정답 및 풀이

* 정답을 확인하려 할 때에는 「빠른 정답 찾기」를 이용하면 편리합니다.

01 제곱근의 뜻과 성질

0001 답 64, 64, ± 8

0002 답 $\frac{4}{9}$, $\frac{4}{9}$, $\pm\frac{2}{3}$

0003 답 0

0004 답 ± 1

0005 답 ± 13

0006 답 없다.

0007 답 ± 0.1

0008 답 $\pm\frac{1}{12}$

0009 0의 제곱근은 0이다. 답 ×

0010 16의 제곱근은 4, -4이고 이 두 수의 합은
$4+(-4)=0$이다. 답 ○

0011 음수의 제곱근은 없다. 답 ×

0012 0의 제곱근은 0의 1개이고, 음의 정수의 제곱근은 없다.
답 ×

0013 답

a	a의 양의 제곱근	a의 음의 제곱근
36	6	-6
$(-3)^2$	3	-3
$\left(\frac{5}{2}\right)^2$	$\frac{5}{2}$	$-\frac{5}{2}$

0014 답 $\pm\sqrt{11}$

0015 답 $\pm\sqrt{47}$

0016 답 $\pm\sqrt{5.4}$

0017 답 $\pm\sqrt{\frac{3}{20}}$

0018 답 5

0019 답 -9

0020 답 ± 0.8

0021 답 $\frac{4}{3}$

0022 답 $\sqrt{6}$

0023 답 $-\sqrt{6}$

0024 답 $\pm\sqrt{6}$

0025 답 $\sqrt{6}$

0026 답 2.1

0027 답 $-\frac{4}{13}$

0028 답 -27

0029 답 -16

0030 답 $\frac{9}{8}$

0031 답 -2.3

0032 (주어진 식)$=2+2=4$ 답 4

0033 (주어진 식)$=5-7=-2$ 답 -2

0034 (주어진 식)$=\frac{5}{4}\times\frac{2}{5}=\frac{1}{2}$ 답 $\frac{1}{2}$

0035 (주어진 식)$=8\div 4=2$ 답 2

0036 답

	$a\ge 0$	$a<0$
$\sqrt{a^2}$	a	$-a$
$\sqrt{(-a)^2}$	a	$-a$
$-\sqrt{a^2}$	$-a$	a
$-\sqrt{(-a)^2}$	$-a$	a

0037 (주어진 식)$=2a+\{-(-5a)\}=7a$ 답 $7a$

0038 (주어진 식)$=6a-\{-(-3a)\}=3a$ 답 $3a$

0039 (주어진 식)$=-2a+(-5a)=-7a$ 답 $-7a$

0040 (주어진 식)$=-6a-(-3a)=-3a$ 답 $-3a$

0041 답 $<$, $-a+1$

0042 답 $>$, $1-a$

0043 답 $<$

0044 답 $>$

0045 $3=\sqrt{9}$이므로 $\sqrt{8}<\sqrt{9}$
$\therefore \sqrt{8}\ \boxed{<}\ 3$ 답 $<$

0046 $\sqrt{11}>\sqrt{10}$이므로 $-\sqrt{11}\ \boxed{<}\ -\sqrt{10}$ 답 $<$

0047 $5=\sqrt{25}$, $6=\sqrt{36}$이므로 5와 6 사이의 수는
$\sqrt{27}$, $\sqrt{32}$, $\sqrt{35}$ 답 $\sqrt{27}$, $\sqrt{32}$, $\sqrt{35}$

0048 $3<\sqrt{x}<4$에서 각 변을 제곱하면 $9<x<16$
이때 x는 자연수이므로 $x=10$, 11, 12, 13, 14, 15
답 10, 11, 12, 13, 14, 15

0049 $\sqrt{5}<x<\sqrt{37}$에서 각 변을 제곱하면 $5<x^2<37$
이때 $3^2=9$, $4^2=16$, $5^2=25$, $6^2=36$이므로
$x=3$, 4, 5, 6 답 3, 4, 5, 6

0050 x가 8의 제곱근이므로
$x^2=8$ 또는 $x=\pm\sqrt{8}$ 답 ⑤

0051 음수의 제곱근은 없으므로 제곱근이 없는 수는 ①, ③
이다. 답 ①, ③

0052 x가 a의 제곱근이므로
$x^2=a$ 또는 $x=\pm\sqrt{a}$
이상에서 옳은 것은 ㈐, ㈑이다. 답 ㈐, ㈑

0053 $a^2=12$, $b^2=15$이므로 $a^2+b^2=27$ 답 27

0054 ① 음수의 제곱근은 없다.
③ 0의 제곱근은 0의 1개이다.
④ 제곱근 6은 $\sqrt{6}$이다.
⑤ 제곱근 5는 $\sqrt{5}$이고, 5의 제곱근은 $\pm\sqrt{5}$이므로 같지 않다.

답 ②

0055 ①, ③, ④, ⑤ ± 2 ② 2 답 ②

0056 ① 13의 제곱근은 $\pm\sqrt{13}$이므로 $-\sqrt{13}$은 13의 제곱근이다.
② $\sqrt{0.49}=0.7$
③ $4^2=16$의 제곱근은 ± 4이다.
④ 제곱하여 0.1이 되는 수는 $\pm\sqrt{0.1}$의 2개이다.
⑤ $\frac{25}{4}$의 제곱근은 $\pm\frac{5}{2}$의 2개이고, $\frac{5}{2}+\left(-\frac{5}{2}\right)=0$이다.

답 ③, ④

0057 (ㄱ) $\sqrt{25}=5$이므로 제곱근 $\sqrt{25}$, 즉 제곱근 5는 $\sqrt{5}$이다.
(ㄴ) $0.\dot{4}=\frac{4}{9}$의 제곱근은 $\underbrace{\pm\frac{2}{3}}_{\pm 0.\dot{6}}$이고, $\pm 0.\dot{2}=\pm\frac{2}{9}$이다.
(ㄷ) 음수의 제곱근은 없다.
(ㄹ) 0의 제곱근은 0의 1개이다.
이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다. 답 ②

SSEN 특강

순환소수를 분수로 나타내기

① $0.\dot{a}=\frac{a}{9}$ ② $0.\dot{a}\dot{b}=\frac{ab}{99}$
③ $0.a\dot{b}=\frac{ab-a}{90}$ ④ $0.a\dot{b}\dot{c}=\frac{abc-ab}{900}$

0058 $\sqrt{81}=9$의 음의 제곱근은 -3이므로 $A=-3$
$(-5)^2=25$의 양의 제곱근은 5이므로 $B=5$
$\therefore A+B=2$ 답 ④

0059 ② 24의 제곱근 ➡ $\pm\sqrt{24}$
③ $\sqrt{4}=2$의 제곱근 ➡ $\pm\sqrt{2}$
④ 125의 제곱근 ➡ $\pm\sqrt{125}$
⑤ $\sqrt{256}=16$의 제곱근 ➡ ± 4

답 ①, ⑤

0060 $7.\dot{1}=\frac{71-7}{9}=\frac{64}{9}$이므로 $7.\dot{1}$의 음의 제곱근은
$$-\sqrt{\frac{64}{9}}=-\frac{8}{3}$$
답 ②

0061 제곱근 36은 6이므로 $A=6$ ··· ❶
$\left(-\frac{1}{6}\right)^2=\frac{1}{36}$의 음의 제곱근은 $-\frac{1}{6}$이므로
$B=-\frac{1}{6}$ ··· ❷
$\therefore AB=-1$ ··· ❸

답 -1

채점 기준	비율
❶ A의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ B의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ AB의 값을 구할 수 있다.	20 %

0062 $a>b$이므로 $a=13,\ b=-13$ ··· ❶
$\therefore \sqrt{2a-b-3}=\sqrt{2\times13-(-13)-3}$
$=\sqrt{36}=6$ ··· ❷
따라서 제곱근 6은 $\sqrt{6}$이다. ··· ❸

답 $\sqrt{6}$

채점 기준	비율
❶ $a,\ b$의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ $\sqrt{2a-b-3}$의 값을 구할 수 있다.	30 %
❸ 제곱근 $\sqrt{2a-b-3}$의 값을 구할 수 있다.	30 %

0063 (삼각형의 넓이)$=\frac{1}{2}\times12\times5=30$
따라서 한 변의 길이가 x인 정사각형의 넓이가 30이므로
$x^2=30 \quad \therefore x=\sqrt{30}\ (\because \underbrace{x>0}_{\text{변의 길이이므로 양수이다.}})$ 답 $\sqrt{30}$

0064 (직사각형의 넓이)$=7\times9=63$
넓이가 63인 정사각형의 한 변의 길이를 x라 하면
$x^2=63 \quad \therefore x=\sqrt{63}\ (\because x>0)$
따라서 구하는 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{63}$이다. 답 ④

0065 새로 만들어진 정사각형의 넓이는
한 변의 길이가 각각 2 cm, 6 cm인 정사각형 모양의 두 색종이의 넓이의 합과 같다.
$2^2+6^2=40\ (\text{cm}^2)$ ··· ❶
넓이가 40 cm^2인 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면
$x^2=40 \quad \therefore x=\sqrt{40}\ (\because x>0)$
따라서 구하는 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{40}$ cm이다. ··· ❷

답 $\sqrt{40}$ cm

채점 기준	비율
❶ 새로 만들어진 정사각형의 넓이를 구할 수 있다.	40 %
❷ 새로 만들어진 정사각형의 한 변의 길이를 구할 수 있다.	60 %

0066 B의 넓이는 C의 넓이의 $\frac{5}{3}$배이므로
$(B\text{의 넓이})=\frac{5}{3}\times6=10\ (\text{cm}^2)$
A의 넓이는 B의 넓이의 $\frac{7}{2}$배이므로
$(A\text{의 넓이})=\frac{7}{2}\times10=35\ (\text{cm}^2)$
정사각형 A의 한 변의 길이를 x cm라 하면
$x^2=35 \quad \therefore x=\sqrt{35}\ (\because x>0)$
따라서 정사각형 A의 한 변의 길이는 $\sqrt{35}$ cm이다.

답 $\sqrt{35}$ cm

0067 △ABD에서 $\overline{\text{AD}}=\sqrt{5^2-3^2}=4\ (\text{cm})$
△ADC에서 $\overline{\text{AC}}=\sqrt{4^2+(\sqrt{15})^2}=\sqrt{31}\ (\text{cm})$

답 $\sqrt{31}$ cm

0068 피타고라스 정리에 의하여

$x^2=5^2+4^2=41$

그런데 $x>0$이므로 $x=\sqrt{41}$ 답 $\sqrt{41}$

0069 $\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$ (cm)

$\triangle ACD$에서 $\overline{DC}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+1^2}=\sqrt{3}$ (cm) 답 $\sqrt{3}$ cm

0070 정사각형 ABCD의 넓이가 4 cm^{2}이므로

$\overline{BC}=\sqrt{4}=2$ (cm)

정사각형 ECGF의 넓이가 9 cm^{2}이므로

$\overline{CG}=\overline{FG}=\sqrt{9}=3$ (cm) ··· ❶

$\overline{BG}=\overline{BC}+\overline{CG}=2+3=5$ (cm)이므로 $\triangle BGF$에서

$\overline{BF}=\sqrt{5^2+3^2}=\sqrt{34}$ (cm) ··· ❷

답 $\sqrt{34}$ cm

채점 기준	비율
❶ $\overline{BC}$, $\overline{CG}$, $\overline{FG}$의 길이를 구할 수 있다.	60 %
❷ $\overline{BF}$의 길이를 구할 수 있다.	40 %

0071 주어진 수의 제곱근을 각각 구해 보면

$15 \rightarrow \pm\sqrt{15}$, $0.4 \rightarrow \pm\sqrt{0.4}$, $\frac{1}{25} \rightarrow \pm\sqrt{\frac{1}{25}}=\pm\frac{1}{5}$,

$0.\dot{1}=\frac{1}{9} \rightarrow \pm\sqrt{\frac{1}{9}}=\pm\frac{1}{3}$, $\frac{4}{81} \rightarrow \pm\sqrt{\frac{4}{81}}=\pm\frac{2}{9}$

따라서 제곱근을 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 수는

$\frac{1}{25}$, $0.\dot{1}$, $\frac{4}{81}$의 3개이다. 답 3

0072 ⑤ $\sqrt{1.69}=1.3$ 답 ⑤

0073 ① $\sqrt{0.01}=0.1$의 제곱근은 $\pm\sqrt{0.1}$이다.

② $\pm\sqrt{1.\dot{7}}=\pm\sqrt{\frac{16}{9}}=\pm\frac{4}{3}$

④ $\sqrt{\frac{225}{4}}=\frac{15}{2}$의 제곱근은 $\pm\sqrt{\frac{15}{2}}$이다.

⑤ $\sqrt{625}=25$의 제곱근은 $\pm\sqrt{25}=\pm5$이다.

답 ②, ⑤

0074 (ㄱ) $\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}=10$

(ㄴ) 원의 반지름의 길이를 r라 하면

$\pi r^2=14\pi$, $r^2=14$ $\therefore r=\sqrt{14}$ ($\because r>0$)

(ㄷ) 정사각형의 한 변의 길이를 x라 하면

$x^2=\frac{121}{25}$ $\therefore x=\frac{11}{5}$ ($\because x>0$)

(ㄹ) 정육면체의 한 모서리의 길이를 x라 하면

$6x^2=72$, $x^2=12$ $\therefore x=\sqrt{12}$ ($\because x>0$)

이상에서 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다. 답 (ㄱ), (ㄷ)

0075 ①, ②, ③, ④ 3 ⑤ -3 답 ⑤

0076 ⑤ $\sqrt{\left(-\frac{4}{9}\right)^2}=\frac{4}{9}$ 답 ⑤

0077 주어진 수를 간단히 하면 다음과 같다.

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{9}$

따라서 가장 작은 수는 ⑤이다. 답 ⑤

$\frac{1}{9}<\frac{1}{4}<\frac{1}{3}<\frac{1}{2}$

0078 (ㄹ) $-\sqrt{(-15)^2}=-15$

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ)이다. 답 ④

0079 $(\sqrt{16})^2=16$의 음의 제곱근은 -4이므로

$A=-4$ ··· ❶

$\sqrt{(-9)^2}=9$의 양의 제곱근은 3이므로

$B=3$ ··· ❷

$\therefore A-B=-4-3=-7$ ··· ❸

답 -7

채점 기준	비율
❶ A의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ B의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $A-B$의 값을 구할 수 있다.	20 %

0080 ① (주어진 식)$=3+8=11$

② (주어진 식)$=5\times2-7=3$

③ (주어진 식)$=9\div\frac{1}{3}+6=33$

④ (주어진 식)$=-\frac{5}{2}\times\frac{4}{5}\times10=-20$

⑤ (주어진 식)$=4-0.6\times20=-8$ 답 ④

0081 (주어진 식)$=20-13+6=13$ 답 13

0082 $A=0.5\div0.1\times10=\frac{1}{2}\times10\times10=50$ ··· ❶

$B=-8\times\frac{1}{2}-2\times3=-4-6=-10$ ··· ❷

$\therefore A+B=40$ ··· ❸

답 40

채점 기준	비율
❶ A의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ B의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $A+B$의 값을 구할 수 있다.	20 %

0083 $A=4+10+12-1=25$

$\therefore \sqrt{A}=\sqrt{25}=5$ 답 5

0084 (주어진 식)

$=2\times(\sqrt{2})^2-3\times(-\sqrt{5})^2+\sqrt{3^2}\times\sqrt{(-3)^2}$

$=2\times2-3\times5+3\times3$

$=4-15+9=-2$ 답 ④

0085 (ㄱ) $a<0$이므로 $\quad\sqrt{a^2}=-a$

(ㄴ) $3a<0$이므로 $\quad\sqrt{(3a)^2}=-3a$

(ㄷ) $-9a>0$이므로 $\quad\sqrt{(-9a)^2}=-9a$

(ㄹ) $-\sqrt{49a^2}=-\sqrt{(7a)^2}$이고, $7a<0$이므로

$\quad -\sqrt{49a^2}=-\sqrt{(7a)^2}=-(-7a)=7a$

이상에서 옳은 것은 (ㄷ), (ㄹ)이다. 답 ⑤

0086 $\sqrt{36a^2}=\sqrt{(6a)^2}$이고, $6a<0$이므로

$\quad\sqrt{36a^2}=\sqrt{(6a)^2}=-6a$ 답 ②

0087 ① $(\sqrt{a})^2=a$

② $(-\sqrt{a})^2=a$

③ $a>0$이므로 $\quad -(\sqrt{a^2})^2=-a^2$

④ $a>0$이므로 $\quad -\sqrt{a^2}=-a$

⑤ $-a<0$이므로 $\quad -\sqrt{(-a)^2}=-\{-(-a)\}=-a$

답 ④, ⑤

0088 ① $a>0$이므로 $\quad 3\sqrt{a^2}=3a$

② $\sqrt{\dfrac{25a^2}{9}}=\sqrt{\left(\dfrac{5}{3}a\right)^2}$이고, $\dfrac{5}{3}a>0$이므로

$\quad\sqrt{\dfrac{25a^2}{9}}=\dfrac{5}{3}a$

③ $\dfrac{\sqrt{9a^2}}{2}=\dfrac{\sqrt{(3a)^2}}{2}$이고, $3a>0$이므로 $\quad\dfrac{\sqrt{9a^2}}{2}=\dfrac{3}{2}a$

④ $-3a<0$이므로 $\quad -\sqrt{(-3a)^2}=-\{-(-3a)\}=-3a$

⑤ $-4a<0$이므로 $\quad \sqrt{(-4a)^2}=-(-4a)=4a$

따라서 그 값이 가장 큰 것은 ⑤이다. 답 ⑤

참고 $a>0$이므로

$\quad -3a<\dfrac{3}{2}a<\dfrac{5}{3}a<3a<4a$

0089 (i) $\underbrace{2a-1\geq 0}_{a\geq\frac{1}{2}}$일 때,

$\sqrt{(2a-1)^2}=2a-1$이므로

$\quad 2a-1=7,\quad 2a=8$

$\quad\therefore a=4$ ⋯ ❶

(ii) $\underbrace{2a-1<0}_{a<\frac{1}{2}}$일 때,

$\sqrt{(2a-1)^2}=-(2a-1)$이므로

$\quad -(2a-1)=7,\quad -2a+1=7$

$\quad -2a=6\quad\therefore a=-3$ ⋯ ❷

(i), (ii)에서 $a=4$ 또는 $a=-3$이므로 구하는 합은

$\quad 4+(-3)=1$ ⋯ ❸

답 1

채점 기준	비율
❶ $2a-1\geq 0$일 때, a의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ $2a-1<0$일 때, a의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ 모든 a의 값의 합을 구할 수 있다.	20 %

0090 $a>0$이므로 $\quad -a<0,\ 2a>0$

$b<0$이므로 $\quad 5b<0$

$\quad\therefore$ (주어진 식)$=-(-a)-2a+(-5b)$

$\quad\quad=-a-5b$ 답 ①

0091 (주어진 식)$=\sqrt{(2a)^2}+\sqrt{a^2}-\sqrt{(-7a)^2}$

$\quad=-2a+(-a)-(-7a)$

$\quad=4a$ 답 $4a$

0092 (주어진 식)$=\sqrt{a^2}\times\sqrt{\left(-\dfrac{9}{4}a\right)^2}-\sqrt{(4a)^2}\times\sqrt{(0.5a)^2}$

$\quad=-a\times\left(-\dfrac{9}{4}a\right)-(-4a)\times(-0.5a)$

$\quad=\dfrac{9}{4}a^2-2a^2$

$\quad=\dfrac{1}{4}a^2$ 답 $\dfrac{1}{4}a^2$

0093 $a-b<0$에서 $\quad a<b$

이때 $ab<0$이므로 $\quad a<0,\ b>0$ ⋯ ❶

$\quad\therefore$ (주어진 식)$=-a+(-4a)-5b+b$

$\quad\quad=-5a-4b$ ⋯ ❷

답 $-5a-4b$

채점 기준	비율
❶ a, b의 부호를 구할 수 있다.	40 %
❷ 주어진 식을 간단히 할 수 있다.	60 %

0094 $a>0,\ ab<0$에서 $\quad b<0$

$\sqrt{0.\dot{1}b^2}=\sqrt{\dfrac{1}{9}b^2}=\sqrt{\left(\dfrac{1}{3}b\right)^2}$이므로

(주어진 식)$=a\times(-b)-\{-(-3a)\}\times\left(-\dfrac{1}{3}b\right)$

$\quad=-ab+ab$

$\quad=0$ 답 0

0095 $6-x>0,\ -3-x<0$이므로

(주어진 식)$=-(6-x)-(-3-x)$

$\quad=-6+x+3+x$

$\quad=2x-3$ 답 ⑤

0096 $a-2<0,\ 2-a>0$이므로

(주어진 식)$=-(a-2)+(2-a)$

$\quad=-a+2+2-a$

$\quad=-2a+4$ 답 ③

0097 $x-1<0,\ x-3<0$이므로 ⋯ ❶

$\sqrt{(x-1)^2}+\sqrt{(x-3)^2}=-(x-1)-(x-3)$

$\quad=-x+1-x+3$

$\quad=-2x+4$ ⋯ ❷

즉 $-2x+4=10$이므로 $\quad -2x=6$

$\therefore x=-3$ ⋯ ❸

답 -3

채점 기준	비율
❶ $x-1$, $x-3$의 부호를 구할 수 있다.	30 %
❷ 주어진 등식의 좌변을 간단히 할 수 있다.	40 %
❸ x의 값을 구할 수 있다.	30 %

0098 $a-b>0$, $b-c>0$, $c-a<0$이므로

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=(a-b)+(b-c)-(c-a)\\&=a-b+b-c-c+a\\&=2a-2c\end{aligned}$$

답 $2a-2c$

0099 $0<a<1$에서 $\frac{1}{a}>1$이므로 $\quad a<\frac{1}{a}$

따라서 $a+\frac{1}{a}>0$, $a-\frac{1}{a}<0$이므로

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=a+\frac{1}{a}-\left\{-\left(a-\frac{1}{a}\right)\right\}\\&=a+\frac{1}{a}+a-\frac{1}{a}\\&=2a\end{aligned}$$

답 $2a$

0100 (ㄱ) $x>1$이면 $\quad 1+x>0$, $1-x<0$

$$\begin{aligned}\therefore A&=(1+x)-\{-(1-x)\}\\&=1+x+1-x\\&=2\end{aligned}$$

(ㄴ) $-1<x<1$이면 $\quad 1+x>0$, $1-x>0$

$\therefore A=(1+x)-(1-x)=2x$

(ㄷ) $x<-1$이면 $\quad 1+x<0$, $1-x>0$

$$\begin{aligned}\therefore A&=-(1+x)-(1-x)\\&=-1-x-1+x=-2\end{aligned}$$

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ)이다.

답 ②

0101 $300x=2^2\times3\times5^2\times x$이므로 $x=3\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 두 자리 자연수 x는

$3\times2^2=12$

답 12

참고 $x=3\times2^2$이면

$300x=2^4\times3^2\times5^2=(2^2\times3\times5)^2=60^2$

$\therefore \sqrt{300x}=\sqrt{60^2}=60$

0102 $x=5\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

① $5=5\times1^2$ ② $10=5\times2$ ③ $20=5\times2^2$

④ $45=5\times3^2$ ⑤ $80=5\times4^2$

답 ②

0103 $\frac{75}{2}x=\frac{3\times5^2}{2}\times x$이므로 $x=2\times3\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수 x는

$2\times3=6$

답 ③

0104 $18n=2\times3^2\times n$이므로 $n=2\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

따라서 $10\le n<100$인 n은

$\underbrace{2\times3^2,\ 2\times4^2,\ 2\times5^2,\ 2\times6^2,\ 2\times7^2}_{18,\ 32,\ 50,\ 72,\ 98}$

의 5개이다.

답 5

0105 $\frac{108a}{5}=\frac{2^2\times3^3\times a}{5}$이므로 $a=3\times5\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

a의 값이 가장 작을 때, $a+b$의 값도 가장 작으므로

$a=3\times5=15$ ⋯ ❶

$a=15$일 때,

$b=\sqrt{\frac{2^2\times3^3\times3\times5}{5}}=\sqrt{2^2\times3^4}=\sqrt{(2\times3^2)^2}=18$ ⋯ ❷

$\therefore a+b=33$ ⋯ ❸

답 33

채점 기준	비율
❶ 가장 작은 a의 값을 구할 수 있다.	50 %
❷ a의 값이 가장 작을 때의 b의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $a+b$의 값 중 가장 작은 값을 구할 수 있다.	10 %

0106 $\frac{168}{x}=\frac{2^3\times3\times7}{x}$이므로 x는 168의 약수이면서 $2\times3\times7\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수 x는

$2\times3\times7=42$

답 42

0107 $\frac{360}{x}=\frac{2^3\times3^2\times5}{x}$이므로 x는 $\underbrace{\text{360보다 작은}}_{x=360\text{이면 } \sqrt{\frac{360}{x}}=1}$ 360의 약수이면서 $2\times5\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

따라서 가장 큰 자연수 x는

$2\times5\times3^2=90$

답 90

0108 $\frac{112}{a}=\frac{2^4\times7}{a}$이므로 a는 112의 약수이면서 $7\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

따라서 자연수 a는 7, 7×2^2, 7×2^4이므로 구하는 합은

$7+28+112=147$

답 ③

0109 $\frac{96}{m}=\frac{2^5\times3}{m}$이므로 m은 96의 약수이면서 $2\times3\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

따라서 자연수 m은 2×3, $2\times3\times2^2$, $2\times3\times2^4$이므로

(i) $m=2\times3=6$일 때, $\quad n=\sqrt{\frac{96}{6}}=\sqrt{16}=4$

(ii) $m=2\times3\times2^2=24$일 때, $\quad n=\sqrt{\frac{96}{24}}=\sqrt{4}=2$

(iii) $m=2\times3\times2^4=96$일 때, $\quad n=\sqrt{\frac{96}{96}}=1$

이상에서 구하는 순서쌍 (m, n)은

$(6, 4)$, $(24, 2)$, $(96, 1)$

답 $(6, 4)$, $(24, 2)$, $(96, 1)$

0110 $\frac{1200}{n}=\frac{2^4\times3\times5^2}{n}$이므로 n은 1200의 약수이면서 $3\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

따라서 자연수 n은

3×1^2, 3×2^2, 3×2^4, 3×5^2,

$2^4=(2^2)^2=4^2$

$3\times2^2\times5^2$, $3\times2^4\times5^2$

의 6개이다. 답 6

다른 풀이 $\frac{1200}{n}=\frac{2^4\times3\times5^2}{n}=\frac{3\times20^2}{n}$이므로

$n=3\times a^2$ (a는 20의 약수) 꼴이어야 한다.

$20=2^2\times5$이므로 20의 약수의 개수는

$(2+1)\times(1+1)=6$

따라서 자연수 n의 개수는 6이다.

SSEN 특강

자연수 A가 $a^m\times b^n$ (a, b는 서로 다른 소수, m, n은 자연수)으로 소인수분해될 때, A의 약수의 개수는 $(m+1)\times(n+1)$이다.

0111 $56+x$가 56보다 큰 $(\text{자연수})^2$ 꼴인 수이어야 하므로

$56+x=64$, 81, 100, $\cdots$

이때 x가 가장 작은 자연수이므로

$56+x=64$ $\therefore x=8$ 답 ④

0112 $15+x$가 15보다 큰 $(\text{자연수})^2$ 꼴인 수이어야 하므로

$15+x=16$, 25, 36, 49, 64, $\cdots$

$\therefore x=1$, 10, 21, 34, 49, $\cdots$

따라서 x의 값이 아닌 것은 ⑤이다. 답 ⑤

0113 $42+x$가 42보다 크고 100보다 작은 $(\text{자연수})^2$ 꼴인 수이어야 하므로

$\sqrt{100}=10$이므로 두 자리 자연수이다.

$42+x=49$, 64, 81

$\therefore x=7$, 22, 39

따라서 구하는 합은

$7+22+39=68$ 답 68

0114 $78+a$가 78보다 큰 $(\text{자연수})^2$ 꼴인 수이어야 하므로

$78+a=81$, 100, 121, $\cdots$

이때 a가 가장 작은 자연수이므로

$78+a=81$ $\therefore a=3$

따라서 $b=\sqrt{78+3}=\sqrt{81}=9$이므로

$a+b=12$ 답 ②

0115 $30-x$가 0 또는 30보다 작은 $(\text{자연수})^2$ 꼴인 수이어야 하므로

$30-x=0$, 1, 4, 9, 16, 25

$\therefore x=30$, 29, 26, 21, 14, 5

따라서 자연수 x의 개수는 6이다. 답 ③

0116 $24-x$가 24보다 작은 $(\text{자연수})^2$ 꼴인 수이어야 하므로

$24-x=1$, 4, 9, 16

$\therefore x=23$, 20, 15, 8 ❶

따라서 모든 자연수 x의 값의 합은

$23+20+15+8=66$ ❷

답 66

채점 기준	비율
❶ x의 값을 구할 수 있다.	70 %
❷ 모든 x의 값의 합을 구할 수 있다.	30 %

0117 $36-x$가 0 또는 36보다 작은 $(\text{자연수})^2$ 꼴인 수이어야 하므로

$36-x=0$, 1, 4, 9, 16, 25

$36-x=0$에서 $x=36$

$36-x=25$에서 $x=11$

따라서 x의 값 중 가장 큰 값은 36이고 가장 작은 값은 11이므로 구하는 합은

$36+11=47$ 답 47

0118 A 색종이의 한 변의 길이는 $\sqrt{45+x}$이므로

$45+x=49$, 64, 81, 100, $\cdots$

$\therefore x=4$, 19, 36, 55, $\cdots$ …… ㉠

B 색종이의 한 변의 길이는 $\sqrt{29-x}$이므로

$29-x=1$, 4, 9, 16, 25

$\therefore x=28$, 25, 20, 13, 4 …… ㉡

㉠, ㉡에서 $x=4$ 답 4

0119 ① $9=\sqrt{81}$이고 $\sqrt{80}<\sqrt{81}$이므로

$\sqrt{80}<9$

② $\sqrt{5}>\sqrt{3}$이므로 $-\sqrt{5}<-\sqrt{3}$

③ $0.1=\sqrt{0.01}$이고 $\sqrt{0.01}<\sqrt{0.1}$이므로

$0.1<\sqrt{0.1}$

④ $\frac{1}{2}=\sqrt{\frac{1}{4}}$이고 $\sqrt{\frac{1}{3}}>\sqrt{\frac{1}{4}}$이므로

$\sqrt{\frac{1}{3}}>\frac{1}{2}$

⑤ $6=\sqrt{36}$이고 $\sqrt{35}<\sqrt{36}$이므로

$-\sqrt{35}>-\sqrt{36}$ $\therefore -\sqrt{35}>-6$

답 ③

0120 $5=\sqrt{25}$, $\sqrt{\frac{45}{2}}=\sqrt{22.5}$이고

$4.2<7<21<22.5<25$

이므로

$\sqrt{4.2}<\sqrt{7}<\sqrt{21}<\sqrt{\frac{45}{2}}<5$

따라서 구하는 수는 $\sqrt{\frac{45}{2}}$이다. 답 $\sqrt{\frac{45}{2}}$

0121 $3=\sqrt{9}$, $\sqrt{\frac{24}{5}}=\sqrt{4.8}$, $\sqrt{(-2)^2}=\sqrt{4}$이고

$3<4<4.8<8<9$

이므로 $\sqrt{3}<\sqrt{(-2)^2}<\sqrt{\frac{24}{5}}<\sqrt{8}<3$

$\therefore -3<-\sqrt{8}<-\sqrt{\frac{24}{5}}<-\sqrt{(-2)^2}<-\sqrt{3}$ ··· ❶

따라서 $a=-3$, $b=-\sqrt{3}$이므로 ··· ❷

$a^2-b^2=(-3)^2-(-\sqrt{3})^2=9-3=6$ ··· ❸

답 6

채점 기준	비율
❶ 주어진 수의 대소를 비교할 수 있다.	60 %
❷ a, b의 값을 구할 수 있다.	20 %
❸ a^2-b^2의 값을 구할 수 있다.	20 %

0122 (ㄱ) $4=\sqrt{16}$이고 $\sqrt{10}<\sqrt{16}$이므로 $\sqrt{10}<4$

(ㄴ) $0.3=\sqrt{0.09}$이고 $\sqrt{0.09}<\sqrt{0.3}$이므로 $0.3<\sqrt{0.3}$

(ㄷ) $2=\sqrt{4}$이고 $\sqrt{4}<\sqrt{5}$이므로 $2<\sqrt{5}$

$\therefore 2-\sqrt{5}<0$

(ㄹ) $3=\sqrt{9}$이고 $\sqrt{7}<\sqrt{9}$이므로 $\sqrt{7}<3$

$\therefore \sqrt{7}-3<0$

이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄷ)이다.

답 ③

0123 ① $0<a^2<1$ ② $0<a<1$ ③ $0<\sqrt{a}<1$

④ $\frac{1}{a}>1$ ⑤ $\sqrt{\frac{1}{a}}>1$

이때 $\underbrace{\frac{1}{a}>\sqrt{\frac{1}{a}}}_{x>1\text{일 때, } x^2>x}$이므로 $\frac{1}{a}$의 값이 가장 크다.

답 ④

참고 $a=\frac{1}{4}$이라 하면 $a^2=\frac{1}{16}$, $\sqrt{a}=\frac{1}{2}$, $\frac{1}{a}=4$, $\sqrt{\frac{1}{a}}=2$이므로

$a^2<a<\sqrt{a}<\sqrt{\frac{1}{a}}<\frac{1}{a}$임을 알 수 있다.

0124 $\sqrt{9}<\sqrt{10}$이므로 $3<\sqrt{10}$

따라서 $3-\sqrt{10}<0$, $\sqrt{10}-3>0$이므로

(주어진 식) $=-(3-\sqrt{10})-(\sqrt{10}-3)$

$=-3+\sqrt{10}-\sqrt{10}+3=0$

답 ③

0125 $\sqrt{1}<\sqrt{3}<\sqrt{4}$이므로 $1<\sqrt{3}<2$

따라서 $1-\sqrt{3}<0$, $2-\sqrt{3}>0$이므로

(주어진 식) $=-(1-\sqrt{3})+(2-\sqrt{3})$

$=-1+\sqrt{3}+2-\sqrt{3}=1$

답 ③

0126 $\sqrt{8}<\sqrt{9}$이므로 $\sqrt{8}<3$

따라서 $3-\sqrt{8}>0$, $\sqrt{8}-3<0$이므로

(주어진 식) $=(3-\sqrt{8})-\{-(\sqrt{8}-3)\}+3+8$

$=3-\sqrt{8}+\sqrt{8}-3+3+8$

$=11$

답 ③

0127 $5<\sqrt{3n}<6$에서 $5^2<(\sqrt{3n})^2<6^2$

$25<3n<36$ $\therefore \frac{25}{3}<n<12$

따라서 자연수 n은 9, 10, 11의 3개이다.

답 ②

0128 $3<\sqrt{x}<5$에서 $3^2<(\sqrt{x})^2<5^2$

$\therefore 9<x<25$

따라서 자연수 x는 10, 11, 12, ⋯, 24의 15개이다.

답 15

0129 $-\sqrt{17}<-\sqrt{3x-1}<-2$에서

$2<\sqrt{3x-1}<\sqrt{17}$, $2^2<(\sqrt{3x-1})^2<(\sqrt{17})^2$

$4<3x-1<17$ $\therefore \frac{5}{3}<x<6$ ··· ❶

따라서 자연수 x는 2, 3, 4, 5이므로 구하는 합은

$2+3+4+5=14$ ··· ❷

답 14

채점 기준	비율
❶ x의 값의 범위를 구할 수 있다.	70 %
❷ 모든 자연수 x의 값의 합을 구할 수 있다.	30 %

0130 $\sqrt{3}<x<\sqrt{27}$에서 $(\sqrt{3})^2<x^2<(\sqrt{27})^2$

$\therefore \underline{3<x^2<27}_{\,x^2=4,\ 9,\ 16,\ 25}$

따라서 자연수 x는 2, 3, 4, 5이므로

$M=5$, $m=2$

$\therefore M-m=3$

답 ③

0131 (ⅰ) $2<\sqrt{x}<3$에서 $2^2<(\sqrt{x})^2<3^2$

$\therefore 4<x<9$

따라서 자연수 x는 5, 6, 7, 8이다.

(ⅱ) $\sqrt{45}<x<\sqrt{75}$에서 $(\sqrt{45})^2<x^2<(\sqrt{75})^2$

$\therefore \underline{45<x^2<75}_{\,x^2=49,\ 64}$

따라서 자연수 x는 7, 8이다.

(ⅰ), (ⅱ)에서 두 부등식을 동시에 만족시키는 자연수 x는 7, 8이므로 구하는 합은

$7+8=15$

답 ②

0132 $5\le\sqrt{n}<5.5$에서 $5^2\le(\sqrt{n})^2<5.5^2$

$\therefore 25\le n<30.25$ ··· ❶

n이 자연수이므로 $n=25, 26, 27, 28, 29, 30$

$\therefore a=30$, $b=25$ ··· ❷

$\sqrt{\frac{a}{b}\times c}=\sqrt{\frac{30}{25}\times c}=\sqrt{\frac{2\times3}{5}\times c}$이므로

$c=2\times3\times5\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수 c는 $2\times3\times5=30$ ··· ❸

답 30

채점 기준	비율
❶ n의 값의 범위를 구할 수 있다.	30 %
❷ a, b의 값을 구할 수 있다.	30 %
❸ 가장 작은 자연수 c의 값을 구할 수 있다.	40 %

0133 $\sqrt{1}=1$, $\sqrt{4}=2$, $\sqrt{9}=3$이므로

(i) $1 \le x < 4$일 때, $\quad 1 \le \sqrt{x} < 2$

$\therefore f(1)=f(2)=f(3)=1$

(ii) $4 \le x < 9$일 때, $\quad 2 \le \sqrt{x} < 3$

$\therefore f(4)=f(5)=f(6)=f(7)=f(8)=2$

(iii) $x=9$일 때, $\quad \sqrt{x}=3$

$\therefore f(9)=3$

이상에서

(주어진 식)$=1\times3+2\times5+3=16$ 답 ②

0134 $\sqrt{25}<\sqrt{32}<\sqrt{36}$이므로

$5<\sqrt{32}<6 \quad \therefore a=5$ — $\sqrt{32}$보다 작은 자연수는 1, 2, 3, 4, 5

또 $\sqrt{64}<\sqrt{72}<\sqrt{81}$이므로

$8<\sqrt{72}<9 \quad \therefore b=8$ — $\sqrt{72}$보다 작은 자연수는 1, 2, 3, …, 8

$\therefore b-a=3$ 답 ③

0135 $\sqrt{16}<\sqrt{20}<\sqrt{25}$이므로

$4<\sqrt{20}<5 \quad \therefore \langle 20\rangle=4$ ··· ❶

$\sqrt{49}<\sqrt{50}<\sqrt{64}$이므로

$7<\sqrt{50}<8 \quad \therefore \langle 50\rangle=7$ ··· ❷

$\therefore \langle 20\rangle+\langle 50\rangle=11$ ··· ❸

답 11

채점 기준	비율
❶ $\langle 20\rangle$의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ $\langle 50\rangle$의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $\langle 20\rangle+\langle 50\rangle$의 값을 구할 수 있다.	20 %

0136 $\sqrt{x}$ 이하의 자연수의 개수가 5이려면

$5\le\sqrt{x}<6 \quad \therefore 25\le x<36$

따라서 자연수 x는 25, 26, 27, …, 35의 11개이다. 답 ②

0137 $\sqrt{1}=1$, $\sqrt{4}=2$, $\sqrt{9}=3$, $\sqrt{16}=4$, $\sqrt{25}=5$, …이므로

$f(1)=0$, $f(2)=f(3)=f(4)=1$,

$f(5)=f(6)=f(7)=f(8)=f(9)=2$,

$f(10)=f(11)=f(12)=\cdots=f(16)=3$,

$f(17)=f(18)=f(19)=\cdots=f(25)=4$

이때 $0+1\times3+2\times5+3\times7+4\times3=46$이므로 구하는 n의 값은 $f(x)=4$를 만족시키는 x의 값 중 세 번째로 작은 값이다.

$\therefore n=19$ 답 19

0138 1st (ㄱ)의 참, 거짓을 판별한다.

(ㄱ) a, b가 양수 A의 제곱근이므로 $\quad a^2=A$, $b^2=A$

$\therefore a^2=b^2$

2nd (ㄴ), (ㄷ)의 참, 거짓을 판별한다.

(ㄴ), (ㄷ) 양수 A의 제곱근은 $\sqrt{A}$, $-\sqrt{A}$이고, $\sqrt{A}>0$, $-\sqrt{A}<0$이므로 $\quad ab<0$, $a+b=0$

이상에서 (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ) 모두 옳다. 답 ⑤

0139 1st 두 원의 넓이의 비를 구한다.

닮음비가 $2:3$인 두 원의 넓이의 비는

$2^2:3^2=4:9$

2nd 큰 원의 반지름의 길이를 구한다.

두 원의 넓이를 각각 $4x\text{ cm}^2$, $9x\text{ cm}^2$라 하면

$4x+9x=65\pi, \qquad 13x=65\pi$

$\therefore x=5\pi$

따라서 큰 원의 넓이는 $9x=45\pi\ (\text{cm}^2)$이므로 큰 원의 반지름의 길이는 $\sqrt{45}$ cm이다. 답 $\sqrt{45}$ cm

SSEN 특강

① 닮은 두 평면도형의 닮음비가 $m:n$이면 넓이의 비는

$m^2:n^2$

② 닮은 두 입체도형의 닮음비가 $m:n$이면 부피의 비는

$m^3:n^3$

0140 1st 처음 정사각형의 넓이를 구한다.

처음 정사각형의 넓이는

$12^2=144\ (\text{cm}^2)$

2nd 각 단계에서 만들어지는 정사각형의 넓이를 구한다.

[1단계], [2단계], [3단계], [4단계]에서 만들어지는 정사각형의 넓이는 각각

$144\div2=72\ (\text{cm}^2)$, $72\div2=36\ (\text{cm}^2)$,

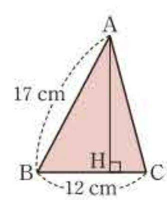
$36\div2=18\ (\text{cm}^2)$, $18\div2=9\ (\text{cm}^2)$

3rd [4단계]에서 만들어지는 정사각형의 한 변의 길이를 구한다.

[4단계]에서 만들어지는 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{9}=3\ (\text{cm})$이다. 답 3 cm

0141 1st 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{AH}$의 길이를 구한다.

오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle ABC$의 넓이가 90 cm^2이므로



$\frac{1}{2}\times12\times\overline{AH}=90$

$\therefore \overline{AH}=15\ (\text{cm})$

2nd $\overline{BH}$의 길이를 구한다.

$\triangle ABH$에서

$\overline{BH}=\sqrt{17^2-15^2}=\sqrt{64}=8\ (\text{cm})$

3rd $\overline{AC}$의 길이를 구한다.

$\overline{HC}=12-8=4\ (\text{cm})$이므로 $\triangle AHC$에서

$\overline{AC}=\sqrt{15^2+4^2}=\sqrt{241}\ (\text{cm})$ 답 $\sqrt{241}$ cm

0142 1st b를 a에 대한 식으로 나타낸다.

$a<0$에서 $-a>0$이므로

$b=\sqrt{(-a)^2}=-a$

2nd c를 a에 대한 식으로 나타낸다.

$-a>0$이므로 $\quad b>0$

$\therefore c=-\sqrt{16b^2}=-\sqrt{(4b)^2}=-4b$

$=-4\times(-a)=4a$

3rd $a-b+c$를 a에 대한 식으로 나타낸다.

$a-b+c=a-(-a)+4a=6a$ 답 ⑤

0143 1st $x\geq2$일 때, x의 값을 구한다.

(1) $x\geq2$일 때,

$x+2>0$, $x-2\geq0$이므로 주어진 등식은

$(x+2)-(x-2)=x-1$

$4=x-1 \qquad \therefore x=5$

2nd $-2\leq x<2$일 때, x의 값을 구한다.

(2) $-2\leq x<2$일 때,

$x+2\geq0$, $x-2<0$이므로 주어진 등식은

$(x+2)-\{-(x-2)\}=x-1$

$2x=x-1 \qquad \therefore x=-1$

3rd $x<-2$일 때, x의 값을 구한다.

(3) $x<-2$일 때,

$x+2<0$, $x-2<0$이므로 주어진 등식은

$-(x+2)-\{-(x-2)\}=x-1$

$-4=x-1 \qquad \therefore x=-3$

답 (1) 5 (2) -1 (3) -3

0144 1st 주어진 조건을 이용하여 a, b, c의 부호를 구한다.

조건 (나)에서 $a(b-c)<0$이고, 조건 (가)에 의하여 $b-c>0$이므로

$c<b$이므로 $b-c>0$

$a<0$

이때 조건 (다)에서 $abc>0$이므로

$bc<0$

또 조건 (가)에서 $c<b$이므로

$c<0$, $b>0$

2nd 주어진 식을 간단히 한다.

$a-b<0$, $c<0$, $a-b+c<0$이므로

(주어진 식) $=-(a-b)-c-\{-(a-b+c)\}$

$=-a+b-c+a-b+c$

$=0$ 답 0

0145 1st 모든 경우의 수를 구한다.

모든 경우의 수는 $\quad 6\times6=36$

2nd 조건을 만족시키는 x, y의 순서쌍 (x, y)의 개수를 구한다.

$24xy=2^3\times3\times xy$에서 $xy=2\times3\times$(자연수)^2 꼴이어야 하므로

$xy=2\times3$, $2\times3\times2^2$ ($\because 1\leq xy\leq36$)

각 경우를 만족시키는 x, y의 순서쌍 (x, y)는

(i) $xy=2\times3=6$인 경우

$(1, 6)$, $(2, 3)$, $(3, 2)$, $(6, 1)$의 4개

(ii) $xy=2\times3\times2^2=24$인 경우

$(4, 6)$, $(6, 4)$의 2개

(i), (ii)에서 조건을 만족시키는 x, y의 순서쌍 (x, y)의 개수는

$4+2=6$

3rd $\sqrt{24xy}$가 자연수가 될 확률을 구한다.

구하는 확률은 $\quad \dfrac{6}{36}=\dfrac{1}{6}$ 답 ④

SSEN 특강

(사건 A가 일어날 확률) $=\dfrac{(\text{사건 } A\text{가 일어나는 경우의 수})}{(\text{일어나는 모든 경우의 수})}$

0146 1st $f(n)=2$의 의미를 파악하고 n의 조건을 구한다.

$f(n)=2$는 $\sqrt{na}$가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 a가 2라는 것을 의미한다.

즉 $\sqrt{2n}$이 자연수이므로 $n=2\times$(자연수)^2 꼴이어야 한다.

2nd 자연수 n의 개수를 구한다.

200 이하의 자연수 n은

2, 2×2^2, 2×3^2, $\cdots$, 2×10^2의 10개 답 10

0147 1st $\sqrt{x+52}-\sqrt{97-y}$가 가장 작은 정수가 될 조건을 구한다.

$\sqrt{x+52}-\sqrt{97-y}$가 가장 작은 정수가 되려면 $\sqrt{x+52}$는 가장 작은 자연수, $\sqrt{97-y}$는 가장 큰 자연수가 되어야 한다.

2nd $x+y$의 값을 구한다.

$\sqrt{x+52}$가 가장 작은 자연수가 되어야 하므로

52보다 큰 (자연수)^2 꼴인 수 중에서 가장 작은 수를 찾는다.

$x+52=64 \qquad \therefore x=12$

$\sqrt{97-y}$가 가장 큰 자연수가 되어야 하므로

97보다 작은 (자연수)^2 꼴인 수 중에서 가장 큰 수를 찾는다.

$97-y=81 \qquad \therefore y=16$

$\therefore x+y=28$ 답 28

0148 1st (ㄱ)의 참, 거짓을 판별한다.

(ㄱ) $0<a<1$이므로

$\dfrac{1}{a}>1 \qquad \therefore a<\dfrac{1}{a}$

2nd (ㄴ)의 참, 거짓을 판별한다.

(ㄴ) $0<\sqrt{a}<\sqrt{1}$이므로

$0<\sqrt{a}<1 \qquad \therefore \sqrt{a}-1<0$

3rd (ㄷ)의 참, 거짓을 판별한다.

(ㄷ) $0<a^2<1$이고, $0<\sqrt{a}<1$에서 $\dfrac{1}{\sqrt{a}}>1$이므로

$a^2<\dfrac{1}{\sqrt{a}}$

4th (ㄹ)의 참, 거짓을 판별한다.

(ㄹ) $a-1<0$이므로

$\sqrt{(a-1)^2}=-(a-1)=1-a$

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ), (ㄹ)의 3개이다. 답 ④

0149 1st n의 양의 제곱근이 $5+p$임을 식으로 나타낸다.

n의 양의 제곱근이 $5+p$이므로

$\sqrt{n}=5+p$

2nd p의 값의 범위를 이용하여 n의 값의 범위를 구한다.

$1<p<2$이므로 $\quad 6<5+p<7$

즉 $6<\sqrt{n}<7$이므로 $\quad 36<n<49$ …… ㉠

3rd 자연수 n의 값 중 가장 큰 값을 구한다.

㉠을 만족시키는 자연수 n의 값 중 가장 큰 값은 48이다.

답 48

0150 1st 분모가 21인 기약분수를 $\frac{x}{21}$라 하고 부등식을 세운다.

$\sqrt{\frac{1}{7}}$과 $\sqrt{\frac{1}{3}}$ 사이에 있는 분수 중 분모가 21인 기약분수를 $\frac{x}{21}$ (x는 자연수)라 하면

$$\sqrt{\frac{1}{7}}<\frac{x}{21}<\sqrt{\frac{1}{3}}$$

2nd 부등식을 만족시키는 자연수 x의 값을 구한다.

$\left(\sqrt{\frac{1}{7}}\right)^2<\left(\frac{x}{21}\right)^2<\left(\sqrt{\frac{1}{3}}\right)^2$이므로

$$\frac{1}{7}<\frac{x^2}{441}<\frac{1}{3} \qquad \therefore \underline{63<x^2<147}$$

$x^2=64,\ 81,\ 100,\ 121,\ 144$

이를 만족시키는 자연수 x는 8, 9, 10, 11, 12이다.

3rd 기약분수의 개수를 구한다.

$\frac{9}{21}$, $\frac{12}{21}$는 기약분수가 아니므로 구하는 기약분수는 $\frac{8}{21}$, $\frac{10}{21}$, $\frac{11}{21}$의 3개이다.

답 3

0151 1st $2\le\sqrt{nx}<3$의 각 변을 제곱하고, nx가 자연수임을 이용하여 x의 값을 구한다.

$2\le\sqrt{nx}<3$에서 $4\le nx<9$이고, nx는 자연수이므로

$nx=4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8$

$\therefore x=\frac{4}{n},\ \frac{5}{n},\ \frac{6}{n},\ \frac{7}{n},\ \frac{8}{n}$

2nd 모든 x의 값의 합이 15임을 이용하여 n의 값을 구한다.

$\frac{4}{n}+\frac{5}{n}+\frac{6}{n}+\frac{7}{n}+\frac{8}{n}=15$이므로

$\frac{30}{n}=15 \qquad \therefore n=2$

답 ②

0152 1st $N(15)$, $N(16)$, $\cdots$, $N(24)$의 값을 구한다.

$\sqrt{16}=4$, $\sqrt{25}=5$이므로

$N(15)=N(16)=3$,

$N(17)=N(18)=\cdots=N(24)=4$

2nd 주어진 식의 값을 구한다.

$$(\text{주어진 식})=\frac{\sqrt{3\times3\times4\times4\times4\times4}}{\sqrt{4\times4\times4\times4}}=\frac{\sqrt{3^2\times4^4}}{\sqrt{4^4}}=\frac{\sqrt{(3\times4^2)^2}}{\sqrt{(4^2)^2}}=\frac{3\times4^2}{4^2}=3$$

답 ②

SSEN 특강

지수법칙

m, n이 자연수일 때

(1) $a^m\times a^n=a^{m+n}$

(2) $(a^m)^n=a^{mn}$

(3) $a\ne0$일 때

① $m>n$이면 $\quad a^m\div a^n=a^{m-n}$

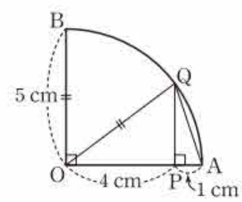
② $m=n$이면 $\quad a^m\div a^n=1$

③ $m<n$이면 $\quad a^m\div a^n=\frac{1}{a^{n-m}}$

(4) ① $(ab)^m=a^mb^m$

② $\left(\frac{a}{b}\right)^m=\frac{a^m}{b^m}$ (단, $b\ne0$)

0153 전략 먼저 피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{QP}$의 길이를 구한다.



풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OQ}$를 그으면 $\overline{OQ}=5$ cm이므로 $\triangle OPQ$에서

$\overline{QP}=\sqrt{5^2-4^2}=3$ (cm) … ❶

$\overline{PA}=5-4=1$ (cm)이므로 $\triangle AQP$에서

$\overline{AQ}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$ (cm) … ❷

답 $\sqrt{10}$ cm

채점 기준	비율
❶ $\overline{QP}$의 길이를 구할 수 있다.	50 %
❷ $\overline{AQ}$의 길이를 구할 수 있다.	50 %

0154 전략 $k>0$이면 $\sqrt{k^2}=k$, $k<0$이면 $\sqrt{k^2}=-k$임을 이용한다.

풀이 $5x+6>3(x+4)$에서 $\quad 5x+6>3x+12$

$2x>6 \qquad \therefore x>3$ … ❶

따라서 $x+3>0$, $x>0$, $3-x<0$이므로 … ❷

$(\text{주어진 식})=\sqrt{\{3(x+3)\}^2}-\sqrt{(2x)^2}+\sqrt{(3-x)^2}$

$=3(x+3)-2x-(3-x)$ … ❸

$=3x+9-2x-3+x$

$=2x+6$ … ❹

답 $2x+6$

채점 기준	비율
❶ x의 값의 범위를 구할 수 있다.	20 %
❷ $x+3$, x, $3-x$의 부호를 구할 수 있다.	20 %
❸ 주어진 식의 근호를 없앨 수 있다.	40 %
❹ 주어진 식을 간단히 할 수 있다.	20 %

0155 전략 x의 값의 범위를 나누어 a, b의 값을 구한다.

풀이 (i) $x>a$, $x>-b$일 때,

$x-a>0$, $x+b>0$이므로

$(\text{좌변})=(x-a)+2(x+b)=3x-a+2b$

이때 $3x-a+2b=3x-9$이므로

$-a+2b=-9$

(ⅱ) $x>a$, $x<-b$일 때,

$x-a>0$, $x+b<0$이므로

$(\text{좌변})=(x-a)-2(x+b)=-x-a-2b$

$\therefore -x-a-2b\neq 3x-9$

(ⅲ) $x<a$, $x>-b$일 때,

$x-a<0$, $x+b>0$이므로

$(\text{좌변})=-(x-a)+2(x+b)=x+a+2b$

$\therefore x+a+2b\neq 3x-9$

(ⅳ) $x<a$, $x<-b$일 때,

$x-a<0$, $x+b<0$이므로

$(\text{좌변})=-(x-a)-2(x+b)=-3x+a-2b$

$\therefore -3x+a-2b\neq 3x-9$

이상에서 $-a+2b=-9$ ⋯ ❶

이때 $a+b=6$이므로 두 식을 연립하여 풀면

$a=7$, $b=-1$ ⋯ ❷

따라서 바르게 계산한 식은 $x-a<0$, $x+b>0$일 때의 식이다.

$-(x-7)+2(x-1)=x+5$ ⋯ ❸

답 $x+5$

채점 기준	비율
❶ x의 값의 범위를 나누어 a, b 사이의 관계식을 구할 수 있다.	50 %
❷ a, b의 값을 구할 수 있다.	20 %
❸ 바르게 계산한 식을 구할 수 있다.	30 %

0156 전략 근호 안의 식을 소인수분해하여 소인수의 지수가 모두 짝수가 되도록 하는 n의 값을 구한다.

풀이 $1\times2\times3\times\cdots\times9\times10$

$=1\times2\times3\times2^2\times5\times(2\times3)\times7\times2^3\times3^2\times(2\times5)$

$=2^8\times3^4\times5^2\times7$ ⋯ ❶

이므로 $n=7\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다. ⋯ ❷

따라서 두 자리 자연수 n은 7×2^2, 7×3^2의 2개이다. ⋯ ❸

답 2

채점 기준	비율
❶ $1\times2\times3\times\cdots\times9\times10$을 소인수분해할 수 있다.	40 %
❷ n의 조건을 구할 수 있다.	30 %
❸ 두 자리 자연수 n의 개수를 구할 수 있다.	30 %

0157 전략 $\sqrt{20n}$, $\sqrt{56-n}$이 모두 자연수가 되도록 하는 자연수 n의 값을 구한다.

풀이 진료실과 주사실의 한 변의 길이는 각각 $\sqrt{20n}$, $\sqrt{56-n}$이고, 모두 자연수이다.

$20n=2^2\times5\times n$이므로 $n=5\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

$\therefore n=5, 20, 45, 80, \cdots$ ⋯⋯ ㉠ ⋯ ❶

$56-n$은 56보다 작은 $(\text{자연수})^2$ 꼴인 수이어야 하므로

$56-n=1, 4, 9, 16, 25, 36, 49$

$\therefore n=55, 52, 47, 40, 31, 20, 7$ ⋯⋯ ㉡ ⋯ ❷

㉠, ㉡에서 $n=20$이므로 주사실의 넓이는

$56-20=36$ ⋯ ❸

답 36

채점 기준	비율
❶ $\sqrt{20n}$이 자연수가 되도록 하는 n의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ $\sqrt{56-n}$이 자연수가 되도록 하는 n의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ 주사실의 넓이를 구할 수 있다.	20 %

0158 전략 $k>0$이면 $\sqrt{k^2}=k$, $k<0$이면 $\sqrt{k^2}=-k$임을 이용하여 식을 간단히 한 후 대소를 비교한다.

풀이 $a-1<0$이므로

$\sqrt{(a-1)^2}=-(a-1)=1-a$

$1-b>0$이므로

$\sqrt{(1-b)^2}=1-b$

$a<1$, $b<1$에서 $ab<1$

즉 $ab-1<0$이므로

$\sqrt{(ab-1)^2}=-(ab-1)=1-ab$

$a>0$이므로 $\dfrac{1}{\sqrt{a^2}}=\dfrac{1}{a}$

$b>0$이므로 $\dfrac{1}{\sqrt{b^2}}=\dfrac{1}{b}$ ⋯ ❶

이때 $0<ab<a<b$이므로 $b<1$의 양변에 a를 곱하면 $ab<a$ ($\because a>0$)

$-b<-a<-ab<0$

$1-b<1-a<1-ab<1$

$\therefore \sqrt{(1-b)^2}<\sqrt{(a-1)^2}<\sqrt{(ab-1)^2}<1$

또 $\dfrac{1}{a}>\dfrac{1}{b}>1$이므로

$1<\dfrac{1}{\sqrt{b^2}}<\dfrac{1}{\sqrt{a^2}}$

$\therefore \sqrt{(1-b)^2}<\sqrt{(a-1)^2}<\sqrt{(ab-1)^2}<\dfrac{1}{\sqrt{b^2}}<\dfrac{1}{\sqrt{a^2}}$ ⋯ ❷

따라서 작은 값부터 차례대로 나열할 때, 세 번째에 오는 식은

$\sqrt{(ab-1)^2}=1-ab$ ⋯ ❸

답 $1-ab$

채점 기준	비율
❶ 주어진 식의 근호를 없앨 수 있다.	40 %
❷ 주어진 식의 대소를 비교할 수 있다.	40 %
❸ 세 번째에 오는 식을 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있다.	20 %

02 무리수와 실수

0159 답 무

0160 $-\sqrt{25}=-5$이므로 유리수이다. 답 유

0161 $\sqrt{0.16}=0.4$이므로 유리수이다. 답 유

0162 답 무

0163 답 유

0164 $\sqrt{(-7)^2}=7$이므로 유리수이다. 답 유

0165 답 ×

0166 답 ○

0167 순환소수는 무한소수이지만 유리수이다. 답 ×

0168 답 ○

0169 답 2.665

0170 답 2.709

0171 답 2.655

0172 답 2.687

0173 $\overline{AP}=\overline{AC}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $\sqrt{13}$이다. 답 $\sqrt{13}$

0174 $\overline{AP}=\overline{AC}=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $-\sqrt{10}$이다. 답 $-\sqrt{10}$

0175 답 ○

0176 답 ○

0177 답 ×

0178 (1) $1=\sqrt{1}$, $2=\sqrt{4}$이므로 $1<\sqrt{2}<2$

$\therefore -2<-\sqrt{2}<-1$, $2<1+\sqrt{2}<3$

$3=\sqrt{9}$이므로 $2<\sqrt{5}<3$

$-3<-\sqrt{5}<-2$ $\quad\therefore 0<3-\sqrt{5}<1$

따라서 세 점 A, B, C에 대응하는 수는 각각

$-\sqrt{2}$, $3-\sqrt{5}$, $1+\sqrt{2}$

(2) 주어진 세 수의 대소를 비교하면

$-\sqrt{2}<3-\sqrt{5}<1+\sqrt{2}$

답 (1) A: $-\sqrt{2}$, B: $3-\sqrt{5}$, C: $1+\sqrt{2}$
(2) $-\sqrt{2}<3-\sqrt{5}<1+\sqrt{2}$

0179 $\sqrt{\frac{1}{9}}=\frac{1}{3}$, $-\sqrt{(-6)^2}=-6$은 유리수이다.

따라서 무리수는 $-\sqrt{0.4}$, $5+\sqrt{2}$의 2개이다. 답 2

0180 각 정사각형의 한 변의 길이를 구해 보면 다음과 같다.

① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{6}$ ③ $\sqrt{16}=4$
④ $\sqrt{24}$ ⑤ $\sqrt{30}$ 답 ③

0181 ① $\pm\sqrt{1.44}=\pm1.2$

③ $\sqrt{0.\dot{4}}=\sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{2}{3}$

⑤ $\sqrt{0.09}-\sqrt{1}=0.3-1=-0.7$ 답 ②, ④

0182 (ㄱ) (무리수)+(유리수)=(무리수)이므로 $a+1$은 무리수이다.

(ㄴ) $a=\sqrt{3}$이면 $\sqrt{3}a=(\sqrt{3})^2=\underbrace{3}_{\text{유리수}}$

(ㄷ) (0이 아닌 유리수)×(무리수)=(무리수)이므로 $2a$는 무리수이다.

(ㄹ) $a=\sqrt{2}$이면 $a^2=(\sqrt{2})^2=\underbrace{2}_{\text{유리수}}$

(ㅁ) $a=\sqrt{2}$이면 $a-\sqrt{2}=\sqrt{2}-\sqrt{2}=\underbrace{0}_{\text{유리수}}$

이상에서 항상 무리수인 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다. 답 ②

0183 두 자리 자연수는

10, 11, 12, ⋯, 99의 90개 ⋯ ❶

두 자리 자연수 중에서 (자연수)^2 꼴인 수는

4^2, 5^2, 6^2, 7^2, 8^2, 9^2의 6개 ⋯ ❷

따라서 $\sqrt{x}$가 무리수가 되도록 하는 x의 개수는

$90-6=84$ ⋯ ❸

답 84

채점 기준	비율
❶ 두 자리 자연수의 개수를 구할 수 있다.	20 %
❷ 두 자리 자연수 중에서 (자연수)^2 꼴인 수의 개수를 구할 수 있다.	40 %
❸ x의 개수를 구할 수 있다.	40 %

0184 ① 소수는 유한소수와 무한소수로 이루어져 있다.

④ 순환소수가 아닌 무한소수는 무리수이다.

⑤ 순환소수는 무한소수이지만 유리수이다.

답 ②, ③

0185 ④ $\sqrt{25}=5$와 같이 근호 안의 수가 (유리수)^2 꼴이면 유리수이다. 답 ④

0186 ④ 무리수는 기약분수로 나타낼 수 없다. 답 ④

└ 분자와 분모가 서로소인 정수로 이루어진 분수

0187 □ 안에 알맞은 것은 순환소수가 아닌 무한소수이다.

└ 무리수

③ 근호 안의 수가 (유리수)^2 꼴이면 유리수이다.

④ 무리수는 유한소수로 나타낼 수 없다.

답 ③, ④

0188 ② 순환소수가 아닌 무한소수는 무리수이고 실수이다.

⑤ 실수 중 정수가 아닌 수는 유리수 또는 무리수이다.

답 ②, ⑤

0189 □ 안에 알맞은 것은 무리수이다.

① $\sqrt{0.16}=0.4$ ② $\sqrt{\frac{25}{4}}=\frac{5}{2}$

③ $-\frac{2}{\sqrt{9}}=-\frac{2}{3}$ ④ $3-\sqrt{4}=3-2=1$ 답 ⑤

0190 ② 무리수는 순환소수로 나타낼 수 없다.
③ 실수 중 무리수가 아닌 수는 유리수이다.
④ $\frac{1}{2}$은 정수가 아니지만 유리수이다.
⑤ 정수는 유리수이다. 답 ①

0191 $\sqrt{5.63}=2.373$이므로 $a=2.373$
$\sqrt{5.83}=2.415$이므로 $b=5.83$
$\therefore 1000a-100b=2373-583=1790$ 답 ③

0192 $a=5.874$, $b=5.718$이므로
$a+b=11.592$ 답 11.592

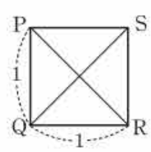
0193 $\sqrt{65.1}=8.068$이므로 $a=65.1$ ··· ❶
$\sqrt{67.3}=8.204$이므로 $b=67.3$ ··· ❷
$\frac{a+b}{2}=66.2$이므로
$\sqrt{\frac{a+b}{2}}=\sqrt{66.2}=8.136$ ··· ❸
답 8.136

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	30 %
❷ b의 값을 구할 수 있다.	30 %
❸ $\sqrt{\frac{a+b}{2}}$의 값을 구할 수 있다.	40 %

0194 ①, ②, ③ $\overline{AC}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$이므로
$\overline{AP}=\overline{AC}=\sqrt{5}$ $\therefore$ $P(2+\sqrt{5})$
④ $\overline{AQ}=\overline{AC}=\sqrt{5}$이므로 $Q(2-\sqrt{5})$
⑤ $\overline{BP}=\overline{AP}-\overline{AB}=\sqrt{5}-1$
답 ③

0195 ① 정사각형 ABCD의 넓이가 14이므로
$\overline{AB}=\sqrt{14}$ $\therefore$ $\overline{AQ}=\overline{AB}=\sqrt{14}$
② 정사각형 EFGH의 넓이가 5이므로
$\overline{EF}=\sqrt{5}$ $\therefore$ $\overline{ES}=\overline{EF}=\sqrt{5}$
③ $\overline{AP}=\overline{AD}=\overline{AB}=\sqrt{14}$이므로 $P(-\sqrt{14})$
④ $\overline{ER}=\overline{EH}=\overline{EF}=\sqrt{5}$이므로 $R(7-\sqrt{5})$
⑤ $\overline{ES}=\sqrt{5}$이므로 $S(7+\sqrt{5})$
답 ④

0196 오른쪽 그림과 같은 정사각형 PQRS의 대각선의 길이는 △PQR에서

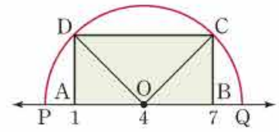


$\overline{PR}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$
즉 세 정사각형의 대각선의 길이가 모두 $\sqrt{2}$이므로 각 점의 좌표를 구하면 다음과 같다.
$A(-\sqrt{2})$, $B(-1+\sqrt{2})$, $C(2-\sqrt{2})$,
$D(1+\sqrt{2})$, $E(2+\sqrt{2})$
따라서 $2-\sqrt{2}$에 대응하는 점은 C이다. 답 점 C

0197 (1) $\overline{AC}=\sqrt{4^2+2^2}=\sqrt{20}$ ··· ❶
(2) $\overline{AQ}=\overline{AC}=\sqrt{20}$이므로 점 A에 대응하는 수는
$-3-\sqrt{20}+\sqrt{20}=-3$ ··· ❷
(3) $\overline{AP}=\overline{AC}=\sqrt{20}$이므로 점 P에 대응하는 수는
$-3+\sqrt{20}$ ··· ❸
답 (1) $\sqrt{20}$ (2) -3 (3) $-3+\sqrt{20}$

채점 기준	비율
❶ $\overline{AC}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %
❷ 점 A에 대응하는 수를 구할 수 있다.	40 %
❸ 점 P에 대응하는 수를 구할 수 있다.	30 %

0198 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$, $\overline{OC}$를 그으면 △ODA에서



$\overline{OD}=\sqrt{3^2+3^2}=\sqrt{18}$
△OCB에서
$\overline{OC}=\sqrt{3^2+3^2}=\sqrt{18}$
$\overline{OP}=\overline{OD}=\sqrt{18}$이므로 $P(4-\sqrt{18})$
$\overline{OQ}=\overline{OC}=\sqrt{18}$이므로 $Q(4+\sqrt{18})$
답 $P(4-\sqrt{18})$, $Q(4+\sqrt{18})$

0199 ③ 정수 0과 1 사이에는 정수가 없다.
⑤ 수직선은 유리수와 무리수, 즉 실수에 대응하는 점들로 완전히 메울 수 있다.
└ 무리수에 대응하는 점만으로는 수직선을 완전히 메울 수 없다.
답 ③, ⑤

0200 ① 1에 가장 가까운 유리수는 찾을 수 없다.
③ 서로 다른 두 무리수 사이에는 무수히 많은 유리수도 있다.
④ $\frac{1}{12}$과 $\frac{7}{12}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 있다.
답 ②, ⑤

0201 지율: 1에 가장 가까운 무리수는 알 수 없다.
은호: 모든 무리수는 각각 수직선 위의 한 점에 대응한다.
따라서 옳지 않은 설명을 한 학생은 지율, 은호이다.
답 지율, 은호

0202 $1<\sqrt{2}<2$이므로
(ㄴ) x는 1의 1개 (ㄹ) x는 -1, 0, 1의 3개
이상에서 x의 값이 무수히 많은 것은 (ㄱ), (ㄷ), (ㅁ)의 3개이다.
답 3

0203 $\sqrt{9}<\sqrt{10}<\sqrt{16}$, 즉 $3<\sqrt{10}<4$이므로
$1<\sqrt{10}-2<2$
따라서 $\sqrt{10}-2$에 대응하는 점은 D이다. 답 ④

0204 $\sqrt{4}<\sqrt{7}<\sqrt{9}$, 즉 $2<\sqrt{7}<3$이므로
$-3<-\sqrt{7}<-2$ $\therefore$ $3<6-\sqrt{7}<4$
따라서 $6-\sqrt{7}$에 대응하는 점은 구간 A에 있다. 답 ①

0205 (i) $\sqrt{4}<\sqrt{8}<\sqrt{9}$, 즉 $2<\sqrt{8}<3$이므로 $\sqrt{8}$에 대응하는 점은 구간 F에 있다. ⋯ ❶

(ii) $1<\sqrt{3}<\sqrt{4}$, 즉 $1<\sqrt{3}<2$이므로

$-2<-\sqrt{3}<-1$

따라서 $-\sqrt{3}$에 대응하는 점은 구간 B에 있다. ⋯ ❷

(iii) $1<\sqrt{2}<\sqrt{4}$, 즉 $1<\sqrt{2}<2$이므로

$-2<-\sqrt{2}<-1$　　$\therefore -1<1-\sqrt{2}<0$

따라서 $1-\sqrt{2}$에 대응하는 점은 구간 C에 있다. ⋯ ❸

답 구간 F, 구간 B, 구간 C

채점 기준	비율
❶ $\sqrt{8}$에 대응하는 점이 있는 구간을 찾을 수 있다.	30 %
❷ $-\sqrt{3}$에 대응하는 점이 있는 구간을 찾을 수 있다.	30 %
❸ $1-\sqrt{2}$에 대응하는 점이 있는 구간을 찾을 수 있다.	40 %

0206 $\sqrt{4}<\sqrt{7}<\sqrt{9}$, 즉 $2<\sqrt{7}<3$이므로

$-3<-\sqrt{7}<-2$

따라서 점 A에 대응하는 수는 $-\sqrt{7}$이므로

$a=-\sqrt{7}$

$1<\sqrt{3}<\sqrt{4}$, 즉 $1<\sqrt{3}<2$이므로 점 C에 대응하는 수는 $\sqrt{3}$이다.

$\therefore b=\sqrt{3}$

$\therefore a^2-b^2=(-\sqrt{7})^2-(\sqrt{3})^2=7-3=4$　　답 4

참고 $3<2+\sqrt{3}<4$, $-2<1-\sqrt{5}<-1$이므로 $2+\sqrt{3}$, $1-\sqrt{5}$는 각각 점 D, 점 B에 대응하는 수이다.

0207 $\sqrt{65}+\sqrt{121}=\sqrt{65}+11$

이때 $\sqrt{64}<\sqrt{65}<\sqrt{81}$, 즉 $8<\sqrt{65}<9$이므로

$19<\sqrt{65}+11<20$

따라서 수직선에서 $\sqrt{65}+\sqrt{121}$에 대응하는 점은 두 정수 19, 20에 각각 대응하는 두 점 사이에 있으므로

$a=19$　　$\therefore 3a=57$　　답 57

0208 ⑤ $4=\sqrt{16}$이므로　　$4>\sqrt{15}$

따라서 4는 $\sqrt{3}$과 $\sqrt{15}$ 사이의 수가 아니다.　　답 ⑤

0209 $2=\sqrt{4}$, $3=\sqrt{9}$이므로 2와 3 사이에 있는 수는

$\sqrt{7}$, $\sqrt{6.25}$, $\sqrt{\frac{15}{2}}$, $\sqrt{\frac{41}{6}}$

의 4개이다.　　답 ②

0210 $\sqrt{9}<\sqrt{10}<\sqrt{16}$, 즉 $3<\sqrt{10}<4$이고 $5=\sqrt{25}$이다.

① $3<\sqrt{10}<4$에서　　$4<\sqrt{10}+1<5$

② $\sqrt{\frac{47}{2}}=\sqrt{23.5}$

③ $1<\sqrt{3}<\sqrt{4}$, 즉 $1<\sqrt{3}<2$이므로　　$4<\sqrt{3}+3<5$

④ $3<\sqrt{10}<4$에서　　$5<\sqrt{10}+2<6$

⑤ $\sqrt{4}<\sqrt{6}<\sqrt{9}$, 즉 $2<\sqrt{6}<3$이므로　　$4<\sqrt{6}+2<5$

따라서 $\sqrt{10}+2$는 $\sqrt{10}$과 5 사이의 수가 아니다.　　답 ④

0211 $\sqrt{4}<\sqrt{6}<\sqrt{9}$, 즉 $2<\sqrt{6}<3$이므로

$-1<\sqrt{6}-3<0$ ⋯ ❶

또 $2<\sqrt{6}<3$에서　　$-3<-\sqrt{6}<-2$

$\therefore 4<7-\sqrt{6}<5$ ⋯ ❷

따라서 $\sqrt{6}-3$과 $7-\sqrt{6}$ 사이에 있는 정수는 0, 1, 2, 3, 4이므로 구하는 합은

$0+1+2+3+4=10$ ⋯ ❸

답 10

채점 기준	비율
❶ $\sqrt{6}-3$이 어떤 연속한 두 정수 사이에 있는지 구할 수 있다.	30 %
❷ $7-\sqrt{6}$이 어떤 연속한 두 정수 사이에 있는지 구할 수 있다.	30 %
❸ $\sqrt{6}-3$과 $7-\sqrt{6}$ 사이에 있는 모든 정수의 합을 구할 수 있다.	40 %

0212 $\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{9}$, 즉 $2<\sqrt{5}<3$이므로

$-3<-\sqrt{5}<-2$

$1<\sqrt{3}<\sqrt{4}$이므로　　$1<\sqrt{3}<2$

① 자연수는 1의 1개이다.

② 정수는 -2, -1, 0, 1의 4개이다.

③ 유리수는 무수히 많다.

④ 무리수는 무수히 많다.

⑤ 실수는 무수히 많다.

답 ②

0213 $\sqrt{4}<\sqrt{6}<\sqrt{9}$, 즉 $2<\sqrt{6}<3$이므로

$1<\sqrt{6}-1<2$

$\sqrt{9}<\sqrt{12}<\sqrt{16}$이므로　　$3<\sqrt{12}<4$

$1<\sqrt{3}<\sqrt{4}$, 즉 $1<\sqrt{3}<2$이므로　　$-2<-3+\sqrt{3}<-1$

$\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{9}$, 즉 $2<\sqrt{5}<3$이므로　　$-3<-\sqrt{5}<-2$

$\therefore 4<7-\sqrt{5}<5$

따라서 네 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 각각

$-3+\sqrt{3}$, $\sqrt{6}-1$, $\sqrt{12}$, $7-\sqrt{5}$

이고, 주어진 네 수의 대소를 비교하면

$-3+\sqrt{3}<\sqrt{6}-1<\sqrt{12}<7-\sqrt{5}$　　답 풀이 참조

0214 $\sqrt{9}<\sqrt{10}<\sqrt{16}$, 즉 $3<\sqrt{10}<4$이므로

$-4<-\sqrt{10}<-3$

$1<\sqrt{2}<\sqrt{4}$, 즉 $1<\sqrt{2}<2$이므로　　$-1<\sqrt{2}-2<0$

$\sqrt{4}<\sqrt{6}<\sqrt{9}$, 즉 $2<\sqrt{6}<3$이므로

$-2<-4+\sqrt{6}<-1$

따라서 세 점 A, B, C에 대응하는 수는 각각

$-\sqrt{10}$, $-4+\sqrt{6}$, $\sqrt{2}-2$

이고, 주어진 세 수의 대소를 비교하면

$-\sqrt{10}<-4+\sqrt{6}<\sqrt{2}-2$　　답 풀이 참조

0215 $\sqrt{4}<\sqrt{7}<\sqrt{9}$, 즉 $2<\sqrt{7}<3$이므로

$-3<-\sqrt{7}<-2$

$\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{9}$, 즉 $2<\sqrt{5}<3$이므로

$-3<-\sqrt{5}<-2$

$\therefore 1<4-\sqrt{5}<2$

$1<\sqrt{2}<\sqrt{4}$, 즉 $1<\sqrt{2}<2$이므로

$-2<\sqrt{2}-3<-1$

$\sqrt{4}<\sqrt{8}<\sqrt{9}$, 즉 $2<\sqrt{8}<3$이므로

$-4<-6+\sqrt{8}<-3$

따라서 네 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 각각

$-6+\sqrt{8}$, $-\sqrt{7}$, $\sqrt{2}-3$, $4-\sqrt{5}$

이므로 가장 큰 수는 $4-\sqrt{5}$, 가장 작은 수는 $-6+\sqrt{8}$이다.

답 $4-\sqrt{5}$, $-6+\sqrt{8}$

0216 1st 유리수가 되는 예를 찾고, 항상 무리수인 것을 구한다.

① $a=0$, $c=\sqrt{2}$이면 $ac=0$

② (유리수)+(무리수)=(무리수)이므로

$a+d=$(무리수)

③ $c=\sqrt{2}$이면 $c^2=2$

④ $c=\sqrt{2}$, $d=-\sqrt{2}$이면 $c+d=0$

⑤ $c=\sqrt{2}$, $d=\sqrt{2}$이면 $\frac{1}{cd}=\frac{1}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{1}{2}$

따라서 항상 무리수인 것은 ②이다.

답 ②

0217 1st $0.\dot{n}=\frac{n}{9}$임을 이용하여 $f(n)$이 유리수가 되도록 하는 n의 개수를 구한다.

$f(n)=\sqrt{0.\dot{n}}=\sqrt{\frac{n}{9}}=\sqrt{\frac{n}{3^2}}$이므로 $\sqrt{\frac{n}{3^2}}$이 유리수가 되도록 하는 한 자리 자연수 n은

$\underbrace{1^2,\ 2^2}_{f(1),\ f(4)\text{는 유리수이다.}}$의 2개

2nd $f(1)$, $f(2)$, $f(3)$, $\cdots$, $f(8)$ 중에서 무리수의 개수를 구한다.

$f(1)$, $f(2)$, $f(3)$, $\cdots$, $f(8)$ 중에서 무리수의 개수는

$8-2=6$

답 6

0218 1st a의 값을 구한다.

점 P와 점 A 사이의 거리는 원의 둘레의 길이와 같으므로

$a=2\pi\times\underbrace{\frac{1}{2}}_{\text{지름의 길이가 1이므로 반지름의 길이는 }\frac{1}{2}\text{이다.}}=\pi$

2nd 옳은 것을 찾는다.

① π는 무리수이다.

② $\pi-\pi=0$은 유리수이다.

④ 2π는 무리수이다.

⑤ $\pi-1$은 무리수이므로 $\frac{n}{m}$ (m, n은 정수, $m\neq0$) 꼴로 나타낼 수 없다.

답 ③

0219 1st $\overline{BD}$의 길이를 구하여 p를 b로 나타낸다.

$\overline{BD}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$이므로

$p=b-\sqrt{2}$

2nd (ㄱ)의 참, 거짓을 판별한다.

(ㄱ) $p=\sqrt{3}$이면 $b=p+\sqrt{2}=\underbrace{\sqrt{3}+\sqrt{2}}_{\text{무리수}}$

$\therefore a=b-1=\underbrace{\sqrt{3}+\sqrt{2}-1}_{\text{무리수}}$

3rd (ㄴ)의 참, 거짓을 판별한다.

(ㄴ) p가 유리수이면 (유리수)$+\sqrt{2}$=(무리수)이므로 b는 무리수이고, (무리수)-1=(무리수)이므로 a도 무리수이다.

4th (ㄷ)의 참, 거짓을 판별한다.

(ㄷ) a가 유리수이면 (유리수)$+1$=(유리수)이므로 b는 유리수이고, (유리수)$-\sqrt{2}$=(무리수)이므로 p는 무리수이다.

이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄷ)이다.

답 ⑤

0220 1st $\langle 1, 2\rangle$, $\langle 2, 3\rangle$, $\langle 3, 4\rangle$, $\cdots$의 값을 구하여 $\langle n, n+1\rangle$의 값을 구한다.

1과 2 사이에 있는 자연수의 양의 제곱근은

$\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$의 2개 $\therefore \langle 1, 2\rangle=\underbrace{2}_{2\times1}$

2와 3 사이에 있는 자연수의 양의 제곱근은

$\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{8}$의 4개 $\therefore \langle 2, 3\rangle=\underbrace{4}_{2\times2}$

3과 4 사이에 있는 자연수의 양의 제곱근은

$\sqrt{10}$, $\sqrt{11}$, $\sqrt{12}$, $\cdots$, $\sqrt{15}$의 6개 $\therefore \langle 3, 4\rangle=\underbrace{6}_{2\times3}$

$\vdots$

$\therefore \langle n, n+1\rangle=2n$

2nd $\langle 2022, 2023\rangle$의 값을 구한다.

$\langle 2022, 2023\rangle=2\times2022=4044$

답 4044

0221 1st 정수인 x의 개수를 구한다.

① $2<\sqrt{5}<3$, $4<\sqrt{19}<5$이므로 정수인 x는 3, 4의 2개이다.

2nd 두 실수 사이의 유리수, 무리수, 실수는 무수히 많음을 이용한다.

② 유리수인 x는 무수히 많다.

③ 무리수인 x는 무수히 많다.

④ 실수 x는 무수히 많다.

3rd $x=\sqrt{3}+2$를 대입하여 조건을 만족시키는지 확인한다.

⑤ $1<\sqrt{3}<2$에서 $3<\sqrt{3}+2<4$

이때 $\sqrt{5}<3$, $4<\sqrt{19}$이므로 $\sqrt{5}<\sqrt{3}+2<\sqrt{19}$

즉 $x=\sqrt{3}+2$를 대입하면 조건을 만족시킨다.

답 ①, ⑤

0222 1st a가 어떤 연속한 두 정수 사이에 있는지 구한다.

$\overline{AC}=\sqrt{4^2+2^2}=\sqrt{20}$이므로 점 P에 대응하는 수는

$-2+\sqrt{20}$

$4<\sqrt{20}<5$에서 $2<-2+\sqrt{20}<3$ $\therefore 2<a<3$

2nd a와 4 사이에 있는 수를 구한다.

(ㄱ) $1<\sqrt{3}<2$이므로 $\sqrt{3}<a$

(ㄴ) $\frac{7}{2}=3.5$이므로 $a<\frac{7}{2}<4$

(ㄷ) $2<a<3$이므로 $3<a+1<4$, 즉 $a<a+1<4$

(ㄹ) $2<a<3$이므로 $1<\frac{a}{2}<\frac{3}{2}$ $\therefore 0<\frac{a}{2}-1<\frac{1}{2}$

본책 35~37쪽

(ㅂ) $2<a<3$이므로 $\quad -3<-a<-2$

$\therefore 4<-a+7<5$

이상에서 a와 4 사이에 있는 수는 (ㄴ), (ㄷ)이다. 답 (ㄴ), (ㄷ)

0223 전략 먼저 $\sqrt{n}$, $\sqrt{3n}$, $\sqrt{5n}$이 각각 유리수가 되도록 하는 n의 개수를 구한다.

풀이 (i) $\sqrt{n}$이 유리수가 되도록 하는 n은

$1^2, 2^2, \cdots, 22^2$의 22개 ··· ❶

(ii) $\sqrt{3n}$이 유리수가 되도록 하는 n은

$3\times1^2, 3\times2^2, \cdots, 3\times12^2$의 12개 ··· ❷

(iii) $\sqrt{5n}$이 유리수가 되도록 하는 n은

$5\times1^2, 5\times2^2, \cdots, 5\times10^2$의 10개 ··· ❸

이상에서 구하는 n의 개수는

$500-(\underbrace{22+12+10}_{\text{(i)~(iii)에서 겹치는 경우는 없다.}})=456$ ··· ❹

답 456

채점 기준	비율
❶ $\sqrt{n}$이 유리수가 되도록 하는 n의 개수를 구할 수 있다.	30 %
❷ $\sqrt{3n}$이 유리수가 되도록 하는 n의 개수를 구할 수 있다.	30 %
❸ $\sqrt{5n}$이 유리수가 되도록 하는 n의 개수를 구할 수 있다.	30 %
❹ $\sqrt{n}$, $\sqrt{3n}$, $\sqrt{5n}$이 무리수가 되도록 하는 n의 개수를 구할 수 있다.	10 %

SSEN 특강

$\sqrt{3n}$이 유리수가 되려면 $3n$을 소인수분해하였을 때, 소인수의 지수가 모두 짝수이어야 하므로 $n=3\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

0224 전략 피타고라스 정리를 이용하여 정사각형의 대각선의 길이를 구한 후 두 점 C, F에 대응하는 수를 구한다.

풀이 $\overline{CQ}=\overline{CE}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$이므로 점 C에 대응하는 수는

$(\sqrt{2}-3)-\sqrt{2}=-3$ ··· ❶

$\overline{CF}=1$이므로 점 F에 대응하는 수는

$-3+1=-2$ ··· ❷

$\overline{AB}=1$, $\overline{BF}=1+1=2$이므로

$\overline{FP}=\overline{FA}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$

따라서 점 P에 대응하는 수는

$-2-\sqrt{5}$ ··· ❸

답 $-2-\sqrt{5}$

채점 기준	비율
❶ 점 C에 대응하는 수를 구할 수 있다.	40 %
❷ 점 F에 대응하는 수를 구할 수 있다.	20 %
❸ 점 P에 대응하는 수를 구할 수 있다.	40 %

0225 전략 정사각형의 넓이를 이용하여 정사각형의 한 변의 길이를 구한다.

풀이 (1) 정사각형 P의 넓이가 3이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{3}$이다.

따라서 점 A에 대응하는 수는 $\quad -2-\sqrt{3}$ ··· ❶

(2) 정사각형 Q의 넓이가 2이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{2}$이다.

따라서 점 B에 대응하는 수는 $\quad -2+\sqrt{2}$ ··· ❷

(3) 정사각형 R의 넓이가 5이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{5}$이다.

따라서 점 C에 대응하는 수는

$-2+\sqrt{2}+\sqrt{5}$ ··· ❸

답 (1) $-2-\sqrt{3}$ (2) $-2+\sqrt{2}$ (3) $-2+\sqrt{2}+\sqrt{5}$

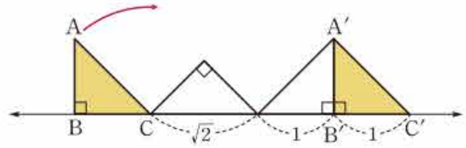
채점 기준	비율
❶ 점 A에 대응하는 수를 구할 수 있다.	30 %
❷ 점 B에 대응하는 수를 구할 수 있다.	30 %
❸ 점 C에 대응하는 수를 구할 수 있다.	40 %

0226 전략 피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{AC}$의 길이를 구하고, 점 C가 이동하는 경로를 생각해 본다.

풀이 △ABC에서

$\overline{AC}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$ ··· ❶

이때 점 C는 다음 그림과 같이 이동한다.



··· ❷

따라서 점 C′에 대응하는 수는

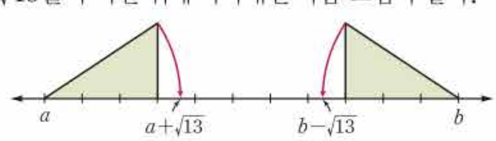
$\underbrace{1}_{\text{점 C에 대응하는 수}}+\sqrt{2}+1+1=3+\sqrt{2}$ ··· ❸

답 $3+\sqrt{2}$

채점 기준	비율
❶ $\overline{AC}$의 길이를 구할 수 있다.	20 %
❷ 점 C가 이동하는 경로를 그릴 수 있다.	50 %
❸ 점 C′에 대응하는 수를 구할 수 있다.	30 %

0227 전략 먼저 $a+\sqrt{13}$과 $b-\sqrt{13}$을 수직선 위에 나타낸다.

풀이 $3<\sqrt{13}<4$이므로 두 정수 a, b에 대하여 $a+\sqrt{13}$과 $b-\sqrt{13}$을 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



··· ❶

a와 $a+\sqrt{13}$ 사이에 있는 정수는 3개, $a+\sqrt{13}$과 $b-\sqrt{13}$ 사이에 있는 정수는 4개, $b-\sqrt{13}$과 b 사이에 있는 정수는 3개이므로 a, b 사이에 있는 정수의 개수는

$3+4+3=10$ ··· ❷

따라서 $b=a+11$이므로

$b-a=11$ ··· ❸

답 11

채점 기준	비율
❶ $a+\sqrt{13}$과 $b-\sqrt{13}$을 수직선 위에 나타낼 수 있다.	40 %
❷ a, b 사이에 있는 정수의 개수를 구할 수 있다.	40 %
❸ $b-a$의 값을 구할 수 있다.	20 %

참고 $\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$이므로 빗변이 아닌 두 변의 길이가 3, 2인 직각삼각형을 이용하여 $\sqrt{13}$을 수직선 위에 나타낸다.

03 근호를 포함한 식의 곱셈과 나눗셈

0228 답 $\sqrt{10}$

0229 답 $2\sqrt{42}$

0230 답 $15\sqrt{22}$

0231 $\sqrt{\frac{5}{3}}\times\sqrt{\frac{12}{5}}=\sqrt{\frac{5}{3}\times\frac{12}{5}}=\sqrt{4}=2$ 답 2

0232 $\frac{\sqrt{77}}{\sqrt{11}}=\sqrt{\frac{77}{11}}=\sqrt{7}$ 답 $\sqrt{7}$

0233 $\sqrt{40}\div\sqrt{8}=\frac{\sqrt{40}}{\sqrt{8}}=\sqrt{\frac{40}{8}}=\sqrt{5}$ 답 $\sqrt{5}$

0234 $8\sqrt{6}\div2\sqrt{3}=\frac{8}{2}\sqrt{\frac{6}{3}}=4\sqrt{2}$ 답 $4\sqrt{2}$

0235 $\sqrt{3}\div\frac{2}{\sqrt{7}}=\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{7}}{2}=\frac{\sqrt{21}}{2}$ 답 $\frac{\sqrt{21}}{2}$

0236 답 3, 3

0237 답 5, 5

0238 답 5, 3, 5

0239 답 90, 2, 10, 10

0240 $\sqrt{28}=\sqrt{2^2\times7}=2\sqrt{7}$ 답 $2\sqrt{7}$

0241 $\sqrt{32}=\sqrt{4^2\times2}=4\sqrt{2}$ 답 $4\sqrt{2}$

0242 $-\sqrt{50}=-\sqrt{5^2\times2}=-5\sqrt{2}$ 답 $-5\sqrt{2}$

0243 $-\sqrt{108}=-\sqrt{6^2\times3}=-6\sqrt{3}$ 답 $-6\sqrt{3}$

0244 $\sqrt{\frac{7}{9}}=\sqrt{\frac{7}{3^2}}=\frac{\sqrt{7}}{3}$ 답 $\frac{\sqrt{7}}{3}$

0245 $\sqrt{\frac{31}{100}}=\sqrt{\frac{31}{10^2}}=\frac{\sqrt{31}}{10}$ 답 $\frac{\sqrt{31}}{10}$

0246 $\sqrt{0.03}=\sqrt{\frac{3}{100}}=\sqrt{\frac{3}{10^2}}=\frac{\sqrt{3}}{10}$ 답 $\frac{\sqrt{3}}{10}$

0247 $\sqrt{0.12}=\sqrt{\frac{12}{100}}=\sqrt{\frac{3}{25}}=\sqrt{\frac{3}{5^2}}=\frac{\sqrt{3}}{5}$ 답 $\frac{\sqrt{3}}{5}$

0248 답 10, 200

0249 답 4, $\frac{7}{16}$

0250 $2\sqrt{6}=\sqrt{2^2\times6}=\sqrt{24}$ 답 $\sqrt{24}$

0251 $5\sqrt{5}=\sqrt{5^2\times5}=\sqrt{125}$ 답 $\sqrt{125}$

0252 $-3\sqrt{10}=-\sqrt{3^2\times10}=-\sqrt{90}$ 답 $-\sqrt{90}$

0253 $-7\sqrt{2}=-\sqrt{7^2\times2}=-\sqrt{98}$ 답 $-\sqrt{98}$

0254 $\frac{\sqrt{2}}{9}=\sqrt{\frac{2}{9^2}}=\sqrt{\frac{2}{81}}$ 답 $\sqrt{\frac{2}{81}}$

0255 $-\frac{5\sqrt{3}}{6}=-\sqrt{\frac{5^2\times3}{6^2}}=-\sqrt{\frac{25}{12}}$ 답 $-\sqrt{\frac{25}{12}}$

0256 $\frac{1}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}}{6}$ 답 $\frac{\sqrt{6}}{6}$

0257 $\frac{10}{\sqrt{5}}=\frac{10\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{10\sqrt{5}}{5}=2\sqrt{5}$ 답 $2\sqrt{5}$

0258 $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{14}}{7}$ 답 $\frac{\sqrt{14}}{7}$

0259 $\frac{9}{2\sqrt{3}}=\frac{9\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{9\sqrt{3}}{6}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$ 답 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

0260 $3\sqrt{3}\times\left(-\sqrt{\frac{7}{5}}\right)\times(-2\sqrt{5})=6\sqrt{3\times\frac{7}{5}\times5}$

$=6\sqrt{21}$ 답 ⑤

0261 ④ $\sqrt{\frac{5}{2}}\times\sqrt{\frac{6}{5}}=\sqrt{\frac{5}{2}\times\frac{6}{5}}=\sqrt{3}$ 답 ④

0262 $\sqrt{0.15}\times\sqrt{0.6}=\sqrt{0.15\times0.6}=\sqrt{0.09}=0.3$이므로

$a=0.3$

$\sqrt{\frac{7}{6}}\times20\sqrt{\frac{3}{14}}=20\sqrt{\frac{7}{6}\times\frac{3}{14}}=20\sqrt{\frac{1}{4}}=10$이므로

$b=10$

$\therefore ab=3$ 답 3

0263 $2\times\sqrt{3}\times\sqrt{k}=2\sqrt{3k}$, $\sqrt{2}\times\sqrt{18}=\sqrt{36}=6$이므로

$2\sqrt{3k}=6$, $\sqrt{3k}=3$, $3k=9$

$\therefore k=3$ 답 3

0264 $\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{a}\times\sqrt{18}\times\sqrt{3a}=\sqrt{2\times3\times a\times18\times3a}$

$=\sqrt{18^2\times a^2}$

$=\sqrt{(18a)^2}$

$=18a\ (\because a>0)$ ⋯ ❶

따라서 $18a=36$이므로 $a=2$ ⋯ ❷

답 2

채점 기준	비율
❶ 주어진 등식의 좌변을 간단히 할 수 있다.	80 %
❷ a의 값을 구할 수 있다.	20 %

0265 ① $3\div\frac{6}{\sqrt{5}}=3\times\frac{\sqrt{5}}{6}=\frac{\sqrt{5}}{2}$

② $2\sqrt{40}\div4\sqrt{8}=\frac{2\sqrt{40}}{4\sqrt{8}}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{40}{8}}=\frac{\sqrt{5}}{2}$

③ $\sqrt{\frac{11}{3}}\div\frac{2\sqrt{11}}{\sqrt{15}}=\sqrt{\frac{11}{3}}\times\frac{\sqrt{15}}{2\sqrt{11}}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{11}{3}\times\frac{15}{11}}=\frac{\sqrt{5}}{2}$

④ $2\sqrt{3}\div\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=2\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{5}}{4\sqrt{3}}=\frac{1}{2}\sqrt{3\times\frac{5}{3}}=\frac{\sqrt{5}}{2}$

⑤ $\frac{6}{\sqrt{10}}\div\frac{3}{\sqrt{2}}=\frac{6}{\sqrt{10}}\times\frac{\sqrt{2}}{3}=2\sqrt{\frac{2}{10}}=\frac{2}{\sqrt{5}}$

답 ⑤

0266 $\frac{\sqrt{35}}{\sqrt{8}}\div\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{48}}=\frac{\sqrt{35}}{\sqrt{8}}\times\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{5}}=\sqrt{\frac{35}{8}\times\frac{48}{5}}=\sqrt{42}$

$\therefore a=42$ 답 42

0267 $3\sqrt{2}\div\frac{\sqrt{5}}{8}\div\frac{1}{\sqrt{15}}=3\sqrt{2}\times\frac{8}{\sqrt{5}}\times\sqrt{15}$

$=24\sqrt{2\times\frac{1}{5}\times15}$

$=24\sqrt{6}$

$\therefore n=6$ 답 ④

0268 $\sqrt{a}=\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{54}{3}}=\sqrt{18}$ ··· ❶

$\sqrt{b}=\sqrt{\frac{28}{3}}\div\sqrt{\frac{14}{9}}=\sqrt{\frac{28}{3}}\times\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{14}}$

$=\sqrt{\frac{28}{3}\times\frac{9}{14}}=\sqrt{6}$ ··· ❷

$\therefore \sqrt{a}\div\sqrt{b}=\sqrt{18}\div\sqrt{6}=\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{6}}$

$=\sqrt{\frac{18}{6}}=\sqrt{3}$ ··· ❸

답 $\sqrt{3}$

채점 기준	비율
❶ $\sqrt{a}$의 값을 구할 수 있다.	30 %
❷ $\sqrt{b}$의 값을 구할 수 있다.	50 %
❸ $\sqrt{a}\div\sqrt{b}$의 값을 구할 수 있다.	20 %

0269 $\sqrt{20}\div\frac{\sqrt{5}}{2}=\sqrt{20}\times\frac{2}{\sqrt{5}}=2\sqrt{20\times\frac{1}{5}}$

$=2\sqrt{4}=4$ $\sqrt{20}=\frac{\sqrt{5}}{2}A$이므로 $A=\sqrt{20}\div\frac{\sqrt{5}}{2}$

따라서 $\sqrt{20}$은 $\frac{\sqrt{5}}{2}$의 4배이므로 $A=4$

$B=\frac{\sqrt{0.6}}{\sqrt{60}}=\sqrt{\frac{6}{10}\times\frac{1}{60}}=\sqrt{\frac{1}{100}}=\frac{1}{10}$이므로

$AB=4\times\frac{1}{10}=\frac{2}{5}$ 답 $\frac{2}{5}$

0270 $\sqrt{72}=\sqrt{6^2\times2}=6\sqrt{2}$이므로 $a=6$

$5\sqrt{3}=\sqrt{5^2\times3}=\sqrt{75}$이므로 $b=75$

$\therefore a+b=81$ 답 81

0271 ③ $-5\sqrt{2}=-\sqrt{5^2\times2}=-\sqrt{50}$ 답 ③

0272 ① $\sqrt{28}=\sqrt{2^2\times7}=2\sqrt{7}$ $\therefore \square=2$

② $-\sqrt{40}=-\sqrt{2^2\times10}=-2\sqrt{10}$ $\therefore \square=10$

③ $\sqrt{80}=\sqrt{4^2\times5}=4\sqrt{5}$ $\therefore \square=4$

④ $\sqrt{99}=\sqrt{3^2\times11}=3\sqrt{11}$ $\therefore \square=11$

⑤ $\sqrt{108}=\sqrt{6^2\times3}=6\sqrt{3}$ $\therefore \square=6$

따라서 □ 안에 알맞은 수가 가장 큰 것은 ④이다. 답 ④

$2<4<6<10<11$

0273 $4\sqrt{6}=\sqrt{4^2\times6}=\sqrt{96}$이므로

$36+5x=96,\quad 5x=60\quad \therefore x=12$ 답 ③

0274 $\sqrt{15}\times\sqrt{18}\times\sqrt{20}=\sqrt{3\times5\times3^2\times2\times2^2\times5}$

$=\sqrt{(2\times3\times5)^2\times2\times3}$

$=30\sqrt{6}$

$\therefore a=30$ 답 30

0275 $a\sqrt{\frac{9b}{a}}+b\sqrt{\frac{4a}{b}}=\sqrt{a^2\times\frac{9b}{a}}+\sqrt{b^2\times\frac{4a}{b}}$

$=\sqrt{9ab}+\sqrt{4ab}$

$=3\sqrt{ab}+2\sqrt{ab}$

$ab=25$를 위의 식에 대입하면

(주어진 식)$=3\sqrt{25}+2\sqrt{25}$

$=15+10=25$ 답 25

0276 (ㄱ) $\sqrt{\frac{7}{100}}=\sqrt{\frac{7}{10^2}}=\frac{\sqrt{7}}{10}$

(ㄴ) $\sqrt{\frac{28}{18}}=\sqrt{\frac{14}{9}}=\sqrt{\frac{14}{3^2}}=\frac{\sqrt{14}}{3}$

(ㄷ) $\sqrt{0.45}=\sqrt{\frac{45}{100}}=\sqrt{\frac{3^2\times5}{10^2}}=\frac{3\sqrt{5}}{10}$

(ㄹ) $-\sqrt{\frac{9}{48}}=-\sqrt{\frac{3}{16}}=-\sqrt{\frac{3}{4^2}}=-\frac{\sqrt{3}}{4}$

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다. 답 ②

0277 $\sqrt{\frac{15}{108}}=\sqrt{\frac{5}{36}}=\sqrt{\frac{5}{6^2}}=\frac{\sqrt{5}}{6}$

따라서 $a=6$, $b=5$이므로

$a+b=11$ 답 11

0278 $\sqrt{0.4}=\sqrt{\frac{40}{100}}=\sqrt{\frac{2^2\times10}{10^2}}=\frac{2\sqrt{10}}{10}=\frac{\sqrt{10}}{5}$

$\therefore k=\frac{1}{5}$ 답 ③

0279 $\sqrt{\frac{6}{49}}=\sqrt{\frac{6}{7^2}}=\frac{\sqrt{6}}{7}$,

$\sqrt{0.24}=\sqrt{\frac{24}{100}}=\sqrt{\frac{6}{25}}=\sqrt{\frac{6}{5^2}}=\frac{\sqrt{6}}{5}$이므로

$\frac{\sqrt{6}}{9}<\frac{\sqrt{6}}{7}<\frac{\sqrt{6}}{5}$, 즉 $\frac{\sqrt{6}}{9}<\sqrt{\frac{6}{49}}<\sqrt{0.24}$

답 $\sqrt{0.24}$, $\sqrt{\frac{6}{49}}$, $\frac{\sqrt{6}}{9}$

0280 $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{2^2\times2}}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{10}}=\sqrt{\frac{8}{10}}=\sqrt{\frac{4}{5}}$이므로

$a=\frac{4}{5}$

$\frac{5}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{5^2}}{\sqrt{2^2\times3}}=\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{12}}=\sqrt{\frac{25}{12}}$이므로

$b=\frac{25}{12}$

$\therefore ab=\frac{4}{5}\times\frac{25}{12}=\frac{5}{3}$

답 ④

0281 $\sqrt{\frac{128}{25}}=\sqrt{\frac{8^2\times2}{5^2}}=\frac{8\sqrt{2}}{5}$이므로

$a=\frac{8}{5}$ ··· ❶

$\sqrt{0.0448}=\sqrt{\frac{448}{10000}}=\sqrt{\frac{8^2\times7}{100^2}}=\frac{8\sqrt{7}}{100}=\frac{2\sqrt{7}}{25}$이므로

$b=\frac{2}{25}$ ··· ❷

$\therefore \frac{a}{b}=a\times\frac{1}{b}=\frac{8}{5}\times\frac{25}{2}=20$ ··· ❸

답 20

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ b의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $\frac{a}{b}$의 값을 구할 수 있다.	20 %

0282 ① $\sqrt{3290}=\sqrt{32.9\times100}=10\sqrt{32.9}$

$=10\times5.736=57.36$

② $\sqrt{329}=\sqrt{3.29\times100}=10\sqrt{3.29}$

$=10\times1.814=18.14$

③ $\sqrt{0.329}=\sqrt{\frac{32.9}{100}}=\frac{\sqrt{32.9}}{10}=\frac{5.736}{10}=0.5736$

④ $\sqrt{0.0329}=\sqrt{\frac{3.29}{100}}=\frac{\sqrt{3.29}}{10}=\frac{1.814}{10}=0.1814$

⑤ $\sqrt{0.00329}=\sqrt{\frac{32.9}{10000}}=\frac{\sqrt{32.9}}{100}=\frac{5.736}{100}=0.05736$

답 ⑤

0283 ① $\sqrt{0.0007}=\sqrt{\frac{7}{10000}}=\frac{\sqrt{7}}{100}$

$=\frac{2.646}{100}=0.02646$

② $\sqrt{0.07}=\sqrt{\frac{7}{100}}=\frac{\sqrt{7}}{10}=\frac{2.646}{10}=0.2646$

④ $\sqrt{700}=\sqrt{7\times100}=10\sqrt{7}=10\times2.646=26.46$

답 ③, ⑤

0284 $\sqrt{230}=\sqrt{2.3\times100}=10\sqrt{2.3}$

$=10\times1.517=15.17$ ··· ❶

따라서 $\sqrt{230}$과 가장 가까운 정수는 15이다. ··· ❷

답 15

채점 기준	비율
❶ $\sqrt{230}$의 값을 구할 수 있다.	70 %
❷ $\sqrt{230}$과 가장 가까운 정수를 구할 수 있다.	30 %

0285 $23.66=2.366\times10$이므로

$\sqrt{a}=\sqrt{5.6}\times10=\sqrt{5.6\times10^2}=\sqrt{560}$

$\therefore a=560$

답 560

0286 ① $\sqrt{172}=\sqrt{1.72\times100}=10\sqrt{1.72}$

$=10\times1.311=13.11$

② $\sqrt{0.0194}=\sqrt{\frac{1.94}{100}}=\frac{\sqrt{1.94}}{10}=\frac{1.393}{10}=0.1393$

③ $\sqrt{15400}=\sqrt{1.54\times10000}=100\sqrt{1.54}$

$=100\times1.241=124.1$

④ $\sqrt{190}-1=\sqrt{1.9\times100}-1=10\sqrt{1.9}-1$

$=10\times1.378-1=13.78-1$

$=12.78$

⑤ $\sqrt{0.00173}=\sqrt{\frac{17.3}{10000}}=\frac{\sqrt{17.3}}{100}$이므로 $\sqrt{17.3}$의 값을 알아야 한다.

답 ⑤

0287 $\frac{1}{\sqrt{500}}=\sqrt{\frac{1}{500}}=\sqrt{\frac{20}{10000}}=\frac{\sqrt{20}}{100}$

$=\frac{4.472}{100}=0.04472$

답 0.04472

0288 $\sqrt{180}=\sqrt{2^2\times3^2\times5}=(\sqrt{2})^2\times3\times\sqrt{5}$

$=3a^2b$

답 ②

0289 ① $\sqrt{18}=\sqrt{2\times3^2}=\sqrt{2}\times(\sqrt{3})^2=xy^2$

② $\sqrt{147}=\sqrt{3\times7^2}=7\sqrt{3}=7y$

③ $\sqrt{\frac{81}{4}}=\sqrt{\frac{3^4}{2^2}}=\frac{(\sqrt{3})^4}{(\sqrt{2})^2}=\frac{y^4}{x^2}$

④ $\sqrt{0.24}=\sqrt{\frac{24}{100}}=\sqrt{\frac{6}{25}}=\sqrt{\frac{2\times3}{5^2}}=\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{5}=\frac{xy}{5}$

⑤ $\sqrt{75}-\sqrt{98}=\sqrt{3\times5^2}-\sqrt{2\times7^2}$

$=5\sqrt{3}-7\sqrt{2}=-7x+5y$

답 ④

0290 ① $\sqrt{0.0005}=\sqrt{\frac{5}{100^2}}=\frac{\sqrt{5}}{100}=\frac{a}{100}$

② $\sqrt{0.005}=\sqrt{\frac{50}{100^2}}=\frac{\sqrt{50}}{100}=\frac{b}{100}$

③ $\sqrt{0.5}=\sqrt{\frac{50}{10^2}}=\frac{\sqrt{50}}{10}=\frac{b}{10}$

④ $\sqrt{5000}=\sqrt{50\times10^2}=10\sqrt{50}=10b$

⑤ $\sqrt{50000}=\sqrt{5\times100^2}=100\sqrt{5}=100a$

답 ④

0291 $\sqrt{175}=\sqrt{5^2\times7}=5\sqrt{7}=5y$ ⋯ ❶

$\sqrt{84}=\sqrt{2^2\times3\times7}=2\times\sqrt{3}\times\sqrt{7}=2xy$ ⋯ ❷

따라서 $\sqrt{175}-\sqrt{84}=5y-2xy$이므로

$a=5,\ b=-2$ ⋯ ❸

$\therefore ab=-10$ ⋯ ❹

답 -10

채점 기준	비율
❶ $\sqrt{175}$를 y를 이용하여 나타낼 수 있다.	30 %
❷ $\sqrt{84}$를 $x,\ y$를 이용하여 나타낼 수 있다.	30 %
❸ $a,\ b$의 값을 구할 수 있다.	30 %
❹ ab의 값을 구할 수 있다.	10 %

0292 $\sqrt{ab}=\sqrt{10k\times100k}=\sqrt{10^2\times k^2\times10}$
$=10k\sqrt{10}$

답 ③

0293 $8=3+5=(\sqrt{3})^2+(\sqrt{5})^2=a^2+b^2$이므로

$\sqrt{8}=\sqrt{a^2+b^2}$

답 ③

0294 $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{2}\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{10}}{5}$이므로 $a=\frac{2}{5}$

$\frac{5}{\sqrt{48}}=\frac{5}{4\sqrt{3}}=\frac{5\sqrt{3}}{4\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{5\sqrt{3}}{12}$이므로 $b=\frac{5}{12}$

$\therefore \sqrt{ab}=\sqrt{\frac{2}{5}\times\frac{5}{12}}=\sqrt{\frac{1}{6}}=\frac{1}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}}{6}$

답 $\frac{\sqrt{6}}{6}$

0295 ③ $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{18}}=\frac{\sqrt{7}}{3\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{7}\times\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{14}}{6}$

④ $\frac{10}{3\sqrt{5}}=\frac{10\sqrt{5}}{3\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{3}$

⑤ $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}\sqrt{7}}=\frac{2\sqrt{3}\times\sqrt{2}\sqrt{7}}{\sqrt{2}\sqrt{7}\times\sqrt{2}\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{42}}{7}$

답 ④

0296 $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{15}}{5}$, $\frac{3}{\sqrt{5}}=\frac{3\sqrt{5}}{5}=\frac{\sqrt{45}}{5}$, $\frac{3}{5}=\frac{\sqrt{9}}{5}$,

$\sqrt{5}=\frac{5\sqrt{5}}{5}=\frac{\sqrt{125}}{5}$이므로

$\frac{\sqrt{3}}{5}<\frac{\sqrt{9}}{5}<\frac{\sqrt{15}}{5}<\frac{\sqrt{45}}{5}<\frac{\sqrt{125}}{5}$

$\therefore \frac{\sqrt{3}}{5}<\frac{3}{5}<\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}<\frac{3}{\sqrt{5}}<\sqrt{5}$

따라서 두 번째에 오는 수는 $\frac{3}{5}$이다.

답 $\frac{3}{5}$

0297 (ㄴ) $\sqrt{\frac{x}{y}}=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}=\frac{\sqrt{x}\sqrt{y}}{\sqrt{y}\sqrt{y}}=\frac{\sqrt{xy}}{y}$

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ), (ㄹ)이다.

답 ⑤

0298 $\sqrt{\frac{27}{50}}=\frac{3\sqrt{3}}{5\sqrt{2}}$
$=\frac{3\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{5\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{6}}{10}$ ⋯ ❶

따라서 $a=5,\ b=3,\ c=\frac{3}{10}$이므로 ⋯ ❷

$abc=\frac{9}{2}$ ⋯ ❸

답 $\frac{9}{2}$

채점 기준	비율
❶ $\sqrt{\frac{27}{50}}$의 분모를 유리화할 수 있다.	50 %
❷ $a,\ b,\ c$의 값을 구할 수 있다.	30 %
❸ abc의 값을 구할 수 있다.	20 %

0299 $\frac{5\sqrt{a}}{6\sqrt{10}}=\frac{5\sqrt{a}\times\sqrt{10}}{6\sqrt{10}\times\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10a}}{12}$이므로

$\frac{\sqrt{10a}}{12}=\frac{\sqrt{30}}{12}$

따라서 $10a=30$이므로 $a=3$

답 3

0300 $\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{24}}\times\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{7}}\div\sqrt{\frac{2}{9}}=\frac{\sqrt{14}}{2\sqrt{6}}\times\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{7}}\times\frac{3}{\sqrt{2}}$
$=\frac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$

답 ③

0301 ① $\sqrt{27}\div\sqrt{6}\times\sqrt{2}=3\sqrt{3}\times\frac{1}{\sqrt{6}}\times\sqrt{2}=3$

② $\frac{4}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{8}}\div\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}=\frac{4}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{15}}{2\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}=2\sqrt{3}$

③ $3\sqrt{15}\div2\sqrt{20}\times4\sqrt{6}=3\sqrt{15}\times\frac{1}{4\sqrt{5}}\times4\sqrt{6}=9\sqrt{2}$

④ $\sqrt{\frac{3}{2}}\times\frac{\sqrt{15}}{2}\div\sqrt{\frac{10}{9}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{15}}{2}\times\frac{3}{\sqrt{10}}=\frac{9}{4}$

⑤ $\frac{3\sqrt{2}}{2}\times\sqrt{\frac{5}{18}}\div\frac{\sqrt{5}}{4}=\frac{3\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{5}}{3\sqrt{2}}\times\frac{4}{\sqrt{5}}=2$

답 ④

0302 $\sqrt{18}\times\sqrt{48}\div\sqrt{108}=3\sqrt{2}\times4\sqrt{3}\times\frac{1}{6\sqrt{3}}=2\sqrt{2}$

$\therefore a=2$

답 2

0303 $\frac{\sqrt{75}}{2}\div(-6\sqrt{2})\times\sqrt{32}=\frac{5\sqrt{3}}{2}\times\left(-\frac{1}{6\sqrt{2}}\right)\times4\sqrt{2}$
$=-\frac{5\sqrt{3}}{3}$

답 ⑤

0304 (주어진 식)$=\dfrac{\sqrt{2a}}{\sqrt{3b}}\times\dfrac{\sqrt{b}}{2\sqrt{a}}\times\dfrac{\sqrt{6a}}{\sqrt{5b}}\times\dfrac{\sqrt{2b}}{\sqrt{3a}}$

$=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{15}}=\dfrac{\sqrt{30}}{15}$ 답 $\dfrac{\sqrt{30}}{15}$

0305 $\dfrac{14}{\sqrt{15}}\times\sqrt{\dfrac{5}{6}}\div A=2\sqrt{7}$에서

$\dfrac{14}{\sqrt{15}}\times\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}\times\dfrac{1}{A}=2\sqrt{7},\qquad \dfrac{14}{3\sqrt{2}}\times\dfrac{1}{A}=2\sqrt{7}$

$\therefore A=\dfrac{14}{3\sqrt{2}}\times\dfrac{1}{2\sqrt{7}}=\dfrac{7}{3\sqrt{14}}=\dfrac{\sqrt{14}}{6}$ 답 ③

0306 $\overline{AB}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이가 8이므로

$\overline{AB}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

$\overline{BC}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이가 27이므로

$\overline{BC}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}$

$\therefore \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{BC}$

$=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times3\sqrt{3}$

$=3\sqrt{6}$ 답 ④

0307 주어진 두 원의 넓이의 합은

$\pi\times(5\sqrt{2})^2+\pi\times(5\sqrt{3})^2=50\pi+75\pi=125\pi\,(\text{cm}^2)$

넓이가 $125\pi\,\text{cm}^2$인 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\pi r^2=125\pi,\qquad r^2=125$

$\therefore r=5\sqrt{5}\ (\because r>0)$

따라서 구하는 원의 둘레의 길이는

$2\pi\times5\sqrt{5}=10\sqrt{5}\pi\,(\text{cm})$ 답 $10\sqrt{5}\pi$ cm

0308 (삼각형의 넓이)$=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{48}\times x=\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times x$

$=2\sqrt{3}x$ ··· ❶

(직사각형의 넓이)$=\sqrt{32}\times\sqrt{24}=4\sqrt{2}\times2\sqrt{6}=16\sqrt{3}$ ··· ❷

따라서 $2\sqrt{3}x=16\sqrt{3}$이므로

$x=\dfrac{16\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}=8$ ··· ❸

답 8

채점 기준	비율
❶ 삼각형의 넓이를 구할 수 있다.	30 %
❷ 직사각형의 넓이를 구할 수 있다.	30 %
❸ x의 값을 구할 수 있다.	40 %

0309 직육면체의 높이를 x cm라 하면

$6\sqrt{2}\times2\sqrt{7}\times x=72\sqrt{21},\qquad 12\sqrt{14}x=72\sqrt{21}$

(직육면체의 부피)=(밑넓이)×(높이)

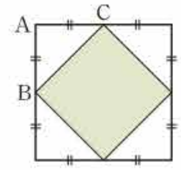
$\therefore x=\dfrac{72\sqrt{21}}{12\sqrt{14}}=\dfrac{6\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=3\sqrt{6}$

따라서 직육면체의 높이는 $3\sqrt{6}$ cm이다. 답 ③

0310 큰 정사각형의 한 변의 길이를 a cm라 하면

$a^2=500\qquad\therefore a=10\sqrt{5}\ (\because a>0)$

따라서 오른쪽 그림에서



$\overline{AB}=\overline{AC}=\dfrac{1}{2}\times10\sqrt{5}=5\sqrt{5}\,(\text{cm})$

이므로 $\triangle ABC$에서

$\overline{BC}=\sqrt{(5\sqrt{5})^2+(5\sqrt{5})^2}$

$=\sqrt{250}=5\sqrt{10}\,(\text{cm})$

즉 색칠한 정사각형의 한 변의 길이는 $5\sqrt{10}$ cm이다. 답 ④

다른 풀이 색칠한 정사각형의 넓이는 큰 정사각형의 넓이의 $\dfrac{1}{2}$이므로

$500\times\dfrac{1}{2}=250\,(\text{cm}^2)$

색칠한 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면

$x^2=250\qquad\therefore x=5\sqrt{10}\ (\because x>0)$

0311 밑면인 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi r=6\sqrt{5}\pi$ — 원기둥의 전개도에서 직사각형의 가로의 길이는 밑면인 원의 둘레의 길이와 같다.

$\therefore r=3\sqrt{5}$ ··· ❶

따라서 원기둥의 부피는

$\pi\times(3\sqrt{5})^2\times3\sqrt{15}=135\sqrt{15}\pi\,(\text{cm}^3)$ ··· ❷

답 $135\sqrt{15}\pi\ \text{cm}^3$

채점 기준	비율
❶ 밑면인 원의 반지름의 길이를 구할 수 있다.	50 %
❷ 원기둥의 부피를 구할 수 있다.	50 %

0312 $\triangle ABC$에서

$\overline{BC}=\sqrt{(2\sqrt{7})^2-(\sqrt{10})^2}=3\sqrt{2}\,(\text{cm})$

$\therefore \square ABCD=3\sqrt{2}\times\sqrt{10}=6\sqrt{5}\,(\text{cm}^2)$ 답 $6\sqrt{5}\ \text{cm}^2$

0313 정사각형 ABCD의 한 변의 길이를 x cm라 하면

$\triangle BCD$에서

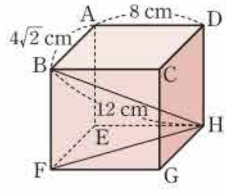
$x^2+x^2=10^2,\qquad 2x^2=100$

$x^2=50\qquad\therefore x=5\sqrt{2}\ (\because x>0)$

따라서 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $5\sqrt{2}$ cm이므로 둘레의 길이는

$4\times5\sqrt{2}=20\sqrt{2}\,(\text{cm})$ 답 $20\sqrt{2}$ cm

0314 오른쪽 그림과 같이 $\overline{FH}$를 그으면 $\triangle FGH$에서



$\overline{FH}=\sqrt{8^2+(4\sqrt{2})^2}$

$=4\sqrt{6}\,(\text{cm})$ ··· ❶

$\triangle BFH$에서

$\overline{BF}=\sqrt{12^2-(4\sqrt{6})^2}=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$ ··· ❷

답 $4\sqrt{3}$ cm

채점 기준	비율
❶ $\overline{FH}$의 길이를 구할 수 있다.	50 %
❷ $\overline{BF}$의 길이를 구할 수 있다.	50 %

0315 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 $\overline{AD}=3x$ cm, $\overline{AB}=x$ cm이므로 $\triangle ABD$에서

$(3x)^2+x^2=(6\sqrt{5})^2$,　　$10x^2=180$

$x^2=18$　　$\therefore x=3\sqrt{2}$ ($\because x>0$)

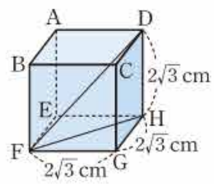
$\therefore \overline{AD}=3\times3\sqrt{2}=9\sqrt{2}$ (cm)　　답 $9\sqrt{2}$ cm

0316 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm라 하면

$6a^2=72$,　　$a^2=12$

$\therefore a=2\sqrt{3}$ ($\because a>0$)

오른쪽 그림과 같이 한 모서리의 길이가 $2\sqrt{3}$ cm인 정육면체에서 $\overline{FH}$, $\overline{FD}$를 그으면 $\triangle FGH$에서



$\overline{FH}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+(2\sqrt{3})^2}$

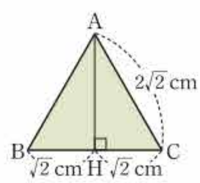
$=2\sqrt{6}$ (cm)

$\triangle DFH$에서

$\overline{DF}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+(2\sqrt{6})^2}=6$ (cm)

따라서 구하는 대각선의 길이는 6 cm이다.　　답 ③

0317 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{HC}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times2\sqrt{2}$

$=\sqrt{2}$ (cm)

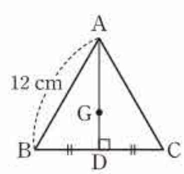
$\triangle AHC$에서

$\overline{AH}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2-(\sqrt{2})^2}=\sqrt{6}$ (cm)

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times\sqrt{6}=2\sqrt{3}$ (cm^2)　　답 ③

다른 풀이 $\triangle ABC=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(2\sqrt{2})^2=\frac{\sqrt{3}}{4}\times8=2\sqrt{3}$ (cm^2)

0318 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AG}$의 연장선과 $\overline{BC}$의 교점을 D라 하면



$\overline{AD}\perp\overline{BC}$

$\overline{BD}=\overline{CD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times12=6$ (cm)이므로 $\triangle ABD$에서

$\overline{AD}=\sqrt{12^2-6^2}=6\sqrt{3}$ (cm)

$\therefore \overline{AG}=\frac{2}{3}\overline{AD}=\frac{2}{3}\times6\sqrt{3}$

$=4\sqrt{3}$ (cm)　　답 ⑤

다른 풀이 $\overline{AD}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times12=6\sqrt{3}$ (cm)이므로

$\overline{AG}=\frac{2}{3}\overline{AD}=\frac{2}{3}\times6\sqrt{3}=4\sqrt{3}$ (cm)

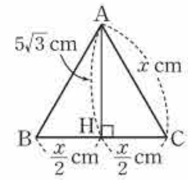
SSEN 특강

삼각형의 무게중심

① 삼각형의 세 중선은 한 점(무게중심)에서 만난다.

② 삼각형의 무게중심은 세 중선의 길이를 각 꼭짓점으로부터 각각 2 : 1로 나눈다.

0319 (1) 오른쪽 그림과 같은 정삼각형 ABC의 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=5\sqrt{3}$ cm

$\overline{AC}=x$ cm라 하면

$\overline{HC}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{x}{2}$ (cm)

이므로 $\triangle AHC$에서

$(5\sqrt{3})^2+\left(\frac{x}{2}\right)^2=x^2$,　　$75+\frac{x^2}{4}=x^2$

$x^2=100$　　$\therefore x=10$ ($\because x>0$)

따라서 정삼각형의 한 변의 길이는 10 cm이다.　　··· ❶

(2) 정삼각형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times10\times5\sqrt{3}=25\sqrt{3}$ (cm^2)　　··· ❷

답 (1) 10 cm　(2) $25\sqrt{3}$ cm^2

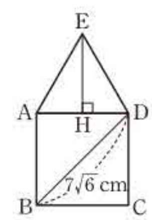
채점 기준	비율
❶ 정삼각형의 한 변의 길이를 구할 수 있다.	70 %
❷ 정삼각형의 넓이를 구할 수 있다.	30 %

0320 $\overline{AD}=a$ cm라 하면 $\triangle ABD$에서

$a^2+a^2=(7\sqrt{6})^2$,　　$a^2=147$

$\therefore a=7\sqrt{3}$ ($\because a>0$)

오른쪽 그림과 같이 점 E에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=\overline{DH}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{7\sqrt{3}}{2}$ (cm)

따라서 $\triangle EAH$에서

$\overline{EH}=\sqrt{(7\sqrt{3})^2-\left(\frac{7\sqrt{3}}{2}\right)^2}$

$=\frac{21}{2}$ (cm)　　답 ④

0321 1st $3x$, $\frac{1}{x}$의 값을 구한다.

$x=\sqrt{7}$이므로

$3x=3\sqrt{7}$, $\frac{1}{x}=\frac{1}{\sqrt{7}}$

2nd $3x$는 $\frac{1}{x}$의 몇 배인지 구한다.

$3\sqrt{7}\div\frac{1}{\sqrt{7}}=3\sqrt{7}\times\sqrt{7}=21$

따라서 $3\sqrt{7}$은 $\frac{1}{\sqrt{7}}$의 21배이다.　　답 ⑤

0322 (1st) 주어진 식을 계산한다.

$3\sqrt{5}\times\sqrt{\frac{32}{5}}=3\sqrt{5\times\frac{32}{5}}=3\sqrt{32}=12\sqrt{2}$

(2nd) $a+b$의 값을 구한다.

$a=12$, $b=2$이므로 $\quad a+b=14$ 답 14

0323 (1st) 주어진 식의 값을 구한다.

$$\frac{1}{b}\sqrt{\frac{b}{a}}-\frac{3}{a}\sqrt{\frac{a}{b}}=\sqrt{\frac{1}{b^2}\times\frac{b}{a}}-\sqrt{\frac{9}{a^2}\times\frac{a}{b}}$$
$$=\sqrt{\frac{1}{ab}}-\sqrt{\frac{9}{ab}}=\frac{1}{\sqrt{ab}}-\frac{3}{\sqrt{ab}}$$
$$=\frac{1}{4}-\frac{3}{4}=-\frac{1}{2}$$

답 ①

0324 (1st) $\sqrt{0.016}$을 b를 이용하여 나타낸다.

$\sqrt{0.016}=\sqrt{\frac{160}{10000}}=\frac{4\sqrt{10}}{100}=\frac{\sqrt{10}}{25}=\frac{1}{25}b$

(2nd) $\sqrt{2000}$을 a를 이용하여 나타낸다.

$\sqrt{2000}=20\sqrt{5}=20a$

(3rd) $\sqrt{0.016}+\sqrt{2000}$을 a, b를 이용하여 나타낸다.

$\sqrt{0.016}+\sqrt{2000}=20a+\frac{1}{25}b$ 답 ①

0325 (1st) 분모를 유리화하여 주어진 식을 정리한다.

$\frac{y\sqrt{y}}{\sqrt{x}}+\frac{x\sqrt{x}}{\sqrt{y}}=\frac{y\sqrt{y}\sqrt{x}}{\sqrt{x}\sqrt{x}}+\frac{x\sqrt{x}\sqrt{y}}{\sqrt{y}\sqrt{y}}=\frac{y\sqrt{xy}}{x}+\frac{x\sqrt{xy}}{y}$

(2nd) 주어진 식의 값을 구한다.

$xy=\sqrt{6}\times\frac{1}{\sqrt{6}}=1$이므로

$$\frac{y\sqrt{xy}}{x}+\frac{x\sqrt{xy}}{y}=\frac{y}{x}+\frac{x}{y}=\frac{x^2+y^2}{xy}=x^2+y^2$$
$$=(\sqrt{6})^2+\left(\frac{1}{\sqrt{6}}\right)^2=\frac{37}{6}$$

답 ⑤

0326 (1st) 주어진 조건을 식으로 나타낸다.

(가)에 알맞은 수를 x라 하면

$x\times6\sqrt{2}\div\sqrt{45}=4$ …… ㉠

(2nd) (가)에 알맞은 수를 구한다.

㉠을 계산하면

$x\times6\sqrt{2}\times\frac{1}{3\sqrt{5}}=4,\quad x\times\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}=4$

$\therefore x=4\times\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{2}}=\sqrt{10}$ 답 $\sqrt{10}$

0327 (1st) 두 사이즈 피자의 반지름의 길이를 각각 a, b로 놓고 비례식을 세운다.

레귤러 사이즈 피자의 반지름의 길이를 a, 라지 사이즈 피자의 반지름의 길이를 b라 하면

$a^2\pi : b^2\pi=16500 : 22000$

(2nd) b를 a에 대한 식으로 나타낸다.

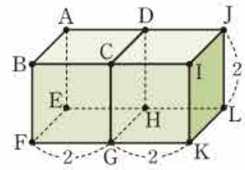
$a^2 : b^2=3 : 4$이므로 $\quad 3b^2=4a^2$

$b^2=\frac{4}{3}a^2 \quad \therefore b=\frac{2}{\sqrt{3}}a=\frac{2\sqrt{3}}{3}a$ ($\because a>0$, $b>0$)

(3rd) 답을 구한다.

라지 사이즈 피자의 반지름의 길이는 레귤러 사이즈 피자의 반지름의 길이의 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$배이다. 답 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$배

0328 (1st) 피타고라스 정리를 이용하여 정사각형, 직사각형, 정육면체, 직육면체의 대각선의 길이를 각각 구해 본다.



① △ABC에서

$\overline{AC}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$

② $\overline{AC}=2\sqrt{2}$이므로 △ACG에서

$\overline{AG}=\sqrt{2^2+(2\sqrt{2})^2}=2\sqrt{3}$

③ △ABI에서

$\overline{AI}=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$

④ $\overline{AI}=2\sqrt{5}$이므로 △AIK에서

$\overline{AK}=\sqrt{2^2+(2\sqrt{5})^2}=2\sqrt{6}$

따라서 두 꼭짓점 사이의 거리가 될 수 없는 것은 ⑤이다.

답 ⑤

0329 전략 $a>0$, $b>0$일 때, $a\sqrt{b}=\sqrt{a^2b}$임을 이용한다.

풀이 $a\sqrt{b}\times\sqrt{c}=\sqrt{a^2bc}$, $\sqrt{180}=\sqrt{2^2\times3^2\times5}$이므로 주어진 등식은

$\sqrt{a^2bc}=\sqrt{2^2\times3^2\times5}$ ⋯ ❶

이때 $\underbrace{b\text{와 }c\text{의 최대공약수가 }3}_{b\text{와 }c\text{는 모두 3의 배수이다.}}$이고 $1<a<b<c$이므로

$a=2$, $b=3$, $c=3\times5=15$ ⋯ ❷

$\therefore a+b+c=20$ ⋯ ❸

답 20

채점 기준	비율
❶ 주어진 등식을 정리할 수 있다.	40 %
❷ a, b, c의 값을 구할 수 있다.	50 %
❸ $a+b+c$의 값을 구할 수 있다.	10 %

0330 전략 $\sqrt{x}\times\sqrt{y}=\sqrt{xy}$, $\sqrt{y}\div\sqrt{x}=\sqrt{\frac{y}{x}}$임을 이용한다.

풀이 $\sqrt{x}\times\sqrt{y}=6$에서 $\sqrt{xy}=6$이므로

$\sqrt{9m}=6$

따라서 $3\sqrt{m}=6$, 즉 $\sqrt{m}=2$이므로

$m=4$ ⋯ ❶

$\sqrt{y}\div\sqrt{x}=n$에서 $\sqrt{\frac{y}{x}}=n$이므로

$n=\sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{2}{3}$ ⋯ ❷

$\therefore \sqrt{2mn}=\sqrt{2\times4\times\frac{2}{3}}=\sqrt{\frac{16}{3}}=\frac{4}{\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ⋯ ❸

답 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

채점 기준	비율
❶ m의 값을 구할 수 있다.	30 %
❷ n의 값을 구할 수 있다.	30 %
❸ $\sqrt{2mn}$의 값을 구할 수 있다.	40 %

0331 전략 먼저 피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{BD}$의 길이를 구한 후 $\overline{DH}=\frac{1}{2}\overline{BD}$임을 이용한다.

풀이 △BCD에서

$\overline{BD}=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}\ (cm)$

이므로

$\overline{DH}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{2}=2\sqrt{2}\ (cm)$ ··· ❶

따라서 △OHD에서

$\overline{OH}=\sqrt{8^2-(2\sqrt{2})^2}=2\sqrt{14}\ (cm)$ ··· ❷

이므로 사각뿔의 부피는

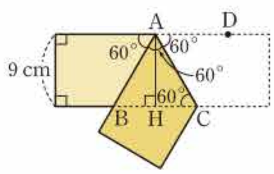
$\frac{1}{3}\times(4\times4)\times2\sqrt{14}=\frac{32\sqrt{14}}{3}\ (cm^3)$ ··· ❸

답 $2\sqrt{14}$ cm, $\frac{32\sqrt{14}}{3}$ cm^3

채점 기준	비율
❶ $\overline{DH}$의 길이를 구할 수 있다.	30 %
❷ 사각뿔의 높이를 구할 수 있다.	30 %
❸ 사각뿔의 부피를 구할 수 있다.	40 %

0332 전략 접은 각과 엇각의 성질을 이용하여 △ABC가 어떤 삼각형인지 알아본다.

풀이 오른쪽 그림에서



$\angle BAC=\angle DAC$ (접은 각)

$=\frac{1}{2}\times(180°-60°)$

$=60°$,

$\angle ACB=\angle DAC=60°$ (엇각)

이므로 △ABC는 정삼각형이다. ··· ❶

점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 △ABC의 한 변의 길이를 a cm라 하면 $\overline{BH}=\frac{a}{2}$ cm이므로 △ABH에서

$a^2=\left(\frac{a}{2}\right)^2+9^2,\quad \frac{3}{4}a^2=81$

$a^2=108 \quad \therefore a=6\sqrt{3}\ (\because a>0)$ ··· ❷

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\sqrt{3}\times9$

$=27\sqrt{3}\ (cm^2)$ ··· ❸

답 $27\sqrt{3}$ cm^2

채점 기준	비율
❶ △ABC가 정삼각형임을 알 수 있다.	40 %
❷ △ABC의 한 변의 길이를 구할 수 있다.	40 %
❸ △ABC의 넓이를 구할 수 있다.	20 %

04 근호를 포함한 식의 덧셈과 뺄셈

0333 $4\sqrt{3}+5\sqrt{3}=(4+5)\sqrt{3}=9\sqrt{3}$

답 $9\sqrt{3}$

0334 $3\sqrt{2}+5\sqrt{2}-4\sqrt{2}=(3+5-4)\sqrt{2}=4\sqrt{2}$

답 $4\sqrt{2}$

0335 $10\sqrt{5}-8\sqrt{5}-9\sqrt{5}=(10-8-9)\sqrt{5}=-7\sqrt{5}$

답 $-7\sqrt{5}$

0336 $4\sqrt{3}+6\sqrt{2}-7\sqrt{3}+4\sqrt{2}=(6+4)\sqrt{2}+(4-7)\sqrt{3}$

$=10\sqrt{2}-3\sqrt{3}$

답 $10\sqrt{2}-3\sqrt{3}$

0337 $4\sqrt{10}-5\sqrt{7}-3\sqrt{7}+8\sqrt{10}$

$=(-5-3)\sqrt{7}+(4+8)\sqrt{10}$

$=-8\sqrt{7}+12\sqrt{10}$

답 $-8\sqrt{7}+12\sqrt{10}$

0338 $\sqrt{28}=\boxed{2}\sqrt{7}$, $\sqrt{24}=\boxed{2}\sqrt{6}$, $\sqrt{54}=\boxed{3}\sqrt{6}$이므로

$2\sqrt{28}+\sqrt{24}-\sqrt{7}+3\sqrt{54}$

$=2\times2\sqrt{7}+2\sqrt{6}-\sqrt{7}+3\times3\sqrt{6}$

$=4\sqrt{7}+2\sqrt{6}-\sqrt{7}+9\sqrt{6}$

$=(2+9)\sqrt{6}+(4-1)\sqrt{7}$

$=\boxed{11}\sqrt{6}+\boxed{3}\sqrt{7}$

∴ (가) 2 (나) 2 (다) 3 (라) 11 (마) 3

답 (가) 2 (나) 2 (다) 3 (라) 11 (마) 3

0339 $\sqrt{32}-\sqrt{8}=4\sqrt{2}-2\sqrt{2}=2\sqrt{2}$

답 $2\sqrt{2}$

0340 $\sqrt{27}+\sqrt{75}-6\sqrt{12}=3\sqrt{3}+5\sqrt{3}-\underbrace{6\times2\sqrt{3}}_{12\sqrt{3}}=-4\sqrt{3}$

답 $-4\sqrt{3}$

0341 $4\sqrt{20}-7\sqrt{5}+3\sqrt{45}=4\times2\sqrt{5}-7\sqrt{5}+3\times3\sqrt{5}$

$=8\sqrt{5}-7\sqrt{5}+9\sqrt{5}$

$=10\sqrt{5}$

답 $10\sqrt{5}$

0342 $\sqrt{48}-\sqrt{18}+\sqrt{50}-\sqrt{12}=4\sqrt{3}-3\sqrt{2}+5\sqrt{2}-2\sqrt{3}$

$=2\sqrt{2}+2\sqrt{3}$

답 $2\sqrt{2}+2\sqrt{3}$

0343 $4\sqrt{75}+2\sqrt{6}-3\sqrt{24}-5\sqrt{3}$

$=4\times5\sqrt{3}+2\sqrt{6}-3\times2\sqrt{6}-5\sqrt{3}$

$=20\sqrt{3}+2\sqrt{6}-6\sqrt{6}-5\sqrt{3}$

$=15\sqrt{3}-4\sqrt{6}$

답 $15\sqrt{3}-4\sqrt{6}$

0344 $\sqrt{3}(\sqrt{5}+\sqrt{7})=\sqrt{3}\sqrt{5}+\sqrt{3}\sqrt{7}=\sqrt{15}+\sqrt{21}$

답 $\sqrt{15}+\sqrt{21}$

0345 $(\sqrt{6}-\sqrt{12})\sqrt{2}=\sqrt{6}\sqrt{2}-\sqrt{12}\sqrt{2}=\sqrt{12}-\sqrt{24}$
$=2\sqrt{3}-2\sqrt{6}$ 답 $2\sqrt{3}-2\sqrt{6}$

0346 $(\sqrt{125}-\sqrt{60})\div\sqrt{5}=(\sqrt{125}-\sqrt{60})\times\frac{1}{\sqrt{5}}$
$=\sqrt{125}\times\frac{1}{\sqrt{5}}-\sqrt{60}\times\frac{1}{\sqrt{5}}$
$=\sqrt{25}-\sqrt{12}$
$=5-2\sqrt{3}$ 답 $5-2\sqrt{3}$

0347 $\frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\frac{(1+\sqrt{3})\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}+\sqrt{15}}{5}$ 답 $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{15}}{5}$

0348 $\frac{2\sqrt{5}-\sqrt{6}}{\sqrt{24}}=\frac{2\sqrt{5}-\sqrt{6}}{2\sqrt{6}}=\frac{(2\sqrt{5}-\sqrt{6})\times\sqrt{6}}{2\sqrt{6}\times\sqrt{6}}$
$=\frac{2\sqrt{30}-6}{12}=\frac{\sqrt{30}-3}{6}$ 답 $\frac{\sqrt{30}-3}{6}$

0349 $\sqrt{10}+\frac{\sqrt{12}-\sqrt{5}}{\sqrt{2}}=\sqrt{10}+\frac{(2\sqrt{3}-\sqrt{5})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$
$=\sqrt{10}+\frac{2\sqrt{6}-\sqrt{10}}{2}$
$=\frac{2\sqrt{6}+\sqrt{10}}{2}$ 답 $\frac{2\sqrt{6}+\sqrt{10}}{2}$

0350 $\frac{3\sqrt{2}+\sqrt{27}}{2\sqrt{3}}-\sqrt{8}\div\sqrt{48}$
$=\frac{(3\sqrt{2}+3\sqrt{3})\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}-\sqrt{8}\times\frac{1}{\sqrt{48}}$
$=\frac{3\sqrt{6}+9}{6}-\frac{\sqrt{6}}{6}=\frac{2\sqrt{6}+9}{6}$ 답 $\frac{2\sqrt{6}+9}{6}$

0351 $(\sqrt{3}+3)-5=\sqrt{3}-2=\sqrt{3}-\sqrt{4}<0$
$\therefore \sqrt{3}+3<5$ 답 $<$

0352 $(-\sqrt{7}+\sqrt{10})-(-3+\sqrt{10})=-\sqrt{7}+3$
$=-\sqrt{7}+\sqrt{9}>0$
$\therefore -\sqrt{7}+\sqrt{10}>-3+\sqrt{10}$ 답 $>$

0353 $(\sqrt{6}-3)-(2-\sqrt{6})=2\sqrt{6}-5=\sqrt{24}-\sqrt{25}<0$
$\therefore \sqrt{6}-3<2-\sqrt{6}$ 답 $<$

0354 $A=(5+10-7)\sqrt{5}=8\sqrt{5}$, $B=(3-2-2)\sqrt{2}=-\sqrt{2}$
이므로
$AB=8\sqrt{5}\times(-\sqrt{2})=-8\sqrt{10}$ 답 $-8\sqrt{10}$

0355 ① $\sqrt{2}+\sqrt{3}$은 더 이상 간단히 할 수 없다. 근호 안의 수가 다르다.
② $5\sqrt{2}-4\sqrt{2}=\sqrt{2}$
③ $2\sqrt{3}+4\sqrt{3}=6\sqrt{3}$
⑤ $\frac{2\sqrt{5}}{3}+\frac{\sqrt{5}}{2}-\frac{\sqrt{5}}{6}=\left(\frac{4}{6}+\frac{3}{6}-\frac{1}{6}\right)\sqrt{5}=\sqrt{5}$

답 ④

0356 $\frac{6\sqrt{3}}{5}+\frac{2\sqrt{7}}{3}-\frac{7\sqrt{3}}{10}-\frac{7\sqrt{7}}{9}$
$=\left(\frac{12}{10}-\frac{7}{10}\right)\sqrt{3}+\left(\frac{6}{9}-\frac{7}{9}\right)\sqrt{7}$
$=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{7}}{9}$
따라서 $a=\frac{1}{2}$, $b=-\frac{1}{9}$이므로
$a-b=\frac{11}{18}$ 답 ③

0357 $\frac{\sqrt{a}}{2}-\frac{\sqrt{a}}{7}=\frac{5\sqrt{a}}{14}=1$에서 $\sqrt{a}=\frac{14}{5}$
$\therefore a=\frac{196}{25}$ 답 ⑤

0358 $x+y=\frac{\sqrt{10}+\sqrt{5}}{2}+\frac{\sqrt{10}-\sqrt{5}}{2}=\frac{2\sqrt{10}}{2}=\sqrt{10}$
$x-y=\frac{\sqrt{10}+\sqrt{5}}{2}-\frac{\sqrt{10}-\sqrt{5}}{2}=\frac{2\sqrt{5}}{2}=\sqrt{5}$
$\therefore (x+y)(x-y)=\sqrt{10}\times\sqrt{5}=5\sqrt{2}$ 답 $5\sqrt{2}$

0359 $3-\sqrt{6}=\sqrt{9}-\sqrt{6}>0$, $2\sqrt{6}-5=\sqrt{24}-\sqrt{25}<0$ ··· ❶
$\therefore$ (주어진 식)$=(3-\sqrt{6})-\{\underbrace{-(2\sqrt{6}-5)}_{a<0\text{이면 } \sqrt{a^2}=-a}\}$
$=3-\sqrt{6}+2\sqrt{6}-5$
$=-2+\sqrt{6}$ ··· ❷
답 $-2+\sqrt{6}$

채점 기준	비율
❶ 괄호 안의 수의 부호를 구할 수 있다.	50 %
❷ 주어진 식을 계산할 수 있다.	50 %

0360 $\sqrt{32}+2\sqrt{54}-\sqrt{98}+\sqrt{24}=4\sqrt{2}+6\sqrt{6}-7\sqrt{2}+2\sqrt{6}$
$=-3\sqrt{2}+8\sqrt{6}$
따라서 $a=-3$, $b=8$이므로 $ab=-24$ 답 ①

0361 $\sqrt{72}-3\sqrt{18}+2\sqrt{8}=6\sqrt{2}-9\sqrt{2}+4\sqrt{2}=\sqrt{2}$ 답 ③

0362 $2\sqrt{a}-\sqrt{147}+\sqrt{48}=\sqrt{27}$에서
$2\sqrt{a}-7\sqrt{3}+4\sqrt{3}=3\sqrt{3}$
$2\sqrt{a}=6\sqrt{3}$, $\sqrt{a}=3\sqrt{3}$ ··· ❶
$\therefore a=27$ ··· ❷
답 27

채점 기준	비율
❶ 주어진 식을 간단히 할 수 있다.	80 %
❷ a의 값을 구할 수 있다.	20 %

0363 $-\dfrac{\sqrt{20}}{2}-\dfrac{\sqrt{45}}{6}+\dfrac{\sqrt{80}}{8}+\sqrt{125}$

$=-\dfrac{2\sqrt{5}}{2}-\dfrac{3\sqrt{5}}{6}+\dfrac{4\sqrt{5}}{8}+5\sqrt{5}$

$=-\sqrt{5}-\dfrac{\sqrt{5}}{2}+\dfrac{\sqrt{5}}{2}+5\sqrt{5}$

$=4\sqrt{5}$

$\therefore k=4$ 답 4

0364 $(2-\sqrt{48})+3+x=(4+\sqrt{3})+3+(-1-2\sqrt{12})$이므로

$x+5-4\sqrt{3}=6-3\sqrt{3}$

$\therefore x=6-3\sqrt{3}-(5-4\sqrt{3})=1+\sqrt{3}$ 답 ③

0365 두 눈금 0과 8 사이의 거리는 $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

두 눈금 2와 x 사이의 거리는 $\sqrt{x}-\sqrt{2}$

두 눈금 0, 8 사이의 거리와 두 눈금 2, x 사이의 거리가 같으므로

$2\sqrt{2}=\sqrt{x}-\sqrt{2}$, $\sqrt{x}=3\sqrt{2}$

$\therefore x=18$ 답 18

0366 $\sqrt{3}(\sqrt{12}+1)+\sqrt{5}(2\sqrt{5}-\sqrt{15})$

$=6+\sqrt{3}+10-5\sqrt{3}$

$=-4\sqrt{3}+16$

따라서 $a=-4$, $b=16$이므로 $a+b=12$ 답 ②

0367 $\sqrt{24}-\sqrt{3}(3\sqrt{6}+\sqrt{8})=2\sqrt{6}-\sqrt{3}(3\sqrt{6}+2\sqrt{2})$

$=2\sqrt{6}-9\sqrt{2}-2\sqrt{6}$

$=-9\sqrt{2}$ 답 ①

0368 $\sqrt{2}x-\sqrt{5}y=\sqrt{2}(\sqrt{5}-\sqrt{2})-\sqrt{5}(\sqrt{5}+\sqrt{2})$

$=\sqrt{10}-2-5-\sqrt{10}$

$=-7$ 답 -7

0369 $\sqrt{15}(\sqrt{3}-\sqrt{20})+\sqrt{6}(\sqrt{30}-\sqrt{50})$

$=\sqrt{15}(\sqrt{3}-2\sqrt{5})+\sqrt{6}(\sqrt{30}-5\sqrt{2})$

$=3\sqrt{5}-10\sqrt{3}+6\sqrt{5}-10\sqrt{3}$

$=-20\sqrt{3}+9\sqrt{5}$

$=-20a+9b$ 답 ②

0370 $\sqrt{2}-\sqrt{28}+\sqrt{7}(\sqrt{14}-1)=\sqrt{2}-2\sqrt{7}+7\sqrt{2}-\sqrt{7}$

$=8\sqrt{2}-3\sqrt{7}$ ··· ❶

따라서 $p=8$, $q=-3$이므로 ··· ❷

$p^2+q^2=8^2+(-3)^2=73$ ··· ❸

답 73

채점 기준	비율
❶ 주어진 등식의 좌변을 계산할 수 있다.	60 %
❷ p, q의 값을 구할 수 있다.	20 %
❸ p^2+q^2의 값을 구할 수 있다.	20 %

0371 $6\sqrt{2}-\sqrt{75}-\dfrac{6}{\sqrt{2}}+\sqrt{27}=6\sqrt{2}-5\sqrt{3}-3\sqrt{2}+3\sqrt{3}$

$=3\sqrt{2}-2\sqrt{3}$

따라서 $a=3$, $b=-2$이므로

$a+b=1$ 답 1

0372 $-\sqrt{8}-\sqrt{72}+\dfrac{10\sqrt{3}}{\sqrt{6}}=-2\sqrt{2}-6\sqrt{2}+5\sqrt{2}=-3\sqrt{2}$

$\dfrac{10}{\sqrt{2}}=\dfrac{10\sqrt{2}}{2}=5\sqrt{2}$

답 $-3\sqrt{2}$

0373 $x=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$이므로 $y=\dfrac{1}{2\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{6}}{12}$

$\therefore x+y=\dfrac{25\sqrt{6}}{12}$ 답 $\dfrac{25\sqrt{6}}{12}$

0374 ① $2\sqrt{3}-\sqrt{108}+\sqrt{3}=2\sqrt{3}-6\sqrt{3}+\sqrt{3}=-3\sqrt{3}$

② $3\sqrt{2}-\sqrt{32}+\sqrt{98}-\sqrt{3}=3\sqrt{2}-4\sqrt{2}+7\sqrt{2}-\sqrt{3}$

$=6\sqrt{2}-\sqrt{3}$

③ $\dfrac{5}{\sqrt{8}}-\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{5}{2\sqrt{2}}-\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{5\sqrt{2}}{4}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$

④ $\dfrac{5}{\sqrt{20}}+\dfrac{3}{\sqrt{45}}=\dfrac{5}{2\sqrt{5}}+\dfrac{1}{\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}+\dfrac{\sqrt{5}}{5}=\dfrac{7\sqrt{5}}{10}$

⑤ $\dfrac{2}{\sqrt{6}}+\dfrac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}}-\sqrt{24}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}+\dfrac{4\sqrt{6}}{3}-2\sqrt{6}=-\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

답 ①, ③

0375 $b=a-\dfrac{1}{a}=\sqrt{5}-\dfrac{1}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}-\dfrac{\sqrt{5}}{5}=\dfrac{4\sqrt{5}}{5}=\dfrac{4}{5}a$

따라서 b는 a의 $\dfrac{4}{5}$배이다. 답 ③

0376 $\dfrac{b}{a}+\dfrac{a}{b}=\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}+\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{10}}{2}+\dfrac{\sqrt{10}}{5}=\dfrac{7\sqrt{10}}{10}$ 답 ③

다른 풀이 $\dfrac{b}{a}+\dfrac{a}{b}=\dfrac{b^2+a^2}{ab}=\dfrac{(\sqrt{5})^2+(\sqrt{2})^2}{\sqrt{2}\times\sqrt{5}}=\dfrac{7}{\sqrt{10}}=\dfrac{7\sqrt{10}}{10}$

0377 $\dfrac{\sqrt{72}-18}{\sqrt{12}}=\dfrac{6\sqrt{2}-18}{2\sqrt{3}}=\dfrac{3\sqrt{2}-9}{\sqrt{3}}$

$=\dfrac{(3\sqrt{2}-9)\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{3\sqrt{6}-9\sqrt{3}}{3}$

$=-3\sqrt{3}+\sqrt{6}$

따라서 $a=-3$, $b=1$이므로

$a+b=-2$ 답 ④

0378 $\dfrac{\sqrt{12}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}}+\dfrac{5}{\sqrt{15}}=\dfrac{2\sqrt{3}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}}+\dfrac{5}{\sqrt{15}}$

$=\dfrac{(2\sqrt{3}-\sqrt{5})\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}+\dfrac{\sqrt{15}}{3}$

$=\dfrac{6-\sqrt{15}}{3}+\dfrac{\sqrt{15}}{3}$

$=2-\dfrac{\sqrt{15}}{3}+\dfrac{\sqrt{15}}{3}=2$ 답 2

0379 $x=\frac{10+\sqrt{10}}{\sqrt{2}}=\frac{(10+\sqrt{10})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$

$=\frac{10\sqrt{2}+2\sqrt{5}}{2}=5\sqrt{2}+\sqrt{5}$

$y=\frac{10-\sqrt{10}}{\sqrt{2}}=\frac{(10-\sqrt{10})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{10\sqrt{2}-2\sqrt{5}}{2}=5\sqrt{2}-\sqrt{5}$

$\therefore\ \sqrt{5}(x-y)=\sqrt{5}\{(5\sqrt{2}+\sqrt{5})-(5\sqrt{2}-\sqrt{5})\}$

$=\sqrt{5}\times2\sqrt{5}=10$ 답 ④

0380 $x=\frac{3\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{(3\sqrt{5}-\sqrt{3})\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$

$=\frac{3\sqrt{15}-3}{3}=\sqrt{15}-1$ ⋯ ❶

$y=\frac{5\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=\frac{(5\sqrt{3}+\sqrt{5})\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}$

$=\frac{5\sqrt{15}+5}{5}=\sqrt{15}+1$ ⋯ ❷

따라서 $x+y=2\sqrt{15}$, $x-y=-2$이므로 ⋯ ❸

$\frac{x-y}{x+y}=\frac{-2}{2\sqrt{15}}=-\frac{\sqrt{15}}{15}$ ⋯ ❹

답 $-\frac{\sqrt{15}}{15}$

채점 기준	비율
❶ x의 분모를 유리화할 수 있다.	30 %
❷ y의 분모를 유리화할 수 있다.	30 %
❸ $x+y$, $x-y$의 값을 구할 수 있다.	20 %
❹ $\frac{x-y}{x+y}$의 값을 구할 수 있다.	20 %

0381 $\frac{2\sqrt{3}+4}{\sqrt{3}}-\sqrt{2}(\sqrt{6}-\sqrt{2})=2+\frac{4\sqrt{3}}{3}-2\sqrt{3}+2$

$=4-\frac{2\sqrt{3}}{3}$

따라서 $a=4$, $b=-\frac{2}{3}$이므로

$a+3b=4+3\times\left(-\frac{2}{3}\right)=2$ 답 ①

0382 $2\sqrt{3}(1-\sqrt{3})+\frac{3}{\sqrt{3}}-\sqrt{12}=2\sqrt{3}-6+\sqrt{3}-2\sqrt{3}$

$=\sqrt{3}-6$ 답 ①

0383 $\frac{8}{\sqrt{2}}+\frac{6}{\sqrt{3}}-\sqrt{2}(1-\sqrt{6})=4\sqrt{2}+2\sqrt{3}-\sqrt{2}+2\sqrt{3}$

$=3\sqrt{2}+4\sqrt{3}$

따라서 $a=3$, $b=4$이므로

$a+b=7$ 답 7

0384 $\sqrt{3}A-2\sqrt{2}B=\sqrt{3}\left(3\sqrt{2}-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)-2\sqrt{2}\left(\sqrt{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$=3\sqrt{6}-1-4-\sqrt{6}$

$=2\sqrt{6}-5$ 답 $2\sqrt{6}-5$

0385 $\frac{2\sqrt{3}}{3}(3-5\sqrt{2})+\frac{12-\sqrt{8}}{\sqrt{3}}$

$=2\sqrt{3}-\frac{10\sqrt{6}}{3}+\frac{12\sqrt{3}-2\sqrt{6}}{3}$

$=2\sqrt{3}-\frac{10\sqrt{6}}{3}+4\sqrt{3}-\frac{2\sqrt{6}}{3}$

$=6\sqrt{3}-4\sqrt{6}$ ⋯ ❶

따라서 $m=6$, $n=-4$이므로 ⋯ ❷

$\sqrt{m-n}=\sqrt{6-(-4)}=\sqrt{10}$ ⋯ ❸

답 $\sqrt{10}$

채점 기준	비율
❶ 주어진 등식의 좌변을 계산할 수 있다.	60 %
❷ m, n의 값을 구할 수 있다.	20 %
❸ $\sqrt{m-n}$의 값을 구할 수 있다.	20 %

0386 $a=\sqrt{2}(\sqrt{6}+\sqrt{3})-\frac{2}{\sqrt{3}}(\sqrt{18}-\sqrt{12})$

$=2\sqrt{3}+\sqrt{6}-2\sqrt{6}+4$

$=4+2\sqrt{3}-\sqrt{6}$

$b=\sqrt{24}-\frac{6}{\sqrt{3}}+\sqrt{3}(\sqrt{3}-\sqrt{2})$

$=2\sqrt{6}-2\sqrt{3}+3-\sqrt{6}$

$=3-2\sqrt{3}+\sqrt{6}$

$\therefore\ a+b=7$ 답 ③

0387 $4(2+a\sqrt{6})+3a-12\sqrt{6}=8+4a\sqrt{6}+3a-12\sqrt{6}$

$=(8+3a)+(4a-12)\sqrt{6}$

유리수가 되려면 $4a-12=0$이어야 하므로

$a=3$ 답 ③

0388 $\sqrt{27}-\frac{3}{\sqrt{3}}+4\sqrt{3}-a\sqrt{3}=3\sqrt{3}-\sqrt{3}+4\sqrt{3}-a\sqrt{3}$

$=(6-a)\sqrt{3}$

유리수가 되려면 $6-a=0$이어야 하므로 $a=6$ 답 ④

0389 $\frac{a}{\sqrt{2}}(\sqrt{8}-2)+\sqrt{24}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}-\frac{1}{\sqrt{6}}\right)$

$=2a-a\sqrt{2}+2\sqrt{2}-2$

$=(2a-2)+(2-a)\sqrt{2}$

유리수가 되려면 $2-a=0$이어야 하므로 $a=2$ 답 ④

0390 $a(2\sqrt{6}-3)-\sqrt{6}(2b-3\sqrt{6})$

$=2a\sqrt{6}-3a-2b\sqrt{6}+18$

$=(18-3a)+(2a-2b)\sqrt{6}$

유리수가 되려면 $2a-2b=0$이어야 하므로

$a-b=0$ 답 ②

0391 $-5(a+2\sqrt{7})+a\sqrt{7}=-5a-10\sqrt{7}+a\sqrt{7}$

$=-5a+(-10+a)\sqrt{7}$

$\sqrt{125}\left(\frac{4}{\sqrt{5}}-\frac{2}{5}\right)+\frac{b}{\sqrt{5}}(\sqrt{20}-2)=20-2\sqrt{5}+2b-\frac{2b}{5}\sqrt{5}$
$=(20+2b)-\left(2+\frac{2b}{5}\right)\sqrt{5}$

두 식의 계산 결과가 각각 유리수가 되려면

$-10+a=0,\ 2+\frac{2b}{5}=0$

이어야 하므로 $a=10,\ b=-5$

$\therefore b-a=-15$ 답 ②

0392 (1) $A=7k-k\sqrt{5}-3\sqrt{5}+2k\sqrt{5}-11$
$=(7k-11)+(k-3)\sqrt{5}$ ⋯ ❶

A가 유리수이므로 $k-3=0$

$\therefore k=3$ ⋯ ❷

(2) $k=3$이므로 $A=7\times3-11=10$ ⋯ ❸

답 (1) 3 (2) 10

채점 기준	비율
❶ A를 간단히 할 수 있다.	40 %
❷ k의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ A의 값을 구할 수 있다.	20 %

0393 $\sqrt{9}<\sqrt{11}<\sqrt{16}$, 즉 $3<\sqrt{11}<4$에서 $5<\sqrt{11}+2<6$이므로

$a=5,\ b=(\sqrt{11}+2)-5=\sqrt{11}-3$

$\therefore a-b=5-(\sqrt{11}-3)=8-\sqrt{11}$ 답 ⑤

0394 $\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{9}$, 즉 $2<\sqrt{5}<3$이므로

$a=\sqrt{5}-2$ ⋯ ❶

$\sqrt{1}<\sqrt{2}<\sqrt{4}$, 즉 $1<\sqrt{2}<2$에서 $3<5-\sqrt{2}<4$이므로

$-2<-\sqrt{2}<-1$이므로 $3<5-\sqrt{2}<4$

$b=(5-\sqrt{2})-3=2-\sqrt{2}$ ⋯ ❷

$\therefore \sqrt{5}a+\sqrt{2}b-\frac{4}{\sqrt{2}}=\sqrt{5}(\sqrt{5}-2)+\sqrt{2}(2-\sqrt{2})-2\sqrt{2}$
$=5-2\sqrt{5}+2\sqrt{2}-2-2\sqrt{2}$
$=3-2\sqrt{5}$ ⋯ ❸

답 $3-2\sqrt{5}$

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	30 %
❷ b의 값을 구할 수 있다.	30 %
❸ $\sqrt{5}a+\sqrt{2}b-\frac{4}{\sqrt{2}}$의 값을 구할 수 있다.	40 %

0395 $\sqrt{4}<\sqrt{6}<\sqrt{9}$, 즉 $2<\sqrt{6}<3$이므로 $k=\sqrt{6}-2$

$\therefore \sqrt{6}=k+2$

이때 $\sqrt{144}<\sqrt{150}<\sqrt{169}$, 즉 $12<\sqrt{150}<13$이므로 $\sqrt{150}$의 소수 부분은

$\sqrt{150}-12=5\sqrt{6}-12=5(k+2)-12=5k-2$ 답 ①

0396 $\sqrt{49}<\sqrt{50}<\sqrt{64}$, 즉 $7<\sqrt{50}<8$이므로

$f(50)=\sqrt{50}-7=5\sqrt{2}-7$

$\sqrt{16}<\sqrt{18}<\sqrt{25}$, 즉 $4<\sqrt{18}<5$이므로

$f(18)=\sqrt{18}-4=3\sqrt{2}-4$

$\therefore f(50)-f(18)=(5\sqrt{2}-7)-(3\sqrt{2}-4)$
$=5\sqrt{2}-7-3\sqrt{2}+4$
$=2\sqrt{2}-3$ 답 ①

0397 $2\sqrt{5}=\sqrt{20}$이고 $\sqrt{16}<\sqrt{20}<\sqrt{25}$, 즉 $4<\sqrt{20}<5$에서 $6<\sqrt{20}+2<7$이므로

$f(2\sqrt{5}+2)=6$

$\sqrt{9}<\sqrt{12}<\sqrt{16}$, 즉 $3<\sqrt{12}<4$에서 $2<\sqrt{12}-1<3$이므로

$g(\sqrt{12}-1)=(\sqrt{12}-1)-2=2\sqrt{3}-3$

$\therefore \frac{3}{f(2\sqrt{5}+2)+2g(\sqrt{12}-1)}=\frac{3}{6+2(2\sqrt{3}-3)}$
$=\frac{3}{6+4\sqrt{3}-6}$
$=\frac{3}{4\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{4}$

답 ③

0398 $\square ABCD=\frac{1}{2}\times(\sqrt{80}+\sqrt{125})\times\sqrt{72}$
$=\frac{1}{2}\times(4\sqrt{5}+5\sqrt{5})\times6\sqrt{2}$
$=\frac{1}{2}\times9\sqrt{5}\times6\sqrt{2}$
$=27\sqrt{10}\ (\mathrm{cm}^2)$ 답 ②

0399 직육면체의 밑면의 가로의 길이를 x라 하면

$2(\sqrt{8}\times\sqrt{2}+\sqrt{8}x+\sqrt{2}x)=56$

$4+2\sqrt{2}x+\sqrt{2}x=28,\quad 3\sqrt{2}x=24$

$\therefore x=\frac{24}{3\sqrt{2}}=4\sqrt{2}$

따라서 이 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합은

$4(4\sqrt{2}+\sqrt{2}+\underbrace{\sqrt{8}}_{\sqrt{8}=2\sqrt{2}})=28\sqrt{2}$ 답 $28\sqrt{2}$

0400 $\overline{AB}=\sqrt{12}+\sqrt{75}=2\sqrt{3}+5\sqrt{3}=7\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$

$\overline{BC}=\sqrt{75}+\sqrt{27}=5\sqrt{3}+3\sqrt{3}=8\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{AB}+\overline{BC}=15\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$ 답 ⑤

0401 (밑면의 가로의 길이)$=\sqrt{128}-2\sqrt{2}$
$=8\sqrt{2}-2\sqrt{2}$
$=6\sqrt{2}\ (\mathrm{cm})$

(밑면의 세로의 길이)$=\sqrt{98}-2\sqrt{2}$
$=7\sqrt{2}-2\sqrt{2}$
$=5\sqrt{2}\ (\mathrm{cm})$

(높이)$=\sqrt{2}$ cm ⋯ ❶

따라서 직육면체의 부피는

$6\sqrt{2}\times5\sqrt{2}\times\sqrt{2}=60\sqrt{2}\ (\mathrm{cm}^3)$ ⋯ ❷

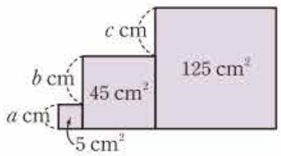
답 $60\sqrt{2}\ \mathrm{cm}^3$

채점 기준	비율
❶ 직육면체의 밑면의 가로, 세로의 길이와 높이를 구할 수 있다.	60 %
❷ 직육면체의 부피를 구할 수 있다.	40 %

0402 세 정사각형의 한 변의 길이는 각각

$\sqrt{5}$ cm, $\sqrt{45}=3\sqrt{5}$ (cm), $\sqrt{125}=5\sqrt{5}$ (cm)

오른쪽 그림에서 구하는 둘레의 길이는



$(\sqrt{5}+3\sqrt{5}+5\sqrt{5})\times 2$
$+5\sqrt{5}+\underbrace{(a+b+c)}_{5\sqrt{5}}$
$=18\sqrt{5}+5\sqrt{5}+5\sqrt{5}$
$=28\sqrt{5}$ (cm)

답 $28\sqrt{5}$ cm

0403 땅 E는 넓이가 20인 정사각형 모양이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{20}=2\sqrt{5}$이다.

따라서 땅 A의 가로의 길이가 $2\sqrt{5}$이고 넓이가 15이므로 세로의 길이는

$15\div 2\sqrt{5}=\dfrac{15}{2\sqrt{5}}=\dfrac{3\sqrt{5}}{2}$

한편 넓이가 80인 정사각형 모양의 땅의 한 변의 길이는 $\sqrt{80}=4\sqrt{5}$이므로

$\dfrac{3\sqrt{5}}{2}+x+2\sqrt{5}=4\sqrt{5}$

$\therefore x=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

답 $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

0404 $\overline{PB}=\overline{AB}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $2-\sqrt{13}$

$\overline{QF}=\overline{DF}=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$이므로 점 Q에 대응하는 수는

$9+\sqrt{13}$

$\therefore \overline{PQ}=9+\sqrt{13}-(2-\sqrt{13})$
$=9+\sqrt{13}-2+\sqrt{13}$
$=7+2\sqrt{13}$

답 $7+2\sqrt{13}$

0405 정사각형 ABCD의 넓이가 2이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{2}$이다.

따라서 $\overline{CP}=\overline{CD}=\sqrt{2}$, $\overline{CQ}=\overline{CB}=\sqrt{2}$이므로

$p=2+\sqrt{2}$, $q=2-\sqrt{2}$

$\therefore 2p+q=2(2+\sqrt{2})+(2-\sqrt{2})$
$=4+2\sqrt{2}+2-\sqrt{2}$
$=6+\sqrt{2}$

답 $6+\sqrt{2}$

0406 $\overline{PA}=\overline{PQ}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$이므로 점 A에 대응하는 수는

$-1-2\sqrt{2}$ ··· ❶

$\overline{RB}=\overline{RS}=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$이므로 점 B에 대응하는 수는

$1+3\sqrt{2}$ ··· ❷

$\therefore \overline{AB}=1+3\sqrt{2}-(-1-2\sqrt{2})$
$=1+3\sqrt{2}+1+2\sqrt{2}$
$=2+5\sqrt{2}$ ··· ❸

답 $2+5\sqrt{2}$

채점 기준	비율
❶ 점 A에 대응하는 수를 구할 수 있다.	40 %
❷ 점 B에 대응하는 수를 구할 수 있다.	40 %
❸ $\overline{AB}$의 길이를 구할 수 있다.	20 %

0407 $\overline{AC}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$이므로

$a=4-\sqrt{10}$, $b=4+\sqrt{10}$

$\therefore \sqrt{5}a-\sqrt{2}b=\sqrt{5}(4-\sqrt{10})-\sqrt{2}(4+\sqrt{10})$
$=4\sqrt{5}-5\sqrt{2}-4\sqrt{2}-2\sqrt{5}$
$=-9\sqrt{2}+2\sqrt{5}$

답 ②

0408 P, Q, R는 모두 직각이등변삼각형이므로

$\dfrac{1}{2}\times\overline{OA}^2=4$, $\dfrac{1}{2}\times\overline{AB}^2=12$, $\dfrac{1}{2}\times\overline{BC}^2=36$

$\overline{OA}^2=8$, $\overline{AB}^2=24$, $\overline{BC}^2=72$

$\therefore \overline{OA}=2\sqrt{2}$, $\overline{AB}=2\sqrt{6}$, $\overline{BC}=6\sqrt{2}$

따라서 $a=2\sqrt{2}$, $b=2\sqrt{2}+2\sqrt{6}$, $c=\underbrace{8\sqrt{2}+2\sqrt{6}}_{2\sqrt{2}+2\sqrt{6}+6\sqrt{2}=8\sqrt{2}+2\sqrt{6}}$이므로

$a-b+c=2\sqrt{2}-(2\sqrt{2}+2\sqrt{6})+8\sqrt{2}+2\sqrt{6}$
$=8\sqrt{2}$

답 ⑤

0409 ① $(\sqrt{5}-1)-1=\sqrt{5}-2=\sqrt{5}-\sqrt{4}>0$

$\therefore \sqrt{5}-1>1$

② $(\sqrt{11}-2)-(-2+\sqrt{10})=\sqrt{11}-\sqrt{10}>0$

$\therefore \sqrt{11}-2>-2+\sqrt{10}$

③ $(2\sqrt{5}-1)-(8-2\sqrt{5})=4\sqrt{5}-9=\sqrt{80}-\sqrt{81}<0$

$\therefore 2\sqrt{5}-1<8-2\sqrt{5}$

④ $(\sqrt{7}-2)-(3-\sqrt{7})=2\sqrt{7}-5=\sqrt{28}-\sqrt{25}>0$

$\therefore \sqrt{7}-2>3-\sqrt{7}$

⑤ $\left(5-\sqrt{\dfrac{1}{6}}\right)-\left(5-\sqrt{\dfrac{1}{5}}\right)=-\sqrt{\dfrac{1}{6}}+\sqrt{\dfrac{1}{5}}>0$

$\therefore 5-\sqrt{\dfrac{1}{6}}>5-\sqrt{\dfrac{1}{5}}$

답 ④

0410 ① $(\sqrt{2}+1)-(3\sqrt{2}-1)=-2\sqrt{2}+2=-\sqrt{8}+\sqrt{4}<0$

$\therefore \sqrt{2}+1\ \boxed{<}\ 3\sqrt{2}-1$

② $2-(\sqrt{10}-1)=3-\sqrt{10}=\sqrt{9}-\sqrt{10}<0$

$\therefore 2\ \boxed{<}\ \sqrt{10}-1$

③ $(6-\sqrt{5})-(2+\sqrt{5})=4-2\sqrt{5}=\sqrt{16}-\sqrt{20}<0$

$\therefore 6-\sqrt{5}\ \boxed{<}\ 2+\sqrt{5}$

④ $(5+\sqrt{6})-(\sqrt{19}+\sqrt{6})=5-\sqrt{19}=\sqrt{25}-\sqrt{19}>0$

$\therefore 5+\sqrt{6}\ \boxed{>}\ \sqrt{19}+\sqrt{6}$

⑤ $(-4+\sqrt{17})-(\sqrt{17}-\sqrt{15})=-4+\sqrt{15}=-\sqrt{16}+\sqrt{15}<0$

$\therefore -4+\sqrt{17}\ \boxed{<}\ \sqrt{17}-\sqrt{15}$

답 ④

0411 ① $(3+\sqrt{2})-(7-\sqrt{2})=-4+2\sqrt{2}=-\sqrt{16}+\sqrt{8}<0$

$\therefore 3+\sqrt{2}<7-\sqrt{2}$

② $2-(\sqrt{7}-1)=3-\sqrt{7}=\sqrt{9}-\sqrt{7}>0$

$\therefore 2>\sqrt{7}-1$

③ $(\sqrt{5}+\sqrt{2})-(\sqrt{5}+1)=\sqrt{2}-1>0$

$\therefore \sqrt{5}+\sqrt{2}>\sqrt{5}+1$

④ $(3\sqrt{5}+\sqrt{6})-(2\sqrt{11}+\sqrt{6})=3\sqrt{5}-2\sqrt{11}$

$=\sqrt{45}-\sqrt{44}>0$

$\therefore 3\sqrt{5}+\sqrt{6}>2\sqrt{11}+\sqrt{6}$

⑤ $(3\sqrt{3}-4\sqrt{2})-(-\sqrt{12}+\sqrt{8})=3\sqrt{3}-4\sqrt{2}+2\sqrt{3}-2\sqrt{2}$

$=5\sqrt{3}-6\sqrt{2}$

$=\sqrt{75}-\sqrt{72}>0$

$\therefore 3\sqrt{3}-4\sqrt{2}>-\sqrt{12}+\sqrt{8}$

답 ④

0412 (ㄱ) $(3+\sqrt{3})-(1+\sqrt{12})=3+\sqrt{3}-1-2\sqrt{3}$

$=2-\sqrt{3}$

$=\sqrt{4}-\sqrt{3}>0$

$\therefore 3+\sqrt{3}>1+\sqrt{12}$

(ㄴ) $(2\sqrt{5}+\sqrt{6})-(\sqrt{5}+2\sqrt{6})=\sqrt{5}-\sqrt{6}<0$

$\therefore 2\sqrt{5}+\sqrt{6}<\sqrt{5}+2\sqrt{6}$

(ㄷ) $(\sqrt{5}+\sqrt{18})-(\sqrt{20}+\sqrt{2})=\sqrt{5}+3\sqrt{2}-2\sqrt{5}-\sqrt{2}$

$=2\sqrt{2}-\sqrt{5}$

$=\sqrt{8}-\sqrt{5}>0$

$\therefore \sqrt{5}+\sqrt{18}>\sqrt{20}+\sqrt{2}$

(ㄹ) $(5\sqrt{3}-\sqrt{32})-(\sqrt{12}+\sqrt{2})=5\sqrt{3}-4\sqrt{2}-2\sqrt{3}-\sqrt{2}$

$=3\sqrt{3}-5\sqrt{2}$

$=\sqrt{27}-\sqrt{50}<0$

$\therefore 5\sqrt{3}-\sqrt{32}<\sqrt{12}+\sqrt{2}$

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄹ)이다. 답 ③

0413 $a-c=(\sqrt{3}+3)-4=\sqrt{3}-1>0$이므로

$a>c$

$b-c=(5-\sqrt{2})-4=1-\sqrt{2}<0$이므로

$b<c$

$\therefore b<c<a$

답 ③

0414 $a-b=(\sqrt{3}+\sqrt{2})-2\sqrt{2}=\sqrt{3}-\sqrt{2}>0$이므로

$a>b$

$b-c=2\sqrt{2}-(3\sqrt{2}-\sqrt{5})=\sqrt{5}-\sqrt{2}>0$이므로

$b>c$

$\therefore c<b<a$

답 $c<b<a$

0415 원의 넓이는 반지름의 길이의 제곱에 정비례하므로 원의 넓이가 가장 크려면 반지름의 길이가 가장 길어야 한다.

$(4-\sqrt{5})-2=2-\sqrt{5}=\sqrt{4}-\sqrt{5}<0$이므로

$4-\sqrt{5}<2$

$(4-\sqrt{5})-(4-\sqrt{6})=-\sqrt{5}+\sqrt{6}>0$이므로

$4-\sqrt{5}>4-\sqrt{6}$

$\therefore 4-\sqrt{6}<4-\sqrt{5}<2$

따라서 B의 넓이가 가장 크다. 답 B

0416 (1) $A-B=(2\sqrt{5}+1)-(8-\sqrt{5})=3\sqrt{5}-7$

$=\sqrt{45}-\sqrt{49}<0$

이므로 $A<B$ ··· ❶

(2) $A-C=(2\sqrt{5}+1)-(3\sqrt{2}+1)=2\sqrt{5}-3\sqrt{2}$

$=\sqrt{20}-\sqrt{18}>0$

이므로 $A>C$ ··· ❷

(3) $C<A$, $A<B$이므로 $C<A<B$ ··· ❸

답 (1) $A<B$ (2) $A>C$ (3) $C<A<B$

채점 기준	비율
❶ A, B의 대소 관계를 부등호를 사용하여 나타낼 수 있다.	40 %
❷ A, C의 대소 관계를 부등호를 사용하여 나타낼 수 있다.	40 %
❸ A, B, C의 대소 관계를 부등호를 사용하여 나타낼 수 있다.	20 %

0417 $-1-\sqrt{5}$는 음수이고, $\sqrt{3}+\sqrt{5}$, $1+\sqrt{5}$, 3은 양수이다.

$(\sqrt{3}+\sqrt{5})-(1+\sqrt{5})=\sqrt{3}-1>0$이므로

$\sqrt{3}+\sqrt{5}>1+\sqrt{5}$

$(1+\sqrt{5})-3=-2+\sqrt{5}=-\sqrt{4}+\sqrt{5}>0$이므로

$1+\sqrt{5}>3$

$\therefore \sqrt{3}+\sqrt{5}>1+\sqrt{5}>\underbrace{3>-1-\sqrt{5}}_{(\text{양수})>(\text{음수})}$

따라서 세 번째에 오는 수는 3이다. 답 3

0418 1st 점 M에 대응하는 수를 구한다.

점 M은 $\overline{AB}$의 중점이므로 점 M에 대응하는 수는

$\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$

2nd 점 N에 대응하는 수를 구한다.

$A(\sqrt{2})$, $M\left(\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}\right)$에 대하여 $\overline{AM}$의 중점 N에 대응하는 수는

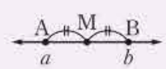
$\dfrac{1}{2}\left(\sqrt{2}+\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}\right)=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{3\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}\right)$

$=\dfrac{3\sqrt{2}+\sqrt{3}}{4}$

답 ⑤

SSEN 특강

수직선 위의 두 점 $A(a)$, $B(b)$ $(a<b)$에 대하여 $\overline{AB}$의 중점을 M이라 하면



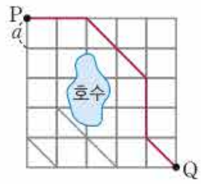
$\overline{AM}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}=\dfrac{b-a}{2}$

이므로 점 M에 대응하는 수는 다음과 같다.

$a+\dfrac{b-a}{2}=\dfrac{a+b}{2}$

0419 (1st) 최단 거리로 가는 방법을 찾는다.

P 지점에서 Q 지점까지 최단 거리로 가는 방법은 오른쪽 그림의 빨간색 선과 같다.



(2nd) 최단 거리를 a를 이용하여 나타낸다.

한 변의 길이가 a인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{a^2+a^2}=\sqrt{2}a$이므로 최단 거리를 a를 이용하여 나타내면

$$a+a+\sqrt{2}a+\sqrt{2}a+a+a+\sqrt{2}a=(4+3\sqrt{2})a$$

답 $(4+3\sqrt{2})a$

0420 (1st) 주어진 연립방정식의 해를 구한다.

$$\begin{cases}\sqrt{2}x+\sqrt{5}y=1 & \cdots\cdots ㉠\\ \sqrt{5}x-\sqrt{2}y=-1 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$$

㉠$\times\sqrt{5}-$㉡$\times\sqrt{2}$를 하면

$$7y=\sqrt{2}+\sqrt{5} \qquad \therefore y=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{7}$$

$y=\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{7}$를 ㉠에 대입하면

$$\sqrt{2}x+\frac{\sqrt{5}(\sqrt{2}+\sqrt{5})}{7}=1, \qquad \sqrt{2}x=\frac{2-\sqrt{10}}{7}$$

$$\therefore x=\frac{2-\sqrt{10}}{7\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{5}}{7}$$

(2nd) $\dfrac{p+q}{p-q}$의 값을 구한다.

$p=\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{5}}{7}$, $q=\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{7}$이므로

$$p+q=\frac{2\sqrt{2}}{7},\ p-q=-\frac{2\sqrt{5}}{7}$$

$$\therefore \frac{p+q}{p-q}=\frac{2\sqrt{2}}{7}\div\left(-\frac{2\sqrt{5}}{7}\right)$$

$$=\frac{2\sqrt{2}}{7}\times\left(-\frac{7}{2\sqrt{5}}\right)$$

$$=-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}=-\frac{\sqrt{10}}{5}$$

답 $-\dfrac{\sqrt{10}}{5}$

0421 (1st) 주어진 식을 계산한다.

$$\sqrt{6}\left(\frac{6}{\sqrt{32}}-\frac{3}{\sqrt{2}}\right)-\sqrt{2}\left(\frac{2}{\sqrt{6}}-\frac{10}{\sqrt{12}}\right)$$

$$=\frac{3\sqrt{6}}{2\sqrt{2}}-3\sqrt{3}-\frac{2}{\sqrt{3}}+\frac{10}{\sqrt{6}}$$

$$=\frac{3\sqrt{3}}{2}-3\sqrt{3}-\frac{2\sqrt{3}}{3}+\frac{5\sqrt{6}}{3}$$

$$=-\frac{13\sqrt{3}}{6}+\frac{5\sqrt{6}}{3}$$

(2nd) a, b의 값을 구한 후 $\sqrt{b-6a}$의 값을 구한다.

$a=-\dfrac{13}{6}$, $b=\dfrac{5}{3}$이므로

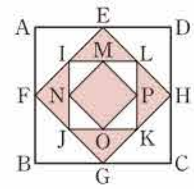
$$\sqrt{b-6a}=\sqrt{\frac{5}{3}-6\times\left(-\frac{13}{6}\right)}=\sqrt{\frac{44}{3}}$$

$$=\frac{2\sqrt{11}}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{33}}{3}$$

답 $\dfrac{2\sqrt{33}}{3}$

0422 (1st) 각 정사각형의 한 변의 길이를 구한다.

오른쪽 그림의 직각삼각형 AFE에서



$\overline{AE}=\overline{AF}=\dfrac{1}{2}\times8=4$이므로

$$\overline{EF}=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$$

따라서 정사각형 EFGH의 한 변의 길이는 $4\sqrt{2}$이다.

같은 방법으로 하면

$$\overline{IJ}=\sqrt{\underbrace{(2\sqrt{2})^2+(2\sqrt{2})^2}_{\overline{FI}=\overline{FJ}=\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}=2\sqrt{2}}}=4,$$

$$\overline{MN}=\sqrt{\underbrace{2^2+2^2}_{\overline{IM}=\overline{IN}=\frac{1}{2}\times4=2}}=2\sqrt{2}$$

이므로 두 정사각형 IJKL, MNOP의 한 변의 길이는 각각 4, $2\sqrt{2}$이다.

(2nd) 색칠한 도형의 둘레의 길이의 합을 구한다.

색칠한 도형의 둘레의 길이의 합은 ┌ 세 정사각형 EFGH, IJKL, MNOP의 둘레의 길이의 합

$$4\times4\sqrt{2}+4\times4+4\times2\sqrt{2}=16\sqrt{2}+16+8\sqrt{2}$$

$$=24\sqrt{2}+16$$

답 $24\sqrt{2}+16$

0423 (1st) a, b의 값을 구한다.

$\overline{AP}=\overline{AD}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$, $\overline{AQ}=\overline{AB}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$이므로

$$a=4-\sqrt{5},\ b=4+\sqrt{5}$$

(2nd) x, y의 값을 구한다.

$2<\sqrt{5}<3$에서 $1<4-\sqrt{5}<2$이므로

$$x=1$$

$6<4+\sqrt{5}<7$이므로

$$y=(4+\sqrt{5})-6=\sqrt{5}-2$$

(3rd) $a+xy$의 값을 구한다.

$a+xy=(4-\sqrt{5})+(\sqrt{5}-2)=2$

답 2

0424 (1st) $a+b$, $a-b$의 값의 부호를 구한다.

$a+b=5+(\sqrt{10}+2)=7+\sqrt{10}>0$

$a-b=5-(\sqrt{10}+2)=3-\sqrt{10}=\sqrt{9}-\sqrt{10}<0$

(2nd) $\sqrt{(a+b)^2}-\sqrt{(a-b)^2}$의 값을 구한다.

$$\sqrt{(a+b)^2}-\sqrt{(a-b)^2}=a+b-\{-(a-b)\}$$

$$=a+b+a-b=2a$$

$$=2\times5=10$$

답 ④

0425 (1st) 모든 경우의 수를 구한다.

모든 경우의 수는 $6\times6=36$

(2nd) 주어진 식을 만족시키는 경우의 수를 구한다.

(i) $a=1$, $b=2$ 또는 $a=2$, $b=1$일 때,

$\sqrt{a}+\sqrt{b}=\sqrt{1}+\sqrt{2}=1+\sqrt{2}$이고, $1<\sqrt{2}<2$에서

$2<1+\sqrt{2}<3$이므로 $2<\sqrt{a}+\sqrt{b}<3$을 만족시킨다.

(ii) $a=1$, $b=3$ 또는 $a=3$, $b=1$일 때,

$\sqrt{a}+\sqrt{b}=\sqrt{1}+\sqrt{3}=1+\sqrt{3}$이고, $1<\sqrt{3}<2$에서

$2<\sqrt{1}+\sqrt{3}<3$이므로 $2<\sqrt{a}+\sqrt{b}<3$을 만족시킨다.

(iii) $a=2$, $b=2$일 때,

$\sqrt{a}+\sqrt{b}=\sqrt{2}+\sqrt{2}=2\sqrt{2}=\sqrt{8}$ 이고, $2<\sqrt{8}<3$이므로 $2<\sqrt{a}+\sqrt{b}<3$을 만족시킨다.

이상에서 $2<\sqrt{a}+\sqrt{b}<3$인 경우의 수는 5이다.

3rd $2<\sqrt{a}+\sqrt{b}<3$일 확률을 구한다.

구하는 확률은 $\dfrac{5}{36}$ 답 ①

참고 $a=1$, $b=4$일 때, $\sqrt{1}+\sqrt{4}=1+2=3$이므로 $2<\sqrt{a}+\sqrt{b}<3$을 만족시키지 않는다.

$a=2$, $b=3$일 때, $3<\sqrt{2}+\sqrt{3}<4$이므로 $2<\sqrt{a}+\sqrt{b}<3$을 만족시키지 않는다.

0426 전략 $\sqrt{75}$를 $a\sqrt{b}$ 꼴로 나타낸 후 주어진 등식을 만족시키는 x, y가 어떤 꼴인지 구한다.

풀이 $\sqrt{75}=5\sqrt{3}$이므로 주어진 등식은

$\sqrt{x}+\sqrt{y}=5\sqrt{3}$ …… ㉠

$5\sqrt{3}$은 무리수이고 x, y는 자연수이므로 ㉠을 만족시키는 x, y는 $x=3p^2$, $y=3q^2$ (p, q는 자연수) 꼴이어야 한다. ➊

따라서 $\sqrt{x}=\sqrt{3p^2}=p\sqrt{3}$, $\sqrt{y}=\sqrt{3q^2}=q\sqrt{3}$이므로 이것을 ㉠에 대입하면

$p\sqrt{3}+q\sqrt{3}=5\sqrt{3}$ $\therefore p+q=5$

이때 p, q는 자연수이므로

$p=1$, $q=4$ 또는 $p=2$, $q=3$

또는 $p=3$, $q=2$ 또는 $p=4$, $q=1$ ➋

(i) $p=1$, $q=4$일 때, $x=3\times1^2=3$, $y=3\times4^2=48$

(ii) $p=2$, $q=3$일 때, $x=3\times2^2=12$, $y=3\times3^2=27$

(iii) $p=3$, $q=2$일 때, $x=3\times3^2=27$, $y=3\times2^2=12$

(iv) $p=4$, $q=1$일 때, $x=3\times4^2=48$, $y=3\times1^2=3$

이상에서 x, y의 순서쌍 (x, y)는 $(3, 48)$, $(12, 27)$, $(27, 12)$, $(48, 3)$의 4개이다. ➌

답 4

채점 기준	비율
➊ x, y의 조건을 구할 수 있다.	30 %
➋ p, q의 값을 구할 수 있다.	30 %
➌ x, y의 순서쌍 (x, y)의 개수를 구할 수 있다.	40 %

0427 전략 분모의 유리화를 이용하여 $f(a)$를 정리한다.

풀이 $f(a)=\sqrt{a}-\dfrac{1}{\sqrt{a}}=\sqrt{a}-\dfrac{\sqrt{a}}{a}=\dfrac{(a-1)\sqrt{a}}{a}$ ➊

$\therefore f(2)\times f(3)\times f(4)\times f(5)\times f(6)$

$=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\times\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\times\dfrac{3\sqrt{4}}{4}\times\dfrac{4\sqrt{5}}{5}\times\dfrac{5\sqrt{6}}{6}$

$=\dfrac{\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times2\times\sqrt{5}\times\sqrt{6}}{6}$

$=\dfrac{12\sqrt{5}}{6}=2\sqrt{5}$ ➋

답 $2\sqrt{5}$

채점 기준	비율
➊ $f(a)$를 정리할 수 있다.	30 %
➋ $f(2)\times f(3)\times f(4)\times f(5)\times f(6)$의 값을 구할 수 있다.	70 %

0428 전략 길의 폭을 x m로 놓고 $2x+\sqrt{2}=2$임을 이용하여 x의 값을 구한다.

풀이 길의 폭을 x m라 하면

$2x+\sqrt{2}=2$ $\therefore x=\dfrac{2-\sqrt{2}}{2}$ ➊

따라서 길을 제외한 화단의 넓이는

$(\sqrt{5}+\sqrt{10})\times\sqrt{10}-2\times2+\sqrt{2}\times\left(2-\dfrac{2-\sqrt{2}}{2}\right)$

$=5\sqrt{2}+10-4+\sqrt{2}\times\dfrac{2+\sqrt{2}}{2}$

$=5\sqrt{2}+6+\sqrt{2}+1$

$=7+6\sqrt{2}$ (m^2) ➋

답 $(7+6\sqrt{2})$ m^2

채점 기준	비율
➊ 길의 폭을 구할 수 있다.	30 %
➋ 길을 제외한 화단의 넓이를 구할 수 있다.	70 %

0429 전략 먼저 음수와 양수로 나눈 후 각각의 대소를 비교한다.

풀이 (i) 주어진 수 중에 음수는 $-\sqrt{6}+2$, $2-\sqrt{5}$이고

$(-\sqrt{6}+2)-(2-\sqrt{5})=-\sqrt{6}+\sqrt{5}<0$

이므로 $-\sqrt{6}+2<2-\sqrt{5}$ ➊

(ii) 주어진 수 중에 양수는 $\sqrt{5}+3$, $8-\sqrt{5}$, 4이다.

이때 $(\sqrt{5}+3)-4=\sqrt{5}-1>0$이므로

$\sqrt{5}+3>4$

또 $(\sqrt{5}+3)-(8-\sqrt{5})=2\sqrt{5}-5=\sqrt{20}-\sqrt{25}<0$이므로

$\sqrt{5}+3<8-\sqrt{5}$

$\therefore 4<\sqrt{5}+3<8-\sqrt{5}$ ➋

(i), (ii)에서

$-\sqrt{6}+2<2-\sqrt{5}<4<\sqrt{5}+3<8-\sqrt{5}$

따라서 주어진 수를 수직선 위에 나타낼 때, 왼쪽에서 오른쪽으로 갈수록 큰 수이므로 오른쪽에서 두 번째에 오는 수는 $\sqrt{5}+3$이고, 왼쪽에서 두 번째에 오는 수는 $2-\sqrt{5}$이다. ➌

답 $\sqrt{5}+3$, $2-\sqrt{5}$

채점 기준	비율
➊ 음수끼리 대소를 비교할 수 있다.	30 %
➋ 양수끼리 대소를 비교할 수 있다.	50 %
➌ 오른쪽에서 두 번째에 오는 수와 왼쪽에서 두 번째에 오는 수를 구할 수 있다.	20 %

05 다항식의 곱셈

0430 답 $3xy-9x+2y-6$

0431 답 $-3ac+ad-6bc+2bd$

0432 $(2x-1)(x+3y+4)=2x^2+6xy+8x-x-3y-4$
$=2x^2+6xy+7x-3y-4$
답 $2x^2+6xy+7x-3y-4$

0433 답 $x^2+8x+16$

0434 답 $9x^2+6x+1$

0435 답 $4a^2+20ab+25b^2$

0436 답 $\frac{1}{9}a^2+\frac{1}{3}a+\frac{1}{4}$

0437 답 a^2-4a+4

0438 답 $a^2-14ab+49b^2$

0439 답 $9x^2-12xy+4y^2$

0440 답 $x^2-\frac{1}{3}x+\frac{1}{36}$

0441 답 6, 36

0442 답 10, 100

0443 답 $\frac{1}{2}$, 5

0444 답 $4-a^2$

0445 답 x^2-16y^2

0446 답 $25x^2-9y^2$

0447 답 $9a^2-\frac{1}{4}b^2$

0448 답 $a^2+7a+10$

0449 답 x^2+6x-7

0450 답 $b^2-13b+40$

0451 답 $y^2-\frac{1}{6}y-\frac{1}{6}$

0452 답 $5x^2+21x+4$

0453 답 $6a^2-a-12$

0454 답 $42x^2-17xy-15y^2$

0455 답 $\frac{1}{15}a^2-4a+60$

0456 $(x+5)^2+(2x+1)(2x-1)=x^2+10x+25+4x^2-1$
$=5x^2+10x+24$
답 $5x^2+10x+24$

0457 $(4a-b)(-a+3b)-(a-2b)^2$
$=-4a^2+13ab-3b^2-(a^2-4ab+4b^2)$
$=-5a^2+17ab-7b^2$
답 $-5a^2+17ab-7b^2$

0458 $103^2=(100+3)^2$
$=100^2+2\times100\times3+3^2$
$=10000+600+9=10609$
답 10609

0459 $10.1^2=(10+0.1)^2$
$=10^2+2\times10\times0.1+0.1^2$
$=100+2+0.01=102.01$
답 102.01

0460 $96^2=(100-4)^2$
$=100^2-2\times100\times4+4^2$
$=10000-800+16=9216$
답 9216

0461 $9.9^2=(10-0.1)^2$
$=10^2-2\times10\times0.1+0.1^2$
$=100-2+0.01=98.01$
답 98.01

0462 $48\times52=(50-2)(50+2)$
$=50^2-2^2$
$=2500-4=2496$
답 2496

0463 $10.2\times9.8=(10+0.2)(10-0.2)$
$=10^2-0.2^2$
$=100-0.04=99.96$
답 99.96

0464 $101\times102=(100+1)(100+2)$
$=100^2+(1+2)\times100+1\times2$
$=10000+300+2=10302$
답 10302

0465 $97\times99=(100-3)(100-1)$
$=100^2-(3+1)\times100+3\times1$
$=10000-400+3=9603$
답 9603

0466 $(\sqrt{5}+\sqrt{7})^2=(\sqrt{5})^2+2\times\sqrt{5}\times\sqrt{7}+(\sqrt{7})^2$
$=5+2\sqrt{35}+7$
$=12+2\sqrt{35}$
답 $12+2\sqrt{35}$

0467 $(2\sqrt{2}-\sqrt{6})^2=(2\sqrt{2})^2-2\times2\sqrt{2}\times\sqrt{6}+(\sqrt{6})^2$
$=8-8\sqrt{3}+6$
$=14-8\sqrt{3}$
답 $14-8\sqrt{3}$

0468 $(4+\sqrt{11})(4-\sqrt{11})=4^2-(\sqrt{11})^2$
$=16-11=5$
답 5

0469 $\frac{1}{\sqrt{5}-2}=\frac{\sqrt{5}+2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}=\frac{\sqrt{5}+2}{(\sqrt{5})^2-2^2}=\sqrt{5}+2$
답 $\sqrt{5}+2$

0470 $\frac{1}{\sqrt{3}+1}=\frac{\sqrt{3}-1}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}=\frac{\sqrt{3}-1}{(\sqrt{3})^2-1^2}=\frac{\sqrt{3}-1}{2}$
답 $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

0471 $\dfrac{1}{1-\sqrt{6}}=\dfrac{1+\sqrt{6}}{(1-\sqrt{6})(1+\sqrt{6})}=\dfrac{1+\sqrt{6}}{1^2-(\sqrt{6})^2}$

$=-\dfrac{1+\sqrt{6}}{5}$ 답 $-\dfrac{1+\sqrt{6}}{5}$

0472 $\dfrac{1}{3-2\sqrt{2}}=\dfrac{3+2\sqrt{2}}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}=\dfrac{3+2\sqrt{2}}{3^2-(2\sqrt{2})^2}$

$=3+2\sqrt{2}$ 답 $3+2\sqrt{2}$

0473 $\dfrac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}=\dfrac{(1-\sqrt{2})^2}{(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})}$

$=\dfrac{1^2-2\times1\times\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2}{1^2-(\sqrt{2})^2}$

$=-3+2\sqrt{2}$ 답 $-3+2\sqrt{2}$

0474 $\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}=\dfrac{(\sqrt{6}+\sqrt{2})^2}{(\sqrt{6}-\sqrt{2})(\sqrt{6}+\sqrt{2})}$

$=\dfrac{(\sqrt{6})^2+2\times\sqrt{6}\times\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2}{(\sqrt{6})^2-(\sqrt{2})^2}$

$=\dfrac{8+4\sqrt{3}}{4}=2+\sqrt{3}$ 답 $2+\sqrt{3}$

0475 답 $2xy$, -4, 29 **0476** 답 $4xy$, -8, 33

0477 답 $2xy$, 8, 9 **0478** 답 $4xy$, 16, 17

0479 $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$

$=(3\sqrt{2})^2-2\times1=16$ 답 16

0480 $(x-y)^2=(x+y)^2-4xy$

$=(3\sqrt{2})^2-4\times1=14$ 답 14

0481 $x^2+y^2=(x-y)^2+2xy$

$=(-4)^2+2\times(-3)=10$ 답 10

0482 $(x+y)^2=(x-y)^2+4xy$

$=(-4)^2+4\times(-3)=4$ 답 4

0483 $(3x-5)(2-y)=-3xy+6x+5y-10$이므로

$a=-3$, $b=6$, $c=5$ $\quad\therefore a+b+c=8$ 답 ④

0484 보자기의 가로의 길이가 $2a+b+3$, 세로의 길이가 $2b+3$이므로 구하는 넓이는

$(2a+b+3)(2b+3)=4ab+6a+2b^2+3b+6b+9$

$=4ab+2b^2+6a+9b+9$

답 $4ab+2b^2+6a+9b+9$

0485 $(x+2y)(Ax+5y)=Ax^2+5xy+2Axy+10y^2$

$=Ax^2+(2A+5)xy+10y^2$ ··· ❶

따라서 $A=2$, $2A+5=B$이므로

$A=2$, $B=9$ ··· ❷

$\therefore A+B=11$ ··· ❸

답 11

채점 기준	비율
❶ 주어진 식을 전개할 수 있다.	60 %
❷ A, B의 값을 구할 수 있다.	30 %
❸ $A+B$의 값을 구할 수 있다.	10 %

0486 $(5a+b-3)(b-2a)-(a-5)(b+6)$

$=5ab-10a^2+b^2-2ab-3b+6a-(ab+6a-5b-30)$

$=5ab-10a^2+b^2-2ab-3b+6a-ab-6a+5b+30$

$=-10a^2+b^2+2ab+2b+30$

답 $-10a^2+b^2+2ab+2b+30$

0487 조건 (가)에서 $a=6p+4$ (p는 음이 아닌 정수)

조건 (나)에서 $b=6q+5$ (q는 음이 아닌 정수)

$\therefore ab=(6p+4)(6q+5)$

$=36pq+30p+24q+\underbrace{20}_{20=6\times3+2}$

$=6(6pq+5p+4q+3)+2$

따라서 ab를 6으로 나누었을 때의 나머지는 2이다. 답 2

SSEN 특강

A를 B로 나누었을 때의 몫이 Q이고, 나머지가 R이다.
➡ $A=BQ+R$

0488 주어진 식을 전개한 식에서 x^2항은

$3x\times(-4x)=-12x^2$

x항은 $3x\times1+\dfrac{1}{2}\times(-4x)=3x-2x=x$

따라서 x^2의 계수는 -12, x의 계수는 1이므로 구하는 합은

$-12+1=-11$ 답 ①

0489 주어진 식을 전개한 식에서 y항은

$(-y)\times(-1)+4\times2y=y+8y=9y$

이므로 y의 계수는 9이다. 답 ⑤

0490 주어진 식을 전개한 식에서 x^2항은

$7x\times kx=7kx^2$ ··· ❶

xy항은 $7x\times3y+y\times kx=(21+k)xy$ ··· ❷

따라서 $7k=21+k$이므로

$6k=21 \quad\therefore k=\dfrac{7}{2}$ ··· ❸

답 $\dfrac{7}{2}$

채점 기준	비율
❶ x^2항을 구할 수 있다.	30 %
❷ xy항을 구할 수 있다.	30 %
❸ k의 값을 구할 수 있다.	40 %

0491 주어진 식을 전개한 식에서 x항은

$ax\times b+3\times(-2x)=(ab-6)x$

이므로 $ab-6=29 \quad\therefore ab=35$

이때 a, b는 한 자리 자연수이므로

$a=5$, $b=7$ 또는 $a=7$, $b=5$

$\therefore a^2+b^2=74$ 답 ④

0492 $(x^2+x+1)^2=(x^2+x+1)(x^2+x+1)$

이 식을 전개한 식에서 x^3항은

$x^2\times x+x\times x^2=2x^3$

x^2항은 $\quad x^2\times 1+x\times x+1\times x^2=3x^2$

따라서 x^3의 계수는 2, x^2의 계수는 3이므로 구하는 합은

$2+3=5$ 답 5

0493 $(3x+2y)^2=9x^2+12xy+4y^2$이므로

$a=9$, $b=12$, $c=4$

$\therefore a+b-c=17$ 답 17

0494 $\left(-\frac{1}{3}x-2y\right)^2=\left\{-\frac{1}{3}(x+6y)\right\}^2=\frac{1}{9}(x+6y)^2$

답 ①

0495 $(5x+A)^2=25x^2+10Ax+A^2$이므로

$10A=B$, $A^2=9$

$A^2=9$에서 $\quad A=-3$ 또는 $A=3$

$A=-3$일 때, $\quad B=10\times(-3)=-30$

$A=3$일 때, $\quad B=10\times 3=30$

$\therefore A=-3$, $B=-30$ 또는 $A=3$, $B=30$

답 ①, ⑤

0496 $(ax+2b)^2=a^2x^2+4abx+4b^2$이므로

$a^2=9$, $4b^2=\frac{1}{4}$, 즉 $a^2=9$, $b^2=\frac{1}{16}$

이때 a, b는 양수이므로 $\quad a=3$, $b=\frac{1}{4}$

따라서 x의 계수는 $\quad 4ab=3$ 답 3

0497 $(x-A)^2=x^2-2Ax+A^2$이므로

$-2A=-1$, $A^2=B$

따라서 $A=\frac{1}{2}$, $B=\frac{1}{4}$이므로

$AB=\frac{1}{8}$ 답 $\frac{1}{8}$

0498 ① $(x-8)^2=x^2-16x+64$

② $(2a+1)^2=4a^2+4a+1$

③ $\left(\frac{1}{5}x-3\right)^2=\frac{1}{25}x^2-\frac{6}{5}x+9$

④ $(-3a+b)^2=9a^2-6ab+b^2$ 답 ⑤

0499 (ㄱ), (ㅁ) $(a-b)^2=(b-a)^2=a^2-2ab+b^2$

(ㄴ) $-(a-b)^2=-a^2+2ab-b^2$

(ㄷ), (ㅂ) $(-a-b)^2=(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

(ㄹ) $-(a+b)^2=-a^2-2ab-b^2$

이상에서 식을 전개한 결과가 같은 것끼리 짝 지은 것은 (ㄱ), (ㅁ)과 (ㄷ), (ㅂ)이다. 답 ①, ④

0500 한 변의 길이가 $a-\frac{1}{2}b$인 정사각형의 넓이는

$\left(a-\frac{1}{2}b\right)^2=a^2-ab+\frac{1}{4}b^2$ ··· ❶

한 변의 길이가 $3a-b$인 정사각형의 넓이는

$(3a-b)^2=9a^2-6ab+b^2$ ··· ❷

따라서 구하는 넓이의 합은

$\left(a^2-ab+\frac{1}{4}b^2\right)+(9a^2-6ab+b^2)$

$=10a^2-7ab+\frac{5}{4}b^2$ ··· ❸

답 $10a^2-7ab+\frac{5}{4}b^2$

채점 기준	비율
❶ 한 변의 길이가 $a-\frac{1}{2}b$인 정사각형의 넓이를 구할 수 있다.	40 %
❷ 한 변의 길이가 $3a-b$인 정사각형의 넓이를 구할 수 있다.	40 %
❸ 넓이의 합을 구할 수 있다.	20 %

0501 $(4x-A)^2=16x^2-8Ax+A^2$이므로

$B=16$, $C=-8A$, $A^2=9$

이때 $A>0$이므로 $\quad A=3$, $B=16$, $C=-24$

$\therefore A+B+C=-5$ 답 -5

0502 ② $(-4+x)(-4-x)=16-x^2$ 답 ②

0503 $\left(a-\frac{1}{3}x\right)\left(\frac{1}{3}x+a\right)=-\frac{1}{9}x^2+a^2$이므로

$a^2=4 \quad \therefore a=2\ (\because a>0)$ 답 2

0504 $(x-3)(x+3)(x^2+9)=(x^2-9)(x^2+9)$

$=x^4-81$ 답 x^4-81

0505 $(3x+2y)(3x-2y)-2(-x-y)(-x+y)$

$=(9x^2-4y^2)-2(x^2-y^2)$

$=9x^2-4y^2-2x^2+2y^2$

$=7x^2-2y^2$

따라서 $a=7$, $b=-2$이므로

$a-b=9$ 답 ⑤

0506 $(x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1)$

$=(x^2-1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1)$

$=(x^4-1)(x^4+1)(x^8+1)$

$=(x^8-1)(x^8+1)$

$=x^{16}-1$ ··· ❶

따라서 $a=16$, $b=-1$이므로 ⋯ ❷

$a-b=17$ ⋯ ❸

답 17

채점 기준	비율
❶ 주어진 등식의 좌변을 전개할 수 있다.	70 %
❷ a, b의 값을 구할 수 있다.	20 %
❸ $a-b$의 값을 구할 수 있다.	10 %

0507 $(x-a)(x-5)=x^2-(a+5)x+5a$이므로

$-(a+5)=-b$, $5a=15$

따라서 $a=3$, $b=8$이므로

$ab=24$

답 24

0508 $\left(x-\frac{1}{4}y\right)\left(x+\frac{1}{5}y\right)$

$=x^2+\left(-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}\right)xy+\left(-\frac{1}{4}\right)\times\frac{1}{5}y^2$

$=x^2-\frac{1}{20}xy-\frac{1}{20}y^2$

따라서 $a=-\frac{1}{20}$, $b=-\frac{1}{20}$이므로

$a+b=-\frac{1}{10}$

답 ①

0509 ①, ②, ④, ⑤ 1　　③ 6

답 ③

0510 $(x-4)(x+a)=x^2+(a-4)x-4a$이므로

$a-4=b$, $-4a=-24$

$\therefore a=6$, $b=2$ ⋯ ❶

즉 주어진 직각삼각형의 빗변의 길이가

$6+2=8$

이고 밑변의 길이가

$6-2=4$

이므로 피타고라스 정리에 의하여 높이는

$\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}$ ⋯ ❷

따라서 주어진 직각삼각형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times4\times4\sqrt{3}=8\sqrt{3}$ ⋯ ❸

답 $8\sqrt{3}$

채점 기준	비율
❶ a, b의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ 직각삼각형의 높이를 구할 수 있다.	40 %
❸ 직각삼각형의 넓이를 구할 수 있다.	20 %

0511 $\left(x+\frac{2}{3}\right)(x-2a)=x^2+\left(\frac{2}{3}-2a\right)x-\frac{4}{3}a$이므로

$\underbrace{\frac{2}{3}-2a}_{x\text{의 계수}}=2\times\underbrace{\left(-\frac{4}{3}a\right)}_{\text{상수항}}$,　$\frac{2}{3}-2a=-\frac{8}{3}a$

$\frac{2}{3}a=-\frac{2}{3}$　　$\therefore a=-1$

답 -1

0512 잘못 보고 전개한 식은

$(x-0.\dot{4})(x+a)=\left(x-\frac{4}{9}\right)(x+a)$

$=x^2+\left(a-\frac{4}{9}\right)x-\frac{4}{9}a$

바르게 보고 전개한 식은

$(x-0.4)(x+a)=\left(x-\frac{2}{5}\right)(x+a)$

$=x^2+\left(a-\frac{2}{5}\right)x-\frac{2}{5}a$

이때 $-\frac{4}{9}a$가 $-\frac{2}{5}a$보다 $\frac{2}{15}$만큼 작으므로

$\underbrace{-\frac{4}{9}a=-\frac{2}{5}a-\frac{2}{15}}_{\text{양변에 }-45\text{를 곱한다.}}$,　　$20a=18a+6$

$2a=6$　　$\therefore a=3$

답 ⑤

0513 $(4x-3)(2x+7)=8x^2+22x-21$이므로

$a=8$, $b=22$, $c=-21$

$\therefore 2a+b+c=17$

답 ⑤

0514 $(5x+a)(3x-2)=15x^2+(-10+3a)x-2a$이므로

$\underbrace{-10+3a}_{x\text{의 계수}}=\underbrace{-2a}_{\text{상수항}}+5$,　　$5a=15$

$\therefore a=3$

답 ④

0515 $A=(x-1)(3x-5)=3x^2-8x+5$ ⋯ ❶

$B=(3x-5)(4x+1)=12x^2-17x-5$ ⋯ ❷

$\therefore A+B=(3x^2-8x+5)+(12x^2-17x-5)$

$=15x^2-25x$ ⋯ ❸

답 $15x^2-25x$

채점 기준	비율
❶ A를 구할 수 있다.	40 %
❷ B를 구할 수 있다.	40 %
❸ 두 식 A, B의 합을 구할 수 있다.	20 %

0516 $(2x+a)(4x+5)=8x^2+(10+4a)x+5a$이므로

$10+4a=-2$, $5a=-15$

$\therefore a=-3$

따라서 바르게 계산하면

$(2x-3)(5x+4)=10x^2-7x-12$

답 $10x^2-7x-12$

0517 ③ $(-x-3y)^2=\{-(x+3y)\}^2=(x+3y)^2$

$=x^2+6xy+9y^2$

④ $(-a+10)(10+a)=-a^2+100$

답 ③, ④

0518 ① 36　　② 8　　③ 18　　④ 49　　⑤ 23

답 ④

0519 $P+R=(x-3)(x+3)$, $P+Q=x^2-3^2$

이때 $Q=R$이므로 $P+R=P+Q$

$\therefore (x-3)(x+3)=x^2-3^2$ 답 ③

0520 $A+B+C$

$=(1-2x)(1+2x)+(2x+5)(3x-1)+(x+4)(x-6)$

$=1-4x^2+6x^2+13x-5+x^2-2x-24$

$=3x^2+11x-28$ 답 $3x^2+11x-28$

0521 $(3x-a)^2-(2x+5)(-x+1)$

$=9x^2-6ax+a^2\underline{-(-2x^2-3x+5)}$

$=11x^2+(-6a+3)x+a^2-5$ ··· ❶

$-(2x+5)(-x+1)=(2x+5)(x-1)$임을 이용할 수도 있다.

이므로 $a^2-5=11$

$a^2=16$ $\therefore a=-4$ ($\because a<0$) ··· ❷

따라서 x의 계수는

$(-6)\times(-4)+3=27$ ··· ❸

답 27

채점 기준	비율
❶ 주어진 식을 계산할 수 있다.	40 %
❷ a의 값을 구할 수 있다.	30 %
❸ x의 계수를 구할 수 있다.	30 %

0522 $(7x+3)(4x-1)=28x^2+5x-3$ 답 ④

0523 $\overline{ED}=\overline{DC}=\overline{AB}=2a-1$이므로

$\overline{AE}=\overline{AD}-\overline{ED}=3a+1-(2a-1)=a+2$

즉 $\overline{AG}=\overline{AE}=a+2$이므로

$\overline{GB}=\overline{AB}-\overline{AG}=(2a-1)-(a+2)=a-3$

따라서 □GBFH의 넓이는

$\underbrace{(a+2)}_{\overline{GH}=\overline{AE}}(a-3)=a^2-a-6$ 답 a^2-a-6

0524 $2\{(x+5)(2x-3)+(2x-3)(2x+7)$
$+(x+5)(2x+7)\}$

$=2\{(2x^2+7x-15)+(4x^2+8x-21)$
$+(2x^2+17x+35)\}$

$=2(8x^2+32x-1)$

$=16x^2+64x-2$ 답 $16x^2+64x-2$

0525 가장 큰 원의 지름의 길이는 $2x+4y$이므로 가장 큰 원의 반지름의 길이는 $x+2y$이다.

따라서 구하는 넓이는

$\pi\times(x+2y)^2-\pi\times x^2-\pi\times(2y)^2$

$=\pi(x^2+4xy+4y^2)-\pi x^2-4\pi y^2$

$=\pi x^2+4\pi xy+4\pi y^2-\pi x^2-4\pi y^2$

$=4\pi xy$ 답 ⑤

0526 $\overline{AD}$의 중점이 B이므로

$\overline{AB}=\overline{BD}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{a+b}{2}$

$\therefore \underline{\overline{BC}=a-\frac{a+b}{2}=\frac{a-b}{2}}$ ··· ❶

$\overline{BC}=\frac{a+b}{2}-b=\frac{a-b}{2}$와 같이 구할 수도 있다.

$S_1-S_2=14$이므로

$\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2=14$

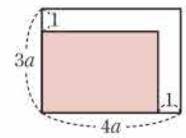
$\frac{a^2+2ab+b^2}{4}-\frac{a^2-2ab+b^2}{4}=14$

$\therefore ab=14$ ··· ❷

답 14

채점 기준	비율
❶ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 길이를 a, b에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	40 %
❷ ab의 값을 구할 수 있다.	60 %

0527 오른쪽 그림에서 색칠한 부분의 넓이는

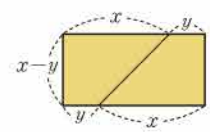


$(4a-1)(3a-1)=12a^2-7a+1$

따라서 $p=12$, $q=-7$, $r=1$이므로

$p+q+r=6$ 답 6

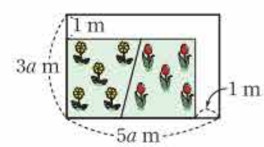
0528 주어진 그림에서 두 사다리꼴을 대각선을 따라 이동하면 오른쪽 그림과 같으므로 넓이는



$(x+y)(x-y)=x^2-y^2$

따라서 필요한 곱셈 공식은 (ㄱ)이다. 답 (ㄱ)

0529 오른쪽 그림에서 화단의 넓이는

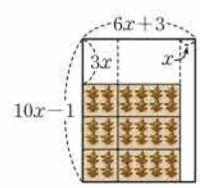


$(5a-1)(3a-1)$

$=15a^2-8a+1\ (\mathrm{m}^2)$

답 $(15a^2-8a+1)\ \mathrm{m}^2$

0530 오른쪽 그림에서 밭의 넓이는



$\{(6x+3)-x\}\{(10x-1)-3x\}$

$=(5x+3)(7x-1)$

$=35x^2+16x-3$ 답 ③

0531 $x-3=A$로 놓으면

$(\text{주어진 식})=(A+2y)(A-2y)=\underline{A^2}-4y^2$

A에 $x-3$을 대입한다.

$=(x-3)^2-4y^2$

$=x^2-4y^2-6x+9$ 답 x^2-4y^2-6x+9

참고 공통부분을 치환하지 않고 전개하면 다음과 같다.

$(x+2y-3)(x-2y-3)$

$=x^2-2xy-3x+2xy-4y^2-6y-3x+6y+9$

$=x^2-4y^2-6x+9$

0532 $x-3y=A$로 놓으면

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=(A-2)(A+3)=A^2+A-6\\&=(x-3y)^2+(x-3y)-6\\&=x^2-6xy+9y^2+x-3y-6\end{aligned}$$ ··· ❶

따라서 상수항을 포함한 모든 항의 계수의 합은

$1+(-6)+9+1+(-3)+(-6)=-4$ ··· ❷

답 -4

채점 기준	비율
❶ 주어진 식을 전개할 수 있다.	70 %
❷ 상수항을 포함한 모든 항의 계수의 합을 구할 수 있다.	30 %

SSEN 특강

다항식에서 상수항을 포함한 모든 항의 계수의 합은 다항식의 모든 문자에 1을 대입한 값과 같다.
따라서 $(x-3y-2)(x-3y+3)$을 전개한 식에서 상수항을 포함한 모든 항의 계수의 합은

$(1-3-2)(1-3+3)=-4$

와 같이 구할 수도 있다.

0533 $x+y=A$로 놓으면

$$\begin{aligned}(x+y-2)^2&=(A-2)^2=A^2-4A+4\\&=(x+y)^2-4(x+y)+4\\&=x^2+2xy+y^2-4x-4y+4\end{aligned}$$

답 ①

0534 $1+x^2=A$로 놓으면

$$\begin{aligned}(1+x+x^2)(1-x+x^2)&=(A+x)(A-x)\\&=A^2-x^2\\&=(1+x^2)^2-x^2\\&=1+2x^2+x^4-x^2\\&=1+x^2+x^4\end{aligned}$$

따라서 주어진 식은 $(1+x^2+x^4)(1-x^2+x^4)$이므로

$1+x^4=B$로 놓으면

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=(B+x^2)(B-x^2)=B^2-(x^2)^2\\&=(1+x^4)^2-(x^2)^2=1+2x^4+x^8-x^4\\&=1+x^4+x^8\end{aligned}$$

답 $1+x^4+x^8$

0535 $x+z=A$, $y+w=B$로 놓으면

$$\begin{aligned}&(x+y+z+w)(x-y+z-w)\\&=\{(x+z)+(y+w)\}\{(x+z)-(y+w)\}\\&=(A+B)(A-B)\\&=A^2-B^2\\&=(x+z)^2-(y+w)^2\\&=x^2+2xz+z^2-(y^2+2yw+w^2)\\&=x^2-y^2+z^2-w^2+2xz-2yw\end{aligned}$$

답 $x^2-y^2+z^2-w^2+2xz-2yw$

0536 $(\text{주어진 식})=(x+2)(x-1)(x+4)(x-3)$

$=(x^2+x-2)(x^2+x-12)$

$x^2+x=A$로 놓으면

$$\begin{aligned}(A-2)(A-12)&=A^2-14A+24\\&=(x^2+x)^2-14(x^2+x)+24\\&=x^4+2x^3+x^2-14x^2-14x+24\\&=x^4+2x^3-13x^2-14x+24\end{aligned}$$

따라서 x^3의 계수는 2, x^2의 계수는 -13이므로 구하는 합은

$2+(-13)=-11$

답 ③

0537 $(x-3)(x-1)(x+1)(x+3)$

$$\begin{aligned}&=(x-3)(x+3)(x-1)(x+1)\\&=(x^2-9)(x^2-1)\\&=x^4-10x^2+9\end{aligned}$$ ··· ❶

따라서 $a=0$, $b=-10$, $c=0$, $d=9$이므로 ··· ❷

$a-b+c-d=1$ ··· ❸

답 1

채점 기준	비율
❶ 주어진 등식의 좌변을 전개할 수 있다.	70 %
❷ a, b, c, d의 값을 구할 수 있다.	20 %
❸ $a-b+c-d$의 값을 구할 수 있다.	10 %

0538 $(\text{주어진 식})=(x+1)(x+4)(x+2)(x+3)$

$=(x^2+5x+4)(x^2+5x+6)$

이때 $x^2+5x-3=0$에서 $x^2+5x=3$이므로 위의 식에 대입하면

$(3+4)(3+6)=63$

답 63

0539 $7.1\times6.9=(7+0.1)(7-0.1)$이므로

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

을 이용하는 것이 가장 편리하다.

답 ③

0540 (1) $$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=\frac{(A-2)^2-4}{A}=\frac{A^2-4A+4-4}{A}\\&=\frac{A^2-4A}{A}\\&=A-4\end{aligned}$$ ··· ❶

(2) $\frac{2022^2-4}{2024}=2024-4=2020$ ··· ❷

답 (1) $A-4$ (2) 2020

채점 기준	비율
❶ 주어진 식을 A로 나타내고 간단히 할 수 있다.	70 %
❷ 주어진 식을 계산할 수 있다.	30 %

0541 $$\begin{aligned}57\times63-59^2&=(60-3)(60+3)-(60-1)^2\\&=60^2-3^2-(60^2-2\times60+1^2)\\&=60^2-3^2-60^2+2\times60-1^2\\&=-9+120-1=110\end{aligned}$$

답 110

0542 2000$=A$라 하면

$$\begin{aligned}1998^2+7996&=(2000-2)^2+4\times2000-4\\&=(A-2)^2+4A-4\\&=A^2-4A+4+4A-4\\&=A^2=2000^2\\&=(2\times10^3)^2\\&=4\times10^6\end{aligned}$$

따라서 $a=4$, $b=6$이므로 $a+b=10$

답 10

SSEN 특강

곱셈 공식을 이용하여 수를 계산할 때, 다음을 고려하면 계산이 간단해진다.
① 분모나 분자의 상수항이 소거되어 간단해지도록 식을 변형한다.
② 거듭제곱이나 곱의 계산이 간편하도록 일의 자리의 숫자가 0인 수를 A로 놓는다.

0543 $(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)$

$$\begin{aligned}&=\underline{(2-1)}(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)\\&=(2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)\\&=(2^4-1)(2^4+1)(2^8+1)\\&=(2^8-1)(2^8+1)\\&=2^{16}-1\end{aligned}$$

$2-1=1$이고, 주어진 식에 1을 곱해도 식의 값은 변하지 않는다.

$\therefore a=16$

답 ⑤

0544 $(\sqrt{3}+4\sqrt{2})(\sqrt{3}-5\sqrt{2})$

$$\begin{aligned}&=(\sqrt{3})^2+(4-5)\sqrt{6}-20\times(\sqrt{2})^2\\&=3-\sqrt{6}-40=-37-\sqrt{6}\end{aligned}$$

따라서 $a=-37$, $b=-1$이므로

$ab=37$

답 37

0545 $A=(\sqrt{7}+2)^2=7+4\sqrt{7}+4=11+4\sqrt{7}$ ···➊

$B=(1-2\sqrt{7})^2=1-4\sqrt{7}+28=29-4\sqrt{7}$ ···➋

$\therefore A+B=(11+4\sqrt{7})+(29-4\sqrt{7})=40$ ···➌

답 40

채점 기준	비율
➊ A의 값을 구할 수 있다.	40 %
➋ B의 값을 구할 수 있다.	40 %
➌ $A+B$의 값을 구할 수 있다.	20 %

0546 구하는 도형의 넓이는

$$\begin{aligned}&(\sqrt{3}+\sqrt{5})^2+(\sqrt{3}+\sqrt{5}+2\sqrt{3})(\sqrt{27}-\sqrt{5})\\&=(\sqrt{3}+\sqrt{5})^2+(3\sqrt{3}+\sqrt{5})(3\sqrt{3}-\sqrt{5})\\&=3+2\sqrt{15}+5+27-5\\&=30+2\sqrt{15}\end{aligned}$$

답 $30+2\sqrt{15}$

0547 $(a\sqrt{2}+1)(6\sqrt{2}+3)=12a+(3a+6)\sqrt{2}+3$

유리수가 되려면 $3a+6=0$이어야 하므로

$a=-2$

답 ①

0548 $(4\sqrt{3}+7)^{2022}(4\sqrt{3}-7)^{2022}$

$$\begin{aligned}&=\{(4\sqrt{3}+7)(4\sqrt{3}-7)\}^{2022}\\&=(48-49)^{2022}=(-1)^{2022}=1\end{aligned}$$

답 1

SSEN 특강

m이 자연수일 때

① $(ab)^m=a^mb^m$ ② $\left(\dfrac{a}{b}\right)^m=\dfrac{a^m}{b^m}$ (단, $b\neq0$)

0549 $A=7+(2-3a)\sqrt{7}-6a+10\sqrt{7}$

$=(7-6a)+(12-3a)\sqrt{7}$

A가 유리수이므로

$12-3a=0$ $\therefore a=4$

$\therefore A=7-6a=7-6\times4=-17$

답 ②

0550 $\dfrac{3-\sqrt{6}}{3+\sqrt{6}}-\dfrac{3+\sqrt{6}}{3-\sqrt{6}}$

$$\begin{aligned}&=\frac{(3-\sqrt{6})^2}{(3+\sqrt{6})(3-\sqrt{6})}-\frac{(3+\sqrt{6})^2}{(3-\sqrt{6})(3+\sqrt{6})}\\&=\frac{9-6\sqrt{6}+6}{9-6}-\frac{9+6\sqrt{6}+6}{9-6}\\&=5-2\sqrt{6}-5-2\sqrt{6}\\&=-4\sqrt{6}\end{aligned}$$

따라서 $a=0$, $b=-4$이므로

$a-b=4$

답 ⑤

0551
$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{10}+\sqrt{6}}{\sqrt{10}-\sqrt{6}}&=\frac{(\sqrt{10}+\sqrt{6})^2}{(\sqrt{10}-\sqrt{6})(\sqrt{10}+\sqrt{6})}\\&=\frac{10+2\sqrt{60}+6}{10-6}\\&=\frac{16+4\sqrt{15}}{4}\\&=4+\sqrt{15}\end{aligned}$$

답 $4+\sqrt{15}$

0552 $\dfrac{3}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}-\dfrac{6}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$

$$\begin{aligned}&=\frac{3(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})}-\frac{6(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{(\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{2})}\\&=\frac{3(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{5-2}-\frac{6(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{5-2}\\&=\sqrt{5}-\sqrt{2}-2\sqrt{5}-2\sqrt{2}\end{aligned}$$

$=-3\sqrt{2}-\sqrt{5}$ ···➊

따라서 $a=-3$, $b=1$이므로 ···➋

$a+b=-2$ ···➌

답 -2

채점 기준	비율
➊ 주어진 등식의 좌변을 간단히 할 수 있다.	70 %
➋ a, b의 값을 구할 수 있다.	20 %
➌ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	10 %

0553 $\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{24}+\sqrt{25}}$

$=\frac{1-\sqrt{2}}{(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})}+\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})}$

$+\frac{\sqrt{3}-\sqrt{4}}{(\sqrt{3}+\sqrt{4})(\sqrt{3}-\sqrt{4})}$

$+\cdots+\frac{\sqrt{24}-\sqrt{25}}{(\sqrt{24}+\sqrt{25})(\sqrt{24}-\sqrt{25})}$

$=-(1-\sqrt{2})-(\sqrt{2}-\sqrt{3})-(\sqrt{3}-\sqrt{4})$

$-\cdots-(\sqrt{24}-\sqrt{25})$

$\sqrt{25}=5$

$=-1+\sqrt{2}-\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{3}+\sqrt{4}-\cdots-\sqrt{24}+\sqrt{25}$

$=-1+5=4$ 답 4

0554 $\frac{a\sqrt{11}+b}{\sqrt{11}+2}=\frac{(a\sqrt{11}+b)(\sqrt{11}-2)}{(\sqrt{11}+2)(\sqrt{11}-2)}$

$=\frac{11a+(-2a+b)\sqrt{11}-2b}{11-4}$

$=\frac{11a-2b+(-2a+b)\sqrt{11}}{7}$

유리수가 되려면 $-2a+b=0$이어야 하므로

$b=2a$

$\therefore \frac{a^2+b^2}{ab}=\frac{a^2+(2a)^2}{a\times 2a}=\frac{5a^2}{2a^2}=\frac{5}{2}$ 답 ④

0555 $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=(5\sqrt{2})^2-2\times 6=38$ 답 ②

0556 (1) $a^2+b^2=(a-b)^2+2ab=5^2+2\times 3=31$ ··· ❶

(2) $(a+b)^2=(a-b)^2+4ab=5^2+4\times 3=37$ ··· ❷

답 (1) 31 (2) 37

채점 기준	비율
❶ a^2+b^2의 값을 구할 수 있다.	50 %
❷ $(a+b)^2$의 값을 구할 수 있다.	50 %

다른 풀이 (2) $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab=31+2\times 3=37$

0557 $a^2+b^2=(a-b)^2+2ab$이므로

$8=2^2+2ab \qquad \therefore ab=2$ 답 2

0558 $(x-5)(y+5)=xy+5x-5y-25$

$=xy+5(x-y)-25$

$=5(x-y)-17 \ (\because xy=8)$

따라서 $5(x-y)-17=13$이므로

$5(x-y)=30 \qquad \therefore x-y=6$

$\therefore x^2+xy+y^2=(x-y)^2+3xy$

$=6^2+3\times 8=60$ 답 ⑤

0559 $a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2=7^2-2=47$ 답 ③

0560 $x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2=(3-\sqrt{5})^2+2=16-6\sqrt{5}$

답 ④

0561 $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-4=6^2-4=32$

$\left(y+\frac{1}{y}\right)^2=\left(y-\frac{1}{y}\right)^2+4=\left(\frac{1}{4}\right)^2+4=\frac{65}{16}$

$\therefore \left(x-\frac{1}{x}\right)^2\left(y+\frac{1}{y}\right)^2=32\times\frac{65}{16}=130$ 답 130

0562 $a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+2=2^2+2=6$이므로

$a^4+\frac{1}{a^4}=\left(a^2+\frac{1}{a^2}\right)^2-2=6^2-2=34$ 답 34

0563 $x^2-4x+1=0$의 양변을 x로 나누면

$x-4+\frac{1}{x}=0 \qquad \therefore x+\frac{1}{x}=4$

$\therefore x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2=4^2-2=14$ 답 ②

참고 $x=0$이면 $\quad x^2-4x+1=1\neq 0$

따라서 $x\neq 0$이므로 양변을 x로 나눌 수 있다.

0564 $x^2+7x-1=0$의 양변을 x로 나누면

$x+7-\frac{1}{x}=0 \qquad \therefore x-\frac{1}{x}=-7$

$\therefore x^2-3+\frac{1}{x^2}=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2-1=(-7)^2-1=48$ 답 ⑤

0565 $x^2+3x+1=0$의 양변을 x로 나누면

$x+3+\frac{1}{x}=0 \qquad \therefore x+\frac{1}{x}=-3$

$\therefore \left(x-\frac{1}{x}\right)^2=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-4=(-3)^2-4=5$

이때 $x<-1$에서 $x-\frac{1}{x}<0$이므로

$x<-1$에서 $x<\frac{1}{x}$이므로 $x-\frac{1}{x}<0$

$x-\frac{1}{x}=-\sqrt{5}$ 답 $-\sqrt{5}$

0566 $x^2-5x+1=0$의 양변을 x로 나누면

$x-5+\frac{1}{x}=0 \qquad \therefore x+\frac{1}{x}=5$ ··· ❶

$\therefore x^2+x+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}=x^2+\frac{1}{x^2}+x+\frac{1}{x}$

$=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2+x+\frac{1}{x}$ ··· ❷

$=5^2-2+5=28$ ··· ❸

답 28

채점 기준	비율
❶ $x+\frac{1}{x}$의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ 주어진 식을 변형할 수 있다.	40 %
❸ 주어진 식의 값을 구할 수 있다.	20 %

0567 $x^2-x-1=0$의 양변을 x로 나누면

$x-1-\frac{1}{x}=0 \qquad \therefore x-\frac{1}{x}=1$

이때

$x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2=1^2+2=3,$

$$x^4+\frac{1}{x^4}=\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)^2-2=3^2-2=7$$

이므로

$$x^8+\frac{1}{x^8}=\left(x^4+\frac{1}{x^4}\right)^2-2=7^2-2=47$$ 답 ①

0568 $(x+y)^2-(x-y)^2=(x^2+2xy+y^2)-(x^2-2xy+y^2)$

$=4xy=4\times2\sqrt{2}\times(2-\sqrt{3})$

$=16\sqrt{2}-8\sqrt{6}$ 답 ③

0569 $(x+y)(x-y)=x^2-y^2$

$=(2+\sqrt{6})^2-(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2$

$=(10+4\sqrt{6})-(5+2\sqrt{6})$

$=5+2\sqrt{6}$ 답 ⑤

0570 $a=\frac{1}{1+\sqrt{2}}=\frac{1-\sqrt{2}}{(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})}=-1+\sqrt{2}$

$b=\frac{1}{1-\sqrt{2}}=\frac{1+\sqrt{2}}{(1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2})}=-1-\sqrt{2}$ ··· ❶

따라서

$a+b=(-1+\sqrt{2})+(-1-\sqrt{2})=-2$,

$ab=(-1+\sqrt{2})(-1-\sqrt{2})=-1$ ··· ❷

이므로

$a^2+b^2+5ab=(a+b)^2+3ab$

$=(-2)^2+3\times(-1)=1$ ··· ❸

답 1

채점 기준	비율
❶ a, b의 분모를 유리화할 수 있다.	30 %
❷ $a+b$, ab의 값을 구할 수 있다.	30 %
❸ a^2+b^2+5ab의 값을 구할 수 있다.	40 %

0571 $x=\frac{1}{\sqrt{5}+2}=\frac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}=\sqrt{5}-2$

$\therefore \frac{x+1}{x-1}-\frac{x-1}{x+1}=\frac{(x+1)^2-(x-1)^2}{(x-1)(x+1)}=\frac{4x}{x^2-1}$

$=\frac{4(\sqrt{5}-2)}{(\sqrt{5}-2)^2-1}=\frac{4\sqrt{5}-8}{8-4\sqrt{5}}$

$=-1$ 답 -1

0572 $x+3=\sqrt{7}$이므로 $(x+3)^2=7$

$x^2+6x+9=7$, $x^2+6x=-2$

$\therefore x^2+6x-1=-2-1=-3$ 답 ②

다른 풀이 $x^2+6x-1=(\sqrt{7}-3)^2+6(\sqrt{7}-3)-1$

$=16-6\sqrt{7}+6\sqrt{7}-18-1=-3$

0573 $x+2=3\sqrt{5}$이므로 $(x+2)^2=45$

$x^2+4x+4=45$, $x^2+4x=41$

$\therefore \sqrt{x^2+4x+7}=\sqrt{41+7}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}$ 답 $4\sqrt{3}$

0574 $x=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}=5-2\sqrt{6}$ ··· ❶

$x-5=-2\sqrt{6}$이므로 $(x-5)^2=24$

$x^2-10x+25=24$, $x^2-10x=-1$ ··· ❷

$\therefore x^2-10x+10=-1+10=9$ ··· ❸

답 9

채점 기준	비율
❶ x의 분모를 유리화할 수 있다.	30 %
❷ x^2-10x의 값을 구할 수 있다.	50 %
❸ $x^2-10x+10$의 값을 구할 수 있다.	20 %

0575 1st 연속하는 세 자연수를 $n-1$, n, $n+1$로 놓고 주어진 조건을 식으로 나타낸다.

연속하는 세 자연수를 $n-1$, n, $n+1$로 놓으면

$(n+1)^2=n(n-1)+16$ ······ ㉠

2nd 가장 작은 자연수를 구한다.

㉠에서 $n^2+2n+1=n^2-n+16$

$3n=15$ $\therefore n=5$

따라서 가장 작은 자연수는 4이다. 답 ①

$n-1$

0576 1st $(p+q)(p-q)=p^2-q^2$임을 이용하여 주어진 등식의 좌변을 간단히 정리한다.

$x-y=3$이므로

$(좌변)=\frac{1}{3}\times3\times(x+y)(x^2+y^2)(x^4+y^4)$

$=\frac{1}{3}(x-y)(x+y)(x^2+y^2)(x^4+y^4)$

$=\frac{1}{3}(x^2-y^2)(x^2+y^2)(x^4+y^4)$

$=\frac{1}{3}(x^4-y^4)(x^4+y^4)$

$=\frac{1}{3}(x^8-y^8)$

2nd ab의 값을 구한다.

$a=\frac{1}{3}$, $b=8$이므로 $ab=\frac{8}{3}$ 답 $\frac{8}{3}$

0577 1st $a+b$, ab의 값을 구한다.

$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$이므로

$a+b=P$, $ab=-21$

2nd $ab=-21$을 만족시키는 정수 a, b의 순서쌍을 구한다.

$ab=-21$을 만족시키는 정수 a, b의 순서쌍 (a, b)는

$(-21, 1)$, $(-7, 3)$, $(-3, 7)$, $(-1, 21)$,

$(1, -21)$, $(3, -7)$, $(7, -3)$, $(21, -1)$

3rd P의 값이 될 수 있는 가장 작은 수를 구한다.

(i) $a=-21$, $b=1$ 또는 $a=1$, $b=-21$일 때,

$P=-20$

(ii) $a=-7$, $b=3$ 또는 $a=3$, $b=-7$일 때,

$P=-4$

(iii) $a=-3$, $b=7$ 또는 $a=7$, $b=-3$일 때,

$P=4$

(iv) $a=-1$, $b=21$ 또는 $a=21$, $b=-1$일 때,

$P=20$

이상에서 P의 값이 될 수 있는 가장 작은 수는 -20이다.

답 -20

0578 1st A, B의 값을 구한다.

$(x+3)(x+A)=x^2+(3+A)x+3A$이므로

$3+A=7$, $3A=-B$ $\quad\therefore A=4$, $B=-12$

2nd C의 값을 구한다.

$(Cx+1)(x-3)=Cx^2+(-3C+1)x-3$이므로

$-3C+1=7$ $\quad\therefore C=-2$

3rd $A+B+C$의 값을 구한다.

$A+B+C=-10$

답 ⑤

0579 1st 주어진 식을 계산한다.

$4(x+a)^2+(5x+b)(x-3)$

$=4(x^2+2ax+a^2)+5x^2+(b-15)x-3b$

$=4x^2+8ax+4a^2+5x^2+(b-15)x-3b$

$=9x^2+(8a+b-15)x+4a^2-3b$

2nd a, b의 값을 구한다.

x의 계수가 -1이므로

$8a+b-15=-1$ $\quad\therefore 8a+b=14$

이때 a, b는 자연수이므로 $\quad \underline{a=1,\ b=6}$

$a\geq 2$이면 $b\leq -2$이므로 조건을 만족시키지 않는다.

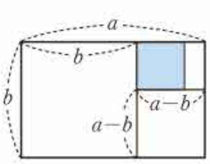
3rd 상수항을 구한다.

상수항은

$4a^2-3b=4\times 1^2-3\times 6=-14$

답 ①

0580 1st 색칠한 정사각형의 한 변의 길이를 a, b에 대한 식으로 나타낸다.



오른쪽 그림에서 색칠한 정사각형의 한 변의 길이는

$b-(a-b)=-a+2b$

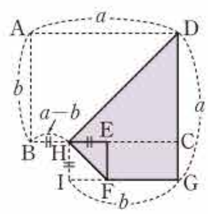
2nd 색칠한 정사각형의 넓이를 구한다.

색칠한 정사각형의 넓이는

$(-a+2b)^2=a^2-4ab+4b^2$

답 ④

0581 1st $\overline{CG}$, $\overline{EC}$의 길이를 각각 a, b에 대한 식으로 나타낸다.



오른쪽 그림에서 $\overline{DG}=\overline{AD}=a$,

$\overline{GI}=\overline{AB}=b$이므로

$\overline{CG}=\overline{BH}=a-b$,

$\overline{EC}=\underbrace{\overline{HC}-\overline{HE}}_{=\overline{IG}-\overline{BH}}$

$=b-(a-b)$

$=-a+2b$

2nd □EFGC의 넓이를 구한다.

□EFGC의 넓이는

$(a-b)(-a+2b)=-a^2+3ab-2b^2$

답 ②

0582 1st $7^2=A$, $11^5=B$로 놓고 식을 간단히 정리하여 식의 값을 구한다.

$7^2=A$, $11^5=B$로 놓으면

(주어진 식)

$=\dfrac{(3A-B)(A+2B)+(A-2B)(2A-B)-5}{A^2-1}$

$=\dfrac{3A^2+5AB-2B^2+2A^2-5AB+2B^2-5}{A^2-1}$

$=\dfrac{5A^2-5}{A^2-1}=\dfrac{5(A^2-1)}{A^2-1}=5$

답 5

0583 1st a, b, c, d 사이의 관계식을 찾는다.

$(a+b\sqrt{5})(c+d\sqrt{5})=ac+ad\sqrt{5}+bc\sqrt{5}+5bd$

$=ac+5bd+(ad+bc)\sqrt{5}$

이것이 유리수이므로 $\quad ad+bc=0$

$\therefore bc=-ad$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

2nd 주어진 일차함수의 그래프의 x절편을 구한다.

$y=\dfrac{b}{a}x-\dfrac{d}{c}$에 $\underline{y=0}$을 대입하면

x절편은 $y=0$일 때 x의 값이다.

$0=\dfrac{b}{a}x-\dfrac{d}{c}$, $\quad \dfrac{b}{a}x=\dfrac{d}{c}$

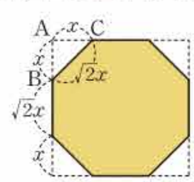
$\therefore x=\dfrac{ad}{bc}$

㉠에 의하여 구하는 x절편은

$\dfrac{ad}{bc}=\dfrac{ad}{-ad}=-1$

답 -1

0584 1st 직각이등변삼각형에서 직각을 낀 한 변의 길이를 구한다.



오른쪽 그림과 같은 직각이등변삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=\overline{AC}=x$라 하면

$\overline{BC}=\sqrt{x^2+x^2}=\sqrt{2}x$

이때 처음 정사각형의 한 변의 길이가 8이므로

$x+\sqrt{2}x+x=8$, $\quad (2+\sqrt{2})x=8$

$\therefore x=\dfrac{8}{2+\sqrt{2}}=\dfrac{8(2-\sqrt{2})}{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})}$

$=\dfrac{8(2-\sqrt{2})}{4-2}=8-4\sqrt{2}$

2nd 정팔각형의 넓이를 구한다.

정팔각형의 넓이는

$8\times 8-4\times\left\{\dfrac{1}{2}\times(8-4\sqrt{2})^2\right\}$

$=64-2(96-64\sqrt{2})$

$=64-192+128\sqrt{2}$

$=-128+128\sqrt{2}$

답 $-128+128\sqrt{2}$

0585 1st $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2$의 값을 구한다.

$$\left(x-\frac{1}{x}\right)^2=x^2+\frac{1}{x^2}-2$$
$$=18-2=16$$

2nd $x-\frac{1}{x}$의 값을 구한다.

$0<x<1$이므로

$$x<\frac{1}{x} \qquad \therefore x-\frac{1}{x}<0$$

$$\therefore x-\frac{1}{x}=-4$$

답 -4

0586 1st x^2+3x의 값을 구한다.

$x-\frac{7}{x}=-3$의 양변에 x를 곱하면

$$x^2-7=-3x \qquad \therefore x^2+3x=7$$

2nd 주어진 식의 값을 구한다.

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=(x-2)(x+5)(x-1)(x+4)\\&=(x^2+3x-10)(x^2+3x-4)\\&=(7-10)(7-4)\\&=-3\times3=-9\end{aligned}$$

답 ①

0587 1st 주어진 식을 곱셈 공식을 이용하여 간단히 한다.

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{1+a}}{\sqrt{1-a}}+\frac{\sqrt{1-a}}{\sqrt{1+a}}&=\frac{(\sqrt{1+a})^2+(\sqrt{1-a})^2}{\sqrt{1-a}\sqrt{1+a}}\\&=\frac{(1+a)+(1-a)}{\sqrt{1-a^2}}\\&=\frac{2}{\sqrt{1-a^2}} \quad \cdots\cdots \text{㉠}\end{aligned}$$

2nd 식의 값을 구한다.

㉠에 $a=\frac{1}{\sqrt{5}}$을 대입하면

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=2\div\sqrt{1-\frac{1}{5}}=2\div\frac{2}{\sqrt{5}}\\&=2\times\frac{\sqrt{5}}{2}=\sqrt{5}\end{aligned}$$

답 ④

0588 전략 n이 짝수이면 $n=2k$, n이 홀수이면 $n=2k+1$로 놓고 n^2을 구한다.

풀이 (1) 자연수 k에 대하여 $n=2k$일 때

$n^2=(2k)^2=4k^2$

따라서 n^2은 4로 나누어떨어지므로

$f(n)=0$ ··· ❶

(2) 음이 아닌 정수 k에 대하여 $n=2k+1$일 때

$n^2=(2k+1)^2=4k^2+4k+1$

$=4(k^2+k)+1$

따라서 n^2을 4로 나누었을 때의 나머지가 1이므로

$f(n)=1$ ··· ❷

(3) $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(20)=1+0+1+\cdots+0$

$=10$ ··· ❸

답 (1) 0 (2) 1 (3) 10

채점 기준	비율
❶ n이 짝수일 때, $f(n)$의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ n이 홀수일 때, $f(n)$의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(20)$의 값을 구할 수 있다.	20 %

0589 전략 액자의 넓이에서 나무 판자의 넓이를 빼 A, B를 구한다.

풀이 $A=(a+2b)^2-4\times a\times2b$

$=a^2+4ab+4b^2-8ab$

$=a^2-4ab+4b^2$ ··· ❶

$B=2b(2a+2b)-4\times a\times2b$

$=4ab+4b^2-8ab$

$=4b^2-4ab$ ··· ❷

$\therefore A-B=(a^2-4ab+4b^2)-(4b^2-4ab)$

$=a^2-4ab+4b^2-4b^2+4ab$

$=a^2$ ··· ❸

답 a^2

채점 기준	비율
❶ A를 구할 수 있다.	40 %
❷ B를 구할 수 있다.	40 %
❸ $A-B$를 계산할 수 있다.	20 %

다른 풀이 $A=(2b-a)^2$

$=4b^2-4ab+a^2$

$B=2b(2b-2a)$

$=4b^2-4ab$

0590 전략 밑면의 가로와 세로의 길이를 x, y에 대한 식으로 나타낸 후 직육면체 모양의 상자의 부피를 구한다.

풀이 밑면의 가로의 길이는 $3x+y-4$

세로의 길이는 $3x-y-4$ ··· ❶

따라서 직육면체의 부피는

$2(3x+y-4)(3x-y-4)$

$3x-4=A$로 놓으면

$$\begin{aligned}2(3x+y-4)(3x-y-4)&=2(A+y)(A-y)\\&=2(A^2-y^2)\\&=2\{(3x-4)^2-y^2\}\\&=2(9x^2-24x+16-y^2)\\&=18x^2-48x+32-2y^2 \quad \cdots ❷\end{aligned}$$

답 $18x^2-48x+32-2y^2$

채점 기준	비율
❶ 밑면의 가로와 세로의 길이를 구할 수 있다.	30 %
❷ 상자의 부피를 구할 수 있다.	70 %

0591 전략 98×102를 10의 거듭제곱으로 나타낸다.

풀이 $98\times102\times(10^4+4)=(100-2)(100+2)(10^4+4)$
$=(100^2-4)(10^4+4)$
$=(10^4-4)(10^4+4)$
$=10^8-16$ ⋯ ❶

따라서 $x=8$, $y=16$이므로 ⋯ ❷

$xy=128$ ⋯ ❸

답 128

채점 기준	비율
❶ 곱셈 공식을 이용하여 좌변을 간단히 할 수 있다.	60 %
❷ x, y의 값을 구할 수 있다.	30 %
❸ xy의 값을 구할 수 있다.	10 %

0592 전략 넓이의 비가 $1:3$이면 닮음비는 $1:\sqrt{3}$임을 이용하여 작은 정삼각형의 한 변의 길이를 구한다.

풀이 두 정삼각형은 항상 닮은 도형이고 넓이의 비가 $1:3$이므로 닮음비는 $1:\sqrt{3}$이다. ⋯ ❶

작은 정삼각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 큰 정삼각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{3}x$ cm이므로

$\underline{3(x+\sqrt{3}x)=36}$ └ 두 정삼각형의 둘레의 길이의 합이 끈의 길이와 같다.

$(\sqrt{3}+1)x=12$

$\therefore x=\dfrac{12}{\sqrt{3}+1}=\dfrac{12(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}$

$=6\sqrt{3}-6$ ⋯ ❷

따라서 $a=6$, $b=-6$이므로 ⋯ ❸

$a+b=0$ ⋯ ❹

답 0

채점 기준	비율
❶ 두 정삼각형의 닮음비를 구할 수 있다.	20 %
❷ 작은 정삼각형의 한 변의 길이를 구할 수 있다.	60 %
❸ a, b의 값을 구할 수 있다.	10 %
❹ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	10 %

SSEN 특강

닮은 두 평면도형의 닮음비가 $m:n$일 때
① 둘레의 길이의 비 ➡ $m:n$
② 넓이의 비 ➡ $m^2:n^2$

0593 전략 $x^2+5x-3=0$, $y^2-4y+2=0$의 양변을 각각 x, y로 나누어 $x-\dfrac{3}{x}$, $y+\dfrac{2}{y}$의 값을 구한다.

풀이 $x^2+5x-3=0$의 양변을 x로 나누면

$x+5-\dfrac{3}{x}=0 \qquad \therefore x-\dfrac{3}{x}=-5$

$y^2-4y+2=0$의 양변을 y로 나누면

$y-4+\dfrac{2}{y}=0 \qquad \therefore y+\dfrac{2}{y}=4$ ⋯ ❶

$\left(x+\dfrac{3}{x}\right)^2=\left(x-\dfrac{3}{x}\right)^2+\underbrace{12}_{4\times x\times\frac{3}{x}}=(-5)^2+12=37$,

$\left(y-\dfrac{2}{y}\right)^2=\left(y+\dfrac{2}{y}\right)^2-\underbrace{8}_{4\times y\times\frac{2}{y}}=4^2-8=8$이므로

$\left(x+\dfrac{3}{x}\right)^2+\left(y-\dfrac{2}{y}\right)^2=45$ ⋯ ❷

답 45

채점 기준	비율
❶ $x-\frac{3}{x}$, $y+\frac{2}{y}$의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ $\left(x+\frac{3}{x}\right)^2+\left(y-\frac{2}{y}\right)^2$의 값을 구할 수 있다.	60 %

0594 전략 $x=a+\sqrt{b}$를 $x-a=\sqrt{b}$로 변형한 후 양변을 제곱하여 정리한다.

풀이 $x=\dfrac{1}{4-2\sqrt{3}}=\dfrac{4+2\sqrt{3}}{(4-2\sqrt{3})(4+2\sqrt{3})}=1+\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ⋯ ❶

$x-1=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $\quad (x-1)^2=\dfrac{3}{4}$

$x^2-2x+1=\dfrac{3}{4}, \qquad x^2-2x=-\dfrac{1}{4}$ ⋯ ❷

$\therefore 4x^2-6x+3=4(x^2-2x)+2x+3$
$=4\times\left(-\dfrac{1}{4}\right)+2\left(1+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)+3$
$=4+\sqrt{3}$ ⋯ ❸

답 $4+\sqrt{3}$

채점 기준	비율
❶ x의 분모를 유리화할 수 있다.	20 %
❷ x^2-2x의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $4x^2-6x+3$의 값을 구할 수 있다.	40 %

06 다항식의 인수분해

0595 답 x^2+3x

0596 답 $a^2+12a+36$

0597 답 $-2x^2+x+3$

0598 답 $ab(a+5)$

0599 답 $2a(2ab-1)$

0600 답 $3y(1-2x^2)$

0601 답 $-5xy^2(1-2xy)$

0602 답 $x(a+2b-7)$

0603 답 $x^2(x-y+z)$

0604 답 $(a+3)(xy-2)$

0605 (주어진 식)$=x(a-b)+y(a-b)$
$=(a-b)(x+y)$ 답 $(a-b)(x+y)$

0606 (주어진 식)$=(a-1)(x-y+2x+y)$
$=3x(a-1)$ 답 $3x(a-1)$

0607 답 $(a+1)^2$

0608 답 $(a-6)^2$

0609 답 $(2x+1)^2$

0610 답 $(4x-3)^2$

0611 답 $(5x+3y)^2$

0612 답 $\left(x-\frac{1}{3}\right)^2$

0613 $\square=\left(\frac{10}{2}\right)^2=25$ 답 25

0614 $\square=\left(\frac{8}{2}\right)^2=16$ 답 16

0615 $\square=\left(\frac{-1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$ 답 $\frac{1}{4}$

0616 $A=\pm2\sqrt{64}=\pm2\times8=\pm16$ 답 -16, 16

0617 $A=\pm2\sqrt{49}=\pm2\times7=\pm14$ 답 -14, 14

0618 $A=\pm2\sqrt{\frac{1}{25}}=\pm2\times\frac{1}{5}=\pm\frac{2}{5}$ 답 $-\frac{2}{5}$, $\frac{2}{5}$

0619 답 $(x+2)(x-2)$

0620 답 $(5a+b)(5a-b)$

0621 답 $\left(\frac{1}{2}x+\frac{2}{3}y\right)\left(\frac{1}{2}x-\frac{2}{3}y\right)$

0622 (주어진 식)$=3(y^2-9)=3(y+3)(y-3)$
답 $3(y+3)(y-3)$

0623 (주어진 식)$=49-a^2=(7+a)(7-a)$
답 $(7+a)(7-a)$

0624 (주어진 식)$=\frac{1}{81}y^2-16x^2=\left(\frac{1}{9}y+4x\right)\left(\frac{1}{9}y-4x\right)$
답 $\left(\frac{1}{9}y+4x\right)\left(\frac{1}{9}y-4x\right)$

0625 답 2, 3

0626 답 -1, 5

0627 답 -5, 4

0628 답 -7, -5

0629 답 12, 4

0630 답 8, 2

0631 답 3, 2

0632 답 8, 2

0633 답 $(x+1)(x+3)$

0634 답 $(x-3)(x-5)$

0635 답 $(x+3)(x-8)$

0636 답 $(a+3b)(a-2b)$

0637 답 (가) 2 (나) 5 (다) 10 (라) -3 (마) 5 (바) 2

0638 답 (가) 3 (나) -1 (다) 1 (라) -3 (마) 1 (바) 3

0639 답 $(3x+1)(x-2)$

0640 답 $(2a+3)(3a+2)$

0641 답 $(x-2y)(3x+5y)$

0642 (주어진 식)$=\underline{-(10x^2-9xy+2y^2)}$
$=-(2x-y)(5x-2y)$ x^2의 계수가 음수이면 -1로 묶어 낸 후 인수분해한다.
답 $-(2x-y)(5x-2y)$

0643 답 ②

0644 ④ $(x-6)+6=x$이므로 $x-6$을 인수로 갖지 않는다.
답 ④

0645 답 (ㄱ), (ㄴ), (ㄹ), (ㅁ)

0646 $-2a^3x+10a^2y=-2a^2(ax-5y)$ 답 ④

0647 ④ ㉡의 과정에서 분배법칙이 이용된다. 답 ④

0648 $a(x-1)+b(1-x)=a(x-1)-b(x-1)$
$=(a-b)(x-1)$ 답 ③

0649 ① $ax-ay=a(x-y)$
③ $3a^2b^2+6ab^2=3ab^2(a+2)$
⑤ $ab^2-4a^2b+2ab=ab(b-4a+2)$
답 ②, ④

0650 $xy(2x+3y)-xy(x+y)=xy(2x+3y-x-y)$
$=xy(x+2y)$
이상에서 주어진 다항식의 인수는 (ㄱ), (ㄷ), (ㅁ)이다. 답 ②

0651 $(x-1)(x+3)-5(x+3)=(x+3)(x-6)$ ⋯ ❶

따라서 두 일차식은 $x+3$, $x-6$이므로 두 일차식의 합은

$(x+3)+(x-6)=2x-3$ ⋯ ❷

답 $2x-3$

채점 기준	비율
❶ 주어진 식을 인수분해할 수 있다.	70 %
❷ 두 일차식의 합을 구할 수 있다.	30 %

0652 ⑤ $16x^2-16xy+4y^2=4(4x^2-4xy+y^2)$

$=4(2x-y)^2$

답 ⑤

0653 $4x^2+12x+9=(2x+3)^2$

답 ③

0654 ① $(x+7)^2$ ② $2(y+1)^2$

④ $\left(y+\frac{1}{4}\right)^2$ ⑤ $5(x+y)^2$

답 ③

0655 $25x^2-30xy+\boxed{9}y^2=(\boxed{5}x-3y)^2$

$4x^2+\boxed{2}x+\frac{1}{4}=\left(2x+\boxed{\frac{1}{2}}\right)^2$

따라서 구하는 합은

$9+5+2+\frac{1}{2}=\frac{33}{2}$

답 ②

0656 $x(x+a)+25=x^2+ax+25=(x+b)^2$

$25=b^2$이므로 $b=\pm 5$

$ax=2\times x\times b$이므로 $a=2b$

이때 $a>0$이므로 $a=10$, $b=5$

$\therefore a+b=15$

답 ③

0657 $ax^2=(3x)^2=9x^2$이므로 $a=9$ ⋯ ❶

$24x=2\times 3x\times c$이므로 $c=4$ ⋯ ❷

$\therefore b=c^2=4^2=16$ ⋯ ❸

$\therefore a+b-c=21$ ⋯ ❹

답 21

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	30 %
❷ c의 값을 구할 수 있다.	30 %
❸ b의 값을 구할 수 있다.	30 %
❹ $a+b-c$의 값을 구할 수 있다.	10 %

0658 $25x^2+20x+a=(5x)^2+2\times 5x\times 2+a$이므로

$a=2^2=4$

$x^2-bx+\frac{1}{64}$에서 $b=2\sqrt{\frac{1}{64}}=\frac{1}{4}$

$\therefore ab=1$

답 1

0659 $ax^2+12x+9=ax^2+2\times 2x\times 3+3^2$이므로

$ax^2=(2x)^2=4x^2$

$\therefore a=4$

답 ②

0660 ① $A=\left(\frac{-6}{2}\right)^2=9$

② $A=2\sqrt{25}=10$

③ $A=\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{16}$

④ $4x^2+Ax+1=(2x)^2+Ax+1^2$이므로

$A=2\times 2\times 1=4$ ($\because A>0$)

⑤ $\frac{1}{16}x^2-Ax+\frac{1}{9}=\left(\frac{1}{4}x\right)^2-Ax+\left(\frac{1}{3}\right)^2$이므로

$A=2\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$ ($\because A>0$)

따라서 A의 값이 가장 작은 것은 ③이다.

답 ③

0661 $\underbrace{(x+3)(x-7)}_{(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab}+k=x^2-4x-21+k$에서

$-21+k=\left(\frac{-4}{2}\right)^2$

$-21+k=4$ $\therefore k=25$

답 ④

0662 $x^2+(2a-8)xy+16y^2$

$=x^2+2\times x\times(a-4)y+(\pm 4y)^2$

이므로

$a-4=\pm 4$ $\therefore a=8$ ($\because a>0$)

답 8

0663 $3x^2-8x+A=3\left(x^2-\frac{8}{3}x+\frac{A}{3}\right)$이므로

$\frac{A}{3}=\left\{\frac{1}{2}\times\left(-\frac{8}{3}\right)\right\}^2=\frac{16}{9}$ $\therefore A=\frac{16}{3}$

답 $\frac{16}{3}$

0664 (주어진 식)$=\sqrt{(x+2)^2}-\sqrt{(x-2)^2}$

이때 $-2<x<2$에서 $x+2>0$, $x-2<0$

$\therefore$ (주어진 식)$=(x+2)-\{-(x-2)\}$

$=x+2+x-2=2x$

답 ⑤

0665 (주어진 식)$=\sqrt{(a-5)^2}+\sqrt{\left(a+\frac{1}{2}\right)^2}$

이때 $-\frac{1}{2}<a<5$에서 $a-5<0$, $a+\frac{1}{2}>0$

$\therefore$ (주어진 식)$=-(a-5)+\left(a+\frac{1}{2}\right)$

$=-a+5+a+\frac{1}{2}=\frac{11}{2}$

답 $\frac{11}{2}$

0666 (주어진 식)$=\sqrt{x^2}-\sqrt{y^2}+\sqrt{(x-y)^2}$

이때 $x>0$, $y<0$에서 $x-y>0$

$\therefore$ (주어진 식)$=x-(-y)+(x-y)$

$=x+y+x-y$

$=2x$

답 $2x$

0667 (주어진 식)$=\sqrt{(a+b)^2}+\sqrt{(a-b)^2}-\sqrt{(b-4)^2}$ ··· ❶

이때 $0<a<b<4$에서

$a+b>0,\ a-b<0,\ b-4<0$ ··· ❷

$\therefore$ (주어진 식)$=(a+b)-(a-b)-\{-(b-4)\}$

$=a+b-a+b+b-4$

$=3b-4$ ··· ❸

답 $3b-4$

채점 기준	비율
❶ 근호 안의 식을 인수분해할 수 있다.	30 %
❷ $a+b$, $a-b$, $b-4$의 부호를 구할 수 있다.	30 %
❸ 주어진 식을 간단히 할 수 있다.	40 %

0668 (주어진 식)$=\sqrt{x^2-6x+9}-\sqrt{x^2+6x+9}$

$=\sqrt{(x-3)^2}-\sqrt{(x+3)^2}$

이때 $-3<x<3$에서 $x-3<0,\ x+3>0$

$\therefore$ (주어진 식)$=-(x-3)-(x+3)$

$=-x+3-x-3$

$=-2x$

답 ③

0669 $a^3-a=a(a^2-1)=a(a+1)(a-1)$ 답 ①, ③

0670 $9x^2-49y^2=(3x+7y)(3x-7y)$

따라서 $A=3$, $B=7$이므로

$AB=21$

답 21

0671 ① $-x^2-9=-(x^2+9)$

② $x^2-\dfrac{1}{x^2}=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)\left(x-\dfrac{1}{x}\right)$

③ $-100x^2+36y^2=-4(25x^2-9y^2)$

$=-4(5x+3y)(5x-3y)$

④ $a^4-1=(a^2+1)(a^2-1)=(a^2+1)(a+1)(a-1)$

⑤ $xy^2-4x=x(y^2-4)=x(y+2)(y-2)$

답 ⑤

참고 다항식을 인수분해할 때에는 먼저 공통인수로 묶어 낸 후 유리수의 범위에서 더 이상 인수분해할 수 없을 때까지 계속한다.

0672 $5x+24-\underbrace{(4x+3)(3x-1)}_{(px+q)(rx+s)=prx^2+(ps+qr)x+qs}$

$=5x+24-(12x^2+5x-3)$

$=-12x^2+27$

$=-3(4x^2-9)$

$=-3(2x+3)(2x-3)$ ··· ❶

따라서 $a=-3$, $b=2$, $c=3$이므로

$a+b+c=2$ ··· ❷

답 2

채점 기준	비율
❶ 주어진 식을 인수분해할 수 있다.	70 %
❷ $a+b+c$의 값을 구할 수 있다.	30 %

0673 $(a-b)x^2+(b-a)y^2=(a-b)x^2-(a-b)y^2$

$=(a-b)(x^2-y^2)$

$=(a-b)(x+y)(x-y)$

답 ④

0674 $x^8-1=(x^4+1)(x^4-1)$

$=(x^4+1)(x^2+1)(x^2-1)$

$=(x^4+1)(x^2+1)(x+1)(x-1)$ 답 ④

0675 $x^2+ax-24=(x+3)(x-b)=x^2+(3-b)x-3b$이므로

$a=3-b,\ -24=-3b$

따라서 $a=-5$, $b=8$이므로

$a-b=-13$

답 ①

0676 답 ④

0677 ① $x^2-3x-4=(x+1)(x-4)$

② $x^2-5x+4=(x-1)(x-4)$

③ $x^2-9x+20=(x-4)(x-5)$

④ $x^2+x-12=(x+4)(x-3)$

⑤ $x^2+2x-24=(x+6)(x-4)$

답 ④

0678 $(x+4)(x-2)-4x=x^2+2x-8-4x$

$=x^2-2x-8$

$=(x+2)(x-4)$ ··· ❶

따라서 두 일차식은 $x+2$, $x-4$이므로 두 일차식의 합은

$(x+2)+(x-4)=2x-2$ ··· ❷

답 $2x-2$

채점 기준	비율
❶ 주어진 식을 인수분해할 수 있다.	70 %
❷ 두 일차식의 합을 구할 수 있다.	30 %

0679 $x^2+7x+k=(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$이므로 $a+b=7,\ ab=k$

합이 7인 두 자연수는

1, 6 또는 2, 5 또는 3, 4

이므로 $\underline{k\text{의 값이 될 수 있는}}$ 가장 큰 수는

$3\times4=12$

$1\times6=6,\ 2\times5=10,\ 3\times4=12$

답 12

0680 $x^2+Ax-12=(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$이므로

$a+b=A,\ ab=-12$

곱이 -12인 두 정수는

$1,\ -12$ 또는 $2,\ -6$ 또는 $3,\ -4$

또는 $4,\ -3$ 또는 $6,\ -2$ 또는 $12,\ -1$

이므로 A의 값이 될 수 있는 것은

-11, -4, -1, 1, 4, 11

따라서 A의 값이 될 수 없는 것은 ②이다. 답 ②

0681 $8x^2+10x-3=(2x+3)(4x-1)$

따라서 $a=3$, $b=-1$이므로

$a-b=4$ 답 4

0682 $6x^2-11x+3=(2x-3)(3x-1)$ 답 ②, ④

0683 $3x^2-5xy-12y^2=(3x+4y)(x-3y)$이므로 ··· ❶

$a=3$, $b=4$, $c=1$, $d=-3$

또는 $a=1$, $b=-3$, $c=3$, $d=4$ ··· ❷

$\therefore a+b+c+d=5$ ··· ❸

답 5

채점 기준	비율
❶ 주어진 등식의 좌변을 인수분해할 수 있다.	50 %
❷ a, b, c, d의 값을 구할 수 있다.	30 %
❸ $a+b+c+d$의 값을 구할 수 있다.	20 %

0684 $5x^2+(2a-5)x-14=(x-2)(5x+b)$

$=5x^2+(b-10)x-2b$

이므로

$2a-5=b-10$, $-14=-2b$

따라서 $a=1$, $b=7$이므로 $ab=7$ 답 7

0685 $(2x+1)(3x-4)-2=6x^2-5x-4-2$

$=6x^2-5x-6$

$=(2x-3)(3x+2)$

따라서 두 일차식은 $2x-3$, $3x+2$이므로 구하는 합은

$(2x-3)+(3x+2)=5x-1$ 답 $5x-1$

0686 ④ $4x^2+4x-15=(2x-3)(2x+5)$ 답 ④

0687 ①, ②, ③, ④ 3 ⑤ 4 답 ⑤

0688 $x^2-4x-12=(x+2)(x-6)$이므로

$a=2$ ··· ❶

$x^2-169=(x+13)(x-13)$이므로 $b=13$ ··· ❷

$12x^2-5x-2=(3x-2)(4x+1)$이므로 $c=1$ ··· ❸

$\therefore a+b+c=16$ ··· ❹

답 16

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	30 %
❷ b의 값을 구할 수 있다.	30 %
❸ c의 값을 구할 수 있다.	30 %
❹ $a+b+c$의 값을 구할 수 있다.	10 %

0689 (ㄱ) $x^2-x-12=(x+3)(x-4)$

(ㄴ) $x^2+6x+9=(x+3)^2$

(ㄷ) $4x^2-11x-3=(4x+1)(x-3)$

(ㄹ) $9x^2-6x+1=(3x-1)^2$

(ㅁ) $5x^2-10x-15=5(x^2-2x-3)=5(x+1)(x-3)$

(ㅂ) $x^4-81=(x^2+9)(x^2-9)=(x^2+9)(x+3)(x-3)$

이상에서 $x-3$을 인수로 갖는 것은 (ㄷ), (ㅁ), (ㅂ)이다. 답 ⑤

0690 $12x^2-3=3(4x^2-1)=3\underline{(2x+1)}(2x-1)$

$2x^2-9x-5=\underline{(2x+1)}(x-5)$ 답 ④

0691 $a^2b-ab^2=ab\underline{(a-b)}$

$-2a+2b=-2\underline{(a-b)}$ 답 ②

0692 ① $x^2-1=(x+1)\underline{(x-1)}$

② $2x^2-2x=2x\underline{(x-1)}$

③ $x^2+6x-7=(x+7)\underline{(x-1)}$

④ $3x^2+x-2=(x+1)(3x-2)$

⑤ $5x^2-4x-1=(5x+1)\underline{(x-1)}$ 답 ④

0693 $12x^2-ax-12=(4x+3)(3x+m)$ (m은 상수)으로 놓으면

$12x^2-ax-12=12x^2+(4m+9)x+3m$

따라서 $4m+9=-a$, $3m=-12$이므로

$m=-4$, $a=7$ 답 ③

SSEN 특강

0693번에서 $12x^2-ax-12$가 $4x+3$을 인수로 가지므로

$12x^2-ax-12=(4x+3)(Ax+B)$ (A, B는 상수)

로 놓을 수 있다. 이때 $12x^2=4x\times Ax$이므로 $A=3$이다. 따라서 위의 풀이와 같이 $12x^2-ax-12=(4x+3)(3x+m)$ (m은 상수)으로 놓을 수 있다.

이와 같이 이차식의 인수가 주어지면 이차식과 인수의 계수를 이용하여 나머지 인수를 어떤 꼴로 놓아야 하는지 알 수 있다.

0694 $5x^2-14xy+ky^2=(x-3y)(5x+my)$ (m은 상수)로 놓으면

$5x^2-14xy+ky^2=5x^2+(m-15)xy-3my^2$

따라서 $m-15=-14$, $-3m=k$이므로

$m=1$, $k=-3$

$\therefore 5x^2-14xy-3y^2=(x-3y)(5x+y)$ 답 ④

0695 $x^2-5x+a=(x-1)(x+b)$이므로

$x^2-5x+a=x^2+(b-1)x-b$

따라서 $b-1=-5$, $-b=a$이므로

$a=4$, $b=-4$

또 $2x^2+cx-12=(x-4)(2x+d)$이므로

$2x^2+cx-12=2x^2+(d-8)x-4d$

따라서 $d-8=c$, $-4d=-12$이므로

$c=-5$, $d=3$

$\therefore a+b+c+d=-2$ 답 -2

0696 $x^2+ax+40=(x-4)(x+m)$ (m은 상수)으로 놓으면

$x^2+ax+40=x^2+(m-4)x-4m$

따라서 $m-4=a$, $-4m=40$이므로

$m=-10$, $a=-14$ ⋯ ❶

또 $3x^2-10x+b=(x-4)(3x+n)$ (n은 상수)으로 놓으면

$3x^2-10x+b=3x^2+(n-12)x-4n$

따라서 $n-12=-10$, $-4n=b$이므로

$n=2$, $b=-8$ ⋯ ❷

$\therefore b-a=6$ ⋯ ❸

답 6

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ b의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $b-a$의 값을 구할 수 있다.	20 %

0697 $6x^2+5x-4=(2x-1)(3x+4)$,

$10x^2-3x-1=(2x-1)(5x+1)$

이므로 $2x^2+ax+3$은 $2x-1$을 인수로 갖는다.

$2x^2+ax+3=(2x-1)(x+m)$ (m은 상수)으로 놓으면

$2x^2+ax+3=2x^2+(2m-1)x-m$

따라서 $2m-1=a$, $-m=3$이므로

$m=-3$, $a=-7$ 답 ②

0698 지연이는 상수항을 제대로 보았으므로

$(x+9)(x-2)=x^2+7x-18$

에서 처음 이차식의 상수항은 -18이다.

상진이는 x의 계수를 제대로 보았으므로

$(x+1)(x+2)=x^2+3x+2$

에서 처음 이차식의 x의 계수는 3이다.

따라서 처음 이차식을 바르게 인수분해하면

$x^2+3x-18=(x+6)(x-3)$ 답 ②

0699 (1) 우성이는 상수항을 제대로 보았으므로

$(x+1)(x+8)=x^2+9x+8$

에서 처음 이차식의 상수항은 8이다.

향기는 x의 계수를 제대로 보았으므로

$(x+2)(x-8)=x^2-6x-16$

에서 처음 이차식의 x의 계수는 -6이다.

따라서 처음 이차식은 x^2-6x+8 ⋯ ❶

(2) $x^2-6x+8=(x-2)(x-4)$ ⋯ ❷

답 (1) x^2-6x+8 (2) $(x-2)(x-4)$

채점 기준	비율
❶ 처음 이차식을 구할 수 있다.	70 %
❷ 처음 이차식을 바르게 인수분해할 수 있다.	30 %

0700 재철이는 상수항을 제대로 보았으므로

$3(x+2)(x-6)=3x^2-12x-36$

에서 처음 이차식의 상수항은 -36이다.

민정이는 x의 계수를 제대로 보았으므로

$3(x+5)(x-6)=3x^2-3x-90$

에서 처음 이차식의 x의 계수는 -3이다.

따라서 처음 이차식을 바르게 인수분해하면

$3x^2-3x-36=3(x+3)(x-4)$

이므로 $a=3$, $b=4$

$\therefore a-b=-1$ 답 -1

0701 원우는 x의 계수와 상수항을 제대로 보았으므로

$(4x+5)(x-3)=4x^2-7x-15$

에서 처음 이차식의 x의 계수는 -7, 상수항은 -15이다.

민희는 x^2의 계수와 상수항을 제대로 보았으므로

$(x+3)(2x-5)=2x^2+x-15$

에서 처음 이차식의 x^2의 계수는 2, 상수항은 -15이다.

따라서 처음 이차식을 바르게 인수분해하면

$2x^2-7x-15=(2x+3)(x-5)$ 답 ②

0702 (새로운 직사각형의 넓이)$=x^2+4x+3=(x+1)(x+3)$

따라서 새로운 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이는 각각 $x+1$, $x+3$ 또는 $x+3$, $x+1$이므로 구하는 합은

$(x+1)+(x+3)=2x+4$ 답 ⑤

0703 (새로운 정사각형의 넓이)$=x^2+2x+1=(x+1)^2$

따라서 구하는 정사각형의 한 변의 길이는 $x+1$이다. 답 ②

0704 [그림 1]의 도형의 넓이는 x^2-1

[그림 2]의 도형은 가로의 길이가 $x+1$, 세로의 길이가 $x-1$인 직사각형이므로 그 넓이는 $(x+1)(x-1)$

이때 두 도형의 넓이가 같으므로

$x^2-1=(x+1)(x-1)$ 답 ③

0705 (벽의 넓이)$=3x^2+10xy+8y^2$

$=(x+2y)(3x+4y)$ ⋯ ❶

따라서 직사각형 모양의 벽의 가로, 세로의 길이는 각각 $x+2y$, $3x+4y$ 또는 $3x+4y$, $x+2y$이므로 구하는 둘레의 길이는

$2\{(x+2y)+(3x+4y)\}=8x+12y$ ⋯ ❷

답 $8x+12y$

채점 기준	비율
❶ 벽의 넓이를 인수분해할 수 있다.	50 %
❷ 벽의 둘레의 길이를 구할 수 있다.	50 %

0706 $49x^2-25=(7x+5)(7x-5)$

따라서 세로의 길이는 $7x+5$이므로 둘레의 길이는

$2\{(7x+5)+(7x-5)\}=28x$

답 $28x$

0707 $3x^2-48=3(x+4)(x-4)$

따라서 직육면체의 밑면의 가로의 길이는 $\underbrace{(x+4)}_{x+4\text{는 }x-4\text{보다 8만큼 크다.}}$ cm이다.

답 ②

참고 이 직육면체의 밑면의 세로의 길이는 $(x-4)$cm이다.

0708 사다리꼴의 넓이가 $2a^2+7a+6$이므로

$\frac{1}{2}\times\{(a-1)+(a+5)\}\times(\text{높이})=2a^2+7a+6$ ⋯ ❶

$(a+2)\times(\text{높이})=(a+2)(2a+3)$ ⋯ ❷

따라서 사다리꼴의 높이는 $2a+3$이다. ⋯ ❸

답 $2a+3$

채점 기준	비율
❶ 식을 세울 수 있다.	30 %
❷ 사다리꼴의 넓이를 인수분해할 수 있다.	50 %
❸ 사다리꼴의 높이를 구할 수 있다.	20 %

0709 주어진 도형의 넓이는

$$(x+6)^2-2^2=x^2+12x+32$$
$$=(x+4)(x+8)$$

따라서 주어진 도형과 넓이가 같은 직사각형의 가로의 길이는 $x+8$이다.

답 $x+8$

0710 잘라 낸 작은 원의 지름의 길이는

$19r-2\times4r=11r$ (cm)

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$\pi\left(\frac{19}{2}r\right)^2-\pi\left(\frac{11}{2}r\right)^2=\pi\left\{\left(\frac{19}{2}r\right)^2-\left(\frac{11}{2}r\right)^2\right\}$$
$$=\pi\left(\frac{19}{2}r+\frac{11}{2}r\right)\left(\frac{19}{2}r-\frac{11}{2}r\right)$$
$$=\pi\times15r\times4r$$
$$=60\pi r^2\,(\text{cm}^2)$$

답 ⑤

0711 $x^2+10x+a=\underbrace{(x+7)(x+b)}_{x^2+(7+b)x+7b}$ (b는 상수)로 놓으면

$7+b=10,\ 7b=a$

즉 $a=21,\ b=3$이므로 도형 A의 세로의 길이는 $x+3$이다. ⋯ ❶

도형 A의 둘레의 길이는

$$2\{(x+3)+(x+7)\}=4x+20$$
$$=4(x+5)$$ ⋯ ❷

따라서 도형 B는 한 변의 길이가 $x+5$인 정사각형이므로 구하는 넓이는

$(x+5)^2=x^2+10x+25$ ⋯ ❸

답 $x^2+10x+25$

채점 기준	비율
❶ 도형 A의 세로의 길이를 구할 수 있다.	40 %
❷ 도형 A의 둘레의 길이를 구할 수 있다.	30 %
❸ 도형 B의 넓이를 구할 수 있다.	30 %

0712 1st (가), (나)에서 규칙을 찾는다.

(가) $x^2+4x+4=(x+2)^2 \Rightarrow x+2$

(나) $16x^2-8x+1=(4x-1)^2 \Rightarrow 4x-1$

따라서 왼쪽의 두 다항식의 합을 인수분해하면 오른쪽 다항식의 제곱이 된다.

2nd □ 안의 다항식이 될 수 있는 것을 구한다.

(다)에서

$$(x^2-15x+4)+(3x^2+3x+5)=4x^2-12x+9$$
$$=(2x-3)^2$$

$\therefore\ \square=2x-3$

답 ①

0713 1st x^2-ax+b가 완전제곱식이 될 조건을 구한다.

x^2-ax+b가 완전제곱식이 되려면

$\left(-\frac{a}{2}\right)^2=b$, 즉 $a^2=4b$

2nd 완전제곱식이 되는 경우는 몇 가지인지 구한다.

(i) $a=2$일 때, $4b=4$에서 $b=1$

(ii) $a=4$일 때, $4b=16$에서 $b=4$

(iii) $a=6$일 때, $4b=36$에서 $b=9$

(iv) $a=8$일 때, $4b=64$에서 $b=16$

(v) $a=10$일 때, $4b=100$에서 $b=25$

이상에서 조건을 만족시키는 a, b의 순서쌍 (a, b)는

$(2, 1)$, $(6, 9)$의 2가지

답 2가지

0714 1st $\sqrt{x}=a+2$의 양변을 제곱한 후 주어진 식에 대입한다.

$\sqrt{x}=a+2$의 양변을 제곱하면

$x=(a+2)^2=a^2+4a+4$

$\therefore$ (주어진 식)

$$=\sqrt{a^2+4a+4-2a-3}+\sqrt{a^2+4a+4-10a+5}$$
$$=\sqrt{a^2+2a+1}+\sqrt{a^2-6a+9}$$
$$=\sqrt{(a+1)^2}+\sqrt{(a-3)^2}$$

2nd $a+1$, $a-3$의 값의 부호를 조사한다.

$-1<a<3$에서

$a+1>0,\ a-3<0$

3rd 주어진 식을 간단히 한다.

(주어진 식) $=a+1-(a-3)=4$

답 4

0715 1st $8n^3-2n$을 인수분해하여 어떤 수의 배수인지 구한다.

$8n^3-2n=2n(4n^2-1)=(2n-1)2n(2n+1)$이므로

$8n^3-2n$은 연속된 세 자연수의 곱이다.

이때 연속된 세 자연수의 곱은 2의 배수인 동시에 3의 배수이므로 $8n^3-2n$은 6의 배수이다.

답 ②

06 다항식의 인수분해

SSEN 특강

다음과 같이 연속된 세 자연수 중 하나는 3의 배수임을 알 수 있다.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 …

또한 연속된 세 자연수 중 적어도 하나는 2의 배수이므로 연속된 세 자연수의 곱은 2의 배수인 동시에 3의 배수이다.

0716 (1st) 주어진 조건을 식으로 나타내고 인수분해 공식을 이용한다.

$a^2=b^2+17$에서

$a^2-b^2=17$ $\therefore (a+b)(a-b)=17$

(2nd) a^2+b^2의 값을 구한다.

a, b는 자연수이므로

$a+b=17$, $a-b=1$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=9$, $b=8$

$\therefore a^2+b^2=9^2+8^2=145$

답 ④

0717 (1st) 주어진 약속에 따라 식을 구하여 전개한 후 인수분해한다.

$\ll 2x,\ 4,\ 1 \gg - \ll 4,\ -x,\ 2x \gg$

$=(2x-4)(2x+1)-(4+x)(4+2x)$

$=4x^2-6x-4-(16+12x+2x^2)$

$=2x^2-18x-20=2(x^2-9x-10)$

$=2(x+1)(x-10)$

답 $2(x+1)(x-10)$

0718 (1st) 곱이 21인 두 정수를 찾는다.

$x^2+ax+21=(x+b)(x+c)=x^2+(b+c)x+bc$이므로

$b+c=a$, $bc=21$

곱이 21인 두 정수는

1, 21 또는 -1, -21 또는 3, 7 또는 -3, -7

(2nd) a의 값이 될 수 있는 가장 큰 수와 가장 작은 수의 차를 구한다.

a의 값이 될 수 있는 가장 큰 수는 $1+21=22$, 가장 작은 수는 $-1+(-21)=-22$이므로 구하는 차는

$22-(-22)=44$

답 44

0719 (1st) 주어진 식이 $(x+a)(x+b)$ $(a>b)$로 인수분해된다고 하고 a, b의 조건을 구한다.

$x^2-3x-k=\underbrace{(x+a)(x+b)}_{x^2+(a+b)x+ab}$ $(a>b)$로 놓으면

$a+b=-3$, $ab=-k$

이때 $k>0$에서 $ab<0$이고 $a>b$이므로 $a>0$, $b<0$

또 $10<k<60$이므로 $-60<ab<-10$

(2nd) 경우를 나누어 k의 개수를 구한다.

(i) $a=1$, $b=-4$일 때,

$ab=-4$이므로 조건을 만족시키지 않는다.

(ii) $a=2$, $b=-5$일 때,

$ab=-10$이므로 조건을 만족시키지 않는다.

(iii) $a=3$, $b=-6$일 때,

$ab=-18$이므로 $k=18$

(iv) $a=4$, $b=-7$일 때,

$ab=-28$이므로 $k=28$

(v) $a=5$, $b=-8$일 때,

$ab=-40$이므로 $k=40$

(vi) $a=6$, $b=-9$일 때,

$ab=-54$이므로 $k=54$

(vii) $a\geq 7$, $b\leq -10$이면 $ab<-60$이므로 조건을 만족시키지 않는다.

이상에서 k는 18, 28, 40, 54의 4개이다.

답 4

0720 (1st) 주어진 다항식이 $(ax+b)(x+c)$ (b, c는 자연수)로 인수분해된다고 하고 a, b, c의 조건을 구한다.

a가 소수이므로 $ax^2+23x+6=\underbrace{(ax+b)(x+c)}_{ax^2+(ac+b)x+bc}$ (b, c는 자연수)로 놓으면

$ac+b=23$, $bc=6$

(2nd) 경우를 나누어 a의 값을 구한다.

(i) $b=1$, $c=6$일 때,

$6a+1=23$에서 $6a=22$ $\therefore a=\frac{11}{3}$

(ii) $b=2$, $c=3$일 때,

$3a+2=23$에서 $3a=21$ $\therefore a=7$

(iii) $b=3$, $c=2$일 때,

$2a+3=23$에서 $2a=20$ $\therefore a=10$

(iv) $b=6$, $c=1$일 때,

$a+6=23$에서 $a=17$

(3rd) 모든 a의 값의 합을 구한다.

이상에서 조건을 만족시키는 소수 a는 7, 17이므로 구하는 합은

$7+17=24$

답 24

SSEN 특강

1보다 큰 자연수 중에서 1과 그 자신만을 약수로 갖는 수를 소수라 한다.

0721 (1st) 인수분해 공식을 이용한다.

② $100-\frac{1}{49}x^2=\left(10+\frac{1}{7}x\right)\left(10-\frac{1}{7}x\right)$

③ $\frac{1}{4}x^2+2x+4=\left(\frac{1}{2}x+2\right)^2$

④ $x^2+\frac{5}{3}x-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}(3x^2+5x-2)=\frac{1}{3}(x+2)(3x-1)$

⑤ $10x^2-3x-1=(5x+1)(2x-1)$

답 ①

0722 (1st) 주어진 인수를 이용하여 등식을 세운다.

$ax^2+2x-5b=k(x-1)(4x+5)$ (k는 상수)로 놓으면

$ax^2+2x-5b=k(4x^2+x-5)=4kx^2+kx-5k$

2nd $\frac{a}{b}$의 값을 구한다.

$a=4k,\ 2=k,\ -5b=-5k$이므로

$k=2,\ a=8,\ b=2$

$\therefore \frac{a}{b}=4$

답 4

0723 1st b의 값을 구한다.

$2x^2+3xy-2y^2=(x+2y)(2x-y)$이고 b는 정수이므로

$b=2$

2nd ab의 값을 구한다.

$x+2y$가 공통인수이므로

$4x^2+5xy+ay^2=\underbrace{(x+2y)(4x+my)}_{4x^2+(m+8)xy+2my^2}$ (m은 상수)

로 놓으면

$m+8=5,\ 2m=a \quad \therefore m=-3,\ a=-6$

$\therefore ab=-12$

답 ①

0724 1st $a+b$의 값을 구한다.

둘레의 길이의 합이 100이므로

$4a+4b=100 \quad \therefore a+b=25$

2nd $a-b$의 값을 구한다.

넓이의 차는 150이므로 $a^2-b^2=150$

$(a+b)(a-b)=150, \quad 25(a-b)=150$

$\therefore a-b=6$

3rd 두 정사각형의 둘레의 길이의 차를 구한다.

두 정사각형의 둘레의 길이의 차는

$4a-4b=4(a-b)=4\times6=24$

답 ③

참고 $a+b=25,\ a-b=6$을 연립하여 풀면

$a=\frac{31}{2},\ b=\frac{19}{2}$

따라서 두 정사각형의 한 변의 길이는 각각 $\frac{31}{2},\ \frac{19}{2}$이다.

0725 전략 실수 A, B에 대하여 $(A-B)^2=0$이면 $A-B=0$임을 이용한다.

풀이 $\frac{1}{9}x^2-\frac{1}{3}xy+\frac{1}{4}y^2=0$에서

$\left(\frac{1}{3}x-\frac{1}{2}y\right)^2=0$ ···➊

즉 $\frac{1}{3}x-\frac{1}{2}y=0$이므로 $\frac{1}{3}x=\frac{1}{2}y$

$\therefore \frac{y}{x}=\frac{2}{3}$ ···➋

답 $\frac{2}{3}$

채점 기준	비율
➊ 주어진 등식의 좌변을 인수분해할 수 있다.	50 %
➋ $\frac{y}{x}$의 값을 구할 수 있다.	50 %

참고 주어진 식이 등식이므로 등식의 양변에 36을 곱하여 계수를 정수로 고친 후 인수분해해도 된다.

0726 전략 먼저 주어진 식이 완전제곱식이 될 조건을 이용하여 k의 값을 구한다.

풀이 $81a^2+(7-3k)ab+\frac{1}{4}b^2$

$=(9a)^2+(7-3k)ab+\left(\pm\frac{1}{2}b\right)^2$

이므로 $7-3k=\underbrace{\pm9}_{\pm2\times9\times\frac{1}{2}}$

$-3k=2$ 또는 $-3k=-16$

$\therefore k=-\frac{2}{3}$ 또는 $k=\frac{16}{3}$ ···➊

따라서 모든 k의 값의 합은 $-\frac{2}{3}+\frac{16}{3}=\frac{14}{3}$이므로

$p=3,\ q=14$ ···➋

$\therefore q-p=11$ ···➌

답 11

채점 기준	비율
➊ k의 값을 모두 구할 수 있다.	70 %
➋ p, q의 값을 구할 수 있다.	20 %
➌ $q-p$의 값을 구할 수 있다.	10 %

0727 전략 $\sqrt{a^2}=\begin{cases} a & (a\ge0) \\ -a & (a<0)\end{cases}$임을 이용하여 주어진 식을 간단히 한다.

풀이 (주어진 식)$=\sqrt{\frac{1}{x^2}}+\sqrt{x^2+\frac{1}{x^2}-2}+\sqrt{x^2+\frac{1}{x^2}+2}$

$=\sqrt{\frac{1}{x^2}}+\sqrt{\left(x-\frac{1}{x}\right)^2}+\sqrt{\left(x+\frac{1}{x}\right)^2}$ ···➊

$0<x<1$이므로 $\frac{1}{x}>1$

$\therefore x-\frac{1}{x}<0,\ x+\frac{1}{x}>0$ ···➋

$\therefore$ (주어진 식)$=\frac{1}{x}-\left(x-\frac{1}{x}\right)+\left(x+\frac{1}{x}\right)$

$=\frac{3}{x}$ ···➌

답 $\frac{3}{x}$

채점 기준	비율
➊ 근호 안의 식을 인수분해할 수 있다.	30 %
➋ $\frac{1}{x}$, $x-\frac{1}{x}$, $x+\frac{1}{x}$의 부호를 구할 수 있다.	30 %
➌ 주어진 식을 간단히 할 수 있다.	40 %

0728 전략 $p^2-q^2=(p+q)(p-q)$임을 이용하여 $f(x)$를 인수분해한다.

풀이 $f(x)=1-\frac{1}{x^2}=\left(1-\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{1}{x}\right)$이므로 ···➊

(주어진 식)$=\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)$

$\times\cdots\times\left(1-\frac{1}{9}\right)\left(1+\frac{1}{9}\right)$

$=\left(\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\right)\times\left(\frac{2}{3}\times\frac{4}{3}\right)\times\cdots\times\left(\frac{8}{9}\times\frac{10}{9}\right)$

$=\frac{1}{2}\times\frac{10}{9}=\frac{5}{9}$ ···➋

따라서 $a=9$, $b=5$이므로

$a+b=14$ ⋯ ❸

답 14

채점 기준	비율
❶ $f(x)$를 인수분해할 수 있다.	30 %
❷ $f(2)\times f(3)\times\cdots\times f(9)$의 값을 구할 수 있다.	60 %
❸ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	10 %

0729 전략 자연수 A, B에 대하여 $A\times B=$(소수)이려면 $A=1$ 또는 $B=1$이어야 한다.

풀이 $n^2+8n-48=(n+12)(n-4)$ ⋯ ❶

따라서 $n^2+8n-48$이 소수가 되려면

$n+12=1$ 또는 $n-4=1$ ⋯ ❷

이때 n은 자연수이므로

$n=5$ ⋯ ❸

이고 그때의 소수는

$(5+12)\times(5-4)=17$ ⋯ ❹

답 $n=5$, 17

채점 기준	비율
❶ 주어진 식을 인수분해할 수 있다.	30 %
❷ 주어진 식이 소수가 될 조건을 구할 수 있다.	40 %
❸ n의 값을 구할 수 있다.	20 %
❹ 소수를 구할 수 있다.	10 %

0730 전략 먼저 x^2+5x+4를 인수분해하여 두 다항식의 공통인수로 가능한 식을 구한다.

풀이 $x^2+5x+4=(x+1)(x+4)$이므로 x^2+ax-5는 $x+1$ 또는 $x+4$를 인수로 갖는다. ⋯ ❶

(i) $x^2+ax-5=\underbrace{(x+1)(x+m)}_{x^2+(m+1)x+m}$ (m은 상수)으로 놓으면

$m+1=a$, $m=-5$

$\therefore a=-4$ ⋯ ❷

(ii) $x^2+ax-5=\underbrace{(x+4)(x+n)}_{x^2+(n+4)x+4n}$ (n은 상수)으로 놓으면

$n+4=a$, $4n=-5$

$\therefore n=-\dfrac{5}{4}$, $a=\dfrac{11}{4}$ ⋯ ❸

(i), (ii)에서 a는 정수이므로 $a=-4$ ⋯ ❹

답 -4

채점 기준	비율
❶ 공통인수로 가능한 식을 구할 수 있다.	20 %
❷ 공통인수가 $x+1$일 때, a의 값을 구할 수 있다.	30 %
❸ 공통인수가 $x+4$일 때, a의 값을 구할 수 있다.	30 %
❹ a의 값을 구할 수 있다.	20 %

07 인수분해 공식의 활용

0731 (주어진 식)$=y(x^2-8x+16)=y(x-4)^2$

답 $y(x-4)^2$

0732 (주어진 식)$=x^2(x^2-4)=x^2(x+2)(x-2)$

답 $x^2(x+2)(x-2)$

0733 (주어진 식)$=2a(a^2+3a-4)=2a(a+4)(a-1)$

답 $2a(a+4)(a-1)$

0734 $x+1=A$로 놓으면

(주어진 식)$=A^2+16A+64=(\underbrace{A}_{x+1\text{을 대입한다.}}+8)^2=(x+9)^2$

답 $(x+9)^2$

0735 $a-b=A$로 놓으면

(주어진 식)$=A^2-4A+4=(A-2)^2=(a-b-2)^2$

답 $(a-b-2)^2$

0736 $a+2=A$로 놓으면

(주어진 식)$=A^2-9=(A+3)(A-3)$

$=(a+5)(a-1)$ 답 $(a+5)(a-1)$

0737 $2x+5=A$로 놓으면

(주어진 식)$=A(A+2)-3=A^2+2A-3$

$=(A-1)(A+3)=(2x+4)(2x+8)$

$=4(x+2)(x+4)$ 답 $4(x+2)(x+4)$

0738 답 $y-1$ **0739** 답 $x+2$

0740 (주어진 식)$=a(b-3)-3(b-3)$

$=(a-3)(b-3)$ 답 $(a-3)(b-3)$

0741 (주어진 식)$=(x+y)(x-y)+(x-y)$

$=(x-y)(x+y+1)$

답 $(x-y)(x+y+1)$

0742 (주어진 식)$=(x-3)^2-(2y)^2$

$=(x+2y-3)(x-2y-3)$

답 $(x+2y-3)(x-2y-3)$

0743 (주어진 식)$=(x-y)^2-5^2=(x-y+5)(x-y-5)$

답 $(x-y+5)(x-y-5)$

0744 답 $x-2$, $x-1$, $x-y-1$

0745 $95^2+\underbrace{10\times95}_{2\times95\times5}+5^2=(95+5)^2=100^2=10000$

답 10000

0746 $102^2-\underbrace{4\times102}_{2\times102\times2}+\underbrace{4}_{2^2}=(102-2)^2=100^2=10000$

답 10000

0747 $100^2-99^2=(100+99)(100-99)=199$ 답 199

0748 $(\sqrt{3}+1)^2-(\sqrt{3}-1)^2$

$=(\sqrt{3}+1+\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1-\sqrt{3}+1)$

$=2\sqrt{3}\times2=4\sqrt{3}$ 답 $4\sqrt{3}$

0749 $x^2+6x+9=(x+3)^2=(27+3)^2=30^2=900$

답 900

0750 $x^2-4x+4=(x-2)^2=(\sqrt{5}+2-2)^2=(\sqrt{5})^2=5$

답 5

0751 $x^2+2xy+y^2=(x+y)^2=(6.4+3.6)^2=10^2=100$

답 100

0752 $\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{(a+b)(a-b)}$

$=\sqrt{(14.5+10.5)(14.5-10.5)}$

$=\sqrt{25\times4}=\sqrt{100}=10$ 답 10

0753 $a^2+6a-16=(a+8)(a-2)$

$=(22+8)(22-2)$

$=30\times20=600$ 답 600

0754 (주어진 식)$=x^2(x-1)-9(x-1)$

$=(x-1)(x^2-9)$

$=(x-1)(x+3)(x-3)$ 답 ⑤

0755 (주어진 식)$=x^2(y+2)-4(y+2)$

$=(y+2)(x^2-4)$

$=(x+2)(x-2)(y+2)$ ⋯ ❶

따라서 $a=2$, $b=-2$, $c=2$ 또는 $a=-2$, $b=2$, $c=2$이므로

$abc=-8$ ⋯ ❷

답 -8

채점 기준	비율
❶ 주어진 식을 인수분해할 수 있다.	70 %
❷ abc의 값을 구할 수 있다.	30 %

0756 (주어진 식)$=5x^2(x-y)+4xy(x-y)-y^2(x-y)$

$=(x-y)(5x^2+4xy-y^2)$

$=(x-y)(x+y)(5x-y)$ 답 ③, ⑤

0757 $A=-(a-b)+a(a-b)-b(a-b)$

$=(a-b)(a-b-1)$

$B=(a+2)(a^2-b^2)$

$=(a+2)(a+b)(a-b)$

따라서 두 다항식의 공통인수는 $a-b$이다. 답 ③

0758 $2x+1=A$로 놓으면

(주어진 식)$=A^2-6A+8$

$=(A-2)(A-4)$

$=(2x-1)(2x-3)$

따라서 $a=-1$, $b=-3$ 또는 $a=-3$, $b=-1$이므로

$a+b=-4$

답 ②

0759 $3x-4=A$로 놓으면

(주어진 식)$=A^2-8A+16$

$=(A-4)^2$

$=(3x-8)^2$

$\therefore a=-8$ 답 -8

0760 $x-5=A$로 놓으면

(주어진 식)$=A^2-7A+12$

$=(A-3)(A-4)$

$=(x-8)(x-9)$ ⋯ ❶

따라서 두 일차식의 합은

$(x-8)+(x-9)=2x-17$ ⋯ ❷

답 $2x-17$

채점 기준	비율
❶ 주어진 식을 인수분해할 수 있다.	70 %
❷ 두 일차식의 합을 구할 수 있다.	30 %

0761 $a+b=A$로 놓으면

(주어진 식)$=A^2+3Ac+2c^2$

$=(A+c)(A+2c)$

$=(a+b+c)(a+b+2c)$

답 ①

0762 $x-3y=A$로 놓으면

(주어진 식)$=4(x-3y)^2-(x-3y)-3$

$=4A^2-A-3$

$=(4A+3)(A-1)$

$=(4x-12y+3)(x-3y-1)$

따라서 $a=-12$, $b=3$, $c=-3$, $d=-1$이므로

$abcd=-108$

답 -108

0763 $x^2+2x=A$로 놓으면

(주어진 식)$=2A^2-5A-3$

$=(A-3)(2A+1)$

$=(x^2+2x-3)(2x^2+4x+1)$

$=(x+3)(x-1)(2x^2+4x+1)$

따라서 주어진 다항식의 인수인 것은 ㈀, ㈃, ㈅, ㈆이다.

답 ㈀, ㈃, ㈅, ㈆

0764 $x-y=A$로 놓으면

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=2A(A+1)-24\\&=2A^2+2A-24\\&=2(A^2+A-12)\\&=2(A-3)(A+4)\\&=2(x-y-3)(x-y+4)\end{aligned}$$

답 ④

0765 $2a+3b=A$로 놓으면

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=A^2-10(A-2)+5\\&=A^2-10A+25\\&=(A-5)^2\\&=(2a+3b-5)^2\end{aligned}$$

답 ①

0766 $a+3=A$로 놓으면

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=(A-b)(A+b)-3b^2\\&=A^2-4b^2\\&=(A+2b)(A-2b)\\&=(a+3+2b)(a+3-2b)\end{aligned}$$

따라서 두 일차식의 합은

$(a+3+2b)+(a+3-2b)=2a+6$

답 $2a+6$

0767 $x^2-x=A$로 놓으면

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=A(A-14)+24\\&=A^2-14A+24\\&=(A-2)(A-12)\\&=(x^2-x-2)(x^2-x-12)\\&=(x+1)(x-2)(x+3)(x-4)\end{aligned}$$

답 ②

0768 $a-1=A$, $b-1=B$로 놓으면

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=A^2-B^2\\&=(A+B)(A-B)\\&=\{(a-1)+(b-1)\}\{(a-1)-(b-1)\}\\&=(a+b-2)(a-b)\end{aligned}$$

답 ①, ⑤

0769 $2x+1=A$, $y-3=B$로 놓으면

$$\begin{aligned}&(\text{주어진 식})\\&=9A^2-4B^2\\&=(3A+2B)(3A-2B)\\&=\{3(2x+1)+2(y-3)\}\{3(2x+1)-2(y-3)\}\\&=(6x+2y-3)(6x-2y+9)\end{aligned}$$

답 $(6x+2y-3)(6x-2y+9)$

0770 $x+y=A$, $2x-y=B$로 놓으면

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=A^2-9AB+20B^2\\&=(A-4B)(A-5B)\\&=\{(x+y)-4(2x-y)\}\{(x+y)-5(2x-y)\}\\&=(-7x+5y)(-9x+6y)\\&=3(3x-2y)(7x-5y)\end{aligned}$$

답 ㉡, $3(3x-2y)(7x-5y)$

0771 $x-1=A$, $x+4=B$로 놓으면

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=2A^2+AB-B^2\\&=(A+B)(2A-B)\\&=\{(x-1)+(x+4)\}\{2(x-1)-(x+4)\}\\&=(2x+3)(x-6)\end{aligned}$$

따라서 $a=2$, $b=3$, $c=-6$이므로

$abc=-36$

답 ①

0772 $(\text{주어진 식})=\underline{\{x(x+1)\}\{(x-1)(x+2)\}}-3$

$\quad=(x^2+x)(x^2+x-2)-3$

$0+1=1$, $-1+2=1$과 같이 상수항의 합이 같도록 2개씩 묶는다.

$x^2+x=A$로 놓으면

$$\begin{aligned}(x^2+x)(x^2+x-2)-3&=A(A-2)-3\\&=A^2-2A-3\\&=(A+1)(A-3)\\&=(x^2+x+1)(x^2+x-3)\end{aligned}$$

답 $(x^2+x+1)(x^2+x-3)$

0773 $(\text{주어진 식})=\{(x-1)(x+1)\}\{(x-2)(x+2)\}-40$

$\quad=(x^2-1)(x^2-4)-40$

$x^2=A$로 놓으면

$$\begin{aligned}(x^2-1)(x^2-4)-40&=(A-1)(A-4)-40\\&=A^2-5A-36\\&=(A-9)(A+4)\\&=(x^2-9)(x^2+4)\\&=(x+3)(x-3)(x^2+4)\end{aligned}$$

답 ④

0774 $(\text{주어진 식})=\{(a+1)(a+7)\}\{(a+3)(a+5)\}+16$

$\quad=(a^2+8a+7)(a^2+8a+15)+16$

$a^2+8a=A$로 놓으면

$$\begin{aligned}&(a^2+8a+7)(a^2+8a+15)+16\\&=(A+7)(A+15)+16\\&=A^2+22A+121\\&=(A+11)^2\\&=(a^2+8a+11)^2\end{aligned}$$

따라서 $m=8$, $n=11$이므로 $mn=88$

답 88

0775
$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=a^3-a^2b-a+b\\&=a^2(a-b)-(a-b)\\&=(a-b)(a^2-1)\\&=(a-b)(a+1)(a-1)\end{aligned}$$

따라서 주어진 다항식의 인수인 것은 ㈀, ㈁, ㈂이다.

답 ①

다른 풀이
$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=a^3-a-a^2b+b\\&=a(a^2-1)-b(a^2-1)\\&=(a-b)(a^2-1)\\&=(a-b)(a+1)(a-1)\end{aligned}$$

0776 (주어진 식) $=(x+y)(x-y)-z(x-y)$
$=(x-y)(x+y-z)$ 답 ②

0777 (주어진 식) $=x^2(x+2)-9(x+2)$
$=(x+2)(x^2-9)$
$=(x+2)(x+3)(x-3)$
따라서 세 일차식의 합은
$(x+2)+(x+3)+(x-3)=3x+2$ 답 ⑤

다른 풀이 (주어진 식) $=x^3-9x+2x^2-18$
$=x(x^2-9)+2(x^2-9)$
$=(x+2)(x^2-9)$
$=(x+2)(x+3)(x-3)$

0778 $x^2y^2-4x^2-y^2+4=x^2(y^2-4)-(y^2-4)$
$=(x^2-1)(y^2-4)$
$=(x+1)(x-1)(y+2)(y-2)$
$x^2-x+xy-y=x(x-1)+y(x-1)=(x-1)(x+y)$
따라서 두 다항식의 공통인수는 $x-1$이다. 답 ①

0779 $xy-3x-2y+6=4$에서
$x(y-3)-2(y-3)=4$
$\therefore (x-2)(y-3)=4$ ···➊
x, y가 자연수이므로

$x-2$	1	2	4
$y-3$	4	2	1

→

x	3	4	6
y	7	5	4

따라서 자연수 x, y의 순서쌍 (x, y)는
$(3, 7)$, $(4, 5)$, $(6, 4)$의 3개 ···➋
답 3

채점 기준	비율
➊ 주어진 등식의 좌변을 인수분해할 수 있다.	50 %
➋ 자연수 x, y의 순서쌍 (x, y)의 개수를 구할 수 있다.	50 %

0780 (주어진 식) $=a^2-4a+4-b^2$
$=(a-2)^2-b^2$
$=(a+b-2)(a-b-2)$ 답 ③

0781 (주어진 식) $=1-(x^2+2xy+y^2)$
$=1-(x+y)^2$
$=(1+x+y)(1-x-y)$ 답 ③

0782 (주어진 식) $=x^2-(y^2-14y+49)$
$=x^2-(y-7)^2$
$=(x+y-7)(x-y+7)$
따라서 두 일차식의 합은
$(x+y-7)+(x-y+7)=2x$ 답 $2x$

0783 (주어진 식) $=(a-3b)^2-(5c)^2$
$=(a-3b+5c)(a-3b-5c)$ 답 ③

0784 (주어진 식) $=25x^2+10xy+y^2-9$
$=(5x+y)^2-3^2$
$=(5x+y+3)(5x+y-3)$ ···➊
따라서 $a=5$, $b=1$, $c=-3$이므로 ···➋
$a-b+c=1$ ···➌
답 1

채점 기준	비율
➊ 주어진 식을 인수분해할 수 있다.	60 %
➋ a, b, c의 값을 구할 수 있다.	30 %
➌ $a-b+c$의 값을 구할 수 있다.	10 %

0785 (주어진 식) $=\underline{xy-y}+x^2+x-2$
차수가 낮은 y에 대하여 내림차순으로 정리한다.
$=(x-1)y+x^2+x-2$
$=(x-1)y+(x+2)(x-1)$
$=(x-1)(x+y+2)$ 답 ③

0786 (좌변) $=x^2+x-(y^2-7y+12)$
$=x^2+x-(y-4)(y-3)$
$=\{x-(y-4)\}\{x+(y-3)\}$
$=(x-y+4)(x+y-3)$
$\therefore A=x-y+4$ 답 $x-y+4$

0787 (주어진 식) $=-4xy-2y+2x^2+7x+3$
$=-2y(2x+1)+2x^2+7x+3$
$=-2y(2x+1)+(2x+1)(x+3)$
$=(2x+1)(x-2y+3)$
따라서 $a=1$, $b=-2$, $c=3$이므로
$a+b+c=2$ 답 2

0788 (주어진 식) $=x^2+xy+x-6y^2+13y-6$
$=x^2+(y+1)x-(6y^2-13y+6)$
$=x^2+(y+1)x-(2y-3)(3y-2)$
$=\{x-(2y-3)\}\{x+(3y-2)\}$
$=(x-2y+3)(x+3y-2)$
따라서 두 일차식의 합은
$(x-2y+3)+(x+3y-2)=2x+y+1$ 답 ④

0789 (주어진 식) $=(bc+b+c+1)a+(bc+b+c+1)$
$=(a+1)(bc+b+c+1)$
$=(a+1)\{b(c+1)+(c+1)\}$
$=(a+1)(b+1)(c+1)$ 답 ⑤

0790 (주어진 식) $=(7.5^2-2.5^2)\times 23.8$
$=(7.5+2.5)\times(7.5-2.5)\times 23.8$
$=10\times 5\times 23.8=1190$ 답 ①

0791 $A=\sqrt{(52+48)(52-48)}$
$=\sqrt{100\times4}$ └ 인수분해 공식 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$를 이용한다.
$=\sqrt{400}=20$ ··· ❶

$B=5\times(21^2-2\times21+1^2)$
$=5\times(21-1)^2$ └ 인수분해 공식 $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$을 이용한다.
$=5\times20^2=2000$ ··· ❷

$\therefore A+B=2020$ ··· ❸

답 2020

채점 기준	비율
❶ A의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ B의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $A+B$의 값을 구할 수 있다.	20 %

0792 (주어진 식)$=(1+2)(1-2)+(3+4)(3-4)$
$+(5+6)(5-6)+(7+8)(7-8)$
$=-3+(-7)+(-11)+(-15)$
$=-36$

답 ①

0793 $25=x$로 놓으면
$25\times26\times27\times28+1=x(x+1)(x+2)(x+3)+1$
$=\{x(x+3)\}\{(x+1)(x+2)\}+1$
$=(x^2+3x)(x^2+3x+2)+1$
$x^2+3x=A$로 놓으면
$(x^2+3x)(x^2+3x+2)+1=A(A+2)+1$
$=A^2+2A+1$
$=(A+1)^2$
$=(x^2+3x+1)^2$
$=(25^2+3\times25+1)^2$
$=701^2$
$\therefore N=701$

답 701

0794 $2^{16}-1=(2^8+1)(2^8-1)$
$=(2^8+1)(2^4+1)(2^4-1)$
$=(2^8+1)(2^4+1)(2^2+1)(2^2-1)$
$=257\times17\times5\times3$
따라서 자연수 a의 값이 될 수 없는 것은 ③이다.

답 ③

0795 (주어진 식)
$=\frac{(2-1)(2+1)}{2\times2}\times\frac{(3-1)(3+1)}{3\times3}\times\frac{(4-1)(4+1)}{4\times4}$
$\times\cdots\times\frac{(10-1)(10+1)}{10\times10}$
$=\frac{1\times3}{2\times2}\times\frac{2\times4}{3\times3}\times\frac{3\times5}{4\times4}\times\cdots\times\frac{9\times11}{10\times10}$
$=\frac{1}{2}\times\frac{11}{10}=\frac{11}{20}$

답 ③

0796 $x=\frac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}=2+\sqrt{3}$,
$y=\frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}=2-\sqrt{3}$
$\therefore$ (주어진 식)
$=xy(x^2-y^2)$
$=xy(x+y)(x-y)$
$=(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})\{(2+\sqrt{3})+(2-\sqrt{3})\}$
$\times\{(2+\sqrt{3})-(2-\sqrt{3})\}$
$=1\times4\times2\sqrt{3}$
$=8\sqrt{3}$

답 ⑤

0797 (주어진 식)$=2(x^2-2xy-3y^2)$
$=2(x+y)(x-3y)$
$=2(3.75+0.25)(3.75-3\times0.25)$
$=2\times4\times3=24$

답 ③

0798 (주어진 식)$=\frac{x(x^2+2x)+9}{2x+3}$
$=\frac{6x+9}{2x+3}$
$=\frac{3(2x+3)}{2x+3}=3$

답 ②

0799 (주어진 식)$=\sqrt{(x-3)^2}+\sqrt{\left(2x+\frac{1}{3}\right)^2}$
$x-3<0$, $2x+\frac{1}{3}>0$이므로 위의 식은
$-(x-3)+\left(2x+\frac{1}{3}\right)=-x+3+2x+\frac{1}{3}$
$=x+\frac{10}{3}$
$=\frac{4}{3}+\frac{10}{3}$
$=\frac{14}{3}$

답 ③

0800 $\overline{AP}=\overline{AB}=\sqrt{5}$, $\overline{AQ}=\overline{AD}=\sqrt{5}$이므로
$a=3+\sqrt{5}$, $b=3-\sqrt{5}$ ··· ❶
$\therefore$ (주어진 식)
$=a^2(a-b)-b^2(a-b)=(a-b)(\underbrace{a^2-b^2}_{(a+b)(a-b)})$
$=(a-b)^2(a+b)$ ··· ❷
$=\{(3+\sqrt{5})-(3-\sqrt{5})\}^2\{(3+\sqrt{5})+(3-\sqrt{5})\}$
$=(2\sqrt{5})^2\times6=120$ ··· ❸

답 120

채점 기준	비율
❶ a, b의 값을 구할 수 있다.	20 %
❷ 주어진 식을 인수분해할 수 있다.	50 %
❸ 주어진 식의 값을 구할 수 있다.	30 %

0801 $1<\sqrt{3}<2$에서 $3<2+\sqrt{3}<4$이므로
$a=3$, $b=(2+\sqrt{3})-3=\sqrt{3}-1$
$\therefore$ (주어진 식)$=a^2-(b^2+2b+1)$
$=a^2-(b+1)^2$
$=(a+b+1)(a-b-1)$
$=(3+\sqrt{3}-1+1)(3-\sqrt{3}+1-1)$
$=(3+\sqrt{3})(3-\sqrt{3})$
$=3^2-(\sqrt{3})^2$
$=6$
답 ④

0802 (주어진 식)$=a^2-(b^2-6b+9)$
$=a^2-(b-3)^2$
$=(a+b-3)(a-b+3)$
$=\{(2\sqrt{2}+1)-3\}\{(2\sqrt{2}-1)+3\}$
$=(2\sqrt{2}-2)(2\sqrt{2}+2)$
$=(2\sqrt{2})^2-2^2$
$=4$
답 ④

0803 $x^2-y^2=(x+y)(x-y)=7\sqrt{3}$
답 ④

0804 (주어진 식)$=c(a-b)-b(a-b)$
$=(a-b)(c-b)$
$=(a-b)\{-(b-c)\}$
$=5\times(-2)$
$=-10$
답 -10

0805 $a(a+1)-b(b-1)=a^2+a-b^2+b$
$=a^2-b^2+a+b$
$=(a+b)(a-b)+(a+b)$
$=(a+b)(a-b+1)$
이때 $a+b=-2$이므로 $-2(a-b+1)=10$
$a-b+1=-5$ $\therefore a-b=-6$
답 ①

0806 $x+y=\dfrac{\sqrt{5}+2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}=\sqrt{5}+2$,
$x-y=\dfrac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}=\sqrt{5}-2$ ··· ❶
$\therefore$ (주어진 식)$=x^2-y^2-2x+2y$
$=(x+y)(x-y)-2(x-y)$
$=(x-y)(x+y-2)$ ··· ❷
$=(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2-2)$
$=5-2\sqrt{5}$ ··· ❸
답 $5-2\sqrt{5}$

채점 기준	비율
❶ $x+y$, $x-y$의 분모를 유리화할 수 있다.	20 %
❷ 주어진 식을 인수분해할 수 있다.	50 %
❸ 주어진 식의 값을 구할 수 있다.	30 %

0807 $(2a+b)^2-(a+2b)^2$
$=(2a+b+a+2b)(2a+b-a-2b)$
$=(3a+3b)(a-b)$
$=3(a+b)(a-b)$
한편 $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab=3^2-4\times1=5$이므로
$a-b=\sqrt{5}$ ($\because a>b$)
$\therefore$ (주어진 식)$=3\times3\times\sqrt{5}=9\sqrt{5}$
답 $9\sqrt{5}$

0808 도형 A의 넓이는
$(3x+7)^2-(x+1)^2=(3x+7+x+1)(3x+7-x-1)$
$=(4x+8)(2x+6)$
따라서 도형 B의 가로의 길이는 $4x+8$이다.
답 ⑤

0809 (한지 부분의 넓이)
$=$(큰 부채꼴의 넓이)$-$(작은 부채꼴의 넓이)
$=\pi\times13.5^2\times\dfrac{150}{360}-\pi\times4.5^2\times\dfrac{150}{360}$
$=\dfrac{5}{12}\pi(13.5^2-4.5^2)$
$=\dfrac{5}{12}\pi(13.5+4.5)(13.5-4.5)$
$=\dfrac{5}{12}\pi\times18\times9$
$=\dfrac{135}{2}\pi(\mathrm{cm}^2)$
답 $\dfrac{135}{2}\pi\ \mathrm{cm}^2$

SSEN 특강

반지름의 길이가 r, 중심각의 크기가 $x°$인 부채꼴의 호의 길이를 l, 넓이를 S라 하면
① $l=2\pi r\times\dfrac{x}{360}$ ② $S=\pi r^2\times\dfrac{x}{360}$

0810 (구하는 입체도형의 부피)
$=$(큰 원기둥의 부피)$-$(작은 원기둥의 부피)
$=\pi\times(5+\sqrt{7})^2\times5\sqrt{7}-\pi\times(5-\sqrt{7})^2\times5\sqrt{7}$
$=5\sqrt{7}\pi\{(5+\sqrt{7})^2-(5-\sqrt{7})^2\}$
$=5\sqrt{7}\pi\{(5+\sqrt{7})+(5-\sqrt{7})\}\{(5+\sqrt{7})-(5-\sqrt{7})\}$
$=5\sqrt{7}\pi\times10\times2\sqrt{7}$
$=700\pi$
답 700π

0811 $x^3+x^2y-x-y=x^2(x+y)-(x+y)$
$=(x+y)(x^2-1)$
$=(x+y)(x+1)(x-1)$ ··· ❶
따라서 직육면체의 높이는 $x-1$이므로 겉넓이는
$2\{(x+y)(x+1)+(x+1)(x-1)+(x-1)(x+y)\}$
$=2\{(x^2+x+xy+y)+(x^2-1)+(x^2+xy-x-y)\}$
$=2(3x^2+2xy-1)$
$=6x^2+4xy-2$ ··· ❷
답 $6x^2+4xy-2$

07 인수분해 공식의 활용

채점 기준	비율
❶ 부피를 나타내는 식을 인수분해할 수 있다.	50 %
❷ 겉넓이를 구할 수 있다.	50 %

SSEN 특강

밑면의 가로, 세로의 길이가 각각 a, b이고 높이가 c인 직육면체의 겉넓이와 부피는

(겉넓이)$=2(ab+bc+ca)$, (부피)$=abc$

0812 $\frac{1}{2}\pi(x+y)^2-\frac{1}{2}\pi x^2+\frac{1}{2}\pi y^2$

$=\frac{1}{2}\pi\{(x+y)^2-(x^2-y^2)\}$

$=\frac{1}{2}\pi\{(x+y)^2-(x+y)(x-y)\}$

$=\frac{1}{2}\pi(x+y)(x+y-x+y)$

$=\frac{1}{2}\pi\times 2y(x+y)$

$=y(x+y)\pi$ 답 ④

0813 길의 한가운데를 지나는 원의 반지름의 길이를 r m라 하면

$2\pi r=16\pi \quad \therefore r=8$ ⋯ ❶

길의 넓이가 64π m^2이므로

$\pi(8+x)^2-\pi(8-x)^2=64\pi$ ⋯ ❷

$(8+x+8-x)(8+x-8+x)=64$

$32x=64 \quad \therefore x=2$ ⋯ ❸

답 2

채점 기준	비율
❶ 길의 한가운데를 지나는 원의 반지름의 길이를 구할 수 있다.	20 %
❷ 길의 넓이를 구하는 식을 세울 수 있다.	40 %
❸ x의 값을 구할 수 있다.	40 %

0814 (1st) 공통부분이 생기도록 식을 변형한다.

(주어진 식)$=(x-3y)^2-2(x-3y)+1$

(2nd) 공통부분을 치환하여 인수분해한다.

$x-3y=A$로 놓으면

$(x-3y)^2-2(x-3y)+1=A^2-2A+1$

$=(A-1)^2$

$=(x-3y-1)^2$

답 $(x-3y-1)^2$

다른 풀이 (주어진 식)$=x^2-2(3y+1)x+9y^2+6y+1$

$=x^2-2(3y+1)x+(3y+1)^2$

$3y+1=A$로 놓으면

$x^2-2(3y+1)x+(3y+1)^2=x^2-2Ax+A^2$

$=(x-A)^2$

$=(x-3y-1)^2$

0815 (1st) 공통부분을 치환하여 인수분해한다.

$x+2y=A$로 놓으면

(주어진 식)$=A^2-2A-8$

$=(A+2)(A-4)$

$=(x+2y+2)(x+2y-4)$

(2nd) 주어진 식의 값이 소수가 되는 경우를 구한다.

주어진 식의 값이 소수가 되려면 $x+2y+2=1$ 또는 $x+2y-4=1$이어야 한다.

1보다 큰 자연수 중에서 1과 자기 자신만을 약수로 갖는 수

(i) $x+2y+2=1$일 때,

$x+2y=-1$이므로 이를 만족시키는 자연수 x, y는 존재하지 않는다.

(ii) $x+2y-4=1$일 때,

$x+2y=5$이므로

(주어진 식)$=(5+2)(5-4)=7$

즉 주어진 식의 값이 소수가 된다.

(i), (ii)에서 주어진 식의 값이 소수가 되려면 $x+2y=5$이어야 한다.

(3rd) 순서쌍의 개수를 구한다.

$x+2y=5$를 만족시키는 자연수 x, y의 순서쌍 (x, y)는

$(1, 2)$, $(3, 1)$의 2개 답 2

0816 (1st) 공통부분이 생기도록 2개씩 묶어 전개한다.

(주어진 식)$=\{x(x-5)\}\{(x-2)(x-3)\}+k$

$=(x^2-5x)(x^2-5x+6)+k$

(2nd) 공통부분을 치환하여 조건을 만족시키는 k의 값을 구한다.

$x^2-5x=A$로 놓으면

$(x^2-5x)(x^2-5x+6)+k=A(A+6)+k$

$=A^2+6A+k$

이 식이 완전제곱식이 되려면

$k=\left(\frac{6}{2}\right)^2=9$ 답 ⑤

SSEN 특강

완전제곱식이 될 조건

① x^2+ax+b가 완전제곱식이 되기 위한 b의 조건

➡ $b=\left(\frac{a}{2}\right)^2$

② x^2+ax+b $(b>0)$가 완전제곱식이 되기 위한 a의 조건

➡ $a=\pm2\sqrt{b}$

0817 (1st) 모든 경우의 수를 구한다.

모든 경우의 수는

$6\times6=36$

(2nd) $\sqrt{xy-3x-2y+6}$이 자연수가 되는 경우의 수를 구한다.

$\sqrt{xy-3x-2y+6}=\sqrt{x(y-3)-2(y-3)}$

$=\sqrt{(x-2)(y-3)}$

이므로 이 식이 자연수가 되려면 $(x-2)(y-3)$이 $\underbrace{(\text{자연수})^2}_{1,\ 4,\ 9,\ 16,\ \cdots}$ 꼴인 수이어야 한다.

이때 $1 \le x \le 6$, $1 \le y \le 6$이므로 이를 만족시키는 x, y의 순서쌍 (x, y)는 다음과 같다.

(i) $(x-2)(y-3)=1$일 때,
$(1, 2)$, $(3, 4)$

(ii) $(x-2)(y-3)=4$일 때,
$(4, 5)$, $(6, 4)$

(iii) $(x-2)(y-3)=9$일 때,
$(5, 6)$

이상에서 $\sqrt{xy-3x-2y+6}$이 자연수가 되는 경우의 수는 5이다.

3rd $\sqrt{xy-3x-2y+6}$이 자연수가 될 확률을 구한다.

구하는 확률은 $\dfrac{5}{36}$ 　　답 $\dfrac{5}{36}$

참고 $1 \le x \le 6$, $1 \le y \le 6$에서 $-1 \le x-2 \le 4$, $-2 \le y-3 \le 3$이므로 $(x-2)(y-3)$의 값 중 가장 큰 값은 12이다.
따라서 $(x-2)(y-3)=16, 25, 36, \cdots$인 경우는 존재하지 않는다.

0818 **1st** 식을 전개한 후 한 문자에 대하여 내림차순으로 정리하여 인수분해한다.

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=a(b^2-c^2)-b(c^2-a^2)-c(a^2-b^2)\\&=ab^2-ac^2-bc^2+ba^2-ca^2+cb^2\\&=(b-c)a^2+\underbrace{(b^2-c^2)}_{(b+c)(b-c)}a+bc(b-c)\\&=(b-c)\{a^2+(b+c)a+bc\}\\&=(b-c)(a+b)(a+c)\end{aligned}$$

답 $(b-c)(a+b)(a+c)$

0819 **1st** 주어진 식을 공통인수로 묶어 내어 인수분해한다.

$$\begin{aligned}5\times11^3\times a+15\times11^3\times(a+1)&=5\times11^3\times\{a+3(a+1)\}\\&=5\times11^3\times(4a+3)\end{aligned}$$

2nd 조건을 만족시키는 가장 작은 자연수 a의 값을 구한다.

주어진 수가 어떤 자연수의 제곱이 되려면 $4a+3$은
$5\times11\times k^2$ (k는 자연수)
꼴이어야 한다.

$k=1$일 때, $4a+3=55$이므로
$4a=52$　　$\therefore a=13$

따라서 가장 작은 자연수 a의 값은 13이다.　　답 13

0820 **1st** $A^2-B^2=(A+B)(A-B)$임을 이용하여 계산한다.

$\sqrt{6}+\sqrt{3}+\sqrt{2}-1=A$, $\sqrt{6}+\sqrt{3}-\sqrt{2}+1=B$로 놓으면

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=A^2-B^2\\&=(A+B)(A-B)\\&=2(\sqrt{6}+\sqrt{3})\times2(\sqrt{2}-1)\\&=4\sqrt{3}(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)\\&=4\sqrt{3}\end{aligned}$$

답 ④

다른 풀이 $\sqrt{6}+\sqrt{3}=A$, $\sqrt{2}-1=B$로 놓으면

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=(A+B)^2-(A-B)^2\\&=(A+B+A-B)(A+B-A+B)\\&=2A\times2B=4AB\\&=4(\sqrt{6}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-1)\\&=4\sqrt{3}(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)\\&=4\sqrt{3}\end{aligned}$$

0821 **1st** a, b의 값을 구한다.

$3<\sqrt{10}<4$이므로　　$a=\sqrt{10}-3$

$2\sqrt{3}=\sqrt{12}$이고 $3<\sqrt{12}<4$이므로　　$b=3$

2nd 주어진 식의 값을 구한다.

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=\frac{a^3+a^2b-ab^2-b^3}{a-b}\\&=\frac{a^2(a+b)-b^2(a+b)}{a-b}\\&=\frac{(a+b)(a^2-b^2)}{a-b}\\&=\frac{(a+b)^2(a-b)}{a-b}\\&=(a+b)^2\\&=\{(\sqrt{10}-3)+3\}^2\\&=10\end{aligned}$$

답 ①

0822 **1st** 주어진 식을 간단히 한다.

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식})&=\frac{(a+b)(a-b)(b+c)(b-c)(c+a)(c-a)}{(a+b)(b+c)(c+a)}\\&=(a-b)(b-c)(c-a)\end{aligned}$$

2nd 주어진 식의 값을 구한다.

a, b, c가 연속하는 세 자연수이므로
$a-b=-1$, $b-c=-1$, $c-a=2$
$\therefore$ (주어진 식)$=-1\times(-1)\times2=2$　　답 ④

참고 a, b, c가 연속하는 세 자연수이므로
$a=b-1$, $c=b+1$
$\therefore a-b=b-1-b=-1$, $b-c=b-(b+1)=-1$,
$c-a=b+1-(b-1)=2$

0823 **1st** 내접원의 반지름의 길이를 r라 하고 $\triangle ABC$의 넓이를 구한다.

$\triangle ABC$의 둘레의 길이가 $2(4x+y+5)$이므로
$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=2(4x+y+5)$

$\triangle ABC$의 내접원의 반지름의 길이를 r라 하면

$$\begin{aligned}\triangle ABC&=\frac{1}{2}r(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})\\&=\frac{1}{2}r\times2(4x+y+5)\\&=(4x+y+5)r\end{aligned}$$

2nd 내접원의 반지름의 길이를 구한다.

$\triangle ABC$의 넓이가

$$\begin{aligned}16x^2-25+8xy+y^2&=(16x^2+8xy+y^2)-25\\&=(4x+y)^2-5^2\\&=(4x+y+5)(4x+y-5)\end{aligned}$$

이므로

$$(4x+y+5)(4x+y-5)=(4x+y+5)r$$

이때 $4x+y+5\neq0$이므로

$$r=4x+y-5$$

따라서 내접원의 반지름의 길이는 $4x+y-5$이다.

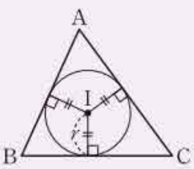
답 $4x+y-5$

SSEN 특강

삼각형의 내심의 응용

삼각형 ABC의 내접원의 반지름의 길이를 r라 하면

$$\triangle ABC=\frac{1}{2}r(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})$$



0825 1st $\overline{AB}=2r$ cm로 놓고 $\overline{AC}$, $\overline{AD}$의 길이를 r에 대한 식으로 나타낸다.

$\overline{AB}=2r$ cm라 하면

$$\overline{AC}=2r+3\,(\text{cm}),\ \overline{AD}=2r+6\,(\text{cm})$$

2nd r와 a 사이의 관계식을 구한다.

$\overline{AC}$를 지름으로 하는 원의 둘레의 길이가 $a\pi$ cm이므로

$$(2r+3)\pi=a\pi \qquad \therefore\ 2r+3=a$$

3rd 색칠한 부분의 넓이를 구한다.

$$\begin{aligned}(\text{색칠한 부분의 넓이})&=\left(\frac{2r+6}{2}\right)^2\pi-\left(\frac{2r}{2}\right)^2\pi\\&=\{(r+3)^2-r^2\}\pi\\&=(r+3+r)(r+3-r)\pi\\&=3(2r+3)\pi\\&=3a\pi\,(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

답 ⑤

0825 전략 공통부분을 한 문자로 치환하여 인수분해한다.

풀이 $x+y=X$로 놓으면

$$A=X^2-(X-1)+a=X^2-X+a+1,$$
$$B=X(X-3)+b=X^2-3X+b \quad \cdots ❶$$

$A=X^2-X+a+1=(\underbrace{X+2}_{x+y+2})(X+m)$ (m은 상수)으로 놓으면

$$X^2-X+a+1=X^2+(2+m)X+2m$$

따라서 $2+m=-1$, $2m=a+1$이므로

$$m=-3,\ a=-7 \quad \cdots ❷$$

$B=X^2-3X+b=(X+2)(X+n)$ (n은 상수)으로 놓으면

$$X^2-3X+b=X^2+(2+n)X+2n$$

따라서 $2+n=-3$, $2n=b$이므로

$$n=-5,\ b=-10 \quad \cdots ❸$$
$$\therefore\ a-b=3 \quad \cdots ❹$$

답 3

채점 기준	비율
❶ $x+y=X$로 놓고 A, B를 정리할 수 있다.	10 %
❷ a의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ b의 값을 구할 수 있다.	40 %
❹ $a-b$의 값을 구할 수 있다.	10 %

0826 전략 인수분해 공식 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$를 이용한다.

풀이
$$\begin{aligned}3^{24}-1&=(3^{12}+1)(3^{12}-1)\\&=(3^{12}+1)(3^6+1)(3^6-1)\\&=(3^{12}+1)(3^6+1)(3^3+1)(3^3-1) \quad \cdots ❶\end{aligned}$$

따라서 $3^{24}-1$은 3^3+1과 3^3-1, 즉 28과 26으로 나누어떨어지므로 구하는 합은

$$28+26=54 \quad \cdots ❷$$

답 54

채점 기준	비율
❶ 주어진 식을 인수분해할 수 있다.	50 %
❷ 두 자연수의 합을 구할 수 있다.	50 %

0827 전략 주어진 등식의 우변에 무리수만 남도록 변형한 후 양변을 제곱하여 정리한다.

풀이 $2x=-1+\sqrt{5}$, 즉 $2x+1=\sqrt{5}$의 양변을 제곱하면

$$4x^2+4x+1=5 \qquad \therefore\ 4x^2+4x=4 \quad \cdots ❶$$
$$\begin{aligned}\therefore\ 8x^3+8x^2+6x&=2x(4x^2+4x+3) \quad \cdots ❷\\&=(-1+\sqrt{5})\times7\\&=-7+7\sqrt{5} \quad \cdots ❸\end{aligned}$$

답 $-7+7\sqrt{5}$

채점 기준	비율
❶ $4x^2+4x$의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ 주어진 식을 인수분해할 수 있다.	30 %
❸ 주어진 식의 값을 구할 수 있다.	30 %

0828 전략 $x^2y+xy^2+3x+3y$를 인수분해하여 xy의 값을 구한다.

풀이
$$\begin{aligned}x^2y+xy^2+3x+3y&=xy(x+y)+3(x+y)\\&=(x+y)(xy+3)=40 \quad \cdots ❶\end{aligned}$$

이때 $x+y=8$이므로

$$xy+3=5 \qquad \therefore\ xy=2 \quad \cdots ❷$$
$$\begin{aligned}\therefore\ \frac{x^2y-xy^2}{x^2-y^2}&=\frac{xy(x-y)}{(x+y)(x-y)}\\&=\frac{xy}{x+y}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4} \quad \cdots ❸\end{aligned}$$

답 $\frac{1}{4}$

채점 기준	비율
❶ $x^2y+xy^2+3x+3y$를 인수분해할 수 있다.	50 %
❷ xy의 값을 구할 수 있다.	20 %
❸ 주어진 식의 값을 구할 수 있다.	30 %

08 이차방정식의 풀이 (1)

0829 $2x^2=3x-1$에서 $2x^2-3x+1=0$ 답 ○

0830 등식이 아니므로 이차방정식이 아니다. 답 ×

0831 $x^2+x^3=4x-3+x^3$에서 $x^2-4x+3=0$ 답 ○

0832 $x(2x-5)=2x^2-1$에서 $-5x+1=0$ 답 ×

0833 $(1+1)\times(1-1)=0$ 답 ○

0834 $(-3)^2+3\times(-3)-1\neq0$ 답 ×

0835 $2\times2^2-5\times2+2=0$ 답 ○

0836 $x=-1$일 때, $-1\times(-1-1)\neq0$
$x=0$일 때, $0\times(-1)=0$
$x=1$일 때, $1\times(1-1)=0$ 답 $x=0$ 또는 $x=1$

0837 $x=-1$일 때, $(-1)^2-2\times(-1)-3=0$
$x=0$일 때, $-3\neq0$
$x=1$일 때, $1^2-2\times1-3\neq0$ 답 $x=-1$

0838 $x=-1$일 때, $3\times(-1)^2-2\times(-1)-1\neq0$
$x=0$일 때, $-1\neq0$
$x=1$일 때, $3\times1^2-2\times1-1=0$ 답 $x=1$

0839 $2^2+2a+4=0$이므로
$2a=-8$ $\therefore a=-4$ 답 -4

0840 $(-3)^2+5\times(-3)-a=0$이므로
$a=-6$ 답 -6

0841 $3x(x-2)=0$에서 $3x=0$ 또는 $x-2=0$
$\therefore x=0$ 또는 $x=2$ 답 $x=0$ 또는 $x=2$

0842 $\frac{1}{2}(x+5)(x-1)=0$에서 $x+5=0$ 또는 $x-1=0$
$\therefore x=-5$ 또는 $x=1$ 답 $x=-5$ 또는 $x=1$

0843 $(3x+1)(4x-1)=0$에서
$3x+1=0$ 또는 $4x-1=0$
$\therefore x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=\frac{1}{4}$ 답 $x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=\frac{1}{4}$

0844 $x^2+4x=0$에서 $x(x+4)=0$
$\therefore x=0$ 또는 $x=-4$ 답 $x=0$ 또는 $x=-4$

0845 $x^2-9=0$에서 $(x+3)(x-3)=0$
$\therefore x=-3$ 또는 $x=3$ 답 $x=-3$ 또는 $x=3$

0846 $x^2-7x+6=0$에서 $(x-1)(x-6)=0$
$\therefore x=1$ 또는 $x=6$ 답 $x=1$ 또는 $x=6$

0847 $10x^2-3x-1=0$에서 $(5x+1)(2x-1)=0$
$\therefore x=-\frac{1}{5}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$ 답 $x=-\frac{1}{5}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

0848 답 $x=-5$

0849 $x^2+16=-8x$에서 $x^2+8x+16=0$이므로
$(x+4)^2=0$ $\therefore x=-4$ 답 $x=-4$

0850 $9x^2-12x=-4$에서 $9x^2-12x+4=0$이므로
$(3x-2)^2=0$ $\therefore x=\frac{2}{3}$ 답 $x=\frac{2}{3}$

0851 $x^2+6x+a=0$에서
$a=\left(\frac{6}{2}\right)^2=9$ 답 9

0852 $x^2-4x+a=0$에서
$a=\left(\frac{-4}{2}\right)^2=(-2)^2=4$ 답 4

0853 (ㄴ) $5x^2-5x+4=0$ (ㄷ) $-x^2+4=0$
(ㄹ) $-\frac{1}{x}-1=0$ (ㅁ) $-3x-1=0$
이상에서 x에 대한 이차방정식은 (ㄴ), (ㄷ)이다. 답 ③

SSEN 특강

주어진 식이 x에 대한 이차방정식인지 확인하려면 먼저 등식인지 살핀 후 등식의 우변에 있는 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리했을 때 (x에 대한 이차방정식)$=0$ 꼴로 나타나는지 확인한다.
이때 $\frac{1}{x}$, $\frac{1}{x^2}$과 같이 분모에 x에 대한 식이 있는 경우는 이차방정식이 될 수 없다.

0854 ⑤ $1-x^2=x-x^2$ $\therefore -x+1=0$ 답 ⑤

0855 $(2x+1)(x-3)=(x-1)^2$에서
$2x^2-5x-3=x^2-2x+1$
$\therefore x^2-3x-4=0$ ··· ❶
따라서 $a=-3$, $b=-4$이므로
$a-b=1$ ··· ❷
답 1

채점 기준	비율
❶ 이차방정식을 $x^2+ax+b=0$ 꼴로 나타낼 수 있다.	60 %
❷ $a-b$의 값을 구할 수 있다.	40 %

0856 $ax^2+4=(x+1)(x-2)$에서

$(a-1)x^2+x+6=0$

이 방정식이 x에 대한 이차방정식이 되려면

$a-1\neq0$ $\therefore a\neq1$ 답 ④

0857 ① $(3-1)\times(3+3)\neq0$

② $(-5)^2+5\times(-5)=0$

③ $(-1)^2-(-1)\neq3\times(-1)\times(-1+1)$

④ $1^2-7\times1+6=0$

⑤ $5\times(-2)^2-7\times(-2)-6\neq0$ 답 ②, ④

0858 ① $x=-4$일 때, $(-4)^2+5\times(-4)+4=0$

$x=2$일 때, $2^2+5\times2+4\neq0$

② $x=-4$일 때, $-4\times(-4+3)=-4+8$

$x=2$일 때, $2\times(2+3)=2+8$

③ $x=-4$일 때,

$(-4)^2-(-4)+10\neq2\times(-4)\times(-4+2)$

$x=2$일 때, $2^2-2+10\neq2\times2\times(2+2)$

④ $x=-4$일 때, $(-4-1)^2+(-4)-3\neq0$

$x=2$일 때, $(2-1)^2+2-3=0$

⑤ $x=-4$일 때, $(-4+3)^2\neq4$

$x=2$일 때, $(2+3)^2\neq4$ 답 ②

0859 x의 값이 -1, 0, 1이므로

$x=-1$일 때, $3\times(-1)^2+2\times(-1)-1=0$

$x=0$일 때, $3\times0^2+2\times0-1\neq0$

$x=1$일 때, $3\times1^2+2\times1-1\neq0$

따라서 해는 $x=-1$이다. 답 $x=-1$

0860 $3x-4\leq x+2$에서

$2x\leq6$ $\therefore x\leq3$ ··· ❶

이때 x는 자연수이므로 $x=1, 2, 3$ ··· ❷

$x=1$일 때, $1^2+1-6\neq0$

$x=2$일 때, $2^2+2-6=0$

$x=3$일 때, $3^2+3-6\neq0$

따라서 해는 $x=2$이다. ··· ❸

답 $x=2$

채점 기준	비율
❶ 부등식의 해를 구할 수 있다.	30 %
❷ 부등식을 만족시키는 자연수 x를 구할 수 있다.	20 %
❸ 이차방정식의 해를 구할 수 있다.	50 %

0861 $x=1$을 $2x^2-ax-2a+1=0$에 대입하면

$2\times1^2-a\times1-2a+1=0$, $-3a+3=0$

$\therefore a=1$ 답 ④

0862 $x=-1$을 $3x^2-2x-a=0$에 대입하면

$3\times(-1)^2-2\times(-1)-a=0$ $\therefore a=5$

$x=3$을 $4x^2-11x-b=0$에 대입하면

$4\times3^2-11\times3-b=0$ $\therefore b=3$

답 $a=5$, $b=3$

0863 $x=\frac{1}{2}$을 $x^2-4x+a=0$에 대입하면

$\left(\frac{1}{2}\right)^2-4\times\frac{1}{2}+a=0$ $\therefore a=\frac{7}{4}$

$x=1$을 $2x^2+bx-4a=0$에 대입하면

$2\times1^2+b\times1-7=0$ $\therefore b=5$

$\therefore 4ab=35$ 답 35

0864 $x=1$을 $(a+1)x^2+(a-b+2)x+3b-1=0$에 대입하면

$(a+1)\times1^2+(a-b+2)\times1+3b-1=0$

$\therefore a+b=-1$ ······ ㉠

$x=-2$를 $(a+1)x^2+(a-b+2)x+3b-1=0$에 대입하면

$(a+1)\times(-2)^2+(a-b+2)\times(-2)+3b-1=0$

$\therefore 2a+5b=1$ ······ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=-2$, $b=1$

$\therefore ab=-2$ 답 -2

0865 ① $x=\alpha$를 $x^2-5x+3=0$에 대입하면

$\alpha^2-5\alpha+3=0$ ······ ㉠

② ㉠에서 $\alpha^2-5\alpha=-3$

$\therefore 4+5\alpha-\alpha^2=4-(\alpha^2-5\alpha)=4-(-3)=7$

③ $2\alpha^2-10\alpha=2(\alpha^2-5\alpha)=2\times(-3)=-6$

④ $3\alpha^2-15\alpha+10=3(\alpha^2-5\alpha)+10=3\times(-3)+10=1$

⑤ $\alpha\neq0$이므로 ㉠의 양변을 α로 나누면

$x=0$일 때, $0^2-5\times0+3\neq0$이므로 $\alpha\neq0$

$\alpha-5+\frac{3}{\alpha}=0$ $\therefore \alpha+\frac{3}{\alpha}=5$

답 ④

0866 $x=a$를 $2x^2+3x-1=0$에 대입하면

$2a^2+3a-1=0$ $\therefore 2a^2+3a=1$

$x=b$를 $x^2-2x-5=0$에 대입하면

$b^2-2b-5=0$ $\therefore b^2-2b=5$

$\therefore 2a^2-b^2+3a+2b+5=2a^2+3a-(b^2-2b)+5$

$=1-5+5$

$=1$ 답 1

0867 $x=a$를 $x^2-x-1=0$에 대입하면

$a^2-a-1=0$

$\therefore 1+\alpha=\alpha^2,\ 1-\alpha^2=-\alpha$

$\therefore \dfrac{\alpha^2}{1+\alpha}-\dfrac{3\alpha}{1-\alpha^2}=\dfrac{\alpha^2}{\alpha^2}-\dfrac{3\alpha}{-\alpha}=1+3=4$ 답 ⑤

0868 $x^2+7x+2=11x+1$에서 $x^2-4x+1=0$

$x=\alpha$를 $x^2-4x+1=0$에 대입하면

$\alpha^2-4\alpha+1=0$

$\alpha\neq0$이므로 양변을 α로 나누면

$\alpha-4+\dfrac{1}{\alpha}=0$ $\therefore \alpha+\dfrac{1}{\alpha}=4$ ⋯ ❶

$\therefore \alpha^2+\dfrac{1}{\alpha^2}=\left(\alpha+\dfrac{1}{\alpha}\right)^2-2=4^2-2=14$ ⋯ ❷

답 14

채점 기준	비율
❶ $\alpha+\frac{1}{\alpha}$의 값을 구할 수 있다.	70 %
❷ $\alpha^2+\frac{1}{\alpha^2}$의 값을 구할 수 있다.	30 %

0869 $x=\alpha$를 $2x^2-(4k-5)x+2=0$에 대입하면

$2\alpha^2-(4k-5)\alpha+2=0$

$2\alpha\neq0$이므로 양변을 2α로 나누면

$\alpha-\dfrac{4k-5}{2}+\dfrac{1}{\alpha}=0$

$\therefore \alpha+\dfrac{1}{\alpha}=\dfrac{4k-5}{2}$

이때 $\alpha+\dfrac{1}{\alpha}=k$이므로 $\dfrac{4k-5}{2}=k$

$4k-5=2k$ $\therefore k=\dfrac{5}{2}$ 답 $\dfrac{5}{2}$

0870 ① $x=-4$ 또는 $x=-\dfrac{1}{3}$

② $x=-\dfrac{1}{3}$ 또는 $x=4$

③ $x=-4$ 또는 $x=\dfrac{1}{3}$

④ $x=\dfrac{1}{3}$ 또는 $x=4$

⑤ $x=0$ 또는 $x=4$

답 ③

0871 $(x+2)(x-3)=0$에서 $x=-2$ 또는 $x=3$

따라서 $\alpha=-2,\ \beta=3$ 또는 $\alpha=3,\ \beta=-2$이므로

$\alpha^2+\beta^2=(-2)^2+3^2=13$ 답 13

0872 ① $x=0$ 또는 $x=-4$이므로 $0-4=-4$

② $x=-1$ 또는 $x=4$이므로 $-1+4=3$

③ $x=1$ 또는 $x=3$이므로 $1+3=4$

④ $x=-6$ 또는 $x=2$이므로 $-6+2=-4$

⑤ $x=-5$ 또는 $x=-1$이므로 $-5-1=-6$

답 ③

0873 $(x+1)(x-5)=0$에서 $x=-1$ 또는 $x=5$

$(3x+1)(x-5)=0$에서 $x=-\dfrac{1}{3}$ 또는 $x=5$ ⋯ ❶

따라서 $\alpha=5,\ \beta=-1$이므로 ⋯ ❷

$\alpha^2-\beta^2=5^2-(-1)^2=24$ ⋯ ❸

답 24

채점 기준	비율
❶ 두 이차방정식의 근을 구할 수 있다.	60 %
❷ $\alpha,\ \beta$의 값을 구할 수 있다.	20 %
❸ $\alpha^2-\beta^2$의 값을 구할 수 있다.	20 %

0874 $3x^2-2x-1=0$에서 $(3x+1)(x-1)=0$

$\therefore x=-\dfrac{1}{3}$ 또는 $x=1$

$a>b$이므로 $a=1,\ b=-\dfrac{1}{3}$

$\therefore a-b=\dfrac{4}{3}$ 답 ④

0875 $2(x-1)(2x-1)=1-x^2$에서

$4x^2-6x+2=1-x^2,$ $5x^2-6x+1=0$

$(5x-1)(x-1)=0$ $\therefore x=\dfrac{1}{5}$ 또는 $x=1$

답 ④

0876 $(x+4)(x-1)=-2x-8$에서

$x^2+3x-4=-2x-8,$ $x^2+5x+4=0$

$(x+4)(x+1)=0$ $\therefore x=-4$ 또는 $x=-1$

$a<b$이므로 $a=-4,\ b=-1$ ⋯ ❶

따라서 $3x^2+2bx+a+b=0$, 즉 $3x^2-2x-5=0$에서

$(x+1)(3x-5)=0$ $\therefore x=-1$ 또는 $x=\dfrac{5}{3}$ ⋯ ❷

답 $x=-1$ 또는 $x=\dfrac{5}{3}$

채점 기준	비율
❶ $a,\ b$의 값을 구할 수 있다.	50 %
❷ $3x^2+2bx+a+b=0$의 두 근을 구할 수 있다.	50 %

0877 $x=-2$를 $(2a-1)x^2+a(a+1)x+a+1=0$에 대입하면

$4(2a-1)-2a(a+1)+a+1=0$

$2a^2-7a+3=0,$ $(2a-1)(a-3)=0$

$\therefore a=\dfrac{1}{2}$ 또는 $a=3$

그런데 $2a-1\neq0$, 즉 $a\neq\dfrac{1}{2}$이어야 하므로

$2a-1=0$이면 주어진 방정식은 x에 대한 이차방정식이 아니다.

$a=3$ 답 3

0878 $x^2-2021x-2022=0$에서

$(x+1)(x-2022)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=2022$

$\therefore a=2022$

$2022^2x^2+\underline{2021\times2023}x-1=0$에서

$(x+1)(2022^2x-1)=0$

2021×2023
$=(2022-1)\times(2022+1)$
$=2022^2-1$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=\dfrac{1}{2022^2}$

$\therefore b=-1$

$\therefore a-b=2023$

답 ④

0879 $A+B=0$에서

$(x^2-x-2)+(x^2+x-6)=0$

$2x^2-8=0,\quad x^2=4$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=2$ ······ ㉠

이때 $AB\neq0$에서 $A\neq0$이고 $B\neq0$이어야 하므로

(i) $A\neq0$일 때,

$x^2-x-2\neq0,\quad (x+1)(x-2)\neq0$

$\therefore x\neq-1$이고 $x\neq2$

(ii) $B\neq0$일 때,

$x^2+x-6\neq0,\quad (x+3)(x-2)\neq0$

$\therefore x\neq-3$이고 $x\neq2$

(i), (ii)에서 $x\neq-3$이고 $x\neq-1$이고 $x\neq2$

따라서 ㉠에서 조건을 만족시키는 x의 값은 -2이다.

답 -2

0880 $x=-2$를 $x^2+2ax-(a-11)=0$에 대입하면

$4-4a-a+11=0\quad\therefore a=3$

즉 주어진 방정식은 $x^2+6x+8=0$이므로

$(x+4)(x+2)=0\quad\therefore x=-4$ 또는 $x=-2$

따라서 $b=-4$이므로 $a+b=-1$

답 -1

0881 $x=-2$를 $x^2-ax-8=0$에 대입하면

$4+2a-8=0\quad\therefore a=2$

따라서 $x^2-ax-8=0$, 즉 $x^2-2x-8=0$에서

$(x+2)(x-4)=0\quad\therefore x=-2$ 또는 $x=4$

$b=4$이므로 $ax^2-9x+b=0$, 즉 $2x^2-9x+4=0$에서

$(2x-1)(x-4)=0\quad\therefore x=\dfrac{1}{2}$ 또는 $x=4$

따라서 구하는 곱은 $\dfrac{1}{2}\times4=2$

답 ①

0882 (1) $x=-1$을 $-ax^2+ax-3+a^2=0$에 대입하면

$-a-a-3+a^2=0,\quad a^2-2a-3=0$

$(a+1)(a-3)=0\quad\therefore a=3\ (\because a>0)$ ··· ❶

(2) 주어진 이차방정식은 $-3x^2+3x+6=0$이므로

$x^2-x-2=0,\quad (x+1)(x-2)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=2$

$\therefore b=2$ ··· ❷

$\underline{2,\ 2^2,\ 2^3,\ 2^4,}\ \cdots$의 일의 자리의 숫자는 $2,\ 4,\ 8,\ 16,\ \cdots$

$2,\ 4,\ 8,\ 6$

이 이 순서대로 반복된다.

이때 $2022=4\times505+2$이므로 2^{2022}의 일의 자리의 숫자는 2^2의 일의 자리의 숫자와 같은 4이다. ··· ❸

답 (1) 3 (2) 4

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ b의 값을 구할 수 있다.	30 %
❸ b^{2022}의 일의 자리의 숫자를 구할 수 있다.	30 %

SSEN 특강

자연수 a에 대하여 $a^1,\ a^2,\ a^3,\ \cdots$의 일의 자리의 숫자를 구할 때, 일의 자리의 숫자만 계산하여 규칙을 찾을 수도 있다. 예를 들어

2의 일의 자리의 숫자 ➡ 2

2^2의 일의 자리의 숫자 ➡ $2\times2=4$에서 4

2^3의 일의 자리의 숫자 ➡ $4\times2=8$에서 8

2^4의 일의 자리의 숫자 ➡ $8\times2=16$에서 6

2^5의 일의 자리의 숫자 ➡ $6\times2=12$에서 2

⋮

0883 $x=2$를 $(a-1)x^2-(a^2+1)x+2(a+1)=0$에 대입하면

$4(a-1)-2(a^2+1)+2(a+1)=0$

$a^2-3a+2=0,\quad (a-1)(a-2)=0$

$\therefore a=1$ 또는 $a=2$

그런데 $a-1\neq0$, 즉 $a\neq1$이어야 하므로 $a=2$

즉 주어진 방정식은 $x^2-5x+6=0$이므로

$(x-2)(x-3)=0\quad\therefore x=2$ 또는 $x=3$

따라서 $b=3$이므로 $ab=6$

답 ③

0884 $x^2-5x+4=0$에서 $(x-1)(x-4)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=4$

따라서 $x^2-x-a=0$의 한 근이 $x=4$이므로

$16-4-a=0\quad\therefore a=12$

답 12

0885 $x^2+2x-3=0$에서 $(x+3)(x-1)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=1$

따라서 $x^2+ax+a-3=0$의 한 근이 $x=-3$이므로

$9-3a+a-3=0\quad\therefore a=3$

답 3

0886 $x(x-3)=18$에서 $x^2-3x-18=0$

$(x+3)(x-6)=0\quad\therefore x=-3$ 또는 $x=6$ ··· ❶

따라서 $2x^2+(k+1)x+2k=0$의 한 근이 $x=-3$이므로

$18-3(k+1)+2k=0\quad\therefore k=15$ ··· ❷

답 15

채점 기준	비율
❶ $x(x-3)=18$의 해를 구할 수 있다.	50 %
❷ k의 값을 구할 수 있다.	50 %

0887 $(x+2)(x-b)=0$에서 $\quad x=-2$ 또는 $x=b$
즉 $x^2-2ax+6=0$의 한 해가 $x=-2$이므로

$$4+4a+6=0 \qquad \therefore a=-\frac{5}{2}$$

따라서 $x^2-2ax+6=0$, 즉 $x^2+5x+6=0$에서

$$(x+2)(x+3)=0 \qquad \therefore b=-3$$

$$\therefore a+b=-\frac{11}{2}$$

답 ①

다른 풀이 $(x+2)(x-b)=0$에서

$$x^2+(2-b)x-2b=0$$

이 이차방정식과 $x^2-2ax+6=0$의 해가 서로 같으므로

$$2-b=-2a,\ -2b=6 \qquad \therefore a=-\frac{5}{2},\ b=-3$$

$$\therefore a+b=-\frac{11}{2}$$

0888 ① $3-x^2=6(x+2)$에서 $\quad x^2+6x+9=0$
$(x+3)^2=0 \qquad \therefore x=-3$
② $3(x+4)^2=12$에서 $\quad x^2+8x+12=0$
$(x+6)(x+2)=0 \qquad \therefore x=-6$ 또는 $x=-2$
③ $x(x-4)=-4$에서 $\quad x^2-4x+4=0$
$(x-2)^2=0 \qquad \therefore x=2$
④ $13-6x=(x-3)^2$에서 $\quad x^2-4=0$
$(x+2)(x-2)=0 \qquad \therefore x=-2$ 또는 $x=2$
⑤ $2(x+6)^2=0$에서 $\quad x=-6$

답 ②, ④

0889 (ㄱ) $x^2-1=0$에서 $\quad (x+1)(x-1)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=1$
(ㄴ) $x^2=12x-36$에서 $\quad x^2-12x+36=0$
$(x-6)^2=0 \qquad \therefore x=6$
(ㄷ) $2x^2-4x-6=0$에서 $\quad x^2-2x-3=0$
$(x+1)(x-3)=0 \qquad \therefore x=-1$ 또는 $x=3$
(ㄹ) $x-x^2=3(x+1)-2$에서 $\quad x^2+2x+1=0$
$(x+1)^2=0 \qquad \therefore x=-1$
이상에서 중근을 갖는 이차방정식은 (ㄴ), (ㄹ)이다. 답 ③

0890 $x^2-14x+49=0$에서 $\quad (x-7)^2=0$
이 이차방정식은 $x=7$을 중근으로 가지므로 $\quad a=7$
$9x^2+6x+1=0$에서 $\quad (3x+1)^2=0$
이 이차방정식은 $x=-\frac{1}{3}$을 중근으로 가지므로 $\quad b=-\frac{1}{3}$

$$\therefore a+3b=7+3\times\left(-\frac{1}{3}\right)=6$$

답 6

0891 $5-2k=\left(\frac{2}{2}\right)^2=1$이므로 $\quad k=2$ 답 ②

0892 주어진 이차방정식의 양변을 2로 나누면
└ x^2의 계수가 2이므로 양변을 2로 나눈다.

$$x^2+\frac{a}{2}x+1=0$$

이 이차방정식이 중근을 가지므로

$$1=\left(\frac{a}{4}\right)^2, \qquad a^2=16$$

$$\therefore a=-4 \text{ 또는 } a=4$$

따라서 모든 a의 값의 곱은 -16이다. 답 -16

0893 $x^2+2ax-8a+20=0$이 중근을 가지므로

$$-8a+20=\left(\frac{2a}{2}\right)^2, \qquad a^2+8a-20=0$$

$$(a+10)(a-2)=0 \qquad \therefore a=-10 \text{ 또는 } a=2$$

답 ①, ④

0894 $x^2-10x+a=0$이 중근을 가지므로

$$a=\left(\frac{-10}{2}\right)^2=25$$

즉 $x^2-10x+25=0$이므로

$$(x-5)^2=0$$

이 이차방정식은 $x=5$를 중근으로 가지므로

$p=5$ ··· ❶

$4x^2-12x+b=0$의 양변을 4로 나누면

$$x^2-3x+\frac{b}{4}=0$$

이 이차방정식이 중근을 가지므로

$$\frac{b}{4}=\left(\frac{-3}{2}\right)^2 \qquad \therefore b=9$$

즉 $x^2-3x+\frac{9}{4}=0$이므로

$$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=0$$

이 이차방정식은 $x=\frac{3}{2}$을 중근으로 가지므로

$q=\frac{3}{2}$ ··· ❷

$\therefore a+b+p+q=\frac{81}{2}$ ··· ❸

답 $\frac{81}{2}$

채점 기준	비율
❶ a, p의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ b, q의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $a+b+p+q$의 값을 구할 수 있다.	20 %

0895 $x^2+2ax+4a-3=0$이 중근을 가지므로

$$4a-3=\left(\frac{2a}{2}\right)^2, \qquad a^2-4a+3=0$$

$$(a-1)(a-3)=0 \qquad \therefore a=1 \text{ 또는 } a=3$$

(ⅰ) $a=1$일 때, 주어진 방정식은 $x^2+2x+1=0$

$(x+1)^2=0$ $\therefore x=-1$

따라서 $b=-1$이므로 $a-b=2$

(ⅱ) $a=3$일 때, 주어진 방정식은 $x^2+6x+9=0$

$(x+3)^2=0$ $\therefore x=-3$

따라서 $b=-3$이므로 $a-b=6$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $a-b$의 값 중 가장 큰 값은 6이다. 답 6

다른 풀이 x^2의 계수가 1이고 $x=b$를 중근으로 갖는 이차방정식은

$(x-b)^2=0$ $\therefore x^2-2bx+b^2=0$

이것이 $x^2+2ax+4a-3=0$과 일치하므로

$2a=-2b,\ 4a-3=b^2$

$2a=-2b$에서 $a=-b$이므로 이것을 $4a-3=b^2$에 대입하면

$-4b-3=b^2,$ $b^2+4b+3=0$

$(b+1)(b+3)=0$ $\therefore b=-1$ 또는 $b=-3$

따라서 $a=1,\ b=-1$ 또는 $a=3,\ b=-3$이므로 $a-b$의 값 중 가장 큰 값은

$3-(-3)=6$

0896 $x^2+ax+4b=0$이 중근을 가지므로

$4b=\left(\frac{a}{2}\right)^2$ $\therefore a^2=16b=4^2b$

즉 b는 (자연수)^2 꼴이어야 하고, b의 값이 가장 클 때 a의 값도 가장 크다.

이때 b는 두 자리 자연수이므로 $b=81$

$b=81$일 때, $a^2=4^2\times81=(4\times9)^2=36^2$

$\therefore a=36$ 답 ③

0897 $x^2+7x+10=0$에서 $(x+5)(x+2)=0$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=-2$

$5x^2+7x-6=0$에서 $(x+2)(5x-3)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=\frac{3}{5}$

따라서 공통인 근은 $x=-2$이다. 답 $x=-2$

0898 두 이차방정식의 공통인 근이 $x=-1$이므로 $x=-1$을 $x^2-ax-4=0$에 대입하면

$1+a-4=0$ $\therefore a=3$

$x=-1$을 $x^2+(b-1)x+3b=0$에 대입하면

$1-(b-1)+3b=0$ $\therefore b=-1$

$\therefore ab=-3$ 답 ①

0899 $x^2+x-12=0$에서 $(x+4)(x-3)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=3$

$x^2-8x+15=0$에서 $(x-3)(x-5)=0$

$\therefore x=3$ 또는 $x=5$

따라서 $2x^2-ax+2-a=0$의 한 근이 $x=3$이므로

$18-3a+2-a=0$ $\therefore a=5$ 답 5

0900 두 이차방정식의 공통인 근이 $x=8$이므로 $x=8$을 $2x^2-15x+a=0$에 대입하면

$128-120+a=0$ $\therefore a=-8$

$x=8$을 $x^2-bx-24=0$에 대입하면

$64-8b-24=0$ $\therefore b=5$ ··· ❶

$2x^2-15x-8=0$에서 $(2x+1)(x-8)=0$

$\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=8$

$x^2-5x-24=0$에서 $(x+3)(x-8)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=8$ ··· ❷

따라서 두 이차방정식에서 공통이 아닌 근은 각각 $x=-\frac{1}{2}$, $x=-3$이므로

$p+q=-\frac{7}{2}$ ··· ❸

답 $-\frac{7}{2}$

채점 기준	비율
❶ a, b의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ 두 이차방정식의 해를 구할 수 있다.	40 %
❸ $p+q$의 값을 구할 수 있다.	20 %

0901 $x^2-4x+m=0$이 중근을 가지므로

$m=\left(\frac{-4}{2}\right)^2=4$

따라서 $x^2+(m-14)x+21=0$, 즉 $x^2-10x+21=0$에서

$(x-3)(x-7)=0$ $\therefore x=3$ 또는 $x=7$

또 $2x^2-(3m+1)x-7=0$, 즉 $2x^2-13x-7=0$에서

$(2x+1)(x-7)=0$ $\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=7$

따라서 공통인 근은 $x=7$이다. 답 ⑤

0902 1st $x=1$을 주어진 이차방정식에 대입하여 a, b 사이의 관계를 식으로 나타낸다.

$x=1$을 $x^2+a(b-2)x-b-1=0$에 대입하면

$1+ab-2a-b-1=0,$ $a(b-2)-(b-2)=2$

$\therefore (a-1)(b-2)=2$

2nd $a+b$의 값을 구한다.

a, b는 자연수이므로

$a-1=1,\ b-2=2$ 또는 $a-1=2,\ b-2=1$

$\therefore a=2,\ b=4$ 또는 $a=3,\ b=3$

$\therefore a+b=6$ 답 6

0903 1st $\alpha^2+3\alpha$, $\beta^2+3\beta$의 값을 구한다.

$x=\alpha$, $x=\beta$를 $x^2+3x-2=0$에 각각 대입하면

$\alpha^2+3\alpha-2=0$, $\beta^2+3\beta-2=0$

$\therefore \alpha^2+3\alpha=2$, $\beta^2+3\beta=2$ …… ㉠

2nd $f(n+2)+3f(n+1)$을 $f(n)$에 대한 식으로 나타낸다.

$$\begin{aligned} f(n+2)+3f(n+1) &= \alpha^{n+2}+\beta^{n+2}+3(\alpha^{n+1}+\beta^{n+1}) \\ &= \alpha^{n+2}+3\alpha^{n+1}+\beta^{n+2}+3\beta^{n+1} \\ &= (\alpha^2+3\alpha)\alpha^n+(\beta^2+3\beta)\beta^n \\ &= 2\alpha^n+2\beta^n \ (\because ㉠) \\ &= 2(\alpha^n+\beta^n) \\ &= 2f(n) \end{aligned}$$

답 ③

0904 1st $x=\alpha$를 주어진 이차방정식에 대입하여 $\alpha+\frac{1}{\alpha}$의 값을 구한다.

$x^2-x+6=2x+5$에서 $x^2-3x+1=0$

$x=\alpha$를 $x^2-3x+1=0$에 대입하면

$\alpha^2-3\alpha+1=0$

$\alpha\neq0$이므로 양변을 α로 나누면

$\alpha-3+\frac{1}{\alpha}=0$ $\therefore \alpha+\frac{1}{\alpha}=3$

2nd $\alpha^2-2\alpha-\frac{2}{\alpha}+\frac{1}{\alpha^2}$의 값을 구한다.

$$\begin{aligned} \alpha^2-2\alpha-\frac{2}{\alpha}+\frac{1}{\alpha^2} &= \left(\alpha^2+\frac{1}{\alpha^2}\right)-2\left(\alpha+\frac{1}{\alpha}\right) \\ &= \left(\alpha+\frac{1}{\alpha}\right)^2-2-2\left(\alpha+\frac{1}{\alpha}\right) \\ &= 9-2-6 \\ &= 1 \end{aligned}$$

답 1

0905 1st 주어진 등식을 정리한다.

$(a^2-4a)x^2+ax-1=5x^2+x$에서

$(a^2-4a-5)x^2+(a-1)x-1=0$ …… ㉠

2nd a의 조건을 구한다.

방정식 ㉠이 x에 대한 이차방정식이 되려면

$a^2-4a-5\neq0$, $(a+1)(a-5)\neq0$

$\therefore a\neq-1$이고 $a\neq5$

답 ④

0906 1st a의 값을 구한다.

주어진 이차방정식의 x의 계수와 상수항을 바꾸면

$x^2+3ax+a+3=0$

$x=2$를 $x^2+3ax+a+3=0$에 대입하면

$4+6a+a+3=0$ $\therefore a=-1$

2nd 처음 이차방정식의 해를 구한다.

처음 이차방정식은 $x^2+2x-3=0$이므로

$(x+3)(x-1)=0$ $\therefore x=-3$ 또는 $x=1$

답 $x=-3$ 또는 $x=1$

0907 1st 주어진 이차방정식의 해를 구한다.

$x^2-7x+10=0$에서 $(x-2)(x-5)=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=5$

2nd 눈의 수의 차가 주어진 이차방정식의 해가 되는 경우의 수를 구한다.

두 주사위에서 나오는 눈의 수를 순서쌍으로 나타내면

(i) 눈의 수의 차가 2인 경우는

(1, 3), (2, 4), (3, 5), (4, 6),

(6, 4), (5, 3), (4, 2), (3, 1)의 8가지

(ii) 눈의 수의 차가 5인 경우는

(1, 6), (6, 1)의 2가지

3rd 확률을 구한다.

모든 경우의 수는 $6\times6=36$이므로 (i), (ii)에서 구하는 확률은

$\frac{8+2}{36}=\frac{5}{18}$

답 ④

SSEN 특강

(사건 A가 일어날 확률) $=\frac{(\text{사건 } A\text{가 일어나는 경우의 수})}{(\text{일어나는 모든 경우의 수})}$

0908 1st $f(x)=ax^2+bx+c$ (a, b, c는 상수, $a\neq0$)로 놓고 a, b, c의 값을 구한다.

$f(x)=ax^2+bx+c$ (a, b, c는 상수, $a\neq0$)로 놓으면

$f(x+1)-f(x)$

$=a(x+1)^2+b(x+1)+c-(ax^2+bx+c)$

$=2ax+a+b$

즉 $2ax+a+b=2x-2$이므로

$2a=2$, $a+b=-2$ $\therefore a=1$, $b=-3$

$f(0)=2$에서 $c=2$

2nd 이차방정식 $f(x)=2x+2$를 푼다.

$f(x)=x^2-3x+2$이므로 $f(x)=2x+2$에서

$x^2-3x+2=2x+2$, $x^2-5x=0$

$x(x-5)=0$ $\therefore x=0$ 또는 $x=5$

답 $x=0$ 또는 $x=5$

0909 1st 주어진 이차방정식의 좌변을 인수분해한다.

주어진 이차방정식에서

$x^2+(2a+5)x+a(a+5)=-2b$

$(x+a)(x+a+5)=-2b$ …… ㉠

2nd b의 값을 구한다.

$x+a=b-3$을 ㉠에 대입하면

$(b-3)(b-3+5)=-2b$

$(b-3)(b+2)=-2b$, $b^2+b-6=0$

$(b+3)(b-2)=0$

$\therefore b=-3$ 또는 $b=2$

3rd 모든 b의 값의 합을 구한다.

모든 b의 값의 합은

$-3+2=-1$

답 -1

0910 1st 연립방정식의 해가 존재하지 않을 조건을 구한다.

연립방정식 $\begin{cases}(a-1)x+y=1\\x+(5-2a)y=1\end{cases}$의 해가 존재하지 않으므로

$\dfrac{a-1}{1}=\dfrac{1}{5-2a}\neq 1$ …… ㉠

2nd a의 값을 구한다.

$\dfrac{a-1}{1}=\dfrac{1}{5-2a}$에서 $(a-1)(5-2a)=1$

$2a^2-7a+6=0$, $(2a-3)(a-2)=0$

$\therefore a=\dfrac{3}{2}$ 또는 $a=2$

(i) $a=\dfrac{3}{2}$일 때, $a-1=\dfrac{3}{2}-1\neq 1$이므로 ㉠을 만족시킨다.

(ii) $a=2$일 때, $a-1=2-1=1$이므로 ㉠을 만족시키지 않는다.

(i), (ii)에서 $a=\dfrac{3}{2}$ 답 $\dfrac{3}{2}$

SSEN 특강

연립방정식 $\begin{cases}ax+by=c\\a'x+b'y=c'\end{cases}$이

① 한 쌍의 해를 갖는다. ➡ $\dfrac{a}{a'}\neq\dfrac{b}{b'}$

② 무수히 많은 해를 갖는다. ➡ $\dfrac{a}{a'}=\dfrac{b}{b'}=\dfrac{c}{c'}$

③ 해를 갖지 않는다. ➡ $\dfrac{a}{a'}=\dfrac{b}{b'}\neq\dfrac{c}{c'}$

0911 1st $f(n)=\dfrac{n}{n-1}\times\dfrac{n}{n+1}$임을 이용하여 a의 값을 구한다.

$f(n)=\dfrac{n}{n-1}\times\dfrac{n}{n+1}$이므로

$a=f(2)\times f(3)\times f(4)\times\cdots\times f(999)$

$=\dfrac{2}{1}\times\dfrac{2}{3}\times\dfrac{3}{2}\times\dfrac{3}{4}\times\dfrac{4}{3}\times\dfrac{4}{5}\times\cdots\times\dfrac{999}{998}\times\dfrac{999}{1000}$

$=\dfrac{999}{500}$

2nd 주어진 이차방정식의 해가 될 수 있는 것을 찾는다.

주어진 방정식은 $999x^2-x-998=0$이므로

$(999x+998)(x-1)=0$

$\therefore x=-\dfrac{998}{999}$ 또는 $x=1$

따라서 해가 될 수 있는 것은 ③이다. 답 ③

0912 1st a의 값을 구한다.

$x=4$를 $x^2+ax-8=0$에 대입하면

$16+4a-8=0$ $\therefore a=-2$

2nd 이차방정식 $x^2+ax-8=0$의 해를 구한다.

$x^2+ax-8=0$, 즉 $x^2-2x-8=0$에서

$(x+2)(x-4)=0$ $\therefore x=-2$ 또는 $x=4$

3rd b의 값을 구하여 $a+b$의 값을 구한다.

$2x^2+(b-2)x+5b=0$의 한 근이 $x=-2$이므로

$8-2(b-2)+5b=0$ $\therefore b=-4$

$\therefore a+b=-6$ 답 -6

0913 1st a의 값을 구한다.

$(10-3a)^2-10(10-3a)+a^2=0$이므로

$a^2-3a=0$, $a(a-3)=0$

$\therefore a=3$ ($\because$ a는 자연수)

2nd 두 근의 곱을 구한다.

$x^2-(a+1)x-(a^2+2a-3)=0$, 즉 $x^2-4x-12=0$에서

$(x+2)(x-6)=0$ $\therefore x=-2$ 또는 $x=6$

따라서 두 근의 곱은 -12이다. 답 ②

0914 1st 중근을 가질 조건을 이용하여 a, b 사이의 관계를 식으로 나타낸다.

$a\neq 0$이므로 $ax^2+16x+4ab=0$의 양변을 a로 나누면

$a=0$이면 주어진 방정식은 이차방정식이 아니다.

$x^2+\dfrac{16}{a}x+4b=0$

이 이차방정식이 중근을 가지려면

$4b=\left(\dfrac{16}{2a}\right)^2$ $\therefore b=\dfrac{16}{a^2}$

2nd a의 값을 구한다.

a, b는 모두 정수이므로 a^2은 16의 약수이면서 (자연수)^2 꼴이어야 한다.

즉 $a^2=1,\ 4,\ 16$이므로

$a=\pm1,\ \pm2,\ \pm4$

3rd 순서쌍 $(a,\ b)$의 개수를 구한다.

정수 a, b의 순서쌍 $(a,\ b)$는

$(-4,\ 1)$, $(-2,\ 4)$, $(-1,\ 16)$,

$(1,\ 16)$, $(2,\ 4)$, $(4,\ 1)$의 6개 답 6

0915 1st 중근을 가질 조건을 이용하여 a, b 사이의 관계를 식으로 나타낸다.

$x^2+2ax+b=0$이 중근을 가지려면

$b=\left(\dfrac{2a}{2}\right)^2=a^2$

2nd 주어진 조건을 만족시키는 a, b의 순서쌍 $(a,\ b)$를 구한다.

$b=a^2$을 만족시키는 a, b의 순서쌍 $(a,\ b)$는

$(1,\ 1)$, $(2,\ 4)$의 2가지

3rd 확률을 구한다.

모든 경우의 수는 $6\times6=36$이므로 구하는 확률은

$\dfrac{2}{36}=\dfrac{1}{18}$ 답 $\dfrac{1}{18}$

0916 전략 주어진 해를 각각의 이차방정식에 대입한다.

풀이 $x=-1$을 $x^2+2mx+n=0$에 대입하면

$1-2m+n=0$

$\therefore 2m-n=1$ …… ㉠

$x=-2$를 $x^2-3mx-4n=0$에 대입하면

$4+6m-4n=0$

$\therefore 3m-2n=-2$ …… ㉡ ··· ❶

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $\quad m=4,\ n=7$ ···➋

$\therefore\ m+n=11$ ···➌

답 11

채점 기준	비율
❶ m, n에 대한 두 방정식을 구할 수 있다.	60 %
❷ m, n의 값을 구할 수 있다.	30 %
❸ $m+n$의 값을 구할 수 있다.	10 %

0917 전략 일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 제1사분면을 지나지 않으려면 $a<0$, $b\le 0$이어야 한다.

풀이 일차함수 $y=mx-(2m+5)$의 그래프가 점 $(m-1,\ m)$을 지나므로

$m=m(m-1)-(2m+5)$

$m^2-4m-5=0, \qquad (m+1)(m-5)=0$

$\therefore\ m=-1$ 또는 $m=5$ ···➊

이때 일차함수 $y=mx-(2m+5)$의 그래프가 제1사분면을 지나지 않으므로

$m<0,\ -(2m+5)\le 0$

$\therefore\ m=-1$ ···➋

답 -1

채점 기준	비율
❶ 일차함수의 그래프가 주어진 점을 지날 때의 m의 값을 구할 수 있다.	60 %
❷ 조건을 만족시키는 m의 값을 구할 수 있다.	40 %

0918 전략 일차부등식과 이차방정식을 만족시키는 x의 값의 범위를 각각 구하여 수직선 위에 나타낸다.

풀이 $3(x+2)(x-4)=2x(x-2)$에서

$3(x^2-2x-8)=2x^2-4x$

$x^2-2x-24=0, \qquad (x+4)(x-6)=0$

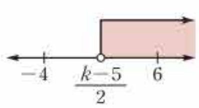
$\therefore\ x=-4$ 또는 $x=6$ ······ ㉠ ···➊

$5(x+1)>3x+k$에서

$5x+5>3x+k, \qquad 2x>k-5$

$\therefore\ x>\dfrac{k-5}{2}$ ······ ㉡ ···➋

㉠, ㉡을 동시에 만족시키는 x의 값이 $x=6$뿐이려면 오른쪽 그림에서



$-4\le\dfrac{k-5}{2}<6$

$-8\le k-5<12$

$\therefore\ -3\le k<17$ ···➌

답 $-3\le k<17$

채점 기준	비율
❶ 이차방정식의 해를 구할 수 있다.	30 %
❷ 일차부등식의 해를 구할 수 있다.	30 %
❸ k의 값의 범위를 구할 수 있다.	40 %

참고 $\dfrac{k-5}{2}<-4$이면 ㉠, ㉡을 동시에 만족시키는 x의 값은 $x=-4$, $x=6$의 두 개이다.

0919 전략 이차방정식 $x^2-ax-a=0$이 중근을 가질 조건을 이용하여 먼저 a의 값을 구한다.

풀이 $x^2-ax-a=0$이 중근을 가지므로

$-a=\left(\dfrac{-a}{2}\right)^2, \qquad -a=\dfrac{a^2}{4}$

$a^2+4a=0, \qquad a(a+4)=0$

$\therefore\ a=-4$ 또는 $a=0$

그런데 $abx^2-4bx+1=0$이 이차방정식이므로

$ab\neq 0$

$\therefore\ a=-4$ ···➊

$a=-4$를 $abx^2-4bx+1=0$에 대입하면

$-4bx^2-4bx+1=0$

양변을 $-4b$로 나누면

$x^2+x-\dfrac{1}{4b}=0$

이 이차방정식이 중근을 가지므로

$-\dfrac{1}{4b}=\left(\dfrac{1}{2}\right)^2, \qquad -\dfrac{1}{4b}=\dfrac{1}{4}$

$\therefore\ b=-1$ ···➋

$\therefore\ b-a=3$ ···➌

답 3

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	50 %
❷ b의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $b-a$의 값을 구할 수 있다.	10 %

0920 전략 이차방정식 $x^2+ax+b=0$이 중근을 가질 조건은 $b=\left(\dfrac{a}{2}\right)^2$임을 이용한다.

풀이 (1) $x^2+25=(2k-1)x$에서

$x^2-(2k-1)x+25=0$

이 이차방정식이 중근을 가지려면

$25=\left(-\dfrac{2k-1}{2}\right)^2, \qquad 100=(2k-1)^2$

$4k^2-4k-99=0, \qquad (2k+9)(2k-11)=0$

$\therefore\ k=-\dfrac{9}{2}$ 또는 $k=\dfrac{11}{2}$ ···➊

(2) $x=-\dfrac{9}{2}$를 $4x^2+mx+n=0$에 대입하면

$81-\dfrac{9}{2}m+n=0$

$\therefore\ \dfrac{9}{2}m-n=81$ ······ ㉠

$x=\dfrac{11}{2}$을 $4x^2+mx+n=0$에 대입하면

$121+\dfrac{11}{2}m+n=0$

$\therefore\ \dfrac{11}{2}m+n=-121$ ······ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $m=-4,\ n=-99$ ⋯ ❷

$\therefore\ m-n=95$ ⋯ ❸

답 (1) $-\dfrac{9}{2},\ \dfrac{11}{2}$ (2) 95

채점 기준	비율
❶ k의 값을 구할 수 있다.	50 %
❷ $m,\ n$의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $m-n$의 값을 구할 수 있다.	10 %

0921 전략 먼저 인수분해를 이용하여 두 이차방정식의 근을 구한다.

풀이 $x^2+(a-2)x-a+1=0$에서

$(x-1)(x+a-1)=0\quad \therefore\ x=1$ 또는 $x=-a+1$

$x^2-(a+4)x+4a=0$에서

$(x-4)(x-a)=0\quad \therefore\ x=4$ 또는 $x=a$ ⋯ ❶

(i) 공통인 근이 $x=1$일 때,

$a=1$

(ii) 공통인 근이 $x=4$일 때,

$-a+1=4\quad \therefore\ a=-3$

(iii) 공통인 근이 $x=a\ (a\neq1,\ a\neq4)$일 때,

$-a+1=a\quad \therefore\ a=\dfrac{1}{2}$ ⋯ ❷

이상에서 모든 a의 값의 합은

$1+(-3)+\dfrac{1}{2}=-\dfrac{3}{2}$ ⋯ ❸

답 $-\dfrac{3}{2}$

채점 기준	비율
❶ 두 이차방정식의 근을 구할 수 있다.	40 %
❷ a의 값을 구할 수 있다.	50 %
❸ 모든 a의 값의 합을 구할 수 있다.	10 %

09 이차방정식의 풀이 (2)

0922 $x^2=5$이므로 $x=\pm\sqrt{5}$ 답 $x=\pm\sqrt{5}$

0923 $49-4x^2=0$에서 $x^2=\dfrac{49}{4}$

$\therefore\ x=\pm\dfrac{7}{2}$ 답 $x=\pm\dfrac{7}{2}$

0924 $(x+3)^2-2=0$에서 $(x+3)^2=2$

$x+3=\pm\sqrt{2}\quad \therefore\ x=-3\pm\sqrt{2}$ 답 $x=-3\pm\sqrt{2}$

0925 $6(x-1)^2=48$에서 $(x-1)^2=8$

$x-1=\pm2\sqrt{2}\quad \therefore\ x=1\pm2\sqrt{2}$ 답 $x=1\pm2\sqrt{2}$

0926 $x^2-2x-4=0$에서 $x^2-2x=4$

$x^2-2x+1=4+1\quad \therefore\ (x-1)^2=5$

답 $(x-1)^2=5$

0927 양변을 3으로 나누면 $x^2+4x+\dfrac{4}{3}=0$

$x^2+4x=-\dfrac{4}{3},\quad x^2+4x+4=-\dfrac{4}{3}+4$

$\therefore\ (x+2)^2=\dfrac{8}{3}$ 답 $(x+2)^2=\dfrac{8}{3}$

0928 양변에 -1을 곱하면 $x^2+10x-1=0$

$x^2+10x=1,\quad x^2+10x+25=1+25$

$\therefore\ (x+5)^2=26$ 답 $(x+5)^2=26$

0929 $x^2-2x-5=0$에서 $x^2-2x+1=5+1$

$(x-1)^2=6,\quad x-1=\pm\sqrt{6}$

$\therefore\ x=1\pm\sqrt{6}$ 답 $x=1\pm\sqrt{6}$

0930 $x^2+8x+9=0$에서 $x^2+8x+16=-9+16$

$(x+4)^2=7,\quad x+4=\pm\sqrt{7}$

$\therefore\ x=-4\pm\sqrt{7}$ 답 $x=-4\pm\sqrt{7}$

0931 $x^2+\dfrac{2}{5}x-1=0$에서 $x^2+\dfrac{2}{5}x+\dfrac{1}{25}=1+\dfrac{1}{25}$

$\left(x+\dfrac{1}{5}\right)^2=\dfrac{26}{25},\quad x+\dfrac{1}{5}=\pm\dfrac{\sqrt{26}}{5}$

$\therefore\ x=\dfrac{-1\pm\sqrt{26}}{5}$ 답 $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{26}}{5}$

0932 $2x^2-4x-3=0$에서 $x^2-2x-\dfrac{3}{2}=0$

$x^2-2x+1=\dfrac{3}{2}+1,\quad (x-1)^2=\dfrac{5}{2}$

$x-1=\pm\dfrac{\sqrt{10}}{2}\quad \therefore\ x=1\pm\dfrac{\sqrt{10}}{2}$ 답 $x=1\pm\dfrac{\sqrt{10}}{2}$

0933 $x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times1\times(-7)}}{2\times1}=\frac{-1\pm\sqrt{29}}{2}$

답 $x=\frac{-1\pm\sqrt{29}}{2}$

0934 $2x^2+3x=4$에서 $\quad 2x^2+3x-4=0$

$\therefore x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times2\times(-4)}}{2\times2}=\frac{-3\pm\sqrt{41}}{4}$

답 $x=\frac{-3\pm\sqrt{41}}{4}$

0935 $3x^2+7x=-3$에서 $\quad 3x^2+7x+3=0$

$\therefore x=\frac{-7\pm\sqrt{7^2-4\times3\times3}}{2\times3}=\frac{-7\pm\sqrt{13}}{6}$

답 $x=\frac{-7\pm\sqrt{13}}{6}$

0936 $x=-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-1\times3}=3\pm\sqrt{6}$

답 $x=3\pm\sqrt{6}$

0937 $x^2-7=-2x$에서 $\quad x^2+2x-7=0$

$\therefore x=-1\pm\sqrt{1^2-1\times(-7)}=-1\pm2\sqrt{2}$

답 $x=-1\pm2\sqrt{2}$

0938 $4x^2+x-2=x^2+3x$에서 $\quad 3x^2-2x-2=0$

$\therefore x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-3\times(-2)}}{3}=\frac{1\pm\sqrt{7}}{3}$

답 $x=\frac{1\pm\sqrt{7}}{3}$

0939 $(x+1)^2-2=2x^2+5x-3$에서

$x^2+2x-1=2x^2+5x-3,\quad x^2+3x-2=0$

$\therefore x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times1\times(-2)}}{2\times1}=\frac{-3\pm\sqrt{17}}{2}$

답 $x=\frac{-3\pm\sqrt{17}}{2}$

0940 양변에 10을 곱하면 $\quad x^2+4x=45$

$x^2+4x-45=0,\quad (x+9)(x-5)=0$

$\therefore x=-9$ 또는 $x=5$ 답 $x=-9$ 또는 $x=5$

0941 양변에 10을 곱하면 $\quad 3x^2+10x+1=0$

$\therefore x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-3\times1}}{3}=\frac{-5\pm\sqrt{22}}{3}$

답 $x=\frac{-5\pm\sqrt{22}}{3}$

0942 양변에 10을 곱하면 $\quad 2x^2-x-10=0$

$(x+2)(2x-5)=0 \quad \therefore x=-2$ 또는 $x=\frac{5}{2}$

답 $x=-2$ 또는 $x=\frac{5}{2}$

0943 양변에 4를 곱하면 $\quad x^2-2x-4=0$

$\therefore x=-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-1\times(-4)}=1\pm\sqrt{5}$

답 $x=1\pm\sqrt{5}$

0944 $0.4x^2+2\left(x-\frac{3}{4}\right)=0.5$에서

$0.4x^2+2x-\frac{3}{2}=0.5$

양변에 10을 곱하면 $\quad 4x^2+20x-15=5$

$4x^2+20x-20=0,\quad x^2+5x-5=0$

$\therefore x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times1\times(-5)}}{2}=\frac{-5\pm3\sqrt{5}}{2}$

답 $x=\frac{-5\pm3\sqrt{5}}{2}$

0945 $x+1=A$로 놓으면 $\quad A^2-4A+4=0$

$(A-2)^2=0 \quad \therefore A=2$

즉 $x+1=2$이므로 $\quad x=1$ 답 $x=1$

0946 $x-2=A$로 놓으면 $\quad A^2-6A-7=0$

$(A+1)(A-7)=0 \quad \therefore A=-1$ 또는 $A=7$

즉 $x-2=-1$ 또는 $x-2=7$이므로

$x=1$ 또는 $x=9$ 답 $x=1$ 또는 $x=9$

0947 $x+3=A$로 놓으면 $\quad 3A^2-5A-2=0$

$(3A+1)(A-2)=0 \quad \therefore A=-\frac{1}{3}$ 또는 $A=2$

즉 $x+3=-\frac{1}{3}$ 또는 $x+3=2$이므로

$x=-\frac{10}{3}$ 또는 $x=-1$ 답 $x=-\frac{10}{3}$ 또는 $x=-1$

0948 $3(x-1)^2=15$에서 $\quad (x-1)^2=5$

$x-1=\pm\sqrt{5} \quad \therefore x=1\pm\sqrt{5}$

따라서 $a=1$, $b=5$이므로 $\quad a+b=6$ 답 ④

0949 ① $(x+2)^2=2$에서 $\quad x+2=\pm\sqrt{2}$

$\therefore x=-2\pm\sqrt{2}$

② $(x+2)^2=4$에서 $\quad x+2=\pm2$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=0$

③ $(x-2)^2=1$에서 $\quad x-2=\pm1$

$\therefore x=1$ 또는 $x=3$

④ $(x-2)^2=2$에서 $\quad x-2=\pm\sqrt{2}$

$\therefore x=2\pm\sqrt{2}$

⑤ $(x-2)^2=4$에서 $\quad x-2=\pm2$

$\therefore x=0$ 또는 $x=4$ 답 ④

다른 풀이 해가 $x=2\pm\sqrt{2}$이므로 $\quad x-2=\pm\sqrt{2}$

양변을 제곱하면 $\quad (x-2)^2=2$

09 이차방정식의 풀이 (2)

0950 $(x+a)^2=\frac{b}{4}$이므로 $\quad x+a=\pm\sqrt{\frac{b}{4}}$

$\therefore x=-a\pm\sqrt{\frac{b}{4}}$ ⋯ ❶

따라서 $-a=2$, $\frac{b}{4}=3$이므로

$a=-2$, $b=12$ ⋯ ❷

$\therefore a+b=10$ ⋯ ❸

답 10

채점 기준	비율
❶ 이차방정식의 해를 a, b로 나타낼 수 있다.	50 %
❷ a, b의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	10 %

0951 $(x-3)^2=\frac{a}{5}$이므로 $\quad x-3=\pm\sqrt{\frac{a}{5}}$

$\therefore x=3\pm\sqrt{\frac{a}{5}}$

두 근의 차가 4이므로

$\left(3+\sqrt{\frac{a}{5}}\right)-\left(3-\sqrt{\frac{a}{5}}\right)=4$

$2\sqrt{\frac{a}{5}}=4$, $\quad \sqrt{\frac{a}{5}}=2$

$\frac{a}{5}=4 \quad \therefore a=20$

답 20

0952 $(x-3)^2=5k$에서 $\quad x-3=\pm\sqrt{5k}$

$\therefore x=3\pm\sqrt{5k}$

이때 서로 다른 두 근이 모두 정수가 되려면

$5k=1, 4, 9, 16, 25, \cdots$

$\therefore k=\frac{1}{5}, \frac{4}{5}, \frac{9}{5}, \frac{16}{5}, 5, \cdots$

따라서 가장 작은 자연수 k의 값은 5이다.

답 5

0953 (ㄷ) $q>0$일 때 $(x+p)^2=q$에서 $x=-p\pm\sqrt{q}$이므로 이차방정식 $(x+p)^2=q$의 두 근의 절댓값은 다르다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄴ)이다.

답 ③

0954 $k>0$이면 서로 다른 두 근을 갖고, $k=0$이면 중근을 가지므로 해를 가질 조건은

$k\geq 0$

답 ④

0955 중근을 가지므로

$k-5=0 \quad \therefore k=5$

따라서 주어진 이차방정식은 $(x-2)^2=0$이므로

$x=2 \quad \therefore a=2$

$\therefore k-a=3$

답 3

0956 $3(x+4)^2=7-a$에서

$(x+4)^2=\frac{7-a}{3}$

이 이차방정식이 서로 다른 두 근을 가지려면

$\frac{7-a}{3}>0 \quad \therefore a<7$

따라서 a의 값이 될 수 없는 것은 ⑤이다.

답 ⑤

0957 $x^2+7x=5$이므로 $\quad x^2+7x+\frac{49}{4}=5+\frac{49}{4}$

$\left(x+\frac{7}{2}\right)^2=\frac{69}{4}$, $\quad x+\frac{7}{2}=\pm\sqrt{\frac{69}{4}}$

$\therefore x=-\frac{7}{2}\pm\sqrt{\frac{69}{4}}$

따라서 $A=\frac{49}{4}$, $B=\frac{7}{2}$, $C=\frac{69}{4}$이므로

$A-B+C=26$

답 ③

0958 $x^2-6x=k$에서 $\quad x^2-6x+9=k+9$

$(x-3)^2=k+9$, $\quad x-3=\pm\sqrt{k+9}$

$\therefore x=3\pm\sqrt{k+9}$

따라서 $k+9=5$이므로 $\quad k=-4$

답 ②

0959 $2(x-1)^2=x^2+4x-7$에서

$2x^2-4x+2=x^2+4x-7$, $\quad x^2-8x=-9$

$x^2-8x+16=-9+16 \quad \therefore (x-4)^2=7$ ⋯ ❶

따라서 $p=4$, $q=7$이므로 $\quad q-p=3$ ⋯ ❷

답 3

채점 기준	비율
❶ 이차방정식을 $(x-p)^2=q$ 꼴로 나타낼 수 있다.	70 %
❷ $q-p$의 값을 구할 수 있다.	30 %

0960 $x^2+10x+20=0$에서

$x^2+10x+25=-20+25$

$(x+5)^2=5 \quad \therefore a=5, b=5$

$(x+5)^2=5$에서 $\quad x+5=\pm\sqrt{5}$

$\therefore x=-5\pm\sqrt{5}$

$c<d$이므로 $\quad c=-5-\sqrt{5}$, $d=-5+\sqrt{5}$

$\therefore ad+bc=5(-5+\sqrt{5})+5(-5-\sqrt{5})=-50$

답 ①

0961 $x^2-8x+2a-12=0$에서

$x^2-8x+16=-2a+12+16$

$(x-4)^2=28-2a$, $\quad x-4=\pm\sqrt{28-2a}$

$\therefore x=4\pm\sqrt{28-2a}$

이때 서로 다른 두 근이 모두 자연수가 되려면 $\sqrt{28-2a}$가 4보다 작은 자연수이어야 하므로

$\sqrt{28-2a}=1, 2, 3$

$28-2a=1, 4, 9$

$\therefore a=\frac{27}{2}, 12, \frac{19}{2}$

a는 자연수이므로 $\quad a=12$

답 12

0962 $2x^2+7x=x+1$에서 $\quad 2x^2+6x-1=0$

$\therefore x=\dfrac{-3\pm\sqrt{11}}{2}$

따라서 $A=-3$, $B=11$이므로

$A+B=8$ 답 ①

0963 $5x^2-x-2=0$에서 $\quad x=\dfrac{1\pm\sqrt{41}}{10}$

따라서 $m=\dfrac{1-\sqrt{41}}{10}+\dfrac{1+\sqrt{41}}{10}=\dfrac{1}{5}$이므로

$10m-3=10\times\dfrac{1}{5}-3=-1$ 답 -1

0964 $x^2-8x-3=0$에서 $\quad x=4\pm\sqrt{19}$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

$3x-9>6$에서 $\quad x>5$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\quad p=4+\sqrt{19}$ $\quad\therefore p-4=\sqrt{19}$ 답 ⑤

참고 $16<19<25$이므로 $\quad 4<\sqrt{19}<5$ $\quad\therefore 8<4+\sqrt{19}<9$

또 $-5<-\sqrt{19}<-4$이므로 $\quad -1<4-\sqrt{19}<0$

0965 $x^2+6x-16=0$에서 $\quad (x+8)(x-2)=0$

$\therefore x=-8$ 또는 $x=2$

즉 $a=2$이므로 $3x^2+6x+2=0$에서

$x=\dfrac{-3\pm\sqrt{3}}{3}$

따라서 구하는 두 근의 합은

$\dfrac{-3-\sqrt{3}}{3}+\dfrac{-3+\sqrt{3}}{3}=-2$ 답 ①

0966 $x^2-6x-1=0$에서 $\quad x=3\pm\sqrt{10}$

이때 $9<10<16$이므로 $\quad 3<\sqrt{10}<4$

$\therefore 6<3+\sqrt{10}<7$

또 $-4<-\sqrt{10}<-3$이므로

$-1<3-\sqrt{10}<0$

따라서 두 근 사이에 있는 정수는

$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$

의 7개이다. 답 7

0967 $\dfrac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{4a}=-2$이므로

$\dfrac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=-4$ ➊

$\dfrac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{4a}=3$이므로

$\dfrac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=6$ ➋

따라서 이차방정식의 옳은 두 근은 -4, 6이므로 두 근의 곱은

$-4\times6=-24$ ➌

답 -24

채점 기준	비율
➊ 이차방정식의 옳은 한 근을 구할 수 있다.	40 %
➋ 이차방정식의 옳은 다른 한 근을 구할 수 있다.	40 %
➌ 옳은 두 근의 곱을 구할 수 있다.	20 %

0968 $3x^2-6x+A=0$에서

$x=\dfrac{3\pm\sqrt{9-3A}}{3}=1\pm\dfrac{\sqrt{9-3A}}{3}$

이므로 $\quad B=1$, $\sqrt{9-3A}=2\sqrt{6}$

즉 $9-3A=24$이므로 $\quad A=-5$

$\therefore A-B=-6$ 답 ①

0969 $ax^2-7x+4=0$에서

$x=\dfrac{7\pm\sqrt{49-16a}}{2a}$ ➊

따라서 $2a=4$, $49-16a=b$이므로

$a=2$, $b=17$ ➋

$\therefore ab=34$ ➌

답 34

채점 기준	비율
➊ 이차방정식의 해를 a로 나타낼 수 있다.	50 %
➋ a, b의 값을 구할 수 있다.	40 %
➌ ab의 값을 구할 수 있다.	10 %

0970 $x^2+ax+2=0$에서

$x=\dfrac{-a\pm\sqrt{a^2-8}}{2}$

이므로 $\quad -\dfrac{a}{2}=3$, $\dfrac{\sqrt{a^2-8}}{2}=\sqrt{b}$

즉 $a=-6$이므로 $\quad \dfrac{2\sqrt{7}}{2}=\sqrt{7}=\sqrt{b}$ $\quad\therefore b=7$

$\therefore a+b=1$ 답 1

0971 $x^2-2ax+b=0$에서

$x=a\pm\sqrt{a^2-b}$

이므로 $\quad a=3$, $\sqrt{a^2-b}=2\sqrt{5}$

즉 $9-b=20$이므로 $\quad b=-11$

$\therefore a+b=-8$ 답 ⑤

0972 주어진 방정식의 양변에 20을 곱하면

$4x^2-5x=2$, $\quad 4x^2-5x-2=0$

$\therefore x=\dfrac{5\pm\sqrt{57}}{8}$

따라서 $p=5$, $3q=57$이므로 $\quad p=5$, $q=19$

$\therefore p+q=24$ 답 ②

0973 $(x-1)(2x-3)=4x-1$에서

$2x^2-5x+3=4x-1$

$2x^2-9x+4=0,\qquad (2x-1)(x-4)=0$

$\therefore\ x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=4$

따라서 $\alpha=\frac{1}{2}$, $\beta=4$ 또는 $\alpha=4$, $\beta=\frac{1}{2}$이므로

$2\alpha\beta=2\times\frac{1}{2}\times4=4$ 답 ⑤

0974 주어진 방정식의 양변에 10을 곱하면

$2x^2-x-3=0,\qquad (x+1)(2x-3)=0$

$\therefore\ x=-1$ 또는 $x=\frac{3}{2}$

따라서 두 근의 차는 $\frac{3}{2}-(-1)=\frac{5}{2}$ 답 ⑤

(큰 수)−(작은 수)

0975 주어진 방정식의 양변에 15를 곱하면

$9x^2-10x+15A=0$

$\therefore\ x=\frac{5\pm\sqrt{25-135A}}{9}$ ❶

따라서 $B=5$, $25-135A=7$이므로

$A=\frac{2}{15}$, $B=5$ ❷

$\therefore\ 3AB=3\times\frac{2}{15}\times5=2$ ❸

답 2

채점 기준	비율
❶ 이차방정식의 해를 A로 나타낼 수 있다.	50 %
❷ A, B의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $3AB$의 값을 구할 수 있다.	10 %

0976 $x^2-1.\dot{3}x+a=0$에서 $x^2-\frac{4}{3}x+a=0$

$1.\dot{3}=\frac{13-1}{9}=\frac{12}{9}=\frac{4}{3}$

$x=0.\dot{3}$, 즉 $x=\frac{1}{3}$을 $x^2-\frac{4}{3}x+a=0$에 대입하면

$\left(\frac{1}{3}\right)^2-\frac{4}{3}\times\frac{1}{3}+a=0\qquad \therefore\ a=\frac{1}{3}$

즉 주어진 이차방정식은 $x^2-\frac{4}{3}x+\frac{1}{3}=0$이므로 양변에 3을 곱하면

$3x^2-4x+1=0,\qquad (3x-1)(x-1)=0$

$\therefore\ x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=1$

따라서 $b=1$이므로 $a+b=\frac{4}{3}$ 답 $\frac{4}{3}$

0977 주어진 방정식의 양변에 5를 곱하면

$x+5=5x-(3x-1)(x-3)$

$3x^2-14x+8=0,\qquad (3x-2)(x-4)=0$

$\therefore\ x=\frac{2}{3}$ 또는 $x=4$

따라서 두 근 사이에 있는 자연수는 1, 2, 3이므로 구하는 합은

$1+2+3=6$ 답 6

0978 $x+\frac{1}{2}=A$로 놓으면 $2A^2+1=4A$

$2A^2-4A+1=0\qquad \therefore\ A=\frac{2\pm\sqrt{2}}{2}$

즉 $x+\frac{1}{2}=\frac{2\pm\sqrt{2}}{2}$이므로

$x=\frac{1\pm\sqrt{2}}{2}$ 답 ①

0979 $x-3y=A$로 놓으면

$(A+1)(A+3)+1=0$ ❶

$A^2+4A+4=0,\qquad (A+2)^2=0$

$\therefore\ A=-2$ ❷

즉 $x-3y=-2$이므로

$6y-2x=-2(x-3y)=-2\times(-2)=4$ ❸

답 4

채점 기준	비율
❶ 공통부분을 A로 놓고 주어진 식을 A에 대한 식으로 나타낼 수 있다.	30 %
❷ A의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $6y-2x$의 값을 구할 수 있다.	30 %

0980 $\frac{x}{4}+1=A$로 놓으면

$\frac{1}{3}A^2-A=0.5-\frac{1}{6}A$

위의 식의 양변에 6을 곱하면

$2A^2-6A=3-A$

$2A^2-5A-3=0,\qquad (2A+1)(A-3)=0$

$\therefore\ A=-\frac{1}{2}$ 또는 $A=3$

즉 $\frac{x}{4}+1=-\frac{1}{2}$ 또는 $\frac{x}{4}+1=3$이므로

$x=-6$ 또는 $x=8$

$x=8$을 $x^2-2ax=a^2x$에 대입하면

$64-16a=8a^2,\qquad a^2+2a-8=0$

$(a+4)(a-2)=0$

$\therefore\ a=-4$ 또는 $a=2$

따라서 구하는 합은 $-4+2=-2$ 답 -2

0981 $2(x^2+2xy+y^2)=8xy-5x+5y+3$이므로

$2(x^2-2xy+y^2)+5(x-y)-3=0$

$2(x-y)^2+5(x-y)-3=0$

$x-y=A$로 놓으면 $2A^2+5A-3=0$

$(A+3)(2A-1)=0$

$\therefore\ A=-3$ 또는 $A=\frac{1}{2}$

$\therefore\ x-y=-3\ (\because\ x<y)$ 답 ③

0982 $x^2+4x=A$로 놓으면 $A^2-2A-15=0$

$(A+3)(A-5)=0\qquad \therefore\ A=-3$ 또는 $A=5$

(ⅰ) $A=-3$, 즉 $x^2+4x=-3$일 때,

$x^2+4x+3=0$, $(x+3)(x+1)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=-1$

(ⅱ) $A=5$, 즉 $x^2+4x=5$일 때,

$x^2+4x-5=0$, $(x+5)(x-1)=0$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=1$

(ⅰ), (ⅱ)에서 주어진 방정식의 해는

$x=-5$ 또는 $x=-3$ 또는 $x=-1$ 또는 $x=1$

이므로 구하는 합은

$-5+(-3)+(-1)+1=-8$ 답 -8

0983 1st k의 값을 이차방정식에 대입한 후 근을 구한다.

① $(x-2)^2=9$이므로 $x-2=\pm3$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=5$

② $(x-2)^2=8$이므로 $x-2=\pm2\sqrt{2}$

$\therefore x=2\pm2\sqrt{2}$

③ $(x-2)^2=5$이므로 $x-2=\pm\sqrt{5}$

$\therefore x=2\pm\sqrt{5}$

④ $(x-2)^2=1$이므로 $x-2=\pm1$

$\therefore x=1$ 또는 $x=3$

⑤ $(x-2)^2=-1$이므로 근이 존재하지 않는다.

답 ④

0984 1st 주어진 등식의 좌변을 간단히 한다.

$\sqrt{(p-2)^2+8p}=\sqrt{p^2+4p+4}$

$=\sqrt{(p+2)^2}$

$=p+2$ ($\because p+2>0$)

2nd p의 값을 구한다.

$\sqrt{(p-2)^2+8p}=2p^2$에서

$p+2=2p^2$, $2p^2-p-2=0$

$\therefore p=\dfrac{1\pm\sqrt{17}}{4}$

이때 $p>0$이므로 $p=\dfrac{1+\sqrt{17}}{4}$ 답 $\dfrac{1+\sqrt{17}}{4}$

0985 1st 근의 공식을 이용하여 주어진 이차방정식의 해를 구한다.

$2x^2+3x+a-4=0$에서

$x=\dfrac{-3\pm\sqrt{9-8(a-4)}}{4}=\dfrac{-3\pm\sqrt{41-8a}}{4}$

2nd 모든 자연수 a의 값의 합을 구한다.

x가 유리수이려면 $41-8a$는 (정수)^2 꼴이어야 하므로

$41-8a=0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, \cdots$

$\therefore a=\dfrac{41}{8}, 5, \dfrac{37}{8}, 4, \dfrac{25}{8}, 2, \dfrac{5}{8}, \cdots$

그런데 a는 자연수이므로 $a=2, 4, 5$

따라서 구하는 합은 $2+4+5=11$ 답 11

0986 1st $x^2-4x+11=n^2$ (n은 정수)이라 하고 이차방정식의 근을 구한다.

$x^2-4x+11=n^2$ (n은 정수)이라 하면

$x^2-4x+11-n^2=0$

$\therefore x=2\pm\sqrt{4-(11-n^2)}$

$=2\pm\sqrt{n^2-7}$ …… ㉠

2nd 모든 정수 x의 값을 구한다.

x는 정수이므로 n^2-7은 (정수)^2 꼴이어야 한다.

$n^2-7=k^2$ (k는 정수)이라 하면

$n^2-k^2=7$

$\therefore (n+k)(n-k)=7$

이때 $n+k$, $n-k$는 정수이므로

(정수)+(정수)=(정수)
(정수)−(정수)=(정수)

(ⅰ) $n+k=-7$, $n-k=-1$일 때,

$n=-4$, $k=-3$

(ⅱ) $n+k=-1$, $n-k=-7$일 때,

$n=-4$, $k=3$

(ⅲ) $n+k=1$, $n-k=7$일 때,

$n=4$, $k=-3$

(ⅳ) $n+k=7$, $n-k=1$일 때,

$n=4$, $k=3$

이상에서 $n^2=16$이므로 ㉠에서

$\underbrace{x=-1 \text{ 또는 } x=5}_{x=2\pm\sqrt{9}=2\pm3}$

답 -1, 5

0987 1st B의 값과 A, C 사이의 관계식을 구한다.

$11x^2-6x+A=0$에서

$x=\dfrac{3\pm\sqrt{9-11A}}{11}$

$\therefore B=3$, $9-11A=C$

2nd $A-B+C$의 값을 구한다.

$11A+C=9$, $8A+C=15$를 연립하여 풀면

$A=-2$, $C=31$

$\therefore A-B+C=26$

답 26

0988 1st 주어진 이차방정식의 근을 구한다.

$(4x+1)(x-3)=2(x-2)^2-10$에서

$4x^2-11x-3=2(x^2-4x+4)-10$

$2x^2-3x-1=0$ $\therefore x=\dfrac{3\pm\sqrt{17}}{4}$

2nd 정수 n의 값을 구한다.

$\alpha=\dfrac{3-\sqrt{17}}{4}$이고 $4<\sqrt{17}<5$에서

$-\dfrac{1}{2}<\dfrac{3-\sqrt{17}}{4}<-\dfrac{1}{4}$, 즉 $-\dfrac{1}{2}<\alpha<-\dfrac{1}{4}$

이므로 $-1<\alpha<0$ $\therefore n=-1$ 답 ⑤

0989 1st $f(x)=k(x-\alpha)(x-\beta)\,(k\neq0)$로 놓고 $f(4x-3)$을 구한다.

이차방정식 $f(x)=0$의 두 근이 α, β이므로

$$f(x)=k(x-\alpha)(x-\beta)\,(k\neq0)$$

로 놓으면

$$f(4x-3)=k(4x-3-\alpha)(4x-3-\beta)$$

2nd 방정식 $f(4x-3)=0$의 두 근의 합을 구한다.

$f(4x-3)=0$에서

$4x-3-\alpha=0$ 또는 $4x-3-\beta=0$

$\therefore x=\frac{3+\alpha}{4}$ 또는 $x=\frac{3+\beta}{4}$

따라서 방정식 $f(4x-3)=0$의 두 근의 합은

$$\frac{3+\alpha}{4}+\frac{3+\beta}{4}=\frac{6+(\alpha+\beta)}{4}=\frac{6+6}{4}=3$$

답 ③

0990 1st $x+y=A$로 놓고 A에 대한 이차방정식으로 나타낸 후 A의 값을 구한다.

$x+y=A$로 놓으면

$A^2+4A-12=0$, $(A+6)(A-2)=0$

$\therefore A=-6$ 또는 $A=2$

2nd x^2+y^2의 값을 구한다.

(i) $A=-6$, 즉 $x+y=-6$일 때,

$$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=(-6)^2-2\times3=30$$

(ii) $A=2$, 즉 $x+y=2$일 때,

$$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=2^2-2\times3=-2$$

이를 만족시키는 실수 x, y는 존재하지 않는다.

(i), (ii)에서 $x^2+y^2=30$

답 30

참고 x, y는 실수이므로 $x^2\ge0$, $y^2\ge0$

$\therefore x^2+y^2\ge0$

0991 1st 주어진 방정식에 $x=\alpha$를 대입한 후 양변을 α^2으로 나누어 식을 정리한다.

주어진 방정식에 $x=\alpha$를 대입하면

$$\alpha^4-\alpha^3-4\alpha^2-\alpha+1=0$$

$\alpha\neq0$이므로 양변을 α^2으로 나누면

$x=0$을 주어진 방정식에 대입하면 $1\neq0$ 이므로 $\alpha\neq0$

$$\alpha^2-\alpha-4-\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\alpha^2}=0$$

$$\left(\alpha^2+\frac{1}{\alpha^2}\right)-\left(\alpha+\frac{1}{\alpha}\right)-4=0$$

이때 $\alpha^2+\frac{1}{\alpha^2}=\left(\alpha+\frac{1}{\alpha}\right)^2-2$이므로 위의 등식은

$$\left(\alpha+\frac{1}{\alpha}\right)^2-\left(\alpha+\frac{1}{\alpha}\right)-6=0$$

2nd $\alpha+\frac{1}{\alpha}$의 값을 구한다.

$\alpha+\frac{1}{\alpha}=A$로 놓으면 $A^2-A-6=0$

$(A+2)(A-3)=0$ $\therefore A=-2$ 또는 $A=3$

$\therefore \alpha+\frac{1}{\alpha}=-2$ 또는 $\alpha+\frac{1}{\alpha}=3$

답 ③

SSEN 특강

① $a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2$ ② $a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+2$

③ $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2=\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+4$ ④ $\left(a-\frac{1}{a}\right)^2=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-4$

0992 전략 먼저 주어진 두 이차방정식의 공통인 근을 구한다.

풀이 $x^2+4x-32=0$에서

$(x+8)(x-4)=0$

$\therefore x=-8$ 또는 $x=4$ …… ㉠

$(x+1)^2=25$에서 $x+1=\pm5$

$\therefore x=-6$ 또는 $x=4$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 공통인 근은 $x=4$ ··· ❶

$x=4$를 $\frac{1}{2}x^2+ax-2a=0$에 대입하면

$8+4a-2a=0$, $2a=-8$

$\therefore a=-4$ ··· ❷

답 -4

채점 기준	비율
❶ 공통인 근을 구할 수 있다.	60 %
❷ a의 값을 구할 수 있다.	40 %

0993 전략 주어진 이차방정식을 $(x+p)^2=q$ 꼴로 나타낸다.

풀이 $x^2+2mx+3n^2=m^2+6n$에서

$x^2+2mx+m^2=m^2-3n^2+6n+m^2$

$\therefore (x+m)^2=2m^2-3n^2+6n$ ··· ❶

위의 식이 $(x-3n)^2=n+10$과 같으므로

$m=-3n$, $2m^2-3n^2+6n=n+10$

$m=-3n$을 $2m^2-3n^2+6n=n+10$에 대입하면

$18n^2-3n^2+6n=n+10$

$15n^2+5n-10=0$, $3n^2+n-2=0$

$(n+1)(3n-2)=0$

$\therefore n=-1$ ($\because$ n은 정수) ··· ❷

따라서 $m=-3\times(-1)=3$이므로

$m-n=4$ ··· ❸

답 4

채점 기준	비율
❶ 주어진 이차방정식을 $(x+p)^2=q$ 꼴로 나타낼 수 있다.	40 %
❷ n의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $m-n$의 값을 구할 수 있다.	20 %

0994 전략 이차방정식 $(x+a)^2=b$가 해를 가질 조건은 $b\ge0$임을 이용한다.

풀이 (1) $x^2-5x+q=0$에서 $x^2-5x+\frac{25}{4}=-q+\frac{25}{4}$

$$\left(x-\frac{5}{2}\right)^2=\frac{25-4q}{4}$$

이 이차방정식이 해를 가지려면

$\dfrac{25-4q}{4} \geq 0 \qquad \therefore q \leq \dfrac{25}{4}$ ⋯ ❶

(2) 유리수인 해를 가지려면 $25-4q$가 $(\text{정수})^2$ 꼴이어야 하므로

$25-4q=0,\ 1,\ 4,\ 9,\ 16,\ 25,\ \cdots$

$\therefore q=\dfrac{25}{4},\ 6,\ \dfrac{21}{4},\ 4,\ \dfrac{9}{4},\ 0,\ \cdots$

그런데 q는 자연수이므로 $\quad q=4,\ 6$ ⋯ ❷

답 (1) $q \leq \dfrac{25}{4}$ (2) 4, 6

채점 기준	비율
❶ q의 값의 범위를 구할 수 있다.	50 %
❷ q의 값을 구할 수 있다.	50 %

0995 전략 $3x+y=A$로 놓고 A에 대한 이차방정식으로 나타낸다.

풀이 $2(3x+y)^2-63x-21y-11=0$에서

$2(3x+y)^2-21(3x+y)-11=0$

$3x+y=A$로 놓으면 $\quad 2A^2-21A-11=0$

$(2A+1)(A-11)=0$

$\therefore A=-\dfrac{1}{2}$ 또는 $A=11$ ⋯ ❶

즉 $3x+y=-\dfrac{1}{2}$ 또는 $3x+y=11$에서 x, y가 자연수이므로

$3x+y=11$ ⋯ ❷

따라서 구하는 순서쌍은 (1, 8), (2, 5), (3, 2)의 3개이다. ⋯ ❸

답 3

채점 기준	비율
❶ $3x+y=A$로 놓고 A의 값을 구할 수 있다.	60 %
❷ $3x+y=11$임을 알 수 있다.	20 %
❸ x, y의 순서쌍 (x, y)의 개수를 구할 수 있다.	20 %

10 이차방정식의 활용

0996 $(-5)^2-4\times1\times(-2)=33>0$

따라서 서로 다른 두 근을 갖는다. 답 2

0997 $6^2-4\times9\times1=0$

따라서 중근을 갖는다. 답 1

0998 $(-2)^2-4\times1\times3=-8<0$

따라서 근을 갖지 않는다. 답 0

0999 $(-8)^2-4\times1\times k>0$이므로

$64-4k>0 \qquad \therefore k<16$ 답 $k<16$

1000 $(-8)^2-4\times1\times k=0$이므로

$64-4k=0 \qquad \therefore k=16$ 답 16

1001 $(-8)^2-4\times1\times k<0$이므로

$64-4k<0 \qquad \therefore k>16$ 답 $k>16$

1002 $(x-4)(x-6)=0$이므로 $\quad x^2-10x+24=0$

답 $x^2-10x+24=0$

1003 $x(x-7)=0$이므로 $\quad x^2-7x=0$ 답 $x^2-7x=0$

1004 $(x+2)^2=0$이므로 $\quad x^2+4x+4=0$

답 $x^2+4x+4=0$

1005 $\left(x+\dfrac{1}{5}\right)\left(x-\dfrac{1}{5}\right)=0$이므로 $\quad x^2-\dfrac{1}{25}=0$

답 $x^2-\dfrac{1}{25}=0$

1006 $8\left(x-\dfrac{1}{2}\right)\left(x+\dfrac{1}{4}\right)=0$이므로 $\quad 8x^2-2x-1=0$

답 $8x^2-2x-1=0$

1007 $9\left(x-\dfrac{1}{3}\right)^2=0$이므로 $\quad 9x^2-6x+1=0$

답 $9x^2-6x+1=0$

1008 답 $1-\sqrt{2}$

1009 답 $4+\sqrt{5}$

1010 답 $2-3\sqrt{3}$

1011 $6-\sqrt{12}=6-2\sqrt{3}$이므로 다른 한 근은 $\quad 6+2\sqrt{3}$

답 $6+2\sqrt{3}$

1012 (1) $(x+3)^2=10x+6$에서

$x^2+6x+9=10x+6 \qquad \therefore x^2-4x+3=0$

(2) $x^2-4x+3=0$에서 $(x-1)(x-3)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=3$

답 (1) $x^2-4x+3=0$ (2) 1 또는 3

1013 (1) 물체가 지면에 떨어질 때의 높이는 0 m이다.

(2) $40x-5x^2=0$에서 $x^2-8x=0$

$x(x-8)=0$ $\therefore x=8$ ($\because x>0$)

따라서 물체가 지면에 떨어질 때까지 걸리는 시간은 8초이다.

답 (1) 0 m (2) 8초

1014 (1) $(x+8)(x+5)=x^2+13x+40\,(\text{cm}^2)$

(2) $x^2+13x+40=\underbrace{8\times5}_{\text{처음 직사각형의 넓이}}+30$이므로

$x^2+13x-30=0$, $(x+15)(x-2)=0$

$\therefore x=2$ ($\because x>0$)

답 (1) $(x^2+13x+40)$ cm^2 (2) 2

1015 ① $x^2-4x+4=0$이므로

$(-4)^2-4\times1\times4=0$ → 1개

② $1^2-4\times6\times8=-191<0$ → 0개

③ $0^2-4\times4\times(-9)=144>0$ → 2개

④ $2x^2+3x+5=0$이므로

$3^2-4\times2\times5=-31<0$ → 0개

⑤ $x^2+\frac{1}{3}x-\frac{1}{6}=0$이므로

$\left(\frac{1}{3}\right)^2-4\times1\times\left(-\frac{1}{6}\right)=\frac{7}{9}>0$ → 2개

답 ③, ⑤

1016 ① $2x^2-6x-1=0$이므로

$(-6)^2-4\times2\times(-1)=44>0$ → 2개

② $0^2-4\times4\times(-1)=16>0$ → 2개

③ $3^2-4\times1\times(-18)=81>0$ → 2개

④ $12^2-4\times4\times9=0$ → 1개

⑤ $4^2-4\times1\times(-5)=36>0$ → 2개

답 ④

1017 ① $(-2)^2-4\times1\times6=-20<0$ → 0개

② $(x-1)(x+1)=2x-2$에서 $x^2-1=2x-2$

따라서 $x^2-2x+1=0$이므로

$(-2)^2-4\times1\times1=0$ → 1개

③ $(3x-2)^2=5x^2-8x$에서

$9x^2-12x+4=5x^2-8x$

따라서 $x^2-x+1=0$이므로

$(-1)^2-4\times1\times1=-3<0$ → 0개

④ $x^2-\frac{1}{3}x-\frac{1}{2}=0$이므로

$\left(-\frac{1}{3}\right)^2-4\times1\times\left(-\frac{1}{2}\right)=\frac{19}{9}>0$ → 2개

⑤ $\left(-\frac{3}{2}\right)^2-4\times\frac{1}{4}\times1=\frac{5}{4}>0$ → 2개

답 ①, ③

1018 (ㄱ) $(-3)^2-4\times1\times2=1>0$이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.

(ㄴ) $0^2-4\times1\times9=-36<0$이므로 근이 없다.

(ㄷ) $A=2$, $B=1$이면 $2^2-4\times1\times1=0$이므로 중근을 갖는다.

(ㄹ) $B<0$이면 $A^2-4B>0$이므로 서로 다른 두 근을 갖는다.

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄹ)이다.

답 ③

1019 $c=b-a$에서 $b=a+c$

이차방정식 $ax^2-bx+c=0$에서

$$\begin{aligned}(-b)^2-4ac&=(-a-c)^2-4ac\\&=a^2+2ac+c^2-4ac\\&=a^2-2ac+c^2\\&=(a-c)^2\end{aligned}$$

이때 $\underbrace{a\neq c}_{a,\,b,\,c\text{는 서로 다른 세 실수이다.}}$이므로

$(-b)^2-4ac>0$

따라서 이차방정식 $ax^2-bx+c=0$은 서로 다른 두 근을 갖는다.

답 2

1020 $4^2-4(k-7)\geq0$이므로

$44-4k\geq0$ $\therefore k\leq11$

답 $k\leq11$

1021 $(-3k)^2-4(-3k+8)=0$이므로

$9k^2+12k-32=0$, $(3k+8)(3k-4)=0$

$\therefore k=-\frac{8}{3}$ 또는 $k=\frac{4}{3}$

따라서 구하는 합은 $-\frac{8}{3}+\frac{4}{3}=-\frac{4}{3}$

답 ①

1022 $(-5)^2-4(k-2)>0$이므로

$33-4k>0$ $\therefore k<\frac{33}{4}$ … ❶

따라서 가장 큰 정수 k의 값은 8이다. … ❷

답 8

채점 기준	비율
❶ k의 값의 범위를 구할 수 있다.	70 %
❷ 가장 큰 정수 k의 값을 구할 수 있다.	30 %

1023 $x(x-5)=A$에서 $x^2-5x-A=0$

$(-5)^2-4\times(-A)=0$이므로

$25+4A=0$ $\therefore A=-\frac{25}{4}$

따라서 주어진 이차방정식은 $x^2-5x+\frac{25}{4}=0$이므로

$\left(x-\frac{5}{2}\right)^2=0$ $\therefore x=\frac{5}{2}$

즉 $B=\frac{5}{2}$이므로

$\frac{A}{B}=A\times\frac{1}{B}=-\frac{25}{4}\times\frac{2}{5}=-\frac{5}{2}$

답 ①

1024 $\{-(2k+1)\}^2-4\times k\times(k-1)<0$이므로

$8k+1<0 \qquad \therefore k<-\frac{1}{8}$

따라서 k의 값이 될 수 없는 것은 ⑤이다. 답 ⑤

1025 $2^2-4\times(m+1)\times(-1)>0$이므로

$4m+8>0 \qquad \therefore m>-2$

이때 $\underline{m+1\neq0}$, 즉 $m\neq-1$이므로 (x^2의 계수)$\neq0$

$-2<m<-1$ 또는 $m>-1$ 답 ⑤

1026 두 근이 -3, 5이고 x^2의 계수가 2인 이차방정식은

$2(x+3)(x-5)=0 \qquad \therefore 2x^2-4x-30=0$

따라서 $a=-4$, $b=-30$이므로

$a-b=26$ 답 ④

1027 x^2의 계수가 4이고 중근 -3을 갖는 이차방정식은

$4(x+3)^2=0 \qquad \therefore 4x^2+24x+36=0$ ··· ❶

이 방정식이 $4x^2+Ax+3B=0$과 일치하므로

$A=24$, $3B=36$

따라서 $A=24$, $B=12$이므로 ··· ❷

$A+B=36$ ··· ❸

답 36

채점 기준	비율
❶ x^2의 계수가 4이고 중근 -3을 갖는 이차방정식을 구할 수 있다.	50 %
❷ A, B의 값을 구할 수 있다.	30 %
❸ $A+B$의 값을 구할 수 있다.	20 %

1028 $(-6)^2-4\times3\times m=0$이므로

$36-12m=0 \qquad \therefore m=3$

따라서 두 근이 3, $\underline{6}$이고 x^2의 계수가 2인 이차방정식은 $m+3=3+3=6$

$2(x-3)(x-6)=0$

$\therefore 2x^2-18x+36=0$ 답 ③

1029 $1<\sqrt{3}<2$이므로 $\sqrt{3}$의 소수 부분은

$\sqrt{3}-1$

$3<\sqrt{14}<4$에서 $2<\sqrt{14}-1<3$이므로 $\sqrt{14}-1$의 정수 부분은

2

두 근이 $\sqrt{3}-1$, 2이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x-\sqrt{3}+1)(x-2)=0$

$\therefore x^2-(1+\sqrt{3})x+2(\sqrt{3}-1)=0$

즉 $a=-(1+\sqrt{3})$, $b=2(\sqrt{3}-1)$이므로

$ab=-(1+\sqrt{3})\times2(\sqrt{3}-1)$

$=2(1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})=-4$ 답 ②

1030 $y=ax+b$의 그래프에서

$\underline{a=\frac{7}{5},\ b=-7}$ $a=$(기울기), $b=$(y절편) ··· ❶

따라서 $\frac{7}{5}$, -7을 두 근으로 하고 x^2의 계수가 5인 이차방정식은

$5\left(x-\frac{7}{5}\right)(x+7)=0$

$\therefore 5x^2+28x-49=0$ ··· ❷

답 $5x^2+28x-49=0$

채점 기준	비율
❶ a, b의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ 이차방정식을 구할 수 있다.	60 %

1031 주어진 이차방정식의 두 근을 α, $\alpha+2$라 하면 α, $\alpha+2$를 두 근으로 하고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x-\alpha)(x-\alpha-2)=0$

$\therefore x^2-2(\alpha+1)x+\alpha(\alpha+2)=0$

이 방정식이 $x^2-8x+k=0$과 일치하므로

$-2(\alpha+1)=-8$, $\alpha(\alpha+2)=k$

$\underline{-2(\alpha+1)=-8}$에서 $\alpha=3$이므로 $\alpha+1=4$이므로 $\alpha=3$

$k=\alpha(\alpha+2)=3\times5=15$ 답 ③

1032 주어진 이차방정식의 두 근을 α, 3α $(\alpha\neq0)$라 하면 α, 3α를 두 근으로 하고 x^2의 계수가 2인 이차방정식은

$2(x-\alpha)(x-3\alpha)=0$

$\therefore 2x^2-8\alpha x+6\alpha^2=0$

이 방정식이 $2x^2-16x+k=0$과 일치하므로

$-8\alpha=-16$, $6\alpha^2=k$

$-8\alpha=-16$에서 $\alpha=2$이므로

$k=6\alpha^2=6\times4=24$ 답 24

1033 주어진 이차방정식의 두 근을 α, 2α $(\alpha\neq0)$라 하면 α, 2α를 두 근으로 하고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x-\alpha)(x-2\alpha)=0$

$\therefore x^2-3\alpha x+2\alpha^2=0$ ··· ❶

이 방정식이 $x^2-(k+5)x+5k=0$과 일치하므로

$-3\alpha=-(k+5)$, $2\alpha^2=5k$

따라서 $\alpha=\frac{k+5}{3}$이므로 이것을 $2\alpha^2=5k$에 대입하면

$2\times\left(\frac{k+5}{3}\right)^2=5k, \qquad 2k^2+20k+50=45k$

$2k^2-25k+50=0, \qquad (2k-5)(k-10)=0$

$\therefore k=\frac{5}{2}$ 또는 $k=10$ ··· ❷

따라서 구하는 합은 $\quad \frac{5}{2}+10=\frac{25}{2}$ ··· ❸

답 $\frac{25}{2}$

채점 기준	비율
❶ 두 근의 비가 $1:2$인 이차방정식을 세울 수 있다.	30 %
❷ k의 값을 구할 수 있다.	50 %
❸ k의 값의 합을 구할 수 있다.	20 %

다른 풀이 $x^2-(k+5)x+5k=0$에서

$(x-k)(x-5)=0 \quad \therefore x=k$ 또는 $x=5$

(ⅰ) $k<5$인 경우

$k:5=1:2$이므로 $\quad k=\frac{5}{2}$

(ⅱ) $k>5$인 경우

$5:k=1:2$이므로 $\quad k=10$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 합은 $\quad \frac{5}{2}+10=\frac{25}{2}$

1034 주어진 이차방정식의 두 근을 α, $\alpha+5$라 하면 α, $\alpha+5$를 두 근으로 하고 x^2의 계수가 3인 이차방정식은

$3(x-\alpha)(x-\alpha-5)=0$

$\therefore 3x^2-3(2\alpha+5)x+3\alpha(\alpha+5)=0$

이 방정식이 $3x^2-9x-m^2+4m=0$과 일치하므로

$-3(2\alpha+5)=-9,\ 3\alpha(\alpha+5)=-m^2+4m$

$-3(2\alpha+5)=-9$에서 $\alpha=-1$이므로

$2\alpha+5=3$이므로 $2\alpha=-2$ $\therefore \alpha=-1$

$3\times(-1)\times4=-m^2+4m$

$m^2-4m-12=0, \quad (m+2)(m-6)=0$

$\therefore m=6\ (\because m>0)$

답 6

1035 -8과 1을 두 근으로 하고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은 $\quad (x+8)(x-1)=0 \quad \therefore x^2+7x-8=0$

상원이는 상수항을 바르게 보았으므로 $\quad b=-8$

-5와 3을 두 근으로 하고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x+5)(x-3)=0 \quad \therefore x^2+2x-15=0$

혜정이는 x의 계수를 바르게 보았으므로 $\quad a=2$

$\therefore b-a=-10$

답 ①

1036 $x^2-3ax+2a=0$에서 x의 계수와 상수항을 바꾸면

$x^2+2ax-3a=0$

$x=-3$을 위의 식에 대입하면

$(-3)^2-6a-3a=0, \quad 9-9a=0$

$\therefore a=1$ ⋯ ❶

따라서 처음 이차방정식은 $x^2-3x+2=0$이므로

$(x-1)(x-2)=0 \quad \therefore x=1$ 또는 $x=2$ ⋯ ❷

답 $x=1$ 또는 $x=2$

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	50 %
❷ 처음 이차방정식의 해를 구할 수 있다.	50 %

1037 -2와 6을 두 근으로 하고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은 $\quad (x+2)(x-6)=0 \quad \therefore x^2-4x-12=0$

원혁이는 상수항을 바르게 보았으므로 처음에 주어진 이차방정식의 상수항은 -12이다.

$-1\pm\sqrt{3}$을 두 근으로 하고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x+1+\sqrt{3})(x+1-\sqrt{3})=0 \quad \therefore x^2+2x-2=0$

지안이는 x의 계수를 바르게 보았으므로 처음에 주어진 이차방정식의 x의 계수는 2이다.

따라서 처음에 주어진 이차방정식은 $x^2+2x-12=0$이다.

답 $x^2+2x-12=0$

1038 $\frac{1}{2+\sqrt{3}}=2-\sqrt{3}$이므로 다른 한 근은 $2+\sqrt{3}$이다.

답 ⑤

1039 $3<\sqrt{10}<4$이므로 $\quad 2<6-\sqrt{10}<3$

따라서 $6-\sqrt{10}$의 소수 부분은

$(6-\sqrt{10})-2=4-\sqrt{10}$

이므로 다른 한 근은 $4+\sqrt{10}$이다.

답 $4+\sqrt{10}$

1040 다른 한 근은 $2+\sqrt{5}$이므로

$m=(2-\sqrt{5})+(2+\sqrt{5})=4$

$n=(2-\sqrt{5})(2+\sqrt{5})=-1$

$\therefore m-n=5$

답 5

1041 $\frac{n(n-3)}{2}=35$이므로 $\quad n^2-3n-70=0$

$(n+7)(n-10)=0 \quad \therefore n=10\ (\because n>0)$

따라서 구하는 다각형은 십각형이다.

답 ④

1042 $\frac{n(n+1)}{2}=45$이므로 $\quad n^2+n-90=0$

$(n+10)(n-9)=0 \quad \therefore n=9\ (\because n>0)$

따라서 45개의 점을 찍는 것은 9번째이다.

답 ③

1043 $\frac{n(n-1)}{2}=55$이므로 $\quad n^2-n-110=0$

$(n+10)(n-11)=0 \quad \therefore n=11\ (\because n>0)$

따라서 이 동호회에 참석한 학생은 11명이다.

답 11명

1044 어떤 수를 x라 하면 $\quad (x+3)^2=2(x+3)$

$x^2+4x+3=0, \quad (x+3)(x+1)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=-1$

답 -3, -1

1045 어떤 수를 x라 하면 $\quad x+x^2=72$

$x^2+x-72=0, \quad (x+9)(x-8)=0$

$\therefore x=-9$ 또는 $x=8$

따라서 구하는 값은

$-9+8=-1$

답 ③

1046 두 자연수를 x, $x+4$라 하면

$x(x+4)=96, \quad x^2+4x-96=0$

$(x+12)(x-8)=0 \quad \therefore x=8\ (\because x$는 자연수$)$

따라서 두 자연수는 8, 12이므로 구하는 합은

$8+12=20$ 답 ③

1047 어떤 양수를 x라 하면

$x(x-1)=156,\quad x^2-x-156=0$

$(x+12)(x-13)=0\quad \therefore x=13\ (\because x>0)$

따라서 구하는 곱은

$13\times14=182$ 답 182

1048 십의 자리의 숫자를 x라 하면 일의 자리의 숫자는 $12-x$이므로

십의 자리의 숫자가 a, 일의 자리의 숫자가 b인 두 자리 자연수는 $10a+b$

$x(12-x)=(10x+12-x)-22$ ⋯ ❶

$x^2-3x-10=0,\quad (x+2)(x-5)=0$

$\therefore x=5\ (\because x$는 자연수) ⋯ ❷

따라서 구하는 수는 57이다. ⋯ ❸

$12-5=7$이므로 일의 자리의 숫자는 7이다.

답 57

채점 기준	비율
❶ 이차방정식을 세울 수 있다.	40 %
❷ 이차방정식을 풀 수 있다.	40 %
❸ 두 자리 자연수를 구할 수 있다.	20 %

1049 연속하는 세 자연수를 $x-1,\ x,\ x+1$이라 하면

$5\{(x+1)+(x-1)\}+24=x^2$

$x^2-10x-24=0,\quad (x+2)(x-12)=0$

$\therefore x=12\ (\because x>1)$

따라서 가장 큰 수는 13이다. 답 ③

참고 세 자연수는 11, 12, 13이다.

1050 연속하는 두 홀수를 $x,\ x+2$라 하면

$x^2+(x+2)^2=130$ ⋯ ❶

$x^2+2x-63=0,\quad (x+9)(x-7)=0$

$\therefore x=7\ (\because x$는 자연수) ⋯ ❷

따라서 두 홀수는 7, 9이므로 구하는 곱은

$7\times9=63$ ⋯ ❸

답 63

채점 기준	비율
❶ 이차방정식을 세울 수 있다.	40 %
❷ 이차방정식을 풀 수 있다.	40 %
❸ 두 수의 곱을 구할 수 있다.	20 %

1051 연속하는 세 짝수를 $x-2,\ x,\ x+2$라 하면

$(x+2)^2=2x(x-2)+20$

$x^2-8x+16=0,\quad (x-4)^2=0$

$\therefore x=4$

따라서 세 짝수는 2, 4, 6이므로 구하는 합은

$2+4+6=12$ 답 12

1052 연속하는 세 자연수를 $x-1,\ x,\ x+1$이라 하면

$(x-1)^2+x^2+(x+1)^2=50$

$3x^2+2=50,\quad x^2-16=0$

$(x+4)(x-4)=0\quad \therefore x=4\ (\because x>1)$

즉 연속하는 세 자연수는 3, 4, 5이다.

이때 $3^2+4^2=5^2$이므로 3, 4, 5를 세 변의 길이로 하는 삼각형은 빗변의 길이가 5인 직각삼각형이다.

따라서 구하는 삼각형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times3\times4=6$ 답 6

SSEN 특강

세 변의 길이가 $a,\ b,\ c$인 △ABC에서 c가 가장 긴 변의 길이일 때

① $a^2+b^2>c^2$ ➡ △ABC는 예각삼각형

② $a^2+b^2=c^2$ ➡ △ABC는 직각삼각형

③ $a^2+b^2<c^2$ ➡ △ABC는 둔각삼각형

1053 동생의 나이를 x살이라 하면 태화의 나이는 $(x+5)$살이므로

$(x+5)^2=2x^2+1,\quad x^2-10x-24=0$

$(x+2)(x-12)=0$

$\therefore x=12\ (\because x$는 자연수)

따라서 동생의 나이는 12살이다. 답 ③

1054 왼쪽 면의 쪽수를 x라 하면 오른쪽 면의 쪽수는 $x+1$이므로

$x(x+1)=272,\quad x^2+x-272=0$

$(x+17)(x-16)=0$

$\therefore x=16\ (\because x$는 자연수)

따라서 두 면의 쪽수는 16, 17이므로 구하는 합은

$16+17=33$ 답 33

1055 여름 캠프의 날짜를 8월 $(x-1)$일, x일, $(x+1)$일이라 하면

$(x-1)^2+x^2+(x+1)^2=245$

$3x^2=243,\quad x^2-81=0$

$(x+9)(x-9)=0\quad \therefore x=9\ (\because x>1)$

따라서 출발 날짜는 8월 8일이다. 답 ④

1056 송이의 생일을 5월 x일이라 하면 보라의 생일은 5월 $(x-7)$일이므로

$x(x-7)=198,\quad x^2-7x-198=0$

$(x+11)(x-18)=0$

$\therefore x=18\ (\because x>7)$

따라서 송이의 생일은 5월 18일이다. 답 5월 18일

1057 인상하기 전 상품의 가격을 A원, 이때의 판매량을 B개라 하면 가격 인상 전후의 매출액이 같으므로

$$AB=A\left(1+\frac{5x}{100}\right)B\left(1-\frac{4x}{100}\right)$$
$$1=1+\frac{1}{100}x-\frac{1}{500}x^2$$
$$x^2-5x=0, \quad x(x-5)=0$$
$$\therefore x=5\ (\because x>0)$$

답 ③

1058 처음 동아리 학생 수를 x라 하면 새로 온 학생이 받은 관람권의 수는 x이므로

$$\left(\frac{108}{x}-1\right)+4=x, \quad \frac{108}{x}+3=x$$
$$x^2-3x-108=0, \quad (x+9)(x-12)=0$$
$$\therefore x=12\ (\because x>0)$$

따라서 처음 동아리 학생 수는 12이다. 답 12

1059 $2+9t-5t^2=0$이므로

$$5t^2-9t-2=0, \quad (5t+1)(t-2)=0$$
$$\therefore t=2\ (\because t>0)$$

따라서 2초 후에 지면에 떨어진다. 답 ③

1060 $-5t^2+25t+70=100$이므로

$$t^2-5t+6=0, \quad (t-2)(t-3)=0$$
$$\therefore t=2 \text{ 또는 } t=3$$

따라서 2초 후에 터지도록 해야 한다. 답 2초

1061 (1) $-5\times1^2+20\times1=15\,(\text{m})$ ··· ❶

(2) $-5t^2+20t=15$이므로

$$t^2-4t+3=0, \quad (t-1)(t-3)=0$$
$$\therefore t=1 \text{ 또는 } t=3$$ ··· ❷

따라서 3초 후에 1초 후의 공의 높이인 지점을 다시 지난다. ··· ❸

답 (1) 15 m (2) 3초

채점 기준	비율
❶ 1초 후의 공의 높이를 구할 수 있다.	30 %
❷ 방정식 $-5t^2+20t=15$를 풀 수 있다.	50 %
❸ 몇 초 후에 1초 후의 공의 높이인 지점을 다시 지나는지 구할 수 있다.	20 %

1062 $50t-5t^2=80$이므로

$$t^2-10t+16=0, \quad (t-2)(t-8)=0$$
$$\therefore t=2 \text{ 또는 } t=8$$

따라서 높이가 80 m 이상인 지점을 지나는 시간은 2초 후부터 8초 후까지이므로 6초 동안이다. 답 6초

1063 둘레의 길이가 36 cm이므로 가로의 길이와 세로의 길이의 합은 $\frac{36}{2}=18\,(\text{cm})$

따라서 가로의 길이를 x cm라 하면 세로의 길이는 $(18-x)$ cm이므로

$$x(18-x)=72, \quad x^2-18x+72=0$$
$$(x-6)(x-12)=0 \quad \therefore x=6 \text{ 또는 } x=12$$

이때 가로의 길이가 세로의 길이보다 더 길어야 하므로
$x=6$이면 가로의 길이는 6 cm, 세로의 길이는 12 cm이므로 세로의 길이가 더 길다.

$$x=12$$

따라서 가로의 길이는 12 cm이다. 답 12 cm

1064 $\overline{BQ}=x$ cm라 하면 $\overline{QC}=(6-x)$ cm, $\overline{PC}=(8-x)$ cm이므로
$\overline{AP}=\overline{BQ}$이므로 $\overline{PC}=\overline{AC}-\overline{BQ}$

$$\frac{1}{2}(6-x)(8-x)=4$$
$$x^2-14x+40=0, \quad (x-4)(x-10)=0$$
$$\therefore x=4\ (\because 0<x<6)$$
점 Q는 두 점 B, C를 제외한 $\overline{BC}$ 위의 점이다.

따라서 $\overline{BQ}$의 길이는 4 cm이다. 답 ③

1065 $\overline{CD}=x$ cm라 하면 $\overline{AF}=\overline{FE}=x$ (cm)이고, $\overline{AC}=\overline{BC}=10$ (cm)이므로

$$\overline{FC}=10-x\,(\text{cm})$$

□CDEF의 넓이가 16 cm²이므로

$$x(10-x)=16, \quad x^2-10x+16=0$$
$$(x-2)(x-8)=0 \quad \therefore x=2 \text{ 또는 } x=8$$

이때 $\overline{CD}<\overline{DE}$이므로 $x<10-x \quad \therefore x<5$

$$\therefore x=2$$

따라서 $\overline{CD}=2$ cm이므로 처음 직사각형 모양의 종이의 가로의 길이는

$$10+2=12\,(\text{cm})$$

답 ①

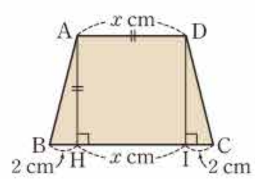
다른 풀이 처음 직사각형 모양의 종이의 가로의 길이를 x cm라 하면 직사각형 CDEF의 넓이는

$$10\times x-10\times10-(x-10)^2=16$$
$$x^2-30x+216=0, \quad (x-12)(x-18)=0$$
$$\therefore x=12 \text{ 또는 } x=18$$

그런데 $\overline{CD}<\overline{DE}$이므로

$$x-10<10-(x-10) \quad \therefore x<15$$
$$\therefore x=12$$

1066 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 I라 하고 $\overline{AD}=x$ cm라 하면



$$\overline{HI}=\overline{AD}=x\,(\text{cm})$$

또 △ABH≡△DCI (RHA 합동)이므로
□ABCD가 등변사다리꼴이므로 ∠B=∠C

$$\overline{CI}=\overline{BH}=2\,(\text{cm})$$

따라서 $\overline{BC}=(x+4)$ cm이므로

$$\frac{1}{2}\times\{x+(x+4)\}\times x=80$$ ··· ❶
$$x^2+2x-80=0, \quad (x+10)(x-8)=0$$
$$\therefore x=8\ (\because x>0)$$ ··· ❷
$$\therefore \overline{BC}=8+4=12\,(\text{cm})$$ ··· ❸

답 12 cm

채점 기준	비율
❶ 이차방정식을 세울 수 있다.	40 %
❷ 이차방정식을 풀 수 있다.	40 %
❸ $\overline{BC}$의 길이를 구할 수 있다.	20 %

1067 $\overline{AH}=x$ cm라 하면 $\overline{AE}=(12-x)$ cm이므로

△AEH에서 $\quad x^2+(12-x)^2=10^2$

$\quad x^2-12x+22=0 \qquad \therefore x=6\pm\sqrt{14}$

이때 $\overline{AE}>\overline{AH}$이므로 $\quad 12-x>x \qquad \therefore x<6$

$\quad \therefore x=6-\sqrt{14}$

따라서 $\overline{AH}$의 길이는 $(6-\sqrt{14})$ cm이다. 답 ②

다른 풀이 △AEH≡△BFE≡△CGF≡△DHG이므로

$\quad$□ABCD=□EFGH+4△AEH

$\overline{AH}=x$ cm라 하면 $\overline{AE}=(12-x)$ cm이므로

$\quad 12^2=10^2+4\times\frac{1}{2}x(12-x)$

$\quad x^2-12x+22=0 \qquad \therefore x=6\pm\sqrt{14}$

이때 $\overline{AE}>\overline{AH}$이므로 $\quad x=6-\sqrt{14}$

1068 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 작은 정사각형의 한 변의 길이는 $(10-x)$ cm이므로

$\quad x^2+(10-x)^2=58, \qquad x^2-10x+21=0$

$\quad (x-3)(x-7)=0 \qquad \therefore x=3$ 또는 $x=7$

이때 큰 정사각형의 한 변의 길이는 작은 정사각형의 한 변의 길이보다 길어야 하므로

$\quad x=7$

따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 7 cm이다. 답 7 cm

1069 작은 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 작은 정사각형의 둘레의 길이는 $4x$ cm이므로 큰 정사각형의 둘레의 길이는 $(32-4x)$ cm이다.

따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는

$\quad \frac{32-4x}{4}=8-x\,(\text{cm})$

두 정사각형의 넓이의 비가 1 : 2이므로

$\quad x^2:(8-x)^2=1:2, \qquad (8-x)^2=2x^2$

$\quad x^2+16x-64=0 \qquad \therefore x=-8+8\sqrt{2}\ (\because x>0)$

따라서 작은 정사각형의 한 변의 길이는 $(-8+8\sqrt{2})$ cm이다.

답 $(-8+8\sqrt{2})$ cm

1070 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 직각이등변삼각형의 빗변이 아닌 한 변의 길이는 $(15-x)$ cm이므로

$\quad x^2+\frac{1}{2}(15-x)^2=75$ ··· ❶

$\quad x^2-10x+25=0, \qquad (x-5)^2=0$

$\quad \therefore x=5$ ··· ❷

따라서 정사각형의 넓이는 $\quad 5^2=25\,(\text{cm}^2)$ ··· ❸

답 25 cm²

채점 기준	비율
❶ 이차방정식을 세울 수 있다.	40 %
❷ 이차방정식을 풀 수 있다.	40 %
❸ 정사각형의 넓이를 구할 수 있다.	20 %

1071 $\overline{BC}=x$ cm라 하면 $\overline{CG}=(13-x)$ cm이므로

$\quad 10:(13-x)=x:4, \qquad x(13-x)=40$

$\quad x^2-13x+40=0, \qquad (x-5)(x-8)=0$

$\quad \therefore x=5$ 또는 $x=8$

이때 $\overline{BC}>\overline{CG}$이므로 $\quad x>13-x \qquad \therefore x>\frac{13}{2}$

$\quad \therefore x=8$

따라서 $\overline{BC}=8$ cm이므로

$\quad$□ABCD$=10\times8=80\,(\text{cm}^2)$ 답 ③

SSEN 특강

평면도형에서 닮음의 성질

닮은 두 평면도형에서

① 대응변의 길이의 비는 일정하다.

② 대응각의 크기는 각각 같다.

1072 $\overline{OP}=x$ cm라 하면 $\overline{AP}=(6+x)$ cm,

$\overline{AP}=\overline{AO}+\overline{OP}=\frac{1}{2}\times12+x=6+x\,(\text{cm})$

$\overline{PB}=(6-x)$ cm이므로

$\quad (6+x)^2=3(6-x)^2+16, \qquad x^2-24x+44=0$

$\quad (x-2)(x-22)=0 \qquad \therefore x=2\ (\because 0<x<6)$

따라서 $\overline{OP}$의 길이는 2 cm이다. 답 2 cm

1073 타일 1장의 긴 변의 길이를 a cm, 짧은 변의 길이를 b cm라 하면

$\quad 3a=4b \qquad \therefore b=\frac{3}{4}a$ ······ ㉠

이때 벽의 넓이가 1080 cm²이므로

$\quad 3a(a+2b)=1080$

㉠을 위의 식에 대입하면

$\quad 3a\left(a+\frac{3}{2}a\right)=1080, \qquad \frac{15}{2}a^2=1080$

$\quad a^2=144 \qquad \therefore a=12\ (\because a>0)$

따라서 $b=\frac{3}{4}\times12=9$이므로 타일 1장의 둘레의 길이는

$\quad 2\times(12+9)=42\,(\text{cm})$ 답 ②

1074 가장 작은 반원의 반지름의 길이를 x cm라 하면 두 번째로 큰 반원의 반지름의 길이는 $(10-x)$ cm이므로

$\quad \frac{1}{2}\pi\times10^2-\frac{1}{2}\pi x^2-\frac{1}{2}\pi(10-x)^2=24\pi$

$\quad x^2-10x+24=0, \qquad (x-4)(x-6)=0$

$\quad \therefore x=4$ 또는 $x=6$

이때 $0<x<5$이므로 $\quad x=4$

따라서 가장 작은 반원의 반지름의 길이는 4 cm이다. 답 ④

참고 가장 작은 반원의 반지름의 길이는 두 번째로 큰 반원의 반지름의 길이보다 짧아야 하므로

$x<10-x \qquad \therefore x<5$

따라서 $0<x<5$이어야 한다.

1075 $\pi\times(6+x)^2-\pi\times6^2=45\pi$이므로

$x^2+12x-45=0, \qquad (x+15)(x-3)=0$

$\therefore x=3\ (\because x>0)$ 답 3

1076 연못의 반지름의 길이를 x m라 하면

$\pi\times(x+3)^2-\pi\times x^2=\frac{1}{2}\pi\times(x+3)^2$ ⋯ ❶

$x^2-6x-9=0 \qquad \therefore x=3+3\sqrt{2}\ (\because x>0)$ ⋯ ❷

따라서 연못의 둘레의 길이는

$2\pi\times(3+3\sqrt{2})=(6+6\sqrt{2})\pi$ (m) ⋯ ❸

답 $(6+6\sqrt{2})\pi$ m

채점 기준	비율
❶ 이차방정식을 세울 수 있다.	40 %
❷ 이차방정식을 풀 수 있다.	40 %
❸ 연못의 둘레의 길이를 구할 수 있다.	20 %

1077 늘어난 길이를 x m라 하면

$(x+8)(x+4)=8\times4+28$

$x^2+12x-28=0, \qquad (x+14)(x-2)=0$

$\therefore x=2\ (\because x>0)$

따라서 가로, 세로의 길이는 처음보다 2 m씩 늘어났다. 답 ③

1078 x초 후에 처음 직사각형의 넓이와 같아진다고 하면

$(9-x)(6+2x)=9\times6, \qquad x^2-6x=0$

$x(x-6)=0 \qquad \therefore x=6\ (\because 0<x<9)$

따라서 6초 후에 처음 직사각형의 넓이와 같아진다. 답 6초

1079 처음 삼각형의 밑변의 길이를 x cm라 하면 처음 삼각형의 높이도 x cm이다.

$\frac{1}{2}(x+2)(x+3)=2\times\left(\frac{1}{2}\times x\times x\right)$ ⋯ ❶

$x^2-5x-6=0, \qquad (x+1)(x-6)=0$

$\therefore x=6\ (\because x>0)$ ⋯ ❷

따라서 처음 삼각형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times6\times6=18$ (cm^2) ⋯ ❸

답 18 cm^2

채점 기준	비율
❶ 이차방정식을 세울 수 있다.	40 %
❷ 이차방정식을 풀 수 있다.	40 %
❸ 처음 삼각형의 넓이를 구할 수 있다.	20 %

1080 처음 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이를 x cm라 하면 상자의 밑면은 한 변의 길이가 $(x-4)$ cm인 정사각형이므로

$(x-4)^2\times2=72, \qquad (x-4)^2=36$

$x-4=\pm6 \qquad \therefore x=10\ (\because x>4)$

따라서 처음 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이는 10 cm이다.

답 10 cm

1081 잘라 내는 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 상자의 밑면은 가로의 길이가 $(12-2x)$ cm, 세로의 길이가 $(14-2x)$ cm인 직사각형이므로

$(12-2x)(14-2x)=48, \qquad x^2-13x+30=0$

$(x-3)(x-10)=0 \qquad \therefore x=3$ 또는 $x=10$

이때 $x>0$, $12-2x>0$이어야 하므로

$x=3$

따라서 잘라 내는 정사각형의 한 변의 길이는 3 cm이다.

답 3 cm

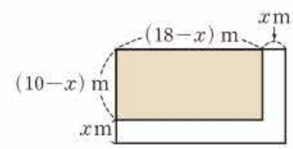
1082 물받이의 높이를 x cm라 하면 빗금 친 부분은 가로의 길이가 $(50-2x)$ cm, 세로의 길이가 x cm인 직사각형 모양이므로

$x(50-2x)=312, \qquad x^2-25x+156=0$

$(x-12)(x-13)=0 \qquad \therefore x=12$ 또는 $x=13$

따라서 물받이의 높이는 12 cm 또는 13 cm이다. 답 ②, ③

1083 도로의 폭을 x m라 하면 도로를 제외한 땅의 넓이는 가로의 길이가 $(18-x)$ m, 세로의 길이가 $(10-x)$ m인 직사각형의 넓이와 같으므로



$(18-x)(10-x)=128, \qquad x^2-28x+52=0$

$(x-2)(x-26)=0 \qquad \therefore x=2\ (\because 0<x<10)$

따라서 도로의 폭은 2 m이다. 답 2 m

1084 길의 폭을 x m라 하면

$(14-x)^2=121, \qquad 14-x=\pm11$

$\therefore x=3\ (\because 0<x<14)$

따라서 길의 폭은 3 m이다. 답 ③

1085 산책로의 폭을 x m라 하면

$(9+2x)(4+2x)-9\times4=48$

$2x^2+13x-24=0, \qquad (x+8)(2x-3)=0$

$\therefore x=\frac{3}{2}\ (\because x>0)$

따라서 산책로의 폭은 $\frac{3}{2}$ m이다. 답 ②

1086 길의 폭을 x m라 하면 길을 제외한 땅은 가로의 길이가 $(13-x)$ m, 세로의 길이가 $(10-2x)$ m인 직사각형 모양이므로

$(13-x)(10-2x)=66$

$x^2-18x+32=0$, $(x-2)(x-16)=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=16$

이때 $x>0$, $10-2x>0$이어야 하므로

$x=2$

따라서 길의 폭은 2 m이다. 답 2 m

1087 길의 폭을 x m라 하면 길을 제외한 부분의 넓이는 가로의 길이가 $(70-x)$ m, 세로의 길이가 $(60-2x)$ m인 직사각형의 넓이와 같으므로

$(70-x)(60-2x)=2400$ ⋯ ❶

$x^2-100x+900=0$, $(x-10)(x-90)=0$

$\therefore x=10$ 또는 $x=90$

이때 $x>0$, $60-2x>0$이어야 하므로

$x=10$ ⋯ ❷

따라서 길의 폭은 10 m이다. ⋯ ❸

답 10 m

채점 기준	비율
❶ 이차방정식을 세울 수 있다.	40 %
❷ 이차방정식을 풀 수 있다.	50 %
❸ 길의 폭을 구할 수 있다.	10 %

1088 1st 이차방정식이 중근을 가질 조건을 이용하여 a의 값을 구한다.

$x^2+ax+4=0$이 중근을 가지므로

$a^2-4\times4=0$, $a^2=16$ $\therefore a=\pm4$

2nd 이차방정식의 두 근의 합을 구한다.

(i) $a=-4$일 때,

$-6x^2+7x+1=(x-3)(2x+5)$에서

$8x^2-8x-16=0$

$x^2-x-2=0$, $(x+1)(x-2)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=2$

따라서 두 근의 합은 1이다.

(ii) $a=4$일 때,

$2x^2+7x+1=(x-3)(2x+5)$에서 $8x+16=0$

이것은 이차방정식이 아니다.

(i), (ii)에서 두 근의 합은 1이다. 답 1

1089 1st $a+b+1=A$로 놓은 후 이차방정식이 해를 가질 조건을 이용하여 A의 값을 구한다.

$a+b+1=A$라 하면 주어진 이차방정식은

$3x^2-2Ax+(A+2)^2+2=0$

$3x^2-2Ax+A^2+4A+6=0$

이 이차방정식이 해를 가지려면

$(-2A)^2-4\times3\times(A^2+4A+6)\geq0$

$A^2+6A+9\leq0$, $(A+3)^2\leq0$ $\therefore A=-3$

2nd $a+b$의 값을 구한다.

$a+b+1=-3$이므로 $a+b=-4$ 답 ④

1090 1st b, c를 a로 나타낸다.

두 근이 3, 4이고 x^2의 계수가 a인 이차방정식은

$a(x-3)(x-4)=0$ $\therefore ax^2-7ax+12a=0$

$\therefore b=-7a$, $c=12a$ ⋯⋯ ㉠

2nd $cx^2+bx+a=0$의 해를 구한다.

㉠을 $cx^2+bx+a=0$에 대입하면

$12ax^2-7ax+a=0$

이때 $a\neq0$이므로

$12x^2-7x+1=0$, $(4x-1)(3x-1)=0$

$\therefore x=\frac{1}{4}$ 또는 $x=\frac{1}{3}$ 답 $x=\frac{1}{4}$ 또는 $x=\frac{1}{3}$

1091 1st $\langle x\rangle-3=A$로 놓고 이차방정식을 푼다.

$\langle x\rangle-3=A$라 하면 주어진 등식은

$A^2+8A-9=0$, $(A+9)(A-1)=0$

$\therefore A=-9$ 또는 $A=1$

2nd $\langle x\rangle$의 값을 구한다.

(i) $\langle x\rangle-3=-9$에서 $\langle x\rangle=-6$

(ii) $\langle x\rangle-3=1$에서 $\langle x\rangle=4$

(i), (ii)에서 $\langle x\rangle=4$ ($\because \langle x\rangle\geq0$) $\langle x\rangle$는 개수이므로 음수가 될 수 없다.

3rd 모든 자연수 x의 값의 합을 구한다.

자연수 x는 7, 8, 9, 10이므로 구하는 합은

$7+8+9+10=34$ 답 34

참고 소수는 2, 3, 5, 7, 11, ⋯이므로 6 이하의 소수의 개수는 3이고, 11 이하의 소수의 개수는 5이다.

1092 1st 가로에 있는 수의 합을 구한다.

가로, 세로, 대각선에 있는 수의 합이 모두 같으므로 가로에 있는 세 수의 합은

$\frac{1+2+3+\cdots+9}{3}=\frac{45}{3}=15$

2nd 자연수 x의 값을 구한다.

$(x^2+4)+(2x-1)+4=15$이므로

$x^2+2x-8=0$, $(x+4)(x-2)=0$

$\therefore x=2$ ($\because x$는 자연수) 답 2

1093 1st n단계의 바둑돌의 개수를 구한다.

1단계의 바둑돌의 개수는 1×4

2단계의 바둑돌의 개수는 2×5

3단계의 바둑돌의 개수는 3×6

⋮

따라서 n단계의 바둑돌의 개수는 $n(n+3)$

2nd 바둑돌의 개수가 270이 되는 단계를 구한다.

$n(n+3)=270$에서 $n^2+3n-270=0$

$(n+18)(n-15)=0$

$\therefore n=15 \ (\because n>0)$

따라서 구하는 단계는 15단계이다. 답 ①

1094 1st 트랙의 둘레의 길이를 구한다.

트랙의 둘레의 길이는 모형 자동차가 8초 동안 움직인 거리와 같으므로

$8^2+4\times8=96\,(\text{m})$

2nd 두 바퀴를 도는 데 걸리는 시간을 구한다.

모형 자동차가 트랙을 두 바퀴를 돌 때 움직인 거리는 $96\times2=192\,(\text{m})$이므로

$t^2+4t=192, \qquad t^2+4t-192=0$

$(t+16)(t-12)=0 \qquad \therefore t=12 \ (\because t>0)$

따라서 두 바퀴를 도는 데 12초가 걸린다. 답 12초

주의 모형 자동차의 속력은 일정하지 않으므로 두 바퀴를 도는 데 걸리는 시간을 $8\times2=16$(초)으로 구하지 않도록 주의한다.

1095 1st 농도가 20 %인 소금물 100 g이 들어 있는 그릇에서 x g의 소금물을 퍼낸 다음 x g의 물을 넣었을 때의 소금물의 농도를 구한다.

농도가 20 %인 소금물 100 g에서 x g의 소금물을 퍼내면 남아 있는 소금물의 양은 $(100-x)$ g이므로 소금의 양은

$\frac{20}{100}(100-x)\,(\text{g})$

이 소금물에 물 x g을 넣으면 소금물의 양은 100 g이므로 소금물의 농도는

$\frac{20}{100}(100-x)\times\frac{1}{100}\times100=\frac{20}{100}(100-x)\,(\%)$

2nd 다시 x g의 소금물을 퍼낸 다음 x g의 물을 넣었을 때의 소금물의 농도를 x에 대한 식으로 나타낸다.

이 소금물에서 다시 x g의 소금물을 퍼내면 남아 있는 소금물의 양은 $(100-x)$ g이므로 소금의 양은

$\frac{20}{100}(100-x)\times\frac{1}{100}\times(100-x)$

$=\frac{1}{500}(100-x)^2\,(\text{g})$

이 소금물에 물 x g을 넣으면 소금물의 양은 100 g이므로 소금물의 농도는

$\frac{1}{500}(100-x)^2\times\frac{1}{100}\times100=\frac{1}{500}(100-x)^2\,(\%)$

3rd x의 값을 구한다.

이 소금물의 농도가 5 %이므로

$\frac{1}{500}(100-x)^2=5, \qquad (100-x)^2=2500$

$100-x=\pm50 \qquad \therefore x=50 \ (\because 0<x<100)$ 답 ⑤

SSEN 특강

① (소금물의 농도) $=\frac{(\text{소금의 양})}{(\text{소금물의 양})}\times100\,(\%)$

② (소금의 양) $=\frac{(\text{소금물의 농도})}{100}\times(\text{소금물의 양})$

1096 1st $A\left(a,\ -\frac{1}{2}a+3\right)$이라 하고 $\overline{BD}$, $\overline{CE}$의 길이를 a에 대한 식으로 나타낸다.

$E(0,\ 3)$, $D(6,\ 0)$이므로 $A\left(a,\ -\frac{1}{2}a+3\right)$이라 하면

$\overline{BD}=6-a,\ \overline{CE}=3-\left(-\frac{1}{2}a+3\right)=\frac{1}{2}a$

2nd 점 A의 x좌표를 구한다.

$\triangle ABD : \triangle ECA=3:2$이므로

$2\triangle ABD=3\triangle ECA$

$2\left\{\frac{1}{2}\times(6-a)\times\left(-\frac{1}{2}a+3\right)\right\}=3\left(\frac{1}{2}\times a\times\frac{1}{2}a\right)$

$\frac{1}{2}a^2-6a+18=\frac{3}{4}a^2, \qquad a^2+24a-72=0$

$\therefore a=-12+6\sqrt{6} \ (\because 0<a<6)$

따라서 점 A의 x좌표는 $-12+6\sqrt{6}$이다. 답 $-12+6\sqrt{6}$

1097 1st $\angle BAD$, $\angle CAD$, $\angle CDA$의 크기를 구한다.

$\angle BAC=\angle BCA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-36^\circ)=72^\circ$이므로

$\angle BAD=\angle CAD=\frac{1}{2}\angle BAC=36^\circ$,

$\angle CDA=180^\circ-(36^\circ+72^\circ)=72^\circ$

2nd $\overline{AC}$의 길이를 구한다.

$\triangle ADC$, $\triangle ABD$는 각각 $\overline{AD}=\overline{AC}$, $\overline{AD}=\overline{BD}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{AC}=\overline{AD}=\overline{BD}$

따라서 $\overline{AC}=x$ cm라 하면 $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$이므로

$6:x=x:(6-x), \qquad x^2=6(6-x)$

$x^2+6x-36=0 \qquad \therefore x=-3+3\sqrt{5} \ (\because 0<x<6)$

즉 $\overline{AC}$의 길이는 $(-3+3\sqrt{5})$ cm이다.

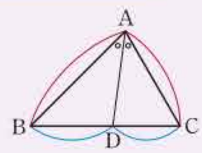
답 $(-3+3\sqrt{5})$ cm

SSEN 특강

삼각형의 내각의 이등분선의 성질

$\triangle ABC$에서 $\angle A$의 이등분선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 D라 하면

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$



1098 1st 두 직사각형 ABCD와 BCEF가 닮음임을 이용하여 이차방정식을 세운다.

$\overline{AD}=x$라 하면 □AFED가 정사각형이므로 $\overline{AF}=x$이고

$\overline{BF}=2-x$

이때 □ABCD∽□BCEF이므로

$\overline{AB}:\overline{BC}=\overline{AD}:\overline{BF}$

$2:x=x:(2-x), \qquad x^2=2(2-x)$

2nd $\overline{AD}$의 길이를 구한다.

$x^2+2x-4=0$이므로 $\qquad x=-1+\sqrt{5} \ (\because 0<x<2)$

따라서 $\overline{AD}$의 길이는 $-1+\sqrt{5}$이다. 답 ③

1099 1st 색지의 짧은 변의 길이를 x cm로 놓고 색지의 긴 변의 길이를 x에 대한 식으로 나타낸다.

색지의 짧은 변의 길이를 x cm라 하면 긴 변의 길이는

$$\frac{1}{3}(6x-9)=\underbrace{2x-3}_{2x-3>0\text{이므로 } x>\frac{3}{2}}\,(\text{cm})$$

2nd x의 값을 구한다.

널빤지의 넓이가 216 cm^2이므로

$$6x(2x-3+x)=216$$

$$x^2-x-12=0, \quad (x+3)(x-4)=0$$

$$\therefore x=4\left(\because x>\frac{3}{2}\right)$$

3rd 색지 한 장의 넓이를 구한다.

색지의 짧은 변의 길이는 4 cm, 긴 변의 길이는 $\underbrace{5\text{ cm}}_{2\times4-3=5(\text{cm})}$이므로 그 넓이는

$$4\times5=20\,(\text{cm}^2)$$

답 20 cm^2

1100 1st 오각형 APQCD의 넓이가 258 cm^2일 때의 △PBQ의 넓이를 구한다.

x초 후에 오각형 APQCD의 넓이가 258 cm^2가 된다고 하면 그때의 △PBQ의 넓이는

$$20\times15-258=42\,(\text{cm}^2)$$

2nd 오각형 APQCD의 넓이가 처음으로 258 cm^2가 되는 것은 출발한 지 몇 초 후인지 구한다.

$\overline{BP}=(15-2x)$ cm, $\overline{BQ}=3x$ cm이므로

$$\frac{1}{2}\times(15-2x)\times3x=42, \quad 2x^2-15x+28=0$$

$$(2x-7)(x-4)=0 \quad \therefore x=\frac{7}{2}\text{ 또는 } x=4$$

따라서 $\frac{7}{2}$초, 즉 3.5초 후에 오각형 APQCD의 넓이가 처음으로 258 cm^2가 된다.

답 ②

1101 전략 이차방정식이 중근을 가질 조건을 이용하여 a, b 사이의 관계식을 구한다.

풀이 $(-a)^2-4\times3\times2b=0$이므로

$$a^2-24b=0 \quad \therefore a^2=24b \quad \cdots ❶$$

이때 a, b는 자연수이고 $24=2^3\times3$이므로 b는 $2\times3\times(\text{자연수})^2$ 꼴이어야 한다.

따라서 a의 값이 최소이려면 b의 값도 최소이어야 하므로 구하는 b의 값은

$$2\times3\times1^2=6 \quad \cdots ❷$$

답 6

채점 기준	비율
❶ a, b 사이의 관계식을 구할 수 있다.	40 %
❷ b의 값을 구할 수 있다.	60 %

참고 $b=6$일 때,

$$a^2=24\times6=144=12^2$$

이므로 $a=12$이다.

1102 전략 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$이 서로 다른 두 근을 가지면 $b^2-4ac>0$이고, 중근을 가지면 $b^2-4ac=0$임을 이용한다.

풀이 (i) $x^2-8x+20+m=0$이 서로 다른 두 근을 가지므로

$$(-8)^2-4(20+m)>0$$

$$\therefore m<-4 \quad \cdots ❶$$

(ii) $(m^2+2)x^2+2(m-4)x+3=0$이 중근을 가지므로

$$\{2(m-4)\}^2-4\times(m^2+2)\times3=0$$

$$m^2+4m-5=0, \quad (m+5)(m-1)=0$$

$$\therefore m=-5\text{ 또는 } m=1 \quad \cdots ❷$$

(i), (ii)에서 $m=-5$ ⋯ ❸

답 -5

채점 기준	비율
❶ $x^2-8x+20+m=0$이 서로 다른 두 근을 갖도록 하는 m의 값의 범위를 구할 수 있다.	40 %
❷ $(m^2+2)x^2+2(m-4)x+3=0$이 중근을 갖도록 하는 m의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ m의 값을 구할 수 있다.	20 %

1103 전략 연속하는 다섯 개의 자연수를 $x-2$, $x-1$, x, $x+1$, $x+2$로 놓고 이차방정식을 세운다.

풀이 연속하는 다섯 개의 자연수를 $x-2$, $x-1$, x, $x+1$, $x+2$라 하면

$$(x+2)^2+(x+1)^2=(x-2)^2+(x-1)^2+x^2 \quad \cdots ❶$$

$$x^2-12x=0, \quad x(x-12)=0$$

$$\therefore x=12\,(\because x>2) \quad \cdots ❷$$

따라서 연속하는 다섯 개의 자연수는 10, 11, 12, 13, 14이므로 구하는 합은

$$10+11+12+13+14=60 \quad \cdots ❸$$

답 60

채점 기준	비율
❶ 이차방정식을 세울 수 있다.	40 %
❷ 이차방정식을 풀 수 있다.	40 %
❸ 다섯 개의 자연수의 합을 구할 수 있다.	20 %

1104 전략 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x로 놓으면 작은 정사각형의 한 변의 길이가 $x-6$임을 이용하여 이차방정식을 세운다.

풀이 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x라 하면 작은 정사각형의 한 변의 길이는 $\underbrace{x-6}_{x-6>0\text{이므로 } x>6}$이므로

$$x^2+(x-6)^2=468 \quad \cdots ❶$$

$$x^2-6x-216=0, \quad (x+12)(x-18)=0$$

$$\therefore x=18\,(\because x>6) \quad \cdots ❷$$

따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 18이다. ⋯ ❸

답 18

채점 기준	비율
❶ 이차방정식을 세울 수 있다.	50 %
❷ 이차방정식을 풀 수 있다.	40 %
❸ 큰 정사각형의 한 변의 길이를 구할 수 있다.	10 %

1105 전략 $\overline{EP}=x$ cm로 놓고 △QCP∽△ABP임을 이용하여 이차방정식을 세운다.

풀이 △QCP : □ABCQ=1 : 12이므로

△QCP : △ABP=1 : 13 ⋯ ❶

$\overline{EP}=x$ cm라 하면 $\overline{PC}=(4-x)$ cm, $\overline{PB}=(12-x)$ cm이고 △QCP∽△ABP (AA 닮음)이므로

$(4-x)^2 : (12-x)^2=1 : 13$

$(12-x)^2=13(4-x)^2$ ⋯ ❷

$3x^2-20x+16=0$

$\therefore x=\dfrac{10-2\sqrt{13}}{3}$ ($\because 0<x<4$) ⋯ ❸

따라서 $\overline{EP}$의 길이는 $\dfrac{10-2\sqrt{13}}{3}$ cm이다. ⋯ ❹

답 $\dfrac{10-2\sqrt{13}}{3}$ cm

채점 기준	비율
❶ △QCP와 △ABP의 넓이의 비를 구할 수 있다.	10 %
❷ 이차방정식을 세울 수 있다.	40 %
❸ 이차방정식을 풀 수 있다.	40 %
❹ $\overline{EP}$의 길이를 구할 수 있다.	10 %

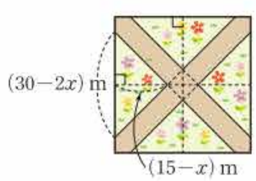
SSEN 특강

닮은 두 평면도형의 대응변의 길이가 각각 a, b이면 두 도형의 넓이의 비는 $a^2 : b^2$이다.

1106 전략 꽃밭 전체의 넓이를 x에 대한 식으로 나타낸다.

풀이 길의 넓이와 꽃밭 전체의 넓이의 비는 $\dfrac{2}{3} : 1=2 : 3$이므로 꽃밭 전체의 넓이는

$30^2\times\dfrac{3}{3+2}=540\,(\text{m}^2)$ ⋯ ❶



오른쪽 그림과 같이 직각이등변삼각형의 빗변의 길이는 $(30-2x)$ m이고 빗변을 밑변으로 하면 높이는 $\underbrace{(15-x)}_{15-x>0\text{이므로 } x<15}$ m이므로

$4\left\{\dfrac{1}{2}(30-2x)(15-x)\right\}=540$ ⋯ ❷

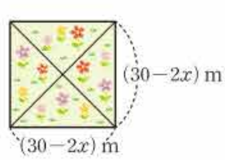
$(x-15)^2=135$, $x-15=\pm3\sqrt{15}$

$\therefore x=15-3\sqrt{15}$ ($\because 0<x<15$) ⋯ ❸

답 $15-3\sqrt{15}$

채점 기준	비율
❶ 꽃밭 전체의 넓이를 구할 수 있다.	30 %
❷ 이차방정식을 세울 수 있다.	50 %
❸ x의 값을 구할 수 있다.	20 %

다른 풀이 꽃밭 전체의 넓이는 540 m^{2}이므로 오른쪽 그림에서



$(30-2x)^2=540$

$\therefore x=15-3\sqrt{15}$ ($\because 0<x<15$)

11 이차함수의 그래프 (1)

1107 답 ×

1108 답 ○

1109 $\underbrace{y=-3x}_{\text{일차함수}}$이므로 이차함수가 아니다. 답 ×

1110 답 $y=4x$, 이차함수가 아니다.

1111 답 $y=4\pi x^2$, 이차함수이다.

1112 답 $y=x^2+x$, 이차함수이다.

1113 답 -5

1114 $f(1)=-1^2+3\times1-5=-3$ 답 -3

1115 $f(-2)=-(-2)^2+3\times(-2)-5=-15$ 답 -15

1116 $f\left(\dfrac{1}{3}\right)=-\left(\dfrac{1}{3}\right)^2+3\times\dfrac{1}{3}-5=-\dfrac{37}{9}$ 답 $-\dfrac{37}{9}$

1117 답 아래

1118 답 y

1119 답 2

1120 답 감소

1121 답 x

1122 답 ㈀, ㈃

1123 이차함수가 $y=ax^2$ 꼴일 때, $|a|$의 값이 작을수록 그래프의 폭이 넓으므로 그래프의 폭이 가장 넓은 것은 ㈂이다.

답 ㈂

1124 답 ㈁과 ㈃

1125 답 $0<a<2$

1126 답 $a<-1$

1127 $y=ax^2$의 그래프가 점 $(3, 9)$를 지나므로

$9=a\times3^2$, $9a=9$ $\therefore a=1$ 답 1

1128 $y=ax^2$의 그래프가 점 $\left(\dfrac{1}{2}, -8\right)$을 지나므로

$-8=a\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^2$, $\dfrac{1}{4}a=-8$ $\therefore a=-32$

답 -32

1129 답 $y=4x^2-2$

1130 답 $y=-\dfrac{1}{5}x^2+3$

1131 답 $(0, -1)$, $x=0$

1132 답 $(0, 2)$, $x=0$

1133 답 $a<0$, $q>0$

1134 답 $a>0$, $q<0$

1135 답 $y=(x+3)^2$

1136 답 $y=-2(x-1)^2$

1137 답 $(3,\ 0)$, $x=3$

1138 답 $\left(-\frac{1}{4},\ 0\right)$, $x=-\frac{1}{4}$

1139 답 $a>0$, $p>0$

1140 답 $a<0$, $p<0$

1141 답 $y=\frac{7}{2}(x-1)^2-1$

1142 답 $y=-5(x+2)^2+4$

1143 답 $(1,\ 2)$, $x=1$

1144 답 $\left(-\frac{5}{2},\ -3\right)$, $x=-\frac{5}{2}$

1145 이차함수 $y=\frac{1}{3}(x-3)^2+2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(3,\ 2)$, 축의 방정식은 $x=3$이다. 답 ×

1146 답 ○

1147 ① $y=-x^2+6x$
③ $y=x^2-(1-2x+x^2)=2x-1$
⑤ $y=x^3+x^2-4x+4$

답 ①, ④

1148 (ㄴ) $y=-x^2$
(ㄷ) $y=x^2-6x+9$
(ㄹ) $y=-x^2-2x+x^2=-2x$
(ㅁ) $y=4x^2-(4x^2-4x+1)=4x-1$
(ㅂ) $y=2x^2-x-3$
이상에서 이차함수인 것은 (ㄴ), (ㄷ), (ㅂ)의 3개이다. 답 3

1149 ① $y=\pi x^2$　② $\underline{y=x^2+2x}_{\ y=x(x+2)}$
③ $y=6x^2$　④ $\underline{y=10x}_{\ (거리)=(속력)\times(시간)}$
⑤ $y=5000-800x$

답 ④, ⑤

1150 (1) 새로운 직사각형의 가로, 세로의 길이는 각각 $(x+5)$ cm, $(x+3)$ cm이므로

$y=(x+5)(x+3)=x^2+8x+15$

(2) (1)에서 구한 식이 $y=ax^2+bx+c\ (a\neq0)$ 꼴이므로 y는 x에 대한 이차함수이다.

답 (1) $y=x^2+8x+15$　(2) 이차함수이다.

1151 $\underbrace{y=(3a+1)x^2-x-2x^2=(3a-1)x^2-x}_{y=px^2+qx+r \text{ 꼴로 정리한다.}}$
이 함수가 이차함수이려면

$3a-1\neq0$　$\therefore a\neq\frac{1}{3}$ 답 ④

1152 $y=a(2+x^2)-3x^2+x=(a-3)x^2+x+2a$ ⋯ ❶
이 함수가 이차함수이려면

$a-3\neq0$　$\therefore a\neq3$ ⋯ ❷

답 $a\neq3$

채점 기준	비율
❶ $y=px^2+qx+r$ 꼴로 정리할 수 있다.	60 %
❷ a의 조건을 구할 수 있다.	40 %

1153 $y=k(k-2)x^2+5x-3x^2=(k^2-2k-3)x^2+5x$
이 함수가 이차함수이려면

$k^2-2k-3\neq0$,　$(k+1)(k-3)\neq0$

$\therefore k\neq-1$이고 $k\neq3$ 답 ②, ⑤

1154 $f(2)=2^2+3\times2-4=6$, $f(0)=-4$이므로

$f(2)-f(0)=10$ 답 10

1155 $f(a)=-a^2+5a+a=9$이므로

$a^2-6a+9=0$,　$(a-3)^2=0$

$\therefore a=3$ 답 ④

1156 $f(-3)=a\times(-3)^2+6\times(-3)-4=-4$이므로

$9a-22=-4$,　$9a=18$　$\therefore a=2$ ⋯ ❶

따라서 $f(x)=2x^2+6x-4$이므로

$b=f(2)=2\times2^2+6\times2-4=16$ ⋯ ❷

$\therefore a+b=18$ ⋯ ❸

답 18

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ b의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	20 %

1157 $f(-2)=(-2)^2-a\times(-2)+b=6$이므로

$2a+b=2$ ⋯⋯ ㉠

$f(1)=1-a+b=-3$이므로

$-a+b=-4$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=2$, $b=-2$

따라서 $f(x)=x^2-2x-2$이므로

$f(3)=3^2-2\times3-2=1$ 답 1

1158 주어진 그래프에서

$-2<a<-\frac{2}{3}$

따라서 실수 a의 값이 될 수 있는 것은 ②이다. 답 ②

참고 $-\frac{3}{4}=-\frac{9}{12}$, $-\frac{2}{3}=-\frac{8}{12}$이므로

$-2<-\frac{3}{4}<-\frac{2}{3}$

1159 주어진 이차함수의 그래프는 모두 $y=ax^2$ 꼴이다.
㉠, ㉡의 그래프는 아래로 볼록하므로 a의 값이 양수이고, ㉠의 그래프가 ㉡의 그래프보다 폭이 더 좁으므로
㉠-(3), ㉡-(1)
㉢, ㉣의 그래프는 위로 볼록하므로 a의 값이 음수이고, ㉣의 그래프가 ㉢의 그래프보다 폭이 더 좁으므로
㉢-(4), ㉣-(2)
답 (1) ㉡ (2) ㉣ (3) ㉠ (4) ㉢

1160 $0<4a<3$이므로 $0<a<\frac{3}{4}$ 답 $0<a<\frac{3}{4}$

1161 주어진 이차함수는 모두 $y=ax^2$ 꼴이므로 그래프가 위로 볼록하면서 폭이 가장 넓으려면 $a<0$이면서 a의 절댓값의 크기가 가장 작아야 한다.
이때 $a<0$인 것은 ①, ②, ③이고,
$$\left|-\frac{2}{3}\right|<\left|-\frac{3}{2}\right|<|-3|$$
이므로 구하는 것은 ③이다. 답 ③

1162 이차함수 $y=ax^2$의 그래프가 색칠한 부분을 지나려면
$-\frac{3}{4}<a<0$ 또는 $0<a<2$
따라서 색칠한 부분을 지나지 않는 것은 ①이다. 답 ①

1163 $y=ax^2$의 그래프가 $y=12x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이므로 $a=-12$
$y=bx^2$의 그래프가 $y=-\frac{1}{9}x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이므로 $b=\frac{1}{9}$
$\therefore ab=-\frac{4}{3}$ 답 $-\frac{4}{3}$

1164 두 이차함수의 그래프가 x축에 대하여 대칭이면 x^2의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이므로 (ㄱ)과 (ㅁ), (ㄷ)과 (ㅂ)의 그래프가 각각 x축에 대하여 대칭이다. 답 ②, ④

1165 (ㄱ) $y=ax^2$과 $y=dx^2$, $y=bx^2$과 $y=cx^2$의 그래프가 각각 x축에 대하여 대칭이므로
$d=-a$, $c=-b$
$\therefore a+b+c+d=a+b+(-b)+(-a)=0$
(ㄴ) $y=bx^2$의 그래프가 $y=dx^2$의 그래프보다 폭이 더 넓으므로
$|b|<|d|$
(ㄷ) $a>0$, $b>0$, $c<0$, $d<0$이고 $y=cx^2$의 그래프가 $y=dx^2$의 그래프보다 폭이 더 넓으므로
$|c|<|d|$ $\therefore c>d$ 음수끼리는 절댓값이 큰 수가 작다.
따라서 a, b, c, d 중 가장 작은 값은 d이다.
이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다. 답 (ㄱ), (ㄷ)

1166 ④ $|a|<|2a|$이므로 $y=2ax^2$의 그래프보다 폭이 넓다.
답 ④

1167 ① 위로 볼록한 포물선이다.
② 모든 실수 x에 대하여 $y\le0$이다.
④ $x<0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.
⑤ $y=-\frac{1}{3}x^2$의 그래프보다 폭이 좁다.
답 ③

1168 (ㄴ) $y=-\frac{1}{5}x^2$의 그래프는 위로 볼록하다.
(ㄹ) $y=5x^2$의 그래프는 $x>0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.
이상에서 두 이차함수의 그래프의 공통점은 (ㄱ), (ㄷ)이다.
답 (ㄱ), (ㄷ)

1169 ② 아래로 볼록한 것은 (ㄱ)이다.
⑤ (ㄱ)과 (ㄷ)의 그래프의 폭은 같고, (ㄴ)의 그래프의 폭이 가장 좁다.
답 ②, ⑤

1170 $y=-2x^2$의 그래프가 점 $(a, -a)$를 지나므로
$-a=-2a^2$, $2a^2-a=0$
$a(2a-1)=0$ $\therefore a=\frac{1}{2}$ ($\because a\ne0$) 답 $\frac{1}{2}$

1171 $y=ax^2$의 그래프가 점 $\left(\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}\right)$을 지나므로
$-\frac{1}{3}=a\times\left(\frac{1}{3}\right)^2$, $\frac{1}{9}a=-\frac{1}{3}$
$\therefore a=-3$
$y=-3x^2$의 그래프가 점 $(4, b)$를 지나므로
$b=-3\times4^2=-48$
$\therefore a-b=45$ 답 ⑤

1172 $y=ax^2$의 그래프가 $y=-\frac{1}{4}x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이므로 $a=\frac{1}{4}$ ··· ❶
$y=\frac{1}{4}x^2$의 그래프가 점 $(-2, b)$를 지나므로
$b=\frac{1}{4}\times(-2)^2=1$ ··· ❷
$\therefore ab=\frac{1}{4}$ ··· ❸
답 $\frac{1}{4}$

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ b의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ ab의 값을 구할 수 있다.	20 %

1173 위로 볼록한 그래프의 식은

$y=-x^2$, $y=-\frac{1}{4}x^2$

이때 포물선 ㉠은 두 그래프 중에서 폭이 더 넓은 것이므로 포물선 ㉠을 나타내는 이차함수의 식은

$y=-\frac{1}{4}x^2$

이 그래프가 점 $(6, a)$를 지나므로

$a=-\frac{1}{4}\times6^2=-9$ 　답 -9

1174 점 C의 x좌표를 $a\,(a>0)$라 하면

$C(a, -a^2)$

두 점 B, C는 y축에 대하여 대칭이므로

$B(-a, -a^2)$

따라서 $\overline{BC}=a-(-a)=2a$, $\overline{CD}=a^2$이고 □ABCD는 정사각형이므로

$\underbrace{2a=a^2}_{\text{정사각형의 네 변의 길이는 모두 같다.}}$, 　$a^2-2a=0$

$a(a-2)=0$ 　$\therefore a=2\ (\because a>0)$

□ABCD의 한 변의 길이는 $\underbrace{2a=4}_{a^2=4\text{로 구해도 된다.}}$이므로 둘레의 길이는

$4\times4=16$ 　답 16

1175 점 D의 x좌표를 $k\,(k>0)$라 하면 $y=3x^2$의 그래프가 점 $D(k, 9)$를 지나므로

$9=3k^2$, 　$k^2=3$ 　$\therefore k=\sqrt{3}\ (\because k>0)$

$\therefore D(\sqrt{3}, 9)$ 　··· ❶

따라서 $C(0, 9)$에서 $\overline{CD}=\sqrt{3}$이고 $\overline{DE}=\overline{CD}=\sqrt{3}$이므로

$E(2\sqrt{3}, 9)$ 　··· ❷

$y=ax^2$의 그래프가 점 $E(2\sqrt{3}, 9)$를 지나므로

$9=a\times(2\sqrt{3})^2$, 　$12a=9$

$\therefore a=\frac{3}{4}$ 　··· ❸

답 $\frac{3}{4}$

채점 기준	비율
❶ 점 D의 좌표를 구할 수 있다.	30 %
❷ 점 E의 좌표를 구할 수 있다.	30 %
❸ a의 값을 구할 수 있다.	40 %

참고 점 D, 점 E 대신 점 B, 점 A의 좌표를 이용하여 같은 방법으로 a의 값을 구할 수도 있다.

1176 이차함수의 식을 $y=ax^2$이라 하면 이 그래프가 점 $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$을 지나므로

$1=a\times\left(\frac{1}{2}\right)^2$, 　$\frac{1}{4}a=1$ 　$\therefore a=4$

$\therefore y=4x^2$ 　답 ⑤

1177 $f(x)=ax^2$이라 하면 $y=f(x)$의 그래프가 점 $(3, -2)$를 지나므로

$f(3)=9a=-2$ 　$\therefore a=-\frac{2}{9}$

따라서 $f(x)=-\frac{2}{9}x^2$이므로 　··· ❶

$f(6)=-\frac{2}{9}\times6^2=-8$ 　··· ❷

답 -8

채점 기준	비율
❶ $f(x)$를 구할 수 있다.	60 %
❷ $f(6)$의 값을 구할 수 있다.	40 %

1178 포물선의 식을 $y=ax^2$이라 하면 이 그래프가 점 $(-3, 27)$을 지나므로

$27=a\times(-3)^2$, 　$9a=27$ 　$\therefore a=3$

따라서 $y=3x^2$의 그래프가 점 $(k, 18)$을 지나므로

$18=3k^2$, 　$k^2=6$

$\therefore k=\sqrt{6}\ (\because k>0)$ 　답 ③

1179 포물선의 식을 $y=ax^2$이라 하면 이 그래프가 점 $(-3, -6)$을 지나므로

$-6=a\times(-3)^2$, 　$9a=-6$ 　$\therefore a=-\frac{2}{3}$

$y=-\frac{2}{3}x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 포물선의 식은

$y=\frac{2}{3}x^2$ 　...... ㉠

① $6=\frac{2}{3}\times(-3)^2$ 　② $-\frac{2}{3}\neq\frac{2}{3}\times(-1)^2$

③ $\frac{1}{6}=\frac{2}{3}\times\left(\frac{1}{2}\right)^2$ 　④ $\frac{8}{3}=\frac{2}{3}\times2^2$

⑤ $6=\frac{2}{3}\times3^2$

따라서 포물선 ㉠이 지나는 점이 아닌 것은 ②이다. 　답 ②

1180 평행이동한 그래프의 식은

$y=-2x^2+4$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0, 4)$이고, 축의 방정식은 $x=0$이므로

$p=0$, $q=4$, $m=0$

$\therefore p+q+m=4$ 　답 ⑤

1181 평행이동한 그래프의 식은

$y=ax^2+5$

이 그래프가 점 $(3, -1)$을 지나므로

$-1=a\times3^2+5$, 　$9a=-6$ 　$\therefore a=-\frac{2}{3}$

답 $-\frac{2}{3}$

1182 주어진 그래프는 $y=-3x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이므로

$f(x)=-3x^2+3$

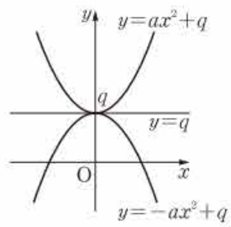
따라서 $f(1)=-3\times1^2+3=0$, $f(2)=-3\times2^2+3=-9$이므로 $f(1)-f(2)=9$ 답 9

1183 ⑤ $y=\frac{1}{4}x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이다.

답 ⑤

1184 (ㄴ) $y=ax^2$의 그래프를 y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 것이다.

(ㄹ) $a>0$, $q>0$일 때, 두 이차함수 $y=ax^2+q$, $y=-ax^2+q$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 직선 $y=q$에 대하여 대칭이다.



이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다.

답 ②

참고 이차함수 $y=ax^2+q$의 그래프는 $y=-ax^2-q$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이다.

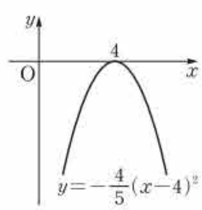
1185 (ㄷ) $y=-\frac{3}{4}x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 2만큼 평행이동하면 $y=-\frac{3}{4}x^2+2$의 그래프와 포개진다.

(ㅂ) $y=-\frac{3}{4}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 5만큼 평행이동하면 $y=-\frac{3}{4}(x-5)^2$의 그래프와 포개진다.

이상에서 완전히 포갤 수 있는 그래프는 (ㄷ), (ㅂ)이다. 답 ③

1186 평행이동한 그래프의 식은

$y=-\frac{4}{5}(x-4)^2$



이 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 $x>4$이면 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소한다. 답 ⑤

1187 $y=(x+1)^2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$(-1, 0)$

따라서 이차함수의 식을 $y=a(x+1)^2$으로 놓으면 이 그래프가 점 $(1, -8)$을 지나므로

$-8=a\times(1+1)^2$, $\quad 4a=-8$

$\therefore a=-2$

$\therefore y=-2(x+1)^2$ ⋯ ❶

이 식에 $x=0$을 대입하면

y절편은 x의 값이 0일 때의 y의 값이다.

$y=-2\times1^2=-2$

이므로 구하는 y절편은 -2이다. ⋯ ❷

답 -2

채점 기준	비율
❶ 이차함수의 식을 구할 수 있다.	60 %
❷ y절편을 구할 수 있다.	40 %

1188 평행이동한 그래프의 식은

$y=-4(x+1)^2$

① 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 0)$이다.

② $y=-4(x+1)^2$의 그래프가 $y=x^2$의 그래프보다 폭이 좁다.

③ 위로 볼록한 포물선이다.

⑤ $x=-1$일 때, $y=0$이다.

모든 x의 값에 대하여 y의 값은 0 또는 음수이다.

답 ④

1189 평행이동한 그래프의 식은

$y=-2(x-1)^2-1$

이 그래프가 점 $(2, k)$를 지나므로

$k=-2\times(2-1)^2-1=-3$ 답 -3

1190 축의 방정식을 각각 구하면 다음과 같다.

① $x=0$ ② $x=0$ ③ $x=-5$

④ $x=3$ ⑤ $x=-4$

따라서 축이 가장 왼쪽에 있는 것은 ③이다. 답 ③

$x=p$에서 p의 값이 가장 작은 것

1191 $y=2(x-1)^2-3$의 그래프가 점 $(a, -1)$을 지나므로

$-1=2(a-1)^2-3$, $\quad 2(a-1)^2=2$

$(a-1)^2=1$, $\quad a-1=\pm1$

$\therefore a=2\ (\because a>0)$ ⋯ ❶

$y=2(x-1)^2-3$의 그래프가 점 $(-3, b)$를 지나므로

$b=2\times(-3-1)^2-3=29$ ⋯ ❷

$\therefore a+b=31$ ⋯ ❸

답 31

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ b의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	20 %

1192 주어진 함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$(p, 2p^2)$

이 점이 직선 $y=-x+3$ 위에 있으므로

$2p^2=-p+3$, $\quad 2p^2+p-3=0$

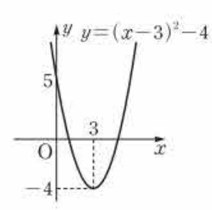
$(2p+3)(p-1)=0$

$\therefore p=-\frac{3}{2}\ (\because p<0)$ 답 $-\frac{3}{2}$

1193 $y=(x-3)^2-4$의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(3, -4)$이고 아래로 볼록한 포물선이다.

또 $x=0$일 때 $y=5$이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

$y=(0-3)^2-4=5$

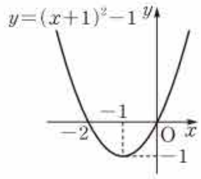


따라서 그래프가 지나지 않는 사분면은 제3사분면이다.

답 제3사분면

1194 ③ $|-1|=|1|$이므로 $y=(x+1)^2-1$의 그래프와 $y=-x^2+1$의 그래프의 폭은 같다.

④ $y=(x+1)^2-1$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제4사분면을 지나지 않는다.



⑤ $y=(x+1)^2-1$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동하면

$$y=(x-1+1)^2-1+1=x^2$$

답 ④

1195 평행이동한 그래프의 식은

$$y=4(x-p-1)^2-2+q$$

이 그래프와 $y=4x^2$의 그래프가 일치하므로

$$-p-1=0,\ -2+q=0$$

따라서 $p=-1$, $q=2$이므로

$$p-q=-3$$

답 ①

1196 $y=-3(x-1-1)^2+2+4=-3(x-2)^2+6$ 답 ③

1197 평행이동한 그래프의 식은

$y=a(x-7)^2-3$ ··· ❶

이 그래프가 점 $(5,\ 1)$을 지나므로

$1=a\times(5-7)^2-3,\quad 4a=4\quad \therefore a=1$ ··· ❷

답 1

채점 기준	비율
❶ 평행이동한 그래프의 식을 구할 수 있다.	50 %
❷ a의 값을 구할 수 있다.	50 %

1198 평행이동한 그래프의 식은

$$y=(x-k+1)^2-1+2k$$

이 그래프가 점 $(-1,\ 2)$를 지나므로

$$2=(-1-k+1)^2-1+2k,\quad k^2+2k-3=0$$

$$(k+3)(k-1)=0\quad \therefore k=1\ (\because k>0)$$

답 1

1199 평행이동한 그래프의 식은

$$y=-(x+5+b)^2+c+6$$

이 그래프와 $y=a(x+3)^2-2$의 그래프가 일치하므로

$$a=-1,\ 5+b=3,\ c+6=-2$$

따라서 $a=-1$, $b=-2$, $c=-8$이므로

$$a+b-c=5$$

답 ⑤

1200 주어진 조건을 만족시키는 이차함수의 식은

$$y=-\frac{1}{2}(x-4)^2-5$$

따라서 $a=-\frac{1}{2}$, $p=-4$, $q=-5$이므로

$$apq=-10$$

답 -10

1201 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ -3)$이므로

$$p=-2,\ q=-3$$

$y=a(x+2)^2-3$의 그래프가 점 $(0,\ 1)$을 지나므로

$$1=a\times 2^2-3,\quad 4a=4\quad \therefore a=1$$

$$\therefore a+pq=1+(-2)\times(-3)=7$$

답 ⑤

1202 축의 방정식이 $x=3$이므로

$$p=3$$

$y=a(x-3)^2+q$의 그래프가 점 $(1,\ -3)$을 지나므로

$-3=a\times(1-3)^2+q\quad \therefore 4a+q=-3$ ······ ㉠

또 점 $(4,\ 3)$을 지나므로

$3=a\times(4-3)^2+q\quad \therefore a+q=3$ ······ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-2$, $q=5$

$$\therefore a+p-q=-4$$

답 -4

1203 $y=(a-3)(x+1)^2+a^2-5a+8$의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ 2)$이므로

$$a^2-5a+8=2,\quad a^2-5a+6=0$$

$$(a-2)(a-3)=0\quad \therefore a=2 \text{ 또는 } a=3$$

이때 $a=3$이면 주어진 함수는

$$y=(3-3)\times(x+1)^2+2=2$$

이므로 이차함수가 아니다.

$$\therefore a=2$$

답 2

참고 $a=2$이면 주어진 함수는

$$y=(2-3)\times(x+1)^2+2=-(x+1)^2+2$$

1204 평행이동한 그래프의 식은

$$y=a(x-b-2)^2+1+c$$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(3,\ 3)$이므로

$$-b-2=-3,\ 1+c=3$$

$\therefore b=1,\ c=2$ ··· ❶

따라서 $y=a(x-3)^2+3$의 그래프가 점 $(1,\ 7)$을 지나므로

$7=a\times(1-3)^2+3,\quad 4a=4\quad \therefore a=1$ ··· ❷

$\therefore a+b+c=4$ ··· ❸

답 4

채점 기준	비율
❶ b, c의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ a의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $a+b+c$의 값을 구할 수 있다.	20 %

1205 그래프가 아래로 볼록하므로

$a>0$

꼭짓점 $(p,\ q)$가 제4사분면 위에 있으므로

$p>0,\ q<0$ 답 ④

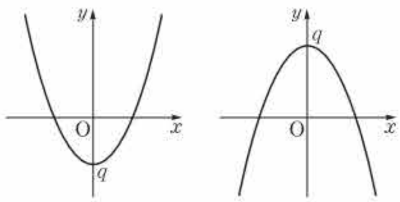
1206 그래프가 위로 볼록하므로

$a<0$

꼭짓점 $(p,\ 0)$이 y축의 왼쪽에 있으므로

$p<0$ 답 ④

1207 이차함수 $y=ax^2+q$의 그래프가 모든 사분면을 지나는 경우는 다음과 같다.



즉 $a>0,\ q<0$ 또는 $a<0,\ q>0$이어야 한다.

$\therefore\ aq<0$ 답 ⑤

1208 $a>0,\ p>0,\ q=0$이므로 $y=p(x-q)^2+a$, 즉 $y=px^2+a$의 그래프의 개형으로 알맞은 것은 ①이다.

답 ①

1209 주어진 일차함수의 그래프의 기울기는 음수이고, y절편은 양수이므로

$a<0,\ -b>0 \qquad \therefore\ a<0,\ b<0$

따라서 $y=a(x-b)^2$의 그래프의 개형으로 알맞은 것은 ③이다.

답 ③

SSEN 특강

일차함수 $y=ax+b$의 그래프에서

(1) a의 부호: 직선의 방향으로 결정된다.

① 직선이 오른쪽 위로 향한다. ➡ $a>0$

② 직선이 오른쪽 아래로 향한다. ➡ $a<0$

(2) b의 부호: y축과의 교점의 위치로 결정된다.

① y축과의 교점이 원점의 위쪽에 위치 ➡ $b>0$

② y축과의 교점이 원점과 일치 ➡ $b=0$

③ y축과의 교점이 원점의 아래쪽에 위치 ➡ $b<0$

1210 1st $p,\ q$의 값을 구한다.

$y=\frac{1}{3}x^2$의 그래프가 점 $(-3,\ p)$를 지나므로

$p=\frac{1}{3}\times(-3)^2=3$

또 점 $(q,\ 27)$을 지나므로

$27=\frac{1}{3}q^2, \qquad q^2=81 \qquad \therefore\ q=9\ (\because\ q>0)$

2nd 직선의 방정식을 구한다.

두 점 $(-3,\ 3)$, $(9,\ 27)$을 지나는 직선의 기울기는

$\frac{27-3}{9-(-3)}=2$

따라서 직선의 방정식을 $y=2x+b$로 놓으면 이 직선이 점 $(-3,\ 3)$을 지나므로

$3=-6+b \qquad \therefore\ b=9$

$\therefore\ y=2x+9$ 답 ④

SSEN 특강

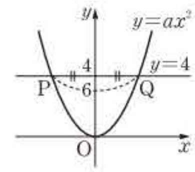
서로 다른 두 점 $(x_1,\ y_1)$, $(x_2,\ y_2)$를 지나는 직선의 방정식은 다음과 같은 순서로 구한다.

(i) 기울기 a를 구한다. ➡ $a=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ (단, $x_1\neq x_2$)

(ii) $y=ax+b$에 한 점의 좌표를 대입하여 b의 값을 구한다.

1211 1st 두 점 P, Q의 좌표를 구한다.

$y=ax^2$의 그래프는 y축에 대하여 대칭이므로 두 점 P, Q의 y좌표가 같으면 두 점 P, Q는 y축에 대하여 대칭이다.



이때 조건 (나)에서 $\overline{PQ}=6$이므로

$P(-3,\ 4),\ Q(3,\ 4)$

또는 $P(3,\ 4),\ Q(-3,\ 4)$

2nd a의 값을 구한다.

$y=ax^2$의 그래프가 점 $(3,\ 4)$를 지나므로

$4=a\times 3^2, \qquad 9a=4 \qquad \therefore\ a=\frac{4}{9}$ 답 $\frac{4}{9}$

1212 1st 점 A의 x좌표를 구한다.

점 A의 x좌표를 $a\ (a>0)$라 하면 $\qquad A(a,\ 2a^2)$

점 C의 x좌표는 $2a$이므로 $\qquad y=2\times(2a)^2=8a^2$

$\therefore\ C(2a,\ 8a^2)$

즉 $B(2a,\ 2a^2)$이고 □ABCD는 정사각형이므로 $\overline{AB}=\overline{BC}$에서

점 C와 x좌표가 같고, 점 A와 y좌표가 같다.

$2a-a=8a^2-2a^2, \qquad 6a^2-a=0$

$a(6a-1)=0 \qquad \therefore\ a=\frac{1}{6}\ (\because\ a>0)$

2nd 정사각형 ABCD의 둘레의 길이를 구한다.

정사각형 ABCD의 한 변의 길이는

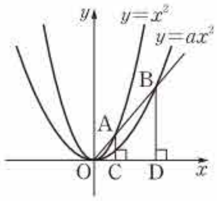
$\overline{AB}=2a-a=a=\frac{1}{6}$

이므로 구하는 둘레의 길이는

$4\times\frac{1}{6}=\frac{2}{3}$ 답 $\frac{2}{3}$

참고 $\overline{BC}=8a^2-2a^2=6a^2=6\times\left(\frac{1}{6}\right)^2=\frac{1}{6}$임을 이용하여 정사각형 ABCD의 한 변의 길이를 구할 수도 있다.

1213 1st 두 점 A, B에서 각각 x축에 내린 수선의 발의 좌표를 구한다.



오른쪽 그림과 같이 두 점 A, B에서 x축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하고, 점 A의 x좌표를 $p\,(p\neq0)$라 하면 $A(p,\ p^2)$이므로

$C(p,\ 0)$

$\triangle OCA \backsim \triangle ODB$이므로 ∠OCA=∠ODB=90°, ∠AOC는 공통

$\overline{OC} : \overline{OD} = \overline{OA} : \overline{OB} = 1 : 3$

$\therefore \overline{OD} = 3\overline{OC} = 3p \qquad \therefore D(3p,\ 0)$

2nd 점 B의 좌표를 구한다.

$\overline{AC} : \overline{BD} = 1 : 3$이므로

$\overline{BD} = 3\overline{AC} = 3p^2 \qquad \therefore B(3p,\ 3p^2)$

3rd a의 값을 구한다.

점 B는 $y=ax^2$의 그래프 위의 점이므로

$3p^2 = a\times(3p)^2, \qquad 9ap^2 = 3p^2$

$\therefore a = \frac{1}{3}\ (\because p\neq0)$ 답 $\frac{1}{3}$

1214 1st 네 점 A, B, C, A′의 좌표를 구한다.

$y=-\frac{3}{4}x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 12만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-\frac{3}{4}x^2+12 \qquad \therefore A(0,\ 12)$

$y=-\frac{3}{4}x^2+12$에 $y=0$을 대입하면

$0=-\frac{3}{4}x^2+12, \qquad x^2=16 \qquad \therefore x=\pm4$

$\therefore B(-4,\ 0),\ C(4,\ 0)$

한편 $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 8만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-\frac{1}{2}x^2+8 \qquad \therefore A'(0,\ 8)$

2nd 다각형 ABA′C의 넓이를 구한다.

다각형 ABA′C의 넓이는

$\triangle ABC - \triangle A'BC = \frac{1}{2}\times\overbrace{8}^{\overline{BC}=4-(-4)=8}\times12-\frac{1}{2}\times8\times8$

$=48-32=16$ 답 16

1215 1st 꼭짓점의 좌표를 구한다.

꼭짓점이 x축 위에 있으면 꼭짓점의 y좌표가 0이고, 축의 방정식이 $x=2$이므로 주어진 이차함수의 꼭짓점의 좌표는 (2, 0)이다.

2nd 이차함수의 식을 구한다.

구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2$으로 놓으면 이 그래프가 점 (−1, 3)을 지나므로

$3=a\times(-1-2)^2, \qquad 9a=3 \qquad \therefore a=\frac{1}{3}$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$y=\frac{1}{3}(x-2)^2$ 답 $y=\frac{1}{3}(x-2)^2$

1216 1st 두 이차함수의 그래프의 평행이동을 생각한다.

$y=(x-1)^2$의 그래프는 $y=(x+4)^2$의 그래프를 x축의 방향으로 5만큼 평행이동한 것이다.

2nd $\overline{AB}$의 길이를 구한다.

점 B는 점 A를 x축의 방향으로 5만큼 평행이동한 것과 같으므로

$\overline{AB}=5$ 답 ③

1217 1st 두 점 A, B의 좌표를 k를 이용하여 나타낸다.

평행이동한 그래프의 식은

$y=(x-3k)^2$

이 식에 $y=0$을 대입하면

$0=(x-3k)^2 \qquad \therefore x=3k \qquad \therefore A(3k,\ 0)$

또 $x=0$을 대입하면

$y=(-3k)^2=9k^2 \qquad \therefore B(0,\ 9k^2)$

2nd 양수 k의 값을 구한다.

$\triangle OAB$의 넓이가 4이므로

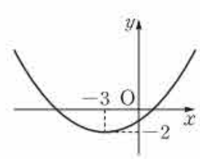
$\underbrace{\frac{1}{2}\times3k\times9k^2}_{\frac{1}{2}\times\overline{OA}\times\overline{OB}}=4, \qquad k^3=\frac{8}{27}=\left(\frac{2}{3}\right)^3$

$\therefore k=\frac{2}{3}$ 답 ③

1218 1st 조건을 만족시키는 이차함수의 그래프의 개형을 생각하여 k의 값의 범위를 구한다.

주어진 이차함수의 그래프의 꼭짓점 (−3, −2)는 제3사분면 위의 점이다.

따라서 그래프가 모든 사분면을 지나려면 오른쪽 그림과 같이 아래로 볼록해야 하므로



$k>0$ …… ㉠

또 y축과의 교점이 x축의 아래쪽에 위치해야 하므로 $x=0$일 때 y의 값이 0보다 작아야 한다. 즉

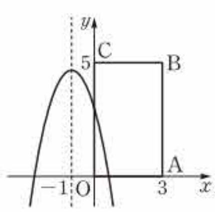
$k\times3^2-2<0 \qquad \therefore k<\frac{2}{9}$ …… ㉡

2nd k의 값이 될 수 있는 것을 찾는다.

㉠, ㉡에서 k의 값이 될 수 있는 것은 ③이다. 답 ③

1219 1st 주어진 이차함수의 그래프가 □OABC의 둘레 위의 서로 다른 두 점을 지날 때의 a의 값의 범위를 구한다.

$y=-3(x+1)^2+a$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ a)$이고 그래프가 위로 볼록하므로 □OABC의 둘레 위의 서로 다른 두 점을 지나려면 그래프가 오른쪽 그림과 같아야 한다.



즉 a의 값은 $y=-3(x+1)^2+a$의 그래프가 점 O(0, 0)을 지날 때보다는 커야 하고, 점 B(3, 5)를 지날 때보다는 작아야 한다.

(ⅰ) $y=-3(x+1)^2+a$의 그래프가 점 O(0, 0)을 지날 때,

$0=-3+a \qquad \therefore a=3$

(ⅱ) $y=-3(x+1)^2+a$의 그래프가 점 B(3, 5)를 지날 때,

$5=-3\times(3+1)^2+a \qquad \therefore a=53$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $3<a<53$ …… ㉠

2nd 정수 a의 개수를 구한다.

㉠을 만족시키는 정수 a는 4, 5, 6, …, 52의 49개이다.

답 49

1220 **1st** 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$라 하고 a의 값을 구한다.

이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$라 하면 조건 (가)에 의하여 $|a|=3$이고, 조건 (다)에 의하여 $a<0$이므로

$a=-3$

2nd p, q의 부호를 구한다.

꼭짓점의 좌표는 (p, q)이고, 조건 (나)에 의하여

$p<0$, $q>0$

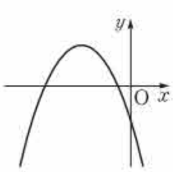
3rd 주어진 조건을 모두 만족시키는 이차함수의 식을 구한다.

주어진 조건을 모두 만족시키는 이차함수의 식은 ②이다.

답 ②

1221 **1st** 이차함수의 그래프의 개형을 생각한다.

$y=a(x+p)^2-q$의 그래프가 제2사분면, 제3사분면, 제4사분면만을 지나려면 오른쪽 그림과 같이 위로 볼록하고 꼭짓점 $(-p, -q)$가 제2사분면 위에 있어야 한다.



2nd a, p, q의 부호를 구한다.

$a<0$, $-p<0$, $-q>0$이어야 하므로

$a<0$, $p>0$, $q<0$

답 ②

1222 전략 두 점 A, B와 두 점 C, D가 각각 y축에 대하여 대칭임을 이용하여 세 점 B, C, D의 좌표를 구한다.

풀이 두 점 A, B는 $y=2x^2$의 그래프 위에 있고 $\overline{AB}$가 x축과 평행하므로 두 점 A, B는 y축에 대하여 대칭이다.

이때 A$(-1, 2)$이므로 B$(1, 2)$ ··· ❶

따라서 $\overline{AB}=1-(-1)=2$이고 $3\overline{AB}=2\overline{CD}$이므로

$2\overline{CD}=3\times2=6 \qquad \therefore \overline{CD}=3$

한편 두 점 C, D는 $y=-\frac{4}{3}x^2$의 그래프 위에 있고 $\overline{CD}$가 x축과 평행하므로 두 점 C, D는 y축에 대하여 대칭이다.

즉 C(a, b)라 하면 D$(-a, b)$이므로 $\overline{CD}=3$에서

$-a-a=3, \qquad -2a=3 \qquad \therefore a=-\frac{3}{2}$

점 C$\left(-\frac{3}{2}, b\right)$는 $y=-\frac{4}{3}x^2$의 그래프 위에 있으므로

$b=-\frac{4}{3}\times\left(-\frac{3}{2}\right)^2=-3$

$\therefore$ C$\left(-\frac{3}{2}, -3\right)$, D$\left(\frac{3}{2}, -3\right)$ ··· ❷

따라서 사다리꼴 ACDB의 넓이는

$\frac{1}{2}\times(2+3)\times\{2-(-3)\}=\frac{1}{2}\times5\times5=\frac{25}{2}$ ··· ❸

답 $\frac{25}{2}$

채점 기준	비율
❶ 점 B의 좌표를 구할 수 있다.	30 %
❷ 두 점 C, D의 좌표를 구할 수 있다.	50 %
❸ 사다리꼴 ACDB의 넓이를 구할 수 있다.	20 %

1223 전략 모든 x의 값에 대하여 y의 값이 음수가 되려면 이차함수의 그래프는 위로 볼록하고, 꼭짓점의 y좌표가 음수이어야 함을 이용한다.

풀이 $y=(2k+1)x^2-k-5$에서 모든 x의 값에 대하여 y의 값이 음수이려면 그래프가 위로 볼록해야 하므로

$2k+1<0 \qquad \therefore k<-\frac{1}{2}$ …… ㉠ ··· ❶

또 꼭짓점의 y좌표가 음수이어야 하므로

$(0, -k-5)$

$-k-5<0 \qquad \therefore k>-5$ …… ㉡ ··· ❷

㉠, ㉡을 모두 만족시키는 정수 k는 -4, -3, -2, -1이므로 구하는 합은

$-4+(-3)+(-2)+(-1)=-10$ ··· ❸

답 -10

채점 기준	비율
❶ 그래프가 위로 볼록해야 함을 이용하여 k의 값의 범위를 구할 수 있다.	40 %
❷ 꼭짓점의 y좌표가 음수이어야 함을 이용하여 k의 값의 범위를 구할 수 있다.	40 %
❸ 모든 정수 k의 값의 합을 구할 수 있다.	20 %

1224 전략 두 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 먼저 구한다.

풀이 $y=x^2-4$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$(0, -4)$

$y=a(x-p)^2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$(p, 0)$ ··· ❶

$y=x^2-4$의 그래프가 점 $(p, 0)$을 지나므로

$0=p^2-4, \qquad p^2=4 \qquad \therefore p=-2\ (\because p<0)$ ··· ❷

즉 $y=a(x+2)^2$의 그래프가 점 $(0, -4)$를 지나므로

$-4=4a \qquad \therefore a=-1$ ··· ❸

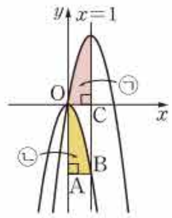
$\therefore a-p=1$ ··· ❹

답 1

채점 기준	비율
❶ 두 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구할 수 있다.	30 %
❷ p의 값을 구할 수 있다.	30 %
❸ a의 값을 구할 수 있다.	30 %
❹ $a-p$의 값을 구할 수 있다.	10 %

1225 전략 평행이동한 두 이차함수의 그래프의 모양이 같음을 이용하여 넓이가 같은 부분을 찾는다.

풀이 $y=-3(x-1)^2+3$의 그래프는 $y=-3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이므로 두 그래프의 폭이 같다. 즉 오른쪽 그림에서 ㉠의 넓이와 ㉡의 넓이는 같다. ⋯ ❶



따라서 구하는 넓이는 □OABC의 넓이와 같다.

$x=1$을 $y=-3x^2$에 대입하면 $y=-3$

즉 B$(1, -3)$이므로 구하는 넓이는

□OABC$=1\times3=3$ ⋯ ❷

답 3

채점 기준	비율
❶ 넓이가 같은 부분을 찾을 수 있다.	50 %
❷ 두 그래프와 직선으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구할 수 있다.	50 %

1226 전략 이차함수 $y=k(x-p)^2+q$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=k(x-m-p)^2+q+n$이다.

풀이 y축의 방향으로 a만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-2(x-1)^2+3+a$

이 그래프가 점 $(3, -1)$을 지나므로

$-1=-2\times(3-1)^2+3+a$

$\therefore a=4$ ⋯ ❶

x축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-2(x-b-1)^2+3$

이 그래프가 점 $(-1, -15)$를 지나므로

$-15=-2\times(-1-b-1)^2+3$

$(b+2)^2=9$, $b+2=\pm3$

$\therefore b=-5\ (\because b<0)$ ⋯ ❷

$\therefore a+b=-1$ ⋯ ❸

답 -1

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	40 %
❷ b의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $a+b$의 값을 구할 수 있다.	20 %

1227 전략 이차함수의 그래프가 x축과 만나는 두 점의 좌표를 이용하여 꼭짓점의 x좌표를 구한다.

풀이 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프가 x축과 두 점 $(-2, 0)$, $(6, 0)$에서 만나므로 꼭짓점의 x좌표는

$\frac{-2+6}{2}=2$ $\therefore p=2$ ⋯ ❶

또 꼭짓점이 직선 $y=-8$ 위에 있으므로 꼭짓점의 y좌표는 -8이다.

$\therefore q=-8$ ⋯ ❷

따라서 $y=a(x-2)^2-8$의 그래프가 점 $(-2, 0)$을 지나므로

$16a-8=0$ $\therefore a=\frac{1}{2}$ ⋯ ❸

$\therefore apq=\frac{1}{2}\times2\times(-8)=-8$ ⋯ ❹

답 -8

채점 기준	비율
❶ p의 값을 구할 수 있다.	30 %
❷ q의 값을 구할 수 있다.	30 %
❸ a의 값을 구할 수 있다.	30 %
❹ apq의 값을 구할 수 있다.	10 %

SSEN 특강

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프가 x축과 두 점 $(m, 0)$, $(n, 0)$에서 만나면 ➔ $\frac{m+n}{2}=p$

1228 전략 이차함수 $y=m(x-p)^2+q$의 그래프의 축이 y축의 왼쪽에 위치하면 $p<0$, 오른쪽에 위치하면 $p>0$임을 이용한다.

풀이 주어진 이차함수의 그래프의 축의 방정식은

$x=-a-2$

축이 y축의 왼쪽에 위치하므로 $-a-2<0$

$\therefore a>-2$ ⋯ ❶

주어진 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$(-a-2, -3a-6)$

$a>-2$이므로 $-3a<6$

$\therefore -3a-6<0$ ⋯ ❷

따라서 꼭짓점 $(-a-2, -3a-6)$은 제3사분면 위에 있다. ⋯ ❸

답 제3사분면

채점 기준	비율
❶ 축의 방정식을 이용하여 a의 값의 범위를 구할 수 있다.	40 %
❷ 꼭짓점의 y좌표의 부호를 알 수 있다.	40 %
❸ 꼭짓점이 어느 사분면 위에 있는지 구할 수 있다.	20 %

12 이차함수의 그래프 (2)

1229 $y=x^2+4x-1$
$=(x^2+4x+4-4)-1$
$=(x+2)^2-5$　　답 $y=(x+2)^2-5$

1230 $y=-2x^2+2x+5$
$=-2\left(x^2-x+\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\right)+5$
$=-2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{11}{2}$　　답 $y=-2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{11}{2}$

1231 $y=\frac{1}{3}x^2-4x+12$
$=\frac{1}{3}(x^2-12x+36-36)+12$
$=\frac{1}{3}(x-6)^2$　　답 $y=\frac{1}{3}(x-6)^2$

1232 $y=-\frac{3}{2}x^2+x$
$=-\frac{3}{2}\left(x^2-\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}-\frac{1}{9}\right)$
$=-\frac{3}{2}\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{1}{6}$　　답 $y=-\frac{3}{2}\left(x-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{1}{6}$

1233 $y=x^2+8x+9=(x+4)^2-7$
답 $(-4,\ -7)$, $x=-4$, 9

1234 $y=-3x^2+6x+2=-3(x-1)^2+5$
답 $(1,\ 5)$, $x=1$, 2

1235 $y=-4x^2+x=-4\left(x-\frac{1}{8}\right)^2+\frac{1}{16}$
답 $\left(\frac{1}{8},\ \frac{1}{16}\right)$, $x=\frac{1}{8}$, 0

1236 $y=\frac{1}{2}x^2+x-\frac{3}{2}=\frac{1}{2}(x+1)^2-2$
답 $(-1,\ -2)$, $x=-1$, $-\frac{3}{2}$

1237 $y=x^2-2x+1$에 $y=0$을 대입하면
$x^2-2x+1=0$,　$(x-1)^2=0$
$\therefore x=1$
$y=x^2-2x+1$에 $x=0$을 대입하면
$y=1$　　답 x축: $(1,\ 0)$, y축: $(0,\ 1)$

1238 $y=-x^2+4x-3$에 $y=0$을 대입하면
$-x^2+4x-3=0$,　$x^2-4x+3=0$
$(x-1)(x-3)=0$　$\therefore x=1$ 또는 $x=3$
$y=-x^2+4x-3$에 $x=0$을 대입하면
$y=-3$
답 x축: $(1,\ 0)$, $(3,\ 0)$, y축: $(0,\ -3)$

1239 답 (1) $>$　(2) $<$, $<$　(3) $>$

1240 답 (1) $<$　(2) $>$, $<$　(3) $<$

1241 그래프가 아래로 볼록하므로　$a\boxed{>}0$
축이 y축의 오른쪽에 있으므로
$ab<0$
이때 $a>0$이므로　$b\boxed{<}0$
y축과의 교점이 원점의 위쪽에 있으므로　$c\boxed{>}0$
답 $>$, $<$, $>$

1242 그래프가 위로 볼록하므로　$a\boxed{<}0$
축이 y축의 왼쪽에 있으므로
$ab>0$
이때 $a<0$이므로　$b\boxed{<}0$
y축과의 교점이 원점과 일치하므로　$c\boxed{=}0$
답 $<$, $<$, $=$

1243 그래프가 위로 볼록하므로　$a\boxed{<}0$
축이 y축과 일치하므로　$b\boxed{=}0$
y축과의 교점이 원점의 위쪽에 있으므로　$c\boxed{>}0$
답 $<$, $=$, $>$

1244 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-4)^2+2$로 놓으면 그래프가 점 $(3,\ 1)$을 지나므로
$1=a+2$　$\therefore a=-1$
$\therefore y=-(x-4)^2+2$　　답 $y=-(x-4)^2+2$

1245 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+3)^2+1$로 놓으면 그래프가 점 $(-5,\ 9)$를 지나므로
$9=4a+1$　$\therefore a=2$
$\therefore y=2(x+3)^2+1$　　답 $y=2(x+3)^2+1$

1246 주어진 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 5)$이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2+5$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(0,\ 1)$을 지나므로
$1=4a+5$　$\therefore a=-1$
$\therefore y=-(x-2)^2+5$　　답 $y=-(x-2)^2+5$

1247 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x-3)^2+q$로 놓으면 그래프가 점 $(1,\ -2)$를 지나므로
$-2=4a+q$　…… ㉠
또 점 $(4,\ 1)$을 지나므로
$1=a+q$　…… ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면　$a=-1$, $q=2$
$\therefore y=-(x-3)^2+2$　　답 $y=-(x-3)^2+2$

1248 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2+q$로 놓으면 그래프가 점 $(-4,\ 5)$를 지나므로

$5=4a+q$ ...... ㉠

또 점 $(-1,\ -1)$을 지나므로

$-1=a+q$ ...... ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2,\ q=-3$

$\therefore\ y=2(x+2)^2-3$ 답 $y=2(x+2)^2-3$

1249 주어진 그래프의 축의 방정식이 $x=-1$이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+1)^2+q$로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $\left(0,\ -\frac{5}{2}\right)$를 지나므로

$-\frac{5}{2}=a+q$ ...... ㉠

또 점 $(1,\ -1)$을 지나므로

$-1=4a+q$ ...... ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=\frac{1}{2},\ q=-3$

$\therefore\ y=\frac{1}{2}(x+1)^2-3$ 답 $y=\frac{1}{2}(x+1)^2-3$

1250 구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+8$로 놓으면 그래프가 점 $(1,\ 3)$을 지나므로

$3=a+b+8$ $\therefore\ a+b=-5$ ...... ㉠

또 점 $(2,\ 0)$을 지나므로

$0=4a+2b+8$ $\therefore\ 2a+b=-4$ ...... ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=1,\ b=-6$

$\therefore\ y=x^2-6x+8$ 답 $y=x^2-6x+8$

1251 구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+4$로 놓으면 그래프가 점 $(-1,\ 13)$을 지나므로

$13=a-b+4$ $\therefore\ a-b=9$ ...... ㉠

또 점 $(2,\ 4)$를 지나므로

$4=4a+2b+4$ $\therefore\ 2a+b=0$ ...... ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=3,\ b=-6$

$\therefore\ y=3x^2-6x+4$ 답 $y=3x^2-6x+4$

1252 주어진 그래프가 원점을 지나므로 구하는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx$로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(-1,\ -6)$을 지나므로

$-6=a-b$ ...... ㉠

또 점 $(3,\ -6)$을 지나므로

$-6=9a+3b$ $\therefore\ 3a+b=-2$ ...... ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-2,\ b=4$

$\therefore\ y=-2x^2+4x$ 답 $y=-2x^2+4x$

1253 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+1)(x-4)$로 놓으면 그래프가 점 $(0,\ 8)$을 지나므로

$8=-4a$ $\therefore\ a=-2$

$\therefore\ y=-2(x+1)(x-4)$ 답 $y=-2(x+1)(x-4)$

1254 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+2)(x-3)$으로 놓으면 그래프가 점 $(1,\ -9)$를 지나므로

$-9=-6a$ $\therefore\ a=\frac{3}{2}$

$\therefore\ y=\frac{3}{2}(x+2)(x-3)$ 답 $y=\frac{3}{2}(x+2)(x-3)$

1255 주어진 그래프가 x축과 두 점 $(0,\ 0)$, $(-3,\ 0)$에서 만나므로 구하는 이차함수의 식을 $y=ax(x+3)$으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(-1,\ -6)$을 지나므로

$-6=-2a$ $\therefore\ a=3$

$\therefore\ y=3x(x+3)$ 답 $y=3x(x+3)$

1256 $y=4x^2-16x+7=4(x-2)^2-9$

따라서 $a=4,\ p=2,\ q=-9$이므로

$a+p+q=-3$ 답 ④

1257 $y=-3x^2-x-1$

$=-3\left(x+\frac{1}{6}\right)^2-\frac{11}{12}$ ··· ❶

따라서 $-p=\frac{1}{6}$, $\frac{11}{q}=-\frac{11}{12}$이므로

$p=-\frac{1}{6},\ q=-12$ ··· ❷

$\therefore\ pq=2$ ··· ❸

답 2

채점 기준	비율
❶ $y=-3x^2-x-1$을 $y=a(x-b)^2+c$ 꼴로 변형할 수 있다.	50 %
❷ $p,\ q$의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ pq의 값을 구할 수 있다.	10 %

다른 풀이 $y=-3(x-p)^2+\frac{11}{q}$

$=-3x^2+6px-3p^2+\frac{11}{q}$

이 식이 $y=-3x^2-x-1$과 일치하므로

$6p=-1,\ -3p^2+\frac{11}{q}=-1$

$\therefore\ p=-\frac{1}{6},\ q=-12$ $\therefore\ pq=2$

1258 $y=2x^2-4x+5=2(x-1)^2+3$

따라서 $y=2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이므로

$p=1,\ q=3$ $\therefore\ p-q=-2$ 답 -2

1259 $y=-x^2+10x=-(x-5)^2+25$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$(5,\ 25)$

또 $y=x^2-2px+q=(x-p)^2-p^2+q$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$(p,\ -p^2+q)$

두 그래프의 꼭짓점이 일치하므로

$p=5,\ -p^2+q=25$

$\therefore\ p=5,\ \underbrace{q=50}_{q=p^2+25=5^2+25=50}$

$\therefore\ p+q=55$ 답 55

1260 그래프의 축의 방정식은 다음과 같다.

① $x=0$

② $x=-1$

③ $x=-4$

④ $y=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{5}{4}$이므로 $x=\frac{1}{2}$

⑤ $y=\frac{1}{5}\left(x+\frac{5}{2}\right)^2+\frac{3}{4}$이므로 $x=-\frac{5}{2}$

따라서 그래프의 축이 가장 왼쪽에 있는 것은 ③이다. 답 ③

1261 ① $y=-3(x+1)^2$이므로 $(-1,\ 0)$

② $y=-2(x-3)^2+2$이므로 $(3,\ 2)$

③ $y=-(x-1)^2-2$이므로 $(1,\ -2)$

④ $y=(x+3)^2+1$이므로 $(-3,\ 1)$

⑤ $y=2(x+1)^2-1$이므로 $(-1,\ -1)$

따라서 꼭짓점이 제3사분면 위에 있는 것은 ⑤이다. 답 ⑤

(x좌표)<0, (y좌표)<0

1262 $y=-\frac{1}{2}x^2+kx+1=-\frac{1}{2}(x-k)^2+\frac{1}{2}k^2+1$

따라서 그래프의 축의 방정식은 $x=k$이므로

$k=3$ 답 ⑤

1263 $y=\frac{1}{3}x^2-6x+a=\frac{1}{3}(x-9)^2+a-27$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$(9,\ a-27)$ ··· ❶

이 점이 직선 $y=-4x+b$ 위에 있으므로

$a-27=-36+b$

$\therefore\ b-a=9$ ··· ❷

답 9

채점 기준	비율
❶ 꼭짓점의 좌표를 구할 수 있다.	50 %
❷ $b-a$의 값을 구할 수 있다.	50 %

1264 주어진 일차함수의 그래프가 두 점 $(-2,\ 0)$, $(0,\ 5)$를 지나므로 $y=ax+b$에 각각 대입하면

$0=-2a+b,\ 5=b$

따라서 $a=\frac{5}{2}$, $b=5$이므로

$y=5x^2-\frac{5}{2}x+2=5\left(x-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{27}{16}$

즉 이 그래프의 축의 방정식은 $x=\frac{1}{4}$ 답 ④

1265 $y=x^2-4x-5$에 $y=0$을 대입하면

$x^2-4x-5=0,\quad (x+1)(x-5)=0$

$\therefore\ x=-1$ 또는 $x=5$

$y=x^2-4x-5$에 $x=0$을 대입하면 $y=-5$

따라서 $p=-1,\ q=5,\ r=-5$ 또는 $p=5,\ q=-1,\ r=-5$이므로 $p+q+r=-1$ 답 -1

1266 $y=\frac{1}{3}x^2-2x-9=\frac{1}{3}(x-3)^2-12$이므로

$C(3,\ -12)$

$y=\frac{1}{3}x^2-2x-9$에 $y=0$을 대입하면

$0=\frac{1}{3}x^2-2x-9,\quad x^2-6x-27=0$

$(x+3)(x-9)=0\quad \therefore\ x=-3$ 또는 $x=9$

$\therefore\ A(-3,\ 0),\ E(9,\ 0)$

$y=\frac{1}{3}x^2-2x-9$에 $x=0$을 대입하면

$y=-9\quad \therefore\ B(0,\ -9)$

$\overline{BD}$가 x축에 평행하면 두 점 B, D의 y좌표가 같으므로 점 D의 y좌표는 -9이다.

따라서 $y=\frac{1}{3}x^2-2x-9$에 $y=-9$를 대입하면

$-9=\frac{1}{3}x^2-2x-9,\quad x^2-6x=0$

$x(x-6)=0\quad \therefore\ x=0$ 또는 $x=6$

$\therefore\ D(6,\ -9)$ 답 ④

1267 $y=-2x^2+4x+6$에 $y=0$을 대입하면

$0=-2x^2+4x+6,\quad x^2-2x-3=0$

$(x+1)(x-3)=0\quad \therefore\ x=-1$ 또는 $x=3$

따라서 $A(-1,\ 0)$, $B(3,\ 0)$ 또는 $A(3,\ 0)$, $B(-1,\ 0)$이므로

$\overline{AB}=4$ 답 4

1268 $y=ax^2-3x+7$의 그래프가 점 $(2,\ 0)$을 지나므로

$0=4a-6+7,\quad 4a=-1\quad \therefore\ a=-\frac{1}{4}$ ··· ❶

즉 $y=-\frac{1}{4}x^2-3x+7$에 $y=0$을 대입하면

$0=-\frac{1}{4}x^2-3x+7,\quad x^2+12x-28=0$

$(x+14)(x-2)=0\quad \therefore\ x=-14$ 또는 $x=2$ ··· ❷

따라서 다른 한 점의 좌표는

$(-14,\ 0)$ ··· ❸

답 $(-14,\ 0)$

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	30 %
❷ x축과의 교점의 x좌표를 구할 수 있다.	50 %
❸ 다른 한 점의 좌표를 구할 수 있다.	20 %

1269 $y=\frac{1}{2}x^2+4x+8=\frac{1}{2}(x+4)^2$의 그래프의 꼭짓점 A의 좌표는 $(-4,\ 0)$

$y=\frac{1}{2}x^2+4x+8$에 $x=0$을 대입하면 $y=8$

$\therefore$ B$(0,\ 8)$

따라서 $\overline{OA}=4$, $\overline{OB}=8$이므로 직각삼각형 AOB에서

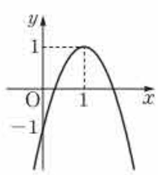
$\overline{AB}=\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$

이때 $\overline{AC}=\overline{AB}=4\sqrt{5}$이므로

C$(-4+4\sqrt{5},\ 0)$ 답 $(-4+4\sqrt{5},\ 0)$

1270 $y=-\frac{1}{2}x^2+2x+1=-\frac{1}{2}(x-2)^2+3$의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 3)$이고, y축과의 교점의 좌표가 $(0,\ 1)$이므로 그 그래프는 ①과 같다. 답 ①

1271 $y=-2x^2+4x-1=-2(x-1)^2+1$
따라서 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ 1)$이고, y축과의 교점의 좌표가 $(0,\ -1)$이므로 주어진 이차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 제2사분면을 지나지 않는다.



답 제2사분면

1272 ①, ② 제1사분면, 제2사분면을 지나지 않는다.

③ $y=-4x^2+12x=-4\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+9$

따라서 꼭짓점의 좌표가 $\left(\frac{3}{2},\ 9\right)$이고, 원점을 지나므로 제2사분면을 지나지 않는다.

④ $y=-2x^2-x-1=-2\left(x+\frac{1}{4}\right)^2-\frac{7}{8}$

따라서 꼭짓점의 좌표가 $\left(-\frac{1}{4},\ -\frac{7}{8}\right)$이고, y축과의 교점의 좌표가 $(0,\ -1)$이므로 제1사분면, 제2사분면을 지나지 않는다.

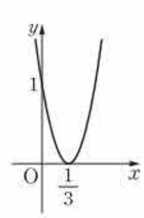
⑤ $y=-5x^2-4x+1=-5\left(x+\frac{2}{5}\right)^2+\frac{9}{5}$

따라서 꼭짓점의 좌표가 $\left(-\frac{2}{5},\ \frac{9}{5}\right)$이고, y축과의 교점의 좌표가 $(0,\ 1)$이므로 모든 사분면을 지난다.

답 ⑤

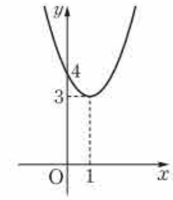
1273 ① $y=9x^2-6x+1=9\left(x-\frac{1}{3}\right)^2$

이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.
따라서 이 그래프는 x축과 한 점에서 만난다.



② $y=x^2-2x+4=(x-1)^2+3$

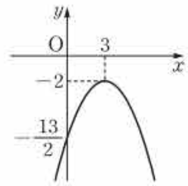
이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.
따라서 이 그래프는 x축과 만나지 않는다.



③ $y=-\frac{1}{2}x^2+3x-\frac{13}{2}$

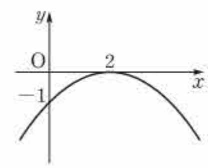
$=-\frac{1}{2}(x-3)^2-2$

이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.
따라서 이 그래프는 x축과 만나지 않는다.



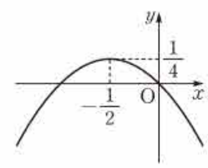
④ $y=-\frac{1}{4}x^2+x-1=-\frac{1}{4}(x-2)^2$

이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.
따라서 이 그래프는 x축과 한 점에서 만난다.



⑤ $y=-x^2-x=-\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{4}$

이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.
따라서 이 그래프는 x축과 서로 다른 두 점에서 만난다.



답 ⑤

다른 풀이 주어진 함수의 그래프와 x축의 교점의 x좌표를 이용하면 다음과 같다.

① $9x^2-6x+1=0$에서 $(3x-1)^2=0$

$\therefore x=\frac{1}{3}$

따라서 x축과 한 점에서 만난다.

② $x^2-2x+4=0$에서 $(-2)^2-4\times1\times4=-12<0$이므로 이차방정식의 근이 존재하지 않는다.
따라서 x축과 만나지 않는다.
└ 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$에서 $b^2-4ac<0$이면 근이 없다.

③ $-\frac{1}{2}x^2+3x-\frac{13}{2}=0$에서 $x^2-6x+13=0$

$(-6)^2-4\times1\times13=-16<0$이므로 이차방정식의 근이 존재하지 않는다.
따라서 x축과 만나지 않는다.

④ $-\frac{1}{4}x^2+x-1=0$에서 $x^2-4x+4=0$

$(x-2)^2=0$ $\therefore x=2$

따라서 x축과 한 점에서 만난다.

⑤ $-x^2-x=0$에서 $x^2+x=0$

$x(x+1)=0$ $\therefore x=-1$ 또는 $x=0$

따라서 x축과 서로 다른 두 점에서 만난다.

1274 $y=x^2+2x-4=(x+1)^2-5$의 그래프를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=(x-a+1)^2-5+b$

이 그래프가 $y=x^2-8x+14=(x-4)^2-2$의 그래프와 일치

하므로 $\quad -a+1=-4,\ -5+b=-2$
따라서 $a=5,\ b=3$이므로
$$ab=15$$
답 ④

1275 $y=x^2-4x+8=(x-2)^2+4$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프의 식은
$$y=(x+1-2)^2+4+3=(x-1)^2+7$$
따라서 그래프의 축의 방정식은 $\quad x=1$
답 ③

1276 $y=4x^2-12x-1=4\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-10$의 그래프를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 7만큼 평행이동한 그래프의 식은
$$y=4\left(x-a-\frac{3}{2}\right)^2-10+7=4\left(x-a-\frac{3}{2}\right)^2-3$$
이 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ b)$이므로
$$a+\frac{3}{2}=-1,\ -3=b$$
따라서 $a=-\frac{5}{2},\ b=-3$이므로
$$a+b=-\frac{11}{2}$$
답 $-\frac{11}{2}$

1277 $y=-\frac{1}{2}x^2-3x-2=-\frac{1}{2}(x+3)^2+\frac{5}{2}$ ··· ❶
이 그래프를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은
$$y=-\frac{1}{2}(x-2+3)^2+\frac{5}{2}=-\frac{1}{2}(x+1)^2+\frac{5}{2}$$ ··· ❷
이 그래프가 점 $(1,\ m)$을 지나므로
$$m=-\frac{1}{2}\times 2^2+\frac{5}{2}=\frac{1}{2}$$ ··· ❸
답 $\frac{1}{2}$

채점 기준	비율
❶ $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 변형할 수 있다.	30 %
❷ 평행이동한 그래프의 식을 구할 수 있다.	40 %
❸ m의 값을 구할 수 있다.	30 %

1278 $y=-x^2+6x+k=-(x-3)^2+k+9$의 그래프를 y축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 그래프의 식은
$$y=-(x-3)^2+k+9-5=-(x-3)^2+k+4$$
이 그래프는 위로 볼록하고 꼭짓점의 좌표가 $(3,\ k+4)$이므로 그래프가 x축과 만나지 않으려면
$$k+4<0 \qquad \therefore\ k<-4$$
답 $k<-4$

1279 $y=x^2-x-2=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-\frac{9}{4}$이므로
$$\mathrm{B}\left(\frac{1}{2},\ -\frac{9}{4}\right)$$
$y=x^2-9x+18=\left(x-\frac{9}{2}\right)^2-\frac{9}{4}$이므로
$$\mathrm{C}\left(\frac{9}{2},\ -\frac{9}{4}\right)$$
즉 $y=x^2-9x+18$의 그래프는 $y=x^2-x-2$의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼 평행이동한 것이므로 □ABCD는 평행사변형이다.
$$\therefore\ \square\mathrm{ABCD}=4\times\frac{9}{4}=9$$
답 ②

참고 점 D는 점 A를 x축의 방향으로 4만큼 평행이동한 것이므로 $\overline{\mathrm{AD}}=4$

1280 $y=-3x^2-6x-7=-3(x+1)^2-4$이므로 $x>-1$에서 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소한다.
답 ⑤

1281 $y=-\frac{1}{2}x^2+ax-5=-\frac{1}{2}(x-a)^2+\frac{1}{2}a^2-5$
이므로 축의 방정식이 $x=a$이다.
이때 $x=3$을 기준으로 y의 값의 증가·감소가 바뀌므로 주어진 이차함수의 그래프의 축의 방정식은 $x=3$이다.
$$\therefore\ a=3$$
답 3

1282 $y=2x^2-8x+7=2(x-2)^2-1$의 그래프를 x축의 방향으로 k만큼 평행이동한 그래프의 식은
$$y=2(x-k-2)^2-1$$
따라서 축의 방정식이 $x=k+2$이다.
이때 $x=-2$를 기준으로 y의 값의 증가·감소가 바뀌므로 이차함수의 그래프의 축의 방정식은 $x=-2$이다.
즉 $k+2=-2$이므로 $\quad k=-4$
답 ①

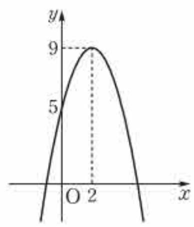
1283 $y=5x^2+kx+9$의 그래프가 점 $(-2,\ -1)$을 지나므로
$$-1=20-2k+9, \quad 2k=30 \quad \therefore\ k=15$$
따라서 $y=5x^2+15x+9=5\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{9}{4}$이므로 $x<-\frac{3}{2}$에서 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소한다.
답 ①

1284 $y=-\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}mx+2m-1$
$$=-\frac{1}{4}(x-m)^2+\frac{1}{4}m^2+2m-1$$ ··· ❶
이므로 축의 방정식이 $x=m$이다.
이때 $x=1$을 기준으로 y의 값의 증가·감소가 바뀌므로 주어진 이차함수의 그래프의 축의 방정식은 $x=1$이다.
$$\therefore\ m=1$$ ··· ❷
따라서 $\frac{1}{4}m^2+2m-1=\frac{1}{4}+2-1=\frac{5}{4}$이므로 구하는 꼭짓점의 좌표는
$$\left(1,\ \frac{5}{4}\right)$$ ··· ❸
답 $\left(1,\ \frac{5}{4}\right)$

채점 기준	비율
❶ $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 변형할 수 있다.	40 %
❷ m의 값을 구할 수 있다.	30 %
❸ 꼭짓점의 좌표를 구할 수 있다.	30 %

1285 $y=-x^2+4x+5$

$=-(x-2)^2+9$



이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

③ $-x^2+4x+5=0$에서

$x^2-4x-5=0$

$(x+1)(x-5)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=5$

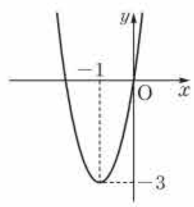
따라서 x축과의 교점의 좌표는 $(-1,\ 0)$, $(5,\ 0)$이다.

④ $x>2$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

답 ④

1286 $y=3x^2+6x$

$=3(x+1)^2-3$



이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

③ 함숫값의 범위는 $y\geq-3$이다.

⑤ $y=3x^2$의 그래프는 $y=3(x+1)^2-3$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프이다.

답 ③

1287 $y=2x^2-4x+3=2(x-1)^2+1$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=2(x+2-1)^2+1+1=2(x+1)^2+2$

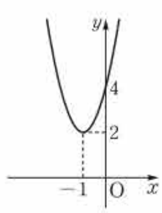
(ㄱ) 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ 2)$이다.

(ㄴ) $y=2(x+1)^2+2$에 $x=0$을 대입하면

$y=2\times1^2+2=4$

따라서 y절편은 4이다.

(ㄷ) 주어진 함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제4사분면을 지나지 않는다.



(ㄹ) $x>-1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

이상에서 옳은 것은 (ㄴ), (ㄷ)이다.

답 (ㄴ), (ㄷ)

1288 ① $a>0$이면 아래로 볼록하다.

② $y=ax^2+bx+c=a\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2-\dfrac{b^2-4ac}{4a}$이므로 축의 방정식은 $x=-\dfrac{b}{2a}$이다.

④ x축과의 교점의 개수는 알 수 없다.

⑤ 이차함수 $y=-ax^2-bx-c$의 그래프와 폭이 같다.

답 ③

1289 $y=-x^2+2x+8=-(x-1)^2+9$이므로

$A(1,\ 9)$

$y=-x^2+2x+8$에 $y=0$을 대입하면

$0=-x^2+2x+8,\quad x^2-2x-8=0$

$(x+2)(x-4)=0\quad \therefore x=-2$ 또는 $x=4$

따라서 $B(-2,\ 0)$, $C(4,\ 0)$이므로

$\overline{BC}=6$

$\therefore \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times6\times9=27$

답 ②

1290 $y=-x^2+4x+3=-(x-2)^2+7$이므로

$A(2,\ 7)$ ··· ❶

$y=-x^2+4x+3$에 $x=0$을 대입하면

$y=3\quad \therefore B(0,\ 3)$ ··· ❷

$\therefore \triangle OAB=\dfrac{1}{2}\times3\times2=3$ ··· ❸

답 3

채점 기준	비율
❶ 점 A의 좌표를 구할 수 있다.	40 %
❷ 점 B의 좌표를 구할 수 있다.	40 %
❸ △OAB의 넓이를 구할 수 있다.	20 %

1291 $y=x^2-6x+4=(x-3)^2-5$이므로

$A(3,\ -5)$

$y=x^2-6x+4$에 $x=0$을 대입하면

$y=4\quad \therefore B(0,\ 4)$

$\overline{BC}$가 x축에 평행하면 두 점 B, C의 y좌표가 같으므로 점 C의 y좌표는 4이다.

따라서 $y=x^2-6x+4$에 $y=4$를 대입하면

$4=x^2-6x+4,\quad x(x-6)=0$

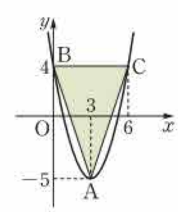
$\therefore x=0$ 또는 $x=6$

즉 $C(6,\ 4)$이므로

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times(6-0)\times\{4-(-5)\}$

$=\dfrac{1}{2}\times6\times9$

$=27$



답 27

1292 $y=-\dfrac{1}{2}x^2-2x+\dfrac{5}{2}=-\dfrac{1}{2}(x+2)^2+\dfrac{9}{2}$이므로

$C\left(-2,\ \dfrac{9}{2}\right)$

$y=-\dfrac{1}{2}x^2-2x+\dfrac{5}{2}$에 $x=0$을 대입하면

$y=\dfrac{5}{2}\quad \therefore D\left(0,\ \dfrac{5}{2}\right)$

두 삼각형의 밑변이 $\overline{AB}$로 같으므로 두 삼각형의 넓이의 비는 높이의 비와 같다.

$\therefore \triangle ABC : \triangle ABD=\dfrac{9}{2} : \dfrac{5}{2}=9 : 5$

답 ⑤

1293 $y=x^2-4x-5$에 $x=0$을 대입하면

$y=-5$　　$\therefore$ A$(0,\ -5)$　　⋯ ❶

$y=x^2-4x-5=(x-2)^2-9$이므로

B$(2,\ -9)$　　⋯ ❷

$y=x^2-4x-5$에 $y=0$을 대입하면

$0=x^2-4x-5$,　　$(x+1)(x-5)=0$

$\therefore$ $x=-1$ 또는 $x=5$　　$\therefore$ C$(5,\ 0)$　　⋯ ❸

$$\therefore \square\text{OABC}=\triangle\text{OAB}+\triangle\text{OBC}=\frac{1}{2}\times5\times2+\frac{1}{2}\times5\times9=\frac{55}{2}$$　⋯ ❹

답 $\frac{55}{2}$

채점 기준	비율
❶ 점 A의 좌표를 구할 수 있다.	20 %
❷ 점 B의 좌표를 구할 수 있다.	20 %
❸ 점 C의 좌표를 구할 수 있다.	20 %
❹ □OABC의 넓이를 구할 수 있다.	40 %

1294 $y=x^2+ax-8$의 그래프가 점 A$(-4,\ 0)$을 지나므로

$0=16-4a-8$,　　$4a=8$　　$\therefore a=2$

$y=x^2+2x-8=(x+1)^2-9$이므로

B$(-1,\ -9)$

$y=x^2+2x-8$에 $x=0$을 대입하면

$y=-8$　　$\therefore$ C$(0,\ -8)$

$$\therefore \triangle\text{ABC}=\square\text{OABC}-\triangle\text{OAC}=\triangle\text{OAB}+\triangle\text{OBC}-\triangle\text{OAC}=\frac{1}{2}\times4\times9+\frac{1}{2}\times8\times1-\frac{1}{2}\times4\times8=6$$

답 6

1295 그래프가 아래로 볼록하므로　　$a>0$

축이 y축의 오른쪽에 있으므로　　$ab<0$

이때 $a>0$이므로　　$b<0$

y축과의 교점이 원점의 아래쪽에 있으므로　　$c<0$

① $ac<0$　　② $ab<0$　　③ $\frac{b}{c}>0$

④ $x=-1$일 때,　　$y=a-b+c$

주어진 그래프에서 $x=-1$일 때의 함숫값이 양수이므로

$a-b+c>0$

⑤ $x=2$일 때,　　$y=4a+2b+c$

주어진 그래프에서 $x=2$일 때의 함숫값이 음수이므로

$4a+2b+c<0$

답 ⑤

1296 $y=ax^2+bx+c$의 그래프에서

(ⅰ) $a>0$이므로 아래로 볼록

(ⅱ) $ab>0$이므로 축은 y축의 왼쪽에 위치

(ⅲ) $c<0$이므로 y축과의 교점이 원점의 아래쪽에 위치

이상에서 $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 개형은 ③과 같다.

답 ③

1297 주어진 일차함수의 그래프의 기울기와 y절편이 모두 음수이므로

$a<0$, $-b<0$　　$\therefore a<0,\ b>0$

$y=ax^2+bx+b-a$의 그래프에서

(ⅰ) $a<0$이므로 위로 볼록

(ⅱ) $ab<0$이므로 축은 y축의 오른쪽에 위치

(ⅲ) $b-a>0$이므로 y축과의 교점이 원점의 위쪽에 위치

이상에서 $y=ax^2+bx+b-a$의 그래프의 개형은 ⑤와 같다.

답 ⑤

1298 그래프가 위로 볼록하므로　　$a<0$

축이 y축의 오른쪽에 있으므로　　$ab<0$

이때 $a<0$이므로　　$b>0$

y축과의 교점이 원점의 위쪽에 있으므로　　$c>0$

한편 그래프의 꼭짓점 $(p,\ q)$가 제1사분면 위에 있으므로

$p>0$, $q>0$

① $abc<0$　　② $p+q>0$

③ $-bc<0$이므로　　$a-bc<0$

④ $-ap>0$이므로　　$q-ap>0$

⑤ $a+b+c+p+q$의 부호는 알 수 없다.

답 ④

1299 $a\neq0$, $b\neq0$, $c\neq0$이고 $\sqrt{a^2}=-a$, $\sqrt{b^2}=b$, $\sqrt{c^2}=-c$이므로

$a<0$, $b>0$, $c<0$　　⋯ ❶

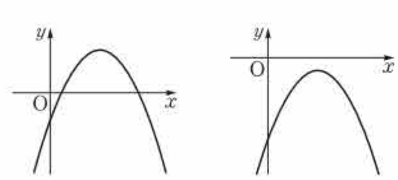
$y=ax^2+bx+c$의 그래프에서

(ⅰ) $a<0$이므로 위로 볼록

(ⅱ) $ab<0$이므로 축은 y축의 오른쪽에 위치

(ⅲ) $c<0$이므로 y축과의 교점이 원점의 아래쪽에 위치

이상에서 $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 개형은 다음 그림과 같으므로 그래프가 항상 지나지 않는 사분면은 제2사분면이다.　　⋯ ❷



답 제2사분면

채점 기준	비율
❶ a, b, c의 부호를 구할 수 있다.	30 %
❷ $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 항상 지나지 않는 사분면을 구할 수 있다.	70 %

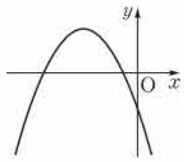
SSEN 특강

$\sqrt{a^2}$의 성질

① $a \geq 0$이면 $\quad \sqrt{a^2}=a$

② $a<0$이면 $\quad \sqrt{a^2}=-a$

1300 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 제1 사분면만을 지나지 않으므로 오른쪽 그림과 같다.



$\therefore a<0,\ b<0,\ c \leq 0$

이때 $y=cx^2-bx+a$가 이차함수이므로

$c \neq 0$

$\therefore a<0,\ b<0,\ c<0$

$y=cx^2-bx+a$의 그래프에서

(i) $c<0$이므로 위로 볼록

(ii) $-bc<0$이므로 축은 y축의 오른쪽에 위치

(iii) $a<0$이므로 y축과의 교점이 원점의 아래쪽에 위치

이상에서 $y=cx^2-bx+a$의 그래프의 개형은 ⑤와 같다.

답 ⑤

1301 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ -1)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2-1$로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(0,\ 7)$을 지나므로

$7=4a-1 \qquad \therefore a=2$

따라서 $y=2(x-2)^2-1=2x^2-8x+7$이므로

$b=-8,\ c=7$

$\therefore a-b+c=17$

답 ⑤

1302 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ 4)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-1)^2+4$로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(3,\ 0)$을 지나므로

$0=4a+4 \qquad \therefore a=-1$

따라서 $y=-(x-1)^2+4$이므로 $x=0$을 대입하면

$y=-1+4=3$

즉 이 그래프가 y축과 만나는 점의 좌표는 $(0,\ 3)$이다.

└ x좌표가 0이다.

답 $(0,\ 3)$

1303 꼭짓점의 좌표가 $(0,\ -6)$이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2-6$으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(3,\ 0)$을 지나므로

$0=9a-6 \qquad \therefore a=\dfrac{2}{3}$

따라서 $y=\dfrac{2}{3}x^2-6$의 그래프가 점 $(4,\ k)$를 지나므로

$k=\dfrac{2}{3}\times 4^2-6=\dfrac{14}{3}$

답 ③

1304 $y=x^2+4x+6=(x+2)^2+2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 2)$이므로 구하는 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2+2$로 놓을 수 있다.

이 그래프가 $y=-\dfrac{1}{3}x^2+x-10$의 그래프와 y축에서 만나므로 점 $(0,\ -10)$을 지난다.

└ $x=0$을 대입하면 $y=-10$

따라서 $-10=4a+2$이므로

$4a=-12 \qquad \therefore a=-3$

$\therefore y=-3(x+2)^2+2=-3x^2-12x-10$

답 ①

1305 주어진 그래프에서 꼭짓점의 좌표가 $\left(-\dfrac{1}{2},\ \dfrac{3}{2}\right)$이므로 이차함수의 식을 $y=a\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{3}{2}$으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(0,\ 1)$을 지나므로

$1=\dfrac{1}{4}a+\dfrac{3}{2} \qquad \therefore a=-2$ ··· ❶

따라서 $y=-2\left(x+\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{3}{2}=-2x^2-2x+1$이므로

$b=-2,\ c=1$ ··· ❷

$\therefore a-2b-3c=-2-2\times(-2)-3\times 1=-1$ ··· ❸

답 -1

채점 기준	비율
❶ a의 값을 구할 수 있다.	50 %
❷ $b,\ c$의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ $a-2b-3c$의 값을 구할 수 있다.	10 %

1306 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ -3)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-1)^2-3$으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(0,\ -2)$를 지나므로

$-2=a-3 \qquad \therefore a=1$

즉 $y=(x-1)^2-3=x^2-2x-2$이므로 $y=0$을 대입하면

$x^2-2x-2=0 \qquad \therefore x=1\pm\sqrt{3}$

따라서 $\mathrm{B}(1-\sqrt{3},\ 0),\ \mathrm{C}(1+\sqrt{3},\ 0)$이므로

$\overline{\mathrm{BC}}=(1+\sqrt{3})-(1-\sqrt{3})=2\sqrt{3}$

$\therefore \triangle\mathrm{ABC}=\dfrac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 3=3\sqrt{3}$

답 ④

1307 축의 방정식이 $x=-2$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2+q$로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(0,\ 3)$을 지나므로

$3=4a+q$ ······ ㉠

또 점 $(1,\ -2)$를 지나므로

$-2=9a+q$ ······ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $\quad a=-1,\ q=7$

$\therefore y=-(x+2)^2+7=-x^2-4x+3$

답 ②

1308 $y=x^2+ax+b$의 그래프의 축의 방정식이 $x=-3$이므로 $y=(x+3)^2+q$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(-1,\ 5)$를 지나므로
$5=4+q \quad \therefore q=1$
따라서 $y=(x+3)^2+1=x^2+6x+10$이므로
$a=6,\ b=10$
$\therefore a+b=16$ 답 ④

1309 축의 방정식이 $x=1$이고, 평행이동하면 함수 $y=-2x^2$의 그래프와 완전히 포개지므로 이차함수의 식을 $y=-2(x-1)^2+q$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(0,\ 3)$을 지나므로
$3=-2+q \quad \therefore q=5$
따라서 $y=-2(x-1)^2+5$이므로 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ 5)$이다. 답 $(1,\ 5)$

1310 축의 방정식이 $x=-4$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+4)^2+q$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(-2,\ 1)$을 지나므로
$1=4a+q$ …… ㉠
또 점 $(1,\ 22)$를 지나므로
$22=25a+q$ …… ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=1,\ q=-3$
따라서 $y=(x+4)^2-3$의 그래프가 점 $(-1,\ k)$를 지나므로
$k=(-1+4)^2-3=6$ 답 6

1311 y절편이 1이므로 $c=1$
$y=ax^2+bx+1$의 그래프가 점 $(-1,\ 8)$을 지나므로
$8=a-b+1 \quad \therefore a-b=7$ …… ㉠
또 점 $(2,\ -1)$을 지나므로
$-1=4a+2b+1 \quad \therefore 2a+b=-1$ …… ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2,\ b=-5$
$\therefore abc=-10$ 답 -10

1312 y절편이 -5이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx-5$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(5,\ 0)$을 지나므로
$0=25a+5b-5 \quad \therefore 5a+b=1$ …… ㉠
또 점 $(2,\ 3)$을 지나므로
$3=4a+2b-5 \quad \therefore 2a+b=4$ …… ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-1,\ b=6$
따라서 $y=-x^2+6x-5=-(x-3)^2+4$이므로 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(3,\ 4)$이다. 답 ②

1313 y절편이 $-\frac{1}{3}$이므로 이차함수의 식을
$y=ax^2+bx-\frac{1}{3}$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(-1,\ -3)$을 지나므로
$-3=a-b-\frac{1}{3} \quad \therefore a-b=-\frac{8}{3}$ …… ㉠
또 점 $(2,\ 1)$을 지나므로
$1=4a+2b-\frac{1}{3} \quad \therefore 2a+b=\frac{2}{3}$ …… ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-\frac{2}{3},\ b=2$
$\therefore y=-\frac{2}{3}x^2+2x-\frac{1}{3}$ ⋯ ❶
따라서 $y=-\frac{2}{3}x^2+2x-\frac{1}{3}$의 그래프가 점 $(4,\ k)$를 지나므로
$k=-\frac{2}{3}\times 4^2+2\times 4-\frac{1}{3}=-3$ ⋯ ❷
답 -3

채점 기준	비율
❶ 이차함수의 식을 구할 수 있다.	60 %
❷ k의 값을 구할 수 있다.	40 %

1314 y절편이 2이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+2$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(-1,\ 5)$를 지나므로
$5=a-b+2 \quad \therefore a-b=3$ …… ㉠
또 점 $(2,\ -10)$을 지나므로
$-10=4a+2b+2 \quad \therefore 2a+b=-6$ …… ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-1,\ b=-4$
즉 $y=-x^2-4x+2$이므로 $y=0$을 대입하면
$-x^2-4x+2=0, \quad x^2+4x-2=0$
$\therefore x=-2\pm\sqrt{6}$
따라서 $\mathrm{A}(-2-\sqrt{6},\ 0)$, $\mathrm{B}(-2+\sqrt{6},\ 0)$ 또는
$\mathrm{A}(-2+\sqrt{6},\ 0)$, $\mathrm{B}(-2-\sqrt{6},\ 0)$이므로
$\overline{\mathrm{AB}}=(-2+\sqrt{6})-(-2-\sqrt{6})=2\sqrt{6}$ 답 $2\sqrt{6}$

1315 x축과 두 점 $(-2,\ 0)$, $(4,\ 0)$에서 만나므로 이차함수의 식을 $y=a(x+2)(x-4)$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(0,\ 8)$을 지나므로
$8=-8a \quad \therefore a=-1$
$\therefore y=-(x+2)(x-4)=-x^2+2x+8$
$=-(x-1)^2+9$
따라서 $p=1,\ q=9$이므로
$a-p+q=7$ 답 7

1316 $y=-4(x+2)(x-1)=-4x^2-4x+8$ 답 ②

1317 x축과 두 점 $(-3,\ 0)$, $(2,\ 0)$에서 만나므로 이차함수의 식을 $y=a(x+3)(x-2)$로 놓을 수 있다.
이 그래프가 점 $(-2,\ 2)$를 지나므로

$2=-4a \qquad \therefore a=-\dfrac{1}{2}$

따라서 $y=-\dfrac{1}{2}(x+3)(x-2)$이므로 $x=0$을 대입하면

$y=-\dfrac{1}{2}\times3\times(-2)=3$

즉 그래프가 y축과 만나는 점의 y좌표는 3이다. 답 ④

1318 $y=-2x+6$에 $y=0$을 대입하면

$-2x+6=0 \qquad \therefore x=3 \qquad \therefore A(3,\ 0)$

$y=-2x+6$에 $x=0$을 대입하면

$y=6 \qquad \therefore B(0,\ 6)$

이때 이차함수의 그래프는 x축과 두 점 $A(3,\ 0)$, $C(6,\ 0)$에서 만나므로 이차함수의 식을 $y=a(x-3)(x-6)$으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $B(0,\ 6)$을 지나므로

$6=18a \qquad \therefore a=\dfrac{1}{3}$

$\therefore y=\dfrac{1}{3}(x-3)(x-6)=\dfrac{1}{3}(x^2-9x+18)$

$=\dfrac{1}{3}\left(x-\dfrac{9}{2}\right)^2-\dfrac{3}{4}$

따라서 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $\left(\dfrac{9}{2},\ -\dfrac{3}{4}\right)$이다.

답 ④

1319 $y=x^2+ax+b$의 그래프는 y축을 축으로 하므로 y축에 대하여 대칭이다.

즉 x축과 만나는 두 점도 y축에 대하여 대칭이므로 두 점 사이의 거리가 6이면 두 점은 각각 $(-3,\ 0)$, $(3,\ 0)$이다.

따라서 $y=(x+3)(x-3)=x^2-9$이므로

$a=0,\ b=-9$

$\therefore a+b=-9$ 답 ①

1320 1st 꼭짓점의 좌표를 k를 이용하여 나타낸다.

$y=x^2-4kx+4k^2-k+2=(x-2k)^2-k+2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$(2k,\ -k+2)$

2nd k의 값이 될 수 있는 것을 구한다.

점 $(2k,\ -k+2)$가 제4사분면 위에 있으려면

$2k>0,\ -k+2<0$

$2k>0$에서 $\qquad k>0$ …… ㉠

$-k+2<0$에서 $\qquad k>2$ …… ㉡

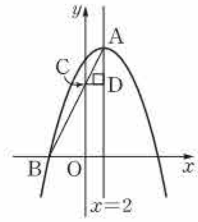
㉠, ㉡에서 실수 k의 값이 될 수 있는 것은 ⑤이다. 답 ⑤

1321 1st 점 B의 좌표를 구한다.

$y=-x^2+4x+k=-(x-2)^2+k+4$이므로 그래프의 축의 방정식은

$x=2$

오른쪽 그림과 같이 점 C에서 직선 $x=2$에 내린 수선의 발을 D라 하면



$\triangle ACD \backsim \triangle CBO$ (AA 닮음)

$\therefore \overline{CD}:\overline{BO}=\overline{AC}:\overline{CB}=1:2$

이때 $\overline{CD}=2$이므로

$\overline{BO}=2\overline{CD}=2\times2=4$

$\therefore B(-4,\ 0)$

2nd k의 값을 구한다.

점 $B(-4,\ 0)$이 $y=-x^2+4x+k$의 그래프 위의 점이므로

$0=-(-4)^2+4\times(-4)+k$

$\therefore k=32$ 답 ②

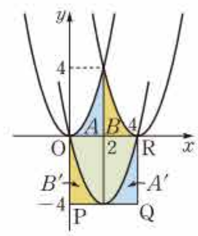
1322 1st 세 이차함수의 그래프 사이의 관계를 파악한다.

$y=x^2-8x+16=(x-4)^2$의 그래프는 $y=x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼 평행이동한 것이다.

또 $y=x^2-4x=(x-2)^2-4$의 그래프는 $y=x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 것이다.

2nd 세 이차함수의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이를 구한다.

$y=x^2$, $y=x^2-8x+16$의 그래프의 교점의 x좌표는 $x^2=x^2-8x+16$에서



$8x-16=0 \qquad \therefore x=2$

$y=x^2$에 $x=2$를 대입하면

$y=4$

따라서 두 이차함수 $y=x^2$, $y=x^2-8x+16$의 그래프의 교점의 좌표는 $(2,\ 4)$이다.

또 $y=x^2$과 $y=x^2-4x$, $y=x^2-8x+16$과 $y=x^2-4x$의 그래프의 교점의 좌표가 각각 $(0,\ 0)$, $(4,\ 0)$이므로 위의 그림에서 영역 A와 A', 영역 B와 B'의 넓이가 각각 같다.

따라서 구하는 넓이는 □OPQR의 넓이와 같으므로

$4\times4=16$ 답 16

1323 1st 이차함수 $y=-x^2+4x+5$의 그래프가 x축과 만나는 두 점 사이의 거리를 구한다.

$y=-x^2+4x+5$에 $y=0$을 대입하면

$-x^2+4x+5=0, \qquad x^2-4x-5=0$

$(x+1)(x-5)=0 \qquad \therefore x=-1$ 또는 $x=5$

따라서 $y=-x^2+4x+5$의 그래프가 $\underbrace{x\text{축과 만나는 두 점}}_{(-1,\ 0),\ (5,\ 0)}$ 사이의 거리는 6이다.

2nd 평행이동한 그래프와 x축의 교점의 좌표를 구한다.

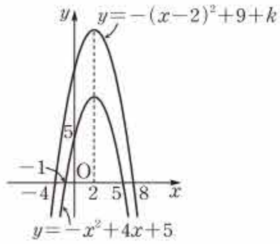
$y=-x^2+4x+5=-(x-2)^2+9$의 그래프를 y축의 방향으로 k만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-(x-2)^2+9+k$

이 그래프의 축의 방정식은

$x=2$

이때 평행이동한 그래프가 x축과 만나는 두 점 사이의 거리가 12이므로 두 점의 좌표는
$6\times2=12$



$(2-6,\ 0),\ (2+6,\ 0)$

$\therefore\ (-4,\ 0),\ (8,\ 0)$

3rd k의 값을 구한다.

$y=-(x-2)^2+9+k$에 $x=-4,\ y=0$을 대입하면
$x=8,\ y=0$을 대입해도 된다.

$0=-(-4-2)^2+9+k$

$\therefore\ k=27$

답 27

1324 1st 세 점 A, B, C의 좌표를 구한다.

$y=2(x+1)^2-1$에 $x=0$을 대입하면

$y=2\times1^2-1=1 \qquad \therefore\ \mathrm{A}(0,\ 1)$

$y=2(x+1)^2-1$에 $y=1$을 대입하면
두 점 A, B의 y좌표는 1로 같다.

$1=2(x+1)^2-1, \qquad 2(x+1)^2=2$

$(x+1)^2=1, \qquad x+1=\pm1$

$\therefore\ x=-2$ 또는 $x=0$

$\therefore\ \mathrm{B}(-2,\ 1)$

따라서 $\overline{\mathrm{AB}}=2$이고 $\overline{\mathrm{AC}}=2\overline{\mathrm{AB}}=4$이므로

$\mathrm{C}(4,\ 1)$
점 A와 y좌표가 같다.

2nd $a,\ b,\ c$의 값을 구한다.

$y=ax^2+bx+c$의 그래프는 $y=2(x+1)^2-1$의 그래프를 평행이동한 것이므로 $\qquad a=2$

$y=2x^2+bx+c$의 그래프가 점 $\mathrm{A}(0,\ 1)$을 지나므로

$c=1$

$y=2x^2+bx+1$의 그래프가 점 $\mathrm{C}(4,\ 1)$을 지나므로

$1=32+4b+1, \qquad 4b=-32$

$\therefore\ b=-8$

3rd $a+b+c$의 값을 구한다.

$a+b+c=-5$

답 -5

1325 1st 세 점 A, B, C의 좌표를 구한다.

$y=x^2-4x+3$에 $y=0$을 대입하면

$x^2-4x+3=0, \qquad (x-1)(x-3)=0$

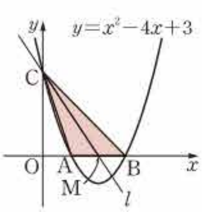
$\therefore\ x=1$ 또는 $x=3$

$\therefore\ \mathrm{A}(1,\ 0),\ \mathrm{B}(3,\ 0)$

$y=x^2-4x+3$에 $x=0$을 대입하면

$y=3 \qquad \therefore\ \mathrm{C}(0,\ 3)$

2nd 직선 l의 방정식을 구한다.



직선 l은 $\triangle\mathrm{ABC}$의 넓이를 이등분하므로 $\overline{\mathrm{AB}}$의 중점을 지난다.

이 중점을 M이라 하면

$\mathrm{M}(2,\ 0)$

따라서 두 점 $\mathrm{C}(0,\ 3),\ \mathrm{M}(2,\ 0)$을 지나는 직선 l의 방정식은

$y=\dfrac{0-3}{2-0}x+3$, 즉 $y=-\dfrac{3}{2}x+3$

답 $y=-\dfrac{3}{2}x+3$

1326 1st $a,\ b,\ c$의 부호를 구한다.

그래프가 아래로 볼록하므로 $\qquad a>0$

축이 y축의 왼쪽에 있으므로 $\qquad ab>0$

이때 $a>0$이므로 $\qquad b>0$

y축과의 교점이 원점과 일치하므로 $\qquad c=0$

2nd 보기에서 옳은 것을 고른다.

(ㄱ) $a>0,\ b>0$이므로 $\qquad a+b>0$

(ㄴ) $c=0$이므로 $\qquad bc=0$

(ㄷ) $y=ax^2+bx+c=a\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2-\dfrac{b^2-4ac}{4a}$의 그래프의 축의 방정식이 $x=-1$이므로

$-\dfrac{b}{2a}=-1 \qquad \therefore\ b=2a$

(ㄹ) $x=-1$일 때, $\qquad y=a-b+c$

주어진 그래프에서 $x=-1$일 때의 함숫값이 음수이므로

$a-b+c<0$

이상에서 옳은 것은 (ㄱ), (ㄷ)이다.

답 ②

1327 1st ab의 부호를 구한다.

주어진 일차함수의 그래프의 기울기는 음수이고, y절편은 양수이므로

$a<0,\ b>0 \qquad \therefore\ ab<0$

2nd $a+b$의 부호를 구한다.

$y=ax+b$에서 $x=1$일 때, $\qquad y=a+b$

주어진 그래프에서 $x=1$일 때의 함숫값이 양수이므로

$a+b>0$

3rd $y=x^2+(a+b)x+ab$의 그래프의 개형을 구한다.

$y=x^2+(a+b)x+ab$의 그래프에서

(ⅰ) $1>0$이므로 아래로 볼록

(ⅱ) $a+b>0$이므로 축이 y축의 왼쪽에 위치

(ⅲ) $ab<0$이므로 y축과의 교점이 원점의 아래쪽에 위치

이상에서 $y=x^2+(a+b)x+ab$의 그래프의 개형은 ②와 같다.

답 ②

1328 1st h를 t에 대한 식으로 나타낸다.

꼭짓점의 좌표가 $(4,\ 50)$이므로 $h=a(t-4)^2+50$으로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(0,\ 18)$을 지나므로

$18=16a+50 \qquad \therefore\ a=-2$

$\therefore\ h=-2(t-4)^2+50$

2nd 드론이 지면에 도착할 때까지 걸린 시간을 구한다.

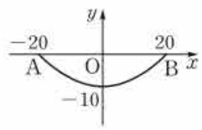
드론이 지면에 도착하면 $h=0$이므로

$0=-2(t-4)^2+50,\qquad (t-4)^2=25$

$t-4=\pm5\qquad \therefore t=9\,(\because t>0)$ ← t는 시간이므로 양수이다.

따라서 구하는 시간은 9초이다. 답 ③

1329 1st 좌표평면을 잡고 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 구한다.



오른쪽 그림과 같이 호수의 중앙 M을 원점, 두 지점 A, B를 지나는 직선을 x축으로 하는 좌표평면을 잡으면 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y=ax^2-10$으로 놓을 수 있다.

B 지점의 좌표가 $(20,\ 0)$이므로

$0=400a-10\qquad \therefore a=\dfrac{1}{40}$

$\therefore y=\dfrac{1}{40}x^2-10$

2nd 수심을 구한다.

$y=\dfrac{1}{40}x^2-10$에 $x=16$을 대입하면

$y=\dfrac{1}{40}\times16^2-10=-\dfrac{18}{5}=-3.6$

따라서 구하는 수심은 3.6 m이다. 답 ④

1330 1st 점 C의 좌표를 구한다.

$A(-5,\ 0)$, $B(1,\ 0)$이고 $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times\underbrace{\overline{AB}}_{1-(-5)=6}\times\overline{OC}$이므로

$3=\dfrac{1}{2}\times6\times\overline{OC}\qquad \therefore \overline{OC}=1\qquad \therefore C(0,\ -1)$

2nd 이차함수의 식을 구한다.

x축과 두 점 $(-5,\ 0)$, $(1,\ 0)$에서 만나므로 이차함수의 식을 $y=a(x+5)(x-1)$로 놓을 수 있다.

이 그래프가 점 $(0,\ -1)$을 지나므로

$-1=-5a\qquad \therefore a=\dfrac{1}{5}$

$\therefore y=\dfrac{1}{5}(x+5)(x-1)=\dfrac{1}{5}x^2+\dfrac{4}{5}x-1$

3rd $a-bc$의 값을 구한다.

$b=\dfrac{4}{5}$, $c=-1$이므로

$a-bc=\dfrac{1}{5}-\dfrac{4}{5}\times(-1)=1$ 답 1

1331 전략 두 이차함수의 식을 $y=k(x-p)^2+q$ 꼴로 변형하여 꼭짓점의 좌표를 구한다.

풀이 $y=ax^2-bx+c$

$=a\left(x^2-\dfrac{b}{a}x+\dfrac{b^2}{4a^2}\right)-\dfrac{b^2}{4a}+c$

$=a\left(x-\dfrac{b}{2a}\right)^2-\dfrac{b^2}{4a}+c$

따라서 $y=ax^2-bx+c$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$\left(\dfrac{b}{2a},\ -\dfrac{b^2}{4a}+c\right)$이다. ⋯ ❶

$y=-ax^2+bx+c$

$=-a\left(x^2-\dfrac{b}{a}x+\dfrac{b^2}{4a^2}\right)+\dfrac{b^2}{4a}+c$

$=-a\left(x-\dfrac{b}{2a}\right)^2+\dfrac{b^2}{4a}+c$

따라서 $y=-ax^2+bx+c$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$\left(\dfrac{b}{2a},\ \dfrac{b^2}{4a}+c\right)$이다. ⋯ ❷

두 꼭짓점의 좌표가 일치하므로

$-\dfrac{b^2}{4a}+c=\dfrac{b^2}{4a}+c,\qquad \dfrac{b^2}{2a}=0$

$\therefore b=0$ ⋯ ❸

답 0

채점 기준	비율
❶ $y=ax^2-bx+c$의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구할 수 있다.	30 %
❷ $y=-ax^2+bx+c$의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구할 수 있다.	30 %
❸ b의 값을 구할 수 있다.	40 %

1332 전략 주어진 이차함수의 식을 $y=k(x-p)^2+q$ 꼴로 변형하여 꼭짓점의 좌표를 구한다.

풀이 $y=(x+a)^2+2(a+1)x+6$

$=x^2+2(2a+1)x+a^2+6$

$=(x+2a+1)^2-3a^2-4a+5$ ⋯ ❶

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-2a-1,\ -3a^2-4a+5)$이므로 $\quad -2a-1=5,\ -3a^2-4a+5=b$

$-2a-1=5$에서 $a=-3$이므로

$b=-3a^2-4a+5=-27+12+5=-10$ ⋯ ❷

$\therefore ab=30$ ⋯ ❸

답 30

채점 기준	비율
❶ $y=k(x-p)^2+q$ 꼴로 변형할 수 있다.	50 %
❷ a, b의 값을 구할 수 있다.	40 %
❸ ab의 값을 구할 수 있다.	10 %

1333 전략 평행사변형은 두 쌍의 대변이 각각 평행함을 이용한다.

풀이 $y=\dfrac{1}{2}x^2+x-4$에 $y=0$을 대입하면

$\dfrac{1}{2}x^2+x-4=0,\qquad x^2+2x-8=0$

$(x+4)(x-2)=0\qquad \therefore x=-4$ 또는 $x=2$

$\therefore A(-4,\ 0),\ C(2,\ 0)$

$y=\dfrac{1}{2}x^2+x-4$에 $x=0$을 대입하면

$y=-4\qquad \therefore B(0,\ -4)$ ⋯ ❶

$D(a,\ b)$라 하면 □ABCD가 평행사변형이므로

$\overline{AB}\,/\!/\,\overline{DC}$에서 $\quad \dfrac{-4-0}{0-(-4)}=\dfrac{b-0}{a-2}$ ← (직선 AB의 기울기) =(직선 CD의 기울기)

$a-2=-b\qquad \therefore a+b=2$ ⋯⋯ ㉠

$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$에서 $\quad \dfrac{b-0}{a-(-4)}=\dfrac{0-(-4)}{2-0}$

$b=2a+8 \qquad \therefore 2a-b=-8$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-2,\ b=4$

$\therefore \mathrm{D}(-2,\ 4)$ ⋯ ❷

답 $(-2,\ 4)$

채점 기준	비율
❶ 세 점 A, B, C의 좌표를 구할 수 있다.	40 %
❷ 점 D의 좌표를 구할 수 있다.	60 %

SSEN 특강

① 두 점 $(x_1,\ y_1)$, $(x_2,\ y_2)$를 지나는 직선의 기울기
➡ $\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ (단, $x_1 \neq x_2$)

② 두 직선 $y=ax+b$, $y=a'x+b'$이 평행
➡ $a=a'$, $b \neq b'$

1334 전략 먼저 축의 방정식과 $\overline{\mathrm{AB}}=4$임을 이용하여 두 점 A, B의 좌표를 구한다.

풀이 $y=2x^2+4x+k=2(x+1)^2+k-2$

이 그래프의 축의 방정식이 $x=-1$이고, $\overline{\mathrm{AB}}=4$이므로

$\mathrm{A}(-1-2,\ 0)$, $\mathrm{B}(-1+2,\ 0)$

$\therefore \mathrm{A}(-3,\ 0)$, $\mathrm{B}(1,\ 0)$ ⋯ ❶

$y=2x^2+4x+k$에 $x=1$, $y=0$을 대입하면

$0=2+4+k \qquad \therefore k=-6$ ⋯ ❷

즉 $y=2(x+1)^2-6-2=2(x+1)^2-8$이므로

$\mathrm{C}(-1,\ -8)$ ⋯ ❸

$\therefore \triangle\mathrm{ABC}=\dfrac{1}{2}\times4\times8=16$ ⋯ ❹

답 16

채점 기준	비율
❶ 두 점 A, B의 좌표를 구할 수 있다.	30 %
❷ k의 값을 구할 수 있다.	30 %
❸ 점 C의 좌표를 구할 수 있다.	20 %
❹ △ABC의 넓이를 구할 수 있다.	20 %

1335 전략 주어진 이차함수의 그래프를 이용하여 a, b의 부호를 구한다.

풀이 그래프의 축이 y축의 오른쪽에 위치하므로

$-a<0 \qquad \therefore a>0$

y축과의 교점이 원점의 아래쪽에 위치하므로

$b<0$ ⋯ ❶

$\therefore a-b>0,\ b-a<0$ ⋯ ❷

$\therefore \sqrt{(a-b)^2}-\sqrt{(b-a)^2}=a-b+(b-a)$

$=0$ ⋯ ❸

답 0

채점 기준	비율
❶ a, b의 부호를 구할 수 있다.	40 %
❷ $a-b$, $b-a$의 부호를 구할 수 있다.	30 %
❸ 주어진 식을 간단히 할 수 있다.	30 %

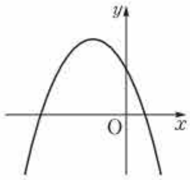
1336 전략 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$ 꼴로 놓고 그래프가 모든 사분면을 지나는 경우를 생각한다.

풀이 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 10)$이므로 이차함수의 식은

$y=a(x+2)^2+10$

$=ax^2+4ax+4a+10$ ⋯ ❶

꼭짓점이 제2사분면 위에 있으므로 이 그래프가 모든 사분면을 지나려면 오른쪽 그림과 같아야 한다.



즉 위로 볼록해야 하므로

$a<0$ …… ㉠

또 y축과의 교점이 원점의 위쪽에 위치해야 하므로

$4a+10>0 \qquad \therefore a>-\dfrac{5}{2}$ …… ㉡ ⋯ ❷

㉠, ㉡을 모두 만족시키는 정수 a는 -2, -1의 2개이다. ⋯ ❸

답 2

채점 기준	비율
❶ 이차함수의 식을 세울 수 있다.	30 %
❷ a의 값의 범위를 구할 수 있다.	50 %
❸ 정수 a의 개수를 구할 수 있다.	20 %