=24$

(4) (주어진 식)$=2\div\frac{2}{3}=2\times\frac{3}{2}=3$

유제 7 (1) **$-2$** (2) **4** (3) **3** (4) **0**

(1) (주어진 식)$=5-7=-2$

(2) (주어진 식)$=12\div3=4$

(3) (주어진 식)$=6+7-10=3$

(4) (주어진 식)$=8\times0.5-3\div\frac{3}{4}=4-3\times\frac{4}{3}=4-4=0$

## P. 12

필수 예제 6 (1) **$a$, $-a$** (2) **$a$, $-a$**

(2) $a\geq0$일 때, $-a\leq0$이므로 $\sqrt{(-a)^2}=-(-a)=a$

$a<0$일 때, $-a>0$이므로 $\sqrt{(-a)^2}=-a$

유제 8 (1) **$2x$** (2) **$-2x$** (3) **$2x$** (4) **$-2x$**

(1) $x>0$일 때, $2x>0$이므로 $\sqrt{(2x)^2}=2x$

(2) $x<0$일 때, $2x<0$이므로 $\sqrt{(2x)^2}=-2x$

(3) $x>0$일 때, $-2x<0$이므로 $\sqrt{(-2x)^2}=-(-2x)=2x$

(4) $x<0$일 때, $-2x>0$이므로 $\sqrt{(-2x)^2}=-2x$

필수 예제 7 (1) **$x-3$, $-x+3$** (2) **$a-b$, $-a+b$**

(1) $x\geq3$일 때, $x-3\geq0$이므로 $\sqrt{(x-3)^2}=x-3$

$x<3$일 때, $x-3<0$이므로

$\sqrt{(x-3)^2}=-(x-3)=-x+3$

(2) $a\geq b$일 때, $a-b\geq0$이므로 $\sqrt{(a-b)^2}=a-b$

$a<b$일 때, $a-b<0$이므로

$\sqrt{(a-b)^2}=-(a-b)=-a+b$

유제 9 (1) **$x+1$** (2) **$-x-1$** (3) **$-x+5$** (4) **$5-x$**

(1) $x>-1$일 때, $x+1>0$이므로 $\sqrt{(x+1)^2}=x+1$

(2) $x<-1$일 때, $x+1<0$이므로

$\sqrt{(x+1)^2}=-(x+1)=-x-1$

(3) $x<5$일 때, $x-5<0$이므로

$\sqrt{(x-5)^2}=-(x-5)=-x+5$

(4) $x<5$일 때, $5-x>0$이므로 $\sqrt{(5-x)^2}=5-x$

유제 10 (1) **4** (2) **0**

(1) $-2<x<2$일 때, $x+2>0$이므로 $\sqrt{(x+2)^2}=x+2$

$x-2<0$이므로 $\sqrt{(x-2)^2}=-(x-2)=-x+2$

$\therefore$ (주어진 식)$=x+2+(-x+2)=4$

참고 $-2<x<2$인 $x$의 값을 하나 택하여 $x+2$, $x-2$의 값이 각각 양수인지 음수인지 판단할 수도 있다.

예를 들어 $x=1$을 택하면

$x+2=1+2>0$이므로 $x+2>0$이고,

$x-2=1-2<0$이므로 $x-2<0$이다.

(2) $a>0$이므로 $\sqrt{a^2}=a$, $b<0$이므로 $\sqrt{b^2}=-b$

$a>0$, $b<0$일 때, $a-b>0$이므로 $\sqrt{(a-b)^2}=a-b$

$\therefore$ (주어진 식)$=a+(-b)-(a-b)=0$

## P. 13

개념 확인 (1) **3, 16, 12, 169** (2) **3, 4, 25, 12, 13**

필수 예제 8 **3, 8, 11**

$\sqrt{12-x}$가 자연수가 되려면 $12-x$는 제곱수이어야 한다.

이때 $x$는 자연수이므로 $12-x<12$

12보다 작은 제곱수는 1, 4, 9이다.

따라서 $12-x=1$, 4, 9이어야 하므로 $x=3$, 8, 11

유제 11 **6**

$\sqrt{10+x}$가 자연수가 되려면 $10+x$는 제곱수이어야 한다.

이때 $x$는 자연수이므로 $10+x>10$

10보다 큰 제곱수는 16, 25, 36, $\cdots$이다.

따라서 $x$의 값이 가장 작은 자연수가 되려면

$10+x=16 \quad \therefore x=6$

**필수 예제 9** $3^2$, 5, 5, 5(또는 5, $3^2$, 5, 5)

**유제 12** (1) 6 (2) 5

(1) $\sqrt{24x}=\sqrt{2^3\times3\times x}$가 자연수가 되려면 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로 구하는 가장 작은 자연수 $x$의 값은 $x=2\times3=6$

(2) $\sqrt{180x}=\sqrt{2^2\times3^2\times5\times x}$가 자연수가 되려면 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로 구하는 가장 작은 자연수 $x$의 값은 5이다.

**유제 13** 2

$\sqrt{\frac{18}{x}}=\sqrt{\frac{2\times3^2}{x}}$이 자연수가 되려면 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로 구하는 가장 작은 자연수 $x$의 값은 2이다.

## P. 14

**개념 확인** (1) $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ (2) $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$

**필수 예제 10** (1) $<$ (2) $<$ (3) $>$ (4) $<$

(1) $0.7<0.8$이므로 $\sqrt{0.7}<\sqrt{0.8}$

(2) $\frac{1}{2}=\frac{5}{10}$이므로 $\frac{1}{10}<\frac{5}{10}$에서

$\sqrt{\frac{1}{10}}<\sqrt{\frac{5}{10}} \quad \therefore \sqrt{\frac{1}{10}}<\sqrt{\frac{1}{2}}$

(3) $4=\sqrt{16}$이므로 $\sqrt{16}>\sqrt{15}$에서 $4>\sqrt{15}$

(4) $\frac{1}{2}=\sqrt{\frac{1}{4}}$이고 $\frac{1}{4}=\frac{3}{12}$, $\frac{2}{3}=\frac{8}{12}$이므로

$\frac{1}{4}<\frac{2}{3}$에서 $\sqrt{\frac{1}{4}}<\sqrt{\frac{2}{3}} \quad \therefore \frac{1}{2}<\sqrt{\frac{2}{3}}$

**유제 14** (1) $\sqrt{5}<\sqrt{7}$ (2) $-3<-\sqrt{8}$

(3) $0.1<\sqrt{0.1}$ (4) $-\sqrt{\frac{2}{3}}>-\sqrt{\frac{3}{4}}$

(2) $3=\sqrt{9}$이므로 $\sqrt{9}>\sqrt{8}$에서 $3>\sqrt{8} \quad \therefore -3<-\sqrt{8}$

(3) $0.1=\sqrt{0.01}$이므로 $\sqrt{0.01}<\sqrt{0.1}$에서 $0.1<\sqrt{0.1}$

(4) $\frac{2}{3}=\frac{8}{12}$, $\frac{3}{4}=\frac{9}{12}$이므로

$\frac{2}{3}<\frac{3}{4}$에서 $\sqrt{\frac{2}{3}}<\sqrt{\frac{3}{4}} \quad \therefore -\sqrt{\frac{2}{3}}>-\sqrt{\frac{3}{4}}$

**필수 예제 11** (1) 1, 2, 3 (2) 4, 5, 6, 7, 8

(1) $1\le\sqrt{x}<2$에서 $\sqrt{1}\le\sqrt{x}<\sqrt{4}$이므로 $1\le x<4$

이때 $x$는 자연수이므로 $x=1, 2, 3$

다른 풀이

$1\le\sqrt{x}<2$에서 $1^2\le(\sqrt{x})^2<2^2 \quad \therefore 1\le x<4$

이때 $x$는 자연수이므로 $x=1, 2, 3$

(2) $3<\sqrt{3x}<5$에서 $\sqrt{9}<\sqrt{3x}<\sqrt{25}$이므로

$9<3x<25 \quad \therefore 3<x<\frac{25}{3}\left(=8\frac{1}{3}\right)$

이때 $x$는 자연수이므로 $x=4, 5, 6, 7, 8$

**유제 15** (1) 6, 7, 8, 9, 10 (2) 4, 5, 6, 7, 8, 9

(1) $2<\sqrt{x-1}\le3$에서 $\sqrt{4}<\sqrt{x-1}\le\sqrt{9}$이므로

$4<x-1\le9 \quad \therefore 5<x\le10$

이때 $x$는 자연수이므로 $x=6, 7, 8, 9, 10$

(2) $-3\le-\sqrt{x}\le-2$에서 $2\le\sqrt{x}\le3$, $\sqrt{4}\le\sqrt{x}\le\sqrt{9}$이므로

$4\le x\le9$

이때 $x$는 자연수이므로 $x=4, 5, 6, 7, 8, 9$

## P. 15 개념 누르기 한판

**1** (1) 3 (2) 5 (3) $-14$ (4) 0.5
(5) 7 (6) 13 (7) $-11$ (8) $-\frac{3}{4}$

**2** (1) 0 (2) $-4$ (3) 1 (4) 7

**3** (1) $-6a$ (2) $2a-2$ (3) $-2a+2$

**4** (1) 1 (2) 9 (3) 15 (4) 3

**5** $-\sqrt{5}$, $-\sqrt{2}$, $-1$, 0, $\sqrt{12}$, 4, $\sqrt{17}$

**6** (1) 7개 (2) 9개

**2** (1) (주어진 식)$=\frac{3}{2}-\frac{3}{2}=0$

(2) (주어진 식)$=-14\times\frac{2}{7}=-4$

(3) (주어진 식)$=0.6\times10\div6=6\times\frac{1}{6}=1$

(4) (주어진 식)$=7-4\times\frac{3}{4}+3=7-3+3=7$

**3** (1) $a<0$일 때, $-5a>0$이므로

(주어진 식)$=-a+(-5a)=-6a$

(2) $a>1$일 때, $a-1>0$, $1-a<0$이므로

(주어진 식)$=a-1+\{-(1-a)\}=2a-2$

(3) $-1<a<3$일 때, $a-3<0$, $a+1>0$이므로

(주어진 식)$=-(a-3)-(a+1)=-2a+2$

**4** (1) $\sqrt{50-x}$가 자연수가 되려면 $50-x$는 제곱수이어야 한다.

이때 $x$는 자연수이므로 $50-x<50$

즉, $50-x=1, 4, 9, 16, 25, 36, 49$이어야 하므로

$x=1, 14, 25, 34, 41, 46, 49$

따라서 구하는 가장 작은 자연수 $x$의 값은 1이다.

(2) $\sqrt{16+x}$가 자연수가 되려면 $16+x$는 제곱수이어야 한다.

이때 $x$는 자연수이므로 $16+x>16$

16보다 큰 제곱수는 25, 36, 49, …이다.

따라서 $x$의 값이 가장 작은 자연수가 되려면

$16+x=25 \quad \therefore x=9$

(3) $\sqrt{240x}=\sqrt{2^4\times3\times5\times x}$가 자연수가 되려면 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로 구하는 가장 작은 자연수 $x$의 값은 $x=3\times5=15$

(4) $\sqrt{\frac{27}{x}}=\sqrt{\frac{3^3}{x}}$이 자연수가 되려면 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로 구하는 가장 작은 자연수 $x$의 값은 3이다.

**5** (음수)$<0<$(양수)이고 $4=\sqrt{16}$, $-1=-\sqrt{1}$이므로
$-\sqrt{5}<-\sqrt{2}<-\sqrt{1}<0<\sqrt{12}<\sqrt{16}<\sqrt{17}$에서
$-\sqrt{5}<-\sqrt{2}<-1<0<\sqrt{12}<4<\sqrt{17}$

참고 (1) (음수)$<0<$(양수)
(2) 두 양수에서는 절댓값이 큰 수가 크다.
(3) 두 음수에서는 절댓값이 큰 수가 작다.
⇨ 먼저 수를 양수와 음수로 나눈 후 양수는 양수끼리, 음수는 음수끼리 대소를 비교한다.

**6** (1) $3\le\sqrt{x+1}<4$에서 $\sqrt{9}\le\sqrt{x+1}<\sqrt{16}$이므로
$9\le x+1<16$ $\quad\therefore 8\le x<15$
따라서 구하는 자연수 $x$의 개수는
$15-8=7$(개)이다.
(2) $4<\sqrt{2x}<6$에서 $\sqrt{16}<\sqrt{2x}<\sqrt{36}$이므로
$16<2x<36$ $\quad\therefore 8<x<18$
따라서 구하는 자연수 $x$의 개수는
$18-8-1=9$(개)이다.

참고 **부등식을 만족하는 자연수의 개수**
$m$, $n\,(m<n)$이 자연수일 때, $x$의 값의 범위에 따른 자연수 $x$의 개수는 다음과 같다.
① $m<x<n$이면 $(n-m-1)$개
② $m\le x<n$ 또는 $m<x\le n$이면 $(n-m)$개
③ $m\le x\le n$이면 $(n-m+1)$개

# 02 무리수와 실수

P. 16~17

**필수 예제 1** ㄱ, ㅂ
ㄴ. $\sqrt{9}=3$ ⇨ 유리수 ㄹ. $0.\dot{1}=\frac{1}{9}$ ⇨ 유리수
ㅁ. $\sqrt{0.49}=0.7$ ⇨ 유리수
ㅂ. $\sqrt{25}=5$이므로 5의 제곱근은 $\pm\sqrt{5}$ ⇨ 무리수

**유제 1** 유리수 : $-2$, $\sqrt{1.44}$, $0$, $\frac{1}{3}$, $\sqrt{0.\dot{4}}$
무리수 : $\sqrt{\frac{1}{5}}$, $\pi$, $-\sqrt{15}$
$\sqrt{1.44}=1.2$ ⇨ 유리수
$\sqrt{0.\dot{4}}=\sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{2}{3}$ ⇨ 유리수

**필수 예제 2** (1) × (2) ○ (3) × (4) ○ (5) ○ (6) ×
(1) $\sqrt{4}$는 근호를 사용하여 나타낸 수이지만 $\sqrt{4}=2$이므로 유리수이다.
(2) $\sqrt{0.01}=0.1$이므로 유리수이다.
(3) $0.\dot{1}$은 무한소수이지만 $0.\dot{1}=\frac{1}{9}$이므로 유리수이다.
(6) 무리수는 순환하지 않는 무한소수로 나타내어지므로 순환소수로 나타낼 수 없다.

**유제 2** ③
ㄱ. 순환소수는 모두 유리수이다.
ㄴ. 양수 4의 제곱근은 $\pm2$이고, 이 수는 유리수이다.

**필수 예제 3** (1) $5$
(2) $5$, $-3$, $-\sqrt{4}$
(3) $5$, $1.3$, $0.3\dot{4}$, $-3$, $-\sqrt{4}$
(4) $-\sqrt{7}$, $1+\sqrt{3}$
(5) $5$, $-\sqrt{7}$, $1.3$, $0.3\dot{4}$, $-3$, $-\sqrt{4}$, $1+\sqrt{3}$

**유제 3** ③, ⑤
☐ 안의 수에 해당하는 것은 무리수이다.
① $\sqrt{\frac{9}{16}}=\frac{3}{4}$ ⇨ 유리수
② $-1.5$ ⇨ 유리수
③ $\sqrt{4}=2$이므로 2의 양의 제곱근은 $\sqrt{2}$ ⇨ 무리수
④ $2.\dot{4}=\frac{24-2}{9}=\frac{22}{9}$ ⇨ 유리수
⑤ $3-\sqrt{2}$ ⇨ 무리수
참고 (유리수)$\pm$(무리수)는 무리수이다.

P. 18 개념 누르기 한판

**1** 2개 **2** ㄴ, ㄹ **3** ③, ④ **4** 3개
**5** (1) $\sqrt{4}+3$ (2) $\sqrt{3}-1$, $\sqrt{5}+1$, $\sqrt{0.9}+1$
(3) $\sqrt{3}-1$, $\sqrt{4}+3$, $\sqrt{5}+1$, $\sqrt{0.9}+1$

**1** 소수로 나타내었을 때 순환하지 않는 무한소수가 되는 수는 무리수이다.
$0.\dot{3}\dot{4}=\frac{34}{99}$, $\sqrt{196}=14$이므로 무리수인 것은
$\sqrt{10}$, $-\sqrt{3}$의 2개이다.

**2** 정사각형의 한 변의 길이를 각각 구하면
ㄱ. $\sqrt{4}=2$ ⇨ 유리수 ㄴ. $\sqrt{8}$ ⇨ 무리수
ㄷ. $\sqrt{9}=3$ ⇨ 유리수 ㄹ. $\sqrt{15}$ ⇨ 무리수

**3** $\sqrt{3}$은 무리수이므로
③ 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없다.
④ $\frac{(정수)}{(0이 아닌 정수)}$의 꼴로 나타낼 수 없다.

**4** ㄱ. 무한소수 중 순환소수는 유리수이다.
ㄴ. 0은 $0=\frac{0}{1}=\frac{0}{2}=\frac{0}{3}=\cdots$과 같이 나타낼 수 있으므로 유리수이다.
참고 유리수이면서 무리수인 수는 없다.
ㄹ. 유리수와 무리수의 합은 무리수이다.
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㅁ의 3개이다.

**5** $\sqrt{3}-1$ ⇨ (무리수)−(유리수) ⇨ 무리수
$\sqrt{4}+3=2+3=5$ ⇨ 유리수
$\sqrt{5}+1$ ⇨ (무리수)+(유리수) ⇨ 무리수
$\sqrt{0.9}+1$ ⇨ (무리수)+(유리수) ⇨ 무리수

## P. 20

**개념 확인** $\mathbf{5,\ \sqrt{5},\ \sqrt{5},\ \sqrt{5},\ -\sqrt{5}}$

**필수 예제 4** (1) $\mathbf{2}$ (2) $\mathbf{\sqrt{2}}$ (3) $\mathbf{A(1+\sqrt{2})}$ (4) $\mathbf{B(1-\sqrt{2})}$

(1) $\square PQRS=2\times2-4\times\left(\frac{1}{2}\times1\times1\right)=2$

(2) □PQRS의 넓이가 2이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{2}$이다.
$\therefore\ \overline{PA}=\overline{PQ}=\sqrt{2}$

(3) 점 A는 1에 대응하는 점에서 오른쪽으로 $\overline{PA}=\sqrt{2}$만큼 떨어진 점이므로 $A(1+\sqrt{2})$

(4) 점 B는 1에 대응하는 점에서 왼쪽으로 $\overline{PB}=\overline{PS}=\sqrt{2}$만큼 떨어진 점이므로 $B(1-\sqrt{2})$

**유제 4** (1) **P의 넓이 : 5, Q의 넓이 : 10**
(2) $\mathbf{A:-4-\sqrt{5},\ B:-\sqrt{10},\ C:-4+\sqrt{5},\ D:\sqrt{10}}$

(1) $(\text{P의 넓이})=3\times3-4\times\left(\frac{1}{2}\times2\times1\right)=5$

$(\text{Q의 넓이})=4\times4-4\times\left(\frac{1}{2}\times3\times1\right)=10$

(2) P의 넓이가 5이므로 P의 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$이다.
$\therefore\ A(-4-\sqrt{5}),\ C(-4+\sqrt{5})$
Q의 넓이가 10이므로 Q의 한 변의 길이는 $\sqrt{10}$이다.
즉, $B(0-\sqrt{10})$, $D(0+\sqrt{10})$에서
$B(-\sqrt{10})$, $D(\sqrt{10})$
따라서 네 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 차례로
$-4-\sqrt{5}$, $-\sqrt{10}$, $-4+\sqrt{5}$, $\sqrt{10}$이다.

## P. 21

**필수 예제 5** (1) ○ (2) × (3) × (4) ○ (5) × (6) ○

(2) $\sqrt{2}$와 $\sqrt{3}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
(3) $\sqrt{3}$과 $\sqrt{7}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
(5) 실수는 유리수와 무리수로 이루어져 있고, 수직선은 실수에 대응하는 점들로 완전히 메울 수 있으므로 유리수와 무리수에 대응하는 점들로 수직선을 완전히 메울 수 있다.

**유제 5** ⑤

ㄱ, ㄴ. 서로 다른 두 실수 사이에는 무수히 많은 유리수와 무리수가 있다.
ㄷ. $1<\sqrt{2}<2<\sqrt{5}<3$이므로 $\sqrt{2}$와 $\sqrt{5}$ 사이에는 1개의 정수 2가 있다.
ㄹ. 수직선 위의 모든 점은 그 좌표를 실수로 나타낼 수 있다.
ㅁ. 수직선은 유리수와 무리수에 대응하는 점들로 완전히 메울 수 있다.

## P. 22

**필수 예제 6** (1) > (2) < (3) < (4) <

(1) $(\sqrt{6}+1)-3=\sqrt{6}-2=\sqrt{6}-\sqrt{4}>0$
$\therefore\ \sqrt{6}+1>3$

(2) $(5-\sqrt{2})-4=1-\sqrt{2}=\sqrt{1}-\sqrt{2}<0$
$\therefore\ 5-\sqrt{2}<4$

(3) $(\sqrt{7}+3)-(\sqrt{8}+3)=\sqrt{7}-\sqrt{8}<0$
$\therefore\ \sqrt{7}+3<\sqrt{8}+3$

(4) $3<\sqrt{10}$이므로 양변에서 $\sqrt{3}$을 빼면
$3-\sqrt{3}<\sqrt{10}-\sqrt{3}$

다른 풀이
$(3-\sqrt{3})-(\sqrt{10}-\sqrt{3})=3-\sqrt{10}=\sqrt{9}-\sqrt{10}<0$
$\therefore\ 3-\sqrt{3}<\sqrt{10}-\sqrt{3}$

**유제 6** (1) $\mathbf{\sqrt{7}-5>-3}$ (2) $\mathbf{-2-\sqrt{8}>-5}$
(3) $\mathbf{-\sqrt{12}-2>-\sqrt{13}-2}$ (4) $\mathbf{\sqrt{17}-4<\sqrt{17}-\sqrt{15}}$

(1) $(\sqrt{7}-5)-(-3)=\sqrt{7}-2=\sqrt{7}-\sqrt{4}>0$
$\therefore\ \sqrt{7}-5>-3$

(2) $(-2-\sqrt{8})-(-5)=3-\sqrt{8}=\sqrt{9}-\sqrt{8}>0$
$\therefore\ -2-\sqrt{8}>-5$

(3) $(-\sqrt{12}-2)-(-\sqrt{13}-2)=-\sqrt{12}+\sqrt{13}>0$
$\therefore\ -\sqrt{12}-2>-\sqrt{13}-2$

(4) $4>\sqrt{15}$에서 $-4<-\sqrt{15}$이므로 양변에 $\sqrt{17}$을 더하면
$\sqrt{17}-4<\sqrt{17}-\sqrt{15}$

다른 풀이
$(\sqrt{17}-4)-(\sqrt{17}-\sqrt{15})=-4+\sqrt{15}$
$=-\sqrt{16}+\sqrt{15}<0$
$\therefore\ \sqrt{17}-4<\sqrt{17}-\sqrt{15}$

**유제 7** $\boldsymbol{c<a<b}$

두 수씩 짝지어 대소를 비교한다.
$a-b=(2-\sqrt{7})-(2-\sqrt{6})=-\sqrt{7}+\sqrt{6}<0$
$\therefore\ a<b$
$b-c=(2-\sqrt{6})-(-1)=3-\sqrt{6}=\sqrt{9}-\sqrt{6}>0$
$\therefore\ b>c$
$a-c=(2-\sqrt{7})-(-1)=3-\sqrt{7}=\sqrt{9}-\sqrt{7}>0$
$\therefore\ a>c$
따라서 $c<a<b$이다.

## P. 23

**개념 확인** ㉠ **4** ㉡ **9** ㉢ **2** ㉣ $\mathbf{\sqrt{5}-2}$

**필수 예제 7** (1) **정수 부분 : 2, 소수 부분 :** $\mathbf{\sqrt{6}-2}$
(2) **정수 부분 : 3, 소수 부분 :** $\mathbf{\sqrt{10}-3}$

(1) $2<\sqrt{6}<3$이므로 $\sqrt{6}$의 정수 부분은 2,
소수 부분은 $\sqrt{6}-2$

(2) $3<\sqrt{10}<4$이므로 $\sqrt{10}$의 정수 부분은 3,
소수 부분은 $\sqrt{10}-3$

**유제 8** $\sqrt{13}-1$

$2<\sqrt{8}<3$이므로 $\sqrt{8}$의 정수 부분 $a=2$
$3<\sqrt{13}<4$이므로 $\sqrt{13}$의 정수 부분은 3,
소수 부분 $b=\sqrt{13}-3$
$\therefore a+b=2+(\sqrt{13}-3)=\sqrt{13}-1$

**필수 예제 8** (1) 정수 부분 : 3, 소수 부분 : $\sqrt{3}-1$
(2) 정수 부분 : 3, 소수 부분 : $2-\sqrt{2}$

(1) $1<\sqrt{3}<2$이므로 $3<2+\sqrt{3}<4$
따라서 $2+\sqrt{3}$의 정수 부분은 3,
소수 부분은 $(2+\sqrt{3})-3=\sqrt{3}-1$

다른 풀이
$\sqrt{3}=1.732\cdots$이므로 $2+\sqrt{3}=3.732\cdots$
따라서 $2+\sqrt{3}$의 정수 부분은 3,
소수 부분은 $(2+\sqrt{3})-3=\sqrt{3}-1$

(2) $1<\sqrt{2}<2$이므로 $-2<-\sqrt{2}<-1$에서
$3<5-\sqrt{2}<4$
따라서 $5-\sqrt{2}$의 정수 부분은 3,
소수 부분은 $(5-\sqrt{2})-3=2-\sqrt{2}$

다른 풀이
$\sqrt{2}=1.414\cdots$이므로 $5-\sqrt{2}=3.\cdots$
따라서 $5-\sqrt{2}$의 정수 부분은 3,
소수 부분은 $(5-\sqrt{2})-3=2-\sqrt{2}$

**유제 9** (1) 정수 부분 : 2, 소수 부분 : $\sqrt{2}-1$
(2) 정수 부분 : 1, 소수 부분 : $2-\sqrt{3}$

(1) $1<\sqrt{2}<2$이므로 $2<1+\sqrt{2}<3$
따라서 $1+\sqrt{2}$의 정수 부분은 2,
소수 부분은 $(1+\sqrt{2})-2=\sqrt{2}-1$

다른 풀이
$\sqrt{2}=1.414\cdots$이므로 $1+\sqrt{2}=2.414\cdots$
따라서 $1+\sqrt{2}$의 정수 부분은 2,
소수 부분은 $(1+\sqrt{2})-2=\sqrt{2}-1$

(2) $1<\sqrt{3}<2$이므로 $-2<-\sqrt{3}<-1$에서
$1<3-\sqrt{3}<2$
따라서 $3-\sqrt{3}$의 정수 부분은 1,
소수 부분은 $(3-\sqrt{3})-1=2-\sqrt{3}$

다른 풀이
$\sqrt{3}=1.732\cdots$이므로 $3-\sqrt{3}=1.\cdots$
따라서 $3-\sqrt{3}$의 정수 부분은 1,
소수 부분은 $(3-\sqrt{3})-1=2-\sqrt{3}$

**P. 24 개념 누르기 한판**

**1** ① $-6-\sqrt{2}$ ② $-6+\sqrt{2}$ ③ 5 ④ $6-\sqrt{10}$ ⑤ $6+\sqrt{10}$
**2** ③, ⑤ **3** ③ **4** $c$, $a$
**5** $1+\sqrt{14}$ **6** $3-\sqrt{5}$

**2** ③ 서로 다른 두 무리수 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
⑤ 수직선은 유리수와 무리수, 즉 실수에 대응하는 점으로 완전히 메울 수 있다.

**3** ① $3-(\sqrt{3}+1)=2-\sqrt{3}=\sqrt{4}-\sqrt{3}>0$
$\therefore 3>\sqrt{3}+1$
② $(\sqrt{6}-1)-2=\sqrt{6}-3=\sqrt{6}-\sqrt{9}<0$
$\therefore \sqrt{6}-1<2$
③ $(-\sqrt{2}+4)-(-\sqrt{3}+4)=-\sqrt{2}+\sqrt{3}>0$
$\therefore -\sqrt{2}+4>-\sqrt{3}+4$
④ $1<\sqrt{2}$이므로 양변에 $\sqrt{5}$를 더하면
$1+\sqrt{5}<\sqrt{2}+\sqrt{5}$
⑤ $\underset{3.\cdots}{\underline{\sqrt{10}}}\ \boxed{\phantom{<}}\ \underset{1.414\cdots}{3+\underline{\sqrt{2}}} \Rightarrow \underset{3.\cdots}{\underline{\sqrt{10}}}\ \boxed{<}\ \underset{4.414\cdots}{\underline{3+\sqrt{2}}}$

참고 두 실수의 대소를 비교할 때, 두 수의 차 또는 부등식의 성질을 이용할 수 없는 경우 제곱근의 값을 이용하여 비교한다.

**4** $a-b=(1+\sqrt{3})-2=\sqrt{3}-1>0 \quad \therefore a>b$
$b-c=2-(\sqrt{5}-1)=3-\sqrt{5}=\sqrt{9}-\sqrt{5}>0 \quad \therefore b>c$
$\therefore c<b<a$
따라서 가장 작은 수는 $c$, 가장 큰 수는 $a$이다.

**5** $2<\sqrt{7}<3$이므로 $\sqrt{7}$의 정수 부분 $a=2$
$3<\sqrt{14}<4$이므로 $\sqrt{14}$의 정수 부분은 3,
소수 부분 $b=\sqrt{14}-3$
$\therefore 2a+b=2\times2+(\sqrt{14}-3)=1+\sqrt{14}$

**6** $3<\sqrt{10}<4$이므로 $-4<-\sqrt{10}<-3$에서
$1<5-\sqrt{10}<2$
즉, $5-\sqrt{10}$의 정수 부분 $a=1$
$2<\sqrt{5}<3$에서 $4<2+\sqrt{5}<5$이므로
$2+\sqrt{5}$의 정수 부분은 4,
소수 부분 $b=(2+\sqrt{5})-4=\sqrt{5}-2$
$\therefore a-b=1-(\sqrt{5}-2)=3-\sqrt{5}$

**P. 25~28 단원 마무리**

| | | | |
|---|---|---|---|
| **1** ②, ⑤ | **2** $\sqrt{35}$ m | **3** ④ | **4** ② |
| **5** ④, ⑤ | **6** ⑤ | **7** $\frac{11}{4}$ | **8** $4a+2b$ |
| **9** ② | **10** ② | **11** ② | **12** ① |
| **13** ③ | **14** ③ | **15** ④ | **16** ② |
| **17** $-1-\sqrt{5}$, $2+\sqrt{2}$ | | **18** ②, ⑤ | **19** ⑤ |
| **20** ②, ⑤ | **21** ③ | **22** $2+\sqrt{3}$ | |
| **23** 0, 과정은 풀이 참조 | | **24** 4, 과정은 풀이 참조 | |
| **25** 31, 과정은 풀이 참조 | | | |

**26** $2-\sqrt{7}$, $2-\sqrt{6}$, $3-\sqrt{6}$, 1, $3-\sqrt{2}$, 과정은 풀이 참조

**1** ② $(-5)^2=25$의 제곱근은 $\pm5$의 2개이다.
⑤ 제곱근 6은 $\sqrt{6}$이고, 36의 양의 제곱근은 6이다.

**2** 정사각형 모양의 화단의 한 변의 길이를 $x$ m라 하면
$x^2=\frac{1}{2}\times10\times7=35$
이때 $x>0$이므로 $x=\sqrt{35}$
따라서 정사각형 모양의 화단의 한 변의 길이는 $\sqrt{35}$ m이다.

**3** $\sqrt{81}=9$의 음의 제곱근은 $-3$이므로 $a=-3$
제곱근 100은 $\sqrt{100}=10$이므로 $b=10$
$(-7)^2=49$의 양의 제곱근은 7이므로 $c=7$
$\therefore a+b+c=-3+10+7=14$

**4** 어떤 수가 제곱인 수일 때, 그 제곱근을 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있다.
$8=2^3,\ 0.1=\frac{1}{10},\ 1.69=1.3^2,\ \frac{160}{25}=\frac{32}{5}=\frac{2^5}{5},$
$1000=10^3,\ \frac{64}{121}=\left(\frac{8}{11}\right)^2$
이때 제곱인 수는 1.69, $\frac{64}{121}$이므로 근호를 사용하지 않고 제곱근을 나타낼 수 있는 것은 2개이다.

**5** ① $\sqrt{a^2}=a$
② $(-\sqrt{a})^2=(\sqrt{a})^2=a$
③ $\sqrt{(-a)^2}=\sqrt{a^2}=a$
④ $-\sqrt{a^2}=-a$
⑤ $-\sqrt{(-a)^2}=-\sqrt{a^2}=-a$

**6** ① $(\sqrt{2})^2+(-\sqrt{5})^2=2+5=7$
② $\sqrt{6^2}-\sqrt{(-4)^2}=6-4=2$
③ $\left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2\times\sqrt{\left(-\frac{4}{3}\right)^2}=\frac{1}{2}\times\frac{4}{3}=\frac{2}{3}$
④ $\left(\sqrt{\frac{3}{4}}\right)^2\div\sqrt{(-3)^2}=\frac{3}{4}\div3=\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{4}$
⑤ $(-\sqrt{7})^2-(-\sqrt{2^2})=7-(-2)=7+2=9$

**7** $(\text{주어진 식})=\sqrt{81}\div3-\frac{2}{3}\times\frac{3}{8}=9\div3-\frac{1}{4}$
$=3-\frac{1}{4}=\frac{11}{4}$

**8** $a>b,\ ab<0$일 때, $a>0,\ b<0$이므로
$-a<0,\ 3a>0,\ 2b<0$
$\therefore (\text{주어진 식})=-(-a)+\sqrt{(3a)^2}-\sqrt{(2b)^2}$
$=a+3a-(-2b)=4a+2b$

**9** $-3<x<4$일 때,
$-x-3<0,\ x-4<0$이므로
$(\text{주어진 식})=-(-x-3)-\{-(x-4)\}$
$=x+3+x-4=2x-1$

**10** $\sqrt{54x}=\sqrt{2\times3^3\times x}=\sqrt{3^2\times6\times x}$가 자연수가 되려면 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로 자연수 $x$는
$x=6\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.
① $6=6\times1^2$ ② $18=6\times3$ ③ $24=6\times2^2$
④ $96=6\times4^2$ ⑤ $216=6\times6^2$

**11** ① $5=\sqrt{25}$이므로 $\sqrt{25}>\sqrt{24}$에서 $5>\sqrt{24}$
② $\frac{5}{2}=\sqrt{\frac{25}{4}}$이고 $\sqrt{6}=\sqrt{\frac{24}{4}}$이므로
$\sqrt{\frac{24}{4}}<\sqrt{\frac{25}{4}}\quad\therefore \sqrt{6}<\frac{5}{2}$
③ $0.4=\sqrt{0.16}$이므로 $\sqrt{0.16}<\sqrt{0.2}$에서
$0.4<\sqrt{0.2}\quad\therefore -0.4>-\sqrt{0.2}$
④ $\frac{1}{3}=\sqrt{\frac{1}{9}}$이므로 $\sqrt{\frac{1}{9}}<\sqrt{\frac{1}{5}}$에서
$\frac{1}{3}<\sqrt{\frac{1}{5}}\quad\therefore -\frac{1}{3}>-\sqrt{\frac{1}{5}}$
⑤ $\frac{3}{5}=\sqrt{\frac{9}{25}}=\sqrt{\frac{18}{50}},\ \sqrt{\frac{3}{10}}=\sqrt{\frac{15}{50}}$이므로
$\sqrt{\frac{18}{50}}>\sqrt{\frac{15}{50}}$에서 $\frac{3}{5}>\sqrt{\frac{3}{10}}$

**12** (음수)$<0<$(양수)이고 $\frac{1}{2}=\sqrt{\frac{1}{4}},\ 2=\sqrt{4}$이므로
주어진 수를 작은 것부터 차례로 나열하면
$-\sqrt{7},\ -\sqrt{2},\ -\sqrt{\frac{1}{3}},\ 0,\ \frac{1}{2},\ \sqrt{3},\ 2$
따라서 다섯 번째에 오는 수는 $\frac{1}{2}$이다.

**13** $\sqrt{5}<x<\sqrt{35}$에서 $\sqrt{5}<\sqrt{x^2}<\sqrt{35}$이므로
$5<x^2<35$
이때 $x$는 자연수이므로
$x^2=9,\ 16,\ 25$
따라서 자연수 $x$의 값은 3, 4, 5이므로 구하는 합은
$3+4+5=12$

**14** $\sqrt{0.01}=0.1=\frac{1}{10}$ ⇨ 유리수
$0.4\dot{5}=\frac{41}{90}$ ⇨ 유리수
$\pi-1,\ \frac{\sqrt{2}}{3},\ \frac{3}{\sqrt{5}}$ ⇨ 무리수

**15** 20 이하의 자연수 $x$ 중 $\sqrt{x}$가 유리수가 되도록 하는 $x$의 값은 $1^2,\ 2^2,\ 3^2,\ 4^2$, 즉 1, 4, 9, 16의 4개이다.
따라서 $\sqrt{x}$가 무리수가 되도록 하는 $x$의 개수는
$20-4=16$(개)

**16** $\overline{BP}=\overline{BD}=\sqrt{2}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $-2-\sqrt{2}$이다.
참고 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 넓이가 2인 정사각형의 한 변의 길이와 같으므로 $\sqrt{2}$이다.

**17** $\square ABCD=3\times3-4\times\left(\frac{1}{2}\times2\times1\right)=5$이므로

$\overline{AP}=\overline{AD}=\sqrt{5}$

따라서 점 P에 대응하는 수는 $-1-\sqrt{5}$

$\square BEFG=2\times2-4\times\left(\frac{1}{2}\times1\times1\right)=2$이므로

$\overline{EQ}=\overline{EF}=\sqrt{2}$

따라서 점 Q에 대응하는 수는 $2+\sqrt{2}$

**18** ② 무한소수 중 순환소수는 유리수이고, 순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.

⑤ 서로 다른 두 실수 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

**19** ⑤ $\sqrt{3}+2=1.732+2=3.732$이므로 $\sqrt{3}+2$는 $\sqrt{10}$보다 큰 수이다.

**20** ① $3-(\sqrt{3}+1)=2-\sqrt{3}>0$ $\quad\therefore 3>\sqrt{3}+1$

② $1-(3-\sqrt{2})=-2+\sqrt{2}<0$ $\quad\therefore 1<3-\sqrt{2}$

③ $(\sqrt{3}+2)-(\sqrt{2}+2)=\sqrt{3}-\sqrt{2}>0$

$\therefore \sqrt{3}+2>\sqrt{2}+2$

④ $(\sqrt{5}-3)-(\sqrt{7}-3)=\sqrt{5}-\sqrt{7}<0$

$\therefore \sqrt{5}-3<\sqrt{7}-3$

⑤ $\sqrt{5}>2$이므로 양변에서 $\sqrt{10}$을 빼면

$-\sqrt{10}+\sqrt{5}>2-\sqrt{10}$

**21** $9<\sqrt{90}<10$이므로 $7<\sqrt{90}-2<8$

따라서 $\sqrt{90}-2$에 대응하는 점이 있는 곳은 ③이다.

**22** $3<\sqrt{11}<4$이므로 $-4<-\sqrt{11}<-3$에서

$3<7-\sqrt{11}<4$

즉, $7-\sqrt{11}$의 정수 부분 $a=3$

이때 $4+\sqrt{a}=4+\sqrt{3}$이고,

$1<\sqrt{3}<2$에서 $5<4+\sqrt{3}<6$이므로

$4+\sqrt{3}$의 정수 부분은 5,

소수 부분 $b=(4+\sqrt{3})-5=\sqrt{3}-1$

$\therefore a+b=3+(\sqrt{3}-1)=2+\sqrt{3}$

**23** $0<a<1$일 때, $\frac{1}{a}>1$이므로 $a<\frac{1}{a}$

따라서 $a+\frac{1}{a}>0$, $a-\frac{1}{a}<0$, $2a>0$이므로 … (i)

(주어진 식)$=\left(a+\frac{1}{a}\right)-\left\{-\left(a-\frac{1}{a}\right)\right\}-2a$

$=a+\frac{1}{a}+a-\frac{1}{a}-2a=0$ … (ii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $a+\frac{1}{a}$, $a-\frac{1}{a}$, $2a$의 부호 판단하기 | 40 % |
| (ii) 주어진 식 간단히 하기 | 60 % |

**24** $\sqrt{\frac{60}{a}}=\sqrt{\frac{2^2\times3\times5}{a}}$가 정수가 되려면 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로

$a=3\times5$ 또는 $a=2^2\times3\times5$이어야 한다. … (i)

따라서 가장 작은 자연수 $a=3\times5=15$ … (ii)

$\sqrt{60-b}$가 정수가 되려면 $60-b$는 0 또는 60보다 작은 제곱수이어야 하므로

$60-b=0, 1^2, \cdots, 7^2$이어야 한다. … (iii)

따라서 가장 작은 자연수 $b=60-7^2=11$ … (iv)

$\therefore a-b=15-11=4$ … (v)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 자연수 $a$에 대한 조건 설명하기 | 20 % |
| (ii) $a$의 값 구하기 | 20 % |
| (iii) $60-b$에 대한 조건 설명하기 | 30 % |
| (iv) $b$의 값 구하기 | 20 % |
| (v) $a-b$의 값 구하기 | 10 % |

**25** $7\le\sqrt{3x+5}<12$에서

$\sqrt{49}\le\sqrt{3x+5}<\sqrt{144}$이므로

$49\le3x+5<144$

$44\le3x<139$

$\therefore \frac{44}{3}\left(=14\frac{2}{3}\right)\le x<\frac{139}{3}\left(=46\frac{1}{3}\right)$ … (i)

따라서 자연수 $x$의 최댓값 $M=46$, 최솟값 $m=15$ … (ii)

$\therefore M-m=46-15=31$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $x$의 값의 범위 구하기 | 40 % |
| (ii) $M$, $m$의 값 구하기 | 40 % |
| (iii) $M-m$의 값 구하기 | 20 % |

**26** 주어진 수 중 음수는 $2-\sqrt{7}$, $2-\sqrt{6}$

$(2-\sqrt{7})-(2-\sqrt{6})=-\sqrt{7}+\sqrt{6}<0$

$\therefore 2-\sqrt{7}<2-\sqrt{6}$ … (i)

양수는 $1$, $3-\sqrt{6}$, $3-\sqrt{2}$

$1-(3-\sqrt{6})=-2+\sqrt{6}>0$ $\quad\therefore 1>3-\sqrt{6}$

$(3-\sqrt{6})-(3-\sqrt{2})=-\sqrt{6}+\sqrt{2}<0$

$\therefore 3-\sqrt{6}<3-\sqrt{2}$

$1-(3-\sqrt{2})=-2+\sqrt{2}<0$ $\quad\therefore 1<3-\sqrt{2}$ … (ii)

따라서 $2-\sqrt{7}<2-\sqrt{6}<3-\sqrt{6}<1<3-\sqrt{2}$이므로 수직선 위의 점에 대응시킬 때 왼쪽에 있는 것부터 차례로 나열하면

$2-\sqrt{7}$, $2-\sqrt{6}$, $3-\sqrt{6}$, $1$, $3-\sqrt{2}$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 음수끼리 대소 비교하기 | 30 % |
| (ii) 양수끼리 대소 비교하기 | 30 % |
| (iii) 왼쪽에 있는 것부터 차례로 나열하기 | 40 % |

## 01 근호를 포함한 식의 계산 (1)

**P. 32**

**필수 예제 1** (1) $\sqrt{21}$ (2) $6$ (3) $\sqrt{30}$ (4) $-\sqrt{2}$

(2) $\sqrt{2}\sqrt{18}=\sqrt{2\times18}=\sqrt{36}=6$

(3) $\sqrt{2}\sqrt{3}\sqrt{5}=\sqrt{2\times3\times5}=\sqrt{30}$

(4) $-\sqrt{3}\times\sqrt{\frac{5}{3}}\times\sqrt{\frac{2}{5}}=-\sqrt{3\times\frac{5}{3}\times\frac{2}{5}}=-\sqrt{2}$

**유제 1** (1) $10$ (2) $\sqrt{55}$ (3) $6\sqrt{14}$ (4) $6\sqrt{6}$

(1) $\sqrt{2}\sqrt{5}\sqrt{10}=\sqrt{2\times5\times10}=\sqrt{100}=10$

(2) $(-\sqrt{11})\times(-\sqrt{5})=\sqrt{11\times5}=\sqrt{55}$

(4) $2\sqrt{15}\times3\sqrt{\frac{2}{5}}=6\sqrt{15\times\frac{2}{5}}=6\sqrt{6}$

**필수 예제 2** (1) $\sqrt{3}$ (2) $3$ (3) $-\sqrt{\frac{2}{3}}$ (4) $\frac{1}{5}$

(2) $\sqrt{18}\div\sqrt{2}=\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{18}{2}}=\sqrt{9}=3$

(3) $\sqrt{14}\div(-\sqrt{21})=-\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{21}}=-\sqrt{\frac{14}{21}}=-\sqrt{\frac{2}{3}}$

(4) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}\div\sqrt{15}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}\times\frac{1}{\sqrt{15}}=\sqrt{\frac{3}{5}\times\frac{1}{15}}=\sqrt{\frac{1}{25}}=\frac{1}{5}$

**유제 2** (1) $\sqrt{11}$ (2) $2$ (3) $2\sqrt{6}$ (4) $\sqrt{10}$

(2) $\sqrt{20}\div\sqrt{5}=\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}}=\sqrt{\frac{20}{5}}=\sqrt{4}=2$

(3) $4\sqrt{42}\div2\sqrt{7}=\frac{4\sqrt{42}}{2\sqrt{7}}=2\sqrt{\frac{42}{7}}=2\sqrt{6}$

(4) $\sqrt{15}\div\sqrt{5}\div\sqrt{\frac{3}{10}}=\sqrt{15}\times\frac{1}{\sqrt{5}}\times\sqrt{\frac{10}{3}}$

$=\sqrt{15\times\frac{1}{5}\times\frac{10}{3}}=\sqrt{10}$

**P. 33**

**개념 확인** $2^2$, $2^2$, $2$, $2\sqrt{6}$

**필수 예제 3** (1) $3\sqrt{3}$ (2) $-5\sqrt{2}$ (3) $\frac{\sqrt{3}}{7}$ (4) $\frac{\sqrt{10}}{9}$

(1) $\sqrt{27}=\sqrt{3^2\times3}=\sqrt{3^2}\sqrt{3}=3\sqrt{3}$

(2) $-\sqrt{50}=-\sqrt{5^2\times2}=-\sqrt{5^2}\sqrt{2}=-5\sqrt{2}$

(3) $\sqrt{\frac{3}{49}}=\sqrt{\frac{3}{7^2}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7^2}}=\frac{\sqrt{3}}{7}$

(4) $\sqrt{\frac{10}{81}}=\sqrt{\frac{10}{9^2}}=\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{9^2}}=\frac{\sqrt{10}}{9}$

**유제 3** (1) $3\sqrt{6}$ (2) $4\sqrt{5}$ (3) $-\frac{\sqrt{5}}{6}$ (4) $\frac{\sqrt{3}}{10}$

(1) $\sqrt{54}=\sqrt{3^2\times6}=\sqrt{3^2}\sqrt{6}=3\sqrt{6}$

(2) $\sqrt{80}=\sqrt{4^2\times5}=\sqrt{4^2}\sqrt{5}=4\sqrt{5}$

(3) $-\sqrt{\frac{5}{36}}=-\sqrt{\frac{5}{6^2}}=-\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6^2}}=-\frac{\sqrt{5}}{6}$

(4) $\sqrt{0.03}=\sqrt{\frac{3}{100}}=\sqrt{\frac{3}{10^2}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10^2}}=\frac{\sqrt{3}}{10}$

**필수 예제 4** (1) $\sqrt{20}$ (2) $\sqrt{\frac{2}{25}}$ (3) $\sqrt{\frac{8}{3}}$ (4) $-\sqrt{24}$

(1) $2\sqrt{5}=\sqrt{2^2}\sqrt{5}=\sqrt{2^2\times5}=\sqrt{20}$

(2) $\frac{\sqrt{2}}{5}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5^2}}=\sqrt{\frac{2}{5^2}}=\sqrt{\frac{2}{25}}$

(3) $2\sqrt{\frac{2}{3}}=\sqrt{2^2}\sqrt{\frac{2}{3}}=\sqrt{2^2\times\frac{2}{3}}=\sqrt{\frac{8}{3}}$

(4) $-2\sqrt{6}=-\sqrt{2^2}\sqrt{6}=-\sqrt{2^2\times6}=-\sqrt{24}$

**유제 4** (1) $\sqrt{18}$ (2) $\sqrt{\frac{3}{4}}$ (3) $\sqrt{\frac{18}{5}}$ (4) $-\sqrt{160}$

(1) $3\sqrt{2}=\sqrt{3^2}\sqrt{2}=\sqrt{3^2\times2}=\sqrt{18}$

(2) $\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2^2}}=\sqrt{\frac{3}{2^2}}=\sqrt{\frac{3}{4}}$

(3) $3\sqrt{\frac{2}{5}}=\sqrt{3^2}\sqrt{\frac{2}{5}}=\sqrt{3^2\times\frac{2}{5}}=\sqrt{\frac{18}{5}}$

(4) $-4\sqrt{10}=-\sqrt{4^2}\sqrt{10}=-\sqrt{4^2\times10}=-\sqrt{160}$

**유제 5** $4\sqrt{3}$, $3\sqrt{5}$, $2\sqrt{11}$

$3\sqrt{5}=\sqrt{3^2\times5}=\sqrt{45}$, $2\sqrt{11}=\sqrt{2^2\times11}=\sqrt{44}$,
$4\sqrt{3}=\sqrt{4^2\times3}=\sqrt{48}$이므로 큰 것부터 차례로 나열하면
$\sqrt{48}$, $\sqrt{45}$, $\sqrt{44}$, 즉 $4\sqrt{3}$, $3\sqrt{5}$, $2\sqrt{11}$이다.

**P. 34**

**개념 확인** (1) $\sqrt{3}$, $\sqrt{3}$, $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (2) $\sqrt{3}$, $\sqrt{3}$, $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
(3) $\sqrt{3}$, $\sqrt{3}$, $\frac{\sqrt{6}}{3}$ (4) $\sqrt{3}$, $\sqrt{3}$, $\frac{\sqrt{6}}{6}$

**필수 예제 5** (1) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ (2) $\frac{\sqrt{21}}{7}$ (3) $\frac{\sqrt{3}}{9}$ (4) $-\frac{2\sqrt{6}}{3}$

(1) $\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{1\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$

(2) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{21}}{7}$

(3) $\frac{\sqrt{5}}{3\sqrt{15}}=\frac{1}{3\sqrt{3}}=\frac{1\times\sqrt{3}}{3\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{9}$

(4) $-\frac{4}{\sqrt{6}}=-\frac{4\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=-\frac{4\sqrt{6}}{6}=-\frac{2\sqrt{6}}{3}$

**유제 6** (1) $\frac{\sqrt{55}}{11}$ (2) $\sqrt{3}$ (3) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (4) $\sqrt{6}$ (5) $\frac{5\sqrt{6}}{6}$ (6) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

(1) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{11}}=\frac{\sqrt{5}\times\sqrt{11}}{\sqrt{11}\times\sqrt{11}}=\frac{\sqrt{55}}{11}$

(2) $\frac{3}{\sqrt{3}}=\frac{3\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{3}}{3}=\sqrt{3}$

(3) $\frac{6}{\sqrt{24}}=\frac{6}{2\sqrt{6}}=\frac{3}{\sqrt{6}}=\frac{3\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\frac{3\sqrt{6}}{6}=\frac{\sqrt{6}}{2}$

(4) $\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{8}}=\frac{4\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{6}}{2}=\sqrt{6}$

(5) $\frac{5}{\sqrt{2}\sqrt{3}}=\frac{5}{\sqrt{6}}=\frac{5\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\frac{5\sqrt{6}}{6}$

(6) $\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{2}\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}}{2}$

## P. 35 한 번 더 연습

**1** (1) $\sqrt{10}$ (2) 30 (3) $-\sqrt{42}$ (4) 2

**2** (1) $\sqrt{5}$ (2) $2\sqrt{2}$ (3) $-\sqrt{3}$ (4) $-7$

**3** (1) $2\sqrt{2}$ (2) $3\sqrt{5}$ (3) $3\sqrt{2}$ (4) $2\sqrt{5}$ (5) $5\sqrt{3}$ (6) $4\sqrt{2}$ (7) $\sqrt{28}$ (8) $\sqrt{12}$ (9) $\sqrt{50}$ (10) $\sqrt{80}$ (11) $\sqrt{108}$ (12) $\sqrt{128}$

**4** (1) $\frac{\sqrt{7}}{7}$ (2) $\frac{\sqrt{10}}{2}$ (3) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (4) $\frac{\sqrt{15}}{6}$ (5) $\frac{2\sqrt{21}}{3}$ (6) $\frac{\sqrt{42}}{6}$

**5** (1) $12\sqrt{3}$ (2) $-2\sqrt{2}$ (3) $2\sqrt{3}$ (4) $\frac{9\sqrt{14}}{7}$ (5) $-\frac{10\sqrt{3}}{3}$ (6) $2\sqrt{3}$

**1** (4) $\sqrt{\frac{6}{5}}\times\sqrt{\frac{10}{3}}=\sqrt{\frac{6}{5}\times\frac{10}{3}}=\sqrt{4}=2$

**2** (1) $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{15}{3}}=\sqrt{5}$

(2) $4\sqrt{6}\div2\sqrt{3}=\frac{4\sqrt{6}}{2\sqrt{3}}=2\sqrt{\frac{6}{3}}=2\sqrt{2}$

(3) $\sqrt{39}\div(-\sqrt{13})=-\frac{\sqrt{39}}{\sqrt{13}}=-\sqrt{\frac{39}{13}}=-\sqrt{3}$

(4) $-\sqrt{21}\div\sqrt{\frac{3}{7}}=-\sqrt{21\times\frac{7}{3}}=-\sqrt{49}=-7$

**4** (1) $\frac{1}{\sqrt{7}}=\frac{1\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{7}}{7}$

(2) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{5}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{10}}{2}$

(3) $\frac{4}{\sqrt{48}}=\frac{4}{4\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{1\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

(4) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{12}}=\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{5}\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{15}}{6}$

(5) $\frac{14}{\sqrt{3}\sqrt{7}}=\frac{14}{\sqrt{21}}=\frac{14\times\sqrt{21}}{\sqrt{21}\times\sqrt{21}}=\frac{14\sqrt{21}}{21}=\frac{2\sqrt{21}}{3}$

(6) $\frac{\sqrt{35}}{\sqrt{5}\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{7}\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{42}}{6}$

**5** (1) (주어진 식)$=6\sqrt{12}=6\times2\sqrt{3}=12\sqrt{3}$

(2) (주어진 식)$=-\frac{8\sqrt{5}}{2\sqrt{10}}=-\frac{4}{\sqrt{2}}=-\frac{4\sqrt{2}}{2}=-2\sqrt{2}$

(3) (주어진 식)$=\frac{6\sqrt{5}}{\sqrt{15}}=\frac{6}{\sqrt{3}}=\frac{6\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}$

(4) (주어진 식)$=3\sqrt{\frac{6}{5}\times\frac{15}{7}}=3\sqrt{\frac{18}{7}}=\frac{3\times3\sqrt{2}}{\sqrt{7}}=\frac{9\sqrt{14}}{7}$

(5) (주어진 식)$=-10\sqrt{\frac{1}{10}\times\frac{2}{3}\times5}=-10\sqrt{\frac{1}{3}}$

$=-\frac{10}{\sqrt{3}}=-\frac{10\sqrt{3}}{3}$

(6) (주어진 식)$=\sqrt{2}\times\frac{1}{\sqrt{13}}\times\sqrt{78}=\sqrt{2\times\frac{1}{13}\times78}$

$=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

## P. 36 개념 누르기 한판

**1** ㄱ, ㄷ, ㄴ **2** (1) $3\sqrt{10}$ (2) $\frac{\sqrt{14}}{2}$

**3** (1) 2 (2) $\frac{1}{5}$ **4** ③ **5** 12 **6** $\sqrt{6}$ cm

**2** (1) $3\sqrt{15}\times\sqrt{2}\div\sqrt{3}=3\sqrt{15}\times\sqrt{2}\times\frac{1}{\sqrt{3}}$

$=3\sqrt{15\times2\times\frac{1}{3}}=3\sqrt{10}$

(2) $\sqrt{\frac{5}{2}}\div\sqrt{\frac{10}{3}}\times\sqrt{\frac{14}{3}}=\sqrt{\frac{5}{2}}\times\sqrt{\frac{3}{10}}\times\sqrt{\frac{14}{3}}$

$=\sqrt{\frac{5}{2}\times\frac{3}{10}\times\frac{14}{3}}=\sqrt{\frac{7}{2}}=\frac{\sqrt{14}}{2}$

**3** (1) $\sqrt{60}=\sqrt{2^2\times15}=2\sqrt{15}$에서 $2\sqrt{15}=a\sqrt{15}$이므로 $a=2$

(2) $\sqrt{0.12}=\sqrt{\frac{12}{100}}=\sqrt{\frac{2^2\times3}{10^2}}=\frac{2\sqrt{3}}{10}=\frac{\sqrt{3}}{5}$에서

$\frac{\sqrt{3}}{5}=a\sqrt{3}$이므로 $a=\frac{1}{5}$

**4** $\sqrt{6}=\sqrt{2\times3}=\sqrt{2}\sqrt{3}=ab$

**5** $\frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{5}}=\frac{10\sqrt{10}}{5}=2\sqrt{10}$에서 $2\sqrt{10}=a\sqrt{10}$이므로 $a=2$

$\frac{1}{\sqrt{18}}=\frac{1}{3\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{6}$에서 $\frac{\sqrt{2}}{6}=b\sqrt{2}$이므로 $b=\frac{1}{6}$

$\therefore \frac{a}{b}=2\div\frac{1}{6}=2\times6=12$

**6** 직육면체의 높이를 $x$ cm라 하면

(직육면체의 부피)

=(밑면의 가로의 길이)×(밑면의 세로의 길이)×(높이)

이므로

$\sqrt{21}\times3\sqrt{2}\times x=18\sqrt{7}$

$\therefore x=\frac{18\sqrt{7}}{\sqrt{21}\times3\sqrt{2}}=\frac{6}{\sqrt{6}}=\frac{6\sqrt{6}}{6}=\sqrt{6}$

따라서 직육면체의 높이는 $\sqrt{6}$ cm이다.

## P. 37

개념 확인　(1) **1.030**　(2) **3**

필수 예제 6　(1) **100, 10, 10, 14.14**
(2) **100, 10, 10, 44.72**
(3) **100, 10, 10, 0.1414**
(4) **20, 20, 4.472, 0.4472**

유제 7　(1) **70.71**　(2) **22.36**　(3) **0.7071**　(4) **0.02236**

(1) $\sqrt{5000}=\sqrt{50\times100}=10\sqrt{50}$
$=10\times7.071=70.71$

(2) $\sqrt{500}=\sqrt{5\times100}=10\sqrt{5}$
$=10\times2.236=22.36$

(3) $\sqrt{0.5}=\sqrt{\frac{50}{100}}=\frac{\sqrt{50}}{10}=\frac{7.071}{10}=0.7071$

(4) $\sqrt{0.0005}=\sqrt{\frac{5}{10000}}=\frac{\sqrt{5}}{100}=\frac{2.236}{100}=0.02236$

## P. 38　개념 누르기 한판

**1**　(1) 3.317　(2) 3.633　(3) 3.240
**2**　3009　**3**　ㄷ, ㅂ
**4**　(1) 48.37　(2) 0.4593　**5**　(1) 77.46　(2) 1.291

**2**　$\sqrt{5.84}=2.417$이므로 $a=2.417$
$\sqrt{5.92}=2.433$이므로 $b=5.92$
$\therefore\ 1000a+100b=1000\times2.417+100\times5.92$
$=2417+592=3009$

**3**　ㄱ. $\sqrt{350}=\sqrt{3.5\times100}=10\sqrt{3.5}$
ㄴ. $\sqrt{35000}=\sqrt{3.5\times10000}=100\sqrt{3.5}$
ㄷ. $\sqrt{0.35}=\sqrt{\frac{35}{100}}=\frac{\sqrt{35}}{10}=\frac{5.916}{10}=0.5916$
ㄹ. $\sqrt{3500000}=\sqrt{3.5\times1000000}=1000\sqrt{3.5}$
ㅁ. $\sqrt{0.00035}=\sqrt{\frac{3.5}{10000}}=\frac{\sqrt{3.5}}{100}$
ㅂ. $\sqrt{350000}=\sqrt{35\times10000}=100\sqrt{35}$
$=100\times5.916=591.6$
따라서 그 값을 구할 수 있는 것은 ㄷ, ㅂ이다.

**4**　(1) $\sqrt{2340}=\sqrt{23.4\times100}=10\sqrt{23.4}$
$=10\times4.837=48.37$
(2) $\sqrt{0.211}=\sqrt{\frac{21.1}{100}}=\frac{\sqrt{21.1}}{10}=\frac{4.593}{10}=0.4593$

**5**　(1) $\sqrt{6000}=\sqrt{2^2\times3\times5\times10^2}$
$=20\sqrt{15}$
$=20\times3.873=77.46$
(2) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{15}}{3}=\frac{3.873}{3}=1.291$

# 02 근호를 포함한 식의 계산 (2)

## P. 39

개념 확인　**2, 3, 5(또는 3, 2, 5)**

필수 예제 1　(1) $\mathbf{10\sqrt{3}}$　(2) $\mathbf{\sqrt{5}+4\sqrt{6}}$
(1) (주어진 식)$=(2+8)\sqrt{3}=10\sqrt{3}$
(2) (주어진 식)$=(2-1)\sqrt{5}+(-1+5)\sqrt{6}=\sqrt{5}+4\sqrt{6}$

유제 1　(1) $\mathbf{-3\sqrt{7}}$　(2) $\mathbf{2\sqrt{2}}$　(3) $\mathbf{2\sqrt{3}-2\sqrt{2}}$　(4) $\mathbf{\frac{\sqrt{2}}{6}}$
(1) (주어진 식)$=(-1-2)\sqrt{7}=-3\sqrt{7}$
(2) (주어진 식)$=(3+1-2)\sqrt{2}=2\sqrt{2}$
(3) (주어진 식)$=(5-3)\sqrt{3}+(2-4)\sqrt{2}=2\sqrt{3}-2\sqrt{2}$
(4) (주어진 식)$=\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\right)\sqrt{2}=\left(\frac{4}{6}-\frac{3}{6}\right)\sqrt{2}=\frac{\sqrt{2}}{6}$

필수 예제 2　(1) **0**　(2) $\mathbf{\sqrt{2}}$
(1) (주어진 식)$=\sqrt{3}+2\sqrt{3}-3\sqrt{3}=0$
(2) (주어진 식)$=2\sqrt{2}-\sqrt{2}=\sqrt{2}$

유제 2　(1) $\mathbf{6\sqrt{2}}$　(2) $\mathbf{3\sqrt{7}+2\sqrt{2}}$　(3) $\mathbf{\frac{5\sqrt{6}}{9}}$　(4) **0**
(1) (주어진 식)$=3\sqrt{2}-2\sqrt{2}+5\sqrt{2}=6\sqrt{2}$
(2) (주어진 식)$=\sqrt{7}+2\sqrt{7}+4\sqrt{2}-2\sqrt{2}=3\sqrt{7}+2\sqrt{2}$
(3) (주어진 식)$=\frac{2\sqrt{6}}{3}-\frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}=\frac{6\sqrt{6}}{9}-\frac{\sqrt{6}}{9}=\frac{5\sqrt{6}}{9}$
(4) (주어진 식)$=3\sqrt{5}-\sqrt{5}-2\sqrt{5}=0$

## P. 40

필수 예제 3　(1) $\mathbf{4\sqrt{2}}$　(2) $\mathbf{2\sqrt{2}}$　(3) $\mathbf{2\sqrt{3}+6}$　(4) $\mathbf{-\frac{\sqrt{6}}{6}}$
(1) (주어진 식)$=\sqrt{6}\sqrt{3}+\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}}=\sqrt{18}+\sqrt{2}$
$=3\sqrt{2}+\sqrt{2}=4\sqrt{2}$
(2) (주어진 식)$=2\sqrt{2}\times2-\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=4\sqrt{2}-2\sqrt{2}=2\sqrt{2}$
(3) (주어진 식)$=\sqrt{2}\sqrt{6}+\sqrt{2}\times3\sqrt{2}=\sqrt{12}+6=2\sqrt{3}+6$
(4) (주어진 식)$=\left(\frac{5}{\sqrt{3}}-\sqrt{12}\right)\times\frac{1}{\sqrt{2}}$
$=\frac{5}{\sqrt{3}\sqrt{2}}-\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{2}}=\frac{5}{\sqrt{6}}-\sqrt{6}$
$=\frac{5\sqrt{6}}{6}-\sqrt{6}=-\frac{\sqrt{6}}{6}$

유제 3　(1) $\mathbf{3+\sqrt{3}}$　(2) $\mathbf{\frac{\sqrt{5}}{3}}$　(3) $\mathbf{3\sqrt{3}-2\sqrt{2}}$　(4) $\mathbf{2\sqrt{2}+\sqrt{3}}$
(1) (주어진 식)$=\frac{\sqrt{12}\sqrt{3}}{2}+\frac{6}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{36}}{2}+\frac{3}{\sqrt{3}}$
$=\frac{6}{2}+\frac{3\sqrt{3}}{3}=3+\sqrt{3}$

(2) (주어진 식)$=\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}}-\sqrt{10}\times\frac{\sqrt{2}}{3}=\sqrt{5}-\frac{\sqrt{20}}{3}$
$=\sqrt{5}-\frac{2\sqrt{5}}{3}=\frac{\sqrt{5}}{3}$

(3) (주어진 식)$=5\sqrt{3}-2\sqrt{2}-\sqrt{2}\sqrt{6}=5\sqrt{3}-2\sqrt{2}-\sqrt{12}$
$=5\sqrt{3}-2\sqrt{2}-2\sqrt{3}=3\sqrt{3}-2\sqrt{2}$

(4) (주어진 식)$=3\sqrt{2}-\frac{\sqrt{2}\sqrt{6}}{2}+2\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}\sqrt{6}}{3}$
$=3\sqrt{2}-\frac{\sqrt{12}}{2}+2\sqrt{3}-\frac{\sqrt{18}}{3}$
$=3\sqrt{2}-\sqrt{3}+2\sqrt{3}-\sqrt{2}=2\sqrt{2}+\sqrt{3}$

필수 예제 4 (1) $\frac{2\sqrt{3}+3}{3}$ (2) $\frac{\sqrt{10}-\sqrt{15}}{5}$
(3) $\frac{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2}$ (4) $\frac{4-\sqrt{6}}{2}$

(1) $\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{(2+\sqrt{3})\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}+3}{3}$

(2) $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\frac{(\sqrt{2}-\sqrt{3})\sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{10}-\sqrt{15}}{5}$

(3) $\frac{\sqrt{6}+1}{\sqrt{2}}=\frac{(\sqrt{6}+1)\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{12}+\sqrt{2}}{2}=\frac{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2}$

(4) $\frac{\sqrt{8}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{(\sqrt{8}-\sqrt{3})\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{16}-\sqrt{6}}{2}=\frac{4-\sqrt{6}}{2}$

유제 4 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(주어진 식)$=\frac{(\sqrt{6}-\sqrt{3})\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}}-\frac{(\sqrt{8}-3)\sqrt{6}}{\sqrt{6}\sqrt{6}}$
$=\frac{\sqrt{12}-\sqrt{6}}{2}-\frac{\sqrt{48}-3\sqrt{6}}{6}$
$=\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{6}}{2}-\frac{4\sqrt{3}-3\sqrt{6}}{6}$
$=\sqrt{3}-\frac{\sqrt{6}}{2}-\frac{2}{3}\sqrt{3}+\frac{\sqrt{6}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

P. 41 한 번 더 연습

1 (1) $-6\sqrt{2}$ (2) $-\sqrt{5}$ (3) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (4) $-8\sqrt{11}+8\sqrt{6}$
2 (1) $9\sqrt{3}$ (2) $2\sqrt{2}$ (3) $3\sqrt{2}$ (4) $-\sqrt{3}+\sqrt{6}$
3 (1) $\sqrt{2}$ (2) $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$
4 (1) $3\sqrt{5}$ (2) 6 (3) 5 (4) $\sqrt{6}+2$
5 (1) $6+2\sqrt{2}$ (2) $4\sqrt{5}+2\sqrt{7}$ (3) $\frac{11\sqrt{30}}{30}$
6 (1) $\frac{2\sqrt{10}-4\sqrt{5}}{5}$ (2) $\frac{2\sqrt{3}-6}{3}$ (3) $\frac{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{18}$

1 (3) (주어진 식)$=\frac{3\sqrt{3}}{4}-\frac{6\sqrt{3}}{4}+\frac{4\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{4}$

2 (1) (주어진 식)$=5\sqrt{3}+4\sqrt{3}=9\sqrt{3}$
(2) (주어진 식)$=6\sqrt{2}-4\sqrt{2}=2\sqrt{2}$
(3) (주어진 식)$=6\sqrt{2}+2\sqrt{2}-5\sqrt{2}=3\sqrt{2}$
(4) (주어진 식)$=\sqrt{3}-5\sqrt{6}-2\sqrt{3}+6\sqrt{6}=-\sqrt{3}+\sqrt{6}$

3 (1) $\frac{\sqrt{18}}{6}+\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{12}}=\frac{3\sqrt{2}}{6}+\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$
(2) $\frac{6}{\sqrt{27}}-\frac{4}{\sqrt{3}}=\frac{6}{3\sqrt{3}}-\frac{4}{\sqrt{3}}=\frac{6\sqrt{3}}{9}-\frac{4\sqrt{3}}{3}$
$=\frac{2\sqrt{3}}{3}-\frac{4\sqrt{3}}{3}=-\frac{2\sqrt{3}}{3}$

4 (1) (주어진 식)$=\sqrt{2}\sqrt{10}+\frac{5}{\sqrt{5}}=2\sqrt{5}+\sqrt{5}=3\sqrt{5}$
(2) (주어진 식)$=4\sqrt{2}\times\sqrt{2}-\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{7}}$
$=4\times2-\sqrt{4}=8-2=6$
(3) (주어진 식)$=3\times5-\sqrt{100}=15-10=5$
(4) (주어진 식)$=(3\sqrt{2}+\sqrt{12})\times\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}+\sqrt{4}$
$=\sqrt{6}+2$

5 (1) (주어진 식)$=2\times3+2\sqrt{18}-4\sqrt{2}$
$=6+6\sqrt{2}-4\sqrt{2}=6+2\sqrt{2}$
(2) (주어진 식)$=5\sqrt{5}+(2\sqrt{21}-\sqrt{15})\times\frac{1}{\sqrt{3}}$
$=5\sqrt{5}+2\sqrt{7}-\sqrt{5}=4\sqrt{5}+2\sqrt{7}$
(3) (주어진 식)$=1+\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}+\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}-1$
$=\frac{\sqrt{30}}{6}+\frac{\sqrt{30}}{5}=\frac{11\sqrt{30}}{30}$

6 (1) $\frac{2\sqrt{2}-4}{\sqrt{5}}=\frac{(2\sqrt{2}-4)\sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{10}-4\sqrt{5}}{5}$
(2) $\frac{2(1-\sqrt{3})}{\sqrt{3}}=\frac{2(1-\sqrt{3})\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}-6}{3}$
(3) $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{3\sqrt{6}}=\frac{(\sqrt{2}-\sqrt{3})\sqrt{6}}{3\sqrt{6}\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{12}-\sqrt{18}}{18}=\frac{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{18}$

P. 42 개념 누르기 한판

1 (1) $3\sqrt{7}$ (2) $3\sqrt{3}$ 2 (1) $a=-1$, $b=1$ (2) 2
3 $-5$ 4 $7\sqrt{2}-13$ 5 $\frac{5}{3}$
6 (1) $(5+5\sqrt{3})\text{cm}^2$ (2) $(3\sqrt{2}+6)\text{cm}^2$
(3) $(3+3\sqrt{3})\text{cm}^2$

1 (1) $\sqrt{112}+\sqrt{28}-3\sqrt{7}=4\sqrt{7}+2\sqrt{7}-3\sqrt{7}=3\sqrt{7}$
(2) $2\sqrt{48}-3\sqrt{12}+\sqrt{3}=8\sqrt{3}-6\sqrt{3}+\sqrt{3}=3\sqrt{3}$

개념편

**2** (1) (좌변)$=3\sqrt{3}-4\sqrt{2}-2\sqrt{3}+3\sqrt{2}$
$=\sqrt{3}-\sqrt{2}=-\sqrt{2}+\sqrt{3}$
$\therefore a=-1,\ b=1$
(2) (좌변)$=\frac{13\sqrt{10}}{10}+\frac{\sqrt{10}}{2}+\frac{\sqrt{10}}{5}$
$=\frac{13\sqrt{10}}{10}+\frac{5\sqrt{10}}{10}+\frac{2\sqrt{10}}{10}$
$=\frac{20\sqrt{10}}{10}=2\sqrt{10}$
$\therefore a=2$

**3** $\sqrt{2}a-\sqrt{3}b=\sqrt{2}(\sqrt{3}-\sqrt{2})-\sqrt{3}(\sqrt{3}+\sqrt{2})$
$=\sqrt{6}-2-3-\sqrt{6}=-5$

**4** (주어진 식)$=6\sqrt{2}-3\sqrt{16}+\frac{4\sqrt{3}-2\sqrt{6}}{2\sqrt{6}}$
$=6\sqrt{2}-12+\frac{(4\sqrt{3}-2\sqrt{6})\sqrt{6}}{2\sqrt{6}\sqrt{6}}$
$=6\sqrt{2}-12+\frac{4\sqrt{18}-12}{12}$
$=6\sqrt{2}-12+\frac{12\sqrt{2}-12}{12}$
$=6\sqrt{2}-12+\sqrt{2}-1$
$=7\sqrt{2}-13$

**5** (주어진 식)$=(3a-2)+(5-3a)\sqrt{7}$이므로
$5-3a=0 \quad \therefore a=\frac{5}{3}$
참고 $a$, $b$가 유리수이고 $\sqrt{m}$이 무리수일 때,
$a+b\sqrt{m}$이 유리수가 될 조건 ⇨ $b=0$

**6** (1) (넓이)$=\frac{1}{2}\times(\sqrt{5}+\sqrt{15})\times 2\sqrt{5}=(\sqrt{5}+\sqrt{15})\times\sqrt{5}$
$=5+\sqrt{75}=5+5\sqrt{3}\,(\mathrm{cm}^2)$
(2) (넓이)$=(\sqrt{3}+\sqrt{6})\times\sqrt{6}=\sqrt{18}+6=3\sqrt{2}+6\,(\mathrm{cm}^2)$
(3) (넓이)$=\frac{1}{2}\times(\sqrt{6}+\sqrt{18})\times\sqrt{6}$
$=\frac{1}{2}\times(\sqrt{6}+3\sqrt{2})\times\sqrt{6}=\frac{1}{2}\times(6+3\sqrt{12})$
$=\frac{1}{2}\times(6+6\sqrt{3})=3+3\sqrt{3}\,(\mathrm{cm}^2)$

## P. 43

**필수 예제 5** (1) $7+4\sqrt{3}$ (2) $5-2\sqrt{6}$ (3) 2 (4) $16-\sqrt{3}$
(1) $(2+\sqrt{3})^2=2^2+2\times2\times\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2$
$=4+4\sqrt{3}+3=7+4\sqrt{3}$
(2) $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2=(\sqrt{3})^2-2\times\sqrt{3}\times\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2$
$=3-2\sqrt{6}+2=5-2\sqrt{6}$
(3) $(3+\sqrt{7})(3-\sqrt{7})=3^2-(\sqrt{7})^2=9-7=2$
(4) $(3\sqrt{3}-2)(2\sqrt{3}+1)=6(\sqrt{3})^2+(3-4)\sqrt{3}-2$
$=18-\sqrt{3}-2=16-\sqrt{3}$

**유제 5** (1) $9-6\sqrt{2}$ (2) 3 (3) $-23-3\sqrt{5}$ (4) $17+\sqrt{2}$
(1) $(\sqrt{6}-\sqrt{3})^2=(\sqrt{6})^2-2\times\sqrt{6}\times\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2$
$=6-6\sqrt{2}+3=9-6\sqrt{2}$
(2) $(2\sqrt{7}-5)(2\sqrt{7}+5)=(2\sqrt{7})^2-5^2=28-25=3$
(3) $(\sqrt{5}+4)(\sqrt{5}-7)=(\sqrt{5})^2+(-7+4)\sqrt{5}-28$
$=5-3\sqrt{5}-28=-23-3\sqrt{5}$
(4) $(5\sqrt{2}+3)(2\sqrt{2}-1)=20+(-5+6)\sqrt{2}-3$
$=17+\sqrt{2}$

**필수 예제 6** (1) $\sqrt{2}-1$ (2) $9+4\sqrt{5}$ (3) $\sqrt{6}+2$
(1) $\frac{1}{\sqrt{2}+1}=\frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}=\sqrt{2}-1$
(2) $\frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}-2}=\frac{(\sqrt{5}+2)^2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}=9+4\sqrt{5}$
(3) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}=\sqrt{6}+2$

**유제 6** (1) $3-\sqrt{2}$ (2) $-\sqrt{2}-2$ (3) $-4+\sqrt{15}$
(1) $\frac{7}{3+\sqrt{2}}=\frac{7(3-\sqrt{2})}{(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})}=\frac{7(3-\sqrt{2})}{7}=3-\sqrt{2}$
(2) $\frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}(1+\sqrt{2})}{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})}=\frac{\sqrt{2}+2}{-1}=-\sqrt{2}-2$
(3) $\frac{-\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\frac{(-\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}$
$=\frac{-(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2}{2}=\frac{-8+2\sqrt{15}}{2}$
$=-4+\sqrt{15}$

**유제 7** 4
$x=\frac{1}{2+\sqrt{3}}=\frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}=2-\sqrt{3}$
$y=\frac{1}{2-\sqrt{3}}=\frac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}=2+\sqrt{3}$
$\therefore x+y=(2-\sqrt{3})+(2+\sqrt{3})=4$

## P. 44 개념 누르기 한판

**1** ④ **2** $a=2,\ b=11$
**3** (1) $3+\sqrt{3}$ (2) $3+2\sqrt{2}$ (3) 2 (4) $8\sqrt{3}$
**4** (1) $2\sqrt{2}$ (2) 1 (3) 6 **5** 3
**6** (1) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ (2) $6+3\sqrt{3}$

**1** (주어진 식)$=(2-2\sqrt{2}+1)-(4-3)=2-2\sqrt{2}$

**2** (좌변)$=3a+(15-2a)\sqrt{2}-20$
$=(3a-20)+(15-2a)\sqrt{2}$

따라서 $3a-20=-14$, $15-2a=b$이므로

$a=2$, $b=11$

참고 $a$, $b$, $c$, $d$는 유리수이고 $\sqrt{m}$은 무리수일 때, $a+b\sqrt{m}=c+d\sqrt{m}$이면 $a=c$, $b=d$이다.

**3** (1) $(\text{주어진 식})=\dfrac{6(3+\sqrt{3})}{(3-\sqrt{3})(3+\sqrt{3})}$

$=\dfrac{6(3+\sqrt{3})}{6}=3+\sqrt{3}$

(2) $(\text{주어진 식})=\dfrac{(2+\sqrt{2})^2}{(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})}$

$=\dfrac{6+4\sqrt{2}}{2}=3+2\sqrt{2}$

(3) $(\text{주어진 식})=\dfrac{7(4-\sqrt{2})}{(4+\sqrt{2})(4-\sqrt{2})}+\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}}$

$=\dfrac{7(4-\sqrt{2})}{14}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{4-\sqrt{2}}{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}=2$

(4) $(\text{주어진 식})=\dfrac{(2+\sqrt{3})^2}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}-\dfrac{(2-\sqrt{3})^2}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}$

$=(2+\sqrt{3})^2-(2-\sqrt{3})^2$

$=(7+4\sqrt{3})-(7-4\sqrt{3})=8\sqrt{3}$

**4** $x=\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}=\dfrac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}=\sqrt{2}-1$

$y=\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}=\dfrac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}=\sqrt{2}+1$

(1) $x+y=(\sqrt{2}-1)+(\sqrt{2}+1)=2\sqrt{2}$

(2) $xy=(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)=2-1=1$

(3) $\dfrac{y}{x}+\dfrac{x}{y}=\dfrac{x^2+y^2}{xy}=\dfrac{(x+y)^2-2xy}{xy}$

$=\dfrac{(2\sqrt{2})^2-2\times1}{1}=6$

**5** $x=\sqrt{5}-1$에서 $x+1=\sqrt{5}$이므로

이 식의 양변을 제곱하면

$(x+1)^2=(\sqrt{5})^2$, $x^2+2x+1=5$, $x^2+2x=4$

$\therefore x^2+2x-1=4-1=3$

다른 풀이

$x=\sqrt{5}-1$을 $x^2+2x-1$에 대입하면

$x^2+2x-1=(\sqrt{5}-1)^2+2(\sqrt{5}-1)-1$

$=6-2\sqrt{5}+2\sqrt{5}-2-1=3$

**6** (1) $1<\sqrt{3}<2$이므로

$\sqrt{3}$의 정수 부분 $a=1$, 소수 부분 $b=\sqrt{3}-1$

$\therefore \dfrac{a}{b}=\dfrac{1}{\sqrt{3}-1}=\dfrac{\sqrt{3}+1}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}=\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$

(2) $1<\sqrt{3}<2$이므로 $-2<-\sqrt{3}<-1$에서

$3<5-\sqrt{3}<4$

따라서 $5-\sqrt{3}$의 정수 부분 $a=3$,

소수 부분 $b=(5-\sqrt{3})-3=2-\sqrt{3}$

$\therefore \dfrac{a}{b}=\dfrac{3}{2-\sqrt{3}}=\dfrac{3(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}=6+3\sqrt{3}$

## P. 45~48 단원 마무리

| | | | |
|---|---|---|---|
| **1** ③ | **2** ③ | **3** ⑤ | **4** ③ |
| **5** $24\sqrt{3}$ | **6** ② | **7** ② | **8** ③ |
| **9** ⑤ | **10** ④ | **11** $-4$ | **12** ③ |
| **13** ① | **14** $4\sqrt{2}$ | **15** ⑤ | **16** ⑤ |
| **17** ③ | **18** ③ | **19** $2\sqrt{2}$ | **20** ① |
| **21** ③ | **22** 9 | **23** ④ | **24** $\dfrac{\sqrt{7}+1}{6}$ |

**25** $\dfrac{1}{10}$, 과정은 풀이 참조

**26** 과정은 풀이 참조 (1) $8\sqrt{3}$ (2) 4

**27** $18\sqrt{3}$ cm, 과정은 풀이 참조

**28** 27, 과정은 풀이 참조

**1** ③ $-\sqrt{\dfrac{6}{5}}\sqrt{\dfrac{35}{6}}=-\sqrt{\dfrac{6}{5}\times\dfrac{35}{6}}=-\sqrt{7}$

**2** $\overline{AB}=\sqrt{3}$, $\overline{BC}=\sqrt{7}$이므로

$\square ABCD=\sqrt{3}\times\sqrt{7}=\sqrt{21}$

**3** $4\sqrt{3}=\sqrt{4^2\times3}=\sqrt{48}$이므로 $a=48$

$\sqrt{250}=\sqrt{5^2\times10}=5\sqrt{10}$이므로 $b=5$, $c=10$

$\therefore a-b-c=48-5-10=33$

**4** $\sqrt{240}=\sqrt{4^2\times3\times5}=4\sqrt{3}\sqrt{5}=4ab$

**5** $x\sqrt{\dfrac{27y}{x}}+y\sqrt{\dfrac{3x}{y}}=\sqrt{x^2\times\dfrac{27y}{x}}+\sqrt{y^2\times\dfrac{3x}{y}}$

$=\sqrt{27xy}+\sqrt{3xy}$

$=\sqrt{27\times36}+\sqrt{3\times36}$

$=18\sqrt{3}+6\sqrt{3}$

$=24\sqrt{3}$

**6** ㄱ. $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{15}}{5}$ ㄴ. $\dfrac{3}{\sqrt{5}}=\dfrac{3\sqrt{5}}{5}=\dfrac{\sqrt{45}}{5}$

ㄷ. $\dfrac{\sqrt{3}}{5}$ ㄹ. $\dfrac{3}{5}=\dfrac{\sqrt{9}}{5}$

따라서 $\dfrac{\sqrt{45}}{5}>\dfrac{\sqrt{15}}{5}>\dfrac{\sqrt{9}}{5}>\dfrac{\sqrt{3}}{5}$이므로 큰 수부터 차례로 나열하면 ㄴ, ㄱ, ㄹ, ㄷ이다.

**7** $(\text{좌변})=\dfrac{\sqrt{125}}{3}\times\left(-\dfrac{1}{\sqrt{60}}\right)\times\dfrac{6\sqrt{3}}{\sqrt{10}}$

$=\dfrac{5\sqrt{5}}{3}\times\left(-\dfrac{1}{2\sqrt{15}}\right)\times\dfrac{6\sqrt{3}}{\sqrt{10}}$

$=-\dfrac{5}{\sqrt{10}}=-\dfrac{5\sqrt{10}}{10}$

$=-\dfrac{\sqrt{10}}{2}$

$\therefore a=-\dfrac{1}{2}$

**8** ① $\sqrt{12300}=\sqrt{1.23\times10000}=100\sqrt{1.23}$
$=100\times1.109=110.9$

② $\sqrt{1230}=\sqrt{12.3\times100}=10\sqrt{12.3}$
$=10\times3.507=35.07$

③ $\sqrt{123}=\sqrt{1.23\times100}=10\sqrt{1.23}$
$=10\times1.109=11.09$

④ $\sqrt{0.123}=\sqrt{\dfrac{12.3}{100}}=\dfrac{\sqrt{12.3}}{10}$
$=\dfrac{3.507}{10}=0.3507$

⑤ $\sqrt{0.0123}=\sqrt{\dfrac{1.23}{100}}=\dfrac{\sqrt{1.23}}{10}$
$=\dfrac{1.109}{10}=0.1109$

**9** $164.3=1.643\times100$이므로
$\sqrt{a}=\sqrt{2.7}\times100=\sqrt{2.7\times100^2}=\sqrt{27000}$
$\therefore a=27000$

**10** ④ 예를 들어 $a=2$, $b=3$일 때, $\sqrt{2}+\sqrt{3}$은 더 이상 간단히 할 수 없고 $\sqrt{2+3}=\sqrt{5}$이므로 $\sqrt{2}+\sqrt{3}\neq\sqrt{2+3}$이다.

**11** (좌변)$=4\sqrt{6}-6\sqrt{7}-3\sqrt{6}+\sqrt{7}=\sqrt{6}-5\sqrt{7}$이므로
$a=1$, $b=-5$ $\quad\therefore a+b=1+(-5)=-4$

**12** ① $(1+2\sqrt{5})-(3+\sqrt{5})=-2+\sqrt{5}$
$=-\sqrt{4}+\sqrt{5}>0$
$\therefore 1+2\sqrt{5}>3+\sqrt{5}$

② $(\sqrt{5}+\sqrt{2})-3\sqrt{2}=\sqrt{5}-2\sqrt{2}$
$=\sqrt{5}-\sqrt{8}<0$
$\therefore \sqrt{5}+\sqrt{2}<3\sqrt{2}$

③ $(\sqrt{2}-1)-(2-\sqrt{2})=2\sqrt{2}-3=\sqrt{8}-\sqrt{9}<0$
$\therefore \sqrt{2}-1<2-\sqrt{2}$

④ $2+\underbrace{\sqrt{5}}_{2.\cdots}\ \boxed{\phantom{>}}\ \underbrace{\sqrt{10}}_{3.\cdots}-1 \ \Rightarrow\ \underbrace{2+\sqrt{5}}_{4.\cdots}\ \boxed{>}\ \underbrace{\sqrt{10}-1}_{2.\cdots}$

⑤ $(3\sqrt{2}-1)-(2\sqrt{3}-1)=3\sqrt{2}-2\sqrt{3}$
$=\sqrt{18}-\sqrt{12}>0$
$\therefore 3\sqrt{2}-1>2\sqrt{3}-1$

**13** $\sqrt{3}-2=\sqrt{3}-\sqrt{4}<0$, $2\sqrt{3}-4=\sqrt{12}-\sqrt{16}<0$이므로
$\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}-\sqrt{(2\sqrt{3}-4)^2}=-(\sqrt{3}-2)-\{-(2\sqrt{3}-4)\}$
$=-\sqrt{3}+2+2\sqrt{3}-4$
$=\sqrt{3}-2$

**14** □ABCD$=4\times4-4\times\left(\dfrac{1}{2}\times2\times2\right)=8$이므로
□ABCD의 한 변의 길이는 $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$이다.
따라서 점 P의 좌표는 $\mathrm{P}(-1+2\sqrt{2})$,
점 Q의 좌표는 $\mathrm{Q}(-1-2\sqrt{2})$이므로
$\overline{\mathrm{PQ}}=(-1+2\sqrt{2})-(-1-2\sqrt{2})=4\sqrt{2}$

**15** $\sqrt{7}x+\sqrt{2}y=\sqrt{7}(3\sqrt{2}+\sqrt{7})+\sqrt{2}(2\sqrt{7}-5\sqrt{2})$
$=3\sqrt{14}+7+2\sqrt{14}-10$
$=5\sqrt{14}-3$

**16** (겉넓이)$=2\{(\sqrt{3}+\sqrt{6})\times\sqrt{3}+(\sqrt{3}+\sqrt{6})\times\sqrt{6}+\sqrt{6}\times\sqrt{3}\}$
$=2(3+3\sqrt{2}+3\sqrt{2}+6+3\sqrt{2})$
$=2(9+9\sqrt{2})$
$=18+18\sqrt{2}$

**17** (좌변)$=\dfrac{(\sqrt{8}-6)\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}}-\dfrac{(\sqrt{3}-\sqrt{24})\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}}$
$=\dfrac{\sqrt{24}-6\sqrt{3}}{3}-\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{48}}{2}$
$=\dfrac{2\sqrt{6}-6\sqrt{3}}{3}-\dfrac{\sqrt{6}-4\sqrt{3}}{2}$
$=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}-2\sqrt{3}-\dfrac{\sqrt{6}}{2}+2\sqrt{3}$
$=\dfrac{4\sqrt{6}}{6}-\dfrac{3\sqrt{6}}{6}=\dfrac{\sqrt{6}}{6}$
따라서 $a=\dfrac{1}{6}$, $b=6$이므로
$ab=\dfrac{1}{6}\times6=1$

**18** ① (좌변)$=3\sqrt{2}-\dfrac{5}{\sqrt{2}}=3\sqrt{2}-\dfrac{5\sqrt{2}}{2}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
② (좌변)$=\sqrt{12}+\sqrt{16}=2\sqrt{3}+4$
③ (좌변)$=\dfrac{\sqrt{18}}{3}-\dfrac{6}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}-3\sqrt{2}=-2\sqrt{2}$
④ (좌변)$=6\sqrt{6}+6\sqrt{2}-\sqrt{7}$
⑤ (좌변)$=(\sqrt{18}+\sqrt{3})\times\sqrt{2}+5\sqrt{6}$
$=\sqrt{36}+\sqrt{6}+5\sqrt{6}=6+6\sqrt{6}$

**19** (주어진 식)$=\{\sqrt{3}+(\sqrt{2}-1)\}\{\sqrt{3}-(\sqrt{2}-1)\}$
$=(\sqrt{3})^2-(\sqrt{2}-1)^2$
$=3-(3-2\sqrt{2})=2\sqrt{2}$

**20** (주어진 식)$=15+(-a-6)\sqrt{5}+2a$
$=(15+2a)+(-a-6)\sqrt{5}$
이므로 $-a-6=0$ $\quad\therefore a=-6$

**21** ① $\dfrac{2}{\sqrt{6}}=\dfrac{2\sqrt{6}}{6}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$
② $\dfrac{2}{\sqrt{12}}=\dfrac{1}{2\sqrt{3}}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$
③ $\dfrac{\sqrt{2}}{3\sqrt{10}}=\dfrac{1}{3\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{15}$
④ $\dfrac{3}{\sqrt{2}-1}=\dfrac{3(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}=3\sqrt{2}+3$
⑤ $\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\dfrac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}$
$=\dfrac{8-2\sqrt{15}}{2}=4-\sqrt{15}$

**22** (주어진 식)

$$=\frac{\sqrt{1}-\sqrt{2}}{(\sqrt{1}+\sqrt{2})(\sqrt{1}-\sqrt{2})}+\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})}$$
$$+\cdots+\frac{\sqrt{99}-\sqrt{100}}{(\sqrt{99}+\sqrt{100})(\sqrt{99}-\sqrt{100})}$$
$$=-(\sqrt{1}-\sqrt{2})-(\sqrt{2}-\sqrt{3})-\cdots-(\sqrt{99}-\sqrt{100})$$
$$=-\sqrt{1}+\sqrt{2}-\sqrt{2}+\sqrt{3}-\cdots-\sqrt{99}+\sqrt{100}$$
$$=-\sqrt{1}+\sqrt{100}$$
$$=-1+10=9$$

**23** $x=\frac{1}{2-\sqrt{3}}=\frac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}=2+\sqrt{3}$이므로

$x-2=\sqrt{3}$

이 식의 양변을 제곱하면

$(x-2)^2=(\sqrt{3})^2$

$x^2-4x+4=3$

$x^2-4x=-1$

$\therefore x^2-4x+3=-1+3=2$

**24** $2<\sqrt{7}<3$에서 $-3<-\sqrt{7}<-2$이므로

$1<4-\sqrt{7}<2$

따라서 $4-\sqrt{7}$의 정수 부분 $a=1$,

소수 부분 $b=(4-\sqrt{7})-1=3-\sqrt{7}$

$$\therefore \frac{1}{2a-b}=\frac{1}{2\times1-(3-\sqrt{7})}=\frac{1}{\sqrt{7}-1}$$
$$=\frac{\sqrt{7}+1}{(\sqrt{7}-1)(\sqrt{7}+1)}$$
$$=\frac{\sqrt{7}+1}{6}$$

**25** $\sqrt{0.004}=\sqrt{\frac{4}{1000}}=\sqrt{\frac{1}{250}}=\frac{1}{\sqrt{250}}$

$$=\frac{1}{5\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{50}$$
$$=\frac{1}{50}\sqrt{10}$$

에서 $\sqrt{0.004}$는 $\sqrt{10}$의 $\frac{1}{50}$배이므로

$a=\frac{1}{50}$ … (i)

$\sqrt{150}=5\sqrt{6}$에서 $\sqrt{150}$은 $\sqrt{6}$의 5배이므로

$b=5$ … (ii)

$\therefore ab=\frac{1}{50}\times5=\frac{1}{10}$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $a$의 값 구하기 | 40 % |
| (ii) $b$의 값 구하기 | 40 % |
| (iii) $ab$의 값 구하기 | 20 % |

**26** (1) (삼각형의 넓이)$=\frac{1}{2}\times\sqrt{32}\times\sqrt{24}$

$$=\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times2\sqrt{6}$$
$$=8\sqrt{3}$$ … (i)

(2) 직사각형의 가로의 길이를 $x$라 하면

(직사각형의 넓이)$=x\times\sqrt{12}=2\sqrt{3}x$ … (ii)

삼각형의 넓이와 직사각형의 넓이가 서로 같으므로

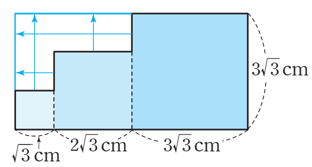
$8\sqrt{3}=2\sqrt{3}x$

$\therefore x=\frac{8\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}=4$

따라서 직사각형의 가로의 길이는 4이다. … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 삼각형의 넓이 구하기 | 40 % |
| (ii) 직사각형의 넓이를 식으로 나타내기 | 30 % |
| (iii) 직사각형의 가로의 길이 구하기 | 30 % |

**27** 세 정사각형의 넓이가 각각 $3\,cm^2$, $12\,cm^2$, $27\,cm^2$이므로 한 변의 길이는 각각




$\sqrt{3}\,cm$,

$\sqrt{12}=2\sqrt{3}\,(cm)$,

$\sqrt{27}=3\sqrt{3}\,(cm)$ … (i)

∴ (둘레의 길이)

$=2(\sqrt{3}+2\sqrt{3}+3\sqrt{3})+2\times3\sqrt{3}$ … (ii)

$=12\sqrt{3}+6\sqrt{3}$

$=18\sqrt{3}\,(cm)$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 세 정사각형의 한 변의 길이 각각 구하기 | 30 % |
| (ii) 둘레의 길이 구하는 식 세우기 | 40 % |
| (iii) 둘레의 길이 구하기 | 30 % |

**28** $x+y=(\sqrt{6}+\sqrt{3})+(\sqrt{6}-\sqrt{3})=2\sqrt{6}$

$xy=(\sqrt{6}+\sqrt{3})(\sqrt{6}-\sqrt{3})=6-3=3$ … (i)

$\therefore x^2+y^2+3xy=(x+y)^2+xy$ … (ii)

$=(2\sqrt{6})^2+3$

$=24+3$

$=27$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $x+y$, $xy$의 값 구하기 | 40 % |
| (ii) $x^2+y^2+3xy$를 변형하기 | 30 % |
| (iii) $x^2+y^2+3xy$의 값 구하기 | 30 % |

## 01 다항식의 인수분해

**P. 53**

개념 확인 (1) $x^2+xy$ (2) $x$ (3) $x(x+y)$

필수 예제 1 ㄴ, ㄷ, ㅂ

필수 예제 2 (1) $m(a-b)$ (2) $-4a(a+2)$
(3) $a(2b-y+3z)$ (4) $2b(2a^2+4a-3b)$

유제 1 (1) $2a(x+3y)$ (2) $5y^2(x-2)$
(3) $a(b^2-a+3b)$ (4) $3xy(3x-y+2)$

유제 2 (1) $(x+y)(a+b)$ (2) $(x-y)(a-b)$
(3) $(2a-b)(x+2y)$ (4) $(2a-b)(x-2y)$

(2) (주어진 식)$=a(x-y)-b(x-y)$
$=(x-y)(a-b)$

(4) (주어진 식)$=x(2a-b)-2y(2a-b)$
$=(2a-b)(x-2y)$

**P. 54 개념 누르기 한판**

1 ⑤ 2 ③ 3 ⑤
4 (1) $a(2b-c)$ (2) $3x(x-5y)$
(3) $-2a(a+3b-2)$ (4) $(x-1)(y-3)$
5 $x-3$ 6 7

**1** ⑤ $2x^2y$와 $-4xy$의 공통인 인수는 $2xy$이다.

**2** $xy(x+y)(x-y)=xy(x^2-y^2)$

**3** ⑤ $(a+1)+a=2a+1$은 $a+1$을 인수로 갖지 않는다.

**5** $A=(x+2)(x-3)$
$B=xy-3y=y(x-3)$
따라서 두 다항식 $A$, $B$의 일차 이상의 공통인 인수는 $x-3$이다.

**6** $3y(x-2)-5(2-x)=3y(x-2)+5(x-2)$
$=(x-2)(3y+5)$
따라서 $a=2$, $b=5$이므로
$a+b=2+5=7$

## 02 여러 가지 인수분해 공식

**P. 55**

개념 확인 (1) 1 (2) 4

필수 예제 1 (1) $(x+5)^2$ (2) $(2x-1)^2$
(3) $\left(a+\frac{1}{4}\right)^2$ (4) $-3(x-3)^2$

(3) (주어진 식)$=a^2+2\times a\times\frac{1}{4}+\left(\frac{1}{4}\right)^2=\left(a+\frac{1}{4}\right)^2$

(4) (주어진 식)$=-3(x^2-6x+9)=-3(x-3)^2$

유제 1 (1) $(x+8)^2$ (2) $(3x-1)^2$
(3) $\left(a+\frac{b}{2}\right)^2$ (4) $a(x-6y)^2$

(3) (주어진 식)$=a^2+2\times a\times\frac{b}{2}+\left(\frac{b}{2}\right)^2=\left(a+\frac{b}{2}\right)^2$

(4) (주어진 식)$=a(x^2-12xy+36y^2)=a(x-6y)^2$

필수 예제 2 (1) $\frac{1}{64}$ (2) 16 (3) $\pm12$

(1) $x^2+\frac{1}{4}x+\square=x^2+2\times x\times\frac{1}{8}+\square$이므로
$\square=\left(\frac{1}{8}\right)^2=\frac{1}{64}$

다른 풀이
$x^2+\frac{1}{4}x+\square$가 완전제곱식이 되려면
$\square=\left(\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}\right)^2=\left(\frac{1}{8}\right)^2=\frac{1}{64}$

참고 $x^2+ax+b$가 완전제곱식이 되려면 $b=\left(\frac{a}{2}\right)^2$이다.

(2) $x^2-8x+\square=x^2-2\times x\times4+\square$이므로
$\square=4^2=16$

(3) $a^2+\square ab+36b^2=a^2+\square ab+(\pm6b)^2$이므로
$\square=2\times(\pm6)=\pm12$

유제 2 (1) $\frac{1}{9}$ (2) 9 (3) $\pm10$

(1) $x^2+\frac{2}{3}x+\square=x^2+2\times x\times\frac{1}{3}+\square$이므로
$\square=\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$

다른 풀이
$x^2+\frac{2}{3}x+\square$가 완전제곱식이 되려면
$\square=\left(\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\right)^2=\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$

(2) $4x^2+12x+\square=(2x)^2+2\times2x\times3+\square$이므로
$\square=3^2=9$

(3) $25x^2+\square x+1=(5x)^2+\square x+(\pm1)^2$이므로
$\square=2\times5\times(\pm1)=\pm10$

유제 3 $-42,\ 42$

$9x^2+Axy+49y^2=(3x)^2+Axy+(\pm 7y)^2$이므로

$A=2\times 3\times(\pm 7)=\pm 42$

## P. 56

개념 확인 (1) $2,\ 2$ (2) $3,\ 3,\ 3$

필수 예제 3 (1) $(x+1)(x-1)$ (2) $(3a+b)(3a-b)$

(3) $\left(2x+\dfrac{y}{5}\right)\left(2x-\dfrac{y}{5}\right)$ (4) $(4y+x)(4y-x)$

(3) $4x^2-\dfrac{y^2}{25}=(2x)^2-\left(\dfrac{y}{5}\right)^2=\left(2x+\dfrac{y}{5}\right)\left(2x-\dfrac{y}{5}\right)$

(4) $-x^2+16y^2=16y^2-x^2=(4y)^2-x^2=(4y+x)(4y-x)$

유제 4 (1) $(x+7)(x-7)$ (2) $(2x+5y)(2x-5y)$

(3) $\left(x+\dfrac{1}{x}\right)\left(x-\dfrac{1}{x}\right)$ (4) $(9b+a)(9b-a)$

(3) $x^2-\dfrac{1}{x^2}=x^2-\left(\dfrac{1}{x}\right)^2=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)\left(x-\dfrac{1}{x}\right)$

(4) $-a^2+81b^2=81b^2-a^2=(9b)^2-a^2$

$=(9b+a)(9b-a)$

유제 5 (1) $2(x+2)(x-2)$ (2) $3(x+5y)(x-5y)$

(3) $b(a+1)(a-1)$ (4) $6a(x+2y)(x-2y)$

(1) $2x^2-8=2(x^2-4)=2(x+2)(x-2)$

(2) $3x^2-75y^2=3(x^2-25y^2)=3(x+5y)(x-5y)$

(3) $a^2b-b=b(a^2-1)=b(a+1)(a-1)$

(4) $6ax^2-24ay^2=6a(x^2-4y^2)=6a(x+2y)(x-2y)$

필수 예제 4 $(x^2+y^2)(x+y)(x-y)$

$x^4-y^4=(x^2)^2-(y^2)^2=(x^2+y^2)(x^2-y^2)$

$=(x^2+y^2)(x+y)(x-y)$

유제 6 ㄴ, ㄷ, ㅂ

$a^4-16b^4=(a^2)^2-(4b^2)^2=(a^2+4b^2)(a^2-4b^2)$

$=(a^2+4b^2)(a+2b)(a-2b)$

## P. 57 한 번 더 연습

**1** (1) 3, 3, 3 (2) $\dfrac{3}{2},\ \dfrac{3}{2},\ \dfrac{3}{2}$ (3) 3, 3, 5, 5, 3, 5

**2** (1) $(x+4)^2$ (2) $(a-7b)^2$ (3) $(2x-5)^2$

(4) $\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2$ (5) $2a(x-3y)^2$ (6) $\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2$

**3** (1) 36 (2) 81 (3) $\pm\dfrac{5}{2}$ (4) $\pm 16$

**4** (1) $(x+6)(x-6)$ (2) $7(x+2y)(x-2y)$

(3) $\left(\dfrac{1}{2}x+y\right)\left(\dfrac{1}{2}x-y\right)$ (4) $\left(\dfrac{1}{4}b+3a\right)\left(\dfrac{1}{4}b-3a\right)$

**5** (1) $a(a+1)(a-1)$ (2) $x^2(x+3)(x-3)$

(3) $ab(a+2)(a-2)$ (4) $4x(x+4y)(x-4y)$

**2** (5) $2ax^2-12axy+18ay^2=2a(x^2-6xy+9y^2)$

$=2a(x-3y)^2$

(6) $x^2-2+\dfrac{1}{x^2}=x^2-2\times x\times\dfrac{1}{x}+\left(\dfrac{1}{x}\right)^2=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2$

참고 식의 변형을 이용하여 다음과 같이 인수분해할 수도 있지만, 중학교 과정에서는 $\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2$으로 인수분해한다.

$x^2-2+\dfrac{1}{x^2}=\left(x^2+2+\dfrac{1}{x^2}\right)-4=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2-2^2$

$=\left(x+\dfrac{1}{x}+2\right)\left(x+\dfrac{1}{x}-2\right)$

**3** (1) $x^2+12x+\square=x^2+2\times x\times 6+\square$이므로

$\square=6^2=36$

(2) $x^2-18x+\square=x^2-2\times x\times 9+\square$이므로

$\square=9^2=81$

(3) $a^2+\square a+\dfrac{25}{16}=a^2+\square a+\left(\pm\dfrac{5}{4}\right)^2$이므로

$\square=2\times\left(\pm\dfrac{5}{4}\right)=\pm\dfrac{5}{2}$

(4) $4x^2+\square xy+16y^2=(2x)^2+\square xy+(\pm 4y)^2$이므로

$\square=2\times 2\times(\pm 4)=\pm 16$

**4** (2) $7x^2-28y^2=7(x^2-4y^2)=7(x+2y)(x-2y)$

(4) $-9a^2+\dfrac{1}{16}b^2=\dfrac{1}{16}b^2-9a^2=\left(\dfrac{1}{4}b+3a\right)\left(\dfrac{1}{4}b-3a\right)$

**5** (1) $a^3-a=a(a^2-1)=a(a+1)(a-1)$

(2) $x^4-9x^2=x^2(x^2-9)=x^2(x+3)(x-3)$

(3) $a^3b-4ab=ab(a^2-4)=ab(a+2)(a-2)$

(4) $4x^3-64xy^2=4x(x^2-16y^2)=4x(x+4y)(x-4y)$

## P. 58

개념 확인 1 (1) $2,\ 4$ (2) $-4,\ -1$ (3) $-2,\ 5$ (4) $-6,\ 2$

개념 확인 2 $3,\ 4,\ 3$

| 곱이 3인 두 정수 | 두 정수의 합 |
|---|---|
| $-1,\ -3$ | $-4$ |
| $1,\ \boxed{3}$ | $\boxed{4}$ |

$\therefore x^2+4x+3=(x+1)(x+\boxed{3})$

필수 예제 5 (1) $(x+1)(x+2)$ (2) $(x-2)(x-4)$

(3) $(x+3y)(x-2y)$ (4) $(x+2y)(x-7y)$

(1) 곱이 2이고, 합이 3인 두 정수는 1과 2이므로

$x^2+3x+2=(x+1)(x+2)$

(2) 곱이 8이고, 합이 $-6$인 두 정수는 $-2$와 $-4$이므로

$x^2-6x+8=(x-2)(x-4)$

(3) 곱이 $-6$이고, 합이 1인 두 정수는 3과 $-2$이므로
$x^2+xy-6y^2=(x+3y)(x-2y)$

(4) 곱이 $-14$이고, 합이 $-5$인 두 정수는 2와 $-7$이므로
$x^2-5xy-14y^2=(x+2y)(x-7y)$

**유제 7** (1) $\boldsymbol{(x+2)(x+7)}$ (2) $\boldsymbol{(y-5)(y-7)}$
(3) $\boldsymbol{(x+8y)(x-3y)}$ (4) $\boldsymbol{(x+3y)(x-10y)}$

**필수 예제 6** $\boldsymbol{1}$

$x^2+x-12=(x+4)(x-3)$이므로
$a=4$, $b=-3$ 또는 $a=-3$, $b=4$
$\therefore a+b=1$

**유제 8** $\boldsymbol{2x-8}$

$x^2-8x-20=(x+2)(x-10)$이므로
(두 일차식의 합)$=(x+2)+(x-10)$
$=2x-8$

**P. 59**

**개념 확인** $3x^2+2x-5$

$$\begin{array}{cccccr} x & \times & \boxed{-1} & \rightarrow & & -3x \\ 3x & & \boxed{5} & \rightarrow & +) & \boxed{5x} \\ \hline & & & & & \boxed{2x} \end{array}$$

$\therefore 3x^2+2x-5=(x-\boxed{1})(3x+\boxed{5})$

**필수 예제 7** (1) $\boldsymbol{(x+2)(2x+1)}$ (2) $\boldsymbol{(2x-1)(2x-3)}$
(3) $\boldsymbol{(x+3y)(3x-2y)}$ (4) $\boldsymbol{(3x-2y)(4x+y)}$

(1) $2x^2+5x+2=(x+2)(2x+1)$

$$\begin{array}{cccccr} x & \times & 2 & \rightarrow & & 4x \\ 2x & & 1 & \rightarrow & +) & x \\ \hline & & & & & 5x \end{array}$$

(2) $4x^2-8x+3=(2x-1)(2x-3)$

$$\begin{array}{cccccr} 2x & \times & -1 & \rightarrow & & -2x \\ 2x & & -3 & \rightarrow & +) & -6x \\ \hline & & & & & -8x \end{array}$$

(3) $3x^2+7xy-6y^2=(x+3y)(3x-2y)$

$$\begin{array}{cccccr} x & \times & 3y & \rightarrow & & 9xy \\ 3x & & -2y & \rightarrow & +) & -2xy \\ \hline & & & & & 7xy \end{array}$$

(4) $12x^2-5xy-2y^2=(3x-2y)(4x+y)$

$$\begin{array}{cccccr} 3x & \times & -2y & \rightarrow & & -8xy \\ 4x & & y & \rightarrow & +) & 3xy \\ \hline & & & & & -5xy \end{array}$$

**유제 9** (1) $\boldsymbol{(x+4)(2x+1)}$ (2) $\boldsymbol{(2x-1)(3x-2)}$
(3) $\boldsymbol{(x+1)(5x-3)}$ (4) $\boldsymbol{(3x-5y)(4x+y)}$

**필수 예제 8** $\boldsymbol{-7}$

$2x^2-5xy-12y^2=(x-4y)(2x+3y)$

$$\begin{array}{cccccr} x & \times & -4y & \rightarrow & & -8xy \\ 2x & & 3y & \rightarrow & +) & 3xy \\ \hline & & & & & -5xy \end{array}$$

따라서 $A=-4$, $B=3$이므로
$A-B=-4-3=-7$

**유제 10** $\boldsymbol{4x-6}$

$3x^2-10x+8=(x-2)(3x-4)$

$$\begin{array}{cccccr} x & \times & -2 & \rightarrow & & -6x \\ 3x & & -4 & \rightarrow & +) & -4x \\ \hline & & & & & -10x \end{array}$$

$\therefore$ (두 일차식의 합)$=(x-2)+(3x-4)$
$=4x-6$

**P. 60 한 번 더 연습**

**1** (1) $(x+1)(x+4)$ (2) $(x-1)(x-5)$
(3) $(x+6)(x-5)$ (4) $(y+2)(y-6)$
(5) $(x+3y)(x+7y)$ (6) $(x-2y)(x+9y)$
(7) $(x-4y)(x-7y)$ (8) $(x+3y)(x-4y)$

**2** (1) $a(x-4)(x-5)$ (2) $3(x+2)(x-3)$
(3) $x(x+7)(x-4)$ (4) $2y^2(x+1)(x-5)$

**3** (1) $(2x+1)(x+1)$ (2) $(2x-1)(x-3)$
(3) $(3x-1)(x+4)$ (4) $(2y-3)(3y+1)$
(5) $(x+5y)(3x-y)$ (6) $(2a+b)(a-3b)$
(7) $(5x-y)(x+y)$ (8) $(3x+y)(x-6y)$

**4** (1) $a(x+3)(4x+3)$ (2) $2(x-2)(2x+1)$
(3) $x(2x-1)(3x+2)$ (4) $xy(x-5)(2x+1)$

**2** (1) (주어진 식)$=a(x^2-9x+20)$
$=a(x-4)(x-5)$

(2) (주어진 식)$=3(x^2-x-6)$
$=3(x+2)(x-3)$

(3) (주어진 식)$=x(x^2+3x-28)$
$=x(x+7)(x-4)$

(4) (주어진 식)$=2y^2(x^2-4x-5)$
$=2y^2(x+1)(x-5)$

**4** (1) (주어진 식)$=a(4x^2+15x+9)$
$=a(x+3)(4x+3)$

(2) (주어진 식)$=2(2x^2-3x-2)$
$=2(x-2)(2x+1)$

(3) (주어진 식)$=x(6x^2+x-2)$
$=x(2x-1)(3x+2)$

(4) (주어진 식)$=xy(2x^2-9x-5)$
$=xy(x-5)(2x+1)$

P. 61 개념 누르기 한판

| | | |
|---|---|---|
| **1** ㄱ, ㄴ, ㄹ | **2** $a=4$, $b=4$ | **3** 2 |
| **4** 11 | **5** $x-2$ | **6** $-3$ |
| **7** $x+2$ | | |

**1** ㄱ. $(x+3)^2$ ㄴ. $(2x-3y)^2$ ㄹ. $\left(x-\frac{1}{4}\right)^2$

**2** $25x^2+20x+a=(5x)^2+2\times5x\times2+a$이므로
$a=2^2=4$
$x^2+bx+4=x^2+bx+(\pm2)^2$이므로
$b=2\times(\pm2)=\pm4$
그런데 $b>0$이므로 $b=4$

**3** $0<x<2$에서 $x>0$, $x-2<0$이므로
(주어진 식)$=\sqrt{x^2}+\sqrt{(x-2)^2}$
$=x-(x-2)=2$

**4** $27x^2-75y^2=3(9x^2-25y^2)=3(3x+5y)(3x-5y)$
따라서 $a=3$, $b=3$, $c=5$이므로
$a+b+c=3+3+5=11$

**5** $x^2-5x+6=(x-2)(x-3)$
$2x^2-3x-2=(x-2)(2x+1)$
따라서 두 다항식의 일차 이상의 공통인 인수는 $x-2$이다.

**6** $3x^2-8x+a=(x-3)(3x+b)$로 놓으면
$-8=b-9$ $\quad\therefore b=1$
$\therefore a=-3b=-3\times1=-3$

**7** $2x^2+7x+6=(2x+3)(x+2)$이고,
가로의 길이가 $2x+3$이므로 세로의 길이는 $x+2$이다.

P. 62~63

개념 확인 (1) $(x+4)(x+5)$
(2) $(x-1)(y+2)$
(3) $(x+y+1)(x-y-1)$
(4) $(x-2)(x+y+1)$

(1) $x+3=A$로 놓으면
$(x+3)^2+3(x+3)+2=A^2+3A+2$
$=(A+1)(A+2)$
$=(x+3+1)(x+3+2)$
$=(x+4)(x+5)$

(2) $xy+2x-y-2=(xy-y)+(2x-2)$
$=y(x-1)+2(x-1)$
$=(x-1)(y+2)$

(3) $x^2-y^2-2y-1=x^2-(y^2+2y+1)$
$=x^2-(y+1)^2$
$=(x+y+1)(x-y-1)$

(4) $x^2+xy-x-2y-2=(x-2)y+(x^2-x-2)$
$=(x-2)y+(x-2)(x+1)$
$=(x-2)(y+x+1)$
$=(x-2)(x+y+1)$

필수 예제 9 (1) $(a+b-1)^2$
(2) $(2x-5y+2)(2x-5y-5)$
(3) $(3-x)(1+x)$
(4) $(x+3y-1)^2$

(1) $a+b=A$로 놓으면
(주어진 식)$=A^2-2A+1=(A-1)^2$
$=(a+b-1)^2$

(2) $2x-5y=A$로 놓으면
(주어진 식)$=A(A-3)-10=A^2-3A-10$
$=(A+2)(A-5)$
$=(2x-5y+2)(2x-5y-5)$

(3) $1-x=A$로 놓으면
(주어진 식)$=2^2-A^2=(2+A)(2-A)$
$=(2+1-x)(2-1+x)$
$=(3-x)(1+x)$

(4) $x-2=A$, $3y+1=B$로 놓으면
(주어진 식)$=A^2+2AB+B^2=(A+B)^2$
$=\{(x-2)+(3y+1)\}^2$
$=(x+3y-1)^2$

유제 11 (1) $x(x-8)$
(2) $(x-y-1)(x-y-2)$
(3) $(x+y-1)(x-y+5)$
(4) $-2(3x-2y)(x+4y)$

(1) $x-2=A$로 놓으면
(주어진 식)$=A^2-4A-12=(A+2)(A-6)$
$=(x-2+2)(x-2-6)$
$=x(x-8)$

(2) $x-y=A$로 놓으면
(주어진 식)$=A(A-3)+2=A^2-3A+2$
$=(A-1)(A-2)$
$=(x-y-1)(x-y-2)$

(3) $x+2=A$, $y-3=B$로 놓으면
(주어진 식)$=A^2-B^2=(A+B)(A-B)$
$=\{(x+2)+(y-3)\}\{(x+2)-(y-3)\}$
$=(x+y-1)(x-y+5)$

(4) $x-2y=A$, $x+2y=B$로 놓으면
(주어진 식)$=2A^2-5AB-3B^2=(2A+B)(A-3B)$
$=\{2(x-2y)+(x+2y)\}\{(x-2y)-3(x+2y)\}$
$=(3x-2y)(-2x-8y)$
$=-2(3x-2y)(x+4y)$

**유제 12** $-1$

$x-3=A$로 놓으면

(주어진 식)$=3A^2+2A-5=(A-1)(3A+5)$

$=(x-3-1)\{3(x-3)+5\}$

$=(x-4)(3x-4)$

따라서 $a=-4$, $b=3$이므로

$a+b=-4+3=-1$

**필수 예제 10** (1) $(x-1)(y-1)$
(2) $(x+1)(y-z)$
(3) $(x+2)(x-2)(y-2)$
(4) $(x+y-3)(x-y-3)$

(1) (주어진 식)$=x(y-1)-(y-1)$

$=(x-1)(y-1)$

(2) (주어진 식)$=x(y-z)+(y-z)$

$=(x+1)(y-z)$

(3) (주어진 식)$=x^2(y-2)-4(y-2)$

$=(x^2-4)(y-2)$

$=(x+2)(x-2)(y-2)$

(4) (주어진 식)$=(x^2-6x+9)-y^2$

$=(x-3)^2-y^2$

$=(x-3+y)(x-3-y)$

$=(x+y-3)(x-y-3)$

**유제 13** (1) $(a+1)(b+1)$
(2) $(x-z)(y-1)$
(3) $(x+1)(x-1)(y+1)$
(4) $(x+y-4)(x-y+4)$

(1) (주어진 식)$=a(b+1)+(b+1)=(a+1)(b+1)$

(2) (주어진 식)$=y(x-z)-(x-z)=(x-z)(y-1)$

(3) (주어진 식)$=y(x^2-1)+(x^2-1)$

$=(x^2-1)(y+1)$

$=(x+1)(x-1)(y+1)$

(4) (주어진 식)$=x^2-(y^2-8y+16)$

$=x^2-(y-4)^2$

$=\{x+(y-4)\}\{x-(y-4)\}$

$=(x+y-4)(x-y+4)$

**필수 예제 11** (1) $(x-2)(x+y-2)$
(2) $(x-y+4)(x+y+2)$

(1) (주어진 식)$=(x-2)y+(x^2-4x+4)$

$=(x-2)y+(x-2)^2$

$=(x-2)(x+y-2)$

(2) (주어진 식)$=x^2+6x-(y^2-2y-8)$

$=x^2+6x-(y-4)(y+2)$

$$\begin{array}{cccc} x & -(y-4) & \to & -(y-4)x \\ x & (y+2) & \to & +)\ \underline{(y+2)x} \\ & & & 6x \end{array}$$

$=(x-y+4)(x+y+2)$

**다른 풀이**

(주어진 식)$=x^2+6x+9-y^2+2y-1$

$=(x^2+6x+9)-(y^2-2y+1)$

$=(x+3)^2-(y-1)^2$

$=\{(x+3)+(y-1)\}\{(x+3)-(y-1)\}$

$=(x+y+2)(x-y+4)$

**유제 14** (1) $(x-3)(x+y-3)$
(2) $(x-y+1)(x+y+3)$

(1) (주어진 식)$=(x-3)y+(x^2-6x+9)$

$=(x-3)y+(x-3)^2$

$=(x-3)(x+y-3)$

(2) (주어진 식)$=x^2+4x-(y^2+2y-3)$

$=x^2+4x-(y-1)(y+3)$

$$\begin{array}{cccc} x & -(y-1) & \to & -(y-1)x \\ x & (y+3) & \to & +)\ \underline{(y+3)x} \\ & & & 4x \end{array}$$

$=(x-y+1)(x+y+3)$

**유제 15** $2x-y+3$

(주어진 식)$=2x^2+(y+9)x-(y^2-9)$

$=2x^2+(y+9)x-(y+3)(y-3)$

$$\begin{array}{cccc} 2x & -(y-3) & \to & -(y-3)x \\ x & (y+3) & \to & +)\ \underline{2(y+3)x} \\ & & & (y+9)x \end{array}$$

$=(2x-y+3)(x+y+3)$

$=A(x+y+3)$

$\therefore A=2x-y+3$

**P. 64 개념 누르기 한판**

**1** (1) $(x+1)^2$ (2) $(2x-y+3)(2x-y-2)$
(3) $(3x-2y+3)(3x-2y-5)$ (4) $(x+3y)^2$

**2** $5x-6$

**3** (1) $(a-6)(b+2)$ (2) $(a+1)(a-1)(x+1)$
(3) $(x+3y+4)(x+3y-4)$
(4) $(3x+y-2)(3x-y+2)$

**4** ㄷ, ㅁ, ㅂ

**5** (1) $(x+1)(x+2y+3)$
(2) $(x+y+3)(x-y+5)$
(3) $(x-2y+2)(x-2y-4)$

**1** (1) $x+3=A$로 놓으면

(주어진 식)$=A^2-4A+4$

$=(A-2)^2=(x+1)^2$

(2) $2x-y=A$로 놓으면

(주어진 식)$=(A+1)A-6=A^2+A-6$

$=(A+3)(A-2)$

$=(2x-y+3)(2x-y-2)$

(3) (주어진 식)$=(3x-2y)^2-2(3x-2y)-15$이므로
$3x-2y=A$로 놓으면
$$A^2-2A-15=(A+3)(A-5)$$
$$=(3x-2y+3)(3x-2y-5)$$
(4) $x+y=A$, $x-y=B$로 놓으면
(주어진 식)$=4A^2-4AB+B^2=(2A-B)^2$
$$=\{2(x+y)-(x-y)\}^2$$
$$=(x+3y)^2$$

**2** $x-1=A$로 놓으면
(주어진 식)$=6A^2-A-2=(2A+1)(3A-2)$
$$=\{2(x-1)+1\}\{3(x-1)-2\}$$
$$=(2x-1)(3x-5)$$
$\therefore$ (두 일차식의 합)$=(2x-1)+(3x-5)$
$$=5x-6$$

**3** (1) (주어진 식)$=a(b+2)-6(b+2)$
$$=(a-6)(b+2)$$
(2) (주어진 식)$=(a^2-1)x+(a^2-1)$
$$=(a^2-1)(x+1)$$
$$=(a+1)(a-1)(x+1)$$
(3) (주어진 식)$=(x^2+6xy+9y^2)-16$
$$=(x+3y)^2-4^2$$
$$=(x+3y+4)(x+3y-4)$$
(4) (주어진 식)$=9x^2-(y^2-4y+4)$
$$=(3x)^2-(y-2)^2$$
$$=(3x+y-2)(3x-y+2)$$

**4** $x^3-2x^2-xy^2+2y^2=x^2(x-2)-y^2(x-2)$
$$=(x-2)(x^2-y^2)$$
$$=(x-2)(x+y)(x-y)$$

**5** (1) (주어진 식)$=2(x+1)y+(x^2+4x+3)$
$$=2(x+1)y+(x+1)(x+3)$$
$$=(x+1)(x+2y+3)$$
(2) (주어진 식)$=x^2+8x-y^2+2y+15$
$$=x^2+8x-(y^2-2y-15)$$
$$=x^2+8x-(y+3)(y-5)$$
$$=(x+y+3)(x-y+5)$$
(3) (주어진 식)$=x^2-2(2y+1)x+4y^2+4y-8$
$$=x^2-2(2y+1)x+4(y^2+y-2)$$
$$=x^2-2(2y+1)x+4(y-1)(y+2)$$
$$=(x-2y+2)(x-2y-4)$$

다른 풀이
(주어진 식)$=(x^2-4xy+4y^2)-2x+4y-8$
$$=(x-2y)^2-2(x-2y)-8$$
$$=(x-2y+2)(x-2y-4)$$

P. 65

개념 확인 (1) **36, 4, 100** (2) **14, 20, 400**
(3) **17, 17, 6, 240**

필수 예제 12 (1) **3700** (2) **2500** (3) **400**
(1) (주어진 식)$=37(82+18)$
$$=37\times100=3700$$
(2) (주어진 식)$=49^2+2\times49\times1+1^2$
$$=(49+1)^2=50^2=2500$$
(3) (주어진 식)$=(52+48)(52-48)$
$$=100\times4=400$$

유제 16 (1) **1800** (2) **400** (3) **1980**
(1) (주어진 식)$=18(119-19)$
$$=18\times100=1800$$
(2) (주어진 식)$=21^2-2\times21\times1+1^2$
$$=(21-1)^2=20^2=400$$
(3) (주어진 식)$=20(50^2-49^2)$
$$=20(50+49)(50-49)$$
$$=20\times99\times1=1980$$

필수 예제 13 (1) **10000** (2) $\mathbf{4\sqrt{2}}$
(1) $x^2-8x+16=(x-4)^2$
$$=(104-4)^2=100^2=10000$$
(2) $a+b=(\sqrt{2}+1)+(\sqrt{2}-1)=2\sqrt{2}$
$a-b=(\sqrt{2}+1)-(\sqrt{2}-1)=2$
$\therefore a^2-b^2=(a+b)(a-b)=2\sqrt{2}\times2=4\sqrt{2}$

유제 17 (1) **8** (2) $\mathbf{-8\sqrt{3}}$
(1) $x^2-6x+9=(x-3)^2$
$$=(3-2\sqrt{2}-3)^2$$
$$=(-2\sqrt{2})^2=8$$
(2) $a=\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}=\dfrac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}=2-\sqrt{3}$,
$b=\dfrac{1}{2-\sqrt{3}}=\dfrac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}=2+\sqrt{3}$이므로
$a+b=(2-\sqrt{3})+(2+\sqrt{3})=4$
$a-b=(2-\sqrt{3})-(2+\sqrt{3})=-2\sqrt{3}$
$\therefore a^2-b^2=(a+b)(a-b)$
$$=4\times(-2\sqrt{3})=-8\sqrt{3}$$

유제 18 (1) **12** (2) **20**
(1) $x^2-y^2=(x+y)(x-y)=3\times4=12$
(2) (주어진 식)$=(x^2+2x+1)-y^2=(x+1)^2-y^2$
$$=(x+1+y)(x+1-y)$$
$$=(x+y+1)(x-y+1)$$
$$=(3+1)(4+1)$$
$$=4\times5=20$$

## P. 66 개념 누르기 한판

| | | | |
|---|---|---|---|
| **1** | (1) 800 (2) 360 (3) 1600 | **2** | 5 |
| **3** | (1) $2-3\sqrt{2}$ (2) $-8\sqrt{5}$ (3) 96 | **4** | 7 |
| **5** | 3 | **6** | (1) 16 (2) $-4$ (3) $\pm22$ |

**1** (1) (주어진 식)$=(102+98)(102-98)$
$=200\times4=800$
(2) (주어진 식)$=12(6.5^2-3.5^2)$
$=12(6.5+3.5)(6.5-3.5)$
$=12\times10\times3=360$
(3) (주어진 식)$=43^2-2\times43\times3+3^2$
$=(43-3)^2=40^2=1600$

**2** (주어진 식)$=\sqrt{2.5(5.5^2-4.5^2)}$
$=\sqrt{2.5(5.5+4.5)(5.5-4.5)}$
$=\sqrt{2.5\times10\times1}$
$=\sqrt{25}=5$

**3** (1) $a^2+a-2=(a-1)(a+2)$
$=(1-\sqrt{2}-1)(1-\sqrt{2}+2)$
$=-\sqrt{2}(3-\sqrt{2})$
$=2-3\sqrt{2}$
(2) $xy=(2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5})=-1$
$x+y=(2+\sqrt{5})+(2-\sqrt{5})=4$
$x-y=(2+\sqrt{5})-(2-\sqrt{5})=2\sqrt{5}$
$\therefore\ x^3y-xy^3=xy(x^2-y^2)=xy(x+y)(x-y)$
$=(-1)\times4\times2\sqrt{5}=-8\sqrt{5}$
(3) $x=\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}=\dfrac{(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})}=-5+2\sqrt{6}$,
$y=\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}=\dfrac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2}{(\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3})}=-5-2\sqrt{6}$이므로
$x-y=(-5+2\sqrt{6})-(-5-2\sqrt{6})=4\sqrt{6}$
$\therefore\ x^2+y^2-2xy=(x-y)^2$
$=(4\sqrt{6})^2=96$

**4** $2<\sqrt{7}<3$에서 $\sqrt{7}$의 정수 부분은 2이므로
소수 부분 $a=\sqrt{7}-2$
$\therefore\ a^2+4a+4=(a+2)^2$
$=(\sqrt{7}-2+2)^2=(\sqrt{7})^2=7$

**5** $x-4=A$로 놓으면
(주어진 식)$=A^2+6A+9=(A+3)^2$
$=(x-4+3)^2=(x-1)^2$
$=(1-\sqrt{3}-1)^2=(-\sqrt{3})^2=3$

**6** (1) (주어진 식)$=(x+y)^2-9$
$=5^2-9=16$
(2) (주어진 식)$=x^2+x-(y^2-7y+12)$
$=x^2+x-(y-4)(y-3)$
$=(x-y+4)(x+y-3)$
$=(-2+4)(1-3)$
$=2\times(-2)$
$=-4$
(3) $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab=6^2-4\times8=4$이므로
$a-b=\pm2$
$\therefore$ (주어진 식)$=(a+b)(a-b)+5(a-b)$
$=(a-b)(a+b+5)$
$=(\pm2)\times(6+5)$
$=(\pm2)\times11$
$=\pm22$

## P. 67~70 단원 마무리

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | ③ | **2** | ④ | **3** | ② | **4** | ⑤ |
| **5** | ⑤ | **6** | ① | **7** | ③ | | |
| **8** | $(x+3)(x-1)$ | | | **9** | ④ | **10** | ④ |
| **11** | ⑤ | **12** | ② | **13** | ⑤ | **14** | $2x+9$ |
| **15** | $(2x-y+1)(2x-y-2)$ | | | | | **16** | ② |
| **17** | ①, ⑤ | **18** | ③ | **19** | ③ | **20** | ② |
| **21** | ④ | **22** | $-16\sqrt{2}$ | **23** | ③ | **24** | ④ |

**25** 과정은 풀이 참조
(1) $A=2$, $B=-24$ (2) $(x-4)(x+6)$
**26** $6x+8$, 과정은 풀이 참조
**27** 1, 과정은 풀이 참조
**28** 55, 과정은 풀이 참조

**1** $xy^2-3xy=xy(y-3)$
따라서 인수가 아닌 것은 ③ $y-1$이다.

**2** ① $x^2+14x+49=(x+7)^2$
② $1+2y+y^2=(1+y)^2$
③ $\dfrac{1}{4}x^2+x+1=\left(\dfrac{1}{2}x+1\right)^2$
⑤ $9x^2-30x+25=(3x-5)^2$

**3** $3x^2-2x+k=3\left(x^2-\dfrac{2}{3}x+\dfrac{k}{3}\right)$이므로
$\dfrac{k}{3}=\left\{\left(-\dfrac{2}{3}\right)\times\dfrac{1}{2}\right\}^2=\dfrac{1}{9}\qquad\therefore\ k=\dfrac{1}{3}$

**4** $a+3>0$, $a-3<0$이므로
(주어진 식)$=\sqrt{(a+3)^2}-\sqrt{(a-3)^2}$
$=(a+3)+(a-3)$
$=2a$

**5** $ax^2-16=(bx+4)(3x+c)$
$=3bx^2+(bc+12)x+4c$
즉, $a=3b$, $0=bc+12$, $-16=4c$이므로
$c=-4$, $b=3$, $a=9$
$\therefore a+b-c=9+3-(-4)=16$

**6** $(x-4)(x+2)+4x=x^2-2x-8+4x$
$=x^2+2x-8$
$=(x+4)(x-2)$

**7** $ab=18$에서 곱이 18인 두 정수는
$-1$과 $-18$, $-2$와 $-9$, $-3$과 $-6$, 1과 18, 2와 9, 3과 6
이다.
이때 $A=a+b$이므로 $A$의 값이 될 수 있는 수는
$-19$, $-11$, $-9$, 9, 11, 19이다.

**8** $4x^2+5x-6=(x+2)(4x-3)$이므로
$a=2$, $b=4$, $c=-3$
$\therefore x^2+(b-a)x+c=x^2+2x-3$
$=(x+3)(x-1)$

**9** $x^2+4x-21=(x+7)\underline{(x-3)}$
$3x^2-11x+6=\underline{(x-3)}(3x-2)$
따라서 두 다항식의 일차 이상의 공통인 인수는 $x-3$이다.

**10** $(2x+5y)(3x+By)=6x^2+(2B+15)xy+5By^2$
$=6x^2+Axy-20y^2$
즉, $2B+15=A$, $5B=-20$이므로
$B=-4$, $A=7$
$\therefore A-B=7-(-4)=11$

**11** ① $-2x^2+6x=-2x(x-3)$
② $9x^2-169=(3x+13)(3x-13)$
③ $x^2-xy-56y^2=(x+7y)(x-8y)$
④ $7x^2+18x-9=(x+3)(7x-3)$

**12** $3x^2+ax-4=(x-2)(3x+m)$으로 놓으면
$-4=-2m$이므로 $m=2$
$\therefore a=m-6=2-6=-4$

**13** [그림 1]의 도형의 넓이는 $a^2-b^2$
[그림 2]의 도형의 넓이는 $(a+b)(a-b)$
이때 두 도형의 넓이가 서로 같으므로
$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

**14** (도형 A의 넓이)$=(2x+5)^2-4^2$
$=(2x+5+4)(2x+5-4)$
$=(2x+9)(2x+1)$
(도형 B의 넓이)$=$(가로의 길이)$\times(2x+1)$
따라서 도형 B의 가로의 길이는 $2x+9$이다.

**15** $2x-y=A$로 놓으면
(주어진 식)$=A^2-(A-4)-6$
$=A^2-A-2$
$=(A+1)(A-2)$
$=(2x-y+1)(2x-y-2)$

**16** $x^2-4xy+4y^2-16=(x-2y)^2-4^2$
$=(x-2y+4)(x-2y-4)$
$\therefore$ (두 일차식의 합)$=(x-2y+4)+(x-2y-4)$
$=2x-4y$

**17** (주어진 식)$=x^2+10x-(y^2-2y-24)$
$=x^2+10x-(y-6)(y+4)$
$=(x-y+6)(x+y+4)$

**18** $\sqrt{68^2-32^2}=\sqrt{(68+32)(68-32)}$
$=\sqrt{100\times36}=\sqrt{3600}$
$=\sqrt{60^2}=60$
따라서 가장 알맞은 인수분해 공식은
③ $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$이다.

**19** $5.5^2+5.5+0.5^2=5.5^2+2\times5.5\times0.5+0.5^2$
$=(5.5+0.5)^2=6^2=36$

**20** (주어진 식)$=\dfrac{994\times993+994\times7}{997^2-3^2}$
$=\dfrac{994(993+7)}{(997+3)(997-3)}$
$=\dfrac{994\times1000}{1000\times994}=1$

**21** $x+3=A$로 놓으면
(주어진 식)$=A^2-4A+4=(A-2)^2$
$=(x+3-2)^2=(x+1)^2$
$=(3\sqrt{2}-1+1)^2$
$=(3\sqrt{2})^2=18$

**22** $a=\dfrac{2}{1+\sqrt{2}}=\dfrac{2(1-\sqrt{2})}{(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})}=-2+2\sqrt{2}$,
$b=\dfrac{2}{1-\sqrt{2}}=\dfrac{2(1+\sqrt{2})}{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})}=-2-2\sqrt{2}$이므로
$a+b=(-2+2\sqrt{2})+(-2-2\sqrt{2})=-4$
$a-b=(-2+2\sqrt{2})-(-2-2\sqrt{2})=4\sqrt{2}$
$\therefore a^2-b^2=(a+b)(a-b)$
$=-4\times4\sqrt{2}$
$=-16\sqrt{2}$

**23** (주어진 식)$=(x^2-y^2)-3(x-y)$
$=(x+y)(x-y)-3(x-y)$
$=(x-y)(x+y-3)$
$=(-2)\times(3-3)=0$

**24** $a^2-b^2-10a+25=(a^2-10a+25)-b^2$
$=(a-5)^2-b^2$
$=(a+b-5)(a-b-5)$
즉, $(a+b-5)(a-b-5)=15$이므로
$a+b=6$을 대입하면
$(6-5)(a-b-5)=15$
$\therefore\ a-b=20$

**25** (1) $(x+8)(x-3)=x^2+5x-24$에서
민이는 상수항을 바르게 보았으므로
$B=-24$ … (i)
$(x-10)(x+12)=x^2+2x-120$에서
혜나는 일차항의 계수를 바르게 보았으므로
$A=2$ … (ii)
(2) (1)에서 $x^2+Ax+B=x^2+2x-24$이므로
이 식을 바르게 인수분해하면
$x^2+2x-24=(x-4)(x+6)$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $B$의 값 구하기 | 30 % |
| (ii) $A$의 값 구하기 | 30 % |
| (iii) 다항식 $x^2+Ax+B$를 바르게 인수분해하기 | 40 % |

**26** 주어진 모든 직사각형의 넓이의 합은
$2x^2+5x+3=(x+1)(2x+3)$ … (i)
따라서 새로 만든 직사각형의 가로, 세로의 길이는
$x+1$, $2x+3$이므로 … (ii)
새로 만든 직사각형의 둘레의 길이는
$2\{(x+1)+(2x+3)\}=2(3x+4)$
$=6x+8$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 주어진 모든 직사각형의 넓이의 합을 인수분해하기 | 40 % |
| (ii) 새로 만든 직사각형의 가로, 세로의 길이 구하기 | 30 % |
| (iii) 새로 만든 직사각형의 둘레의 길이 구하기 | 30 % |

**27** $xy-3y+2x-6=y(x-3)+2(x-3)$
$=(x-3)(y+2)$ … (i)
$=(x-A)(y+B)$
따라서 $A=3$, $B=2$이므로 … (ii)
$A-B=3-2=1$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 좌변을 인수분해하기 | 50 % |
| (ii) $A$, $B$의 값 구하기 | 30 % |
| (iii) $A-B$의 값 구하기 | 20 % |

**28** $10^2-9^2+8^2-7^2+\cdots+2^2-1^2$
$=(10+9)(10-9)+(8+7)(8-7)$
$+\cdots+(2+1)(2-1)$ … (i)
$=(10+9)+(8+7)+\cdots+(2+1)$
$=11\times5$
$=55$ … (ii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 인수분해 공식을 이용하여 주어진 식을 변형하기 | 60 % |
| (ii) 답 구하기 | 40 % |

## 01 이차방정식과 그 해

P. 74

개념 확인 (1) 3, 2, 1, 4, 1 (2) 4, 4, 12, 3, 8, 1

필수 예제 1 ㄴ, ㅁ, ㅂ

ㄱ. $2x+1=0$ ⇨ 일차방정식

ㄴ. $x^2=0$ ⇨ 이차방정식

ㄷ. $x^2-x=(x-1)(x+1)$에서

$x^2-x=x^2-1$

$\therefore -x+1=0$ ⇨ 일차방정식

ㄹ. $2x^2-3x+5$ ⇨ 이차식

ㅁ. $x(x^2-4x)=x^3-5x^2+7$에서

$x^3-4x^2=x^3-5x^2+7$

$\therefore x^2-7=0$ ⇨ 이차방정식

ㅂ. $x^2+1=3x(x-2)$에서

$x^2+1=3x^2-6x$

$\therefore -2x^2+6x+1=0$ ⇨ 이차방정식

유제 1 ③

① $x(x-4)=0$에서 $x^2-4x=0$ ⇨ 이차방정식

② $x=2x^2$에서 $-2x^2+x=0$ ⇨ 이차방정식

③ $x^2+4=(x-2)^2$에서

$x^2+4=x^2-4x+4$

$\therefore 4x=0$ ⇨ 일차방정식

④ $\frac{x(x-3)}{3}=20$에서 $\frac{1}{3}x^2-x=20$

$\therefore \frac{1}{3}x^2-x-20=0$ ⇨ 이차방정식

⑤ $x^3+2x-1=(x-2)(x^2+1)$에서

$x^3+2x-1=x^3-2x^2+x-2$

$\therefore 2x^2+x+1=0$ ⇨ 이차방정식

필수 예제 2 ④

[ ] 안의 수를 주어진 이차방정식의 $x$에 각각 대입하면

① $4^2-8\neq0$

② $3^2-4\times3\neq0$

③ $2^2-2\times2+1\neq0$

④ $5^2-5-20=0$

⑤ $-1^2+3\times1+4\neq0$

유제 2 $x=-1$ 또는 $x=2$

$x=-2$일 때, $(-2)^2-(-2)-2\neq0$

$x=-1$일 때, $(-1)^2-(-1)-2=0$

$x=0$일 때, $0^2-0-2\neq0$

$x=1$일 때, $1^2-1-2\neq0$

$x=2$일 때, $2^2-2-2=0$

따라서 주어진 이차방정식의 해는 $x=-1$ 또는 $x=2$이다.

P. 75 개념 누르기 한판

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 ④ | 2 $-16$ | 3 $a\neq2$ | 4 ②, ④ |
| 5 5 | 6 6 | | |

**1** ① $2x^2+3x-2=x+2x^2$에서 $2x-2=0$ ⇨ 일차방정식

② $x^2+3x=x^3-2$에서 $-x^3+x^2+3x+2=0$

⇨ 이차방정식이 아니다.

③ $x(x-2)=x(x+1)$에서 $x^2-2x=x^2+x$

$\therefore -3x=0$ ⇨ 일차방정식

④ $(x+1)(x-1)=-x^2+1$에서

$x^2-1=-x^2+1$

$\therefore 2x^2-2=0$ ⇨ 이차방정식

⑤ $3(x-1)^2-1=1+3x^2$에서

$3(x^2-2x+1)-1=1+3x^2$

$3x^2-6x+2=1+3x^2$

$\therefore -6x+1=0$ ⇨ 일차방정식

**2** $3(x+1)(x-2)=-2x^2+7x$에서

$3(x^2-x-2)=-2x^2+7x$

$3x^2-3x-6=-2x^2+7x$

$\therefore 5x^2-10x-6=0$

따라서 $a=-10$, $b=-6$이므로

$a+b=-10+(-6)=-16$

**3** $2(x-1)^2=ax^2+6x+1$에서

$2(x^2-2x+1)=ax^2+6x+1$

$2x^2-4x+2=ax^2+6x+1$

$\therefore (2-a)x^2-10x+1=0$

이때 $x^2$의 계수는 0이 아니어야 하므로

$2-a\neq0$ $\therefore a\neq2$

**4** 각 이차방정식에 $x=2$를 대입하면

① $2^2-2\times2-8\neq0$

② $2(2-2)=0$

③ $(2+2)(2\times2-1)\neq0$

④ $3\times2^2-12=0$

⑤ $(2\times2-1)^2\neq4\times2$

**5** $2x^2+ax-3=0$에 $x=-3$을 대입하면

$2\times(-3)^2+a\times(-3)-3=0$

$15-3a=0$, $3a=15$

$\therefore a=5$

**6** $x^2+x-6=0$에 $x=a$를 대입하면

$a^2+a-6=0$

$\therefore a^2+a=6$

## 02 이차방정식의 풀이 (1)

P. 76

**개념 확인** (1) $x=0$ 또는 $x=3$
(2) $x=-2$ 또는 $x=1$
(3) $x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=2$
(4) $x=\frac{3}{2}$ 또는 $x=-\frac{4}{3}$

(1) $x(x-3)=0$에서 $x=0$ 또는 $x-3=0$
$\therefore x=0$ 또는 $x=3$
(2) $(x+2)(x-1)=0$에서 $x+2=0$ 또는 $x-1=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=1$
(3) $(3x+1)(x-2)=0$에서 $3x+1=0$ 또는 $x-2=0$
$\therefore x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=2$
(4) $(2x-3)(3x+4)=0$에서 $2x-3=0$ 또는 $3x+4=0$
$\therefore x=\frac{3}{2}$ 또는 $x=-\frac{4}{3}$

**필수 예제 1** (1) $x=0$ 또는 $x=2$
(2) $x=-4$ 또는 $x=2$
(3) $x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=\frac{3}{2}$
(4) $x=-3$ 또는 $x=2$

(1) $x^2-2x=0$에서 $x(x-2)=0$
$\therefore x=0$ 또는 $x=2$
(2) $x^2+2x-8=0$에서 $(x+4)(x-2)=0$
$\therefore x=-4$ 또는 $x=2$
(3) $6x^2=5x+6$에서 $6x^2-5x-6=0$
$(3x+2)(2x-3)=0$
$\therefore x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=\frac{3}{2}$
(4) $(x+4)(x-3)=-6$에서 $x^2+x-6=0$
$(x+3)(x-2)=0$
$\therefore x=-3$ 또는 $x=2$

**유제 1** (1) $x=0$ 또는 $x=-5$
(2) $x=-6$ 또는 $x=5$
(3) $x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=\frac{3}{2}$
(4) $x=-1$ 또는 $x=10$

(1) $2x^2+10x=0$에서 $2x(x+5)=0$
$\therefore x=0$ 또는 $x=-5$
(2) $x^2+x-30=0$에서 $(x+6)(x-5)=0$
$\therefore x=-6$ 또는 $x=5$
(3) $6x^2-7x=3$에서 $6x^2-7x-3=0$
$(3x+1)(2x-3)=0$
$\therefore x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=\frac{3}{2}$
(4) $(x-1)(x-8)=18$에서 $x^2-9x-10=0$
$(x+1)(x-10)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=10$

**유제 2** $x=-1$

$x^2-4x-5=0$에서 $(x+1)(x-5)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=5$
$2x^2+7x+5=0$에서 $(2x+5)(x+1)=0$
$\therefore x=-\frac{5}{2}$ 또는 $x=-1$
따라서 두 이차방정식의 공통인 근은 $x=-1$이다.

P. 77

**필수 예제 2** (1) $x=-2$(중근) (2) $x=\frac{1}{2}$(중근)
(3) $x=-3$(중근) (4) $x=4$(중근)

(1) $x^2+4x+4=0$에서 $(x+2)^2=0$
$\therefore x=-2$(중근)
(2) $8x^2-8x+2=0$에서 $2(4x^2-4x+1)=0$
$2(2x-1)^2=0$ $\therefore x=\frac{1}{2}$(중근)
(3) $3-x^2=6(x+2)$에서 $3-x^2=6x+12$
$x^2+6x+9=0$, $(x+3)^2=0$
$\therefore x=-3$(중근)
(4) $(x-2)(x-4)=2x-8$에서 $x^2-6x+8=2x-8$
$x^2-8x+16=0$, $(x-4)^2=0$
$\therefore x=4$(중근)

**유제 3** ㄴ, ㄹ, ㅂ

ㄱ. $x^2-16=0$에서 $(x+4)(x-4)=0$
$\therefore x=-4$ 또는 $x=4$
ㄴ. $7x^2+14x+7=0$에서 $7(x^2+2x+1)=0$
$7(x+1)^2=0$ $\therefore x=-1$(중근)
ㄷ. $x^2+x-2=0$에서 $(x+2)(x-1)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=1$
ㄹ. $9x^2-6x+1=0$에서 $(3x-1)^2=0$
$\therefore x=\frac{1}{3}$(중근)
ㅁ. $3x^2-4x-4=0$에서 $(3x+2)(x-2)=0$
$\therefore x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=2$
ㅂ. $x(x-10)=-25$에서 $x^2-10x+25=0$
$(x-5)^2=0$ $\therefore x=5$(중근)

**필수 예제 3** (1) $a=30$, $x=-6$
(2) $a=2$일 때 $x=-1$, $a=-2$일 때 $x=1$

(1) 좌변이 완전제곱식이어야 하므로
$6+a=\left(\frac{12}{2}\right)^2$, $6+a=36$
$\therefore a=30$
이때 $x^2+12x+36=0$에서
$(x+6)^2=0$ $\therefore x=-6$(중근)

(2) 좌변이 완전제곱식이어야 하므로

$1=\left(\frac{a}{2}\right)^2$, $1=\frac{a^2}{4}$, $a^2=4$ $\quad\therefore a=\pm2$

(ⅰ) $a=2$일 때, $x^2+2x+1=0$

$(x+1)^2=0$ $\quad\therefore x=-1$(중근)

(ⅱ) $a=-2$일 때, $x^2-2x+1=0$

$(x-1)^2=0$ $\quad\therefore x=1$(중근)

유제 4 **(1) $a=-1$, $x=5$**

**(2) $a=12$일 때 $x=-6$, $a=-12$일 때 $x=6$**

(1) 좌변이 완전제곱식이어야 하므로

$24-a=\left(\frac{-10}{2}\right)^2$, $24-a=25$

$\therefore a=-1$

이때 $x^2-10x+25=0$에서

$(x-5)^2=0$ $\quad\therefore x=5$(중근)

(2) 좌변이 완전제곱식이어야 하므로

$36=\left(\frac{a}{2}\right)^2$, $36=\frac{a^2}{4}$, $a^2=144$ $\quad\therefore a=\pm12$

(ⅰ) $a=12$일 때, $x^2+12x+36=0$

$(x+6)^2=0$ $\quad\therefore x=-6$(중근)

(ⅱ) $a=-12$일 때, $x^2-12x+36=0$

$(x-6)^2=0$ $\quad\therefore x=6$(중근)

유제 5 **$a=8$, $b=16$**

중근이 $x=-4$이고, 이차항의 계수가 1이므로

$(x+4)^2=0$, $x^2+8x+16=0$

$\therefore a=8$, $b=16$

P. 78 개념 누르기 한판

**1** ②

**2** (1) $x=2$ 또는 $x=4$ (2) $x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

(3) $x=3$(중근) (4) $x=\frac{3}{2}$(중근)

(5) $x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=3$ (6) $x=-2$ 또는 $x=2$

**3** $-7$ **4** $a=15$, $x=-5$

**5** ①, ④ **6** $a=1$, $x=1$

**2** (1) $x^2-6x+8=0$에서 $(x-2)(x-4)=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=4$

(2) $4x^2-9=0$에서 $(2x+3)(2x-3)=0$

$\therefore x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

(3) $2x^2-12x+18=0$에서 $2(x^2-6x+9)=0$

$2(x-3)^2=0$ $\quad\therefore x=3$(중근)

(4) $4x^2-12x+9=0$에서 $(2x-3)^2=0$

$\therefore x=\frac{3}{2}$(중근)

(5) $3x^2-7x=6$에서 $3x^2-7x-6=0$

$(3x+2)(x-3)=0$

$\therefore x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=3$

(6) $(x+1)(x-1)=2x^2-5$에서 $x^2-1=2x^2-5$

$x^2-4=0$, $(x+2)(x-2)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=2$

**3** $x^2=9x-18$에서 $x^2-9x+18=0$

$(x-3)(x-6)=0$ $\quad\therefore x=3$ 또는 $x=6$

두 근 중 작은 근이 $x=3$이므로

$3x^2+ax-6=0$에 $x=3$을 대입하면

$3\times3^2+a\times3-6=0$, $3a+21=0$

$\therefore a=-7$

**4** $x^2+8x+a=0$에 $x=-3$을 대입하면

$(-3)^2+8\times(-3)+a=0$, $-15+a=0$

$\therefore a=15$

이때 $x^2+8x+15=0$에서 $(x+3)(x+5)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=-5$

따라서 구하는 다른 한 근은 $x=-5$이다.

**5** ① $x^2-4x+3=0$에서 $(x-1)(x-3)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=3$

② $x^2+10x+25=0$에서 $(x+5)^2=0$

$\therefore x=-5$(중근)

③ $x^2-14x+49=0$에서 $(x-7)^2=0$

$\therefore x=7$(중근)

④ $9x^2+9x+2=0$에서 $(3x+2)(3x+1)=0$

$\therefore x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=-\frac{1}{3}$

⑤ $9x^2+12x+4=0$에서 $(3x+2)^2=0$

$\therefore x=-\frac{2}{3}$(중근)

따라서 중근을 갖지 않는 것은 ①, ④이다.

**6** 좌변이 완전제곱식이어야 하므로

$-2a+3=\left(\frac{-2a}{2}\right)^2$, $-2a+3=a^2$

$a^2+2a-3=0$, $(a+3)(a-1)=0$

$\therefore a=-3$ 또는 $a=1$

그런데 $a>0$이므로 $a=1$

$x^2-2ax-2a+3=0$에 $a=1$을 대입하면

$x^2-2x+1=0$, $(x-1)^2=0$

$\therefore x=1$(중근)

P. 79

필수 예제 4 **(1) $x=\pm4\sqrt{2}$** **(2) $x=\pm\frac{3}{4}$**

**(3) $x=-3\pm\sqrt{5}$** **(4) $x=-2$ 또는 $x=4$**

(2) $9-16x^2=0$에서 $16x^2=9$

$x^2=\frac{9}{16}$ $\quad\therefore x=\pm\frac{3}{4}$

(3) $(x+3)^2=5$에서 $x+3=\pm\sqrt{5}$

$\therefore x=-3\pm\sqrt{5}$

(4) $2(x-1)^2=18$에서 $(x-1)^2=9$

$x-1=\pm3$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=4$

**유제 6** (1) $\boldsymbol{x=\pm\sqrt{6}}$ (2) $\boldsymbol{x=\pm\frac{9}{2}}$

(3) $\boldsymbol{x=\frac{-1\pm2\sqrt{2}}{2}}$ (4) $\boldsymbol{x=-\frac{8}{3}}$ **또는** $\boldsymbol{x=\frac{2}{3}}$

(1) $x^2-6=0$에서 $x^2=6$

$\therefore x=\pm\sqrt{6}$

(2) $4x^2-81=0$에서 $4x^2=81$

$x^2=\frac{81}{4}$ $\quad\therefore x=\pm\frac{9}{2}$

(3) $8-(2x+1)^2=0$에서 $(2x+1)^2=8$

$2x+1=\pm2\sqrt{2}$, $2x=-1\pm2\sqrt{2}$

$\therefore x=\frac{-1\pm2\sqrt{2}}{2}$

(4) $-9(x+1)^2+25=0$에서 $9(x+1)^2=25$

$(x+1)^2=\frac{25}{9}$, $x+1=\pm\frac{5}{3}$

$\therefore x=-\frac{8}{3}$ 또는 $x=\frac{2}{3}$

**유제 7** **3**

$3(x+a)^2=15$에서 $(x+a)^2=5$

$x+a=\pm\sqrt{5}$

$\therefore x=-a\pm\sqrt{5}=2\pm\sqrt{b}$

따라서 $a=-2$, $b=5$이므로

$a+b=-2+5=3$

**유제 8** (1) $\boldsymbol{q\ge0}$ (2) $\boldsymbol{a\ne0,\ aq\ge0}$ (3) $\boldsymbol{a\ne0,\ aq\ge0}$

(2) 이차방정식이므로 $a\ne0$

양변을 $a$로 나누면 $x^2=\frac{q}{a}$에서 $\frac{q}{a}\ge0$이어야 하므로

$aq\ge0$

$\therefore a\ne0,\ aq\ge0$

(3) 이차방정식이므로 $a\ne0$

양변을 $a$로 나누면 $(x+p)^2=\frac{q}{a}$에서 $\frac{q}{a}\ge0$이어야 하므로

$aq\ge0$

$\therefore a\ne0,\ aq\ge0$

**P. 80**

**필수 예제 5** (1) **9, 9, 3, 7,** $\boldsymbol{3\pm\sqrt{7}}$

(2) **1, 1, 1,** $\boldsymbol{\frac{2}{3}}$, $\boldsymbol{1\pm\frac{\sqrt{6}}{3}}$

**유제 9** (1) $\boldsymbol{p=1,\ q=3}$ (2) $\boldsymbol{p=-\frac{2}{3},\ q=\frac{10}{9}}$

(1) $x^2-2x=2$에서

$x^2-2x+\left(\frac{-2}{2}\right)^2=2+\left(\frac{-2}{2}\right)^2$

$(x-1)^2=3$

$\therefore p=1,\ q=3$

(2) $3x^2+4x-2=0$에서

$x^2+\frac{4}{3}x-\frac{2}{3}=0$

$x^2+\frac{4}{3}x=\frac{2}{3}$

$x^2+\frac{4}{3}x+\left(\frac{4}{3}\times\frac{1}{2}\right)^2=\frac{2}{3}+\left(\frac{4}{3}\times\frac{1}{2}\right)^2$

$\left(x+\frac{2}{3}\right)^2=\frac{10}{9}$

$\therefore p=-\frac{2}{3},\ q=\frac{10}{9}$

**유제 10** (1) $\boldsymbol{x=4\pm\sqrt{19}}$ (2) $\boldsymbol{x=-2\pm\sqrt{6}}$

(3) $\boldsymbol{x=-1\pm\frac{\sqrt{7}}{2}}$ (4) $\boldsymbol{x=\frac{4\pm\sqrt{10}}{3}}$

(1) $x^2-8x=3$에서

$x^2-8x+\left(\frac{-8}{2}\right)^2=3+\left(\frac{-8}{2}\right)^2$

$(x-4)^2=19$

$\therefore x=4\pm\sqrt{19}$

(2) $3x^2+12x-6=0$에서

$x^2+4x-2=0$

$x^2+4x=2$

$x^2+4x+\left(\frac{4}{2}\right)^2=2+\left(\frac{4}{2}\right)^2$

$(x+2)^2=6$

$\therefore x=-2\pm\sqrt{6}$

(3) $4x^2+8x-3=0$에서

$x^2+2x-\frac{3}{4}=0$

$x^2+2x=\frac{3}{4}$

$x^2+2x+\left(\frac{2}{2}\right)^2=\frac{3}{4}+\left(\frac{2}{2}\right)^2$

$(x+1)^2=\frac{7}{4}$

$\therefore x=-1\pm\frac{\sqrt{7}}{2}$

(4) $x^2-\frac{8}{3}x+\frac{2}{3}=0$에서

$x^2-\frac{8}{3}x=-\frac{2}{3}$

$x^2-\frac{8}{3}x+\left(-\frac{8}{3}\times\frac{1}{2}\right)^2=-\frac{2}{3}+\left(-\frac{8}{3}\times\frac{1}{2}\right)^2$

$\left(x-\frac{4}{3}\right)^2=\frac{10}{9}$

$\therefore x=\frac{4\pm\sqrt{10}}{3}$

## P. 81 개념 누르기 한판

**1** (1) $x=\pm\frac{2}{3}$ (2) $x=\pm\frac{\sqrt{5}}{2}$

(3) $x=-5$ 또는 $x=1$ (4) $x=6\pm\sqrt{7}$

(5) $x=2\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$ (6) $x=\frac{5\pm\sqrt{5}}{4}$

(7) $x=-\frac{7}{2}$ 또는 $x=\frac{9}{2}$ (8) $x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=3$

**2** 10 **3** $A=4,\ B=2,\ C=7,\ D=2\pm\sqrt{7}$

**4** (1) $x=-5\pm2\sqrt{7}$ (2) $x=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$

(3) $x=1\pm\frac{\sqrt{10}}{2}$ (4) $x=4\pm3\sqrt{2}$

**5** $a=-6,\ b=10$

**1** (3) $(x+2)^2=9$에서 $x+2=\pm3$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=1$

(4) $(x-6)^2-7=0$에서 $(x-6)^2=7$

$x-6=\pm\sqrt{7}$

$\therefore x=6\pm\sqrt{7}$

(5) $4(x-2)^2=3$에서 $(x-2)^2=\frac{3}{4}$

$x-2=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore x=2\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$

(6) $(4x-5)^2=5$에서 $4x-5=\pm\sqrt{5}$

$4x=5\pm\sqrt{5}$

$\therefore x=\frac{5\pm\sqrt{5}}{4}$

(7) $5\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-80=0$에서 $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2=16$

$x-\frac{1}{2}=\pm4$

$\therefore x=-\frac{7}{2}$ 또는 $x=\frac{9}{2}$

(8) $2(3x-4)^2-50=0$에서 $(3x-4)^2=25$

$3x-4=\pm5$

$\therefore x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=3$

**2** $\frac{1}{2}(x-5)^2=3$에서 $(x-5)^2=6$

$x-5=\pm\sqrt{6}$ $\therefore x=5\pm\sqrt{6}$

따라서 두 근의 합은

$(5-\sqrt{6})+(5+\sqrt{6})=10$

**4** (1) $x^2+10x-3=0$에서 $x^2+10x=3$

$x^2+10x+5^2=3+5^2,\ (x+5)^2=28$

$\therefore x=-5\pm2\sqrt{7}$

(2) $x^2+x-1=0$에서 $x^2+x=1$

$x^2+x+\left(\frac{1}{2}\right)^2=1+\left(\frac{1}{2}\right)^2$

$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{5}{4},\ x+\frac{1}{2}=\pm\frac{\sqrt{5}}{2}$

$\therefore x=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$

(3) $2x^2=4x+3$에서 $x^2=2x+\frac{3}{2},\ x^2-2x=\frac{3}{2}$

$x^2-2x+(-1)^2=\frac{3}{2}+(-1)^2$

$(x-1)^2=\frac{5}{2},\ x-1=\pm\sqrt{\frac{5}{2}}=\pm\frac{\sqrt{10}}{2}$

$\therefore x=1\pm\frac{\sqrt{10}}{2}$

(4) $\frac{1}{2}x^2-4x-1=0$에서 $x^2-8x-2=0,\ x^2-8x=2$

$x^2-8x+(-4)^2=2+(-4)^2$

$(x-4)^2=18$ $\therefore x=4\pm3\sqrt{2}$

**5** $x^2-5x+4=2x^2+7x$에서 $x^2+12x=4$

$x^2+12x+6^2=4+6^2$

$(x+6)^2=40$

$x+6=\pm2\sqrt{10}$ $\therefore x=-6\pm2\sqrt{10}$

$\therefore a=-6,\ b=10$

# 03 이차방정식의 풀이 (2)

## P. 82

**개념 확인** $a,\ \left(\frac{b}{2a}\right)^2,\ \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

**필수 예제 1** (1) $x=\frac{-5\pm\sqrt{13}}{6}$ (2) $x=-2\pm2\sqrt{2}$

(3) $x=\frac{3\pm\sqrt{15}}{2}$

(1) 근의 공식에 $a=3,\ b=5,\ c=1$을 대입하면

$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times3\times1}}{2\times3}$

$=\frac{-5\pm\sqrt{13}}{6}$

(2) 짝수 공식에 $a=1,\ b'=2,\ c=-4$를 대입하면

$x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-1\times(-4)}}{1}$

$=-2\pm\sqrt{8}=-2\pm2\sqrt{2}$

다른 풀이

근의 공식에 $a=1,\ b=4,\ c=-4$를 대입하면

$x=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-4\times1\times(-4)}}{2\times1}$

$=\frac{-4\pm\sqrt{32}}{2}=\frac{-4\pm4\sqrt{2}}{2}$

$=-2\pm2\sqrt{2}$

(3) $2x^2-6x=3$에서 $2x^2-6x-3=0$이므로
짝수 공식에 $a=2$, $b'=-3$, $c=-3$을 대입하면
$$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-2\times(-3)}}{2}$$
$$=\frac{3\pm\sqrt{15}}{2}$$

유제 1 (1) $x=\frac{-1\pm\sqrt{33}}{2}$ (2) $x=\frac{1\pm\sqrt{5}}{4}$
(3) $x=\frac{7\pm\sqrt{13}}{6}$

(1) 근의 공식에 $a=1$, $b=1$, $c=-8$을 대입하면
$$x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times1\times(-8)}}{2\times1}$$
$$=\frac{-1\pm\sqrt{33}}{2}$$
(2) 짝수 공식에 $a=4$, $b'=-1$, $c=-1$을 대입하면
$$x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times(-1)}}{4}$$
$$=\frac{1\pm\sqrt{5}}{4}$$
(3) $3x^2=7x-3$에서 $3x^2-7x+3=0$이므로
근의 공식에 $a=3$, $b=-7$, $c=3$을 대입하면
$$x=\frac{-(-7)\pm\sqrt{(-7)^2-4\times3\times3}}{2\times3}$$
$$=\frac{7\pm\sqrt{13}}{6}$$

유제 2 $A=-3$, $B=41$
근의 공식에 $a=2$, $b=3$, $c=-4$를 대입하면
$$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times2\times(-4)}}{2\times2}$$
$$=\frac{-3\pm\sqrt{41}}{4}=\frac{A\pm\sqrt{B}}{4}$$
$\therefore A=-3$, $B=41$

P. 83

필수 예제 2 (1) $x=\frac{-2\pm\sqrt{10}}{6}$ (2) $x=-5$ 또는 $x=-\frac{1}{3}$
(3) $x=3\pm\sqrt{5}$

(1) 양변에 12를 곱하면 $6x^2+4x-1=0$
$$\therefore x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-6\times(-1)}}{6}$$
$$=\frac{-2\pm\sqrt{10}}{6}$$
(2) 양변에 10을 곱하면 $6x^2+32x+10=0$
$3x^2+16x+5=0$, $(x+5)(3x+1)=0$
$\therefore x=-5$ 또는 $x=-\frac{1}{3}$
(3) $(3x-2)(x-2)=2x(x-1)$에서
$3x^2-8x+4=2x^2-2x$, $x^2-6x+4=0$
$\therefore x=-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-1\times4}=3\pm\sqrt{5}$

유제 3 (1) $x=\pm\sqrt{11}$ (2) $x=-\frac{4}{5}$ 또는 $x=5$
(3) $x=\frac{1\pm\sqrt{17}}{2}$

(1) 양변에 6을 곱하면 $2(x^2-2)-3(x^2-1)=-12$
$2x^2-4-3x^2+3=-12$, $x^2=11$
$\therefore x=\pm\sqrt{11}$
(2) 양변에 10을 곱하면 $5x^2-21x=20$
$5x^2-21x-20=0$, $(5x+4)(x-5)=0$
$\therefore x=-\frac{4}{5}$ 또는 $x=5$
(3) 좌변을 전개하면 $2x^2-2x-(x^2-x-6)=10$
$2x^2-2x-x^2+x+6-10=0$
$x^2-x-4=0$
$$\therefore x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times1\times(-4)}}{2\times1}$$
$$=\frac{1\pm\sqrt{17}}{2}$$

필수 예제 3 (1) $x=-1$ 또는 $x=10$ (2) $x=0$ 또는 $x=1$

(1) $(x-3)^2-3(x-3)=28$에서
$(x-3)^2-3(x-3)-28=0$
$x-3=A$로 놓으면 $A^2-3A-28=0$
$(A+4)(A-7)=0$
$\therefore A=-4$ 또는 $A=7$
즉, $x-3=-4$ 또는 $x-3=7$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=10$
(2) $x+2=A$로 놓으면 $\frac{1}{6}A^2-\frac{5}{6}A+1=0$
양변에 6을 곱하면 $A^2-5A+6=0$
$(A-2)(A-3)=0$ $\therefore A=2$ 또는 $A=3$
즉, $x+2=2$ 또는 $x+2=3$
$\therefore x=0$ 또는 $x=1$

유제 4 (1) $x=\frac{2}{3}$ 또는 $x=3$ (2) $x=-1$ 또는 $x=\frac{1}{4}$

(1) $x-1=A$로 놓으면 $3A^2-5A-2=0$
$(3A+1)(A-2)=0$
$\therefore A=-\frac{1}{3}$ 또는 $A=2$
즉, $x-1=-\frac{1}{3}$ 또는 $x-1=2$
$\therefore x=\frac{2}{3}$ 또는 $x=3$
(2) $x+\frac{1}{2}=A$로 놓으면 $\frac{1}{2}A^2-\frac{1}{8}A-\frac{3}{16}=0$
양변에 16을 곱하면 $8A^2-2A-3=0$
$(2A+1)(4A-3)=0$
$\therefore A=-\frac{1}{2}$ 또는 $A=\frac{3}{4}$
즉, $x+\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}$ 또는 $x+\frac{1}{2}=\frac{3}{4}$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=\frac{1}{4}$

**P. 84 한 번 더 연습**

**1** (1) $x=\frac{-7\pm\sqrt{5}}{2}$ (2) $x=\frac{-3\pm\sqrt{29}}{2}$
(3) $x=-1\pm\sqrt{5}$ (4) $x=-3\pm\sqrt{13}$
(5) $x=\frac{5\pm\sqrt{33}}{4}$ (6) $x=\frac{-4\pm\sqrt{19}}{3}$

**2** (1) $x=-2\pm\sqrt{7}$ (2) $x=2$ 또는 $x=3$
(3) $x=\frac{-5\pm\sqrt{29}}{4}$ (4) $x=\frac{-1\pm\sqrt{41}}{4}$

**3** (1) $x=\frac{5\pm\sqrt{17}}{2}$ (2) $x=\frac{-1\pm3\sqrt{5}}{4}$
(3) $x=-2$ 또는 $x=-1$ (4) $x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=5$

**4** (1) $a=0$ 또는 $a=\frac{1}{2}$ (2) $x=-\frac{4}{3}$ 또는 $x=0$

**1** (1) $x=\frac{-7\pm\sqrt{7^2-4\times1\times11}}{2\times1}$
$=\frac{-7\pm\sqrt{5}}{2}$
(2) $x^2-5=-3x$에서 $x^2+3x-5=0$
$\therefore x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times1\times(-5)}}{2\times1}$
$=\frac{-3\pm\sqrt{29}}{2}$
(3) $x=-1\pm\sqrt{1^2-1\times(-4)}=-1\pm\sqrt{5}$
(4) $x^2+6x=4$에서 $x^2+6x-4=0$
$\therefore x=-3\pm\sqrt{3^2-1\times(-4)}=-3\pm\sqrt{13}$
(5) $x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times2\times(-1)}}{2\times2}$
$=\frac{5\pm\sqrt{33}}{4}$
(6) $x=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-3\times(-1)}}{3}=\frac{-4\pm\sqrt{19}}{3}$

**2** (1) 양변에 6을 곱하면 $x^2+4x-3=0$
$\therefore x=-2\pm\sqrt{2^2-1\times(-3)}=-2\pm\sqrt{7}$
(2) 양변에 10을 곱하면 $5x^2-25x+30=0$
$x^2-5x+6=0$, $(x-2)(x-3)=0$
$\therefore x=2$ 또는 $x=3$
(3) 양변에 10을 곱하면 $4x^2+10x-1=0$
$\therefore x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times(-1)}}{4}$
$=\frac{-5\pm\sqrt{29}}{4}$
(4) 양변에 10을 곱하면 $6x^2-2(x^2-x)=10$
$6x^2-2x^2+2x=10$, $4x^2+2x-10=0$
$2x^2+x-5=0$
$\therefore x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times2\times(-5)}}{2\times2}$
$=\frac{-1\pm\sqrt{41}}{4}$

**3** (1) $(x-1)(x-4)=2$에서 $x^2-5x+4=2$
$x^2-5x+2=0$
$\therefore x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times1\times2}}{2\times1}$
$=\frac{5\pm\sqrt{17}}{2}$
(2) $4(x-1)^2+10(x-2)+5=0$에서
$4x^2-8x+4+10x-20+5=0$
$4x^2+2x-11=0$
$\therefore x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times(-11)}}{4}$
$=\frac{-1\pm\sqrt{45}}{4}=\frac{-1\pm3\sqrt{5}}{4}$
(3) $(x+1)^2+(x+2)^2=(2x+3)^2$에서
$x^2+2x+1+x^2+4x+4=4x^2+12x+9$
$2x^2+6x+4=0$
$x^2+3x+2=0$
$(x+2)(x+1)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=-1$
(4) 양변에 15를 곱하면 $3x(x-1)=5(x-3)(x+1)$
$3x^2-3x=5x^2-10x-15$
$2x^2-7x-15=0$
$(2x+3)(x-5)=0$
$\therefore x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=5$

**4** (1) $2a+1=A$로 놓으면 $A^2-3A+2=0$
$(A-1)(A-2)=0$
$\therefore A=1$ 또는 $A=2$
즉, $2a+1=1$ 또는 $2a+1=2$
$\therefore a=0$ 또는 $a=\frac{1}{2}$
(2) $x+1=A$로 놓으면 $\frac{1}{2}A^2-\frac{1}{3}A-\frac{1}{6}=0$
양변에 6을 곱하면 $3A^2-2A-1=0$
$(3A+1)(A-1)=0$
$\therefore A=-\frac{1}{3}$ 또는 $A=1$
즉, $x+1=-\frac{1}{3}$ 또는 $x+1=1$
$\therefore x=-\frac{4}{3}$ 또는 $x=0$

**P. 85**

**개념 확인**

| $a$, $b$, $c$의 값 | $b^2-4ac$의 값 | 근의 개수 |
|---|---|---|
| (1) $a=3$, $b=4$, $c=-1$ | $4^2-4\times3\times(-1)=28$ | 2개 |
| (2) $a=1$, $b=6$, $c=9$ | $6^2-4\times1\times9=0$ | 1개 |
| (3) $a=2$, $b=-5$, $c=4$ | $(-5)^2-4\times2\times4=-7$ | 0개 |

**필수 예제 4** ㄷ, ㄹ, ㅁ

ㄱ. $b^2-4ac=(-3)^2-4\times1\times5=-11<0$

$\therefore$ 근이 없다.

ㄴ. $b'^2-ac=(-2)^2-4\times1=0$

$\therefore$ 중근

ㄷ. $b^2-4ac=(-7)^2-4\times3\times(-2)=73>0$

$\therefore$ 서로 다른 두 근

ㄹ. $b^2-4ac=5^2-4\times2\times(-2)=41>0$

$\therefore$ 서로 다른 두 근

ㅁ. $(x+3)^2=4x+9$에서 $x^2+6x+9=4x+9$

$x^2+2x=0$

$b'^2-ac=1^2-1\times0=1>0$

$\therefore$ 서로 다른 두 근

ㅂ. 양변에 12를 곱하면 $4x^2-2x+1=0$

$b'^2-ac=(-1)^2-4\times1=-3<0$

$\therefore$ 근이 없다.

**유제 5** ⑤

① $b'^2-ac=(-4)^2-1\times5=11>0$

$\therefore$ 서로 다른 두 근

② $b^2-4ac=(-9)^2-4\times2\times(-3)=105>0$

$\therefore$ 서로 다른 두 근

③ $b'^2-ac=2^2-3\times(-1)=7>0$

$\therefore$ 서로 다른 두 근

④ $b'^2-ac=1^2-4\times(-1)=5>0$

$\therefore$ 서로 다른 두 근

⑤ $b^2-4ac=7^2-4\times5\times8=-111<0$

$\therefore$ 근이 없다.

**필수 예제 5** (1) $k<\frac{9}{8}$ (2) $k=\frac{9}{8}$ (3) $k>\frac{9}{8}$

$b^2-4ac=3^2-4\times1\times2k=9-8k$

(1) $b^2-4ac>0$이어야 하므로

$9-8k>0 \qquad \therefore k<\frac{9}{8}$

(2) $b^2-4ac=0$이어야 하므로

$9-8k=0 \qquad \therefore k=\frac{9}{8}$

(3) $b^2-4ac<0$이어야 하므로

$9-8k<0 \qquad \therefore k>\frac{9}{8}$

**유제 6** (1) $k<6$ (2) $k=6$ (3) $k>6$

$b'^2-ac=(-1)^2-1\times(k-5)=6-k$

(1) $b'^2-ac>0$이어야 하므로

$6-k>0 \qquad \therefore k<6$

(2) $b'^2-ac=0$이어야 하므로

$6-k=0 \qquad \therefore k=6$

(3) $b'^2-ac<0$이어야 하므로

$6-k<0 \qquad \therefore k>6$

**유제 7** $k=12$, $x=3$

중근을 가지므로

$b'^2-ac=(-3)^2-1\times(k-3)=0 \qquad \therefore k=12$

즉, $x^2-6x+9=0$에서 $(x-3)^2=0$

$\therefore x=3$(중근)

## P. 86

**필수 예제 6** $-\frac{7}{3}$, $\frac{1}{3}$

두 근을 $\alpha$, $\beta$라 하면 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+\beta=-\frac{7}{3}$, $\alpha\beta=\frac{1}{3}$

**유제 8** 1

$m=-\frac{-2}{5}=\frac{2}{5}$, $n=\frac{-3}{5}=-\frac{3}{5}$

$\therefore m-n=\frac{2}{5}-\left(-\frac{3}{5}\right)=1$

**필수 예제 7** (1) $-\frac{1}{3}$ (2) 7

$\alpha+\beta=-\frac{-1}{1}=1$, $\alpha\beta=\frac{-3}{1}=-3$이므로

(1) $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{1}{-3}=-\frac{1}{3}$

(2) $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=1^2-2\times(-3)=7$

**유제 9** (1) 7 (2) 21 (3) $\frac{21}{2}$

$\alpha+\beta=-\frac{-5}{1}=5$, $\alpha\beta=\frac{2}{1}=2$이므로

(1) $\alpha+\alpha\beta+\beta=(\alpha+\beta)+\alpha\beta=5+2=7$

(2) $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=5^2-2\times2=21$

(3) $\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}=\frac{21}{2}$

## P. 87

**필수 예제 8** (1) $x^2-4x-5=0$

(2) $-x^2+6x-9=0$

(3) $3x^2-9x-6=0$

(1) $(x+1)(x-5)=0$이므로

$x^2-4x-5=0$

다른 풀이

두 근의 합은 $-1+5=4$, 곱은 $-1\times5=-5$이므로

$x^2$의 계수가 1인 이차방정식은

$x^2-4x-5=0$

(2) $-(x-3)^2=0$이므로 $-(x^2-6x+9)=0$

$\therefore -x^2+6x-9=0$

(3) $3(x^2-3x-2)=0$이므로

$3x^2-9x-6=0$

**유제 10** (1) $6x^2-5x+1=0$
(2) $3x^2+12x+12=0$
(3) $-4x^2+16x-1=0$

(1) $6\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)=0$이므로

$6\left(x^2-\frac{5}{6}x+\frac{1}{6}\right)=0$

$\therefore 6x^2-5x+1=0$

**다른 풀이**

두 근의 합은 $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{5}{6}$, 곱은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$이므로

$x^2$의 계수가 6인 이차방정식은

$6\left(x^2-\frac{5}{6}x+\frac{1}{6}\right)=0$

$\therefore 6x^2-5x+1=0$

(2) $3(x+2)^2=0$이므로 $3(x^2+4x+4)=0$

$\therefore 3x^2+12x+12=0$

(3) $-4\left(x^2-4x+\frac{1}{4}\right)=0$이므로 $-4x^2+16x-1=0$

**필수 예제 9** $x=-3-2\sqrt{2}$, $a=1$

한 근이 $-3+2\sqrt{2}$이므로 다른 한 근은 $-3-2\sqrt{2}$이다.

$x^2+6x+a=0$에서 $a$는 두 근의 곱이므로

$a=(-3+2\sqrt{2})(-3-2\sqrt{2})=9-8=1$

**유제 11** $x^2-4x-1=0$

한 근이 $2-\sqrt{5}$이므로 다른 한 근은 $2+\sqrt{5}$이다.

두 근의 합은 $(2-\sqrt{5})+(2+\sqrt{5})=4$

두 근의 곱은 $(2-\sqrt{5})(2+\sqrt{5})=4-5=-1$

따라서 $x^2$의 계수가 1인 이차방정식은

$x^2-4x-1=0$

**다른 풀이**

$x=2-\sqrt{5}$에서 $x-2=-\sqrt{5}$

양변을 제곱하면 $(x-2)^2=(-\sqrt{5})^2$

$x^2-4x+4=5$

$\therefore x^2-4x-1=0$

**P. 88~89 개념 누르기 한판**

**1** ⑤
**2** (1) $x=\frac{3\pm\sqrt{13}}{4}$ (2) $x=5\pm\sqrt{34}$ (3) $x=-1$ 또는 $x=8$
**3** ③ **4** ③ **5** ④ **6** ① **7** 10
**8** $2x^2-4x-16=0$ **9** $-4$

**1** $x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times2\times(-1)}}{2\times2}$

$=\frac{5\pm\sqrt{33}}{4}=\frac{A\pm\sqrt{B}}{4}$

따라서 $A=5$, $B=33$이므로

$A+B=5+33=38$

**2** (1) 양변에 10을 곱하면 $4x^2-6x=1$

$4x^2-6x-1=0$

$\therefore x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times(-1)}}{4}$

$=\frac{3\pm\sqrt{13}}{4}$

(2) 양변에 6을 곱하면 $3(x+1)(x-3)=2x(x+2)$

$3x^2-6x-9=2x^2+4x$

$x^2-10x-9=0$

$\therefore x=-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-1\times(-9)}$

$=5\pm\sqrt{34}$

(3) $2x-3=A$로 놓으면 $A^2=8A+65$

$A^2-8A-65=0$, $(A+5)(A-13)=0$

$\therefore A=-5$ 또는 $A=13$

즉, $2x-3=-5$ 또는 $2x-3=13$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=8$

**3** $x-2y=A$로 놓으면 $(A-3)(A-5)+1=0$

$A^2-8A+16=0$, $(A-4)^2=0$

$\therefore A=4$(중근)

즉, $x-2y=4$이므로

$2x-4y=2(x-2y)=2\times4=8$

**4** 해를 가지려면

$b'^2-ac=(-2)^2-2\times(2k-3)\geq0$이어야 하므로

$10-4k\geq0$

$\therefore k\leq\frac{5}{2}$

**5** ① $\alpha+\beta=-\frac{-4}{1}=4$

② $\alpha\beta=\frac{1}{1}=1$

③ $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{4}{1}=4$

④ $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=4^2-2\times1=14$

⑤ $\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}=\frac{14}{1}=14$

**6** 두 근을 $\alpha$, $\alpha+6$이라 하면

두 근의 합은 $\alpha+(\alpha+6)=-\frac{-4}{2}$

$2\alpha+6=2$ $\quad\therefore \alpha=-2$

두 근의 곱은 $\alpha(\alpha+6)=\frac{k}{2}$

$-2\times(-2+6)=\frac{k}{2}$ $\quad\therefore k=-16$

**7** $2(x-1)(x-2)=0$이므로 $2(x^2-3x+2)=0$

$\therefore 2x^2-6x+4=0$

따라서 $a=6$, $b=4$이므로

$a+b=6+4=10$

**8** $\alpha+\beta=-\frac{-4}{1}=4$, $\alpha\beta=\frac{-2}{1}=-2$이므로
두 근이 4, $-2$이고 $x^2$의 계수가 2인 이차방정식은
$2(x-4)(x+2)=0$, $2(x^2-2x-8)=0$
$\therefore 2x^2-4x-16=0$

**9** 한 근이 $-1+\sqrt{5}$이므로 다른 한 근은 $-1-\sqrt{5}$이다.
$x^2+2x+m=0$에서 $m$은 두 근의 곱이므로
$m=(-1+\sqrt{5})(-1-\sqrt{5})=1-5=-4$

## 04 이차방정식의 활용

**P. 90**

**개념 확인** $x+4$, $x+4$, 16, 12, 12, 12, 12
$10(x+4)=x^2+16$에서 $x^2-10x-24=0$
$(x+2)(x-12)=0$ $\therefore x=-2$ 또는 $x=12$
그런데 $x>0$이므로 $x=12$
따라서 동생의 나이는 12살이다.

**필수 예제 1** 7, 9
방법 1 두 수를 $x$, $x+2$($x$는 홀수)라 하면
$x(x+2)=63$
$x^2+2x-63=0$, $(x+9)(x-7)=0$
$\therefore x=-9$ 또는 $x=7$
그런데 $x>0$이므로 $x=7$
따라서 구하는 두 수는 7, 9이다.
방법 2 두 수를 $2x-1$, $2x+1$($x$는 자연수)이라 하면
$(2x-1)(2x+1)=63$
$4x^2-1=63$, $4x^2=64$, $x^2=16$
$\therefore x=\pm4$
그런데 $x>0$이므로 $x=4$
따라서 구하는 두 수는 7, 9이다.

**유제 1** 8
두 수를 $x$, $x+4$라 하면
$x(x+4)=96$
$x^2+4x-96=0$, $(x+12)(x-8)=0$
$\therefore x=-12$ 또는 $x=8$
그런데 $x$는 자연수이므로 $x=8$
따라서 두 수는 8, 12이고, 이 중 작은 수는 8이다.

**필수 예제 2** 15명
학생 수를 $x$명이라 하면 한 사람이 받는 사탕의 개수는 $(x-4)$개이므로
$x(x-4)=165$
$x^2-4x-165=0$, $(x+11)(x-15)=0$
$\therefore x=-11$ 또는 $x=15$
그런데 $x>0$이므로 $x=15$
따라서 학생 수는 15명이다.

**유제 2** 10명
학생 수를 $x$명이라 하면 한 사람이 받는 사과의 개수는 $(x+3)$개이므로
$x(x+3)=130$
$x^2+3x-130=0$, $(x+13)(x-10)=0$
$\therefore x=-13$ 또는 $x=10$
그런데 $x>0$이므로 $x=10$
따라서 학생 수는 10명이다.

**P. 91**

**필수 예제 3** (1) 2초 후 또는 3초 후 (2) 5초 후
(1) $-5t^2+25t=30$, $5t^2-25t+30=0$
$t^2-5t+6=0$, $(t-2)(t-3)=0$
$\therefore t=2$ 또는 $t=3$
따라서 물 로켓의 높이가 30 m가 되는 것은 쏘아 올린 지 2초 후 또는 3초 후이다.
(2) 지면에 떨어지는 것은 높이가 0 m일 때이므로
$-5t^2+25t=0$, $t^2-5t=0$, $t(t-5)=0$
$\therefore t=0$ 또는 $t=5$
그런데 $t>0$이므로 $t=5$
따라서 물 로켓이 지면에 떨어지는 것은 쏘아 올린 지 5초 후이다.

**유제 3** 3초 후
$-5x^2+35x+40=100$, $5x^2-35x+60=0$
$x^2-7x+12=0$, $(x-3)(x-4)=0$
$\therefore x=3$ 또는 $x=4$
따라서 이 공의 높이가 처음으로 100 m가 되는 것은 쏘아 올린 지 3초 후이다.

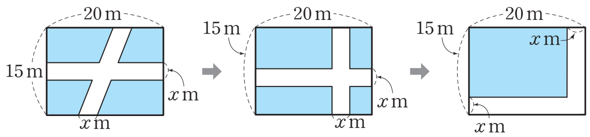
**필수 예제 4** 10 cm
처음 정사각형의 한 변의 길이를 $x$ cm라 하면
$(x+2)(x-4)=72$
$x^2-2x-8=72$, $x^2-2x-80=0$
$(x+8)(x-10)=0$
$\therefore x=-8$ 또는 $x=10$
그런데 $x>4$이므로 $x=10$
따라서 처음 정사각형의 한 변의 길이는 10 cm이다.

**유제 4** 2 cm
색칠한 원의 반지름의 길이를 $x$ cm라 하면
$\pi(x+2)^2=4\pi x^2$
$x^2+4x+4=4x^2$, $3x^2-4x-4=0$
$(3x+2)(x-2)=0$
$\therefore x=-\frac{2}{3}$ 또는 $x=2$

그런데 $x>0$이므로 $x=2$

따라서 색칠한 원의 반지름의 길이는 2 cm이다.

**필수 예제 5** **3**




위의 그림의 세 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이는 모두 같으므로

$(20-x)(15-x)=204$

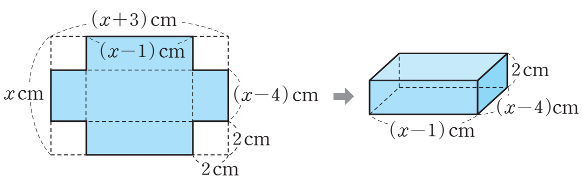
$300-35x+x^2=204,\ x^2-35x+96=0$

$(x-3)(x-32)=0$

$\therefore x=3$ 또는 $x=32$

그런데 $0<x<15$이므로 $x=3$

**유제 5** **7 cm**




위의 그림과 같이 처음 직사각형 모양의 종이의 세로의 길이를 $x$ cm라 하면

$2(x-1)(x-4)=36$

$x^2-5x+4=18,\ x^2-5x-14=0$

$(x+2)(x-7)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=7$

그런데 $x>4$이므로 $x=7$

따라서 처음 직사각형 모양의 종이의 세로의 길이는 7 cm이다.

**P. 92 개념 누르기 한판**

**1** 십각형 **2** $-4$ 또는 $-2$ **3** ②
**4** 9 cm **5** 3초 후 또는 7초 후

**1** $\dfrac{n(n-3)}{2}=35$에서 $n^2-3n-70=0$

$(n+7)(n-10)=0 \qquad \therefore n=-7$ 또는 $n=10$

그런데 $n>3$이므로 $n=10$

따라서 구하는 다각형은 십각형이다.

**2** 어떤 수를 $x$라 하면

$(x+4)^2=2(x+4)$

$x^2+8x+16=2x+8,\ x^2+6x+8=0$

$(x+4)(x+2)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=-2$

따라서 어떤 수는 $-4$ 또는 $-2$이다.

**3** $-5t^2+50t+5=125,\ 5t^2-50t+120=0$

$t^2-10t+24=0,\ (t-4)(t-6)=0$

$\therefore t=4$ 또는 $t=6$

따라서 이 폭죽이 처음으로 125 m의 높이에 도달하는 데 걸리는 시간은 4초이다.

**4** $\overline{AC}$의 길이를 $x$ cm라 하면

$\overline{BC}$의 길이는 $(12-x)$ cm이므로

$x^2+(12-x)^2=90$

$x^2+144-24x+x^2=90,\ 2x^2-24x+54=0$

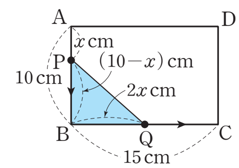
$x^2-12x+27=0,\ (x-3)(x-9)=0$

$\therefore x=3$ 또는 $x=9$

그런데 $6<x<12$이므로 $x=9$

따라서 $\overline{AC}$의 길이는 9 cm이다.

**5** 두 점 P, Q가 동시에 출발한 지 $x$초 후의 $\overline{AP}$의 길이는 $x$ cm, $\overline{BQ}$의 길이는 $2x$ cm이므로




$\triangle PBQ=\dfrac{1}{2}\times 2x\times(10-x)=21$

$x(10-x)=21,\ x^2-10x+21=0$

$(x-3)(x-7)=0 \qquad \therefore x=3$ 또는 $x=7$

따라서 $\triangle PBQ$의 넓이가 $21\ \text{cm}^2$가 되는 것은 출발한 지 3초 후 또는 7초 후이다.

**P. 93~96 단원 마무리**

**1** ②, ③ **2** ④ **3** $a=-2,\ b=0$
**4** ② **5** ④ **6** ②
**7** $A=-2,\ x=2$ **8** ③ **9** ④
**10** $\dfrac{7}{4}$ **11** ⑤ **12** ① **13** ④
**14** ③ **15** ① **16** 2 **17** ⑤
**18** $-4$ **19** ① **20** $x=-3\pm\sqrt{37}$
**21** ⑤ **22** $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ **23** 12초 후 **24** 5
**25** $-5$, 과정은 풀이 참조
**26** 과정은 풀이참조 (1) $\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2=\dfrac{7}{4}$ (2) $x=\dfrac{3\pm\sqrt{7}}{2}$
**27** $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{17}}{4}$, 과정은 풀이 참조
**28** 12 m, 과정은 풀이 참조

**1** ① $3x^2=x^2-x+1$에서 $2x^2+x-1=0$ ⇨ 이차방정식

② $x^2+4x+3$ ⇨ 이차식

③ $x^2+1=x(x+1)$에서 $x^2+1=x^2+x$

$\therefore -x+1=0$ ⇨ 일차방정식

④ $x^2+2x+3=0$ ⇨ 이차방정식

⑤ $x^2+2=3x$에서 $x^2-3x+2=0$ ⇨ 이차방정식

**2** [ ] 안의 수를 주어진 이차방정식의 $x$에 각각 대입하면
① $1^2-2\times1\neq0$
② $(-1)^2-6\times(-1)+5\neq0$
③ $(-5)^2-(-5)-20\neq0$
④ $2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2+3\times\frac{1}{2}-2=0$
⑤ $3\times\left(\frac{1}{3}\right)^2-3\times\frac{1}{3}-2\neq0$

**3** $x^2+ax-8=0$에 $x=4$를 대입하면
$4^2+a\times4-8=0$, $4a+8=0$
$\therefore a=-2$
$x^2-4x-b=0$에 $x=4$를 대입하면
$4^2-4\times4-b=0$
$\therefore b=0$

**4** $x^2+5x+1=0$에 $x=p$를 대입하면
$p^2+5p+1=0$이므로 $p^2+5p=-1$
$\therefore p^2+5p-3=-1-3=-4$

**5** $2x^2-x-6=0$에서 $(2x+3)(x-2)=0$
$\therefore x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=2$
즉, $x=2$가 $x^2-5x+a-1=0$의 한 근이므로
$x=2$를 대입하면
$2^2-5\times2+a-1=0$, $a-7=0$ $\therefore a=7$

**6** ② $(x-4)^2=0$ $\therefore x=4$(중근)

**7** $x^2+2=A(1-2x)$에서 $x^2+2=A-2Ax$
$x^2+2Ax+2-A=0$ …㉠
㉠이 중근을 가지려면 좌변이 완전제곱식이어야 하므로
$2-A=\left(\frac{2A}{2}\right)^2$에서 $2-A=A^2$
$A^2+A-2=0$, $(A+2)(A-1)=0$
$\therefore A=-2$ 또는 $A=1$
그런데 $A<0$이므로 $A=-2$
이때 $A=-2$를 ㉠에 대입하면
$x^2-4x+4=0$, $(x-2)^2=0$
$\therefore x=2$(중근)

다른 풀이
㉠에서 $b'^2-ac=A^2-1\times(2-A)=0$이어야 하므로
$A^2+A-2=0$, $(A+2)(A-1)=0$
$\therefore A=-2$ ($\because A<0$)
이때 $A=-2$를 ㉠에 대입하면
$x^2-4x+4=0$, $(x-2)^2=0$
$\therefore x=2$(중근)

**8** $4(x-3)^2=20$에서 $(x-3)^2=5$
$x-3=\pm\sqrt{5}$ $\therefore x=3\pm\sqrt{5}$

**9** ④ $a=5$, $b=16$이면
$(x-5)^2=16$, $x-5=\pm4$
$\therefore x=1$ 또는 $x=9$
즉, $b>0$이지만 양수인 두 근을 가진다.

**10** $x^2+3x+2=0$에서 $x^2+3x=-2$
$x^2+3x+\left(\frac{3}{2}\right)^2=-2+\left(\frac{3}{2}\right)^2$
$\therefore \left(x+\frac{3}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$
따라서 $a=\frac{3}{2}$, $b=\frac{1}{4}$이므로
$a+b=\frac{3}{2}+\frac{1}{4}=\frac{7}{4}$

**11** $x=\frac{-(-A)\pm\sqrt{(-A)^2-4\times2\times1}}{2\times2}$
$=\frac{A\pm\sqrt{A^2-8}}{4}=\frac{5\pm\sqrt{B}}{4}$
따라서 $A=5$, $B=A^2-8=5^2-8=17$이므로
$A+B=5+17=22$

**12** 양변에 6을 곱하면 $2x(x-2)-3x(x+2)=2x-1$
$2x^2-4x-3x^2-6x=2x-1$
$x^2+12x-1=0$
$\therefore x=-6\pm\sqrt{6^2-1\times(-1)}=-6\pm\sqrt{37}$

**13** 양변에 10을 곱하면 $x^2-8=3x$
$x^2-3x-8=0$
$\therefore x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times1\times(-8)}}{2\times1}$
$=\frac{3\pm\sqrt{41}}{2}$
따라서 $a=\frac{3-\sqrt{41}}{2}$이고,
$6<\sqrt{41}<7$이므로
$-7<-\sqrt{41}<-6$, $-4<3-\sqrt{41}<-3$
$-2<\frac{3-\sqrt{41}}{2}<-\frac{3}{2}<-1$
즉, $-2<a<-1$이므로 $n=-1$

**14** $x-y=A$로 놓으면 $A(A-2)=8$
$A^2-2A-8=0$
$(A+2)(A-4)=0$ $\therefore A=-2$ 또는 $A=4$
$\therefore x-y=-2$ 또는 $x-y=4$
그런데 $x>y$이므로 $x-y>0$
$\therefore x-y=4$

**15** 중근을 가지려면
$b'^2-ac=m^2-1\times n=0$이어야 하므로
$m^2=n$
따라서 순서쌍 $(m, n)$은 $(1, 1)$, $(2, 4)$의 2개이다.

**16** 해를 가지려면
$b^2-4ac=(2k-1)^2-4\times1\times(k^2-2)\geq0$
$-4k+9\geq0 \qquad \therefore k\leq\frac{9}{4}$
따라서 가장 큰 정수 $k$의 값은 2이다.

**17** ① $\alpha+\beta=-\frac{-8}{4}=2$
② $\alpha\beta=-\frac{1}{4}$
③ $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=2^2-2\times\left(-\frac{1}{4}\right)=\frac{9}{2}$
④ $(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta=2^2-4\times\left(-\frac{1}{4}\right)=5$
⑤ $\frac{1}{\alpha^2}+\frac{1}{\beta^2}=\frac{\alpha^2+\beta^2}{(\alpha\beta)^2}=\frac{9}{2}\div\left(-\frac{1}{4}\right)^2=\frac{9}{2}\times16=72$

**18** 두 근을 $\alpha$, $3\alpha$라 하면
두 근의 합은 $\alpha+3\alpha=-\frac{8}{3}$
$4\alpha=-\frac{8}{3} \qquad \therefore \alpha=-\frac{2}{3}$
두 근의 곱은 $3\alpha^2=-\frac{k}{3}$
$3\times\left(-\frac{2}{3}\right)^2=-\frac{k}{3}$
$\therefore k=-4$

**19** $\alpha+\beta=-\frac{-5}{2}=\frac{5}{2}$, $\alpha\beta=\frac{1}{2}$이므로
$\alpha-1$, $\beta-1$을 두 근으로 하는 이차방정식에서
두 근의 합은
$(\alpha-1)+(\beta-1)=\alpha+\beta-2=\frac{5}{2}-2=\frac{1}{2}$
두 근의 곱은
$(\alpha-1)(\beta-1)=\alpha\beta-(\alpha+\beta)+1=\frac{1}{2}-\frac{5}{2}+1=-1$
이때 $x^2$의 계수가 2이므로 구하는 이차방정식은
$2\left(x^2-\frac{1}{2}x-1\right)=0$
$\therefore 2x^2-x-2=0$

**20** 준기가 잘못 본 이차방정식은
$(x+4)(x-7)=0$이므로 $x^2-3x-28=0$
선미가 잘못 본 이차방정식은
두 근의 합이
$(-3+\sqrt{2})+(-3-\sqrt{2})=-6$
두 근의 곱이
$(-3+\sqrt{2})(-3-\sqrt{2})=9-2=7$
이므로 $x^2+6x+7=0$
그런데 준기는 상수항을, 선미는 일차항의 계수를 바르게 보았으므로 처음의 이차방정식은
$x^2+6x-28=0$
$\therefore x=-3\pm\sqrt{3^2-1\times(-28)}=-3\pm\sqrt{37}$

**21** 한 근이 $2+\sqrt{3}$이므로 다른 한 근은 $2-\sqrt{3}$이다.
$x^2-4x-a+3=0$에서 $-a+3$은 두 근의 곱이므로
$-a+3=(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})=4-3=1$
즉, $-a+3=1$이므로 $a=2$

**22** $\overline{AB}:\overline{BC}=\overline{BC}:\overline{AC}$이므로
$(1+x):x=x:1$에서 $x^2=1+x$
$x^2-x-1=0$
$\therefore x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times1\times(-1)}}{2\times1}=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$
그런데 $x>0$이므로 $x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

**23** 야구공이 지면에 떨어질 때의 높이는 0 m이므로
$60t-5t^2=0$, $t^2-12t=0$
$t(t-12)=0 \qquad \therefore t=0$ 또는 $t=12$
그런데 $t>0$이므로 $t=12$
따라서 이 야구공이 지면에 떨어지는 것은 쏘아 올린 지 12초 후이다.

**24** 점 $P(a, b)$는 $y=-2x+8$의 그래프 위의 점이므로
$b=-2a+8$
즉, 점 P의 좌표는 $(a, -2a+8)$
이때 점 Q의 좌표는 $(a, 0)$이므로
$\overline{PQ}=-2a+8$, $\overline{OQ}=a$
또 점 A의 좌표는 $(0, 8)$이므로 $\overline{AO}=8$
$\therefore \square AOQP=\frac{1}{2}\times(\overline{PQ}+\overline{AO})\times\overline{OQ}$
$=\frac{1}{2}\times\{(-2a+8)+8\}\times a$
$=-a^2+8a$
이때 $\square AOQP=15$이므로
$-a^2+8a=15$, $a^2-8a+15=0$
$(a-3)(a-5)=0 \qquad \therefore a=3$ 또는 $a=5$
(i) $a=3$일 때,
$b=-2a+8=-2\times3+8=2$
(ii) $a=5$일 때,
$b=-2a+8=-2\times5+8=-2$
그런데 $a>0$, $b>0$이므로 (i), (ii)에서 $a=3$, $b=2$
$\therefore a+b=3+2=5$

**25** $x^2-8x+15=0$에서 $(x-3)(x-5)=0$
$\therefore x=3$ 또는 $x=5$ …(i)
$5x^2-13x-6=0$에서 $(5x+2)(x-3)=0$
$\therefore x=-\frac{2}{5}$ 또는 $x=3$ …(ii)
이때 두 이차방정식의 공통인 근은 $x=3$이다. …(iii)
따라서 $2x^2+ax-3=0$에 $x=3$을 대입하면
$2\times3^2+a\times3-3=0$, $15+3a=0$
$\therefore a=-5$ …(iv)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 이차방정식 $x^2-8x+15=0$의 해 구하기 | 30 % |
| (ii) 이차방정식 $5x^2-13x-6=0$의 해 구하기 | 30 % |
| (iii) 두 이차방정식의 공통인 근 구하기 | 20 % |
| (iv) $a$의 값 구하기 | 20 % |

**26** (1) $2x^2-6x+1=0$에서

$x^2-3x+\frac{1}{2}=0$ $\cdots$(i)

$x^2-3x=-\frac{1}{2}$

$x^2-3x+\left(\frac{-3}{2}\right)^2=-\frac{1}{2}+\left(\frac{-3}{2}\right)^2$

$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{7}{4}$ $\cdots$(ii)

(2) $\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{7}{4}$에서

$x-\frac{3}{2}=\pm\frac{\sqrt{7}}{2}$ $\cdots$(iii)

$\therefore x=\frac{3\pm\sqrt{7}}{2}$ $\cdots$(iv)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 양변을 $x^2$의 계수로 나누기 | 20 % |
| (ii) $(x+a)^2=b$의 꼴로 나타내기 | 40 % |
| (iii) 제곱근 구하기 | 30 % |
| (iv) 이차방정식의 해 구하기 | 10 % |

**27** $x^2+ax+b=0$의 두 근이 $-1$, $2$이므로

$(x+1)(x-2)=0$ $\quad\therefore x^2-x-2=0$

$\therefore a=-1$, $b=-2$ $\cdots$(i)

즉, $bx^2+ax+2=0$에서 $-2x^2-x+2=0$이므로

$2x^2+x-2=0$

$\therefore x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times2\times(-2)}}{2\times2}=\frac{-1\pm\sqrt{17}}{4}$ $\cdots$(ii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $a$, $b$의 값 구하기 | 50 % |
| (ii) 이차방정식 $bx^2+ax+2=0$의 해 구하기 | 50 % |

**28** 작은 정사각형의 한 변의 길이를 $x$ m라 하면

큰 정사각형의 한 변의 길이는 $(x+6)$ m이다. $\cdots$(i)

이때 두 정사각형의 넓이의 합이 $468\text{ m}^2$이므로

$x^2+(x+6)^2=468$ $\cdots$(ii)

$2x^2+12x-432=0$, $x^2+6x-216=0$

$(x+18)(x-12)=0$

$\therefore x=-18$ 또는 $x=12$ $\cdots$(iii)

그런데 $x>0$이므로 $x=12$

따라서 작은 정사각형의 한 변의 길이는 $12$ m이다. $\cdots$(iv)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 미지수 정하기 | 20 % |
| (ii) 이차방정식 세우기 | 30 % |
| (iii) 이차방정식의 해 구하기 | 30 % |
| (iv) 작은 정사각형의 한 변의 길이 구하기 | 20 % |

## 01 이차함수의 뜻

**P. 100**

필수 예제 1 ㄷ, ㅂ

ㄴ. $y=x^2(2-x)=-x^3+2x^2$ ⇨ 이차함수가 아니다.

ㄷ. $y=(x+2)^2-4x=x^2+4$ ⇨ 이차함수

ㅂ. $y=-2(x-2)(x+2)=-2x^2+8$ ⇨ 이차함수

유제 1 (1) $\boldsymbol{y=4x}$, **이차함수가 아니다.**

(2) $\boldsymbol{y=x^3}$, **이차함수가 아니다.**

(3) $\boldsymbol{y=x^2+4x+3}$, **이차함수**

(4) $\boldsymbol{y=\pi x^2}$, **이차함수**

(3) $y=(x+1)(x+3)=x^2+4x+3$ ⇨ 이차함수

필수 예제 2 **3**

$f(2)=2^2+2\times2-5=3$

유제 2 **6**

$f(-2)=\frac{1}{2}\times(-2)^2+(-2)+1=1$

$f(2)=\frac{1}{2}\times2^2+2+1=5$

$\therefore f(-2)+f(2)=1+5=6$

유제 3 **1**

$f(3)=3^2-2\times3+a=4$이므로

$9-6+a=4$ $\therefore a=1$

**P. 101** 개념 누르기 한판

**1** ⑤ **2** ④ **3** ⑤ **4** $-1$ **5** 17 **6** 5

**1** ② $y=x(x+2)-x^2=x^2+2x-x^2=2x$ ⇨ 일차함수

③ $(2x+1)(x-3)+4=2x^2-5x+1=0$ ⇨ 이차방정식

**2** ① $y=\frac{1}{2}\times x\times8=4x$ ⇨ 일차함수

② $y=2\times x=2x$ ⇨ 일차함수

③ $y=100\times\frac{x}{100}=x$ ⇨ 일차함수

④ $y=\pi\times x^2\times3=3\pi x^2$ ⇨ 이차함수

⑤ $y=1000\times x=1000x$ ⇨ 일차함수

**3** $y=3x^2-ax(x-5)-8=(3-a)x^2+5ax-8$

따라서 $x^2$의 계수가 0이 아니어야 하므로

$3-a\neq0$ $\therefore a\neq3$

**4** $f(2)=-2^2+5\times2-4=-4+10-4=2$

$f\left(\frac{1}{2}\right)=-\left(\frac{1}{2}\right)^2+5\times\frac{1}{2}-4=-\frac{1}{4}+\frac{5}{2}-4=-\frac{7}{4}$

$\therefore 3f(2)+4f\left(\frac{1}{2}\right)=3\times2+4\times\left(-\frac{7}{4}\right)=6-7=-1$

**5** $f(-2)=4$에서

$a\times(-2)^2+3\times(-2)-6=4$

$4a-12=4$, $4a=16$ $\therefore a=4$

따라서 $f(x)=4x^2+3x-6$이므로

$f(1)=4\times1^2+3\times1-6=1$

$f(2)=4\times2^2+3\times2-6=16$

$\therefore f(1)+f(2)=1+16=17$

**6** $f(k)=-3$에서

$-k^2+3k+7=-3$

$k^2-3k-10=0$, $(k+2)(k-5)=0$

$\therefore k=-2$ 또는 $k=5$

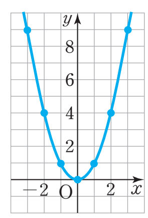
그런데 $k>0$이므로 $k=5$

## 02 이차함수 $y=ax^2$의 그래프

**P. 102**

필수 예제 1 (1)

| $x$ | $\cdots$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ | $\cdots$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | $\cdots$ | 9 | 4 | 1 | 0 | 1 | 4 | 9 | $\cdots$ |




(2) ㄱ. **0, 0, 아래** ㄴ. $\boldsymbol{x=0}$ ㄷ. $\boldsymbol{x}$

ㄹ. **증가** ㅁ. **위**

**P. 103**

유제 1 **②, ③**

② $\frac{9}{4}=\left(-\frac{3}{2}\right)^2$ ③ $1=(-1)^2$

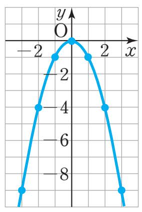
유제 2 $\boldsymbol{\frac{1}{9}}$

$y=x^2$에 $x=-\frac{1}{3}$, $y=a$를 대입하면

$a=\left(-\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$

**필수 예제 2** (1)

| $x$ | $\cdots$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $3$ | $\cdots$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | $\cdots$ | $-9$ | $-4$ | $-1$ | $0$ | $-1$ | $-4$ | $-9$ | $\cdots$ |



(2) ㄱ. **0, 0, 위**　　ㄴ. $\boldsymbol{x=0}$　　ㄷ. $\boldsymbol{x}$
ㄹ. **감소**　　ㅁ. **아래**

**유제 3** ②, ⑤

② $\frac{1}{9} \neq -\left(-\frac{1}{3}\right)^2$　　⑤ $25 \neq -5^2$

**유제 4** $-6$, $6$

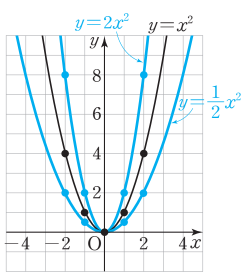
$y=-x^2$에 $x=a$, $y=-36$을 대입하면

$-36=-a^2$, $a^2=36$　　$\therefore a=\pm 6$

**P. 104**

**필수 예제 3** (1)

| $x$ | $\cdots$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $1$ | $2$ | $\cdots$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y=x^2$ | $\cdots$ | $4$ | $1$ | $0$ | $1$ | $4$ | $\cdots$ |
| $y=2x^2$ | $\cdots$ | $8$ | $2$ | $0$ | $2$ | $8$ | $\cdots$ |
| $y=\frac{1}{2}x^2$ | $\cdots$ | $2$ | $\frac{1}{2}$ | $0$ | $\frac{1}{2}$ | $2$ | $\cdots$ |




(2) $\boldsymbol{y=2x^2,\ y=x^2,\ y=\frac{1}{2}x^2}$

(2) $x^2$의 계수의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.
이차함수 $y=x^2$, $y=2x$, $y=\frac{1}{2}x^2$의 $x^2$의 계수의 절댓값을 차례로 구하면 1, 2, $\frac{1}{2}$이므로 그래프의 폭이 좁은 것부터 차례로 나열하면 $y=2x^2$, $y=x^2$, $y=\frac{1}{2}x^2$이다.

**유제 5** (1) ㄴ, ㄷ　(2) ㄹ　(3) ㄱ과 ㄴ

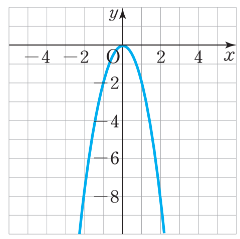
(1) $x^2$의 계수가 음수이면 그래프가 위로 볼록하므로 ㄴ, ㄷ
(2) $x^2$의 계수의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 넓어지므로 ㄹ
(3) $x^2$의 계수의 절댓값이 같고 부호가 반대인 두 이차함수의 그래프는 $x$축에 서로 대칭이므로 ㄱ과 ㄴ

**유제 6** ㄱ. **0, 0,** $\boldsymbol{y}$　　ㄴ. **아래**　　ㄷ. $\boldsymbol{y=-3x^2}$
ㄹ. **12**　　ㅁ. **감소**

ㄹ. $y=3x^2$에 $x=-2$를 대입하면 $y=3x(-2)^2=12$
따라서 점 $(-2, 12)$를 지난다.

**P. 105 개념 누르기 한판**

**1**



(1) $(0, 0)$, $x=0$
(2) 제3, 4사분면
(3) $y=2x^2$
(4) 감소한다.

**2** ③, ⑤　　**3** (1) ㉠　(2) ㉡　(3) ㉣　(4) ㉢

**4** $\frac{1}{2}<a<\frac{7}{3}$　　**5** $y=\frac{1}{2}x^2$

**2** ③ $y=\frac{1}{4}x^2$에 $x=4$, $y=1$을 대입하면 $1 \neq \frac{1}{4}\times 4^2$이므로 점 $(4, 1)$을 지나지 않는다.
⑤ $y$축에 대칭이다.

**3** (1) 그래프가 아래로 볼록하고 $y=x^2$의 그래프보다 폭이 좁아야 하므로 ㉠
(2) 그래프가 아래로 볼록하고 $y=x^2$의 그래프보다 폭이 넓어야 하므로 ㉡
(3) 그래프가 위로 볼록하고 $y=x^2$의 그래프와 $x$축에 서로 대칭이어야 하므로 ㉣
(4) 그래프가 위로 볼록하고 $y=x^2$의 그래프보다 폭이 넓어야 하므로 ㉢

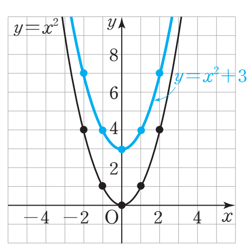
**4** $y=ax^2$의 그래프는 $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프보다 폭이 좁고
$y=\frac{7}{3}x^2$의 그래프보다 폭이 넓으므로 $\frac{1}{2}<a<\frac{7}{3}$

**5** 꼭짓점이 원점이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2$으로 놓자.
이때 그래프가 점 $(2, 2)$를 지나므로
$2=a\times 2^2$　　$\therefore a=\frac{1}{2}$　　$\therefore y=\frac{1}{2}x^2$

# 03 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프

**P. 106**

**개념 확인**




(1) **3**
(2) **0**
(3) **0, 3**

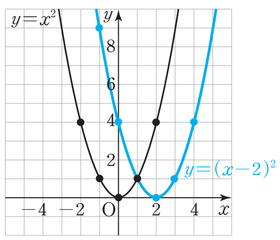
**필수 예제 1** (1) $y=-5x^2+2$, $x=0$, $(0, 2)$
(2) $y=\frac{2}{3}x^2-4$, $x=0$, $(0, -4)$

**유제 1** (1) $y=-2x^2+4$ (2) $x=0$, $0$, $4$ (3) 위 (4) 좁다

**유제 2** $14$
평행이동한 그래프의 식은 $y=4x^2-2$
이 그래프가 점 $(-2, k)$를 지나므로
$k=4\times(-2)^2-2=16-2=14$

## P. 107

**개념 확인**




(1) $2$
(2) $2$
(3) $2$, $0$

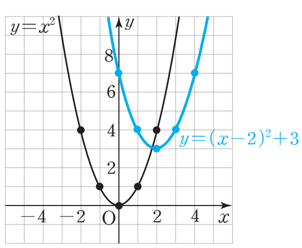
**필수 예제 2** (1) $y=3(x+1)^2$, $x=-1$, $(-1, 0)$
(2) $y=-\frac{1}{4}(x-3)^2$, $x=3$, $(3, 0)$

**유제 3** (1) $y=\frac{1}{3}(x+2)^2$ (2) $x=-2$, $-2$, $0$
(3) 아래 (4) 감소

**유제 4** $-6$, $-2$
평행이동한 그래프의 식은 $y=-\frac{1}{2}(x+4)^2$
이 그래프가 점 $(k, -2)$를 지나므로
$-2=-\frac{1}{2}(k+4)^2$, $(k+4)^2=4$
$k+4=\pm 2$ $\quad\therefore k=-6$ 또는 $k=-2$

## P. 108

**개념 확인**

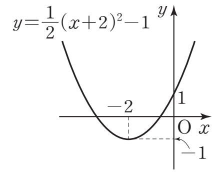



(1) $2$, $3$
(2) $2$
(3) $2$, $3$

**필수 예제 3** (1) $y=2(x-2)^2+6$, $x=2$, $(2, 6)$
(2) $y=-(x+2)^2-5$, $x=-2$, $(-2, -5)$
(3) $y=-\frac{2}{5}(x+3)^2+2$, $x=-3$, $(-3, 2)$

**유제 5** (1) $y=\frac{1}{2}(x+2)^2-1$ (2) $x=-2$, $-2$, $-1$
(3) 아래 (4) $1$, $1$, $2$, $3$

(4) 꼭짓점의 좌표가 $(-2, -1)$이고, 아래로 볼록하며 점 $(0, 1)$을 지난다. 즉, 그래프가 오른쪽 그림과 같으므로 제1, 2, 3사분면을 지난다.




**유제 6** $-7$
평행이동한 그래프의 식은 $y=-\frac{1}{3}(x-3)^2-4$
이 그래프가 점 $(6, k)$를 지나므로
$k=-\frac{1}{3}(6-3)^2-4=-3-4=-7$

## P. 109

**필수 예제 4** (1) $y=4(x-3)^2+7$ (2) $y=4(x-1)^2+1$
(3) $y=4(x-3)^2+1$
(1) $x$ 대신 $x-2$를 대입하면
$y=4(x-2-1)^2+7$ $\quad\therefore y=4(x-3)^2+7$
(2) $y$ 대신 $y+6$을 대입하면
$y+6=4(x-1)^2+7$ $\quad\therefore y=4(x-1)^2+1$
(3) $x$ 대신 $x-2$, $y$ 대신 $y+6$을 대입하면
$y+6=4(x-2-1)^2+7$ $\quad\therefore y=4(x-3)^2+1$

**유제 7** $y=-2(x+2)^2+8$
$x$ 대신 $x+1$, $y$ 대신 $y-5$를 대입하면
$y-5=-2(x+1+1)^2+3$ $\quad\therefore y=-2(x+2)^2+8$

**필수 예제 5** (1) $y=\frac{1}{2}x^2-3$, $y=-\frac{1}{2}x^2+3$
(2) $y=-6(x-1)^2-2$, $y=6(x+1)^2+2$
(1) $x$축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은
$y$ 대신 $-y$를 대입하면
$-y=-\frac{1}{2}x^2+3$ $\quad\therefore y=\frac{1}{2}x^2-3$
$y$축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은
$x$ 대신 $-x$를 대입하면
$y=-\frac{1}{2}(-x)^2+3$ $\quad\therefore y=-\frac{1}{2}x^2+3$
(2) $x$축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은
$y$ 대신 $-y$를 대입하면
$-y=6(x-1)^2+2$ $\quad\therefore y=-6(x-1)^2-2$
$y$축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은
$x$ 대신 $-x$를 대입하면
$y=6(-x-1)^2+2$ $\quad\therefore y=6(x+1)^2+2$

**유제 8** $y=-3(x+1)^2+5$, $y=3(x-1)^2-5$
$x$축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은
$y$ 대신 $-y$를 대입하면
$-y=3(x+1)^2-5$ $\quad\therefore y=-3(x+1)^2+5$

$y$축에 대하여 대칭이동한 그래프의 식은
$x$ 대신 $-x$를 대입하면
$y=3(-x+1)^2-5$ $\quad \therefore y=3(x-1)^2-5$

## P. 110~111 개념 누르기 한판

**1** (1) $y=\frac{1}{2}x^2-3$, ㉢ (2) $y=\frac{1}{2}(x+2)^2$, ㉠
(3) $y=\frac{1}{2}(x+2)^2-3$, ㉡

**2**

| (1) $y=2x^2-1$ | (2) $y=-\frac{2}{3}(x-3)^2$ | (3) $y=-(x+1)^2+3$ |
|---|---|---|
| $x=0$ | $x=3$ | $x=-1$ |
| $(0,\ -1)$ | $(3,\ 0)$ | $(-1,\ 3)$ |
| 아래로 볼록 | 위로 볼록 | 위로 볼록 |

(1)~(3)을 그래프의 폭이 좁은 것부터 차례로 나열하면 (1), (3), (2)이다.

**3** $-8$ **4** ② **5** ㄱ, ㄹ **6** $m=-\frac{1}{5}$, $n=-4$
**7** ③, ⑤ **8** 23 **9** $-7$

**1** (1) 평행이동한 그래프의 식은 $y=\frac{1}{2}x^2-3$이고, 꼭짓점의 좌표가 $(0,\ -3)$인 그래프는 ㉢이다.
(2) 평행이동한 그래프의 식은 $y=\frac{1}{2}(x+2)^2$이고, 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 0)$인 그래프는 ㉠이다.
(3) 평행이동한 그래프의 식은 $y=\frac{1}{2}(x+2)^2-3$이고, 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ -3)$인 그래프는 ㉡이다.

**3** 평행이동한 그래프의 식은 $y=\frac{3}{2}x^2+a$
이 그래프가 점 $(-4,\ 16)$을 지나므로
$16=\frac{3}{2}\times(-4)^2+a$, $16=24+a$ $\quad \therefore a=-8$

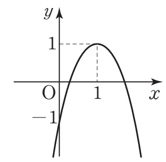
**4** ② 축의 방정식은 $x=0$이다.

**5** ㄴ. $a=-3$이면 위로 볼록한 포물선이다.
ㄷ. 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ 0)$이다.
ㅁ. $a>0$이면 아래로 볼록한 포물선이므로 $x>2$일 때 $x$의 값이 증가하면 $y$의 값도 증가한다.

**6** $y=5x^2$의 그래프를 평행이동한 그래프의 식은
$y=5(x-m)^2+n$
이 식이 $y=5\left(x+\frac{1}{5}\right)^2-4$와 일치해야 하므로
$m=-\frac{1}{5}$, $n=-4$

**7** ③ 위로 볼록한 포물선이다.
⑤ $y=-2(x-1)^2+1$의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ 1)$이고, 위로 볼록하며 점 $(0,\ -1)$을 지난다.

즉, 그래프가 오른쪽 그림과 같으므로 제1, 3, 4사분면을 지나고, 제2사분면을 지나지 않는다.




**8** $x$ 대신 $x+3$, $y$ 대신 $y+1$을 대입하면
$y+1=5(x+3-2)^2+4$ $\quad \therefore y=5(x+1)^2+3$
이 그래프가 점 $(-3,\ a)$를 지나므로
$a=5(-3+1)^2+3=23$

**9** $y$ 대신 $-y$를 대입하면
$-y=\frac{1}{2}(x-1)^2+5$ $\quad \therefore y=-\frac{1}{2}(x-1)^2-5$
이 식에 $x$ 대신 $-x$를 대입하면
$y=-\frac{1}{2}(-x-1)^2-5$ $\quad \therefore y=-\frac{1}{2}(x+1)^2-5$
이 그래프가 점 $(1,\ k)$를 지나므로
$k=-\frac{1}{2}(1+1)^2-5=-7$

## P. 112

**개념 확인** (1) $x-1,\ 2,\ 2,\ 3,\ 3(x-1)^2+2$
(2) $x-1,\ q,\ 4a,\ 2,\ 1,\ 2(x-1)^2+1$

**필수 예제 6** (1) $y=4(x+3)^2-1$ (2) $y=(x-2)^2$
(1) 꼭짓점의 좌표가 $(-3,\ -1)$이므로 $y=a(x+3)^2-1$로 놓자.
$15=4a-1$ $\quad \therefore a=4$
$\therefore y=4(x+3)^2-1$
(2) 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 0)$이므로 $y=a(x-2)^2$으로 놓자.
이 그래프가 점 $(0,\ 4)$를 지나므로
$4=4a$ $\quad \therefore a=1$
$\therefore y=(x-2)^2$

**유제 9** $y=-\frac{1}{3}x^2+4$
꼭짓점의 좌표가 $(0,\ 4)$이므로 $y=ax^2+4$로 놓자.
이 그래프가 점 $(3,\ 1)$을 지나므로
$1=9a+4$ $\quad \therefore a=-\frac{1}{3}$
$\therefore y=-\frac{1}{3}x^2+4$

**필수 예제 7** (1) $y=-(x+3)^2+8$ (2) $y=2(x-4)^2-5$
(1) 축의 방정식이 $x=-3$이므로 $y=a(x+3)^2+q$로 놓자.
이 그래프가 두 점 $(-1,\ 4)$, $(0,\ -1)$을 지나므로
$4=4a+q$ $\quad \cdots$ ㉠
$-1=9a+q$ $\quad \cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-1$, $q=8$
$\therefore y=-(x+3)^2+8$

(2) 축의 방정식이 $x=4$이므로 $y=a(x-4)^2+q$로 놓자.
이 그래프가 두 점 $(2, 3)$, $(3, -3)$을 지나므로
$3=4a+q$ … ㉠
$-3=a+q$ … ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2$, $q=-5$
$\therefore y=2(x-4)^2-5$

**유제 10** $y=-\frac{1}{2}(x-2)^2+8$
축의 방정식이 $x=2$이므로 $y=a(x-2)^2+q$로 놓자.
이 그래프가 두 점 $(6, 0)$, $(0, 6)$을 지나므로
$0=16a+q$ … ㉠
$6=4a+q$ … ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-\frac{1}{2}$, $q=8$
$\therefore y=-\frac{1}{2}(x-2)^2+8$

## P. 113

**개념 확인** (1) 아래, $>$ (2) 3, $<$, $<$

**필수 예제 8** $a<0$, $p<0$, $q>0$
그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$
꼭짓점 $(p, q)$가 제2사분면 위에 있으므로 $p<0$, $q>0$

**유제 11** $a>0$, $p>0$, $q<0$
그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$
꼭짓점 $(p, q)$가 제4사분면 위에 있으므로 $p>0$, $q<0$

**유제 12** ①, ④
그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$
꼭짓점 $(p, q)$가 제3사분면 위에 있으므로 $p<0$, $q<0$
즉, $a<0$, $p<0$, $q<0$이므로
③ $ap>0$
④ $a+q<0$
⑤ $a+p+q<0$

## P. 114 개념 누르기 한판

**1** (1) $y=2(x-3)^2+2$ (2) $y=8(x+2)^2+1$
(3) $y=-(x+1)^2+6$
**2** (1) $y=(x-1)^2$ (2) $y=-2(x+1)^2+1$
(3) $y=3(x+2)^2-3$
**3** ② **4** ⑤

**1** (1) 꼭짓점의 좌표가 $(3, 2)$이므로 $y=a(x-3)^2+2$로 놓자.
이 그래프가 점 $(4, 4)$를 지나므로
$4=a+2$ $\therefore a=2$
$\therefore y=2(x-3)^2+2$
(2) 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 1)$이므로 $y=a(x+2)^2+1$로 놓자.
이 그래프가 점 $\left(-\frac{1}{2}, 19\right)$를 지나므로
$19=\frac{9}{4}a+1$ $\therefore a=8$
$\therefore y=8(x+2)^2+1$
(3) 축의 방정식이 $x=-1$이므로 $y=a(x+1)^2+q$로 놓자.
이 그래프가 두 점 $(0, 5)$, $(1, 2)$를 지나므로
$5=a+q$ … ㉠
$2=4a+q$ … ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-1$, $q=6$
$\therefore y=-(x+1)^2+6$

**2** (1) 꼭짓점의 좌표가 $(1, 0)$이므로 $y=a(x-1)^2$으로 놓자.
이 그래프가 점 $(0, 1)$을 지나므로
$a=1$
$\therefore y=(x-1)^2$
(2) 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 1)$이므로 $y=a(x+1)^2+1$로 놓자.
이 그래프가 점 $(0, -1)$을 지나므로
$-1=a+1$ $\therefore a=-2$
$\therefore y=-2(x+1)^2+1$
(3) 축의 방정식이 $x=-2$이므로 $y=a(x+2)^2+q$로 놓자.
이 그래프가 두 점 $(-3, 0)$, $(0, 9)$를 지나므로
$0=a+q$ … ㉠
$9=4a+q$ … ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=3$, $q=-3$
$\therefore y=3(x+2)^2-3$

**3** 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$
꼭짓점 $(p, 0)$이 $y$축보다 왼쪽에 있으므로 $p<0$

**4** $a<0$이므로 위로 볼록한 포물선이다.
$p>0$, $q>0$이므로 꼭짓점 $(p, q)$가 제1사분면 위에 있다.
따라서 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프로 알맞은 것은 ⑤이다.

## P. 115~118 단원 마무리

**1** ㄱ, ㄷ, ㅁ **2** ⑤ **3** ⑤ **4** ②
**5** ④ **6** 6 **7** ④ **8** ㄴ, ㄷ **9** ①
**10** ⑤ **11** ① **12** $-2$ **13** ③ **14** ③
**15** ④ **16** ② **17** $-7$ **18** $-10$ **19** ②
**20** ⑤ **21** ② **22** ④
**23** 9, 과정은 풀이 참조
**24** $-6$, $-4$, 과정은 풀이 참조
**25** $\frac{4}{3}$, 과정은 풀이 참조 **26** 4, 과정은 풀이 참조

**1** ㄹ. $y=\frac{1}{2}(x+2)(x-3)=\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x-3$ ⇨ 이차함수

ㅂ. $y=3x(x-1)+3x=3x^2$ ⇨ 이차함수

**2** ① $y=\pi x$ ⇨ 일차함수

② $y=1200x$ ⇨ 일차함수

③ $y=2x\times 2x\times 2x=8x^3$ ⇨ 이차함수가 아니다.

④ $y=\frac{x}{8}$ ⇨ 일차함수

⑤ $y=\frac{1}{2}\times(x+2x)\times x=\frac{3}{2}x^2$ ⇨ 이차함수

**3** $y=(2x+1)^2-x(ax+3)$

$=(4-a)x^2+x+1$

따라서 $x^2$의 계수가 0이 아니어야 하므로

$4-a\neq 0 \qquad \therefore a\neq 4$

**4** $f(x)=3x^2-x+a$에서 $f(-1)=2$이므로

$f(-1)=3\times(-1)^2-(-1)+a=2$

$\therefore a=-2$

따라서 $f(x)=3x^2-x-2$이므로 $f(2)=b$에서

$f(2)=3\times 2^2-2-2=b \qquad \therefore b=8$

$\therefore a+b=-2+8=6$

**5** ④ $y=-ax^2$의 그래프와 $x$축에 서로 대칭이다.

**6** $y=ax^2$의 그래프가 점 $(-2, 3)$을 지나므로

$3=4a \qquad \therefore a=\frac{3}{4}$

$y=\frac{3}{4}x^2$의 그래프가 점 $(3, b)$를 지나므로

$b=\frac{27}{4}$

$\therefore b-a=\frac{27}{4}-\frac{3}{4}=6$

**7** 평행이동한 그래프의 식은 $y=-2x^2+3$

이 그래프가 점 $(1, n)$을 지나므로

$n=-2\times 1^2+3=1$

**8** ㄱ. 꼭짓점의 좌표는 $(0, 7)$이다.

ㅁ. $y=-\frac{7}{4}x^2$의 그래프를 평행이동한 것이다.

**9** $y=(x+2)^2$의 그래프는 아래로 볼록한 포물선이고, 축의 방정식이 $x=-2$이므로 $x<-2$일 때, $x$의 값이 증가하면 $y$의 값은 감소한다.

**10** $x^2$의 계수의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.

$\left|\frac{1}{2}\right|<|-1|<\left|\frac{5}{4}\right|<\left|-\frac{7}{3}\right|<|3|$이므로 그래프의 폭이 가장 좁은 것은 ⑤ $y=3(x+1)^2$이다.

**11** $y=-3x^2$의 그래프를 평행이동한 그래프의 식은

$y=-3(x-a)^2$

이 식이 $y=-3(x+5)^2$과 같아야 하므로 $a=-5$

$y=\frac{1}{3}x^2$의 그래프를 평행이동한 그래프의 식은

$y=\frac{1}{3}x^2+b$

이 식이 $y=\frac{1}{3}x^2+9$와 같아야 하므로 $b=9$

$\therefore a-b=-5-9=-14$

**12** 주어진 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-4, 0)$이므로

$p=-4$

따라서 $y=a(x+4)^2$의 그래프가 점 $(0, 8)$을 지나므로

$8=16a \qquad \therefore a=\frac{1}{2}$

$\therefore ap=\frac{1}{2}\times(-4)=-2$

**13** 각 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하면

① $(2, 0)$

② $(0, 2)$

③ $(-1, 2)$

④ $(1, 2)$

⑤ $(-1, -2)$

**14** $y=-\frac{1}{2}(x+2)^2+1$의 그래프는 위로 볼록하고, 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 1)$인 포물선이다.

**15** ① 아래로 볼록한 포물선이다.

② 축의 방정식은 $x=-4$이다.

③ 꼭짓점의 좌표는 $(-4, -6)$이다.

⑤ $y=3x^2$의 그래프를 $x$축의 방향으로 $-4$만큼, $y$축의 방향으로 $-6$만큼 평행이동한 그래프이다.

**16** 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$에서 $x^2$의 계수 $a$의 값이 같으면 그래프를 평행이동하여 완전히 포갤 수 있다.

각 이차함수의 $x^2$의 계수를 구하면

ㄱ. $-2$ ㄴ. $2$ ㄷ. $-1$ ㄹ. $1$ ㅁ. $-2$

따라서 그래프를 평행이동하여 완전히 포갤 수 있는 것은 ㄱ과 ㅁ이다.

**17** $y=6x^2+4$에 $x$ 대신 $x-p$, $y$ 대신 $y-q$를 대입하면

$y-q=6(x-p)^2+4$

$\therefore y=6(x-p)^2+4+q$

이 식이 $y=6(x-2)^2+\frac{1}{2}$과 같아야 하므로

$p=2,\ 4+q=\frac{1}{2}$에서 $q=-\frac{7}{2}$

$\therefore pq=2\times\left(-\frac{7}{2}\right)=-7$

**18** $y$ 대신 $-y$를 대입하면

$-y=\frac{2}{3}(x-2)^2+1 \qquad \therefore y=-\frac{2}{3}(x-2)^2-1$

이 식에 $x$ 대신 $x+1$, $y$ 대신 $y+3$을 대입하면

$y+3=-\frac{2}{3}(x+1-2)^2-1 \qquad \therefore y=-\frac{2}{3}(x-1)^2-4$

이 그래프가 점 $(4, k)$를 지나므로

$k=-\frac{2}{3}(4-1)^2-4=-10$

**19** 축의 방정식이 $x=2$이므로 $y=a(x-2)^2+q$로 놓자.

이 그래프가 두 점 $(-1, -25)$, $(1, -1)$을 지나므로

$-25=9a+q$ ⋯ ㉠

$-1=a+q$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-3$, $q=2$

$\therefore y=-3(x-2)^2+2$

**20** 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

꼭짓점 $(-p, q)$가 제4사분면 위에 있으므로

$-p>0$, $q<0 \qquad \therefore p<0$, $q<0$

**21** 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$

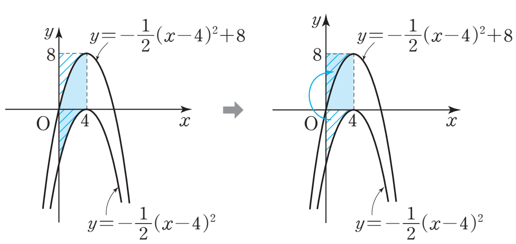
꼭짓점 $(p, q)$가 제2사분면 위에 있으므로 $p<0$, $q>0$

$\therefore aq>0$, $pq<0$

따라서 일차함수 $y=aqx+pq$의 그래프는 오른쪽 위로 향하고, $x$축보다 아래쪽에서 $y$축과 만나는 직선이다.

**22** 두 이차함수의 $x^2$의 계수가 $-\frac{1}{2}$로 같으므로 두 이차함수의 그래프는 평행이동하면 완전히 포개어진다.

따라서 다음 그림에서 빗금 친 부분의 넓이가 같으므로 색칠한 부분의 넓이는 직사각형의 넓이와 같다.




$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=4\times8=32$

**23** $y=-x^2$의 그래프는 $y$축에 대칭이고, 두 점 B, C 사이의 거리가 4이므로 점 C의 $x$좌표는 2이다. ⋯ (i)

즉, 점 C의 $y$좌표는

$y=-2^2=-4$ ⋯ (ii)

따라서 사다리꼴 ABCD는 윗변의 길이가 2, 아랫변의 길이가 4, 높이가 $4-1=3$이므로 ⋯ (iii)

□ABCD$=\frac{1}{2}\times(2+4)\times3=9$ ⋯ (iv)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 점 C의 $x$좌표 구하기 | 30 % |
| (ii) 점 C의 $y$좌표 구하기 | 20 % |
| (iii) 사다리꼴 ABCD의 윗변의 길이, 아랫변의 길이, 높이 구하기 | 20 % |
| (iv) 사다리꼴 ABCD의 넓이 구하기 | 30 % |

**24** 평행이동한 그래프의 식은

$y=-4(x+5)^2+12$ ⋯ (i)

이 그래프가 점 $(k, 8)$을 지나므로

$8=-4(k+5)^2+12$

$(k+5)^2=1$

$k+5=\pm1$

$\therefore k=-6$ 또는 $k=-4$ ⋯ (ii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 평행이동한 그래프의 식 구하기 | 30 % |
| (ii) $k$의 값 구하기 | 70 % |

**25** $y=2(x-2p)^2-3p^2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$(2p, -3p^2)$ ⋯ (i)

이 점이 직선 $y=-\frac{1}{2}x-4$ 위에 있으므로

$-3p^2=-\frac{1}{2}\times2p-4$ ⋯ (ii)

$3p^2-p-4=0$

$(3p-4)(p+1)=0$

$\therefore p=\frac{4}{3}$ 또는 $p=-1$

그런데 $p>0$이므로 $p=\frac{4}{3}$ ⋯ (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표 구하기 | 30 % |
| (ii) $p$에 대한 이차방정식 세우기 | 20 % |
| (iii) $p$의 값 구하기 | 50 % |

**26** 꼭짓점의 좌표가 $(-4, 4)$이므로

$y=a(x+4)^2+4$

$\therefore p=-4$, $q=4$ ⋯ (i)

이 그래프가 원점 $(0, 0)$을 지나므로

$0=16a+4 \qquad \therefore a=-\frac{1}{4}$ ⋯ (ii)

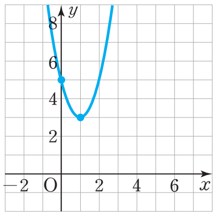
$\therefore apq=-\frac{1}{4}\times(-4)\times4=4$ ⋯ (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $p$, $q$의 값 구하기 | 40 % |
| (ii) $a$의 값 구하기 | 40 % |
| (iii) $apq$의 값 구하기 | 20 % |

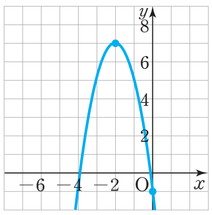
# 01 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프

**P. 122**

**개념 확인** (1) **1, 1, 1, 2, 1, 3, 1, 3, 0, 5**



(2) **4, 4, 4, 8, 2, 7, −2, 7, 0, −1**



**P. 123**

**필수 예제 1** (1) **그래프는 풀이 참조, (2, −1), (0, 3)**

(2) **그래프는 풀이 참조, $\left(\frac{3}{2},\ \frac{9}{2}\right)$, (0, 0)**

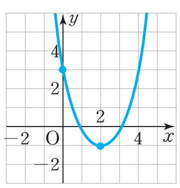
(3) **그래프는 풀이 참조, (1, −1), $\left(0,\ -\frac{1}{2}\right)$**

(4) **그래프는 풀이 참조, (3, 2), (0, −1)**

(1) $y=x^2-4x+3=(x^2-4x+4-4)+3=(x-2)^2-1$

⇨ 꼭짓점의 좌표 : $(2,\ -1)$

$y$축과의 교점의 좌표 : $(0,\ 3)$

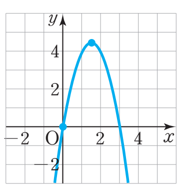


(2) $y=-2x^2+6x=-2\left\{x^2-3x+\left(\frac{-3}{2}\right)^2-\left(\frac{-3}{2}\right)^2\right\}$

$=-2\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{9}{2}$

⇨ 꼭짓점의 좌표 : $\left(\frac{3}{2},\ \frac{9}{2}\right)$

$y$축과의 교점의 좌표 : $(0,\ 0)$

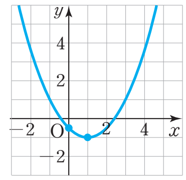


(3) $y=\frac{1}{2}x^2-x-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}(x^2-2x+1-1)-\frac{1}{2}$

$=\frac{1}{2}(x-1)^2-1$

⇨ 꼭짓점의 좌표 : $(1,\ -1)$

$y$축과의 교점의 좌표 : $\left(0,\ -\frac{1}{2}\right)$

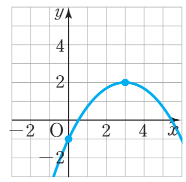


(4) $y=-\frac{1}{3}x^2+2x-1=-\frac{1}{3}(x^2-6x+9-9)-1$

$=-\frac{1}{3}(x-3)^2+2$

⇨ 꼭짓점의 좌표 : $(3,\ 2)$

$y$축과의 교점의 좌표 : $(0,\ -1)$



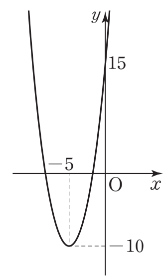
**필수 예제 2** (1) **−5, −10** (2) **0, 15** (3) **4** (4) **감소**

$y=x^2+10x+15$

$=(x^2+10x+25-25)+15$

$=(x+5)^2-10$

의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



(1) 꼭짓점의 좌표는 $(-5,\ -10)$이다.

(2) $y$축과의 교점의 좌표는 $(0,\ 15)$이다.

(3) 제4사분면을 지나지 않는다.

(4) $x<-5$일 때, $x$의 값이 증가하면 $y$의 값은 감소한다.

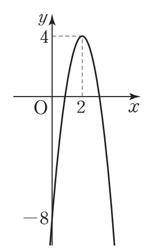
**유제 1** **ㄴ, ㄷ**

$y=-3x^2+12x-8$

$=-3(x^2-4x+4-4)-8$

$=-3(x-2)^2+4$

의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



ㄱ. 위로 볼록하다.

ㄹ. 제1, 3, 4사분면을 지난다.

ㅁ. $x>2$일 때, $x$의 값이 증가하면 $y$의 값은 감소한다.

**필수 예제 3** **(2, 0), (5, 0)**

$y=x^2-7x+10$에 $y=0$을 대입하면

$x^2-7x+10=0$

$(x-2)(x-5)=0$ $\quad\therefore x=2$ 또는 $x=5$

$\therefore (2,\ 0),\ (5,\ 0)$

**유제 2** **(−1, 0), (5, 0)**

$y=-2x^2+8x+10$에 $y=0$을 대입하면

$-2x^2+8x+10=0$

$x^2-4x-5=0$, $(x+1)(x-5)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=5$

$\therefore (-1,\ 0),\ (5,\ 0)$

**P. 124**

**개념 확인** $2,\ 2,\ 2,\ 2,\ 3,\ 1,\ 3x^2+x+2$

**필수 예제 4** $y=x^2-4x+4$

$y=ax^2+bx+c$로 놓으면 그래프가 점 $(0,\ 4)$를 지나므로
$c=4$
이때 $y=ax^2+bx+4$의 그래프가 두 점 $(-1,\ 9)$, $(1,\ 1)$을 지나므로
$9=a-b+4 \quad \therefore a-b=5 \quad \cdots ㉠$
$1=a+b+4 \quad \therefore a+b=-3 \quad \cdots ㉡$
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=1$, $b=-4$
$\therefore y=x^2-4x+4$

**유제 3** (1) $y=2x^2-8x+5$ (2) $y=-x^2+5x-9$

(1) $y=ax^2+bx+c$로 놓으면 그래프가 점 $(0,\ 5)$를 지나므로
$c=5$
이때 $y=ax^2+bx+5$의 그래프가 두 점 $(1,\ -1)$, $(2,\ -3)$을 지나므로
$-1=a+b+5 \quad \therefore a+b=-6 \quad \cdots ㉠$
$-3=4a+2b+5 \quad \therefore 2a+b=-4 \quad \cdots ㉡$
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2$, $b=-8$
$\therefore y=2x^2-8x+5$

(2) $y=ax^2+bx+c$로 놓으면 그래프가 점 $(0,\ -9)$를 지나므로
$c=-9$
이때 $y=ax^2+bx-9$의 그래프가 두 점 $(-1,\ -15)$, $(1,\ -5)$를 지나므로
$-15=a-b-9 \quad \therefore a-b=-6 \quad \cdots ㉠$
$-5=a+b-9 \quad \therefore a+b=4 \quad \cdots ㉡$
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-1$, $b=5$
$\therefore y=-x^2+5x-9$

**필수 예제 5** $y=x^2-5x+4$

$x$축과 두 점 $(1,\ 0)$, $(4,\ 0)$에서 만나므로
$y=a(x-1)(x-4)$로 놓자.
이 그래프가 점 $(3,\ -2)$를 지나므로
$-2=a\times2\times(-1) \quad \therefore a=1$
$\therefore y=(x-1)(x-4)=x^2-5x+4$

**유제 4** (1) $y=2x^2+6x+4$ (2) $y=-2x^2-6x+20$

(1) $x$축과 두 점 $(-2,\ 0)$, $(-1,\ 0)$에서 만나므로
$y=a(x+2)(x+1)$로 놓자.
이 그래프가 점 $(0,\ 4)$를 지나므로
$4=a\times2\times1 \quad \therefore a=2$
$\therefore y=2(x+2)(x+1)=2x^2+6x+4$

(2) 그래프가 두 점 $(-5,\ 0)$, $(2,\ 0)$을 지나므로
$y=a(x+5)(x-2)$로 놓자.
이 그래프가 점 $(1,\ 12)$를 지나므로
$12=a\times6\times(-1) \quad \therefore a=-2$
$\therefore y=-2(x+5)(x-2)=-2x^2-6x+20$

**P. 125**

**개념 확인** (1) 아래, $>$ (2) 왼, $>$, $>$ (3) 위, $>$

**필수 예제 6** (1) $a<0$, $b>0$, $c>0$ (2) $a>0$, $b>0$, $c<0$

(1) 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$
축이 $y$축의 오른쪽에 있으므로 $ab<0 \quad \therefore b>0$
$y$축과의 교점이 $x$축보다 위쪽에 있으므로 $c>0$
(2) 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$
축이 $y$축의 왼쪽에 있으므로 $ab>0 \quad \therefore b>0$
$y$축과의 교점이 $x$축보다 아래쪽에 있으므로 $c<0$

**유제 5** ④

① 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$
② 축이 $y$축의 왼쪽에 있으므로 $ab>0 \quad \therefore b<0$
③ $y$축과의 교점이 $x$축보다 위쪽에 있으므로 $c>0$
④ $x=1$일 때, $y=0$이므로 $a+b+c=0$
⑤ $x=-1$일 때, $y>0$이므로 $a-b+c>0$

**P. 126~127 개념 누르기 한판**

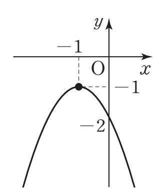
**1** (1) $y=-(x+3)^2-3$, $x=-3$, $(-3,\ -3)$
(2) $y=3(x-1)^2-7$, $x=1$, $(1,\ -7)$
(3) $y=-\frac{1}{4}(x-2)^2+6$, $x=2$, $(2,\ 6)$

**2** ④ **3** $-6$ **4** ②, ④

**5** (1) $A(-1,\ 0)$, $B(1,\ -4)$, $C(3,\ 0)$ (2) 8

**6** $y=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x-1$ **7** ② **8** ②

**2** $y=-x^2-2x-2=-(x+1)^2-1$에서
꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ -1)$,
($x^2$의 계수)$=-1<0$이므로 그래프가 위로 볼록하고, $y$축과의 교점의 좌표는 $(0,\ -2)$이다.
따라서 $y=-x^2-2x-2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.




**3** 평행이동한 그래프의 식은
$y=\frac{1}{3}(x-m)^2+n$
이 식이 $y=\frac{1}{3}x^2+2x+5$와 같아야 한다. 이때

$$y=\frac{1}{3}x^2+2x+5$$
$$=\frac{1}{3}(x^2+6x+9-9)+5$$
$$=\frac{1}{3}(x+3)^2+2$$

따라서 $m=-3$, $n=2$이므로
$mn=-3\times2=-6$

**4** $y=-\frac{1}{2}x^2-5x+\frac{5}{2}$

$=-\frac{1}{2}(x^2+10x+25-25)+\frac{5}{2}$

$=-\frac{1}{2}(x+5)^2+15$

② 꼭짓점의 좌표는 $(-5, 15)$이다.

④ $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 $x$축의 방향으로 $-5$만큼, $y$축의 방향으로 15만큼 평행이동한 그래프이다.

**5** (1) $y=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$이므로

꼭짓점의 좌표는 $(1, -4)$ $\quad \therefore$ B$(1, -4)$

또 두 점 A, C는 그래프와 $x$축의 교점이므로

$y=x^2-2x-3$에 $y=0$을 대입하면

$x^2-2x-3=0$

$(x+1)(x-3)=0 \quad \therefore x=-1$ 또는 $x=3$

$\therefore$ A$(-1, 0)$, C$(3, 0)$

(2) $\triangle$ABC는 밑변의 길이가 $3-(-1)=4$이고, 높이가 4이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\times4=8$

**6** 그래프가 $x$축 위의 두 점 $(-1, 0)$, $(3, 0)$을 지나므로

$y=a(x+1)(x-3)$으로 놓자.

이 그래프가 점 $(0, -1)$을 지나므로

$-1=a\times1\times(-3) \quad \therefore a=\frac{1}{3}$

$\therefore y=\frac{1}{3}(x+1)(x-3)=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x-1$

다른 풀이

$y=ax^2+bx+c$로 놓으면 그래프가 점 $(0, -1)$을 지나므로

$c=-1$

이때 $y=ax^2+bx-1$의 그래프가 두 점 $(-1, 0)$, $(3, 0)$을 지나므로

$0=a-b-1 \quad \therefore a-b=1 \quad \cdots ㉠$

$0=9a+3b-1 \quad \therefore 9a+3b=1 \quad \cdots ㉡$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=\frac{1}{3}$, $b=-\frac{2}{3}$

$\therefore y=\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x-1$

**7** 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

축이 $y$축의 오른쪽에 있으므로 $ab<0 \quad \therefore b>0$

$y$축과의 교점이 $x$축의 위쪽에 있으므로 $c>0$

ㄱ. $bc>0$

ㄴ. $ac<0$

ㄷ. $x=1$일 때, $y>0$이므로 $a+b+c>0$

ㄹ. $x=-2$일 때, $y<0$이므로 $4a-2b+c<0$

**8** $y=ax+b$의 그래프에서 $a>0$, $b>0$

$y=x^2+ax+b$의 그래프는

($x^2$의 계수)$=1>0$이므로 아래로 볼록하다.

또 $1\times a>0$이므로 축이 $y$축의 왼쪽에 있고,

$b>0$이므로 $y$축과의 교점이 $x$축보다 위쪽에 있다.

## 02 이차함수의 최댓값과 최솟값



**P. 128**

**개념 확인** (1) 최댓값 **1**, 최솟값은 없다.

(2) 최솟값 **2**, 최댓값은 없다.

(3) 최댓값 **0**, 최솟값은 없다.

**필수 예제 1** (1) $x=2$에서 최솟값은 $-5$이고, 최댓값은 없다.

(2) $x=-4$에서 최댓값은 $6$이고, 최솟값은 없다.

(1) $y=2x^2-8x+3=2(x^2-4x+4-4)+3$

$=2(x-2)^2-5$

따라서 $x=2$에서 최솟값은 $-5$이고, 최댓값은 없다.

(2) $y=-x^2-8x-10=-(x^2+8x+16-16)-10$

$=-(x+4)^2+6$

따라서 $x=-4$에서 최댓값은 6이고, 최솟값은 없다.

**유제 1** (1) $x=-1$에서 최솟값은 $-3$이고, 최댓값은 없다.

(2) $x=1$에서 최솟값은 $0$이고, 최댓값은 없다.

(3) $x=-1$에서 최댓값은 $5$이고, 최솟값은 없다.

(2) $y=7x^2-14x+7=7(x^2-2x+1-1)+7$

$=7(x-1)^2$

따라서 $x=1$에서 최솟값은 0이고, 최댓값은 없다.

(3) $y=-3x^2-6x+2=-3(x^2+2x+1-1)+2$

$=-3(x+1)^2+5$

따라서 $x=-1$에서 최댓값은 5이고, 최솟값은 없다.

**필수 예제 2** $-2$

$y=x^2+4x-m$

$=(x^2+4x+4-4)-m$

$=(x+2)^2-4-m$

즉, $x=-2$에서 최솟값은 $-4-m$이다.

그런데 최솟값이 $-2$이므로

$-4-m=-2 \quad \therefore m=-2$

**유제 2** 6

$y=-\frac{1}{4}x^2-2x+1+k$

$=-\frac{1}{4}(x^2+8x+16-16)+1+k$

$=-\frac{1}{4}(x+4)^2+5+k$

즉, $x=-4$에서 최댓값은 $5+k$이다.

그런데 최댓값이 11이므로

$5+k=11 \quad \therefore k=6$

**P. 129**

**필수 예제 3** 8

$x=2$에서 최솟값이 $-6$이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2, -6)$

이때 $x^2$의 계수가 $\frac{1}{2}$이므로

$y=\frac{1}{2}(x-2)^2-6=\frac{1}{2}x^2-2x-4$
따라서 $b=-2$, $c=-4$이므로
$bc=-2\times(-4)=8$

**유제 3** **7**

$x=-1$에서 최댓값이 1이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 1)$
또 $y=-4x^2$의 그래프와 모양과 폭이 같으므로 $x^2$의 계수는 $-4$이다.
$\therefore y=-4(x+1)^2+1=-4x^2-8x-3$
따라서 $a=-4$, $b=-8$, $c=-3$이므로
$a-b-c=-4-(-8)-(-3)=7$

**유제 4** **7**

축의 방정식이 $x=-3$이고, 최솟값이 $-4$이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-3, -4)$
이때 $x^2$의 계수가 $a$이므로
$y=a(x+3)^2-4=ax^2+6ax+9a-4$
따라서 $b=6a$, $5=9a-4$에서 $a=1$, $b=6$
$\therefore a+b=1+6=7$

**필수 예제 4** **$-15$**

$y=-x^2-2mx-6m-6$
$=-(x^2+2mx+m^2-m^2)-6m-6$
$=-(x+m)^2+m^2-6m-6$
$\therefore M=m^2-6m-6$
$=(m^2-6m+9-9)-6$
$=(m-3)^2-15$
따라서 $M$은 $m=3$에서 최솟값이 $-15$이다.

**유제 5** **$\frac{1}{4}$**

$y=x^2+2kx+k$
$=(x^2+2kx+k^2-k^2)+k$
$=(x+k)^2-k^2+k$
$\therefore m=-k^2+k$
$=-\left(k^2-k+\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\right)$
$=-\left(k-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{4}$
따라서 $m$은 $k=\frac{1}{2}$에서 최댓값이 $\frac{1}{4}$이다.

**P. 130 개념 누르기 한판**

**1** ④ **2** ④ **3** $-3$ **4** $\frac{1}{4}$
**5** $y=-3x^2-6x-1$ **6** 6

**1** 최댓값이 존재하는 이차함수의 그래프는 위로 볼록해야 하므로 $x^2$의 계수가 음수인 것을 찾으면 ④이다.

**2** ① $y=4x^2+4x+5$
$=4\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+4$
따라서 $x=-\frac{1}{2}$에서 최솟값은 4이고, 최댓값은 없다.
② $y=-2x^2-4x-1$
$=-2(x+1)^2+1$
따라서 $x=-1$에서 최댓값은 1이고, 최솟값은 없다.
③ $y=\frac{1}{2}x^2-4x-1$
$=\frac{1}{2}(x-4)^2-9$
따라서 $x=4$에서 최솟값은 $-9$이고, 최댓값은 없다.
④ $y=-3x^2-6x+3$
$=-3(x+1)^2+6$
따라서 $x=-1$에서 최댓값은 6이고, 최솟값은 없다.
⑤ $y=-\frac{2}{3}x^2+6x-1$
$=-\frac{2}{3}\left(x-\frac{9}{2}\right)^2+\frac{25}{2}$
따라서 $x=\frac{9}{2}$에서 최댓값은 $\frac{25}{2}$이고, 최솟값은 없다.

**3** $y=3x^2+4$에 $x$ 대신 $x-1$, $y$ 대신 $y+7$을 대입하면
$y+7=3(x-1)^2+4$
$\therefore y=3(x-1)^2-3$
따라서 $x=1$에서 최솟값은 $-3$이다.

**4** $y=-\frac{1}{3}x^2+4kx+k$
$=-\frac{1}{3}(x^2-12kx+36k^2-36k^2)+k$
$=-\frac{1}{3}(x-6k)^2+12k^2+k$
즉, $x=6k$에서 최댓값은 $12k^2+k$이다.
그런데 최댓값이 1이므로
$12k^2+k=1$, $12k^2+k-1=0$
$(4k-1)(3k+1)=0$ $\therefore k=\frac{1}{4}$ 또는 $k=-\frac{1}{3}$
그런데 $k>0$이므로 $k=\frac{1}{4}$

**5** $x=-1$에서 최댓값이 2이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 2)$
또 그래프를 평행이동하면 $y=-3x^2-7x-2$의 그래프와 완전히 포개어지므로 $x^2$의 계수는 $-3$이다.
$\therefore y=-3(x+1)^2+2=-3x^2-6x-1$

**6** $y=x^2-4kx+8k+1$
$=(x^2-4kx+4k^2-4k^2)+8k+1$
$=(x-2k)^2-4k^2+8k+1$
$\therefore m=-4k^2+8k+1$
$=-4(k^2-2k+1-1)+1$
$=-4(k-1)^2+5$
따라서 $m$은 $k=1$에서 최댓값이 5이므로 구하는 합은
$5+1=6$

**P. 131**

**필수 예제 5** 2

직사각형의 넓이를 $y\,\text{cm}^2$라 하면

$y=(8+2x)(8-x)=-2x^2+8x+64$

$=-2(x-2)^2+72$

즉, $x=2$에서 최댓값은 72이다.

따라서 이 직사각형의 넓이가 최대일 때의 $x$의 값은 2이다.

**유제 6** (1) $25\,\text{cm}^2$ (2) 5 cm, 5 cm

직사각형의 둘레의 길이가 20 cm이므로 가로와 세로의 길이의 합은 10 cm이고, 세로의 길이가 $x$ cm이므로 가로의 길이는 $(10-x)$ cm이다.

이때 이 직사각형의 넓이를 $y\,\text{cm}^2$라 하면

$y=x(10-x)=-x^2+10x$

$=-(x-5)^2+25$

즉, $x=5$에서 최댓값은 25이다.

(1) 이 직사각형의 넓이의 최댓값은 $25\,\text{cm}^2$이다.

(2) $x=5$일 때, 넓이가 최대이므로 그때의 세로의 길이는 5 cm, 가로의 길이는 $10-5=5$ (cm)이다.

**필수 예제 6** (1) 45 m (2) 6초 후

(1) $y=30x-5x^2=-5(x-3)^2+45$

즉, $x=3$에서 최댓값은 45이다.

따라서 이 공의 최고 높이는 45 m이다.

(2) 이 공이 다시 지면에 떨어지는 때는 $y=0$일 때이므로

$0=30x-5x^2$, $x^2-6x=0$

$x(x-6)=0 \quad \therefore x=0$ 또는 $x=6$

그런데 $x>0$이므로 $x=6$

따라서 이 공은 쏘아 올린 지 6초 후에 다시 지면에 떨어진다.

**유제 7** (1) 500개 (2) 2000만 원

이익금을 $y$만 원이라 하면

$y=-\frac{1}{100}x^2+10x-500=-\frac{1}{100}(x-500)^2+2000$

즉, $x=500$에서 최댓값은 2000이다.

(1) 하루 이익금을 최대로 하려면 500개의 제품을 생산해야 한다.

(2) 하루 이익금은 최대 2000만 원이다.

**P. 132 개념 누르기 한판**

**1** 100, 10, 10 **2** $128\,\text{cm}^2$ **3** $450\,\text{m}^2$ **4** 2초

**5** (1) $(1000-x)$원, $(400+2x)$개

(2) $y=-2x^2+1600x+400000$

(3) 720000원, 600원

**1** 한 수를 $x$라 하면 다른 한 수는 $20-x$이므로

$y=x(20-x)=-x^2+20x$

$=-(x-10)^2+100$

즉, $x=10$에서 최댓값은 100이다.

따라서 두 수의 곱의 최댓값은 100이고, 그때의 두 수는 10, 10이다.

**2** 밑변의 길이를 $x$ cm라 하면 높이는 $(32-x)$ cm이므로

이때 삼각형의 넓이를 $y\,\text{cm}^2$라 하면

$y=\frac{1}{2}x(32-x)=-\frac{1}{2}x^2+16x$

$=-\frac{1}{2}(x-16)^2+128$

즉, $x=16$에서 최댓값은 128이다.

따라서 이 삼각형의 넓이의 최댓값은 $128\,\text{cm}^2$이다.

**3** 닭장의 세로의 길이를 $x$ m라 하면 가로의 길이는 $(60-2x)$ m이므로

닭장의 넓이를 $y\,\text{m}^2$라 하면

$y=x(60-2x)=-2x^2+60x$

$=-2(x-15)^2+450$

즉, $x=15$에서 최댓값은 450이다.

따라서 이 닭장의 최대 넓이는 $450\,\text{m}^2$이다.

**4** $y=-5x^2+20x+10$

$=-5(x-2)^2+30$

즉, $x=2$에서 최댓값은 30이다.

따라서 이 물체가 최고 높이에 도달하는 데 걸리는 시간은 2초이다.

**5** (1) 한 개에 1000원인 떡의 가격을 $x$원 내리면 $(1000-x)$원이고, 그때의 하루 판매량은 $(400+2x)$개이다.

(2) $y=(1000-x)(400+2x)$

$=-2x^2+1600x+400000$

(3) $y=-2x^2+1600x+400000$

$=-2(x-400)^2+720000$

즉, $x=400$에서 최댓값은 720000이다.

따라서 하루 총 판매 금액의 최댓값은 720000원이고,

그때의 떡 한 개의 가격은

$1000-x=1000-400=600$(원)

**P. 133~136 단원 마무리**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **1** ⑤ | **2** ③ | **3** ④ | **4** ③ | **5** ④ |
| **6** ② | **7** ③ | **8** $-17$ | **9** ④ | **10** ② |
| **11** ⑤ | **12** ④ | **13** ③ | **14** 4 | **15** ② |
| **16** ④ | **17** ③ | **18** ③ | **19** ④ | **20** 9 |
| **21** ③ | **22** ③ | | | |

**23** $y=\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x+2$, 과정은 풀이 참조

**24** 6, 과정은 풀이 참조

**25** $a\geq\frac{3}{4}$, 과정은 풀이 참조

**26** 과정은 풀이 참조 (1) $-a^2+2a$ (2) 1, (1, 2)

**1** $y=-\frac{2}{5}x^2-4x=-\frac{2}{5}(x+5)^2+10$

따라서 $a=-\frac{2}{5}$, $p=-5$, $q=10$이므로

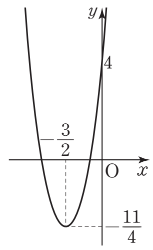
$apq=-\frac{2}{5}\times(-5)\times10=20$

**2** $y=3x^2+9x+4$

$=3\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{11}{4}$

이므로 그 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 제4사분면을 지나지 않는다.




**3** $y=-2x^2+4x-5=-2(x-1)^2-3$

① 직선 $x=1$을 축으로 한다.

② 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ -3)$이다.

③ $y$축과 만나는 점의 좌표는 $(0,\ -5)$이다.

④ $y$ 대신 $-y$를 대입하면

$-y=-2x^2+4x-5$ $\therefore y=2x^2-4x+5$

⑤ $y=-2x^2$의 그래프를 $x$축의 방향으로 1만큼, $y$축의 방향으로 $-3$만큼 평행이동한 그래프이다.

**4** $y=4x^2-ax+8$의 그래프가 점 $(1,\ 4)$를 지나므로

$4=4-a+8$ $\therefore a=8$

$\therefore y=4x^2-8x+8=4(x-1)^2+4$

따라서 축의 방정식은 $x=1$이다.

**5** $y=-x^2+ax+b$의 그래프가 점 $(0,\ 5)$를 지나므로 $b=5$

이때 $y=-x^2+ax+5$의 그래프가 점 $(5,\ 0)$을 지나므로

$0=-25+5a+5$ $\therefore a=4$

$\therefore y=-x^2+4x+5=-(x-2)^2+9$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ 9)$이다.

**6** $y=2x^2-4x+a=2(x-1)^2+a-2$이므로

꼭짓점의 좌표는 $(1,\ a-2)$

$y=-3x^2+6x+3a=-3(x-1)^2+3a+3$이므로

꼭짓점의 좌표는 $(1,\ 3a+3)$

이때 두 그래프의 꼭짓점이 일치하므로

$a-2=3a+3$ $\therefore a=-\frac{5}{2}$

**7** $y=\frac{1}{4}x^2-x-8$에 $y=0$을 대입하면

$\frac{1}{4}x^2-x-8=0,\ x^2-4x-32=0$

$(x+4)(x-8)=0$ $\therefore x=-4$ 또는 $x=8$

즉, $\mathrm{A}(-4,\ 0)$, $\mathrm{B}(8,\ 0)$ 또는 $\mathrm{A}(8,\ 0)$, $\mathrm{B}(-4,\ 0)$이므로

$\overline{\mathrm{AB}}=12$

**8** $y=2x^2-8x+1=2(x-2)^2-7$

이 식에 $x$ 대신 $x-1$, $y$ 대신 $y+4$를 대입하면

$y+4=2(x-1-2)^2-7$

$\therefore y=2(x-3)^2-11$

$=2x^2-12x+7$

따라서 $a=2$, $b=-12$, $c=7$이므로

$a+b-c=2+(-12)-7=-17$

**9** $x$축과 두 점 $(-2,\ 0)$, $(3,\ 0)$에서 만나므로

$y=a(x+2)(x-3)$으로 놓자.

이 그래프가 점 $(0,\ 3)$을 지나므로

$3=a\times2\times(-3)$ $\therefore a=-\frac{1}{2}$

$\therefore y=-\frac{1}{2}(x+2)(x-3)=-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x+3$

**10** 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$

축이 $y$축의 오른쪽에 있으므로 $ab<0$ $\therefore b<0$

$y$축과의 교점이 $x$축보다 아래쪽에 있으므로 $c<0$

ㄷ. $b<0$, $c<0$이므로 $b+c<0$

ㄹ. $x=1$일 때, $y<0$이므로 $a+b+c<0$

ㅁ. $x=-1$일 때, $y=0$이므로 $a-b+c=0$

ㅂ. $x=-2$일 때, $y>0$이므로 $4a-2b+c>0$

**11** $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

축이 $y$축의 오른쪽에 있으므로 $ab<0$ $\therefore b>0$

$y$축과의 교점이 $x$축보다 아래쪽에 있으므로 $c<0$

따라서 $y=bx^2+cx+a$의 그래프는

$b>0$이므로 아래로 볼록하고,

$bc<0$이므로 축이 $y$축의 오른쪽에 있으며,

$a<0$이므로 $y$축과의 교점이 $x$축보다 아래쪽에 있다.

따라서 $y=bx^2+cx+a$의 그래프로 적당한 것은 ⑤이다.

**12** ($x^2$의 계수)$>0$이면 최솟값을 가진다.

② 최솟값은 0이다.

③ 최솟값은 1이다.

④ $y=x^2+2x=(x+1)^2-1$ ⇨ 최솟값은 $-1$이다.

**13** $y=2x^2-12x=2(x-3)^2-18$이므로

$m=-18$

$y=-\frac{1}{3}x^2+4x-3=-\frac{1}{3}(x-6)^2+9$이므로

$M=9$

$\therefore m+M=-18+9=-9$

**14** $y=-x^2-6x+3$의 그래프를 평행이동하면 완전히 포개어지므로 $x^2$의 계수는 $-1$이다.

이때 축의 방정식이 $x=1$이므로

$y=-(x-1)^2+q$로 놓자.

이 그래프가 점 $(0,\ 3)$을 지나므로

$3=-1+q$ $\therefore q=4$

따라서 $y=-(x-1)^2+4$이므로 $x=1$에서 최댓값은 4이다.

**15** $y=-3x^2+18x+a$

$=-3(x-3)^2+27+a$

즉, $x=3$에서 최댓값이 $27+a$이다.

그런데 최댓값이 25이므로

$27+a=25 \qquad \therefore a=-2$

**16** $x=0$에서 최댓값이 $-1$이므로 꼭짓점의 좌표는 $(0, -1)$

$y=ax^2-1$로 놓으면 그래프가 점 $(2, -3)$을 지나므로

$-3=4a-1 \qquad \therefore a=-\frac{1}{2}$

$\therefore y=-\frac{1}{2}x^2-1$

**17** $y=-2x^2-4kx+k$

$=-2(x^2+2kx+k^2-k^2)+k$

$=-2(x+k)^2+2k^2+k$

$\therefore M=2k^2+k$

$=2\left(k^2+\frac{1}{2}k+\frac{1}{16}-\frac{1}{16}\right)$

$=2\left(k+\frac{1}{4}\right)^2-\frac{1}{8}$

따라서 $M$은 $k=-\frac{1}{4}$에서 최솟값이 $-\frac{1}{8}$이다.

**18** 한 수를 $x$라 하면 다른 한 수는 $x+4$이고,

두 수의 곱을 $y$라 하면

$y=x(x+4)$

$=x^2+4x$

$=(x+2)^2-4$

즉, $x=-2$에서 최솟값은 $-4$이다.

따라서 곱이 최소가 되는 두 수는 $-2$, $-2+4=2$이므로 구하는 큰 수는 2이다.

**19** 직사각형의 가로의 길이를 $x$ cm라 하면 세로의 길이는 $(24-x)$ cm이다.

직사각형의 넓이를 $y\,\text{cm}^2$라 하면

$y=x(24-x)$

$=-x^2+24x$

$=-(x-12)^2+144$

즉, $x=12$에서 최댓값은 144이다.

따라서 직사각형의 넓이의 최댓값은 $144\,\text{cm}^2$이다.

**20** 단면의 세로의 길이가 $x$ cm이므로 가로의 길이는 $(36-2x)$ cm이다.

단면의 넓이를 $y\,\text{cm}^2$라 하면

$y=x(36-2x)$

$=-2x^2+36x$

$=-2(x-9)^2+162$

즉, $x=9$에서 최댓값은 162이다.

따라서 단면의 넓이가 최대가 되도록 하는 $x$의 값은 9이다.

**21** $h=-5t^2+40t=-5(t-4)^2+80$

즉, $t=4$에서 최댓값은 80이다.

따라서 로켓이 가장 높이 올라갔을 때의 높이는 80 m이다.

**22** 점 P의 $x$좌표를 $k$라 하면 점 P는 $y=x^2+3$의 그래프 위의 점이므로

$\mathrm{P}(k, k^2+3)$

점 Q는 점 P와 $x$좌표가 같고, 직선 $y=x$ 위의 점이므로

$\mathrm{Q}(k, k)$

$\therefore \overline{\mathrm{PQ}}=k^2+3-k$

$=\left(k-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{11}{4}$

즉, $k=\frac{1}{2}$에서 최솟값은 $\frac{11}{4}$이다.

따라서 $\overline{\mathrm{PQ}}$의 길이의 최솟값은 $\frac{11}{4}$이다.

**23** $y=ax^2+bx+c$로 놓으면 그래프가 점 $(0, 2)$를 지나므로

$c=2$ … (i)

이때 $y=ax^2+bx+2$의 그래프가 두 점 $(-1, 3)$, $(3, 5)$를 지나므로

$3=a-b+2 \qquad \therefore a-b=1$ … ㉠

$5=9a+3b+2 \qquad \therefore 3a+b=1$ … ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=\frac{1}{2}$, $b=-\frac{1}{2}$ … (ii)

$\therefore y=\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x+2$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 상수항 구하기 | 20 % |
| (ii) $x^2$의 계수와 $x$의 계수 구하기 | 60 % |
| (iii) 이차함수의 식 구하기 | 20 % |

**24** 꼭짓점의 좌표가 $(1, 4)$이므로 $y=a(x-1)^2+4$로 놓자.

이 그래프가 점 $(0, 3)$을 지나므로

$3=a+4 \qquad \therefore a=-1$

즉, $y=-(x-1)^2+4=-x^2+2x+3$ … (i)

이 식에 $y=0$을 대입하면

$0=-x^2+2x+3$

$x^2-2x-3=0$, $(x+1)(x-3)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=3$

따라서 $x$축과의 교점의 좌표는 각각

$(-1, 0)$, $(3, 0)$ … (ii)

$\therefore$ (삼각형의 넓이)$=\frac{1}{2}\times4\times3=6$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 주어진 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식 구하기 | 40 % |
| (ii) $x$축과의 교점의 좌표 구하기 | 40 % |
| (iii) 삼각형의 넓이 구하기 | 20 % |

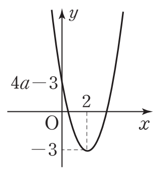
**25** $x=2$에서 최솟값이 $-3$이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ -3)$

$x^2$의 계수가 $a$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2-3$으로 놓자. … (i)

이 이차함수가 최솟값을 가지므로

$a>0$ … ㉠ … (ii)

또 그래프가 제3사분면을 지나지 않으므로 ($y$축과의 교점의 $y$좌표)$\geq 0$이어야 한다.




$y=a(x-2)^2-3$에 $x=0$을 대입하면

$y=4a-3$

즉, $4a-3\geq 0$ $\quad\therefore a\geq\frac{3}{4}$ … ㉡

따라서 ㉠, ㉡에서 $a\geq\frac{3}{4}$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 놓기 | 20 % |
| (ii) $a$의 부호 판별하기 | 30 % |
| (iii) $a$의 값의 범위 구하기 | 50 % |

**26** (1) 점 P는 직선 $y=-2x+4$ 위의 점이므로

$\mathrm{P}(a,\ -2a+4)$ … (i)

$\therefore \triangle\mathrm{POQ}=\frac{1}{2}\times a\times(-2a+4)$

$=-a^2+2a$ … (ii)

(2) $\triangle\mathrm{POQ}=-a^2+2a$

$=-(a^2-2a+1-1)$

$=-(a-1)^2+1$

즉, $a=1$에서 최댓값은 1이다.

따라서 △POQ의 넓이의 최댓값은 1이고, … (iii)

그때의 점 P의 좌표는 $(1,\ 2)$이다. … (iv)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 점 P의 좌표를 $a$에 관한 식으로 나타내기 | 10 % |
| (ii) △POQ의 넓이를 $a$에 관한 식으로 나타내기 | 30 % |
| (iii) △POQ의 넓이의 최댓값 구하기 | 30 % |
| (iv) △POQ의 넓이가 최대일 때의 점 P의 좌표 구하기 | 30 % |

MEMO

MEMO

정답만 모아

# 스피드 체크

## I 제곱근과 실수

### 유형 1~23 P. 6~18

**1** ① ⑤ **2** ④ **3** ④ **4** ⑤

**5** (1) $-25$ (2) $-4$ **6** ③ **7** ②, ③ **8** ⑤

**9** ③ **10** ④ **11** ④ **12** 8 **13** $\sqrt{3^2}$

**14** ② **15** $-\frac{3}{2}$ **16** ⑤ **17** 19 **18** ⑤

**19** ① **20** $4a+2b$ **21** ③

**22** (1) 1 (2) 2 (3) $2a$ **23** ① **24** $4a-b$

**25** ③ **26** ③ **27** ② **28** ④ **29** ②

**30** ② **31** ① **32** 15

**33** 100, 과정은 풀이 참조 **34** 21 **35** ⑤

**36** 80 **37** ③ **38** ⑤ **39** ②, ⑤ **40** ⑤

**41** ② **42** 30 **43** ③

**44** 1, 과정은 풀이 참조 **45** 3 **46** ②

**47** ⑤ **48** 45 **49** ② **50** ③

**51** 2, 과정은 풀이 참조 **52** ④ **53** ⑤

**54** ③ **55** ④ **56** ② **57** ⑤ **58** ③, ④

**59** ② **60** ③ **61** (1) $\sqrt{2}$ (2) $\sqrt{2}$

**62** $A(1-\sqrt{2})$, $B(1+\sqrt{2})$, $C(5-\sqrt{2})$, $D(4+\sqrt{2})$

**63** ③ **64** ②, ⑤ **65** $1-\sqrt{5}$, $1+\sqrt{5}$

**66** 14

**67** $A(-\sqrt{5})$, $B(5-\sqrt{13})$, $C(\sqrt{5})$, $D(5+\sqrt{13})$

**68** ② **69** ㄱ, ㄴ, ㄷ **70** ② **71** ④

**72** ③ **73** ② **74** ④ **75** ③ **76** ②

**77** ① **78** $c<a<b$, 과정은 풀이 참조

**79** $2-\sqrt{5}$, $\sqrt{6}-\sqrt{5}$, $\sqrt{6}+1$ **80** ③

**81** (1) $\sqrt{2}-3$ (2) $8-\sqrt{3}$ (3) $\sqrt{5}$

**82** $\sqrt{7}$, 과정은 풀이 참조 **83** 14 **84** ②

**85** ④

### 단원 마무리 P. 19~21

**1** ⑤ **2** 6, 과정은 풀이 참조 **3** ②

**4** ㄱ, ㄹ **5** ② **6** ③ **7** 9 **8** ④

**9** ㄴ, ㄷ **10** ④ **11** ④ **12** $8+\sqrt{3}$ **13** ③

**14** $a-2b$, 과정은 풀이 참조 **15** ④ **16** ④

**17** ① **18** ⑤ **19** 19, 과정은 풀이 참조

**20** ② **21** $-b$ **22** ④ **23** 22

## II 근호를 포함한 식의 계산

### 유형 1~23 P. 24~38

**1** ⑤ **2** ② **3** ④ **4** $-20\sqrt{6}$

**5** ④ **6** ⑤ **7** 16 **8** $\sqrt{3}$ **9** ⑤

**10** 91 **11** ② **12** ⑤ **13** ㄱ, ㄴ, ㄹ

**14** ③ **15** $\sqrt{0.12}$, $\sqrt{\frac{3}{49}}$, $\frac{\sqrt{3}}{9}$ **16** 2

**17** ② **18** ④ **19** ③ **20** $a=10$, $b=\frac{2}{5}$

**21** ② **22** ③ **23** 2, 과정을 풀이 참조

**24** 15배 **25** $5\sqrt{3}$ **26** ② **27** $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ **28** ③

**29** ③ **30** ④, ⑤ **31** $\frac{12}{5}$ **32** ④ **33** ②

**34** $\frac{7\sqrt{2}}{2}$ cm, 과정은 풀이 참조 **35** $12\sqrt{15}\ \text{cm}^2$

**36** ③ **37** $16\sqrt{3}\pi$ cm **38** $150\sqrt{10}\pi\ \text{cm}^3$

**39** 4.351 **40** 1040 **41** (1) 23.71 (2) 0.06557

**42** ④ **43** ㄴ, ㄹ **44** ②

**45** (1) 79.38 (2) 0.7746 **46** ③ **47** ⑤

**48** ⑤ **49** $\frac{1}{5}$ **50** 4 **51** $\sqrt{15}$ **52** $5-\sqrt{2}$

**53** ① **54** ② **55** (1) $3\sqrt{7}$ (2) $-2\sqrt{2}+2\sqrt{3}$

**56** (1) 5 (2) 7 **57** 2, 과정은 풀이 참조

**58** (1) $\frac{12\sqrt{5}}{5}$ (2) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (3) $10\sqrt{2}-3$ (4) $\sqrt{3}-3\sqrt{2}$

**59** (1) 4 (2) $-\frac{11}{4}$ **60** ④ **61** ⑤

**62** (1) $8+\sqrt{6}$ (2) 2 (3) $6-2\sqrt{2}$ (4) $-9$

**63** ⑤ **64** $-8$ **65** ④ **66** $\frac{2\sqrt{5}-5}{3}$

**67** $-\frac{11\sqrt{6}}{6}$, 과정은 풀이 참조 **68** ②

**69** $2\sqrt{6}-5\sqrt{2}$ **70** ② **71** $\frac{32\sqrt{3}}{3}-\frac{7\sqrt{5}}{2}$

**72** $\frac{5\sqrt{6}}{2}\ \text{cm}^2$ **73** $10\sqrt{3}$, 과정은 풀이 참조

**74** $(24+6\sqrt{35})\ \text{cm}^2$ **75** ⑤

**76** $36\sqrt{3}\ \text{cm}^3$ **77** ② **78** $1-2\sqrt{2}$

**79** ⑤ **80** $2\sqrt{5}$ **81** ④ **82** ③

**83** $5-\sqrt{5}$, $3\sqrt{3}-\sqrt{5}$, $\sqrt{27}-2$, 과정은 풀이 참조

**84** ② **85** $30+7\sqrt{2}$ **86** ③ **87** 1

**88** ② **89** 3, 과정은 풀이 참조 **90** $-4$

**91** ⑤ **92** (1) $\sqrt{10}-2\sqrt{2}$ (2) $3\sqrt{5}+2\sqrt{10}$

**93** ④ **94** $-2-5\sqrt{3}$ **95** 5 **96** 10

**97** $10+5\sqrt{3}$, 과정은 풀이 참조 **98** ④

## 정답만 모아 스피드 체크

99 $\frac{4\sqrt{2}}{3}+\frac{2\sqrt{5}}{3}$　100 ④
101 $4\sqrt{10}$, 과정은 풀이 참조　102 16　103 $\frac{14}{3}$
104 ③　105 $\sqrt{2}-1$

### 단원 마무리　P. 39~41

1 ④　2 ③　3 ⑤　4 ④
5 $-3\sqrt{2}$　6 ⑤　7 ①
8 1, 과정은 풀이 참조　9 3　10 ④
11 ②　12 $-1$, 과정은 풀이 참조　13 ②
14 ⑤　15 ①, ④　16 $\sqrt{2}-1$, 과정은 풀이 참조
17 ④　18 $-\frac{2}{3}$　19 ③　20 $\frac{\sqrt{2}}{4}$cm
21 $\frac{\sqrt{6}-2}{2}$　22 $\sqrt{2}+1$

# III 인수분해

### 유형 1~21　P. 44~57

1 ③　2 ④　3 ①　4 ④
5 ④　6 ㄱ, ㄹ
7 (1) $(2a-b)(x+y)$　(2) $(a-3b)(x+2)$
8 ⑤　9 ⑤　10 ④　11 ①
12 (1) 25　(2) $\frac{1}{4}$　(3) $\pm6$　(4) $\pm\frac{2}{3}$　13 1
14 ②　15 4　16 ③　17 ④
18 ④　19 ①, ⑤　20 $14x$　21 ①
22 ③　23 $-2(3a+2b)(3a-2b)$
24 $3x^2y^2(x+2y)(x-2y)$, 과정은 풀이 참조
25 ㄱ, ㄹ, ㅂ　26 ④
27 (1) $(x+2)(x+3)$　(2) $(y-3)(y+5)$
(3) $(x-y)(x+4y)$　(4) $a(b-3)(b-9)$
28 ④　29 ②　30 ②　31 ②
32 $(x-2)(x-3)$, 과정은 풀이 참조
33 (1) $(3x+4)(x+2)$　(2) $(x+2y)(2x-5y)$
(3) $a(2x-1)(x-3)$　(4) $2(2x-3)(3x+5)$
34 ②, ⑤　35 ⑤　36 $5x+1$, 과정은 풀이 참조
37 ①　38 ②　39 $a=3$, $b=4$
40 ①, ④　41 ②　42 ②, ⑤　43 ①
44 6, 과정은 풀이 참조　45 ④　46 ③
47 ⑤　48 ③　49 ②　50 ⑤
51 ④　52 ②　53 ④　54 5
55 $(a+1)^2$　56 $(5+a+b)(5-a-b)$　57 ①
58 ②　59 ①　60 $a=4$, $b=-1$
61 21　62 $-2(x+4y)(3x-2y)$　63 ①
64 $(x^2+3x+7)(x^2+3x-5)$　65 ⑤
66 (1) $(b+1)(a-1)$　(2) $(a-b)(a+1)(a-1)$
(3) $(a+b)(a-b-c)$
67 ①, ⑤　68 $3x-3$　69 ②
70 (1) $(x-2y+3)(x-2y-3)$
(2) $(x+y+z)(x-y-z)$
(3) $(1+x-y)(1-x+y)$
71 ②　72 $2x-8y$　73 2, 과정은 풀이 참조
74 ⑤　75 $x+y+1$　76 ④
77 $(x+3y-2)(2x-y+3)$　78 ③
79 (1) 4000　(2) 30　(3) 10000　80 4916
81 ②　82 ①　83 $\frac{6}{11}$, 과정은 풀이 참조
84 ③　85 ⑤　86 $3+7\sqrt{3}$　87 ④
88 $-8\sqrt{5}$, 과정은 풀이 참조　89 ②
90 $-4$　91 $2\sqrt{2}-1$
92 2, 과정은 풀이 참조　93 ④　94 $\frac{1}{2}$
95 ③　96 $-35$　97 $1-3\sqrt{3}$
98 $\pm112$, 과정은 풀이 참조　99 ⑤

### 단원 마무리　P. 58~61

1 ③　2 ③　3 ③
4 $x(x+3)(x-3)$　5 ①　6 ④
7 ②　8 ③　9 ④　10 ②
11 $-2$, 과정은 풀이 참조　12 ③　13 ④
14 ⑤　15 ①　16 ⑤　17 ②
18 $(x-1)(x+6)$, 과정은 풀이 참조　19 5
20 ④　21 ①　22 25
23 $3x+5$, 과정은 풀이 참조　24 ③
25 ④　26 ③　27 ①　28 64
29 ①

## IV 이차방정식

### 유형 1~33 P. 64~83

1 ④ 2 ④ 3 ③ 4 ⑤ 5 ④
6 $x=2$ 7 ③ 8 ④
9 24, 과정은 풀이 참조 10 5 11 ⑤
12 $-5$ 13 ④ 14 ④ 15 ③ 16 ①, ⑤
17 (1) $x=-1$ 또는 $x=10$ (2) $x=-1$ 또는 $x=-\frac{4}{5}$
(3) $x=1$ 또는 $x=3$ (4) $x=-4$ 또는 $x=3$
18 ④ 19 ⑤ 20 ① 21 ⑤
22 $x=-4$ 또는 $x=-1$, 과정은 풀이 참조
23 8 24 ④
25 $a=24$, $x=4$, 과정은 풀이 참조 26 ③
27 ⑤ 28 ③ 29 ② 30 4 31 ①
32 ② 33 ③ 34 (1) $-1$ (2) $\frac{4}{9}$ 35 ①, ④
36 ① 37 $k=2$, $x=1$ 38 3 39 ⑤
40 20 41 $x=5$ 42 ④ 43 $x=5\pm\sqrt{3}$
44 ⑤ 45 ③
46 $A=5$, $B=-\frac{3}{5}$, $C=\frac{9}{10}$, $D=21$, $E=-9$
47 9 48 $x=2\pm\frac{\sqrt{14}}{2}$ 49 $-16$
50 (가) $x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$ (나) $x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$
(다) $x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2=-\frac{c}{a}+\left(\frac{b}{2a}\right)^2$
(라) $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2$ (마) $\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
51 (1) $x=\frac{-1\pm\sqrt{21}}{2}$ (2) $x=\frac{1\pm\sqrt{2}}{3}$
52 $\sqrt{7}$ 53 ① 54 ② 55 $x=\frac{2\pm\sqrt{2}}{2}$
56 5 57 5
58 (1) $x=\frac{3\pm\sqrt{3}}{3}$ (2) $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{5}$
(3) $x=1$ 또는 $x=8$
59 5, 과정은 풀이 참조
60 3 61 $\frac{2\sqrt{103}}{3}$
62 $x=-2$ 또는 $x=8$ 63 ⑤ 64 4
65 3개, 과정은 풀이 참조 66 ⑤ 67 2개
68 ⑤ 69 ③ 70 ④ 71 ② 72 ④
73 ④ 74 ⑤ 75 ① 76 ⑤ 77 7
78 16 79 ④ 80 $\frac{3}{2}$ 81 ⑤
82 6, 과정은 풀이 참조 83 ② 84 10
85 16, 과정은 풀이 참조 86 ① 87 ②
88 $-12$ 89 6 90 $-3x^2+9x+30=0$
91 ④ 92 ② 93 $-2$ 94 $x^2+2x-8=0$
95 ① 96 ② 97 ② 98 ② 99 ②
100 $2x^2+x-6=0$, 과정은 풀이 참조 101 ③
102 2 103 4 104 ③ 105 1
106 $x=-1$ 또는 $x=4$, 과정은 풀이 참조
107 ⑤ 108 ③ 109 ① 110 ③ 111 24
112 8, 11 113 9, 과정은 풀이 참조
114 $-6$, 3 115 ④ 116 9명 117 ③
118 ① 119 ② 120 ③ 121 11 m 122 ③
123 6 m, 과정은 풀이 참조 124 ③ 125 ③
126 1 cm 127 $-1+\sqrt{5}$ 128 10초 후
129 28 $cm^2$, 과정은 풀이 참조 130 $96\pi$ $cm^3$
131 ② 132 6 133 4
134 4 m, 과정은 풀이 참조 135 ①, ⑤
136 ③

### 단원 마무리 P. 84~87

1 ③ 2 ② 3 2 4 ④
5 $x=\frac{3}{2}$ 또는 $x=2$ 6 ②, ⑤ 7 2
8 $x=2$, 과정은 풀이 참조 9 1 10 ①
11 3 12 $x=\frac{-9\pm\sqrt{165}}{6}$ 13 ③
14 $k\le\frac{4}{3}$ 15 ③ 16 ② 17 ③
18 6 19 ④ 20 $x=-5$ 또는 $x=-1$
21 $a=-2$, $b=5$, 과정은 풀이 참조 22 ③
23 ② 24 $-\frac{1}{6}$ 25 $2x^2+5x-2=0$
26 $-8$, 과정은 풀이 참조 27 (2, 6)
28 5 m 29 ③ 30 30
31 $(-5+5\sqrt{5})$ cm

정답만 모아

# 스피드 체크

## V 이차함수와 그 그래프

### 유형 1~14 P. 90~100

**1** ③ **2** ① **3** ② **4** 6 **5** ④
**6** 6 **7** ② **8** ㄷ, ㅂ **9** ④, ⑤ **10** ②, ③
**11** ④ **12** ③ **13** ③
**14** 1, 과정은 풀이 참조
**15** ③ **16** 2쌍 **17** ② **18** $\frac{7}{3}$ **19** ③
**20** ㉢ **21** ⑤ **22** ⑤ **23** ②, ④ **24** ③
**25** ③ **26** 16, 과정은 풀이 참조
**27** $y=-\frac{1}{3}x^2$ **28** ④ **29** ① **30** 1
**31** $-5$ **32** $-1$, 과정은 풀이 참조 **33** ④
**34** $-1$ **35** ② **36** $-4$ **37** ⑤ **38** 5
**39** ④ **40** ①, ④ **41** $a=-\frac{1}{2}$, $p=4$
**42** $(0, -5)$ **43** ④ **44** 6 **45** ②
**46** $\frac{1}{2}$ **47** 2, 4 **48** ㄴ, ㄹ **49** ④ **50** ①
**51** ② **52** 6 **53** ⑤ **54** ③ **55** ②
**56** ③ **57** ⑤ **58** ① **59** ②, ⑤
**60** $x=1$, $(1, -2)$ **61** $-2$ **62** ③ **63** ②
**64** ⑤ **65** ① **66** ①
**67** (1) $y=(x-2)^2-3$ (2) $y=-2(x-1)^2+3$
**68** $y=\frac{1}{2}(x-1)^2+5$ **69** ④ **70** ④
**71** ③ **72** ⑤ **73** ② **74** ㄱ, ㄷ

### 단원 마무리 P. 101~103

**1** ③ **2** 1, 과정은 풀이 참조 **3** ④
**4** ③, ④ **5** ① **6** 7 **7** $x>2$ **8** ③
**9** ①, ⑤ **10** 2, 과정은 풀이 참조 **11** 1
**12** $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right)$ **13** $-4$ **14** ④ **15** ⑤
**16** 3 **17** $-4$ **18** ③ **19** $\frac{1}{9}$ **20** $-2$
**21** $-\frac{5}{4}<a<0$

## VI 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프

### 유형 1~19 P. 106~117

**1** ⑤ **2** ④ **3** ② **4** ③
**5** $(3, -2)$, 과정은 풀이 참조 **6** ㄱ, ㄹ **7** $-12$
**8** ① **9** $k>0$ **10** ⑤ **11** 4 **12** ①
**13** ② **14** ② **15** $(2, 0)$, $(6, 0)$ **16** 4
**17** ⑤ **18** ③ **19** 1 **20** ① **21** ⑤
**22** ①, ④ **23** $-7$ **24** 7 **25** ②
**26** (1) $A(1, 9)$ (2) $B(-2, 0)$, $C(4, 0)$ (3) 27
**27** 10, 과정은 풀이 참조 **28** 4 **29** 3
**30** ③ **31** ③ **32** $y=-x^2+4x+1$
**33** ② **34** 1 **35** $-3$, 과정은 풀이 참조
**36** 6 **37** $y=3x^2-2x+1$
**38** $(1, 7)$, 과정은 풀이 참조 **39** ③
**40** ⑤ **41** ⑤ **42** $-12$ **43** ② **44** ⑤
**45** ① **46** ② **47** ② **48** ④ **49** ⑤
**50** $\frac{25}{4}$, 과정은 풀이 참조 **51** ③ **52** $(0, 2)$
**53** 10 **54** ① **55** $-5$ **56** ② **57** 9
**58** ④ **59** $\frac{7}{4}$, $-\frac{1}{2}$
**60** $\frac{1}{2}$, 과정은 풀이 참조 **61** ③ **62** ④
**63** $-3$, 3, 과정은 풀이 참조 **64** ③
**65** 196 $cm^2$ **66** ② **67** 32 $cm^2$
**68** 8 **69** ③ **70** 14 cm
**71** 4초 후, 100 m **72** 6초 **73** 550원

### 단원 마무리 P. 118~120

**1** ④ **2** ⑤ **3** 2 **4** ② **5** ②
**6** 1 **7** $-22$, 과정은 풀이 참조 **8** ①, ④
**9** $-\frac{1}{4}$ **10** 4 **11** $\frac{45}{4}$ m(또는 11.25 m)
**12** ④ **13** 4 **14** $\frac{3}{2}$, 과정은 풀이 참조
**15** ④ **16** 최댓값 3 **17** ④ **18** 50 $m^2$
**19** 36 **20** $\frac{15}{8}$ **21** 20

유형 1~14 P. 6~13

**1** 답 ⑤
$x$는 5의 제곱근이므로 $x^2=5$ 또는 $x=\pm\sqrt{5}$이다.

**2** 답 ④
$x$는 양수 $a$의 제곱근이므로 $x^2=a$ 또는 $x=\pm\sqrt{a}$이다.

**3** 답 ④
$a$는 13의 제곱근이므로 $a^2=13$
$b$는 49의 제곱근이므로 $b^2=49$
$\therefore a^2+b^2=13+49=62$

**4** 답 ⑤
① 6의 제곱근 ⇨ $\pm\sqrt{6}$
② 0.04의 제곱근 ⇨ $\pm0.2$
③ $(-3)^2=9$의 제곱근 ⇨ $\pm3$
④ $\sqrt{25}=5$의 제곱근 ⇨ $\pm\sqrt{5}$
⑤ $\sqrt{\frac{16}{81}}=\frac{4}{9}$의 제곱근 ⇨ $\pm\frac{2}{3}$

**5** 답 (1) $-25$ (2) $-4$
(1) $(-10)^2=100$의 양의 제곱근 $a=10$
$\frac{25}{4}$의 음의 제곱근 $b=-\frac{5}{2}$
$\therefore ab=10\times\left(-\frac{5}{2}\right)=-25$
(2) $\sqrt{16}=4$의 양의 제곱근 $m=2$
$(-6)^2=36$의 음의 제곱근 $n=-6$
$\therefore m+n=2+(-6)=-4$

**6** 답 ③
① $0.001=\frac{1}{1000}=\frac{1}{10^3}$은 제곱인 수가 아니다.
② $0.0\dot{9}=\frac{9}{90}=\frac{1}{10}$은 제곱인 수가 아니다.
③ $\pm\sqrt{\frac{25}{144}}=\pm\frac{5}{12}$

**7** 답 ②, ③
① 0의 제곱근은 0의 1개이다.
④ 제곱근 64는 $\sqrt{64}=8$이다.
⑤ $-4$는 음수이므로 제곱근이 없다.

**8** 답 ⑤
①, ②, ③, ④ $\pm5$  ⑤ 5

**9** 답 ③
ㄴ. $\sqrt{(-4)^2}=4$의 제곱근은 $\pm2$이므로
두 제곱근의 합은 $2+(-2)=0$
ㄷ. $-5$는 음수이므로 제곱근이 없다.
ㄹ. 0.09의 제곱근은 $\pm0.3$이다.

**10** 답 ④
①, ②, ③, ⑤ 2  ④ $-2$

**11** 답 ④
④ $\sqrt{\left(-\frac{9}{16}\right)^2}=\frac{9}{16}$

**12** 답 8
$(-\sqrt{9})^2=9$의 양의 제곱근 $a=3$
$\sqrt{(-25)^2}=25$의 음의 제곱근 $b=-5$
$\therefore a-b=3-(-5)=8$

**13** 답 $\sqrt{3^2}$
$\sqrt{3^2}=3$, $-\sqrt{5^2}=-5$, $-(\sqrt{7})^2=-7$, $-(-\sqrt{10})^2=-10$,
$\sqrt{(-13)^2}=13$이므로 작은 것부터 차례로 나열하면
$-(-\sqrt{10})^2$, $-(\sqrt{7})^2$, $-\sqrt{5^2}$, $\sqrt{3^2}$, $\sqrt{(-13)^2}$
따라서 네 번째에 오는 수는 $\sqrt{3^2}$이다.

**14** 답 ②
① (주어진 식)$=-3+4=1$
② (주어진 식)$=5-(-2)=7$
③ (주어진 식)$=4\times\frac{1}{2}=2$
④ (주어진 식)$=9\div\frac{3}{2}=9\times\frac{2}{3}=6$
⑤ (주어진 식)$=-10\times0.6=-6$

**15** 답 $-\frac{3}{2}$
(주어진 식)$=6-4-\frac{1}{2}-3=-\frac{3}{2}$

**16** 답 ⑤
(주어진 식)$=\sqrt{16}\times\frac{3}{2}\div\frac{3}{4}=4\times\frac{3}{2}\times\frac{4}{3}=8$

**17** 답 19
$A=12+5-9=8$
$B=4+11-7\times\frac{4}{7}=4+11-4=11$
$\therefore A+B=8+11=19$

**18** 답 ⑤

⑤ $-4a<0$이므로

$-\sqrt{(-4a)^2}=-\{-(-4a)\}=-4a$

**19** 답 ①

$a<0$에서 $-a>0$, $5a<0$, $2a<0$이므로

(주어진 식)$=-a-(-5a)+(-2a)=2a$

**20** 답 $4a+2b$

$a>0$, $b<0$에서 $4a>0$, $-3b>0$이므로

(주어진 식)$=\sqrt{(4a)^2}-\sqrt{(-3b)^2}+\sqrt{b^2}$

$=4a-(-3b)+(-b)$

$=4a+2b$

**21** 답 ③

$ab<0$에서 $a$, $b$는 서로 다른 부호이다.

이때 $a>b$에서 $a>0$, $b<0$이므로

$-a<0$, $3b<0$

$\therefore$ (주어진 식)$=(-\sqrt{a})^2-\sqrt{(-a)^2}+\sqrt{(3b)^2}$

$=a-\{-(-a)\}+(-3b)$

$=a-a-3b=-3b$

**22** 답 (1) 1 (2) 2 (3) $2a$

(1) $0<a<1$일 때, $a-1<0$, $-a<0$이므로

(주어진 식)$=-(a-1)+\{-(-a)\}$

$=-a+1+a=1$

(2) $1<x<3$일 때, $x-1>0$, $x-3<0$이므로

(주어진 식)$=x-1+\{-(x-3)\}$

$=x-1-x+3=2$

(3) $-2<a<2$일 때, $a+2>0$, $a-2<0$이므로

(주어진 식)$=a+2-\{-(a-2)\}$

$=a+2+a-2=2a$

**23** 답 ①

$1<a<2$일 때, $2-a>0$이므로

$4-2a=2(2-a)>0$, $1-a<0$

$\therefore$ (주어진 식)$=4-2a-\{-(1-a)\}$

$=4-2a+1-a$

$=-3a+5$

**24** 답 $4a-b$

$ab<0$에서 $a$, $b$는 서로 다른 부호이다.

이때 $a>b$에서 $a>0$, $b<0$이므로

$-2a<0$, $b-a<0$

$\therefore$ (주어진 식)$=a+\{-(-2a)\}+\{-(b-a)\}$

$=a+2a-b+a$

$=4a-b$

**25** 답 ③

$a>b>c>0$에서 $a-b>0$, $b-a<0$, $c-a<0$이므로

(주어진 식)$=a-b-\{-(b-a)\}-\{-(c-a)\}$

$=a-b+b-a+c-a=c-a$

**26** 답 ③

$n$이 자연수이므로 $\sqrt{17-n}$이 자연수가 되려면 $17-n$은 17보다 작은 제곱수 1, 4, 9, 16이어야 한다.

$\therefore n=1, 8, 13, 16$

**27** 답 ②

$x$가 자연수이므로 $\sqrt{20+x}$가 자연수가 되려면 $20+x$는 20보다 큰 제곱수 25, 36, 49, ⋯이어야 한다.

따라서 $x$의 값이 가장 작은 자연수가 되려면

$20+x=25$ $\therefore x=5$

**28** 답 ④

$n$이 자연수이므로 $\sqrt{14-n}$이 정수가 되려면 $14-n$은 0 또는 14보다 작은 제곱수 1, 4, 9이어야 한다.

$\therefore n=5, 10, 13, 14$

따라서 모든 자연수 $n$의 합은 $5+10+13+14=42$

**29** 답 ②

$\sqrt{108x}=\sqrt{2^2\times3^3\times x}$가 자연수가 되려면 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로 구하는 가장 작은 자연수 $x$의 값은 3이다.

**30** 답 ②

$\sqrt{48a}=\sqrt{2^4\times3\times a}$가 자연수가 되려면 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로 자연수 $a$는 $a=3\times$(자연수)$^2$의 꼴이어야 한다.

① $12=3\times2^2$ ② $18=3\times6$ ③ $27=3\times3^2$

④ $48=3\times4^2$ ⑤ $75=3\times5^2$

**31** 답 ①

$\sqrt{7n}$이 정수가 되려면 자연수 $n$은 $n=7\times$(자연수)$^2$의 꼴이어야 한다.

이때 $10<n<100$이므로 자연수 $n$은

$7\times2^2$, $7\times3^2$의 2개이다.

**32** 답 15

$\sqrt{\dfrac{60}{a}}=\sqrt{\dfrac{2^2\times3\times5}{a}}$가 자연수가 되려면 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로

$a=3\times5$ 또는 $a=2^2\times3\times5$

따라서 구하는 가장 작은 자연수 $a$의 값은 15이다.

## 33 답 100, 과정은 풀이 참조

$\sqrt{\frac{90}{x}}=\sqrt{\frac{2\times3^2\times5}{x}}$가 자연수가 되려면 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로

$x=2\times5=10$ 또는 $x=2\times3^2\times5=90$ … (ⅰ)

따라서 모든 자연수 $x$의 합은

$10+90=100$ … (ⅱ)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (ⅰ) $x$의 값 구하기 | 60 % |
| (ⅱ) 모든 자연수 $x$의 합 구하기 | 40 % |

## 34 답 21

$\sqrt{\frac{540}{x}}=\sqrt{\frac{2^2\times3^3\times5}{x}}$가 자연수가 되려면 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로 가장 작은 자연수 $x$의 값은

$x=3\times5=15$

$\sqrt{150y}=\sqrt{2\times3\times5^2\times y}$가 자연수가 되려면 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로 가장 작은 자연수 $y$의 값은

$y=2\times3=6$

$\therefore x+y=15+6=21$

## 35 답 ⑤

$n$이 자연수이므로 $\sqrt{30-n}$이 정수가 되려면 $30-n$은 0 또는 30보다 작은 제곱수 1, 4, 9, 16, 25이어야 한다.

$\therefore n=5, 14, 21, 26, 29, 30$

따라서 $a=30$, $b=5$이므로

$a-b=30-5=25$

## 36 답 80

$\sqrt{20x}=\sqrt{2^2\times5\times x}$가 자연수가 되려면 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로 자연수 $x$는 $x=5\times$(자연수)$^2$의 꼴이어야 한다.

따라서 가장 큰 두 자리의 자연수 $x$의 값은 $x=5\times4^2=80$

## 37 답 ③

$\sqrt{\frac{72x}{5}}=\sqrt{\frac{2^3\times3^2\times x}{5}}$가 자연수가 되려면 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로 자연수 $x$는 $x=2\times5\times$(자연수)$^2$의 꼴이어야 한다.

따라서 구하는 가장 작은 자연수 $x$의 값은 $x=2\times5=10$

## 38 답 ⑤

$a+b$의 값이 최소이려면 $a$, $b$의 값이 모두 최소이어야 한다.

$\sqrt{360a}=\sqrt{2^3\times3^2\times5\times a}$이므로

자연수 $a$의 최솟값은 $a=2\times5=10$

이때 자연수 $b$의 최솟값은

$b=\sqrt{360a}=\sqrt{360\times10}=\sqrt{3600}=60$

따라서 $a+b$의 최솟값은

$a+b=10+60=70$

## 39 답 ②, ⑤

① $3=\sqrt{9}$이고 $\sqrt{9}>\sqrt{8}$이므로 $3>\sqrt{8}$

② $4=\sqrt{16}$이고 $\sqrt{16}>\sqrt{12}$이므로 $4>\sqrt{12}$

③ $5=\sqrt{25}$이고 $\sqrt{26}>\sqrt{25}$이므로 $\sqrt{26}>5$

④ $\sqrt{8}>\sqrt{7}$이므로 $-\sqrt{8}<-\sqrt{7}$

⑤ $2=\sqrt{4}$이고 $\sqrt{5}>\sqrt{4}$이므로 $\sqrt{5}>2$

$\therefore -\sqrt{5}<-2$

## 40 답 ⑤

① $4=\sqrt{16}$이고 $\sqrt{16}<\sqrt{20}$이므로 $4<\sqrt{20}$

② $\sqrt{2}<\sqrt{3}$이므로 $\frac{\sqrt{2}}{6}<\frac{\sqrt{3}}{6}$

③ $\frac{1}{2}=\sqrt{\frac{1}{4}}$이고 $\sqrt{\frac{1}{3}}>\sqrt{\frac{1}{4}}$이므로 $\sqrt{\frac{1}{3}}>\frac{1}{2}$

④ $\frac{1}{3}=\sqrt{\frac{1}{9}}$이고 $\sqrt{\frac{1}{9}}>\sqrt{\frac{1}{10}}$이므로 $\frac{1}{3}>\sqrt{\frac{1}{10}}$

$\therefore -\frac{1}{3}<-\sqrt{\frac{1}{10}}$

⑤ $0.5=\sqrt{0.25}$이고 $\sqrt{0.5}>\sqrt{0.25}$이므로 $\sqrt{0.5}>0.5$

## 41 답 ②

① $5=\sqrt{25}$

③ $(-\sqrt{7})^2=7=\sqrt{49}$

④ $\sqrt{(-5.5)^2}=\sqrt{5.5^2}=\sqrt{30.25}$

따라서 $\sqrt{10}<\sqrt{16}<\sqrt{25}<\sqrt{30.25}<\sqrt{49}$이므로 가장 작은 수는 ② $\sqrt{10}$이다.

## 42 답 30

$3=\sqrt{9}$이고 $\sqrt{5}<\sqrt{9}<\sqrt{11}$이므로

$-\sqrt{5}>-3>-\sqrt{11}$ $\therefore a=-\sqrt{11}$

$\sqrt{(-4)^2}=\sqrt{16}$이므로

$\sqrt{\frac{7}{2}}<\sqrt{(-4)^2}<\sqrt{19}$ $\therefore b=\sqrt{19}$

$\therefore a^2+b^2=(-\sqrt{11})^2+(\sqrt{19})^2$

$=11+19=30$

## 43 답 ③

$2(=\sqrt{4})>\sqrt{3}$이므로 $2-\sqrt{3}>0$

$1(=\sqrt{1})<\sqrt{3}$이므로 $1-\sqrt{3}<0$

$\therefore$ (주어진 식)$=2-\sqrt{3}+\{-(1-\sqrt{3})\}$

$=2-\sqrt{3}-1+\sqrt{3}=1$

## 44 답 1, 과정은 풀이 참조

$\sqrt{10}>2(=\sqrt{4})$에서 $\sqrt{10}-2>0$이므로

$\sqrt{(\sqrt{10}-2)^2}=\sqrt{10}-2$ … (ⅰ)

$3(=\sqrt{9})<\sqrt{10}$에서 $3-\sqrt{10}<0$이므로

$\sqrt{(3-\sqrt{10})^2}=-(3-\sqrt{10})=-3+\sqrt{10}$ … (ⅱ)

$\therefore$ (주어진 식)$=\sqrt{10}-2-(-3+\sqrt{10})$

$=\sqrt{10}-2+3-\sqrt{10}=1$ … (ⅲ)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $\sqrt{(\sqrt{10}-2)^2}$을 간단히 하기 | 35 % |
| (ii) $\sqrt{(3-\sqrt{10})^2}$을 간단히 하기 | 35 % |
| (iii) 주어진 식을 간단히 하기 | 30 % |

**45** 답 3

$\sqrt{5}>2(=\sqrt{4})$에서 $\sqrt{5}-2>0$, $2-\sqrt{5}<0$이므로

(주어진 식)$=\sqrt{5}-2-\{-(2-\sqrt{5})\}-2+5$

$=\sqrt{5}-2+2-\sqrt{5}-2+5=3$

**46** 답 ②

$3\le\sqrt{2x}<4$에서 $\sqrt{9}\le\sqrt{2x}<\sqrt{16}$이므로

$9\le 2x<16$

$\therefore \frac{9}{2}\le x<8$

따라서 자연수 $x$는 5, 6, 7의 3개이다.

**47** 답 ⑤

$-5<-\sqrt{2x-1}<-4$에서 $4<\sqrt{2x-1}<5$이므로

$\sqrt{16}<\sqrt{2x-1}<\sqrt{25}$, $16<2x-1<25$

$17<2x<26$

$\therefore \frac{17}{2}<x<13$

따라서 자연수 $x$의 값은 9, 10, 11, 12이므로 자연수 $x$의 값이 아닌 것은 ⑤ 13이다.

**48** 답 45

$4<\sqrt{x+4}\le 6$에서 $\sqrt{16}<\sqrt{x+4}\le\sqrt{36}$이므로

$16<x+4\le 36$

$\therefore 12<x\le 32$

따라서 $M=32$, $m=13$이므로

$M+m=32+13=45$

**49** 답 ②

$\sqrt{6}<x<\sqrt{31}$에서 $\sqrt{6}<\sqrt{x^2}<\sqrt{31}$이므로

$6<x^2<31$

이때 $x$는 자연수이므로 $x^2=9$, 16, 25

따라서 자연수 $x$의 값은 3, 4, 5이므로 구하는 합은

$3+4+5=12$

**50** 답 ③

$5(=\sqrt{25})<\sqrt{30}<6(=\sqrt{36})$이므로

$\sqrt{30}$ 이하의 자연수는 1, 2, 3, 4, 5의 5개이다.

$\therefore a=5$

$8(=\sqrt{64})<\sqrt{75}<9(=\sqrt{81})$이므로

$\sqrt{75}$ 이하의 자연수는 1, 2, 3, $\cdots$, 8의 8개이다.

$\therefore b=8$

$\therefore a+b=5+8=13$

**51** 답 2, 과정은 풀이 참조

$14(=\sqrt{196})<\sqrt{224}<15(=\sqrt{225})$이므로

$f(224)=(\sqrt{224}$ 이하의 자연수의 개수$)=14$ … (i)

$12(=\sqrt{144})<\sqrt{168}<13(=\sqrt{169})$이므로

$f(168)=(\sqrt{168}$ 이하의 자연수의 개수$)=12$ … (ii)

$\therefore f(224)-f(168)=14-12=2$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $f(224)$의 값 구하기 | 40 % |
| (ii) $f(168)$의 값 구하기 | 40 % |
| (iii) $f(224)-f(168)$의 값 구하기 | 20 % |

**52** 답 ④

$\sqrt{9}=3$, $\sqrt{16}=4$, $\sqrt{25}=5$이므로

$N(10)=N(11)=N(12)=N(13)$

$=N(14)=N(15)=3$

$N(16)=N(17)=N(18)=N(19)=N(20)=4$

$\therefore N(10)+N(11)+\cdots+N(20)=3\times6+4\times5=38$

## 유형 15~23 P. 13~18

**53** 답 ⑤

③ $0.\dot{4}5\dot{5}=\frac{455}{999}$ ④ $\sqrt{49}=7$

**54** 답 ③

소수로 나타내었을 때, 순환하지 않는 무한소수인 것은 무리수이다.

• $\sqrt{9}-\sqrt{4}(=3-2=1)$, $\sqrt{(-5)^2}(=5)$,

$\sqrt{0.\dot{4}}\left(=\sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{2}{3}\right)$, $-\sqrt{100}(=-10)$ ⇨ 유리수

• $\sqrt{0.9}$, $\pi$, $-\frac{\sqrt{3}}{3}$, $\sqrt{2}+1$ ⇨ 무리수

따라서 무리수인 것의 개수는 4개이다.

**55** 답 ④

$\sqrt{a}$가 무리수가 되려면 $a$는 제곱수가 아니어야 한다.

16보다 작은 자연수 중 제곱수는 1, 4, 9의 3개이므로 제곱수가 아닌 수는 $15-3=12$(개)이다.

따라서 구하는 자연수 $a$의 개수는 12개이다.

**56** 답 ②

①, ② 무한소수 중 순환소수는 유리수이고, 순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.

③ 유리수이면서 동시에 무리수인 수는 없다.

④ 무리수는 순환하지 않는 무한소수로 나타낼 수 있다.

⑤ 근호를 사용하여 나타낸 수가 모두 무리수인 것은 아니다.

예 $\sqrt{4}=2$ ⇨ 유리수

**57** 답 ⑤

③ 무한소수 중 순환소수는 유리수이다.

④ 넓이가 9인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{9}=3$이므로 무리수가 아니다.

⑤ 0은 $0=\frac{0}{1}=\frac{0}{2}=\frac{0}{3}=\cdots$으로 나타낼 수 있으므로 유리수이다.

**58** 답 ③, ④

① 제곱근 5는 $\sqrt{5}$이다.

② $3=\sqrt{9}$이므로 $\sqrt{5}<\sqrt{9}$에서 $\sqrt{5}<3$ $\quad\therefore -\sqrt{5}>-3$
즉, $-\sqrt{5}$는 $-3$보다 큰 수이다.

③ 5는 제곱수가 아니므로 $-\sqrt{5}$는 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없다.

⑤ $-\sqrt{5}$는 유리수가 아니므로 $\frac{(\text{정수})}{(0\text{이 아닌 정수})}$의 꼴로 나타낼 수 없다.

**59** 답 ②

□ 안에 해당하는 수는 무리수이다.

① $\sqrt{\frac{9}{4}}=\frac{3}{2}$ ⇨ 유리수

② $\sqrt{0.02}$ ⇨ 무리수

③ $5-\sqrt{4}=5-2=3$ ⇨ 유리수

④ $\sqrt{0.16}=0.4$ ⇨ 유리수

⑤ $-\frac{2}{\sqrt{25}}=-\frac{2}{5}$ ⇨ 유리수

**60** 답 ③

유리수와 무리수를 통틀어 실수라 하고, 유리수이면서 동시에 무리수인 수는 없으므로 실수의 개수에서 유리수의 개수를 뺀 것은 무리수의 개수와 같다.

$1.333\cdots=1.\dot{3}=\frac{13-1}{9}=\frac{4}{3}$, $-\sqrt{36}=-6$, $\sqrt{\frac{16}{81}}=\frac{4}{9}$

따라서 주어진 수 중 무리수는 $-\sqrt{4.9}$, $\sqrt{0.001}$, $\sqrt{15}$의 3개이므로 $a-b=3$이다.

**61** 답 (1) $\sqrt{2}$ (2) $\sqrt{2}$

(1) $\square\text{ABCD}=2\times2-4\times\left(\frac{1}{2}\times1\times1\right)=2$이므로
$\overline{\text{AB}}=\sqrt{2}$

(2) $\overline{\text{AB'}}=\overline{\text{AB}}=\sqrt{2}$이므로 점 B′에 대응하는 수는 $\sqrt{2}$이다.

**62** 답 $\text{A}(1-\sqrt{2})$, $\text{B}(1+\sqrt{2})$, $\text{C}(5-\sqrt{2})$, $\text{D}(4+\sqrt{2})$

(왼쪽 정사각형의 넓이)$=2\times2-4\times\left(\frac{1}{2}\times1\times1\right)=2$

이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{2}$이다.

따라서 두 점 A, B의 좌표는 각각 $\text{A}(1-\sqrt{2})$, $\text{B}(1+\sqrt{2})$

오른쪽 정사각형의 대각선의 길이는 왼쪽 정사각형의 한 변의 길이와 같으므로 $\sqrt{2}$이다.

따라서 두 점 C, D의 좌표는 각각 $\text{C}(5-\sqrt{2})$, $\text{D}(4+\sqrt{2})$

참고 주어진 그림에서 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 넓이가 2인 정사각형의 한 변의 길이와 같으므로 $\sqrt{2}$이다.

**63** 답 ③

다섯 개의 점 A~E의 좌표는 각각 다음과 같다.

$\text{A}(-\sqrt{2})$, $\text{B}(-2+\sqrt{2})$, $\text{C}(1-\sqrt{2})$, $\text{D}(\sqrt{2})$, $\text{E}(1+\sqrt{2})$

**64** 답 ②, ⑤

□ABCD는 한 변의 길이가 1인 정사각형이므로
$\overline{\text{AC}}=\overline{\text{BD}}=\sqrt{2}$이다.

② $\overline{\text{PC}}=\overline{\text{AC}}=\sqrt{2}$이므로 $\text{P}(-1-\sqrt{2})$

③ $\overline{\text{BQ}}=\overline{\text{BD}}=\sqrt{2}$이므로 $\text{Q}(-2+\sqrt{2})$

⑤ $\overline{\text{PB}}=\overline{\text{PC}}-\overline{\text{BC}}=\sqrt{2}-1$

**65** 답 $1-\sqrt{5}$, $1+\sqrt{5}$

$\square\text{ABCD}=3\times3-4\times\left(\frac{1}{2}\times1\times2\right)=5$이므로

정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$이다.

$\overline{\text{PB}}=\overline{\text{AB}}=\sqrt{5}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $1-\sqrt{5}$

$\overline{\text{BQ}}=\overline{\text{BC}}=\sqrt{5}$이므로 점 Q에 대응하는 수는 $1+\sqrt{5}$

**66** 답 14

$\square\text{ABCD}=4\times4-4\times\left(\frac{1}{2}\times1\times3\right)=10$이므로

정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $\sqrt{10}$이다.

$\overline{\text{AP}}=\overline{\text{AB}}=\sqrt{10}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $4+\sqrt{10}$

따라서 $a=4$, $b=10$이므로 $a+b=4+10=14$

**67** 답 $\text{A}(-\sqrt{5})$, $\text{B}(5-\sqrt{13})$, $\text{C}(\sqrt{5})$, $\text{D}(5+\sqrt{13})$

(왼쪽 정사각형의 넓이)$=3\times3-4\times\left(\frac{1}{2}\times1\times2\right)=5$

이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$이다.

따라서 두 점 A, C의 좌표는 각각
$\text{A}(0-\sqrt{5})$, $\text{C}(0+\sqrt{5})$, 즉 $\text{A}(-\sqrt{5})$, $\text{C}(\sqrt{5})$

(오른쪽 정사각형의 넓이)$=5\times5-4\times\left(\frac{1}{2}\times3\times2\right)=13$

이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{13}$이다.

따라서 두 점 B, D의 좌표는 각각
$\text{B}(5-\sqrt{13})$, $\text{D}(5+\sqrt{13})$

**68** 답 ②

② 수직선은 유리수와 무리수, 즉 실수에 대응하는 점들로 완전히 메울 수 있다.

**69** 답 ㄱ, ㄴ, ㄷ

ㄱ. $1<\sqrt{2}<2<\sqrt{7}<3$이므로 $\sqrt{2}$와 $\sqrt{7}$ 사이의 정수는 2의 1개뿐이다.

ㄹ. 모든 무리수는 수직선 위에 나타낼 수 있다.

## 70 답 ②

- 선우 : 1과 $\sqrt{2}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.
- 혜나 : 수직선은 유리수와 무리수, 즉 실수에 대응하는 점들로 완전히 메울 수 있다.

## 71 답 ④

④ $\sqrt{6}-0.3=2.449-0.3=2.149$이므로 $\sqrt{6}-0.3<\sqrt{5}$

## 72 답 ③

- $3<\frac{18}{5}<4$이므로 $\sqrt{3}<\sqrt{\frac{18}{5}}<2$
- $\sqrt{3}+0.02=1.732+0.02=1.752$이므로 $\sqrt{3}<\sqrt{3}+0.02<2$
- $\frac{\sqrt{3}+1}{2}=\frac{1.732+1}{2}=\frac{2.732}{2}=1.366$이므로 $\frac{\sqrt{3}+1}{2}<\sqrt{3}$
- $\frac{\sqrt{3}+2}{2}$는 $\sqrt{3}$과 2의 평균이므로 $\sqrt{3}<\frac{\sqrt{3}+2}{2}<2$
- $\frac{5}{2}<3$이므로 $\sqrt{\frac{5}{2}}<\sqrt{3}$

따라서 $\sqrt{3}$과 2 사이에 있는 수는 $\sqrt{\frac{18}{5}}$, $\sqrt{3}+0.02$, $\frac{\sqrt{3}+2}{2}$의 3개이다.

## 73 답 ②

① $\sqrt{3}+0.5=1.732+0.5=2.232$이므로 $\sqrt{3}<\sqrt{3}+0.5<\sqrt{5}$
② $\sqrt{5}-1=2.236-1=1.236$이므로 $\sqrt{5}-1<\sqrt{3}$
④ $1<\sqrt{3}<2<\sqrt{5}<3$이므로 $\sqrt{3}$과 $\sqrt{5}$ 사이의 정수는 2의 1개이다.

## 74 답 ④

① $(\sqrt{2}+3)-4=\sqrt{2}-1>0$이므로 $\sqrt{2}+3>4$
② $(5-\sqrt{3})-3=2-\sqrt{3}>0$이므로 $5-\sqrt{3}>3$
③ $(\sqrt{3}+2)-(\sqrt{5}+2)=\sqrt{3}-\sqrt{5}<0$이므로 $\sqrt{3}+2<\sqrt{5}+2$
④ $3>\sqrt{5}$이므로 $3-\sqrt{2}>\sqrt{5}-\sqrt{2}$, 즉 $3-\sqrt{2}>-\sqrt{2}+\sqrt{5}$
⑤ $3+\sqrt{5}=3+2.\cdots=5.\cdots$
$2+\sqrt{6}=2+2.\cdots=4.\cdots$
$\therefore 3+\sqrt{5}>2+\sqrt{6}$

## 75 답 ③

① $(\sqrt{7}-1)-2=\sqrt{7}-3<0$ $\quad\therefore \sqrt{7}-1 \boxed{<} 2$
② $\sqrt{2}<\sqrt{3}$이므로 $\sqrt{5}+\sqrt{2} \boxed{<} \sqrt{5}+\sqrt{3}$
③ $4>3$이므로 $4-\sqrt{8} \boxed{>} 3-\sqrt{8}$
④ $3-\sqrt{2}=3-1.414\cdots=1.\cdots$
$1+\sqrt{2}=1+1.414\cdots=2.414\cdots$
$\therefore 3-\sqrt{2} \boxed{<} 1+\sqrt{2}$
⑤ $(-\sqrt{13}-5)-(-\sqrt{10}-5)=-\sqrt{13}+\sqrt{10}<0$이므로
$-\sqrt{13}-5 \boxed{<} -\sqrt{10}-5$

## 76 답 ②

ㄱ. $(\sqrt{3}+4)-6=\sqrt{3}-2<0$ $\quad\therefore \sqrt{3}+4<6$
ㄴ. $(2+\sqrt{2})-(2+\sqrt{3})=\sqrt{2}-\sqrt{3}<0$이므로 $2+\sqrt{2}<2+\sqrt{3}$
ㄷ. $\sqrt{9}<\sqrt{11}$이므로 $3<\sqrt{11}$
ㄹ. $\sqrt{\frac{1}{2}}>\sqrt{\frac{1}{9}}$이므로 $\sqrt{\frac{1}{2}}>\frac{1}{3}$
ㅁ. $3>\sqrt{8}$에서 $-3<-\sqrt{8}$이므로 $\sqrt{10}-3<\sqrt{10}-\sqrt{8}$
ㅂ. $\left(3-\sqrt{\frac{1}{7}}\right)-\left(3-\sqrt{\frac{1}{6}}\right)=-\sqrt{\frac{1}{7}}+\sqrt{\frac{1}{6}}>0$이므로
$3-\sqrt{\frac{1}{7}}>3-\sqrt{\frac{1}{6}}$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㅂ의 3개이다.

## 77 답 ①

$a-b=(3-\sqrt{2})-2=1-\sqrt{2}<0$ $\quad\therefore a<b$
$b-c=2-\sqrt{10}<0$ $\quad\therefore b<c$
$\therefore a<b<c$

## 78 답 $c<a<b$, 과정은 풀이 참조

$a=\sqrt{5}+2$, $b=\sqrt{5}+\sqrt{7}$에서
$2<\sqrt{7}$이므로 $\sqrt{5}+2<\sqrt{5}+\sqrt{7}$
$\therefore a<b$ ··· (i)
$a-c=(\sqrt{5}+2)-3=\sqrt{5}-1>0$
$\therefore a>c$ ··· (ii)
따라서 $c<a<b$이다. ··· (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $a$, $b$의 대소 비교하기 | 40 % |
| (ii) $a$, $c$의 대소 비교하기 | 40 % |
| (iii) $a$, $b$, $c$의 대소 비교하기 | 20 % |

## 79 답 $2-\sqrt{5}$, $\sqrt{6}-\sqrt{5}$, $\sqrt{6}+1$

$\sqrt{6}-\sqrt{5}$, $\sqrt{6}+1$에서
$-\sqrt{5}<1$이므로 $\sqrt{6}-\sqrt{5}<\sqrt{6}+1$
$\sqrt{6}-\sqrt{5}$, $2-\sqrt{5}$에서
$\sqrt{6}>2$이므로 $\sqrt{6}-\sqrt{5}>2-\sqrt{5}$
$\therefore 2-\sqrt{5}<\sqrt{6}-\sqrt{5}<\sqrt{6}+1$
따라서 세 점 A, B, C에 대응하는 수는 차례로 $2-\sqrt{5}$, $\sqrt{6}-\sqrt{5}$, $\sqrt{6}+1$이다.

## 80 답 ③

$1<\sqrt{3}<2$이므로
$\sqrt{3}$의 정수 부분 $a=1$,
소수 부분 $b=\sqrt{3}-1$
$\therefore 2a+b=2\times1+(\sqrt{3}-1)=1+\sqrt{3}$

**81** 답 (1) $\sqrt{2}-3$ (2) $8-\sqrt{3}$ (3) $\sqrt{5}$

(1) $1<\sqrt{2}<2$이므로 $2<1+\sqrt{2}<3$에서
$1+\sqrt{2}$의 정수 부분 $a=2$,
소수 부분 $b=(1+\sqrt{2})-2=\sqrt{2}-1$
$\therefore b-a=(\sqrt{2}-1)-2=\sqrt{2}-3$

(2) $1<\sqrt{3}<2$이므로 $-2<-\sqrt{3}<-1$, $2<4-\sqrt{3}<3$에서
$4-\sqrt{3}$의 정수 부분 $a=2$,
소수 부분 $b=(4-\sqrt{3})-2=2-\sqrt{3}$
$\therefore 3a+b=3\times2+(2-\sqrt{3})=8-\sqrt{3}$

(3) $2<\sqrt{5}<3$이므로 $1<\sqrt{5}-1<2$에서
$\sqrt{5}-1$의 정수 부분 $a=1$,
소수 부분 $b=(\sqrt{5}-1)-1=\sqrt{5}-2$
$\therefore 2a+b=2\times1+(\sqrt{5}-2)=\sqrt{5}$

**82** 답 $\sqrt{7}$, 과정은 풀이 참조

$2<\sqrt{7}<3$이므로
$-3<-\sqrt{7}<-2$, $2<5-\sqrt{7}<3$에서
$5-\sqrt{7}$의 정수 부분 $a=2$ … (i)
$7<5+\sqrt{7}<8$이므로
$5+\sqrt{7}$의 소수 부분 $b=(5+\sqrt{7})-7=\sqrt{7}-2$ … (ii)
$\therefore a+b=2+(\sqrt{7}-2)=\sqrt{7}$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $a$의 값 구하기 | 40 % |
| (ii) $b$의 값 구하기 | 40 % |
| (iii) $a+b$의 값 구하기 | 20 % |

**83** 답 14

$4<\sqrt{23}<5$이므로 $8<4+\sqrt{23}<9$에서
$4+\sqrt{23}$의 정수 부분 $a=8$
이때 $9-\sqrt{a}=9-\sqrt{8}$이고,
$2<\sqrt{8}<3$이므로 $-3<-\sqrt{8}<-2$, $6<9-\sqrt{8}<7$에서
$9-\sqrt{8}$의 정수 부분 $b=6$
$\therefore a+b=8+6=14$

**84** 답 ②

$2<\sqrt{5}<3$이므로
$\sqrt{5}$의 소수 부분 $a=\sqrt{5}-2$
$\therefore \sqrt{5}=a+2$
$-3<-\sqrt{5}<-2$에서 $2<5-\sqrt{5}<3$이므로
$5-\sqrt{5}$의 소수 부분은
$(5-\sqrt{5})-2=3-\underline{\sqrt{5}}=3-(\underline{a+2})$
$=1-a$

**85** 답 ④

$f(x)=8$을 만족하려면 $8\le\sqrt{x}<9$이어야 한다.
$\sqrt{64}\le\sqrt{x}<\sqrt{81}$
$\therefore 64\le x<81$
따라서 구하는 자연수 $x$의 개수는 $81-64=17$(개)

## 단원 마무리

P. 19~21

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **1** ⑤ | **2** 6, 과정은 풀이 참조 | | **3** ② | |
| **4** ㄱ, ㄹ | **5** ② | **6** ③ | **7** 9 | **8** ④ |
| **9** ㄴ, ㄷ | **10** ④ | **11** ④ | **12** $8+\sqrt{3}$ | **13** ③ |
| **14** $a-2b$, 과정은 풀이 참조 | | | **15** ④ | **16** ④ |
| **17** ① | **18** ⑤ | **19** 19, 과정은 풀이 참조 | | |
| **20** ② | **21** $-b$ | **22** ④ | **23** 22 | |

**1** ① $-1$은 음수이므로 제곱근이 없다.
② 제곱근 4는 $\sqrt{4}=2$이다.
③ $\sqrt{25}=5$의 제곱근은 $\pm\sqrt{5}$이고, 제곱근 5는 $\sqrt{5}$이다.
④ $(-3)^2=9$의 제곱근은 $\pm3$이다.
⑤ $\sqrt{(-7)^2}=7$의 제곱근은 $\pm\sqrt{7}$이다.

**2** $\sqrt{256}=16$의 양의 제곱근 $a=4$ … (i)
$(-\sqrt{4})^2=4$의 음의 제곱근 $b=-2$ … (ii)
$\therefore a-b=4-(-2)=6$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $a$의 값 구하기 | 40 % |
| (ii) $b$의 값 구하기 | 40 % |
| (iii) $a-b$의 값 구하기 | 20 % |

**3** (주어진 식)$=-15\div3+\frac{1}{4}\times8$
$=-5+2=-3$

**4** ㄱ. $a<0$이므로 $-\sqrt{a^2}=-(-a)=a$
ㄴ. $-10a>0$이므로 $\sqrt{(-10a)^2}=-10a$
ㄷ. $2a<0$이므로 $\sqrt{4a^2}=\sqrt{(2a)^2}=-2a$
ㄹ. $8a<0$이므로 $-\sqrt{64a^2}=-\sqrt{(8a)^2}=-(-8a)=8a$

**5** ㄱ. $x<-1$이면 $x+1<0$, $x-1<0$이므로
$A=-(x+1)-\{-(x-1)\}$
$=-x-1+x-1=-2$
ㄴ. $-1<x<1$이면 $x+1>0$, $x-1<0$이므로
$A=x+1-\{-(x-1)\}$
$=x+1+x-1=2x$
ㄷ. $x>1$이면 $x+1>0$, $x-1>0$이므로
$A=x+1-(x-1)$
$=x+1-x+1=2$

**6** $\sqrt{\frac{252}{n}}=\sqrt{\frac{2^2\times3^2\times7}{n}}$이 자연수가 되려면 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로
$n=7$ 또는 $n=7\times2^2$ 또는 $n=7\times3^2$ 또는 $n=7\times2^2\times3^2$
따라서 구하는 가장 작은 자연수 $n$의 값은 7이다.

**7** (i) $5<\sqrt{3x}\le 6$에서 $\sqrt{25}<\sqrt{3x}\le\sqrt{36}$이므로

$25<3x\le 36$ $\quad\therefore \dfrac{25}{3}<x\le 12$

$\therefore x=9,\ 10,\ 11,\ 12$

(ii) $\sqrt{45}\le x<\sqrt{90}$에서 $\sqrt{45}\le\sqrt{x^2}<\sqrt{90}$이므로

$45\le x^2<90$

이때 $x$는 자연수이므로

$x^2=49,\ 64,\ 81$

$\therefore x=7,\ 8,\ 9$

따라서 (i), (ii)에서 두 부등식을 동시에 만족하는 자연수 $x$의 값은 9이다.

**8** □ 안의 수에 해당하는 것은 무리수이다.

① $0.1$, $\sqrt{4}(=2)$는 유리수이다.

② $-\sqrt{16}(=-4)$은 유리수이다.

③ $\sqrt{0.\dot{4}}\left(=\sqrt{\dfrac{4}{9}}=\dfrac{2}{3}\right)$, $\sqrt{(-5)^2}(=5)$은 유리수이다.

⑤ $\sqrt{\dfrac{1}{36}}\left(=\dfrac{1}{6}\right)$은 유리수이다.

**9** ㄱ. $\square\mathrm{ABCD}=4\times4-4\times\left(\dfrac{1}{2}\times3\times1\right)=10$

ㄴ. $\square\mathrm{BEFG}=2\times2-4\times\left(\dfrac{1}{2}\times1\times1\right)=2$이므로

$\overline{\mathrm{EF}}=\sqrt{2}$

ㄷ. $\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{AD}}=\sqrt{10}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $1-\sqrt{10}$이다.

ㄹ. $\overline{\mathrm{EQ}}=\overline{\mathrm{EF}}=\sqrt{2}$이므로 점 Q에 대응하는 수는 $5+\sqrt{2}$이다.

**10** $1<\sqrt{3}<2$이므로 $-2<-\sqrt{3}<-1$에서

$3<5-\sqrt{3}<4$

따라서 $5-\sqrt{3}$에 대응하는 점이 있는 곳은 ④이다.

**11** ① $(\sqrt{3}+1)-2=\sqrt{3}-1>0$

$\therefore \sqrt{3}+1>2$

② $\sqrt{2}+1=1.414\cdots+1=2.414\cdots$

$\sqrt{3}-1=1.732\cdots-1=0.732\cdots$

$\therefore \sqrt{2}+1>\sqrt{3}-1$

③ $\left(7-\sqrt{\dfrac{1}{5}}\right)-\left(7-\sqrt{\dfrac{1}{6}}\right)=-\sqrt{\dfrac{1}{5}}+\sqrt{\dfrac{1}{6}}<0$이므로

$7-\sqrt{\dfrac{1}{5}}<7-\sqrt{\dfrac{1}{6}}$

④ $4>\sqrt{15}$이므로 $\sqrt{3}+4>\sqrt{3}+\sqrt{15}$

⑤ $\sqrt{10}<\sqrt{11}$이므로 $\sqrt{6}+\sqrt{10}<\sqrt{6}+\sqrt{11}$

**12** $1<\sqrt{3}<2$이므로 $3<2+\sqrt{3}<4$에서

$2+\sqrt{3}$의 정수 부분 $a=3$,

소수 부분 $b=(2+\sqrt{3})-3=\sqrt{3}-1$

$\therefore 3a+b=3\times3+(\sqrt{3}-1)=8+\sqrt{3}$

**13** $\sqrt{81}=9$의 양의 제곱근 $a=3$

$2b$의 음의 제곱근이 $-2$이므로

$(-2)^2=2b$에서 $2b=4$ $\quad\therefore b=2$

$\therefore a+3b=3+3\times2=9$

**14** $ab<0$에서 $a$, $b$는 서로 다른 부호이다.

이때 $a-b>0$에서 $a>b$이므로 $a>0$, $b<0$ $\quad\cdots$ (i)

따라서 $-2a<0$, $b-a<0$, $3b<0$이므로 $\quad\cdots$ (ii)

(주어진 식)$=\sqrt{(-2a)^2}-\sqrt{(b-a)^2}+\sqrt{(3b)^2}$

$=-(-2a)-\{-(b-a)\}+(-3b)$

$=2a+b-a-3b$

$=a-2b$ $\quad\cdots$ (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $a$, $b$의 부호 판단하기 | 30 % |
| (ii) $-2a$, $b-a$, $3b$의 부호 판단하기 | 30 % |
| (iii) 주어진 식을 간단히 하기 | 40 % |

**15** $\sqrt{225-a}-\sqrt{81+b}$를 계산한 결과가 가장 큰 정수가 되려면 $\sqrt{225-a}$는 가장 큰 정수, $\sqrt{81+b}$는 가장 작은 정수이어야 한다.

$\sqrt{225-a}$가 가장 큰 정수가 될 때,

$225-a=196$ $\quad\therefore a=29$

$\sqrt{81+b}$가 가장 작은 정수가 될 때,

$81+b=100$ $\quad\therefore b=19$

$\therefore a+b=29+19=48$

주의 $a$, $b$가 자연수이므로 $225-a=225$, $81+b=81$로 식을 세우지 않고, $225-a=196$, $81+b=100$으로 식을 세운다.

**16** $0<a<1$이므로

$0<a^2<a(=\sqrt{a^2})<\sqrt{a}<1<\dfrac{1}{\sqrt{a}}<\dfrac{1}{a}\left(=\dfrac{1}{\sqrt{a^2}}\right)$

다른 풀이

$0<a<1$이므로 $a=\dfrac{1}{4}$이라 하면

$a=\dfrac{1}{4}$, $a^2=\left(\dfrac{1}{4}\right)^2=\dfrac{1}{16}$, $\sqrt{a}=\sqrt{\dfrac{1}{4}}=\dfrac{1}{2}$, $\dfrac{1}{a}=4$, $\dfrac{1}{\sqrt{a}}=2$

이므로 그 값이 가장 큰 것은 ④ $\dfrac{1}{a}$이다.

**17** $6(=\sqrt{36})<\sqrt{40}<7(=\sqrt{49})$이므로 $\sqrt{40}$ 이하의 자연수 중에서 가장 큰 수는 6이다.

$\therefore M(40)=6$

$7(=\sqrt{49})<\sqrt{60}<8(=\sqrt{64})$이므로 $\sqrt{60}$ 이하의 자연수 중에서 가장 큰 수는 7이다.

$\therefore M(60)=7$

$\therefore M(40)+M(60)=6+7=13$

**18** $\sqrt{11}=3.\cdots$

$-1+\sqrt{3}=-1+1.732\cdots=0.732\cdots$

$1-\sqrt{2}=1-1.414\cdots=-0.414\cdots$

$-\sqrt{10}=-3.\cdots$

$-\sqrt{2}-1=-1.414\cdots-1=-2.414\cdots$

$\therefore\ -\sqrt{10}<-\sqrt{2}-1<1-\sqrt{2}<-1+\sqrt{3}<\sqrt{11}$

따라서 작은 수부터 차례로 나열할 때, 두 번째에 오는 수는 $-\sqrt{2}-1$이다.

**19** $\sqrt{1}=1$, $\sqrt{4}=2$, $\sqrt{9}=3$이므로

$f(1)=f(2)=f(3)=1$ … (i)

$f(4)=f(5)=f(6)=f(7)=f(8)=2$ … (ii)

$f(9)=f(10)=3$ … (iii)

$\therefore\ f(1)+f(2)+\cdots+f(10)$

$=1\times3+2\times5+3\times2=19$ … (iv)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $f(1)$, $f(2)$, $f(3)$의 값 구하기 | 25 % |
| (ii) $f(4)$, $f(5)$, $\cdots$, $f(8)$의 값 구하기 | 25 % |
| (iii) $f(9)$, $f(10)$의 값 구하기 | 25 % |
| (iv) 답 구하기 | 25 % |

**20** $\sqrt{\underbrace{1+3}_{2개}}=\sqrt{4}=\sqrt{2^2}=\underline{2}$

$\sqrt{\underbrace{1+3+5}_{3개}}=\sqrt{9}=\sqrt{3^2}=\underline{3}$

$\sqrt{\underbrace{1+3+5+7}_{4개}}=\sqrt{16}=\sqrt{4^2}=\underline{4}$

$\vdots$

$\therefore\ \sqrt{\underbrace{1+3+5+7+\cdots+17+19}_{10개}}=\sqrt{10^2}=\underline{10}$

다른 풀이

$\sqrt{1+3+5+7+\cdots+17+19}$

$=\sqrt{(1+19)+(3+17)+\cdots+(9+11)}$

$=\sqrt{20\times5}$

$=\sqrt{100}=10$

**21** $a<0<b$에서 $a-b<0$이므로

$\sqrt{(a-b)^2}=-(a-b)=-a+b$

$0<b<1$에서 $\frac{1}{b}>1$이므로 $b<\frac{1}{b}$

이때 $b-\frac{1}{b}<0$, $b+\frac{1}{b}>0$이므로

$\sqrt{\left(b-\frac{1}{b}\right)^2}=-\left(b-\frac{1}{b}\right)=-b+\frac{1}{b}$

$\sqrt{\left(b+\frac{1}{b}\right)^2}=b+\frac{1}{b}$

$a<0$에서 $-a>0$이므로

$\sqrt{(-a)^2}=-a$

$\therefore$ (주어진 식)$=-a+b+\left(-b+\frac{1}{b}\right)-\left(b+\frac{1}{b}\right)-(-a)$

$=-a+b-b+\frac{1}{b}-b-\frac{1}{b}+a$

$=-b$

**22** $\sqrt{180ab}=\sqrt{2^2\times3^2\times5\times ab}$이므로 $ab=5\times$(자연수)$^2$의 꼴이어야 하고, $a$, $b$는 주사위의 눈의 수이므로 $1\le ab\le36$

$\therefore\ ab=5$ 또는 $ab=5\times2^2$

(i) $ab=5$일 때, $a$, $b$의 순서쌍 $(a, b)$는

$(1, 5)$, $(5, 1)$

(ii) $ab=5\times2^2$일 때, $a$, $b$의 순서쌍 $(a, b)$는

$(4, 5)$, $(5, 4)$

따라서 (i), (ii)에 의해 $\sqrt{180ab}$가 자연수가 되는 경우의 수는 $2+2=4$(가지)이고, 주사위를 던질 때 일어나는 모든 경우의 수는 36가지이므로 구하는 확률은

$\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$

**23** $n\le\sqrt{x}<n+1$에서 $\sqrt{n^2}\le\sqrt{x}<\sqrt{(n+1)^2}$이므로

$n^2\le x<(n+1)^2$

이때 위의 부등식을 만족하는 자연수 $x$의 개수는

$(n+1)^2-n^2=n^2+2n+1-n^2$

$=2n+1$

따라서 $2n+1=45$이므로

$2n=44$

$\therefore\ n=22$

유형 1~10 P. 24~30

**1** 답 ⑤

⑤ $5\sqrt{3}\times2\sqrt{7}=10\sqrt{21}$

**2** 답 ②

$6\sqrt{6a}=6\sqrt{42}$에서 $6a=42$

$\therefore a=7$

**3** 답 ④

$\sqrt{7}\times(-\sqrt{10})\times\left(-\sqrt{\frac{1}{5}}\right)=\sqrt{7\times10\times\frac{1}{5}}=\sqrt{14}$

**4** 답 $-20\sqrt{6}$

$5\sqrt{2}\times4\sqrt{5}\times\left(-\sqrt{\frac{3}{5}}\right)=-20\sqrt{2\times5\times\frac{3}{5}}=-20\sqrt{6}$

**5** 답 ④

④ $(-\sqrt{45})\div\sqrt{5}=-\frac{\sqrt{45}}{\sqrt{5}}=-\sqrt{\frac{45}{5}}=-\sqrt{9}=-3$

**6** 답 ⑤

$\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{3}}\div\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{6}}=\sqrt{\frac{18}{3}\times\frac{10}{6}}=\sqrt{10}$

$\therefore a=10$

**7** 답 16

$\frac{\sqrt{70}}{\sqrt{5}}=\sqrt{\frac{70}{5}}=\sqrt{14}$ $\quad\therefore a=14$

$\frac{\sqrt{35}}{\sqrt{20}}\div\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{8}}=\frac{\sqrt{35}}{\sqrt{20}}\times\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{7}}=\sqrt{\frac{35}{20}\times\frac{8}{7}}=\sqrt{2}$ $\quad\therefore b=2$

$\therefore a+b=14+2=16$

**8** 답 $\sqrt{3}$

$\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{2}}\div\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{6}}\div\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{24}}=\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{20}}\times\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{18}}$

$=\sqrt{\frac{15}{2}\times\frac{6}{20}\times\frac{24}{18}}=\sqrt{3}$

**9** 답 ⑤

⑤ $-3\sqrt{2}=-\sqrt{3^2\times2}=-\sqrt{18}$

**10** 답 91

$4\sqrt{6}=\sqrt{4^2\times6}=\sqrt{96}$ $\quad\therefore a=96$

$\sqrt{75}=\sqrt{5^2\times3}=5\sqrt{3}$ $\quad\therefore b=5$

$\therefore a-b=96-5=91$

**11** 답 ②

$2\sqrt{5}=\sqrt{2^2\times5}=\sqrt{20}$이므로 $\sqrt{17+a}=\sqrt{20}$

따라서 $17+a=20$이므로 $a=3$

**12** 답 ⑤

$\sqrt{12}\times\sqrt{15}\times\sqrt{49}=\sqrt{12\times15\times49}$

$=\sqrt{2^2\times3\times3\times5\times7^2}$

$=\sqrt{2^2\times3^2\times7^2\times5}=42\sqrt{5}$

$\therefore a=42$

**13** 답 ㄱ, ㄴ, ㄹ

ㄷ. $\sqrt{\frac{28}{18}}=\sqrt{\frac{14}{9}}=\frac{\sqrt{14}}{3}$

ㄹ. $\sqrt{0.24}=\sqrt{\frac{24}{100}}=\sqrt{\frac{6}{25}}=\frac{\sqrt{6}}{5}$

**14** 답 ③

$\sqrt{0.005}=\sqrt{\frac{50}{10000}}=\frac{\sqrt{50}}{100}=\frac{5\sqrt{2}}{100}=\frac{\sqrt{2}}{20}$

$\therefore k=\frac{1}{20}$

**15** 답 $\sqrt{0.12}$, $\sqrt{\frac{3}{49}}$, $\frac{\sqrt{3}}{9}$

$\sqrt{\frac{3}{49}}=\frac{\sqrt{3}}{7}$, $\frac{\sqrt{3}}{9}$, $\sqrt{0.12}=\sqrt{\frac{12}{100}}=\sqrt{\frac{3}{25}}=\frac{\sqrt{3}}{5}$이므로

$\sqrt{0.12}>\sqrt{\frac{3}{49}}>\frac{\sqrt{3}}{9}$

**16** 답 2

$\frac{\sqrt{3}}{3\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{18}}=\sqrt{\frac{3}{18}}=\sqrt{\frac{1}{6}}$ $\quad\therefore a=\frac{1}{6}$

$\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{20}}=\sqrt{\frac{2}{20}}=\sqrt{\frac{1}{10}}$ $\quad\therefore b=\frac{1}{10}$

$\therefore 6a+10b=6\times\frac{1}{6}+10\times\frac{1}{10}=2$

**17** 답 ②

$\sqrt{108}=\sqrt{2^2\times3^3}=\sqrt{2^2}\times\sqrt{3^3}=(\sqrt{2})^2\times(\sqrt{3})^3=a^2b^3$

**18** 답 ④

$\sqrt{80}=\sqrt{4^2\times5}=4\sqrt{5}=4y$

$\sqrt{0.6}=\sqrt{\frac{6}{10}}=\sqrt{\frac{3}{5}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\frac{x}{y}$

$\therefore \sqrt{80}-\sqrt{0.6}=4y-\frac{x}{y}$

**19** 답 ③

$\sqrt{0.00082}=\sqrt{\frac{8.2}{10000}}=\frac{\sqrt{8.2}}{100}=\frac{a}{100}$

**20** 답 $a=10$, $b=\frac{2}{5}$

$\sqrt{200}=\sqrt{10^2\times 2}=10\sqrt{2}=10x$

$\sqrt{1.12}=\sqrt{\frac{112}{100}}=\sqrt{\frac{4^2\times 7}{10^2}}=\frac{4\sqrt{7}}{10}=\frac{2\sqrt{7}}{5}=\frac{2}{5}y$

$\therefore\ \sqrt{200}+\sqrt{1.12}=10x+\frac{2}{5}y$

따라서 $a=10$, $b=\frac{2}{5}$이다.

**21** 답 ②

① $\frac{3}{\sqrt{7}}=\frac{3\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\frac{3\sqrt{7}}{7}$

③ $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{5}}{2\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{15}}{10}$

④ $\frac{4}{5\sqrt{2}}=\frac{4\times\sqrt{2}}{5\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{4\sqrt{2}}{10}=\frac{2\sqrt{2}}{5}$

⑤ $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}\sqrt{5}}=\sqrt{\frac{6}{15}}=\sqrt{\frac{2}{5}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{10}}{5}$

**22** 답 ③

③ $\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\frac{\sqrt{a}\times\sqrt{b}}{\sqrt{b}\times\sqrt{b}}=\frac{\sqrt{ab}}{b}$

**23** 답 2, 과정은 풀이 참조

$\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{5}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{15}}{3}\qquad\therefore\ a=\frac{2}{3}$ ⋯ (i)

$\frac{3}{\sqrt{75}}=\frac{3}{5\sqrt{3}}=\frac{3\times\sqrt{3}}{5\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{3}}{15}=\frac{\sqrt{3}}{5}$

$\therefore\ b=3$ ⋯ (ii)

$\therefore\ ab=\frac{2}{3}\times 3=2$ ⋯ (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $a$의 값 구하기 | 40 % |
| (ii) $b$의 값 구하기 | 40 % |
| (iii) $ab$의 값 구하기 | 20 % |

**24** 답 15배

$3x=3\sqrt{5}$, $\frac{1}{x}=\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$이므로

$3x$는 $\frac{1}{x}$의 $3\sqrt{5}\div\frac{\sqrt{5}}{5}=3\sqrt{5}\times\frac{5}{\sqrt{5}}=15$(배)이다.

**25** 답 $5\sqrt{3}$

$4\sqrt{3} : \sqrt{3600}=1 : x$에서

$4\sqrt{3}x=\sqrt{3600}$, $4\sqrt{3}x=60$이므로

$x=\frac{60}{4\sqrt{3}}=\frac{15}{\sqrt{3}}=\frac{15\sqrt{3}}{3}=5\sqrt{3}$

**26** 답 ②

$\sqrt{0.125}=\sqrt{\frac{125}{1000}}=\sqrt{\frac{1}{8}}=\frac{1}{\sqrt{8}}$

$=\frac{1}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{4}=\frac{a}{4}$

**27** 답 $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$\frac{\sqrt{2}}{3}$, $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$, $\frac{2}{3}=\frac{\sqrt{4}}{3}$, $\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}=\frac{\sqrt{12}}{3}$,

$\sqrt{3}=\frac{3\sqrt{3}}{3}=\frac{\sqrt{27}}{3}$이므로

$\frac{\sqrt{2}}{3}<\frac{2}{3}<\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}<\frac{2}{\sqrt{3}}<\sqrt{3}$

따라서 작은 수부터 차례로 나열할 때, 세 번째에 오는 수는 $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$이다.

**28** 답 ③

$\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\div\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{15}}=\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}\times\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{15}}$

$=\frac{6}{\sqrt{6}}=\frac{6\sqrt{6}}{6}=\sqrt{6}$

**29** 답 ③

$\frac{4}{3\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{200}}{8}\div(-\sqrt{50})=\frac{4}{3\sqrt{5}}\times\frac{10\sqrt{2}}{8}\times\left(-\frac{1}{5\sqrt{2}}\right)$

$=-\frac{1}{3\sqrt{5}}=-\frac{\sqrt{5}}{15}$

$\therefore\ a=-\frac{1}{15}$

**30** 답 ④, ⑤

① $\frac{5}{\sqrt{2}}\times\frac{4\sqrt{3}}{7}=\frac{20\sqrt{3}}{7\sqrt{2}}=\frac{20\sqrt{6}}{14}=\frac{10\sqrt{6}}{7}$

② $4\sqrt{12}\div(-2\sqrt{3})=8\sqrt{3}\times\left(-\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)=-4$

③ $5\sqrt{2}\times\sqrt{27}\div\sqrt{3}=5\sqrt{2}\times 3\sqrt{3}\times\frac{1}{\sqrt{3}}=15\sqrt{2}$

④ $3\sqrt{12}\div\sqrt{6}\times\sqrt{2}=6\sqrt{3}\times\frac{1}{\sqrt{6}}\times\sqrt{2}=6$

⑤ $3\sqrt{2}\div\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{8}}\times\sqrt{40}=3\sqrt{2}\times\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\times 2\sqrt{10}=24\sqrt{2}$

**31** 답 $\frac{12}{5}$

(주어진 식)$=5\times\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{22}}\times\frac{\sqrt{11}}{5\sqrt{5}}\times\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{15}}=\frac{12}{5}$

**32** 답 ④

정사각형의 한 변의 길이를 $x$ cm라 하면

$x^2=6\sqrt{2}\times 3\sqrt{2}=36$

이때 $x>0$이므로 $x=6$

따라서 구하는 정사각형의 한 변의 길이는 6 cm이다.

## 33 답 ②

(삼각형의 넓이)$=\frac{1}{2}\times4\sqrt{5}\times5\sqrt{2}=10\sqrt{10}$

직사각형의 가로의 길이를 $x$라 하면

(직사각형의 넓이)$=x\times\sqrt{20}=2\sqrt{5}x$

따라서 $10\sqrt{10}=2\sqrt{5}x$이므로

$x=\frac{10\sqrt{10}}{2\sqrt{5}}=5\sqrt{2}$

## 34 답 $\frac{7\sqrt{2}}{2}$ cm, 과정은 풀이 참조

직육면체의 높이를 $h$ cm라 하면

(직육면체의 부피)$=4\sqrt{3}\times2\sqrt{5}\times h=28\sqrt{30}$ ⋯ (i)

$8\sqrt{15}h=28\sqrt{30}$

$\therefore h=\frac{28\sqrt{30}}{8\sqrt{15}}=\frac{7\sqrt{2}}{2}$

따라서 구하는 직육면체의 높이는 $\frac{7\sqrt{2}}{2}$ cm이다. ⋯ (ii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 직육면체의 부피를 이용하여 식 세우기 | 40 % |
| (ii) 직육면체의 높이 구하기 | 60 % |

## 35 답 $12\sqrt{15}$ cm$^2$

(사각뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times$(밑면의 넓이)$\times\sqrt{6}=12\sqrt{10}$이므로

(밑면의 넓이)$=\frac{12\sqrt{10}\times3}{\sqrt{6}}=\frac{36\sqrt{10}}{\sqrt{6}}$

$=\frac{36\sqrt{5}}{\sqrt{3}}=\frac{36\sqrt{15}}{3}=12\sqrt{15}\,(\text{cm}^2)$

## 36 답 ③

정사각형의 한 변의 길이를 $x$ cm라 하면

$x^2=96$

이때 $x>0$이므로 $x=\sqrt{96}=4\sqrt{6}$

원의 반지름의 길이를 $r$ cm라 하면

$\pi r^2=6\pi,\ r^2=6$

이때 $r>0$이므로 $r=\sqrt{6}$

따라서 정사각형의 한 변의 길이는 원의 반지름의 길이의

$4\sqrt{6}\div\sqrt{6}=\frac{4\sqrt{6}}{\sqrt{6}}=4$(배)이다.

## 37 답 $16\sqrt{3}\pi$ cm

주어진 두 원의 넓이의 합과 넓이가 같은 원의 반지름의 길이를 $r$ cm라 하면

$\pi r^2=\pi\times(4\sqrt{5})^2+\pi\times(4\sqrt{7})^2,\ \pi r^2=192\pi,\ r^2=192$

이때 $r>0$이므로 $r=\sqrt{192}=8\sqrt{3}$

따라서 구하는 원의 둘레의 길이는

$2\pi\times8\sqrt{3}=16\sqrt{3}\pi\,(\text{cm})$

## 38 답 $150\sqrt{10}\pi$ cm$^3$

밑면인 원의 반지름의 길이를 $r$ cm라 하면

$2\pi r=10\sqrt{2}\pi \qquad \therefore r=\frac{10\sqrt{2}\pi}{2\pi}=5\sqrt{2}$

따라서 구하는 원기둥의 부피는

$\pi\times(5\sqrt{2})^2\times3\sqrt{10}=150\sqrt{10}\pi\,(\text{cm}^3)$

## 39 답 4.351

$a=2.156,\ b=2.195$이므로

$a+b=2.156+2.195=4.351$

## 40 답 1040

$x=8.450,\ y=74.1$이므로

$1000x-100y=1000\times8.450-100\times74.1$

$=8450-7410=1040$

## 41 답 (1) 23.71 (2) 0.06557

(1) $\sqrt{562}=\sqrt{5.62\times100}=10\sqrt{5.62}=10\times2.371=23.71$

(2) $\sqrt{0.0043}=\sqrt{\frac{43}{10000}}=\frac{\sqrt{43}}{100}=\frac{6.557}{100}=0.06557$

## 42 답 ④

① $\sqrt{20000}=\sqrt{2\times10000}=100\sqrt{2}=100\times1.414=141.4$

② $\sqrt{2000}=\sqrt{20\times100}=10\sqrt{20}=10\times4.472=44.72$

③ $\sqrt{0.2}=\sqrt{\frac{20}{100}}=\frac{\sqrt{20}}{10}=\frac{4.472}{10}=0.4472$

④ $\sqrt{0.002}=\sqrt{\frac{20}{10000}}=\frac{\sqrt{20}}{100}=\frac{4.472}{100}=0.04472$

⑤ $\sqrt{0.0002}=\sqrt{\frac{2}{10000}}=\frac{\sqrt{2}}{100}=\frac{1.414}{100}=0.01414$

## 43 답 ㄴ, ㄹ

ㄱ. $\sqrt{0.034}=\sqrt{\frac{3.4}{100}}=\frac{\sqrt{3.4}}{10}=\frac{1.844}{10}=0.1844$

ㄴ. $\sqrt{0.34}=\sqrt{\frac{34}{100}}=\frac{\sqrt{34}}{10}$

ㄷ. $\sqrt{340}=\sqrt{3.4\times100}=10\sqrt{3.4}=10\times1.844=18.44$

ㄹ. $\sqrt{3400}=\sqrt{34\times100}=10\sqrt{34}$

따라서 $\sqrt{3.4}$의 값을 이용하여 그 값을 구할 수 없는 것은 ㄴ, ㄹ이다.

## 44 답 ②

$29.27=2.927\times10$이므로

$\sqrt{a}=\sqrt{8.57\times10}=\sqrt{8.57\times100}=\sqrt{857}$

$\therefore a=857$

## 45 답 (1) 79.38 (2) 0.7746

(1) $\sqrt{6300}=\sqrt{3^2\times7\times100}=30\sqrt{7}=30\times2.646=79.38$

(2) $\sqrt{0.6}=\sqrt{\frac{6}{10}}=\sqrt{\frac{3}{5}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{15}}{5}=\frac{3.873}{5}=0.7746$

## 46 답 ③

① $\sqrt{0.19}=\sqrt{\frac{19}{100}}=\frac{\sqrt{19}}{10}$

② $\sqrt{0.76}=\sqrt{\frac{76}{100}}=\sqrt{\frac{2^2\times19}{100}}=\frac{2\sqrt{19}}{10}=\frac{\sqrt{19}}{5}$

③ $\sqrt{0.00019}=\sqrt{\frac{1.9}{10000}}=\frac{\sqrt{1.9}}{100}$이므로 $\sqrt{19}$의 값을 이용하여 그 값을 구할 수 없다.

④ $\sqrt{7600}=\sqrt{2^2\times19\times100}=20\sqrt{19}$

⑤ $\sqrt{190000}=\sqrt{19\times10000}=100\sqrt{19}$

유형 11~23 P. 30~38

## 47 답 ⑤

① $\sqrt{5}+\sqrt{2}\neq\sqrt{7}$

② $5\sqrt{3}-2\sqrt{3}=(5-2)\sqrt{3}=3\sqrt{3}\neq3$

③ $4\sqrt{3}+2\sqrt{2}\neq6\sqrt{5}$

④ $\sqrt{10}-1\neq3$

⑤ $3\sqrt{6}-5\sqrt{6}=(3-5)\sqrt{6}=-2\sqrt{6}$

## 48 답 ⑤

$A=(5+2-1)\sqrt{3}=6\sqrt{3}$

$B=(2-4+5)\sqrt{7}=3\sqrt{7}$

$\therefore AB=6\sqrt{3}\times3\sqrt{7}=18\sqrt{21}$

## 49 답 $\frac{1}{5}$

(좌변)$=\left(\frac{3}{2}-\frac{4}{3}\right)\sqrt{2}+\left(\frac{1}{5}+1\right)\sqrt{6}=\frac{\sqrt{2}}{6}+\frac{6\sqrt{6}}{5}$

따라서 $a=\frac{1}{6}$, $b=\frac{6}{5}$이므로

$ab=\frac{1}{6}\times\frac{6}{5}=\frac{1}{5}$

## 50 답 4

$8\sqrt{a}-9=3\sqrt{a}+1$에서 $5\sqrt{a}=10$이므로

$\sqrt{a}=2=\sqrt{4}$ $\therefore a=4$

## 51 답 $\sqrt{15}$

$x+y=\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}=\frac{2\sqrt{5}}{2}=\sqrt{5}$

$x-y=\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}=\frac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

$\therefore (x+y)(x-y)=\sqrt{5}\times\sqrt{3}=\sqrt{15}$

## 52 답 $5-\sqrt{2}$

$x=\sqrt{2}$를 주어진 식에 대입하면

$x^2+3x-4\sqrt{2}+3=(\sqrt{2})^2+3\times\sqrt{2}-4\sqrt{2}+3$

$=2+3\sqrt{2}-4\sqrt{2}+3=5-\sqrt{2}$

## 53 답 ①

$5-2\sqrt{5}=\sqrt{25}-\sqrt{20}>0$,

$3\sqrt{5}-7=\sqrt{45}-\sqrt{49}<0$이므로

(주어진 식)$=5-2\sqrt{5}-\{-(3\sqrt{5}-7)\}$

$=5-2\sqrt{5}+3\sqrt{5}-7$

$=\sqrt{5}-2$

## 54 답 ②

다음과 같이 성립하지 않는 예가 있다.

① $\sqrt{2}+(-\sqrt{2})=0$ ⇨ 유리수

③ $\sqrt{2}\times\sqrt{2}=2$ ⇨ 유리수

④ $\sqrt{2}\div\sqrt{2}=1$ ⇨ 유리수

⑤ $0\times\sqrt{2}=0$ ⇨ 유리수

## 55 답 (1) $3\sqrt{7}$ (2) $-2\sqrt{2}+2\sqrt{3}$

(1) (주어진 식)$=2\sqrt{7}-3\sqrt{7}+4\sqrt{7}=3\sqrt{7}$

(2) (주어진 식)$=5\sqrt{2}+4\sqrt{3}-7\sqrt{2}-2\sqrt{3}$

$=-2\sqrt{2}+2\sqrt{3}$

## 56 답 (1) 5 (2) 7

(1) $\sqrt{80}-3\sqrt{20}+a\sqrt{5}=4\sqrt{5}-6\sqrt{5}+a\sqrt{5}$

$=(4-6+a)\sqrt{5}$

$=(-2+a)\sqrt{5}$

따라서 $-2+a=3$이므로 $a=5$

(2) $\sqrt{54}+2\sqrt{24}-a\sqrt{6}=3\sqrt{6}+4\sqrt{6}-a\sqrt{6}$

$=(3+4-a)\sqrt{6}$

$=(7-a)\sqrt{6}$

따라서 $7-a=0$이므로 $a=7$

## 57 답 2, 과정은 풀이 참조

$7\sqrt{5}+\sqrt{72}-\sqrt{45}-\sqrt{32}=7\sqrt{5}+6\sqrt{2}-3\sqrt{5}-4\sqrt{2}$

$=2\sqrt{2}+4\sqrt{5}$ ··· (i)

따라서 $a=2$, $b=4$이므로 ··· (ii)

$3a-b=3\times2-4=2$ ··· (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 주어진 식의 좌변을 간단히 하기 | 40 % |
| (ii) $a$, $b$의 값 구하기 | 40 % |
| (iii) $3a-b$의 값 구하기 | 20 % |

## 58 답 (1) $\frac{12\sqrt{5}}{5}$ (2) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (3) $10\sqrt{2}-3$ (4) $\sqrt{3}-3\sqrt{2}$

(1) (주어진 식)$=2\sqrt{5}+\frac{2\sqrt{5}}{5}=\frac{12\sqrt{5}}{5}$

(2) (주어진 식)$=\frac{2}{\sqrt{2}}-\frac{6}{2\sqrt{2}}=\sqrt{2}-\frac{3\sqrt{2}}{2}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

(3) (주어진 식)$=5\sqrt{2}-3+5\sqrt{2}=10\sqrt{2}-3$

(4) (주어진 식)$=4\sqrt{3}-6\sqrt{2}-3\sqrt{3}+3\sqrt{2}=\sqrt{3}-3\sqrt{2}$

## 59 답 (1) 4 (2) $-\frac{11}{4}$

(1) (좌변)$=5\sqrt{3}+\sqrt{3}-2\sqrt{3}=4\sqrt{3}$ $\quad\therefore a=4$

(2) (좌변)$=\frac{1}{2\sqrt{2}}-4\sqrt{2}+\frac{6}{3\sqrt{2}}$

$=\frac{\sqrt{2}}{4}-4\sqrt{2}+\sqrt{2}=-\frac{11\sqrt{2}}{4}$

$\therefore b=-\frac{11}{4}$

## 60 답 ④

(좌변)$=2\sqrt{6}-7\sqrt{5}-3\sqrt{6}+4\sqrt{5}=-3\sqrt{5}-\sqrt{6}$

따라서 $a=-3$, $b=-1$이므로

$ab=-3\times(-1)=3$

## 61 답 ⑤

$\frac{b}{a}+\frac{a}{b}=\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{21}}{3}+\frac{\sqrt{21}}{7}$

$=\left(\frac{7}{21}+\frac{3}{21}\right)\sqrt{21}=\frac{10\sqrt{21}}{21}$

**다른 풀이**

$\frac{b}{a}+\frac{a}{b}=\frac{a^2+b^2}{ab}=\frac{(\sqrt{3})^2+(\sqrt{7})^2}{\sqrt{3}\sqrt{7}}=\frac{10}{\sqrt{21}}=\frac{10\sqrt{21}}{21}$

## 62 답 (1) $8+\sqrt{6}$ (2) 2 (3) $6-2\sqrt{2}$ (4) $-9$

(1) (주어진 식)$=\sqrt{2}(2\sqrt{2}+2\sqrt{2}+\sqrt{3})$

$=\sqrt{2}(4\sqrt{2}+\sqrt{3})=8+\sqrt{6}$

(2) (주어진 식)$=2\sqrt{2}-2\sqrt{2}+2=2$

(3) (주어진 식)$=(6\sqrt{3}+3\sqrt{6})\times\frac{1}{\sqrt{3}}-5\sqrt{2}$

$=6+3\sqrt{2}-5\sqrt{2}=6-2\sqrt{2}$

(4) (주어진 식)$=6+8-\sqrt{3}\left(8\sqrt{3}-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

$=6+8-24+1=-9$

## 63 답 ⑤

(좌변)$=4\sqrt{2}-4\sqrt{6}-\sqrt{2}-2\sqrt{6}=3\sqrt{2}-6\sqrt{6}$

따라서 $a=3$, $b=-6$이므로

$a-b=3-(-6)=9$

## 64 답 $-8$

$\sqrt{3}A-\sqrt{5}B=\sqrt{3}(\sqrt{5}-\sqrt{3})-\sqrt{5}(\sqrt{5}+\sqrt{3})$

$=\sqrt{15}-3-5-\sqrt{15}=-8$

## 65 답 ④

(좌변)$=\frac{(12+3\sqrt{6})\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{12\sqrt{3}+9\sqrt{2}}{3}=4\sqrt{3}+3\sqrt{2}$

따라서 $a=4$, $b=3$이므로

$a-b=4-3=1$

## 66 답 $\frac{2\sqrt{5}-5}{3}$

$\frac{10-\sqrt{125}}{3\sqrt{5}}=\frac{(10-5\sqrt{5})\times\sqrt{5}}{3\sqrt{5}\times\sqrt{5}}$

$=\frac{10\sqrt{5}-25}{15}=\frac{2\sqrt{5}-5}{3}$

## 67 답 $-\frac{11\sqrt{6}}{6}$, 과정은 풀이 참조

$\frac{\sqrt{12}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{27}+\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$

$=\frac{(2\sqrt{3}-\sqrt{2})\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}-\frac{(3\sqrt{3}+2\sqrt{2})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$

$=\frac{6-\sqrt{6}}{3}-\frac{3\sqrt{6}+4}{2}$ $\cdots$ (i)

$=2-\frac{\sqrt{6}}{3}-\frac{3\sqrt{6}}{2}-2$

$=-\frac{11\sqrt{6}}{6}$ $\cdots$ (ii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 분모를 각각 유리화하기 | 60 % |
| (ii) 계산하기 | 40 % |

## 68 답 ②

(주어진 식)$=1+\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}-1+\frac{3\sqrt{15}}{5}$

$=\frac{\sqrt{15}}{5}+\frac{3\sqrt{15}}{5}=\frac{4\sqrt{15}}{5}$

## 69 답 $2\sqrt{6}-5\sqrt{2}$

(주어진 식)$=4\sqrt{6}-4\sqrt{2}-2\sqrt{6}-\frac{2}{\sqrt{2}}$

$=4\sqrt{6}-4\sqrt{2}-2\sqrt{6}-\sqrt{2}$

$=2\sqrt{6}-5\sqrt{2}$

## 70 답 ②

(주어진 식)$=6-\frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}}+\frac{(2\sqrt{2}-2\sqrt{3})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$

$=6-2\sqrt{6}+\frac{4-2\sqrt{6}}{2}$

$=6-2\sqrt{6}+2-\sqrt{6}$

$=8-3\sqrt{6}$

## 71 답 $\frac{32\sqrt{3}}{3}-\frac{7\sqrt{5}}{2}$

(주어진 식)$=\sqrt{5}(2\sqrt{15}-3)+\left(2\sqrt{3}-\frac{3\sqrt{5}}{2}\right)\times\frac{1}{3}$

$=10\sqrt{3}-3\sqrt{5}+\frac{2\sqrt{3}}{3}-\frac{\sqrt{5}}{2}$

$=\frac{32\sqrt{3}}{3}-\frac{7\sqrt{5}}{2}$

**72** 답 $\frac{5\sqrt{6}}{2}\text{cm}^2$

$$(\text{사다리꼴의 넓이})=\frac{1}{2}\times\{\sqrt{8}+(\sqrt{8}+\sqrt{2})\}\times\sqrt{3}$$
$$=\frac{1}{2}\times(2\sqrt{2}+2\sqrt{2}+\sqrt{2})\times\sqrt{3}$$
$$=\frac{1}{2}\times5\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\frac{5\sqrt{6}}{2}\,(\text{cm}^2)$$

**73** 답 $10\sqrt{3}$, 과정은 풀이 참조

$\overline{AB}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$, $\overline{AD}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}$이므로 … (i)

$(\square ABCD\text{의 둘레의 길이})=2\times(3\sqrt{3}+2\sqrt{3})$
$=2\times5\sqrt{3}$
$=10\sqrt{3}$ … (ii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $\overline{AB}$, $\overline{AD}$의 길이 구하기 | 40 % |
| (ii) □ABCD의 둘레의 길이 구하기 | 60 % |

**74** 답 $(24+6\sqrt{35})\text{cm}^2$

(직육면체의 겉넓이)
$=2\{(\sqrt{5}+\sqrt{7})\times\sqrt{7}+(\sqrt{5}+\sqrt{7})\times\sqrt{5}+\sqrt{7}\times\sqrt{5}\}$
$=2(\sqrt{35}+7+5+\sqrt{35}+\sqrt{35})$
$=2(12+3\sqrt{35})$
$=24+6\sqrt{35}\,(\text{cm}^2)$

**75** 답 ⑤

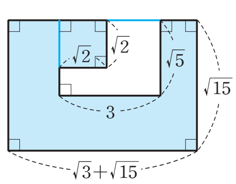
(정사각형 (가)의 한 변의 길이)$=\sqrt{8}=2\sqrt{2}\,(\text{cm})$
(정사각형 (나)의 한 변의 길이)$=\sqrt{18}=3\sqrt{2}\,(\text{cm})$
(정사각형 (다)의 한 변의 길이)$=\sqrt{32}=4\sqrt{2}\,(\text{cm})$
$\therefore\ \overline{AB}=2\sqrt{2}+3\sqrt{2}+4\sqrt{2}=9\sqrt{2}\,(\text{cm})$

**76** 답 $36\sqrt{3}\,\text{cm}^3$

(상자의 밑면의 가로의 길이)$=\sqrt{108}-2\sqrt{3}=6\sqrt{3}-2\sqrt{3}$
$=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$
(상자의 밑면의 세로의 길이)$=\sqrt{75}-2\sqrt{3}=5\sqrt{3}-2\sqrt{3}$
$=3\sqrt{3}\,(\text{cm})$
(상자의 높이)$=\sqrt{3}\,(\text{cm})$
$\therefore$ (상자의 부피)$=4\sqrt{3}\times3\sqrt{3}\times\sqrt{3}=36\sqrt{3}\,(\text{cm}^3)$

**77** 답 ②

오른쪽 그림과 같이 주어진 도형에 보조선을 그어 도형의 넓이를 구하면




$(\sqrt{3}+\sqrt{15})\times\sqrt{15}-3\times\sqrt{5}$
$+\sqrt{2}\times\sqrt{2}$
$=3\sqrt{5}+15-3\sqrt{5}+2$
$=17$
따라서 주어진 도형과 넓이가 같은 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{17}$이다.

**78** 답 $1-2\sqrt{2}$

$\overline{BP}=\overline{BD}=\sqrt{2}$이므로 $a=3-\sqrt{2}$
$\overline{AQ}=\overline{AC}=\sqrt{2}$이므로 $b=2+\sqrt{2}$
$\therefore\ a-b=(3-\sqrt{2})-(2+\sqrt{2})=1-2\sqrt{2}$

**79** 답 ⑤

$\overline{PA}=\overline{PQ}=\sqrt{2}$이므로 $a=-2-\sqrt{2}$
$\overline{RB}=\overline{RS}=\sqrt{2}$이므로 $b=1+\sqrt{2}$
$\therefore\ 2a-b=2\times(-2-\sqrt{2})-(1+\sqrt{2})$
$=-4-2\sqrt{2}-1-\sqrt{2}$
$=-5-3\sqrt{2}$

**80** 답 $2\sqrt{5}$

$\square ABCD=3\times3-4\times\left(\frac{1}{2}\times2\times1\right)=5$이므로
정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$이다.
따라서 점 P의 좌표는 $P(1-\sqrt{5})$, 점 Q의 좌표는 $Q(1+\sqrt{5})$이므로
$\overline{PQ}=(1+\sqrt{5})-(1-\sqrt{5})=2\sqrt{5}$

**81** 답 ④

① $(\sqrt{3}+1)-(\sqrt{2}+1)=\sqrt{3}+1-\sqrt{2}-1$
$=\sqrt{3}-\sqrt{2}>0$
$\therefore\ \sqrt{3}+1>\sqrt{2}+1$

② $4\sqrt{2}-(1+2\sqrt{2})=4\sqrt{2}-1-2\sqrt{2}$
$=2\sqrt{2}-1=\sqrt{8}-1>0$
$\therefore\ 4\sqrt{2}>1+2\sqrt{2}$

③ $3\sqrt{2}-(5-\sqrt{2})=3\sqrt{2}-5+\sqrt{2}$
$=4\sqrt{2}-5=\sqrt{32}-\sqrt{25}>0$
$\therefore\ 3\sqrt{2}>5-\sqrt{2}$

④ $(2\sqrt{3}-1)-(3\sqrt{2}-1)=2\sqrt{3}-1-3\sqrt{2}+1$
$=2\sqrt{3}-3\sqrt{2}$
$=\sqrt{12}-\sqrt{18}<0$
$\therefore\ 2\sqrt{3}-1<3\sqrt{2}-1$

⑤ $(4\sqrt{6}-3\sqrt{5})-(\sqrt{5}+2\sqrt{6})=4\sqrt{6}-3\sqrt{5}-\sqrt{5}-2\sqrt{6}$
$=2\sqrt{6}-4\sqrt{5}$
$=\sqrt{24}-\sqrt{80}<0$
$\therefore\ 4\sqrt{6}-3\sqrt{5}<\sqrt{5}+2\sqrt{6}$

**82** 답 ③

$a-b=(3\sqrt{2}-2)-1=3\sqrt{2}-3$
$=\sqrt{18}-\sqrt{9}>0$
$\therefore\ a>b$
$a-c=(3\sqrt{2}-2)-(2\sqrt{5}-2)=3\sqrt{2}-2-2\sqrt{5}+2$
$=3\sqrt{2}-2\sqrt{5}=\sqrt{18}-\sqrt{20}<0$
$\therefore\ a<c$
$\therefore\ b<a<c$

**83** 답 $5-\sqrt{5}$, $3\sqrt{3}-\sqrt{5}$, $\sqrt{27}-2$, 과정은 풀이 참조

$(3\sqrt{3}-\sqrt{5})-(5-\sqrt{5})=3\sqrt{3}-\sqrt{5}-5+\sqrt{5}$
$=3\sqrt{3}-5$
$=\sqrt{27}-\sqrt{25}>0$

$\therefore 3\sqrt{3}-\sqrt{5}>5-\sqrt{5}$ … (i)

$(3\sqrt{3}-\sqrt{5})-(\sqrt{27}-2)=3\sqrt{3}-\sqrt{5}-3\sqrt{3}+2$
$=-\sqrt{5}+2$
$=-\sqrt{5}+\sqrt{4}<0$

$\therefore 3\sqrt{3}-\sqrt{5}<\sqrt{27}-2$ … (ii)

따라서 $5-\sqrt{5}<3\sqrt{3}-\sqrt{5}<\sqrt{27}-2$이므로
작은 것부터 차례로 나열하면
$5-\sqrt{5}$, $3\sqrt{3}-\sqrt{5}$, $\sqrt{27}-2$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $3\sqrt{3}-\sqrt{5}$와 $5-\sqrt{5}$의 대소 비교하기 | 40 % |
| (ii) $3\sqrt{3}-\sqrt{5}$와 $\sqrt{27}-2$의 대소 비교하기 | 40 % |
| (iii) 주어진 세 수를 작은 것부터 차례로 나열하기 | 20 % |

**84** 답 ②

① (좌변)$=12+12\sqrt{3}+9=21+12\sqrt{3}$
② (좌변)$=60+(-5+4)\sqrt{6}-2=58-\sqrt{6}$
③ (좌변)$=7-9=-2$
④ (좌변)$=5+(-7+4)\sqrt{5}-28=-23-3\sqrt{5}$
⑤ (좌변)$=8-2\sqrt{96}+12=20-8\sqrt{6}$

**85** 답 $30+7\sqrt{2}$

(주어진 식)$=(18+6\sqrt{2}+1)-\{4+(5-6)\sqrt{2}-15\}$
$=(19+6\sqrt{2})-(-11-\sqrt{2})$
$=30+7\sqrt{2}$

**86** 답 ③

(좌변)$=3a-(2a+9)\sqrt{3}+18$
$=(3a+18)-(2a+9)\sqrt{3}$

즉, $3a+18=15$, $2a+9=b$이므로
$a=-1$, $b=7$
$\therefore a+b=-1+7=6$

참고 $a$, $b$, $c$, $d$는 유리수이고 $\sqrt{m}$은 무리수일 때,
$a+b\sqrt{m}=c+d\sqrt{m}$이면 $a=c$, $b=d$이다.

**87** 답 1

$(\sqrt{3}-2)^{10}(\sqrt{3}+2)^{10}=\{(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)\}^{10}$
$=\{(\sqrt{3})^2-2^2\}^{10}$
$=(3-4)^{10}=(-1)^{10}=1$

**88** 답 ②

(주어진 식)$=a\sqrt{2}+8-3-3\sqrt{2}$
$=5+(a-3)\sqrt{2}$

이 식이 유리수가 되려면
$a-3=0$ $\quad\therefore a=3$

**89** 답 3, 과정은 풀이 참조

(주어진 식)$=2a+(-6+2a)\sqrt{3}-18$
$=(2a-18)+(-6+2a)\sqrt{3}$ … (i)

이 식이 유리수가 되려면
$-6+2a=0$ … (ii)
$2a=6$ $\quad\therefore a=3$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 주어진 식을 간단히 하기 | 40 % |
| (ii) 주어진 식이 유리수가 되도록 하는 $a$의 조건 구하기 | 40 % |
| (iii) $a$의 값 구하기 | 20 % |

**90** 답 $-4$

(주어진 식)$=9-12\sqrt{2}+8+2a-3a\sqrt{2}$
$=(17+2a)+(-12-3a)\sqrt{2}$

이 식이 유리수가 되려면
$-12-3a=0$
$3a=-12$ $\quad\therefore a=-4$

**91** 답 ⑤

① $\dfrac{3}{\sqrt{2}}=\dfrac{3\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

② $\dfrac{2}{3\sqrt{2}}=\dfrac{2\times\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{2\sqrt{2}}{6}=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

③ $\dfrac{1}{\sqrt{5}-2}=\dfrac{\sqrt{5}+2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}=\sqrt{5}+2$

④ $\dfrac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5})}=\dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2}$

⑤ $\dfrac{2}{2-\sqrt{2}}=\dfrac{2(2+\sqrt{2})}{(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})}=\dfrac{2(2+\sqrt{2})}{2}=2+\sqrt{2}$

**92** 답 (1) $\sqrt{10}-2\sqrt{2}$ (2) $3\sqrt{5}+2\sqrt{10}$

(1) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}+2}=\dfrac{\sqrt{2}(\sqrt{5}-2)}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}=\sqrt{10}-2\sqrt{2}$

(2) $\dfrac{\sqrt{5}}{3-2\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{5}(3+2\sqrt{2})}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}=3\sqrt{5}+2\sqrt{10}$

**93** 답 ④

$x=8+3\sqrt{7}$이므로

$y=\dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{8+3\sqrt{7}}$

$=\dfrac{8-3\sqrt{7}}{(8+3\sqrt{7})(8-3\sqrt{7})}=8-3\sqrt{7}$

$\therefore x+y=(8+3\sqrt{7})+(8-3\sqrt{7})=16$

**94** 답 $-2-5\sqrt{3}$

(주어진 식)$=\dfrac{2(2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}-\dfrac{3(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}$
$=(4-2\sqrt{3})-(6+3\sqrt{3})$
$=-2-5\sqrt{3}$

**95** 답 5

(주어진 식)$=\dfrac{(\sqrt{7}-\sqrt{3})^2}{(\sqrt{7}+\sqrt{3})(\sqrt{7}-\sqrt{3})}+\dfrac{(\sqrt{7}+\sqrt{3})^2}{(\sqrt{7}-\sqrt{3})(\sqrt{7}+\sqrt{3})}$

$=\dfrac{10-2\sqrt{21}}{4}+\dfrac{10+2\sqrt{21}}{4}$

$=\dfrac{5}{2}+\dfrac{5}{2}=5$

**96** 답 10

$\dfrac{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}=\dfrac{(2\sqrt{3}+3\sqrt{2})^2}{(2\sqrt{3}-3\sqrt{2})(2\sqrt{3}+3\sqrt{2})}$

$=\dfrac{30+12\sqrt{6}}{-6}=-5-2\sqrt{6}$

따라서 $a=-5$, $b=-2$이므로

$ab=-5\times(-2)=10$

**97** 답 $10+5\sqrt{3}$, 과정은 풀이 참조

$1<\sqrt{3}<2$에서

$-2<-\sqrt{3}<-1$, $5<7-\sqrt{3}<6$이므로

$7-\sqrt{3}$의 정수 부분 $a=5$, … (i)

소수 부분 $b=(7-\sqrt{3})-5=2-\sqrt{3}$ … (ii)

$\therefore \dfrac{a}{b}=\dfrac{5}{2-\sqrt{3}}=\dfrac{5(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}$

$=10+5\sqrt{3}$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $a$의 값 구하기 | 20 % |
| (ii) $b$의 값 구하기 | 30 % |
| (iii) $\dfrac{a}{b}$의 값 구하기 | 50 % |

**98** 답 ④

$\dfrac{1}{F(1)}+\dfrac{1}{F(2)}+\dfrac{1}{F(3)}+\cdots+\dfrac{1}{F(24)}$

$=\dfrac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\cdots+\dfrac{1}{\sqrt{24}+\sqrt{25}}$

$=\dfrac{\sqrt{1}-\sqrt{2}}{(\sqrt{1}+\sqrt{2})(\sqrt{1}-\sqrt{2})}+\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})}$

$+\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{4}}{(\sqrt{3}+\sqrt{4})(\sqrt{3}-\sqrt{4})}+\cdots+\dfrac{\sqrt{24}-\sqrt{25}}{(\sqrt{24}+\sqrt{25})(\sqrt{24}-\sqrt{25})}$

$=(\sqrt{2}-\sqrt{1})+(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(\sqrt{4}-\sqrt{3})+\cdots+(\sqrt{25}-\sqrt{24})$

$=-\sqrt{1}+\sqrt{25}$

$=-1+5=4$

**99** 답 $\dfrac{4\sqrt{2}}{3}+\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$

$\dfrac{1}{x}-x=\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{5}}{3}-\dfrac{3}{\sqrt{2}-\sqrt{5}}$

$=\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{5}}{3}-\dfrac{3(\sqrt{2}+\sqrt{5})}{(\sqrt{2}-\sqrt{5})(\sqrt{2}+\sqrt{5})}$

$=\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{5}}{3}+\sqrt{2}+\sqrt{5}=\dfrac{4\sqrt{2}}{3}+\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$

**100** 답 ④

$x=2+\sqrt{3}$에서 $x-2=\sqrt{3}$이므로

이 식의 양변을 제곱하면

$(x-2)^2=(\sqrt{3})^2$, $x^2-4x+4=3$

$x^2-4x=-1$

$\therefore x^2-4x+11=-1+11=10$

다른 풀이

$x=2+\sqrt{3}$이므로

$x^2-4x+11=(2+\sqrt{3})^2-4(2+\sqrt{3})+11$

$=4+4\sqrt{3}+3-8-4\sqrt{3}+11=10$

**101** 답 $4\sqrt{10}$, 과정은 풀이 참조

$x=\dfrac{3-\sqrt{10}}{(3+\sqrt{10})(3-\sqrt{10})}=-3+\sqrt{10}$ … (i)

$y=\dfrac{3+\sqrt{10}}{(3-\sqrt{10})(3+\sqrt{10})}=-3-\sqrt{10}$ … (ii)

$\therefore x(y+2)-y(x+2)$

$=xy+2x-xy-2y=2(x-y)$

$=2\{(-3+\sqrt{10})-(-3-\sqrt{10})\}$

$=2\times 2\sqrt{10}=4\sqrt{10}$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $x$의 분모를 유리화하기 | 30 % |
| (ii) $y$의 분모를 유리화하기 | 30 % |
| (iii) 주어진 식의 값 구하기 | 40 % |

**102** 답 16

$x+y=(\sqrt{5}+1)+(\sqrt{5}-1)=2\sqrt{5}$

$xy=(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)=5-1=4$

$\therefore x^2+xy+y^2=(x+y)^2-xy=(2\sqrt{5})^2-4$

$=20-4=16$

**103** 답 $\dfrac{14}{3}$

$\dfrac{y}{x}+\dfrac{x}{y}=\dfrac{x^2+y^2}{xy}=\dfrac{(x-y)^2+2xy}{xy}$

$=\dfrac{(2\sqrt{2})^2+2\times 3}{3}=\dfrac{8+6}{3}=\dfrac{14}{3}$

**104** 답 ③

$x^2+\dfrac{1}{x^2}=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2-2=(2\sqrt{7})^2-2=26$

**105** 답 $\sqrt{2}-1$

$\dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}=\dfrac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y})}=\dfrac{x+y-2\sqrt{xy}}{x-y}$

이때 $(x-y)^2=(x+y)^2-4xy=4^2-4\times 2=8$이고

$x>y$에서 $x-y>0$이므로 $x-y=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

$\therefore \dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}=\dfrac{x+y-2\sqrt{xy}}{x-y}=\dfrac{4-2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$

$=\dfrac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\dfrac{2\sqrt{2}-2}{2}=\sqrt{2}-1$

## 단원 마무리 P. 39~41

**1** ④ **2** ③ **3** ⑤ **4** ④
**5** $-3\sqrt{2}$ **6** ⑤ **7** ①
**8** 1, 과정은 풀이 참조 **9** 3 **10** ④
**11** ② **12** $-1$, 과정은 풀이 참조 **13** ②
**14** ⑤ **15** ①, ④ **16** $\sqrt{2}-1$, 과정은 풀이 참조
**17** ④ **18** $-\frac{2}{3}$ **19** ③ **20** $\frac{\sqrt{2}}{4}$cm
**21** $\frac{\sqrt{6}-2}{2}$ **22** $\sqrt{2}+1$

**1** ④ $\sqrt{5}\div\sqrt{\frac{1}{2}}=\sqrt{5}\div\frac{1}{\sqrt{2}}=\sqrt{5}\times\sqrt{2}=\sqrt{10}$

**2** $3\sqrt{5}=\sqrt{3^2\times5}=\sqrt{45}$ $\quad\therefore a=45$
$\sqrt{52}=\sqrt{2^2\times13}=2\sqrt{13}$ $\quad\therefore b=2,\ c=13$
$\therefore a+b+c=45+2+13=60$

**3** $\sqrt{84}=\sqrt{2^2\times3\times7}=2\sqrt{3}\sqrt{7}=2ab$

**4** $\frac{5}{\sqrt{18}}=\frac{5}{3\sqrt{2}}=\frac{5\sqrt{2}}{6}$ $\quad\therefore a=\frac{5}{6}$
$\frac{1}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{6}$ $\quad\therefore b=\frac{1}{6}$
$\therefore a-b=\frac{5}{6}-\frac{1}{6}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

**5** (주어진 식)$=8\sqrt{3}\times\left(-\frac{3}{\sqrt{2}}\right)\times\frac{1}{2\sqrt{12}}$
$=8\sqrt{3}\times\left(-\frac{3}{\sqrt{2}}\right)\times\frac{1}{4\sqrt{3}}$
$=-\frac{6}{\sqrt{2}}=-3\sqrt{2}$

**6** ① $\sqrt{0.055}=\sqrt{\frac{5.5}{100}}=\frac{\sqrt{5.5}}{10}=\frac{2.345}{10}=0.2345$
② $\sqrt{5.73}=2.394$
③ $\sqrt{560}=\sqrt{5.6\times100}=10\sqrt{5.6}=10\times2.366=23.66$
④ $\sqrt{583}=\sqrt{5.83\times100}=10\sqrt{5.83}=10\times2.415=24.15$
⑤ $\sqrt{5600}=\sqrt{56\times100}=10\sqrt{56}$이므로 주어진 제곱근표를 이용하여 그 값을 구할 수 없다.

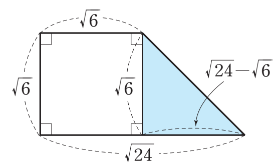
**7** (주어진 식)$=8\sqrt{3}-2\sqrt{6}-2\sqrt{3}+\sqrt{6}=6\sqrt{3}-\sqrt{6}$

**8** (좌변)$=(2-\sqrt{3})\times\frac{1}{\sqrt{2}}-3\sqrt{2}+2\sqrt{6}$
$=\frac{2}{\sqrt{2}}-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}-3\sqrt{2}+2\sqrt{6}$
$=\sqrt{2}-\frac{\sqrt{6}}{2}-3\sqrt{2}+2\sqrt{6}$
$=-2\sqrt{2}+\frac{3\sqrt{6}}{2}$ … (i)

따라서 $a=-2,\ b=\frac{3}{2}$이므로 … (ii)
$a+2b=-2+2\times\frac{3}{2}=1$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 주어진 식의 좌변을 간단히 하기 | 50 % |
| (ii) $a$, $b$의 값 구하기 | 30 % |
| (iii) $a+2b$의 값 구하기 | 20 % |

**9** 오른쪽 그림에서 색칠한 부분은 밑변의 길이가 $\sqrt{24}-\sqrt{6}$이고, 높이가 $\sqrt{6}$인 직각삼각형이므로




(넓이)$=\frac{1}{2}\times(\sqrt{24}-\sqrt{6})\times\sqrt{6}$
$=\frac{1}{2}\times(2\sqrt{6}-\sqrt{6})\times\sqrt{6}$
$=\frac{1}{2}\times\sqrt{6}\times\sqrt{6}$
$=3$

다른 풀이
색칠한 부분의 넓이는 사다리꼴의 넓이에서 정사각형의 넓이를 뺀 것과 같으므로
(넓이)$=\frac{1}{2}\times(\sqrt{6}+\sqrt{24})\times\sqrt{6}-(\sqrt{6})^2$
$=\frac{1}{2}\times3\sqrt{6}\times\sqrt{6}-6$
$=9-6=3$

**10** ① $(\sqrt{5}+\sqrt{10})-(3+\sqrt{5})=\sqrt{10}-3=\sqrt{10}-\sqrt{9}>0$
$\therefore \sqrt{5}+\sqrt{10}>3+\sqrt{5}$
② $(2\sqrt{3}+1)-(\sqrt{3}+3)=\sqrt{3}-2=\sqrt{3}-\sqrt{4}<0$
$\therefore 2\sqrt{3}+1<\sqrt{3}+3$
③ $(5-\sqrt{3})-(2+\sqrt{3})=3-2\sqrt{3}=\sqrt{9}-\sqrt{12}<0$
$\therefore 5-\sqrt{3}<2+\sqrt{3}$
④ $(\sqrt{7}+2)-(2\sqrt{7}-1)=3-\sqrt{7}=\sqrt{9}-\sqrt{7}>0$
$\therefore \sqrt{7}+2>2\sqrt{7}-1$
⑤ $(\sqrt{2}+1)-(2\sqrt{2}-1)=2-\sqrt{2}=\sqrt{4}-\sqrt{2}>0$
$\therefore \sqrt{2}+1>2\sqrt{2}-1$

**11** (주어진 식)$=(3-2\sqrt{3}+1)+(5-4)$
$=5-2\sqrt{3}$

**12** $x=\frac{2}{\sqrt{3}+1}=\frac{2(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}=\sqrt{3}-1$ … (i)
이때 $x+1=\sqrt{3}$이므로
이 식의 양변을 제곱하면
$(x+1)^2=(\sqrt{3})^2,\ x^2+2x+1=3$
$x^2+2x=2$
$\therefore x^2+2x-3=2-3=-1$ … (ii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $x$의 분모를 유리화하기 | 40 % |
| (ii) 주어진 식의 값 구하기 | 60 % |

**다른 풀이**

$x=\frac{2}{\sqrt{3}+1}=\frac{2(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}=\sqrt{3}-1$이므로 … (i)

$x^2+2x-3=(\sqrt{3}-1)^2+2(\sqrt{3}-1)-3$
$=3-2\sqrt{3}+1+2\sqrt{3}-2-3$
$=-1$ … (ii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $x$의 분모를 유리화하기 | 40 % |
| (ii) 주어진 식의 값 구하기 | 60 % |

**13** (좌변)$=\sqrt{2\times5\times a\times5a\times50}$
$=\sqrt{2500a^2}=\sqrt{(50a)^2}$
이때 $a>0$에서 $50a>0$이므로
$\sqrt{(50a)^2}=50a$
따라서 $50a=250$이므로 $a=5$

**14** 원뿔의 높이를 $h$ cm라 하면
$\frac{1}{3}\times\pi\times(3\sqrt{6})^2\times h=72\sqrt{10}\pi$
$18h=72\sqrt{10}$
$\therefore h=\frac{72\sqrt{10}}{18}=4\sqrt{10}$
따라서 원뿔의 높이는 $4\sqrt{10}$ cm이다.

**15** ① $\sqrt{31600}=\sqrt{3.16\times10000}=100\sqrt{3.16}=100a$
② $\sqrt{3160}=\sqrt{31.6\times100}=10\sqrt{31.6}=10b$
③ $\sqrt{1264}=\sqrt{3.16\times400}=20\sqrt{3.16}=20a$
④ $\sqrt{0.316}=\sqrt{\frac{31.6}{100}}=\frac{\sqrt{31.6}}{10}=\frac{b}{10}=0.1b$
⑤ $\sqrt{0.0316}=\sqrt{\frac{3.16}{100}}=\frac{\sqrt{3.16}}{10}=\frac{a}{10}=0.1a$

**16** $5<\sqrt{32}<6$이므로 $f(32)=\sqrt{32}-5=4\sqrt{2}-5$ … (i)
$4<\sqrt{18}<5$이므로 $f(18)=\sqrt{18}-4=3\sqrt{2}-4$ … (ii)
$\therefore f(32)-f(18)=(4\sqrt{2}-5)-(3\sqrt{2}-4)$
$=4\sqrt{2}-5-3\sqrt{2}+4$
$=\sqrt{2}-1$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $f(32)$의 값 구하기 | 30 % |
| (ii) $f(18)$의 값 구하기 | 30 % |
| (iii) $f(32)-f(18)$의 값 구하기 | 40 % |

**17** $\overline{BD}=\overline{BP}=\sqrt{2}$, $\overline{AC}=\overline{AQ}=\sqrt{2}$ (③)이므로
① 점 P에 대응하는 수는 $4-\sqrt{2}$이므로 $P(4-\sqrt{2})$
② 점 Q에 대응하는 수는 $3+\sqrt{2}$이므로 $Q(3+\sqrt{2})$
④ $\overline{PA}=\overline{PB}-\overline{AB}=\sqrt{2}-1$
⑤ $\overline{PQ}=(3+\sqrt{2})-(4-\sqrt{2})=2\sqrt{2}-1$

**18** (주어진 식)$=\sqrt{2}+\sqrt{36}-\sqrt{4}a+\frac{3a}{\sqrt{2}}$
$=\sqrt{2}+6-2a+\frac{3a\sqrt{2}}{2}$
$=(6-2a)+\left(1+\frac{3a}{2}\right)\sqrt{2}$
이 식이 유리수가 되려면
$1+\frac{3a}{2}=0$, $\frac{3a}{2}=-1$ $\therefore a=-\frac{2}{3}$

**19** $\frac{5a\sqrt{b}}{\sqrt{a}}-\frac{2b\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\frac{5a\sqrt{ab}}{a}-\frac{2b\sqrt{ab}}{b}=5\sqrt{ab}-2\sqrt{ab}$
$=3\sqrt{ab}=3\sqrt{25}=3\times5=15$

**20** 정사각형 A, B, C, D의 넓이를 각각 $a$, $b$, $c$, $d$라 하면
$a=2b=2\times2c=2\times2\times2d=8d$
이때 정사각형 D의 한 변의 길이를 $x$ cm라 하면
$a=8d$에서 $1=8x^2$, $x^2=\frac{1}{8}$
$x>0$이므로 $x=\frac{1}{\sqrt{8}}=\frac{1}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{4}$
따라서 D의 한 변의 길이는 $\frac{\sqrt{2}}{4}$ cm이다.

**21** (그릇 A에 담긴 물의 부피)
$=\frac{1}{3}\times(\sqrt{2})^2\times(\sqrt{2}+\sqrt{3})-\frac{1}{3}\times\{2(\sqrt{3}-\sqrt{2})\}^2\times\sqrt{2}$
$=\frac{2}{3}(\sqrt{2}+\sqrt{3})-\frac{4\sqrt{2}}{3}(5-2\sqrt{6})$
$=\frac{2}{3}\sqrt{2}+\frac{2}{3}\sqrt{3}-\frac{20}{3}\sqrt{2}+\frac{16}{3}\sqrt{3}$
$=6\sqrt{3}-6\sqrt{2}$
(그릇 B에 담긴 물의 부피)
$=\sqrt{12}\times\sqrt{6}\times$(그릇 B에 담긴 물의 높이)
$=6\sqrt{2}\times$(그릇 B에 담긴 물의 높이)
이때 두 그릇 A, B에 담긴 물의 부피는 서로 같으므로
$6\sqrt{3}-6\sqrt{2}=6\sqrt{2}\times$(그릇 B에 담긴 물의 높이)
$\therefore$ (그릇 B에 담긴 물의 높이)$=\frac{6\sqrt{3}-6\sqrt{2}}{6\sqrt{2}}$
$=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}-2}{2}$

**22** $\frac{\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}}=\frac{(\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1})^2}{(\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1})(\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1})}$
$=\frac{x+1+2\sqrt{x+1}\sqrt{x-1}+x-1}{(x+1)-(x-1)}$
$=\frac{2x+2\sqrt{x^2-1}}{2}=x+\sqrt{x^2-1}$
$=\sqrt{2}+\sqrt{(\sqrt{2})^2-1}=\sqrt{2}+1$

유형 1~2 P. 44

**1** 답 ③

③ $x^3y$와 $2xy^2$의 공통인 인수는 $xy$이다.

**2** 답 ④

$x(x+2)(x-2)=\underbrace{x}_{①}\times\underbrace{(x+2)(x-2)}_{⑤}$

$=\underbrace{(x-2)}_{②}\times\underbrace{x(x+2)}_{③}$

따라서 $x(x+2)(x-2)$의 인수가 아닌 것은 ④ $x^2(x-2)$이다.

**3** 답 ①

세 직사각형을 이어 붙여 만든 큰 직사각형의 가로의 길이는 $x+1+1=x+2$이고, 세로의 길이는 $x$이다.

따라서 새로 만든 직사각형의 넓이는 $x(x+2)$

$\therefore\ x(x+2)=x^2+2x$

**4** 답 ④

① $2xy+y^2=y(2x+y)$

② $4a^2-2a=2a(2a-1)$

③ $m^2-3m=m(m-3)$

⑤ $x^2y-2xy^2=xy(x-2y)$

**5** 답 ④

$x^3-x^2y=x^2(x-y)$이므로 인수가 아닌 것은 ④ $x(x+y)$이다.

**6** 답 ㄱ, ㄹ

ㄱ. $abc-2abc^2=abc(1-2c)$

ㄴ. $a^2bx-a^2y=a^2(bx-y)$

ㄷ. $a^2b^2+ac=a(ab^2+c)$

ㄹ. $abx^2-abx+abc=ab(x^2-x+c)$

따라서 $ab$를 인수로 갖는 것은 ㄱ, ㄹ이다.

**7** 답 (1) $(2a-b)(x+y)$ (2) $(a-3b)(x+2)$

(1) $x(2a-b)-y(b-2a)$

$=x(2a-b)-y\{-(2a-b)\}$

$=x(2a-b)+y(2a-b)$

$=(2a-b)(x+y)$

(2) $(x+1)(a-3b)+(a-3b)$

$=(a-3b)\{(x+1)+1\}$

$=(a-3b)(x+2)$

유형 3~21 P. 45~57

**8** 답 ⑤

① $x^2-8x+16=(x-4)^2$

② $4x^2-12x+9=(2x-3)^2$

③ $2x^2+4xy+2y^2=2(x^2+2xy+y^2)$

$=2(x+y)^2$

④ $a^2+5a+\frac{25}{4}=\left(a+\frac{5}{2}\right)^2$

**9** 답 ⑤

⑤ $16a^2+24ab+9b^2=(4a+3b)^2$

**10** 답 ④

$25x^2-30x+9=(5x-3)^2$

**11** 답 ①

$ax^2+12x+b=(2x+c)^2$

$=4x^2+4cx+c^2$

즉, $a=4$, $12=4c$, $b=c^2$이므로

$c=3$, $b=3^2=9$

$\therefore\ a+b+c=4+9+3=16$

**12** 답 (1) 25 (2) $\frac{1}{4}$ (3) $\pm6$ (4) $\pm\frac{2}{3}$

(1) $x^2+10x+\square=x^2+2\times x\times5+\square$이므로

$\square=5^2=25$

(2) $16a^2-4a+\square=(4a)^2-2\times4a\times\frac{1}{2}+\square$이므로

$\square=\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$

(3) $a^2+\square ab+9b^2=a^2+\square ab+(\pm3b)^2$이므로

$\square=2\times1\times(\pm3)=\pm6$

(4) $4x^2+\square x+\frac{1}{36}=(2x)^2+\square x+\left(\pm\frac{1}{6}\right)^2$이므로

$\square=2\times2\times\left(\pm\frac{1}{6}\right)=\pm\frac{2}{3}$

**13** 답 1

$9x^2+12x+A=(3x)^2+2\times3x\times2+A$이므로

$A=2^2=4$

$x^2+Bx+\frac{9}{4}=x^2+Bx+\left(\pm\frac{3}{2}\right)^2$이므로

$B=2\times1\times\left(\pm\frac{3}{2}\right)=\pm3$

그런데 $B>0$이므로

$B=3$

$\therefore\ A-B=4-3=1$

## 14 답 ②

$9x^2+(m-1)xy+16y^2=(3x)^2+(m-1)xy+(\pm 4y)^2$
이므로
$m-1=2\times 3\times(\pm 4)=\pm 24$
즉, $m-1=24$에서 $m=25$이고,
$m-1=-24$에서 $m=-23$이다.
따라서 구하는 모든 상수 $m$의 합은 $25+(-23)=2$

## 15 답 4

(주어진 식)$=4x^2+4x-3+k$
$=(2x)^2+2\times 2x\times 1+(-3+k)$
이 식이 완전제곱식이 되려면
$-3+k=1^2$ $\quad\therefore k=4$

## 16 답 ③

$3<x<5$에서 $x-3>0$, $x-5<0$이므로
(주어진 식)$=\sqrt{(x-5)^2}-\sqrt{(x-3)^2}$
$=-(x-5)-(x-3)=-2x+8$

## 17 답 ④

$a<0$, $b>0$에서 $a-b<0$이므로
(주어진 식)$=\sqrt{a^2}-\sqrt{(a-b)^2}$
$=-a+(a-b)=-b$

## 18 답 ④

$0<2a<1$에서 $0<a<\frac{1}{2}$이므로 $a-\frac{1}{2}<0$, $a+\frac{1}{2}>0$
$\therefore$ (주어진 식)$=\sqrt{\left(a-\frac{1}{2}\right)^2}-\sqrt{\left(a+\frac{1}{2}\right)^2}$
$=-\left(a-\frac{1}{2}\right)-\left(a+\frac{1}{2}\right)=-2a$

## 19 답 ①, ⑤

② $49x^2-9=(7x+3)(7x-3)$
③ $-4x^2+y^2=y^2-4x^2=(y+2x)(y-2x)$
④ $a^2-\frac{1}{9}b^2=\left(a+\frac{1}{3}b\right)\left(a-\frac{1}{3}b\right)$

## 20 답 $14x$

$49x^2-16=(7x+4)(7x-4)$
따라서 두 일차식의 합은
$(7x+4)+(7x-4)=14x$

## 21 답 ①

$ax^2-25=(bx+5)(3x+c)$
$=3bx^2+(bc+15)x+5c$
즉, $a=3b$, $0=bc+15$, $-25=5c$이므로
$c=-5$, $b=3$, $a=9$
$\therefore a+b+c=9+3+(-5)=7$

## 22 답 ③

$x^4-16=(x^2+4)(x^2-4)=(x^2+4)(x+2)(x-2)$

## 23 답 $-2(3a+2b)(3a-2b)$

$-18a^2+8b^2=-2(9a^2-4b^2)=-2(3a+2b)(3a-2b)$

## 24 답 $3x^2y^2(x+2y)(x-2y)$, 과정은 풀이 참조

$3x^4y^2-12x^2y^4=3x^2y^2(x^2-4y^2)$ $\quad\cdots$ (i)
$=3x^2y^2(x+2y)(x-2y)$ $\quad\cdots$ (ii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 공통인 인수로 묶어 내기 | 40 % |
| (ii) 주어진 식을 인수분해하기 | 60 % |

## 25 답 ㄱ, ㄹ, ㅂ

$a^3-4a=a(a^2-4)=a(a+2)(a-2)$

## 26 답 ④

$x^8-1=(x^4+1)(x^4-1)$
$=(x^4+1)(x^2+1)(x^2-1)$
$=(x^4+1)(x^2+1)(x+1)(x-1)$

## 27 답 (1) $(x+2)(x+3)$ (2) $(y-3)(y+5)$ (3) $(x-y)(x+4y)$ (4) $a(b-3)(b-9)$

(4) (주어진 식)$=a(b^2-12b+27)=a(b-3)(b-9)$

## 28 답 ④

$x^2+2x-3=(x-1)(x+3)$
따라서 두 일차식의 합은
$(x-1)+(x+3)=2x+2$

## 29 답 ②

$x^2+Ax-6=(x+B)(x+3)=x^2+(3+B)x+3B$
즉, $A=3+B$, $-6=3B$이므로
$B=-2$, $A=1$
$\therefore AB=1\times(-2)=-2$

## 30 답 ②

$(x+4)(x-6)-8x=x^2-10x-24$
$=(x+2)(x-12)$

## 31 답 ②

$x^2+kx-20=(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$
$ab=-20$에서 곱이 $-20$이 되는 두 정수는
$-1$과 20, 1과 $-20$, $-2$와 10, 2와 $-10$,
$-4$와 5, 4와 $-5$이다.
이때 $k=a+b$이므로 $k$의 값이 될 수 있는 수는
19, $-19$, 8, $-8$, 1, $-1$이다.

**32** 답 $(x-2)(x-3)$, 과정은 풀이 참조

$(x+3)(x-8)=x^2-5x-24$에서

연주는 $x$의 계수를 바르게 보았으므로

처음의 이차식의 $x$의 계수는 $-5$이다.

$(x+2)(x+3)=x^2+5x+6$에서

해준이는 상수항을 바르게 보았으므로

처음의 이차식의 상수항은 6이다. … (i)

따라서 처음의 이차식은 $x^2-5x+6$이므로 … (ii)

이 식을 바르게 인수분해하면

$x^2-5x+6=(x-2)(x-3)$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 처음의 이차식의 $x$의 계수, 상수항 구하기 | 40 % |
| (ii) 처음의 이차식 구하기 | 20 % |
| (iii) 처음의 이차식을 바르게 인수분해하기 | 40 % |

**33** 답 (1) $(3x+4)(x+2)$ (2) $(x+2y)(2x-5y)$ (3) $a(2x-1)(x-3)$ (4) $2(2x-3)(3x+5)$

(3) (주어진 식)$=a(2x^2-7x+3)$

$=a(2x-1)(x-3)$

(4) (주어진 식)$=2(6x^2+x-15)$

$=2(2x-3)(3x+5)$

**34** 답 ②, ⑤

$6x^2-5x-6=(2x-3)(3x+2)$

**35** 답 ①

좌변을 인수분해하면

$12x^2-17xy-5y^2=(3x-5y)(4x+y)$이므로

$(3x-5y)(4x+y)=(ax+by)(cx+y)$

따라서 $a=3$, $b=-5$, $c=4$이므로

$a-b+c=3-(-5)+4=12$

**36** 답 $5x+1$, 과정은 풀이 참조

$6x^2+7x-20=(2x+5)(3x-4)$ … (i)

따라서 두 일차식은 $2x+5$, $3x-4$이므로 … (ii)

두 일차식의 합은

$(2x+5)+(3x-4)=5x+1$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 주어진 식을 인수분해하기 | 60 % |
| (ii) 두 일차식 구하기 | 20 % |
| (iii) 두 일차식의 합 구하기 | 20 % |

**37** 답 ①

$2x^2+(3k-2)x-15=(2x-3)(x+5)$

$=2x^2+7x-15$

즉, $3k-2=7$이므로 $k=3$

**38** 답 ②

$3x^2+ax-4=(3x+b)(cx+2)$

$=3cx^2+(6+bc)x+2b$

즉, $3=3c$, $a=6+bc$, $-4=2b$이므로

$c=1$, $b=-2$, $a=4$

$\therefore abc=4\times(-2)\times1=-8$

**39** 답 $a=3$, $b=4$

$f(x)=6x^2-x-12$

$=(2x-3)(3x+4)$

$\therefore \dfrac{f(x)}{g(x)}=\dfrac{6x^2-x-12}{2x-3}$

$=\dfrac{(2x-3)(3x+4)}{2x-3}$

$=3x+4$

$\therefore a=3$, $b=4$

**40** 답 ①, ④

② $x^2y-2xy^2=xy(x-2y)$

③ $\dfrac{x^2}{4}-y^2=\left(\dfrac{x}{2}+y\right)\left(\dfrac{x}{2}-y\right)$

⑤ $a(x+y)-4(x+y)=(x+y)(a-4)$

**41** 답 ②

① $3x^2-75=3(x^2-25)$

$=3(x+5)(x-\boxed{5})$

② $4a^2-49=(2a+\boxed{7})(2a-7)$

③ $8x^2-2x-3=(4x-\boxed{3})(2x+1)$

④ $3x^2-18x+27=3(x^2-6x+9)$

$=\boxed{3}(x-3)^2$

⑤ $4ab^2-\boxed{4}ab+a=a(2b-1)^2$

**42** 답 ②, ⑤

① $x^2-x=x(x-1)$

② $x^4-1=(x^2+1)(x^2-1)$

$=(x^2+1)\underline{(x+1)}(x-1)$

③ $x^2-2x+1=(x-1)^2$

④ $x^2+4x-5=(x-1)(x+5)$

⑤ $3x^2+2x-1=(3x-1)\underline{(x+1)}$

따라서 $x+1$을 인수로 갖는 것은 ②, ⑤이다.

**43** 답 ①

$x^2-x-12=(x+3)\underline{(x-4)}$

$2x^2-5x-12=(2x+3)\underline{(x-4)}$

따라서 두 다항식의 공통인 인수는 $x-4$이다.

**44** 답 6, 과정은 풀이 참조

$4x^2-100y^2=4(x^2-25y^2)=4(x+5y)(x-5y)$

$x^2-xy-20y^2=(x+4y)(x-5y)$ … (i)

따라서 두 다항식의 공통인 인수가 $x-5y$이므로 … (ii)

$a=1$, $b=-5$

$\therefore a-b=1-(-5)=6$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 두 다항식을 각각 인수분해하기 | 50 % |
| (ii) 공통인 인수 찾기 | 30 % |
| (iii) $a-b$의 값 구하기 | 20 % |

**45** 답 ④

① $x^2-x-2=(x+1)(x-2)$

② $x^2-4x+4=(x-2)^2$

③ $x^2+x-6=(x-2)(x+3)$

④ $2x^2-3x+1=(2x-1)(x-1)$

⑤ $x^2-4=(x+2)(x-2)$

**46** 답 ③

$x^2-Ax-8=(x+2)(x+m)$이라 하면

$x^2-Ax-8=x^2+(m+2)x+2m$

즉, $-A=m+2$, $-8=2m$이므로

$m=-4$, $A=2$

**47** 답 ⑤

$2x^2+ax+6=(2x+3)(x+m)$이라 하면

$2x^2+ax+6=2x^2+(2m+3)x+3m$

즉, $a=2m+3$, $6=3m$이므로

$m=2$, $a=7$

**48** 답 ③

$x^2-4x+a=(x-3)(x+m)$이라 하면

$x^2-4x+a=x^2+(m-3)x-3m$

즉, $-4=m-3$, $a=-3m$이므로

$m=-1$, $a=3$

$2x^2+bx-9=(x-3)(2x+n)$이라 하면

$2x^2+bx-9=2x^2+(n-6)x-3n$

즉, $b=n-6$, $-9=-3n$이므로

$n=3$, $b=-3$

$\therefore a+b=3+(-3)=0$

**49** 답 ②

$4x^2+12x+9=(2x+3)^2$이고, $x>0$이므로

구하는 한 변의 길이는 $(2x+3)\,\mathrm{cm}$이다.

**50** 답 ⑤

$6x^2+7x+2=(2x+1)(3x+2)$이고, 가로의 길이가

$2x+1$이므로 세로의 길이는 $3x+2$이다.

$\therefore$ (둘레의 길이)$=2\{(2x+1)+(3x+2)\}$

$=2(5x+3)=10x+6$

**51** 답 ④

새로 만든 직사각형의 넓이는 주어진 9개의 직사각형의 넓이의 합과 같으므로

$2x^2+5x+2$

$2x^2+5x+2=(2x+1)(x+2)$이므로 가로, 세로의 길이는 각각 $2x+1$, $x+2$ 또는 $x+2$, $2x+1$이다.

$\therefore$ (새로 만든 직사각형의 둘레의 길이)

$=2\{(2x+1)+(x+2)\}$

$=2(3x+3)=6x+6$

**52** 답 ②

(도형 (가)의 넓이)$=(2x+3)^2-2^2$

$=4x^2+12x+5$

$=(2x+5)(2x+1)$

이때 도형 (나)의 가로의 길이가 $2x+5$이므로 세로의 길이는 $2x+1$이다.

**53** 답 ④

(길의 넓이)

$=\pi\left(\frac{4a}{2}+2b\right)^2-\pi\left(\frac{4a}{2}\right)^2=\pi(2a+2b)^2-\pi(2a)^2$

$=\pi\{(2a+2b)+2a\}\{(2a+2b)-2a\}$

$=\pi(4a+2b)\times 2b$

$=4\pi b(2a+b)\ (\mathrm{m}^2)$

**54** 답 5

두 정사각형의 둘레의 길이의 합이 80이므로

$4x+4y=80$, $4(x+y)=80$

$\therefore x+y=20$

두 정사각형의 넓이의 차가 100이므로

$x^2-y^2=100$ ($\because x>y$)

$(x+y)(x-y)=100$, $20(x-y)=100$

$\therefore x-y=5$

따라서 두 정사각형의 한 변의 길이의 차는 5이다.

**55** 답 $(a+1)^2$

$a+3=A$로 놓으면

(주어진 식)$=A^2-4A+4=(A-2)^2$

$=(a+3-2)^2=(a+1)^2$

**56** 답 $(5+a+b)(5-a-b)$

$a+b=A$로 놓으면

(주어진 식)$=25-A^2=(5+A)(5-A)$

$=(5+a+b)\{5-(a+b)\}$

$=(5+a+b)(5-a-b)$

**57** 답 ①

$x-2=A$로 놓으면

(주어진 식)$=(x-2)^2+2(x-2)-24$

$=A^2+2A-24=(A+6)(A-4)$

$=(x-2+6)(x-2-4)$

$=(x+4)(x-6)$

따라서 두 일차식의 합은 $(x+4)+(x-6)=2x-2$

**58** 답 ②

$x-2y=A$로 놓으면

(주어진 식)$=A(A+2)-15=A^2+2A-15$

$=(A-3)(A+5)$

$=(x-2y-3)(x-2y+5)$

**59** 답 ①

$x-1=A$로 놓으면

$2(x-1)^2-3(x-1)-9$

$=2A^2-3A-9=(2A+3)(A-3)$

$=\{2(x-1)+3\}(x-1-3)$

$=(2x+1)(x-4)$

따라서 $a=1$, $b=-4$이므로

$a+b=1+(-4)=-3$

**60** 답 $a=4$, $b=-1$

$3x-2=A$, $x+1=B$로 놓으면

$(3x-2)^2-(x+1)^2$

$=A^2-B^2=(A+B)(A-B)$

$=\{(3x-2)+(x+1)\}\{(3x-2)-(x+1)\}$

$=(4x-1)(2x-3)$

$\therefore a=4$, $b=-1$

**61** 답 21

$x+1=A$, $x-3=B$로 놓으면

(주어진 식)$=A^2-9AB+20B^2$

$=(A-5B)(A-4B)$

$=\{(x+1)-5(x-3)\}\{(x+1)-4(x-3)\}$

$=(-4x+16)(-3x+13)$

$=4(x-4)(3x-13)$

따라서 $a=4$, $b=-4$, $c=-13$이므로

$a-b-c=4-(-4)-(-13)=21$

**62** 답 $-2(x+4y)(3x-2y)$

$x-2y=A$, $x+2y=B$로 놓으면

(주어진 식)$=2A^2-5AB-3B^2$

$=(A-3B)(2A+B)$

$=\{(x-2y)-3(x+2y)\}\{2(x-2y)+(x+2y)\}$

$=(-2x-8y)(3x-2y)$

$=-2(x+4y)(3x-2y)$

**63** 답 ①

(주어진 식)$=\{(x+1)(x+6)\}\{(x+2)(x+5)\}-12$

$=(x^2+7x+6)(x^2+7x+10)-12$

$=(A+6)(A+10)-12$ $\leftarrow x^2+7x=A$로 놓기

$=A^2+16A+60-12$

$=A^2+16A+48$

$=(A+4)(A+12)$

$=(x^2+7x+4)(x^2+7x+12)$

$=(x^2+7x+4)(x+3)(x+4)$

**64** 답 $(x^2+3x+7)(x^2+3x-5)$

(주어진 식)$=\{x(x+3)\}\{(x+1)(x+2)\}-35$

$=(x^2+3x)(x^2+3x+2)-35$

$=A(A+2)-35$ $\leftarrow x^2+3x=A$로 놓기

$=A^2+2A-35$

$=(A+7)(A-5)$

$=(x^2+3x+7)(x^2+3x-5)$

**65** 답 ⑤

(좌변)$=\{(x-5)(x+3)\}\{(x-3)(x+1)\}+36$

$=(x^2-2x-15)(x^2-2x-3)+36$

$=(A-15)(A-3)+36$ $\leftarrow x^2-2x=A$로 놓기

$=A^2-18A+45+36$

$=A^2-18A+81$

$=(A-9)^2$

$=(x^2-2x-9)^2$

따라서 $a=-2$, $b=-9$이므로

$ab=(-2)\times(-9)=18$

**66** 답 (1) $(b+1)(a-1)$

(2) $(a-b)(a+1)(a-1)$

(3) $(a+b)(a-b-c)$

(1) $ab+a-b-1=a(b+1)-(b+1)$

$=(b+1)(a-1)$

(2) $a^3-a^2b-a+b=a^2(a-b)-(a-b)$

$=(a-b)(a^2-1)$

$=(a-b)(a+1)(a-1)$

(3) $a^2-ac-b^2-bc=a^2-b^2-ac-bc$

$=(a+b)(a-b)-c(a+b)$

$=(a+b)(a-b-c)$

**67** 답 ①, ⑤

$x^2y-4+x^2-4y=x^2y+x^2-4y-4$

$=x^2(y+1)-4(y+1)$

$=(y+1)(x^2-4)$

$=(y+1)(x+2)(x-2)$

**68** 답 $3x-3$

$x^3-3x^2-25x+75=x^2(x-3)-25(x-3)$
$=(x-3)(x^2-25)$
$=(x-3)(x+5)(x-5)$

따라서 세 일차식의 합은
$(x-3)+(x+5)+(x-5)=3x-3$

**69** 답 ②

$ab+3a-b-3=a(b+3)-(b+3)$
$=(b+3)(a-1)$
$a^2-ab-a+b=a(a-b)-(a-b)$
$=(a-b)(a-1)$

**70** 답 (1) $(x-2y+3)(x-2y-3)$
(2) $(x+y+z)(x-y-z)$
(3) $(1+x-y)(1-x+y)$

(1) (주어진 식)$=(x^2-4xy+4y^2)-9$
$=(x-2y)^2-3^2$
$=(x-2y+3)(x-2y-3)$

(2) (주어진 식)$=x^2-(y^2+2yz+z^2)$
$=x^2-(y+z)^2$
$=(x+y+z)(x-y-z)$

(3) (주어진 식)$=1-(x^2-2xy+y^2)$
$=1^2-(x-y)^2$
$=(1+x-y)(1-x+y)$

**71** 답 ②

(주어진 식)$=x^2-(9y^2-6y+1)$
$=x^2-(3y-1)^2$
$=(x+3y-1)(x-3y+1)$

**72** 답 $2x-8y$

(주어진 식)$=(x^2-8xy+16y^2)-9$
$=(x-4y)^2-3^2$
$=(x-4y+3)(x-4y-3)$

따라서 두 일차식의 합은
$(x-4y+3)+(x-4y-3)=2x-8y$

**73** 답 2, 과정은 풀이 참조

(주어진 식)$=(25x^2-10xy+y^2)-4$
$=(5x-y)^2-2^2$
$=(5x-y+2)(5x-y-2)$ … (i)

따라서 $a=5$, $b=-1$, $c=-2$이므로 … (ii)
$a+b+c=5+(-1)+(-2)=2$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 주어진 식을 인수분해하기 | 60 % |
| (ii) $a$, $b$, $c$의 값 구하기 | 30 % |
| (iii) $a+b+c$의 값 구하기 | 10 % |

**74** 답 ⑤

(주어진 식)$=(x-3)y+x^2-5x+6$
$=(x-3)y+(x-3)(x-2)$
$=(x-3)(x+y-2)$

**75** 답 $x+y+1$

(주어진 식)$=x^2+5x-(y^2-3y-4)$
$=x^2+5x-(y+1)(y-4)$
$=\{x+(y+1)\}\{x-(y-4)\}$
$=(x+y+1)(x-y+4)$

따라서 일차식인 다른 한 인수는 $x+y+1$이다.

**76** 답 ④

(주어진 식)$=x^2-(4y+6)x+3y^2+2y-16$
$=x^2-(4y+6)x+(y-2)(3y+8)$
$=\{x-(y-2)\}\{x-(3y+8)\}$
$=(x-y+2)(x-3y-8)$

따라서 두 일차식의 합은
$(x-y+2)+(x-3y-8)=2x-4y-6$

**77** 답 $(x+3y-2)(2x-y+3)$

(주어진 식)$=2x^2+(5y-1)x-(3y^2-11y+6)$
$=2x^2+(5y-1)x-(3y-2)(y-3)$
$=\{x+(3y-2)\}\{2x-(y-3)\}$
$=(x+3y-2)(2x-y+3)$

**78** 답 ③

$163^2-162^2=(163+162)(163-162)$
$=163+162$

**79** 답 (1) 4000 (2) 30 (3) 10000

(1) $502^2-498^2=(502+498)(502-498)$
$=1000\times4=4000$

(2) $7.5^2\times\frac{3}{5}-2.5^2\times\frac{3}{5}=\frac{3}{5}(7.5^2-2.5^2)$
$=\frac{3}{5}(7.5+2.5)(7.5-2.5)$
$=\frac{3}{5}\times10\times5=30$

(3) $53^2+2\times53\times47+47^2=(53+47)^2$
$=100^2=10000$

**80** 답 4916

$A=72.5^2-2\times72.5\times2.5+2.5^2$
$=(72.5-2.5)^2=70^2=4900$
$B=\sqrt{(34+30)(34-30)}$
$=\sqrt{64\times4}=\sqrt{256}=16$
$\therefore A+B=4900+16=4916$

## 81 답 ②

$$\frac{2018\times2019+2018}{2019^2-1}=\frac{2018(2019+1)}{(2019+1)(2019-1)}$$
$$=\frac{2018}{2019-1}=1$$

## 82 답 ①

$1^2-2^2+3^2-4^2+\cdots+19^2-20^2$
$=(1^2-2^2)+(3^2-4^2)+\cdots+(19^2-20^2)$
$=(1+2)(1-2)+(3+4)(3-4)$
$\quad+\cdots+(19+20)(19-20)$
$=(1+2+3+4+\cdots+19+20)\times(-1)$
$=(21\times10)\times(-1)=-210$

## 83 답 $\frac{6}{11}$, 과정은 풀이 참조

$\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{10^2}\right)\left(1-\frac{1}{11^2}\right)$
$=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)$
$\times\cdots\times\left(1-\frac{1}{10}\right)\left(1+\frac{1}{10}\right)\left(1-\frac{1}{11}\right)\left(1+\frac{1}{11}\right)$ … (i)
$=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{4}{3}\times\frac{3}{4}\times\frac{5}{4}\times\cdots\times\frac{9}{10}\times\frac{11}{10}\times\frac{10}{11}\times\frac{12}{11}$
$=\frac{1}{2}\times\frac{12}{11}=\frac{6}{11}$ … (ii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 주어진 식을 인수분해하기 | 60 % |
| (ii) 계산하기 | 40 % |

## 84 답 ③

$2^{16}-1=(2^8+1)(2^8-1)$
$=(2^8+1)(2^4+1)(2^4-1)$
$=(2^8+1)(2^4+1)(2^2+1)(2^2-1)$
$=(2^8+1)(2^4+1)(2^2+1)(2+1)(2-1)$
$=257\times17\times5\times3\times1$
따라서 $2^{16}-1$의 약수가 아닌 것은 ③ 11이다.

## 85 답 ⑤

$a^2-6a+9=(a-3)^2=(23-3)^2=20^2=400$

## 86 답 $3+7\sqrt{3}$

$x^2+3x-10=(x-2)(x+5)$
$=(\sqrt{3}+2-2)(\sqrt{3}+2+5)$
$=\sqrt{3}(\sqrt{3}+7)=3+7\sqrt{3}$

## 87 답 ④

$2x^2-8xy+6y^2=2(x^2-4xy+3y^2)$
$=2(x-y)(x-3y)$
$=2(5.75-0.25)(5.75-3\times0.25)$
$=2\times5.5\times5=55$

## 88 답 $-8\sqrt{5}$, 과정은 풀이 참조

$x=\frac{1}{\sqrt{5}+2}=\frac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}=\sqrt{5}-2$,
$y=\frac{1}{\sqrt{5}-2}=\frac{\sqrt{5}+2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}=\sqrt{5}+2$이므로 … (i)
$x+y=(\sqrt{5}-2)+(\sqrt{5}+2)=2\sqrt{5}$
$x-y=(\sqrt{5}-2)-(\sqrt{5}+2)=-4$
$xy=(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)=5-4=1$
$\therefore x^3y-xy^3=xy(x^2-y^2)$
$=xy(x+y)(x-y)$ … (ii)
$=1\times2\sqrt{5}\times(-4)$
$=-8\sqrt{5}$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $x$, $y$의 분모를 유리화하기 | 30 % |
| (ii) 주어진 식을 인수분해하기 | 30 % |
| (iii) 주어진 식의 값 구하기 | 40 % |

## 89 답 ②

$x+2=A$로 놓으면
(주어진 식)$=A^2-2A-3$
$=(A-3)(A+1)$
$=(x+2-3)(x+2+1)$
$=(x-1)(x+3)$
$=(\sqrt{3}-1-1)(\sqrt{3}-1+3)$
$=(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)$
$=3-4=-1$

## 90 답 $-4$

$x+y=A$, $x-y=B$로 놓으면
(주어진 식)$=A^2-B^2$
$=(A+B)(A-B)$
$=\{(x+y)+(x-y)\}\{(x+y)-(x-y)\}$
$=2x\times2y=4xy$
$=4\times\frac{1}{\sqrt{5}-1}\times(1-\sqrt{5})$
$=4\times\frac{1}{\sqrt{5}-1}\times\{-(\sqrt{5}-1)\}$
$=-4$

## 91 답 $2\sqrt{2}-1$

$x+y=(\sqrt{2}+1)+(\sqrt{2}-1)=2\sqrt{2}$,
$x-y=(\sqrt{2}+1)-(\sqrt{2}-1)=2$이므로
(주어진 식)$=(x-1)^2-y^2$
$=(x-1+y)(x-1-y)$
$=(x+y-1)(x-y-1)$
$=(2\sqrt{2}-1)(2-1)$
$=2\sqrt{2}-1$

**92** 답 2, 과정은 풀이 참조

$1<\sqrt{2}<2$이므로 $\sqrt{2}$의 소수 부분 $x=\sqrt{2}-1$ … (ⅰ)

$x-3=A$로 놓으면

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=A^2+8A+16=(A+4)^2\\&=(x-3+4)^2=(x+1)^2 \quad \cdots(\text{ii})\\&=(\sqrt{2}-1+1)^2\\&=(\sqrt{2})^2=2 \quad \cdots(\text{iii})\end{aligned}$$

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (ⅰ) $x$의 값 구하기 | 40 % |
| (ⅱ) 주어진 식을 인수분해하기 | 40 % |
| (ⅲ) 주어진 식의 값 구하기 | 20 % |

**93** 답 ④

$9a^2-4b^2=(3a+2b)(3a-2b)=15$에서

$3a+2b=3$이므로

$3(3a-2b)=15 \quad \therefore 3a-2b=5$

**94** 답 $\frac{1}{2}$

$$\begin{aligned}x^2-xy-12y^2&=(x-4y)(x+3y)\\&=\frac{1}{\sqrt{3}-1}\times\frac{1}{\sqrt{3}+1}=\frac{1}{3-1}=\frac{1}{2}\end{aligned}$$

**95** 답 ③

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=(x^2-y^2)-5(x+y)\\&=(x+y)(x-y)-5(x+y)\\&=(x+y)(x-y-5)\\&=11\times(5-5)=0\end{aligned}$$

**96** 답 $-35$

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=(a^2-6a+9)-b^2\\&=(a-3)^2-b^2\\&=(a-3+b)(a-3-b)\\&=(a+b-3)(a-b-3)\\&=(-2-3)(10-3)\\&=(-5)\times7=-35\end{aligned}$$

**97** 답 $1-3\sqrt{3}$

$$x+y=\frac{1}{2-\sqrt{3}}=\frac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}=2+\sqrt{3}$$

$$x-3y=\frac{1}{2+\sqrt{3}}=\frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}=2-\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned}\therefore (\text{주어진 식})&=x^2+(-2y+1)x-(3y^2+7y+2)\\&=x^2+(-2y+1)x-(y+2)(3y+1)\\&=(x+y+2)(x-3y-1)\\&=(2+\sqrt{3}+2)(2-\sqrt{3}-1)\\&=(4+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})\\&=4-4\sqrt{3}+\sqrt{3}-3=1-3\sqrt{3}\end{aligned}$$

**98** 답 $\pm112$, 과정은 풀이 참조

$(a+b)^2=(a-b)^2+4ab$이므로

$(a+b)^2=5^2+4\times6=49$

$\therefore a+b=\pm7$ … (ⅰ)

$$\begin{aligned}\therefore 3a^2-3b^2+a+b&=3(a^2-b^2)+(a+b)\\&=3(a+b)(a-b)+(a+b)\\&=(a+b)\{3(a-b)+1\} \quad \cdots(\text{ii})\\&=(\pm7)\times(3\times5+1)\\&=\pm112 \quad \cdots(\text{iii})\end{aligned}$$

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (ⅰ) $a+b$의 값 구하기 | 30 % |
| (ⅱ) 주어진 식을 인수분해하기 | 40 % |
| (ⅲ) 주어진 식의 값 구하기 | 30 % |

**99** 답 ⑤

$$\begin{aligned}x^2y+xy^2+2x+2y&=xy(x+y)+2(x+y)\\&=(xy+2)(x+y)\\&=(3+2)(x+y)\\&=5(x+y)=20\end{aligned}$$

$\therefore x+y=4$

$$\begin{aligned}\therefore x^2+y^2&=(x+y)^2-2xy\\&=4^2-2\times3\\&=10\end{aligned}$$

**단원 마무리** P. 58~61

| | | | |
|---|---|---|---|
| **1** ③ | **2** ③ | **3** ③ | |
| **4** $x(x+3)(x-3)$ | | **5** ① | **6** ④ |
| **7** ② | **8** ③ | **9** ④ | **10** ② |
| **11** $-2$, 과정은 풀이 참조 | | **12** ③ | **13** ④ |
| **14** ⑤ | **15** ① | **16** ⑤ | **17** ② |
| **18** $(x-1)(x+6)$, 과정은 풀이 참조 | | | **19** 5 |
| **20** ④ | **21** ① | **22** 25 | |
| **23** $3x+5$, 과정은 풀이 참조 | | | **24** ③ |
| **25** ④ | **26** ③ | **27** ① | **28** 64 |
| **29** ① | | | |

**1** $2x^2y-3x^2y^2=x^2y(2-3y)$

**2** ① $x^2-16x+64=(x-8)^2$

② $9y^2+6y+1=(3y+1)^2$

④ $3x^2+30x+75=3(x^2+10x+25)=3(x+5)^2$

⑤ $49x^2-28xy+4y^2=(7x-2y)^2$

**3** $ax^2-16y^2=(bx+4y)(7x+cy)$
$=7bx^2+(bc+28)xy+4cy^2$
즉, $a=7b$, $0=bc+28$, $-16=4c$이므로
$c=-4$, $b=7$, $a=49$
$\therefore a+b+c=49+7+(-4)=52$

**4** $x^3-9x=x(x^2-9)=x(x+3)(x-3)$

**5** $(x-3)(x+5)-9=x^2+2x-24$
$=(x+6)(x-4)$
따라서 $a=6$, $b=4$이므로
$x^2+ax+2b=x^2+6x+8$
$=(x+2)(x+4)$

**6** $8x^2-10x-3=(2x-3)(4x+1)$
따라서 $A=-3$, $B=4$이므로
$B-A=4-(-3)=7$

**7** ② $-4x^2+y^2=y^2-4x^2$
$=(y+2x)(y-2x)$
$=(2x+y)(-2x+y)$

**8** $x^2-2x-15=(\underline{x+3})(x-5)$
$2x^2+7x+3=(2x+1)(\underline{x+3})$
따라서 두 다항식의 공통인 인수는 $x+3$이다.

**9** $\frac{1}{2}\times\{(a-3)+(a+7)\}\times(\text{높이})=3a^2+5a-2$
$(a+2)\times(\text{높이})=(a+2)(3a-1)$
$\therefore (\text{높이})=3a-1$

**10** $2x-3y=A$로 놓으면
(주어진 식)$=A(A+5)-24$
$=A^2+5A-24$
$=(A+8)(A-3)$
$=(2x-3y+8)(2x-3y-3)$

**11** (좌변)$=(4x^2-4xy+y^2)-9$
$=(2x-y)^2-3^2$
$=(2x-y+3)(2x-y-3)$ … (i)
따라서 $a=-1$, $b=3$, $c=-1$, $d=-3$
또는 $a=-1$, $b=-3$, $c=-1$, $d=3$이므로 … (ii)
$a+b+c+d=-2$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 주어진 식의 좌변을 인수분해하기 | 50 % |
| (ii) $a$, $b$, $c$, $d$의 값 구하기 | 30 % |
| (iii) $a+b+c+d$의 값 구하기 | 20 % |

**12** (좌변)$=2x^2+(3y+2)x+y^2-4$
$=2x^2+(3y+2)x+(y+2)(y-2)$
$=(2x+y-2)(x+y+2)$
$\therefore A=2x+y-2$

**13** $\sqrt{9\times11^2-9\times22+9}=\sqrt{9(11^2-2\times11\times1+1^2)}$
$=\sqrt{9(11-1)^2}$
$=\sqrt{9\times10^2}$
$=\sqrt{900}=30$

**14** $x+y=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$
$=\frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2+(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$
$=\frac{(3-2\sqrt{6}+2)+(3+2\sqrt{6}+2)}{3-2}=10$
$\therefore x^2+2xy+y^2=(x+y)^2=10^2=100$

**15** $x^2-y^2+2y-1=x^2-(y^2-2y+1)$
$=x^2-(y-1)^2$
$=(x+y-1)(x-y+1)$
$=(5-1)(x-y+1)$
$=4(x-y+1)=12$
즉, $x-y+1=3$이므로
$x-y=2$

**16** $x^2+ax+36=x^2+ax+(\pm6)^2$에서
$a>0$이므로 $a=2\times1\times6=12$
$4x^2+bxy+\frac{1}{9}y^2=(2x)^2+bxy+\left(\pm\frac{1}{3}y\right)^2$에서
$b>0$이므로 $b=2\times2\times\frac{1}{3}=\frac{4}{3}$
$\therefore ab=12\times\frac{4}{3}=16$

**17** $-3<x<4$에서 $x+3>0$, $x-4<0$이므로
(주어진 식)$=\sqrt{(x+3)^2}+\sqrt{(x-4)^2}$
$=(x+3)-(x-4)$
$=7$

**18** $(x+3)(x-2)=x^2+x-6$에서
혜리는 상수항을 바르게 보았으므로
처음의 이차식의 상수항은 $-6$이다.
$(x+4)(x+1)=x^2+5x+4$에서
상우는 $x$의 계수를 바르게 보았으므로
처음의 이차식의 $x$의 계수는 5이다. … (i)
따라서 처음의 이차식은 $x^2+5x-6$이므로 … (ii)
이 식을 바르게 인수분해하면
$x^2+5x-6=(x-1)(x+6)$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (ⅰ) 처음의 이차식의 $x$의 계수, 상수항 구하기 | 40 % |
| (ⅱ) 처음의 이차식 구하기 | 20 % |
| (ⅲ) 처음의 이차식을 바르게 인수분해하기 | 40 % |

**19** $3x^2+(a+12)xy+8y^2=(3x+by)(cx+4y)$
$=3cx^2+(12+bc)xy+4by^2$
즉, $3=3c$, $a+12=12+bc$, $8=4b$이므로
$c=1$, $b=2$, $a=2$
$\therefore a+b+c=2+2+1=5$

**20** $x^2+ax-8=(x-2)(x+m)$이라 하면
$x^2+ax-8=x^2+(m-2)x-2m$
즉, $a=m-2$, $-8=-2m$이므로
$m=4$, $a=2$
$2x^2-3x+b=(x-2)(2x+n)$이라 하면
$2x^2-3x+b=2x^2+(n-4)x-2n$
즉, $-3=n-4$, $b=-2n$이므로 $n=1$, $b=-2$
$\therefore a-b=2-(-2)=4$

**21** 잔디밭의 반지름의 길이를 $r$ m라 하면 산책로의 한가운데를 지나는 원의 반지름의 길이는 $\left(r+\frac{a}{2}\right)$m이므로
$l=2\pi\times\left(r+\frac{a}{2}\right)=2\pi r+\pi a=\pi(2r+a)$ (m)
$\therefore$ (산책로의 넓이)$=\pi(r+a)^2-\pi r^2=\pi\{(r+a)^2-r^2\}$
$=\pi(r+a+r)(r+a-r)$
$=\pi(2r+a)\times a$
$=l\times a=al$ ($\mathrm{m}^2$)

**22** (주어진 식)$=\{(x-1)(x+2)\}\{(x-3)(x+4)\}+k$
$=(x^2+x-2)(x^2+x-12)+k$
$=(A-2)(A-12)+k$ ← $x^2+x=A$로 놓기
$=A^2-14A+24+k$
이 식이 완전제곱식이어야 하므로
$24+k=\left(\frac{-14}{2}\right)^2=49$
$\therefore k=25$

**23** $x^3+5x^2-4x-20=x^2(x+5)-4(x+5)$
$=(x+5)(x^2-4)$
$=(x+5)(x+2)(x-2)$ ⋯ (ⅰ)
따라서 세 일차식은 $x+5$, $x+2$, $x-2$이므로 ⋯ (ⅱ)
세 일차식의 합은
$(x+5)+(x+2)+(x-2)=3x+5$ ⋯ (ⅲ)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (ⅰ) 주어진 식을 인수분해하기 | 40 % |
| (ⅱ) 세 일차식 구하기 | 30 % |
| (ⅲ) 세 일차식의 합 구하기 | 30 % |

**24** $1^2-3^2+5^2-7^2+\cdots+17^2-19^2$
$=(1+3)(1-3)+(5+7)(5-7)+\cdots+(17+19)(17-19)$
$=(1+3+5+7+\cdots+17+19)\times(-2)$
$=(20\times5)\times(-2)$
$=-200$

**25** $x-3=A$로 놓으면
(주어진 식)$=A^2-2A-3=(A+1)(A-3)$
$=(x-3+1)(x-3-3)$
$=(x-2)(x-6)$
$=(4+\sqrt{3}-2)(4+\sqrt{3}-6)$
$=(\sqrt{3}+2)(\sqrt{3}-2)$
$=3-4=-1$

**26** $x^2+9x+k=(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$
$a+b=9$이고, $a$, $b$는 자연수이므로 가능한 순서쌍 $(a, b)$는 $(1, 8)$, $(2, 7)$, $(3, 6)$, $(4, 5)$, $\cdots$, $(8, 1)$이다.
이때 $k=ab$이므로 $k$의 값이 될 수 있는 수는 8, 14, 18, 20이다.
따라서 $k$의 최댓값은 20이다.

**27** $\langle x, y, z\rangle+\langle y, z, x\rangle+\langle z, x, y\rangle$
$=x^2(y-z)+y^2(z-x)+z^2(x-y)$
$=(y-z)x^2-(y^2-z^2)x+y^2z-z^2y$
$=(y-z)x^2-(y+z)(y-z)x+yz(y-z)$
$=(y-z)\{x^2-(y+z)x+yz\}$
$=(y-z)(x-y)(x-z)$
$=(x-y)(y-z)(x-z)$

**28** $2^{20}-1=(2^{10}+1)(2^{10}-1)$
$=(2^{10}+1)(2^5+1)(2^5-1)$
$=1025\times33\times31$
$=5^2\times41\times3\times11\times31$
$=3\times5^2\times11\times31\times41$
따라서 $2^{10}-1$은 30보다 크고 40보다 작은 두 자연수 31과 33으로 나누어떨어지므로 이 두 자연수의 합은
$31+33=64$

**29** $(a+b)^2-(a-b)^2=(a+b+a-b)(a+b-a+b)$
$=2a\times2b$
$=4ab=12$
$\therefore ab=3$
$(a-2)(b-2)=ab-2(a+b)+4$
$=3-2(a+b)+4=-1$
$\therefore a+b=4$
$\therefore -2a^2b-2ab^2=-2ab(a+b)$
$=-2\times3\times4$
$=-24$

유형 1~4 P. 64~65

**1** 답 ④

② $x^2+\frac{1}{2}x+4=x^2$에서

$\frac{1}{2}x+4=0$ ⇨ 일차방정식

④ $(x-1)(x-2)=0$에서

$x^2-3x+2=0$ ⇨ 이차방정식

**2** 답 ④

ㄴ. $x^2=x-2$에서 $x^2-x+2=0$ ⇨ 이차방정식

ㄷ. $x(x-1)=x^2$에서 $x^2-x=x^2$

$-x=0$ ⇨ 일차방정식

ㄹ. $x=(x-1)^2$에서 $x=x^2-2x+1$

$-x^2+3x-1=0$ ⇨ 이차방정식

ㅁ. $x^2(1+x)=4$에서 $x^2+x^3=4$

$x^3+x^2-4=0$ ⇨ 이차방정식이 아니다.

ㅂ. $(1+x)(1-x)=x^2$에서 $1-x^2=x^2$

$1-2x^2=0$ ⇨ 이차방정식

**3** 답 ③

$(ax-1)(x+4)=3x^2$에서

$ax^2+(4a-1)x-4=3x^2$

$(a-3)x^2+(4a-1)x-4=0$

이때 $x^2$의 계수가 0이 아니어야 하므로

$a-3\neq0$ $\quad\therefore a\neq3$

**4** 답 ⑤

각 이차방정식에 $x=1$을 대입하면

① $(1-1)^2\neq1$

② $1\times(1-1)\neq1$

③ $(1+1)^2\neq0$

④ $(1+1)(1-2)\neq0$

⑤ $(1-1)(1-2)=0$

**5** 답 ④

[ ] 안의 수를 주어진 이차방정식의 $x$에 각각 대입하면

① $(-1)^2-2\times(-1)+1\neq0$

② $(-7)^2-3\times(-7)-28\neq0$

③ $2\times(-5)^2-10\times(-5)\neq0$

④ $2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2-5\times\frac{1}{2}+2=0$

⑤ $3\times(-2)^2+7\times(-2)-2\neq0$

**6** 답 $x=2$

$x=-2$일 때, $(-2)^2+(-2)-6\neq0$

$x=-1$일 때, $(-1)^2+(-1)-6\neq0$

$x=0$일 때, $0^2+0-6\neq0$

$x=1$일 때, $1^2+1-6\neq0$

$x=2$일 때, $2^2+2-6=0$

$x=3$일 때, $3^2+3-6\neq0$

따라서 주어진 이차방정식의 해는 $x=2$이다.

**7** 답 ③

$2x^2+ax-10=0$에 $x=2$를 대입하면

$2\times2^2+a\times2-10=0$

$2a-2=0$, $2a=2$

$\therefore a=1$

**8** 답 ④

$ax^2-(a-3)x+a-17=0$에 $x=-3$을 대입하면

$a\times(-3)^2-(a-3)\times(-3)+a-17=0$

$9a+3a-9+a-17=0$

$13a=26$ $\quad\therefore a=2$

**9** 답 24, 과정은 풀이 참조

$x^2+ax-3=0$에 $x=-1$을 대입하면

$(-1)^2+a\times(-1)-3=0$, $-a-2=0$

$\therefore a=-2$ … (i)

$x^2+x+b=0$에 $x=-4$를 대입하면

$(-4)^2+(-4)+b=0$, $12+b=0$

$\therefore b=-12$ … (ii)

$\therefore ab=-2\times(-12)=24$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $a$의 값 구하기 | 40 % |
| (ii) $b$의 값 구하기 | 40 % |
| (iii) $ab$의 값 구하기 | 20 % |

**10** 답 5

$x^2+3x-1=0$에 $x=a$를 대입하면

$a^2+3a-1=0$ $\quad\therefore a^2+3a=1$

$\therefore a^2+3a+4=1+4=5$

**11** 답 ⑤

$x^2+2x-4=0$에 $x=a$를 대입하면

$a^2+2a-4=0$ $\quad\therefore a^2+2a=4$

$2x^2-3x-6=0$에 $x=b$를 대입하면

$2b^2-3b-6=0$ $\quad\therefore 2b^2-3b=6$

$\therefore 2a^2+4a-2b^2+3b+5$

$=2(a^2+2a)-(2b^2-3b)+5$

$=2\times4-6+5$

$=7$

**12** 답 $-5$

$x^2+5x-1=0$에 $x=a$를 대입하면

$a^2+5a-1=0$

$a\neq0$이므로 이 식의 양변을 $a$로 나누면

$a+5-\frac{1}{a}=0 \quad \therefore a-\frac{1}{a}=-5$

**13** 답 ④

$x^2-4x-3=0$에 $x=a$를 대입하면

$a^2-4a-3=0$

$a\neq0$이므로 이 식의 양변을 $a$로 나누면

$a-4-\frac{3}{a}=0 \quad \therefore a-\frac{3}{a}=4$

$\therefore a^2+\frac{9}{a^2}=\left(a-\frac{3}{a}\right)^2+6=4^2+6=22$

**유형 5~12** P. 66~70

**14** 답 ④

$(x+4)(x+1)=0$에서

$x+4=0$ 또는 $x+1=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=-1$

**15** 답 ③

① $x=0$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

② $x=0$ 또는 $x=-\frac{1}{2}$

③ $x=-3$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

④ $x=-3$ 또는 $x=-\frac{1}{2}$

⑤ $x=3$ 또는 $x=-\frac{1}{2}$

**16** 답 ①, ⑤

① $x=0$ 또는 $x=3$ ⇨ $0+3=3$

② $x=-2$ 또는 $x=-1$ ⇨ $-2+(-1)=-3$

③ $x=-4$ 또는 $x=1$ ⇨ $-4+1=-3$

④ $x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=2$ ⇨ $\frac{1}{3}+2=\frac{7}{3}$

⑤ $x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{5}{2}$ ⇨ $\frac{1}{2}+\frac{5}{2}=3$

**17** 답 (1) $x=-1$ 또는 $x=10$　(2) $x=-1$ 또는 $x=-\frac{4}{5}$

(3) $x=1$ 또는 $x=3$　(4) $x=-4$ 또는 $x=3$

(1) $x^2-9x-10=0$에서 $(x+1)(x-10)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=10$

(2) $5x^2+9x+4=0$에서 $(x+1)(5x+4)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=-\frac{4}{5}$

(3) $x^2+2x-3=6(x-1)$에서 $x^2+2x-3=6x-6$

$x^2-4x+3=0$, $(x-1)(x-3)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=3$

(4) $(x+3)(x-2)=6$에서 $x^2+x-6=6$

$x^2+x-12=0$, $(x+4)(x-3)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=3$

**18** 답 ④

$x^2-8=2x$에서 $x^2-2x-8=0$

$(x+2)(x-4)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=4$

이때 $a>b$이므로 $a=4$, $b=-2$

$\therefore a-b=4-(-2)=6$

**19** 답 ⑤

$6x^2-11x-30=0$에서 $(2x+3)(3x-10)=0$

$\therefore x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=\frac{10}{3}$

따라서 두 근 사이에 있는 정수는 $-1$, $0$, $1$, $2$, $3$의 5개이다.

**20** 답 ①

$2x^2-21=x(x+4)$에서

$2x^2-21=x^2+4x$, $x^2-4x-21=0$

$(x+3)(x-7)=0$

즉, $a=3$, $b=-7$ 또는 $a=-7$, $b=3$이므로

$a+b=-4$

**21** 답 ⑤

$x:(2x-3)=4:x$에서 $x^2=4(2x-3)$

$x^2=8x-12$, $x^2-8x+12=0$

$(x-2)(x-6)=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=6$

따라서 모든 $x$의 값의 합은 $2+6=8$

**22** 답 $x=-4$ 또는 $x=-1$, 과정은 풀이 참조

$x^2=3x+10$에서 $x^2-3x-10=0$

$(x+2)(x-5)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=5$

이때 $a>b$이므로 $a=5$, $b=-2$ ⋯ (i)

$x^2+ax-2b=0$에서 $x^2+5x+4=0$ ⋯ (ii)

$(x+4)(x+1)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=-1$ ⋯ (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $a$, $b$의 값 구하기 | 40 % |
| (ii) 이차방정식 $x^2+ax-2b=0$ 구하기 | 20 % |
| (iii) 이차방정식 $x^2+ax-2b=0$의 해 구하기 | 40 % |

**23** 답 8

$3A=2B$에서

$3(x^2-3x-18)=2(x^2-2x-15)$

$3x^2-9x-54=2x^2-4x-30$

$x^2-5x-24=0$, $(x+3)(x-8)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=8$

(i) $x=-3$일 때,

$A$, $B$에 각각 $x=-3$을 대입하면

$A=9+9-18=0$

$B=9+6-15=0$

$A\neq0$, $B\neq0$이어야 하므로 $x=-3$은 조건을 만족하지 않는다.

(ii) $x=8$일 때,

$A$, $B$에 각각 $x=8$을 대입하면

$A=64-24-18=22$

$B=64-16-15=33$

즉, $A\neq0$, $B\neq0$이므로 $x=8$은 조건을 만족한다.

따라서 (i), (ii)에 의해 $x$의 값은 8이다.

**24** 답 ④

$3x^2+ax-4=0$에 $x=-2$를 대입하면

$12-2a-4=0$, $-2a=-8$ $\quad\therefore a=4$

즉, $3x^2+4x-4=0$에서 $(x+2)(3x-2)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=\frac{2}{3}$

따라서 다른 한 근은 $x=\frac{2}{3}$이다.

**25** 답 $a=24$, $x=4$, 과정은 풀이 참조

$x^2-10x+a=0$에 $x=6$을 대입하면

$36-60+a=0$

$\therefore a=24$ … (i)

즉, $x^2-10x+24=0$에서 $(x-4)(x-6)=0$

$\therefore x=4$ 또는 $x=6$

따라서 다른 한 근은 $x=4$이다. … (ii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $a$의 값 구하기 | 50 % |
| (ii) 다른 한 근 구하기 | 50 % |

**26** 답 ③

$3x^2-10x+2a=0$에 $x=3$을 대입하면

$27-30+2a=0$, $2a=3$ $\quad\therefore a=\frac{3}{2}$

즉, $3x^2-10x+3=0$에서 $(3x-1)(x-3)=0$

$\therefore x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=3$

따라서 $b=\frac{1}{3}$이므로 $ab=\frac{3}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{2}$

**27** 답 ⑤

$x^2-ax-a(a-2)=0$에 $x=2$를 대입하면

$4-2a-a(a-2)=0$, $4-a^2=0$

$a^2-4=0$, $(a+2)(a-2)=0$

$\therefore a=-2$ 또는 $a=2$

그런데 $a>0$이므로 $a=2$

즉, $x^2-2x=0$에서

$x(x-2)=0$ $\quad\therefore x=0$ 또는 $x=2$

따라서 $b=0$이므로

$a+b=2+0=2$

**28** 답 ③

$(a-2)x^2+a^2x+4=0$에 $x=-1$을 대입하면

$(a-2)-a^2+4=0$, $a^2-a-2=0$

$(a+1)(a-2)=0$ $\quad\therefore a=-1$ 또는 $a=2$

그런데 주어진 식은 이차방정식이므로 $a-2\neq0$에서 $a\neq2$

$\therefore a=-1$

즉, $-3x^2+x+4=0$에서 $3x^2-x-4=0$

$(x+1)(3x-4)=0$ $\quad\therefore x=-1$ 또는 $x=\frac{4}{3}$

따라서 다른 한 근은 $x=\frac{4}{3}$이다.

**29** 답 ②

$x^2+x-42=0$에서 $(x+7)(x-6)=0$

$\therefore x=-7$ 또는 $x=6$

즉, 큰 근은 $x=6$이므로

$x^2-ax-12=0$에 $x=6$을 대입하면

$36-6a-12=0$, $-6a=-24$ $\quad\therefore a=4$

이때 $x^2-4x-12=0$에서 $(x+2)(x-6)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=6$

따라서 다른 한 근은 $x=-2$이다.

**30** 답 4

$x^2+ax-6=0$에 $x=-3$을 대입하면

$9-3a-6=0$, $-3a=-3$ $\quad\therefore a=1$

즉, $x^2+x-6=0$에서 $(x+3)(x-2)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=2$

이때 다른 한 근은 $x=2$이므로

$3x^2-8x+b=0$에 $x=2$를 대입하면

$12-16+b=0$ $\quad\therefore b=4$

**31** 답 ①

① $x^2=1$에서 $x^2-1=0$

$(x+1)(x-1)=0$ $\quad\therefore x=-1$ 또는 $x=1$

② $x^2=14x-49$에서 $x^2-14x+49=0$

$(x-7)^2=0$ $\quad\therefore x=7$(중근)

③ $x^2+10x=-25$에서 $x^2+10x+25=0$

$(x+5)^2=0$ $\quad\therefore x=-5$(중근)

④ $-8x+16=-x^2$에서 $x^2-8x+16=0$
$(x-4)^2=0$ $\quad\therefore x=4$(중근)
⑤ $x^2-16x=-64$에서 $x^2-16x+64=0$
$(x-8)^2=0$ $\quad\therefore x=8$(중근)

**32** 답 ②
ㄱ. $x^2-4=0$에서 $(x+2)(x-2)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=2$
ㄴ. $x(x-2)=-1$에서 $x^2-2x+1=0$
$(x-1)^2=0$ $\quad\therefore x=1$(중근)
ㄷ. $x^2=-12(x+3)$에서 $x^2+12x+36=0$
$(x+6)^2=0$ $\quad\therefore x=-6$(중근)
ㄹ. $2x^2+2x=(x-3)^2$에서 $2x^2+2x=x^2-6x+9$
$x^2+8x-9=0$, $(x+9)(x-1)=0$
$\therefore x=-9$ 또는 $x=1$

**33** 답 ③
중근 $x=-3$을 갖고 $x^2$의 계수가 1이므로
$(x+3)^2=0$ $\quad\therefore x^2+6x+9=0$
따라서 $m=6$, $n=9$이므로 $m-n=6-9=-3$

**34** 답 (1) $-1$ (2) $\frac{4}{9}$
(1) $x^2+8x+15=a$에서 $x^2+8x+15-a=0$
이 이차방정식이 중근을 가지려면
$15-a=\left(\frac{8}{2}\right)^2$, $15-a=16$ $\quad\therefore a=-1$
(2) $x^2+\frac{4}{3}x+a=0$이 중근을 가지려면
$a=\left(\frac{4}{3}\times\frac{1}{2}\right)^2=\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{4}{9}$

**35** 답 ①, ④
$x^2+2ax-7a+18=0$이 중근을 가지려면
$-7a+18=\left(\frac{2a}{2}\right)^2$, $a^2+7a-18=0$
$(a+9)(a-2)=0$ $\quad\therefore a=-9$ 또는 $a=2$

**36** 답 ①
$x^2-10x+a=0$이 중근을 가지므로 $a=\left(\frac{-10}{2}\right)^2=25$
즉, $x^2-10x+25=0$에서 $(x-5)^2=0$
$\therefore x=5$(중근) $\quad\therefore b=5$
$\therefore a-3b=25-3\times5=10$

**37** 답 $k=2$, $x=1$
$x^2-kx+k-1=0$이 중근을 가지므로
$k-1=\left(\frac{-k}{2}\right)^2=\frac{k^2}{4}$에서 $k^2-4k+4=0$
$(k-2)^2=0$ $\quad\therefore k=2$(중근)
즉, $x^2-2x+1=0$에서 $(x-1)^2=0$
$\therefore x=1$(중근)

**38** 답 3
$x^2+3x-18=0$에서 $(x+6)(x-3)=0$
$\therefore x=-6$ 또는 $\underline{x=3}$
$2x^2-9x+9=0$에서 $(2x-3)(x-3)=0$
$\therefore x=\frac{3}{2}$ 또는 $\underline{x=3}$
따라서 두 이차방정식을 동시에 만족하는 $x$의 값은 3이다.

**39** 답 ⑤
$2x^2+5x+2=0$에서 $(x+2)(2x+1)=0$
$\therefore \underline{x=-2}$ 또는 $x=-\frac{1}{2}$
$x^2-x-6=0$에서 $(x+2)(x-3)=0$
$\therefore \underline{x=-2}$ 또는 $x=3$
따라서 두 이차방정식의 공통인 근은 $x=-2$이므로
$x^2+ax+2=0$에 $x=-2$를 대입하면
$4-2a+2=0$, $-2a=-6$
$\therefore a=3$

**40** 답 20
$2x^2+ax-8=0$에 $x=-4$를 대입하면
$32-4a-8=0$, $-4a=-24$ $\quad\therefore a=6$
$x^2-3x-2b=0$에 $x=-4$를 대입하면
$16+12-2b=0$, $-2b=-28$ $\quad\therefore b=14$
$\therefore a+b=6+14=20$

**41** 답 $x=5$
$x^2+6x+k=0$이 중근을 가지므로 $k=\left(\frac{6}{2}\right)^2=9$
$x^2+(1-k)x+15=0$에서 $x^2-8x+15=0$
$(x-3)(x-5)=0$ $\quad\therefore x=3$ 또는 $\underline{x=5}$
$2x^2-(2k-9)x-5=0$에서 $2x^2-9x-5=0$
$(2x+1)(x-5)=0$ $\quad\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $\underline{x=5}$
따라서 두 이차방정식의 공통인 근은 $x=5$이다.

**42** 답 ④
$x^2-8=0$에서 $x^2=8$
$\therefore x=\pm\sqrt{8}=\pm2\sqrt{2}$

**43** 답 $x=5\pm\sqrt{3}$
$(x-5)^2=3$에서 $x-5=\pm\sqrt{3}$
$\therefore x=5\pm\sqrt{3}$

**44** 답 ⑤
$2(x+a)^2=14$에서 $(x+a)^2=7$
$x+a=\pm\sqrt{7}$ $\quad\therefore x=-a\pm\sqrt{7}$
따라서 $-a=1$에서 $a=-1$이고, $b=7$이므로
$b-a=7-(-1)=8$

**45** 답 ③

$(x+A)^2=B$에서 $x+A=\pm\sqrt{B}$

$\therefore x=-A\pm\sqrt{B}$

따라서 $-A=3$에서 $A=-3$이고, $B=10$이므로

$A+B=-3+10=7$

**다른 풀이**

$x=3\pm\sqrt{10}$에서 $x-3=\pm\sqrt{10}$

양변을 제곱하면 $(x-3)^2=10$

따라서 $A=-3$, $B=10$이므로

$A+B=-3+10=7$

**46** 답 $A=5$, $B=-\frac{3}{5}$, $C=\frac{9}{10}$, $D=21$, $E=-9$

$5x^2+9x+3=0$에서

양변을 $\boxed{{}^{A}\,5}$로 나누면 $x^2+\frac{9}{5}x+\frac{3}{5}=0$

상수항을 우변으로 이항하면 $x^2+\frac{9}{5}x=\boxed{{}^{B}\,-\frac{3}{5}}$

$x^2+\frac{9}{5}x+\left(\frac{9}{10}\right)^2=\boxed{{}^{B}\,-\frac{3}{5}}+\left(\frac{9}{10}\right)^2$

$\left(x+\boxed{{}^{C}\,\frac{9}{10}}\right)^2=-\frac{60}{100}+\frac{81}{100}=\frac{\boxed{{}^{D}\,21}}{100}$

$x+\boxed{{}^{C}\,\frac{9}{10}}=\pm\sqrt{\frac{21}{100}}=\pm\frac{\sqrt{\boxed{{}^{D}\,21}}}{10}$

$\therefore x=\frac{\boxed{{}^{E}\,-9}\pm\sqrt{\boxed{{}^{D}\,21}}}{10}$

**47** 답 9

$x^2+4x-3=0$에서

상수항을 우변으로 이항하기

$x^2+4x=3$

양변에 $\left(\frac{x\text{의 계수}}{2}\right)^2$을 더하기

$x^2+4x+4=3+4$

좌변을 완전제곱식으로 고치기

$(x+2)^2=7$

따라서 $a=2$, $b=7$이므로

$a+b=2+7=9$

**48** 답 $x=2\pm\frac{\sqrt{14}}{2}$

$2x^2-8x+1=0$에서

$x^2$의 계수를 1로 만들기

$x^2-4x+\frac{1}{2}=0$

상수항을 우변으로 이항하기

$x^2-4x=-\frac{1}{2}$

양변에 $\left(\frac{x\text{의 계수}}{2}\right)^2$을 더하기

$x^2-4x+4=-\frac{1}{2}+4$

좌변을 완전제곱식으로 고치기

$(x-2)^2=\frac{7}{2}$

제곱근 이용하기

$x-2=\pm\sqrt{\frac{7}{2}}=\pm\frac{\sqrt{14}}{2}$

해 구하기

$\therefore x=2\pm\frac{\sqrt{14}}{2}$

**49** 답 $-16$

$\frac{1}{2}x^2-4x+b=0$에서 $\frac{1}{2}(x^2-8x)+b=0$

$\frac{1}{2}(x^2-8x)=-b$

$\frac{1}{2}(x^2-8x+16-16)=-b$

$\frac{1}{2}(x-4)^2=-b+8$

따라서 $a=-4$, $-b+8=4$에서 $b=4$이므로

$ab=-4\times4=-16$

## 유형 13~25

P. 71~78

**50** 답 (가) $x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$ (나) $x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$

(다) $x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2=-\frac{c}{a}+\left(\frac{b}{2a}\right)^2$

(라) $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2$ (마) $\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

**51** 답 (1) $x=\frac{-1\pm\sqrt{21}}{2}$ (2) $x=\frac{1\pm\sqrt{2}}{3}$

(1) $x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times1\times(-5)}}{2\times1}=\frac{-1\pm\sqrt{21}}{2}$

(2) $x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-9\times(-1)}}{9}$

$=\frac{3\pm\sqrt{18}}{9}=\frac{3\pm3\sqrt{2}}{9}=\frac{1\pm\sqrt{2}}{3}$

**52** 답 $\sqrt{7}$

$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-2\times1}}{2}=\frac{3\pm\sqrt{7}}{2}$

이때 $a>b$이므로 $a=\frac{3+\sqrt{7}}{2}$, $b=\frac{3-\sqrt{7}}{2}$

$\therefore a-b=\frac{3+\sqrt{7}}{2}-\frac{3-\sqrt{7}}{2}=\sqrt{7}$

**53** 답 ①

$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times1\times1}}{2\times1}=\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$

따라서 $A=-3$, $B=5$이므로

$A-B=-3-5=-8$

**54** 답 ②

$x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-3\times p}}{3}=\frac{2\pm\sqrt{4-3p}}{3}$

따라서 $q=2$, $4-3p=13$이므로 $p=-3$

$\therefore p+q=-3+2=-1$

**55** 답 $x=\frac{2\pm\sqrt{2}}{2}$

$x^2+2x-k=0$이 중근을 가지므로

$-k=\left(\frac{2}{2}\right)^2$  $\therefore k=-1$

따라서 $2x^2-4x+1=0$에서

$x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-2\times1}}{2}=\frac{2\pm\sqrt{2}}{2}$

**56** 답 5

$x^2-6x+4=0$에서

$x=-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-1\times4}=3\pm\sqrt{5}$

$\therefore a=3+\sqrt{5}$

$2<\sqrt{5}<3$에서 $5<3+\sqrt{5}<6$이므로 $n=5$

**57** 답 5

$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times2\times(a-2)}}{2\times2}$

$=\frac{3\pm\sqrt{25-8a}}{4}$

이때 $a$는 자연수이므로 $x$가 유리수이려면 근호 안의 수 $25-8a$가 0 또는 25보다 작은 제곱수이어야 한다.

$25-8a=0$에서 $a=\frac{25}{8}$, $25-8a=1$에서 $a=3$

$25-8a=4$에서 $a=\frac{21}{8}$, $25-8a=9$에서 $a=2$

$25-8a=16$에서 $a=\frac{9}{8}$

그런데 $a$는 자연수이므로 $a=2$, 3

따라서 모든 $a$의 값의 합은

$2+3=5$

**58** 답 (1) $x=\frac{3\pm\sqrt{3}}{3}$ (2) $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{5}$

(3) $x=1$ 또는 $x=8$

(1) 양변에 6을 곱하면 $3x^2-6x+2=0$

$\therefore x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-3\times2}}{3}=\frac{3\pm\sqrt{3}}{3}$

(2) 양변에 10을 곱하면 $10x^2+3x-1=0$

$(2x+1)(5x-1)=0$

$\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{5}$

(3) 양변에 6을 곱하면 $3x(x-3)=2(x^2-4)$

$3x^2-9x=2x^2-8$, $x^2-9x+8=0$

$(x-1)(x-8)=0$  $\therefore x=1$ 또는 $x=8$

**59** 답 5, 과정은 풀이 참조

양변에 12를 곱하면 $3x^2-10x+12A=0$

$\therefore x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-3\times12A}}{3}$

$=\frac{5\pm\sqrt{25-36A}}{3}$ … (i)

따라서 $B=5$, $25-36A=7$에서 $A=\frac{1}{2}$이므로 … (ii)

$2AB=2\times\frac{1}{2}\times5=5$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 주어진 이차방정식의 해 구하기 | 40 % |
| (ii) $A$, $B$의 값 구하기 | 40 % |
| (iii) $2AB$의 값 구하기 | 20 % |

**60** 답 3

양변에 15를 곱하면 $3x^2-6x-5=0$

$\therefore x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-3\times(-5)}}{3}$

$=\frac{3\pm\sqrt{24}}{3}=\frac{3\pm2\sqrt{6}}{3}$

따라서 $A=3$, $B=6$이므로

$B-A=6-3=3$

**61** 답 $\frac{2\sqrt{103}}{3}$

양변에 4를 곱하면

$4(x+1)(x-3)-(x^2+1)=12(x-1)$

$4x^2-8x-12-x^2-1=12x-12$

$3x^2-20x-1=0$

$\therefore x=\frac{-(-10)\pm\sqrt{(-10)^2-3\times(-1)}}{3}=\frac{10\pm\sqrt{103}}{3}$

따라서 두 근의 차는

$\frac{10+\sqrt{103}}{3}-\frac{10-\sqrt{103}}{3}=\frac{2\sqrt{103}}{3}$

**62** 답 $x=-2$ 또는 $x=8$

$x-2=A$로 놓으면 $A^2-2A-24=0$

$(A+4)(A-6)=0$  $\therefore A=-4$ 또는 $A=6$

즉, $x-2=-4$ 또는 $x-2=6$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=8$

**63** 답 ⑤

$x+3y=A$로 놓으면 $A(A+10)+25=0$

$A^2+10A+25=0$, $(A+5)^2=0$  $\therefore A=-5$(중근)

$\therefore x+3y=-5$

**64** 답 4

$(x-y)^2-2x+2y=8$에서

$(x-y)^2-2(x-y)-8=0$

$x-y=A$로 놓으면 $A^2-2A-8=0$

$(A+2)(A-4)=0$  $\therefore A=-2$ 또는 $A=4$

즉, $x-y=-2$ 또는 $x-y=4$

그런데 $x>y$이므로 $x-y>0$

$\therefore x-y=4$

유형편 파워

**65** 답 3개, 과정은 풀이 참조

$x^2+2xy+y^2-x-y-12=0$에서

$(x+y)^2-(x+y)-12=0$

$x+y=A$로 놓으면

$A^2-A-12=0$ … (i)

$(A+3)(A-4)=0$

$\therefore A=-3$ 또는 $A=4$ … (ii)

즉, $x+y=-3$ 또는 $x+y=4$

그런데 $x$, $y$가 자연수이므로 $x+y=4$ … (iii)

따라서 $x+y=4$를 만족하는 순서쌍 $(x, y)$는

$(1, 3)$, $(2, 2)$, $(3, 1)$의 3개이다. … (iv)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 공통부분을 $A$로 놓기 | 20 % |
| (ii) $A$의 값 구하기 | 30 % |
| (iii) $x+y$의 값 구하기 | 20 % |
| (iv) 순서쌍 $(x, y)$의 개수 구하기 | 30 % |

**66** 답 ⑤

① $x^2=4$에서 $x^2-4=0$이므로

$b^2-4ac=0^2-4\times1\times(-4)=16>0$ ⇨ 2개

② $b^2-4ac=(-5)^2-4\times1\times(-3)=37>0$ ⇨ 2개

③ $x(x-6)=9$에서 $x^2-6x-9=0$

$b'^2-ac=(-3)^2-1\times(-9)=18>0$ ⇨ 2개

④ $b'^2-ac=(-6)^2-1\times0=36>0$ ⇨ 2개

⑤ $b'^2-ac=4^2-1\times17=-1<0$ ⇨ 0개

**67** 답 2개

ㄱ. $b^2-4ac=0^2-4\times9\times(-2)=72>0$

$\therefore$ 서로 다른 두 근

ㄴ. $b^2-4ac=3^2-4\times2\times(-1)=17>0$

$\therefore$ 서로 다른 두 근

ㄷ. $b'^2-ac=(-5)^2-1\times25=0$ $\therefore$ 중근

ㄹ. $b^2-4ac=(-5)^2-4\times1\times8=-7<0$

$\therefore$ 근이 없다.

따라서 서로 다른 두 근을 갖는 것은 ㄱ, ㄴ의 2개이다.

**68** 답 ⑤

① $b^2-4ac=(-1)^2-4\times2\times0=1>0$

$\therefore$ 서로 다른 두 근

② $b'^2-ac=(-2)^2-1\times1=3>0$

$\therefore$ 서로 다른 두 근

③ $b'^2-ac=2^2-3\times(-2)=10>0$

$\therefore$ 서로 다른 두 근

④ $x^2=8x-16$에서 $x^2-8x+16=0$이므로

$b'^2-ac=(-4)^2-1\times16=0$ $\therefore$ 중근

⑤ $b^2-4ac=(-1)^2-4\times1\times3=-11<0$

$\therefore$ 근이 없다.

**69** 답 ③

중근을 가지므로

$k^2-4\times1\times(3+k)=0$

$k^2-4k-12=0$, $(k+2)(k-6)=0$

$\therefore k=-2$ 또는 $k=6$

다른 풀이

좌변이 완전제곱식이어야 하므로

$3+k=\left(\frac{k}{2}\right)^2$, $k^2-4k-12=0$

$(k+2)(k-6)=0$ $\therefore k=-2$ 또는 $k=6$

**70** 답 ④

중근을 가지려면

$(-m)^2-4\times4\times16=0$

$m^2=16^2$ $\therefore m=\pm16$

(i) $m=16$일 때,

$4x^2-16x+16=0$, $4(x^2-4x+4)=0$

$4(x-2)^2=0$ $\therefore x=2$(중근)

(ii) $m=-16$일 때,

$4x^2+16x+16=0$, $4(x^2+4x+4)=0$

$4(x+2)^2=0$ $\therefore x=-2$(중근)

따라서 양수인 중근을 갖도록 하는 $m$의 값은 16이다.

**71** 답 ②

중근을 가지므로

$k^2-1\times(2k-1)=0$, $k^2-2k+1=0$

$(k-1)^2=0$ $\therefore k=1$(중근)

$3x^2-2kx-5=0$에 $k=1$을 대입하면

$3x^2-2x-5=0$, $(x+1)(3x-5)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=\frac{5}{3}$

**72** 답 ④

서로 다른 두 근을 가지므로

$(-2)^2-2k>0$, $-2k>-4$ $\therefore k<2$

**73** 답 ④

해를 가지므로

$2^2-(2k-4)\geq0$, $-2k+8\geq0$

$-2k\geq-8$ $\therefore k\leq4$

따라서 정수 $k$의 값 중 가장 큰 수는 4이다.

**74** 답 ⑤

해가 없으므로

$(2k-1)^2-4(k^2+3)<0$, $4k^2-4k+1-4k^2-12<0$

$-4k-11<0$, $-4k<11$ $\therefore k>-\frac{11}{4}$

따라서 상수 $k$의 값이 될 수 있는 것은 ⑤ $-2$이다.

**75** 답 ①

$(m^2+1)x^2+2(m-3)x+2=0$이 중근을 가지므로
$(m-3)^2-2(m^2+1)=0$
$m^2-6m+9-2m^2-2=0$, $m^2+6m-7=0$
$(m+7)(m-1)=0$
$\therefore m=-7$ 또는 $m=1$ …㉠
$x^2-6x-m+3=0$이 근을 갖지 않으므로
$(-3)^2-(-m+3)<0$
$m+6<0$ $\therefore m<-6$ …㉡
따라서 ㉠, ㉡에 의해 $m=-7$

**76** 답 ⑤

$(x-3)^2=5$에서 $x^2-6x+9=5$, $x^2-6x+4=0$
$\therefore$ (두 근의 합)$=-\frac{-6}{1}=6$, (두 근의 곱)$=\frac{4}{1}=4$

**77** 답 7

양변에 2를 곱하면 $2x-(x^2+1)=6(x-2)$
$2x-x^2-1=6x-12$, $x^2+4x-11=0$
따라서 두 근의 합은 $a=-4$, 두 근의 곱은 $b=-11$이므로
$a-b=-4-(-11)=7$

**78** 답 16

두 근의 합이 $-6$이므로 $-\frac{3a}{2}=-6$ $\therefore a=4$
두 근의 곱이 $-10$이므로 $\frac{-5b}{2}=-10$ $\therefore b=4$
$\therefore ab=4\times4=16$

**79** 답 ④

$x^2-2x-2=0$의 두 근의 합이 2이므로
$x^2-5x+a=0$에 $x=2$를 대입하면
$4-10+a=0$ $\therefore a=6$

**80** 답 $\frac{3}{2}$

$\alpha+\beta=-\frac{3}{2}$, $\alpha\beta=-1$이므로
$\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=-\frac{3}{2}\times\frac{1}{-1}=\frac{3}{2}$

**81** 답 ⑤

$a+b=3$(①), $ab=-1$(②)이므로
③ $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{a+b}{ab}=\frac{3}{-1}=-3$
④ $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$
$=3^2-2\times(-1)=11$
⑤ $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab$
$=3^2-4\times(-1)=13$

**82** 답 6, 과정은 풀이 참조

$\alpha+\beta=4$, $\alpha\beta=2$이므로 … (i)
$\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}=\frac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta}{\alpha\beta}$ … (ii)
$=\frac{4^2-2\times2}{2}$
$=6$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $\alpha+\beta$, $\alpha\beta$의 값 구하기 | 40 % |
| (ii) $\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}$를 $\alpha+\beta$, $\alpha\beta$를 이용하여 나타내기 | 40 % |
| (iii) $\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}$의 값 구하기 | 20 % |

**83** 답 ②

$\alpha+\beta=3$, $\alpha\beta=-2$이므로
$\frac{\beta}{\alpha+1}+\frac{\alpha}{\beta+1}=\frac{\beta(\beta+1)+\alpha(\alpha+1)}{(\alpha+1)(\beta+1)}$
$=\frac{\alpha^2+\beta^2+\alpha+\beta}{\alpha\beta+\alpha+\beta+1}$
$=\frac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta+(\alpha+\beta)}{\alpha\beta+(\alpha+\beta)+1}$
$=\frac{3^2-2\times(-2)+3}{-2+3+1}=\frac{16}{2}=8$

**84** 답 10

주어진 일차함수의 그래프가 두 점 $(3,\ 0)$, $(0,\ -6)$을 지나므로
(기울기)$=a=\frac{0-(-6)}{3-0}=2$, ($y$절편)$=b=-6$
따라서 $x^2+2x-6=0$의 두 근이 $\alpha$, $\beta$이므로
$\alpha+\beta=-2$, $\alpha\beta=-6$
$\therefore \alpha^2+\alpha\beta+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-\alpha\beta$
$=(-2)^2-(-6)$
$=10$

**85** 답 16, 과정은 풀이 참조

$x^2-5x+2=0$의 두 근이 $\alpha$, $\beta$이므로
$\alpha+\beta=5$, $\alpha\beta=2$ … (i)
$x^2-9x+m=0$의 두 근이 $\alpha+2$, $\beta+2$이므로
$m=$(두 근의 곱)$=(\alpha+2)(\beta+2)$ … (ii)
$=\alpha\beta+2\alpha+2\beta+4$
$=\alpha\beta+2(\alpha+\beta)+4$
$=2+2\times5+4$
$=16$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $\alpha+\beta$, $\alpha\beta$의 값 구하기 | 40 % |
| (ii) $m$을 $\alpha+2$, $\beta+2$를 이용하여 나타내기 | 20 % |
| (iii) $m$의 값 구하기 | 40 % |

## 86 답 ①

두 근을 $\alpha$, $3\alpha$라 하면

두 근의 합에서 $\alpha+3\alpha=\frac{8}{3}$, $4\alpha=\frac{8}{3}$ $\quad\therefore \alpha=\frac{2}{3}$

즉, 두 근이 $\frac{2}{3}$, 2이므로

두 근의 곱에서 $\frac{2}{3}\times 2=-\frac{k}{3}$, $-\frac{k}{3}=\frac{4}{3}$ $\quad\therefore k=-4$

## 87 답 ②

두 근을 $\alpha$, $\alpha+5$라 하면

두 근의 합에서 $\alpha+(\alpha+5)=3$, $2\alpha+5=3$ $\quad\therefore \alpha=-1$

즉, 두 근이 $-1$, 4이므로

두 근의 곱에서 $-1\times 4=m$ $\quad\therefore m=-4$

## 88 답 $-12$

두 근을 $2\alpha$, $3\alpha$라 하면

두 근의 합에서 $2\alpha+3\alpha=10$, $5\alpha=10$ $\quad\therefore \alpha=2$

즉, 두 근이 4, 6이므로

두 근의 곱에서 $4\times 6=-2n$ $\quad\therefore n=-12$

## 89 답 6

두 근을 $\alpha$, $\alpha+6$이라 하면

$\alpha+6$이 두 근 중 큰 근이므로

$\alpha+6=4\alpha$, $3\alpha=6$ $\quad\therefore \alpha=2$

즉, 두 근이 2, 8이므로

두 근의 합에서 $2+8=-m$ $\quad\therefore m=-10$

두 근의 곱에서 $2\times 8=n$ $\quad\therefore n=16$

$\therefore m+n=-10+16=6$

## 90 답 $-3x^2+9x+30=0$

$-3(x+2)(x-5)=0$, $-3(x^2-3x-10)=0$

$\therefore -3x^2+9x+30=0$

**다른 풀이**

두 근의 합은 $-2+5=3$, 두 근의 곱은 $-2\times 5=-10$이므로 $x^2$의 계수가 $-3$인 이차방정식은

$-3(x^2-3x-10)=0$ $\quad\therefore -3x^2+9x+30=0$

## 91 답 ④

$6\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)=0$, $6\left(x^2+\frac{1}{6}x-\frac{1}{6}\right)=0$

$\therefore 6x^2+x-1=0$

**다른 풀이**

두 근의 합은 $-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=-\frac{1}{6}$,

두 근의 곱은 $-\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=-\frac{1}{6}$이므로

$x^2$의 계수가 6인 이차방정식은

$6\left(x^2+\frac{1}{6}x-\frac{1}{6}\right)=0$ $\quad\therefore 6x^2+x-1=0$

## 92 답 ②

두 근이 $-2$, 3이고, $x^2$의 계수가 1이므로

$(x+2)(x-3)=0$ $\quad\therefore x^2-x-6=0$

$\therefore a=-1$, $b=-6$

**다른 풀이**

두 근의 합에서 $-2+3=-a$ $\quad\therefore a=-1$

두 근의 곱에서 $-2\times 3=b$ $\quad\therefore b=-6$

## 93 답 $-2$

두 근이 $\frac{1}{5}$, $-\frac{1}{2}$이고, $x^2$의 계수가 10이므로

$10\left(x-\frac{1}{5}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)=0$, $10\left(x^2+\frac{3}{10}x-\frac{1}{10}\right)=0$

$\therefore 10x^2+3x-1=0$

따라서 $a=-3$, $b=1$이므로 $a+b=-3+1=-2$

**다른 풀이**

두 근의 합에서 $\frac{1}{5}+\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{a}{10}$ $\quad\therefore a=-3$

두 근의 곱에서 $\frac{1}{5}\times\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{-b}{10}$ $\quad\therefore b=1$

$\therefore a+b=-3+1=-2$

## 94 답 $x^2+2x-8=0$

$\alpha+\beta=-4$, $\alpha\beta=2$이므로

두 근이 $-4$, 2이고, $x^2$의 계수가 1인 이차방정식은

$(x+4)(x-2)=0$ $\quad\therefore x^2+2x-8=0$

## 95 답 ①

$(x-2)(x-3)=0$에서 $x=2$ 또는 $x=3$

즉, 두 근이 2, 3이고, $x^2$의 계수가 2인 이차방정식은

$2(x-2)(x-3)=0$, $2(x^2-5x+6)=0$

$\therefore 2x^2-10x+12=0$

따라서 $a=-10$, $b=12$이므로 $a+b=-10+12=2$

**다른 풀이**

$(x-2)(x-3)=0$에서 $x=2$ 또는 $x=3$

두 근의 합에서 $2+3=-\frac{a}{2}$ $\quad\therefore a=-10$

두 근의 곱에서 $2\times 3=\frac{b}{2}$ $\quad\therefore b=12$

$\therefore a+b=-10+12=2$

## 96 답 ②

$x^2+ax-b=0$의 두 근이 $-1$, 5이고, $x^2$의 계수가 1이므로

$(x+1)(x-5)=0$, $x^2-4x-5=0$ $\quad\therefore a=-4$, $b=5$

즉, $x^2+bx-a=0$에서 $x^2+5x+4=0$

$(x+4)(x+1)=0$ $\quad\therefore x=-4$ 또는 $x=-1$

**다른 풀이**

두 근의 합에서 $-1+5=-a$ $\quad\therefore a=-4$

두 근의 곱에서 $-1\times 5=-b$ $\quad\therefore b=5$

즉, $x^2+bx-a=0$에서 $x^2+5x+4=0$

$(x+4)(x+1)=0$ $\quad\therefore x=-4$ 또는 $x=-1$

**97** 답 ②

$a+b=A$로 놓으면

$(A-1)(A+2)-10=0$, $A^2+A-12=0$

$(A+4)(A-3)=0$ $\therefore A=-4$ 또는 $A=3$

즉, $a+b=-4$ 또는 $a+b=3$

그런데 $a+b>0$이므로 $a+b=3$

이때 $a$, $b$는 자연수이므로 $a=1$, $b=2$ 또는 $a=2$, $b=1$

따라서 두 근이 1, 2이고, $x^2$의 계수가 1인 이차방정식은

$(x-1)(x-2)=0$ $\therefore x^2-3x+2=0$

**98** 답 ②

$10\left(x^2+\frac{3}{5}x-\frac{1}{2}\right)=0$

$\therefore 10x^2+6x-5=0$

**99** 답 ②

$\alpha+\beta=4$, $\alpha\beta=3$이므로

$\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{4}{3}$

$\frac{1}{\alpha}\times\frac{1}{\beta}=\frac{1}{\alpha\beta}=\frac{1}{3}$

즉, $\frac{1}{\alpha}$, $\frac{1}{\beta}$을 두 근으로 하는 이차방정식은

$a\left(x^2-\frac{4}{3}x+\frac{1}{3}\right)=0(a\neq0)$의 꼴이고

$a=3$일 때, $3\left(x^2-\frac{4}{3}x+\frac{1}{3}\right)=0$, $3x^2-4x+1=0$

이므로 구하는 이차방정식은 ②이다.

**100** 답 $2x^2+x-6=0$, 과정은 풀이 참조

$\alpha+\beta=-\frac{5}{2}$, $\alpha\beta=-\frac{3}{2}$이므로 … (i)

$(\alpha+1)+(\beta+1)=(\alpha+\beta)+2$

$=-\frac{5}{2}+2=-\frac{1}{2}$ … (ii)

$(\alpha+1)(\beta+1)=\alpha\beta+(\alpha+\beta)+1$

$=-\frac{3}{2}+\left(-\frac{5}{2}\right)+1=-3$ … (iii)

따라서 $\alpha+1$, $\beta+1$을 두 근으로 하고, $x^2$의 계수가 2인 이차방정식은

$2\left(x^2+\frac{1}{2}x-3\right)=0$ $\therefore 2x^2+x-6=0$ … (iv)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $\alpha+\beta$, $\alpha\beta$의 값 구하기 | 30 % |
| (ii) 두 근 $\alpha+1$, $\beta+1$의 합 구하기 | 20 % |
| (iii) 두 근 $\alpha+1$, $\beta+1$의 곱 구하기 | 20 % |
| (iv) 이차방정식 구하기 | 30 % |

**101** 답 ③

다른 한 근은 $3-\sqrt{2}$이므로 두 근의 곱에서

$k=(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})=9-2=7$

**102** 답 2

다른 한 근은 $1+\sqrt{2}$이므로

두 근의 합에서 $a=(1-\sqrt{2})+(1+\sqrt{2})=2$

**103** 답 4

다른 한 근은 $-1-\sqrt{3}$이므로 두 근의 합에서

$-a=(-1+\sqrt{3})+(-1-\sqrt{3})=-2$ $\therefore a=2$

두 근의 곱에서

$b=(-1+\sqrt{3})(-1-\sqrt{3})=1-3=-2$

$\therefore a-b=2-(-2)=4$

**104** 답 ③

$1<\sqrt{2}<2$에서 $-2<-\sqrt{2}<-1$, $3<5-\sqrt{2}<4$이므로

$5-\sqrt{2}$의 소수 부분은 $(5-\sqrt{2})-3=2-\sqrt{2}$

즉, 주어진 이차방정식의 한 근은 $2-\sqrt{2}$이고, 다른 한 근은 $2+\sqrt{2}$이므로

두 근의 합에서

$-\frac{b}{4}=(2-\sqrt{2})+(2+\sqrt{2})=4$ $\therefore b=-16$

두 근의 곱에서

$\frac{c}{4}=(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})=4-2=2$ $\therefore c=8$

$\therefore b+c=-16+8=-8$

**105** 답 1

은수가 잘못 본 이차방정식은

$(x+2)(x-1)=0$, $x^2+x-2=0$

은수는 상수항을 바르게 보았으므로 $b=-2$

선화가 잘못 본 이차방정식은

$(x+5)(x-2)=0$, $x^2+3x-10=0$

선화는 일차항의 계수를 바르게 보았으므로 $a=3$

$\therefore a+b=3+(-2)=1$

**106** 답 $x=-1$ 또는 $x=4$, 과정은 풀이 참조

$x$의 계수를 잘못 본 이차방정식은

$(x+4)(x-1)=0$, $x^2+3x-4=0$

상수항을 바르게 보았으므로

처음의 이차방정식의 상수항은 $-4$ … (i)

상수항을 잘못 본 이차방정식은

$(x+3)(x-6)=0$, $x^2-3x-18=0$

$x$의 계수를 바르게 보았으므로

처음의 이차방정식의 $x$의 계수는 $-3$ … (ii)

따라서 처음의 이차방정식은 $x^2-3x-4=0$ … (iii)

$(x+1)(x-4)=0$ $\therefore x=-1$ 또는 $x=4$ … (iv)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 처음의 이차방정식의 상수항 구하기 | 30 % |
| (ii) 처음의 이차방정식의 $x$의 계수 구하기 | 30 % |
| (iii) 처음의 이차방정식 구하기 | 10 % |
| (iv) 처음의 이차방정식의 해 구하기 | 30 % |

**107** 답 ⑤

지우는 상수항을 바르게 보았으므로

$c=(1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})=-2$

예나는 일차항의 계수를 바르게 보았으므로

$-b=(-2+\sqrt{3})+(-2-\sqrt{3})=-4 \qquad \therefore b=4$

$\therefore b-c=4-(-2)=6$

## 유형 26 ~ 33

P. 79~83

**108** 답 ③

$\frac{n(n-3)}{2}=27$에서 $n^2-3n-54=0$

$(n+6)(n-9)=0$

$\therefore n=-6$ 또는 $n=9$

그런데 $n>3$이므로 $n=9$

따라서 구하는 다각형은 구각형이다.

**109** 답 ①

$\frac{n(n+1)}{2}=105$에서 $n^2+n-210=0$

$(n+15)(n-14)=0$

$\therefore n=-15$ 또는 $n=14$

그런데 $n>0$이므로 $n=14$

따라서 1부터 14까지의 자연수를 더해야 한다.

**110** 답 ③

$\frac{n(n-1)}{2}=190$에서 $n^2-n-380=0$

$(n+19)(n-20)=0$

$\therefore n=-19$ 또는 $n=20$

그런데 $n>0$이므로 $n=20$

따라서 모임에 참석한 학생 수는 20명이다.

**111** 답 24

연속하는 두 홀수를 $x$, $x+2$($x$는 홀수)라 하면

$x(x+2)=143$

$x^2+2x-143=0$

$(x+13)(x-11)=0$

$\therefore x=-13$ 또는 $x=11$

그런데 $x>0$이므로 $x=11$

따라서 연속하는 두 홀수는 11, 13이므로 합을 구하면

$11+13=24$

다른 풀이

연속하는 두 홀수를 $2x-1$, $2x+1$($x$는 자연수)이라 하면

$(2x-1)(2x+1)=143$, $4x^2=144$

$x^2=36 \qquad \therefore x=\pm 6$

그런데 $x>0$이므로 $x=6$

따라서 연속하는 두 홀수는 11, 13이므로 합을 구하면

$11+13=24$

**112** 답 8, 11

두 수를 $x$, $x+3$($x$는 자연수)이라 하면

$x^2+(x+3)^2=185$

$x^2+x^2+6x+9=185$

$2x^2+6x-176=0$

$x^2+3x-88=0$

$(x+11)(x-8)=0$

$\therefore x=-11$ 또는 $x=8$

그런데 $x>0$이므로 $x=8$

따라서 두 자연수는 8, 11이다.

**113** 답 9, 과정은 풀이 참조

연속하는 세 자연수를 $x-1$, $x$, $x+1$($x$는 1보다 큰 자연수)

이라 하면 ⋯ (i)

$(x+1)^2=(x-1)^2+x^2-32$ ⋯ (ii)

$x^2+2x+1=x^2-2x+1+x^2-32$

$x^2-4x-32=0$

$(x+4)(x-8)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=8$ ⋯ (iii)

그런데 $x>1$이므로 $x=8$

따라서 세 자연수는 7, 8, 9이므로 가장 큰 수는 9이다.

⋯ (iv)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 세 자연수를 $x$를 사용하여 나타내기 | 20 % |
| (ii) $x$에 관한 이차방정식 세우기 | 20 % |
| (iii) 이차방정식의 해 구하기 | 40 % |
| (iv) 가장 큰 수 구하기 | 20 % |

**114** 답 $-6$, 3

어떤 수를 $x$라 하면

$(x+3)^2=3(x+9)$

$x^2+6x+9=3x+27$, $x^2+3x-18=0$

$(x+6)(x-3)=0$

$\therefore x=-6$ 또는 $x=3$

따라서 어떤 수를 모두 구하면 $-6$, 3이다.

**115** 답 ④

유리의 언니의 나이를 $x$살이라 하면

유리의 나이는 $(x-3)$살이므로

$x^2=2(x-3)^2-7$

$x^2=2x^2-12x+18-7$, $x^2-12x+11=0$

$(x-1)(x-11)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=11$

그런데 $x>3$이므로 $x=11$

따라서 유리의 언니의 나이는 11살이다.

**116** 답 9명

전체 탐험 대원의 수를 $x$명이라 하면
각 대원이 가진 보물의 수는 $(x-3)$개이므로
$x(x-3)=54$
$x^2-3x-54=0$
$(x+6)(x-9)=0$
$\therefore x=-6$ 또는 $x=9$
그런데 $x>3$이므로 $x=9$
따라서 전체 탐험 대원의 수는 9명이다.

**117** 답 ③

셋째 주 토요일을 $x$일이라 하면
첫째 주 토요일은 $(x-14)$일이므로
$x(x-14)=51$
$x^2-14x-51=0$
$(x+3)(x-17)=0$
$\therefore x=-3$ 또는 $x=17$
그런데 $x>14$이므로 $x=17$
따라서 다음 달 셋째 주 토요일은 17일이다.

**118** 답 ①

$30+25t-5t^2=50$
$5t^2-25t+20=0$
$t^2-5t+4=0$
$(t-1)(t-4)=0$
$\therefore t=1$ 또는 $t=4$
따라서 물체의 높이가 50 m가 되는 것은 쏘아 올린 지 1초 후 또는 4초 후이다.

**119** 답 ②

$30t-5t^2+80=120$
$5t^2-30t+40=0$
$t^2-6t+8=0$
$(t-2)(t-4)=0$
$\therefore t=2$ 또는 $t=4$
따라서 처음으로 120 m의 높이에 도달하는 것은 쏘아 올린 지 2초 후이다.

**120** 답 ③

물체가 지면에 떨어질 때의 높이는 0 m이므로
$65t-5t^2=0$
$t^2-13t=0$
$t(t-13)=0$
$\therefore t=0$ 또는 $t=13$
그런데 $t>0$이므로 $t=13$
따라서 지면에 떨어질 때까지 걸리는 시간은 13초이다.

**121** 답 11 m

세로의 길이를 $x$ m라 하면 가로의 길이는 $(x+5)$ m이므로
$x(x+5)=176$
$x^2+5x-176=0$, $(x+16)(x-11)=0$
$\therefore x=-16$ 또는 $x=11$
그런데 $x>0$이므로 $x=11$
따라서 놀이터의 세로의 길이는 11 m이다.

**122** 답 ③

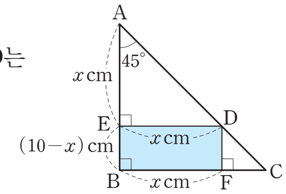
가로의 길이를 $x$ cm라 하면 세로의 길이는 $(13-x)$ cm이므로
$x(13-x)=40$
$x^2-13x+40=0$
$(x-5)(x-8)=0$
$\therefore x=5$ 또는 $x=8$
따라서 가로의 길이가 5 cm일 때 세로의 길이는 8 cm이고,
가로의 길이가 8 cm일 때 세로의 길이는 5 cm이므로
가로의 길이와 세로의 길이의 차는
$8-5=3$ (cm)

**123** 답 6 m, 과정은 풀이 참조

직사각형 모양의 밭의 넓이는
$(x+3)(x-1)=45$ … (i)
$x^2+2x-48=0$
$(x+8)(x-6)=0$
$\therefore x=-8$ 또는 $x=6$ … (ii)
그런데 $x>1$이므로 $x=6$
따라서 처음의 정사각형 모양의 밭의 한 변의 길이는 6 m이다. … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 이차방정식 세우기 | 30 % |
| (ii) 이차방정식의 해 구하기 | 40 % |
| (iii) 정사각형 모양의 밭의 한 변의 길이 구하기 | 30 % |

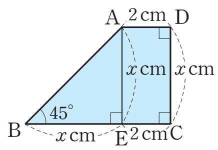
**124** 답 ③




$\triangle AED$에서 $\angle A=45°$이고
$\angle AED=90°$이므로 $\triangle AED$는
직각이등변삼각형이다.
이때 $\overline{BF}=x$ cm라 하면
$\overline{AE}=\overline{ED}=\overline{BF}=x$ cm
즉, $\overline{BE}=(10-x)$ cm이므로
$x(10-x)=21$
$x^2-10x+21=0$
$(x-3)(x-7)=0$
$\therefore x=3$ 또는 $x=7$
그런데 $\overline{BF}>\overline{BE}$이므로 $x=7$
따라서 $\overline{BF}$의 길이는 7 cm이다.

**125** 답 ③

점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 E라 하자. $\overline{CD}=x\,cm$라 하면 $\triangle ABE$는 직각이등변삼각형이므로




$\overline{AE}=\overline{BE}=\overline{CD}=x\,cm$

즉, $\frac{1}{2}\times\{2+(x+2)\}\times x=16$이므로

$x^2+4x-32=0$

$(x+8)(x-4)=0$

$\therefore x=-8$ 또는 $x=4$

그런데 $x>0$이므로 $x=4$

따라서 $\overline{CD}$의 길이는 4 cm이다.

**126** 답 1 cm

$\overline{OP}=x\,cm$라 하면

$\overline{AO}=\overline{BO}=3\,cm$이므로

$\overline{AP}=(3+x)\,cm$, $\overline{PB}=(3-x)\,cm$

즉, $(3+x)^2=4(3-x)^2$이므로

$9+6x+x^2=36-24x+4x^2$

$x^2-10x+9=0$, $(x-1)(x-9)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=9$

그런데 $0<x<3$이므로 $x=1$

따라서 $\overline{OP}$의 길이는 1 cm이다.

**127** 답 $-1+\sqrt{5}$

□AEFD는 정사각형이므로 $\overline{AE}=\overline{AD}=x$

$\therefore \overline{BE}=2-x$

□ABCD∽□BCFE이므로

$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{BC}:\overline{BE}$에서

$2:x=x:(2-x)$

$x^2=2(2-x)$

$x^2+2x-4=0$

$\therefore x=-1\pm\sqrt{5}$

그런데 $0<x<2$이므로

$x=-1+\sqrt{5}$

**128** 답 10초 후

두 점 P, Q가 출발한 지 $t$초 후에

$\overline{CP}=\overline{BC}-\overline{BP}=40-2t\,(cm)$

$\overline{CQ}=3t\,cm$

즉, $\frac{1}{2}\times(40-2t)\times 3t=300$이므로

$3t^2-60t+300=0$

$t^2-20t+100=0$

$(t-10)^2=0$

$\therefore t=10$(중근)

따라서 $\triangle PCQ$의 넓이가 300 cm²가 되는 것은 10초 후이다.

**129** 답 28 cm², 과정은 풀이 참조

타일의 짧은 변의 길이를 $x\,cm$라 하면

타일의 긴 변의 길이는

$\frac{4x-2}{2}=2x-1\,(cm)$

직사각형 모양의 벽의 넓이는

$4x\{(2x-1)+x\}=176$이므로 … (i)

$12x^2-4x-176=0$

$3x^2-x-44=0$

$(3x+11)(x-4)=0$

$\therefore x=-\frac{11}{3}$ 또는 $x=4$ … (ii)

그런데 $x>\frac{1}{2}$이므로 $x=4$

따라서 타일의 짧은 변의 길이는 4 cm, 긴 변의 길이는 7 cm이므로 타일 한 개의 넓이는

$4\times 7=28\,(cm^2)$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 이차방정식 세우기 | 30 % |
| (ii) 이차방정식의 해 구하기 | 30 % |
| (iii) 타일 한 개의 넓이 구하기 | 40 % |

**130** 답 $96\pi\,cm^3$

원기둥의 높이를 $3x\,cm$, 밑면의 반지름의 길이를 $2x\,cm$라 하면 이 원기둥의 옆넓이는

$(2\pi\times 2x)\times 3x=48\pi$

$12\pi x^2=48\pi$, $x^2=4$ $\quad\therefore x=\pm 2$

그런데 $x>0$이므로 $x=2$

따라서 이 원기둥의 높이는 6 cm, 밑면의 반지름의 길이는 4 cm이므로 부피는

$\pi\times 4^2\times 6=96\pi\,(cm^3)$

**131** 답 ②

$\overline{AB}=x\,cm$라 하면

$\overline{OA}=(x+1)\,cm$이므로

색칠한 부분의 넓이는

$\pi\{(x+1)+x\}^2-\pi(x+1)^2=40\pi$

$4x^2+4x+1-(x^2+2x+1)=40$

$3x^2+2x-40=0$

$(x+4)(3x-10)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=\frac{10}{3}$

그런데 $x>0$이므로 $x=\frac{10}{3}$

따라서 $\overline{AB}$의 길이는 $\frac{10}{3}$ cm이다.

**132** 답 6

$\overline{AC}=x$라 하면

$\overline{CB}=20-x$이므로

(색칠한 부분의 넓이)

$=$($\overline{AB}$를 지름으로 하는 반원의 넓이)

$-$($\overline{AC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이)

$-$($\overline{CB}$를 지름으로 하는 반원의 넓이)

$$21\pi=\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{20}{2}\right)^2-\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{x}{2}\right)^2$$
$$-\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{20-x}{2}\right)^2$$

$21=50-\frac{x^2}{8}-\frac{(20-x)^2}{8}$

$\frac{x^2}{8}+\frac{(20-x)^2}{8}-29=0$

$x^2+(20-x)^2-232=0$

$x^2+400-40x+x^2-232=0$

$2x^2-40x+168=0$

$x^2-20x+84=0$

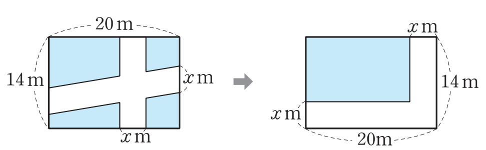
$(x-6)(x-14)=0$

$\therefore x=6$ 또는 $x=14$

그런데 $\overline{AC}<\overline{CB}$이므로 $x=6$

$\therefore \overline{AC}=6$

**133** 답 4




위의 그림의 두 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이는 같으므로

$(20-x)(14-x)=160$

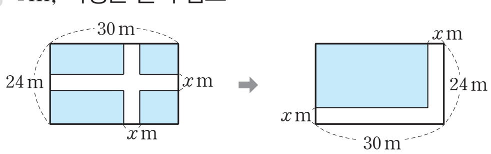
$x^2-34x+120=0$

$(x-4)(x-30)=0$

$\therefore x=4$ 또는 $x=30$

그런데 $0<x<14$이므로 $x=4$

**134** 답 4 m, 과정은 풀이 참조




길의 폭을 $x$ m라 하면 위의 그림의 두 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이는 같으므로

$(30-x)(24-x)=520$ … (i)

$x^2-54x+200=0$

$(x-4)(x-50)=0$

$\therefore x=4$ 또는 $x=50$ … (ii)

그런데 $0<x<24$이므로 $x=4$

따라서 길의 폭은 4 m이다. … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 이차방정식 세우기 | 30 % |
| (ii) 이차방정식의 해 구하기 | 40 % |
| (iii) 길의 폭 구하기 | 30 % |

**135** 답 ①, ⑤

물받이의 단면은 세로의 길이가 $x$ cm, 가로의 길이가 $(48-2x)$ cm인 직사각형이므로

$x(48-2x)=280$

$2x^2-48x+280=0$

$x^2-24x+140=0$

$(x-10)(x-14)=0$

$\therefore x=10$ 또는 $x=14$

**136** 답 ③

처음 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이를 $x$ cm라 하면

$(x-4)^2\times 2=128$

$(x-4)^2=64$

$x-4=\pm 8$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=12$

그런데 $x>4$이므로 $x=12$

따라서 처음 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이는 12 cm이다.

## 단원 마무리

P. 84~87

**1** ③ **2** ② **3** 2 **4** ④

**5** $x=\frac{3}{2}$ 또는 $x=2$ **6** ②, ⑤ **7** 2

**8** $x=2$, 과정은 풀이 참조 **9** 1 **10** ① **11** 3

**12** $x=\frac{-9\pm\sqrt{165}}{6}$ **13** ③ **14** $k\le\frac{4}{3}$

**15** ③ **16** ② **17** ③ **18** 6 **19** ④

**20** $x=-5$ 또는 $x=-1$

**21** $a=-2$, $b=5$, 과정은 풀이 참조 **22** ③ **23** ②

**24** $-\frac{1}{6}$ **25** $2x^2+5x-2=0$

**26** $-8$, 과정은 풀이 참조 **27** $(2,\ 6)$

**28** 5 m **29** ③ **30** 30 **31** $(-5+5\sqrt{5})$ cm

**1** $3x^2+7x=2x(ax+1)$에서

$3x^2+7x=2ax^2+2x$, $(3-2a)x^2+5x=0$

이때 $x^2$의 계수가 0이 아니어야 하므로

$3-2a\neq 0$ $\therefore a\neq\frac{3}{2}$

**2** $x=-2$일 때, $(-2)^2+4\times(-2)+3\neq0$
$x=-1$일 때, $(-1)^2+4\times(-1)+3=0$
$x=0$일 때, $0^2+4\times0+3\neq0$
$x=1$일 때, $1^2+4\times1+3\neq0$
$x=2$일 때, $2^2+4\times2+3\neq0$
따라서 주어진 이차방정식의 해는 $x=-1$이다.

**3** $ax^2-(a-3)x+a-8=0$에 $x=-2$를 대입하면
$a\times(-2)^2-(a-3)\times(-2)+a-8=0$
$4a+2a-6+a-8=0$
$7a=14 \qquad \therefore a=2$

**4** $2x+3=0$ 또는 $\frac{1}{2}x-3=0$에서
$x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=6$

**5** $(x-3)(x-4)=-x^2+6$에서
$x^2-7x+12=-x^2+6$, $2x^2-7x+6=0$
$(2x-3)(x-2)=0 \qquad \therefore x=\frac{3}{2}$ 또는 $x=2$

**6** ① $5x^2-45=0$에서 $5(x^2-9)=0$
$5(x+3)(x-3)=0 \qquad \therefore x=-3$ 또는 $x=3$
② $4x^2-12x+9=0$에서 $(2x-3)^2=0$
$\therefore x=\frac{3}{2}$(중근)
③ $3(x-3)^2=12$에서 $(x-3)^2=4$
$x^2-6x+5=0$, $(x-1)(x-5)=0$
$\therefore x=1$ 또는 $x=5$
④ $x(x-8)=0$에서 $x=0$ 또는 $x=8$
⑤ $3-x^2=6(x+2)$에서 $x^2+6x+9=0$
$(x+3)^2=0 \qquad \therefore x=-3$(중근)

**7** $2x^2+8x+10-k=0$에서
$x^2+4x+5-\frac{k}{2}=0$
이 이차방정식이 중근을 가지므로
$5-\frac{k}{2}=\left(\frac{4}{2}\right)^2$, $\frac{k}{2}=1$
$\therefore k=2$

**8** $x^2+3x-10=0$에서 $(x+5)(x-2)=0$
$\therefore x=-5$ 또는 $x=2$ … (i)
$5x^2-7x=6$에서 $5x^2-7x-6=0$
$(5x+3)(x-2)=0$
$\therefore x=-\frac{3}{5}$ 또는 $x=2$ … (ii)
따라서 두 이차방정식의 공통인 근은 $x=2$이다. … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $x^2+3x-10=0$의 근 구하기 | 40 % |
| (ii) $5x^2-7x=6$의 근 구하기 | 40 % |
| (iii) 두 이차방정식의 공통인 근 구하기 | 20 % |

**9** $6(x+a)^2=18$에서 $(x+a)^2=3$
$x+a=\pm\sqrt{3} \qquad \therefore x=-a\pm\sqrt{3}$
따라서 $a=-2$, $b=3$이므로
$a+b=-2+3=1$

**10** $2x^2-8x+5=0$에서 $x^2-4x+\frac{5}{2}=0$
$x^2-4x=-\frac{5}{2}$, $x^2-4x+4=-\frac{5}{2}+4$
$\therefore (x-2)^2=\frac{3}{2}$
따라서 $a=-2$, $b=\frac{3}{2}$이므로
$ab=-2\times\frac{3}{2}=-3$

**11** $x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-3\times(-4)}}{3}$
$=\frac{4\pm\sqrt{28}}{3}=\frac{4\pm2\sqrt{7}}{3}$
따라서 $A=4$, $B=7$이므로
$B-A=7-4=3$

**12** 양변에 6을 곱하면 $3x^2+9x-7=0$
$\therefore x=\frac{-9\pm\sqrt{9^2-4\times3\times(-7)}}{2\times3}=\frac{-9\pm\sqrt{165}}{6}$

**13** $2x+1=A$로 놓으면
$A^2+2A-35=0$
$(A+7)(A-5)=0$
$\therefore A=-7$ 또는 $A=5$
즉, $2x+1=-7$ 또는 $2x+1=5$
$\therefore x=-4$ 또는 $x=2$

**14** 근을 가지려면 $2^2-3k\geq0$
$-3k\geq-4 \qquad \therefore k\leq\frac{4}{3}$

**15** $\alpha+\beta=3$(①), $\alpha\beta=-2$이므로
② $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\frac{3}{-2}=-\frac{3}{2}$
③ $(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta=3^2-4\times(-2)=17$
$\therefore \alpha-\beta=\pm\sqrt{17}$
④ $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=3^2-2\times(-2)=13$
⑤ $\frac{\beta}{\alpha}+\frac{\alpha}{\beta}=\frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha\beta}=\frac{13}{-2}=-\frac{13}{2}$

**16** 두 근이 $-4$, 2이고, $x^2$의 계수가 2이므로

$2(x+4)(x-2)=0$, $2(x^2+2x-8)=0$

$\therefore 2x^2+4x-16=0$

따라서 $a=4$, $b=-16$이므로

$a+b=4+(-16)=-12$

다른 풀이

두 근의 합에서 $-4+2=-\dfrac{a}{2}$ $\quad\therefore a=4$

두 근의 곱에서 $-4\times2=\dfrac{b}{2}$ $\quad\therefore b=-16$

$\therefore a+b=4+(-16)=-12$

**17** 어떤 자연수를 $x$라 하면

$2x=x^2-15$

$x^2-2x-15=0$, $(x+3)(x-5)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=5$

그런데 $x>0$이므로 $x=5$

따라서 어떤 자연수는 5이다.

**18** $x^2+x-1=0$에 $x=a$를 대입하면

$a^2+a-1=0$ $\quad\therefore a^2+a=1$

$\therefore$ (주어진 식)$=a^3(a^2+a-1)+(a^2+a)+5$

$=a^3\times0+1+5$

$=6$

**19** $2x^2-x-10=0$에서 $(x+2)(2x-5)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=\dfrac{5}{2}$

이때 $a>b$이므로 $a=\dfrac{5}{2}$, $b=-2$

즉, $x^2-2ax-2b=0$에서 $x^2-5x+4=0$

$(x-1)(x-4)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=4$

**20** $x^2+kx+(k-1)=0$의 일차항의 계수와 상수항을 바꾸면

$x^2+(k-1)x+k=0$

$x=-2$를 대입하면

$(-2)^2+(k-1)\times(-2)+k=0$

$-k+6=0$ $\quad\therefore k=6$

$x^2+kx+(k-1)=0$에 $k=6$을 대입하면

$x^2+6x+5=0$, $(x+5)(x+1)=0$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=-1$

**21** $x^2+ax-3=0$에 $x=3$을 대입하면

$3^2+a\times3-3=0$, $3a=-6$

$\therefore a=-2$ $\quad\cdots$ (i)

즉, $x^2-2x-3=0$에서 $(x+1)(x-3)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=3$

이때 다른 한 근은 $x=-1$이므로 $\quad\cdots$ (ii)

$3x^2+8x+b=0$에 $x=-1$을 대입하면

$3\times(-1)^2+8\times(-1)+b=0$

$-5+b=0$ $\quad\therefore b=5$ $\quad\cdots$ (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $a$의 값 구하기 | 30 % |
| (ii) 다른 한 근 구하기 | 40 % |
| (iii) $b$의 값 구하기 | 30 % |

**22** $x^2+(a-1)x-a=0$에서

$$x=\frac{-(a-1)\pm\sqrt{(a-1)^2-4\times1\times(-a)}}{2\times1}$$

$$=\frac{-(a-1)\pm\sqrt{a^2-2a+1+4a}}{2}$$

$$=\frac{(-a+1)\pm\sqrt{(a+1)^2}}{2}$$

$a$는 자연수이므로 $a+1>0$

$$=\frac{(-a+1)\pm(a+1)}{2}$$

$\therefore x=-a$ 또는 $x=1$

이때 $a$는 자연수이므로 $a=4$일 때 두 근 사이의 정수는 $-3$, $-2$, $-1$, 0의 4개가 된다.

$\therefore a=4$

**23** $a-b=A$로 놓으면

$A^2-5A-6=0$

$(A+1)(A-6)=0$

$\therefore A=-1$ 또는 $A=6$

즉, $a-b=-1$ 또는 $a-b=6$

그런데 $a<b$이므로 $a-b<0$ $\quad\therefore a-b=-1$

$\therefore a^2+b^2=(a-b)^2+2ab$

$=(-1)^2+2\times12$

$=25$

**24** $Ax^2-2x+3=0$이 중근을 가지므로

$(-1)^2-3A=0$, $-3A=-1$ $\quad\therefore A=\dfrac{1}{3}$

즉, $x^2-\dfrac{1}{3}x-2=0$에서

$\alpha+\beta=\dfrac{1}{3}$, $\alpha\beta=-2$이므로

$\dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{\beta}=\dfrac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{-2}=-\dfrac{1}{6}$

**25** $a+b=-\dfrac{1}{2}$, $ab=-\dfrac{5}{2}$이므로

$(a-1)+(b-1)=(a+b)-2=-\dfrac{1}{2}-2=-\dfrac{5}{2}$

$(a-1)(b-1)=ab-(a+b)+1$

$=-\dfrac{5}{2}-\left(-\dfrac{1}{2}\right)+1=-1$

따라서 구하는 이차방정식은

$2\left(x^2+\dfrac{5}{2}x-1\right)=0$ $\quad\therefore 2x^2+5x-2=0$

유형편 파워

**26** $x^2-2x-2=0$에서

$x=-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-1\times(-2)}=1\pm\sqrt{3}$

이때 $a=1+\sqrt{3}$이므로 ⋯ (i)

$a^2=(1+\sqrt{3})^2=4+2\sqrt{3}$ ⋯ (ii)

즉, $4+2\sqrt{3}$이 $x^2+kx+4=0$의 한 근이므로

다른 한 근은 $4-2\sqrt{3}$이다.

두 근의 합에서 $-k=(4+2\sqrt{3})+(4-2\sqrt{3})$

$\therefore k=-8$ ⋯ (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $a$의 값 구하기 | 40 % |
| (ii) $a^2$의 값 구하기 | 20 % |
| (iii) $k$의 값 구하기 | 40 % |

**27** 점 $\mathrm{P}(a, b)$는 $y=-x+8$의 그래프 위의 점이므로

$b=-a+8$

즉, $\overline{\mathrm{OQ}}=a$, $\overline{\mathrm{OR}}=b=-a+8$

이때 □OQPR의 넓이가 12이므로

$a(-a+8)=12$

$a^2-8a+12=0$, $(a-2)(a-6)=0$

$\therefore a=2$ 또는 $a=6$

즉, $a=2$일 때 $b=6$이고, $a=6$일 때 $b=2$이다.

그런데 $a<b$이므로 점 P의 좌표는 $(2, 6)$이다.

**28** 길의 폭을 $x$ m라 하면

$(50-2x)(25-x)=800$

$2x^2-100x+450=0$, $x^2-50x+225=0$

$(x-5)(x-45)=0$ $\quad\therefore x=5$ 또는 $x=45$

그런데 $0<x<25$이므로 $x=5$

따라서 길의 폭은 5 m이다.

**29** $x^2+x-k=0$에서 두 근이 정수이고, 그 합이 $-1$이므로

두 근을 $n$, $-n-1$($n$은 정수)로 놓자.

두 근의 곱에서

$-k=n\times(-n-1)$, $\underline{k=n(n+1)}$

↳ $k$는 연속하는 두 정수의 곱

이때 $1<k<20$이므로

$k=1\times2$, $(-2)\times(-1)$, $2\times3$, $(-3)\times(-2)$,

$3\times4$, $(-4)\times(-3)$

따라서 정수 $k$는 2, 6, 12의 3개이다.

**30** $(\text{판매 금액})=\underbrace{5000\left(1+\frac{x}{100}\right)}_{\text{정가}}\left(1-\frac{x}{100}\right)$

$=5000\left(1-\frac{x^2}{10000}\right)=5000-\frac{x^2}{2}(\text{원})$

이때 450원의 손해를 보았으므로

(판매 금액)$-$(원가)$=-450$(원)

$\left(5000-\frac{x^2}{2}\right)-5000=-450$

$x^2=900$ $\quad\therefore x=\pm30$

그런데 $x>0$이므로 $x=30$

**31** △ABC가 이등변삼각형이므로

$\angle\mathrm{A}=180^\circ-(72^\circ+72^\circ)=36^\circ$

$\angle\mathrm{ABD}=\angle\mathrm{CBD}=\frac{1}{2}\times72^\circ=36^\circ$

△ABD에서 $\angle\mathrm{BDC}=36^\circ+36^\circ=72^\circ$

이때 $\overline{\mathrm{BC}}=x$ cm라 하면 △ABD, △BCD는 모두 이등변삼각형이므로

$\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{BD}}=\overline{\mathrm{BC}}=x$ cm

$\overline{\mathrm{CD}}=\overline{\mathrm{AC}}-\overline{\mathrm{AD}}=10-x$ (cm)

△ABC에서 $\angle\mathrm{ABD}=\angle\mathrm{CBD}$이므로

$\overline{\mathrm{BC}}:\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{CD}}:\overline{\mathrm{AD}}$ ← 삼각형의 내각의 이등분선

$x:10=(10-x):x$

$x^2+10x-100=0$

$\therefore x=-5\pm\sqrt{5^2-1\times(-100)}=-5\pm\sqrt{125}=-5\pm5\sqrt{5}$

그런데 $0<x<10$이므로 $x=-5+5\sqrt{5}$

따라서 $\overline{\mathrm{BC}}$의 길이는 $(-5+5\sqrt{5})$ cm이다.

유형 1~2 P. 90~91

**1** 답 ③

① $y=2x+1$ ⇨ 일차함수

② $(x+2)^2=x+3$에서 $x^2+3x+1=0$ ⇨ 이차방정식

③ $y=5+x^2$ ⇨ 이차함수

④ $y=x^2-x(x+1)=-x$ ⇨ 일차함수

⑤ $y=\frac{5}{x^2}$ ⇨ 이차함수가 아니다.

**2** 답 ①

ㄱ. $y=\pi\times\left(\frac{1}{2}x\right)^2=\frac{1}{4}\pi x^2$ ⇨ 이차함수

ㄴ. $y=\frac{1}{2}\times\{(x+1)+(x+3)\}\times 6=6x+12$

⇨ 일차함수

ㄷ. $y=\frac{1}{3}\times\pi x^2\times 12=4\pi x^2$ ⇨ 이차함수

ㄹ. $y=24-x$ ⇨ 일차함수

ㅁ. $y=\frac{5}{x}$ ⇨ 이차함수가 아니다.

**3** 답 ②

$y=5-4x^2+ax(x+2)$

$=5-4x^2+ax^2+2ax$

$=(a-4)x^2+2ax+5$

따라서 $x^2$의 계수가 0이 아니어야 하므로

$a-4\neq 0$ $\therefore a\neq 4$

**4** 답 6

$f(2)=-2^2-5\times 2+7$

$=-4-10+7$

$=-7$

$f(-2)=-(-2)^2-5\times(-2)+7$

$=-4+10+7$

$=13$

$\therefore f(2)+f(-2)=-7+13=6$

**5** 답 ④

$f(-1)=4\times(-1)^2-a\times(-1)+1=6$이므로

$a+5=6$ $\therefore a=1$

**6** 답 6

$f(-6)=-\frac{1}{3}\times(-6)^2+b\times(-6)+c=3$이므로

$-12-6b+c=3$ $\therefore -6b+c=15$ $\cdots$ ㉠

$f(3)=-\frac{1}{3}\times 3^2+b\times 3+c=-6$이므로

$-3+3b+c=-6$ $\therefore 3b+c=-3$ $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $b=-2$, $c=3$

즉, $f(x)=-\frac{1}{3}x^2-2x+3$이므로

$f(-3)=-\frac{1}{3}\times(-3)^2-2\times(-3)+3$

$=-3+6+3=6$

**7** 답 ②

$f(a)=2a^2-3a-1=1$이므로

$2a^2-3a-2=0$

$(2a+1)(a-2)=0$

$\therefore a=-\frac{1}{2}$ 또는 $a=2$

그런데 $a$는 정수이므로 $a=2$

**8** 답 ㄷ, ㅂ

ㄱ. $y=3x(x+1)=3x^2+3x$ ⇨ 이차함수

ㄴ. $y=2x^2-5x+1$ ⇨ 이차함수

ㄷ. $y=x(x-4)-x^2=-4x$ ⇨ 일차함수

ㄹ. $y=(x-2)(x+7)=x^2+5x-14$ ⇨ 이차함수

ㅁ. $y=\frac{x^2-1}{2}=\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}$ ⇨ 이차함수

ㅂ. $x^2+3x=0$ ⇨ 이차방정식

**9** 답 ④, ⑤

① $y=\frac{1}{2}x$ ⇨ 일차함수

② $y=\frac{x}{500+x}\times 100=\frac{100x}{500+x}$ ⇨ 이차함수가 아니다.

③ $y=10x$ ⇨ 일차함수

④ $y=(x+3)(x+2)=x^2+5x+6$ ⇨ 이차함수

⑤ $y=6x^2$ ⇨ 이차함수

**10** 답 ②, ③

$y=k^2x^2+k(x-4)^2$

$=k^2x^2+k(x^2-8x+16)$

$=k^2x^2+kx^2-8kx+16k$

$=(k^2+k)x^2-8kx+16k$

따라서 $x^2$의 계수가 0이 아니어야 하므로

$k^2+k\neq 0$, $k(k+1)\neq 0$

$\therefore k\neq -1$이고 $k\neq 0$

**11** 답 ④

$f(-2)=2\times(-2)^2-a\times(-2)+1=-1$이므로

$8+2a+1=-1$, $2a=-10$

$\therefore a=-5$

즉, $f(x)=2x^2+5x+1$이므로

$f(1)=2\times 1^2+5\times 1+1=b$에서

$2+5+1=b$ $\therefore b=8$

$\therefore a+b=-5+8=3$

**12** 답 ③

$y=-2x^2$에 주어진 점의 좌표를 각각 대입하면

① $-8=-2\times(-2)^2$ ② $-2=-2\times(-1)^2$

③ $-2\neq-2\times0^2$ ④ $-2=-2\times1^2$

⑤ $-18=-2\times3^2$

**13** 답 ③

$y=\frac{1}{3}x^2$의 그래프가 점 $(6, k)$를 지나므로

$k=\frac{1}{3}\times6^2=12$

**14** 답 1, 과정은 풀이 참조

$y=ax^2$의 그래프가 점 $(4, 8)$을 지나므로

$8=a\times4^2 \quad \therefore a=\frac{1}{2}$ … (i)

즉, $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프가 점 $(-2, b)$를 지나므로

$b=\frac{1}{2}\times(-2)^2=2$ … (ii)

$\therefore ab=\frac{1}{2}\times2=1$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $a$의 값 구하기 | 40 % |
| (ii) $b$의 값 구하기 | 40 % |
| (iii) $ab$의 값 구하기 | 20 % |

**15** 답 ③

**16** 답 2쌍

$y=-3x^2$과 $y=3x^2$, $y=-\frac{1}{3}x^2$과 $y=\frac{1}{3}x^2$의 2쌍이다.

**17** 답 ②

$y=x^2$의 그래프가 점 $(m, m+2)$를 지나므로

$m+2=m^2$, $m^2-m-2=0$

$(m+1)(m-2)=0 \quad \therefore m=-1$ 또는 $m=2$

그런데 $m>0$이므로 $m=2$

**18** 답 $\frac{7}{3}$

$y=-ax^2$의 그래프가 점 $(-3, -21)$을 지나므로

$-21=-a\times(-3)^2 \quad \therefore a=\frac{7}{3}$

**19** 답 ③

$x^2$의 계수의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 넓어진다.

즉, $\left|\frac{1}{4}\right|<|1|<\left|-\frac{3}{2}\right|<\left|\frac{7}{3}\right|<|-3|$이므로 그래프의

폭이 가장 넓은 것은 ③ $y=\frac{1}{4}x^2$이다.

**20** 답 ㉢

$y=-3x^2$의 그래프는 위로 볼록하면서 $y=-x^2$의 그래프보다 폭이 좁아야 하므로 ㉢이다.

**21** 답 ⑤

$a$가 양수이고, $y=ax^2$의 그래프가 $y=\frac{1}{4}x^2$의 그래프보다 폭이 좁고 $y=4x^2$의 그래프보다 폭이 넓으므로

$\frac{1}{4}<a<4$

**22** 답 ⑤

⑤ $2\neq\frac{2}{3}\times3^2$이므로 점 $(3, 2)$를 지나지 않는다.

$y=\frac{2}{3}x^2$에 $x=3$을 대입하면 $y=\frac{2}{3}\times3^2=6$이므로

점 $(3, 6)$을 지난다.

**23** 답 ②, ④

② $x^2$의 계수가 음수이면 그래프는 위로 볼록하므로 ㄹ, ㅁ, ㅂ이다.

④ $x^2$의 계수의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 넓어지므로 ㅂ이다.

**24** 답 ③

① 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$이다.

② $a>0$이면 아래로 볼록한 포물선이다.

④ $a$의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.

⑤ $a=\frac{1}{2}$일 때, 점 $(2, 2)$를 지난다.

**25** 답 ③

$y$의 값이 $x^2$의 값에 정비례하므로 $y=ax^2$으로 놓자.

이 그래프가 점 $(3, -6)$을 지나므로

$-6=a\times3^2 \quad \therefore a=-\frac{2}{3}$

$\therefore y=-\frac{2}{3}x^2$

**26** 답 16, 과정은 풀이 참조

포물선의 꼭짓점이 원점이므로 $y=ax^2$으로 놓자. … (i)

이 그래프가 점 $(-1, 4)$를 지나므로

$4=a\times(-1)^2 \quad \therefore a=4$ … (ii)

즉, $y=4x^2$의 그래프가 점 $(2, m)$을 지나므로

$m=4\times2^2=16$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 이차함수의 식을 $y=ax^2$으로 놓기 | 20 % |
| (ii) $a$의 값 구하기 | 40 % |
| (iii) $m$의 값 구하기 | 40 % |

**27** 답 $y=-\frac{1}{3}x^2$

포물선의 꼭짓점이 원점이므로 $y=ax^2$으로 놓자.
이 그래프가 점 $(6, -12)$를 지나므로

$-12=a\times6^2 \quad \therefore a=-\frac{1}{3}$

$\therefore y=-\frac{1}{3}x^2$

**유형 8~14** P. 94~100

**28** 답 ④

$y=2x^2+1$의 그래프는 아래로 볼록한 포물선이고, 꼭짓점의 좌표가 $(0, 1)$이므로 그래프로 적당한 것은 ④이다.

**29** 답 ①

**30** 답 1

평행이동한 그래프의 식은 $y=3x^2-2$
이 그래프가 점 $(-1, k)$를 지나므로
$k=3\times(-1)^2-2=1$

**31** 답 $-5$

평행이동한 그래프의 식은 $y=\frac{2}{3}x^2+a$
이 그래프가 점 $(6, 19)$를 지나므로

$19=\frac{2}{3}\times6^2+a \quad \therefore a=-5$

**32** 답 $-1$, 과정은 풀이 참조

$y=ax^2+q$의 그래프가 두 점 $(1, -3)$, $(-2, 3)$을 지나므로

$-3=a\times1^2+q \quad \therefore -3=a+q$ … ㉠
$3=a\times(-2)^2+q \quad \therefore 3=4a+q$ … ㉡ … (i)
㉠, ㉡을 연립하여 풀면
$a=2,\ q=-5$ … (ii)
$\therefore 2a+q=2\times2+(-5)=-1$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $a$, $q$에 관한 연립방정식 세우기 | 40 % |
| (ii) $a$, $q$의 값 구하기 | 40 % |
| (iii) $2a+q$의 값 구하기 | 20 % |

**33** 답 ④

④ $x^2$의 계수가 다르므로 평행이동하여 완전히 포갤 수 없다.

**34** 답 $-1$

꼭짓점의 좌표가 $(0, 2)$이므로 $q=2$
즉, $y=ax^2+2$의 그래프가 점 $(2, 0)$을 지나므로

$0=a\times2^2+2 \quad \therefore a=-\frac{1}{2}$

$\therefore aq=-\frac{1}{2}\times2=-1$

**35** 답 ②

$y=2(x+1)^2$의 그래프는 아래로 볼록한 포물선이고, 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 0)$이므로 그래프로 적당한 것은 ②이다.

**36** 답 $-4$

$y=-(x+2)^2=\{x-(-2)\}^2$의 그래프는 $y=-x^2$의 그래프를 $x$축의 방향으로 $-2$만큼 평행이동한 것이고, 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 0)$이므로
$a=-2,\ b=-2,\ c=0$
$\therefore a+b+c=-2+(-2)+0=-4$

**37** 답 ⑤

그래프가 아래로 볼록하고, 축의 방정식이 $x=1$이므로
$x>1$일 때, $x$의 값이 증가하면 $y$의 값도 증가한다.

**38** 답 5

평행이동한 그래프의 식은 $y=5(x+2)^2$
이 그래프가 점 $(-3, k)$를 지나므로
$k=5\times(-3+2)^2=5$

**39** 답 ④

$y=(x-p)^2$의 그래프가 점 $(1, 4)$를 지나므로
$4=(1-p)^2,\ 1-p=\pm2 \quad \therefore p=-1$ 또는 $p=3$
그런데 $p>0$이므로 $p=3$
즉, $y=(x-3)^2$의 그래프의 축의 방정식은 $x=3$

**40** 답 ①, ④

② 축의 방정식은 $x=2$이다.
③ 꼭짓점의 좌표는 $(2, 0)$이다.
⑤ $y=-4x^2$의 그래프를 $x$축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프이다.

**41** 답 $a=-\frac{1}{2}$, $p=4$

꼭짓점의 좌표가 $(4, 0)$이므로 $p=4$
즉, $y=a(x-4)^2$의 그래프가 점 $(0, -8)$을 지나므로

$-8=a(0-4)^2 \quad \therefore a=-\frac{1}{2}$

**42** 답 $(0, -5)$, 과정은 풀이 참조

평행이동한 그래프의 식은 $y=-\frac{1}{2}x^2+a$ … (i)
이 그래프가 점 $(-2, -7)$을 지나므로

$-7=-\frac{1}{2}\times(-2)^2+a \quad \therefore a=-5$ … (ii)

따라서 $y=-\frac{1}{2}x^2-5$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는
$(0, -5)$이다. … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 평행이동한 그래프의 식 세우기 | 30 % |
| (ii) $a$의 값 구하기 | 40 % |
| (iii) 꼭짓점의 좌표 구하기 | 30 % |

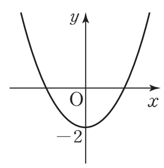
**43** 답 ④

① $y$축에 대칭이다.

② 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ -2)$이다.

③ $|1|>\left|\frac{1}{2}\right|$이므로 $y=x^2-2$의 그래프보다 폭이 넓다.

④ 그래프가 오른쪽 그림과 같으므로 모든 사분면을 지난다.




⑤ $x^2$의 계수가 다르므로 평행이동하여 완전히 포갤 수 없다.

**44** 답 6

$y=x^2$의 그래프를 $y$축의 방향으로 $-3$만큼 평행이동하였으므로 그래프의 식은 $y=x^2-3$

이 그래프가 점 $(3,\ a)$를 지나므로

$a=3^2-3=6$

**45** 답 ②

$y=-2\{x-(-3)\}^2=-2(x+3)^2$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(-3,\ 0)$이다.

**46** 답 $\frac{1}{2}$

평행이동한 그래프의 식은 $y=a(x+4)^2$

이 그래프가 점 $(-2,\ 2)$를 지나므로

$2=a(-2+4)^2 \qquad \therefore a=\frac{1}{2}$

**47** 답 2, 4

평행이동한 그래프의 식은 $y=-3(x-m)^2$

이 그래프가 점 $(3,\ -3)$을 지나므로

$-3=-3(3-m)^2,\ (3-m)^2=1$

$3-m=\pm1 \qquad \therefore m=2$ 또는 $m=4$

**48** 답 ㄴ, ㄹ

ㄱ. 점 $(-2,\ 0)$을 꼭짓점으로 한다.

ㄷ. $x<-2$일 때, $x$의 값이 증가하면 $y$의 값은 감소한다.

ㅁ. $y=3x^2$의 그래프를 $x$축의 방향으로 $-2$만큼 평행이동한 그래프이다.

**49** 답 ④

$y=(x-3)^2+4$의 그래프는 아래로 볼록한 포물선이고, 꼭짓점의 좌표가 $(3,\ 4)$이므로 그래프로 적당한 것은 ④이다.

**50** 답 ①

그래프가 위로 볼록하고, 축의 방정식이 $x=-1$이므로 $x<-1$일 때, $x$의 값이 증가하면 $y$의 값도 증가한다.

**51** 답 ②

$y=-\frac{1}{12}(x+4)^2-3=-\frac{1}{12}\{x-(-4)\}^2-3$의 그래프는 $y=-\frac{1}{12}x^2$의 그래프를 $x$축의 방향으로 $-4$만큼, $y$축의 방향으로 $-3$만큼 평행이동한 것이다.

$\therefore m=-4,\ n=-3$

**52** 답 6

평행이동한 그래프의 식은 $y=2(x-1)^2-2$

이 그래프가 점 $(3,\ a)$를 지나므로

$a=2\times(3-1)^2-2=6$

**53** 답 ⑤

$x^2$의 계수가 같으면 평행이동하여 완전히 포갤 수 있다.

**54** 답 ③

③ 꼭짓점의 좌표는 $(-3,\ -4)$이다.

**55** 답 ②

꼭짓점의 좌표가 $(-p,\ 2p^2-1)$이고,

꼭짓점이 직선 $y=5x+2$ 위에 있으므로

$2p^2-1=5\times(-p)+2,\ 2p^2+5p-3=0$

$(p+3)(2p-1)=0 \qquad \therefore p=-3$ 또는 $p=\frac{1}{2}$

그런데 $p>0$이므로 $p=\frac{1}{2}$

**56** 답 ③

**57** 답 ⑤

그래프가 아래로 볼록하므로 $x^2$의 계수는 양수이어야 한다.

⇨ ①, ③, ⑤

이때 꼭짓점의 좌표를 각각 구해 보면

① $(0,\ -1)$ : $y$축 위의 점

③ $(2,\ -2)$ : 제4사분면 위의 점

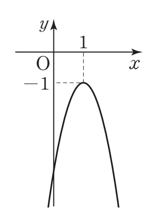
⑤ $(-2,\ -2)$ : 제3사분면 위의 점

따라서 그래프가 아래로 볼록하고, 꼭짓점이 제3사분면 위에 있는 것은 ⑤이다.

**58** 답 ①

꼭짓점의 좌표가 $(1,\ -1)$로 제4사분면 위에 있고, 위로 볼록한 포물선이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

따라서 그래프가 지나지 않는 사분면은 제1, 2사분면이다.



**59** 답 ②, ⑤

② 축의 방정식은 $x=0$이다.

④ 꼭짓점의 좌표가 $(4,\ 3)$으로 제1사분면 위에 있고, 아래로 볼록한 포물선이므로 그래프는 제3, 4사분면을 지나지 않는다.

⑤ 축의 방정식이 $x=-1$이고, 아래로 볼록한 포물선이므로 $x<-1$일 때, $x$의 값이 증가하면 $y$의 값은 감소한다.

**60** 답 $x=1$, $(1,\ -2)$

$y=-\frac{1}{2}(x+1)^2+3$에 $x$ 대신 $x-2$, $y$ 대신 $y+5$를 대입하면

$y+5=-\frac{1}{2}(x-2+1)^2+3 \qquad \therefore\ y=-\frac{1}{2}(x-1)^2-2$

따라서 축의 방정식은 $x=1$, 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ -2)$

**61** 답 $-2$

$y=ax^2-3$에 $x$ 대신 $x+2$, $y$ 대신 $y+1$을 대입하면

$y+1=a(x+2)^2-3 \qquad \therefore\ y=a(x+2)^2-4$

이 그래프가 점 $(1,\ -22)$를 지나므로

$-22=a(1+2)^2-4$, $-22=9a-4 \qquad \therefore\ a=-2$

**62** 답 ③

$y=(x-3)^2-1$에 $x$ 대신 $x-a$, $y$ 대신 $y-b$를 대입하면

$y-b=(x-a-3)^2-1 \qquad \therefore\ y=\{x-(a+3)\}^2+b-1$

이때 꼭짓점의 좌표는 $(a+3,\ b-1)$이므로

$a+3=0$, $b-1=0 \qquad \therefore\ a=-3$, $b=1$

$\therefore\ a+b=-3+1=-2$

**63** 답 ②

$y=3(x+1)^2+4$에 $y$ 대신 $-y$를 대입하면

$-y=3(x+1)^2+4 \qquad \therefore\ y=-3(x+1)^2-4$

**64** 답 ⑤

① $y=(x-3)^2$에 $y$ 대신 $-y$를 대입하면

$-y=(x-3)^2 \qquad \therefore\ y=-(x-3)^2$

② $y=\frac{2}{3}x^2$에 $y$ 대신 $-y$를 대입하면

$-y=\frac{2}{3}x^2 \qquad \therefore\ y=-\frac{2}{3}x^2$

③ $y=3x^2$에 $y$ 대신 $-y$를 대입하면

$-y=3x^2 \qquad \therefore\ y=-3x^2$

④ $y=-(x+4)^2-2$에 $y$ 대신 $-y$를 대입하면

$-y=-(x+4)^2-2 \qquad \therefore\ y=(x+4)^2+2$

⑤ $y=2(x-1)^2-4$에 $y$ 대신 $-y$를 대입하면

$-y=2(x-1)^2-4 \qquad \therefore\ y=-2(x-1)^2+4$

따라서 $x$축에 대칭인 것끼리 바르게 짝지어진 것은 ⑤이다.

**65** 답 ①

$y=-2(x-1)^2$에 $x$ 대신 $-x$를 대입하면

$y=-2(-x-1)^2 \qquad \therefore\ y=-2(x+1)^2$

이 그래프가 점 $(1,\ m)$을 지나므로

$m=-2\times(1+1)^2=-8$

**66** 답 ①

꼭짓점의 좌표가 $(1,\ 1)$이므로 $y=a(x-1)^2+1$로 놓자.

이 그래프가 점 $(2,\ -2)$를 지나므로

$-2=a(2-1)^2+1 \qquad \therefore\ a=-3$

$\therefore\ y=-3(x-1)^2+1$

**67** 답 (1) $y=(x-2)^2-3$ (2) $y=-2(x-1)^2+3$

(1) 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ -3)$이므로 $y=a(x-2)^2-3$으로 놓자.

이 그래프가 점 $(0,\ 1)$을 지나므로

$1=a(0-2)^2-3 \qquad \therefore\ a=1$

$\therefore\ y=(x-2)^2-3$

(2) 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ 3)$이므로 $y=a(x-1)^2+3$으로 놓자.

이 그래프가 점 $(0,\ 1)$을 지나므로

$1=a(0-1)^2+3 \qquad \therefore\ a=-2$

$\therefore\ y=-2(x-1)^2+3$

**68** 답 $y=\frac{1}{2}(x-1)^2+5$

축의 방정식이 $x=1$이므로 $y=a(x-1)^2+q$로 놓자.

이 그래프가 두 점 $(-1,\ 7)$, $(5,\ 13)$을 지나므로

$7=a(-1-1)^2+q \qquad \therefore\ 7=4a+q \qquad \cdots$ ㉠

$13=a(5-1)^2+q \qquad \therefore\ 13=16a+q \qquad \cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=\frac{1}{2}$, $q=5$

$\therefore\ y=\frac{1}{2}(x-1)^2+5$

**69** 답 ④

그래프가 위로 볼록한 포물선이므로 $a<0$

꼭짓점 $(0,\ b)$에서 $y$좌표가 양수이므로 $b>0$

**70** 답 ④

그래프가 아래로 볼록한 포물선이므로 $a>0$

꼭짓점 $(p,\ q)$가 제3사분면 위에 있으므로 $p<0$, $q<0$

③ $pq>0$

④ $a>0$, $q^2>0$이므로 $a+q^2>0$

⑤ $a>0$, $p+q<0$이므로 $a(p+q)<0$

**71** 답 ③

$a>0$이므로 아래로 볼록한 포물선이다.

또 $p>0$, $q<0$이므로 꼭짓점 $(p,\ q)$는 제4사분면 위에 있다.

**72** 답 ⑤

주어진 일차함수의 그래프에서 $a>0$, $b<0$

즉, $y=bx^2-a$의 그래프는 $b<0$이므로 위로 볼록한 포물선이고, $-a<0$이므로 꼭짓점 $(0,\ -a)$는 $y$축 위에 있으면서 $x$축보다 아래쪽에 있다.

**73** 답 ②

$y=a(x+p)^2+q$의 그래프가 아래로 볼록한 포물선이므로

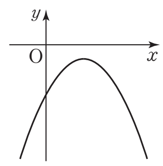
$a>0$

꼭짓점 $(-p,\ q)$가 제1사분면 위에 있으므로

$-p>0,\ q>0 \qquad \therefore\ p<0,\ q>0$

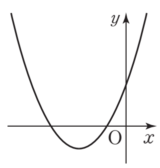
즉, $y=p(x-q)^2-a$의 그래프는 $p<0$이므로 위로 볼록한 포물선이고, $q>0$, $-a<0$이므로 꼭짓점 $(q,\ -a)$는 제4사분면 위에 있다.

따라서 $y=p(x-q)^2-a$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 제3, 4사분면을 지난다.




**74** 답 ㄱ, ㄷ

$y=a(x-p)^2+q$의 그래프가 제1, 2, 3 사분면만 지나려면 오른쪽 그림과 같아야 하므로 $a>0,\ p<0,\ q<0$




ㄱ. 아래로 볼록한 포물선이다.

ㄷ. 꼭짓점은 제3사분면 위에 있다.

ㄹ. $a>0,\ p<0,\ q<0$이므로 $apq>0$

**단원 마무리** P. 101~103

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | ③ | **2** | 1, 과정은 풀이 참조 | **3** | ④ | **4** | ③, ④ | | |
| **5** | ① | **6** | 7 | **7** | $x>2$ | **8** | ③ | **9** | ①, ⑤ |
| **10** | 2, 과정은 풀이 참조 | **11** | 1 | **12** | $\left(\frac{1}{4},\ \frac{1}{4}\right)$ | | | | |
| **13** | $-4$ | **14** | ④ | **15** | ⑤ | **16** | 3 | **17** | $-4$ |
| **18** | ③ | **19** | $\frac{1}{9}$ | **20** | $-2$ | **21** | $-\frac{5}{4}<a<0$ | | |

**1** ① $y=1500x$ ⇨ 일차함수 ② $y=35x$ ⇨ 일차함수

③ $y=x(5-x)=-x^2+5x$ ⇨ 이차함수

④ $\frac{1}{2}xy=8 \qquad \therefore\ y=\frac{16}{x}$ ⇨ 이차함수가 아니다.

⑤ $y=\frac{4}{3}\pi x^3$ ⇨ 이차함수가 아니다.

**2** $f(3)=-2\times3^2+3\times3-1=-10$ … (i)

$f\left(-\frac{1}{2}\right)=-2\times\left(-\frac{1}{2}\right)^2+3\times\left(-\frac{1}{2}\right)-1=-3$ … (ii)

$\therefore\ \frac{1}{2}f(3)-2f\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}\times(-10)-2\times(-3)$

$=1$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $f(3)$의 값 구하기 | 30 % |
| (ii) $f\left(-\frac{1}{2}\right)$의 값 구하기 | 30 % |
| (iii) $\frac{1}{2}f(3)-2f\left(-\frac{1}{2}\right)$의 값 구하기 | 40 % |

**3** $y=\frac{2}{3}x^2$의 그래프가 점 $(3,\ a)$를 지나므로

$a=\frac{2}{3}\times3^2=6$

**4** 색칠한 부분을 지나는 이차함수의 식을 $y=ax^2$이라 하면

$-\frac{1}{2}<a<0$ 또는 $0<a<1$

따라서 구하는 이차함수는 ③, ④이다.

**5** ① $x$축과 원점 $(0,\ 0)$에서 만난다.

② $y=-x^2$의 그래프보다 폭이 넓다.

③ 제3, 4사분면을 지난다.

④ 위로 볼록한 포물선이다.

⑤ $x>0$일 때, $x$의 값이 증가하면 $y$의 값은 감소한다.

**6** 평행이동한 그래프의 식은 $y=ax^2-2$

이 그래프가 점 $(1,\ 5)$를 지나므로

$5=a\times1^2-2 \qquad \therefore\ a=7$

**7** 그래프가 위로 볼록한 포물선이고 축의 방정식이 $x=2$이므로 $x>2$일 때, $x$의 값이 증가하면 $y$의 값은 감소한다.

**8** 꼭짓점이 $x$축 위에 있고, 축의 방정식이 $x=-3$이므로

$y=a(x+3)^2$으로 놓자.

이 그래프가 점 $(1,\ -8)$을 지나므로

$-8=a(1+3)^2 \qquad \therefore\ a=-\frac{1}{2}$

$\therefore\ y=-\frac{1}{2}(x+3)^2$

**9** ① $y=3x^2$의 그래프를 $x$축의 방향으로 $-2$만큼, $y$축의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프이다.

⑤ 제3, 4사분면을 지나지 않는다.

**10** 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ -1)$이므로

$p=2,\ q=-1$ … (i)

즉, $y=a(x-2)^2-1$의 그래프가 점 $(0,\ 3)$을 지나므로

$3=a(0-2)^2-1 \qquad \therefore\ a=1$ … (ii)

$\therefore\ a+p+q=1+2+(-1)=2$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $p$, $q$의 값 구하기 | 30 % |
| (ii) $a$의 값 구하기 | 40 % |
| (iii) $a+p+q$의 값 구하기 | 30 % |

**11** $f(a)=3a^2-7a+2=-2$이므로

$3a^2-7a+4=0$

$(a-1)(3a-4)=0 \qquad \therefore\ a=1$ 또는 $a=\frac{4}{3}$

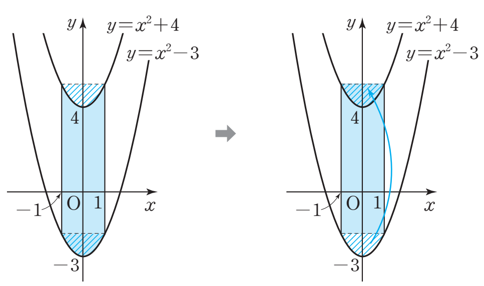
그런데 $a$는 정수이므로 $a=1$

**12** $y=4x^2$의 그래프 위의 점 A의 좌표를 $(a,\ a)$라 하면
$a=4a^2$
$4a^2-a=0,\ a(4a-1)=0$
$\therefore\ a=0$ 또는 $a=\frac{1}{4}$
그런데 점 A는 원점이 아니므로 $a=\frac{1}{4}$
따라서 점 A의 좌표는 $\left(\frac{1}{4},\ \frac{1}{4}\right)$이다.

**13** 꼭짓점이 원점이므로 $y=ax^2$으로 놓자.
이 그래프가 점 $(2,\ -1)$을 지나므로
$-1=a\times2^2 \qquad \therefore\ a=-\frac{1}{4}$
즉, $f(x)=-\frac{1}{4}x^2$이므로
$f(4)=-\frac{1}{4}\times4^2=-4$

**14** (가)에서 꼭짓점의 좌표가 $(0,\ -1)$이므로 $y=ax^2-1$로 놓자.
(나)에서 그래프가 제1, 2사분면을 지나지 않으므로 그래프의 모양은 위로 볼록한 포물선이다.
$\therefore\ a<0$ $\cdots$ ㉠
(다)에서 $y=x^2$의 그래프보다 폭이 넓으므로
$0<a<1$ 또는 $-1<a<0$ $\cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서 $-1<a<0$
따라서 $y=ax^2-1$의 꼴 중에서 $-1<a<0$인 것은 ④이다.

**15** $y=x^2+4$의 그래프는 $y=x^2-3$의 그래프를 $y$축의 방향으로 7만큼 평행이동한 것과 같다.
따라서 다음 그림에서 빗금 친 부분의 넓이가 서로 같으므로 색칠한 부분의 넓이는 가로의 길이가 2이고, 세로의 길이가 7인 직사각형의 넓이와 같다.




$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=2\times7=14$

**16** $y=\frac{3}{2}(x+1)^2+1$에 $x$ 대신 $-x$를 대입하면
$y=\frac{3}{2}(-x+1)^2+1 \qquad \therefore\ y=\frac{3}{2}(x-1)^2+1$
이 식에 $x$ 대신 $x-2$를 대입하면
$y=\frac{3}{2}(x-2-1)^2+1 \qquad \therefore\ y=\frac{3}{2}(x-3)^2+1$
이 그래프가 점 $(a,\ 1)$을 지나므로
$1=\frac{3}{2}(a-3)^2+1$
$\frac{3}{2}(a-3)^2=0 \qquad \therefore\ a=3$(중근)

**17** 축의 방정식이 $x=1$이므로 $p=1$
즉, $y=a(x-1)^2+q$의 그래프가 두 점 $(3,\ 0)$, $(0,\ -3)$을 지나므로
$0=a(3-1)^2+q \qquad \therefore\ 0=4a+q$ $\cdots$ ㉠
$-3=a(0-1)^2+q \qquad \therefore\ -3=a+q$ $\cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=1,\ q=-4$
$\therefore\ apq=1\times1\times(-4)=-4$

**18** $y=a(x-p)^2+q$의 그래프가 위로 볼록한 포물선이므로
$a<0$
꼭짓점 $(p,\ q)$가 제4사분면 위에 있으므로 $p>0,\ q<0$
즉, $y=-a(x-q)^2-p$의 그래프는 $-a>0$이므로 아래로 볼록한 포물선이고, $q<0,\ -p<0$이므로 꼭짓점 $(q,\ -p)$는 제3사분면 위에 있다.

**19** 점 B의 $x$좌표를 $k$라 하면 $B(k,\ 4)$
$y=x^2$의 그래프가 점 $B(k,\ 4)$를 지나므로
$4=k^2 \qquad \therefore\ k=\pm2$
그런데 점 B는 제1사분면 위의 점이므로 $k=2$
$\therefore\ B(2,\ 4)$
즉, $\overline{AB}=2$이므로 $\overline{AB}:\overline{BC}=1:2$에서
$2:\overline{BC}=1:2 \qquad \therefore\ \overline{BC}=4$
이때 점 C의 $x$좌표는 $2+4=6$이므로 $C(6,\ 4)$
$y=ax^2$의 그래프가 점 $C(6,\ 4)$를 지나므로
$4=a\times6^2 \qquad \therefore\ a=\frac{1}{9}$

**20** $y=-\frac{1}{2}x^2+8$, $y=a(x-p)^2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 각각 $(0,\ 8)$, $(p,\ 0)$이다.
$y=-\frac{1}{2}x^2+8$의 그래프가 점 $(p,\ 0)$을 지나므로
$0=-\frac{1}{2}p^2+8,\ p^2=16 \qquad \therefore\ p=\pm4$
그런데 $p<0$이므로 $p=-4$
$y=a(x+4)^2$의 그래프가 점 $(0,\ 8)$을 지나므로
$8=a(0+4)^2 \qquad \therefore\ a=\frac{1}{2}$
$\therefore\ ap=\frac{1}{2}\times(-4)=-2$

**21** 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 5)$이므로 그래프가 모든 사분면을 지나려면 위로 볼록한 포물선이어야 한다.
$\therefore\ a<0$ $\cdots$ ㉠
또 $y$축과 만나는 점이 $x$축보다 위쪽에 있어야 한다.
즉, $x=0$일 때, $y=a(0+2)^2+5>0$이어야 하므로
$4a+5>0 \qquad \therefore\ a>-\frac{5}{4}$ $\cdots$ ㉡
따라서 ㉠, ㉡에서 $-\frac{5}{4}<a<0$

유형편 파워

유형 1~12 P. 106~113

**1** 답 ⑤

$y=-2x^2+8x-5$
$=-2(x^2-\boxed{4}x)-5$
$=-2(x^2-\boxed{4}x+\boxed{4}-\boxed{4})-5$
$=-2(x-\boxed{2})^2+\boxed{3}$

**2** 답 ④

$y=2x^2-12x+3=2(x^2-6x)+3$
$=2(x^2-6x+9-9)+3$
$=2(x-3)^2-15$
따라서 $p=3$, $q=-15$이므로
$p-q=3-(-15)=18$

**3** 답 ②

$y=\frac{1}{3}x^2-6x+10=\frac{1}{3}(x^2-18x)+10$
$=\frac{1}{3}(x^2-18x+81-81)+10$
$=\frac{1}{3}(x-9)^2-17$
따라서 $a=\frac{1}{3}$, $p=9$, $q=-17$이므로
$ap+q=\frac{1}{3}\times9+(-17)=-14$

**4** 답 ③

축의 방정식을 구하면 각각 다음과 같다.
① $y=x^2-3$ ⇨ $x=0$
② $y=-2(x-4)^2$ ⇨ $x=4$
③ $y=x^2+4x=(x+2)^2-4$ ⇨ $x=-2$
④ $y=2x^2-8x+7=2(x-2)^2-1$ ⇨ $x=2$
⑤ $y=3x^2+6x-7=3(x+1)^2-10$ ⇨ $x=-1$

**5** 답 $(3, -2)$, 과정은 풀이 참조

$y=x^2-6x+k$의 그래프가 점 $(1, 2)$를 지나므로
$2=1-6+k$ $\quad\therefore k=7$ ⋯ (i)
$\therefore y=x^2-6x+7=(x-3)^2-2$ ⋯ (ii)
따라서 꼭짓점의 좌표는 $(3, -2)$이다. ⋯ (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $k$의 값 구하기 | 40 % |
| (ii) $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 나타내기 | 40 % |
| (iii) 꼭짓점의 좌표 구하기 | 20 % |

**6** 답 ㄱ, ㄹ

ㄱ. $y=x^2+6x+7=(x+3)^2-2$
꼭짓점의 좌표는 $(-3, -2)$ ⇨ 제3사분면
ㄴ. $y=\frac{1}{2}x^2-3x-1=\frac{1}{2}(x-3)^2-\frac{11}{2}$
꼭짓점의 좌표는 $\left(3, -\frac{11}{2}\right)$ ⇨ 제4사분면
ㄷ. $y=-x^2-6x=-(x+3)^2+9$
꼭짓점의 좌표는 $(-3, 9)$ ⇨ 제2사분면
ㄹ. $y=-4x^2-16x-17=-4(x+2)^2-1$
꼭짓점의 좌표는 $(-2, -1)$ ⇨ 제3사분면

**7** 답 $-12$

$y=-3x^2-12x+a=-3(x+2)^2+12+a$
이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 12+a)$
이때 꼭짓점이 $x$축 위에 있으므로
$12+a=0$ $\quad\therefore a=-12$

**8** 답 ①

$y=-x^2-2ax+6$
$=-(x^2+2ax+a^2-a^2)+6$
$=-(x+a)^2+a^2+6$
이때 축의 방정식이 $x=-a$이므로
$-a=2$ $\quad\therefore a=-2$

**9** 답 $k>0$

$y=x^2-2kx+k^2+2k+3$
$=(x^2-2kx+k^2)+2k+3$
$=(x-k)^2+2k+3$
이므로 꼭짓점의 좌표는 $(k, 2k+3)$
이 꼭짓점은 제1사분면 위에 있으므로
$k>0$, $2k+3>0$에서 $k>-\frac{3}{2}$
$\therefore k>0$

**10** 답 ⑤

$y=x^2-2x+a=(x-1)^2+a-1$
이므로 꼭짓점의 좌표는 $(1, a-1)$
$y=-x^2+bx+3$
$=-\left(x^2-bx+\frac{b^2}{4}-\frac{b^2}{4}\right)+3$
$=-\left(x-\frac{b}{2}\right)^2+\frac{b^2}{4}+3$
이므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{b}{2}, \frac{b^2}{4}+3\right)$
두 그래프의 꼭짓점이 일치하므로
$1=\frac{b}{2}$, $a-1=\frac{b^2}{4}+3$ $\quad\therefore b=2$, $a=5$
$\therefore a+b=5+2=7$

**11** 답 4

$y=x^2+2ax+b$의 그래프가 점 $(-2,\ 3)$을 지나므로

$3=4-4a+b \qquad \therefore b=4a-1 \qquad \cdots ㉠$

$y=x^2+2ax+b$
$\quad=(x^2+2ax+a^2-a^2)+b$
$\quad=(x+a)^2-a^2+b$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-a,\ -a^2+b)$

이때 꼭짓점이 직선 $y=-2x$ 위에 있으므로

$-a^2+b=2a \qquad \therefore b=a^2+2a \qquad \cdots ㉡$

㉠, ㉡에서 $4a-1=a^2+2a$

$a^2-2a+1=0,\ (a-1)^2=0$

$\therefore a=1$

이때 ㉠에서 $b=4-1=3$

$\therefore a+b=1+3=4$

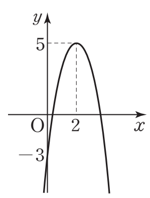
**12** 답 ①

$y=-x^2-4x-5=-(x+2)^2-1$

꼭짓점의 좌표는 $(-2,\ -1)$이고, $y$축과의 교점의 좌표는 $(0,\ -5)$이며, 위로 볼록하므로 주어진 이차함수의 그래프는 ①이다.

**13** 답 ②

$y=-2x^2+8x-3=-2(x-2)^2+5$

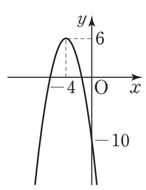



꼭짓점의 좌표는 $(2,\ 5)$이고, $y$축과의 교점의 좌표는 $(0,\ -3)$이며, 위로 볼록하므로 그래프를 그리면 오른쪽 그림과 같다.

따라서 제2사분면을 지나지 않는다.

**14** 답 ②

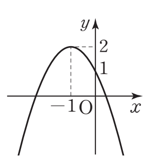
① $y=-x^2-8x-10=-(x+4)^2+6$




꼭짓점의 좌표는 $(-4,\ 6)$이고, $y$축과의 교점의 좌표는 $(0,\ -10)$이며, 위로 볼록하므로 그래프를 그리면 오른쪽 그림과 같다.

따라서 제1사분면을 지나지 않는다.

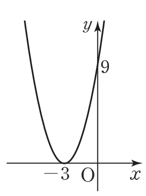
② $y=-x^2-2x+1=-(x+1)^2+2$




꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ 2)$이고, $y$축과의 교점의 좌표는 $(0,\ 1)$이며, 위로 볼록하므로 그래프를 그리면 오른쪽 그림과 같다.

따라서 모든 사분면을 지난다.

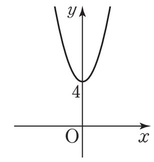
③ $y=x^2+6x+9=(x+3)^2$




꼭짓점의 좌표는 $(-3,\ 0)$이고, $y$축과의 교점의 좌표는 $(0,\ 9)$이며, 아래로 볼록하므로 그래프를 그리면 오른쪽 그림과 같다.

따라서 제3, 4사분면을 지나지 않는다.

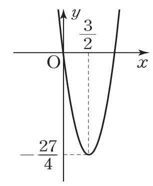
④ $y=2x^2+4$




꼭짓점의 좌표는 $(0,\ 4)$이고, 아래로 볼록하므로 그래프를 그리면 오른쪽 그림과 같다.

따라서 제3, 4사분면을 지나지 않는다.

⑤ $y=3x^2-9x=3\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{27}{4}$




꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{3}{2},\ -\frac{27}{4}\right)$이고, $y$축과의 교점의 좌표는 $(0,\ 0)$이며, 아래로 볼록하므로 그래프를 그리면 오른쪽 그림과 같다.

따라서 제3사분면을 지나지 않는다.

**15** 답 $(2,\ 0),\ (6,\ 0)$

$y=-\frac{1}{2}x^2+4x-6$에 $y=0$을 대입하면

$-\frac{1}{2}x^2+4x-6=0,\ x^2-8x+12=0$

$(x-2)(x-6)=0 \qquad \therefore x=2$ 또는 $x=6$

따라서 $x$축과 만나는 점의 좌표는 $(2,\ 0),\ (6,\ 0)$이다.

**16** 답 4

$y=x^2+2x-3$에 $y=0$을 대입하면 $x^2+2x-3=0$

$(x+3)(x-1)=0 \qquad \therefore x=-3$ 또는 $x=1$

따라서 $\mathrm{A}(-3,\ 0),\ \mathrm{B}(1,\ 0)$이므로 $\overline{\mathrm{AB}}=4$이다.

**17** 답 ⑤

$y=x^2-6x+8$에 $y=0$을 대입하면 $x^2-6x+8=0$

$(x-2)(x-4)=0 \qquad \therefore x=2$ 또는 $x=4$

즉, $\mathrm{A}(2,\ 0),\ \mathrm{C}(4,\ 0)$이다.

$y=x^2-6x+8=(x-3)^2-1$이므로 $\mathrm{B}(3,\ -1)$

$y=x^2-6x+8$에 $x=0$을 대입하면 $y=8$이므로 $\mathrm{D}(0,\ 8)$

이때 점 E의 $y$좌표가 8이므로 $y=8$을 대입하면

$8=x^2-6x+8,\ x^2-6x=0,\ x(x-6)=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=6 \qquad \therefore \mathrm{E}(6,\ 8)$

**18** 답 ③

$y=x^2+3x+1=\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{5}{4}$

이 식에 $x$ 대신 $x-2$를 대입하면

$y=\left(x-2+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{5}{4}=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{5}{4}=x^2-x-1$

**19** 답 1

$y=-x^2+6x-6=-(x-3)^2+3$

이 식에 $x$ 대신 $x+1$, $y$ 대신 $y+1$을 대입하면

$y+1=-(x+1-3)^2+3 \qquad \therefore y=-(x-2)^2+2$

이 그래프가 점 $(1,\ k)$를 지나므로

$k=-(1-2)^2+2=1$

**20** 답 ①

$y=2x^2-4x+3=2(x-1)^2+1$

이 식에 $x$ 대신 $x-p$, $y$ 대신 $y-q$를 대입하면

$y-q=2(x-p-1)^2+1$

$\therefore y=2\{x-(p+1)\}^2+q+1$

이 식이 $y=2x^2-12x+3=2(x-3)^2-15$와 같아야 하므로

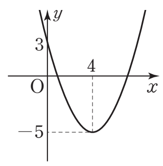
$p+1=3,\ q+1=-15 \qquad \therefore p=2,\ q=-16$

$\therefore pq=2\times(-16)=-32$

**21** 답 ⑤

$y=\frac{1}{2}x^2-4x+3=\frac{1}{2}(x-4)^2-5$

① 그래프는 오른쪽 그림과 같이 제3사분면을 지나지 않는다.




⑤ $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 $x$축의 방향으로 4만큼, $y$축의 방향으로 $-5$만큼 평행이동한 것이다.

**22** 답 ①, ④

$y=-x^2+2x+3=-(x-1)^2+4$

① 직선 $x=1$을 축으로 한다.

③ $x^2$의 계수가 같으므로 그래프의 모양과 폭이 같다.

④ $x>1$일 때, $x$의 값이 증가하면 $y$의 값은 감소한다.

⑤ $y=-x^2+2x+3$에 $y=0$을 대입하면

$-x^2+2x+3=0,\ x^2-2x-3=0$

$(x+1)(x-3)=0 \qquad \therefore x=-1$ 또는 $x=3$

따라서 $x$축과 두 점 $(-1,\ 0)$, $(3,\ 0)$에서 만난다.

**23** 답 $-7$

$y=-x^2+8x-15$에 $y=0$을 대입하면

$-x^2+8x-15=0,\ x^2-8x+15=0$

$(x-3)(x-5)=0 \qquad \therefore x=3$ 또는 $x=5$

$\therefore p=3,\ q=5$ 또는 $p=5,\ q=3$

$y=-x^2+8x-15$에 $x=0$을 대입하면 $y=-15$이므로

$r=-15$

$\therefore p+q+r=8+(-15)=-7$

**24** 답 7

$y=x^2+5x-3=\left(x+\frac{5}{2}\right)^2-\frac{37}{4}$

이 식에 $x$ 대신 $x+\frac{1}{2}$, $y$ 대신 $y-\frac{1}{4}$을 대입하면

$y-\frac{1}{4}=\left(x+\frac{1}{2}+\frac{5}{2}\right)^2-\frac{37}{4}$

$\therefore y=(x+3)^2-9=x^2+6x$

이 식이 $y=ax^2+bx+c$와 같아야 하므로

$a=1,\ b=6,\ c=0$

$\therefore a+b+c=1+6+0=7$

**25** 답 ②

$y=ax^2+bx+c$

$=a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}-\frac{b^2}{4a^2}\right)+c$

$=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a}$

ㄱ. 축의 방정식은 $x=-\frac{b}{2a}$이다.

ㅁ. $y=ax^2+bx+c$에 $x$ 대신 $-x$를 대입하면

$y=ax^2-bx+c$

**26** 답 (1) $A(1,\ 9)$ (2) $B(-2,\ 0)$, $C(4,\ 0)$ (3) 27

(1) $y=-x^2+2x+8=-(x-1)^2+9 \qquad \therefore A(1,\ 9)$

(2) $y=-x^2+2x+8$에 $y=0$을 대입하면

$-x^2+2x+8=0,\ x^2-2x-8=0$

$(x+2)(x-4)=0 \qquad \therefore x=-2$ 또는 $x=4$

$\therefore B(-2,\ 0),\ C(4,\ 0)$

(3) $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\times9=27$

**27** 답 10, 과정은 풀이 참조

$y=x^2+3x-4$에 $y=0$을 대입하면 $x^2+3x-4=0$

$(x+4)(x-1)=0 \qquad \therefore x=-4$ 또는 $x=1$

$\therefore A(-4,\ 0),\ B(1,\ 0)$ … (i)

$y=x^2+3x-4$에 $x=0$을 대입하면 $y=-4$이므로

$C(0,\ -4)$ … (ii)

$\therefore \triangle ACB=\frac{1}{2}\times5\times4=10$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 두 점 A, B의 좌표 구하기 | 40 % |
| (ii) 점 C의 좌표 구하기 | 30 % |
| (iii) △ACB의 넓이 구하기 | 30 % |

**28** 답 4

$y=\frac{1}{3}x^2-\frac{4}{3}x-4$에 $x=0$을 대입하면 $y=-4$이므로

$A(0,\ -4)$

$y=\frac{1}{3}x^2-\frac{4}{3}x-4=\frac{1}{3}(x-2)^2-\frac{16}{3}$에서 $B\left(2,\ -\frac{16}{3}\right)$

$\therefore \triangle OAB=\frac{1}{2}\times4\times2=4$

**29** 답 3

$y=-x^2+2x+3=-(x-1)^2+4$에서

$A(1,\ 4)$

$y=-x^2+2x+3$에 $x=0$을 대입하면 $y=3$이므로

$B(0,\ 3)$

$y=-x^2+2x+3$에 $y=0$을 대입하면

$-x^2+2x+3=0,\ x^2-2x-3=0$

$(x+1)(x-3)=0 \qquad \therefore x=-1$ 또는 $x=3$

점 C의 $x$좌표가 양수이므로 $C(3,\ 0)$

$\therefore \triangle ABC=\triangle ABO+\triangle AOC-\triangle BOC$
$=\frac{1}{2}\times3\times1+\frac{1}{2}\times3\times4-\frac{1}{2}\times3\times3$
$=3$

**30** 답 ③
$y=-x^2-4x+k=-(x+2)^2+4+k$이므로
축의 방정식은 $x=-2$
이때 두 점 A, B는 축에 서로 대칭이며 $\overline{AB}=6$이므로 축으로부터 각각 3만큼 떨어져 있다.
$\therefore A(-5, 0), B(1, 0)$
$y=-x^2-4x+k$의 그래프가 점 $B(1, 0)$을 지나므로
$0=-1-4+k \qquad \therefore k=5$
즉, $y=-x^2-4x+5=-(x+2)^2+9$에서 $C(-2, 9)$
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\times9=27$

**31** 답 ③
꼭짓점의 좌표가 $(-2, 1)$이므로 $y=a(x+2)^2+1$로 놓자.
이 그래프가 점 $(-3, 2)$를 지나므로
$2=a(-3+2)^2+1 \qquad \therefore a=1$
즉, $y=(x+2)^2+1=x^2+4x+5$이므로 $b=4$, $c=5$
$\therefore a+b-c=1+4-5=0$

**32** 답 $y=-x^2+4x+1$
꼭짓점의 좌표가 $(2, 5)$이므로 $y=a(x-2)^2+5$로 놓자.
이 그래프가 점 $(0, 1)$을 지나므로
$1=a(0-2)^2+5$, $4a=-4 \qquad \therefore a=-1$
$\therefore y=-(x-2)^2+5=-x^2+4x+1$

**33** 답 ②
$y=4x^2+24x+41=4(x+3)^2+5$
꼭짓점의 좌표가 $(-3, 5)$이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+3)^2+5$로 놓자.
$y=\frac{1}{3}x^2-x-4$의 그래프와 $y$축의 교점의 좌표는 $(0, -4)$
즉, $y=a(x+3)^2+5$의 그래프가 점 $(0, -4)$를 지나므로
$-4=a(0+3)^2+5$, $9a=-9 \qquad \therefore a=-1$
$\therefore y=-(x+3)^2+5=-x^2-6x-4$

**34** 답 1
축의 방정식이 $x=3$이므로 $y=a(x-3)^2+q$로 놓자.
이 그래프가 두 점 $(0, 13)$, $(1, 3)$을 지나므로
$13=a(0-3)^2+q \qquad \therefore 13=9a+q$ … ㉠
$3=a(1-3)^2+q \qquad \therefore 3=4a+q$ … ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2$, $q=-5$
즉, $y=2(x-3)^2-5=2x^2-12x+13$이므로
$a=2$, $b=-12$, $c=13$
$\therefore a-b-c=2-(-12)-13=1$

**35** 답 $-3$, 과정은 풀이 참조
축의 방정식이 $x=4$이고, $x^2$의 계수가 1이므로
$y=(x-4)^2+q$로 놓자. … (i)
이 그래프가 점 $(0, 5)$를 지나므로
$5=(0-4)^2+q \qquad \therefore q=-11$ … (ii)
즉, $y=(x-4)^2-11=x^2-8x+5$이므로
$b=-8$, $c=5$ … (iii)
$\therefore b+c=-8+5=-3$ … (iv)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 놓기 | 20 % |
| (ii) $q$의 값 구하기 | 30 % |
| (iii) $b$, $c$의 값 구하기 | 40 % |
| (iv) $b+c$의 값 구하기 | 10 % |

**36** 답 6
축의 방정식이 $x=-2$이므로 $y=a(x+2)^2+q$로 놓자.
이 그래프가 두 점 $(0, 6)$, $(2, 0)$을 지나므로
$6=a(0+2)^2+q \qquad \therefore 6=4a+q$ … ㉠
$0=a(2+2)^2+q \qquad \therefore 0=16a+q$ … ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-\frac{1}{2}$, $q=8$
즉, $y=-\frac{1}{2}(x+2)^2+8=-\frac{1}{2}x^2-2x+6$이므로
$a=-\frac{1}{2}$, $b=-2$, $c=6$
$\therefore abc=-\frac{1}{2}\times(-2)\times6=6$

**37** 답 $y=3x^2-2x+1$
$y=ax^2+bx+c$로 놓으면 그래프가 점 $(0, 1)$을 지나므로
$c=1$
이때 $y=ax^2+bx+1$의 그래프가 두 점 $(-1, 6)$, $(1, 2)$를 지나므로
$6=a-b+1 \qquad \therefore a-b=5$ … ㉠
$2=a+b+1 \qquad \therefore a+b=1$ … ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=3$, $b=-2$
$\therefore y=3x^2-2x+1$

**38** 답 $(1, 7)$, 과정은 풀이 참조
$y=ax^2+bx+c$로 놓으면 그래프가 점 $(0, 8)$을 지나므로
$c=8$ … (i)
이때 $y=ax^2+bx+8$의 그래프가 두 점 $(-1, 11)$, $(4, 16)$을 지나므로
$11=a-b+8 \qquad \therefore a-b=3$ … ㉠
$16=16a+4b+8 \qquad \therefore 4a+b=2$ … ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=1$, $b=-2$ … (ii)
즉, $y=x^2-2x+8=(x-1)^2+7$이므로
꼭짓점의 좌표는 $(1, 7)$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $c$의 값 구하기 | 30 % |
| (ii) $a$, $b$의 값 구하기 | 50 % |
| (iii) 꼭짓점의 좌표 구하기 | 20 % |

**39** 답 ③

$y=ax^2+bx+c$로 놓으면 그래프가 점 $(0,\ 3)$을 지나므로
$c=3$
이때 $y=ax^2+bx+3$의 그래프가 두 점 $(-3,\ 0)$, $(-2,\ 7)$을 지나므로
$0=9a-3b+3 \qquad \therefore 3a-b=-1 \qquad \cdots$ ㉠
$7=4a-2b+3 \qquad \therefore 2a-b=2 \qquad \cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-3$, $b=-8$
$\therefore y=-3x^2-8x+3$

**40** 답 ⑤

$x$축과 두 점 $(-2,\ 0)$, $(3,\ 0)$에서 만나므로
$y=a(x+2)(x-3)$으로 놓자.
이 그래프가 점 $(1,\ -12)$를 지나므로
$-12=a\times3\times(-2) \qquad \therefore a=2$
즉, $y=2(x+2)(x-3)=2x^2-2x-12$이므로
$b=-2$, $c=-12$
$\therefore ab-c=2\times(-2)-(-12)=8$

**41** 답 ⑤

$x$축과 두 점 $(1,\ 0)$, $(5,\ 0)$에서 만나고, $x^2$의 계수가 1이므로
$y=(x-1)(x-5)=x^2-6x+5$
$\therefore b=-6$, $c=5$
이 그래프가 점 $(4,\ k)$를 지나므로
$k=16-24+5=-3$
$\therefore b+c-k=-6+5-(-3)=2$

**42** 답 $-12$

$x$축과 두 점 $(1,\ 0)$, $(3,\ 0)$에서 만나므로
$y=a(x-1)(x-3)$으로 놓자.
이 그래프가 점 $(0,\ 3)$을 지나므로
$3=a\times(-1)\times(-3) \qquad \therefore a=1$
즉, $y=(x-1)(x-3)=x^2-4x+3$이므로
$b=-4$, $c=3$
$\therefore abc=1\times(-4)\times3=-12$

**43** 답 ②

그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$
축이 $y$축의 왼쪽에 있으므로 $ab>0 \qquad \therefore b<0$
$y$축과의 교점이 $x$축보다 위쪽에 있으므로 $c>0$

**44** 답 ⑤

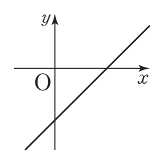
그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$
축이 $y$축의 오른쪽에 있으므로 $ab<0 \qquad \therefore b<0$
$y$축과의 교점이 $x$축보다 아래쪽에 있으므로 $c<0$
① $ab<0$
② $ac<0$
③ $bc>0$
④ $x=-1$일 때, $y=a-b+c>0$
⑤ $x=1$일 때, $y=a+b+c<0$

**45** 답 ①

$a<0$, $ab>0$에서 $b<0$
$b<0$, $bc>0$에서 $c<0$
$y=ax^2-bx-c$에서
$a<0$이므로 그래프는 위로 볼록하다.
$-b>0$이므로 $a$, $-b$는 부호가 서로 다르다.
따라서 축은 $y$축의 오른쪽에 있다.
$-c>0$이므로 $y$축과의 교점은 $x$축보다 위쪽에 있다.

**46** 답 ②

$y=ax^2+bx+c$의 그래프에서
그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$
축이 $y$축의 왼쪽에 있으므로 $ab>0 \qquad \therefore b>0$
$y$축과의 교점이 $x$축보다 아래쪽에 있으므로 $c<0$
따라서 $a>0$, $\frac{c}{b}<0$이므로 $y=ax+\frac{c}{b}$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 제2사분면을 지나지 않는다.




**47** 답 ②

$y=ax+b$의 그래프에서 $a<0$, $b>0$
$y=x^2+ax-b$에서
$x^2$의 계수가 양수이므로 그래프는 아래로 볼록하다.
$a<0$이므로 $x^2$의 계수와 부호가 서로 다르다.
따라서 축은 $y$축의 오른쪽에 있다.
$-b<0$이므로 $y$축과의 교점은 $x$축보다 아래쪽에 있다.

## 유형 13~19 P. 114~117

**48** 답 ④

$y=x^2+6x+11=(x+3)^2+2$
따라서 $x=-3$에서 최솟값은 2이므로 $m=2$
$y=-3x^2-6x+2=-3(x+1)^2+5$
따라서 $x=-1$에서 최댓값은 5이므로 $M=5$
$\therefore m+M=2+5=7$

**49** 답 ⑤

① $y=-x^2-5$ ⇨ 최댓값은 $-5$

② $y=x^2+4x+9$ ⇨ 최댓값은 없다.

③ $y=-x^2-4x-4=-(x+2)^2$ ⇨ 최댓값은 0

④ $y=2x^2-8x+13$ ⇨ 최댓값은 없다.

⑤ $y=-\frac{1}{2}x^2+2x+3=-\frac{1}{2}(x-2)^2+5$ ⇨ 최댓값은 5

**50** 답 $\frac{25}{4}$, 과정은 풀이 참조

$y=-x^2+ax+b$의 그래프가 점 $(0, 4)$를 지나므로 $b=4$

$y=-x^2+ax+4$의 그래프가 점 $(4, 0)$을 지나므로

$0=-16+4a+4$ $\quad\therefore a=3$ … (i)

$\therefore y=-x^2+3x+4=-\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{25}{4}$ … (ii)

따라서 $x=\frac{3}{2}$에서 최댓값은 $\frac{25}{4}$이다. … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $a$, $b$의 값 구하기 | 50 % |
| (ii) $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 변형하기 | 30 % |
| (iii) 최댓값 구하기 | 20 % |

**51** 답 ③

$y=x^2+2ax+b$는 $x=1$에서 최솟값이 3이므로

$y=(x-1)^2+3=x^2-2x+4$

따라서 $2a=-2$에서 $a=-1$, $b=4$

$\therefore 4a+b=4\times(-1)+4=0$

**52** 답 $(0, 2)$

$x=-1$에서 최댓값이 6이고 $x^2$의 계수가 $-4$이므로

$y=-4(x+1)^2+6=-4x^2-8x+2$

$x=0$을 대입하면 $y=2$이므로 $y$축과의 교점의 좌표는 $(0, 2)$이다.

**53** 답 10

그래프가 $x$축과 만나는 두 점이 $(0, 0)$, $(4, 0)$이므로

이 그래프의 축의 방정식은 $x=2$

이때 최솟값이 $-8$이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2, -8)$

$y=a(x-2)^2-8$로 놓으면 그래프가 점 $(0, 0)$을 지나므로

$0=a(0-2)^2-8$, $4a=8$ $\quad\therefore a=2$

즉, $y=2(x-2)^2-8=2x^2-8x$이므로 $b=-8$, $c=0$

$\therefore a-b-c=2-(-8)-0=10$

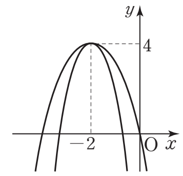
**54** 답 ①

$x=-2$에서 최댓값이 4이므로

$y=a(x+2)^2+4$ … ㉠

최댓값을 가지므로 $a<0$ … ㉡

따라서 그래프가 제1사분면을 지나지 않으려면 오른쪽 그림과 같이 $y$축과의 교점이 원점이거나 $x$축보다 아래쪽에 있어야 하므로 ㉠에 $x=0$을 대입하면




$y=a(0+2)^2+4\le 0$

$4a\le -4$ $\quad\therefore a\le -1$ … ㉢

㉡, ㉢에서 $a\le -1$

**55** 답 $-5$

$y=\frac{1}{2}x^2-3$에 $x$ 대신 $x-1$, $y$ 대신 $y-2$를 대입하면

$y-2=\frac{1}{2}(x-1)^2-3$ $\quad\therefore y=\frac{1}{2}(x-1)^2-1$

따라서 $x=1$에서 최솟값은 $-1$이므로 $m=-1$

$y=-\frac{1}{2}x^2+4x-3=-\frac{1}{2}(x-4)^2+5$

따라서 $x=4$에서 최댓값은 5이므로 $M=5$

$\therefore Mm=5\times(-1)=-5$

**56** 답 ②

$y=-x^2+4x+k=-(x-2)^2+4+k$

즉, $x=2$에서 최댓값은 $4+k$이다.

그런데 최댓값이 7이므로

$4+k=7$ $\quad\therefore k=3$

**57** 답 9

$y=ax^2+bx-7$은 $x=-1$에서 최솟값이 $-10$이므로

$y=a(x+1)^2-10=ax^2+2ax+a-10$

따라서 $b=2a$, $-7=a-10$에서 $a=3$, $b=6$

$\therefore a+b=3+6=9$

**58** 답 ④

$x=3$에서 최솟값이 $-16$이므로

$y=a(x-3)^2-16$으로 놓자.

이 그래프가 점 $(2, -13)$을 지나므로

$-13=a(2-3)^2-16$ $\quad\therefore a=3$

$\therefore y=3(x-3)^2-16=3x^2-18x+11$

**59** 답 $\frac{7}{4}$, $-\frac{1}{2}$

$y=-x^2+2kx+k+2$

$\quad=-(x^2-2kx+k^2-k^2)+k+2$

$\quad=-(x-k)^2+k^2+k+2$

$\therefore M=k^2+k+2=\left(k+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7}{4}$

따라서 $M$은 $k=-\frac{1}{2}$에서 최솟값이 $\frac{7}{4}$이다.

**60** 답 $\frac{1}{2}$, 과정은 풀이 참조

$y=2x^2-2kx+k$

$=2\left(x^2-kx+\frac{k^2}{4}-\frac{k^2}{4}\right)+k$

$=2\left(x-\frac{k}{2}\right)^2-\frac{k^2}{2}+k$ … (i)

$\therefore m=-\frac{k^2}{2}+k$ … (ii)

$=-\frac{1}{2}(k-1)^2+\frac{1}{2}$ … (iii)

따라서 $m$은 $k=1$에서 최댓값이 $\frac{1}{2}$이다. … (iv)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 변형하기 | 30 % |
| (ii) $m$을 $k$에 관한 식으로 나타내기 | 20 % |
| (iii) $m=$(완전제곱식)+(상수)의 꼴로 변형하기 | 30 % |
| (iv) $m$의 최댓값 구하기 | 20 % |

**61** 답 ③

$y=-3x^2+6mx-6m+1$

$=-3(x^2-2mx+m^2-m^2)-6m+1$

$=-3(x-m)^2+3m^2-6m+1$

$\therefore f(m)=3m^2-6m+1=3(m-1)^2-2$

따라서 $f(m)$은 $m=1$에서 최솟값이 $-2$이다.

**62** 답 ④

두 수를 $x$, $30-x$라 하고, 두 수의 곱을 $y$라 하면

$y=x(30-x)=-x^2+30x$

$=-(x-15)^2+225$

즉, $x=15$에서 최댓값은 225이다.

따라서 두 수의 곱의 최댓값은 225이다.

**63** 답 $-3$, 3, 과정은 풀이 참조

두 수를 $x$, $x+6$이라 하고, 두 수의 곱을 $y$라 하면

$y=x(x+6)=x^2+6x$ … (i)

$=(x+3)^2-9$ … (ii)

따라서 $x=-3$일 때, 두 수의 곱은 최소가 되므로

구하는 두 수는 $-3$, 3이다. … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 이차함수의 식 세우기 | 30 % |
| (ii) $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 변형하기 | 40 % |
| (iii) 두 수 구하기 | 30 % |

**64** 답 ③

$2x+y=8$에서 $y=8-2x$이므로

$xy=x(8-2x)=-2x^2+8x$

$=-2(x-2)^2+8$

따라서 $xy$는 $x=2$에서 최댓값이 8이다.

**65** 답 $196\,\text{cm}^2$

가로의 길이를 $x$ cm라 하면 세로의 길이는 $(28-x)$ cm이다.

직사각형의 넓이를 $y\,\text{cm}^2$라 하면

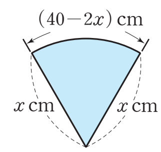
$y=x(28-x)=-x^2+28x$

$=-(x-14)^2+196$

즉, $x=14$에서 최댓값은 196이다.

따라서 직사각형의 넓이의 최댓값은 $196\,\text{cm}^2$이다.

**66** 답 ②




부채꼴의 반지름의 길이를 $x$ cm라 하면

호의 길이는 $(40-2x)$ cm이다.

부채꼴의 넓이를 $y\,\text{cm}^2$라 하면

$y=\frac{1}{2}x(40-2x)=-x^2+20x$

$=-(x-10)^2+100$

즉, $x=10$일 때, 부채꼴의 넓이는 최대가 되므로 구하는 반지름의 길이는 10 cm이다.

참고 (부채꼴의 넓이)$=\frac{1}{2}\times$(반지름의 길이)$\times$(호의 길이)

**67** 답 $32\,\text{cm}^2$

새로운 직사각형의 넓이를 $y\,\text{cm}^2$라 하면

$y=(10-2x)(3+x)=-2x^2+4x+30$

$=-2(x-1)^2+32$

즉, $x=1$에서 최댓값은 32이다.

따라서 구하는 직사각형의 최대 넓이는 $32\,\text{cm}^2$이다.

**68** 답 8

점 P의 좌표를 $(a,\ -a+8)$이라 하면

$\triangle POA=\frac{1}{2}a(-a+8)=-\frac{1}{2}a^2+4a$

$=-\frac{1}{2}(a-4)^2+8$

즉, $a=4$에서 최댓값은 8이다.

따라서 $\triangle POA$의 넓이의 최댓값은 8이다.

**69** 답 ③

점 P의 좌표를 $(a,\ -2a+12)$라 하면

$\square ROQP=a(-2a+12)=-2a^2+12a$

$=-2(a-3)^2+18$

즉, $a=3$에서 최댓값은 18이다.

따라서 구하는 점 P의 좌표는 $(3,\ 6)$이다.

**70** 답 14 cm

$\overline{QC}=x$ cm라 하면 $\overline{BQ}=(8-x)$ cm

이때 $\triangle ABC \backsim \triangle PBQ$(AA 닮음)이므로

$\overline{BC}:\overline{BQ}=\overline{AC}:\overline{PQ}$

$8:(8-x)=6:\overline{PQ}$

$\therefore \overline{PQ}=\frac{6(8-x)}{8}=\frac{3}{4}(8-x)$(cm)

$\therefore \square PQCR = \overline{QC} \times \overline{PQ}$

$$= x \times \frac{3}{4}(8-x) = -\frac{3}{4}x^2 + 6x$$

$$= -\frac{3}{4}(x-4)^2 + 12$$

즉, $x=4$일 때, □PQCR의 넓이가 최대이므로

(□PQCR의 둘레의 길이)$=2(\overline{QC}+\overline{PQ})$

$$=2\left\{4+\frac{3}{4}\times(8-4)\right\}$$

$$=2\times7=14\,(\text{cm})$$

**71** 답 4초 후, 100 m

$y=-5x^2+40x+20=-5(x-4)^2+100$

즉, $x=4$에서 최댓값은 100이다.

따라서 쏘아 올린 지 4초 후에 최고 높이 100 m에 도달한다.

**72** 답 6초

$h=60t-5t^2=-5(t-6)^2+180$

즉, 쏘아 올린 지 6초 후에 최고 높이에 도달한다.

한편 지면에 떨어질 때는 $h=0$일 때이므로

$0=60t-5t^2$, $-5t(t-12)=0$

$\therefore t=0$ 또는 $t=12$

따라서 쏘아 올린 지 12초 후에 지면에 떨어지므로 최고 높이에 도달했을 때부터 지면에 떨어질 때까지 걸린 시간은

$12-6=6$(초)

**73** 답 550원

볼펜의 가격을 $10x$원씩 내릴 때마다 판매량은 $2x$자루씩 늘어나므로 볼펜의 하루 동안의 총 판매 금액을 $y$원이라 하면

$y$=(볼펜의 가격)×(하루 판매량)

$=(600-10x)(100+2x)$

$=-20x^2+200x+60000$

$=-20(x-5)^2+60500$

따라서 $x=5$일 때, 하루 동안의 총 판매 금액이 최대가 되므로 이때의 볼펜 한 자루의 가격은

$600-10\times5=550$(원)

**단원 마무리** P. 118~120

**1** ④ **2** ⑤ **3** 2 **4** ② **5** ② **6** 1

**7** $-22$, 과정은 풀이 참조 **8** ①, ④ **9** $-\frac{1}{4}$

**10** 4 **11** $\frac{45}{4}$ m (또는 11.25 m) **12** ④ **13** 4

**14** $\frac{3}{2}$, 과정은 풀이 참조 **15** ④ **16** 최댓값 3

**17** ④ **18** 50 m$^2$ **19** 36 **20** $\frac{15}{8}$ **21** 20

**1** $y=-3x^2+12x-6=-3(x-2)^2+6$

따라서 축의 방정식은 $x=2$이고, 꼭짓점의 좌표는 (2, 6)이다.

**2** $y=\frac{1}{2}x^2-x+2=\frac{1}{2}(x-1)^2+\frac{3}{2}$

꼭짓점의 좌표는 $\left(1, \frac{3}{2}\right)$이므로 꼭짓점은 제1사분면 위에 있고, 아래로 볼록하며, $y$절편은 양수인 그래프이다.

따라서 주어진 이차함수의 그래프로 가장 적당한 것은 ⑤이다.

**3** $y=-x^2+10x-19=-(x-5)^2+6$

이 식에 $x$ 대신 $x+3$, $y$ 대신 $y+6$을 대입하면

$y+6=-(x+3-5)^2+6$

$\therefore y=-(x-2)^2$

따라서 꼭짓점의 좌표는 (2, 0)이므로 $p=2$, $q=0$

$\therefore p+q=2+0=2$

**4** $x^2$의 계수의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아진다.

즉, $\left|\frac{1}{3}\right|<\left|\frac{1}{2}\right|<|-1|<|-3|<|4|$이므로 그래프의 폭이 가장 좁은 것은 ② $y=4(x-1)^2$이다.

**5** 꼭짓점의 좌표가 $(-1, -2)$이므로

$y=a(x+1)^2-2$로 놓자.

이 그래프가 점 $(0, -1)$을 지나므로

$-1=a(0+1)^2-2$ $\quad\therefore a=1$

$\therefore y=(x+1)^2-2=x^2+2x-1$

**6** 축의 방정식이 $x=1$이고, $x^2$의 계수가 $-2$이므로

$y=-2(x-1)^2+q$로 놓자.

이 그래프가 점 $(-2, -7)$을 지나므로

$-7=-2(-2-1)^2+q$ $\quad\therefore q=11$

$\therefore y=-2(x-1)^2+11=-2x^2+4x+9$

따라서 $a=-2$, $b=4$, $c=9$이므로

$ab+c=-2\times4+9=1$

**7** $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 점 (0, 16)을 지나므로

$c=16$ … (i)

이때 $y=ax^2+bx+16$의 그래프가 두 점 (1, 10), (3, −14)를 지나므로

$10=a+b+16$ $\quad\therefore a+b=-6$ … ㉠

$-14=9a+3b+16$ $\quad\therefore 3a+b=-10$ … ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-2$, $b=-4$ … (ii)

$\therefore a+b-c=-2+(-4)-16=-22$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $c$의 값 구하기 | 30 % |
| (ii) $a$, $b$의 값 구하기 | 50 % |
| (iii) $a+b-c$의 값 구하기 | 20 % |

유형편 파워

**8** $y=2x^2+4x-3=2(x+1)^2-5$

① 축의 방정식은 $x=-1$이다.

③ $y=2x^2+4x-3$에 $y$ 대신 $-y$를 대입하면

$-y=2x^2+4x-3 \qquad \therefore y=-2x^2-4x+3$

④ $y=2x^2$의 그래프를 $x$축의 방향으로 $-1$만큼, $y$축의 방향으로 $-5$만큼 평행이동한 그래프이다.

**9** $y=3x^2-3x+a=3\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{3}{4}+a$

즉, $x=\frac{1}{2}$에서 최솟값이 $-\frac{3}{4}+a$이다.

그런데 최솟값이 $-1$이므로

$-\frac{3}{4}+a=-1 \qquad \therefore a=-\frac{1}{4}$

**10** $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프와 폭이 같고, $a<0$이므로

$a=-\frac{1}{2}$

이때 $y=-\frac{1}{2}x^2+bx+c$는 $x=-2$에서 최댓값이 6이므로

$y=-\frac{1}{2}(x+2)^2+6=-\frac{1}{2}x^2-2x+4$

따라서 $a=-\frac{1}{2}$, $b=-2$, $c=4$이므로

$abc=-\frac{1}{2}\times(-2)\times4=4$

**11** $y=15x-5x^2=-5\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{45}{4}$

즉, $x=\frac{3}{2}$에서 최댓값이 $\frac{45}{4}$이다.

따라서 물 로켓의 최고 높이는 $\frac{45}{4}$ m (또는 11.25 m)이다.

**12** $y=x^2-2ax+3a+4$

$=(x^2-2ax+a^2-a^2)+3a+4$

$=(x-a)^2-a^2+3a+4$

이때 꼭짓점 $(a, -a^2+3a+4)$가 $x$축 위에 있으므로

$-a^2+3a+4=0$, $a^2-3a-4=0$

$(a+1)(a-4)=0 \qquad \therefore a=-1$ 또는 $a=4$

그런데 $a>0$이므로 $a=4$

**13** $y=-2x^2-4x+1=-2(x+1)^2+3$

이 식에 $x$ 대신 $x-p$, $y$ 대신 $y-q$를 대입하면

$y-q=-2(x-p+1)^2+3$

$\therefore y=-2\{x-(p-1)\}^2+q+3$

이 식이 $y=-2x^2+8x-6=-2(x-2)^2+2$와 같아야 하므로

$p-1=2$, $q+3=2 \qquad \therefore p=3$, $q=-1$

$\therefore p-q=3-(-1)=4$

**14** $y=-\frac{1}{2}x^2+x+4$에 $y=0$을 대입하면

$-\frac{1}{2}x^2+x+4=0$

$x^2-2x-8=0$, $(x+2)(x-4)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=4$

$\therefore$ A$(-2, 0)$, B$(4, 0)$ … (i)

$y=-\frac{1}{2}x^2+x+4$에 $x=0$을 대입하면 $y=4$이므로

C$(0, 4)$ … (ii)

$y=-\frac{1}{2}x^2+x+4$

$=-\frac{1}{2}(x-1)^2+\frac{9}{2}$

이므로 D$\left(1, \frac{9}{2}\right)$ … (iii)

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\times4=12$,

$\triangle ABD=\frac{1}{2}\times6\times\frac{9}{2}=\frac{27}{2}$ … (iv)

따라서 구하는 넓이의 차는

$\triangle ABD-\triangle ABC=\frac{27}{2}-12=\frac{3}{2}$ … (v)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 두 점 A, B의 좌표 구하기 | 20 % |
| (ii) 점 C의 좌표 구하기 | 10 % |
| (iii) 점 D의 좌표 구하기 | 20 % |
| (iv) △ABC, △ABD의 넓이 구하기 | 30 % |
| (v) 두 삼각형의 넓이의 차 구하기 | 20 % |

**15** 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

축이 $y$축의 오른쪽에 있으므로 $ab<0 \qquad \therefore b>0$

$y$축과의 교점이 $x$축보다 위쪽에 있으므로 $c>0$

① $bc>0$

② $abc<0$

③ $\frac{a}{b}<0$

④ $x=-\frac{1}{2}$일 때, $y=\frac{1}{4}a-\frac{1}{2}b+c>0$

⑤ $x=2$일 때, $y=4a+2b+c>0$

**16** $x$축과 두 점 $(-1, 0)$, $(5, 0)$에서 만나므로

$y=a(x+1)(x-5)$로 놓자.

이 그래프가 점 $(2, 3)$을 지나므로

$3=a\times3\times(-3) \qquad \therefore a=-\frac{1}{3}$

$\therefore y=-\frac{1}{3}(x+1)(x-5)$

$=-\frac{1}{3}x^2+\frac{4}{3}x+\frac{5}{3}$

$=-\frac{1}{3}(x-2)^2+3$

따라서 $x=2$에서 최댓값이 3이다.

**17** $y=\frac{1}{2}x^2+2kx+8k$

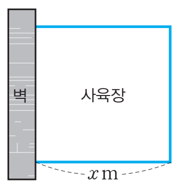
$=\frac{1}{2}(x^2+4kx+4k^2-4k^2)+8k$

$=\frac{1}{2}(x+2k)^2-2k^2+8k$

$\therefore m=-2k^2+8k=-2(k-2)^2+8$

따라서 $m$은 $k=2$에서 최댓값이 8이다.

**18** 오른쪽 그림과 같이 사육장의 가로의 길이를 $x$ m라 하면 세로의 길이는 $(20-2x)$m이므로 사육장의 넓이를 $y\,\mathrm{m}^2$라 하면




$y=x(20-2x)=-2x^2+20x$

$=-2(x-5)^2+50$

즉, $x=5$에서 최댓값은 50이다.

따라서 사육장의 최대 넓이는 $50\,\mathrm{m}^2$이다.

**19** $y=-x^2+2x+8=-(x-1)^2+9$ $\quad\therefore$ A$(1, 9)$

$y=-x^2+10x-16=-(x-5)^2+9$ $\quad\therefore$ B$(5, 9)$

$y=-x^2+2x+8$에 $y=0$을 대입하면

$-x^2+2x+8=0$, $x^2-2x-8=0$

$(x+2)(x-4)=0$ $\quad\therefore x=-2$ 또는 $x=4$

$\therefore$ C$(-2, 0)$

$y=-x^2+10x-16$에 $y=0$을 대입하면

$-x^2+10x-16=0$, $x^2-10x+16=0$

$(x-2)(x-8)=0$ $\quad\therefore x=2$ 또는 $x=8$

$\therefore$ D$(2, 0)$

따라서 $\overline{\mathrm{AB}}\,/\!/\,\overline{\mathrm{CD}}$이고 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{CD}}=4$이므로

□ACDB는 평행사변형이다.

$\therefore$ □ACDB$=4\times9=36$

**20** 점 P의 $x$좌표를 $a$라 하면

P$(a, a+7)$, Q$(a, -2a^2+5)$이므로

$\overline{\mathrm{PQ}}=a+7-(-2a^2+5)$

$=2a^2+a+2$

$=2\left(a+\frac{1}{4}\right)^2+\frac{15}{8}$

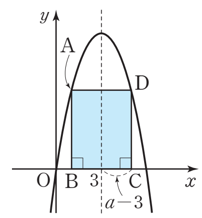
즉, $a=-\frac{1}{4}$에서 최솟값은 $\frac{15}{8}$이다.

따라서 $\overline{\mathrm{PQ}}$의 길이의 최솟값은 $\frac{15}{8}$이다.

**21** $y=-x^2+6x=-(x-3)^2+9$

이므로 축의 방정식은 $x=3$이다.

점 C의 $x$좌표를 $a$라 하면 오른쪽 그림과 같이 점 C와 축 사이의 거리는 $a-3$이고, 점 B와 점 C는 축에 대하여 대칭이므로




$\overline{\mathrm{BC}}=2(a-3)$

한편 점 D의 좌표는 $(a, -a^2+6a)$이므로

$\overline{\mathrm{CD}}=-a^2+6a$

직사각형 ABCD의 둘레의 길이를 $l$이라 하면

$l=2(\overline{\mathrm{BC}}+\overline{\mathrm{CD}})$

$=2\{2(a-3)+(-a^2+6a)\}$

$=-2a^2+16a-12$

$=-2(a-4)^2+20$

즉, $a=4$에서 최댓값은 20이다.

따라서 직사각형 ABCD의 둘레의 길이의 최댓값은 20이다.

MEMO

# 정답과 해설

## I 제곱근과 실수

**1 단계** 보고 따라 하기 — P. 6~7

**1** $-a$ **2** 24, 54, 96
**3** P : $-3-\sqrt{5}$, Q : $-3+\sqrt{5}$ **4** $\sqrt{7}-1$

**1** 1단계 $a>0$에서
$-a<0$이므로 $\sqrt{(-a)^2}=-(-a)=a$
$2a>0$이므로 $\sqrt{4a^2}=\sqrt{(2a)^2}=2a$ … (i)

2단계 $\therefore \sqrt{(-a)^2}-\sqrt{4a^2}=a-2a=-a$ … (ii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 근호를 사용하지 않고 나타내기 | 60 % |
| (ii) 주어진 식을 간단히 하기 | 40 % |

**2** 1단계 $\sqrt{\frac{50}{3}n}=\sqrt{\frac{2\times5^2}{3}\times n}$이 자연수가 되려면 자연수 $n$은 $2\times3\times$(자연수)$^2$, 즉 $6\times$(자연수)$^2$의 꼴이어야 한다. … (i)

2단계 따라서 구하는 두 자리의 자연수 $n$의 값은
$6\times2^2=24$, $6\times3^2=54$, $6\times4^2=96$이다. … (ii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 자연수 $n$에 대한 조건 설명하기 | 60 % |
| (ii) 두 자리의 자연수 $n$의 값 구하기 | 40 % |

**3** 1단계 $\square$ABCD$=3\times3-4\times\left(\frac{1}{2}\times1\times2\right)=5$이므로
$\square$ABCD의 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$이다. … (i)

2단계 따라서 $\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{AD}}=\sqrt{5}$이므로
점 P에 대응하는 수는 $-3-\sqrt{5}$이고,
$\overline{\mathrm{AQ}}=\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{5}$이므로
점 Q에 대응하는 수는 $-3+\sqrt{5}$이다. … (ii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $\square$ABCD의 한 변의 길이 구하기 | 40 % |
| (ii) 두 점 P, Q에 대응하는 수 구하기 | 60 % |

**4** $2<\sqrt{7}<3$이므로 $1<\sqrt{7}-1<2$에서
$\sqrt{7}-1$의 정수 부분은 1이다.
$\therefore a=1$ … (i)
$\sqrt{7}-1$의 소수 부분은 $(\sqrt{7}-1)-1=\sqrt{7}-2$이다.
$\therefore b=\sqrt{7}-2$ … (ii)
$\therefore a^2+b=1^2+(\sqrt{7}-2)$
$=\sqrt{7}-1$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $a$의 값 구하기 | 40 % |
| (ii) $b$의 값 구하기 | 40 % |
| (iii) $a^2+b$의 값 구하기 | 20 % |

**2 단계** 스스로 해결하기 — P. 8~10

**1** $\sqrt{22}$ m **2** $\pm\sqrt{5}$ **3** $-16$
**4** (1) 5 (2) $-1$ (3) $-3$ **5** $-a-3b$
**6** (1) 2, 18, 162 (2) (2, 9), (18, 3), (162, 1)
**7** 22 **8** 30 **9** 34
**10** P : $1-\sqrt{13}$, Q : $3+\sqrt{13}$
**11** (1) $A>B$ (2) $A<C$ (3) $B<A<C$ **12** $7-\sqrt{5}$

**1** 정사각형과 삼각형을 붙여 놓은 모양의 잔디밭의 넓이는
$4\times4+\frac{1}{2}\times4\times3=16+6=22\,(\mathrm{m}^2)$ … (i)
따라서 새로 만든 정사각형 모양의 잔디밭의 넓이가 $22\,\mathrm{m}^2$이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{22}$ m이다. … (ii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 정사각형과 삼각형을 붙여 놓은 모양의 잔디밭의 넓이 구하기 | 50 % |
| (ii) 새로 만든 정사각형 모양의 잔디밭의 한 변의 길이 구하기 | 50 % |

**2** 121의 음의 제곱근은 $-\sqrt{121}=-11$이므로
$a=-11$
$(-14)^2=196$의 양의 제곱근은 $\sqrt{196}=14$이므로
$b=14$ … (i)
따라서 $\sqrt{b-a}=\sqrt{14-(-11)}=\sqrt{25}=5$이므로 … (ii)
구하는 제곱근은 $\pm\sqrt{5}$이다. … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $a$, $b$의 값 구하기 | 40 % |
| (ii) $\sqrt{b-a}$의 값 구하기 | 30 % |
| (iii) $\sqrt{b-a}$의 제곱근 구하기 | 30 % |

**3** $\sqrt{0.64}\div\sqrt{\frac{4}{25}}-\sqrt{(-2)^2}\times\sqrt{3^4}$
$=\sqrt{0.8^2}\div\sqrt{\left(\frac{2}{5}\right)^2}-\sqrt{2^2}\times\sqrt{(3^2)^2}$
$=0.8\div\frac{2}{5}-2\times3^2$ … (i)
$=\frac{8}{10}\times\frac{5}{2}-2\times9$
$=2-18=-16$ … (ii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 근호를 사용하지 않고 나타내기 | 60 % |
| (ii) 주어진 식을 계산하기 | 40 % |

**4** (1) $x>2$일 때, $x+2>0$, $x-2>0$이므로

$\sqrt{(x+2)^2}-\sqrt{(x-2)^2}=x-1$에서

$(x+2)-(x-2)=x-1$ … (i)

$4=x-1$ $\quad\therefore x=5$ … (ii)

(2) $-2<x<2$일 때, $x+2>0$, $x-2<0$이므로

$\sqrt{(x+2)^2}-\sqrt{(x-2)^2}=x-1$에서

$(x+2)+(x-2)=x-1$ … (iii)

$2x=x-1$ $\quad\therefore x=-1$ … (iv)

(3) $x<-2$일 때, $x+2<0$, $x-2<0$이므로

$\sqrt{(x+2)^2}-\sqrt{(x-2)^2}=x-1$에서

$-(x+2)+(x-2)=x-1$ … (v)

$-4=x-1$ $\quad\therefore x=-3$ … (vi)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $x>2$일 때, 주어진 식을 근호를 사용하지 않고 나타내기 | 20 % |
| (ii) 방정식을 풀어 $x$의 값 구하기 | 10 % |
| (iii) $-2<x<2$일 때, 주어진 식을 근호를 사용하지 않고 나타내기 | 30 % |
| (iv) 방정식을 풀어 $x$의 값 구하기 | 10 % |
| (v) $x<-2$일 때, 주어진 식을 근호를 사용하지 않고 나타내기 | 20 % |
| (vi) 방정식을 풀어 $x$의 값 구하기 | 10 % |

**5** $ab<0$이므로 $a$, $b$의 부호는 서로 다르다.

이때 $a-b>0$, 즉 $a>b$이므로 $a>0$, $b<0$이다. … (i)

$-a<0$이므로 $\sqrt{(-a)^2}=-(-a)=a$

$b-2a<0$이므로 $\sqrt{(b-2a)^2}=-(b-2a)=-b+2a$

$4b<0$이므로 $\sqrt{16b^2}=\sqrt{(4b)^2}=-4b$ … (ii)

$\therefore$ (주어진 식)$=a-(-b+2a)+(-4b)$

$=a+b-2a-4b$

$=-a-3b$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $a$, $b$의 부호 판단하기 | 30 % |
| (ii) $\sqrt{(-a)^2}$, $\sqrt{(b-2a)^2}$, $\sqrt{16b^2}$을 근호를 사용하지 않고 나타내기 | 50 % |
| (iii) 주어진 식을 간단히 하기 | 20 % |

**6** (1) $\sqrt{\dfrac{162}{a}}=\sqrt{\dfrac{2\times3^4}{a}}$이 자연수가 되려면 자연수 $a$는

$2\times3^4$의 약수이면서 $2\times$(자연수)$^2$의 꼴이어야 한다.

따라서 구하는 자연수 $a$의 값은

$a=2\times1^2$, $2\times3^2$, $2\times(3^2)^2$

즉, $a=2$, $18$, $162$ … (i)

(2) $a=2$일 때, $b=\sqrt{81}=9$

$a=18$일 때, $b=\sqrt{9}=3$

$a=162$일 때, $b=\sqrt{1}=1$ … (ii)

따라서 구하는 순서쌍 $(a, b)$는

$(2, 9)$, $(18, 3)$, $(162, 1)$이다. … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 자연수 $a$의 값 모두 구하기 | 40 % |
| (ii) $a$의 값에 따른 $b$의 값 구하기 | 40 % |
| (iii) 순서쌍 $(a, b)$ 구하기 | 20 % |

**7** 양수는 $(\sqrt{2})^2=2=\sqrt{4}$, $\sqrt{(-5)^2}=\sqrt{25}$, $4=\sqrt{16}$, $\sqrt{15}$이고,

음수는 $-\sqrt{3}$, $-\sqrt{\dfrac{1}{2}}$이다.

양수끼리 대소를 비교하면

$\sqrt{4}<\sqrt{15}<\sqrt{16}<\sqrt{25}$이므로

$(\sqrt{2})^2<\sqrt{15}<4<\sqrt{(-5)^2}$

$\therefore a=\sqrt{(-5)^2}$ … (i)

음수끼리 대소를 비교하면

$\sqrt{3}>\sqrt{\dfrac{1}{2}}$에서 $-\sqrt{3}<-\sqrt{\dfrac{1}{2}}$이므로

$b=-\sqrt{3}$ … (ii)

$\therefore a^2-b^2=\{\sqrt{(-5)^2}\}^2-(-\sqrt{3})^2$

$=25-3=22$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $a$의 값 구하기 | 40 % |
| (ii) $b$의 값 구하기 | 40 % |
| (iii) $a^2-b^2$의 값 구하기 | 20 % |

**8** $3<\sqrt{\dfrac{x-3}{2}}<5$에서 $\sqrt{9}<\sqrt{\dfrac{x-3}{2}}<\sqrt{25}$이므로

$9<\dfrac{x-3}{2}<25$, $18<x-3<50$

$\therefore 21<x<53$ … (i)

따라서 $M=52$, $m=22$이므로 … (ii)

$M-m=52-22=30$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $x$의 값의 범위 구하기 | 50 % |
| (ii) $M$, $m$의 값 구하기 | 30 % |
| (iii) $M-m$의 값 구하기 | 20 % |

**9** $1\le\sqrt{1}<\sqrt{2}<\sqrt{3}<2$이므로

$N(1)=N(2)=N(3)=1$ … (i)

$2\le\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{6}<\sqrt{7}<\sqrt{8}<3$이므로

$N(4)=N(5)=N(6)=N(7)=N(8)=2$ … (ii)

$3\le\sqrt{9}<\sqrt{10}<\sqrt{11}<\sqrt{12}<\sqrt{13}<\sqrt{14}<\sqrt{15}<4$이므로

$N(9)=N(10)=N(11)=N(12)$

$=N(13)=N(14)=N(15)=3$ … (iii)

$\therefore N(1)+N(2)+\cdots+N(15)$
$=1\times3+2\times5+3\times7$
$=3+10+21$
$=34$ ⋯ (iv)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $N(1)=N(2)=N(3)=1$임을 설명하기 | 25 % |
| (ii) $N(4)=N(5)=\cdots=N(8)=2$임을 설명하기 | 25 % |
| (iii) $N(9)=N(10)=\cdots=N(15)=3$임을 설명하기 | 25 % |
| (iv) $N(1)+N(2)+\cdots+N(15)$의 값 구하기 | 25 % |

**10** $\square\mathrm{ABCD}=\square\mathrm{EFGH}=5\times5-4\times\left(\frac{1}{2}\times3\times2\right)=13$이므로
$\square$ABCD와 $\square$EFGH의 한 변의 길이는 $\sqrt{13}$이다. ⋯ (i)
따라서 $\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{AD}}=\sqrt{13}$이므로
점 P에 대응하는 수는 $1-\sqrt{13}$이고, ⋯ (ii)
$\overline{\mathrm{EQ}}=\overline{\mathrm{EF}}=\sqrt{13}$이므로
점 Q에 대응하는 수는 $3+\sqrt{13}$이다. ⋯ (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $\square$ABCD, $\square$EFGH의 한 변의 길이 구하기 | 40 % |
| (ii) 점 P에 대응하는 수 구하기 | 30 % |
| (iii) 점 Q에 대응하는 수 구하기 | 30 % |

**11** (1) $A=\sqrt{13}+4$, $B=\sqrt{13}+\sqrt{15}$에서
$4>\sqrt{15}$이므로 양변에 $\sqrt{13}$을 더하면
$\sqrt{13}+4>\sqrt{13}+\sqrt{15}$
$\therefore A>B$ ⋯ (i)
(2) $A=\sqrt{13}+4$, $C=4+\sqrt{15}$에서
$\sqrt{13}<\sqrt{15}$이므로 양변에 4를 더하면
$\sqrt{13}+4<4+\sqrt{15}$
$\therefore A<C$ ⋯ (ii)
(3) $B<A$, $A<C$이므로 $B<A<C$ ⋯ (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $A$, $B$의 대소 비교하기 | 30 % |
| (ii) $A$, $C$의 대소 비교하기 | 30 % |
| (iii) $A$, $B$, $C$의 대소 비교하기 | 40 % |

**12** $2<\sqrt{6}<3$이므로 $4<\sqrt{6}+2<5$에서
$\sqrt{6}+2$의 정수 부분 $a=4$ ⋯ (i)
$2<\sqrt{5}<3$이므로
$-3<-\sqrt{5}<-2$, $3<6-\sqrt{5}<4$에서
$6-\sqrt{5}$의 소수 부분 $b=(6-\sqrt{5})-3=3-\sqrt{5}$ ⋯ (ii)
$\therefore a+b=4+(3-\sqrt{5})=7-\sqrt{5}$ ⋯ (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $a$의 값 구하기 | 40 % |
| (ii) $b$의 값 구하기 | 40 % |
| (iii) $a+b$의 값 구하기 | 20 % |

## 3 단계 한 걸음 더 도전하기 P. 11

**1** $a=4$, $b=81$, $c=\sqrt{7}$ **2** $95\,\mathrm{cm}^2$
**3** 182개 **4** (1) $2n$개 (2) 4036개

**1** 정육면체를 만들었을 때,
$a$가 적힌 면과 마주 보는 면에 적힌 수는 16이고,
$0\le a\le10$이므로 $a$는 16의 양의 제곱근이다.
$\therefore a=\sqrt{16}=4$ ⋯ (i)
$b$가 적힌 면과 마주 보는 면에 적힌 수는 $3^2=9$이고,
$10\le b\le100$이므로 9가 $b$의 양의 제곱근이다.
$\therefore b=9^2=81$ ⋯ (ii)
$c$가 적힌 면과 마주 보는 면에 적힌 수는 $\sqrt{49}=7$이고,
$0\le c\le10$이므로 $c$는 7의 양의 제곱근이다.
$\therefore c=\sqrt{7}$ ⋯ (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $a$의 값 구하기 | 30 % |
| (ii) $b$의 값 구하기 | 40 % |
| (iii) $c$의 값 구하기 | 30 % |

**2** A 부분의 한 변의 길이는 $\sqrt{48n}$ cm,
B 부분의 한 변의 길이는 $\sqrt{37-n}$ cm이다.
$\sqrt{48n}=\sqrt{2^4\times3\times n}$이 자연수가 되려면 자연수 $n$은
$n=3\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.
즉, $n=3$, 12, 27, 48, ⋯ ⋯ ㉠ ⋯ (i)
또 $\sqrt{37-n}$이 자연수가 되려면 $37-n$은 37보다 작은 제곱수이어야 한다.
즉, $37-n=1$, 4, 9, 16, 25, 36이어야 하므로
$n=1$, 12, 21, 28, 33, 36 ⋯ ㉡ ⋯ (ii)
㉠, ㉡을 모두 만족하는 자연수 $n$의 값은 12이다.
A 부분의 한 변의 길이는
$\sqrt{48n}=\sqrt{48\times12}$
$=\sqrt{576}=24\,(\mathrm{cm})$
B 부분의 한 변의 길이는
$\sqrt{37-n}=\sqrt{37-12}$
$=\sqrt{25}=5\,(\mathrm{cm})$
따라서 C 부분의 넓이는
$5\times(24-5)=5\times19$
$=95\,(\mathrm{cm}^2)$ ⋯ (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $\sqrt{48n}$이 자연수가 되도록 하는 자연수 $n$의 값 구하기 | 35 % |
| (ii) $\sqrt{37-n}$이 자연수가 되도록 하는 자연수 $n$의 값 구하기 | 35 % |
| (iii) C 부분의 넓이 구하기 | 30 % |

**3** $\sqrt{2n}$, $\sqrt{3n}$이 모두 무리수가 되도록 하는 자연수 $n$의 개수는 200 이하의 자연수 $n$의 개수에서 $\sqrt{2n}$ 또는 $\sqrt{3n}$이 유리수가 되도록 하는 자연수 $n$의 개수를 뺀 것과 같다.

㈎ $\sqrt{2n}$이 유리수가 되려면 자연수 $n$은

$n=2\times$(자연수)$^2$의 꼴이어야 한다.

즉, $n=2\times1^2,\ 2\times2^2,\ \cdots,\ 2\times10^2$의 10개이다. $\cdots$ (i)

㈏ $\sqrt{3n}$이 유리수가 되려면 자연수 $n$은

$n=3\times$(자연수)$^2$의 꼴이어야 한다.

즉, $n=3\times1^2,\ 3\times2^2,\ \cdots,\ 3\times8^2$의 8개이다. $\cdots$ (ii)

따라서 ㈎, ㈏에서 $\sqrt{2n}$, $\sqrt{3n}$이 모두 무리수가 되도록 하는 자연수 $n$의 개수는

$200-(10+8)=182$(개) $\cdots$ (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $\sqrt{2n}$이 유리수가 되도록 하는 자연수 $n$의 개수 구하기 | 30 % |
| (ii) $\sqrt{3n}$이 유리수가 되도록 하는 자연수 $n$의 개수 구하기 | 30 % |
| (iii) $\sqrt{2n}$, $\sqrt{3n}$이 모두 무리수가 되도록 하는 자연수 $n$의 개수 구하기 | 40 % |

**4** (1) $n=\sqrt{n^2}$, $n+1=\sqrt{(n+1)^2}$이므로 자연수 $n$은 $n^2$번째 점에 대응하고, 자연수 $n+1$은 $(n+1)^2$번째 점에 대응한다. 따라서 연속하는 두 자연수 $n$, $n+1$을 나타내는 점 사이에 있는 점의 개수는 두 자연수 $n^2$, $(n+1)^2$ 사이에 있는 자연수의 개수와 같으므로

$\{(n+1)^2-n^2\}-1=(n^2+2n+1-n^2)-1$

$=2n$(개) $\cdots$ (i)

참고 두 자연수 $m$, $n\,(m<n)$ 사이에 있는 자연수의 개수는 $(n-m-1)$개이다.

(2) 두 자연수 2018, 2019를 나타내는 점 사이에 있는 점의 개수는

$2\times2018=4036$(개) $\cdots$ (ii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 두 자연수 $n$, $n+1$을 나타내는 점 사이에 있는 점의 개수를 $n$에 대한 식으로 나타내기 | 70 % |
| (ii) 두 자연수 2018, 2019를 나타내는 점 사이에 있는 점의 개수 구하기 | 30 % |

## Ⅱ 근호를 포함한 식의 계산

**1 단계** 보고 따라 하기 P. 14~15

**1** $\dfrac{1}{16}$ **2** $2\sqrt{6}$ cm **3** $-16$ **4** $-\dfrac{\sqrt{35}}{5}$

**1** 1단계 $\dfrac{3}{\sqrt{12}}=\dfrac{3}{2\sqrt{3}}=\dfrac{3\sqrt{3}}{6}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $a=\dfrac{1}{2}$ $\cdots$ (i)

2단계 $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{32}}=\dfrac{\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{6}}{8}$이므로 $b=\dfrac{1}{8}$ $\cdots$ (ii)

3단계 $\therefore ab=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{8}=\dfrac{1}{16}$ $\cdots$ (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $a$의 값 구하기 | 40 % |
| (ii) $b$의 값 구하기 | 40 % |
| (iii) $ab$의 값 구하기 | 20 % |

**2** 1단계 사다리꼴의 높이를 $h$ cm라 하면

$\dfrac{1}{2}\times(\sqrt{8}+\sqrt{32})\times h=12\sqrt{3}$ $\cdots$ (i)

2단계 $\therefore h=\dfrac{2\times12\sqrt{3}}{\sqrt{8}+\sqrt{32}}=\dfrac{24\sqrt{3}}{2\sqrt{2}+4\sqrt{2}}$

$=\dfrac{24\sqrt{3}}{6\sqrt{2}}=\dfrac{4\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=2\sqrt{6}$

따라서 사다리꼴의 높이는 $2\sqrt{6}$ cm이다. $\cdots$ (ii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 사다리꼴의 높이를 구하는 식 세우기 | 40 % |
| (ii) 사다리꼴의 높이 구하기 | 60 % |

**3** 1단계 $\sqrt{3}(1-\sqrt{12})+\sqrt{5}(2\sqrt{5}-\sqrt{15})$

$=\sqrt{3}-\sqrt{36}+10-\sqrt{75}$

$=\sqrt{3}-6+10-5\sqrt{3}$

$=4-4\sqrt{3}$ $\cdots$ (i)

2단계 $4-4\sqrt{3}=a+b\sqrt{3}$이므로

$a=4,\ b=-4$ $\cdots$ (ii)

3단계 $\therefore ab=4\times(-4)=-16$ $\cdots$ (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 주어진 식의 좌변을 간단히 하기 | 50 % |
| (ii) $a$, $b$의 값 구하기 | 30 % |
| (iii) $ab$의 값 구하기 | 20 % |

**4** $x=\dfrac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}=\dfrac{2(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5})}=\sqrt{7}-\sqrt{5}$,

$y=\dfrac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}=\dfrac{2(\sqrt{7}+\sqrt{5})}{(\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}+\sqrt{5})}=\sqrt{7}+\sqrt{5}$ $\cdots$ (i)

$x+y=(\sqrt{7}-\sqrt{5})+(\sqrt{7}+\sqrt{5})=2\sqrt{7}$,

$x-y=(\sqrt{7}-\sqrt{5})-(\sqrt{7}+\sqrt{5})=-2\sqrt{5}$ … (ii)

$\therefore \dfrac{x+y}{x-y}=\dfrac{2\sqrt{7}}{-2\sqrt{5}}=-\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{5}}=-\dfrac{\sqrt{35}}{5}$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $x$, $y$의 분모를 유리화하기 | 50 % |
| (ii) $x+y$, $x-y$의 값 구하기 | 30 % |
| (iii) 주어진 식의 값 구하기 | 20 % |

**2 단계 스스로 해결하기** P. 16~18

**1** $3\sqrt{2}$ **2** $24\,\text{cm}^2$ **3** (1) 0.3033 (2) 959.2 **4** $-8$
**5** $5\sqrt{30}$ **6** $12-\sqrt{2}$ **7** 7 **8** $25+6\sqrt{5}$
**9** 3 **10** (1) $f(x)=-\sqrt{x}+\sqrt{x+1}$ (2) $-1+\sqrt{11}$
**11** (1) $\mathrm{A}(-1+\sqrt{2})$, $\mathrm{B}(3-\sqrt{2})$ (2) $\dfrac{2\sqrt{2}-1}{7}$ **12** $-2$

**1** $\sqrt{54}=3\sqrt{6}$이므로 $a=3$ … (i)

$\sqrt{72}=6\sqrt{2}$이므로 $b=6$ … (ii)

$\therefore \sqrt{ab}=\sqrt{3\times6}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $a$의 값 구하기 | 30 % |
| (ii) $b$의 값 구하기 | 30 % |
| (iii) $\sqrt{ab}$의 값 구하기 | 40 % |

**2** 넓이가 $12\,\text{cm}^2$, $48\,\text{cm}^2$인 두 정사각형의 한 변의 길이는 각각

$\sqrt{12}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$, $\sqrt{48}=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$ … (i)

따라서 직사각형 ABCD의 넓이는

$4\sqrt{3}\times2\sqrt{3}=24\,(\text{cm}^2)$ … (ii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 두 정사각형의 한 변의 길이 각각 구하기 | 50 % |
| (ii) 직사각형 ABCD의 넓이 구하기 | 50 % |

**3** (1) $\sqrt{0.092}=\sqrt{\dfrac{9.2}{100}}=\dfrac{\sqrt{9.2}}{10}$ … (i)

$=\dfrac{3.033}{10}=0.3033$ … (ii)

(2) $\sqrt{920000}=\sqrt{92\times10000}=100\sqrt{92}$ … (iii)

$=100\times9.592=959.2$ … (iv)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $\sqrt{0.092}$를 $\sqrt{9.2}$를 사용하여 나타내기 | 20 % |
| (ii) $\sqrt{0.092}$의 값 구하기 | 30 % |
| (iii) $\sqrt{920000}$을 $\sqrt{92}$를 사용하여 나타내기 | 20 % |
| (iv) $\sqrt{920000}$의 값 구하기 | 30 % |

**4** $\sqrt{12}+\sqrt{28}+\sqrt{63}-\sqrt{75}=2\sqrt{3}+2\sqrt{7}+3\sqrt{7}-5\sqrt{3}$

$=-3\sqrt{3}+5\sqrt{7}$ … (i)

따라서 $a=-3$, $b=5$이므로 … (ii)

$a-b=-3-5=-8$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 주어진 식의 좌변을 간단히 하기 | 50 % |
| (ii) $a$, $b$의 값 구하기 | 30 % |
| (iii) $a-b$의 값 구하기 | 20 % |

**5** $A=(-6\sqrt{2})\times\sqrt{\dfrac{15}{8}}\div\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=(-6\sqrt{2})\times\dfrac{\sqrt{15}}{2\sqrt{2}}\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}$

$=-6\sqrt{5}$ … (i)

$B=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}+\dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{3}}-\sqrt{24}$

$=\dfrac{\sqrt{6}}{2}+\dfrac{\sqrt{24}}{3}-\sqrt{24}$

$=\dfrac{\sqrt{6}}{2}+\dfrac{2\sqrt{6}}{3}-2\sqrt{6}$

$=\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{2}{3}-2\right)\sqrt{6}$

$=-\dfrac{5\sqrt{6}}{6}$ … (ii)

$\therefore AB=(-6\sqrt{5})\times\left(-\dfrac{5\sqrt{6}}{6}\right)=5\sqrt{30}$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $A$의 값 구하기 | 30 % |
| (ii) $B$의 값 구하기 | 30 % |
| (iii) $AB$의 값 구하기 | 40 % |

**6** $\sqrt{12}\left(\dfrac{8}{\sqrt{3}}-\sqrt{6}\right)-(\sqrt{32}-10)\div\sqrt{2}$

$=8\sqrt{4}-\sqrt{72}-(\sqrt{32}-10)\times\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$=16-6\sqrt{2}-\sqrt{16}+\dfrac{10}{\sqrt{2}}$ … (i)

$=16-6\sqrt{2}-4+5\sqrt{2}$ … (ii)

$=12-\sqrt{2}$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 분배법칙을 이용하여 괄호 풀기 | 30 % |
| (ii) 분모를 유리화하기 | 30 % |
| (iii) 답 구하기 | 40 % |

**7** 두 수의 합은

$(3+a\sqrt{2})+(b-4\sqrt{2})=(3+b)+(a-4)\sqrt{2}$

이 식이 유리수가 되려면

$a-4=0$

$\therefore a=4$ … (i)

두 수의 곱은

$(3+a\sqrt{2})(b-4\sqrt{2})=3b+(-12+ab)\sqrt{2}-8a$

$=(3b-8a)+(-12+ab)\sqrt{2}$

이 식이 유리수가 되려면

$-12+ab=0 \qquad \therefore ab=12$

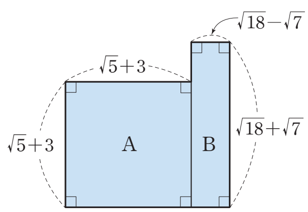
이때 $a=4$이므로

$4b=12 \qquad \therefore b=3$ … (ii)

$\therefore a+b=4+3=7$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $a$의 값 구하기 | 30 % |
| (ii) $b$의 값 구하기 | 50 % |
| (iii) $a+b$의 값 구하기 | 20 % |

**8**




위의 그림에서 구하는 도형의 넓이는 정사각형 A와 직사각형 B의 넓이의 합과 같다.

(정사각형 A의 넓이)$=(\sqrt{5}+3)^2$

$=5+6\sqrt{5}+9$

$=14+6\sqrt{5}$ … (i)

(직사각형 B의 넓이)$=(\sqrt{18}-\sqrt{7})(\sqrt{18}+\sqrt{7})$

$=18-7=11$ … (ii)

따라서 구하는 도형의 넓이는

$(14+6\sqrt{5})+11=25+6\sqrt{5}$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 정사각형 A의 넓이 구하기 | 40 % |
| (ii) 직사각형 B의 넓이 구하기 | 40 % |
| (iii) 주어진 도형의 넓이 구하기 | 20 % |

**9** $\dfrac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3}-1}+\dfrac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6}-3}$

$=\dfrac{2\sqrt{6}(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}+\dfrac{3\sqrt{2}(\sqrt{6}+3)}{(\sqrt{6}-3)(\sqrt{6}+3)}$

$=\sqrt{6}(\sqrt{3}+1)-\sqrt{2}(\sqrt{6}+3)$

$=\sqrt{18}+\sqrt{6}-\sqrt{12}-3\sqrt{2}$

$=3\sqrt{2}+\sqrt{6}-2\sqrt{3}-3\sqrt{2}$

$=-2\sqrt{3}+\sqrt{6}$ … (i)

따라서 $a=-2$, $b=1$이므로 … (ii)

$b-a=1-(-2)=3$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 주어진 식의 좌변을 간단히 하기 | 50 % |
| (ii) $a$, $b$의 값 구하기 | 30 % |
| (iii) $b-a$의 값 구하기 | 20 % |

**10** (1) $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{x+1}}$

$=\dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{x+1}}{(\sqrt{x}+\sqrt{x+1})(\sqrt{x}-\sqrt{x+1})}$

$=\dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{x+1}}{x-(x+1)}=-(\sqrt{x}-\sqrt{x+1})$

$=-\sqrt{x}+\sqrt{x+1}$ … (i)

(2) $A=f(1)+f(2)+\cdots+f(10)$

$=(-\sqrt{1}+\sqrt{2})+(-\sqrt{2}+\sqrt{3})+\cdots+(-\sqrt{10}+\sqrt{11})$

$=-\sqrt{1}+\sqrt{11}$

$=-1+\sqrt{11}$ … (ii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $f(x)$의 분모를 유리화하기 | 60 % |
| (ii) $A$의 값 구하기 | 40 % |

**11** (1) 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$이므로

$\overline{PA}=\overline{PQ}=\sqrt{2}$, $\overline{RB}=\overline{RS}=\sqrt{2}$ … (i)

이때 점 A는 점 P에서 오른쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 떨어진 점이므로

점 A의 좌표는 $A(-1+\sqrt{2})$

점 B는 점 R에서 왼쪽으로 $\sqrt{2}$만큼 떨어진 점이므로

점 B의 좌표는 $B(3-\sqrt{2})$ … (ii)

(2) $a=-1+\sqrt{2}$, $b=3-\sqrt{2}$이므로

$\dfrac{a}{b}=\dfrac{-1+\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}}$

$=\dfrac{(-1+\sqrt{2})(3+\sqrt{2})}{(3-\sqrt{2})(3+\sqrt{2})}$

$=\dfrac{-3+2\sqrt{2}+2}{9-2}$

$=\dfrac{2\sqrt{2}-1}{7}$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $\overline{PA}$, $\overline{RB}$의 길이 구하기 | 30 % |
| (ii) 두 점 A, B의 좌표 구하기 | 30 % |
| (iii) $\dfrac{a}{b}$의 값 구하기 | 40 % |

**12** $1<\sqrt{3}<2$이므로 $\sqrt{3}$의 소수 부분 $x=\sqrt{3}-1$ … (i)

이때 $x=\sqrt{3}-1$에서 $x+1=\sqrt{3}$이고,

이 식의 양변을 제곱하면

$(x+1)^2=(\sqrt{3})^2$

$x^2+2x+1=3$

$x^2+2x=2$ … (ii)

$\therefore x^2+2x-4=2-4=-2$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $x$의 값 구하기 | 40 % |
| (ii) $x^2+2x$의 값 구하기 | 40 % |
| (iii) 주어진 식의 값 구하기 | 20 % |

**다른 풀이**

$1<\sqrt{3}<2$이므로 $\sqrt{3}$의 소수 부분 $x=\sqrt{3}-1$ … (i)

따라서 $x=\sqrt{3}-1$을 주어진 식에 대입하면

$$\begin{aligned} x^2+2x-4&=(\sqrt{3}-1)^2+2(\sqrt{3}-1)-4\\ &=(3-2\sqrt{3}+1)+2(\sqrt{3}-1)-4\\ &=4-2\sqrt{3}+2\sqrt{3}-2-4\\ &=-2 \end{aligned}$$ … (ii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $x$의 값 구하기 | 40 % |
| (ii) 주어진 식의 값 구하기 | 60 % |

## 3 단계 한 걸음 더 도전하기 P. 19

**1** $\dfrac{9\sqrt{5}}{5}$ **2** $(10\sqrt{2}+12\sqrt{3})\,\mathrm{m}$

**3** $(9-4\sqrt{5})\pi$ **4** $a=10,\ b=2$

**1** $a>0,\ b>0$에서 $a=\sqrt{a^2},\ b=\sqrt{b^2}$이므로

$$\begin{aligned} &a\sqrt{\frac{b}{a}}+b\sqrt{\frac{a}{b}}-\frac{\sqrt{a}}{a\sqrt{b}}\\ &=\sqrt{a^2}\sqrt{\frac{b}{a}}+\sqrt{b^2}\sqrt{\frac{a}{b}}-\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a^2}\sqrt{b}}\\ &=\sqrt{a^2\times\frac{b}{a}}+\sqrt{b^2\times\frac{a}{b}}-\sqrt{\frac{a}{a^2\times b}}\\ &=\sqrt{ab}+\sqrt{ab}-\frac{1}{\sqrt{ab}} \end{aligned}$$ … (i)

$$\begin{aligned} &=\sqrt{5}+\sqrt{5}-\frac{1}{\sqrt{5}}\\ &=\sqrt{5}+\sqrt{5}-\frac{\sqrt{5}}{5}\\ &=\left(1+1-\frac{1}{5}\right)\sqrt{5}\\ &=\frac{9\sqrt{5}}{5} \end{aligned}$$ … (ii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 주어진 식을 $ab$를 포함한 식으로 정리하기 | 60 % |
| (ii) 주어진 식의 값 구하기 | 40 % |

**2** 헤나의 방의 한 변의 길이는

$\sqrt{18}=3\sqrt{2}\,(\mathrm{m})$이므로

헤나의 방에 필요한 띠 벽지의 길이는

$4\times3\sqrt{2}-\sqrt{2}=11\sqrt{2}\,(\mathrm{m})$ … (i)

부모님의 방의 한 변의 길이는

$\sqrt{27}=3\sqrt{3}\,(\mathrm{m})$이므로

부모님의 방에 필요한 띠 벽지의 길이는

$4\times3\sqrt{3}-\sqrt{2}=12\sqrt{3}-\sqrt{2}\,(\mathrm{m})$ … (ii)

따라서 필요한 띠 벽지의 길이는

$11\sqrt{2}+(12\sqrt{3}-\sqrt{2})=10\sqrt{2}+12\sqrt{3}\,(\mathrm{m})$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 헤나의 방에 필요한 띠 벽지의 길이 구하기 | 40 % |
| (ii) 부모님의 방에 필요한 띠 벽지의 길이 구하기 | 40 % |
| (iii) 필요한 띠 벽지의 길이 구하기 | 20 % |

**3** 사분원 A의 반지름의 길이는 2이다. … (i)

사분원 B의 반지름의 길이는

$(1+\sqrt{5})-2=\sqrt{5}-1$ … (ii)

사분원 C의 반지름의 길이는

$2-(\sqrt{5}-1)=3-\sqrt{5}$ … (iii)

사분원 D의 반지름의 길이는

$(\sqrt{5}-1)-(3-\sqrt{5})=2\sqrt{5}-4$ … (iv)

따라서 사분원 D의 넓이는

$$\begin{aligned} \frac{1}{4}\times\pi\times(2\sqrt{5}-4)^2&=\frac{\pi}{4}(20-16\sqrt{5}+16)\\ &=\frac{\pi}{4}(36-16\sqrt{5})\\ &=(9-4\sqrt{5})\pi \end{aligned}$$ … (v)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 사분원 A의 반지름의 길이 구하기 | 10 % |
| (ii) 사분원 B의 반지름의 길이 구하기 | 20 % |
| (iii) 사분원 C의 반지름의 길이 구하기 | 20 % |
| (iv) 사분원 D의 반지름의 길이 구하기 | 20 % |
| (v) 사분원 D의 넓이 구하기 | 30 % |

**4** $1<\sqrt{3}<2$이므로 $6<5+\sqrt{3}<7$에서

$5+\sqrt{3}$의 정수 부분은 6이다.

$\therefore <5+\sqrt{3}>=6$ … (i)

$-2<-\sqrt{3}<-1$이므로 $3<5-\sqrt{3}<4$에서

$5-\sqrt{3}$의 소수 부분은 $(5-\sqrt{3})-3=2-\sqrt{3}$이다.

$\therefore \ll 5-\sqrt{3}\gg=2-\sqrt{3}$ … (ii)

$$\begin{aligned} \therefore <5+\sqrt{3}>+\frac{2}{\ll 5-\sqrt{3}\gg}&=6+\frac{2}{2-\sqrt{3}}\\ &=6+\frac{2(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}\\ &=6+2(2+\sqrt{3})\\ &=6+4+2\sqrt{3}\\ &=10+2\sqrt{3} \end{aligned}$$ … (iii)

따라서 $a=10,\ b=2$이다. … (iv)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $<5+\sqrt{3}>$의 값 구하기 | 20 % |
| (ii) $\ll 5-\sqrt{3}\gg$의 값 구하기 | 20 % |
| (iii) 주어진 식의 좌변을 간단히 하기 | 40 % |
| (iv) $a,\ b$의 값 구하기 | 20 % |

# Ⅲ 인수분해

**1 단계 보고 따라하기** P. 22~23

**1** 4 **2** $(x-3)(2x-1)$ **3** $4\sqrt{15}$ **4** 1.2

**1** 1단계 $(x+b)(cx+2)=cx^2+(2+bc)x+2b$ … (ⅰ)

2단계 즉, $5x^2-3x+a=cx^2+(2+bc)x+2b$이므로
$x^2$의 계수에서
$5=c$
$x$의 계수에서 $-3=2+bc$이므로
$-3=2+b\times5$, $5b=-5$
$\therefore b=-1$
상수항에서
$a=2b=2\times(-1)=-2$ … (ⅱ)

3단계 $\therefore a-b+c=-2-(-1)+5=4$ … (ⅲ)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (ⅰ) 인수분해 결과를 전개하기 | 20 % |
| (ⅱ) $a$, $b$, $c$의 값 구하기 | 60 % |
| (ⅲ) $a-b+c$의 값 구하기 | 20 % |

**2** 1단계 $(x-4)(2x+1)=2x^2-7x-4$에서
지연이는 $x$의 계수를 바르게 보았으므로
$a=-7$ … (ⅰ)

2단계 $(x+1)(2x+3)=2x^2+5x+3$에서
수호는 상수항을 바르게 보았으므로
$b=3$ … (ⅱ)

3단계 따라서 $2x^2+ax+b=2x^2-7x+3$이므로
이 식을 바르게 인수분해하면
$(x-3)(2x-1)$이다. … (ⅲ)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (ⅰ) $a$의 값 구하기 | 30 % |
| (ⅱ) $b$의 값 구하기 | 30 % |
| (ⅲ) 처음의 이차식을 바르게 인수분해하기 | 40 % |

**3** 1단계 $x^2-y^2=(x+y)(x-y)$ … (ⅰ)

2단계 $x+y=(\sqrt{5}+\sqrt{3})+(\sqrt{5}-\sqrt{3})=2\sqrt{5}$
$x-y=(\sqrt{5}+\sqrt{3})-(\sqrt{5}-\sqrt{3})=2\sqrt{3}$ … (ⅱ)

3단계 $\therefore x^2-y^2=(x+y)(x-y)$
$=2\sqrt{5}\times2\sqrt{3}=4\sqrt{15}$ … (ⅲ)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (ⅰ) 주어진 식을 인수분해하기 | 20 % |
| (ⅱ) $x+y$, $x-y$의 값 구하기 | 40 % |
| (ⅲ) 주어진 식의 값 구하기 | 40 % |

**4** $\sqrt{3\times1.58^2-3\times1.42^2}$
$=\sqrt{3(1.58^2-1.42^2)}$
$=\sqrt{3(1.58+1.42)(1.58-1.42)}$ … (ⅰ)
$=\sqrt{3\times3\times0.16}$
$=\sqrt{1.44}=\sqrt{1.2^2}$
$=1.2$ … (ⅱ)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (ⅰ) 인수분해 공식을 이용하여 근호 안의 수를 변형하기 | 60 % |
| (ⅱ) 계산하기 | 40 % |

**2 단계 스스로 해결하기** P. 24~26

**1** 8, 32 **2** 2 **3** 4개
**4** (1) $(x-3)(3x-1)$ (2) $(2x+5)(3x-1)$ (3) $3x-1$
**5** $-12$ **6** $x+7$ **7** $4x-2$
**8** (1) $(x+3y-1)(x-y+1)$
(2) $a=3$, $b=-1$, $c=-1$ (3) 1
**9** 1002 **10** 144
**11** (1) $x=\sqrt{10}+3$, $y=\sqrt{10}-3$
(2) $x+y=2\sqrt{10}$, $x-y=6$ (3) $6\sqrt{10}$
**12** $3\sqrt{17}+8$

**1** $(2x-1)(2x-9)+kx=4x^2-20x+9+kx$
$=4x^2+(k-20)x+9$
$=(2x)^2+(k-20)x+(\pm3)^2$
이 식이 완전제곱식이 되려면
$k-20=2\times2\times(\pm3)=\pm12$이어야 한다. … (ⅰ)
즉, $k-20=12$에서 $k=32$이고,
$k-20=-12$에서 $k=8$이다.
따라서 구하는 상수 $k$의 값은 8, 32이다. … (ⅱ)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (ⅰ) 완전제곱식이 되기 위한 $k$의 조건 설명하기 | 60 % |
| (ⅱ) $k$의 값 구하기 | 40 % |

**2** $\sqrt{x}=a-2$의 양변을 제곱하면
$(\sqrt{x})^2=(a-2)^2$에서 $x=a^2-4a+4$이므로
$\sqrt{x+2a-3}+\sqrt{x-2a+5}$
$=\sqrt{a^2-4a+4+2a-3}+\sqrt{a^2-4a+4-2a+5}$
$=\sqrt{a^2-2a+1}+\sqrt{a^2-6a+9}$ … (ⅰ)
$=\sqrt{(a-1)^2}+\sqrt{(a-3)^2}$ … (ⅱ)
이때 $2<a<3$이므로
$a-1>0$, $a-3<0$ … (ⅲ)
$\therefore$ (주어진 식)$=(a-1)-(a-3)$
$=a-1-a+3=2$ … (ⅳ)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 근호 안의 식을 $a$에 관한 식으로 나타내기 | 20 % |
| (ii) 근호 안의 식을 인수분해하기 | 30 % |
| (iii) $a-1$, $a-3$의 부호 판단하기 | 20 % |
| (iv) 주어진 식을 간단히 하기 | 30 % |

**3** $x^2+kx-10=(x+a)(x+b)$라 하자.(단, $a>b$)
이때 $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$에서
$k=a+b$, $ab=-10$ … (i)
$ab=-10$을 만족하는 정수 $a$, $b$의 순서쌍 $(a, b)$와 그에 따른 $k$의 값을 구하면 다음과 같다.
(가) $(a, b)$가 $(1, -10)$일 때, $k=1+(-10)=-9$
(나) $(a, b)$가 $(2, -5)$일 때, $k=2+(-5)=-3$
(다) $(a, b)$가 $(5, -2)$일 때, $k=5+(-2)=3$
(라) $(a, b)$가 $(10, -1)$일 때, $k=10+(-1)=9$ … (ii)
따라서 (가)~(라)에 의해 상수 $k$는
$-9$, $-3$, $3$, $9$의 4개이다. … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 주어진 조건을 만족하는 $a$, $b$와 $k$의 조건 알기 | 20 % |
| (ii) 순서쌍 $(a, b)$와 그에 따른 $k$의 값 구하기 | 60 % |
| (iii) $k$의 개수 구하기 | 20 % |

**4** (1) $3x^2-10x+3=(x-3)(3x-1)$ … (i)
(2) $6x^2+13x-5=(2x+5)(3x-1)$ … (ii)
(3) 두 다항식의 공통인 인수는 $3x-1$이다. … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $3x^2-10x+3$을 인수분해하기 | 40 % |
| (ii) $6x^2+13x-5$를 인수분해하기 | 40 % |
| (iii) 공통인 인수 구하기 | 20 % |

**5** $x-4$가 $2x^2-5x+a$의 인수이므로
$2x^2-5x+a=(x-4)(2x+b)$라 하면 … (i)
$2x^2-5x+a=2x^2+(b-8)x-4b$이므로 … (ii)
$x$의 계수에서
$-5=b-8$ $\quad\therefore b=3$ … (iii)
상수항에서
$a=-4b=-4\times3=-12$ … (iv)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $2x^2-5x+a=(x-4)(2x+b)$로 놓기 | 20 % |
| (ii) (i)의 식의 우변을 전개하기 | 20 % |
| (iii) $b$의 값 구하기 | 30 % |
| (iv) $a$의 값 구하기 | 30 % |

**6** (도형 A의 넓이)$=(x+5)^2-2^2$ … (i)
$=\{(x+5)+2\}\{(x+5)-2\}$
$=(x+7)(x+3)$ … (ii)
이때 두 도형 A, B의 넓이가 서로 같고, 도형 B의 세로의 길이가 $x+3$이므로 가로의 길이는 $x+7$이다. … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 도형 A의 넓이를 $x$에 관한 식으로 나타내기 | 30 % |
| (ii) (i)의 식을 인수분해하기 | 40 % |
| (iii) 도형 B의 가로의 길이 구하기 | 30 % |

**7** $2x+1=A$, $3y-2=B$로 놓으면
(주어진 식)
$=A^2-B^2-4A+4$
$=A^2-4A+4-B^2$
$=(A-2)^2-B^2$
$=(A-2+B)(A-2-B)$
$=\{(2x+1)-2+(3y-2)\}\{(2x+1)-2-(3y-2)\}$
$=(2x+3y-3)(2x-3y+1)$ … (i)
따라서 두 일차식은 $2x+3y-3$, $2x-3y+1$이므로 … (ii)
합을 구하면
$(2x+3y-3)+(2x-3y+1)=4x-2$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 주어진 식을 인수분해하기 | 60 % |
| (ii) 두 일차식 구하기 | 20 % |
| (iii) 두 일차식의 합 구하기 | 20 % |

**8** (1) 주어진 식을 $x$에 대하여 내림차순으로 정리하여 인수분해하면
(주어진 식)$=x^2+2yx-(3y^2-4y+1)$
$=x^2+2yx-(3y-1)(y-1)$
$=\{x+(3y-1)\}\{x-(y-1)\}$
$=(x+3y-1)(x-y+1)$ … (i)
(2) $a=3$, $b=-1$, $c=-1$ … (ii)
(3) $a+b+c=3+(-1)+(-1)=1$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 주어진 식을 인수분해하기 | 60 % |
| (ii) $a$, $b$, $c$의 값 구하기 | 20 % |
| (iii) $a+b+c$의 값 구하기 | 20 % |

**9** (좌변)$=(1004-6)(1004+2)+16$
$=1004^2-4\times1004-12+16$
$=1004^2-4\times1004+4$
$=1004^2-2\times1004\times2+2^2$
$=(1004-2)^2$ … (i)
$=1002^2$
$\therefore N=1002$ … (ii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 인수분해 공식을 이용하여 좌변을 변형하기 | 60 % |
| (ii) 자연수 $N$의 값 구하기 | 40 % |

**10** $16^2-14^2+12^2-10^2+8^2-6^2+4^2-2^2$

$=(16^2-14^2)+(12^2-10^2)+(8^2-6^2)+(4^2-2^2)$ ⋯ (i)

$=(16+14)(16-14)+(12+10)(12-10)$
$\quad+(8+6)(8-6)+(4+2)(4-2)$ ⋯ (ii)

$=2\times(16+14+12+10+8+6+4+2)$

$=2\times(18\times4)$

$=144$ ⋯ (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 인수분해 공식을 적용할 수 있도록 적절한 항끼리 묶기 | 30 % |
| (ii) 인수분해하기 | 40 % |
| (iii) 계산하기 | 30 % |

**11** (1) $x=\frac{1}{\sqrt{10}-3}=\frac{\sqrt{10}+3}{(\sqrt{10}-3)(\sqrt{10}+3)}=\sqrt{10}+3$

$y=\frac{1}{\sqrt{10}+3}=\frac{\sqrt{10}-3}{(\sqrt{10}+3)(\sqrt{10}-3)}=\sqrt{10}-3$ ⋯ (i)

(2) $x+y=(\sqrt{10}+3)+(\sqrt{10}-3)=2\sqrt{10}$

$x-y=(\sqrt{10}+3)-(\sqrt{10}-3)=6$ ⋯ (ii)

(3) $x^2-y^2-3x-3y=(x+y)(x-y)-3(x+y)$

$=(x+y)(x-y-3)$ ⋯ (iii)

$=2\sqrt{10}\times(6-3)$

$=6\sqrt{10}$ ⋯ (iv)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $x$, $y$의 분모를 유리화하기 | 40 % |
| (ii) $x+y$, $x-y$의 값 구하기 | 30 % |
| (iii) 주어진 식을 인수분해하기 | 20 % |
| (iv) 주어진 식의 값 구하기 | 10 % |

**12** $a^2-b^2+8b-16=3$에서

(좌변)$=a^2-(b^2-8b+16)$

$=a^2-(b-4)^2$

$=\{a+(b-4)\}\{a-(b-4)\}$

$=(a+b-4)(a-b+4)$ ⋯ (i)

즉, $(a+b-4)(a-b+4)=3$이므로

$a+b=\sqrt{17}$을 대입하면

$(\sqrt{17}-4)(a-b+4)=3$에서

$a-b+4=\frac{3}{\sqrt{17}-4}$

$=\frac{3(\sqrt{17}+4)}{(\sqrt{17}-4)(\sqrt{17}+4)}$

$=3(\sqrt{17}+4)$

$=3\sqrt{17}+12$

$\therefore a-b=3\sqrt{17}+12-4=3\sqrt{17}+8$ ⋯ (ii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 주어진 식의 좌변을 인수분해하기 | 40 % |
| (ii) $a-b$의 값 구하기 | 60 % |

**3 단계 한 걸음 더 도전하기** P. 27

**1** $-a$ **2** (1) $(x+3y-5)(x+3y+7)$ (2) $(3, 1)$
**3** (1) $5\times11\times73$ (2) 3개 **4** 5

**1** $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-4=a^2+2+\frac{1}{a^2}-4$

$=a^2-2+\frac{1}{a^2}$

$=a^2-2\times a\times\frac{1}{a}+\frac{1}{a^2}$

$=\left(a-\frac{1}{a}\right)^2$

$\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+4=a^2-2+\frac{1}{a^2}+4$

$=a^2+2+\frac{1}{a^2}$

$=a^2+2\times a\times\frac{1}{a}+\frac{1}{a^2}$

$=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2$ ⋯ (i)

이때 $0<a<1$에서 $\frac{1}{a}>1$이므로

$a-\frac{1}{a}<0$, $a+\frac{1}{a}>0$, $-a<0$ ⋯ (ii)

$\therefore \sqrt{\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-4}-\sqrt{\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+4}+\sqrt{(-a)^2}$

$=\sqrt{\left(a-\frac{1}{a}\right)^2}-\sqrt{\left(a+\frac{1}{a}\right)^2}+\sqrt{(-a)^2}$

$=-\left(a-\frac{1}{a}\right)-\left(a+\frac{1}{a}\right)-(-a)$

$=-a+\frac{1}{a}-a-\frac{1}{a}+a$

$=-a$ ⋯ (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 근호 안의 식을 완전제곱식으로 고치기 | 30 % |
| (ii) $a+\frac{1}{a}$, $a-\frac{1}{a}$, $-a$의 부호 정하기 | 30 % |
| (iii) 주어진 식을 간단히 하기 | 40 % |

**2** (1) 주어진 식을 $x$에 대하여 내림차순으로 정리하여 인수분해하면

$x^2+6xy+9y^2+2x+6y-35$

$=x^2+(6y+2)x+9y^2+6y-35$

$=x^2+(6y+2)x+(3y-5)(3y+7)$

$=(x+3y-5)(x+3y+7)$ ⋯ (i)

(2) 주어진 식의 값이 소수가 되려면

$x+3y-5=1$, $x+3y+7=$(소수)이어야 한다. ⋯ (ii)

$x+3y-5=1$에서 $x+3y=6$이므로

$x+3y+7=6+7=13$으로 소수이다.

따라서 $x+3y=6$을 만족하는 자연수 $x$, $y$의 순서쌍 $(x, y)$를 구하면 $(3, 1)$뿐이다. ⋯ (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 주어진 식을 인수분해하기 | 40 % |
| (ii) (i)의 식이 소수가 되기 위한 조건 설명하기 | 40 % |
| (iii) 순서쌍 $(x, y)$ 구하기 | 20 % |

**3** (1) $8^4-81=8^4-3^4$

$=(8^2)^2-(3^2)^2$

$=(8^2+3^2)(8^2-3^2)$

$=(8^2+3^2)(8+3)(8-3)$

$=73\times11\times5$ … (i)

따라서 $8^4-81$을 소인수분해하면

$5\times11\times73$이다. … (ii)

(2) $8^4-81=5\times11\times73$이므로 $8^4-81$을 나누어떨어지도록 하는 두 자리의 자연수는 $8^4-81$의 약수 중 두 자리의 수이므로

11, 73, $11\times5=55$의 3개이다. … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 인수분해 공식을 이용하여 $8^4-81$을 변형하기 | 40 % |
| (ii) $8^4-81$을 소인수분해하기 | 20 % |
| (iii) $8^4-81$을 나누어떨어지도록 하는 두 자리의 자연수의 개수 구하기 | 40 % |

**4** 주어진 수의 분모를 유리화하면

$\frac{4-\sqrt{6}}{\sqrt{6}-2}=\frac{(4-\sqrt{6})(\sqrt{6}+2)}{(\sqrt{6}-2)(\sqrt{6}+2)}$

$=\frac{4\sqrt{6}+8-6-2\sqrt{6}}{6-4}$

$=\frac{2\sqrt{6}+2}{2}$

$=\sqrt{6}+1$ … (i)

이때 $2<\sqrt{6}<3$이므로 $3<\sqrt{6}+1<4$에서

$\frac{4-\sqrt{6}}{\sqrt{6}-2}$의 정수 부분 $a=3$,

소수 부분 $b=(\sqrt{6}+1)-3=\sqrt{6}-2$ … (ii)

$\therefore b^2+ab+b+a=b(a+b)+(a+b)$

$=(a+b)(b+1)$ … (iii)

$=\{3+(\sqrt{6}-2)\}\{(\sqrt{6}-2)+1\}$

$=(\sqrt{6}+1)(\sqrt{6}-1)$

$=6-1$

$=5$ … (iv)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 주어진 수의 분모를 유리화하기 | 20 % |
| (ii) $a$, $b$의 값 구하기 | 30 % |
| (iii) 주어진 식을 인수분해하기 | 30 % |
| (iv) 주어진 식의 값 구하기 | 20 % |

# Ⅳ 이차방정식

## 1 단계 보고 따라하기 P. 30~31

**1** $x=2$ **2** $x=\frac{-4\pm\sqrt{13}}{3}$ **3** $x=\frac{-1\pm\sqrt{41}}{4}$

**4** 18

**1** 1단계 $x=3$을 주어진 이차방정식에 대입하면

$(a-1)\times3^2-(2a+1)\times3+6=0$

$3a-6=0$

$\therefore a=2$ … (i)

2단계 $a=2$를 주어진 이차방정식에 대입하면

$x^2-5x+6=0$ … (ii)

3단계 $(x-2)(x-3)=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=3$

따라서 다른 한 근은 $x=2$이다. … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 한 근을 대입하여 $a$의 값 구하기 | 40 % |
| (ii) $a$의 값을 대입하여 이차방정식 구하기 | 20 % |
| (iii) 다른 한 근 구하기 | 40 % |

**2** 1단계 $3x^2+8x+1=0$의 양변을 3으로 나누면

$x^2+\frac{8}{3}x+\frac{1}{3}=0$ … (i)

2단계 상수항을 우변으로 이항하면

$x^2+\frac{8}{3}x=-\frac{1}{3}$

양변에 $\left(\frac{8}{3}\times\frac{1}{2}\right)^2=\frac{16}{9}$을 더하면

$x^2+\frac{8}{3}x+\frac{16}{9}=-\frac{1}{3}+\frac{16}{9}$

$\left(x+\frac{4}{3}\right)^2=\frac{13}{9}$ … (ii)

3단계 $x+\frac{4}{3}=\pm\frac{\sqrt{13}}{3}$ $\therefore x=\frac{-4\pm\sqrt{13}}{3}$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $x^2$의 계수를 1로 만들기 | 20 % |
| (ii) 좌변을 완전제곱식으로 고치기 | 50 % |
| (iii) 이차방정식의 해 구하기 | 30 % |

**3** 1단계 주어진 이차방정식의 양변에 10을 곱하면

$4x^2+2x-10=0$

$2x^2+x-5=0$ … (i)

2단계 $x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times2\times(-5)}}{2\times2}$ … (ii)

3단계 $\therefore x=\frac{-1\pm\sqrt{41}}{4}$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 계수를 모두 정수로 고치기 | 30 % |
| (ii) 근의 공식 적용하기 | 40 % |
| (iii) 이차방정식의 해 구하기 | 30 % |

**4** 상자의 밑면은 한 변의 길이가 $(x-4)$ cm인 정사각형이므로
$(x-4)^2\times 2=392$ … (i)
$(x-4)^2=196$
$x-4=\pm 14$
$\therefore x=-10$ 또는 $x=18$ … (ii)
그런데 $x>4$이므로 $x=18$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 이차방정식 세우기 | 30 % |
| (ii) 이차방정식 풀기 | 50 % |
| (iii) $x$의 값 구하기 | 20 % |

**2 단계** 스스로 해결하기 P. 32~34

**1** 1 **2** $x=-3$ 또는 $x=\frac{2}{5}$
**3** $m=2$, $x=3$ **4** (1) $x=-1\pm\sqrt{7}$ (2) $-4\sqrt{7}$
**5** $a=2$, $b=-4$ **6** $x=-4\pm\sqrt{10}$
**7** (1) $x=\frac{7\pm\sqrt{49-4k}}{2}$ (2) 6, 10, 12
**8** $x=-1$ 또는 $x=3$ **9** $2\sqrt{26}$
**10** (1) $2-\sqrt{2}$ (2) $a=-6$, $b=6$ **11** 12 **12** 8 cm

**1** $x^2+ax-2=0$에 $x=2$를 대입하면
$2^2+a\times 2-2=0$
$2a+2=0$
$\therefore a=-1$ … (i)
$3x^2-7x+b=0$에 $x=2$를 대입하면
$3\times 2^2-7\times 2+b=0$
$-2+b=0$
$\therefore b=2$ … (ii)
$\therefore a+b=-1+2=1$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $a$의 값 구하기 | 40 % |
| (ii) $b$의 값 구하기 | 40 % |
| (iii) $a+b$의 값 구하기 | 20 % |

**2** $(x-8)(x-10)=15$에서 $x^2-18x+65=0$
$(x-5)(x-13)=0$
$\therefore x=5$ 또는 $x=13$
이때 $a<b$이므로 $a=5$, $b=13$ … (i)

즉, $5x^2+13x-6=0$에서
$(x+3)(5x-2)=0$
$\therefore x=-3$ 또는 $x=\frac{2}{5}$ … (ii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $a$, $b$의 값 구하기 | 40 % |
| (ii) $ax^2+bx-6=0$의 해 구하기 | 60 % |

**3** 중근을 가지려면 좌변이 완전제곱식이어야 하므로
$2m^2+1=\left\{\frac{-2(m+1)}{2}\right\}^2$ … (i)
$2m^2+1=m^2+2m+1$
$m^2-2m=0$, $m(m-2)=0$
$\therefore m=0$ 또는 $m=2$
그런데 $m>0$이므로 $m=2$ … (ii)
$m=2$를 주어진 이차방정식에 대입하면
$x^2-6x+9=0$, $(x-3)^2=0$
$\therefore x=3$(중근) … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 중근을 갖기 위한 $m$의 조건 설명하기 | 40 % |
| (ii) $m$의 값 구하기 | 30 % |
| (iii) 중근 구하기 | 30 % |

**4** (1) $x^2+2x-6=0$에서 $x^2+2x=6$
$x^2+2x+1=6+1$, $(x+1)^2=7$
$x+1=\pm\sqrt{7}$
$\therefore x=-1\pm\sqrt{7}$ … (i)
(2) $a>b$이므로 $a=-1+\sqrt{7}$, $b=-1-\sqrt{7}$ … (ii)
$a+b=(-1+\sqrt{7})+(-1-\sqrt{7})=-2$,
$a-b=(-1+\sqrt{7})-(-1-\sqrt{7})=2\sqrt{7}$이므로
$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$
$=-2\times 2\sqrt{7}=-4\sqrt{7}$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 완전제곱식을 이용하여 이차방정식 풀기 | 40 % |
| (ii) $a$, $b$의 값 구하기 | 20 % |
| (iii) $a^2-b^2$의 값 구하기 | 40 % |

**5** $x=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-3\times a}}{3}=\frac{-4\pm\sqrt{16-3a}}{3}$ … (i)
이때 $x=\frac{b\pm\sqrt{10}}{3}$이므로
$b=-4$ … (ii)
$10=16-3a$ $\therefore a=2$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 근의 공식을 이용하여 이차방정식 풀기 | 60 % |
| (ii) $b$의 값 구하기 | 20 % |
| (iii) $a$의 값 구하기 | 20 % |

**6** $x^2+kx+(k+2)=0$에 $x=-2$를 대입하면

$(-2)^2+k\times(-2)+(k+2)=0$

$-k+6=0$

$\therefore k=6$ … (ⅰ)

처음의 이차방정식 $x^2+(k+2)x+k=0$에 $k=6$을 대입하면

$x^2+8x+6=0$ … (ⅱ)

$\therefore x=-4\pm\sqrt{4^2-1\times6}$

$=-4\pm\sqrt{10}$ … (ⅲ)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (ⅰ) $k$의 값 구하기 | 40 % |
| (ⅱ) 처음의 이차방정식 구하기 | 20 % |
| (ⅲ) 처음의 이차방정식 풀기 | 40 % |

**7** (1) $x=\dfrac{-(-7)\pm\sqrt{(-7)^2-4\times1\times k}}{2\times1}$

$=\dfrac{7\pm\sqrt{49-4k}}{2}$ … (ⅰ)

(2) (1)에서 구한 해가 유리수가 되려면 $k$는 자연수이므로 근호 안의 수 $49-4k$가 0 또는 49보다 작은 제곱수이어야 한다. … (ⅱ)

즉, $49-4k=0,\ 1,\ 4,\ 9,\ 16,\ 25,\ 36$에서

$4k=49,\ 48,\ 45,\ 40,\ 33,\ 24,\ 13$

$\therefore k=\dfrac{49}{4},\ 12,\ \dfrac{45}{4},\ 10,\ \dfrac{33}{4},\ 6,\ \dfrac{13}{4}$

그런데 $k$는 자연수이므로

$k=6,\ 10,\ 12$ … (ⅲ)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (ⅰ) 근의 공식을 이용하여 이차방정식 풀기 | 40 % |
| (ⅱ) 해가 유리수가 되기 위한 조건 설명하기 | 20 % |
| (ⅲ) 자연수 $k$의 값 구하기 | 40 % |

**8** 주어진 이차방정식의 양변에 6을 곱하면

$2x(x-2)-(x+1)(x-3)=6$ … (ⅰ)

$2x^2-4x-(x^2-2x-3)=6$

$x^2-2x-3=0$ … (ⅱ)

$(x+1)(x-3)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=3$ … (ⅲ)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (ⅰ) 양변에 분모의 최소공배수 곱하기 | 20 % |
| (ⅱ) $ax^2+bx+c=0$의 꼴로 나타내기 | 20 % |
| (ⅲ) 이차방정식 풀기 | 60 % |

**9** 두 근이 $-\dfrac{5}{2}$, 2이고, $x^2$의 계수가 2인 이차방정식은

$2\left(x+\dfrac{5}{2}\right)(x-2)=0$

$2x^2+x-10=0$

이 식이 $2x^2+mx+n=0$과 같아야 하므로

$m=1,\ n=-10$ … (ⅰ)

즉, $x^2+10x-1=0$의 두 근을 구하면

$x=-5\pm\sqrt{5^2-1\times(-1)}=-5\pm\sqrt{26}$ … (ⅱ)

따라서 구하는 두 근의 차는

$(-5+\sqrt{26})-(-5-\sqrt{26})=2\sqrt{26}$ … (ⅲ)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (ⅰ) $m,\ n$의 값 구하기 | 40 % |
| (ⅱ) $x^2-nx-m=0$의 두 근 구하기 | 40 % |
| (ⅲ) $x^2-nx-m=0$의 두 근의 차 구하기 | 20 % |

**10** (1) $1<\sqrt{2}<2$에서 $-2<-\sqrt{2}<-1$이므로

$3<5-\sqrt{2}<4$

따라서 $5-\sqrt{2}$의 소수 부분은

$(5-\sqrt{2})-3=2-\sqrt{2}$ … (ⅰ)

(2) 주어진 이차방정식의 한 근이 $2-\sqrt{2}$이므로 다른 한 근은 $2+\sqrt{2}$이다. … (ⅱ)

이때 두 근의 합은 $(2-\sqrt{2})+(2+\sqrt{2})=4$이므로

$-\dfrac{2a}{3}=4 \quad \therefore a=-6$ … (ⅲ)

두 근의 곱은 $(2-\sqrt{2})(2+\sqrt{2})=2$이므로

$\dfrac{b}{3}=2 \quad \therefore b=6$ … (ⅳ)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (ⅰ) $5-\sqrt{2}$의 소수 부분 구하기 | 20 % |
| (ⅱ) 주어진 이차방정식의 두 근 구하기 | 20 % |
| (ⅲ) $a$의 값 구하기 | 30 % |
| (ⅳ) $b$의 값 구하기 | 30 % |

**11** $t$초 후 직사각형의 가로의 길이는 $(40-2t)$ cm,

세로의 길이는 $(24+3t)$ cm … (ⅰ)

$t$초 후 직사각형의 넓이가 처음의 직사각형의 넓이와 같아지므로

$(40-2t)(24+3t)=40\times24$ … (ⅱ)

$-6t^2+72t=0$

$t(t-12)=0$

$\therefore t=0$ 또는 $t=12$ … (ⅲ)

그런데 $t>0$이므로 $t=12$ … (ⅳ)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (ⅰ) $t$초 후 직사각형의 가로와 세로의 길이를 $t$에 관한 식으로 나타내기 | 20 % |
| (ⅱ) 이차방정식 세우기 | 30 % |
| (ⅲ) 이차방정식 풀기 | 30 % |
| (ⅳ) $t$의 값 구하기 | 20 % |

**12** $\overline{BF}=x$ cm라 하면 $\overline{DE}=\overline{BF}=x$ cm

$\triangle ABC\backsim\triangle ADE$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{BC}:\overline{DE}$에서

$20:\overline{AD}=10:x$

$10\overline{AD}=20x \qquad \therefore \overline{AD}=2x\,(cm)$

$\therefore \overline{DB}=\overline{AB}-\overline{AD}=20-2x\,(cm)$ … (i)

이때 □DBFE$=32\,cm^2$이므로

$x(20-2x)=32$에서 … (ii)

$-2x^2+20x-32=0$

$x^2-10x+16=0$

$(x-2)(x-8)=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=8$ … (iii)

그런데 $\overline{BF}>\overline{DB}$이므로 $x=8$

따라서 $\overline{BF}$의 길이는 8 cm이다. … (iv)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $\overline{BF}$, $\overline{DB}$의 길이를 문자를 사용하여 나타내기 | 30 % |
| (ii) 이차방정식 세우기 | 20 % |
| (iii) 이차방정식 풀기 | 30 % |
| (iv) $\overline{BF}$의 길이 구하기 | 20 % |

## 3 단계 한 걸음 더 도전하기

P. 35

**1** 3 **2** 2 **3** 16마리 또는 48마리 **4** 5 cm

**1** $5(x-1)^2+4x=(2x-3)(3x+1)$에서

$5(x^2-2x+1)+4x=6x^2-7x-3$

$x^2-x-8=0$ … (i)

$\therefore x=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times1\times(-8)}}{2\times1}$

$=\dfrac{1\pm\sqrt{33}}{2}$ … (ii)

$\therefore \alpha=\dfrac{1+\sqrt{33}}{2}$ … (iii)

이때 $5<\sqrt{33}<6$이므로

$6<1+\sqrt{33}<7$

$3<\dfrac{1+\sqrt{33}}{2}<\dfrac{7}{2}$

즉, $3<\alpha<4$이므로 $n=3$ … (iv)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 괄호를 전개하여 $ax^2+bx+c=0$의 꼴로 나타내기 | 20 % |
| (ii) 이차방정식의 해 구하기 | 30 % |
| (iii) 두 근 중 큰 근 구하기 | 10 % |
| (iv) 정수 $n$의 값 구하기 | 40 % |

**2** $x^2-2x-1=0$에 $x=\alpha$를 대입하면

$\alpha^2-2\alpha-1=0 \qquad \therefore \alpha^2-2\alpha=1$

$x^2-2x-1=0$에 $x=\beta$를 대입하면

$\beta^2-2\beta-1=0 \qquad \therefore \beta^2-2\beta=1$ … (i)

$x^2-2x-1=0$의 두 근이 $\alpha$, $\beta$이므로

$\alpha+\beta=2$, $\alpha\beta=-1$ … (ii)

$\therefore (\alpha^2-3\alpha-2)(\beta^2-3\beta-2)$

$=(\alpha^2-2\alpha-\alpha-2)(\beta^2-2\beta-\beta-2)$

$=(1-\alpha-2)(1-\beta-2)$

$=(-\alpha-1)(-\beta-1)$

$=(\alpha+1)(\beta+1)$

$=\alpha\beta+(\alpha+\beta)+1$

$=-1+2+1=2$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $\alpha^2-2\alpha$, $\beta^2-2\beta$의 값 구하기 | 20 % |
| (ii) $\alpha+\beta$, $\alpha\beta$의 값 구하기 | 20 % |
| (iii) $(\alpha^2-3\alpha-2)(\beta^2-3\beta-2)$의 값 구하기 | 60 % |

**3** 숲속에 있는 원숭이를 모두 $x$마리라 하면

$x-\left(\dfrac{1}{8}x\right)^2=12$ … (i)

$x-\dfrac{1}{64}x^2=12$

$x^2-64x+768=0$

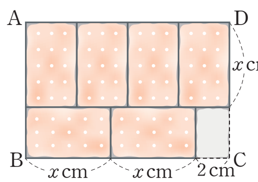
$(x-16)(x-48)=0$

$\therefore x=16$ 또는 $x=48$ … (ii)

따라서 원숭이는 모두 16마리 또는 48마리이다. … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 이차방정식 세우기 | 40 % |
| (ii) 이차방정식 풀기 | 50 % |
| (iii) 숲속에 있는 원숭이의 수 구하기 | 10 % |

**4** 과자 틀의 긴 변의 길이를 $x$ cm라 하면 오른쪽 그림에서 $\overline{BC}=(2x+2)$ cm이고, $\overline{AD}=\overline{BC}$이므로 과자 틀의 짧은 변의 길이는




$\dfrac{2x+2}{4}=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{2}\,(cm)$ … (i)

$\therefore \overline{AB}=x+\left(\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{3}{2}x+\dfrac{1}{2}\,(cm)$

이때 $(2x+2)\left(\dfrac{3}{2}x+\dfrac{1}{2}\right)=96$이므로 … (ii)

$3x^2+4x-95=0$

$(3x+19)(x-5)=0$

$\therefore x=-\dfrac{19}{3}$ 또는 $x=5$ … (iii)

그런데 $x>0$이므로 $x=5$

따라서 과자 틀의 긴 변의 길이는 5 cm이다. … (iv)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 과자 틀의 긴 변, 짧은 변의 길이를 문자를 사용하여 나타내기 | 30 % |
| (ii) 이차방정식 세우기 | 20 % |
| (iii) 이차방정식 풀기 | 30 % |
| (iv) 과자 틀의 긴 변의 길이 구하기 | 20 % |

# V 이차함수와 그 그래프

**1 단계** 보고 따라 하기 P. 38~39

**1** $k\neq2$ **2** $-5$ **3** $2$ **4** $-\frac{5}{3}$

**1** 1단계 주어진 함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$의 꼴로 정리하면

$y=(kx-1)(x+3)-2x(x-3)+6$
$=kx^2+3kx-x-3-2x^2+6x+6$
$=(k-2)x^2+(3k+5)x+3$ … (i)

2단계 이 함수가 이차함수이려면 ($x^2$의 계수)$\neq0$이어야 하므로

$k-2\neq0$ $\therefore k\neq2$ … (ii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 주어진 함수의 식 정리하기 | 50 % |
| (ii) $k$의 조건 구하기 | 50 % |

**2** 1단계 이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 점 $(-2,\ -2)$를 지나므로

$-2=a\times(-2)^2$ $\therefore a=-\frac{1}{2}$ … (i)

2단계 즉, $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프가 점 $(3,\ b)$를 지나므로

$b=-\frac{1}{2}\times3^2=-\frac{9}{2}$ … (ii)

3단계 $\therefore a+b=-\frac{1}{2}+\left(-\frac{9}{2}\right)=-5$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $a$의 값 구하기 | 40 % |
| (ii) $b$의 값 구하기 | 40 % |
| (iii) $a+b$의 값 구하기 | 20 % |

**3** 1단계 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 $x$축의 방향으로 $-2$만큼, $y$축의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=a(x+2)^2+1$ … (i)

2단계 이 그래프가 점 $(-1,\ 3)$을 지나므로

$3=a(-1+2)^2+1$, $3=a+1$ $\therefore a=2$ … (ii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 평행이동한 그래프의 식 구하기 | 50 % |
| (ii) $a$의 값 구하기 | 50 % |

**4** 꼭짓점의 좌표가 $(3,\ 4)$이므로

$y=a(x-3)^2+4$에서 $p=3$, $q=4$ … (i)

이 그래프가 점 $(0,\ -2)$를 지나므로

$-2=a(0-3)^2+4$ $\therefore a=-\frac{2}{3}$ … (ii)

$\therefore a+p-q=-\frac{2}{3}+3-4=-\frac{5}{3}$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $p$, $q$의 값 구하기 | 40 % |
| (ii) $a$의 값 구하기 | 40 % |
| (iii) $a+p-q$의 값 구하기 | 20 % |

**2 단계** 스스로 해결하기 P. 40~42

**1** 12 **2** 2

**3** (1) ㄹ, ㅁ, ㅂ (2) ㄷ (3) ㄴ과 ㅁ (4) ㄱ, ㄴ, ㄷ

**4** $y=-\frac{2}{3}x^2$

**5** (1) $B(-4,\ -4)$, $C(4,\ -4)$ (2) 18 **6** $-6$

**7** $\frac{3}{4}$ **8** 0 **9** $-2$

**10** (1) $y=3(x-1)^2-7$ (2) 20 **11** $-\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$

**12** 제1, 2사분면

**1** $f(1)=-\frac{1}{2}\times1^2+3\times1-1=\frac{3}{2}$ … (i)

$f(-2)=-\frac{1}{2}\times(-2)^2+3\times(-2)-1=-9$ … (ii)

$\therefore 2f(1)-f(-2)=2\times\frac{3}{2}-(-9)=12$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $f(1)$의 값 구하기 | 40 % |
| (ii) $f(-2)$의 값 구하기 | 40 % |
| (iii) $2f(1)-f(-2)$의 값 구하기 | 20 % |

**2** 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프와 $x$축에 서로 대칭인 그래프의 식은 $y=-\frac{1}{2}x^2$ … (i)

이 그래프가 점 $(k,\ -2)$를 지나므로

$-2=-\frac{1}{2}k^2$, $k^2=4$ $\therefore k=\pm2$

그런데 $k$는 양수이므로 $k=2$ … (ii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $x$축에 서로 대칭인 그래프의 식 구하기 | 50 % |
| (ii) $k$의 값 구하기 | 50 % |

**3** (1) ($x^2$의 계수)$>0$이면 그래프가 아래로 볼록하므로 ㄹ, ㅁ, ㅂ이다. … (i)

(2) $x^2$의 계수의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 넓어진다.
$x^2$의 계수의 절댓값을 각각 구하면

ㄱ. 10 ㄴ. $\frac{7}{2}$ ㄷ. $\frac{1}{4}$ ㄹ. 1 ㅁ. $\frac{7}{2}$ ㅂ. $\frac{15}{2}$

따라서 폭이 가장 넓은 것은 ㄷ이다. … (ii)

(3) $x^2$의 계수의 절댓값이 같고 부호가 반대이면 $x$축에 서로 대칭이므로 ㄴ과 ㅁ이다. ⋯ (iii)

(4) ($x^2$의 계수)$<0$이면 $x>0$에서 $x$의 값이 증가할 때 $y$의 값은 감소하므로 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다. ⋯ (iv)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 아래로 볼록한 그래프 찾기 | 25 % |
| (ii) 폭이 가장 넓은 그래프 찾기 | 25 % |
| (iii) $x$축에 서로 대칭인 그래프끼리 짝짓기 | 25 % |
| (iv) $x>0$에서 $x$의 값이 증가할 때, $y$의 값은 감소하는 그래프 찾기 | 25 % |

**4** 꼭짓점이 원점이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2$으로 놓자. ⋯ (i)

이 그래프가 점 $(3,\ -6)$을 지나므로

$-6=a\times3^2 \qquad \therefore a=-\frac{2}{3}$ ⋯ (ii)

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=-\frac{2}{3}x^2$ ⋯ (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 이차함수의 식을 $y=ax^2$으로 놓기 | 30 % |
| (ii) $a$의 값 구하기 | 50 % |
| (iii) 이차함수의 식 구하기 | 20 % |

**5** (1) 이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 점 $A(-2,\ -1)$을 지나므로

$-1=a\times(-2)^2 \qquad \therefore a=-\frac{1}{4}$ ⋯ (i)

두 점 B, C의 $y$좌표가 $-4$이므로

$y=-\frac{1}{4}x^2$에 $y=-4$를 대입하면

$-4=-\frac{1}{4}x^2,\ x^2=16 \qquad \therefore x=\pm4$

$\therefore B(-4,\ -4),\ C(4,\ -4)$ ⋯ (ii)

(2) 사다리꼴 ABCD는 윗변의 길이가 $\overline{AD}=4$, 아랫변의 길이가 $\overline{BC}=8$, 높이가 3이므로

$\square ABCD=\frac{1}{2}\times(4+8)\times3=18$ ⋯ (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $a$의 값 구하기 | 20 % |
| (ii) 두 점 B, C의 좌표 구하기 | 40 % |
| (iii) 사다리꼴 ABCD의 넓이 구하기 | 40 % |

**6** 이차함수 $y=-2x^2$의 그래프를 $y$축의 방향으로 $a$만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-2x^2+a$ ⋯ (i)

이 그래프가 점 $(1,\ -8)$을 지나므로

$-8=-2\times1^2+a$

$\therefore a=-6$ ⋯ (ii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 평행이동한 그래프의 식 구하기 | 40 % |
| (ii) $a$의 값 구하기 | 60 % |

**7** 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 0)$이므로 이차함수의 식을 $f(x)=a(x+2)^2$으로 놓자. ⋯ (i)

이 그래프가 점 $(0,\ 3)$을 지나므로

$3=a(0+2)^2$

$\therefore a=\frac{3}{4}$ ⋯ (ii)

따라서 $f(x)=\frac{3}{4}(x+2)^2$이므로

$f(-3)=\frac{3}{4}(-3+2)^2=\frac{3}{4}$ ⋯ (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2$의 꼴로 놓기 | 30 % |
| (ii) 상수 $a$의 값 구하기 | 30 % |
| (iii) $f(-3)$의 값 구하기 | 40 % |

**8** 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 $x$축의 방향으로 2만큼, $y$축의 방향으로 $-3$만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=a(x-2)^2-3$ ⋯ (i)

이 식이 $y=-(x+b)^2-c$와 같아야 하므로

$a=-1,\ -2=b,\ -3=-c$

따라서 $a=-1,\ b=-2,\ c=3$이므로 ⋯ (ii)

$a+b+c=-1+(-2)+3=0$ ⋯ (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 평행이동한 그래프의 식 구하기 | 40 % |
| (ii) $a,\ b,\ c$의 값 구하기 | 40 % |
| (iii) $a+b+c$의 값 구하기 | 20 % |

**9** 이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2-1$의 그래프를 $x$축의 방향으로 $a$만큼, $y$축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-\frac{1}{2}x^2-1$에 $x$ 대신 $x-a$, $y$ 대신 $y-2$를 대입하면

$y-2=-\frac{1}{2}(x-a)^2-1$

$\therefore y=-\frac{1}{2}(x-a)^2+1$ ⋯ (i)

이 그래프가 점 $(2,\ -7)$을 지나므로

$-7=-\frac{1}{2}(2-a)^2+1$

$\frac{1}{2}(2-a)^2=8$

$(2-a)^2=16$

$2-a=\pm4$

$\therefore a=-2$ 또는 $a=6$

그런데 꼭짓점의 좌표가 $(a,\ 1)$이고, 제2사분면 위에 있으므로 $a<0$이다.

$\therefore a=-2$ ⋯ (ii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 평행이동한 그래프의 식 구하기 | 30 % |
| (ii) $a$의 값 구하기 | 70 % |

**10** (1) 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ -7)$이므로 이차함수의 식을

$y=a(x-1)^2-7$로 놓자.

이 그래프가 점 $(-1,\ 5)$를 지나므로

$5=a(-1-1)^2-7,\ 4a=12 \qquad \therefore\ a=3$

$\therefore\ y=3(x-1)^2-7$ … (i)

(2) 이차함수 $y=3(x-1)^2-7$의 그래프가 점 $(4,\ k)$를 지나므로

$k=3\times(4-1)^2-7=20$ … (ii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 나타내기 | 60 % |
| (ii) $k$의 값 구하기 | 40 % |

**11** 꼭짓점의 좌표가 $(p,\ 2p^2-p)$이고, … (i)

이 점이 이차함수 $y=-4x^2+2$의 그래프 위에 있으므로

$2p^2-p=-4p^2+2$ … (ii)

$6p^2-p-2=0,\ (2p+1)(3p-2)=0$

$\therefore\ p=-\frac{1}{2}$ 또는 $p=\frac{2}{3}$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 꼭짓점의 좌표 구하기 | 20 % |
| (ii) $p$에 관한 식 세우기 | 30 % |
| (iii) $p$의 값 구하기 | 50 % |

**12** 주어진 그래프의 모양이 위로 볼록하므로 $a<0$

꼭짓점 $(p,\ q)$가 제1사분면 위에 있으므로

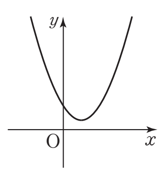
$p>0,\ q>0$ … (i)

$y=p(x-q)^2-a$에서

$p>0$이므로 그래프는 아래로 볼록하고,

$q>0,\ -a>0$이므로 꼭짓점 $(q,\ -a)$는 제1사분면 위에 있다.

따라서 $y=p(x-q)^2-a$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제1, 2사분면을 지난다. … (ii)




| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $a,\ p,\ q$의 부호 판별하기 | 40 % |
| (ii) $y=p(x-q)^2-a$의 그래프가 지나는 사분면 구하기 | 60 % |

**3 단계** 한걸음 더 **도전하기** P. 43

**1** 9　**2** 8　**3** $\frac{27}{2}$ m(또는 13.5 m)　**4** 18

**1** 점 B의 $x$좌표를 $a(a>0)$로 놓으면

$A(-a,\ a^2),\ B(a,\ a^2),\ C\left(a,\ -\frac{1}{3}a^2\right),\ D\left(-a,\ -\frac{1}{3}a^2\right)$ … (i)

이때 $\overline{AB}=2a,\ \overline{BC}=a^2-\left(-\frac{1}{3}a^2\right)=\frac{4}{3}a^2$이고,

$\overline{AB}=\overline{BC}$이므로 $2a=\frac{4}{3}a^2$

$2a^2-3a=0,\ a(2a-3)=0$

$\therefore\ a=0$ 또는 $a=\frac{3}{2}$

그런데 $a>0$이므로 $a=\frac{3}{2}$ … (ii)

따라서 정사각형 ADCB의 한 변의 길이는

$\overline{AB}=2a=2\times\frac{3}{2}=3$이므로

$\square ADCB=3\times3=9$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 점 B의 $x$좌표를 $a$로 놓았을 때, 네 점 A, B, C, D의 좌표를 $a$에 대하여 나타내기 | 30 % |
| (ii) $a$의 값 구하기 | 50 % |
| (iii) □ADCB의 넓이 구하기 | 20 % |

**2** 점 A의 $x$좌표를 $a(a>0)$로 놓으면

$\overline{AB}=2$이므로

$A(a,\ 2a^2),\ B\left(a+2,\ \frac{1}{2}(a+2)^2\right)$ … (i)

이때 두 점 A, B의 $y$좌표가 $k$로 같으므로

$2a^2=\frac{1}{2}(a+2)^2$

$3a^2-4a-4=0$

$(3a+2)(a-2)=0$

$\therefore\ a=-\frac{2}{3}$ 또는 $a=2$

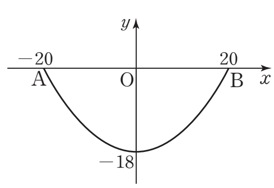
그런데 $a>0$이므로 $a=2$ … (ii)

$\therefore\ k=2a^2=2\times2^2=8$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 점 A의 $x$좌표를 $a$로 놓았을 때, 두 점 A, B의 좌표를 $a$에 대하여 나타내기 | 30 % |
| (ii) $a$의 값 구하기 | 40 % |
| (iii) $k$의 값 구하기 | 30 % |

**3** | 예시 답안 |

호수의 수면을 $x$축, 지점 O를 원점으로 하여 호수의 단면인 포물선을 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다. … (i)




이때 꼭짓점의 좌표가 $(0,\ -18)$이므로 이차함수의 식을

$y=ax^2-18$로 놓자.

이 그래프가 점 $(20,\ 0)$을 지나므로

$0=a\times20^2-18 \qquad \therefore\ a=\frac{9}{200}$

$\therefore\ y=\frac{9}{200}x^2-18$ … (ii)

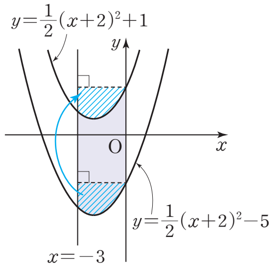
위의 식에 $x=10$을 대입하면

$y=\frac{9}{200}\times10^2-18=-\frac{27}{2}$

따라서 지점 O에서 B의 방향으로 10 m만큼 떨어진 지점에서의 수심은 $\frac{27}{2}$ m(또는 13.5 m)이다. … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 호수의 단면인 포물선을 좌표평면 위에 나타내기 | 20 % |
| (ii) 이차함수의 식 구하기 | 40 % |
| (iii) 수심 구하기 | 40 % |

**4** 오른쪽 그림과 같이 이차함수 $y=\frac{1}{2}(x+2)^2+1$의 그래프는 $y=\frac{1}{2}(x+2)^2-5$의 그래프를 $y$축의 방향으로 6만큼 평행이동한 것과 같으므로 빗금 친 부분의 넓이는 서로 같다.




따라서 색칠한 부분의 넓이는 가로의 길이가 3, 세로의 길이가 6인 직사각형의 넓이와 같으므로 … (i)

(색칠한 부분의 넓이)$=3\times6=18$ … (ii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 색칠한 부분과 넓이가 같은 사각형에 대하여 설명하기 | 60 % |
| (ii) 색칠한 부분의 넓이 구하기 | 40 % |

# VI 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프

**1 단계** 보고 따라 하기 P. 46~47

**1** $a=2$, $b=8$, $c=11$ **2** 8 **3** $-7$
**4** 195 m, 6초

**1** 1단계 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 3)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2+3$으로 놓자. … (i)

2단계 이 그래프가 점 $(-1,\ 5)$를 지나므로

$5=a(-1+2)^2+3$ $\quad\therefore a=2$ … (ii)

3단계 $y=2(x+2)^2+3=2x^2+8x+11$이므로

$b=8$, $c=11$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 놓기 | 30 % |
| (ii) $a$의 값 구하기 | 30 % |
| (iii) $b$, $c$의 값 구하기 | 40 % |

**2** 1단계 $y=x^2+2x-3=(x+1)^2-4$에서

$\mathrm{A}(-1,\ -4)$ … (i)

2단계 $y=x^2+2x-3$에 $y=0$을 대입하면

$x^2+2x-3=0$

$(x+3)(x-1)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=1$

$\therefore \mathrm{B}(-3,\ 0)$, $\mathrm{C}(1,\ 0)$ … (ii)

3단계 $\triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\times4\times4=8$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 점 A의 좌표 구하기 | 30 % |
| (ii) 두 점 B, C의 좌표 구하기 | 40 % |
| (iii) △ABC의 넓이 구하기 | 30 % |

**3** 1단계 $x=3$에서 최솟값이 $-1$이므로 꼭짓점의 좌표는 $(3,\ -1)$

즉, 이차함수의 식을 $y=a(x-3)^2-1$로 놓자. … (i)

2단계 이 그래프가 점 $(1,\ 7)$을 지나므로

$7=a(1-3)^2-1$ $\quad\therefore a=2$

즉, $y=2(x-3)^2-1=2x^2-12x+17$이므로

$b=-12$, $c=17$ … (ii)

3단계 $\therefore ab+c=2\times(-12)+17=-7$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 놓기 | 40 % |
| (ii) $a$, $b$, $c$의 값 구하기 | 40 % |
| (iii) $ab+c$의 값 구하기 | 20 % |

**4** $y=-5x^2+60x+15=-5(x-6)^2+195$ ⋯ (i)
즉, $x=6$에서 최댓값이 195이다.
따라서 로켓의 최고 높이는 195 m이고, 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간은 6초이다. ⋯ (ii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 나타내기 | 40 % |
| (ii) 최고 높이와 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간 구하기 | 60 % |

**2 단계** 스스로 해결하기 P. 48~50

**1** $(-2, 7)$ **2** (1) $(k, k^2+k)$ (2) $-1$ **3** 17
**4** (1) A$(1, 3)$, B$(0, 1)$ (2) $\frac{1}{2}$ **5** $-4$
**6** $y=2x^2-x+2$ **7** 18 **8** 4 **9** $-1$
**10** (1) $m=-8k^2+4k$ (2) $\frac{1}{2}$ **11** $-49$, $-7$과 7
**12** 121 $\text{cm}^2$

**1** 이차함수 $y=-2x^2+ax-1$의 그래프가 점 $(-1, 5)$를 지나므로
$5=-2-a-1$ $\therefore a=-8$ ⋯ (i)
$\therefore y=-2x^2-8x-1=-2(x+2)^2+7$ ⋯ (ii)
따라서 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 7)$이다. ⋯ (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $a$의 값 구하기 | 40 % |
| (ii) 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 나타내기 | 40 % |
| (iii) 꼭짓점의 좌표 구하기 | 20 % |

**2** (1) $y=-x^2+2kx+k$
$=-(x^2-2kx+k^2-k^2)+k$
$=-(x-k)^2+k^2+k$ ⋯ (i)
이므로 꼭짓점의 좌표는 $(k, k^2+k)$ ⋯ (ii)
(2) 꼭짓점이 $x$축 위에 있으면 $y$좌표가 0이므로
$k^2+k=0$, $k(k+1)=0$ $\therefore k=0$ 또는 $k=-1$
그런데 $k\neq 0$이므로 $k=-1$ ⋯ (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 나타내기 | 30 % |
| (ii) 꼭짓점의 좌표를 $k$를 사용하여 나타내기 | 20 % |
| (iii) $k$의 값 구하기 | 50 % |

**3** $y=2x^2+14x+12$에 $y=0$을 대입하면
$2x^2+14x+12=0$
$x^2+7x+6=0$, $(x+6)(x+1)=0$
$\therefore x=-6$ 또는 $x=-1$
그런데 $p>q$이므로 $p=-1$, $q=-6$ ⋯ (i)
한편 $y=2x^2+14x+12$에 $x=0$을 대입하면 $y=12$이므로
$r=12$ ⋯ (ii)
$\therefore p-q+r=-1-(-6)+12=17$ ⋯ (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $p$, $q$의 값 구하기 | 60 % |
| (ii) $r$의 값 구하기 | 30 % |
| (iii) $p-q+r$의 값 구하기 | 10 % |

**4** (1) $y=-2x^2+4x+1=-2(x-1)^2+3$에서
A$(1, 3)$ ⋯ (i)
$y=-2x^2+4x+1$에 $x=0$을 대입하면 $y=1$이므로
B$(0, 1)$ ⋯ (ii)
(2) $\triangle\text{ABO}=\frac{1}{2}\times 1\times 1=\frac{1}{2}$ ⋯ (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 점 A의 좌표 구하기 | 30 % |
| (ii) 점 B의 좌표 구하기 | 30 % |
| (iii) $\triangle$ABO의 넓이 구하기 | 40 % |

**5** $y=-3x^2+12x-5=-3(x-2)^2+7$ ⋯ (i)
이 식에 $x$ 대신 $x-m$, $y$ 대신 $y-n$을 대입하면
$y-n=-3(x-m-2)^2+7$
$\therefore y=-3\{x-(m+2)\}^2+7+n$ ⋯ (ii)
이 그래프가 $y=-3x^2+5$의 그래프와 완전히 포개어지므로
$m+2=0$, $7+n=5$ $\therefore m=-2$, $n=-2$ ⋯ (iii)
$\therefore m+n=-2+(-2)=-4$ ⋯ (iv)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 나타내기 | 20 % |
| (ii) 평행이동한 그래프의 식 구하기 | 30 % |
| (iii) $m$, $n$의 값 구하기 | 30 % |
| (iv) $m+n$의 값 구하기 | 20 % |

**6** 구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$로 놓자.
$y=ax^2+bx+c$의 그래프가 점 $(0, 2)$를 지나므로
$c=2$ ⋯ (i)
이때 $y=ax^2+bx+2$의 그래프가 두 점 $(1, 3)$, $(-1, 5)$를 지나므로
$3=a+b+2$ $\therefore a+b=1$ ⋯ ㉠
$5=a-b+2$ $\therefore a-b=3$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면
$a=2$, $b=-1$ ⋯ (ii)
따라서 구하는 이차함수의 식은
$y=2x^2-x+2$ ⋯ (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $c$의 값 구하기 | 20 % |
| (ii) $a$, $b$의 값 구하기 | 40 % |
| (iii) 이차함수의 식 구하기 | 40 % |

**7** $y=-x^2-6x+1=-(x+3)^2+10$
즉, $x=-3$에서 최댓값은 10이므로
$M=10$ … (i)
$y=2x^2-8x=2(x-2)^2-8$
즉, $x=2$에서 최솟값은 $-8$이므로
$m=-8$ … (ii)
$\therefore M-m=10-(-8)=18$ … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $M$의 값 구하기 | 40 % |
| (ii) $m$의 값 구하기 | 40 % |
| (iii) $M-m$의 값 구하기 | 20 % |

**8** $y=-4x^2+16x+k-4$
$=-4(x^2-4x+4-4)+k-4$
$=-4(x-2)^2+k+12$ … (i)
즉, $x=2$에서 최댓값은 $k+12$이다.
그런데 최댓값이 16이므로
$k+12=16$
$\therefore k=4$ … (ii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 나타내기 | 30 % |
| (ii) $k$의 값 구하기 | 70 % |

**9** (가)에서 이차함수 $y=-x^2$의 그래프와 모양이 같으므로
$a=-1$ … (i)
(나)에서 꼭짓점의 $x$좌표는 $-2$이고, (다)에서 꼭짓점의 $y$좌표는 8이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-2,\ 8)$이다. … (ii)
따라서 $y=-(x+2)^2+8=-x^2-4x+4$이므로
$b=-4,\ c=4$ … (iii)
$\therefore a-b-c=-1-(-4)-4=-1$ … (iv)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) $a$의 값 구하기 | 20 % |
| (ii) 꼭짓점의 좌표 구하기 | 30 % |
| (iii) $b,\ c$의 값 구하기 | 30 % |
| (iv) $a-b-c$의 값 구하기 | 20 % |

**10** (1) $y=2x^2-8kx+4k$
$=2(x^2-4kx+4k^2-4k^2)+4k$
$=2(x-2k)^2-8k^2+4k$ … (i)
즉, $x=2k$에서 최솟값은 $-8k^2+4k$이므로
$m=-8k^2+4k$ … (ii)
(2) $m=-8k^2+4k$
$=-8\left(k^2-\frac{1}{2}k+\frac{1}{16}-\frac{1}{16}\right)$
$=-8\left(k-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{1}{2}$ … (iii)
따라서 $k=\frac{1}{4}$에서 최댓값은 $\frac{1}{2}$이다. … (iv)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 나타내기 | 20 % |
| (ii) $m$을 $k$에 관한 식으로 나타내기 | 30 % |
| (iii) (ii)의 식을 $m=a(k-p)^2+q$의 꼴로 나타내기 | 20 % |
| (iv) $m$의 최댓값 구하기 | 30 % |

**11** 한 수를 $x$라 하면 다른 한 수는 $x+14$이므로
두 수의 곱을 $y$라 하면
$y=x(x+14)=x^2+14x$ … (i)
$=(x+7)^2-49$
즉, $x=-7$에서 최솟값은 $-49$이다.
따라서 두 수의 곱의 최솟값은 $-49$이고, … (ii)
그때의 두 수는 $-7$과 $-7+14=7$이다. … (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 두 수의 곱에 대한 식 세우기 | 40 % |
| (ii) 두 수의 곱의 최솟값 구하기 | 40 % |
| (iii) 두 수 구하기 | 20 % |

**12** 새로운 직사각형의 가로의 길이는 $(14-x)$cm, 세로의 길이는 $(8+x)$cm이므로 … (i)
이 직사각형의 넓이를 $y\,\text{cm}^2$라 하면
$y=(14-x)(8+x)=-x^2+6x+112$ … (ii)
$=-(x-3)^2+121$
즉, $x=3$에서 최댓값은 121이다.
따라서 새로운 직사각형의 넓이의 최댓값은 $121\,\text{cm}^2$이다.
… (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 새로운 직사각형의 가로, 세로의 길이를 각각 $x$에 관한 식으로 나타내기 | 20 % |
| (ii) 새로운 직사각형의 넓이에 대한 식 세우기 | 30 % |
| (iii) 새로운 직사각형의 넓이의 최댓값 구하기 | 50 % |

## 3 단계 한걸음 더 도전하기

P. 51

**1** $\frac{35}{2}$ **2** $0<a<\frac{3}{4}$ **3** 150원 **4** 4

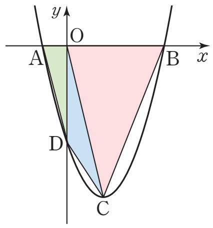
**1** $y=x^2-3x-4$에 $y=0$을 대입하면
$x^2-3x-4=0,\ (x+1)(x-4)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=4$
$\therefore A(-1,\ 0),\ B(4,\ 0)$
$y=x^2-3x-4=\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{25}{4}$에서
$C\left(\frac{3}{2},\ -\frac{25}{4}\right)$
$y=x^2-3x-4$에 $x=0$을 대입하면 $y=-4$이므로
$D(0,\ -4)$ … (i)

원점 O에 대하여

$\triangle OAD=\frac{1}{2}\times1\times4=2$ ⋯ (ii)

$\triangle ODC=\frac{1}{2}\times4\times\frac{3}{2}=3$ ⋯ (iii)

$\triangle OCB=\frac{1}{2}\times4\times\frac{25}{4}=\frac{25}{2}$ ⋯ (iv)




$\therefore\ \square ADCB$

$=\triangle OAD+\triangle ODC+\triangle OCB$

$=2+3+\frac{25}{2}$

$=\frac{35}{2}$ ⋯ (v)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 네 점 A, B, C, D의 좌표 구하기 | 40 % |
| (ii) △OAD의 넓이 구하기 | 15 % |
| (iii) △ODC의 넓이 구하기 | 15 % |
| (iv) △OCB의 넓이 구하기 | 15 % |
| (v) □ADCB의 넓이 구하기 | 15 % |

**2** $x=2$에서 최솟값이 $-3$이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ -3)$

즉, 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2-3$으로 놓자. ⋯ (i)

이때 이 이차함수는 최솟값을 가지므로

$a>0$ ⋯ ㉠ ⋯ (ii)

또 그래프가 모든 사분면을 지나므로 $y$축과의 교점이 $x$축보다 아래쪽에 있어야 한다.

$y=a(x-2)^2-3$에 $x=0$을 대입하면 $y=4a-3$이므로

$4a-3<0$

$\therefore\ a<\frac{3}{4}$ ⋯ ㉡ ⋯ (iii)

따라서 ㉠, ㉡에서 $0<a<\frac{3}{4}$ ⋯ (iv)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 놓기 | 20 % |
| (ii) 최솟값을 가지기 위한 $a$의 값의 조건 설명하기 | 30 % |
| (iii) 그래프가 모든 사분면을 지나기 위한 $a$의 값의 조건 설명하기 | 30 % |
| (iv) $a$의 값의 범위 구하기 | 20 % |

**3** 상품의 가격을 $x$원 내리면 상품의 가격은 $(200-x)$원, 하루 판매량은 $(200+2x)$개이다. ⋯ (i)

이 상품의 하루 매출액을 $y$원이라 하면

$y=(200-x)(200+2x)$ ⋯ (ii)

$=-2x^2+200x+40000$

$=-2(x-50)^2+45000$

즉, $x=50$에서 최댓값은 45000이다.

따라서 이 상품의 하루 매출액이 최대가 될 때의 상품 한 개의 가격은

$200-50=150$(원) ⋯ (iii)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 상품의 가격과 하루 판매량을 $x$에 관한 식으로 나타내기 | 20 % |
| (ii) 하루 매출액에 대한 식 세우기 | 30 % |
| (iii) 하루 매출액이 최대가 될 때의 상품 한 개의 가격 구하기 | 50 % |

**4** 점 P의 좌표를 $(a,\ -a+4)$라 하면

$\overline{PR}=a,\ \overline{PQ}=-a+4$ ⋯ (i)

직사각형 OQPR의 넓이를 $y$라 하면

$y=a(-a+4)$ ⋯ (ii)

$=-a^2+4a$

$=-(a-2)^2+4$ ⋯ (iii)

즉, $a=2$에서 최댓값은 4이다.

따라서 직사각형 OQPR의 넓이의 최댓값은 4이다. ⋯ (iv)

| 채점 기준 | 배점 |
|---|---|
| (i) 점 P의 좌표를 이용하여 $\overline{PR}$, $\overline{PQ}$의 길이 나타내기 | 30 % |
| (ii) 직사각형 OQPR의 넓이를 식으로 나타내기 | 20 % |
| (iii) (ii)의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 나타내기 | 30 % |
| (iv) 직사각형 OQPR의 넓이의 최댓값 구하기 | 20 % |