정답과 해설

I 통계

01 대푯값과 산포도

Best 최상위 유형 본문 7~17쪽

1 ② **2** 3 : 1 **3** (1) 72 (2) -138 (3) -23
4 ② **5** 98점 **6** ② **7** ① **8** 29세
9 ④ **10** ③, ④ **11** 중앙값 : 15, 최빈값 : 13
12 $a=5$, $b=4$ **13** ④ **14** 6시간, 10시간
15 ⑤ **16** (1) 19점 (2) $x=16$, $y=23$ **17** ①
18 ② **19** ④ **20** ㄹ, ㅁ, ㄱ, ㄷ, ㄴ **21** ②
22 (1) 25 (2) 7 (3) $\sqrt{7}$ **23** ④ **24** ①, ⑤
25 소율, 주영, 유린 **26** ③ **27** ④
28 B, A, C **29** (1) 21 (2) 186 (3) 62
30 (1) 8 (2) 81 **31** 3 **32** 50
33 (1) 6 (2) $\frac{39}{4}$ **34** 평균 : 4, 표준편차 : $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
35 (1) 11 cm (2) $\sqrt{7}$ cm **36** (1) 풀이 참조 (2) 91 (3) $\sqrt{91}$
37 (1) 51분 (2) 109 (3) $\sqrt{109}$ 분 **38** (1) 40회 (2) 145 (3) $\sqrt{145}$ 회 **39** 평균 : 12시간, 분산 : 16.8
40 (1) 풀이 참조 (2) 11 (3) $4\sqrt{5}$ cm **41** $\sqrt{1.2}$ 점 **42** ①
43 $\sqrt{3.6}$ 시간

---

1 A반의 기록의 총합은
$10\times15=150$(초)
B반의 기록의 총합은
$20\times14.4=288$(초)
따라서 전체 학생 30명의 평균 기록은
$\frac{150+288}{30}=\frac{438}{30}=14.6$(초)

2 길동이네 반과 이슬이네 반의 학생 수를 각각 x명, y명이라 하면 길동이네 반의 평균 점수가 58점이므로 길동이네 반의 점수의 총합은
$58\times x=58x$(점)
또, 이슬이네 반의 평균 점수가 62점이므로 이슬이네 반의 점수의 총합은
$62\times y=62y$(점)
두 반을 합한 전체 평균 점수가 59점이므로
$\frac{58x+62y}{x+y}=59$
$58x+62y=59x+59y$
$x=3y$
$\therefore x : y=3 : 1$
따라서 길동이네 반과 이슬이네 반의 학생 수의 비는 3 : 1이다.

3 (1) 6개의 변량 a, b, c, d, e, f의 평균이 12이므로
$\frac{a+b+c+d+e+f}{6}=12$
$\therefore a+b+c+d+e+f=72$
(2) $(-2a+1)+(-2b+1)+(-2c+1)$
$+(-2d+1)+(-2e+1)+(-2f+1)$
$=-2(a+b+c+d+e+f)+6$
$=-2\times72+6$
$=-138$
(3) 6개의 변량 $-2a+1$, $-2b+1$, $-2c+1$, $-2d+1$, $-2e+1$, $-2f+1$의 평균은
$\frac{(-2a+1)+(-2b+1)+\cdots+(-2f+1)}{6}$
$=\frac{-138}{6}$
$=-23$

다른 풀이 (3) 6개의 변량 a, b, c, d, e, f의 평균이 12이므로 $-2a+1$, $-2b+1$, $-2c+1$, $-2d+1$, $-2e+1$, $-2f+1$의 평균은 $-2\times12+1=-23$

4 4개의 변량 a, b, c, d의 평균이 13이므로
$\frac{a+b+c+d}{4}=13$ $\therefore a+b+c+d=52$
따라서 4개의 변량 $2a$, $2b$, $2c$, $2d$의 평균은
$\frac{2a+2b+2c+2d}{4}=\frac{2(a+b+c+d)}{4}=\frac{2\times52}{4}=26$

다른 풀이 4개의 변량 a, b, c, d의 평균이 13이므로 $2a$, $2b$, $2c$, $2d$의 평균은 $2\times13=26$

5 중찬이의 4회까지의 평균 점수가 88점이므로 4회까지의 점수의 총합은
$88\times4=352$(점)
5회째의 수학 점수를 x점이라 하면 5회까지의 평균 점수가 90점 이상이 되어야 하므로
$\frac{352+x}{5}\geq90$
$\therefore x\geq98$
따라서 5회째의 시험에서 중찬이는 최소한 98점을 받아야 한다.

6 지선이의 3회까지의 평균 기록이 17.2초이므로 3회까지의 기록의 총합은
$17.2\times3=51.6$(초)
4회째의 기록을 x초라 하면 4회까지의 평균 기록이 17초 이하가 되어야 하므로
$\frac{51.6+x}{4}\leq17$
$\therefore x\leq16.4$
따라서 지선이는 4회째의 100 m 달리기에서 16.4초 이내로 달려야 한다.

7 일경, 목련, 주현이의 수학 점수를 각각 x점, y점, z점이라 하면

$\frac{x+y}{2}=85$에서 $x+y=170$ …… ㉠

$\frac{y+z}{2}=79$에서 $y+z=158$ …… ㉡

$\frac{x+z}{2}=70$에서 $x+z=140$ …… ㉢

㉠+㉡+㉢을 하면

$2(x+y+z)=468$

$\therefore x+y+z=234$

따라서 세 사람의 평균 점수는

$\frac{x+y+z}{3}=\frac{234}{3}=78$(점)

8 나이가 가장 적은 선생님과 나이가 가장 많은 선생님의 나이를 각각 x_9, x_{10}이라 하고 남은 8명의 선생님의 나이를 각각 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8이라 하면 나이가 가장 적은 선생님을 제외한 9명의 평균 나이가 31세이므로

$\frac{x_1+x_2+\cdots+x_8+x_{10}}{9}=31$

$\therefore x_1+x_2+\cdots+x_8+x_{10}=279$(세) …… ㉠

나이가 가장 많은 선생님을 제외한 9명의 평균 나이가 26세이므로

$\frac{x_1+x_2+\cdots+x_8+x_9}{9}=26$

$\therefore x_1+x_2+\cdots+x_8+x_9=234$(세) …… ㉡

또, 조건에서

$x_9+x_{10}=67$(세) …… ㉢

㉠+㉡+㉢을 하면

$2(x_1+x_2+\cdots+x_9+x_{10})=580$

$\therefore x_1+x_2+\cdots+x_9+x_{10}=290$(세)

따라서 A중학교 선생님 10명의 평균 나이는

$\frac{x_1+x_2+\cdots+x_9+x_{10}}{10}=\frac{290}{10}=29$(세)

9 ④ 자료 전체의 특징을 대표적인 수로 나타낼 때, 그 값을 대푯값이라 한다. 평균은 대푯값의 한 종류이다.

10 주어진 자료를 크기순으로 나열하면

44, 45, 46, 46, 49

① 중앙값은 중앙에 오는 값인 46 kg이다.

② 최빈값은 자료의 개수가 가장 많은 46 kg이다.

③ (평균)$=\frac{44+45+46+46+49}{5}=46$(kg)

④ (평균)=(최빈값)=(중앙값)

⑤ 평균, 중앙값, 최빈값이 모두 46 kg이므로 세 값의 평균은 46 kg이다.

11 주어진 자료를 크기순으로 나열하면

6, 13, 13, 13, 17, 21, 21, 30이므로

중앙값은 $\frac{13+17}{2}=\frac{30}{2}=15$이고

최빈값은 13이다.

12 a, b를 제외하고 크기순으로 나열하면

4, 4, 6, 6, 8

최빈값이 4, 중앙값이 5이므로 a, b의 값은 4, 5이다.

이때 $a>b$이므로 $a=5$, $b=4$

13 a, b를 제외하고 크기순으로 나열하면

6, 8, 9, 10

최빈값이 9점이려면 a 또는 b가 9이어야 한다.

이때 $a+b=14$이고 $a>b$이므로

$a=9$, $b=5$

따라서 주어진 자료 전체를 크기순으로 나열하면

5, 6, 8, 9, 9, 10

이므로 중앙값은

$\frac{8+9}{2}=8.5$(점)

14 편차의 총합은 항상 0이므로 현정이의 독서 시간의 편차를 x시간이라 하면

$x+3+(-2)+1+4+(-3)=0$ $\therefore x=-3$

따라서 현정이의 독서 시간이 3시간이고 편차가 -3시간이므로 (편차)=(변량)−(평균)에서 전체 6명의 독서 시간의 평균은

(변량)−(편차)$=3-(-3)=6$(시간)

또, 독서 시간이 가장 긴 학생은 편차가 가장 큰 구름이이고 구름이의 독서 시간은

(평균)+(편차)$=6+4=10$(시간)

15 승우의 몸무게의 편차를 x kg이라 하면 편차의 총합은 항상 0이므로

$4+x+7+(-14)=0$ $\therefore x=3$

이때 (편차)=(변량)−(평균)이므로

(평균)=(승우의 몸무게)−(편차)

$=68-3=65$(kg)

따라서 강식이의 몸무게는

(강식이의 편차)+(평균)$=4+65$

$=69$(kg)

16 (1) 편차의 총합은 항상 0이므로

$a+(-3)+b+4=0$

$\therefore a+b=-1$ …… ㉠

현지와 지혜의 점수의 차가 1점이므로 두 사람의 편차의 차도 1점이다.

$\therefore b-a=1$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=-1$, $b=0$

따라서 구하는 수행평가 점수의 평균은 편차가 0인 지혜의 점수인 19점이다.

(2) (편차)=(변량)−(평균)이므로

x=(영민이의 편차)+(평균)

$=(-3)+19=16$

y=(유린이의 편차)+(평균)

$=4+19=23$

17 편차의 총합은 항상 0이므로

$(-1)+(-3)+3+a+2+2=0 \quad \therefore a=-3$

$$\therefore (\text{분산})=\frac{(-1)^2+(-3)^2+3^2+(-3)^2+2^2+2^2}{6}$$

$$=\frac{36}{6}=6$$

18 $(\text{평균})=\dfrac{33+38+26+26+32}{5}$

$=\dfrac{155}{5}=31(\text{점})$

따라서 쪽지시험 점수의 편차는 각각 2점, 7점, −5점, −5점, 1점이므로

$$(\text{분산})=\frac{2^2+7^2+(-5)^2+(-5)^2+1^2}{5}$$

$$=\frac{104}{5}=20.8$$

참고 단위가 있는 자료의 평균, 편차, 표준편차에는 단위를 붙이고, 분산에는 단위를 붙이지 않는다.

19 $(\text{평균})=\dfrac{28+27+28+22+30}{5}$

$=\dfrac{135}{5}=27(\text{회})$

따라서 A, B, C, D, E의 진동 횟수의 편차는 각각 1회, 0회, 1회, −5회, 3회이므로

$$(\text{분산})=\frac{1^2+0^2+1^2+(-5)^2+3^2}{5}$$

$$=\frac{36}{5}=7.2$$

21 편차의 총합은 항상 0이므로

$(-4)+x+8+(-2)+1+3+1+0=0$에서

$x=-7$

$$(\text{분산})=\frac{(-4)^2+(-7)^2+8^2+(-2)^2+1^2+3^2+1^2+0^2}{8}$$

$$=\frac{144}{8}$$

$$=18$$

$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{(\text{분산})}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}\,(\text{시간})$

22 (1) (평균)

$$=\frac{22+22+23+24+24+a+25+26+28+31}{10}$$

$$=\frac{225+a}{10}=25$$

$225+a=250 \quad \therefore a=25$

(2) 주어진 자료의 편차는 각각 −3, −3, −2, −1, −1, 0, 0, 1, 3, 6이므로

$$(\text{분산})=\frac{(-3)^2\times2+(-2)^2+(-1)^2\times2+1^2+3^2+6^2}{10}$$

$$=\frac{70}{10}=7$$

(3) $(\text{표준편차})=\sqrt{(\text{분산})}=\sqrt{7}$

23 평균이 24이므로

$$\frac{x+28+24+22+19+24}{6}=24$$

$\dfrac{x+117}{6}=24$, $x+117=144 \quad \therefore x=27$

따라서 각 변량의 편차는 3, 4, 0, −2, −5, 0이므로

$$(\text{분산})=\frac{3^2+4^2+0^2+(-2)^2+(-5)^2+0^2}{6}$$

$$=\frac{54}{6}=9$$

$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{(\text{분산})}=\sqrt{9}=3$

24 ① 편차의 절댓값이 클수록 변량은 평균에서 멀리 떨어져 있고, 편차의 절댓값이 작을수록 변량은 평균에 가까이 있다.

③ 각 변량의 편차의 절댓값이 클수록 $(\text{편차})^2$의 값이 커지므로 분산도 커진다.

④ 자료들이 대푯값으로부터 멀리 흩어져 있으면 산포도가 크고, 대푯값 주위에 밀집되어 있으면 산포도가 작다.

⑤ 자료들의 분포가 고를수록 표준편차가 작다.

따라서 옳지 않은 것은 ①, ⑤이다.

25 주영, 소율, 유린이의 3일 동안의 음악 감상 시간의 평균은

주영 : $\dfrac{4+1+1}{3}=2(\text{시간})$

소율 : $\dfrac{3+1+2}{3}=2(\text{시간})$

유린 : $\dfrac{1+3+5}{3}=3(\text{시간})$

분산은

주영 : $\dfrac{(4-2)^2+(1-2)^2+(1-2)^2}{3}=2$

소율 : $\dfrac{(3-2)^2+(1-2)^2+(2-2)^2}{3}=\dfrac{2}{3}$

유린 : $\dfrac{(1-3)^2+(3-3)^2+(5-3)^2}{3}=\dfrac{8}{3}$

따라서 분산이 작을수록 음악 감상 시간이 고르므로 구하는 순서는 소율, 주영, 유린이다.

26 성적이 가장 우수한 학생은 전과목의 평균이 가장 높은 지혜이고, 상대적으로 다른 과목보다 수학 성적이 우수한 학생은 수학 점수를 전과목 평균보다 가장 높게 받은 규리이다. 또, 분산 또는 표준편차가 작을수록 분포 상태가 고르므로 전과목의 성적이 가장 고른 학생은 전과목 분산이 가장 작은 현지이다. 따라서 (가), (나), (다)에 알맞은 학생은 차례로 지혜, 규리, 현지이다.

27 ①, ② 현지의 평균이 영민이의 평균보다 높으므로 각 종목의 점수를 합한 총점은 현지가 영민이보다 높지만 특정한 몇 종목의 점수가 누가 더 높은지는 알 수 없다.

③ 현지의 평균이 영민이의 평균보다 높으므로 현지가 영민이보다 육상 10종 경기를 더 잘한다.

④ 분산 또는 표준편차가 작을수록 분포 상태가 고르므로 영민이의 점수가 현지의 점수보다 더 고르다.

28 세 자료 A, B, C의 평균은

A : $\dfrac{1+2+3+4+5+5+4+3+2+1}{10}=3$

B : $\dfrac{2+2+4+2+2+4+2+2+4+6}{10}=3$

C : $\dfrac{1+3+5+1+3+5+1+3+5+3}{10}=3$

A, B, C의 평균이 모두 3이므로 각각의 편차는

A : $-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 2,\ 1,\ 0,\ -1,\ -2$

B : $-1,\ -1,\ 1,\ -1,\ -1,\ 1,\ -1,\ -1,\ 1,\ 3$

C : $-2,\ 0,\ 2,\ -2,\ 0,\ 2,\ -2,\ 0,\ 2,\ 0$

A, B, C의 분산은

A : $\dfrac{(-2)^2\times2+(-1)^2\times2+1^2\times2+2^2\times2}{10}=2$

B : $\dfrac{(-1)^2\times6+1^2\times3+3^2\times1}{10}=1.8$

C : $\dfrac{(-2)^2\times3+2^2\times3}{10}=2.4$

따라서 분산이 작을수록 분포가 고르므로 분포가 고른 것부터 순서대로 나열하면 B, A, C이다.

29 (1) a, b, c의 평균이 7이므로

$\dfrac{a+b+c}{3}=7$

$\therefore a+b+c=21$

(2) a, b, c의 분산이 13이므로

$\dfrac{(a-7)^2+(b-7)^2+(c-7)^2}{3}=13$

$a^2+b^2+c^2-14(a+b+c)+147=39$

$a^2+b^2+c^2-14\times21+147=39$

$\therefore a^2+b^2+c^2=186$

(3) a^2, b^2, c^2의 평균은

$\dfrac{a^2+b^2+c^2}{3}=\dfrac{186}{3}=62$

30 a, b, c의 평균이 3이므로

$\dfrac{a+b+c}{3}=3$에서 $a+b+c=9$

분산이 9이므로

$\dfrac{(a-3)^2+(b-3)^2+(c-3)^2}{3}=9$

(1) $3a-1$, $3b-1$, $3c-1$의 평균은

$\dfrac{(3a-1)+(3b-1)+(3c-1)}{3}$

$=\dfrac{3(a+b+c)-3}{3}$

$=\dfrac{3\times9-3}{3}=\dfrac{24}{3}=8$

(2) $3a-1$, $3b-1$, $3c-1$의 분산은

$\dfrac{(3a-1-8)^2+(3b-1-8)^2+(3c-1-8)^2}{3}$

$=\dfrac{(3a-9)^2+(3b-9)^2+(3c-9)^2}{3}$

$=9\times\dfrac{(a-3)^2+(b-3)^2+(c-3)^2}{3}$

$=9\times9=81$

다른 풀이 (1) a, b, c의 평균이 3이므로 $3a-1$, $3b-1$, $3c-1$의 평균은 $3\times3-1=8$

(2) a, b, c의 분산이 9이므로 $3a-1$, $3b-1$, $3c-1$의 분산은 $3^2\times9=81$

31 9, 7, a, b의 평균이 5이므로

$\dfrac{9+7+a+b}{4}=5$에서 $a+b=4$ $\cdots\cdots$ ㉠

분산이 10이므로

$\dfrac{(9-5)^2+(7-5)^2+(a-5)^2+(b-5)^2}{4}=10$

$a^2+b^2-10(a+b)+70=40$, $a^2+b^2-10\times4+70=40$

$a^2+b^2=10$ $\cdots\cdots$ ㉡

$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$이므로 ㉠, ㉡에서

$10=4^2-2ab$, $2ab=6$

$\therefore ab=3$

32 x, y, z의 평균이 4이므로

$\dfrac{x+y+z}{3}=4$에서 $x+y+z=12$

x, y, z의 표준편차가 3이므로 분산은

$\dfrac{(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2}{3}=3^2=9$

$x^2+y^2+z^2-8(x+y+z)+48=27$
$x^2+y^2+z^2-8\times12+48=27$
$\therefore x^2+y^2+z^2=75$
따라서 $2x^2$, $2y^2$, $2z^2$의 평균은
$\dfrac{2x^2+2y^2+2z^2}{3}=\dfrac{2(x^2+y^2+z^2)}{3}=\dfrac{2\times75}{3}=50$

33 (1) a_1, a_2, a_3의 평균이 5이므로
$\dfrac{a_1+a_2+a_3}{3}=5$에서 $a_1+a_2+a_3=15$
따라서 a_1, a_2, a_3, a_4의 평균은
$\dfrac{(a_1+a_2+a_3)+a_4}{4}=\dfrac{15+9}{4}=\dfrac{24}{4}=6$
(2) a_1, a_2, a_3의 표준편차가 3이므로
$\dfrac{(a_1-5)^2+(a_2-5)^2+(a_3-5)^2}{3}=3^2=9$
$(a_1{}^2+a_2{}^2+a_3{}^2)-10(a_1+a_2+a_3)+75=27$
$(a_1{}^2+a_2{}^2+a_3{}^2)-10\times15+75=27$
$\therefore a_1{}^2+a_2{}^2+a_3{}^2=102$
따라서 a_1, a_2, a_3, a_4의 분산은
$\dfrac{(a_1-6)^2+(a_2-6)^2+(a_3-6)^2+(9-6)^2}{4}$
$=\dfrac{(a_1{}^2+a_2{}^2+a_3{}^2)-12(a_1+a_2+a_3)+117}{4}$
$=\dfrac{102-12\times15+117}{4}$
$=\dfrac{39}{4}$

34 x_1, x_2, x_3, 8의 평균이 5이므로
$\dfrac{x_1+x_2+x_3+8}{4}=5$에서 $x_1+x_2+x_3=12$
x_1, x_2, x_3, 8의 표준편차가 2이므로 분산은
$\dfrac{(x_1-5)^2+(x_2-5)^2+(x_3-5)^2+(8-5)^2}{4}=2^2=4$
$(x_1{}^2+x_2{}^2+x_3{}^2)-10(x_1+x_2+x_3)+75+9=16$
$(x_1{}^2+x_2{}^2+x_3{}^2)-10\times12+84=16$
$\therefore x_1{}^2+x_2{}^2+x_3{}^2=52$
따라서 x_1, x_2, x_3의 평균은
$\dfrac{x_1+x_2+x_3}{3}=\dfrac{12}{3}=4$
분산은
$\dfrac{(x_1-4)^2+(x_2-4)^2+(x_3-4)^2}{3}$
$=\dfrac{(x_1{}^2+x_2{}^2+x_3{}^2)-8(x_1+x_2+x_3)+48}{3}$
$=\dfrac{52-8\times12+48}{3}=\dfrac{4}{3}$
$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{(\text{분산})}=\sqrt{\dfrac{4}{3}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

35 (1) 바르게 측정한 두 연필의 길이를 x cm, y cm라 하면 x cm, y cm, 10 cm의 평균이 10 cm이므로
$\dfrac{x+y+10}{3}=10$에서 $x+y=20$
따라서 세 연필의 실제 길이인 x cm, y cm, 13 cm의 평균은
$\dfrac{x+y+13}{3}=\dfrac{20+13}{3}=\dfrac{33}{3}=11$(cm)
(2) x cm, y cm, 10 cm의 분산이 5이므로
$\dfrac{(x-10)^2+(y-10)^2+(10-10)^2}{3}=5$
$x^2+y^2-20(x+y)+200=15$
$x^2+y^2-20\times20+200=15$
$\therefore x^2+y^2=215$
따라서 세 연필의 실제 길이 x cm, y cm, 13 cm의 분산은
$\dfrac{(x-11)^2+(y-11)^2+(13-11)^2}{3}$
$=\dfrac{x^2+y^2-22(x+y)+242+4}{3}$
$=\dfrac{215-22\times20+246}{3}=\dfrac{21}{3}=7$
$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{(\text{분산})}=\sqrt{7}$ (cm)

36 (1)

계급	계급값	도수	(계급값)×(도수)	편차	(편차)^2×(도수)
10이상~20미만	15	2	30	-17	578
20 ~30	25	6	150	-7	294
30 ~40	35	9	315	3	81
40 ~50	45	2	90	13	338
50 ~60	55	1	55	23	529
합계		20	㉠ 640		㉡ 1820

㉠에서 (평균)$=\dfrac{640}{20}=32$이므로 표를 완성하면 위와 같다.
(2) ㉡에서 (분산)$=\dfrac{1820}{20}=91$
(3) (표준편차)$=\sqrt{(\text{분산})}=\sqrt{91}$

37 주어진 도수분포표로부터 다음과 같은 표를 만들 수 있다.

시간(분)	도수(명)	계급값(분)	(계급값)×(도수)	편차(분)	(편차)^2×(도수)
25이상~35미만	2	30	60	-21	882
35 ~45	6	40	240	-11	726
45 ~55	12	50	600	-1	12
55 ~65	7	60	420	9	567
65 ~75	3	70	210	19	1083
합계	30		㉠ 1530		㉡ 3270

(1) ㉠에서 (평균)$=\frac{1530}{30}=51$(분)

(2) ㉡에서 (분산)$=\frac{3270}{30}=109$

(3) (표준편차)$=\sqrt{(\text{분산})}=\sqrt{109}$(분)

38 전체 도수가 20명이므로

$1+4+x+6+5=20$, $16+x=20$ $\therefore x=4$

따라서 주어진 도수분포표로부터 다음과 같은 표를 만들 수 있다.

횟수(회)	도수(명)	계급값(회)	(계급값)×(도수)	편차(회)	(편차)^2×(도수)
10이상~20미만	1	15	15	-25	625
20 ~30	4	25	100	-15	900
30 ~40	4	35	140	-5	100
40 ~50	6	45	270	5	150
50 ~60	5	55	275	15	1125
합계	20		㉠ 800		㉡ 2900

(1) ㉠에서 (평균)$=\frac{800}{20}=40$(회)

(2) ㉡에서 (분산)$=\frac{2900}{20}=145$

(3) (표준편차)$=\sqrt{(\text{분산})}=\sqrt{145}$(회)

39 전체 도수가 20명이므로 $1+x+3x+8+3=20$,

$4x=8$ $\therefore x=2$

따라서 주어진 도수분포표로부터 다음과 같은 표를 만들 수 있다.

계급값(시간)	도수(명)	(계급값)×(도수)	편차(시간)	(편차)^2×(도수)
2	1	2	-10	100
6	2	12	-6	72
10	6	60	-2	24
14	8	112	2	32
18	3	54	6	108
합계	20	㉠ 240		㉡ 336

㉠에서 (평균)$=\frac{240}{20}=12$(시간)

㉡에서 (분산)$=\frac{336}{20}=16.8$

40 (1)

키(cm)	도수(명)	계급값(cm)	(계급값)×(도수)	편차(cm)	(편차)^2×(도수)
145이상~155미만	2	150	300	-20	800
155 ~165	9	160	1440	-10	900
165 ~175	17	170	2890	0	0
175 ~185	x	180	$180x$	10	$100x$
185 ~195	1	190	190	20	400
합계	$29+x$		㉠ $4820+180x$		㉡ $2100+100x$

(2) 전체 도수는 $(29+x)$명, 평균은 170 cm이므로

㉠에서 $\frac{4820+180x}{29+x}=170$

$4820+180x=4930+170x$

$10x=110$ $\therefore x=11$

(3) ㉡에서

$(\text{분산})=\frac{2100+100x}{29+x}=\frac{2100+1100}{29+11}=\frac{3200}{40}=80$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{(\text{분산})}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$(cm)

41 도수의 총합이 20명이므로

$2+x+8+4+y=20$

$\therefore x+y=6$ ...... ㉠

각 계급의 계급값은 5.5점, 6.5점, 7.5점, 8.5점, 9.5점이고 평균이 7.5점이므로

$\frac{5.5\times2+6.5\times x+7.5\times8+8.5\times4+9.5\times y}{20}=7.5$

$11+6.5x+60+34+9.5y=150$

$6.5x+9.5y=45$, 즉 $13x+19y=90$ ...... ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$x=4$, $y=2$

(분산)

$=\frac{(5.5-7.5)^2\times2+(6.5-7.5)^2\times4+(7.5-7.5)^2\times8}{20}+\frac{(8.5-7.5)^2\times4+(9.5-7.5)^2\times2}{20}$

$=\frac{4\times2+1\times4+0\times8+1\times4+4\times2}{20}$

$=\frac{24}{20}=1.2$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{(\text{분산})}=\sqrt{1.2}$(점)

42 주어진 히스토그램으로부터 다음과 같은 표를 만들 수 있다.

점수(점)	도수(명)	계급값(점)	(계급값)×(도수)	편차(점)	(편차)^2×(도수)
10이상~12미만	1	11	11	-5	25
12 ~14	1	13	13	-3	9
14 ~16	2	15	30	-1	2
16 ~18	4	17	68	1	4
18 ~20	2	19	38	3	18
합계	10		㉠ 160		㉡ 58

㉠에서 (평균)$=\frac{160}{10}=16$(점)

㉡에서 (분산)$=\frac{58}{10}=5.8$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{(\text{분산})}=\sqrt{5.8}$(점)

43 주어진 히스토그램으로부터 다음과 같은 표를 만들 수 있다.

시간(시간)	계급값 (시간)	도수 (명)	(계급값) ×(도수)	편차 (시간)	$(편차)^2$ ×(도수)
3이상 ~ 5미만	4	1	4	-4	16
5 ~ 7	6	5	30	-2	20
7 ~ 9	8	8	64	0	0
9 ~ 11	10	5	50	2	20
11 ~ 13	12	1	12	4	16
합계		20	㉠ 160		㉡ 72

㉠에서 (평균)$=\dfrac{160}{20}=8$(시간)

㉡에서 (분산)$=\dfrac{72}{20}=3.6$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{(분산)}=\sqrt{3.6}$(시간)

단원 종합 문제 　본문 18~20쪽

01 ③, ⑤　**02** ③　**03** 25회　**04** ⑤
05 90점　**06** ①　**07** 178 cm, 16.5　**08** ⑤
09 ③　**10** 4　**11** $\sqrt{3}$개　**12** ③　**13** ③
14 (1) 풀이 참조　(2) 1.9　(3) $\sqrt{1.9}$　**15** ②
16 (1) 풀이 참조　(2) 3　(3) 89

01 ③ (편차)=(변량)−(평균)
⑤ 표준편차는 산포도의 일종이다.

02 주어진 변량을 크기순으로 나열하면
1, 1, 5, 5, 6, 8, 8, 8, 9, 9
이므로 평균은
$a=\dfrac{1+1+5+5+6+8+8+8+9+9}{10}=\dfrac{60}{10}=6$
또, 변량의 개수가 짝수 개이므로 중앙값은 5번째의 값과 6번째의 값인 6, 8의 평균이다.
$\therefore b=\dfrac{6+8}{2}=7$
최빈값은 변량의 개수가 가장 많은 8이므로
$c=8$
$\therefore a+b+c=6+7+8=21$

03 6번에 걸친 줄넘기 횟수의 총합이
$15+20+24+29+30+32=150$(회)
이므로
(평균)$=\dfrac{150}{6}=25$(회)

04 A반 학생들의 미술 실기 시험 점수의 총합은
$8\times38=304$(점)
B반 학생들의 미술 실기 시험 점수의 총합은
$12\times43=516$(점)
따라서 전체 학생 20명의 점수의 평균은
$\dfrac{304+516}{20}=41$(점)

05 전체 10과목 중 수학, 국어, 사회, 과학 4과목의 점수를 각각 x_1, x_2, x_3, x_4라 하고 나머지 6과목의 점수를 각각 x_5, x_6, $\cdots$, x_{10}이라 하면 전체 점수의 평균이 92점이므로 $\dfrac{x_1+x_2+x_3+\cdots+x_{10}}{10}=92$
$\therefore x_1+x_2+x_3+\cdots+x_{10}=920$(점)
또, 수학, 국어, 사회, 과학 점수의 평균이 95점이므로
$\dfrac{x_1+x_2+x_3+x_4}{4}=95$
$\therefore x_1+x_2+x_3+x_4=380$(점)
따라서 나머지 6과목의 점수의 평균은
$\dfrac{x_5+x_6+\cdots+x_{10}}{6}$
$=\dfrac{(x_1+x_2+\cdots+x_{10})-(x_1+x_2+x_3+x_4)}{6}$
$=\dfrac{920-380}{6}$
$=\dfrac{540}{6}$
$=90$(점)

06 편차의 총합은 항상 0이므로

$(-1)+x+6+(-3)=0 \qquad \therefore x=-2$

07 형준이의 키의 편차를 x cm라 하면 편차의 총합은 항상 0이므로

$2+(-1)+(-6)+x=0$

$\therefore x=5$

(편차)=(변량)−(평균)이므로 형준이의 키는

(편차)+(평균)$=5+173=178$(cm)

또, 4명 전체의 키의 분산은

$$\frac{2^2+(-1)^2+(-6)^2+5^2}{4}=\frac{66}{4}=16.5$$

08 연속하는 5개의 짝수를 $a-4$, $a-2$, a, $a+2$, $a+4$ (단, a는 4보다 큰 짝수)라 하면

$$(\text{평균})=\frac{(a-4)+(a-2)+a+(a+2)+(a+4)}{5}=\frac{5a}{5}=a$$

$$\therefore (\text{분산})=\frac{(a-4-a)^2+(a-2-a)^2+(a-a)^2}{5}+\frac{(a+2-a)^2+(a+4-a)^2}{5}$$

$$=\frac{16+4+0+4+16}{5}=\frac{40}{5}=8$$

09 a, b, c, d의 평균은

$$\frac{a+b+c+d}{4}=1$$

$\therefore a+b+c+d=4$

a, b, c, d의 분산은

$$\frac{(a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2+(d-1)^2}{4}=3 \qquad \cdots\cdots ㉠$$

따라서 $1-3a$, $1-3b$, $1-3c$, $1-3d$의 평균은

$$\frac{(1-3a)+(1-3b)+(1-3c)+(1-3d)}{4}=\frac{-3(a+b+c+d)+4}{4}=\frac{-3\times4+4}{4}=\frac{-8}{4}=-2$$

분산은

$$\frac{(1-3a+2)^2+(1-3b+2)^2+(1-3c+2)^2+(1-3d+2)^2}{4}$$

$$=\frac{(3-3a)^2+(3-3b)^2+(3-3c)^2+(3-3d)^2}{4}$$

$$=9\times\frac{(a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2+(d-1)^2}{4}$$

$=9\times3$ ($\because$ ㉠)

$=27$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{(\text{분산})}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}$

다른 풀이 a, b, c, d의 분산이 3이므로 $1-3a$, $1-3b$, $1-3c$, $1-3d$의 분산은 $3^2\times3=27$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{(\text{분산})}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}$

10 $(\text{평균})=\dfrac{8+6+x+10+y}{5}=8$에서

$x+y=16$

(분산)

$$=\frac{(8-8)^2+(6-8)^2+(x-8)^2+(10-8)^2+(y-8)^2}{5}$$

$=(\sqrt{2})^2=2$

$x^2+y^2-16(x+y)+136=10$

$x^2+y^2-16\times16+136=10$

$\therefore x^2+y^2=130$

이때 $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$이므로

$130=16^2-2xy$에서 $xy=63$

$\therefore (x-y)^2=x^2+y^2-2xy=130-2\times63=4$

11 두 팀의 평균이 5개로 같으므로 두 팀 전체의 평균도 5개이다. A팀의 팀원들이 맞힌 퀴즈 수를 각각 x_1, x_2, x_3, x_4라 하면

$$(\text{분산})=\frac{(x_1-5)^2+(x_2-5)^2+(x_3-5)^2+(x_4-5)^2}{4}=2$$

$\therefore (x_1-5)^2+(x_2-5)^2+(x_3-5)^2+(x_4-5)^2=8$

또, B팀의 팀원들이 맞힌 퀴즈 수를 각각 y_1, y_2, y_3, y_4라 하면

$$(\text{분산})=\frac{(y_1-5)^2+(y_2-5)^2+(y_3-5)^2+(y_4-5)^2}{4}=4$$

$\therefore (y_1-5)^2+(y_2-5)^2+(y_3-5)^2+(y_4-5)^2=16$

이때 x_1, x_2, x_3, x_4, y_1, y_2, y_3, y_4의 평균도 5개이므로

$$(\text{분산})=\frac{\{(x_1-5)^2+(x_2-5)^2+(x_3-5)^2+(x_4-5)^2\}}{8}+\frac{\{(y_1-5)^2+(y_2-5)^2+(y_3-5)^2+(y_4-5)^2\}}{8}$$

$$=\frac{8+16}{8}=\frac{24}{8}=3$$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{(\text{분산})}=\sqrt{3}$(개)

12 분산 또는 표준편차가 작을수록 분포 상태가 고르고 $(\text{분산})=\dfrac{(\text{편차})^2\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$이므로 두 학생 A, B의 분산이 같다. 따라서 두 학생 A, B의 6과목 점수의 고른 정도는 같다.

13 평균이 높을수록 실력이 좋으므로 턱걸이 실력은 현정이네 반이 더 좋다.
또, 분산 또는 표준편차가 작을수록 분포가 고르므로 턱걸이 실력은 나연이네 반이 더 고르다.

14 (1)

계급값	도수	(계급값)×(도수)	편차	$(\text{편차})^2\times(\text{도수})$
4	3	12	-2	12
5	6	30	-1	6
6	3	18	0	0
7	4	28	1	4
8	4	32	2	16
합계	20	㉠ 120		㉡ 38

㉠에서 $(\text{평균})=\dfrac{120}{20}=6$이므로 표를 완성하면 위와 같다.

(2) ㉡에서 $(\text{분산})=\dfrac{38}{20}=1.9$

(3) $(\text{표준편차})=\sqrt{(\text{분산})}=\sqrt{1.9}$

15 주어진 도수분포표로부터 다음과 같은 표를 만들 수 있다.

권수(권)	도수(명)	계급값(권)	(계급값)×(도수)	편차(권)	$(\text{편차})^2\times(\text{도수})$
7이상~11미만	2	9	18	-6	72
11 ~15	2	13	26	-2	8
15 ~19	5	17	85	2	20
19 ~23	1	21	21	6	36
합계	10		㉠ 150		㉡ 136

㉠에서 $(\text{평균})=\dfrac{150}{10}=15(\text{권})$

㉡에서 $(\text{분산})=\dfrac{136}{10}=13.6$

16 (1)

계급값(회)	도수(명)	(계급값)×(도수)	편차(회)	$(\text{편차})^2\times(\text{도수})$
5	2	10	-19	722
15	3	45	-9	243
25	11	275	1	11
35	x	$35x$	11	$121x$
45	1	45	21	441
합계	$x+17$	㉠$35x+375$		㉡$121x+1417$

(2) 평균이 24회, 전체 도수가 $(x+17)$명이므로 ㉠에서

$\dfrac{35x+375}{x+17}=24$, $35x+375=24x+408$

$11x=33 \quad \therefore x=3$

(3) ㉡에서

$$(\text{분산})=\frac{121x+1417}{x+17}=\frac{121\times3+1417}{3+17}=\frac{1780}{20}=89$$

01 피타고라스 정리

Best 최상위 유형 본문 26~47쪽

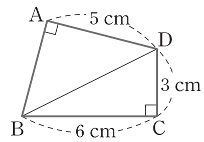
1 ④	**2** 22	**3** ⑤	**4** ②	**5** ⑤
6 15 cm	**7** 6.3 m	**8** 3개	**9** $4\sqrt{3}\,\text{cm}^2$	**10** ②
11 ④	**12** ②	**13** ③, ⑤	**14** ①, ④	**15** ③
16 ㄷ, ㅂ	**17** $196\,\text{cm}^2$	**18** $72\,\text{cm}^2$	**19** ③	
20 $50\,\text{cm}^2$	**21** $40\,\text{cm}^2$	**22** 풀이 참조		**23** ⑤
24 (1) 정사각형 (2) $49\,\text{cm}^2$			**25** ③	**26** ②
27 (1) 90° (2) $50\,\text{cm}^2$		**28** ③	**29** 1	**30** ⑤
31 ②	**32** $x=\sqrt{41}$, $y=\sqrt{5}$		**33** 2.3	**34** ①
35 3	**36** $20\sqrt{3}\,\text{cm}^2$		**37** ②	**38** ④
39 $3-\sqrt{3}$	**40** ④	**41** 24초	**42** $\sqrt{14}\,\text{cm}$	**43** ②
44 ②	**45** 80	**46** 56	**47** 55	
48 $\sqrt{6}\,\text{cm}$	**49** 3 cm	**50** $2\,\text{cm}^2$	**51** ⑤	
52 $2\sqrt{3}\,\text{cm}$	**53** ①, ④	**54** ②	**55** ①	
56 $\sqrt{5}\,\text{cm}$	**57** ①	**58** 6 cm	**59** ④	**60** ③
61 $2\sqrt{7}\,\text{cm}$	**62** ④	**63** ②	**64** 13 cm	**65** ③
66 $3\sqrt{5}\,\text{cm}$	**67** $2\sqrt{17}\,\text{cm}$	**68** $\frac{23}{2}$	**69** $8\pi\,\text{cm}^2$	**70** ④
71 ③	**72** $2\sqrt{30}\,\text{cm}$		**73** $14\sqrt{2}\,\text{cm}^2$	
74 ⑤	**75** ④	**76** ④	**77** ㄴ, ㄷ, ㅂ	
78 ③	**79** ④	**80** ③		
81 $\overline{AH}=4\,\text{cm}$, $\overline{CH}=2\sqrt{2}\,\text{cm}$			**82** $\frac{9\sqrt{3}}{2}\,\text{cm}^2$	
83 $\frac{25}{2}$	**84** $A\left(\frac{16}{5}, \frac{12}{5}\right)$		**85** $6\sqrt{3}\,\text{cm}^2$	**86** ①
87 $\frac{25}{26}\,\text{cm}$	**88** $3\sqrt{2}\,\text{cm}$	**89** ③, ④	**90** ①, ⑤	**91** ④
92 ④	**93** ④	**94** ③	**95** 2개	
96 (1) $6<x<10$ (2) $10\le x<2\sqrt{41}$ (3) $6<x<2\sqrt{41}$				**97** ③
98 ⑤	**99** (1) $4\sqrt{5}<x<12$ (2) $8<x<4\sqrt{5}$			

1 $\triangle$ABC에서 $x=\sqrt{6^2+(2\sqrt{3})^2}=4\sqrt{3}$
$\triangle$DEF에서 $y=\sqrt{(\sqrt{10})^2-2^2}=\sqrt{6}$
$\therefore\ xy=4\sqrt{3}\times\sqrt{6}=12\sqrt{2}$

2 $x^2=3^2+4^2=25$에서
$x=5\ (\because\ x>0)$
$y^2=1^2+(\sqrt{3})^2=4$에서
$y=2\ (\because\ y>0)$
$17^2=8^2+z^2,\ z^2=289-64=225$
$z=15\ (\because\ z>0)$
$\therefore\ x+y+z=5+2+15=22$

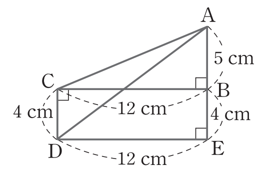
3 $\triangle$ABC에서
$x^2=4^2+(\sqrt{2})^2=18$
$\therefore\ x=\sqrt{18}=3\sqrt{2}\ (\because\ x>0)$
$\triangle$ACD에서
$y^2=x^2+(\sqrt{6})^2=18+6=24$
$\therefore\ y=\sqrt{24}=2\sqrt{6}\ (\because\ y>0)$
$\therefore\ xy=3\sqrt{2}\times2\sqrt{6}=12\sqrt{3}$

4 오른쪽 그림과 같이 대각선 BD를 그으면 $\triangle$BCD에서
$\overline{BD}=\sqrt{6^2+3^2}=3\sqrt{5}\,(\text{cm})$
따라서 $\triangle$ABD에서
$\overline{AB}=\sqrt{(3\sqrt{5})^2-5^2}=2\sqrt{5}\,(\text{cm})$



5 $(x+2)^2=x^2+6^2,\ 4x=32\qquad\therefore\ x=8$

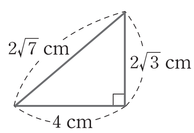
6 오른쪽 그림과 같이 □CDEB가 직사각형이 되도록 보조선을 그으면
$\overline{DE}=\overline{CB}=12\,\text{cm}$,
$\overline{BE}=\overline{CD}=4\,\text{cm}$이므로
$\triangle$ADE에서
$\overline{AD}=\sqrt{12^2+9^2}=15(\text{cm})$



7 $\overline{AC}=x\,\text{m}$라 하면 $\overline{AB}=(15-x)\,\text{m}$
$\triangle$ABC에서 $(15-x)^2=x^2+6^2$
$30x=189\qquad\therefore\ x=6.3$
따라서 벽면의 C지점에서 A지점까지의 거리는 6.3 m이다.

8 ㄱ. $4^2=2^2+(2\sqrt{3})^2$
ㄴ. $9^2\ne4^2+6^2$
ㄷ. $(4\sqrt{5})^2\ne5^2+7^2$
ㄹ. $(2\sqrt{10})^2=4^2+(2\sqrt{6})^2$
ㅁ. $17^2=8^2+15^2$
ㅂ. $(3\sqrt{5})^2\ne3^2+5^2$
따라서 직각삼각형인 것은 ㄱ, ㄹ, ㅁ의 3개이다.

9 $(2\sqrt{7})^2=(2\sqrt{3})^2+4^2$이므로 이 삼각형은 빗변의 길이가 $2\sqrt{7}\,\text{cm}$인 직각삼각형이다.
따라서 구하는 삼각형의 넓이는
$\frac{1}{2}\times4\times2\sqrt{3}=4\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$



10 $\angle B=90^\circ$이면 $\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$이므로
$(x+3)^2=8^2+(x-1)^2$
$8x=56\qquad\therefore\ x=7$

11 $2x+1$이 가장 긴 변의 길이이므로 삼각형의 결정 조건에 의해
$2x+1<x+(2x-1)\qquad\therefore\ x>2\qquad\cdots\cdots$ ㉠
주어진 삼각형이 직각삼각형이 되려면

$(2x+1)^2=x^2+(2x-1)^2$

$x^2-8x=0,\ x(x-8)=0$

$\therefore\ x=8\ (\because\ ㉠)$

따라서 이 직각삼각형의 둘레의 길이는

$x+(2x-1)+(2x+1)=5x=40$

12 추가하는 선분의 길이를 x cm라 하면

(i) 가장 긴 선분의 길이가 x cm일 때

$x^2=4^2+6^2=52 \qquad \therefore\ x=2\sqrt{13}$

(ii) 가장 긴 선분의 길이가 6 cm일 때

$6^2=x^2+4^2,\ x^2=6^2-4^2=20 \qquad \therefore\ x=2\sqrt{5}$

(i), (ii)에 의하여 직각삼각형이 될 수 있는 것은 ㄱ, ㄷ 이다.

13 (i) 가장 긴 변의 길이가 x cm일 때

$x^2=3^2+5^2=34 \qquad \therefore\ x=\sqrt{34}$

(ii) 가장 긴 변의 길이가 5 cm일 때

$5^2=x^2+3^2,\ x^2=5^2-3^2=16 \qquad \therefore\ x=4$

(i), (ii)에 의하여 $x=4$ 또는 $x=\sqrt{34}$

14 (i) 가장 긴 변의 길이가 $(2x+1)$ cm일 때

$(2x+1)^2=5^2+(2x)^2$

$4x=24 \qquad \therefore\ x=6$

따라서 삼각형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times5\times2x=\frac{1}{2}\times5\times(2\times6)=30(\text{cm}^2)$

(ii) 가장 긴 변의 길이가 5 cm일 때

$5^2=(2x)^2+(2x+1)^2$

$2x^2+x-6=0$

$(2x-3)(x+2)=0$

$\therefore\ x=\frac{3}{2}\ (\because\ x>0)$

따라서 삼각형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times2x\times(2x+1)=2x^2+x=2\times\frac{9}{4}+\frac{3}{2}$

$=6(\text{cm}^2)$

(i), (ii)에 의하여 이 삼각형의 넓이가 될 수 있는 것은 6 cm^2 또는 30 cm^2이다.

15 ③ $\triangle$LAF

16 ㄱ. $\triangle$BCH$\equiv\triangle$GCA (SAS 합동)이므로

$\triangle$BCH$=\triangle$GCA

ㄴ. $\triangle$ACH$=\triangle$BCH$=\triangle$GCA$=\triangle$GCL이므로

$\square$ACHI$=\square$LMGC

ㄹ. $\triangle$AIH$=\triangle$ACH$=\triangle$CGL$=\triangle$CGM

ㅁ. $\triangle\text{BCE}=\triangle\text{BFA}=\triangle\text{BFL}=\frac{1}{2}\square\text{BFML}$

따라서 옳지 않은 것은 ㄷ, ㅂ이다.

17 $\square\text{ADEB}+\square\text{ACFG}=\overline{\text{AB}}^2+\overline{\text{AC}}^2=\overline{\text{BC}}^2$

$=14^2=196(\text{cm}^2)$

18 $\triangle$ABC에서 $\overline{\text{AB}}=\sqrt{13^2-5^2}=12(\text{cm})$

$\square$ADEB$=\square$BFML이므로

$\triangle\text{LFM}=\frac{1}{2}\square\text{BFML}=\frac{1}{2}\square\text{ADEB}$

$=\frac{1}{2}\times12^2=72(\text{cm}^2)$

19 $\triangle$ABF$\equiv\triangle$EBC이고 $\triangle$EBC$=\triangle$EBA이므로

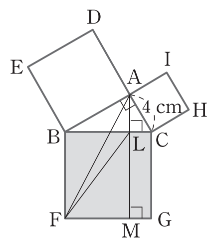
$\square\text{ADEB}=2\times\triangle\text{EBA}=2\times\triangle\text{ABF}=48\text{ cm}^2$

또, $\square\text{ACHI}=\overline{\text{AC}}^2=16\text{ cm}^2$ 이므로

$\square$BFGC$=\square$ADEB$+\square$ACHI

$=48+16=64(\text{cm}^2)$

다른 풀이 오른쪽 그림에서



$\triangle$ABF$=\triangle$LBF

$=\frac{1}{2}\square\text{BFML}$

$=24\text{ cm}^2$

$\therefore\ \square\text{BFML}=48\text{ cm}^2$

또, $\square$LMGC$=\square$ACHI

$=4^2=16(\text{cm}^2)$이므로

$\square$BFGC$=\square$BFML$+\square$LMGC

$=48+16=64(\text{cm}^2)$

20 $\triangle$ABC에서 $\overline{\text{BC}}=\sqrt{6^2+8^2}=10(\text{cm})$

$\triangle\text{ABD}=\triangle\text{FBD}=\frac{1}{2}\square\text{BDGF}$

$\triangle\text{ACE}=\triangle\text{FCE}=\frac{1}{2}\square\text{CFGE}$

$\therefore\ \triangle\text{ABD}+\triangle\text{ACE}=\frac{1}{2}\square\text{BDGF}+\frac{1}{2}\square\text{CFGE}$

$=\frac{1}{2}\square\text{BDEC}=\frac{1}{2}\times\overline{\text{BC}}^2$

$=\frac{1}{2}\times10^2=50(\text{cm}^2)$

21 $\square$DLME$+\square$DKJF$=\square$ABEF

$\square$GPQH$+\square$GINO$=\square$ACIH

(어두운 부분의 넓이)$=2\square\text{ABEF}+2\square\text{ACIH}$

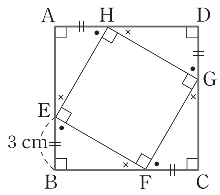
$=2\times\overline{\text{AB}}^2+2\times\overline{\text{AC}}^2$

$=2\times2^2+2\times4^2=40(\text{cm}^2)$

22 (가) : $\square$AGHB, (나) : $\square$CDEF, (다) : $(a+b)^2$, (라) : c^2

23 $\triangle AEH \equiv \triangle BFE \equiv \triangle CGF \equiv \triangle DHG$ (SAS 합동)

이므로 오른쪽 그림에서



$\square EFGH$는 정사각형이다.

$\square EFGH = 45\,cm^2$에서

$\overline{EF}^2 = 45$,

$\overline{EF} = 3\sqrt{5}\,cm$

$\triangle BEF$에서

$\overline{BF} = \sqrt{(3\sqrt{5})^2 - 3^2} = 6(cm)$

따라서 $\square ABCD$의 한 변의 길이는

$\overline{BF} + \overline{FC} = 6 + 3 = 9(cm)$

24 (1) (ⅰ) 네 내각의 크기가 모두 90°로 같다.

(ⅱ) $\triangle ABC \equiv \triangle FCD \equiv \triangle GDE \equiv \triangle HEB$이므로

$\overline{AC} = \overline{FD} = \overline{GE} = \overline{HB}$이고

$\overline{AB} = \overline{FC} = \overline{GD} = \overline{HE}$

즉, $\overline{AC} - \overline{FC} = \overline{FD} - \overline{GD} = \overline{GE} - \overline{HE}$

$= \overline{HB} - \overline{AB}$

이므로 $\overline{AF} = \overline{FG} = \overline{GH} = \overline{HA}$

(ⅰ), (ⅱ)에 의해 $\square AFGH$는 정사각형이다.

(2) $\triangle ABC$에서

$\overline{AC} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12(cm)$

또, $\overline{FC} = \overline{AB} = 5\,cm$ 이므로

$\overline{AF} = \overline{AC} - \overline{FC} = 12 - 5 = 7(cm)$

$\therefore \square AFGH = \overline{AF}^2 = 7^2 = 49(cm^2)$

25 ① $\triangle ABC$에서 $\overline{AC} = \overline{DG} = b$, $\overline{AB} = \overline{BD} = c$이므로

피타고라스 정리에 의해 $a^2 + b^2 = c^2$

② $\overline{BF} = \overline{DG} = b$이므로 $\overline{CF} = a - b$

③ $\square CFGH = (a-b)^2$, $\triangle ABC = \frac{1}{2}ab$이므로

$\square CFGH \neq \triangle ABC$

④ $\square CFGH$에서 $\overline{CF} = \overline{FG} = \overline{GH} = \overline{HC} = a - b$이고

$\angle C = \angle F = \angle G = \angle H = 90^\circ$이므로

$\square CFGH$는 정사각형이다.

⑤ $\triangle ABC \equiv \triangle BDF \equiv \triangle DEG \equiv \triangle EAH$

$\therefore \square ABDE = \square CFGH + \triangle ABC \times 4$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

26 ① $\triangle DAH$에서 $\overline{DH} = \overline{AE} = 6\,cm$이므로

$\overline{AH}^2 = (3\sqrt{5})^2 - 6^2 = 9$ $\therefore \overline{AH} = 3\,cm$

$\overline{CF} = \overline{AH}$이므로 $\overline{CF} = 3\,cm$

② $\overline{CG} = 6\,cm$, $\overline{CF} = 3\,cm$이므로

$\overline{FG} = \overline{CG} - \overline{CF} = 6 - 3 = 3(cm)$

③ $\overline{BE} = 3\,cm$이므로

$\triangle ABE = \frac{1}{2} \times 3 \times 6 = 9(cm^2)$

④, ⑤ 네 내각의 크기가 모두 90°로 같고,

$\overline{EF} = \overline{FG} = \overline{GH} = \overline{HE}$이므로

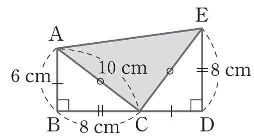
$\square EFGH$는 정사각형이다.

$\overline{FG} = 3\,cm$이므로

$\square EFGH = \overline{FG}^2 = 3^2 = 9(cm^2)$

따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

27 (1) $\triangle ABC$에서



$\angle CAB + \angle ACB = 90^\circ$

이고,

$\triangle ABC \equiv \triangle CDE$이므로

$\angle CAB = \angle ECD$

따라서 $\angle ECD + \angle ACB = 90^\circ$이므로

$\angle ACE = 90^\circ$

(2) $\triangle ABC \equiv \triangle CDE$이므로

$\overline{BC} = \overline{DE} = 8\,cm$

$\triangle ABC$에서

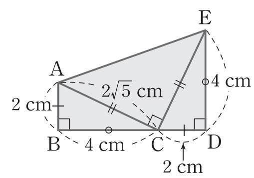
$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = 6^2 + 8^2 = 100$

$\therefore \overline{AC} = 10\,cm$

따라서 $\overline{AC} = \overline{CE} = 10\,cm$, $\angle ACE = 90^\circ$이므로

$\triangle ACE = \frac{1}{2} \times 10 \times 10 = 50(cm^2)$

28 $\triangle ACE = \frac{1}{2} \times \overline{AC}^2 = 10$



이므로 $\overline{AC}^2 = 20$

$\therefore \overline{AC} = 2\sqrt{5}\,cm$

$\triangle ABC$에서

$\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 - \overline{BC}^2$

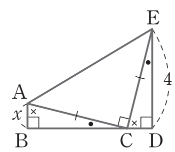
$= (2\sqrt{5})^2 - 4^2 = 4$

$\therefore \overline{AB} = 2\,cm$

따라서 $\overline{CD} = \overline{AB} = 2\,cm$, $\overline{DE} = \overline{BC} = 4\,cm$이므로

$\square ABDE = \frac{1}{2} \times (2+4) \times 6 = 18(cm^2)$

29 $\triangle ABC \equiv \triangle CDE$이므로

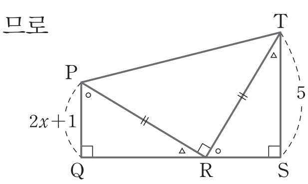


$\overline{AC} = \overline{CE} = \sqrt{x^2 + 4^2}$

$\angle ACE = 90^\circ$

따라서 $\triangle ACE$는 직각이등변삼각형이다.

또, $\triangle PQR \equiv \triangle RST$이므로



$\overline{PR} = \overline{RT}$

$= \sqrt{(2x+1)^2 + 5^2}$

$\angle PRT = 90^\circ$

따라서 $\triangle PRT$도

직각이등변삼각형이다.

$\triangle PRT = 2\triangle ACE$이므로

$\frac{1}{2}\{(2x+1)^2 + 5^2\} = 2 \times \frac{1}{2}(x^2 + 4^2)$

$x^2 + 2x - 3 = 0$, $(x+3)(x-1) = 0$

$\therefore x = 1 (\because x > 0)$

30 $\overline{AD}^2+\overline{BC}^2=5^2+7^2=74$

31 $x^2+7^2=5^2+y^2$이므로
$x^2-y^2=5^2-7^2=-24$

32 $x^2+7^2=3^2+9^2$에서 $x^2=41$
$\therefore\ x=\sqrt{41}$
또, $\triangle$ABO에서 $(\sqrt{41})^2=y^2+6^2$
$y^2=5 \qquad \therefore\ y=\sqrt{5}$

33 $x^2+8^2=4^2+(x+5)^2$에서 $x^2+64=x^2+10x+41$
$10x=23 \qquad \therefore\ x=2.3$

34 $\triangle$OBC에서 $\overline{BC}=\sqrt{2^2+(\sqrt{5})^2}=3$
$\square$ABCD에서 $5^2+\overline{CD}^2=8^2+3^2$
$\overline{CD}^2=48 \qquad \therefore\ \overline{CD}=4\sqrt{3}$

35 $\triangle$COD에서 $\overline{CD}=\sqrt{5^2+6^2}=\sqrt{61}$
$\square$ABCD에서 $\overline{AB}^2+(\sqrt{61})^2=\overline{AD}^2+8^2$
$\therefore\ \overline{AB}^2-\overline{AD}^2=8^2-(\sqrt{61})^2=3$

36 $\square$ABCD에서
$9^2+(5\sqrt{3})^2=4^2+\overline{BC}^2,\ \overline{BC}^2=140$
$\therefore\ \overline{BC}=2\sqrt{35}\,\text{cm}$
또, $\triangle$OBC에서
$\overline{OC}=\sqrt{(2\sqrt{35})^2-(4\sqrt{5})^2}=\sqrt{60}=2\sqrt{15}\,(\text{cm})$
$\therefore\ \triangle OBC=\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{5}\times2\sqrt{15}$
$=20\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

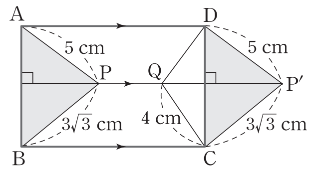
37 $\overline{PA}^2+(3\sqrt{6})^2=9^2+3^2$이므로
$\overline{PA}^2=36$
$\therefore\ \overline{PA}=6\,\text{cm}$

38 $(4\sqrt{2})^2+y^2=x^2+2^2$이므로
$x^2-y^2=(4\sqrt{2})^2-2^2=28$

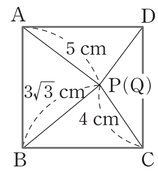
39 $\overline{PC}=\overline{AC}-\overline{AP}=6-x$이므로
$x^2+(6-x)^2=(2\sqrt{2})^2+4^2$
$x^2-6x+6=0 \qquad \therefore\ x=3\pm\sqrt{3} \qquad \cdots\cdots$ ㉠
그런데 $\overline{AP}<\overline{PC}$이므로
$x<6-x,\ 2x<6 \qquad \therefore\ x<3 \qquad \cdots\cdots$ ㉡
따라서 ㉠, ㉡에 의해
$x=3-\sqrt{3}$

40 $\overline{CD}=\overline{AB}=5\,\text{cm}$이므로 $\triangle$DPC에서
$\overline{PC}=\sqrt{5^2-3^2}=4\,(\text{cm})$
$\square$ABCD에서 $\overline{PA}^2+\overline{PC}^2=\overline{PB}^2+\overline{PD}^2$이므로
$\overline{PA}^2+4^2=(3\sqrt{7})^2+3^2,\ \overline{PA}^2=56$
$\therefore\ \overline{PA}=2\sqrt{14}\,\text{cm}$

41 $60^2+30^2=x^2+(10\sqrt{29})^2$이므로 $x^2+2900=4500$
$x^2=1600 \qquad \therefore\ x=40$
따라서 분속 100 m의 속력으로 뛰어가므로 걸리는 시간은
$\dfrac{40}{100}=0.4$(분)이므로 $0.4\times60=24$(초)

42 오른쪽 그림과 같이 $\triangle$PAB를 평행이동하여 $\triangle$P′DC를 만들면 $\overline{DC}\perp\overline{QP'}$이므로


$\square$DQCP′에서
$\overline{QD}^2+(3\sqrt{3})^2=5^2+4^2$
$\overline{QD}^2=14 \qquad \therefore\ \overline{QD}=\sqrt{14}\,\text{cm}$

다른 풀이 오른쪽 그림과 같이 두 점 P와 Q를 붙이면 $\square$ABCD에서


$5^2+4^2=(3\sqrt{3})^2+\overline{DP}^2$
$\overline{DP}^2=14,\ \overline{DP}=\sqrt{14}\,\text{cm}$
$\therefore\ \overline{QD}=\overline{DP}=\sqrt{14}\,\text{cm}$

43 $\overline{DE}^2+\overline{BC}^2=\overline{BE}^2+\overline{CD}^2$이므로
$\overline{DE}^2+8^2=5^2+7^2,\ \overline{DE}^2=10$
$\therefore\ \overline{DE}=\sqrt{10}\,\text{cm}$

44 $\overline{DE}^2+\overline{BC}^2=\overline{BE}^2+\overline{CD}^2$이므로
$4^2+\overline{BC}^2=6^2+8^2,\ \overline{BC}^2=84$
$\therefore\ \overline{BC}=2\sqrt{21}\,\text{cm}$

45 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해
$\overline{DE}=\dfrac{1}{2}\overline{BC}=\dfrac{1}{2}\times8=4$
또, $\overline{DE}^2+\overline{BC}^2=\overline{BE}^2+\overline{CD}^2$이므로
$4^2+8^2=\overline{BE}^2+\overline{CD}^2$
$\therefore\ \overline{BE}^2+\overline{CD}^2=80$

46 $\triangle$CDE에서 $\overline{DE}=\sqrt{3^2+4^2}=5$
또, $\overline{AB}^2+\overline{DE}^2=\overline{AD}^2+\overline{BE}^2$이므로
$\overline{AB}^2+5^2=9^2+\overline{BE}^2$에서
$\overline{AB}^2-\overline{BE}^2=81-25=56$

47 $\triangle$ADE에서
$\overline{DE}=\sqrt{3^2+4^2}=5\,(\text{cm})$
$\triangle$BDE의 넓이는 $10\,\text{cm}^2$이므로
$\dfrac{1}{2}\times\overline{BD}\times\overline{AE}=10$
$\dfrac{1}{2}\times\overline{BD}\times4=10 \qquad \therefore\ \overline{BD}=5\,\text{cm}$
$\triangle$ABE에서
$\overline{BE}^2=\overline{AB}^2+\overline{AE}^2=8^2+4^2=80$
따라서 $\triangle$ABC에서 $\overline{DE}^2+\overline{BC}^2=\overline{BE}^2+\overline{CD}^2$이므로

$\overline{BC}^2-\overline{CD}^2=\overline{BE}^2-\overline{DE}^2=80-5^2=55$

다른 풀이 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{AC}^2$이고,
$\triangle ACD$에서 $\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{AC}^2$이므로
$\overline{BC}^2-\overline{CD}^2=(\overline{AB}^2+\overline{AC}^2)-(\overline{AD}^2+\overline{AC}^2)$
$=\overline{AB}^2-\overline{AD}^2$
$=8^2-3^2=55$

48 $\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}\,(\text{cm})$
$\triangle ACD$에서 $\overline{AD}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+1^2}=\sqrt{3}\,(\text{cm})$
$\triangle ADE$에서 $\overline{AE}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}=2\,(\text{cm})$
$\triangle AEF$에서 $\overline{AF}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}\,(\text{cm})$
$\triangle AFG$에서 $\overline{AG}=\sqrt{(\sqrt{5})^2+1^2}=\sqrt{6}\,(\text{cm})$

49 $\overline{AB}=a\,\text{cm}$라 하면
$\overline{AC}=\sqrt{2}a\,\text{cm}$, $\overline{AD}=\sqrt{3}a\,\text{cm}$, $\cdots$, $\overline{AH}=\sqrt{7}a\,\text{cm}$
이므로
$\overline{AH}=3\sqrt{7}\,\text{cm}$에서 $\sqrt{7}a=3\sqrt{7}\qquad\therefore a=3$
따라서 $\overline{AB}$의 길이는 $3\,\text{cm}$이다.

50 $\overline{AB}=a\,\text{cm}$라 하면
$\overline{AC}=\sqrt{2}a\,\text{cm}$, $\overline{AD}=\sqrt{3}a\,\text{cm}$, $\overline{AE}=2a\,\text{cm}$,
$\overline{AF}=\sqrt{5}a\,\text{cm}$ 이므로
$\triangle AFG=2\sqrt{5}\,\text{cm}^2$에서
$\frac{1}{2}\times\sqrt{5}a\times a=2\sqrt{5},\ a^2=4\qquad\therefore a=2\ (\because a>0)$
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}a^2=\frac{1}{2}\times2^2=2\,(\text{cm}^2)$

51 $\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}\,(\text{cm})$
$\triangle ACD$에서 $\overline{AD}=\sqrt{(\sqrt{13})^2+4^2}=\sqrt{29}\,(\text{cm})$
$\triangle ADE$에서 $\overline{AE}=\sqrt{(\sqrt{29})^2+5^2}=\sqrt{54}=3\sqrt{6}\,(\text{cm})$

52 $\triangle ACD$에서 $\overline{AC}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}\,(\text{cm})$
$\therefore \overline{AF}=\overline{AC}=2\sqrt{2}\,\text{cm}$
$\triangle AEF$에서 $\overline{AE}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+2^2}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$
$\therefore \overline{AG}=\overline{AE}=2\sqrt{3}\,\text{cm}$

53 $\overline{OB}=\overline{OA'}=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$, $\overline{OC}=\overline{OB'}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+1}=\sqrt{3}$
$\overline{OD}=\overline{OC'}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+1}=2$, $\overline{OE}=\overline{OD'}=\sqrt{2^2+1}=\sqrt{5}$
$\overline{OE'}=\sqrt{(\sqrt{5})^2+1}=\sqrt{6}$
따라서 원점 O로부터 거리가 2인 점은 점 C', 점 D이다.

54 $\overline{OA}=\overline{OP}=a\,\text{cm}$라 하면
$\overline{OA'}=\sqrt{2}a\,\text{cm}$, $\overline{OB'}=\sqrt{3}a\,\text{cm}$, $\overline{OC'}=2a\,\text{cm}$,
$\overline{OD'}=\sqrt{5}a\,\text{cm}$이므로
$\overline{OD'}=\sqrt{10}\,\text{cm}$에서 $\sqrt{5}a=\sqrt{10}\qquad\therefore a=\sqrt{2}$
$\therefore \square OAA'P=a^2=2(\text{cm}^2)$

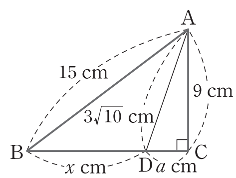
55 $\triangle ACD$에서 $\overline{AD}=\sqrt{10^2-6^2}=8(\text{cm})$
$\triangle ABD$에서 $\overline{BD}=\sqrt{9^2-8^2}=\sqrt{17}(\text{cm})$

56 $\triangle ACH$에서 $\overline{CH}=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}\,(\text{cm})$
$\triangle BCH$에서 $\overline{BH}=\sqrt{5^2-(2\sqrt{5})^2}=\sqrt{5}\,(\text{cm})$

57 $\triangle ABH$에서 $\overline{AH}=\sqrt{10^2-(4\sqrt{5})^2}=2\sqrt{5}(\text{cm})$
$\triangle ACH$에서 $\overline{CH}=\sqrt{6^2-(2\sqrt{5})^2}=4(\text{cm})$
$\therefore \triangle ACH=\frac{1}{2}\times\overline{CH}\times\overline{AH}$
$=\frac{1}{2}\times4\times2\sqrt{5}=4\sqrt{5}\,(\text{cm}^2)$

58 $\overline{CD}=x\,\text{cm}$라 하면
$\overline{AC}^2=\overline{AB}^2-\overline{BC}^2=\overline{AD}^2-\overline{CD}^2$이므로
$10^2-(5+x)^2=(3\sqrt{5})^2-x^2,\ 75-10x-x^2=45-x^2$
$10x=30\qquad\therefore x=3$
$\triangle ABC$에서
$\overline{AC}=\sqrt{10^2-8^2}=6\,(\text{cm})$

59 $\overline{BD}=x\,\text{cm}$, $\overline{DC}=a\,\text{cm}$라 하면 $\triangle ACD$에서



$a^2=(3\sqrt{10})^2-9^2=9$
$\therefore a=3$
$\triangle ABC$에서
$(x+3)^2=15^2-9^2=144$이므로
$x+3=12\qquad\therefore x=9$
따라서 $\overline{BD}$의 길이는 $9\,\text{cm}$이다.

60 $\triangle ADC$에서 $\overline{AD}=\sqrt{(\sqrt{5})^2+2^2}=3(\text{cm})$
$\therefore \overline{BD}=\overline{AD}=3\,\text{cm}$
따라서 $\triangle ABC$에서
$\overline{AB}=\sqrt{(\sqrt{5})^2+(3+2)^2}=\sqrt{30}\,(\text{cm})$

61 점 O가 직각삼각형 ABC의 외심이므로
$\overline{BO}=\overline{CO}=\overline{AO}=4\,\text{cm}$
$\therefore \overline{BC}=4+4=8(\text{cm})$
따라서 $\triangle ABC$에서
$\overline{AC}=\sqrt{8^2-6^2}=2\sqrt{7}\,(\text{cm})$

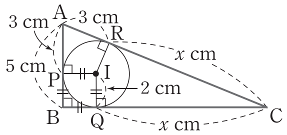
62 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{12^2+16^2}=20(\text{cm})$
점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로 $\overline{BM}=\overline{MC}$
즉, 점 M은 $\triangle ABC$의 외심이므로
$\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}=10\,\text{cm}$
$\therefore \overline{AG}=\frac{2}{3}\overline{AM}=\frac{2}{3}\times10=\frac{20}{3}\,(\text{cm})$

63 점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로
$\overline{CD}=\frac{3}{2}\overline{CG}=\frac{3}{2}\times4=6(\text{cm})$
점 D는 빗변 AB의 중점이므로 $\triangle ABC$의 외심이다.
즉, $\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{CD}=6\,\text{cm}$이므로
$\overline{AB}=12\,\text{cm}$
$\triangle ABC$에서

$\overline{BC}=\sqrt{12^2-6^2}=6\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\therefore\ \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{3}\times 6=18\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

64 오른쪽 그림과 같이 $\triangle ABC$와 내접원 I의 접점을 각각 P, Q, R라 하면 □IPBQ는 정사각형이므로



$\overline{BP}=\overline{BQ}=2\,\text{cm}$

이때 $\overline{AP}=\overline{AB}-\overline{BP}=5-2=3\,(\text{cm})$이므로

$\overline{AR}=\overline{AP}=3\,\text{cm}$

또, $\overline{CQ}=\overline{CR}=x\,\text{cm}$라 하면 $\triangle ABC$에서 피타고라스 정리에 의해

$(x+3)^2=5^2+(x+2)^2$

$2x=20,\ x=10$

$\therefore\ \overline{AC}=\overline{AR}+\overline{RC}=3+10=13\,(\text{cm})$

65 $\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{15^2-9^2}=12\,(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AE}=\overline{AC}-\overline{CE}=12-2=10\,(\text{cm})$

이때 $\triangle ADE$와 $\triangle ACB$에서

$\angle ADE=\angle ACB=90^\circ$, $\angle A$는 공통이므로

$\triangle ADE \backsim \triangle ACB$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AE}:\overline{AB}=\overline{AD}:\overline{AC}$에서

$10:15=\overline{AD}:12$

$\therefore\ \overline{AD}=8\,\text{cm}$

66 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{10^2-6^2}=8\,(\text{cm})$

이때 $\overline{AD}$가 $\angle A$의 이등분선이므로

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$에서

$\overline{BD}:\overline{CD}=6:10=3:5$

$\therefore\ \overline{BD}=\frac{3}{8}\overline{BC}=\frac{3}{8}\times 8=3\,(\text{cm})$

따라서 $\triangle ABD$에서

$\overline{AD}=\sqrt{6^2+3^2}=3\sqrt{5}\,(\text{cm})$

67 $\triangle ABP$와 $\triangle CAQ$에서

$\overline{AB}=\overline{CA}$, $\angle APB=\angle CQA=90^\circ$,

$\angle ABP=90^\circ-\angle BAP=\angle CAQ$

이므로 $\triangle ABP\equiv\triangle CAQ$ (RHA 합동)

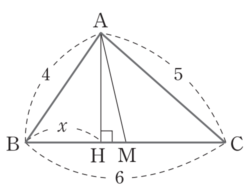
따라서 $\overline{AQ}=\overline{BP}=8\,\text{cm}$, $\overline{AP}=\overline{CQ}=6\,\text{cm}$이므로

$\overline{PQ}=\overline{AQ}-\overline{AP}=8-6=2\,(\text{cm})$

따라서 $\triangle PBQ$에서

$\overline{BQ}=\sqrt{8^2+2^2}=2\sqrt{17}\,(\text{cm})$

68 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고



$\overline{BH}=x$라 하면

$\overline{CH}=6-x$, $\overline{HM}=3-x$

두 직각삼각형 ABH, AHC에서

$\overline{AB}^2-\overline{BH}^2=\overline{AC}^2-\overline{CH}^2$이므로

$4^2-x^2=5^2-(6-x)^2,\ 12x=27\qquad\therefore\ x=\frac{9}{4}$

따라서 $\overline{HM}^2=\left(3-\frac{9}{4}\right)^2=\frac{9}{16}$, $\overline{AH}^2=4^2-\left(\frac{9}{4}\right)^2=\frac{175}{16}$

이므로 $\triangle AHM$에서 $\overline{AM}^2=\frac{9}{16}+\frac{175}{16}=\frac{23}{2}$

69 $P+Q=(\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times\pi\times 4^2=8\pi\,(\text{cm}^2)$

70 ($\overline{AC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이)

$=24\pi-6\pi=18\pi\,(\text{cm}^2)$

이므로

$\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{1}{2}\overline{AC}\right)^2=18\pi$

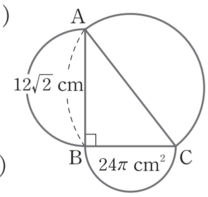
$\overline{AC}^2=144\qquad\therefore\ \overline{AC}=12\,\text{cm}\,(\because\ \overline{AC}>0)$

71 (반원 Q의 넓이) $=\frac{1}{2}\times\pi\times(\sqrt{2})^2=\pi\,(\text{cm}^2)$

따라서 (반원 P의 넓이) $+\pi=16\pi$이므로

(반원 P의 넓이) $=15\pi\,\text{cm}^2$

72 ($\overline{AB}$를 지름으로 하는 반원의 넓이)



$=\frac{1}{2}\times\pi\times(6\sqrt{2})^2$

$=36\pi\,(\text{cm}^2)$

($\overline{AC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이)

$=36\pi+24\pi=60\pi\,(\text{cm}^2)$

즉, $\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{1}{2}\overline{AC}\right)^2=60\pi$

$\overline{AC}^2=480\qquad\therefore\ \overline{AC}=4\sqrt{30}\,\text{cm}\,(\because\ \overline{AC}>0)$

따라서 가장 큰 반원의 반지름의 길이는

$\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{30}=2\sqrt{30}\,(\text{cm})$

73 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\sqrt{9^2-(4\sqrt{2})^2}=7\,(\text{cm})$

$\therefore$ (어두운 부분의 넓이) $=\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{2}\times 7$

$=14\sqrt{2}\,(\text{cm}^2)$

74 어두운 부분의 넓이는 $\triangle ABC$의 넓이와 같으므로

$16\sqrt{3}=\frac{1}{2}\times 8\times\overline{AC}$

$\therefore\ \overline{AC}=4\sqrt{3}\,\text{cm}$

따라서 $\triangle ABC$에서

$\overline{BC}=\sqrt{8^2+(4\sqrt{3})^2}=4\sqrt{7}\,(\text{cm})$

75 $S_1+S_2=\triangle ABC=7\pi\,\text{cm}^2$이므로

(빗금친 부분의 넓이)

$=(\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이$)-\triangle ABC$

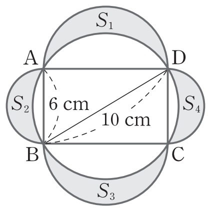
$=\dfrac{1}{2}\times\pi\times8^2-7\pi=25\pi(cm^2)$

76 $\triangle ABD$에서

$\overline{AD}=\sqrt{10^2-6^2}=8(cm)$

오른쪽 그림의 두 직각삼각형

ABD와 BCD에서



$S_1+S_2=\triangle ABD$

$S_3+S_4=\triangle BCD$

$\therefore\ S_1+S_2+S_3+S_4=\triangle ABD+\triangle BCD$

$=\square ABCD$

$=8\times6$

$=48(cm^2)$

다른 풀이 (어두운 부분의 넓이)

$=2\times\{(\overline{AB}$를 지름으로 하는 반원의 넓이$)$

$+(\overline{AD}$를 지름으로 하는 반원의 넓이$)\}+\square ABCD$

$-(\overline{BD}$를 지름으로 하는 원의 넓이$)$

$=2\times\left(\dfrac{1}{2}\times9\pi+\dfrac{1}{2}\times16\pi\right)+48-25\pi$

$=48(cm^2)$

77 ㄴ. $b^2=ay$

ㄷ. $c^2=ax$

ㅂ. $h^2=xy$

따라서 옳지 않은 것은 ㄴ, ㄷ, ㅂ이다.

78 $\overline{AD}^2=\overline{BD}\times\overline{CD}$이므로

$y^2=3\times2=6\qquad\therefore\ y=\sqrt{6}$

또, $\overline{AB}^2=\overline{BD}\times\overline{BC}$이므로

$x^2=3\times5=15\qquad\therefore\ x=\sqrt{15}$

$\therefore\ xy=\sqrt{15}\times\sqrt{6}=3\sqrt{10}$

79 $\triangle BCH$에서 $y=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$

또, $\overline{CH}^2=\overline{AH}\times\overline{BH}$이므로

$(2\sqrt{3})^2=\overline{AH}\times2\qquad\therefore\ \overline{AH}=6\,cm$

$\overline{AC}^2=\overline{AH}\times\overline{AB}$에서 $x^2=6\times8=48$

$\therefore\ x=4\sqrt{3}$

$\therefore\ x+y=4\sqrt{3}+2\sqrt{3}=6\sqrt{3}$

80 $\overline{CH}=3\,cm$이므로 $\overline{AH}^2=\overline{BH}\times\overline{CH}$에서

$\overline{AH}^2=6\times3=18\qquad\therefore\ \overline{AH}=3\sqrt{2}\,cm$

$\therefore\ \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times9\times3\sqrt{2}=\dfrac{27\sqrt{2}}{2}\ (cm^2)$

81 $\overline{AH}=x\,cm$라 하면 $\overline{CA}^2=\overline{AH}\times\overline{AB}$이므로

$(2\sqrt{6})^2=x(x+2),\ x^2+2x-24=0$

$(x-4)(x+6)=0\qquad\therefore\ x=4(\because\ x>0)$

따라서 $\overline{AH}$의 길이는 4 cm이다.

또, $\overline{CH}^2=\overline{AH}\times\overline{BH}$이므로 $\overline{CH}^2=4\times2=8$

$\therefore\ \overline{CH}=2\sqrt{2}\,cm$

82 $\overline{BH}=x\,cm$라 하면 $\overline{CH}=(12-x)\,cm$이므로

$(3\sqrt{3})^2=x(12-x),\ x^2-12x+27=0$

$(x-3)(x-9)=0\qquad\therefore\ x=3$ 또는 $x=9$

이때 $\overline{BH}<\overline{CH}$이므로 $\overline{BH}=3\,cm$

따라서 $\triangle ABH$의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times3\times3\sqrt{3}=\dfrac{9\sqrt{3}}{2}\ (cm^2)$

83 $\overline{AB}:\overline{AC}=3:4$이므로 $\overline{AB}=3a$라 하면 $\overline{AC}=4a$

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}^2=(3a)^2+(4a)^2=25a^2$

$\therefore\ \overline{BC}=5a$

$\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{AH}\times\overline{BC}$이므로

$3a\times4a=6\times5a,\ 2a^2-5a=0$

$a(2a-5)=0\qquad\therefore\ a=\dfrac{5}{2}\ (\because\ a\neq0)$

$\therefore\ \overline{BC}=5a=5\times\dfrac{5}{2}=\dfrac{25}{2}$

84 $\triangle AOB$에서

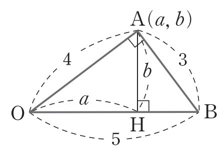
$\overline{OB}^2=\overline{OA}^2+\overline{AB}^2$이므로

$\angle A=90^\circ$

점 A의 좌표를 $A(a,\ b)$,

점 A에서 $\overline{OB}$에 내린 수선의

발을 H라 하면



$\overline{OA}^2=\overline{OH}\times\overline{OB}$에서

$4^2=a\times5\qquad\therefore\ a=\dfrac{16}{5}$

$\overline{OA}\times\overline{AB}=\overline{OB}\times\overline{AH}$에서

$4\times3=5\times b\qquad\therefore\ b=\dfrac{12}{5}$

따라서 점 A의 좌표는 $A\left(\dfrac{16}{5},\ \dfrac{12}{5}\right)$이다.

85 $\triangle AHC$에서 $\overline{HC}=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}\,(cm)$

$\overline{AC}^2=\overline{HC}\times\overline{BC}$이므로

$6^2=3\sqrt{3}\times\overline{BC}\qquad\therefore\ \overline{BC}=4\sqrt{3}\,cm$

$\therefore$ (어두운 부분의 넓이)$=\triangle ABC$

$=\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times3=6\sqrt{3}\,(cm^2)$

86 점 M은 $\overline{AC}$의 중점이므로

$\overline{AM}=\overline{MC}=5\,cm$

$\overline{AB}^2=\overline{AH}\times\overline{AC}$이므로

$6^2=\overline{AH}\times10\qquad\therefore\ \overline{AH}=\dfrac{18}{5}\,cm$

$\therefore\ \overline{HM}=\overline{AM}-\overline{AH}=5-\dfrac{18}{5}=\dfrac{7}{5}\,(cm)$

또, $\triangle ABH$에서 $\overline{BH}=\sqrt{6^2-\left(\dfrac{18}{5}\right)^2}=\dfrac{24}{5}\,(cm)$

$\therefore\ \triangle BMH=\frac{1}{2}\times\overline{HM}\times\overline{BH}$

$=\frac{1}{2}\times\frac{7}{5}\times\frac{24}{5}=\frac{84}{25}\,(\text{cm}^2)$

다른 풀이 $\triangle ABC$에서

$\overline{BC}=\sqrt{10^2-6^2}=8\,(\text{cm})$

이때 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\times8=24\,(\text{cm}^2)$이므로

$\triangle BHM=\triangle ABC\times\frac{\overline{HM}}{\overline{AC}}$

$=24\times\frac{\frac{7}{5}}{10}=24\times\frac{7}{50}=\frac{84}{25}\,(\text{cm}^2)$

87 점 M은 직각삼각형 ABC의 외심이므로

$\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{13}{2}\,(\text{cm})$

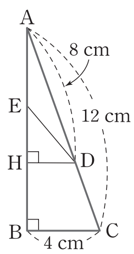
$\therefore\ \overline{MH}=\overline{CM}-\overline{CH}=\frac{13}{2}-4=\frac{5}{2}\,(\text{cm})$

$\triangle AMH$에서 $\overline{HM}^2=\overline{DM}\times\overline{AM}$이므로

$\left(\frac{5}{2}\right)^2=\overline{DM}\times\frac{13}{2}$

$\therefore\ \overline{DM}=\frac{25}{4}\times\frac{2}{13}=\frac{25}{26}\,(\text{cm})$

88 점 D에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H 라 하면



$\triangle ABC\backsim\triangle AHD$(AA 닮음)이므로

$\overline{AC}:\overline{AD}=\overline{BC}:\overline{HD}$에서

$12:8=4:\overline{HD}$

$\therefore\ \overline{HD}=\frac{8}{3}\,\text{cm}$

또, $\triangle ABC$에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AB}=\sqrt{12^2-4^2}=8\sqrt{2}\,(\text{cm})$이므로

$\triangle ABC$의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AB}=\frac{1}{2}\times4\times8\sqrt{2}=16\sqrt{2}\,(\text{cm}^2)$

$\therefore\ \triangle AED=\frac{1}{4}\times\triangle ABC=\frac{1}{4}\times16\sqrt{2}=4\sqrt{2}\,(\text{cm}^2)$

이때 $\triangle AED=\frac{1}{2}\times\overline{AE}\times\overline{HD}$이므로

$4\sqrt{2}=\frac{1}{2}\times\overline{AE}\times\frac{8}{3}$ $\quad\therefore\ \overline{AE}=3\sqrt{2}\,\text{cm}$

89 $\angle A>90^\circ$이므로 $a^2>b^2+c^2$

$\angle B<90^\circ$이므로 $b^2<a^2+c^2$

$\angle C<90^\circ$이므로 $c^2<a^2+b^2$

따라서 옳은 것은 ③, ④이다.

90 ① $\angle A>90^\circ$이면 $a^2>b^2+c^2$이다.

⑤ $c^2<a^2+b^2$이면 $\angle C<90^\circ$이다. 그러나 $\angle C<90^\circ$라고 해서 $\triangle ABC$가 예각삼각형인 것은 아니다.

따라서 옳지 않은 것은 ①, ⑤이다.

91 ① $4^2>2^2+3^2$ $\quad\therefore$ 둔각삼각형

② $5^2=3^2+4^2$ $\quad\therefore$ 직각삼각형

③ $13^2=5^2+12^2$ $\quad\therefore$ 직각삼각형

④ $11^2<7^2+9^2$ $\quad\therefore$ 예각삼각형

⑤ $10^2<8^2+9^2$ $\quad\therefore$ 예각삼각형

따라서 바르게 연결되지 않은 것은 ④이다.

92 ㄱ. $6^2>3^2+5^2$ $\quad\therefore$ 둔각삼각형

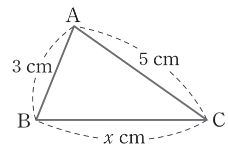
ㄴ. $5^2<(2\sqrt{3})^2+4^2$ $\quad\therefore$ 예각삼각형

ㄷ. $8^2>(2\sqrt{2})^2+6^2$ $\quad\therefore$ 둔각삼각형

ㄹ. $(\sqrt{10})^2<(\sqrt{5})^2+3^2$ $\quad\therefore$ 예각삼각형

따라서 예각삼각형인 것은 ㄴ, ㄹ이다.

93



① $x=4$이면 $3^2+4^2=5^2$이므로 $\angle B=90^\circ$

② $x=5$이면 $5^2<3^2+5^2$이므로 $\angle A<90^\circ$

③ $x=6$이면 $6^2>3^2+5^2$이므로 $\angle A>90^\circ$

④ $x=\sqrt{6}$이면 가장 긴 변의 길이가 5 cm이므로

$5^2>3^2+(\sqrt{6})^2$

즉, $\angle B>90^\circ$이므로 $\triangle ABC$는 둔각삼각형이다.

⑤ $x=5\sqrt{2}$이면 가장 긴 변의 길이가 $5\sqrt{2}$ cm이므로

$(5\sqrt{2})^2>3^2+5^2$

즉, $\angle A>90^\circ$이므로 $\triangle ABC$는 둔각삼각형이다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

94 ① $x=3$이면 $8^2>6^2+3^2$이므로 $\angle B>90^\circ$, 즉 둔각삼각형이다.

② $x=2\sqrt{7}$이면 $8^2=6^2+(2\sqrt{7})^2$이므로 $\angle B=90^\circ$, 즉 직각삼각형이다.

③ $x=4\sqrt{2}$이면 $8^2<6^2+(4\sqrt{2})^2$이므로 $\angle B<90^\circ$, 즉 예각삼각형이다.

④ 조건에 의해 $x<8$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

삼각형의 결정 조건에 의해

$2<x<14$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

$\triangle ABC$가 예각삼각형이 되려면

$8^2<6^2+x^2$ $\quad\therefore\ x>2\sqrt{7}$ $\quad\cdots\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에서 $2\sqrt{7}<x<8$

⑤ 조건에 의해 $x<8$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

삼각형의 결정 조건에 의해

$2<x<14$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

$\triangle ABC$가 둔각삼각형이 되려면

$8^2>6^2+x^2$ $\quad\therefore\ x<2\sqrt{7}$ $\quad\cdots\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에서 $2<x<2\sqrt{7}$
따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

95 (i) 세 변의 길이가 2 cm, 3 cm, 4 cm일 때,
$4^2>2^2+3^2$이므로 둔각삼각형
(ii) 세 변의 길이가 2 cm, 3 cm, 5 cm이면 삼각형이 만들어지지 않는다.
(iii) 세 변의 길이가 2 cm, 4 cm, 5 cm일 때,
$5^2>2^2+4^2$이므로 둔각삼각형
(iv) 세 변의 길이가 3 cm, 4 cm, 5 cm일 때,
$5^2=3^2+4^2$이므로 직각삼각형
따라서 만들 수 있는 둔각삼각형은 (i), (iii)의 2개이다.

96 (1) 가장 긴 변의 길이가 10이므로 $x<10$ …… ㉠
삼각형의 결정 조건에 의해
$10-8<x<10+8$ $\quad\therefore 2<x<18$ …… ㉡
예각삼각형이 되려면 $10^2<x^2+8^2$
$x^2>36$ $\quad\therefore x>6$ …… ㉢
㉠, ㉡, ㉢에서 $6<x<10$
(2) 가장 긴 변의 길이가 x이거나 $x=10$이므로
$x\geq10$ …… ㉠
삼각형의 결정 조건에 의해
$10-8<x<10+8$ $\quad\therefore 2<x<18$ …… ㉡
예각삼각형이 되려면 $x^2<10^2+8^2$
$x^2<164$ $\quad\therefore x<2\sqrt{41}$ …… ㉢
㉠, ㉡, ㉢에서 $10\leq x<2\sqrt{41}$
(3) (1), (2)에 의해 예각삼각형이 되도록 하는 x의 값의 범위는
$6<x<2\sqrt{41}$

97 (i) 7이 가장 긴 변의 길이일 때
7이 가장 긴 변의 길이이므로 $x<7$ …… ㉠
삼각형의 결정 조건에 의해 $1<x<13$ …… ㉡
예각삼각형이므로 $7^2<x^2+6^2$
$\therefore x>\sqrt{13}$ …… ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해 $\sqrt{13}<x<7$
(ii) x가 가장 긴 변의 길이이거나 $x=7$일 때
x가 가장 긴 변의 길이이거나 $x=7$이므로 $x\geq7$
…… ㉠
삼각형의 결정 조건에 의해 $1<x<13$ …… ㉡
예각삼각형이므로 $x^2<6^2+7^2$
$\therefore x<\sqrt{85}$ …… ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해 $7\leq x<\sqrt{85}$
(i), (ii)에 의해 예각삼각형이 되도록 하는 x의 값의 범위는 $\sqrt{13}<x<\sqrt{85}$이므로 자연수 x는 4, 5, 6, 7, 8, 9의 6개이다.

98 $90^\circ<\angle A<180^\circ$에서 가장 긴 변의 길이가 a cm이므로 $a>12$ …… ㉠
삼각형의 결정 조건에 의해
$12-5<a<5+12$ $\quad\therefore 7<a<17$ …… ㉡
$\triangle ABC$는 $\angle A>90^\circ$인 둔각삼각형이므로
$a^2>5^2+12^2$ $\quad\therefore a>13$ …… ㉢
㉠, ㉡, ㉢에서 $13<a<17$이므로
$x=13$, $y=17$
$\therefore x+y=30$

99 삼각형의 결정 조건에 의해 $4<x<12$
이때 x가 가장 긴 변의 길이이므로
$8<x<12$ …… ㉠
(1) 둔각삼각형이 되려면 $x^2>4^2+8^2$
$x^2>80$ $\quad\therefore x>4\sqrt{5}$ …… ㉡
㉠, ㉡에서 $4\sqrt{5}<x<12$
(2) 예각삼각형이 되려면 $x^2<4^2+8^2$
$x^2<80$ $\quad\therefore x<4\sqrt{5}$ …… ㉢
㉠, ㉢에서 $8<x<4\sqrt{5}$

02 피타고라스 정리와 평면도형

Best 최상위 유형 본문 50~64쪽

1 ③ **2** ① **3** ③ **4** $3\sqrt{10}\,\text{cm}$ **5** $\frac{4}{3}\,\text{cm}$

6 ① **7** $\frac{84}{25}\,\text{cm}^2$ **8** ③ **9** ③ **10** ②

11 ② **12** ③ **13** ④ **14** ①

15 $3\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ **16** ③ **17** $4:3$ **18** $9\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

19 $28\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ **20** ③ **21** ④

22 $\sqrt{21}\,\text{cm}$ **23** $12\sqrt{7}\,\text{cm}^2$ **24** ②

25 풀이 참조 **26** ③ **27** ③

28 $3\sqrt{15}\,\text{cm}^2$ **29** ⑤ **30** ③ **31** ①

32 $(6\sqrt{3}+3\sqrt{6})\,\text{cm}$ **33** ③ **34** $8\sqrt{3}\,\text{cm}$ **35** ⑤

36 ① **37** ③ **38** $2\sqrt{7}$ **39** $4(\sqrt{6}-\sqrt{2})$

40 $(6+4\sqrt{3})\,\text{cm}^2$ **41** ㄱ, ㄹ **42** ① **43** ①

44 ② **45** $\text{P}(1,\ 0)$ **46** 1 **47** ㄱ, ㅂ

48 ②, ⑤ **49** $\angle\text{B}=90^\circ$인 직각이등변삼각형, 5 **50** ①

51 ② **52** ④ **53** $\angle\text{A}=90^\circ$인 직각삼각형, 12

54 ③ **55** ② **56** $2\sqrt{26}$ **57** $4\sqrt{5}\,\text{cm}^2$

58 $2\sqrt{13}\,\text{cm}$ **59** $(48+6\sqrt{3})\,\text{cm}^2$ **60** ③ **61** ④

62 ④ **63** $3+2\sqrt{3}$ **64** ③

65 (1) $\frac{3\sqrt{5}}{2}\,\text{cm}$ (2) $\frac{45}{2}\,\text{cm}^2$ **66** ④ **67** ③

68 $10\,\text{cm}^2$ **69** ③ **70** $5\,\text{cm}$ **71** $5\sqrt{2}$

72 $2\sqrt{13}\,\text{cm}$ **73** $17\,\text{cm}$

---

1 □ABCD에서 $\overline{\text{AC}}=2\sqrt{2}\,\text{cm}$
□CEFG에서 $\overline{\text{CF}}=\sqrt{6^2+(\sqrt{14})^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}\,(\text{cm})$
$\therefore\ \overline{\text{AC}}+\overline{\text{CF}}=2\sqrt{2}+5\sqrt{2}=7\sqrt{2}\,(\text{cm})$

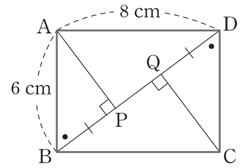
2 직사각형에서 가장 긴 선분은 대각선이고 직사각형의 가로, 세로의 길이가 각각 $80\,\text{m}$, $60\,\text{m}$이므로 대각선의 길이는
$\sqrt{80^2+60^2}=\sqrt{10000}=100\,(\text{m})$
따라서 최대 $100\,\text{m}$까지 직선 달리기를 할 수 있다.

3 가로의 길이를 $2a\,\text{cm}$라 하면 세로의 길이는 $3a\,\text{cm}$이므로 △ABC에서
$\sqrt{(2a)^2+(3a)^2}=2\sqrt{13}$, $\sqrt{13}a=2\sqrt{13}$ $\quad\therefore\ a=2$
따라서 직사각형 ABCD의 둘레의 길이는
$2(2a+3a)=10a=10\times2=20\,(\text{cm})$

4 정사각형의 한 변의 길이를 $a\,\text{cm}$라 하면
$\overline{\text{AP}}=\sqrt{2}a=3\sqrt{2}$ $\quad\therefore\ a=3$
$\therefore\ \overline{\text{AQ}}=\sqrt{(3a)^2+a^2}=\sqrt{10}a=3\sqrt{10}\,(\text{cm})$

5 △ABD에서 $\overline{\text{BD}}=\sqrt{4^2+(\sqrt{2})^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}\,(\text{cm})$
또한, $\overline{\text{AB}}\times\overline{\text{AD}}=\overline{\text{AH}}\times\overline{\text{BD}}$이므로
$4\times\sqrt{2}=\overline{\text{AH}}\times3\sqrt{2}$ $\quad\therefore\ \overline{\text{AH}}=\frac{4}{3}\,\text{cm}$

6 △ABD에서



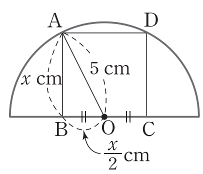
$\overline{\text{BD}}=\sqrt{6^2+8^2}=10\,(\text{cm})$
$\triangle\text{ABP}\equiv\triangle\text{CDQ}$
(RHA 합동)이므로
$\overline{\text{BP}}=\overline{\text{DQ}}$
$\overline{\text{AB}}^2=\overline{\text{BP}}\times\overline{\text{BD}}$에서 $6^2=\overline{\text{BP}}\times10$ $\quad\therefore\ \overline{\text{BP}}=3.6\,\text{cm}$
$\therefore\ \overline{\text{PQ}}=\overline{\text{BD}}-2\times\overline{\text{BP}}=10-2\times3.6=2.8\,(\text{cm})$

7 △ABD에서 $\overline{\text{BD}}=\sqrt{3^2+4^2}=5\,(\text{cm})$
$\overline{\text{AB}}^2=\overline{\text{BE}}\times\overline{\text{BD}}$에서
$3^2=\overline{\text{BE}}\times5$ $\quad\therefore\ \overline{\text{BE}}=\frac{9}{5}\,\text{cm}$
$\overline{\text{AB}}\times\overline{\text{AD}}=\overline{\text{AE}}\times\overline{\text{BD}}$에서
$3\times4=\overline{\text{AE}}\times5$ $\quad\therefore\ \overline{\text{AE}}=\frac{12}{5}\,\text{cm}$
$\triangle\text{ABE}\equiv\triangle\text{CDF}$(RHA 합동)에서 $\overline{\text{BE}}=\overline{\text{DF}}$이므로
$\overline{\text{EF}}=\overline{\text{BD}}-2\times\overline{\text{BE}}=5-2\times\frac{9}{5}=\frac{7}{5}\,(\text{cm})$
$\therefore$ □AECF$=2\times$△AEF
$=2\times\left(\frac{1}{2}\times\frac{7}{5}\times\frac{12}{5}\right)=\frac{84}{25}\,(\text{cm}^2)$

8 주어진 정사각형의 한 변의 길이를 $a\,\text{cm}$라 하면
$\sqrt{2}a=8$ $\quad\therefore\ a=4\sqrt{2}$
따라서 원의 반지름의 길이는 $2\sqrt{2}\,\text{cm}$이므로
(원의 넓이)$=\pi\times(2\sqrt{2})^2=8\pi\,(\text{cm}^2)$

9 버려지는 부분이 최소가 되도록 하려면 정사각형의 대각선과 원의 지름이 일치해야 한다.
정사각형의 한 변의 길이를 $a\,\text{cm}$ 라 하면
$\sqrt{2}a=50$ $\quad\therefore\ a=25\sqrt{2}$
따라서 정사각형의 한 변의 길이는 $25\sqrt{2}\,\text{cm}$이다.

10 $\overline{\text{OA}}$는 반원 O의 반지름이므로



$\overline{\text{OA}}=\frac{1}{2}\times10=5\,(\text{cm})$
$\overline{\text{AB}}=x\,\text{cm}$라 하면
$\overline{\text{BO}}=\overline{\text{OC}}=\frac{x}{2}\,\text{cm}$
△OAB에서 $5^2=x^2+\left(\frac{x}{2}\right)^2$, $x^2=20$
$\therefore$ □ABCD$=x^2=20\,(\text{cm}^2)$

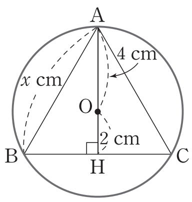
11 △CDE에서 $\overline{\text{CD}}=\sqrt{(2\sqrt{5})^2-2^2}=4\,(\text{cm})$
따라서 $\overline{\text{BE}}=\overline{\text{CD}}=4\,\text{cm}$이므로
$\triangle\text{ABE}=\frac{\sqrt{3}}{4}\times4^2=4\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

12 한 변의 길이가 3cm인 정사각형의 대각선의 길이는 $3\sqrt{2}$ cm이므로 정삼각형의 높이는 $3\sqrt{2}$ cm이다.
정삼각형의 한 변의 길이를 a cm라 하면

$\frac{\sqrt{3}}{2}a=3\sqrt{2}$ $\quad\therefore a=2\sqrt{6}$

$\therefore$ (정삼각형의 넓이)$=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(2\sqrt{6})^2=6\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

13 정삼각형의 외심과 무게중심은 일치하므로 점 O는 △ABC의 외심이면서 무게중심이다.



점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{OA}=4$ cm이고,
$\overline{AO}:\overline{OH}=2:1$이므로
$\overline{OH}=2$ cm $\quad\therefore \overline{AH}=6$ cm
또, $\overline{AB}=x$ cm라 하면 $\overline{AH}$는 △ABC의 높이이므로

$\frac{\sqrt{3}}{2}x=6$에서 $x=4\sqrt{3}$

$\therefore$ △ABC$=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(4\sqrt{3})^2=12\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

14 $\overline{AD}$는 정삼각형 ABC의 높이이므로

$\overline{AD}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 6\sqrt{3}=9\,(\text{cm})$

$\overline{BD}=\overline{CD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=3\sqrt{3}\,(\text{cm})$

점 G는 △ABC의 외심이므로 $\overline{AG}=\overline{BG}$
$\therefore$ (△GBD의 둘레의 길이)
$=\overline{BG}+\overline{GD}+\overline{BD}=(\overline{AG}+\overline{GD})+\overline{BD}$
$=\overline{AD}+\overline{BD}=(9+3\sqrt{3})$ cm

15 점 G가 무게중심이므로

△GBC$=\frac{1}{3}\times$△ABC

$=\frac{1}{3}\times\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\times 6^2\right)=3\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

16 (△ABC의 높이)$=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 4=2\sqrt{3}$ (cm)이므로

△ADE$=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(2\sqrt{3})^2=3\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

17 $\overline{AB}=a$라 하면 $\overline{AD}=\frac{\sqrt{3}}{2}a$이므로

△ABC : △ADE$=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2:\frac{\sqrt{3}}{4}\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}a\right)^2$

$=4:3$

다른 풀이 $\overline{AB}:\overline{AD}=a:\frac{\sqrt{3}}{2}a=2:\sqrt{3}$

이때 두 정삼각형은 닮음이고 두 평면도형에서 닮음비가 $m:n$일 때, 넓이의 비는 $m^2:n^2$이므로
△ABC : △ADE$=4:3$

18 $\overline{AD}=$(△ABC의 높이)$=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 8=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\overline{AF}=$(△ADE의 높이)$=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 4\sqrt{3}=6\,(\text{cm})$

$\therefore$ △AFG$=\frac{\sqrt{3}}{4}\times 6^2=9\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

19 $\angle$GEC$=\angle$GCE$=60^\circ$이므로 △GEC는 한 변의 길이가 4cm인 정삼각형이다.
따라서 어두운 부분의 넓이는

2△ABC$-$△GEC$=2\times\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\times 8^2\right)-\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\times 4^2\right)$

$=28\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

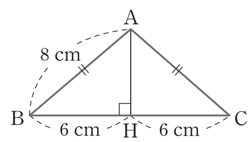
20 $\overline{BH}=\overline{CH}=2$ cm이므로
△ABH에서 $\overline{AH}=\sqrt{6^2-2^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}\,(\text{cm})$

21 △ABC$=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AH}$

$=\frac{1}{2}\times 4\times 4\sqrt{2}=8\sqrt{2}\,(\text{cm}^2)$

22 $\overline{BH}=\overline{HC}=2$ cm이므로 △ABH에서
$\overline{AH}=\sqrt{5^2-2^2}=\sqrt{21}\,(\text{cm})$

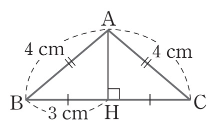
23 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{BH}=\overline{CH}=6$ cm
△ABH에서
$\overline{AH}=\sqrt{8^2-6^2}=\sqrt{28}=2\sqrt{7}\,(\text{cm})$

$\therefore$ △ABC$=\frac{1}{2}\times 12\times 2\sqrt{7}=12\sqrt{7}\,(\text{cm}^2)$

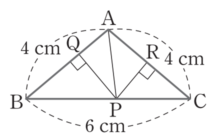
24 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{BH}=\overline{CH}=3$ cm이므로



$\overline{AH}=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}\,(\text{cm})$

$\therefore$ △ABC$=\frac{1}{2}\times 6\times\sqrt{7}=3\sqrt{7}\,(\text{cm}^2)$

한편, 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AP}$를 그으면
△ABC$=$△ABP$+$△ACP
이므로



$3\sqrt{7}=\frac{1}{2}\times 4\times\overline{PQ}+\frac{1}{2}\times 4\times\overline{PR}=2(\overline{PQ}+\overline{PR})$

$\therefore \overline{PQ}+\overline{PR}=\frac{3\sqrt{7}}{2}$ cm

25 (가) $6-x$ (나) $7^2-(6-x)^2$ (다) 1 (라) $2\sqrt{6}$ (마) $6\sqrt{6}$

26 $\overline{BH}=x$ cm라 하면 $\overline{CH}=(14-x)$ cm
$\overline{AH}^2=\overline{AB}^2-\overline{BH}^2=\overline{AC}^2-\overline{CH}^2$이므로

$13^2-x^2=15^2-(14-x)^2$

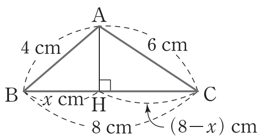
$28x=140 \qquad \therefore\ x=5$

따라서 △ABH에서

$\overline{AH}=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12\,(\text{cm})$

27 $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 14\times 12=84\,(\text{cm}^2)$

28 오른쪽 그림과 같이 세 변의 길이가 각각 4 cm, 6 cm, 8 cm 인 △ABC의 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고



$\overline{BH}=x\,\text{cm}$라 하면

$\overline{CH}=(8-x)\,\text{cm}$

$\overline{AH}^2=\overline{AB}^2-\overline{BH}^2=\overline{AC}^2-\overline{CH}^2$에서

$4^2-x^2=6^2-(8-x)^2,\ 16x=44$

$\therefore\ x=\dfrac{11}{4}$

따라서 △ABH에서

$\overline{AH}=\sqrt{4^2-\left(\dfrac{11}{4}\right)^2}=\dfrac{3\sqrt{15}}{4}\,(\text{cm})$이므로

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 8\times\dfrac{3\sqrt{15}}{4}=3\sqrt{15}\,(\text{cm}^2)$

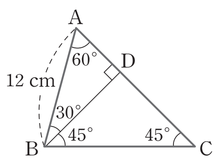
29 △ABD에서 $3\sqrt{6}:\overline{BD}=\sqrt{2}:1 \qquad \therefore\ \overline{BD}=3\sqrt{3}\,\text{cm}$

$\overline{AD}=\overline{BD}=3\sqrt{3}\,\text{cm}$이므로 △ACD에서

$3\sqrt{3}:\overline{CD}=\sqrt{3}:1 \qquad \therefore\ \overline{CD}=3\,\text{cm}$

$\therefore\ \overline{BC}=\overline{BD}+\overline{CD}=3\sqrt{3}+3=3(1+\sqrt{3})\,(\text{cm})$

30 △ABC에서



$\angle A=180^\circ-(75^\circ+45^\circ)=60^\circ$

점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 D라 하면 △ABD에서

$12:\overline{BD}=2:\sqrt{3}$

$\therefore\ \overline{BD}=6\sqrt{3}\,\text{cm}$

△BCD에서 $\overline{BC}:6\sqrt{3}=\sqrt{2}:1 \qquad \therefore\ \overline{BC}=6\sqrt{6}\,\text{cm}$

31 △ADC에서 $6:\overline{AC}=1:1$이므로 $\overline{AC}=6\,\text{cm}$

△ABC에서 $6:\overline{BC}=1:\sqrt{3}$이므로 $\overline{BC}=6\sqrt{3}\,\text{cm}$

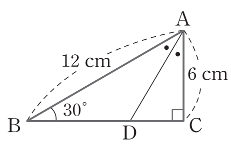
$\therefore\ \overline{BD}=\overline{BC}-\overline{CD}=6\sqrt{3}-6=6(\sqrt{3}-1)\,(\text{cm})$

32 △ABC에서 $6:\overline{BC}=1:\sqrt{3} \qquad \therefore\ \overline{BC}=6\sqrt{3}\,\text{cm}$

△BCD에서 $6\sqrt{3}:\overline{CD}=\sqrt{2}:1 \qquad \therefore\ \overline{CD}=3\sqrt{6}\,\text{cm}$

$\therefore\ \overline{BC}+\overline{CD}=(6\sqrt{3}+3\sqrt{6})\,\text{cm}$

33 △ABC에서



$12:\overline{AC}=2:1$이므로

$\overline{AC}=6\,\text{cm}$

$\overline{AD}$는 ∠A의 이등분선이므로

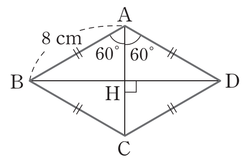
$\angle DAB=\angle DAC=30^\circ$

따라서 △ADC에서 $\angle ADC=60^\circ$이므로

$\overline{AD}:6=2:\sqrt{3}$

$\therefore\ \overline{AD}=4\sqrt{3}\,\text{cm}$

34 오른쪽 그림과 같이 보조선 $\overline{AC}$를 그어 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 H라 하면



$\overline{AC}\perp\overline{BD}$

△ABH에서 세 내각의 크기가 30°, 60°, 90°이므로

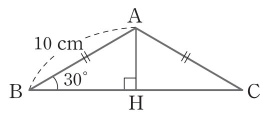
$8:\overline{BH}=2:\sqrt{3}$에서 $\overline{BH}=4\sqrt{3}\,\text{cm}$

$\therefore\ \overline{BD}=2\overline{BH}=8\sqrt{3}\,(\text{cm})$

다른 풀이 △ABC와 △ACD는 한 변의 길이가 8 cm인 정삼각형이다.

$\therefore\ \overline{BD}=2\overline{BH}=2\times\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 8\right)=8\sqrt{3}\,(\text{cm})$

35 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 △ABH에서



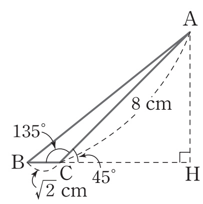
$10:\overline{AH}:\overline{BH}=2:1:\sqrt{3}$이므로

$\overline{AH}=5\,\text{cm},\ \overline{BH}=5\sqrt{3}\,\text{cm}$

이때 $\overline{CH}=\overline{BH}$이므로 $\overline{BC}=2\overline{BH}=10\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\therefore\ \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 10\sqrt{3}\times 5=25\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

36 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\angle ACH=180^\circ-135^\circ=45^\circ$

△ACH에서

$\overline{AH}:8=1:\sqrt{2}$이므로 $\overline{AH}=4\sqrt{2}\,\text{cm}$

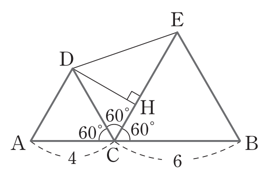
$\therefore\ \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AH}$

$=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{2}\times 4\sqrt{2}=4\,(\text{cm}^2)$

37 △ABC에서 $3\sqrt{2}:\overline{AC}=1:\sqrt{2} \qquad \therefore\ \overline{AC}=6\,\text{cm}$

△ACD에서 $6:\overline{CD}=2:\sqrt{3} \qquad \therefore\ \overline{CD}=3\sqrt{3}\,\text{cm}$

38 점 D에서 $\overline{CE}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



△CDH에서

$\overline{CD}:\overline{CH}:\overline{DH}$

$=4:\overline{CH}:\overline{DH}$

$=2:1:\sqrt{3}$

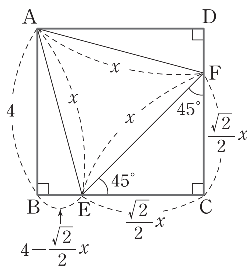
이므로 $\overline{CH}=2,\ \overline{DH}=2\sqrt{3}$

$\overline{EH}=\overline{CE}-\overline{CH}=6-2=4$

△DEH에서 피타고라스 정리에 의해

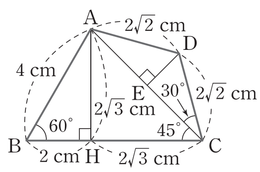
$\overline{DE}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+4^2}=\sqrt{28}=2\sqrt{7}$

39 $\triangle ABE\equiv\triangle ADF$



(RHS 합동)이므로
$\overline{BE}=\overline{DF}$에서 $\overline{EC}=\overline{CF}$
$\overline{AE}=\overline{EF}=\overline{AF}=x$라 하면
$\triangle ECF$에서
$\overline{EC}:\overline{EF}=1:\sqrt{2}$이므로
$\overline{EC}=\frac{\sqrt{2}}{2}x$
따라서 $\overline{BE}=4-\frac{\sqrt{2}}{2}x$이므로 $\triangle ABE$에서 피타고라스 정리에 의해 $x^2=4^2+\left(4-\frac{\sqrt{2}}{2}x\right)^2$
$x^2+8\sqrt{2}x-64=0$ $\quad\therefore x=-4\sqrt{2}\pm4\sqrt{6}$
이때 $x>0$이므로 $x=4(\sqrt{6}-\sqrt{2})$

40 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선



의 발을 H라 하면
$\triangle ABH$에서
$4:\overline{BH}:\overline{HA}$
$=2:1:\sqrt{3}$이므로
$\overline{BH}=2\,\text{cm}$, $\overline{AH}=2\sqrt{3}\,\text{cm}$
또, $\triangle ACH$에서 $\overline{AH}=\overline{CH}=2\sqrt{3}\,\text{cm}$이므로
$\triangle ACH$는 직각이등변삼각형이다.
$\therefore \angle ACH=45°$, $\angle ACD=30°$
$\triangle DAC$의 점 D에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 E라 하면
$2\sqrt{2}:\overline{DE}:\overline{EC}=2:1:\sqrt{3}$이므로
$\overline{DE}=\sqrt{2}\,\text{cm}$, $\overline{EC}=\sqrt{6}\,\text{cm}$
이때 $\overline{AC}=2\overline{EC}=2\sqrt{6}\,(\text{cm})$
$\therefore \square ABCD=\triangle ABC+\triangle DAC$

$$=\frac{1}{2}\times(2+2\sqrt{3})\times2\sqrt{3}+\frac{1}{2}\times2\sqrt{6}\times\sqrt{2}$$
$$=(2\sqrt{3}+6)+2\sqrt{3}=6+4\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$$

41 ㄱ. $\overline{OA}=\sqrt{(-2-0)^2+(3-0)^2}=\sqrt{13}$
ㄴ. $\overline{BC}=\sqrt{\{1-(-3)\}^2+(2-4)^2}=\sqrt{20}$
ㄷ. $\overline{DE}=\sqrt{(-1-2)^2+(0-5)^2}=\sqrt{34}$
ㄹ. $\overline{FG}=\sqrt{(2-5)^2+(-3-3)^2}=\sqrt{45}$
따라서 두 점 사이의 거리가 가장 짧은 것은 ㄱ, 가장 긴 것은 ㄹ이다.

42 $\overline{AB}=\sqrt{(3-a)^2+(a+4+5)^2}=6\sqrt{2}$에서
$(3-a)^2+(a+9)^2=72$이므로
$a^2+6a+9=0$, $(a+3)^2=0$ $\quad\therefore a=-3$

43 $\overline{AB}=\sqrt{(x+7)^2+(2+3)^2}=2\sqrt{13}$이므로
$(x+7)^2=27$, $x+7=\pm3\sqrt{3}$ $\quad\therefore x=-7\pm3\sqrt{3}$
따라서 모든 x의 값의 합은
$(-7+3\sqrt{3})+(-7-3\sqrt{3})=-14$

44 $\overline{AB}=\sqrt{(3-1)^2+(6+2)^2}=\sqrt{68}$
$\overline{BC}=\sqrt{(a-3)^2+(-a-1-6)^2}=\sqrt{2a^2+8a+58}$
$\overline{AB}=\overline{BC}$에서
$2a^2+8a+58=68$, $a^2+4a-5=0$
$(a-1)(a+5)=0$ $\quad\therefore a=-5$ ($\because a<0$)
따라서 $A(1, -2)$, $C(-5, 4)$이므로
$\overline{AC}=\sqrt{(-5-1)^2+(4+2)^2}=\sqrt{72}=6\sqrt{2}$

45 점 P의 좌표를 $P(a, 0)$이라 하면
$\overline{PA}=\sqrt{(a+2)^2+(0-4)^2}=\sqrt{a^2+4a+20}$
$\overline{PB}=\sqrt{(a-5)^2+(0+3)^2}=\sqrt{a^2-10a+34}$
$\overline{PA}=\overline{PB}$이므로
$a^2+4a+20=a^2-10a+34$
$14a=14$ $\quad\therefore a=1$
따라서 점 P의 좌표는 $P(1, 0)$이다.

46 점 $P(a, b)$는 직선 $y=x+1$ 위의 점이므로
$b=a+1$, 즉 $P(a, a+1)$에서
$\overline{PA}=\sqrt{(a-2)^2+(a+1+3)^2}=\sqrt{2a^2+4a+20}$
$\overline{PB}=\sqrt{(a+4)^2+(a+1+1)^2}=\sqrt{2a^2+12a+20}$
$\overline{PA}=\overline{PB}$이므로
$2a^2+4a+20=2a^2+12a+20$, $8a=0$
$\therefore a=0$, $b=a+1=1$
$\therefore a+b=1$

47 $\overline{AB}=\sqrt{(0+3)^2+(-1-1)^2}=\sqrt{13}$
$\overline{BC}=\sqrt{(2-0)^2+(2+1)^2}=\sqrt{13}$
$\overline{CA}=\sqrt{(-3-2)^2+(1-2)^2}=\sqrt{26}$
이때 $\overline{AB}=\overline{BC}$이고 $\overline{CA}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$이므로
$\triangle ABC$는 $\angle B=90°$인 직각이등변삼각형이다.
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㅂ이다.

48 $\overline{AB}=\sqrt{(1-0)^2+(-1+3)^2}=\sqrt{5}$
$\overline{BC}=\sqrt{(-2-1)^2+(4+1)^2}=\sqrt{34}$
$\overline{CA}=\sqrt{(0+2)^2+(-3-4)^2}=\sqrt{53}$
이때 $\overline{CA}^2>\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$이므로 $\triangle ABC$는 둔각삼각형이다.

49 $\overline{AB}=\sqrt{(-1-2)^2+(-3+2)^2}=\sqrt{10}$
$\overline{BC}=\sqrt{(-2+1)^2+(0+3)^2}=\sqrt{10}$
$\overline{CA}=\sqrt{(2+2)^2+(-2-0)^2}=\sqrt{20}$
이때 $\overline{AB}=\overline{BC}$이고 $\overline{CA}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$이므로
$\triangle ABC$는 $\angle B=90°$인 직각이등변삼각형이다.
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{BC}$

$$=\frac{1}{2}\times\sqrt{10}\times\sqrt{10}=5$$

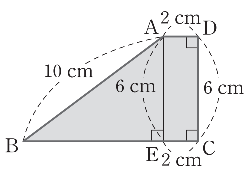
50 $y=-2x^2+4x-5=-2(x-1)^2-3$
따라서 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ -3)$이고, y축과 만나는 점의 좌표는 $(0,\ -5)$이므로 구하는 두 점 사이의 거리는
$\sqrt{(0-1)^2+(-5+3)^2}=\sqrt{5}$

51 $y=-x^2-2x+3=-(x+1)^2+4$
따라서 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ 4)$이고,
$y=2(x-1)^2+6$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ 6)$이므로 구하는 꼭짓점 사이의 거리는
$\sqrt{(1+1)^2+(6-4)^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

52 $x^2=-x+2$에서 $x^2+x-2=0$
$(x+2)(x-1)=0 \qquad \therefore\ x=-2$ 또는 $x=1$
따라서 두 그래프의 교점의 좌표는 $\mathrm{A}(-2,\ 4)$, $\mathrm{B}(1,\ 1)$이므로
$\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{(1+2)^2+(1-4)^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

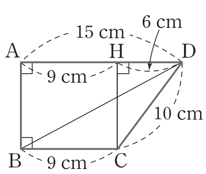
53 $\frac{1}{2}x^2=x+4$에서 $x^2-2x-8=0$
$(x-4)(x+2)=0 \qquad \therefore\ x=-2$ 또는 $x=4$
따라서 $\mathrm{A}(-2,\ 2)$, $\mathrm{B}(4,\ 8)$, $\mathrm{O}(0,\ 0)$이므로
$\overline{\mathrm{OA}}=\sqrt{(-2-0)^2+(2-0)^2}=\sqrt{8}$
$\overline{\mathrm{OB}}=\sqrt{(4-0)^2+(8-0)^2}=\sqrt{80}$
$\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{(4+2)^2+(8-2)^2}=\sqrt{72}$
이때 $\overline{\mathrm{OB}}^2=\overline{\mathrm{OA}}^2+\overline{\mathrm{AB}}^2$이므로 $\triangle\mathrm{ABO}$는 $\angle\mathrm{A}=90^\circ$인 직각삼각형이다.
$\therefore\ \triangle\mathrm{ABO}=\frac{1}{2}\times\sqrt{8}\times\sqrt{72}$
$=\frac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times6\sqrt{2}=12\,(\mathrm{cm}^2)$

54 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{\mathrm{BC}}$에 내린 수선의 발을 E라 하면 $\square\mathrm{AECD}$는 직사각형이므로



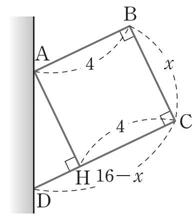
$\overline{\mathrm{AE}}=\overline{\mathrm{DC}}=6\,\mathrm{cm}$
$\overline{\mathrm{EC}}=\overline{\mathrm{AD}}=2\,\mathrm{cm}$
$\triangle\mathrm{ABE}$에서
$\overline{\mathrm{BE}}^2=\overline{\mathrm{AB}}^2-\overline{\mathrm{AE}}^2=10^2-6^2=64$
$\therefore\ \overline{\mathrm{BE}}=8\,\mathrm{cm}$
따라서 $\overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{BE}}+\overline{\mathrm{CE}}=8+2=10\,(\mathrm{cm})$이므로
$\square\mathrm{ABCD}=\frac{1}{2}\times(2+10)\times6=36\,(\mathrm{cm}^2)$

55 오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overline{\mathrm{AD}}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{\mathrm{AH}}=\overline{\mathrm{BC}}=9\,\mathrm{cm}$이므로



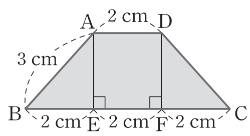
$\overline{\mathrm{DH}}=15-9=6\,(\mathrm{cm})$
$\triangle\mathrm{CDH}$에서
$\overline{\mathrm{CH}}=\sqrt{10^2-6^2}=8\,(\mathrm{cm})$
$\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{CH}}=8\,\mathrm{cm}$이므로 $\triangle\mathrm{ABD}$에서
$\overline{\mathrm{BD}}=\sqrt{8^2+15^2}=17\,(\mathrm{cm})$
$\therefore\ \overline{\mathrm{AB}}+\overline{\mathrm{BD}}=8+17=25\,(\mathrm{cm})$

56 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{\mathrm{CD}}$에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\overline{\mathrm{BC}}=x$라 하면 $\overline{\mathrm{CD}}=16-x$이므로 $\square\mathrm{ABCD}$의 넓이를 S라 하면



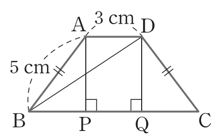
$S=\frac{1}{2}\times(4+16-x)\times x$
$=-\frac{1}{2}(x^2-20x)$
$=-\frac{1}{2}(x-10)^2+50$
따라서 $x=10$일 때 $\square\mathrm{ABCD}$의 넓이가 최대이므로
$\triangle\mathrm{ADH}$에서
$\overline{\mathrm{AD}}=\sqrt{\overline{\mathrm{AH}}^2+\overline{\mathrm{DH}}^2}=\sqrt{10^2+2^2}=2\sqrt{26}$

57 오른쪽 그림과 같이 두 점 A, D에서 $\overline{\mathrm{BC}}$에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하면



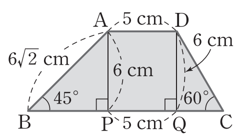
$\overline{\mathrm{EF}}=\overline{\mathrm{AD}}=2\,\mathrm{cm}$
$\overline{\mathrm{BE}}=\overline{\mathrm{FC}}=\frac{1}{2}(\overline{\mathrm{BC}}-\overline{\mathrm{EF}})=2\,\mathrm{cm}$
$\triangle\mathrm{ABE}$에서
$\overline{\mathrm{AE}}^2=\overline{\mathrm{AB}}^2-\overline{\mathrm{BE}}^2=3^2-2^2=5$
$\therefore\ \overline{\mathrm{AE}}=\sqrt{5}\,\mathrm{cm}$
따라서 $\square\mathrm{ABCD}$의 넓이는
$\frac{1}{2}\times(2+6)\times\sqrt{5}=4\sqrt{5}\,(\mathrm{cm}^2)$

58 오른쪽 그림과 같이 두 점 A, D에서 $\overline{\mathrm{BC}}$에 내린 수선의 발을 각각 P, Q라 하면



$\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{PQ}}=3\,\mathrm{cm}$
$\overline{\mathrm{BP}}=\overline{\mathrm{QC}}=\frac{1}{2}(\overline{\mathrm{BC}}-\overline{\mathrm{PQ}})=3(\mathrm{cm})$
또, $\triangle\mathrm{ABP}$에서 $\overline{\mathrm{AP}}=\sqrt{5^2-3^2}=4(\mathrm{cm})$이므로
$\overline{\mathrm{DQ}}=\overline{\mathrm{AP}}=4\,\mathrm{cm}$
따라서 $\triangle\mathrm{DBQ}$에서 $\overline{\mathrm{BQ}}=6\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{DQ}}=4\,\mathrm{cm}$이므로
$\overline{\mathrm{BD}}=\sqrt{4^2+6^2}=2\sqrt{13}\,(\mathrm{cm})$

59 오른쪽 그림과 같이 두 점 A, D에서 $\overline{\mathrm{BC}}$에 내린 수선의 발을 각각 P, Q라 하면



$\overline{\mathrm{PQ}}=\overline{\mathrm{AD}}=5\,\mathrm{cm}$
$\triangle\mathrm{ABP}$에서
$6\sqrt{2} : \overline{\mathrm{AP}}=\sqrt{2} : 1$이므로 $\overline{\mathrm{AP}}=6\,\mathrm{cm}$
$\therefore\ \overline{\mathrm{BP}}=\overline{\mathrm{AP}}=6\,\mathrm{cm}$
$\overline{\mathrm{DQ}}=\overline{\mathrm{AP}}=6\,\mathrm{cm}$이므로 $\triangle\mathrm{DQC}$에서 $\overline{\mathrm{QC}} : 6=1 : \sqrt{3}$

$\therefore\ \overline{QC}=\dfrac{6}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$

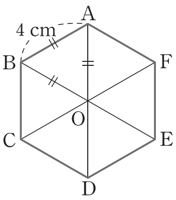
$\overline{BC}=6+5+2\sqrt{3}=11+2\sqrt{3}\,(\text{cm})$

이므로

$\square ABCD=\dfrac{1}{2}\times\{5+(11+2\sqrt{3})\}\times 6$

$=48+6\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

60 오른쪽 그림과 같이 보조선 AD, CF를 그으면 한 변의 길이가 4 cm인 합동인 6개의 정삼각형으로 나누어진다.



$\therefore\ \overline{BE}=2\times\overline{AB}$

$=2\times 4=8\,(\text{cm})$

61 (정육각형 ABCDEF의 넓이)

$=6\times\triangle ABO=6\times\left(\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times 4^2\right)=24\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

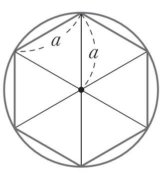
62 정육각형의 한 변의 길이를 a cm라 하면 정육각형은 한 변의 길이가 a cm인 정삼각형 6개로 이루어져 있으므로

(정육각형의 넓이)$=\left(\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2\right)\times 6=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}a^2=24\sqrt{3}$

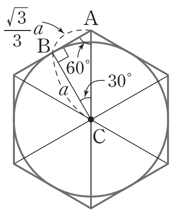
$a^2=16\qquad\therefore\ a=4$

$\therefore$ (정육각형의 둘레의 길이)$=6a=24\,(\text{cm})$

63



[그림 1]



[그림 2]

[그림 1]과 같이 반지름의 길이가 a인 원에 내접하는 정육각형은 한 변의 길이가 a이므로 둘레의 길이는 $6a$이다.

또, [그림 2]와 같이 반지름의 길이가 a인 원에 외접하는 정육각형의 △ABC에서

$\overline{AB}:a=1:\sqrt{3}$이므로 $\overline{AB}=\dfrac{a}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}a$

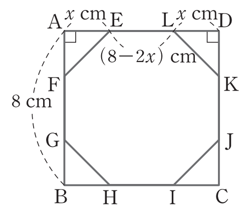
즉, 정육각형의 한 변의 길이가 $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}a$이므로 둘레의 길이는 $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}a\times 6=4\sqrt{3}a$이다.

이때 반지름의 길이가 a인 원의 둘레의 길이는 $2\pi a$이고 원의 둘레의 길이는 내접하는 정육각형의 둘레의 길이보다 크고 외접하는 정육각형의 둘레의 길이보다 작으므로

$6a<2\pi a<4\sqrt{3}a,\ 3<\pi<2\sqrt{3}$

따라서 $m=3,\ n=2\sqrt{3}$이므로 $m+n=3+2\sqrt{3}$

64 $\overline{AE}=\overline{LD}=x$ cm이므로



$\overline{EL}=(8-2x)$ cm

△AEF에서

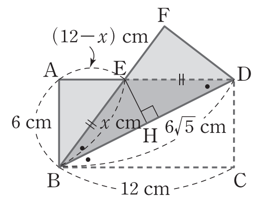
$\overline{EF}=\sqrt{2}x$ cm이므로

$8-2x=\sqrt{2}x$

$(2+\sqrt{2})x=8$

$\therefore\ x=4(2-\sqrt{2})$

65 (1) $\overline{BE}=x$ cm라 하면



$\overline{DE}=x$ cm이므로

$\overline{AE}=(12-x)$ cm

△ABE에서

$x^2=6^2+(12-x)^2$

$24x=180\qquad\therefore\ x=\dfrac{15}{2}$

또, △ABD에서

$\overline{BD}=\sqrt{6^2+12^2}=6\sqrt{5}\,(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{BH}=\dfrac{1}{2}\overline{BD}=3\sqrt{5}\,(\text{cm})$

따라서 △EBH에서

$\overline{EH}=\sqrt{\left(\dfrac{15}{2}\right)^2-(3\sqrt{5})^2}=\dfrac{3\sqrt{5}}{2}\,(\text{cm})$

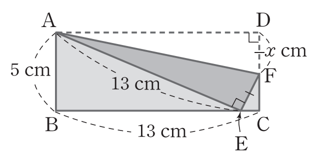
(2) $\triangle BED=\dfrac{1}{2}\times\overline{BD}\times\overline{EH}$

$=\dfrac{1}{2}\times 6\sqrt{5}\times\dfrac{3\sqrt{5}}{2}=\dfrac{45}{2}\,(\text{cm}^2)$

다른 풀이 $\triangle BED=\dfrac{1}{2}\times\overline{DE}\times\overline{AB}$

$=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{15}{2}\times 6=\dfrac{45}{2}\,(\text{cm}^2)$

66 $\overline{AE}=\overline{AD}=13$ cm이므로 △ABE에서



$\overline{BE}=\sqrt{13^2-5^2}$

$=12$(cm)

$\therefore\ \overline{CE}=\overline{BC}-\overline{BE}=13-12=1$(cm)

$\overline{DF}=x$ cm라 하면

$\overline{FC}=(5-x)$ cm, $\overline{EF}=x$ cm이므로

△ECF에서 $x^2=(5-x)^2+1^2$

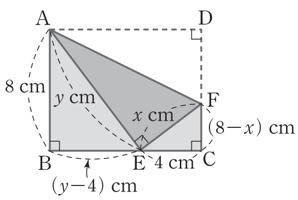
$10x=26\qquad\therefore\ x=\dfrac{13}{5}$

따라서 직각삼각형 AEF의 넓이는

$\triangle AEF=\dfrac{1}{2}\times\overline{AE}\times\overline{EF}$

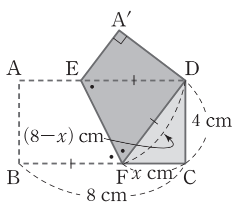
$=\dfrac{1}{2}\times 13\times\dfrac{13}{5}=\dfrac{169}{10}\,(\text{cm}^2)$

67 $\overline{\mathrm{DF}}=x\,\mathrm{cm}$라 하면



$\overline{\mathrm{EF}}=x\,\mathrm{cm}$,
$\overline{\mathrm{FC}}=(8-x)\,\mathrm{cm}$
$\triangle\mathrm{CEF}$에서
$x^2=4^2+(8-x)^2$
$16x=80$, $x=5$
$\therefore$ $\overline{\mathrm{EF}}=5\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{CF}}=3\,\mathrm{cm}$
이때 $\overline{\mathrm{AE}}=\overline{\mathrm{AD}}=y\,\mathrm{cm}$라 하면
$\overline{\mathrm{BE}}=(y-4)\,\mathrm{cm}$ 이므로 $\triangle\mathrm{ABE}$에서
$y^2=8^2+(y-4)^2$, $8y=80$ $\quad\therefore$ $y=10$
따라서 $\triangle\mathrm{AEF}$에서 $\overline{\mathrm{AF}}=\sqrt{10^2+5^2}=5\sqrt{5}\,(\mathrm{cm})$

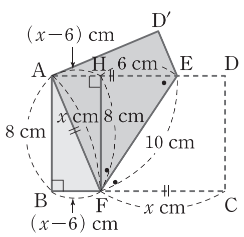
68 $\overline{\mathrm{CF}}=x\,\mathrm{cm}$라 하면



$\overline{\mathrm{DF}}=\overline{\mathrm{BF}}=(8-x)\,\mathrm{cm}$
$\triangle\mathrm{DFC}$에서
$(8-x)^2=x^2+4^2$
$16x=48$ $\quad\therefore$ $x=3$
이때 $\triangle\mathrm{DEF}$는 $\overline{\mathrm{DE}}=\overline{\mathrm{DF}}$인
이등변삼각형이므로
$\overline{\mathrm{DE}}=\overline{\mathrm{DF}}=8-3=5(\mathrm{cm})$
따라서 $\triangle\mathrm{DEF}$의 넓이는

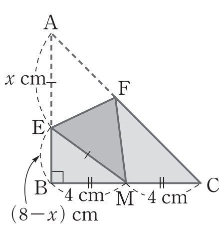
$$\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{DE}}\times\overline{\mathrm{CD}}=\frac{1}{2}\times5\times4=10(\mathrm{cm}^2)$$

69 오른쪽 그림과 같이 점 F에서 $\overline{\mathrm{AD}}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



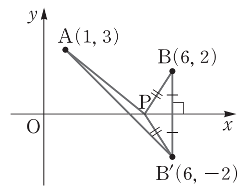
$\overline{\mathrm{HF}}=\overline{\mathrm{AB}}=8\,\mathrm{cm}$
$\triangle\mathrm{FHE}$에서
$\overline{\mathrm{HE}}=\sqrt{10^2-8^2}=6(\mathrm{cm})$
또, $\overline{\mathrm{CF}}=x\,\mathrm{cm}$라 하면
$\overline{\mathrm{AF}}=\overline{\mathrm{AE}}=x\,\mathrm{cm}$이므로
$\overline{\mathrm{AH}}=\overline{\mathrm{BF}}=(x-6)\,\mathrm{cm}$
$\triangle\mathrm{ABF}$에서 $x^2=8^2+(x-6)^2$
$12x=100$ $\quad\therefore$ $x=\dfrac{25}{3}$
$\therefore$ $\overline{\mathrm{BC}}=(x-6)+x=2x-6$
$\qquad=2\times\dfrac{25}{3}-6=\dfrac{32}{3}(\mathrm{cm})$

70 $\overline{\mathrm{ME}}=x\,\mathrm{cm}$라 하면



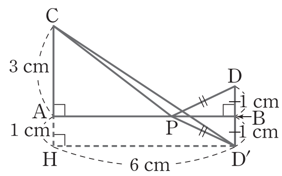
$\overline{\mathrm{AE}}=x\,\mathrm{cm}$이므로
$\overline{\mathrm{EB}}=(8-x)\,\mathrm{cm}$
점 M은 $\overline{\mathrm{BC}}$의 중점이므로
$\overline{\mathrm{BM}}=\dfrac{1}{2}\overline{\mathrm{BC}}=4(\mathrm{cm})$
$\triangle\mathrm{EBM}$에서 $x^2=(8-x)^2+4^2$
$16x=80$ $\quad\therefore$ $x=5$
따라서 $\overline{\mathrm{ME}}$의 길이는 $5\,\mathrm{cm}$이다.

71 오른쪽 그림과 같이 점 B와 x축에 대하여 대칭인 점을 B′이라 하면



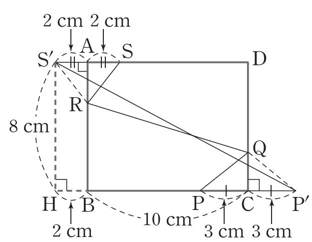
B′(6, −2)
$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$의 최솟값은 $\overline{\mathrm{AB'}}$의 길이와 같으므로
$\overline{\mathrm{AB'}}=\sqrt{(6-1)^2+(-2-3)^2}$
$\qquad=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$
따라서 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$의 최솟값은 $5\sqrt{2}$이다.

72 오른쪽 그림과 같이 점 D와 $\overline{\mathrm{AB}}$에 대하여 대칭인 점을 D′이라 하고 점 D′에서 $\overline{\mathrm{CA}}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{\mathrm{CP}}+\overline{\mathrm{PD}}$의 최솟값은 $\overline{\mathrm{CD'}}$의 길이와 같으므로
$\triangle\mathrm{CHD'}$에서 $\overline{\mathrm{CD'}}=\sqrt{4^2+6^2}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}\,(\mathrm{cm})$
따라서 $\overline{\mathrm{CP}}+\overline{\mathrm{PD}}$의 최솟값은 $2\sqrt{13}\,\mathrm{cm}$이다.

73 다음 그림과 같이 점 P와 S를 각각 $\overline{\mathrm{CD}}$와 $\overline{\mathrm{AB}}$에 대하여 대칭이동한 점을 P′, S′이라 하면 $\overline{\mathrm{SR}}+\overline{\mathrm{RQ}}+\overline{\mathrm{QP}}$의 최솟값은 $\overline{\mathrm{S'P'}}$의 길이와 같다.



점 S′에서 $\overline{\mathrm{BC}}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면
$\triangle\mathrm{S'HP'}$에서 $\overline{\mathrm{HP'}}=2+10+3=15(\mathrm{cm})$ 이므로
$\overline{\mathrm{S'P'}}=\sqrt{8^2+15^2}=\sqrt{289}=17(\mathrm{cm})$
따라서 $\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{QR}}+\overline{\mathrm{RS}}$의 최솟값은 $17\,\mathrm{cm}$이다.

03 피타고라스 정리와 입체도형

Best 최상위 유형
본문 67~77쪽

1 ④ **2** ② **3** ⑤ **4** ④ **5** ③

6 $\frac{5\sqrt{6}}{3}$ cm **7** ④ **8** (1) $18\sqrt{3}$ cm^2 (2) $2\sqrt{3}$ cm

9 ③ **10** ② **11** $48\sqrt{6}$ cm^3 **12** ③

13 $4\sqrt{2}$ cm **14** ③ **15** ⑤ **16** ① **17** ①

18 $12\sqrt{6}$ cm^2 **19** ② **20** ⑤ **21** ①

22 ③ **23** ① **24** 100π cm^3 **25** ⑤

26 $\frac{\sqrt{10}}{4}$ 배 **27** ③ **28** 26 cm **29** $\sqrt{73}\pi$ cm **30** ②

31 (1) $5\sqrt{2}\pi$ cm (2) 13π cm **32** $5\sqrt{3}$ cm

33 $2\sqrt{7}$ cm **34** ④ **35** ③ **36** 20 cm

37 (1) $\overline{\text{MN}}=4\sqrt{2}$ cm, $\overline{\text{AG}}=4\sqrt{3}$ cm (2) $8\sqrt{6}$ cm^2

38 ②, ④ **39** 6 cm^2 **40** $75\sqrt{3}$ cm^2 **41** 18 cm^2

42 64 cm^2 **43** ③ **44** ③ **45** ③

46 75π cm^2 **47** $\frac{256}{3}\pi$ cm^3 **48** ② **49** ⑤

50 ⑤ **51** ① **52** ③ **53** 3π cm^3

54 $(10-\sqrt{10})$ cm

---

1 ① $\sqrt{2^2+3^2+4^2}=\sqrt{29}$
② $\sqrt{(\sqrt{3})^2+(\sqrt{5})^2+6^2}=\sqrt{44}$
③ $\sqrt{5^2+(\sqrt{2})^2+3^2}=\sqrt{36}$
④ $\sqrt{(2\sqrt{3})^2+3^2+(\sqrt{6})^2}=\sqrt{27}$
⑤ $\sqrt{(\sqrt{10})^2+4^2+(\sqrt{3})^2}=\sqrt{29}$
따라서 대각선의 길이가 가장 짧은 것은 ④이다.

2 $\overline{\text{CG}}=x$ cm라 하면
$\overline{\text{AG}}=\sqrt{3^2+(\sqrt{6})^2+x^2}=3\sqrt{2}$이므로
$x^2=3$ $\quad\therefore x=\sqrt{3}$
따라서 $\overline{\text{CG}}$의 길이는 $\sqrt{3}$ cm이다.

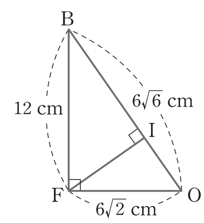
3 △FGH에서 $x=\sqrt{(4\sqrt{2})^2+2^2}=\sqrt{36}=6$
△DFH에서 $y=\sqrt{6^2+3^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$
$\therefore xy=6\times3\sqrt{5}=18\sqrt{5}$

4 △ABD에서 $\overline{\text{BD}}=\sqrt{2^2+(2\sqrt{3})^2}=4$(cm)
$\overline{\text{DF}}=\sqrt{2^2+(2\sqrt{3})^2+4^2}=4\sqrt{2}$(cm)
이때 △BFD에서 $\overline{\text{BF}}\times\overline{\text{BD}}=\overline{\text{BI}}\times\overline{\text{DF}}$이므로
$4\times4=\overline{\text{BI}}\times4\sqrt{2}$ $\quad\therefore \overline{\text{BI}}=2\sqrt{2}$ cm
또, △BFI에서 $\overline{\text{FI}}=\sqrt{4^2-(2\sqrt{2})^2}=2\sqrt{2}$(cm)
$\therefore \overline{\text{BI}}+\overline{\text{FI}}=2\sqrt{2}+2\sqrt{2}=4\sqrt{2}$(cm)

5 주어진 정육면체의 한 모서리의 길이를 x cm라 하면
$\overline{\text{BH}}=\sqrt{3}x=4\sqrt{3}$
$\therefore x=4$
따라서 △MDH에서 $\overline{\text{MD}}=2$ cm, $\overline{\text{DH}}=4$ cm이므로
$\overline{\text{MH}}=\sqrt{2^2+4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$(cm)

6 $\overline{\text{DG}}=5\sqrt{2}$ cm, $\overline{\text{AG}}=5\sqrt{3}$ cm이고
△ADG에서 $\overline{\text{AD}}\times\overline{\text{DG}}=\overline{\text{DI}}\times\overline{\text{AG}}$이므로
$5\times5\sqrt{2}=\overline{\text{DI}}\times5\sqrt{3}$ $\quad\therefore \overline{\text{DI}}=\frac{5\sqrt{6}}{3}$ cm

7 $\overline{\text{FH}}=12\sqrt{2}$ cm이므로
$\overline{\text{FO}}=\frac{1}{2}\overline{\text{FH}}=6\sqrt{2}$(cm)
△BFO에서
$\overline{\text{BO}}=\sqrt{12^2+(6\sqrt{2})^2}=6\sqrt{6}$(cm)
또, $\overline{\text{BF}}\times\overline{\text{FO}}=\overline{\text{BO}}\times\overline{\text{FI}}$이므로
$12\times6\sqrt{2}=6\sqrt{6}\times\overline{\text{FI}}$
$\therefore \overline{\text{FI}}=4\sqrt{3}$ cm



8 (1) $\overline{\text{AC}}=6\sqrt{2}$ cm이므로 △ACF는 한 변의 길이가 $6\sqrt{2}$ cm인 정삼각형이다.
$\therefore$ △ACF$=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(6\sqrt{2})^2=18\sqrt{3}$(cm^2)
(2) 삼각뿔 B−ACF의 부피는 삼각뿔 F−ABC의 부피와 같으므로
$\frac{1}{3}\times\triangle\text{ACF}\times\overline{\text{BI}}=\frac{1}{3}\times\triangle\text{ABC}\times\overline{\text{BF}}$에서
$\frac{1}{3}\times18\sqrt{3}\times\overline{\text{BI}}=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times6\times6\right)\times6$
$\therefore \overline{\text{BI}}=2\sqrt{3}$ cm

9 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm라 하면
(정육면체의 대각선의 길이)$=\sqrt{3}a=4\sqrt{3}$ $\quad\therefore a=4$
따라서 삼각뿔 C−BDG의 부피는 삼각뿔 G−BCD의 부피와 같으므로
$\frac{1}{3}\times\triangle\text{BGD}\times\overline{\text{CI}}=\frac{1}{3}\times\triangle\text{BCD}\times\overline{\text{CG}}$
$\frac{1}{3}\times\left\{\frac{\sqrt{3}}{4}\times(4\sqrt{2})^2\right\}\times\overline{\text{CI}}=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times4\times4\right)\times4$
$\therefore \overline{\text{CI}}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$ cm

10 주어진 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm라 하면
$\overline{\text{BD}}=\sqrt{2}a$ cm이므로
△BDG$=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(\sqrt{2}a)^2=9\sqrt{3}$에서 $a^2=18$ $\quad\therefore a=3\sqrt{2}$
삼각뿔 C−BDG의 부피는 삼각뿔 G−BCD의 부피와 같으므로

$$\frac{1}{3}\times\triangle\mathrm{BDG}\times\overline{\mathrm{CH}}=\frac{1}{3}\times\triangle\mathrm{BCD}\times\overline{\mathrm{CG}}$$

$$\frac{1}{3}\times9\sqrt{3}\times\overline{\mathrm{CH}}=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times3\sqrt{2}\times3\sqrt{2}\right)\times3\sqrt{2}$$

$\therefore\ \overline{\mathrm{CH}}=\sqrt{6}\ \mathrm{cm}$

11 주어진 정육면체의 한 모서리의 길이를 $a$cm라 하면

$\overline{\mathrm{BP}}=\overline{\mathrm{BR}}=\overline{\mathrm{BQ}}=\frac{a}{2}\ \mathrm{cm}$

$\overline{\mathrm{QR}}=\frac{1}{2}\,\overline{\mathrm{CF}}=\frac{1}{2}\times\sqrt{2}a=\frac{\sqrt{2}}{2}a\,(\mathrm{cm})$이므로

$\triangle\mathrm{PQR}$는 한 변의 길이가 $\frac{\sqrt{2}}{2}a$cm인 정삼각형이다.

$\therefore\ \triangle\mathrm{PQR}=\frac{\sqrt{3}}{4}\times\left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)^2=\frac{\sqrt{3}}{8}a^2\,(\mathrm{cm}^2)$

삼각뿔 B-PQR의 부피는 삼각뿔 Q-PBR의 부피와 같으므로

$$\frac{1}{3}\times\triangle\mathrm{PQR}\times\overline{\mathrm{BI}}=\frac{1}{3}\times\triangle\mathrm{PBR}\times\overline{\mathrm{BQ}}$$

$$\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{8}a^2\times\sqrt{2}=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times\frac{a}{2}\times\frac{a}{2}\right)\times\frac{a}{2}$$

$\therefore\ a=2\sqrt{6}$

따라서 정육면체의 부피는

$a^3=(2\sqrt{6})^3=48\sqrt{6}\,(\mathrm{cm}^3)$

12 정사면체의 한 모서리의 길이를 $a$cm라 하면

(정사면체의 높이)$=\frac{\sqrt{6}}{3}a=4\sqrt{3}$에서 $a=6\sqrt{2}$

$\therefore$ (정사면체의 부피)$=\frac{\sqrt{2}}{12}a^3=\frac{\sqrt{2}}{12}\times(6\sqrt{2})^3$

$=72\,(\mathrm{cm}^3)$

13 주어진 정사면체의 한 모서리의 길이를 $a$cm라 하면 정삼각형 ACD의 넓이는

$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=12\sqrt{3}$에서 $a^2=48$ $\quad\therefore\ a=4\sqrt{3}$

$\therefore$ (정사면체의 높이)$=\frac{\sqrt{6}}{3}a=\frac{\sqrt{6}}{3}\times4\sqrt{3}$

$=4\sqrt{2}\,(\mathrm{cm})$

14 정사면체의 한 모서리의 길이를 $a$cm라 하면

$\overline{\mathrm{AM}}=\frac{\sqrt{3}}{2}a=3\sqrt{2}$에서 $a=2\sqrt{6}$

$\therefore$ (정사면체의 부피)$=\frac{\sqrt{2}}{12}a^3=\frac{\sqrt{2}}{12}\times(2\sqrt{6})^3$

$=8\sqrt{3}\,(\mathrm{cm}^3)$

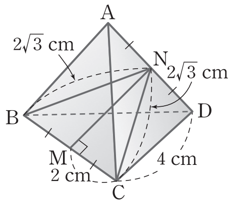
15 주어진 정사면체의 한 모서리의 길이를 $a$cm라 하면

$\overline{\mathrm{DH}}=\frac{2}{3}\overline{\mathrm{DM}}=\frac{2}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}a=6$에서 $a=6\sqrt{3}$

$\therefore$ (정사면체의 부피)$=\frac{\sqrt{2}}{12}a^3=\frac{\sqrt{2}}{12}\times(6\sqrt{3})^3$

$=54\sqrt{6}\,(\mathrm{cm}^3)$

16 $\overline{\mathrm{CN}}$과 $\overline{\mathrm{BN}}$은 각각 정삼각형 ACD, ABD의 높이이므로

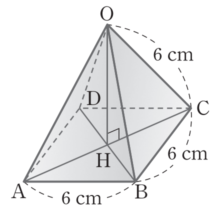


$\overline{\mathrm{CN}}=\overline{\mathrm{BN}}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times4=2\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$

따라서 $\triangle\mathrm{NBC}$는 $\overline{\mathrm{NB}}=\overline{\mathrm{NC}}$인 이등변삼각형이고, $\overline{\mathrm{MN}}$은 $\triangle\mathrm{NBC}$의 높이이다.

$\therefore\ \overline{\mathrm{MN}}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-2^2}=2\sqrt{2}\,(\mathrm{cm})$

17 $\overline{\mathrm{AC}}=6\sqrt{2}$cm이므로



$\overline{\mathrm{AH}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{AC}}=3\sqrt{2}\,(\mathrm{cm})$

$\triangle\mathrm{OAH}$에서

$\overline{\mathrm{OH}}=\sqrt{\overline{\mathrm{OA}}^2-\overline{\mathrm{AH}}^2}$

$=\sqrt{6^2-(3\sqrt{2})^2}$

$=\sqrt{18}=3\sqrt{2}\,(\mathrm{cm})$

$\therefore$ (정사각뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times\square\mathrm{ABCD}\times\overline{\mathrm{OH}}$

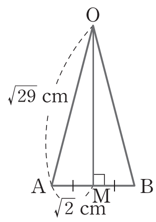
$=\frac{1}{3}\times6^2\times3\sqrt{2}=36\sqrt{2}\,(\mathrm{cm}^3)$

18 $\overline{\mathrm{AC}}=\sqrt{2}\times2\sqrt{2}=4(\mathrm{cm})$이므로

$\overline{\mathrm{AH}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{AC}}=2(\mathrm{cm})$

$\triangle\mathrm{OAH}$에서 $\overline{\mathrm{OA}}=\sqrt{5^2+2^2}=\sqrt{29}\,(\mathrm{cm})$

오른쪽 그림과 같이 $\triangle\mathrm{OAB}$에서 꼭짓점 O에서 $\overline{\mathrm{AB}}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면



$\overline{\mathrm{OM}}=\sqrt{(\sqrt{29})^2-(\sqrt{2})^2}=3\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$

$\therefore\ \triangle\mathrm{OAB}=\frac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times3\sqrt{3}$

$=3\sqrt{6}\,(\mathrm{cm}^2)$

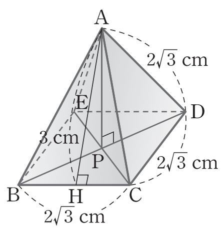
따라서 정사각뿔의 모든 옆넓이의 합은

$4\times\triangle\mathrm{OAB}=4\times3\sqrt{6}=12\sqrt{6}\,(\mathrm{cm}^2)$

19 주어진 정사각뿔의 한 모서리의 길이를 $a$cm라 하면 $\triangle\mathrm{ABC}$는 정삼각형이므로

$\overline{\mathrm{AH}}=\frac{\sqrt{3}}{2}a=3$에서 $a=2\sqrt{3}$

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 밑면에 내린 수선의 발을 P라 하면



$\overline{\mathrm{BD}}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+(2\sqrt{3})^2}$

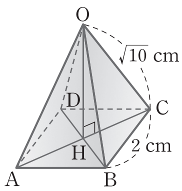
$=2\sqrt{6}\,(\mathrm{cm})$

따라서 $\overline{PD}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\sqrt{6}$ (cm)이므로

△APD에서 $\overline{AP}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-(\sqrt{6})^2}=\sqrt{6}$ (cm)

∴ (정사각뿔의 부피) $=\frac{1}{3}\times(2\sqrt{3})^2\times\sqrt{6}=4\sqrt{6}$ (cm^3)

20 주어진 전개도로 만든 입체도형은 오른쪽 그림과 같은 정사각뿔이다.



$\overline{AC}=2\sqrt{2}$ cm이므로

$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\sqrt{2}$ (cm)

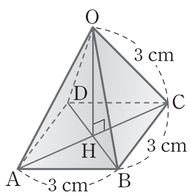
△OAH에서

$\overline{OH}=\sqrt{(\sqrt{10})^2-(\sqrt{2})^2}=2\sqrt{2}$ (cm)

∴ (정사각뿔의 부피) $=\frac{1}{3}\times\square ABCD\times\overline{OH}$

$=\frac{1}{3}\times2^2\times2\sqrt{2}=\frac{8\sqrt{2}}{3}$ (cm^3)

21 주어진 정팔면체의 부피는 오른쪽 그림과 같은 정사각뿔의 부피의 2배이다.



이때 $\overline{AC}=3\sqrt{2}$ cm이고

$\overline{CH}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (cm)이므로

△OCH에서

$\overline{OH}=\sqrt{3^2-\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (cm)

∴ (정팔면체의 부피) $=2\times\left(\frac{1}{3}\times3^2\times\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$

$=9\sqrt{2}$ (cm^3)

22 △OAH에서 $6:\overline{OH}:\overline{AH}=2:1:\sqrt{3}$이므로

$\overline{OH}=3$ cm, $\overline{AH}=3\sqrt{3}$ cm

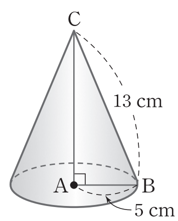
∴ (원뿔의 부피) $=\frac{1}{3}\times\pi\times(3\sqrt{3})^2\times3=27\pi$ (cm^3)

23 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi r=4\pi$에서 $r=2$

따라서 △ABO에서 (원뿔의 높이) $=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$ (cm)

24 주어진 직각삼각형 ABC의 한 변 $\overline{AC}$를 축으로 하여 1회전시킨 도형은 오른쪽 그림과 같다.



$\overline{AC}=\sqrt{13^2-5^2}=12$ (cm)이므로

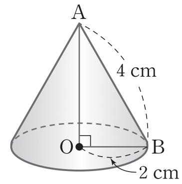
(입체도형의 부피) $=\frac{1}{3}\times\pi\times5^2\times12$

$=100\pi$ (cm^3)

25 주어진 전개도에서 밑면인 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면 부채꼴의 호의 길이와 밑면인 원의 둘레의 길이는 같으므로

$2\pi\times4\times\frac{180°}{360°}=2\pi r$ ∴ $r=2$

따라서 주어진 전개도로 만든 입체도형은 오른쪽 그림과 같다.



△AOB에서

(높이) $=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$ (cm)

이므로 $x=2\sqrt{3}$

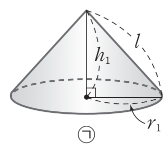
(부피) $=\frac{1}{3}\times\pi\times2^2\times2\sqrt{3}$

$=\frac{8\sqrt{3}}{3}\pi$ (cm^3)이므로

$y=\frac{8\sqrt{3}}{3}\pi$

∴ $xy=2\sqrt{3}\times\frac{8\sqrt{3}}{3}\pi=16\pi$

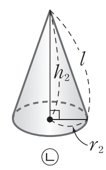
26 원의 반지름의 길이를 l이라 하고 원뿔 ㉠의 밑면의 반지름의 길이를 r_1이라 하면



$2\pi l\times\frac{240°}{360°}=2\pi r_1$에서 $r_1=\frac{2}{3}l$

∴ $h_1=\sqrt{l^2-\left(\frac{2}{3}l\right)^2}=\frac{\sqrt{5}}{3}l$

원뿔 ㉡의 밑면의 반지름의 길이를 r_2라 하면



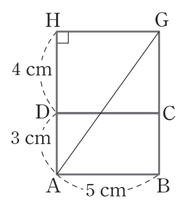
$2\pi l\times\frac{120°}{360°}=2\pi r_2$에서 $r_2=\frac{1}{3}l$

∴ $h_2=\sqrt{l^2-\left(\frac{1}{3}l\right)^2}=\frac{2\sqrt{2}}{3}l$

따라서 $h_1\div h_2=\frac{\sqrt{5}}{3}l\div\frac{2\sqrt{2}}{3}l=\frac{\sqrt{5}l}{3}\times\frac{3}{2\sqrt{2}l}=\frac{\sqrt{10}}{4}$

이므로 h_1은 h_2의 $\frac{\sqrt{10}}{4}$배이다.

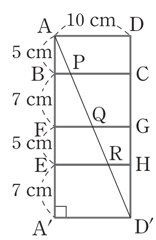
27 오른쪽 그림의 전개도에서 구하는 최단 거리는 $\overline{AG}$의 길이이므로



△HAG에서

$\overline{AG}=\sqrt{7^2+5^2}=\sqrt{74}$ (cm)

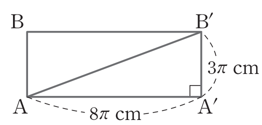
28 선이 지나는 부분의 전개도는 오른쪽 그림과 같다. 전개도에서 구하는 최단 거리는 $\overline{AD'}$의 길이이므로 △AA′D′에서



$\overline{AD'}=\sqrt{24^2+10^2}$

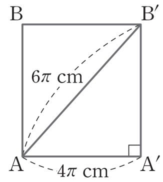
$=26$ (cm)

29 오른쪽 그림과 같은 전개도에서 구하는 실의 길이의 최솟값은 $\overline{AB'}$의 길이이다.

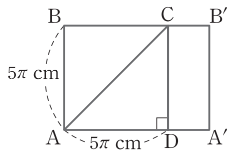


이때 $\overline{AA'}$은 원기둥의 밑면의 둘레의 길이와 같으므로
$\overline{AA'}=2\pi\times4=8\pi(\text{cm})$
$\therefore\ \overline{AB'}=\sqrt{(8\pi)^2+(3\pi)^2}$
$=\sqrt{73}\,\pi(\text{cm})$

30 원기둥의 전개도에서 옆면의 가로의 길이 $\overline{AA'}$은 밑면인 원의 둘레의 길이인 $2\pi\times2=4\pi(\text{cm})$이고, 최단 거리는 $\overline{AB'}$의 길이와 같다.
따라서 $\triangle AB'A'$에서 원기둥의 높이 $A'B'$은
$\overline{A'B'}=\sqrt{(6\pi)^2-(4\pi)^2}=2\sqrt{5}\,\pi(\text{cm})$



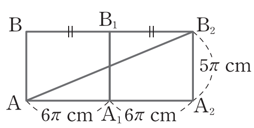
31 (1) 원기둥의 옆면의 전개도는 오른쪽 그림과 같고, 구하는 실의 최단 길이는 $\overline{AC}$의 길이이다. 점 C에서 $\overline{AA'}$에 내린 수선의 발을 D라 하면 $\overline{AD}$의 길이는 반지름의 길이가 3 cm이고, 중심각의 크기가 300°인 부채꼴의 호의 길이와 같으므로



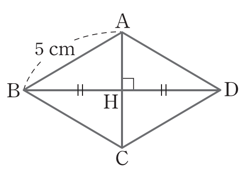
$$\overline{AD}=2\pi\times3\times\frac{300^\circ}{360^\circ}=5\pi(\text{cm})$$

따라서 $\triangle ACD$에서
$\overline{AC}=\sqrt{(5\pi)^2+(5\pi)^2}=5\sqrt{2}\,\pi(\text{cm})$
따라서 구하는 실의 최단 길이는 $5\sqrt{2}\pi$ cm이다.

(2) 주어진 원기둥의 밑면인 원의 둘레의 길이는 $2\pi\times3=6\pi$ (cm)이므로 오른쪽 그림의 전개도에서 구하는 최단 거리는 $\overline{AB_2}$의 길이이다.
$\therefore\ \overline{AB_2}=\sqrt{(12\pi)^2+(5\pi)^2}$
$=13\pi(\text{cm})$
따라서 구하는 최단 거리는 13π cm이다.



32 오른쪽 그림의 전개도에서 구하는 최단 거리는 $\overline{BD}$의 길이이다. $\overline{BH}$의 길이는 정삼각형 ABC의 높이와 같으므로

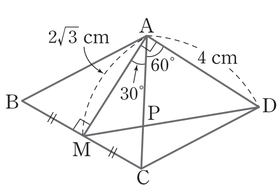


$$\overline{BH}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times5=\frac{5\sqrt{3}}{2}(\text{cm})$$

$$\therefore\ \overline{BD}=2\overline{BH}=2\times\frac{5\sqrt{3}}{2}=5\sqrt{3}(\text{cm})$$

따라서 구하는 최단 거리는 $5\sqrt{3}$ cm이다.

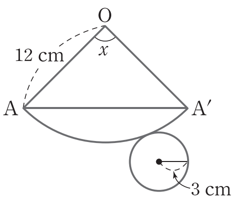
33 오른쪽 그림의 전개도에서 구하는 최단 거리는 $\overline{DM}$의 길이이다.
이때 $\overline{AM}$은 정삼각형 ABC의 높이이므로



$$\overline{AM}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times4=2\sqrt{3}(\text{cm})$$

또, $\angle CAM=30^\circ$, $\angle CAD=60^\circ$이므로
$\angle DAM=90^\circ$
따라서 $\triangle AMD$에서
$\overline{DM}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+4^2}=2\sqrt{7}(\text{cm})$
따라서 구하는 최단 거리는 $2\sqrt{7}$ cm이다.

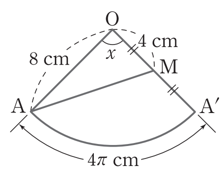
34 오른쪽 그림과 같은 전개도에서 구하는 최단 거리는 $\overline{AA'}$의 길이이다.
$\angle AOA'=x$라 하면 $\widehat{AA'}$의 길이와 밑면인 원의 둘레의 길이가 같으므로



$$2\pi\times12\times\frac{x}{360^\circ}=2\pi\times3$$

$\therefore\ x=90^\circ$
따라서 $\triangle OAA'$은 $\overline{OA}=\overline{OA'}$인 직각이등변삼각형이므로
$\overline{AA'}=12\sqrt{2}$ cm

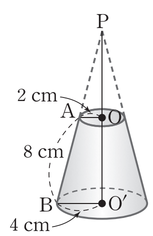
35 오른쪽 그림의 전개도에서 구하는 최단 거리는 $\overline{AM}$의 길이이다.
부채꼴 OAA'의 중심각의 크기를 x라 하면 밑면인 원의 반지름의 길이가 2 cm이므로



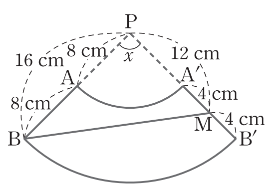
$$2\pi\times8\times\frac{x}{360^\circ}=2\pi\times2$$

$\therefore\ x=90^\circ$
따라서 $\triangle AOM$에서
$\overline{AM}=\sqrt{8^2+4^2}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}(\text{cm})$

36



[그림 1]



[그림 2]

[그림 1]과 같이 주어진 원뿔대로 원뿔을 만들면 $\triangle PAO\backsim\triangle PBO'$이고 닮음비가 $2:4=1:2$이므로
$\overline{PA}:(\overline{PA}+8)=1:2$
$\therefore\ \overline{PA}=8$ cm
[그림 2]와 같이 원뿔의 전개도를 그리면 $\widehat{BB'}$의 길이는 원뿔대의 밑면의 둘레의 길이와 같으므로
부채꼴 PBB'의 중심각의 크기를 x라 하면

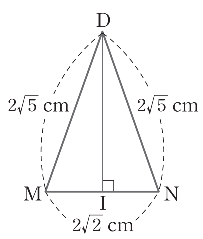
$$2\pi\times16\times\frac{x}{360^\circ}=2\pi\times4$$

$\therefore$ $x=90°$
$\triangle$PBM에서 $\overline{PM}=12$cm, $\overline{PB}=16$cm이므로
$\overline{BM}=\sqrt{16^2+12^2}=\sqrt{400}=20$(cm)
따라서 구하는 최단 거리는 20cm이다.

37 (1) $\overline{MN}=\overline{BD}=4\sqrt{2}$cm
$\overline{AG}=4\sqrt{3}$cm
(2) □AMGN은 네 변의 길이가 같으므로 마름모이다.
이때 $\overline{AG}=4\sqrt{3}$cm, $\overline{MN}=4\sqrt{2}$cm이므로
$$\square AMGN=\frac{1}{2}\times\overline{AG}\times\overline{MN}$$
$$=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times4\sqrt{2}=8\sqrt{6}\,(\text{cm}^2)$$

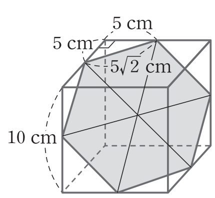
38 주어진 정육면체의 한 모서리의 길이를 $a$cm라 하면
① $\overline{DF}=\sqrt{3}a=2\sqrt{3}$에서 $a=2$ $\therefore$ $\overline{AB}=2$cm
② $\triangle$MFE에서 $\overline{MF}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$(cm)
③ $\overline{MN}=\overline{AC}=2\sqrt{2}$cm
④ □MFND는 네 변의 길이는 모두 같지만 두 대각선 DF, MN의 길이가 다르므로 정사각형이 아닌 마름모이다. $\therefore$ $\angle MDN\neq90°$
⑤ $\square DMFN=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times2\sqrt{2}=2\sqrt{6}\,(\text{cm}^2)$
따라서 옳지 않은 것은 ②, ④이다.

39 $\triangle$DMC와 $\triangle$DNC에서
$\overline{CD}=4$cm, $\overline{CM}=\overline{CN}=2$cm이므로
$\overline{DM}=\overline{DN}=\sqrt{4^2+2^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$(cm)
$\triangle$CMN에서
$\overline{MN}=2\sqrt{2}$cm
$\triangle$DMN의 점 D에서 $\overline{MN}$에 내린 수선의 발을 I라 하면
$\overline{MI}=\overline{NI}=\sqrt{2}$cm이므로
$\triangle$DMI에서
$\overline{DI}=\sqrt{(2\sqrt{5})^2-(\sqrt{2})^2}$
$=3\sqrt{2}$(cm)



$\therefore$ $\triangle DMN=\frac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times3\sqrt{2}=6\,(\text{cm}^2)$

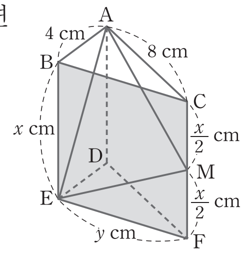
40 정육면체의 각 모서리의 중점을 연결하여 만든 육각형은 한 변의 길이가 $5\sqrt{2}$cm인 정육각형이다. 오른쪽 그림과 같이 정육각형에 대각선을 그으면 한 변의 길이가 $5\sqrt{2}$cm인 정삼각형 6개로 나누어진다.



$\therefore$ (정육각형의 넓이)$=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(5\sqrt{2})^2\times6$
$=75\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

41 직각삼각형 CEF에서
$\overline{CE}=\sqrt{6^2+(6\sqrt{3})^2}=12$(cm)
따라서 직각삼각형 CDE의 넓이는
$$\triangle CDE=\frac{1}{2}\times\overline{CE}\times\overline{DE}$$
$$=\frac{1}{2}\times12\times3=18\,(\text{cm}^2)$$

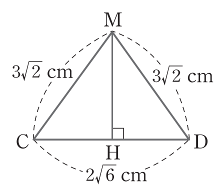
42 $\overline{BE}=x$cm, $\overline{EF}=y$cm라 하면
점 M은 $\overline{CF}$의 중점이므로



$\overline{CM}=\overline{MF}=\frac{x}{2}$cm
$\triangle$ABE, $\triangle$ACM,
$\triangle$EFM은 직각삼각형이므로
$\overline{AE}=\sqrt{4^2+x^2}$
$\overline{AM}=\sqrt{8^2+\left(\frac{x}{2}\right)^2}$
$\overline{EM}=\sqrt{\left(\frac{x}{2}\right)^2+y^2}$
$\triangle$AEM은 정삼각형이므로 $\overline{AE}=\overline{AM}$에서
$\sqrt{4^2+x^2}=\sqrt{8^2+\left(\frac{x}{2}\right)^2}$
$\therefore$ $x=8$
$\overline{AE}=\overline{EM}$에서
$\sqrt{4^2+8^2}=\sqrt{4^2+y^2}$ $\therefore$ $y=8$
$\therefore$ $\square BEFC=\overline{BE}\times\overline{EF}=xy=64(\text{cm}^2)$

43 $\overline{BE}$는 한 변의 길이가 12cm인 정삼각형 BCD의 높이이므로 $\overline{BE}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times12=6\sqrt{3}$(cm)
이때 점 H는 $\triangle$BCD의 무게중심이므로
$\overline{BH}=\frac{2}{3}\overline{BE}=\frac{2}{3}\times6\sqrt{3}=4\sqrt{3}$(cm)
$\overline{AH}=\frac{\sqrt{6}}{3}\times12=4\sqrt{6}$(cm)이므로
$$\triangle ABH=\frac{1}{2}\times\overline{BH}\times\overline{AH}$$
$$=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times4\sqrt{6}=24\sqrt{2}\,(\text{cm}^2)$$

44 $\overline{CM}$은 $\triangle$ABC의 높이, $\overline{DM}$은 $\triangle$ABD의 높이이므로
$\overline{CM}=\overline{DM}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times2\sqrt{6}=3\sqrt{2}$(cm)
$\triangle$MCD의 점 M에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 H라 하면
$\overline{CH}=\overline{DH}=\sqrt{6}$cm이므로
$\triangle$MCH에서
$\overline{MH}=\sqrt{(3\sqrt{2})^2-(\sqrt{6})^2}$
$=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$(cm)



$\therefore$ $\triangle MCD=\frac{1}{2}\times2\sqrt{6}\times2\sqrt{3}=6\sqrt{2}\,(\text{cm}^2)$

45 $\overline{AM}=\overline{AN}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times4\sqrt{3}=6(\text{cm})$

△BCD에서 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해

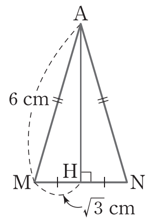
$\overline{MN}=\dfrac{1}{2}\overline{BD}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$

점 A에서 $\overline{MN}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 △AMH에서

$\overline{AH}=\sqrt{6^2-(\sqrt{3})^2}=\sqrt{33}\,(\text{cm})$

$\therefore$ $\triangle AMN=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times\sqrt{33}$

$=3\sqrt{11}\,(\text{cm}^2)$

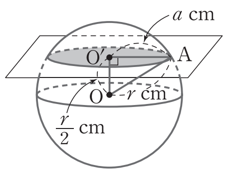


46 △OAB는 직각삼각형이므로

$\overline{AB}=\sqrt{10^2-5^2}=5\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\therefore$ (구하는 단면의 넓이)$=\pi\times(5\sqrt{3})^2=75\pi\,(\text{cm}^2)$

47 오른쪽 그림과 같이 단면인 원 O′의 반지름의 길이를 a cm라 하면



$\pi a^2=12\pi$ $\quad\therefore$ $a=2\sqrt{3}$

이때 구 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{OO'}=\dfrac{r}{2}$ cm, $\overline{OA}=r$ cm이므로

△OAO′에서 $r^2=\left(\dfrac{r}{2}\right)^2+(2\sqrt{3})^2$

$r^2=16$ $\quad\therefore$ $r=4$

$\therefore$ (구의 부피)$=\dfrac{4}{3}\pi\times4^3=\dfrac{256}{3}\pi\,(\text{cm}^3)$

48 정육면체의 대각선의 길이가 구의 지름의 길이와 같으므로 구의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{DF}=4\sqrt{3}=2r(\text{cm})$ $\quad\therefore$ $r=2\sqrt{3}$

따라서 구하는 구의 반지름의 길이는 $2\sqrt{3}$ cm이다.

49 구에 내접하는 정육면체의 대각선의 길이와 구의 지름의 길이가 같으므로 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm라 하면

$\sqrt{3}a=6$ $\quad\therefore$ $a=2\sqrt{3}$

따라서 정육면체의 부피는

$a^3=(2\sqrt{3})^3=24\sqrt{3}\,(\text{cm}^3)$

50 구의 지름의 길이는 정육면체의 한 모서리의 길이와 같으므로 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm라 하면

$\sqrt{3}a=18$ $\quad\therefore$ $a=6\sqrt{3}$

따라서 구의 반지름의 길이는 $\dfrac{1}{2}a=3\sqrt{3}\,(\text{cm})$이므로

(구의 부피)$=\dfrac{4}{3}\pi\times(3\sqrt{3})^3=108\sqrt{3}\pi\,(\text{cm}^3)$

51 $\overline{OA}=r$ cm라 하면

$\overline{OC}=r$ cm, $\overline{OH}=(12-r)$ cm이므로

△OHC에서

$r^2=(12-r)^2+(4\sqrt{3})^2$

$24r=192$ $\quad\therefore$ $r=8$

따라서 구의 반지름의 길이는 8 cm이다.

52 $\overline{OA}=\overline{OC}=5$ cm이므로

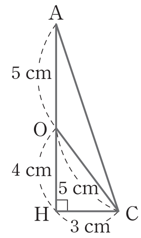
$\overline{OH}=9-5=4(\text{cm})$

△OHC에서

$\overline{CH}=\sqrt{5^2-4^2}=3(\text{cm})$

따라서 구하는 원뿔의 부피는

$\dfrac{1}{3}\times\pi\times3^2\times9=27\pi(\text{cm}^3)$



53 $\overline{OH}=x$ cm라 하면

△OCH에서 $\overline{CH}^2=2^2-x^2$

△ACH에서 $\overline{CH}^2=(2\sqrt{3})^2-(2+x)^2$

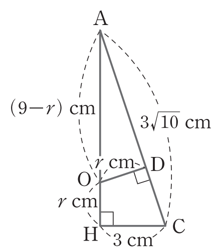
$(2\sqrt{3})^2-(2+x)^2=2^2-x^2$에서

$4x=4$ $\quad\therefore$ $x=1$

따라서 $\overline{CH}=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}\,(\text{cm})$, $\overline{AH}=2+1=3(\text{cm})$이므로

(원뿔의 부피)$=\dfrac{1}{3}\times\pi\times(\sqrt{3})^2\times3=3\pi(\text{cm}^3)$

54 점 O에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 D라 하자.



$\overline{AC}=\sqrt{\overline{AH}^2+\overline{CH}^2}$

$=\sqrt{9^2+3^2}=3\sqrt{10}\,(\text{cm})$

구의 반지름의 길이를 r cm라 하면 $\overline{AO}=(9-r)$ cm

이때 △AOD∽△ACH (AA 닮음)이므로

$\overline{AO}:\overline{AC}=\overline{OD}:\overline{CH}$에서

$(9-r):3\sqrt{10}=r:3$

$27-3r=3\sqrt{10}r$, $(\sqrt{10}+1)r=9$ $\quad\therefore$ $r=\sqrt{10}-1$

$\therefore$ $\overline{AO}=9-r=9-(\sqrt{10}-1)=10-\sqrt{10}\,(\text{cm})$

단원 종합 문제

본문 78~82쪽

01 ③	**02** ①, ③	**03** ②, ⑤	**04** ③	**05** ②
06 ③	**07** ⑤	**08** ③	**09** $\sqrt{21}$ cm	
10 ②	**11** ①	**12** ④	**13** ④	**14** ④
15 ④	**16** ④	**17** ⑤	**18** ④	**19** ①
20 5 m	**21** ④	**22** 6800 m^2		**23** ④
24 $\overline{AC}=5$ cm, $\overline{AG}=5\sqrt{2}$ cm			**25** ①	**26** ③
27 $\frac{9\sqrt{2}}{2}$ cm^3		**28** ③	**29** ②	
30 $\sqrt{74}$ cm				

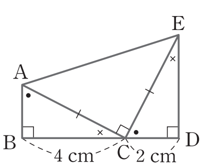
01 빗변의 길이가 $x+3$이므로
$(x+3)^2=(x-1)^2+(x+1)^2$
$x^2-6x-7=0$, $(x-7)(x+1)=0$
$\therefore x=7\,(\because x>3)$

02 (i) 가장 긴 변의 길이가 x일 때
$x^2=2^2+6^2=40$ $\quad\therefore x=2\sqrt{10}$
(ii) 가장 긴 변의 길이가 6일 때
$6^2=2^2+x^2$, $x^2=6^2-2^2=32$ $\quad\therefore x=4\sqrt{2}$
(i), (ii)에 의하여 $x=2\sqrt{10}$ 또는 $x=4\sqrt{2}$

03 $\triangle CDE=\triangle EAC$
$\overline{AE}/\!/\overline{DB}$이므로 $\triangle EAC=\triangle EAB$
$\triangle EAB\equiv\triangle CAF$(SAS 합동)
$\overline{AF}/\!/\overline{CM}$이므로 $\triangle CAF=\triangle LAF$
$\triangle LAF=\triangle FML$
$\therefore \triangle CDE=\triangle EAC=\triangle EAB=\triangle CAF$
$=\triangle LAF=\triangle FML$
따라서 $\triangle CDE$와 넓이가 같지 않은 것은 ②, ⑤이다.

04 $\triangle ABC$에서
$\overline{AB}^2=3^2+5^2=34$ $\quad\therefore \overline{AB}=\sqrt{34}$ cm
$\therefore \square AGHB=(\sqrt{34})^2=34\,(\text{cm}^2)$
참고 $\triangle ABC\equiv\triangle GAD\equiv\triangle HGE\equiv\triangle BHF$이므로
$\overline{AB}=\overline{GA}=\overline{HG}=\overline{BH}=\sqrt{34}$ cm
또, $\triangle ABC$와 $\triangle GAD$에서 $\angle ABC=\angle GAD$이고
$\angle ABC+\angle BAC=90^\circ$이므로
$\angle GAD+\angle BAC=90^\circ$
$\therefore \angle BAG=90^\circ$
따라서 $\square AGHB$는 한 변의 길이가 $\sqrt{34}$ cm인 정사각형이다.

05 $\triangle ABC\equiv\triangle CDE$이므로
$\overline{AB}=\overline{CD}=2$ cm,
$\overline{DE}=\overline{BC}=4$ cm, $\overline{AC}=\overline{CE}$
$\triangle ABC$에서
$\overline{AC}=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$ (cm)



$\angle ACE=90^\circ$이므로 $\triangle ACE$에서
$\overline{AE}=\sqrt{(2\sqrt{5})^2+(2\sqrt{5})^2}=2\sqrt{10}$ (cm)

06 $2^2+(4\sqrt{3})^2=x^2+y^2$이므로
$x^2+y^2=52$

07 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\sqrt{6^2+8^2}=10$ (cm)
또, $\overline{AB}^2+\overline{DE}^2=\overline{AD}^2+\overline{BE}^2$이므로
$10^2+\overline{DE}^2=(5\sqrt{2})^2+9^2$, $\overline{DE}^2=31$
$\therefore \overline{DE}=\sqrt{31}$ cm

08 $\triangle ABC$에서 $\overline{AC}^2=1^2+1^2=2$ $\quad\therefore \overline{AC}=\sqrt{2}$
$\triangle ACD$에서 $\overline{AD}^2=1^2+(\sqrt{2})^2=3$ $\quad\therefore \overline{AD}=\sqrt{3}$
$\triangle ADE$에서 $\overline{AE}^2=1^2+(\sqrt{3})^2=4$ $\quad\therefore \overline{AE}=2$

09 $\overline{BH}=\overline{HC}=2$ cm이므로 $\triangle ABH$에서
$\overline{AH}=\sqrt{5^2-2^2}=\sqrt{21}$ (cm)

10 $\angle B=60^\circ$이므로 $\triangle ABH$에서
$6:\overline{AH}=2:\sqrt{3}$ $\quad\therefore \overline{AH}=3\sqrt{3}$ cm

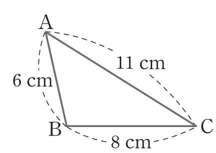
11 $\overline{AB}=\sqrt{(-5-7)^2+\{a-(-1)\}^2}=13$에서
$(a+1)^2=25$, $a^2+2a-24=0$
$(a-4)(a+6)=0$ $\quad\therefore a=4$ 또는 $a=-6$
이때 $a<0$이므로 $a=-6$

12 $\overline{AB}=\sqrt{(0-2)^2+(-5-1)^2}=\sqrt{40}$
$\overline{BC}=\sqrt{(-4-0)^2+(-1+5)^2}=\sqrt{32}$
$\overline{CA}=\sqrt{(2+4)^2+(1+1)^2}=\sqrt{40}$
따라서 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이다.

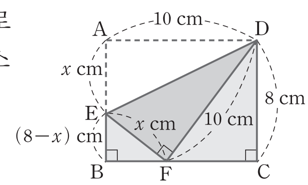
13 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{13^2-12^2}=5$(cm)
$\overline{AC}\times\overline{BC}=\overline{AB}\times\overline{CH}$이므로
$12\times5=13\times\overline{CH}$
$\therefore \overline{CH}=\frac{60}{13}$ cm

14 ㄴ. $\angle B<90^\circ$이면 $b^2<a^2+c^2$
ㄹ. $\angle C>90^\circ$이면 $\angle A<90^\circ$이므로
$a^2<b^2+c^2$
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ, ㅁ의 4개이다.

15 오른쪽 그림에서 $11^2>6^2+8^2$이므로 $\angle B>90^\circ$
따라서 $\triangle ABC$는 $\angle B>90^\circ$인 둔각삼각형이다.



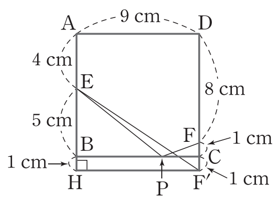
16 $\overline{DF}=\overline{AD}=10$ cm이므로
$\triangle CDF$에서 피타고라스 정리에 의해
$\overline{CF}^2=\overline{DF}^2-\overline{CD}^2$
$=10^2-8^2=36$



$\therefore\ \overline{CF}=6\,\text{cm}$
$\therefore\ \overline{BF}=\overline{BC}-\overline{CF}=10-6=4(\text{cm})$
이때 $\overline{EF}=x\,\text{cm}$라 하면 $\overline{AE}=x\,\text{cm}$이므로
$\overline{BE}=(8-x)\,\text{cm}$
$\triangle$BEF에서 피타고라스 정리에 의해
$x^2=(8-x)^2+4^2,\ 16x=80\qquad\therefore\ x=5$
따라서 $\overline{EF}$의 길이는 5 cm이다.

17 $\overline{AB}=\overline{CD}=9\,\text{cm}$
$\overline{AD}^2+\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{CD}^2$이므로 $3^2+\overline{BC}^2=9^2+9^2$
$\overline{BC}^2=153\qquad\therefore\ \overline{BC}=3\sqrt{17}(\text{cm})$

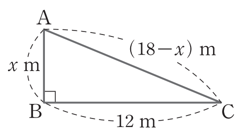
18 점 F와 $\overline{BC}$에 대하여 대칭인 점을 F′이라 하면 $\overline{EP}+\overline{PF}$의 최솟값은 $\overline{EF'}$의 길이와 같다.



따라서 $\triangle$EHF′에서
$\overline{EH}=6\,\text{cm},\ \overline{HF'}=9\,\text{cm}$이므로
$\overline{EF'}=\sqrt{6^2+9^2}=\sqrt{117}=3\sqrt{13}(\text{cm})$

19 어두운 부분의 넓이는 직각삼각형 ABC의 넓이와 같으므로 구하는 넓이는 $\frac{1}{2}\times12\times5=30\,(\text{cm}^2)$

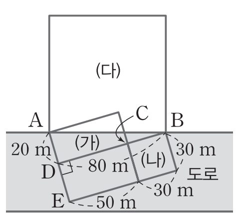
20 나무의 높이가 18 m이므로 지면으로부터 부러진 부분까지의 높이를 x m라 하면 오른쪽 그림의 $\triangle$ABC에서



$(18-x)^2=x^2+12^2,\ 36x=180\qquad\therefore\ x=5$
따라서 지면으로부터 부러진 부분까지의 높이는 5 m이다.

21 $\square ABCD=\overline{BC}^2=4\qquad\therefore\ \overline{BC}=2\,\text{cm}$
$\square CEFG=\overline{CE}^2=36\qquad\therefore\ \overline{CE}=\overline{EF}=6\,\text{cm}$
따라서 $\triangle$BEF에서 $\overline{BE}=2+6=8\,(\text{cm}),\ \overline{EF}=6\,\text{cm}$이므로 $\overline{BF}=\sqrt{8^2+6^2}=10(\text{cm})$

22 건물 (가), (나)의 밑면의 넓이가 각각 $2500\,\text{m}^2$, $900\,\text{m}^2$이므로 건물 (가), (나)의 밑면의 한 변의 길이는 각각 50 m, 30 m이다. 오른쪽 그림과 같이 건물 (나)의 밑면의 한 변 $\overline{BC}$의 연장선이 건물 (가)의 밑면의 한 변과 만나는 점을 D라 하면



$\overline{AD}=\overline{AE}-\overline{DE}=50-30=20(\text{m})$
$\overline{BD}=\overline{CD}+\overline{BC}=50+30=80(\text{m})$
$\triangle$ABD에서
$\overline{AB}^2=\overline{AD}^2+\overline{BD}^2=20^2+80^2=6800(\text{m}^2)$
따라서 건물 (다)의 밑면의 넓이는
$\overline{AB}^2=6800\,\text{m}^2$

23 정육면체의 한 모서리의 길이를 x cm라 하면
$\overline{AG}=\sqrt{3}x=4\sqrt{6}\qquad\therefore\ x=4\sqrt{2}$
따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는 $4\sqrt{2}$ cm이다.

24 $\triangle$ABC에서 $\overline{AC}=\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{25}=5(\text{cm})$
$\triangle$ACG에서 $\overline{AG}=\sqrt{5^2+5^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}\,(\text{cm})$

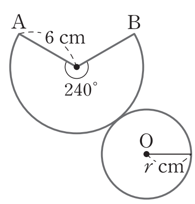
25 $\overline{AC}\times\overline{CG}=\overline{CP}\times\overline{AG}$이므로
$5\times5=\overline{CP}\times5\sqrt{2}\qquad\therefore\ \overline{CP}=\frac{5\sqrt{2}}{2}(\text{cm})$

26 $\overline{AH}=\frac{\sqrt{6}}{3}\times8=\frac{8\sqrt{6}}{3}(\text{cm})$
$\overline{DM}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times8=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$
$\therefore\ \triangle AMD=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times\frac{8\sqrt{6}}{3}=16\sqrt{2}\,(\text{cm}^2)$

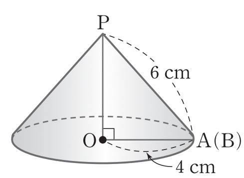
27 (구하는 부피)=(정사면체 A−BCD의 부피)×2
$=\left(\frac{\sqrt{2}}{12}\times3^3\right)\times2=\frac{9\sqrt{2}}{2}\,(\text{cm}^3)$

28 $\overline{AC}=4\sqrt{2}\,\text{cm}$이므로 $\overline{CH}=\frac{1}{2}\overline{AC}=2\sqrt{2}\,(\text{cm})$
$\triangle$OCH에서
$\overline{OH}=\sqrt{\overline{OC}^2-\overline{CH}^2}=\sqrt{12^2-(2\sqrt{2})^2}$
$=\sqrt{136}=2\sqrt{34}\,(\text{cm})$
$\therefore\ \triangle OCH=\frac{1}{2}\times\overline{CH}\times\overline{OH}$
$=\frac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times2\sqrt{34}=4\sqrt{17}\,(\text{cm}^2)$

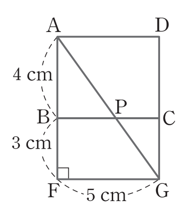
29 $\widehat{AB}=2\pi\times6\times\frac{240^\circ}{360^\circ}=8\pi(\text{cm})$



밑면인 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면 $\widehat{AB}$의 길이와 원 O의 둘레의 길이가 같으므로
$2\pi r=8\pi\qquad\therefore\ r=4$
따라서 주어진 전개도로 입체도형을 만들면 오른쪽 그림과 같으므로 원뿔의 높이는
$\overline{PO}=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}\,(\text{cm})$



30 오른쪽 그림과 같은 전개도에서 구하는 최단 거리는
$\overline{AG}=\sqrt{7^2+5^2}=\sqrt{74}\,(\text{cm})$



Ⅲ 삼각비

01 삼각비

Best 최상위 유형 본문 86~100쪽

1 ④	**2** ⑤	**3** $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$	**4** ①, ④	**5** ③
6 $\frac{12}{5}$	**7** ③	**8** ①	**9** 1	**10** $\frac{\sqrt{6}}{3}$
11 $\frac{\sqrt{6}}{3}$	**12** ②	**13** $\frac{23}{17}$	**14** ⑤	**15** ③
16 ②	**17** ⑤	**18** ③	**19** $5\sqrt{2}$	**20** ③
21 $\frac{25\sqrt{3}}{2}\,\text{cm}^2$		**22** ②	**23** ②	
24 ②, ④	**25** (1) 0 (2) 1 (3) 0 (4) -1			**26** ②
27 ④	**28** $\frac{13}{4}$	**29** (1) 1 (2) 4		**30** ④
31 ③	**32** $\frac{\sqrt{2}}{2}$	**33** $\frac{\sqrt{3}}{2}$	**34** 1	**35** ③
36 $6+2\sqrt{3}$	**37** $2\sqrt{6}$	**38** ②	**39** $(6\sqrt{3}-6)\,\text{cm}$	
40 ③	**41** $6\sqrt{3}\,\text{cm}$	**42** $(8+4\sqrt{6})\,\text{cm}$		**43** ②
44 $2-\sqrt{3}$	**45** $\frac{\sqrt{6}}{4}$	**46** ③	**47** ⑤	**48** ④
49 ④	**50** ③	**51** ⑤	**52** 1.397	**53** ③
54 ③	**55** ②, ⑤	**56** ②, ④	**57** ④, ⑤	**58** ①
59 ②	**60** ②	**61** 0	**62** $\tan A-\cos A$	
63 ③	**64** $25°$	**65** 0.4384	**66** 1.7315	**67** $113°$
68 ③	**69** 6.691	**70** 10.136	**71** $y=\sqrt{3}x+2\sqrt{3}$	
72 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x+\sqrt{3}$		**73** $\frac{4}{5}$	**74** $\frac{1}{2}$	**75** ⑤

1 ① $\cos A=\frac{b}{c}$ ② $\tan A=\frac{a}{b}$ ③ $\sin B=\frac{b}{c}$

④ $\cos B=\frac{a}{c}$ ⑤ $\tan B=\frac{b}{a}$

따라서 $\sin A=\frac{a}{c}$이므로 값이 같은 것은 ④이다.

2 △ABC에서 피타고라스 정리에 의해

$\overline{AC}=\sqrt{6^2-(2\sqrt{6})^2}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$

① $\sin A=\frac{2\sqrt{6}}{6}=\frac{\sqrt{6}}{3}$

② $\sin B=\frac{2\sqrt{3}}{6}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

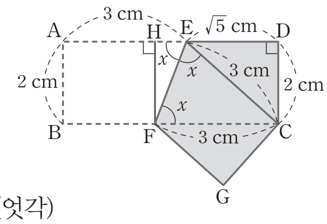
③ $\cos A=\frac{2\sqrt{3}}{6}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

④ $\cos B=\frac{2\sqrt{6}}{6}=\frac{\sqrt{6}}{3}$

⑤ $\tan B=\frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{6}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

3 점 A가 점 C에 오도록 종이를 접었으므로



$\overline{EC}=\overline{AE}=3\,\text{cm}$,

$\angle AEF=\angle CEF$

$=x$(접은 각)

$\angle EFC=\angle AEF=x$(엇각)

즉, △CEF는 $\overline{CE}=\overline{CF}$인 이등변삼각형이다.

△CDE에서 $\overline{DE}=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}\,(\text{cm})$

점 F에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{DH}=\overline{CF}=3\,\text{cm}$이므로

$\overline{EH}=\overline{DH}-\overline{DE}=3-\sqrt{5}\,(\text{cm})$

따라서 △EHF에서

$\tan x=\frac{\overline{FH}}{\overline{EH}}=\frac{2}{3-\sqrt{5}}=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$

4 △ABC와 △HBA에서

∠B는 공통, $\angle BAC=\angle BHA=90°$

이므로 △ABC∽△HBA(AA 닮음)

$\therefore\ \angle BCA=\angle BAH=x$

△ABC에서 $\cos x=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$

△ABH에서 $\cos x=\frac{\overline{AH}}{\overline{AB}}$

5 △ABC에서 피타고라스 정리에 의해

$\overline{BC}=\sqrt{8^2+6^2}=10$

$\angle BAH=90°-\angle CAH=\angle BCA=x$,

$\angle CAH=90°-\angle BAH=\angle CBA=y$이므로

$\sin x+\sin y=\sin C+\sin B$

$=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}+\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$

$=\frac{8}{10}+\frac{6}{10}=\frac{7}{5}$

6 △ABC에서 피타고라스 정리에 의해

$\overline{AC}=\sqrt{13^2-5^2}=12\,(\text{cm})$

$\angle ACD=90°-\angle BCD=\angle ABC=x$이므로

$\tan x=\tan B=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{12}{5}$

7 △ABC에서 피타고라스 정리에 의해

$\overline{AC}=\sqrt{9^2-3^2}=6\sqrt{2}$

△CDE∽△CAB(AA 닮음)이므로

$\angle CED=\angle B=x$

$\sin x=\sin B=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{6\sqrt{2}}{9}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

$\cos x=\cos B=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

$\therefore\ \sqrt{2}\sin x+\cos x=\sqrt{2}\times\frac{2\sqrt{2}}{3}+\frac{1}{3}=\frac{4}{3}+\frac{1}{3}=\frac{5}{3}$

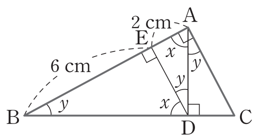
8 $\angle B=90^\circ$이므로 $\triangle ABC$에서 피타고라스 정리에 의해 $\overline{AC}=\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$
$\angle CBE=90^\circ-\angle ABE=\angle CAB=x$이므로

$$\sin x=\sin A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{8}{4\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\cos x=\cos A=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{4}{4\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\therefore\ \sin x-\cos x=\frac{2\sqrt{5}}{5}-\frac{\sqrt{5}}{5}=\frac{\sqrt{5}}{5}$$

9 $x+y=90^\circ$이므로



$\angle BDE=\angle EAD=x$,
$\angle EBD=\angle ADE$
$=\angle CAD=y$
이때 $\triangle ABD \backsim \triangle ADE$(AA 닮음)이므로
$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{AD}:\overline{AE}$, $8:\overline{AD}=\overline{AD}:2$
$\overline{AD}^2=16$ $\quad\therefore\ \overline{AD}=4$ cm ($\because\ \overline{AD}>0$)
$\triangle ABD$에서

$$\sin y=\frac{\overline{AD}}{\overline{AB}}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2},\ \cos x=\frac{\overline{AD}}{\overline{AB}}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$$

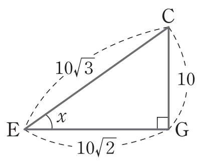
$$\therefore\ \sin y+\cos x=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$$

다른 풀이 $\angle ADE=90^\circ-x=y$
$\triangle ABD$에서 $\overline{AD}^2=\overline{AE}\times\overline{AB}$이므로
$\overline{AD}^2=2\times 8=16$ $\quad\therefore\ \overline{AD}=4$ cm ($\because\ \overline{AD}>0$)
$\triangle ADE$에서

$$\sin y=\frac{\overline{AE}}{\overline{AD}}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2},\ \cos x=\frac{\overline{AE}}{\overline{AD}}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

$$\therefore\ \sin y+\cos x=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$$

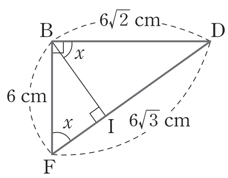
10 $\triangle CEG$에서 $\angle G=90^\circ$,



$\overline{CG}=10$이고,
$\overline{EG}=\sqrt{10^2+10^2}=10\sqrt{2}$
$\overline{EC}=\sqrt{10^2+10^2+10^2}=10\sqrt{3}$

$$\therefore\ \cos x=\frac{\overline{EG}}{\overline{EC}}=\frac{10\sqrt{2}}{10\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$$

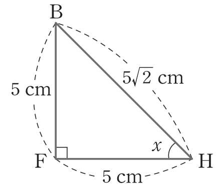
11 $\triangle BCD$에서 피타고라스 정리에 의해
$\overline{BD}=\sqrt{6^2+6^2}=6\sqrt{2}$ (cm)
$\overline{DF}$는 정육면체의 대각선이므로
$\overline{DF}=\sqrt{6^2+6^2+6^2}=6\sqrt{3}$ (cm)
또, $\angle DBF=90^\circ$이므로



$\angle DBI=90^\circ-\angle FBI$
$=\angle DFB=x$
따라서 $\triangle BFD$에서

$$\sin x=\frac{\overline{BD}}{\overline{DF}}=\frac{6\sqrt{2}}{6\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$$

12 $\triangle HFG$에서 피타고라스 정리에 의해
$\overline{HF}=\sqrt{4^2+3^2}=5$ (cm)



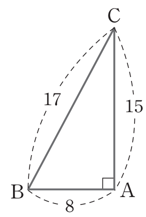
$\triangle BFH$에서 $\overline{BF}=5$ cm이고 $\angle BFH=90^\circ$이므로 피타고라스 정리에 의해
$\overline{BH}=\sqrt{5^2+5^2}=5\sqrt{2}$ (cm)
따라서 $\triangle BFH$에서

$$\tan x=\frac{\overline{BF}}{\overline{HF}}=\frac{5}{5}=1$$

$$\sin x=\frac{\overline{BF}}{\overline{BH}}=\frac{5}{5\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore\ \frac{\sin x}{\tan x}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{1}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

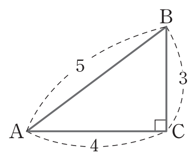
13 $\angle A=90^\circ$, $\tan B=\dfrac{15}{8}$이므로 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}=15$, $\overline{AB}=8$인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



$\triangle ABC$에서 피타고라스 정리에 의해
$\overline{BC}=\sqrt{8^2+15^2}=17$

$$\therefore\ \sin B+\cos B=\frac{15}{17}+\frac{8}{17}=\frac{23}{17}$$

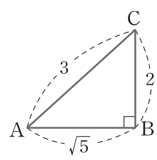
14 $5\cos A-4=0$에서 $\cos A=\dfrac{4}{5}$



오른쪽 그림과 같이 $\angle C=90^\circ$이고 $\overline{AB}=5$, $\overline{AC}=4$인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.
$\triangle ABC$에서 피타고라스 정리에 의해
$\overline{BC}=\sqrt{5^2-4^2}=3$
따라서 $\sin A=\dfrac{3}{5}$, $\tan B=\dfrac{4}{3}$이므로

$$\sin A\times\frac{1}{\tan B}=\frac{3}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{9}{20}$$

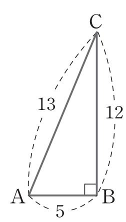
15 $3\sin A-2=0$이므로 $\sin A=\dfrac{2}{3}$



오른쪽 그림과 같이 $\angle B=90^\circ$이고 $\overline{AC}=3$, $\overline{BC}=2$인 직각삼각형을 생각할 수 있다.
$\triangle ABC$에서 피타고라스 정리에 의해
$\overline{AB}=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$
따라서 $\cos A=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$, $\tan C=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$이므로

$$\cos A\times\frac{1}{\tan C}=\frac{\sqrt{5}}{3}\times\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2}{3}$$

16 $\sin A=\dfrac{12}{13}$이므로 오른쪽 그림과 같이 $\angle B=90^\circ$이고 $\overline{AC}=13$, $\overline{BC}=12$인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



$\triangle ABC$에서 피타고라스 정리에 의해
$\overline{AB}=\sqrt{13^2-12^2}=5$

$\therefore\ \cos A\times\tan A=\frac{5}{13}\times\frac{12}{5}=\frac{12}{13}$

17 $\sin B=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{2}{\overline{AB}}=\frac{1}{5}$이므로

$\overline{AB}=10\,\text{cm}$

따라서 △ABC에서 피타고라스 정리에 의해

$\overline{BC}=\sqrt{10^2-2^2}=4\sqrt{6}\,(\text{cm})$

18 $\cos C=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{9}{\overline{AC}}=\frac{3}{5}$에서 $\overline{AC}=15\,\text{cm}$

△ABC에서 피타고라스 정리에 의해

$\overline{AB}=\sqrt{15^2-9^2}=12\,(\text{cm})$

$\therefore$ (△ABC의 둘레의 길이)$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$

$=12+9+15=36\,(\text{cm})$

19 $\tan B=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{AC}}{5}=\sqrt{2}$에서 $\overline{AC}=5\sqrt{2}$

△ABC에서 피타고라스 정리에 의해

$\overline{BC}=\sqrt{5^2+(5\sqrt{2})^2}=5\sqrt{3}$

$\therefore\ \overline{BC}\times\cos C=5\sqrt{3}\times\frac{5\sqrt{2}}{5\sqrt{3}}=5\sqrt{2}$

20 $\sin A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{BC}}{26}=\frac{5}{13}\qquad\therefore\ \overline{BC}=10\,\text{cm}$

△ABC에서 피타고라스 정리에 의해

$\overline{AB}=\sqrt{26^2-10^2}=24\,(\text{cm})$

$\therefore\ \triangle ABC=\frac{1}{2}\times24\times10=120\,(\text{cm}^2)$

21 $\cos A=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{AC}}{10}=\frac{1}{2}$이므로 $\overline{AC}=5\,\text{cm}$

△ABC에서 피타고라스 정리에 의해

$\overline{BC}=\sqrt{10^2-5^2}=5\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\therefore\ \triangle ABC=\frac{1}{2}\times5\sqrt{3}\times5=\frac{25\sqrt{3}}{2}\,(\text{cm}^2)$

22 $\sin45^\circ\times\cos45^\circ-\tan60^\circ\times\cos30^\circ$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}-\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{2}-\frac{3}{2}=-1$

23 $\sqrt{3}\cos30^\circ-\frac{\sqrt{3}\sin60^\circ\times\tan45^\circ}{\sqrt{3}\tan30^\circ}$

$=\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times1}{\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}}$

$=\frac{3}{2}-\frac{3}{2}=0$

24 ① $\sin45^\circ\times\cos45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{1}{2}$

② $\tan30^\circ\div\cos60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}\div\frac{1}{2}$

$=\frac{\sqrt{3}}{3}\times2=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

③ $\sin30^\circ\times\tan60^\circ+\cos30^\circ=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

④ $\cos30^\circ\times\sin30^\circ-\tan45^\circ\times\sin45^\circ$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{2}-1\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=\frac{\sqrt{3}}{4}-\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{3}-2\sqrt{2}}{4}$

⑤ $\cos60^\circ\div\sin30^\circ+\tan60^\circ\times\tan30^\circ$

$=\frac{1}{2}\div\frac{1}{2}+\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=1+1=2$

25 (1) $\sin0^\circ+\cos90^\circ=0+0=0$

(2) $\cos0^\circ-\tan0^\circ=1-0=1$

(3) $\sin90^\circ\times\cos90^\circ=1\times0=0$

(4) $(\tan0^\circ-\cos0^\circ)\times\sin90^\circ=(0-1)\times1=-1$

26 ① $\sin45^\circ-\sin90^\circ\times\cos45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}-1\times\frac{\sqrt{2}}{2}=0$

② $\tan45^\circ\times\cos90^\circ+\tan30^\circ\div\tan60^\circ$

$=1\times0+\frac{\sqrt{3}}{3}\div\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}\times\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{1}{3}$

③ $\sin30^\circ\times\cos60^\circ-\sin45^\circ\times\cos45^\circ$

$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{1}{4}-\frac{2}{4}=-\frac{1}{4}$

④ $\cos0^\circ\times\sin90^\circ-\tan0^\circ\times\sin90^\circ$

$=1\times1-0\times1=1$

⑤ $\sin45^\circ\times\tan45^\circ+\cos60^\circ\times\tan60^\circ$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}\times1+\frac{1}{2}\times\sqrt{3}=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$

27 세 내각 중 크기가 가장 작은 각이 ∠A이므로

$\angle A=\frac{1}{1+2+3}\times180^\circ=30^\circ$

$\therefore\ \frac{\cos A\times\tan A}{\sin A}=\frac{\cos30^\circ\times\tan30^\circ}{\sin30^\circ}$

$=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{3}}{\frac{1}{2}}=1$

28 점 I가 △ABC의 내심이므로

$90^\circ+\frac{1}{2}\angle B=105^\circ$에서 $\angle B=30^\circ$

이때 $\angle A=180^\circ-(30^\circ+90^\circ)=60^\circ$이므로

$\sin^2A-\cos A+\tan^2A=\sin^2 60^\circ-\cos60^\circ+\tan^2 60^\circ$

$=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2-\frac{1}{2}+(\sqrt{3})^2$

$=\frac{13}{4}$

29 (1) △ABC에서 $90^\circ-\angle A=\angle B$이므로

$\sin A=\frac{a}{c},\ \sin(90^\circ-A)=\sin B=\frac{b}{c}$

$\therefore \sin^2 A+\sin^2(90^\circ-A)$

$=\left(\frac{a}{c}\right)^2+\left(\frac{b}{c}\right)^2=\frac{a^2+b^2}{c^2}=\frac{c^2}{c^2}=1$

(2) (1)에서 $\sin^2 A+\sin^2(90^\circ-A)=1$이므로

$\sin^2 10^\circ+\sin^2 20^\circ+\sin^2 30^\circ+\cdots+\sin^2 80^\circ$

$=(\sin^2 10^\circ+\sin^2 80^\circ)+(\sin^2 20^\circ+\sin^2 70^\circ)$

$+(\sin^2 30^\circ+\sin^2 60^\circ)+(\sin^2 40^\circ+\sin^2 50^\circ)$

$=1+1+1+1=4$

30 $\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$, $\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$이므로

$x=60^\circ$, $y=45^\circ$

$\therefore x+y=105^\circ$

31 $\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $x=60^\circ$

$\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}$이므로 $y=30^\circ$

$\therefore \cos(x-y)=\cos(60^\circ-30^\circ)=\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$

32 $\sin(2x+15^\circ)=\frac{\sqrt{2}}{2}$에서 $\sin 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$이므로

$2x+15^\circ=45^\circ$, $2x=30^\circ$

$\therefore x=15^\circ$

$\therefore \cos 3x=\cos 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$

33 $\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$이므로 $2x+30^\circ=60^\circ$

$2x=30^\circ \qquad \therefore x=15^\circ$

$\therefore \sin 4x=\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$

34 $\cos(3x-45^\circ)=\frac{\sqrt{3}}{2}$에서 $\cos 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로

$3x-45^\circ=30^\circ$, $3x=75^\circ$

$\therefore x=25^\circ$

$\therefore \tan(x+20^\circ)=\tan(25^\circ+20^\circ)=\tan 45^\circ=1$

35 $\tan(4x-20^\circ)=\sqrt{3}$에서 $\tan 60^\circ=\sqrt{3}$이므로

$4x-20^\circ=60^\circ$, $4x=80^\circ \qquad \therefore x=20^\circ$

$\therefore \sin 3x-\cos(x+10^\circ)$

$=\sin 60^\circ-\cos 30^\circ$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}=0$

36 $\triangle$ABH에서 $\sin B=\sin 45^\circ$이므로

$\frac{\overline{AH}}{6\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2} \qquad \therefore \overline{AH}=6$

$\cos B=\cos 45^\circ$이므로

$\frac{\overline{BH}}{6\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2} \qquad \therefore \overline{BH}=6$

또, $\triangle$ACH에서 $\tan C=\tan 60^\circ$이므로

$\frac{\overline{AH}}{\overline{CH}}=\sqrt{3}$, $\frac{6}{\overline{CH}}=\sqrt{3} \qquad \therefore \overline{CH}=\frac{6}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$

$\therefore \overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=6+2\sqrt{3}$

다른 풀이 $\triangle$ABH에서 $\overline{AH}:\overline{BH}:\overline{AB}=1:1:\sqrt{2}$

이므로 $\overline{AH}=\overline{BH}=6$

$\triangle$ACH에서 $\overline{CH}:\overline{AH}=1:\sqrt{3}$이므로

$\overline{CH}:6=1:\sqrt{3}$, $\overline{CH}=\frac{6}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$

$\therefore \overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=6+2\sqrt{3}$

37 $\triangle$ABH에서 $\sin B=\sin 45^\circ$이므로 $\frac{\overline{AH}}{12}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore \overline{AH}=6\sqrt{2}$ cm

$\triangle$AHC에서 $\sin C=\sin 60^\circ$이므로 $\frac{\overline{AH}}{\overline{AC}}=\frac{6\sqrt{2}}{y}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore y=\frac{12\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=4\sqrt{6}$

$\tan C=\tan 60^\circ$이므로 $\frac{\overline{AH}}{\overline{CH}}=\frac{6\sqrt{2}}{x}=\sqrt{3}$

$\therefore x=\frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=2\sqrt{6}$

$\therefore y-x=4\sqrt{6}-2\sqrt{6}=2\sqrt{6}$

다른 풀이 $\triangle$ABH에서 $\overline{AH}:12=1:\sqrt{2}$이므로

$\overline{AH}=\frac{12}{\sqrt{2}}=6\sqrt{2}$ (cm)

$\triangle$AHC에서 $x:6\sqrt{2}=1:\sqrt{3}$이므로 $x=\frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=2\sqrt{6}$

$y:2\sqrt{6}=2:1$이므로 $y=4\sqrt{6}$

$\therefore y-x=4\sqrt{6}-2\sqrt{6}=2\sqrt{6}$

38 $\overline{AD}=x$ cm라 하면 $\triangle$ABD에서

$\tan B=\tan 60^\circ$이므로

$\frac{x}{\overline{BD}}=\sqrt{3} \qquad \therefore \overline{BD}=\frac{\sqrt{3}}{3}x$ cm

$\triangle$ACD에서 $\angle$CAD$=45^\circ$이므로 $\overline{CD}=\overline{AD}=x$ cm

또, $\overline{BC}=\overline{BD}+\overline{CD}$이므로

$4=\frac{\sqrt{3}}{3}x+x$, $\frac{3+\sqrt{3}}{3}x=4$

$\therefore x=\frac{12}{3+\sqrt{3}}=2(3-\sqrt{3})$

따라서 $\overline{CD}$의 길이는 $2(3-\sqrt{3})$ cm이다.

다른 풀이 $\overline{AD}=\overline{CD}=x$ cm 라 하면 $\triangle$ABD에서

$\overline{BD}:x=1:\sqrt{3}$이므로 $\overline{BD}=\frac{\sqrt{3}}{3}x$ cm

$4=\frac{\sqrt{3}}{3}x+x$에서 $x=2(3-\sqrt{3})$ (cm)

39 $\triangle$ABC에서 $\tan B=\tan 30^\circ$이므로 $\frac{6}{\overline{BC}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore \overline{BC}=\frac{18}{\sqrt{3}}=6\sqrt{3}$ (cm)

$\triangle$ADC에서 $\tan D=\tan 45^\circ$이므로 $\dfrac{6}{\overline{DC}}=1$

$\therefore\ \overline{DC}=6\,\text{cm}$

$\therefore\ \overline{BD}=\overline{BC}-\overline{CD}=6\sqrt{3}-6\,(\text{cm})$

다른 풀이 $\triangle$ABC에서 $\overline{BC}:6=\sqrt{3}:1$이므로 $\overline{BC}=6\sqrt{3}\,\text{cm}$

$\triangle$ADC에서 $\overline{DC}=\overline{AC}=6\,\text{cm}$

$\therefore\ \overline{BD}=\overline{BC}-\overline{DC}=6\sqrt{3}-6\,(\text{cm})$

40 $\triangle$ABC에서 $\sin C=\sin 30^\circ$이므로 $\dfrac{\overline{AB}}{8}=\dfrac{1}{2}$

$\therefore\ \overline{AB}=4\,\text{cm}$

또, $\cos C=\cos 30^\circ$이므로 $\dfrac{\overline{BC}}{8}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore\ \overline{BC}=4\sqrt{3}\,\text{cm}$

이때 $\overline{BD}=\dfrac{1}{2}\overline{BC}=\dfrac{1}{2}\times 4\sqrt{3}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$이므로

$\triangle$ABD에서 피타고라스 정리에 의해

$\overline{AD}=\sqrt{4^2+(2\sqrt{3})^2}=2\sqrt{7}\,(\text{cm})$

다른 풀이 $\triangle$ABC에서 $\overline{AC}:\overline{AB}:\overline{BC}=2:1:\sqrt{3}$이므로

$\overline{AB}=4\,\text{cm}$, $\overline{BC}=4\sqrt{3}\,\text{cm}$

즉, $\overline{BD}=2\sqrt{3}\,\text{cm}$이므로 $\triangle$ABD에서

$\overline{AD}=\sqrt{4^2+(2\sqrt{3})^2}=2\sqrt{7}\,(\text{cm})$

41 $\triangle$ABC에서 $\sin B=\sin 30^\circ$이므로

$\dfrac{9}{\overline{AB}}=\dfrac{1}{2}\qquad\therefore\ \overline{AB}=18\,\text{cm}$

$\tan B=\tan 30^\circ$이므로 $\dfrac{9}{\overline{BC}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore\ \overline{BC}=\dfrac{27}{\sqrt{3}}=9\sqrt{3}\,(\text{cm})$

각의 이등분선의 성질에 의해

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$이므로

$18:9=\overline{BD}:\overline{CD}\qquad\therefore\ \overline{BD}:\overline{CD}=2:1$

$\therefore\ \overline{BD}=\dfrac{2}{2+1}\times\overline{BC}=\dfrac{2}{3}\times 9\sqrt{3}=6\sqrt{3}\,(\text{cm})$

다른 풀이 $\triangle$ABC에서 $\angle A=60^\circ$이고 $\overline{AD}$가 $\angle A$의 이등분선이므로 $\angle DAC=\angle BAD=30^\circ$

$\triangle$ADC에서 $\cos 30^\circ=\dfrac{9}{\overline{AD}}$이므로

$\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{9}{\overline{AD}}\qquad\therefore\ \overline{AD}=\dfrac{18}{\sqrt{3}}=6\sqrt{3}\,(\text{cm})$

이때 $\triangle$ABD는 $\angle DBA=\angle DAB=30^\circ$인 이등변삼각형이므로 $\overline{BD}=\overline{AD}=6\sqrt{3}\,\text{cm}$

42 $\triangle$ABC에서 $\cos A=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$이므로

$\cos 60^\circ=\dfrac{4}{\overline{AC}}$, $\dfrac{1}{2}=\dfrac{4}{\overline{AC}}$

$\therefore\ \overline{AC}=8\,\text{cm}$

또, $\tan A=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$이므로

$\tan 60^\circ=\dfrac{\overline{BC}}{4}$, $\sqrt{3}=\dfrac{\overline{BC}}{4}\qquad\therefore\ \overline{BC}=4\sqrt{3}\,\text{cm}$

$\triangle$BCD에서 $\sin D=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{BD}}$이므로 $\sin 45^\circ=\dfrac{4\sqrt{3}}{\overline{BD}}$

$\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{4\sqrt{3}}{\overline{BD}}\qquad\therefore\ \overline{BD}=\dfrac{8\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=4\sqrt{6}\,(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AC}+\overline{BD}=8+4\sqrt{6}\,(\text{cm})$

43 $\triangle$ABC에서 $\cos A=\cos 30^\circ$이므로

$\dfrac{\overline{AB}}{8}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\qquad\therefore\ \overline{AB}=4\sqrt{3}\,\text{cm}$

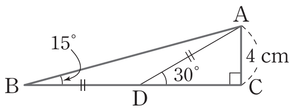
$\triangle$ABD에서 $\cos A=\cos 30^\circ$이므로

$\dfrac{\overline{AD}}{\overline{AB}}=\dfrac{\overline{AD}}{4\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\qquad\therefore\ \overline{AD}=6\,\text{cm}$

$\triangle$AED에서 $\sin A=\sin 30^\circ$이므로

$\dfrac{\overline{DE}}{\overline{AD}}=\dfrac{\overline{DE}}{6}=\dfrac{1}{2}\qquad\therefore\ \overline{DE}=3\,\text{cm}$

44 $\triangle$ADC에서



$\sin 30^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AD}}$이므로

$\dfrac{1}{2}=\dfrac{4}{\overline{AD}}$

$\therefore\ \overline{AD}=8\,\text{cm}$

$\tan 30^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{DC}}$이므로 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\dfrac{4}{\overline{DC}}$

$\therefore\ \overline{DC}=\dfrac{12}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\triangle$ABD는 $\overline{AD}=\overline{BD}=8\,\text{cm}$인 이등변삼각형이므로

$\angle DAB=\angle DBA=15^\circ$

따라서 $\triangle$ABC에서

$\tan 15^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\dfrac{4}{8+4\sqrt{3}}=\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}=2-\sqrt{3}$

45 $\triangle$CFG에서

$\cos 60^\circ=\dfrac{1}{\overline{CF}}=\dfrac{1}{2}\qquad\therefore\ \overline{CF}=2$

$\tan 60^\circ=\dfrac{\overline{CG}}{1}=\sqrt{3}\qquad\therefore\ \overline{CG}=\sqrt{3}$

$\triangle$AEF에서 $\overline{AE}=\overline{CG}=\sqrt{3}$

$\tan 45^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{\overline{EF}}=1\qquad\therefore\ \overline{EF}=\sqrt{3}$

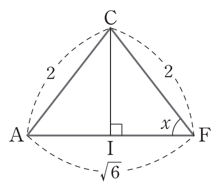
$\sin 45^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{\overline{AF}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\qquad\therefore\ \overline{AF}=\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\sqrt{6}$

또, $\triangle$ABC에서 $\overline{AB}=\overline{EF}=\sqrt{3}$,

$\overline{BC}=\overline{FG}=1$이므로

$\overline{AC}=\sqrt{1^2+(\sqrt{3})^2}=2$

이때 $\triangle$AFC는 $\overline{CA}=\overline{CF}=2$인 이등변삼각형이므로 점 C에서



$\overline{\mathrm{AF}}$에 내린 수선의 발을 I라 하면

$\overline{\mathrm{IF}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{AF}}=\frac{\sqrt{6}}{2}$이다. 따라서 △CIF에서

$\cos x=\frac{\overline{\mathrm{IF}}}{\overline{\mathrm{CF}}}=\frac{\frac{\sqrt{6}}{2}}{2}=\frac{\sqrt{6}}{4}$

46 ① $\sin x=\frac{\overline{\mathrm{AB}}}{\overline{\mathrm{OA}}}=\frac{\overline{\mathrm{AB}}}{1}=\overline{\mathrm{AB}}$

② $\cos x=\frac{\overline{\mathrm{OB}}}{\overline{\mathrm{OA}}}=\frac{\overline{\mathrm{OB}}}{1}=\overline{\mathrm{OB}}$

③ $\tan x=\frac{\overline{\mathrm{CD}}}{\overline{\mathrm{OD}}}=\frac{\overline{\mathrm{CD}}}{1}=\overline{\mathrm{CD}}$

④ $\sin y=\frac{\overline{\mathrm{OB}}}{\overline{\mathrm{OA}}}=\frac{\overline{\mathrm{OB}}}{1}=\overline{\mathrm{OB}}$

⑤ $\overline{\mathrm{AB}}/\!/\overline{\mathrm{CD}}$에서

$\angle\mathrm{OCD}=\angle\mathrm{OAB}=y$(동위각)이므로

△COD에서 $\tan y=\frac{\overline{\mathrm{OD}}}{\overline{\mathrm{CD}}}=\frac{1}{\overline{\mathrm{CD}}}$

따라서 $\overline{\mathrm{CD}}$의 길이를 나타내는 것은 ③이다.

47 점 A의 좌표는 $(\overline{\mathrm{OB}}, \overline{\mathrm{AB}})$이고

$\sin a=\frac{\overline{\mathrm{AB}}}{\overline{\mathrm{OA}}}=\frac{\overline{\mathrm{AB}}}{1}=\overline{\mathrm{AB}}$, $\cos a=\frac{\overline{\mathrm{OB}}}{\overline{\mathrm{OA}}}=\frac{\overline{\mathrm{OB}}}{1}=\overline{\mathrm{OB}}$

이므로 $\mathrm{A}(\cos a, \sin a)$이다.

48 ① $\sin x=\frac{\overline{\mathrm{AB}}}{\overline{\mathrm{OA}}}=\frac{\overline{\mathrm{AB}}}{1}=\overline{\mathrm{AB}}$

② $\cos x=\frac{\overline{\mathrm{OB}}}{\overline{\mathrm{OA}}}=\frac{\overline{\mathrm{OB}}}{1}=\overline{\mathrm{OB}}$

③ $\tan x=\frac{\overline{\mathrm{CD}}}{\overline{\mathrm{OD}}}=\frac{\overline{\mathrm{CD}}}{1}=\overline{\mathrm{CD}}$

④ $\cos y=\frac{\overline{\mathrm{AB}}}{\overline{\mathrm{OA}}}=\frac{\overline{\mathrm{AB}}}{1}=\overline{\mathrm{AB}}$

⑤ $\sin z=\sin y=\frac{\overline{\mathrm{OB}}}{\overline{\mathrm{OA}}}=\frac{\overline{\mathrm{OB}}}{1}=\overline{\mathrm{OB}}$

49 △ACD에서 $\cos 40^\circ=\frac{\overline{\mathrm{AD}}}{\overline{\mathrm{AC}}}=\frac{\overline{\mathrm{AD}}}{1}=\overline{\mathrm{AD}}$

$\therefore\ \overline{\mathrm{DB}}=\overline{\mathrm{AB}}-\overline{\mathrm{AD}}=1-\cos 40^\circ$

50 ① $\sin 50^\circ=\frac{\overline{\mathrm{AC}}}{\overline{\mathrm{OA}}}=\frac{0.77}{1}=0.77$

② $\cos 50^\circ=\frac{\overline{\mathrm{OC}}}{\overline{\mathrm{OA}}}=\frac{0.64}{1}=0.64$

③ $\tan 50^\circ=\frac{\overline{\mathrm{BD}}}{\overline{\mathrm{OD}}}=\frac{1.19}{1}=1.19$

④ △AOC에서 $\angle\mathrm{OAC}=40^\circ$이므로

$\sin 40^\circ=\frac{\overline{\mathrm{OC}}}{\overline{\mathrm{OA}}}=\frac{0.64}{1}=0.64$

⑤ $\cos 40^\circ=\frac{\overline{\mathrm{AC}}}{\overline{\mathrm{OA}}}=\frac{0.77}{1}=0.77$

51 $\sin 52^\circ=\frac{\overline{\mathrm{AC}}}{\overline{\mathrm{OA}}}=\frac{0.79}{1}=0.79$

$\cos 52^\circ=\frac{\overline{\mathrm{OC}}}{\overline{\mathrm{OA}}}=\frac{0.62}{1}=0.62$

$\tan 52^\circ=\frac{\overline{\mathrm{BD}}}{\overline{\mathrm{OD}}}=\frac{1.28}{1}=1.28$

$\therefore\ \sin 52^\circ-\cos 52^\circ+\tan 52^\circ=0.79-0.62+1.28$
$=1.45$

52 $\sin 38^\circ=\frac{\overline{\mathrm{AC}}}{\overline{\mathrm{OA}}}=\frac{0.6157}{1}=0.6157$

$\tan 38^\circ=\frac{\overline{\mathrm{BD}}}{\overline{\mathrm{OD}}}=\frac{0.7813}{1}=0.7813$

$\therefore\ \sin 38^\circ+\tan 38^\circ=0.6157+0.7813=1.397$

53 ③ $\angle x$의 크기가 커지면 $\tan x$의 값도 커진다.

54 $45^\circ<x<90^\circ$일 때,

$\frac{\sqrt{2}}{2}<\sin x<1$, $0<\cos x<\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan x>1$이므로

$\cos x<\sin x<\tan x$

55 ① $0^\circ\le x\le 90^\circ$에서 $\angle x$의 크기가 커질수록 $\sin x$의 값도 커지므로 $\sin 30^\circ<\sin 40^\circ$

② $\sin 0^\circ=\cos 90^\circ=0$

③ $0^\circ\le x\le 90^\circ$에서 $\angle x$의 크기가 커질수록 $\cos x$의 값은 작아지므로 $\cos 70^\circ<\cos 30^\circ$

④ $\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$, $\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로

$\cos 60^\circ<\sin 60^\circ$

⑤ $\tan 50^\circ>\tan 45^\circ=1$

$0<\sin 80^\circ<1$ $\quad\therefore\ \tan 50^\circ>\sin 80^\circ$

56 ① $0^\circ\le x\le 90^\circ$에서 $\angle x$의 크기가 커질수록 $\cos x$의 값은 작아지므로

$\cos 53^\circ>\cos 82^\circ$

② $45^\circ<x<90^\circ$일 때,

$\frac{\sqrt{2}}{2}<\sin x<1$, $0<\cos x<\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore\ \cos 55^\circ<\sin 76^\circ$

③ $0^\circ<x<45^\circ$일 때,

$0<\sin x<\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\frac{\sqrt{2}}{2}<\cos x<1$

$\therefore\ \sin 24^\circ<\cos 42^\circ$

④ $\sin 45^\circ=\cos 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$

⑤ $\cos 90^\circ=0$이고, $\tan 32^\circ>0$이므로

$\cos 90^\circ<\tan 32^\circ$

57 ③ $0^\circ<x<45^\circ$일 때,

$0<\sin x<\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\frac{\sqrt{2}}{2}<\cos x<1$

$\therefore \sin 30^\circ < \cos 40^\circ$

④ $0 < \cos 85^\circ < 1$, $\tan 50^\circ > \tan 45^\circ = 1$이므로

$\cos 85^\circ < \tan 50^\circ$

⑤ $\sin 90^\circ = 1$이고, $\tan 90^\circ$의 값은 한없이 증가하므로

$\sin 90^\circ \neq \tan 90^\circ$

58 $0^\circ < A < 90^\circ$일 때

$0 < \cos A < 1$이므로 $\cos A - 1 < 0$

$0 < \sin A < 1$이므로 $1 - \sin A > 0$

$\therefore \sqrt{(\cos A - 1)^2} - \sqrt{(1 - \sin A)^2}$

$= -(\cos A - 1) - (1 - \sin A)$

$= \sin A - \cos A$

59 $0^\circ < A < 45^\circ$일 때, $0 < \tan A < 1$이므로

$1 - \tan A > 0$, $\tan A - 1 < 0$

$\therefore \sqrt{(1 - \tan A)^2} - \sqrt{(\tan A - 1)^2}$

$= (1 - \tan A) + (\tan A - 1) = 0$

60 $0^\circ < x < 45^\circ$일 때, $\frac{\sqrt{2}}{2} < \cos x < 1$, $\sin x < \cos x$

이므로 $\cos x > 0$, $\sin x - \cos x < 0$

$\therefore \sqrt{(\cos x)^2} - \sqrt{(\sin x - \cos x)^2}$

$= \cos x + (\sin x - \cos x) = \sin x$

61 $45^\circ < A < 90^\circ$일 때, $\sin A > \cos A$이므로

$\sin A - \cos A > 0$, $\cos A - \sin A < 0$

$\therefore \sqrt{(\sin A - \cos A)^2} - \sqrt{(\cos A - \sin A)^2}$

$= (\sin A - \cos A) + (\cos A - \sin A) = 0$

62 $45^\circ < A < 90^\circ$일 때,

$0 < \cos A < \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\frac{\sqrt{2}}{2} < \sin A < 1$, $\tan A > 1$이므로

$\cos A - \sin A < 0$, $\sin A - \tan A < 0$

$\therefore \sqrt{(\cos A - \sin A)^2} + \sqrt{(\sin A - \tan A)^2}$

$= -(\cos A - \sin A) - (\sin A - \tan A)$

$= \tan A - \cos A$

63 $\tan 25^\circ = 0.4663$, $\sin 27^\circ = 0.4540$이므로

$\tan 25^\circ + \sin 27^\circ = 0.4663 + 0.4540 = 0.9203$

64 주어진 삼각비의 표에서 $\cos 25^\circ = 0.9063$이므로

$x = 25^\circ$

65 주어진 삼각비의 표에서 $\tan 26^\circ = 0.4877$이므로

$x = 26^\circ$　　$\therefore \sin x = \sin 26^\circ = 0.4384$

66 $\sin 58^\circ + \tan 55^\circ - \cos 57^\circ$

$= 0.8480 + 1.4281 - 0.5446$

$= 1.7315$

67 $\sin 56^\circ = 0.8290$이므로 $x = 56^\circ$

$\tan 57^\circ = 1.5399$이므로 $y = 57^\circ$

$\therefore x + y = 56^\circ + 57^\circ = 113^\circ$

68 $\cos 71^\circ = 0.3256$이므로 $x = 71^\circ$

$\tan 69^\circ = 2.6051$이므로 $y = 69^\circ$

$\therefore x + y = 71^\circ + 69^\circ = 140^\circ$

69 △ABC에서 $\cos 48^\circ = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{BC}}{10}$이므로

$0.6691 = \frac{\overline{BC}}{10}$　　$\therefore \overline{BC} = 6.691$

70 $\cos 24^\circ = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{x}{20}$이므로

$0.9135 = \frac{x}{20}$　　$\therefore x = 18.27$

$\sin 24^\circ = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{y}{20}$이므로

$0.4067 = \frac{y}{20}$　　$\therefore y = 8.134$

$\therefore x - y = 18.27 - 8.134 = 10.136$

71 구하는 직선의 방정식을 $y = ax + b$라 하면 이 직선이 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 60°이므로

(직선의 기울기)$= \tan 60^\circ = \sqrt{3}$

$\therefore a = \sqrt{3}$

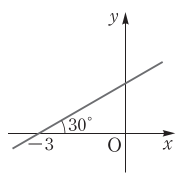
이 직선의 x절편이 -2이므로 $y = \sqrt{3}x + b$에

$x = -2$, $y = 0$을 대입하면

$0 = -2\sqrt{3} + b$　　$\therefore b = 2\sqrt{3}$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $y = \sqrt{3}x + 2\sqrt{3}$

72 직선을 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다. 구하는 직선의 방정식을 $y = ax + b$라 하면 이 직선이 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 30°이므로



(직선의 기울기)$= \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$　　$\therefore a = \frac{\sqrt{3}}{3}$

이 직선의 x절편이 -3이므로 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + b$에

$x = -3$, $y = 0$을 대입하면

$0 = \frac{\sqrt{3}}{3} \times (-3) + b$　　$\therefore b = \sqrt{3}$

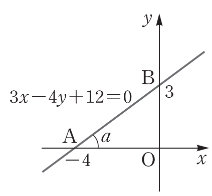
따라서 구하는 직선의 방정식은 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$

73 $3x - 4y + 12 = 0$에 $y = 0$을 대입하면

$3x + 12 = 0$　　$\therefore x = -4$

$x = 0$을 대입하면 $-4y + 12 = 0$　　$\therefore y = 3$

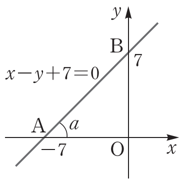
즉, 직선 $3x - 4y + 12 = 0$의 x절편은 -4, y절편은 3이므로 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 OBA에서 $\overline{OA} = 4$, $\overline{OB} = 3$이다.



이때 피타고라스 정리에 의해

$\overline{AB}=\sqrt{4^2+3^2}=5 \quad \therefore \cos a=\frac{\overline{OA}}{\overline{AB}}=\frac{4}{5}$

74 직선 $x-y+7=0$의 x절편은 -7, y절편은 7이다. 즉, 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 OBA에서 $\overline{OB}=7$, $\overline{OA}=7$이므로 피타고라스 정리에 의해



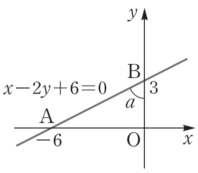
$\overline{AB}=\sqrt{7^2+7^2}=7\sqrt{2}$

이때 $\sin a=\frac{\overline{OB}}{\overline{AB}}=\frac{7}{7\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$,

$\cos a=\frac{\overline{OA}}{\overline{AB}}=\frac{7}{7\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$이므로

$\sin a\times\cos a=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{1}{2}$

75 직선 $x-2y+6=0$의 x절편은 -6, y절편은 3이므로 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 OBA에서



$\tan a=\frac{\overline{OA}}{\overline{OB}}=\frac{6}{3}=2$

02 삼각비의 활용

Best 최상위 유형

본문 103~113쪽

1 ④	**2** ④	**3** ⑤	**4** ④	**5** 15.5 m
6 ③	**7** $(10\sqrt{3}+30)$ m		**8** ③	**9** ③
10 0.3 cm	**11** ④	**12** ④	**13** $2\sqrt{34}$ cm	
14 70 m	**15** $(5+5\sqrt{3})$ cm		**16** $12\sqrt{2}$ cm	
17 ④	**18** $50\sqrt{6}$ m	**19** ③	**20** $400(\sqrt{3}-1)$ m	
21 $6(3+\sqrt{3})$ cm		**22** $\overline{AH}=4\sqrt{3}$ cm, $\overline{AC}=2\sqrt{21}$ cm		
23 $10(\sqrt{3}+1)$ m		**24** ②	**25** ④	**26** ①
27 ④	**28** ④	**29** ④	**30** $12\sqrt{3}$ cm	**31** ④
32 $24+8\sqrt{3}$	**33** ②	**34** ②	**35** ②	**36** $3\sqrt{3}$
37 $9\sqrt{3}$ cm^2	**38** ④	**39** $28\sqrt{2}$ cm^2	**40** ①	**41** ②
42 ④	**43** $3\sqrt{3}$	**44** ②	**45** ①	**46** ④
47 ④	**48** 120°	**49** $(6+\sqrt{3})$ cm^2		
50 $\frac{15\sqrt{3}}{2}$ cm^2		**51** $4\sqrt{3}+10\sqrt{11}$		**52** ⑤
53 ⑤	**54** ①	**55** ④		

1 $\sin 40^\circ=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{5}{\overline{AB}}$

$\therefore \overline{AB}=\frac{5}{\sin 40^\circ}$

2 $\cos 31^\circ=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{BC}}{20}$이므로

$\overline{BC}=20\cos 31^\circ=20\times0.86=17.2\,(\text{cm})$

3 $\overline{AB}=\overline{BC}\sin C=5\sin 62^\circ=5\times0.9=4.5\,(\text{cm})$

4 $\overline{AB}=\overline{PB}\tan 52^\circ=50\times1.3=65\,(\text{m})$

5 $\overline{AC}=\overline{BC}\tan 35^\circ=20\times0.70=14\,(\text{m})$

따라서 나무의 높이는

$14+1.5=15.5\,(\text{m})$

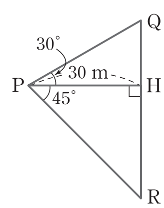
6 $\overline{AC}=\overline{BC}\tan 30^\circ=8\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=8\,(\text{m})$

$\overline{AB}=\frac{\overline{BC}}{\cos 30^\circ}=8\sqrt{3}\times\frac{2}{\sqrt{3}}=16\,(\text{m})$

따라서 부러지기 전의 나무의 높이는

$\overline{AB}+\overline{AC}=16+8=24\,(\text{m})$

7 오른쪽 그림의 △PHQ에서



$\overline{QH}=\overline{PH}\tan 30^\circ$

$=30\times\frac{\sqrt{3}}{3}$

$=10\sqrt{3}\,(\text{m})$

또, $\triangle PRH$에서

$\overline{HR}=\overline{PH}\tan 45^\circ=30\times 1=30\,(\mathrm{m})$

따라서 건물 B의 높이는

$\overline{QR}=\overline{QH}+\overline{HR}=10\sqrt{3}+30\,(\mathrm{m})$

8 $\triangle ABQ$에서

$\overline{BQ}=\overline{AB}\tan 30^\circ=600\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=200\sqrt{3}\,(\mathrm{m})$

$\triangle PBQ$에서

$\overline{PQ}=\overline{BQ}\tan 60^\circ=200\sqrt{3}\times\sqrt{3}=600\,(\mathrm{m})$

따라서 비행기의 높이 PQ는 600 m이다.

9 $\triangle ABH$에서

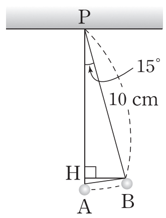
$\overline{AH}=\overline{AB}\cos 30^\circ=60\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=30\sqrt{3}\,(\mathrm{m})$

또, $\triangle AHC$에서

$\overline{CH}=\overline{AH}\tan 45^\circ=30\sqrt{3}\times 1=30\sqrt{3}\,(\mathrm{m})$

따라서 구하는 산의 높이 CH는 $30\sqrt{3}$ m이다.

10 오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{PA}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle PHB$에서



$\overline{PH}=\overline{PB}\cos 15^\circ=10\times 0.97$

$=9.7\,(\mathrm{cm})$

$\overline{PA}=\overline{PB}=10$ cm이므로

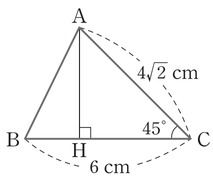
$\overline{AH}=\overline{PA}-\overline{PH}$

$=10-9.7$

$=0.3\,(\mathrm{cm})$

따라서 추가 B위치에 있을 때, A지점을 기준으로 0.3 cm 위에 있게 된다.

11 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle AHC$에서



$\overline{AH}=\overline{AC}\sin 45^\circ$

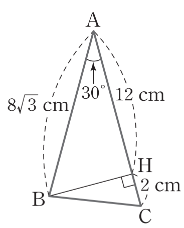
$=4\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=4\,(\mathrm{cm})$

$\overline{CH}=\overline{AC}\cos 45^\circ=4\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=4\,(\mathrm{cm})$

$\therefore\ \overline{BH}=6-4=2\,(\mathrm{cm})$

따라서 $\triangle ABH$에서 $\overline{AB}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}\,(\mathrm{cm})$

12 점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle ABH$에서



$\overline{BH}=\overline{AB}\sin 30^\circ$

$=8\sqrt{3}\times\dfrac{1}{2}=4\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$

$\overline{AH}=\overline{AB}\cos 30^\circ$

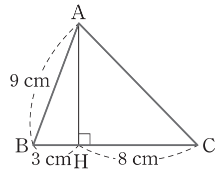
$=8\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=12\,(\mathrm{cm})$

따라서 $\overline{CH}=\overline{AC}-\overline{AH}=14-12=2\,(\mathrm{cm})$이므로

$\triangle BCH$에서 피타고라스 정리에 의해

$\overline{BC}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2+2^2}=2\sqrt{13}\,(\mathrm{cm})$

13 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle ABH$에서



$\overline{BH}=\overline{AB}\cos B$

$=9\times\dfrac{1}{3}=3\,(\mathrm{cm})$

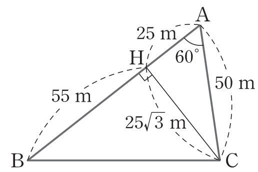
이므로 $\overline{AH}=\sqrt{9^2-3^2}=6\sqrt{2}\,(\mathrm{cm})$

이때 $\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=11-3=8\,(\mathrm{cm})$이므로

$\triangle AHC$에서 피타고라스 정리에 의해

$\overline{AC}=\sqrt{(6\sqrt{2})^2+8^2}=2\sqrt{34}\,(\mathrm{cm})$

14 점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle AHC$에서

$\overline{AH}=\overline{AC}\cos 60^\circ$

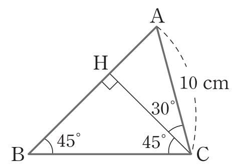
$=50\times\dfrac{1}{2}=25\,(\mathrm{m})$

$\overline{CH}=\overline{AC}\sin 60^\circ=50\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=25\sqrt{3}\,(\mathrm{m})$

$\overline{BH}=\overline{AB}-\overline{AH}=80-25=55\,(\mathrm{m})$이므로

$\triangle BCH$에서 $\overline{BC}=\sqrt{55^2+(25\sqrt{3})^2}=70\,(\mathrm{m})$

15 점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle AHC$에서

$\overline{AH}=\overline{AC}\sin 30^\circ$

$=10\times\dfrac{1}{2}=5\,(\mathrm{cm})$

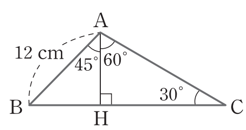
$\overline{CH}=\overline{AC}\cos 30^\circ=10\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=5\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$

또, $\triangle BCH$는 직각이등변삼각형이므로

$\overline{BH}=\overline{CH}=5\sqrt{3}$ cm

$\therefore\ \overline{AB}=\overline{AH}+\overline{BH}=5+5\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$

16 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle ABH$에서

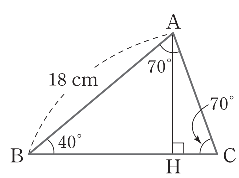
$\overline{AH}=\overline{AB}\cos 45^\circ$

$=12\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=6\sqrt{2}\,(\mathrm{cm})$

따라서 $\triangle AHC$에서

$\overline{AC}=\dfrac{\overline{AH}}{\sin 30^\circ}=6\sqrt{2}\div\dfrac{1}{2}=6\sqrt{2}\times 2=12\sqrt{2}\,(\mathrm{cm})$

17 $\triangle ABC$에서



$\angle C=180^\circ-(40^\circ+70^\circ)$

$=70^\circ$

점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

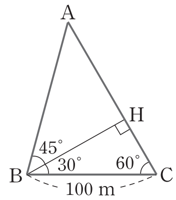
$\triangle ABH$에서

$\overline{AH}=\overline{AB}\sin 40^\circ=18\times 0.6=10.8\,(\mathrm{cm})$

$\triangle$AHC에서

$\overline{AC}=\dfrac{\overline{AH}}{\sin 70^\circ}=\dfrac{10.8}{0.9}=12\,(\text{cm})$

18 점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle$BCH에서



$\overline{BH}=\overline{BC}\sin 60^\circ=100\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\quad=50\sqrt{3}\,(\text{m})$

$\triangle$ABH에서

$\overline{AB}=\dfrac{\overline{BH}}{\cos 45^\circ}=50\sqrt{3}\div\dfrac{\sqrt{2}}{2}=50\sqrt{3}\times\sqrt{2}$

$\quad=50\sqrt{6}\,(\text{m})$

따라서 B지점에서 배까지의 거리는 $50\sqrt{6}$ m이다.

19 $\overline{AH}=h$ cm라 하면 $\triangle$ABH에서

$\overline{BH}=\overline{AH}\tan(90^\circ-60^\circ)=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h\,(\text{cm})$

$\triangle$AHC에서 $\overline{CH}=\overline{AH}=h$ cm

이때 $\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로

$6=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h+h,\ 18=(3+\sqrt{3})h$

$\therefore\ h=\dfrac{18}{3+\sqrt{3}}=3(3-\sqrt{3})$

$\therefore\ \overline{AH}=3(3-\sqrt{3})$ cm

20 $\overline{PQ}=x$ m라 하면 $\triangle$APQ에서

$\overline{AP}=\overline{PQ}\tan 60^\circ=\sqrt{3}x\ (\text{m})$

또, $\triangle$QPB에서

$\overline{BP}=\overline{PQ}\tan 45^\circ=x\ (\text{m})$

이때 $\overline{AB}=\overline{AP}+\overline{PB}$이므로

$800=\sqrt{3}x+x,\ (\sqrt{3}+1)x=800$

$\therefore\ x=\dfrac{800}{\sqrt{3}+1}=400(\sqrt{3}-1)$

따라서 열기구는 P지점에서 $400(\sqrt{3}-1)$ m의 높이에 있다.

21 $\overline{AH}=h$ cm라 하면 $\triangle$ABH에서

$\overline{BH}=\overline{AH}\tan(90^\circ-45^\circ)=h\,(\text{cm})$

$\triangle$ACH에서 $\angle$ACH$=180^\circ-120^\circ=60^\circ$이므로

$\overline{CH}=\overline{AH}\tan(90^\circ-60^\circ)=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h\,(\text{cm})$

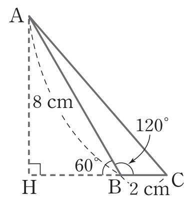
이때 $\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$이므로

$12=h-\dfrac{\sqrt{3}}{3}h,\ \dfrac{3-\sqrt{3}}{3}h=12$

$\therefore\ h=12\times\dfrac{3}{3-\sqrt{3}}=6(3+\sqrt{3})$

$\therefore\ \overline{AH}=6(3+\sqrt{3})$ cm

22 $\angle$ABH$=180^\circ-120^\circ=60^\circ$



$\triangle$AHB에서

$\overline{AH}=\overline{AB}\sin 60^\circ$

$\quad=8\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\overline{BH}=\overline{AB}\cos 60^\circ=8\times\dfrac{1}{2}=4\,(\text{cm})$

따라서 $\triangle$ACH에서

$\overline{CH}=\overline{BH}+\overline{BC}=4+2=6\,(\text{cm})$이므로

$\overline{AC}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2+6^2}=2\sqrt{21}\,(\text{cm})$

23 $\overline{CH}=h$ m라 하면 $\triangle$AHC에서

$\overline{AH}=\overline{CH}\tan(90^\circ-30^\circ)=\sqrt{3}h\,(\text{m})$

$\triangle$BHC에서 $\overline{BH}=\overline{CH}=h$ m

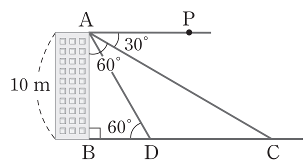
이때 $\overline{AB}=\overline{AH}-\overline{BH}$이므로

$20=\sqrt{3}h-h,\ (\sqrt{3}-1)h=20$

$\therefore\ h=\dfrac{20}{\sqrt{3}-1}=10(\sqrt{3}+1)$

$\therefore\ \overline{CH}=10(\sqrt{3}+1)$ m

24 은영이의 위치를 A, 소희의 처음 위치와 4분 후의 위치를 각각 C, D라 하면 오른쪽 그림에서



$\angle$CAB$=90^\circ-30^\circ=60^\circ$

$\triangle$ABC에서

$\overline{BC}=\overline{AB}\tan 60^\circ$

$\quad=10\times\sqrt{3}=10\sqrt{3}\,(\text{m})$

$\triangle$ABD에서

$\overline{BD}=\overline{AB}\tan(90^\circ-60^\circ)=10\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\dfrac{10\sqrt{3}}{3}\ (\text{m})$

$\therefore\ \overline{CD}=\overline{BC}-\overline{BD}=10\sqrt{3}-\dfrac{10\sqrt{3}}{3}=\dfrac{20\sqrt{3}}{3}\ (\text{m})$

이때 소희가 4분 동안 $\overline{CD}$의 길이만큼 이동하였으므로 소희의 속력은

$\dfrac{\overline{CD}}{4}=\dfrac{20\sqrt{3}}{3}\times\dfrac{1}{4}=\dfrac{5\sqrt{3}}{3}\ (\text{m/분})$

25 $\triangle$ABC$=\dfrac{1}{2}\times6\times5\times\sin 45^\circ$

$\quad=\dfrac{1}{2}\times6\times5\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\quad=\dfrac{15\sqrt{2}}{2}\ (\text{cm}^2)$

26 $\angle$C$=\angle$B$=75^\circ$이므로 $\angle$A$=180^\circ-(75^\circ+75)=30^\circ$

$\therefore\ \triangle$ABC$=\dfrac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}\times\sin 30^\circ$

$\quad=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{6}\times2\sqrt{6}\times\dfrac{1}{2}=6\,(\text{cm}^2)$

27 $\tan B=\sqrt{3}$이므로 $\angle B=60^\circ$

$\therefore\ \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 7\times 4\times \sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 7\times 4\times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$=7\sqrt{3}$

28 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 8\times \overline{BC}\times \sin 30^\circ=24$

$\frac{1}{2}\times 8\times \overline{BC}\times \frac{1}{2}=24,\ 2\overline{BC}=24$

$\therefore\ \overline{BC}=12\,\text{cm}$

29 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 3\times 6\times \sin A=\frac{9}{2}$이므로

$\sin A=\frac{1}{2}\qquad \therefore\ \angle A=30^\circ$

30 $\angle BAD=\angle CAD=\frac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$

$\triangle ABC=\triangle ABD+\triangle ACD$이므로

$\frac{1}{2}\times 30\times 20\times \sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 30\times \overline{AD}\times \sin 30^\circ+\frac{1}{2}\times 20\times \overline{AD}\times \sin 30^\circ$

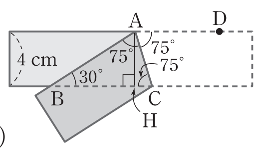
$300\times \frac{\sqrt{3}}{2}=15\overline{AD}\times \frac{1}{2}+10\overline{AD}\times \frac{1}{2}$

$150\sqrt{3}=\frac{15}{2}\overline{AD}+5\overline{AD}$

$=\frac{25}{2}\overline{AD}$

$\therefore\ \overline{AD}=150\sqrt{3}\times \frac{2}{25}=12\sqrt{3}\,(\text{cm})$

31 $\angle DAC=\angle BAC=75^\circ$ (접은 각)이고, $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$ 이므로



$\angle BCA=\angle DAC=75^\circ$(엇각)

따라서 $\triangle ABC$에서

$\angle ABC=180^\circ-(75^\circ+75^\circ)=30^\circ$

또, 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 직각삼각형 ABH에서

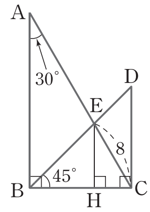
$\sin 30^\circ=\frac{\overline{AH}}{\overline{AB}},\ \frac{1}{2}=\frac{4}{\overline{AB}}\qquad \therefore\ \overline{AB}=8\,\text{cm}$

따라서 $\overline{BC}=\overline{AB}=8\,\text{cm}$이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 8\times 8\times \sin 30^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 8\times 8\times \frac{1}{2}=16\,(\text{cm}^2)$

32 오른쪽 그림과 같이 점 E에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle ABC$에서



$\angle ACB=180^\circ-(30^\circ+90^\circ)=60^\circ$

이므로 $\triangle EHC$에서

$\overline{CH}=\overline{EC}\cos 60^\circ=8\times \frac{1}{2}=4$

$\overline{EH}=\overline{EC}\sin 60^\circ=8\times \frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$

$\triangle BEH$에서 $\overline{BH}=\overline{EH}=4\sqrt{3}$

따라서 $\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=4\sqrt{3}+4$이므로

$\triangle EBC=\frac{1}{2}\times \overline{BC}\times \overline{EC}\times \sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times (4\sqrt{3}+4)\times 8\times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$=24+8\sqrt{3}$

다른 풀이 $\triangle EBC=\frac{1}{2}\times \overline{BC}\times \overline{EH}$

$=\frac{1}{2}\times (4\sqrt{3}+4)\times 4\sqrt{3}$

$=24+8\sqrt{3}$

33 $\angle C=180^\circ-(27^\circ+18^\circ)=135^\circ$이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times \overline{BC}\times \overline{AC}\times \sin (180^\circ-135^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 8\times 10\times \frac{\sqrt{2}}{2}=20\sqrt{2}\,(\text{cm}^2)$

34 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 4\times \overline{AC}\times \sin (180^\circ-120^\circ)=12$

$\frac{1}{2}\times 4\times \overline{AC}\times \frac{\sqrt{3}}{2}=12,\ \sqrt{3}\,\overline{AC}=12$

$\therefore\ \overline{AC}=\frac{12}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$

35 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 8\times 6\times \sin (180^\circ-C)=12\sqrt{2}$

$24\sin (180^\circ-C)=12\sqrt{2}$

$\sin (180^\circ-C)=\frac{\sqrt{2}}{2}$

따라서 $180^\circ-\angle C=45^\circ$이므로 $\angle C=135^\circ$

36 $\angle CAD=\angle BAC-\angle BAD$

$=120^\circ-90^\circ=30^\circ$

이때 $\triangle ABC=\triangle ABD+\triangle ADC$이므로

$\frac{1}{2}\times 12\times 8\times \sin (180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 12\times \overline{AD}+\frac{1}{2}\times 8\times \overline{AD}\times \sin 30^\circ$

$48\times \frac{\sqrt{3}}{2}=6\overline{AD}+4\overline{AD}\times \frac{1}{2}$

$24\sqrt{3}=6\overline{\mathrm{AD}}+2\overline{\mathrm{AD}}$

$8\overline{\mathrm{AD}}=24\sqrt{3}$ $\quad\therefore\ \overline{\mathrm{AD}}=3\sqrt{3}$

37 $\angle\mathrm{ABC}=\angle\mathrm{DBC}=30^\circ$(접은 각)이고,
$\angle\mathrm{ACB}=\angle\mathrm{DBC}=30^\circ$(엇각)이므로
$\triangle\mathrm{ABC}$는 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AC}}=6\,\mathrm{cm}$인 이등변삼각형이다.
따라서 $\angle\mathrm{BAC}=180^\circ-(30^\circ+30^\circ)=120^\circ$이므로

$$\triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\times6\times6\times\sin(180^\circ-120^\circ)$$
$$=\frac{1}{2}\times6\times6\times\frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$=9\sqrt{3}\,(\mathrm{cm}^2)$$

38 $\overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{AD}}=10\,\mathrm{cm}$

$$\therefore\ \triangle\mathrm{AED}=\frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD}$$
$$=\frac{1}{2}\times(\overline{\mathrm{AB}}\times\overline{\mathrm{BC}}\times\sin60^\circ)$$
$$=\frac{1}{2}\times\left(12\times10\times\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=30\sqrt{3}\,(\mathrm{cm}^2)$$

39 $\angle\mathrm{B}+\angle\mathrm{C}=180^\circ$이고, $\angle\mathrm{B}:\angle\mathrm{C}=1:3$이므로

$$\angle\mathrm{B}=\frac{1}{1+3}\times180^\circ=45^\circ$$
$$\therefore\ \square\mathrm{ABCD}=\overline{\mathrm{AB}}\times\overline{\mathrm{BC}}\times\sin45^\circ$$
$$=8\times7\times\frac{\sqrt{2}}{2}=28\sqrt{2}\,(\mathrm{cm}^2)$$

40 $$\triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{AC}}\times\overline{\mathrm{BC}}\times\sin45^\circ$$
$$=\frac{1}{2}\times7\times6\times\frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$=\frac{21\sqrt{2}}{2}\,(\mathrm{cm}^2)$$
$$\therefore\ \square\mathrm{ABCD}=2\triangle\mathrm{ABC}$$
$$=2\times\frac{21\sqrt{2}}{2}$$
$$=21\sqrt{2}\,(\mathrm{cm}^2)$$

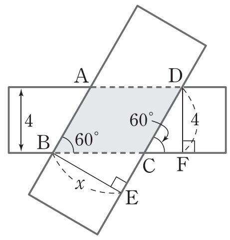
41 $$\square\mathrm{ABCD}=\overline{\mathrm{AB}}\times\overline{\mathrm{AD}}\times\sin(180^\circ-135^\circ)$$
$$=4\times4\times\frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$=8\sqrt{2}\,(\mathrm{cm}^2)$$

42 $\square\mathrm{ABCD}$의 한 변의 길이를 $x\,\mathrm{cm}$라 하면
$\square\mathrm{ABCD}=\overline{\mathrm{AB}}\times\overline{\mathrm{AD}}\times\sin(180^\circ-150^\circ)$에서

$18=x\times x\times\frac{1}{2}$, $x^2=36$ $\quad\therefore\ x=6(\because\ x>0)$

따라서 마름모 ABCD의 한 변의 길이는 6 cm이므로
둘레의 길이는 $4\times6=24\,(\mathrm{cm})$이다.

43 오른쪽 그림에서 $\overline{\mathrm{AB}}/\!/\overline{\mathrm{CD}}$, $\overline{\mathrm{AD}}/\!/\overline{\mathrm{BC}}$이므로 $\square\mathrm{ABCD}$는 평행사변형이다.
점 B, D에서 $\overline{\mathrm{CD}}$, $\overline{\mathrm{BC}}$의 연장선에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하면 $\triangle\mathrm{BEC}$에서
$\angle\mathrm{CBE}=90^\circ-60^\circ=30^\circ$이므로



$$\overline{\mathrm{BC}}=\frac{\overline{\mathrm{BE}}}{\cos30^\circ}=\frac{x}{\cos30^\circ}=x\div\frac{\sqrt{3}}{2}=x\times\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}x$$

$\triangle\mathrm{DCF}$에서

$$\overline{\mathrm{CD}}=\frac{\overline{\mathrm{DF}}}{\sin60^\circ}=\frac{4}{\sin60^\circ}=4\div\frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$=4\times\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{8\sqrt{3}}{3}$$
$$\therefore\ \overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{CD}}=\frac{8\sqrt{3}}{3}$$

따라서 $\square\mathrm{ABCD}=\overline{\mathrm{AB}}\times\overline{\mathrm{BC}}\times\sin60^\circ=24$에서

$$\frac{8\sqrt{3}}{3}\times\frac{2\sqrt{3}}{3}x\times\frac{\sqrt{3}}{2}=24$$
$$\frac{8\sqrt{3}}{3}x=24\qquad\therefore\ x=24\times\frac{3}{8\sqrt{3}}=3\sqrt{3}$$

다른 풀이 $\square\mathrm{ABCD}=\overline{\mathrm{BC}}\times\overline{\mathrm{DF}}=24$에서

$$\frac{2\sqrt{3}}{3}x\times4=24\qquad\therefore\ x=6\times\frac{3}{2\sqrt{3}}=3\sqrt{3}$$

44 $$\square\mathrm{ABCD}=\frac{1}{2}\times6\times4\times\sin60^\circ$$
$$=\frac{1}{2}\times6\times4\times\frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$=6\sqrt{3}\,(\mathrm{cm}^2)$$

45 등변사다리꼴의 두 대각선의 길이는 같으므로
$\overline{\mathrm{AC}}=\overline{\mathrm{BD}}=8\,\mathrm{cm}$

$$\therefore\ \square\mathrm{ABCD}=\frac{1}{2}\times8\times8\times\sin(180^\circ-150^\circ)$$
$$=\frac{1}{2}\times8\times8\times\frac{1}{2}$$
$$=16\,(\mathrm{cm}^2)$$

46 $\square\mathrm{ABCD}=\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{AC}}\times\overline{\mathrm{BD}}\times\sin60^\circ$이므로

$$45\sqrt{3}=\frac{1}{2}\times15\times\overline{\mathrm{BD}}\times\frac{\sqrt{3}}{2},\ 45\sqrt{3}=\frac{15\sqrt{3}}{4}\overline{\mathrm{BD}}$$
$$\therefore\ \overline{\mathrm{BD}}=45\sqrt{3}\times\frac{4}{15\sqrt{3}}=12\,(\mathrm{cm})$$

47 등변사다리꼴의 두 대각선의 길이는 같으므로
$\overline{\mathrm{AC}}=\overline{\mathrm{BD}}=x\,\mathrm{cm}$라 하면

$\square\mathrm{ABCD}=\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{AC}}\times\overline{\mathrm{BD}}\times\sin(180^\circ-135^\circ)$에서

$$12\sqrt{2}=\frac{1}{2}\times x\times x\times\frac{\sqrt{2}}{2},\ x^2=48$$

$\therefore\ x=4\sqrt{3}\ (\because\ x>0)$
따라서 구하는 대각선의 길이는 $4\sqrt{3}$ cm이다.

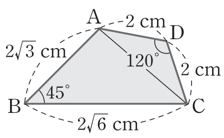
48 $\square ABCD=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BD}\times\sin(180^\circ-x)$이므로

$18\sqrt{3}=\frac{1}{2}\times 8\times 9\times\sin(180^\circ-x)$

$\therefore\ \sin(180^\circ-x)=\frac{\sqrt{3}}{2}$

따라서 $180^\circ-\angle x=60^\circ$이므로 $\angle x=120^\circ$

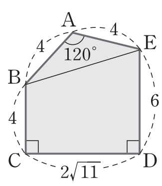
49 오른쪽 그림과 같이 보조선 AC를 그으면



$\square ABCD$
$=\triangle ABC+\triangle ACD$
$=\left(\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 2\sqrt{6}\times\sin 45^\circ\right)$
$\quad+\left\{\frac{1}{2}\times 2\times 2\times\sin(180^\circ-120^\circ)\right\}$
$=\left(\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 2\sqrt{6}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}\times 2\times 2\times\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
$=6+\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$

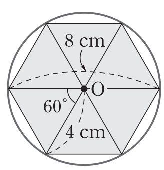
50 $\triangle ABC$에서
$\overline{BC}:\overline{AB}:\overline{AC}=2:1:\sqrt{3}$이므로
$\overline{AB}=3\text{cm},\ \overline{AC}=3\sqrt{3}$ cm
$\therefore\ \square ABCD$
$=\triangle ABC+\triangle ACD$
$=\left(\frac{1}{2}\times 3\times 3\sqrt{3}\right)+\left(\frac{1}{2}\times 3\sqrt{3}\times 4\times\sin 30^\circ\right)$
$=\frac{9\sqrt{3}}{2}+3\sqrt{3}$
$=\frac{15\sqrt{3}}{2}(\text{cm}^2)$

51 오른쪽 그림과 같이 보조선 BE를 그으면



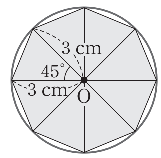
(오각형 ABCDE의 넓이)
$=\triangle ABE+\square BCDE$
$=\frac{1}{2}\times 4\times 4\times\sin(180^\circ-120^\circ)$
$\quad+\frac{1}{2}\times(4+6)\times 2\sqrt{11}$
$=4\sqrt{3}+10\sqrt{11}$

52 오른쪽 그림과 같이 대각선을 그으면 나누어진 6개의 삼각형은 모두 합동이다.



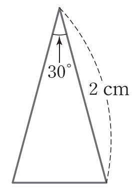
따라서 구하는 정육각형의 넓이는
$\left(\frac{1}{2}\times 4\times 4\times\sin 60^\circ\right)\times 6$
$=24\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

53 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면 원의 둘레의 길이가 6π cm이므로
$2\pi r=6\pi\qquad\therefore\ r=3$
오른쪽 그림과 같이 정팔각형에 대각선을 그으면 나누어진 8개의 삼각형은 모두 합동이다.



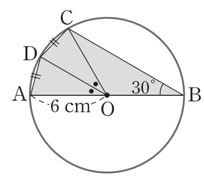
따라서 구하는 정팔각형의 넓이는
$\left(\frac{1}{2}\times 3\times 3\times\sin 45^\circ\right)\times 8$
$=18\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

54 원 O에 내접하는 정십이각형에 대각선을 그으면 나누어진 12개의 삼각형은 모두 합동이고 오른쪽 그림과 같다.



따라서 구하는 정십이각형의 넓이는
$\left(\frac{1}{2}\times 2\times 2\times\sin 30^\circ\right)\times 12$
$=12\ (\text{cm}^2)$

55 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$, $\overline{OD}$를 그으면



$\angle COA=\angle OBC+\angle OCB$
$\qquad=30^\circ+30^\circ=60^\circ$
이때 현의 길이가 같으면 중심각의 크기가 같으므로
$\angle COD=\angle DOA=30^\circ$
$\therefore\ \triangle COD=\triangle DOA$
$=\frac{1}{2}\times 6\times 6\times\sin 30^\circ$
$=\frac{1}{2}\times 6\times 6\times\frac{1}{2}$
$=9\ (\text{cm}^2)$
또, $\angle COB=180^\circ-60^\circ=120^\circ$이므로
$\triangle COB=\frac{1}{2}\times 6\times 6\times\sin(180^\circ-120^\circ)$
$=\frac{1}{2}\times 6\times 6\times\frac{\sqrt{3}}{2}$
$=9\sqrt{3}(\text{cm}^2)$
$\therefore\ \square ABCD=\triangle DOA+\triangle COD+\triangle COB$
$=9+9+9\sqrt{3}$
$=18+9\sqrt{3}$
$=9(\sqrt{3}+2)\ (\text{cm}^2)$

단원 종합 문제

본문 114~116쪽

01 ① **02** ② **03** ② **04** ④

05 (1) 0 (2) $\frac{3}{2}$ (3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (4) 3 **06** ② **07** ⑤

08 ③ **09** ③, ⑤

10 (1) 0.6018 (2) 0.8192 (3) 0.7265

11 1, 45° **12** (1) $4\sqrt{3}$ cm (2) 4 cm (3) $2\sqrt{21}$ cm **13** ⑤

14 ⑤ **15** $\left(\frac{16}{3}\pi-4\sqrt{3}\right)\text{cm}^2$ **16** ②

17 (1) $15\sqrt{2}\,\text{cm}^2$ (2) $10\,\text{cm}^2$ **18** $108\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

19 ②

01 △ABC에서 피타고라스 정리에 의해

$\overline{BC}=\sqrt{13^2-5^2}=12$

① $\sin A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{12}{13}$

02 △ABC에서 피타고라스 정리에 의해

$\overline{AB}=\sqrt{10^2-8^2}=6$이므로

$\sin B=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$

$\cos B=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$

$\therefore \sin B+\cos B=\frac{4}{5}+\frac{3}{5}=\frac{7}{5}$

03 △ADE에서 피타고라스 정리에 의해

$\overline{DE}=\sqrt{6^2-(4\sqrt{2})^2}=2$

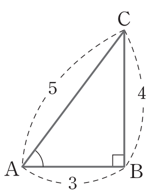
△ABC∽△AED(AA 닮음)이므로 $\angle x=\angle y$

즉, $\sin x=\sin y=\frac{\overline{AD}}{\overline{AE}}=\frac{4\sqrt{2}}{6}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

$\tan y=\frac{\overline{AD}}{\overline{DE}}=\frac{4\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}$

$\therefore \sin x\times\tan y=\frac{2\sqrt{2}}{3}\times2\sqrt{2}=\frac{8}{3}$

04 $\angle B=90^\circ$이고 $\cos A=\frac{3}{5}$이므로 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}=5$, $\overline{AB}=3$인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



따라서 피타고라스 정리에 의해

$\overline{BC}=\sqrt{5^2-3^2}=4$

$\therefore \tan A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{4}{3}$

05 (1) $\sin 30^\circ-\cos 60^\circ=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=0$

(2) $\cos 60^\circ+\tan 45^\circ=\frac{1}{2}+1=\frac{3}{2}$

(3) $\sin 45^\circ\times\cos 45^\circ\div\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\div\frac{\sqrt{3}}{3}$

$=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

(4) $(\cos 30^\circ+\sin 60^\circ)\times\tan 60^\circ=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\times\sqrt{3}$

$=\sqrt{3}\times\sqrt{3}=3$

06 ① $\sin 0^\circ=0$ ② $\cos 0^\circ=1$ ③ $\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$

④ $\cos 90^\circ=0$ ⑤ $\tan 0^\circ=0$

따라서 그 값이 가장 큰 것은 ②이다.

07 $\cos B=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$이므로

$\cos 30^\circ=\frac{\overline{BC}}{16}$, $\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\overline{BC}}{16}$

$\therefore \overline{BC}=8\sqrt{3}$ cm

08 ① $\sin x=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{BC}}{1}=\overline{BC}$

② $\sin y=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}$

③ $\cos x=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}$

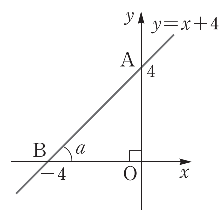
④ $\cos y=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{BC}}{1}=\overline{BC}$

⑤ $\tan x=\frac{\overline{DE}}{\overline{AD}}=\frac{\overline{DE}}{1}=\overline{DE}$

09 ③ ∠A의 크기가 커지면 $\tan A$의 값도 커진다.

⑤ $\tan A$의 값은 0부터 한없이 커지므로 최솟값은 0이지만 최댓값은 없다.

11 직선 $y=x+4$의 x절편이 -4, y절편이 4이므로 직각삼각형 OAB에서



$\tan a=\frac{\overline{AO}}{\overline{BO}}=\frac{4}{4}=1$

$\therefore a=45^\circ$

12 (1) △ABH에서

$\overline{AH}=\overline{AB}\sin 60^\circ=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$

(2) △ABH에서

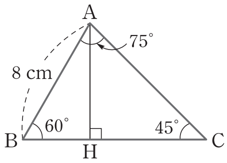
$\overline{BH}=\overline{AB}\cos 60^\circ=8\times\frac{1}{2}=4\,(\text{cm})$

(3) $\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=10-4=6\,(\text{cm})$이므로

△ACH에서 피타고라스 정리에 의해

$\overline{AC}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2+6^2}=2\sqrt{21}\,(\text{cm})$

13 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle ABH$에서



$\overline{AH}=\overline{AB}\sin 60^\circ$

$=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$

이때 $\angle ACB=180^\circ-(60^\circ+75^\circ)=45^\circ$이므로 $\triangle ACH$에서

$\overline{AC}=\frac{\overline{AH}}{\sin 45^\circ}=4\sqrt{3}\times\frac{2}{\sqrt{2}}=4\sqrt{6}\,(\text{cm})$

14 $\overline{AH}=\overline{BH}=h\,\text{m}$라 하면 $\triangle ACH$에서

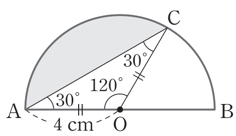
$\tan 30^\circ=\frac{\overline{AH}}{\overline{CH}}=\frac{h}{h+32}$, $\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{h}{h+32}$

$(\sqrt{3}-1)h=32$

$\therefore\ h=\frac{32}{\sqrt{3}-1}=16(\sqrt{3}+1)$

따라서 나무의 높이 AH는 $16(\sqrt{3}+1)\,\text{m}$이다.

15 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면



$\angle OCA=\angle OAC=30^\circ$

따라서

$\angle AOC=180^\circ-(30^\circ+30^\circ)=120^\circ$이므로

(어두운 부분의 넓이)

$=$(부채꼴 OAC)$-\triangle OAC$

$=\pi\times4\times4\times\frac{120^\circ}{360^\circ}-\frac{1}{2}\times4\times4\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{16}{3}\pi-4\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

16 $\angle B=180^\circ-135^\circ=45^\circ$이므로

$\square ABCD=7\times\overline{BC}\times\sin 45^\circ$에서

$7\times\overline{BC}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=14\sqrt{2}$

$\therefore\ \overline{BC}=14\sqrt{2}\times\frac{2}{\sqrt{2}}\times\frac{1}{7}=4\,(\text{cm})$

17 (1) $\square ABCD=\frac{1}{2}\times6\times10\times\sin 45^\circ$

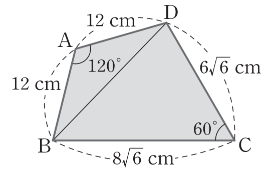
$=\frac{1}{2}\times6\times10\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=15\sqrt{2}\,(\text{cm}^2)$

(2) $\square ABCD=\frac{1}{2}\times5\times8\times\sin(180^\circ-150^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times5\times8\times\frac{1}{2}=10\,(\text{cm}^2)$

18 오른쪽 그림과 같이 보조선 BD를 그으면



$\square ABCD$

$=\triangle ABD+\triangle DBC$

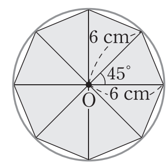
$=\frac{1}{2}\times12\times12\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$+\frac{1}{2}\times6\sqrt{6}\times8\sqrt{6}\times\sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times12\times12\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\times6\sqrt{6}\times8\sqrt{6}\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=36\sqrt{3}+72\sqrt{3}=108\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

19 오른쪽 그림과 같이 정팔각형은 8개의 합동인 삼각형으로 나누어진다. 따라서 정팔각형의 넓이는



$8\times\left(\frac{1}{2}\times6\times6\times\sin 45^\circ\right)$

$=8\times\left(\frac{1}{2}\times6\times6\times\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

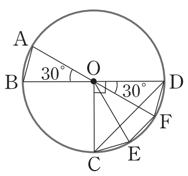
$=72\sqrt{2}\,(\text{cm}^2)$

01 원과 직선

Best 최상위 유형 본문 120~133쪽

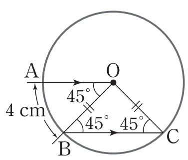
1 ③, ④	**2** ③	**3** ②	**4** ②	**5** ④
6 16 cm	**7** ⑤	**8** ③	**9** ⑤	**10** ⑤
11 (가) 90° (나) $\overline{OC}$ (다) RHS (라) $\overline{CN}$ (마) $\frac{1}{2}$				
12 ②	**13** 40°	**14** ①	**15** $10\sqrt{3}$ cm	
16 ⑤	**17** ⑤	**18** ①	**19** $16\sqrt{3}$ cm	
20 ④	**21** 11π cm^2	**22** 64π cm^2	**23** 6 cm	
24 10 cm	**25** 15 cm	**26** $4\sqrt{15}$ cm	**27** $\frac{17}{2}\pi$ cm	
28 6 cm	**29** ④	**30** ④	**31** 16	**32** 25
33 ①	**34** ②	**35** $\left(25\sqrt{3}-\frac{25}{3}\pi\right)$cm^2		
36 $\left(4\sqrt{3}-\frac{4}{3}\pi\right)$cm^2		**37** ④	**38** $8\sqrt{2}$	**39** ③
40 5 cm	**41** 3 cm	**42** ①	**43** ⑤	
44 $(6-\pi)$ cm^2		**45** ①	**46** $\left(9-\frac{9}{4}\pi\right)$cm^2	
47 ②	**48** ③	**49** 13 cm	**50** ④	**51** ①
52 $\frac{24}{5}$ cm	**53** 6 cm	**54** 12 cm	**55** $\frac{21}{5}$	**56** 6 cm^2
57 ③	**58** 12	**59** 12 cm	**60** $22\sqrt{7}$ cm^2	
61 ②	**62** $\frac{8}{5}$ cm	**63** ④	**64** 2 cm	**65** 2 cm
66 6 cm	**67** 24 cm	**68** 16 cm	**69** 4	

1 ③ 중심각의 크기와 현의 길이는 정비례하지 않는다.
④ 중심각의 크기와 삼각형의 넓이는 정비례하지 않는다.
⑤ 오른쪽 그림에서
$3\overline{AB}=\overline{CE}+\overline{EF}+\overline{FD}>\overline{CD}$
임을 알 수 있다.

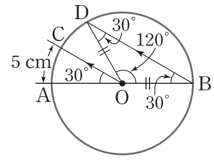


2 $\angle BOC=180^\circ-36^\circ=144^\circ$이므로
$144^\circ : 36^\circ=\widehat{BC} : 5$
$\therefore\ \widehat{BC}=20$ cm

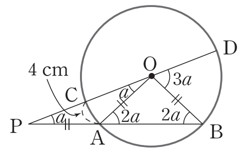
3 $\overline{AO}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로
$\angle AOB=\angle OBC=45^\circ$ (엇각)
$\overline{OB}=\overline{OC}$이므로
$\angle OCB=\angle OBC=45^\circ$
$\therefore\ \angle BOC=180^\circ-(45^\circ+45^\circ)$
$=90^\circ$
$\widehat{AB} : \widehat{BC}=\angle AOB : \angle BOC$에서
$4 : \widehat{BC}=45^\circ : 90^\circ$ $\quad\therefore\ \widehat{BC}=8$ cm



4 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$를 그으면
$\overline{OB}=\overline{OD}$이므로
$\angle ODB=\angle OBD=30^\circ$
$\therefore\ \angle BOD=180^\circ-(30^\circ+30^\circ)$
$=120^\circ$
또, $\overline{OC}\,/\!/\,\overline{BD}$이므로
$\angle AOC=\angle OBD=30^\circ$(동위각)
$\widehat{AC} : \widehat{BD}=\angle AOC : \angle BOD$에서
$5 : \widehat{BD}=30^\circ : 120^\circ$
$\therefore\ \widehat{BD}=20$ cm

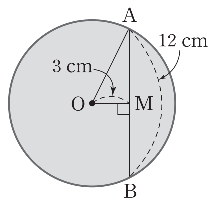


5 $\overline{AP}=\overline{AO}$이므로 $\angle AOP=\angle APO=\angle a$라 하면
$\triangle OPA$에서
$\angle OAB=\angle AOP+\angle APO=2\angle a$
오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$를
그으면 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로
$\angle OAB=\angle OBA=2\angle a$
$\triangle OPB$에서
$\angle BOD=\angle OPB+\angle OBP=3\angle a$
$4 : \widehat{BD}=\angle a : 3\angle a$
$\therefore\ \widehat{BD}=12$ cm

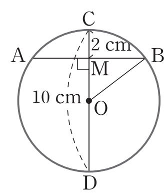


6 $\triangle OAH$에서 $\overline{AH}=\sqrt{10^2-6^2}=8$ (cm)
$\overline{OH}\perp\overline{AB}$이므로 $\overline{AB}=2\overline{AH}=16$ (cm)

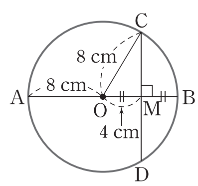
7 $\overline{OM}\perp\overline{AB}$이므로 $\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=6$ (cm)
오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를
그으면
$\triangle OMA$에서
$\overline{OA}=\sqrt{3^2+6^2}=3\sqrt{5}$ (cm)
$\therefore$ (원 O의 넓이)$=\pi\times(3\sqrt{5})^2$
$=45\pi$ (cm^2)



8 $\overline{CD}=10$ cm이므로 $\overline{OC}=\frac{1}{2}\times10=5$ (cm)
$\therefore\ \overline{OM}=5-2=3$ (cm)
오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$를 그으면
$\overline{OB}=\overline{OC}=5$ cm이므로
직각삼각형 OBM에서
$\overline{BM}=\sqrt{5^2-3^2}=4$ (cm)
$\therefore\ \overline{AB}=2\overline{BM}=2\times4=8$ (cm)

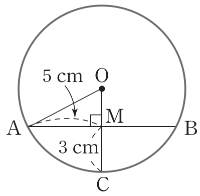


9 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면
$\overline{OB}=\overline{OC}=8$ cm이므로
$\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OB}=4$ (cm)
$\triangle COM$에서



$\overline{CM}=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}\,(cm)$
$\therefore\ \overline{CD}=2\overline{CM}=8\sqrt{3}\,(cm)$

10 $\overline{OA}=r\,cm$라 하면
$\overline{OM}=(r-3)\,cm$
$\triangle OAM$에서 $r^2=(r-3)^2+5^2$
$6r=34\quad\therefore\ r=\frac{17}{3}$
따라서 원 O의 반지름의 길이는
$\frac{17}{3}\,cm$이다.

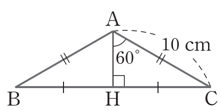


12 $\overline{OM}=\overline{ON}=3\,cm$이므로
$\triangle OAM$에서 $\overline{AM}=\sqrt{5^2-3^2}=4\,(cm)$
$\overline{BM}=\overline{AM}=4\,cm\quad\therefore\ x=4$
$\overline{CD}=\overline{AB}=2\overline{AM}=8\,(cm)\quad\therefore\ y=8$
$\therefore\ x+y=4+8=12$

13 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$
즉, $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로
$\angle B=\angle C=70^\circ$
$\therefore\ \angle A=180^\circ-2\times70^\circ=40^\circ$

14 $\square BDOE$에서 $\angle B=360^\circ-(90^\circ+115^\circ+90^\circ)=65^\circ$
$\overline{OD}=\overline{OF}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$
즉, $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로
$\angle C=\angle B=65^\circ$
$\therefore\ \angle BAC=180^\circ-2\times65^\circ=50^\circ$

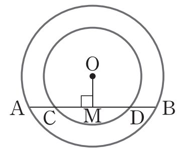
15 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$
즉, $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\angle CAH=60^\circ$
$\triangle CAH$에서 $\overline{CA}:\overline{CH}=2:\sqrt{3}$이므로
$10:\overline{CH}=2:\sqrt{3}\quad\therefore\ \overline{CH}=5\sqrt{3}\,cm$
$\overline{CH}=\overline{BH}$이므로 $\overline{BC}=2\overline{CH}=10\sqrt{3}\,(cm)$



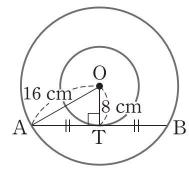
16 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$
즉, $\triangle ABC$는 이등변삼각형이다.
$\square AMON$에서
$\angle MAN=360^\circ-(90^\circ+120^\circ+90^\circ)=60^\circ$
이때 $\angle B=\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$이므로 $\triangle ABC$는 한 변의 길이가 $8\,cm$인 정삼각형이다.
$\therefore\ \triangle ABC=\frac{\sqrt{3}}{4}\times8^2=16\sqrt{3}\,(cm^2)$

17 $\overline{OL}=\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$
$\overline{OL}\perp\overline{AB}$이므로 $\overline{LB}=\overline{AL}=5\,cm$
따라서 $\triangle ABC$는 한 변의 길이가 $10\,cm$인 정삼각형이므로
$\triangle ABC=\frac{\sqrt{3}}{4}\times10^2=25\sqrt{3}\,(cm^2)$

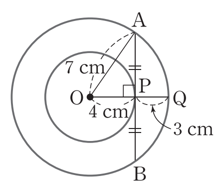
18 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면
$\overline{AM}=\overline{BM}$, $\overline{CM}=\overline{DM}$이므로
$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=5\,(cm)$
$\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{CD}=3\,(cm)$
$\therefore\ \overline{AC}=\overline{AM}-\overline{CM}=5-3=2\,(cm)$



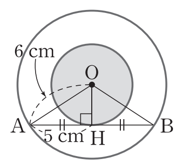
19 $\overline{AB}$는 작은 원의 접선이므로
$\overline{OT}\perp\overline{AB}$
또, 큰 원의 현이므로
$\overline{AT}=\overline{BT}$
따라서 $\triangle OAT$에서
$\overline{AT}=\sqrt{\overline{OA}^2-\overline{OT}^2}=\sqrt{16^2-8^2}=\sqrt{192}=8\sqrt{3}\,(cm)$
$\therefore\ \overline{AB}=2\overline{AT}=16\sqrt{3}\,(cm)$



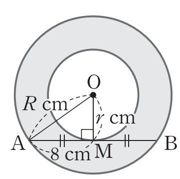
20 $\overline{AB}$는 작은 원의 접선이므로
$\overline{OP}\perp\overline{AB}$
또, 큰 원의 현이므로
$\overline{AP}=\overline{BP}$
따라서 $\triangle OPA$에서
$\overline{AP}=\sqrt{\overline{OA}^2-\overline{OP}^2}$
$=\sqrt{7^2-4^2}$
$=\sqrt{33}\,(cm)$
$\therefore\ \overline{AB}=2\overline{AP}=2\sqrt{33}\,(cm)$



21 원의 중심 O에서 현 AB에 내린 수선의 발을 H라 하면
$\overline{AH}=\overline{BH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=5\,(cm)$
직각삼각형 OAH에서
$\overline{OH}=\sqrt{6^2-5^2}=\sqrt{11}\,(cm)$
따라서 작은 원의 넓이는
$\pi\times(\sqrt{11})^2=11\pi\ (cm^2)$



22 $\overline{AB}$는 작은 원의 접선이므로
$\overline{OM}\perp\overline{AB}$
또, 큰 원의 현이므로
$\overline{AM}=\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=8\,(cm)$



$\overline{\text{OA}}=R$ cm, $\overline{\text{OM}}=r$ cm라 하면

△OAM에서 피타고라스 정리에 의해

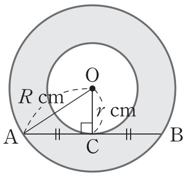
$\overline{\text{OA}}^2=\overline{\text{OM}}^2+\overline{\text{AM}}^2$, $R^2=r^2+8^2$

$\therefore R^2-r^2=64$

따라서 어두운 부분의 넓이는

$\pi R^2-\pi r^2=\pi(R^2-r^2)=64\pi\,(\text{cm}^2)$

23 작은 원과 $\overline{\text{AB}}$의 접점을 C,



$\overline{\text{OA}}=R$ cm, $\overline{\text{OC}}=r$ cm라 하면

(어두운 부분의 넓이)

=(큰 원의 넓이)−(작은 원의 넓이)

$=\pi R^2-\pi r^2$

$=9\pi$

$\therefore R^2-r^2=9$

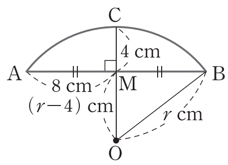
또, $\overline{\text{OC}}\perp\overline{\text{AB}}$이므로 $\overline{\text{AC}}=\overline{\text{BC}}$이고

△OAC에서

$\overline{\text{AC}}=\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{9}=3\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{\text{AB}}=2\overline{\text{AC}}=6\,(\text{cm})$

24 원의 중심 O는 현 AB의 수직 이등분선인 $\overline{\text{CM}}$의 연장선 위에 있으므로 $\overline{\text{OB}}=r$ cm라 하면



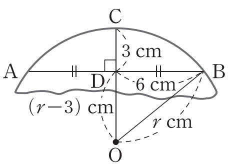
$\overline{\text{OM}}=(r-4)$ cm

△OBM에서 $r^2=(r-4)^2+8^2$

$8r=80 \qquad \therefore r=10$

따라서 원의 반지름의 길이는 10 cm이다.

25 원의 중심 O는 현 AB의 수직 이등분선인 $\overline{\text{CD}}$의 연장선 위에 있으므로 $\overline{\text{OB}}=r$ cm라 하면



$\overline{\text{OD}}=(r-3)$ cm

$\overline{\text{BD}}=\frac{1}{2}\overline{\text{AB}}=6\,(\text{cm})$

△OBD에서

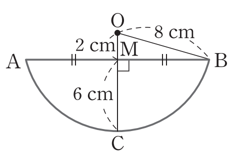
$r^2=(r-3)^2+6^2$, $6r=45$

$\therefore r=\frac{15}{2}$

따라서 도자기의 지름의 길이는

$2\times\frac{15}{2}=15\,(\text{cm})$

26 원의 중심 O는 현 AB의 수직 이등분선인 $\overline{\text{CM}}$의 연장선 위에 있으므로



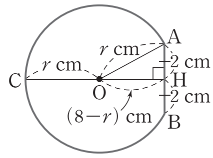
$\overline{\text{OB}}=8$ cm, $\overline{\text{OM}}=2$ cm

△OMB에서 $\overline{\text{BM}}=\sqrt{8^2-2^2}=2\sqrt{15}\,(\text{cm})$

$\overline{\text{AM}}=\overline{\text{BM}}$이므로

$\overline{\text{AB}}=2\overline{\text{BM}}=4\sqrt{15}\,(\text{cm})$

27 $\overline{\text{OA}}=r$ cm라 하면



$\overline{\text{OH}}=(8-r)$ cm

△OHA에서

$\overline{\text{AH}}=\overline{\text{BH}}=2$ cm이므로

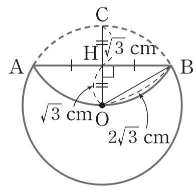
$r^2=(8-r)^2+2^2$, $16r=68$

$\therefore r=\frac{17}{4}$

따라서 원의 둘레의 길이는

$2\pi\times\frac{17}{4}=\frac{17}{2}\pi\,(\text{cm})$

28 원의 중심 O에서 $\overline{\text{AB}}$에 그은 수선이 $\overline{\text{AB}}$와 만나는 점을 H라 하면



$\overline{\text{OH}}=\overline{\text{CH}}=\sqrt{3}$ cm, $\overline{\text{OB}}=2\sqrt{3}$ cm

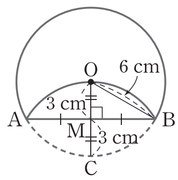
△OBH에서

$\overline{\text{BH}}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-(\sqrt{3})^2}=3\,(\text{cm})$

따라서 $\overline{\text{AH}}=\overline{\text{BH}}=3$ cm이므로

$\overline{\text{AB}}=2\overline{\text{BH}}=6\,(\text{cm})$

29 $\overline{\text{OM}}\perp\overline{\text{AB}}$이므로 $\overline{\text{AM}}=\overline{\text{BM}}$



$\overline{\text{OM}}$의 연장선과 호 AB의 교점을 C라 하면

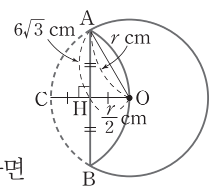
$\overline{\text{OM}}=\overline{\text{MC}}=3$ cm, $\overline{\text{OB}}=6$ cm

△OBM에서

$\overline{\text{BM}}=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{\text{AB}}=2\overline{\text{BM}}=6\sqrt{3}\,(\text{cm})$

30 원의 중심 O에서 현 AB에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{\text{AH}}=\frac{1}{2}\overline{\text{AB}}=6\sqrt{3}\,(\text{cm})$

원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{\text{OH}}=\overline{\text{CH}}=\frac{r}{2}$ cm, $\overline{\text{OA}}=r$ cm

△AOH에서

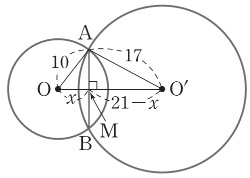
$r^2=(6\sqrt{3})^2+\left(\frac{r}{2}\right)^2$

$\frac{3}{4}r^2=108$, $r^2=144 \qquad \therefore r=12\ (\because r>0)$

따라서 원 O의 둘레의 길이는

$2\pi\times12=24\pi\,(\text{cm})$

31 $\overline{\text{AB}}$와 $\overline{\text{OO'}}$의 교점을 M이라 하면



$\overline{\text{AB}}\perp\overline{\text{OO'}}$, $\overline{\text{AM}}=\overline{\text{BM}}$

$\overline{\text{OM}}=x$라 하면

$\overline{\text{O'M}}=21-x$이므로

$\triangle$AOM과 $\triangle$AO′M에서

$\overline{AM}^2=\overline{AO}^2-\overline{OM}^2=\overline{AO'}^2-\overline{O'M}^2$

$10^2-x^2=17^2-(21-x)^2$

$42x=252 \quad \therefore\ x=6$

따라서 $\overline{AM}=\sqrt{10^2-6^2}=8$이므로

$\overline{AB}=2\overline{AM}=2\times8=16$

참고 $\triangle$AOO′과 $\triangle$BOO′에서

$\overline{AO}=\overline{BO}$, $\overline{AO'}=\overline{BO'}$, $\overline{OO'}$은 공통이므로

$\triangle AOO'\equiv\triangle BOO'$(SSS 합동)

$\therefore\ \angle AOO'=\angle BOO'$

$\triangle$AOM과 $\triangle$BOM에서 $\overline{AO}=\overline{BO}$,

$\angle AOM=\angle BOM$, $\overline{OM}$은 공통이므로

$\triangle AOM\equiv\triangle BOM$(SAS 합동)

$\therefore\ \angle AMO=\angle BMO=\frac{1}{2}\times180^\circ=90^\circ$, $\overline{AM}=\overline{BM}$

따라서 두 원의 중심을 이은 선은 두 원의 공통인 현을 수직이등분한다.

32 $\overline{PB}=\overline{PA}=12$

$\triangle$PBO에서 $\angle PBO=90^\circ$이므로

$\overline{PO}=\sqrt{5^2+12^2}=13$

$\therefore\ \overline{PB}+\overline{PO}=12+13=25$

33 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로

$\angle PAB=\angle PBA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-56^\circ)=62^\circ$

이때 $\angle PAO=90^\circ$이므로

$\angle x=90^\circ-62^\circ=28^\circ$

34 $\angle OAP=\angle OBP=90^\circ$이므로

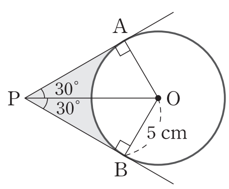
$\angle AOB=180^\circ-\angle APB=180^\circ-45^\circ=135^\circ$

$\therefore$ (부채꼴 OAB의 넓이)$=\pi\times4^2\times\frac{135^\circ}{360^\circ}=6\pi\ (\text{cm}^2)$

35 $\angle AOB=180^\circ-\angle APB=180^\circ-60^\circ=120^\circ$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OP}$를 그으면

$\triangle OPA\equiv\triangle OPB$(RHS 합동)이므로



$\angle OPA=\angle OPB=30^\circ$

또, $\triangle$OPB에서

$\overline{OB}:\overline{BP}=1:\sqrt{3}$이므로

$5:\overline{BP}=1:\sqrt{3} \qquad \therefore\ \overline{BP}=5\sqrt{3}\,\text{cm}$

$\therefore$ (어두운 부분의 넓이)

$=2\times\triangle OPB-$(부채꼴 OAB의 넓이)

$=2\times\left(\frac{1}{2}\times5\times5\sqrt{3}\right)-\pi\times5^2\times\frac{120^\circ}{360^\circ}$

$=25\sqrt{3}-\frac{25}{3}\pi\ (\text{cm}^2)$

36 $\angle AOB=180^\circ-\angle APB=180^\circ-60^\circ=120^\circ$

$\triangle OPA\equiv\triangle OPB$(RHS 합동)이므로

$\angle OPA=\angle OPB=30^\circ$

또, $\triangle$OPA에서 $\overline{OP}:\overline{OA}:\overline{AP}=2:1:\sqrt{3}$이므로

$4:\overline{OA}:\overline{AP}=2:1:\sqrt{3}$

$\therefore\ \overline{OA}=2\,\text{cm}$, $\overline{AP}=2\sqrt{3}\,\text{cm}$

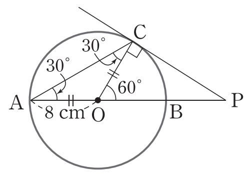
$\therefore$ (어두운 부분의 넓이)

$=2\times\triangle OPA-$(부채꼴 OAB의 넓이)

$=2\times\left(\frac{1}{2}\times2\times2\sqrt{3}\right)-\pi\times2^2\times\frac{120^\circ}{360^\circ}$

$=4\sqrt{3}-\frac{4}{3}\pi\ (\text{cm}^2)$

37 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면 $\triangle$AOC에서



$\overline{OA}=\overline{OC}$이므로

$\angle POC=\angle OAC+\angle OCA$

$=30^\circ+30^\circ=60^\circ$

$\triangle$OPC에서

$\overline{OP}:\overline{OC}:\overline{PC}=2:1:\sqrt{3}$이므로

$\overline{OP}:8:\overline{PC}=2:1:\sqrt{3}$

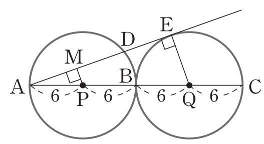
$\therefore\ \overline{OP}=16\,\text{cm}$, $\overline{PC}=8\sqrt{3}\,\text{cm}$

$\therefore\ \overline{PB}+\overline{PC}=(\overline{OP}-\overline{OB})+\overline{PC}$

$=(16-8)+8\sqrt{3}$

$=8+8\sqrt{3}=8(1+\sqrt{3})\ (\text{cm})$

38 점 P에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면



$\triangle$APM과 $\triangle$AQE에서

$\angle$A는 공통이고

$\angle AMP=\angle AEQ=90^\circ$이므로

$\triangle APM\backsim\triangle AQE$(AA 닮음)

$\overline{AP}:\overline{AQ}=\overline{MP}:\overline{EQ}$에서

$6:18=\overline{MP}:6 \qquad \therefore\ \overline{MP}=2$

$\triangle$APM에서

$\overline{AM}=\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}$

또, 원의 중심 P에서 현 AD에 내린 수선은 현을 수직이등분하므로

$\overline{AD}=2\overline{AM}=2\times4\sqrt{2}=8\sqrt{2}$

39 $\overline{CF}=\overline{CE}=5\,\text{cm}$이므로

$\overline{AD}=\overline{AF}=7-5=2\ (\text{cm})$

$\therefore\ \overline{BE}=\overline{BD}=\overline{AB}-\overline{AD}=13-2=11\ (\text{cm})$

40 $\overline{AD}=x\,\text{cm}$라 하면

$\overline{BE}=\overline{BD}=(8-x)\ \text{cm}$, $\overline{CE}=\overline{CF}=(12-x)\ \text{cm}$

$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}$에서

$10=(8-x)+(12-x)$, $2x=10$

$\therefore\ x=5$

따라서 $\overline{AD}$의 길이는 5 cm이다.

41 $\overline{BE}=\overline{BD}=9\,\text{cm}$, $\overline{CF}=\overline{CE}=4\,\text{cm}$이므로

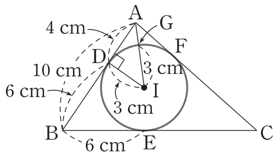
$\overline{AD}=\overline{AF}=x\,\text{cm}$라 하면

$2(x+9+4)=32\qquad \therefore\ x=3$

따라서 $\overline{AD}$의 길이는 3 cm이다.

42 $\overline{BD}=\overline{BE}=6\,\text{cm}$이므로 $\overline{AD}=10-6=4\,(\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{DI}$를 그으면 $\triangle AID$에서



$\overline{AI}=\sqrt{4^2+3^2}=5\,(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AG}=\overline{AI}-\overline{GI}$

$=5-3$

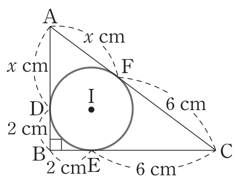
$=2\,(\text{cm})$

43 $\overline{BD}=\overline{BE}=2\,\text{cm}$,

$\overline{CF}=\overline{CE}=6\,\text{cm}$이고

$\triangle ABC$는 직각삼각형이므로

$\overline{AD}=\overline{AF}=x\,\text{cm}$라 하면



$(x+6)^2=(x+2)^2+8^2$

$8x=32\qquad \therefore\ x=4$

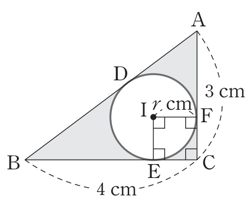
따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=6+8+10=24\,(\text{cm})$

44 $\triangle ABC$는 직각삼각형이므로

$\overline{AB}=\sqrt{4^2+3^2}=5\,(\text{cm})$

원 I의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\overline{CF}=\overline{CE}=r\,\text{cm}$이므로

$\overline{BD}=\overline{BE}=(4-r)\,\text{cm}$

$\overline{AD}=\overline{AF}=(3-r)\,\text{cm}$

$\overline{AB}=\overline{BD}+\overline{AD}$에서

$5=(4-r)+(3-r)$, $2r=2\qquad \therefore\ r=1$

따라서 어두운 부분의 넓이는

$\triangle ABC-(\text{원 I의 넓이})=\dfrac{1}{2}\times4\times3-\pi\times1^2$

$=6-\pi\,(\text{cm}^2)$

45 원 I의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{AD}=\overline{AF}=r\,\text{cm}$이고

$\overline{BD}=\overline{BE}=6\,\text{cm}$, $\overline{CF}=\overline{CE}=4\,\text{cm}$이므로

$\overline{AB}=(6+r)\,\text{cm}$, $\overline{AC}=(4+r)\,\text{cm}$

이때 $\triangle ABC$는 직각삼각형이므로

$10^2=(6+r)^2+(4+r)^2$

$r^2+10r-24=0$, $(r+12)(r-2)=0$

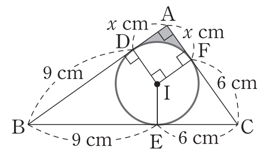
$\therefore\ r=2\,(\because\ r>0)$

따라서 원 I의 반지름의 길이는 2 cm이다.

46 $\overline{BD}=\overline{BE}=9\,\text{cm}$,

$\overline{CE}=\overline{CF}=6\,\text{cm}$이므로

$\overline{AD}=\overline{AF}=x\,\text{cm}$라 하면



$\overline{AB}=(x+9)\,\text{cm}$

$\overline{BC}=15\,\text{cm}$

$\overline{CA}=(x+6)\,\text{cm}$

$\triangle ABC$에서

$15^2=(x+9)^2+(x+6)^2$, $x^2+15x-54=0$

$(x+18)(x-3)=0$

$\therefore\ x=3\,(\because\ x>0)$

따라서 어두운 부분의 넓이는

$(\text{정사각형 ADIF의 넓이})-\dfrac{1}{4}\times(\text{원 I의 넓이})$

$=3^2-\dfrac{1}{4}\times\pi\times3^2$

$=9-\dfrac{9}{4}\pi\,(\text{cm}^2)$

47 $\overline{AD}+\overline{BC}=\overline{AB}+\overline{CD}$에서

$5+9=6+\overline{CD}\qquad \therefore\ \overline{CD}=8\,\text{cm}$

48 $\overline{AS}=\overline{AP}=2\,\text{cm}$, $\overline{DS}=\overline{DR}=3\,\text{cm}$이므로

$\overline{AD}=\overline{AS}+\overline{DS}=2+3=5\,(\text{cm})$

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$\square ABCD$의 둘레의 길이는

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{AD}=2(\overline{AD}+\overline{BC})$

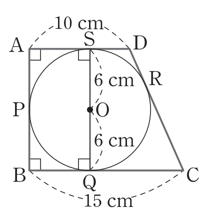
$=2\times(5+12)=34\,(\text{cm})$

49 $\overline{SQ}=12\,\text{cm}$이므로 $\overline{AB}=12\,\text{cm}$

$\overline{AD}+\overline{BC}=\overline{AB}+\overline{CD}$에서

$10+15=12+\overline{CD}$

$\therefore\ \overline{CD}=13\,\text{cm}$



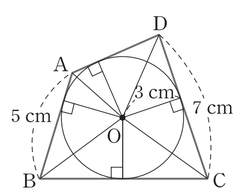
50 $\overline{AD}+\overline{BC}=\overline{AB}+\overline{CD}$

$=5+7=12\,(\text{cm})$

$\square ABCD$

$=\triangle OAB+\triangle OBC$

$+\triangle OCD+\triangle ODA$



$=\frac{1}{2}\times 3\times\overline{AB}+\frac{1}{2}\times 3\times\overline{BC}$

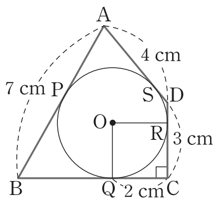
$+\frac{1}{2}\times 3\times\overline{CD}+\frac{1}{2}\times 3\times\overline{AD}$

$=\frac{3}{2}\{(\overline{AB}+\overline{CD})+(\overline{AD}+\overline{BC})\}$

$=\frac{3}{2}\times(12+12)$

$=36\,(\mathrm{cm}^2)$

51 오른쪽 그림에서 □OQCR는 한 변의 길이가 2 cm인 정사각형이므로



$\overline{CQ}=2\,\mathrm{cm}$

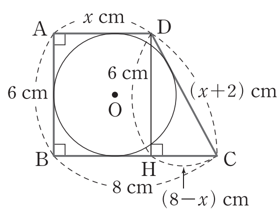
$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$에서

$7+3=4+\overline{BC}$

$\therefore\ \overline{BC}=6\,\mathrm{cm}$

$\therefore\ \overline{BQ}=\overline{BC}-\overline{QC}=6-2=4\,(\mathrm{cm})$

52 $\overline{AD}=x\,\mathrm{cm}$라 하고, 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{BH}=\overline{AD}=x\,\mathrm{cm}$,

$\overline{CH}=(8-x)\,\mathrm{cm}$

$\overline{AD}+\overline{BC}=\overline{AB}+\overline{CD}$에서

$x+8=6+\overline{CD}$

$\therefore\ \overline{CD}=(x+2)\,\mathrm{cm}$

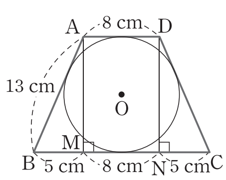
△CDH에서

$(x+2)^2=6^2+(8-x)^2$

$20x=96 \qquad \therefore\ x=\frac{24}{5}$

따라서 $\overline{AD}$의 길이는 $\frac{24}{5}$ cm이다.

53 $\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$에서



$\overline{AB}+\overline{CD}=8+18=26\,(\mathrm{cm})$

이때 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로

$\overline{AB}=\overline{CD}=13\,\mathrm{cm}$

점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라 하면

$\overline{MN}=\overline{AD}=8\,\mathrm{cm}$이므로

$\overline{BM}=\overline{CN}=\frac{1}{2}\times(18-8)=5\,(\mathrm{cm})$

△ABM에서

$\overline{AM}=\sqrt{13^2-5^2}=12\,(\mathrm{cm})$

$\therefore$ (원 O의 반지름의 길이)$=\frac{1}{2}\overline{AM}=6\,(\mathrm{cm})$

54 △CDE는 직각삼각형이므로

$\overline{CD}=\sqrt{10^2-6^2}=8\,(\mathrm{cm})$

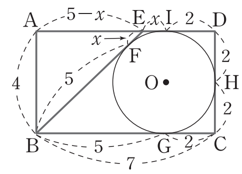
$\overline{AD}=x\,\mathrm{cm}$라 하면 $\overline{BE}=(x-6)\,\mathrm{cm}$

□ABED는 원 O에 외접하므로

$x+(x-6)=8+10,\ 2x=24 \qquad \therefore\ x=12$

따라서 $\overline{AD}$의 길이는 12 cm이다.

55 $\overline{EI}=\overline{EF}=x$라 하면 직각삼각형 ABE에서

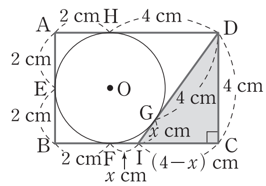


$(x+5)^2=4^2+(5-x)^2$

$20x=16 \qquad \therefore\ x=\frac{4}{5}$

$\therefore\ \overline{AE}=5-x=5-\frac{4}{5}=\frac{21}{5}$

56 $\overline{BE}=\overline{BF}=2\,\mathrm{cm}$



$\overline{AE}=\overline{AH}=2\,\mathrm{cm}$

$\overline{DG}=\overline{DH}=6-2=4\,(\mathrm{cm})$

$\overline{IF}=\overline{IG}=x\,\mathrm{cm}$라 하면

$\overline{IC}=(4-x)\,\mathrm{cm}$,

$\overline{DI}=(4+x)\,\mathrm{cm}$

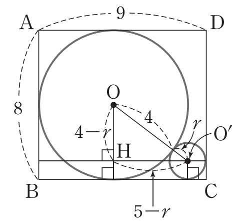
직각삼각형 CDI에서 $(x+4)^2=(4-x)^2+4^2$

$16x=16 \qquad \therefore\ x=1$

즉, $\overline{IC}=4-1=3\,(\mathrm{cm})$이므로

$\triangle DIC=\frac{1}{2}\times 3\times 4=6\,(\mathrm{cm}^2)$

57 원 O의 반지름의 길이는



$\frac{1}{2}\overline{AB}=4$

원 O′의 반지름의 길이를 r라 하면

$\overline{OO'}=4+r,\ \overline{OH}=4-r,$

$\overline{HO'}=9-(4+r)=5-r$

직각삼각형 OHO′에서

$(4+r)^2=(4-r)^2+(5-r)^2$

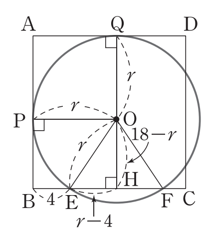
$r^2-26r+25=0,\ (r-1)(r-25)=0$

$\therefore\ r=1\ (\because r<4)$

따라서 두 원 O, O′의 반지름의 길이의 차는

$4-1=3$

58 원 O의 반지름의 길이를 r라 하고, 점 O에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{EH}=r-4,\ \overline{OE}=r,\ \overline{OH}=18-r$

직각삼각형 OEH에서

$r^2=(r-4)^2+(18-r)^2,$

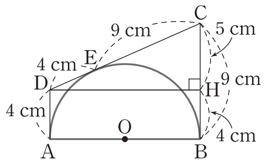
$r^2-44r+340=0$

$(r-10)(r-34)=0 \qquad \therefore\ r=10(\because\ r<18)$

따라서 $\overline{EH}=10-4=6$이고, 원의 중심에서 현에 내린 수선은 현을 수직이등분하므로

$\overline{EF}=2\overline{EH}=12$

59 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{BH}=\overline{AD}=4\,\text{cm}$이므로

$\overline{CH}=9-4=5\,(\text{cm})$

또, 접선의 성질에 의해

$\overline{DE}=\overline{AD}=4\,\text{cm}$, $\overline{CE}=\overline{CB}=9\,\text{cm}$이므로

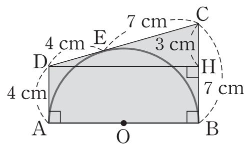
$\overline{CD}=\overline{CE}+\overline{DE}=13\,(\text{cm})$

따라서 직각삼각형 CDH에서

$\overline{DH}=\sqrt{13^2-5^2}=12\,(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AB}=\overline{DH}=12\,\text{cm}$

60 $\overline{DE}=\overline{DA}=4\,\text{cm}$,



$\overline{CE}=\overline{CB}=7\,\text{cm}$이므로

$\overline{CD}=4+7=11\,(\text{cm})$

점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

직각삼각형 CDH에서

$\overline{DH}=\sqrt{\overline{CD}^2-\overline{CH}^2}$

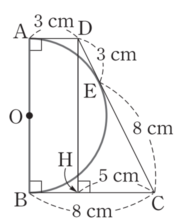
$\quad=\sqrt{11^2-3^2}=4\sqrt{7}\,(\text{cm})$

$\therefore\ \square ABCD=\dfrac{1}{2}\times(\overline{AD}+\overline{BC})\times\overline{DH}$

$\qquad=\dfrac{1}{2}\times(4+7)\times4\sqrt{7}$

$\qquad=22\sqrt{7}\,(\text{cm}^2)$

61 $\overline{DA}=\overline{DE}=3\,\text{cm}$,



$\overline{CE}=\overline{CB}=8\,\text{cm}$이므로

$\overline{CD}=3+8=11\,(\text{cm})$

점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 직각삼각형 CDH에서

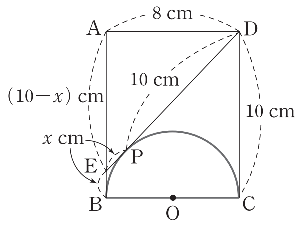
$\overline{DH}=\sqrt{\overline{CD}^2-\overline{CH}^2}$

$\quad=\sqrt{11^2-5^2}=4\sqrt{6}\,(\text{cm})$

따라서 반원 O의 반지름의 길이는

$\dfrac{1}{2}\overline{AB}=\dfrac{1}{2}\overline{DH}=2\sqrt{6}\,(\text{cm})$

62 $\overline{DP}=\overline{DC}=10\,\text{cm}$



$\overline{EB}=\overline{EP}=x\,\text{cm}$라 하면

$\overline{AE}=(10-x)\,\text{cm}$

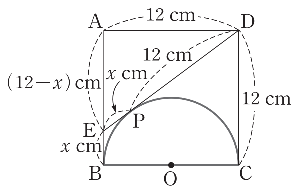
직각삼각형 ADE에서

$(x+10)^2=8^2+(10-x)^2$

$40x=64 \qquad \therefore\ x=\dfrac{8}{5}$

따라서 $\overline{EB}$의 길이는 $\dfrac{8}{5}\,\text{cm}$이다.

63 $\overline{DP}=\overline{DC}=12\,\text{cm}$



$\overline{EB}=\overline{EP}=x\,\text{cm}$라 하면

$\overline{AE}=(12-x)\,\text{cm}$

직각삼각형 ADE에서

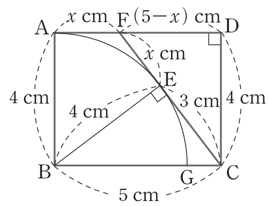
$(x+12)^2=12^2+(12-x)^2$

$48x=144 \qquad \therefore\ x=3$

$\therefore\ \overline{DE}=\overline{EP}+\overline{DP}=3+12=15\,(\text{cm})$

64 $\overline{FA}=\overline{FE}=x\,\text{cm}$라 하면 $\overline{DF}=(5-x)\,\text{cm}$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$를 그으면



직각삼각형 BCE에서

$\overline{BE}=\overline{AB}=4\,\text{cm}$이므로

$\overline{CE}=\sqrt{5^2-4^2}=3\,(\text{cm})$

직각삼각형 CDF에서

$(x+3)^2=4^2+(5-x)^2$

$16x=32 \qquad \therefore\ x=2$

따라서 $\overline{FE}$의 길이는 $2\,\text{cm}$이다.

65 $\overline{BD}=\overline{BE}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$이므로

$\overline{AD}+\overline{AF}=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$

$\qquad=6+3+7$

$\qquad=16\,(\text{cm})$

$\overline{AD}=\overline{AF}$이므로 $\overline{AD}=8\,\text{cm}$

$\therefore\ \overline{BD}=\overline{AD}-\overline{AB}=8-6=2\,(\text{cm})$

66 $\overline{CD}=\overline{CE}=10\,\text{cm}$이므로 $\overline{AD}=10-8=2\,(\text{cm})$

따라서 $\overline{AF}=\overline{AD}=2\,\text{cm}$, $\overline{BF}=\overline{BE}=4\,\text{cm}$이므로

$\overline{AB}=\overline{AF}+\overline{BF}=2+4=6\,(\text{cm})$

다른 풀이 $2\overline{CE}=(\triangle ABC$의 둘레의 길이$)$이므로

$2\times10=8+\overline{AB}+6 \qquad \therefore\ \overline{AB}=6\,\text{cm}$

67 $\angle OAP=90^\circ$이므로 $\triangle OAP$에서

$\overline{PA}=\sqrt{13^2-5^2}=12\,(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{PB}=\overline{PA}=12\,\text{cm}$

이때 $\overline{QA}=\overline{QC}$, $\overline{RB}=\overline{RC}$이므로

(△PRQ의 둘레의 길이)$=\overline{PQ}+\overline{QR}+\overline{PR}$
$=\overline{PQ}+(\overline{QC}+\overline{RC})+\overline{PR}$
$=\overline{PQ}+(\overline{QA}+\overline{RB})+\overline{PR}$
$=\overline{PA}+\overline{PB}$
$=2\overline{PA}=24\,(\text{cm})$

68 $\overline{CE}=\overline{CF}=x\,\text{cm}$라 하면
$\overline{BD}=\overline{BE}=(13-x)\text{ cm}$, $\overline{AD}=\overline{AF}=(12-x)\text{ cm}$
$\overline{AB}=\overline{BD}+\overline{AD}$이므로
$9=(13-x)+(12-x)$, $2x=16$ $\quad\therefore x=8$
따라서 △CGH의 둘레의 길이는
$2\overline{CE}=2\times8=16\,(\text{cm})$

69 $\overline{AF}=\overline{AD}$, $\overline{BD}=\overline{BP}$, $\overline{CF}=\overline{CP}$이므로
$\overline{CP}=x$라 하면 $\overline{AD}=\overline{AF}=9-x$, $\overline{BD}=\overline{BP}=8-x$
$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}$이므로
$13=(9-x)+(8-x)$, $2x=4$ $\quad\therefore x=2$
$\overline{AE}$, $\overline{AG}$, $\overline{BC}$는 원 O′의 접선이므로
$\overline{AE}=\frac{1}{2}(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})$
$=\frac{1}{2}\times(13+8+9)=15$
$\therefore \overline{BQ}=\overline{BE}=\overline{AE}-\overline{AB}=15-13=2$
$\therefore \overline{PQ}=\overline{BC}-(\overline{CP}+\overline{BQ})=8-(2+2)=4$

02 원주각

Best 최상위 유형

본문 135~141쪽

1 ①	2 ④	3 ①	4 ③	5 ④
6 $48\pi\text{ cm}^2$	7 ④	8 $90°$	9 $40°$	10 ②
11 ②	12 ③	13 ⑤	14 ④	15 ③
16 ①	17 ⑤	18 ①	19 ③	20 $66°$
21 ⑤	22 ⑤	23 $35°$	24 $23°$	25 ④
26 ②	27 $60°$	28 ④	29 $65°$	30 ①
31 ③	32 ⑤			

1 $\angle AOB=2\angle APB=2\times50°=100°$
△AOB는 $\overline{OA}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이므로
$\angle x=\frac{1}{2}\times(180°-100°)=40°$

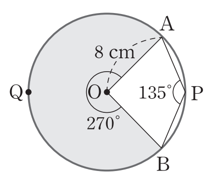
2 $\angle AOB=2\angle APB=2\times20°=40°$
△OAB는 $\overline{OA}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이므로
$\angle x=\frac{1}{2}\times(180°-40°)=70°$

3 $\angle y=2\angle BDC=2\times120°=240°$
$\angle BOC=360°-\angle y$
$=360°-240°=120°$
이므로
$\angle x=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times120°=60°$
$\therefore \angle y-\angle x=240°-60°=180°$

4 $\angle APB=\frac{1}{2}\times240°=120°$
$\angle AOB=360°-240°=120°$이므로
□AOBP에서 $\angle x=360°-(50°+120°+120°)=70°$

5 △ABC는 이등변삼각형이므로
$\angle BAC=180°-2\times20°=140°$
$\therefore \angle x=2\angle BAC=2\times140°=280°$

6 오른쪽 그림에서 $\widehat{AQB}$에 대한 중심각의 크기는 $2\times135°=270°$
$\therefore$ (어두운 부분의 넓이)
$=\pi\times8^2\times\frac{270°}{360°}$
$=48\pi\,(\text{cm}^2)$



7 $\angle x=\angle \mathrm{ACB}=55^\circ$

$\angle y=2\angle \mathrm{ACB}=2\times 55^\circ=110^\circ$

$\therefore\ \angle x+\angle y=55^\circ+110^\circ=165^\circ$

8 $\angle \mathrm{ACB} : \angle \mathrm{BAC} : \angle \mathrm{CBA}=\overset{\frown}{\mathrm{AB}} : \overset{\frown}{\mathrm{BC}} : \overset{\frown}{\mathrm{CA}}$

$=2 : 3 : 5$

$\therefore\ \angle \mathrm{ABC}=\dfrac{5}{2+3+5}\times 180^\circ=90^\circ$

9 $\angle \mathrm{APB}=\dfrac{1}{2}\times 240^\circ=120^\circ$

$\overset{\frown}{\mathrm{AP}} : \overset{\frown}{\mathrm{PB}}=2 : 1$이므로

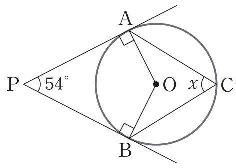
$\angle \mathrm{ABP} : \angle \mathrm{BAP}=2 : 1$

$\triangle \mathrm{APB}$에서

$\angle \mathrm{ABP}+\angle \mathrm{BAP}=180^\circ-120^\circ=60^\circ$

$\therefore\ \angle x=\dfrac{2}{2+1}\times 60^\circ=40^\circ$

10 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{OA}}$, $\overline{\mathrm{OB}}$를 그으면



$\angle \mathrm{PAO}=\angle \mathrm{PBO}=90^\circ$이므로

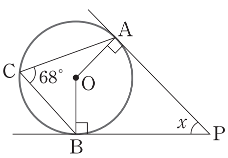
$\angle \mathrm{AOB}=180^\circ-54^\circ=126^\circ$

$\therefore\ \angle x=\dfrac{1}{2}\angle \mathrm{AOB}$

$=\dfrac{1}{2}\times 126^\circ$

$=63^\circ$

11 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{OA}}$, $\overline{\mathrm{OB}}$를 그으면



$\angle \mathrm{AOB}=2\angle \mathrm{ACB}$

$=2\times 68^\circ=136^\circ$

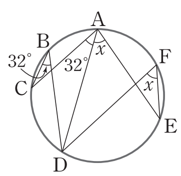
$\square \mathrm{AOBP}$에서

$\angle \mathrm{PAO}=\angle \mathrm{PBO}=90^\circ$이므로

$\angle x=180^\circ-\angle \mathrm{AOB}$

$=180^\circ-136^\circ=44^\circ$

12 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AD}}$를 그으면 한 호에 대한 원주각의 크기는 같으므로



$\angle \mathrm{CAD}=\angle \mathrm{CBD}=32^\circ$

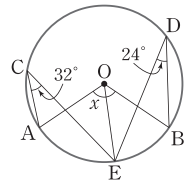
$\angle \mathrm{DAE}=\angle \mathrm{DFE}=\angle x$

$\angle \mathrm{CAE}=83^\circ$에서

$32^\circ+\angle x=83^\circ$

$\therefore\ \angle x=51^\circ$

13 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{OE}}$를 그으면



$\angle \mathrm{AOE}=2\angle \mathrm{ACE}=2\times 32^\circ=64^\circ$

$\angle \mathrm{BOE}=2\angle \mathrm{BDE}=2\times 24^\circ=48^\circ$

$\therefore\ \angle x=\angle \mathrm{AOE}+\angle \mathrm{BOE}$

$=64^\circ+48^\circ=112^\circ$

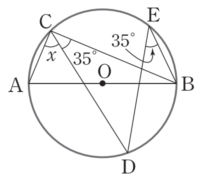
14 $\overline{\mathrm{BD}}$는 원 O의 지름이므로 $\angle \mathrm{BAD}=90^\circ$

$\triangle \mathrm{ABD}$에서

$\angle \mathrm{ABD}=180^\circ-(90^\circ+20^\circ)=70^\circ$

$\therefore\ \angle x=\angle \mathrm{ABD}=70^\circ$

15 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{BC}}$를 그으면



$\angle \mathrm{BCD}=\angle \mathrm{BED}=35^\circ$

$\overline{\mathrm{AB}}$는 원 O의 지름이므로

$\angle \mathrm{ACB}=90^\circ$

$\therefore\ \angle x=90^\circ-\angle \mathrm{BCD}$

$=90^\circ-35^\circ$

$=55^\circ$

16 $\angle x=\angle \mathrm{ACB}=40^\circ$

삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같으므로

$\triangle \mathrm{APD}$에서

$\angle y=\angle \mathrm{PAD}+\angle \mathrm{PDA}$

$=25^\circ+40^\circ=65^\circ$

17 $\overset{\frown}{\mathrm{AC}}=\overset{\frown}{\mathrm{BD}}$이므로 $\angle \mathrm{ADC}=\angle \mathrm{BAD}=24^\circ$

$\triangle \mathrm{APD}$에서

$\angle x=\angle \mathrm{PAD}+\angle \mathrm{PDA}$

$=24^\circ+24^\circ=48^\circ$

18 $\triangle \mathrm{PBD}$에서

$\angle \mathrm{PDB}=75^\circ-15^\circ=60^\circ$

한 원에서 호의 길이는 원주각의 크기에 정비례하므로

$\overset{\frown}{\mathrm{BC}} : \overset{\frown}{\mathrm{AD}}=\angle \mathrm{CDB} : \angle \mathrm{ABD}$에서

$12 : \overset{\frown}{\mathrm{AD}}=60^\circ : 15^\circ$, $12 : \overset{\frown}{\mathrm{AD}}=4 : 1$

$\therefore\ \overset{\frown}{\mathrm{AD}}=3\,\mathrm{cm}$

19 $\overline{\mathrm{AC}}$는 원 O의 지름이므로 $\angle \mathrm{ADC}=90^\circ$

따라서 $\angle x=90^\circ-25^\circ=65^\circ$이고

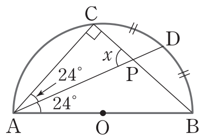
$\angle \mathrm{ACD}=\angle \mathrm{ABD}=35^\circ$이므로 $\triangle \mathrm{PCD}$에서

$\angle y=\angle \mathrm{PCD}+\angle \mathrm{PDC}$

$=35^\circ+65^\circ=100^\circ$

$\therefore\ \angle x+\angle y=65^\circ+100^\circ=165^\circ$

20 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



$\overline{AB}$는 반원 O의 지름이므로

$\angle ACB=90^\circ$

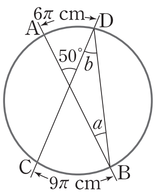
$\widehat{CD}=\widehat{BD}$이므로

$\angle CAD=\angle BAD=24^\circ$

$\triangle APC$에서

$\angle x=180^\circ-(90^\circ+24^\circ)=66^\circ$

21 두 호 $\widehat{AD}$와 $\widehat{BC}$에 대한 원주각을 각각 $\angle a$, $\angle b$라 하면



$\angle a+\angle b=50^\circ$

또, 한 원에서 모든 호에 대한 원주각의 크기의 합은 180°이고, 호의 길이는 원주각의 크기에 정비례하므로

$(\widehat{AD}+\widehat{BC})$: (원의 둘레의 길이)$=(\angle a+\angle b)$: 180°

$(6\pi+9\pi)$: (원의 둘레의 길이)$=50^\circ$: 180°

$\therefore$ (원의 둘레의 길이)$=54\pi$ cm

원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi r=54\pi \qquad \therefore r=27$

따라서 원의 반지름의 길이는 27 cm이다.

22 $\angle ACB$: $\angle CAD=\widehat{AB}$: $\widehat{CD}=1$: 3이므로

$\angle ACB$: $\angle x=1$: 3

$\therefore \angle ACB=\frac{1}{3}\angle x$

$\triangle APC$에서

$\angle x=\angle APC+\angle ACB=32^\circ+\frac{1}{3}\angle x$

$\frac{2}{3}\angle x=32^\circ \qquad \therefore \angle x=48^\circ$

23 $\angle BAC=\angle BDC=65^\circ$

$\triangle PAC$에서 $\angle BAC=\angle APC+\angle ACP$이므로

$65^\circ=30^\circ+\angle x$

$\therefore \angle x=35^\circ$

24 $\angle ABC=\angle ADC=\angle x$

$\triangle APD$에서 $\angle BAD=32^\circ+\angle x$

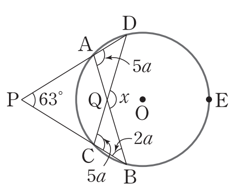
따라서 $\triangle AQB$에서 $78^\circ=(32^\circ+\angle x)+\angle x$

$2\angle x=46^\circ$

$\therefore \angle x=23^\circ$

25 $\widehat{AC}$: $\widehat{BED}=\angle ABC$: $\angle BAD$

$=2$: 5



이므로

$\angle ABC=2\angle a$라 하면

$\angle BAD=\angle BCD=5\angle a$

$\triangle APB$에서

$5\angle a=63^\circ+2\angle a$, $3\angle a=63^\circ$

$\therefore \angle a=21^\circ$

따라서 $\triangle QCB$에서

$\angle x=5\angle a+2\angle a$

$=7\angle a=7\times21^\circ$

$=147^\circ$

26 $\angle ACD=\frac{1}{2}\angle AOD=\frac{1}{2}\times24^\circ=12^\circ$

$\angle BAC=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times60^\circ=30^\circ$

$\triangle PAC$에서 $\angle BAC=\angle APC+\angle ACP$이므로

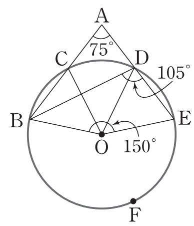
$30^\circ=\angle x+12^\circ$

$\therefore \angle x=18^\circ$

27 $\widehat{BCE}$의 길이는 원 O의 둘레의 길이의 $\frac{5}{12}$이므로

$\angle BOE=360^\circ\times\frac{5}{12}=150^\circ$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



$\angle BDE$는 $\widehat{BFE}$에 대한 원주각이므로

$\angle BDE=\frac{1}{2}\times(360^\circ-150^\circ)$

$=105^\circ$

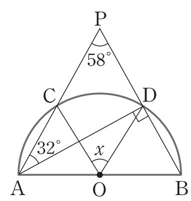
$\triangle ABD$에서

$\angle ABD=\angle BDE-\angle BAD$

$=105^\circ-75^\circ=30^\circ$

$\therefore \angle COD=2\angle CBD=2\times30^\circ=60^\circ$

28 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



$\overline{AB}$는 반원 O의 지름이므로

$\angle ADB=90^\circ$

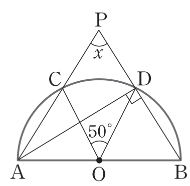
$\triangle PAD$에서

$\angle PAD=90^\circ-58^\circ=32^\circ$

$\therefore \angle x=2\angle CAD$

$=2\times32^\circ=64^\circ$

29 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



$\overline{AB}$는 반원 O의 지름이므로

$\angle ADB=90^\circ$

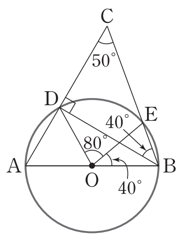
$\angle CAD=\frac{1}{2}\angle COD$

$=\frac{1}{2}\times50^\circ=25^\circ$

$\triangle PAD$에서

$\angle x=90^\circ-25^\circ=65^\circ$

30 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$, $\overline{OD}$를 그으면



$\angle ADB=90^\circ$이므로

$\triangle BCD$에서

$\angle CBD=90^\circ-50^\circ=40^\circ$

이때 $\angle DOE=2\angle DBE$

$=2\times 40^\circ$

$=80^\circ$

이므로

$\angle AOD=180^\circ-(\angle DOE+\angle BOE)$

$=180^\circ-(80^\circ+40^\circ)$

$=60^\circ$

한 원에서 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로

$\overset{\frown}{AD} : \overset{\frown}{BE}=60^\circ : 40^\circ=3 : 2$

31 ㄱ. $\angle BAC=\angle BDC=28^\circ$

ㄴ. $\angle BDC=62^\circ-32^\circ=30^\circ$이므로 $\angle BAC\neq\angle BDC$

ㄷ. $\triangle ABC$에서 $\angle BAC=180^\circ-(115^\circ+35^\circ)=30^\circ$

$\therefore\ \angle BAC\neq\angle BDC$

ㄹ. $\triangle APC$에서 $\angle PCA=80^\circ-60^\circ=20^\circ$

$\therefore\ \angle ADB=\angle ACB=20^\circ$

따라서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있는 것은 ㄱ, ㄹ이다.

32 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로

$\angle BDC=\angle BAC=65^\circ$

$\therefore\ \angle x=65^\circ+30^\circ=95^\circ$

03 원주각의 활용

Best 최상위 유형 본문 145~163쪽

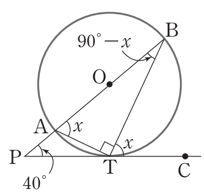
1 ②	**2** 65°	**3** ①	**4** ①	**5** 20°
6 ④	**7** 10°	**8** ③	**9** 79°	**10** 65°
11 ④	**12** ②	**13** ①	**14** ③	**15** ⑤
16 ②	**17** ④	**18** ③	**19** ②	**20** ⑤
21 ②	**22** 50°	**23** ①	**24** 61°	**25** ②
26 27°	**27** 196°	**28** 147°	**29** 90°	**30** 360°
31 3개	**32** ②, ③	**33** ①	**34** ①	**35** ③
36 ③	**37** $16\pi\ \text{cm}^2$	**38** $3\sqrt{3}\,\text{cm}$	**39** ④	**40** $4\,\text{cm}$
41 $4\,\text{cm}$	**42** ④	**43** $2\sqrt{10}\,\text{cm}$	**44** $\frac{5\sqrt{5}}{2}\,\text{cm}$	**45** ④
46 ②	**47** ③	**48** ③	**49** $\frac{14}{5}\,\text{cm}$	
50 $\frac{8}{3}\,\text{cm}$	**51** ②	**52** $3\sqrt{6}$	**53** 4	**54** ②
55 ②	**56** 1	**57** ③	**58** ③	**59** ②
60 56°	**61** ⑤	**62** ⑤	**63** ③	
64 $\sqrt{10}\,\text{cm}$	**65** $6\sqrt{3}\,\text{cm}$	**66** ①	**67** 1 : 2	**68** 10
69 ③	**70** ③	**71** ④	**72** 13	**73** ④
74 25	**75** (가) $\angle ACB$ (나) $\angle AQB$ (다) $\overline{AB}$			
76 ⑤	**77** ④	**78** $2\sqrt{7}$	**79** 9	**80** ②
81 4	**82** 8	**83** $4\sqrt{3}$	**84** ③	**85** $5\sqrt{6}$
86 $16\,\text{cm}$	**87** 4	**88** ②	**89** $15\pi\,\text{cm}$	
90 ①, ④	**91** ④, ⑤	**92** ㄱ, ㄷ, ㄹ		**93** ②

1 $\angle x=\frac{1}{2}\angle POB=\frac{1}{2}\times 150^\circ=75^\circ$

$\angle y=\angle PAB=75^\circ$

$\therefore\ \angle x+\angle y=75^\circ+75^\circ=150^\circ$

2 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AT}$를 그으면 $\overline{AB}$는 원 O의 지름이므로



$\angle ATB=90^\circ$

이때 $\angle BAT=\angle BTC=\angle x$

이므로 $\angle ABT=90^\circ-\angle x$

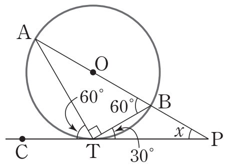
따라서 $\triangle BPT$에서

$\angle x=40^\circ+(90^\circ-\angle x)$

$2\angle x=130^\circ$

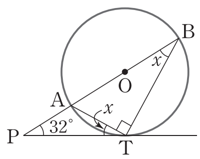
$\therefore\ \angle x=65^\circ$

3 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BT}$를 그으면



$\angle ATB=90^\circ$이므로
$\angle BTP=180^\circ-(60^\circ+90^\circ)$
$=30^\circ$
$\angle ABT=\angle ATC=60^\circ$이므로
$\triangle BTP$에서 $60^\circ=30^\circ+\angle x$
$\therefore\ \angle x=30^\circ$

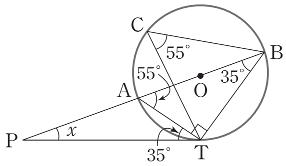
4 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BT}$를 그으면



$\overline{AB}$는 원 O의 지름이므로
$\angle ATB=90^\circ$
$\angle ABT=\angle ATP=\angle x$이므로
$\triangle BPT$에서
$32^\circ+(\angle x+90^\circ)+\angle x=180^\circ$
$2\angle x=58^\circ$
$\therefore\ \angle x=29^\circ$

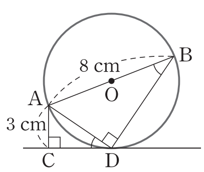
다른 풀이 $\angle BAT=\angle APT+\angle ATP=32^\circ+\angle x$
이므로 $\triangle ABT$에서
$\angle x+(32^\circ+\angle x)=90^\circ$
$2\angle x=58^\circ$
$\therefore\ \angle x=29^\circ$

5 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AT}$, $\overline{BT}$를 그으면



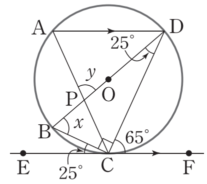
$\angle ATB=90^\circ$
$\angle BAT=\angle BCT=55^\circ$
이므로 $\triangle ATB$에서
$\angle ABT=180^\circ-(90^\circ+55^\circ)$
$=35^\circ$
$\angle ATP=\angle ABT=35^\circ$이므로
$\triangle APT$에서 $55^\circ=\angle x+35^\circ$ $\quad\therefore\ \angle x=20^\circ$

6 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



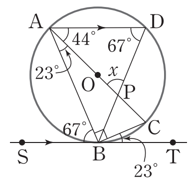
$\triangle ABD$와 $\triangle ADC$에서
$\angle ADB=\angle ACD=90^\circ$,
$\angle ABD=\angle ADC$이므로
$\triangle ABD \backsim \triangle ADC$ (AA 닮음)
$\overline{AB} : \overline{AD}=\overline{AD} : \overline{AC}$에서
$8 : \overline{AD}=\overline{AD} : 3$, $\overline{AD}^2=24$
$\therefore\ \overline{AD}=2\sqrt{6}$ (cm) ($\because\ \overline{AD}>0$)
따라서 $\triangle ACD$에서
$\overline{CD}=\sqrt{(2\sqrt{6})^2-3^2}=\sqrt{15}$ (cm)

7 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$를 그으면



$\angle BCD=90^\circ$
$\triangle BCD$에서
$\angle BDC=\angle BCE=25^\circ$이므로
$\angle x=180^\circ-(90^\circ+25^\circ)=65^\circ$
$\therefore\ \angle DCF=\angle x=65^\circ$
또, $\overline{AD} /\!/ \overleftrightarrow{EF}$이므로
$\angle ADC=\angle DCF=65^\circ$(엇각)에서
$\angle ADB=65^\circ-25^\circ=40^\circ$
$\angle CAD=\angle DCF=65^\circ$이므로
$\triangle PAD$에서
$\angle y=180^\circ-(65^\circ+40^\circ)=75^\circ$
$\therefore\ \angle y-\angle x=75^\circ-65^\circ=10^\circ$

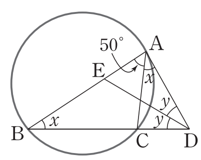
8 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$를 그으면



$\angle ABC=90^\circ$이므로
$\angle ABS=180^\circ-(90^\circ+23^\circ)$
$=67^\circ$
접선과 현이 이루는 각의 성질에 의해
$\angle BAC=\angle CBT=23^\circ$, $\angle ADB=\angle ABS=67^\circ$
또, $\overline{AD} /\!/ \overleftrightarrow{ST}$이므로 $\angle DAB=\angle ABS=67^\circ$(엇각)
$\therefore\ \angle DAP=67^\circ-23^\circ=44^\circ$
따라서 $\triangle ADP$에서
$\angle x=180^\circ-(44^\circ+67^\circ)=69^\circ$

9 $\triangle BDE$는 $\overline{BD}=\overline{BE}$인 이등변삼각형이므로
$\angle BDE=\angle BED=\frac{1}{2}\times(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$
$\angle FEC=180^\circ-(65^\circ+36^\circ)=79^\circ$이므로
$\angle x=\angle FEC=79^\circ$

10 $\angle ABD=\angle x$, $\angle BDE=\angle y$



라 하면 $\overline{AD}$는 $\triangle ABC$의 외접원에 접하므로
$\angle CAD=\angle ABC=\angle x$
$\overline{DE}$는 $\angle ADB$의 이등분선이므로
$\angle ADE=\angle BDE=\angle y$
$\triangle ABD$에서
$(50^\circ+\angle x)+\angle x+2\angle y=180^\circ$
$2\angle x+2\angle y=130^\circ$
$\therefore\ \angle x+\angle y=65^\circ$
따라서 $\triangle BDE$에서
$\angle AED=\angle x+\angle y=65^\circ$

11 $\square$ABCD에서 $\angle ABC+\angle ADC=180^\circ$이므로
$\angle ADC=180^\circ-125^\circ=55^\circ$
$\triangle ACD$는 $\overline{AC}=\overline{AD}$인 이등변삼각형이므로
$\angle ACD=\angle ADC=55^\circ$
$\therefore\ \angle x=180^\circ-2\times55^\circ=70^\circ$

12 $\overline{BC}$는 원 O의 지름이므로 $\angle BAC=90^\circ$
$\triangle ABC$에서
$\angle ABC=180^\circ-(90^\circ+15^\circ)=75^\circ$
$\square$ABCD에서 $\angle ABC+\angle x=180^\circ$이므로
$75^\circ+\angle x=180^\circ$
$\therefore\ \angle x=105^\circ$

13 원주각의 크기는 중심각의 크기의 $\frac{1}{2}$이므로
$\angle BAD=\frac{1}{2}\angle BOD=\frac{1}{2}\times160^\circ=80^\circ$
원에 내접하는 사각형에서 한 외각의 크기는 그 이웃하는 내각의 대각의 크기와 같으므로
$\angle x=\angle BAD=80^\circ$

14 $\triangle DPC$에서 $\angle PDC=180^\circ-(20^\circ+85^\circ)=75^\circ$
$\square$ABCD가 원 O에 내접하므로
$\angle x=\angle ADC=75^\circ$

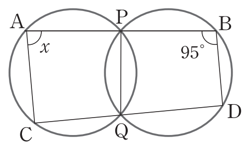
15 한 호에 대한 원주각의 크기는 같으므로
$\angle ADB=\angle ACB=32^\circ$
이때 $\angle BDC=87^\circ-32^\circ=55^\circ$이므로
$\angle x=\angle BDC=55^\circ$
$\square$ABCD는 원에 내접하므로
$\angle y=\angle BAD=\angle x+45^\circ=55^\circ+45^\circ=100^\circ$
$\therefore\ \angle x+\angle y=55^\circ+100^\circ=155^\circ$

16 $\triangle PBC$에서 $\angle EPB=\angle PBC+\angle PCB$이므로
$105^\circ=20^\circ+\angle PCB$
$\therefore\ \angle PCB=85^\circ$
또, 한 호에 대한 원주각의 크기는 같으므로
$\angle y=\angle BCE=85^\circ$
$\square$ABDE는 원에 내접하므로 $\angle x+\angle y=180^\circ$
$\angle x=180^\circ-\angle y=180^\circ-85^\circ=95^\circ$
$\therefore\ \angle x-\angle y=95^\circ-85^\circ=10^\circ$

17 $\square$ABCE가 원에 내접하므로 $\angle B+\angle E=180^\circ$에서
$(\angle x+25^\circ)+80^\circ=180^\circ$
$\therefore\ \angle x=75^\circ$
또, $\square$ABDE가 원에 내접하므로
$\angle y=\angle x=75^\circ$
$\therefore\ \angle x+\angle y=75^\circ+75^\circ=150^\circ$

18 $\triangle ABC$에서 $\angle ACB=180^\circ-(46^\circ+35^\circ)=99^\circ$
$\square$APBC는 원에 내접하므로
$\angle y=180^\circ-\angle ACB=180^\circ-99^\circ=81^\circ$
또, 직선 PT는 원의 접선이므로
$\angle x=\angle BPT=50^\circ$
$\therefore\ \angle y-\angle x=81^\circ-50^\circ=31^\circ$

19 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PQ}$를 그으면 $\square$PQDB가 원에 내접하므로



$\angle PQC=\angle B=95^\circ$
$\square$ACQP가 원에 내접하므로
$\angle A+\angle PQC=180^\circ$에서
$\angle x+95^\circ=180^\circ$
$\therefore\ \angle x=85^\circ$

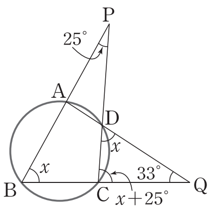
20 $\square$PQCD가 원 O에 내접하므로
$\angle y=\angle PDC=110^\circ$
$\square$ABQP가 원 O에 내접하므로
$\angle A+\angle y=180^\circ$에서 $\angle A+110^\circ=180^\circ$
$\therefore\ \angle A=70^\circ$
따라서 $\angle x=2\angle BAP=140^\circ$이므로
$\angle x+\angle y=140^\circ+110^\circ=250^\circ$

21 $\square$ABFE는 원에 내접하므로
$\angle EFC=\angle BAE=115^\circ$
$\square$EFCD는 원에 내접하므로
$115^\circ+\angle x=180^\circ$ $\quad\therefore\ \angle x=65^\circ$
또, $\angle y=\angle DEF=\angle ABF=86^\circ$
$\therefore\ \angle x+\angle y=65^\circ+86^\circ=151^\circ$

22 $\square$ABCD가 원에 내접하므로
$\angle CDQ=\angle ABC=\angle x$
$\triangle PBC$에서
$\angle DCQ=\angle CBP+\angle CPB=\angle x+35^\circ$
$\triangle CDQ$에서 $\angle x+(\angle x+35^\circ)+45^\circ=180^\circ$
$2\angle x=100^\circ$
$\therefore\ \angle x=50^\circ$

23 □ABCD가 원에 내접하므로
$\angle QAB=\angle BCD=55^\circ$
△PBC에서
$\angle QBP=\angle BPC+\angle BCP=28^\circ+55^\circ=83^\circ$
△ABQ에서 $55^\circ+\angle x+83^\circ=180^\circ$
$\therefore\ \angle x=42^\circ$

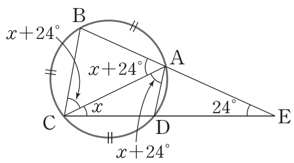
24 □ABCD는 원에 내접하므로



$\angle ABC=\angle CDQ=\angle x$
△CBP에서
$\angle QCP=\angle x+25^\circ$
△DCQ에서
$\angle x+(\angle x+25^\circ)+33^\circ=180^\circ$
$2\angle x=122^\circ\qquad\therefore\ \angle x=61^\circ$

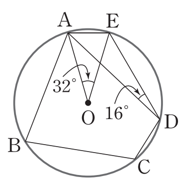
25 $\angle ABC=\angle y$라 하면 △ABQ에서
$\angle PAD=\angle y+36^\circ$
$\angle PDA=\angle y$이므로 △PAD에서
$24^\circ+(\angle y+36^\circ)+\angle y=180^\circ$
$2\angle y=120^\circ$
$\therefore\ \angle y=60^\circ$
□ABCD가 원에 내접하므로
$\angle x+\angle y=180^\circ$에서 $\angle x+60^\circ=180^\circ$
$\therefore\ \angle x=120^\circ$

26 $\angle ACD=\angle x$라 하면



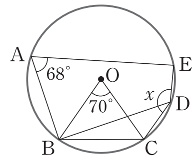
△ACE에서 삼각형의
외각의 성질에 의해
$\angle CAB$
$=\angle ACE+\angle AEC$
$=\angle x+24^\circ$
$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$이므로
$\angle ACB=\angle BAC=\angle CAD=\angle x+24^\circ$
□ABCD는 원에 내접하므로
$\angle BAD+\angle BCD=180^\circ$에서
$3(\angle x+24^\circ)+\angle x=180^\circ$
$4\angle x=108^\circ\qquad\therefore\ \angle x=27^\circ$
$\therefore\ \angle ACD=27^\circ$

27 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



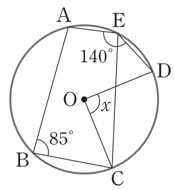
$\angle ADE=\frac{1}{2}\angle AOE$
$=\frac{1}{2}\times32^\circ$
$=16^\circ$
또, □ABCD에서 $\angle B+\angle ADC=180^\circ$이므로
$\angle B+\angle D=\angle B+(\angle ADC+\angle ADE)$
$=180^\circ+16^\circ=196^\circ$

28 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



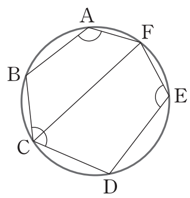
$\angle BDC=\frac{1}{2}\angle BOC$
$=\frac{1}{2}\times70^\circ$
$=35^\circ$
$\angle A+\angle BDE=180^\circ$이므로
$68^\circ+\angle BDE=180^\circ$
$\therefore\ \angle BDE=112^\circ$
$\therefore\ \angle x=\angle BDC+\angle BDE=35^\circ+112^\circ=147^\circ$

29 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CE}$를 그으면



□ABCE는 원 O에 내접하므로
$85^\circ+\angle AEC=180^\circ$
$\therefore\ \angle AEC=95^\circ$
$\angle CED=140^\circ-95^\circ=45^\circ$이므로
$\angle x=2\angle CED=2\times45^\circ=90^\circ$

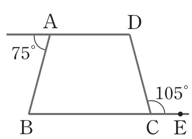
30 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CF}$를 그으면



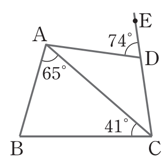
□ABCF와 □CDEF는 모두 원에 내접하므로 각 사각형의 대각의 크기의 합은 180°이다.
$\angle A+\angle BCF=180^\circ$
$\angle E+\angle DCF=180^\circ$
$\therefore\ \angle A+\angle C+\angle E$
$=\angle A+(\angle BCF+\angle DCF)+\angle E$
$=180^\circ+180^\circ=360^\circ$

31 ㄴ. 등변사다리꼴은 아랫변의 양 끝각의 크기가 같고 윗변의 양 끝각의 크기가 같으므로 대각의 크기의 합은 180°이다.
ㄹ, ㅂ. 직사각형과 정사각형의 네 내각의 크기는 모두 90°이므로 대각의 크기의 합은 180°이다.
따라서 항상 원에 내접하는 사각형은 ㄴ, ㄹ, ㅂ의 3개이다.

32 ① $\angle ABC+\angle ADC=84^\circ+96^\circ=180^\circ$이므로
□ABCD는 원에 내접한다.
④ $\angle BAD=180^\circ-75^\circ=105^\circ$

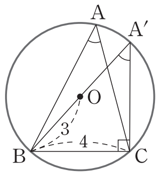


즉, $\angle BAD=\angle DCE$이므로
□ABCD는 원에 내접한다.
⑤ △ABC에서



$\angle ABC=180^\circ-(65^\circ+41^\circ)=74^\circ$
즉, $\angle ABC=\angle ADE$이므로
□ABCD는 원에 내접한다.
따라서 원에 내접하지 않는 것은 ②, ③이다.

33 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 A′이라 하면



$\angle BAC = \angle BA'C$

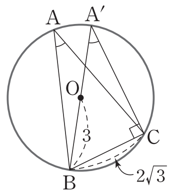
이때 반원에 대한 원주각의 크기는 90°이므로 $\angle BCA' = 90^\circ$

△A′BC에서 $\overline{A'B} = 2\times 3 = 6$, $\overline{BC} = 4$이므로

$\overline{A'C} = \sqrt{6^2 - 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

$\therefore \cos A = \cos A' = \dfrac{\overline{A'C}}{\overline{A'B}} = \dfrac{2\sqrt{5}}{6} = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$

34 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 A′이라 하면



$\angle BAC = \angle BA'C$

이때 반원에 대한 원주각의 크기는 90°이므로 $\angle BCA' = 90^\circ$

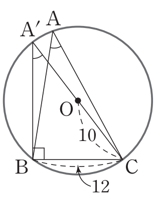
△A′BC에서 $\overline{A'B} = 2\times 3 = 6$, $\overline{BC} = 2\sqrt{3}$이므로

$\overline{A'C} = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{6}$

$\therefore \cos A \times \tan A = \cos A' \times \tan A'$

$= \dfrac{2\sqrt{6}}{6} \times \dfrac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{6}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

35 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 A′이라 하면



$\angle CAB = \angle CA'B$

이때 반원에 대한 원주각의 크기는 90°이므로 $\angle CBA' = 90^\circ$

△A′BC에서

$\overline{A'C} = 2\times 10 = 20$, $\overline{BC} = 12$이므로

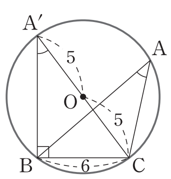
$\overline{A'B} = \sqrt{20^2 - 12^2} = 16$

$\therefore \sin A + \cos A = \sin A' + \cos A'$

$= \dfrac{12}{20} + \dfrac{16}{20}$

$= \dfrac{28}{20} = \dfrac{7}{5}$

36 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 A′이라 하면



$\angle CAB = \angle CA'B$

이때 반원에 대한 원주각의 크기는 90°이므로

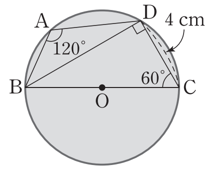
$\angle CBA' = 90^\circ$

△A′BC에서 $\overline{A'C} = 2\times 5 = 10$, $\overline{BC} = 6$이므로

$\overline{A'B} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$

$\therefore \cos A = \cos A' = \dfrac{\overline{A'B}}{\overline{A'C}} = \dfrac{8}{10} = \dfrac{4}{5}$

37 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면 반원에 대한 원주각의 크기는 90°이므로 $\angle BDC = 90^\circ$



□ABCD는 원 O에 내접하므로

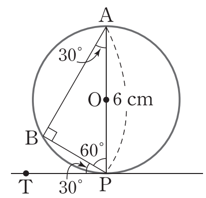
$120^\circ + \angle C = 180^\circ \quad \therefore \angle C = 60^\circ$

△BCD에서 $\cos 60^\circ = \dfrac{\overline{CD}}{\overline{BC}} = \dfrac{4}{\overline{BC}}$이므로

$\overline{BC} = \dfrac{4}{\cos 60^\circ} = 4\times 2 = 8\ (\text{cm})$

$\therefore$ (□ABCD의 외접원의 넓이)$= \pi \times \left(\dfrac{8}{2}\right)^2 = 16\pi\ (\text{cm}^2)$

38 반원에 대한 원주각의 크기는 90°이므로 $\angle ABP = 90^\circ$



접선과 현이 이루는 각의 성질에 의해

$\angle BAP = \angle BPT = 30^\circ$

따라서 △ABP에서

$\overline{AP} : \overline{AB} = 2 : \sqrt{3}$, $6 : \overline{AB} = 2 : \sqrt{3}$

$\therefore \overline{AB} = 3\sqrt{3}$ cm

39 $\overline{PB} = x$라 하면 $\overline{PA} = 8 - x$

이때 $\overline{PA}\cdot\overline{PB} = \overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로

$x(8-x) = 3\times 4$, $x^2 - 8x + 12 = 0$

$(x-2)(x-6) = 0$

$\therefore x = 2$ 또는 $x = 6$

그런데 $\overline{PA} > \overline{PB}$이므로 $\overline{PB} = 2$

40 $\overline{OC} = \overline{OD} = r$ cm라 하면

$\overline{PC} = \dfrac{1}{2}r$ cm, $\overline{PD} = \dfrac{3}{2}r$ cm

$\overline{PA}\cdot\overline{PB} = \overline{PC}\cdot\overline{PD}$에서

$3\times 4 = \dfrac{1}{2}r \times \dfrac{3}{2}r$

$\dfrac{3}{4}r^2 = 12$, $r^2 = 16$

$\therefore r = 4\ (\because r > 0)$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 4 cm이다.

41 $\overline{OP} \perp \overline{CD}$이므로 $\overline{PC} = \overline{PD} = 4\sqrt{3}$ cm

$\overline{AP} = x$ cm라 하면 $\overline{BP} = (16 - x)$ cm이므로

$\overline{PA}\cdot\overline{PB} = \overline{PC}\cdot\overline{PD}$에서

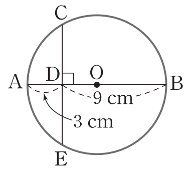
$x(16-x) = (4\sqrt{3})^2$, $x^2 - 16x + 48 = 0$

$(x-4)(x-12) = 0$

$\therefore x = 4$ 또는 $x = 12$

그런데 $\overline{AP} < \overline{AO}$이므로 $\overline{AP} = 4$ cm

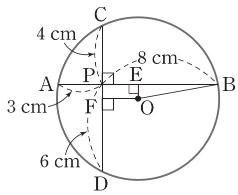
42 오른쪽 그림과 같이 나머지 반원을 그려서 원 O를 완성하고 $\overline{CD}$의 연장선과 원 O가 만나는 점을 E라 하자.



$\overline{CD}=x\,\text{cm}$라 하면 $\overline{DE}=x\,\text{cm}$
$\overline{DA}\cdot\overline{DB}=\overline{DC}\cdot\overline{DE}$이므로
$3\times9=x^2 \quad \therefore x=3\sqrt{3}\,(\because x>0)$
$\therefore \overline{CD}=3\sqrt{3}\,\text{cm}$

43 $\overline{PC}=x\,\text{cm}$라 하면
$\overline{PC}:\overline{PD}=2:1$에서 $\overline{PD}=\frac{1}{2}x\,\text{cm}$
$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로
$2\times(4+6)=x\times\frac{1}{2}x,\ x^2=40$
$\therefore x=2\sqrt{10}\,(\because x>0)$
$\therefore \overline{PC}=2\sqrt{10}\,\text{cm}$

44 $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$에서 $3\times8=4\times\overline{PD}$
$\therefore \overline{PD}=6\,\text{cm}$
오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 현 AB, CD에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하면 두 점 E, F는 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$를 각각 수직이등분하므로



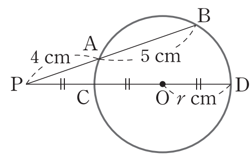
$\overline{PF}=\frac{1}{2}\overline{CD}-\overline{PC}=5-4=1\,(\text{cm})$
$\therefore \overline{OE}=\overline{PF}=1\,\text{cm},\ \overline{BE}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{11}{2}\,(\text{cm})$
$\triangle$OBE에서
$\overline{OB}=\sqrt{1^2+\left(\frac{11}{2}\right)^2}=\frac{5\sqrt{5}}{2}\,(\text{cm})$

45 $\triangle$ABP와 $\triangle$BCP는 직각삼각형이므로
$\overline{AP}=\sqrt{10^2-6^2}=8\,(\text{cm})$
$\overline{CP}=\sqrt{9^2-6^2}=3\sqrt{5}\,(\text{cm})$
또, □ABCD는 원에 내접하므로
$\overline{PB}\cdot\overline{PD}=\overline{PA}\cdot\overline{PC}$에서
$6\times\overline{PD}=8\times3\sqrt{5}$
$\therefore \overline{PD}=4\sqrt{5}\,\text{cm}$

46 $\overline{PC}=x$라 하면 $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로
$2\times(2+7)=x(x+3),\ x^2+3x-18=0$
$(x-3)(x+6)=0$
$\therefore x=3\,(\because x>0)$
따라서 $\overline{PC}$의 길이는 3이다.

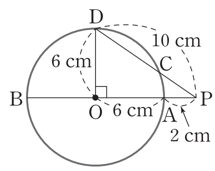
47 $\overline{OA}=\overline{OB}=r$라 하면
$\overline{PA}=11-r,\ \overline{PB}=11+r$
$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$에서
$(11-r)\times(11+r)=4\times(4+6)$
$121-r^2=40,\ r^2=81$
$\therefore r=9\,(\because r>0)$
따라서 원 O의 반지름의 길이는 9이다.

48 $\overline{PO}$의 연장선과 원이 만나는 점을 D라 하고 $\overline{OD}=r\,\text{cm}$라 하면 $\overline{PD}=3r\,\text{cm}$



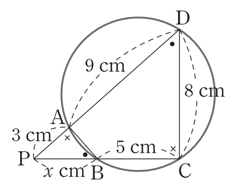
$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$에서
$4\times(4+5)=r\times3r,\ 3r^2=36$
$r^2=12 \quad \therefore r=2\sqrt{3}\,(\because r>0)$
따라서 원 O의 반지름의 길이는 $2\sqrt{3}\,\text{cm}$이다.

49 $\overline{OD}=6\,\text{cm}$이므로
$\triangle$OPD에서



$\overline{PD}=\sqrt{6^2+8^2}=10\,(\text{cm})$
$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$에서
$2\times(2+12)=\overline{PC}\times10$
$\therefore \overline{PC}=\frac{14}{5}\,\text{cm}$

50 $\overline{PB}=x\,\text{cm}$라 하면
$3\times(3+9)=x(x+5)$
$x^2+5x-36=0$
$(x-4)(x+9)=0$
$\therefore x=4\,(\because x>0)$
$\therefore \overline{PB}=4\,\text{cm}$



또, □ABCD는 원에 내접하는 사각형이므로
$\angle ADC=\angle PBA,\ \angle BCD=\angle PAB$
즉, $\triangle PAB \backsim \triangle PCD$ (AA 닮음)이므로
$\overline{PB}:\overline{PD}=\overline{AB}:\overline{CD}$에서
$4:12=\overline{AB}:8,\ 12\overline{AB}=32$
$\therefore \overline{AB}=\frac{8}{3}\,\text{cm}$

51 $\overline{PC}=x\,\text{cm}$라 하면 $\overline{PD}=(11-x)\,\text{cm}$
$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로
$3\times6=x(11-x)$
$x^2-11x+18=0,\ (x-2)(x-9)=0$
$\therefore x=2$ 또는 $x=9$
그런데 $\overline{PC}>\overline{PD}$이므로 $\overline{PC}=9\,\text{cm}$

52 $\overline{PC}:\overline{PD}=3:2$이므로
$\overline{PC}=3a$라 하면 $\overline{PD}=2a$
$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PE}\cdot\overline{PF}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$에서
$12\times3=3a\times2a$

$a^2=6 \quad \therefore a=\sqrt{6}\,(\because a>0)$
$\therefore \overline{PC}=3a=3\sqrt{6}$

53 $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PE}\cdot\overline{PF}$이므로
$\overline{PE}\cdot\overline{PF}=8\times(3-2)=8$ …… ㉠
$\overline{PC}\cdot\overline{PD}=\overline{PE}\cdot\overline{PF}$이므로
$\overline{PE}\cdot\overline{PF}=2\overline{PD}$ …… ㉡
㉠, ㉡에서 $8=2\overline{PD}$이므로 $\overline{PD}=4$
다른 풀이 $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로 $8\times(3-2)=2\overline{PD}$
$\therefore \overline{PD}=4$

54 $\overline{AB}\cdot\overline{BC}=\overline{BO}\cdot\overline{BD}$이므로 원 O′의 반지름의 길이를 r라 하면
$\overline{OB}=3-2=1$, $\overline{BD}=2r-1$이므로
$4\times2=1\times(2r-1)$, $2r-1=8$, $2r=9$
$\therefore r=\dfrac{9}{2}$
따라서 원 O′의 둘레의 길이는
$2\pi\times\dfrac{9}{2}=9\pi$

55 $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로
$3\times8=4\times(4+\overline{CD})$, $24=16+4\overline{CD}$
$4\overline{CD}=8 \quad \therefore \overline{CD}=2$

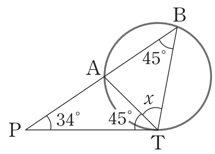
56 $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PE}\cdot\overline{PF}$이므로
$x\times(x+13)=4\times12$, $x^2+13x-48=0$
$(x-3)(x+16)=0$
$\therefore x=3\ (\because x>0)$
또, $\overline{PE}\cdot\overline{PF}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로
$4\times12=6\times(6+y)$, $48=36+6y$
$6y=12 \quad \therefore y=2$
$\therefore x-y=3-2=1$

57 $\overline{PA}=x$라 하면 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로
$(3\sqrt{5})^2=x(x+4)$, $x^2+4x-45=0$
$(x-5)(x+9)=0 \quad \therefore x=5\,(\because x>0)$
$\therefore \overline{PA}=5$

58 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$\overline{PA}=r$ cm, $\overline{PB}=3r$ cm이므로
$\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$에서
$(4\sqrt{3})^2=r\times3r$, $r^2=16$
$\therefore r=4\,(\because r>0)$
따라서 원 O의 지름의 길이는 $2\times4=8$ (cm)

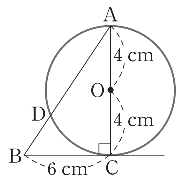
59 $\overline{PT}$가 세 점 A, B, T를 지나는 원의 접선이 되려면
$\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$를 만족해야 한다.
$\overline{PA}=x$라 하면
$6^2=x(x+9)$, $x^2+9x-36=0$
$(x-3)(x+12)=0$
$\therefore x=3\,(\because x>0)$
따라서 $\overline{PA}$의 길이는 3이다.

60 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$가 성립하므로
$\overline{PT}$는 오른쪽 그림과 같이 세 점 A, B, T를 지나는 원의 접선이다.



따라서 $\angle ATP=\angle PBT=45°$이고
$\triangle BPT$에서
$45°+34°+(\angle x+45°)=180°$
$\therefore \angle x=56°$

61 반지름의 길이가 4 cm이므로
$\overline{AC}=8$ cm
$\angle ACB=90°$이므로 $\triangle ABC$에서
$\overline{AB}=\sqrt{6^2+8^2}=10$ (cm)

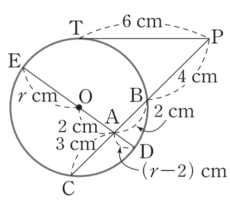


$\overline{AD}=x$ cm라 하면
$\overline{BD}=(10-x)$ cm이므로
$\overline{BC}^2=\overline{BD}\cdot\overline{BA}$에서
$6^2=(10-x)\times10$, $36=100-10x$
$10x=64 \quad \therefore x=\dfrac{32}{5}$
$\therefore \overline{AD}=\dfrac{32}{5}$ cm

62 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로 $\overline{PT}^2=4\times9=36$
$\therefore \overline{PT}=6\,(\because \overline{PT}>0)$
또, $\angle OTP=90°$이므로 $\triangle OTP$에서
$\overline{OP}=\sqrt{4^2+6^2}=2\sqrt{13}$

63 $\overline{QA}\cdot\overline{QC}=\overline{QB}\cdot\overline{QT}$이므로
$\overline{QA}\times6=3\times8 \quad \therefore \overline{QA}=4$
또, $\overline{PA}=x$라 하면 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PC}$이므로
$12^2=x(x+10)$, $x^2+10x-144=0$
$(x-8)(x+18)=0 \quad \therefore x=8\,(\because x>0)$
따라서 $\overline{PA}$의 길이는 8이다.

64 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PA}$의 연장선과 원 O의 교점을 C, $\overline{OA}$의 연장선과 원 O와의 교점을 각각 D, E라 하자.
$\overline{PT}^2=\overline{PB}\cdot\overline{PC}$이므로



$6^2=4\times(4+2+\overline{AC})$

$\overline{AC}+6=9 \qquad \therefore \overline{AC}=3\,\text{cm}$

원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{AD}=(r-2)\,\text{cm},\ \overline{AE}=(r+2)\,\text{cm}$이므로

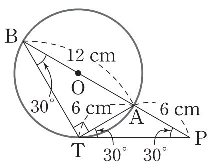
$\overline{AB}\cdot\overline{AC}=\overline{AD}\cdot\overline{AE}$에서

$2\times3=(r-2)(r+2),\ 6=r^2-4$

$r^2=10 \qquad \therefore r=\sqrt{10}\ (\because r>0)$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $\sqrt{10}$ cm이다.

65 $\overline{AB}$는 원 O의 지름이므로



$\angle ATB=90^\circ$

$\angle ABT=\angle ATP=30^\circ$이므로

$\overline{AB}:\overline{AT}=2:1$에서

$\overline{AT}=6\,\text{cm}$

$\triangle BTP$에서

$\angle BPT=180^\circ-(30^\circ+90^\circ+30^\circ)=30^\circ$

즉, $\triangle ATP$는 $\angle ATP=\angle APT$인 이등변삼각형이므로

$\overline{AP}=\overline{AT}=6\,\text{cm}$

이때 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로

$\overline{PT}^2=6\times(6+12)=108$

$\therefore \overline{PT}=6\sqrt{3}\,\text{cm}\ (\because \overline{PT}>0)$

66 $\overline{PT}$는 원 O의 접선이므로 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$에서

$(2\sqrt{3})^2=2\times(2+\overline{AB}),\ 2+\overline{AB}=6 \qquad \therefore \overline{AB}=4$

또, $\angle ATP=\angle PBT=30^\circ$이고 $\overline{AB}$는 원 O의 지름이므로 $\angle ATB=90^\circ$이다.

따라서 직각삼각형 BAT에서

$\overline{AB}:\overline{AT}:\overline{BT}=2:1:\sqrt{3}$이므로

$\overline{AT}=2,\ \overline{BT}=2\sqrt{3}$

$\therefore \triangle ATB=\dfrac{1}{2}\times2\times2\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

다른 풀이 $\overline{AB}$는 원 O의 지름이므로 $\angle ATB=90^\circ$

$\angle ATP=\angle TBA=30^\circ$

$\triangle BPT$에서

$\angle APT=180^\circ-(90^\circ+30^\circ+30^\circ)=30^\circ$

이때 $\triangle APT$와 $\triangle TBP$는 각각 $\overline{AP}=\overline{AT}=2$, $\overline{TP}=\overline{TB}=2\sqrt{3}$인 이등변삼각형이다.

$$\begin{aligned}\therefore \triangle ATB&=\frac{1}{2}\times\overline{AT}\times\overline{BT}\\&=\frac{1}{2}\times2\times2\sqrt{3}\\&=2\sqrt{3}\end{aligned}$$

67 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로

$\overline{PT}^2=2\times(2+6)=16$

$\therefore \overline{PT}=4\ (\because \overline{PT}>0)$

$\triangle PAT$와 $\triangle PTB$에서

$\angle ATP=\angle TBP$, $\angle P$는 공통

이므로 $\triangle PAT\backsim\triangle PTB$ (AA 닮음)

$\therefore \overline{AT}:\overline{TB}=\overline{PT}:\overline{PB}$

$=4:8=1:2$

68 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로

$\overline{PT}^2=3\times(3+9)=36$

$\therefore \overline{PT}=6\ (\because \overline{PT}>0)$

$\triangle PAT$와 $\triangle PTB$에서

$\angle ATP=\angle TBP$, $\angle P$는 공통

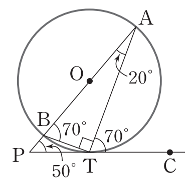
이므로 $\triangle PAT\backsim\triangle PTB$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{PA}:\overline{PT}=\overline{AT}:\overline{TB}$이므로

$3:6=5:\overline{TB},\ 3\overline{TB}=30$

$\therefore \overline{BT}=10$

69 ① $\overline{AB}$는 원 O의 지름이므로



$\angle ATB=90^\circ$

② $\angle ABT=\angle ATC=70^\circ$이므로

$\triangle ABT$에서

$\angle BAT=180^\circ-(90^\circ+70^\circ)$

$=20^\circ$

③ $\triangle APT$에서 $\angle APT+20^\circ=70^\circ$이므로

$\angle APT=50^\circ$

⑤ 한 원에서 호의 길이는 원주각의 크기에 정비례하므로

$\overset{\frown}{BT}:\overset{\frown}{TA}=20^\circ:70^\circ=2:7$

70 $\overline{PA}=x$ cm라 하면 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$에서

$6^2=x(x+16),\ x^2+16x-36=0$

$(x-2)(x+18)=0 \qquad \therefore x=2\ (\because x>0)$

$\therefore \overline{PA}=2\,\text{cm}$

$\triangle PAT$와 $\triangle PTB$에서

$\angle PTA=\angle PBT$, $\angle P$는 공통

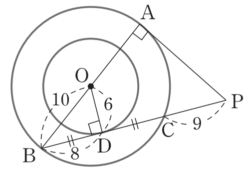
이므로 $\triangle PAT\backsim\triangle PTB$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{PA}:\overline{PT}=\overline{AT}:\overline{TB}$이므로

$2:6=\overline{AT}:16,\ 6\overline{AT}=32$

$\therefore \overline{AT}=\dfrac{16}{3}\,\text{cm}$

71 $\overline{OD}\perp\overline{BC}$이므로 $\overline{BD}=\overline{CD}$



$\triangle OBD$에서

$\overline{BD}=\sqrt{10^2-6^2}=8$

또, $\overline{PA}$가 큰 원의 접선이므로 $\overline{PA}^2=\overline{PC}\cdot\overline{PB}$에서

$\overline{PA}^2=9\times(9+16)=225$

$\therefore \overline{PA}=15\ (\because \overline{PA}>0)$

다른 풀이 $\angle BDO=\angle BAP=90^\circ$, $\angle OBD$는 공통

이므로 $\triangle BOD\backsim\triangle BPA$ (AA 닮음)

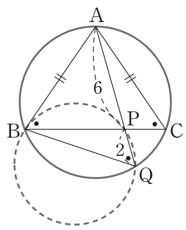
$\overline{BO} : \overline{BP} = \overline{OD} : \overline{PA}$에서
$10 : 25 = 6 : \overline{PA}$, $10\overline{PA} = 150$
$\therefore\ \overline{PA} = 15$

72 $\overline{PT}^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PB}$이므로 $\overline{PT}^2 = 4 \times (4+8) = 48$
$\therefore\ \overline{PT} = 4\sqrt{3}$ ($\because\ \overline{PT} > 0$)
또, $\overline{P'T} = \overline{PT} = 4\sqrt{3}$이고 $\overline{P'T}^2 = \overline{P'C} \cdot \overline{P'D}$이므로
$(4\sqrt{3})^2 = 3 \times (3 + \overline{CD})$, $48 = 9 + 3\overline{CD}$
$3\overline{CD} = 39$
$\therefore\ \overline{CD} = 13$
따라서 원 O의 지름의 길이는 13이다.

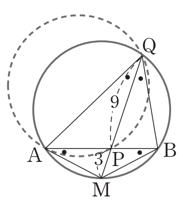
73 원 O에서 $\overline{PT}^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PB}$이므로
$6^2 = 4 \times (4+y)$, $36 = 16 + 4y$
$4y = 20 \quad \therefore\ y = 5$
또, 원 O′에서 $\overline{PT'}^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PB}$이므로
$\overline{PT'} = \overline{PT} = 6\,\text{cm} \quad \therefore\ x = 6$

74 원 O에서 $\overline{PT}^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PB}$이므로
$6^2 = 3 \times (3+x)$, $36 = 9 + 3x$
$3x = 27 \quad \therefore\ x = 9$
또, 원 O′에서 $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC} \cdot \overline{PD}$이므로
$3 \times 12 = 2 \times (2+y)$, $36 = 4 + 2y$
$2y = 32 \quad \therefore\ y = 16$
$\therefore\ x + y = 9 + 16 = 25$

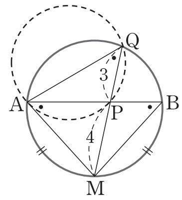
76 $\overline{AB} = \overline{AC}$이므로 $\angle ABC = \angle ACB$
오른쪽 그림과 같이 $\overline{BQ}$를 그으면
$\overset{\frown}{AB}$에 대한 원주각의 크기는 같으므로
$\angle ACB = \angle AQB$
$\therefore\ \angle ABC = \angle AQB$
즉, $\overline{AB}$는 세 점 B, P, Q를 지나는 원의 접선이므로
$\overline{AB}^2 = \overline{AP} \cdot \overline{AQ}$에서 $\overline{AB}^2 = 6 \times (6+2) = 48$
$\therefore\ \overline{AB} = 4\sqrt{3}$ ($\because\ \overline{AB} > 0$)



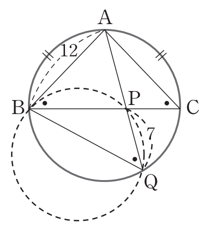
77 $\angle MAB = \angle MBA$이고
$\angle AQM = \angle ABM$,
$\angle BQM = \angle BAM$이므로
$\overline{AM}$은 세 점 A, P, Q를 지나는 원의 접선이다.
따라서 $\overline{AM}^2 = \overline{MP} \cdot \overline{MQ}$이므로
$\overline{AM}^2 = 3 \times (3+9) = 36$
$\therefore\ \overline{AM} = 6$ ($\because\ \overline{AM} > 0$)



78 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AQ}$, $\overline{BM}$을 그으면 $\overset{\frown}{AM} = \overset{\frown}{BM}$이므로
$\angle MAB = \angle MBA$
$\overset{\frown}{AM}$에 대한 원주각의 크기는 같으므로 $\angle AQM = \angle ABM$
즉, $\overline{AM}$은 세 점 A, P, Q를 지나는 원의 접선이다.
따라서 $\overline{AM}^2 = \overline{MP} \cdot \overline{MQ}$이므로 $\overline{AM}^2 = 4 \times (4+3) = 28$
$\therefore\ \overline{AM} = 2\sqrt{7}$ ($\because\ \overline{AM} > 0$)

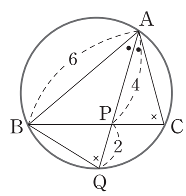


79 $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{AC}$이므로 $\angle ABC = \angle ACB$
오른쪽 그림과 같이 $\overline{BQ}$를 그으면
$\overset{\frown}{AB}$에 대한 원주각의 크기는 같으므로 $\angle ACB = \angle AQB$
즉, $\overline{AB}$는 세 점 B, P, Q를 지나는 원의 접선이므로
$\overline{AB}^2 = \overline{AP} \cdot \overline{AQ}$
이때 $\overline{AP} = x$라 하면
$12^2 = x(x+7)$, $x^2 + 7x - 144 = 0$
$(x-9)(x+16) = 0 \quad \therefore\ x = 9$ ($\because\ x > 0$)
$\therefore\ \overline{AP} = 9$

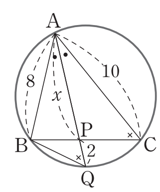


80 ② $\overset{\frown}{AC}$

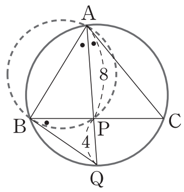
81 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BQ}$를 그으면
$\triangle ABQ$와 $\triangle APC$에서
$\angle ACB = \angle AQB$
($\overset{\frown}{AB}$에 대한 원주각),
$\angle BAQ = \angle PAC$이므로
$\triangle ABQ \backsim \triangle APC$ (AA 닮음)
따라서 $\overline{AB} : \overline{AP} = \overline{AQ} : \overline{AC}$이므로
$\overline{AB} \cdot \overline{AC} = \overline{AP} \cdot \overline{AQ}$에서
$6 \times \overline{AC} = 4 \times (4+2) \quad \therefore\ \overline{AC} = 4$



82 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BQ}$를 그으면
$\triangle ABQ$와 $\triangle APC$에서
$\angle ACB = \angle AQB$
($\overset{\frown}{AB}$에 대한 원주각),
$\angle BAQ = \angle PAC$이므로
$\triangle ABQ \backsim \triangle APC$ (AA 닮음)
$\overline{AP} = x$라 하면
$\overline{AB} : \overline{AP} = \overline{AQ} : \overline{AC}$이므로
$8 : x = (x+2) : 10$, $x(x+2) = 80$, $x^2 + 2x - 80 = 0$
$(x-8)(x+10) = 0 \quad \therefore\ x = 8$ ($\because\ x > 0$)
$\therefore\ \overline{AP} = 8$



83 $\overset{\frown}{QC}$에 대한 원주각의 크기는 같으므로 $\angle CAQ=\angle CBQ$



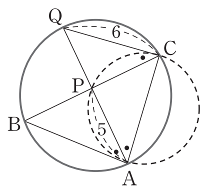
$\therefore$ $\angle QBP=\angle BAP$

즉, $\overline{BQ}$는 세 점 A, B, P를 지나는 원의 접선이므로

$\overline{BQ}^2=\overline{QP}\cdot\overline{QA}$에서 $\overline{BQ}^2=4\times(4+8)=48$

$\therefore$ $\overline{BQ}=4\sqrt{3}$ ($\because$ $\overline{BQ}>0$)

84 $\overline{QP}=x$라 하면 $\overline{CQ}^2=\overline{QP}\cdot\overline{QA}$이므로



$6^2=x(x+5)$, $x^2+5x-36=0$

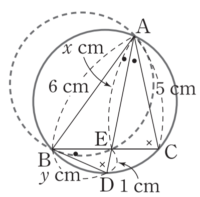
$(x-4)(x+9)=0$

$\therefore$ $x=4$ ($\because$ $x>0$)

따라서 $\overline{QP}=4$이므로

$\overline{AQ}=\overline{AP}+\overline{PQ}=5+4=9$

85 $\triangle ABD$와 $\triangle AEC$에서



$\angle ADB=\angle ACB$ ($\overset{\frown}{AB}$에 대한 원주각),

$\angle BAD=\angle EAC$이므로

$\triangle ABD\backsim\triangle AEC$(AA 닮음)

따라서 $\overline{AB}:\overline{AE}=\overline{AD}:\overline{AC}$에서

$6:x=(x+1):5$, $x(x+1)=30$

$x^2+x-30=0$, $(x-5)(x+6)=0$

$\therefore$ $x=5$ ($\because$ $x>0$)

또, $\angle DBC=\angle DAC$ ($\overset{\frown}{CD}$에 대한 원주각)이므로

$\angle DBC=\angle BAD$

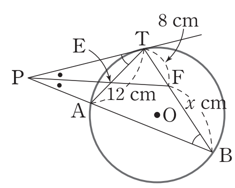
즉, $\overline{BD}$는 세 점 A, B, E를 지나는 원의 접선이므로

$\overline{BD}^2=\overline{DE}\cdot\overline{DA}$에서

$y^2=1\times(1+5)=6$ $\qquad\therefore$ $y=\sqrt{6}$ ($\because$ $y>0$)

$\therefore$ $xy=5\sqrt{6}$

86 $\triangle PBT$에서 $\overline{PF}$가 $\angle P$의 이등분선이므로



$\overline{BF}=x$ cm라 하면

$\overline{PT}:\overline{PB}=\overline{TF}:\overline{BF}$

$=8:x$ $\qquad\cdots\cdots$ ㉠

$\overline{PT}$가 원 O의 접선이므로

$\angle PTA=\angle PBT$, $\angle P$는 공통

$\therefore$ $\triangle PTA\backsim\triangle PBT$ (AA 닮음)

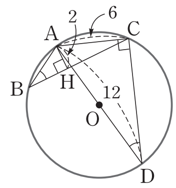
$\overline{PT}:\overline{PB}=\overline{TA}:\overline{BT}=12:(8+x)$ $\qquad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $8:x=12:(8+x)$

$12x=64+8x$, $4x=64$ $\qquad\therefore$ $x=16$

$\therefore$ $\overline{BF}=16$ cm

87 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$를 그으면 지름 AD의 원주각 ACD의 크기는 90°이고, $\angle ABH=\angle ADC$이므로



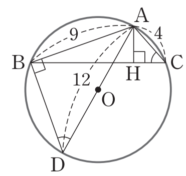
$\triangle ABH\backsim\triangle ADC$ (AA 닮음)

이때 $\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{AH}:\overline{AC}$에서

$\overline{AB}:12=2:6$, $6\overline{AB}=24$

$\therefore$ $\overline{AB}=4$

88 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면 지름 AD의 원주각 ABD의 크기는 90°이고, $\angle ADB=\angle ACH$이므로



$\triangle ABD\backsim\triangle AHC$(AA 닮음)

이때 $\overline{AB}:\overline{AH}=\overline{AD}:\overline{AC}$에서

$9:\overline{AH}=12:4$, $12\overline{AH}=36$

$\therefore$ $\overline{AH}=3$

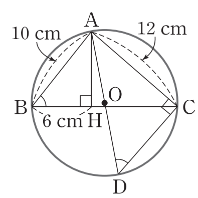
따라서 $\triangle ABH$에서 피타고라스 정리에 의해

$\overline{BH}=\sqrt{\overline{AB}^2-\overline{AH}^2}=\sqrt{9^2-3^2}=\sqrt{72}=6\sqrt{2}$

89 $\triangle ABH$에서 피타고라스 정리에 의해

$\overline{AH}=\sqrt{\overline{AB}^2-\overline{BH}^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$ (cm)

오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$를 그으면 지름 AD의 원주각 ACD의 크기는 90°이고, $\angle ABH=\angle ADC$이므로



$\triangle ABH\backsim\triangle ADC$ (AA 닮음)

이때 $\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{AH}:\overline{AC}$에서

$10:\overline{AD}=8:12$, $8\overline{AD}=120$ $\qquad\therefore$ $\overline{AD}=15$ cm

따라서 원 O의 둘레의 길이는

$2\pi\times\dfrac{15}{2}=15\pi$ (cm)

90 ① $4\times4=8\times2$

② $6\times(6+5)\neq5\times(5+6)$

③ $6\times2\neq4\times4$

④ $(12-9)\times12=(9-5)\times9$

⑤ $2\times(2+6)\neq4\times(4+3)$

따라서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있는 것은 ①, ④이다.

91 ①, ③ 등변사다리꼴, 직사각형, 정사각형은 대각의 크기의 합이 180°이므로 항상 원에 내접한다.

② $4\times3=2\times6$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.

④ $\angle BAD\neq\angle DCE$이므로 □ABCD는 원에 내접하지 않는다.

⑤ $4\times10\neq8\times11$이므로 □ABCD는 원에 내접하지 않는다.

따라서 □ABCD가 원에 내접하지 않는 것은 ④, ⑤이다.

92 ㄱ. 원주각의 크기가 같도록 하는 조건이다.

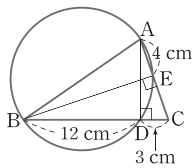
ㄷ, ㄹ. 원에 내접하기 위한 선분의 길이 사이의 관계 조건이다.

ㅁ. $\angle BDC=\angle PAC$이어야 원에 내접하기 위한 조건이다.

따라서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있을 조건은 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다.

93 $\angle AEB=\angle ADB=90^\circ$이므로

네 점 A, B, D, E는 한 원 위에 있다.



즉, $\overline{CE}\cdot\overline{CA}=\overline{CD}\cdot\overline{CB}$이므로

$\overline{CE}=x\,\text{cm}$라 하면

$x(x+4)=3\times(3+12)$, $x^2+4x-45=0$

$(x-5)(x+9)=0$ $\quad\therefore x=5\,(\because x>0)$

$\therefore \overline{CE}=5\,\text{cm}$

단원 종합 문제

본문 164~167쪽

01 120°	**02** $4\sqrt{2}\,\text{cm}$	**03** ⑤	**04** ④	**05** ④
06 $48\pi\,\text{cm}^2$	**07** ②, ④	**08** ①	**09** $2\,\text{cm}$	
10 $18\,\text{cm}$	**11** ②	**12** 56°	**13** $5\sqrt{3}\,\text{cm}$	
14 ④	**15** 17°	**16** ⑤	**17** ①, ③	**18** ⑤
19 ④	**20** ③	**21** ①	**22** $9\,\text{cm}$	**23** ④
24 ④	**25** 7	**26** ③	**27** ④	

01 중심각의 크기는 호의 길이에 정비례하고, 한 원에서 중심각의 크기의 합은 360°이므로

$\angle BOC=360^\circ\times\dfrac{3}{2+3+4}=120^\circ$

02 $\overline{AB}$가 지름이므로 $\angle C=90^\circ$

$\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{CA}=\overline{CB}$

$\therefore \angle A=\angle B=45^\circ$

따라서 $\triangle ABC$에서 $\overline{AC}:\overline{AB}=1:\sqrt{2}$이므로

$\overline{AC}:8=1:\sqrt{2}$, $\sqrt{2}\,\overline{AC}=8$

$\therefore \overline{AC}=\dfrac{8}{\sqrt{2}}=4\sqrt{2}\,(\text{cm})$

03 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$

즉, $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로

$\angle B=\angle C=75^\circ$

$\therefore \angle BAC=180^\circ-(75^\circ+75^\circ)=30^\circ$

따라서 $\square AMON$에서

$\angle MON=360^\circ-(90^\circ+30^\circ+90^\circ)=150^\circ$

04 ① $\angle AOC=180^\circ-36^\circ=144^\circ$이므로

$x:1=144^\circ:36^\circ$ $\quad\therefore x=4$

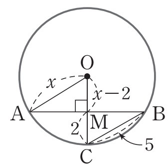
② $\overline{OM}$은 현 AB를 수직이등분하므로 $x=4$

③ $\overline{OA}$를 그으면 $\triangle OAM$에서

$\overline{OA}=5$, $\overline{AM}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}=3$이므로

$x=\sqrt{5^2-3^2}=4$

④ $\overline{OM}=x-2$이므로



$\triangle OAM$에서

$\overline{AM}^2=\overline{OA}^2-\overline{OM}^2$

$\triangle MCB$에서

$\overline{BM}^2=\overline{BC}^2-\overline{CM}^2$

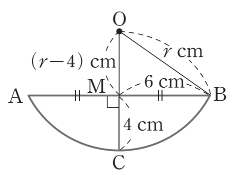
그런데 $\overline{AM}=\overline{BM}$이므로

$\overline{OA}^2-\overline{OM}^2=\overline{BC}^2-\overline{CM}^2$에서

$x^2-(x-2)^2=5^2-2^2$, $4x=25$ $\quad\therefore x=\dfrac{25}{4}$

⑤ $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 $\overline{OM}=\overline{ON}=4$ $\quad\therefore x=4$

05 원의 중심은 현 AB의 수직이등분선 $\overline{CM}$의 연장선 위에 있으므로 원의 중심을 O라 하고



$\overline{OB}=r\,\text{cm}$라 하면

$\overline{OM}=(r-4)\,\text{cm}$,

$\overline{BM}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}=6\,(\text{cm})$

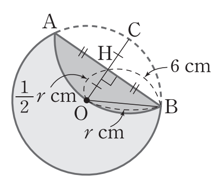
$\triangle OMB$에서

$r^2=(r-4)^2+6^2$, $8r=52$ $\quad\therefore r=\dfrac{13}{2}$

따라서 구하는 원의 둘레의 길이는

$2\pi\times\dfrac{13}{2}=13\pi\,(\text{cm})$

06 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 그은 수선이 $\overline{AB}$와 만나는 점을 H, 원 O의 반지름의 길이를 $r\,\text{cm}$라 하면



$\overline{OB}=r\,\text{cm}$, $\overline{OH}=\overline{CH}=\dfrac{1}{2}r\,\text{cm}$,

$\overline{BH}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}=6\,(\text{cm})$이므로

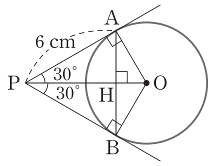
$\triangle OBH$에서

$r^2=\left(\dfrac{1}{2}r\right)^2+6^2$, $\dfrac{3}{4}r^2=36$

$r^2=48$ $\quad\therefore r=4\sqrt{3}\,(\because r>0)$

따라서 원 O의 넓이는 $\pi\times(4\sqrt{3})^2=48\pi\,(\text{cm}^2)$

07 ① $\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로 $\square APBO$에서



$\angle AOB=180^\circ-\angle APB$
$=180^\circ-60^\circ$
$=120^\circ$

② $\triangle OAP$에서 $\angle APO=30^\circ$, $\angle AOP=60^\circ$이므로
$\overline{OA}:\overline{AP}=1:\sqrt{3}$에서 $\overline{OA}:6=1:\sqrt{3}$
$\therefore\ \overline{OA}=2\sqrt{3}$ cm

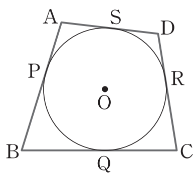
③, ⑤ 원 밖의 한 점 P에서 그은 두 접선의 길이는 같으므로 $\overline{PA}=\overline{PB}$
이때 $\angle APB=60^\circ$이므로 $\triangle APB$는 한 변의 길이가 6 cm인 정삼각형이다.
$\therefore\ \triangle APB=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times 6^2=9\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

④ $\triangle APB$가 정삼각형이므로 $\overline{AB}=\overline{PA}=6$ cm
따라서 옳지 않은 것은 ②, ④이다.

08 $\overline{OP}=\overline{OA}$이므로 $\angle OPA=\angle OAP=30^\circ$
$\therefore\ \angle COP=\angle OAP+\angle OPA=60^\circ$
$\triangle OCP$에서 $\overline{OP}=6$ cm이고 $\angle CPO=90^\circ$이므로
$\overline{OC}:\overline{OP}=2:1$에서 $\overline{OC}:6=2:1$
$\therefore\ \overline{OC}=12$ cm
$\therefore\ \overline{BC}=\overline{OC}-\overline{OB}=12-6=6\,(\text{cm})$

09 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{13^2-5^2}=12\,(\text{cm})$
내접원 I의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$\overline{EC}=\overline{CF}=r$ cm, $\overline{AF}=\overline{AD}=(5-r)$ cm,
$\overline{BD}=\overline{BE}=(12-r)$ cm이므로
$(5-r)+(12-r)=13$, $2r=4$ $\quad\therefore\ r=2$
따라서 내접원 I의 반지름의 길이는 2 cm이다.

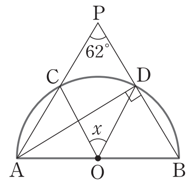
10 $\overline{AS}=\overline{AP}$, $\overline{DS}=\overline{DR}$이므로



$\overline{AD}=\overline{AS}+\overline{DS}=\overline{AP}+\overline{DR}$
$\overline{BQ}=\overline{BP}$, $\overline{CQ}=\overline{CR}$이므로
$\overline{BC}=\overline{BQ}+\overline{CQ}=\overline{BP}+\overline{CR}$
$\therefore\ \overline{AD}+\overline{BC}$
$=(\overline{AP}+\overline{DR})+(\overline{BP}+\overline{CR})$
$=(\overline{AP}+\overline{BP})+(\overline{DR}+\overline{CR})$
$=\overline{AB}+\overline{CD}=18\,(\text{cm})$

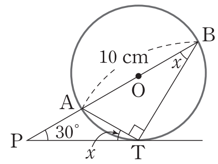
11 $\overline{BF}=\overline{BD}$, $\overline{CF}=\overline{CE}$, $\overline{AD}=\overline{AE}$이므로
$\overline{AD}+\overline{AE}=(\overline{AB}+\overline{BD})+(\overline{AC}+\overline{CE})$
$=(\overline{AB}+\overline{BF})+(\overline{AC}+\overline{CF})$
$=\overline{AB}+(\overline{BF}+\overline{CF})+\overline{AC}$
$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}$
$=5+6+7=18\,(\text{cm})$
따라서 $\overline{AD}+\overline{AE}=2\overline{AD}=18\,(\text{cm})$이므로
$\overline{AD}=9$ cm

12 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면



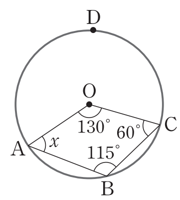
$\overline{AB}$는 원 O의 지름이므로
$\angle ADB=90^\circ$
$\triangle ADP$에서
$\angle PAD=90^\circ-\angle APD$
$=90^\circ-62^\circ=28^\circ$
$\therefore\ \angle x=2\angle CAD=2\times 28^\circ=56^\circ$

13 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AT}$를 그으면



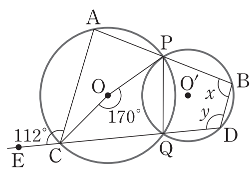
$\angle ATB=90^\circ$
$\angle ATP=\angle ABT=\angle x$라 하면
$\triangle APT$에서
$\angle BAT=\angle ATP+\angle APT$
$=\angle x+30^\circ$
$\triangle ATB$에서 $\angle x+(\angle x+30^\circ)+90^\circ=180^\circ$, $2\angle x=60^\circ$
$\therefore\ \angle x=30^\circ$
이때 $\overline{AB}=2\overline{OB}=10\,(\text{cm})$이고
$\overline{AB}:\overline{BT}=2:\sqrt{3}$이므로
$10:\overline{BT}=2:\sqrt{3}$, $2\overline{BT}=10\sqrt{3}$
$\therefore\ \overline{BT}=5\sqrt{3}$ cm

14 $\overset{\frown}{ADC}$에 대한 중심각의 크기는



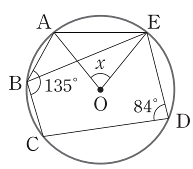
$360^\circ-130^\circ=230^\circ$이므로
$\angle ABC=\dfrac{1}{2}\times 230^\circ=115^\circ$
$\square OABC$에서
$\angle x+130^\circ+60^\circ+115^\circ=360^\circ$
$\therefore\ \angle x=55^\circ$

15 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PQ}$를 그으면



$\angle y=\angle APQ$
$=\angle ACE=112^\circ$
$\angle CAP=\dfrac{1}{2}\angle POC$
$=\dfrac{1}{2}\times 170^\circ=85^\circ$
이므로 $\angle PQD=\angle CAP=85^\circ$
$\square PQDB$에서 $\angle B+\angle PQD=180^\circ$이므로
$\angle x+85^\circ=180^\circ$
$\therefore\ \angle x=95^\circ$
$\therefore\ \angle y-\angle x=112^\circ-95^\circ=17^\circ$

16 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$를 그으면



원에 내접하는 사각형 BCDE에서
$84^\circ+\angle CBE=180^\circ$
$\therefore\ \angle CBE=96^\circ$
따라서 $\angle ABE=135^\circ-96^\circ=39^\circ$
이므로 $\angle x=2\angle ABE=2\times 39^\circ=78^\circ$

17 ① $\angle BAD+\angle BCD=80^\circ+80^\circ=160^\circ$이므로
$\square ABCD$는 원에 내접하지 않는다.
② $\angle ABC=\angle CDE=75^\circ$이므로 $\square ABCD$는 원에 내접한다.
③ $\angle BAD=180^\circ-130^\circ=50^\circ$
즉, $\angle BAD\neq\angle DCE$이므로 $\square ABCD$는 원에 내접하지 않는다.
④ $\triangle ABD$에서 $\angle BAD=180^\circ-(32^\circ+53^\circ)=95^\circ$
이때 $\angle BAD+\angle BCD=95^\circ+85^\circ=180^\circ$이므로
$\square ABCD$는 원에 내접한다.
⑤ $\angle ABC+\angle ADC=65^\circ+115^\circ=180^\circ$이므로
$\square ABCD$는 원에 내접한다.
따라서 원에 내접하지 않는 것은 ①, ③이다.

18 $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이고 $\overline{PC}=\overline{PD}$이므로
$4\times 8=\overline{PC}^2$ $\quad\therefore\ \overline{PC}=4\sqrt{2}\ (\because\ \overline{PC}>0)$
$\therefore\ \overline{CD}=2\overline{PC}=8\sqrt{2}$

19 $\overline{OP}\perp\overline{CD}$이므로 $\overline{PD}=\overline{PC}=6$
$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로 $2\times\overline{PB}=6\times 6$
$\therefore\ \overline{PB}=18$
따라서 $\overline{AB}=\overline{PA}+\overline{PB}=2+18=20$이므로 원 O의 반지름의 길이는 $\frac{1}{2}\overline{AB}=10$

다른 풀이 $\overline{OA}=\overline{OB}=r$라 하면 $\overline{PB}=2r-2$
$\overline{OP}\perp\overline{CD}$이므로 $\overline{PD}=\overline{PC}=6$
또, $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로
$2(2r-2)=6\times 6,\ 4r-4=36$
$4r=40$ $\quad\therefore\ r=10$
따라서 원 O의 반지름의 길이는 10이다.

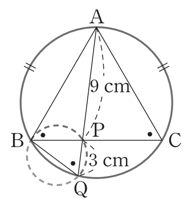
20 $\overline{OC}=\overline{OD}=r$라 하면 $\overline{PD}=2+2r$
$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로
$3\times 5=2(2+2r),\ 15=4+4r$
$4r=11$ $\quad\therefore\ r=\frac{11}{4}$
따라서 원 O의 둘레의 길이는 $2\pi\times\frac{11}{4}=\frac{11}{2}\pi$

21 $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로
$(12+3)\times 2=3\times(2+\overline{BD}),\ 30=6+3\overline{BD}$
$3\overline{BD}=24$ $\quad\therefore\ \overline{BD}=8\,\text{cm}$

22 $\overline{QA}\cdot\overline{QC}=\overline{QB}\cdot\overline{QT}$이므로
$12\times\overline{QC}=4\times 9$ $\quad\therefore\ \overline{QC}=3\,\text{cm}$
또, $\overline{PT}$는 원 O의 접선이므로 $\overline{PC}=x\,\text{cm}$라 하면
$\overline{PT}^2=\overline{PC}\cdot\overline{PA}$에서 $(6\sqrt{6})^2=x(x+15)$
$x^2+15x-216=0,\ (x-9)(x+24)=0$
$\therefore\ x=9\ (\because\ x>0)$
$\therefore\ \overline{PC}=9\,\text{cm}$

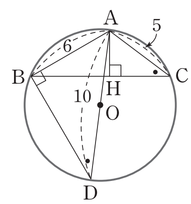
23 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로 $8^2=4\times(4+x)$
$64=16+4x,\ 4x=48$ $\quad\therefore\ x=12$
$\triangle PAT$와 $\triangle PTB$에서
$\angle PTA=\angle PBT$, $\angle P$는 공통
이므로 $\triangle PAT\backsim\triangle PTB$ (AA 닮음)
따라서 $\overline{PA}:\overline{PT}=\overline{AT}:\overline{TB}$이므로
$4:8=6:y,\ 4y=48$ $\quad\therefore\ y=12$
$\therefore\ x+y=12+12=24$

24 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\angle ABC=\angle ACB$
$\widehat{AB}$에 대한 원주각의 크기는 같으므로 $\angle AQB=\angle ACB$
즉, $\overline{AB}$는 세 점 B, P, Q를 지나는 원의 접선이므로
$\overline{AB}^2=\overline{AP}\cdot\overline{AQ}$에서
$\overline{AB}^2=9\times(9+3)=108$
$\therefore\ \overline{AB}=6\sqrt{3}\,(\text{cm})\ (\because\ \overline{AB}>0)$



25 $\overline{AB}\cdot\overline{AC}=\overline{AP}\cdot\overline{AQ}$이므로
$6\times 3=2\times\overline{AQ}$ $\quad\therefore\ \overline{AQ}=9$
$\therefore\ \overline{PQ}=\overline{AQ}-\overline{AP}=9-2=7$

26 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면 지름 AD의 원주각 ABD의 크기는 90°이고,
$\angle ADB=\angle ACH$이므로
$\triangle ABD\backsim\triangle AHC$ (AA 닮음)
따라서 $\overline{AB}:\overline{AH}=\overline{AD}:\overline{AC}$에서 $\overline{AB}\cdot\overline{AC}=\overline{AH}\cdot\overline{AD}$이므로
$6\times 5=\overline{AH}\times 10$ $\quad\therefore\ \overline{AH}=3$



27 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면 지름 AD에 대한 원주각 ABD의 크기는 90°이고,
$\angle ADB=\angle ACH$이므로
$\triangle ABD\backsim\triangle AHC$ (AA 닮음)
이때 $\overline{AB}:\overline{AH}=\overline{AD}:\overline{AC}$에서
$10:5=\overline{AD}:6,\ 5\overline{AD}=60$ $\quad\therefore\ \overline{AD}=12\,\text{cm}$
따라서 원 O의 반지름의 길이는 $\frac{1}{2}\times 12=6\,(\text{cm})$이므로 원 O의 넓이는 $\pi\times 6^2=36\pi\,(\text{cm}^2)$