정답 및 풀이

빠른 정답 찾기

Ⅳ. 기본 도형

08 기본 도형

본책 8~10쪽
01 ③, ⑤ 02 2 03 ⑤
04 18 05 ④ 06 10 07 $\frac{5}{2}$ cm 08 30
09 ③ 10 42° 11 ④ 12 ③ 13 20
14 ④ 15 3.2 cm

본책 11~13쪽
01 ② 02 ⑤ 03 ㈀, ㈂
04 60 05 16 06 ③ 07 3 08 $\frac{15}{2}$
09 ④ 10 80° 11 ④ 12 ④ 13 50°
14 25° 15 ⑤ 16 ③ 17 24

본책 14쪽
01 ㈁, ㈂ 02 ② 03 90 m
04 $\frac{3}{2}$ 05 12 06 ④

09 위치 관계

본책 16~19쪽
01 ④ 02 ①, ⑤ 03 5
04 평행하다. 05 7 06 ③ 07 ③
08 ㈁, ㈃ 09 7 10 ②, ⑤ 11 4 12 ④
13 동위각: $\angle g$, $\angle k$, 엇각: $\angle e$, $\angle i$ 14 240° 15 ④
16 35 17 108° 18 ② 19 ⑤

본책 20~24쪽
01 ④, ⑤ 02 ④ 03 $c \perp e$
04 13 05 ⑤ 06 5 07 ㈀, ㈁, ㈃
08 ⑤ 09 ① 10 9 11 ⑤ 12 2
13 ①, ⑤ 14 ① 15 4, 2 16 (1) 120° (2) 240°
17 ④ 18 115° 19 ③ 20 60° 21 55°
22 ④ 23 105° 24 200° 25 180° 26 ④
27 90° 28 ③ 29 (1) $p /\!/ s$, $q /\!/ r$ (2) 170°

본책 25쪽
01 25 02 ㈀, ㈂ 03 ①, ⑤
04 15 05 ② 06 70°

10 작도와 합동

본책 26~29쪽
01 ④ 02 ㉠ → ㉢ → ㉡
03 ② 04 ② 05 ③ 06 ③ 07 ④, ⑤
08 ②, ③ 09 96 10 ① 11 ②, ③ 12 ④
13 ③ 14 $\overline{DF}=7$ cm, $\angle E=60°$ 15 ③, ④
16 △DEC, ASA 합동

본책 30~34쪽
01 ② 02 ④
03 풀이 20쪽 04 ③
05 (1) ㉣ → ㉠ → ㉢ → ㉡ → ㉤ → ㉥
(2) 동위각의 크기가 서로 같으면 두 직선은 평행하다.
06 영미, 아영, 주원 07 8 08 ⑤ 09 ③
10 40° 11 ② 12 4 13 ② 14 ②, ③
15 (1) ㉡ (2) ㉢ 16 (1) 1 (2) 3 17 ④
18 $\overline{AB}=\overline{DF}$ 또는 $\overline{BC}=\overline{FE}$ 또는 $\overline{AC}=\overline{DE}$
19 ㈎ $\overline{CE}$ ㈏ $\angle DCE$ ㈐ SAS 20 풀이 23쪽
21 ③ 22 ④ 23 ③ 24 7.5° 25 16 cm²
26 ③

본책 35쪽
01 ③ 02 ④ 03 5
04 $\frac{17}{2}$ cm 05 9 cm² 06 37 cm

본책 36~39쪽
01 ④ 02 ⑤ 03 ③
04 ⑤ 05 ③ 06 ② 07 ④ 08 ②
09 ③ 10 ② 11 ④, ⑤ 12 ②, ④ 13 ⑤
14 ③ 15 130° 16 90° 17 $l /\!/ m$, $n /\!/ q$
18 $\overline{OC}$, $\overline{AE}$, $\overline{AF}$ 19 16 cm 20 180°

본책 40~43쪽
01 ⑤ 02 ① 03 ①
04 ④ 05 ② 06 ④ 07 ④ 08 ⑤
09 ① 10 ① 11 ①, ④ 12 ④ 13 ⑤
14 ④ 15 100° 16 $\overline{DE}$, $\overline{DG}$ 17 24°
18 ㉤ → ㉠ → ㉣ → ㉡ → ㉢ → ㉥ 19 풀이 30쪽
20 60°

본책 44~45쪽
유제 1 풀이 30쪽 유제 2 135° 유제 3 풀이 30쪽

Ⅴ. 평면도형

11 다각형

본책 48~50쪽
01 ①, ④ 02 185° 03 ④
04 ④ 05 70° 06 45° 07 ⑤ 08 125°
09 ② 10 ② 11 13 12 15 13 50
14 455° 15 ⑤ 16 ④ 17 정십팔각형
18 ④

본책 51~54쪽

01 ②, ⑤ 02 ④ 03 $83°$
04 ③ 05 $156°$ 06 $24°$ 07 ② 08 $65°$
09 ③ 10 ③ 11 $32°$ 12 ⑤ 13 $540°$
14 ② 15 $180°$ 16 $156°$ 17 ②
18 정삼각형, 정사각형 19 $150°$ 20 $105°$ 21 ⑤
22 ③ 23 ④ 24 12

본책 55쪽

01 ② 02 $99°$
03 $90°-\frac{3}{4}\angle x$ 04 $55°$ 05 $84°$ 06 ④

12 원과 부채꼴

본책 56~58쪽

01 ② 02 ① 03 $180°$
04 ③ 05 126 06 $15\,cm^2$ 07 ②, ⑤ 08 8π cm
09 ④ 10 $48\pi\,cm^2$ 11 ④ 12 ④
13 반지름의 길이: 10, 중심각의 크기: $90°$ 14 ⑤

본책 59~62쪽

01 ① 02 $120°$ 03 $108°$
04 ① 05 $1:4:7$ 06 28 cm 07 9π cm
08 ② 09 11 cm 10 ② 11 ③
12 $16:4:1$ 13 ③ 14 ④
15 $\frac{32}{3}\pi$ cm 16 8π 17 ⑤ 18 ②
19 $(9\pi-18)\,cm^2$ 20 $2\pi\,cm^2$ 21 $(8\pi-16)\,cm^2$
22 ③ 23 ③

본책 63쪽

01 8π cm 02 방법 A 03 11π
04 $(16\pi+192)\,cm^2$ 05 ③

본책 64~67쪽

01 ④ 02 ④ 03 ②
04 ⑤ 05 ④ 06 ④ 07 ③ 08 ③
09 ④ 10 ③ 11 ②, ⑤ 12 ③ 13 ②
14 ③ 15 $35°$ 16 정십일각형 17 $192°$
18 $30°$ 19 $(6\pi+24)$ cm 20 $(4\pi-8)\,cm^2$

본책 68~71쪽

01 ④ 02 ⑤ 03 ④
04 ③ 05 ② 06 ① 07 ⑤ 08 ④
09 ② 10 ③ 11 ② 12 ② 13 ⑤
14 ② 15 $75°$ 16 $360°$ 17 10개
18 정우: 2바퀴, 동호: 1바퀴 19 $\left(\frac{28}{3}\pi+32\right)cm^2$
20 $6\pi\,cm^2$

본책 72~73쪽

유제 1 $75°$ 유제 2 B피자 유제 3 $\frac{14}{3}\pi$ cm
유제 4 $32+\pi$

VI. 입체도형

13 다면체와 회전체

본책 76~78쪽

01 4 02 ③ 03 2
04 14 05 ③ 06 (ㄱ), (ㄷ) 07 ④ 08 ③
09 ④ 10 ② 11 ④ 12 $48\,cm^2$ 13 ③
14 $120°$ 15 $25\pi\,cm^2$

본책 79~82쪽

01 ② 02 ③ 03 38
04 12 05 2 06 ⑤ 07 풀이 53쪽
08 ④ 09 12 10 14 11 ③ 12 ③
13 6 14 ④ 15 ⑤ 16 풀이 54쪽
17 ④ 18 ⑤ 19 $56\,cm^2$ 20 $56\pi\,cm^2$
21 $(44\pi+20)$ cm 22 ③ 23 ⑤
24 $(16\pi-32)\,cm^2$ 25 $56\,cm^2$

본책 83쪽

01 모서리: 12, 꼭짓점: 7
02 ④ 03 12 04 ②, ③ 05 18π cm 06 2 cm

14 입체도형의 겉넓이와 부피

본책 84~86쪽

01 ⑤ 02 $48\pi\,cm^2$
03 ⑤ 04 5 cm 05 $63\pi\,cm^3$ 06 $85\,cm^2$
07 12 cm 08 $224\,cm^2$ 09 ③ 10 ②
11 $156\pi\,cm^3$ 12 ② 13 ①
14 $196\pi\,cm^2$ 15 ② 16 $78\pi\,cm^3$
17 6 cm

본책 87~90쪽

01 ④ 02 $154\pi\,cm^2$
03 5 cm 04 ⑤ 05 $150\,cm^3$ 06 ④
07 $96\pi\,cm^3$ 08 ③ 09 ② 10 ④
11 ③ 12 ③ 13 5번 14 ⑤
15 $\frac{4000}{3}\,cm^3$ 16 ② 17 ③
18 $38\pi\,cm^3$, $14\pi\,cm^3$, $2\pi\,cm^3$ 19 6 cm 20 ④
21 $240\pi\,cm^2$ 22 $624\pi\,cm^3$ 23 ④
24 6 cm

본책 91쪽

01 ① 02 480π 03 9 cm
04 $(18\pi+12)\,cm^3$ 05 53통 06 ④

본책 92~95쪽
01 ⑤ 02 ④ 03 ④
04 ②, ④ 05 ② 06 ③ 07 ⑤ 08 ③
09 ⑤ 10 ③ 11 ④ 12 ③ 13 ②
14 ② 15 5 16 4 17 48 cm
18 $96\pi\ cm^2$ 19 125
20 (1) $117\pi\ cm^2$ (2) $162\pi\ cm^3$

본책 96~99쪽
01 ③ 02 ② 03 ⑤
04 ③ 05 ②, ⑤ 06 ⑤ 07 ① 08 ④
09 ④ 10 ③ 11 ⑤ 12 ① 13 ⑤
14 ⑤ 15 50 16 150 17 $\frac{12}{5}$ cm
18 $183\ cm^2$ 19 2 20 $\frac{250}{3}\pi\ cm^3$

본책 100~101쪽
유제 1 82 유제 2 $502\ cm^2$
유제 3 지름의 길이가 30 cm인 수박

Ⅶ. 통계

15 자료의 정리

본책 104~106쪽
01 ⑤ 02 20 % 03 91
04 ⑤ 05 ②, ③ 06 (1) 10세 (2) 45세 07 ③
08 (1) 16 (2) 16초 이상 17초 미만 (3) 17 09 16
10 31 11 8 12 (ㄴ), (ㄷ) 13 ④

본책 107~109쪽
01 3 02 6 m 03 ④
04 ③ 05 45 % 06 36 07 12 08 30 %
09 ④ 10 ③ 11 70점 12 15 13 20
14 ② 15 13 16 ④ 17 (ㄱ), (ㄴ)

본책 110쪽
01 (1) 4시간 (2) 40 % 02 ③
03 4800 04 45회 05 10 %

16 자료의 해석

본책 112~113쪽
01 ⑤ 02 21명 03 0.35
04 (1) 0.4 (2) 20 05 100 06 (1) 64 % (2) 14
07 12 08 4명 09 ②, ⑤

본책 114~116쪽
01 ⑤ 02 9.2
03 도수: 10명, 상대도수: 0.2 04 24 05 80점
06 20 07 ④ 08 95 09 ① 10 50
11 110 12 54 % 13 2 14 ③ 15 ④
16 375명

본책 117쪽
01 0.05
02 A마을: 0.25, B마을: 0.4 03 10 04 ③
05 ③

본책 118~121쪽
01 ① 02 ④ 03 ⑤
04 ⑤ 05 ② 06 ① 07 ④ 08 ④
09 ⑤ 10 ② 11 ⑤ 12 ③ 13 ④
14 ③ 15 47 16 32 17 10 18 15명
19 0.18 20 110등

본책 122~125쪽
01 ④ 02 ② 03 ⑤
04 ② 05 ③ 06 ④ 07 ④ 08 ③
09 ⑤ 10 ② 11 ⑤ 12 ① 13 ②
14 ⑤ 15 15 16 13 17 2배 18 93
19 240 20 112

본책 126~127쪽
유제 1 25 유제 2 (1) 옳지 않다. (2) 옳지 않다.
유제 3 9800

Ⅳ 기본 도형

08 기본 도형

개념 & 핵심 기출 본책 8~10쪽

01 ③ 선과 면이 만나면 교점이 생긴다.
⑤ 직육면체에서 교점의 개수는 꼭짓점의 개수와 같다.

답 ③, ⑤

02 오각기둥에서 교점의 개수는 꼭짓점의 개수와 같고, 교선의 개수는 모서리의 개수와 같으므로

$a=10,\ b=15$

오각기둥의 면의 개수는 7이므로 $c=7$

$\therefore a-b+c=2$

답 2

03 ⑤ $\overrightarrow{BA}$와 $\overrightarrow{BD}$는 시작점은 같지만 방향이 다르므로 서로 다른 반직선이다.

답 ⑤

04 주어진 네 점으로 만들 수 있는 직선은

$\overleftrightarrow{AB},\ \overleftrightarrow{AC},\ \overleftrightarrow{AD},\ \overleftrightarrow{BC},\ \overleftrightarrow{BD},\ \overleftrightarrow{CD}$

의 6개이므로 $a=6$

반직선은

$\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AC},\ \overrightarrow{AD},\ \overrightarrow{BA},\ \overrightarrow{BC},\ \overrightarrow{BD},$
$\overrightarrow{CA},\ \overrightarrow{CB},\ \overrightarrow{CD},\ \overrightarrow{DA},\ \overrightarrow{DB},\ \overrightarrow{DC}$

의 12개이므로 $b=12$

$\therefore a+b=18$

답 18

05 $\overline{AC}=\overline{CD}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times16=8\,(\text{cm})$이므로

$\overline{BC}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times8=4\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{BD}=\overline{BC}+\overline{CD}=4+8=12\,(\text{cm})$

답 ④

$\overline{BD}=\overline{AD}-\overline{AB}$로 구할 수도 있다.

다른풀이 $\overline{AB}:\overline{AD}=1:4$이므로

$\overline{BD}=\frac{3}{4}\overline{AD}=\frac{3}{4}\times16=12\,(\text{cm})$

06 $\overline{AM}=\overline{MC},\ \overline{CN}=\overline{NB}$이므로

$\overline{AB}=\overline{AC}+\overline{CB}$
$=2\overline{MC}+2\overline{CN}$
$=2(\overline{MC}+\overline{CN})$
$=2\overline{MN}$
$=2\times5=10$

답 10

07 $\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times20=10\,(\text{cm})$이므로

$\overline{AP}=\overline{PM}=\frac{1}{2}\overline{AM}=\frac{1}{2}\times10=5\,(\text{cm})$

$\overline{PB}=\overline{AB}-\overline{AP}=20-5=15\,(\text{cm})$이므로

$\overline{PQ}=\frac{1}{2}\overline{PB}=\frac{1}{2}\times15=\frac{15}{2}\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{MQ}=\overline{PQ}-\overline{PM}=\frac{15}{2}-5=\frac{5}{2}\,(\text{cm})$

답 $\frac{5}{2}$ cm

08 $(70-x)+90+(y+50)=180$이므로

$210-x+y=180$

$\therefore x-y=30$

답 30

09 $\angle x=180^\circ\times\frac{3}{3+4+2}$

$=180^\circ\times\frac{1}{3}=60^\circ$

답 ③

10 $\angle COD=a^\circ$라 하면 $\angle AOD=6\angle COD$에서

$90+a=6a,\quad 5a=90$

$\therefore a=18$

따라서 $\angle DOB=90^\circ-18^\circ=72^\circ$이므로

$\angle DOB$
$=\angle COB-\angle COD$

$\angle DOB=3\angle DOE$에서

$\angle DOE=\frac{1}{3}\angle DOB=\frac{1}{3}\times72^\circ=24^\circ$

$\therefore \angle COE=\angle COD+\angle DOE$
$=18^\circ+24^\circ=42^\circ$

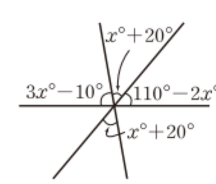
답 42°

11 맞꼭지각의 크기는 서로 같으므로

$x+15=2x-22 \qquad \therefore x=37$

답 ④

12 맞꼭지각의 크기는 서로 같으므로 오른쪽 그림에서



$(3x-10)+(x+20)$
$+(110-2x)$
$=180$

세 각의 합이 평각이므로 그 크기는 180°이다.

$2x+120=180,\quad 2x=60$

$\therefore x=30$

답 ③

13 맞꼭지각의 크기는 서로 같으므로

$x+80=(y+10)+90$

$x+80=y+100$

$\therefore x-y=20$

답 20

14 ④ 점 C와 $\overleftrightarrow{AB}$ 사이의 거리는 $\overline{CH}$의 길이와 같다.
이때 $\overline{CH}$의 길이와 $\overline{DH}$의 길이가 같은지는 알 수 없다.
답 ④

15 점 D와 $\overline{BC}$ 사이의 거리는 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발 B까지의 거리, 즉 $\overline{AB}$의 길이와 같다.
이때 $\overline{AB}=3.2\,\text{cm}$이므로 구하는 거리는 3.2 cm이다.
답 3.2 cm

만점 도전을 위한 고난도 문제

본책 11~13쪽

01 전략 교점 ◯ 선과 선 또는 선과 면이 만나서 생기는 점
교선 ◯ 면과 면이 만나서 생기는 선

풀이 (ㄷ) 사각뿔에서 교선의 개수는 8이고, 면의 개수는 5이므로 교선의 개수는 면의 개수의 2배가 아니다.
(ㅁ) 교점이 생기는 경우는 선과 선 또는 선과 면이 만날 때이다.
이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ), (ㄹ)이다.
답 ②

일품 BOX

각기둥과 각뿔에서
(교점의 개수)
=(꼭짓점의 개수)
(교선의 개수)
=(모서리의 개수)

02 전략 입체도형에서 선과 선, 선과 면, 면과 면이 만나서 생기는 점 또는 선을 살펴본다.

풀이 A의 교점의 개수는 4이고 교선의 개수는 6이므로
$a=4,\ b=6$
B의 교점의 개수는 0이고 교선의 개수는 2이므로
$c=0,\ d=2$
$\therefore a+b-c-d=8$
답 ⑤

03 전략 직선, 반직선, 선분의 뜻을 이해한다.

풀이 (ㄴ) 방향이 같아도 시작점이 다르면 서로 다른 반직선이다. 따라서 시작점과 방향이 각각 같아야 서로 같은 반직선이다.
(ㄹ) 직선과 반직선은 길이를 생각할 수 없다.
이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다.
답 (ㄱ), (ㄷ)

04 전략 먼저 직선의 개수를 구한 후 이것을 이용하여 반직선의 개수와 선분의 개수를 구한다.

풀이 주어진 6개의 점으로 만들 수 있는 직선은
$\overleftrightarrow{AB}, \overleftrightarrow{AC}, \overleftrightarrow{AD}, \overleftrightarrow{AE}, \overleftrightarrow{AF}, \overleftrightarrow{BC}, \overleftrightarrow{BD}, \overleftrightarrow{BE}, \overleftrightarrow{BF},$
$\overleftrightarrow{CD}, \overleftrightarrow{CE}, \overleftrightarrow{CF}, \overleftrightarrow{DE}, \overleftrightarrow{DF}, \overleftrightarrow{EF}$
의 15개이므로
$a=15$ ⋯ ❶

반직선의 개수는 직선의 개수의 2배이므로
$b=15\times2=30$ ⋯ ❷
선분의 개수는 직선의 개수와 같으므로
$c=15$ ⋯ ❸
$\therefore a+b+c=60$ ⋯ ❹
답 60

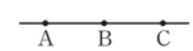
채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	50 %
❷ b의 값을 구할 수 있다.	20 %
❸ c의 값을 구할 수 있다.	20 %
❹ $a+b+c$의 값을 구할 수 있다.	10 %

만점 비법

직선, 반직선, 선분의 개수
두 점 A, B로 만들 수 있는 서로 다른 직선, 반직선, 선분의 개수는 다음과 같다.
① 직선: $\overleftrightarrow{AB}$의 1개
② 반직선: $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BA}$의 2개
→ (반직선의 개수)=(직선의 개수)×2
③ 선분: $\overline{AB}$의 1개
→ (선분의 개수)=(직선의 개수)

05 전략 한 직선 위의 서로 다른 세 점으로 만들 수 있는 서로 다른 선분과 직선의 개수를 각각 구한다.

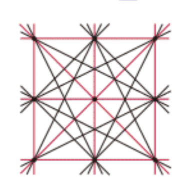
풀이 오른쪽 그림과 같이 한 직선 위에 있는 세 점 A, B, C로 만들 수 있는 선분은 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{AC}$의 3개이고, 직선은 $\overleftrightarrow{AB}$의 1개이다.



따라서 한 직선 위에 있는 세 점으로 만들 수 있는 선분과 직선의 개수의 차는
$3-1=2$
주어진 그림에서 한 직선 위에 세 점이 있는 것은 가로 3줄, 세로 3줄, 대각선 2줄이므로
$x-y=2\times(3+3+2)=16$
답 16

한 직선 위에 두 점이 있는 경우는 만들 수 있는 선분의 개수와 직선의 개수가 1로 같다. 즉 그 차가 0이므로 생각하지 않아도 된다.

다른풀이 오른쪽 그림에서 선분의 개수는



$3\times8+12=36 \qquad \therefore x=36$
직선의 개수는 20이므로 $\quad y=20$
$\therefore x-y=16$

한 직선 위에 세 점이 있는 경우의 선분의 개수

06 전략 선분의 중점은 선분의 길이를 이등분함을 이용한다.

풀이 $\overline{LB}=\dfrac{1}{2}\overline{AB},\ \overline{BM}=\dfrac{1}{2}\overline{BC}$이므로

$\overline{LM}=\overline{LB}+\overline{BM}=\dfrac{1}{2}(\overline{AB}+\overline{BC})$

$=\dfrac{1}{2}\times(22+34)=28\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{LN}=\dfrac{1}{2}\overline{LM}=\dfrac{1}{2}\times28=14\,(\text{cm})$

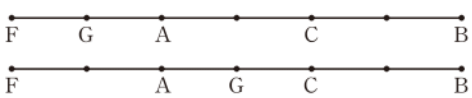
$\overline{LB}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 22=11\,(\text{cm})$이므로

$\overline{BN}=\overline{LN}-\overline{LB}=14-11=3\,(\text{cm})$ 답 ③

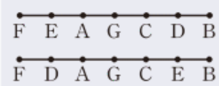
07 전략 주어진 조건을 만족시키는 점을 차례대로 선분 위에 나타내어 본다.

풀이 조건 ㈎에 의하여 두 점 C, F의 위치는 다음 그림과 같다.

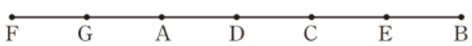
조건 ㈏에 의하여 점 G의 위치는 다음 그림과 같이 두 가지이다.



일품 BOX: 이 경우 남은 두 점 D, E를 어떻게 대응시켜도 조건 ㈐를 만족시킬 수 없다.



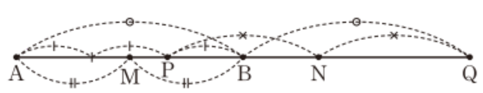
조건 ㈐에 의하여 두 점 D, E의 위치는 다음 그림과 같다.



이때 $\overline{AB}=4$이므로 $\overline{CG}=3$ 답 3

08 전략 6개의 점 A, B, P, Q, M, N을 한 직선 위에 나타낸 후 $\overline{AB}$의 길이를 이용하여 $\overline{MP}$, $\overline{PN}$의 길이를 구한다.

풀이 6개의 점 A, B, P, Q, M, N의 위치는 다음 그림과 같다.



··· ❶

점 M이 $\overline{AB}$의 중점이므로

$\overline{MB}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 9=\frac{9}{2}$

$\overline{AP}=2\overline{BP}$이므로

$\overline{PB}=\frac{1}{3}\overline{AB}=\frac{1}{3}\times 9=3$

$\therefore \overline{MP}=\overline{MB}-\overline{PB}=\frac{9}{2}-3=\frac{3}{2}$ ··· ❷

$\overline{AQ}=2\overline{BQ}$이므로

$\overline{BQ}=\overline{AB}=9$

$\therefore \overline{PQ}=\overline{PB}+\overline{BQ}=3+9=12$

점 N이 $\overline{PQ}$의 중점이므로

$\overline{PN}=\frac{1}{2}\overline{PQ}=\frac{1}{2}\times 12=6$ ··· ❸

$\therefore \overline{MN}=\overline{MP}+\overline{PN}=\frac{3}{2}+6=\frac{15}{2}$ ··· ❹

답 $\frac{15}{2}$

채점 기준	비율
❶ 6개의 점 A, B, P, Q, M, N을 한 직선 위에 나타낼 수 있다.	20 %
❷ $\overline{MP}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %
❸ $\overline{PN}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %
❹ $\overline{MN}$의 길이를 구할 수 있다.	20 %

09 전략 $\angle AOB+\angle BOC=90^\circ$, $\angle BOC+\angle COD=90^\circ$임을 이용한다.

풀이 $\angle AOB+\angle BOC=90^\circ$, $\angle BOC+\angle COD=90^\circ$이므로

$\angle AOB=\angle COD$

이때 $\angle AOB+\angle COD=50^\circ$이므로

$\angle AOB=\angle COD=\frac{1}{2}\times 50^\circ=25^\circ$

$\therefore \angle BOC=90^\circ-25^\circ=65^\circ$ 답 ④

일품 BOX:

$\angle BOC$
$=90^\circ-\angle AOB$
$=90^\circ-\angle COD$
$=90^\circ-25^\circ$
$=65^\circ$

다른풀이 $\angle AOB+\angle BOC=90^\circ$, $\angle BOC+\angle COD=90^\circ$이므로

$(\angle AOB+\angle BOC)+(\angle BOC+\angle COD)=180^\circ$

$\angle AOB+\angle COD+2\angle BOC=180^\circ$

이때 $\angle AOB+\angle COD=50^\circ$이므로

$50^\circ+2\angle BOC=180^\circ$

$2\angle BOC=130^\circ$

$\therefore \angle BOC=65^\circ$

10 전략 $\angle AOD$와 $\angle COD$, $\angle DOB$와 $\angle DOE$의 크기 사이의 관계를 파악한다.

풀이 $9\angle AOC=5\angle AOD$에서 $\angle AOC=\frac{5}{9}\angle AOD$이므로

$\angle AOD=\angle AOC+\angle COD$

$=\frac{5}{9}\angle AOD+\angle COD$

$\therefore \angle COD=\frac{4}{9}\angle AOD$ ··· ❶

$4\angle EOB=5\angle DOE$에서 $\angle EOB=\frac{5}{4}\angle DOE$이므로

$\angle DOB=\angle DOE+\angle EOB$

$=\angle DOE+\frac{5}{4}\angle DOE$

$=\frac{9}{4}\angle DOE$

$\therefore \angle DOE=\frac{4}{9}\angle DOB$ ··· ❷

$\therefore \angle COE=\angle COD+\angle DOE$

$=\frac{4}{9}\angle AOD+\frac{4}{9}\angle DOB$

$=\frac{4}{9}(\angle AOD+\angle DOB)$

$=\frac{4}{9}\times 180^\circ$

$=80^\circ$ ··· ❸

답 80°

채점 기준	비율
❶ $\angle COD$를 $\angle AOD$로 나타낼 수 있다.	40 %
❷ $\angle DOE$를 $\angle DOB$로 나타낼 수 있다.	40 %
❸ $\angle COE$의 크기를 구할 수 있다.	20 %

11 전략 종이를 접었을 때 접은 각의 크기가 같음을 이용한다.

풀이 $\angle DEC = \angle DEC'$ (접은 각)이므로

$\angle BEC' : \angle DEC' : \angle DEC = 2 : 3 : 3$

$\therefore \angle BEC' = 180° \times \dfrac{2}{2+3+3}$

$= 45°$ 답 ④

다른풀이 $\angle BEC' = 2x°$, $\angle DEC' = 3x°$라 하자.

$\angle DEC = \angle DEC' = 3x°$ (접은 각)이므로

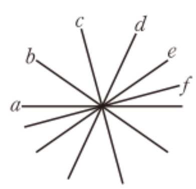
$2x + 3x + 3x = 180$

$8x = 180$ $\therefore x = \dfrac{45}{2}$

$\therefore \angle BEC' = 2x° = 45°$

12 전략 2개의 직선이 한 점에서 만날 때 2쌍의 맞꼭지각이 생긴다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 6개의 직선을 각각 a, b, c, d, e, f라 하자.



직선 a와 b, 직선 a와 c,

직선 a와 d, 직선 a와 e,

직선 a와 f, 직선 b와 c, 직선 b와 d, 직선 b와 e,

직선 b와 f, 직선 c와 d, 직선 c와 e, 직선 c와 f,

직선 d와 e, 직선 d와 f, 직선 e와 f

로 만들어지는 맞꼭지각이 각각 2쌍이므로

$2 \times 15 = 30$ (쌍) 답 ④

만점 비법

서로 다른 n개의 직선이 한 점에서 만날 때 생기는 맞꼭지각은 모두 $n(n-1)$쌍이다.

13 전략 맞꼭지각의 크기는 서로 같고 $\angle COG = \angle COE + \angle EOG$임을 이용한다.

풀이 $\angle AOC = 180° \times \dfrac{1}{1+2} = 60°$

$\angle COE = x°$라 하면 $\angle AOE = 5\angle COE$에서

$60 + x = 5x$, $4x = 60$ $\therefore x = 15$ ··· ❶

$\therefore \angle EOB = 180° - \angle AOE$

$= 180° - 5 \times 15° = 105°$

$\angle EOG = y°$라 하면 $\angle EOB = 3\angle EOG$에서

$105 = 3y$

$\therefore y = 35$ ··· ❷

$\therefore \angle HOD = \angle COG$ (맞꼭지각)

$= \angle COE + \angle EOG$

$= 15° + 35°$

$= 50°$ ··· ❸

답 $50°$

채점 기준	비율
❶ $\angle COE$의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❷ $\angle EOG$의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❸ $\angle HOD$의 크기를 구할 수 있다.	20 %

14 전략 $\angle COB = 90°$이고, $\angle AOE$와 $\angle DOB$는 맞꼭지각임을 이용한다.

풀이 $\angle COD + \angle DOB = 90°$이고

$\angle AOE = \angle DOB$ (맞꼭지각)이므로

$\angle COD = 90° - \angle DOB$

$= 90° - \angle AOE$ ··· ❶

(i) $\angle AOE = 40°$일 때,

$\angle COD = 90° - 40° = 50°$

(ii) $\angle AOE = 65°$일 때,

$\angle COD = 90° - 65° = 25°$

(i), (ii)에서

$25° \leq \angle COD \leq 50°$ ··· ❷

따라서 $\angle COD$의 크기가 가장 클 때와 가장 작을 때의 차는 $50° - 25° = 25°$ ··· ❸

답 $25°$

일품 BOX

$\angle COD = 90° - \angle AOE$이므로 $\angle AOE$의 크기가 가장 클 때 $\angle COD$의 크기가 가장 작고, $\angle AOE$의 크기가 가장 작을 때 $\angle COD$의 크기가 가장 크다.

채점 기준	비율
❶ $\angle COD = 90° - \angle AOE$임을 알 수 있다.	30 %
❷ $\angle COD$의 크기의 범위를 구할 수 있다.	50 %
❸ $\angle COD$의 크기가 가장 클 때와 가장 작을 때의 차를 구할 수 있다.	20 %

15 전략 $\overline{CD}$, $\overline{DB}$의 길이를 구한다.

풀이 $\overline{CD} = 5 - 2 = 3$ (cm), $\overline{DB} = 6 - 3 = 3$ (cm)

② $\overline{CD} = \overline{DB}$, $m \perp \overline{CB}$이므로 직선 m은 $\overline{CB}$의 수직이등분선이다.

④ 점 C와 직선 m 사이의 거리는 $\overline{CD}$의 길이와 같으므로 3 cm이다.

⑤ $\overline{AC} \neq \overline{CD}$이므로 점 C는 $\overline{AD}$의 중점이 아니다.

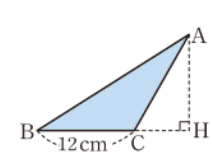
답 ⑤

16 전략 점 A와 직선 BC 사이의 거리는 삼각형 ABC에서 $\overline{BC}$가 밑변일 때의 높이와 같다.

풀이 삼각형 DEF의 넓이는

$\dfrac{1}{2} \times 16 \times 9 = 72$ (cm^2)

오른쪽 그림과 같이 삼각형 ABC의 점 A에서 직선 BC에 내린 수선의 발을 H라 하면 삼각형 ABC의 넓이가 72 cm^2이므로



$\dfrac{1}{2} \times 12 \times \overline{AH} = 72$

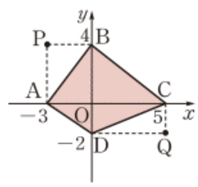
$\therefore \overline{AH} = 12$ (cm)

따라서 점 A와 직선 BC 사이의 거리는 12 cm이다.

답 ③

17 전략 점 $(a,\ b)$에서 x축, y축에 내린 수선의 발의 좌표는 각각 $(a,\ 0)$, $(0,\ b)$이다.

풀이 두 점 P, Q와 네 점 A, B, C, D를 좌표평면에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



따라서 사각형 ABCD의 넓이는 두 삼각형 ACB, ADC의 넓이의 합과 같으므로

$$\frac{1}{2}\times8\times4+\frac{1}{2}\times8\times2=16+8=24$$

답 24

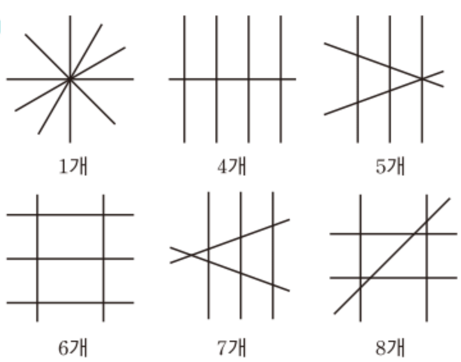
두 삼각형 ADB, BDC의 넓이의 합과 같음을 이용하여 구해도 된다.

최상위로 가는 최고 수준 문제

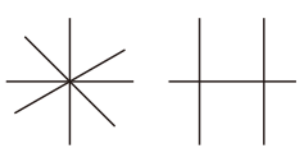
본책 14쪽

01 전략 그림을 그려 확인한다.

풀이



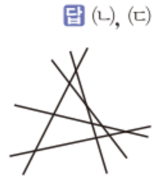
다음 그림에서 직선을 어떤 방법으로 1개 또는 2개를 더 그어도 교점의 개수가 2, 3이 되는 경우는 없다.



이상에서 교점의 개수가 될 수 없는 것은 (ㄴ), (ㄷ)이다.

답 (ㄴ), (ㄷ)

참고 평면에서 서로 다른 5개의 직선으로 만들 수 있는 교점은 최대 10개이다.



어느 세 직선도 한 점에서 만나지 않고, 서로 다른 두 직선이 만나도록 5개의 직선을 그리면 그 교점의 개수는 10이 된다.

02 전략 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DE}=x$라 하고 $\overline{BM}$, $\overline{MC}$, $\overline{DP}$, $\overline{PQ}$, $\overline{QE}$를 x로 나타낸다.

풀이 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DE}=x$라 하면

$$\overline{BM}=\overline{MC}=\frac{1}{2}x,$$

$$\overline{DP}=\overline{PQ}=\overline{QE}=\frac{1}{3}x$$

① $2\overline{AC}=2(\overline{AB}+\overline{BC})=2\times2x=4x$,
$3\overline{BE}=3(\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DE})=3\times3x=9x$이므로
$2\overline{AC}\neq3\overline{BE}$

② $2\overline{BM}=2\times\frac{1}{2}x=x$, $3\overline{DP}=3\times\frac{1}{3}x=x$이므로
$2\overline{BM}=3\overline{DP}$

③ $\overline{MC}=\frac{1}{2}x$, $\overline{PQ}=\frac{1}{3}x$이므로
$\overline{MC}\neq\overline{PQ}$

④ $\overline{MP}=\overline{MC}+\overline{CD}+\overline{DP}=\frac{1}{2}x+x+\frac{1}{3}x=\frac{11}{6}x$,
$2\overline{AB}=2x$이므로
$\overline{MP}\neq2\overline{AB}$

⑤ $\overline{CQ}=\overline{CD}+\overline{DQ}=x+\frac{2}{3}x=\frac{5}{3}x$,
$4\overline{QE}=4\times\frac{1}{3}x=\frac{4}{3}x$이므로
$\overline{CQ}\neq4\overline{QE}$

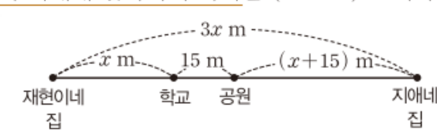
$$\overline{DQ}=\overline{DP}+\overline{PQ}=\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}x=\frac{2}{3}x$$

답 ②

03 전략 재현이네 집에서 학교까지의 거리를 미지수로 놓고 식을 세운다.

풀이 재현이네 집에서 학교까지의 거리를 x m라 하면 재현이네 집에서 지애네 집까지의 거리는 $3x$ m이고, 공원에서 지애네 집까지의 거리는 $(x+15)$ m이다.

공원에서 지애네 집까지의 거리는 재현이네 집에서 공원까지의 거리와 같다.



··· ❶

즉 $2(x+15)=3x$이므로

$2x+30=3x$

$\therefore x=30$ ··· ❷

따라서 재현이네 집에서 지애네 집까지의 거리는

$3x=3\times30=90\,(\text{m})$ ··· ❸

답 90 m

채점 기준	비율
❶ 재현이네 집에서 학교까지의 거리를 x m라 하고 각 거리를 x로 나타낼 수 있다.	40 %
❷ x의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ 재현이네 집에서 지애네 집까지의 거리를 구할 수 있다.	20 %

04 전략 $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$를 $\angle d$로 나타낸다.

풀이 $\angle a:\angle b=\angle b:\angle c=\angle c:\angle d=3:2$에서

$$\angle a=\frac{3}{2}\angle b,\ \angle b=\frac{3}{2}\angle c,\ \angle c=\frac{3}{2}\angle d$$

이므로

$$\angle b=\frac{3}{2}\angle c=\frac{3}{2}\times\frac{3}{2}\angle d=\frac{9}{4}\angle d$$

$$\angle a=\frac{3}{2}\angle b=\frac{3}{2}\times\frac{9}{4}\angle d=\frac{27}{8}\angle d$$ ··· ❶

따라서

$$\angle AOD=\angle a+\angle b+\angle c$$
$$=\frac{27}{8}\angle d+\frac{9}{4}\angle d+\frac{3}{2}\angle d$$
$$=\frac{57}{8}\angle d,$$
$$\angle BOE=\angle b+\angle c+\angle d$$
$$=\frac{9}{4}\angle d+\frac{3}{2}\angle d+\angle d$$
$$=\frac{19}{4}\angle d$$

이므로

$$\angle AOD=\frac{57}{8}\angle d$$
$$=\frac{57}{8}\times\frac{4}{19}\angle BOE$$
$$=\frac{3}{2}\angle BOE$$
$$\therefore\ k=\frac{3}{2}$$ ··· ❷

답 $\frac{3}{2}$

채점 기준	비율
❶ $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$를 $\angle d$로 나타낼 수 있다.	50 %
❷ k의 값을 구할 수 있다.	50 %

다른풀이 $\angle a : \angle b=\angle b : \angle c=\angle c : \angle d=3:2$이므로

$$\angle a=\frac{3}{2}\angle b,\ \angle b=\frac{3}{2}\angle c,\ \angle c=\frac{3}{2}\angle d$$

세 식을 변끼리 더하면

$$\angle a+\angle b+\angle c=\frac{3}{2}(\angle b+\angle c+\angle d)$$
$$\frac{\angle a+\angle b+\angle c}{\angle b+\angle c+\angle d}=\frac{3}{2}$$
$$\therefore\ \frac{\angle AOD}{\angle BOE}=\frac{3}{2}$$
$$\therefore\ \angle AOD=\frac{3}{2}\angle BOE$$

05 전략 x의 값이 가장 작으면서 원래 직선과 처음으로 일치할 때는 180°만큼 회전한 후이다.

풀이 처음 위치에 있는 직선과 회전한 직선이 이루는 각의 크기는 다음과 같다.

첫 번째 회전한 직선과 이루는 각의 크기는 x°

두 번째 회전한 직선과 이루는 각의 크기는 $x^\circ+2x^\circ$

⋮

다섯 번째 회전한 직선과 이루는 각의 크기는

$$x^\circ+2x^\circ+3x^\circ+4x^\circ+5x^\circ$$

다섯 번만에 처음으로 원래 직선과 일치하므로

$$x+2x+3x+4x+5x=180$$
$$15x=180$$
$$\therefore\ x=12$$

답 12

일품 BOX

구하는 값이 가장 작은 x의 값이므로 360°로 생각하지 않도록 주의한다.

(평각)$=180^\circ$
(직각)$=90^\circ$

(분침이 움직인 각도)
$-$(시침이 움직인 각도)

1분은 60초이므로 $\frac{6}{11}$분은 $\frac{360}{11}$초이다.

06 전략 a분 동안 시침과 분침이 움직이는 각도가 각각 $0.5^\circ\times a$, $6^\circ\times a$임을 이용한다.

풀이 시침과 분침이 이루는 각이 평각이 되는 시각을 4시 x분이라 하자.

시침이 12를 가리킬 때부터 4시간 x분 동안 움직인 각도는

$$30^\circ\times4+0.5^\circ\times x$$

분침이 12를 가리킬 때부터 x분 동안 움직인 각도는

$$6^\circ\times x$$

4시와 5시 사이에서 시침과 분침이 이루는 각의 크기가 180°를 이루면

$$6x-(120+0.5x)=180$$
$$5.5x=300$$
$$\therefore\ x=\frac{300}{5.5}=\frac{600}{11}=54\frac{6}{11}$$

따라서 구하는 시각은 4시 54분 $\frac{360}{11}$초이다.

답 ④

만점 비법

시침과 분침이 이루는 각의 크기

시침은 1시간에 30°만큼 움직이므로 1분에 0.5°만큼 움직이고, 분침은 1시간에 360°만큼 움직이므로 1분에 6°만큼 움직인다.

시계가 x시 y분을 가리킬 때, 시침과 분침이 이루는 각의 크기는 다음을 이용하여 구할 수 있다.

① 시침이 12를 가리킬 때부터 x시간 y분 동안 움직인 각도는

$$30^\circ\times x+0.5^\circ\times y$$

② 분침이 12를 가리킬 때부터 y분 동안 움직인 각도는

$$6^\circ\times y$$

09 위치 관계

개념 & 핵심 기출

본책 16~19쪽

01 ④ 점 A는 직선 l 위에 있지 않다. 답 ④

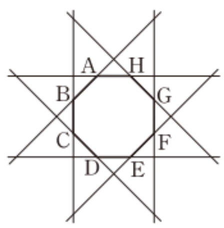
02 ② 점 G는 직선 CG 위에 있다.
③ 점 H는 면 EFGH 위에 있다.
④ 직선 AE 위에 있는 꼭짓점은 점 A와 점 E이다.
⑤ 면 ABCD 위에 있는 꼭짓점은 점 A, 점 B, 점 C, 점 D의 4개이다.

답 ①, ⑤

03 오른쪽 그림에서 $\overleftrightarrow{AH}$와 한 점에서 만나는 직선은

$\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{BC}$, $\overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{EF}$, $\overleftrightarrow{FG}$, $\overleftrightarrow{GH}$

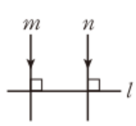
의 6개이므로 $a=6$



$\overleftrightarrow{AH}$와 평행한 직선은 $\overleftrightarrow{DE}$의 1개이므로 $b=1$

$\therefore a-b=5$ 답 5

04 오른쪽 그림과 같이 $l\perp m$이고 $l\perp n$이면 $m/\!/n$이다.



답 평행하다.

05 주어진 5개의 점 중 세 점으로 정해지는 서로 다른 평면은

평면 ABC, 평면 EAB, 평면 EAC, 평면 EAD, 평면 EBC, 평면 EBD, 평면 ECD

의 7개이다. 답 7

참고 평면 ABC, 평면 ABD, 평면 ACD, 평면 BCD는 모두 같은 평면이다.

06 ③ 모서리 CD와 모서리 FL은 꼬인 위치에 있다.
⑤ 모서리 GH와 평행한 모서리는 $\overline{AB}$, $\overline{DE}$, $\overline{JK}$의 3개이다.

답 ③

07 모서리 AB와 수직으로 만나는 모서리는

$\overline{AD}$, $\overline{AE}$, $\overline{BC}$, $\overline{BF}$

의 4개이므로 $a=4$

모서리 AB와 꼬인 위치에 있는 모서리는

$\overline{CG}$, $\overline{DH}$, $\overline{EH}$, $\overline{FG}$

의 4개이므로 $b=4$

$\therefore a+b=8$ 답 ③

일품 BOX

한 직선과 그 직선 위에 있지 않은 한 점이 주어지면 평면이 하나로 정해진다.

평면 P 위에 있지 않은 점 A와 평면 P 사이의 거리
→ 점 A에서 평면 P에 내린 수선의 발 H까지의 거리, 즉 선분 AH의 길이

모서리 DH와 수직으로 만나는 면은
면 ABCD, 면 EFGH

면 CGHD와 평행한 면은
면 ABFE

모서리 CD와 모서리 FL은 만나지도 않고, 평행하지도 않다.

08 (ㄱ) 면 ABC에 포함된 모서리는

$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$

의 3개이다.

(ㄴ) 면 DEF와 수직인 모서리는

$\overline{AD}$, $\overline{BE}$, $\overline{CF}$

의 3개이다.

(ㄷ) 점 B와 모서리 EF를 포함하는 평면은

평면 BEFC

의 1개이다.

이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄹ)이다. 답 (ㄴ), (ㄹ)

09 점 A와 면 EFGH 사이의 거리는 $\overline{AE}$의 길이와 같고 $\overline{AE}=\overline{DH}=6\,\text{cm}$이므로 $a=6$

점 B와 면 CGHD 사이의 거리는 $\overline{BC}$의 길이와 같고 $\overline{BC}=\overline{FG}=3\,\text{cm}$이므로 $b=3$

점 C와 면 AEHD 사이의 거리는 $\overline{CD}$의 길이와 같고 $\overline{CD}=\overline{GH}=4\,\text{cm}$이므로 $c=4$

$\therefore a-b+c=7$ 답 7

10 ① 면 ABCD와 평행한 면은

면 EFGH

의 1개이다.

② 면 BFHD와 평행한 모서리는

$\overline{AE}$, $\overline{CG}$

의 2개이다.

③ 면 BFHD와 수직으로 만나는 면은

면 ABCD, 면 EFGH

의 2개이다.

④ 모서리 BC와 평행하면서 면 ABCD와 수직으로 만나는 면은 면 AEHD이다.

⑤ 모서리 DH와 수직으로 만나면서 면 CGHD와 평행한 면은 존재하지 않는다.

답 ②, ⑤

11 면 DCGH와 평행한 모서리는

$\overline{AB}$, $\overline{EF}$

의 2개이므로 $a=2$

면 DCGH와 수직으로 만나는 면은

면 AEHD, 면 BFGC

의 2개이므로 $b=2$

$\therefore a+b=4$ 답 4

12 ① $\angle a$와 $\angle c$는 맞꼭지각이므로 각의 크기가 같다.
④ $\angle d$와 $\angle f$의 엇각은 없다.

답 ④

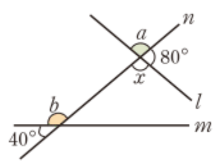
만점 비법

동위각, 엇각의 위치를 다음과 같이 생각하면 기억하기 쉽다.

① 동위각 → 같은 위치 → 알파벳 F　② 엇각 → 엇갈린 위치 → 알파벳 Z

13 답 동위각: $\angle g$, $\angle k$, 엇각: $\angle e$, $\angle i$

14 오른쪽 그림에서 $\angle a$의 동위각은 $\angle b$이고



$\angle b+40^\circ=180^\circ$이므로

$\angle b=140^\circ$

$\angle b$의 엇각은 $\angle x$이고

$\angle x+80^\circ=180^\circ$이므로

$\angle x=100^\circ$

$\therefore\ \angle b+\angle x=240^\circ$　답 240°

15 ① $l\,/\!/\,m$이므로　$\angle a=80^\circ$ (동위각)

② $\angle a+\angle b=180^\circ$이므로

$\angle b=180^\circ-80^\circ=100^\circ$

③ $\angle c=150^\circ$ (맞꼭지각)

④ $\angle c+\angle d=180^\circ$이므로

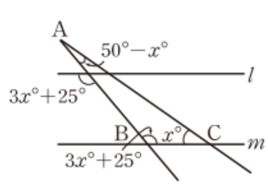
$\angle d=180^\circ-150^\circ=30^\circ$

⑤ $80^\circ+\angle d+\angle e=180^\circ$이므로

$\angle e=180^\circ-(30^\circ+80^\circ)=70^\circ$　답 ④

$80^\circ+(\angle d$의 맞꼭지각$)+\angle e=180^\circ$

16 오른쪽 그림에서 $l\,/\!/\,m$이므로



$\angle ABC=3x^\circ+25^\circ$ (엇각)

삼각형 ABC에서

$(50-x)+(3x+25)+x=180$

$3x+75=180$,　$3x=105$

$\therefore\ x=35$　답 35

삼각형의 세 각의 크기의 합은 180°이다.

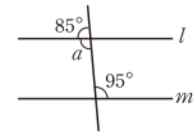
17 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로

$\frac{3}{2}x+x=180$,　$\frac{5}{2}x=180$

$\therefore\ x=72$

$\therefore\ \angle DAB=\frac{3}{2}\times72^\circ=108^\circ$　답 108°

18 (ㄱ) 오른쪽 그림에서



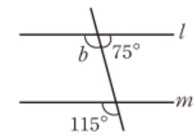
$\angle a=180^\circ-85^\circ$

$=95^\circ$

엇각의 크기가 서로 같으므로

$l\,/\!/\,m$

(ㄴ) 오른쪽 그림에서



$\angle b=180^\circ-75^\circ$

$=105^\circ$

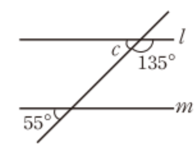
동위각의 크기가 같지 않으므로

두 직선 l, m은 평행하지 않다.

(ㄷ) $50^\circ+130^\circ=180^\circ$이므로

$l\,/\!/\,m$

(ㄹ) 오른쪽 그림에서



$\angle c=180^\circ-135^\circ$

$=45^\circ$

동위각의 크기가 같지 않으므로

두 직선 l, m은 평행하지 않다.

이상에서 두 직선 l, m이 평행한 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다.

답 ②

두 직선이 평행함을 보일 때는

① 동위각의 크기가 같음을 보인다.

② 엇각의 크기가 같음을 보인다.

③ 같은 쪽에 있는 안쪽의 두 각의 크기의 합이 180°임을 보인다.

19 ① $l\,/\!/\,m$이면 엇각의 크기는 서로 같으므로

$\angle c=\angle e$

② $\angle a=\angle b$ (맞꼭지각)이므로 $\angle a=\angle f$이면

$\angle b=\angle f$

즉 동위각의 크기가 서로 같으므로

$l\,/\!/\,m$

③ $\angle b=\angle d$이면 엇각의 크기가 서로 같으므로

$l\,/\!/\,m$

④ $\angle c+\angle d=180^\circ$이므로

$l\,/\!/\,m$

⑤ $l\,/\!/\,m$이면 $\angle a=\angle f$이지만 $\angle a+\angle f=180^\circ$인지는 알 수 없다.

답 ⑤

만점 도전을 위한 고난도 문제

본책 20~24쪽

01 전략 점과 직선의 위치 관계를 살펴본다.

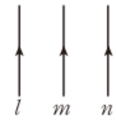
풀이 ④ 두 직선 l과 m의 교점은 점 A의 1개이다.

⑤ 점 D는 직선 m 위에 있지 않다.

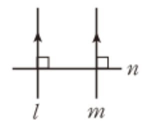
답 ④, ⑤

02 전략 주어진 조건에 맞게 그림을 그려서 위치 관계를 파악한다.

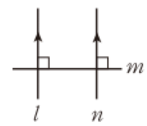
풀이 (ㄱ) 오른쪽 그림과 같이 $l /\!/ m$, $m /\!/ n$ 이면 $l /\!/ n$이다.



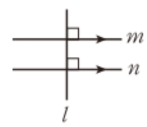
(ㄴ) 오른쪽 그림과 같이 $l /\!/ m$, $m \perp n$이면 $l \perp n$이다.



(ㄷ) 오른쪽 그림과 같이 $l \perp m$, $m \perp n$이면 $l /\!/ n$이다.



(ㄹ) 오른쪽 그림과 같이 $l \perp m$, $m /\!/ n$이면 $l \perp n$이다.



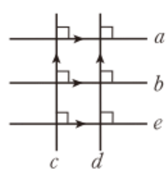
이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ)이다.

답 ④

03 전략 주어진 조건에 맞게 그림을 그려서 위치 관계를 파악한다.

풀이 주어진 조건을 모두 만족시키는 5개의 직선 a, b, c, d, e의 위치 관계는 오른쪽 그림과 같다. ··· ❶

$\therefore c \perp e$ ··· ❷



답 $c \perp e$

채점 기준	비율
❶ 5개의 직선 a, b, c, d, e의 위치 관계를 그림으로 나타낼 수 있다.	80 %
❷ 두 직선 c, e의 위치 관계를 기호로 나타낼 수 있다.	20 %

04 전략 공간에서 두 직선의 위치 관계를 살펴본다.

풀이 직선 AB와 평행한 직선은

$\overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{EF}$, $\overleftrightarrow{GH}$

의 3개이므로 $a=3$

직선 BC와 꼬인 위치에 있는 직선은

$\overleftrightarrow{OA}$, $\overleftrightarrow{OD}$, $\overleftrightarrow{AE}$, $\overleftrightarrow{DH}$, $\overleftrightarrow{EF}$, $\overleftrightarrow{GH}$

의 6개이므로 $b=6$

직선 CD와 수직으로 만나는 직선은

$\overleftrightarrow{AD}$, $\overleftrightarrow{BC}$, $\overleftrightarrow{CG}$, $\overleftrightarrow{DH}$

의 4개이므로 $c=4$

$\therefore a+b+c=13$

답 13

05 전략 공간에서 두 직선의 위치 관계를 살펴본다.

풀이 ① 직선 AB와 평행한 모서리는

$\overline{DE}$, $\overline{GH}$

의 2개이다.

② 직선 BC와 수직으로 만나는 모서리는

$\overline{BE}$, $\overline{CH}$

의 2개이다.

일품 BOX

꼬인 위치에 있는 두 직선은 한 평면 위에 있지 않다.

평면에서 두 직선의 위치 관계에서는 꼬인 위치가 존재하지 않는다.

한 직선에 수직인 두 직선은 평행하거나 만나거나 꼬인 위치에 있다.

③ 직선 FG와 한 점에서 만나는 직선은

$\overleftrightarrow{BF}$, $\overleftrightarrow{CG}$, $\overleftrightarrow{DE}$, $\overleftrightarrow{DH}$, $\overleftrightarrow{EF}$, $\overleftrightarrow{GH}$

의 6개이다.

④ 직선 AD와 꼬인 위치에 있는 직선은

$\overleftrightarrow{BC}$, $\overleftrightarrow{BF}$, $\overleftrightarrow{CG}$, $\overleftrightarrow{EF}$, $\overleftrightarrow{FG}$, $\overleftrightarrow{GH}$

의 6개이다.

⑤ 직선 CG와 꼬인 위치에 있는 직선은

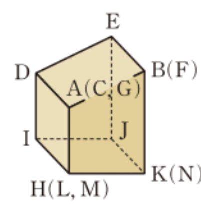
$\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{AD}$, $\overleftrightarrow{BE}$, $\overleftrightarrow{DE}$, $\overleftrightarrow{DH}$, $\overleftrightarrow{EF}$

의 6개이다.

답 ⑤

06 전략 주어진 전개도로 만든 사각기둥을 그려 본다.

풀이 주어진 전개도로 만든 사각기둥은 오른쪽 그림과 같다. ··· ❶



따라서 직선 IJ와 꼬인 위치에 있는 직선은

$\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{AD}$, $\overleftrightarrow{AH}$, $\overleftrightarrow{BE}$, $\overleftrightarrow{BK}$

의 5개이다. ··· ❷

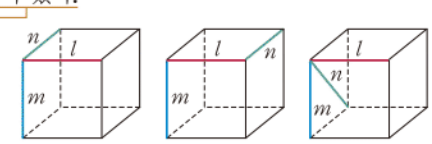
답 5

채점 기준	비율
❶ 사각기둥을 그릴 수 있다.	50 %
❷ 직선 IJ와 꼬인 위치에 있는 직선의 개수를 구할 수 있다.	50 %

07 전략 직육면체를 이용하여 공간에서 두 직선의 위치 관계를 살펴본다.

풀이 (ㄷ) 한 평면 위에 있으면서 서로 만나지 않는 두 직선은 평행하다.

(ㅁ) 다음 그림과 같이 $l \perp m$, $l \perp n$이지만 $m /\!/ n$이 아닌 경우가 있다.

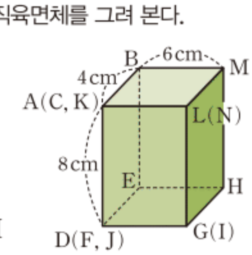


이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ), (ㄹ)이다.

답 (ㄱ), (ㄴ), (ㄹ)

08 전략 주어진 전개도로 만든 직육면체를 그려 본다.

풀이 주어진 전개도로 만든 직육면체는 오른쪽 그림과 같다.



④ $\overline{AN}$과 평행한 면은

면 BEHM, 면 EFGH

의 2개이다.

⑤ 점 A와 면 BEHM 사이의 거리는 $\overline{\text{AB}}$의 길이와 같으므로 4 cm이다.

답 ⑤

09 전략 직선 l과 평면 P의 교점을 지나는 평면 P 위의 두 직선이 직선 l과 수직이면 $l\perp P$임을 이용한다.

풀이 $\overline{\text{AB}}$와 평면 P의 교점 B를 지나는 평면 P 위의 두 직선이 $\overline{\text{AB}}$와 수직이면 평면 P와 $\overline{\text{AB}}$가 수직이다.
따라서 $\overline{\text{AB}}\perp\overline{\text{BC}}$, $\overline{\text{AB}}\perp\overline{\text{BE}}$이면 평면 P와 $\overline{\text{AB}}$는 수직이다.

답 ①

10 전략 주어진 입체도형에서 모서리를 직선으로, 면을 평면으로 생각하여 위치 관계를 살펴본다.

풀이 모서리 EF를 연장한 직선과 수직으로 만나는 면은

면 BEGC, 면 AHJD

의 2개이므로

$x=2$ ··· ①

면 HIJ와 평행한 모서리는

$\overline{\text{AB}}$, $\overline{\text{BC}}$, $\overline{\text{CD}}$, $\overline{\text{DA}}$, $\overline{\text{EF}}$, $\overline{\text{FG}}$, $\overline{\text{GE}}$

의 7개이므로

$y=7$ ··· ②

$\therefore x+y=9$ ··· ③

답 9

채점 기준	비율
① x의 값을 구할 수 있다.	40 %
② y의 값을 구할 수 있다.	40 %
③ $x+y$의 값을 구할 수 있다.	20 %

11 전략 주어진 입체도형에서 모서리를 직선으로, 면을 평면으로 생각하여 위치 관계를 파악한다.

풀이 ① 모서리 AB와 수직인 면은

면 BEFC

의 1개이다.

② 평면 P와 수직인 면은

면 ADEB, 면 BEFC, 면 ADFC

의 3개이다.

③ 모서리 AD와 평행한 모서리는

$\overline{\text{BE}}$, $\overline{\text{CF}}$

의 2개이다.

④ 평면 P와 평행한 면은

면 ABC

의 1개이다.

⑤ 모서리 AB와 수직으로 만나는 모서리는

$\overline{\text{AD}}$, $\overline{\text{BC}}$, $\overline{\text{BE}}$

의 3개이다.

답 ⑤

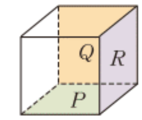
일품 BOX

점 A에서 면 BEHM에 내린 수선의 발인 B까지의 거리, 즉 $\overline{\text{AB}}$의 길이

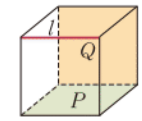
면 HIJ와 평행한 면 위에 있는 모서리를 찾으면 된다.

12 전략 직육면체를 그려서 모서리는 직선으로, 면은 평면으로 생각한다.

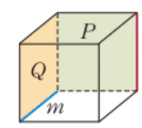
풀이 (ㄴ) 오른쪽 그림과 같이 $P\perp Q$, $P\perp R$일 때, $Q\perp R$이다. 즉 한 평면에 수직인 두 평면은 수직일 수 있다.



(ㄹ) 오른쪽 그림과 같이 $l\,/\!/\,P$, $l\,/\!/\,Q$일 때, $P\perp Q$이다. 즉 한 직선에 평행한 두 평면은 수직일 수 있다.



(ㅁ) 오른쪽 그림과 같이 꼬인 위치에 있는 두 직선 l, m을 각각 포함하는 두 평면 P, Q는 수직일 수 있다.



이상에서 항상 평행한 것은 (ㄱ), (ㄷ)의 2개이다.

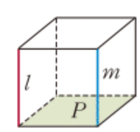
답 2

만점 비법

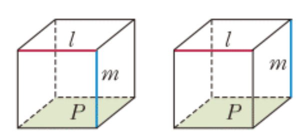
항상 평행한 위치 관계
① 한 직선과 평행한 모든 직선
② 한 직선과 수직인 모든 평면
③ 한 평면과 평행한 모든 평면
④ 한 평면과 수직인 모든 직선

13 전략 직육면체를 그려서 모서리는 직선으로, 면은 평면으로 생각한다.

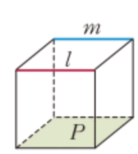
풀이 ① 다음 그림과 같이 $l\perp P$, $m\perp P$이면 항상 $l\,/\!/\,m$이다.



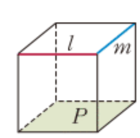
② 다음 그림과 같이 $l\,/\!/\,P$, $m\perp P$이면 두 직선 l, m은 수직으로 만나거나 꼬인 위치에 있다.



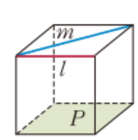
③ $l\,/\!/\,P$, $m\,/\!/\,P$이면 두 직선 l, m의 위치 관계는 다음과 같다.



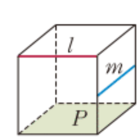
→ $l\,/\!/\,m$



→ $l\perp m$

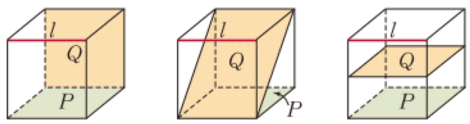


→ 수직이 아니면서 만난다.



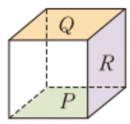
→ 꼬인 위치에 있다.

④ $l \,/\!/\, P$, $l \,/\!/\, Q$이면 두 평면 P, Q의 위치 관계는 다음과 같다.



→ $P \perp Q$　　→ 수직이 아니면서 만난다.　　→ $P \,/\!/\, Q$

⑤ 오른쪽 그림과 같이 $P \,/\!/\, Q$, $P \perp R$이면 항상 $Q \perp R$이다.



따라서 항상 옳은 것은 ①, ⑤이다.　　답 ①, ⑤

14 전략 서로 다른 두 직선이 한 직선과 만날 때, 동위각과 엇각이 생긴다.

풀이 (ㄴ) $\angle g$와 $\angle l$의 크기가 같은지는 알 수 없다.

(ㄹ) $\angle m$의 엇각은 $\angle g$, $\angle k$이다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다.　　답 ①

15 전략 서로 다른 두 직선이 한 직선과 만날 때, 동위각과 엇각이 생긴다.

풀이 $\angle$A의 동위각은

$\angle$BDG, $\angle$BEH, $\angle$FIC, $\angle$EHC

의 4개이다.

$\angle$GPH의 엇각은

$\angle$BGD, $\angle$EHA

의 2개이다.　　답 4, 2

16 전략 동위각 ◎ 서로 같은 위치에 있는 두 각
엇각 ◎ 서로 엇갈린 위치에 있는 두 각

풀이 (1) $\angle c$의 동위각은 $\angle f$, $\angle i$이고

$\angle f=180^\circ-140^\circ=40^\circ$

$\angle i=\angle g$ (맞꼭지각)이고 삼각형의 세 각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle b+\angle f+\angle g=180^\circ$

$\therefore \angle g=180^\circ-(60^\circ+40^\circ)=80^\circ$　　$\angle b=60^\circ$ (맞꼭지각)

$\therefore \angle i=80^\circ$

따라서 $\angle c$의 모든 동위각의 크기의 합은

$\angle f+\angle i=120^\circ$

(2) $\angle b$의 엇각은 $\angle d$, $\angle j$이고

$\angle d=140^\circ$ (맞꼭지각)

$\angle g=80^\circ$이므로

$\angle j=180^\circ-80^\circ=100^\circ$

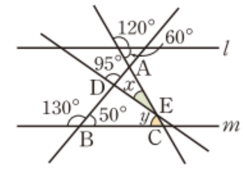
따라서 $\angle b$의 모든 엇각의 크기의 합은

$\angle d+\angle j=240^\circ$

답 (1) 120°　(2) 240°

17 전략 평행한 두 직선이 한 직선과 만날 때, 동위각, 엇각의 크기가 각각 같음을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림에서



$l \,/\!/\, m$이므로

$\angle y=180^\circ-120^\circ$

$=60^\circ$ (엇각)

삼각형 ABC의 세 각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle \mathrm{BAC}+(180^\circ-130^\circ)+60^\circ=180^\circ$

$\therefore \angle \mathrm{BAC}=70^\circ$

$\angle \mathrm{ADE}=180^\circ-95^\circ=85^\circ$이고, 삼각형 ADE의 세 각의 크기의 합은 180°이므로

$70^\circ+85^\circ+\angle x=180^\circ$

$\therefore \angle x=25^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=85^\circ$　　답 ④

18 전략 평행한 두 직선이 한 직선과 만날 때, 동위각의 크기가 서로 같음을 이용한다.

풀이 $\angle \mathrm{DBC}=\angle \mathrm{ADP}=70^\circ$ (동위각)이므로

$\angle \mathrm{PBC}=\frac{1}{2}\times 70^\circ=35^\circ$　　$\angle \mathrm{PBC}=\frac{1}{2}\angle \mathrm{DBC}$

$\angle \mathrm{ECB}=\angle \mathrm{AEP}=60^\circ$ (동위각)이므로

$\angle \mathrm{PCB}=\frac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$　　$\angle \mathrm{PCB}=\frac{1}{2}\angle \mathrm{ECB}$　　··· ❶

삼각형 PBC의 세 각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle x+35^\circ+30^\circ=180^\circ$

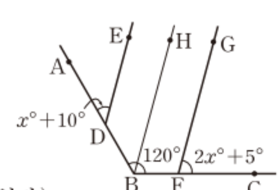
$\therefore \angle x=115^\circ$　　··· ❷

답 115°

채점 기준	비율
❶ $\angle$PBC, $\angle$PCB의 크기를 구할 수 있다.	70 %
❷ $\angle x$의 크기를 구할 수 있다.	30 %

19 전략 점 B를 지나고 $\overrightarrow{\mathrm{DE}}$, $\overrightarrow{\mathrm{FG}}$에 평행한 반직선을 그은 후 평행선의 성질을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 B를 지나고 $\overrightarrow{\mathrm{DE}}$, $\overrightarrow{\mathrm{FG}}$에 평행한 $\overrightarrow{\mathrm{BH}}$를 그으면



$\angle \mathrm{DBH}=\angle \mathrm{ADE}$

$=x^\circ+10^\circ$ (동위각)

$\angle \mathrm{FBH}=\angle \mathrm{CFG}$

$=2x^\circ+5^\circ$ (동위각)

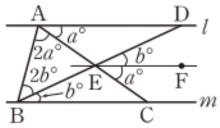
따라서 $x+10+2x+5=120$이므로

$3x=105$

$\therefore x=35$　　답 ③

20 전략 $\angle x$의 꼭짓점을 지나고 두 직선 l, m에 평행한 직선을 긋는다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 E를 지나고 두 직선 l, m에 평행한 직선 EF를 긋는다.



$\angle CAD=a°$, $\angle DBC=b°$라 하면

$\angle FEC=a°$ (동위각), $\angle FED=b°$ (동위각)

이때

$\angle ABD=2b°$, $\angle BAC=2a°$

이고 $l /\!/ m$이므로

$3a°+3b°=180°$, $\quad 3(a°+b°)=180°$

$\therefore a°+b°=60°$

$\therefore \angle x=a°+b°=60°$

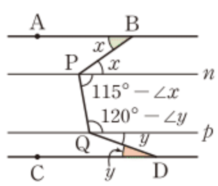
답 $60°$

$\angle DAB+\angle ABC=180°$

두 직선이 평행하면 엇각의 크기는 서로 같다.

21 전략 두 점 P, Q를 각각 지나고 $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{CD}$에 평행한 두 직선을 그은 후 평행선의 성질을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 두 점 P, Q를 각각 지나고 $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{CD}$에 평행한 두 직선 n, p를 그으면



$(115°-\angle x)+(120°-\angle y)$

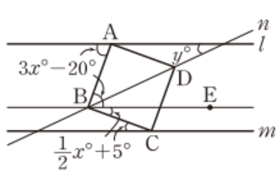
$=180°$

$\therefore \angle x+\angle y=55°$

답 $55°$

22 전략 점 B를 지나고 두 직선 l, m에 평행한 직선을 그은 후 평행선의 성질을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 B를 지나고 두 직선 l, m에 평행한 직선 BE를 그으면



$\angle CBE$

$=\frac{1}{2}x°+5°$ (엇각)

$\angle ABE=3x°-20°$ (엇각)

이때 $\angle ABC=90°$이므로

$3x-20+\frac{1}{2}x+5=90$

$\frac{7}{2}x=105$

$\therefore x=30$

$y°=\angle DBE$ (엇각)이고 $\angle DBC=45°$,

$\angle CBE=\frac{1}{2}\times 30°+5°=20°$이므로

$y=45-20=25$

$\therefore x-y=5$

답 ④

$\angle DBC=\frac{1}{2}\angle ABC$

$=\frac{1}{2}\times 90°$

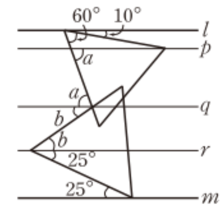
$=45°$

$\angle DBE$

$=\angle DBC-\angle CBE$

23 전략 정삼각형의 한 각의 크기는 $60°$임을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 정삼각형의 꼭짓점과 $\angle x$의 꼭짓점을 각각 지나고 두 직선 l, m에 평행한 세 직선 p, q, r를 긋는다. ··· ❶



정삼각형의 한 각의 크기는 $60°$

이고 $l /\!/ p$이므로

$\angle a=60°+10°=70°$ (동위각)

$r /\!/ m$이므로

$\angle b=60°-25°=35°$ ··· ❷

$p /\!/ q$, $q /\!/ r$이므로

$\angle x=\angle a+\angle b$

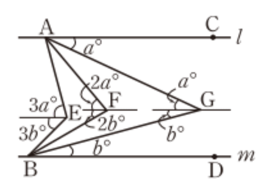
$=105°$ ··· ❸

답 $105°$

채점 기준	비율
❶ 두 직선 l, m에 평행한 세 직선을 그을 수 있다.	20 %
❷ $\angle a$, $\angle b$의 크기를 구할 수 있다.	50 %
❸ $\angle x$의 크기를 구할 수 있다.	30 %

24 전략 세 점 E, F, G를 각각 지나고 두 직선 l, m에 평행한 세 직선을 그은 후 평행선의 성질을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\angle CAG=a°$, $\angle GBD=b°$라 하자.



세 점 E, F, G를 각각 지나고 두 직선 l, m에 평행한 세 직선을 그으면

$\angle AGB=a°+b°=40°$ ··· ❶

$\angle CAE=3a°$, $\angle EBD=3b°$이므로

$\angle x=3a°+3b°=3(a°+b°)$

$=3\times 40°=120°$ ··· ❷

$\angle CAF=2a°$, $\angle FBD=2b°$이므로

$\angle y=2a°+2b°=2(a°+b°)$

$=2\times 40°=80°$ ··· ❸

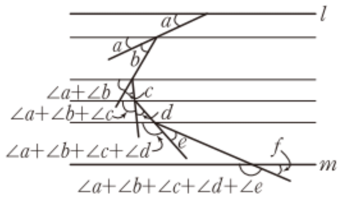
$\therefore \angle x+\angle y=200°$ ··· ❹

답 $200°$

채점 기준	비율
❶ 두 직선 l, m에 평행한 세 직선을 긋고 $a°+b°=40°$임을 알 수 있다.	30 %
❷ $\angle x$의 크기를 구할 수 있다.	30 %
❸ $\angle y$의 크기를 구할 수 있다.	30 %
❹ $\angle x+\angle y$의 크기를 구할 수 있다.	10 %

25 전략 꺾인 점을 지나고 두 직선 l, m에 평행한 직선을 그은 후 평행선의 성질을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\angle b$, $\angle c$, $\angle d$, $\angle e$의 꼭짓점을 각각 지나고 두 직선 l, m에 평행한 네 직선을 그으면

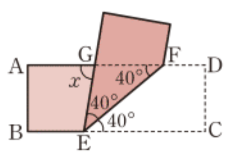


$$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e+\angle f=180^\circ$$

답 180°

26 전략 접은 각과 엇각의 크기가 각각 같음을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림에서



$\overleftrightarrow{AD} /\!/ \overleftrightarrow{BC}$이므로

$\angle FEC=\angle EFG$

$=40^\circ$ (엇각)

또

$\angle GEF=\angle FEC=40^\circ$ (접은 각)

이므로

$\angle x=\underline{\angle GEC}=80^\circ$ (엇각)

$\angle GEC$
$=\angle GEF+\angle FEC$
$=40^\circ+40^\circ$
$=80^\circ$

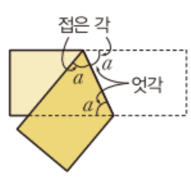
답 ④

만점 비법

오른쪽 그림과 같이 직사각형 모양의 종이를 접으면

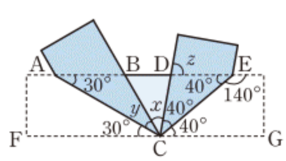
① 접은 각의 크기가 같다.

② 엇각의 크기가 같다.



27 전략 접은 각과 엇각의 크기가 각각 같음을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림에서



$\overleftrightarrow{AE} /\!/ \overleftrightarrow{CF}$이므로

$\angle y=\angle ACF$

(접은 각)

$=\angle BAC$ (엇각)

$=30^\circ$ ··· ❶

이때

$\angle ECG=\underline{\angle DEC}$ (엇각),

$\angle DCE=\angle ECG$ (접은 각)

$\angle DEC=180^\circ-140^\circ$
$=40^\circ$

이므로

$\angle DCG=40^\circ+40^\circ=80^\circ$

$\therefore \angle z=\angle DCG=80^\circ$ (동위각) ··· ❷

따라서

$\angle x=180^\circ-(\angle BCF+\angle DCG)$

$=180^\circ-(60^\circ+80^\circ)=40^\circ$ ··· ❸

이므로

$\angle x-\angle y+\angle z=40^\circ-30^\circ+80^\circ=90^\circ$ ··· ❹

답 90°

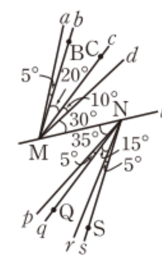
일품 BOX

한 평면에서 서로 다른 두 직선이 한 직선과 만날 때,
① 동위각의 크기가 서로 같으면 두 직선은 평행하다.
② 엇각의 크기가 서로 같으면 두 직선은 평행하다.

채점 기준	비율
❶ $\angle y$의 크기를 구할 수 있다.	20 %
❷ $\angle z$의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❸ $\angle x$의 크기를 구할 수 있다.	30 %
❹ $\angle x-\angle y+\angle z$의 크기를 구할 수 있다.	10 %

28 전략 직선 l과 반직선들이 이루는 각의 크기를 각각 구한다.

풀이 (ㄴ) 오른쪽 그림에서



$\angle BMN=\angle SNM=60^\circ$

엇각의 크기가 서로 같으므로

$b /\!/ s$

(ㄹ) 오른쪽 그림에서

$\angle CMN=\angle QNM=40^\circ$

엇각의 크기가 서로 같으므로

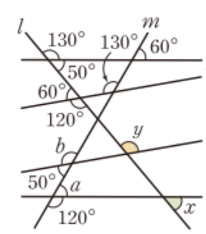
$c /\!/ q$

이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄹ)이다.

답 ③

29 전략 크기가 같은 동위각을 찾아 서로 평행한 직선을 찾는다.

풀이 (1) 오른쪽 그림에서



$\angle a=180^\circ-120^\circ=60^\circ$이고 두 직선 p, s가 직선 m과 만나서 생기는 동위각의 크기가 서로 같으므로

$p /\!/ s$ ··· ❶

$\angle b=180^\circ-50^\circ=130^\circ$이고 두 직선 q, r가 직선 m과 만나서 생기는 동위각의 크기가 서로 같으므로

$q /\!/ r$ ··· ❷

(2) $p /\!/ s$이므로 $\angle x=180^\circ-130^\circ=50^\circ$ (동위각)

$q /\!/ r$이므로 $\angle y=180^\circ-60^\circ=120^\circ$ (엇각)

$\therefore \angle x+\angle y=170^\circ$ ··· ❸

답 (1) $p /\!/ s$, $q /\!/ r$ (2) 170°

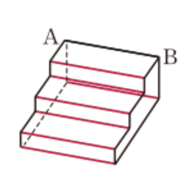
채점 기준	비율
❶ 두 직선 p, s가 평행함을 알 수 있다.	30 %
❷ 두 직선 q, r가 평행함을 알 수 있다.	30 %
❸ $\angle x+\angle y$의 크기를 구할 수 있다.	40 %

최상위로 가는 최고 수준 문제

본책 25쪽

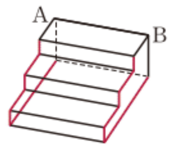
01 전략 주어진 입체도형에서 모서리를 직선으로, 면을 평면으로 생각하여 위치 관계를 살펴본다.

풀이 모서리 AB와 평행한 모서리를 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로



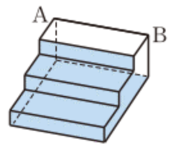
$x=7$ ··· ❶

모서리 AB와 꼬인 위치에 있는 모서리를 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로



$y=12$ ⋯ ❷

모서리 AB와 평행한 면을 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로



$z=6$ ⋯ ❸

$\therefore x+y+z=25$ ⋯ ❹

답 25

채점 기준	비율
❶ x의 값을 구할 수 있다.	30 %
❷ y의 값을 구할 수 있다.	30 %
❸ z의 값을 구할 수 있다.	30 %
❹ $x+y+z$의 값을 구할 수 있다.	10 %

02

전략 직선과 평면이 수직임을 보이는 방법과 두 평면이 수직임을 보이는 방법을 생각한다.

풀이 (ㄱ) $\angle COA=\angle COD=90^\circ$이므로

$\overleftrightarrow{OC}\perp\overleftrightarrow{OA}$, $\overleftrightarrow{OC}\perp\overleftrightarrow{OD}$

$\therefore \overleftrightarrow{OC}\perp Q$

(ㄴ) $\overleftrightarrow{AB}\perp\overleftrightarrow{OD}$인지는 알 수 없다.

(ㄷ) (ㄱ)에서 $\overleftrightarrow{OC}\perp Q$이고, 평면 P가 $\overleftrightarrow{OC}$를 포함하므로

$P\perp Q$

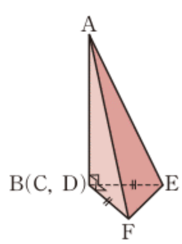
(ㄹ) $\angle OCD=\angle ODC$인지는 알 수 없다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다. 답 (ㄱ), (ㄷ)

03

전략 주어진 종이를 접어 만든 입체도형을 그려 본다.

풀이 주어진 종이를 접어 만든 입체도형은 오른쪽 그림과 같다.



① $\overline{AE}$와 $\overline{CF}$는 꼬인 위치에 있다.

④ 면 CFE가 면 ABE에 수직인 $\overline{BF}$를 포함하므로 면 ABE와 면 CFE는 수직이다.

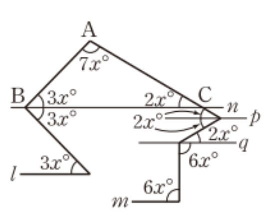
⑤ 면 AEF와 면 CFE는 수직이 아니다.

답 ①, ⑤

04

전략 꺾인 점을 지나고 두 직선 l, m에 평행한 직선을 그은 후 평행선의 성질을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 크기가 $6x^\circ$, $4x^\circ$, $8x^\circ$인 각의 꼭짓점을 각각 지나고 두 직선 l, m에 평행한 세 직선 n, p, q를 그으면 삼각형 ABC에서



$3x+7x+2x=180$

$12x=180$ $\therefore x=15$

답 15

$\angle DAB : \angle ABC$
$=5:4$

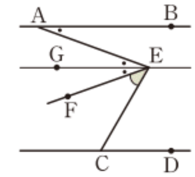
평면 P가 평면 Q에 수직인 직선 l을 포함할 때, 평면 P는 평면 Q에 수직이다.

$\angle GCF : \angle ECG$
$=3:1$

05

전략 점 E를 지나고 $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{CD}$에 평행한 직선을 그은 후 평행선의 성질을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 E를 지나고 $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{CD}$에 평행한 직선 GE를 그으면



$\angle BAE=\angle AEG$ (엇각)

이므로

$\angle GEF=\angle AEF-\angle AEG$

$=2\angle BAE-\angle BAE$

$=\angle BAE$

$\therefore \angle GEC=\angle GEF+\angle CEF$

$=\angle BAE+\angle CEF=60^\circ$

따라서

$\angle ECD=\angle GEC=60^\circ$ (엇각)

이고, $3\angle CEF=2\angle ECD$이므로

$\angle CEF=\frac{2}{3}\angle ECD=\frac{2}{3}\times 60^\circ=40^\circ$

답 ②

06

전략 삼각형의 세 각의 크기의 합이 180°임을 이용한다.

풀이 $4\angle DAB=5\angle ABC$이므로 $\angle DAB=5a^\circ$, $\angle ABC=4a^\circ$라 하면

$\angle DAE=\angle EAB=\frac{1}{2}\angle DAB=\frac{5}{2}a^\circ$

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle BEA=\angle DAE=\frac{5}{2}a^\circ$ (엇각)

삼각형 ABE에서

$\frac{5}{2}a+4a+\frac{5}{2}a=180$, $9a=180$ $\therefore a=20$

$\therefore \angle ABE=4a^\circ=80^\circ$,

$\angle EAB=\frac{5}{2}a^\circ=50^\circ$ ⋯ ❶

$\overline{AB}/\!/\overline{DF}$이므로

$\angle ECF=\angle ABC=80^\circ$ (엇각)

$\angle GCF=3\angle ECG$이므로

$\angle GCF=\frac{3}{4}\angle ECF=\frac{3}{4}\times 80^\circ=60^\circ$ ⋯ ❷

또

$\angle GFC=\angle EAB=50^\circ$ (엇각) ⋯ ❸

이므로 삼각형 GFC에서

$\angle x=180^\circ-(60^\circ+50^\circ)=70^\circ$ ⋯ ❹

답 70°

채점 기준	비율
❶ $\angle ABE$, $\angle EAB$의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❷ $\angle GCF$의 크기를 구할 수 있다.	30 %
❸ $\angle GFC$의 크기를 구할 수 있다.	10 %
❹ $\angle x$의 크기를 구할 수 있다.	20 %

10 작도와 합동

개념 & 핵심 기출 본책 26~29쪽

01 ④ 작도에서 컴퍼스는 원을 그리거나 선분의 길이를 재어서 옮길 때 사용한다. 답 ④

> 일품 BOX: 눈금 없는 자를 사용하므로 선분의 길이를 자로 잴 수 없다.

02 답 ㉠ → ㉢ → ㉡

03 ㉠ 점 O를 중심으로 하는 적당한 원을 그려 $\overrightarrow{OX}$, $\overrightarrow{OY}$와의 교점을 각각 A, B라 한다.
㉢ 점 P를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{OA}$인 원을 그려 $\overrightarrow{PQ}$와의 교점을 C라 한다.
㉡ 컴퍼스로 $\overline{AB}$의 길이를 잰다.
㉣ 점 C를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{AB}$인 원을 그려 ㉢에서 그린 원과의 교점을 D라 한다.
㉤ $\overrightarrow{PD}$를 그으면 $\angle XOY$와 $\angle DPC$의 크기가 같다.
따라서 작도 순서는 ㉠ → ㉢ → ㉡ → ㉣ → ㉤이다.
답 ②

04 ①, ③ 두 점 O, P를 중심으로 하고 반지름의 길이가 같은 원을 각각 그리므로
$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{PC}=\overline{PD}$
④ 점 C를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{AB}$인 원을 그리므로 $\overline{AB}=\overline{CD}$
답 ②

05 ㉠ 점 P를 지나는 직선을 그어 직선 l과의 교점을 Q라 한다.
㉤ 점 Q를 중심으로 하는 적당한 원을 그려 $\overleftrightarrow{PQ}$, 직선 l과의 교점을 각각 A, B라 한다.
㉡ 점 P를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{QA}$인 원을 그려 $\overleftrightarrow{PQ}$와의 교점을 C라 한다.
㉥ 컴퍼스로 $\overline{AB}$의 길이를 잰다.
㉢ 점 C를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{AB}$인 원을 그려 ㉡에서 그린 원과의 교점을 D라 한다.
㉣ $\overleftrightarrow{PD}$를 그으면 이 직선이 점 P를 지나고 직선 l과 평행한 직선이다.
따라서 작도 순서는 ㉠ → ㉤ → ㉡ → ㉥ → ㉢ → ㉣이므로 ㉥ 다음 순서는 ㉢이다. 답 ③

06 ① 두 점 P, Q를 중심으로 하고 반지름의 길이가 같은 원을 각각 그리므로 $\overline{QA}=\overline{PD}$
② 점 C를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{AB}$인 원을 그리므로 $\overline{AB}=\overline{CD}$
④, ⑤ $\angle AQB=\angle CPD$이므로 동위각의 크기가 서로 같다.
$\therefore \overleftrightarrow{PD} /\!/ \overleftrightarrow{QB}$ 답 ③

07 답 ④, ⑤

08 ① 점 O를 중심으로 하는 원을 그렸을 때 이 원과 $\overrightarrow{OX}$, $\overrightarrow{OY}$와의 교점이 각각 A, B이므로
$\overline{OA}=\overline{OB}$
④ 두 점 A, B를 중심으로 하고 반지름의 길이가 같은 원을 각각 그리므로 $\overline{PA}=\overline{PB}$ 답 ②, ③

09 $\angle B$의 대변은 $\overline{AC}$이므로 $a=6$
$\overline{AB}$의 대각은 $\angle C$이므로 $b=90$
$\therefore a+b=96$ 답 96

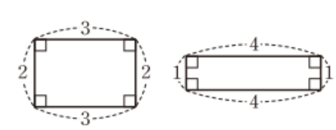
> 일품 BOX: 세 변의 길이가 주어졌을 때 삼각형이 될 수 있는 조건
> → (가장 긴 변의 길이) < (나머지 두 변의 길이의 합)

10 ① $5=2+3$ ② $5<3+3$ ③ $5<3+4$
④ $7<4+5$ ⑤ $7<7+7$
따라서 삼각형의 세 변의 길이가 될 수 없는 것은 ①이다.
답 ①

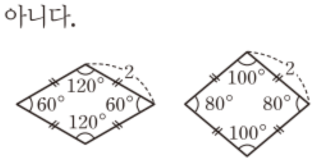
11 ① $a=2$이면 $2a-3=2\times2-3=1$
$\therefore 6>4+1$
② $a=4$이면 $2a-3=2\times4-3=5$
$\therefore 6<4+5$
③ $a=6$이면 $2a-3=2\times6-3=9$
$\therefore 9<6+4$
④ $a=8$이면 $2a-3=2\times8-3=13$
$\therefore 13>6+4$
⑤ $a=10$이면 $2a-3=2\times10-3=17$
$\therefore 17>6+4$
따라서 a의 값이 될 수 있는 것은 ②, ③이다. 답 ②, ③

12 (가) $\angle PBQ$ (나) c (다) a 답 ④

13 (ㄴ) 다음 그림과 같은 두 직사각형은 둘레의 길이가 같지만 합동이 아니다.



(ㄹ) 다음 그림과 같은 두 마름모는 한 변의 길이가 같지만 합동이 아니다.



이상에서 두 도형이 항상 합동인 것은 (ㄱ), (ㄷ), (ㅁ)이다.

답 ③

14 $\overline{DF}$의 대응변은 $\overline{AB}$이므로

$\overline{DF}=\overline{AB}=7\text{ cm}$

$\angle F$의 대응각은 $\angle B$이므로

$\angle F=\angle B=50^\circ$

$\therefore\ \angle E=180^\circ-(50^\circ+70^\circ)=60^\circ$

답 $\overline{DF}=7\text{ cm}$, $\angle E=60^\circ$

> **일품 BOX**
>
> 두 도형이 서로 합동이면 대응변의 길이와 대응각의 크기가 각각 같다.
>
> 삼각형의 세 각의 크기의 합은 180°이다.

15 $\triangle ABC\equiv\triangle DEF$이려면

$\overline{BC}=\overline{EF}$ (SAS 합동)

또는 $\angle A=\angle D$ (ASA 합동)

또는 $\angle B=\angle E$ (ASA 합동)

이어야 한다.

따라서 필요한 조건은 ③, ④이다. 답 ③, ④

> $\angle C=\angle F$, $\angle B=\angle E$이면 $\angle A=\angle D$이므로 ASA 합동

16 $\triangle AEF$와 $\triangle DEC$에서

$\overline{AE}=\overline{DE}$,

$\angle AEF=\angle DEC$ (맞꼭지각),

$\angle FAE=\angle CDE$ (엇각)

(또는 $\angle AFE=\angle DCE$ (엇각))

$\therefore\ \triangle AEF\equiv\triangle DEC$ (ASA 합동)

답 $\triangle DEC$, ASA 합동

만점 도전을 위한 고난도 문제

본책 30~34쪽

01 전략 작도할 때의 컴퍼스의 용도를 생각한다.

풀이 컴퍼스는 원을 그리거나 선분의 길이를 재어서 옮길 때 사용한다.

따라서 민선이가 밟을 수 있는 징검다리는 (ㄱ), (ㄹ)이다.

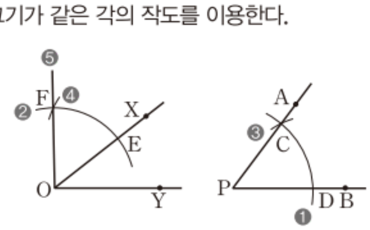
답 ②

02 전략 길이가 같은 선분의 작도 방법을 생각한다.

풀이 길이가 같은 선분의 작도 순서는 ㉢ → ㉠ → ㉡이다. 답 ④

03 전략 크기가 같은 각의 작도를 이용한다.

풀이



$\angle APB$와 크기가 같고 반직선 OX를 한 변으로 하는 각 FOX를 작도하면 $\angle FOY$가 $\angle XOY$와 $\angle APB$의 크기의 합과 크기가 같은 각을 반직선 OY를 한 변으로 하여 작도한 것이다. ··· ❶

❶ 점 P를 중심으로 하는 적당한 원을 그려 $\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{PB}$와의 교점을 각각 C, D라 한다.

❷ 점 O를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{PC}$인 원을 그려 $\overrightarrow{OX}$와의 교점을 E라 한다.

❸ 컴퍼스로 $\overline{CD}$의 길이를 잰다.

❹ 점 E를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{CD}$인 원을 그려 ❷에서 그린 원과의 교점을 F라 한다.

❺ $\overrightarrow{OF}$를 그린다. ··· ❷

답 풀이 참조

채점 기준	비율
❶ $\angle XOY$와 $\angle APB$의 크기의 합과 크기가 같은 각을 반직선 OY를 한 변으로 하여 작도할 수 있다.	50 %
❷ 작도 과정을 설명할 수 있다.	50 %

04 전략 크기가 같은 각의 작도 과정을 생각하여 그려진 원의 반지름의 길이를 비교해 본다.

풀이 (ㄱ) 두 점 O, P를 중심으로 하고 반지름의 길이가 같은 원을 각각 그리므로 $\overline{OB}=\overline{PD}$

(ㄴ) 점 C를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{AB}$인 원을 그리므로 $\overline{AB}=\overline{CD}$

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ), (ㄹ)의 3개이다. 답 ③

05 전략 주어진 그림은 동위각의 크기가 서로 같으면 두 직선은 평행하다는 성질을 이용하여 평행선을 작도한 것이다.

풀이 (1) ㉣ 점 P를 지나는 직선을 그려 직선 l과의 교점을 A라 한다.

㉠ 점 A를 중심으로 하는 적당한 원을 그려 $\overleftrightarrow{AP}$, 직선 l과의 교점을 각각 B, C라 한다.

㉢ 점 P를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{AB}$인 원을 그려 $\overleftrightarrow{AP}$와의 교점을 R라 한다.

㉡ 컴퍼스로 $\overline{BC}$의 길이를 잰다.

㉤ 점 R를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{BC}$인 원을 그려 ㉢에서 그린 원과의 교점을 Q라 한다.

㉥ $\overleftrightarrow{PQ}$를 그으면 이 직선이 점 P를 지나고 직선 l과 평행한 직선이다.

따라서 작도 순서는

㉣ → ㉠ → ㉢ → ㉡ → ㉤ → ㉥ ··· ❶

(2) 서로 다른 두 직선이 한 직선과 만날 때, 동위각의 크기가 서로 같으면 두 직선은 평행하다는 성질을 이용한 것이다. ··· ❷

> $\angle BAC=\angle RPQ$ (동위각)

답 (1) ㉣ → ㉠ → ㉢ → ㉡ → ㉤ → ㉥

(2) 동위각의 크기가 서로 같으면 두 직선은 평행하다.

채점 기준	비율
❶ 작도 순서를 나열할 수 있다.	70 %
❷ 작도에서 이용된 평행선의 성질을 말할 수 있다.	30 %

06 전략 주어진 그림은 엇각의 크기가 서로 같으면 두 직선은 평행하다는 성질을 이용하여 평행선을 작도한 것이다.

풀이 ㉠ 점 P를 지나는 직선을 그려 직선 l과의 교점을 Q라 한다.

㉤ 점 Q를 중심으로 하는 적당한 원을 그려 $\overleftrightarrow{PQ}$, 직선 l과의 교점을 각각 A, B라 한다.

㉡ 점 P를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{QA}$인 원을 그려 $\overleftrightarrow{PQ}$와의 교점을 C라 한다.

㉥ 컴퍼스로 $\overline{AB}$의 길이를 잰다.

㉣ 점 C를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{AB}$인 원을 그려 ㉡에서 그린 원과의 교점을 D라 한다.

㉢ $\overleftrightarrow{PD}$를 그으면 이 직선이 점 P를 지나고 직선 l과 평행한 직선이다.

따라서 작도 순서는

㉠ → ㉤ → ㉡ → ㉥ → ㉣ → ㉢

이고 엇각의 크기가 서로 같으면 두 직선은 평행하다는 성질을 이용한 것이다.

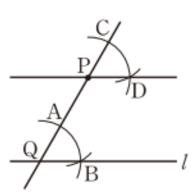
∠AQB=∠DPC이므로 $\overleftrightarrow{PD} /\!/ l$

이상에서 옳은 말을 한 사람은 영미, 아영, 주원이다.

답 영미, 아영, 주원

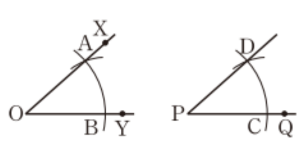
07 전략 작도 과정을 생각하여 컴퍼스 사용 횟수를 구한다.

풀이 (가) 평행한 두 직선을 작도하면 오른쪽 그림과 같고, 컴퍼스를 4번 사용한다.



∴ $a=4$

(나) 크기가 같은 각을 작도하면 오른쪽 그림과 같고, 컴퍼스를 4번 사용한다.



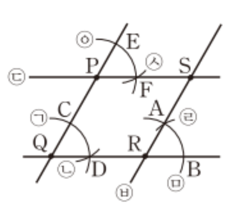
∴ $b=4$

∴ $a+b=8$

답 8

08 전략 주어진 그림은 ∠PQR와 크기가 같은 각을 작도하여 평행선을 작도한 것이다.

풀이 오른쪽 그림에서



㉠ 점 Q를 중심으로 하는 적당한 원을 그려 $\overleftrightarrow{PQ}$, $\overleftrightarrow{QR}$와의 교점을 각각 C, D라 한다.

㉤ 점 R를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{CQ}$인 원을 그려 $\overleftrightarrow{QR}$와의 교점을 B라 한다.

㉧ 점 P를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{CQ}$인 원을 그려 $\overleftrightarrow{PQ}$와의 교점을 E라 한다.

㉡ 컴퍼스로 $\overline{CD}$의 길이를 잰다.

㉣ 점 B를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{CD}$인 원을 그려 ㉤에서 그린 원과의 교점을 A라 한다.

㉦ 점 E를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{CD}$인 원을 그려 ㉧에서 그린 원과의 교점을 F라 한다.

㉥ $\overleftrightarrow{RA}$를 긋는다.

㉢ $\overleftrightarrow{PF}$를 그어 $\overleftrightarrow{RA}$와의 교점을 S라 한다.

이때 생기는 사각형 PQRS가 평행사변형이다.

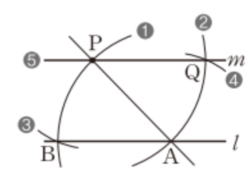
따라서 보기에서 작도 순서로 옳지 않은 것은 ⑤이다.

㉦은 ㉢보다 먼저 나열되어야 한다.

답 ⑤

09 전략 평행사변형의 마주 보는 두 쌍의 변의 길이가 같다는 성질을 이용한 평행선의 작도이다.

풀이 오른쪽 그림에서



❶ 직선 l 위에 점 A를 잡고, 점 A를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{PA}$인 원을 그려 직선 l과의 교점을 B라 한다.

❷ 점 P를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{PA}$인 원을 그린다.

❸ 컴퍼스로 $\overline{PB}$의 길이를 잰다.

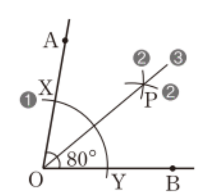
❹ 점 A를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{PB}$인 원을 그려 ❷에서 그린 원과의 교점을 Q라 한다.

❺ 두 점 P, Q를 지나는 직선 m을 그으면 이 직선이 직선 l과 평행한 직선이다.

이때 $l /\!/ m$이므로 ∠PAB=∠QPA (엇각) 답 ③

10 전략 주어진 순서대로 작도를 해 본다.

풀이 주어진 순서대로 작도를 하면 오른쪽 그림과 같다.



즉 각의 이등분선을 작도하는 방법이므로

$$\angle AOP=\frac{1}{2}\times\angle AOB$$
$$=\frac{1}{2}\times 80^\circ=40^\circ$$

답 40°

11 전략 삼각형에서 가장 긴 변의 길이는 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 한다.

풀이 (ⅰ) 가장 긴 변의 길이가 11 cm일 때,

$11=4+7$, $11<4+8$, $11<7+8$

이므로 만들 수 있는 삼각형의 세 변의 길이의 쌍은

(4 cm, 8 cm, 11 cm), (7 cm, 8 cm, 11 cm)

(ⅱ) 가장 긴 변의 길이가 8 cm일 때,

$8<4+7$

이므로 만들 수 있는 삼각형의 세 변의 길이의 쌍은

(4 cm, 7 cm, 8 cm)

(ⅰ), (ⅱ)에서 만들 수 있는 삼각형의 개수는 3이다.

답 ②

12 전략 삼각형에서 가장 긴 변의 길이는 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 한다.

풀이 $4<4+4$, $6<4+4$, $10>4+4$, $6<4+6$, $10=4+6$, $10<6+6$이므로 만들 수 있는 삼각형의 세 변의 길이의 쌍은

(4 cm, 4 cm, 4 cm), (4 cm, 4 cm, 6 cm),
(4 cm, 6 cm, 6 cm), (6 cm, 6 cm, 10 cm)

따라서 만들 수 있는 삼각형의 개수는 4이다. 답 4

13 전략 삼각형이 하나로 정해지는 조건을 생각해 본다.

풀이 (ㄱ) 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어진 경우이다.

(ㄴ) $\angle B$는 $\overline{BC}$와 $\overline{CA}$의 끼인각이 아니므로 $\triangle ABC$가 하나로 정해지지 않는다.

(ㄷ) $9>4+3$, 즉 $\overline{AB}>\overline{BC}+\overline{CA}$이므로 삼각형이 될 수 없다.

삼각형이 되려면 $\overline{AB}<\overline{BC}+\overline{CA}$이어야 한다.

(ㄹ) $\angle C=180^\circ-(60^\circ+75^\circ)=45^\circ$이므로 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어진 경우이다.

이상에서 $\triangle ABC$가 하나로 정해지는 것은 (ㄱ), (ㄹ)이다.

답 ②

14 전략 삼각형이 하나로 정해지는 조건을 생각해 본다.

풀이 ① 세 각의 크기가 주어지면 무수히 많은 삼각형이 그려진다.

② $\angle A$, $\angle B$의 크기를 알면 $\angle C$의 크기도 알 수 있으므로 한 변의 길이와 양 끝 각의 크기가 주어진 경우이다.

③ 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어진 경우이다.

④ $\angle A$는 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 끼인각이 아니므로 $\triangle ABC$가 하나로 정해지지 않는다.

⑤ $\angle A$는 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$의 끼인각이 아니므로 $\triangle ABC$가 하나로 정해지지 않는다.

답 ②, ③

15 전략 두 삼각형 사이의 관계를 살펴본다.

풀이 (1) $\triangle ADC$와 $\triangle ABC$는 모두 두 변의 길이가 4 cm, 6 cm이고 이 두 변의 끼인각이 아닌 한 각의 크기가 30°이다.

$\triangle ADC$에서 $\overline{AC}=6$ cm, $\overline{CD}=4$ cm, $\angle A=30^\circ$
$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=6$ cm, $\overline{BC}=4$ cm, $\angle A=30^\circ$

즉 $\angle A$는 길이가 주어진 두 변의 끼인각이 아니므로 삼각형은 하나로 정해지지 않는다.

(2) $\triangle ADE$와 $\triangle ABC$에서

$\overline{DE}/\!/\overline{BC}$이므로 동위각의 크기는 서로 같다.

$\angle ADE=\angle ABC$, $\angle AED=\angle ACB$,
$\angle A$는 공통

즉 세 각의 크기가 주어지면 삼각형이 하나로 정해지지 않는다.

답 (1) ㉡ (2) ㉢

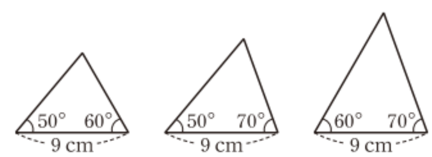
16 전략 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어질 때 삼각형은 하나로 정해진다.

풀이 (1) 세 변의 길이가 주어지고 $9<5+7$이므로 그려지는 삼각형은 1개이다. ··· ❶

(2) 주어진 두 각을 제외한 나머지 한 각의 크기는

$180^\circ-(50^\circ+70^\circ)=60^\circ$

따라서 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 9 cm이고 그 양 끝 각의 크기가 50°와 60°, 50°와 70°, 60°와 70°일 때 삼각형이 각각 하나로 정해지므로 그려지는 삼각형은 3개이다.



··· ❷

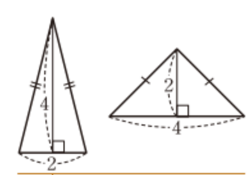
답 (1) 1 (2) 3

채점 기준	비율
❶ (1)의 경우에 그려지는 삼각형의 개수를 구할 수 있다.	50 %
❷ (2)의 경우에 그려지는 삼각형의 개수를 구할 수 있다.	50 %

17 전략 모양과 크기가 같아서 완전히 포개지는 두 도형이 서로 합동임을 이용한다.

풀이 (ㄱ) 모양과 크기가 같아야 합동이다.

(ㄴ) 오른쪽 그림과 같은 두 이등변삼각형은 넓이가 같지만 합동이 아니다.



$\frac{1}{2}\times2\times4=4$
$\frac{1}{2}\times4\times2=4$

(ㄷ), (ㅁ) 원의 넓이와 둘레의 길이는 각각

3.14×(반지름의 길이)^2, 2×3.14×(반지름의 길이)

이므로 넓이가 같은 두 원과 둘레의 길이가 같은 두 원은 반지름의 길이가 각각 같다. 이때 반지름의 길이가 같은 두 원은 모양과 크기가 같으므로 서로 합동이다.

(ㄹ) 합동인 두 도형은 모양과 크기가 같으므로 그 넓이도 같다.

이상에서 옳은 것은 (ㄷ), (ㄹ), (ㅁ), (ㅂ)의 4개이다. 답 ④

18 전략 두 삼각형이 ASA 합동이 되기 위해서는 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 각각 같아야 한다.

풀이 $\angle B=\angle F$, $\angle C=\angle E$이므로

$\angle A=180^\circ-(\angle B+\angle C)$

$=180^\circ-(\angle F+\angle E)$

$=\angle D$ ···➊

따라서 △ABC와 △DFE가 ASA 합동이 되기 위하여 필요한 조건은

$\overline{AB}=\overline{DF}$ 또는 $\overline{BC}=\overline{FE}$ 또는 $\overline{AC}=\overline{DE}$ ···➋

답 $\overline{AB}=\overline{DF}$ 또는 $\overline{BC}=\overline{FE}$ 또는 $\overline{AC}=\overline{DE}$

채점 기준	비율
➊ $\angle A=\angle D$임을 알 수 있다.	40 %
➋ ASA 합동이 되기 위한 조건을 구할 수 있다.	60 %

19 전략 정삼각형의 성질을 이용한다.

풀이 △ACE와 △DCB에서

△ACD가 정삼각형이므로 $\overline{AC}=\overline{DC}$

△CBE가 정삼각형이므로 $\boxed{\overline{CE}}=\overline{CB}$

$\angle ACE=60^\circ+\boxed{\angle DCE}$

$=\angle DCB$

∴ △ACE≡△DCB ($\boxed{\text{SAS}}$ 합동)

답 (가) $\overline{CE}$ (나) $\angle DCE$ (다) SAS

만점 비법

정삼각형이 주어졌을 때, 합동인 삼각형 찾기

→ 정삼각형의 세 변의 길이는 모두 같고, 세 각의 크기는 모두 60°임을 이용한다.

20 전략 정삼각형과 정사각형의 성질을 이용한다.

풀이 △EAB와 △EDC에서

$\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{BE}=\overline{CE}$,

$\angle ABE=90^\circ-60^\circ=\angle DCE$

∴ △EAB≡△EDC (SAS 합동) 답 풀이 참조

만점 비법

정사각형이 주어졌을 때, 합동인 삼각형 찾기

→ 정사각형의 네 변의 길이는 모두 같고, 네 각의 크기는 모두 90°임을 이용한다.

21 전략 △OPA와 △OPB가 합동임을 이용한다.

풀이 △OPA와 △OPB에서

$\overline{OP}$는 공통, $\angle AOP=\angle BOP$,

$\angle OPA=180^\circ-(\angle AOP+90^\circ)$

$=180^\circ-(\angle BOP+90^\circ)$

$=\angle OPB$

따라서 △OPA≡△OPB (ASA 합동)이므로

$\overline{PA}=\overline{PB}$

이상에서 필요한 조건은 (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ)이다. 답 ③

일품 BOX

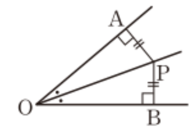
△ABP≡△AER이므로 $\overline{AP}=\overline{AR}$

$\angle ABC-\angle EBC$
$=\angle DCB-\angle ECB$

만점 비법

각의 이등분선의 성질

각의 이등분선 위의 임의의 한 점에서 그 각의 두 변에 이르는 거리는 같다. → $\overline{PA}=\overline{PB}$



22 전략 두 삼각형 ABP, PDQ와 합동인 삼각형을 각각 찾는다.

풀이 ②, ③ △ABP와 △AER에서

$\angle B=\angle E=60^\circ$, $\overline{AB}=\overline{AE}$,

$\angle BAP=60^\circ-\angle PAR=\angle EAR$

∴ △ABP≡△AER (ASA 합동),

$\angle APB=\angle ARE$

①, ⑤ △PDQ와 △RCQ에서

$\angle PDQ=\angle RCQ=60^\circ$

$\overline{AD}=\overline{AC}$이고, $\overline{AP}=\overline{AR}$이므로 $\overline{PD}=\overline{RC}$

$\angle APB=\angle ARE$이므로 $\angle QPD=\angle QRC$

∴ △PDQ≡△RCQ (ASA 합동),

$\overline{PD}=\overline{RC}$

답 ④

23 전략 정삼각형의 성질을 이용하여 합동인 삼각형을 찾는다.

풀이 △ACD와 △BCE에서

$\overline{AC}=\overline{BC}$, $\overline{CD}=\overline{CE}$,

$\angle ACD=\angle BCE=60^\circ$

∴ △ACD≡△BCE (SAS 합동)

따라서 바르게 연결한 것은 △ACD≡△BCE–ⓒ이다.

답 ③

24 전략 △ABC와 △DEC가 합동임을 이용한다.

풀이 △ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$ ···➊

△ABC≡△DEC이므로 $\overline{BC}=\overline{EC}$

따라서 △BCE에서

$\angle CBE=\angle CEB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-65^\circ)$

$=57.5^\circ$ ···➋

∴ $\angle ABE=\angle ABC-\angle CBE$

$=65^\circ-57.5^\circ=7.5^\circ$ ···➌

답 7.5°

채점 기준	비율
➊ $\angle ABC$의 크기를 구할 수 있다.	30 %
➋ $\angle CBE$의 크기를 구할 수 있다.	50 %
➌ $\angle ABE$의 크기를 구할 수 있다.	20 %

일품 BOX

25 전략 합동인 두 삼각형을 찾아 $\overline{BE}$의 길이를 구한다.

풀이 $\triangle ABE$와 $\triangle CFE$에서

$\overline{AB}=\overline{CF}=4\,\text{cm}$, $\angle B=\angle F$

$\angle AEB=\angle CEF$ (맞꼭지각)이므로

$\angle BAE=180°-(90°+\angle AEB)$

$=180°-(90°+\angle CEF)$

$=\angle FCE$

$\therefore$ $\triangle ABE\equiv\triangle CFE$ (ASA 합동) ··· ❶

따라서 $\overline{BE}=\overline{FE}=3\,\text{cm}$이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AB}$

$=\frac{1}{2}\times(3+5)\times4=16\,(\text{cm}^2)$ ··· ❷

답 $16\,\text{cm}^2$

채점 기준	비율
❶ $\triangle ABE\equiv\triangle CFE$임을 알 수 있다.	60 %
❷ $\triangle ABC$의 넓이를 구할 수 있다.	40 %

$\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{DC}=\overline{CF}$이므로 $\overline{AB}=\overline{CF}$

26 전략 $\triangle ABE\equiv\triangle BCF\equiv\triangle CAD$임을 보인 다음 합동인 도형의 성질을 이용한다.

풀이 ① $\triangle ABE$, $\triangle BCF$, $\triangle CAD$에서

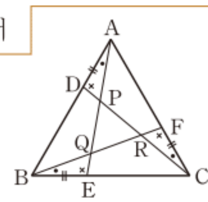
$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$, $\overline{BE}=\overline{CF}=\overline{AD}$,

$\angle ABE=\angle BCF=\angle CAD=60°$

이므로 $\triangle ABE\equiv\triangle BCF\equiv\triangle CAD$ (SAS 합동)

$\therefore$ $\overline{AE}=\overline{CD}$

② $\triangle BEQ$, $\triangle CFR$, $\triangle ADP$에서



$\angle QBE=\angle RCF$

$=\angle PAD$,

$\angle BEQ=\angle CFR$

$=\angle ADP$,

$\overline{BE}=\overline{CF}=\overline{AD}$

이므로 $\triangle BEQ\equiv\triangle CFR\equiv\triangle ADP$ (ASA 합동)

$\therefore$ $\overline{BQ}=\overline{CR}$

④ $\triangle BEQ\equiv\triangle CFR\equiv\triangle ADP$이므로

$\angle BQE=\angle CRF=\angle APD$

이고 $\angle BQE=\angle PQR$, $\angle CRF=\angle QRP$,

$\angle APD=\angle RPQ$이므로

$\angle PQR=\angle QRP=\angle RPQ=60°$

⑤ $\angle PRF=180°-\angle QRP=180°-60°=120°$

답 ③

$\triangle ABE\equiv\triangle BCF$ $\equiv\triangle CAD$ 임을 이용한다.

맞꼭지각의 크기는 서로 같다.

$\angle PQR+\angle QRP+\angle RPQ=180°$이므로 $\angle PQR=\angle QRP$ $=\angle RPQ$ $=\frac{1}{3}\times180°$ $=60°$

최상위로 가는 최고 수준 문제

본책 35쪽

01 전략 길이가 같은 선분의 작도와 크기가 같은 각의 작도를 이용한다.

풀이 (ㄱ) 작도에서 사용하는 자는 눈금 없는 자이므로 작도에서 두 선분의 길이를 비교할 때는 컴퍼스를 사용한다.

(ㄴ) 길이가 같은 선분의 작도를 이용하여 길이가 3배인 선분을 작도할 수 있다.

(ㄷ) 주어진 각과 크기가 같은 각을 작도하여 크기가 2배가 되는 각을 작도할 수 있다.

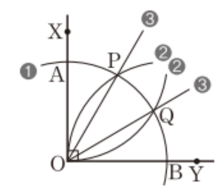
(ㄹ) 모든 각의 이등분선을 작도할 수 있다.

이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄷ)이다.

답 ③

02 전략 길이가 같은 선분의 작도를 이용한다.

풀이 오른쪽 그림에서



❶ 점 O를 중심으로 하는 적당한 원을 그려 $\overrightarrow{OX}$, $\overrightarrow{OY}$와의 교점을 각각 A, B라 한다.

❷ 두 점 A, B를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{OA}$인 원을 각각 그려 ❶에서 그린 원과의 교점을 각각 Q, P라 한다.

❸ $\overrightarrow{OP}$, $\overrightarrow{OQ}$를 긋는다.

(ㄱ) $\overrightarrow{OP}$, $\overrightarrow{OQ}$가 직각인 $\angle XOY$의 삼등분선이므로

$\angle AOQ=\angle POB=60°$

(ㄷ) $\overrightarrow{OP}$는 $\angle AOQ$의 이등분선이므로 $\overline{AP}=\overline{PQ}$

또 $\overrightarrow{OQ}$는 $\angle POB$의 이등분선이므로 $\overline{PQ}=\overline{QB}$

$\therefore$ $\overline{AP}=\overline{PQ}=\overline{QB}$

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ), (ㄹ)이다.

답 ④

03 전략 삼각형의 두 변의 길이의 합은 나머지 한 변의 길이보다 커야 한다.

풀이 조건 (가)에서 이등변삼각형이므로 길이가 같은 두 변의 길이를 x라 하고 나머지 한 변의 길이를 y라 하자.

조건 (나)에서 둘레의 길이는 24이므로

$2x+y=24$ ······ ㉠

삼각형의 두 변의 길이의 합은 나머지 한 변의 길이보다 크므로

$2x>y$ ······ ㉡

㉠, ㉡을 만족시키는 자연수 x, y의 순서쌍 (x, y)는

$(7, 10)$, $(8, 8)$, $(9, 6)$, $(10, 4)$, $(11, 2)$

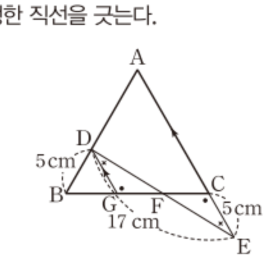
이므로 구하는 삼각형의 개수는 5이다.

답 5

y는 자연수이므로 $x+y>x$ 는 항상 성립한다.

04 전략 점 D에서 $\overleftrightarrow{AC}$와 평행한 직선을 긋는다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overleftrightarrow{AC}$와 평행한 직선을 그어 $\overline{BC}$와 만나는 점을 G라 하자. 이때 $\triangle ABC$가 정삼각형이고 $\overleftrightarrow{AC}\,/\!/\,\overleftrightarrow{DG}$이므로



$\angle DGB=\angle ACB=60°$ (동위각)

즉 $\triangle DBG$는 정삼각형이므로

$\overline{DG}=\overline{DB}=5\,cm$

$\triangle DGF$와 $\triangle ECF$에서

$\overline{DG}=\overline{EC}$, $\angle DGF=\angle ECF$ (엇각),

$\angle GDF=\angle CEF$ (엇각)

$\therefore\ \triangle DGF\equiv\triangle ECF$ (ASA 합동)

따라서 $\overline{DF}=\overline{EF}$이므로

$\overline{DF}=\frac{1}{2}\overline{DE}=\frac{17}{2}(cm)$ 　　답 $\frac{17}{2}$ cm

05 전략 사각형 OICH의 넓이와 넓이가 같은 삼각형을 찾는다.

풀이 $\triangle OBI$와 $\triangle OCH$에서

$\overline{OB}=\overline{OC}$, $\angle OBI=\angle OCH=45°$,

$\angle BOI=90°-\angle IOC=\angle COH$

$\therefore\ \triangle OBI\equiv\triangle OCH$ (ASA 합동) ··· ❶

따라서 사각형 OICH의 넓이는

$\triangle OIC+\triangle OCH=\triangle OIC+\triangle OBI=\triangle OBC$

$=\frac{1}{4}\times6\times6=9(cm^2)$ ··· ❷

답 $9\,cm^2$

채점 기준	비율
❶ $\triangle OBI\equiv\triangle OCH$임을 알 수 있다.	50 %
❷ 사각형 OICH의 넓이를 구할 수 있다.	50 %

06 전략 $\triangle ABC$와 합동인 삼각형을 찾아 $\overline{DE}$, $\overline{EF}$의 길이를 구한다.

풀이 $\triangle ABC$와 $\triangle DBE$에서

$\overline{AB}=\overline{DB}$, $\overline{BC}=\overline{BE}$,

$\angle ABC=\angle EBA+60°=\angle DBE$

이므로 　$\triangle ABC\equiv\triangle DBE$ (SAS 합동)

$\therefore\ \overline{DE}=\overline{AC}=8\,cm$ ··· ❶

$\triangle ABC$와 $\triangle FEC$에서

$\overline{AC}=\overline{FC}$, $\overline{BC}=\overline{EC}$,

$\angle ACB=60°-\angle ACE=\angle FCE$

이므로 　$\triangle ABC\equiv\triangle FEC$ (SAS 합동)

$\therefore\ \overline{FE}=\overline{AB}=6\,cm$ ··· ❷

따라서 오각형 EDBCF의 둘레의 길이는

$\overline{ED}+\overline{DB}+\overline{BC}+\overline{CF}+\overline{FE}$

$=8+6+9+8+6=37(cm)$ ··· ❸

답 37 cm

채점 기준	비율
❶ $\overline{DE}$의 길이를 구할 수 있다.	40 %
❷ $\overline{FE}$의 길이를 구할 수 있다.	40 %
❸ 오각형 EDBCF의 둘레의 길이를 구할 수 있다.	20 %

일품 BOX

$\angle DBG=60°$, $\angle DGB=60°$이므로 $\angle BDG=60°$

$\overline{PM}=\frac{1}{2}\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{MN}$

$\angle BOC=90°$, $\angle IOH=90°$

합동인 두 도형의 넓이는 서로 같다.

$\overline{AP}=3\,cm$
$\overline{AB}=18\,cm$

$\triangle OBC$의 넓이는 사각형 ABCD의 넓이의 $\frac{1}{4}$이다.

$\overline{MN}=6\,cm$
$\overline{PN}=9\,cm$

$\angle AOB=180°$

입체도형에서 꼬인 위치에 있는 모서리를 찾는 방법
① 평행한 모서리를 제외한다.
② 한 점에서 만나는 모서리를 제외한다.

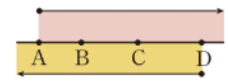
$\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{ED}$는 모두 평면 ABCDE 위에 있으므로 꼬인 위치에 있지 않다.

학교 시험 실전 TEST Level 1

본책 36~39쪽

01 전략 반직선의 시작점과 방향에 주의하여 반직선을 그려 본다.

풀이 ④ 오른쪽 그림에서 $\overrightarrow{DC}$는 $\overrightarrow{AB}$에 포함되지 않는다.



답 ④

02 전략 두 점 M, N이 $\overline{AB}$의 삼등분점이면 $\overline{AM}=\overline{MN}=\overline{NB}$임을 이용한다.

풀이 ① $\overline{MB}=2\overline{MN}=2\times6=12(cm)$

② $\overline{PB}=\overline{PM}+\overline{MN}+\overline{NB}$

$=\frac{1}{2}\overline{MN}+\overline{MN}+\overline{MN}=\frac{5}{2}\overline{MN}$

$=\frac{5}{2}\times6=15(cm)$

③ $\overline{AB}=3\overline{MN}=3\times6=18(cm)$

④ $\overline{AP}=\frac{1}{2}\overline{AM}$이고, $\overline{AM}=\frac{1}{3}\overline{AB}$이므로

$\overline{AP}=\frac{1}{2}\overline{AM}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\overline{AB}=\frac{1}{6}\overline{AB}$

⑤ $\overline{PN}=\overline{PM}+\overline{MN}$

$=\frac{1}{2}\overline{MN}+\overline{MN}=\frac{3}{2}\overline{MN}$

$\therefore\ \overline{MN}=\frac{2}{3}\overline{PN}$

답 ⑤

03 전략 평각의 크기가 180°임을 이용한다.

풀이 $\angle AOD=180°-\angle DOB$이므로

$\frac{13}{5}\angle DOB=180°-\angle DOB$

$\frac{18}{5}\angle DOB=180°$ 　$\therefore\ \angle DOB=50°$

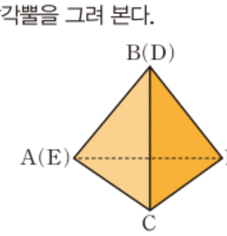
$\therefore\ \angle AOC=180°-(90°+50°)$

$=40°$

답 ③

04 전략 주어진 전개도로 만든 삼각뿔을 그려 본다.

풀이 주어진 전개도로 만든 삼각뿔은 오른쪽 그림과 같으므로 모서리 DE와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{CF}$이다.



답 ⑤

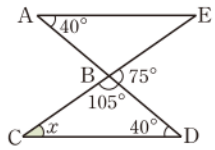
05 전략 공간에서 두 직선이 만나지도 않고, 평행하지도 않을 때, 두 직선은 꼬인 위치에 있다.

풀이 ③ $\overleftrightarrow{AB}$와 $\overleftrightarrow{ED}$는 한 점에서 만난다.

⑤ $\overline{FG}$와 면 ABE는 평행하므로 평행한 면이 존재한다.

답 ③

06 전략 평행한 두 직선이 한 직선과 만날 때 엇각의 크기가 서로 같음을 이용한다.



풀이 $\overline{AE} /\!/ \overline{CD}$이므로

$\angle BDC=40°$ (엇각)

$\angle CBD=180°-75°=105°$

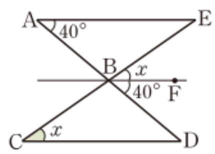
이므로 삼각형 BCD에서

$\angle x=180°-(40°+105°)$

$=35°$

답 ②

다른풀이 오른쪽 그림과 같이 점 B를 지나고 $\overline{AE}$, $\overline{CD}$에 평행한 직선 BF를 그으면



$\overline{AE} /\!/ \overline{BF}$이므로

$\angle FBD=40°$ (동위각)

$\overline{CD} /\!/ \overline{BF}$이므로

$\angle EBF=\angle x$ (동위각)

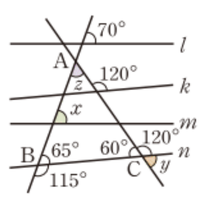
$\angle EBF+\angle FBD=\angle EBD$이므로

$\angle x+40°=75°$

$\therefore\ \angle x=35°$

평행한 두 직선이 한 직선과 만날 때 동위각의 크기는 서로 같다.

07 전략 각각의 평행선에서 동위각의 크기가 서로 같음을 이용한다.



풀이 $l /\!/ m$이므로

$\angle x=70°$ (동위각)

$k /\!/ n$이므로

$\angle y=180°-120°$

$=60°$

$\angle ABC=180°-115°=65°$, $\angle ACB=60°$이므로 삼각형 ABC에서

$\angle z=180°-(65°+60°)$

$=55°$

$\therefore\ \angle x+\angle y+\angle z=185°$

답 ④

08 전략 서로 다른 두 직선이 한 직선과 만나서 생기는 동위각 또는 엇각의 크기가 각각 같을 때 두 직선은 평행하다.

풀이 $l /\!/ m$이고, $\angle a$와 $\angle b$는 $\boxed{\text{엇각}}$이므로

$\angle a=\angle b$

$m /\!/ n$이고, $\angle b$와 $\angle c$는 $\boxed{\text{동위각}}$이므로

$\angle b=\angle c$

$\angle a$와 $\angle c$는 $\boxed{\text{엇각}}$이고, $\angle a=\angle c$이므로

$l /\!/ n$

답 ②

$\angle a=\angle b$, $\angle b=\angle c$이므로

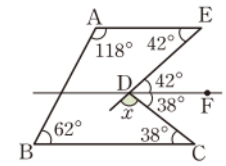
$\angle a=\angle c$

09 전략 $\overline{AE} /\!/ \overline{BC}$임을 보이고, 점 D를 지나면서 $\overline{AE}$, $\overline{BC}$에 평행한 직선을 긋는다.

풀이 $\angle EAB+\angle ABC=118°+62°=180°$이므로

$\overline{AE} /\!/ \overline{BC}$

이때 오른쪽 그림과 같이 점 D를 지나고 $\overline{AE}$, $\overline{BC}$에 평행한 직선 DF를 그으면



$\angle EDF=\angle AED$

$=42°$ (엇각)

$\angle FDC=\angle DCB=38°$ (엇각)

$\therefore\ \angle x=180°-(42°+38°)=100°$

답 ③

10 전략 평행선의 작도 방법을 생각해 본다.

풀이 ① 두 점 A, P를 중심으로 하고 반지름의 길이가 같은 원을 각각 그리므로

$\overline{AB}=\overline{PR}$

③ 점 Q를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{BC}$인 원을 그리므로

$\overline{BC}=\overline{QR}$

④, ⑤ 주어진 평행선의 작도는 동위각의 크기가 서로 같으면 두 직선은 평행하다는 성질을 이용한 것이다. 즉 크기가 같은 각의 작도가 이용된다.

답 ②

11 전략 삼각형에서 가장 긴 변의 길이는 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 한다.

풀이 ① $6>2+2$　　② $9>3+5$

③ $12=4+8$　　④ $15<5+11$

⑤ $18<6+14$

따라서 x의 값이 될 수 있는 것은 ④, ⑤이다. 답 ④, ⑤

12 전략 삼각형이 하나로 정해지는 경우를 생각한다.

풀이 ① 세 변의 길이가 주어진 경우이다.

② 두 변의 길이만 주어졌으므로 △ABC가 하나로 정해지지 않는다.

③ 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어진 경우이다.

④ $\angle C$는 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$의 끼인각이 아니므로 △ABC가 하나로 정해지지 않는다.

⑤ $\angle B=180°-(40°+60°)=80°$이므로 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어진 경우이다.

답 ②, ④

13 전략 두 도형이 서로 합동이면 대응변의 길이, 대응각의 크기가 각각 같다.

풀이 ① $\overline{AD}$의 대응변은 $\overline{EH}$이므로

$\overline{AD}=\overline{EH}=5.6\,\text{cm}$

② $\overline{CD}$의 대응변은 $\overline{GH}$이므로

$\overline{CD}=\overline{GH}=5\,\text{cm}$

③ $\overline{FG}$의 대응변은 $\overline{BC}$이므로

$\overline{FG}=\overline{BC}=3\,\text{cm}$

④ $\angle B$의 대응각은 $\angle F$이고

$\angle F=360^\circ-(60^\circ+90^\circ+85^\circ)=125^\circ$

이므로 $\angle B=125^\circ$

⑤ $\angle D$의 대응각은 $\angle H$이므로 $\angle D=\angle H=85^\circ$

답 ⑤

14 전략 주어진 그림에서 합동인 삼각형을 찾는다.

풀이 ①, ②, ④, ⑤ $\triangle ABC$와 $\triangle DBE$에서

$\overline{AB}=\overline{DB}$, $\angle B$는 공통

$\overline{BC}=\overline{DB}-\overline{DC}$

$=\overline{AB}-\overline{AE}=\overline{BE}$

이므로 $\triangle ABC\equiv\triangle DBE$ (SAS 합동)

$\therefore \overline{AC}=\overline{DE}$, $\angle ACB=\angle DEB$,

$\angle BAC=\angle BDE$

③ $\triangle AEF$와 $\triangle DCF$에서

$\overline{AE}=\overline{DC}$, $\angle EAF=\angle CDF$

$\angle AFE=\angle DFC$ (맞꼭지각)이므로

$\angle AEF=\angle DCF$

$\therefore \triangle AEF\equiv\triangle DCF$ (ASA 합동)

$\therefore \overline{EF}=\overline{CF}$, $\overline{AF}=\overline{DF}$

답 ③

15 전략 a분동안 시침과 분침이 움직인 각도는 각각 $0.5^\circ\times a$, $6^\circ\times a$임을 이용한다.

풀이 시침이 12를 가리킬 때부터 8시간 20분 동안 움직인 각도는

$30^\circ\times 8+0.5^\circ\times 20=250^\circ$ ··· ❶

분침이 12를 가리킬 때부터 20분 동안 움직인 각도는

$6^\circ\times 20=120^\circ$ ··· ❷

따라서 구하는 각의 크기는

$250^\circ-120^\circ=130^\circ$ ··· ❸

답 130°

채점 기준	배점
❶ 시침이 움직인 각도를 구할 수 있다.	2점
❷ 분침이 움직인 각도를 구할 수 있다.	2점
❸ 시침과 분침이 이루는 각 중에서 작은 쪽의 각의 크기를 구할 수 있다.	1점

16 전략 평행한 두 직선이 한 직선과 만날 때 엇각의 크기가 서로 같고, 삼각형의 세 각의 크기의 합은 180°임을 이용한다.

풀이 $\angle BAP=\angle DAP=\angle a$, $\angle ABP=\angle PBF=\angle b$라 하면

$\angle DAB+\angle ABF=180^\circ$

$2\angle a+2\angle b=180^\circ$

$\therefore \angle a+\angle b=90^\circ$

일품 BOX

$\triangle ABC\equiv\triangle DBE$이므로

$\angle BAC=\angle BDE$

$\angle AEF$
$=180^\circ-(\angle EAF+\angle AFE)$
$=180^\circ-(\angle CDF+\angle DFC)$
$=\angle DCF$

두 도형이 서로 합동이면
① 대응변의 길이가 같다.
② 대응각의 크기가 같다.

삼각형 ABP에서

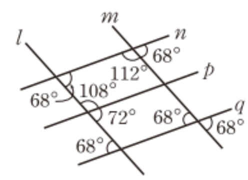
$\angle APB=180^\circ-(\angle a+\angle b)$

$=180^\circ-90^\circ=90^\circ$

답 90°

17 전략 맞꼭지각의 크기가 같음을 이용하여 크기가 같은 동위각 또는 엇각을 찾는다.

풀이 오른쪽 그림에서 두 직선 l, m이 직선 q와 만나서 생기는 동위각의 크기가 서로 같으므로 $l /\!/ m$



또한 두 직선 n, q가 직선 m과 만나서 생기는 동위각의 크기가 서로 같으므로

$n /\!/ q$

답 $l /\!/ m$, $n /\!/ q$

18 전략 크기가 같은 각의 작도 방법을 생각해 본다.

풀이 두 점 O, A를 중심으로 하고 반지름의 길이가 같은 원을 각각 그리므로

$\overline{OD}=\overline{OC}=\overline{AE}=\overline{AF}$

답 $\overline{OC}$, $\overline{AE}$, $\overline{AF}$

19 전략 삼각형의 세 각의 크기의 합은 180°이고 평각의 크기는 180°임을 이용하여 합동인 삼각형을 찾는다.

풀이 $\triangle ABD$와 $\triangle CAE$에서

$\overline{AB}=\overline{CA}$,

$\angle DBA=180^\circ-(90^\circ+\angle DAB)=\angle EAC$,

$\angle BAD=180^\circ-(90^\circ+\angle EAC)=\angle ACE$

$\therefore \triangle ABD\equiv\triangle CAE$ (ASA 합동) ··· ❶

$\therefore \overline{DE}=\overline{DA}+\overline{AE}=\overline{EC}+\overline{BD}$

$=7+9=16$ (cm) ··· ❷

답 16 cm

채점 기준	배점
❶ $\triangle ABD\equiv\triangle CAE$임을 알 수 있다.	3점
❷ $\overline{DE}$의 길이를 구할 수 있다.	2점

20 전략 정사각형의 성질을 이용하여 합동인 삼각형을 찾는다.

풀이 $\triangle ABE$와 $\triangle BCF$에서

$\overline{AB}=\overline{BC}$, $\overline{BE}=\overline{CF}$, $\angle ABE=\angle BCF=90^\circ$

$\therefore \triangle ABE\equiv\triangle BCF$ (SAS 합동) ··· ❶

따라서 $\angle BFC=\angle AEB$이므로

$\angle BFC+\angle PEC=\angle AEB+\angle PEC$

$=180^\circ$ ··· ❷

답 180°

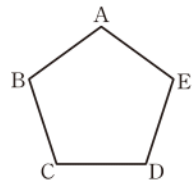
채점 기준	배점
❶ $\triangle ABE\equiv\triangle BCF$임을 알 수 있다.	3점
❷ $\angle BFC+\angle PEC$의 크기를 구할 수 있다.	3점

학교 시험 실전 TEST Level 2

본책 40~43쪽

01 전략 정오각형의 각 꼭짓점을 A, B, C, D, E라 하고, 직선, 반직선, 선분의 개수를 구한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 정오각형의 각 꼭짓점을 A, B, C, D, E라 하면 각 꼭짓점을 연결하여 만들 수 있는 직선은



$\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{AD}$, $\overleftrightarrow{AE}$, $\overleftrightarrow{BC}$,
$\overleftrightarrow{BD}$, $\overleftrightarrow{BE}$, $\overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{CE}$, $\overleftrightarrow{DE}$

의 10개이므로 $a=10$

반직선의 개수는 직선의 개수의 2배이므로

$b=20$

선분의 개수는 직선의 개수와 같으므로

$c=10$

$\therefore a+b-c=20$

답 ⑤

(반직선의 개수)
=(직선의 개수)×2
(선분의 개수)
=(직선의 개수)

02 전략 선분의 중점은 선분을 이등분함을 이용한다.

풀이 두 점 M, N이 각각 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$의 중점이므로

$\overline{AM}=\overline{MC}=\frac{1}{2}\overline{AC}$, $\overline{CN}=\overline{NB}=\frac{1}{2}\overline{CB}$

$\therefore \overline{AB}=\overline{AC}+\overline{CB}=2\overline{MC}+2\overline{CN}$
$=2(\overline{MC}+\overline{CN})=2\overline{MN}$
$=2\times5=10$

$\overline{AB}:\overline{BC}=5:1$에서

$5\overline{BC}=\overline{AB}$

$\therefore \overline{BC}=\frac{1}{5}\overline{AB}=\frac{1}{5}\times10=2$

$\therefore \overline{AC}=\overline{AB}-\overline{BC}$
$=10-2=8$

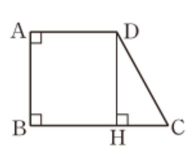
답 ①

03 전략 두 직선의 교각이 직각일 때, 두 직선은 직교한다고 한다.

풀이 ① ∠AOB의 크기가 90°인지 알 수 없으므로 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$가 수직인지는 알 수 없다.

② ∠AOB=∠COD (맞꼭지각)

④ 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{DH}=\overline{AB}$

점 D와 $\overline{BC}$ 사이의 거리

답 ①

04 전략 공간에서 직선과 평면의 위치 관계를 생각해 본다.

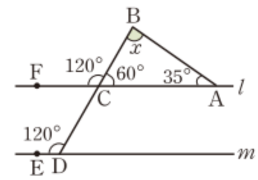
풀이 ③, ④ 공간에서 직선과 평면이 만나지 않으면 평행하다.

답 ④

공간에서 직선과 평면의 위치 관계
① 한 점에서 만난다.
② 포함된다.
③ 평행하다.

05 전략 $l /\!/ m$임을 이용하여 ∠BCA의 크기를 구한다.

풀이 오른쪽 그림에서 $l /\!/ m$이므로



∠BCF=120° (동위각)

∠BCA=180°−120°=60°

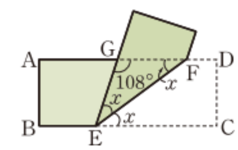
이므로 삼각형 ABC에서

$\angle x=180^\circ-(60^\circ+35^\circ)=85^\circ$

답 ②

06 전략 엇각과 접은 각의 크기가 각각 같음을 이용한다.

풀이 $\overleftrightarrow{AD} /\!/ \overleftrightarrow{BC}$이므로



$\angle FEC=\angle x$ (엇각)

또

$\angle GEF=\angle FEC$
$=\angle x$ (접은 각)

이므로 삼각형 GEF에서

$2\angle x+108^\circ=180^\circ$

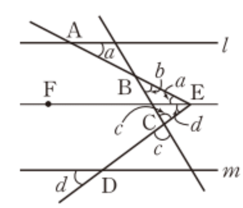
$2\angle x=72^\circ$ $\therefore \angle x=36^\circ$

답 ④

직사각형에서 마주 보는 두 쌍의 변은 각각 평행하다.

07 전략 꺾인 점을 지나고 두 직선 l, m에 평행한 직선을 긋는다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 E를 지나고 두 직선 l, m에 평행한 직선 FE를 그으면



$l /\!/ \overleftrightarrow{FE}$이므로

$\angle AEF=\angle a$ (엇각)

$\overleftrightarrow{FE} /\!/ m$이므로

$\angle FED=\angle d$ (동위각)

따라서 삼각형 BCE에서

$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d=180^\circ$

답 ④

∠BCE=∠c
(맞꼭지각)

08 전략 두 직선이 평행하면 동위각과 엇각의 크기가 각각 같고, 동위각과 엇각의 크기가 각각 같으면 두 직선이 평행하다.

풀이 (ㄱ) $l /\!/ m$이면 $\angle a=\angle e$ (동위각)

(ㄴ) $\angle f=\angle h$ (맞꼭지각)이므로 $l /\!/ m$이면
$\angle h+\angle c=180^\circ$, 즉 $\angle f+\angle c=180^\circ$

∠f=∠c인지는 알 수 없다.

(ㄷ) $l /\!/ m$이면 $\angle b=\angle h$ (엇각)

∠b+∠h=180°인지는 알 수 없다.

(ㄹ) $\angle c=\angle e$이면 엇각의 크기가 서로 같으므로
$l /\!/ m$

(ㅁ) $\angle d=\angle b$, $\angle g=\angle e$ (맞꼭지각)이므로
$\angle d+\angle g=180^\circ$, 즉 $\angle b+\angle e=180^\circ$
이면 $l /\!/ m$

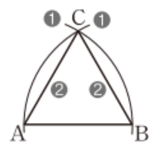
이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄹ), (ㅁ)이다.

답 ⑤

09 전략 정삼각형 ◎ 세 변의 길이가 모두 같다.

풀이 한 변의 길이가 주어졌을 때 정삼각형의 작도 과정은 다음과 같다.

❶ 두 점 A, B를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{AB}$인 원을 각각 그려 두 원과의 교점을 C라 한다.



❷ $\overline{AC}$, $\overline{BC}$를 긋는다.

따라서 컴퍼스는 2번 이용된다. 답 ①

10 전략 △ABC를 작도하는 과정을 생각한다.

풀이 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어졌을 때는 선분을 작도한 후 두 각을 작도하거나 한 각을 작도한 후 선분을 작도하고 다른 각을 작도하면 된다.

답 ①

11 전략 삼각형이 하나로 정해지는 경우를 생각한다.

풀이 ① 세 변의 길이가 주어진 경우이다.

② ∠B는 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$의 끼인각이 아니므로 △ABC가 하나로 정해지지 않는다.

③ ∠C는 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 끼인각이 아니므로 △ABC가 하나로 정해지지 않는다.

④ $\angle A=180^\circ-(40^\circ+70^\circ)=70^\circ$이므로 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어진 경우이다.

⑤ 세 각의 크기가 같은 삼각형은 무수히 많다.

답 ①, ④

12 전략 평행사변형의 성질을 이용한다.

풀이 △ABM과 △CDM에서

$\overline{AB}=\overline{CD}$,

$\angle BAM=\boxed{\angle DCM}$ ($\boxed{엇각}$),

$\angle ABM=\boxed{\angle CDM}$ (엇각)

∴ △ABM≡△CDM ($\boxed{ASA}$ 합동) 답 ④

13 전략 두 도형이 서로 합동이면 대응변의 길이, 대응각의 크기가 각각 같다.

풀이 삼각형의 세 각의 크기의 합은 180°이므로 주어진 삼각형의 나머지 한 각의 크기는

$180^\circ-(85^\circ+40^\circ)=55^\circ$

주어진 삼각형과 (ㄴ), (ㄹ)의 삼각형은 ASA 합동

주어진 삼각형과 (ㄷ)의 삼각형은 SAS 합동

따라서 주어진 삼각형과 합동인 삼각형은 (ㄴ), (ㄷ), (ㄹ)이다. 답 ⑤

14 전략 정삼각형의 성질을 이용하여 합동인 삼각형을 찾는다.

풀이 △ACE와 △ABD에서

$\overline{AC}=\overline{AB}$, $\overline{AE}=\overline{AD}$,

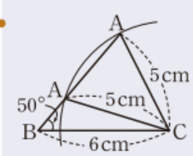
$\angle EAC=60^\circ+\angle DAC=\angle DAB$

∴ △ACE≡△ABD (SAS 합동)

일품 BOX

두 도형이 합동이면 대응변의 길이는 서로 같다.

삼각형은 길이가 같은 선분의 작도와 크기가 같은 각의 작도를 이용하여 작도할 수 있다.



∠BAC=120°
(맞꼭지각)

180°−130°=50°

∴ $\overline{CE}=\overline{BD}=3+6=9$ (cm) 답 ④

15 전략 평각의 크기는 180°임을 이용한다.

풀이 $\angle COD=\angle a$, $\angle FOB=\angle b$라 하면

$\angle DOE=2\angle a$, $\angle EOF=2\angle b$

이므로

$30^\circ+\angle a+2\angle a+2\angle b+\angle b=180^\circ$

$30^\circ+3\angle a+3\angle b=180^\circ$, $3(\angle a+\angle b)=150^\circ$

∴ $\angle a+\angle b=50^\circ$

∴ $\angle DOF=2\angle a+2\angle b=2(\angle a+\angle b)$

$=2\times 50^\circ$

$=100^\circ$ 답 100°

16 전략 먼저 면 ABC와 평행한 모서리와 $\overline{CF}$와 꼬인 위치에 있는 모서리를 각각 구한다.

풀이 면 ABC와 평행한 모서리는

$\overline{DE}$, $\overline{EF}$, $\overline{FG}$, $\overline{DG}$ ··· ❶

$\overline{CF}$와 꼬인 위치에 있는 모서리는

$\overline{AB}$, $\overline{AD}$, $\overline{BE}$, $\overline{DE}$, $\overline{DG}$ ··· ❷

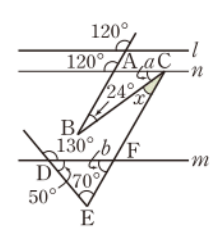
따라서 면 ABC와 평행하면서 $\overline{CF}$와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{DE}$, $\overline{DG}$ ··· ❸

답 $\overline{DE}$, $\overline{DG}$

채점 기준	배점
❶ 면 ABC와 평행한 모서리를 구할 수 있다.	2점
❷ $\overline{CF}$와 꼬인 위치에 있는 모서리를 구할 수 있다.	2점
❸ 면 ABC와 평행하면서 $\overline{CF}$와 꼬인 위치에 있는 모서리를 구할 수 있다.	1점

17 전략 ∠x의 꼭짓점을 지나고 두 직선 l, m에 평행한 직선을 긋는다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 C를 지나고 두 직선 l, m에 평행한 직선 n을 그으면 삼각형 ABC에서



$\angle a=180^\circ-(120^\circ+24^\circ)$

$=36^\circ$

삼각형 DEF에서

$\angle b=180^\circ-(50^\circ+70^\circ)=60^\circ$

이때 $\angle b=\angle a+\angle x$ (동위각)이므로

$\angle x=\angle b-\angle a=24^\circ$ 답 24°

18 전략 엇각의 크기가 서로 같으면 두 직선은 평행하다는 성질을 이용한 평행선의 작도이다.

풀이 ㉠ 점 P를 지나는 직선을 그어 직선 l과의 교점을 Q라 한다.

㉠ 점 Q를 중심으로 하는 적당한 원을 그려 $\overleftrightarrow{PQ}$, 직선 l 과의 교점을 각각 A, B라 한다.

㉣ 점 P를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{QA}$인 원을 그려 $\overleftrightarrow{PQ}$와의 교점을 C라 한다.

㉡ 컴퍼스로 $\overline{AB}$의 길이를 잰다.

㉢ 점 C를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{AB}$인 원을 그려 ㉣에서 그린 원과의 교점을 D라 한다.

㉥ $\overleftrightarrow{PD}$를 긋는다.

따라서 작도 순서는

㉤ → ㉠ → ㉣ → ㉡ → ㉢ → ㉥

답 ㉤ → ㉠ → ㉣ → ㉡ → ㉢ → ㉥

19 전략 삼각형에서 가장 긴 변의 길이는 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 한다.

풀이 △ABD에서 $\overline{AB}<\overline{AD}+\overline{BD}=4+5=9$이므로

$\overline{AB}<9\,(\mathrm{km})$

△DBC에서 $\overline{BC}<\overline{BD}+\overline{CD}=5+6=11$이므로

$\overline{BC}<11\,(\mathrm{km})$

△ADC에서 $\overline{AC}<\overline{AD}+\overline{CD}=4+6=10$이므로

$\overline{AC}<10\,(\mathrm{km})$ ··· ❶

따라서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$의 길이의 합이

$9+11+10=30\,(\mathrm{km})$

보다 작아야 하므로 걸은 거리가 총 30 km임은 불가능하다. ··· ❷

답 풀이 참조

채점 기준	배점
❶ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{AC}$의 길이의 조건을 구할 수 있다.	4점
❷ 걸은 거리가 총 30 km임은 불가능함을 알 수 있다.	2점

20 전략 정삼각형의 성질을 이용하여 합동인 삼각형을 찾는다.

풀이 △ACE와 △DCB에서

$\overline{AC}=\overline{DC}$, $\overline{CE}=\overline{CB}$,

$\angle ACE=60^\circ+\angle DCE$

$=\angle DCB$

∴ △ACE≡△DCB (SAS 합동) ··· ❶

따라서 ∠CAE=∠CDB이므로 △DGF에서

$\angle DFG=180^\circ-(\angle FDG+\angle DGF)$

$=180^\circ-(\angle GAC+\angle AGC)$

$=\angle ACG$

$=60^\circ$ ··· ❷

답 60°

채점 기준	배점
❶ △ACE≡△DCB임을 알 수 있다.	3점
❷ ∠DFG의 크기를 구할 수 있다.	3점

일품 BOX

$\overline{AC}$, $\overline{BC}$를 그으면 삼각형 ABC는 정삼각형이다.

∠DGF=∠AGC (맞꼭지각)

$\overline{BD}$를 그으면 $\overline{AC}/\!/\overline{BD}$, $\overline{AC}=\overline{BD}$이다.

△ACG에서 ∠GAC+∠AGC+∠ACG=180°

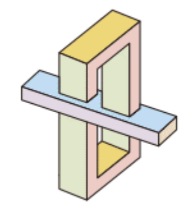
교과서 속 창의유형

본책 44~45쪽

유제 1 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

❶ 빨간색 면과 파란색 면을 각각 연장한 평면이 만나서 생기는 교선이 몇 개인지 확인한다.

❷ ❶의 결과를 이용하여 이 도형을 만들 수 없는 이유를 공간에서 두 평면의 위치 관계를 이용하여 설명한다.



풀이 ❶ 오른쪽 그림에서 빨간색 면과 파란색 면을 각각 연장한 평면이 만나서 생기는 교선은 2개이다.

❷ 이때 공간에서 두 평면의 위치 관계는 한 직선에서 만나거나 일치하거나 평행해야 하는데 주어진 도형은 이 세 가지에 해당되지 않으므로 실제로는 만들 수 없는 도형이다.

답 풀이 참조

유제 2 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

❶ 빛의 성질을 이용하여 $\angle a$의 크기를 구한다.

❷ 평행선의 성질과 빛의 성질을 이용하여 $\angle b$, $\angle c$의 크기를 각각 구한다.

❸ ❶, ❷의 결과를 이용하여 $\angle a+\angle b+\angle c$의 크기를 구한다.

풀이 ❶ 빛의 성질에 의하여 입사각과 반사각의 크기가 같으므로 $\angle a=45^\circ$

❷ 잠망경 속의 두 거울이 평행하므로

$\angle b=\angle a=45^\circ$ (엇각)

이때 $\angle c=\angle b$이므로 $\angle c=45^\circ$

❸ ∴ $\angle a+\angle b+\angle c=135^\circ$

답 135°

유제 3 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

❶ 조건 (나)를 이용하여 점 C를 찾는다.

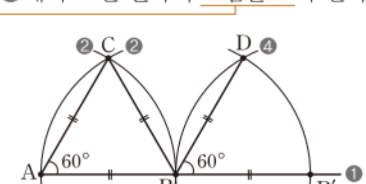
❷ 조건 (다)를 이용하여 점 D를 찾는다.

풀이 ❶ ❶ 자로 $\overrightarrow{AB}$를 긋는다.

❷ 두 점 A, B를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{AB}$인 원을 각각 그려 두 원의 교점을 C라 한다.

❷ ❸ 점 B를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{AB}$인 원을 그려 $\overline{AB}$의 연장선과의 교점을 B′이라 한다.

❹ 점 B′을 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{AB}$인 원을 그려 ❸에서 그린 원과의 교점을 D라 한다.



위의 그림에서 점 D가 보물이 숨겨져 있는 지점이다.

답 풀이 참조

V 평면도형

11 다각형

개념 & 핵심 기출

본책 48~50쪽

일품 BOX

01 ① 원은 곡선으로 둘러싸여 있다.
④ 직육면체는 입체도형이다. 답 ①, ④

다각형 → 여러 개의 선분으로 둘러싸인 평면도형

02 $\angle x=180^\circ-120^\circ=60^\circ$
$\angle y=180^\circ-55^\circ=125^\circ$
$\therefore\ \angle x+\angle y=185^\circ$ 답 185°

다각형의 한 꼭짓점에서 내각과 외각의 크기의 합은 180°이다.

03 ① 변의 길이가 모두 같고 각의 크기가 모두 같은 다각형을 정다각형이라 한다.
② 네 내각의 크기가 같은 사각형은 직사각형이다.
③ 정삼각형의 한 내각의 크기는 60°, 한 외각의 크기는 120°이므로 한 내각의 크기와 한 외각의 크기가 서로 같지 않다.
⑤ 꼭짓점의 개수가 5인 다각형은 오각형이다. 답 ④
참고 한 내각의 크기와 한 외각의 크기가 서로 같은 정다각형은 정사각형뿐이다.

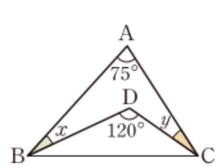
한 내각의 크기: 90°
한 외각의 크기: 90°

04 $\triangle ABC$에서
$\angle ACB=180^\circ-(45^\circ+50^\circ)=85^\circ$
$\angle DCE=\angle ACB=85^\circ$ (맞꼭지각)이므로 $\triangle CED$에서
$\angle x=180^\circ-(30^\circ+85^\circ)=65^\circ$ 답 ④

삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이다.

05 $\triangle IBC$에서
$\angle IBC+\angle ICB=180^\circ-125^\circ=55^\circ$
$\triangle ABC$에서
$\angle x=180^\circ-(\angle ABC+\angle ACB)$
$=180^\circ-2(\angle IBC+\angle ICB)$
$=180^\circ-2\times55^\circ=70^\circ$ 답 70°

06 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면 $\triangle DBC$에서

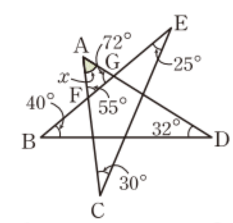


$\angle DBC+\angle DCB$
$=180^\circ-120^\circ=60^\circ$
$\triangle ABC$에서
$\angle x+\angle y=180^\circ-(75^\circ+\angle DBC+\angle DCB)$
$=180^\circ-(75^\circ+60^\circ)=45^\circ$
답 45°

07 $\triangle ADC$에서 $\angle CAD=75^\circ-50^\circ=25^\circ$
$\angle BAD=\angle CAD=25^\circ$이므로 $\triangle ABD$에서
$\angle x=180^\circ-(25^\circ+75^\circ)=80^\circ$ 답 ⑤

08 $\triangle DBC$는 $\overline{DB}=\overline{DC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle DCB=\angle DBC=25^\circ$
$\therefore\ \angle CDA=25^\circ+25^\circ=50^\circ$
또 $\triangle CAD$는 $\overline{CD}=\overline{CA}$인 이등변삼각형이므로
$\angle x=\angle CDA=50^\circ$
$\triangle ABC$에서
$\angle y=25^\circ+\angle x=25^\circ+50^\circ=75^\circ$
$\therefore\ \angle x+\angle y=125^\circ$ 답 125°

09 $\triangle FCE$에서



$\angle AFG=30^\circ+25^\circ=55^\circ$
$\triangle GBD$에서
$\angle AGF=40^\circ+32^\circ=72^\circ$
따라서 $\triangle AFG$에서
$\angle x=180^\circ-(55^\circ+72^\circ)=53^\circ$ 답 ②

10 주어진 다각형을 n각형이라 하면
$n-3=9\qquad\therefore\ n=12$
십이각형의 대각선의 개수는
$\dfrac{12\times(12-3)}{2}=54$ 답 ②

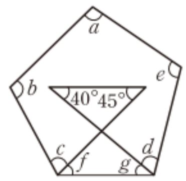
11 주어진 다각형을 n각형이라 하면
$\dfrac{n(n-3)}{2}=65,\qquad n(n-3)=130=13\times10$
$\therefore\ n=13$
따라서 주어진 다각형은 십삼각형이고, 십삼각형의 꼭짓점의 개수는 13이다. 답 13

12 원 위의 6개의 점을 이으면 육각형이 되므로 두 점을 잇는 선분의 개수는 육각형의 변의 개수와 대각선의 개수의 합과 같다. 따라서 구하는 선분의 개수는
$6+\dfrac{6\times(6-3)}{2}=6+9=15$ 답 15

13 육각형의 내각의 크기의 합은
$180^\circ\times(6-2)=720^\circ$
이므로
$130+120+2x+110+(180-60)+(3x-10)$
$=720$
$5x=250\qquad\therefore\ x=50$ 답 50

일품 BOX

14 오른쪽 그림과 같이 보조선을 그으면



$\angle f+\angle g=40^\circ+45^\circ=85^\circ$

오각형의 내각의 크기의 합은

$180^\circ\times(5-2)=540^\circ$

이므로

$\angle a+\angle b+\angle c+\angle f+\angle g+\angle d+\angle e=540^\circ$

$\therefore\ \angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e$

$=540^\circ-(\angle f+\angle g)$

$=540^\circ-85^\circ=455^\circ$

답 455°

삼각형의 내각의 크기의 합은 180°이고 맞꼭지각의 크기는 서로 같으므로
$180^\circ-(40^\circ+45^\circ)$
$=180^\circ-(\angle f+\angle g)$

15 $\angle x=180^\circ-142^\circ=38^\circ$

다각형의 외각의 크기의 합은 360°이므로

$\angle y=360^\circ-(72^\circ+60^\circ+38^\circ+82^\circ+68^\circ)$

$=40^\circ$

$\therefore\ \angle y-\angle x=2^\circ$

답 ⑤

16 주어진 정다각형을 정n각형이라 하면

$\dfrac{360^\circ}{n}=36^\circ\qquad\therefore\ n=10$

따라서 주어진 정다각형은 정십각형이다.

정십각형의 내각의 크기의 합은

$180^\circ\times(10-2)=1440^\circ$

이고, 한 내각의 크기는

$\dfrac{1440^\circ}{10}=144^\circ$

정다각형의 모든 내각의 크기는 같다.

답 ④

다른풀이 정십각형의 한 외각의 크기가 36°이므로 한 내각의 크기는 $\quad 180^\circ-36^\circ=144^\circ$

내각의 크기의 합은 $\quad 144^\circ\times10=1440^\circ$

17 (한 내각의 크기)+(한 외각의 크기)=180°이므로

(한 외각의 크기)$=180^\circ\times\dfrac{1}{8+1}=20^\circ$

구하는 정다각형을 정n각형이라 하면

$\dfrac{360^\circ}{n}=20^\circ\qquad\therefore\ n=18$

따라서 구하는 정다각형은 정십팔각형이다.

답 정십팔각형

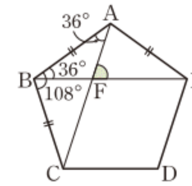
만점 비법

정다각형의 한 내각의 크기와 한 외각의 크기의 비가 $m:n$일 때,

① 한 내각의 크기 → $180^\circ\times\dfrac{m}{m+n}$

② 한 외각의 크기 → $180^\circ\times\dfrac{n}{m+n}$

18 정오각형의 한 내각의 크기는



$\dfrac{180^\circ\times(5-2)}{5}=108^\circ$

이때 △ABC는 $\overline{AB}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BAC=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-108^\circ)=36^\circ$

또 △ABE는 $\overline{AB}=\overline{AE}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABF=36^\circ$

따라서 △ABF에서

삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

$\angle AFE=\angle ABF+\angle BAF$

$=36^\circ+36^\circ=72^\circ$

답 ④

만점 도전을 위한 고난도 문제

본책 51~54쪽

01 전략 다각형과 정다각형의 뜻과 특징을 생각해 본다.

풀이 ① 다각형의 이웃하는 두 변에서 한 변과 다른 한 변의 연장선이 이루는 각은 외각이다.

③ 한 꼭짓점에서 (내각의 크기)+(외각의 크기)=180°이므로 크기가 x°인 내각에 대한 외각의 크기는 $180^\circ-x^\circ$이다.

④ 변의 길이가 모두 같고 각의 크기가 모두 같은 다각형을 정다각형이라 한다.

답 ②, ⑤

02 전략 성냥개비 한 개의 길이를 1로 놓고 주어진 도형에서 찾을 수 있는 정다각형이 무엇인지 생각한다.

풀이 성냥개비 한 개의 길이를 1로 놓고 주어진 도형에서 찾을 수 있는 정다각형이 정삼각형인 경우와 정육각형인 경우로 나누어 생각하자.

(i) 정삼각형인 경우

한 변의 길이가 1인 정삼각형의 개수는

$1+3+5+7=16$

한 변의 길이가 2인 정삼각형의 개수는

$1+2+3+1=7$

한 변의 길이가 2인 역삼각형 모양의 정삼각형

한 변의 길이가 3인 정삼각형의 개수는

$1+2=3$

한 변의 길이가 4인 정삼각형의 개수는

1

(ii) 정육각형인 경우

한 변의 길이가 1인 정육각형의 개수는

$1+2=3$

(i), (ii)에서 모든 정다각형의 개수는

$16+7+3+1+3=30$

답 ④

03 전략 먼저 삼각형의 내각의 크기의 합은 $180°$임을 이용하여 $\angle ADB$의 크기를 구한다.

풀이 $\triangle ABD$는 $\overline{AB}=\overline{AD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ADB=\frac{1}{2}\times(180°-126°)$

$=27°$ ···➊

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle DBC=\angle ADB=27°$ (엇각) ···➋

따라서 $\triangle DBC$에서

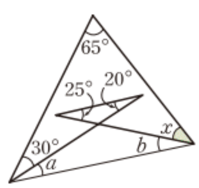
$\angle x=180°-(27°+70°)=83°$ ···➌

답 $83°$

채점 기준	비율
➊ $\angle ADB$의 크기를 구할 수 있다.	40 %
➋ $\angle DBC$의 크기를 구할 수 있다.	30 %
➌ $\angle x$의 크기를 구할 수 있다.	30 %

04 전략 보조선을 그어 삼각형을 만든 후 삼각형의 내각의 크기의 합은 $180°$임을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 보조선을 그으면



$\angle a+\angle b=25°+20°=45°$

삼각형의 내각의 크기의 합은 $180°$이므로

$65°+(30°+\angle a)+(\angle b+\angle x)=180°$

$\angle a+\angle b+\angle x=85°$, $\quad 45°+\angle x=85°$

$\therefore \angle x=40°$

답 ③

05 전략 $\triangle ABE$와 $\triangle ABD$에서 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같음을 각각 이용한다.

풀이 $\angle ABE=\angle EBC=\angle a$,

$\angle BAD=\angle DAC=\angle b$라 하면 $\triangle ABC$에서

$2\angle a+2\angle b+76°=180°$

$2(\angle a+\angle b)=104°$

$\therefore \angle a+\angle b=52°$ ···➊

$\triangle ABE$에서 $\quad \angle x=\angle a+2\angle b$

$\triangle ABD$에서 $\quad \angle y=2\angle a+\angle b$ ···➋

$\therefore \angle x+\angle y=(\angle a+2\angle b)+(2\angle a+\angle b)$

$=3(\angle a+\angle b)$

$=3\times52°=156°$ ···➌

답 $156°$

채점 기준	비율
➊ $\angle a+\angle b$의 크기를 구할 수 있다.	30 %
➋ $\angle x$, $\angle y$를 각각 $\angle a$, $\angle b$에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	40 %
➌ $\angle x+\angle y$의 크기를 구할 수 있다.	30 %

일품 BOX

서로 다른 두 직선이 한 직선과 만날 때, 두 직선이 평행하면 엇각의 크기는 서로 같다.

$\angle ACB=\angle z$ (맞꼭지각)

삼각형의 내각의 크기의 합은 $180°$이고 맞꼭지각의 크기는 서로 같으므로
$180°-(25°+20°)$
$=180°-(\angle a+\angle b)$

n각형의 대각선의 개수
→ $\frac{n(n-3)}{2}$

06 전략 $\triangle ABC$와 $\triangle EBC$에서 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같음을 각각 이용한다.

풀이 $\angle ABE=\angle EBC=\angle a$,

$\angle ACE=\angle ECD=\angle b$라 하면 $\triangle ABC$에서

$2\angle b=2\angle a+48°$

$\therefore \angle b=\angle a+24°$ ······ ㉠

$\triangle EBC$에서

$\angle b=\angle a+\angle x$ ······ ㉡

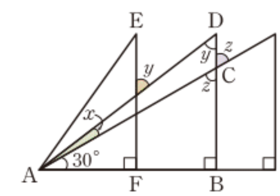
㉠, ㉡에서 $\quad \angle a+24°=\angle a+\angle x$

$\therefore \angle x=24°$

답 $24°$

07 전략 삼각형의 내각의 크기의 합은 $180°$임을 이용하여 먼저 $\angle z$의 크기를 구한 후, 삼각형의 내각과 외각의 관계를 이용한다.

풀이 오른쪽 그림의 $\triangle ABC$에서



$\angle z=180°-(90°+30°)$

$=60°$

$\overline{EF}/\!/\overline{DB}$이므로 $\quad \angle ADB=\angle y$ (엇각)

$\triangle ACD$에서

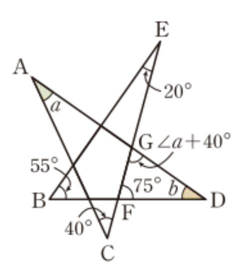
$\angle z=\angle x+\angle y=60°$

$\therefore \angle x+\angle y+\angle z=60°+60°=120°$

답 ②

08 전략 주어진 각을 내각 또는 외각으로 갖는 삼각형을 찾아 삼각형의 내각과 외각의 관계를 이용한다.

풀이 오른쪽 그림의 $\triangle ACG$에서



$\angle CGD=\angle a+40°$

$\triangle EBF$에서

$\angle EFD=20°+55°$

$=75°$

$\triangle GFD$에서

$(\angle a+40°)+75°+\angle b=180°$

$\therefore \angle a+\angle b=65°$

답 $65°$

09 전략 n각형의 내부의 한 점에서 각 꼭짓점에 선분을 그었을 때 생기는 삼각형의 개수는 n이다.

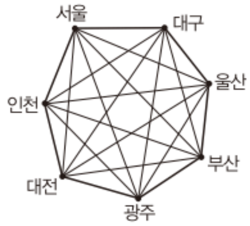
풀이 주어진 다각형은 팔각형이므로 구하는 대각선의 개수는 $\frac{8\times(8-3)}{2}=20$

답 ③

10 전략 7개의 도시를 서로 연결한다는 것을 7개의 점을 서로 연결한다는 것으로 단순화하여 생각한다.

V 평면도형

풀이 7개의 각 도시를 오른쪽 그림과 같이 7개의 점으로 놓고 각 도시를 서로 연결하는 경우를 생각하면 다음과 같다.



(i) 이웃하는 점끼리 연결한 경우 → 7개

(ii) 이웃하지 않는 점끼리 연결한 경우

→ 칠각형의 대각선의 개수와 같으므로

$\frac{7\times(7-3)}{2}=14$(개)

(i), (ii)에서 구하는 노선은

$7+14=21$(개)

답 ③

만점 비법

실생활에서의 활용 문제는 그림을 단순화시켜 표현한 후 생각한다.

11

전략 사각형의 내각의 크기의 합은 360°임을 이용한다.

풀이 $\angle ABP=\angle PBQ=\angle a$,

$\angle CDP=\angle PDA=\angle b$라 하면 사각형 ABCD에서

$140°+2\angle a+76°+2\angle b=360°$

$2(\angle a+\angle b)=144°$

$\therefore \angle a+\angle b=72°$ ··· ❶

사각형 ABPD에서

$\angle BPD=360°-(140°+\angle a+\angle b)$

$=360°-(140°+72°)$

$=148°$ ··· ❷

$\therefore \angle x=180°-148°=32°$ ··· ❸

답 32°

채점 기준	비율
❶ $\angle a+\angle b$의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❷ $\angle BPD$의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❸ $\angle x$의 크기를 구할 수 있다.	20 %

다른풀이 $\triangle BPQ$에서 $\angle PQC=\angle x+\angle a$

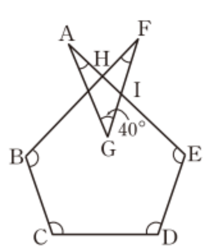
$\triangle DQC$에서 $\angle b+(\angle x+\angle a)+76°=180°$

$\angle x+72°+76°=180°$ $\therefore \angle x=32°$

12

전략 오각형의 내각의 크기의 합은 540°임을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림의 $\triangle AGI$에서



$\angle HIF=\angle A+40°$

$\triangle FHI$에서

$\angle BHE=\angle F+\angle HIF$

$=\angle F+\angle A+40°$

이므로

$\angle A+\angle F=\angle BHE-40°$

$\therefore \angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle F$

$=\angle B+\angle C+\angle D+\angle E+\angle BHE-40°$

$=$(오각형 BCDEH의 내각의 크기의 합)$-40°$

$=180°\times(5-2)-40°=500°$

답 ⑤

13

전략 주어진 각을 포함하는 삼각형의 내각의 크기의 합과 내부에 있는 다각형의 외각의 크기의 합을 이용한다.

풀이 $\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e+\angle f+\angle g$

$=$(7개의 삼각형의 내각의 크기의 합)

$-$(칠각형의 외각의 크기의 합)$\times 2$

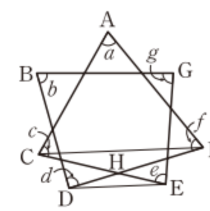
$=180°\times 7-360°\times 2$

$=1260°-720°=540°$

다각형의 외각의 크기의 합은 360°이다.

답 540°

다른풀이 오른쪽 그림의 $\triangle HFC$와 $\triangle HDE$에서



$\angle HCF+\angle HFC$

$=\angle HDE+\angle HED$

이므로

$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d$

$+\angle e+\angle f+\angle g$

$=(\triangle ACF$의 내각의 크기의 합)

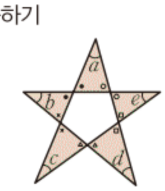
$+$(사각형 BDEG의 내각의 크기의 합)

$=180°+360°=540°$

만점 비법

별 모양의 도형에서 각의 크기의 합 구하기

오른쪽 그림에서 색칠한 5개의 삼각형의 내각의 크기의 합은 $180°\times 5=900°$이므로



$(\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e)$

$+2(\bullet+\times+\triangle+\square+\circ)$

$=900°$

이때 $\bullet+\times+\triangle+\square+\circ$는 내부에 있는 오각형의 외각의 크기의 합과 같으므로

$2(\bullet+\times+\triangle+\square+\circ)=2\times 360°=720°$

$\therefore \angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e=900°-720°$

$=180°$

위의 내용은 좀 더 복잡한 도형에서도 성립하므로 다음 내용을 꼭 기억해 두자.

(복잡한 도형의 끝에 표시된 n개의 각의 크기의 합)

$=$(외부에 있는 n개의 삼각형의 내각의 크기의 합)

$-$(내부에 있는 n각형의 외각의 크기의 합)$\times 2$

$=180°\times n-360°\times 2$

$=180°\times n-720°$

14

전략 다각형의 한 꼭짓점에서 외각의 크기가 가장 클 때 내각의 크기가 가장 작다.

풀이 네 외각 중 가장 큰 외각의 크기는

$$360^\circ \times \frac{4}{1+2+3+4} = 144^\circ$$

이므로 가장 작은 내각의 크기는

$$180^\circ - 144^\circ = 36^\circ$$

답 ②

15 전략 다각형의 외각의 크기의 합은 360°임을 이용한다.

풀이 $\angle PAB = \angle a$, $\angle PBA = \angle b$, $\angle QCD = \angle c$, $\angle QDC = \angle d$라 하면 사각형 ABCD의 외각의 크기의 합은 360°이므로

$$2(\angle a + \angle b + \angle c + \angle d) = 360^\circ$$

$$\therefore \angle a + \angle b + \angle c + \angle d = 180^\circ$$

이때 △PBA의 세 내각의 크기와 △QDC의 세 내각의 크기의 합은 $180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$이므로

$$(\angle P + \angle a + \angle b) + (\angle Q + \angle c + \angle d) = 360^\circ$$

$$\angle P + \angle Q + 180^\circ = 360^\circ$$

$$\therefore \angle P + \angle Q = 180^\circ$$

답 180°

16 전략 다각형의 한 꼭짓점에서 내각과 외각의 크기의 합은 180°임을 이용한다.

풀이 주어진 정다각형을 정n각형이라 하면 다각형의 한 꼭짓점에서 내각과 외각의 크기의 합은 180°이므로

$$180^\circ \times n = 2700^\circ$$

$$\therefore n = 15 \quad \cdots ❶$$

따라서 주어진 정다각형은 정십오각형이므로 한 내각의 크기는

$$\frac{180^\circ \times (15-2)}{15} = 156^\circ \quad \cdots ❷$$

답 156°

채점 기준	비율
❶ 주어진 정다각형을 정n각형으로 놓고 n의 값을 구할 수 있다.	60 %
❷ 한 내각의 크기를 구할 수 있다.	40 %

일품 BOX

다각형의 한 꼭짓점에서 내각과 외각의 크기의 합은 180°이므로 n각형의 모든 내각과 외각의 크기의 합은 $180^\circ \times n$이다.

17 전략 정다각형의 한 내각의 크기와 한 외각의 크기의 비가 $m : n$일 때, 한 내각의 크기는 $180^\circ \times \frac{m}{m+n}$, 한 외각의 크기는 $180^\circ \times \frac{n}{m+n}$이다.

풀이 (한 내각의 크기)+(한 외각의 크기)$=180^\circ$이므로

$$(\text{한 외각의 크기}) = 180^\circ \times \frac{2}{7+2} = 40^\circ$$

주어진 정다각형을 정n각형이라 하면

$$\frac{360^\circ}{n} = 40^\circ$$

$$\therefore n = 9$$

따라서 주어진 정다각형은 정구각형이므로 구하는 대각선의 개수는

$$\frac{9 \times (9-3)}{2} = 27$$

답 ②

참고 (한 내각의 크기)$=180^\circ \times \frac{7}{7+2} = 140^\circ$임을 이용하여 n의 값을 구할 수도 있다.

18 전략 정n각형의 한 내각의 크기 ◯ $\frac{180^\circ \times (n-2)}{n}$

정n각형의 한 외각의 크기 ◯ $\frac{360^\circ}{n}$

풀이 주어진 정다각형을 정n각형이라 하면

$$a = \frac{360}{n},\ b = \frac{180 \times (n-2)}{n}$$

이므로

$$\frac{a}{b} = \frac{360}{n} \times \frac{n}{180 \times (n-2)}$$

$$= \frac{2}{n-2} \quad \cdots ❶$$

이때 $\frac{2}{n-2}$가 자연수가 되기 위해서는 분모 $n-2$가 분자 2의 약수이어야 하므로

$$n-2=1 \text{ 또는 } n-2=2$$

$$\therefore n=3 \text{ 또는 } n=4$$

따라서 구하는 정다각형은 정삼각형, 정사각형이다. $\cdots$ ❷

답 정삼각형, 정사각형

채점 기준	비율
❶ 구하는 정다각형을 정n각형으로 놓고 $\frac{a}{b}$를 n에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	60 %
❷ 조건을 만족시키는 정다각형을 구할 수 있다.	40 %

19 전략 정삼각형과 정사각형의 성질을 이용한다.

풀이 정삼각형 PBC에서

$$\angle PBC = 60^\circ$$

정사각형 ABCD에서

$$\angle ABC = 90^\circ$$

$$\therefore \angle ABP = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ \quad \cdots ❶$$

△ABP는 $\overline{AB}=\overline{PB}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{PB}$

$$\angle BPA = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$$

같은 방법으로 $\angle CPD = 75^\circ \quad \cdots ❷$

$$\therefore \angle x = 360^\circ - (75^\circ + 60^\circ + 75^\circ)$$

$\angle BPC = 60^\circ$

$$= 150^\circ \quad \cdots ❸$$

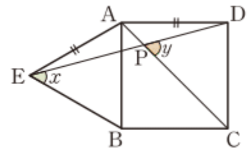
답 150°

채점 기준	비율
❶ $\angle ABP$의 크기를 구할 수 있다.	30 %
❷ $\angle BPA$, $\angle CPD$의 크기를 구할 수 있다.	50 %
❸ $\angle x$의 크기를 구할 수 있다.	20 %

V 평면도형

20 전략 정삼각형과 정사각형의 성질을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림에서



$\triangle AED$는 $\overline{AE}=\overline{AD}$인 이등변삼각형이고

$\angle EAD=60^\circ+90^\circ$

$=150^\circ$

이므로

$\overline{AE}=\overline{AB}=\overline{AD}$

$\angle AED=\frac{1}{2}\times(180^\circ-150^\circ)=15^\circ$

$\therefore\ \angle x=60^\circ-15^\circ=45^\circ$ ··· ❶

$\triangle AEP$에서

$\angle EAP=60^\circ+45^\circ=105^\circ$, $\angle AEP=15^\circ$

이므로

$\angle y=\angle APE$

$=180^\circ-(105^\circ+15^\circ)=60^\circ$ ··· ❷

맞꼭지각의 크기는 서로 같다.

$\therefore\ \angle x+\angle y=105^\circ$ ··· ❸

답 105°

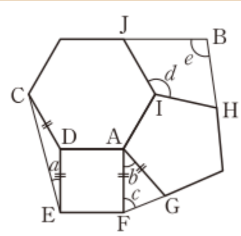
채점 기준	비율
❶ $\angle x$의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❷ $\angle y$의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❸ $\angle x+\angle y$의 크기를 구할 수 있다.	20 %

21 전략 정n각형의 한 내각의 크기 ⊙ $\frac{180^\circ\times(n-2)}{n}$

풀이 정사각형, 정오각형, 정육각형의 한 내각의 크기는 각각 90°, 108°, 120°이므로 오른쪽 그림에서

$\frac{180^\circ\times(5-2)}{5}=108^\circ$

$\frac{180^\circ\times(6-2)}{6}=120^\circ$



① $\angle CDE$

$=360^\circ-(120^\circ+90^\circ)$

$=150^\circ$

$\triangle CED$는 이등변삼각형이므로

$\overline{CD}=\overline{DE}$

$\angle a=\frac{1}{2}\times(180^\circ-150^\circ)=15^\circ$

② $\angle b=360^\circ-(120^\circ+108^\circ+90^\circ)=42^\circ$

③ $\triangle AFG$는 이등변삼각형이므로

$\overline{AF}=\overline{AG}$

$\angle c=\frac{1}{2}\times(180^\circ-42^\circ)=69^\circ$

④ $\angle d=360^\circ-(120^\circ+108^\circ)=132^\circ$

⑤ $\angle IJB=180^\circ-120^\circ=60^\circ$

$\angle IHB=180^\circ-108^\circ=72^\circ$

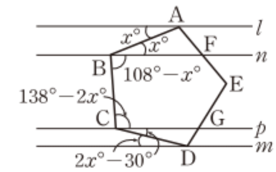
사각형 IHBJ에서

$\angle e=360^\circ-(60^\circ+132^\circ+72^\circ)=96^\circ$

답 ⑤

22 전략 정오각형의 꼭짓점을 지나면서 두 직선 l, m에 평행한 직선을 그어 엇각의 크기가 서로 같음을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 두 꼭짓점 B, C를 지나고 두 직선 l, m에 평행한 두 직선 n, p를 각각 그으면



$\angle ABF=x^\circ$ (엇각)

정오각형의 한 내각의 크기는 108°이므로

$\frac{180^\circ\times(5-2)}{5}=108^\circ$

$\angle CBF=108^\circ-x^\circ$ ······ ㉠

또 $\angle DCG=2x^\circ-30^\circ$ (엇각)이므로

$\angle BCG=108^\circ-(2x^\circ-30^\circ)$

$=138^\circ-2x^\circ$ ······ ㉡

$n /\!/ p$이므로 ㉠, ㉡에서

$(108-x)+(138-2x)=180$, $3x=66$

$\therefore\ x=22$

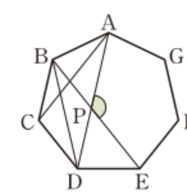
답 ③

23 전략 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$를 그은 후 $\triangle ACD\equiv\triangle BDE$임을 이용한다.

풀이 (정칠각형의 한 내각의 크기)

$=\frac{180^\circ\times(7-2)}{7}=\frac{900^\circ}{7}$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$를 그으면 $\triangle ACD$와 $\triangle BDE$에서



$\overline{CD}=\overline{DE}$, $\overline{AC}=\overline{BD}$,

$\overline{AD}=\overline{BE}$

이므로

$\triangle ACD\equiv\triangle BDE$ (SSS 합동)

따라서 $\triangle PDE$에서

$\angle APE=\angle PDE+\angle PED$

$=\angle PDE+\angle PDC$

$\triangle ACD\equiv\triangle BDE$이므로

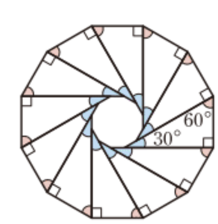
$\angle ADC=\angle BED$

$=\angle CDE=\frac{900^\circ}{7}$

답 ④

24 전략 삼각형을 계속 그려 나갈 때 만들어지는 도형이 정다각형임을 이용한다.

풀이 그릴 수 있는 삼각형을 모두 그리면 오른쪽 그림과 같고, 양 끝 각의 크기가 60°, 90°인 변으로 둘러싸인 도형은 한 외각의 크기가 30°인 정다각형이므로 이 도형을 정n각형이라 하면



한 내각의 크기는

$90^\circ+60^\circ=150^\circ$

이므로 한 외각의 크기는

$180^\circ-150^\circ=30^\circ$

$\frac{360^\circ}{n}=30^\circ$

$\therefore\ n=12$

따라서 그릴 수 있는 삼각형의 개수는 12이다.

답 12

참고 내부에 그려지는 도형도 한 외각의 크기가 30°인 정다각형이다.

최상위로 가는 최고 수준 문제 본책 55쪽

01 전략 $\overline{BF}$, $\overline{CG}$를 대각선으로 갖는 사각형, 오각형, 육각형을 찾는다.

풀이 $\overline{BF}$, $\overline{CG}$를 대각선으로 갖는 다각형은 다음과 같다.

(i) 사각형인 경우
사각형 BCFG

(ii) 오각형인 경우
오각형 BCDFG, 오각형 BCFGH

(iii) 육각형인 경우
육각형 BCDFGH

이상에서 구하는 다각형의 개수는 4이다. 답 ②

만점 비법
$\overline{BF}$, $\overline{CG}$가 대각선이므로 네 점 B, C, F, G는 구하는 다각형의 꼭짓점이 되어야 한다. 그런데 점 A를 선택하면 점 B가 꼭짓점이 될 수 없고, 점 E를 선택하면 점 F가 꼭짓점이 될 수 없으므로 다각형을 구할 때 두 점 A, E를 선택하면 안된다.

02 전략 $\angle RBC$와 $\angle RCB$의 크기의 합을 구한 후 삼각형의 내각과 외각의 관계를 이용한다.

풀이 $\angle ABQ=\angle QBR=\angle RBC=\angle a$,
$\angle ACS=\angle SCR=\angle RCB=\angle b$라 하자.

$\triangle ABC$에서
$3(\angle a+\angle b)+81°=180°$
$3(\angle a+\angle b)=99°$
$\therefore \angle a+\angle b=33°$

$\triangle QBC$에서 $\angle PQR=2\angle a+\angle b$
$\triangle SBC$에서 $\angle PSR=\angle a+2\angle b$
$\therefore \angle PQR+\angle PSR=3(\angle a+\angle b)$
$=3\times 33°=99°$ 답 $99°$

다른풀이 $\triangle RBC$에서
$\angle BRC=180°-(\angle a+\angle b)$
$=180°-33°=147°$
$\therefore \angle QRS=\angle BRC=147°$ (맞꼭지각)

$\triangle PBC$에서
$\angle BPC=180°-2(\angle a+\angle b)$
$=180°-2\times 33°=114°$

사각형 PQRS에서
$114°+\angle PQR+147°+\angle PSR=360°$
$\therefore \angle PQR+\angle PSR=99°$

03 전략 이등변삼각형의 성질과 삼각형의 내각과 외각의 관계를 이용한다.

풀이 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle ABC=\angle ACB$
또 $\angle ABC+\angle ACB=\angle x$이므로
$\angle ABC=\frac{1}{2}\angle x$ ⋯ ❶

$\triangle BDA$는 $\overline{BA}=\overline{BD}$인 이등변삼각형이므로
$\angle BAD=\frac{1}{2}\left(180°-\frac{1}{2}\angle x\right)$
$=90°-\frac{1}{4}\angle x$ ⋯ ❷

$\therefore \angle DAC=180°-\angle x-\left(90°-\frac{1}{4}\angle x\right)$
$=90°-\frac{3}{4}\angle x$ ⋯ ❸

$\angle BAD+\angle DAC+\angle CAE=180°$

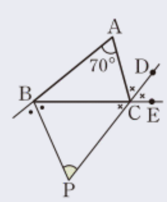
답 $90°-\frac{3}{4}\angle x$

채점 기준	비율
❶ $\angle ABC$의 크기를 $\angle x$를 사용하여 나타낼 수 있다.	40 %
❷ $\angle BAD$의 크기를 $\angle x$를 사용하여 나타낼 수 있다.	40 %
❸ $\angle DAC$의 크기를 $\angle x$를 사용하여 나타낼 수 있다.	20 %

04 전략 다각형의 외각의 크기의 합은 360°임을 이용한다.

풀이 $\triangle ABC$에서 $\angle A=70°$이므로 $\angle A$의 외각의 크기는 $180°-70°=110°$

$\triangle ABC$의 외각의 크기의 합은 360°이므로
$2(\angle CBP+\angle BCP)+110°=360°$
$\therefore \angle CBP+\angle BCP=125°$



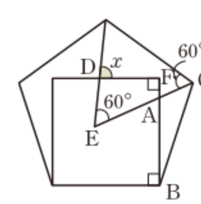
위의 그림에서
$\angle BCP=\angle DCE$
(맞꼭지각)

따라서 $\triangle BPC$에서
$\angle P=180°-(\angle CBP+\angle BCP)$
$=180°-125°$
$=55°$ 답 $55°$

05 전략 정오각형, 정사각형, 정삼각형의 한 내각의 크기를 이용한다.

풀이 정오각형의 한 내각의 크기는

$\frac{180°\times(5-2)}{5}=108°$



이므로 오른쪽 그림에서
$\angle ABC=108°-90°=18°$
$\angle ACB=108°-60°=48°$ ⋯ ❶

$\triangle ABC$에서
$\angle CAB=180°-(18°+48°)=114°$
$\therefore \angle FAE=\angle CAB=114°$ (맞꼭지각) ⋯ ❷

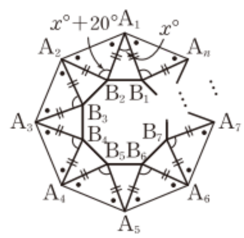
사각형 DEAF에서
$\angle EDF=360°-(60°+114°+90°)=96°$
$\therefore \angle x=180°-96°=84°$ ⋯ ❸

답 $84°$

채점 기준	비율
❶ ∠ABC, ∠ACB의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❷ ∠FAE의 크기를 구할 수 있다.	30 %
❸ $\angle x$의 크기를 구할 수 있다.	30 %

06 전략 점 $A_1, A_2, \cdots, A_n$을 이은 도형이 정n각형임을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 점 $A_1, A_2, \cdots, A_n$을 이은 도형은 정n각형이다.



$\angle A_1 = x°$라 하면

$\angle A_1B_2A_2 = x° + 20°$

$\triangle A_1B_2A_2$는 $\overline{B_2A_1} = \overline{B_2A_2}$인 이등변삼각형이므로

$\angle B_2A_1A_2 = \angle B_2A_2A_1$

$= \frac{1}{2}\{180° - (x° + 20°)\}$

$= 80° - \frac{1}{2} \times x°$

따라서 정n각형의 한 내각의 크기는

$2 \times \left(80° - \frac{1}{2} \times x°\right) + x° = 160°$

이므로

$\frac{180° \times (n-2)}{n} = 160°$

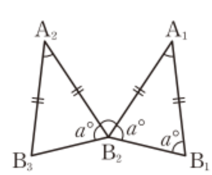
$180° \times (n-2) = 160° \times n$

$20° \times n = 360° \qquad \therefore n = 18$ 답 ④

다른풀이 이등변삼각형의 밑변으로 둘러싸인 도형은 정n각형이고 정n각형의 한 내각의 크기는

$\frac{180° \times (n-2)}{n}$

오른쪽 그림에서



$\angle A_1B_1B_2 = \angle A_1B_2B_1 = a°$

라 하면

$\angle A_1 = 180° - 2a°$

이고

$\angle A_1B_2A_2 = \angle A_1 + 20° = 200° - 2a°$

이므로

$\frac{180° \times (n-2)}{n} + a° + (200° - 2a°) + a° = 360°$

$\angle B_3B_2B_1$

$\frac{180° \times (n-2)}{n} = 160°$

$\therefore n = 18$

일품 BOX

12 원과 부채꼴

개념 & 핵심 기출

본책 56~58쪽

01 ㈁ 길이가 가장 긴 현은 지름이다.

㈃ 부채꼴은 두 반지름과 호로 이루어진 도형이다.

이상에서 옳은 것은 ㈀, ㈂이다. 답 ②

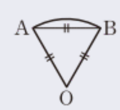
02 ① $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$이지만 $\overline{AB}$의 길이와 같은지는 알 수 없다.

④ 직선 OB는 원과 두 점에서 만나므로 할선이다.

답 ①

03 부채꼴과 활꼴이 같아지는 것은 반원일 때이므로 중심각의 크기는 180°이다. 답 180°

04 부채꼴 AOB의 반지름의 길이와 현 AB의 길이가 같으면 △AOB는 정삼각형이므로 부채꼴 AOB의 중심각의 크기는 60°이다.



답 ③

부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례한다.

05 $30 : 90 = 2 : x$이므로 $\qquad 1 : 3 = 2 : x$

$\therefore x = 6$

$30 : y = 2 : 8$이므로 $\qquad 30 : y = 1 : 4$

$\therefore y = 120$

$\therefore x + y = 126$ 답 126

부채꼴의 넓이는 중심각의 크기에 정비례한다.

06 부채꼴 COD의 넓이를 $S\text{ cm}^2$라 하면

$45 : 135 = 5 : S, \qquad 1 : 3 = 5 : S$

$\therefore S = 15$

따라서 구하는 넓이는 15 cm^2이다. 답 15 cm^2

07 ①, ④ $\overline{AB} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF}$이므로

$3\overline{AB} > \overline{CF}, \quad \triangle OCF < 3\triangle OAB$

② $\angle AOB = \frac{1}{2}\angle COE$이므로 $\qquad \widehat{AB} = \frac{1}{2}\widehat{CE}$

③ $\angle AOB = 30°, \angle AOF = 100°$라 하면

$\angle COF = 3\angle AOB = 90°$

$\angle BOC = 360° - (30° + 100° + 90°) = 140°$

$\therefore \angle AOF \neq \angle BOC$

주어진 조건만으로는 ∠AOF=∠BOC인지 알 수 없다.

⑤ $\angle DOF = 2\angle AOB$이므로

(부채꼴 DOF의 넓이)

$= 2 \times$(부채꼴 AOB의 넓이)

답 ②, ⑤

만점 비법

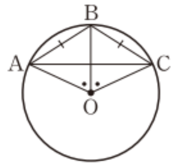
오른쪽 그림에서

$\angle AOC = 2\angle AOB$

이지만 $\overline{AB} = \overline{BC}$이므로

$\overline{AC} < \overline{AB} + \overline{BC} = 2\overline{AB}$

따라서 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않는다.



08 색칠한 부분의 둘레의 길이는

$2 \times$ (반지름의 길이가 1 cm인 반원의 호의 길이)

$+ 2 \times$ (반지름의 길이가 3 cm인 반원의 호의 길이)

$= 2\pi \times 1 + 2\pi \times 3 = 2\pi + 6\pi = 8\pi$ (cm)

답 8π cm

일품 BOX: (지름의 길이가 2 cm인 원의 둘레의 길이) + (지름의 길이가 6 cm인 원의 둘레의 길이)

09 색칠한 부분의 둘레의 길이는

$2 \times$ (반지름의 길이가 3 cm인 반원의 호의 길이)

$+ \frac{1}{2} \times$ (반지름의 길이가 6 cm인 원의 둘레의 길이)

$+ 2 \times 6$

$= 2\pi \times 3 + \frac{1}{2} \times 2\pi \times 6 + 2 \times 6$

$= 12\pi + 12 = 12(\pi + 1)$ (cm)

즉 $a(\pi + b) = 12(\pi + 1)$이므로

$a = 12,\ b = 1$

$\therefore a + b = 13$

답 ④

10 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \frac{1}{3} \times 24 = 8$ (cm)이므로 색칠한 부분의 넓이는

(반지름의 길이가 12 cm인 반원의 넓이)

$-$ (반지름의 길이가 8 cm인 반원의 넓이)

$+$ (반지름의 길이가 4 cm인 반원의 넓이)

$= \frac{1}{2} \times \pi \times 12^2 - \frac{1}{2} \times \pi \times 8^2 + \frac{1}{2} \times \pi \times 4^2$

$= 72\pi - 32\pi + 8\pi$

$= 48\pi$ (cm^2)

답 48π cm^2

11 색칠한 부분의 둘레의 길이는

$2\pi \times 4 \times \frac{45}{360} + 2\pi \times 6 \times \frac{45}{360} + 2 \times 2$

$= \pi + \frac{3}{2}\pi + 4 = \frac{5}{2}\pi + 4$ (cm)

답 ④

12 정육각형의 한 내각의 크기는

$\frac{180^\circ \times (6-2)}{6} = 120^\circ$

일품 BOX: 정n각형의 한 내각의 크기 → $\frac{180^\circ \times (n-2)}{n}$

이므로 색칠한 부채꼴의 넓이는

일품 BOX: 반지름의 길이가 9 cm, 중심각의 크기가 120°인 부채꼴

$\pi \times 9^2 \times \frac{120}{360} = 27\pi$ (cm^2)

답 ④

13 부채꼴의 반지름의 길이를 r라 하면

$\frac{1}{2} \times 5\pi \times r = 25\pi \qquad \therefore r = 10$

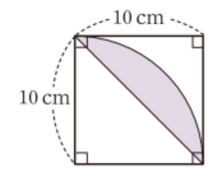
부채꼴의 중심각의 크기를 x°라 하면

$2\pi \times 10 \times \frac{x}{360} = 5\pi \qquad \therefore x = 90$

따라서 구하는 부채꼴의 반지름의 길이는 10, 중심각의 크기는 90°이다.

답 반지름의 길이: 10, 중심각의 크기: 90°

14 구하는 넓이는 오른쪽 그림에서 색칠한 부분의 넓이의 8배와 같다.



색칠한 부분의 넓이는

$\pi \times 10^2 \times \frac{90}{360} - \frac{1}{2} \times 10 \times 10$

$= 25\pi - 50$ (cm^2)

이므로 구하는 넓이는

$8 \times (25\pi - 50) = 200\pi - 400$ (cm^2)

답 ⑤

만점 도전을 위한 고난도 문제

본책 59~62쪽

01 전략 원에서 가장 큰 활꼴은 반원이다.

풀이 (ㄴ) $\widehat{AC}$에 대한 중심각은 $\angle AOC$이다.

(ㄹ) $\overline{AB}$와 $\widehat{AB}$로 둘러싸인 도형이 원 O에서 가장 큰 활꼴이다.

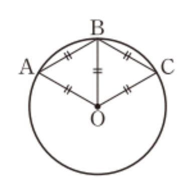
일품 BOX: 반원

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다.

답 ①

02 전략 $\overline{OB}$를 그어 두 개의 삼각형 OAB, OBC로 나누어 생각한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$를 그으면



$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$

이므로 두 삼각형 OAB와 OBC는 정삼각형이다.

$\therefore \angle AOB = \angle BOC = 60^\circ$

따라서 $\widehat{AC}$에 대한 중심각의 크기는

$\angle AOC = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$

답 120°

03 전략 부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례함을 이용한다.

풀이 $\angle AOF : \angle BOE = \widehat{AF} : \widehat{BE} = 5 : 3$이므로

$\angle BOE = \frac{3}{5}\angle AOF$

$= \frac{3}{5} \times 180^\circ = 108^\circ$

답 108°

04 전략 $\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{BC}$, $\overset{\frown}{CD}$에 대한 중심각의 크기를 구하고, $\triangle OCA$, $\triangle OCD$가 이등변삼각형임을 이용한다.

풀이 $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$이므로

$$\angle AOB=\angle BOC=\angle COD=\frac{1}{3}\times(360^\circ-30^\circ)=110^\circ$$

$\triangle OCD$에서 $\overline{OC}=\overline{OD}$이므로

$$\angle OCD=\frac{1}{2}\times(180^\circ-110^\circ)=35^\circ$$

$\triangle OCA$에서 $\overline{OC}=\overline{OA}$이고, $\angle AOC=140^\circ$이므로

$$\angle OCA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-140^\circ)=20^\circ$$

$$\therefore\ \angle ACD=\angle OCD-\angle OCA=35^\circ-20^\circ=15^\circ$$

답 ①

05 전략 평행선과 이등변삼각형의 성질을 이용한다.

풀이 $\triangle OAB$에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

$\angle OAB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-120^\circ)=30^\circ$ ⋯ ❶

$\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$이므로

$\angle AOC=\angle OAB=30^\circ$ (엇각) ⋯ ❷

따라서 $\overset{\frown}{BDC}$에 대한 중심각의 크기는

$360^\circ-(30^\circ+120^\circ)=210^\circ$ ⋯ ❸

$\therefore\ \overset{\frown}{AC}:\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BDC}=30:120:210=1:4:7$ ⋯ ❹

답 $1:4:7$

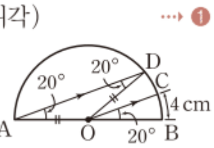
채점 기준	비율
❶ $\angle OAB$의 크기를 구할 수 있다.	30 %
❷ $\angle AOC$의 크기를 구할 수 있다.	30 %
❸ $\overset{\frown}{BDC}$에 대한 중심각의 크기를 구할 수 있다.	20 %
❹ $\overset{\frown}{AC}:\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BDC}$를 가장 간단한 자연수의 비로 나타낼 수 있다.	20 %

06 전략 $\overline{OD}$를 그어 이등변삼각형의 성질을 이용한다.

풀이 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{OC}$이므로

$\angle DAO=\angle COB=20^\circ$ (동위각) ⋯ ❶

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$를 그으면 $\triangle AOD$에서 $\overline{OA}=\overline{OD}$이므로



$\angle ODA=\angle DAO=20^\circ$

$\therefore\ \angle AOD=180^\circ-(20^\circ+20^\circ)=140^\circ$ ⋯ ❷

따라서 $20:140=4:\overset{\frown}{AD}$이므로

$1:7=4:\overset{\frown}{AD}$

$\therefore\ \overset{\frown}{AD}=28\,(\text{cm})$ ⋯ ❸

답 28 cm

일품 BOX

삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

$\angle AOC=\angle AOD+\angle COD=30^\circ+110^\circ=140^\circ$

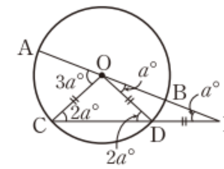
부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례한다.

$\overline{OB}=\overline{OD}=4\text{ cm}$

채점 기준	비율
❶ $\angle DAO$의 크기를 구할 수 있다.	30 %
❷ $\angle AOD$의 크기를 구할 수 있다.	40 %
❸ $\overset{\frown}{AD}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %

07 전략 $\overline{OC}$를 그어 이등변삼각형의 성질을 이용한다.

풀이 $\triangle DEO$에서 $\overline{DE}=\overline{DO}$이므로



$\angle DEO=\angle DOE=a^\circ$

라 하면

$\angle ODC=a^\circ+a^\circ=2a^\circ$

$\triangle OCD$에서 $\overline{OC}=\overline{OD}$이므로

$\angle OCD=\angle ODC=2a^\circ$

$\triangle OCE$에서 $\angle AOC=2a^\circ+a^\circ=3a^\circ$

따라서 $a:3a=3\pi:\overset{\frown}{AC}$이므로

$1:3=3\pi:\overset{\frown}{AC}$

$\therefore\ \overset{\frown}{AC}=9\pi\,(\text{cm})$

답 9π cm

08 전략 부채꼴의 넓이는 중심각의 크기에 정비례함을 이용한다.

풀이 $\angle AOB:\angle BOC:\angle COA=2a:3a:4a=2:3:4$

이고 부채꼴 COA의 넓이를 $S\text{ cm}^2$라 하면

$3:4=9:S \qquad \therefore\ S=12$

따라서 구하는 넓이는 12 cm^2이다.

답 ②

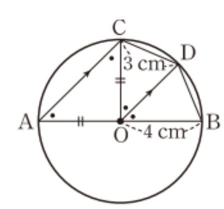
참고 $2a+3a+4a=360$이므로 $\quad a=40$

09 전략 $\overline{OC}$를 그어 중심각의 크기가 같은 두 현의 길이는 같음을 이용한다.

풀이 $\overline{AC}\,/\!/\,\overline{OD}$이므로

$\angle CAO=\angle DOB$ (동위각) ⋯ ❶

오른쪽 그림과 같이 $\overline{CO}$를 그으면 $\triangle CAO$에서 $\overline{CO}=\overline{AO}$이므로



$\angle ACO=\angle CAO$ ⋯ ❷

$\angle DOC=\angle ACO$ (엇각)이므로

$\angle DOC=\angle DOB$

$\therefore\ \overline{BD}=\overline{CD}=3\,(\text{cm})$ ⋯ ❸

따라서 삼각형 BOD의 둘레의 길이는

$3+4+4=11\,(\text{cm})$ ⋯ ❹

답 11 cm

채점 기준	비율
❶ $\angle CAO=\angle DOB$임을 알 수 있다.	20 %
❷ $\angle ACO=\angle CAO$임을 알 수 있다.	30 %
❸ $\overline{BD}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %
❹ 삼각형 BOD의 둘레의 길이를 구할 수 있다.	20 %

10 전략 부채꼴의 호의 길이와 넓이는 각각 중심각의 크기에 정비례한다.

풀이 ① $\angle AOB = \angle COD$이므로 $\overline{AB} = \overline{CD}$

② $\overline{BD} < 2\overline{DE}$

③ $3\angle BOC = \angle COF$이므로 $3\widehat{BC} = \widehat{CF}$

④ $\angle AOC = \frac{2}{5}\angle AOF$이므로 $\widehat{AC} = \frac{2}{5}\widehat{AF}$

⑤ $\triangle AOC \equiv \triangle COE$ (SAS 합동)이므로

$\triangle AOC = \triangle COE$

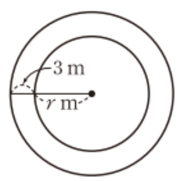
답 ②

현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않는다.

$\triangle AOC$, $\triangle COE$에서 $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{CO} = \overline{EO}$, $\angle AOC = \angle COE$

11 전략 트랙의 가장 안쪽 원과 가장 바깥쪽 원의 둘레의 길이를 구한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 원의 중심에서 가장 안쪽까지의 거리를 r m라 하면 가장 안쪽 원의 둘레의 길이는



$2\pi r$ m

가장 바깥쪽 원의 둘레의 길이는

$2\pi(r+3)$ m

이때 외발자전거의 바퀴의 둘레의 길이는

$2\pi \times 0.5 = \pi$ (m)

50 cm=0.5 m

이므로 재성이의 외발자전거의 바퀴의 회전수는

$\frac{2\pi r}{\pi} = 2r$

수아의 외발자전거의 바퀴의 회전수는

$\frac{2\pi(r+3)}{\pi} = 2r+6$

따라서 수아의 외발자전거의 바퀴는 재성이의 외발자전거의 바퀴보다 6회 더 회전하였다.

답 ③

12 전략 원 O″의 반지름의 길이를 r라 하고 세 원의 넓이를 r에 대한 식으로 나타낸다.

풀이 원 O″의 반지름의 길이를 r라 하면 원 O′의 반지름의 길이는 $2r$, 원 O의 반지름의 길이는 $4r$이다. ⋯ ❶

세 원 O, O′, O″의 넓이는

$S_1 = \pi \times (4r)^2 = 16\pi r^2$

$S_2 = \pi \times (2r)^2 = 4\pi r^2$

$S_3 = \pi \times r^2 = \pi r^2$ ⋯ ❷

$\therefore S_1 : S_2 : S_3 = 16\pi r^2 : 4\pi r^2 : \pi r^2$

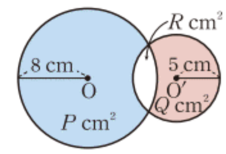
$= 16 : 4 : 1$ ⋯ ❸

답 16 : 4 : 1

채점 기준	비율
❶ 두 원 O, O′의 반지름의 길이를 원 O″의 반지름의 길이를 이용하여 나타낼 수 있다.	20 %
❷ 세 원의 넓이를 r에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	60 %
❸ $S_1 : S_2 : S_3$을 가장 간단한 자연수의 비로 나타낼 수 있다.	20 %

13 전략 겹쳐 있지 않은 부분의 넓이는 원의 넓이에서 겹쳐 있는 부분의 넓이를 뺀 것과 같다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 겹쳐 있는 부분의 넓이를 R cm²라 하면



$P-Q$

$= (\pi \times 8^2 - R) - (\pi \times 5^2 - R)$

$= 64\pi - R - 25\pi + R$

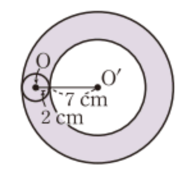
$= 64\pi - 25\pi = 39\pi$

답 ③

P=(원 O의 넓이)$-R$
Q=(원 O′의 넓이)$-R$

14 전략 원 O가 지나간 자리를 그려 본다.

풀이 원 O가 지나간 자리는 오른쪽 그림의 색칠한 부분이므로 구하는 넓이는



$\pi \times 11^2 - \pi \times 7^2$

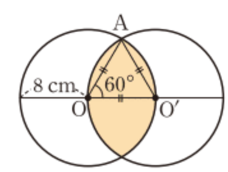
$= 121\pi - 49\pi = 72\pi$ (cm²)

답 ④

(반지름의 길이가 11 cm인 원의 넓이)
−(반지름의 길이가 7 cm인 원의 넓이)

15 전략 두 원의 한 교점을 A라 하고 △AOO′이 어떤 삼각형인지 생각해 본다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 두 원 O, O′의 한 교점을 A라 하면 △AOO′은



$\overline{AO} = \overline{OO'} = \overline{AO'} = 8$ cm

인 정삼각형이다. ⋯ ❶

따라서 색칠한 부분의 둘레의 길이는 반지름의 길이가 8 cm이고 중심각의 크기가 60°인 부채꼴의 호의 길이의 4배와 같으므로 구하는 둘레의 길이는

$4 \times \left(2\pi \times 8 \times \frac{60}{360}\right) = \frac{32}{3}\pi$ (cm) ⋯ ❷

답 $\frac{32}{3}\pi$ cm

채점 기준	비율
❶ △AOO′이 정삼각형임을 알 수 있다.	30 %
❷ 색칠한 부분의 둘레의 길이를 구할 수 있다.	70 %

16 전략 두 점 A, B가 움직인 거리는 점 C를 중심으로 한 두 부채꼴의 호의 길이와 같다.

풀이 점 A가 움직인 거리는 반지름의 길이가 4 cm, 중심각의 크기가 120°인 부채꼴의 호의 길이와 같으므로

180°−∠ACB
=180°−60°
=120°

$a = 2\pi \times 4 \times \frac{120}{360} = \frac{8}{3}\pi$ ⋯ ❶

점 B가 움직인 거리는 반지름의 길이가 8 cm, 중심각의 크기가 120°인 부채꼴의 호의 길이와 같으므로

180°−∠B′CA′
=180°−60°
=120°

$b = 2\pi \times 8 \times \frac{120}{360} = \frac{16}{3}\pi$ ⋯ ❷

$\therefore a+b = 8\pi$ ⋯ ❸

답 8π

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ b의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	20 %

17 전략 부채꼴의 호의 길이와 넓이 사이의 관계를 이용한다.

풀이 부채꼴 A의 반지름의 길이를 r, 호의 길이를 $2l$, 부채꼴 B의 반지름의 길이를 r', 호의 길이를 $3l$이라 하면 두 부채꼴 A, B의 넓이의 비가 $5:9$이므로

$$\left(\frac{1}{2}\times 2l\times r\right):\left(\frac{1}{2}\times 3l\times r'\right)=5:9$$

$2r:3r'=5:9,\qquad 18r=15r'$

$6r=5r'$

$\therefore r:r'=5:6$

따라서 $r=5k$, $r'=6k$라 하고 두 부채꼴 A, B의 중심각의 크기를 각각 $x°$, $y°$라 하면 두 부채꼴 A, B의 호의 길이의 비가 $2:3$이므로

$$\left(2\pi\times 5k\times\frac{x}{360}\right):\left(2\pi\times 6k\times\frac{y}{360}\right)=2:3$$

$5x:6y=2:3,\qquad 15x=12y$

$5x=4y$

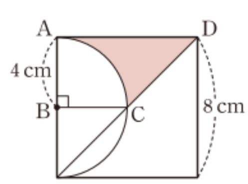
$\therefore x:y=4:5$

즉 두 부채꼴 A, B의 중심각의 크기의 비는 $4:5$이다.

답 ⑤

18 전략 넓이를 구할 수 있는 도형으로 나누어 색칠한 부분의 넓이를 구한다.

풀이 색칠한 부분의 넓이는 오른쪽 그림의 사다리꼴 ABCD의 넓이에서 부채꼴 ABC의 넓이를 뺀 것과 같다.



따라서 구하는 넓이는

$$\frac{1}{2}\times(4+8)\times 4-\pi\times 4^2\times\frac{90}{360}$$

$=24-4\pi\,(\text{cm}^2)$

답 ②

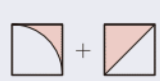
$\frac{1}{2}\times(\overline{BC}+\overline{AD})\times\overline{AB}$

다른풀이 색칠한 부분의 넓이는

$$\left(4\times 4-\pi\times 4^2\times\frac{90}{360}\right)+\frac{1}{2}\times 4\times 4$$

$=(16-4\pi)+8$

$=24-4\pi\,(\text{cm}^2)$



19 전략 두 부채꼴 ABP, ACQ의 넓이의 합에서 삼각형 ABC의 넓이를 뺀다.

풀이 직각이등변삼각형 ABC에서

$$\angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180°-90°)=45°$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

(부채꼴 ABP의 넓이)+(부채꼴 ACQ의 넓이)$-\triangle ABC$

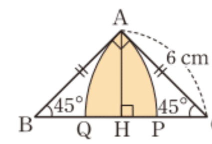
두 부채꼴 ABP, ACQ는 반지름의 길이와 중심각의 크기가 각각 같으므로 넓이가 같다.

$$=2\times\left(\pi\times 6^2\times\frac{45}{360}\right)-\frac{1}{2}\times 6\times 6$$

$=9\pi-18\,(\text{cm}^2)$

답 $(9\pi-18)\ \text{cm}^2$

다른풀이 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle ABH\equiv\triangle ACH$이므로



$\triangle ABH$, $\triangle ACH$에서 $\angle ABH=\angle ACH$, $\angle AHB=\angle AHC$이므로 $\angle BAH=\angle CAH$ 또 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\triangle ABH\equiv\triangle ACH$ (ASA 합동)

$$\triangle ABH=\triangle ACH=\frac{1}{2}\triangle ABC$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

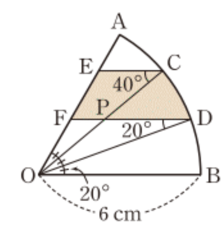
$2\times\{$(부채꼴 ABP의 넓이)$-\triangle ABH\}$

$$=2\times\left\{\pi\times 6^2\times\frac{45}{360}-\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}\times 6\times 6\right)\right\}$$

$$=2\times\left(\frac{9}{2}\pi-9\right)=9\pi-18\,(\text{cm}^2)$$

20 전략 $\overline{OC}$, $\overline{OD}$를 그어 합동인 두 삼각형을 찾는다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$, $\overline{OD}$를 그으면 $\widehat{AC}=\widehat{CD}=\widehat{DB}$이므로



$\angle AOC=\angle COD=\angle DOB$

$=\frac{1}{3}\angle AOB$

$=20°$ ⋯ ❶

$\overline{EC}\,/\!/\,\overline{OB}$이므로 $\qquad\angle ECO=\angle COB=40°$ (엇각)

$\overline{FD}\,/\!/\,\overline{OB}$이므로

$\angle FDO=\angle DOB=20°$ (엇각) ⋯ ❷

$\triangle EOC$와 $\triangle FDO$에서

$\overline{CO}=\overline{OD}$, $\angle ECO=\angle FOD$, $\angle EOC=\angle FDO$

$\therefore\ \triangle EOC\equiv\triangle FDO$ (ASA 합동) ⋯ ❸

즉 $\triangle EOC=\triangle FDO$이고

$\triangle EOC=$(사각형 EFPC의 넓이)$+\triangle FOP$,

$\triangle FDO=\triangle FOP+\triangle POD$

이므로

(사각형 EFPC의 넓이)$=\triangle POD$

따라서 색칠한 부분의 넓이는 부채꼴 COD의 넓이와 같으므로 구하는 넓이는

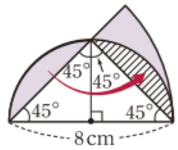
$$\pi\times 6^2\times\frac{20}{360}=2\pi\,(\text{cm}^2)$$ ⋯ ❹

답 $2\pi\ \text{cm}^2$

채점 기준	비율
❶ $\angle AOC$, $\angle COD$, $\angle DOB$의 크기를 구할 수 있다.	20 %
❷ $\angle ECO$, $\angle FDO$의 크기를 구할 수 있다.	20 %
❸ $\triangle EOC\equiv\triangle FDO$임을 알 수 있다.	30 %
❹ 색칠한 부분의 넓이를 구할 수 있다.	30 %

21 전략 색칠한 부분의 일부분을 적당히 이동하여 넓이를 구한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 색칠한 부분의 일부분을 이동하면 구하는 넓이는

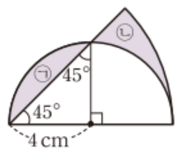


$\pi\times8^2\times\dfrac{45}{360}-\dfrac{1}{2}\times8\times4$

$=8\pi-16\,(\mathrm{cm}^2)$

답 $(8\pi-16)\ \mathrm{cm}^2$

다른풀이 오른쪽 그림에서



(㉠의 넓이)

$=\pi\times4^2\times\dfrac{90}{360}-\dfrac{1}{2}\times4\times4$

$=4\pi-8\,(\mathrm{cm}^2)$

(㉡의 넓이)

$=\pi\times8^2\times\dfrac{45}{360}-\left(\dfrac{1}{2}\times4\times4+\pi\times4^2\times\dfrac{90}{360}\right)$

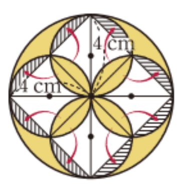
$=4\pi-8\,(\mathrm{cm}^2)$

따라서 구하는 넓이는

$(4\pi-8)+(4\pi-8)=8\pi-16\,(\mathrm{cm}^2)$

22 전략 색칠한 부분의 일부분을 적당히 이동하여 넓이를 구한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 색칠한 부분의 일부분을 이동하면 구하는 넓이는



$\pi\times4^2-\dfrac{1}{2}\times8\times8$

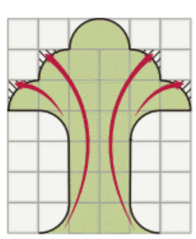
$=16\pi-32\,(\mathrm{cm}^2)$

답 ③

두 대각선의 길이가 각각 a, b인 마름모의 넓이 → $\dfrac{1}{2}ab$

23 전략 무늬의 일부분을 적당히 이동하여 넓이를 구한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 무늬의 일부분을 이동하면 구하는 넓이는



$18\times10\times10+\dfrac{1}{2}\times\pi\times10^2$

$=1800+50\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

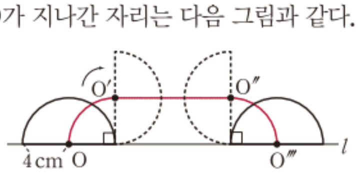
답 ③

최상위로 가는 최고 수준 문제

본책 63쪽

01 전략 점 O가 지나간 자리를 그려 본다.

풀이 점 O가 지나간 자리는 다음 그림과 같다.



따라서 점 O가 움직인 거리는 $\overset{\frown}{OO'}+\overset{\frown}{O'O''}+\overset{\frown}{O''O'''}$이고 $\overset{\frown}{O'O''}$의 길이는 반원 O의 호의 길이와 같으므로

$2\times\left(2\pi\times4\times\dfrac{90}{360}\right)+\dfrac{1}{2}\times2\pi\times4$

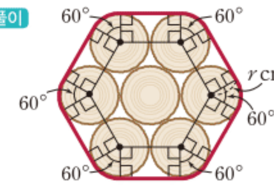
$=4\pi+4\pi=8\pi\,(\mathrm{cm})$

$\overset{\frown}{OO'}$과 $\overset{\frown}{O''O'''}$은 부채꼴의 반지름의 길이와 중심각의 크기가 각각 같으므로 호의 길이도 서로 같다.

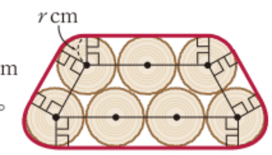
답 8π cm

02 전략 각 나무토막의 밑면의 중심을 잡고 보조선을 그어 끈의 길이를 구한다.

풀이



[방법 A]



[방법 B]

[방법 A]에서 곡선 부분의 길이는 $2\pi r$ cm

직선 부분의 길이는 $2r\times6=12r\,(\mathrm{cm})$

반지름의 길이가 r cm인 원의 둘레의 길이와 같다.

길이가 $2r$ cm인 선분 6개의 길이의 합과 같다.

즉 [방법 A]에서 사용된 끈의 길이는

$(2\pi r+12r)$ cm ··· ❶

[방법 B]에서 곡선 부분의 길이는

$2\pi r$ cm

직선 부분의 길이는

$4r+2r+6r+2r=14r\,(\mathrm{cm})$

즉 [방법 B]에서 사용된 끈의 길이는

$(2\pi r+14r)$ cm ··· ❷

따라서 [방법 A]가 끈을 더 적게 사용한다. ··· ❸

답 방법 A

채점 기준	비율
❶ [방법 A]에서 사용된 끈의 길이를 구할 수 있다.	40 %
❷ [방법 B]에서 사용된 끈의 길이를 구할 수 있다.	40 %
❸ 어느 방법이 끈을 더 적게 사용하는지 구할 수 있다.	20 %

만점 비법

[방법 A]에서 원의 중심을 꼭짓점으로 하는 육각형은 정육각형이고, 정육각형의 한 내각의 크기는 120°이므로 곡선 부분인 한 호에 대한 중심각의 크기는

$360^\circ-(90^\circ+90^\circ+120^\circ)=60^\circ$

따라서 곡선 부분의 길이는 반지름의 길이가 r cm인 원의 둘레의 길이와 같다.

[방법 B]에서 곡선 부분인 호에 대한 중심각의 크기를 각각 a°, b°, c°, d°라 하면 사각형의 내각의 크기의 합은 360°이므로

$\{360-(90+90+a)\}+\{360-(90+90+b)\}$
$+\{360-(90+90+c)\}+\{360-(90+90+d)\}$
$=360$

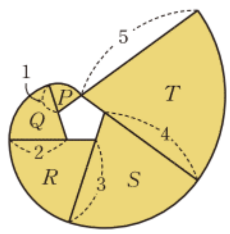
$720-(a+b+c+d)=360$

$\therefore a+b+c+d=360$

따라서 곡선 부분의 길이는 반지름의 길이가 r cm인 원의 둘레의 길이와 같다.

03 전략 부채꼴의 중심각의 크기와 반지름의 길이를 각각 구한다.

풀이 정오각형의 한 외각의 크기는 $\frac{360°}{5}=72°$이므로 5개의 부채꼴의 중심각의 크기는 각각 72°이고, 부채꼴 P, Q, R, S, T의 반지름의 길이는 각각 1, 2, 3, 4, 5이다.



> 정 n각형의 한 외각의 크기
> → $\frac{360°}{n}$

> 정오각형의 한 변의 길이가 1이므로 부채꼴의 반지름의 길이는 1씩 늘어난다.

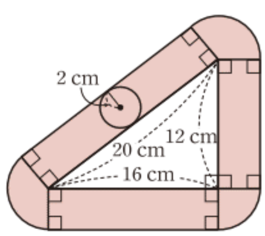
따라서 구하는 넓이는

$$\pi\times1^2\times\frac{72}{360}+\pi\times2^2\times\frac{72}{360}+\pi\times3^2\times\frac{72}{360}$$
$$+\pi\times4^2\times\frac{72}{360}+\pi\times5^2\times\frac{72}{360}$$
$$=\frac{1}{5}\pi\times(1+4+9+16+25)$$
$$=\frac{1}{5}\pi\times55=11\pi$$

답 11π

04 전략 원이 지나간 자리를 그려 본다.

풀이 원이 지나간 자리는 오른쪽 그림의 색칠한 부분과 같다. ··· ❶



세 부채꼴의 넓이의 합은

$\pi\times4^2=16\pi\ (\mathrm{cm}^2)$ ··· ❷

> 반지름의 길이가 4 cm인 원의 넓이와 같다.

세 직사각형의 넓이의 합은

$20\times4+16\times4+12\times4=192\ (\mathrm{cm}^2)$ ··· ❸

따라서 원이 지나간 자리의 넓이는

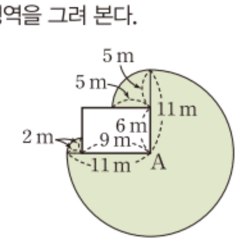
$(16\pi+192)\ \mathrm{cm}^2$ ··· ❹

답 $(16\pi+192)\ \mathrm{cm}^2$

채점 기준	비율
❶ 원이 지나간 자리를 그릴 수 있다.	20 %
❷ 세 부채꼴의 넓이의 합을 구할 수 있다.	30 %
❸ 세 직사각형의 넓이의 합을 구할 수 있다.	30 %
❹ 원이 지나간 자리의 넓이를 구할 수 있다.	20 %

05 전략 염소가 움직일 수 있는 영역을 그려 본다.

풀이 염소가 움직일 수 있는 영역은 오른쪽 그림의 색칠한 부분과 같다.



따라서 염소가 움직일 수 있는 영역의 최대 넓이는

$$\pi\times11^2\times\frac{270}{360}+\pi\times2^2\times\frac{90}{360}$$
$$+\pi\times5^2\times\frac{90}{360}$$
$$=\frac{363}{4}\pi+\pi+\frac{25}{4}\pi=98\pi\ (\mathrm{m}^2)$$

답 ③

학교 시험 실전 TEST Level 1

본책 64~67쪽

01 전략 용어의 뜻을 이해한다.

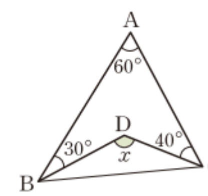
풀이 ③ 한 내각에 대한 외각은 두 개이고, 두 외각은 맞꼭지각으로 그 크기가 항상 같다.

④ 다각형에서 이웃하지 않는 두 꼭짓점을 이은 선분을 대각선이라 한다.

답 ④

02 전략 $\overline{BC}$를 긋고 삼각형의 세 내각의 크기의 합이 180°임을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 선분 BC를 그으면 △ABC에서



$\angle DBC+\angle DCB$

$=180°-(60°+30°+40°)$

$=50°$

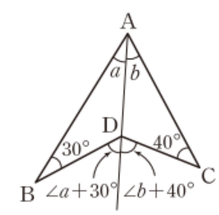
따라서 △DBC에서

$\angle x=180°-(\angle DBC+\angle DCB)$

$=180°-50°=130°$

답 ④

다른풀이 오른쪽 그림과 같이 직선 AD를 그으면



$\angle x$

$=(\angle a+30°)+(\angle b+40°)$

$=(\angle a+\angle b)+70°$

$=60°+70°=130°$

> 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.

03 전략 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같음을 이용한다.

풀이 △ABD에서

$\angle x=47°+63°=110°$

△ADC에서

$63°=20°+\angle y \quad \therefore \angle y=43°$

$\therefore \angle x+\angle y=153°$

답 ②

04 전략 n각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $n-3$이고, 내부의 한 점에서 각 꼭짓점에 선분을 그었을 때 생기는 삼각형의 개수는 n이다.

풀이 이십각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $x=20-3=17$

이십각형의 내부의 한 점에서 각 꼭짓점에 선분을 그었을 때 생기는 삼각형의 개수는 $y=20$

$\therefore x+y=37$

답 ⑤

05 전략 원의 둘레를 n등분 한 점을 순서대로 연결하면 정n각형이 된다.

풀이 12개의 점 $P_1, P_2, P_3, \cdots, P_{12}$를 순서대로 연결하여 만든 다각형은 정십이각형이고, 정십이각형의 대각선의 개수는

$$\frac{12\times(12-3)}{2}=54$$

이때 길이가 8인 대각선은

$\overline{P_1P_7}, \overline{P_2P_8}, \overline{P_3P_9}, \overline{P_4P_{10}}, \overline{P_5P_{11}}, \overline{P_6P_{12}}$

의 6개이다.

따라서 정십이각형의 대각선 중에서 길이가 8보다 짧은 대각선의 개수는

$54-6=48$ 답 ④

n각형의 대각선의 개수 → $\frac{n(n-3)}{2}$

원 O의 반지름의 길이가 4이므로 길이가 8인 대각선은 원 O의 지름이다.

원의 지름을 제외한 대각선은 모두 원의 지름보다 짧다.

06 전략 사각형 ABCD와 사각형 ABOD에서 내각의 크기의 합이 360°임을 이용한다.

풀이 사각형의 내각의 크기의 합은 360°이므로 사각형 ABCD에서

$2(\angle ABO+\angle ADO)=360°-(120°+90°)$
$=150°$

$\therefore \angle ABO+\angle ADO=75°$

따라서 사각형 ABOD에서

$\angle x=360°-(120°+\angle ABO+\angle ADO)$
$=360°-(120°+75°)=165°$ 답 ④

07 전략 원에서 길이가 가장 긴 현은 지름이다.

풀이 원에서 길이가 가장 긴 현은 지름이므로 구하는 길이는 $10\times2=20(\text{cm})$ 답 ③

08 전략 부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례함을 이용한다.

풀이 $50:75=x:(x+2)$이므로

$2:3=x:(x+2)$

$2x+4=3x \quad \therefore x=4$ 답 ③

09 전략 $\overline{DO}$를 긋고 평행선과 이등변삼각형의 성질을 이용한다.

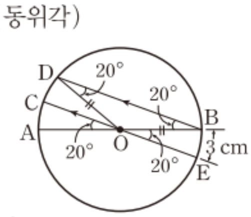
풀이 $\overline{DB}/\!/\overline{CE}$이므로

$\angle DBO=\angle COA=20°$ (동위각)

평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 동위각의 크기는 서로 같다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{DO}$를 그으면 △DOB에서

$\overline{DO}=\overline{BO}$이므로



$\angle ODB=\angle OBD=20°$

$\therefore \angle BOD=180°-2\times20°$
$=140°$

$\angle BOE=20°$이므로

$140:20=\widehat{BD}:3, \quad 7:1=\widehat{BD}:3$

$\therefore \widehat{BD}=21(\text{cm})$ 답 ④

$\angle BOE=\angle AOC$ (맞꼭지각)

10 전략 부채꼴의 넓이는 중심각의 크기에 정비례함을 이용하여 ∠AOB의 크기를 구한다.

풀이 $\angle AOB=a°$라 하면

$6\pi:30\pi=a:360$

$1:5=a:360$

$5a=360$

$\therefore a=72$

따라서 $\angle AOB=72°$이므로 △COD에서

$\angle x+\angle y=180°-72°=108°$ 답 ③

11 전략 부채꼴의 성질을 이용한다.

풀이 ① ∠AOC, ∠BOD의 크기는 알 수 없다.

②, ⑤ 부채꼴의 호의 길이와 넓이는 각각 중심각의 크기에 정비례하므로

$2\widehat{AB}=\widehat{CD}$,

(부채꼴 AOB의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times$(부채꼴 COD의 넓이)

③, ④ 오른쪽 그림에서

$\overline{AB}>\frac{1}{2}\overline{CD}$,

$2\triangle AOB>\triangle COD$

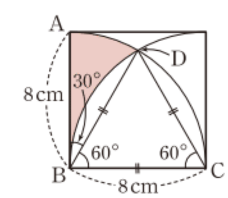
답 ②, ⑤

12 전략 보조선을 긋고 색칠한 부분의 둘레에서 곡선 부분은 부채꼴의 호임을 이용한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$, $\overline{CD}$를 그으면 △DBC는 정삼각형이므로

$\widehat{BD}=\widehat{CD}$

따라서 색칠한 부분의 둘레의 길이는



$\widehat{AD}+\widehat{BD}+\overline{AB}$

$=\widehat{AD}+\widehat{CD}+\overline{AB}$

$=\widehat{AC}+\overline{AB}$

$=2\pi\times8\times\frac{90}{360}+8$

$=4\pi+8(\text{cm})$ 답 ③

13 전략 색칠한 부채꼴의 중심각의 크기의 합을 구한다.

풀이 색칠한 부채꼴의 중심각의 크기의 합은

$20°+30°+40°+50°=140°$

따라서 구하는 넓이의 합은 반지름의 길이가 12 cm이고 중심각의 크기가 140°인 부채꼴의 넓이와 같으므로

$\pi\times12^2\times\frac{140}{360}=56\pi(\text{cm}^2)$ 답 ②

14 전략 색칠한 부분을 넓이를 구할 수 있는 도형으로 나눈다.

풀이 (색칠한 부분의 넓이)

$=$(부채꼴 B$'$AB의 넓이)

$+$(지름이 $\overline{AB'}$인 반원의 넓이)

$-$(지름이 $\overline{AB}$인 반원의 넓이)

$=$(부채꼴 B$'$AB의 넓이)

$=\pi\times16^2\times\dfrac{45}{360}$

$=32\pi\,(cm^2)$

> $\overline{AB'}=\overline{AB}$이므로 두 넓이는 같다.

답 ③

15 전략 $\angle B$, $\angle C$를 $\angle A$를 사용하여 나타낸다.

풀이 $\angle B=2\angle A$, $\angle C=\angle A+40°$이므로

$\angle A+2\angle A+(\angle A+40°)=180°$

$4\angle A+40°=180°$, $4\angle A=140°$

$\therefore \angle A=35°$

> 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이다.

답 35°

16 전략 정다각형 ◎ 모든 변의 길이가 같고 모든 내각의 크기가 같은 다각형

풀이 모든 변의 길이가 같고 모든 내각의 크기가 같으므로 정다각형이다.

구하는 정다각형을 정n각형이라 하면

$180°\times(n-2)=1620°$, $n-2=9$

$\therefore n=11$

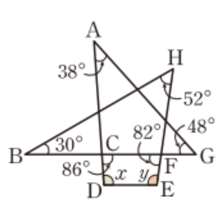
따라서 구하는 다각형은 정십일각형이다.

> 정n각형의 내각의 크기의 합
> → $180°\times(n-2)$

답 정십일각형

17 전략 주어진 각을 내각으로 갖는 삼각형을 찾아 삼각형의 내각과 외각의 관계를 이용한다.

풀이 △ACG에서



$\angle DCG=38°+48°$

$=86°$ ⋯ ❶

△HBF에서

$\angle BFE=30°+52°$

$=82°$ ⋯ ❷

따라서 사각형 CDEF에서

$86°+82°+\angle x+\angle y=360°$

$168°+\angle x+\angle y=360°$

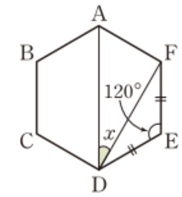
$\therefore \angle x+\angle y=192°$ ⋯ ❸

답 192°

채점 기준	배점
❶ $\angle DCG$의 크기를 구할 수 있다.	2점
❷ $\angle BFE$의 크기를 구할 수 있다.	2점
❸ $\angle x+\angle y$의 크기를 구할 수 있다.	1점

18 전략 먼저 정육각형의 한 내각의 크기를 구한다.

풀이 정육각형의 한 내각의 크기는



$\dfrac{180°\times(6-2)}{6}=120°$ ⋯ ❶

$\therefore \angle ADE=\dfrac{1}{2}\angle CDE$

$=\dfrac{1}{2}\times120°$

$=60°$ ⋯ ❷

△DEF에서 $\overline{DE}=\overline{EF}$이므로

$\angle FDE=\dfrac{1}{2}\times(180°-120°)$

$=30°$ ⋯ ❸

$\therefore \angle x=\angle ADE-\angle FDE$

$=60°-30°$

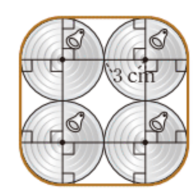
$=30°$ ⋯ ❹

답 30°

채점 기준	배점
❶ 정육각형의 한 내각의 크기를 구할 수 있다.	1점
❷ $\angle ADE$의 크기를 구할 수 있다.	2점
❸ $\angle FDE$의 크기를 구할 수 있다.	2점
❹ $\angle x$의 크기를 구할 수 있다.	1점

19 전략 끈을 곡선 부분과 직선 부분으로 나누어 길이를 구한다.

풀이 오른쪽 그림에서 곡선 부분의 길이는



> 반지름의 길이가 3 cm인 원의 둘레의 길이와 같다.

$2\pi\times3=6\pi\,(cm)$ ⋯ ❶

직선 부분의 길이는

$6\times4=24\,(cm)$ ⋯ ❷

따라서 필요한 끈의 최소 길이는

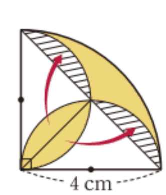
$(6\pi+24)$ cm ⋯ ❸

답 $(6\pi+24)$ cm

채점 기준	배점
❶ 곡선 부분의 길이를 구할 수 있다.	3점
❷ 직선 부분의 길이를 구할 수 있다.	2점
❸ 필요한 끈의 최소 길이를 구할 수 있다.	1점

20 전략 색칠한 부분의 일부분을 적당히 이동하여 넓이를 구한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 색칠한 부분의 일부분을 이동하면 구하는 넓이는



$\pi\times4^2\times\dfrac{90}{360}-\dfrac{1}{2}\times4\times4$

$=4\pi-8\,(cm^2)$

답 $(4\pi-8)\,cm^2$

학교 시험 실전 TEST Level 2

본책 68~71쪽

01 전략 삼각형의 세 내각의 크기의 합이 $180°$임을 이용한다.

풀이 $\angle DAC=\angle a$, $\angle ACD=\angle b$라 하면 $\triangle ABC$에서

$58°+(180°-2\angle a)+(180°-2\angle b)=180°$

$2(\angle a+\angle b)=238°$

$\therefore \angle a+\angle b=119°$

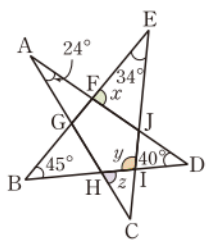
따라서 $\triangle ACD$에서

$\angle x=180°-(\angle a+\angle b)$

$=180°-119°=61°$

답 ④

02 전략 주어진 각을 내각으로 갖는 삼각형을 찾아 삼각형의 내각과 외각의 관계를 이용한다.



풀이 오른쪽 그림의 $\triangle FBD$에서

$\angle x=45°+40°=85°$

$\triangle BIE$에서

$\angle y=180°-(45°+34°)$

$=101°$

$\triangle AHD$에서

$\angle z=24°+40°=64°$

$\therefore \angle x+\angle y+\angle z=85°+101°+64°$

$=250°$

답 ⑤

03 전략 n각형의 대각선의 개수는 $\dfrac{n(n-3)}{2}$임을 이용한다.

풀이 구하는 다각형을 n각형이라 하면

$\dfrac{n(n-3)}{2}=77$

$n(n-3)=154=14\times 11$

$\therefore n=14$

따라서 구하는 다각형은 십사각형이다.

답 ④

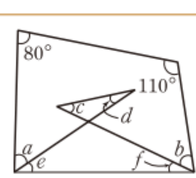
04 전략 각 야구팀을 팔각형의 꼭짓점으로 생각한다.

풀이 8개 팀이 서로 한 번씩 경기를 할 때, 총 경기 횟수는 팔각형의 대각선의 개수와 변의 개수의 합과 같다.

$\therefore \dfrac{8\times(8-3)}{2}+8=28$(번)

답 ③

05 전략 보조선을 그어 사각형의 내각의 크기의 합은 $360°$임을 이용한다.



풀이 오른쪽 그림과 같이 보조선을 그으면

$\angle c+\angle d=\angle e+\angle f$

사각형의 내각의 크기의 합은 $360°$이므로

$80°+(\angle a+\angle e)+(\angle f+\angle b)+110°=360°$

$\therefore \angle a+\angle b+\angle e+\angle f=170°$

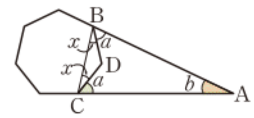
$\therefore \angle a+\angle b+\angle c+\angle d$

$=\angle a+\angle b+\angle e+\angle f$

$=170°$

답 ②

06 전략 $\angle a$는 정칠각형의 한 외각의 크기임을 이용한다.



풀이 오른쪽 그림에서 $\angle a$는 정칠각형의 한 외각의 크기이므로

$\angle a=\dfrac{360°}{7}$

$\angle BDC$는 정칠각형의 한 내각의 크기이므로

$\angle BDC=180°-\dfrac{360°}{7}=\dfrac{900°}{7}$

이때 $\triangle DBC$에서 $\overline{DB}=\overline{DC}$이므로

$\angle x=\dfrac{1}{2}\times\left(180°-\dfrac{900°}{7}\right)=\dfrac{180°}{7}$

$\triangle ABC$에서

$\angle b=180°-2(\angle a+\angle x)$

$=180°-2\times\left(\dfrac{360°}{7}+\dfrac{180°}{7}\right)=\dfrac{180°}{7}$

$\therefore \angle a-\angle b=\dfrac{360°}{7}-\dfrac{180°}{7}=\dfrac{180°}{7}$

답 ①

07 전략 정다각형의 한 내각의 크기와 한 외각의 크기의 비가 $m:n$일 때, 한 내각의 크기는 $180°\times\dfrac{m}{m+n}$, 한 외각의 크기는 $180°\times\dfrac{n}{m+n}$이다.

풀이 (한 내각의 크기)+(한 외각의 크기)$=180°$이므로

(한 외각의 크기)$=180°\times\dfrac{1}{3+1}=45°$

주어진 정다각형을 정n각형이라 하면

$\dfrac{360°}{n}=45°$ $\quad\therefore n=8$

따라서 주어진 정다각형은 정팔각형이다.

② 대각선의 개수는 $\dfrac{8\times(8-3)}{2}=20$이다.

③ 내각의 크기의 합은 $180°\times(8-2)=1080°$이고, 외각의 크기의 합은 $360°$이므로 모든 내각과 외각의 크기의 합은 $1440°$이다.

④ 정육각형의 내각의 크기의 합은

$180°\times(6-2)=720°$

이므로 정팔각형의 내각의 크기의 합은 정육각형의 내각의 크기의 합보다 $360°$만큼 더 크다.

일품 BOX

정n각형의 한 외각의 크기 → $\dfrac{360°}{n}$

한 꼭짓점에서 내각과 외각의 크기의 합은 $180°$이다.

삼각형의 세 내각의 크기의 합은 $180°$이다.

$180°-(\angle c+\angle d)$
$=180°-(\angle e+\angle f)$
$\therefore \angle c+\angle d=\angle e+\angle f$

$1080°-720°=360°$

V 평면도형

⑤ 한 꼭짓점에서 대각선을 모두 그었을 때 생기는 삼각형의 개수는 $8-2=6$이다. 답 ⑤

다른풀이 ③ 한 꼭짓점에서 내각과 외각의 크기의 합은 $180°$이므로 정팔각형의 모든 내각과 외각의 크기의 합은 $180°\times8=1440°$

일품 BOX

n각형의 한 꼭짓점에서 대각선을 모두 그으면 n각형은 $(n-2)$개의 삼각형으로 나뉜다.

08 전략 부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례함을 이용한다.

풀이 $\widehat{BC}=3\widehat{AC}$에서 $\widehat{BC}:\widehat{AC}=3:1$이므로

$\angle BOC:\angle AOC=3:1$

$\therefore \angle AOC=180°\times\dfrac{1}{3+1}=45°$ 답 ④

09 전략 삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같음을 이용한다.

풀이 $\angle DPO=a°$라 하면 $\triangle DOP$에서 $\overline{DO}=\overline{DP}$이므로

$\angle DOP=\angle DPO=a°$

$\triangle DOP$에서 $\angle ODC=a°+a°=2a°$

$\triangle ODC$에서 $\overline{OD}=\overline{OC}$이므로

$\angle OCD=\angle ODC=2a°$

$\triangle OPC$에서 $\angle AOC=2a°+a°=3a°$이므로

$3a=60 \qquad \therefore a=20$

즉 $\angle DOP=20°$이므로

$\angle COD=180°-(60°+20°)=100°$

따라서 $60:100=3:\widehat{CD}$이므로

$3:5=3:\widehat{CD}$

$\therefore \widehat{CD}=5\,(\text{cm})$ 답 ②

10 전략 부채꼴의 넓이는 중심각의 크기에 정비례함을 이용한다.

풀이 부채꼴의 넓이는 중심각의 크기에 정비례하므로 세 부채꼴 AOB, AOC, BOC의 넓이의 비는

$2:3:4$

따라서 부채꼴 BOC의 넓이는

$72\times\dfrac{4}{2+3+4}=32\,(\text{cm}^2)$ 답 ③

11 전략 반지름의 길이가 r, 호의 길이가 l인 부채꼴의 넓이는 $\frac{1}{2}lr$임을 이용한다.

풀이 두 부채꼴 A, B의 호의 길이를 각각 l, l'이라 하면 넓이의 비가 $8:9$이므로

$\left(\dfrac{1}{2}\times l\times4\right):\left(\dfrac{1}{2}\times l'\times3\right)=8:9$

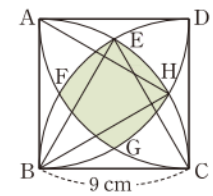
$4l:3l'=8:9$

$36l=24l' \qquad \therefore 3l=2l'$

따라서 두 부채꼴 A, B의 호의 길이의 비는

$l:l'=2:3$ 답 ②

12 전략 보조선을 그어 정삼각형을 찾고, 색칠한 부분의 일부를 호로 갖는 부채꼴의 중심각의 크기를 구한다.



풀이 오른쪽 그림에서 $\triangle ABH$, $\triangle EBC$는 모두 정삼각형이므로

$\angle ABH=\angle EBC=60°$

따라서

$\angle ABE=\angle HBC$
$=90°-60°=30°$

이므로

$\angle EBH=\angle ABH-\angle ABE$
$=60°-30°=30°$

$\therefore \widehat{EH}=2\pi\times9\times\dfrac{30}{360}$
$=\dfrac{3}{2}\pi\,(\text{cm})$

같은 방법으로 하면

$\widehat{EH}=\widehat{HG}=\widehat{GF}=\widehat{FE}=\dfrac{3}{2}\pi\,(\text{cm})$

이므로 구하는 둘레의 길이는

$\dfrac{3}{2}\pi\times4=6\pi\,(\text{cm})$ 답 ②

13 전략 색칠한 두 부분의 넓이가 같으므로 사각형 ABCD의 넓이와 부채꼴 ABE의 넓이가 같음을 이용한다.

풀이 색칠한 두 부분의 넓이가 같으므로

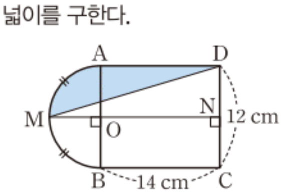
(사각형 ABCD의 넓이)$=$(부채꼴 ABE의 넓이)

따라서 $10\times\overline{BC}=\pi\times10^2\times\dfrac{90}{360}$이므로

$10\overline{BC}=25\pi$

$\therefore \overline{BC}=\dfrac{5}{2}\pi\,(\text{cm})$ 답 ⑤

14 전략 점 M에서 $\overline{CD}$에 수선을 긋고, 넓이를 구할 수 있는 도형을 이용하여 색칠한 부분의 넓이를 구한다.



풀이 오른쪽 그림과 같이 점 M에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 N이라 하자.

$\overline{AB}$와 $\overline{MN}$의 교점을 O라 하면 점 O는 반원의 중심이므로 구하는 넓이는

(부채꼴 MOA의 넓이)
$+$(사각형 AOND의 넓이)$-\triangle DMN$
$=\pi\times6^2\times\dfrac{90}{360}+14\times6-\dfrac{1}{2}\times20\times6$
$=9\pi+24\,(\text{cm}^2)$ 답 ②

$\overline{AO}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}$
$=\dfrac{1}{2}\times12=6\,(\text{cm})$

$\overline{MN}=\overline{MO}+\overline{ON}$
$=6+14$
$=20\,(\text{cm})$

15 전략 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 $180°$임을 이용한다.

풀이 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 $180°$이므로 가장 큰 내각의 크기는

$$180° \times \frac{5}{3+4+5} = 75°$$

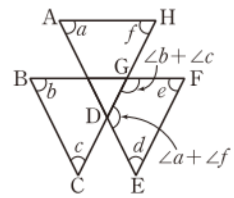
답 $75°$

참고 주어진 삼각형의 나머지 두 내각의 크기는

$$180° \times \frac{3}{3+4+5} = 45°,\ 180° \times \frac{4}{3+4+5} = 60°$$

16 전략 주어진 각을 내각으로 갖는 삼각형을 찾아 삼각형의 내각과 외각의 관계를 이용한다.

풀이 오른쪽 그림의 $\triangle ADH$에서



$\angle GDE = \angle a + \angle f$

$\triangle BCG$에서

$\angle DGF = \angle b + \angle c$

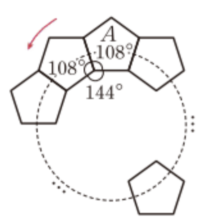
따라서 사각형 DEFG에서

$\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e + \angle f = 360°$

답 $360°$

17 전략 원의 내부에 만들어지는 도형을 생각한다.

풀이 정오각형의 한 내각의 크기는



$$\frac{180° \times (5-2)}{5} = 108°$$

필요한 정오각형의 개수를 n이라 하면 오른쪽 그림과 같이 원의 내부에 만들어지는 정다각형은 정n각형이고 한 내각의 크기는 $144°$이므로 ··· ❶

$360° - (108° + 108°) = 144°$

$$\frac{180° \times (n-2)}{n} = 144°, \quad 36° \times n = 360°$$

$\therefore n = 10$ ··· ❷

따라서 원의 내부에 만들어지는 도형은 정십각형이므로 필요한 정오각형은 모두 10개이다. ··· ❸

답 10개

채점 기준	배점
❶ 원의 내부에 만들어지는 정n각형의 한 내각의 크기를 구할 수 있다.	3점
❷ n의 값을 구할 수 있다.	2점
❸ 필요한 정오각형은 모두 몇 개인지 구할 수 있다.	1점

18 전략 정우와 동호가 각각 a바퀴, b바퀴를 돌았다고 하고 정우와 동호가 움직인 거리와 걸린 시간을 구한다.

풀이 정우는 a바퀴, 동호는 b바퀴를 돌아 출발한 지 x분 후에 처음으로 다시 출발점에서 만난다고 하면

(정우가 움직인 거리) $= (2\pi \times 2r) \times a = 4\pi ra$ (m)

$\therefore x = \frac{4\pi ra}{80} = \frac{1}{20}\pi ra$ ······ ㉠

$(\text{시간}) = \frac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$

(동호가 움직인 거리) $= (2\pi \times 5r) \times b = 10\pi rb$ (m)

$\therefore x = \frac{10\pi rb}{100} = \frac{1}{10}\pi rb$ ······ ㉡ ··· ❶

㉠, ㉡에서 $\frac{1}{20}\pi ra = \frac{1}{10}\pi rb$

$\therefore a = 2b$ ··· ❷

$a=2b$를 만족시키는 가장 작은 자연수 a, b의 값은 $a=2$, $b=1$

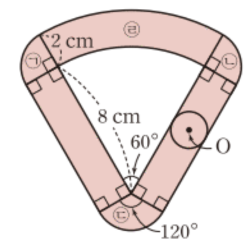
따라서 정우는 2바퀴, 동호는 1바퀴를 돌고 난 후 처음으로 다시 출발점에서 만난다. ··· ❸

답 정우: 2바퀴, 동호: 1바퀴

채점 기준	배점
❶ 정우와 동호가 움직인 거리와 걸린 시간을 구할 수 있다.	3점
❷ a와 b 사이의 관계식을 구할 수 있다.	2점
❸ 각각 몇 바퀴씩 돌고 난 후 처음으로 만나는지 구할 수 있다.	1점

19 전략 원 O가 지나간 자리를 그려 본다.

풀이 원 O가 지나간 자리는 오른쪽 그림의 색칠한 부분과 같다.



이때 생기는 세 부채꼴의 넓이를 각각 ㉠, ㉡, ㉢이라 하면

㉠+㉡+㉢

$$= \pi \times 2^2 \times \frac{90}{360} + \pi \times 2^2 \times \frac{90}{360} + \pi \times 2^2 \times \frac{120}{360}$$

$$= \frac{10}{3}\pi\ (\text{cm}^2)$$

주어진 부채꼴의 호를 따라 생기는 부분의 넓이를 ㉣이라 하면

$$㉣ = \pi \times 10^2 \times \frac{60}{360} - \pi \times 8^2 \times \frac{60}{360} = 6\pi\ (\text{cm}^2)$$

주어진 부채꼴의 반지름을 따라 생기는 두 직사각형의 넓이의 합은

$(2 \times 8) \times 2 = 32\ (\text{cm}^2)$

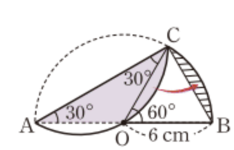
따라서 원이 지나간 자리의 넓이는

$$\frac{10}{3}\pi + 6\pi + 32 = \frac{28}{3}\pi + 32\ (\text{cm}^2)$$

답 $\left(\frac{28}{3}\pi + 32\right)\text{cm}^2$

20 전략 색칠한 부분을 두 도형으로 나눈 후 일부분을 이동하여 넓이를 구한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$, $\overline{BC}$를 그으면 $\triangle AOC$에서 $\overline{OA} = \overline{OC}$이므로



$\angle OCA = \angle CAO = 30°$

$\therefore \angle COB = 30° + 30°$

$= 60°$ ··· ❶

$\triangle AOC$와 $\triangle OBC$는 밑변의 길이와 높이가 각각 같으므로

$\triangle AOC = \triangle OBC$ ··· ❷

따라서 위의 그림과 같이 색칠한 부분의 일부분을 이동하면 구하는 넓이는 부채꼴 COB의 넓이와 같으므로

$$\pi \times 6^2 \times \frac{60}{360} = 6\pi\,(\mathrm{cm}^2) \quad \cdots ③$$

답 $6\pi\ \mathrm{cm}^2$

채점 기준	배점
① ∠COB의 크기를 구할 수 있다.	1점
② △AOC≡△OBC임을 알 수 있다.	2점
③ 색칠한 부분의 넓이를 구할 수 있다.	2점

교과서 속 창의유형

본책 72~73쪽

유제 1 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

① 종이를 접는 상황을 이용하여 크기가 같은 각을 찾는다.
② 정삼각형과 정사각형의 성질을 이용하여 각의 크기를 구한다.
③ 삼각형의 내각의 크기의 합을 이용하여 $\angle x$의 크기를 구한다.

풀이 ① $\angle AGH = \angle ADH = 90^\circ$이고 접은 각의 크기는 서로 같으므로

$\angle HAG = \angle HAD$

② $\overline{AG} = \overline{AD}$, $\overline{BG} = \overline{BC}$이므로 △ABG는 정삼각형이다.

일품 BOX: $\overline{AD} = \overline{BC} = \overline{AB}$이므로 $\overline{AG} = \overline{BG} = \overline{AB}$

$\therefore \angle GAB = 60^\circ$

이때 $\angle DAB = 90^\circ$이므로

$\angle HAG = \frac{1}{2} \times (90^\circ - 60^\circ) = 15^\circ$

③ 따라서 △AGH에서

$\angle x = 180^\circ - (15^\circ + 90^\circ) = 75^\circ$

답 75°

유제 2 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

① 세 피자 A, B, C의 한 판의 넓이를 각각 구한다.
② 세 피자 A, B, C의 한 조각의 넓이를 각각 구한다.
③ 세 피자 A, B, C의 한 조각의 넓이를 비교한다.

풀이 ① A피자 한 판의 넓이는

$\pi \times 12^2 = 144\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

B피자 한 판의 넓이는

$\pi \times 15^2 = 225\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

C피자 한 판의 넓이는

$\pi \times 17^2 = 289\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

② 이때 세 피자 A, B, C의 한 조각의 넓이는

A: $\frac{144}{6}\pi = 24\pi\,(\mathrm{cm}^2)$,

B: $\frac{225}{8}\pi = 28.125\pi\,(\mathrm{cm}^2)$,

C: $\frac{289}{12}\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

일품 BOX: $\frac{289}{12} = 24.083\cdots$

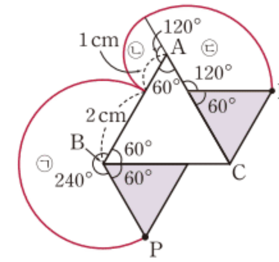
③ 따라서 B피자를 택해야 가장 많은 양을 먹을 수 있다.

답 B피자

유제 3 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

① 점 P가 움직인 자리를 그려 본다.
② 적절히 도형을 나누어 점 P가 움직인 거리를 구한다.

풀이 ① 점 P가 움직인 자리는 오른쪽 그림과 같다.



② 부채꼴 ㉠의 호의 길이는

$2\pi \times 2 \times \frac{240}{360}$

$= \frac{8}{3}\pi\,(\mathrm{cm})$

부채꼴 ㉡의 호의 길이는

$2\pi \times 1 \times \frac{120}{360} = \frac{2}{3}\pi\,(\mathrm{cm})$

부채꼴 ㉢의 호의 길이는

$2\pi \times 2 \times \frac{120}{360} = \frac{4}{3}\pi\,(\mathrm{cm})$

따라서 점 P가 움직인 거리는

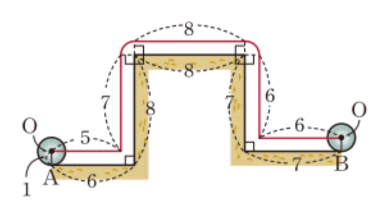
$\frac{8}{3}\pi + \frac{2}{3}\pi + \frac{4}{3}\pi = \frac{14}{3}\pi\,(\mathrm{cm})$

답 $\frac{14}{3}\pi$ cm

유제 4 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

① 공의 중심 O가 움직인 자리를 그려 본다.
② 적절히 도형을 나누어 공의 중심 O가 움직인 거리를 구한다.

풀이 ① 공의 중심 O가 움직인 자리는 다음 그림과 같다.



② 따라서 공의 중심 O가 움직인 거리는

$5 + 7 + 8 + 6 + 6 + \frac{1}{2} \times (2\pi \times 1) = 32 + \pi$

일품 BOX: 원의 중심 O와 지면 사이의 거리는 항상 1이다.

답 $32 + \pi$

VI 입체도형

13 다면체와 회전체

개념 & 핵심 기출 본책 76~78쪽

01 원과 곡면으로 둘러싸인 입체도형인 원기둥과 원뿔대는 다면체가 아니다.
따라서 주어진 입체도형 중 다면체는 육각뿔, 사각기둥, 삼각뿔대, 직육면체의 4개이다. 답 4

02 각 입체도형의 꼭짓점의 개수는
① 3+1=4 ② 2×4=8
③ 2×6=12 ④ 2×7=14
⑤ 8+1=9
또 각 입체도형의 면의 개수는
① 3+1=4 ② 4+2=6
③ 6+2=8 ④ 7+2=9
⑤ 8+1=9
즉 각 입체도형의 꼭짓점의 개수와 면의 개수의 합은
① 8 ② 14 ③ 20 ④ 23 ⑤ 18
따라서 구하는 입체도형은 ③이다. 답 ③

꼭짓점의 개수
n각기둥 → $2n$
n각뿔 → $n+1$
n각뿔대 → $2n$

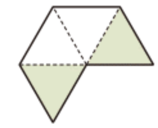
면의 개수
n각기둥 → $n+2$
n각뿔 → $n+1$
n각뿔대 → $n+2$

03 주어진 입체도형의 꼭짓점의 개수는 14, 모서리의 개수는 21, 면의 개수는 9이므로
$v=14,\ e=21,\ f=9$
$\therefore v-e+f=2$ 답 2
참고 다면체에서
(꼭짓점의 개수)−(모서리의 개수)+(면의 개수)=2
가 항상 성립한다.

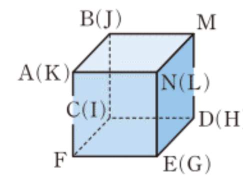
04 정사면체의 모서리의 개수는 6, 정팔면체의 한 꼭짓점에 모인 면의 개수는 4, 정이십면체의 꼭짓점의 개수는 12이므로
$a=6,\ b=4,\ c=12$
$\therefore a-b+c=14$ 답 14

05 조건 (가)를 만족시키는 정다면체는
정사면체, 정팔면체, 정이십면체
조건 (나)를 만족시키는 정다면체는
정육면체, 정팔면체
따라서 구하는 정다면체는 정팔면체이다. 답 ③

06 (ㄴ) 오른쪽 그림의 색칠한 면이 겹치므로 정사면체를 만들 수 없다.
이상에서 정사면체의 전개도가 될 수 있는 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다. 답 (ㄱ), (ㄷ)



07 주어진 전개도로 정육면체를 만들면 오른쪽 그림과 같으므로 꼭짓점 B와 겹치는 점은 점 J이다. 답 ④



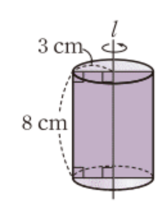
08 정육면체의 각 면의 한가운데 점을 연결하여 만든 정다면체는 정팔면체이다. 답 ③

09 ④ 다면체 답 ④

10 주어진 평면도형을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시키면 ②와 같은 회전체가 만들어진다. 답 ②
참고 평면도형이 회전축에서 떨어져 있으면 가운데가 빈 회전체가 만들어진다.

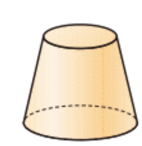
11 ④ 원뿔대 – 사다리꼴 답 ④
참고 ① 구를 자를 때 생기는 단면은 항상 원이다.

12 주어진 직사각형을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시키면 오른쪽 그림과 같은 원기둥이 만들어진다. 이때 이 원기둥을 회전축을 포함하는 평면으로 자를 때 생기는 단면은 가로, 세로의 길이가 각각 6 cm, 8 cm인 직사각형이므로 구하는 넓이는
$6\times8=48\,(\text{cm}^2)$ 답 48 cm²



구하는 단면의 넓이는 회전시키기 전 직사각형의 넓이의 2배임을 이용해도 된다.

13 주어진 전개도로 만든 입체도형은 오른쪽 그림과 같은 원뿔대이다.
③ 원뿔대의 회전축은 1개이다. 답 ③



14 주어진 원뿔의 전개도에서 부채꼴의 중심각의 크기를 $x°$라 하면
$2\pi\times9\times\frac{x}{360}=2\pi\times3$
$\frac{x}{40}=3 \qquad \therefore x=120$
따라서 부채꼴의 중심각의 크기는 120°이다. 답 120°

원뿔의 전개도에서 부채꼴의 호의 길이는 원뿔의 밑면의 둘레의 길이와 같다.

15 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi \times r = 10\pi \qquad \therefore r=5$

> 일품 BOX: 원기둥의 전개도에서 직사각형의 가로의 길이는 원기둥의 밑면의 둘레의 길이와 같다.

따라서 원기둥의 한 밑면의 넓이는

$\pi \times 5^2 = 25\pi\,(\text{cm}^2)$ 답 $25\pi\ \text{cm}^2$

만점 도전을 위한 고난도 문제

본책 79~82쪽

01 전략 주어진 입체도형의 꼭짓점의 개수와 면의 개수를 각각 구하여 서로 같은 것을 찾는다.

풀이 ① n각기둥의 꼭짓점의 개수와 면의 개수를 차례대로 구하면

$2n,\ n+2$

② n각뿔의 꼭짓점의 개수와 면의 개수는 $n+1$로 서로 같다.

> 다각형인 면으로만 둘러싸인 입체도형

③, ⑤ 다면체가 아니다.

④ n각뿔대의 꼭짓점의 개수와 면의 개수를 차례대로 구하면

$2n,\ n+2$

따라서 꼭짓점의 개수와 면의 개수가 항상 같은 다면체는 ②이다. 답 ②

만점 비법

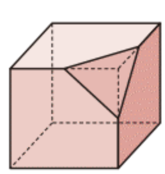
각뿔의 꼭짓점의 개수와 면의 개수

n각뿔에서 꼭짓점은 밑면의 다각형에서 n개와 옆면이 모이는 점의 1개가 있으므로 $(n+1)$개이다.

또 면은 옆면 n개와 밑면 1개가 있으므로 $(n+1)$개이다.

따라서 각뿔의 꼭짓점의 개수와 면의 개수는 항상 같다.

02 전략 남아 있는 입체도형은 주어진 직육면체의 한 꼭짓점에서 삼각뿔을 잘라낸 모양과 같다.



풀이 한 꼭짓점에서 만나는 세 모서리의 중점을 지나는 평면으로 잘라내고 남은 입체도형 P는 오른쪽 그림과 같으므로 P의 면의 개수는 7이다.

각 입체도형의 면의 개수는

① $3+2=5$ ② $4+1=5$ ③ $6+1=7$

④ $4+2=6$ ⑤ $5+1=6$

따라서 면의 개수가 P의 면의 개수와 같은 것은 ③이다.

답 ③

03 전략 두 밑면이 서로 평행하고 옆면이 모두 사다리꼴인 다면체는 각뿔대임을 이용한다.

풀이 조건 (가)에서 두 밑면이 서로 평행하고 옆면이 모두 사다리꼴인 다면체는 각뿔대이다.

> n각뿔대의 면의 개수 → $n+2$
> n각뿔대의 모서리의 개수 → $3n$

조건을 모두 만족시키는 다면체를 n각뿔대라 하면 n각뿔대의 꼭짓점의 개수는 $2n$이므로 조건 (나)에서

$2n=18 \qquad \therefore n=9$

즉 주어진 조건을 모두 만족시키는 다면체는 구각뿔대이다. ··· ❶

따라서 $x=9+2=11$, $y=3\times 9=27$이므로 ··· ❷

$x+y=38$ ··· ❸

답 38

채점 기준	비율
❶ 조건을 만족시키는 다면체를 구할 수 있다.	50 %
❷ x, y의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $x+y$의 값을 구할 수 있다.	10 %

04 전략 m, n이 3 이상의 자연수임을 이용한다.

풀이 m각뿔대의 모서리의 개수는 $3m$, n각기둥의 꼭짓점의 개수는 $2n$이다.

$3m+2n=28$에서 $2n$은 짝수이므로 $3m$도 짝수이다.

> (짝수)+(짝수)=(짝수)
> (짝수)+(홀수)=(홀수)

즉 $3m+2n=28$을 만족시키는 자연수 m, n의 값은

$m=2,\ n=11$ 또는 $m=4,\ n=8$

또는 $m=6,\ n=5$ 또는 $m=8,\ n=2$

그런데 $m\ge 3$, $n\ge 3$이므로 주어진 조건을 만족시키는 m, n의 값은

> 다각형이 만들어지기 위해서는 3개 이상의 선분이 필요하므로 m, n은 3 이상의 자연수이어야 한다.

$m=4,\ n=8$ 또는 $m=6,\ n=5$

따라서 $m+n$의 값 중 가장 큰 값은 $4+8=12$이다.

답 12

05 전략 다면체의 꼭짓점, 모서리, 면의 개수 사이의 관계를 이용한다.

풀이 주어진 각뿔대의 꼭짓점의 개수를 v, 모서리의 개수를 e, 면의 개수를 f라 하면

$v-e+f=2$ ······ ㉠

가 성립한다.

$v=12n$, $e=18n$, $f=7n$을 ㉠에 대입하면

$12n-18n+7n=2$

$\therefore n=2$ 답 2

다른풀이 꼭짓점의 개수가 $12n$, 모서리의 개수가 $18n$인 각뿔대는 $6n$각뿔대이다.

$6n$각뿔대의 면의 개수는 $6n+2$이므로

$6n+2=7n \qquad \therefore n=2$

06 전략 정다면체의 모양을 생각해 본다.

풀이 ④ 정사면체, 정팔면체, 정이십면체의 한 면의 모양은 정삼각형으로 모두 같다.

⑤ 정사면체는 평행한 면이 없다.

답 ⑤

만점 비법

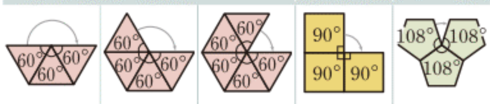
정다면체가 5가지뿐인 이유

정다면체는 입체도형이므로

① 한 꼭짓점에서 3개 이상의 면이 만나야 한다.

② 한 꼭짓점에 모인 각의 크기의 합이 360°보다 작아야 한다.

따라서 정다면체의 면이 될 수 있는 다각형은 정삼각형, 정사각형, 정오각형뿐이고, 각각 한 꼭짓점에서 모이는 면의 개수에 따라 만들 수 있는 정다면체는 다음과 같다.



정삼각형			정사각형	정오각형
3개	4개	5개	3개	3개
정사면체	정팔면체	정이십면체	정육면체	정십이면체

정육각형, 정칠각형, … 이 한 꼭짓점에서 3개 이상 만나게 되면 그 각의 크기의 합은 360° 이상이 된다.

07 전략 정다면체는 각 면이 모두 합동인 정다각형이고 각 꼭짓점에 모인 면의 개수가 같은 다면체이다.

풀이 주어진 입체도형은 각 면이 모두 합동인 정삼각형으로 이루어져 있지만 한 꼭짓점에 모인 면의 개수가 3 또는 4로 같지 않으므로 정다면체가 아니다.

답 풀이 참조

08 전략 5가지의 정다면체의 특징을 생각해 본다.

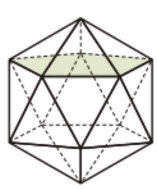
풀이 (ㄱ) 한 꼭짓점에 모인 면의 개수가 5인 정다면체는 정이십면체이다.

(ㄷ) 정다면체 중 꼭짓점의 개수가 가장 많은 것은 정십이면체이다.

이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄹ)이다.

답 ④

09 전략 주어진 정이십면체를 5개의 꼭짓점만을 지나는 평면으로 자를 때 생기는 단면의 모양은 오각형이다.



풀이 오른쪽 그림과 같이 정이십면체를 5개의 꼭짓점만을 지나는 평면으로 자를 때 생기는 단면의 모양은 오각형이다.

즉 주어진 정이십면체를 5개의 꼭짓점만을 지나는 평면으로 자를 때 생기는 두 입체도형 중 작은 입체도형은 오각뿔이 된다.

이때 오각뿔은 정이십면체의 각 꼭짓점에서 만들어질 수 있으므로 구하는 평면의 개수는 정이십면체의 꼭짓점의 개수와 같다.

정이십면체의 꼭짓점의 개수는 12이다.

따라서 가능한 평면의 개수는 12이다.

답 12

10 전략 잘라 내고 남은 다면체의 모양을 유추한다.

풀이 정육면체를 면 BDG로 자를 때 생기는 단면의 모양은 한 변의 길이가 정육면체의 한 면의 대각선의 길이와 같은 정삼각형이다. ··· ❶

따라서 정육면체를 네 면 BDG, BDE, BEG, DEG로 잘라 내고 남은 다면체는 합동인 4개의 정삼각형으로 이루어진 정사면체이다. ··· ❷

정사면체의 면의 개수는 4, 꼭짓점의 개수는 4, 모서리의 개수는 6이므로 구하는 합은

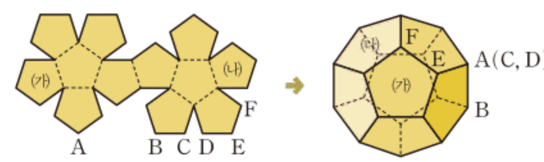
$4+4+6=14$ ··· ❸

답 14

채점 기준	비율
❶ 면 BDG가 어떤 도형인지 구할 수 있다.	30 %
❷ 네 면으로 잘라 내고 남은 다면체를 구할 수 있다.	40 %
❸ 면, 꼭짓점, 모서리의 개수의 합을 구할 수 있다.	30 %

11 전략 주어진 전개도로 만들어지는 입체도형을 찾는다.

풀이 주어진 전개도로 만들어지는 입체도형은 정십이면체이고, 그 모양은 다음과 같다.



③ (가)와 (나)는 서로 이웃하는 면이다.

답 ③

12 전략 주어진 전개도로 정육면체를 만들어 생각한다.

풀이 ①, ②, ④, ⑤ 1의 면과 서로 마주 보는 면에 적힌 숫자는 4이다.

③ 1의 면과 서로 마주 보는 면에 적힌 숫자는 6이다.

답 ③

참고 주어진 각 전개도로 정육면체를 만들 때 서로 마주 보는 면끼리 짝 지으면 다음과 같다.

① 1의 면－4의 면, 2의 면－6의 면, 3의 면－5의 면

② 1의 면－4의 면, 2의 면－5의 면, 3의 면－6의 면

③ 1의 면－6의 면, 2의 면－5의 면, 3의 면－4의 면

④ 1의 면－4의 면, 2의 면－6의 면, 3의 면－5의 면

⑤ 1의 면－4의 면, 2의 면－6의 면, 3의 면－5의 면

13 전략 처음 정다면체의 면의 개수와 새로 만든 정다면체의 꼭짓점의 개수가 같음을 이용한다.

풀이 처음 정다면체의 면의 개수를 n이라 하면 새로 만든 정다면체는 꼭짓점의 개수가 n인 정다면체이다.

그런데 처음 정다면체와 새로 만든 정다면체가 같은 종류이므로 처음 정다면체의 꼭짓점의 개수도 n이다.

즉 처음 정다면체는 면의 개수와 꼭짓점의 개수가 같아야 하므로 정사면체이다.

면의 개수와 꼭짓점의 개수가 같은 정다면체는 정사면체뿐이다.

따라서 구하는 모서리의 개수는 6이다.

답 6

14 전략 회전체는 평면도형을 한 직선을 축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형이다.

풀이 ① 원뿔대의 두 밑면은 서로 평행하지만 합동은 아니다.

② 구의 회전축은 무수히 많다.

③ 반원과 같이 다각형이 아닌 평면도형을 한 직선을 축으로 하여 1회전 시켜도 회전체가 만들어진다.

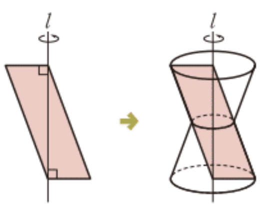
⑤ 회전체의 옆면을 만드는 선분을 모선이라 한다.

답 ④

일품 BOX: 구의 중심을 지나는 모든 직선은 구에 대한 회전축이 될 수 있다.

15 전략 주어진 도형을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체를 그려 본다.

풀이 주어진 도형을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시키면 다음 그림과 같이 ⑤와 같은 회전체가 만들어진다.



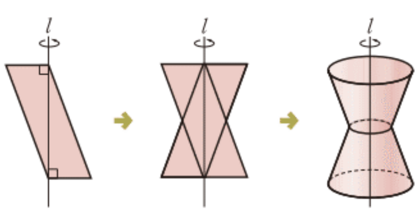
답 ⑤

만점 비법

위의 문제와 같이 평면도형을 회전축을 중심으로 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 다음의 순서로 구하는 것이 편리하다.

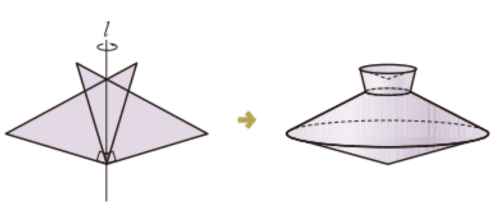
(i) 회전시키기 전 평면도형을 회전축에 대하여 선대칭 이동한다.

(ii) 선대칭 이동한 도형을 이용하여 입체도형을 구한다.



16 전략 주어진 직각삼각형을 직선 l에 대하여 선대칭 이동한 후 이를 이용하여 회전체를 그린다.

풀이 주어진 도형을 직선 l에 대하여 선대칭 이동한 후 이를 이용하여 회전체를 그리면 다음과 같다.



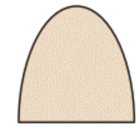
답 풀이 참조

17 전략 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자를 때와 회전축을 포함하는 평면으로 자를 때의 단면의 모양을 그려 본다.

풀이 ④ 원뿔을 회전축을 포함하는 평면으로 자를 때에만 단면의 모양이 삼각형이다.

답 ④

참고 원뿔을 밑면과 수직이면서 회전축을 포함하지 않는 평면으로 자를 때의 단면은 오른쪽 그림과 같다.



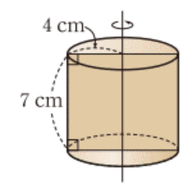
18 전략 각 평면으로 자른 단면의 모양을 그려 보고 주어진 단면의 모양과 비교한다.

풀이 주어진 원뿔대를 평면 ⑤로 자른 단면의 모양은 오른쪽 그림과 같다.

답 ⑤

19 전략 원기둥을 밑면에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면은 직사각형임을 이용한다.

풀이 원기둥에서 밑면에 수직인 평면으로 자를 때, 넓이가 가장 큰 단면은 오른쪽 그림과 같이 회전축을 포함하는 평면으로 자를 때 생기는 직사각형이다. ··· ❶



따라서 구하는 넓이는

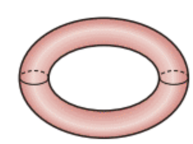
$8\times7=56\,(\mathrm{cm}^2)$ ··· ❷

답 $56\mathrm{~cm}^2$

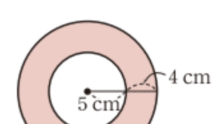
채점 기준	비율
❶ 넓이가 가장 클 때의 단면이 어떤 도형인지 구할 수 있다.	70 %
❷ 넓이를 구할 수 있다.	30 %

20 전략 평면도형이 회전축에서 떨어져 있으면 가운데가 빈 회전체가 만들어진다.

풀이 주어진 원을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 오른쪽 그림과 같다. ··· ❶



이때 점 O를 지나면서 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면은 오른쪽 그림과 같다. ··· ❷



일품 BOX: 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면은 항상 원인데, 평면도형이 회전축과 떨어져 있으므로 가운데가 뚫린 원이 된다.

따라서 구하는 단면의 넓이는

(큰 원의 넓이)$-$(작은 원의 넓이)

$=\pi\times9^2-\pi\times5^2$

$=81\pi-25\pi$

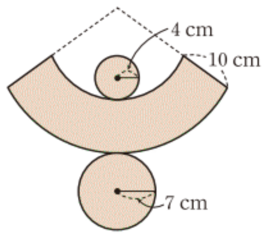
$=56\pi\,(\mathrm{cm}^2)$ ··· ❸

답 $56\pi\mathrm{~cm}^2$

채점 기준	비율
❶ 회전체의 모양을 알 수 있다.	30 %
❷ 단면의 모양을 알 수 있다.	40 %
❸ 단면의 넓이를 구할 수 있다.	30 %

21 전략 원뿔대의 전개도에서 옆면의 곡선의 길이는 만나는 원의 둘레의 길이와 같다.

풀이 주어진 원뿔대의 전개도는 오른쪽 그림과 같다. ··· ❶



(작은 원의 둘레의 길이)

$=2\pi\times4=8\pi\,(\text{cm})$

(큰 원의 둘레의 길이)

$=2\pi\times7=14\pi\,(\text{cm})$ ··· ❷

(옆면의 둘레의 길이)

$=2\pi\times4+2\pi\times7+2\times10$

$=22\pi+20\,(\text{cm})$ ··· ❸

(부채꼴의 호의 길이) =(밑면의 둘레의 길이)

따라서 구하는 둘레의 길이의 합은

$8\pi+14\pi+(22\pi+20)=44\pi+20\,(\text{cm})$ ··· ❹

답 $(44\pi+20)$ cm

채점 기준	비율
❶ 주어진 원뿔대의 전개도를 그릴 수 있다.	30 %
❷ 두 밑면의 둘레의 길이를 구할 수 있다.	20 %
❸ 옆면의 둘레의 길이를 구할 수 있다.	30 %
❹ 둘레의 길이의 합을 구할 수 있다.	20 %

22 전략 페인트가 칠해지는 부분의 넓이는 원기둥의 전개도에서 옆면의 넓이와 같음을 이용한다.

풀이 페인트가 칠해지는 부분의 넓이는 원기둥의 전개도에서 옆면의 넓이와 같다. 원기둥의 전개도에서 옆면의 모양은 직사각형이고 그 넓이는

$2\pi\times5\times20=200\pi\,(\text{cm}^2)$ 답 ③

원기둥의 전개도에서 직사각형의 가로의 길이는 밑면의 둘레의 길이이다.

23 전략 주어진 전개도에서 각 도형이 어떤 입체도형의 전개도에서 볼 수 있는 도형인지 생각한다.

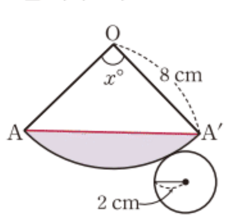
풀이 주어진 전개도에서 부채꼴은 원뿔의 옆면의 전개도이고, 직사각형은 원기둥의 옆면의 전개도이다.

전개도에서 위의 부채꼴의 중심각의 크기가 아래의 부채꼴의 중심각의 크기보다 작으므로 입체도형에서 위의 원뿔이 아래의 원뿔보다 더 뾰족한 모양이 된다.

따라서 평면도형을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시켜서 생기는 입체도형이 두 개의 원뿔과 하나의 원기둥으로 이루어진 입체도형인 것은 ⑤이다. 답 ⑤

24 전략 원뿔의 전개도에 색칠한 부분을 나타낸다.

풀이 주어진 원뿔의 색칠한 부분을 전개도에 나타내면 오른쪽 그림의 색칠한 부분과 같다. ··· ❶



부채꼴의 중심각의 크기를 $x°$라 하면

$2\pi\times8\times\dfrac{x}{360}=2\pi\times2\quad\therefore x=90$ ··· ❷

따라서 $\triangle OAA'$은 직각삼각형이므로

(색칠한 부분의 넓이)

=(부채꼴 AOA′의 넓이)

−(직각삼각형 OAA′의 넓이)

$=\pi\times8^2\times\dfrac{90}{360}-\dfrac{1}{2}\times8\times8$

$=16\pi-32\,(\text{cm}^2)$ ··· ❸

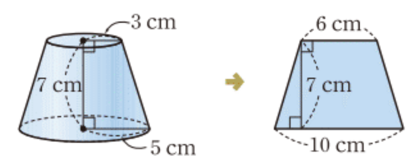
답 $(16\pi-32)\ \text{cm}^2$

채점 기준	비율
❶ 색칠한 부분을 전개도에 나타낼 수 있다.	30 %
❷ 전개도에서 부채꼴의 중심각의 크기를 구할 수 있다.	30 %
❸ 색칠한 부분의 넓이를 구할 수 있다.	40 %

25 전략 주어진 전개도로 만들어지는 입체도형을 그려 본다.

풀이 주어진 전개도로 만든 입체도형은 원뿔대이고, 이 원뿔대를 회전축을 포함한 평면으로 자른 단면의 모양은 다음과 같다.

사다리꼴



따라서 구하는 단면의 넓이는

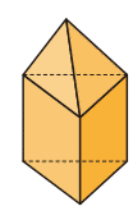
$\dfrac{1}{2}\times(6+10)\times7=56\,(\text{cm}^2)$ 답 $56\ \text{cm}^2$

최상위로 가는 최고 수준 문제

본책 83쪽

01 전략 주어진 평면도형으로 만들 수 있는 입체도형을 그려 본다.

풀이 주어진 평면도형으로 만들 수 있는 입체도형은 오른쪽 그림과 같다.

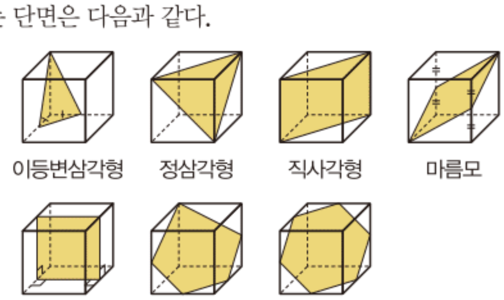


따라서 모서리의 개수는 12, 꼭짓점의 개수는 7이다.

답 모서리: 12, 꼭짓점: 7

02 전략 정육면체를 여러 방향의 평면으로 잘라 본다.

풀이 정육면체를 여러 방향의 평면으로 잘랐을 때 생기는 단면은 다음과 같다.



각 모서리의 중점을 지나게 자르면 정육각형이 된다.

따라서 단면의 모양이 될 수 없는 것은 ④이다. 답 ④

일품 BOX

03 전략 두 입체도형에서 직육면체가 겹쳐진 꼭짓점과 모서리의 개수를 구한다.

풀이 직육면체의 꼭짓점의 개수는 8, 모서리의 개수는 12, 면의 개수는 6이다. ··· ❶

[그림 1]의 입체도형에서 5개의 직육면체는 4개의 꼭짓점이 겹쳐지므로 꼭짓점이 4개 줄어든다.

$$\begin{aligned}\therefore A&=v-e+f\\&=(8\times5-4)-(12\times5)+(6\times5)\\&=36-60+30\\&=6\end{aligned}$$ ··· ❷

[그림 2]의 입체도형에서 5개의 직육면체는 4개의 모서리가 겹쳐지므로 모서리는 4개가 줄어들고, 꼭짓점은 $2\times4=8$(개)가 줄어든다.

$$\begin{aligned}\therefore B&=v-e+f\\&=(8\times5-8)-(12\times5-4)+(6\times5)\\&=32-56+30\\&=6\end{aligned}$$ ··· ❸

$\therefore A+B=12$ ··· ❹

답 12

채점 기준	비율
❶ 한 직육면체의 꼭짓점, 모서리, 면의 개수를 구할 수 있다.	10 %
❷ A의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ B의 값을 구할 수 있다.	40 %
❹ $A+B$의 값을 구할 수 있다.	10 %

다른풀이 한 직육면체에서는 $v-e+f=2$가 성립한다.

[그림 1]의 입체도형에서 5개의 직육면체는 4개의 꼭짓점에서 만나므로 꼭짓점이 4개 줄어든다.

$\therefore v-e+f=2\times5-4=6$

[그림 2]의 입체도형에서 5개의 직육면체는 4개의 모서리에서 만나므로 모서리는 4개가 줄어들고, 꼭짓점은 $2\times4=8$(개)가 줄어든다.

$\therefore v-e+f=2\times5-8+4=6$

$2\times5-8-(-4)=6$

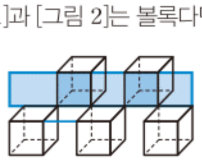
참고 [그림 1]과 [그림 2]의 다면체에서는

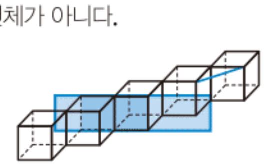
$v-e+f=2$

가 성립하지 않음을 알 수 있다. 이것은 [그림 1]과 [그림 2]의 다면체가 볼록다면체가 아니기 때문이다.

볼록다면체란 다면체 안의 임의의 두 점을 연결하는 선분이 모두 그 다면체 안에 있고, 다면체의 임의의 면을 연장한 면은 그 면 이외의 다른 면을 지나지 않는 다면체이다.

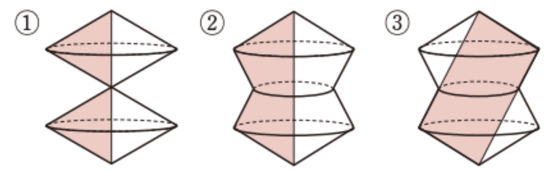
그런데 [그림 1]과 [그림 2]의 다면체는 다음 그림과 같이 두 점을 잡아 연결한 선분이 다면체 밖에 있고, 또한 임의의 면을 연장한 면이 다면체의 다른 면을 지나고 있다. 따라서 [그림 1]과 [그림 2]는 볼록다면체가 아니다.

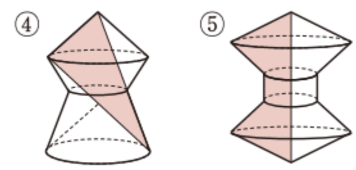

[그림 1]


[그림 2]

04 전략 주어진 도형을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체를 그려 본다.

풀이 주어진 도형을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 다음과 같다.

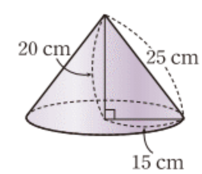




답 ②, ③

05 전략 원뿔을 회전축에 수직인 평면으로 자르면 그 단면은 원이다.

풀이 주어진 직각삼각형을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시키면 오른쪽 그림과 같은 원뿔이 된다.



원뿔의 밑넓이는

$\pi\times15^2=225\pi\,(\text{cm}^2)$

반지름의 길이가 r인 원의 넓이 → πr^2

원뿔을 회전축에 수직인 평면으로 잘랐을 때 생기는 단면은 원이고 그 넓이는 $\dfrac{9}{25}\times225\pi=81\pi\,(\text{cm}^2)$

이때 $81\pi=\pi\times9^2$에서 단면의 반지름의 길이는 9 cm이므로 단면의 둘레의 길이는

$2\pi\times9=18\pi\,(\text{cm})$

답 18π cm

06 전략 만든 두 원뿔의 모선의 길이가 원 O의 반지름의 길이와 같음을 이용한다.

풀이 ∠AOC의 크기는

$360^\circ\times\dfrac{3}{2+4+3}=120^\circ$ ··· ❶

이때 원 O의 반지름의 길이를 l cm라 하면 l cm는 원뿔 Q의 모선의 길이와 같다. 즉

$2\pi\times l\times\dfrac{120}{360}=2\pi\times3 \quad \therefore l=9$ ··· ❷

원뿔의 전개도에서 부채꼴의 호의 길이는 원뿔의 밑면의 둘레의 길이와 같다.

또 ∠AOB의 크기는 $360^\circ\times\dfrac{2}{2+4+3}=80^\circ$ ··· ❸

원뿔 P의 모선의 길이도 9 cm이므로 원뿔 P의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi\times9\times\dfrac{80}{360}=2\pi\times r \quad \therefore r=2$ ··· ❹

답 2 cm

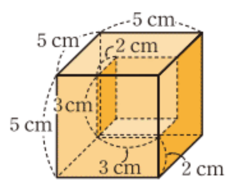
채점 기준	비율
❶ ∠AOC의 크기를 구할 수 있다.	20 %
❷ 원뿔의 모선의 길이를 구할 수 있다.	30 %
❸ ∠AOB의 크기를 구할 수 있다.	20 %
❹ 원뿔 P의 밑면의 반지름의 길이를 구할 수 있다.	30 %

14 입체도형의 겉넓이와 부피

개념 & 핵심 기출

본책 84~86쪽

01 오른쪽 그림과 같이 잘린 부분의 면을 이동하여 생각하면 주어진 입체도형의 겉넓이는 한 모서리의 길이가 5 cm인 정육면체의 겉넓이와 같다.

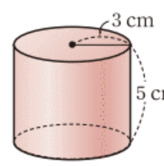


따라서 구하는 겉넓이는

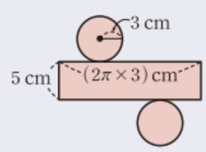
$(5\times5)\times6=150\,(\text{cm}^2)$ 답 ⑤

정육면체의 겉넓이
$=$(한 면의 넓이)$\times6$

02 회전체는 오른쪽 그림과 같은 원기둥이므로 구하는 겉넓이는



$(\pi\times3^2)\times2+2\pi\times3\times5$
$=18\pi+30\pi$
$=48\pi\,(\text{cm}^2)$ 답 48π cm²



03 $\left\{\frac{1}{2}\times(10+3)\times4\right\}\times8=208\,(\text{cm}^3)$ 답 ⑤

04 삼각기둥의 높이를 h cm라 하면 삼각기둥의 부피가 30 cm³이므로

$\left(\frac{1}{2}\times3\times4\right)\times h=30$

$6h=30 \qquad \therefore h=5$

따라서 삼각기둥의 높이는 5 cm이다. 답 5 cm

05 (부피)
$=$(큰 원기둥의 부피)$-$(작은 원기둥의 부피)
$=\pi\times4^2\times9-\pi\times3^2\times9$
$=144\pi-81\pi$
$=63\pi\,(\text{cm}^3)$ 답 63π cm³

큰 원기둥의 밑면의 지름의 길이는 8 cm이므로 반지름의 길이는 4 cm이다.

다른풀이 (밑넓이)$=\pi\times4^2-\pi\times3^2$
$=7\pi\,(\text{cm}^2)$

이므로 구하는 부피는

$7\pi\times9=63\pi\,(\text{cm}^3)$

06 (밑넓이)$=5\times5=25\,(\text{cm}^2)$

(옆넓이)$=\left(\frac{1}{2}\times5\times6\right)\times4=60\,(\text{cm}^2)$

$\therefore$ (겉넓이)$=25+60=85\,(\text{cm}^2)$ 답 85 cm²

주어진 사각뿔의 옆면은 합동인 4개의 삼각형으로 이루어져 있다.

07 원뿔의 모선의 길이를 l cm라 하면 원뿔의 겉넓이가 64π cm²이므로

$\pi\times4^2+\pi\times4\times l=64\pi, \qquad 16\pi+4\pi l=64\pi$

$4\pi l=48\pi \qquad \therefore l=12$

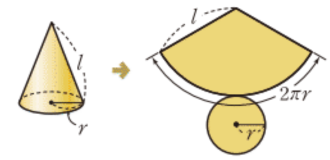
따라서 원뿔의 모선의 길이는 12 cm이다.

답 12 cm

만점 비법

원뿔의 겉넓이를 구하는 공식의 유도

밑면의 반지름의 길이가 r이고 모선의 길이가 l인 원뿔의 전개도는 오른쪽 그림과 같으므로



(겉넓이)
$=$(밑넓이)$+$(옆넓이)
$=$(원의 넓이)$+$(부채꼴의 넓이)
$=\pi r^2+\frac{1}{2}\times2\pi r\times l=\pi r^2+\pi rl$

08 (두 밑넓이의 합)$=4\times4+8\times8$
$=16+64=80\,(\text{cm}^2)$

(옆넓이)$=\left\{\frac{1}{2}\times(4+8)\times6\right\}\times4$
$=144\,(\text{cm}^2)$

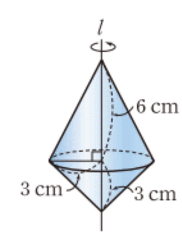
$\therefore$ (겉넓이)$=80+144=224\,(\text{cm}^2)$

답 224 cm²

09 면 BCD를 삼각뿔의 밑면으로 생각하면 삼각뿔의 높이는 주어진 직육면체의 높이와 같으므로 구하는 부피는

$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times3\times5\right)\times8=20\,(\text{cm}^3)$ 답 ③

10 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 부피는



$\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times6+\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times3$
$=18\pi+9\pi$
$=27\pi\,(\text{cm}^3)$

답 ②

(큰 원뿔의 부피)
$+$(작은 원뿔의 부피)

11 (부피)$=$(큰 원뿔의 부피)$-$(작은 원뿔의 부피)
$=\frac{1}{3}\times\pi\times9^2\times6-\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times2$
$=162\pi-6\pi$
$=156\pi\,(\text{cm}^3)$ 답 156π cm³

$2+4=6$

12 구의 반지름의 길이를 r cm라 하면 구의 겉넓이가 16π cm²이므로

$4\pi r^2=16\pi, \qquad r^2=4$

$\therefore r=2$

따라서 구의 반지름의 길이는 2 cm이다. 답 ②

13 두 반구의 구면의 넓이의 합은 구의 겉넓이와 같으므로

$$(\text{겉넓이})=(\text{구의 겉넓이})+(\text{원기둥의 옆넓이})$$
$$=4\pi\times4^2+2\pi\times4\times10$$
$$=64\pi+80\pi$$
$$=144\pi\,(\text{cm}^2)$$

답 ①

14 잘라 낸 면의 넓이는 반지름의 길이가 7 cm인 원의 넓이와 같으므로

$$(\text{겉넓이})=(\text{구의 겉넓이})\times\frac{3}{4}+(\text{원의 넓이})$$
$$=4\pi\times7^2\times\frac{3}{4}+\pi\times7^2$$
$$=147\pi+49\pi$$
$$=196\pi\,(\text{cm}^2)$$

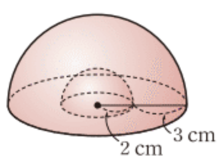
답 196π cm^2

15 $(\text{부피})=(\text{반구의 부피})+(\text{원뿔의 부피})$

$$=\frac{4}{3}\pi\times3^3\times\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times6$$
$$=18\pi+18\pi=36\pi\,(\text{cm}^3)$$

답 ②

16 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로



(부피)
$=(\text{큰 반구의 부피})$
$\quad-(\text{작은 반구의 부피})$

$$=\frac{4}{3}\pi\times5^3\times\frac{1}{2}-\frac{4}{3}\pi\times2^3\times\frac{1}{2}$$
$$=\frac{250}{3}\pi-\frac{16}{3}\pi$$
$$=78\pi\,(\text{cm}^3)$$

답 78π cm^3

17 구의 반지름의 길이를 r cm라 하면 원기둥의 높이는 $2r$ cm이므로 남아 있는 물의 부피는

밑면의 지름의 길이와 같다.

(원기둥의 부피)
−(구의 부피)

$$\pi r^2\times2r-\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{2}{3}\pi r^3\,(\text{cm}^3)\quad\cdots\cdots\ \text{㉠}$$

한편 남아 있는 물의 부피는 밑면의 반지름의 길이가 r cm, 높이가 4 cm인 원기둥의 부피와 같으므로

$$\pi r^2\times4=4\pi r^2\,(\text{cm}^3)\quad\cdots\cdots\ \text{㉡}$$

㉠, ㉡에서 $\frac{2}{3}\pi r^3=4\pi r^2$, $\quad\frac{2}{3}r=4$

$\therefore r=6$

따라서 구의 반지름의 길이는 6 cm이다.

답 6 cm

다른풀이 (구의 부피) : (원기둥의 부피)$=2:3$이므로

남아 있는 물의 부피는 (원기둥의 부피)$\times\frac{1}{3}$이다.

따라서 원기둥의 높이는 $4\times3=12$(cm)이므로 구의 반지름의 길이는 $12\times\frac{1}{2}=6$(cm)이다.

일품 BOX

만점 도전을 위한 고난도 문제

본책 87~90쪽

01 전략 입체도형의 겉넓이는 전개도의 넓이와 같다.

풀이 입체도형의 겉넓이는 전개도의 넓이와 같으므로

$$\left(\frac{1}{2}\times6\times8\right)\times2+\{(6+8+x)\times10\}=288$$

주어진 전개도에서 옆면인 직사각형의 가로의 길이는 밑면인 삼각형의 둘레의 길이와 같다.

$48+140+10x=288$, $\quad10x=100$

$\therefore x=10$

답 ④

02 전략 (구멍이 뚫린 기둥의 옆넓이)

➡ (큰 기둥의 옆넓이)+(작은 기둥의 옆넓이)

풀이 $(\text{밑넓이})=\pi\times5^2-\pi\times2^2$

$$=25\pi-4\pi=21\pi\,(\text{cm}^2)$$

$(\text{큰 기둥의 옆넓이})=2\pi\times5\times8=80\pi\,(\text{cm}^2)$

$(\text{작은 기둥의 옆넓이})=2\pi\times2\times8=32\pi\,(\text{cm}^2)$

$\therefore(\text{겉넓이})=21\pi\times2+80\pi+32\pi$

$$=154\pi\,(\text{cm}^2)$$

답 154π cm^2

03 전략 원기둥 A의 겉넓이의 $\frac{1}{2}$이 원기둥 B의 겉넓이임을 이용한다.

풀이 원기둥 A의 겉넓이는

$$(\pi\times6^2)\times2+2\pi\times6\times2=72\pi+24\pi$$
$$=96\pi\,(\text{cm}^2)\quad\cdots❶$$

따라서 원기둥 B의 겉넓이는

$$96\pi\times\frac{1}{2}=48\pi\,(\text{cm}^2)\quad\cdots❷$$

이므로 원기둥 B의 높이를 h cm라 하면

$(\pi\times3^2)\times2+2\pi\times3\times h=48\pi$

$18\pi+6\pi h=48\pi$, $\quad6\pi h=30\pi$

$\therefore h=5$

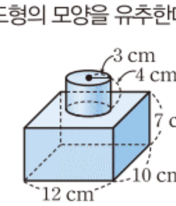
즉 원기둥 B의 높이는 5 cm이다. $\cdots❸$

답 5 cm

채점 기준	비율
❶ 원기둥 A의 겉넓이를 구할 수 있다.	40 %
❷ 원기둥 B의 겉넓이를 구할 수 있다.	20 %
❸ 원기둥 B의 높이를 구할 수 있다.	40 %

04 전략 주어진 그림을 이용하여 입체도형의 모양을 유추한다.

풀이 주어진 입체도형은 오른쪽 그림과 같으므로



(겉넓이)

$=(12\times10)\times2+2\pi\times3\times4$

$\quad+(12+10+12+10)\times7$

(사각기둥의 밑넓이)×2
+(원기둥의 옆넓이)
+(사각기둥의 옆넓이)

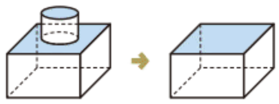
$=240+24\pi+308$

$=548+24\pi\,(\text{cm}^2)$

답 ⑤

일품 BOX

참고 주어진 입체도형을 위에서 본 모양의 넓이의 합은 사각기둥의 밑넓이와 같다.



05 전략 (각기둥의 부피)=(밑넓이)×(높이)

풀이 $\left\{\frac{1}{2}\times(3+7)\times3\right\}\times10=150\,(\text{cm}^3)$

답 $150\,\text{cm}^3$

밑면의 모양이 사다리꼴이다.

06 전략 밑넓이는 두 삼각형의 넓이의 합이다.

풀이 (밑넓이)$=\frac{1}{2}\times5\times a+\frac{1}{2}\times a\times3=4a\,(\text{cm}^2)$

사각기둥의 부피가 $320\,\text{cm}^3$이므로

$4a\times10=320,\quad 4a=32$

$\therefore a=8$

답 ④

07 전략 기둥의 밑넓이는 큰 부채꼴의 넓이에서 작은 부채꼴의 넓이를 뺀 것이다.

풀이 (밑넓이)

$=\pi\times9^2\times\frac{60}{360}-\pi\times3^2\times\frac{60}{360}$

$=\frac{27}{2}\pi-\frac{3}{2}\pi=12\pi\,(\text{cm}^2)$ ···➊

따라서 구하는 부피는

$12\pi\times8=96\pi\,(\text{cm}^3)$ ···➋

답 $96\pi\,\text{cm}^3$

채점 기준	비율
➊ 기둥의 밑넓이를 구할 수 있다.	60 %
➋ 기둥의 부피를 구할 수 있다.	40 %

08 전략 원기둥 전개도에서 직사각형의 가로의 길이는 밑면의 둘레의 길이와 같다.

풀이 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi r=8\pi\quad\therefore r=4$

따라서 구하는 부피는

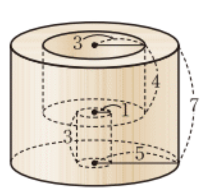
$\pi\times4^2\times8=128\pi\,(\text{cm}^3)$

답 ③

09 전략 주어진 도형을 y축을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체를 그려 본다.

회전시키는 평면도형이 회전축에서 떨어져 있으면 가운데가 빈 회전체가 만들어진다.

풀이 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로



(부피)

$=\pi\times5^2\times7-\pi\times3^2\times4$

$\quad-\pi\times1^2\times3$

$=175\pi-36\pi-3\pi=136\pi$

답 ②

10 전략 (각뿔의 겉넓이)=(밑넓이)+(옆넓이)

풀이 주어진 사각뿔의 겉넓이가 $75\,\text{cm}^2$이므로

$a\times a+\left(\frac{1}{2}\times a\times a\right)\times4=75$

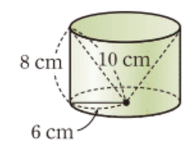
$3a^2=75,\quad a^2=25$

$\therefore a=5$

답 ④

11 전략 만들어지는 회전체는 원기둥에서 원뿔 모양으로 뚫려 있다.

풀이 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로



(겉넓이)

$=$(밑넓이)$+$(원기둥의 옆넓이)

$\quad+$(원뿔의 옆넓이)

$=\pi\times6^2+2\pi\times6\times8+\pi\times6\times10$

$=36\pi+96\pi+60\pi$

$=192\pi\,(\text{cm}^2)$

답 ③

밑면의 반지름의 길이가 6 cm, 모선의 길이가 10 cm인 원뿔

12 전략 원뿔대의 옆넓이는 전개도의 큰 부채꼴의 넓이에서 작은 부채꼴의 넓이를 뺀 것이다.

풀이 (두 밑넓이의 합)$=\pi\times4^2+\pi\times8^2=16\pi+64\pi$

$=80\pi\,(\text{cm}^2)$

(옆넓이)$=\{\pi\times16\times(5+15)-\pi\times4\times5\}$

$\quad+\{\pi\times16\times(10+10)-\pi\times8\times10\}$

$=(320\pi-20\pi)+(320\pi-80\pi)$

$=300\pi+240\pi$

$=540\pi\,(\text{cm}^2)$

$\therefore$ (겉넓이)$=80\pi+540\pi=620\pi\,(\text{cm}^2)$

답 ③

13 전략 원뿔의 옆넓이를 원뿔이 회전한 횟수만큼 합하면 원 O의 넓이가 된다.

풀이 원뿔이 n번 회전하여 처음의 위치로 돌아온다고 하면

(원 O의 넓이)$=n\times$(원뿔의 옆넓이) ···➊

이때

(원 O의 넓이)$=\pi\times10^2=100\pi\,(\text{cm}^2)$,

(원뿔의 옆넓이)$=\pi\times2\times10=20\pi\,(\text{cm}^2)$ ···➋

이므로 $100\pi=n\times20\pi$

$\therefore n=5$

따라서 원뿔이 5번 회전하면 처음의 위치로 돌아온다. ···➌

답 5번

채점 기준	비율
➊ 원 O의 넓이와 원뿔의 옆넓이 사이의 관계를 알 수 있다.	30 %
➋ 원 O의 넓이와 원뿔의 옆넓이를 구할 수 있다.	40 %
➌ 몇 번 회전하면 처음 위치로 돌아오는지 구할 수 있다.	30 %

다른풀이 원뿔이 n번 회전하여 처음의 위치로 돌아온다고 하면

(원 O의 둘레의 길이)

$=n\times$(원뿔의 밑면의 둘레의 길이)

이때

(원 O의 둘레의 길이)$=2\pi\times10=20\pi$(cm),

(원뿔의 밑면의 둘레의 길이)$=2\pi\times2=4\pi$(cm)

이므로 $20\pi=n\times4\pi$

$\therefore n=5$

따라서 원뿔이 5번 회전하면 처음의 위치로 돌아온다.

14 전략 잘라낸 삼각뿔의 부피가 정육면체의 부피의 $\frac{1}{16}$임을 이용한다.

풀이 주어진 정육면체를 세 점 B, M, N을 지나는 평면으로 잘라 내고 남은 입체도형의 부피가 정육면체의 부피의 $\frac{15}{16}$이므로 잘라 낸 삼각뿔 C−BNM의 부피는 정육면체의 부피의 $\frac{1}{16}$이다.

면 CNM을 삼각뿔의 밑면으로 생각하고, $\overline{CN}=x$ cm라 하면

$$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times4\times x\right)\times8=\frac{1}{16}\times8\times8\times8$$

$$\frac{16}{3}x=32 \qquad \therefore x=6$$

따라서 $\overline{CN}$의 길이는 6 cm이다.

답 ⑤

15 전략 정팔면체의 부피를 사각뿔 2개의 부피의 합으로 생각한다.

풀이 구하는 정팔면체의 부피는 밑면이 대각선의 길이가 20 cm인 정사각형이고 높이가 10 cm인 사각뿔의 부피의 2배와 같다. ··· ❶

이때 사각뿔의 밑넓이는 두 대각선의 길이가 모두 20 cm인 마름모의 넓이와 같으므로

(밑넓이)$=\frac{1}{2}\times20\times20=200$(cm²) ··· ❷

$\therefore$ (정팔면체의 부피)$=$(사각뿔의 부피)$\times2$

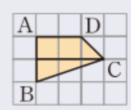
$=\left(\frac{1}{3}\times200\times10\right)\times2$

$=\frac{4000}{3}$(cm³) ··· ❸

답 $\frac{4000}{3}$ cm³

채점 기준	비율
❶ 정팔면체의 부피가 사각뿔의 부피의 2배임을 알 수 있다.	20 %
❷ 사각뿔의 밑넓이를 구할 수 있다.	40 %
❸ 정팔면체의 부피를 구할 수 있다.	40 %

일품 BOX



$\triangle CNM$
$=\frac{1}{2}\times\overline{CM}\times\overline{CN}$

$\frac{1}{3}\times18=6$(cm)

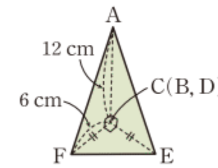
(중간 원뿔의 부피)
−(가장 작은 원뿔의 부피)

두 대각선의 길이가 각각 a, b인 마름모의 넓이
→ $\frac{1}{2}ab$

(가장 큰 원뿔의 부피)
−(중간 원뿔의 부피)

16 전략 주어진 전개도로 만들어지는 입체도형을 그려 본다.

풀이 주어진 전개도로 만든 입체도형은 오른쪽 그림과 같은 삼각뿔이므로 구하는 부피는



$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times6\times6\right)\times12$

$=72$(cm³)

답 ②

17 전략 주어진 전개도로 만들어지는 입체도형은 밑면이 사각형 ABCD인 사각뿔이다.

풀이 주어진 전개도로 만들어지는 입체도형은 밑면이 사각형 ABCD이고 모눈 한 눈금의 길이가 1이므로 높이가 $\overline{AE}=\overline{AF}=4$인 사각뿔이다.

주어진 사각뿔의 밑넓이는

$\frac{1}{2}\times(2+3)\times1+\frac{1}{2}\times3\times1=4$

$\therefore$ (부피)$=\frac{1}{3}\times4\times4=\frac{16}{3}$

답 ③

18 전략 언니, 효주, 동생이 먹게 되는 아이스크림의 모양은 어떤 입체도형인지 살펴본다.

풀이 동생이 먹게 되는 부분은 높이가 6 cm인 원뿔, 효주와 언니가 먹게 되는 부분은 높이가 6 cm인 원뿔대 모양이다.

동생이 먹게 되는 아이스크림의 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times1^2\times6=2\pi$(cm³) ··· ❶

효주가 먹게 되는 아이스크림의 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times2^2\times12-2\pi=16\pi-2\pi$

$=14\pi$(cm³) ··· ❷

언니가 먹게 되는 아이스크림의 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times18-16\pi=54\pi-16\pi$

$=38\pi$(cm³) ··· ❸

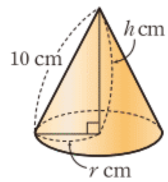
따라서 언니, 효주, 동생이 먹게 되는 아이스크림의 부피는 차례대로 38π cm³, 14π cm³, 2π cm³이다. ··· ❹

답 38π cm³, 14π cm³, 2π cm³

채점 기준	비율
❶ 동생이 먹게 되는 아이스크림의 부피를 구할 수 있다.	30 %
❷ 효주가 먹게 되는 아이스크림의 부피를 구할 수 있다.	30 %
❸ 언니가 먹게 되는 아이스크림의 부피를 구할 수 있다.	30 %
❹ 답을 구할 수 있다.	10 %

19 전략 원뿔의 전개도에서 옆면인 부채꼴의 호의 길이는 밑면인 원의 둘레의 길이와 같다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 주어진 원뿔의 옆면의 전개도로 만든 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$2\pi\times10\times\frac{288}{360}=2\pi r$

$\therefore r=8$

원뿔의 높이를 h cm라 하면 원뿔의 부피가 128π cm^{3}이므로

$\frac{1}{3}\times\pi\times8^2\times h=128\pi$

$\frac{64}{3}\pi h=128\pi$

$\therefore h=6$

따라서 원뿔의 높이는 6 cm이다.

답 6 cm

20 전략 한 조각의 넓이는 야구공의 겉넓이의 $\frac{1}{2}$임을 이용한다.

풀이 (한 조각의 넓이)

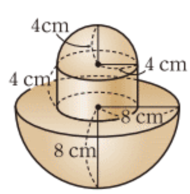
$=\frac{1}{2}\times$(반지름의 길이가 3.6 cm인 구의 겉넓이)

$=\frac{1}{2}\times4\pi\times3.6^2=25.92\pi$ (cm^2)

답 ④

21 전략 만들어지는 회전체를 그려 본다.

풀이 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로 ···➊



(작은 반구의 구면의 넓이)

$=4\pi\times4^2\times\frac{1}{2}=32\pi$ (cm^2)

(원기둥의 옆넓이)

$=2\pi\times4\times4=32\pi$ (cm^2)

(큰 반구의 구면의 넓이)

$=4\pi\times8^2\times\frac{1}{2}=128\pi$ (cm^2)

(큰 반구에서 포개지지 않은 평면의 넓이)

$=\pi\times8^2-\pi\times4^2=64\pi-16\pi$

$=48\pi$ (cm^2) ···➋

따라서 구하는 겉넓이는

$32\pi+32\pi+128\pi+48\pi=240\pi$ (cm^2) ···➌

답 240π cm^2

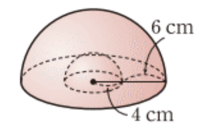
채점 기준	비율
➊ 회전체를 그릴 수 있다.	20 %
➋ 회전체를 둘러싼 각 면의 넓이를 구할 수 있다.	60 %
➌ 회전체의 겉넓이를 구할 수 있다.	20 %

만점 비법

앞의 그림에서와 같이 반구가 원기둥과 포개져 있는 도형의 겉넓이를 구할 때는 포개진 부분인 원의 넓이를 빼야 함에 주의한다.

22 전략 반원을 180°만큼 회전 시킬 때 생기는 입체도형은 반구임을 이용한다.

풀이 입체도형은 오른쪽 그림과 같으므로



반구의 부피
반지름의 길이가 r인 반구의 부피 V는
$V=\frac{4}{3}\pi r^3\times\frac{1}{2}$

(부피)

=(큰 반구의 부피)−(작은 반구의 부피)

$=\frac{4}{3}\pi\times10^3\times\frac{1}{2}-\frac{4}{3}\pi\times4^3\times\frac{1}{2}$

$=\frac{2000}{3}\pi-\frac{128}{3}\pi$

$=624\pi$ (cm^3)

답 624π cm^3

23 전략 먼저 반구 모양의 그릇의 부피를 구한다.

풀이 (반구의 부피)$=\frac{4}{3}\pi\times6^3\times\frac{1}{2}$

$=144\pi$ (cm^3)

따라서 구하는 시간은

$144\pi\div8\pi=18$ (분)

답 ④

24 전략 물이 가득찬 케이스에 공 3개를 넣으면 공 3개의 부피만큼의 물이 빠진다.

풀이 (케이스의 부피)$=\pi\times3^2\times18$

$=162\pi$ (cm^3) ···➊

지름의 길이가 6 cm인 테니스공 3개가 꼭 맞게 들어 있으므로
(케이스의 높이)
$=6\times3$
$=18$ (cm)

(테니스공 3개의 부피)$=\left(\frac{4}{3}\pi\times3^3\right)\times3$

$=108\pi$ (cm^3) ···➋

따라서 남은 물의 부피는

$162\pi-108\pi=54\pi$ (cm^3) ···➌

이므로 남은 물의 높이를 h cm라 하면

$\pi\times3^2\times h=54\pi$

$9\pi h=54\pi$

$\therefore h=6$

즉 남은 물의 높이는 6 cm이다. ···➍

답 6 cm

채점 기준	비율
➊ 케이스의 부피를 구할 수 있다.	20 %
➋ 테니스 공 3개의 부피를 구할 수 있다.	20 %
➌ 남은 물의 부피를 구할 수 있다.	20 %
➍ 남은 물의 높이를 구할 수 있다.	40 %

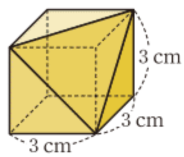
일품 BOX

최상위로 가는 최고 수준 문제

본책 91쪽

01 전략 주어진 전개도로 만들어지는 입체도형을 그려 본다.

풀이 주어진 전개도로 만들어지는 입체도형은 오른쪽 그림과 같으므로



정육면체에서 삼각뿔을 잘라낸 모양

(부피)

$=3\times3\times3$

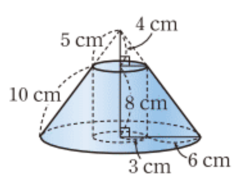
$\quad-\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times3\times3\right)\times3$

$=27-\frac{9}{2}=\frac{45}{2}\,(\text{cm}^3)$

답 ①

02 전략 만들어진 회전체는 가운데가 빈 회전체임에 주의한다.

풀이 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로 ⋯ ❶



(겉넓이)

$=$(밑넓이)

$\quad+$(원뿔대의 옆넓이)

$\quad+$(원기둥의 옆넓이)

$=(\pi\times9^2-\pi\times3^2)+(\pi\times9\times15-\pi\times3\times5)$

$\quad+2\pi\times3\times8$

$=72\pi+120\pi+48\pi$

$=240\pi\,(\text{cm}^2)$

$\therefore a=240\pi$ ⋯ ❷

(부피)

$=$(큰 원뿔의 부피)$-$(작은 원뿔의 부피)

$\quad-$(원기둥의 부피)

원뿔대의 부피

$=\frac{1}{3}\times\pi\times9^2\times12-\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times4-\pi\times3^2\times8$

$=324\pi-12\pi-72\pi$

$=240\pi\,(\text{cm}^3)$

$\therefore b=240\pi$ ⋯ ❸

$\therefore a+b=480\pi$ ⋯ ❹

답 480π

채점 기준	비율
❶ 회전체를 그릴 수 있다.	10 %
❷ a의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ b의 값을 구할 수 있다.	40 %
❹ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	10 %

03 전략 (처음 캔에 담겨 있던 주스의 부피)

$=$(컵 1개에 담겨 있는 주스의 부피)$\times6$

$+$(캔에 남은 주스의 부피)

풀이 처음 캔에 담겨 있던 주스의 높이를 h cm라 하면 처음 캔에 담겨 있던 주스의 부피는

$\pi\times6^2\times h=36\pi h\,(\text{cm}^3)$

원뿔 모양의 컵 1개에 담겨 있는 주스의 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times10\times\frac{4}{5}=24\pi\,(\text{cm}^3)$

캔에 남은 주스의 부피는

$\pi\times6^2\times5=180\pi\,(\text{cm}^3)$

따라서 $36\pi h=24\pi\times6+180\pi$이므로 ⋯ ❶

원뿔 모양의 컵 6개에 담았다.

$36\pi h=324\pi$

$\therefore h=9$

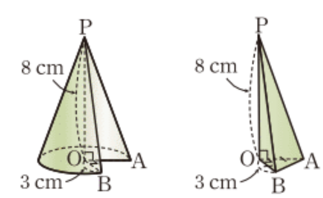
즉 처음 캔에 담겨 있던 주스의 높이는 9 cm이다. ⋯ ❷

답 9 cm

채점 기준	비율
❶ 구하는 높이를 h cm라 하고 h에 대한 방정식을 세울 수 있다.	70 %
❷ 처음 캔에 담겨 있던 주스의 높이를 구할 수 있다.	30 %

04 전략 주어진 입체도형을 밑면이 부채꼴 모양인 뿔과 삼각뿔로 나누어 각각의 부피를 구한다.

풀이 주어진 입체도형을 다음 그림과 같이 두 개의 입체도형으로 나눌 수 있다.



밑면이 부채꼴 모양인 뿔의 부피는

$360°-90°=270°$

$\frac{1}{3}\times\left(\pi\times3^2\times\frac{270}{360}\right)\times8=18\pi\,(\text{cm}^3)$

삼각뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times3\times3\right)\times8=12\,(\text{cm}^3)$

따라서 구하는 부피는 $(18\pi+12)\,\text{cm}^3$이다.

답 $(18\pi+12)\,\text{cm}^3$

05 전략 페인트를 칠하는 면의 넓이의 합을 구한다.

풀이 (두 반구의 구면의 넓이의 합)

$=4\pi\times7^2\times\frac{1}{2}+4\pi\times3^2\times\frac{1}{2}$

$=98\pi+18\pi$

$=116\pi\,(\text{m}^2)$

(원기둥의 밑면에서 포개지지 않은 부분의 넓이)

$=\pi\times10^2-(\pi\times7^2+\pi\times3^2)$

$=100\pi-(49\pi+9\pi)$

$=42\pi\,(\text{m}^2)$

(원기둥의 옆면의 넓이)

$=2\pi\times10\times8=160\pi\,(\mathrm{m}^2)$

따라서 페인트를 칠하는 면의 넓이는

$116\pi+42\pi+160\pi=318\pi\,(\mathrm{m}^2)$ ···➊

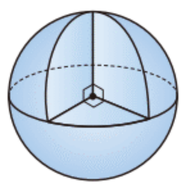
이므로 필요한 페인트는

$\dfrac{318\pi}{6\pi}=53$(통) ···➋

답 53통

채점 기준	비율
❶ 페인트를 칠해야 하는 면의 넓이의 합을 구할 수 있다.	70%
❷ 몇 통의 페인트가 필요한지 구할 수 있다.	30%

06 전략 줄을 팽팽하게 하여 움직일 때 만들어지는 부피가 최대이다.



풀이 공이 움직일 수 있는 최대 공간은 반지름의 길이가 30 cm인 구에서 주어진 직육면체의 일부가 차지하는 공간을 뺀 것과 같으므로 구하는 공간의 최대 부피는 반지름의 길이가 30 cm인 구의 부피의 $\dfrac{7}{8}$이다.

구의 부피의 $\dfrac{1}{8}$

따라서 공이 움직일 수 있는 공간의 최대 부피는

$\dfrac{4}{3}\pi\times30^3\times\dfrac{7}{8}=31500\pi\,(\mathrm{cm}^3)$

답 ④

일품 BOX

학교 시험 실전 TEST Level 1

본책 92~95쪽

01 전략 다면체의 면의 개수

○ n각기둥: $n+2$, n각뿔: $n+1$, n각뿔대: $n+2$

풀이 주어진 각 다면체의 면의 개수를 구하면

① $3+2=5$　② $4+2=6$

③ $5+1=6$　④ 6

⑤ $7+1=8$

따라서 면의 개수가 가장 많은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

02 전략 다면체의 옆면의 모양

○ 각기둥: 직사각형, 각뿔: 삼각형, 각뿔대: 사다리꼴

풀이 주어진 다면체의 옆면의 모양은 다음과 같다.

① 사각뿔 – 삼각형　② 사면체 – 삼각형

③ 오각뿔대 – 사다리꼴　⑤ 직육면체 – 직사각형

직육면체는 사각기둥이므로 옆면의 모양은 직사각형이다.

답 ④

03 전략 주어진 전개도로 만들어지는 정다면체가 무엇인지 생각해 본다.

풀이 주어진 전개도로 만들어지는 정다면체는 정팔면체이고, 정팔면체의 꼭짓점의 개수는 6, 모서리의 개수는 12, 면의 개수는 8이므로

$a=6,\ b=12,\ c=8$

$\therefore a+b+c=26$

답 ④

04 전략 정다면체의 뜻과 종류를 이해한다.

풀이 ② 정다면체의 면의 모양은 정삼각형, 정사각형, 정오각형의 3가지뿐이다.

정다면체의 면의 모양이 3가지뿐인 이유
① 한 꼭짓점에서 3개 이상의 면이 만나야 한다.
② 한 꼭짓점에 모인 각의 크기의 합이 360° 보다 작아야 한다.

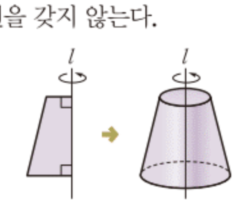
④ 정다면체를 둘러싸고 있는 면의 개수에 따라 정다면체의 이름이 결정된다.

답 ②, ④

05 전략 입체도형을 다면체와 회전체로 구분하고 각각의 특징을 이해한다.

풀이 ① 구는 반원의 지름을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체이므로 면을 갖지 않는다.

② 오른쪽 그림과 같이 두 각이 직각인 사다리꼴을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시키면 원뿔대가 만들어지므로 원뿔대는 회전체이다.



③ 육각기둥은 다면체이므로 회전축을 갖지 않는다.

④ 다면체는 면의 개수 또는 밑면, 옆면의 모양에 따라 이름이 정해진다.

⑤ 원기둥은 밑면이 서로 평행한 입체도형이지만 다면체가 아니다.

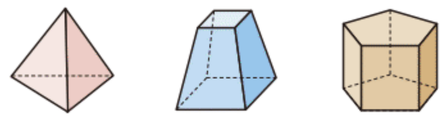
회전체이다.

답 ②

Ⅵ 입체도형

만점 비법

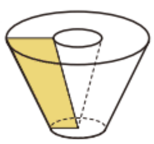
다면체는 면의 개수에 따라 사면체, 오면체, 육면체, … 라 하고, 모양에 따라 각기둥, 각뿔, 각뿔대라 한다. 특히 각기둥, 각뿔, 각뿔대는 밑면의 모양에 따라 분류한다. 예를 들어 삼각뿔은 사면체이고, 사각뿔대는 육면체, 오각기둥은 칠면체이다.



삼각뿔 사면체 | 사각뿔대 육면체 | 오각기둥 칠면체

06 전략 주어진 도형을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체를 그려 본다.

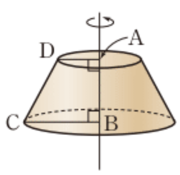
풀이 ③

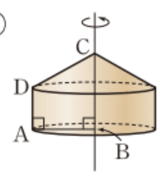


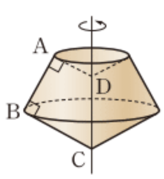
답 ③

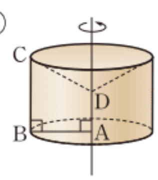
07 전략 각 변을 회전축으로 하여 사다리꼴을 1회전 시킬 때 생기는 회전체의 모양을 생각해 본다.

풀이 각 변을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 각 회전체는 다음과 같다.

①


②


③


④


답 ⑤

08 전략 삼각기둥의 겉넓이를 이용하여 a에 대한 방정식을 세운다.

풀이 삼각기둥의 겉넓이는

$$\left(\frac{1}{2}\times12\times a\right)\times2+(12+13+a)\times10$$

$$=12a+250+10a=22a+250\,(\text{cm}^2)$$

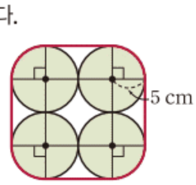
따라서 $22a+250=360$이므로

$22a=110 \qquad \therefore a=5$

답 ③

09 전략 포장지의 가로의 길이를 구한다.

풀이 주어진 그림을 위에서 본 모양은 오른쪽 그림과 같다.



이때 포장지의 가로의 최소 길이는

$2\pi\times5+10\times4$

$=10\pi+40\,(\text{cm})$

(곡선 부분의 길이) +(직선 부분의 길이)

따라서 필요한 포장지의 최소 넓이는

$(10\pi+40)\times12=480+120\pi\,(\text{cm}^2)$

답 ⑤

10 전략 사각기둥의 부피에서 뚫린 부분의 부피를 뺀다.

풀이 (부피)=(사각기둥의 부피)−(원기둥의 부피)

$=10\times10\times12-\pi\times2^2\times12$

$=1200-48\pi\,(\text{cm}^3)$

답 ③

11 전략 원뿔의 겉넓이는 전개도의 넓이와 같다.

풀이 $\pi\times9^2+\pi\times9\times15$

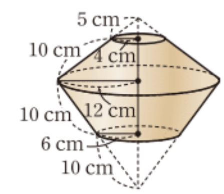
$=81\pi+135\pi=216\pi\,(\text{cm}^2)$

답 ④

밑면의 반지름의 길이가 r, 모선의 길이가 l인 원뿔의 옆면인 부채꼴의 넓이는 πrl

12 전략 주어진 도형을 회전시킬 때 생기는 회전체는 원뿔대 2개를 붙여 놓은 모양이다.

풀이 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로



(두 밑넓이의 합)

$=\pi\times4^2+\pi\times6^2$

$=16\pi+36\pi=52\pi\,(\text{cm}^2)$

(옆넓이)

$=(\pi\times12\times15-\pi\times4\times5)+(\pi\times12\times20-\pi\times6\times10)$

$=160\pi+180\pi=340\pi\,(\text{cm}^2)$

각 원뿔대의 전개도에서 (원뿔대의 옆넓이) =(큰 부채꼴의 넓이) −(작은 부채꼴의 넓이)

따라서 구하는 회전체의 겉넓이는

$52\pi+340\pi=392\pi\,(\text{cm}^2)$

답 ③

13 전략 정육면체의 한 모서리의 길이를 x로 놓고 정육면체와 삼각뿔의 부피를 x에 대한 식으로 나타낸다.

풀이 정육면체의 한 모서리의 길이를 x라 하면 정육면체의 부피는

$x\times x\times x=x^3$

밑면이 직각삼각형 BCD인 삼각뿔의 부피는

$$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times x\times x\right)\times x=\frac{1}{6}x^3$$

따라서 삼각뿔과 정육면체의 부피의 비는

$$\frac{1}{6}x^3:x^3=1:6$$

답 ②

14 전략 주어진 입체도형의 구면의 넓이가 구의 겉넓이의 몇 배인지 생각해 본다.

풀이 (겉넓이)

$$=(\text{구의 겉넓이})\times\frac{1}{8}+(\text{부채꼴의 넓이})\times3$$

$$=4\pi\times12^2\times\frac{1}{8}+\left(\pi\times12^2\times\frac{90}{360}\right)\times3$$

$=72\pi+108\pi$

$=180\pi\,(\text{cm}^2)$

답 ②

일품 BOX

15 전략 주어진 입체도형의 꼭짓점과 모서리의 개수를 각각 구한다.

풀이 주어진 입체도형의 꼭짓점의 개수와 모서리의 개수를 차례대로 구하면

정사면체: 4, 6, 정육면체: 8, 12,

정팔면체: 6, 12, 정십이면체: 20, 30,

사각뿔대: 8, 12, 오각뿔: 6, 10 ··· ❶

따라서 꼭짓점의 개수가 6인 다면체는 정팔면체와 오각뿔의 2개이므로 $a=2$ ··· ❷

모서리의 개수가 12인 다면체는 정육면체, 정팔면체, 사각뿔대의 3개이므로 $b=3$ ··· ❸

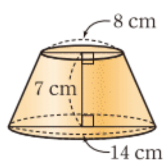
$\therefore a+b=5$ ··· ❹

답 5

채점 기준	배점
❶ 주어진 입체도형의 꼭짓점과 모서리의 개수를 구할 수 있다.	2점
❷ a의 값을 구할 수 있다.	1점
❸ b의 값을 구할 수 있다.	1점
❹ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	1점

16 전략 주어진 조건을 만족시키는 입체도형을 그려 본다.

풀이 회전체는 오른쪽 그림과 같은 원뿔대이므로 회전체의 두 밑면의 반지름의 길이는



4 cm, 7 cm

$\therefore a=4, b=7$ 또는 $a=7, b=4$

또 회전체의 높이는 7 cm이므로

$c=7$

$\therefore a+b-c=4$

답 4

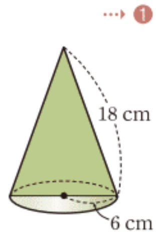
17 전략 주어진 전개도로 만든 입체도형은 원뿔이다.

풀이 주어진 전개도로 만들어지는 입체도형은 원뿔이고 전개도에서 부채꼴의 반지름의 길이를 l cm라 하면 부채꼴의 호의 길이는 밑면의 둘레의 길이와 같으므로

$2\pi \times l \times \frac{120}{360} = 2\pi \times 6$

$\therefore l=18$ ··· ❶

따라서 주어진 전개도로 만들어지는 입체도형은 오른쪽 그림과 같다.



이 원뿔을 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면은 세 변의 길이가 18 cm, 18 cm, 12 cm인 이등변삼각형이므로 구하는 둘레의 길이는

$18+18+12=48\,(\text{cm})$ ··· ❷

답 48 cm

원기둥의 겉넓이
밑면의 반지름의 길이가 r, 높이가 h인 원기둥의 겉넓이
→ $2\pi r^2 + 2\pi rh$

반지름의 길이가 6 cm인 원의 넓이에서 반지름의 길이가 3 cm인 원의 넓이를 뺀다.

채점 기준	배점
❶ 전개도에서 부채꼴의 반지름의 길이를 구할 수 있다.	3점
❷ 단면의 둘레의 길이를 구할 수 있다.	3점

18 전략 원기둥의 부피를 이용하여 원기둥의 높이를 구한다.

풀이 주어진 원기둥의 높이를 h cm라 하면

$\pi \times 4^2 \times h = 128\pi$, $16h=128$

$\therefore h=8$

따라서 주어진 원기둥의 겉넓이는

$(\pi \times 4^2) \times 2 + 2\pi \times 4 \times 8 = 32\pi + 64\pi$

$= 96\pi\,(\text{cm}^2)$

답 96π cm²

19 전략 반지름의 길이가 r인 구의 부피는 $\frac{4}{3}\pi r^3$임을 이용하여 초콜릿의 부피를 구한다.

풀이 반지름의 길이가 15 cm인 초콜릿의 부피를 a cm³라 하면

$a=\frac{4}{3}\pi \times 15^3$

반지름의 길이가 3 cm인 초콜릿의 부피를 b cm³라 하면

$b=\frac{4}{3}\pi \times 3^3$

따라서

$\frac{a}{b} = \left(\frac{4}{3}\pi \times 15^3\right) \div \left(\frac{4}{3}\pi \times 3^3\right)$

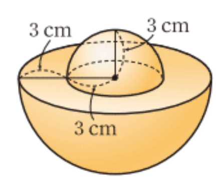
$= \frac{15 \times 15 \times 15}{3 \times 3 \times 3} = 125$

이므로 만들 수 있는 초콜릿의 최대 개수는 125이다.

답 125

20 전략 만들어지는 회전체를 그려 본다.

풀이 회전체는 오른쪽 그림과 같다. ··· ❶



(1) (큰 반구의 구면의 넓이)

$= 4\pi \times 6^2 \times \frac{1}{2} = 72\pi\,(\text{cm}^2)$

(작은 반구의 구면의 넓이)

$= 4\pi \times 3^2 \times \frac{1}{2} = 18\pi\,(\text{cm}^2)$

(큰 반구에서 포개지지 않은 평면의 넓이)

$= \pi \times 6^2 - \pi \times 3^2 = 27\pi\,(\text{cm}^2)$

따라서 구하는 회전체의 겉넓이는

$72\pi + 18\pi + 27\pi = 117\pi\,(\text{cm}^2)$ ··· ❷

(2) (큰 반구의 부피) $= \frac{4}{3}\pi \times 6^3 \times \frac{1}{2}$

$= 144\pi\,(\text{cm}^3)$

$(\text{작은 반구의 부피})=\frac{4}{3}\pi\times3^3\times\frac{1}{2}$

$=18\pi\,(\text{cm}^3)$

따라서 구하는 회전체의 부피는

$144\pi+18\pi=162\pi\,(\text{cm}^3)$ ··· ❸

답 (1) $117\pi\ \text{cm}^2$ (2) $162\pi\ \text{cm}^3$

채점 기준	배점
❶ 만들어지는 회전체를 그릴 수 있다.	1점
❷ 회전체의 겉넓이를 구할 수 있다.	3점
❸ 회전체의 부피를 구할 수 있다.	2점

학교 시험 실전 TEST Level 2

본책 96~99쪽

01 전략 다면체의 밑면, 옆면의 특징을 생각해 본다.

풀이 두 조건 ㈎, ㈐에서 두 밑면이 서로 평행하고 옆면의 모양이 사다리꼴인 다면체는 각뿔대이다.
조건 ㈏에서 밑면의 변의 개수가 4이므로 다면체의 밑면은 사각형이다.
따라서 조건을 모두 만족시키는 다면체는 사각뿔대이므로 구하는 꼭짓점의 개수는 8이다.

답 ③

02 전략 정다면체의 모서리의 개수와 면의 개수를 각각 구하여 주어진 조건을 만족시키는 정다면체를 찾는다.

풀이 ① $e=6, f=4$이므로 $e-f=2$
② $e=12, f=6$이므로 $e-f=6$
③ $e=12, f=8$이므로 $e-f=4$
④ $e=30, f=12$이므로 $e-f=18$
⑤ $e=30, f=20$이므로 $e-f=10$

답 ②

다른풀이 꼭짓점의 개수를 v라 하면 다면체에서
$v-e+f=2$가 성립하므로
$v=2+e-f=2+6=8$
이때 꼭짓점의 개수가 8인 정다면체는 정육면체이므로 주어진 조건을 만족시키는 정다면체는 정육면체이다.

03 전략 정다면체 ◎ 각 면의 모양이 모두 합동인 정다각형이고, 각 꼭짓점에 모인 면의 개수가 같은 다면체

풀이 각 면의 모양이 모두 정삼각형이고 꼭짓점의 개수가 12, 한 꼭짓점에 모이는 면의 개수가 5인 다면체는 정이십면체이다.

답 ⑤

참고 고대 그리스의 철학자 플라톤은 우주는 네 가지 원소, 즉 불, 흙, 물, 공기로 이루어져 있는데 이 네 가지 원소들은 모두 정다면체이어야 한다고 생각했다.

일품 BOX

(반지름의 길이가 6 cm인 반구의 부피)
+(반지름의 길이가 3 cm인 반구의 부피)

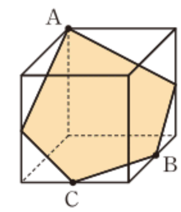
정육면체의 단면
정육면체를 한 평면으로 잘랐을 때 생길 수 있는 단면의 모양은 다음과 같다.

다면체의 옆면의 모양
각기둥 → 직사각형
각뿔 → 삼각형
각뿔대 → 사다리꼴

그래서 가장 가볍고 날카로운 원소인 불은 정사면체, 가장 안정된 원소인 흙은 정육면체, 가장 유동적인 원소인 물은 쉽게 구를 수 있는 모양의 정이십면체라 생각했다. 또 정팔면체는 마주 보는 두 꼭짓점을 잡고 돌릴 수 있으므로 공기의 불안정성을 나타내고, 정십이면체는 우주 전체의 형태를 나타낸다고 생각했다.

04 전략 주어진 전개도로 정육면체를 만들어 세 점 A, B, C를 나타내어 본다.

풀이 주어진 전개도로 정육면체를 만들고, 세 점 A, B, C를 지나는 평면으로 자른 단면은 오른쪽 그림과 같은 오각형이다.



답 ③

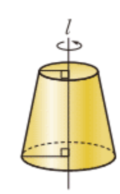
05 전략 회전체 ◎ 평면도형을 한 직선을 축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형

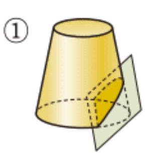
풀이 ① 반구를 회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면은 원이다.
③ 구의 전개도는 그릴 수 없다.
④ 직사각형을 한 변을 회전축으로 하여 1회전 시키면 원기둥이 된다.

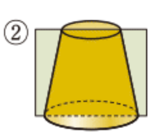
답 ②, ⑤

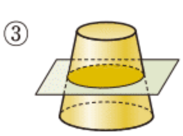
06 전략 주어진 사다리꼴을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 원뿔대이다.

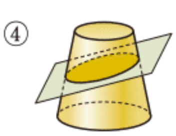
풀이 주어진 사다리꼴을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 오른쪽 그림과 같은 원뿔대이다.



①


②


③


④


따라서 단면의 모양이 될 수 없는 것은 ⑤이다.

답 ⑤

07 전략 부채꼴의 호의 길이는 부채꼴의 호와 만나는 원의 둘레의 길이와 같음을 이용한다.

풀이 작은 원의 둘레의 길이는 반지름의 길이가 10 cm이고 중심각의 크기가 108°인 부채꼴의 호의 길이와 같으므로

$2\pi\times10\times\frac{108}{360}=2\pi\times a \qquad \therefore a=3$

큰 원의 둘레의 길이는 반지름의 길이가 15 cm이고 중심각의 크기가 108°인 부채꼴의 호의 길이와 같으므로

10+5=15

$2\pi\times15\times\frac{108}{360}=2\pi\times b\qquad \therefore b=\frac{9}{2}$

$\therefore b-a=\frac{3}{2}$ 답 ①

08 전략 (구멍이 뚫린 기둥의 옆넓이)
=(큰 기둥의 옆넓이)+(작은 기둥의 옆넓이)

풀이 $(\text{밑넓이})=\frac{1}{2}\times6\times8-\frac{1}{2}\times3\times4$
$=24-6=18\,(\text{cm}^2)$

$(\text{옆넓이})=(6+8+10)\times10+(3+4+5)\times10$
$=240+120=360\,(\text{cm}^2)$

$\therefore (\text{겉넓이})=18\times2+360$
$=396\,(\text{cm}^2)$ 답 ④

09 전략 (기둥의 부피)=(밑넓이)×(높이)

풀이 $(\text{밑넓이})=\pi\times4^2\times\frac{240}{360}=\frac{32}{3}\pi\,(\text{cm}^2)$

$\therefore (\text{부피})=\frac{32}{3}\pi\times6=64\pi\,(\text{cm}^3)$ 답 ④

반지름의 길이가 r, 중심각의 크기가 x°인 부채꼴의 넓이
→ $\pi r^2\times\frac{x}{360}$

10 전략 (병의 부피)
=(물의 부피)+(물이 없는 부분의 부피)

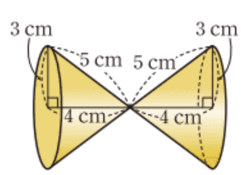
풀이 병을 바로 세웠을 때, 물의 부피는
$\pi\times3^2\times10=90\pi\,(\text{cm}^3)$

병을 거꾸로 세웠을 때, 물이 없는 부분의 부피는
$\pi\times3^2\times7=63\pi\,(\text{cm}^3)$

따라서 병의 부피는
$90\pi+63\pi=153\pi\,(\text{cm}^3)$ 답 ③

11 전략 주어진 도형을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 크기와 모양이 같은 두 원뿔로 이루어져 있다.

풀이 회전체는 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 회전체의 겉넓이는 밑면의 반지름의 길이가 3 cm, 모선의 길이가 5 cm인 원뿔의 겉넓이의 2배와 같다.



$\therefore (\text{겉넓이})=(\pi\times3^2+\pi\times3\times5)\times2$
$=24\pi\times2=48\pi\,(\text{cm}^2)$ 답 ⑤

원뿔의 겉넓이
밑면의 반지름의 길이가 r, 모선의 길이가 l인 원뿔의 겉넓이
→ $\pi r^2+\pi rl$

12 전략 (주어진 입체도형의 부피)
=(사각뿔의 부피)+(사각기둥의 부피)

풀이 $(\text{사각뿔의 부피})=\frac{1}{3}\times4\times3\times5=20\,(\text{cm}^3)$

$(\text{사각기둥의 부피})=4\times3\times6=72\,(\text{cm}^3)$

따라서 구하는 입체도형의 부피는
$20+72=92\,(\text{cm}^3)$ 답 ①

13 전략 반지름의 길이가 r인 구의 겉넓이는 $4\pi r^2$임을 이용한다.

풀이 입체도형 A의 겉넓이는
$\left\{(4\pi\times4^2)\times\frac{1}{2}\right\}\times2+2\pi\times4\times16$
$=64\pi+128\pi=192\pi\,(\text{cm}^2)$

반구 B의 겉넓이는
$(4\pi\times a^2)\times\frac{1}{2}+\pi\times a^2=3a^2\pi\,(\text{cm}^2)$

따라서 $192\pi=3a^2\pi$이므로
$a^2=64\qquad\therefore a=8$ 답 ⑤

14 전략 반지름의 길이가 r인 구의 부피는 $\frac{4}{3}\pi r^3$임을 이용한다.

풀이 주어진 입체도형은 구의 $\frac{1}{8}$을 잘라 내고 남은 것이므로

$(\text{부피})=(\text{구의 부피})\times\frac{7}{8}$
$=\frac{4}{3}\pi\times3^3\times\frac{7}{8}=\frac{63}{2}\pi\,(\text{cm}^3)$ 답 ⑤

n각뿔대의
면의 개수: $n+2$
모서리의 개수: $3n$
꼭짓점의 개수: $2n$

15 전략 꼭짓점의 개수를 이용하여 각뿔대의 모양을 찾는다.

풀이 주어진 각뿔대를 n각뿔대라 하면
$2n=24\qquad\therefore n=12$

십이각뿔대의 면의 개수는
$12+2=14\qquad\therefore x=14$

십이각뿔대의 모서리의 개수는
$3\times12=36\qquad\therefore y=36$

$\therefore x+y=50$ 답 50

16 전략 입체도형의 한 모서리를 이루는 평면도형의 변의 개수와 입체도형의 한 꼭짓점을 이루는 평면도형의 꼭짓점의 개수를 이용한다.

풀이 주어진 전개도는 20개의 정육각형과 12개의 정오각형으로 이루어져 있다.

따라서 평면도형의 변의 총개수는
$20\times6+12\times5=180$

이때 평면도형의 두 개의 변이 만나 입체도형의 한 모서리가 되므로 입체도형의 모서리의 개수는
$\frac{180}{2}=90\qquad\therefore m=90$ ⋯ ❶

Ⅵ 입체도형

또 평면도형의 꼭짓점의 총개수는

$20\times6+12\times5=180$

이때 평면도형의 세 개의 꼭짓점이 만나 입체도형의 한 꼭짓점이 되므로 입체도형의 꼭짓점의 개수는

$\dfrac{180}{3}=60$

$\therefore n=60$ ··· ❷

$\therefore m+n=150$ ··· ❸

답 150

채점 기준	배점
❶ m의 값을 구할 수 있다.	2점
❷ n의 값을 구할 수 있다.	2점
❸ $m+n$의 값을 구할 수 있다.	1점

만점 비법

다면체는 입체도형이므로 전개도에서 한 꼭짓점에 모인 각의 크기의 합이 360°보다 작고, 한 꼭짓점에서 3개 이상의 면이 만난다.
주어진 전개도에서 정오각형의 한 내각의 크기는 108°, 정육각형의 한 내각의 크기는 120°이므로 한 꼭짓점에 모인 각의 크기의 합은

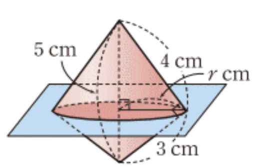
$108^\circ+120^\circ+120^\circ=348^\circ<360^\circ$

이고, 한 꼭짓점에서 만나는 면이 3개이므로 입체도형이 된다.

17

전략 원의 넓이가 가장 클 때는 원의 반지름의 길이가 가장 길 때이다.

풀이 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면인 원의 넓이가 가장 큰 경우는 오른쪽 그림과 같이 자를 때이다. ··· ❶



이때의 단면인 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\dfrac{1}{2}\times5\times r=\dfrac{1}{2}\times3\times4$

$\therefore r=\dfrac{12}{5}$

따라서 구하는 반지름의 길이는 $\dfrac{12}{5}$ cm이다. ··· ❷

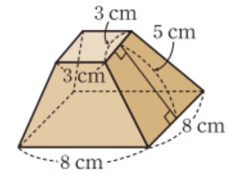
답 $\dfrac{12}{5}$ cm

채점 기준	배점
❶ 단면인 원의 넓이가 가장 큰 경우를 알 수 있다.	3점
❷ 반지름의 길이를 구할 수 있다.	3점

18

전략 사각뿔에서 밑면에 평행하게 사각뿔을 잘라 내고 남은 입체도형 ○ 사각뿔대

풀이 주어진 사각뿔에서 밑면에 평행하게 사각뿔을 잘라 내고 남은 입체도형은 오른쪽 그림과 같은 사각뿔대이다.



따라서 구하는 겉넓이는

$3\times3+8\times8+\left\{\dfrac{1}{2}\times(3+8)\times5\right\}\times4$

$=9+64+110=183\,(\text{cm}^2)$

(각뿔대의 겉넓이)
=(두 밑넓이의 합)
+(옆면인 사다리꼴의 넓이의 합)

답 183 cm^2

19

전략 물의 모양이 각각 삼각뿔과 삼각기둥임을 이용한다.

풀이 주어진 그림의 왼쪽 그릇에 들어 있는 물의 부피는

밑면은 직각을 낀 두 변의 길이가 각각 6 cm, 5 cm인 직각삼각형이고, 높이는 3 cm인 삼각뿔이다.

$\dfrac{1}{3}\times\left(\dfrac{1}{2}\times6\times5\right)\times3=15\,(\text{cm}^3)$

주어진 그림의 오른쪽 그릇에 들어 있는 물의 부피는

밑면은 직각을 낀 두 변의 길이가 각각 5 cm, x cm인 직각삼각형이고, 높이는 3 cm인 삼각기둥이다.

$\left(\dfrac{1}{2}\times5\times x\right)\times3=\dfrac{15}{2}x\,(\text{cm}^3)$

이때 두 그릇에 들어 있는 물의 양이 같으므로

$\dfrac{15}{2}x=15\qquad\therefore x=2$

답 2

20

전략 구의 지름의 길이와 원기둥의 높이가 같음을 이용한다.

풀이 원기둥 모양의 통의 부피는

$\pi\times5^2\times10=250\pi\,(\text{cm}^3)$ ··· ❶

구 모양의 공의 부피는

$\dfrac{4}{3}\pi\times5^3=\dfrac{500}{3}\pi\,(\text{cm}^3)$ ··· ❷

따라서 남아 있는 물의 양은

$250\pi-\dfrac{500}{3}\pi=\dfrac{250}{3}\pi\,(\text{cm}^3)$ ··· ❸

(남아 있는 물의 양)
=(원기둥 모양의 통의 부피)
−(구 모양의 공의 부피)

답 $\dfrac{250}{3}\pi\text{ cm}^3$

채점 기준	배점
❶ 통의 부피를 구할 수 있다.	2점
❷ 공의 부피를 구할 수 있다.	2점
❸ 남아 있는 물의 양을 구할 수 있다.	1점

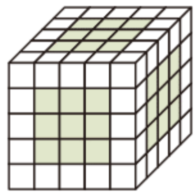
교과서 속 창의유형

본책 100~101쪽

유제 1 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

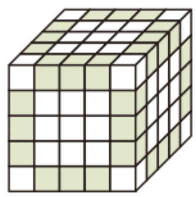
❶ 한 면만 페인트가 칠해진 작은 정육면체의 위치를 파악하여 a의 값을 구한다.
❷ 두 면만 페인트가 칠해진 작은 정육면체의 위치를 파악하여 b의 값을 구한다.
❸ 세 면에 페인트가 칠해진 작은 정육면체의 위치를 파악하여 c의 값을 구한다.
❹ $a+b-c$의 값을 구한다.

풀이 ❶ 한 면만 페인트가 칠해진 작은 정육면체의 개수는 오른쪽 그림과 같이 큰 정육면체의 꼭짓점과 모서리를 포함하지 않고 면에 위치한 작은 정육면체의 개수와 같으므로



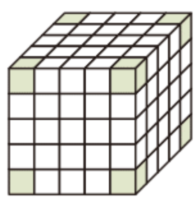
$a=(3\times3)\times6=54$

❷ 두 면만 페인트가 칠해진 작은 정육면체의 개수는 오른쪽 그림과 같이 큰 정육면체의 꼭짓점을 포함하지 않고 모서리에 위치한 작은 정육면체의 개수와 같으므로



$b=3\times12=36$

❸ 세 면에 페인트가 칠해진 작은 정육면체의 개수는 오른쪽 그림과 같이 큰 정육면체의 꼭짓점에 위치한 작은 정육면체의 개수와 같으므로



$c=8$

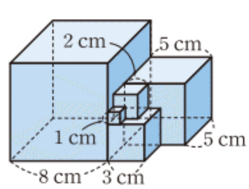
❹ $\therefore a+b-c=82$

답 82

유제 2 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

❶ 맞닿는 부분이 많을수록 겉넓이가 최소가 됨을 알고 붙이는 모양을 생각한다.
❷ 5개의 정육면체의 겉넓이의 합을 구한다.
❸ 맞닿아 있는 면의 넓이의 합을 구한다.
❹ 입체도형의 겉넓이를 구한다.

풀이 ❶ 겉넓이가 최소가 되게 하려면 오른쪽 그림과 같이 붙여야 한다.



5개의 정육면체를 큰 것부터 차례대로 맞닿는 부분이 많도록 붙여 본다.

❷ 5개의 정육면체의 겉넓이의 합은

$(1\times1+2\times2+3\times3+5\times5+8\times8)\times6$
$=103\times6=618\,(\text{cm}^2)$

❸ 이때 한 변의 길이가
1 cm인 면이 맞닿아 있는 경우가 3개,
2 cm인 면이 맞닿아 있는 경우가 3개,
3 cm인 면이 맞닿아 있는 경우가 2개,
5 cm인 면이 맞닿아 있는 경우가 1개
이고 두 면이 맞닿아 있으므로 맞닿아 있는 면의 넓이의 합은

$\{(1\times1)\times3+(2\times2)\times3+(3\times3)\times2$
$+(5\times5)\times1\}\times2$
$=58\times2=116\,(\text{cm}^2)$

❹ 따라서 구하는 겉넓이는
$618-116=502\,(\text{cm}^2)$

답 502 cm^2

유제 3 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

❶ 지름의 길이가 30 cm인 수박의 부피를 구한다.
❷ 지름의 길이가 24 cm인 수박의 부피를 구한다.
❸ 가격과 수박의 양을 비교한다.

풀이 ❶ 지름의 길이가 30 cm인 구 모양의 수박의 부피는

$\frac{4}{3}\pi\times15^3=4500\pi\,(\text{cm}^3)$

❷ 지름의 길이가 24 cm인 구 모양의 수박의 부피는

$\frac{4}{3}\pi\times12^3=2304\pi\,(\text{cm}^3)$

❸ 지름의 길이가 30 cm인 수박 3통, 즉 30000원어치의 부피는

같은 가격에서 수박의 부피를 비교해야 한다. 10000과 6000의 최소공배수는 30000이므로 각 수박에서 30000원어치의 부피를 구한다.

$4500\pi\times3=13500\pi\,(\text{cm}^3)$

지름의 길이가 24 cm인 수박 5통, 즉 30000원어치의 부피는

$2304\pi\times5=11520\pi\,(\text{cm}^3)$

따라서 같은 가격에 더 많은 양의 수박을 먹을 수 있는 것은 지름의 길이가 30 cm인 수박이다.

답 지름의 길이가 30 cm인 수박

Ⅶ 통계

15 자료의 정리

개념 & 핵심 기출

본책 104~106쪽

01 ① 각 줄기의 잎의 수가 각각 4, 5, 6, 3이므로 전체 학생 수는

$4+5+6+3=18$

② 잎이 가장 많은 줄기는 2이다.
③ 읽은 책이 21권인 학생은 2명이다.
④ 읽은 책이 10권 이하인 학생은 5명이다.

답 ⑤

02 전체 학생 수는

$6+8+9+7=30$

기록이 143 cm 이상 151 cm 이하인 학생 수는 6이므로

$\frac{6}{30}\times100=20\,(\%)$

답 20 %

03 • 수확한 자두의 전체 개수는

$6+7+7+5=\boxed{25}$

• 무게가 48 g 이상인 자두의 개수는

$7+5=\boxed{12}$

• 도수가 가장 작은 계급은 52 g 이상 56 g 미만이고, 이 계급의 계급값은 $\frac{52+56}{2}=\boxed{54}\,(\text{g})$

따라서 $a=25$, $b=12$, $c=54$이므로

$a+b+c=91$

답 91

(계급값) $=\frac{(\text{계급의 양 끝 값의 합})}{2}$

04 ① 계급의 크기는

$4-2=2\,(\text{개})$

② $A=35-(4+6+14+2)=35-26=9$

③ 도수가 가장 큰 계급은 6개 이상 8개 미만이고, 이 계급의 계급값은

$\frac{6+8}{2}=7\,(\text{개})$

④ 필기도구가 6개 이상 8개 미만인 학생 수가 14이므로

$\frac{14}{35}\times100=40\,(\%)$

⑤ 필기도구가 10개 이상 12개 미만인 학생 수는 2, 8개 이상 10개 미만인 학생 수는 9이다.
따라서 필기도구가 10번째로 많은 학생이 속한 계급은 8개 이상 10개 미만이다.

답 ⑤

(각 계급의 백분율) $=\frac{(\text{그 계급의 도수})}{(\text{도수의 총합})}\times100\,(\%)$

05 ① 계급의 개수는 5이다.
② 전체 학생 수는

$2+10+18+8+2=40$

④ 성적이 60점 이상 80점 미만인 학생 수는

$10+18=28$

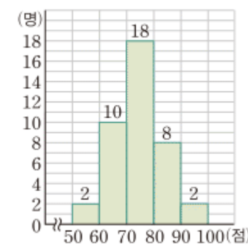
⑤ 성적이 80점 이상인 학생 수는 $8+2=10$이므로

$\frac{10}{40}\times100=25\,(\%)$

답 ②, ③

만점 비법

오른쪽 그림과 같이 히스토그램에서 각 직사각형 위에 해당 도수를 써 놓으면 문제를 해결하기 편리하다.



06 (1) $20-10=10\,(\text{세})$

(2) 나이가 60세 이상 70세 미만인 사람 수는 2, 50세 이상 60세 미만인 사람 수는 3, 40세 이상 50세 미만인 사람 수는 9이다.
따라서 나이가 7번째로 많은 사람이 속한 계급은 40세 이상 50세 미만이므로 구하는 계급값은

$\frac{40+50}{2}=45\,(\text{세})$

답 (1) 10세 (2) 45세

만점 비법

히스토그램에서
① 직사각형의 가로의 길이 → 계급의 크기
② 직사각형의 세로의 길이 → 계급의 도수
③ 직사각형의 개수 → 계급의 개수

07 전체 학생 수는

$1+5+9+6+4+3+2=30$

이므로

$a=30$

운동 시간이 30분 이상 40분 미만인 학생 수는 9이므로

$b=9$

$\therefore a+b=39$

답 ③

08 (1) $9+7=16$

(2) 기록이 15초 이상 16초 미만인 학생 수는 2, 16초 이상 17초 미만인 학생 수는 5이다.
따라서 기록이 5번째로 빠른 학생이 속한 계급은 16초 이상 17초 미만이다.

(3) 기록이 상위 20 % 이내에 드는 학생 수는

$35 \times \frac{20}{100} = 7$

이때 기록이 17초 미만인 학생 수가 $2+5=7$이므로 상위 20 % 이내에 들려면 기록이 17초 미만이어야 한다.

따라서 a가 될 수 있는 가장 큰 값은 17이다.

답 (1) 16 (2) 16초 이상 17초 미만 (3) 17

09 전체 학생 수는 50이므로 구하는 학생 수는

$50-(4+9+13+5+3)=50-34=16$ 답 16

10 맥박 수가 80회 이상 90회 미만인 학생 수를 x라 하면 두 직사각형 A, B의 넓이의 비가 $4:1$이므로

$x:3=4:1 \quad \therefore x=12$

따라서 전체 학생 수는

$2+8+12+6+3=31$ 답 31

히스토그램에서 각 직사각형의 넓이는 각 계급의 도수에 정비례한다.

11 수면 시간이 7시간 이상인 학생 수는

$16+11=27$

이므로 전체 학생 수를 x라 하면

$27 = x \times \frac{54}{100}$

$\therefore x=50$

따라서 구하는 학생 수는

$50-(2+13+16+11)=50-42=8$ 답 8

(각 계급의 도수) $=$ (도수의 총합) $\times \frac{\text{(그 계급의 백분율)}}{100}$

12 (ㄱ) 여학생 수는

$2+4+7+3=16$

남학생 수는

$3+5+6+2=16$

따라서 여학생 수와 남학생 수는 같다.

(ㄴ) 여학생 중 키가 가장 큰 학생은 160 cm 이상 170 cm 미만인 계급에 속하고, 남학생 중 키가 가장 큰 학생은 170 cm 이상 180 cm 미만인 계급에 속하므로 키가 가장 큰 학생은 남학생 중에 있다.

(ㄷ) 계급의 크기가 10 cm이고, 전체 학생 수가 16으로 같으므로 각각의 그래프와 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 서로 같다.

이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄷ)이다. 답 (ㄴ), (ㄷ)

계급의 크기는 $140-130=10$ (cm)

13 ① 1반에서 도수가 가장 큰 계급은 60점 이상 70점 미만이고, 이 계급의 계급값은

$\frac{60+70}{2}=65$ (점)

② 1반의 학생 수는

$1+4+6+9+3+2=25$

2반의 학생 수는

$1+2+5+8+6+3=25$

따라서 1반과 2반의 학생 수는 같다.

③ 1반에서 성적이 3번째로 좋은 학생이 속한 계급은 70점 이상 80점 미만이고, 이 계급의 도수는 3명이다.

④ 1반에서 점수가 가장 높은 학생은 80점 이상 90점 미만인 계급에 속하고, 2반에서 점수가 가장 높은 학생은 90점 이상 100점 미만인 계급에 속하므로 점수가 가장 높은 학생은 2반에 있다.

⑤ 2반의 성적을 나타내는 그래프가 1반의 성적을 나타내는 그래프보다 전체적으로 오른쪽으로 치우쳐 있으므로 2반의 성적이 1반의 성적보다 좋은 편이다.

답 ④

만점 도전을 위한 고난도 문제

본책 107~109쪽

01 전략 줄기와 잎 그림을 나타내는 방법을 생각하여 주어진 자료를 해석한다.

풀이 관람 횟수가 5번째로 많은 학생의 관람 횟수는 28회이므로 $a=28$

전체 학생 수는

$4+5+7+3+1=20$

이고 관람 횟수가 14회 이상 26회 미만인 학생 수는 5이므로

$\frac{5}{20} \times 100 = 25$ (%)

$\therefore b=25$

$\therefore a-b=3$ 답 3

02 전략 뽑힌 학생들이 몇 명인지 먼저 구한다.

풀이 전체 학생 수는

$3+4+6+5+3=21$

전체 학생의 $\frac{1}{7}$은 $21 \times \frac{1}{7}=3$ (명)이므로 대회에 출전할 선수는 기록이 좋은 쪽에서 3번째인 학생까지이다.

따라서 최고 기록은 88 m이고 최저 기록은 82 m이므로 구하는 차는

$88-82=6$ (m) 답 6 m

03 전략 보이지 않는 부분에 해당하는 변량의 개수를 x로 놓고 식을 세운다.

풀이 키가 140 cm 이상 161 cm 미만인 학생 수를 x라 하면 전체 학생 수는

$10+x+9+5=24+x$

Ⅶ 통계

이므로

$x=(24+x)\times\frac{40}{100}$,　　$x=\frac{2}{5}(24+x)$

$5x=2(24+x)$,　　$5x=48+2x$

$3x=48$　　$\therefore x=16$

따라서 구하는 전체 학생 수는

$24+16=40$　　답 ④

04 전략 전체 학생 수가 30임을 이용하여 $A+B+C$의 값을 구한다.

풀이 전체 학생 수가 30이므로

$A+B+C=30-(7+5)$

$=30-12=18$

$A:B:C=1:3:2$이므로

$A=18\times\frac{1}{6}=3$, $B=18\times\frac{3}{6}=9$,

$C=18\times\frac{2}{6}=6$

따라서 도수가 가장 큰 계급은 6회 이상 9회 미만이고, 도수가 가장 작은 계급은 0회 이상 3회 미만이므로 두 계급의 계급값의 차는

$\frac{6+9}{2}-\frac{0+3}{2}=\frac{15}{2}-\frac{3}{2}=6$(회)　　답 ③

05 전략 이용 횟수가 6회 이상인 학생 수를 먼저 구한다.

풀이 이용 횟수가 6회 이상인 학생 수는

$20\times\frac{20}{100}=4$　　··· ❶

이용 횟수가 4회 미만인 학생 수는

$20-(7+4)=20-11=9$　　··· ❷

$\therefore \frac{9}{20}\times100=45(\%)$　　··· ❸

답 45 %

채점 기준	비율
❶ 이용 횟수가 6회 이상인 학생 수를 구할 수 있다.	40 %
❷ 이용 횟수가 4회 미만인 학생 수를 구할 수 있다.	40 %
❸ 이용 횟수가 4회 미만인 학생은 전체의 몇 %인지 구할 수 있다.	20 %

06 전략 주어진 조건을 만족시키는 a에 대한 방정식을 세운다.

풀이 통학 시간이 20분 이상인 학생 수는

$11+a+3=14+a$

통학 시간이 10분 미만인 학생 수는 4이고 20분 이상인 학생 수의 $\frac{1}{5}$이므로

$4=\frac{1}{5}\times(14+a)$,　　$14+a=20$

$\therefore a=6$　　··· ❶

일품 BOX

$1+3+2=6$

(계급값)$=\frac{0.8+1.2}{2}$
$=1$(L)

$B=5$일 때
$A=17-5=12$

60점 미만인 학생 수는
2
70점 미만인 학생 수는
$2+6=8$
80점 미만인 학생 수는
$2+6+9=17$
90점 미만인 학생 수는
$2+6+9+9=26$

b는 전체 학생 수이므로

$b=4+6+11+6+3=30$　　··· ❷

$\therefore a+b=36$　　··· ❸

답 36

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	60 %
❷ b의 값을 구할 수 있다.	20 %
❸ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	20 %

07 전략 물을 8번째로 많이 마시는 학생이 속한 계급을 찾는다.

풀이 전체 학생 수가 30이므로

$A+B=30-(3+8+2)=30-13$

$=17$　　······ ㉠

물을 8번째로 많이 마시는 학생이 속한 계급의 계급값이 1 L이므로 이 학생은 0.8 L 이상 1.2 L 미만인 계급에 속한다. 즉 물을 1.2 L 이상 마시는 학생 수는 8명 미만이어야 하므로

$B+2<8$

이때 B는 자연수이므로　　$B=1, 2, 3, 4, 5$

㉠에서 $A=17-B$이므로 B의 값이 가장 클 때 A의 값은 가장 작다.

따라서 A가 될 수 있는 가장 작은 값은 12이다.　　답 12

08 전략 점수가 낮은 계급부터 도수를 차례로 더하여 처음으로 도수의 합이 18명 이상이 되는 계급을 찾는다.

풀이 성적이 50점 이상 60점 미만인 학생 수가 2, 60점 이상 70점 미만인 학생 수가 6, 70점 이상 80점 미만인 학생 수가 9, 80점 이상 90점 미만인 학생 수가 9이므로 성적이 18번째로 낮은 학생은 80점 이상 90점 미만인 계급에 속한다.

이 계급의 도수는 9명이고, 전체 학생 수는

$2+6+9+9+4=30$

이므로　$\frac{9}{30}\times100=30(\%)$　　답 30 %

09 전략 직사각형의 가로의 길이는 계급의 크기, 세로의 길이는 계급의 도수를 나타낸다.

풀이 ① $3-1=2$(개)

② $3+6+8+7+1=25$

③ 도수가 가장 작은 계급은 9개 이상 11개 미만이고, 이 계급의 계급값은

$\frac{9+11}{2}=10$(개)

④ 소유한 의자가 7개 이상인 가구 수는　　$7+1=8$

$\therefore \frac{8}{25}\times100=32(\%)$

⑤ 계급값이 2개인 계급의 도수는 3가구이고, 계급값이 4개인 계급의 도수는 6가구이다.
히스토그램의 직사각형의 넓이는 각 계급의 도수에 정비례하므로 계급값이 2개인 계급의 직사각형의 넓이는 계급값이 4개인 계급의 직사각형의 넓이의 $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$이다. 답 ④

1개 이상 3개 미만
3개 이상 5개 미만

10

전략 도수분포다각형의 특징을 생각하여 주어진 그래프를 해석한다.

풀이 (ㄱ) $2+9+12+14+3=40$

(ㄴ) 계급의 개수는 5이다.

(ㄷ) 현장 학습을 다녀온 횟수가 10회 미만인 학생 수는

$2+9=11$

현장 학습을 다녀온 횟수가 14회 이상인 학생 수는

$14+3=17$

따라서 같지 않다.

(ㄹ) 현장 학습을 다녀온 횟수가 6회 이상 14회 미만인 학생 수는

$9+12=21$

$\therefore \frac{21}{40}\times 100=52.5(\%)$

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄹ)이다. 답 ③

11

전략 상위 40 % 이내에 드는 학생 수를 먼저 구한다.

풀이 전체 학생 수는

$2+4+6+9+6+5+3=35$

이므로 상위 40 % 이내에 드는 학생 수는

$35\times\frac{40}{100}=14$ ···➊

이때 성적이 90점 이상 100점 미만인 학생 수가 3, 80점 이상 90점 미만인 학생 수가 5, 70점 이상 80점 미만인 학생 수가 6이므로 성적이 상위 40 % 이내에 들려면 최소 70점을 받아야 한다. ···➋

답 70점

채점 기준	비율
➊ 상위 40 % 이내에 드는 학생 수를 구할 수 있다.	60 %
➋ 상위 40 % 이내에 들려면 최소 몇 점을 받아야 하는지 구할 수 있다.	40 %

12

전략 도수분포다각형을 이용하여 A, B의 값을 구한다.

풀이 도수분포다각형에서 5가지 이상 7가지 미만 계급의 도수는 5명이므로

$A=5$ ···➊

$\therefore B=3+10+5+2=20$ ···➋

7가지 이상인 학생 수는
2
5가지 이상인 학생 수는
$2+5=7$
3가지 이상인 학생 수는
$2+5+10=17$

또 먹은 과일의 종류가 8번째로 많은 학생이 속한 계급은 3가지 이상 5가지 미만이므로

$C=10$ ···➌

$\therefore A+B-C=15$ ···➍

답 15

채점 기준	비율
➊ A의 값을 구할 수 있다.	30 %
➋ B의 값을 구할 수 있다.	30 %
➌ C의 값을 구할 수 있다.	30 %
➍ $A+B-C$의 값을 구할 수 있다.	10 %

13

전략 훼손된 부분의 두 계급의 도수를 한 문자를 사용하여 나타낸다.

풀이 걷는 시간이 20분 이상 30분 미만인 학생 수를 $2x$라 하면 50분 이상 60분 미만인 학생 수는 x이다.

전체 학생 수가 30이므로

$2+2x+10+6+x=30,\quad 3x+18=30$

$3x=12 \quad \therefore x=4$ ···➊

20분 이상 30분 미만인 학생 수는 8, 50분 이상 60분 미만인 학생 수는 4이다.

따라서 30분 이상 걷는 학생 수는

$10+6+4=20$ ···➋

전체 학생 수에서 걷는 시간이 30분 미만인 학생 수를 빼도 된다. 즉
$30-(2+8)=20$

답 20

채점 기준	비율
➊ 걷는 시간이 50분 이상 60분 미만인 학생 수를 구할 수 있다.	70 %
➋ 30분 이상 걷는 학생 수를 구할 수 있다.	30 %

14

전략 두 계급의 도수의 비가 $a:b$이면 두 도수를 각각 ak, bk로 놓는다.

풀이 키가 160 cm 이상 170 cm 미만인 회원 수를 $5x$, 170 cm 이상 180 cm 미만인 회원 수를 $4x$라 하자. 키가 140 cm 이상 150 cm 미만인 회원 수는 4이고 전체의 12.5 %이므로

$4=(4+5+5x+4x+5)\times\frac{12.5}{100}$

$\frac{12.5}{100}=\frac{125}{1000}=\frac{1}{8}$

$9x+14=32,\quad 9x=18 \quad \therefore x=2$

따라서 키가 170 cm 이상 180 cm 미만인 회원 수는

$4\times 2=8$

이므로 키가 170 cm 이상인 회원 수는

$8+5=13$

답 ②

다른풀이 전체 회원 수를 x라 하면

$4=x\times\frac{12.5}{100} \quad \therefore x=32$

이때 키가 160 cm 이상 180 cm 미만인 회원 수는

$32-(4+5+5)=18$

따라서 키가 170 cm 이상 180 cm 미만인 회원 수는

$18\times\frac{4}{5+4}=8$

Ⅶ 통계

15 전략 찢어진 부분의 두 계급의 도수를 한 문자를 사용하여 나타낸다.

풀이 기록이 8초 미만인 학생 수는 3이고, 전체 학생의 10 %이므로 전체 학생 수를 x라 하면

$3=x\times\frac{10}{100}\quad \therefore x=30$

기록이 10초 이상 12초 미만인 학생 수를 y라 하면 12초 이상 14초 미만인 학생 수는 $y-9$이므로

$3+6+y+(y-9)+4=30$

$2y+4=30,\quad 2y=26\quad \therefore y=13$

따라서 기록이 10초 이상 12초 미만인 학생 수는 13이다.

답 13

16 전략 먼저 방송반과 합창반의 전체 학생 수를 각각 구한다.

풀이 ① 두 도수분포다각형 모두 계급의 크기는

$50-40=10$(점)

② 합창반 학생들의 성적을 나타내는 그래프가 방송반 학생들의 성적을 나타내는 그래프보다 전체적으로 오른쪽으로 치우쳐 있으므로 합창반 학생들의 성적이 방송반 학생들의 성적보다 높은 편이다.

③ 방송반의 전체 학생 수는

$1+3+7+9+3+2=25$

이므로 상위 20 % 이내에 드는 학생 수는

$25\times\frac{20}{100}=5$

이때 성적이 70점 이상인 학생 수가 $3+2=5$이므로 성적이 상위 20 % 이내에 들려면 적어도 70점을 받아야 한다.

④ 합창반의 전체 학생 수는

$1+2+5+8+6+3=25$

성적이 80점 이상인 학생 수는

$6+3=9$

$\therefore \frac{9}{25}\times100=36(\%)$

⑤ 합창반과 방송반의 각 계급의 크기가 10점, 전체 학생 수가 25로 같으므로 각각의 그래프와 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 서로 같다.

답 ④

17 전략 두 그래프에서 각 계급의 도수를 구하여 보기의 내용을 확인한다.

풀이 (ㄱ) A중학교의 단소반 전체 학생 수는

$5+9+7+5+3=29$

B중학교의 단소반 전체 학생 수는

$3+5+10+6+4=28$

따라서 단소반 전체 학생 수는 A중학교가 B중학교보다 많다.

(ㄴ) 계급값이 7.5시간인 계급은 6시간 이상 9시간 미만이다.

이때 A중학교에서 연습 시간이 6시간 이상 9시간 미만인 학생 수는 9이고, B중학교에서 연습 시간이 6시간 이상 9시간 미만인 학생 수는 5이다.

따라서 계급값이 7.5시간인 계급에 속하는 도수는 A중학교가 B중학교보다 4명 많다.

(ㄷ) 연습 시간이 가장 많은 학생이 속한 학교는 알 수 없다.

(ㄹ) A중학교에서 연습 시간이 12시간 이상인 학생 수는

$5+3=8$

B중학교에서 연습 시간이 12시간 이상인 학생 수는

$6+4=10$

따라서 학생 수의 비는

$8:10$, 즉 $4:5$

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ)이다.

답 (ㄱ), (ㄴ)

일품 BOX

(계급값) $=\frac{6+9}{2}$
$=7.5$(시간)

최상위로 가는 최고 수준 문제

본책 110쪽

01 전략 주어진 줄기와 잎 그림을 분석하여 조건을 만족시키는 변량 또는 학생 수를 구한다.

풀이 (1) 남학생 중 봉사 활동 시간이 3번째로 많은 학생의 시간은 27시간

여학생 중 봉사 활동 시간이 4번째로 많은 학생의 시간은 23시간 ··· ❶

따라서 두 학생의 시간의 차는

$27-23=4$(시간) ··· ❷

(2) 전체 학생 수는

$3+4+6+5+6+6=30$

봉사 활동 시간이 16시간 이하인 학생 수는

$3+4+3+2=12$ ··· ❸

$\therefore \frac{12}{30}\times100=40(\%)$ ··· ❹

답 (1) 4시간 (2) 40 %

채점 기준	비율
❶ 조건을 만족시키는 남학생과 여학생의 봉사 활동 시간을 구할 수 있다.	30 %
❷ 두 학생의 시간의 차를 구할 수 있다.	20 %
❸ 전체 학생 수와 봉사 활동 시간이 16시간 이하인 학생 수를 구할 수 있다.	30 %
❹ 봉사 활동 시간이 16시간 이하인 학생은 전체의 몇 %인지 구할 수 있다.	20 %

본책 109~110쪽

02 전략 전체 학생 수를 이용하여 이용 시간이 60분 미만인 학생 수를 구한다.

풀이 인터넷 이용 시간이 60분 미만인 학생 수는

$40\times\frac{30}{100}=12$

이때 90분 이상 120분 미만인 학생 수는

$40-(12+20+4)=4$

이므로 A가 될 수 있는 가장 큰 값은 $4+4=8$이고 가장 작은 값은 4이다.

따라서 구하는 합은

$8+4=12$

답 ③

90분 이상 100분 미만인 학생 수가 0, 100분 이상 120분 미만인 학생 수가 4인 경우이다.

90분 이상 100분 미만인 학생 수가 4, 100분 이상 120분 미만인 학생 수가 0인 경우이다.

03 전략 상위 a % 이내에 드는 학생 수

→ (전체 학생 수)$\times\frac{a}{100}$

풀이 전체 학생 수는

$1+5+8+10+4+2=30$

상위 20 % 이내에 드는 학생 수는

$30\times\frac{20}{100}=6$

이고 수학 성적이 80점 이상인 학생 수가

$4+2=6$

이므로

$A=80$

상위 80 % 이내에 드는 학생 수는

$30\times\frac{80}{100}=24$

이고 수학 성적이 60점 이상인 학생 수가

$8+10+4+2=24$

이므로

$B=60$

$\therefore A\times B=4800$

답 4800

04 전략 찢어진 부분의 계급의 도수를 문자로 놓고 주어진 조건을 만족시키는 식을 세운다.

풀이 윗몸 일으키기 횟수가 30회 이상 40회 미만, 40회 이상 50회 미만인 회원 수를 각각 x, $2x$라 하고, 40회 이상 50회 미만, 50회 이상 60회 미만인 회원 수를 각각 $7y$, $5y$라 하자.

이때 $2x=7y$이므로

$x=\frac{7}{2}y$ ⋯ ❶

전체 회원 수가 40이므로

$3+\frac{7}{2}y+7y+5y+6=40,\quad 9+\frac{31}{2}y=40$

$\frac{31}{2}y=31\quad \therefore y=2$

이때 $x=\frac{7}{2}y$에서 $\quad x=7$ ⋯ ❷

따라서 윗몸 일으키기 횟수가 30회 이상 40회 미만, 40회 이상 50회 미만, 50회 이상 60회 미만인 회원 수는 각각

7, 14, 10 ⋯ ❸

윗몸 일으키기 횟수가 17번째로 많은 회원이 속한 계급은 40회 이상 50회 미만이므로 구하는 계급값은

$\frac{40+50}{2}=45$(회) ⋯ ❹

60회 이상인 회원 수는 6
50회 이상인 회원 수는 $6+10=16$
40회 이상인 회원 수는 $6+10+14=30$

답 45회

채점 기준	비율
❶ 찢어진 부분의 계급의 도수를 x, y로 나타내고, x, y 사이의 관계식을 구할 수 있다.	30 %
❷ x, y의 값을 구할 수 있다.	30 %
❸ 찢어진 부분의 계급의 도수를 구할 수 있다.	20 %
❹ 계급값을 구할 수 있다.	20 %

05 전략 K중학교에서 상위 25 % 이내에 드는 학생 수를 먼저 구한다.

풀이 K중학교의 전체 학생 수는

$1+6+9+14+8+2=40$

이므로 K중학교에서 상위 25 % 이내에 드는 학생 수는

$40\times\frac{25}{100}=10$

K중학교에서 성적이 80점 이상인 학생 수가 $8+2=10$이므로 상위 25 % 이내에 드는 학생의 점수는 80점 이상이다.

한편 L중학교의 전체 학생 수는

$4+4+7+12+2+1=30$

이고, L중학교에서 성적이 80점 이상인 학생 수는 $2+1=3$이므로

$\frac{3}{30}\times100=10$(%)

따라서 K중학교에서 성적이 상위 25 % 이내에 드는 학생의 성적은 L중학교에서 최소 상위 10 % 이내에 든다.

답 10 %

Ⅶ 통계

일품 BOX

16 자료의 해석

개념 & 핵심 기출

본책 112~113쪽

01 전체 학생 수는

$2+13+9+4+2=30$

통학 시간이 17분인 학생이 속한 계급은 15분 이상 20분 미만이고 그 도수는 9명이므로 구하는 상대도수는

$\frac{9}{30}=0.3$ 답 ⑤

02 전체 학생 수는 $\frac{14}{0.2}=70$

따라서 구하는 도수는

$0.3\times70=21$ (명) 답 21명

(도수의 총합) $=\frac{(\text{계급의 도수})}{(\text{계급의 상대도수})}$

(계급의 도수) $=$ (계급의 상대도수) $\times$ (도수의 총합)

03 15개 이상 20개 미만인 계급의 도수는

$20-(2+3+6+2)=20-13=7$ (명)

이므로 도수가 가장 큰 계급은 15개 이상 20개 미만이다.

따라서 구하는 상대도수는

$\frac{7}{20}=0.35$ 답 0.35

(계급의 상대도수) $=\frac{(\text{계급의 도수})}{(\text{도수의 총합})}$

04 (1) $A=1-(0.2+0.25+0.1+0.05)$

$=1-0.6=0.4$

(2) $(0.4+0.1)\times40=0.5\times40=20$

답 (1) 0.4 (2) 20

상대도수의 총합은 1이다.

05 5개 이상 15개 미만인 계급의 도수가 3개, 상대도수가 0.06이므로 전체 상점의 개수는

$\frac{3}{0.06}=50$

$\therefore A=0.16\times50=8$

45개 이상 55개 미만인 계급의 도수는

$50-(3+8+14+21)=50-46=4$ (개)

이므로 $B=\frac{4}{50}=0.08$

$\therefore \frac{A}{B}=8\div0.08=100$ 답 100

06 (1) 3권 이상 4권 미만, 4권 이상 5권 미만인 계급의 상대도수의 합은

$0.4+0.24=0.64$

이므로

$0.64\times100=64$ (%)

(2) 1권 이상 2권 미만, 2권 이상 3권 미만인 계급의 상대도수의 합은 $0.06+0.22=0.28$

따라서 구하는 학생 수는

$0.28\times50=14$

답 (1) 64 % (2) 14

만점 비법

상대도수는 도수의 총합을 1로 보았을 때 각 계급의 도수가 차지하는 비율이고, 백분율은 도수의 총합을 100으로 보았을 때 각 계급의 도수가 차지하는 비율이다.

따라서 (백분율) $=$ (상대도수) $\times100$ (%)이다.

07 300타 이상 350타 미만인 계급의 상대도수는

$1-(0.05+0.1+0.4+0.15)=1-0.7=0.3$

이므로 구하는 학생 수는

$0.3\times40=12$ 답 12

08 각 계급의 상대도수를 구하면 다음 표와 같다.

성적(점)	상대도수 A반	상대도수 B반
50이상 ~ 60미만	0.05	0.08
60 ~ 70	0.35	0.28
70 ~ 80	0.4	0.4
80 ~ 90	0.15	0.16
90 ~ 100	0.05	0.08
합계	1	1

A, B 두 반의 상대도수가 같은 계급은 70점 이상 80점 미만이고, 이 계급의 도수의 차는

$20-16=4$ (명) 답 4명

09 ① 남학생의 그래프가 여학생의 그래프보다 전체적으로 왼쪽으로 치우쳐 있으므로 남학생의 기록이 여학생의 기록보다 상대적으로 좋다.

② 기록이 40분 이상 45분 미만인 학생 수는 알 수 없다.

③ 남학생 중 도수가 가장 큰 계급은 상대도수가 가장 큰 계급인 30분 이상 35분 미만이고, 이 계급의 상대도수는 0.42이다.

④ $(0.12+0.08)\times100=0.2\times100=20$ (%)

⑤ 계급의 크기가 5분, 상대도수의 총합이 1로 같으므로 각각의 그래프와 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $1\times5=5$로 서로 같다.

답 ②, ⑤

각 계급의 상대도수는 각 계급의 도수에 정비례한다.

만점 도전을 위한 고난도 문제

본책 114~116쪽

01 전략 무게가 무거운 계급부터 차례로 도수를 확인하여 20번째로 무거운 귤이 속한 계급을 찾는다.

풀이 전체 귤의 개수는

$4+8+13+14+11=50$

20번째로 무거운 귤이 속한 계급은 80 g 이상 90 g 미만이므로 그 도수는 14개

따라서 구하는 상대도수는

$\frac{14}{50}=0.28$ 답 ⑤

90 g 이상인 귤의 개수는 11
80 g 이상인 귤의 개수는 $11+14=25$

02 전략 도수와 상대도수가 모두 주어진 계급을 이용하여 전체 학생 수를 먼저 구한다.

풀이 1.6 이상 2.0 미만인 계급의 도수가 3명, 상대도수가 0.1이므로 전체 학생 수는

$\frac{3}{0.1}=30$ ···➊

0.8 이상 1.2 미만인 계급에서

$A=0.3\times30=9$ ···➋

1.2 이상 1.6 미만인 계급에서

$B=\frac{6}{30}=0.2$ ···➌

$\therefore A+B=9.2$ ···➍

답 9.2

채점 기준	비율
➊ 전체 학생 수를 구할 수 있다.	30 %
➋ A의 값을 구할 수 있다.	30 %
➌ B의 값을 구할 수 있다.	30 %
➍ $A+B$의 값을 구할 수 있다.	10 %

03 전략 전체 학생 수를 구한 후 성적이 70점 이상인 학생 수를 구한다.

풀이 50점 이상 60점 미만인 계급의 도수가 5명, 상대도수가 0.1이므로 전체 학생 수는

$\frac{5}{0.1}=50$

성적이 70점 이상인 학생 수는

$50\times\frac{70}{100}=35$

따라서 60점 이상 70점 미만인 계급의 도수는

$50-(5+35)=10$(명)

이고, 이 계급의 상대도수는

$\frac{10}{50}=0.2$ 답 도수: 10명, 상대도수: 0.2

다른풀이 전체 학생 수는 $\frac{5}{0.1}=50$

성적이 70점 이상인 학생이 전체의 70 %이므로 70점 미만인 학생은 전체의 30 %이다.

$100-70=30(\%)$

따라서 성적이 70점 미만인 학생 수는

$50\times\frac{30}{100}=15$

이므로 60점 이상 70점 미만인 계급의 도수는

$15-5=10$(명)

이고, 이 계급의 상대도수는

$\frac{10}{50}=0.2$

04 전략 상대도수의 총합은 1임을 이용하여 방정식을 세운다.

풀이 각 계급의 상대도수는 각 계급의 도수에 정비례하므로 9 g 이상 13 g 미만인 계급의 상대도수와 13 g 이상 17 g 미만인 계급의 상대도수의 비는 1 : 2이다. ···➊

즉 두 계급의 상대도수를 각각 a, $2a$라 하면

$0.1+a+2a+0.25+0.05=1$

$3a=0.6 \quad \therefore a=0.2$ ···➋

따라서 13 g 이상 17 g 미만인 계급의 상대도수가 0.4이므로 구하는 밤의 개수는

$0.4\times60=24$ ···➌

답 24

채점 기준	비율
➊ 두 계급의 상대도수의 비를 구할 수 있다.	30 %
➋ 9 g 이상 13 g 미만인 계급의 상대도수를 구할 수 있다.	40 %
➌ 무게가 13 g 이상 17 g 미만인 밤의 개수를 구할 수 있다.	30 %

05 전략 상대도수와 도수, 도수의 총합 사이의 관계를 이용한다.

풀이 50점 이상 60점 미만인 계급의 도수가 4명, 상대도수가 0.1이므로 전체 학생 수는

$\frac{4}{0.1}=40$

80점 이상 90점 미만인 계급의 상대도수는

$\frac{10}{40}=0.25$

따라서 80점 이상 90점 미만, 90점 이상 100점 미만인 계급의 상대도수의 합이

$0.25+0.05=0.3$

이고 $0.3\times100=30(\%)$이므로 상위 30 % 이내에 들려면 최소 80점을 받아야 한다. 답 80점

06 전략 한 자료에서 도수가 같은 계급은 상대도수도 같음을 이용한다.

풀이 성적이 70점 미만인 학생 수와 70점 이상 80점 미만인 학생 수가 같으므로 70점 이상 80점 미만인 계급의 상대도수는

$0.1+0.25=0.35$

따라서 80점 이상 90점 미만인 계급의 상대도수는

$1-(0.1+0.25+0.35+0.1)=1-0.8$
$=0.2$

이고, 이 계급의 도수는 4명이므로 전체 학생 수는

$\frac{4}{0.2}=20$ 답 20

Ⅶ 통계

일품 BOX

07 전략 상대도수와 도수, 도수의 총합 사이의 관계를 이용하여 그래프를 해석한다.

풀이 ② 상대도수가 가장 큰 계급이 도수가 가장 큰 계급이므로 5회 이상 7회 미만이다.

③ 7회 이상 9회 미만, 9회 이상 11회 미만인 계급의 상대도수의 합은

$0.2+0.1=0.3$

이므로 $0.3\times100=30(\%)$

④ 3회 이상 5회 미만, 5회 이상 7회 미만인 계급의 상대도수의 합은

$0.28+0.32=0.6$

따라서 이용 횟수가 3회 이상 7회 미만인 학생 수는

$0.6\times50=30$

⑤ 이용 횟수가 1회 이상 3회 미만인 학생 수는

$0.1\times50=5$

이용 횟수가 3회 이상 5회 미만인 학생 수는

$0.28\times50=14$

따라서 이용 횟수가 7번째로 적은 학생이 속한 계급은 3회 이상 5회 미만이다.

답 ④

08 전략 성공률이 높은 계급부터 각 계급의 도수를 구해 본다.

풀이 성공률이 90 % 이상 100 % 미만인 선수의 수는

$0.05\times40=2$

성공률이 80 % 이상 90 % 미만인 선수의 수는

$0.1\times40=4$

성공률이 70 % 이상 80 % 미만인 선수의 수는

$0.3\times40=12$

따라서 성공률이 10번째로 좋은 선수가 속하는 계급은 70 % 이상 80 % 미만이고, 이 계급의 계급값은

$\frac{70+80}{2}=75(\%)$ $\therefore x=75$ ··· ❶

40 % 이상 50 % 미만, 50 % 이상 60 % 미만인 계급의 상대도수의 합은

$0.05+0.15=0.2$

이므로

$0.2\times100=20(\%)$ $\therefore y=20$ ··· ❷

$\therefore x+y=95$ ··· ❸

답 95

채점 기준	비율
❶ x의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ y의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $x+y$의 값을 구할 수 있다.	20 %

09 전략 각 계급의 상대도수는 각 계급의 도수에 정비례함을 이용한다.

풀이 도수가 가장 큰 계급의 상대도수가 가장 크므로 55세 이상 70세 미만인 계급의 도수가 24명이다. 이 계급의 상대도수가 0.3이므로 전체 사람 수는

$\frac{24}{0.3}=80$

따라서 나이가 10세 이상 25세 미만인 사람 수는

$0.15\times80=12$ 답 ①

10 전략 전체 회원 수를 x로 놓고 방정식을 세운다.

풀이 전체 회원 수를 x라 하면

청취 시간이 30분 미만인 회원 수

청취 시간이 40분 이상인 회원 수

$(0.08+0.16)\times x=(0.24+0.12+0.08)\times x-10$

$0.24x=0.44x-10,$ $0.2x=10$

$\therefore x=50$

따라서 전체 회원 수는 50이다. 답 50

11 전략 훼손된 부분의 두 계급에 속하는 학생 수를 각각 $9a$, $7a$로 놓고 방정식을 세운다.

풀이 90점 이상 100점 미만인 계급의 도수가 10명, 상대도수가 0.04이므로 전체 학생 수는

성적이 90점 이상인 학생 수는 10이다.

$\frac{10}{0.04}=250$ ··· ❶

성적이 50점 이상 60점 미만인 학생 수와 80점 이상 90점 미만인 학생 수는 각각 $0.16\times250=40$

성적이 60점 이상 70점 미만, 70점 이상 80점 미만인 학생 수를 각각 $9a$, $7a$라 하면

두 계급의 도수의 비가 9 : 7이다.

$40+9a+7a+40+10=250$

$16a=160$ $\therefore a=10$

즉 성적이 70점 이상 80점 미만인 학생 수는 70이다. ··· ❷

따라서 성적이 70점 이상 90점 미만인 학생 수는

$70+40=110$ ··· ❸

답 110

채점 기준	비율
❶ 전체 학생 수를 구할 수 있다.	30 %
❷ 성적이 70점 이상 80점 미만인 학생 수를 구할 수 있다.	50 %
❸ 성적이 70점 이상 90점 미만인 학생 수를 구할 수 있다.	20 %

12 전략 상대도수의 총합이 1임을 이용하여 찢어진 부분의 계급의 상대도수를 구한다.

풀이 조건 (가), (나)에 의하여 갖고 있는 문제집이 6권 이상 8권 미만, 8권 이상 10권 미만, 10권 이상 12권 미만인 학생 수를 각각 x, $x+1$, x라 하면

$0.04+0.16+\frac{x}{50}+\frac{x+1}{50}+\frac{x}{50}=1$

$0.2+\frac{3x+1}{50}=1,$ $10+3x+1=50$

$3x=39$ $\therefore x=13$

따라서 8권 이상 10권 미만, 10권 이상 12권 미만인 계급의 상대도수는 각각

$\frac{14}{50}=0.28,\ \frac{13}{50}=0.26$

이므로

$(0.28+0.26)\times100=54(\%)$ 답 54 %

13 전략 A, B 두 중학교 야구부의 전체 학생 수를 각각 구한 후 각 계급의 상대도수를 비교한다.

풀이 A중학교의 야구부 전체 학생 수는

$3+4+5+11+2=25$

B중학교의 야구부 전체 학생 수는

$1+3+4+10+2=20$

A, B 두 중학교의 각 계급의 상대도수를 구하면 다음 표와 같다.

개수(개)	상대도수	
	A중학교	B중학교
5이상~10미만	0.12	0.05
10 ~15	0.16	0.15
15 ~20	0.2	0.2
20 ~25	0.44	0.5
25 ~30	0.08	0.1
합계	1	1

따라서 B중학교가 A중학교보다 상대도수가 큰 계급은 20개 이상 25개 미만, 25개 이상 30개 미만의 2개이다.

답 2

14 전략 전체 학생 수와 안경 쓴 학생 수를 각각 문자를 사용하여 나타낸다.

풀이 1반과 2반의 전체 학생 수를 각각 $3a$, $5a$, 안경 쓴 학생 수를 각각 $4b$, $5b$라 하면 구하는 상대도수의 비는

$\frac{4b}{3a}:\frac{5b}{5a}=\frac{4}{3}:1=4:3$ 답 ③

만점 비법

도수의 총합의 비와 어떤 계급의 도수의 비가 주어질 때, 그 계급의 상대도수의 비는 다음과 같이 구한다.

① 도수의 총합과 그 계급의 도수를 각각 문자를 사용하여 나타낸다.

② $(\text{계급의 상대도수})=\frac{(\text{계급의 도수})}{(\text{도수의 총합})}$임을 이용하여 상대도수의 비를 구한다.

15 전략 각 계급의 상대도수를 이용하여 도수를 구해 본다.

풀이 (ㄱ) B반에서 기록이 5회 이상 9회 미만인 계급의 도수가 14명, 상대도수가 0.35이므로 전체 학생 수는

$\frac{14}{0.35}=40$

일품 BOX

A중학교가 B중학교보다 도수가 큰 계급이라도 도수의 총합이 다르므로 상대도수도 큰 것은 아니다. 각 계급의 상대도수를 직접 구하여 상대도수를 비교한다.

(ㄴ) 기록이 9회 이상 13회 미만인 학생 수는

A반: $0.4\times20=8$,

B반: $0.2\times40=8$

이므로 같다.

(ㄷ) A반 학생의 그래프가 B반 학생의 그래프보다 전체적으로 오른쪽으로 치우쳐 있으므로 A반 학생이 B반 학생보다 상대적으로 제기를 잘 찬다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다. 답 ④

16 전략 은정이의 몸무게가 몇 kg 이상인지 먼저 구한다.

풀이 1반에서 40 kg 이상 45 kg 미만인 계급의 도수가 12명, 상대도수가 0.3이므로 1반의 전체 학생 수는

$\frac{12}{0.3}=40$ ··· ❶

1반에서 몸무게가 55 kg 이상 60 kg 미만인 학생 수는

$0.05\times40=2$

1반에서 몸무게가 50 kg 이상 55 kg 미만인 학생 수는

$0.15\times40=6$

이므로 1반에서 몸무게가 8번째로 무거운 은정이의 몸무게는 50 kg 이상이다. ··· ❷

한편 1학년 전체에서 40 kg 이상 45 kg 미만인 계급의 도수가 175명, 상대도수가 0.35이므로 1학년 전체 학생 수는

$\frac{175}{0.35}=500$ ··· ❸

이때 1학년 전체에서 몸무게가 50 kg 이상인 학생 수는

$(0.15+0.1)\times500=125$

이므로 50 kg 미만인 학생 수는

$500-125=375$

따라서 전체 학생 중 은정이보다 가벼운 학생은 최소 375명이다. ··· ❹

답 375명

채점 기준	비율
❶ 1반의 전체 학생 수를 구할 수 있다.	20 %
❷ 은정이의 몸무게가 몇 kg 이상인지 구할 수 있다.	30 %
❸ 1학년 전체 학생 수를 구할 수 있다.	20 %
❹ 전체 학생 중 은정이보다 가벼운 학생은 최소 몇 명인지 구할 수 있다.	30 %

최상위로 가는 최고 수준 문제

본책 117쪽

01 전략 찢어진 부분의 계급의 도수를 x명으로 놓고 방정식을 세운다.

풀이 70분 이상 90분 미만인 계급의 도수를 x명이라 하면

$x=0.4\times(1+2+5+x+10+6)$ ··· ❶

$x=0.4\times(x+24)$,　　$x=0.4x+9.6$

$0.6x=9.6$　　$\therefore x=16$ ··· ❷

따라서 구하는 상대도수는

$$\frac{2}{16+24}=\frac{2}{40}=0.05$$ ··· ❸

답 0.05

채점 기준	비율
❶ 70분 이상 90분 미만인 계급의 도수에 대한 방정식을 세울 수 있다.	40 %
❷ 70분 이상 90분 미만인 계급의 도수를 구할 수 있다.	30 %
❸ 30분 이상 50분 미만인 계급의 상대도수를 구할 수 있다.	30 %

02

전략 이사를 하면 A, B 두 마을의 전체 주민 수가 변한다.

풀이 A마을에서 도수가 가장 큰 계급은 30세 이상 40세 미만이므로 이 계급에 속하는 A마을의 주민 중 B마을로 이사를 간 주민 수는

$$10\times\frac{1}{2}=5$$

따라서 나이가 30세 이상 40세 미만인 주민 수는

A마을: $10-5=5$,

B마을: $5+5=10$

전체 주민 수는

A마을: $7+5+8=20$,

B마을: $3+10+12=25$

이므로 30세 이상 40세 미만인 계급의 상대도수는

A마을: $\frac{5}{20}=0.25$, B마을: $\frac{10}{25}=0.4$

답 A마을: 0.25, B마을: 0.4

03

전략 A, B 두 중학교 1학년의 전체 학생 수를 같은 문자를 사용하여 나타낸다.

풀이 A, B 두 중학교 1학년의 전체 학생 수를 각각 $5x$, $6x$라 하자.

A중학교의 80점 이상 90점 미만인 계급에서

$$b=\frac{a}{5x}$$ ··· ❶

B중학교의 70점 이상 80점 미만인 계급에서

$$c=\frac{30}{6x}=\frac{5}{x}$$ ··· ❷

이때 $b=\frac{2}{5}c$이므로

$$\frac{a}{5x}=\frac{2}{5}\times\frac{5}{x},\qquad \frac{a}{5x}=\frac{10}{5x}$$

$\therefore a=10$ ··· ❸

답 10

채점 기준	비율
❶ b를 x, a에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	30 %
❷ c를 x에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	30 %
❸ a의 값을 구할 수 있다.	40 %

일품 BOX

$14-12=2$(초)

$0.1\times100=10(\%)$이므로 기록이 12초 이상 14초 미만인 학생은 상위 10 % 이내에 든다.

04

전략 달리기 기록이 상대적으로 좋다. ⇨ 그래프가 왼쪽으로 치우쳐 있다.

풀이 (ㄱ) 계급의 크기가 2초, 상대도수의 총합이 1로 같으므로 각각의 그래프와 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $1\times2=2$로 서로 같다.

(ㄴ) A중학교에서 12초 이상 14초 미만인 계급의 상대도수가 0.1이므로 상위 10 % 이내에 드는 학생의 기록은 12초 이상 14초 미만이다.

이때 B중학교에서 12초 이상 14초 미만인 계급의 상대도수가 0.06이므로 A중학교에서 상위 10 % 이내에 드는 학생의 기록은 B중학교에서 상위 6 % 이내에 든다.

(ㄷ) A중학교 학생의 그래프가 B중학교 학생의 그래프보다 전체적으로 왼쪽으로 치우쳐 있으므로 A중학교 학생의 기록이 B중학교 학생의 기록보다 상대적으로 좋다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다.

답 ③

만점 비법

달리기 기록, 오답률 등은 낮을수록 좋고, 시험 점수, 성공률 등은 높을수록 좋다는 점에 주의하자.

05

전략 바둑반에서 주어진 학생 수를 이용하여 바둑반의 전체 학생 수를 먼저 구한다.

풀이 바둑반에서 50점 이상 60점 미만, 60점 이상 70점 미만인 계급의 상대도수의 합은

$0.15+0.2=0.35$

이고 바둑반에서 성적이 70점 미만인 학생이 7명이므로 바둑반의 전체 학생 수는

$$\frac{7}{0.35}=20$$

한편 바둑반과 서예반에서 90점 이상 100점 미만인 계급의 상대도수는

바둑반: $1-(0.15+0.2+0.45+0.15)$

$=1-0.95=0.05$

서예반: $1-(0.1+0.3+0.35+0.15)$

$=1-0.9=0.1$

서예반의 전체 학생 수를 x라 하면 바둑반과 서예반에서 성적이 80점 이상인 학생 수는

바둑반: $(0.15+0.05)\times20=0.2\times20=4$,

서예반: $(0.15+0.1)\times x=0.25x$

이므로

$$0.25x=4+6,\qquad \frac{1}{4}x=10$$

$\therefore x=40$

답 ③

학교 시험 실전 TEST Level 1

본책 118~121쪽

01 전략 줄기와 잎 그림을 나타내는 방법을 생각하여 주어진 자료를 해석한다.

풀이 (ㄴ) 제기차기 횟수가 25회 이상 35회 미만인 학생 수는 6이다.

(ㄹ) 제기차기 횟수가 20회 미만인 학생 수는 8이고, 28회 이상인 학생 수도 8이므로 같다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다. 답 ①

02 전략 줄기가 9인 잎의 수를 x로 놓고 방정식을 세운다.

풀이 줄기가 9인 잎의 수를 x라 하면 전체 학생 수는

$4+5+8+x=17+x$

점수가 85점 이상인 학생 수는

$3+x$

이므로

$3+x=\frac{1}{3}\times(17+x)$

$9+3x=17+x,\qquad 2x=8$

$\therefore x=4$

따라서 줄기가 9인 잎의 수는 4이다. 답 ④

03 전략 도수분포표를 해석하여 옳은 것을 찾는다.

풀이 ① 계급의 크기는 $80-50=30$(개)

② 계급의 개수는 5이다.

③ 전체 학생 수는 $2+8+15+8+3=36$

④ 가장 작은 변량은 알 수 없다.

⑤ 받은 메일이 80개 이상 140개 미만인 학생 수는

$8+15=23$ 답 ⑤

04 전략 35세 이상 40세 미만인 계급의 도수를 구해 도수가 가장 작은 계급을 찾는다.

풀이 35세 이상 40세 미만인 계급의 도수는

$40-(7+11+7+5)=40-30=10$(명)

따라서 도수가 가장 작은 계급은 45세 이상 50세 미만이고, 이 계급의 계급값은

$\frac{45+50}{2}=47.5$(세) 답 ⑤

05 전략 $(\text{백분율})=\frac{(\text{계급의 도수})}{(\text{도수의 총합})}\times100(\%)$

풀이 나이가 35세 이상인 회원 수는

$10+7+5=22$

이므로

$\frac{22}{40}\times100=55(\%)$ 답 ②

일품 BOX

(직사각형의 넓이의 합)
=(계급의 크기)
×(도수의 총합)

90점 이상인 학생 수가
$2+5=7$
이므로 상위 7명 이내에 들려면 적어도 90점을 받아야 한다.

가장 작은 변량이 속하는 계급만 알 수 있다.

06 전략 히스토그램을 그리는 방법을 생각하여 옳은 보기를 찾는다.

풀이 (ㄷ) 각 직사각형의 가로의 길이는 계급의 크기를 나타내므로 일정하다. 따라서 도수에 정비례하지 않는다.

(ㄹ) 계급의 크기가 1일 때만 직사각형의 넓이의 합이 도수의 총합과 같다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ)이다. 답 ①

07 전략 몸무게가 40 kg 이상 50 kg 미만인 학생 수를 구한다.

풀이 전체 학생 수는

$2+9+12+4+3=30$

몸무게가 40 kg 이상 50 kg 미만인 학생 수는

$9+12=21$

이므로 $\frac{21}{30}\times100=70(\%)$ 답 ④

08 전략 상위 20 % 이내에 드는 학생 수를 먼저 구한다.

풀이 전체 학생 수는

$5+10+13+5+2=35$

이므로 상위 20 % 이내에 드는 학생 수는

$35\times\frac{20}{100}=7$

따라서 점수가 100점 이상 110점 미만인 학생 수는 2, 90점 이상 100점 미만인 학생 수는 5이므로 상위 20 % 이내에 들려면 적어도 90점을 받아야 한다.

답 ④

09 전략 계급의 상대도수는 전체 도수에 대한 그 계급의 도수의 비율이다.

풀이 ⑤ 계급의 도수는 그 계급의 상대도수와 도수의 총합을 곱한 값이다. 답 ⑤

만점 비법

도수분포표와 상대도수의 분포표의 비교

① 도수분포표는 각 계급의 도수를 알아보기는 편리하나 각 계급의 도수가 전체에서 차지하는 비율을 알아보기에는 불편하다.

② 상대도수의 분포표는 각 계급의 도수가 전체에서 차지하는 비율을 알아보기 편리하고, 도수의 총합이 다른 두 자료의 분포 상태를 비교할 때 유용하다.

10 전략 도수와 상대도수가 모두 주어진 계급을 이용하여 전체 학생 수를 먼저 구한다.

풀이 전체 학생 수는

$\frac{8}{0.2}=40$

이므로 $B=0.25\times40=10$

Ⅶ 통계

$A : B = 6 : 5$이므로

$A : 10 = 6 : 5, \quad 5A = 60 \quad \therefore A = 12$

또 $C = \frac{12}{40} = 0.3$이므로

$A + B - C = 21.7$ 답 ②

11 전략 주어진 도수를 이용하여 도수의 총합을 구한다.

풀이 상대도수가 가장 작은 계급은 20회 이상 24회 미만이고, 이 계급의 상대도수는 0.06이므로 도수의 총합은

$\frac{3}{0.06} = 50$(명)

이때 상대도수가 가장 큰 계급은 12회 이상 16회 미만이고, 이 계급의 상대도수는 0.34이므로 구하는 도수는

$0.34 \times 50 = 17$(명) 답 ⑤

다른풀이 상대도수가 가장 작은 계급은 20회 이상 24회 미만이고, 이 계급의 상대도수는 0.06이다. 또 상대도수가 가장 큰 계급은 12회 이상 16회 미만이고, 이 계급의 상대도수는 0.34이다.

각 계급의 상대도수는 각 계급의 도수에 정비례하므로 구하는 도수를 x명이라 하면

$0.06 : 0.34 = 3 : x$

$0.06x = 1.02 \quad \therefore x = 17$

따라서 구하는 도수는 17명이다.

12 전략 4회 이상 8회 미만, 8회 이상 12회 미만인 계급의 상대도수의 합을 구한다.

풀이 4회 이상 8회 미만, 8회 이상 12회 미만인 계급의 상대도수의 합은

$0.2 + 0.24 = 0.44$

따라서 구하는 학생 수는

$0.44 \times 50 = 22$ 답 ③

13 전략 우유를 마신 양이 많은 계급에 속하는 학생의 수부터 차례로 구해 우유를 15번째로 많이 마신 학생이 속한 계급을 찾는다.

풀이 450 mL 이상 550 mL 미만인 계급의 도수는

$0.22 \times 50 = 11$(명)

350 mL 이상 450 mL 미만인 계급의 도수는

$0.16 \times 50 = 8$(명)

따라서 우유를 15번째로 많이 마신 학생이 속한 계급은 350 mL 이상 450 mL 미만이므로 구하는 계급값은

$\frac{350 + 450}{2} = 400$(mL) 답 ④

(계급값) $= \frac{(\text{계급의 양 끝 값의 합})}{2}$

14 전략 상대도수의 총합이 1임을 이용하여 가려진 부분의 계급의 상대도수를 구한다.

풀이 여학생의 운동한 시간 중 6시간 이상 7시간 미만인 계급의 상대도수는

$1 - (0.15 + 0.35 + 0.2) = 0.3$

이므로 여학생의 운동한 시간 중 6시간 이상 7시간 미만, 7시간 이상 8시간 미만인 계급의 상대도수의 합은

$0.3 + 0.2 = 0.5$

따라서 전체 여학생 수는

$\frac{10}{0.5} = 20$

이므로 전체 남학생 수도 20이다.

남학생의 운동한 시간 중 5시간 이상 6시간 미만인 계급의 상대도수는

$1 - (0.1 + 0.4 + 0.25) = 0.25$

이므로 구하는 학생 수는

$0.25 \times 20 = 5$ 답 ③

15 전략 도수의 총합을 이용하여 a에 대한 방정식을 세운다.

풀이 도수의 총합이 32명이므로

$6 + 11 + 7 + 3a + a = 32$

$4a + 24 = 32, \quad 4a = 8$

$\therefore a = 2$ ··· ❶

따라서 도수가 가장 작은 계급은 40 m 이상 50 m 미만이고, 이 계급의 계급값은

$\frac{40 + 50}{2} = 45$(m) $\quad \therefore b = 45$ ··· ❷

$\therefore a + b = 47$ ··· ❸

답 47

채점 기준	배점
❶ a의 값을 구할 수 있다.	2점
❷ b의 값을 구할 수 있다.	2점
❸ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	1점

16 전략 주어진 히스토그램에서 각 직사각형의 넓이는 각 계급의 도수에 정비례함을 이용한다.

풀이 250 mm 이상 260 mm 미만인 계급의 도수를 a명이라 하면 각 직사각형의 넓이는 각 계급의 도수에 정비례하므로

$6 : a = 2 : 3, \quad 2a = 18 \quad \therefore a = 9$

따라서 승미네 반 전체 학생 수는

$3 + 7 + 6 + 9 + 4 + 3 = 32$ 답 32

17 전략 주어진 조건을 이용하여 훼손된 부분의 두 계급의 도수를 한 문자로 나타낸다.

풀이 저축한 금액이 8만 원 이상 10만 원 미만인 학생 수를 x라 하면 전체 학생 수가 30이므로

$3 + 5 + 2x + x + 4 = 30$ ··· ❶

$3x+12=30,\quad 3x=18$

$\therefore x=6$ ··· ❷

따라서 저축한 금액이 8만 원 이상인 학생 수는

$6+4=10$ ··· ❸

답 10

채점 기준	배점
❶ 방정식을 세울 수 있다.	2점
❷ 저축한 금액이 8만 원 이상 10만 원 미만인 학생 수를 구할 수 있다.	2점
❸ 저축한 금액이 8만 원 이상인 학생 수를 구할 수 있다.	2점

18 전략 상대도수와 도수, 도수의 총합 사이의 관계를 이용한다.

풀이 도수의 총합은

$\frac{12}{0.24}=50$(명)

따라서 구하는 도수는

$0.3\times50=15$(명) 답 15명

(도수의 총합)
$=\frac{(\text{계급의 도수})}{(\text{계급의 상대도수})}$
(계급의 도수)
$=$(계급의 상대도수)
$\times$(도수의 총합)

19 전략 도수와 상대도수가 모두 주어진 계급을 이용하여 전체 환자 수를 구한다.

풀이 100 mmHg 이상 110 mmHg 미만인 계급의 도수가 5명이고 상대도수가 0.1이므로 전체 환자 수는

$\frac{5}{0.1}=50$ ··· ❶

따라서 구하는 상대도수는

$\frac{9}{50}=0.18$ ··· ❷

답 0.18

채점 기준	배점
❶ 전체 환자 수를 구할 수 있다.	2점
❷ 상대도수를 구할 수 있다.	2점

20 전략 도수와 상대도수가 모두 주어진 계급을 이용하여 대회에 참가한 A중학교 학생 수와 전체 학생 수를 구한다.

풀이 대회에 참가한 A중학교의 학생 수는

$\frac{9}{0.3}=30$

A중학교 학생 중에서 성적이 90점 이상 100점 미만인 학생 수는

$0.2\times30=6$

이고, 80점 이상 90점 미만인 학생 수는 9이므로 A중학교 학생 중에서 15등인 학생의 성적은 80점 이상이다.

한편 전체 학생 수는

$\frac{80}{0.4}=200$

이므로 전체 학생 중에서 성적이 80점 이상인 학생 수는

$(0.4+0.15)\times200=110$

따라서 A중학교 학생 중에서 15등인 학생은 전체 학생 중에서 적어도 110등이라 할 수 있다.

답 110등

학교 시험 실전 TEST Level 2 본책 122~125쪽

01 전략 주어진 줄기와 잎 그림을 해석하여 조건을 만족시키는 변량을 구한다.

풀이 A반에서 지하철을 5번째로 많이 이용한 학생의 이용 횟수는 37회

B반에서 지하철을 7번째로 많이 이용한 학생의 이용 횟수는 28회

따라서 구하는 차는

$37-28=9$(회) 답 ④

02 전략 계급의 크기가 m, 계급값이 n인 계급

➡ $n-\frac{m}{2}$ 이상 $n+\frac{m}{2}$ 미만

풀이 $12.5-\frac{5}{2}=10$, $12.5+\frac{5}{2}=15$이므로 주어진 계급은 10 이상 15 미만이다.

따라서 이 계급에 속하는 변량이 될 수 있는 것은 ②이다.

답 ②

03 전략 전체 학생 수를 x로 놓고 방정식을 세운다.

풀이 줄넘기 횟수가 120회 이상 140회 미만인 학생이 12명이므로 전체 학생 수를 x라 하면

$12=\frac{30}{100}\times x \quad \therefore x=40$

줄넘기 횟수가 140회 이상인 학생 수는

$14+2=16$

$\therefore \frac{16}{40}\times100=40$(%) 답 ⑤

04 전략 도수분포표를 해석하여 옳은 보기를 찾는다.

풀이 (ㄱ) 성적이 가장 좋은 학생의 점수는 알 수 없다.

(ㄴ) 성적이 10번째로 좋은 학생이 속한 계급은 4점 이상 6점 미만이고, 이 계급의 계급값은

$\frac{4+6}{2}=5$(점)

성적이 가장 좋은 학생이 속한 계급은 8점 이상 10점 미만이고, 이 계급의 계급값은

$\frac{8+10}{2}=9$(점)

따라서 구하는 차는 $9-5=4$(점)

8점 이상인 학생 수는
2
6점 이상인 학생 수는
$2+7=9$
4점 이상인 학생 수는
$2+7+9=18$

(ㄷ) 전체 학생 수는

$2+10+9+7+2=30$

성적이 4점 미만인 학생 수는

$2+10=12$

$\therefore \frac{12}{30}\times 100=40(\%)$

이상에서 옳은 것은 (ㄴ)뿐이다. 답 ②

05 전략 도수분포표와 히스토그램에서 도수가 주어진 부분을 이용하여 A, B의 값을 구한다.

풀이 히스토그램에서 25 $\mu g/m^3$ 이상 30 $\mu g/m^3$ 미만인 계급의 도수가 3곳이므로

$B=3$

히스토그램에서 20 $\mu g/m^3$ 이상 25 $\mu g/m^3$ 미만인 계급의 도수가 12곳이므로 도수분포표에서

$2+A+12+3+2=25$

$A+19=25 \qquad \therefore A=6$ 답 ③

06 전략 도수분포다각형의 특징을 생각하여 주어진 그래프를 해석한다.

풀이 ① 계급의 크기는 $8-4=4$(시간)

② 계급의 개수는 5이다.

도수분포다각형에서 계급의 개수를 셀 때, 양 끝에 도수가 0인 것은 세지 않는다.

③ 봉사 활동 시간이 12시간 미만인 학생 수는

$5+6=11$

④ 봉사 활동 시간이 17시간인 학생이 속한 계급은 16시간 이상 20시간 미만이고, 이 계급의 도수는 7명이다.

⑤ 봉사 활동 시간이 15번째로 적은 학생이 속한 계급은 12시간 이상 16시간 미만이고, 이 계급의 계급값은

봉사 활동 시간이 12시간 미만인 학생 수는 11이고, 12시간 이상 16시간 미만인 학생 수는 14이다.

$\frac{12+16}{2}=14$(시간) 답 ④

07 전략 도수분포다각형은 히스토그램에서 각 직사각형의 윗변의 중앙에 점을 찍어 이은 것임을 이용한다.

풀이 두 삼각형 A, B는 모두 직각삼각형이고 밑변의 길이는

$2\times\frac{1}{2}=1$

계급의 크기는 $4-2=2$(개)

로 같다.

따라서 두 직각삼각형 A, B의 넓이의 비는 높이의 비와 같고

(A의 높이)$=(10-6)\times\frac{1}{2}=2$,

(B의 높이)$=(12-5)\times\frac{1}{2}=\frac{7}{2}$

이므로 구하는 넓이의 비는

$2:\frac{7}{2}=4:7$ 답 ④

08 전략 찢어진 부분의 계급에 속하는 학생 수를 x로 놓고 방정식을 세운다.

풀이 읽은 책이 7권 이상 9권 미만인 학생 수를 x라 하면 보영이네 반 전체 학생 수는

$3+6+9+x+5=x+23$

읽은 책이 7권 이상 11권 미만인 학생 수는 $x+5$이므로

$x+5=(x+23)\times\frac{40}{100}$

$x+5=(x+23)\times\frac{2}{5}, \qquad 5x+25=2x+46$

$3x=21 \qquad \therefore x=7$

따라서 보영이네 반 전체 학생 수는

$7+23=30$ 답 ③

다른풀이 읽은 책이 7권 이상 11권 미만인 학생이 전체의 40 %이므로 읽은 책이 7권 미만인 학생은 전체의 60 %이다.

따라서 전체 학생 수를 y라 하면

$3+6+9=y\times\frac{60}{100}, \qquad 18=\frac{3}{5}y$

$\therefore y=30$

09 전략 도수분포다각형의 특징을 생각하여 주어진 그래프를 해석한다.

풀이 ① 전체 학생 수는

1반: $5+8+7+5=25$,

2반: $2+7+10+6=25$

이므로 같다.

② 성적이 80점 이상인 학생 수는

1반: $7+5=12$, 2반: 6

이므로 1반이 2반보다 많다.

③ 1반과 2반의 학생 중 성적이 가장 좋은 학생은 각각 90점 이상 100점 미만인 계급과 80점 이상 90점 미만인 계급에 속하므로 성적이 가장 좋은 학생은 1반에 있다.

④ 1반의 성적을 나타내는 그래프가 2반의 성적을 나타내는 그래프보다 전체적으로 오른쪽으로 치우쳐 있으므로 1반의 성적이 2반의 성적보다 상대적으로 좋은 편이다.

⑤ 1반과 2반의 계급의 크기가 같고, 전체 학생 수도 같으므로 각각의 그래프와 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 서로 같다.

따라서 두 도수분포다각형의 공통부분과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S라 하면

$S_1+S=S+S_2$

이므로 $S_1=S_2$

답 ⑤

10 전략 도수의 총합이 25편임을 이용한다.

풀이 $a=0.08\times25=2$, $b=\dfrac{3}{25}=0.12$이므로

$a+b=2.12$ 답 ②

11 전략 110분 이상 120분 미만인 계급의 상대도수를 구한다.

풀이 110분 이상 120분 미만인 계급의 상대도수는

$1-(0.08+0.24+0.2+0.12)=1-0.64$
$=0.36$

이므로

$0.36\times100=36(\%)$ 답 ⑤

(백분율)
=(계급의 상대도수)
×100(%)

12 전략 전체 학생 수를 x로 놓고 방정식을 세운다.

풀이 2 cm 이상 4 cm 미만, 4 cm 이상 6 cm 미만인 계급의 상대도수의 합은

$0.05+0.2=0.25$

12 cm 이상 14 cm 미만인 계급의 상대도수는 0.1

따라서 선미네 반 전체 학생 수를 x라 하면

$0.25x=0.1x+3$, $0.15x=3$

$\therefore x=20$ 답 ①

13 전략 두 자료 A, B의 전체 도수와 어떤 계급의 상대도수를 각각 문자로 나타낸다.

풀이 두 자료 A, B의 전체 도수를 각각 $5a$, $9a$라 하고, 어떤 계급의 상대도수를 각각 $3b$, $5b$라 하면 이 계급의 도수의 비는

$(3b\times5a):(5b\times9a)=15ab:45ab$
$=1:3$ 답 ②

(계급의 도수)
=(계급의 상대도수)
×(도수의 총합)

14 전략 상대도수만으로는 도수를 구할 수 없다.

풀이 (ㄱ) 전체 여학생 수와 전체 남학생 수는 알 수 없다.

(ㄴ) 남학생의 앉은키에 대한 상대도수의 분포를 나타낸 그래프가 여학생의 앉은키에 대한 상대도수의 분포를 나타낸 그래프보다 전체적으로 오른쪽으로 치우쳐 있으므로 남학생의 앉은키가 여학생의 앉은키보다 상대적으로 크다.

(ㄷ) 여학생 중 앉은키가 75 cm 미만인 학생은 여학생 전체의

$(0.14+0.2)\times100=0.34\times100$
$=34(\%)$

이므로 여학생 중 앉은키가 72 cm인 학생은 여학생 중 앉은키가 작은 쪽에서 34 % 이내에 든다.

이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄷ)이다. 답 ⑤

앉은키가 72 cm인 학생은 70 cm 이상 75 cm 미만인 계급에 속한다.

15 전략 줄기와 잎 그림을 해석하여 조건을 만족시키는 변량을 찾는다.

풀이 전기 사용량이 7번째로 많은 가구의 전기 사용량은 316 kwh이므로

$a=316$

잎이 가장 많은 줄기는 30이고 이 줄기에 해당하는 전기 사용량 중 가장 적은 전기 사용량은 301 kwh이므로

$b=301$

$\therefore a-b=15$ 답 15

16 전략 두 도수분포표에서 무게가 200 g 이상 230 g 미만인 제품의 개수가 같고, 무게가 230 g 이상 260 g 미만인 제품의 개수가 같음을 이용한다.

두 도수분포표는 동일한 자료를 이용하여 만든 것이다.

풀이 두 도수분포표에서 무게가 200 g 이상 230 g 미만인 제품의 개수는 각각

$2+3+A=5+A$, $A-2+C$

이므로

$5+A=A-2+C$ $\therefore C=7$ ··· ❶

두 도수분포표에서 무게가 230 g 이상 260 g 미만인 제품의 개수는 각각

$B+6+3=B+9$, $9+6=15$

이므로

$B+9=15$ $\therefore B=6$ ··· ❷

계급의 크기가 10 g인 도수분포표에서

$2+3+A+6+6+3=25$

이므로

$A+20=25$ $\therefore A=5$ ··· ❸

$\therefore A-B+2C=13$ ··· ❹

답 13

채점 기준	배점
❶ C의 값을 구할 수 있다.	2점
❷ B의 값을 구할 수 있다.	1점
❸ A의 값을 구할 수 있다.	1점
❹ $A-B+2C$의 값을 구할 수 있다.	1점

17 전략 계급값이 각각 25분, 55분인 계급을 찾는다.

풀이 계급값이 25분인 계급의 도수는 8명이고, 계급값이 55분인 계급의 도수는 4명이다.

20분 이상 30분 미만

50분 이상 60분 미만

각 직사각형의 넓이는 각 계급의 도수에 정비례하므로 계급값이 25분인 계급의 직사각형의 넓이는 계급값이 55분인 계급의 직사각형의 넓이의 2배이다.

답 2배

18 전략 상대도수의 총합은 1임을 이용하여 상대도수가 주어지지 않은 계급의 상대도수를 구한다.

Ⅶ 통계

풀이 15 m 이상 25 m 미만, 25 m 이상 35 m 미만인 계급의 상대도수의 합은

$0.24+0.34=0.58$

이므로

$a=0.58\times100=58$ ⋯ ❶

35 m 이상 45 m 미만인 계급의 상대도수는

$1-(0.16+0.24+0.34+0.08)=1-0.82=0.18$

35 m 이상 45 m 미만, 45 m 이상 55 m 미만인 계급의 상대도수의 합이

$0.18+0.08=0.26$

이므로 기록이 상위 26 % 이내에 들려면 기록이 35 m 이상이어야 한다.

$\therefore b=35$ ⋯ ❷

$\therefore a+b=93$ ⋯ ❸

답 93

채점 기준	배점
❶ a의 값을 구할 수 있다.	2점
❷ b의 값을 구할 수 있다.	2점
❸ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	1점

19 전략 두 중학교의 전체 학생 수를 각각 x, y로 놓고 (계급의 도수)=(계급의 상대도수)×(도수의 총합)임을 이용하여 x, y 사이의 관계식을 구한다.

풀이 P, Q 두 중학교의 전체 학생 수를 각각 x, y라 하면 두 학교 학생 중에서 도서관을 15번 이상 20번 미만 이용한 학생 수가 서로 같으므로

$0.2x=0.15y,\quad 4x=3y$

$\therefore x:y=3:4$ ⋯ ❶

$x=3a$, $y=4a$라 하면 $3a$와 $4a$의 최소공배수는 $12a$이므로

일품 BOX

$$\begin{array}{r|rr} a & 3a & 4a \\ \hline & 3 & 4 \end{array}$$

(최소공배수)$=a\times3\times4$
$=12a$

$12a=720\qquad\therefore a=60$

따라서 Q중학교의 전체 학생 수는

$4\times60=240$ ⋯ ❷

답 240

채점 기준	배점
❶ 두 중학교의 전체 학생 수의 비를 구할 수 있다.	3점
❷ Q중학교의 전체 학생 수를 구할 수 있다.	3점

20 전략 1000분 이상 1200분 미만, 1200분 이상 1400분 미만인 계급의 상대도수의 합을 구한다.

풀이 1000분 이상 1200분 미만, 1200분 이상 1400분 미만인 계급의 상대도수의 합은

$1-(0.16+0.22+0.06)=1-0.44=0.56$

이므로 구하는 전구의 개수는

$0.56\times200=112$

답 112

교과서 속 창의유형

본책 126~127쪽

유제 1 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

❶ 카드뮴의 양이 6 mg 이상 9 mg 미만인 조개 수와 12 mg 이상 15 mg 미만인 조개 수의 합을 구한다.
❷ 카드뮴의 양이 7 mg 이하인 조개 수와 13 mg 이상인 조개 수를 구한다.
❸ A가 될 수 있는 가장 큰 값과 가장 작은 값의 합을 구한다.

풀이 ❶ 카드뮴의 양이 6 mg 이상 9 mg 미만인 조개 수를 B라 하면

$6+B+15+A+10=50$

$\therefore A+B=19$ ⋯⋯ ㉠

❷ 카드뮴의 양이 7 mg 이하인 조개 수는

$50\times\dfrac{20}{100}=10$

이므로

$6+B\geq10$

$\therefore B\geq4$ ⋯⋯ ㉡

카드뮴의 양이 13 mg 이상인 조개 수는

$50\times\dfrac{40}{100}=20$

이므로

$A+10\geq20$

$\therefore A\geq10$ ⋯⋯ ㉢

㉠, ㉡, ㉢을 모두 만족시키는 자연수 A, B의 값은 다음과 같다.

A	10	11	12	13	14	15
B	9	8	7	6	5	4

B의 값이 최소일 때 A의 값은 최대이고, B의 값이 최대일 때 A의 값은 최소이다.

❸ 따라서 A가 될 수 있는 가장 큰 값은 15, 가장 작은 값은 10이므로 그 합은

$15+10=25$

답 25

유제 2 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

❶ 두 그래프에서 주어진 두 계급의 도수의 차를 각각 구한다.
❷ 두 그래프에서 도수가 가장 큰 계급과 가장 작은 계급의 도수의 차를 각각 구한다.

풀이 (1) ❶ 40분 이상 60분 미만인 계급과 60분 이상 80분 미만인 계급의 도수의 차는

남학생: $40-30=10$(명),

여학생: $35-30=5$(명)

이므로 남학생이 여학생보다 크다.

따라서 옳지 않다.

(2) ❷ 남학생의 그래프에서 도수가 가장 큰 계급과 가장 작은 계급의 도수는 각각 40명, 20명이므로 그 차는

$40-20=20$(명)

여학생의 그래프에서 도수가 가장 큰 계급과 가장 작은 계급의 도수는 각각 35명, 15명이므로 그 차는

$35-15=20$(명)

따라서 각 그래프에서 도수가 가장 큰 계급과 가장 작은 계급의 도수의 차는 같다.

즉 옳지 않다.

답 (1) 옳지 않다. (2) 옳지 않다.

만점 비법

두 그래프의 세로축의 눈금의 간격이 같아 보여도 한 눈금 당 도수의 차가 다르기 때문에 실제 그 도수의 차는 다르다. 따라서 그래프의 눈금의 간격만 보고 직관적으로 판단하지 않도록 유의한다.

유제 3 문제 해결 길잡이 ▶▶▶

❶ 각 계급의 상대도수를 기약분수로 나타낸다.
❷ 조사한 성인 수를 x라 하고 각 계급의 도수를 구한다.
❸ 각 계급의 도수는 자연수임을 이용하여 조사한 성인 수가 될 수 있는 가장 큰 값을 구한다.

풀이 ❶ 각 계급의 상대도수를 기약분수로 나타내면

$0.1=\frac{1}{10}$, $0.28=\frac{28}{100}=\frac{7}{25}$,

$0.375=\frac{375}{1000}=\frac{3}{8}$, $0.22=\frac{22}{100}=\frac{11}{50}$,

$0.025=\frac{25}{1000}=\frac{1}{40}$

❷ 조사한 성인 수를 x라 하면 각 계급의 도수는

$\frac{1}{10}x$명, $\frac{7}{25}x$명, $\frac{3}{8}x$명, $\frac{11}{50}x$명, $\frac{1}{40}x$명

❸ 이때 각 계급의 도수는 자연수이어야 하므로 x가 될 수 있는 수는 8, 10, 25, 40, 50의 공배수이다.

8, 10, 25, 40, 50의 최소공배수는 200이므로 x가 될 수 있는 수는

200, 400, 600, ⋯

200의 배수

따라서 네 자리의 200의 배수 중 가장 큰 수는 9800이므로 조사한 성인 수가 될 수 있는 가장 큰 값은 9800이다.

답 9800

Ⅶ 통계

MEMO