# 정답과 풀이

중 2-1

# I 유리수와 순환소수

## 01 유리수와 순환소수

**[확인 ❶]** 답 ⑤

⑤ $a \div b = \frac{a}{b}$는 유리수이므로 순환하지 않는 무한소수가 될 수 없다.

**[확인 ❷]** 답 7

$\frac{2}{27} = 0.\dot{0}7\dot{4}$이므로 순환마디의 숫자는 0, 7, 4의 3개이다.
이때 $50 = 3 \times 16 + 2$이므로 소수점 아래 50번째 자리의 숫자는 순환마디의 2번째 숫자인 7이다.

**[확인 ❸]** 답 $\frac{3}{2^3 \times 5}$, $\frac{15}{2 \times 3 \times 5^2}$

$\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$, $\frac{3}{28} = \frac{3}{2^2 \times 7}$, $\frac{24}{90} = \frac{4}{15} = \frac{4}{3 \times 5}$, $\frac{3}{2^3 \times 5}$,
$\frac{7}{2 \times 3^2}$, $\frac{15}{2 \times 3 \times 5^2} = \frac{1}{2 \times 5}$, $\frac{12}{2^4 \times 7} = \frac{3}{2^2 \times 7}$
따라서 유한소수로 나타낼 수 있는 것은 $\frac{3}{2^3 \times 5}$, $\frac{15}{2 \times 3 \times 5^2}$이다.

**[확인 ❹]** 답 (1) 1000 (2) 10 (3) 990 (4) 1241 (5) $\frac{1241}{990}$

**[확인 ❺]** 답 (1) × (2) ×

(1) 무한소수 중 순환하지 않는 무한소수는 유리수가 아니다.
(2) 유리수 중 순환소수는 유한소수로 나타낼 수 없다.

**STEP 1** | 억울하게 울리는 문제 pp. 008~009

| | |
|---|---|
| **1** (1) 유리수이다 (2) 유리수가 아니다 (3) 순환소수 (4) 기약분수 | |
| **2** (1) × (2) × | **3** (1) 순환소수 (2) 유리수 |
| **4-1** 15 | **4-2** 9 |
| **5-1** 8 | **5-2** 2 |
| **6-1** 4 | **6-2** 1 |

**1** 답 (1) 유리수이다 (2) 유리수가 아니다 (3) 순환소수 (4) 기약분수

(3) 무한소수 중 순환소수는 분수로 나타낼 수 있고, 순환하지 않는 무한소수는 분수로 나타낼 수 없다.

**2** 답 (1) × (2) ×

(1) $0.\dot{1} + (-0.\dot{1}) = \frac{1}{9} + \left(-\frac{1}{9}\right) = 0$과 같이 무한소수와 무한소수의 합이 정수인 경우도 있다.
(2) $0.3 \times 0.\dot{3} = \frac{3}{10} \times \frac{3}{9} = \frac{1}{10} = 0.1$과 같이 유한소수와 순환소수의 곱이 유한소수인 경우도 있다.

**4-1** 답 15

$\frac{5}{6} = 0.8\dot{3}$이므로 $A = 3$
$A = 3$을 $\frac{A}{198}$에 대입하면
$\frac{3}{198} = \frac{1}{66} = 0.0\dot{1}\dot{5}$
따라서 구하는 순환마디는 15이다.

**4-2** 답 9

$\frac{1}{9} = 0.\dot{1}$이므로 순환마디의 숫자는 1의 1개이다.
$\therefore a = 1$
$\frac{2}{11} = 0.\dot{1}\dot{8}$이므로 순환마디의 숫자는 1, 8의 2개이다.
$\therefore b = 2$
$\frac{3}{13} = 0.\dot{2}3076\dot{9}$이므로 순환마디의 숫자는 2, 3, 0, 7, 6, 9의 6개이다.
$\therefore c = 6$
$\therefore a + b + c = 1 + 2 + 6 = 9$

**5-1** 답 8

$\frac{2}{7} = 0.\dot{2}8571\dot{4}$이므로 소수점 아래 첫 번째 자리부터 순환마디가 시작되고, 순환마디의 숫자는 2, 8, 5, 7, 1, 4의 6개이다.
이때 $2000 = 6 \times 333 + 2$이므로 소수점 아래 2000번째 자리의 숫자는 순환마디의 두 번째 숫자인 8이다.
$\therefore a_{2000} = 8$

**5-2** 답 2

$\frac{5}{13} = 0.\dot{3}8461\dot{5}$이므로 소수점 아래 첫 번째 자리부터 순환마디가 시작되고, 순환마디의 숫자는 3, 8, 4, 6, 1, 5의 6개이다.
이때 $20 = 6 \times 3 + 2$이므로 소수점 아래 20번째 자리의 숫자는 순환마디의 두 번째 숫자인 8이다.
$\therefore a = 8$
또 $100 = 6 \times 16 + 4$이므로 소수점 아래 100번째 자리의 숫자는 순환마디의 4번째 숫자인 6이다.
$\therefore b = 6$
$\therefore a - b = 8 - 6 = 2$

## 6-1 답 4

$\frac{1}{22}=0.0\dot{4}\dot{5}$이므로 소수점 아래 두 번째 자리부터 순환마디가 시작되고, 순환마디의 숫자는 4, 5의 2개이다.

이때 $30-1=2\times14+1$이므로 소수점 아래 30번째 자리의 숫자는 순환마디의 첫 번째 숫자인 4이다.

## 6-2 답 1

$\frac{4}{35}=0.1\dot{1}4285\dot{7}$이므로 소수점 아래 두 번째 자리부터 순환마디가 시작되고, 순환마디의 숫자는 1, 4, 2, 8, 5, 7의 6개이다.

이때 $50-1=6\times8+1$이므로 소수점 아래 50번째 자리의 숫자는 순환마디의 첫 번째 숫자인 1이다.

## STEP 2 | 반드시 등수 올리는 문제 pp. 010~014

| | | |
|---|---|---|
| **01** 225 | **02** 61 | **03** ㉠, ㉢ |
| **04** 9개 | **05** 419 | **06** 88 |
| **07** 1 | **08** 84 | **09** 567 |
| **10** 14개 | **11** 24개 | **12** 23, 56, 89 |
| **13** 13개 | **14** ⑤ | **15** ㉢, ㉣, ㉥ |
| **16** 3 | **17** $0.\dot{0}\dot{9}$, $0.\dot{2}\dot{7}$ | **18** $0.000\dot{1}$ |
| **19** 2 | **20** $\frac{9}{14}$ | **21** 14, 19 |
| **22** $0.000\dot{1}$ | **23** 24 | |

## 01 답 225

$\frac{2}{21}=0.\dot{0}9523\dot{8}$이므로 소수점 아래 첫 번째 자리부터 순환마디가 시작되고, 순환마디의 숫자는 0, 9, 5, 2, 3, 8의 6개이다.

이때 $50=6\times8+2$이므로

$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{50}$

$=8\times(0+9+5+2+3+8)+0+9$

$=225$

**전략**

$\frac{2}{21}$를 소수로 나타낸 후 순환마디를 구한다.

## 02 답 61

$\frac{3}{14}=0.2\dot{1}4285\dot{7}$이므로 소수점 아래 두 번째 자리부터 순환마디가 시작되고, 순환마디의 숫자는 1, 4, 2, 8, 5, 7의 6개이다.

이때 $15-1=6\times2+2$이므로

$x_1+x_2+x_3+\cdots+x_{15}$

$=2+2\times(1+4+2+8+5+7)+1+4$

$=61$

**전략**

먼저 $\frac{3}{14}$을 소수로 나타낸 후 순환마디를 구한다. 이때 순환마디가 소수점 아래 몇 번째 자리부터 시작하는지 유의하여 $x_1, x_2, x_3, \cdots, x_{15}$의 규칙성을 찾아본다.

## 03 답 ㉠, ㉢

$\frac{4}{7}=0.\dot{5}7142\dot{8}$이므로 소수점 아래 첫 번째 자리부터 순환마디가 시작되고, 순환마디의 숫자는 5, 7, 1, 4, 2, 8의 6개이다.

㉠ $30=6\times5$이므로 소수점 아래 30번째 자리의 숫자는 순환마디의 6번째 숫자인 8이다.

$\therefore f(30)=8$

㉡ 순환마디의 숫자의 개수가 6개이므로

$f(n)=f(n+6)$

㉢ 순환마디의 숫자는 5, 7, 1, 4, 2, 8이므로 $f(n)=1$을 만족하는 자연수 $n$의 값은 3, 9, 15, $\cdots$이다.

즉 두 자리의 자연수 $n$은 15, 21, 27, $\cdots$, 99의 15개이다.

따라서 보기 중 옳은 것은 ㉠, ㉢이다.

**전략**

$f(n)=f(n+5)$이면

$f(1)=f(6)$, $f(2)=f(7)$, $f(3)=f(8)$, $f(4)=f(9)$, $\cdots$임을 의미한다.

## 04 답 9개

$\frac{22319}{9999}=2.\dot{2}32\dot{1}$이므로 소수점 아래 첫 번째 자리부터 순환마디가 시작되고, 순환마디의 숫자는 2, 3, 2, 1의 4개이다.

$a_1=a_5=a_9=\cdots=2$

$a_2=a_6=a_{10}=\cdots=3$

$a_3=a_7=a_{11}=\cdots=2$

$a_4=a_8=a_{12}=\cdots=1$

$\frac{6}{7}=0.\dot{8}5714\dot{2}$이므로 소수점 아래 첫 번째 자리부터 순환마디가 시작되고, 순환마디의 숫자는 8, 5, 7, 1, 4, 2의 6개이다.

$b_1=b_7=b_{13}=\cdots=8$

$b_2=b_8=b_{14}=\cdots=5$

$b_3=b_9=b_{15}=\cdots=7$

$b_4=b_{10}=b_{16}=\cdots=1$

$b_5=b_{11}=b_{17}=\cdots=4$

$b_6=b_{12}=b_{18}=\cdots=2$

(ⅰ) $n$이 100 이하의 자연수일 때, $a_n=b_n=2$인 경우

$a_n=2$인 $n$의 값은 1, 3, 5, $\cdots$, 99

$b_n=2$인 $n$의 값은 6, 12, 18, $\cdots$, 96

따라서 $a_n=b_n=2$를 만족하는 $n$의 값은 없다.

(ⅱ) $n$이 100 이하의 자연수일 때, $a_n=b_n=1$인 경우

$a_n=1$인 $n$의 값은 4, 8, 12, $\cdots$, 100

$b_n=1$인 $n$의 값은 4, 10, 16, $\cdots$, 100

따라서 $a_n=b_n=1$을 만족하는 $n$의 값은 4, 16, 28, 40, 52, 64, 76, 88, 100의 9개이다.

(i), (ii)에서 $a_n=b_n$을 만족하는 자연수 $n$의 값은 9개이다.

전략
먼저 두 분수 $\frac{22319}{9999}$와 $\frac{6}{7}$을 소수로 나타낸 후 순환마디를 각각 구한다. 이때 $a_n$과 $b_n$의 규칙성을 찾아 $a_n=b_n$인 경우를 구해 본다.

## 05 답 419

$$\frac{156}{375}=\frac{52}{125}=\frac{52}{5^3}=\frac{52\times 2^3}{5^3\times 2^3}=\frac{416}{10^3}=\frac{4160}{10^4}=\frac{41600}{10^5}=\cdots$$

따라서 $a+n$의 최솟값은 $416+3=419$

전략
먼저 분수를 기약분수로 나타낸 후 분모를 10의 거듭제곱 꼴로 나타낸다.

## 06 답 88

$\frac{11}{2^3\times 5^2\times a}$이 유한소수가 되려면 $a$는 2 또는 5를 소인수로 갖는 수이거나 11의 배수이면서 2 또는 5를 소인수로 갖는 수이다.

따라서 $a$의 값이 될 수 있는 가장 큰 두 자리의 자연수는

$2^3\times 11=88$

전략
기약분수의 분모를 소인수분해하였을 때, 소인수가 2 또는 5뿐이면 유한소수로 나타낼 수 있다.

## 07 답 1

$\frac{9}{21}=\frac{3}{7}$이므로 유한소수로 나타낼 수 없다.

$\therefore 9★21=-1$

$\frac{15}{8}=\frac{15}{2^3}$이므로 유한소수로 나타낼 수 있다.

$\therefore 15★8=1$

$\frac{169}{65}=\frac{13}{5}$이므로 유한소수로 나타낼 수 있다.

$\therefore 169★65=1$

$\therefore (9★21)+(15★8)+(169★65)=-1+1+1=1$

전략
먼저 분수를 기약분수로 나타낸 후 분모를 소인수분해한다.

## 08 답 84

$\frac{19}{114}\times A=\frac{1}{6}\times A=\frac{1}{2\times 3}\times A$가 유한소수가 되려면 $A$는 3의 배수이어야 한다.

$\frac{9}{140}\times A=\frac{9}{2^2\times 5\times 7}\times A$가 유한소수가 되려면 $A$는 7의 배수이어야 한다.

즉 $A$는 3과 7의 공배수인 21의 배수이어야 한다.

따라서 구하는 가장 큰 두 자리의 자연수는

$21\times 4=84$

전략
두 분수를 기약분수로 나타낸 후 분모의 소인수 중 2 또는 5 이외의 수를 동시에 약분할 수 있는 $A$의 값을 구한다.

## 09 답 567

조건 (나)에서

$\frac{A}{630}=\frac{A}{2\times 3^2\times 5\times 7}$가 유한소수가 되려면 $A$는 $3^2\times 7$, 즉 63의 배수이어야 한다.

조건 (다)에서

$\frac{A}{630}\times 40=\frac{2^2\times A}{3^2\times 7}$가 어떤 자연수의 제곱이 되려면 $A$는 $3^2\times 7\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.

즉 조건 (나), (다)를 만족하는 $A$는 $63\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.

따라서 가능한 $A$의 값은

$A=63\times 1^2,\ 63\times 2^2,\ 63\times 3^2,\ \cdots$

이 중 조건 (가)를 만족하는 $A$의 값은

$63\times 3^2=567$

전략
먼저 조건 (나), (다)를 만족하는 $A$의 값을 모두 구한다.

## 10 답 14개

(i) 분모의 소인수가 2만 있는 경우

$2,\ 2^2,\ 2^3,\ 2^4,\ 2^5,\ 2^6$의 6개

(ii) 분모의 소인수가 5만 있는 경우

$5,\ 5^2$의 2개

(iii) 분모의 소인수가 2와 5가 있는 경우

$2\times 5,\ 2\times 5^2,\ 2^2\times 5,\ 2^2\times 5^2,\ 2^3\times 5,\ 2^4\times 5$의 6개

(i)~(iii)에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것은

$6+2+6=14$(개)

전략
분모의 소인수가 2만 있는 경우, 분모의 소인수가 5만 있는 경우, 분모의 소인수가 2와 5가 있는 경우로 나누어 생각해 본다.

## 11 답 24개

$\frac{21}{30}\le\frac{x}{30}\le\frac{100}{30}$에서 $\frac{x}{30}=\frac{x}{2\times 3\times 5}$가 유한소수가 되려면 $x$는 3의 배수이어야 한다.

이때 $21\le x\le 100$을 만족하는 자연수 $x$의 값 중 3의 배수는

$3\times 7=21,\ 3\times 8=24,\ 3\times 9=27,\ \cdots,\ 3\times 33=99$이므로 27개이고 이 중에서 $\frac{x}{30}$를 정수로 만드는 $x$의 값은 30, 60, 90의 3개이다.

따라서 유한소수로 나타낼 수 있는 것은

$27-3=24$(개)

전략
분모인 30을 소인수분해하면 $2\times 3\times 5$이므로 유한소수가 되려면 분자는 3의 배수이어야 한다.

## 12 답 23, 56, 89

$165x-k=10$에서 $165x=k+10$

$\therefore x=\dfrac{k+10}{165}=\dfrac{k+10}{3\times5\times11}$

이때 $x$가 유한소수가 되려면 $k+10$은 $3\times11$, 즉 33의 배수이어야 하므로

$k+10=33, 66, 99, 132, \cdots$

$\therefore k=23, 56, 89, 122, \cdots$

따라서 구하는 두 자리의 자연수 $k$의 값은 23, 56, 89이다.

**전략**
먼저 일차방정식의 해를 구한 후 해가 유한소수가 되도록 하는 $k$의 값을 구한다.

## 13 답 13개

$\dfrac{2}{5}=\dfrac{14}{35}$, $\dfrac{6}{7}=\dfrac{30}{35}$이므로 구하는 분수를 $\dfrac{a}{35}$라 하면

$\dfrac{14}{35}<\dfrac{a}{35}<\dfrac{30}{35}$

이를 만족하는 자연수 $a$의 값은 $15, 16, 17, \cdots, 29$의 15개이다.

이때 $\dfrac{a}{35}=\dfrac{a}{5\times7}$가 유한소수가 되려면 $a$의 값은 $14<a<30$인 7의 배수이어야 한다.

즉 $\dfrac{a}{35}$가 유한소수가 되도록 하는 자연수 $a$의 값은 21, 28의 2개이다.

따라서 유한소수로 나타낼 수 없는 것은 $15-2=13$(개)

**전략**
두 분수 $\dfrac{2}{5}$와 $\dfrac{6}{7}$ 사이의 분수 중에서 분모가 35이고 유한소수로 나타낼 수 있는 것의 개수를 구해 본다.

## 14 답 ⑤

⑤ $\dfrac{13}{495}=\dfrac{26}{990}=0.0\dot{2}\dot{6}$

**전략**
순환소수 $A$를 분수로 나타낼 때, $A=\dfrac{n}{495}=\dfrac{2n}{990}$ ($n$과 495는 서로소)이라 하면 분모가 990이므로 순환마디는 소수점 아래 두 번째 자리부터 시작되고, 순환마디의 숫자의 개수는 2개이다.

## 15 답 ㄷ, ㄹ, ㅂ

$0.3\dot{4}\dot{a}=\dfrac{340+a-3}{990}$이므로 $\dfrac{337+a}{990}=\dfrac{b}{330}$

즉 $337+a=3b$이므로 $b=\dfrac{337+a}{3}$

$b$는 자연수이므로 $337+a$는 3의 배수이어야 한다.

이때 $a$는 한 자리의 자연수이므로

(ⅰ) $a=2$일 때, $b=\dfrac{337+2}{3}=113$

$\quad\therefore b-a=113-2=111$

(ⅱ) $a=5$일 때, $b=\dfrac{337+5}{3}=114$

$\quad\therefore b-a=114-5=109$

(ⅲ) $a=8$일 때, $b=\dfrac{337+8}{3}=115$

$\quad\therefore b-a=115-8=107$

(ⅰ)~(ⅲ)에서 $b-a$의 값이 될 수 있는 것은 ㄷ, ㄹ, ㅂ이다.

**전략**
순환소수 $0.3\dot{4}\dot{a}$를 분수로 나타낸 후 $a$와 $b$의 값을 각각 구한다.

## 16 답 3

$0.\dot{x}=\dfrac{x}{9}$이므로 $\dfrac{1}{3}\le0.\dot{x}<\dfrac{5}{7}$에서

$\dfrac{1}{3}\le\dfrac{x}{9}<\dfrac{5}{7}\qquad\therefore \dfrac{21}{63}\le\dfrac{7x}{63}<\dfrac{45}{63}$

이때 $x$는 한 자리의 자연수이므로 $x$의 값은 3, 4, 5, 6이다.

따라서 $a=6$, $b=3$이므로

$a-b=6-3=3$

**전략**
$0.\dot{x}=\dfrac{x}{9}$로 나타낸 후 분모를 통분하여 분자를 비교한다.

## 17 답 $0.\dot{0}\dot{9}$, $0.\dot{2}\dot{7}$

$0.\dot{x}\dot{y}=\dfrac{10x+y}{99}$, $0.\dot{y}\dot{x}=\dfrac{10y+x}{99}$, $0.\dot{5}=\dfrac{5}{9}$이므로

$0.\dot{x}\dot{y}+0.\dot{y}\dot{x}=0.\dot{5}$에서

$\dfrac{10x+y}{99}+\dfrac{10y+x}{99}=\dfrac{5}{9}$, $\dfrac{11x+11y}{99}=\dfrac{5}{9}$

$\dfrac{x+y}{9}=\dfrac{5}{9}\qquad\therefore x+y=5$

이때 $x$, $y$는 $y>x$인 한 자리의 자연수이므로

$x=1, y=4$ 또는 $x=2, y=3$

(ⅰ) $x=1$, $y=4$일 때

$$0.\dot{y}\dot{x}-0.\dot{x}\dot{y}=0.\dot{4}\dot{1}-0.\dot{1}\dot{4}=\dfrac{41}{99}-\dfrac{14}{99}=\dfrac{27}{99}=0.\dot{2}\dot{7}$$

(ⅱ) $x=2$, $y=3$일 때

$$0.\dot{y}\dot{x}-0.\dot{x}\dot{y}=0.\dot{3}\dot{2}-0.\dot{2}\dot{3}=\dfrac{32}{99}-\dfrac{23}{99}=\dfrac{9}{99}=0.\dot{0}\dot{9}$$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 순환소수는 $0.\dot{0}\dot{9}$, $0.\dot{2}\dot{7}$이다.

**전략**
$0.xy=\dfrac{10x+y}{100}$이므로 $0.\dot{x}\dot{y}=\dfrac{10x+y}{99}$, $0.\dot{y}\dot{x}=\dfrac{10y+x}{99}$이다.
이때 $0.\dot{x}\dot{y}$를 $\dfrac{xy}{99}$로 생각하지 않도록 주의한다.

## 18 답 $0.000\dot{1}$

$<2,\ 3,\ 5,\ 7>=0.\dot{2}+0.0\dot{3}+0.00\dot{5}+0.000\dot{7}$

$=\frac{2}{9}+\frac{3}{90}+\frac{5}{900}+\frac{7}{9000}$

$=\frac{2357}{9000}$

$=2357\times\frac{1}{9000}$

$=2357\times0.000\dot{1}$

$\therefore A=0.000\dot{1}$

**전략**

<2, 3, 5, 7>을 조건에 맞게 분수로 나타내어 본다.

## 19 답 2

$1-\frac{2}{1+\frac{1}{x}}=1-\frac{2x}{x+1}=\frac{1-x}{x+1}$

$0.\dot{6}\dot{3}=\frac{63}{99}=\frac{7}{11}$이므로

$\frac{1-x}{x+1}=\frac{7}{11}$에서 $7x+7=11-11x$

$18x=4 \qquad \therefore x=\frac{2}{9}$

따라서 $0.\dot{a}=\frac{2}{9}=0.\dot{2}$이므로 $a=2$

**전략**

$\frac{\frac{d}{c}}{\frac{b}{a}}$와 같이 분수의 분모나 분자가 분수로 되어 있는 분수를 번분수라 한다. 이때 번분수는 다음과 같이 계산한다.

➡ $\frac{\frac{d}{c}}{\frac{b}{a}}=\frac{d}{c}\div\frac{b}{a}=\frac{d}{c}\times\frac{a}{b}=\frac{ad}{bc}$

특히 $\frac{1}{\frac{b}{a}}=1\div\frac{b}{a}=1\times\frac{a}{b}=\frac{a}{b}$이다.

## 20 답 $\frac{9}{14}$

$a=1+\frac{3}{10}+\frac{2}{10^2}+\frac{7}{10^3}+\frac{2}{10^4}+\frac{7}{10^5}+\frac{2}{10^6}+\cdots$

$=1.3\dot{2}\dot{7}=\frac{1314}{990}=\frac{73}{55}$

$b=\frac{2}{10}+\frac{2}{10^2}+\frac{8}{10^3}+\frac{2}{10^4}+\frac{8}{10^5}+\frac{2}{10^6}+\cdots$

$=0.2\dot{2}\dot{8}=\frac{226}{990}=\frac{113}{495}$

즉 $a=\frac{73}{55}$, $b=\frac{113}{495}$이므로

$a+b=\frac{73}{55}+\frac{113}{495}=\frac{770}{495}=\frac{14}{9}$

$\therefore <a+b>=\frac{9}{14}$

**전략**

$a$, $b$를 각각 순환소수로 나타낸 후 분수로 나타내어 본다.

## 21 답 14, 19

$0.0\dot{b}=\frac{b}{90}$, $0.\dot{a}=\frac{a}{9}$, $0.00\dot{c}=\frac{c}{900}$이므로

$(0.0\dot{b})^2=0.\dot{a}\times0.00\dot{c}$에서

$\left(\frac{b}{90}\right)^2=\frac{a}{9}\times\frac{c}{900}$, $\frac{b^2}{8100}=\frac{ac}{8100} \qquad \therefore b^2=ac$

따라서 주어진 조건을 만족하는 세 자연수 $a$, $b$, $c$는

$a=2$, $b=4$, $c=8$ 또는 $a=4$, $b=6$, $c=9$이므로

$a+b+c$의 값은 14 또는 19이다.

**전략**

순환소수를 분수로 나타낸 후 조건에 맞는 $a$, $b$, $c$의 값을 각각 구한다.

## 22 답 $0.000\dot{1}$

$1.9\dot{8}=1.9888\cdots$이므로 $1.9\dot{8}<1.99$

$\therefore 1.9\dot{8}◎1.99=1.99-1.9\dot{8}$

$=\frac{199}{100}-\frac{179}{90}$

$=\frac{1}{900}=0.00\dot{1}$

$0.00\dot{1}=0.00111\cdots$이므로 $0.00\dot{1}>0.001$

$\therefore 0.00\dot{1}◎0.001=0.00\dot{1}-0.001$

$=\frac{1}{900}-\frac{1}{1000}$

$=\frac{1}{9000}=0.000\dot{1}$

$\therefore (1.9\dot{8}◎1.99)◎0.001=0.00\dot{1}◎0.001$

$=0.000\dot{1}$

**전략**

- 순환소수의 대소 관계

  방법 1 순환소수를 풀어 써서 소수점 아래 첫 번째 자리의 숫자부터 차례로 비교한다.

  방법 2 순환소수를 분수로 나타내어 비교한다.

## 23 답 24

$c\times9999.\dot{9}-c=c\times\frac{99999-9999}{9}-c$

$=10000c-c=9999c$

$=9999\times\frac{b}{a\times1111}=9\times\frac{b}{a}$

이때 $9\times\frac{b}{a}$가 자연수이므로 $a$는 1이 아닌 9의 약수이다.

한편 두 자연수 $a$, $b$는 서로소이므로

$a=3$일 때, $b=2, 4, 5, 7, 8$

$a=9$일 때, $b=2, 4, 5, 7, 8$

따라서 구하는 최댓값은 $a=3$, $b=8$일 때이므로

$9\times\frac{b}{a}=9\times\frac{8}{3}=24$

**전략**

$\frac{b}{a\times1111}$는 기약분수이므로 $a$와 $b$는 서로소이다.

**STEP 3** | 전교 1등 확실하게 굳히는 문제 pp. 015~016

| | | |
|---|---|---|
| **1** $0.\dot{8}$ | **2** 2 | **3** $\left(\frac{23}{3}, \frac{58}{9}\right)$ |
| **4** 5개 | **5** 18 | |

## 1 답 $0.\dot{8}$

$\frac{A}{720}=\frac{A}{2^4\times3^2\times5}$가 유한소수가 되려면 $A$는 $3^2$, 즉 9의 배수이어야 한다.

따라서 $A$의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는 9이므로 $x=9$

한편 소수점 아래 두 번째 자리부터 순환마디가 시작되는 순환소수는 분수로 나타내었을 때, 분모에서 일의 자리의 숫자만 0이고 일의 자리를 제외한 나머지 자리의 숫자는 9이어야 한다.

즉 기약분수로 나타내었을 때, 분모의 소인수에 2 또는 5가 1개씩만 있어야 한다.

(i) 분모의 소인수에 2만 1개 있을 때

$A$의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는 $2^3\times5=40$

(ii) 분모의 소인수에 5만 1개 있을 때

$A$의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는 $2^4=16$

(iii) 분모의 소인수에 2, 5가 각각 1개씩 있을 때

$A$의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는 $2^3=8$

(i)~(iii)에서 $y=8$

$\therefore \frac{y}{x}=\frac{8}{9}=0.\dot{8}$

**전략**

(1) 소수점 아래 첫 번째 자리부터 순환마디가 시작되는 순환소수

➡ 분모가 9, 99, 999, …의 꼴이다.

➡ 분모의 소인수에 2와 5가 없다.

(2) 소수점 아래 첫 번째 자리부터 순환마디가 시작되지 않는 순환소수

➡ 분모가 90, 900, 990, …의 꼴이다.

➡ 분모의 소인수에 2 또는 5가 있다.

## 2 답 2

3의 일의 자리의 숫자는 3이므로 $a_1=3$

$3+3^2$의 일의 자리의 숫자는 2이므로 $a_2=2$

$3+3^2+3^3$의 일의 자리의 숫자는 9이므로 $a_3=9$

$3+3^2+3^3+3^4$의 일의 자리의 숫자는 0이므로 $a_4=0$

$3+3^2+3^3+3^4+3^5$의 일의 자리의 숫자는 3이므로 $a_5=3$

⋮

$\therefore a_1=a_5=a_9=\cdots=3$

$a_2=a_6=a_{10}=\cdots=2$

$a_3=a_7=a_{11}=\cdots=9$

$a_4=a_8=a_{12}=\cdots=0$ …… 40 %

즉 $0.a_1a_2a_3\cdots a_n\cdots=0.32903290\cdots=0.\dot{3}29\dot{0}$이므로 소수점 아래 첫 번째 자리부터 순환마디가 시작되고, 순환마디의 숫자는 3, 2, 9, 0의 4개이다. …… 30 %

이때 $1234=4\times308+2$이므로 소수점 아래 1234번째 자리의 숫자는 순환마디의 두 번째 숫자인 2이다. …… 30 %

**전략**

$a_n$의 값이 규칙적으로 반복되는 것을 이용한다.

$a_1$은 3의 일의 자리의 숫자이므로 3

$a_2$는 $3+3^2=12$의 일의 자리의 숫자이므로 2

$a_3$은 $3+3^2+3^3=39$의 일의 자리의 숫자이므로 9

$a_4$는 $3+3^2+3^3+3^4=120$의 일의 자리의 숫자이므로 0

## 3 답 $\left(\frac{23}{3}, \frac{58}{9}\right)$

점 P의 $x$좌표가 가까워지는 값은

$1+6+6\times\frac{1}{10}+6\times\left(\frac{1}{10}\right)^2+6\times\left(\frac{1}{10}\right)^3+\cdots$

$=7+0.6+0.06+0.006+\cdots$

$=7+0.666\cdots=7.\dot{6}$

$=\frac{69}{9}=\frac{23}{3}$

점 P의 $y$좌표가 가까워지는 값은

$2+4+4\times\frac{1}{10}+4\times\left(\frac{1}{10}\right)^2+4\times\left(\frac{1}{10}\right)^3+\cdots$

$=6+0.4+0.04+0.004+\cdots$

$=6+0.444\cdots=6.\dot{4}$

$=\frac{58}{9}$

따라서 점 P가 가까워지는 점의 좌표는 $\left(\frac{23}{3}, \frac{58}{9}\right)$이다.

**전략**

점 P가 움직이는 규칙을 이용하여 점 P가 가까워지는 점의 $x$좌표와 $y$좌표를 각각 순환소수로 나타낸다.

## 4 답 5개

주어진 조건에 의하여 $A$는 $0.\dot{a}b\dot{c}$ ($a$, $b$, $c$는 0 또는 한 자리의 자연수)의 꼴이다.

즉 약분하기 전의 분모가 999이어야 하므로 기약분수의 분모로 가능한 수는 999의 약수이다.

$999=3^3\times37$이므로 999의 약수는 1, 3, 9, 27, 37, 111, 333, 999이다.

이때 분모가 1이 될 수는 없고, 분모가 3, 9인 기약분수는 순환마디의 숫자가 1개이므로 조건에 맞지 않다.

따라서 분모가 될 수 있는 수는 27, 37, 111, 333, 999의 5개이다.

**전략**

$999=3^3\times37$이므로 약수는 다음과 같다.

| | 1 | 3 | $3^2$ | $3^3$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $1\times1=1$ | $1\times3=3$ | $1\times3^2=9$ | $1\times3^3=27$ |
| 37 | $37\times1=37$ | $37\times3=111$ | $37\times3^2=333$ | $37\times3^3=999$ |

## 5 답 18

$2.\dot{a}bc\dot{d}+1.\dot{c}da\dot{b}=2+0.\dot{a}bc\dot{d}+1+0.\dot{c}da\dot{b}$
$=3+0.\dot{a}bc\dot{d}+0.\dot{c}da\dot{b}$
$=$(자연수)

이때 $0<0.\dot{a}bc\dot{d}<1$, $0<0.\dot{c}da\dot{b}<1$이므로
$0.\dot{a}bc\dot{d}+0.\dot{c}da\dot{b}=1$이어야 한다.

$$\frac{1000a+100b+10c+d}{9999}+\frac{1000c+100d+10a+b}{9999}=1$$

$$\frac{101(10a+b+10c+d)}{9999}=1$$

$10a+b+10c+d=99$

$\therefore\ 10(a+c)+(b+d)=99$

이때 $a$, $b$, $c$, $d$가 한 자리의 자연수이므로

$a+c=9$, $b+d=9$

$\therefore\ a+b+c+d=9+9=18$

**전략**

$0.\dot{a}bc\dot{d}$와 $0.\dot{c}da\dot{b}$는 모두 1보다 작은 순환소수이고, 1보다 작은 두 순환소수의 합이 자연수이므로 합은 1이어야 한다.

# Ⅱ 식의 계산

## 01 단항식과 다항식의 계산

### 확인 ❶ 답 ①, ④

① $a^3\times a^2=a^{3+2}=a^5$

② $(3a^2b^3)^2=3^2a^{2\times2}b^{3\times2}=9a^4b^6$

③ $(x^4)^2\div x^8=x^8\div x^8=1$

④ $\left(\frac{x}{y^4}\right)^2=\frac{x^{1\times2}}{y^{4\times2}}=\frac{x^2}{y^8}$

⑤ $x\times(x^2)^3\div(x^3)^5=x\times x^6\times\frac{1}{x^{15}}=\frac{1}{x^8}$

따라서 옳은 것은 ①, ④이다.

### 확인 ❷ 답 (1) $4a^{22}b^{18}$ (2) $-\frac{1}{6}a^3b$ (3) $\frac{27}{x^5y^2z^{13}}$

(1) $(-2a^3b^2)^2\times(a^2b^3)^3\times(a^2b)^5=4a^6b^4\times a^6b^9\times a^{10}b^5$
$=4a^{22}b^{18}$

(2) $\left(-\frac{1}{2}a^2b\right)^3\div\frac{3}{4}a^3b^2=-\frac{1}{8}a^6b^3\times\frac{4}{3a^3b^2}$
$=-\frac{1}{6}a^3b$

(3) $(3xy^2z)^3\div\{(xyz^2)^2\}^3\div(xyz^2)^2$
$=27x^3y^6z^3\times\frac{1}{x^6y^6z^{12}}\times\frac{1}{x^2y^2z^4}=\frac{27}{x^5y^2z^{13}}$

### 확인 ❸ 답 $4x$

$7x-[6x-4y+\{-x+3y-(2x-y)\}]$
$=7x-\{6x-4y+(-x+3y-2x+y)\}$
$=7x-\{6x-4y+(-3x+4y)\}$
$=7x-3x=4x$

### 확인 ❹ 답 $8xy$

$\{3x+(x-2y)\}\times3y-(6x^3y-9x^2y^2)\div\frac{3}{2}x^2$
$=(4x-2y)\times3y-(6x^3y-9x^2y^2)\times\frac{2}{3x^2}$
$=12xy-6y^2-\left(6x^3y\times\frac{2}{3x^2}-9x^2y^2\times\frac{2}{3x^2}\right)$
$=12xy-6y^2-(4xy-6y^2)$
$=12xy-6y^2-4xy+6y^2$
$=8xy$

**[확인 ⑤]** 답 $12x-8y$

$a-\{b-3(a+b)\}+2b$

$=a-(b-3a-3b)+2b$

$=a-(-3a-2b)+2b$

$=a+3a+2b+2b$

$=4a+4b$

$=4(2x+y)+4(x-3y)$

$=8x+4y+4x-12y$

$=12x-8y$

**STEP 1** | 억울하게 울리는 문제 pp. 020~022

| | |
|---|---|
| **1-1** ① | **1-2** ③ |
| **2-1** 33 | **2-2** $-1$ |
| **3-1** $\dfrac{9x^2}{yz^4}$ | **3-2** $\dfrac{x^3y}{2}$ |
| **4-1** $-3$ | **4-2** 1 |
| **5-1** 0 | **5-2** $6y$ |
| **6-1** $n$이 홀수일 때, 0 / $n$이 짝수일 때, $2^{n+1}-2^{n+2}$ | |
| **6-2** $n$이 홀수일 때, 1 / $n$이 짝수일 때, $-3$ | |
| **7-1** ③ | **7-2** ④ |
| **8-1** ② | **8-2** ⑤ |
| **9-1** ③ | **9-2** ⑤ |

## 1-1 답 ①

① $(x^{\square}y^5)^5=x^{\square\times5}y^{25}=x^{10}y^{25}$이므로

$\square\times5=10 \quad \therefore \square=2$

② $-2\times\left(\dfrac{1}{2}x^{\square}\right)^2=-2\times\dfrac{1}{4}x^{\square\times2}=-\dfrac{1}{2}x^6$이므로

$\square\times2=6 \quad \therefore \square=3$

③ $\left(\dfrac{3}{2}x^3y^{\square}\right)^2=\dfrac{9}{4}x^6y^{\square\times2}=\dfrac{9}{4}x^6y^8$이므로

$\square\times2=8 \quad \therefore \square=4$

④ $3x\times\left(\dfrac{x^{\square}y^5}{3}\right)^3=3x\times\dfrac{x^{\square\times3}y^{15}}{27}=\dfrac{x^{\square\times3+1}y^{15}}{9}=\dfrac{x^{10}y^{15}}{9}$이므로

$\square\times3+1=10 \quad \therefore \square=3$

⑤ $(-3x^{\square}y^2)^4=81x^{\square\times4}y^8=81x^{28}y^8$이므로

$\square\times4=28 \quad \therefore \square=7$

따라서 $\square$ 안에 들어갈 수가 가장 작은 것은 ①이다.

## 1-2 답 ③

① $(a^2b^{\square})^3=a^6b^{\square\times3}=a^6b^{18}$이므로

$\square\times3=18 \quad \therefore \square=6$

② $(a^3)^4\div a^{\square}=a^{12-\square}=a^8$이므로

$12-\square=8 \quad \therefore \square=4$

③ $\left(-\dfrac{b^2}{a^3}\right)^3=-\dfrac{b^6}{a^9}=-\dfrac{b^6}{a^{\square}}$이므로

$\square=9$

④ $a^5\times a^4\div(a^{\square})^2=a^{9-\square\times2}=a$이므로

$9-\square\times2=1 \quad \therefore \square=4$

⑤ $a^{\square}\div(a^2)^2\div a=a^{\square-4-1}=a^3$이므로

$\square-5=3 \quad \therefore \square=8$

따라서 $\square$ 안에 들어갈 수가 가장 큰 것은 ③이다.

## 2-1 답 33

$(4x^2y^3)^2\div(2xy)^2\times9xy^2=16x^4y^6\times\dfrac{1}{4x^2y^2}\times9xy^2$

$=36x^3y^6$

즉 $36x^3y^6=ax^by^c$이므로 $a=36$, $b=3$, $c=6$

$\therefore a+b-c=36+3-6=33$

## 2-2 답 $-1$

$ax^3y^5\div(-2xy^b)^4\times8x^cy^3=ax^3y^5\times\dfrac{1}{16x^4y^{4b}}\times8x^cy^3$

$=\dfrac{a}{2}x^{c-1}y^{8-4b}$

즉 $\dfrac{a}{2}x^{c-1}y^{8-4b}=-2xy^4$이므로

$\dfrac{a}{2}=-2$에서 $a=-4$

$c-1=1$에서 $c=2$

$8-4b=4$에서 $4b=4 \quad \therefore b=1$

$\therefore a+b+c=-4+1+2=-1$

## 3-1 답 $\dfrac{9x^2}{yz^4}$

$(-3x^2y)^2\div\square\times(x^2z)^2=(x^2yz^2)^3$에서

$9x^4y^2\times\dfrac{1}{\square}\times x^4z^2=x^6y^3z^6$

$9x^8y^2z^2\times\dfrac{1}{\square}=x^6y^3z^6$

$\therefore \square=\dfrac{9x^8y^2z^2}{x^6y^3z^6}=\dfrac{9x^2}{yz^4}$

## 3-2 답 $\dfrac{x^3y}{2}$

$(-2x^2y^3)^2\div\square\times\dfrac{1}{6x^2y^2}=\dfrac{4y^3}{3x}$에서

$4x^4y^6\times\dfrac{1}{\square}\times\dfrac{1}{6x^2y^2}=\dfrac{4y^3}{3x}$

$\dfrac{2x^2y^4}{3}\times\dfrac{1}{\square}=\dfrac{4y^3}{3x}$

$\therefore \square=\dfrac{2x^2y^4}{3}\div\dfrac{4y^3}{3x}$

$=\dfrac{2x^2y^4}{3}\times\dfrac{3x}{4y^3}=\dfrac{x^3y}{2}$

### 4-1 답 $-3$

$n$이 홀수일 때, $n+1$은 짝수이므로

$(-1)^n=-1,\ (-1)^{n+1}=1$

$\therefore (-1)^n-(-1)^{n+1}+(-1)^n\times(-1)^{n+1}$

$=-1-1+(-1)\times1$

$=-2-1=-3$

### 4-2 답 1

$n$이 짝수일 때, $n+1$은 홀수이므로

$(-1)^n=1,\ (-1)^{n+1}=-1$

$\therefore (-1)^n-(-1)^{n+1}+(-1)^n\times(-1)^{n+1}$

$=1-(-1)+1\times(-1)$

$=1+1-1=1$

### 5-1 답 0

자연수 $n$에 대하여 $2n+1$은 홀수, $4n$은 짝수이므로

$(-1)^{2n+1}+(-1)^{4n}=-1+1=0$

### 5-2 답 $6y$

자연수 $n$에 대하여 $2n-1$은 홀수, $2n+2$는 짝수, $4n+1$은 홀수이므로

$(-1)^{2n-1}(3x-y)+(-1)^{2n+2}(x+4y)-(-1)^{4n+1}(2x+y)$

$=-(3x-y)+(x+4y)-\{-(2x+y)\}$

$=-3x+y+x+4y+2x+y$

$=6y$

### 6-1 답 $n$이 홀수일 때, 0
$n$이 짝수일 때, $2^{n+1}-2^{n+2}$

(i) $n$이 홀수일 때, $n+1$은 짝수이므로

$2^n+(-2)^{n+1}-2^{n+1}+(-2)^n=2^n+2^{n+1}-2^{n+1}-2^n$

$=0$

(ii) $n$이 짝수일 때, $n+1$은 홀수이므로

$2^n+(-2)^{n+1}-2^{n+1}+(-2)^n=2^n-2^{n+1}-2^{n+1}+2^n$

$=2\times2^n-2\times2^{n+1}$

$=2^{n+1}-2^{n+2}$

### 6-2 답 $n$이 홀수일 때, 1
$n$이 짝수일 때, $-3$

(i) $n$이 홀수일 때, $n+1$은 짝수, $3n-1$은 짝수, $2n$은 짝수이므로

$(-1)^{n+1}+(-1)^{3n-1}-(-1)^{2n}=1+1-1$

$=1$

(ii) $n$이 짝수일 때, $n+1$은 홀수, $3n-1$은 홀수, $2n$은 짝수이므로

$(-1)^{n+1}+(-1)^{3n-1}-(-1)^{2n}=-1+(-1)-1$

$=-3$

### 7-1 답 ③

$(3^2)^7\div81^3\div\left(\dfrac{27}{3^6}\right)^8\times243^2=3^{14}\div(3^4)^3\div\left(\dfrac{3^3}{3^6}\right)^8\times(3^5)^2$

$=3^{14}\times\dfrac{1}{3^{12}}\times3^{24}\times3^{10}$

$=3^{36}=3\times(3^5)^7$

$=3A^7$

### 7-2 답 ④

$\dfrac{2^{201}+16^{100}}{4^{100}}=\dfrac{2\times2^{200}+(2^4)^{100}}{(2^2)^{100}}$

$=\dfrac{2\times2^{200}+2^{400}}{2^{200}}$

$=\dfrac{2\times2^{200}+(2^{200})^2}{2^{200}}$

$=2+2^{200}$

$=a+2$

### 8-1 답 ②

$2^{51}-2^{49}=2\times2^{50}-\dfrac{1}{2}\times2^{50}$

$=2A-\dfrac{1}{2}A$

$=\dfrac{3}{2}A$

### 8-2 답 ⑤

$2\times3^{81}+6\times3^{79}=2\times3\times3^{80}+6\times\dfrac{1}{3}\times3^{80}$

$=6\times3^{80}+2\times3^{80}$

$=6A+2A$

$=8A$

### 9-1 답 ③

$5^{x+2}(2^{x+1}+3^x)=5^{x+2}\times2^{x+1}+5^{x+2}\times3^x$

$=5^x\times5^2\times2^x\times2+5^x\times5^2\times3^x$

$=50\times(5\times2)^x+25\times(5\times3)^x$

$=50\times10^x+25\times15^x$

$=50a+25b$

### 9-2 답 ⑤

$b=5^{x-2}=5^x\div5^2=\dfrac{5^x}{25}$이므로 $5^x=25b$

$\therefore 80^x=(2^4\times5)^x$

$=2^{4x}\times5^x$

$=(2^x)^4\times5^x$

$=a^4\times25b$

$=25a^4b$

**STEP 2** 반드시 등수 올리는 문제 pp. 023~027

| | | |
|---|---|---|
| **01** 12 | **02** 3 | **03** 29 |
| **04** $6^{22}<5^{33}<2^{77}<4^{44}<3^{66}$ | | **05** $x=5$, 24 |
| **06** 2 | **07** 9 | **08** (1) 1 (2) 12 |
| **09** 6 | **10** 36 | **11** 8 |
| **12** 12 | **13** $x^3y^3$ | **14** 375 |
| **15** $-\frac{32}{3}a^8b^6$ | **16** 10 | **17** $\frac{9}{8}a$ |
| **18** $xy^4$장 | **19** $-4x^2+10x+4$ | |
| **20** (1) $x+4$ (2) $4x^2+2$ (3) $-x^2-2x-1$ (4) $3x^2-2x+1$ | | |
| **21** 26 | **22** $-4$ | **23** $xy+x+8y$ |
| **24** $3a^2+5ab-2b^2$ | **25** $-3y+9$ | |
| **26** $b=\frac{50(c-a)}{100-c}$ | **27** $\frac{49}{9}$ | **28** $-\frac{7}{5}$ |
| **29** $\frac{4}{3}$ | | |

## 01 답 12

$108^2=(2^2\times3^3)^2=2^4\times3^6$

즉 $2^4\times3^6=2^{2x}\times3^y$이므로

$2x=4$에서 $x=2$, $y=6$

$\therefore 3x+y=3\times2+6=12$

**전략**

108을 소인수분해하여 거듭제곱의 꼴로 나타낸다.

**참고**

지수법칙에서 다음과 같은 실수를 하지 않도록 주의한다.

$m$, $n$이 자연수일 때

① $a^m+a^n\neq a^{m+n}$ ② $a^m\times a^n\neq a^{mn}$

③ $(a^m)^n\neq a^{m+n}$ ④ $(a^m)^n\neq a^m\times a^n$

⑤ $a^m\div a^n\neq a^{m\div n}$ (단, $a\neq0$) ⑥ $a^m\div a^m\neq0$ (단, $a\neq0$)

## 02 답 3

$(7^4)^3\times7^5\div(7^2)^3=7^{12}\times7^5\div7^6$

$=7^{12+5-6}=7^{11}$

$7^1=7$, $7^2=49$, $7^3=343$, $7^4=2401$, $7^5=16807$, …과 같이 7의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 7, 9, 3, 1의 4개의 숫자가 반복하여 나타난다.

따라서 $11=4\times2+3$이므로 $7^{11}$의 일의 자리의 숫자는 3이다.

**전략**

지수법칙을 이용하여 주어진 식을 7의 거듭제곱으로 나타낸다. 이때 7의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자의 규칙성을 찾는다.

## 03 답 29

$(x^ay^bz^c)^d=x^{ad}y^{bd}z^{cd}=x^{16}y^{48}z^{36}$이므로

$ad=16$, $bd=48$, $cd=36$

이를 만족하는 가장 큰 자연수 $d$는 16, 48, 36의 최대공약수이므로 $d=4$이다. 즉

$4a=16$에서 $a=4$

$4b=48$에서 $b=12$

$4c=36$에서 $c=9$

$\therefore a+b+c+d=4+12+9+4=29$

**전략**

$l$, $m$, $n$이 자연수일 때,

$(a^lb^m)^n=a^{ln}b^{mn}$

## 04 답 $6^{22}<5^{33}<2^{77}<4^{44}<3^{66}$

$2^{77}=(2^7)^{11}=128^{11}$, $3^{66}=(3^6)^{11}=729^{11}$,

$4^{44}=(4^4)^{11}=256^{11}$, $5^{33}=(5^3)^{11}=125^{11}$,

$6^{22}=(6^2)^{11}=36^{11}$이다.

이때 각 수의 지수가 같을 때에는 밑이 큰 수가 더 크므로

$6^{22}<5^{33}<2^{77}<4^{44}<3^{66}$

**전략**

지수법칙을 이용하여 주어진 수들의 지수가 같아지도록 변형한다.

**참고**

$a>0$, $b>0$이고 $m$, $n$은 자연수일 때

① $a^m>b^m$이면 $a>b$

② $a>1$일 때, $a^m>a^n$이면 $m>n$

③ $0<a<1$일 때, $a^m>a^n$이면 $m<n$

## 05 답 $x=5$, 24

$$\frac{2^9\times15^5\times12^3}{6^7\times10^x}=\frac{2^9\times(3\times5)^5\times(2^2\times3)^3}{(2\times3)^7\times(2\times5)^x}$$

$$=\frac{2^9\times3^5\times5^5\times2^6\times3^3}{2^7\times3^7\times2^x\times5^x}$$

$$=\frac{2^{15}\times3^8\times5^5}{2^{x+7}\times3^7\times5^x}$$

$$=\frac{2^8\times3\times5^5}{2^x\times5^x}$$

$x=5$일 때, 가장 작은 자연수가 되므로

$\frac{2^8\times3\times5^5}{2^5\times5^5}=2^3\times3=24$

따라서 가장 작은 자연수가 되도록 하는 자연수 $x$의 값은 5이고, 그때의 자연수는 24이다.

**전략**

15, 12, 6, 10을 각각 소인수분해하고 지수법칙을 이용하여 간단히 한다.

## 06 답 2

$$6^{x+1}+6^x+6^{x-1}=6^x\times6+6^x+6^x\div6$$

$$=6^x\times6+6^x+6^x\times\frac{1}{6}$$

$$=6^x\times\left(6+1+\frac{1}{6}\right)$$

$$=6^x\times\frac{43}{6}$$

한편 $2^8+2=258$이므로

$6^x\times\frac{43}{6}=258$에서 $6^x=258\times\frac{6}{43}=6^2$

$\therefore x=2$

**전략**

$6^{x+1}=6^x\times 6$, $6^{x-1}=6^x\div 6$임을 이용하여 좌변을 간단히 한다.

## 07 답 9

$$3^{x+2}\times(2^{x+3}+2^{x+4})=3^{x+2}\times(2\times 2^{x+2}+2^2\times 2^{x+2})$$
$$=3^{x+2}\times 2^{x+2}\times(2+2^2)$$
$$=(3\times 2)^{x+2}\times 6$$
$$=6^{x+2}\times 6$$
$$=6^{x+3}$$

즉 $6^{x+3}=a^{x+b}$이므로 $a=6$, $b=3$

$\therefore a+b=6+3=9$

**전략**

$2^{x+3}=2\times 2^{x+2}$, $2^{x+4}=2^2\times 2^{x+2}$임을 이용하여 좌변을 간단히 한다.

## 08 답 (1) 1 (2) 12

(1) $\langle x\rangle 2=6(m-2)$에서 $x=2^{6(m-2)}$

$\langle y\rangle 4=3m-6$에서

$y=4^{3m-6}=(2^2)^{3m-6}=2^{6m-12}=2^{6(m-2)}$

$\therefore \frac{x}{y}=\frac{2^{6(m-2)}}{2^{6(m-2)}}=1$

(2) $\langle x\rangle(2k^2)=4$에서 $x=(2k^2)^4=16k^8$

$\langle y\rangle(2k)=2$에서 $y=(2k)^2=4k^2$

$\left\langle\frac{z}{2}\right\rangle\frac{k^2}{2}=3$에서 $\frac{z}{2}=\left(\frac{k^2}{2}\right)^3=\frac{k^6}{8}$ $\quad\therefore z=\frac{k^6}{4}$

$\frac{xz}{y}=16k^8\times\frac{k^6}{4}\div 4k^2=16k^8\times\frac{k^6}{4}\times\frac{1}{4k^2}=k^{12}$이므로

$\left\langle\frac{xz}{y}\right\rangle k=12$ $\quad\therefore A=12$

**전략**

약속에 따라 $x$, $y$, $z$를 거듭제곱의 꼴로 나타낸다.

## 09 답 6

$(2^5+2^5+2^5+2^5)(5^4+5^4+5^4+5^4+5^4)$

$=(4\times 2^5)\times(5\times 5^4)$

$=4\times 2^5\times 5^5=4\times(2\times 5)^5$

$=4\times 10^5=400000$

따라서 주어진 수는 6자리의 자연수이므로 $n=6$

**전략**

$\underbrace{a^m+a^m+a^m+\cdots+a^m}_{a개}=a\times a^m=a^{m+1}$

**참고**

$2^n\times 5^n=(2\times 5)^n=10^n$임을 이용하여 주어진 수를 $a\times 10^n$ ($a$, $n$은 자연수)의 꼴로 나타낸다.
이때 ($a\times 10^n$의 자릿수)$=$($a$의 자릿수)$+n$이다.

## 10 답 36

$$\frac{2^{15}\times 15^{20}}{45^{10}}=\frac{2^{15}\times(3\times 5)^{20}}{(3^2\times 5)^{10}}$$
$$=\frac{2^{15}\times 3^{20}\times 5^{20}}{3^{20}\times 5^{10}}$$
$$=2^{15}\times 5^{10}$$
$$=2^5\times(2\times 5)^{10}$$
$$=32\times 10^{10}$$

따라서 주어진 수는 12자리의 자연수이므로 $a=12$이고, 최고 자리의 숫자는 3이므로 $b=3$

$\therefore ab=12\times 3=36$

**전략**

지수법칙을 이용하여 주어진 수를 $a\times 10^n$ ($a$, $n$은 자연수)의 꼴로 나타낸다.

## 11 답 8

$\frac{2^9+2^{18}+2^{27}}{1+2^9+2^{18}}=\frac{2^9(1+2^9+2^{18})}{1+2^9+2^{18}}=2^9$이므로

$$5\times\left(\frac{2^9+2^{18}+2^{27}}{1+2^9+2^{18}}\right)^{100}=5\times(2^9)^{100}=5\times 2^{900}$$
$$=5\times 2\times 2^{899}$$
$$=2^{899}\times 10$$

$2^1=2$, $2^2=4$, $2^3=8$, $2^4=16$, $2^5=32$, $\cdots$와 같이 2의 거듭제곱의 일의 자리의 숫자는 2, 4, 8, 6의 4개의 숫자가 반복하여 나타난다.
이때 $899=4\times 224+3$이므로 $2^{899}$의 일의 자리의 숫자는 8이다.
따라서 $2^{899}\times 10$의 십의 자리의 숫자는 8이다.

**전략**

$2^9+2^{18}+2^{27}=2^9\times 1+2^9\times 2^9+2^9\times 2^{18}$
$=2^9(1+2^9+2^{18})$

**참고**

$a\times 10$ ($a$는 자연수)의 꼴로 나타내어진 자연수의 십의 자리의 숫자는 $a$의 일의 자리의 숫자와 같다.

## 12 답 12

$\frac{1}{4}xy^2\times\left(\frac{2}{3}x^2y^2\right)^2\div\left(-\frac{1}{3}xy\right)^3$

$=\frac{1}{4}xy^2\times\frac{4}{9}x^4y^4\div\left(-\frac{1}{27}x^3y^3\right)$

$=\frac{xy^2}{4}\times\frac{4x^4y^4}{9}\times\left(-\frac{27}{x^3y^3}\right)$

$=-3x^2y^3$

$=-3\times 2^2\times(-1)^3$

$=-3\times 4\times(-1)=12$

**전략**

- 단항식의 곱셈과 나눗셈의 혼합 계산
  ① 괄호가 있으면 먼저 지수법칙을 이용하여 괄호를 푼다.
  ② 나눗셈은 역수의 곱셈으로 바꾼다.
  ③ 계수는 계수끼리, 문자는 문자끼리 계산한다.

## 13 답 $x^3y^3$

$\frac{27}{8}\times\square\div\left\{\left(-\frac{1}{2}xy\right)^3\times(-3xy^2)^2\right\}$

$=\frac{27}{8}\times\square\div\left(-\frac{1}{8}x^3y^3\times9x^2y^4\right)$

$=\frac{27}{8}\times\square\div\left(-\frac{9}{8}x^5y^7\right)$

$=\frac{27}{8}\times\square\times\left(-\frac{8}{9x^5y^7}\right)$

$=\square\times\left(-\frac{3}{x^5y^7}\right)$

즉 $\square\times\left(-\frac{3}{x^5y^7}\right)=-\frac{3}{x^2y^4}$에서

$\square=\left(-\frac{3}{x^2y^4}\right)\div\left(-\frac{3}{x^5y^7}\right)$

$=\left(-\frac{3}{x^2y^4}\right)\times\left(-\frac{x^5y^7}{3}\right)$

$=x^3y^3$

**전략**

$A\times\square\div B=C \Rightarrow A\times\square\times\frac{1}{B}=C \Rightarrow \square=\frac{BC}{A}$

## 14 답 375

$(3ab^3)^3\div(ab^5)^2\times\left(\frac{a}{3b}\right)^2=27a^3b^9\div a^2b^{10}\times\frac{a^2}{9b^2}$

$=27a^3b^9\times\frac{1}{a^2b^{10}}\times\frac{a^2}{9b^2}$

$=\frac{3a^3}{b^3}$

한편 $a=5^{2x}$이므로 $a^3=(5^{2x})^3=5^{6x}$

$b=5^{2y}$이므로 $b^3=(5^{2y})^3=5^{6y}$

$\therefore (3ab^3)^3\div(ab^5)^2\times\left(\frac{a}{3b}\right)^2=\frac{3a^3}{b^3}=\frac{3\times5^{6x}}{5^{6y}}$

$=3\times5^{6(x-y)}$ ($\because$ $a>b$)

$=3\times5^{6\times\frac{1}{2}}$

$=3\times5^3$

$=375$

**전략**

지수법칙을 이용하여 주어진 식을 간단히 한 후 $a$ 대신 $5^{2x}$, $b$ 대신 $5^{2y}$을 대입하여 식의 값을 구한다.

## 15 답 $-\frac{32}{3}a^8b^6$

$S(6\times a\times T(b))=S(6ab^3)$

$=(6ab^3)^2$

$=36a^2b^6$

$T(-2\times T(a)\times b)=T(-2a^3b)$

$=(-2a^3b)^3$

$=-8a^9b^3$

$T(3ab)=(3ab)^3=27a^3b^3$

$\therefore S(6\times a\times T(b))\times T(-2\times T(a)\times b)\div T(3ab)$

$=36a^2b^6\times(-8a^9b^3)\div27a^3b^3$

$=36a^2b^6\times(-8a^9b^3)\times\frac{1}{27a^3b^3}$

$=-\frac{32}{3}a^8b^6$

## 16 답 10

$\left(-\frac{x^2}{y}\right)^a\times\left(\frac{y^2}{x^b}\right)^3\div\left(-\frac{x^4}{3y}\right)^2$

$=(-1)^a\times\frac{x^{2a}}{y^a}\times\frac{y^6}{x^{3b}}\div\frac{x^8}{9y^2}$

$=(-1)^a\times\frac{x^{2a}}{y^a}\times\frac{y^6}{x^{3b}}\times\frac{9y^2}{x^8}$

$=(-1)^a\times\frac{9x^{2a}y^8}{x^{3b+8}y^a}$

즉 $(-1)^a\times\frac{9x^{2a}y^8}{x^{3b+8}y^a}=-\frac{9y^{c+1}}{x^7}$ ...... ㉠

이때 $(-1)^a=-1$이고 $3<a<7$이므로 $a=5$

㉠에 $a=5$를 대입하면

$(-1)^5\times\frac{9x^{10}y^8}{x^{3b+8}y^5}=-\frac{9y^3}{x^{3b-2}}=-\frac{9y^{c+1}}{x^7}$

$3b-2=7$에서 $3b=9$ $\quad\therefore b=3$

$3=c+1$에서 $c=2$

$\therefore a+b+c=5+3+2=10$

**전략**

지수법칙을 이용하여 좌변을 간단히 한 후 우변과 지수를 비교한다.

## 17 답 $\frac{9}{8}a$

높아진 물의 높이를 $h$라 하면 높아진 물의 높이만큼의 원기둥의 부피는 쇠공의 부피와 같으므로

$\pi\times(2a)^2\times h=\frac{4}{3}\pi\times\left(\frac{3}{2}a\right)^3$

$4\pi a^2h=\frac{9}{2}\pi a^3$

$\therefore h=\frac{9}{2}\pi a^3\div4\pi a^2$

$=\frac{9}{2}\pi a^3\times\frac{1}{4\pi a^2}=\frac{9}{8}a$

따라서 높아진 물의 높이는 $\frac{9}{8}a$이다.

**전략**

높아진 물의 높이만큼의 원기둥의 부피는 쇠공의 부피와 같다.

## 18 답 $xy^4$장

만들 수 있는 가장 작은 정사각형의 한 변의 길이는 $x^3y^5$과 $x^4y$의 최소공배수이다.

이때 $x, y$는 서로소이므로 $x^3y^5$과 $x^4y$의 최소공배수는 $x^4y^5$이다.
따라서 정사각형의 한 변의 길이는 $x^4y^5$이므로 필요한 직사각형 모양의 종이는
$(x^4y^5 \div x^3y^5) \times (x^4y^5 \div x^4y) = xy^4$(장)

**전략**

주어진 직사각형 모양의 종이를 겹치지 않게 빈틈없이 이어 붙여 가장 작은 정사각형 모양을 만들려면 정사각형의 한 변의 길이는 직사각형의 가로, 세로의 길이의 최소공배수이어야 한다.

## 19 답 $-4x^2+10x+4$

$2A-2\{B-(A+3C)\}$
$=2A-2(B-A-3C)$
$=2A-2B+2A+6C$
$=4A-2B+6C$
$=4(-x^2+x)-2(3x^2+3x+1)+6(x^2+2x+1)$
$=-4x^2+4x-6x^2-6x-2+6x^2+12x+6$
$=-4x^2+10x+4$

**전략**

주어진 식을 간단히 한 후 $A, B, C$에 각각의 식을 대입한다.

## 20 답 (1) $x+4$ (2) $4x^2+2$ (3) $-x^2-2x-1$ (4) $3x^2-2x+1$

(1) $(2x^2-2x+4)+(-2x^2+3x)$
$=2x^2-2x+4-2x^2+3x=x+4$
(2) $(6x^2-2x+6)-(2x^2-2x+4)$
$=6x^2-2x+6-2x^2+2x-4=4x^2+2$
(3) $(-3x^2+x-1)-(-2x^2+3x)$
$=-3x^2+x-1+2x^2-3x=-x^2-2x-1$
(4) $(3x^2-x+5)-(x+4)$
$=3x^2-x+5-x-4=3x^2-2x+1$

## 21 답 26

(사다리꼴의 넓이)
$=\frac{1}{2}\times\{(2x+3y)+(x+1+2x+3y+2x-y)\}\times 4y$
$=\frac{1}{2}\times(7x+5y+1)\times 4y$
$=(7x+5y+1)\times 2y$
$=14xy+10y^2+2y$
따라서 $A=0, B=14, C=10, D=0, E=2$이므로
$A+B+C+D+E=0+14+10+0+2=26$

**전략**

(사다리꼴의 넓이)$=\frac{1}{2}\times$\{(윗변의 길이)+(아랫변의 길이)\}$\times$(높이)

## 22 답 $-4$

$x:y:z=2:3:5$이므로
$x=2k, y=3k, z=5k\ (k\neq0)$로 놓고
$3x+5y+z=52$에 대입하면
$3\times2k+5\times3k+5k=52$
$6k+15k+5k=52$
$26k=52 \quad \therefore k=2$
$\therefore x=4, y=6, z=10$
$(4x^2y-8xy+2y^2)\div(-2xy)+(x^2z+xz)\div\frac{1}{3}xz^2$
$=(4x^2y-8xy+2y^2)\times\left(-\frac{1}{2xy}\right)+(x^2z+xz)\times\frac{3}{xz^2}$
$=-2x+4-\frac{y}{x}+\frac{3x}{z}+\frac{3}{z}$
$=-8+4-\frac{6}{4}+\frac{12}{10}+\frac{3}{10}$
$=-4$

**전략**

$x:y:z=2:3:5$이므로 $x=2k, y=3k, z=5k(k\neq0)$로 놓고 주어진 식에 대입하여 $x, y, z$의 값을 구한다.

## 23 답 $xy+x+8y$

$$\begin{vmatrix} 9x^2y-24xy & -\frac{1}{4y} \\ 4xy+16xy^2 & -\frac{1}{3x} \end{vmatrix}$$

$=(9x^2y-24xy)\times\left(-\frac{1}{3x}\right)-\left(-\frac{1}{4y}\right)\times(4xy+16xy^2)$
$=(-3xy+8y)-(-x-4xy)$
$=-3xy+8y+x+4xy$
$=xy+x+8y$

## 24 답 $3a^2+5ab-2b^2$

$x=a+b, y=a-b$이므로
$3ax+2by=3a(a+b)+2b(a-b)$
$=3a^2+3ab+2ab-2b^2$
$=3a^2+5ab-2b^2$

**전략**

주어진 식에 $x=a+b, y=a-b$를 대입한 후 분배법칙을 이용하여 전개한다.

## 25 답 $-3y+9$

$\frac{4^{2x}\times2^y}{2^x}=256$에서
$\frac{(2^2)^{2x}\times2^y}{2^x}=2^8, \frac{2^{4x}\times2^y}{2^x}=2^8$
$\therefore 2^{3x+y}=2^8$
즉 $3x+y=8$이므로 $3x=8-y$
$\therefore 3x-2y+1=(8-y)-2y+1$
$=-3y+9$

전략

$a^m=a^n$이면 $m=n$이다.

**26** 답 $b=\frac{50(c-a)}{100-c}$

(소금의 양)$=\frac{(\text{소금물의 농도})}{100}\times$(소금물의 양)이므로

$\frac{a}{100}\times 50+b=\frac{c}{100}(50+b)$

양변에 100을 곱하면

$50a+100b=c(50+b)$, $50a+100b=50c+bc$

$100b-bc=50c-50a$, $b(100-c)=50(c-a)$

$\therefore b=\frac{50(c-a)}{100-c}$

전략

(1) (소금물의 농도)$=\frac{(\text{소금의 양})}{(\text{소금물의 양})}\times 100\ (\%)$

(2) (소금의 양)$=\frac{(\text{소금물의 농도})}{100}\times$(소금물의 양)

**27** 답 $\frac{49}{9}$

$\frac{x+y}{2x-y}=3$에서 $x+y=3(2x-y)$

$x+y=6x-3y$, $5x=4y$

즉 $x:y=4:5$이므로 $x=4k$, $y=5k(k\neq0)$라 하면

$\frac{x}{x+y}-\frac{y}{x-y}=\frac{4k}{4k+5k}-\frac{5k}{4k-5k}$

$=\frac{4}{9}-(-5)=\frac{49}{9}$

전략

$\frac{x+y}{2x-y}=3$임을 이용하여 $x$와 $y$의 값의 비를 구한다.

**28** 답 $-\frac{7}{5}$

$\frac{1}{a}:\frac{1}{b}=2:3$에서 $\frac{3}{a}=\frac{2}{b}$, $2a=3b$

즉 $a:b=3:2$이므로 $a=3k$, $b=2k(k\neq0)$라 하면

$\frac{a}{a+b}-\frac{b}{a-b}=\frac{3k}{3k+2k}-\frac{2k}{3k-2k}$

$=\frac{3}{5}-2=-\frac{7}{5}$

전략

$\frac{1}{a}:\frac{1}{b}=2:3$임을 이용하여 $a$와 $b$의 값의 비를 구한다.

**29** 답 $\frac{4}{3}$

$a:b=1:2$, $b:c=3:2$에서

$a:b:c=3:6:4$

$a=3k$, $b=6k$, $c=4k(k\neq0)$라 하면

$\frac{4a-2b-c}{5a-3b}=\frac{4\times3k-2\times6k-4k}{5\times3k-3\times6k}$

$=\frac{12k-12k-4k}{15k-18k}$

$=\frac{-4k}{-3k}=\frac{4}{3}$

전략

$a:b=1:2$, $b:c=3:2$에서 2와 3의 최소공배수를 이용하여 $a:b:c$를 구한다.

2와 3의 최소공배수는 6이므로

$a:b=1:2=3:6$, $b:c=3:2=6:4$

즉 $a:b:c=3:6:4$

**STEP 3** | 전교 1등 확실하게 굳히는 문제 pp. 028~030

| | | | |
|---|---|---|---|
| **1** 3개 | **2** $-2$ | **3** 9 | **4** ⑤ |
| **5** (1) $\left(\frac{2}{5}\right)^5$ (2) 133 | | **6** $\frac{32}{27}$ | **7** $\frac{46}{9}$ |
| **8** $b=100-\frac{10000q}{p(100+a)}$ | | | |

**1** 답 3개

$(-1)^n\times(-3)^{m-4}\times(-3)^{n+2}=(-9)^3\times(-27)$에서

$(-1)^n\times(-3)^{m-4+n+2}=(-3^2)^3\times(-3^3)$

$(-1)^n\times(-1)^{m+n-2}\times3^{m+n-2}=-3^6\times(-3^3)$

$(-1)^{m+2n-2}\times3^{m+n-2}=3^9$ …… ㉠ …… 30 %

이때 ㉠의 우변이 양수이므로 $(-1)^{m+2n-2}$의 지수 $m+2n-2$가 짝수이어야 한다. 그런데 $2n$, 2는 짝수이므로 $m$도 짝수이어야 한다.

따라서 ㉠에서 $3^{m+n-2}=3^9$이므로

$m+n-2=9$ $\quad\therefore m+n=11$ …… 40 %

$m$은 짝수이고 $m>4$이므로 $m+n=11$을 만족하는 순서쌍 $(m, n)$은 $(6, 5)$, $(8, 3)$, $(10, 1)$의 3개이다. …… 30 %

전략

지수법칙을 이용하여 주어진 식을 간단히 정리하였을 때, 우변이 양수이므로 $(-1)^{m+2n-2}$의 지수 $m+2n-2$는 짝수이어야 한다.

**2** 답 $-2$

$ab=-1$이고 $n$이 홀수이므로 $a^nb^n=(ab)^n=-1$

$a^n+\frac{1}{a^n}+b^n+\frac{1}{b^n}+a^nb^n+\frac{1}{a^nb^n}$

$=a^n+b^n+\frac{1}{a^n}+\frac{1}{b^n}+(-1)+\frac{1}{-1}$

$=a^n+b^n+\frac{a^n+b^n}{a^nb^n}-2$

$=a^n+b^n-(a^n+b^n)-2$

$=-2$

전략

지수가 홀수일 때, 음수의 거듭제곱은 음수이다.

## 3 답 9

$(ab)^{1319}=a^{1319}b^{1319}$의 일의 자리의 숫자가 3이고, $a^{1319}$의 일의 자리의 숫자가 7이므로 $b^{1319}$의 일의 자리의 숫자는 9이어야 한다.

$n=1, 2, 3, 4, 5, \cdots$일 때

$2^n$의 일의 자리의 숫자는 2, 4, 8, 6, 2, $\cdots$

$3^n$의 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1, 3, $\cdots$

이때 $1319=4\times329+3$이므로 $b$의 일의 자리의 숫자가 3일 때, $b^{1319}$의 일의 자리의 숫자는 7이다.

$4^n$의 일의 자리의 숫자는 4, 6, 4, 6, 4, $\cdots$

$5^n$의 일의 자리의 숫자는 5, 5, 5, 5, 5, $\cdots$

$6^n$의 일의 자리의 숫자는 6, 6, 6, 6, 6, $\cdots$

$7^n$의 일의 자리의 숫자는 7, 9, 3, 1, 7, $\cdots$

이때 $1319=4\times329+3$이므로 $b$의 일의 자리의 숫자가 7일 때, $b^{1319}$의 일의 자리의 숫자는 3이다.

$8^n$의 일의 자리의 숫자는 8, 4, 2, 6, 8, $\cdots$

$9^n$의 일의 자리의 숫자는 9, 1, 9, 1, 9, $\cdots$

이때 $1319=2\times659+1$이므로 $b$의 일의 자리의 숫자가 9일 때, $b^{1319}$의 일의 자리의 숫자는 9이다.

따라서 $b^{1319}$의 일의 자리의 숫자가 9가 되는 $b$의 일의 자리의 숫자는 9이다.

**전략**

두 자연수 $a$, $b$에 대하여 $ab$의 일의 자리의 숫자는 ($a$의 일의 자리의 숫자)$\times$($b$의 일의 자리의 숫자)의 일의 자리의 숫자와 같다.

## 4 답 ⑤

종이 A를 반으로 접을 때마다 종이 A의 두께는 2배가 된다.

종이 A를 1번 접었을 때, 종이 A의 두께는 $0.5\times2$ mm

종이 A를 2번 접었을 때, 종이 A의 두께는

$0.5\times2\times2=0.5\times2^2$ (mm)

종이 A를 3번 접었을 때, 종이 A의 두께는

$0.5\times2^2\times2=0.5\times2^3$ (mm)

즉 종이 A를 $n$번 접었을 때, 종이 A의 두께는 $0.5\times2^n$ mm

같은 방법으로 종이 B를 삼등분하여 접을 때마다 종이 B의 두께는 3배가 되므로 종이 B를 $n$번 접었을 때, 종이 B의 두께는 $0.2\times3^n$ mm

① 종이 A를 $n$번 접었을 때, 종이 A의 두께는 $0.5\times2^n$ mm

② 종이 B를 $n$번 접었을 때, 종이 B의 두께는 $0.2\times3^n$ mm

③ 종이 A를 6번 접었을 때, 종이 A의 두께는

$0.5\times2^6=\frac{1}{2}\times2^6=2^5=32$ (mm)

④ 종이 B를 7번 접었을 때, 종이 B의 두께는 $0.2\times3^7$ mm

⑤ 두 종이 A, B를 각각 1번 접었을 때

(종이 A의 두께)$=0.5\times2=\frac{1}{2}\times2=1$ (mm)

(종이 B의 두께)$=0.2\times3=0.6$ (mm)

두 종이 A, B를 각각 2번 접었을 때

(종이 A의 두께)$=0.5\times2^2=\frac{1}{2}\times2^2=2$ (mm)

(종이 B의 두께)$=0.2\times3^2=1.8$ (mm)

두 종이 A, B를 각각 3번 접었을 때

(종이 A의 두께)$=0.5\times2^3=\frac{1}{2}\times2^3=2^2=4$ (mm)

(종이 B의 두께)$=0.2\times3^3=5.4$ (mm)

두 종이 A, B를 각각 4번 접었을 때

(종이 A의 두께)$=0.5\times2^4=\frac{1}{2}\times2^4=2^3=8$ (mm)

(종이 B의 두께)$=0.2\times3^4=16.2$ (mm)

즉 두 종이 A, B를 각각 3번 접었을 때부터 종이 B의 두께가 종이 A의 두께보다 두꺼워진다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

**전략**

종이를 접었을 때, 종이의 두께를 지수법칙을 이용하여 구해 본다.

## 5 답 (1) $\left(\frac{2}{5}\right)^5$ (2) 133

(1) 별의 각 등급 사이에는 2.5배, 즉 $\frac{5}{2}$배의 밝기 차이가 나므로 1등성의 밝기를 1이라 하면 2등성, 3등성, 4등성, 5등성, 6등성의 밝기는 각각 $\frac{2}{5}$, $\left(\frac{2}{5}\right)^2$, $\left(\frac{2}{5}\right)^3$, $\left(\frac{2}{5}\right)^4$, $\left(\frac{2}{5}\right)^5$이다.

(2) 2등성인 별의 밝기는 $\frac{2}{5}$이고, 5등성인 별의 밝기는 $\left(\frac{2}{5}\right)^4$이므로

$\frac{2}{5}\div\left(\frac{2}{5}\right)^4=\frac{2}{5}\times\frac{5^4}{2^4}=\frac{5^3}{2^3}=\frac{125}{8}$

따라서 $m=8$, $n=125$이므로

$m+n=8+125=133$

**전략**

가장 밝게 보이는 별이 1등성, 가장 어둡게 보이는 별이 6등성임에 주의한다.

## 6 답 $\frac{32}{27}$

$v=\frac{P}{4\eta l}(R^2-r^2)$에 $r=\frac{R}{3}$, $v=v_1$을 대입하면

$v_1=\frac{P}{4\eta l}\left\{R^2-\left(\frac{R}{3}\right)^2\right\}=\frac{P}{4\eta l}\times\frac{8}{9}R^2=\frac{2PR^2}{9\eta l}$

$v=\frac{P}{4\eta l}(R^2-r^2)$에 $r=\frac{R}{2}$, $v=v_2$를 대입하면

$v_2=\frac{P}{4\eta l}\left\{R^2-\left(\frac{R}{2}\right)^2\right\}=\frac{P}{4\eta l}\times\frac{3}{4}R^2=\frac{3PR^2}{16\eta l}$

$$\therefore \frac{v_1}{v_2}=v_1\div v_2=\frac{2PR^2}{9\eta l}\div\frac{3PR^2}{16\eta l}=\frac{2PR^2}{9\eta l}\times\frac{16\eta l}{3PR^2}=\frac{32}{27}$$

**전략**

주어진 식에 $r=\frac{R}{3}$, $v=v_1$을 대입하고 $r=\frac{R}{2}$, $v=v_2$를 대입하여 $\frac{v_1}{v_2}$의 값을 구한다.

**7** 답 $\frac{46}{9}$

$A=2x-0.\dot{1}\times y=2x-\frac{1}{9}y$

$B=0.\dot{6}\times x+0.0\dot{2}\times y$

$=\frac{6}{9}x+\frac{2}{90}y$

$=\frac{2}{3}x+\frac{1}{45}y$

$(A◎B)◎(A★B)=(2A-3B)◎(A+4B)$

$=2(2A-3B)-3(A+4B)$

$=4A-6B-3A-12B$

$=A-18B$

$=\left(2x-\frac{1}{9}y\right)-18\left(\frac{2}{3}x+\frac{1}{45}y\right)$

$=2x-\frac{1}{9}y-12x-\frac{2}{5}y$

$=-10x-\frac{23}{45}y$

따라서 $a=-10$, $b=-\frac{23}{45}$이므로

$ab=-10\times\left(-\frac{23}{45}\right)=\frac{46}{9}$

**전략**

먼저 $A$, $B$에서 순환소수를 분수로 나타낸 후 주어진 식을 간단히 하여 $A$, $B$에 알맞은 식을 대입한다.

**8** 답 $b=100-\frac{10000q}{p(100+a)}$

(정가)=(원가)×{1+(이익률)}

$=p\left(1+\frac{a}{100}\right)=\frac{p(100+a)}{100}$

(할인가)=(정가)×{1−(할인율)}

$=\frac{p(100+a)}{100}\times\left(1-\frac{b}{100}\right)$

$=\frac{p(100+a)}{100}\times\frac{100-b}{100}$

$=\frac{p(100+a)(100-b)}{10000}$

즉 $q=\frac{p(100+a)(100-b)}{10000}$에서

$10000q=p(100+a)(100-b)$, $100-b=\frac{10000q}{p(100+a)}$

$\therefore b=100-\frac{10000q}{p(100+a)}$

**전략**

① (정가)=(원가)×{1+(이익률)}

② (할인가)=(정가)×{1−(할인율)}

# Ⅲ 일차부등식

## 01 일차부등식과 그 활용

**[확인 ❶]** 답 ①, ③

① $-0.8+1.5<0$ (거짓)　② $-\frac{1}{2}+10\geq7$ (참)

③ $-3-0\geq0$ (거짓)　④ $-1+8<12$ (참)

⑤ $10+9>2$ (참)

따라서 해가 아닌 것은 ①, ③이다.

**[확인 ❷]** 답 ④

$-\frac{a}{2}+3>-\frac{b}{2}+3$에서 $-\frac{a}{2}>-\frac{b}{2}$　$\therefore a<b$

① $a<b$에서 $a-5<b-5$

② $a<b$에서 $3a<3b$　$\therefore 3a+c<3b+c$

③ $a<b$에서 $8a-1<8b-1$　$\therefore \frac{8a-1}{2}<\frac{8b-1}{2}$

④ $a<b$에서 $-a>-b$　$\therefore \frac{5}{2}-a>\frac{5}{2}-b$

⑤ $a<b$에서 $-2a>-2b$　$\therefore \frac{1}{3}-2a>\frac{1}{3}-2b$

따라서 옳은 것은 ④이다.

**[확인 ❸]** 답 (1) $-4$ (2) $4$

(1) $0.2(x-5)<1+0.6x$의 양변에 10을 곱하면

$2(x-5)<10+6x$

$2x-10<10+6x$, $-4x<20$

$\therefore x>-5$

따라서 일차부등식을 만족하는 $x$의 값 중 가장 작은 정수는 $-4$이다.

(2) $3-\frac{x-2}{4}-\frac{2x-1}{2}<0$의 양변에 4를 곱하면

$12-(x-2)-2(2x-1)<0$

$12-x+2-4x+2<0$, $-5x<-16$

$\therefore x>\frac{16}{5}$

따라서 일차부등식을 만족하는 $x$의 값 중 가장 작은 정수는 4이다.

**[확인 ❹]** 답 6 km

$x$ km를 올라갔다가 내려온다고 하면

$\frac{x}{2}+\frac{x}{3}\leq5$　$\therefore x\leq6$

따라서 올라갈 수 있는 거리는 최대 6 km이다.

**STEP 1** | 억울하게 울리는 문제 pp. 034~036

**1** (1) × (2) × (3) × (4) × (5) × (6) ◯ (7) ◯ (8) ◯
이유는 풀이 참조

| | |
|---|---|
| **2-1** $x\ge\frac{7}{a}$ | **2-2** $x>-3$ |
| **3-1** 2 | **3-2** 3 |
| **4-1** $-12\le a<-9$ | **4-2** $-12<a\le-9$ |
| **5-1** 4 | **5-2** 23, 25, 27 |
| **6-1** 100 g | **6-2** 200 g |
| **7-1** 17명 | **7-2** 26권 |

## 1 답 (1) × (2) × (3) × (4) × (5) × (6) ◯ (7) ◯ (8) ◯ 이유는 풀이 참조

(1) $c>0$일 때, $a>b$이면 $ac>bc$
$c=0$일 때, $a>b$이면 $ac=bc$
$c<0$일 때, $a>b$이면 $ac<bc$

(2) $a=3$, $b=-2$일 때, $\frac{1}{a}=\frac{1}{3}$, $\frac{1}{b}=-\frac{1}{2}$이므로
$a>b$이지만 $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$

(3) $a=2$, $b=-3$일 때, $a^2=4$, $b^2=9$이므로
$a>b$이지만 $a^2<b^2$

(4) $a=2$, $b=-3$일 때, $|a|=2$, $|b|=3$이므로
$a>b$이지만 $|a|<|b|$

(5) $0<a<1$일 때, $a^2<a$
$a=1$일 때, $a^2=a$
$a>1$일 때, $a^2>a$

(6) $c\ne0$일 때, $c^2>0$이므로
$a>b$이면 $ac^2>bc^2$

(7) $a<0<b$이면 $a<b$이고 $a<0$이므로
$a<b$의 양변에 $a$를 곱하면 $a^2>ab$

(8) $a<0$이면 $\frac{1}{a}<0$, $b>0$이면 $\frac{1}{b}>0$
따라서 $a<0<b$이면 $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$

## 2-1 답 $x\ge\frac{7}{a}$

$ax-5\le2$에서 $ax\le7$
이때 $a<0$이므로 $x\ge\frac{7}{a}$

## 2-2 답 $x>-3$

$a>0$이므로 $-a<0$
$-ax<3a$의 양변을 $-a$로 나누면
$x>-3$

## 3-1 답 2

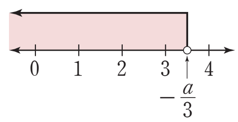
$6+ax\ge-4$에서 $ax\ge-10$
이때 부등식의 해 중 가장 작은 수가 $-5$이므로 $x\ge-5$
즉 $ax\ge-10$에서 $a>0$이고 $x\ge-\frac{10}{a}$
따라서 $-\frac{10}{a}=-5$이므로 $a=2$

## 3-2 답 3

$4-ax\ge-8$에서 $-ax\ge-12$
이때 부등식을 만족하는 $x$의 값 중 가장 큰 값이 4이므로 $x\le4$
즉 $-ax\ge-12$에서 $-a<0$이고 $x\le\frac{12}{a}$
따라서 $\frac{12}{a}=4$이므로 $a=3$

## 4-1 답 $-12\le a<-9$

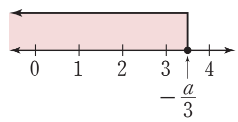
$2x+a<-x$에서 $3x<-a$ $\therefore x<-\frac{a}{3}$
이때 일차부등식을 만족하는 자연수 $x$의 개수가 3개이므로 오른쪽 그림에서




$3<-\frac{a}{3}\le4$, $9<-a\le12$
$\therefore -12\le a<-9$

## 4-2 답 $-12<a\le-9$

$2x+a\le-x$에서 $3x\le-a$ $\therefore x\le-\frac{a}{3}$
이때 일차부등식을 만족하는 자연수 $x$의 개수가 3개이므로 오른쪽 그림에서




$3\le-\frac{a}{3}<4$, $9\le-a<12$
$\therefore -12<a\le-9$

## 5-1 답 4

어떤 짝수를 $x$라 하면
$6x-10<4x-1$ $\therefore x<\frac{9}{2}$
따라서 구하는 짝수 중 가장 큰 수는 4이다.

## 5-2 답 23, 25, 27

연속하는 세 홀수를 $x-2$, $x$, $x+2$라 하면
$(x-2)+x+(x+2)<76$ $\therefore x<\frac{76}{3}$
이때 $x$는 홀수이므로 구하는 세 홀수는 23, 25, 27이다.

## 6-1 답 100 g

10 %의 소금물 400 g에 들어 있는 소금의 양은
$\frac{10}{100}\times400=40$ (g)
물을 $x$ g 더 넣는다고 하면
$40\le\frac{8}{100}\times(400+x)$ $\therefore x\ge100$
따라서 물을 100 g 이상 넣어야 한다.

## 6-2 답 200 g

15 %의 소금물의 양을 $x$ g이라 하면

$\frac{10}{100}\times300+\frac{15}{100}\times x\ge\frac{12}{100}\times(300+x)$ $\therefore x\ge200$

따라서 15 %의 소금물을 200 g 이상 섞어야 한다.

## 7-1 답 17명

$x$명이 입장한다고 하면

$5000x>5000\times\frac{80}{100}\times20$ $\therefore x>16$

따라서 17명 이상일 때, 단체 입장권을 사는 것이 유리하다.

## 7-2 답 26권

책을 $x$권 빌린다고 하면

$1000x>5000+800x$ $\therefore x>25$

따라서 26권 이상 빌릴 때, 회원으로 가입하여 빌리는 것이 유리하다.

**STEP 2** 반드시 등수 올리는 문제 pp. 037~043

| | | |
|---|---|---|
| **01** ⑤ | **02** ①, ④ | **03** $-45$ |
| **04** $5a+5b$ | **05** (1) 5, 6 (2) 1, 2 | **06** $-2, -1, 0$ |
| **07** $x<-\frac{1}{2}$ | **08** $\frac{1}{3}$ | |
| **09** $a>2$일 때, $x>-3$<br>$a=2$일 때, 해가 없다.<br>$a<2$일 때, $x<-3$ | | |
| **10** $a=4, b=1$ | **11** $-7$ | **12** $x<\frac{3}{4}$ |
| **13** $x>-1$ | **14** $\frac{15}{2}<k\le10$ | **15** 8개 |
| **16** 19 | **17** 62.5점 | **18** $\frac{5}{17}, \frac{7}{23}, \frac{9}{29}$ |
| **19** 시속 3.6 km | **20** 1500 m | **21** 10 % |
| **22** 75 g | **23** 38명 | **24** 40000 km |
| **25** 24 cm | **26** 18개 | **27** 12분 |
| **28** 2명 | | |

## 01 답 ⑤

① $a<b$에서 $2a<2b$ $\therefore 2a+3<2b+3$

② $a\ge b$에서 $-\frac{a}{3}\le-\frac{b}{3}$ $\therefore -\frac{a}{3}-2\le-\frac{b}{3}-2$

③ $-3-a<-3-b$에서 $-a<-b$ $\therefore a>b$

④ $2a\le b$에서 $2a-1\le b-1$

$\therefore -2(2a-1)\ge-2(b-1)$

⑤ $\frac{2a-2}{3}>\frac{-3b-2}{3}$에서 $2a-2>-3b-2$

$2a>-3b$ $\therefore -2a<3b$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

> **전략**
> 부등식의 성질을 이용하여 식을 변형한다.

## 02 답 ①, ④

$a>b$이고 $2a<b$이므로 $2a<b<a$

즉 $2a<a$이므로 $a<0$ $\therefore b<a<0$

① $b<a<0$이므로 $a^2<b^2$

$-a^2>-b^2$ $\therefore 5-a^2>5-b^2$

② $2a<b$이므로 $-2a>-b$

이때 $b<0$이므로 $-b>0$ $\therefore -b>b$

즉 $-2a>-b>b$이므로 $-2a>b$

③ $b<a<0$이므로 $2b<2a<a<0$ $\therefore a>2b$

④ $b<a<0$이므로 $\frac{a}{b}<1, \frac{b}{a}>1$ $\therefore \frac{a}{b}<\frac{b}{a}$

⑤ $b<a<0$이므로

$c>0$이면 $bc<ac$

$c<0$이면 $bc>ac$

따라서 옳은 것은 ①, ④이다.

## 03 답 $-45$

$-4<-2x\le6$, $-6<-2y<0$

즉 $-10<-2x-2y<6$이므로 $A$의 값 중 가장 큰 정수는 5, 가장 작은 정수는 $-9$이다.

$\therefore 5\times(-9)=-45$

> **전략**
> 먼저 $-2x$, $-2y$의 범위를 구한다.

## 04 답 $5a+5b$

$a-b\le x\le a+b$에서

$3a-3b\le3x\le3a+3b$ ······ ㉠

$-a-b\le y\le-a+b$에서

$2a-2b\le-2y\le2a+2b$ ······ ㉡

㉠, ㉡에서 $5a-5b\le3x-2y\le5a+5b$

따라서 $3x-2y$의 최댓값은 $5a+5b$이다.

> **전략**
> $a\le x\le b$, $c\le y\le d$일 때
> (1) $a+c\le x+y\le b+d$
> (2) $a-d\le x-y\le b-c$

## 05 답 (1) 5, 6 (2) 1, 2

(1) $1<a<2$, $3<b<4$이므로 $4<a+b<6$

$4<a+b\le5$일 때, $[a+b]=5$

$5<a+b<6$일 때, $[a+b]=6$

따라서 $[a+b]$가 나타낼 수 있는 정수는 5, 6이다.

(2) $1<a<2$, $3<b<4$이므로 $1<b-a<3$

$1<b-a<2$일 때, $\{b-a\}=1$

$2\le b-a<3$일 때, $\{b-a\}=2$

따라서 $\{b-a\}$가 나타낼 수 있는 정수는 1, 2이다.

**전략**

먼저 $a+b$, $b-a$의 값의 범위를 구하고 약속에 맞는 정수를 구한다.

## 06 답 $-2$, $-1$, $0$

$|x|\le 2$를 만족하는 정수 $x$의 값은 $-2$, $-1$, $0$, $1$, $2$이다.

$x-6<-2x-3$에서 $3x<3$

$\therefore x<1$

따라서 $x<1$을 만족하는 정수 $x$의 값은 $-2$, $-1$, $0$이다.

**전략**

먼저 $|x|\le 2$를 만족하는 정수 $x$의 값을 구한다.

## 07 답 $x<-\dfrac{1}{2}$

$ax+6>0$에서 $ax>-6$

이때 해가 $x<3$이므로 $a<0$

따라서 $x<-\dfrac{6}{a}$이므로

$-\dfrac{6}{a}=3$ $\quad\therefore a=-2$

일차부등식 $ax>1$, 즉 $-2x>1$의 해는 $x<-\dfrac{1}{2}$

**전략**

부등식 $ax>b$의 해가

(1) $x>k$이면 $a>0$이고 $\dfrac{b}{a}=k$

(2) $x<k$이면 $a<0$이고 $\dfrac{b}{a}=k$

## 08 답 $\dfrac{1}{3}$

$-ax+5<-2x+a+8$에서 $(2-a)x<a+3$

이때 해가 $x<2$이므로

$2-a>0$ $\quad\therefore a<2$

따라서 $x<\dfrac{a+3}{2-a}$이므로

$\dfrac{a+3}{2-a}=2$, $a+3=2(2-a)$

$a+3=4-2a$, $3a=1$

$\therefore a=\dfrac{1}{3}$

**전략**

먼저 주어진 수직선을 보고 부등식의 해를 부등호를 사용하여 나타낸다.

## 09 답 $a>2$일 때, $x>-3$
$a=2$일 때, 해가 없다.
$a<2$일 때, $x<-3$

$ax+3a>2x+6$에서 $ax-2x>6-3a$

$(a-2)x>-3(a-2)$

(i) $a-2>0$, 즉 $a>2$일 때

$(a-2)x>-3(a-2)$의 양변을 $a-2$로 나누면

$x>-3$

(ii) $a-2=0$, 즉 $a=2$일 때

$0\times x>0$이므로 해가 없다.

(iii) $a-2<0$, 즉 $a<2$일 때

$(a-2)x>-3(a-2)$의 양변을 $a-2$로 나누면

$x<-3$

**전략**

주어진 부등식을 간단히 하여 $x$의 계수가 양수, 0, 음수인 경우로 나누어 생각한다.

## 10 답 $a=4$, $b=1$

$5x-8\ge 2(x-1)$에서 $5x-8\ge 2x-2$

$3x\ge 6$ $\quad\therefore x\ge 2$

$bx-6\le a(x-3)$에서 $bx-6\le ax-3a$

$ax-bx\ge 3a-6$, $(a-b)x\ge 3a-6$

이때 두 일차부등식의 해가 서로 같으므로 $a-b>0$

따라서 $x\ge\dfrac{3a-6}{a-b}$이므로

$\dfrac{3a-6}{a-b}=2$, $3a-6=2(a-b)$

$3a-6=2a-2b$, $a+2b=6$

따라서 $a+2b=6$을 만족하는 자연수 $a$, $b$의 값은

$a=4$, $b=1$ 또는 $a=2$, $b=2$

그런데 $a-b>0$이어야 하므로

$a=4$, $b=1$

**전략**

미지수가 없는 부등식의 해를 먼저 구한다.

## 11 답 $-7$

(i) $b=3$일 때

$ax-b>2x$에서 $ax-3>2x$

$(a-2)x>3$

이때 해가 $x<\dfrac{1}{2}$이므로 $a-2<0$

따라서 $x<\dfrac{3}{a-2}$이므로

$\dfrac{3}{a-2}=\dfrac{1}{2}$, $a-2=6$ $\quad\therefore a=8$

그런데 $a-2>0$이므로 조건을 만족하지 않는다.

(ii) $b=-3$일 때

$ax-b>2x$에서 $ax+3>2x$

$(a-2)x>-3$

이때 해가 $x<\frac{1}{2}$이므로 $a-2<0$

따라서 $x<\frac{-3}{a-2}$이므로

$\frac{-3}{a-2}=\frac{1}{2}$, $a-2=-6$ $\quad\therefore a=-4$

(i), (ii)에서 $a=-4$, $b=-3$이므로

$a+b=-4+(-3)=-7$

**전략**

$|b|=3$이므로 $b=3$인 경우와 $b=-3$인 경우로 나누어 조건을 만족하는 $a$의 값을 구한다.

## 12 답 $x<\frac{3}{4}$

$(2a+b)x-a-3b>0$에서 $(2a+b)x>a+3b$

이때 해가 $x<\frac{2}{3}$이므로 $2a+b<0$

따라서 $x<\frac{a+3b}{2a+b}$이므로

$\frac{a+3b}{2a+b}=\frac{2}{3}$, $3(a+3b)=2(2a+b)$

$3a+9b=4a+2b$ $\quad\therefore a=7b$

$a=7b$를 $2a+b<0$에 대입하면

$14b+b<0$, $15b<0$ $\quad\therefore b<0$

$a=7b$를 $(a-3b)x+2a-17b>0$에 대입하면

$(7b-3b)x+14b-17b>0$

$4bx-3b>0$, $4bx>3b$ $\quad\therefore x<\frac{3}{4}$ $(\because b<0)$

**전략**

해가 $x<\frac{2}{3}$임을 이용하여 $2a+b$의 부호를 구한다.

## 13 답 $x>-1$

조건 (가)에서 $a>0$, $b<0$ 또는 $a<0$, $b>0$

(i) $a>0$, $b<0$일 때

조건 (나), (다)에서 $c<b<0<a$

(ii) $a<0$, $b>0$일 때

조건 (나)에서 $c>0$

그런데 조건 (다)를 만족하지 않는다.

(i), (ii)에서 $c<b<0<a$

$(a+b)x-c+a>cx-b$에서

$(a+b)x-cx>-b+c-a$

$(a+b-c)x>-(a+b-c)$

이때 $c<b<0<a$이므로 $a+b-c>0$

$(a+b-c)x>-(a+b-c)$의 양변을 $a+b-c$로 나누면

$x>\frac{-(a+b-c)}{a+b-c}$ $\quad\therefore x>-1$

**전략**

주어진 일차부등식을 간단히 하고 조건을 이용하여 $x$의 계수의 부호를 구한다.

## 14 답 $\frac{15}{2}<k\leq 10$

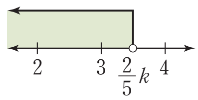
$(x-1)◎(3x-2)>3◎k$에서

$(x-1)-2(3x-2)+3>3-2k+3$

$-5x+6>6-2k$, $-5x>-2k$

$\therefore x<\frac{2}{5}k$

이때 이 부등식을 만족하는 정수 $x$의 최댓값이 3이므로 오른쪽 그림에서




$3<\frac{2}{5}k\leq 4$, $15<2k\leq 20$

$\therefore \frac{15}{2}<k\leq 10$

## 15 답 8개

$3\leq\left\{\frac{x}{2}+1\right\}<7$에서 $\left\{\frac{x}{2}+1\right\}=3, 4, 5, 6$

즉 $2.5\leq\frac{x}{2}+1<6.5$이므로 $1.5\leq\frac{x}{2}<5.5$

$\therefore 3\leq x<11$

따라서 주어진 부등식을 만족하는 자연수 $x$의 개수는 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10의 8개이다.

**전략**

$\{n\}=a$($a$는 정수)라 하면 $n$의 값의 범위는 $a-0.5\leq n<a+0.5$이다.

## 16 답 19

처음 두 자리의 자연수의 십의 자리의 숫자를 $x$라 하면 일의 자리의 숫자는 $(10-x)$이므로

$10(10-x)+x>3\{10x+(10-x)\}$ $\quad\therefore x<\frac{35}{18}$

이때 $x$는 1 이상 9 이하의 자연수이므로 $x=1$

따라서 처음 수는 19이다.

**전략**

십의 자리의 숫자와 일의 자리의 숫자의 합이 10이므로 십의 자리의 숫자를 $x$로 놓으면 일의 자리의 숫자는 $(10-x)$이다.

## 17 답 62.5점

남학생 20명의 수학 성적의 평균을 $x$점이라 하면

$\frac{30\times 75+20x}{30+20}\geq 70$ $\quad\therefore x\geq 62.5$

따라서 남학생 20명의 수학 성적의 평균은 62.5점 이상이어야 한다.

**전략**

$a$명의 평균이 $x$점, $b$명의 평균이 $y$점일 때,

(전체 평균)$=\frac{ax+by}{a+b}$(점)

## 18 답 $\frac{5}{17}, \frac{7}{23}, \frac{9}{29}$

구하는 기약분수를 $\frac{x}{y}$ $(x, y$는 서로소)라 하면

$$\begin{cases} 3x=y-2 & \cdots\cdots ㉠ \\ \frac{2}{5}y<x+3<\frac{1}{2}y & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠에서 $y=3x+2$ ⋯⋯ ㉢

㉢을 ㉡에 대입하여 풀면

$4<x<11$

이때 $x$는 자연수이고 $y=3x+2$이므로 순서쌍 $(x, y)$는

$(5, 17), (6, 20), (7, 23), (8, 26), (9, 29), (10, 32)$이다.

따라서 구하는 기약분수는 $\frac{5}{17}, \frac{7}{23}, \frac{9}{29}$이다.

## 19 답 시속 3.6 km

주영이의 속력을 시속 $x$ km라 하면

$\frac{1.8}{x} \le \frac{30}{60}$ $\quad \therefore x \ge 3.6$

따라서 주영이는 적어도 시속 3.6 km로 걸어야 한다.

**전략**

등교하는 데 걸리는 시간은

(8시 15분)−(7시 45분)=30(분)=$\frac{30}{60}$(시간)

## 20 답 1500 m

역에서 약국까지의 거리를 $x$ m라 하면

$\frac{x}{200}+5+\frac{x}{200} \le 20$ $\quad \therefore x \le 1500$

따라서 역에서 1500 m 이내에 있는 약국을 이용하면 된다.

**전략**

(갈 때 걸린 시간)+(중간에 물건을 사는 시간)+(올 때 걸린 시간)
≤(주어진 시간)

## 21 답 10 %

처음 소금물 200 g의 농도를 $x$ %라 하면 $x$ %의 소금물 200 g에 들어 있는 소금의 양은

$\frac{x}{100} \times 200=2x$ (g)

물 60 g을 증발시킨 후 소금 10 g을 넣으므로

(소금물의 양)$=200-60+10=150$ (g)

(소금의 양)$=2x+10$ (g)

이때 농도가 $2x$ % 이상이므로

$2x+10 \ge \frac{2x}{100} \times 150$ $\quad \therefore x \le 10$

따라서 처음 소금물의 농도는 최대 10 %이었다.

**전략**

물을 증발시킨 후 소금을 넣은 소금물에서 소금물의 양과 소금의 양을 각각 구한다.

## 22 답 75 g

버린 소금물의 양을 $x$ g이라 하면

버린 양의 2배만큼, 즉 $2x$ g만큼 5 %의 소금물을 섞으므로

(소금물의 양)$=300-x+2x=x+300$ (g)

(소금의 양)$=\frac{10}{100} \times 300-\frac{10}{100} \times x+\frac{5}{100} \times 2x=30$ (g)

이때 농도가 8 % 이하이므로

$30 \le \frac{8}{100} \times (x+300)$ $\quad \therefore x \ge 75$

따라서 버린 소금물의 양은 최소 75 g이다.

## 23 답 38명

1인당 입장료를 $a$원이라 하고 $x$명$(20 \le x < 40)$이 입장한다고 하면

$a \times \frac{85}{100} \times x > a \times \frac{80}{100} \times 40$ $\quad \therefore x > \frac{640}{17}$

따라서 38명 이상이면 40명의 단체 입장권을 사는 것이 유리하다.

**전략**

1인당 입장료를 $a$원, 단체 입장객 수를 $x$명이라 하고 $x$명이 15 % 할인된 입장료와 40명이 20 % 할인된 입장료를 각각 구하여 비교한다.

## 24 답 40000 km

중고차 A, B의 1 L당 주행거리는 각각 10 km, 12 km이므로 1 km를 주행할 때 필요한 휘발유의 양은 각각 $\frac{1}{10}$ L, $\frac{1}{12}$ L이다.

중고차를 구입한 후 $x$ km를 탄다고 하면

$4000000+\frac{1}{10} \times x \times 1500 > 5000000+\frac{1}{12} \times x \times 1500$

$\therefore x > 40000$

따라서 중고차를 구입한 후 40000 km를 넘게 타야 중고차 B를 사는 것이 유리하다.

**전략**

중고차 A, B의 1 L당 주행거리를 이용하여 1 km를 주행할 때 필요한 휘발유의 양을 각각 구한다.

## 25 답 24 cm

$\overline{BP}=x$ cm라 하면 $\overline{PC}=(40-x)$ cm이므로

$\triangle APM$

$=\square ABCD-\triangle ABP-\triangle PCM-\triangle AMD$

$=40 \times 20-\frac{1}{2} \times x \times 20-\frac{1}{2} \times (40-x) \times 10-\frac{1}{2} \times 10 \times 40$

$=-5x+400$

이때 $\triangle APM$의 넓이가 280 cm$^2$ 이하가 되므로

$-5x+400 \le 280$ $\quad \therefore x \ge 24$

따라서 $\overline{BP}$의 길이는 24 cm 이상이어야 한다.

전략

$\overline{BP}=x$ cm라 할 때, 점 P는 $\overline{BC}$ 위의 점이므로 $0\le x\le 40$이다.
점 M은 $\overline{CD}$의 중점이므로
$\overline{CM}=\overline{DM}=\frac{1}{2}\times 20=10$ (cm)

## 26 답 18개

처음 원기둥의 겉넓이는
$(\pi\times 9^2)\times 2+2\pi\times 9\times 12$
$=162\pi+216\pi=378\pi$ ($cm^2$)
구멍을 $x$개 뚫는다고 하면 새로운 입체도형의 겉넓이는
$(\pi\times 9^2)\times 2-(\pi\times 1^2)\times 2\times x+2\pi\times 9\times 12+2\pi\times 1\times 12\times x$
$=162\pi-2\pi x+216\pi+24\pi x$
$=378\pi+22\pi x$ ($cm^2$)
이때 새로운 입체도형의 겉넓이가 처음 원기둥의 겉넓이의 2배 이상이 되므로
$378\pi+22\pi x\ge 2\times 378\pi \qquad \therefore x\ge\frac{189}{11}$
따라서 구멍을 최소 18개 이상 뚫어야 한다.

전략

반지름의 길이가 $r$이고 높이가 $h$인 원기둥의 겉넓이는 $2\pi r^2+2\pi rh$이다.

## 27 답 12분

호스 A로 물을 $x$분 동안 채운다고 하면 호스 B로 최대한 $(15-x)$분 동안 물을 채우므로
$10x+20(15-x)\ge 180 \qquad \therefore x\le 12$
따라서 호스 A로 물을 최대한 12분 동안 채울 수 있다.

전략

호스 A로 물을 $x$분 동안 채운다고 하면 호스 B로 최대한 $(15-x)$분 동안 물을 채운다.

## 28 답 2명

전체 일의 양을 1이라 하면 남자 한 명이 하루에 할 수 있는 일의 양은 $\frac{1}{8}$, 여자 한 명이 하루에 할 수 있는 일의 양은 $\frac{1}{12}$이다.
남자의 수를 $x$명이라 하면 여자의 수는 $(11-x)$명이므로
$\frac{1}{8}x+\frac{1}{12}(11-x)\ge 1 \qquad \therefore x\ge 2$
따라서 남자는 2명 이상 있어야 한다.

전략

전체 일의 양을 1로 놓고 부등식을 세운다.

**STEP 3** | 전교 1등 확실하게 굳히는 문제 pp. 044～046

| | | |
|---|---|---|
| **1** $b<c<d<a$ | **2** ㉠, ㉡ | **3** 5 |
| **4** 20 % | **5** 2개 | **6** $x>\frac{100(b-a)}{a-2b}$ |

## 1 답 $b<c<d<a$

조건 (가)에서 $b=c+d-a$를 조건 (나)에 대입하면
$a+c>(c+d-a)+d$에서 $2a>2d \qquad \therefore a>d$ …… ㉠
조건 (가)에서 $a=c+d-b$를 조건 (나)에 대입하면
$(c+d-b)+c>b+d$에서 $2c>2b \qquad \therefore c>b$ …… ㉡
조건 (다)에서 $a$는 양수이므로 $c<d$ …… ㉢
㉠~㉢에 의해 $b<c<d<a$

## 2 답 ㉠, ㉡

세 양수 $a, b, c$에 대하여 $a^3=b^3+c^3$이므로 $a>b,\ a>c$
㉠ $a^3=b^3+c^3=b\times b^2+c\times c^2$이고 $a>b,\ a>c$이므로
$b\times b^2+c\times c^2<a\times b^2+a\times c^2=a(b^2+c^2)$
즉 $a^3<a(b^2+c^2)$이므로 $a^2<b^2+c^2$
㉡ $b^4+c^4=b\times b^3+c\times c^3$이고 $a>b,\ a>c$이므로
$b\times b^3+c\times c^3<a\times b^3+a\times c^3=a(b^3+c^3)=a\times a^3=a^4$
즉 $b^4+c^4<a^4$이므로 $a^4>b^4+c^4$
㉢ $b^5+c^5=b^2\times b^3+c^2\times c^3$이고 $a>b,\ a>c$이므로
$b^2\times b^3+c^2\times c^3<a^2\times b^3+a^2\times c^3=a^2(b^3+c^3)=a^2\times a^3=a^5$
즉 $b^5+c^5<a^5$이므로 $a^5>b^5+c^5$
따라서 보기 중 옳은 것은 ㉠, ㉡이다.

## 3 답 5

$x, y, z$가 자연수이므로 $x<y<z$에서
$1\le x<y<z,\ 1\ge\frac{1}{x}>\frac{1}{y}>\frac{1}{z}$이므로
$\frac{1}{x}<\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}<\frac{1}{x}+\frac{1}{x}+\frac{1}{x}=\frac{3}{x}$
$\frac{1}{x}<1<\frac{3}{x} \qquad \therefore 1<x<3$
이때 $x$는 자연수이므로 $x=2$ …… 30 %
$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=1$에서 $\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=1-\frac{1}{x}$
위의 식에 $x=2$를 대입하면
$\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{2}$
$\frac{1}{z}<\frac{1}{y}$이므로 $\frac{1}{y}<\frac{1}{y}+\frac{1}{z}<\frac{1}{y}+\frac{1}{y}=\frac{2}{y}$
$\frac{1}{y}<\frac{1}{2}<\frac{2}{y} \qquad \therefore 2<y<4$
이때 $y$는 자연수이므로 $y=3$ …… 30 %
$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=1$에 $x=2,\ y=3$을 대입하면
$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{z}=1,\ \frac{1}{z}=\frac{1}{6} \qquad \therefore z=6$ …… 30 %
$\therefore x-y+z=2-3+6=5$ …… 10 %

전략

(1) $a>b>0$이면 $\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$
(2) $a>1$이면 $0<\frac{1}{a}<1$

**4** 답 20 %

달걀 한 개의 원가를 $a$원이라 하고 달걀 한 개당 $x$ %의 이익을 붙인다고 하면

(달걀 한 개의 판매 가격)$=a+a\times\frac{x}{100}=a\left(1+\frac{x}{100}\right)$(원)

$1900a\left(1+\frac{x}{100}\right)-2000a\geq 2000a\times\frac{14}{100}$

$\therefore x\geq 20$

따라서 달걀 한 개당 20 % 이상의 이익을 붙여서 팔아야 한다.

**전략**

원가가 $a$원인 물건에 $x$ %의 이익을 붙인 정가

➡ $a+a\times\frac{x}{100}=a\left(1+\frac{x}{100}\right)$원

**5** 답 2개

한 창구에서 1분 동안 발매하는 표를 $a$장이라 하면

$3\times15\times a=300+10\times15$

$45a=450 \qquad \therefore a=10$

8분 이내에 $x$개 발매 창구에서 사람들이 모두 표를 사려면

$x\times8\times10\geq300+10\times8$

$80x\geq380 \qquad \therefore x\geq\frac{19}{4}$

따라서 발매 창구가 5개 이상이어야 하므로 발매 창구는 적어도 2개 더 있어야 한다.

**전략**

먼저 한 창구에서 1분 동안 발매하는 표의 수를 구한다.

**6** 답 $x>\frac{100(b-a)}{a-2b}$

A 요금제를 사용할 때의 월 사용 요금은 $\left(a+a\times\frac{1}{100}\times x\right)$원

B 요금제를 사용할 때의 월 사용 요금은 $\left(b+b\times\frac{2}{100}\times x\right)$원

$a+\frac{a}{100}\times x<b+\frac{2b}{100}\times x$

$(a-2b)x<100(b-a) \qquad \cdots\cdots$ ㉠

이때 B 요금제의 기본요금, 즉 $b$원이 A 요금제의 기본요금, 즉 $a$원보다 많다면 추가 요금도 B 요금제가 많기 때문에 두 요금제의 월 사용 요금이 같을 수가 없으므로 두 요금제의 월 사용 요금이 같게 되는 통화 수가 존재하려면 $a>b$이어야 한다.

또 한 통화당 요금은 B 요금제가 더 비싸야 하므로

$\frac{a}{100}<\frac{2b}{100} \qquad \therefore a-2b<0$

따라서 ㉠의 양변을 $a-2b$로 나누면

$x>\frac{100(b-a)}{a-2b}$

# IV 연립방정식

## 01 연립방정식과 그 풀이

**확인 ❶** 답 ㉢, ㉣, ㉥

㉠ 미지수 $x$, $y$가 분모에 있으므로 미지수가 2개인 일차방정식이 아니다.

㉡ $xy$항이 있으므로 미지수가 2개인 일차방정식이 아니다.

㉤ $2x^2+x-y=2x^2+11+x^3$에서

$-x^3+x-y-11=0$

즉 $-x^3$항이 있으므로 미지수가 2개인 일차방정식이 아니다.

㉥ $x^2+2x-5y+2=2x^2-x+y-x^2$에서

$3x-6y+2=0$

즉 미지수가 2개인 일차방정식이다.

따라서 미지수가 2개인 일차방정식인 것은 ㉢, ㉣, ㉥이다.

**확인 ❷** 답 $x=2$, $y=1$, $z=4$

$$\begin{cases} x+y=3 & \cdots\cdots ㉠ \\ y+z=5 & \cdots\cdots ㉡ \\ z+x=6 & \cdots\cdots ㉢ \end{cases}$$

㉠+㉡+㉢을 하면 $2x+2y+2z=14$

$x+y+z=7 \qquad \cdots\cdots$ ㉣

㉣−㉠을 하면 $z=4$

㉣−㉡을 하면 $x=2$

㉣−㉢을 하면 $y=1$

**확인 ❸** 답 $x=-2$, $y=3$

$$\begin{cases} \frac{1}{4}(3x+y)=\frac{1}{2}y-\frac{9}{4} \\ 3y-(y-2x)=4+x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x+y=2y-9 \\ 3y-y+2x=4+x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x-y=-9 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+2y=4 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠×2+㉡을 하면

$7x=-14 \qquad \therefore x=-2$

㉠에 $x=-2$를 대입하면

$-6-y=-9 \qquad \therefore y=3$

**확인 ❹** 답 (1) ㉡과 ㉢ (2) ㉠과 ㉣

㉠ $y=-\frac{1}{2}x+2$에서 $x+2y=4$

㉡ $y=2x-1$에서 $2x-y=1$

㉢ $-4x+2y+2=0$에서 $2x-y=1$

㉣ $x+2y=2$

(1) ㉡과 ㉢을 한 쌍으로 하는 연립방정식을 풀면 해가 무수히 많다.
(2) ㉠과 ㉣을 한 쌍으로 하는 연립방정식을 풀면 해가 없다.

**STEP 1** 억울하게 울리는 문제 pp. 050~052

| | |
|---|---|
| **1** (1) $x=18,\ y=5$ | (2) $x=8,\ y=2$ |
| (3) $x=1,\ y=-1,\ z=1$ | (4) $x=\frac{1}{6},\ y=\frac{1}{4},\ z=\frac{1}{3}$ |
| (5) $x=-\frac{1}{4},\ y=\frac{1}{6}$ | (6) $x=0,\ y=\frac{1}{2}$ |
| **2-1** $\frac{8}{5}$ | **2-2** $-2,\ -11$ |
| **3-1** 9 | **3-2** 74 |
| **4-1** $a=8,\ b=2$ | **4-2** 5 |
| **5-1** 4 | **5-2** 4개 |
| **6-1** 5 | **6-2** $-4$ |
| **7-1** 3 | **7-2** $-2$ |

## 1

답 (1) $x=18,\ y=5$ (2) $x=8,\ y=2$
(3) $x=1,\ y=-1,\ z=1$ (4) $x=\frac{1}{6},\ y=\frac{1}{4},\ z=\frac{1}{3}$
(5) $x=-\frac{1}{4},\ y=\frac{1}{6}$ (6) $x=0,\ y=\frac{1}{2}$

(1) $\begin{cases} 0.2x-0.7y=0.1 \\ \frac{x+2}{4}-\frac{y-3}{2}=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x-7y=1 \\ x+2-2(y-3)=16 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} 2x-7y=1 \\ x-2y=8 \end{cases}$

위의 연립방정식을 풀면 $x=18,\ y=5$

(2) $\begin{cases} 0.\dot{2}x-0.\dot{3}y=1.\dot{1} \\ \frac{x-1}{6}-\frac{y+1}{3}=\frac{1}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2}{9}x-\frac{3}{9}y=\frac{10}{9} \\ x-1-2(y+1)=1 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} 2x-3y=10 \\ x-2y=4 \end{cases}$

위의 연립방정식을 풀면 $x=8,\ y=2$

(3) $\begin{cases} x-y+z=3 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+y+z=2 & \cdots\cdots ㉡ \\ x+2y+3z=2 & \cdots\cdots ㉢ \end{cases}$

㉠+㉡을 하면 $3x+2z=5$ ⋯⋯ ㉣
㉡$\times 2-$㉢을 하면 $3x-z=2$ ⋯⋯ ㉤
㉣$-$㉤을 하면 $3z=3$ $\therefore z=1$
㉤에 $z=1$을 대입하여 풀면 $x=1$
㉠에 $x=1,\ z=1$을 대입하여 풀면 $y=-1$

(4) $\begin{cases} x:y:z=2:3:4 & \cdots\cdots ㉠ \\ 6x+4y-3z=1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $x=2k,\ y=3k,\ z=4k\ (k\neq 0)$로 놓고 ㉡에 대입하면
$6\times 2k+4\times 3k-3\times 4k=1$
$12k=1$ $\therefore k=\frac{1}{12}$

$x=2k,\ y=3k,\ z=4k$에 $k=\frac{1}{12}$을 대입하면
$x=\frac{1}{6},\ y=\frac{1}{4},\ z=\frac{1}{3}$

(5) $\frac{1}{x}=X,\ \frac{1}{y}=Y$로 치환하면

$\begin{cases} 2X+3Y=10 \\ X+4Y=20 \end{cases}$ $\therefore X=-4,\ Y=6$

즉 $\frac{1}{x}=-4,\ \frac{1}{y}=6$이므로 $x=-\frac{1}{4},\ y=\frac{1}{6}$

(6) $\begin{cases} x+\frac{2}{y}=4 & \cdots\cdots ㉠ \\ xy+6y=3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $x=4-\frac{2}{y}$
㉡에 $x=4-\frac{2}{y}$를 대입하면
$\left(4-\frac{2}{y}\right)y+6y=3,\ 4y-2+6y=3$
$10y=5$ $\therefore y=\frac{1}{2}$
㉡에 $y=\frac{1}{2}$을 대입하면
$\frac{1}{2}x+3=3$ $\therefore x=0$

## 2-1 답 $\frac{8}{5}$

$\begin{cases} 0.2x+0.7y=2.4 \\ \frac{2}{5}x+y=\frac{5}{2}k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+7y=24 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4x+10y=25k & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

$y$의 값이 $x$의 값보다 3만큼 작으므로 $y=x-3$ ⋯⋯ ㉢
㉠에 $y=x-3$을 대입하여 풀면 $x=5$
㉢에 $x=5$를 대입하여 풀면 $y=2$
㉡에 $x=5,\ y=2$를 대입하여 풀면 $k=\frac{8}{5}$

## 2-2 답 $-2,\ -11$

(i) $x-y=3$일 때
$\begin{cases} 2x-y=7 \\ x-y=3 \end{cases}$을 풀면 $x=4,\ y=1$
$x+y+2a=1$에 $x=4,\ y=1$을 대입하면
$4+1+2a=1,\ 2a=-4$ $\therefore a=-2$

(ii) $y-x=3$일 때
$\begin{cases} 2x-y=7 \\ y-x=3 \end{cases}$을 풀면 $x=10,\ y=13$
$x+y+2a=1$에 $x=10,\ y=13$을 대입하면
$10+13+2a=1,\ 2a=-22$ $\therefore a=-11$

따라서 가능한 상수 $a$의 값은 $-2,\ -11$이다.

## 3-1 답 9

$x$와 $y$의 값의 비가 $2:1$이므로
$x:y=2:1$, 즉 $x=2y$

$x=2y$를 주어진 연립방정식에 대입하면

$\begin{cases} 6y-y=a+1 \\ 2y+2y=a-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5y=a+1 \\ 4y=a-1 \end{cases}$

$\therefore y=2,\ a=9$

따라서 구하는 $a$의 값은 9이다.

## 3-2 ㉰ 74

(i) $x=2y$일 때

$\begin{cases} x+y=9 \\ x=2y \end{cases}$를 풀면 $x=6,\ y=3$

$3x-2y=5+a$에 $x=6,\ y=3$을 대입하면

$18-6=5+a \qquad \therefore a=7$

(ii) $x=-2y$일 때

$\begin{cases} x+y=9 \\ x=-2y \end{cases}$를 풀면 $x=18,\ y=-9$

$3x-2y=5+a$에 $x=18,\ y=-9$를 대입하면

$54+18=5+a \qquad \therefore a=67$

따라서 가능한 모든 상수 $a$의 값은 7, 67이므로 그 합은

$7+67=74$

## 4-1 ㉰ $a=8,\ b=2$

두 연립방정식 $\begin{cases} 2x-3y=-1 \\ ax+3y=11 \end{cases}$, $\begin{cases} x+2y=3 \\ x+y=b \end{cases}$의 해가 서로 같으므로 연립방정식 $\begin{cases} 2x-3y=-1 \\ x+2y=3 \end{cases}$을 풀면 $x=1,\ y=1$

$ax+3y=11$에 $x=1,\ y=1$을 대입하면

$a+3=11 \qquad \therefore a=8$

$x+y=b$에 $x=1,\ y=1$을 대입하면

$1+1=b \qquad \therefore b=2$

## 4-2 ㉰ 5

두 연립방정식 $\begin{cases} 6x+y=8 \\ ax-by=16 \end{cases}$, $\begin{cases} 4x+y=4 \\ bx-ay=14 \end{cases}$의 해가 서로 같으므로 연립방정식 $\begin{cases} 6x+y=8 \\ 4x+y=4 \end{cases}$를 풀면 $x=2,\ y=-4$

$ax-by=16$에 $x=2,\ y=-4$를 대입하면

$2a+4b=16 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

$bx-ay=14$에 $x=2,\ y=-4$를 대입하면

$2b+4a=14 \qquad \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2,\ b=3$

$\therefore a+b=2+3=5$

## 5-1 ㉰ 4

연립방정식 $\begin{cases} x+2y=5 \\ 2x+ay=4 \end{cases}$의 해가 없으려면

$\frac{1}{2}=\frac{2}{a}\neq\frac{5}{4}$이어야 하므로 $a=4$

## 5-2 ㉰ 4개

두 일차방정식 $2x+3y=3a$, $6bx+9y=-18$의 공통인 해가 없으므로 연립방정식 $\begin{cases} 2x+3y=3a \\ 6bx+9y=-18 \end{cases}$의 해가 없다.

따라서 $\frac{2}{6b}=\frac{3}{9}\neq\frac{3a}{-18}$이어야 하므로

$a\neq-2,\ b=1$

즉 $m=-2,\ n=1$이므로 일차방정식 $2x+y=9$를 만족하는 자연수 $x, y$의 순서쌍 $(x, y)$는 $(1, 7)$, $(2, 5)$, $(3, 3)$, $(4, 1)$의 4개이다.

## 6-1 ㉰ 5

연립방정식 $\begin{cases} ax+3y=2 \\ 2x+6y=b \end{cases}$의 해가 무수히 많으려면

$\frac{a}{2}=\frac{3}{6}=\frac{2}{b}$이어야 하므로

$a=1,\ b=4$

$\therefore a+b=1+4=5$

## 6-2 ㉰ $-4$

연립방정식 $\begin{cases} x-\frac{1}{2}y=\frac{5}{2} \\ ax+2y=-10 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} 2x-y=5 \\ ax+2y=-10 \end{cases}$의 해가 2개 이상이려면

$\frac{2}{a}=\frac{-1}{2}=\frac{5}{-10}$이어야 하므로 $a=-4$

참고

연립방정식의 해가 2개 이상이다.

$\Rightarrow$ 연립방정식의 해가 무수히 많다.

## 7-1 ㉰ 3

연립방정식 $\begin{cases} kx-3y=0 \\ 2x+y=kx \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} kx-3y=0 \\ (2-k)x+y=0 \end{cases}$이 $x=0,\ y=0$ 이외의 해를 가지려면

$\frac{k}{2-k}=\frac{-3}{1}$이어야 하므로

$-6+3k=k,\ 2k=6 \qquad \therefore k=3$

## 7-2 ㉰ $-2$

연립방정식 $\begin{cases} \frac{x-1}{3}=\frac{y+1}{2} \\ ax+by=10 \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} 2x-3y=5 \\ ax+by=10 \end{cases}$의 해가 무수히 많으려면

$\frac{2}{a}=\frac{-3}{b}=\frac{5}{10}$이어야 하므로

$a=4,\ b=-6$

$\therefore a+b=4+(-6)=-2$

**STEP 2** 반드시 등수 올리는 문제 pp. 053~058

| | | |
|---|---|---|
| **01** ①, ⑤ | **02** 15 | **03** 2개 |
| **04** 6 | **05** 2 | **06** ⑤ |
| **07** $x=3, y=2$ | **08** 4 : 9 | |
| **09** $x=2, y=-4$ 또는 $x=-1, y=-5$ | | |
| **10** $a=3, b=-2$ | **11** 3 | **12** 12 |
| **13** 2 | **14** $p=2, q=-2$ | |
| **15** $-2$ | **16** $a=3, b=-4, c=1, d=2$ | |
| **17** $x=\frac{1}{4}, y=\frac{1}{5}, z=1$ | | **18** $6<a<26$ |
| **19** $-\frac{3}{4}$ | **20** 24 | **21** 16 |
| **22** $x=-1, y=3$ | **23** $x=-3, y=-2$ | |
| **24** $x=2, y=-2$ | | |

## 01 답 ①, ⑤

① $xy+y=8$은 $xy$항이 있으므로 $x, y$에 대한 일차방정식이 아니다.

② $x+ay=-5$에 $x=-1, y=2$를 대입하면
$-1+2a=-5, 2a=-4 \quad \therefore a=-2$
$x-2y=-5$에 $x=3, y=4$를 대입하면
$3-2\times4=-5$
따라서 일차방정식 $x+ay=-5$의 한 해가 $(-1, 2)$일 때, $(3, 4)$도 해가 된다.

③ $x+y-6=0$을 만족하는 자연수 $x, y$의 순서쌍 $(x, y)$는
$(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)$의 5개이다.

④ $2x-y=1$을 만족하는 정수 $x, y$의 순서쌍 $(x, y)$는
$\cdots, (-2, -5), (-1, -3), (0, -1), (1, 1), (2, 3), \cdots$
이므로 해는 무수히 많다.

⑤ $x, y$에 대한 연립일차방정식의 해는 한 쌍이거나 없거나 무수히 많다.

따라서 옳지 않은 것은 ①, ⑤이다.

전략
$x, y$의 순서쌍 $(m, n)$이 $x, y$에 대한 일차방정식 $ax+by+c=0$의 해이다.
➡ $x=m, y=n$을 대입하면 등식이 성립한다.

## 02 답 15

$2x-3y=21$을 만족하는 두 자연수 $x, y$의 순서쌍 $(x, y)$는
$(12, 1), (15, 3), (18, 5), (21, 7), (24, 9), (27, 11), \cdots$
이때 두 자연수 $x, y$의 최소공배수가 72이므로
$x=24, y=9$
$\therefore x-y=24-9=15$

전략
주어진 일차방정식을 만족하는 $x, y$의 순서쌍 $(x, y)$를 구한다.

## 03 답 2개

$(a-3b)x+(2a-b)y=0$에 $x=1, y=-1$을 대입하면
$(a-3b)-(2a-b)=0 \quad \therefore a=-2b$
$2by+3a=4b+2ax$에 $a=-2b$를 대입하면
$2by+3\times(-2b)=4b+2\times(-2b)x$
$2by-6b=4b-4bx$
$4bx+2by=10b$
이때 $ab\neq0$이므로 양변을 $2b$로 나누면 $2x+y=5$
따라서 $2x+y=5$를 만족하는 자연수 $x, y$의 순서쌍 $(x, y)$는
$(1, 3), (2, 1)$의 2개이다.

전략
$ab\neq0$이므로 $a\neq0$이고 $b\neq0$이다.

## 04 답 6

$17x+13y=82$를 만족하는 자연수 $x, y$의 순서쌍 $(x, y)$는
$(1, 5)$이므로
$y=mx-1$에 $x=1, y=5$를 대입하면
$5=m-1 \quad \therefore m=6$

전략
$17x+13y=82$를 만족하는 자연수 $x, y$의 값을 $y=mx-1$에 대입한다.

## 05 답 2

$\frac{4x+y}{5}=\frac{5x+ay}{4}=1$에서

$$\begin{cases} \frac{4x+y}{5}=1 \\ \frac{5x+ay}{4}=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x+y=5 \\ 5x+ay=4 \end{cases}$$

이 연립방정식의 해가 일차방정식 $2x-y=7$을 만족하므로

연립방정식 $\begin{cases} 4x+y=5 \\ 2x-y=7 \end{cases}$을 풀면 $x=2, y=-3$

$5x+ay=4$에 $x=2, y=-3$을 대입하면
$10-3a=4, -3a=-6 \quad \therefore a=2$

전략
$A=B=C$ 꼴의 방정식에서 $C$가 상수이면 $\begin{cases} A=C \\ B=C \end{cases}$로 놓고 푸는 것이 간단하다.

## 06 답 ⑤

$ax+b=cx+d$에서 $ax-cx=d-b$
$(a-c)x=d-b \quad \therefore x=\frac{d-b}{a-c}\ (\because a\neq c)$

① $\begin{cases} y=(a-c)x & \cdots\cdots ㉠ \\ y=d-b & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에 ㉡을 대입하면
$d-b=(a-c)x \quad \therefore x=\frac{d-b}{a-c}\ (\because a\neq c)$

② $\begin{cases} y=cx-b & \cdots\cdots ㉠ \\ y=ax-d & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에 ㉡을 대입하면

$ax-d=cx-b$

$(a-c)x=d-b \quad \therefore x=\dfrac{d-b}{a-c}\ (\because a\neq c)$

③ $\begin{cases} y=(a-5)x+b & \cdots\cdots ㉠ \\ y=(c-5)x+d & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에 ㉡을 대입하면

$(c-5)x+d=(a-5)x+b$

$(a-c)x=d-b \quad \therefore x=\dfrac{d-b}{a-c}\ (\because a\neq c)$

④ $\begin{cases} y=-ax+4d & \cdots\cdots ㉠ \\ y=-cx+b+3d & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에 ㉡을 대입하면

$-cx+b+3d=-ax+4d$

$(a-c)x=d-b \quad \therefore x=\dfrac{d-b}{a-c}\ (\because a\neq c)$

⑤ $\begin{cases} y=ax-3d & \cdots\cdots ㉠ \\ y=cx-3b & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에 ㉡을 대입하면

$cx-3b=ax-3d$

$(a-c)x=3(d-b) \quad \therefore x=\dfrac{3(d-b)}{a-c}\ (\because a\neq c)$

따라서 주어진 일차방정식의 해와 일치하지 않는 것은 ⑤이다.

## 07 답 $x=3, y=2$

$\begin{cases} 2^{x+1}-3^y=7 \\ 2^x+3^{y+2}=89 \end{cases}$에서 $\begin{cases} 2^x\times 2-3^y=7 \\ 2^x+3^y\times 3^2=89 \end{cases}$

$2^x=X,\ 3^y=Y$로 치환하면

$\begin{cases} 2X-Y=7 \\ X+9Y=89 \end{cases} \quad \therefore X=8, Y=9$

즉 $2^x=8=2^3,\ 3^y=9=3^2$이므로 $x=3, y=2$

**전략**

$2^x=X,\ 3^y=Y$로 치환한 후 $X, Y$에 대한 연립방정식을 푼다.

## 08 답 $4:9$

$\begin{cases} 4x-3y+a=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ x+2y-2a=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$-$㉡$\times 4$를 하면

$-11y+9a=0 \quad \therefore y=\dfrac{9}{11}a$

㉠$\times 2+$㉡$\times 3$을 하면

$11x-4a=0 \quad \therefore x=\dfrac{4}{11}a$

$\therefore x:y=\dfrac{4}{11}a:\dfrac{9}{11}a=4:9$

**전략**

연립방정식을 풀어 $x, y$를 $a$에 대한 식으로 나타낸다.

## 09 답 $x=2, y=-4$ 또는 $x=-1, y=-5$

(i) $x\geq 0$일 때

$\begin{cases} |x|-y=6 \\ x-3y=14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-y=6 \\ x-3y=14 \end{cases}$

$\therefore x=2, y=-4$

(ii) $x<0$일 때

$\begin{cases} |x|-y=6 \\ x-3y=14 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x-y=6 \\ x-3y=14 \end{cases}$

$\therefore x=-1, y=-5$

(i), (ii)에서 구하는 연립방정식의 해는 $x=2, y=-4$ 또는 $x=-1, y=-5$

**전략**

$x\geq 0$인 경우와 $x<0$인 경우로 나누어 생각한다.

## 10 답 $a=3, b=-2$

두 연립방정식 $\begin{cases} 3x-2y=8 \\ 2ax+3y=b+11 \end{cases}$, $\begin{cases} ay-2bx=5 \\ 4y+5x=6 \end{cases}$의 해가 서로 같으므로 연립방정식 $\begin{cases} 3x-2y=8 \\ 4y+5x=6 \end{cases}$을 풀면 $x=2, y=-1$

따라서 연립방정식 $A$의 해는 $x=2, y=-1$이고 연립방정식 $B$의 해는 $x=-1, y=2$이다.

$2ax+3y=b+11$에 $x=2, y=-1$을 대입하면

$4a-3=b+11 \quad \therefore 4a-b=14 \quad \cdots\cdots ㉠$

$ax-2by=5$에 $x=-1, y=2$를 대입하면

$-a-4b=5 \quad \therefore a+4b=-5 \quad \cdots\cdots ㉡$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=3, b=-2$

**전략**

연립방정식 $B$의 해는 연립방정식 $A$의 해의 $x, y$의 값을 서로 바꾸어 놓은 것과 같으므로 두 연립방정식 $\begin{cases} 3x-2y=8 \\ 2ax+3y=b+11 \end{cases}$, $\begin{cases} ay-2bx=5 \\ 4y+5x=6 \end{cases}$의 해는 서로 같다.

## 11 답 3

$x=2n-1, y=2n+1$($n$은 자연수)로 놓고

$\begin{cases} 5x-4y=a \\ 7x-5y=a+9 \end{cases}$에 $x=2n-1, y=2n+1$을 대입하면

$\begin{cases} 5(2n-1)-4(2n+1)=a \\ 7(2n-1)-5(2n+1)=a+9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2n=a+9 \\ 4n=a+21 \end{cases}$

$\therefore n=6, a=3$

**전략**

$x<y$이고 $x, y$의 값은 연속하는 두 홀수이므로 $x=2n-1, y=2n+1$ ($n$은 자연수)로 놓고 연립방정식에 대입한다.

## 12 답 12

최대공약수가 6이고 최소공배수가 18인 두 수는 6과 18이므로 연립방정식의 해는 $x=6, y=18$ ($\because x<y$)

$\begin{cases} 0.\dot{a}x+0.\dot{1}y=4.\dot{6} \\ 1.\dot{1}x-0.\dot{b}y=0.\dot{6} \end{cases}$ ➡ $\begin{cases} \frac{a}{9}x+\frac{1}{9}y=\frac{42}{9} \\ \frac{10}{9}x-\frac{b}{9}y=\frac{6}{9} \end{cases}$ ➡ $\begin{cases} ax+y=42 \\ 10x-by=6 \end{cases}$

$ax+y=42$에 $x=6$, $y=18$을 대입하면

$6a+18=42$, $6a=24$ $\quad\therefore a=4$

$10x-by=6$에 $x=6$, $y=18$을 대입하면

$60-18b=6$, $18b=54$ $\quad\therefore b=3$

$\therefore ab=4\times3=12$

**전략**

$x$, $y$의 값을 구한 후 주어진 연립방정식을 간단히 하여 대입한다.

**참고**

$x$, $y$의 최대공약수가 6이므로 $x=6p$, $y=6q$($p$, $q$는 서로소)로 놓으면
$x$, $y$의 최소공배수가 18이므로

$6pq=18$ $\quad\therefore pq=3$

$p$, $q$는 서로소이므로 $p=1$, $q=3$ 또는 $p=3$, $q=1$

이때 $x<y$이므로 $x=6$, $y=18$

## 13 답 2

연립방정식 $\begin{cases} 3x+9y=4a \\ x+ay=4 \end{cases}$의 해가 무수히 많으므로

$\frac{3}{1}=\frac{9}{a}=\frac{4a}{4}$에서 $a=3$

$(m+a-5)x+m+6=0$에 $a=3$을 대입하면

$(m-2)x+m+6=0$

이 일차방정식이 해를 갖지 않으려면 $m-2=0$이어야 하므로

$m=2$

**전략**

연립방정식의 해가 무수히 많을 조건을 이용하여 $a$의 값을 구한다.

## 14 답 $p=2$, $q=-2$

연립방정식 $\begin{cases} ax-y=a+2 \\ 4x-ay=a+6 \end{cases}$에서

$\frac{a}{4}=\frac{-1}{-a}$, $a^2=4$ $\quad\therefore a=2$ 또는 $a=-2$

(ⅰ) $a=2$일 때

$\frac{2}{4}=\frac{-1}{-2}=\frac{2+2}{2+6}$이므로 해가 무수히 많다.

(ⅱ) $a=-2$일 때

$\frac{-2}{4}=\frac{-1}{2}\neq\frac{-2+2}{-2+6}$이므로 해가 없다.

$\therefore p=2$, $q=-2$

**전략**

연립방정식 $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$에서

① 해가 무수히 많은 경우 ➡ $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}$

② 해가 없는 경우 ➡ $\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\neq\frac{c}{c'}$

## 15 답 $-2$

$ax+by=-5$에 $x=0$, $y=1$을 대입하면

$0+b=-5$ $\quad\therefore b=-5$

$ax-5y=-5$에 $x=3$, $y=4$를 대입하면

$3a-20=-5$, $3a=15$ $\quad\therefore a=5$

$5x+cy=7$에 $x=3$, $y=4$를 대입하면

$15+4c=7$, $4c=-8$ $\quad\therefore c=-2$

$\therefore a+b+c=5+(-5)+(-2)=-2$

**전략**

$x=0$, $y=1$은 $ax+by=-5$의 해임을 이용하여 먼저 $b$의 값을 구한다.

## 16 답 $a=3$, $b=-4$, $c=1$, $d=2$

연립방정식 $\begin{cases} ax+by=4 \\ cx+dy=8 \end{cases}$에 $x=4$, $y=2$를 대입하면

$\begin{cases} 4a+2b=4 & \cdots\cdots ㉠ \\ 4c+2d=8 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

$cx+dy=8$에 $x=-12$, $y=10$을 대입하면

$-12c+10d=8$ $\quad\cdots\cdots$ ㉢

$ax+by=4$에 $x=20$, $y=14$를 대입하면

$20a+14b=4$ $\quad\cdots\cdots$ ㉣

㉠, ㉣을 연립하여 풀면 $a=3$, $b=-4$

㉡, ㉢을 연립하여 풀면 $c=1$, $d=2$

**전략**

바르게 보고 푼 해와 잘못 보고 푼 해를 이용하여 $a$, $b$에 대한 방정식과 $c$, $d$에 대한 방정식을 세운다.

## 17 답 $x=\frac{1}{4}$, $y=\frac{1}{5}$, $z=1$

연립방정식 $\begin{cases} xy-yz+2zx=7xyz \\ 2xy+3yz-2zx=4xyz \\ 3xy+5yz-4zx=3xyz \end{cases}$에서

$xyz\neq0$이므로 각 일차방정식의 양변을 $xyz$로 나누면

$\begin{cases} \frac{1}{z}-\frac{1}{x}+\frac{2}{y}=7 \\ \frac{2}{z}+\frac{3}{x}-\frac{2}{y}=4 \\ \frac{3}{z}+\frac{5}{x}-\frac{4}{y}=3 \end{cases}$

$\frac{1}{x}=X$, $\frac{1}{y}=Y$, $\frac{1}{z}=Z$로 놓으면

$\begin{cases} -X+2Y+Z=7 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3X-2Y+2Z=4 & \cdots\cdots ㉡ \\ 5X-4Y+3Z=3 & \cdots\cdots ㉢ \end{cases}$

㉠+㉡을 하면 $2X+3Z=11$ $\quad\cdots\cdots$ ㉣

㉡×2−㉢을 하면 $X+Z=5$ $\quad\cdots\cdots$ ㉤

㉣, ㉤을 연립하여 풀면 $X=4$, $Z=1$

㉠에 $X=4$, $Z=1$을 대입하면

$-4+2Y+1=7$ $\quad\therefore Y=5$

즉 $\frac{1}{x}=4$, $\frac{1}{y}=5$, $\frac{1}{z}=1$이므로

$x=\frac{1}{4}$, $y=\frac{1}{5}$, $z=1$

**전략**

$xyz\neq0$이므로 각 일차방정식의 양변을 $xyz$로 나누어 본다.

## 18 답 $6<a<26$

$$\begin{cases} x+y=10 & \cdots\cdots ㉠ \\ y+z=16 & \cdots\cdots ㉡ \\ z+x=a & \cdots\cdots ㉢ \end{cases}$$

㉠+㉡+㉢을 하면

$2(x+y+z)=a+26$

$\therefore x+y+z=\frac{a+26}{2}$ $\cdots\cdots$ ㉣

㉣−㉡을 하면 $x=\frac{a-6}{2}$

이때 $x$가 양수이므로 $\frac{a-6}{2}>0$

$a-6>0$ $\quad\therefore a>6$

㉣−㉢을 하면 $y=\frac{26-a}{2}$

이때 $y$가 양수이므로 $\frac{26-a}{2}>0$

$26-a>0$ $\quad\therefore a<26$

따라서 구하는 상수 $a$의 값의 범위는 $6<a<26$이다.

**전략**

세 식을 변끼리 더하여 $x+y+z$의 값을 구한 후 $x, y$가 양수임을 이용하여 $a$의 값의 범위를 구한다.

## 19 답 $-\frac{3}{4}$

$$\begin{cases} x-2y+z=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+2y+z=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠+㉡을 하면

$4x+2z=0$ $\quad\therefore z=-2x$

㉠에 $z=-2x$를 대입하면

$x-2y-2x=0$ $\quad\therefore x=-2y$

즉 $z=-2x=-2\times(-2y)=4y$, 즉 $z=4y$

$$\therefore \frac{y+z}{x}+\frac{z+x}{y}+\frac{x+y}{z}=\frac{y+4y}{-2y}+\frac{4y-2y}{y}+\frac{-2y+y}{4y}$$
$$=-\frac{5}{2}+2-\frac{1}{4}=-\frac{3}{4}$$

**전략**

$x, z$를 $y$에 대한 식으로 나타낸다.

## 20 답 24

$$\begin{cases} x+y-z=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x+8y-6z=0 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠×3−㉡을 하면

$-5y+3z=0$ $\quad\therefore y=\frac{3}{5}z$

㉠에 $y=\frac{3}{5}z$를 대입하면

$x+\frac{3}{5}z-z=0$ $\quad\therefore x=\frac{2}{5}z$

따라서 $x:y:z=\frac{2}{5}z:\frac{3}{5}z:z=2:3:5$이므로

$x=2k$, $y=3k$, $z=5k$($k$는 자연수)로 놓으면 $x, y, z$의 최소공배수는 $30k$이다.

즉 $30k=180$이므로 $k=6$

따라서 $x=12$, $y=18$, $z=30$이므로

$x-y+z=12-18+30=24$

**전략**

$x:y:z$를 가장 간단한 자연수의 비로 나타낸다.

## 21 답 16

$(a+b):(b+c):(c+a)=3:4:5$이므로

$a+b=3k$, $b+c=4k$, $c+a=5k\,(k\neq0)$로 놓고

위의 세 식을 변끼리 더하면

$2(a+b+c)=12k$ $\quad\therefore a+b+c=6k$

즉 $a=2k$, $b=k$, $c=3k$이고 $a+b+c=24$이므로

$2k+k+3k=24$, $6k=24$ $\quad\therefore k=4$

따라서 $a=8$, $b=4$, $c=12$이므로

$a^2-bc=8^2-4\times12=16$

**전략**

$a+b=3k$, $b+c=4k$, $c+a=5k\,(k\neq0)$로 놓고 $a, b, c$를 $k$를 사용하여 나타낸다.

## 22 답 $x=-1$, $y=3$

$1\circ5=1-5=-4$, $3\circ(-2)=3+(-2)+1=2$이므로

$$\begin{cases} x-y=1\circ5 \\ x+y=3\circ(-2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-y=-4 \\ x+y=2 \end{cases}$$

$\therefore x=-1$, $y=3$

**전략**

먼저 $1\circ5$, $3\circ(-2)$의 값을 구한다.

## 23 답 $x=-3$, $y=-2$

(i) $x>y$일 때

$\{x,\ y\}=x$, $\langle x,\ y\rangle=y$이므로

$$\begin{cases} \{x,\ y\}=x-y-1 \\ \langle x,\ y\rangle=x+y+2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=x-y-1 \\ y=x+y+2 \end{cases}$$

$\therefore x=-2$, $y=-1$

그런데 $x<y$이므로 $x=-2$, $y=-1$은 주어진 연립방정식의 해가 아니다.

(ii) $x<y$일 때

$\{x,\ y\}=y$, $\langle x,\ y\rangle=x$이므로

$\begin{cases} \{x, y\}=x-y-1 \\ \langle x, y\rangle=x+y+2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=x-y-1 \\ x=x+y+2 \end{cases}$

$\therefore x=-3, y=-2$

(i), (ii)에서 구하는 연립방정식의 해는 $x=-3, y=-2$

**전략**
$x>y$인 경우와 $x<y$인 경우로 나누어 생각한다.

## 24 답 $x=2, y=-2$

$x*2=A, 3*y=B$로 놓으면

$\begin{cases} A-B=5 \\ 4*A+B*6=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A-B=5 \\ (4A+4-A)+(6B+B-6)=3 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} A-B=5 \\ 3A+7B=5 \end{cases}$

$\therefore A=4, B=-1$

$x*2=A=4$에서

$2x+x-2=4, 3x=6 \quad \therefore x=2$

$3*y=B=-1$에서

$3y+3-y=-1, 2y=-4 \quad \therefore y=-2$

**전략**
$x*2=A, 3*y=B$로 놓고 $A, B$의 값을 구한 후 $x, y$의 값을 구한다.

## STEP 3 전교 1등 확실하게 굳히는 문제 pp. 059~061

| | | |
|---|---|---|
| **1** 2개 | **2** 11 | **3** $2, \frac{4}{3}$ |
| **4** 0 | **5** 13 | |
| **6** $x=\frac{23}{10}, y=\frac{23}{6}, z=\frac{23}{2}$ | | **7** $-125$ |
| **8** ④ | | |

## 1 답 2개

$xy+yz=51$에서 $y(x+z)=51$ …… ㉠

$xz+yz=19$에서 $z(x+y)=19$ …… ㉡

이때 $x, y, z$는 모두 자연수이므로 ㉡에서

$z=1, x+y=19$ 또는 $z=19, x+y=1$

이때 두 자연수의 합이 1인 경우는 없으므로

$z=1, x+y=19$

㉠에 $z=1$을 대입하면 $y(x+1)=51$이므로

주어진 두 식을 만족하는 세 자연수 $x, y, z$의 순서쌍 $(x, y, z)$는 $(2, 17, 1), (16, 3, 1)$의 2개이다.

**전략**
$xz+yz=19$에서 19는 소수임을 이용한다.

## 2 답 11

천의 자리의 계산에서 $a-1=b$ …… ㉠

이때 $a>b$이므로 일의 자리의 계산에서 십의 자리에서 받아내림을 하면 $(10+b)-a=a$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=9, b=8$

$\therefore 3a-2b=3\times9-2\times8=11$

**전략**
천의 자리의 계산에서 $a-1=b$이므로 $a>b$이다.

## 3 답 $2, \frac{4}{3}$

(i) $x\ge0, x+y\ge0$일 때

$\begin{cases} |x|-x+y=4 \\ |x+y|-y=8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-x+y=4 \\ x+y-y=8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=4 \\ x=8 \end{cases}$

$x=8, y=4$이므로 $\frac{x}{y}=\frac{8}{4}=2$

(ii) $x\ge0, x+y<0$일 때

$\begin{cases} |x|-x+y=4 \\ |x+y|-y=8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-x+y=4 \\ -(x+y)-y=8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=4 \\ -x-2y=8 \end{cases}$

$\therefore x=-16, y=4$

그런데 $x<0$이므로 조건을 만족하지 않는다.

(iii) $x<0, x+y\ge0$일 때

$\begin{cases} |x|-x+y=4 \\ |x+y|-y=8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x-x+y=4 \\ x+y-y=8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x+y=4 \\ x=8 \end{cases}$

$\therefore x=8, y=20$

그런데 $x>0$이므로 조건을 만족하지 않는다.

(iv) $x<0, x+y<0$일 때

$\begin{cases} |x|-x+y=4 \\ |x+y|-y=8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x-x+y=4 \\ -(x+y)-y=8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x+y=4 \\ -x-2y=8 \end{cases}$

$x=-\frac{16}{5}, y=-\frac{12}{5}$이므로

$\frac{x}{y}=x\div y=-\frac{16}{5}\div\left(-\frac{12}{5}\right)$

$=-\frac{16}{5}\times\left(-\frac{5}{12}\right)=\frac{4}{3}$

(i)~(iv)에서 $\frac{x}{y}$의 값은 $2, \frac{4}{3}$이다.

**전략**
$|A|=\begin{cases} A\ (A\ge0) \\ -A\ (A<0) \end{cases}$임을 이용한다.

## 4 답 0

$\begin{cases} a+2b+4c+5d=100 & \cdots\cdots ㉠ \\ a+3b+2c+5d=-100 & \cdots\cdots ㉡ \\ 6a+4b+c-2d=100 & \cdots\cdots ㉢ \\ 4a+3b+3c+2d=-100 & \cdots\cdots ㉣ \end{cases}$

㉠+㉣을 하면 $5(a+b)+7(c+d)=0$ …… ㉤

㉡+㉢을 하면 $7(a+b)+3(c+d)=0$ …… ㉥

㉤과 ㉥에서 $a+b=0, c+d=0$

$\therefore a+b+c+d=0$

**전략**
상수항끼리 더했을 때, 우변이 0이 되는 경우를 생각해 본다.

## 5 답 13

주어진 연립방정식의 각 식에서 양변을 역수로 나타내면

$$\begin{cases}\dfrac{xy}{x+y}=\dfrac{1}{3}\\[2mm] \dfrac{yz}{y+z}=\dfrac{1}{5}\\[2mm] \dfrac{zx}{z+x}=\dfrac{1}{4}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\dfrac{x+y}{xy}=3\\[2mm] \dfrac{y+z}{yz}=5\\[2mm] \dfrac{z+x}{zx}=4\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{x}=3 & \cdots\cdots ㉠\\[2mm] \dfrac{1}{z}+\dfrac{1}{y}=5 & \cdots\cdots ㉡\\[2mm] \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{z}=4 & \cdots\cdots ㉢\end{cases}$$

㉠+㉡+㉢을 하면 $2\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}\right)=12$

$\therefore \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=6$ ...... ㉣

㉣−㉠을 하면 $\dfrac{1}{z}=3$

㉣−㉡을 하면 $\dfrac{1}{x}=1$

㉣−㉢을 하면 $\dfrac{1}{y}=2$

$$\therefore \frac{3xy+2yz+zx}{xyz}=\frac{3}{z}+\frac{2}{x}+\frac{1}{y}=9+2+2=13$$

**전략**

연립방정식의 각 식에서 양변을 역수로 나타낸다.

## 6 답 $x=\dfrac{23}{10}$, $y=\dfrac{23}{6}$, $z=\dfrac{23}{2}$

$$\begin{cases}\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y+z}=\dfrac{1}{2}\\[2mm] \dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z+x}=\dfrac{1}{3}\\[2mm] \dfrac{1}{z}+\dfrac{1}{x+y}=\dfrac{1}{4}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\dfrac{x+y+z}{x(y+z)}=\dfrac{1}{2}\\[2mm] \dfrac{x+y+z}{y(z+x)}=\dfrac{1}{3}\\[2mm] \dfrac{x+y+z}{z(x+y)}=\dfrac{1}{4}\end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases}\dfrac{xy+zx}{x+y+z}=2 & \cdots\cdots ㉠\\[2mm] \dfrac{yz+xy}{x+y+z}=3 & \cdots\cdots ㉡\\[2mm] \dfrac{zx+yz}{x+y+z}=4 & \cdots\cdots ㉢\end{cases} \quad \cdots\cdots 20\,\%$$

㉠+㉡+㉢을 하면 $\dfrac{2(xy+yz+zx)}{x+y+z}=9$

$\therefore \dfrac{xy+yz+zx}{x+y+z}=\dfrac{9}{2}$ ...... ㉣

㉣−㉠을 하면 $\dfrac{yz}{x+y+z}=\dfrac{5}{2}$ ...... ㉤

㉣−㉡을 하면 $\dfrac{zx}{x+y+z}=\dfrac{3}{2}$ ...... ㉥

㉣−㉢을 하면 $\dfrac{xy}{x+y+z}=\dfrac{1}{2}$ ...... ㉦

㉤÷㉥을 하면 $\dfrac{y}{x}=\dfrac{5}{3}$ $\quad\therefore y=\dfrac{5}{3}x$

㉤÷㉦을 하면 $\dfrac{z}{x}=5$ $\quad\therefore z=5x$ ...... 50 %

따라서 $x:y:z=x:\dfrac{5}{3}x:5x=3:5:15$이므로

$x=3k$, $y=5k$, $z=15k\,(k\neq0)$로 놓고 ㉣에 대입하면

$\dfrac{15k^2+75k^2+45k^2}{3k+5k+15k}=\dfrac{9}{2}$ $\quad\therefore k=\dfrac{23}{30}$ ...... 20 %

$\therefore x=\dfrac{23}{10}$, $y=\dfrac{23}{6}$, $z=\dfrac{23}{2}$ ...... 10 %

**전략**

연립방정식의 각 식을 통분하고 역수로 나타낸다.

## 7 답 −125

조건 ㈎에서 $x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n$ 중에서 값이 0인 것의 개수를 $a$개, 값이 1인 것의 개수를 $b$개, 값이 −2인 것의 개수를 $c$개라 하면

조건 ㈏에서 $0\times a+1\times b+(-2)\times c=-5$

$\therefore b-2c=-5$ ...... ㉠

조건 ㈐에서 $0^2\times a+1^2\times b+(-2)^2\times c=19$

$\therefore b+4c=19$ ...... ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $b=3$, $c=4$

$$\therefore x_1^5+x_2^5+\cdots+x_n^5=0^5\times a+1^5\times3+(-2)^5\times4=3-128=-125$$

**전략**

조건 ㈎에서 $x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n$ 중에서 값이 0인 것의 개수를 $a$개, 값이 1인 것의 개수를 $b$개, 값이 −2인 것의 개수를 $c$개로 놓고 조건 ㈏와 조건 ㈐를 이용하여 $b$와 $c$에 대한 연립방정식을 세운다.

## 8 답 ④

①, ② 연속한 두 식을 변끼리 빼면

$x_1=x_4=x_7=\cdots$

$x_2=x_5=x_8=\cdots$

$x_3=x_6=x_9=\cdots$

③ $n$이 3의 배수일 때,

$x_1=x_4=x_7=\cdots=x_{n-2}$

$x_2=x_5=x_8=\cdots=x_{n-1}$

$x_3=x_6=x_9=\cdots=x_n$

④ $n$이 3의 배수일 때, $x_1=x_2=x_3$인지는 알 수 없다.

⑤ $n=10$일 때, 연속한 모든 식을 변끼리 더하면

$3(x_1+x_2+x_3+\cdots+x_{10})=90$

$\therefore x_1+x_2+x_3+\cdots+x_{10}=30$

이때 $x_1+x_2+x_3=9$, $x_4+x_5+x_6=9$, $x_7+x_8+x_9=9$이므로

$9+9+9+x_{10}=30$ $\quad\therefore x_{10}=3$

마찬가지 방법으로 $x_1=x_2=x_3=\cdots=x_{10}=3$

**참고**

연속한 두 식을 변끼리 빼면

$x_1=x_4=x_7=\cdots=x_{n-2}$

$x_2=x_5=x_8=\cdots=x_{n-1}$

$x_3=x_6=x_9=\cdots=x_n$

(i) $n$이 3의 배수가 아니면

$x_1=x_2=x_3=\cdots=x_n$

(ii) $n=3k$($k$는 자연수)이면

$x_1=x_4=x_7=\cdots=x_{3k-2}=s$

$x_2=x_5=x_8=\cdots=x_{3k-1}=t$

$x_3=x_6=x_9=\cdots=x_{3k}=9-(s+t)$

## 02 연립방정식의 활용

**[확인 ❶]** 답 27, 4

큰 수를 $x$, 작은 수를 $y$라 하면

$\begin{cases} x+y=31 \\ x=6y+3 \end{cases}$ $\therefore x=27, y=4$

따라서 구하는 두 수는 27, 4이다.

**[확인 ❷]** 답 효중: 분속 250 m, 경민: 분속 150 m

효중이의 속력을 분속 $x$ m, 경민이의 속력을 분속 $y$ m$(x>y)$라 하면

$\begin{cases} 20x-20y=2000 \\ 5x+5y=2000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-y=100 \\ x+y=400 \end{cases}$

$\therefore x=250, y=150$

따라서 효중이의 속력은 분속 250 m, 경민이의 속력은 분속 150 m이다.

**[확인 ❸]** 답 10시간

전체 일의 양을 1이라 하고, A, B 두 사람이 한 시간 동안 할 수 있는 일의 양을 각각 $x$, $y$라 하면

$\begin{cases} 6x+6y=1 \\ 9x+4y=1 \end{cases}$ $\therefore x=\frac{1}{15}, y=\frac{1}{10}$

따라서 B가 혼자서 이 일을 끝마치려면 10시간이 걸린다.

**[확인 ❹]** 답 8 %의 소금물: 80 g, 3 %의 소금물: 120 g

8 %의 소금물의 양을 $x$ g, 3 %의 소금물의 양을 $y$ g이라 하면

$\begin{cases} x+y=200 \\ \frac{8}{100}x+\frac{3}{100}y=\frac{5}{100}\times 200 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=200 \\ 8x+3y=1000 \end{cases}$

$\therefore x=80, y=120$

따라서 8 %의 소금물의 양은 80 g, 3 %의 소금물의 양은 120 g이다.

**[확인 ❺]** 답 여학생: 330명, 남학생: 240명

작년의 여학생 수를 $x$명, 남학생 수를 $y$명이라 하면

$\begin{cases} x+y=600 \\ \frac{10}{100}x-\frac{20}{100}y=-30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=600 \\ x-2y=-300 \end{cases}$

$\therefore x=300, y=300$

따라서 올해의 여학생 수는 $300+\frac{10}{100}\times 300=330$(명),

남학생 수는 $300-\frac{20}{100}\times 300=240$(명)이다.

**[확인 ❻]** 답 12000원

A 제품의 원가를 $x$원, B 제품의 원가를 $y$원이라 하면

$\begin{cases} x+y=35000 \\ 0.2x+0.3y=9500 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=35000 \\ 2x+3y=95000 \end{cases}$

$\therefore x=10000, y=25000$

따라서 A 제품의 정가는

$10000+10000\times\frac{20}{100}=12000$(원)

**STEP 1** | 억울하게 울리는 문제 pp. 064~066

| | |
|---|---|
| **1-1** 84 | **1-2** 25 |
| **2-1** 13세 | **2-2** 11세 |
| **3-1** 삼각형: 14개, 사각형: 9개 | |
| **3-2** 어른: 1000원, 어린이: 600원 | |
| **4-1** 2 km | **4-2** 20 km |
| **5-1** 150 m | |
| **5-2** 속력: 초속 5 m, 길이: 100 m | |
| **6-1** 남학생: 380명, 여학생: 330명 | |
| **6-2** 남학생: 450명, 여학생: 675명 | |
| **7-1** 57 g | **7-2** 5명 |

### 1-1 답 84

처음 두 자리의 자연수의 십의 자리의 숫자를 $x$, 일의 자리의 숫자를 $y$라 하면

$\begin{cases} x+y=12 \\ 10y+x=10x+y-36 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=12 \\ x-y=4 \end{cases}$

$\therefore x=8, y=4$

따라서 처음 수는 84이다.

### 1-2 답 25

처음 두 자리의 자연수의 십의 자리의 숫자를 $x$, 일의 자리의 숫자를 $y$라 하면

$\begin{cases} 3x=y+1 \\ 10y+x=2(10x+y)+2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x-y=1 \\ 19x-8y=-2 \end{cases}$

$\therefore x=2, y=5$

따라서 처음 수는 25이다.

### 2-1 답 13세

현재 어머니의 나이를 $x$세, 아들의 나이를 $y$세라 하면

$\begin{cases} x-y=26 \\ x+12=2(y+12)+1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-y=26 \\ x-2y=13 \end{cases}$

$\therefore x=39, y=13$

따라서 현재 아들의 나이는 13세이다.

### 2-2 답 11세

올해 민수의 부모님의 나이의 합을 $x$세, 민수의 나이를 $y$세라 하면

$\begin{cases} x=8y \\ x-10=13(y-5) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=8y \\ x-13y=-55 \end{cases}$

$\therefore x=88, y=11$

따라서 올해 민수의 나이는 11세이다.

**참고**

올해 민수의 부모님의 나이의 합을 $x$세라 하면 5년 전 부모님의 나이의 합은 $(x-10)$세이다.

### 3-1 답 삼각형: 14개, 사각형: 9개

만들 수 있는 삼각형의 개수를 $x$개, 사각형의 개수를 $y$개라 하면

$\begin{cases} 3x+4y=78 \\ x+y=23 \end{cases}$ $\therefore x=14, y=9$

따라서 만들 수 있는 삼각형의 개수는 14개, 사각형의 개수는 9개이다.

### 3-2 답 어른: 1000원, 어린이: 600원

어른 1명의 입장료를 $x$원, 어린이 1명의 입장료를 $y$원이라 하면

$\begin{cases} 4x+10y=10000 \\ 5y=3x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+5y=5000 \\ 5y=3x \end{cases}$

$\therefore x=1000, y=600$

따라서 어른 1명의 입장료는 1000원, 어린이 1명의 입장료는 600원이다.

### 4-1 답 2 km

세희가 걸은 거리를 $x$ km, 뛴 거리를 $y$ km라 하면

$\begin{cases} x+y=3 \\ \frac{x}{4}+\frac{y}{10}=\frac{27}{60} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=3 \\ 5x+2y=9 \end{cases}$

$\therefore x=1, y=2$

따라서 세희가 뛴 거리는 2 km이다.

**참고**

오전 8시에 집에서 출발하여 오전 8시 27분에 학교에 도착하였으므로 집에서 학교까지 가는 데 걸린 시간은 27분, 즉 $\frac{27}{60}$시간이다.

### 4-2 답 20 km

세현이가 걸은 거리를 $x$ km, 버스를 탄 거리를 $y$ km라 하면

$\begin{cases} x+y=22 \\ \frac{x}{6}+\frac{y}{60}+\frac{5}{60}=\frac{45}{60} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=22 \\ 10x+y=40 \end{cases}$

$\therefore x=2, y=20$

따라서 세현이가 버스를 탄 거리는 20 km이다.

**참고**

오전 7시 35분에 집을 나서서 오전 8시 20분에 학교에 도착하였으므로 집에서 학교까지 가는 데 걸린 시간은 45분, 즉 $\frac{45}{60}$시간이다.

### 5-1 답 150 m

기차의 속력을 초속 $x$ m, 기차의 길이를 $y$ m라 하면

$\begin{cases} y+600=30x \\ y+1600=70x \end{cases}$ $\therefore x=25, y=150$

따라서 기차의 길이는 150 m이다.

**참고**

1.6 km=1600 m, 1분 10초=70초

### 5-2 답 속력: 초속 5 m, 길이: 100 m

기차의 속력을 초속 $x$ m, 기차의 길이를 $y$ m라 하면

$\begin{cases} y+1700=360x \\ y+50=30x \end{cases}$ $\therefore x=5, y=100$

따라서 기차의 속력은 초속 5 m, 기차의 길이는 100 m이다.

**참고**

1.7 km=1700 m, 6분=360초

### 6-1 답 남학생: 380명, 여학생: 330명

작년의 남학생 수를 $x$명, 여학생 수를 $y$명이라 하면

$\begin{cases} x+y=700 \\ -\frac{5}{100}x+\frac{10}{100}y=10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=700 \\ x-2y=-200 \end{cases}$

$\therefore x=400, y=300$

따라서 올해의 남학생 수는 $400-\frac{5}{100}\times 400=380$(명), 여학생 수는 $300+\frac{10}{100}\times 300=330$(명)이다.

### 6-2 답 남학생: 450명, 여학생: 675명

작년의 남학생 수를 $x$명, 여학생 수를 $y$명이라 하면

$\begin{cases} \frac{102}{100}x+\frac{92}{100}y=1080 \\ \frac{96}{100}(x+y)=1080 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 51x+46y=54000 \\ x+y=1125 \end{cases}$

$\therefore x=450, y=675$

따라서 작년의 남학생 수는 450명, 여학생 수는 675명이다.

### 7-1 답 57 g

합금에 섞여 있는 금의 무게를 $x$ g, 구리의 무게를 $y$ g이라 하면

$\begin{cases} x+y=73 \\ \frac{1}{19}x+\frac{1}{8}y=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=73 \\ 8x+19y=760 \end{cases}$

$\therefore x=57, y=16$

따라서 합금에 섞여 있는 금의 무게는 57 g이다.

**참고**

물속에서 합금의 무게는 $73-68=5$ (g)만큼 덜 나간다.

### 7-2 답 5명

남학생 수를 $x$명, 여학생 수를 $y$명이라 하면

$\begin{cases} x+y=35 \\ \frac{1}{10}x+\frac{1}{3}y=7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=35 \\ 3x+10y=210 \end{cases}$

$\therefore x=20, y=15$

따라서 안경을 낀 여학생 수는 $15\times\frac{1}{3}=5$(명)이다.

**참고**

안경을 낀 학생 수는 반 전체 학생 수의 $\frac{1}{5}$이므로 $35\times\frac{1}{5}=7$(명)이다.

## STEP 2 반드시 등수 올리는 문제

pp. 067~072

**01** 5회 **02** 475
**03** 이모: 48세, 조카: 32세 **04** 4개
**05** 편지지: 60장, 봉투: 40장
**06** 거리: 3 km, 예정 시간: 40분 **07** 24 km
**08** $\frac{20}{3}$ km **09** 6시간 **10** 1시간 12분
**11** 8 **12** $\frac{48}{7}$시간 **13** 100 g
**14** 소금물 A: 2 %, 소금물 B: 7 %
**15** 소금물 A: 19 %, 소금물 B: 4 %
**16** 3 : 17 **17** 합금 A: 200 g, 합금 B: 250 g
**18** 315명 **19** A 제품: 25개, B 제품: 20개
**20** 28800원 **21** 18000원
**22** 노새: 18자루, 당나귀: 12자루
**23** 금화 1개: 5마리, 은화 1개: 1마리

### 01 답 5회

미선이가 이긴 횟수를 $x$회, 진 횟수를 $y$회라 하면 지유가 이긴 횟수는 $y$회, 진 횟수는 $x$회이므로

$$\begin{cases} 3x-2y=2 \\ 3y-2x=7 \end{cases} \quad \therefore x=4,\ y=5$$

따라서 지유가 이긴 횟수는 5회이다.

**전략**

(1) 계단을 올라가는 것을 $+$, 내려가는 것을 $-$로 생각한다.
(2) 가위바위보를 하여 이기면 $a$계단 올라가고 지면 $b$계단 내려갈 때, 어떤 사람이 $x$회 이기고 $y$회 졌다면 위치의 변화는 $(ax-by)$계단이다.
(3) A, B 두 사람이 가위바위보를 할 때, A가 이긴 횟수를 $x$회, 진 횟수를 $y$회라 하면 B가 이긴 횟수는 $y$회, 진 횟수는 $x$회이다.

### 02 답 475

처음 세 자리의 자연수의 백의 자리의 숫자를 $x$, 십의 자리의 숫자를 $y$, 일의 자리의 숫자를 $z$라 하면

$$\begin{cases} x+y+z=16 \\ 100z+10y+x=100x+10y+z+99 \\ 3x=y+z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y+z=16 \\ x-z=-1 \\ 3x-y-z=0 \end{cases}$$

$\therefore x=4,\ y=7,\ z=5$

따라서 처음 수는 475이다.

**전략**

처음 세 자리의 자연수의 백의 자리의 숫자를 $x$, 십의 자리의 숫자를 $y$, 일의 자리의 숫자를 $z$로 놓고 연립방정식을 세운다.

### 03 답 이모: 48세, 조카: 32세

현재 이모의 나이를 $x$세, 조카의 나이를 $y$세라 하고 $a$년 전에 이모의 나이가 현재 조카의 나이였다고 하면

$$\begin{cases} x+y=80 \\ x-a=y \\ y-a=\frac{1}{2}(x-a) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=80 \\ x-y=a \\ x-2y=-a \end{cases}$$

$\therefore x=48,\ y=32,\ a=16$

따라서 현재 이모의 나이는 48세, 조카의 나이는 32세이다.

**전략**

현재와 몇 년 전의 이모와 조카의 나이에 대한 연립방정식을 세운다.

### 04 답 4개

100원짜리 동전의 개수를 $x$개, 500원짜리 동전의 개수를 $y$개라 하면 500원짜리 동전을 사용하여 450원짜리 음료수를 뽑고 받은 거스름돈은 50원이므로 50원짜리 동전의 개수도 $y$개이다.

$$\begin{cases} x+y=15 \\ 100x+50y=2\times450+50 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=15 \\ 2x+y=19 \end{cases}$$

$\therefore x=4,\ y=11$

따라서 처음에 가지고 있던 100원짜리 동전의 개수는 4개이다.

**전략**

받은 거스름돈과 100원짜리 동전을 모두 합하면
$2\times450+50=950$(원)이다.

### 05 답 편지지: 60장, 봉투: 40장

편지지의 수를 $x$장, 봉투의 수를 $y$장이라 하면

$$\begin{cases} x-y=20 \\ x-3(y-20)=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-y=20 \\ x-3y=-60 \end{cases}$$

$\therefore x=60,\ y=40$

따라서 편지지 세트 속에 들어 있는 편지지는 60장, 봉투는 40장이다.

**전략**

예준이가 편지를 보낸 결과 편지지만 20장 남았으므로 예준이가 보낸 편지의 수는 $y$통이고, 수희가 편지를 보낸 결과 봉투만 20장 남았으므로 수희가 보낸 편지의 수는 $(y-20)$통이다.

### 06 답 거리: 3 km, 예정 시간: 40분

집에서 약속 장소까지의 거리를 $x$ km, 가는 데 걸리는 예정 시간을 $y$분이라 하면

$$\begin{cases} \frac{x}{5}=\frac{y}{60}-\frac{4}{60} \\ \frac{x}{4}=\frac{y}{60}+\frac{5}{60} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12x-y=-4 \\ 15x-y=5 \end{cases}$$

$\therefore x=3,\ y=40$

따라서 집에서 약속 장소까지의 거리는 3 km, 가는 데 걸리는 예정 시간은 40분이다.

전략

예정 시간보다 일찍 도착한다는 것은 시간이 덜 걸린다는 뜻이고, 예정 시간보다 늦게 도착한다는 것은 시간이 더 걸린다는 뜻이다.

## 07 답 24 km

정지한 물에서의 유람선의 속력을 시속 $x$ km, 강물의 속력을 시속 $y$ km라 하면

$$\begin{cases}\frac{5}{3}(x+y)=30\\ \frac{5}{2}(x-y)=30\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x+y=18\\ x-y=12\end{cases}$$

$\therefore x=15, y=3$

따라서 정지한 물에서의 유람선의 속력은 시속 15 km, 강물의 속력은 시속 3 km이다.

이때 관광 코스를 따라 내려오는 거리를 $a$ km라 하면

$\frac{a}{15+3}+\frac{a}{15-3}=\frac{10}{3}$, $5a=120$ $\quad\therefore a=24$

따라서 24 km를 내려왔다가 돌아가면 된다.

전략

(강을 따라 내려올 때의 속력)

=(정지한 물에서의 배의 속력)+(강물의 속력)

(강을 거슬러 올라갈 때의 속력)

=(정지한 물에서의 배의 속력)−(강물의 속력)

참고

1시간 40분$=1\frac{2}{3}$시간$=\frac{5}{3}$시간

2시간 30분$=2\frac{1}{2}$시간$=\frac{5}{2}$시간

3시간 20분$=3\frac{1}{3}$시간$=\frac{10}{3}$시간

## 08 답 $\frac{20}{3}$ km

대호가 걸은 거리를 $x$ km, 자전거를 탄 거리를 $y$ km라 하면

$$\begin{cases}\frac{x}{4}+\frac{y}{16}=\frac{x+y}{16}+\frac{1}{2}\\ \frac{x}{4}=\frac{x+2y}{16}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}3x=8\\ 3x=2y\end{cases}$$

$\therefore x=\frac{8}{3}, y=4$

따라서 학교와 도서관 사이의 거리는

$\frac{8}{3}+4=\frac{20}{3}$ (km)

전략

대호가 걸은 거리를 $x$ km, 자전거를 탄 거리를 $y$ km라 할 때, 대호가 $x$ km를 걷는 동안 철수는 학교에서 도서관까지 갔다가 다시 대호가 걷는 곳까지 가므로 대호를 만날 때까지 철수가 움직인 거리는 $(x+2y)$ km이다.

## 09 답 6시간

전체 일의 양을 1이라 하고, A, B, C 세 사람이 한 시간 동안 할 수 있는 일의 양을 각각 $x, y, z$라 하면

$$\begin{cases}x+y+z=1\\ 3z=1\\ \frac{1}{2}x+\frac{3}{2}(y+z)=1\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x+y+z=1\\ 3z=1\\ x+3y+3z=2\end{cases}$$

$\therefore x=\frac{1}{2}, y=\frac{1}{6}, z=\frac{1}{3}$

따라서 이 일을 B가 혼자서 할 때, 6시간이 걸린다.

참고

30분$=\frac{1}{2}$시간, 1시간 30분$=1\frac{1}{2}$시간$=\frac{3}{2}$시간

## 10 답 1시간 12분

물통에 물을 가득 채웠을 때의 물의 양을 1이라 하고, 세 수도꼭지 A, B, C에서 한 시간 동안 나오는 물의 양을 각각 $x, y, z$라 하면

$$\begin{cases}x+y+z=1\\ 2(x+y)=1\\ \frac{3}{2}(y+z)=1\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x+y+z=1\\ x+y=\frac{1}{2}\\ y+z=\frac{2}{3}\end{cases}$$

$\therefore x=\frac{1}{3}, y=\frac{1}{6}, z=\frac{1}{2}$

이때 두 수도꼭지 A, C를 함께 사용하여 물통에 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간을 $t$시간이라 하면

$t\times\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right)=1$, $\frac{5}{6}t=1$ $\quad\therefore t=\frac{6}{5}$

따라서 두 수도꼭지 A, C를 함께 사용하여 물통에 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간은 $\frac{6}{5}$시간, 즉 1시간 12분이다.

## 11 답 8

전체 일의 양을 1이라 하면 지은이는 하루에 $\frac{1}{x}$만큼, 준민이는 하루에 $\frac{1}{y}$만큼 일을 하므로

$$\begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{2}{15}\\ 3\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)+\frac{6}{x}+\frac{2}{y}=1\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{2}{15}\\ \frac{9}{x}+\frac{5}{y}=1\end{cases}$$

$\frac{1}{x}=X, \frac{1}{y}=Y$로 치환하면

$$\begin{cases}X+Y=\frac{2}{15}\\ 9X+5Y=1\end{cases} \quad\therefore X=\frac{1}{12}, Y=\frac{1}{20}$$

따라서 $\frac{1}{x}=\frac{1}{12}, \frac{1}{y}=\frac{1}{20}$이므로 $x=12, y=20$

$\therefore y-x=20-12=8$

전략

전체 일의 양을 1이라 하면 지은이는 하루에 $\frac{1}{x}$만큼, 준민이는 하루에 $\frac{1}{y}$만큼 일을 한다.

## 12 답 $\frac{48}{7}$시간

물탱크에 물을 가득 채웠을 때의 물의 양을 1이라 하고, 한 시간 동안 A 호스로 채우는 물의 양을 $x$, B 호스, C 호스로 빼내는 물의 양을 각각 $y$, $z$라 하면

$$\begin{cases} 6(x-y)=1 \\ \frac{16}{3}(x-z)=1 \\ \frac{48}{5}(x-y-z)=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-y=\frac{1}{6} \\ x-z=\frac{3}{16} \\ x-y-z=\frac{5}{48} \end{cases}$$

$\therefore x=\frac{1}{4}, y=\frac{1}{12}, z=\frac{1}{16}$

따라서 B 호스와 C 호스로 물을 완전히 빼내는 데 걸리는 시간은

$1\div\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{16}\right)=\frac{48}{7}$(시간)

**전략**

물탱크에 물을 가득 채웠을 때의 물의 양을 1로 놓고 연립방정식을 세운다.

## 13 답 100 g

4 %의 소금물의 양을 $3x$ g, 6 %의 소금물의 양을 $y$ g이라 하면 더 넣은 물의 양은 $2x$ g이므로

$$\begin{cases} 3x+y+2x=600 \\ \frac{4}{100}\times 3x+\frac{6}{100}\times y=\frac{4.5}{100}\times 600 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x+y=600 \\ 2x+y=450 \end{cases}$$

$\therefore x=50, y=350$

따라서 더 넣은 물의 양은 $2\times 50=100$ (g)이다.

**전략**

4 %의 소금물의 양과 더 넣은 물의 양의 비가 3 : 2이므로 4 %의 소금물의 양을 $3x$ g이라 하면 더 넣은 물의 양은 $2x$ g이다.

## 14 답 소금물 A: 2 %, 소금물 B: 7 %

처음 소금물 A의 농도를 $x$ %, 소금물 B의 농도를 $y$ %라 하면

$$\begin{cases} \frac{x}{100}\times 60+\frac{y}{100}\times 40=4 \\ \frac{x}{100}\times 40+\frac{y}{100}\times 60=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x+2y=20 \\ 2x+3y=25 \end{cases}$$

$\therefore x=2, y=7$

따라서 처음 소금물 A의 농도는 2 %, 소금물 B의 농도는 7 %이다.

**전략**

물을 증발시켜도 소금의 양은 변하지 않음을 이용하여 연립방정식을 세운다.

## 15 답 소금물 A: 19 %, 소금물 B: 4 %

처음 소금물 A의 농도를 $x$ %, 소금물 B의 농도를 $y$ %라 하면

(i) 소금물 A의 반을 소금물 B에 넣고 섞었을 때

소금물 B의 양은 $200+400=600$ (g)

소금물 B에 들어 있는 소금의 양은

$\frac{x}{100}\times 200+\frac{y}{100}\times 400=2x+4y$ (g)

(ii) (i)에서 얻은 소금물 B의 반을 소금물 A에 넣고 섞었을 때

소금물 A의 양은 $200+\frac{1}{2}\times 600=500$ (g)

소금물 A에 들어 있는 소금의 양은

$\frac{x}{100}\times 200+\frac{2x+4y}{2}=3x+2y$ (g)

또 소금물 B의 양은 $\frac{1}{2}\times 600=300$ (g)

소금물 B에 들어 있는 소금의 양은 $\frac{2x+4y}{2}=x+2y$ (g)

이때 섞은 후 두 소금물 A, B의 농도를 식으로 나타내면

$$\begin{cases} \frac{3x+2y}{500}\times 100=13 \\ \frac{x+2y}{300}\times 100=9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x+2y=65 \\ x+2y=27 \end{cases}$$

$\therefore x=19, y=4$

따라서 처음 소금물 A의 농도는 19 %, 소금물 B의 농도는 4 %이다.

**전략**

섞은 후 두 소금물 A, B에 들어 있는 소금의 양을 각각 식으로 나타낸다.

## 16 답 3 : 17

소금물 A의 농도를 $x$ %, 소금물 B의 농도를 $y$ %라 하고, 두 소금물 A, B에서 덜어 낸 소금물의 양을 각각 $m$ g이라 하면

$$\begin{cases} \frac{x}{100}\times m+\frac{y}{100}\times m=\frac{1}{4}\times 2m \\ \left(\frac{x}{100}\times m+\frac{y}{100}\times m\right)+\frac{x}{100}\times 2m=\frac{1}{5}\times 4m \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+y=50 \\ 3x+y=80 \end{cases}$$

$\therefore x=15, y=35$

따라서 소금물 A의 농도는 15 %, 즉 $\frac{15}{100}=\frac{3}{20}$이므로 소금물 A에 들어 있는 소금의 양과 물의 양의 비는 3 : 17이다.

**전략**

(소금물의 양)=(소금의 양)+(물의 양)이므로 소금의 양과 물의 양의 비가 1 : 3이면 소금의 양과 소금물의 양의 비는 1 : 4이다. 즉 (소금의 양)$=\frac{1}{4}\times$(소금물의 양)이다.

## 17 답 합금 A: 200 g, 합금 B: 250 g

필요한 합금 A의 양을 $x$ g, 합금 B의 양을 $y$ g이라 하면

$$\begin{cases} \frac{3}{4}x+\frac{2}{5}y=\frac{5}{9}\times 450 \\ \frac{1}{4}x+\frac{3}{5}y=\frac{4}{9}\times 450 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 15x+8y=5000 \\ 5x+12y=4000 \end{cases}$$

$\therefore x=200, y=250$

따라서 필요한 합금 A의 양은 200 g, 합금 B의 양은 250 g이다.

**전략**

구리의 양과 아연의 양에 대한 연립방정식을 세운다.

## 18 답 315명

농구를 선택한 학생 중 남학생 수는 $150\times\frac{3}{5}=90$(명),

여학생 수는 $150\times\frac{2}{5}=60$(명)이다.

2학년 남학생 수를 $4x$명, 여학생 수를 $3x$명이라 하고, 야구를 선택한 남학생 수를 $6y$명, 여학생 수를 $5y$명이라 하면

$\begin{cases}4x=90+6y\\3x=60+5y\end{cases}$ ➡ $\begin{cases}2x-3y=45\\3x-5y=60\end{cases}$

$\therefore x=45,\ y=15$

따라서 2학년 전체 학생 수는 $7x=7\times45=315$(명)이다.

**전략**
먼저 농구를 선택한 학생 중 남학생 수와 여학생 수를 구한다.

## 19 답 A 제품: 25개, B 제품: 20개

판매한 A 제품의 개수를 $x$개, B 제품의 개수를 $y$개라 하면

$\begin{cases}x+y=45\\\frac{30}{100}\times1500\times x+\frac{50}{100}\times2000\times y=31250\end{cases}$

➡ $\begin{cases}x+y=45\\9x+20y=625\end{cases}$

$\therefore x=25,\ y=20$

따라서 판매한 A 제품의 개수는 25개, B 제품의 개수는 20개이다.

## 20 답 28800원

할인하기 전 티셔츠의 판매 가격을 $x$원, 바지의 판매 가격을 $y$원이라 하면

$\begin{cases}x+y=56000\\\frac{15}{100}x+\frac{20}{100}y=10200\end{cases}$ ➡ $\begin{cases}x+y=56000\\3x+4y=204000\end{cases}$

$\therefore x=20000,\ y=36000$

따라서 할인한 바지의 판매 가격은

$36000-36000\times\frac{20}{100}=28800$(원)

## 21 답 18000원

A 제품의 원가를 $x$원, B 제품의 원가를 $y$원이라 하면

(A 제품의 판매 가격)$=x\times\frac{130}{100}\times\frac{90}{100}=\frac{117}{100}x$(원)

(A 제품의 이익)$=\frac{117}{100}x-x=\frac{17}{100}x$(원)

(B 제품의 판매 가격)$=y\times\frac{120}{100}\times\frac{90}{100}=\frac{108}{100}y$(원)

(B 제품의 이익)$=\frac{108}{100}y-y=\frac{8}{100}y$(원)

즉 연립방정식을 세우면

$\begin{cases}x+y=30000\\\frac{17}{100}x+\frac{8}{100}y=4020\end{cases}$ ➡ $\begin{cases}x+y=30000\\17x+8y=402000\end{cases}$

$\therefore x=18000,\ y=12000$

따라서 A 제품의 원가는 18000원이다.

**전략**
(1) (정가)=(원가)+(이익)
(2) (판매 가격)=(정가)−(할인 금액)
(3) (이익)=(판매 가격)−(원가)

## 22 답 노새: 18자루, 당나귀: 12자루

노새의 짐의 수를 $x$자루, 당나귀의 짐의 수를 $y$자루라 하면

$\begin{cases}x+2=2(y-2)\\x-3=y+3\end{cases}$ ➡ $\begin{cases}x-2y=-6\\x-y=6\end{cases}$

$\therefore x=18,\ y=12$

따라서 노새의 짐은 18자루, 당나귀의 짐은 12자루이다.

**전략**
노새가 당나귀에게서 $a$자루의 짐을 가져오면 당나귀의 짐은 $a$자루 줄어든다.

## 23 답 금화 1개: 5마리, 은화 1개: 1마리

금화 1개와 바꿀 수 있는 염소의 수를 $x$마리, 은화 1개와 바꿀 수 있는 염소의 수를 $y$마리라 하면

$\begin{cases}6x+5y=35\\x+10y=15\end{cases}$ $\quad\therefore x=5,\ y=1$

따라서 금화 1개와 바꿀 수 있는 염소는 5마리, 은화 1개와 바꿀 수 있는 염소는 1마리이다.

**전략**
금화 1개와 바꿀 수 있는 염소의 수를 $x$마리, 은화 1개와 바꿀 수 있는 염소의 수를 $y$마리로 놓고 연립방정식을 세운다.

## STEP 3 | 전교 1등 확실하게 굳히는 문제 pp. 073~076

| | | |
|---|---|---|
| **1** 55점 | **2** 4장 | **3** 8곡 |
| **4** 32 | **5** $\frac{550}{9}$분 | **6** 6.71 g |
| **7** 24 | | |

## 1 답 55점

50명 중 30명이 합격했으므로 불합격자는 20명이다.

합격자의 평균 점수를 $x$점, 불합격자의 평균 점수를 $y$점이라 하면

(50명의 평균 점수)$=\frac{30x+20y}{50}=\frac{3x+2y}{5}$(점)

합격자의 최저 합격 점수는

$\frac{3x+2y}{5}-2=x-20=2y-5$이므로

$$\begin{cases} \dfrac{3x+2y}{5}-2=x-20 \\ x-20=2y-5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-y=45 \\ x-2y=15 \end{cases}$$

$\therefore x=75,\ y=30$

따라서 합격자의 최저 합격 점수는

$x-20=75-20=55$(점)

**전략**

합격자의 평균 점수를 $x$점, 불합격자의 평균 점수를 $y$점으로 놓고 합격자의 최저 합격 점수를 식으로 나타낸다.

## 2 답 4장

A가 가진 카드 중 숫자 1이 적힌 카드를 $x$장, 숫자 2가 적힌 카드를 $y$장, 숫자 3이 적힌 카드를 $z$장이라 하면 B가 가진 카드 중 숫자 1이 적힌 카드는 $(6-x)$장, 숫자 2가 적힌 카드는 $(5-y)$장, 숫자 3이 적힌 카드는 $(4-z)$장이므로

$$\begin{cases} x+y+z=9 \\ x+2y+3z=\{(6-x)+2(5-y)+3(4-z)\}+2 \\ 1^2\times x+2^2\times y+3^2\times z=\{1^2\times(6-x)+2^2\times(5-y)+3^2\times(4-z)\}-4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+y+z=9 \\ x+2y+3z=15 \\ x+4y+9z=29 \end{cases}$$

$\therefore x=4,\ y=4,\ z=1$

따라서 A가 가진 카드 중 숫자 2가 적힌 카드는 모두 4장이다.

**전략**

A가 가진 카드 중 숫자 1이 적힌 카드를 $x$장, 숫자 2가 적힌 카드를 $y$장, 숫자 3이 적힌 카드를 $z$장으로 놓고 연립방정식을 세운다.

## 3 답 8곡

처음 계획한 9분짜리 곡의 수를 $x$곡, 4분짜리 곡의 수를 $y$곡이라 하면

$$\begin{cases} 9x+4y+20+(x+y-2)=128 \\ 4x+9y+15+(x+y-2)=113 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+y=22 \\ x+2y=20 \end{cases}$$

$\therefore x=8,\ y=6$

따라서 처음 계획한 9분짜리 곡의 수는 8곡이다.

**전략**

9분짜리 곡 $x$곡과 4분짜리 곡 $y$곡을 연주할 때, 곡과 곡 사이의 여유 시간이 1분이므로 1부와 2부를 통틀어 총 여유 시간은 $(x+y-2)$분이다.

## 4 답 32

각 단계에서 세 학생 A, B, C가 갖게 된 사탕의 개수는 다음 표와 같다.

| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| 1단계 | $\frac{1}{2}p$개 | $\frac{1}{2}p\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}p$(개) | $\frac{1}{2}p\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}p$(개) |
| 2단계 | $\frac{2}{3}q\times\frac{1}{2}=\frac{1}{3}q$(개) | $\frac{1}{3}q$개 | $\frac{2}{3}q\times\frac{1}{2}=\frac{1}{3}q$(개) |
| 3단계 | $\frac{3}{4}r\times\frac{1}{2}=\frac{3}{8}r$(개) | $\frac{3}{4}r\times\frac{1}{2}=\frac{3}{8}r$(개) | $\frac{1}{4}r$개 |

학생 A가 갖게 된 사탕의 개수가 14개이므로

$\frac{1}{2}p+\frac{1}{3}q+\frac{3}{8}r=14$ ······ ㉠

학생 B가 갖게 된 사탕의 개수가 12개이므로

$\frac{1}{4}p+\frac{1}{3}q+\frac{3}{8}r=12$ ······ ㉡

학생 C가 갖게 된 사탕의 개수가 10개이므로

$\frac{1}{4}p+\frac{1}{3}q+\frac{1}{4}r=10$ ······ ㉢

㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면 $p=8,\ q=12,\ r=16$

$\therefore p+2q=8+2\times12=32$

**전략**

각 단계별로 세 학생 A, B, C가 갖게 된 사탕의 개수를 $p$, $q$, $r$를 사용하여 나타낸다.

## 5 답 $\frac{550}{9}$분

3 km는 3000 m이고, 시속 9 km는 분속 150 m이다.

은수가 출발한 후 지용이와 3번째로 만날 때까지 은수가 걸은 시간을 $x$분, 지용이가 걸은 시간을 $y$분이라 하면

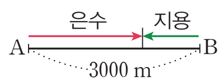
$$\begin{cases} x=y+10 \\ 120x+150y=5\times3000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-y=10 \\ 4x+5y=500 \end{cases}$$

$\therefore x=\frac{550}{9},\ y=\frac{460}{9}$

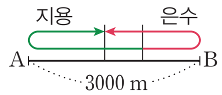
따라서 은수가 출발한 후 지용이와 3번째로 만나는 데 걸리는 시간은 $\frac{550}{9}$분이다.

**전략**

은수는 A 지점에서 출발하고 지용이는 B 지점에서 출발하여 마주 보고 걸으므로 두 사람이 처음으로 만날 때까지 걸은 거리의 합은 3000 m이다.




또 두 사람이 처음으로 만난 지점에서 두 번째 만날 때까지 걸은 거리의 합은 $2\times3000=6000$ (m)이고, 두 사람이 두 번째 만난 지점에서 3번째 만날 때까지 걸은 거리의 합도 $2\times3000=6000$ (m)이다.




따라서 은수가 출발한 후 지용이와 3번째 만날 때까지 걸은 거리의 합은 $5\times3000=15000$ (m)이다.

## 6 답 6.71 g

첫 번째 시행 후 각 컵에 들어 있는 소금의 양을 식으로 나타내면

컵 A: $\frac{10}{100}\times70+\frac{y}{100}\times30=7+\frac{3}{10}y$ (g)

컵 B: $\frac{x}{100}\times70+\frac{10}{100}\times30=\frac{7}{10}x+3$ (g)

컵 C: $\frac{y}{100}\times70+\frac{x}{100}\times30=\frac{3}{10}x+\frac{7}{10}y$ (g)

이때 첫 번째 시행 후 세 컵 A, B, C의 소금물의 농도는 각각 $\left(7+\frac{3}{10}y\right)\%$, $\left(\frac{7}{10}x+3\right)\%$, $\left(\frac{3}{10}x+\frac{7}{10}y\right)\%$이므로 두 번째 시행 후 컵 A, 컵 B에 들어 있는 소금의 양을 식으로 나타내면

컵 A: $\dfrac{7+\frac{3}{10}y}{100}\times70+\dfrac{\frac{3}{10}x+\frac{7}{10}y}{100}\times30=7.72$

$\therefore 3x+14y=94$ ...... ㉠

컵 B: $\dfrac{\frac{7}{10}x+3}{100}\times70+\dfrac{7+\frac{3}{10}y}{100}\times30=8.57$

$\therefore 49x+9y=437$ ...... ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=8$, $y=5$

따라서 첫 번째 시행 후 컵 B의 소금물의 농도는

$\frac{7}{10}\times8+3=8.6\,(\%)$,

컵 C의 소금물의 농도는

$\frac{3}{10}\times8+\frac{7}{10}\times5=5.9\,(\%)$

이므로 두 번째 시행 후 컵 C에 들어 있는 소금의 양은

$\frac{5.9}{100}\times70+\frac{8.6}{100}\times30=6.71\,(\text{g})$

**전략**

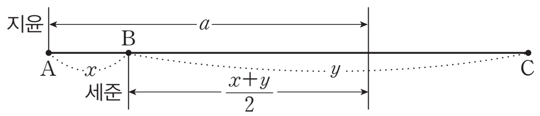
첫 번째, 두 번째 시행 후 각 컵에 들어 있는 소금의 양을 식으로 나타내 어 본다. 이때 소금물의 양이 100 g이므로 소금의 양이 $a$ g이면 소금물의 농도는 $a$ %이다.

**7** 답 24

A 지점과 B 지점 사이의 거리를 $x$, B 지점과 C 지점 사이의 거리를 $y$라 하면 ...... 10 %

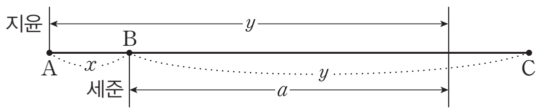
(가)에서

$x+\frac{x+y}{2}=a$ ...... ㉠ ...... 20 %




(나)에서

$x+a=y$ ...... ㉡ ...... 20 %




이때 지윤이와 세준이가 이동한 거리의 총합은 66이므로

$(x+y)+y=66$ ...... ㉢ ...... 20 %

㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면

$x=6$, $y=30$, $a=24$ ...... 30 %

**전략**

A 지점과 B 지점 사이의 거리를 $x$, B 지점과 C 지점 사이의 거리를 $y$로 놓고 그림으로 나타내어 본다.

# V 일차함수

## 01 일차함수와 그래프

**확인 1** 답 (1) × (2) × (3) ○

(1) $x=2$일 때, $y=1, 2$로 하나의 $x$의 값에 대하여 $y$의 값이 2개 이상 정해지는 것이 있으므로 함수가 아니다.

(2) $x=2$일 때, $y=2, 4, 6, 8, \cdots$로 하나의 $x$의 값에 대하여 $y$의 값이 2개 이상 정해지는 것이 있으므로 함수가 아니다.

(3) $x=1$일 때, $y=1$

$x=2$일 때, $y=2$

$x=3$일 때, $y=2$

$\vdots$

즉 하나의 $x$의 값에 대하여 $y$의 값이 하나씩 정해지므로 함수이다.

**확인 2** 답 ①, ⑤

① $y=\frac{x(x-3)}{2}=\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x$ ➡ 일차함수가 아니다.

② $1:3=y:x$에서 $3y=x$ $\quad\therefore y=\frac{1}{3}x$

➡ 일차함수이다.

③ $y=500-40x$ ➡ 일차함수이다.

④ $y=\frac{x}{100}\times300$에서 $y=3x$ ➡ 일차함수이다.

⑤ $y=\pi x^2$ ➡ 일차함수가 아니다.

따라서 일차함수가 아닌 것은 ①, ⑤이다.

**확인 3** 답 $-\frac{2}{5}$

$-\frac{1}{5}=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{-3-(-5)}$이므로

$(y\text{의 값의 증가량})=-\frac{2}{5}$

**확인 4** 답 ⑤

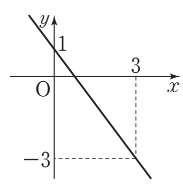
① $-3=-\frac{4}{3}\times3+1$이므로 점 $(3, -3)$을 지난다.

② $y=-\frac{4}{3}x+1$에 $y=0$을 대입하면 $x=\frac{3}{4}$

$y=-\frac{4}{3}x+1$에 $x=0$을 대입하면 $y=1$

따라서 $x$절편은 $\frac{3}{4}$이고, $y$절편은 1이다.

③ $y=-\frac{4}{3}x+1$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제 1, 2, 4 사분면을 지난다.



④ $y=-\frac{4}{3}x+1$의 그래프는 $y=-\frac{4}{3}x-10$의 그래프와 기울기가 같으므로 서로 평행하다.

⑤ $x$의 값이 증가할 때, $y$의 값은 감소한다.

**확인 5** 답 $-5$

$y=ax+3$의 그래프가 점 $(1, 4)$를 지나므로

$4=a+3$ $\quad\therefore a=1$

이때 $y=x+3$의 그래프를 $y$축의 방향으로 $b$만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=x+3+b$

위 식이 $y=cx-4$와 일치하므로

$c=1$, $3+b=-4$에서 $b=-7$

$\therefore a+b+c=1+(-7)+1=-5$

## STEP 1 억울하게 울리는 문제 pp. 080～082

**1** (1) ○ (2) × (3) × (4) ○

**2** (1) $\frac{3}{2}$ (2) 2, 4 (3) 있다 (4) 2, 3, 4

**3** (1) $-\frac{b}{a}$, $b$ (2) 위, 아래

| | |
|---|---|
| **4-1** $a=-4b-15$ | **4-2** 6 |
| **5-1** $-15$ | **5-2** 98 |
| **6-1** ㉠, ㉢ | **6-2** ㉡, ㉢ |
| **7-1** ④ | **7-2** 제4사분면 |
| **8-1** ⑤ | **8-2** ④ |

### 1 답 (1) ○ (2) × (3) × (4) ○

(1) $y=20x$, 즉 하나의 $x$의 값에 대하여 $y$의 값이 하나씩 정해지므로 함수이다.

(2) $x=2$일 때, $y=1, 3, 5, \cdots$로 하나의 $x$의 값에 대하여 $y$의 값이 2개 이상 정해지는 것이 있으므로 함수가 아니다.

(3) $x=160$일 때, $y=45, 48, 50, \cdots$으로 하나의 $x$의 값에 대하여 $y$의 값이 2개 이상 정해지는 것이 있으므로 함수가 아니다.

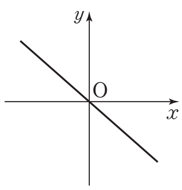
(4) $\frac{1}{2}\times x\times y=8$에서 $y=\frac{16}{x}$, 즉 하나의 $x$의 값에 대하여 $y$의 값이 하나씩 정해지므로 함수이다.

### 2 답 (1) $\frac{3}{2}$ (2) 2, 4 (3) 있다 (4) 2, 3, 4

(1) $y=-\frac{2}{3}x+1$에 $y=0$을 대입하면 $x=\frac{3}{2}$

따라서 $y=-\frac{2}{3}x+1$의 그래프에서 $x$절편은 $\frac{3}{2}$이다.

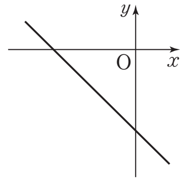
(2) 일차함수 $y=ax+b$에서 $a<0$이고 $b=0$이면 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제2, 4 사분면을 지난다.




(4) 일차함수 $y=ax-b$의 그래프가 제1, 2, 4 사분면을 지나면

$a<0$, $-b>0$에서 $b<0$

따라서 일차함수 $y=bx+a$의 그래프는 $b<0$, $a<0$이므로 오른쪽 그림과 같다. 즉 제2, 3, 4 사분면을 지난다.




### 3 답 (1) $-\frac{b}{a}$, $b$ (2) 위, 아래

(1) 일차함수 $y=ax+b$의 그래프에서 기울기는 $a$, $x$절편은 $-\frac{b}{a}$, $y$절편은 $b$이다.

(2) 일차함수 $y=-ax+b$의 그래프에서 $a<0$이면 $-a>0$이므로 오른쪽 위로 향하는 직선이고, $a>0$이면 $-a<0$이므로 오른쪽 아래로 향하는 직선이다.

### 4-1 답 $a=-4b-15$

세 점 $(2, -3)$, $(-2, a)$, $(3, b)$가 일직선 위에 있으므로

$\frac{a-(-3)}{-2-2}=\frac{b-(-3)}{3-2}$에서 $\frac{a+3}{-4}=b+3$

$a+3=-4b-12$ $\quad\therefore a=-4b-15$

### 4-2 답 6

세 점 $(1, 2)$, $(5, k)$, $(2, 3)$이 일직선 위에 있으므로

$\frac{k-2}{5-1}=\frac{3-2}{2-1}$에서 $\frac{k-2}{4}=1$

$k-2=4$ $\quad\therefore k=6$

### 5-1 답 $-15$

$\frac{f(2b)-f(3a)}{3a-2b}=6$에서 $\frac{f(2b)-f(3a)}{2b-3a}=-6$

즉 일차함수 $y=mx+n$의 그래프의 기울기는 $-6$이므로

$m=-6$

$y=-6x+n$의 그래프가 점 $(2, -3)$을 지나므로

$-3=-12+n$ $\quad\therefore n=9$

$\therefore m-n=-6-9=-15$

### 5-2 답 98

일차함수 $y=f(x)$를 $y=ax+b(a\neq0)$라 하면

$$\frac{f(50)-f(1)}{49}+\frac{f(49)-f(2)}{47}+\cdots+\frac{f(26)-f(25)}{1}$$
$$=\frac{f(50)-f(1)}{50-1}+\frac{f(49)-f(2)}{49-2}+\cdots+\frac{f(26)-f(25)}{26-25}$$
$$=\underbrace{a+a+a+\cdots+a}_{25\text{개}}$$
$$=25a$$

즉 $25a=50$에서 $a=2$

따라서 $f(x)=2x+b$이므로

$f(50)-f(1)=2\times50+b-(2\times1+b)=98$

## 6-1 답 ㉠, ㉢

㉠ 직선 $l$은 오른쪽 위로 향하는 직선이므로 기울기는 양수이다.

㉡ 두 점 $(1, 0)$, $(0, 1)$을 지나는 직선이 직선 $m$보다 $y$축에 가까우므로 직선 $m$의 기울기의 절댓값은 1보다 작다.

㉢ 점 $(1, 0)$과 점 $\mathrm{P}(x_1, y_1)$을 지나는 직선 $n$의 기울기는

$\dfrac{y_1-0}{x_1-1}=\dfrac{y_1}{x_1-1}$

점 $(0, 1)$과 점 $\mathrm{Q}(x_2, y_2)$를 지나는 직선 $m$의 기울기는

$\dfrac{y_2-1}{x_2-0}=\dfrac{y_2-1}{x_2}$

이때 두 직선 $m$, $n$은 모두 오른쪽 아래로 향하는 직선이므로 기울기는 음수이고, 직선 $n$이 직선 $m$보다 $y$축에 가깝다.

$\therefore \dfrac{y_1}{x_1-1}<\dfrac{y_2-1}{x_2}$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉢이다.

## 6-2 답 ㉡, ㉢

두 점 A, P를 지나는 직선의 기울기는 $\dfrac{b}{a}$

두 점 P, C를 지나는 직선의 기울기는 $\dfrac{d}{c}$

두 점 A, C를 지나는 직선의 기울기는 $\dfrac{b+d}{a+c}$

㉠ 두 점 A, P를 지나는 직선의 기울기가 두 점 P, C를 지나는 직선의 기울기보다 작으므로

$\dfrac{b}{a}<\dfrac{d}{c}$

㉡ 두 점 A, P를 지나는 직선의 기울기가 두 점 A, C를 지나는 직선의 기울기보다 작으므로

$\dfrac{b}{a}<\dfrac{b+d}{a+c}$

㉢ 두 점 A, C를 지나는 직선의 기울기가 두 점 P, C를 지나는 직선의 기울기보다 작으므로

$\dfrac{b+d}{a+c}<\dfrac{d}{c}$

따라서 옳은 것은 ㉡, ㉢이다.

## 7-1 답 ④

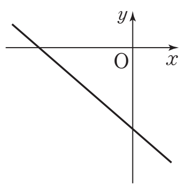
$y=-ax+b$의 그래프가 오른쪽 위로 향하는 직선이므로

$-a>0 \qquad \therefore a<0$

$y$절편이 양수이므로 $b>0$

따라서 $-b<0$, $a<0$이므로

$y=-bx+a$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



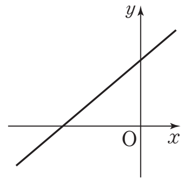

## 7-2 답 제4사분면

$y=-ax+b$의 그래프가 오른쪽 아래로 향하는 직선이므로

$-a<0 \qquad \therefore a>0$

$y$절편이 양수이므로 $b>0$

따라서 $\dfrac{a}{b}>0$, $\dfrac{1}{b}>0$이므로 $y=\dfrac{a}{b}x+\dfrac{1}{b}$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 제4사분면을 지나지 않는다.




## 8-1 답 ⑤

$y=ax+b+1$의 그래프가 오른쪽 위로 향하는 직선이므로

$a>0$

$(y\text{절편})=b+1<1 \qquad \therefore b<0$

점 $(-1, 0)$을 지나므로

$0=-a+b+1 \qquad \therefore a-b-1=0$

$x=2$일 때, $y>0$이므로

$2a+b+1>0 \qquad \therefore 2a+b>-1$

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

## 8-2 답 ④

$y=-ax+b+1$의 그래프가 오른쪽 아래로 향하는 직선이므로

$-a<0 \qquad \therefore a>0$

$(y\text{절편})=b+1=1 \qquad \therefore b=0$

점 $(1, 0)$을 지나므로

$0=-a+b+1 \qquad \therefore a-b-1=0$

$x=-1$일 때, $y>0$이므로

$a+b+1>0$

따라서 옳은 것은 ④이다.

**참고**

그래프가 두 점 $(0, 1)$, $(1, 0)$을 지나므로

$-a=\dfrac{0-1}{1-0}=-1 \qquad \therefore a=1$

**STEP 2** | 반드시 등수 올리는 문제 pp. 083~086

| | | |
|---|---|---|
| **01** ㉡, ㉣, ㉤, ㉥ | **02** 4 | **03** $-2$ |
| **04** $\frac{1}{3}$ | **05** $\frac{11}{2}$ | **06** $-4$ |
| **07** $\frac{4}{3}$ | **08** ⑤ | **09** ㉠, ㉡ |
| **10** $-3\le k\le 0$ | **11** $\frac{1}{3}$ | **12** 12 |
| **13** $-8$, 0 | **14** $-7$ | **15** 7 |
| **16** 15 | **17** $\frac{16}{3}$ | |

## 01 답 ㉡, ㉣, ㉤, ㉥

㉠ $x=2$일 때, 2보다 작은 소수는 없다. 즉 하나의 $x$의 값에 대하여 $y$의 값이 없는 경우가 있으므로 함수가 아니다.

ⓛ 하나의 자연수 $x$에 대하여 그 모든 약수의 합 $y$의 값은 하나로 정해지므로 함수이다.

ⓒ $x=1$일 때 $y=-1$, $1$이다. 즉 하나의 $x$의 값에 대하여 $y$의 값이 2개 정해지는 경우가 있으므로 함수가 아니다.

ⓔ 1분은 60초이므로 $y=60x$, 즉 하나의 $x$의 값에 대하여 $y$의 값이 하나씩 정해지므로 함수이다.

ⓜ $y=6x^2$, 즉 하나의 $x$의 값에 대하여 $y$의 값이 하나씩 정해지므로 함수이다.

ⓑ $y=\frac{x}{100}\times 200=2x$, 즉 하나의 $x$의 값에 대하여 $y$의 값이 하나씩 정해지므로 함수이다.

따라서 함수인 것은 ⓛ, ⓔ, ⓜ, ⓑ이다.

전략
$x$의 값이 하나 정해질 때, $y$의 값이 정해지지 않거나 $y$의 값이 2개 이상 정해지면 함수가 아니다.

## 02 답 4

$35=4\times8+3$이므로 $f(35)=3$

$36=4\times9$이므로 $f(36)=0$

$37=4\times9+1$이므로 $f(37)=1$

$\therefore f(35)+f(36)+f(37)=3+0+1=4$

전략
$x$를 4로 나눈 나머지는 0, 1, 2, 3 중 하나이다.

## 03 답 $-2$

$f(2)=6$에서 $2a+2-2+a=6$

$3a=6 \qquad \therefore a=2$

$f(x)=ax+2-x+a$에 $a=2$를 대입하면

$f(x)=2x+2-x+2=x+4$

$f(0)=4$, $f(k)=k+4$이므로 $f(0)=2f(k)$에서

$4=2(k+4)$, $4=2k+8$

$-2k=4 \qquad \therefore k=-2$

전략
먼저 $f(2)=6$임을 이용하여 $a$의 값을 구한다.

## 04 답 $\frac{1}{3}$

$f(x)=-\frac{1}{3}x$에서 $f(1)=-f(a+b)$이므로

$-\frac{1}{3}=\frac{1}{3}(a+b) \qquad \therefore a+b=-1$

$$\therefore f(a)+f(b)=-\frac{1}{3}a-\frac{1}{3}b$$
$$=-\frac{1}{3}(a+b)$$
$$=-\frac{1}{3}\times(-1)=\frac{1}{3}$$

## 05 답 $\frac{11}{2}$

$\frac{3x+2}{x-1}=1$에서 $3x+2=x-1$

$2x=-3 \qquad \therefore x=-\frac{3}{2}$

따라서 $f\left(\frac{3x+2}{x-1}\right)=-3x+1$에 $x=-\frac{3}{2}$을 대입하면

$f(1)=-3\times\left(-\frac{3}{2}\right)+1=\frac{11}{2}$

전략
$\frac{3x+2}{x-1}=1$일 때의 $x$의 값을 구한다.

## 06 답 $-4$

$f(x)=ax+b$의 그래프의 기울기가 최소가 되려면

$f(-2)=6$, $f(3)=-4$이어야 한다.

즉 $6=-2a+b$, $-4=3a+b$를 연립하여 풀면

$a=-2$, $b=2$

$\therefore ab=-2\times2=-4$

전략
기울기가 최소가 되려면 오른쪽 아래로 향하는 직선이어야 한다.

## 07 답 $\frac{4}{3}$

점 B의 좌표를 $(p, 0)$이라 하면 $A(p, ap+3)$, $C(p, bp+3)$

이때 $\frac{3}{4}\overline{AC}=\overline{OB}$이므로

$\frac{3}{4}\{ap+3-(bp+3)\}=p$

$\frac{3}{4}(a-b)p=p$

이때 $p>0$이므로 $\frac{3}{4}(a-b)=1$

$\therefore a-b=\frac{4}{3}$

전략
점 A가 제1사분면 위의 점이므로 점 A의 $x$좌표는 양수이다.

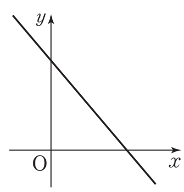
## 08 답 ⑤

$y=\frac{b}{a}x+\frac{b}{c}$의 그래프가 오른쪽 위로 향하는 직선이므로 $\frac{b}{a}>0$

$y$절편이 양수이므로 $\frac{b}{c}>0$

즉 $a$, $b$, $c$의 부호는 모두 같으므로 $-\frac{a}{b}<0$, $\frac{c}{a}>0$

따라서 $y=-\frac{a}{b}x+\frac{c}{a}$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.




⑤ $a$와 $c$의 부호가 같으므로 $a$의 절댓값과 $c$의 절댓값이 같으면 $y$절편은 $\frac{c}{a}=1$이다.

**전략**

일차함수 $y=-\frac{a}{b}x+\frac{c}{a}$의 그래프를 그려 본다.

## 09 답 ㉠, ㉡

㉠ 두 일차함수의 그래프는 모두 오른쪽 아래로 향하는 직선이고, $y=cx+d$의 그래프가 $y=ax+b$의 그래프보다 $y$축에 더 가까우므로

$c<a<0$

㉡ $y=ax+b$의 그래프에서 $x=1$일 때, $y>0$이므로

$a+b>0$

㉢ $y=cx+d$의 그래프에서 $x=1$일 때, $y<0$이므로

$c+d<0$

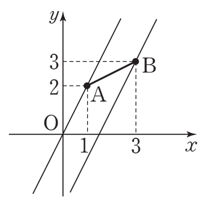
㉣ $y=ax+b$의 그래프의 $x$절편은 $-\frac{b}{a}$, $y=cx+d$의 그래프의 $x$절편은 $-\frac{d}{c}$이고 $-\frac{b}{a}>-\frac{d}{c}$이므로 $\frac{b}{a}<\frac{d}{c}$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡이다.

**전략**

두 일차함수의 그래프의 기울기, 함숫값, $x$절편을 비교해 본다.

## 10 답 $-3\le k\le 0$




(ⅰ) $y=2x+k$의 그래프가 점 A$(1, 2)$를 지날 때

$2=2+k \qquad \therefore k=0$

(ⅱ) $y=2x+k$의 그래프가 점 B$(3, 3)$을 지날 때

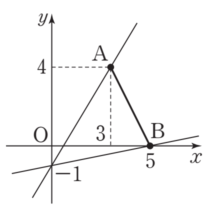
$3=6+k \qquad \therefore k=-3$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $-3\le k\le 0$

**전략**

$y=2x+k$의 그래프가 두 점 A, B를 각각 지날 때, $k$의 값을 구한다.

## 11 답 $\frac{1}{3}$




(ⅰ) $y=ax-1$의 그래프가 점 A$(3, 4)$를 지날 때

$4=3a-1 \qquad \therefore a=\frac{5}{3}$

(ⅱ) $y=ax-1$의 그래프가 점 B$(5, 0)$을 지날 때

$0=5a-1 \qquad \therefore a=\frac{1}{5}$

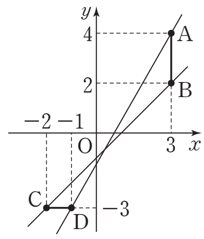
(ⅰ), (ⅱ)에서 $\frac{1}{5}\le a\le\frac{5}{3}$

따라서 $M=\frac{5}{3}$, $m=\frac{1}{5}$이므로 $Mm=\frac{5}{3}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{3}$

**전략**

$y=ax-1$의 그래프가 두 점 A, B를 각각 지날 때, $a$의 값을 구한다.

## 12 답 12




(ⅰ) $y=ax+b$의 그래프가 두 점 A$(3, 4)$, D$(-1, -3)$을 지날 때 $a$의 값이 최대가 되므로

$a=\frac{-3-4}{-1-3}=\frac{7}{4}$

(ⅱ) $y=ax+b$의 그래프가 두 점 B$(3, 2)$, C$(-2, -3)$을 지날 때 $a$의 값이 최소가 되므로

$a=\frac{-3-2}{-2-3}=1$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $M=\frac{7}{4}$, $m=1$이므로

$4M+5m=4\times\frac{7}{4}+5\times1=12$

**전략**

네 점 A, B, C, D를 좌표평면 위에 나타낸 후 $a$의 값이 최대가 될 때와 최소가 될 때를 각각 구한다.

## 13 답 $-8$, $0$

두 일차함수의 그래프가 평행하므로 $a=2$

$y=2x-6$에 $y=0$을 대입하면

$0=2x-6$, $2x=6 \qquad \therefore x=3$

즉 $y=2x-6$의 그래프의 $x$절편은 3이고 $\overline{AB}=2$이므로

$y=2x+b$의 그래프의 $x$절편은 1 또는 5이다.

(ⅰ) $y=2x+b$의 그래프가 점 $(1, 0)$을 지날 때

$0=2+b \qquad \therefore b=-2$

$\therefore a+b=2+(-2)=0$

(ⅱ) $y=2x+b$의 그래프가 점 $(5, 0)$을 지날 때

$0=10+b \qquad \therefore b=-10$

$\therefore a+b=2+(-10)=-8$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $a+b$의 값은 $-8$, $0$이다.

**전략**

두 일차함수의 그래프가 평행하면 기울기는 같고, $y$절편은 다르다.

## 14 답 $-7$

$y=ax+3-a$에서 $(x-1)a+3-y=0$

즉 그래프는 $a$의 값에 관계없이 항상 점 P$(1, 3)$을 지난다.

이때 일차함수 $y=bx+c$의 그래프가 일차함수 $y=-2x-1$의 그래프와 평행하므로 $b=-2$

$y=-2x+c$에 $x=1$, $y=3$을 대입하면

$3=-2+c \qquad \therefore c=5$

$\therefore b-c=-2-5=-7$

**전략**

$y=ax+3-a$에서 $(x-1)a+3-y=0$

이 식이 $a$의 값에 관계없이 성립하려면 $x-1=0$, $3-y=0$이어야 한다.

## 15 답 7

세 점 $\mathrm{A}(-3, 2)$, $\mathrm{B}(-4, a)$, $\mathrm{C}(-1, b)$가 일직선 위에 있으므로 $\dfrac{a-2}{-4-(-3)}=\dfrac{b-2}{-1-(-3)}$

$2a-4=-b+2$

$\therefore 2a+b=6$

또 세 점 A, B, C를 지나는 직선이 일차함수 $f(x)=mx+n$의 그래프와 일치하므로 $f(x)=mx+n$에 점 $\mathrm{A}(-3, 2)$의 좌표를 대입하면

$-3m+n=2$ …… ㉠

$f(1)=-4$이므로

$m+n=-4$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $m=-\dfrac{3}{2}$, $n=-\dfrac{5}{2}$

$\therefore 2a+b+m-n=6+\left(-\dfrac{3}{2}\right)-\left(-\dfrac{5}{2}\right)=7$

**다른 풀이**

일차함수 $y=mx+n$의 그래프가 두 점 $(-3, 2)$, $(1, -4)$를 지나므로 $m=\dfrac{-4-2}{1-(-3)}=-\dfrac{3}{2}$

$y=-\dfrac{3}{2}x+n$에 $x=1$, $y=-4$를 대입하면

$-4=-\dfrac{3}{2}+n \qquad \therefore n=-\dfrac{5}{2}$

## 16 답 15

$y=-x+20$에 $y=0$을 대입하면

$0=-x+20$, $x=20 \qquad \therefore \mathrm{A}(20, 0)$

$y=-x+20$에 $x=0$을 대입하면

$y=20 \qquad \therefore \mathrm{B}(0, 20)$

점 P의 $x$좌표를 $p$라 하면 $\mathrm{P}(p, -p+20)$

$\triangle\mathrm{OPB}=\dfrac{1}{2}\times 20\times p=10p$

$\triangle\mathrm{OQP}=\dfrac{1}{2}\times p\times(-p+20)=\dfrac{1}{2}p(-p+20)$

이때 $\triangle\mathrm{OPB}=4\triangle\mathrm{OQP}$이므로

$10p=4\times\dfrac{1}{2}p(-p+20)$

$10p=2p(-p+20)$

이때 $p>0$이므로 양변을 $2p$로 나누면

$5=-p+20 \qquad \therefore p=15$

따라서 점 P의 $x$좌표는 15이다.

**전략**

점 P의 $x$좌표를 $p$로 놓고 $\triangle\mathrm{OPB}$, $\triangle\mathrm{OQP}$의 넓이를 $p$를 사용하여 나타낸다.

## 17 답 $\dfrac{16}{3}$

두 일차함수의 그래프는 점 $(k, 4)$에서 만나므로

$4=ak+b$, $4=-bk-a$

위의 두 식을 변끼리 빼면 $0=(a+b)k+(a+b)$

$\therefore k=-1$

즉 두 일차함수의 그래프는 점 $(-1, 4)$에서 만난다.

$y=ax+b$의 그래프의 $y$절편은 $b$, $y=-bx-a$의 그래프의 $y$절편은 $-a$이고 두 일차함수의 그래프와 $y$축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 4이므로

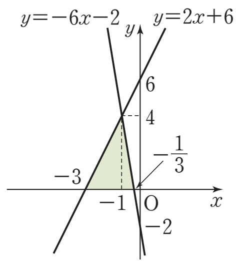
$\dfrac{1}{2}\times\{b-(-a)\}\times 1=4 \qquad \therefore a+b=8$ …… ㉠

또 일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 점 $(-1, 4)$를 지나므로

$4=-a+b \qquad \therefore a-b=-4$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2$, $b=6$

따라서 $y=2x+6$의 그래프의 $x$절편은 $-3$, $y=-6x-2$의 그래프의 $x$절편은 $-\dfrac{1}{3}$이므로 두 일차함수의 그래프와 $x$축으로 둘러싸인 부분의 넓이는




$\dfrac{1}{2}\times\left\{-\dfrac{1}{3}-(-3)\right\}\times 4=\dfrac{16}{3}$

**전략**

먼저 $k$의 값을 구한 후 두 일차함수의 그래프와 $y$축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 4임을 이용하여 $a$, $b$의 값을 각각 구한다.

**STEP 3** | 전교 1등 확실하게 굳히는 문제 pp. 087 ~ 089

| | | |
|---|---|---|
| **1** 3 | **2** 10 | **3** $(6, 0)$ |
| **4** $l$−㉡, $m$−㉢, $n$−㉠ | | |
| **5** $a=4$, $b=-6$ | **6** $-\dfrac{1}{3}$ | **7** $-\dfrac{3}{25}$ |

## 1 답 3

㉠ $f(3x)=f(x)$에서

$f(135)=f(3\times 45)=f(45)$

$f(45)=f(3\times 15)=f(15)$

$f(15)=f(3\times 5)=f(5)$

$\therefore f(135)=f(5)$

㉡ $f(2x-1)=x$에서 $2x-1=5$이면

$2x=6 \qquad \therefore x=3$, 즉 $f(5)=3$

㉠, ㉡에서 $f(135)=f(5)=3$

**전략**

$135=3\times 45$, $45=3\times 15$, $15=3\times 5$임을 이용하여 $f(135)=f(5)$임을 안다.

## 2 답 10

$f(m)+m=f(n)+n$에서 $f(m)-f(n)=n-m$

$\therefore \dfrac{f(n)-f(m)}{n-m}=-1$

따라서 일차함수 $y=f(x)$의 그래프의 기울기가 $-1$이므로

$f(x)=-x+b$라 하면

$f(-2)+f(2)=12$에서

$(2+b)+(-2+b)=12,\ 2b=12 \qquad \therefore b=6$

따라서 $f(x)=-x+6$이므로

$f(-4)=-(-4)+6=10$

**전략**

(기울기)$=\dfrac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}$임을 이용한다.

## 3 답 $(6,0)$

$B(a,0)$, $C(b,0)$이라 하면

$A\left(a,\ \dfrac{2}{3}a\right)$, $D(b,\ -b+14)$ …… 30 %

이때 사각형 ABCD는 정사각형이므로 $\overline{AB}=\overline{BC}$에서

$\dfrac{2}{3}a=b-a \qquad \therefore 5a-3b=0$ …… ㉠

또 $\overline{AB}=\overline{CD}$에서

$\dfrac{2}{3}a=-b+14 \qquad \therefore 2a+3b=42$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=6$, $b=10$ …… 50 %

따라서 점 B의 좌표는 $(6,0)$이다. …… 20 %

**전략**

$B(a,0)$, $C(b,0)$으로 놓고 두 점 A, D의 좌표를 $a$, $b$를 사용하여 각각 나타낸다.

## 4 답 $l-$㉡, $m-$㉢, $n-$㉠

㉡과 ㉢의 그래프의 기울기는 같은 부호이고, ㉠의 그래프의 기울기는 ㉡, ㉢의 그래프의 기울기와 다른 부호이다.

이때 직선 $m$, $l$의 그래프는 오른쪽 아래로 향하는 직선이고, 직선 $n$의 그래프는 오른쪽 위로 향하는 직선이므로 ㉠의 그래프는 직선 $n$이다.

즉 ㉠ $y=-ax+\dfrac{3}{b}$의 그래프는 오른쪽 위로 향하는 직선이고 $y$절편이 양수이므로

$-a>0,\ \dfrac{3}{b}>0 \qquad \therefore a<0,\ b>0$

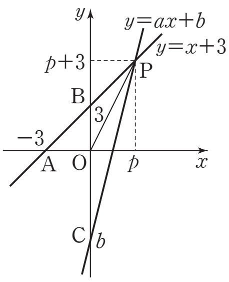
따라서 $\dfrac{1}{a}<0$이고 $a-b<0$이므로 ㉡ $y=\dfrac{x}{a}+a-b$의 그래프는 직선 $l$이다.

또 $2a<0$이고 $b>0$이므로 ㉢ $y=2ax+b$의 그래프는 직선 $m$이다.

**전략**

주어진 그래프의 기울기와 $y$절편의 부호를 알아본다.

## 5 답 $a=4$, $b=-6$




$y=x+3$에 $y=0$을 대입하면

$0=x+3,\ x=-3 \qquad \therefore A(-3,0)$

$y=x+3$에 $x=0$을 대입하면

$y=3 \qquad \therefore B(0,3)$

$y=ax+b$에 $x=0$을 대입하면

$y=b \qquad \therefore C(0,b)$

점 P의 $x$좌표를 $p$라 하면

$P(p,\ p+3)$

$\triangle PAO=\dfrac{1}{2}\times3\times(p+3)=\dfrac{3}{2}(p+3)$

$\triangle AOB=\dfrac{1}{2}\times3\times3=\dfrac{9}{2}$

이때 $\triangle PAO=2\triangle AOB$이므로

$\dfrac{3}{2}(p+3)=2\times\dfrac{9}{2},\ p+3=6$

$\therefore p=3$, 즉 $P(3,6)$

$\triangle PBC=\dfrac{1}{2}\times(3-b)\times3=\dfrac{3}{2}(3-b)$

$\triangle PBC=3\triangle AOB$에서

$\dfrac{3}{2}(3-b)=3\times\dfrac{9}{2},\ 3-b=9 \qquad \therefore b=-6$

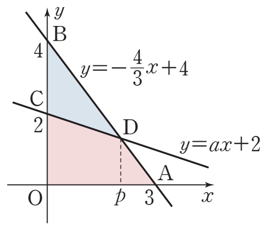
즉 $y=ax-6$의 그래프가 점 $P(3,6)$을 지나므로

$6=3a-6,\ 3a=12 \qquad \therefore a=4$

**전략**

점 P의 $x$좌표를 $p$로 놓고 $\triangle PAO$, $\triangle AOB$, $\triangle PBC$의 넓이를 구한다.

## 6 답 $-\dfrac{1}{3}$




$y=-\dfrac{4}{3}x+4$에 $y=0$을 대입하면

$0=-\dfrac{4}{3}x+4,\ \dfrac{4}{3}x=4$

$\therefore x=3$, 즉 $A(3,0)$

$y=-\dfrac{4}{3}x+4$에 $x=0$을 대입하면

$y=4 \qquad \therefore B(0,4)$

$y=ax+2$에 $x=0$을 대입하면

$y=2 \qquad \therefore C(0,2)$

$\triangle OAB=\dfrac{1}{2}\times3\times4=6$

점 D의 $x$좌표를 $p$라 하면

$\triangle BCD=\dfrac{1}{2}\times2\times p=p$

$\triangle BCD$의 넓이와 사각형 COAD의 넓이의 비가 $1:2$이므로

$\triangle BCD=\dfrac{1}{1+2}\times\triangle OAB$에서

$p=\dfrac{1}{3}\times6=2$

$y=-\frac{4}{3}x+4$에 $x=2$를 대입하면

$y=-\frac{4}{3}\times2+4=\frac{4}{3}$ $\quad\therefore$ $D\left(2,\ \frac{4}{3}\right)$

$y=ax+2$에 $x=2$, $y=\frac{4}{3}$를 대입하면

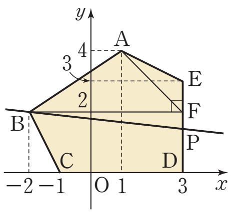
$\frac{4}{3}=2a+2$, $2a=-\frac{2}{3}$ $\quad\therefore$ $a=-\frac{1}{3}$

**전략**

점 D의 $x$좌표를 $p$로 놓고 $\triangle$BCD의 넓이와 사각형 COAD의 넓이의 비가 1 : 2임을 이용하여 $p$의 값을 구한다.

**7** 답 $-\frac{3}{25}$

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 $\overline{\mathrm{ED}}$에 내린 수선의 발을 F라 하면 F(3, 2)




(사각형 ABFE의 넓이)

$=\triangle\mathrm{ABF}+\triangle\mathrm{AFE}$

$=\frac{1}{2}\times5\times2+\frac{1}{2}\times1\times2=6$

(사각형 BCDF의 넓이)$=\frac{1}{2}\times(5+4)\times2=9$

(오각형 ABCDE의 넓이)

$=$(사각형 ABFE의 넓이)$+$(사각형 BCDF의 넓이)

$=6+9=15$

이때 점 B를 지나면서 오각형 ABCDE의 넓이를 이등분하는 직선은 $\overline{\mathrm{FD}}$와 만난다.

이 직선이 $\overline{\mathrm{FD}}$와 만나는 점을 P(3, $a$)라 하면

$\triangle\mathrm{BPF}=\frac{1}{2}\times5\times(2-a)=\frac{5}{2}(2-a)$

(사각형 BCDP의 넓이)

$=$(사각형 BCDF의 넓이)$-\triangle$BPF

$=9-\frac{5}{2}(2-a)$

$=4+\frac{5}{2}a$

(사각형 BCDP의 넓이)$=\frac{1}{2}\times$(오각형 ABCDE의 넓이)에서

$4+\frac{5}{2}a=\frac{1}{2}\times15$, $\frac{5}{2}a=\frac{7}{2}$

$\therefore$ $a=\frac{7}{5}$, 즉 $P\left(3,\ \frac{7}{5}\right)$

따라서 두 점 B$(-2,\ 2)$, $P\left(3,\ \frac{7}{5}\right)$을 지나는 직선의 기울기는

$$\frac{\frac{7}{5}-2}{3-(-2)}=-\frac{3}{5}\div5=-\frac{3}{25}$$

**전략**

점 B에서 $\overline{\mathrm{ED}}$에 내린 수선의 발을 F라 하고 오각형 ABCDE의 넓이를 사각형 ABFE의 넓이와 사각형 BCDF의 넓이로 나누어 구한다.

## 02 일차함수와 일차방정식

**[확인 ❶]** 답 ㉠: $y=\frac{3}{4}x+3$ ㉡: $y=\frac{3}{2}x$ ㉢: $y=-\frac{3}{2}x+3$

㉠ $x$절편이 $-4$, $y$절편이 3인 직선이므로

$y=\frac{3}{4}x+3$

㉡ 원점과 점 (2, 3)을 지나는 직선이므로

$y=\frac{3}{2}x$

㉢ $x$절편이 2, $y$절편이 3인 직선이므로

$y=-\frac{3}{2}x+3$

**[확인 ❷]** 답 $y=200-5x$

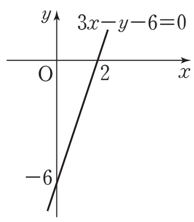
3분마다 15 L씩 물이 흘러나오므로 1분마다 5 L씩 물이 흘러나온다.

$\therefore$ $y=200-5x$

**[확인 ❸]** 답 ㉠, ㉣

$3x-y-6=0$에서 $y=3x-6$

$y=3x-6$의 그래프의 $x$절편은 2, $y$절편은 $-6$이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.




㉡ $x$절편과 $y$절편의 합은

$2+(-6)=-4$

㉢ 기울기가 서로 다르므로 일차함수

$y=-3x+1$의 그래프와 평행하지 않다.

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉣이다.

**[확인 ❹]** 답 $-1$

두 일차방정식의 그래프의 교점의 $x$좌표가 2이므로

$x+2y=4$에 $x=2$를 대입하면

$2+2y=4$, $2y=2$ $\quad\therefore$ $y=1$

즉 두 일차방정식의 그래프의 교점의 좌표가 (2, 1)이므로

$ax+y=-1$에 $x=2$, $y=1$을 대입하면

$2a+1=-1$, $2a=-2$ $\quad\therefore$ $a=-1$

**[확인 ❺]** 답 1

두 직선의 교점이 2개 이상이려면 두 직선이 일치해야 하므로

$\frac{3-k}{2k-5}=\frac{2}{-3}$

$-3(3-k)=2(2k-5)$, $-9+3k=4k-10$

$\therefore$ $k=1$

**STEP 1** | 억울하게 울리는 문제 pp. 092～094

| | |
|---|---|
| **1-1** 16 | **1-2** 5 |
| **2-1** 1 | **2-2** $\frac{1}{2}$ |
| **3-1** 1, $-1$ | **3-2** 10 |
| **4-1** $\frac{2}{3}$ | **4-2** $-\frac{3}{4}$ |
| **5-1** 32 | **5-2** $\frac{1}{2}$ |
| **6-1** $-\frac{4}{5}$ | **6-2** 5 |
| **7-1** 6 | **7-2** $-3$ |
| **8-1** 12 | **8-2** 36 |

## 1-1 답 16

$2x-y+2=0$에서 $y=2x+2$

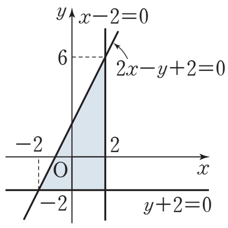
$x-2=0$에서 $x=2$

$y+2=0$에서 $y=-2$

두 직선 $2x-y+2=0$, $x-2=0$의 교점의 좌표는 $(2, 6)$, 두 직선 $2x-y+2=0$, $y+2=0$의 교점의 좌표는 $(-2, -2)$이다.

따라서 세 직선으로 둘러싸인 도형은 오른쪽 그림과 같으므로 그 넓이는

$\frac{1}{2}\times4\times8=16$

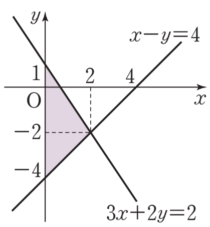



## 1-2 답 5

연립방정식 $\begin{cases} x-y=4 \\ 3x+2y=2 \end{cases}$를 풀면 $x=2$, $y=-2$이므로 두 일차방정식의 그래프의 교점의 좌표는 $(2, -2)$이다.

따라서 두 일차방정식의 그래프와 $y$축으로 둘러싸인 도형은 오른쪽 그림과 같으므로 그 넓이는

$\frac{1}{2}\times5\times2=5$




## 2-1 답 1

$x+3=0$에서 $x=-3$

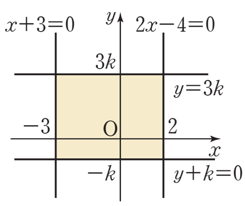
$y+k=0$에서 $y=-k$

$2x-4=0$에서 $2x=4$ $\quad\therefore x=2$

네 직선으로 둘러싸인 도형은 오른쪽 그림과 같고 넓이가 20이므로

$5\times4k=20$

$\therefore k=1$




## 2-2 답 $\frac{1}{2}$

$ax-3+y=0$에서 $y=-ax+3$

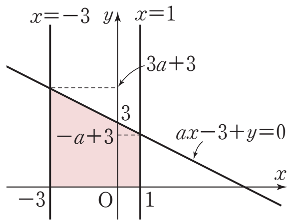
두 직선 $ax-3+y=0$, $x=-3$의 교점의 좌표는 $(-3, 3a+3)$, 두 직선 $ax-3+y=0$, $x=1$의 교점의 좌표는 $(1, -a+3)$이다.

따라서 세 직선과 $x$축으로 둘러싸인 도형은 오른쪽 그림과 같고 넓이가 14이므로

$\frac{1}{2}\times\{3a+3+(-a+3)\}\times4$

$=14$

$\therefore a=\frac{1}{2}$




## 3-1 답 1, $-1$

$x+2=0$에서 $x=-2$

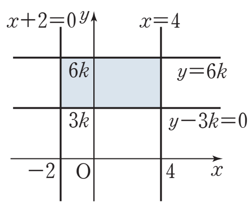
$y-3k=0$에서 $y=3k$

(i) $k>0$일 때

네 직선으로 둘러싸인 도형은 오른쪽 그림과 같고 넓이가 18이므로

$6\times3k=18$

$\therefore k=1$

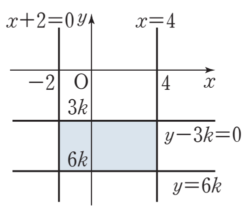



(ii) $k<0$일 때

네 직선으로 둘러싸인 도형은 오른쪽 그림과 같고 넓이가 18이므로

$6\times(-3k)=18$

$\therefore k=-1$




(i), (ii)에서 구하는 상수 $k$의 값은 1, $-1$이다.

## 3-2 답 10

$x+1=0$에서 $x=-1$

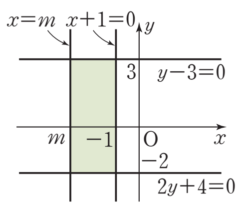
$y-3=0$에서 $y=3$

$2y+4=0$에서 $2y=-4$ $\quad\therefore y=-2$

(i) $m<-1$일 때

네 직선으로 둘러싸인 도형은 오른쪽 그림과 같고 넓이가 10이므로 $(-1-m)\times5=10$

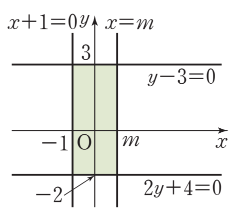
$\therefore m=-3$




(ii) $m>-1$일 때

네 직선으로 둘러싸인 도형은 오른쪽 그림과 같고 넓이가 10이므로 $(m+1)\times5=10$

$\therefore m=1$

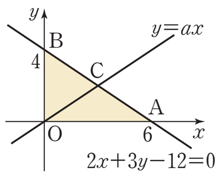


(i), (ii)에서 구하는 상수 $m$의 값은 $-3$, $1$이므로

$a=1$, $b=-3$

$\therefore a^2+b^2=1^2+(-3)^2=10$

## 4-1 답 $\frac{2}{3}$




$2x+3y-12=0$에서 $y=-\frac{2}{3}x+4$

$y=-\frac{2}{3}x+4$의 그래프의 $x$절편은 $6$,

$y$절편은 $4$이므로

$A(6, 0)$, $B(0, 4)$

$\therefore \triangle OAB=\frac{1}{2}\times 6\times 4=12$

$y=-\frac{2}{3}x+4$의 그래프와 직선 $y=ax$의 교점의 좌표를 $C(p, q)$라 하면

$\triangle OAC=\frac{1}{2}\times 6\times q=3q$

이때 $\triangle OAC=\frac{1}{2}\triangle OAB$이므로

$3q=\frac{1}{2}\times 12 \qquad \therefore q=2$

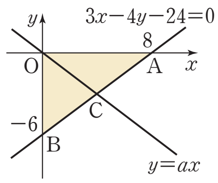
$y=-\frac{2}{3}x+4$에 $x=p$, $y=2$를 대입하면

$2=-\frac{2}{3}p+4 \qquad \therefore p=3$

따라서 $y=ax$에 $x=3$, $y=2$를 대입하면

$2=3a \qquad \therefore a=\frac{2}{3}$

## 4-2 답 $-\frac{3}{4}$




$3x-4y-24=0$에서 $y=\frac{3}{4}x-6$

$y=\frac{3}{4}x-6$의 그래프의 $x$절편은 $8$,

$y$절편은 $-6$이므로

$A(8, 0)$, $B(0, -6)$

$\therefore \triangle OBA=\frac{1}{2}\times 8\times 6=24$

$y=\frac{3}{4}x-6$의 그래프와 직선 $y=ax$의 교점의 좌표를 $C(p, q)$라 하면

$\triangle OBC=\frac{1}{2}\times 6\times p=3p$

이때 $\triangle OBC=\frac{1}{2}\triangle OBA$이므로

$3p=\frac{1}{2}\times 24 \qquad \therefore p=4$

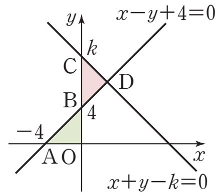
$y=\frac{3}{4}x-6$에 $x=4$, $y=q$를 대입하면

$q=3-6=-3$

따라서 $y=ax$에 $x=4$, $y=-3$을 대입하면

$-3=4a \qquad \therefore a=-\frac{3}{4}$

## 5-1 답 32




$x-y+4=0$에서 $y=x+4$

$y=x+4$의 그래프의 $x$절편은 $-4$,

$y$절편은 $4$이므로

$A(-4, 0)$, $B(0, 4)$

$\therefore \triangle AOB=\frac{1}{2}\times 4\times 4=8$

$x+y-k=0$에서 $y=-x+k$

$y=-x+k$의 그래프의 $y$절편은 $k$이므로 $C(0, k)$

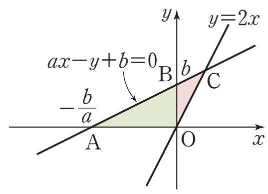
두 일차방정식 $x-y+4=0$, $x+y-k=0$의 그래프의 교점의 좌표는 $D\left(\frac{k-4}{2}, \frac{k+4}{2}\right)$

$\therefore \triangle CBD=\frac{1}{2}\times(k-4)\times\frac{k-4}{2}=\frac{(k-4)^2}{4}$

이때 $\triangle AOB=\triangle CBD$이므로

$8=\frac{(k-4)^2}{4} \qquad \therefore (k-4)^2=32$

## 5-2 답 $\frac{1}{2}$




$ax-y+b=0$에서 $y=ax+b$

$y=ax+b$의 그래프의 $x$절편은

$-\frac{b}{a}$, $y$절편은 $b$이므로

$A\left(-\frac{b}{a}, 0\right)$, $B(0, b)$

$\therefore \triangle AOB=\frac{1}{2}\times\frac{b}{a}\times b=\frac{b^2}{2a}$

$y=ax+b$의 그래프와 직선 $y=2x$의 교점의 좌표는

$C\left(\frac{b}{2-a}, \frac{2b}{2-a}\right)$

$\therefore \triangle CBO=\frac{1}{2}\times b\times\frac{b}{2-a}=\frac{b^2}{2(2-a)}$

이때 $\triangle AOB : \triangle CBO=3:1$이므로

$\triangle AOB=3\triangle CBO$에서

$\frac{b^2}{2a}=3\times\frac{b^2}{2(2-a)}$, $6ab^2=2b^2(2-a)$

이때 $b>0$이므로

$6a=2(2-a)$, $8a=4$

$\therefore a=\frac{1}{2}$

## 6-1 답 $-\frac{4}{5}$

연립방정식 $\begin{cases} x-y+3=0 \\ 3x+y+5=0 \end{cases}$을 풀면 $x=-2$, $y=1$

따라서 $2ax-4y-a=0$에 $x=-2$, $y=1$을 대입하면

$-4a-4-a=0$, $-5a=4$

$\therefore a=-\frac{4}{5}$

## 6-2 답 5

연립방정식 $\begin{cases} 3x+4y=7 \\ 3x-2y=1 \end{cases}$을 풀면 $x=1, y=1$

따라서 $ax-2y=3$에 $x=1, y=1$을 대입하면

$a-2=3 \quad \therefore a=5$

## 7-1 답 6

세 직선의 기울기가 각각 다르므로 세 직선이 한 점에서 만날 때 삼각형을 이루지 않는다.

연립방정식 $\begin{cases} x-y=0 \\ x+y-4=0 \end{cases}$을 풀면 $x=2, y=2$

따라서 $10x-7y-a=0$에 $x=2, y=2$를 대입하면

$20-14-a=0 \quad \therefore a=6$

## 7-2 답 $-3$

세 일차방정식의 그래프의 기울기가 각각 다르므로 세 일차방정식의 그래프가 한 점에서 만날 때 삼각형을 이루지 않는다.

연립방정식 $\begin{cases} 2x-3y=-12 \\ 2x+y=12 \end{cases}$를 풀면 $x=3, y=6$

따라서 $x-y=a$에 $x=3, y=6$을 대입하면

$3-6=a \quad \therefore a=-3$

## 8-1 답 12

세 직선이 삼각형을 이루지 않는 경우는 세 직선 중 두 직선이 평행하거나 세 직선이 한 점에서 만나는 경우이다.

$x+y=3$에서 $y=-x+3$ …… ㉠

$4x-y=2$에서 $y=4x-2$ …… ㉡

$ax-y=-5$에서 $y=ax+5$ …… ㉢

(ⅰ) 두 직선 ㉠, ㉢이 평행할 때, $a=-1$

(ⅱ) 두 직선 ㉡, ㉢이 평행할 때, $a=4$

(ⅲ) 세 직선 ㉠, ㉡, ㉢이 한 점에서 만날 때

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=1, y=2$

㉢에 $x=1, y=2$를 대입하면

$2=a+5 \quad \therefore a=-3$

(ⅰ)~(ⅲ)에서 구하는 모든 상수 $a$의 값의 곱은

$-1\times4\times(-3)=12$

## 8-2 답 36

세 직선이 삼각형을 이루지 않는 경우는 세 직선 중 두 직선이 평행하거나 세 직선이 한 점에서 만나는 경우이다.

$x-y=1$에서 $y=x-1$ …… ㉠

$3x+y=0$에서 $y=-3x$ …… ㉡

$4ax-8y+a=0$에서 $y=\frac{a}{2}x+\frac{a}{8}$ …… ㉢

(ⅰ) 두 직선 ㉠, ㉢이 평행할 때

$1=\frac{a}{2} \quad \therefore a=2$

(ⅱ) 두 직선 ㉡, ㉢이 평행할 때

$-3=\frac{a}{2} \quad \therefore a=-6$

(ⅲ) 세 직선 ㉠, ㉡, ㉢이 한 점에서 만날 때

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=\frac{1}{4}, y=-\frac{3}{4}$

㉢에 $x=\frac{1}{4}, y=-\frac{3}{4}$을 대입하면

$-\frac{3}{4}=\frac{a}{8}+\frac{a}{8}, \frac{1}{4}a=-\frac{3}{4}$

$\therefore a=-3$

(ⅰ)~(ⅲ)에서 구하는 모든 상수 $a$의 값의 곱은

$2\times(-6)\times(-3)=36$

## STEP 2 반드시 등수 올리는 문제 pp. 095~100

| | | |
|---|---|---|
| **01** ⑤ | **02** $y=3x-7$ | **03** $y=4x-8$ |
| **04** 16 | **05** $(5, 0)$ | **06** ①, ⑤ |
| **07** 116곡 | **08** 22.5°C | **09** 오후 2시 30분 |
| **10** ② | **11** $a=5, (-2, 1)$ | |
| **12** $(-3, -3)$ | **13** 3 | **14** 2 |
| **15** ⑤ | **16** $-21, 15$ | **17** $\frac{4}{3}$ |
| **18** 30 | **19** $y=-\frac{8}{3}x+\frac{4}{3}$ | **20** $\frac{1}{2}$ |
| **21** $\frac{2}{3}$ | **22** $y=\frac{7}{9}x$ | **23** $\frac{61}{3}\pi$ |
| **24** $\frac{5}{2}$ | | |

## 01 답 ⑤

두 점 $(-1, 10), (2, -2)$를 지나는 직선의 기울기는

$\frac{-2-10}{2-(-1)}=-4$

즉 $y=-4x+b$로 놓고 $x=-1, y=10$을 대입하면

$10=4+b \quad \therefore b=6$

따라서 $y=-4x+6$의 그래프의 $y$절편은 6이므로 직선 $y=-4x+6$과 $y$축 위에서 만나는 그래프를 나타내는 일차함수의 식은 ⑤이다.

**전략**

두 점 $(-1, 10), (2, -2)$를 지나는 직선의 기울기를 구한 후 일차함수의 식을 구한다.

## 02 답 $y=3x-7$

두 점 $(-k,\ 6k-5)$, $(-2k+2,\ 3k+1)$을 지나는 직선의 기울기는

$$\frac{3k+1-(6k-5)}{-2k+2-(-k)}=\frac{-3(k-2)}{-(k-2)}=3$$

즉 $y=3x+b$로 놓고 $x=3$, $y=2$를 대입하면

$2=9+b \qquad \therefore\ b=-7$

따라서 구하는 일차함수의 식은

$y=3x-7$

**전략**

두 직선이 평행하면 기울기가 같다.

## 03 답 $y=4x-8$

$\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1$에 $y=0$을 대입하면

$\frac{x}{2}=1 \qquad \therefore\ x=2$, 즉 $P(2,\ 0)$

$\frac{x}{3}-\frac{y}{4}=2$에 $x=0$을 대입하면

$-\frac{y}{4}=2 \qquad \therefore\ y=-8$, 즉 $Q(0,\ -8)$

두 점 $P(2,\ 0)$, $Q(0,\ -8)$을 지나는 직선의 기울기는

$$\frac{-8-0}{0-2}=4$$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=4x-8$

**전략**

먼저 두 점 P, Q의 좌표를 구한다.

## 04 답 16

$f(1+3h)-f(1-h)=-8h$이므로

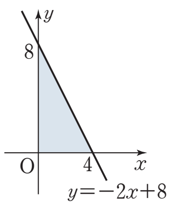
$$\frac{f(1+3h)-f(1-h)}{1+3h-(1-h)}=\frac{-8h}{4h}=-2$$

즉 일차함수 $y=f(x)$의 그래프의 기울기는 $-2$이다.

또 $y=f(x)$의 그래프가 $y=\frac{1}{4}x+8$의 그래프와 $y$축 위에서 만나므로 $y$절편은 8이다.

$\therefore\ f(x)=-2x+8$

따라서 $f(x)=-2x+8$의 그래프와 $x$축, $y$축으로 둘러싸인 도형은 오른쪽 그림과 같으므로 그 넓이는




$\frac{1}{2}\times4\times8=16$

**전략**

$f(1+3h)-f(1-h)=-8h$임을 이용하여 일차함수 $y=f(x)$의 그래프의 기울기를 구한다.

## 05 답 $(5,\ 0)$

$y=ax+2$에 $x=3$, $y=4$를 대입하면

$4=3a+2,\ 3a=2 \qquad \therefore\ a=\frac{2}{3}$

즉 $y=\frac{2}{3}x+2$에 $x=k$, $y=8$을 대입하면

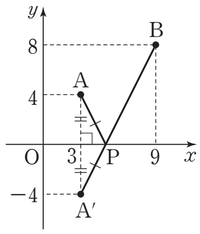
$8=\frac{2}{3}k+2,\ \frac{2}{3}k=6 \qquad \therefore\ k=9$

점 $A(3,\ 4)$와 $x$축에 대칭인 점을 $A'$이라 하면 $A'(3,\ -4)$

이때 $\overline{AP}=\overline{A'P}$이고

$\overline{AP}+\overline{PB}=\overline{A'P}+\overline{PB}\geq\overline{A'B}$이므로

$\overline{AP}+\overline{PB}$의 길이가 최소가 되게 하려면 오른쪽 그림과 같이 점 P가 $\overline{A'B}$ 위에 있어야 한다.




두 점 $A'(3,\ -4)$, $B(9,\ 8)$을 지나는 직선의 기울기는

$$\frac{8-(-4)}{9-3}=2$$

즉 $y=2x+b$로 놓고 $x=3$, $y=-4$를 대입하면

$-4=6+b \qquad \therefore\ b=-10$

따라서 $y=2x-10$의 그래프의 $x$절편은 5이므로 점 P의 좌표는 $(5,\ 0)$이다.

**전략**

점 A와 $x$축에 대칭인 점의 좌표를 구한다.

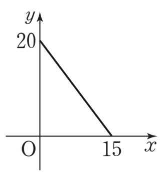
## 06 답 ①, ⑤

① 양초에 불을 붙인 지 6분 후에 양초의 길이가 20 cm에서 12 cm로 줄어들었으므로 6분 동안 8 cm가 탔다. 즉 1분에 $\frac{8}{6}=\frac{4}{3}$ (cm)가 탔으므로 $x$와 $y$ 사이의 관계식은

$y=20-\frac{4}{3}x$

따라서 $y$는 $x$에 대한 일차함수이다.

② $y=20-\frac{4}{3}x$의 그래프를 그리면 오른쪽 그림과 같으므로 그래프는 오른쪽 아래로 향하는 선분이다.




③ $y=20-\frac{4}{3}x$에 $y=0$을 대입하면

$0=20-\frac{4}{3}x \qquad \therefore\ x=15$

따라서 양초가 모두 탈 때까지 걸리는 시간은 15분이다.

④ $y=20-\frac{4}{3}x$에 $x=12$를 대입하면

$y=20-\frac{4}{3}\times12=4$

따라서 양초에 불을 붙인 지 12분 후에 남은 양초의 길이는 4 cm이다.

⑤ 그래프와 $x$축, $y$축으로 둘러싸인 도형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times15\times20=150$

따라서 옳은 것은 ①, ⑤이다.

**전략**

양초에 불을 붙이고 6분 동안 8 cm가 탔으므로 1분에 $\frac{8}{6}=\frac{4}{3}$ (cm)가 탔다.

## 07 답 116곡

한 달 동안 내려받은 음악 파일의 수를 $x$곡, 요금을 $y$원이라 하면

$y=6000+500(x-100)=500x-44000$

$y=500x-44000$에 $y=14000$을 대입하면

$14000=500x-44000 \qquad \therefore x=116$

따라서 한 달 동안 내려받은 음악 파일은 116곡이다.

**전략**

한 달 동안 내려받은 음악 파일의 수를 $x$곡이라 할 때, 한 곡당 내려받는 요금이 500원인 음악 파일의 수는 $(x-100)$곡이다.

## 08 답 22.5 ℃

기온이 5 ℃씩 올라갈 때마다 소리의 속력은 초속 3 m씩 늘어나므로 기온이 $x$ ℃일 때 소리의 속력을 초속 $y$ m라 하면

$y=331+\frac{3}{5}x$

4134 m 떨어진 곳에서 번개가 친 지 12초 후에 천둥소리가 들렸다면 소리의 속력은 초속 $\underbrace{\frac{4134}{12}}_{344.5}$ m이므로

$344.5=331+\frac{3}{5}x,\ \frac{3}{5}x=13.5 \qquad \therefore x=22.5$

따라서 기온은 22.5 ℃이다.

**전략**

주어진 표를 보고 기온이 $x$ ℃일 때 소리의 속력을 초속 $y$ m로 놓고 $x$, $y$ 사이의 관계식을 세운다.

## 09 답 오후 2시 30분

처음 주사약의 양은 $3\times60+450=630$ (mL)이므로 주사를 $x$분 동안 맞았을 때 남아 있는 주사약의 양을 $y$ mL라 하면

$y=630-3x$

$y=630-3x$에 $y=0$을 대입하면

$0=630-3x \qquad \therefore x=210$

즉 주사를 다 맞는 데 걸리는 시간은 210분, 즉 3시간 30분이다.

따라서 주사를 다 맞은 시각이 오후 6시이므로 주사를 맞기 시작한 시각은 (오후 6시)$-$(3시간 30분)$=$(오후 2시 30분)

**전략**

먼저 처음 주사약의 양을 구한다.

## 10 답 ②

$ax-by+1=0$에서 $y=\frac{a}{b}x+\frac{1}{b}$

이때 이 그래프가 $y$축에 수직이고, 제3사분면과 제4사분면을 동시에 지나므로

$\frac{a}{b}=0,\ \frac{1}{b}<0 \qquad \therefore a=0,\ b<0$

**전략**

$y$축에 수직인 직선의 방정식은 $y=q\ (q\neq0)$의 꼴이다.

## 11 답 $a=5$, $(-2, 1)$

두 일차방정식의 교점이 직선 $y=2x+5$ 위에 있으므로 교점의 좌표를 $(k, 2k+5)$라 하자.

$3x+y+a=0$에 $x=k$, $y=2k+5$를 대입하면

$3k+(2k+5)+a=0 \qquad \therefore 5k+a=-5 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

$x-2y+a-1=0$에 $x=k$, $y=2k+5$를 대입하면

$k-2(2k+5)+a-1=0 \qquad \therefore -3k+a=11 \qquad \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $k=-2$, $a=5$

따라서 두 일차방정식의 교점의 좌표는 $(-2, 1)$이다.

**전략**

두 일차방정식의 교점이 직선 $y=2x+5$ 위에 있으므로 교점의 좌표를 $(k, 2k+5)$라 하고, 이 교점의 좌표를 두 일차방정식에 대입한다.

## 12 답 $(-3, -3)$

두 점 A$(-5, 0)$, C$(-1, -6)$을 지나는 직선의 기울기는

$\frac{-6-0}{-1-(-5)}=-\frac{3}{2}$

즉 $y=-\frac{3}{2}x+b$로 놓고 $x=-5$, $y=0$을 대입하면

$0=\frac{15}{2}+b \qquad \therefore b=-\frac{15}{2}$, 즉 $y=-\frac{3}{2}x-\frac{15}{2} \qquad \cdots\cdots$ ㉠

두 점 B$(-5, -5)$, O$(0, 0)$을 지나는 직선의 기울기는

$\frac{0-(-5)}{0-(-5)}=1$

즉 $y=x+b'$으로 놓고 $x=0$, $y=0$을 대입하면

$0=0+b' \qquad \therefore b'=0$, 즉 $y=x \qquad \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=-3$, $y=-3$

따라서 두 대각선 AC, BO의 교점의 좌표는 $(-3, -3)$이다.

## 13 답 3

$mx-y+10=0$에서 $y=mx+10$

$13x+11y=248$에 $y=mx+10$을 대입하면

$13x+11(mx+10)=248$

$13x+11mx+110=248,\ (13+11m)x=138$

$\therefore x=\frac{138}{13+11m}$

이때 $138=2\times3\times23$이므로 $x$가 자연수가 되려면

$13+11m=1, 2, 3, 6, 23, 46, 69, 138$

$\therefore m=-\frac{12}{11}, -1, -\frac{10}{11}, -\frac{7}{11}, \frac{10}{11}, 3, \frac{56}{11}, \frac{125}{11}$

따라서 구하는 자연수 $m$의 값은 3이다.

**전략**

두 식을 연립하여 $x$를 $m$에 대한 식으로 나타낸 후 교점의 $x$좌표가 자연수임을 이용한다.

**참고**

$m=3$일 때 $x=\frac{138}{13+11m}=\frac{138}{13+33}=3$

$y=3x+10$에 $x=3$을 대입하면 $y=3\times3+10=19$

## 14 답 2

연립방정식 $\begin{cases} x+3y-5=0 \\ ax-6y-b=0 \end{cases}$의 해가 무수히 많으므로

$\frac{1}{a}=\frac{3}{-6}=\frac{-5}{-b}$ $\quad\therefore a=-2, b=-10$

따라서 두 직선 $-2x-y-10=0$, $kx+y-2=0$이 서로 평행하므로 $\frac{-2}{k}=\frac{-1}{1}\neq\frac{-10}{-2}$ $\quad\therefore k=2$

**전략**

연립방정식의 해가 무수히 많다.

➡ 두 일차방정식의 그래프가 일치한다.

## 15 답 ⑤

연립방정식 $\begin{cases} ax+2y-4=0 \\ x-4y-b=0 \end{cases}$의 해가 무수히 많으므로

$\frac{a}{1}=\frac{2}{-4}=\frac{-4}{-b}$ $\quad\therefore a=-\frac{1}{2}, b=-8$

$\therefore y=-\frac{1}{2}x-8$

⑤ $x-2y+10=0$에서 $y=\frac{1}{2}x+5$

즉 기울기가 다르므로 평행하지 않다.

## 16 답 $-21, 15$

두 직선 $2x-y-3=0$, $ax-y+b=0$의 교점이 없으므로

$\frac{2}{a}=\frac{-1}{-1}\neq\frac{-3}{b}$ $\quad\therefore a=2, b\neq-3$

$2x-y-3=0$에 $y=0$을 대입하면

$2x-3=0, 2x=3$ $\quad\therefore x=\frac{3}{2}$, 즉 $\mathrm{P}\left(\frac{3}{2}, 0\right)$

$ax-y+b=0$, 즉 $2x-y+b=0$에 $y=0$을 대입하면

$2x+b=0, 2x=-b$ $\quad\therefore x=-\frac{b}{2}$, 즉 $\mathrm{Q}\left(-\frac{b}{2}, 0\right)$

이때 $\overline{\mathrm{PQ}}=9$이므로

$-\frac{b}{2}-\frac{3}{2}=9$ 또는 $\frac{3}{2}-\left(-\frac{b}{2}\right)=9$

$-\frac{b}{2}-\frac{3}{2}=9$에서 $b+3=-18$ $\quad\therefore b=-21$

$\frac{3}{2}-\left(-\frac{b}{2}\right)=9$에서 $3+b=18$ $\quad\therefore b=15$

따라서 구하는 $b$의 값은 $-21, 15$이다.

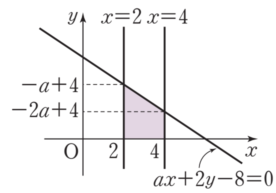
**전략**

두 직선의 교점이 없다. ➡ 두 직선이 서로 평행하다.

## 17 답 $\frac{4}{3}$

두 직선 $ax+2y-8=0$, $x=2$의 교점의 좌표는 $(2, -a+4)$이고, 두 직선 $ax+2y-8=0$, $x=4$의 교점의 좌표는 $(4, -2a+4)$이다.

따라서 세 직선과 $x$축으로 둘러싸인 도형의 넓이가 4이므로




$\frac{1}{2}\times\{-a+4+(-2a+4)\}\times2=4$

$-3a+8=4, 3a=4$ $\quad\therefore a=\frac{4}{3}$

**전략**

두 직선 $ax+2y-8=0$, $x=2$의 교점의 좌표와 두 직선 $ax+2y-8=0$, $x=4$의 교점의 좌표를 구한다.

## 18 답 30

두 점 $\mathrm{A}(3, 5)$, $\mathrm{B}(5, 3)$을 지나는 직선의 기울기는

$\frac{3-5}{5-3}=-1$

즉 $y=-x+b$로 놓고 $x=3$, $y=5$를 대입하면

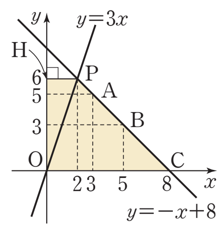
$5=-3+b$ $\quad\therefore b=8$

따라서 직선 $y=-x+8$이 $x$축과 만나는 점 C의 좌표는 $(8, 0)$이다.

연립방정식 $\begin{cases} y=-x+8 \\ y=3x \end{cases}$를 풀면 $x=2$, $y=6$

$\therefore \mathrm{P}(2, 6)$, $\mathrm{H}(0, 6)$

사각형 OCPH는 오른쪽 그림과 같으므로 그 넓이는




$\frac{1}{2}\times(2+8)\times6=30$

**전략**

점 C, P, H의 좌표를 구한 후 좌표평면 위에 나타낸다.

## 19 답 $y=-\frac{8}{3}x+\frac{4}{3}$

$4x-y+8=0$에 $y=0$을 대입하면

$4x+8=0, 4x=-8$ $\quad\therefore x=-2$, 즉 $\mathrm{A}(-2, 0)$

$x+y-3=0$에 $y=0$을 대입하면

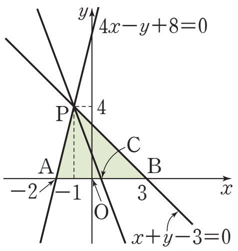
$x-3=0$ $\quad\therefore x=3$, 즉 $\mathrm{B}(3, 0)$

연립방정식 $\begin{cases}4x-y+8=0\\x+y-3=0\end{cases}$을 풀면

$x=-1, y=4$, 즉 $P(-1, 4)$

$\therefore\ \triangle PAB=\frac{1}{2}\times5\times4=10$

오른쪽 그림과 같이 구하는 직선이 $x$축과 만나는 점을 $C(c, 0)$이라 하면




$\triangle PAC=\frac{1}{2}\times\{c-(-2)\}\times4$

$\quad=2(c+2)$

이때 $\triangle PAC=\frac{1}{2}\triangle PAB$이므로

$2(c+2)=\frac{1}{2}\times10,\ 2c+4=5$

$2c=1 \qquad \therefore\ c=\frac{1}{2}$

두 점 $P(-1, 4)$, $C\left(\frac{1}{2}, 0\right)$을 지나는 직선의 기울기는

$\frac{0-4}{\frac{1}{2}-(-1)}=-\frac{8}{3}$

즉 $y=-\frac{8}{3}x+b$로 놓고 $x=-1, y=4$를 대입하면

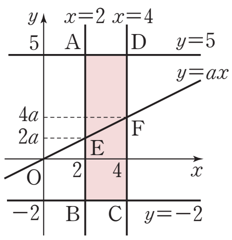
$4=\frac{8}{3}+b \qquad \therefore\ b=\frac{4}{3}$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $y=-\frac{8}{3}x+\frac{4}{3}$

**전략**
먼저 점 P를 지나면서 $\triangle PAB$의 넓이를 이등분하는 직선이 $x$축과 만나는 점의 좌표를 구한다.

## 20 답 $\frac{1}{2}$

오른쪽 그림과 같이 네 직선 $x=2$, $x=4$, $y=-2$, $y=5$의 교점을 각각 A, B, C, D라 하면




(사각형 ABCD의 넓이)

$=2\times7=14$

일차함수 $y=ax$의 그래프가 사각형 ABCD의 넓이를 이등분할 때, $y=ax$의 그래프가 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$와 만나는 점을 각각 E, F라 하면 $E(2, 2a)$, $F(4, 4a)$

(사각형 AEFD의 넓이)$=\frac{1}{2}\times\{(5-2a)+(5-4a)\}\times2$

$\qquad\qquad=-6a+10$

이때 (사각형 AEFD의 넓이)$=\frac{1}{2}\times$(사각형 ABCD의 넓이)이므로

$-6a+10=\frac{1}{2}\times14,\ -6a=-3 \qquad \therefore\ a=\frac{1}{2}$

**전략**
$y=ax$의 그래프와 직선 $x=2$, $x=4$와 만나는 점을 각각 E, F라 하고 두 점 E, F의 좌표를 각각 구한다.

## 21 답 $\frac{2}{3}$

$E(3, 3a+2)$, $F(6, 6a+2)$이므로

$\overline{BE}=(3a+2)-2=3a$, $\overline{FC}=(6a+2)-2=6a$

$\therefore$ (사각형 EBCF의 넓이)$=\frac{1}{2}\times(3a+6a)\times3=\frac{27}{2}a$

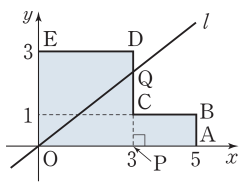
이때 (사각형 EBCF의 넓이)$=\frac{3}{8}\times$(사각형 ABCD의 넓이)이므로

$\frac{27}{2}a=\frac{3}{8}\times(3\times8),\ \frac{27}{2}a=9 \qquad \therefore\ a=\frac{2}{3}$

**전략**
(사각형 AEFD의 넓이) : (사각형 EBCF의 넓이)$=5:3$이므로
(사각형 EBCF의 넓이)$=\frac{3}{8}\times$(사각형 ABCD의 넓이)

## 22 답 $y=\frac{7}{9}x$

점 C에서 $x$축에 내린 수선의 발을 P라 하면 $P(3, 0)$




(사각형 EOPD의 넓이)$=3\times3=9$

(사각형 CPAB의 넓이)$=2\times1=2$

$\therefore$ (주어진 도형의 넓이)

$=$(사각형 EOPD의 넓이)$+$(사각형 CPAB의 넓이)

$=9+2=11$

직선 $l$을 $y=ax$라 하고, 직선 $l$은 $\overline{CD}$ 위의 점을 지나므로 직선 $l$이 $\overline{CD}$와 만나는 점을 Q라 하면 $Q(3, 3a)$

(사각형 EOQD의 넓이)$=\frac{1}{2}\times\{3+(3-3a)\}\times3=\frac{18-9a}{2}$

이때 직선 $l$이 주어진 도형의 넓이를 이등분하므로

$\frac{18-9a}{2}=\frac{1}{2}\times11,\ 18-9a=11$

$9a=7 \qquad \therefore\ a=\frac{7}{9}$

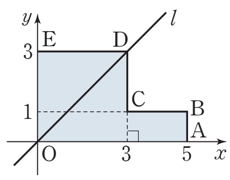
따라서 구하는 직선 $l$의 방정식은 $y=\frac{7}{9}x$

**참고**
직선 $l$이 $\overline{CD}$ 위의 점을 지나는 이유

(i) 직선 $l$이 점 D를 지날 때

$\triangle EOD=\frac{1}{2}\times3\times3=\frac{9}{2}<\frac{11}{2}$

따라서 직선 $l$은 $\overline{ED}$ 위의 점을 지나지 않는다.

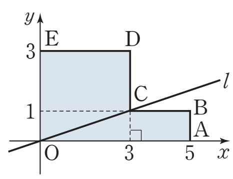



(ii) 직선 $l$이 점 C를 지날 때

(사각형 COAB의 넓이)

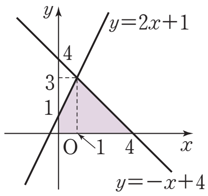
$=\frac{1}{2}\times(5+2)\times1=\frac{7}{2}<\frac{11}{2}$

따라서 직선 $l$은 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 위의 점을 지나지 않는다.



## 23 답 $\frac{61}{3}\pi$

$y=-x+4$의 그래프의 $x$절편은 4, $y$절편은 4이고 $y=2x+1$의 그래프의 $y$절편은 1이다.

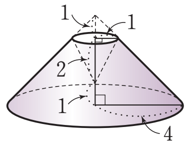



연립방정식 $\begin{cases} y=-x+4 \\ y=2x+1 \end{cases}$을 풀면

$x=1$, $y=3$

따라서 두 직선의 교점의 좌표는 $(1, 3)$이다.

네 직선 $y=-x+4$, $y=2x+1$, $x=0$, $y=0$으로 둘러싸인 도형을 $y$축을 축으로 하여 1회전시킬 때 만들어지는 입체도형은 오른쪽 그림과 같으므로




$$(\text{부피})=\frac{1}{3}\times(\pi\times4^2)\times4-\frac{1}{3}\times(\pi\times1^2)\times1-\frac{1}{3}\times(\pi\times1^2)\times2$$

$$=\frac{61}{3}\pi$$

**전략**

밑면인 원의 반지름의 길이가 $r$, 높이가 $h$인 원뿔의 부피 $V$는

$V=\frac{1}{3}\pi r^2h$

## 24 답 $\frac{5}{2}$

서로 다른 세 직선으로 좌표평면이 4개의 부분으로 나누어지므로 세 직선이 모두 평행해야 한다.

$ax+y+1=0$에서 $y=-ax-1$

$x+by+3=0$에서 $y=-\frac{1}{b}x-\frac{3}{b}$

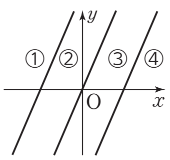
$2x+y+5=0$에서 $y=-2x-5$

따라서 $-a=-\frac{1}{b}=-2$이므로 $a=2$, $b=\frac{1}{2}$

$\therefore a+b=2+\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$

**전략**

서로 다른 세 직선에 의하여 좌표평면이 4개의 부분으로 나누어지는 경우에는 세 직선이 서로 평행하다.




**STEP 3** | 전교 1등 확실하게 굳히는 문제 pp. 101 ~ 103

**1** (1) $y=4x-30$ (2) $\frac{15}{2}$ (3) $-\frac{8}{3}$ **2** ㉠, ㉢

**3** 5 **4** $-1<k<2$ **5** 11

**6** (1) 물통 A: 3 L, 물통 B: 2 L (2) 9초 후, 30 L

## 1 답 (1) $y=4x-30$ (2) $\frac{15}{2}$ (3) $-\frac{8}{3}$

(1) 두 점 $C(6, 4)$, $M(5, 0)$을 지나는 직선의 기울기는

$\frac{0-4}{5-6}=4$

이므로 두 점 B, N을 지나는 직선의 기울기도 4이다.

즉 $y=4x+b$로 놓고 $x=9$, $y=6$을 대입하면

$6=36+b$ $\therefore b=-30$

따라서 두 점 B, N을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은 $y=4x-30$ …… 40 %

(2) $y=4x-30$에 $y=0$을 대입하면

$0=4x-30$, $4x=30$ $\therefore x=\frac{15}{2}$

$\therefore N\left(\frac{15}{2}, 0\right)$ …… 30 %

(3) 두 점 $C(6, 4)$, $N\left(\frac{15}{2}, 0\right)$을 지나는 직선의 기울기는

$\frac{0-4}{\frac{15}{2}-6}=-4\div\frac{3}{2}=-\frac{8}{3}$ …… 30 %

**전략**

직선 CM과 두 점 B, N을 지나는 직선이 평행하므로

$\triangle CMN=\triangle CMB$

## 2 답 ㉠, ㉢

㉠ 직선 $l$이 $y$축에 평행하려면 $x=p(p\neq0)$의 꼴이어야 하므로

$k+1=0$ $\therefore k=-1$

㉡ $(2-k)x+(k+1)y+k+2=0$에서

$y=\frac{k-2}{k+1}x-\frac{k+2}{k+1}$

이때 $\frac{k-2}{k+1}=1$을 만족하는 $k$의 값은 존재하지 않는다.

㉢ $(2-k)x+(k+1)y+k+2=0$에서

$(2x+y+2)+k(-x+y+1)=0$

이때 $2x+y+2=0$, $-x+y+1=0$이어야 하므로 두 식을 연립하여 풀면

$x=-\frac{1}{3}$, $y=-\frac{4}{3}$

따라서 직선의 방정식 $(2-k)x+(k+1)y+k+2=0$이 $k$의 값에 관계없이 항상 지나는 점의 좌표는 $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{4}{3}\right)$이므로 제3사분면 위에 있다.

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉢이다.

**전략**

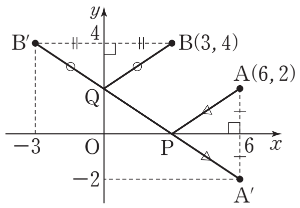
㉡에서 기울기가 1이 되려면 $\frac{k-2}{k+1}=1$이어야 한다.

이때 $k-2=k+1$을 만족하는 $k$의 값은 없다.

㉢에서 $k$의 값에 관계없이 식이 성립해야 하므로 $0+0\times k=0$의 꼴로 나타낸다.

## 3 답 5

점 A$(6,\ 2)$와 $x$축에 대칭인 점을 A$'$이라 하면 A$'(6,\ -2)$
점 B$(3,\ 4)$와 $y$축에 대칭인 점을 B$'$이라 하면 B$'(-3,\ 4)$
이때 $\overline{AP}=\overline{A'P}$, $\overline{BQ}=\overline{B'Q}$이고
$\overline{AP}+\overline{PQ}+\overline{QB}=\overline{A'P}+\overline{PQ}+\overline{QB'}\geq\overline{A'B'}$이므로
$\overline{AP}+\overline{PQ}+\overline{QB}$의 길이가 최소가 되게 하려면 다음 그림과 같이 두 점 P, Q가 $\overline{A'B'}$ 위에 있어야 한다.

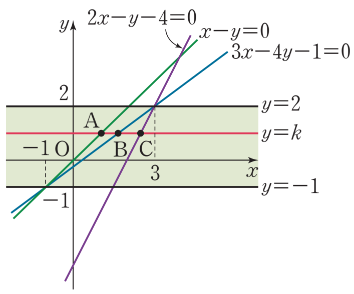



두 점 A$'(6,\ -2)$, B$'(-3,\ 4)$를 지나는 직선의 기울기는
$\dfrac{4-(-2)}{-3-6}=-\dfrac{2}{3}$
즉 $y=-\dfrac{2}{3}x+k$로 놓고 $x=6$, $y=-2$를 대입하면
$-2=-4+k \qquad \therefore k=2$
따라서 $y=-\dfrac{2}{3}x+2$의 그래프의 $x$절편은 3, $y$절편은 2이므로
P$(3,\ 0)$, Q$(0,\ 2)$에서 $a=3$, $b=2$
$\therefore a+b=3+2=5$

**전략**
점 A와 $x$축에 대칭인 점의 좌표, 점 B와 $y$축에 대칭인 점의 좌표를 각각 구한다.

## 4 답 $-1<k<2$

두 일차방정식 $x-y=0$, $3x-4y-1=0$의 그래프의 교점의 좌표는 $(-1,\ -1)$이고, 두 일차방정식 $3x-4y-1=0$, $2x-y-4=0$의 그래프의 교점의 좌표는 $(3,\ 2)$이다.
주어진 세 일차방정식의 그래프와 직선 $y=k$의 왼쪽에서 오른쪽으로의 교점의 배열이 A, B, C가 되려면 다음 그림의 색칠한 부분에 직선 $y=k$가 있어야 한다.




$\therefore\ -1<k<2$

**전략**
먼저 세 일차방정식의 그래프를 좌표평면 위에 나타내고 교점의 배열을 생각하여 직선 $y=k$가 있어야 하는 부분을 생각해 본다.

## 5 답 11

$\begin{cases} 3x+2y+1=0 & \cdots\cdots \text{㉠} \\ 2x-6y+8=0 & \cdots\cdots \text{㉡}, \\ 4x-y-6=0 & \cdots\cdots \text{㉢} \end{cases}$ $\begin{cases} 6x+4y-8=0 & \cdots\cdots \text{㉣} \\ x-3y+6=0 & \cdots\cdots \text{㉤} \\ 4x-y-c=0 & \cdots\cdots \text{㉥} \end{cases}$

세 직선을 평행이동하여도 기울기는 변함이 없으므로
㉠ → ㉣, ㉡ → ㉤, ㉢ → ㉥으로 평행이동한 것이다.
두 직선 ㉠, ㉡의 교점의 좌표는 $(-1,\ 1)$,
두 직선 ㉡, ㉢의 교점의 좌표는 $(2,\ 2)$,
두 직선 ㉣, ㉤의 교점의 좌표는 $(0,\ 2)$이다.
이때 두 직선 ㉠, ㉡의 교점 $(-1,\ 1)$이 두 직선 ㉣, ㉤의 교점 $(0,\ 2)$로 평행이동하였으므로 $x$축의 방향으로 1만큼, $y$축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.
$\therefore a=1,\ b=1$
따라서 두 직선 ㉡, ㉢의 교점 $(2,\ 2)$가 $x$축의 방향으로 1만큼, $y$축의 방향으로 1만큼 평행이동하면 $(3,\ 3)$이다.
직선 ㉥이 점 $(3,\ 3)$을 지나므로
$4x-y-c=0$에 $x=3$, $y=3$을 대입하면
$12-3-c=0 \qquad \therefore c=9$
$\therefore a+b+c=1+1+9=11$

**전략**
점 $(-1,\ 1)$이 점 $(0,\ 2)$로 평행이동하였으므로 $x$축의 방향으로 1만큼, $y$축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

## 6 답 (1) 물통 A: 3 L, 물통 B: 2 L (2) 9초 후, 30 L

(1) 물통 A에는 19초 동안 물이 $60-3=57$ (L) 채워졌으므로
1초 동안에 $\dfrac{57}{19}=3$ (L)씩 채워진다.
물통 B에는 24초 동안 물이 $60-12=48$ (L) 채워졌으므로
1초 동안에 $\dfrac{48}{24}=2$ (L)씩 채워진다.

(2) 물통 A의 그래프는 기울기가 3이고 $y$절편이 3이므로
$y=3x+3 \qquad \cdots\cdots$ ㉠
물통 B의 그래프는 기울기가 2이고 $y$절편이 12이므로
$y=2x+12 \qquad \cdots\cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=9$, $y=30$
따라서 두 물통 A, B에 채워진 물의 양이 같아지는 것은 물을 채우기 시작한 지 9초 후이고, 그때의 물의 양은 30 L이다.

**전략**
물통 A와 물통 B의 그래프가 나타내는 일차함수의 식을 구한다.